UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

Guilherme Victor Selicani

# Desenvolvimento de Transdutores Ultrassônicos de Alta Potência para Emissão em Ar

São Paulo
2021

**Guilherme Victor Selicani**

# Desenvolvimento de Transdutores Ultrassônicos de Alta Potência para Emissão em Ar

Versão Corrigida

Dissertação apresentado à
Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo para obtenção do
Título de Mestre em Ciências.

Área de concentração:
Engenharia de Mecânica

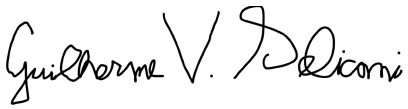
Orientador:
Prof. Dr. Flávio Buiochi

São Paulo
2021

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 20 de outubro de 2021.

Assinatura do autor: 

Assinatura do orientador:

**Ficha Catalográfica**

Selicani, Guilherme Victor
Desenvolvimento de Transdutores Ultrassônicos de Alta Potência para Emissão em Ar. - 2021 - Versão corrigida.
104 p.

Dissertação de Mestrado — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1- Ultrassom 2- Acústica 3- Flotação de Minério de Ferro 4- Transdutores Piezelétricos de Alta Potência

Nome: SELICANI, Guilherme Victor
Título: Desenvolvimento de Transdutores Ultrassônicos de Alta Potência para Emissão em Ar.

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Mestre em Engenharia.

Aprovado em: 15 de setembro de 2021.

Banca Examinadora

Prof. Dr. _____
Instituição: _____
Julgamento: _____

Prof. Dr. _____
Instituição: _____
Julgamento: _____

Prof. Dr. _____
Instituição: _____
Julgamento: _____

# Agradecimentos

Agradeço ao orientador Prof. Dr. Flávio Buiochi pela paciência, ensinamentos, atenção, pela oportunidade e por me ajudar no desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus caros colegas de laboratório: Carlos, Alberto, Manlius, Vivian, Estevão e Timóteo pelas discussões acerca de técnicas de ultrassom e fenômenos físicos relacionados, além da ajuda com os experimentos e uso dos equipamentos do laboratório.

Ao Prof. Marco Aurélio de Andrade por fornecer o projeto de transdutor com face emissora de 31mm de diâmetro utilizado nos experimentos e tomado como referência em análises teóricas. Além de participar da banca de qualificação de mestrado.

Ao Instituto Tecnológico Vale (ITV), em especial agradeço à Flávia Silvas e à Lívia M. Faustino, pelos ensinamentos sobre o processo de flotação de minério de ferro e a elaboração dos experimentos. Ao Prof. Laurindo de Salles Leal Filho, ao André Soares Braga e à Eva França. Também à Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP - processo n° 2017/13094-4) pelo suporte financeiro ao mestrado.

À Universidade de São Paulo, nossos professores, aos funcionários técnicos da oficina, em particular ao Gilberto, Carlos, Fidel e Paulo e todo corpo de funcionários por compor a infraestrutura necessária para as atividades que sempre propiciaram meu aprendizado nesta instituição. Também ao Hiroshi Nishikawa pelos seus serviços de manufatura e entrega de peças.

À minha família e meus amigos pelo constante apoio e compreensão.

# Resumo

Esta dissertação trata do desenvolvimento de transdutores ultrassônicos piezelétricos de potência para emissão de ondas acústicas em ar. Tais transdutores são destinados a aplicações experimentais da indústria de mineração. Nos experimentos, as ondas ultrassônicas são direcionadas a espumas de flotação de minério de ferro, com o intuito de suprimi-las e de aumentar a eficiência do processo de separação de mistura. Os dispositivos desenvolvidos são compostos por um transdutor do tipo Langevin com amplificador mecânico acoplado ao radiador acústico. Os radiadores acústicos utilizados são placas circulares com ranhuras concêntricas para emissão diretiva, projetadas para vibrar em um de seus modos de flexão axissimétricos. Uma abordagem de projeto da placa foi proposta: parametrizar o domínio de sua geometria, a fim de definir um problema de otimização, avaliando o modo de vibrar da placa, sua rigidez, frequência de operação e concentração de tensões mecânicas. Duas geometrias para a parte inferior da placa com ranhuras foram propostas, sendo uma com perfil arbitrário de fácil usinagem, configurando um problema de otimização paramétrica, e outra que utiliza formatos contínuos gerados por splines livre de arbitrariedades, configurando um problema de otimização de forma. Os problemas foram resolvidos pelo algoritmo genético e implementados em Matlab em uma rotina que automatiza a solução das equações diferenciais que regem o comportamento multifísico do transdutor com auxílio do software de elementos finitos Ansys. A modelagem acústica foi realizada pela integral de Rayleigh. Cinco protótipos foram utilizados neste trabalho: um transdutor com face emissora circular com 30mm de diâmetro, um transdutor com radiador acústico de 300mm de diâmetro (operando no quinto modo de flexão axissimétrico) e outros três transdutores com radiadores acústicos com aproximadamente 200mm de diâmetro (operando no terceiro modo de vibrar de flexão axissimétrico). Destes, o primeiro radiador possui face inferior lisa e o segundo foi obtido por otimização de forma. Ambos foram feitos com liga de alumínio e com finalidade de uso laboratorial. O terceiro radiador foi feito em titânio, com face inferior de geometria arbitrária, para uso em ambiente industrial. Os protótipo foram validados experimentalmente por meio de medições de impedância elétrica, velocidade de vibração das superfícies emissoras e do campo acústico gerado. Os transdutores foram utilizados em ensaios de supressão de espuma, flotação e para excitação de modos de vibrar de estruturas de baixa rigidez.

Palavras-chave: Ultrassom. Transdutores Piezelétricos de Alta Potência. Flotação de Minério de Ferro. Supressão de Espuma.

# Abstract

This dissertation deals with the development of high-power piezoelectric ultrasonic transducers for airborne acoustic waves. The transducers will be employed in a mining industry experimental application where the generated waves are directed towards iron ore flotation froth. The objective of such experiments is studying the possibility of using the ultrasound airwaves to suppress the foam or to increase the efficiency of the flotation process. The devices are composed of a Langevin transducer with a mechanical amplifier fixed to an acoustic radiator. The acoustic radiator is a grooved circular plate for directive emission, designed to vibrate on one of its axisymmetric flexural mode. The design approach for the plate consisted in parametrizing the stepped-plate geometry to define an optimization problem assessing the transducer operation mode of vibration, stiffness, operating natural frequency and mechanical stress concentrations. The problem was solved using the genetic algorithm implemented in Matlab with a routine that solved the differential equations that describe the transducers multiphysic behavior with the aid of the finite element software Ansys. The acoustic phenomenon was modelled using the Rayleigh Integral. Two different shapes for the backside of the plate were proposed: 1) arbitrary and easy to manufacture setting up a parametric optimization problem; 2) continuous, generated by spline interpolation, setting up a shape optimization problem. Five prototypes were used in this work. One prototype has a small emission surface with 30mm of diameter. Another prototype has an acoustic radiator with 300mm of diameter, operating on its fifth axisymmetric flexural vibration. The last three prototypes had radiators with around 200mm of diameter, operating on its third axisymmetric vibration mode. Within these three last prototypes, the first of them has a flat backside, the second had its shape obtained with shape optimization. Both were made of aluminum alloy and made to work in laboratorial environments. The third was made of titanium alloy and was built to work in industrial environments. All devices were validated experimentally measuring its electrical impedance, vibration velocities on the emission surfaces and the generated acoustic field. The transducers were employed in experiments of foam suppression, iron ore flotation and to excite modes of vibration of structures with small stiffness.

Keywords: Ultrasound. High Power Piezoelectric Transducers. Iron Ore Flotation. Foam Supression

# Lista de Símbolos

$p$: Pressão acústica.
$P$: Pressão do fluido
$P_0$: Pressão de equilíbrio
$\rho$: Densidade do fluido
$\rho_0$: Densidade de equilíbrio
$s$: Condensação
$\vec{u}$: Campo vetorial de velocidade
$\Phi$: Campo potencial de velocidade

$\vec{r}$: Vetor de coordenadas de um ponto do fluido
$r'$: Distância entre ponto no fluido e ponto de integração do pistão plano
$\vec{\sigma}$: Vetor de coordenadas de um ponto no plano da integral de Rayleigh
$U_0$: Amplitude de velocidade normal ao plano do pistão
$v_n$: Velocidade normal pistão plano
$a$: Raio do pistão plano
$b$: Distância entre o ponto e a borda do pistão
$S$: Área do pistão
$dS$: Elemento infinitesimal da área S
$\Theta$: Variável condicional usada na solução analítica de Hutchins.

$z$: Impedância acústica
$\zeta$ Densidade de energia acústica
$I$: Intensidade de energia acústica

$\boldsymbol{D}$: Vetor de deslocamento elétrico
$\boldsymbol{E}$: Vetor de campo elétrico
$\boldsymbol{S}$: Vetor de deformação
$\boldsymbol{T}$: Vetor de tensão mecânica
$\boldsymbol{c}$: Matriz de rigidez
$\boldsymbol{s}$: Matriz de flexibilidade
$\boldsymbol{e}$: Matriz de coeficientes de acoplamento piezelétrico
$\boldsymbol{d}$: Matriz de coeficientes de acoplamento piezelétrico
$\boldsymbol{\varepsilon^T}$: Matriz de permissividade elétrica a tensão constante
$\boldsymbol{\varepsilon^S}$: Matriz de permissividade elétrica a deformação constante

$\boldsymbol{U}$ Vetor de deslocamento
$\boldsymbol{\Phi}$ Vetor de potencial elétrico
$\boldsymbol{F}$ Vetor de força
$\boldsymbol{Q}$ Vetor de carga elétrica

$\boldsymbol{N_\Phi}$ Função de interpolação de potencial elétrico
$\boldsymbol{N_U}$ Função de interpolação de deslocamento
$\alpha$ Constante de amortecimento da matriz da massa
$\beta$ Constante de amortecimento da matriz da rigidez
$K_{em}^2$ Coeficiente de acoplamento eletromecânico
$f_r$ Frequência de ressonância
$f_a$ Frequência de antirressonância
$Z$ Impedância elétrica
$R$ Resistência elétrica
$\chi$ Reatância elétrica

$f$: Frequência
$\omega$: Frequência angular
$k$: Número de onda
$c$: Velocidade de propagação
$\lambda$: Comprimento de onda

$\pi$: Constante matemática
$e$: Constante de Euler
$j$: Unidade imaginária

x: Coordenada cartesiana
y: Coordenada cartesiana
z: Coordenada cartesiana
$\sigma$: Coordenada radial
$\theta$: Coordenada angular
$\Psi$: Coordenada angular

# Conteúdo


**1 Introdução** **1**

1.1 Transdutores de emissão em ar . . . . . 2
1.2 Supressão de espumas . . . . . 5
1.3 Motivação . . . . . 6
1.3.1 Ultrassom em mineração . . . . . 8
1.3.2 Proposta . . . . . 10
1.4 Objetivos . . . . . 12
1.4.1 Objetivo geral . . . . . 12
1.4.2 Objetivos específicos . . . . . 12
1.5 Estrutura da dissertação . . . . . 12

**2 Conceitos Físicos** **13**

2.1 Acústica linear . . . . . 13
2.2 Modelo de pistão plano . . . . . 15
2.3 Energia acústica . . . . . 16
2.4 Propriedades dos transdutores . . . . . 17
2.5 Absorção acústica . . . . . 18
2.6 Efeito piezelétrico . . . . . 19
2.7 Fadiga . . . . . 21

**3 Transdutores Ultrassônicos de Potência** **26**

3.1 Ressonadores de meio comprimento de onda . . . . . 26
3.2 Radiadores acústicos . . . . . 31
3.3 Projeto dos transdutores piezelétricos . . . . . 37

