RENATO HENRIQUE FINOTELI

ANÁLISE DA DINÂMICA DE UM TUBO FLEXÍVEL EM BALANÇO, ASPIRANDO ÁGUA E SOB VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICES (VIV) POR MEIO DE UM MODELO DE ORDEM REDUZIDA

SÃO PAULO

2022

RENATO HENRIQUE FINOTELI

ANÁLISE DA DINÂMICA DE UM TUBO FLEXÍVEL EM BALANÇO, ASPIRANDO ÁGUA E SOB VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICES (VIV) POR MEIO DE UM MODELO DE ORDEM REDUZIDA

Versão corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Engenharia de Controle e Automação Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Celso Pupo Pesce

Co-orientador: Prof. Dr. Renato Maia Matarazzo Orsino

SÃO PAULO

2022

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 19 de dezembro de 2022

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catalogação-na-publicação

Finoteli, Renato Henrique

Análise da dinâmica de um tubo flexível em balanço, aspirando água e sob Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV) por meio de um Modelo de Ordem Reduzida / R. H. Finoteli -- versão corr. -- São Paulo, 2022.

265 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Estruturas flexíveis 2.Interação fluido-estrutura 3.Vibrações Induzidas por Vórtices 4.Escoamento interno de aspiração 5.Metodologia Modular de Modelagem I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

RESUMO

Aplicações de Engenharia Oceânica e *Offshore*, tais como projeto de *risers* verticais utilizados para captação de águas em grandes profundidades, envolvem estruturas sujeitas a interações fluido-estrutura decorrentes da ação de escoamentos externo e interno. Por meio de uma formulação analítica tridimensional, o presente trabalho tem por objetivo apresentar uma análise dinâmica de um tubo flexível em balanço, com um lastro na extremidade inferior, aspirando água e sob Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV). Este modelo foi derivado através da Metodologia Modular de Modelagem (MMM), combinada com funções de Galerkin, dando origem a um Modelo de Ordem Reduzida (MOR). Um estudo de caso é apresentado, em que os resultados obtidos através do MOR são confrontados com os obtidos experimentalmente e numericamente, via software comercial Orcaflex™. O modelo proposto apresentou uma melhor aderência com os resultados experimentais frente ao programa Orcaflex™, embora ambos modelos numéricos não tenham recuperado totalmente a dinâmica apresentada no modelo experimental. As análises numéricas revelaram que a influência do escoamento interno de aspiração no fenômeno de VIV nas condições analisadas é marginal, confirmando os resultados obtidos experimentalmente.

Palavras-chave: Estruturas flexíveis. Interação fluido-estrutura. Vibrações Induzidas por Vórtices. Escoamento interno de aspiração. Modelo de Ordem Reduzida. Metodologia Modular de Modelagem.

ABSTRACT

Offshore Engineering applications such as the design of seawater intake risers (SWIRs) used to transport cold water from large depths, involve structures subject to fluid-structure interactions resulting from the external and internal flows. Using a three-dimensional analytical formulation, the present work aims to present a dynamic analysis of a cantilevered flexible pipe, with a rigid ballast at the lower end, aspirating water and under Vortex-Induced Vibrations (VIV). This model was derived through the Modular Modeling Methodology (MMM), combined with the Galerkin projections, resulting in a Reduced-Order Modeling (ROM). A case study is presented, in which the results obtained through ROM are compared with those obtained experimentally and numerically, via commercial Orcaflex™ software. The proposed model showed better adherence with the experimental results compared to the Orcaflex™ software, although both numerical models did not fully recover the dynamics presented in the experimental model. Numerical analyzes revealed that the influence of the internal aspirating flow on the VIV phenomenon under the analyzed conditions is marginal, confirming the results obtained experimentally.

Keywords: Flexible Structures. Fluid-structure interaction. Vortex-Induced Vibration. Aspirating Flow. Reduced-Order Modeling. Modular Modeling Methodology.

Dedico este trabalho aos meus pais, Antonio Carlos e Josiane, e a minha irmã Pâmella, os quais nunca mediram esforços para me proporcionarem tudo que há de melhor nessa vida. Dedico também à minha namorada, Bruna Cordeiro, a qual tem sido uma grande companheira, incentivadora e principalmente, amiga. Por fim, não poderia deixar de dedicar este trabalho também ao meu avô e padrinho Euridice (*in memorian*), que infelizmente já nos deixou, mas que sempre foi um grande amigo.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por ter me proporcionado muita saúde e força, me permitindo completar mais uma etapa na minha vida.

Agradeço aos meus pais, Antonio Carlos e Josiane, e a minha irmã Pâmella, por todo amor, apoio, compreensão, ajuda e carinho. Sem vocês jamais seria possível chegar a este dia. Desejo poder ter sido merecedor do esforço realizado por vocês durante toda minha vida, principalmente quanto à minha formação. Tenho muito orgulho do privilégio de tê-los em minha vida.

À minha namorada Bruna Cordeiro, que entrou na minha vida durante esta jornada e dedicou muito amor, carinho, paciência e compreensão, sempre buscando me apoiar em todos os momentos. Só posso agradecer por você ter sido essa companheira incondicional, que a todo momento estava com um sorriso no rosto e dedicando o melhor dos seus esforços no sentido de me apoiar em busca dos meus objetivos e sonhos.

Ao meu orientador Prof. Dr. Celso Pupo Pesce, por ter aberto as portas deste laboratório e acreditado no meu potencial em todos os momentos, principalmente naqueles de extrema dificuldade. Agradeço também ao meu coorientador Prof. Dr. Renato Maia Matarazzo Orsino. O sentimento dos senhores por esta belíssima profissão é digno de inspiração e motivação para todos que tiveram a oportunidade de conhecê-los.

À Dra. Fernanda Cristina de Moraes Takafuji, por toda paciência, dedicação e conhecimento compartilhado. Agradeço também aos professores Dr. André Luis Condino Fujarra e Dr. Guilherme Rosa Franzini, os quais foram membros da banca no meu exame de qualificação e contribuíram significativamente com meu conhecimento e desenvolvimento.

Agradeço à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo e ao Laboratório de Mecânica Offshore, por todos os colaboradores, professores e infraestrutura de altíssimo nível.

À Capes, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro concedido por meio da bolsa de estudos, processo nº 8887.464590/2019-00.

À Shell Brasil Petróleo Ltda e a Agência Nacional do Petróleo (ANP) pelo suporte financeiro através do projeto “Estudo e pesquisa de desenvolvimento e implementação de um sistema de captação de águas profundas para unidades offshore instaladas na costa brasileira”, nº 3456.

Agradeço também aos meus colegas de laboratório por todos os momentos e conhecimentos compartilhados: Caio Cesar, Cristiano Emílio, Daniel Tomin, Edite Maria, Fernando Toni, Giovanni Amaral, Guilherme Vernizzi, Igor Mancilla, João Cerqueira, Larissa Costa, Leticia Siqueira, Michel Freitas, Mohammad Moarrami, Rahim Shoghi, Rafael Salles, Rodrigo Provasi, Vitor Maciel, Wagner Defensor. Apesar de não fazer parte do laboratório, não poderia deixar de agradecer aos amigos Lariuss Zago e Prof. Dr. Marcos Alves Rabelo.

À toda a minha família, em especial aos meus avós, e aos meus amigos de Campinas, em especial Matheus Leite e Anderson Garcia.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto Grego

β	Parâmetro adimensional que relaciona a massa do fluido e a massa total do sistema
γ	Parâmetro adimensional associado à razão entre as rigidezes geométrica e flexional
δ	Deslocamento virtual
δW_e	Trabalho virtual associado aos efeitos de amortecimento estrutural e massa adicional
δW_{e_b}	Trabalho virtual associado aos efeitos de amortecimento estrutural e massa adicional do lastro rígido
δW_{e_p}	Trabalho virtual associado aos efeitos de amortecimento estrutural e massa adicional do tubo flexível
δW_m	Trabalho virtual associado aos efeitos de interação fluido-estrutura e efeitos de inércia devido ao fluxo de quantidade de movimento
δW_{m_b}	Trabalho virtual associado aos efeitos de interação fluido-estrutura e efeitos de inércia devido ao fluxo de quantidade de movimento do lastro rígido
δW_{m_p}	Trabalho virtual associado aos efeitos de interação fluido-estrutura e efeitos de inércia devido ao fluxo de quantidade de movimento do tubo flexível
$\delta \widetilde{W}_m$	Trabalho virtual associado ao fluxo de massa através das seções de entrada e saída do volume não-material do sistema
ε	Parâmetro do oscilador de esteira de van der Pol ajustado para a amplitude de resposta do ramo superior de VIV
ϑ, ϱ	Matrizes-colunas arbitrárias
λ_n	Autovalor relacionado à n-ésima função de projeção

μ	Viscosidade dinâmica do fluido
$\mu_{b_{a,k}}$	Coeficiente de massa adicional do lastro rígido $(k = 1,2,3)$
$\mu_{p_{a,k}}$	Coeficiente de massa adicional do tubo flexível $(k = 1,2,3)$
μ_H	Massa linear da mangueira
μ_B	Massa linear do lastro
μ_b	Massa linear adimensional do lastro
μ_p	Massa linear adimensional do tubo
μ_i	Massa linear adimensional do fluido interno
ξ	Comprimento de arco adimensional medido ao longo da linha de centro do tubo
ρ	Massa específica das partículas materiais
ρ_B	Massa específica do lastro
ρ_e	Massa específica do fluido externo
ρ_H	Massa específica da mangueira
τ	Tempo adimensional
υ	Viscosidade cinemática do fluido
ϕ_n	Modos de vibrar normalizados da viga em balanço de Euler-Bernoulli
χ	Parâmetro relacionado à geometria do perfil de velocidade do escoamento interno próximo à seção de entrada do tubo
ω_n	Frequência natural associada ao n-ésimo modo de vibrar
ω_s	Frequência adimensional de emissão de vórtices

Alfabeto Latino

A	Parâmetro de acoplamento de aceleração do oscilador de esteira de van der Pol para a amplitude de resposta do ramo superior de VIV
$A^*_{n,x,y}$	Contribuições de amplitudes modais adimensionais
$\boldsymbol{A_r}$	Matriz jacobiana associada as restrições do sistema no nível hierárquico r
$\boldsymbol{b_r}, \boldsymbol{b_{r+1}}, \widetilde{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{r+1}}$	Matrizes-colunas que não dependem da segunda derivada com relação ao tempo das coordenadas generalizadas
$\boldsymbol{c}_{b_k}(\tau)$	Coeficientes de forças hidrodinâmicas associados ao fenômeno de interação fluido-estrutura do lastro rígido
$\dot{c}_{p_1}, \dot{c}_{p_2}, \dot{c}_{b_1}, \dot{c}_{b_2}$	Coeficientes de forças hidrodinâmicas representados no sistema de coordenadas fixo à seção transversal
c	Constante de amortecimento estrutural
c^*	Constante adimensional de amortecimento estrutural
$\boldsymbol{c}_k(\tau)$	Matriz-coluna de quase-coordenadas
$\tilde{\boldsymbol{c}}_k(\xi)$	Matriz-coluna das funções de projeção
C_a	Coeficiente de massa adicional
$\bar{C}_D^0$	Coeficiente de arrasto médio
$\bar{C}_L^0$	Amplitude do coeficiente de sustentação
C_ξ	Centro da seção transversal ao longo do comprimento de arco adimensional
$\boldsymbol{C_{r+1}}$	Operador de projeção incremental que realiza a restrição do domínio, mapeando um espaço vetorial genérico arbitrário para o núcleo de $\boldsymbol{A_{r+1}}$

$(\hat{\boldsymbol{d}}_\xi, \hat{\boldsymbol{l}}_\xi, \hat{\boldsymbol{t}}_\xi)$	Versores do sistema de coordenadas fixo à seção transversal do tubo
D	Diâmetro do tubo
D_e	Diâmetro externo do tubo
d_e	Diâmetro externo adimensional do tubo
D_i	Diâmetro interno do tubo
E_H	Módulo de Young equivalente da mangueira
E_B	Módulo de Young do lastro
EA_H	Rigidez axial equivalente da mangueira
EI_p	Rigidez flexional do tubo flexível
$\boldsymbol{E}^{ij}, \boldsymbol{g}^i, \boldsymbol{G}^{ij}$	Matriz de coeficientes associadas as funções de projeção
$\boldsymbol{f}$	Matriz de forças generalizadas ativas e inerciais (giroscópicas) do sistema
f_n	Frequência natural de vibração
f_s	Frequência de liberação de vórtices
$F^*_{n,x,y}$	Frequências dominantes nas séries temporais de amplitudes modais nas direções longitudinal e transversal ao escoamento incidente
$f_{2x,y}$	Frequências naturais correspondentes ao segundo modo natural de vibrar nas direções longitudinal e transversal ao escoamento incidente
g	Aceleração da gravidade
$\widetilde{\boldsymbol{h}}(\xi)$	Matriz-coluna dos modos de vibrar
l	Comprimento do tubo flexível
L	Lagrangiano do sistema
L_b	Lagrangiano do lastro rígido

L_p	Lagrangiano do tubo flexível
l_B	Comprimento do lastro rígido
l_b	Comprimento adimensional do lastro rígido
L_H	Comprimento da mangueira
L_0	Comprimento inicial do modelo
m_d	Massa de fluido deslocado pelo corpo por unidade de comprimento
m_{estr}	Massa linear da estrutura
m_p	Massa linear do tubo
m_i	Massa linear do fluido interno
m^*	Coeficiente de massa reduzida, também denotado como razão de massa
m^*_{crit}	Razão de massa crítica
$\boldsymbol{M}$	Matriz de massa
$(\hat{\boldsymbol{n}}_1, \hat{\boldsymbol{n}}_2, \hat{\boldsymbol{n}}_3)$	Versores do sistema de coordenadas fixo à um referencial inercial
$\hat{\boldsymbol{n}}$	Vetor unitário exterior às superfícies do volume não-material
N_c	Número de graus de liberdade e equações de vínculos independentes
N_h	Número de níveis hierárquicos
N_q	Número de coordenadas generalizadas
$\vec{\boldsymbol{p}}$	Vetor posição da partícula de fluido dentro do tubo
P_b	Energia potencial do lastro rígido
P_l	Energia potencial do tubo flexível
$\boldsymbol{q}$	Matriz-coluna das coordenadas generalizadas

$\hat{q}$	Amplitude do ciclo limite de um oscilador de van der Pol
$\vec{\boldsymbol{r}}_b$	Vetor posição adimensional do lastro rígido medido a partir do centro O até C_ξ
$\boldsymbol{r}_{b_k}(\tau)$	Deslocamentos do centro do lastro nas direções $\hat{\boldsymbol{n}}_1, \hat{\boldsymbol{n}}_2$ e $\hat{\boldsymbol{n}}_3$
$\vec{\boldsymbol{r}}_p$	Vetor posição adimensional do tubo flexível medido a partir do centro O até C_ξ
$\boldsymbol{r}_{b_k}(\tau)$	Matriz-coluna de coordenadas generalizadas do lastro rígido
$\boldsymbol{r}_{p_k}(\tau)$	Matriz-coluna de coordenadas generalizadas do tubo flexível
$\tilde{\boldsymbol{r}}_{p_k}(\xi)$	Matriz-coluna de funções de projeção
$\boldsymbol{R}_\xi$	Matriz de rotação entre os sistemas de coordenadas fixo a um referencial inercial e a seção transversal do tubo
Re	Número de Reynolds
s	Coordenada curvilínea da linha central do tubo
s_0	Coordenada curvilínea da configuração indeformada da linha central do tubo
S_t	Número de Strouhal
$\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{r}}$	Operador de projeção cuja imagem é igual ao núcleo de $\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{r}}$
$\breve{\boldsymbol{S}}_\xi$	Representação na forma de matriz antissimétrica de um vetor tridimensional $(s_{1,\xi}, s_{2,\xi}, s_{3,\xi})$
t	Tempo
$\boldsymbol{t}_{b_k}(\tau)$	Componentes do versor tangente da linha central do lastro
T_b	Energia cinética do lastro rígido
T_p	Energia cinética do tubo flexível
$\vec{\boldsymbol{u}}_\xi$	Vetor horizontal que define o formato do escoamento externo ao longo da profundidade C_ξ

U	Velocidade do escoamento externo
u	Velocidade do escoamento externo adimensional
$\boldsymbol{u}_*$	Matriz-coluna das equações de vínculos
V	Velocidade do escoamento interno
V_c	Valor crítico de escoamento interno
V_r	Velocidade reduzida
V_u	Volume não-material do sistema
v	Velocidade do escoamento interno adimensional
$\dot{w}_{b_\xi}, \dot{w}_{p_\xi}$	Variáveis redundantes de quase-velocidades
x^*	Séries temporais dos deslocamentos adimensionais no sentido longitudinal ao escoamento incidente
$\boldsymbol{x}_{b_k}(\tau)$	Matriz-coluna de quase-coordenadas do lastro rígido
$\boldsymbol{x}_{p_k}(\tau)$	Matriz-coluna de quase-coordenadas do tubo flexível
$\tilde{\boldsymbol{x}}_{p_k}(\xi)$	Matriz-coluna de funções de projeção do tubo flexível
X^*	Espectro de amplitude de vibração adimensional no plano do escoamento incidente
y^*	Séries temporais dos deslocamentos adimensionais no sentido transversal ao escoamento incidente
Y^*	Espectro de amplitude de vibração adimensional no plano transversal do escoamento incidente

GLOSSÁRIO

CEA	*Constraint Enforcement Algorithm*. Algoritmo de imposição de vínculos;
EPUSP	Escola Politécnica da Universidade de São Paulo;
High speed mode	Ramo de amplitude de respostas de oscilações em alta velocidade;
Initial excitation	Ramo de baixas respostas de amplitude de oscilação em VIV;
LMO	Laboratório de Mecânica Offshore;
Lower branch	Ramo inferior de amplitude de respostas de oscilações em VIV;
MMM	Metodologia Modular de Modelagem. Metodologia que visa explorar as modularidades e simetrias de um dado sistema dinâmico em que as restrições cinemáticas podem ser aplicadas a posteriori por meio de operadores de projeção adequados;
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados. Método matemático que busca minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre a função estimada e os dados observados;
MOR	Modelo de Ordem Reduzida;
MOR-MMM	Modelo de Ordem Reduzida obtido via Metodologia Modular de Modelagem, também denotado como "*in-house*";
Orcaflex™	Programa computacional comercial dedicado a análise dinâmica de sistemas oceânicos, em particular de *risers* e sistemas flutuantes;
P&D	Pesquisa e Desenvolvimento;
Riser	Trecho de um tubo ou cabo umbilical que fica suspenso entre a unidade flutuante e o leito do oceano servindo ao escoamento de hidrocarbonetos;

SWIR	*Seawater Intake Risers*. São tubos verticais captadores de águas em grande profundidade;
STAR-CCM+™	Programa computacional comercial de análise dinâmica de fluidos;
TDP	*Touch down point.* Representa o ponto de contato do *riser* com o solo;
Upper branch	Ramo superior de amplitude de respostas de oscilação em VIV;
VIV	Vibração Induzida por Vórtices. Fenômeno não-linear devido à ação isolada de correnteza em estruturas e corpos rombudos decorrente da sincronização entre a frequência de liberação de vórtices com alguma frequência natural de vibração do sistema.

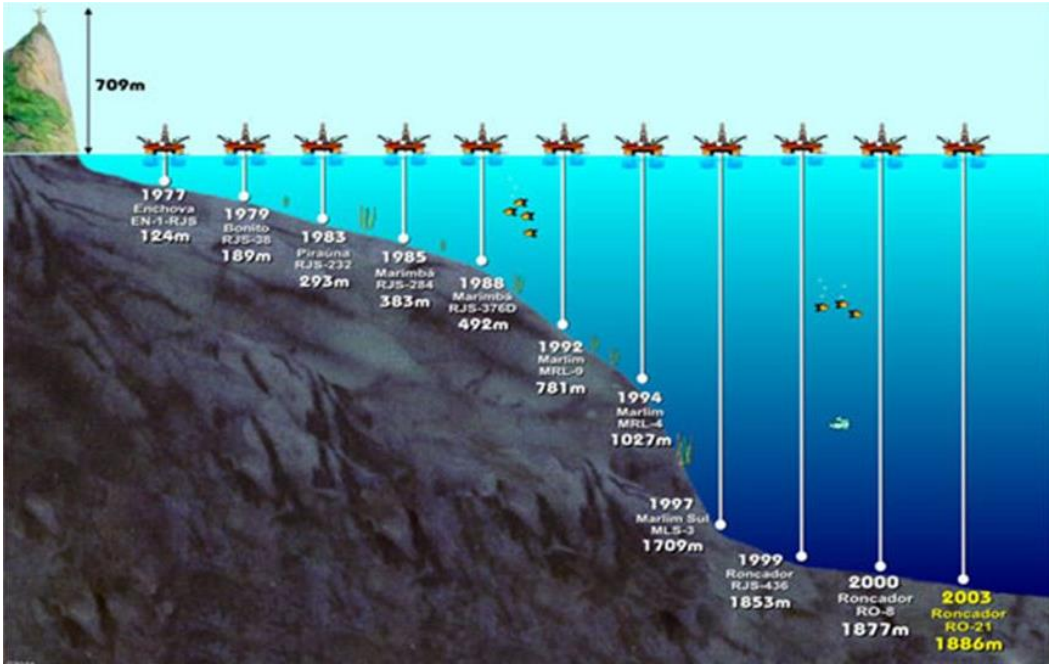
SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A prospecção e exploração de petróleo e gás tem crescido consideravelmente ao longo dos últimos anos, levando a um aumento nas reservas mundiais e na produção destes recursos, o que tem sido objeto de estudo recorrente na Engenharia Oceânica e *Offshore*. No Brasil, o primeiro poço *offshore* foi descoberto em 1969 no campo de Guaricema, em Sergipe, localizado sob lâmina d'agua de aproximadamente 28 metros.

O aumento na demanda destes hidrocarbonetos resultou em atividades de perfuração em profundidades cada vez maiores, levando à necessidade de sistemas de comunicação, transporte e controle mais eficientes. A Figura 1 apresenta a evolução das lâminas d'agua na exploração destes hidrocarbonetos no Brasil.

Figura 1 – Evolução das lâminas d'agua na exploração de petróleo e gás no Brasil.



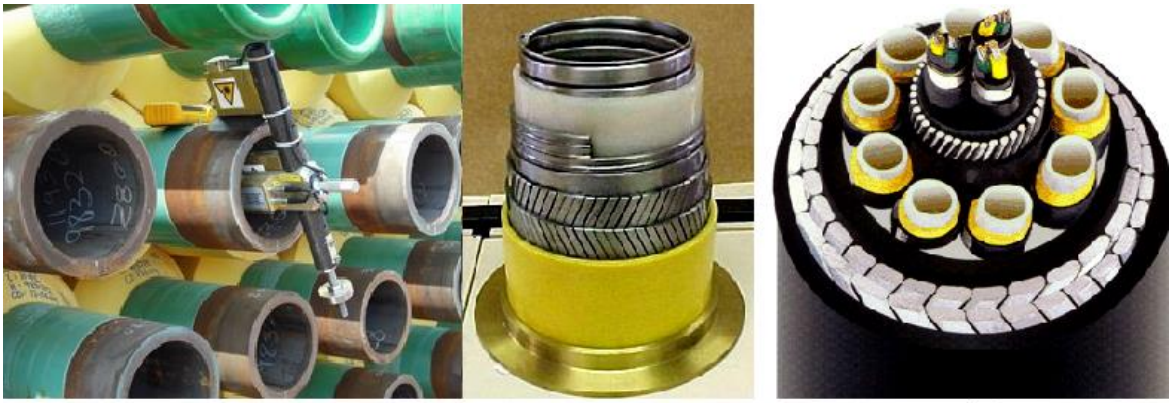
Fonte: http://www.petrobras.com.br (2012, apud Amarante (2015)).

Para realizar a exploração destes recursos em águas de grande profundidade é necessário, basicamente, uma plataforma flutuante ou navio de exploração, elementos de ligação e unidades submarinas fixas. Estas últimas, conhecidas como "árvores de Natal", são um conjunto de válvulas que controlam o fluxo e vazão dos hidrocarbonetos na entrada e saída dos poços.

Os elementos de ligação conectam a plataforma ao fundo do oceano, podendo apresentar diferentes funções. Os tubos rígidos e flexíveis têm a função de transportar fluidos, enquanto os cabos umbilicais realizam a comunicação e controle do sistema de válvulas instalados no solo submarino. O trecho destes elementos de ligação que fica suspenso entre a plataforma e o leito do oceano é denominado *riser*, enquanto a porção apoiada sobre o fundo do mar é conhecida como *flow-line*.

Os *risers* rígidos são formados apenas por um tubo metálico, enquanto os flexíveis são constituídos de camadas concêntricas de reforço e proteção, com o fluido escoando no duto interno, reforçado internamente por um duto flexível formado por uma carcaça metálica enrolada de forma helicoidal e intertravada. Os cabos umbilicais também são constituídos por camadas de reforço e proteção, porém com a diferença de que em sua camada mais interna possuem um núcleo eletro-hidráulico por onde a comunicação e o controle dos sistemas submersos são realizados. A Figura 2 apresenta um exemplo das seções típicas destas estruturas.

Figura 2 – Exemplos de seções: (a) tubo rígido revestido por camada de isolamento térmico.



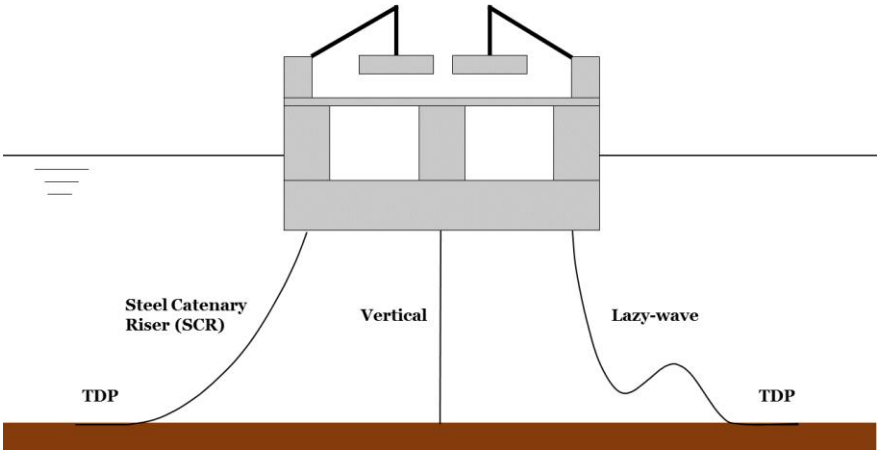
(a) (b) (c)

Fonte: (a) http://www.hazardexonthenet.net/; (b) tubo flexível. Fonte: http://www.petrobras.com.br; (c) cabo umbilical. Fonte: http://www.petrobras.com.br.

Além disso, os *risers* podem apresentar diferentes configurações geométricas de lançamento, Figura 3. Na configuração catenária, o *riser* é lançado em forma de catenária desde a plataforma até sua extremidade inferior no fundo do mar, apresentando um ponto de contato com o solo, conhecido como *touch down point* (TDP). Apesar de apresentar grande simplicidade de instalação e manutenção, esta configuração pode se tornar inviável dependendo da lâmina d'água de operação devido aos elevados níveis de tração no topo e curvatura junto ao TDP. Uma alternativa para esta configuração é a utilização de boias intermediárias, que

diminuem o movimento na região do TDP e aliviam o nível de tração no topo, como é o caso da configuração *lazy-wave*.

Figura 3 – Diferentes configurações geométricas de *risers*.



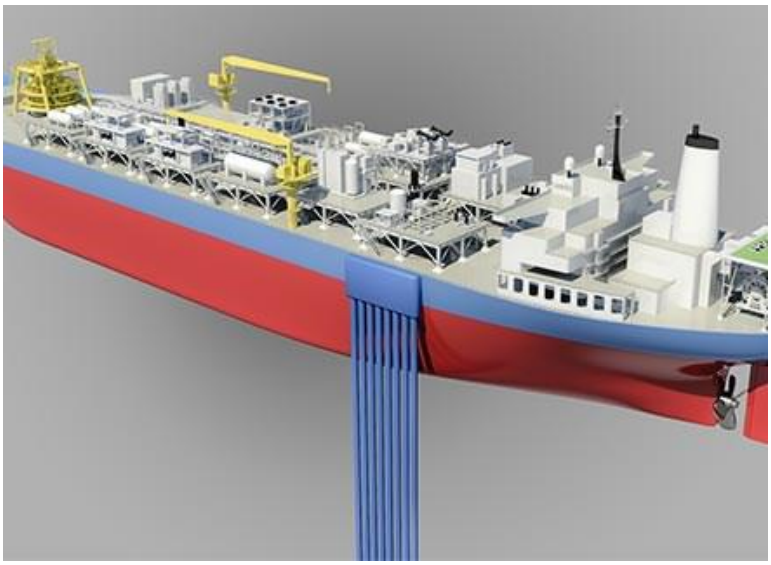
Fonte: O autor.

A dinâmica dessas estruturas é governada por carregamentos associados aos escoamentos interno e externo e também por carregamentos associados aos movimentos impostos pela unidade flutuante, decorrentes da ação de ondas de superfície, correnteza e vento.

É importante destacar que *risers* verticais vêm sendo estudados não apenas para o transporte de petróleo e gás, mas também para captação de águas em grandes profundidades com o objetivo de aumentar a eficiência energética do sistema de refrigeração em plataformas flutuantes. Há um ganho efetivo na troca de calor devido ao fato da temperatura da água em grandes profundidades ser baixa e estável. Neste caso, os tubos verticais são conhecidos como *risers* captadores de água, no inglês, *Seawater Intake Risers* (SWIR), Figura 4.

Como será visto adiante, o estudo da dinâmica deste tipo de *riser* constitui-se como primeira motivação da presente dissertação.

Figura 4 - Exemplo de *risers* captadores de água.



Fonte: https://gmcdeepwater.com

O estudo da dinâmica de um tubo conduzindo fluido foi inicialmente introduzido por Benjamin (1961a); (1961b) e desde então, têm sido alvo de investigações por diversos pesquisadores por meio de abordagens teóricas e experimentais. Os estudos disponíveis na literatura mostram que a análise de estabilidade é um ponto crucial na dinâmica de tubos conduzindo fluidos, seja por ejeção ou aspiração, sendo esta última o foco do presente trabalho.

Por outro lado, a ação de escoamento externo nestas estruturas pode dar origem ao fenômeno de Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV). Este fenômeno ocorre quando há uma sincronização entre a frequência de liberação de vórtices, decorrentes da ação de um escoamento externo incidindo sobre um corpo rombudo[1], e uma das frequências naturais da estrutura. Além disso, quando a frequência de emissão de vórtices passa a ser regulada pela frequência de vibração, ocorre o fenômeno conhecido como *lock-in*.

[1] Bearman (1984) define corpos rombudos como sendo aqueles que apresentam uma porção significativa de sua superfície exposta ao fenômeno de separação do escoamento quando sujeitos a correntes fluidas.

A falha destas estruturas pode resultar em enormes prejuízos econômicos e ambientais. Deste modo, o estudo do comportamento destes fenômenos é um importante requisito em uma espiral de projeto, visto que os esforços deles decorrentes podem causar a fadiga mecânica da linha.

Dentre as abordagens utilizadas na literatura para a modelagem analítica de estruturas flexíveis sob VIV, a Metodologia Modular de Modelagem (MMM), desenvolvida por Orsino (2016), mostrou que pode ser empregada com sucesso para o desenvolvimento de modelos não-lineares de ordem reduzida, explorando a utilização de variáveis redundantes para simplificar a dedução do modelo estrutural (sem abrir mão do uso de uma formulação com cinemática exata), bem como sua integração com modelos fenomenológicos para a inclusão dos efeitos de interação fluido-estrutura; ver Orsino e Pesce (2018); Orsino et al. (2018).

O Laboratório de Mecânica Offshore (LMO) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo tem se dedicado à investigação e estudo de um SWIR e de problemas fundamentais relacionados à sua dinâmica nos últimos anos, através do projeto “Estudo e pesquisa de desenvolvimento e implementação de um sistema de captação de águas profundas para unidades offshore instaladas na costa brasileira”. Dentre diversas atividades, o escopo deste projeto envolveu estudos de natureza teórico-experimental, onde o tubo vertical era constituído de um segmento flexível e um lastro rígido na extremidade inferior.

Neste contexto, o presente trabalho propõe realizar uma análise dinâmica de um tubo flexível em balanço com um lastro rígido na extremidade inferior, aspirando água e sob Vibrações Induzidas por Vórtices, por meio de um Modelo de Ordem Reduzida (MOR), derivado através da Metodologia Modular de Modelagem (MMM). O comportamento dinâmico revelado por simulações deste MOR será confrontado com resultados experimentais, foco da tese de doutorado de Defensor Fo., e com resultados numéricos, obtidos por meio de simulações em cenários equivalentes realizadas com o software comercial Orcaflex™.

A sequência deste texto é organizada em 4 capítulos. O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica referente aos conceitos essenciais para a presente pesquisa, sendo estes: tubos sujeitos a escoamento interno, Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV) e modelos fenomenológicos. No capítulo 3 são apresentadas as metodologias experimentais, analíticas e numéricas adotadas. No caso da primeira, descreve-se o

dimensionamento e processamento dos resultados obtidos. Além disso, é apresentada a MMM e o modelo de ordem reduzida proposto, além da descrição da construção de um modelo similar no software Orcaflex™. O capítulo 4 é dedicado ao estudo de caso, onde são realizadas comparações em cenários selecionados entre simulações com o modelo de ordem reduzida com os resultados experimentais e numéricos obtidos via software Orcaflex™. Por fim, o capítulo 5 apresenta as conclusões acerca do estudo de caso realizado. Os resultados referentes aos cenários cujas discussões não foram selecionadas para uma análise detalhada no capítulo 4 encontram-se disponíveis nos apêndices A e B.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente capítulo está dividido em quatro seções, abordando os principais estudos referentes a tubos sujeitos a escoamento interno, vibrações induzidas por vórtices e modelos fenomenológicos utilizados na representação de VIV. A seção 2.1 apresenta uma revisão bibliográfica de tubos sujeitos à escoamento interno, tanto de ejeção quanto aspiração. Em seguida, a seção 2.2 é iniciada com uma breve introdução do fenômeno de VIV, seguida de uma apresentação de parâmetros e aspectos importantes neste fenômeno. Esta seção é subdividida em outras duas, visando os estudos do fenômeno puro e combinado com escoamento interno. A seção 2.3 traz uma breve revisão de modelos fenomenológicos, uma abordagem muito utilizada na previsão teórica de VIV.

2.1 Tubos sujeitos a escoamento interno

Um dos primeiros trabalhos encontrados na literatura referente ao problema do tubo flexível sob escoamento interno foi realizado por Thomas Brooke Benjamin no ano de 1961, sendo muitas vezes conhecido como problema de Benjamin.

Benjamin (1961a.) realizou um estudo teórico do tubo flexível em balanço, onde o sistema é considerado como uma corrente de tubos rígidos articulados entre si, com uma extremidade fixa a um ponto e a outra livre, os quais conduzem um fluido internamente.

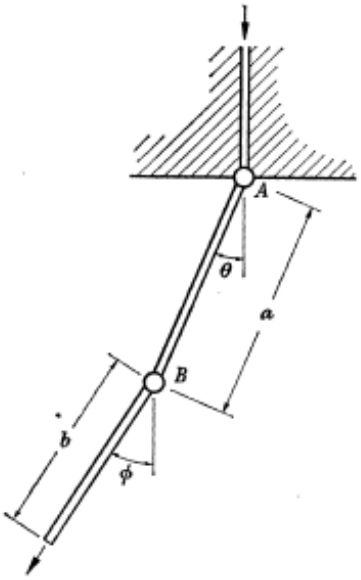
Neste caso o autor adota um modelo de escoamento em pistão[2] para o escoamento interno, justificando que devido à esbeltez, as perdas de energia decorrentes da passagem do fluido por curvas terão efeitos de segunda ordem.

As equações de movimento do problema em questão foram obtidas utilizando o princípio de Hamilton, bem como foi apresentada uma solução para um caso em que o sistema apresenta apenas dois graus de liberdade, Figura 5.

---

[2] Escoamento em pistão, em inglês conhecido como *plug-flow*, considera que o fluido escoando através do tubo possui velocidade constante ao longo da seção transversal.

Figura 5 – Definição do sistema de tubos rígidos sujeitos a escoamento interno com dois graus de liberdade.



Fonte: Benjamin (1961a.).

Após a obtenção destas equações foi realizada uma análise de estabilidade onde foi apresentado o diagrama de Argand, o qual relaciona as partes reais e imaginárias dos autovalores obtidos, para diferentes valores de escoamento interno.

Benjamin (1961b) buscou uma validação dos resultados teóricos apresentados anteriormente através de um estudo experimental. Neste caso o sistema ensaiado era composto por três tubos rígidos com mesmo diâmetro, utilizando água ou ar como fluido a ser conduzido, com duas configurações diferentes, sendo elas:

1. Primeiro tubo fixo na posição vertical, de modo que a gravidade e a rigidez das juntas deveriam manter os outros dois tubos na posição vertical;
2. Os movimentos dos tubos foram restritos a se moverem apenas no plano horizontal, de modo que a dinâmica do sistema passou a ser independente da gravidade.

Deste modo, foram observados três tipos de instabilidade, sendo elas:

a) **Flambagem no sistema engastado-livre:** ocorreu apenas quando os tubos estavam suspensos na posição vertical e o fluido conduzido era água, onde a gravidade atuava como força restauradora de grande importância, visto que as rigidezes das articulações eram relativamente pequenas;

b) **Flambagem no sistema engastado-apoiado:** ocorreu quando os tubos estavam montados nas posições vertical e horizontal, com ar ou água como fluido conduzido. Em comparação com o caso anterior, a atual instabilidade ocorreu com uma velocidade de escoamento do fluido menor;

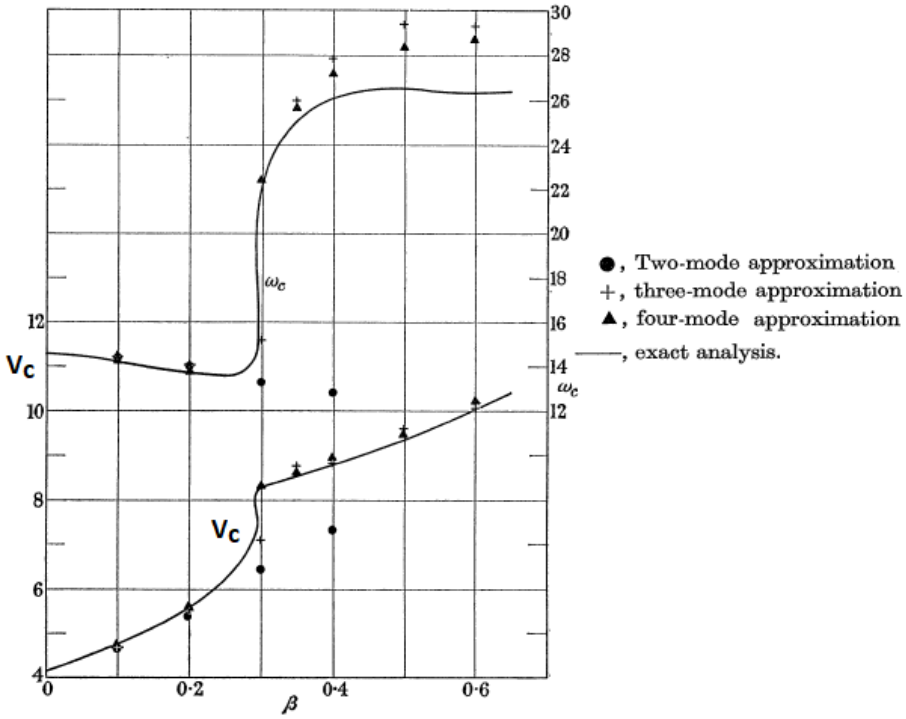
c) ***Flutter* no sistema engastado-livre:** foi observado que quando estas vibrações ocorrem é necessário realizar uma redução na velocidade do escoamento a um valor inferior ao crítico, sendo este um comportamento característico de vibrações auto-excitadas que possuem influência de efeitos não-lineares.

Alguns anos depois, Gregory e Païdoussis (1966a) utilizaram uma abordagem teórica buscando determinar as condições de estabilidade para um sistema com dinâmica restrita ao plano horizontal, onde a equação de movimento do sistema foi obtida através de uma formulação Newtoniana.

As condições de estabilidade foram determinadas por dois métodos: um método exato e uma aproximação utilizando o método de Galerkin[3]. A Figura 6 ilustra uma comparação entre os dois métodos de solução utilizados, onde é apresentado um diagrama que relaciona o parâmetro β, adimensional que estabelece uma relação linear entre a massa do fluido e a massa total do sistema, e os valores críticos de escoamento interno (V_c) e frequência natural (ω_c).

[3] Transforma um sistema contínuo em um sistema discreto propondo uma solução aproximada para o problema, visando minimizar o erro entre as soluções aproximada e exata. Também pode ser usado para reduzir a ordem de um sistema de equações diferenciais ordinárias.

Figura 6 - Comparação entre os métodos exato e aproximado utilizando duas, três e quatro funções de projeção.



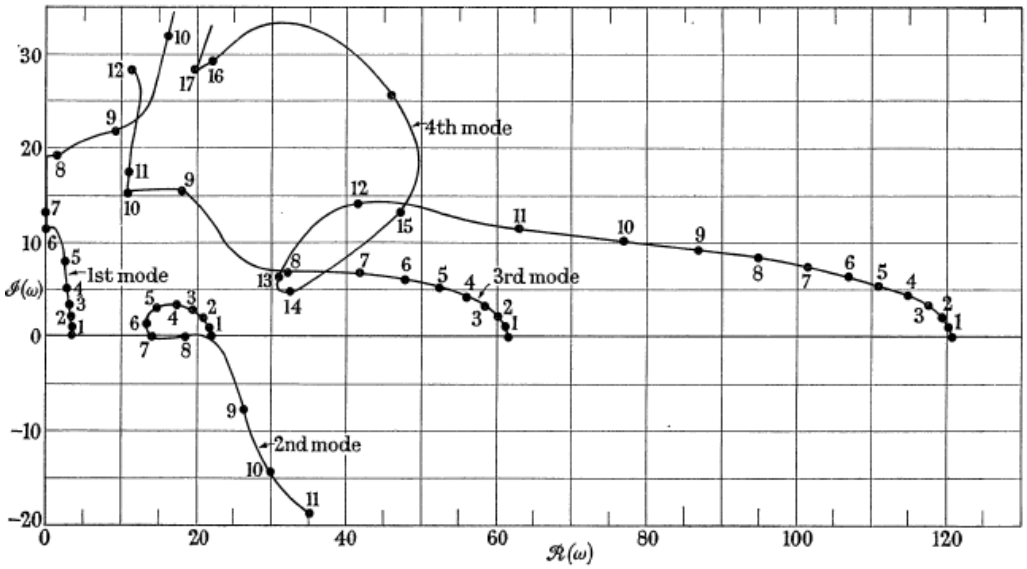
Fonte: Adaptado de Gregory e Païdoussis (1966a).

É possível observar que o método aproximado apresentou uma boa aderência ao método exato quando foram utilizadas três ou quatro funções de projeção. Nota-se também que o terceiro e quarto modo de vibrar da viga em balanço tornam-se importantes para a região $\beta > 0.3$.

Também foi construído o diagrama de lugar das raízes do sistema, apresentando as partes reais e imaginárias dos autovalores em função da velocidade do escoamento interno, Figura 7. Nota-se que o sistema ficará instável apenas no segundo modo de vibrar, quando a velocidade do escoamento interno estiver próxima de 7, ou seja, $V \approx 7$.

A fim de uma validação dos resultados teóricos obtidos anteriormente, Gregory e Païdoussis (1966b) conduziram um estudo experimental utilizando tubos de borracha e metal, sujeitos ao escoamento de água ou ar, e óleo, respectivamente. Os resultados obtidos apresentaram uma boa correlação entre as abordagens, porém os autores apontaram que a consideração do amortecimento interno do sistema resulta em uma melhora nos resultados experimentais obtidos.

Figura 7 – Diagrama de lugar das raízes referente aos quatro primeiros modos de vibrar do sistema para $\beta = 0.295$. Os círculos preenchidos indicam o valor da velocidade do escoamento.



Fonte: Gregory e Païdoussis (1966a).

Païdoussis e Luu (1985) realizaram uma investigação referente à dinâmica e estabilidade de um tubo vertical submerso aspirando fluido da extremidade inferior até a superior, considerando as hipóteses de que o tubo permanece na posição vertical de equilíbrio, desprezando efeitos de ondas gravitacionais e de correntezas. Além disso, foi considerado que, a uma mesma profundidade, as pressões interna e externa são iguais.

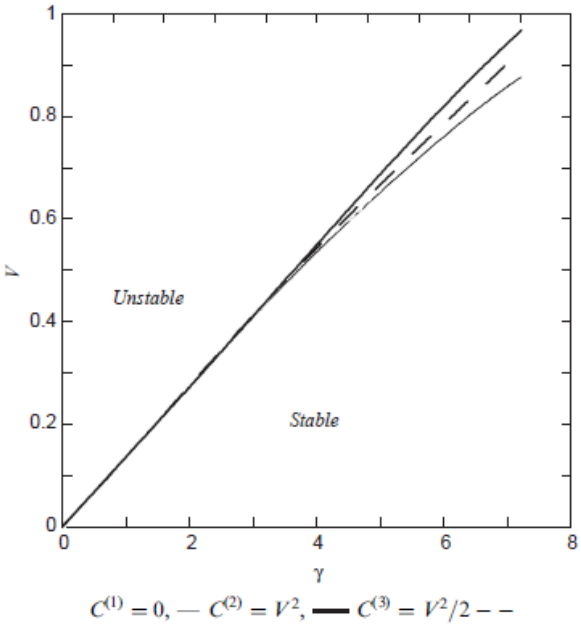
Os autores concluíram que o tubo pode se tornar um sistema instável quando sujeito a uma aspiração com velocidade de fluxo infinitesimalmente pequena, mas podendo ser evitado mediante um aumento da dissipação de energia por atrito com o meio fluido externo.

Païdoussis (1999) realizou uma verificação experimental se tubos sujeitos à aspiração de fluidos realmente tornam-se dinamicamente instáveis quando sujeitos à fluxos infinitesimalmente pequenos. O objetivo do autor era verificar se havia ou não o surgimento de uma força centrífuga devido a esse escoamento.

Estes experimentos mostraram que o tubo retornava à configuração inicial após o regime transiente, evidenciando que o resultado teórico apresentado por Païdoussis e Luu (1985) estava equivocado, de modo que o sistema deve ser dinamicamente estável nestas condições, o que foi justificado pelo autor como algo decorrente da pressurização negativa do fluido na entrada do tubo.

Devido a esta contradição existente entre estudos teóricos e experimentais, Kuiper e Metrikine (2005) realizaram um estudo teórico buscando compreender as diferenças oriundas das distintas abordagens. Os autores apontaram que a conclusão apresentada por Païdoussis (1999) não era o suficiente para justificar a contradição existente.

Figura 8 – Velocidade crítica adimensional para três diferentes casos de diferença de pressão interna em função do arrasto hidrodinâmico (γ).



Fonte: Kuiper e Metrikine (2005).

Por meio da Figura 8 notou-se que o efeito da pressurização interna negativa é pequeno, levando-os à conclusão de que o arrasto hidrodinâmico possui uma influência significativa na estabilidade do sistema, visto que se o arrasto hidrodinâmico for igual a zero o sistema será instável para todas as velocidades de escoamento, independentemente da pressão interna. Ou seja, a diferença existente entre os estudos teóricos e experimentais pode ser justificada pela dissipação de energia oriunda do arrasto hidrodinâmico.

Kuiper *et al.* (2007) estudaram experimentalmente a estabilidade dinâmica de um *Seawater Intake Riser (SWIR)* sujeito à aspiração, onde apenas uma parcela do tubo foi submersa em água, visando reduzir o efeito do arrasto hidrodinâmico e assim ser possível observar a instabilidade do tubo para velocidades de escoamento interno mais baixas.

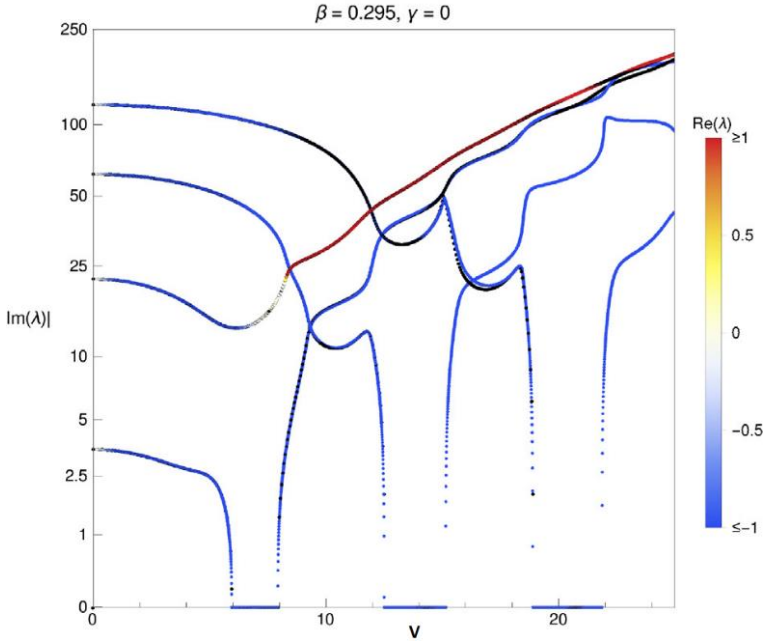
Os autores observaram que o tubo se tornou instável a partir de uma velocidade de escoamento interno crítica, onde os experimentos mostraram que acima deste valor crítico o sistema apresenta um movimento complexo, dado por um movimento orbital quase senoidal, e um movimento quase caótico, onde as variações nas amplitudes de deslocamento são muito pequenas.

Orsino e Pesce (2018) estudaram o problema do tubo vertical engastado na extremidade conduzindo escoamento através da Metodologia Modular de Modelagem (MMM) desenvolvida por Orsino (2016). Trata-se de um modelo bidimensional, limitado ao caso de ejeção e sem a presença de escoamento externo.

Após a derivação do modelo utilizando a metodologia proposta foi realizada uma linearização em torno da posição de equilíbrio trivial, permitindo assim uma análise linear de estabilidade por meio da construção de mapas de autovalores correspondentes aos diversos modos de vibrar em função da velocidade do escoamento, de parâmetros de massa e rigidez geométrica. A Figura 9 traz uma ilustração destes mapas.

É possível observar a existência de pontos de bifurcação de Hopf quando a parte real dos autovalores passa a apresentar valores positivos, $\mathrm{Re}(\lambda) > 0$, indicando que o sistema apresenta instabilidade dinâmica no segundo modo de vibrar. Além disso, os resultados apresentados pelos autores também recuperaram os resultados apresentados por Gregory e Païdoussis (1966a), indicando que a MMM pode ser utilizada para modelagem matemática de problemas de interação fluido-estrutura.

Figura 9 - Mapa de autovalores do tubo ejetando fluido em função da velocidade adimensional (v), e dos parâmetros de massa (β) e rigidez geométrica (γ). Os pontos coloridos indicam os autovalores do modelo de ordem reduzida obtidos via Metodologia Modular de Modelagem, e os pontos pretos indicam os autovalores obtidos por Gregory e Païdoussis (1966a).



Fonte: Adaptado de Orsino e Pesce (2018).

2.2 Vibrações induzidas por vórtices (VIV)

Antes de iniciar a apresentação deste fenômeno é importante realizar uma breve introdução de alguns parâmetros que regulam a dinâmica do sistema, visto que muitos dos trabalhos existentes na literatura se dão em torno destes, sendo eles: número de Reynolds (Re), velocidade reduzida (V_r), massa reduzida (m^*) e número de Strouhal (S_t).

O número de Reynolds é um parâmetro adimensional que relaciona as forças de natureza inerciais e viscosas, neste caso definido por:

$$Re = \frac{\rho_e UD}{\mu} = \frac{UD}{\upsilon} \tag{2.1}$$

onde ρ_e é a massa específica do fluido, D o diâmetro do cilindro, U a velocidade do escoamento, μ a viscosidade dinâmica do fluido e υ representa a viscosidade cinemática do fluido.

A velocidade reduzida é um adimensional que relaciona a velocidade do escoamento incidente com a frequência natural de vibração (f_n) e o diâmetro do cilindro, dada por:

$$V_r = \frac{U}{f_n D} \tag{2.2}$$

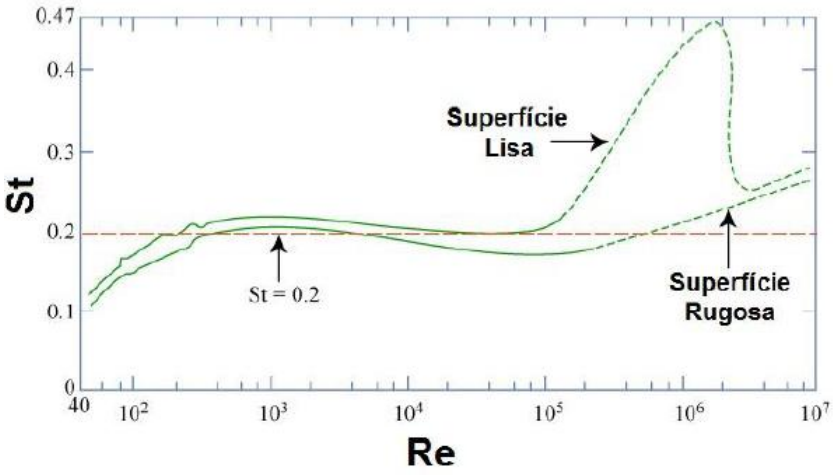
O coeficiente de massa reduzida, também denotado como razão de massa, relaciona a massa da estrutura com a massa de fluido deslocada pelo corpo. À medida que há um aumento da massa reduzida, ocorre um aumento do efeito inercial do escoamento sobre o deslocamento do cilindro. Comparando um cilindro no ar e na água, sob a mesma velocidade, a massa reduzida desse corpo no ar será superior a massa reduzida na água, visto que a densidade do ar é cerca de 120 vezes menor que a densidade da água.

$$m^* = \frac{m_{est}}{m_d} \tag{2.3}$$

Já o número de Strouhal (S_t) relaciona a frequência de liberação de vórtices de um dado corpo sujeito à um escoamento incidente. Para cilindros este adimensional possui valor próximo de 0.2 para uma larga faixa de número de Reynolds, como podemos observar na Figura 10.

$$S_t = \frac{f_s D}{U} \tag{2.4}$$

Figura 10 - Número de Strouhal de uma seção circular em uma faixa de número de Reynolds.



Fonte: Adaptado de Techet (2005), apud Pereira (2015).

A Vibração Induzida por Vórtices ocorre quando há um escoamento externo incidindo sobre um corpo rombudo, que irá liberar vórtices. Dependendo do número de Reynolds, ou seja, da velocidade de escoamento para um dado diâmetro, haverá uma liberação alternada dos vórtices, o que significa que existe um campo de velocidades que vai se alternando. Deste modo, a flutuação do campo de velocidades estará associada à uma variação do campo de pressão, que por sua vez se integrado em torno do corpo gera forças que vão movimentar esse cilindro.

Se um corpo estiver montado em uma base elástica e tiver frequência natural f_n muito próxima da frequência de liberação de vórtices f_s, ou seja $f_s/f_n \approx 1$, entrará em ressonância e seu movimento será amplificado. À medida em que o corpo aumenta seu movimento, ele irá destruir a própria esteira de vórtices que originou o movimento. Portanto, trata-se de um fenômeno autolimitado.

Além disso, conforme o corpo começa a se movimentar, a f_s passa a ser regulada pela frequência de vibração. Esse fenômeno clássico de sincronização é conhecido como *lock-in.* Durante uma faixa relativamente grande de velocidade, a frequência de liberação de vórtices deixa de ser proporcional à velocidade do escoamento e passa a ser praticamente idêntica à frequência de vibração do sistema.

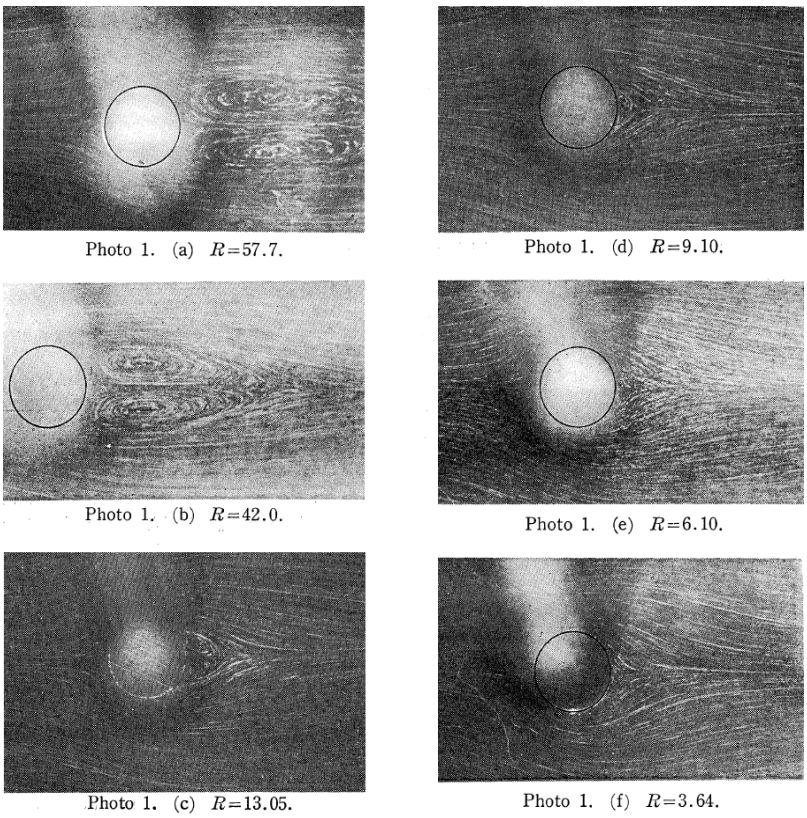
A Figura 11 apresenta um cilindro sujeito a diferentes velocidades de escoamento. Podemos observar que a medida em que ocorre um decréscimo do número de Reynolds, há uma diminuição na formação das bolhas de recirculação. Isso mostra que dependendo do número de Reynolds, o desprendimento de vórtices apresenta diferentes comportamentos. Um estudo mais aprofundado do comportamento referente ao desprendimento de vórtices pode ser encontrado em Blevins (2001).

Outro aspecto muito estudado neste fenômeno é o padrão de emissão de vórtices, onde podemos destacar os trabalhos de Williamson e Rohsko (1988); Williamson e Govardhan (2004); (2008). Estes últimos dois trabalhos estudaram a correlação entre os principais padrões de emissões de vórtices com os ramos de amplitude de resposta e frequência de vibrações.

Williamson e Rohsko (1988) conduziram experimentos em um tanque de reboque com cilindros oscilando na direção transversal ao escoamento visando estudar os diferentes padrões de emissão de vórtices, propondo uma nomenclatura utilizando números e letras. Os principais padrões de emissões de vórtices observados foram: um par de vórtices simples desprendidos para cada ciclo de emissão (2S), dois pares

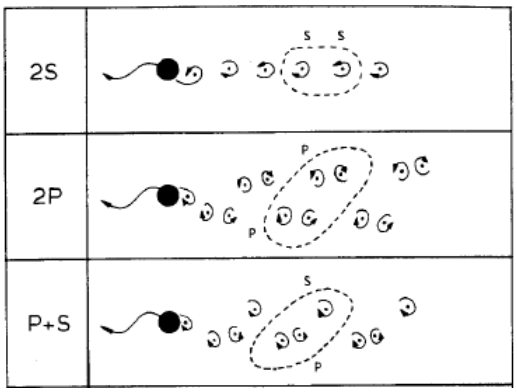
de vórtices desprendidos para cada ciclo de emissão (2P), um vórtice simples e um par de vórtices desprendidos para cada ciclo de emissão (P+S), Figura 12.

Figura 11 - Escoamento ao redor de um cilindro para número de Reynolds $Re = 57.7, Re = 42.0, Re = 13.05, Re = 9.10, Re = 6.10, Re = 3.64$.



Fonte: Taneda (1956).

Figura 12 – Padrões de emissões de vórtices para cilindros oscilando na direção transversal ao escoamento.



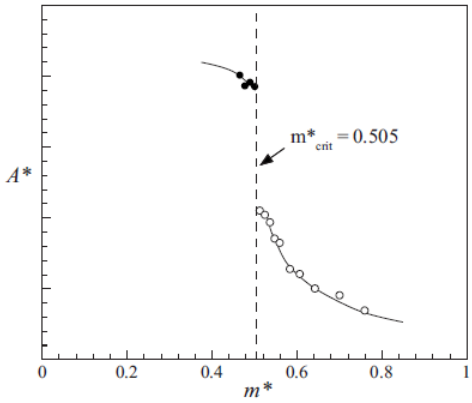
Fonte: Williamson e Rohsko (1988).

Williamson e Rohsko (1988) também apontaram que o número de Reynolds é um parâmetro muito importante no padrão de emissão de vórtices. Esse parâmetro também possui importância na relação de massa crítica (m^*_{crit}) de um cilindro rígido

montado em base elástica, como foi observado por Morse e Williamson (2009). Neste estudo experimental a força elástica restauradora na direção transversal ao escoamento foi retirada, em uma faixa de Reynolds entre 4000 e 30000.

As conclusões obtidas pelos autores foi de que se a razão de massa estivesse acima do valor crítico, o cilindro não apresentava grandes amplitudes de movimento, Figura 13. Porém, no caso de a massa do sistema ser diminuída a um valor inferior ao crítico, houve um aumento significativo na amplitude de movimento, o que foi justificado como algo decorrente da mudança do padrão de emissão de vórtices, a qual passou para um modo de emissão 2P (dois pares de vórtices por ciclo de movimento).

Figura 13 – Amplitude de vibração normalizada (A^*) em função da razão de massa do sistema na ausência de força restauradora com $Re = 12000$.



Fonte: Adaptado de Morse e Williamson (2009).

Apesar do foco deste presente trabalho ser o estudo de cilindros flexíveis é de grande valor a revisão de dois trabalhos presentes na literatura referentes à cilindros rígidos para uma introdução de conceitos importantes deste fenômeno, sendo eles: Feng (1968) e Khalak e Williamson (1999).

Feng (1968) realizou um experimento no ar em que o sistema basicamente foi constituído de um cilindro rígido montado em uma base elástica com apenas um grau de liberdade na direção vertical. Este estudo media a amplitude de movimento em função da velocidade do fluxo em que o cilindro estava exposto. O experimento iniciou com velocidade igual a zero, a qual foi aumentando a partir da adição de pequenos incrementos. A Figura 14 apresenta resultados de fase, frequência e amplitude em função de uma velocidade normalizada $\frac{1}{2\pi}\frac{V}{f_n D}$.

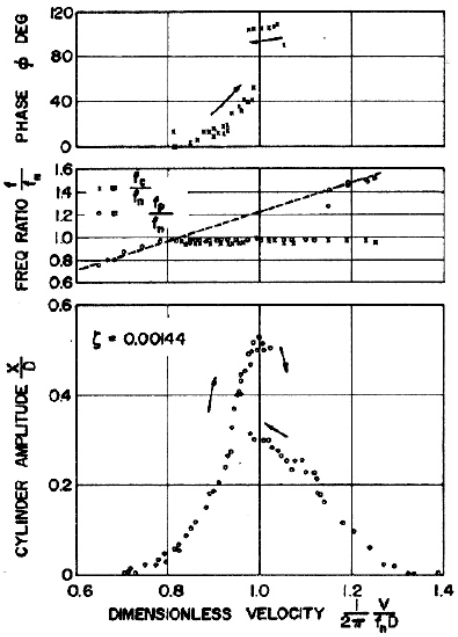
Nesta figura podemos observar que as vibrações praticamente não ocorrem até a velocidade normalizada atingir um valor próximo de 0.65, ou seja, uma velocidade reduzida próxima de 4.0. Nota-se também que antes do sistema atingir uma velocidade normalizada de 0.8, a frequência de resposta acompanha a frequência de liberação de vórtices. Entre 0.8 e 1.0 a frequência de liberação de vórtices passa a seguir a frequência natural do sistema, ou seja, trata-se de uma região em que ocorre o fenômeno de *lock-in.*

O autor observou através deste experimento que após a vibração ressonante atingir um pico, a amplitude do movimento decai abruptamente. Porém como a velocidade reduzida foi diminuída a partir de uma velocidade mais alta, o caminho da amplitude de resposta é diferente, em um processo de histerese.

Khalak e Williamson (1999) estudaram as oscilações transversais de um cilindro rígido com o objetivo de investigar a influência do parâmetro massa-amortecimento ($m^*\zeta$) na amplitude de resposta, mostrando a existência de um terceiro ramo, o qual não havia sido observado por Feng (1968).

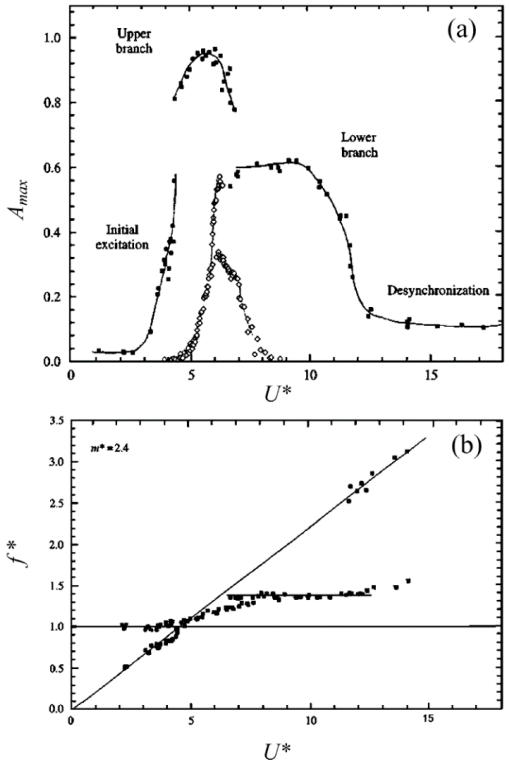
O primeiro é denominado ramo inicial *(initial excitation)* correspondente a baixas amplitudes de oscilação, onde a frequência de emissão de vórtices é ligeiramente inferior à frequência natural do sistema. O ramo de resposta seguinte é denominado ramo superior *(upper branch)* em que as amplitudes atingem altos valores de oscilação devido à sincronização da frequência de emissão de vórtices com a frequência natural do sistema. O último é denominado ramo inferior *(lower branch)* no qual a amplitude de resposta é praticamente constante e inferior a um diâmetro. O fim deste ramo coincide com a dessincronização e a iminente queda da amplitude de oscilação. A Figura 15 apresenta estes três ramos.

Figura 14 - Resultados obtidos do cilindro rígido ensaiado no ar.



Fonte: Feng (1968).

Figura 15 - Resultados do fenômeno de VIV em cilindros montados em uma base elástica; (a) Máxima amplitude de resposta, (b) Frequências de resposta.



Fonte: Williamson e Govardhan (2004).

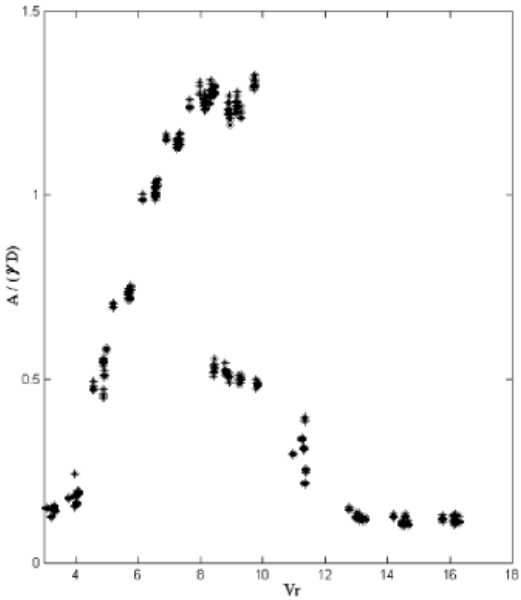
2.2.1 Vibrações induzidas por vórtices em cilindros flexíveis

As vibrações induzidas por vórtices em cilindros flexíveis têm sido alvo de investigações experimentais e numéricas nas últimas décadas. Este fenômeno em cilindros flexíveis pode resultar em vibrações multimodais, novos ramos de respostas dinâmicas, dentre outros fenômenos de grande complexidade.

Pesce e Fujarra (2000) conduziram experimentos com cilindros flexíveis em balanço visando estudar o fenômeno de VIV. Neste trabalho foi revelado a existência de dois ramos distintos de respostas estáveis logo após o pico de *lock-in*, com um comportamento de histerese no intervalo de velocidade reduzida entre 8.5 e 10, Figura 16.

Pesce e Fujarra (2000) também observaram um fenômeno de salto durante a transição do ramo de respostas inferior para o superior, em uma velocidade reduzida aproximadamente 8.3. Além disso, o modelo flexível apresentou um pico de *lock-in* em valores de velocidade reduzida maiores quando comparado com cilindros rígidos.

Figura 16 – Amplitudes transversais adimensionais em função da velocidade reduzida.



Fonte: Pesce e Fujarra (2000).

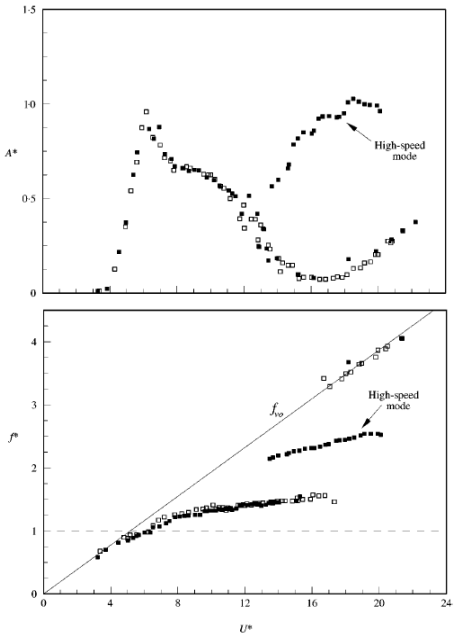
Fujarra *et al.* (2001) realizaram o estudo do fenômeno de VIV de um cilindro flexível engastado com uma fina lâmina de alumínio inserida como alma do material

elastomérico, a qual seria responsável por fornecer uma rigidez ortotrópica à estrutura, isto é, distintas rigidezes no plano do e perpendicular ao escoamento externo.

Os autores observaram um ramo estável de resposta de oscilação, o qual apresentava amplitudes superiores aos valores presentes no fenômeno de *lock-in*, Figura 17. Este ramo foi definido como ramo de resposta em alta velocidade[4], indicando que cilindros flexíveis podem apresentar um acoplamento modal entre as oscilações, visto que a extremidade inferior do cilindro apresentou trajetórias em "forma de oito", onde a frequência de oscilação transversal é aproximadamente a metade da frequência de oscilação longitudinal.

Vale ressaltar que apesar de ambos os trabalhos de Pesce e Fujarra (2000) e Fujarra *et al.* (2001) indicarem um ramo estável de resposta após o pico de *lock-in*, os mesmos não apresentaram amplitudes máximas de respostas semelhantes, em virtude do maior amortecimento estrutural utilizado por Fujarra *et al.* (2001).

Figura 17 – Resposta de amplitude e frequência versus velocidade reduzida para o cilindro flexível engastado revestido com uma fina lâmina de alumínio, posicionada no sentido longitudinal ao escoamento externo, onde os marcadores cheios e vazios indicam um aumento e diminuição de velocidade, respectivamente.

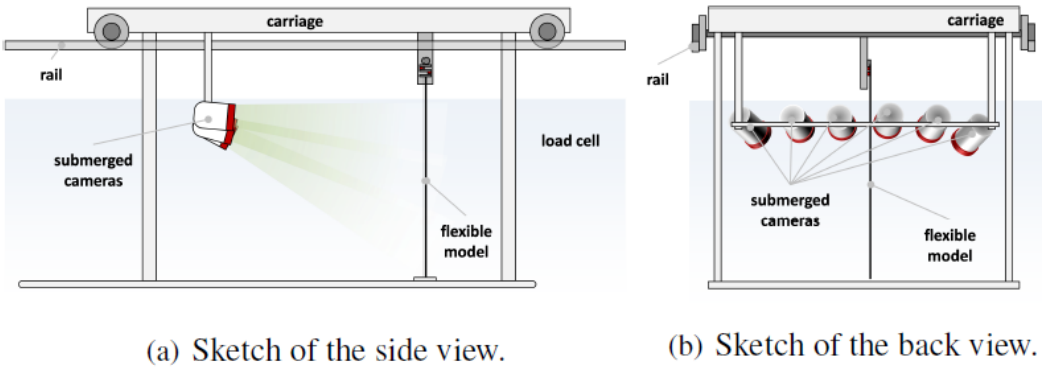


Fonte: Fujarra *et al.* (2001).

[4] Do inglês, *high speed mode.*

Franzini *et al.* (2016) utilizaram uma abordagem experimental para estudar o fenômeno de VIV de um cilindro flexível através do sistema ótico de rastreamento Qualisys™, composto por seis câmeras subaquáticas, ilustrado na Figura 18. A utilização deste sistema tem como vantagem a determinação direta das coordenadas cartesianas dos alvos posicionados ao longo do modelo, que juntamente com o método de Galerkin permite uma avaliação direta das séries temporais de amplitudes modais nas direções longitudinais e transversais ao escoamento.

Figura 18 - Representações esquemáticas do aparato experimental: (a) esboço da vista lateral; (b) esboço da vista traseira. O carro de reboque desloca-se da esquerda para a direita.



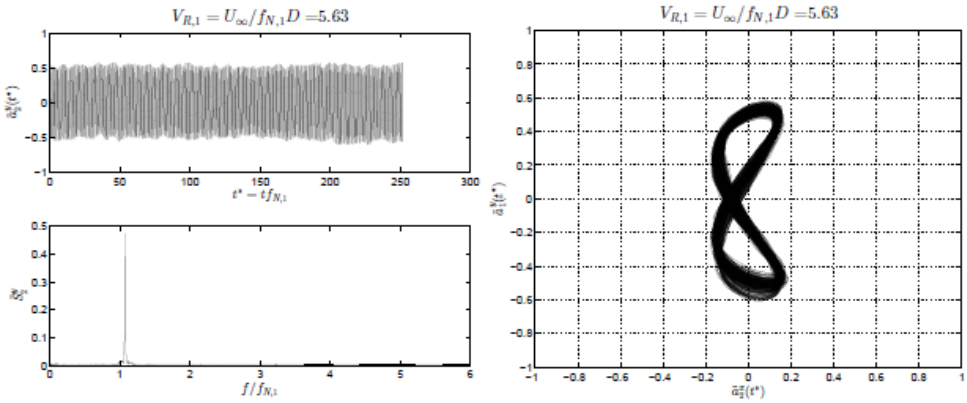
Fonte: Franzini *et al.* (2016).

Os autores observaram que a amplitude modal na direção transversal ao escoamento era praticamente monocromática, verificando em seguida uma sincronização entre as amplitudes modais associadas ao primeiro e segundo modo nas direções transversais e longitudinais ao escoamento, respectivamente, como pode ser observado na figura em “forma de 8”, Figura 19.

Um estudo do fenômeno de *lock-in* do segundo modo mostrou que a série temporal da amplitude modal possui dois regimes distintos, o primeiro caracterizado por uma amplitude próxima ao *lock-in* do primeiro modo, e um segundo regime com um aumento nessa amplitude, os quais são representados respectivamente pelas cores preta e vermelha na Figura 20.

Os autores concluíram que esse aumento na amplitude modal do segundo modo resulta em uma diminuição na amplitude modal referente ao quarto modo na direção longitudinal.

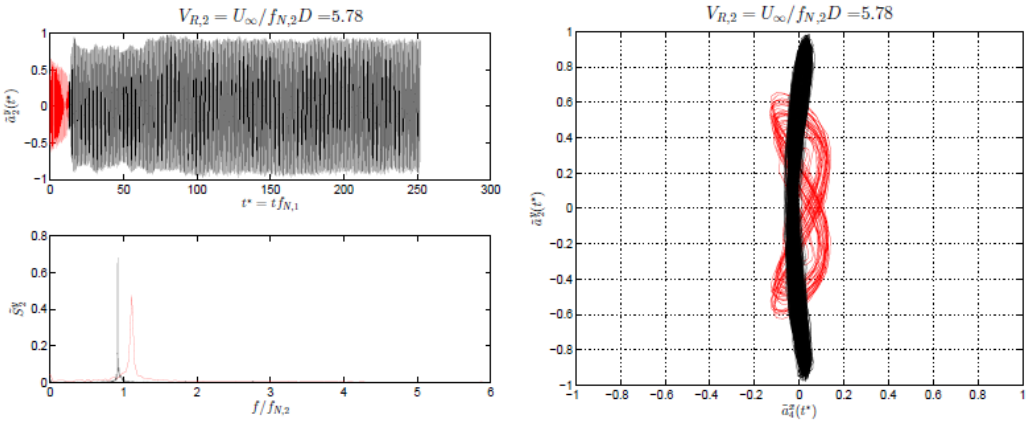
Figura 19 – Séries temporais das amplitudes modais: (a) série temporal de amplitude modal referente ao primeiro modo na direção transversal ao deslocamento; (b) trajetórias no plano das amplitudes modais do primeiro e segundo modo nas direções transversais e longitudinais ao escoamento, respectivamente.



(a) Modal-amplitude time-history $\tilde{a}_1^y(t)$. (b) Trajectory in the $\tilde{a}_1^y(t) \times \tilde{a}_2^x(t)$ plane.

Fonte: Franzini *et al.* (2016).

Figura 20 - Séries temporais das amplitudes modais: (a) série temporal de amplitude modal referente ao segundo modo na direção transversal ao deslocamento; (b) trajetórias no plano das amplitudes modais do segundo e quarto modo nas direções transversais e longitudinais ao escoamento, respectivamente.



(a) Modal-amplitude time-history $\tilde{a}_2^y(t)$. (b) Trajectory in the $\tilde{a}_2^y(t) \times \tilde{a}_4^x(t)$ plane.

Fonte: Franzini *et al.* (2016).

Motivados em compreender a descoberta apresentada por Fujarra *et al.* (2001), Defensor Fo. *et al.* (2018) estudaram experimentalmente o fenômeno de VIV em cilindros flexíveis em balanço com rigidez flexional ortotrópica visando avaliar o efeito de diferentes razões de frequências naturais, correspondentes aos modos de vibração nas direções longitudinal e transversal ao escoamento, através de um sistema ótico de monitoramento.

A conclusão obtida pelos autores foi que o valor da razão entre as frequências naturais é determinante para a região do *lock-in* do primeiro modo de vibrar na direção longitudinal ao escoamento, de modo que as maiores razões de frequência deslocam essa região para maiores valores de velocidade reduzida. Vale destacar que este estudo foi estendido por Defensor Fo. *et al.* (2022) onde uma análise mais aprofundada foi realizada.

2.2.2 Vibrações induzidas por vórtices em tubos flexíveis com escoamento interno

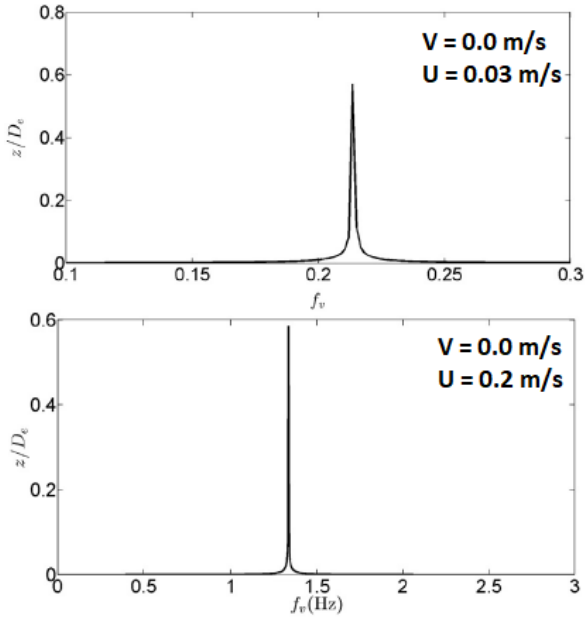
O estudo da dinâmica de tubos flexíveis sob ação simultânea de escoamentos interno e externo é muito mais recente quando comparada com o estudo da dinâmica destes tubos sujeitos a carregamentos puras (apenas escoamento externo ou interno).

Um dos primeiros trabalhos que estuda a ação simultânea dos dois carregamentos foi desenvolvido por Meng *et al.* (2017). Os autores realizaram um estudo teórico-numérico do efeito do escoamento interno na direção transversal do fenômeno de VIV de um tubo em balanço. Neste caso, o tubo foi modelado como uma viga de Euler-Bernoulli e a dinâmica da esteira de vórtices foi emulada por meio do modelo fenomenológico de Facchinetti *et al.* (2004).

Uma das conclusões apresentadas pelos autores foi que o aumento da velocidade do escoamento externo afeta diretamente as frequências naturais do sistema, Figura 21 . Esse é um fenômeno que já era conhecido de diversos experimentos e que explica o porquê de a curva de frequência não permanecer constante no *lock-in*, pois a frequência natural aumenta com o aumento da velocidade do escoamento externo, devido à diminuição da massa adicional. A Figura 22 apresenta o resultado experimental obtido por Vikestad *et al.* (2000) referente ao comportamento decrescente do coeficiente de massa adicional em função da velocidade reduzida.

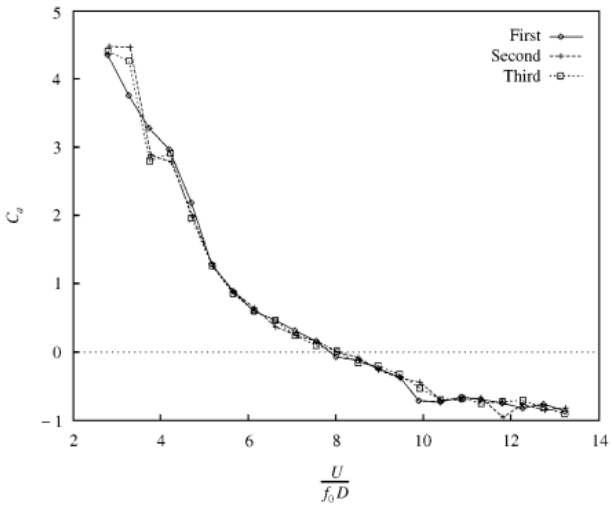
Também foi observado por Meng *et al.* (2017) que o aumento da velocidade do escoamento externo resulta em um aumento no valor da velocidade crítica do escoamento interno, como é possível observar na Figura 23.

Figura 21 - Comparação do espectro de amplitude para o sistema sujeito a dois valores de correnteza (U) e um mesmo valor de escoamento interno (V).



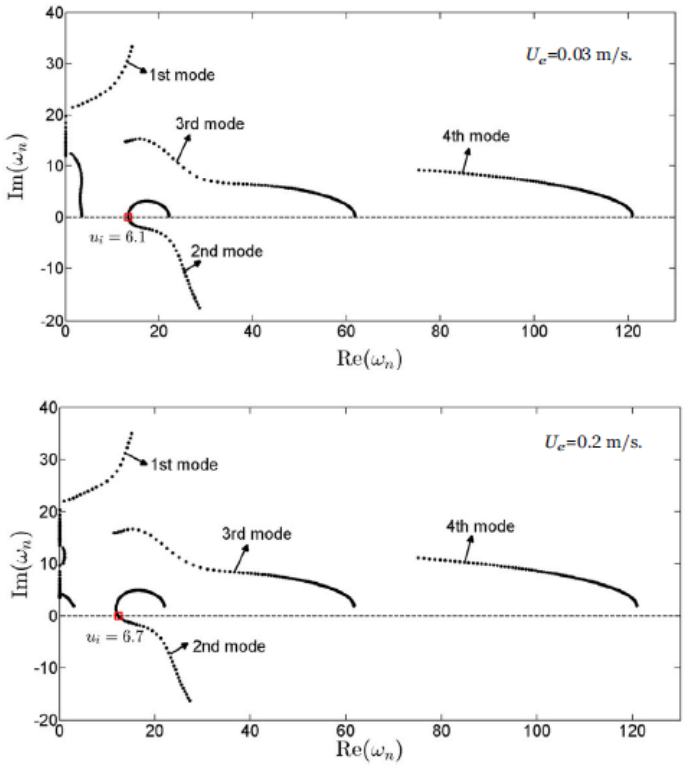
Fonte: Adaptado de Meng et al. (2017).

Figura 22 - Coeficiente de massa adicional em função da velocidade reduzida.



Fonte: Vikestad *et al.* (2000).

Figura 23 – Comparação entre os diagramas de Argand do sistema quando sujeito a dois valores distintos de correnteza.



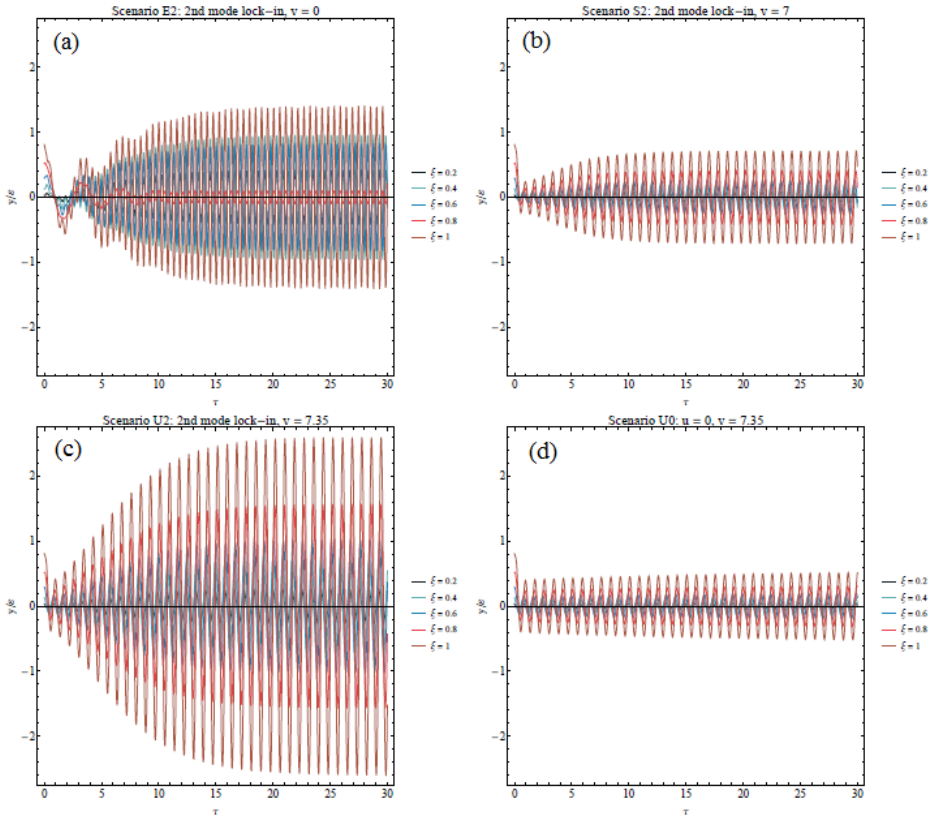
Fonte: Adaptado de Meng *et al.* (2017).

Orsino *et al.* (2017) derivaram um modelo de ordem reduzida não linear de um tubo engastado na extremidade através da Metodologia Modular de Modelagem (MMM) com uso do método de Galerkin. O objetivo do trabalho consistia em estudar o efeito do escoamento interno de ejeção no fenômeno de *lock-in,* representado por meio do modelo fenomenológico proposto por Ogink e Metrikine (2010).

O problema dinâmico foi formulado através de uma sequência hierarquizada, com as não-linearidades decorrentes dos osciladores de esteira sendo devidamente consideradas por meio da definição de variáveis redundantes e do uso de equações dinâmicas representando-as como restrições adicionais que deveriam ser aplicadas a *posteriori.*

Os cenários de simulações foram escolhidos em torno do valor crítico do escoamento interno ($v = 7.3$), correspondente ao ponto de bifurcação de Hopf. Os autores observaram que em situações no limiar da instabilidade, provocada pelo escoamento interno, as amplitudes de oscilações do VIV podem ser mitigadas ou amplificadas, Figura 24.

Figura 24 – Amplitudes de deslocamentos laterais de pontos selecionados do tubo para os cenários: (a) VIV puro; (b) VIV e escoamento interno ligeiramente abaixo do valor crítico; (c) VIV e escoamento interno ligeiramente acima do valor crítico; (d) Escoamento interno puro ligeiramente acima do valor crítico.



Fonte: Orsino *et al.* (2017).

Este modelo de ordem reduzida não-linear planar proposto por Orsino *et al.* (2017) foi estendido para um modelo tridimensional por Orsino *et al.* (2018). O trabalho apresentou resultados semelhantes ao modelo anterior, exceto pela amplificação da amplitude de deslocamento na direção transversal ao escoamento, o que geralmente ocorre no caso de VIV de cilindros rígidos.

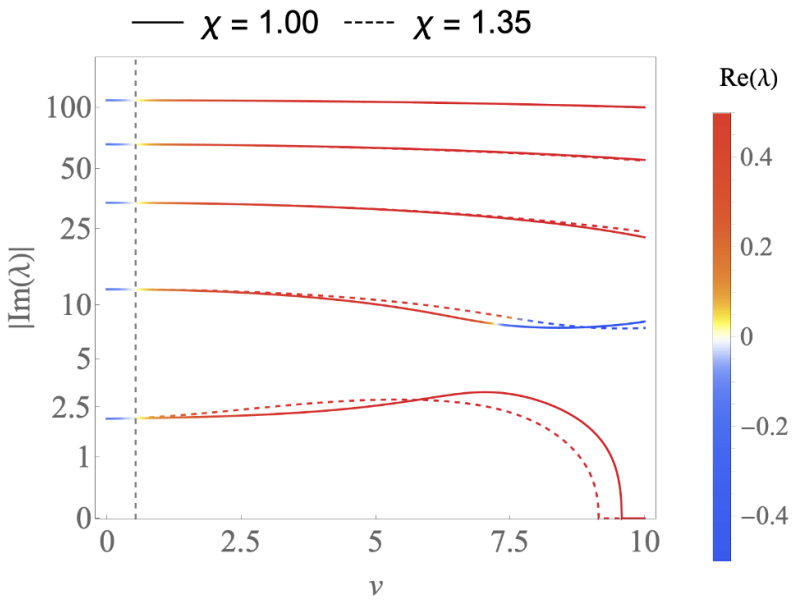
Orsino *et al.* (2021) apresentaram um modelo de ordem reduzida não-linear tridimensional de um tubo aspirando fluido e simultaneamente sujeito a um escoamento externo.

Para modelagem do tubo foi utilizada uma viga de Euler-Bernoulli e a representação das forças hidrodinâmicas foi considerada por meio do modelo fenomenológico de Ogink e Metrikine (2010). O modelo foi obtido utilizando o princípio de Hamilton estendido para volumes não-materiais juntamente com a MMM.

Inicialmente foi realizada uma análise de estabilidade do sistema, situação em que foi considerada a ausência do escoamento externo. Foi observado que o sistema permaneceu estável para valores de escoamento interno (v) inferiores ao valor crítico $(v \approx 0.52)$, e acima deste valor o sistema se torna instável. Também foi possível notar que o segundo modo de vibrar do sistema atinge estabilidade para altos valores de escoamento interno $(v > 7.4)$, Figura 25.

O fator χ, parâmetro relacionado à geometria do perfil de velocidade do escoamento interno próximo à seção de entrada no tubo[5], foi obtido por meio de uma análise de dinâmica dos fluidos computacional[6]. Os diferentes valores utilizados deste parâmetro não resultaram em grandes diferenças no diagrama obtido.

Figura 25 – Diagrama de lugar das raízes do tubo linearizado aspirando fluido na ausência de escoamento externo para dois valores diferentes de χ.



Fonte: Orsino *et al.* (2021).

Os autores também realizaram uma análise de VIV para três valores de escoamento interno: nulo, ligeiramente inferior e superior ao valor crítico. Nesta análise a velocidade do escoamento externo foi variada num intervalo em que o segundo modo de vibrar do sistema era excitável, Figura 26.

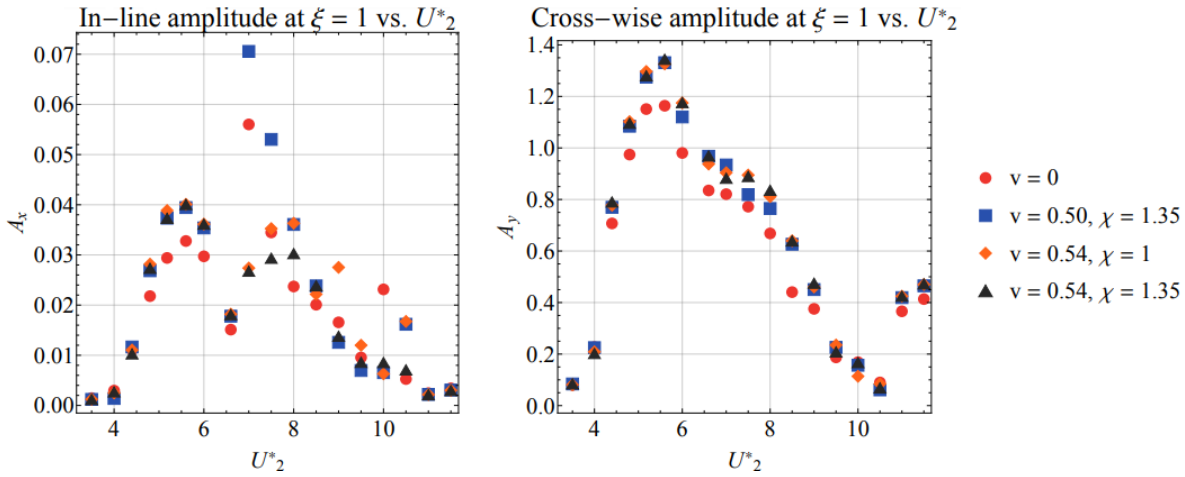
---

[5] Este fator será abordado na subseção 3.2.2.2.

[6] Em inglês, *Computational Fluid Dynamics (CFD).*

É possível notar que quando o escoamento interno passou do valor nulo para valores próximos ao crítico, as amplitudes de oscilações transversais apresentaram um aumento significativo nos ramos de resposta. Porém, uma comparação apenas entre os valores de escoamento interno próximos ao crítico mostra que as amplitudes de oscilações nessa direção são pouco afetadas por este parâmetro e pelo fator χ.

Figura 26 - Amplitudes de oscilações longitudinais (A_x) e transversais (A_y) do centro da seção de entrada do tubo em função do intervalo de velocidade reduzida do segundo modo de vibrar (U_2^*).



Fonte: Orsino *et al.* (2021).

Podemos concluir, portanto, que o estudo considerando a ação simultânea dos escoamentos interno e externo, ou seja, o efeito do escoamento interno sobre o VIV tem sido pouco investigado ao longo dos anos, identificando assim uma lacuna de conhecimento que motivou a presente pesquisa a realizar mais descobertas decorrentes dessa ação concomitante.

2.3 Modelos fenomenológicos

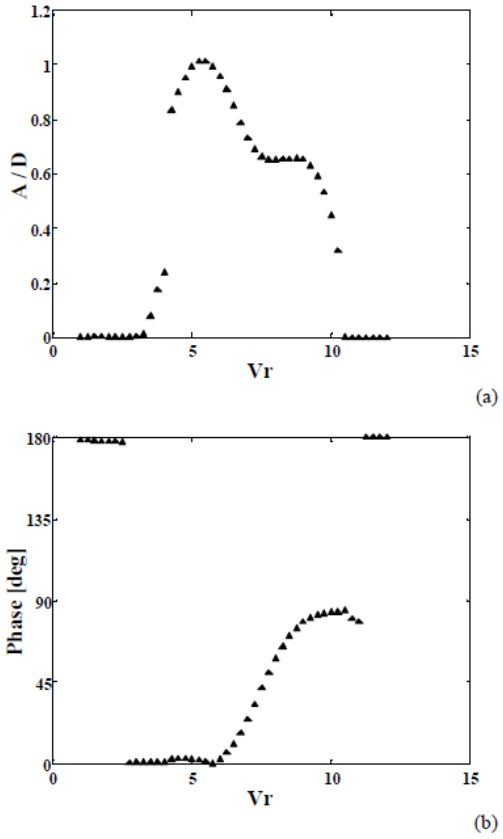
Em investigações teóricas do fenômeno de VIV é recorrente a utilização de três abordagens para representação das forças hidrodinâmicas: modelos obtidos a partir da dinâmica de fluidos computacional, modelos empíricos e modelos fenomenológicos, sendo esta última o foco desta seção. Estes modelos se baseiam no comportamento da esteira para emular sua dinâmica através de equações diferenciais, de modo que estudos experimentais são de extrema importância para que estes sejam calibrados e aplicados corretamente.

Um dos primeiros trabalhos presentes na literatura referentes a estes modelos foi desenvolvido por Iwan e Blevins (1974), onde os autores utilizaram uma equação não-linear de Van der Pol forçada para representar a esteira de vórtices de um cilindro rígido montado em base elástica com um grau de liberdade, onde os parâmetros do modelo são calibrados experimentalmente. Os autores apontaram que o modelo foi calibrado buscando reproduzir o pico de *lock-in,* bem como a região de sua ocorrência.

Fujarra e Pesce (2002) realizaram uma introdução do efeito da variação da massa adicional em função da velocidade reduzida, modificando o modelo fenomenológico proposto por Iwan e Blevins (1974). A Figura 27 apresenta o resultado obtido.

Os autores observaram a recuperação do comportamento do *lower branch*, evidenciando a importância deste parâmetro para a recuperação deste ramo de resposta, visto que o modelo de Iwan e Blevins (1974) não foi calibrado com este propósito.

Figura 27 – Modelo de Iwan e Blevins (1974) modificado incorporando o efeito da variação da massa adicional em função da velocidade reduzida. (a) Amplitude de resposta. (b) Fase relativa entre a elástica e o oscilador.



Fonte: Fujarra e Pesce (2002).

Facchinetti *et al.* (2004) utilizaram a equação de van der Pol para modelar a esteira de vórtices chegando à conclusão de que o acoplamento em aceleração é que o consegue melhor modelar as características do fenômeno de VIV consideradas no trabalho, quando comparado com os acoplamentos em deslocamento e velocidade do ponto de vista qualitativo e quantitativo.

Os autores adotaram uma hipótese simplificadora de que a velocidade de translação do cilindro era muito menor do que a velocidade do escoamento externo. Além disso, foi pontuado que os valores de alguns parâmetros presentes no modelo são definidos a partir de dados experimentais, resultando em uma calibração única para os ramos de resposta de modo que o modelo apresenta apenas um termo não-linear, o qual é associado ao amortecimento.

Em Cunha (2005) é realizada uma análise dos modelos fenomenológicos de Hartlen e Currie (1970), Iwan e Blevins (1974), Facchinetti *et al.* (2004) por meio de um estudo analítico-numérico, em que os modelos foram devidamente reescritos visando realizar uma comparação entre eles. Porém, vale ressaltar que existem outros modelos, como Skop e Balasubramanian (1997), Ogink e Metrikine (2010), Franzini e Bunzel (2018) e mais recentemente Qu e Metrikine (2020); (2021).

Ogink e Metrikine (2010) buscaram realizar uma melhoria no modelo proposto por Facchinetti *et al.* (2004) visando obter um modelo que fosse capaz de recuperar experimentos de vibrações livre e forçada, com uma representação correta do intervalo de velocidade reduzida na região de *lock-in* e amplitude de resposta do cilindro.

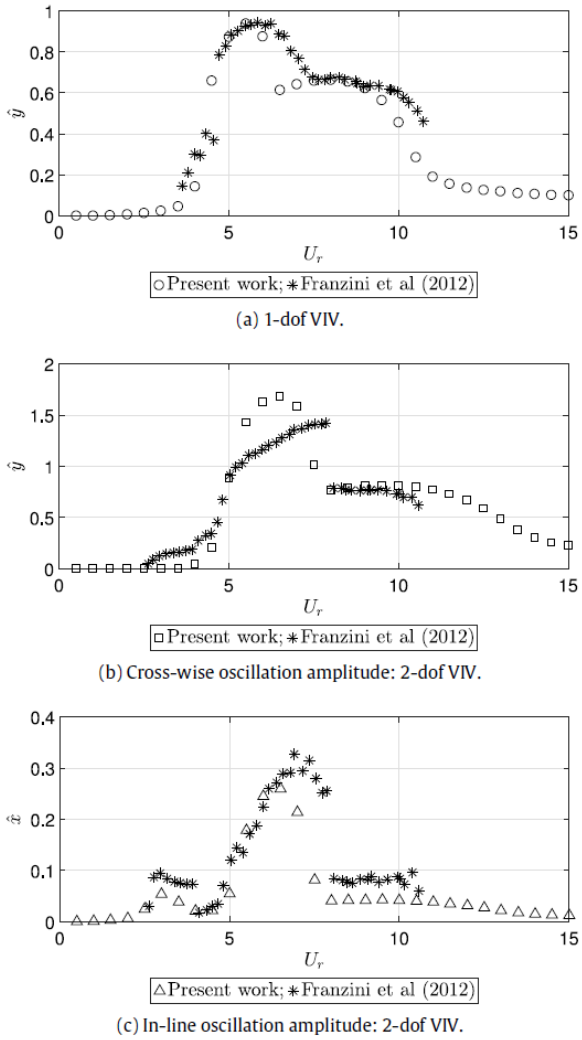
Neste último trabalho não foi adotada a hipótese de ser a velocidade de translação do cilindro muito menor do que a velocidade do escoamento externo. Outra diferença presente neste trabalho em comparação com Facchinetti *et al.* (2004) foi a proposição de um chaveamento de valores de parâmetros para calibração do modelo, pois foi observado pelos autores que adotar valores de parâmetros fixos para todo o intervalo de velocidades reduzidas de interesse levava a imprecisões na representação dos ramos *upper branch* e *lower branch*. Este modelo fenomenológico foi utilizado para derivação do modelo matemático MOR-MMM, que será apresentado na seção 3.2.

Franzini e Bunzel (2018) expandiram o modelo proposto por Ogink e Metrikine (2010) adicionando o grau de liberdade correspondente a movimentações na direção

longitudinal ao escoamento, obtendo assim um modelo fenomenológico com dois graus de liberdade.

Seguindo o mesmo proposto por Ogink e Metrikine (2010), os autores não adotaram a hipótese de que a velocidade de translação do cilindro é muito menor do que a velocidade do escoamento externo. Além disso, também foram consideradas duas calibrações diferentes no modelo para representação dos ramos de resposta *upper branch e lower branch*. A Figura 28 traz uma ilustração dos resultados obtidos.

Figura 28 – Comparação entre os resultados obtidos pelo modelo fenomenológico de VIV de Franzini e Bunzel (2018) e resultados experimentais de Franzini *et al.* (2012).



Fonte: Franzini e Bunzel (2018).

Os autores observaram por meio da Figura 28 que para o caso de VIV com apenas um grau de liberdade o modelo fenomenológico obtido foi capaz de recuperar a máxima amplitude de oscilação, apresentando uma boa aderência com resultados obtidos experimentalmente por Franzini *et al.* (2012) na faixa de velocidades reduzidas

correspondentes ao *lower branch* ($7 < U_r < 9.5$). Com relação ao caso de VIV com dois graus de liberdade, novamente o modelo fenomenológico proposto apresentou uma boa aderência com os resultados obtidos experimentalmente apesar de algumas diferenças existentes, como por exemplo, uma maior amplitude máxima de oscilação na direção transversal em comparação com os resultados de Franzini *et al.* (2012).

3 METODOLOGIA

O presente capítulo está dividido em três seções, apresentando metodologias utilizadas para o estudo da correlação teórico-experimental de uma mangueira flexível com lastro na extremidade inferior aspirando água sob VIV. A seção 3.1 apresenta o modelo experimental ensaiado no tanque de reboque do Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT). Em seguida, a seção 3.2 faz uma breve apresentação da Metodologia Modular de Modelagem, seguida da modelagem matemática utilizada para obtenção da família de modelos MOR-MMM. Por fim, a seção 3.3 apresenta a metodologia empregada para construção destes modelos no programa comercial Orcaflex™. Vale relembrar que as metodologias apresentadas a seguir foram desenvolvidas pela equipe de pesquisadores do Laboratório de Mecânica Offshore (LMO) no projeto “Estudo e pesquisa de desenvolvimento e implementação de um sistema de captação de águas profundas para unidades offshore instaladas na costa brasileira”.

3.1 Modelo experimental

Nesta subseção é descrita a metodologia empregada para o estudo experimental de três cilindros flexíveis em balanço vertical sob diferentes condições de excitações. Descrições detalhadas da metodologia experimental empregada, bem como dos métodos de análise e de seus resultados, são objetos da tese de doutorado de Defensor Fo. (2022). Esta seção traz um resumo sucinto dos experimentos realizados.

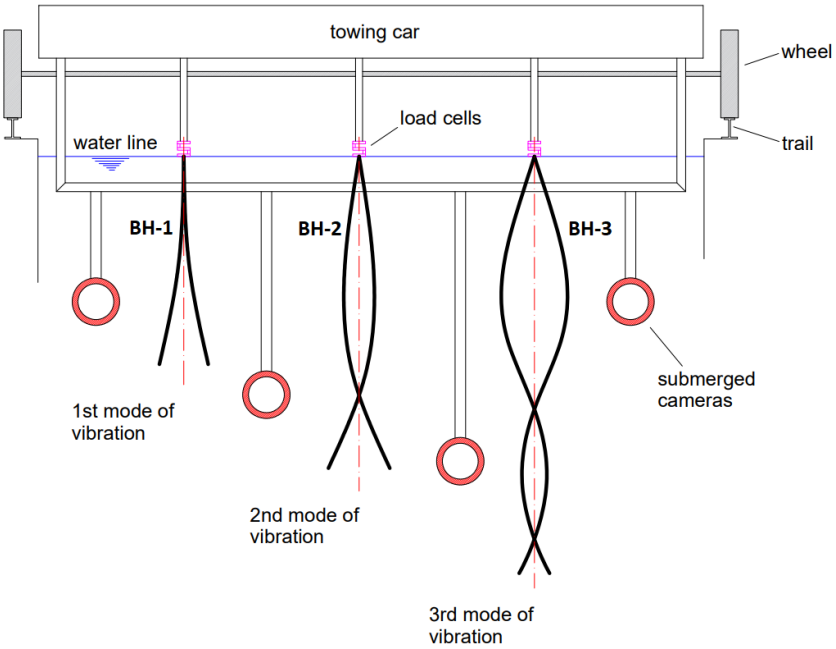
Os ensaios foram conduzidos no tanque de reboque do IPT, o qual apresenta as seguintes dimensões: 240 metros de comprimento, cerca de 3.5 metros de profundidade e 6 metros de largura.

Os modelos foram construídos com mangueiras flexíveis, que foram instaladas verticalmente em balanço, apresentando um lastro fixo na extremidade inferior. Para o cilindro flexível foi selecionada uma mangueira de borracha nitrílica com camada de fibra reforçada, sendo latão o material utilizado para o lastro.

Cada modelo foi projetado de tal forma que, em reboque em paralelo – portanto sob a mesma velocidade, seja excitado em modos naturais de vibração distintos. Para

identificação dos três modelos foi utilizada nomenclatura formada pela abreviatura BH (mangueira-lastro[7]) seguida de um número, o qual indica o modo natural de vibrar excitável na faixa de velocidades de reboque empregada. Por exemplo, BH-1 corresponde ao modelo planejado para ter excitações predominantemente no seu primeiro modo natural. A Figura 29 traz uma ilustração da representação esquemática do arranjo experimental.

Figura 29 – Vista frontal dos experimentos conduzidos no IPT.



Fonte: Pesce *et al.* (2021); ver também Defensor Filho (2022).

A mangueira flexível teve algumas de suas propriedades mecânicas levantadas através de ensaios de caracterização dinâmica do material[8]. Nestes ensaios, três corpos de prova foram submetidos a ensaios de tração dinâmica em três valores de frequência: 0.5 Hz, 0.75 Hz e 1 Hz. Após a realização destes ensaios foi possível obter a rigidez axial equivalente da mangueira (EA_H), de onde se pode determinar um módulo de elasticidade equivalente (E_H), uma vez conhecida a área da seção transversal da mangueira. Maiores detalhes a respeito da caracterização dinâmica

[7] Em inglês, *ballasted-hose.*

[8] Estes ensaios foram realizados no CCDM – Centro de Caracterização e Desenvolvimento de Materiais da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar).

deste material podem ser encontrados em Pesce *et al.* (2020); ver também Defensor Filho (2022).

Para o dimensionamento dos modelos (comprimento da mangueira e dimensões do lastro em latão), foram utilizadas rotinas de análise modal originadas a partir da família de modelos matemáticos MOR-MMM (Modelo de Ordem Reduzida – MMM) e desenvolvidas no âmbito do referido projeto de P&D. O requisito principal seguido no dimensionamento é que os modos de interesse dos três modelos - primeiro, segundo e terceiro – correspondessem a frequências naturais muito próximas de 1 Hz, de forma a serem excitáveis na faixa de velocidade de reboque empregada. A Tabela 1 apresenta os parâmetros definidos para os três modelos experimentais.

Tabela 1 - Parâmetros físicos, inerciais e de rigidez definidos para os modelos experimentais.

Modelo experimental	BH-1	BH-2	BH-3
Modo excitado	1	2	3
Frequência natural do modo $[Hz]$	1.04	1.18	1.15
$E_H\ [N/mm^2]$	26.38	26.38	26.38
$E_B\ [N/mm^2]$	105E+3	105E+3	105E+3
$\rho_H\ [kg/m^3]$	1178	1178	1178
$\rho_B\ [kg/m^3]$	8730	8730	8730
$D_e\ [m]$	0.033	0.033	0.033
$D_i [m]$	0.022	0.022	0.022
$EA_H\ [N] - 1\ Hz$	1.25E+7	1.25E+7	1.25E+7
$EI_H\ [Nm^2]$	1.23	1.23	1.23
$\mu_H\ [kg/m]$	0.56	0.56	0.56
$\mu_B\ [kg/m]$	4.15	4.15	4.15
$l_H\ [m]$	0.59	1.60	2.86
$l_B\ [m]$	0.060	0.110	0.173

Fonte: Adaptado de Pesce *et al.* (2021); ver também Defensor Filho (2022).

Os parâmetros ρ e μ representam as massas específica e linear dos materiais, respectivamente. O parâmetro EI representa a rigidez flexional estimada da mangueira, enquanto D_e e D_i correspondem aos diâmetros externo e interno de sua seção. Os lastros de latão dos três modelos têm os mesmos diâmetros externo e

interno da mangueira. Por fim, l denota o comprimento das peças, mangueira e lastro. Os subíndices H (*hose*) e B (*ballast*) indicam que o parâmetro e/ou dimensão apresentado dizem respeito à mangueira e ao lastro, respectivamente.

Esta família de modelos matemáticos MOR-MMM também permitiu a definição das velocidades e vazões críticas de escoamento interno para o caso de aspiração através da construção de diagramas de lugar das raízes. Estes valores críticos são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros referentes ao escoamento interno crítico.

Modelo experimental	BH-1	BH-2	BH-3
Velocidade crítica de escoamento (Vc) $[m/s]$	0.06	0.03	0.02
Vazão crítica de escoamento $[m^3/h]$	0.082	0.0411	0.0274

Fonte: Adaptado de Pesce *et al.* (2021); ver também Defensor Filho (2022).

As amostras de mangueiras e lastros foram conectadas por meio de um encaixe de interferência de rosca. A Figura 30 apresenta algumas destas amostras utilizadas. Os modelos foram montados em dispositivos metálicos fixados por duas abraçadeiras em U, de forma a conferir-lhes um vínculo de engastamento. Este dispositivo, por sua vez, foi rigidamente montado em células de carga que medem reações associadas às seis restrições de movimento. Para garantir que não haveriam movimentos relativos entre a mangueira e os dispositivos metálicos foi deixado um comprimento livre de 160 milímetros entre o topo da mangueira e o sistema de ancoragem. A Figura 31 ilustra um exemplo dos dispositivos metálicos utilizados.

Os experimentos foram realizados utilizando o sistema ótico de rastreamento Qualysis™ com alvos refletivos sendo posicionados ao longo dos três conjuntos mangueira-lastro. Deste modo, BH-1, BH-2 e BH-3 tiveram 8, 18 e 32 alvos posicionados ao longo dos seus comprimentos, respectivamente[9].

[9] Conforme relatado por Pesce (2013), este sistema de monitoramento já havia sido empregado com sucesso pela equipe de pesquisadores deste mesmo laboratório no projeto de pesquisa “Dinâmica não-linear de *risers*”, financiado pela Petrobras entre os anos de 2010 e 2013.

Figura 30 – Amostras de mangueira e lastro selecionadas.

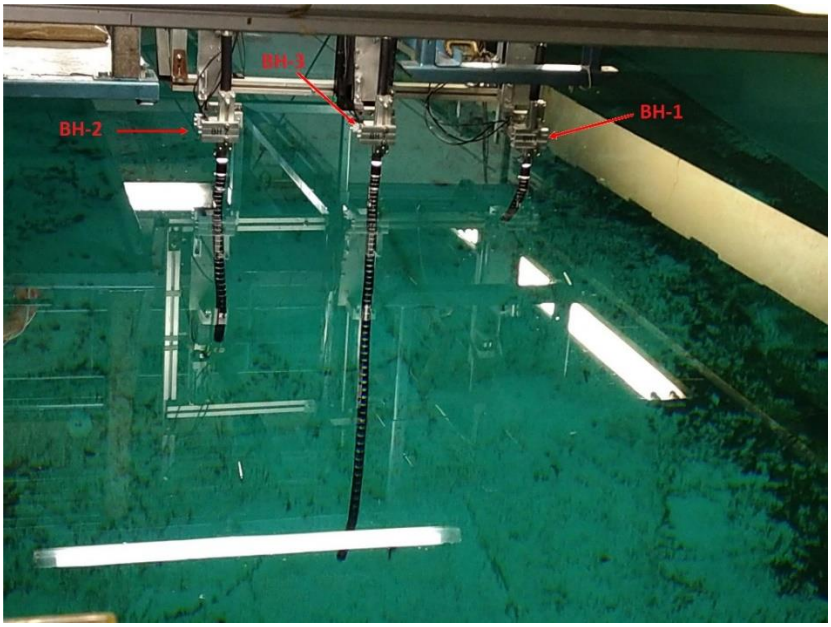
Fonte: Adaptado de Pesce *et al.* (2021); ver também Defensor Filho (2022).

Figura 31 – Amostra do dispositivo metálico utilizado para montagem dos modelos.

Fonte: Adaptado de Pesce *et al.* (2021); ver também Defensor Filho (2022).

Foi observado que os três modelos apresentaram curvaturas residuais oriundas do processo de fabricação e enrolamento das mangueiras. Para tentar mitigar o efeito destas curvaturas e evitar a criação de uma posição de equilíbrio fora do plano central de deflexão, os modelos foram posicionados com seu extradorso voltado à correnteza. A Figura 32 apresenta a disposição destes modelos no tanque de reboque do IPT.

Figura 32 – Arranjo geral dos experimentos realizados no tanque de reboque do IPT.



Fonte: Adaptado de Pesce *et al.* (2021); ver também Defensor Filho (2022).

Os ensaios foram realizados considerando casos de excitações puras de aspiração, movimento harmônico imposto ao topo e de escoamento externo, além de casos combinados entre essas excitações. Como o foco do presente trabalho é analisar o efeito da aspiração em um tubo sujeito a um escoamento externo, apenas as matrizes de testes de reboque puro, bem como reboque combinado com aspiração, são apresentadas nas Tabela 3 e Tabela 4. No caso combinado, para os três modelos (BH-1, BH-2 e BH-3), os ensaios foram conduzidos com cinco valores de velocidades de reboque ($U\ [m/s]$) e para cada um destes valores foram aplicados três valores de velocidade de escoamento interno baseados no valor crítico ($V_c\ [m/s]$). As matrizes de testes referentes aos demais casos podem ser encontradas em Pesce *et al.* (2021) ou em Defensor Filho (2022).

Tabela 3 - Matriz de ensaios do cenário de excitação de reboque puro aplicados aos modelos BH-1, BH-2 e BH-3.

Modelos	$U\ [m/s]$
	0.060
	0.080
	0.108
	0.133
	0.157
	0.181
	0.205
	0.230
	0.252
BH-1, BH-2 e BH-3	0.278
	0.302
	0.326
	0.350
	0.375
	0.399
	0.423
	0.447
	0.472
	0.496
	0.520

Fonte: Adaptado de Pesce *et al.* (2021); ver também Defensor Filho (2022).

Tabela 4 – Matriz de ensaios do caso combinado de aspiração e escoamento externo.

		Modelo		
$U\ [m/s]$	$[\%\ V_c]$	BH-1	BH-2	BH-3
		$V\ [m/s]$		
0.108	50% Vc	0.030	0.015	0.010
	100% Vc	0.060	0.030	0.020
	200% Vc	0.120	0.060	0.040
0.205	50% Vc	0.030	0.015	0.010
	100% Vc	0.060	0.030	0.020
	200% Vc	0.120	0.060	0.040
0.254	50% Vc	0.030	0.015	0.010
	100% Vc	0.060	0.030	0.020
	200% Vc	0.120	0.060	0.040
0.302	50% Vc	0.030	0.015	0.010
	100% Vc	0.060	0.030	0.020
	200% Vc	0.120	0.060	0.040
0.399	50% Vc	0.030	0.015	0.010
	100% Vc	0.060	0.030	0.020
	200% Vc	0.120	0.060	0.040

Fonte: Adaptado de Pesce *et al.* (2021); ver também Defensor Filho (2022).

Durante o processamento dos dados foram identificados dois problemas: medições espúrias[10] e perda temporária no rastreamento de alguns alvos refletivos

[10] Medições erradas, geralmente relacionadas com erros de medida ou ruídos.

posicionados ao longo dos modelos, apesar de que em nenhum momento terem sido observados descolamentos destes alvos.

Visando um aprimoramento dos dados obtidos nestes experimentos, foi proposto e desenvolvido pela equipe do LMO, conforme detalhado em Pesce *et al.* (2021), um procedimento para correção destes problemas identificados. Supõe-se que os deslocamentos medidos em cada direção para um dado instante de tempo possam ser dados por uma função $F(s)$, tal que:

$$F(s) = \sum_{n=1}^{m} a_n(t)\phi_n(s) \tag{3.1}$$

onde s é a coordenada do comprimento de arco ao longo do modelo avaliada na posição dos alvos refletivos, m corresponde ao número de componentes modais consideradas, que neste caso é limitada ao número de alvos que não apresentaram problemas durante os ensaios, $a_n(t)$ são coeficientes para cada instante de tempo e $\phi_n(s)$ são funções teste, que neste caso foram representadas pelos modos de vibrar de uma viga em balanço de Euler-Bernoulli, dadas por:

$$\phi_n(s) = cosh\left(\frac{\lambda_n s}{L}\right) - cos\left(\frac{\lambda_n s}{L}\right) - \sigma_n\left[sinh\left(\frac{\lambda_n s}{L}\right) - sin\left(\frac{\lambda_n s}{L}\right)\right] \tag{3.2}$$

onde λ_n são os autovalores correspondentes que resolvem a equação característica $\cos\lambda_n \cosh\lambda_n = -1$. Já os coeficientes σ_n são dados por:

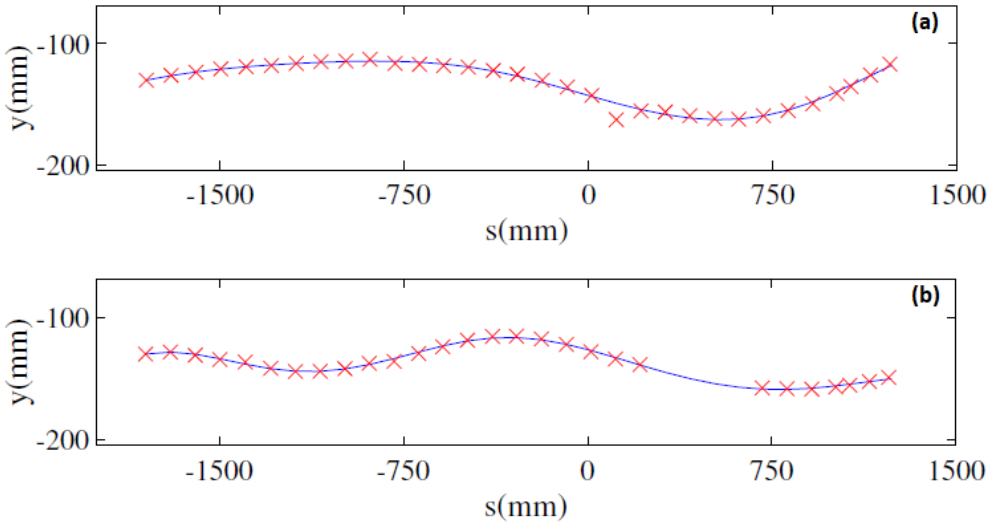
$$\sigma_n = \frac{sinh\,\lambda_n - sin\,\lambda_n}{cosh\,\lambda_n + cos\,\lambda_n} \tag{3.3}$$

Estes modos de vibrar foram utilizados para representação apenas da mangueira flexível. A representação do lastro foi realizada por meio de uma função do primeiro grau $f(s) = as + b$, onde o coeficiente angular desta função é igual a inclinação da extremidade inferior da mangueira.

Por fim são determinados para cada instante de tempo os coeficientes a_n através do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) [11]. A precisão deste método é comprometida devido a presença de medições espúrias, de modo que uma segunda rodada é realizada utilizando o MMQ ponderado, onde os pesos são calculados como o inverso da diferença entre os dados medidos e os valores obtidos na rodada anterior.

A Figura 33 apresenta uma comparação entre os dados originais e ajustados para os dois tipos de problemas observados em um dado instante de tempo. É possível observar que o procedimento utilizado em Pesce *et al.* (2021) foi capaz de realizar as correções nos dados obtidos para os dois tipos de problemas.

Figura 33 – Comparações entre os dados originais e ajustados utilizando o procedimento proposto para os problemas de: (a) Medições espúrias; (b) Perda temporária no rastreamento de alvos. Os marcadores vermelhos representam os dados originais, e as linhas azuis representam os dados ajustados.



Fonte: Adaptado de Pesce *et al.* (2021).

3.2 Modelo matemático

Para a derivação do modelo matemático MOR-MMM (Modelo de Ordem Reduzida – MMM) foi utilizada a Metodologia Modular de Modelagem (MMM). Faz-se importante, então, realizar uma breve apresentação desta metodologia desenvolvida

[11] Em inglês, *Least-Square Method (LSM).* Método matemático que busca minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre a função estimada e os dados observados.

por Orsino (2016) em sua tese de doutorado, para em seguida apresentar o modelo matemático desenvolvido.

3.2.1 Metodologia Modular de Modelagem

Nesta subseção é descrita brevemente a Metodologia Modular de Modelagem (MMM), desenvolvida por Orsino (2016) e empregada durante o procedimento de derivação matemática do modelo MOR-MMM objeto deste trabalho. Essa estratégia permite explorar as modularidades e simetrias do sistema, fornecendo um algoritmo em que as restrições cinemáticas podem ser impostas a *posteriori*.

Em procedimentos convencionais de modelagem é comum a adoção de alguns passos, como a seleção de variáveis, descrição do comportamento do sistema, estabelecimento de equações constitutivas e aplicação de princípios fundamentais ou de modelos fenomenológicos. Porém, nestes procedimentos o sistema é tratado como um todo, o que muitas vezes não é uma tarefa simples.

Visando uma contribuição para a modelagem de sistemas multicorpos, Orsino (2016) desenvolveu a MMM cuja ideia consiste em dividir o sistema analisado em vários subsistemas vinculados entre si. Vale destacar que no caso de sistemas contínuos, como é o caso do presente trabalho, a relaxação de vínculos não necessariamente divide o sistema em vários subsistemas.

Esta metodologia apresenta grande versatilidade de aplicação, não sendo restrita apenas a sistemas multicorpos, além de possibilitar a inclusão de efeitos dinâmicos passo-a-passo no sistema de equações. Por outro lado, não necessariamente a maneira mais intuitiva para aplicação do algoritmo será computacionalmente eficiente.

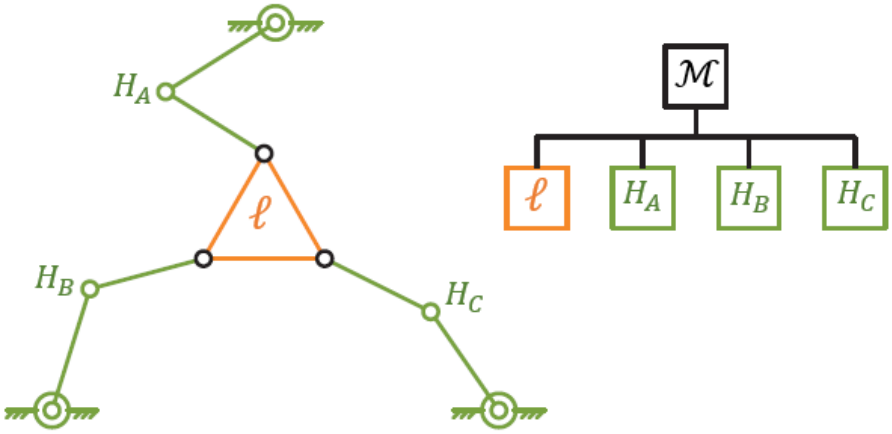
Inicialmente o sistema original é dividido em subsistemas, onde são escritas hipóteses fundamentais, sob relaxamento de vínculos. Com isso, obtém-se o modelo para o sistema “relaxado”, resultando em um sistema de equações inicialmente desacopladas.

Em seguida, descrevem-se os vínculos em termos de igualdades, e por meio destas é encontrada a matriz Jacobiana das equações de restrições. A partir desta matriz Jacobiana é construído um algoritmo de imposição de vínculos, denominado *Constraint Enforcement Algorithm (CEA)*, o qual irá encontrar os operadores de

projeção cujas imagens correspondem aos núcleos destas matrizes Jacobianas, visando garantir que a dinâmica do sistema seja respeitada. Este algoritmo terá tantos passos quantos forem os níveis hierárquicos na cadeia de subsistemas definidos para a relaxação dos vínculos, podendo ser implementado de forma implícita (adotada na dedução do modelo apresentado neste texto) ou explícita. Após a aplicação das restrições próprias do problema em estudo, o modelo obtido irá corresponder ao sistema original.

Na Figura 34 temos um exemplo de um sistema original $(\mathcal{M})$ particionado em quatro módulos (ℓ, H_A, H_B, H_C). De posse dos modelos matemáticos que descrevem estes quatro módulos, pode-se obter diretamente as equações de movimento do sistema $(\mathcal{M})$ através do *CEA*.

Figura 34 – Exemplo de um mecanismo particionado em quatro módulos.



Fonte: Adaptado de Orsino (2017).

Quando da utilização dos princípios variacionais em sistemas mecânicos há de se considerar o importante conceito de deslocamento virtual (δ), o qual representa uma mudança na configuração do sistema que resulta de uma variação arbitrária das suas coordenadas, consistente com seus vínculos em um dado instante de tempo.

Vejamos a seguir as principais hipóteses e descrições do sistema para utilização desta metodologia, a qual foi brevemente apresentada acima.

Seja um dado sistema $(\mathcal{S})$ com N_f graus de liberdade que possuem N_q coordenadas generalizadas (q_i). Se $N_q > N_f$, devemos ter $N_c = N_q - N_f$ equações de vínculos independentes, expressas por uma matriz-coluna na forma $\boldsymbol{u}_* = \mathbf{0}$.

Considere que este sistema seja particionado em N_h níveis hierárquicos r e que a notação ($\dot{}$) indique o operador de derivada parcial com relação ao tempo.

No primeiro nível ($r = 1$) as equações de movimento deste sistema são dadas por:

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{f} \tag{3.4}$$

onde $\boldsymbol{M}$ representa a matriz de massa, $\ddot{\boldsymbol{q}}$ a matriz-coluna das acelerações generalizadas e $\boldsymbol{f}$ a matriz de forças generalizadas ativas e inerciais (giroscópicas) do sistema.

Supondo variações infinitesimais, deve haver um operador linear $\boldsymbol{A_r}$ associado às restrições do sistema no nível r, tal que $\delta\boldsymbol{q}$ esteja no núcleo de $\boldsymbol{A_r}$, ou seja:

$$\boldsymbol{A_r} \cdot \delta\boldsymbol{q} = 0 \tag{3.5}$$

onde $\boldsymbol{A_r}$ é uma matriz jacobiana das equações de vínculo $\boldsymbol{u}_*$ originais do nível r com relação a $\ddot{\boldsymbol{q}}$. Assim, $\boldsymbol{A_r}$ define a direção em que estão os deslocamentos virtuais admissíveis mediante a relaxação dos vínculos. Seja $\boldsymbol{S_r}$ uma matriz que representa um operador de projeção cuja imagem é igual ao núcleo de $\boldsymbol{A_r}$, o que implica em:

$$\boldsymbol{A_r} \cdot \boldsymbol{S_r} = 0 \tag{3.6}$$

Qualquer deslocamento virtual que esteja contido na imagem do operador de projeção $\boldsymbol{S_r}$ será, portanto, compatível com os vínculos impostos ao r-ésimo nível hierárquico.

As equações de restrição para o sistema no nível $r + 1$ devem respeitar o nível anterior r e restrições adicionais impostas apenas a partir do nível $r + 1$, tal que:

$$\boldsymbol{A_{r+1}}\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{b_{r+1}} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{A_r}\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{b_r} \\ \widetilde{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{r+1}}\ddot{\boldsymbol{q}} = \widetilde{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{r+1}} \end{cases} \tag{3.7}$$

onde $\boldsymbol{b_r}, \boldsymbol{b_{r+1}}, \widetilde{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{r+1}}$ são matrizes-coluna que possuem todos os termos que não dependem da segunda derivada no tempo das coordenadas generalizadas. As equações de movimento para o sistema restrito no nível $r + 1$ são dadas por:

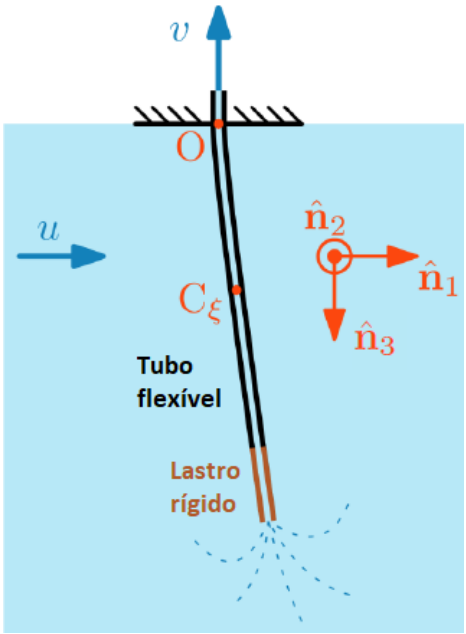
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{r+1}^{T}\boldsymbol{M} \\ \boldsymbol{A}_{r+1} \end{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{r+1}^{T}\boldsymbol{f} \\ \boldsymbol{b}_{r+1} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_{r+1}^{T}\boldsymbol{S}_{r}^{T}\boldsymbol{M} \\ \boldsymbol{A}_{r} \\ \widetilde{\boldsymbol{A}}_{r+1} \end{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_{r+1}^{T}\boldsymbol{S}_{r}^{T}\boldsymbol{f} \\ \boldsymbol{b}_{r} \\ \widetilde{\boldsymbol{b}}_{r+1} \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

Segundo Orsino (2017), o operador de projeção ($\boldsymbol{S}_{r+1}$) no nível $r+1$ pode ser obtido a partir do nível r, adicionando um operador incremental $\boldsymbol{C}_{r+1}$, o qual realiza a restrição do domínio, mapeando um espaço vetorial genérico arbitrário para o núcleo de $\boldsymbol{A}_{r+1}$. Definindo $\boldsymbol{B}_{r+1} = \widetilde{\boldsymbol{A}}_{r+1}\boldsymbol{S}_{r}$ e calculando seu complemento ortogonal, obtém-se $\boldsymbol{C}_{r+1}$ e assim é construído $\boldsymbol{S}_{r+1} = \boldsymbol{S}_{r}\boldsymbol{C}_{r+1}$. A prova deste procedimento pode ser vista no trabalho referenciado acima. No entanto, se for objetivo do leitor obter uma discussão mais aprofundada referente a este procedimento, recomenda-se a tese de doutorado do referido autor, Orsino (2016).

3.2.2 Modelagem matemática

O modelo MOR-MMM apresentado a seguir corresponde a uma versão estendida do modelo tridimensional apresentado por Orsino *et al.* (2021), o qual abordava apenas um tubo flexível em balanço aspirando fluido sob VIV. No presente trabalho o modelo desenvolvido possui um tubo flexível e um lastro rígido na extremidade inferior livre, ilustrado na Figura 35. O segmento do lastro é modelado como um único corpo rígido, com os efeitos hidrodinâmicos considerados de maneira similar ao realizado para o segmento flexível. Além disso, os diâmetros externo e interno dos segmentos são iguais.

Figura 35 - Representação esquemática do tubo em balanço aspirando fluido.



Fonte: Adaptado de Pesce *et al.* (2021).

A derivação do modelo matemático proposto foi realizada seguindo um procedimento semelhante ao que havia sido feito por Orsino *et al.* (2017); Orsino *et al.* (2018), utilizando a forma de Casetta e Pesce (2013) para o princípio de Hamilton estendido para volumes não-materiais, dada por:

$$\delta \int_{\tau_1}^{\tau_2} L d\tau + \int_{\tau_1}^{\tau_2} (\delta W_e + \delta W_m) d\tau = 0 \tag{3.9}$$

No presente trabalho, o Lagrangiano (L) do sistema leva em consideração efeitos de inércia, gravidade e rigidez flexional. Os efeitos da rigidez axial, ou seja, da extensibilidade, não são aqui considerados. O trabalho virtual δW_e corresponde aos efeitos de amortecimento estrutural e de massa adicional, enquanto δW_m incorpora os efeitos de interação fluido-estrutura e efeitos de inércia devido ao fluxo de quantidade de movimento na seção de entrada do tubo.

Para modelagem foi considerado que o sistema estava montado numa configuração vertical em balanço, imerso em um meio líquido (água) e aspirando fluido interno a uma taxa constante. O líquido interno sendo aspirado ao longo da tubulação foi modelado como um escoamento em pistão. Longe do tubo, considerou-se o escoamento externo como constante e horizontal. Além disso, a mangueira foi

considerada homogênea e inextensível, e modelada como uma viga linear elástica de Euler-Bernoulli (com grandes deslocamentos admissíveis).

Sejam m_p e m_i as densidades lineares de massas do tubo flexível e do fluido interno, respectivamente, e m_d a massa total de fluido deslocada (no meio externo em que o tubo se encontra imerso), com $m_d = \rho_e \pi D_e^2 l/4$. Neste caso, ρ_e representa a massa específica do fluido externo, D_e o diâmetro externo do tubo e l o comprimento do tubo flexível. A magnitude da velocidade associada ao escoamento externo é denotada por U, enquanto V representa a magnitude da velocidade do escoamento interno com respeito às seções transversais do tubo. O coeficiente de amortecimento estrutural é representado por c, suposto constante ao longo de todo o comprimento da estrutura.

A modelagem apresentada foi expressa na forma adimensional adotando l, m_d e $\sqrt{m_d l^3/EI}$ como escalas de comprimento, massa e tempo, respectivamente, sendo EI_p a rigidez flexional do tubo flexível. O comprimento de arco adimensional medido ao longo da linha de centro do tubo é representado por $\xi = s_0/l$, medido a partir da extremidade superior (onde $\xi = 0$) para a extremidade inferior do segmento flexível, sendo esta correspondente ao ponto $\xi = 1$. Já o tempo adimensional é denotado por $\tau = t\sqrt{EI_p / m_d l^3}$.

O centro O da seção de saída do tubo é considerado como a origem do sistema de coordenadas fixo a um referencial inercial, denotado por $N = (\mathrm{O}, \hat{\boldsymbol{n}}_1, \hat{\boldsymbol{n}}_2, \hat{\boldsymbol{n}}_3)$. O centro da seção transversal ao longo do comprimento de arco é denotado por C_ξ. O vetor posição adimensional $\vec{\boldsymbol{r}}_p$ do segmento flexível é medido a partir do centro O até o ponto C_ξ . As derivadas parciais com relação as variáveis adimensionais de comprimento de arco e tempo são denotadas por $(\ )'$ e $(\dot{\ })$, respectivamente. Devido à hipótese de inextensibilidade, a derivada parcial do vetor posição em relação ao comprimento de arco $(\vec{\boldsymbol{r}}_p{}')$ deve ser sempre um vetor unitário tangente a linha de centro do tubo, representado por $\hat{\boldsymbol{t}}_\xi$. O versor $\hat{\boldsymbol{n}}_3$ está na direção vertical sendo positivo para baixo.

Além disso, $\vec{\boldsymbol{u}}_\xi$ é um vetor horizontal que define o perfil do escoamento externo ao longo da profundidade C_ξ , onde u representa a magnitude adimensional da

velocidade do escoamento externo incidente. No presente trabalho, este vetor será dado simplesmente por $\vec{\boldsymbol{u}}_\xi = \hat{\boldsymbol{n}}_1$, de módulo unitário, visto que nos experimentos realizados o escoamento externo apresenta um perfil uniforme e unidirecional. O vetor $\hat{\boldsymbol{l}}_\xi$ é definido como um versor ortogonal a $\vec{\boldsymbol{u}}_\xi$, ou seja, $\hat{\boldsymbol{l}}_\xi \cdot \vec{\boldsymbol{u}}_\xi = 0$. Já o vetor $\hat{\boldsymbol{d}}_\xi$ pode ser obtido a partir do produto vetorial $\hat{\boldsymbol{l}}_\xi \times \hat{\boldsymbol{t}}_\xi$. Deste modo, podemos definir $S_\xi = \left(C_\xi, \hat{\boldsymbol{d}}_\xi, \hat{\boldsymbol{l}}_\xi, \hat{\boldsymbol{t}}_\xi\right)$ como uma base local para a seção transversal do tubo.

O vetor posição $\vec{\boldsymbol{r}}_p$ pode ser expresso no sistema de coordenadas fixo a um referencial inercial (N) em termo das coordenadas generalizadas $r_{p_k}(k = 1,2,3)$ ou então no sistema de coordenadas fixo à seção transversal do tubo (S_ξ) a partir das quase-coordenadas $x_{p_k}(k = 1,2,3)$, de modo que:

$$\vec{\boldsymbol{r}}_p = r_{p_1}\hat{\boldsymbol{n}}_1 + r_{p_2}\hat{\boldsymbol{n}}_2 + r_{p_3}\hat{\boldsymbol{n}}_3 = x_{p_1}\hat{\boldsymbol{d}}_\xi + x_{p_2}\hat{\boldsymbol{l}}_\xi + x_{p_3}\hat{\boldsymbol{t}}_\xi \tag{3.10}$$

De maneira análoga, podemos definir o vetor posição correspondente a pontos do eixo central do lastro rígido $\vec{\boldsymbol{r}}_b$, dado por:

$$\vec{\boldsymbol{r}}_b = r_{b_1}\hat{\boldsymbol{n}}_1 + r_{b_2}\hat{\boldsymbol{n}}_2 + r_{b_3}\hat{\boldsymbol{n}}_3 = x_{b_1}\hat{\boldsymbol{d}}_\xi + x_{b_2}\hat{\boldsymbol{l}}_\xi + x_{b_3}\hat{\boldsymbol{t}}_\xi \tag{3.11}$$

A utilização dessas quase-coordenadas é particularmente favorável para realizar a modelagem da interação fluido-estrutura entre o tubo (segmentos flexível e rígido) e o meio fluido externo.

Para obtenção das equações de Euler-Lagrange é necessário a determinação das energias cinética e potencial do sistema. Considerando que a velocidade do escoamento interno em relação à linha de centro do tubo possa ser representada por $-v\vec{\boldsymbol{r}}_j'$, temos que as energias cinéticas do tubo flexível (T_p) e do lastro (T_b) são respectivamente dadas por:

$$T_p = \frac{1}{2}\int_0^1 \left[\mu_p\left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p \cdot \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p\right) + \mu_i\left(\left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p - v\vec{\boldsymbol{r}}_p{}'\right) \cdot \left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p - v\vec{\boldsymbol{r}}_p{}'\right)\right)\right] d\xi \tag{3.12}$$

$$T_b = \frac{1}{2}\int_1^{1+l_b} \left[\mu_b\left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b \cdot \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b\right) + \mu_i\left(\left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b - v\vec{\boldsymbol{r}}_b{}'\right) \cdot \left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b - v\vec{\boldsymbol{r}}_b{}'\right)\right)\right] d\xi \tag{3.13}$$

onde v é a magnitude adimensional da velocidade do escoamento interno; l_b é o comprimento adimensional do lastro rígido; μ_p,μ_b e μ_i representam as densidades lineares adimensionais de massa do tubo flexível, do lastro rígido e do fluido interno, respectivamente. Já as energias potenciais destes segmentos são descritas como:

$$P_p = \frac{1}{2}\int_0^1 \left[2\gamma\left(\mu_p + \mu_i - 1\right)\vec{\boldsymbol{r}}_p \cdot \hat{\boldsymbol{n}}_3 + \vec{\boldsymbol{r}}_p{}'' \cdot \vec{\boldsymbol{r}}_p{}''\right] d\xi \tag{3.14}$$

$$P_b = \int_1^{1+l_b} [\gamma(\mu_b + \mu_i - 1)\vec{\boldsymbol{r}}_b \cdot \hat{\boldsymbol{n}}_3] d_\xi \tag{3.15}$$

onde γ representa um adimensional associado à rigidez geométrica do sistema. O Lagrangiano (L_j) dos segmentos é dado pela diferença entre as energias cinética (T_j) e potencial (P_j), e após um processo algébrico de fatoração obtemos que:

$$\begin{aligned} L_p = \frac{1}{2}\int_0^1 \Big[&\left(\mu_p + \mu_i\right)\left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p \cdot \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p\right) - 2\mu_i v\left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p \cdot \vec{\boldsymbol{r}}_p{}'\right) + \mu_i v^2\left(\vec{\boldsymbol{r}}_p{}' \cdot \vec{\boldsymbol{r}}_p{}'\right) - \vec{\boldsymbol{r}}_p{}'' \cdot \vec{\boldsymbol{r}}_p{}'' \\ &+ 2\gamma\left(\mu_p + \mu_i - 1\right)\vec{\boldsymbol{r}}_p \cdot \hat{\boldsymbol{n}}_3\Big] d\xi \end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned} L_b = \frac{1}{2}\int_1^{1+l_b} \Big[&(\mu_b + \mu_i)\left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b \cdot \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b\right) - 2\mu_i v\left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b \cdot \vec{\boldsymbol{r}}_b'\right) + \mu_i v^2(\vec{\boldsymbol{r}}_b' \cdot \vec{\boldsymbol{r}}_b') \\ &+ 2\gamma(\mu_b + \mu_i - 1)\vec{\boldsymbol{r}}_b \cdot \hat{\boldsymbol{n}}_3\Big] d\xi \end{aligned} \tag{3.17}$$

Já os trabalhos virtuais δW_{e_p}, δW_{e_b}, δW_{m_p}e δW_{m_b} são dados por:

$$\begin{aligned} \delta W_{e_p} = &-\int_0^1 c^* \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p \cdot \delta\vec{\boldsymbol{r}}_p d\xi \\ &- \int_0^1 \ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p \cdot \left(\mu_{p_{a,1}}\hat{\boldsymbol{d}}_\xi\hat{\boldsymbol{d}}_\xi + \mu_{p_{a,2}}\hat{\boldsymbol{l}}_\xi\hat{\boldsymbol{l}}_\xi + \mu_{p_{a,3}}\hat{\boldsymbol{t}}_\xi\hat{\boldsymbol{t}}_\xi\right) \cdot \delta\vec{\boldsymbol{r}}_p d\xi \end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\begin{aligned} \delta W_{e_b} = &-\int_1^{1+l_b} c^* \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b \cdot \delta\vec{\boldsymbol{r}}_b d\xi \\ &- \int_1^{1+l_b} \ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b \cdot \left(\mu_{b_{a,1}}\hat{\boldsymbol{d}}_\xi\hat{\boldsymbol{d}}_\xi + \mu_{b_{a,2}}\hat{\boldsymbol{l}}_\xi\hat{\boldsymbol{l}}_\xi + \mu_{b_{a,3}}\hat{\boldsymbol{t}}_\xi\hat{\boldsymbol{t}}_\xi\right) \cdot \delta\vec{\boldsymbol{r}}_b d\xi \end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\delta W_{m_p} = \int_0^1 \frac{2u^2}{\pi d_e}\left(\dot{c}_{p_1}\widehat{\boldsymbol{d}}_\xi + \dot{c}_{p_2}\hat{\boldsymbol{l}}_\xi\right)\delta\vec{\boldsymbol{r}}_p d\xi \tag{3.20}$$

$$\delta W_{m_b} = \int_1^{1+l_b} \frac{2u^2}{\pi d_e}\left(\dot{c}_{b_1}\widehat{\boldsymbol{d}}_\xi + \dot{c}_{b_2}\hat{\boldsymbol{l}}_\xi\right)\delta\vec{\boldsymbol{r}}_b d\xi + \left[\mu_i v\left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b - \chi v\vec{\boldsymbol{r}}'_b\right)\cdot\delta\vec{\boldsymbol{r}}_b\right]\Big|_{\xi=1+l_b} \tag{3.21}$$

Em $(3.18) - (3.21)$, c^* representa um adimensional referente ao amortecimento estrutural, d_e é o diâmetro externo adimensional do tubo, $\dot{c}_{j_1}$ e $\dot{c}_{j_2}$ $(j = p, b)$ são os coeficientes de forças hidrodinâmicas de arrasto e sustentação representados no sistema de coordenadas solidário à seção transversal S_ξ , $\mu_{j_{a,k}}$ $(j = p, b$ e $k = 1,2,3)$ são os coeficientes adimensionais de massa adicional. Considerando a simetria axial do tubo, a diádica da massa adicional com relação a base local é representada por uma matriz diagonal. O parâmetro χ está relacionado com a geometria do perfil de velocidade do escoamento interno próximo à seção de entrada (S_1) e será melhor descrito na subseção 3.2.2.2. As variáveis adimensionais presentes nas Eqs. $(3.12) - (3.21)$ são apresentadas na Tabela 5.

Seja $\breve{\boldsymbol{S}}_\xi$ uma representação na forma de matriz antissimétrica de um vetor tridimensional $(s_{1,\xi}, s_{2,\xi}, s_{3,\xi})$. Baseada na fórmula de rotação de Rodrigues (1840), a matriz de rotação $(\boldsymbol{R}_\xi)$ entre os sistemas de coordenadas fixos a um referencial e a seção transversal do tubo pode ser parametrizada como:

$$\boldsymbol{R}_\xi = \boldsymbol{I} + \left(1 - \boldsymbol{\eta}_\xi\right)\left(\breve{\boldsymbol{S}}_\xi + \frac{1}{2}\breve{\boldsymbol{S}}_\xi^2\right) \tag{3.22}$$

Com $\mathbf{I}$ representando a matriz identidade e $\boldsymbol{\eta}_\xi$ sendo relacionado à norma de $(s_{1,\xi}, s_{2,\xi}, s_{3,\xi})$ através da Eq. (3.26), apresentada a seguir. Desta forma, temos que as equações de vínculo estruturais a serem satisfeitas através da MMM são dadas por:

$$\vec{\boldsymbol{r}}_p{}' = \hat{\boldsymbol{t}}_\xi \tag{3.23}$$

$$\hat{\boldsymbol{l}}_\xi \cdot \vec{\boldsymbol{u}}_\xi = 0 \tag{3.24}$$

$$\left(\ddot{r}_{p_1}, \ddot{r}_{p_2}, \ddot{r}_{p_3}\right)^T = \boldsymbol{R}_\xi \left(\ddot{x}_{p_1}, \ddot{x}_{p_2}, \ddot{x}_{p_3}\right)^T \tag{3.25}$$

$$(1 - \boldsymbol{\eta}_\xi)(4 + s_{1,\xi}^2 + s_{2,\xi}^2 + s_{3,\xi}^2) = 4 \tag{3.26}$$

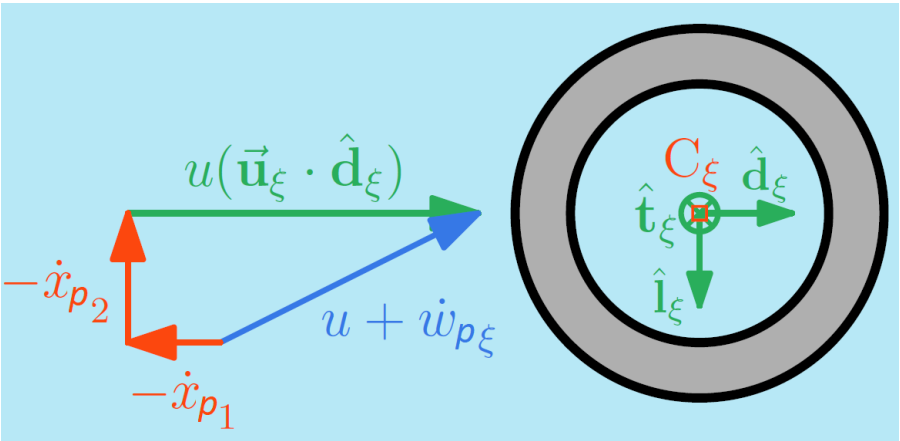
$$\vec{\boldsymbol{r}}_p\big|_{\xi=1} = \vec{\boldsymbol{r}}_b|_{\xi=1} \tag{3.27}$$

$$\vec{\boldsymbol{r}}_p{}'\big|_{\xi=1} = \vec{\boldsymbol{r}}_b{}'\big|_{\xi=1} \tag{3.28}$$

$$\left(\ddot{r}_{b_1}, \ddot{r}_{b_2}, \ddot{r}_{b_3}\right)^T\Big|_{\xi=1} = \boldsymbol{R}_\xi\left(\ddot{x}_{b_1}, \ddot{x}_{b_2}, \ddot{x}_{b_3}\right)^T\Big|_{\xi=1} \tag{3.29}$$

Para representação das forças hidrodinâmicas foi utilizado o modelo fenomenológico proposto por Ogink e Metrikine (2010). Deste modo, é necessária a determinação da velocidade relativa do escoamento externo incidente com respeito ao centro da seção transversal. Inicialmente é necessário realizar uma projeção da velocidade do escoamento externo no plano da seção e em seguida descontar a velocidade do centro da seção. A Figura 36 traz uma ilustração desse procedimento aplicado ao tubo flexível, o qual deve ser realizado de maneira análoga no segmento do tubo rígido.

Figura 36 - Decomposição do escoamento externo e representação da seção transversal do tubo flexível.



Fonte: Adaptado de Orsino *et al.* (2021).

Podemos realizar uma interpretação física da decomposição apresentada na Figura 36. Por definição o escoamento externo $u\vec{\boldsymbol{u}}_\xi$ não terá componentes na direção $\hat{\boldsymbol{l}}_\xi$, apresentando, assim, componente apenas nas direções $\hat{\boldsymbol{d}}_\xi$ e $\hat{\boldsymbol{t}}_\xi$. Portanto, o vetor dado por $u(\vec{\boldsymbol{u}}_\xi \cdot \hat{\boldsymbol{d}}_\xi)$ representa o produto escalar realizado para encontrar a única componente do escoamento externo incidente no plano da seção transversal.

As parcelas $\dot{x}_{p_1}$ e $\dot{x}_{p_2}$ são componentes da velocidade do centro da seção transversal do tubo flexível no ponto C_ξ. Assim, subtraindo essas componentes é possível obter a velocidade relativa do escoamento externo incidente na seção transversal, representada pelo vetor de magnitude $u + \dot{w}_{p_\xi}$.

Foi criada uma variável redundante de quase-velocidade[12] ($\dot{w}_{p_\xi}$), a qual pode ser vista como uma variação na velocidade relativa com respeito à configuração estática de equilíbrio. Com isso, podemos obter os coeficientes de forças hidrodinâmicas do segmento flexível ($\dot{c}_{p_1}$ e $\dot{c}_{p_2}$), dados por:

$$\left(u + \dot{w}_{p_\xi}\right)^2 = \left(\left(u\vec{\boldsymbol{u}}_\xi - \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p\right) \cdot \hat{\boldsymbol{d}}_\xi\right)^2 + \left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p \cdot \hat{\boldsymbol{l}}_\xi\right)^2 \tag{3.30}$$

$$\dot{c}_{p_1} = \frac{u + \dot{w}_{p_\xi}}{u^2}\left[\bar{C}_D^0\left(u\vec{\boldsymbol{u}}_\xi - \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p\right) \cdot \hat{\boldsymbol{d}}_\xi + \frac{q_{p_\xi}}{\hat{q}}\hat{C}_L^0\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p \cdot \hat{\boldsymbol{l}}_\xi\right] \tag{3.31}$$

$$\dot{c}_{p_2} = \frac{u + \dot{w}_{p_\xi}}{u^2}\left[\frac{q_{p_\xi}}{\hat{q}}\hat{C}_L^0\left(u\vec{\boldsymbol{u}}_\xi - \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p\right) \cdot \hat{\boldsymbol{d}}_\xi - \bar{C}_D^0\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p \cdot \hat{\boldsymbol{l}}_\xi\right] \tag{3.32}$$

onde $\bar{C}_D^0$ é o coeficiente de arrasto médio, $\hat{C}_L^0$ corresponde à amplitude do coeficiente de sustentação de um cilindro rígido estacionário e $\hat{q}$ é a amplitude do ciclo limite de um oscilador de van der Pol. As variáveis de esteira definidas localmente para o segmento flexível (q_{p_ξ}) são representadas pelo oscilador forçado de van der

[12] Quase-velocidades são um conjunto de variáveis tal que na vizinhança de um determinado estado existe uma reparametrização válida para substituir as velocidades generalizadas $\dot{q}_i$.

Pol utilizado na direção instantânea transversal ao escoamento externo relativo, de modo que:

$$\ddot{q}_{p_\xi} + \varepsilon\omega_s\left(q_{p_\xi}^2 - 1\right)\dot{q}_{p_\xi} + \omega_s^2 q_{p_\xi} = \frac{A}{d_e}\ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_p \cdot \hat{\boldsymbol{l}}_\xi \tag{3.33}$$

onde $\omega_s = 2\pi u S_t/d_e$ é a frequência adimensional de emissão de vórtices. Os parâmetros ε e A são ajustados de acordo com o regime de resposta de VIV, o qual pode ser identificado através do valor da velocidade reduzida. Um procedimento análogo é realizado para representação dos coeficientes de forças hidrodinâmicas referentes ao segmento do lastro rígido:

$$\left(u + \dot{w}_{b_\xi}\right)^2 = \left(\left(u\vec{\boldsymbol{u}}_\xi - \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b\right)\cdot\hat{\boldsymbol{d}}_\xi\right)^2 + \left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b \cdot \hat{\boldsymbol{l}}_\xi\right)^2 \tag{3.34}$$

$$\dot{c}_{b_1} = \frac{u + \dot{w}_{b_\xi}}{u^2}\left[\bar{C}_D^0\left(u\vec{\boldsymbol{u}}_\xi - \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b\right)\cdot\hat{\boldsymbol{d}}_\xi + \frac{q_{b_\xi}}{\hat{q}}\hat{C}_L^0\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b \cdot \hat{\boldsymbol{l}}_\xi\right] \tag{3.35}$$

$$\dot{c}_{b_2} = \frac{u + \dot{w}_{b_\xi}}{u^2}\left[\frac{q_{b_\xi}}{\hat{q}}\hat{C}_L^0\left(u\vec{\boldsymbol{u}}_\xi - \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b\right)\cdot\hat{\boldsymbol{d}}_\xi - \bar{C}_D^0\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b \cdot \hat{\boldsymbol{l}}_\xi\right] \tag{3.36}$$

$$\ddot{q}_{b_\xi} + \varepsilon\omega_s\left(q_{b_\xi}^2 - 1\right)\dot{q}_{b_\xi} + \omega_s^2 q_{b_\xi} = \frac{A}{d_e}\ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}_b \cdot \hat{\boldsymbol{l}}_\xi \tag{3.37}$$

3.2.2.1 Modelo de ordem reduzida

Para determinação do modelo de ordem reduzida foi proposta uma discretização utilizando o método de Galerkin, dada por:

$$r_{p_k}(\xi,\tau) = \xi\delta_{k3} + \tilde{\boldsymbol{r}}_{p_k}^T(\xi)\boldsymbol{r}_{p_k}(\tau) \tag{3.38}$$

$$x_{p_k}(\xi,\tau) = \tilde{\boldsymbol{x}}_{p_k}^T(\xi)\boldsymbol{x}_{p_k}(\tau) \tag{3.39}$$

$$c_{p_k}(\xi,\tau) = \bar{C}_D^0 \delta_{k1} + \tilde{\boldsymbol{c}}_{p_k}^{\ T}(\xi)\boldsymbol{c}_{p_k}(\tau) \tag{3.40}$$

onde δ_{kl} representa o delta de Kronecker[13]. Neste caso, $\tilde{\boldsymbol{r}}_{p_k}^{\ T}(\xi), \tilde{\boldsymbol{x}}_{p_k}^{\ T}(\xi)$ e $\tilde{\boldsymbol{c}}_{p_k}^{\ T}(\xi)$ são matrizes-colunas de funções de projeção que devem satisfazer as condições de contorno do sistema; $\boldsymbol{r}_{p_k}(\tau)$ é uma matriz-coluna de coordenadas generalizadas; $\boldsymbol{x}_{p_k}(\tau)$ e $\boldsymbol{c}_{p_k}(\tau)$ são matrizes-colunas de quase-coordenadas.

A partir deste ponto vamos considerar que $\tilde{\boldsymbol{r}}_{p_k}^{\ T}(\xi) = \tilde{\boldsymbol{x}}_{p_k}^{\ T}(\xi) = \tilde{\boldsymbol{c}}_{p_k}^{\ T}(\xi) = \tilde{\boldsymbol{h}}(\xi)$, onde $\tilde{\boldsymbol{h}}(\xi) = [\phi_1(\xi) \quad \phi_2(\xi) \quad \cdots \quad \phi_n(\xi)]^T$ é uma matriz-coluna composta pelos modos de vibrar normalizados de uma viga de Euler-Bernoulli em balanço, os quais já foram apresentados anteriormente na seção 3.1 mas que são reescritos abaixo:

$$\phi_n(\xi) = cosh(\lambda_n \xi) - cos(\lambda_n \xi) - \sigma_n[sinh(\lambda_n \xi) - sin(\lambda_n \xi)] \tag{3.41}$$

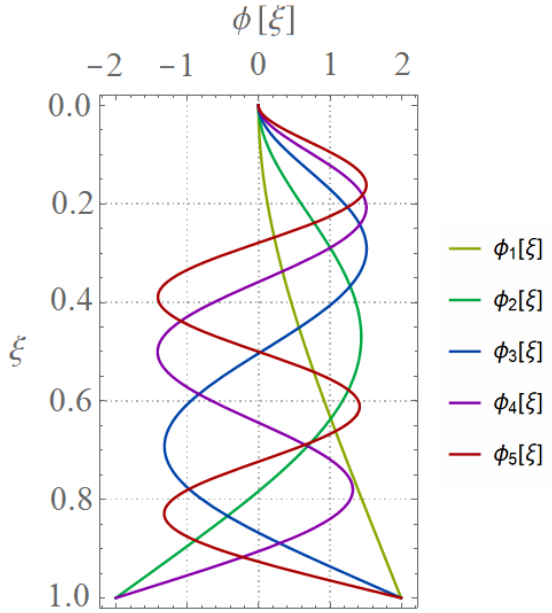
$$\sigma_n = \frac{sinh\,\lambda_n - sin\,\lambda_n}{cosh\,\lambda_n + cos\,\lambda_n} \tag{3.42}$$

onde λ_n são os autovalores correspondentes que resolvem a equação característica $\cos\lambda_n \cosh\lambda_n = -1$. Estes modos são ilustrados na Figura 37.

---

[13] O delta de Kronecker é definido como $\delta_{kl} = 1$, se $k = l$ e $\delta_{kl} = 0$, em caso contrário.

Figura 37 – Modos de vibrar normalizados de uma viga de Euler-Bernoulli em balanço.



Fonte: O autor.

Sejam ϱ e ϑ duas matrizes-colunas arbitrárias, e tome o operador $\otimes$ definido como $\varrho \otimes \vartheta = \varrho\vartheta^T$. Deste modo, as matrizes de coeficientes são dadas por:

$$\boldsymbol{G}^{ij} = \int_0^1 \widetilde{\boldsymbol{h}}^{(i)}(\xi) \otimes \widetilde{\boldsymbol{h}}^{(j)}(\xi) d\xi \tag{3.43}$$

$$\boldsymbol{g}^{i} = \int_0^1 \widetilde{\boldsymbol{h}}^{(i)}(\xi) d\xi \tag{3.44}$$

Com relação ao segmento do lastro rígido, os vetores posição (representados nos sistemas de coordenadas do referencial inercial e local) e os coeficientes de forças hidrodinâmicas são expressos como $(k = 1,2,3)$:

$$r_{b_k}(\xi,\tau) = \xi\delta_{k3} + \boldsymbol{r}_{b_k}(\tau) + (\xi - 1)\boldsymbol{t}_{b_k}(\tau) \tag{3.45}$$

$$x_{b_k}(\xi,\tau) = \boldsymbol{x}_{b_k}(\tau) + (\xi - 1)\boldsymbol{y}_{b_k}(\tau) \tag{3.46}$$

$$c_{b_k}(\xi,\tau) = \bar{C}_D^0\delta_{k1} + \boldsymbol{c}_{b_k}(\tau) \tag{3.47}$$

onde $\boldsymbol{r}_{b_k}(\tau)$ são os deslocamentos do centro do lastro nas direções $\hat{\boldsymbol{n}}_1, \hat{\boldsymbol{n}}_2$ e $\hat{\boldsymbol{n}}_3$, $\boldsymbol{t}_{b_k}(\tau)$ são as componentes do versor tangente da linha central do lastro, $\boldsymbol{c}_{b_k}(\tau)$ são os coeficientes de forças hidrodinâmicas associados ao fenômeno de interação fluido-estrutura.

Com essas definições podemos obter as equações de movimento do modelo "relaxado" para o sistema, isto é, na ausência dos vínculos apresentados nas Eqs. $(3.23) - (3.29)$, substituindo as Eqs. $(3.16) - (3.21)$ na Eq. (3.9), resultando ($k = 1,2,3$):

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{r}}_{p_k} = \left(\mu_p + \mu_i\right)\boldsymbol{G}^{00}\ddot{\boldsymbol{r}}_{p_k} + [\mu_i v(\boldsymbol{G}^{10} - \boldsymbol{G}^{01}) + c^*\boldsymbol{G}^{00}]\dot{\boldsymbol{r}}_{p_k} \\ + [\boldsymbol{G}^{22} - \mu_i v^2(\boldsymbol{G}^{11})]\boldsymbol{r}_{p_k} - \delta_{k3}\left[\gamma\left(\mu_p + \mu_i - 1\right)\boldsymbol{g}^0 + \mu_i v^2 \boldsymbol{g}^1\right] = \boldsymbol{0}\end{aligned} \tag{3.48}$$

$$\bar{\boldsymbol{x}}_{p_k} = \mu_{p_{a,k}}\boldsymbol{G}^{00}\ddot{\boldsymbol{x}}_{p_k} - \frac{2u^2}{\pi d_e}\left(\boldsymbol{G}^{00}\boldsymbol{c}_{p_k} + \delta_{k1}\bar{C}_d^0\boldsymbol{g}^0\right) = \boldsymbol{0} \tag{3.49}$$

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{r}}_{b_k} = (\mu_b + \mu_i)\left(\ddot{\boldsymbol{r}}_{b_k} + \frac{1}{2}\ddot{\boldsymbol{t}}_{b_k}\right)l_b + c^* l_b\left[\dot{\boldsymbol{r}}_{b_k} + \frac{1}{2}l_b\dot{\boldsymbol{t}}_{b_k}\right] \\ - \mu_i v\left[\dot{\boldsymbol{r}}_{b_k} + 2l_b\dot{\boldsymbol{t}}_{b_k} - l_b v\chi\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{b}_k}\right] - \delta_{k3}[\gamma l_b(\mu_b + \mu_i - 1)] = \boldsymbol{0}\end{aligned} \tag{3.50}$$

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{t}}_{b_k} = (\mu_b + \mu_i)\left(\frac{1}{2}l_b\left(\ddot{\boldsymbol{r}}_{b_k} + l_b\ddot{\boldsymbol{t}}_{b_k}\right)\right)l_b + c^* l_b\left[\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{r}}_{b_k} + \frac{1}{3}l_b\dot{\boldsymbol{t}}_{b_k}\right] \\ - \mu_i v\, l_b\left[l_b\dot{\boldsymbol{t}}_{b_k} + v\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{b}_k}(1 + \chi)\right] - \delta_{k3}[\gamma l_b^2(\mu_b + \mu_i - 1)] = \boldsymbol{0}\end{aligned} \tag{3.51}$$

$$\bar{\boldsymbol{x}}_{b_k} = \mu_{b_{a,k}}\left(\ddot{\boldsymbol{x}}_{b_k} + \frac{1}{2}l_b\ddot{\boldsymbol{y}}_{b_k}\right) - \frac{2u^2 l_b}{\pi d_e}\left(\boldsymbol{c}_{b_k} + \delta_{k1}\bar{C}_d^0\right) = \boldsymbol{0} \tag{3.52}$$

$$\bar{\boldsymbol{y}}_{b_k} = \mu_{b_{a,k}} l_b^2\left(\frac{1}{2}\ddot{\boldsymbol{x}}_{b_k} + \frac{1}{3}l_b\ddot{\boldsymbol{y}}_{b_k}\right) - \frac{u^2 l_b^2}{\pi d_e}\left(\boldsymbol{c}_{b_k} + \delta_{k1}\bar{C}_d^0\right) = \boldsymbol{0} \tag{3.53}$$

O próximo passo consiste na aplicação das equações de vínculo para que seja obtido um modelo de ordem reduzida consistente com o sistema original. Essas equações podem ser aplicadas a n pontos definidos pela intersecção da linha central do tubo com n seções transversais pré-estabelecidas, sendo n o número de funções

de projeção utilizadas. A única ressalva é que estes pontos não sejam zeros destas funções.