**4 Modelagem Computacional** **38**

4.1 Método dos elementos finitos . . . . . 38
4.1.1 Formulação do MEF piezelétrico . . . . . 40
4.1.2 Análise modal . . . . . 41
4.1.3 Análise harmônica . . . . . 43
4.2 Modelagem dos transdutores . . . . . 44
4.2.1 Modelo axissimétrico . . . . . 45
4.2.2 Modelo tridimensional . . . . . 48
4.3 Modelos de campo acústico . . . . . 49
4.3.1 Modelagem numérica . . . . . 49
4.3.2 Modelagem analítica . . . . . 50

**5 Otimização** **53**
5.1 Algoritmo genético . . . . . 54
5.1.1 Funcionamento . . . . . 56
5.2 Implementação . . . . . 57
5.3 Aplicação . . . . . 59
5.4 Otimização paramétrica . . . . . 59
5.5 Otimização de forma . . . . . 63
5.6 Ajuste de propriedades piezelétricas . . . . . 66

**6 Resultados** **67**
6.1 Propriedades das cerâmicas piezelétricas . . . . . 67
6.2 Transdutores com face emissora de 31mm de diâmetro . . . . . 69
6.3 Transdutor com placa com ranhuras . . . . . 70
6.4 Placa com otimização de forma . . . . . 73
6.5 Protótipo de titânio . . . . . 76

**7 Metodologia Experimental** **78**
7.1 Análise de impedâncias elétricas . . . . . 78
7.2 Acionamento dos transdutores . . . . . 80
7.3 Campos acústicos . . . . . 83
7.4 Radiadores com otimização de forma . . . . . 87
7.5 Transdutor de titânio . . . . . 88
7.6 Aplicações . . . . . 89
7.6.1 Ensaio de supressão de espuma . . . . . 90
7.6.2 Ensaio de flotação . . . . . 91
7.6.3 Excitação harmônica por força de radiação acústica . . . . . 91

**8 Considerações Finais** **93**
8.1 Conclusões . . . . . 93
8.2 Trabalhos Futuros . . . . . 94

**A Parâmetros do algoritmo genético** **96**

# Lista de Figuras


1.1 Componentes de um transdutor Langevin com amplificador mecânico e modo de vibrar excitado. . . . . 2
1.2 Elementos de um transdutor de emissão em ar. . . . . 3
1.3 Emissores com placas circulares e retangular com ranhuras . . . . . 3
1.4 Perfil de direcionalidade entre a placa lisa e a com ranhuras. . . . . 4
1.5 Atraso de meio comprimento de onda na placa com ranhuras. . . . . 4
1.6 Transdutor com emissor retangular e refletores paraboloidais para concentração de pressão acústica, em uma linha (esquerda) e em um ponto (direita). . . . . 5
1.7 Dispositivo ultrassônico para supressão de espumas. . . . . 7
1.8 Interação entre partículas e bolhas de ar no processo de flotação. . . . 7
1.9 Taxa de recuperação de minério x pureza do material separado. . . . 8
1.10 (a) Diagrama esquemático do experimento de Nicol et al. e (b) Experimento Cilek e Ozgen. . . . . 9
1.11 Diagrama esquemático dos experimento de Özkan e Kuyumcu. . . . . 10
1.12 Aparatos experimentais para ensaio da estabilidade de espumas, diagrama à esquerda, e ensaio de aproveitamento de minério, diagrama à direita. . . . . 11

2.1 Geometria usada na integral de Rayleigh [37]. . . . . 15
2.2 Geometria do pistão plano usada na integral de Rayleigh [37]. . . . . 16
2.3 Exemplo de um gráfico de padrão de feixe [36]. . . . . 18
2.4 Parâmetros do carregamento cíclico. . . . . 22
2.5 Curvas Wöhler. . . . . 23
2.6 Critérios de falha por fadiga. . . . . 24
2.7 Curvas Wöhler liga de alumínio 7075-T6. . . . . 25

3.1 Transdutor piezelétrico de alta potência. . . . . 26
3.2 (a): Circuito equivalente do transdutor de potência. (b) Esquemático de um circuito de acionamento genérico para transdutores de potência. 28
3.3 Componentes de um transdutor ultrassônico de potência: transdutor de pequeno porte. . . . . 29
3.4 Transdutor de potência fixado à placa emissora. . . . . 29
3.5 Invólucro de proteção. . . . . 31
3.6 Emissor de pequeno porte. . . . . 33
3.7 Exemplo de modo de vibrar de flexão: (a) Direção dos deslocamentos axiais e (b) Ilustração da interferência construtiva das ondas emitidas. 33
3.8 Comparação entre emissor plano ranhura central rebaixada e elevada [18]. . . . . 34

3.9 Modos de vibrar de um disco sem ranhuras. . . . . 34
3.10 Placa emissora circular com ranhuras para foco de pressão acústica. . 35
3.11 Esquema descritivo do perfil do emissor. . . . . 35
3.12 Abordagens de projeto. . . . . 37

4.1 Diagrama sequencial de uma aplicação típica de MEF. . . . . 39
4.2 Exemplo de curva de impedância em função da frequência. . . . . 44
4.3 Modelo axissimétrico plano rotacionado em 270°. . . . . 46
4.4 PLANE13 (esquerda) e SOLID226/SOLID186 (direita). . . . . 46
4.5 Modelagem axissimétrica: a) materiais, b) malha e c) condições de contorno. . . . . 47
4.6 Malha dos modelos tridimensionais. . . . . 48
4.7 Elementos finitos FLUID29 (esquerda) e FLUID129 (direita). . . . . 51
4.8 Modelagem do campo acústico. . . . . 51

5.1 Otimização estrutural: de Dimensionamento (a), de Forma (b) e Topológica (c). . . . . 55
5.2 Fluxograma de um algoritmo genético. . . . . 56
5.3 Esquemático da implementação. . . . . 59
5.4 Parâmetros do emissor circular com ranhuras. . . . . 60
5.5 Análise Harmônica: condição de contorno de deslocamento. . . . . 61
5.6 Esquemático da função objetivo. . . . . 62
5.7 Parametrização e condição de contorno do problema de otimização de forma. . . . . 64
5.8 Análise harmônica da cerâmica piezelétrica. . . . . 66

6.1 Curvas de condutância elétrica experimental e teórica utilizando as propriedades ajustadas pelo algoritmo genético. . . . . 67
6.2 Curvas de impedância elétrica teóricas e experimental. . . . . 68
6.3 Modo de vibrar do transdutor com face de 31mm de diâmetro. . . . . 69
6.4 Pressão acústica normalizado do transdutor com diâmetro de 31mm. . 70
6.5 Fator de direcionalidade e padrão de feixe do transdutor com face emissora com diâmetro de 31mm. . . . . 70
6.6 Modo de vibrar de operação: deslocamento na direção axial (acima) e amplitude de deslocamento (abaixo). . . . . 71
6.7 Análise modal tridimensional da placa: Modo de operação e modo vizinho relevante, com e sem a fixação do amplificador mecânico. . . . 71
6.8 Modo de vibrar de operação do transdutor com face emissora de 301mm de diâmetro. . . . . 72
6.9 Campo de pressão normalizado do transdutor com face emissora com diâmetro de 300mm. . . . . 72
6.10 Fator de diretividade e padrão de feixe do transdutor com face emissora com diâmetro de 300mm. . . . . 73
6.11 Uma solução de placa com ajuste de forma: (a) geometria, (b) tensões de von Mises, (c) deslocamento axial $U_y$, (d) módulo do deslocamento $|U_x + U_y|$ e (e) deslocamento axial na superfície da placa. . . . . 74
6.12 Solução encontrada para a placa com 3 diâmetros nodais. . . . . 75
6.13 Viabilização da usinagem: Caminho da ferramenta. . . . . 75
6.14 Transdutor projetado para a placa com 3 diâmetros nodais. . . . . 76

6.15 Transdutor de titânio: (a) domínio do modelo, (b) modo de vibrar de operação e (c) perfil de deslocamento do radiador acústico. . . . . 77
6.16 Transdutor de titânio: (a) campo de pressão acústica, (b) pressão acústica no eixo acústico, (c) fator de diretividade e (d) padrão de feixe. . . . . 77

7.1 Curva de impedância elétrica do transdutor de pequeno porte. . . . . 78
7.2 Curvas de impedância elétrica do transdutor com 3 pares de cerâmicas acoplado à placa emissora e deslocamentos na direção axial e magnitudes de deslocamento dos modos em destaque (A, B e C). . . . . 79
7.3 Foto da fixação dos transdutores. . . . . 80
7.4 Representação esquemática do acionamento. . . . . 81
7.5 Foto: Esquema de acionamento dos transdutores. . . . . 81
7.6 Modo de vibrar do transdutor com face emissora de 300mm de diâmetro. 82
7.7 Modo de vibrar do transdutor com face emissora de 31mm de diâmetro. 82
7.8 Curva de operação do transdutor com a placa de 300mm. . . . . 83
7.9 Curva de operação do transdutor de 31mm. . . . . 83
7.10 Diagrama esquemático do sistema de medição do campo de pressão acústica. . . . . 84
7.11 Fotografias dos experimentos de medição do campo acústico. . . . . 85
7.12 Exemplo de sinal no domínio do tempo e da frequência. . . . . 85
7.13 Campo acústico gerado pelo transdutor com superfície emissora de 31mm de diâmetro: a) Teórico, b) Experimental. . . . . 86
7.14 Pressão acústica teórica e experimental no eixo acústico do transdutor de 300mm . . . . . 86
7.15 Gabarito: a) Antes e b) Depois da correção de usinagem. . . . . 87
7.16 Figura de Chladine do modo de vibrar vizinho. . . . . 88
7.17 Transdutor de titânio . . . . . 89
7.18 Curva de impedância (a) e desempenho do transdutor (b). . . . . 89
7.19 Experimento de supressão de espuma de um espessador . . . . . 90
7.20 Supressão da espuma: Antes (a) e depois (b) da radiação. . . . . 90
7.21 Experimento de flotação: Diagrama (dimensões em mm) e arranjo experimental. . . . . 91
7.22 Diagrama da análise modal experimental. . . . . 92
7.23 Experimento de excitação modal experimental. . . . . 92

8.1 Bancada experimental. . . . . 94

# Lista de Tabelas

2.1 Matrizes das equações constitutivas piezelétricas. . . . . 20

3.1 Comparação qualitativa dos tipos de placas emissoras. . . . . 32

4.1 Matrizes e constantes da formulação do MEF piezelétrico. . . . . 40
4.2 Propriedades dos materiais isotrópicos. . . . . 45
4.3 Constantes de amortecimento de Rayleigh. . . . . 45
4.4 Princípio de independência da malha. . . . . 48