Seja o vetor de coordenadas generalizadas do sistema expresso por $\boldsymbol{q}$, podemos escrever as equações de movimento do modelo “relaxado” na forma $\boldsymbol{M}(\tau, \boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{f}(\tau, \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})$. Realizando o mesmo com as equações de vínculo, isto é, escrevendo-as na forma $\boldsymbol{A}(\tau, \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{b}(\tau, \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})$, segue então, da MMM, que as equações de movimento do sistema original são dadas por:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{S}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{M} \\ \boldsymbol{A} \end{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{f} \\ \boldsymbol{b} \end{bmatrix} \tag{3.54}$$

Tabela 5 – Parâmetros adimensionais utilizados no modelo MOR-MMM

Parâmetro	Definição	Descrição	Valor
μ_i	$\mu_i = \frac{m_i l}{m_d}$	Densidade linear adimensional do fluido interno	0.44
μ_p	$\mu_p = \frac{m_p l}{m_d}$	Densidade linear adimensional do tubo flexível	0.65
μ_b	$\mu_b = \frac{m_b l}{m_d}$	Densidade linear adimensional do lastro rígido	4.85
$\mu_{p,b_{a,1,2}}$	$\mu_{p,b_{a,1,2}} = \frac{m_{p,b_{a,1,2}} l}{m_d}$	Coeficiente de massa adicional	1.0
$\mu_{p,b_{a,3}}$	$\mu_{p,b_{a,3}} = \frac{m_{p,b_{a,3}} l}{m_d}$	Coeficiente de massa adicional	0.0
d_e	$d_e = \frac{D_e}{l}$	Diâmetro externo adimensional dos segmentos flexível e rígido	0.020
l_b	$l_b = \frac{l_B}{l}$	Comprimento adimensional do segmento de lastro rígido	0.069
γ	$\gamma = \frac{g l^2 m_d}{E I_p}$	Adimensional associado à rigidez geométrica do sistema	27.64
c^*	$c^* = \frac{cl}{m_d}\sqrt{\frac{m_d l^3}{E I_p}}$	Adimensional referente ao amortecimento estrutural	0.37
u	$u = \frac{U}{l}\sqrt{\frac{m_d l^3}{E I_p}}$	Velocidade do escoamento externo adimensional	Variável
v	$v = \frac{V}{l}\sqrt{\frac{m_d l^3}{E I_p}}$	Velocidade do escoamento interno adimensional	Variável
$\bar{C}_D^0$	–	Coeficiente de arrasto médio	1.60
χ	–	Parâmetro empírico associado à geometria do perfil de velocidade do	1.35

		escoamento interno próximo à seção de entrada no tubo	
$\hat{C}_L^0$	–	Amplitude do coeficiente de sustentação de um cilindro rígido estacionário	0.52
$\hat{q}$	–	Amplitude do ciclo limite de um oscilador de Van der Pol	2.0
ε	–	Parâmetro do oscilador de esteira de Van der Pol ajustado para a amplitude de resposta do ramo superior de VIV	0.05
A	–	Parâmetro de acoplamento de aceleração do oscilador de esteira de Van der Pol para a amplitude de resposta do ramo superior de VIV	4.0

3.2.2.2 Modelagem da aspiração de fluido

Sejam $\vec{\boldsymbol{p}}$ e $\vec{\boldsymbol{r}}_j$ os vetores referentes à posição da partícula de fluido dentro do tubo e à posição do centro da seção transversal do tubo, respectivamente. Supondo que a velocidade absoluta da partícula fluida ($\dot{\vec{\boldsymbol{p}}}$) possa ser descrita como a velocidade da partícula $(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_{\boldsymbol{j}})$ somada com a velocidade do escoamento relativo ao tubo ($\vec{\boldsymbol{v}}_\xi$) que, por hipótese, depende apenas das configurações, isto é, depende apenas das coordenadas generalizadas (q_i), temos que:

$$\left.\frac{d\vec{\boldsymbol{p}}}{d\tau}\right|_\xi = \left.\frac{d\vec{\boldsymbol{r}}_j}{d\tau}\right|_\xi + \vec{\boldsymbol{v}}_\xi \tag{3.55}$$

Casetta e Pesce (2013) desenvolveram uma versão generalizada do princípio de Hamilton para volumes não-materiais, onde o trabalho virtual associado ao fluxo de massa através das seções de entrada e saída são dados por:

$$\delta\widetilde{W}_m = \int_{V_u} \frac{1}{2}\rho(\dot{\vec{\boldsymbol{p}}} \cdot \dot{\vec{\boldsymbol{p}}})(\delta\vec{\boldsymbol{p}} - \delta\vec{\boldsymbol{r}}_j) \cdot \hat{\boldsymbol{n}} dV_u - \int_{V_u} \rho\left(\dot{\vec{\boldsymbol{p}}} \cdot \delta\vec{\boldsymbol{p}}\right)\left(\dot{\vec{\boldsymbol{p}}} - \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_j\right) \cdot \hat{\boldsymbol{n}} dV_u \tag{3.56}$$

onde V_u representa o volume não-material do sistema, dado pela região delimitada pela superfície fechada e pelas superfícies abertas de entrada (S_1) e saída (S_0) do tubo, ρ é a densidade volumétrica das partículas materiais e $\hat{\boldsymbol{n}}$ é um vetor unitário exterior às superfícies do volume não-material. O primeiro termo da integral acima está associado à energia cinética e o segundo à quantidade de movimento.

Como a extremidade superior do tubo está engastada, o trabalho virtual associado ao fluxo de massa será não-nulo apenas na seção de entrada (bocal de aspiração) (S_1), onde $\hat{\boldsymbol{n}} = \hat{\boldsymbol{t}}_1$. Assim:

$$\delta\widetilde{W}_m = \iint_{S_1} \frac{1}{2}\rho\left(\dot{\vec{\boldsymbol{p}}} \cdot \dot{\vec{\boldsymbol{p}}}\right)\left(\delta\vec{\boldsymbol{p}} - \delta\vec{\boldsymbol{r}}_j\right) \cdot \hat{\boldsymbol{t}}_1 dS - \iint_{S_1} \rho\left(\dot{\vec{\boldsymbol{p}}} \cdot \delta\vec{\boldsymbol{p}}\right)\left(\dot{\vec{\boldsymbol{p}}} - \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_j\right) \cdot \hat{\boldsymbol{t}}_1 dS \tag{3.57}$$

O diferencial total do vetor posição da partícula de fluido dentro do tubo é dado por:

$$d\vec{\boldsymbol{p}} = \frac{\partial\vec{\boldsymbol{p}}}{\partial q_i} dq_i + \frac{\partial\vec{\boldsymbol{p}}}{\partial\tau} d\tau \tag{3.58}$$

O mesmo pode ser realizado para o vetor posição do centro da seção transversal do tubo:

$$d\vec{\boldsymbol{r}} = \frac{\partial\vec{\boldsymbol{r}}_j}{\partial q_i} dq_i + \frac{\partial\vec{\boldsymbol{r}}_j}{\partial\tau} d\tau \tag{3.59}$$

Podemos reescrever a Eq. (3.55), de modo que:

$$d\vec{\boldsymbol{p}} = d\vec{\boldsymbol{r}}_j + \vec{\boldsymbol{v}}_\xi d\tau \implies d\vec{\boldsymbol{p}} - d\vec{\boldsymbol{r}}_j = \vec{\boldsymbol{v}}_\xi d\tau \tag{3.60}$$

Substituindo as Eqs. (3.58) e (3.59) na Eq. (3.60) obtemos que:

$$\left(\frac{\partial\vec{\boldsymbol{p}}}{\partial q_i} dq_i + \frac{\partial\vec{\boldsymbol{p}}}{\partial\tau} d\tau\right) - \left(\frac{\partial\vec{\boldsymbol{r}}_j}{\partial q_i} dq_i + \frac{\partial\vec{\boldsymbol{r}}_j}{\partial\tau} d\tau\right) = \vec{\boldsymbol{v}}_\xi d\tau \tag{3.61}$$

Fatorando-se os diferenciais, segue que:

$$\left(\frac{\partial \vec{\boldsymbol{p}}}{\partial q_i} - \frac{\partial \vec{\boldsymbol{r}}_j}{\partial q_i}\right) dq_i + \left(\frac{\partial \vec{\boldsymbol{p}}}{\partial \tau} - \frac{\partial \vec{\boldsymbol{r}}_j}{\partial \tau}\right) d\tau = \vec{\boldsymbol{v}}_\xi d\tau \tag{3.62}$$

Igualando os coeficientes dos diferenciais $d\tau$ e dq_i:

$$\frac{\partial \vec{\boldsymbol{p}}}{\partial \tau} - \frac{\partial \vec{\boldsymbol{r}}_j}{\partial \tau} = \vec{\boldsymbol{v}}_\xi \tag{3.63}$$

$$\frac{\partial \vec{\boldsymbol{p}}}{\partial q_i} - \frac{\partial \vec{\boldsymbol{r}}_j}{\partial q_i} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow \frac{\partial \vec{\boldsymbol{p}}}{\partial q_i} = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{r}}_j}{\partial q_i} \tag{3.64}$$

Calculando os deslocamentos virtuais $\delta\vec{\boldsymbol{p}}$ e $\delta\vec{\boldsymbol{r}}_j$, temos que:

$$\delta\vec{\boldsymbol{p}} = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{p}}}{\partial q_i} \delta q_i \tag{3.65}$$

$$\delta\vec{\boldsymbol{r}}_j = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{r}}_j}{\partial q_i} \delta q_i \tag{3.66}$$

Substituindo a Eq. (3.64) nas Eqs. (3.65) e (3.66), chegamos à conclusão que:

$$\begin{gathered} \delta\vec{\boldsymbol{p}} = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{p}}}{\partial q_i} \delta q_i = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{r}}_j}{\partial q_i} \delta q_i = \delta\vec{\boldsymbol{r}}_j \\ \Longrightarrow \left(\delta\vec{\boldsymbol{p}} - \delta\vec{\boldsymbol{r}}_j\right)\Big|_{\xi=1+l_b} = \vec{\mathbf{0}} \end{gathered} \tag{3.66}$$

Portanto, a primeira integral presente na Eq. (3.57) é igual a zero[14]. Deste modo:

$$\delta\widetilde{W}_m = -\iint_{S_1} \rho \left(\dot{\vec{\boldsymbol{p}}} \cdot \delta\vec{\boldsymbol{p}}\right)\left(\dot{\vec{\boldsymbol{p}}} - \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}\right) \cdot \hat{\boldsymbol{t}}_1 dS \tag{3.68}$$

---

[14] Pode-se mostrar que este termo não se anula se a extensibilidade do tubo é considerada de forma consistente, com a decorrente variação da área da seção hidráulica; Tomin (2021); Tomin *et al.* (2022).

Substituindo as Eqs. (3.55) e (3.67) na Eq. (3.68) e considerando a arbitrariedade de $\delta\vec{\boldsymbol{r}}_j$, temos que:

$$\delta\widetilde{W}_m = -\left[\iint_{S_1} \rho\,(\vec{\boldsymbol{v}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{t}}_1)\left(\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_j + \vec{\boldsymbol{v}}_1\right)dS\right] \cdot \delta\vec{\boldsymbol{r}}_j$$

$$\Longrightarrow \delta\widetilde{W}_m = -\left[\iint_{S_1} \rho\,(\vec{\boldsymbol{v}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{t}}_1)\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_j dS + \iint_{S_1} \rho\,(\vec{\boldsymbol{v}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{t}}_1)\vec{\boldsymbol{v}}_1 dS\right] \cdot \delta\vec{\boldsymbol{r}}_j \qquad (3.69)$$

Considerando o escoamento interno em pistão e sabendo que o vetor $\vec{\boldsymbol{v}}_1$ está no sentido oposto ao versor $\hat{\boldsymbol{t}}_1$, temos que o primeiro termo presente na Eq. (3.69) pode ser obtido através da equação da continuidade, sendo dado por:

$$-\iint_{S_1} \rho\,(\vec{\boldsymbol{v}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{t}}_1)\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_j dS = -\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_j \iint_{S_1} \rho\,(\vec{\boldsymbol{v}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{t}}_1)dS = -\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_j \iint_{S_1} \rho\,(-v)dS$$

$$\Longrightarrow -\iint_{S_1} \rho\,(\vec{\boldsymbol{v}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{t}}_1)\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_j dS = \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}_j \mu_i v \qquad (3.70)$$

Sabemos que o vetor velocidade da partícula $(\vec{\boldsymbol{v}}_1)$ pode apresentar componentes nas direções radial, circunferencial e tangencial ao eixo central da seção transversal. Deste modo, foi considerada uma hipótese de que, nas vizinhanças da seção de entrada, o escoamento interno possui um perfil axissimétrico em cada seção transversal do tubo.

A hipótese de axissimetria implica que as componentes circunferenciais da velocidade do escoamento interno devem ser iguais a zero. Já as componentes radiais são diferentes de zero, porém são parcelas opostas de mesma magnitude que devido à simetria se anulam. Deste modo, o vetor velocidade da partícula apresenta componentes apenas na direção tangencial, ou seja, $\vec{\boldsymbol{v}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{t}}_1$. Assim, a segunda integral presente na Eq. (3.69) é dada por:

$$-\iint_{S_1} \rho\,(\vec{\boldsymbol{v}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{t}}_1)\vec{\boldsymbol{v}}_1 dS = -\iint_{S_1} \rho\,(\vec{\boldsymbol{v}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{t}}_1)^2 \hat{\boldsymbol{t}}_1 dS \qquad (3.71)$$

Vale destacar que devido a extremidade superior do tubo estar em movimento, não haverá necessariamente uma simetria dessas componentes de velocidade, podendo existir uma força lateral na seção transversal que estará sendo desprezada. Porém, devido à ausência de um experimento para estimar estas componentes foi necessário a adoção da hipótese de axissimetria.

Com isso, podemos definir o parâmetro adimensional χ:

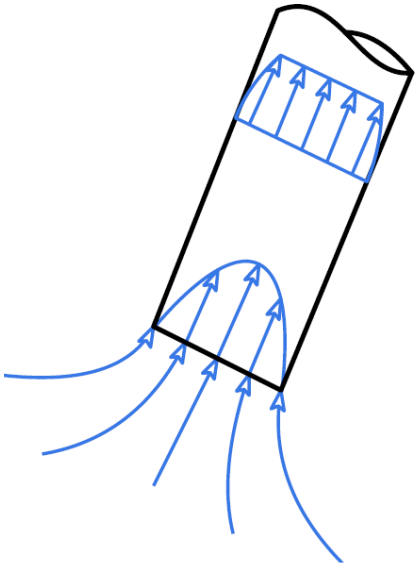
$$\chi = \frac{1}{\mu_i v^2} \left| \iint_{S_1} \rho \, (\vec{\boldsymbol{v}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{t}}_1)^2 dS \right| \tag{3.72}$$

O termo $\mu_i v^2$ corresponde ao valor que a integral presente na equação acima teria se o perfil do escoamento interno fosse perfeitamente uniforme, isso é, a velocidade na direção $\hat{\boldsymbol{t}}_1$ apresentasse o mesmo valor em todos os pontos da seção transversal, o que não é verdade na seção de entrada. Deste modo, χ mede o fator de distorção em relação ao perfil do escoamento em pistão plenamente desenvolvido.

Este parâmetro foi estimado por Rosetti (2019) através de uma análise de dinâmica dos fluidos computacional utilizando o programa STAR-CCM+™[15]. Nesta análise foi considerado um tubo estático, sob diferentes inclinações, aspirando um fluido incompressível a uma taxa constante. A Figura 38 apresenta uma representação esquemática do perfil de velocidade e valores de χ obtidos em algumas seções transversais dentro da seção de entrada (S_1).

[15] Programa de análise computacional de dinâmica dos fluidos desenvolvido pela Siemens Digital Industries Software.

Figura 38 – Representação esquemática do perfil de velocidade do escoamento interno axissimétrico próximo a seção de entrada e valores obtidos para χ via *CFD*.



$(1-\xi)/d_e$	χ
0.0	1.06
0.3	1.35
0.6	1.32
2.9	1.05
5.9	1.00

Fonte: Rosetti (2019).

3.3 Modelo desenvolvido em Orcaflex™

Trata-se de um programa comercial de código fechado desenvolvido pela Orcina Ltd para análises estática e dinâmica de sistemas oceânicos, além de análises de transporte e instalação de sistemas rebocados. É um programa desenvolvido através do método dos elementos finitos que permite considerar não-linearidades associadas a grandes deslocamentos.

A realização da modelagem do sistema neste programa requer a definição de alguns parâmetros referentes à estática e dinâmica. Para a convergência estática do sistema foi definido um máximo de 400 iterações com uma tolerância de 10^{-9}. Com relação à análise dinâmica utilizou-se um método de integração explícito no domínio do tempo devido à presença do fenômeno de VIV. A simulação foi dividida em dois intervalos de tempo, sendo o primeiro um tempo de rampa[16] de 30 segundos e um segundo segmento de 230 segundos, o qual corresponde a um período de oscilação presumivelmente em regime permanente. Estes intervalos foram adotados de acordo

[16] Rampa aplicada de forma heurística, para suavizar as respostas transientes do sistema dinâmico.

com o realizado experimentalmente, como é apresentado por Pesce *et al.* (2021) e Defensor Filho (2022).

Dentre os modelos disponíveis no software Orcaflex™ para representação da dinâmica da esteira de vórtices foi escolhido o modelo baseado no proposto por Iwan e Blevins (1974), onde os valores dos parâmetros deste modelo utilizados nas simulações são apresentados na Tabela 6, sendo correspondentes a escolha *default*. Vale destacar que estes valores foram escolhidos por aqueles autores com base em experimentos realizados com cilindros em uma faixa de número de Reynolds subcrítico. A implementação deste modelo no programa é feita por osciladores nodais, sem levar em considerações interações hidrodinâmicas entre estes osciladores.

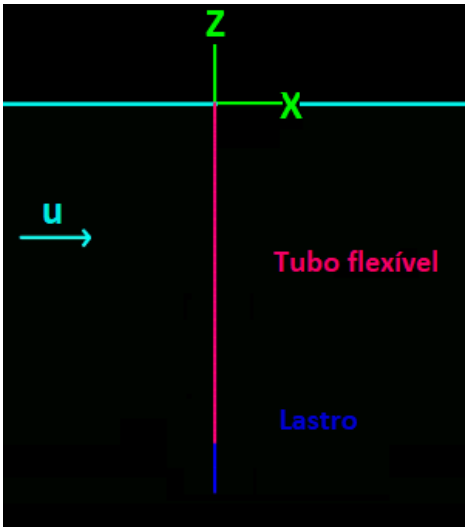
Tabela 6 – Parâmetros utilizados no modelo fenomenológico de Iwan e Blevins (1974).

Parâmetro	Valor
a_0	0.48
a_1	0.44
a_2	0.20
a_3	0.0
a_4	0.38
S_t	0.2

Fonte: O autor.

O escoamento externo foi considerado uniforme em magnitude e direção, atuando no sentido positivo da esquerda para a direita. A origem do sistema foi considerada na extremidade superior da linha. A Figura 39 apresenta uma representação desta convenção utilizada. O modelo foi dividido em dois segmentos de linha distintos para representação da mangueira e do lastro, ambos utilizando a categoria de tubo homogêneo. A Tabela 7 apresenta os parâmetros estruturais utilizados no Orcaflex™. Estes segmentos de linha foram divididos ao longo da malha em 33 seções, com um total de 95 nós.

Figura 39 - Representação do sistema de coordenadas definido no software Orcaflex™.



Fonte: O autor.

Tabela 7 – Parâmetros estruturais utilizados no software Orcaflex™

Parâmetro	Valor
Diâmetro externo	$0.033\ m$
Diâmetro interno	$0.022\ m$
Densidade do tubo	$1.178\ ton/m^3$
Densidade do lastro	$8.73\ ton/m^3$
Módulo de Young da mangueira	$26.38 \times 10^3\ kPa$
Módulo de Young do lastro	$105 \times 10^6\ kPa$
Rigidez flexional da mangueira	$1.23 \times 10^{-3}\ kN \cdot m^2$
Rigidez flexional do lastro	$4.90\ kN \cdot m^2$
Rigidez axial da mangueira	$12.53\ kN$
Rigidez axial do lastro	$49.8\ kN$
Coeficiente de Poisson da mangueira e lastro	0.5
Coeficiente de massa adicional	1.0
Coeficiente de arrasto médio	1.1856

Fonte : O autor.

4 ESTUDO DE CASO

Este capítulo apresenta comparações entre os resultados obtidos experimentalmente e através dos modelos numéricos Orcaflex™ e MOR-MMM (Modelo de Ordem Reduzida – MMM) referentes ao modelo experimental BH-2. Dois tipos de cenários serão discutidos: reboque puro e reboque com escoamento interno de aspiração em uma condição pós-crítica, no que tange ao valor da velocidade de escoamento interno que causa bifurcações dinâmicas, em regime de aspiração.

Inicialmente será realizada uma comparação entre os três primeiros modos de vibrar na direção transversal ao escoamento incidente determinados pelos modelos numéricos para o caso do cilindro flexível imerso em águas paradas, obtidos a partir da configuração estática deformada, apresentados nas Figs. 40, 41 e 42. É possivel observar uma boa aderência entre os resultados obtidos por ambos os modelos.

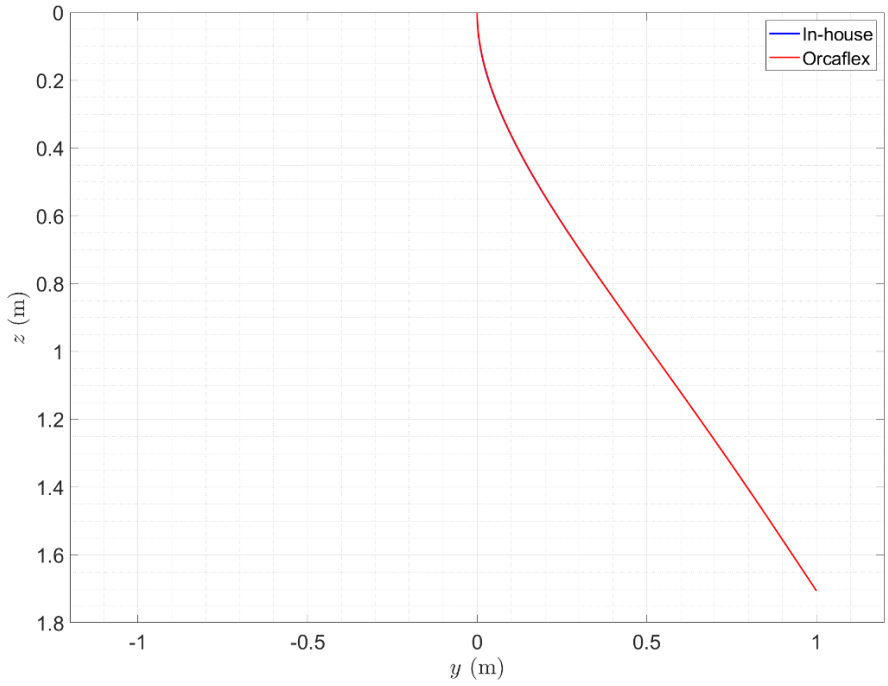
A Tabela 8 apresenta uma comparação entre as frequências naturais do primeiro e segundo modo de vibrar na direção transversal do cilindro flexível imerso em condições de águas paradas obtidas pelos modelos numéricos, comparados ao medido nos experimentos de decaimento em água. Nota-se que os modelos numéricos apresentaram uma boa aderência com os resultados obtidos experimentalmente.

Tabela 8 – Comparação entre as frequências naturais referentes ao primeiro e segundo modo de vibrar

Modelo	Experimental		Orcaflex™		*In-house* (MOR-MMM)	
Direção	x	y	x	y	x	y
$f_1\ [Hz]$	0.29	0.27	0.27	0.27	0.28	0.28
$\Delta\ [\%]$	$-$	$-$	6.9%	$-$	3.4%	3.4%
$f_2\ [Hz]$	1.15	1.18	1.11	1.11	1.12	1.12
$\Delta\ [\%]$	$-$	$-$	3.4%	5.7%	2.4%	4.9%

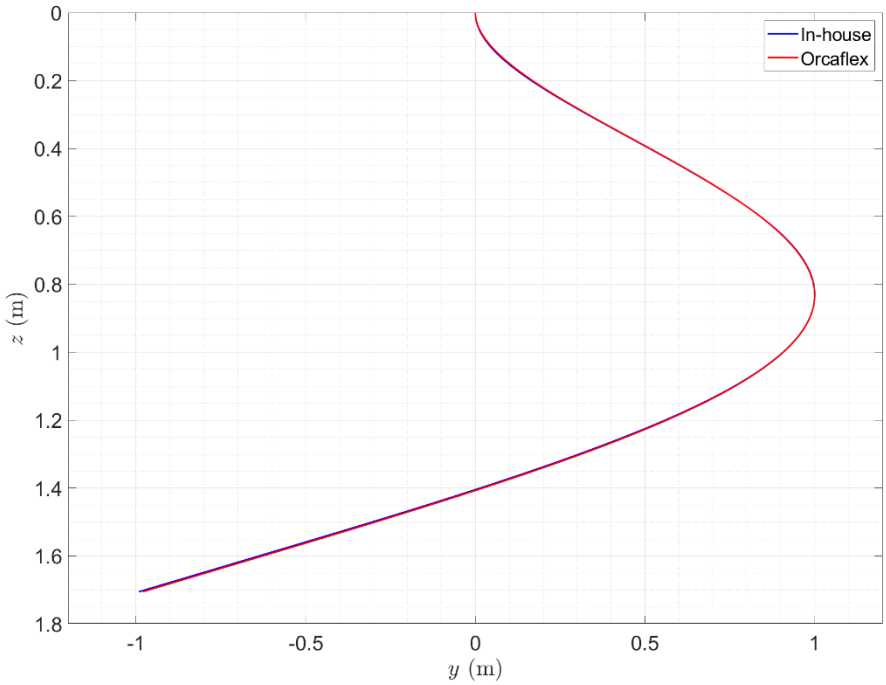
Fonte: O autor.

Figura 40 - Comparação entre o primeiro modo de vibrar normalizado.



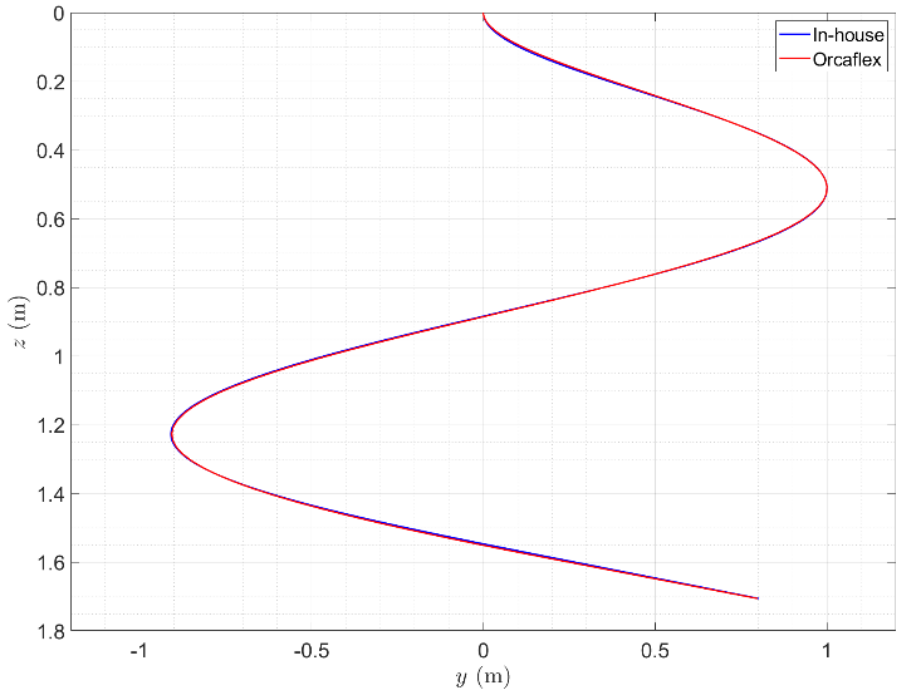
Fonte: O autor.

Figura 41 - Comparação entre o segundo modo de vibrar normalizado.



Fonte: O autor.

Figura 42 - Comparação entre o terceiro modo de vibrar normalizado.



Fonte: O autor.

Os resultados apresentados nas seções a seguir utilizam a velocidade reduzida (U_{2y}^{*}) baseada nesta segunda frequência natural, correspondente a cada um dos modelos teórico ou ao resultado experimental, sendo dada por:

$$U_{2y}^{*} = \frac{U}{f_{2y}D} \tag{4.1}$$

De fato, devido a diferença entre estas frequências naturais, para uma mesma velocidade de escoamento externo (U) teremos diferentes valores de velocidade reduzida (U_{2y}^{*}) para os modelos experimental, Orcaflex™ e MOR-MMM.

Para representação dos resultados obtidos foi utilizada a técnica de decomposição modal. Esta técnica fornece as séries temporais das amplitudes modais através da aplicação do método de Galerkin, onde a configuração deformada é projetada, em cada instante de tempo, num conjunto de funções que devem satisfazer as condições de contorno do sistema. Mais detalhes deste procedimento podem ser encontrados em Franzini *et al.* (2016).

4.1 VIV sob reboque puro

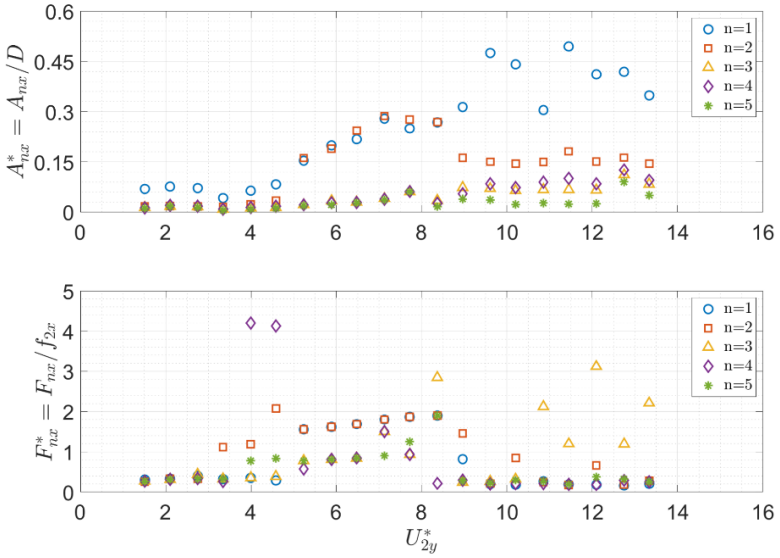
Nesta subseção serão inicialmente abordadas comparações referentes às contribuições de amplitudes modais adimensionais, $A^*_{n,x} = A_{n,x}/D$ e $A^*_{n,y} = A_{n,y}/D$, onde n representa o modo natural de vibrar, e as respectivas frequências dominantes adimensionais, $F^*_{n,x} = F_{n,x}/f_{2x}$ e $F^*_{n,y} = F_{n,y}/f_{2y}$, onde F_n representa a frequência dominante na série temporal de amplitude modal, f_{2x} e f_{2y} são as frequências naturais correspondentes ao segundo modo natural de vibrar nas direções longitudinal e transversal ao escoamento incidente, respectivamente.

A Figura 43 apresenta a resposta experimental para as vibrações na direção longitudinal ao escoamento incidente. É possível observar uma ressonância ocorrendo na faixa de velocidade reduzida $(5 < U^*_{2y} < 9)$, onde o primeiro e segundo modos de vibrar apresentam contribuições de amplitude muito próximas, com as respectivas frequências dominantes com valores próximos a $F^*_{1,2\,x} \approx 2$.

Se realizarmos uma comparação entre o software Orcaflex™, presente na Figura 44, e o resultado experimental, nota-se que o software apresentou pequenas contribuições das amplitudes modais na direção longitudinal ao escoamento incidente $(A^*_{nx} < 0.06)$ na faixa de velocidade reduzida $1.5 < U^*_{2y} < 10$. No intervalo $U^*_{2y} > 10$ ocorre um pequeno aumento nestas contribuições, mas ainda assim são contribuições inferiores às obtidas nos experimentos. Em todo intervalo analisado, as respectivas frequências dominantes apresentam valores superiores aos experimentais.

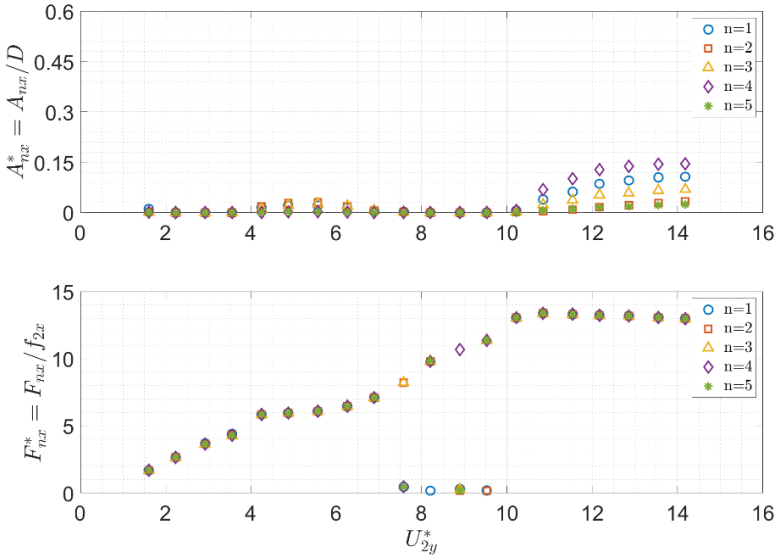
Realizando um procedimento análogo para o modelo MOR-MMM, é possível observar que o mesmo também apresentou fracas contribuições das amplitudes modais na direção longitudinal, porém as respectivas frequências dominantes são mais próximas aos valores experimentais, se comparados aos obtidos no Orcaflex™, Figura 45.

Figura 43 – Resultados experimentais: contribuições das amplitudes modais adimensionais $A^*_{n\,x}$ e as respectivas frequências dominantes $F^*_{n,x}$ na direção longitudinal ao escoamento incidente em função da velocidade reduzida U^*_{2y}.



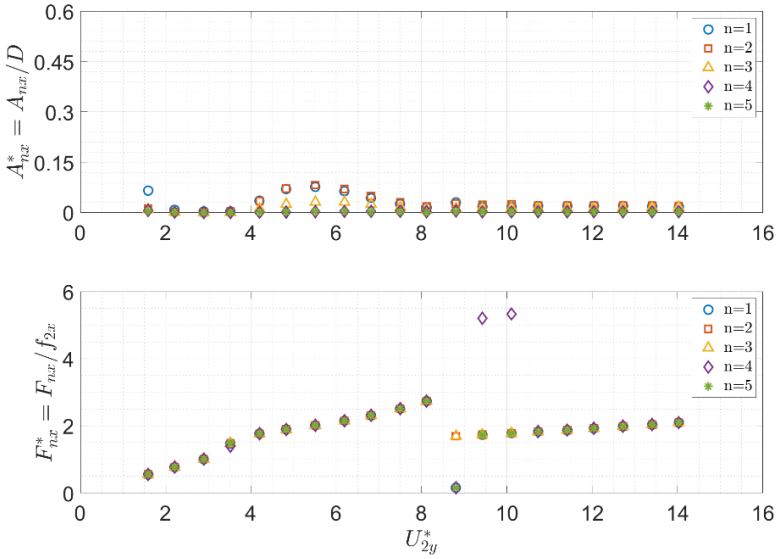
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 44 - Resultados numéricos Orcaflex™: contribuições das amplitudes modais adimensionais $A^*_{n\,x}$ e as respectivas frequências dominantes $F^*_{n,x}$ na direção longitudinal ao escoamento incidente como função da velocidade reduzida U^*_{2y}.



Fonte: O autor.

Figura 45 - Resultados numéricos MOR-MMM: contribuições das amplitudes modais adimensionais $A^*_{n\,x}$ e as respectivas frequências dominantes $F^*_{n,x}$ na direção longitudinal ao escoamento incidente como função da velocidade reduzida U^*_{2y}.



Fonte: O autor.

Analisando o movimento na direção transversal ao escoamento incidente, é possível observar que o modelo experimental apresenta uma ressonância do primeiro modo natural de vibrar na faixa de velocidade reduzida $1.5 < U^*_{2y} < 3$, com contribuições de amplitude atingindo valores próximos de $A^*_{1y} = 0.8$, Figura 46.

No intervalo $5 < U^*_{2y} < 8.5$ nota-se que o segundo modo natural de vibrar domina a resposta, com contribuições de amplitude de até $A^*_{2y} = 1.1$. Esse resultado era esperado, visto que o modelo foi projetado para ter uma resposta oscilatória dominante no segundo modo de vibrar. Além disso, o primeiro modo de vibrar também apresenta contribuições de amplitude, atingindo valores próximos de $A^*_{1y} = 0.9$, sincronizada com a ressonância do segundo modo, visto que ambas apresentam frequências dominantes de oscilação próximas do valor unitário, isto é, $F^*_{1,2\,y} = 1.0$.

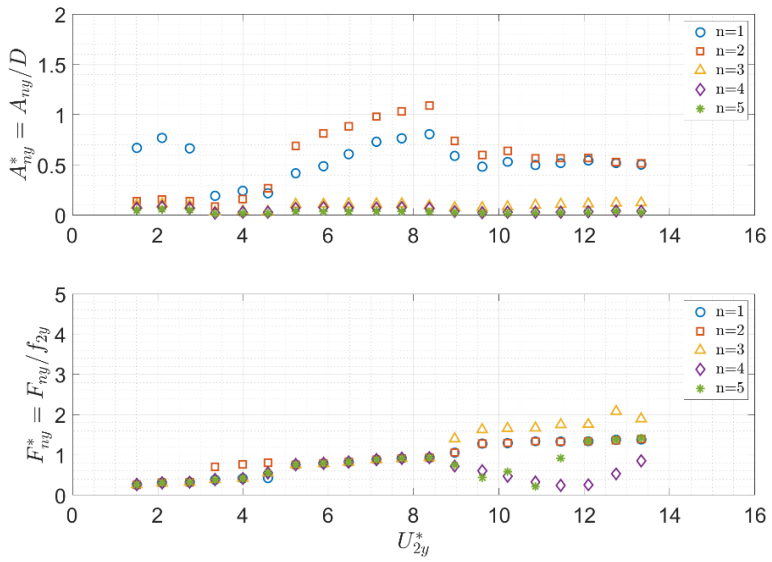
Outro ponto a ser destacado é que as respectivas frequências dominantes são essencialmente as mesmas na faixa $1.5 < U^*_{2y} < 8.5$, e após este intervalo o terceiro, quarto e quinto modo apresentam uma mudança de comportamento e se espalham.

Com relação aos resultados das simulações com o software Orcaflex™ é possível observar que a região de ressonância do segundo modo natural de vibrar é deslocada à esquerda para a faixa de velocidade reduzida $4 < U^*_{2y} < 6$, com contribuições de

amplitude modal superando significativamente as obtidas experimentalmente, Figura 47. Nota-se também contribuições do terceiro modo de até $A^*_{3y} = 1.3$ para $U^*_{2y} > 10$, o que não foi observado no modelo experimental. As respectivas frequências dominantes aumentam progressivamente com a velocidade do escoamento, e são essencialmente as mesmas para todos os modos, o que indica o fenômeno de sincronização. Porém, excedem novamente os valores experimentais, assim como ocorreu para a direção longitudinal ao escoamento incidente.

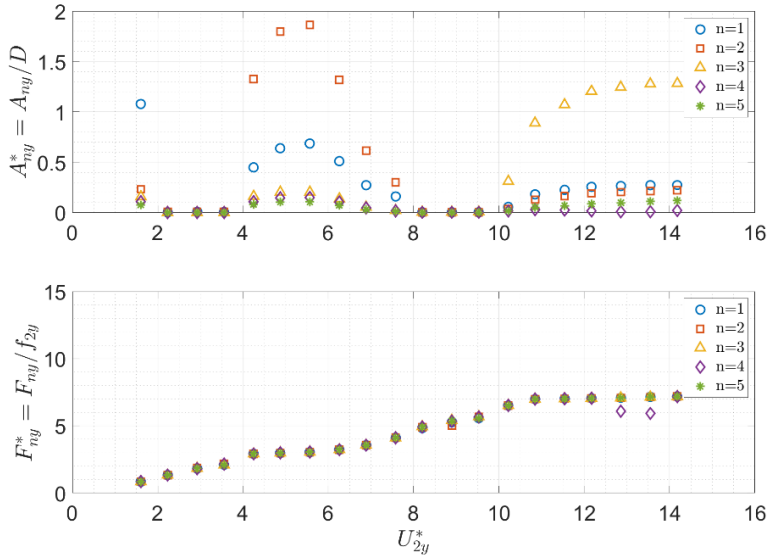
O modelo MOR-MMM também apresentou a região de ressonância do segundo modo deslocada à esquerda na faixa de velocidade reduzida $4 < U^*_{2y} < 6$ em comparação com o modelo experimental, onde a contribuição de amplitude deste modo atinge valores próximos de $A^*_{2y} = 1.0$, Figura 48. As respectivas frequências dominantes de todos os modos são praticamente as mesmas, o que indica sincronização modal. Apresentam um comportamento crescente na faixa de velocidade reduzida $1.5 < U^*_{2y} < 8.5$, atingindo um valor máximo $F^*_{ny} = 1.2$, e, após este intervalo, permanecem sincronizadas e com um valor próximo ao unitário $F^*_{ny} = 1.0$.

Figura 46 - Resultados experimentais do cenário de reboque puro: contribuições das amplitudes modais adimensionais $A^*_{n\,y}$ e as respectivas frequências dominantes $F^*_{n,y}$ na direção transversal ao escoamento incidente em função da velocidade reduzida U^*_{2y}.



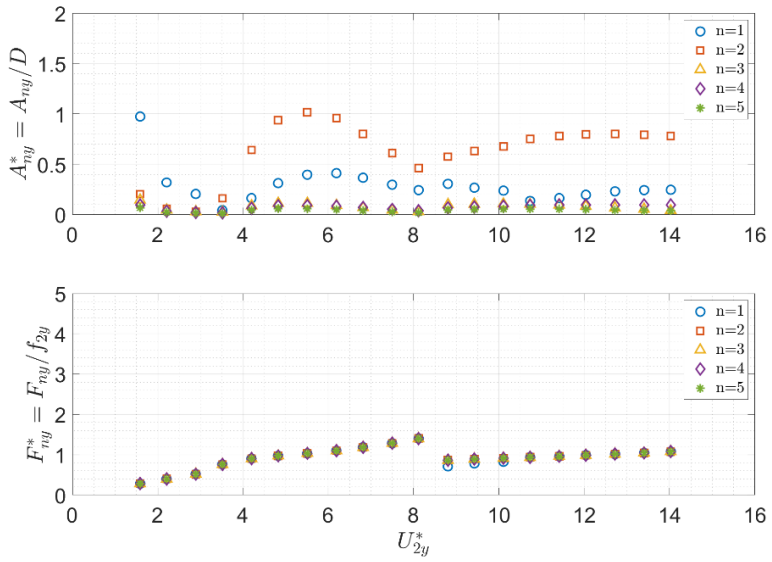
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 47 - Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro: contribuições das amplitudes modais adimensionais $A^*_{n\,y}$ e as respectivas frequências dominantes $F^*_{n,y}$ na direção transversal ao escoamento incidente como função da velocidade reduzida U^*_{2y}.



Fonte: O autor.

Figura 48 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro: contribuições das amplitudes modais adimensionais $A^*_{n\,y}$ e as respectivas frequências dominantes $F^*_{n,y}$ na direção transversal ao escoamento incidente como função da velocidade reduzida U^*_{2y}.



Fonte: O autor.

Fazendo uma comparação entre os resultados obtidos através dos modelos numéricos, observa-se que as contribuições de amplitude modal e as respectivas frequências dominantes do modelo MOR-MMM são muito mais próximas aos valores obtidos experimentalmente.

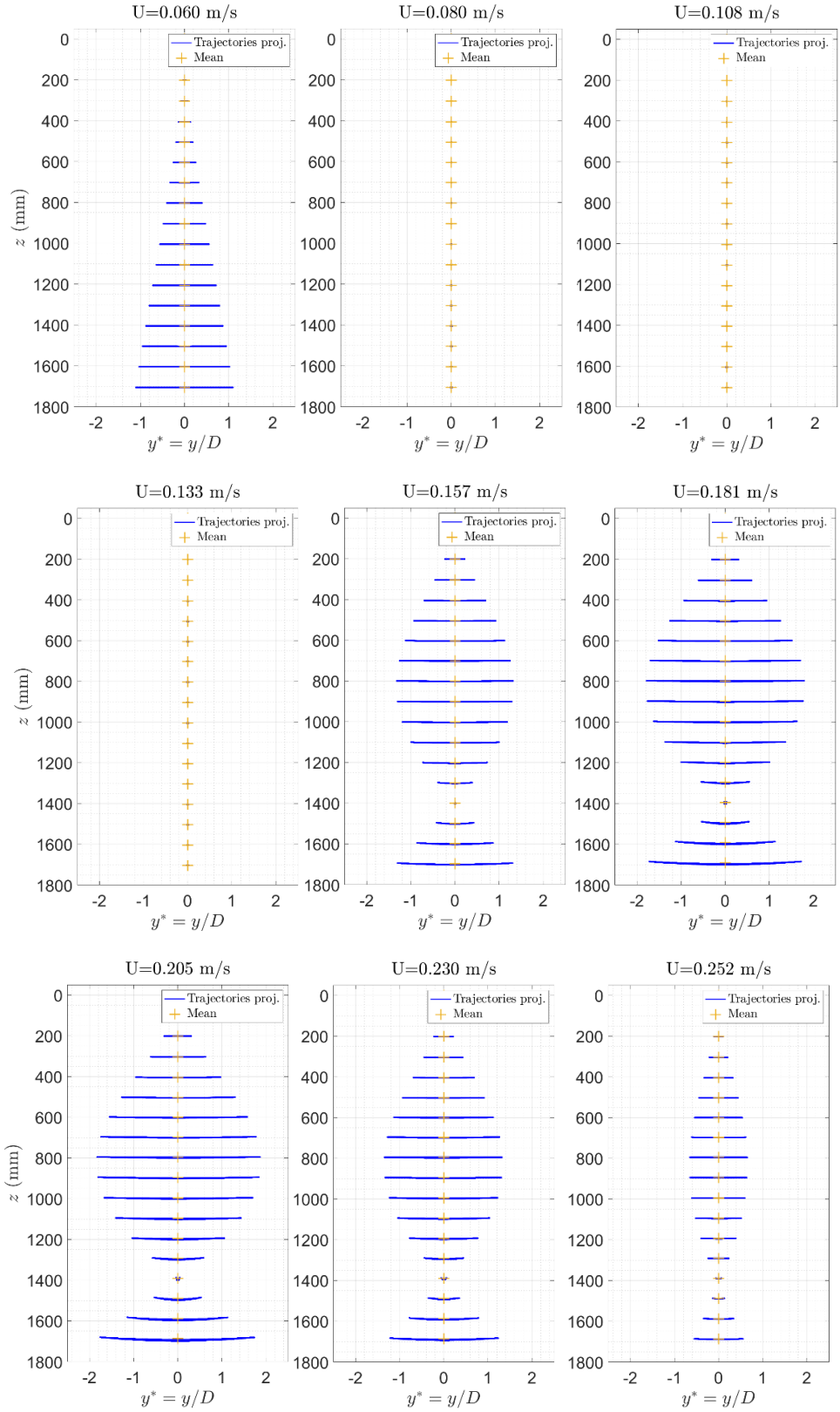
Para escolha das velocidades de reboque a serem abordadas na presente subseção foram analisadas as projeções das trajetórias dos alvos posicionados ao longo de todo comprimento do modelo no sentido transversal ao escoamento incidente obtidas via software Orcaflex™, Figs. 49-51. Nestas figuras, os marcadores amarelos $(+)$ indicam o valor médio das séries temporais destas projeções.

Inicialmente é possível observar que para $U = 0.06\, m/s$ há uma dominância do primeiro modo natural de vibrar. No intervalo de velocidades de reboque $U = 0.08 - 0.133\, m/s$ não são observadas oscilações significativas do modelo nesta direção, indicando a dessincronização do *lock-in* do referido modo de vibrar.

Na faixa de velocidades $U = 0.157 - 0.278\, m/s$ nota-se uma contribuição dominante do segundo modo natural de vibrar, com pico de *lock-in* ocorrendo em $U = 0.205\, m/s$. Para o intervalo $U = 0.302 - 0.350\, m/s$ novamente não são observadas oscilações significativas do modelo, sendo seguido por um intervalo em que são observadas contribuições dominantes do terceiro modo natural de vibrar.

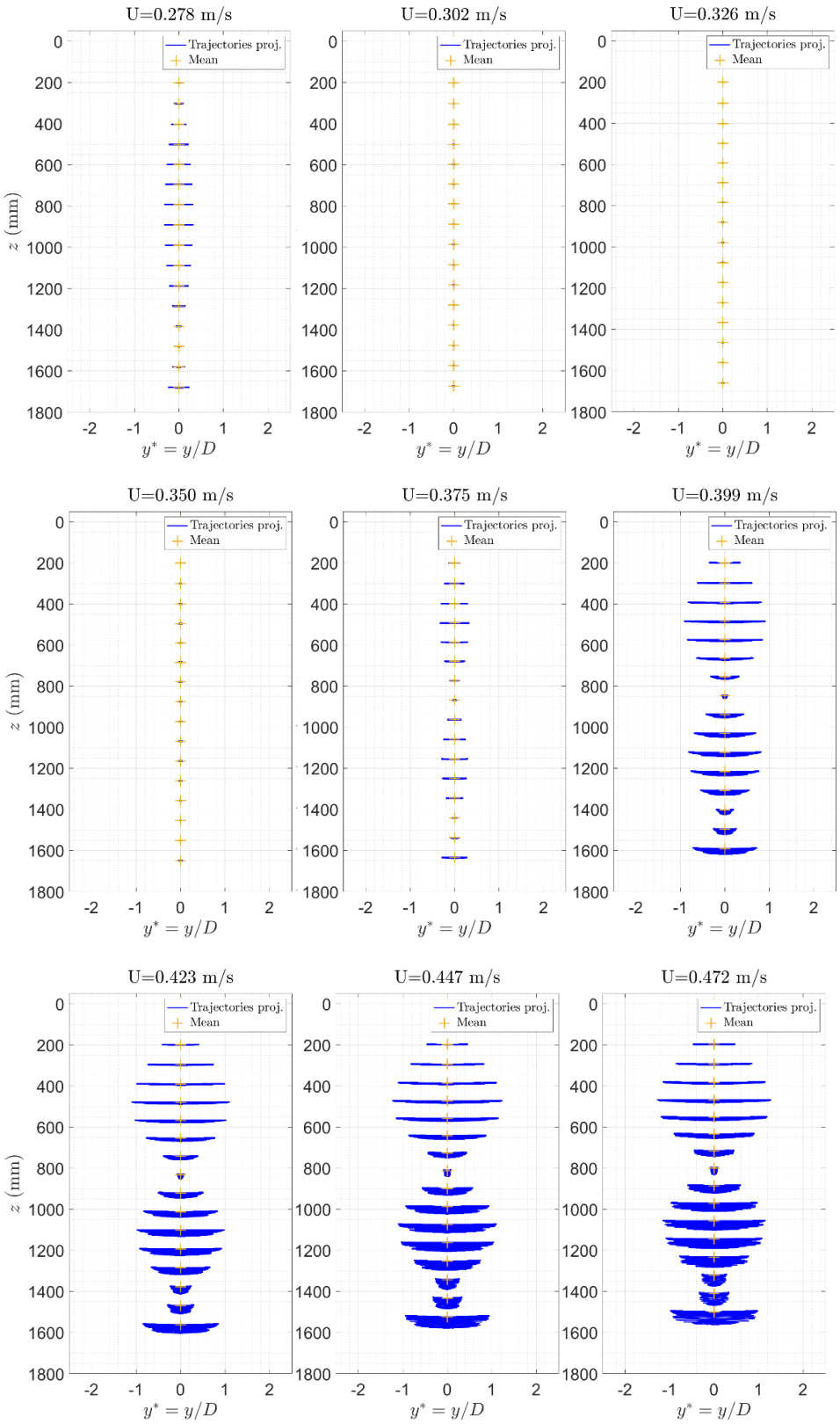
Levando em consideração as velocidades de reboque em que o modelo apresentou oscilações significativas e com dominância de diferentes modos de vibrar, foram escolhidas as velocidades $U = 0.252$ e $0.399\, m/s$. Os resultados do software Orcaflex™ e modelo MOR-MMM referentes às demais velocidades de reboque encontram-se disponíveis no Apêndice A - e Apêndice B - , respectivamente.

Figura 49 – Projeções das trajetórias no sentido transversal ao escoamento incidente obtidas via Orcaflex™ para reboque puro com $U = 0.06$ a $U = 0.252\ m/s$.



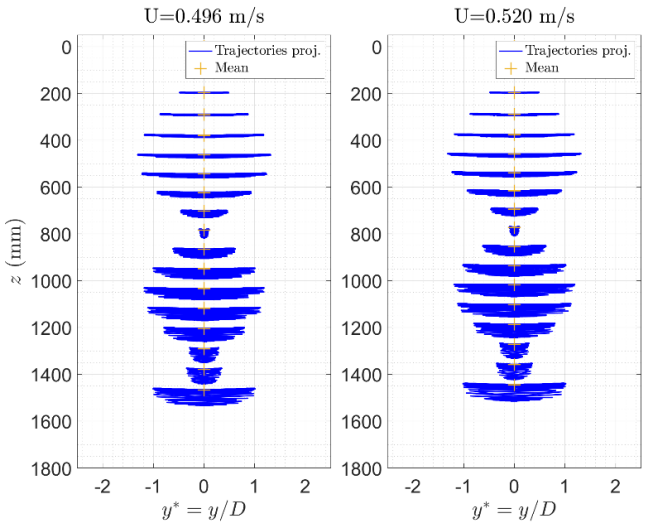
Fonte: O autor.

Figura 50 - Projeções das trajetórias no sentido transversal ao escoamento incidente obtidas via Orcaflex™ para reboque puro com $U = 0.278$ a $U = 0.472\ m/s$.



Fonte: O autor.

Figura 51 - Projeções das trajetórias no sentido transversal ao escoamento incidente obtidas via Orcaflex™ para reboque puro com $U = 0.496$ e $U = 0.520\ m/s$.

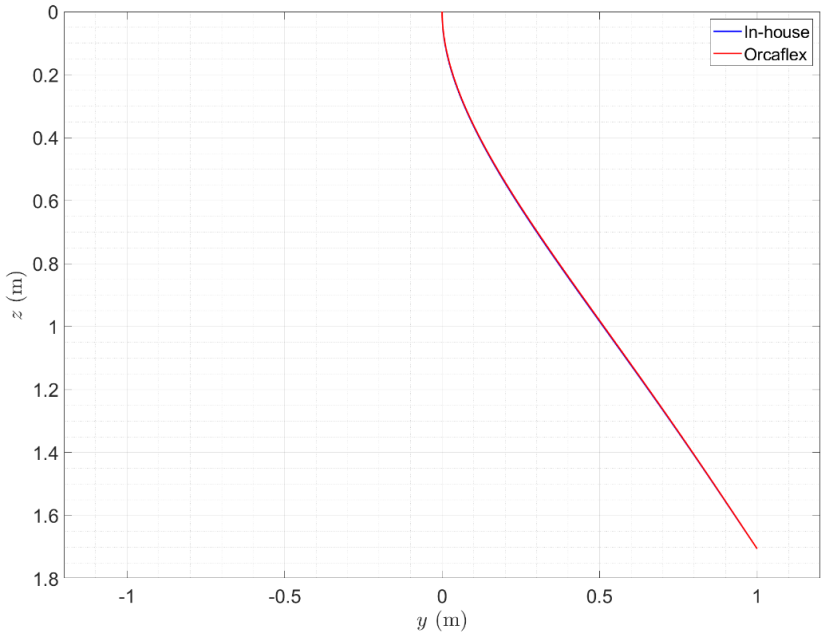


Fonte: O autor.

4.1.1 Velocidade de reboque $U = 0.252\ m/s$

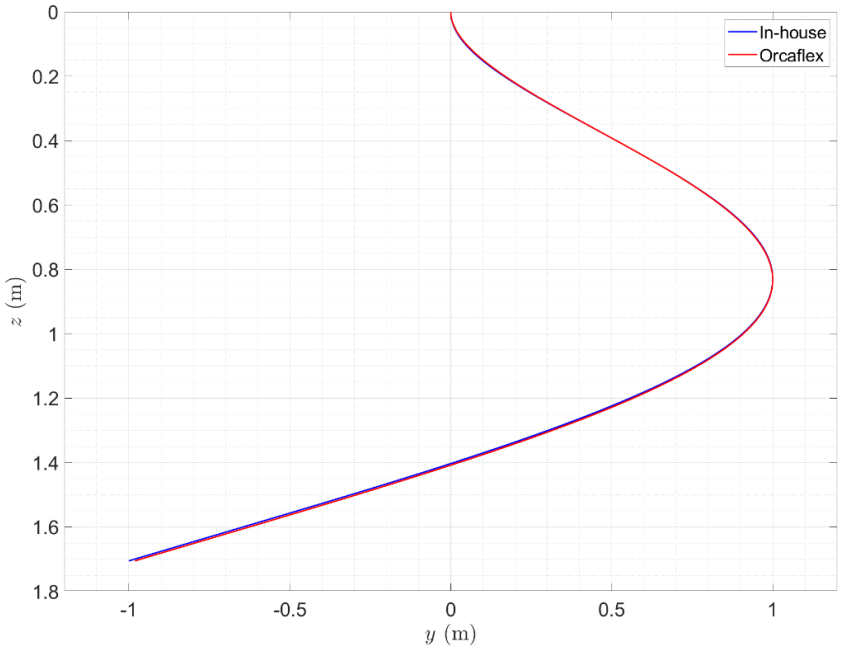
Abordaremos a partir de agora o caso de reboque puro com $U = 0.252\ m/s$. Inicialmente é realizada uma comparação entre os três primeiros modos de vibrar do cilindro flexível na direção transversal ao escoamento incidente obtidos pelos modelos numéricos. Nota-se que ambos os modelos apresentam uma boa concordância para estes modos naturais de vibrar.

Figura 52 – Comparação entre o primeiro modo de vibrar normalizado na direção transversal ao escoamento incidente ($U = 0.252\ m/s$).



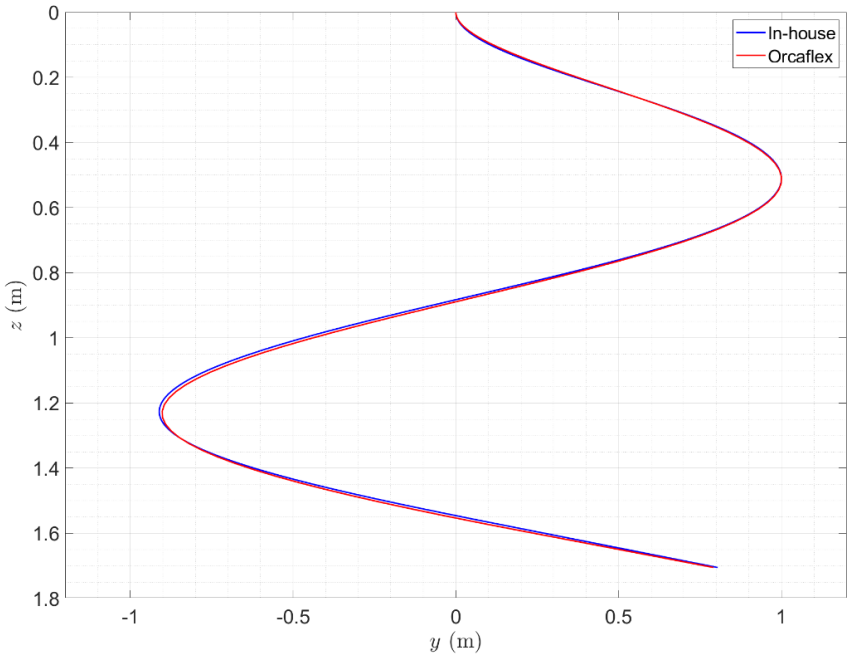
Fonte: O autor.

Figura 53 - Comparação entre o segundo modo de vibrar normalizado na direção transversal ao escoamento incidente ($U = 0.252\ m/s$).



Fonte : O autor.

Figura 54 - Comparação entre o terceiro modo de vibrar normalizado na direção transversal ao escoamento incidente ($U = 0.252\ m/s$).



Fonte: O autor.

Nas Figs. 55-57 são apresentados resultados referentes às séries temporais da configuração deformada do sistema devido à velocidade de reboque. Os gráficos a esquerda apresentam os deslocamentos adimensionais no sentido longitudinal ($x^* = x/D$) ao longo do comprimento do modelo, enquanto os gráficos à direita apresentam o ângulo de inclinação do modelo medido em relação a posição vertical. Os marcadores amarelos ($+$) representam os valores médios de oscilações das séries temporais referentes aos alvos posicionados ao longo do modelo.

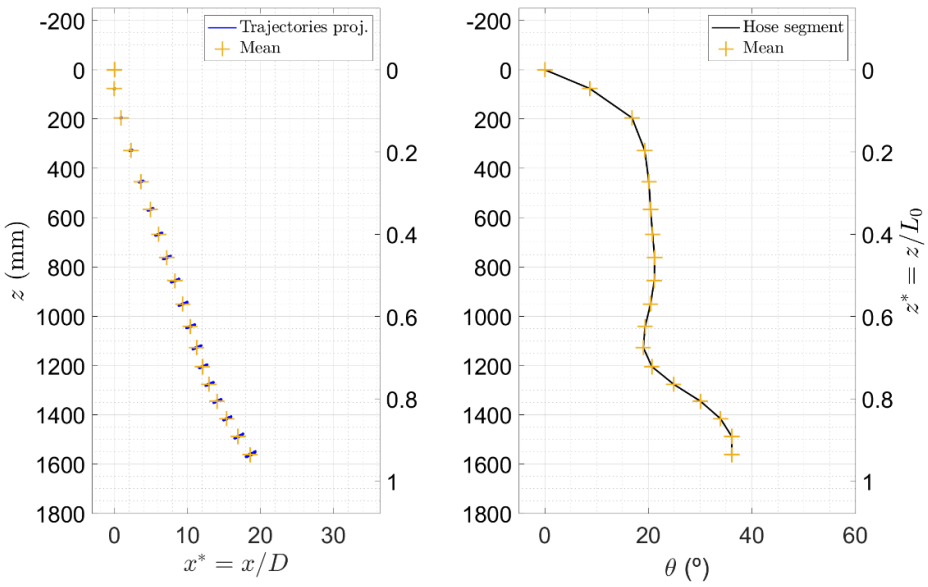
Nos gráficos posicionados à esquerda é possível observar que o modelo experimental apresentou uma configuração média deformada maior do que a obtida pelos modelos numéricos. Tomando como exemplo o alvo 18 (posicionado na extremidade inferior do lastro), a configuração média do modelo experimental apresentou um deslocamento longitudinal próximo de 19 vezes o valor do diâmetro ($x^* \approx 19$), enquanto o software Orcaflex™ e o modelo MOR-MMM apresentaram para este mesmo alvo deslocamentos próximos de 8 vezes o diâmetro ($x^* \approx 8$) e 12 vezes o diâmetro ($x^* \approx 12$), respectivamente.

Com relação ao ângulo com a vertical, nota-se que o modelo experimental apresentou uma concordância qualitativa com os modelos numéricos para $z < 1200\ mm$. Neste intervalo o modelo experimental atingiu um valor médio próximo de

20° para o alvo 8 (alvo em que os modelos apresentaram valor máximo), enquanto os modelos numéricos Orcaflex™ e MOR-MMM prevêm para este mesmo alvo valores próximos de 10° e 18°, respectivamente. Após este intervalo, o modelo experimental apresenta um comportamento diferente do observado nos modelos numéricos, o que pode estar associado a alguma curvatura residual presente na mangueira em que o modelo BH-2 foi construído, além de efeitos tridimensionais do lastro que também não estão incorporados nos modelos numéricos.

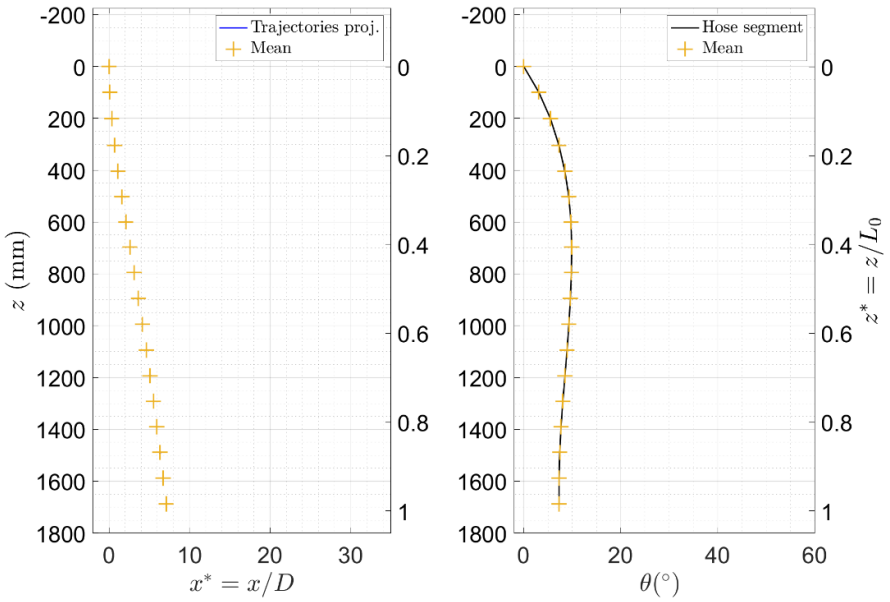
Apesar do modelo experimental apresentar maiores oscilações frente aos modelos numéricos, podemos destacar que estes foram capazes de recuperar os aspectos qualitativos do modelo experimental no trecho $z < 1200\ mm$.

Figura 55 – Resultados experimentais do cenário de reboque puro ($U = 0.252\ m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



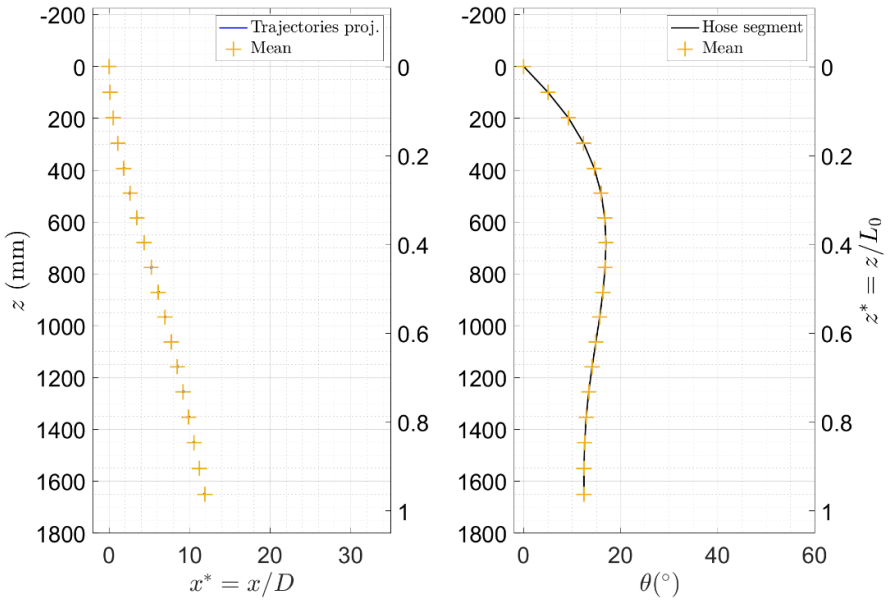
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 56 - Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.252\, m/s)$. [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



Fonte: O autor.

Figura 57 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.252\, m/s)$. [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



Fonte: O autor.

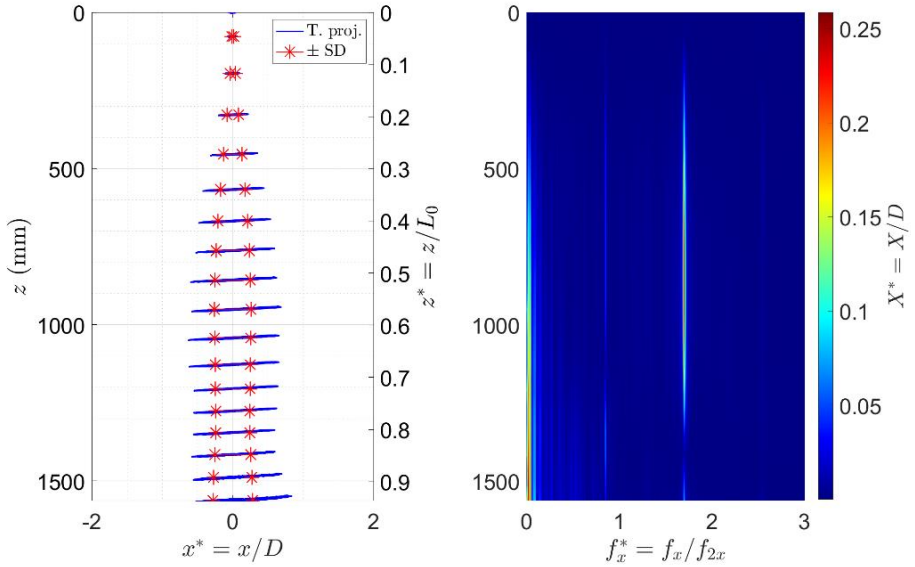
As projeções das trajetórias no plano do escoamento incidente para cada alvo posicionado ao longo do comprimento do modelo são posicionadas a esquerda nas

Figs. 58-60. Vale destacar que estas projeções foram obtidas realizando uma subtração do valor médio das séries temporais de cada alvo. Os marcadores vermelhos $(*)$ representam os desvios padrão $(\pm\, SD$[17]$)$ destas séries temporais. Nos resultados à direita, o eixo das abscissas representa as frequências adimensionais $f^* = f_x/f_{2x}$, o eixo das ordenadas representa o comprimento do modelo e a escala de cor indica espectro de amplitude de vibração no plano do escoamento incidente, obtido através do algoritmo FFT (*Fast Fourier Transform*).

Nota-se que os resultados experimentais evidenciam maiores amplitudes de oscilações do que os modelos numéricos. Além disso, observa-se que o espectro de amplitude do modelo experimental nesta direção é caracterizado por múltiplas frequências de oscilação, o que não ocorre com os outros dois modelos.

Sobressaem-se, nos experimentos, duas frequências de oscilação de multiplicidade ~ 2, além de raias de baixa frequência. Observa-se também que os espectros de amplitude gerados pelos modelos teóricos caracterizam-se por respostas monocromáticas de frequências distintas.

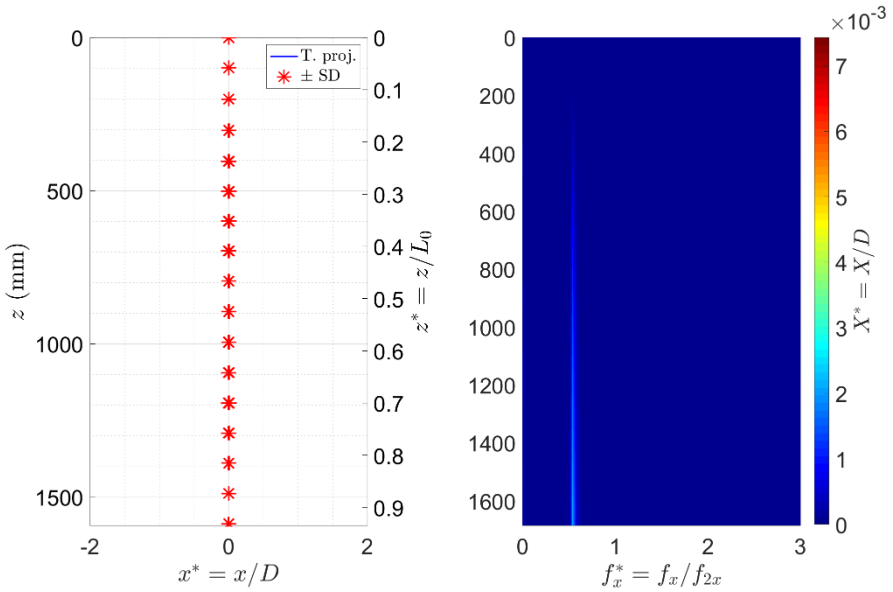
Figura 58 - Resultados experimentais do cenário de reboque puro $(U = 0.252\, m/s)$. [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



Fonte: Defensor Filho (2022).

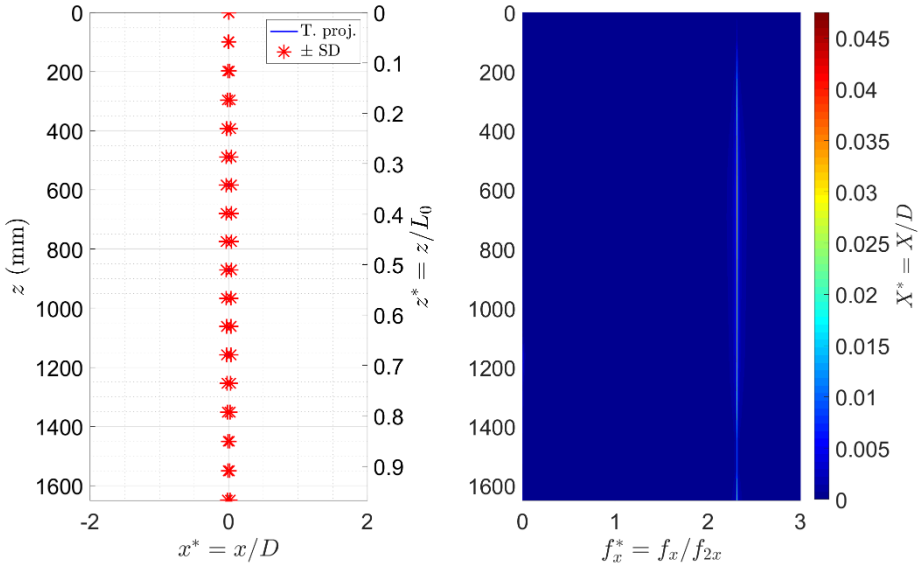
[17] Do inglês, *standard deviation.*

Figura 59 - Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.252\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



Fonte: O autor.

Figura 60 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.252\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



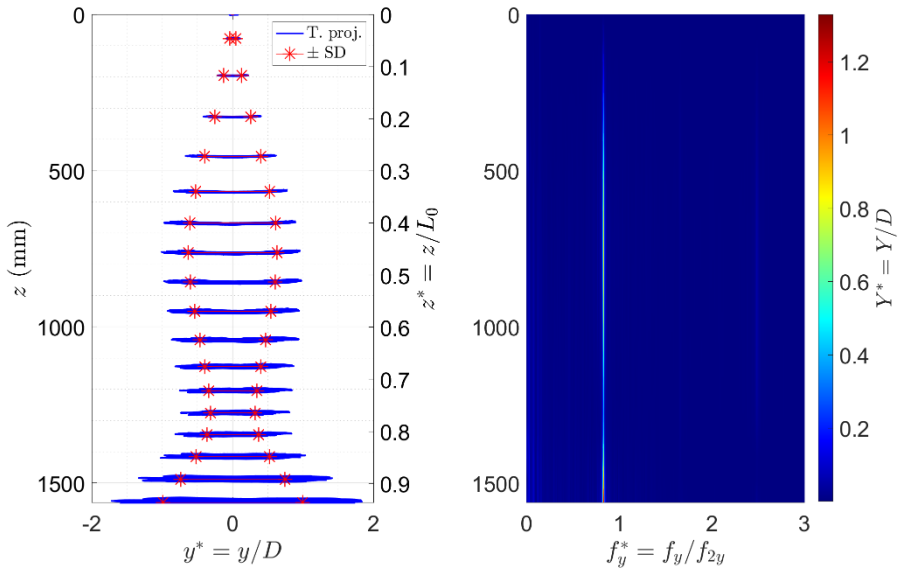
Fonte: O autor.

Uma análise análoga pode ser feita para a direção transversal ao escoamento incidente. É possível observar que as projeções das trajetórias apresentam uma forma modal dominante próxima do segundo modo natural de vibrar. Porém os modelos

numéricos, presentes nas Figs. 62 e 63 apresentam amplitudes de oscilações menores em comparação com as amplitudes obtidas no modelo experimental, Figura 61.

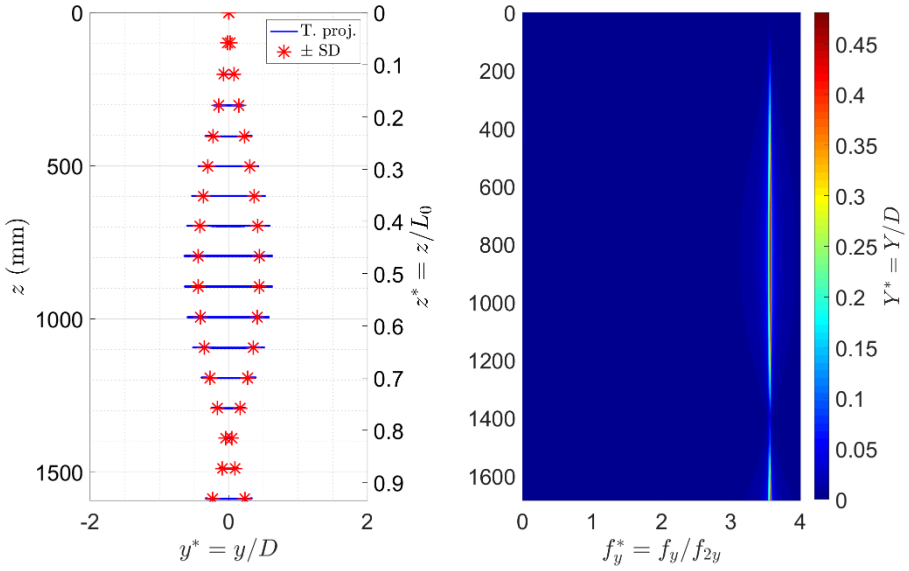
Com relação aos espectros de amplitude nota-se que o modelo experimental e o modelo MOR-MMM apresentam frequências mais próximas de $f_y^* \approx 1.0$, enquanto essa frequência no programa Orcaflex™ é próxima de $f_y^* \approx 4.0$. Também é possível identificar a presença de sub-harmônicos no espectro de amplitude do modelo experimental, o que não é recuperado nos modelos numéricos.

Figura 61 - Resultados experimentais do cenário de reboque puro ($U = 0.252\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



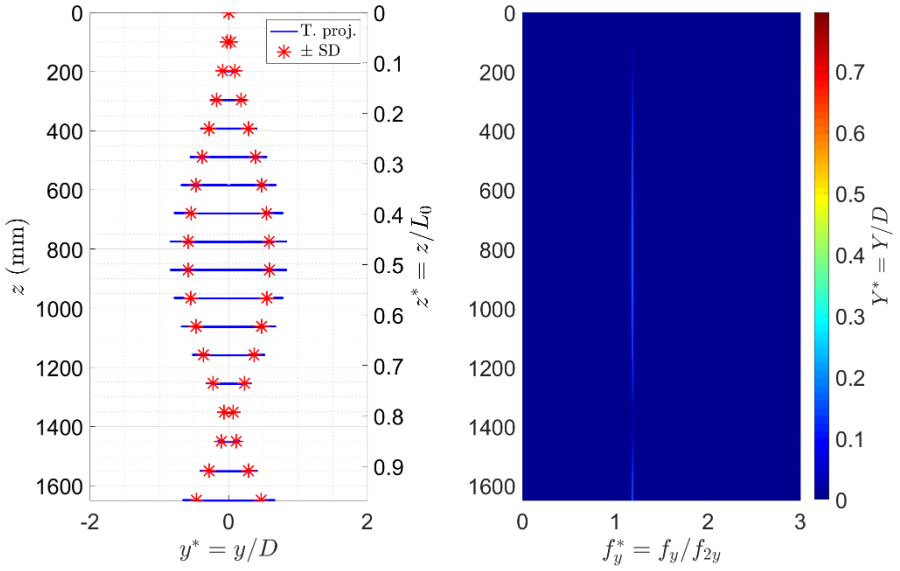
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 62 - Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.252\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



Fonte: O autor.

Figura 63 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.252\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



Fonte: O autor.

Realizando uma comparação entre os modelos numéricos nota-se que as frequências do modelo MOR-MMM são mais aderentes às frequências obtidas experimentalmente, visto que as frequências obtidas no Orcaflex™ apresentam

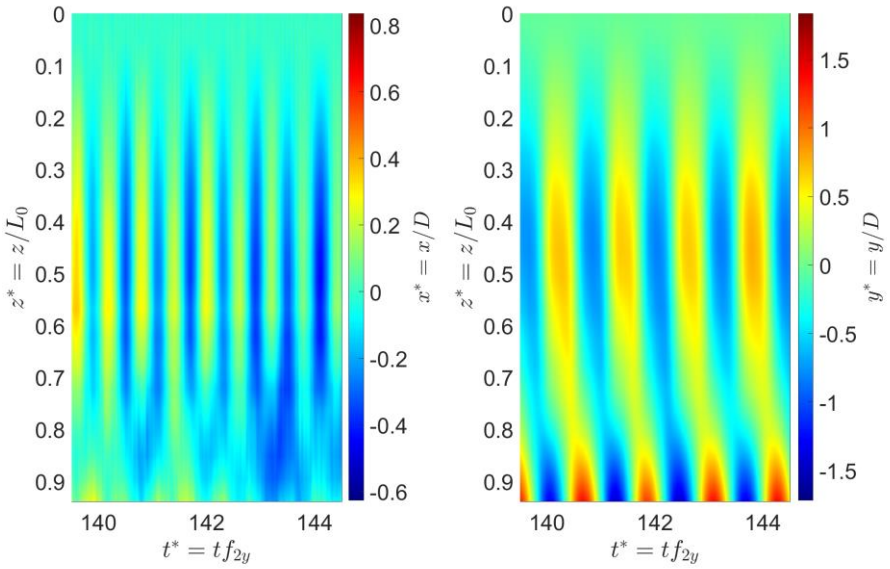
valores superiores. Deste modo, percebe-se que o modelo MOR-MMM recuperou uma resposta quantitativa e qualitativa mais próxima dos resultados experimentais do que o modelo construído no software Orcaflex™.

Também é possível estudar a evolução temporal das oscilações ao longo do comprimento do modelo por meio de escalogramas, onde pode-se identificar o modo natural de vibrar dominante por meio de uma inspeção dos possíveis nós ou ventres existentes ao longo do comprimento. Nos resultados apresentados a seguir, o eixo das abscissas representa os instantes de tempo adimensional ($t^* = tf_{2y}$), o eixo das as ordenadas representa o comprimento adimensional do modelo ($z^* = z/L_0$) e as escalas de cores representam as oscilações adimensionalizadas pelo diâmetro externo do modelo. As escalas de cores nos gráficos à esquerda e à direita apresentam estas oscilações nas direções longitudinal e transversal ao escoamento incidente, respectivamente.

Os escalogramas do modelo experimental indicam a existência de um nó em $z^* \approx 0.8$ nas duas direções, com uma predominância do segundo modo natural de vibrar, porém é possível observar que também existem contribuições de outros modos de vibrar, especialmente na direção longitudinal ao escoamento.

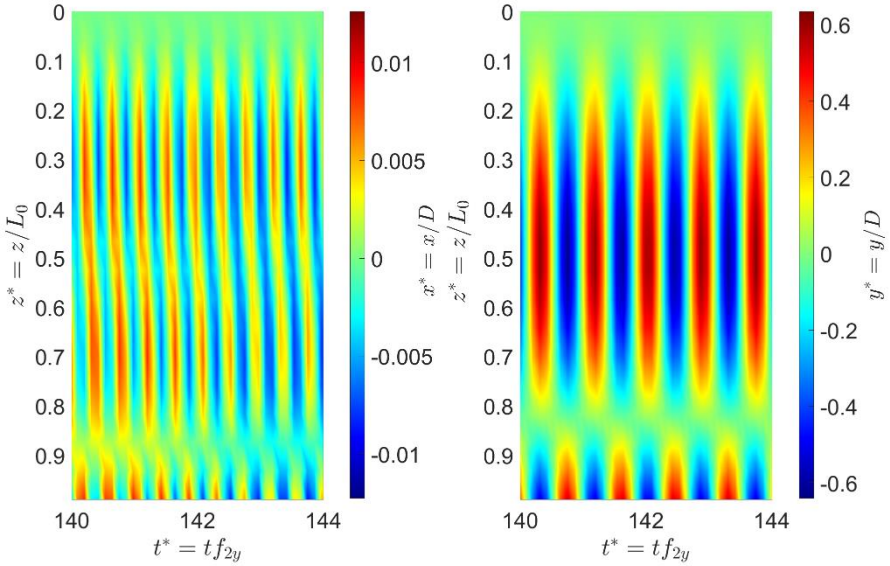
Realizando o mesmo procedimento para os modelos numéricos Orcaflex™ e MOR-MMM, nota-se novamente a presença de um nó em $z^* \approx 0.8$, sendo possível identificar que há uma resposta de segundo modo bem caracterizada, com menores contribuições de outros modos, quando comparados ao que se observa do modelo experimental.

Figura 64 – Escalogramas referentes aos resultados experimentais do cenário de reboque puro $(U = 0.252\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



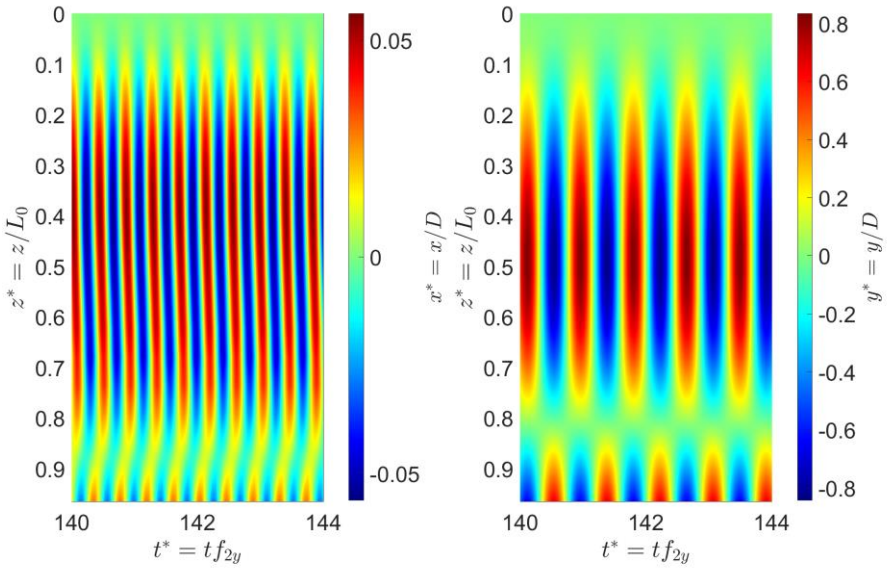
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 65 - Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.252\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.

Figura 66 - Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.252\ m/s$) em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



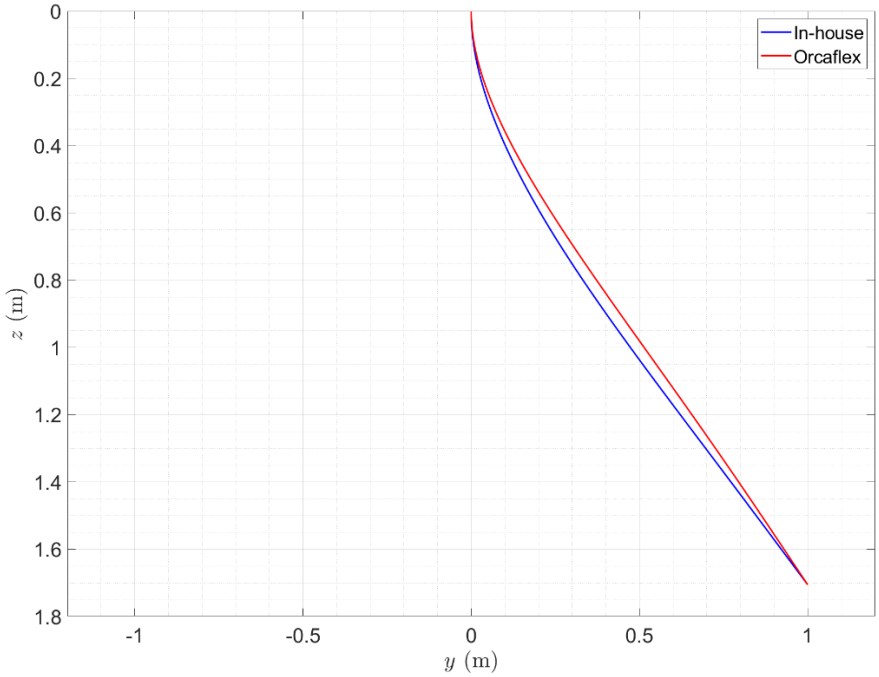
Fonte: O autor.

4.1.2 Velocidade de reboque $U = 0.399\ m/s$

Os resultados discutidos a seguir são análogos aos apresentados anteriormente, porém sob uma velocidade de reboque superior. O primeiro, segundo e terceiro modo natural de vibrar obtidos pelos modelos numéricos na direção transversal ao escoamento são apresentados nas Figs. 67, 68 e 69, respectivamente.

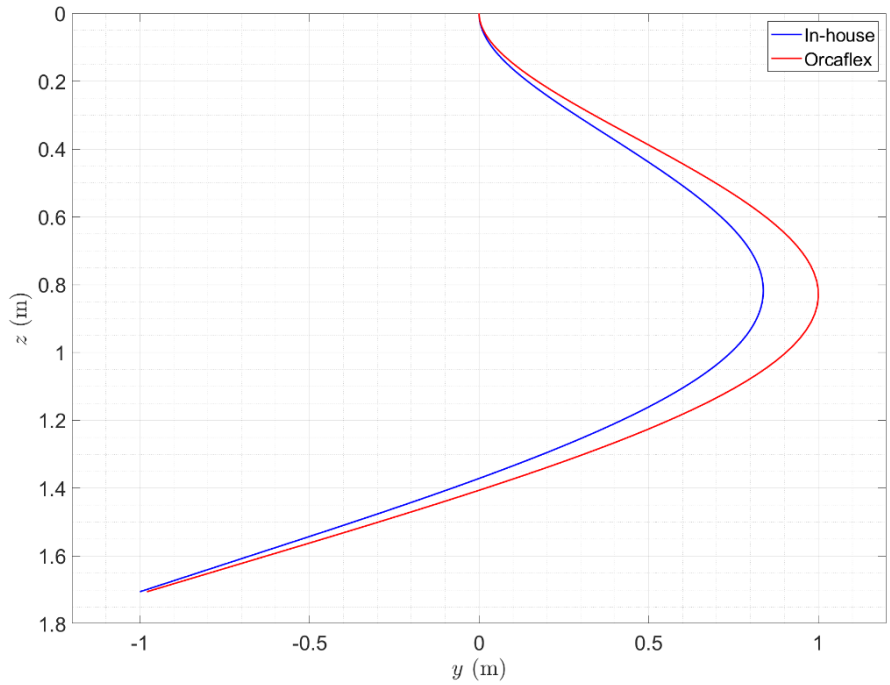
É possível observar que os resultados dos modelos numéricos apresentam uma boa concordância entre si. No entanto, vale destacar que à medida que há um aumento na velocidade de reboque, ocorre um pequeno aumento na diferença entre as formas dos modos de vibrar.

Figura 67 - Comparação entre o primeiro modo de vibrar normalizado na direção transversal ao escoamento incidente ($U = 0.399\ m/s$).



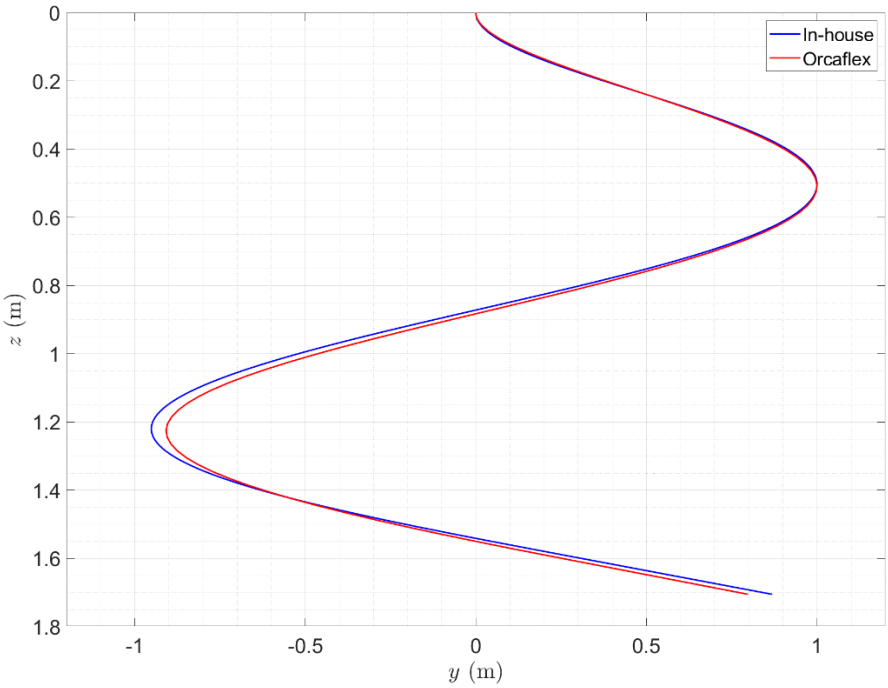
Fonte: O autor.

Figura 68 - Comparação entre o segundo modo de vibrar normalizado na direção transversal ao escoamento incidente ($U = 0.399\ m/s$).



Fonte: O autor.

Figura 69 - Comparação entre o terceiro modo de vibrar normalizado na direção transversal ao escoamento incidente ($U = 0.399\ m/s$).



Fonte: O autor.

As Figs. 70-72 apresentam registros da configuração deformada do sistema devido à excitação de velocidade de reboque puro, onde os gráficos posicionados à esquerda e à direita apresentam os deslocamentos adimensionais no sentido longitudinal ao longo do comprimento do modelo ($x^* = x/D$) e o ângulo de inclinação do modelo medido em relação à configuração vertical (θ), respectivamente.

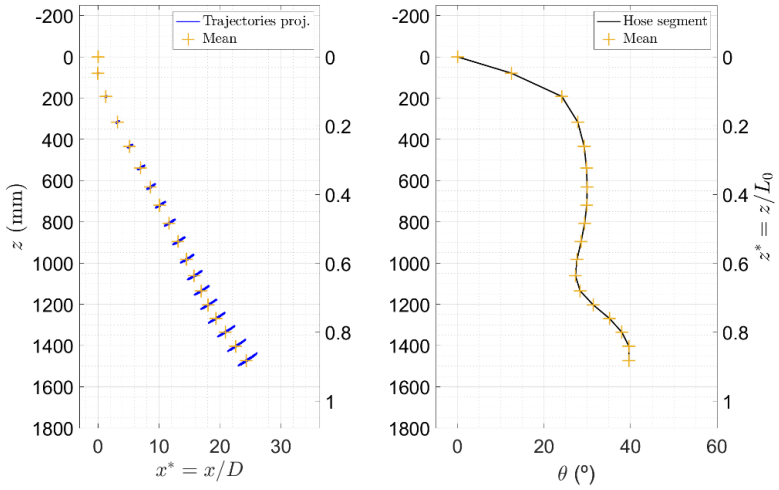
Nota-se uma concordância qualitativa entre os três modelos analisados. Do ponto de vista quantitativo, os deslocamentos da configuração média deformada referente ao modelo experimental são superiores aos obtidos através dos modelos numéricos.

Seguindo o mesmo procedimento realizado para $U = 0.252\ m/s$, vamos tomar como exemplo o alvo 18. Neste alvo, o modelo experimental alcançou um deslocamento longitudinal próximo de 24 vezes o valor do diâmetro ($x^* \approx 24$), enquanto o software Orcaflex™ e o modelo MOR-MMM apresentaram deslocamentos próximos de 18 e 22 vezes o valor do diâmetro ($x^* \approx 18$ e $x^* \approx 22$), respectivamente.

Analisando o ângulo de inclinação do modelo com a posição vertical é possível observar que os modelos apresentam uma concordância qualitativa para $z < 1200\ mm$. Após este intervalo, os modelos numéricos apresentam um comportamento

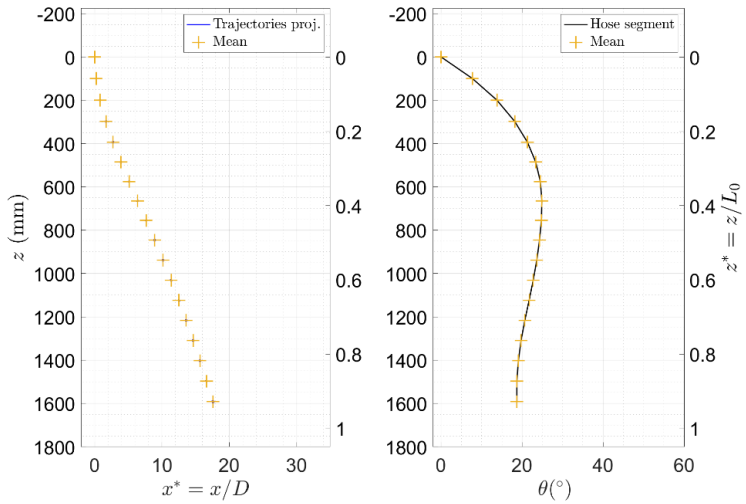
diferente do observado experimentalmente. Esta diferença de comportamento já havia sido observada anteriormente na subseção 4.1.1, sendo associada a possíveis curvaturas residuais e efeitos tridimensionais presentes no segmento da mangueira presente no modelo experimental BH-2.

Figura 70 - Resultados experimentais do cenário de reboque puro $(U = 0.399\, m/s)$. [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



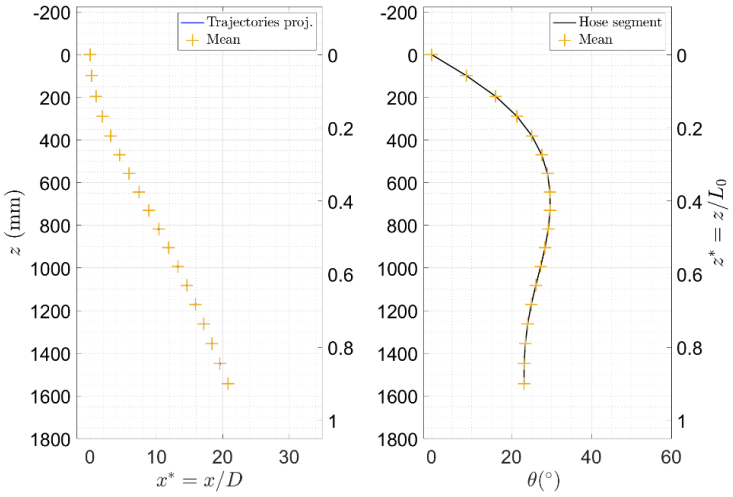
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 71 - Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.399\, m/s)$. [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



Fonte: O autor.

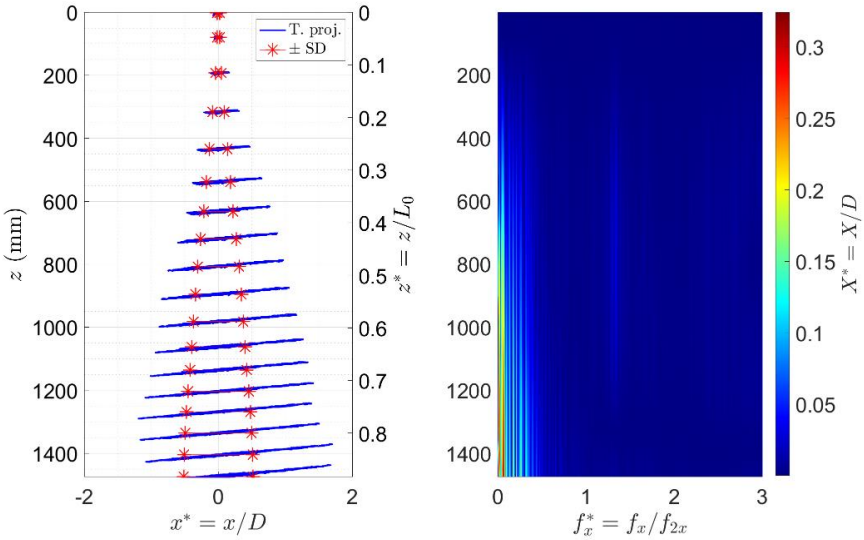
Figura 72 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.399\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



Fonte: O autor.

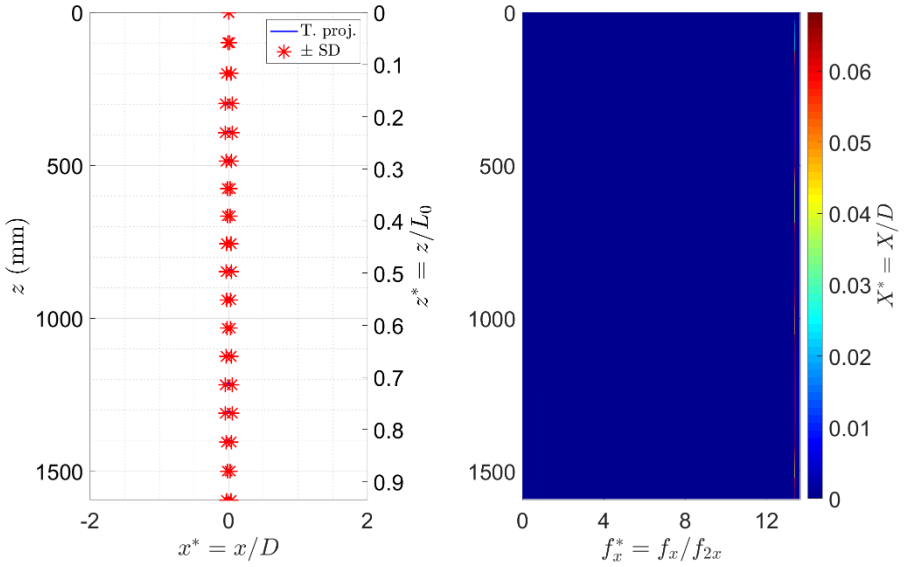
As Figs. 73-75 apresentam as projeções das trajetórias em torno da posição média temporal na direção do escoamento incidente (resultados posicionados a esquerda), e o espectro de amplitude nesta mesma direção (resultados posicionados à direita) para os modelos experimental, Orcaflex™ e MOR-MMM, respectivamente. É possível observar que o modelo experimental apresentou maiores amplitudes de oscilações do que os modelos Orcaflex™ e MOR-MMM, com um espectro de amplitude caracterizado por uma banda larga.

Figura 73 - Resultados experimentais do cenário de reboque puro ($U = 0.399\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



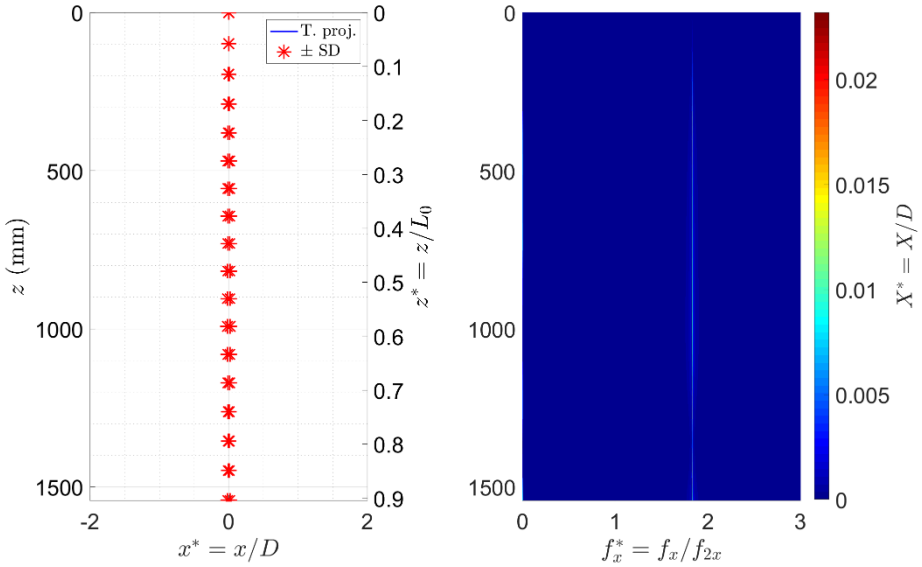
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 74 - Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.399\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



Fonte: O autor.

Figura 75 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.399\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



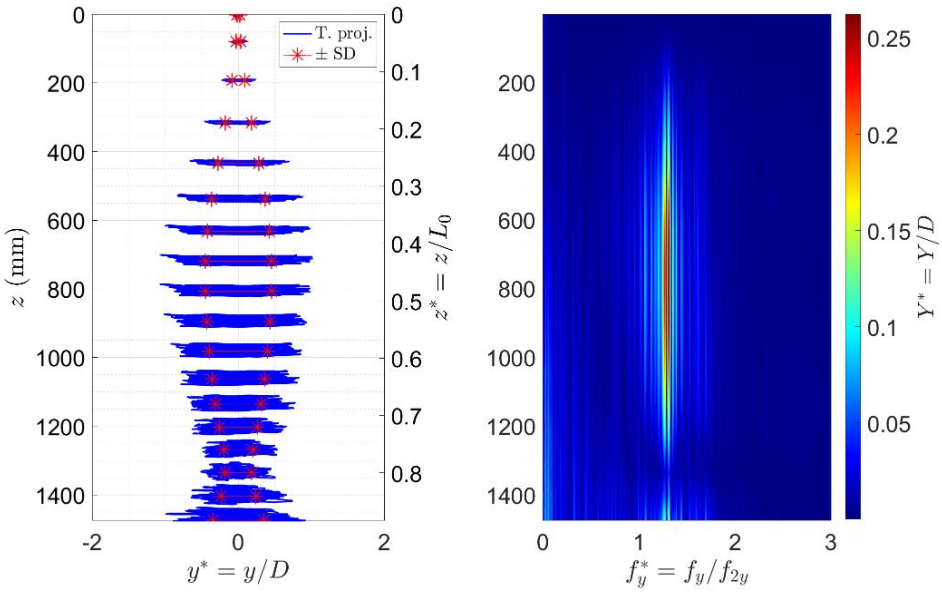
Fonte: O autor.

Podemos realizar esta mesma comparação entre os modelos experimental, Orcaflex™ e MOR-MMM para a direção transversal ao escoamento incidente, cujos resultados são apresentados nas Figs. 76, 77 e 78, respectivamente. As projeções

das trajetórias do modelo experimental mostram uma forma modal dominante próxima do segundo modo natural de vibrar. O mesmo ocorre para o modelo MOR-MMM, onde é possível observar a presença de um nó em $z^* \approx 0.75$. Este resultado não é recuperado pelo software Orcaflex™, onde se nota uma forma modal dominante próxima do terceiro modo natural de vibrar, com a presença de dois nós ao longo do comprimento do modelo: $z^* \approx 0.5$ e $z^* \approx 0.83$.

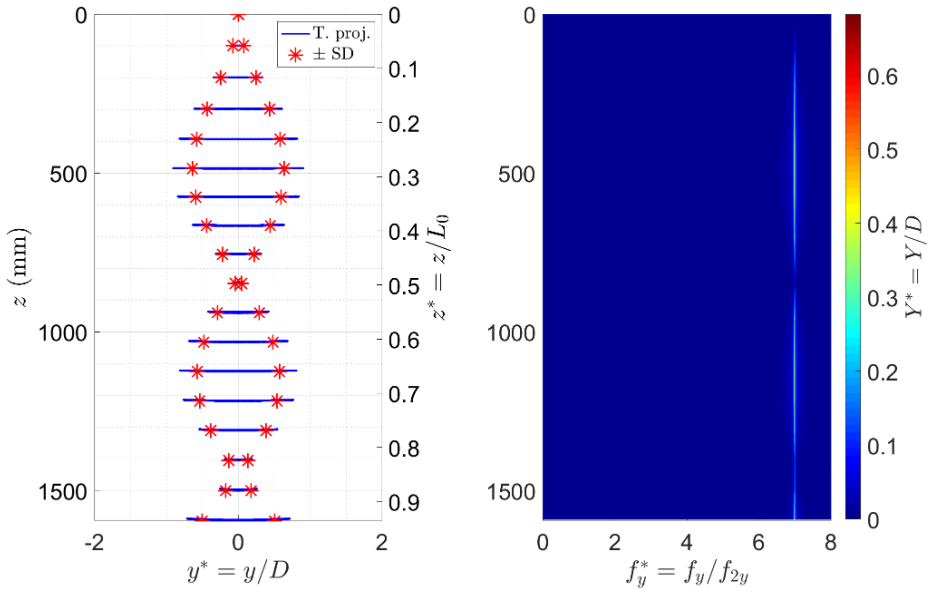
Os espectros de amplitude mostram que os modelos experimental e MOR-MMM apresentam frequências dominantes próximas de $f_y^* \approx 1.0$. Já o software Orcaflex™ apresenta uma frequência dominante superior, próxima de $f_y^* \approx 7.0$.

Figura 76 - Resultados experimentais do cenário de reboque puro ($U = 0.399\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



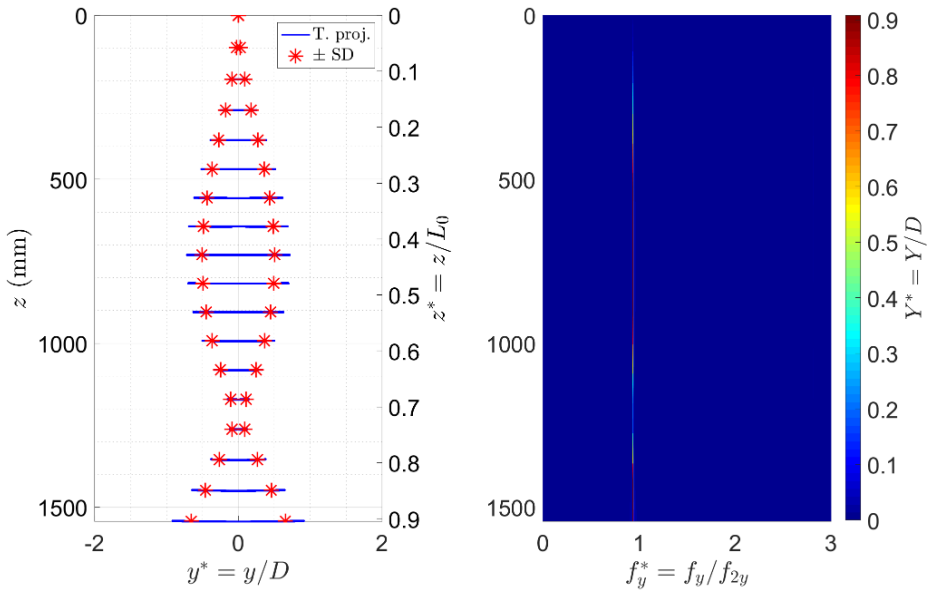
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 77 - Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.399\, m/s)$. [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



Fonte: O autor.

Figura 78 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.399\, m/s)$. [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



Fonte: O autor.

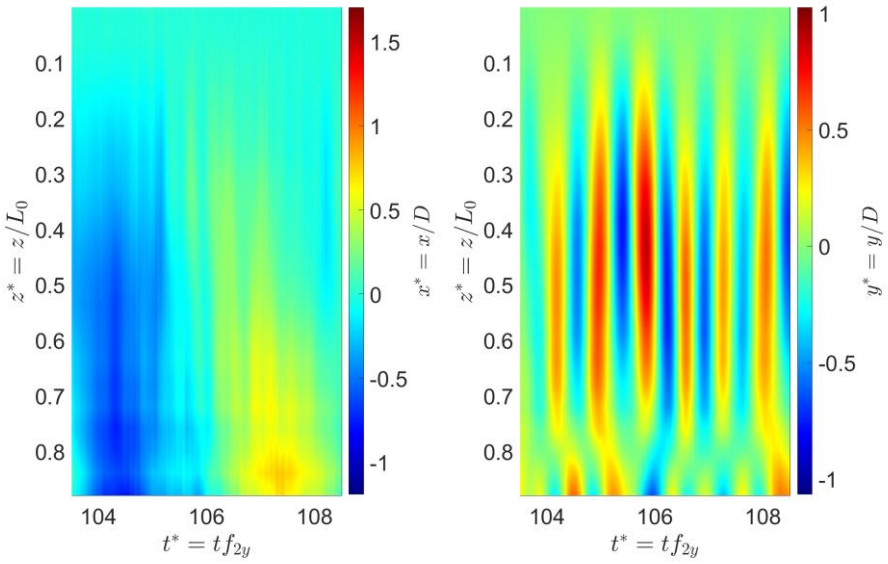
As evoluções temporais das oscilações ao longo do comprimento do modelo são apresentadas nos escalogramas presentes nas Figs. 79-81. Os eixos das abscissas e ordenadas representam os instantes de tempo $\left(t^* = tf_{2y}\right)$ e comprimento adimensionais $(z^* = z/L_0)$, respectivamente. As oscilações nas direções longitudinal e transversal ao escoamento incidente são representadas nas escalas de cores dos gráficos posicionados à esquerda e à direita, respectivamente.

Nos escalogramas do modelo experimental é possível confirmar a existência de um nó em $z^* \approx 0.8$ nas duas direções, observando-se uma predominância da resposta do segundo modo natural de vibrar. Porém, assim como ocorre no cenário $U = 0.252\ m/s$, existem contribuições de outros modos de vibrar.

Os resultados do software Orcaflex™ indicam a existência de dois nós no plano transversal ao escoamento incidente, $z^* \approx 0.5$ e $z^* \approx 0.8$, onde é possível identificar uma resposta do terceiro modo de vibrar bem caracterizada.

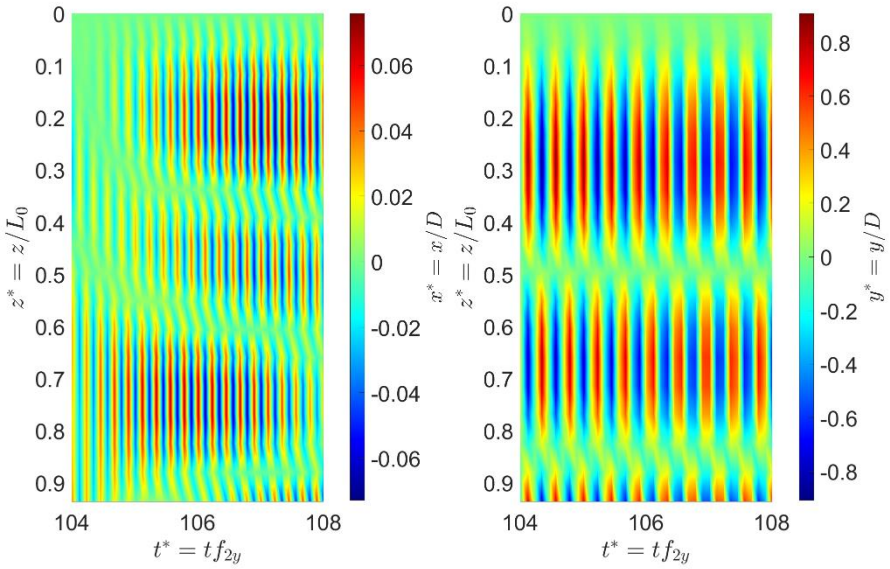
Já os escalogramas do modelo MOR-MMM permitem observar uma predominância da resposta do segundo modo de vibrar, com a existência de um nó em $z^* \approx 0.8$ e $z^* \approx 0.7$ no plano do escoamento incidente e transversal a ele, respectivamente.

Figura 79 - Escalogramas referentes aos resultados experimentais do cenário de reboque puro $(U = 0.399\ m/s)$ em função do tempo adimensional $\left(t^* = tf_{2y}\right)$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



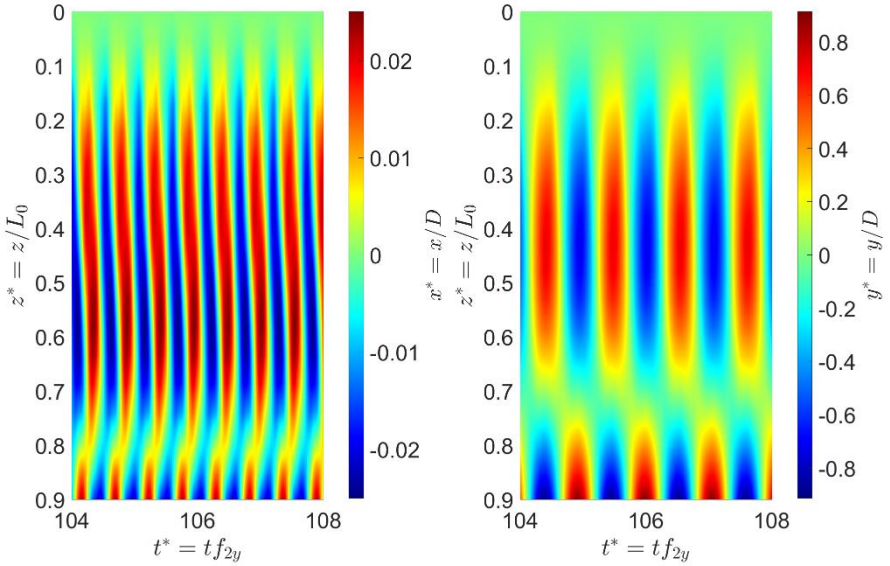
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 80 - Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.399\ m/s$) em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.

Figura 81 - Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.399\ m/s$) em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.

4.2 VIV sob reboque e aspiração interna de fluido $(v = 2V_c)$

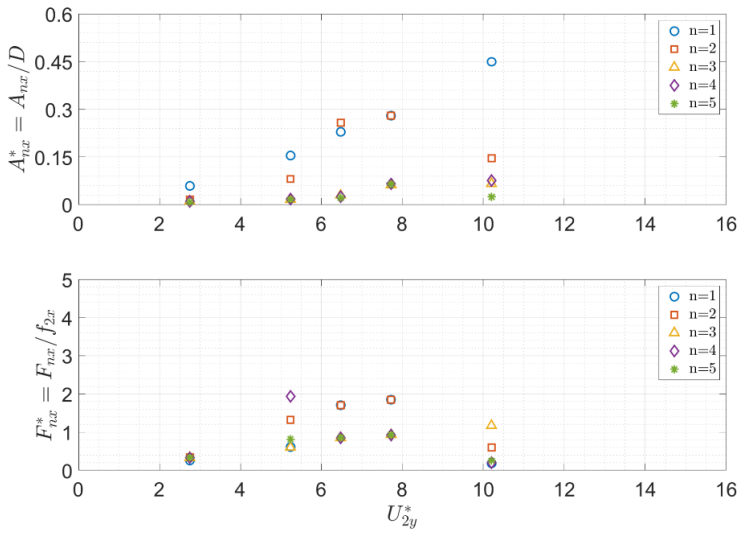
Nesta subseção novamente serão inicialmente realizadas comparações referentes às contribuições de amplitudes modais adimensionais, $A^*_{n,x}$ e $A^*_{n,y}$, e as respectivas frequências dominantes adimensionais, $F^*_{n,x}$ e $F^*_{n,y}$, mas agora com o caso combinado de reboque e aspiração, com velocidade de escoamento interno igual ao dobro do valor crítico V_c. Os experimentos de reboque sob escoamento interno foram realizados em apenas cinco velocidades.

A Figura 82 apresenta a resposta obtida pelo modelo experimental no plano do escoamento incidente. Apesar do menor número de velocidades disponíveis, quando comparado ao cenário de reboque puro, é possível observar novamente uma região de ressonância no intervalo $5 < U^*_{2y} < 9$, com o primeiro e segundo modo natural de vibrar apresentando as maiores contribuições de amplitude, de modo que as respectivas frequências dominantes apresentam valores próximos a $F^*_{1,2\,x} \approx 2$, com exceção da velocidade reduzida $U^*_{2y} \approx 5$ onde $F^*_{1x} \approx 0.6$.

Os resultados obtidos através do software Orcaflex™ e o modelo numérico MOR-MMM indicam fracas contribuições das amplitudes modais no plano do escoamento incidente, sendo estas inferiores aos resultados experimentais. Analisando as respectivas frequências dominantes, nota-se que o modelo MOR-MMM, Figura 84, apresentou uma melhor aderência com o modelo experimental quando comparado ao software Orcaflex™, Figura 83, o qual apresentou valores superiores aos obtidos experimentalmente.

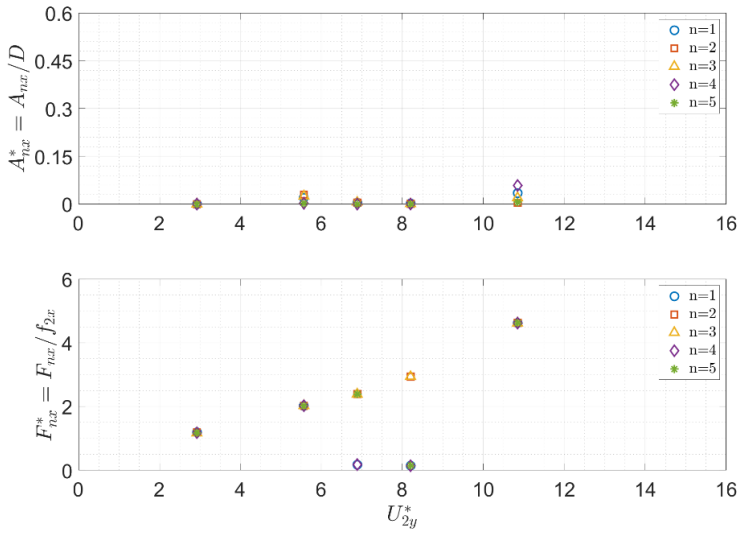
Importante notar a sincronia existente entre os modos, que vibram com a mesma frequência dominante, particularmente evidenciada pelos modelos numéricos.

Figura 82 - Resultados experimentais do cenário de reboque e aspiração interna de fluido com $2V_c$: contribuições das amplitudes modais adimensionais $A^*_{n\,x}$ e as respectivas frequências dominantes $F^*_{n,x}$ na direção longitudinal ao escoamento incidente em função da velocidade reduzida U^*_{2y}.



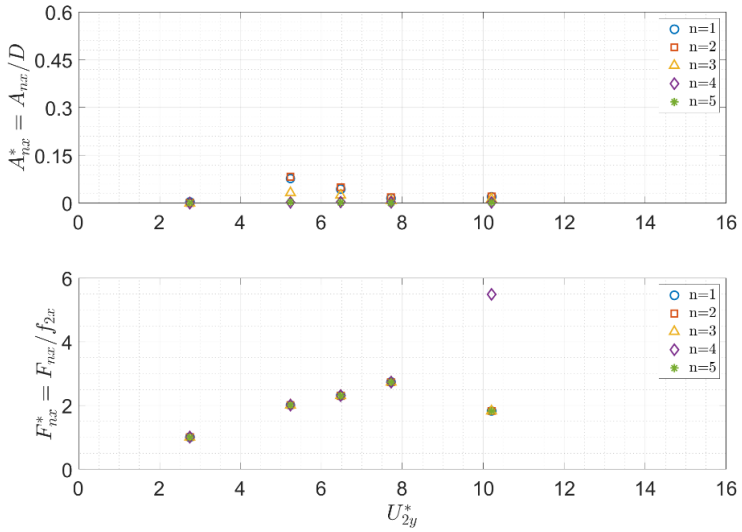
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 83 - Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque e aspiração interna de fluido com $2V_c$: contribuições das amplitudes modais adimensionais $A^*_{n\,x}$ e as respectivas frequências dominantes $F^*_{n,x}$ na direção longitudinal ao escoamento incidente como função da velocidade reduzida U^*_{2y}.



Fonte: O autor.

Figura 84 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque e aspiração interna de fluido com $2V_c$: contribuições das amplitudes modais adimensionais $A^*_{n\,x}$ e as respectivas frequências dominantes $F^*_{n,x}$ na direção longitudinal ao escoamento incidente como função da velocidade reduzida U^*_{2y}.



Fonte: O autor.

Realizando um procedimento semelhante para a direção transversal ao escoamento externo incidente, a Figura 85 apresenta as contribuições de amplitudes modais e as respectivas frequências dominantes referentes ao modelo experimental. Para $U^*_{2y} < 3$ nota-se uma contribuição de amplitude modal dominante do primeiro modo natural de vibrar, com amplitude modal atingindo $A^*_{1y} \approx 0.5$.

Na faixa de velocidades reduzidas $5 < U^*_{2y} < 8$ ocorre uma dominância do segundo modo, o que novamente era esperado devido ao modelo ter sido projetado visando uma resposta oscilatória dominante deste modo, com as contribuições de amplitude chegando a valores próximos de $A^*_{2y} \approx 1.0$. Existem também contribuições significativas do primeiro modo natural de vibrar, atingindo valores próximos de $A^*_{1y} \approx 0.7$, de modo que as frequências dominantes destes dois modos estão sincronizadas, apresentando valores próximos ao unitário, $F^*_{1,2\,y} \approx 1.0$.

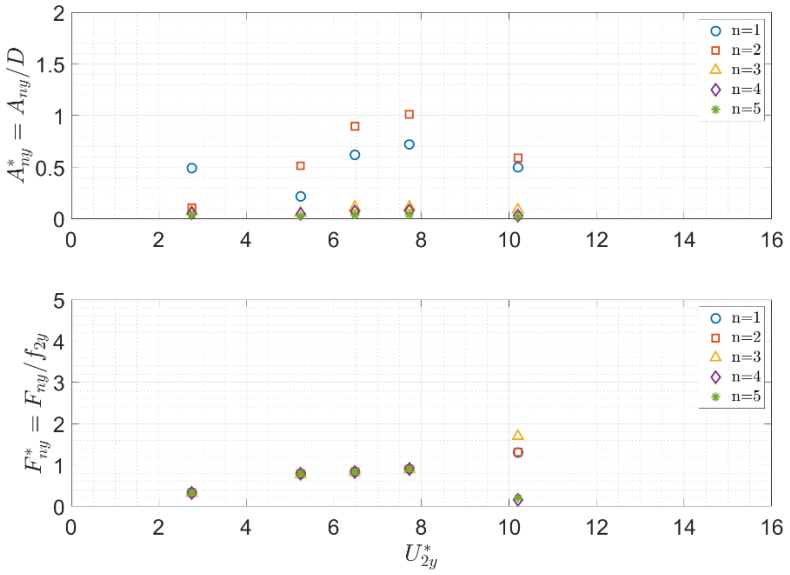
Analisando estes mesmos resultados, mas agora obtidos por meio do programa Orcaflex™, Figura 86, nota-se um predomínio das contribuições de amplitude referentes ao segundo modo natural de vibrar, com um valor máximo próximo de $A^*_{2y} \approx 1.8$ para a velocidade reduzida $U^*_{2y} \approx 5.5$, sendo este superior ao obtido no modelo experimental ($A^*_{2y} \approx 0.5$) para a correspondente velocidade reduzida. Para $U^*_{2y} > 10$ é possível observar uma contribuição de amplitude significativa do terceiro

modo natural de vibrar, fato que não foi observado no modelo experimental. Assim como ocorre no plano do escoamento, as respectivas frequências dominantes excedem os valores apresentados no modelo experimental.

Com relação ao modelo MOR-MMM observa-se que as maiores contribuições de amplitude são referentes ao segundo modo natural de vibrar, atingindo uma máxima contribuição $A^*_{2y} \approx 1.0$ para a velocidade reduzida $U^*_{2y} \approx 5.5$, Figura 87. Este valor máximo é superior ao obtido experimentalmente $(A^*_{2y} \approx 0.5)$ para a mesma velocidade reduzida.

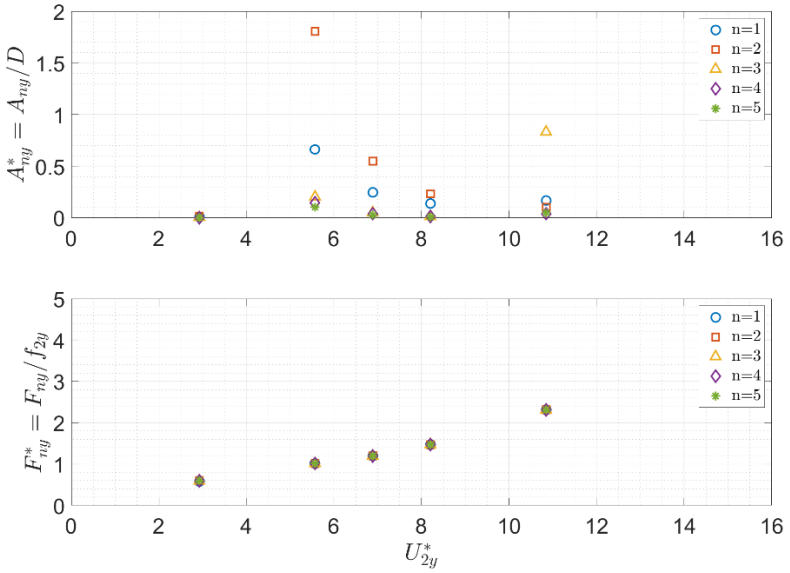
É importante observar a sincronia modal (sugerida pela coincidência das frequências modais dominantes), revelada tanto na análise experimental, quanto pelos modelos numéricos. Em particular, essa sincronia que se evidencia na faixa ressonante do segundo modo também se evidencia fora dessa faixa, no caso dos modelos teóricos.

Figura 85 - Resultados experimentais do cenário de reboque e aspiração interna de fluido com $2V_c$: contribuições das amplitudes modais adimensionais $A^*_{n\,y}$ e as respectivas frequências dominantes $F^*_{n,y}$ na direção transversal ao escoamento incidente em função da velocidade reduzida U^*_{2y}.



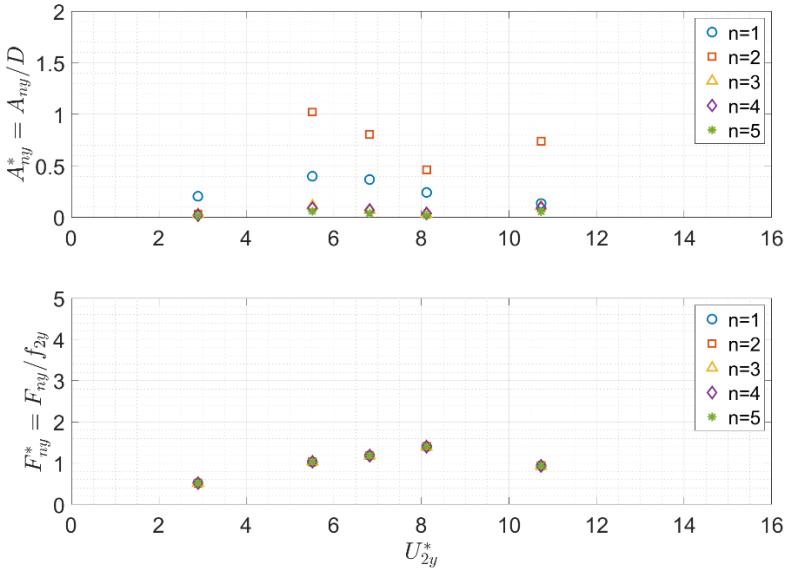
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 86 - Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque e aspiração interna de fluido com $2V_c$: contribuições das amplitudes modais adimensionais $A^*_{n\,y}$ e as respectivas frequências dominantes $F^*_{n,y}$ na direção transversal ao escoamento incidente como função da velocidade reduzida U^*_{2y}.



Fonte: O autor.

Figura 87 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque e aspiração interna de fluido com $2V_c$: contribuições das amplitudes modais adimensionais $A^*_{n\,y}$ e as respectivas frequências dominantes $F^*_{n,y}$ na direção transversal ao escoamento incidente como função da velocidade reduzida U^*_{2y}.



Fonte: O autor.

Uma comparação do presente caso com o cenário anterior (reboque puro) permite observar que as contribuições de amplitude modal do caso combinado nas duas direções são ligeiramente inferiores ao reboque puro, com as respectivas frequências

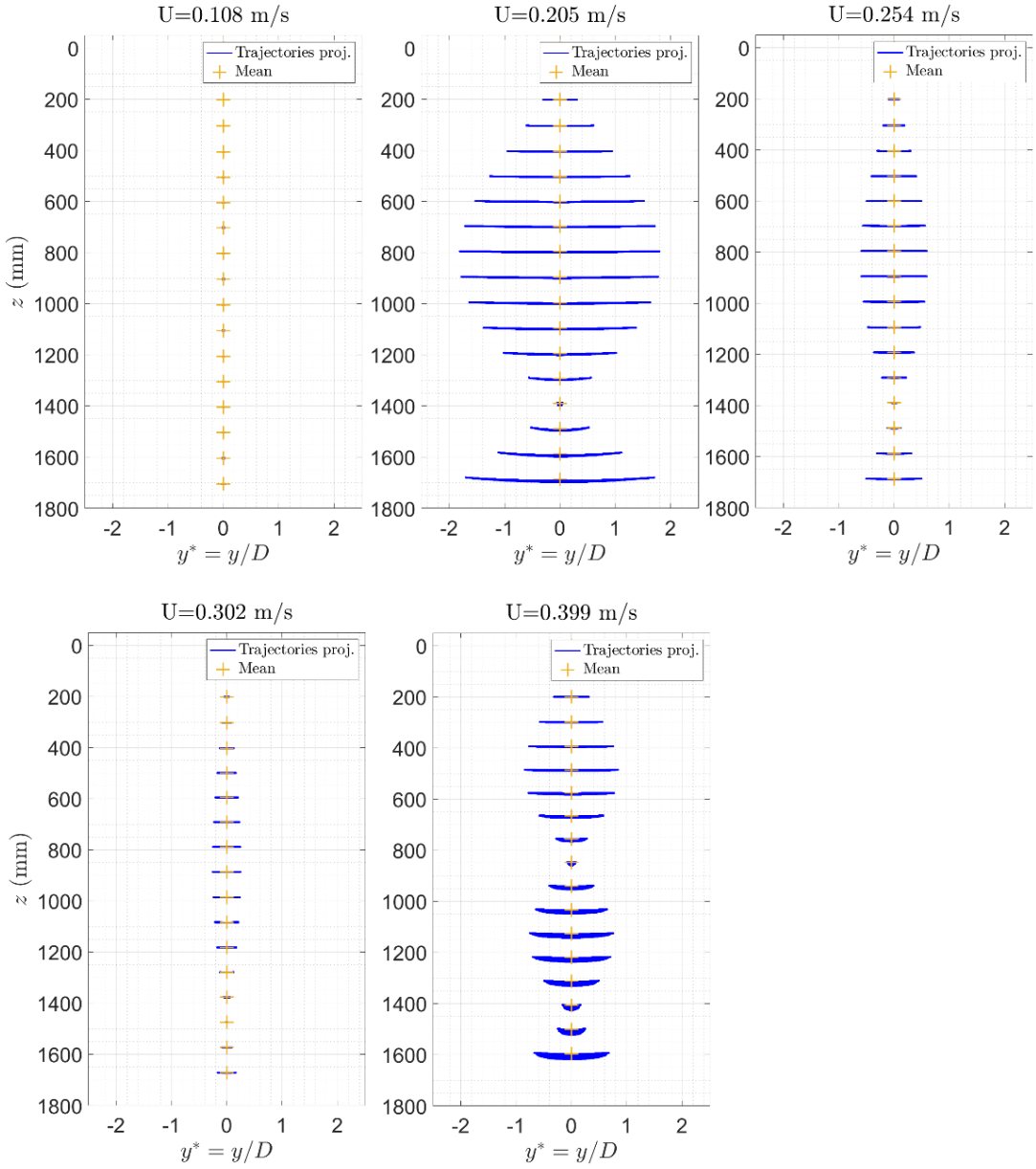
dominantes menos esparsas. Em outras palavras, neste caso, o escoamento interno tem um pequeno efeito de mitigação das amplitudes de VIV.

Semelhante ao caso de reboque puro, foram analisadas as projeções das trajetórias dos alvos posicionados ao longo do comprimento do modelo no plano transversal ao escoamento, obtidas via software Orcaflex™, Figura 88. Os marcadores amarelos $(+)$ indicam o valor médio das séries temporais destas projeções.

Para o primeiro valor de velocidade de reboque não são observadas oscilações significativas do modelo. Na faixa de velocidades $U = 0.205 - 0.302\ m/s$ é possível notar uma dominância do segundo modo natural de vibrar, enquanto que para $U = 0.399\ m/s$ são observadas contribuições significativas do terceiro modo natural de vibrar.

Como o objetivo do presente trabalho é realizar um estudo do efeito da aspiração interna de fluido em um tubo sujeito à escoamento externo, a análise é realizada para os mesmos valores de velocidades de reboque abordados no cenário anterior, isto é, $U = 0.252$ e $0.399\ m/s$.

Figura 88 - Projeções das trajetórias no sentido transversal ao escoamento incidente obtidas via Orcaflex™ para caso combinado de reboque e aspiração interna de fluido com $2V_c$: $U = 0.108$ a $U = 0.399\ m/s$.



Fonte : O autor.

4.2.1 Velocidade de reboque $U = 0.252\ m/s$ e aspiração interna de fluido ($v = 2V_c$)

Abordaremos a partir de agora o caso combinado de velocidade de reboque $U = 0.252\ m/s$ e aspiração de água com velocidade de escoamento interno igual a duas vezes o valor crítico, $2V_c$.

Diferentemente do cenário anterior de excitação por reboque puro, não será realizada uma comparação entre as formas dos três primeiros modos de vibrar obtidos pelo modelo MOR-MMM e Orcaflex™. Isso é justificado pelo fato de que diferentemente do modelo MOR-MMM, o referido software não considera o efeito do escoamento interno para determinação da configuração estática deformada, a qual é utilizada para análise modal.

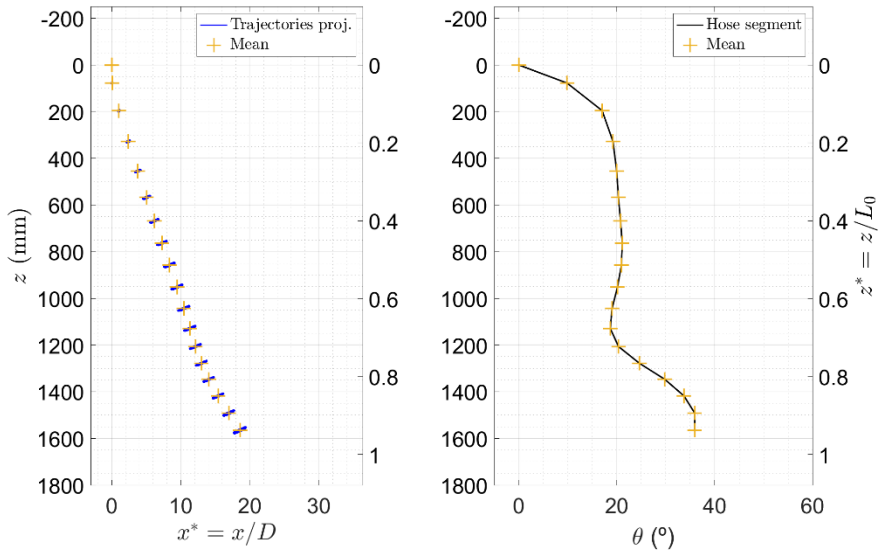
Os resultados referentes às séries temporais da configuração deformada do sistema para os modelos experimental, Orcaflex™ e MOR-MMM são apresentados nas Figs. 89, 90 e 91, respectivamente. Os gráficos à esquerda correspondem aos deslocamentos adimensionais no sentido longitudinal $(x^* = x/D)$ ao longo do comprimento do modelo, enquanto os posicionados à direita apresentam o ângulo de inclinação do modelo medido em relação à posição vertical. Os marcadores amarelos $(+)$ representam os valores médios de oscilações das séries temporais referentes aos alvos posicionados ao longo do modelo.

Para analisar a configuração média deformada dos modelos tomaremos como base de comparação o último alvo posicionado ao longo do modelo, isto é, o alvo 18. Nota-se que no modelo experimental este alvo apresentou um deslocamento longitudinal da ordem de 19 vezes o valor do diâmetro $(x^* \approx 19)$, enquanto no software Orcaflex™ e no modelo MOR-MMM estes deslocamentos atingiram valores próximos de 8 e 12 vezes o valor do diâmetro, respectivamente.

Com relação ao ângulo que o sistema forma com a vertical é possível observar que os três modelos apresentaram uma concordância qualitativa até o alvo 13, o que corresponde ao trecho $0 < z < 1200\,mm$. Analisando este intervalo, nota-se que o modelo experimental atingiu um valor médio próximo de $20°$ junto ao alvo 8, o qual é superior aos obtidos via Orcaflex™ e MOR-MMM que apresentaram valores médios próximos de $10°$ e $18°$, respectivamente.

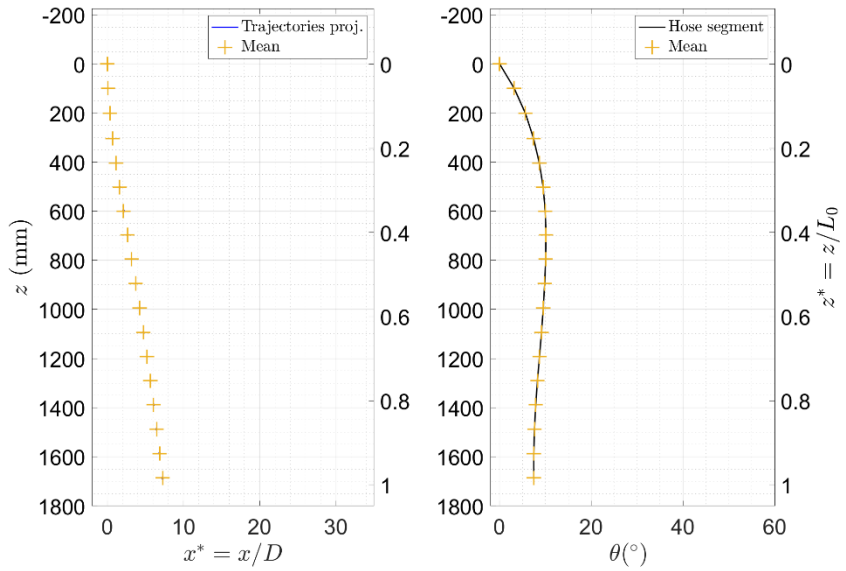
A partir do trecho $z > 1200\,mm$ é observado um comportamento diferente no modelo experimental em comparação com os modelos numéricos, o que pode estar associado a curvaturas residuais oriundas do processo de fabricação da mangueira com que o modelo BH-2 foi construído e cujo efeito não está incorporado no software Orcaflex™ e no modelo MOR-MMM.

Figura 89 - Resultados experimentais do cenário combinado de reboque $(U = 0.252\, m/s)$ e aspiração $(2V_c)$. [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



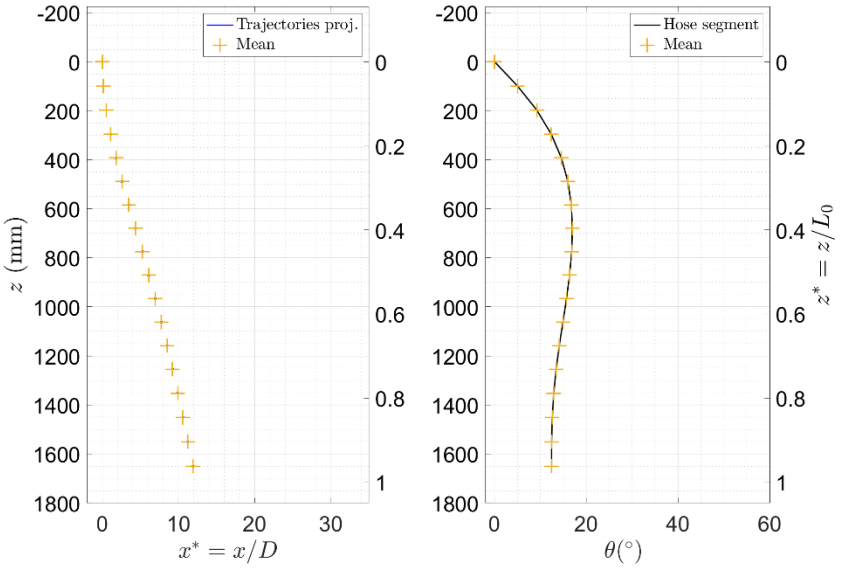
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 90 - Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque $(U = 0.252\, m/s)$ e aspiração $(2V_c)$. [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



Fonte: O autor.

Figura 91 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.252\ m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.

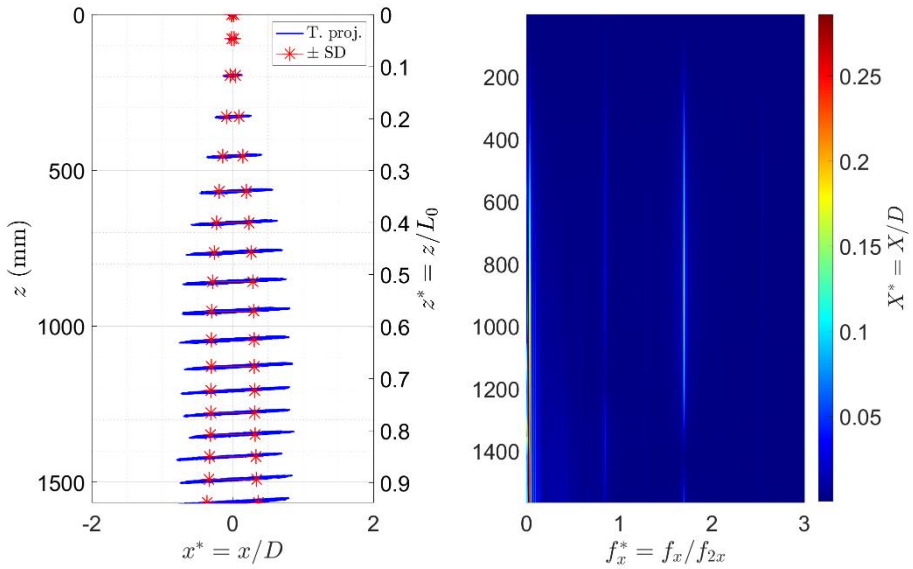


Fonte: O autor.

Uma comparação entre os resultados obtidos pelos três modelos revela que o modelo experimental apresenta uma configuração média deformada mais deslocada da referência do que as obtidas pelos modelos numéricos.

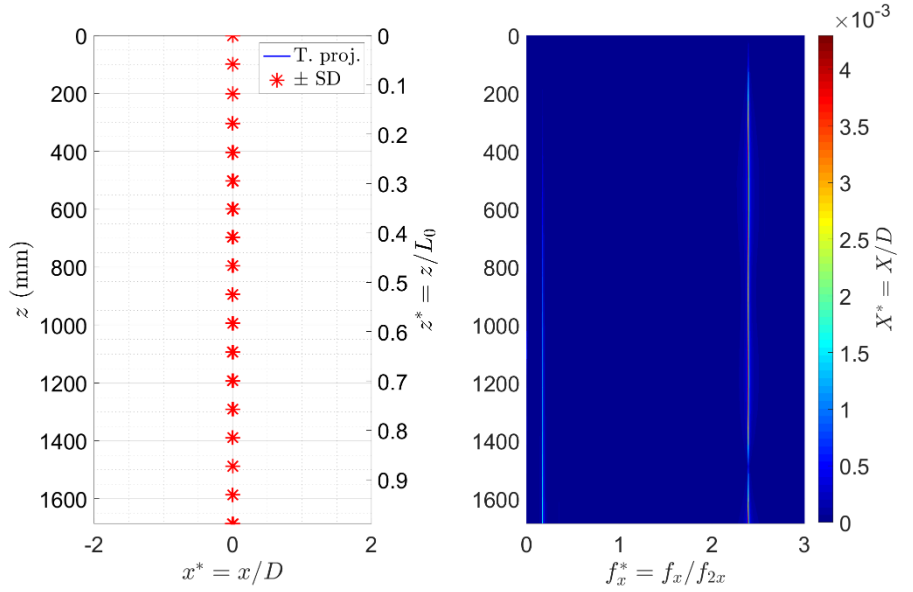
Através da Figura 92 é possível observar que o modelo experimental apresentou maiores oscilações na direção do escoamento incidente quando comparado com os modelos numéricos, presentes nas Figs. 93 e 94. Possível explicação para estas diferenças estaria associada a efeitos do escoamento tridimensional junto ao lastro, não modelados nos modelos numéricos. Neste caso podemos pontuar que os modelos numéricos não recuperaram o resultado obtido por meio do modelo experimental nesta direção.

Figura 92 - Resultados experimentais do cenário combinado de reboque $(U = 0.252\, m/s)$ e aspiração $(2V_c)$. [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



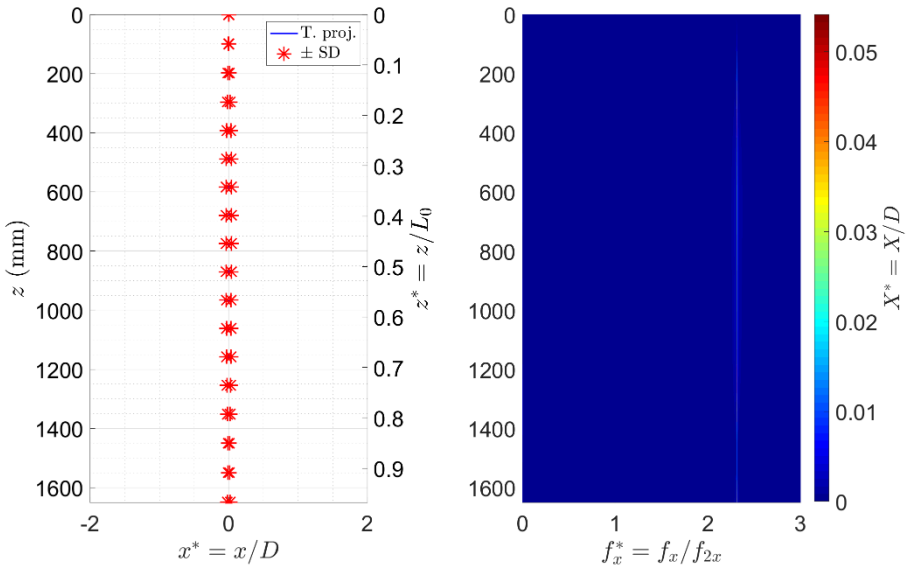
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 93 - Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque $(U = 0.252\, m/s)$ e aspiração $(2V_c)$. [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



Fonte: O autor.

Figura 94 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque $(U = 0.252\ m/s)$ e aspiração $(2V_c)$. [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



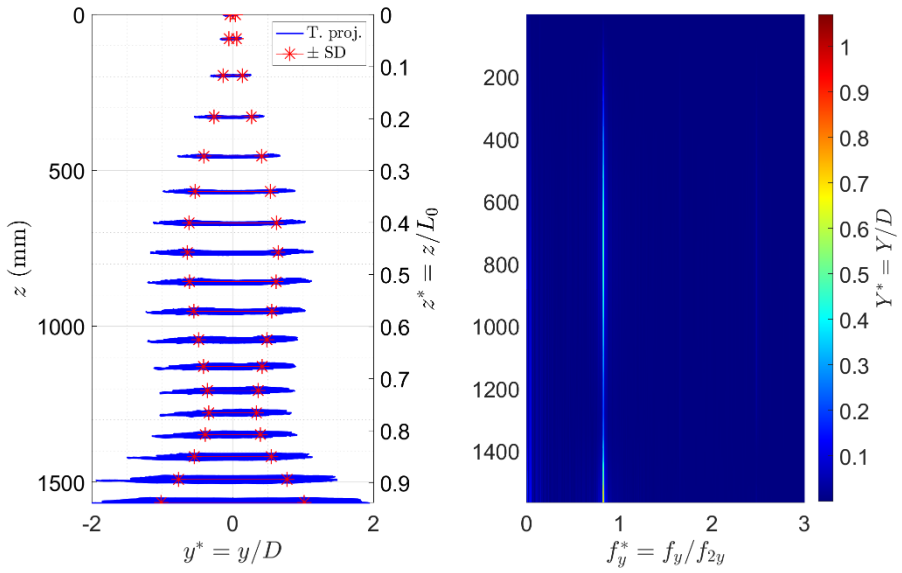
Fonte: O autor.

Podemos realizar uma análise semelhante na direção transversal ao escoamento incidente. As projeções de trajetórias neste plano mostram que os três modelos possuem uma forma modal dominante próxima ao segundo modo de vibrar. No entanto, as amplitudes de oscilações do modelo experimental, Figura 95, são superiores às obtidas através dos modelos numéricos, Figura 96 e Figura 97.

Os espectros de amplitude dos modelos experimental, Orcaflex™ e MOR-MMM apresentam frequências próximas de $f_y^* \approx 1.0$. Semelhante ao caso de reboque puro $(U = 0.252\ m/s)$, é possível observar a presença de sub-harmônicos apenas no espectro de amplitude do modelo experimental.

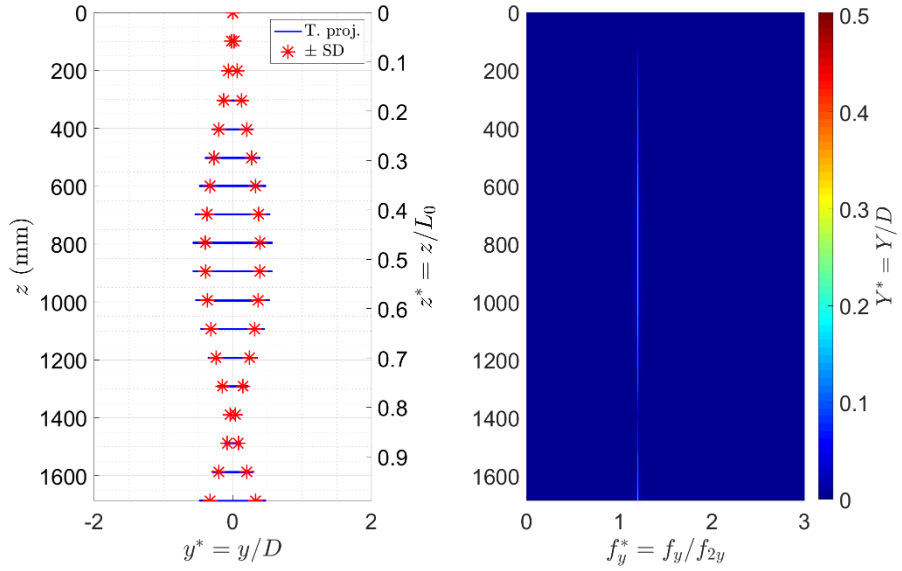
Através de uma comparação entre a Figura 62 e Figura 96 (a direita) nota-se que no presente cenário o Orcaflex™ apresentou uma melhor aderência ao modelo experimental em comparação com o cenário de reboque puro $(U = 0.252\ m/s)$, onde anteriormente o programa apresentava frequência dominante próxima de $f_y^* \approx 4.0$.

Figura 95 - Resultados experimentais do cenário combinado de reboque $(U = 0.252\, m/s)$ e aspiração $(2V_c)$. [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



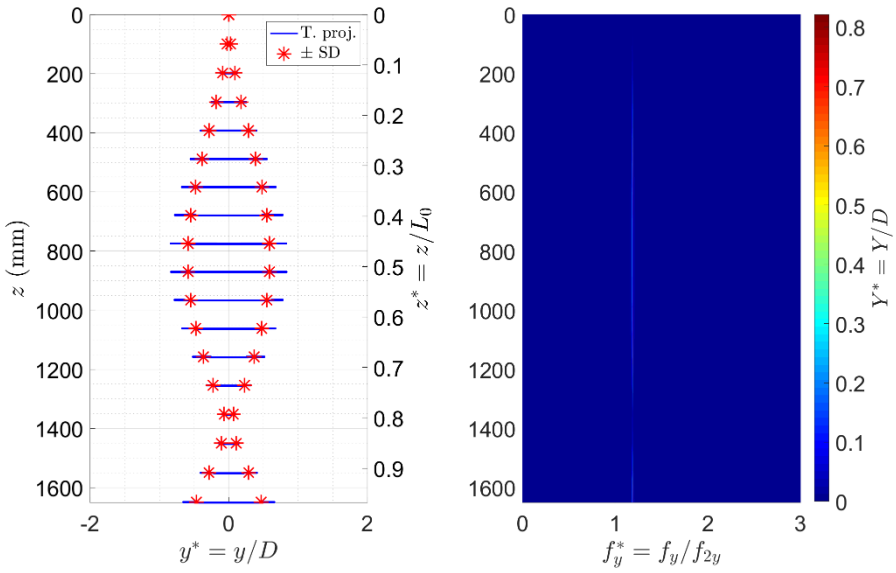
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 96 - Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque $(U = 0.252\, m/s)$ e aspiração $(2V_c)$. [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



Fonte: O autor.

Figura 97 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque $(U = 0.252\ m/s)$ e aspiração $(2V_c)$. [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



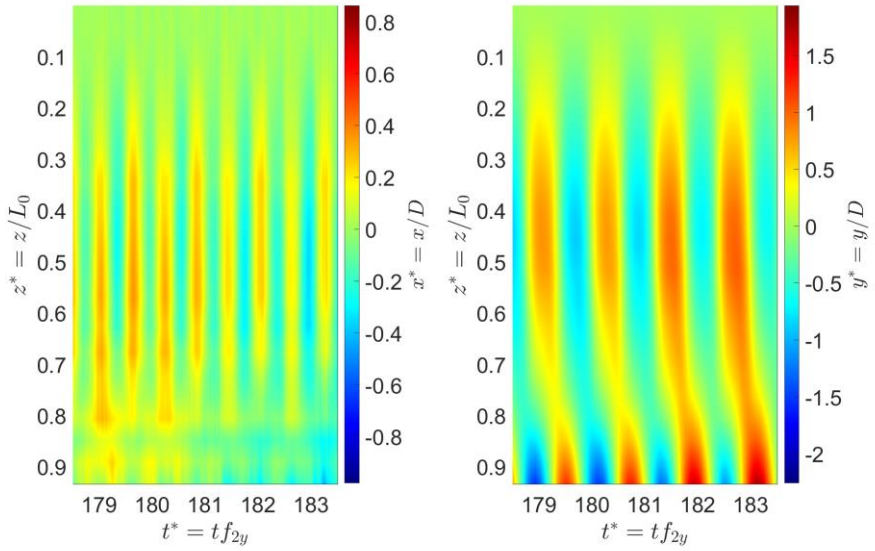
Fonte: O autor.

As evoluções temporais das oscilações ao longo do comprimento do modelo referentes aos modelos experimental, Orcaflex™ e MOR-MMM são apresentadas por meio dos escalogramas presentes nas Figs. 98, 99 e 100, respectivamente. Através destas evoluções temporais nota-se que os três modelos apresentam pequenas amplitudes de oscilação no trecho $0 < z^* < 0.1$.

Analisando apenas o modelo experimental é possível identificar a presença de um nó nas duas direções em $z^* \approx 0.8$ com um comportamento próximo ao segundo modo natural de vibrar, porém com contribuições de outros modos, em especial no plano do escoamento incidente.

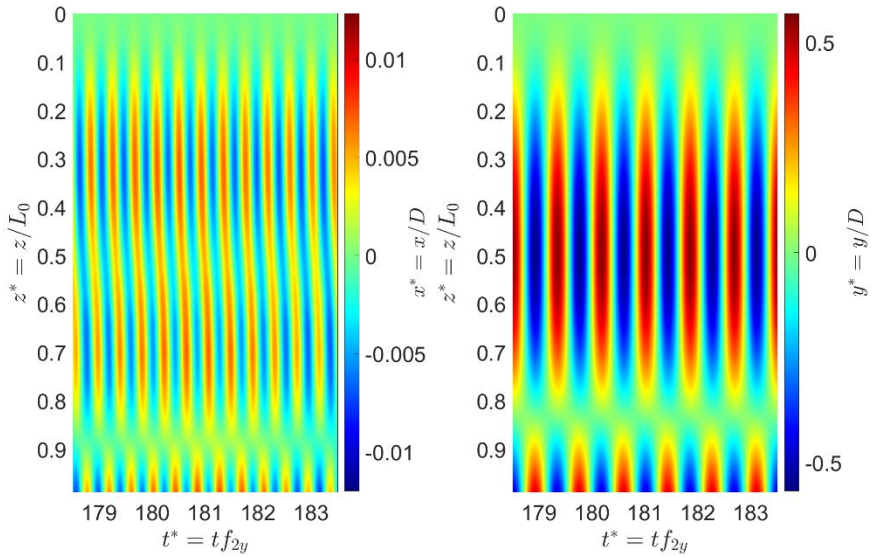
Uma comparação entre o modelo experimental e os modelos numéricos permite observar que todos os resultados apresentam um nó em $z^* \approx 0.8$ com uma resposta de segundo modo de vibrar. Porém, nos modelos numéricos é possível identificar que esta resposta é bem caracterizada, onde as contribuições de outros modos de vibrar são menores em relação ao que se verifica no modelo experimental.

Figura 98 - Escalogramas referentes aos resultados experimentais do cenário combinado de reboque $(U = 0.252\ m/s)$ e aspiração $(2V_c)$ em função do tempo adimensional $\left(t^* = tf_{2y}\right)$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



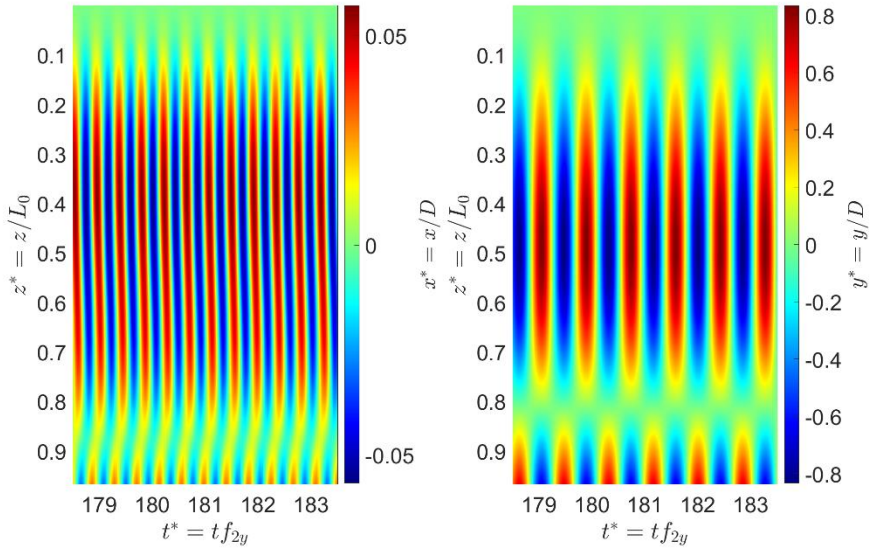
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 99 - Escalogramas referentes aos resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque $(U = 0.252\ m/s)$ e aspiração $(2V_c)$ em função do tempo adimensional $\left(t^* = tf_{2y}\right)$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.

Figura 100 - Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.252\, m/s$) e aspiração ($2V_c$) em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.

4.2.2 Velocidade de reboque $U = 0.399\, m/s$ e aspiração interna de fluido $(v = 2V_c)$

Trataremos nesta subseção o caso combinado de velocidade de reboque $U = 0.399\, m/s$ e aspiração de água com velocidade de escoamento interno igual a duas vezes o valor crítico, $2V_c$.

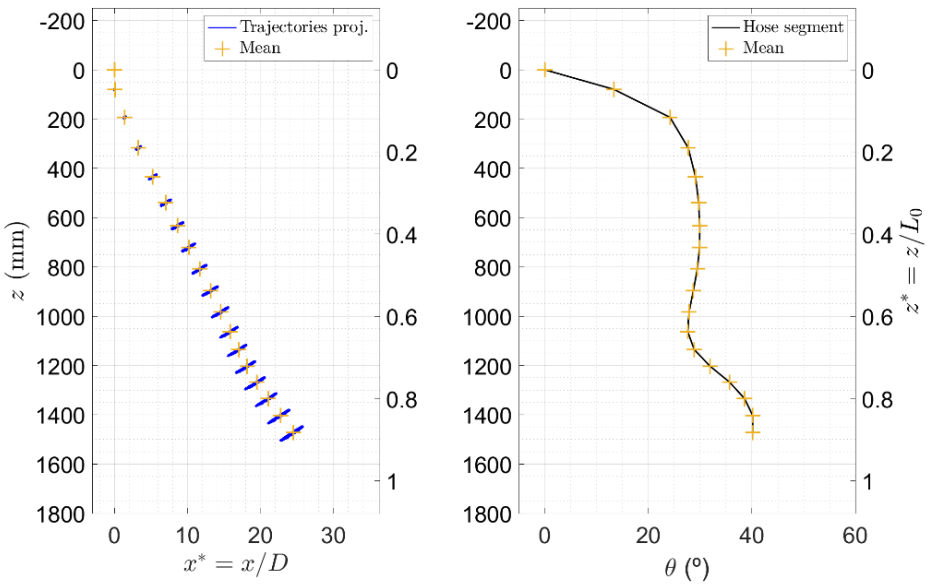
Em virtude do software Orcaflex™ não considerar o efeito do escoamento interno na configuração estática deformada, assim como já havia sido pontuado anteriormente na subseção 4.2.1, não será apresentada uma comparação entre os três primeiros modos de vibrar obtidos pelo software e o modelo MOR-MMM.