5.1 Parâmetros e configurações do Algoritmo genético. . . . . 58

6.1 Propriedades do PZT-4. . . . . 68
6.2 Propriedades do PZT-8. . . . . 69

# Capítulo 1

# Introdução

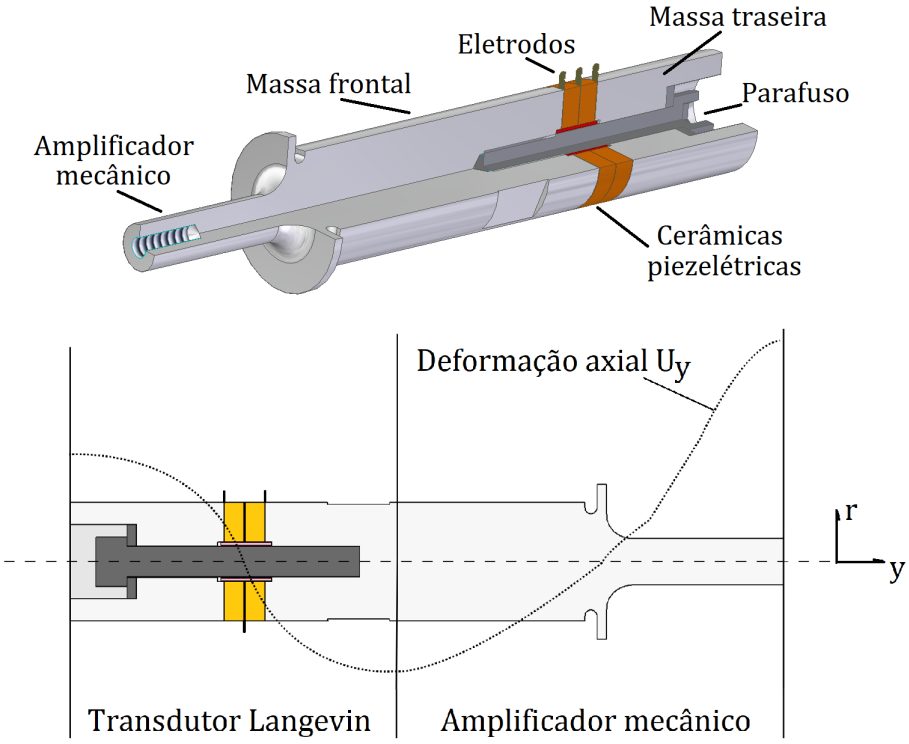
As aplicações de transdutores ultrassônicos de alta potência têm por princípio a transferência de energia por meio de ondas elásticas de alta intensidade, cuja interação adequada com o meio externo possibilita explorar fenômenos físicos desejáveis, tais como: pressão de radiação, correntezas acústicas, cavitação acústica, deslocamento de sólidos, agitações, difusão, redução de atrito, aquecimentos localizados [1]. Essa grande variedade de efeitos gerados faz com que tecnologias de ultrassom estejam presentes, por exemplo, nas indústrias química, alimentícia, ambiental, de mineração e de manufatura [2]. Nelas os transdutores de ultrassom piezelétricos de alta potência desempenham funções variadas, como perfuração, soldagem de plásticos, soldagem de metais, usinagem, sonares, levitação acústica, motores lineares, motores rotativos, bombas de sucção, transmissão de dados acústica, atomização de líquidos, sonoluminescência, secagem, emulsificação, decapagem, ação antiespumante, limpeza de ar, limpeza de rejeitos de esgoto e limpeza de superfícies [3, 4, 5].

Os dispositivos ultrassônicos de alta potência usualmente empregam transdutores do tipo Langenvin ou sanduíche, dos quais a potência mecânica é extraída de um conjunto de cerâmicas piezelétricas empilhadas e pressionadas por massas metálicas através de um parafuso de alta resistência (ver figura 1.1). Os transdutores Langevin são projetados para oferecer grandes deslocamentos vibracionais em sua ponta de contato que é acoplada ao meio externo. Seu acionamento resulta da excitação harmônica de tensão elétrica aplicada nos eletrodos ligados às faces das cerâmicas piezelétricas, que vibram em um modo longitudinal do dispositivo. Tais transdutores operam em uma faixa de frequência estreita, o que os classifica como dispositivos de *banda estreita* ou *sintonizados*. Geralmente são projetados para trabalhar em uma única frequência adotada entre 20kHz e 100kHz, porém, há publicações em que operam em mais de uma frequência [6, 7].

Transdutores Langevin funcionam como ressonadores de meio comprimento de onda, isto é, são excitados em um modo onde suas extremidades vibram em contrafase com deslocamento máximo (picos e vales) e que o centro do conjunto de cerâmicas apresente deslocamento nulo (nó). Além disso, um amplificador mecânico pode ser justaposto ao transdutor Langevin para aumentar o deslocamento na extremidade de aplicação. Amplificadores mecânicos são também ressonadores de meio comprimento de onda e o ganho de deslocamento está associado à redução de área

da seção transversal do transdutor.

Figura 1.1: Componentes de um transdutor Langevin com amplificador mecânico e modo de vibrar excitado.



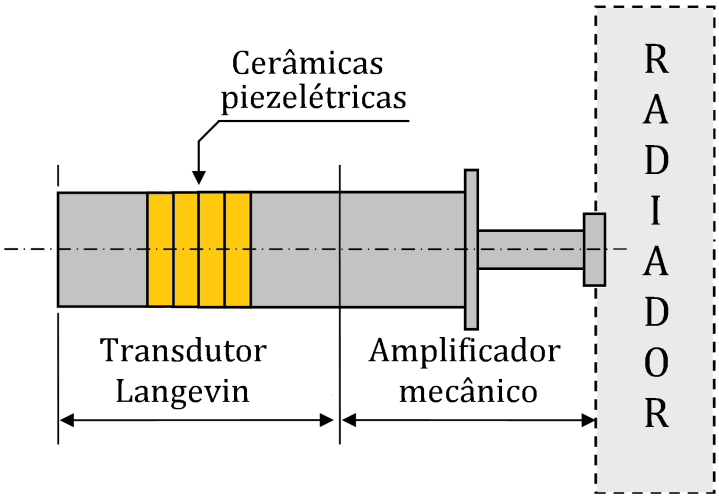

Fonte: Autor

Os dispositivos ultrassônicos piezelétricos podem ser atuados por sinais elétricos ou mecânicos. Classifica-se a operação do transdutor como de recepção quando a excitação é mecânica, no caso de sensores, e quando a excitação é elétrica o dispositivo opera como emissor. Há aplicações onde o dispositivo funciona como receptor e emissor, que é o caso dos sensores pulso-eco [8]. Neste trabalho, serão desenvolvidos dispositivos de alta potência para emissão em ar, apresentados em mais detalhes na seção seguinte.

## 1.1 Transdutores de emissão em ar

A vibração gerada por transdutores de potência pode ser empregada para emissão de ondas em ar através de placas de radiação acústica (ver figura 1.2). A geometria da placa de radiação acústica depende da finalidade do projeto. Alguns exemplos de aplicações industriais são: aglomeração e filtragem de partículas microscópicas suspensas em ar (aerossol) [6, 5, 9], secagem de alimentos [4], levitação acústica [10] [11], supressão de espumas [12, 13, 14]. Quando a aplicação visa desempenho e alta potência, os formatos das placas de radiação são geralmente cilíndricas ou retangulares [1] sendo excitadas em um de seus modos de vibrar de flexão (ver figura 1.3). A obtenção de alta eficiência na transmissão de energia ao meio requer bom casamento de impedâncias entre a fonte radiante e o ar, alta amplitude de vibração e alta direcionalidade das ondas emitidas.

Figura 1.2: Elementos de um transdutor de emissão em ar.




Fonte: Gallego-Juárez et al., 2010 (modificado).

Gallego et al. aprimoraram o projeto de dispositivos de emissão de ondas em ar descritos ao longo de uma série de publicações [1, 15, 16, 17, 18]. Os autores obtiveram alta direcionalidade e intensidade de onda no campo acústico gerado ao solucionar o problema de cancelamento de fase, observado em placas cilíndricas lisas de grande diâmetro (ver figura 1.4). A solução encontrada consistiu em usinar ranhuras ou degraus circulares concêntricos na superfície da placa de radiação. A profundidade do degrau é de exatamente meio comprimento da onda que se propaga em ar, que induz um atraso de fase na onda emitida nas superfícies rebaixadas com relação as demais. Dessa forma, evitam-se as interferências destrutivas de onda inerentes dos modos vibracionais de flexão axissimétricos das placas radiantes cilíndricas lisas. A figura 1.5 ilustra o efeito das ranhuras nas ondas emitidas. A relação em contra-fase nas superfícies emissoras da parte de cima e da parte rebaixada da placa gera uma radiação no meio fluido que está sempre em fase.

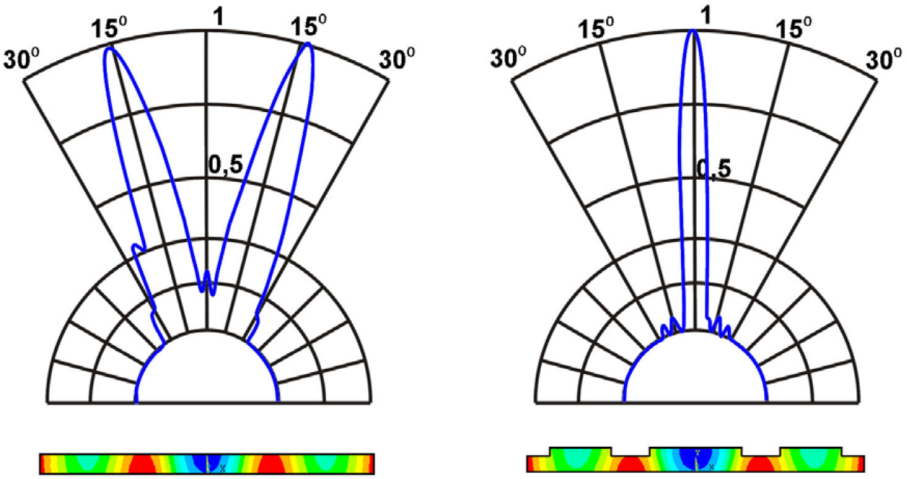
Em aplicações industriais de larga escala, esses emissores podem ser fixados em um suporte com múltiplas placas cilíndricas de ranhuras alinhadas paralelamente

Figura 1.3: Emissores com placas circulares e retangular com ranhuras

Fonte: Gallego-Juárez et al., 2010.

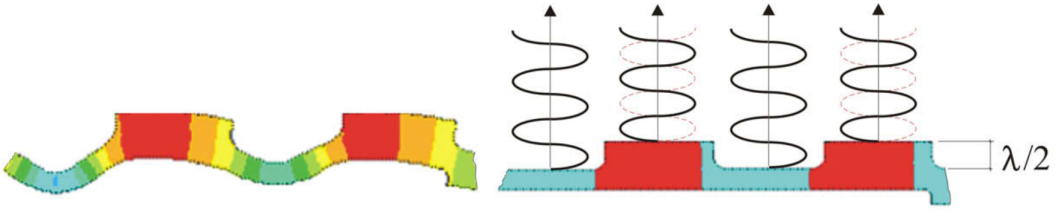
para aumentar a área afetada pelo campo de pressão acústica[16]. Posteriormente foram desenvolvidas placas radiantes retangulares que apresentaram vibrações mais uniformes em sua superfície, capazes de gerar campos acústicos extensos e mais homogêneos [1, 17] do que com o emprego de múltiplos emissores cilíndricos justapostos (ver figura 1.3). O modelo da placa cilíndrica com ranhuras foi testado para frequências de 10 até 40kHz, apresenta eficiência de 75-80%, alcançando até 175dB (11,2kPa efetiva) de pressão acústica, para uma potência de entrada de 1kW [1]. Já outro protótipo retangular [17] com área de 1,8m x 0,9m fornece uma amplitude média de pressão acústica de 22Pa, a uma distância de até 2,5m para uma potência fornecida de 400W.

Figura 1.4: Perfil de direcionalidade entre a placa lisa e a com ranhuras.




Fonte: Gallego-Juárez et al., 2010.

Figura 1.5: Atraso de meio comprimento de onda na placa com ranhuras.