A primeira comparação entre os modelos experimental e numéricos será feita por meio da análise da configuração deformada do sistema, através dos deslocamentos adimensionais no sentido longitudinal ao escoamento incidente e do ângulo de inclinação do modelo medido em relação a posição vertical, os quais são apresentados nas Figs. 101-103.

Analisando inicialmente os deslocamentos no sentido longitudinal ao escoamento (x^*) nota-se uma boa aderência do ponto de vista qualitativo e quantitativo entre os três modelos, com o modelo experimental apresentando uma configuração média deformada mais deslocada da referência. Entre os modelos numéricos, do ponto de vista quantitativo observa-se que o modelo MOR-MMM apresentou valores mais próximos aos obtidos experimentalmente.

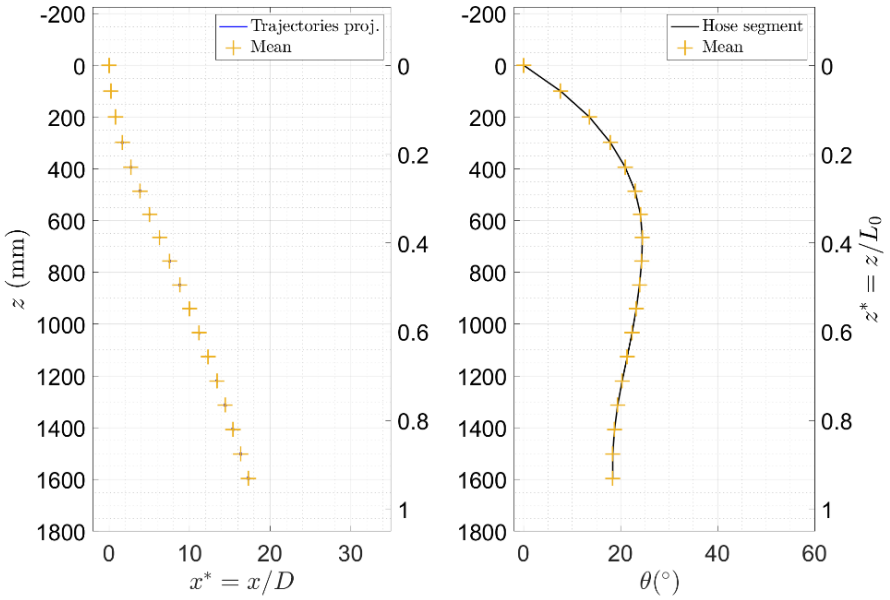
Assim como ocorreu nos cenários abordados anteriormente, o modelo experimental apresentou uma concordância qualitativa com os modelos numéricos no trecho $0 < z < 1200\ mm$. Após este trecho, os resultados obtidos por meio do software Orcaflex™ e do modelo MOR-MMM não recuperam o comportamento observado no modelo experimental. Acredita-se que este comportamento diferente apresentado pelo modelo experimental esteja associado a curvaturas residuais oriundas do processo de fabricação da mangueira presente no modelo BH-2.

Figura 101 - Resultados experimentais do cenário combinado de reboque $(U = 0.399\ m/s)$ e aspiração $(2V_c)$. [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



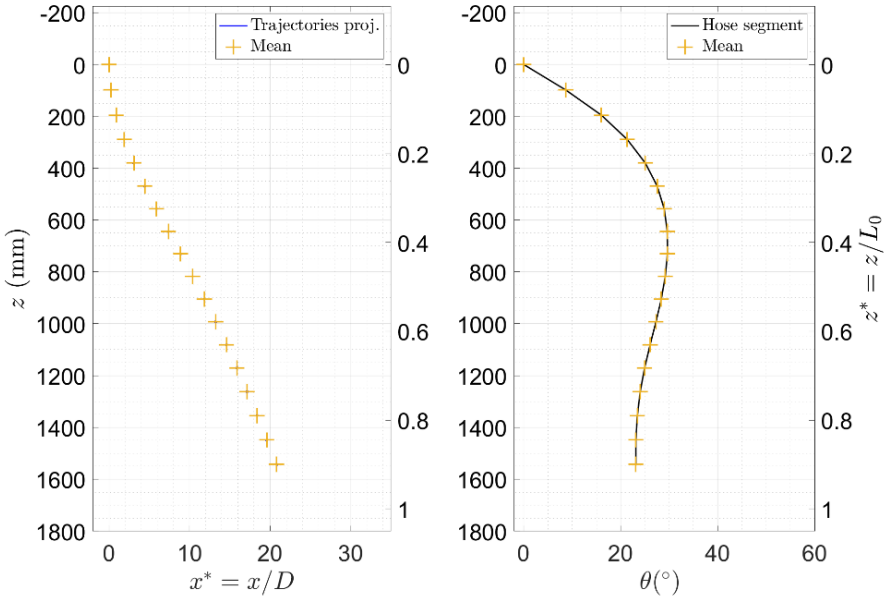
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 102 - Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque ($U = 0.399\ m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



Fonte: O autor.

Figura 103 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.399\ m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



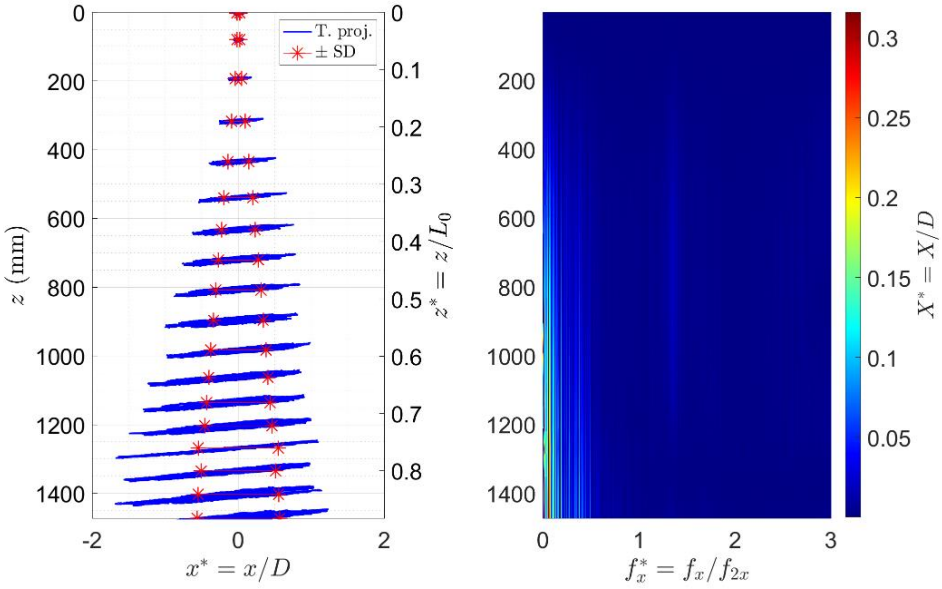
Fonte: O autor.

Uma análise das projeções das trajetórias e o espectro de amplitude na direção do escoamento incidente nos permite observar que os modelos numéricos, Figura 105

e Figura 106, apresentaram oscilações muito inferiores às obtidas pelo modelo experimental, Figura 104.

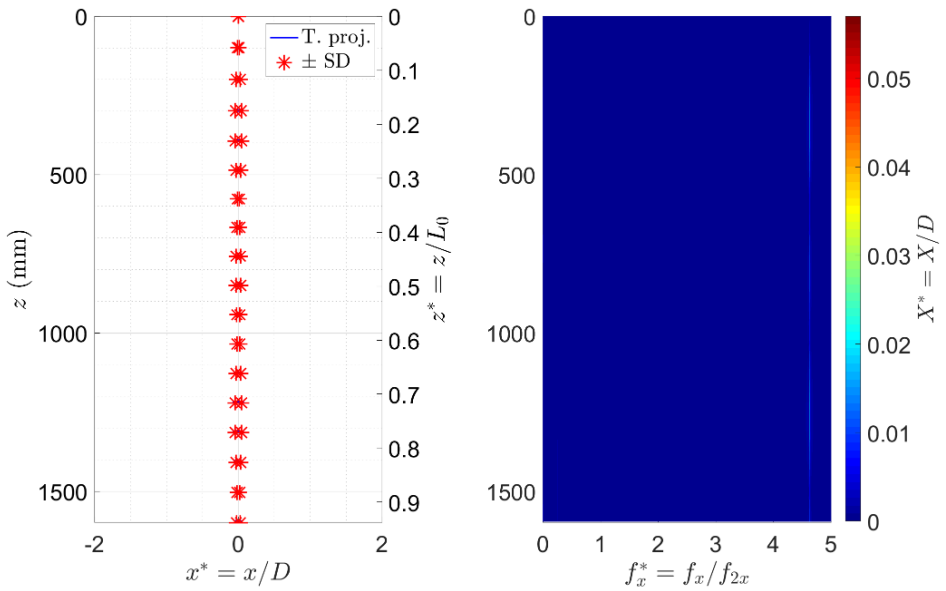
Observa-se também que os espectros de amplitude revelados pelos modelos numéricos são essencialmente monocromáticos, enquanto os resultados experimentais são caracterizados por espectros multicromáticos, com a presença de harmônicos de baixa frequência. A frequência dominante no espectro de amplitude resultante do modelo Orcaflex™ é bastante elevada, da ordem de 4 vezes a frequência natural de vibração na direção transversal. Já o modelo MOR-MMM produz frequência de oscilação da ordem de 2 vezes a frequência natural, em uma clara característica de ressonância dual.

Figura 104 - Resultados experimentais do cenário combinado de reboque ($U = 0.399\ m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



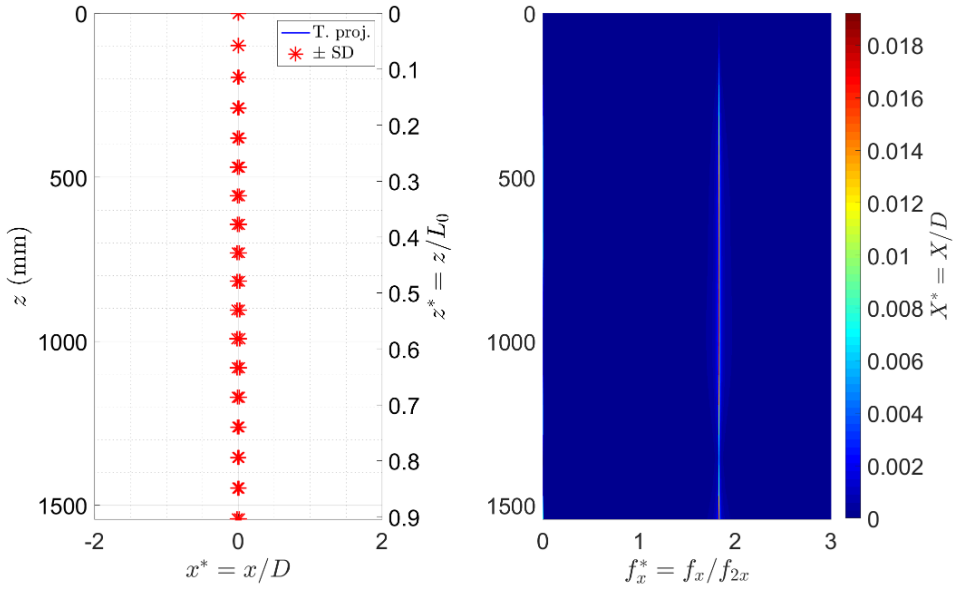
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 105 - Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque ($U = 0.399\, m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



Fonte: O autor.

Figura 106 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.399\, m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



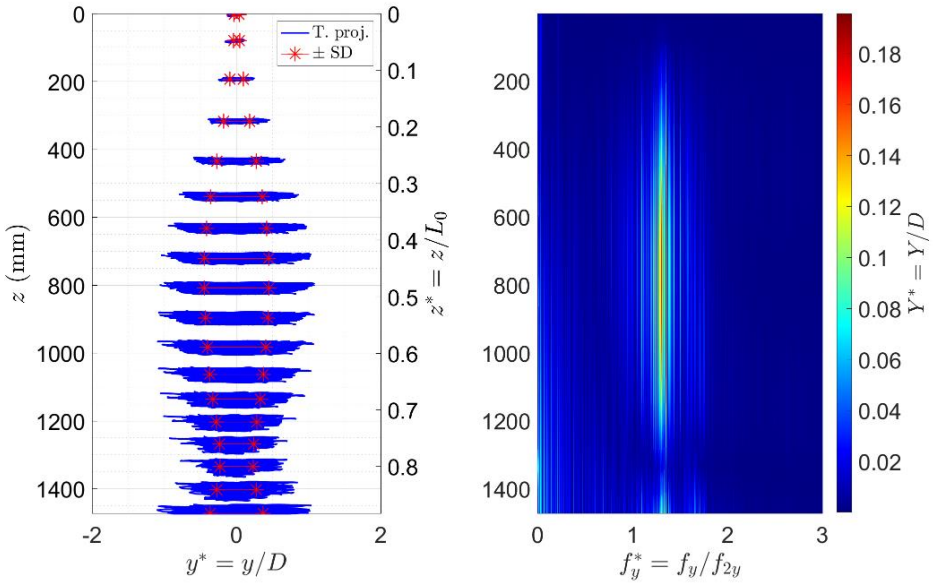
Fonte: O autor.

Com relação ao plano transversal ao escoamento incidente, é possível observar que o modelo experimental apresentou uma forma modal dominante próxima do segundo modo de vibrar, porém também existem contribuições de outros modos de vibrar. Já o espectro de amplitude mostra que este modelo apresenta uma frequência dominante próxima de $f_y^* \approx 1.0$, Figura 107.

Na Figura 108 são apresentados resultados similares, porém obtidos por meio do software Orcaflex™. Através das projeções das trajetórias, nota-se uma forma modal dominante do terceiro modo de vibrar, com a presença de dois nós em $z^* \approx 0.5$ e $z^* \approx 0.8$. Neste caso, diferentemente do modelo experimental, o espectro de amplitude apresentou uma frequência dominante próxima de $f_y^* \approx 2.0$.

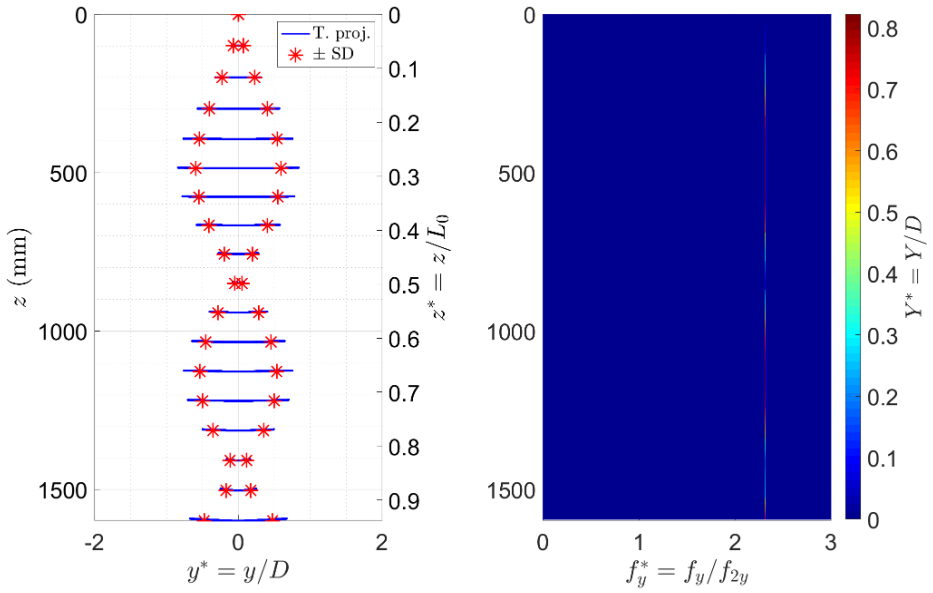
Realizando procedimento análogo para o modelo MOR-MMM, observa-se por meio das projeções das trajetórias que o mesmo apresenta uma forma modal dominante próxima do segundo modo de vibrar, com a presença de um nó em $z^* \approx 0.7$, Figura 109. Neste caso, o espectro de amplitude mostra uma frequência dominante próxima de $f_y^* \approx 1.0$. Uma comparação entre os resultados numéricos revela que o modelo MOR-MMM apresentou uma melhor concordância com os resultados obtidos experimentalmente.

Figura 107 - Resultados experimentais do cenário combinado de reboque ($U = 0.399\ m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



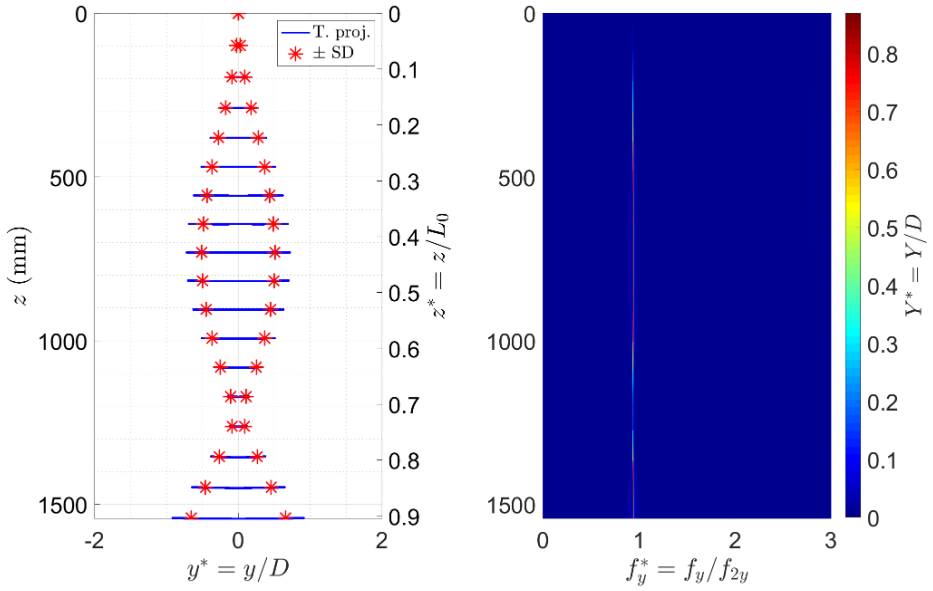
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 108 - Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque ($U = 0.399\, m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



Fonte: O autor.

Figura 109 - Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.399\, m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



Fonte: O autor.

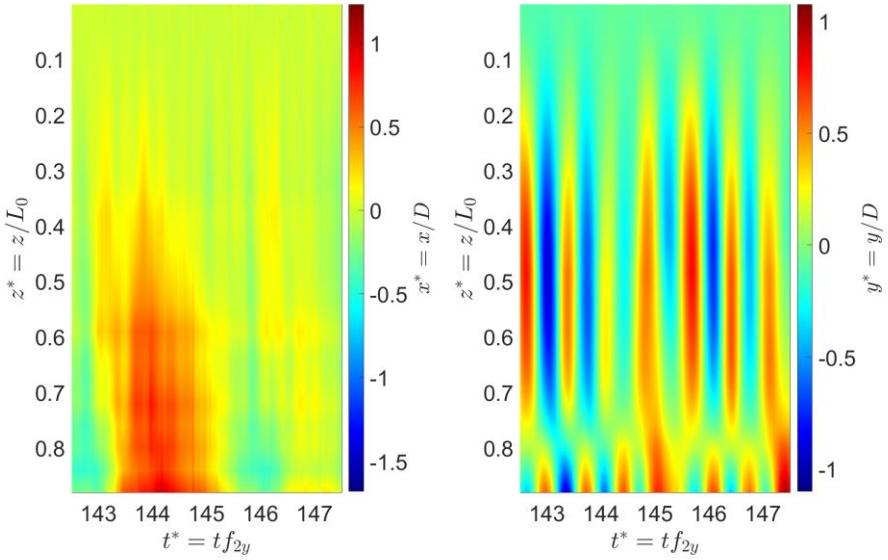
As evoluções temporais das oscilações ao longo do comprimento do modelo são apresentadas nos escalogramas presentes nas Figs. 110-112. Os escalogramas posicionados à esquerda e à direita referem-se às oscilações na direção longitudinal e transversal ao escoamento incidente, respectivamente.

A Figura 110 revela que o modelo experimental apresenta na direção longitudinal ao escoamento um comportamento de resposta com predominância do primeiro e segundo modos naturais de vibrar. Já na direção perpendicular é possível identificar a presença de um nó em $z^* \approx 0.8$, com uma resposta predominante do segundo modo de vibrar.

Analisando os resultados obtidos por meio do software Orcaflex™ nota-se que na direção longitudinal ao escoamento as amplitudes de oscilação são muito inferiores às obtidas experimentalmente, sendo possível identificar a presença de três nós ao longo do comprimento do modelo, $z^* \approx 0.3$, $z^* \approx 0.6$ e $z^* \approx 0.9$. No plano transversal foram obtidos valores mais próximos aos observados no modelo experimental, porém existe a presença de dois nós, $z^* \approx 0.5$ e $z^* \approx 0.8$, indicando uma resposta do terceiro modo de vibrar bem caracterizada.

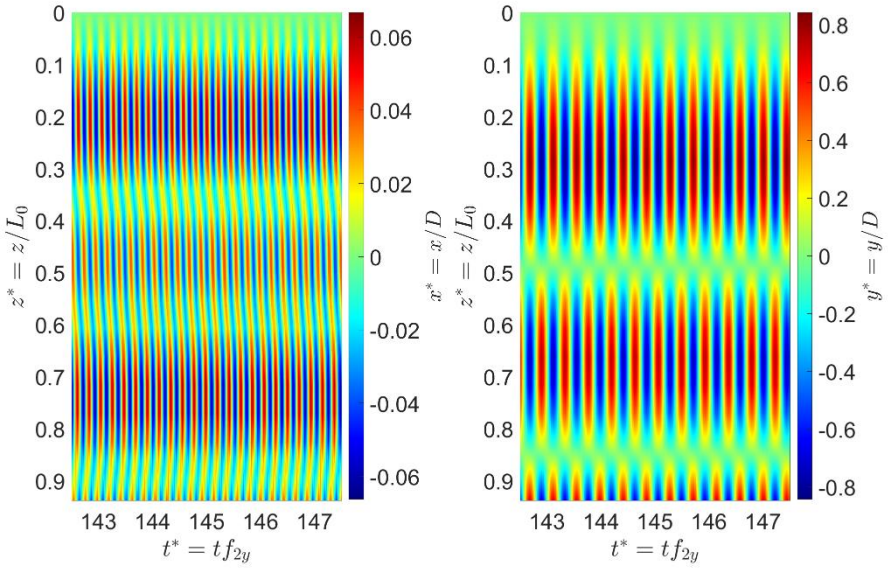
Com relação ao modelo MOR-MMM, os escalogramas presentes na Figura 112 revelam uma predominância da resposta do segundo modo de vibrar em ambas as direções analisadas. A oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente apresenta um nó em $z^* \approx 0.8$, enquanto na direção perpendicular o nó observado encontra-se em $z^* \approx 0.7$.

Figura 110 - Escalogramas referentes aos resultados experimentais do cenário combinado de reboque $(U = 0.399\ m/s)$ e aspiração $(2V_c)$ em função do tempo adimensional $\left(t^* = tf_{2y}\right)$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



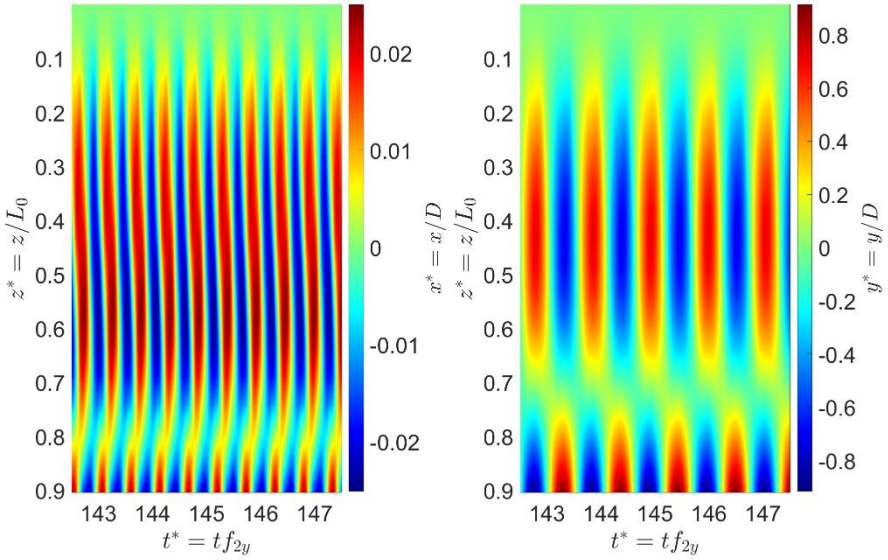
Fonte: Defensor Filho (2022).

Figura 111 - Escalogramas referentes aos resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque $(U = 0.399\ m/s)$ e aspiração $(2V_c)$ em função do tempo adimensional $\left(t^* = tf_{2y}\right)$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.

Figura 112 - Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.399\, m/s$) e aspiração ($2V_c$) em função do tempo adimensional $\left(t^* = tf_{2y}\right)$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.

5 CONCLUSÕES

No presente trabalho foi apresentada uma comparação teórico-experimental de um tubo flexível com um lastro rígido na extremidade inferior aspirando água e sujeito ao fenômeno de Vibração Induzida por Vórtices (VIV). O dimensionamento do modelo (comprimento do segmento flexível e dimensões do lastro em latão) se deu a partir de rotinas de análise modal desenvolvidas pela equipe de pesquisadores do Laboratório de Mecânica Offshore (LMO), as quais constituem a família de modelos matemáticos MOR-MMM.

Para determinação de algumas propriedades mecânicas referentes à mangueira flexível, foram realizados ensaios de caracterização dinâmica do material. Os testes que constituíram a referida campanha experimental foram conduzidos no tanque de reboque do Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT).

Do ponto de vista teórico foram utilizados dois modelos: modelo MOR-MMM, desenvolvido pelos pesquisadores do LMO, utilizando a Metodologia Modular de Modelagem (MMM) e um modelo desenvolvido no programa comercial Orcaflex™. Uma diferença entre os modelos numéricos se dá por meio da modelagem da interação fluido-estrutura. O modelo MOR-MMM adotou o modelo fenomenológico proposto por Ogink e Metrikine (2010). No código Orcaflex™ estão disponíveis diversas opções para representação do fenômeno de VIV. Uma delas é baseada no modelo fenomenológico de Iwan e Blevins (1974), e foi escolhida para ser empregada na presente análise, utilizando-se parâmetros com valores lá sugeridos.

O estudo de caso considerou dois tipos de cenários: reboque puro e reboque com escoamento interno de aspiração de água em uma condição com o dobro da velocidade crítica.

Para os cenários escolhidos foram apresentados os resultados das contribuições de amplitudes modais e suas respectivas frequências de oscilações dominantes, em função da velocidade reduzida, nas direções longitudinal e transversal ao escoamento incidente. Além disso, para estas duas direções também foram apresentadas as projeções das trajetórias, espectros de amplitude e a evolução temporal das oscilações ao longo do comprimento do modelo por meio de escalogramas. Uma análise modal foi também apresentada, porém apenas para o cenário de reboque

puro, visto que diferentemente do modelo MOR-MMM, o Orcaflex™ não leva em consideração o efeito do escoamento interno neste tipo análise.

Em condições de águas paradas foi observado que as frequências naturais do segundo modo de vibrar na direção transversal do cilindro obtidas pelos modelos numéricos apresentaram boa aderência com os resultados experimentais. Destaca-se melhor representatividade do modelo MOR-MMM.

A comparação entre os três primeiros modos de vibrar na direção transversal ao escoamento incidente obtidos pelos modelos numéricos revelou boa concordância dos resultados. Além disso, foi observado que à medida que ocorre um aumento na velocidade do escoamento externo, embora marginal, há um pequeno aumento na diferença entre as formas dos modos de vibrar obtidas pelos modelos numéricos.

No cenário de VIV sob reboque puro na direção longitudinal ao escoamento externo foi revelado que os modelos numéricos não foram capazes de recuperar as contribuições das amplitudes modais observadas experimentalmente. Via de regra, os modelos computacionais subestimaram tais amplitudes no intervalo de velocidades reduzidas analisado.

Com relação ao plano transversal ao escoamento incidente foi observado que os modelos numéricos apresentaram a região de maiores excitações deslocadas para menores valores de velocidade reduzida em comparação com o modelo experimental, ainda que o modelo MOR-MMM tenha apresentado contribuições de amplitudes e frequências dominantes mais aderentes à resposta experimental do que o Orcaflex™. Este deslocamento indica a necessidade de serem executados procedimentos de calibração de alguns dos parâmetros adotados no modelo fenomenológico utilizado no modelo MOR-MMM.

Nas duas direções analisadas, o programa Orcaflex™ apresentou resultados diferentes e intrigantes com relação as respectivas frequências dominantes, com valores muito superiores aos observados no modelo experimental e MOR-MMM. Este é um ponto importante a ser estudado futuramente, uma vez que, no presente trabalho não houve uma investigação aprofundada neste resultado.

A análise do cenário combinado de VIV sob reboque e aspiração de fluido na direção longitudinal do escoamento externo revelou um comportamento semelhante ao obtido no cenário de VIV sob reboque puro.

Para este cenário combinado, considerando as oscilações observadas na direção transversal ao escoamento incidente, os resultados experimentais mostraram que o escoamento interno de aspiração nas condições analisadas não modifica substancialmente as Vibrações Induzidas por Vórtices verificadas em sua ausência. De fato, o escoamento interno, embora pós-crítico causa pequena diminuição nas contribuições das amplitudes modais e torna as respectivas frequências dominantes próximas ao entorno da frequência do modo em ressonância caracterizando sincronizações modais, mitigando conteúdos de baixa frequência.

Os modelos numéricos apresentaram esta mesma mitigação das contribuições de amplitudes modais e concentrações das frequências dominantes em torno da resposta do modo ressonante causada pelo escoamento interno de aspiração.

Vale destacar que as discrepâncias anteriormente destacadas, nos cenários de VIV puro, entre as frequências dominantes obtidas pelo modelo Orcaflex™ e as observadas experimentalmente, são significativamente reduzidas nos cenários com escoamento interno de aspiração.

Os resultados referentes ao comportamento hidroelástico revelaram que, em ambos os cenários, o modelo experimental apresentou uma configuração média deformada maior do que a obtida pelos modelos numéricos. Com relação ao ângulo com a vertical, os modelos numéricos apresentaram uma concordância qualitativa com o modelo experimental no trecho $z < 1200\ mm$. Após este intervalo, notou-se que o modelo experimental possui um comportamento diferente do observado através dos modelos numéricos, o que, em parte, pode estar associado a curvaturas residuais na mangueira em que o modelo BH-2 foi construído e a efeitos tridimensionais do lastro, visto que ambos não estão incorporados em nenhum dos modelos numéricos.

É importante pontuar que nas simulações em Orcaflex™ não se observa uma amplificação dinâmica do coeficiente de arrasto conforme a Vibração Induzida por Vórtices se inicia, diferentemente do que ocorre no modelo MOR-MMM em que este coeficiente é influenciado pelo próprio movimento. Acredita-se que esta seja uma razão das discrepâncias observadas na configuração deformada média entre os dois modelos.

A análise da evolução temporal das oscilações ao longo do comprimento do modelo mostrou que a dinâmica observada no modelo experimental é muito mais rica

do que a captada pelos modelos numéricos, uma vez que estes modelos apresentam comportamentos mais próximos do modo de ressonância quando comparados ao modelo experimental.

Deste modo, o presente trabalho nos permitiu concluir que tanto para o modelo experimental quanto para os modelos numéricos, a presença do escoamento interno de aspiração no regime pós-crítico analisado não trouxe impacto significativo à dinâmica do sistema quando o mesmo esteve simultaneamente sujeito à ação do escoamento externo incidente. Além disso, também foi possível concluir que os modelos numéricos não foram capazes de recuperar de forma plena a dinâmica revelada da análise experimental, muito embora, o modelo MOR-MMM tenha apresentado resultados quantitativamente e qualitativamente mais aderentes aos obtidos experimentalmente, do que os apresentados com o modelo construído no software Orcaflex™.

Por fim, para uma continuidade da presente pesquisa são apresentadas algumas sugestões de trabalhos futuros:

1) Uma análise crítica do uso de modelos fenomenológicos para a representação de VIV em estruturas cilíndricas flexíveis: utilizando os resultados experimentais como base de calibração, buscar-se-ia utilizar ferramentas de aprendizado de máquina para a identificação de parâmetros em modelos fenomenológicos baseados em osciladores não-lineares. Tal análise também incluiria uma discussão acerca da possibilidade de substituir osciladores de esteira nodais por osciladores associados aos modos e uma verificação de qual estratégia levaria a uma melhor representação dos resultados obtidos;
2) O uso de ferramentas CFD para simulações mais detalhadas que permitissem uma melhor compreensão dos padrões de escoamento que seriam observados neste fenômeno, uma vez que o experimento realizado não permitiu nenhuma medida direta do escoamento além da velocidade de reboque.

REFERÊNCIAS

AMARANTE, R. A. **Compressão dinâmica em *risers*.** Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, 2015.

BEARMAN, P. W. Vortex shedding from oscillating bluff bodies. **Annual review of fluid mechanics**, v. 16, n. 1, p. 195-222, 1984.

BENJAMIN, T. B. Dynamics of a system of articulated pipes conveying fluid-I. Theory. **Proceedings of the Royal Society of London.** Series A. Mathematical and Physical Sciences, v. 261, n. 1307, p. 457-486, 1961.

BENJAMIN, T. B. Dynamics of a system of articulated pipes conveying fluid-II. Experiments. **Proceedings of the Royal Society of London.** Series A. Mathematical and Physical Sciences, v. 261, n. 1307, p. 487-499, 1961.

BLEVINS, R.D. **Flow induced vibrations.** Second Edition, Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 2001.

CASETTA, L.; PESCE, C. P. The generalized Hamilton's principle for a non-material volume. **Acta Mechanica**, v. 224, n. 4, p. 919-924, 2013.

CUNHA, L. D. **Vibração induzida por vórtices: análise crítica de modelos fenomenológicos**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, 2005.

DYKE, M. V. **An album of fluid motion**. The parabolic Press, 1982.

DEFENSOR FILHO, W. A. **New Experiments with Flexible Cantilevered Pipes in Water Aspirating Pipes Under VIV and Discharging Pipes in Post-Critical Dynamic Regime.** Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, 2022.

DEFENSOR FILHO, W. A.; FRANZINI, G. R.; PESCE, C. P. An experimental investigation on the dual-resonance revealed in the VIV of Flexible Cantilevers with Orthotropic Bending Stiffness. **Applied Ocean Research**. Submetido. 2021.

DEFENSOR FILHO, W. A.; PESCE, C. P.; FRANZINI, G. R. An experimental investigation on vortex-induced vibrations of cantilevered flexible cylinders with orthotropic bending stiffness**. Proceedings of the 9th International Symposium on Fluid-Structure Interactions, Flow-Sound Interactions, Flow-Induced Vibration & Noise – FIV 2018**. Toronto, 2018.

FACCHINETTI, M. L.; DE LANGRE, E.; BIOLLEY, F. Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations. **Journal of Fluids and structures**, v. 19, n. 2, p. 123-140, 2004.

FENG, C.C. **The Measurement of Vortex-Induced Effects in Flow Past Stationary and Oscillating Circular and D-Section Cylinders.** Msc Thesis, University of British Columbia: 1968.

FRANZINI, G. R.; BUNZEL, L. O. A numerical investigation on piezoelectric energy harvesting from Vortex-Induced Vibrations with one and two degrees of freedom. **Journal of Fluids and Structures**, v. 77, p. 196-212, 2018.

FRANZINI, G. R.; GONÇALVES, R. T.; MENEGHINI, J. R.; FUJARRA, A. L. C. Comparison between force measurements of one and two degrees-of-freedom VIV on cylinder with small and large mass ratio. **In: Proceedings of the 10th International**

Conference on Flow-Induced Vibration and Flow-Induced Noise - FIV 2012, p. 561, 2012.

FRANZINI, G. R.; PESCE, C. P.; GONÇALVES, R. T.; FUJARRA, A. L. C., MENDES, P. Experimental investigations on Vortex-Induced Vibrations with a long flexible cylinder. Part I: modal-amplitude analysis with a vertical configuration. **In: Proceedings of the 11th International Conference on Flow-Induced Vibration – FIV 2016**. 2016.

FUJARRA, A. L. C.; PESCE, C. P.; FLEMMING, F.; WILLIAMSON, C. H. K. Vortex-induced vibration of a flexible cantilever. **Journal of Fluids and Structures**, v. 15, n. 3-4, p. 651-658, 2001.

FUJARRA, A. L. C.; PESCE, C. P. Added mass variation and van der pol models applied to vortex-induced vibrations. **In: ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition.**, p. 207-211, 2002.

GREGORY, R. W.; PAÏDOUSSIS, M. P. Unstable oscillation of tubular cantilevers conveying fluid I.Theory. **Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.,** v. 293, n. 1435, p. 512–527, 1966a.

GREGORY, R. W.; PAÏDOUSSIS, M. P. Unstable oscillation of tubular cantilevers conveying fluid II. Experiments. **Proc. R. Soc. London. Ser. A. Math. Phys. Sci.,** The Royal Society London, v. 293, n. 1435, p. 528–542, 1966b.

HARTLEN, R. T.; CURRIE, I. G. Lift-oscillator model of vortex-induced vibration. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 96, n. 5, p. 577-591, 1970.

IWAN, W. D.; BLEVINS, R. D. A model for vortex induced oscillation of structures. **Journal of Applied Mechanics**, v. 41, p. 581-586, 1974.

KHALAK, A.; WILLIAMSON, C.H.K. Motions, forces and mode transitions in vortex-induced vibrations at low mass-damping. **Journal of fluids and Structures 13 (7-8)**, 813-851, 1999.

KUIPER, G.; METRIKINE, A. Dynamic stability of a submerged, free-hanging riser conveying fluid. **Journal of Sound and Vibration**, v. 280, n. 3-5, p. 1051-1065, 2005.

KUIPER, G.; METRIKINE, A.; EFTHYMIOU, M. Experimental investigation of the dynamic behaviour of a water intake riser. **In: International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, p. 479-488, 2007.

MENG, S.; KAJIWARA, H.; ZHANG, W. Internal flow effect on the cross-flow vortex-induced vibration of a cantilevered pipe discharging fluid. **Ocean Engineering**, v. 137, p. 120-128, 2017.

MORSE, T. L.; WILLIAMSON, C. H. K. The effect of Reynolds number on the critical mass phenomenon in vortex-induced vibration. **Physics of Fluids**, v. 21, n. 4, p. 045105, 2009.

OGINK, R. H. M.; METRIKINE, A. V. A wake oscillator with frequency dependent coupling for the modeling of vortex-induced vibration. **Journal of Sound and Vibration**, v. 329, n. 26, p. 5452-5473, 2010.

ORSINO, R. M. M. **A contribution on modeling methodologies for multibody systems.** Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, 2016.

ORSINO, R. M. M. Recursive modular modelling methodology for lumped-parameter dynamic systems. **Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, v. 473, n. 2204, p. 20160891, 2017.

ORSINO, R. M. M.; PESCE, C. P. Reduced order modeling of a cantilevered pipe conveying fluid applying a modular methodology. **Int. J. Non. Linear. Mech.**, Elsevier Ltd, v. 103, n. March, p. 1–11, 2018.

ORSINO, R.M.M.; PESCE, C.P.; FRANZINI, G.R. Cantilevered pipe ejecting fluid under VIV: non-linear reduced order modeling and analysis. **In: *24th* ABCM International Congress of Mechanical Engineering** – COBEM 2017. Curitiba, Brazil. p. 10, 2017.

ORSINO, R.M.M.; PESCE, C.P.; FRANZINI, G.R. A 3D non-linear reduced order model for a cantilevered pipe ejecting fluid under VIV. **In: Proceedings of 9th International Symposium on Fluid-Structure Interactions**, Flow-Sound Interactions, Flow-Induced Vibration & Noise- FIV 2018. Toronto, 2018.

ORSINO, R. M. M.; PESCE, C.P.; TONI, F.G.; FRANZINI, G. R. A 3D Nonlinear Reduced-Order Model of a Cantilevered Aspirating Pipe Under VIV. **In: Advances in Nonlinear Dynamics.** Springer, Cham, 2022. p. 107-117.

PAÏDOUSSIS, M. P. Aspirating pipes do not flutter at infinitesimally small flow. **Journal of fluids and structures**, v. 13, n. 3, p. 419-425, 1999.

PAÏDOUSSIS, M. P. **Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow**. Volume 1. Academic Press. Elsevier Science, London, 2014.

PAÏDOUSSIS, M. P.; LUU, T. P. **Dynamics of a pipe aspirating fluid such as might be used in ocean mining**, p. 205-255, 1985.

PEREIRA, F.R. **Investigação das vibrações induzidas pela emissão de vórtices em modelos reduzidos de *risers* lançados em catenária**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, 2015.

PESCE, C.P. **Mecânica de cabos e tubos submerses lançados em "catenária": uma abordagem analítica e experimental.** Tese de Livre Docência. EPUSP, 1997.

PESCE, C. P. **Riser Dynamics: experiments with small scale models.** LabOceano – Ten-Years Anniversary Celebration Workshop. April 29-30, Rio de Janeiro, Brazil, 2013.

PESCE, C. P.; FRANZINI, G. R.; ORSINO, R. M. M.; VERNIZZI, G. L.; DEFENSOR FO, W. A.; TOMIN, D.; MACIEL, V. S. **Research and Development of a Sea Water Intake Riser System from deep waters for FPSOs installed Offshore Brazil – Phase II. TR-HT-01.1: Small scale fundamental experiments at IPT towing tank.** Tech. rep. Restricted access. Offshore Mechanics Laboratory – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2020.

PESCE, C. P.; FRANZINI, G. R.; ORSINO, R. M. M.; ASSI, G. R. S.; DEFENSOR FO, W. A.; VERNIZZI, G. L.; TOMIN, D.; MACIEL, V. S.; FINOTELI, R. H. **Research and Development of a Sea Water Intake Riser System from deep waters for FPSOs installed Offshore Brazil – Phase II. TR-HT-02.1: Small scale fundamental experimental tests at IPT towing tank: experimental analysis of flexible pipes aspirating water.** Tech. rep. Restricted access. Offshore Mechanics Laboratory – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2021.

PESCE, C. P.; FRANZINI, G. R.; ASSI, G. R. S.; ORSINO, R. M. M.; VERNIZZI, G. L.; MACIEL, V. S.; DEFENSOR FO, W. A.; TOMIN, D.; FINOTELI, R. H. **Research and Development of a Sea Water Intake Riser System from deep waters for FPSOs installed Offshore Brazil – Phase II. TR-HT-04.0: Experimental-Theoretical Correlation of Flexible Pipes Aspirating Water.** Tech. rep. Restricted access. Offshore Mechanics Laboratory – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2022.

PESCE, C. P.; FUJARRA, A. L. C. Vortex-induced vibrations and jump phenomenon: experiments with a clamped flexible cylinder in water. **International Journal of Offshore and Polar Engineering**, v. 10, n. 01, 2000.

PESCE, C. P.; MARTINS, C.A. **Numerical computation of riser dynamics.** Numerical Modelling in Fluid-Structure Interaction, Advances in Fluid Mechanics Series, S. Chakrabarti ed., WIT Press, Southampton, UK, Chap. 7, p. 253-309, 2005.

QU, Y.; METRIKINE, A. V. A single van der pol wake oscillator model for coupled cross-flow and in-line vortex-induced vibrations. **Ocean Engineering**, v. 196, p. 106732, 2020.

QU, Yang; METRIKINE, A. V. A wake oscillator model with nonlinear coupling for the vortex-induced vibration of a rigid cylinder constrained to vibrate in the cross-flow direction. **Journal of Sound and Vibration**, v. 469, p. 115161, 2020.

RODRIGUES, O. Des lois géométriques qui régissent les déplacements d'un système solide dans l'espace, et de la variation des coordonnées provenant de ces déplacements considérés indépendamment des causes qui peuvent les produire. **J. Math**. Pures Appl, v. 5, n. 380-400, p. 5, 1840.

ROSETTI, G. F. **Análise de dinâmica dos fluidos computacional realizada no software STAR-CCM+.** Comunicação privada, 2019.

SKOP, R. A.; BALASUBRAMANIAN, S. A new twist on an old model for vortex-excited vibrations. **Journal of Fluids and Structures**, v. 11, n. 4, p. 395-412, 1997.

TANEDA, S. Experimental investigation of the wakes behind cylinders and plates at low Reynolds numbers. **Journal of the Physical Society of Japan**, v. 11, n. 3, p. 302-307, 1956.

TECHET, A. H. **13.42 Lecture: Vortex Induced Vibration.** Massachusetts Institute of Technology, Open Courseware, v. 21, 2005.

TOMIN, D. O. **Dinâmica de tubos extensíveis com escoamento interno: uma abordagem via Mecânica Analítica.** Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo, 2021.

TOMIN, D. O.; ORSINO, R. M. M.; PESCE, C. P. Cantilevered Extensible Pipes Conveying Fluid: A Consistent Reduced-Order Modeling via Extended Hamilton's Principle for Nonmaterial Volumes. **Proceedings of the ENOC2022** – 10th European Nonlinear Dynamics Conference, 2022.

VIKESTAD, K.; VANDIVER, J. K.; LARSEN, C. M. Added mass and oscillation frequency for a circular cylinder subjected to vortex-induced vibrations and external disturbance. **Journal of Fluids and Structures**, v. 14, n. 7, p. 1071-1088, 2000.

WILLIAMSON, C.H.; GOVARDHAN, R. Vortex-induced vibrations. **Annual Review**. Fluid Mechanics, v. 36, p. 413-455, 2004.

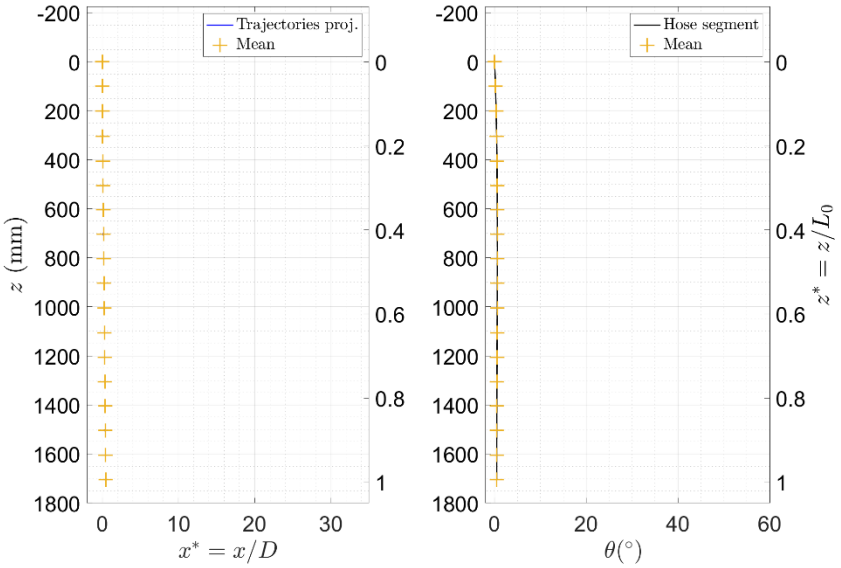
WILLIAMSON, C. H. K.; GOVARDHAN, R. A brief review of recent results in vortex-induced vibrations. **Journal of Wind engineering and industrial Aerodynamics**, v. 96, n. 6-7, p. 713-735, 2008.

WILLIAMSON, C. H. K.; ROSHKO, A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. **Journal of fluids and structures**, v. 2, n. 4, p. 355-381, 1988.

APÊNDICE A - SOFTWARE ORCAFLEX™

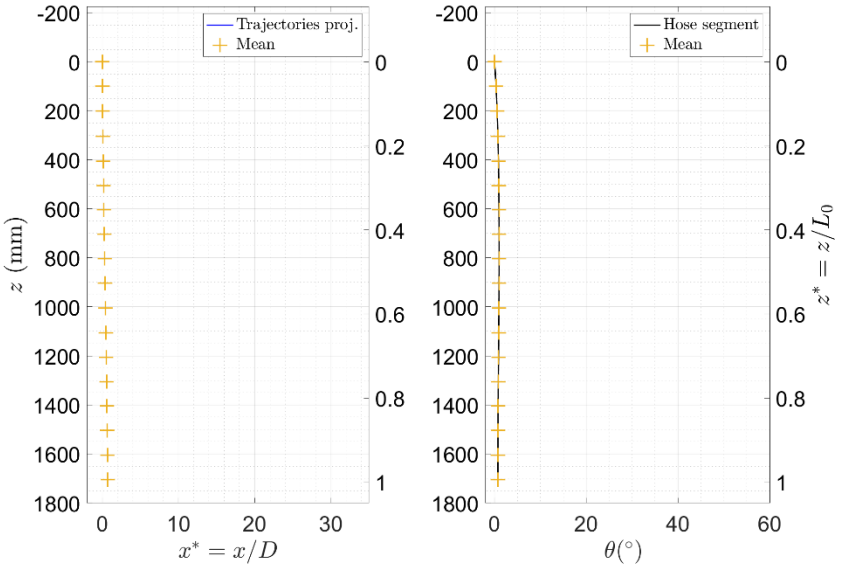
A.1. VIV sob reboque puro

Figura A - 1: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.06\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



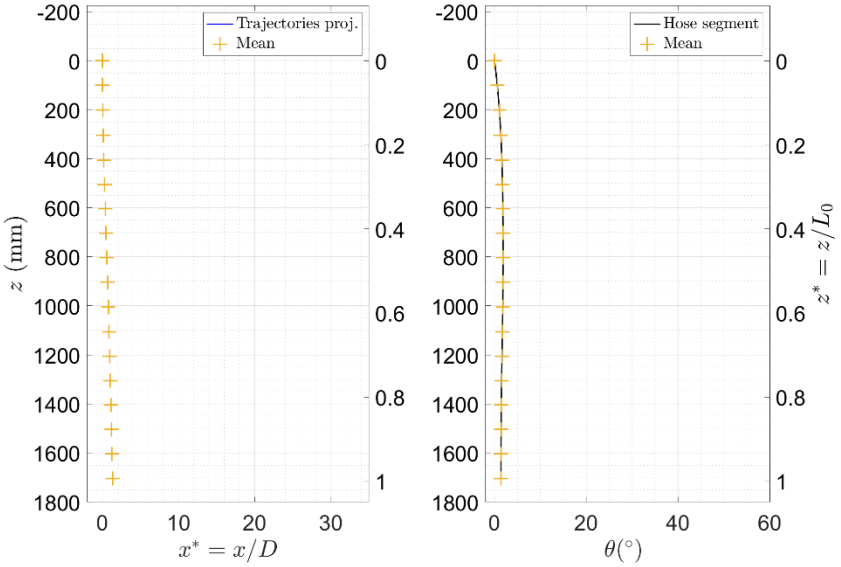
Fonte: O autor.

Figura A - 2: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.08\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



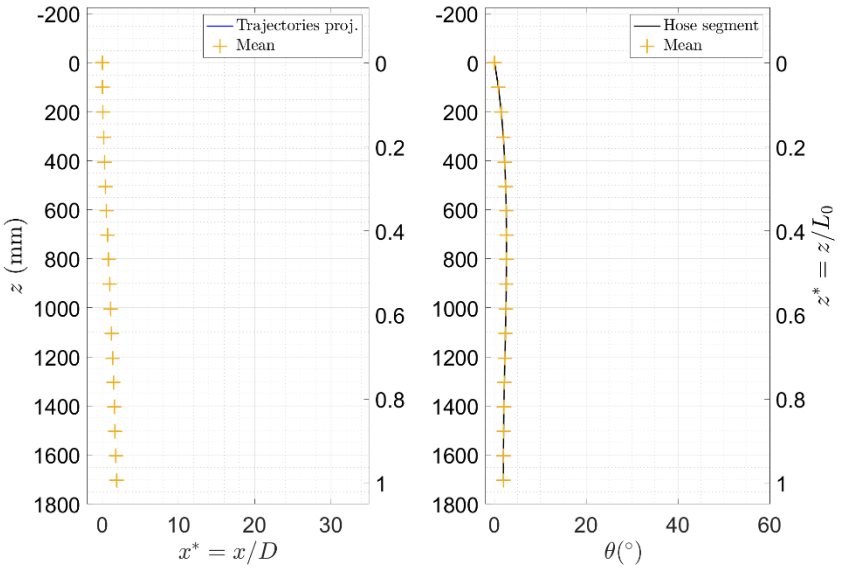
Fonte: O autor.

Figura A - 3: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.108\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



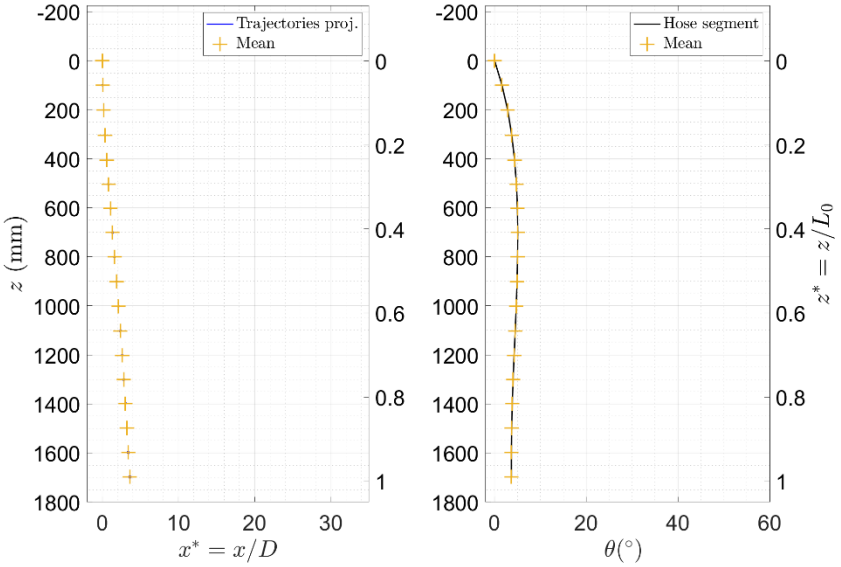
Fonte: O autor.

Figura A - 4: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.133\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



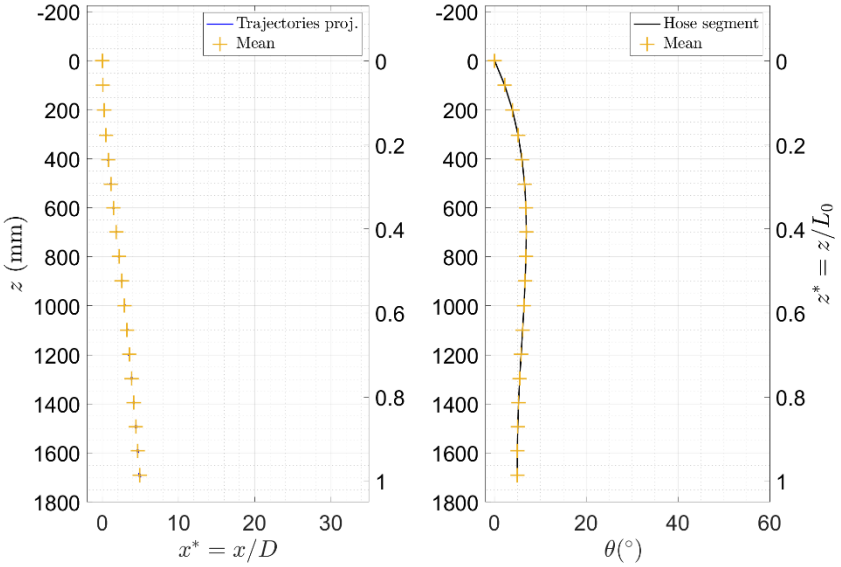
Fonte: O autor.

Figura A - 5: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.157\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



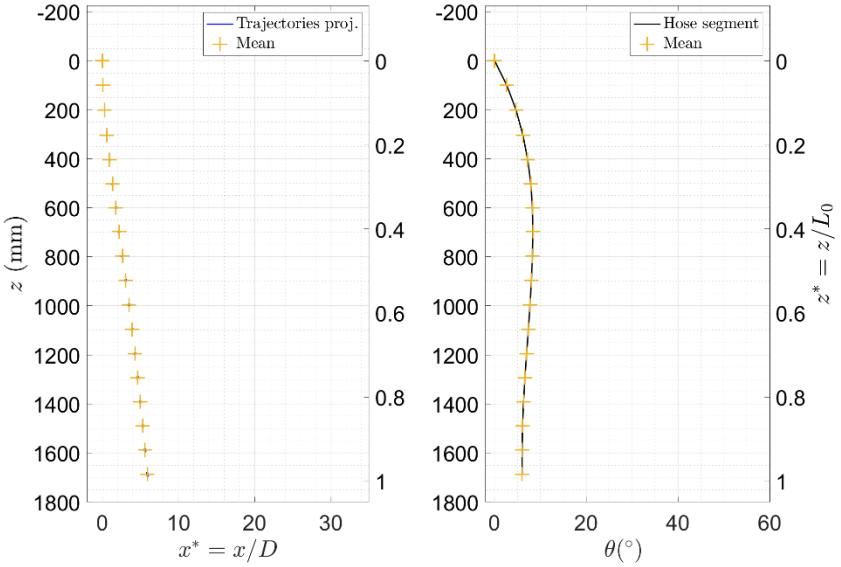
Fonte: O autor.

Figura A - 6: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.181\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



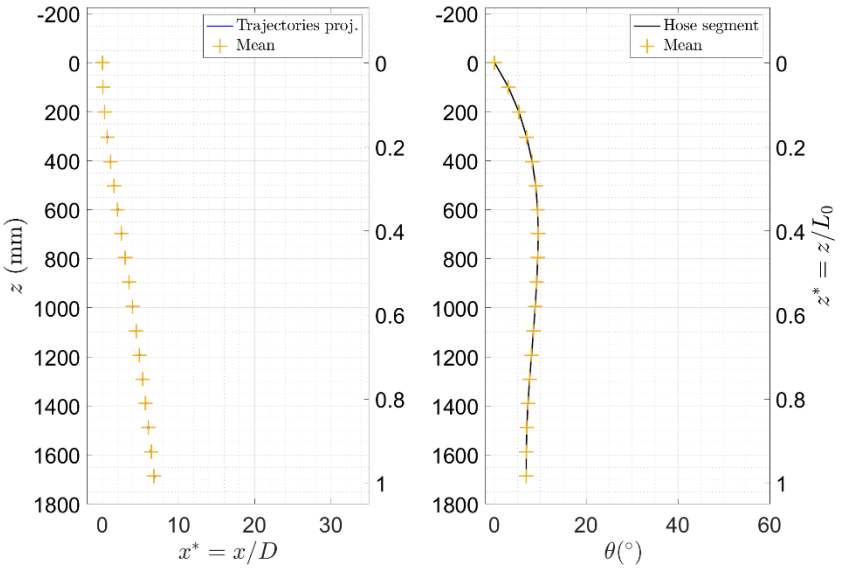
Fonte: O autor.

Figura A - 7: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.205\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



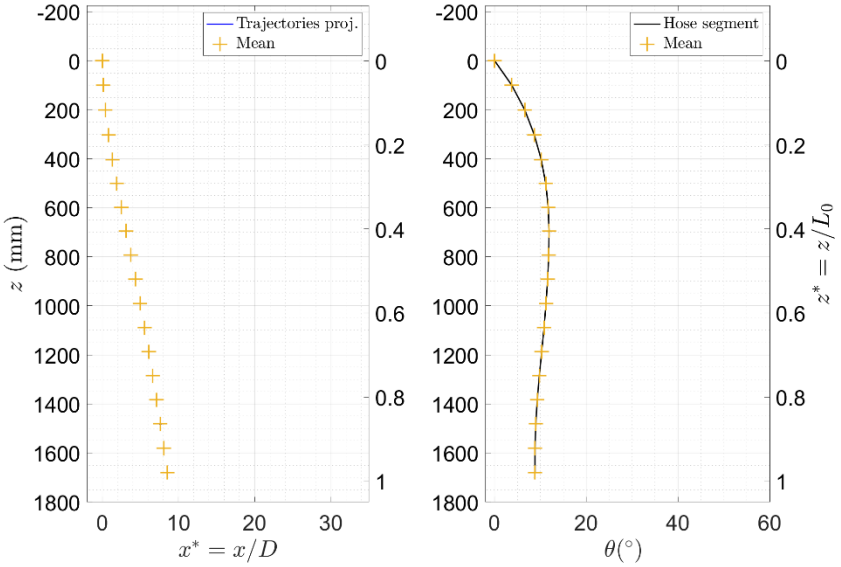
Fonte: O autor.

Figura A - 8: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.230\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



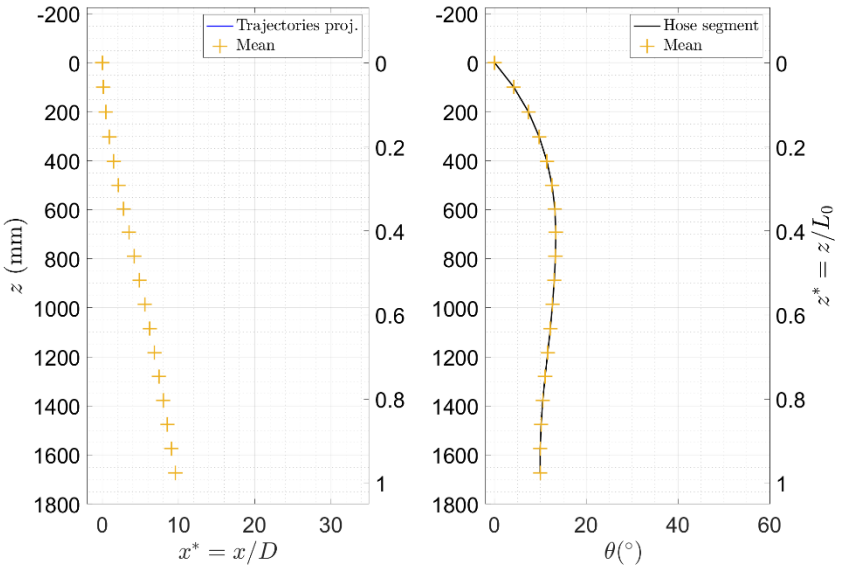
Fonte: O autor.

Figura A - 9: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.278\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



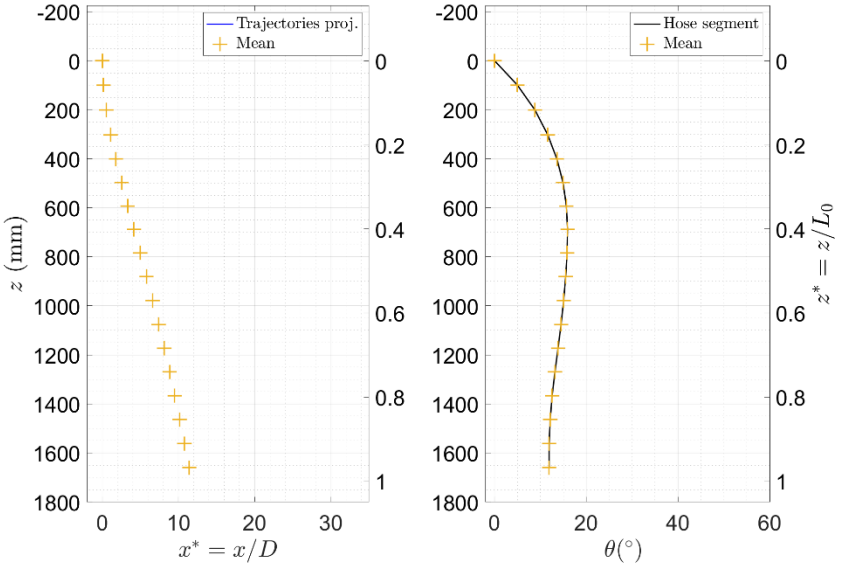
Fonte: O autor.

Figura A - 10: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.302\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



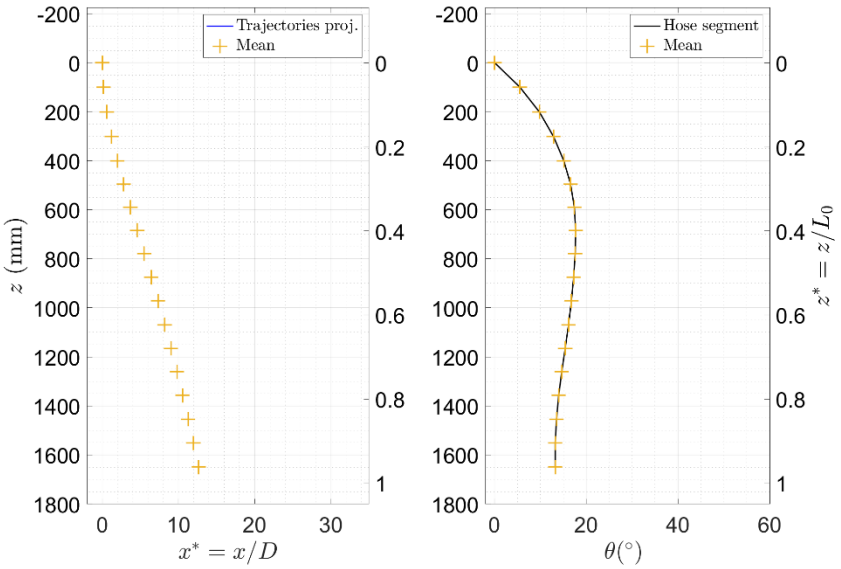
Fonte: O autor.

Figura A - 11: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.326\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



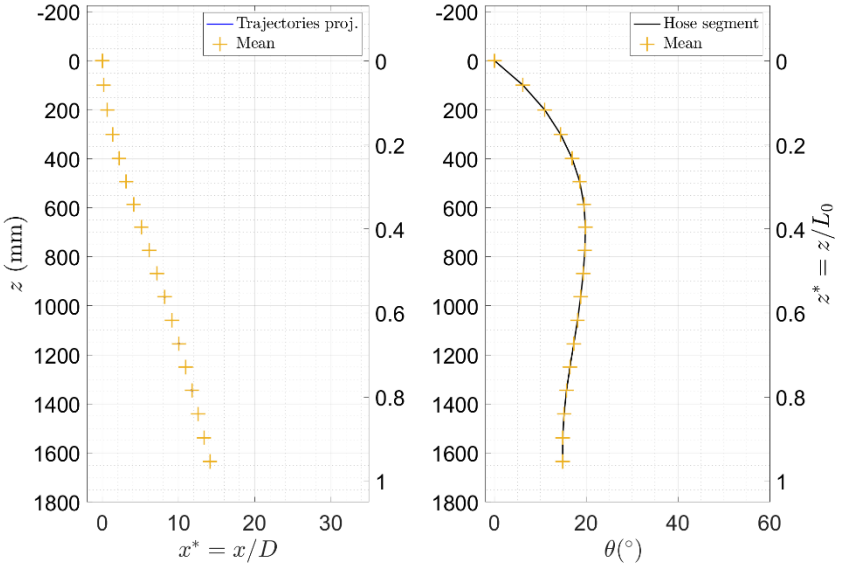
Fonte: O autor.

Figura A - 12: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.350\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



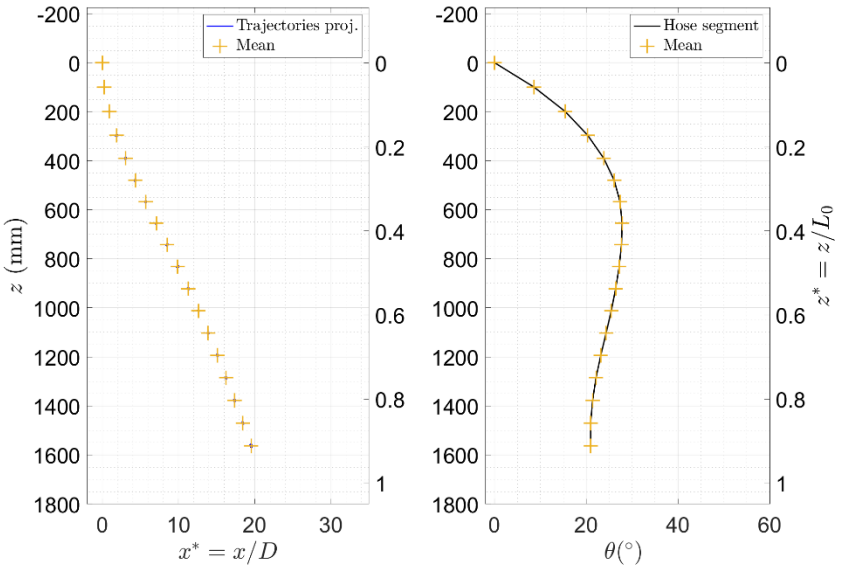
Fonte: O autor.

Figura A - 13: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.350\ m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



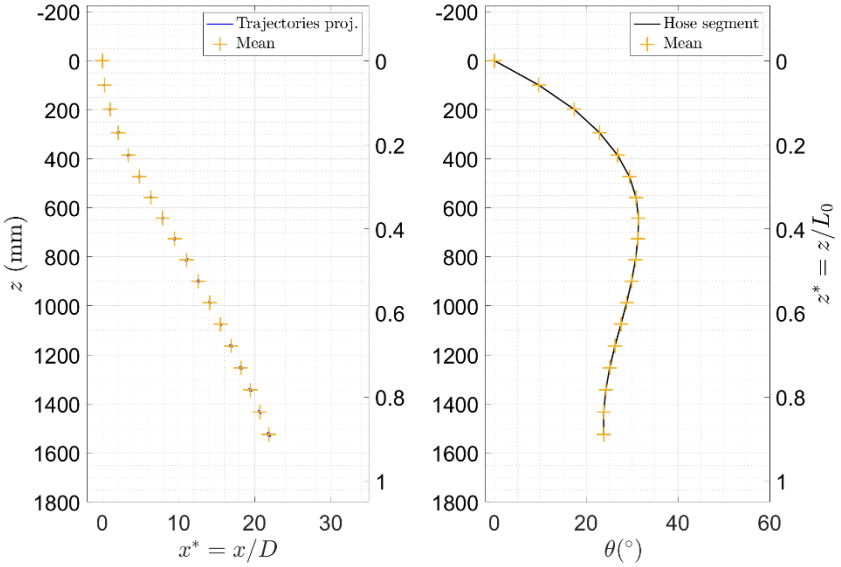
Fonte: O autor.

Figura A - 14: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.423\ m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



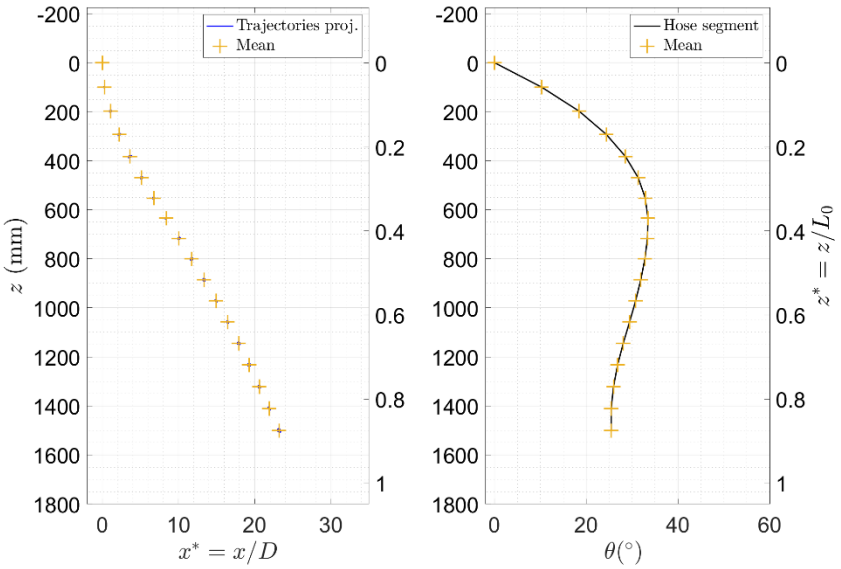
Fonte: O autor.

Figura A - 15: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.447\ m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



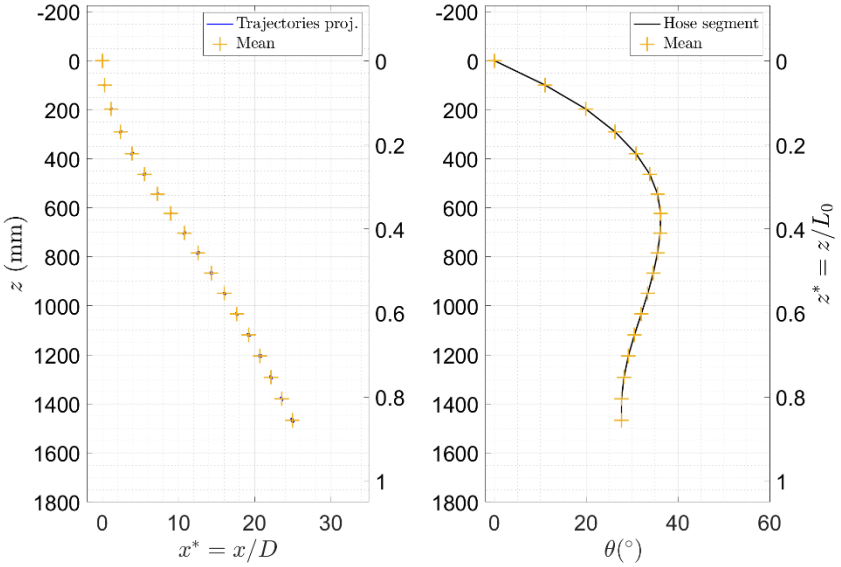
Fonte: O autor.

Figura A - 16: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.472\ m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



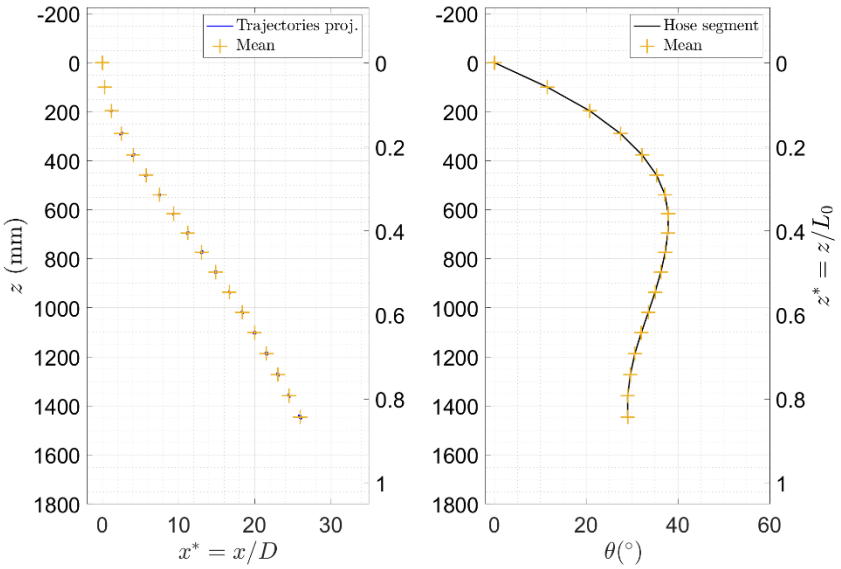
Fonte: O autor.

Figura A - 17: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.496\ m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



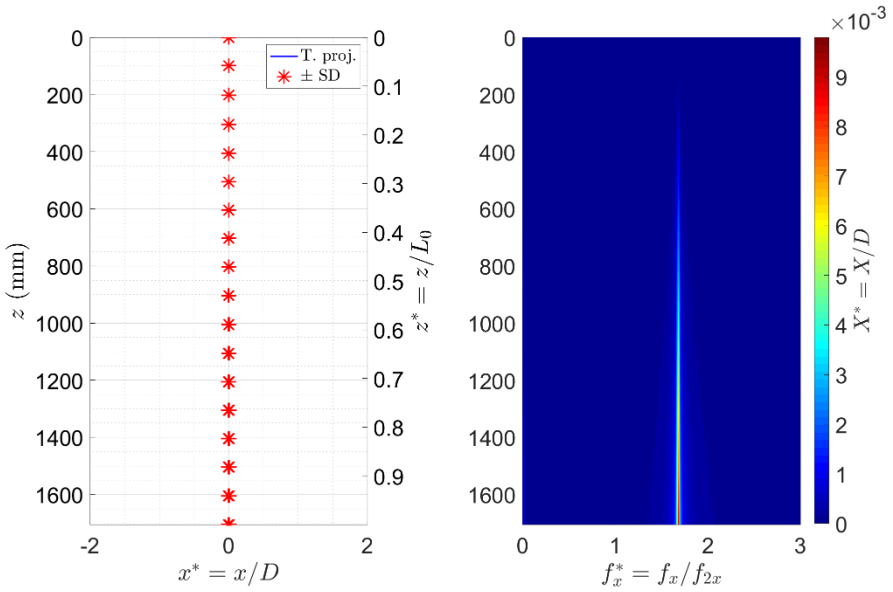
Fonte: O autor.

Figura A - 18: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.520\ m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



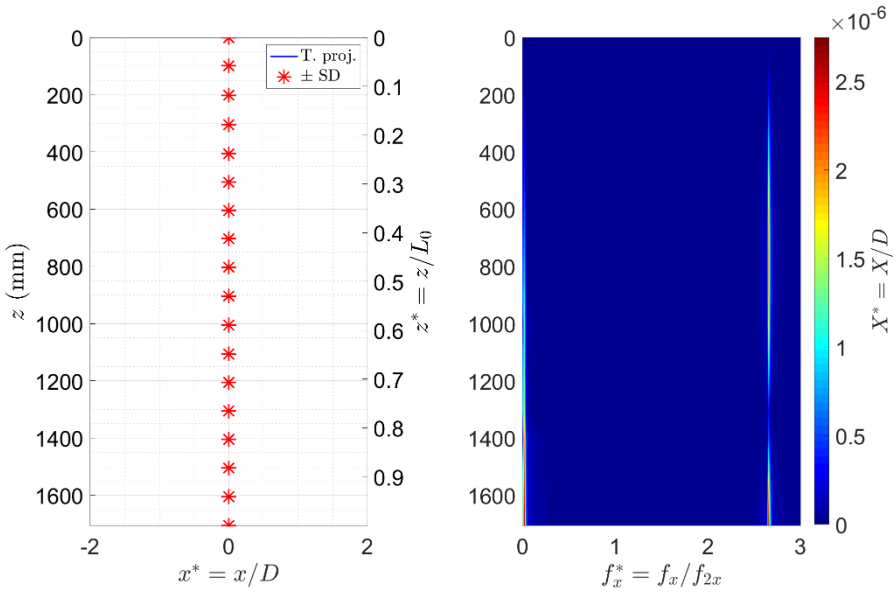
Fonte: O autor.

Figura A - 19: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.06\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



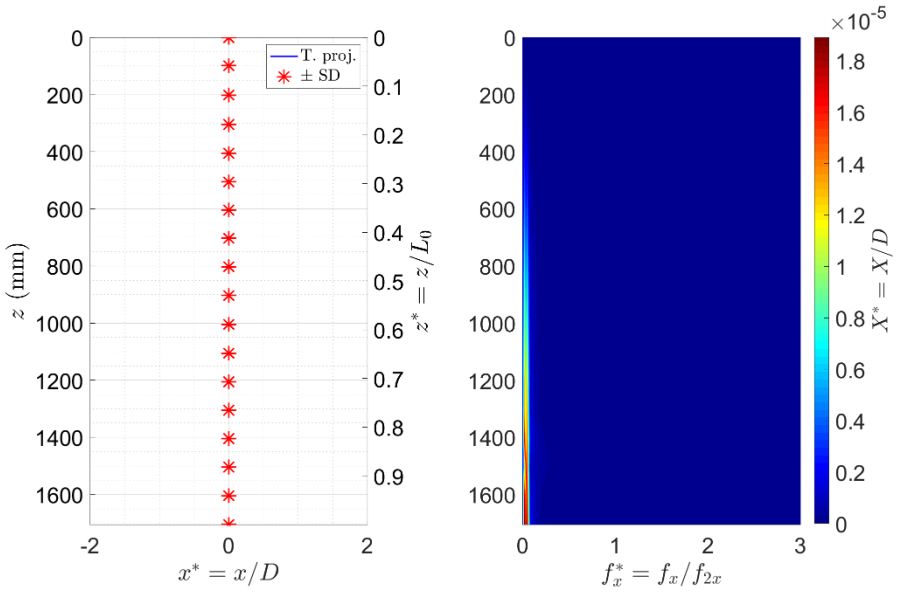
Fonte: O autor.

Figura A - 20: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.08\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



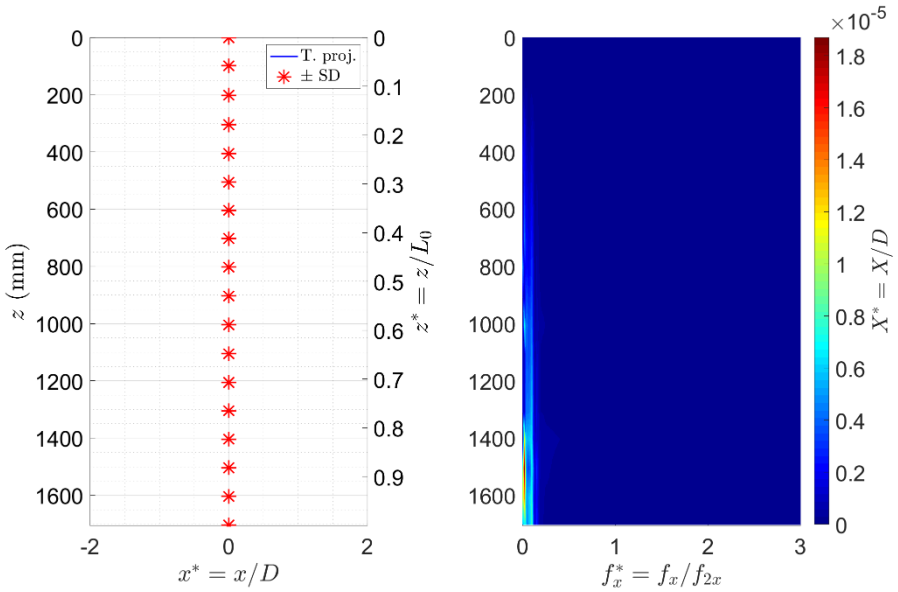
Fonte: O autor.

Figura A - 21: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.108\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



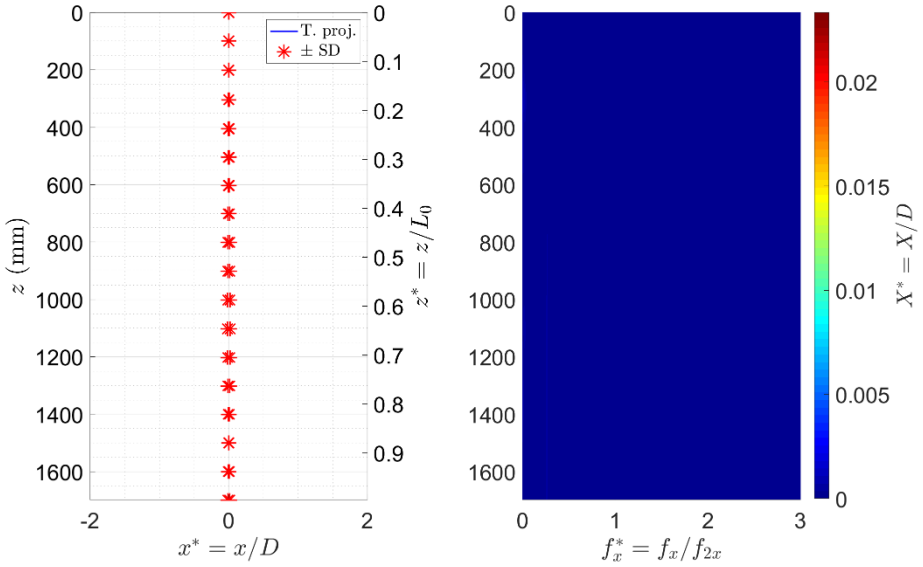
Fonte: O autor.

Figura A - 22: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.133\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



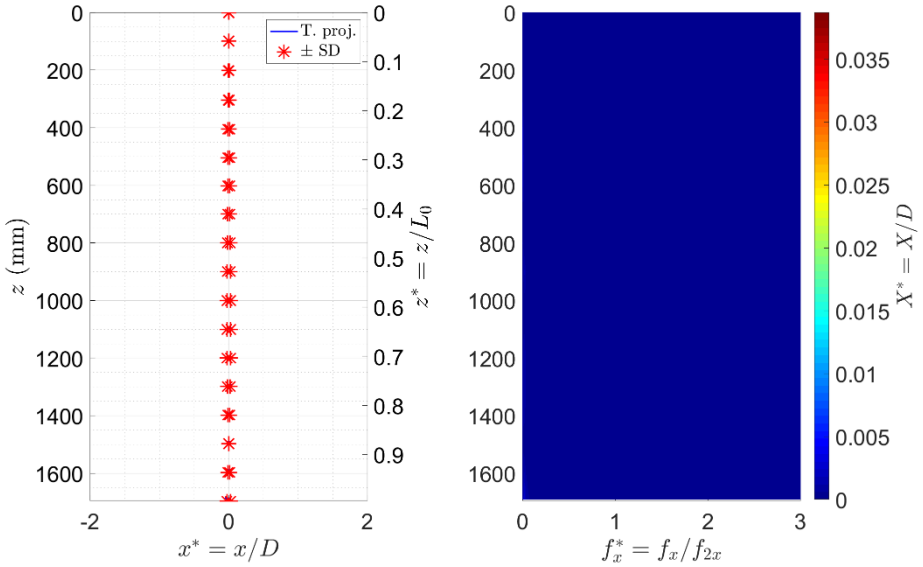
Fonte: O autor.

Figura A - 23: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.157\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



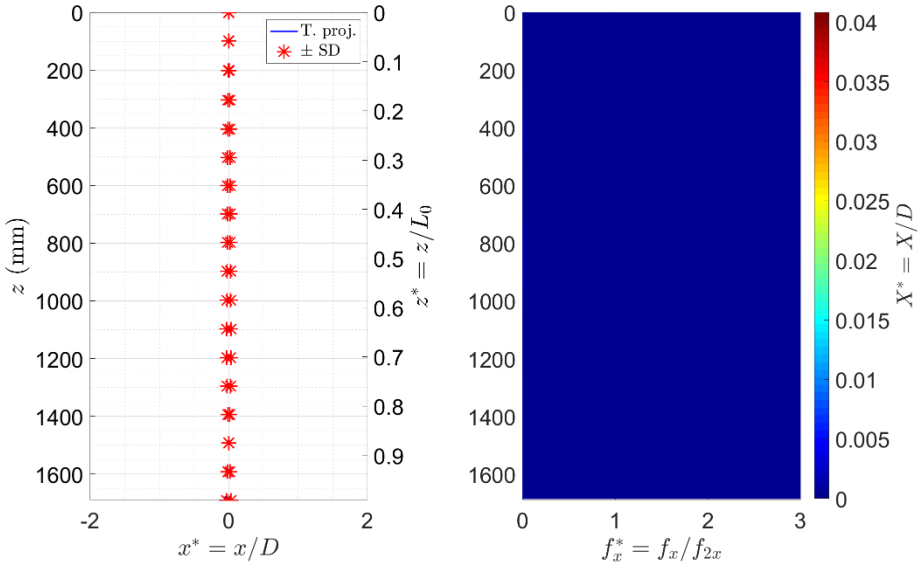
Fonte: O autor.

Figura A - 24: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.181\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



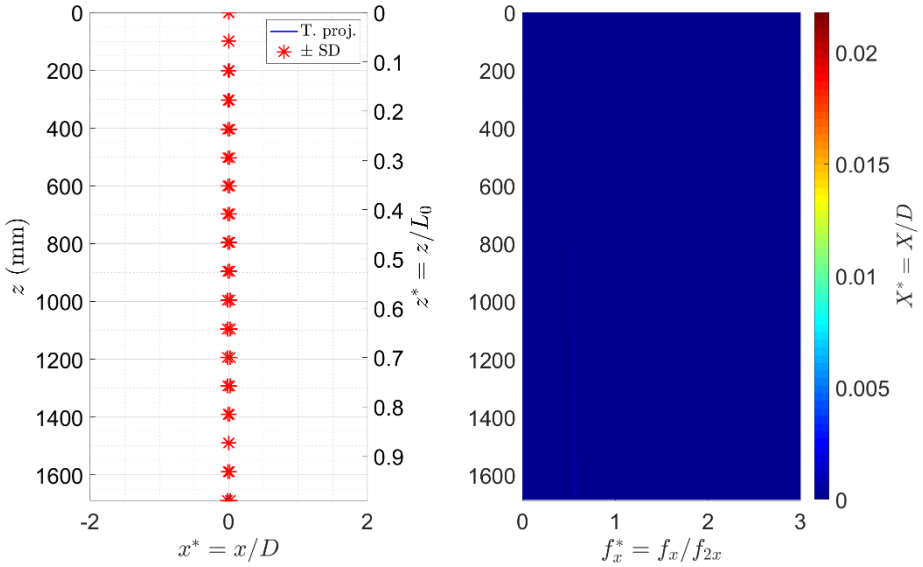
Fonte: O autor.

Figura A - 25: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.205\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



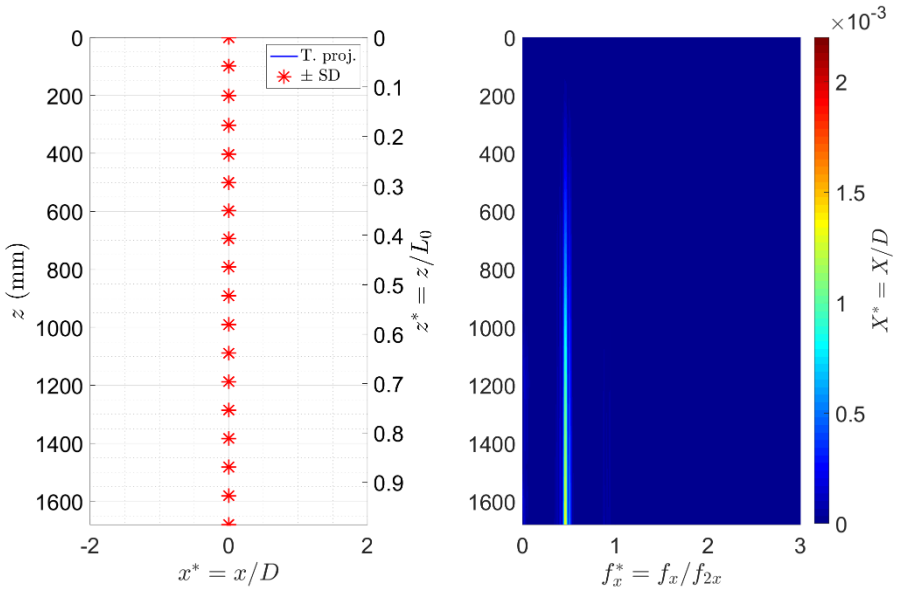
Fonte: O autor.

Figura A - 26: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.230\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



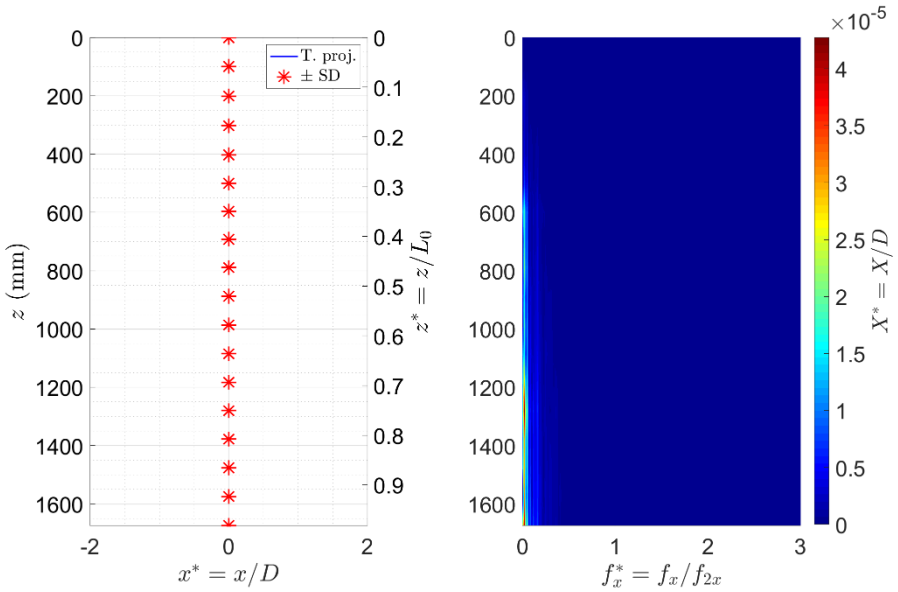
Fonte: O autor.

Figura A - 27: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.278\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



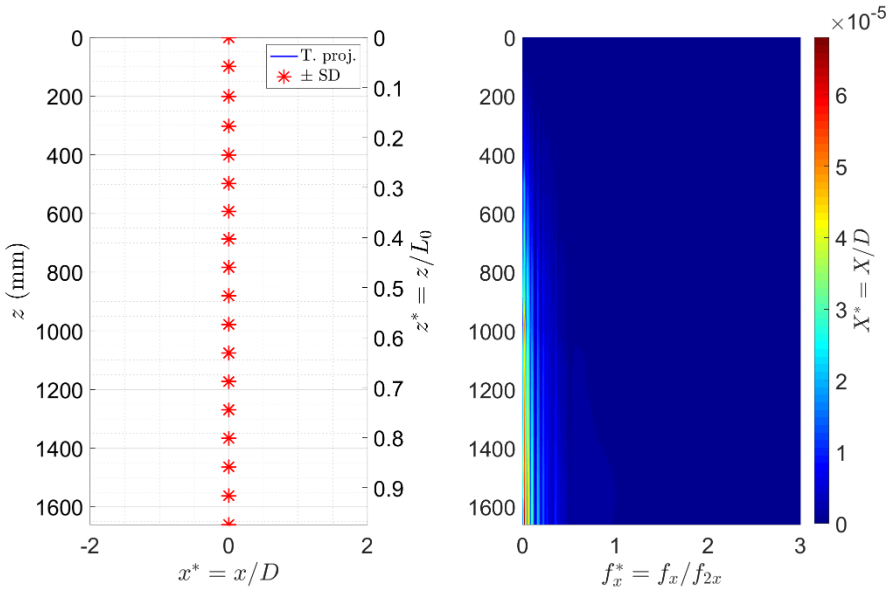
Fonte: O autor.

Figura A - 28: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.302\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



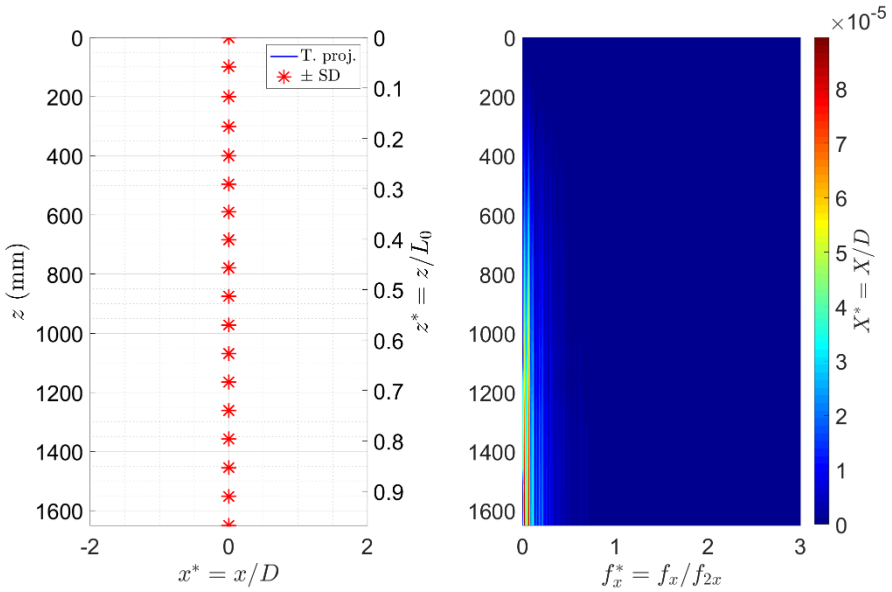
Fonte: O autor.

Figura A - 29: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.326\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



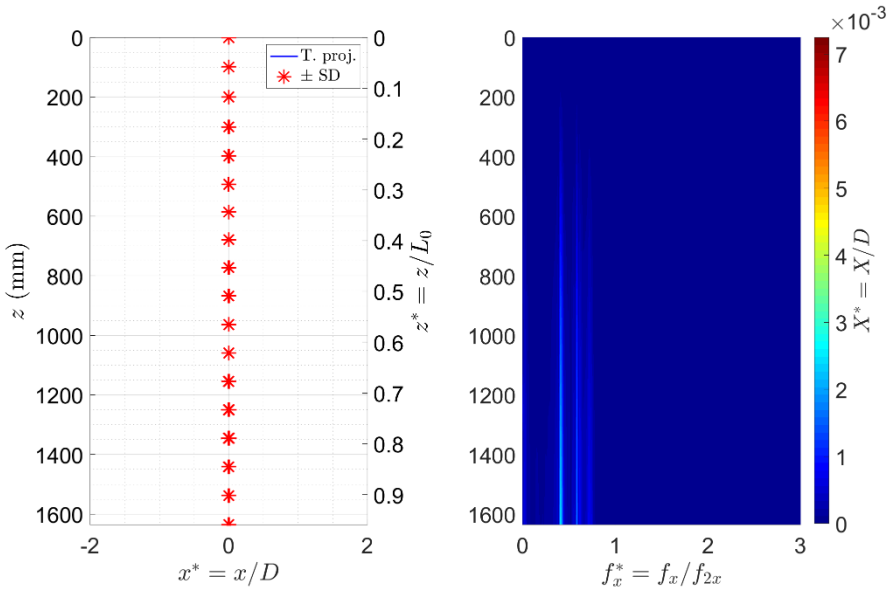
Fonte: O autor.

Figura A - 30: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.350\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



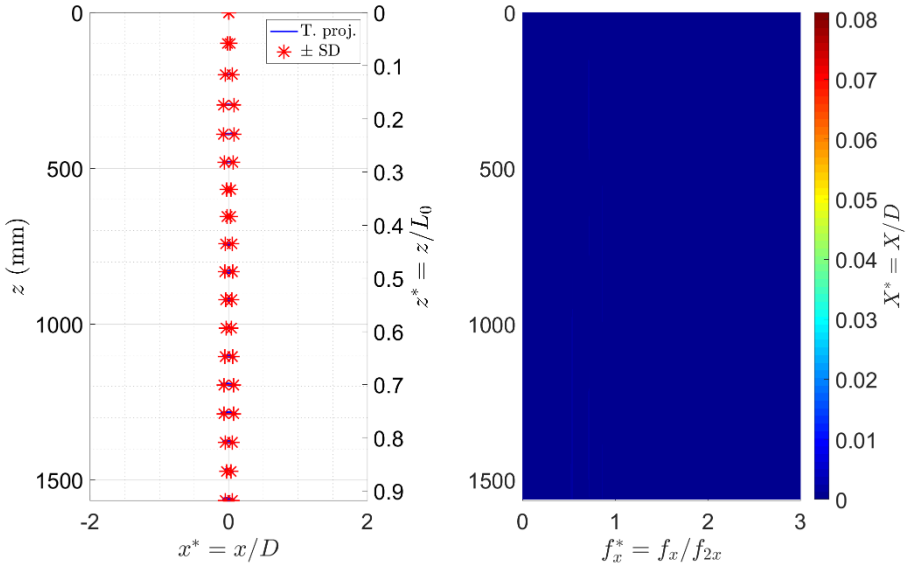
Fonte: O autor.

Figura A - 31: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.375\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



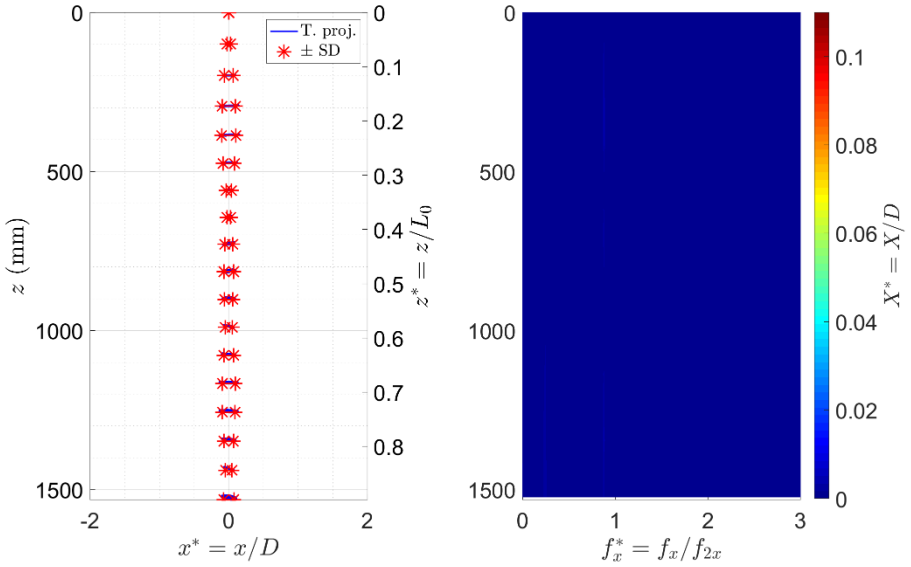
Fonte: O autor.

Figura A - 32: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.423\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



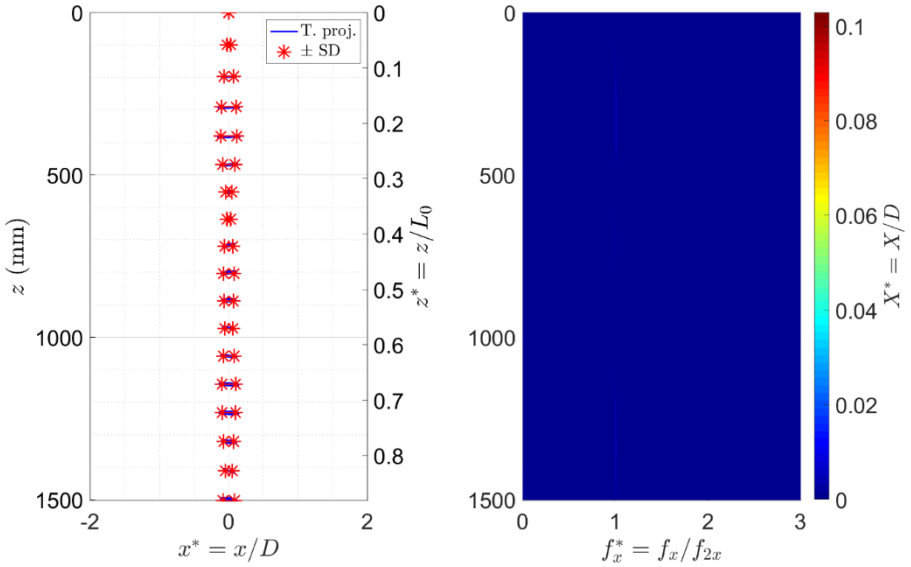
Fonte: O autor.

Figura A - 33: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.447\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



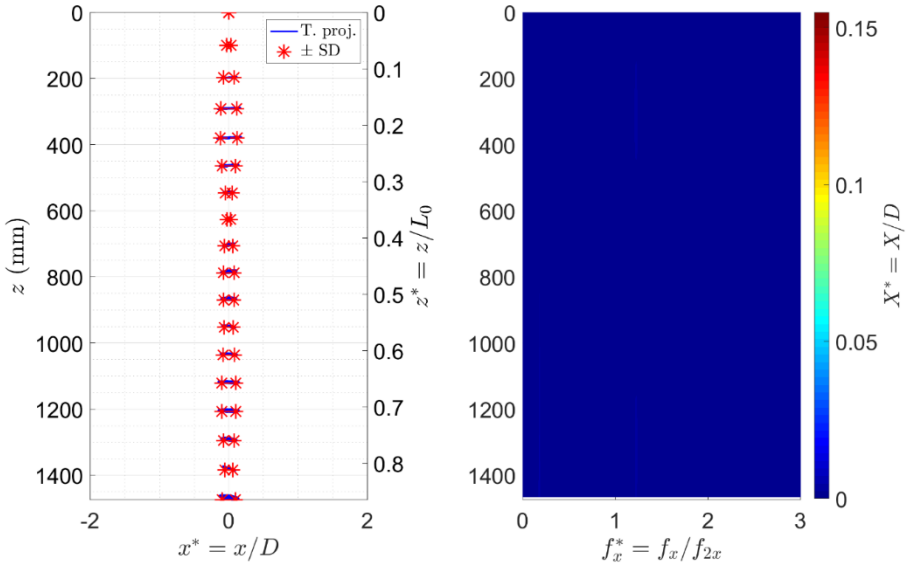
Fonte: O autor.

Figura A - 34: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.472\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



Fonte: O autor.

Figura A - 35: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.496\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



Fonte: O autor.

Figura A - 36: Resultados do software Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.520\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).

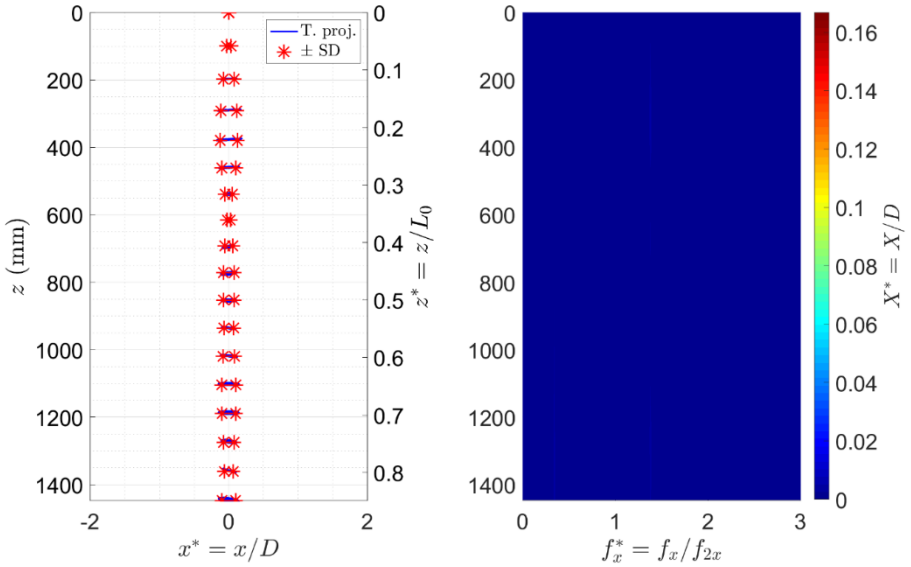
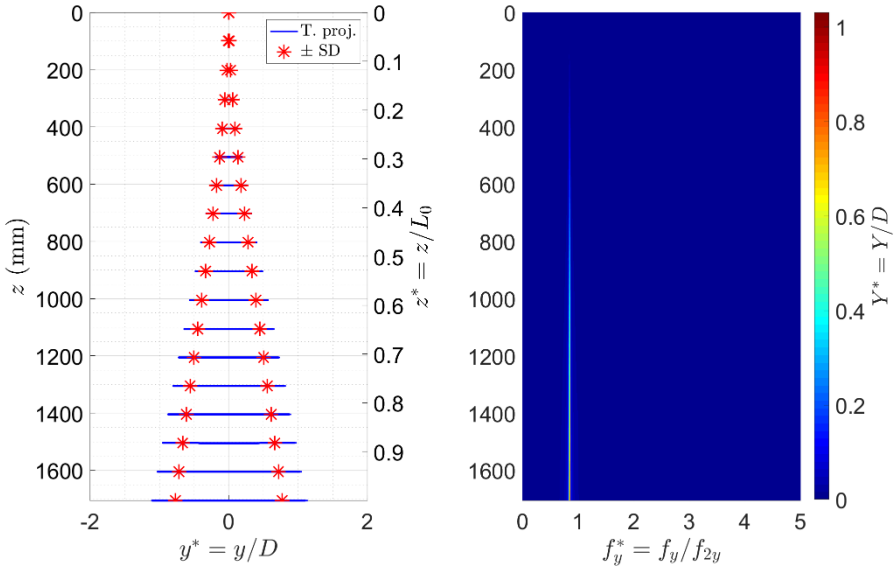
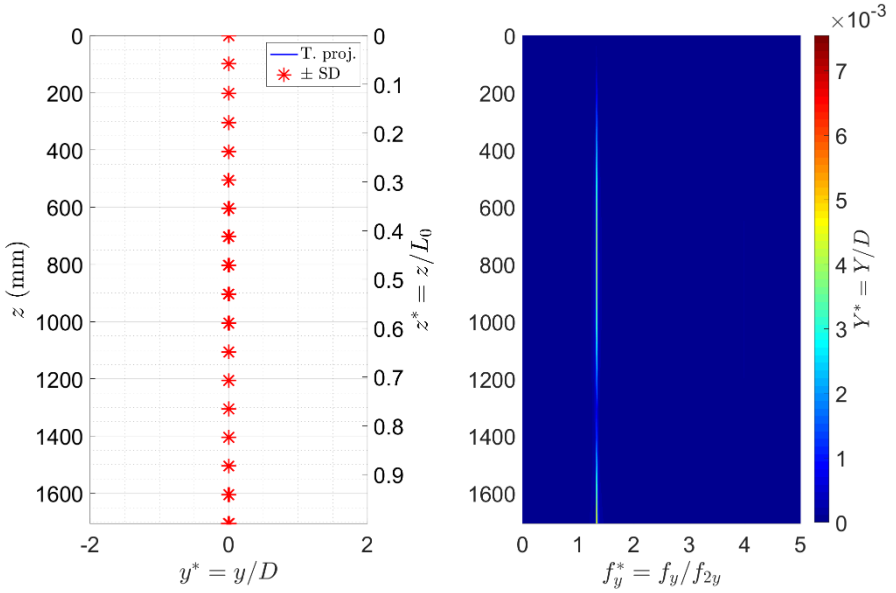


Figura A - 37: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.06\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



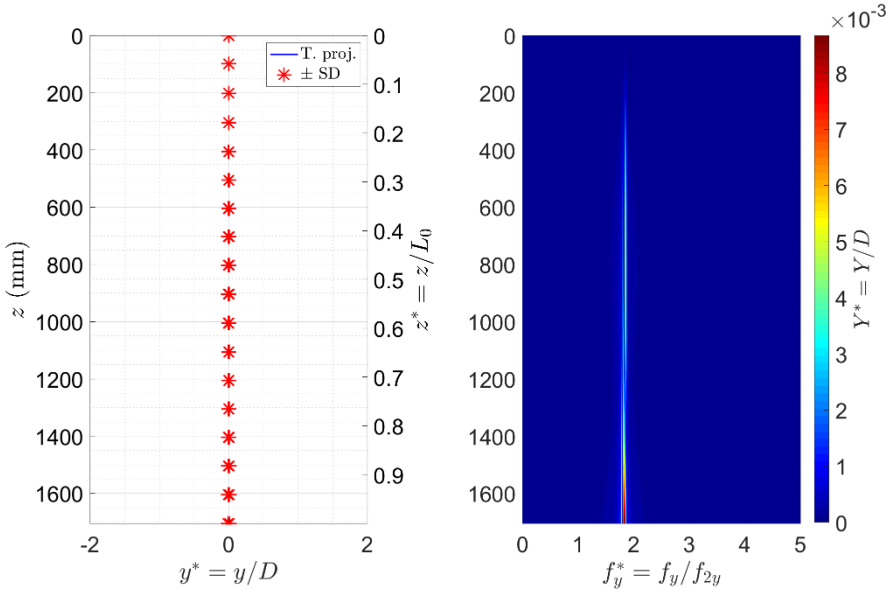
Fonte: O autor.

Figura A - 38: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.08\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



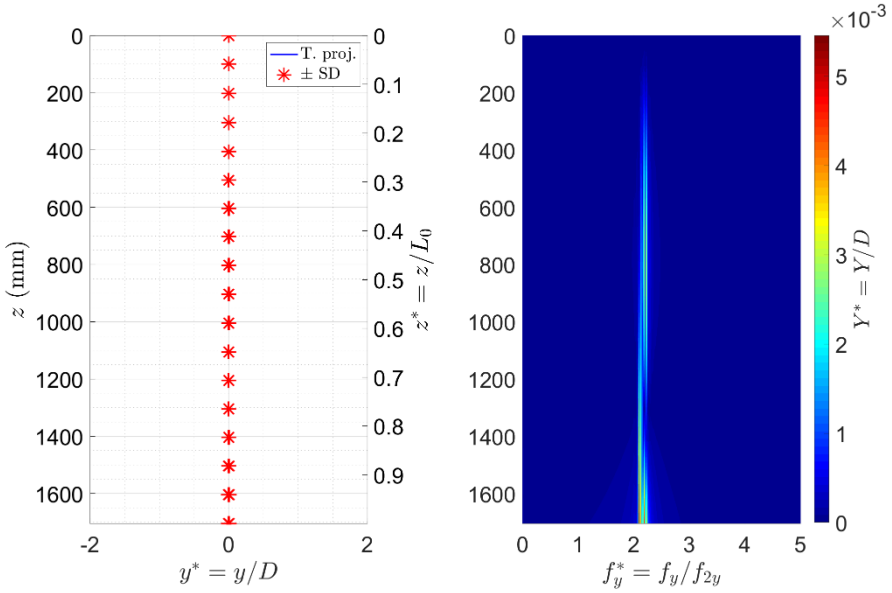
Fonte: O autor.

Figura A - 39: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.108\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



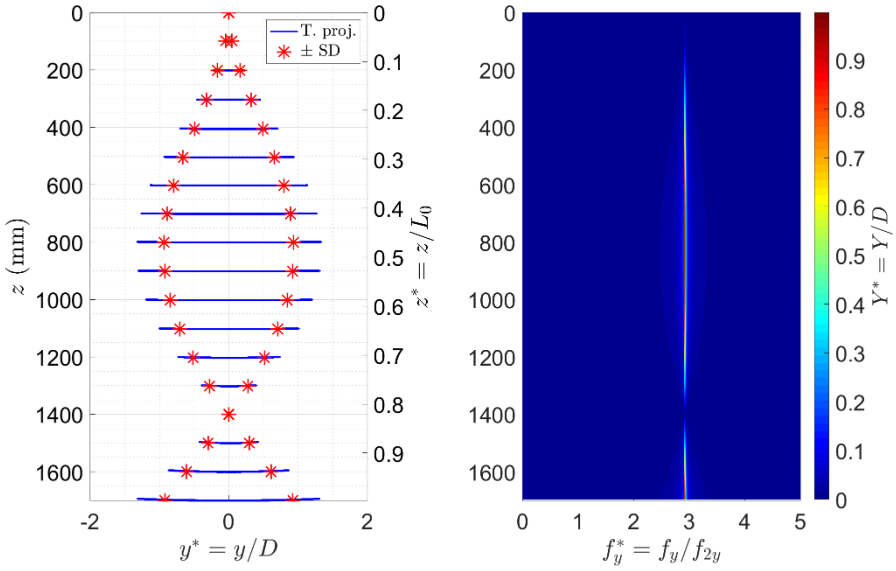
Fonte: O autor.

Figura A - 40: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.133\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



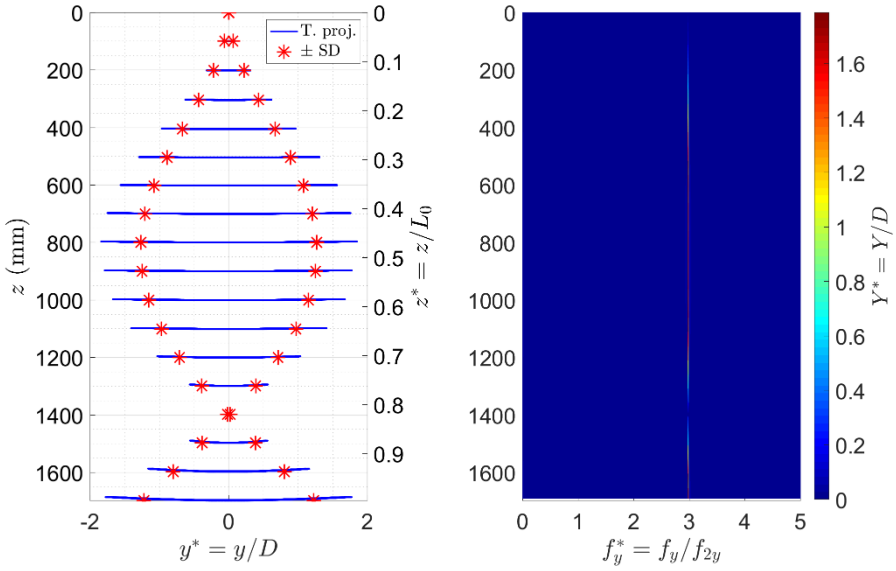
Fonte: O autor.

Figura A - 41: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.157\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



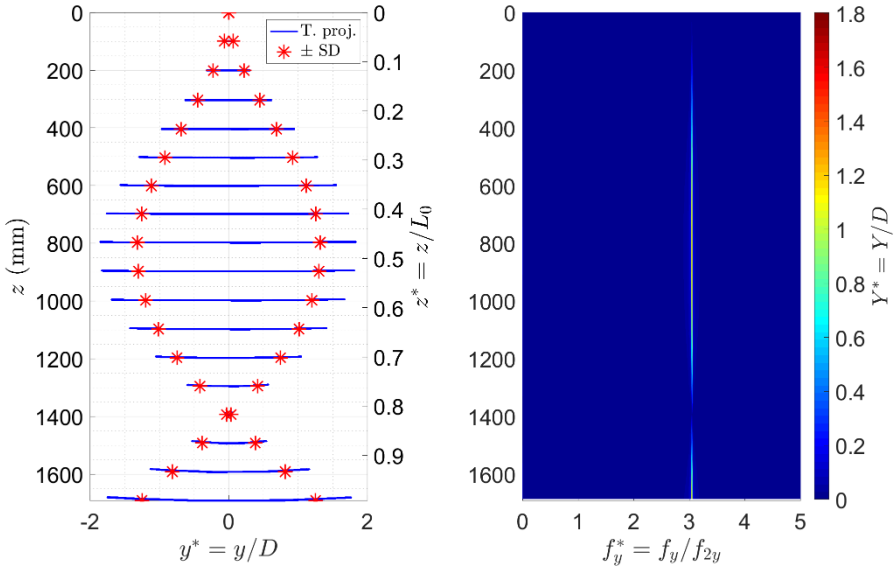
Fonte: O autor.

Figura A - 42: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.181\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



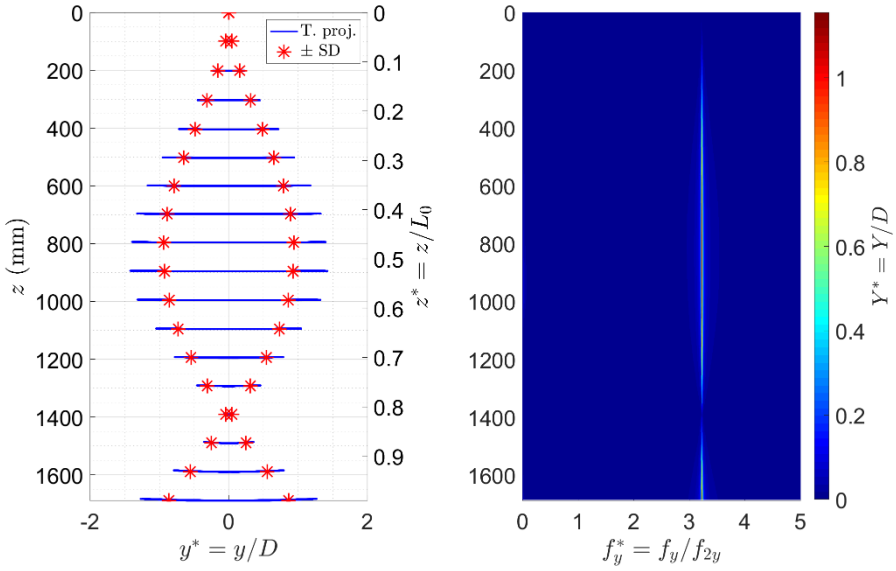
Fonte: O autor.

Figura A - 43: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.205\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



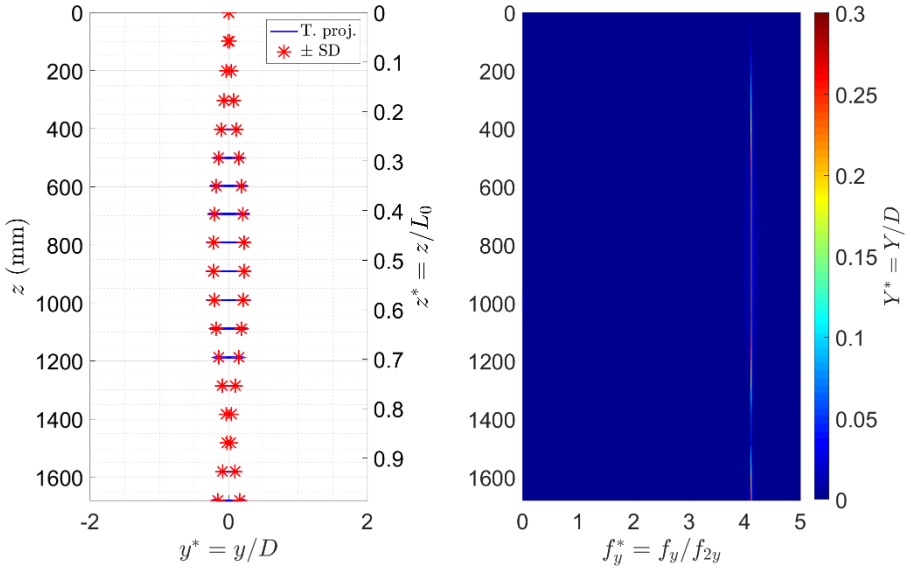
Fonte: O autor.

Figura A - 44: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.230\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



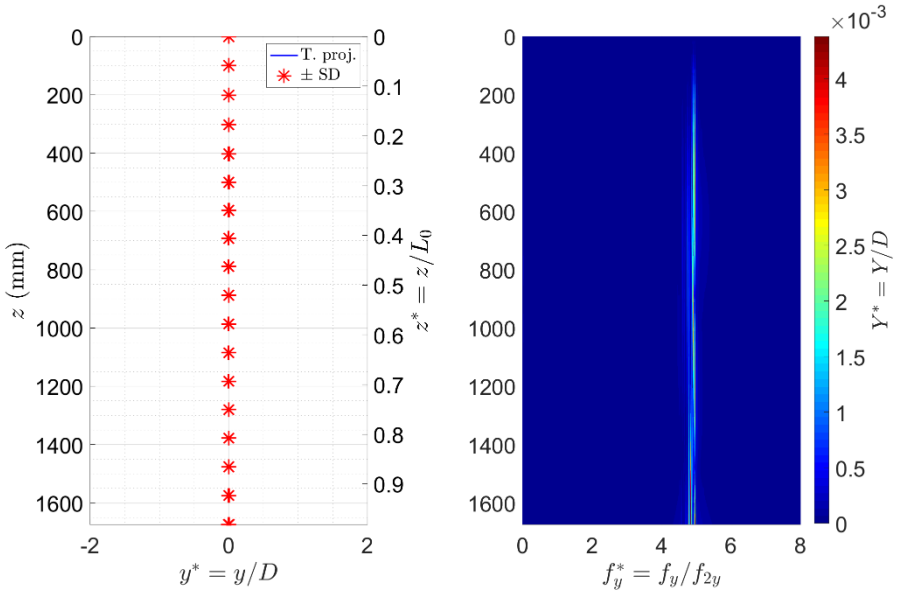
Fonte: O autor.

Figura A - 45: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.278\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



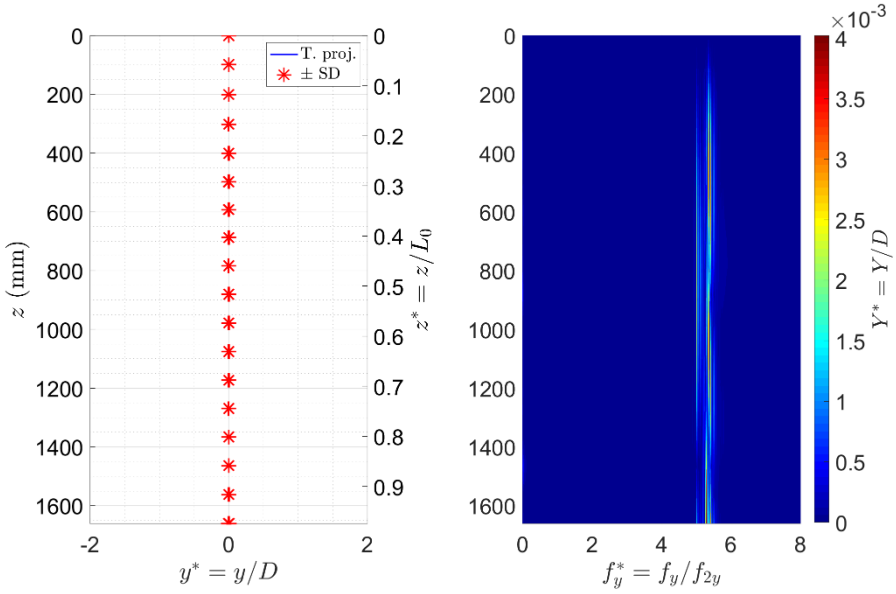
Fonte: O autor.

Figura A - 46: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.302\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



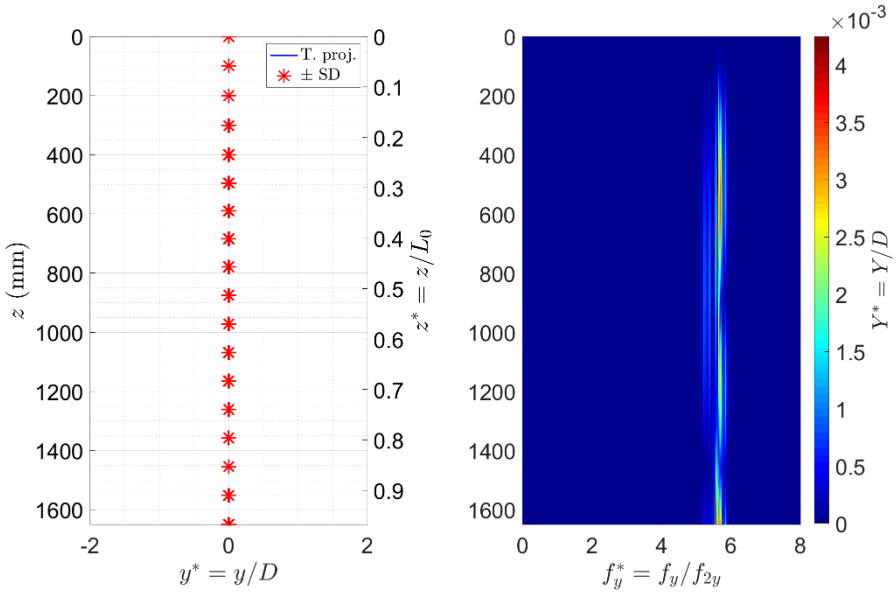
Fonte: O autor.

Figura A - 47: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.326\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



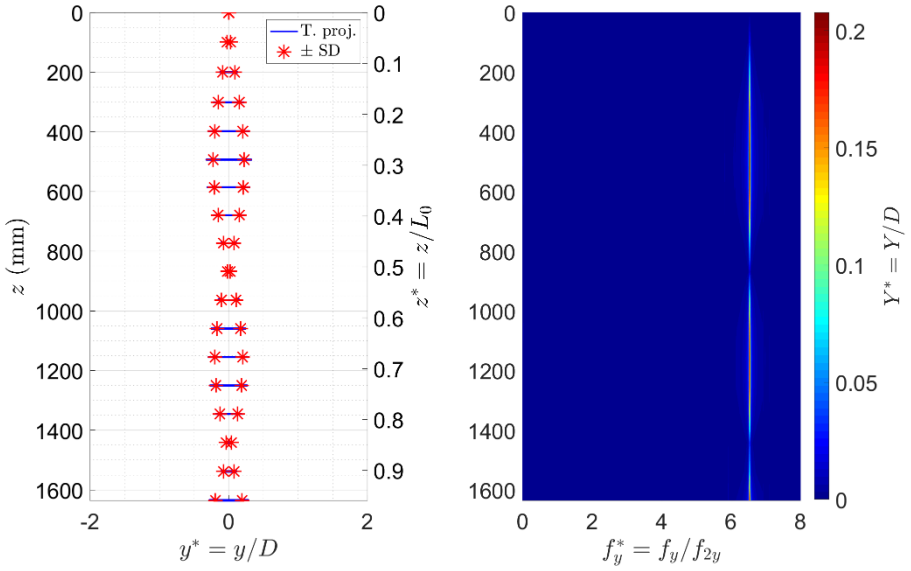
Fonte: O autor.

Figura A - 48: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.350\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



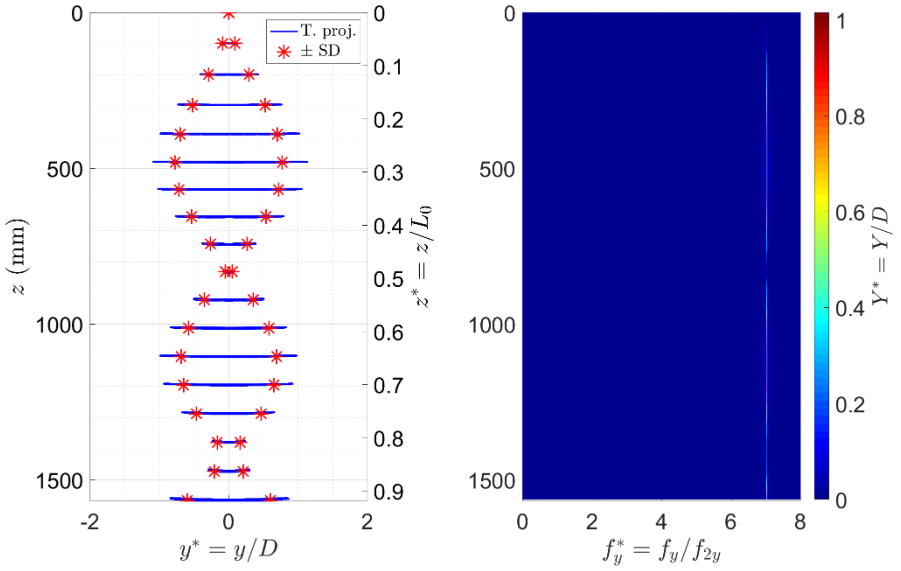
Fonte: O autor.

Figura A - 49: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.375\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



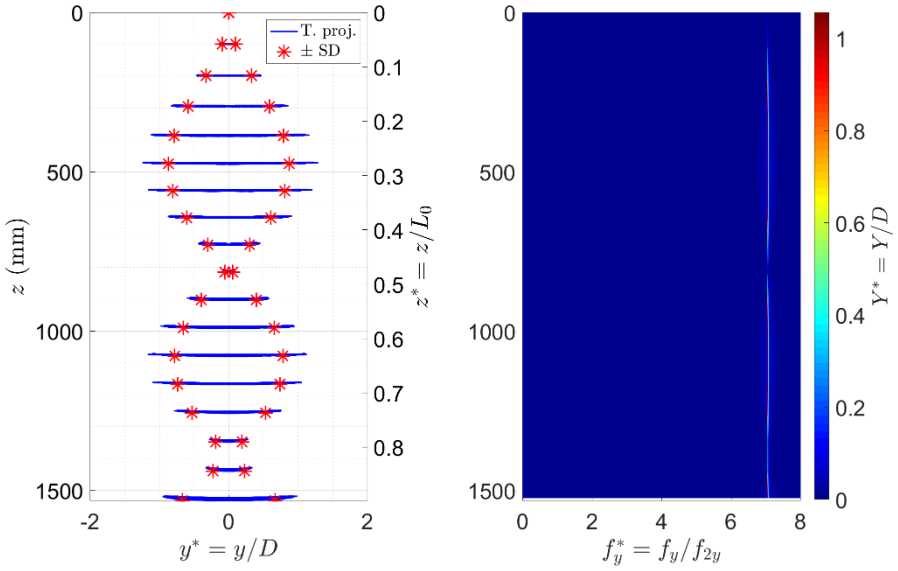
Fonte: O autor.

Figura A - 50: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.423\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



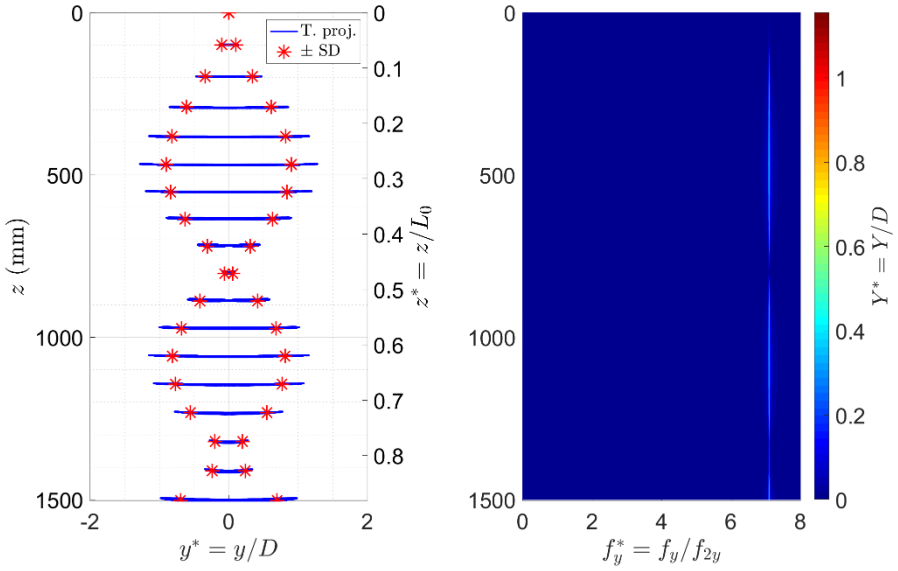
Fonte: O autor.

Figura A - 51: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.447\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



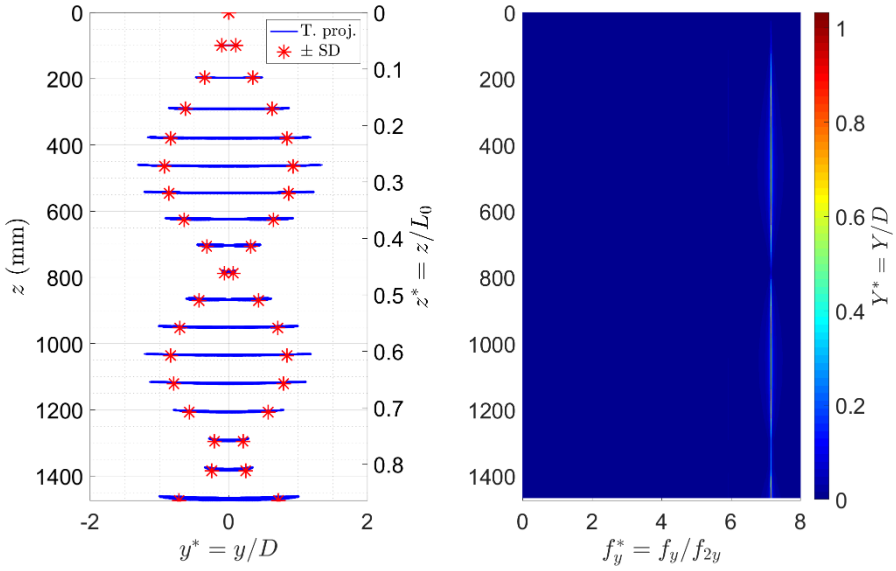
Fonte: O autor.

Figura A - 52: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.472\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



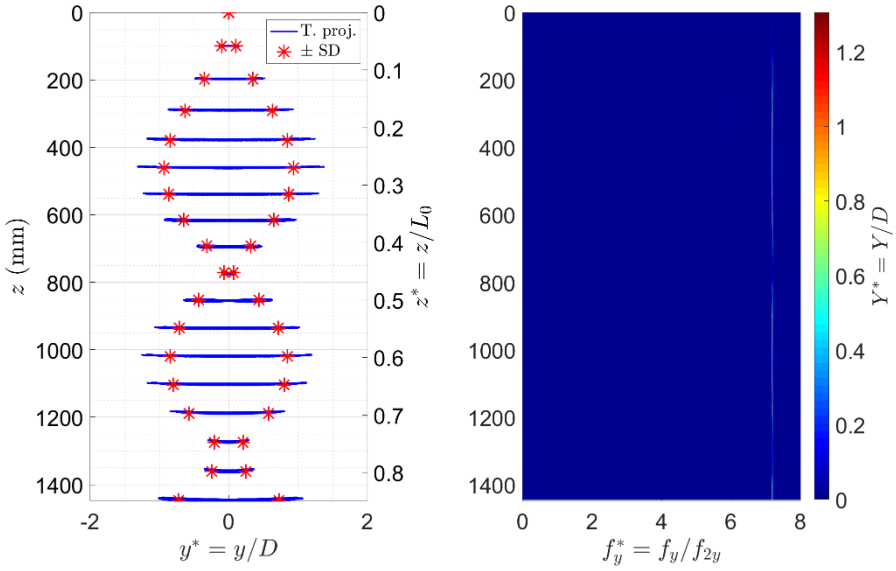
Fonte: O autor.

Figura A - 53: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.496\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



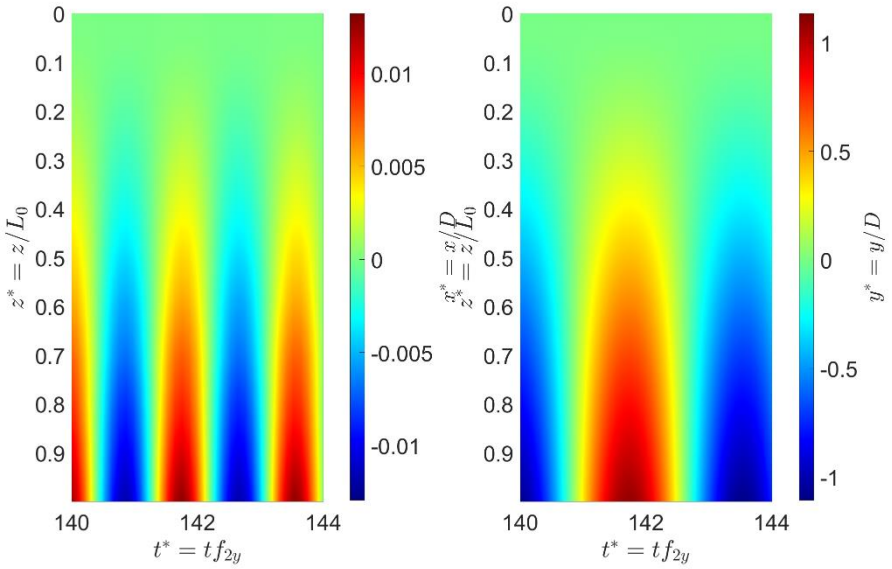
Fonte: O autor.

Figura A - 54: Resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.520\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



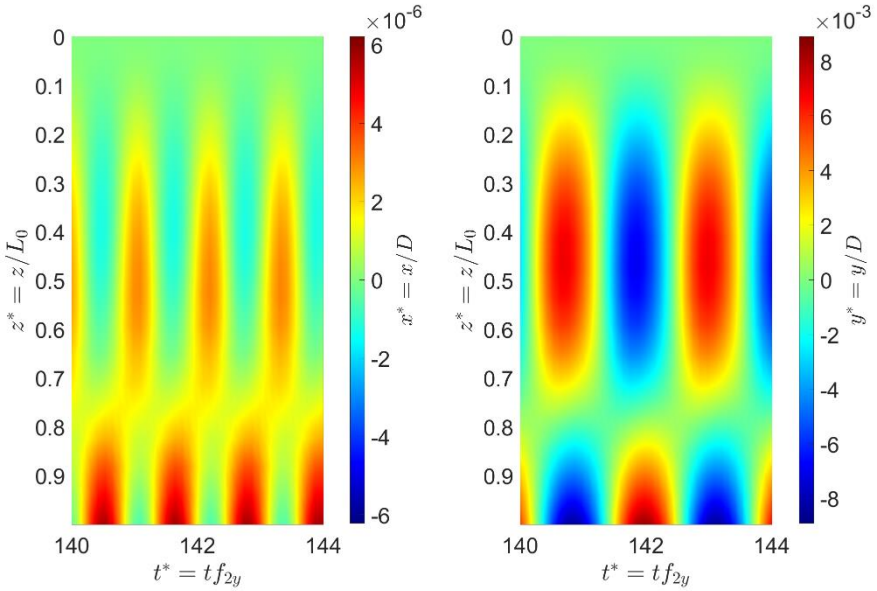
Fonte: O autor.

Figura A - 55: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.06\ m/s$) em função do tempo adimensional $\left(t^* = tf_{2y}\right)$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



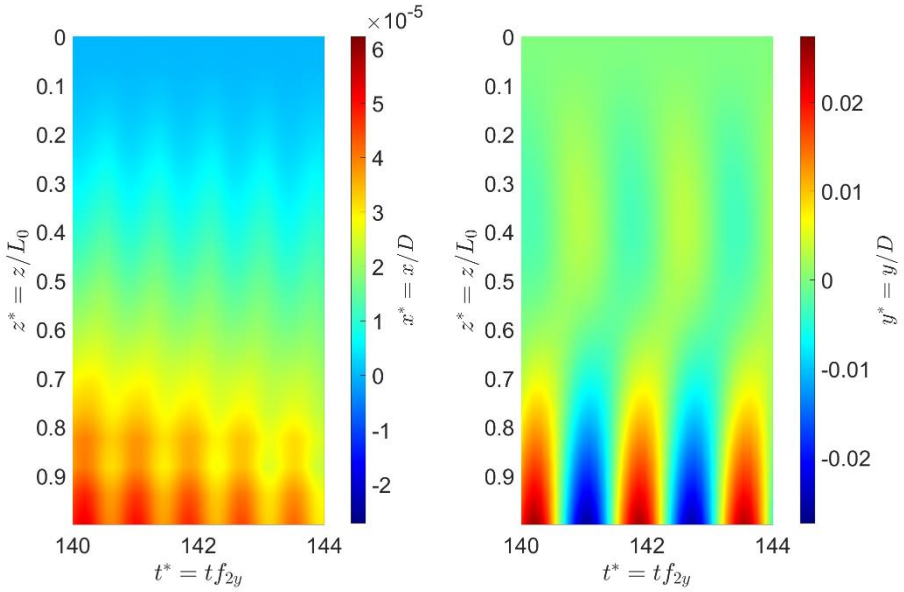
Fonte: O autor.

Figura A - 56: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro ($U = 0.08\ m/s$) em função do tempo adimensional $\left(t^* = tf_{2y}\right)$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



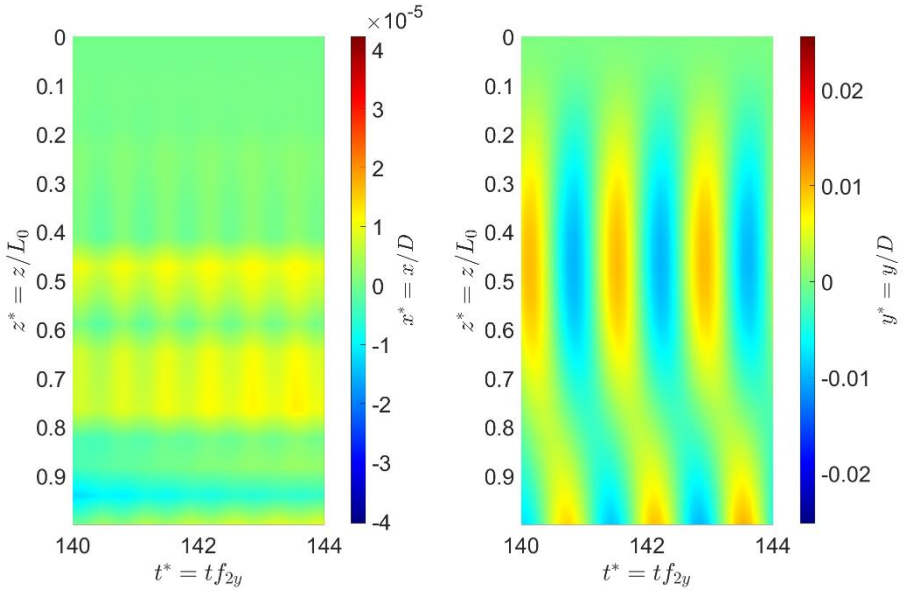
Fonte: O autor.

Figura A - 57: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.108\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



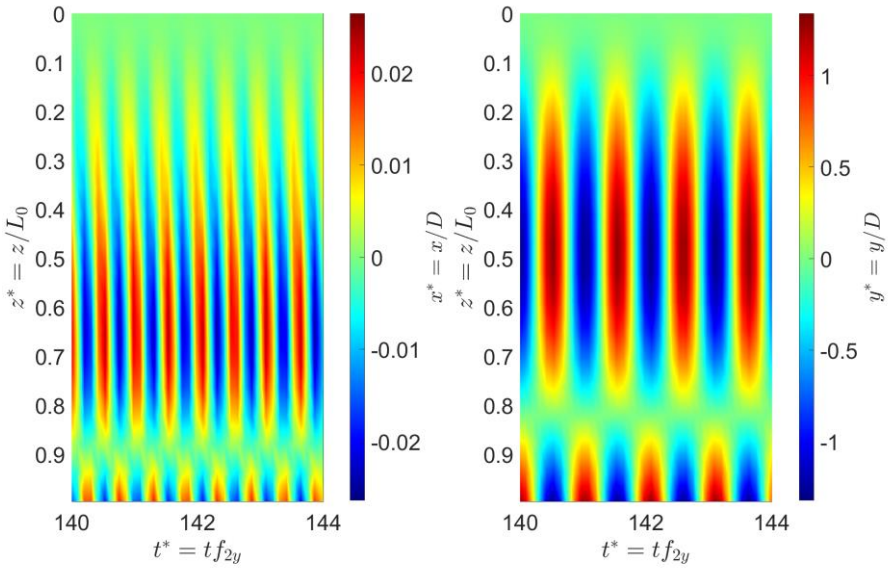
Fonte: O autor.

Figura A - 58: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.133\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



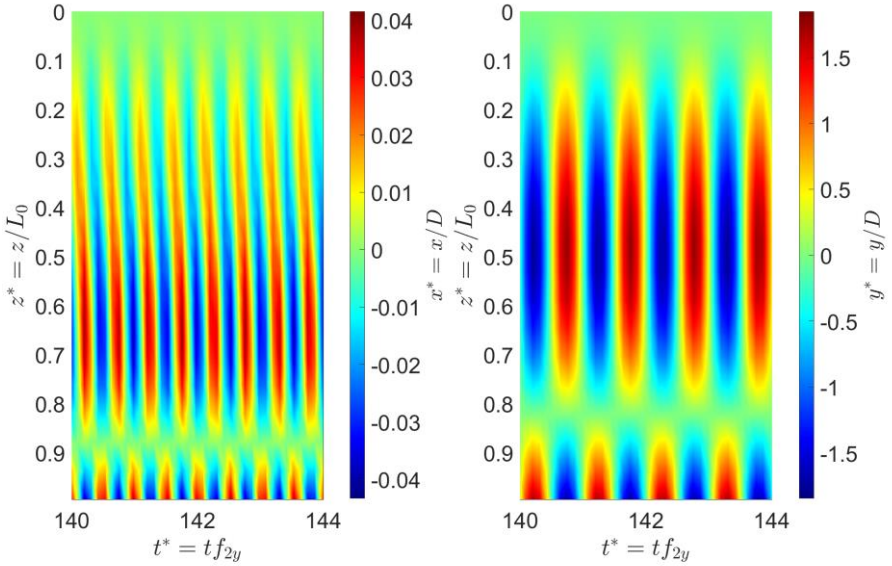
Fonte: O autor.

Figura A - 59: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.157\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



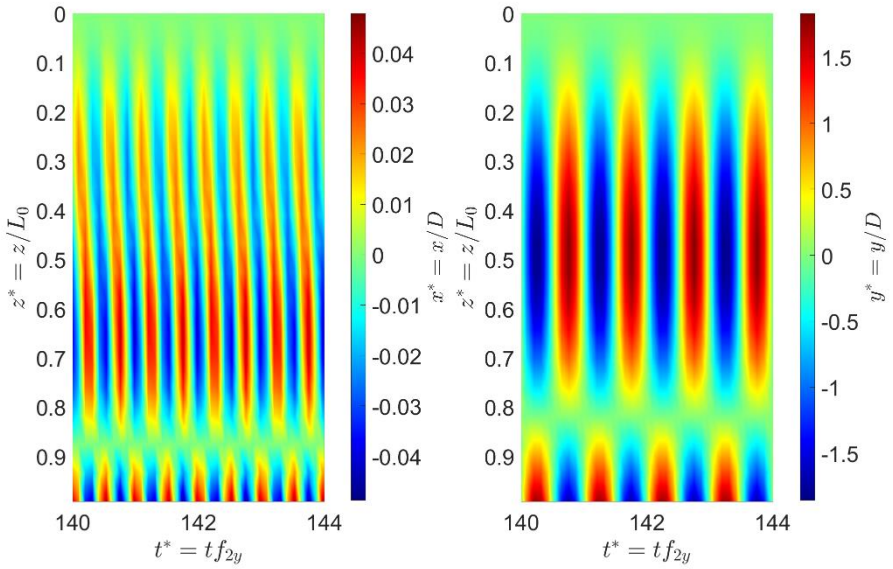
Fonte: O autor.

Figura A - 60: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.181\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



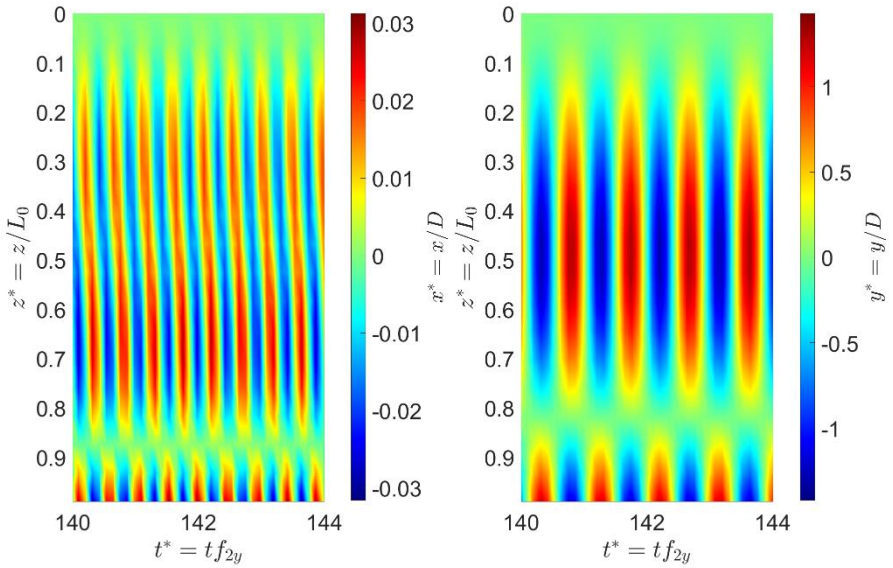
Fonte: O autor.

Figura A - 61: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.205\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



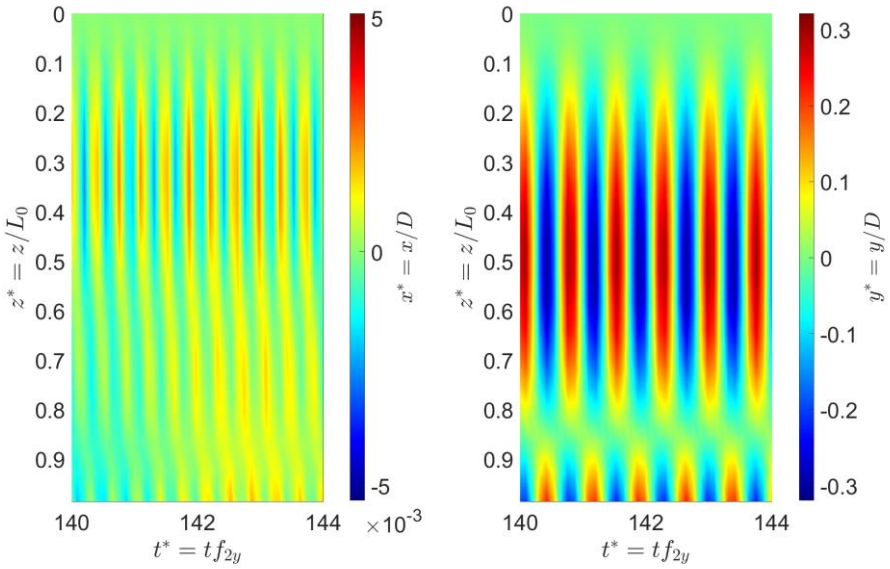
Fonte: O autor.

Figura A - 62: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.230\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



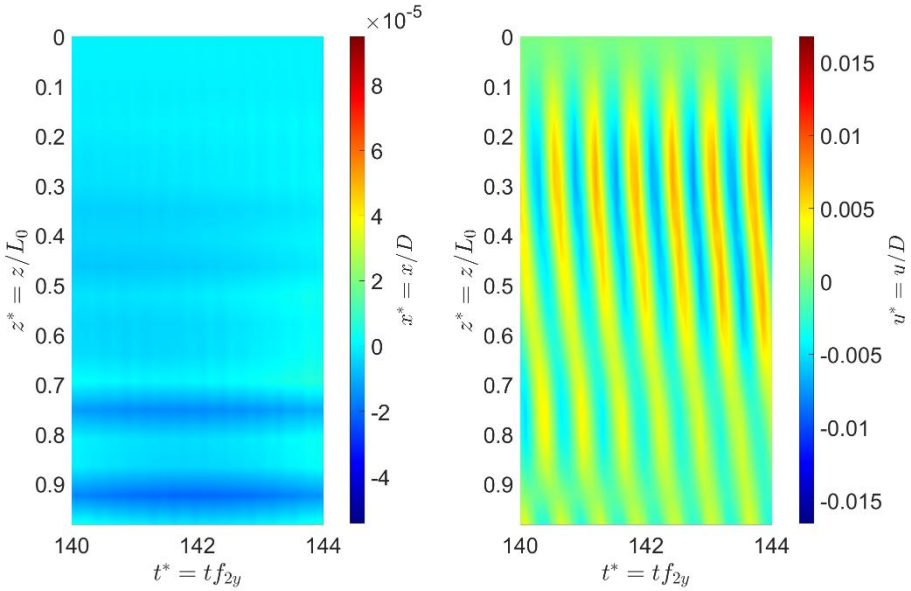
Fonte: O autor.

Figura A - 63: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.278\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



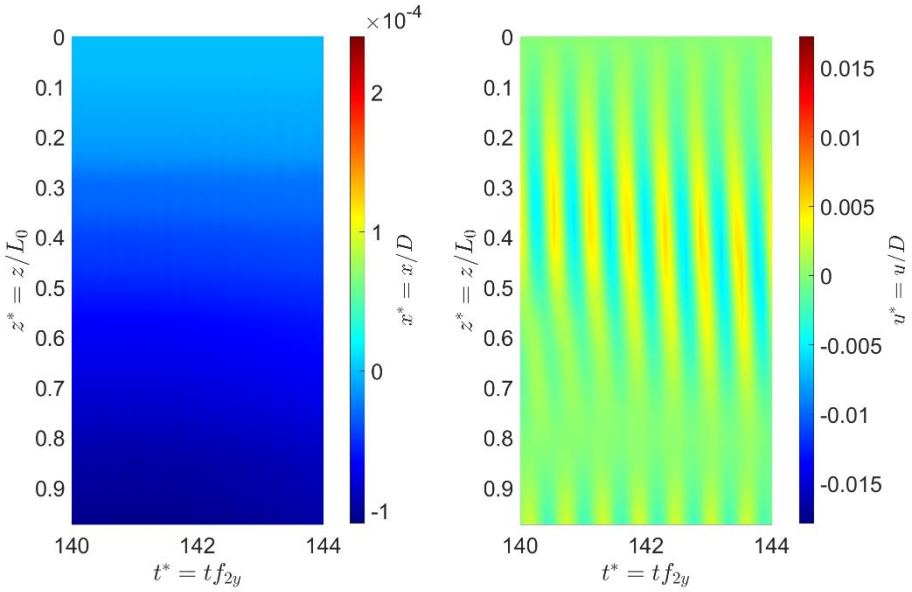
Fonte: O autor.

Figura A - 64: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.302\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



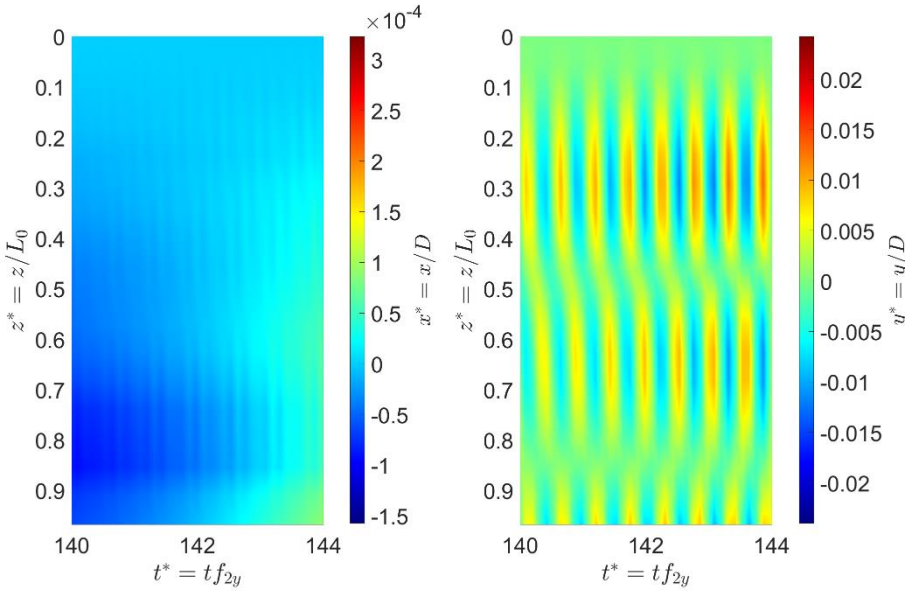
Fonte: O autor.

Figura A - 65: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.326\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



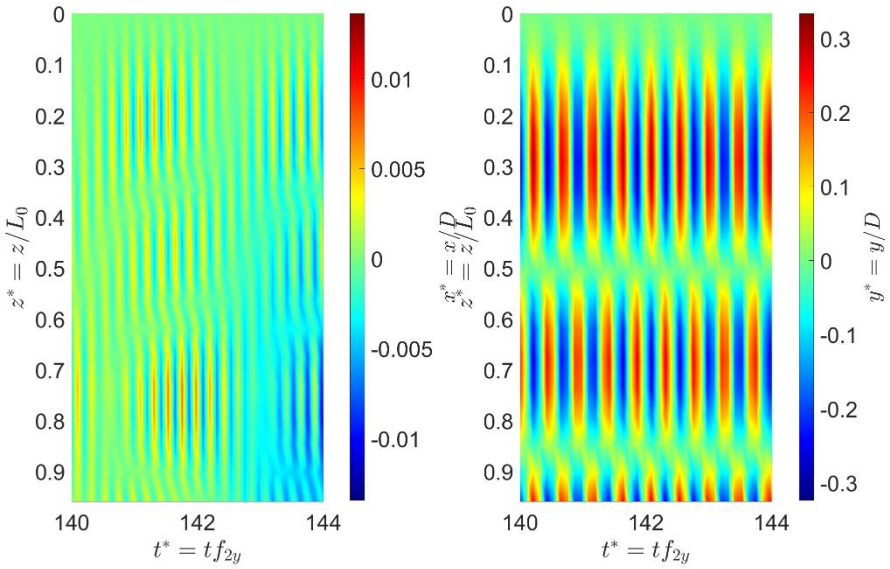
Fonte: O autor.

Figura A - 66: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.350\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



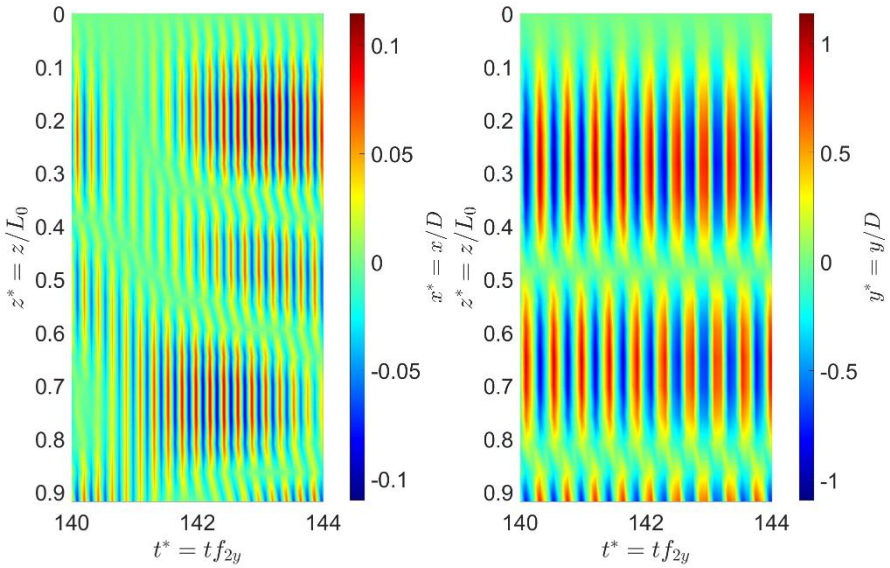
Fonte: O autor.

Figura A - 67: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.375\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



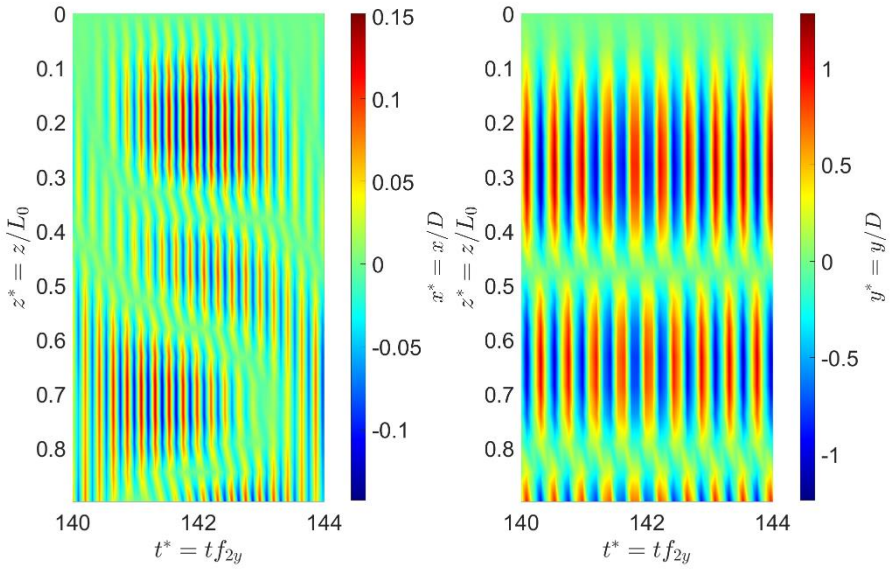
Fonte: O autor.

Figura A - 68: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.423\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



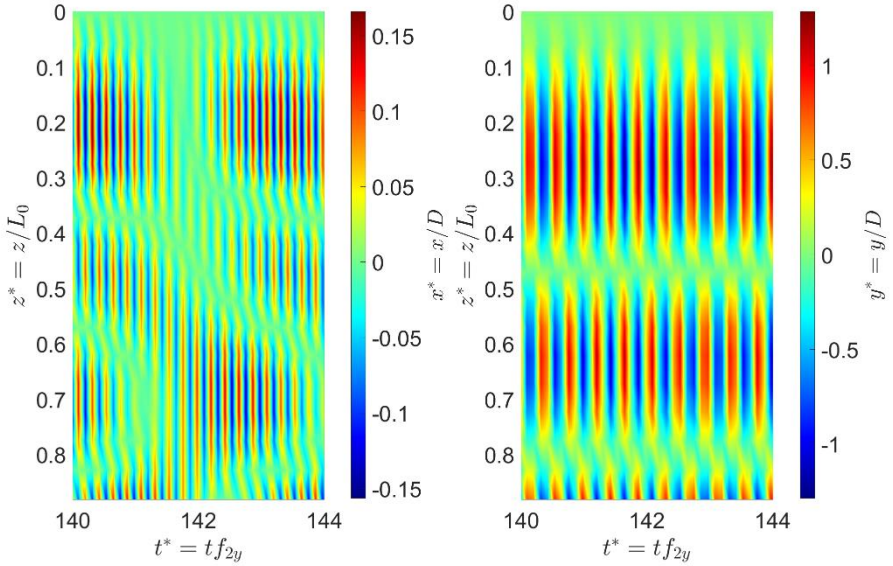
Fonte: O autor.