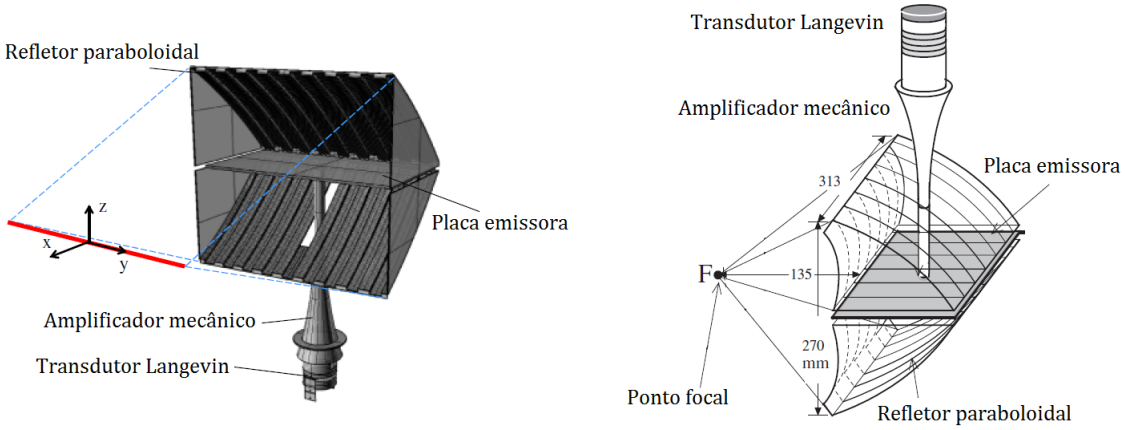



Fonte: Gallego-Juárez et al.,2010.

Visando concentrar a pressão acústica em um ponto [19, 20] ou uma linha [21], foram desenvolvidos emissores de onda com refletores paraboloidais. Nessa categoria de dispositivos, um modo de vibrar de flexão de uma placa emissora retangular é excitado por um transdutor ultrassônico de potência. As ondas emitidas em ar atingem chapas refletoras de formato paraboloidal projetadas para concentrar a energia acústica em um ponto ou em uma linha reta. Pressões acústicas da ordem de 1kPa a 3kPa são obtidas nas regiões de concentração com potência de acionamento de 5 a 10 W com frequência de operação entre 20 e 50kHz. Para potência elétrica

de acionamento de 70W foi relatado pressão acústica da ordem de 175dB em uma região pontual. Essa tecnologia tem sido aplicada para canalizar energia acústica em perfurações [19, 20], remover líquidos de poros[22], desviar pequenas correntes de água [23], atomizar líquidos [24] e avaliar a limpeza de superfícies [25].

Figura 1.6: Transdutor com emissor retangular e refletores paraboloidais para concentração de pressão acústica, em uma linha (esquerda) e em um ponto (direita).




Fonte: Ito, Kitamura e Osumi , 2014 (modificado).

## 1.2 Supressão de espumas

Uma aplicação do transdutor de emissão em ar de particular interesse para este trabalho é o controle e supressão de espumas em processos industriais. Espumas são dispersões de gases em líquido, cuja distância entre as bolhas de gás são ínfimas, a ponto de também poderem ser definidas como aglomerações de bolhas de gás separadas por películas líquidas. A geração de espumas em líquidos pode resultar de aeração ou agitação, caso já haja gás dissolvido no líquido, de vaporização da fase líquida ou de reações químicas que liberam gases. Espumas são frequentemente indesejáveis no contexto industrial por diversas razões relacionadas a normas sanitárias e controle de propriedades de líquidos em processos industriais [12].

A emissão de ondas em ar com alta intensidade acústica é uma abordagem eficiente para quebrar espumas, evitando contato com agentes externos sem riscos de contaminação do líquido. A destruição das espumas se dá pela combinação de uma variedade de efeitos mecânicos causados pela pressão acústica, tais como: ressonâncias superficiais nas bolhas, que produzem atrito intersticial nas bolhas, produção de vácuos parciais na superfície das bolhas produzidos pelo campo de pressão acústico, dinâmicas destrutivas induzidas por correntezas acústicas, impactos da radiação de pressão, cavitação e atomização da película líquida das bolhas [12]. Os transdutores de alta potência para emissão de ondas em ar são capazes de eliminar espumas em frações de segundo, sendo uma solução vantajosa em relação aos seguintes métodos clássicos de controle de espumas utilizados na indústria:

- Método químico: Reagentes antiespumantes, que atuam modificando propriedades superficiais do líquido, são aplicados para desestabilizar a espuma. Apesar da técnica ser eficiente, o uso de reagentes químicos pode, em algumas aplicações, implicar na contaminação do produto.

- Método mecânico: Componentes mecânicos são usados para comprimir, espalhar, sugar ou centrifugar a espuma. O contato direto entre o mecanismo e o produto pode gerar problemas sanitários dependendo dos materiais dos componentes.

- Método térmico: Temperaturas elevadas geram expansão abrupta das bolhas, evaporação da fase líquida ou ainda redução da tensão superficial quebrando a espuma. A aplicação pode exigir contato direto do fluido com trocadores de calor e a variação de temperatura pode causar mudanças de propriedades do produto ou reações químicas indesejáveis.

- Método elétrico: Correntes elétricas conduzidas através da espuma podem gerar sua quebra. A técnica ainda não é muito bem compreendida.

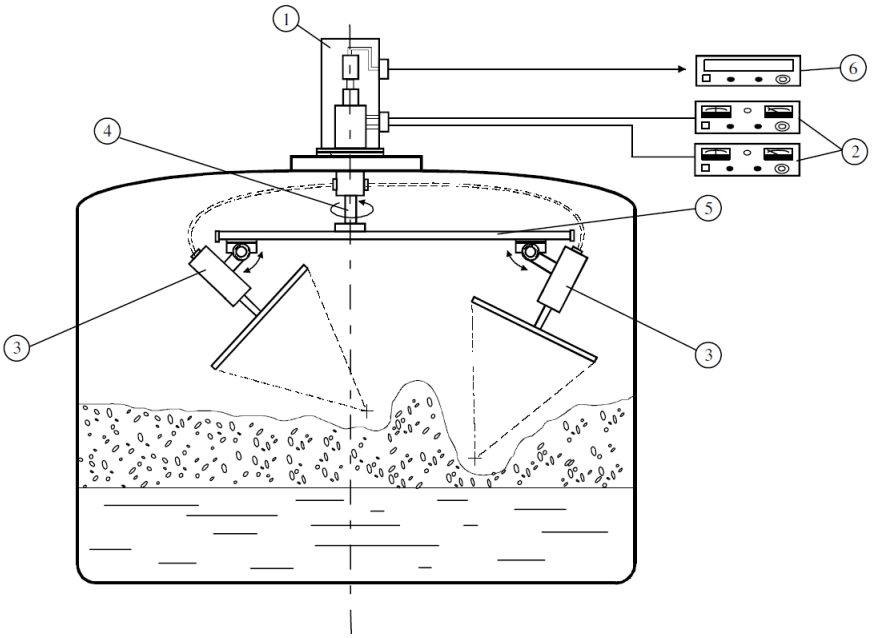
As primeiras aplicações de destruição acústica de espumas foram realizadas por apitos e sirenes. Além da desvantagem desses dispositivos trabalharem no espectro audível, essa abordagem demanda fornecimento de altas vazões de ar, o que implica em custos associados a instalações, esterilização e consumo energético. Galego et al. apresentou diversas aplicações de supressão de espuma usando atuadores ultrassônicos em reatores industriais e em linhas de produção de bebidas engarrafadas ou enlatadas [12, 13, 14]. A figura 1.7 ilustra um dos exemplos de equipamento industrial que emprega essa tecnologia de ultrassom. A intensidade de onda testada nos experimentos variou entre 1,25 a 10 $W/cm^2$, estando concentrada numa região de $4,5cm^2$ na frequência de operação de 25kHz. Neste trabalho, serão investigados os efeitos do campo acústico de pressão nas espumas de flotação de minério de ferro.

## 1.3 Motivação

Flotação é um dentre vários outros processos de beneficiamento praticados na indústria de mineração. Entende-se por beneficiamento o conjunto de operações fundamentais no preparo do bem mineral para torná-lo adequado à sua utilização futura em outras indústrias (metalúrgica, química, etc.). Seu objetivo é separar o material de interesse, contido no mineral, daquilo que não possui valor comercial, ou ainda deixá-lo com tamanho compatível com as demandas de mercado. As primeiras etapas do processamento do minério são dedicadas a trituração e homogeneização do material coletado nas minas. Em seguida o material é selecionado por peneiramento e técnicas de classificação, sendo em seguida aplicados métodos de separação adequados ao tamanho das partículas do material. Resumidamente, métodos gravíticos (calhas concentradoras, concentrador Reichert, mesas estáticas e oscilatórias, jigues, espirais e concentradores centrífugos) são utilizados para separar partículas maiores [26].

Os produtos finais obtidos são categorizados por tamanho, o diâmetro médio do material granulado fica entre 31,7 a 6,3mm, o do sinter feed entre 6,3 a 0,15mm e

Figura 1.7: Dispositivo ultrassônico para supressão de espumas.

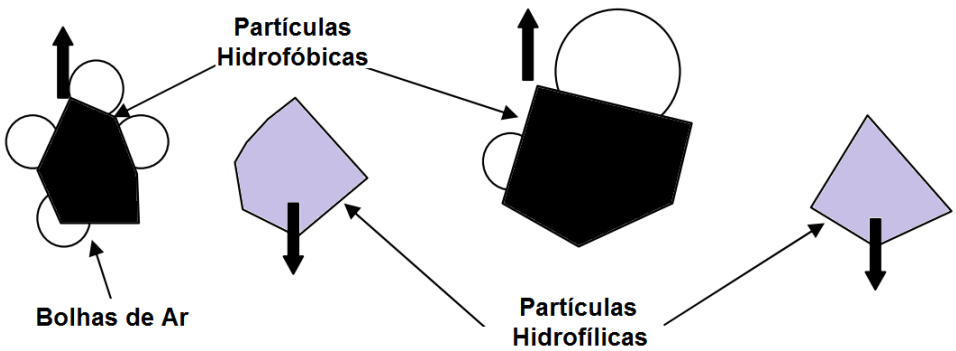



Fonte: Riera, Gallego-Juárez e Mason, 2006.

o do pellet feed entre 0,15mm e 0,037mm. Partículas de minério de ferro acima de 0,15mm e de, no máximo, 1mm podem ser concentradas por separação magnética, sendo esse método mais apropriado para separar magnetita (ferromagnética), pois demanda menor intensidade de campo magnético no processo quando comparado com a hematita (paramagnética). Recorre-se a flotação como método para separar as partículas de minério com *diâmetro médio abaixo de 0,15mm*, que gera uma lama espessa que, após ser decantada, passa por um processo de filtragem para que leva a obtenção do pellet feed, material que é aglomerado em pelotas para uso posterior na cadeia industrial.

Flotação é um método de separação de substâncias que explora a diferença na facilidade na qual bolhas de ar aderem seletivamente a superfícies de sólidos presentes

Figura 1.8: Interação entre partículas e bolhas de ar no processo de flotação.

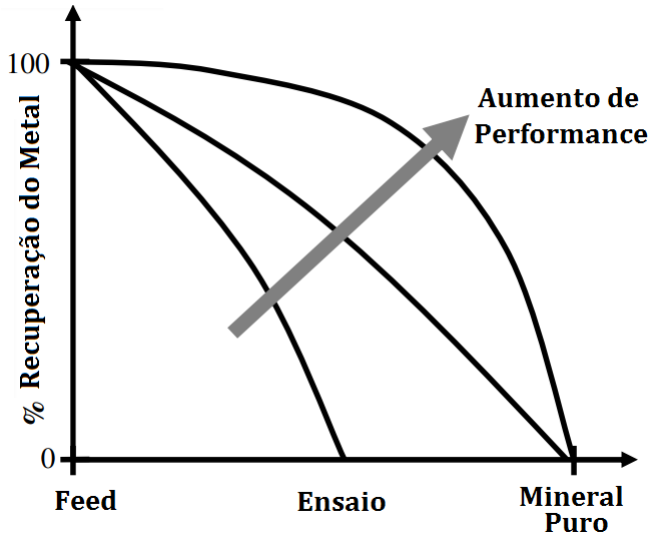



Fonte: Kawatra, notas de aula (modificado).

em uma mistura aquosa ou lama. Partículas ligadas às bolhas de ar são trazidas à superfície, enquanto as demais continuam retidas na fase líquida (ver figura 1.8). Diversos tratamentos químicos podem ser empregados para alterar as propriedades superficiais dos minerais de interesse a fim de separá-los da mistura, tais como: reagentes coletores que aderem a superfícies das partículas, tornando-as hidrofóbicas, frothers que produzem bolhas estáveis para adesão de partículas e modificadores que são ativadores, depressores e modificadores de pH, que alteram a seletividade dos coletores [27].