Figura A - 69: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.447\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



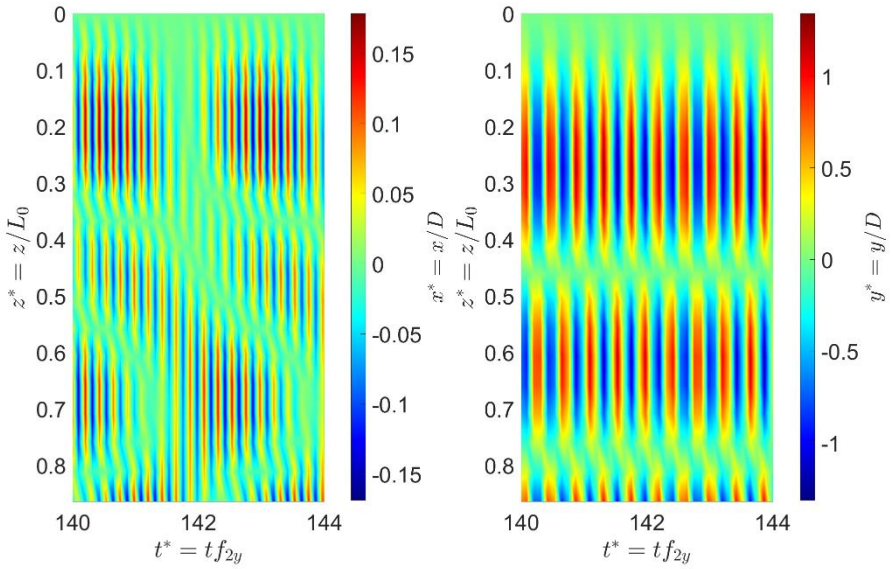
Fonte: O autor.

Figura A - 70: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.472\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



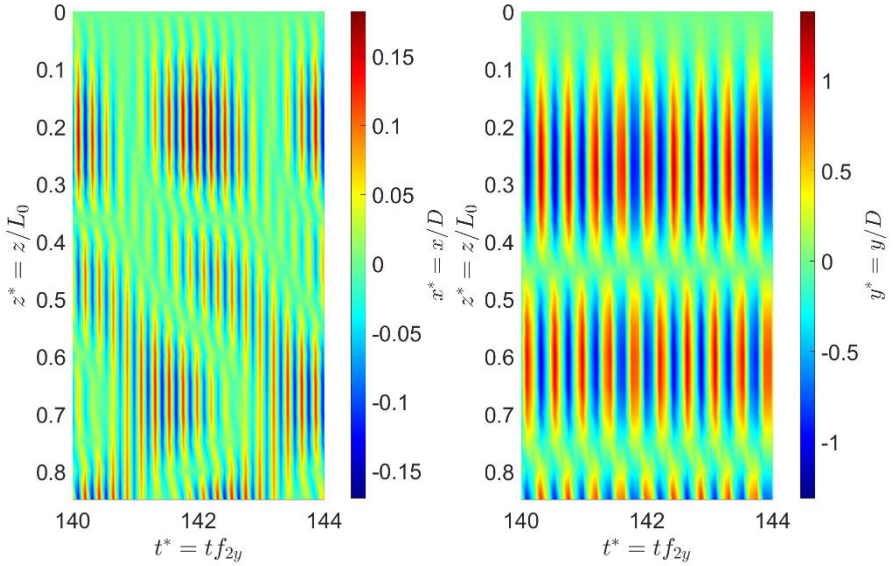
Fonte: O autor.

Figura A - 71: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.496\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.

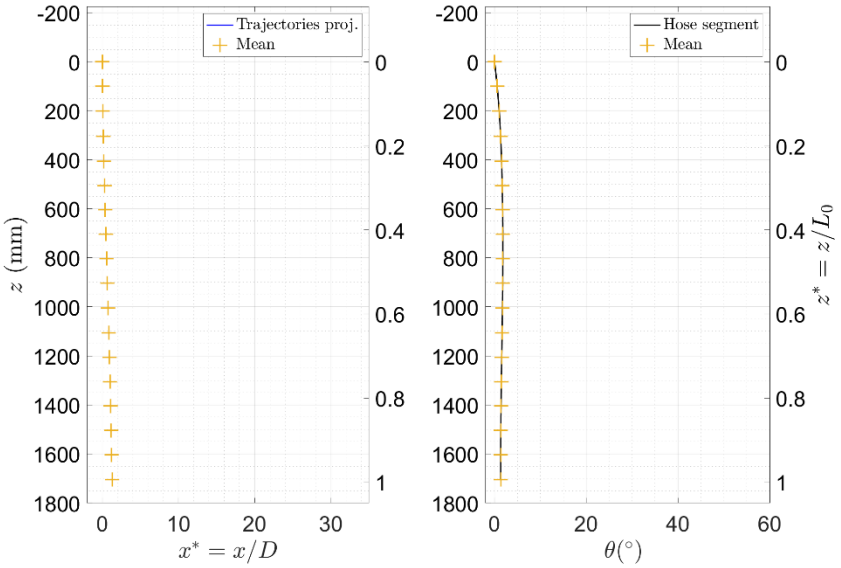
Figura A - 72: Escalogramas referentes aos resultados numéricos Orcaflex™ do cenário de reboque puro $(U = 0.520\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.

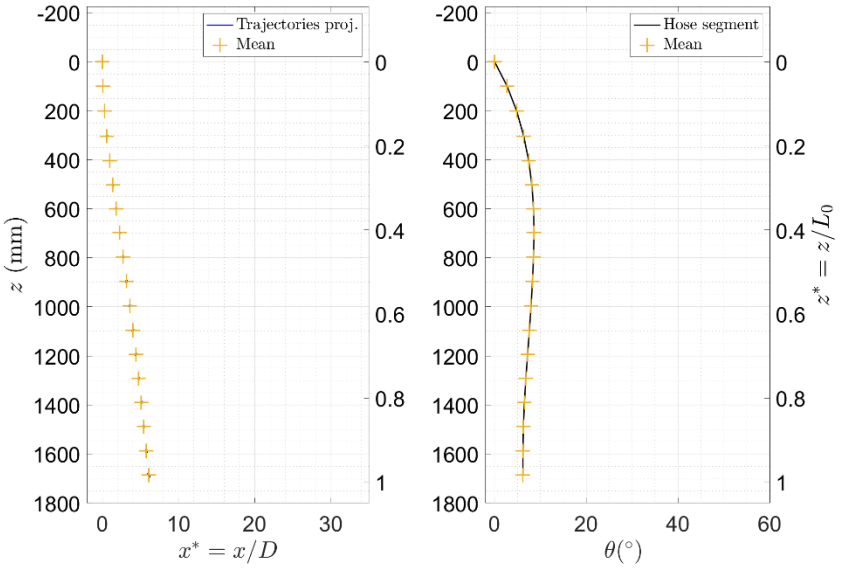
A.2. VIV sob reboque e aspiração interna de fluido $(v = 2V_c)$

Figura A - 73: Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque $(U = 0.108\ m/s)$ e aspiração $(2V_c)$. [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



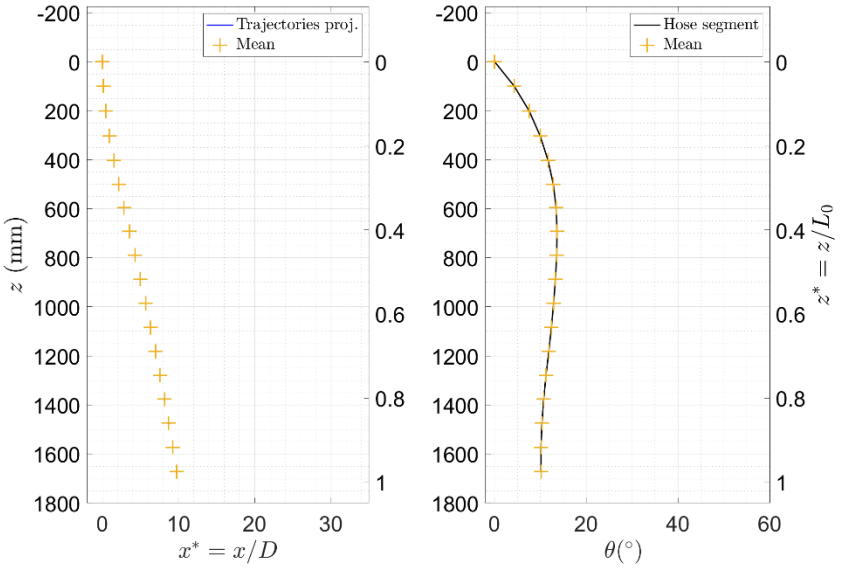
Fonte: O autor.

Figura A - 74: Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque $(U = 0.205\ m/s)$ e aspiração $(2V_c)$. [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



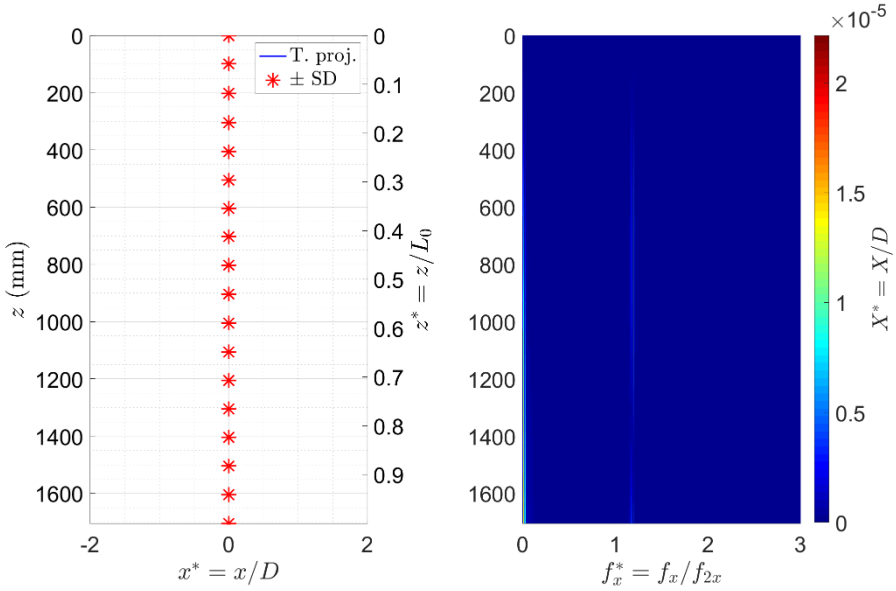
Fonte: O autor.

Figura A - 75: Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque ($U = 0.302\ m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



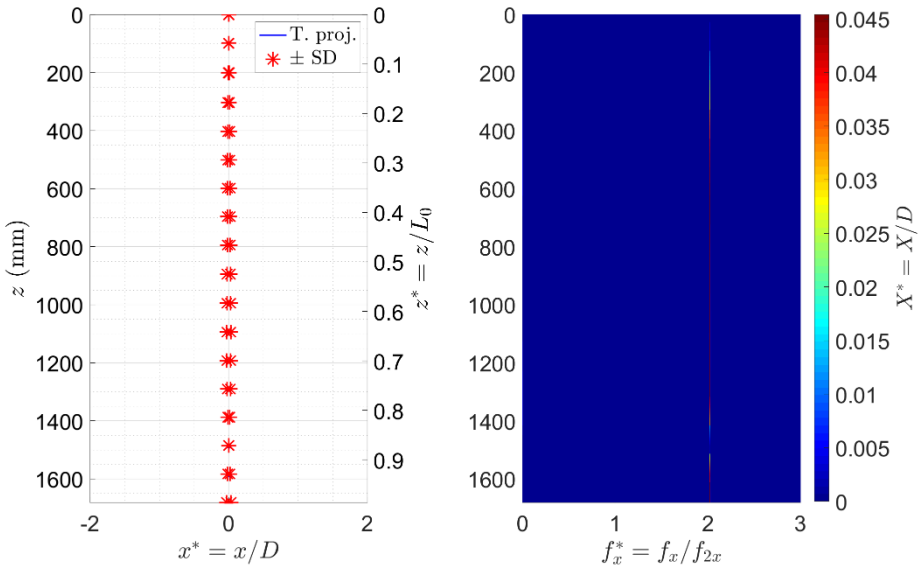
Fonte: O autor.

Figura A - 76: Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque ($U = 0.108\ m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



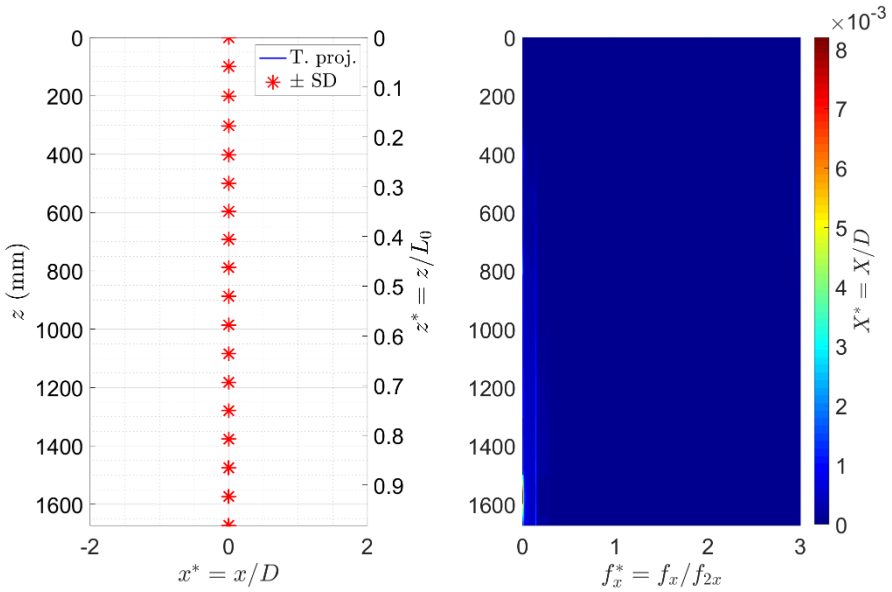
Fonte: O autor.

Figura A - 77: Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque ($U = 0.205\ m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



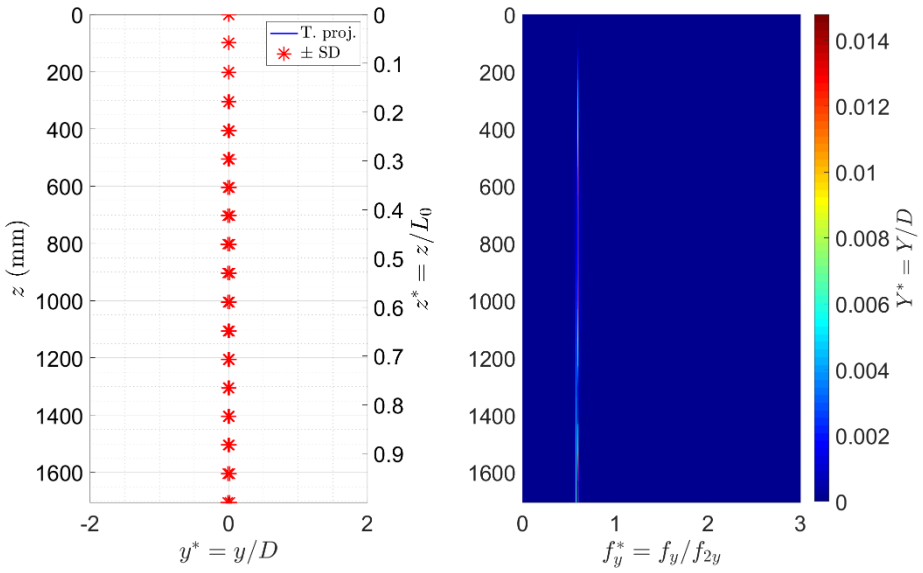
Fonte: O autor.

Figura A - 78: Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque ($U = 0.302\ m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



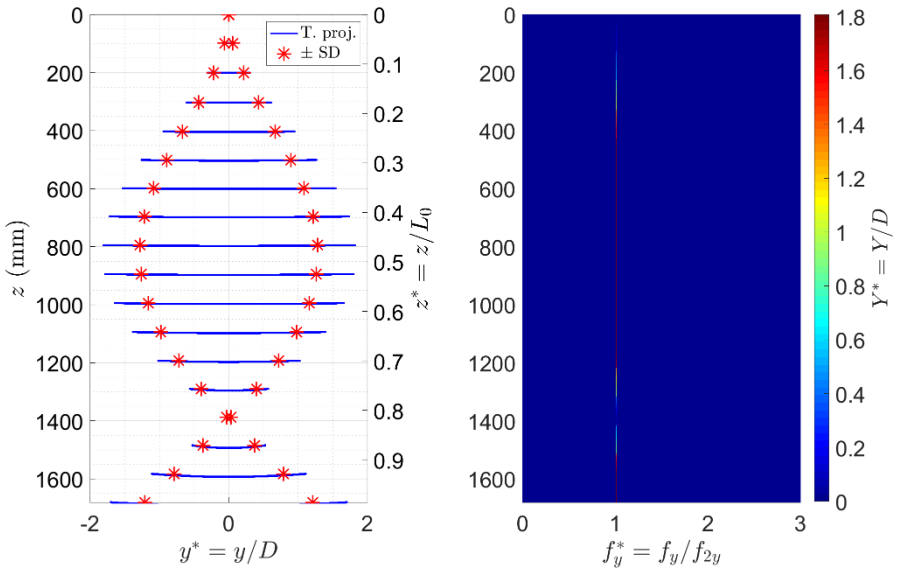
Fonte: O autor.

Figura A - 79: Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque ($U = 0.108\, m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



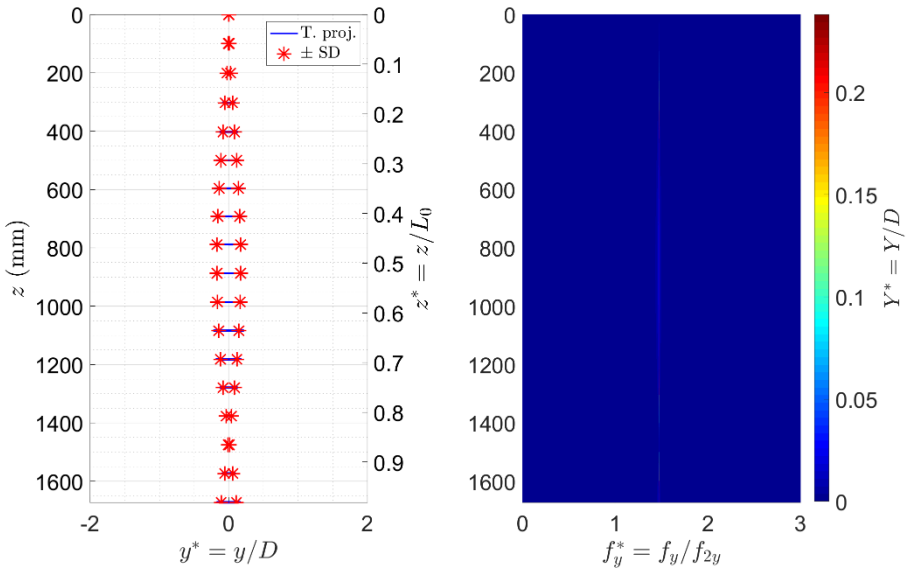
Fonte: O autor.

Figura A - 80: Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque ($U = 0.205\, m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



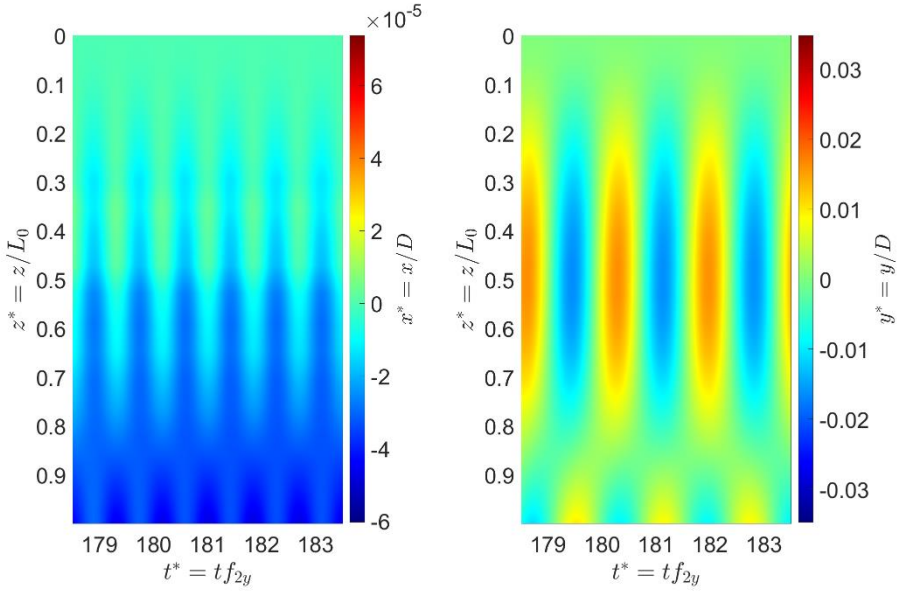
Fonte: O autor.

Figura A - 81: Resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque ($U = 0.302\ m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



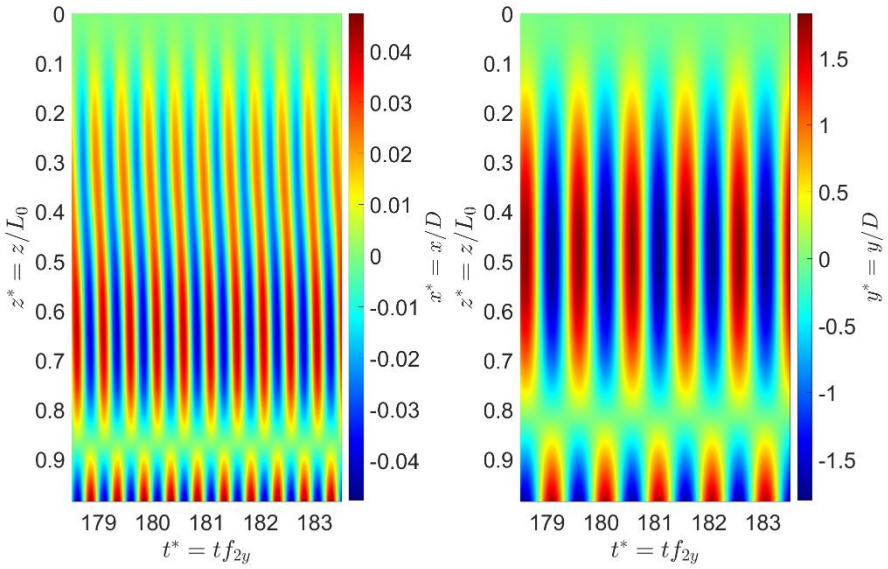
Fonte: O autor.

Figura A - 82: Escalogramas referentes aos resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque ($U = 0.108\ m/s$) e aspiração ($2V_c$) em função do tempo adimensional ($t^* = tf_{2y}$). [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



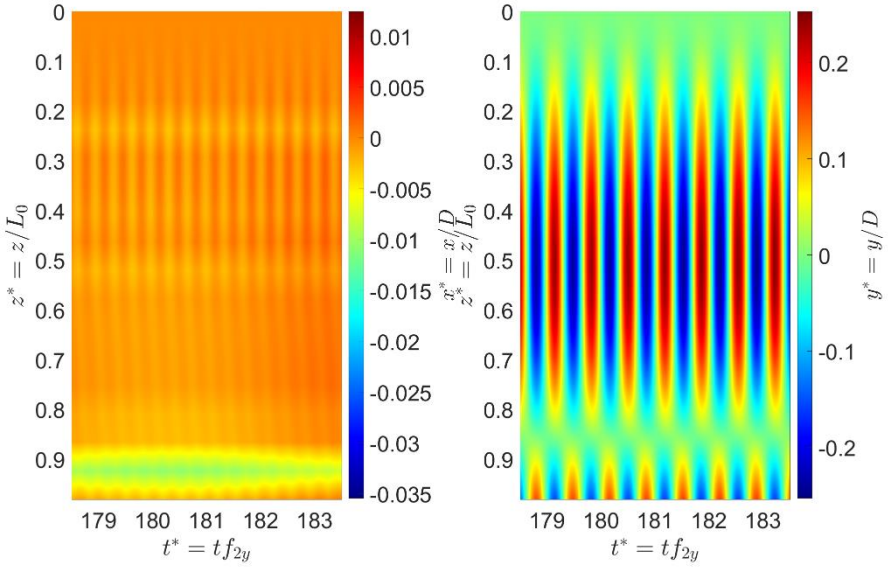
Fonte: O autor.

Figura A - 83: Escalogramas referentes aos resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque ($U = 0.205\, m/s$) e aspiração ($2V_c$) em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.

Figura A - 84: Escalogramas referentes aos resultados do software Orcaflex™ do cenário combinado de reboque ($U = 0.302\, m/s$) e aspiração ($2V_c$) em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.

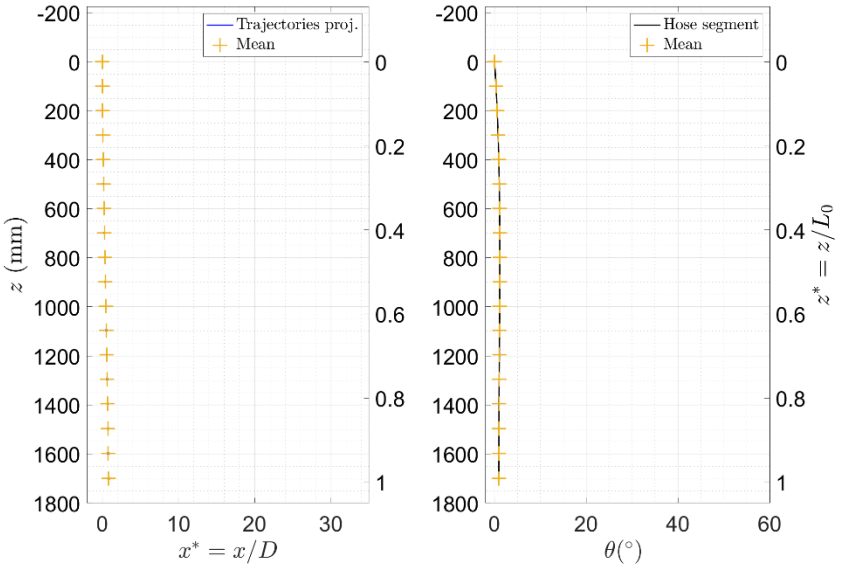


Fonte: O autor.

APÊNDICE B - MODELO MOR-MMM

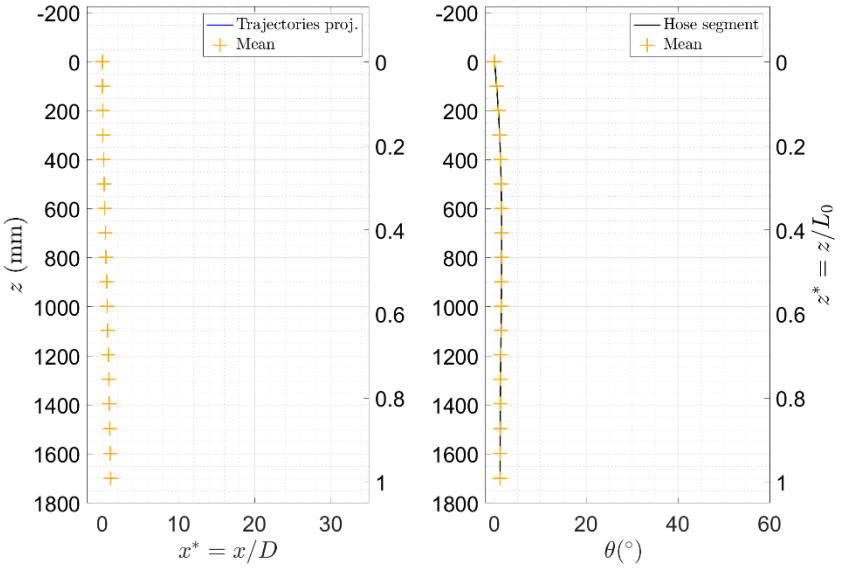
B.1. VIV sob reboque puro

Figura B - 1: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.06\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



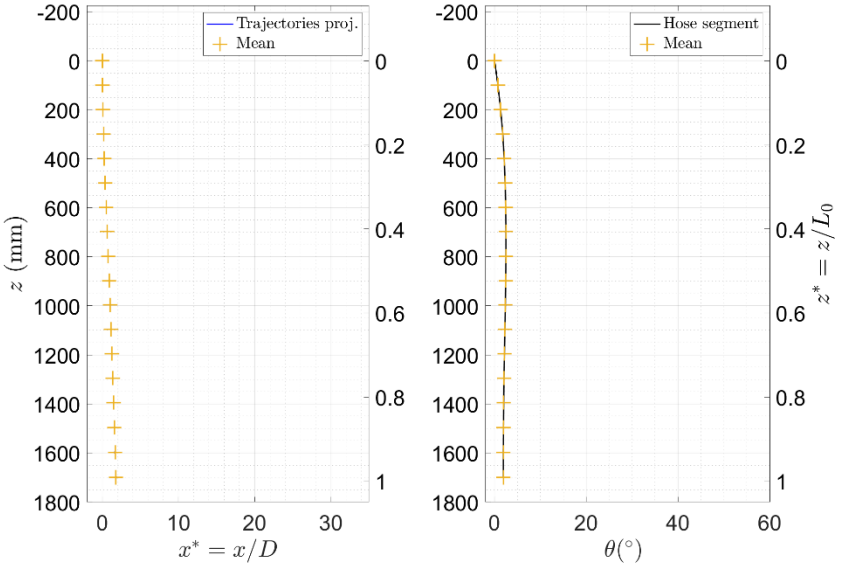
Fonte: O autor.

Figura B - 2: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.08\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



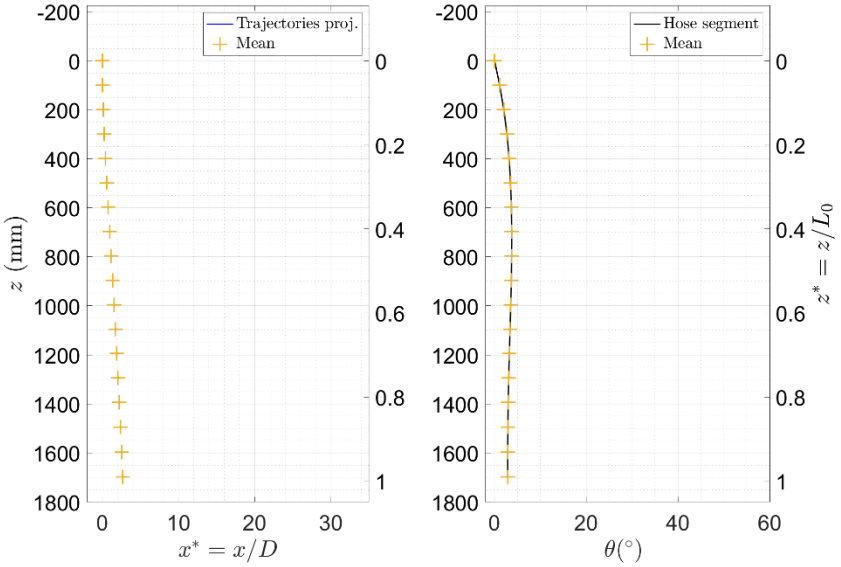
Fonte: O autor.

Figura B - 3: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.108\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



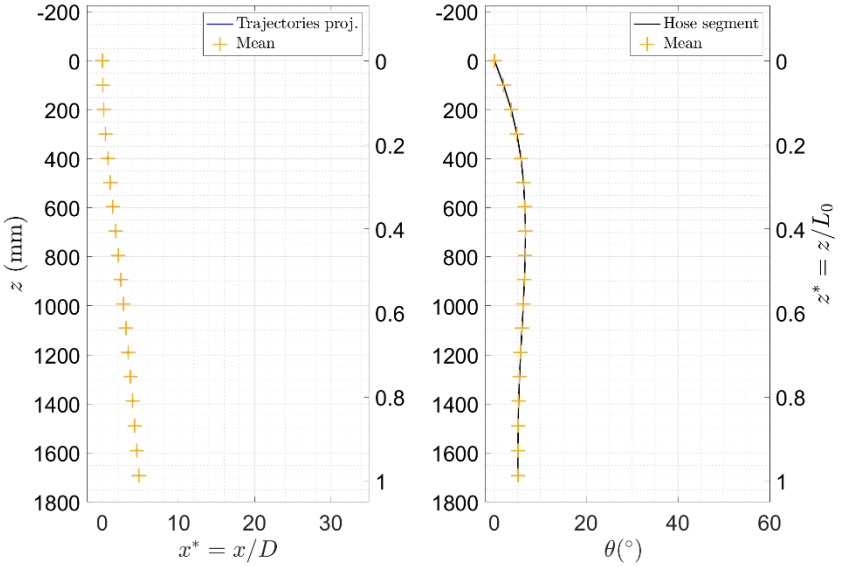
Fonte: O autor.

Figura B - 4: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.133\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



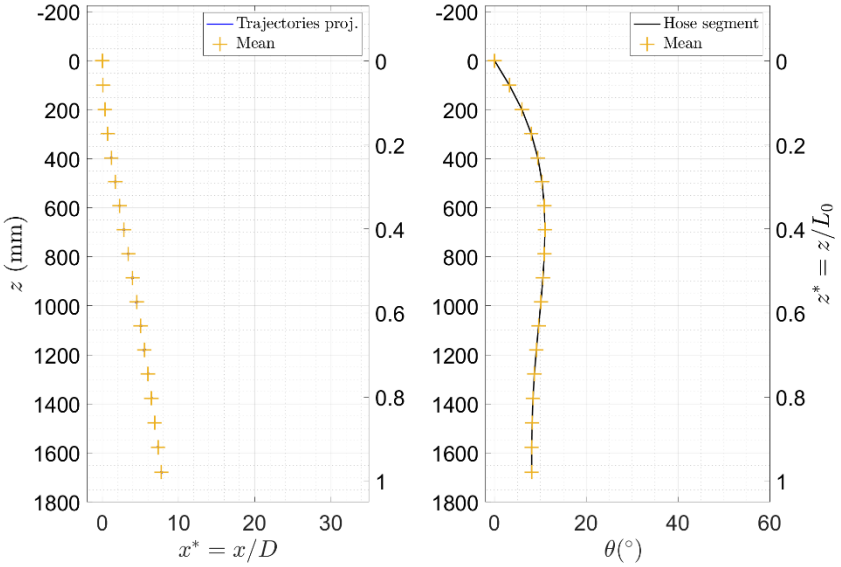
Fonte: O autor.

Figura B - 5: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.157\ m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



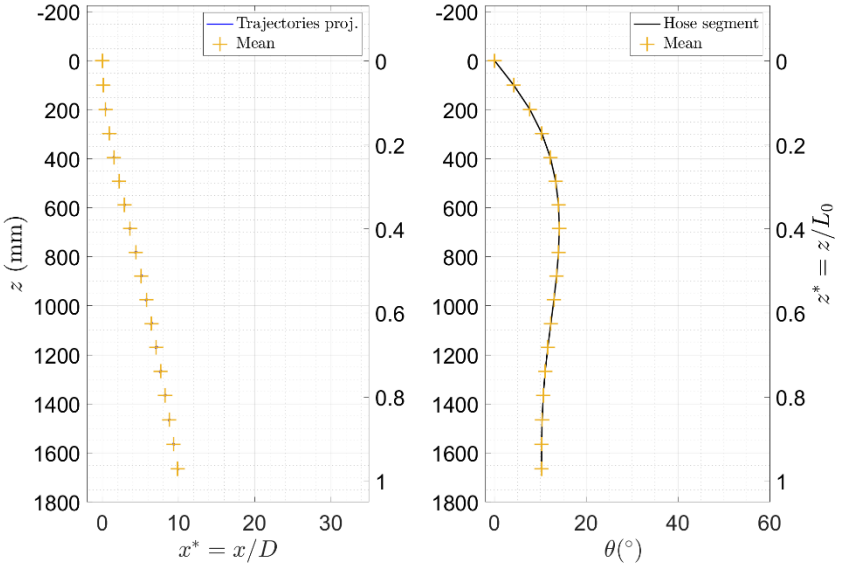
Fonte: O autor.

Figura B - 6: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.181\ m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



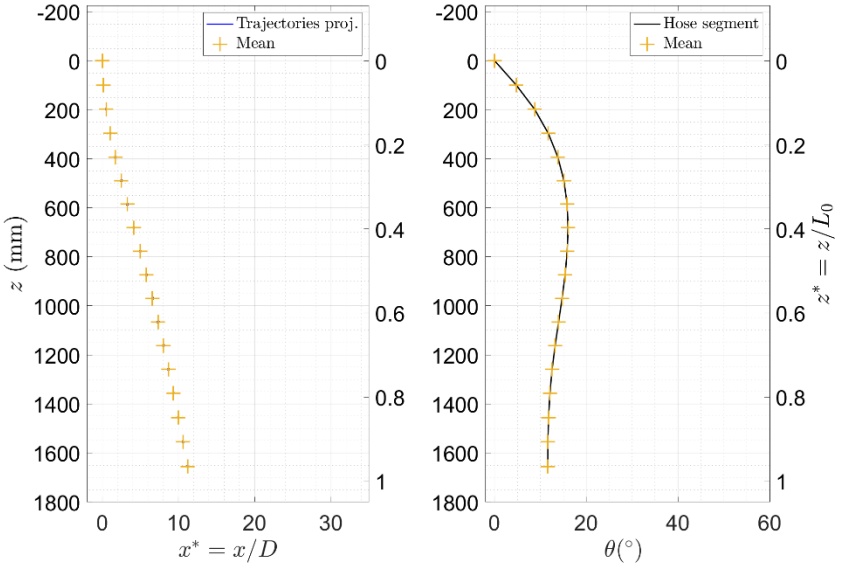
Fonte: O autor.

Figura B - 7: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.205\ m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



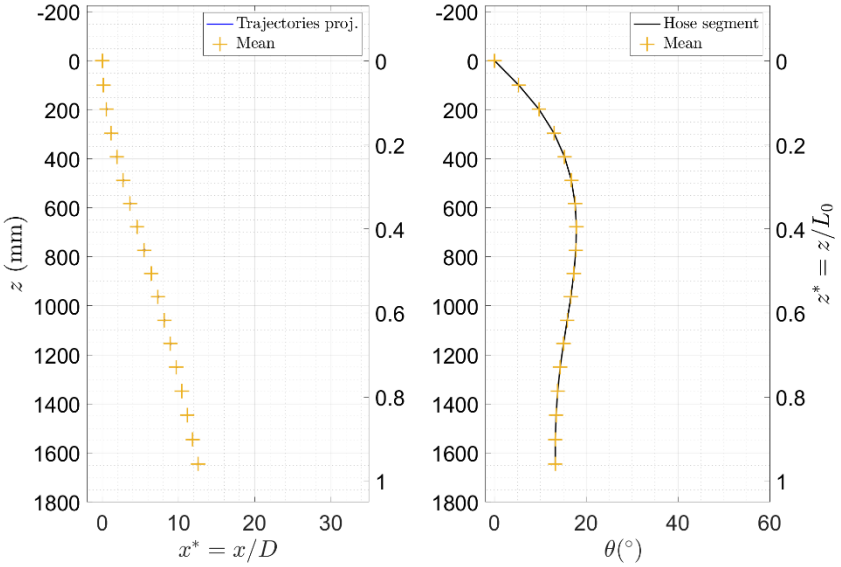
Fonte: O autor.

Figura B - 8: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.230\ m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



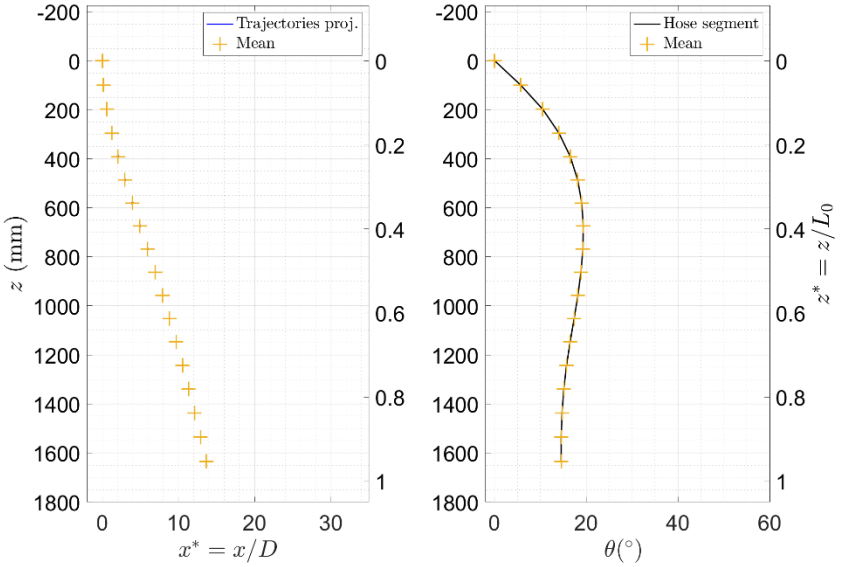
Fonte: O autor.

Figura B - 9: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.278\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



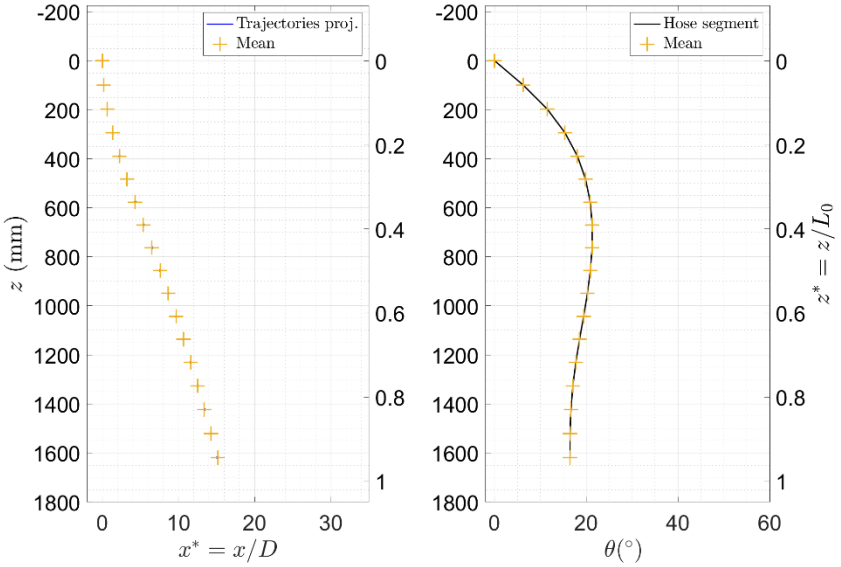
Fonte: O autor.

Figura B - 10: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.302\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



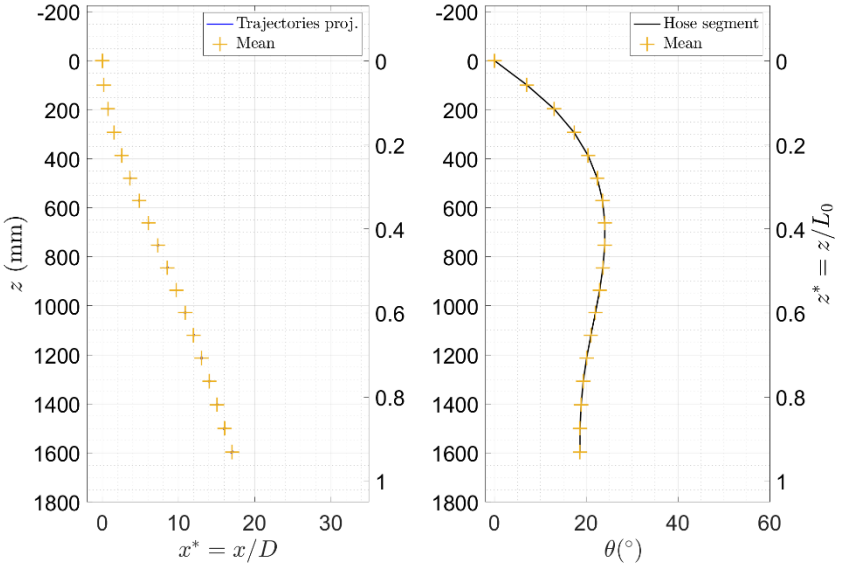
Fonte: O autor.

Figura B - 11: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.326\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



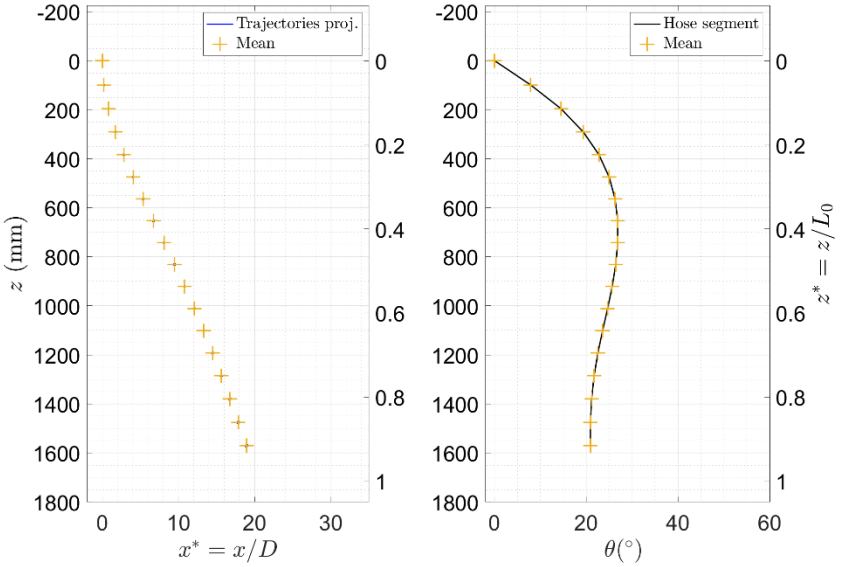
Fonte: O autor.

Figura B - 12: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.350\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



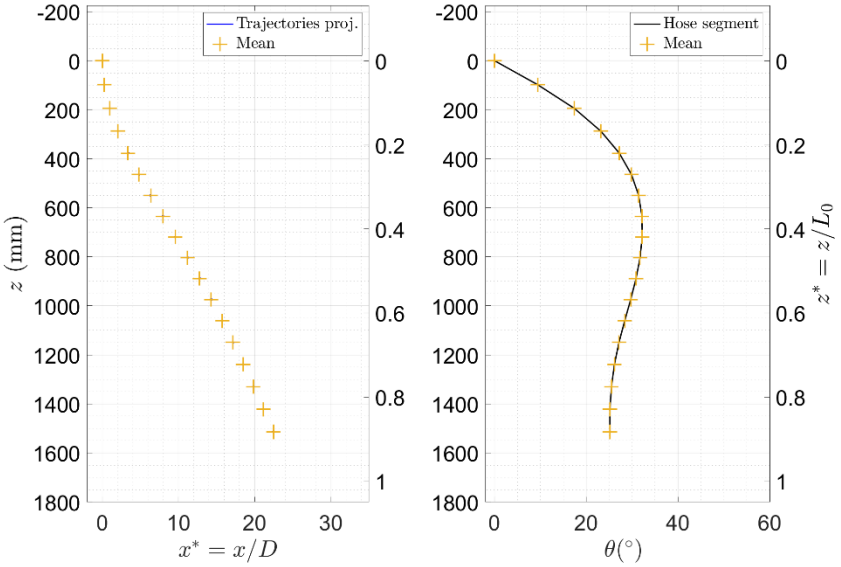
Fonte: O autor.

Figura B - 13: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.375\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



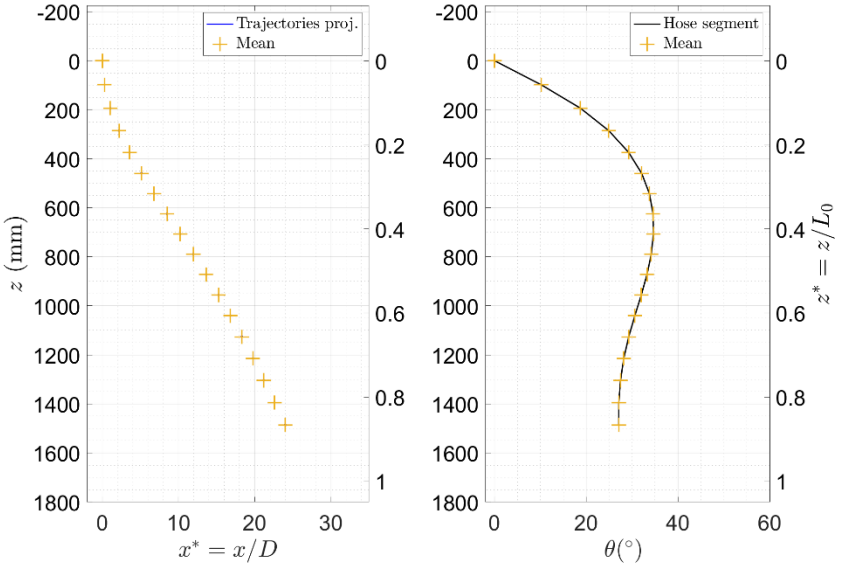
Fonte: O autor.

Figura B - 14: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.423\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



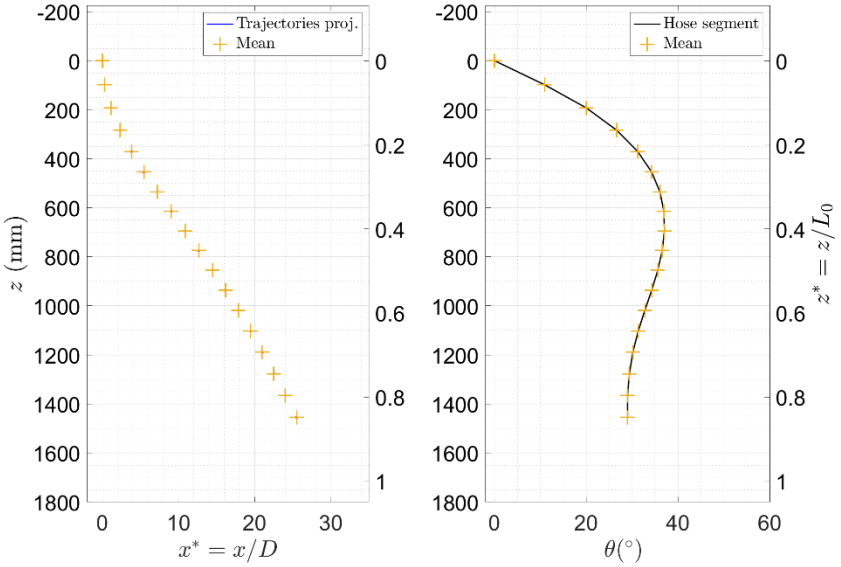
Fonte: O autor.

Figura B - 15: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.447\ m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



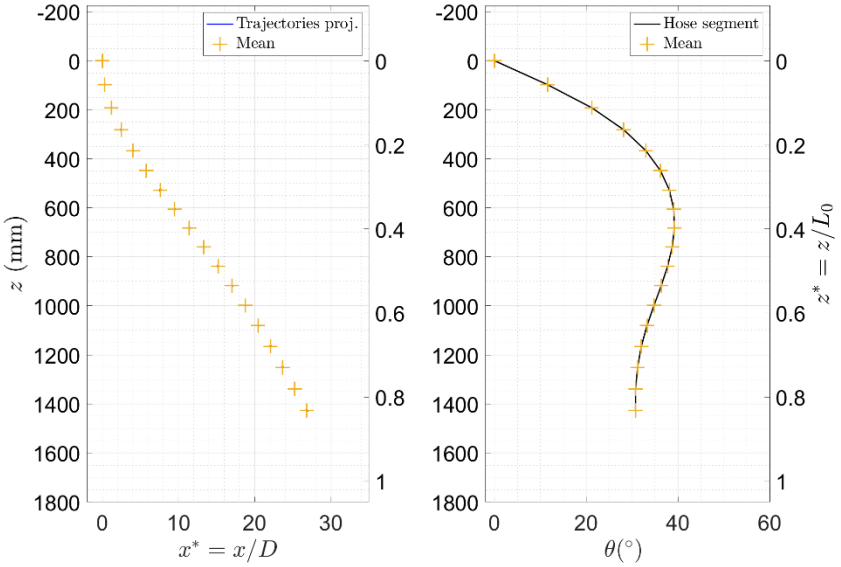
Fonte: O autor.

Figura B - 16: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.472\ m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



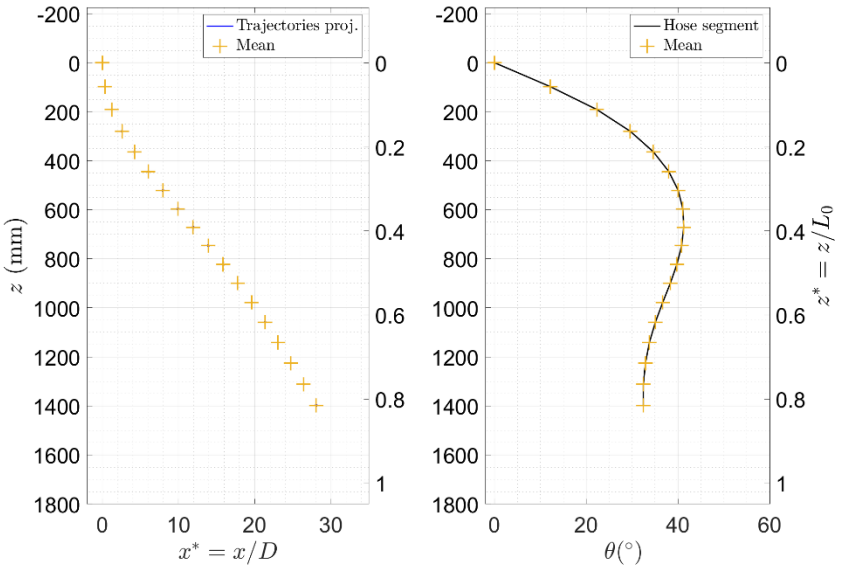
Fonte: O autor.

Figura B - 17: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.496\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



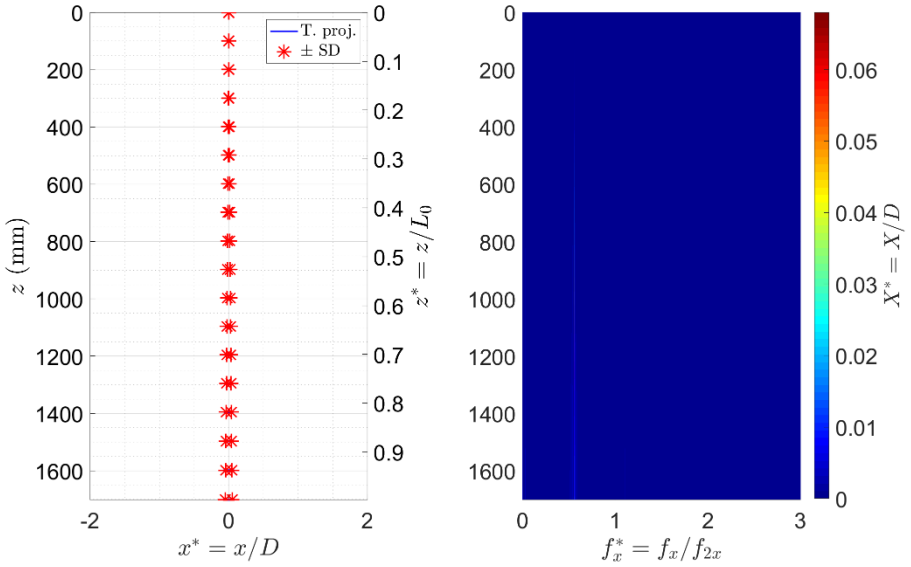
Fonte: O autor.

Figura B - 18: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.520\, m/s$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



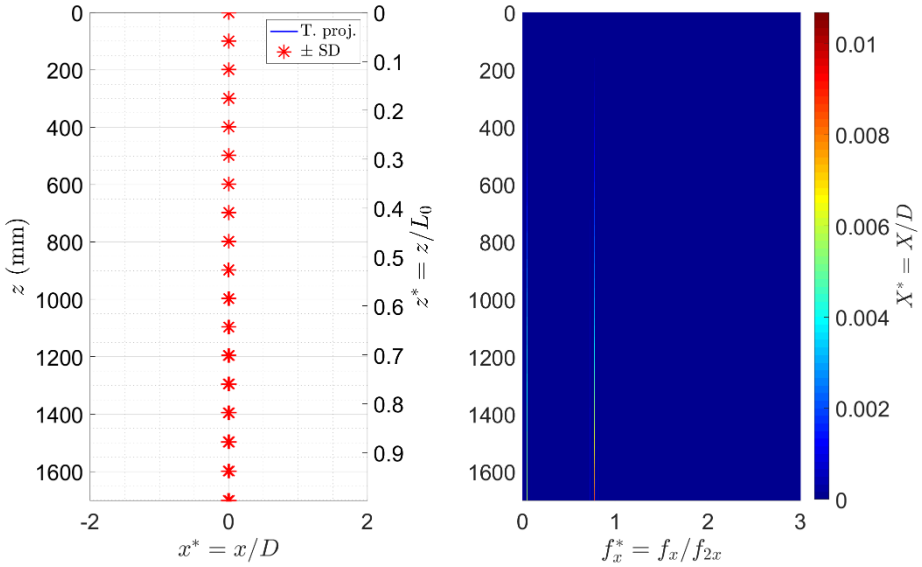
Fonte: O autor.

Figura B - 19: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.06\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



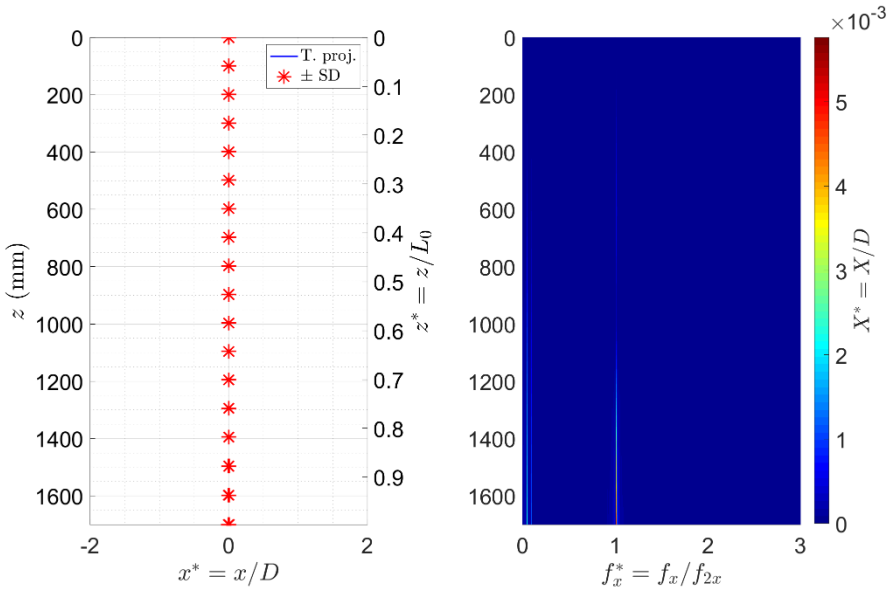
Fonte: O autor.

Figura B - 20: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.08\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



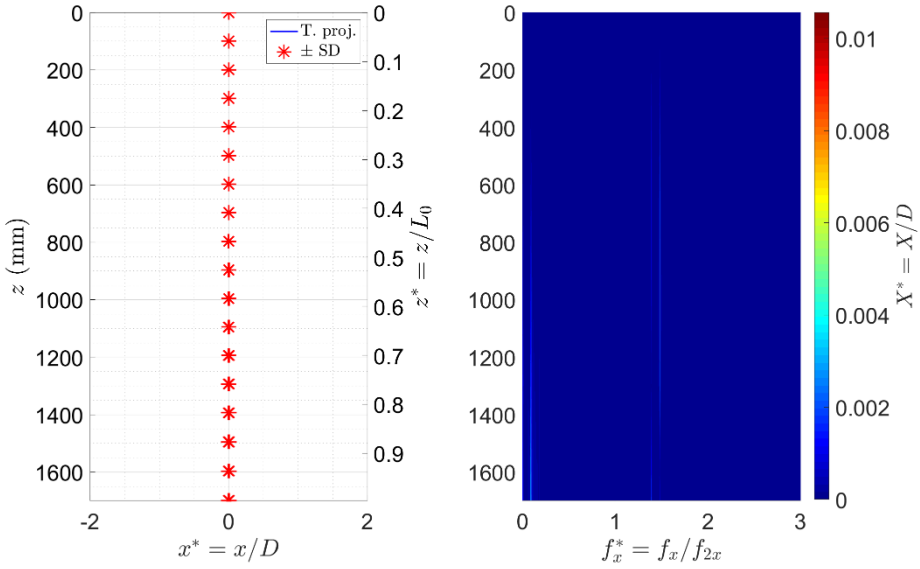
Fonte: O autor.

Figura B - 21: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.108\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



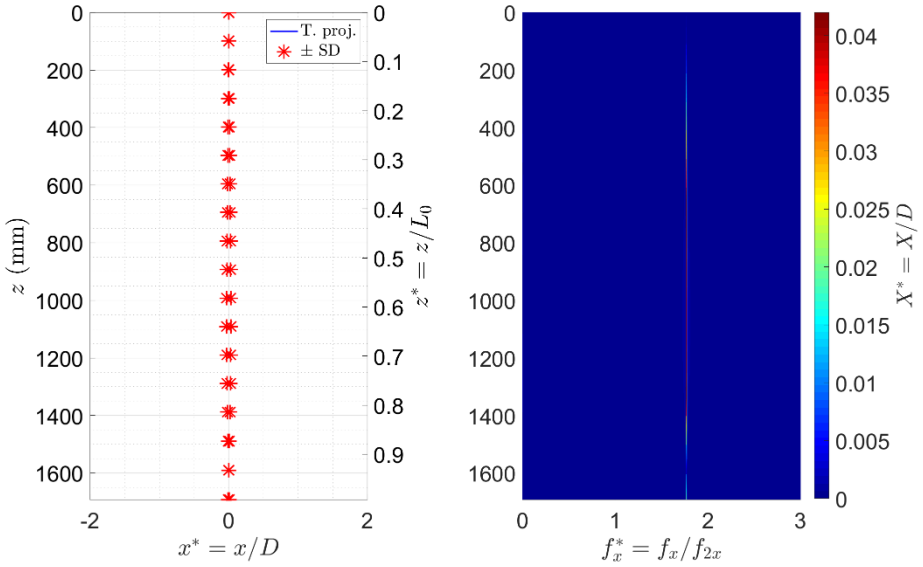
Fonte: O autor.

Figura B - 22: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.133\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



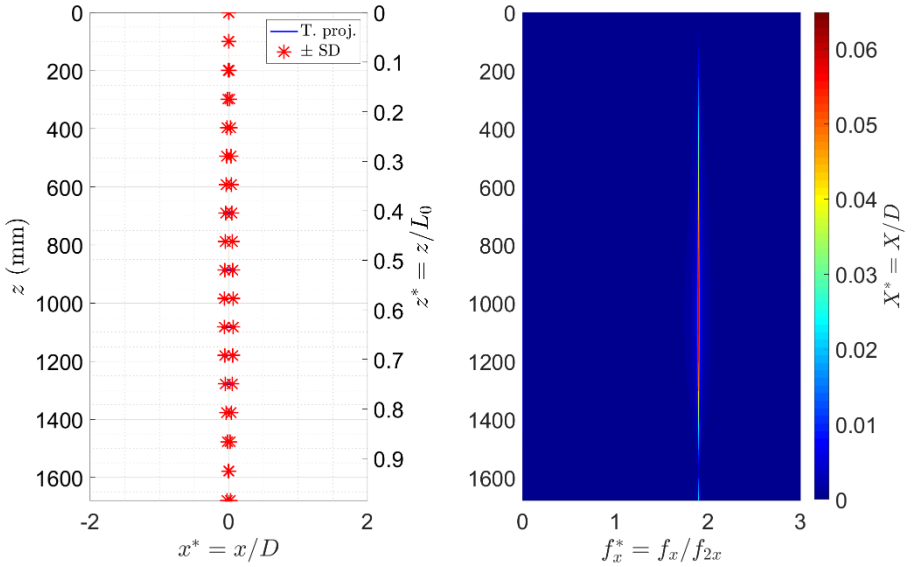
Fonte: O autor.

Figura B - 23: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.157\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



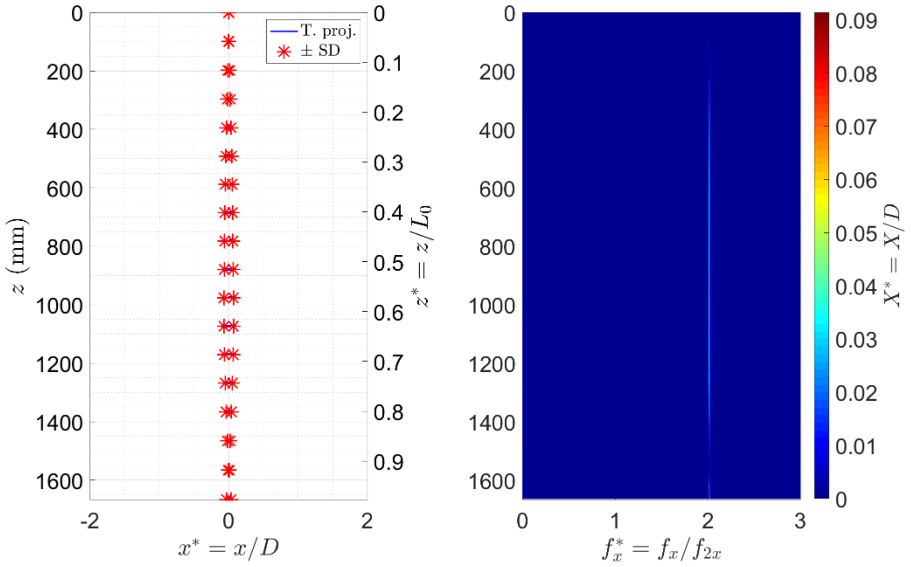
Fonte: O autor.

Figura B - 24: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.181\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



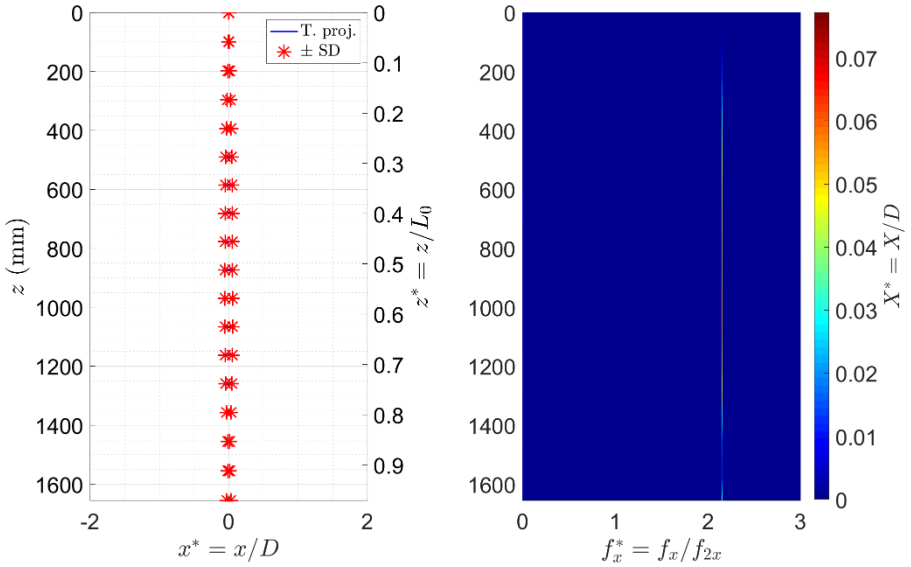
Fonte: O autor.

Figura B - 25: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.205\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



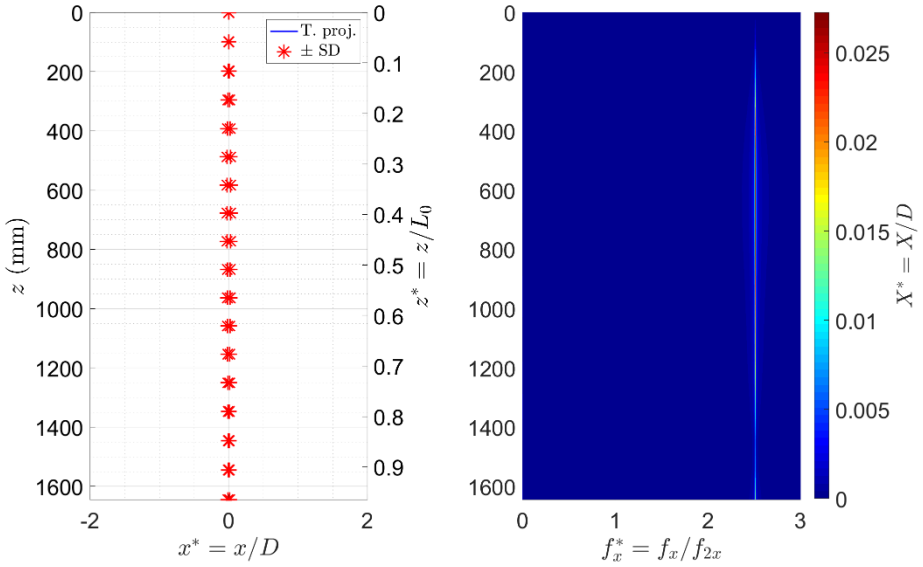
Fonte: O autor.

Figura B - 26: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.230\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



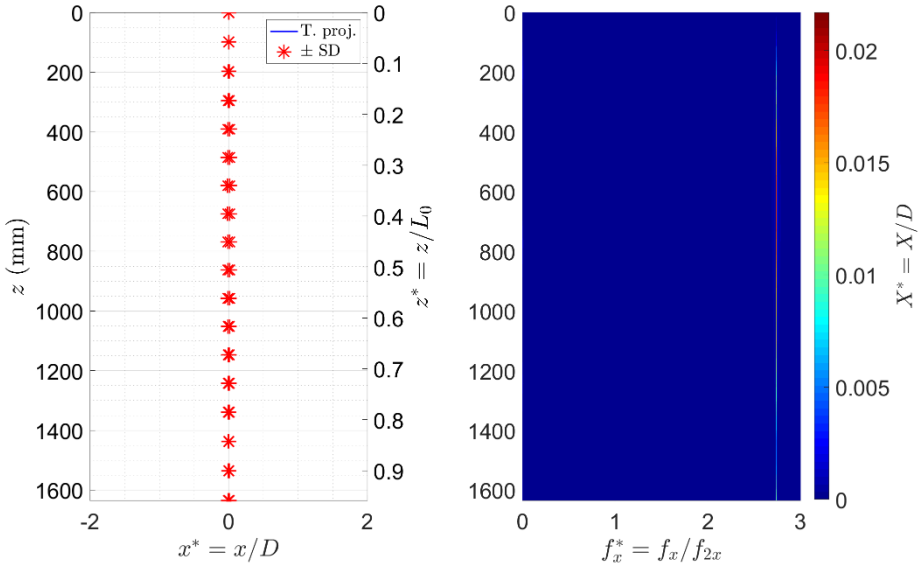
Fonte: O autor.

Figura B - 27: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.278\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



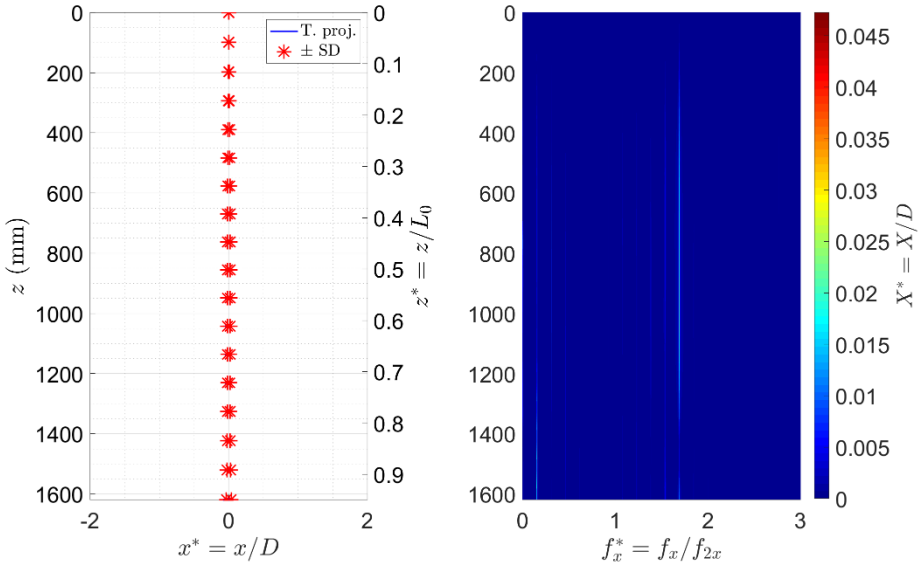
Fonte: O autor.

Figura B - 28: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.302\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



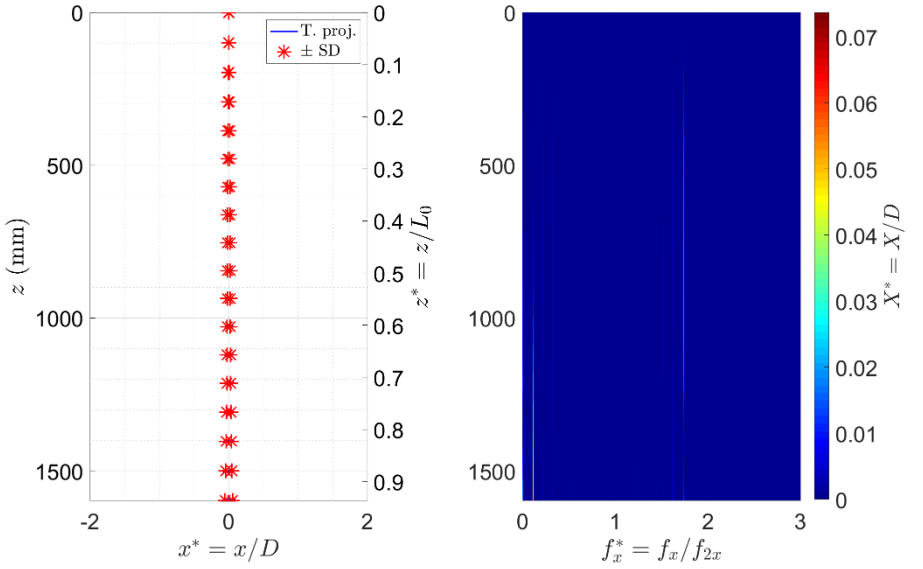
Fonte: O autor.

Figura B - 29: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.326\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



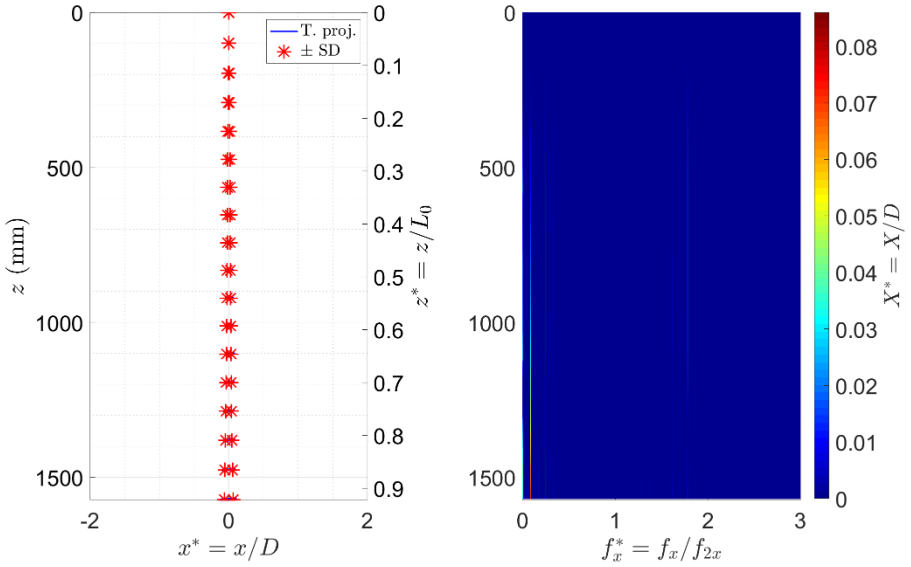
Fonte: O autor.

Figura B - 30: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.350\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



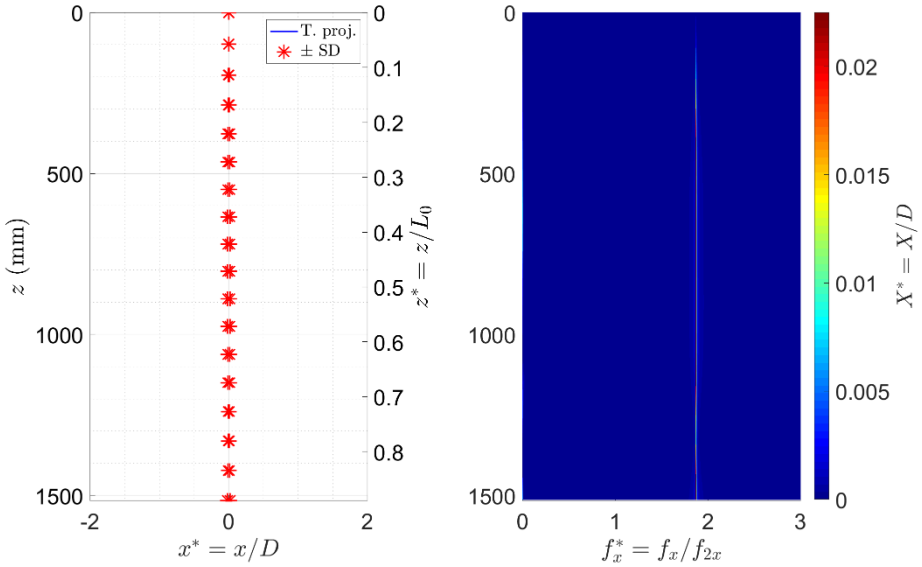
Fonte: O autor.

Figura B - 31: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.375\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



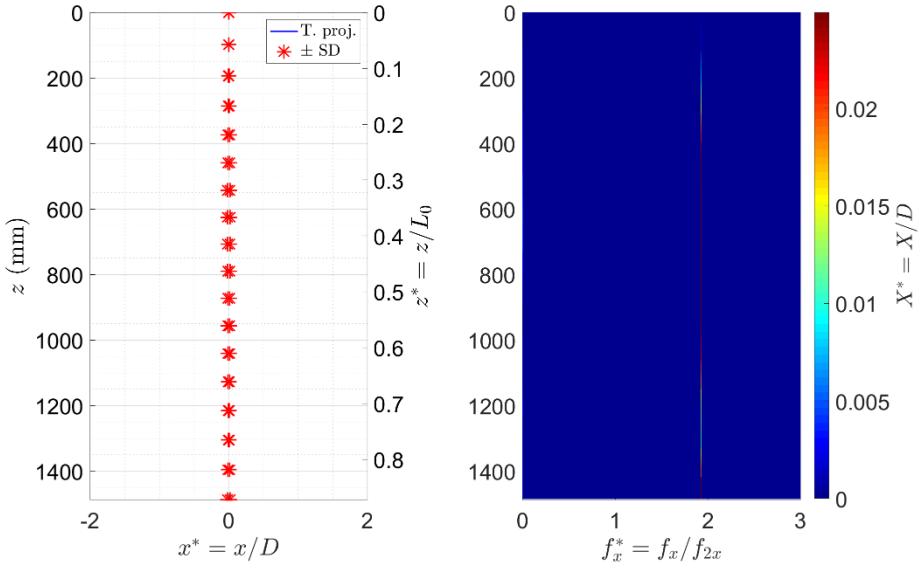
Fonte: O autor.

Figura B - 32: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.423\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



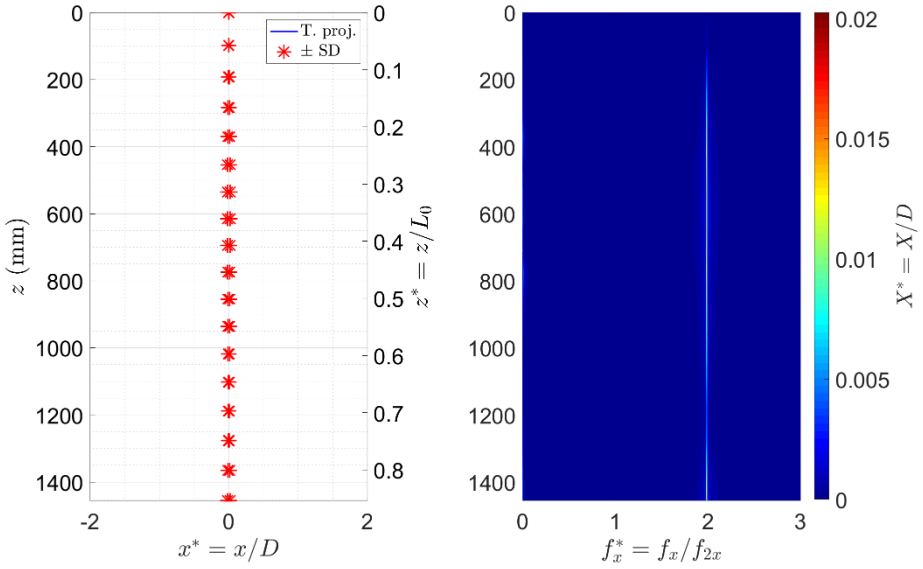
Fonte: O autor.

Figura B - 33: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.447\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



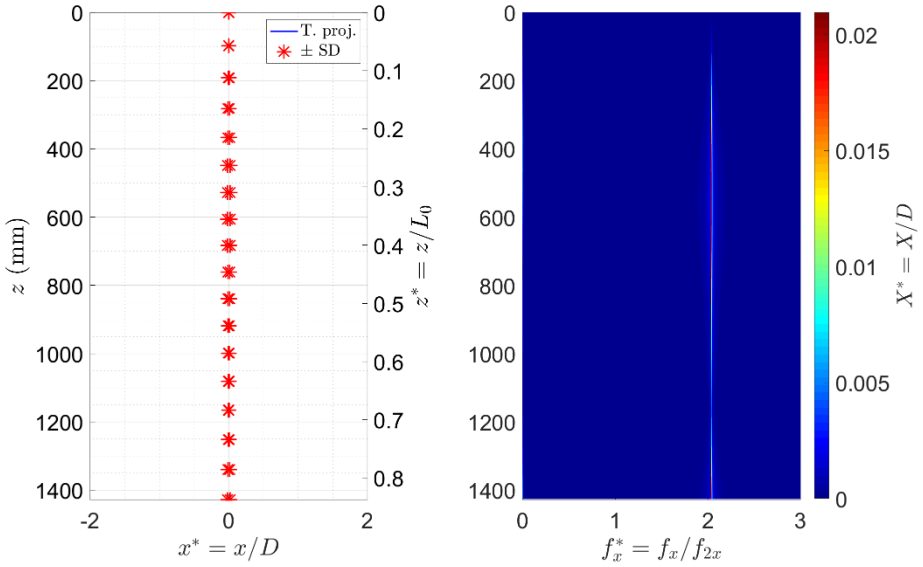
Fonte: O autor.