A flotação de minério de ferro se enquadra na categoria de flotação reversa, pois o material desejado permanece imerso enquanto as impurezas, que são majoritariamente quartzo (sílica ou $SiO_2$), são flotadas e encaminhadas ao rejeito. O desempenho do resultado de um método de separação pode ser avaliado pela taxa de recuperação metalúrgica, que mede a quantidade de elemento valioso que se conseguiu obter no processo de concentração de minério e pela sua pureza que é medida pelo teor do elemento valioso presente no minério. A prática industrial demonstra que há uma relação de compromisso entre a taxa de recuperação e a pureza do material obtido pelo método de beneficiamento (ver figura 1.9). Métodos de obtenção de minério com alto teor de pureza usualmente implicam em menores taxas de aproveitamento, isto é, desperdício de minério ocorre no procedimento de separação. Sendo observado também o inverso, métodos com altas taxas de aproveitamento usualmente fornecem materiais com teor de pureza mais baixo. Tal fato justifica a busca por novas tecnologias para melhoria de desempenho em processos de beneficiamento, como as técnicas de ultrassom.

Figura 1.9: Taxa de recuperação de minério x pureza do material separado.




Fonte: Kawatra, notas de aula (modificado).

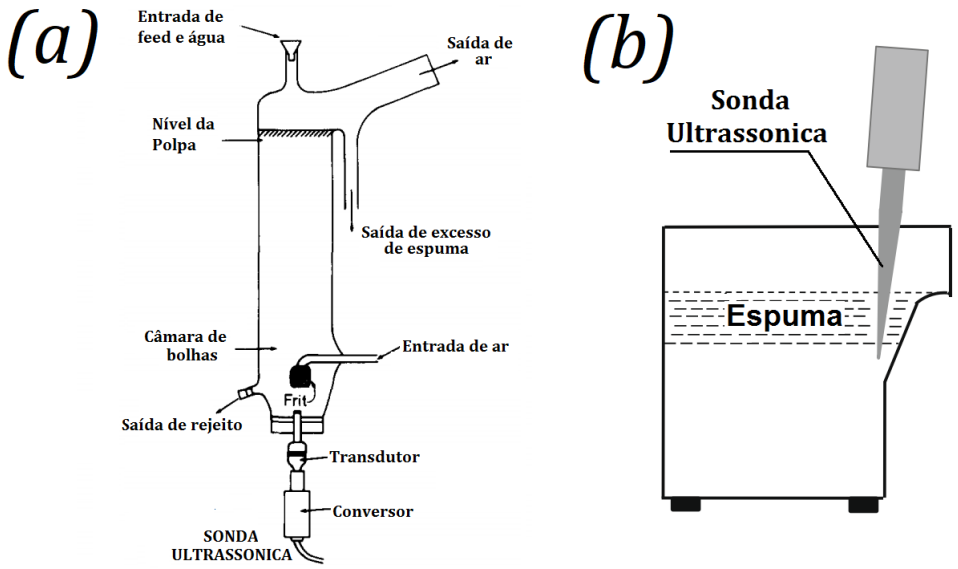
### 1.3.1 Ultrassom em mineração

Uma série de publicações científicas apontaram aumento na eficiência em processos de beneficiamento por meio de diferentes técnicas de ultrassom. É recorrente o uso

de transdutores ultrassônicos em aparatos experimentais projetados para gerar cavitação acústica. Nesses casos, os transdutores de potência, normalmente operando na frequência de 20 a 100kHz, geram ondas de pressão em um fluido, alternando em ciclos de compressão e rarefação. Durante a fase de rarefação, a pressão negativa gerada no campo acústico é suficiente para superar forças de ligação molecular do fluido, resultando na formação de microbolhas. A fase de compressão subsequente do ciclo de onda faz com que essas bolhas colapsem abruptamente gerando pulsos localizados de alta energia. Nesses equipamentos, a energia expelida no colapso das bolhas é empregada para limpar a superfície de sólidos submersos no fluido. Farmer et al. [28] fazem uso dessa técnica para limpar as superfícies de partículas de sílica para seu emprego na manufatura peças. Zhao et al. [29] apresentam um experimento similar, porém, visando o uso das partículas de sílica para produção de vidro.

Muitos estudos apresentaram acréscimo no índice de aproveitamento no processo de flotação obtido através do uso de ultrassom na etapa de pré-condicionamento da polpa de minério. A cavitação gerada pelo campo acústico aplicada na polpa promove a limpeza superficial das partículas de minério, o que posteriormente facilita a atuação dos reagentes químicos coletores aplicados durante o processo de flotação. Essa abordagem é executada em diversos experimentos, por exemplo, no beneficiamento de magnesita [30], galena, blenda, chalcopirita, pirita [31], xisto betuminoso [32] carvão [33].

Figura 1.10: (a) Diagrama esquemático do experimento de Nicol et al. e (b) Experimento Cilek e Ozgen.



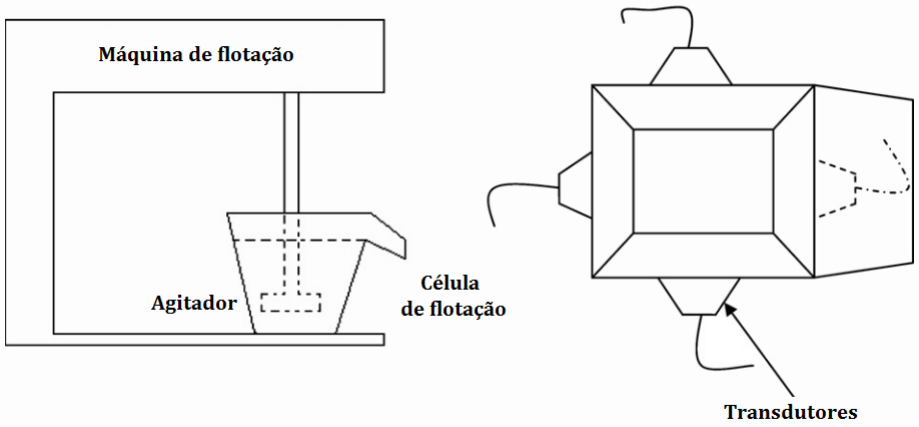

Fonte:(a)Nicol, Engel e Teh (b)Cilek e Ozgen (Modificadas)

Outros autores investigaram os efeitos do tratamento de ultrassom aplicados durante a etapa de flotação. O experimento de Nicol et al. [34] consistiu de um tubo de Hallimond com base modificada para acoplar uma sonda de Branson (ver figura 1.10.a). O experimento demonstrou que a atuação do ultrassom a 20kHz causa um

acréscimo na taxa de recuperação que varia em função do tamanho das partículas na polpa.

No trabalho de Özkan et al. [33], foram posicionados transdutores na superfície externa das cubas de flotação (ver figura 1.11), operando em duas frequências ultrassônicas (25kHz e 40kHz). Investigou-se a influência do ultrassom nas propriedades físico-químicas como pH, temperatura e condutividade de água de torneira e lama de carvão com e sem reagentes. Observaram-se resultados positivos como a aumento da taxa de recuperação de combustível e de precipitação de cinzas na presença de ultrassom. Uma abordagem distinta foi executada por Cilek e Ozgen [35], onde uma sonda de ultrassom comercial, operando na frequência de 20kHz, foi aplicada diretamente em contato com a espuma de flotação (ver figura 1.10.b) na separação de minérios de sulfeto. O experimento visou definir estatisticamente os efeitos das taxas de fluxo de ar, profundidade de espuma e velocidade do impulsor na seletividade e eficiência do processo de flotação, com e sem a presença de ultrassom. A sonda de ultrassom aumentou a coalescência das bolhas de ar e foi observado maior eficiência apenas para taxas de fluxo de ar mais altas.

Figura 1.11: Diagrama esquemático dos experimento de Özkan e Kuyumcu.




Fonte: Özkan e Kuyumcu, 2007 (Modificado).

### 1.3.2 Proposta

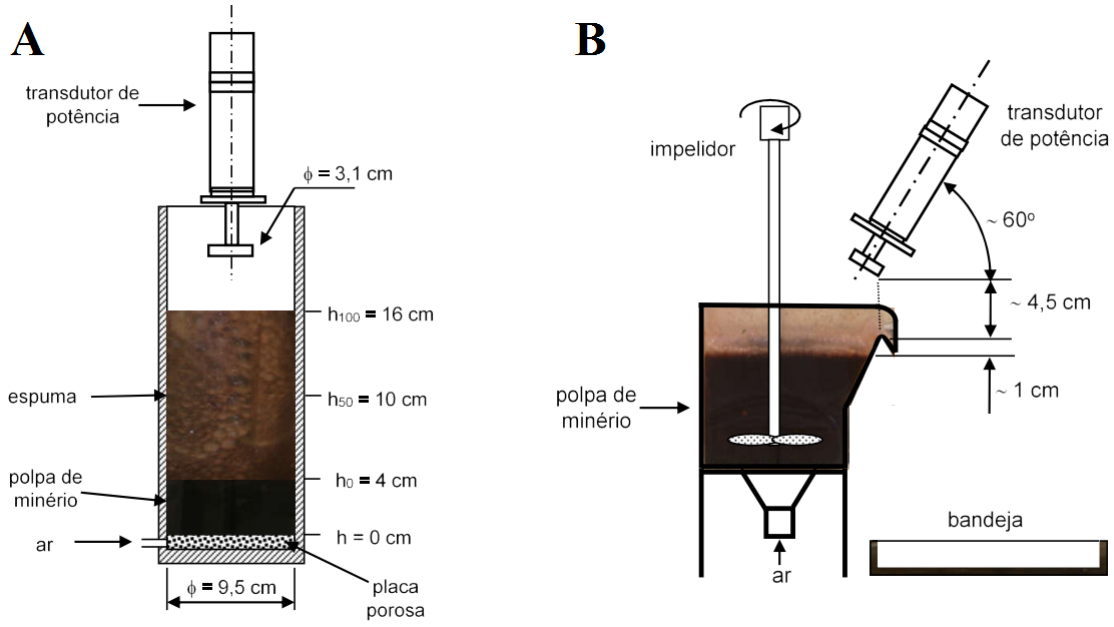
Os transdutores desenvolvidos neste trabalho de mestrado têm como finalidade emitir ondas ultrassônicas no ar, próximo à espuma da flotação, constituindo, portanto, uma abordagem diferente das publicações mencionadas. Os transdutores foram projetados para atuarem em dois ensaios experimentais:

**Ensaios de estabilidade de espumas**: A fim de investigar os efeitos da emissão de ondas acústicas ultrassônicas na estabilidade da espuma de flotação pode-se montado um experimento composto por uma coluna de acrílico graduada (ver figura 1.12 à esquerda), contendo uma placa porosa em sua base, por meio da qual é introduzida uma vazão de ar responsável por criar bolhas e uma camada de espuma. O

aparato possui um agitador mecânico que promove a homogeneização e suspensão dos sólidos da polpa de minério. Após a homogeneização da mistura, o agitador deve ser retirado para dar espaço ao transdutor de ultrassom posicionado na abertura da coluna de acrílico. O objetivo do experimento é estudar a suscetibilidade da espuma ao campo de pressão acústico, visando empregar essa tecnologia para controlar ou suprimir a espuma em certas etapas de plantas industriais de flotação de minério de ferro.