Figura B - 34: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.472\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



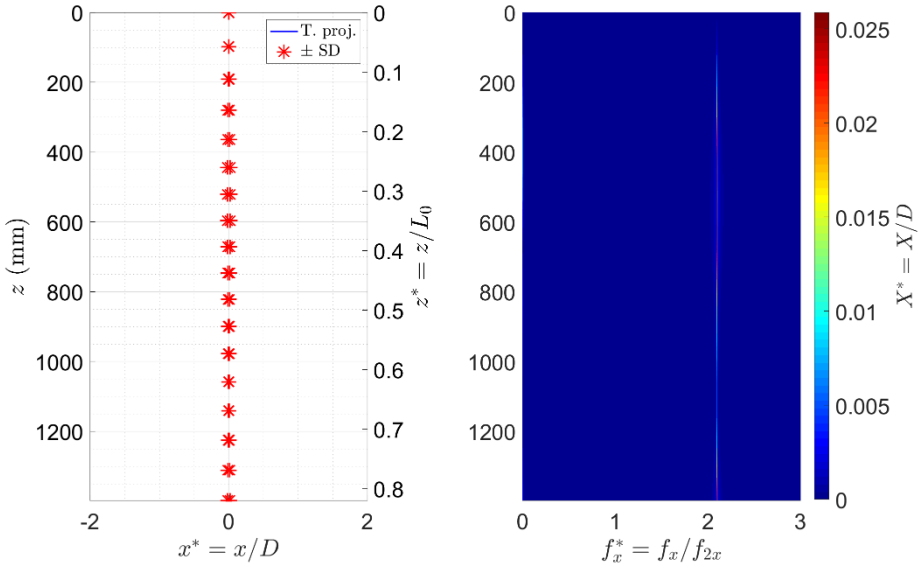
Fonte: O autor.

Figura B - 35: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.496\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



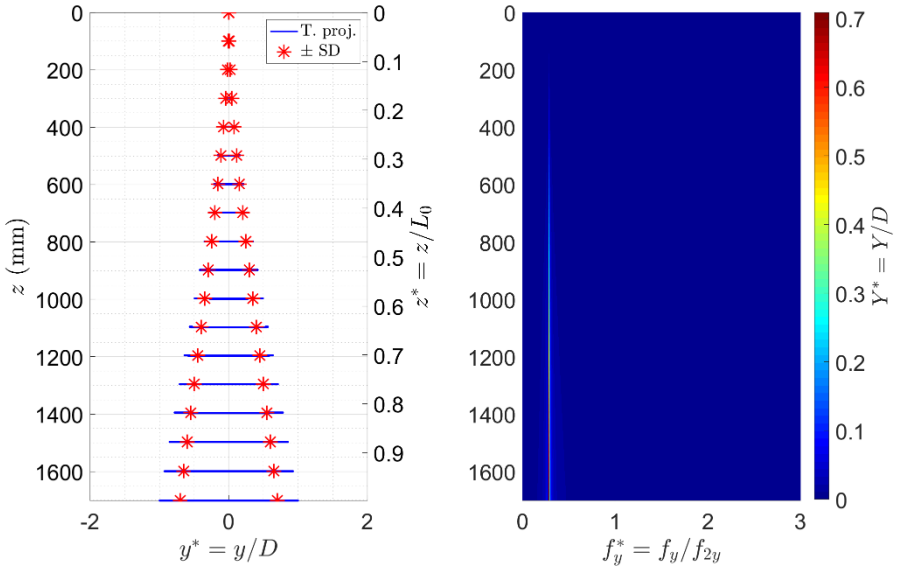
Fonte: O autor.

Figura B - 36: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.520\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



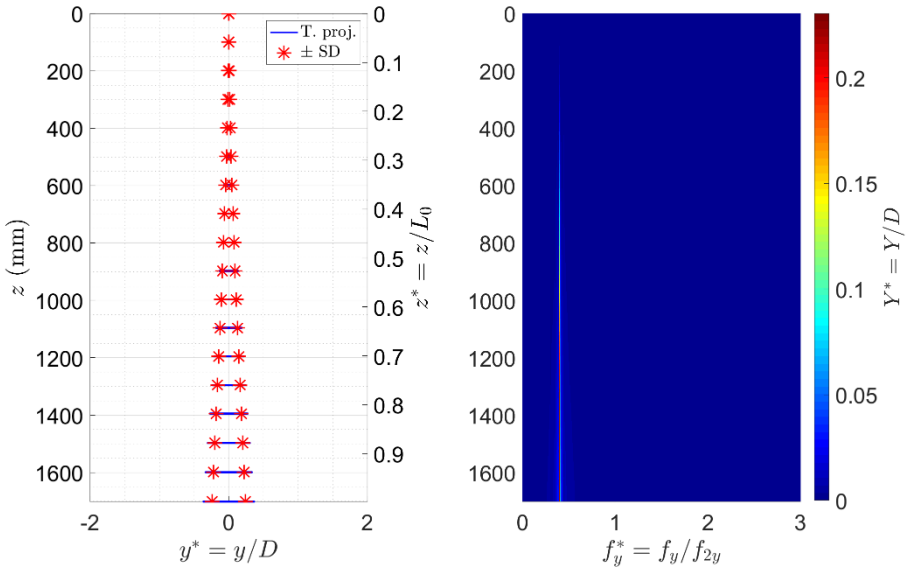
Fonte: O autor.

Figura B - 37: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.06\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



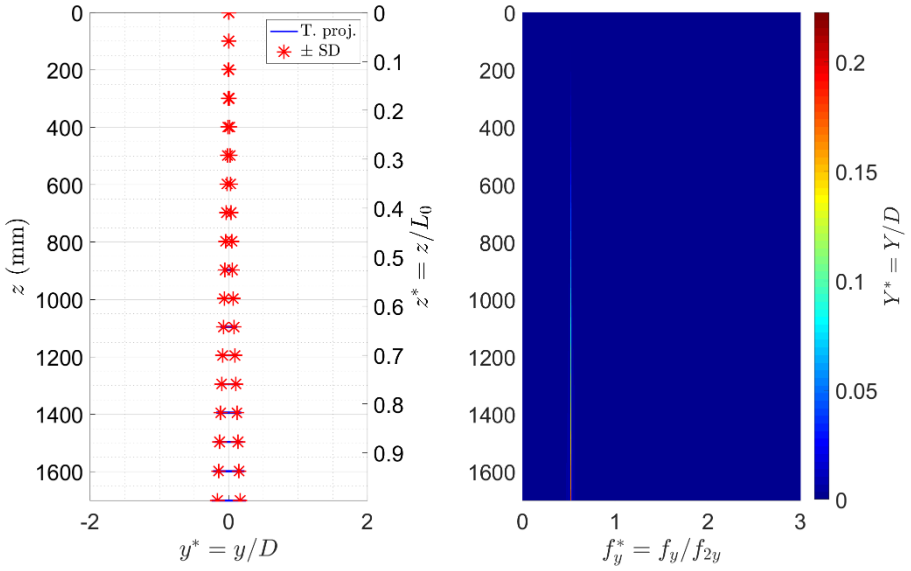
Fonte: O autor.

Figura B - 38: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.08\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



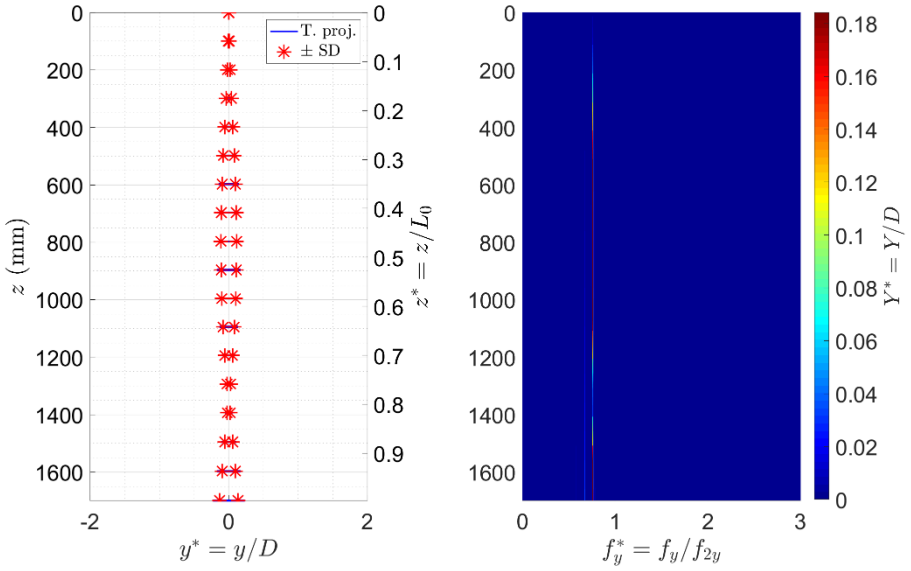
Fonte: O autor.

Figura B - 39: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.108\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



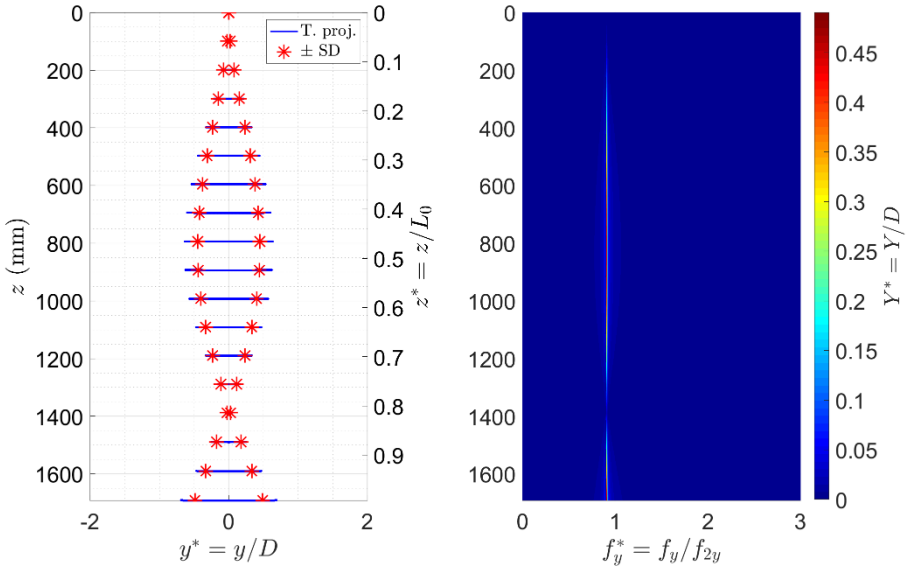
Fonte: O autor.

Figura B - 40: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.133\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



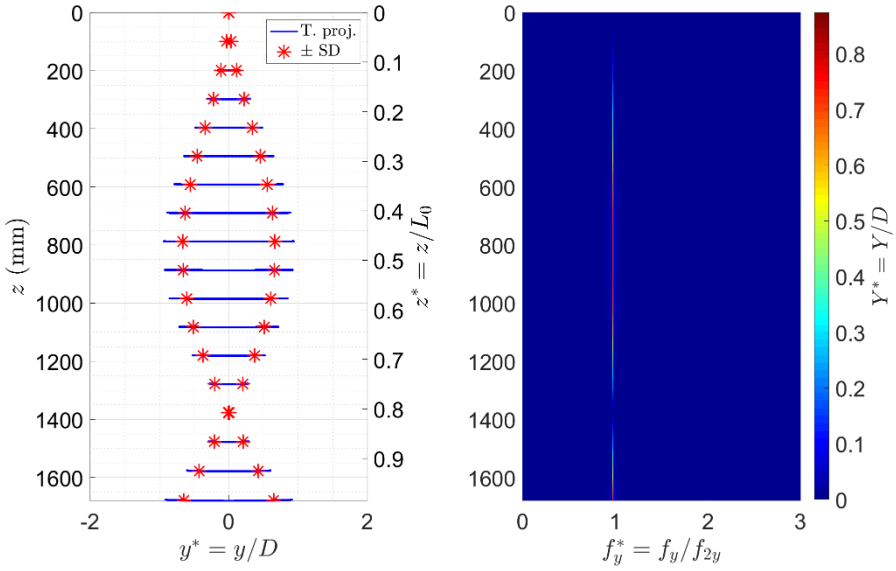
Fonte: O autor.

Figura B - 41: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.157\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



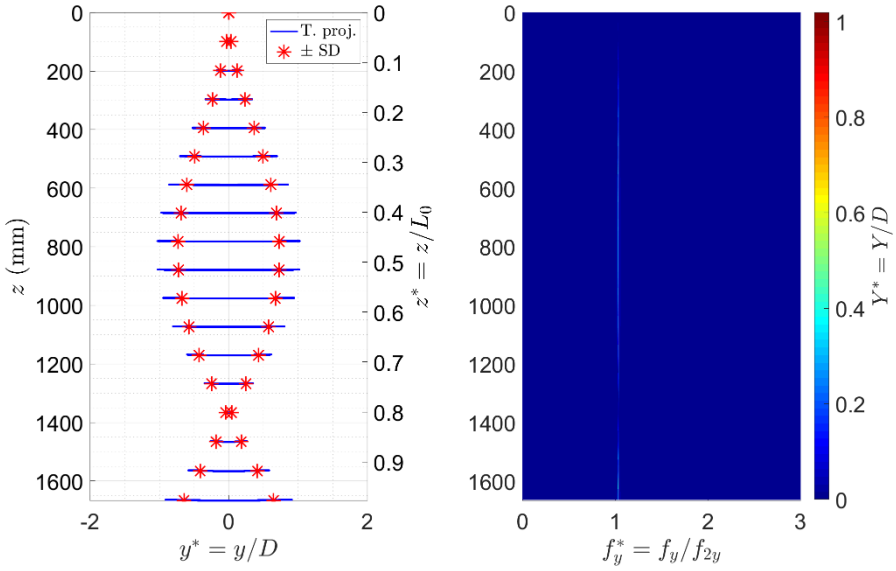
Fonte: O autor.

Figura B - 42: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.181\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



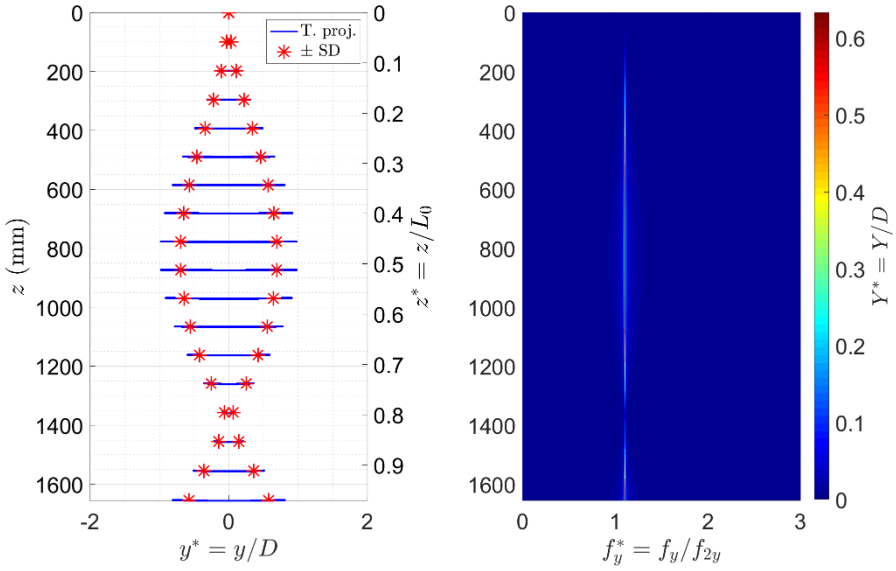
Fonte: O autor.

Figura B - 43: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.205\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



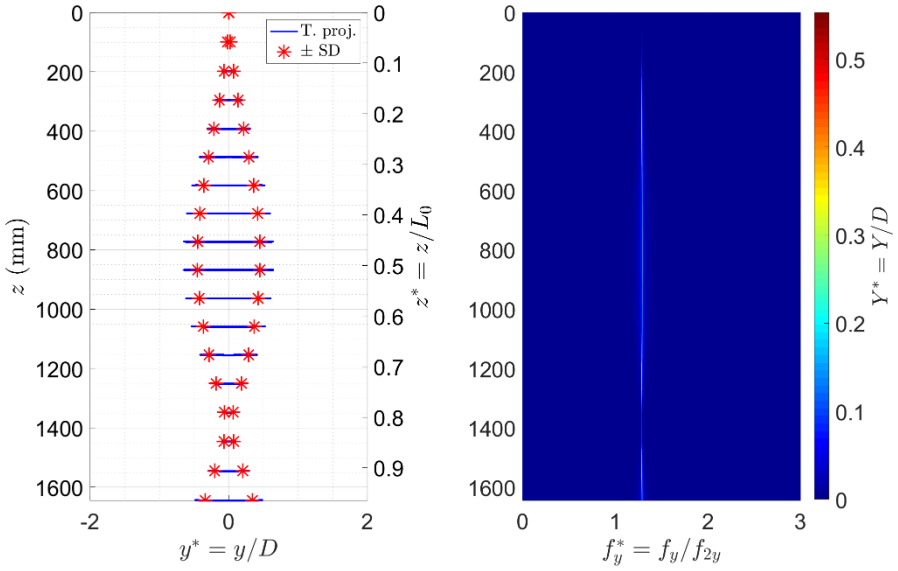
Fonte: O autor.

Figura B - 44: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.230\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



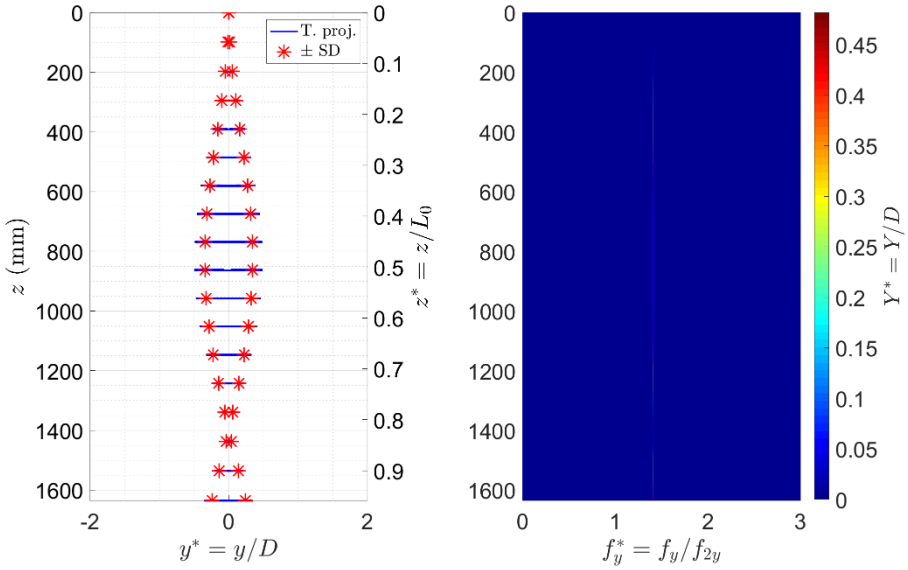
Fonte: O autor.

Figura B - 45: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.278\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



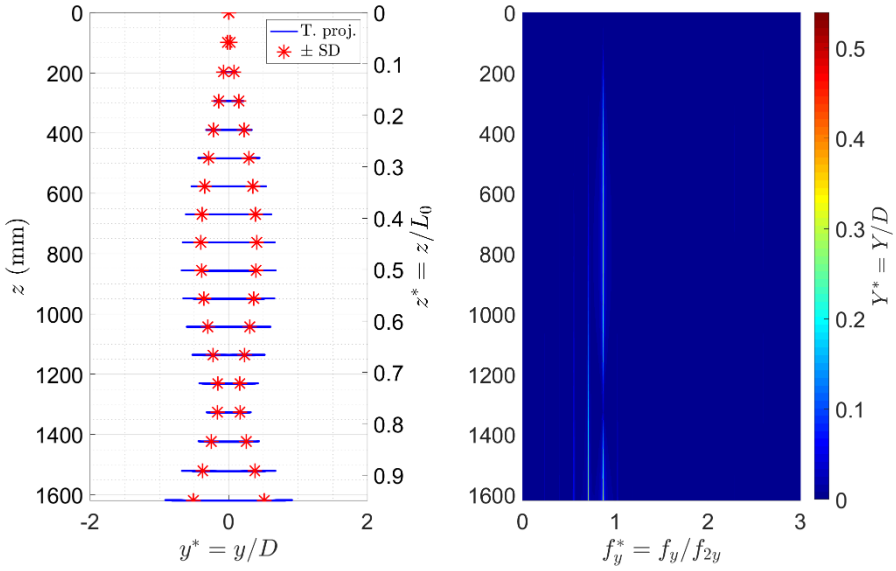
Fonte: O autor.

Figura B - 46: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.302\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



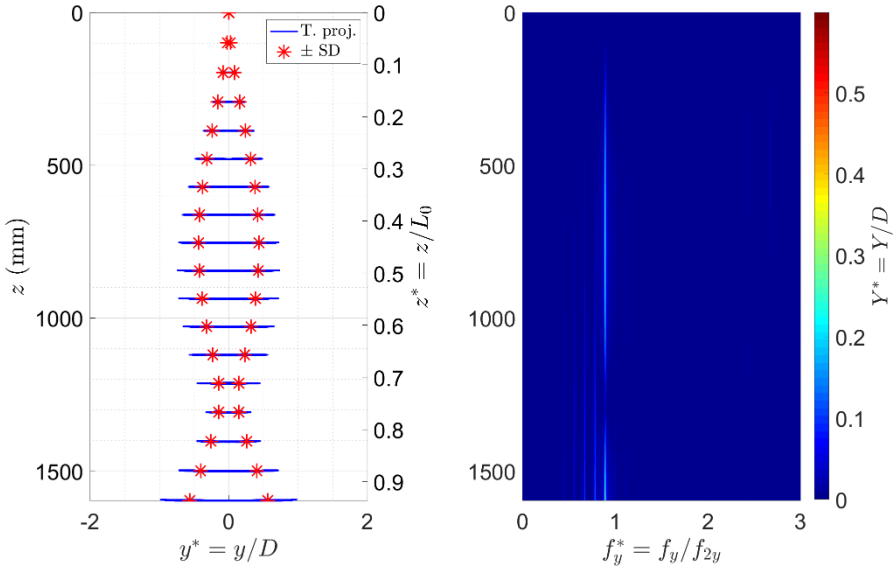
Fonte: O autor.

Figura B - 47: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.326\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



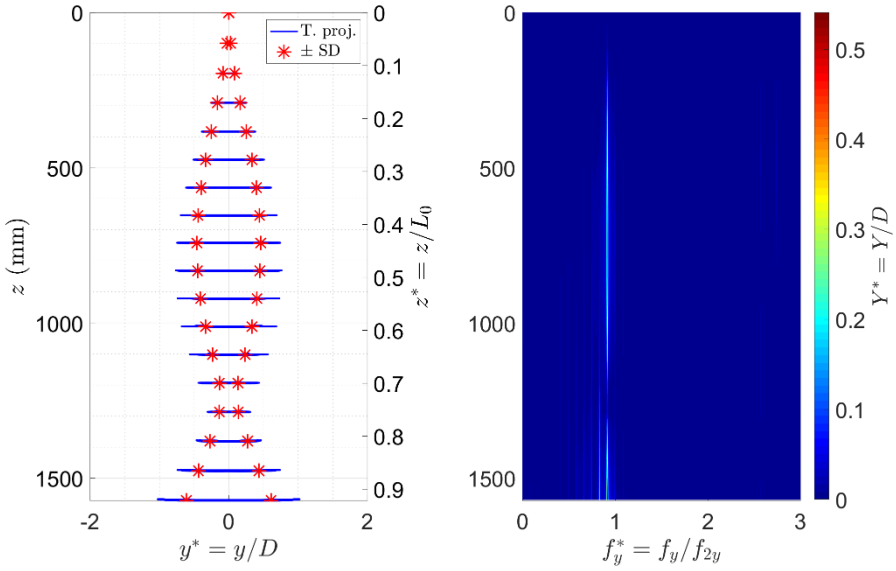
Fonte: O autor.

Figura B - 48: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.350\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



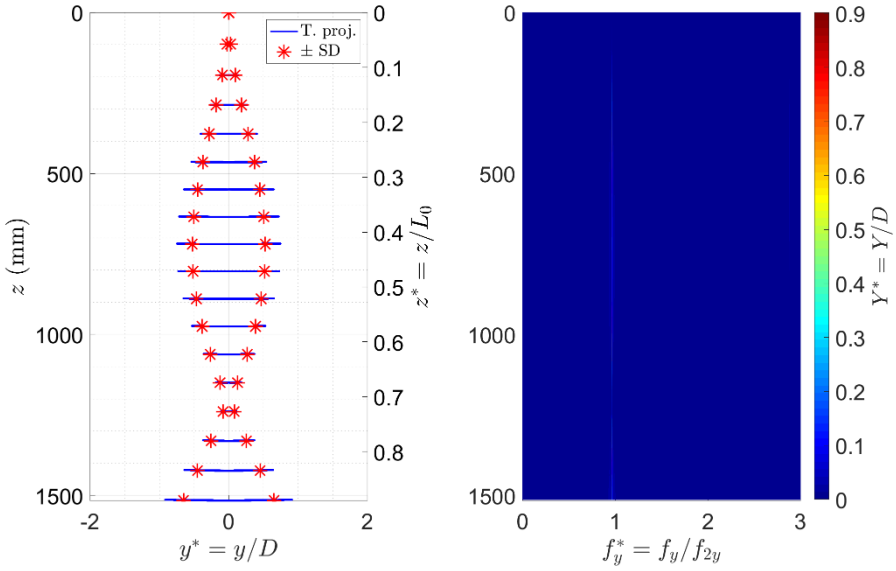
Fonte: O autor.

Figura B - 49: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.375\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



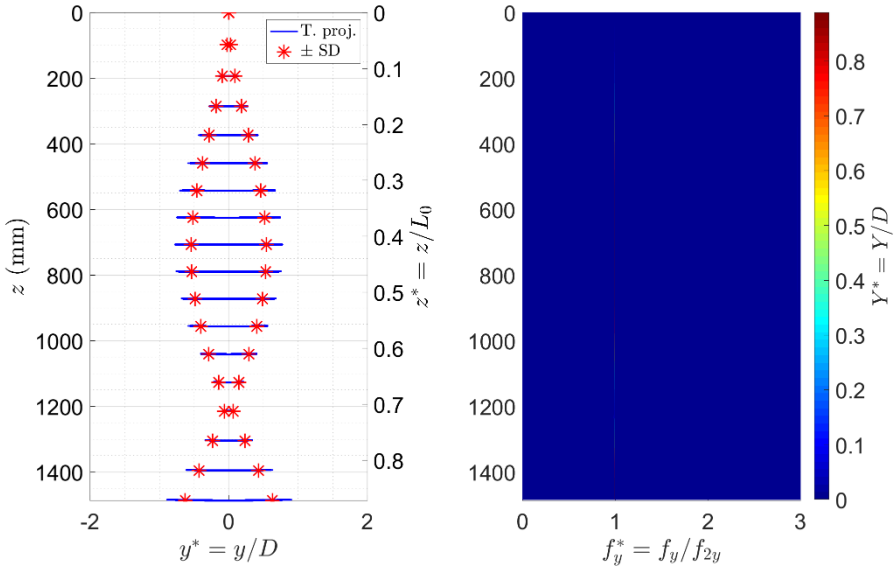
Fonte: O autor.

Figura B - 50: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.423\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



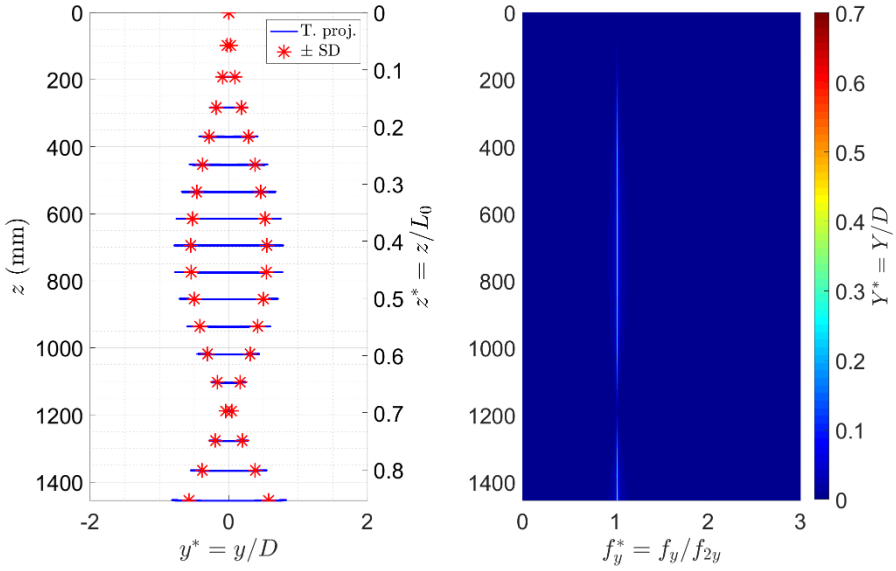
Fonte: O autor.

Figura B - 51: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.447\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



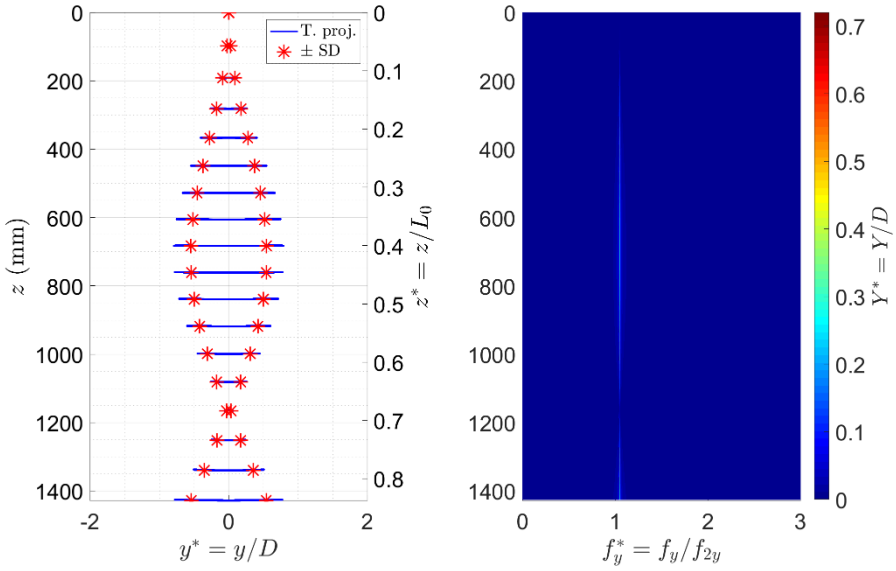
Fonte: O autor.

Figura B - 52: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.472\ m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



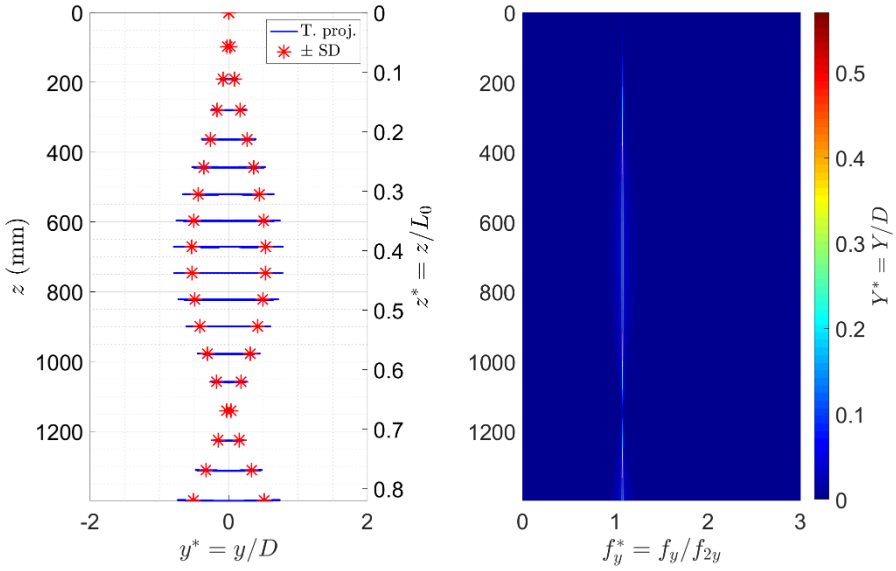
Fonte: O autor.

Figura B - 53: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.496\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



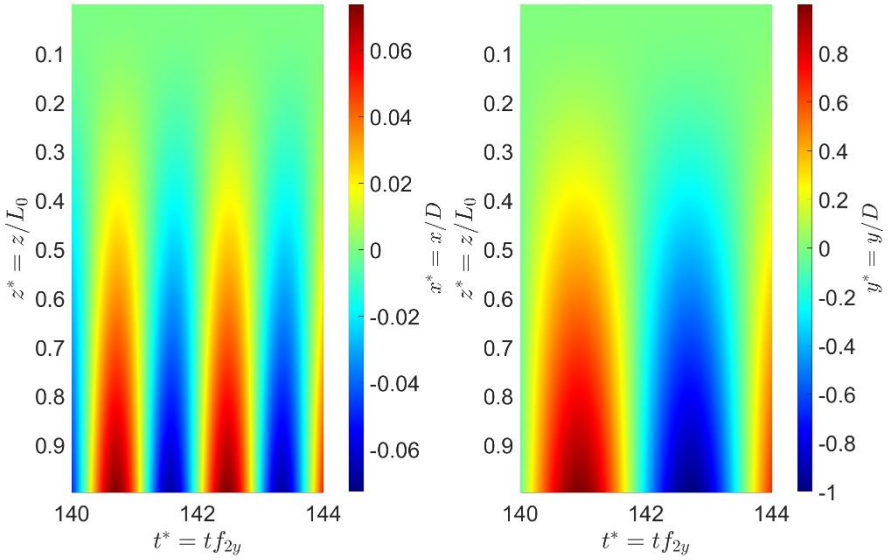
Fonte: O autor.

Figura B - 54: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.520\, m/s$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



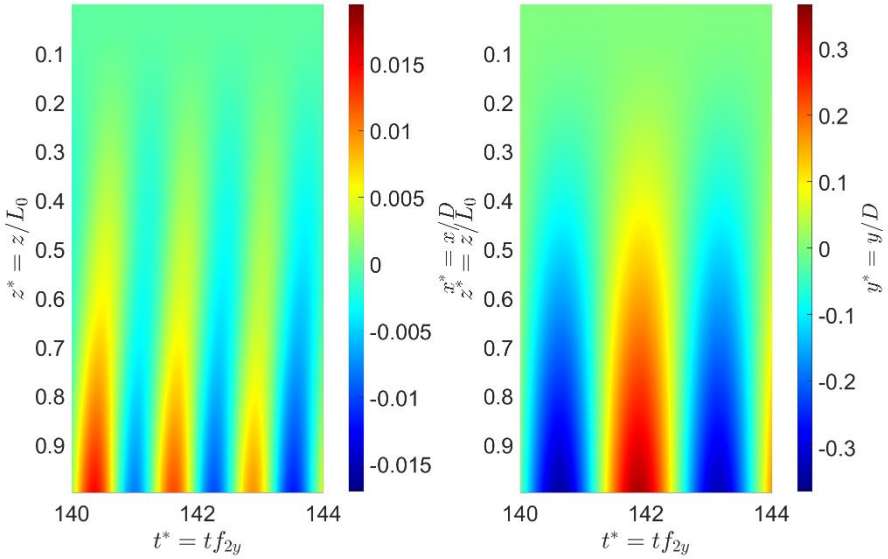
Fonte: O autor.

Figura B - 55: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.06\ m/s$) em função do tempo adimensional $\left(t^* = tf_{2y}\right)$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



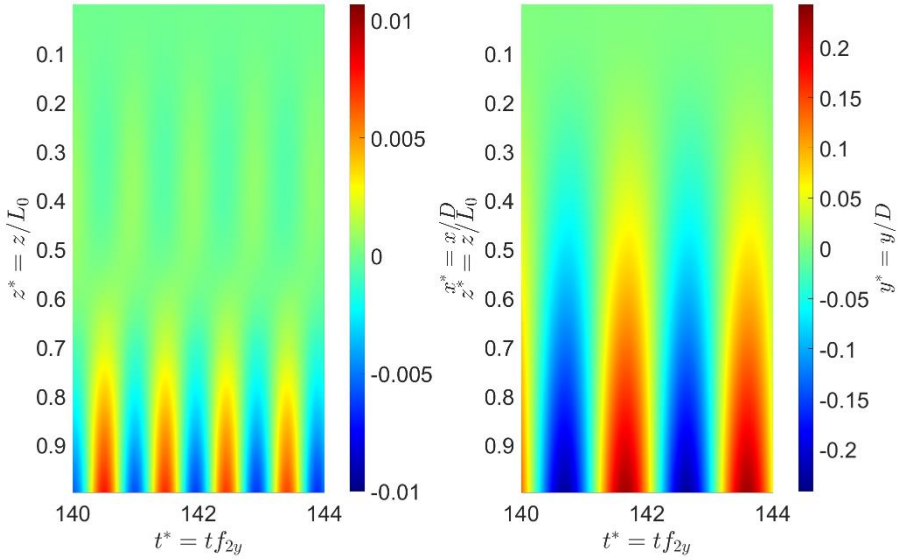
Fonte: O autor.

Figura B - 56: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro ($U = 0.08\ m/s$) em função do tempo adimensional $\left(t^* = tf_{2y}\right)$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



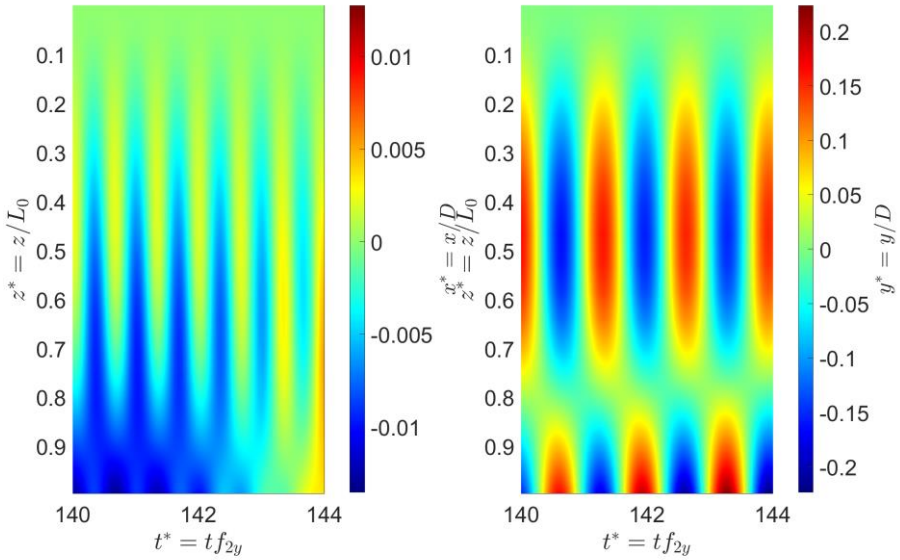
Fonte: O autor.

Figura B - 57: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.108\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



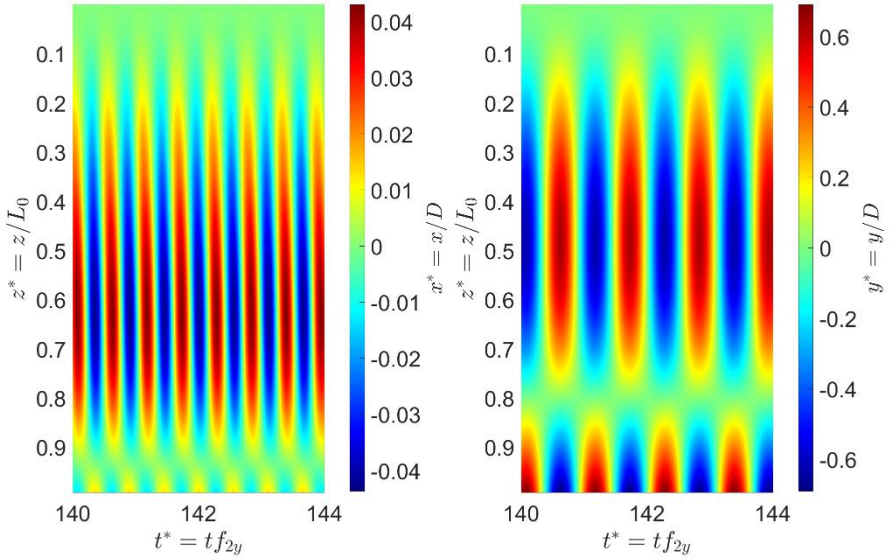
Fonte: O autor.

Figura B - 58: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.133\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



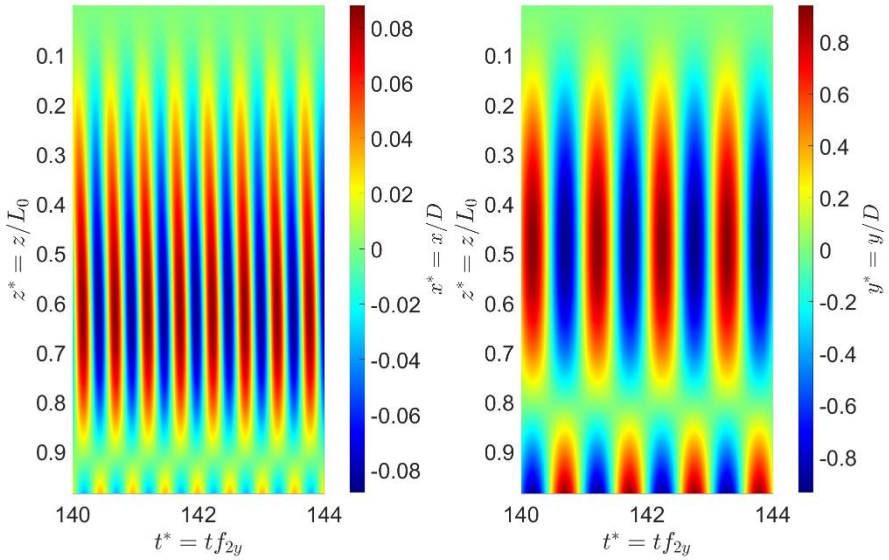
Fonte: O autor.

Figura B - 59: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.157\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



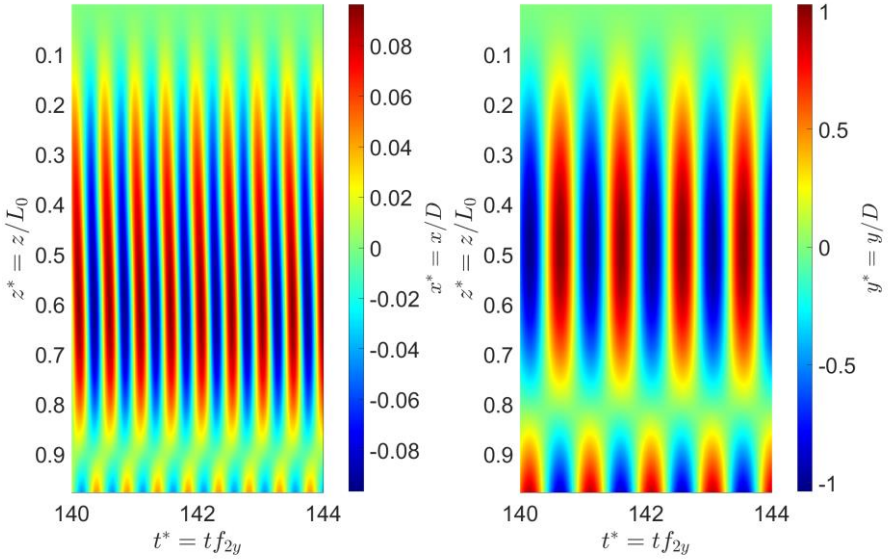
Fonte: O autor.

Figura B - 60: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.181\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



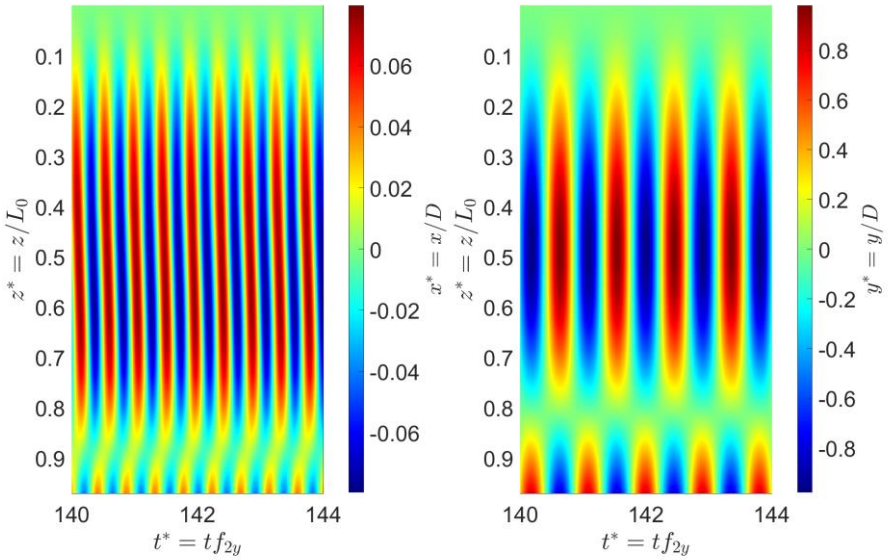
Fonte: O autor.

Figura B - 61: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.205\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



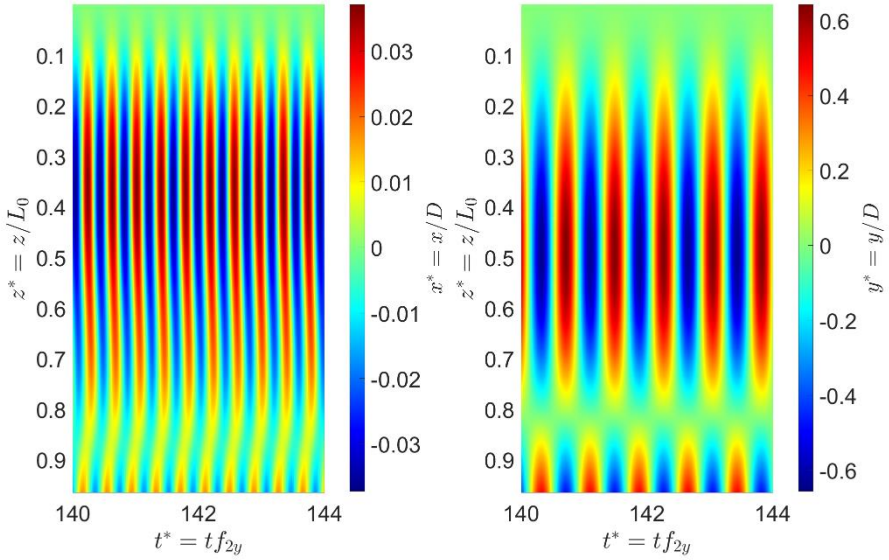
Fonte: O autor.

Figura B - 62: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.230\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



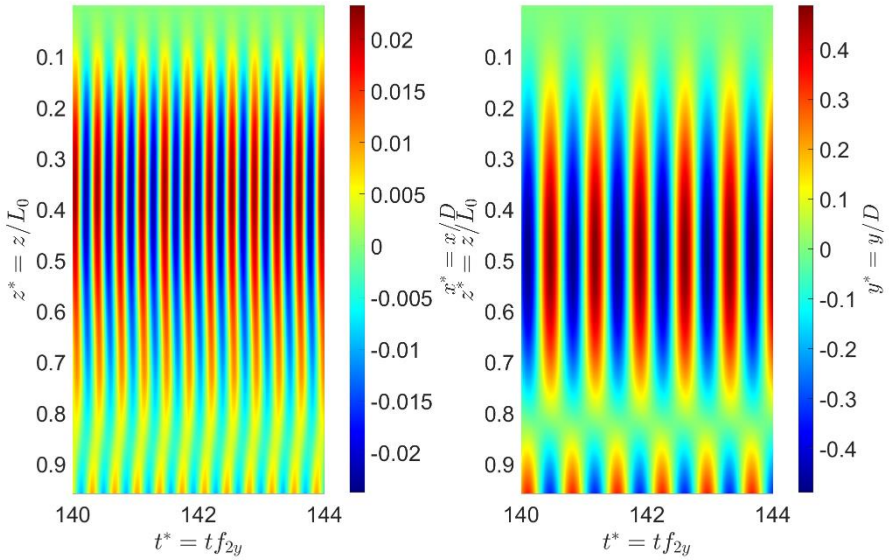
Fonte: O autor.

Figura B - 63: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.278\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



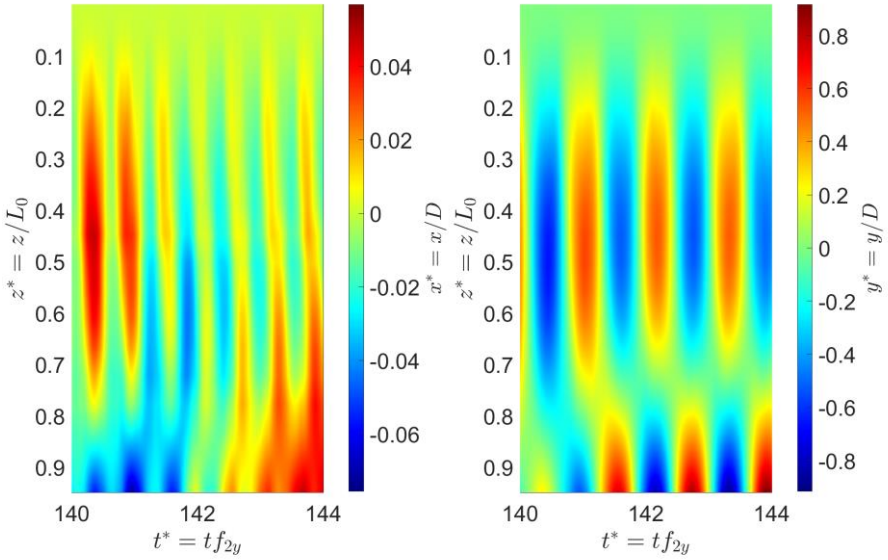
Fonte: O autor.

Figura B - 64: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.302\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



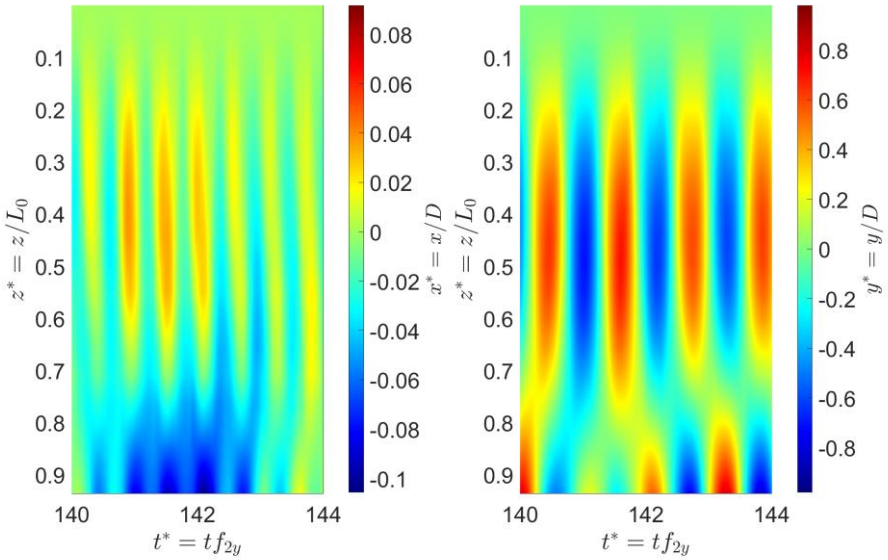
Fonte: O autor.

Figura B - 65: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.326\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



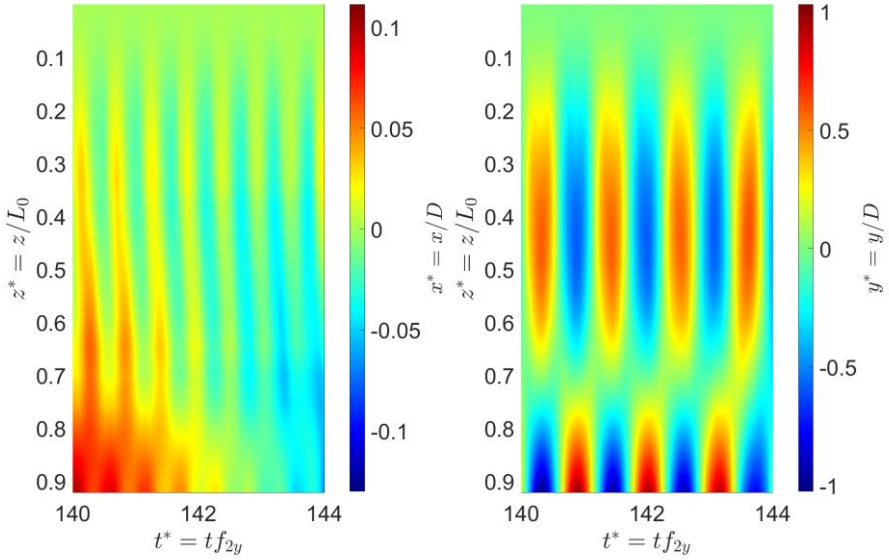
Fonte: O autor.

Figura B - 66: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.350\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



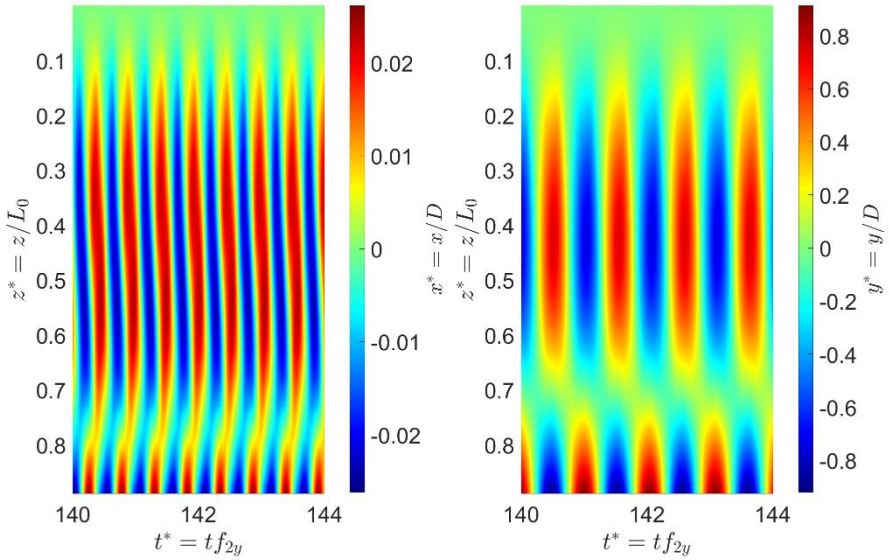
Fonte: O autor.

Figura B - 67: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.375\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



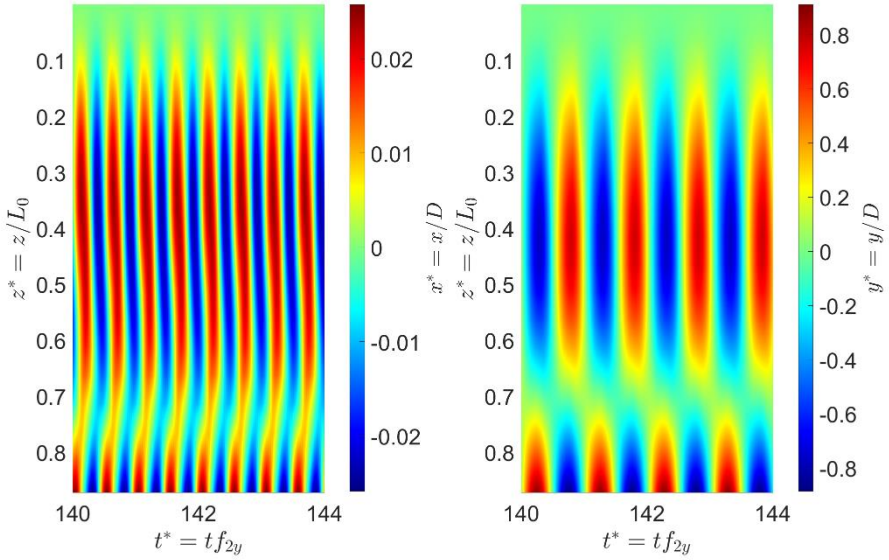
Fonte: O autor.

Figura B - 68: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.423\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



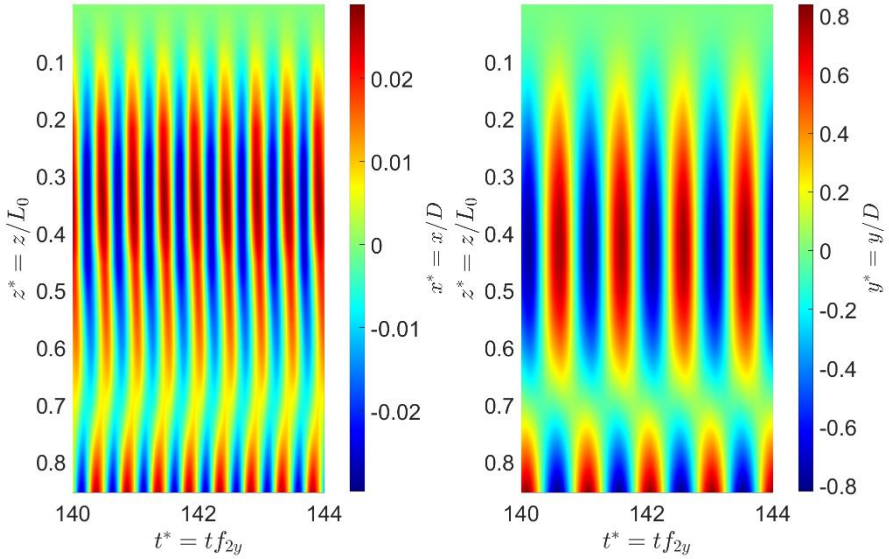
Fonte: O autor.

Figura B - 69: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.447\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



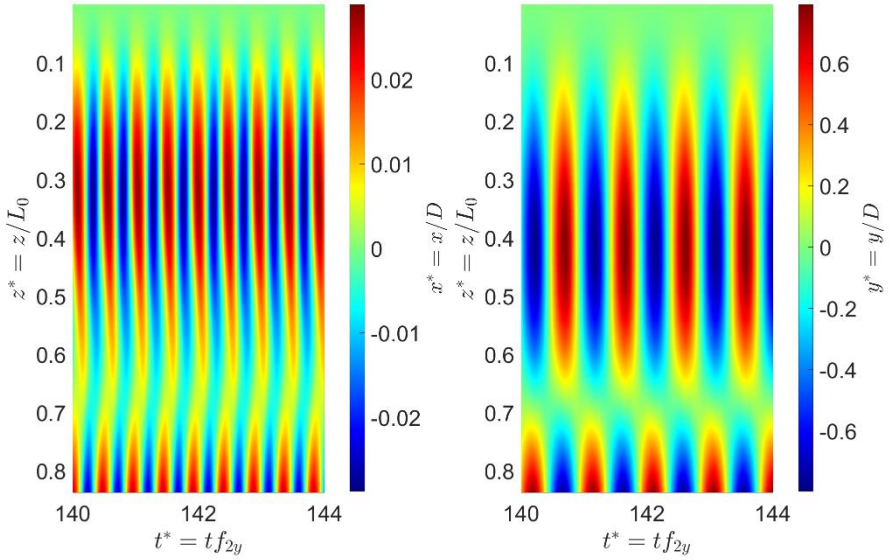
Fonte: O autor.

Figura B - 70: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.472\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



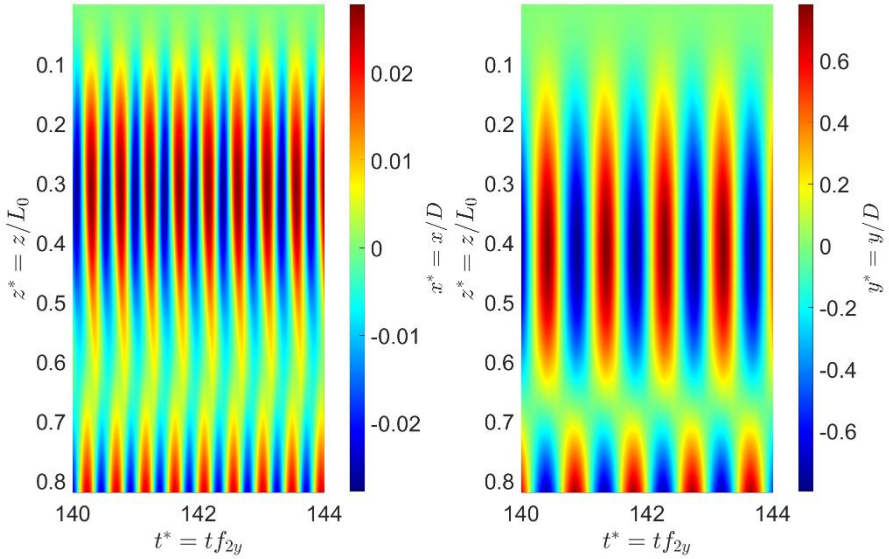
Fonte: O autor.

Figura B - 71: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.496\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.

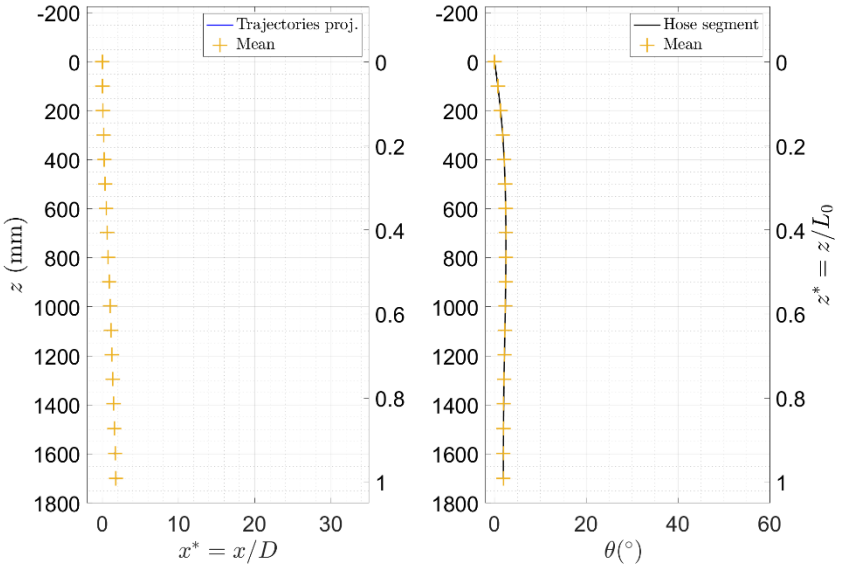
Figura B - 72: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário de reboque puro $(U = 0.520\ m/s)$ em função do tempo adimensional $(t^* = tf_{2y})$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.

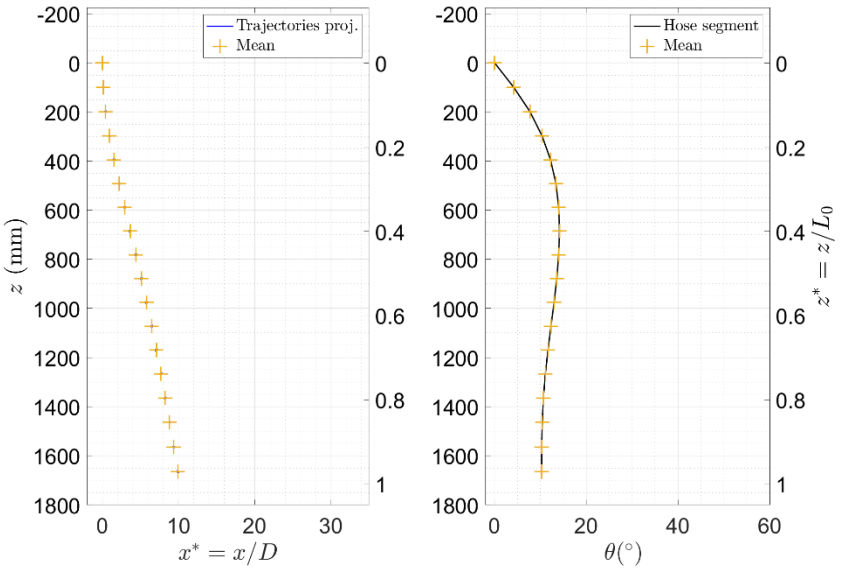
B.2. VIV sob reboque e aspiração interna de fluido $(v = 2V_c)$

Figura B - 73: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque $(U = 0.108\ m/s)$ e aspiração $(2V_c)$. [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



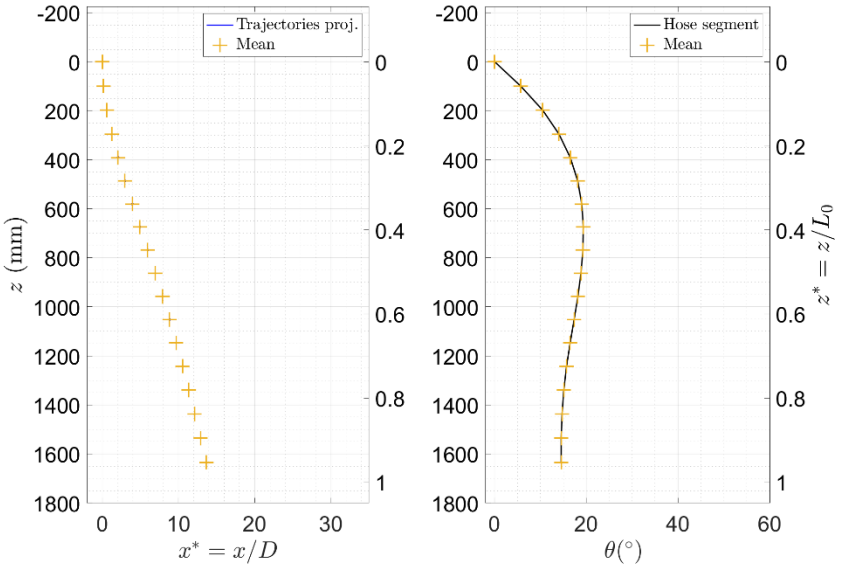
Fonte: O autor.

Figura B - 74: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque $(U = 0.205\ m/s)$ e aspiração $(2V_c)$. [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



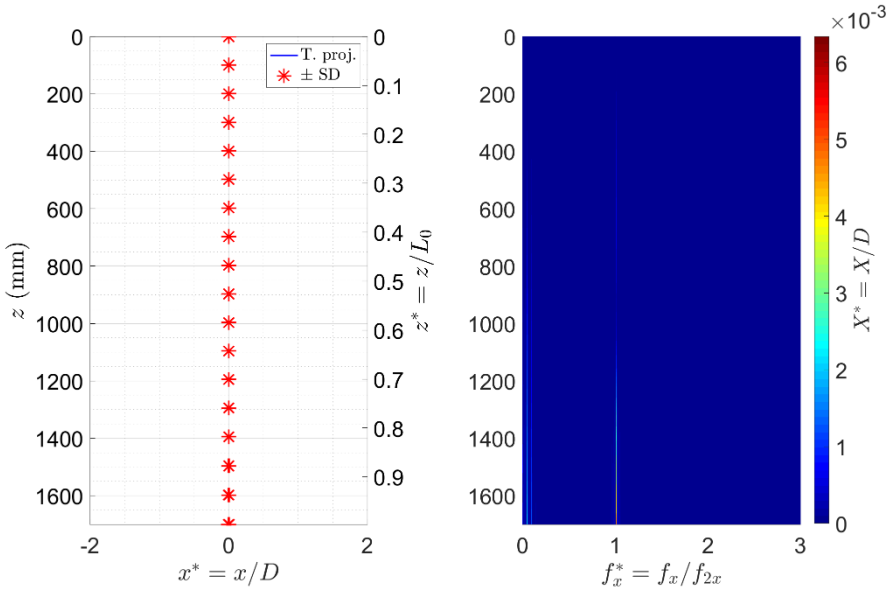
Fonte: O autor.

Figura B - 75: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.302\ m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: configuração deformada no sentido longitudinal. [Direita]: ângulo de inclinação com a vertical.



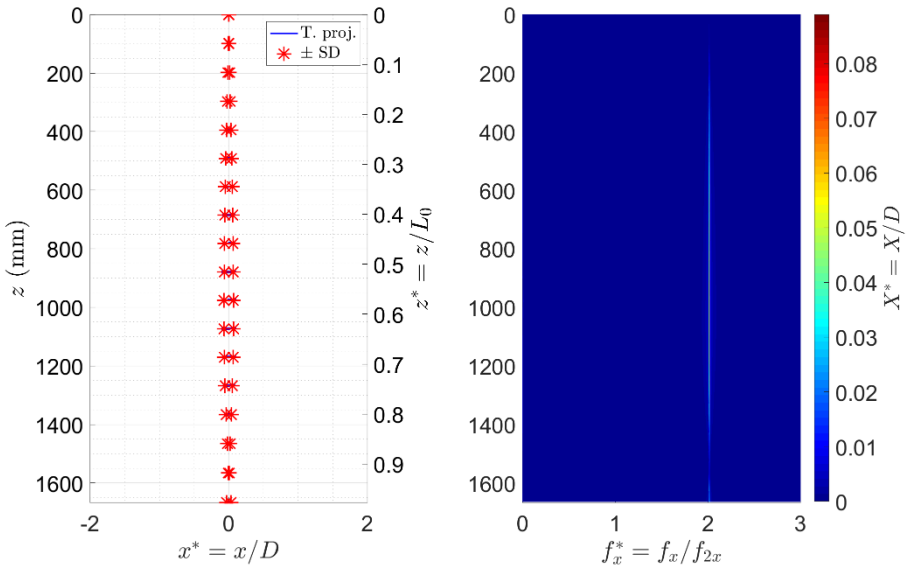
Fonte: O autor.

Figura B - 76: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.108\ m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



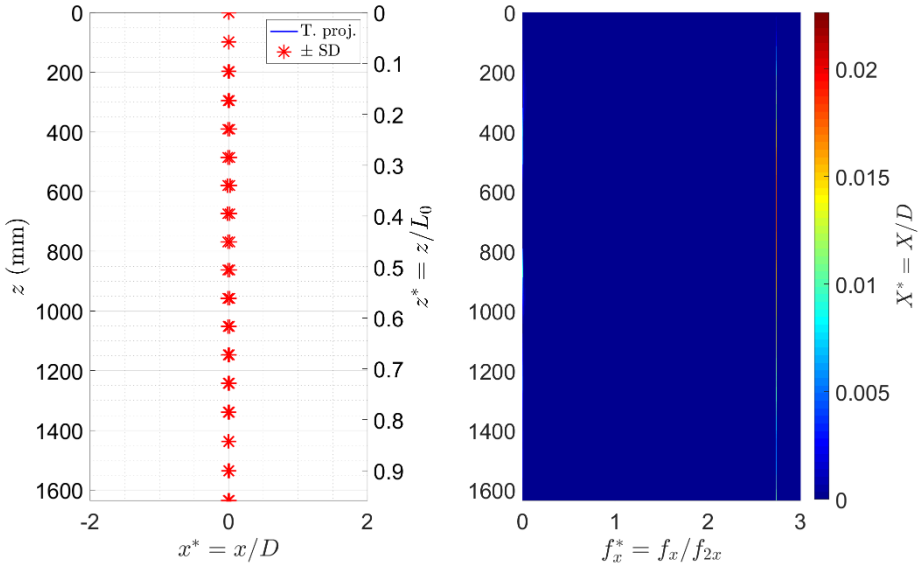
Fonte: O autor.

Figura B - 77: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.205\, m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



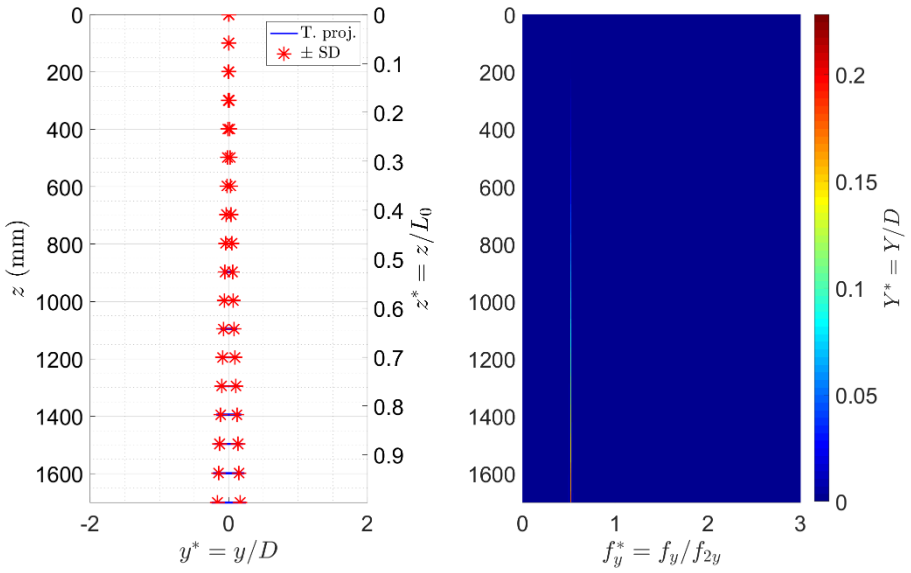
Fonte: O autor.

Figura B - 78: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.302\, m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção longitudinal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_x^*).



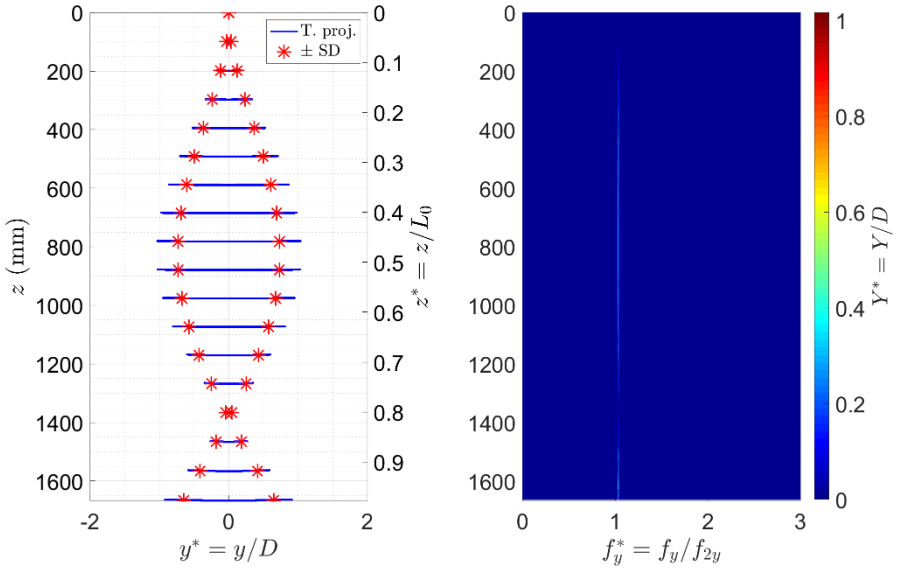
Fonte: O autor.

Figura B - 79: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.108\, m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



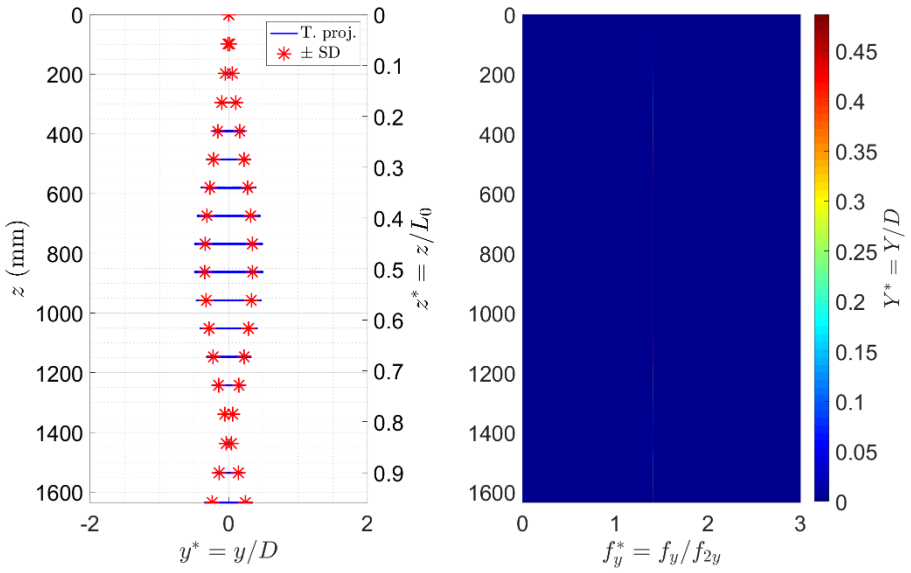
Fonte: O autor.

Figura B - 80: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.205\, m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



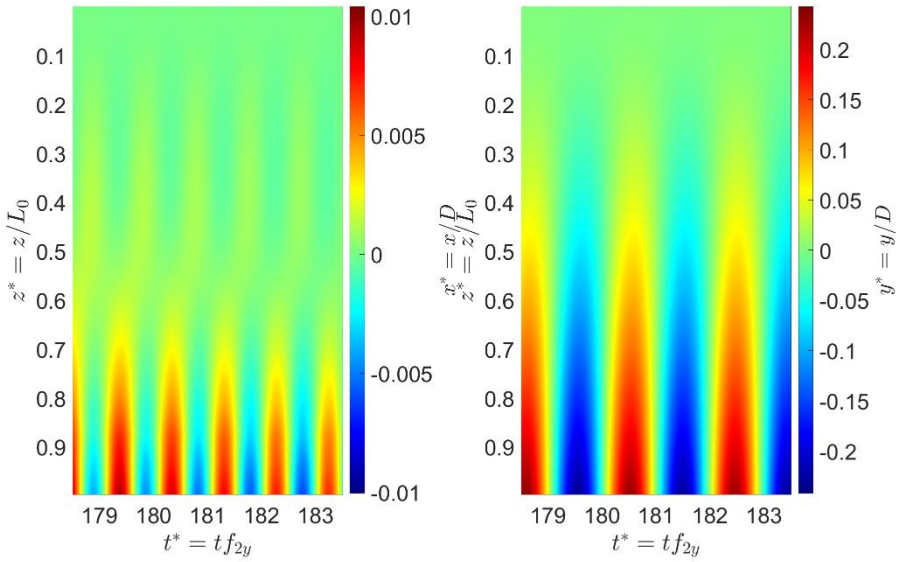
Fonte: O autor.

Figura B - 81: Resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.302\ m/s$) e aspiração ($2V_c$). [Esquerda]: projeções das trajetórias na direção transversal ao escoamento incidente em torno da posição média temporal. [Direita]: espectro de amplitude em função da frequência adimensional (f_y^*).



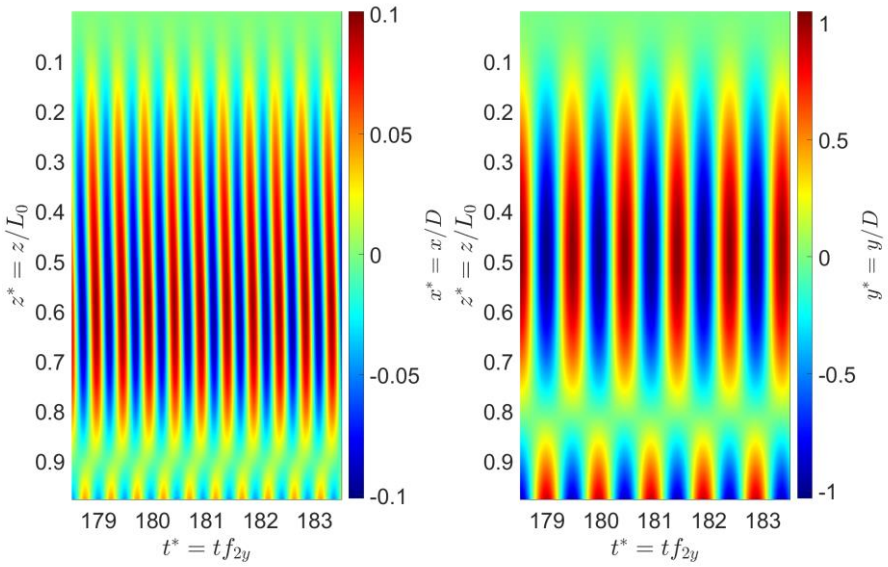
Fonte: O autor.

Figura B - 82: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.108\ m/s$) e aspiração ($2V_c$) em função do tempo adimensional ($t^* = tf_{2y}$). [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



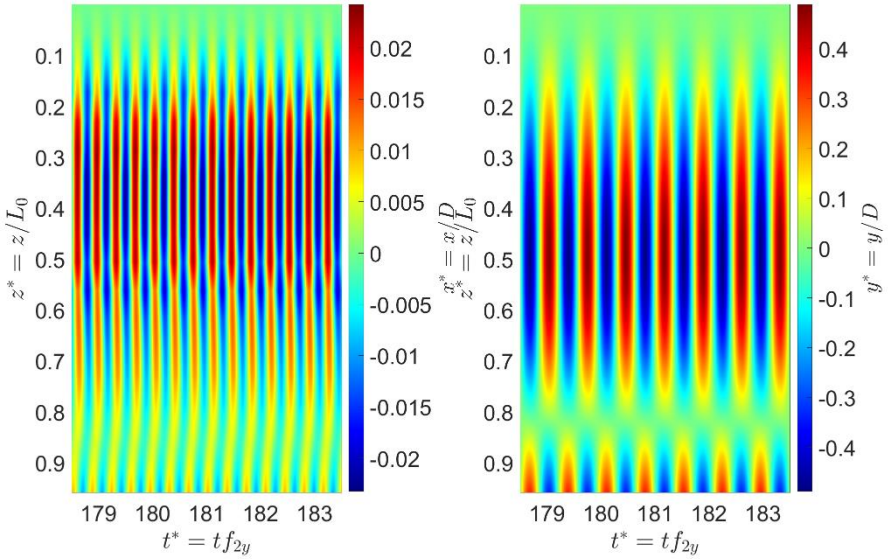
Fonte: O autor.

Figura B - 83: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.205\, m/s$) e aspiração ($2V_c$) em função do tempo adimensional $\left(t^* = tf_{2y}\right)$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.

Figura B - 84: Escalogramas referentes aos resultados numéricos MOR-MMM do cenário combinado de reboque ($U = 0.302\, m/s$) e aspiração ($2V_c$) em função do tempo adimensional $\left(t^* = tf_{2y}\right)$. [Esquerda]: oscilação na direção longitudinal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo. [Direita]: oscilação na direção transversal ao escoamento incidente ao longo do comprimento do modelo.



Fonte: O autor.