**Ensaios de aproveitamento de minério**: Com a finalidade de investigar os efeitos da emissão de ondas acústicas ultrassônicas nos índices de pureza e aproveitamento na flotação de minério de ferro, pode-se construir o aparato similar ilustrado pela figura 1.12 (à direita), composto por uma cuba de acrílico transparente com uma placa porosa em sua base, um agitador mecânico para promover homogeneização e suspensão dos sólidos na polpa de minério, um transdutor de potência para aplicação de ultrassom na camada de espuma da flotação e uma bandeja para coleta do produto flotado. O objetivo do experimento é identificar quais parâmetros afetam a eficiência do processo de flotação visando obter informações sobre a viabilidade de desenvolvimento de possíveis novos equipamentos de ultrassom a serem incorporados no processo de obtenção de minério.

Figura 1.12: Aparatos experimentais para ensaio da estabilidade de espumas, diagrama à esquerda, e ensaio de aproveitamento de minério, diagrama à direita.




Fonte: Imagem cedida, relatório experimental USP & Vale do Rio Doce.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo geral

O projeto tem por objetivo o desenvolvimento de transdutores de alta potência para emissão de ondas acústicas em ar, criados para atuar em experimentos de interesse do Instituto Tecnológico Vale. Os experimentos foram elaborados para investigar a influência da emissão de ondas ultrassônicas de alta intensidade incidindo em espumas presentes em processos industriais de mineração.

### 1.4.2 Objetivos específicos

- Modelagem teórica e implementação numérica do comportamento vibracional dos transdutores piezelétricos e do campo acústico gerado por suas superfícies emissoras.
- Desenvolvimento de uma metodologia de projeto para radiadores acústicos considerando o modo de vibrar da placa, sua rigidez, frequência de operação e concentração de tensões mecânicas.
- Construção de protótipos compatíveis com ambientes de trabalho laboratorial e industrial, além da validação experimental do desempenho dos transdutores a partir de medições de curva de impedância elétrica, vibrações superficiais e de campo acústico gerado.
- Realização de experimentos de supressão de espuma e de flotação de minério de ferro sob incidência de ondas ultrassônicas em ar trabalhando em parceria com o Laboratório de Fenômenos de Transporte e Química de Interfaces Aplicados à Engenharia Mineral (LFQI - Poli USP) e o Instituto Tecnológico Vale (ITV).

## 1.5 Estrutura da dissertação

O primeiro capítulo introduz os temas associados ao projeto, tecnologias envolvidas, motivações e apresenta os objetivos do trabalho. O segundo capítulo apresenta uma introdução formal aos conceitos físicos de relevância ao projeto como propagação de ondas acústicas, cálculo de campo acústico, efeito piezelétrico e fadiga mecânica. O terceiro capítulo é dedicado aos critérios técnicos dos transdutores ultrassônicos de potência e do princípio de funcionamento das placas emissoras. O quarto capítulo trata dos métodos de modelagens computacionais aplicados no trabalho. O quinto capítulo explica a abordagem de otimização empregada no projeto das superfícies emissoras. O sexto capítulo contém os resultados dos modelos teóricos. O sétimo capítulo apresenta a metodologia e os resultados experimentais. Por fim segue o capítulo 8 de conclusão e apêndices com a descrição dos parâmetros do algoritmo genético, desenhos técnicos de manufatura/montagem e detalhamento dos códigos desenvolvidos.

# Capítulo 2

# Conceitos Físicos

## 2.1 Acústica linear

Ondas acústicas são flutuações de pressão que podem existir em fluidos compressíveis. Tais flutuações podem ser compreendidas conceitualmente como interações entre elementos unitários de fluido, que se movem para frente e para trás, produzindo regiões adjacentes de compressão e rarefação. Os elementos fluidos ou partículas são definidos como unidades infinitesimais de volume do fluido contendo milhões de moléculas, sendo o elemento suficientemente pequeno para se assumir que as propriedades acústicas sejam uniformes em seu interior. Embora haja um fluxo constante de moléculas pelas fronteiras deste volume, entende-se que, estatisticamente, exista um balanço na quantidade de moléculas que entram e saem do volume infinitesimal. Assim, este volume infinitesimal pode então ser admitido como uma região contínua com propriedades macroscópicas uniformes [36].

A modelagem simplificada de fenômenos de ondas acústicas em ar é construída admitindo processos termodinâmicos sem qualquer perda de energia e que as ondas acústicas tenham baixa amplitude de deslocamento das partículas. A hipótese de que a propagação de onda não tenha perdas implica na desconsideração dos efeitos dissipativos e de trocas de calor, logo, considera-se que o fluido seja invíscido e que os processos termodinâmicos sejam isentrópicos (adiabáticos e reversíveis). A ausência de viscosidade no modelo elimina a representação de ondas de cisalhamento, portanto, apenas as ondas longitudinais são representadas. Os fenômenos acústicos são considerados quase isentrópicos, pois a condutividade térmica do fluido e o gradiente de temperatura são suficientemente pequenos para sustentar a hipótese de que nenhuma quantidade de energia significativa é transferida entre elementos de fluido adjacentes. Por fim, a hipótese de que as ondas acústicas sejam de baixa amplitude de deslocamento significa que as mudanças de densidade e pressão no meio são desprezíveis, quando comparadas aos valores de equilíbrio.

As grandezas acústicas são definidas como variações de propriedades físicas de equilíbrio do meio, sendo esta o valor da propriedade na ausência da propagação de onda. Por exemplo, a pressão acústica é definida pela seguinte diferença:

$$p = P - P_0 \tag{2.1}$$

onde $P$ é a pressão do fluido e $P_0$ é a pressão de equilíbrio. Similarmente define-se densidade acústica:

$$\rho - \rho_0 = s\rho_0$$

ou:

$$s = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \tag{2.2}$$

onde $\rho$ é a densidade do fluido, $\rho_0$ a densidade de equilíbrio e $s$ é chamado de condensação. Para baixas amplitudes de densidade acústica, tem-se o termo $|s| << 1$. A partir de uma expansão em série de Taylor da expressão de pressão acústica em função da densidade acústica, pode-se correlacionar as grandezas $p$ e $s$ desconsiderando-se os termos de ordem maior:

$$p \approx \rho_0 \Big(\frac{\partial P}{\partial \rho}\Big)_{\rho_0} s = Bs \tag{2.3}$$

sendo $B$ o módulo volumétrico adiabático (adiabatic bulk modulus). Logo, admite-se que a relação entre a pressão e densidade acústica seja linear.

O elemento de fluido pode ser definido como um volume paralelepipedal onde são aplicadas as equações de conservação de massa e a segunda lei de Newton. O princípio de conservação de massa leva a dedução da equação exata de continuidade, que para valores baixos de variação de densidade passa a ser escrita como:

$$\rho_0 \frac{\partial s}{\partial t} + \nabla.(\rho_0 \vec{u}) = 0 \tag{2.4}$$

nomeada de *equação de continuidade linearizada* onde $\vec{u}$ é o campo vetorial de velocidade do fluido. Aplicando a segunda lei de Newton também em um volume de controle paralelepipedal, obtém-se a equação não linear de Euler com gravidade. Esta equação é simplificada assumindo-se que a derivada parcial do tempo do campo vetorial de velocidade seja dominante em relação ao termo convectivo de sua derivada material e considerando novamente que $|s| << 1$. Tais simplificações levam a *equação de Euler linearizada*:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla p \tag{2.5}$$

Tomando o divergente da expressão 2.5 e aplicando a derivada temporal da equação 2.3, obtém-se a *equação linear de propagação de onda sem perdas*:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{2.6}$$

onde c é a velocidade de propagação de onda acústica, definida por:

$$c^2 = B/\rho_0 \tag{2.7}$$

Uma vez que o fluido é admitido como invíscido, o campo vetorial de velocidade será, portanto, irrotacional. Nesse caso, pode-se definir um campo escalar conservativo chamado de *potencial de velocidade*:

$$\vec{u} = \nabla \Phi \tag{2.8}$$

que pode ser substituído na equação linear de Euler 2.5 fornecendo:

$$\nabla \Big(\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} + p\Big) = 0$$

Assim, obtém-se a correlação entre o campo potencial de velocidade e a pressão acústica:

$$p = -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \tag{2.9}$$

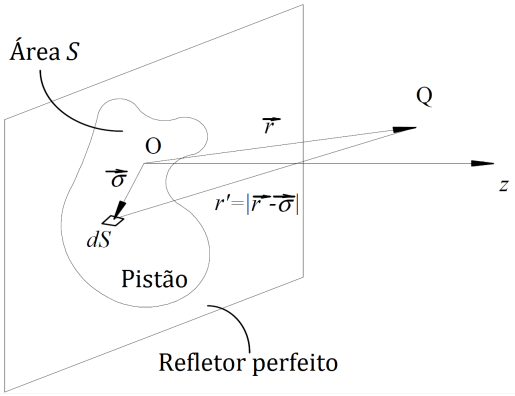
## 2.2 Modelo de pistão plano

O campo acústico gerado pelo transdutor ultrassônico pode ser calculado utilizando o modelo de pistão plano, que admite que a superfície radiante esta contida em um plano (z=0), circundada por um refletor perfeito e excitada uniformemente. Pelo princípio de Huygens, define-se a integral de Rayleigh, que determina o campo potencial de velocidade em um ponto Q no espaço (ver figura 2.1), a partir do somatório das contribuições de fontes pontuais de ondas semiesféricas emitidas pelas áreas elementares da superfície $S$ de radiação:

$$\Phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_S \frac{v_n(\vec{\sigma}, t - r'/c)}{r'} dS \tag{2.10}$$

onde $\vec{r}$ é o vetor de posição do ponto Q, $r' = |\vec{r'}|$ é a distância do elemento infinitesimal de área emissora até o ponto Q, $\vec{\sigma}$ o vetor de posição da área elementar $ds$, $c$ é a velocidade de propagação da onda no meio e $v_n(\vec{\sigma}, t)$ é a componente normal da velocidade do pistão em cada ponto de sua face de área S.

Figura 2.1: Geometria usada na integral de Rayleigh [37].




Fonte: Buiochi, 1994 (modificado).

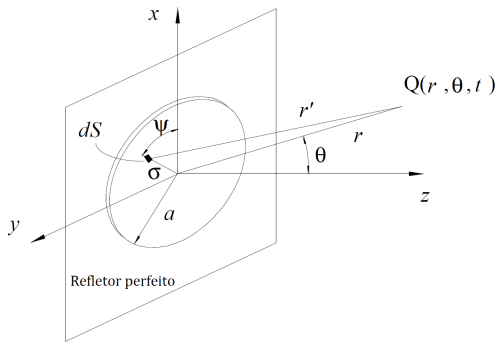
No caso de um pistão plano circular, a superfície S é definida pelo círculo de raio $a$, sendo vantajoso o uso de coordenadas cilíndricas para integração da equação 2.10, ver figura 2.2. Admite-se que o pistão vibra harmonicamente com velocidade normal ao plano de amplitude $U_0$ uniforme na área S com frequência $\omega$, logo $v_n$ pode ser escrito como:

$$v_n(\vec{\sigma}, t) = U_0 e^{j\omega t} \tag{2.11}$$

Como a vibração é uniforme, tal fonte emissora é conhecida como pistão circular plano rígido. Dessa forma, pode-se reescrever 2.10 como:

$$\Phi(\vec{r}, t) = \frac{U_0}{2\pi} \int_S \frac{e^{j(\omega t - kr')}}{r'} dS = \frac{U_0}{2\pi} \int_0^a \sigma \Big[ \int_0^{2\pi} \frac{e^{j(\omega t - kr')}}{r'} d\Psi \Big] d\sigma \tag{2.12}$$

Figura 2.2: Geometria do pistão plano usada na integral de Rayleigh [37].




Fonte: Buiochi, 1994 (modificado).

onde k=$\omega/c$ é o número de onda. Substituindo a equação 2.12 na equação 2.9, tem-se a expressão que define o campo de pressão acústica gerada pelo pistão plano circular rígido:

$$p(\vec{r},t) = -\frac{j\rho_0 ckU_0}{2\pi}\int_0^a \sigma\Big[\int_0^{2\pi}\frac{e^{j(\omega t-kr')}}{r'}d\Psi\Big]d\sigma \tag{2.13}$$

A equação 2.13 não é integrável analiticamente em todo o domínio, porém vários autores [36, 2], através de hipóteses simplificadoras, apresentaram soluções analíticas para regiões de interesse como o eixo acústico e o campo distante. Além disso, é possível para as condições de contorno estabelecidas reduzir a integral dupla 2.12 a uma integra simples [38]:

$$\Phi(z,x,t) = \frac{U_0 j}{k}\Theta e^{j(\omega t-kz)} - \frac{U_0 j}{k\pi}e^{j\omega t}\int_0^{\pi} e^{-jkb}\frac{axcos\Psi - a^2}{a^2+x^2-2axcos\Psi}d\Psi \tag{2.14}$$

onde $b=(z^2+a^2+x^2-2axcos\Psi)^{\frac{1}{2}}$ e $\Theta = 1$ se $x < a$, 1/2 caso $x = a$ ou 0 se $x > a$. Aplicando-se a equação 2.14 em 2.9, pode-se obter o campo acústico gerado pelo pistão plano circular.

## 2.3 Energia acústica

A energia transportada por ondas acústicas em meio fluido ($E_t$) sob as hipóteses estabelecidas na seção 2.1 tem duas formas: energia cinética ($E_k$), referente a movimentação das partículas, e energia potencial ($E_p$), referente a compressão e expansão do fluido. De acordo com Kinsler et al. [36], a energia acústica total de um elemento fluido de volume $V_0$ é dada pela expressão:

$$E_t = E_k + E_p = \epsilon_i V_0 = \frac{1}{2}\rho_0 V_0[u^2 + (\frac{p}{\rho_0 c})^2] \tag{2.15}$$

onde $\epsilon_i = \rho_0[u^2 + (p/\rho_0 c)^2]/2$ é a densidade de energia acústica instantânea $[J/m^3]$. A média temporal dessa grandeza em um período de oscilação fornece a densidade de energia no fluido:

$$\epsilon = \frac{1}{T}\int_0^T \epsilon_i dt \tag{2.16}$$

Pela definição de impedância de uma onda harmônica plana, tem-se que $p = \pm Z_p u = \pm \rho_0 c u$, a densidade de energia acústica instantânea pode ser escrita como:

$$\epsilon_i = \rho_0 u^2 = p^2/\rho_0 c^2 \tag{2.17}$$

Neste caso, a densidade de energia independe da direção da propagação de onda. Definindo as amplitudes da oscilação de pressão acústica e velocidade por $P_a$ e $U_a$, respectivamente, a densidade de energia (média temporal) no ponto é:

$$\epsilon = \frac{P_a U_a}{2c} = \frac{P_a^2}{2\rho_0 c^2} = \frac{\rho_0 U_a^2}{2} \tag{2.18}$$

A intensidade de onda acústica instantânea $\vec{I}_i(t) = p\vec{u} = pu\vec{n}$ é definida como a potência aplicada por um elemento fluido em um elemento adjacente mensurada em $W/m^2$, sendo $\vec{n}$ a direção da velocidade no ponto. A média temporal dessa grandeza é a intensidade acústica:

$$\vec{I} = \frac{1}{T}\int_0^T Re\{p\}Re\{\vec{u}\}dt \tag{2.19}$$

onde a notação $Re\{\}$ representa a parte real de uma grandeza complexa. Sob as mesmas hipóteses adotadas para o cálculo da densidade de energia, pode-se chegar a uma expressão simples para a intensidade de onda:

$$\vec{I} = \frac{P_a^2}{2\rho_0 c}\vec{n} = \frac{P_a^2}{2Z_p}\vec{n} = \epsilon c\vec{n} \tag{2.20}$$

## 2.4 Propriedades dos transdutores

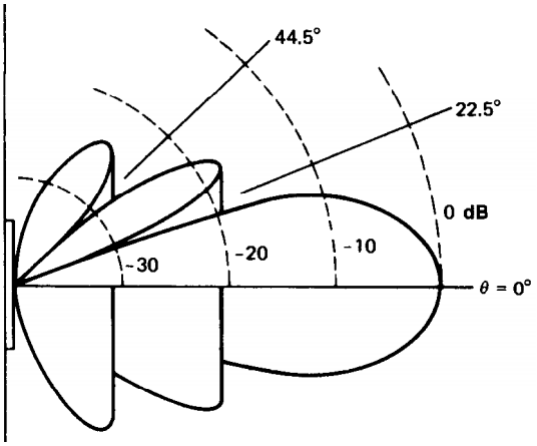
Algumas grandezas ajudam a avaliar o desempenho de um transdutor no campo distante, isto é, a partir de uma distância de $(2a)^2/4\lambda$ da superfície emissora, sem a necessidade de calcular as grandezas acústicas em muitos pontos no espaço. O *fator de direcionalidade* $H(\theta, \phi)$ é uma função que caracteriza o campo distante de pressão acústica de uma fonte emissora a uma distância $r > (2a)^2/4\lambda$. Tal função ajuda a avaliar as principais direções de emissão de energia acústica do transdutor. Para isso define-se uma superfície esférica de raio $r$ com o mesmo centro da superfície emissora. A esfera tem seus pontos parametrizados pelo par ordenado de ângulos $(\theta, \phi)$. A função de direcionalidade fornece, para essas coordenadas, valores do módulo da pressão acústica normalizados. Uma grandeza similar é o *padrão do feixe*, dado pelas expressões:

$$b(\phi, \theta) = 10log\big(\frac{I(r, \phi, \theta)}{I_{eixo}(r)}\big) = 20log\big(\frac{P(r, \phi, \theta)}{P_{eixo}(r)}\big) = 20log(H(\phi, \theta)) \tag{2.21}$$

A figura 2.3 ilustra um exemplo de gráfico de padrão de feixe. A grandeza *diretividade*, é dada pela seguinte expressão:

$$D = \frac{4\pi}{\int_S H(\theta, \phi)^2 dS} \tag{2.22}$$

Figura 2.3: Exemplo de um gráfico de padrão de feixe [36].




Fonte:Kinsler [36].

que compara o padrão de emissão do transdutor com uma fonte simples esférica. Dado que os transdutores estudados neste texto são axissimétricos e emitem em apenas uma direção, o calculo da diretividade é feito para uma semiesfera:

$$D = \frac{2\pi}{\int_0^{\pi}\int_0^{\pi} H(\theta)^2 sin(\phi) d\phi d\theta} = \frac{\pi}{\int_0^{\pi} H(\theta)^2 d\theta} \tag{2.23}$$

## 2.5 Absorção acústica

Perdas de energia na propagação de ondas acústicas são causadas por uma variedade de mecanismos físicos. Tais perdas são medidas por uma atenuação proporcional à distância percorrida pela onda. As causas da atenuação podem ser subdividas em duas categorias principais: fenômenos de absorção ( compreendendo os mecanismos de conversão de energia acústica em energia térmica) e os fenômenos de espalhamento do feixe de onda ( compreendendo difração e a dispersão) [39]. Em análises ondulatórias unidimensionais a mudança de direção da onda passa a ser considerada como um fator de perda de energia. No escopo desta dissertação, apenas os mecanismos de absorção relevantes na propagação de ondas em ar na frequência da ordem de 25kHz foram considerados.

A solução harmônica da equação de onda em um meio com perdas é uma equação de uma onda propagante amortecida, caso o número de onda $k$ seja definido como uma grandeza complexa da seguinte forma:

$$k_{amort} = k - \alpha j \tag{2.24}$$

Temos então, o efeito de decaimento exponencial nas grandezas harmônicas:

$$p = P_0 e^{j(\omega t - k_{amort} z)} = P_0 e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - kz)} \tag{2.25}$$

onde $P_0$ é a amplitude da onda que se propaga na direção z em sentido positivo, $k$ é o número de onda real e $\alpha$ é o coeficiente de atenuação, que pode ser mensurado em (Np/m) ou (dB/m). A conversão de (Np/m) para (dB/m) é realizada multiplicando o valor por 8,686 [36, 40, 41].

A teoria clássica considera que a absorção de ondas acústicas em gases resulta apenas dos efeitos de absorção termocondutiva e viscosa. Em um meio acústico ideal, por onde passam ondas longitudinais, admite-se que não existam trocas de calor entre essas regiões de compressão e rarefação, que possuem temperaturas diferentes. A absorção termocondutiva ou termoelástica, representa as perdas de calor relacionada às trocas de calor destas regiões que existem em meios reais, onde a energia cinética das moléculas é convertida em outras formas de energia como rotacional, vibracional, potencial etc. Essas perdas são proporcionais ao quadrado da frequência da onda propagante [41, 36]. A absorção por viscosidade está associada as perdas viscosas que ocorrem quando há movimentação relativa em porções adjacentes do meio, durante os ciclos de compressão e rarefação que compõe o movimento das ondas acústicas. Em geral a absorção por viscosidade é mais relevante que os demais mecanismos de absorção [41]. A soma dos coeficientes de absorção termocondutivo e viscoso é chamada de coeficiente de absorção clássico. Valores observados para esses coeficientes para diversos fluidos podem ser obtidos a partir de parâmetros de absorção tabelados em [36, 40].

Coeficientes de absorção variam consideravelmente quando impurezas são introduzidas em gases [39]. A temperatura e a umidade do ar também influenciam o valor da absorção acústica [36, 42]. De acordo com [36, 40], valores no intervalo de $0,217 < \alpha < 0,608 Np/m$ são válidos para o contexto desta dissertação, sendo adotado o máximo de $\alpha = 0,608 Np/m$. Após algumas simulações percebeu-se que os efeitos da absorção podem ser desconsiderados nos modelos para as frequências de trabalho e curtas distâncias de aplicação dos transdutores discutidos neste texto.

## 2.6 Efeito piezelétrico

O fenômeno da piezeletricidade foi descoberto por Pierre e Jacques Curie em 1880, que observaram a capacidade de polarização em alguns cristais quando submetidos a tensões mecânicas. Esses cristais chamados de piezelétricos acumulam carga elétrica quando submetidos a deformação mecânica (efeito direto) e também se deformam quando submetidos a um campo elétrico (efeito inverso). As relações constitutivas lineares que definem o comportamento eletromecânico de materiais piezelétricos são dadas por:

$$\begin{cases} \boldsymbol{T} = \boldsymbol{c^E S} - \boldsymbol{e}^t \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{D} = \boldsymbol{e S} + \boldsymbol{\varepsilon^S E} \end{cases} \tag{2.26}$$

onde o sobrescrito $t$ indica a transposta de uma matriz. A identificação dos termos das relações constitutivas se encontram na tabela 2.1. As equações constitutivas lineares da piezeletricidade podem ser definidas de quatro maneiras diferentes dependendo da escolha das variáveis independentes [43, 41]. Por exemplo, pode-se alternativamente determinar o vetor de deformação e de deslocamento elétrico em função do vetor de tensões mecânicas e campo elétrico, resultando em outro conjunto de equações para $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{T}, \boldsymbol{E})$ e $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{T}, \boldsymbol{E})$:

$$\begin{cases} \boldsymbol{S} = \boldsymbol{s^E T} + \boldsymbol{d}^t \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{D} = \boldsymbol{d T} + \boldsymbol{\varepsilon^T E} \end{cases} \tag{2.27}$$

Nessas relações $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{D}$ são tensores de primeira ordem, $\boldsymbol{T}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{\varepsilon^T}$ e $\boldsymbol{\varepsilon^S}$ são tensores de segunda ordem, $\boldsymbol{d}$ e $\boldsymbol{e}$ são tensores de terceira ordem e $\boldsymbol{s^E}$ e $\boldsymbol{c^E}$ são tensores de quarta ordem. Como consequência de simetrias nesses tensores, as relações constitutivas são escritas em notação reduzida, então os tensores $\mathbf{T}$ e $\mathbf{S}$ e as matrizes piezelétricas tem sua ordem reduzida:

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{yy} & T_{zz} & T_{yz} & T_{xz} & T_{xy} \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & T_3 & T_4 & T_5 & T_6 \end{bmatrix}^t \tag{2.28}$$

sendo

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad i,j = 1,2,3 \tag{2.29}$$

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{yy} & S_{zz} & 2S_{yz} & 2S_{xz} & 2S_{xy} \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 \end{bmatrix}^t \tag{2.30}$$

As matrizes piezelétricas se tornam tensores de segunda ordem $e_{ij}$ e $d_{ij}$, de dimensões 3x6. Os valores dos coeficientes das matrizes elásticas, piezelétricas e dielétricas estão relacionados a classe de simetria da estrutura cristalina do material [41].

Tabela 2.1: Matrizes das equações constitutivas piezelétricas.

| **Simbolo** | **Propriedade** | **Unidade** |
|---|---|---|
| $\boldsymbol{D}$ | Vetor de deslocamento elétrico | $C/m^2$ |
| $\boldsymbol{E}$ | Vetor de campo elétrico | $N/C$ |
| $\boldsymbol{S}$ | Tensor de deformação infinitesimal | $m/m$ |
| $\boldsymbol{T}$ | Tensor de tensão mecânica | $N/m^2$ |
| $\boldsymbol{c^E}$ | Matriz de rigidez mensurada com $\mathbf{E}$=0 | $N/m^2$ |
| $\boldsymbol{s^E}$ | Matriz de flexibilidade mensurada com $\mathbf{E}$=0 | $m^2/N$ |
| $\boldsymbol{e}$ | Matriz piezelétrica de tensão | $C/m^2$ |
| $\boldsymbol{d}$ | Matriz piezelétrica de deformação | $C/N$ |
| $\boldsymbol{\varepsilon^T}$ | Permissividade elétrica a tensão constante | $F/m$ |
| $\boldsymbol{\varepsilon^S}$ | Permissividade elétrica a deformação constante | $F/m$ |

Fonte: Autor.

O comportamento dinâmico do material piezelétrico é descrito pela equação da conservação da quantidade de movimento, ignorando as forças de campo e considerando o material como homogêneo:

$$\rho_m \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = \nabla . \boldsymbol{T} \tag{2.31}$$

onde $\rho_m$ é a densidade do material, $\boldsymbol{u}$ é o campo de deslocamento do material. O divergente de tensores de segunda ordem, continuamente diferenciáveis, são tensores de primeira ordem. Então o termo $\nabla . \boldsymbol{T}$ pode ser escrito como:

$$\nabla . \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \\ \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z} \\ \frac{\partial T_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial T_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{xx} \\ T_{yy} \\ T_{zz} \\ T_{yz} \\ T_{xz} \\ T_{xy} \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

Empregando a notação reduzida 2.30, temos a partir de 2.29 que o campo de deslocamento e o campo de deformação são relacionados por:

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ 2S_{yz} \\ 2S_{xz} \\ 2S_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \boldsymbol{Bu} \tag{2.33}$$

onde $u_x$, $u_y$ e $u_z$ são componentes de deslocamento nas direções de um sistema de coordenadas cartesianas. O comportamento elétrico do material é regido pelas equações de Maxwell, considerando o material piezelétrico como um meio isolante, dado que não há cargas elétricas livres no seu interior, pela lei de Gauss, tem-se:

$$\nabla . \boldsymbol{D} = 0 \tag{2.34}$$

Pela equação de Maxwell-Faraday, na ausência de variação do campo magnético o campo elétrico do material é irrotacional. Logo, pode-se definir a função de potencial elétrico:

$$\boldsymbol{E} = -\nabla \boldsymbol{\phi_{elec}} \tag{2.35}$$

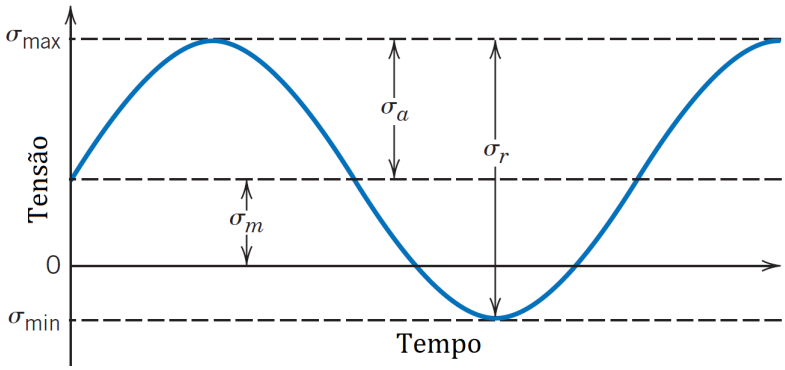
As relações constitutivas lineares são representativas para valores baixos de campo elétrico, sendo que efeitos não lineares são observados nos materiais piezelétrico quando submetidos a altas amplitudes de tensão elétrica. Além de apresentar histerese, as propriedades do material variam significativamente em função de sua temperatura e da frequência da tensão elétrica aplicada. Existem modelos que melhoram as relações constitutivas dos materiais piezelétricos, porém o assunto ainda é tópico de pesquisa em ciências dos materiais [44, 45, 46]. Ademais, as propriedades das cerâmicas informadas pelos fabricante apresentam valores de desvio da ordem de 5% nas constantes elásticas e de até 20% nas constantes piezelétricas e dielétricas [47], assim, são necessários métodos experimentais para a obtenção de valores confiáveis dessas propriedades.

## 2.7 Fadiga

Fadiga mecânica é um fenômeno de propagação de trincas devido à ação de carregamentos dinâmicos e cíclicos [48]. As magnitudes desses carregamentos podem ser muito menores do que as dos carregamentos estáticos que levam a fratura do material. A fadiga ocorre devido a ciclos de deformações plásticas que ocorrem na microescala do material, mesmo quando o sólido está submetido a tensões inferiores a seu limite de escoamento. Muitos aspectos do fenômeno ainda não são compreendidos pela ciência, como o surgimento de trincas no material por fadiga por exemplo. O processo de fratura de fadiga é afetado por muitos fatores tais como: estrutura cristalina do material, geometria da peça, tipo de carregamento, além de fatores ambientais relacionados a temperatura e corrosão. Assim, o fenômeno não tem natureza determinística, sendo sensível à qualidade do material e a da manufatura da peça [49, 48, 50].

As técnicas de projeto empregadas para prevenir falha por fadiga não são determinísticas e seus resultados visam garantir um nível de confiabilidade ao projeto. A teoria clássica de fadiga surge a partir dos trabalhos de August Wöhler, que conduziu diversos estudos sobre fraturas em ferrovias no meio do século XIX. Nos estudos relacionados à fadiga, é importante identificar quantidades que caracterizam o carregamento oscilatório aplicado na estrutura estudada. A figura 2.4 ilustra os valores de tensão máxima ($\sigma_{max}$), tensão mínima ($\sigma_{min}$), variação de tensão ($\sigma_r$), tensão média ($\sigma_m$) e amplitude de tensão ($\sigma_a$) de um carregamento cíclico[49, 48].

Figura 2.4: Parâmetros do carregamento cíclico.




Fonte: Callister, Rethwisch et al.,2007 (modificado).

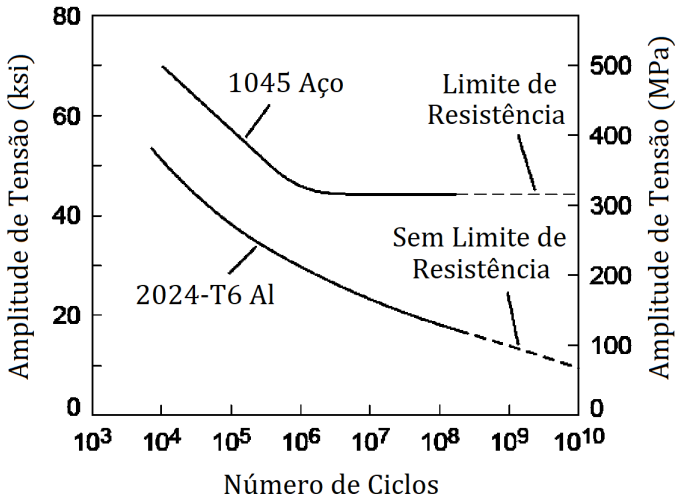
Um ensaio simples de fadiga consiste em submeter um corpo de prova a um carregamento alternado ($\sigma_m = 0$), a fim de observar quantos ciclos $N$ a peça resiste a fratura em função da amplitude de tensão aplicada ($\sigma_a$). Os resultados do experimento levam as curvas de Wöhler também chamadas de curvas S-N. O comportamento assintótico das curvas depende do material, por exemplo, algumas ligas de ferro e ligas de titânio apresentam assíntota horizontal para grandes valores de N. Significa que para tensões abaixo de um valor limitante, chamado de limite de resistência à fadiga, seria necessário um número infinito de ciclos para que ocorra falha do material. Contudo, existem materiais como ligas de alumínio, cobre e magnésio onde este comportamento não é observado (ver figura 2.5). Esses materiais sempre falham por fadiga, sempre há um valor de resistência à fadiga correspondente a um número finito de ciclos $N$ [49, 48]. A resistência à fadiga para ligas de alumínio pode ser obtida pela relação de Basquin [48], que é ajustada a partir de dados experimentais:

$$S_e = B(N)^{-b} \tag{2.36}$$

Onde $B$ e $b$ são constantes de ajuste de curva. Para análises envolvendo piezocerâmicas e aços serão adotados valores tabelados de limite de resistência à fadiga.

Como os valores de resistência à fadiga são obtidos a partir de corpos de prova produzidos cuidadosamente e utilizados em um ambiente controlado de laboratório, pode-se fazer uso de fatores modificadores de Marin ($k_i$), que são fatores de segurança estimados para compensar imperfeições do material, manufatura e ações do ambiente:

Figura 2.5: Curvas Wöhler.




Fonte: Kalpakjian, Vijai Sekar e Schmid,2014, modificado.

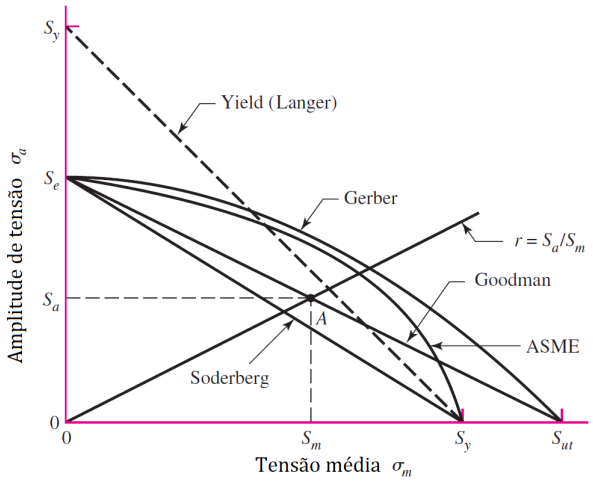
$$S'_e = \prod_{i=1}^{m} k_i S_e \tag{2.37}$$

Os valores obtidos para resistência à fadiga geralmente são mensurados sob tensão alternada ($\sigma_m = 0$), porém os materiais são mais suscetíveis à falha por fadiga quando a tensão média $\sigma_m$ não é nula. Alguns critérios gráficos são empregados para determinar a amplitude de tensão crítica do projeto considerando os efeitos do valor médio de tensão mecânica. Os mais comuns são as linhas de Goodman Modificado, Gerber e Soderberg. Esses critérios se baseiam na construção de curvas em diagramas onde a abcissa representa a tensão média de carregamento e a ordenada representa os valores de amplitude de tensão. Todos os pontos acima da região delimitada pela curva do critério adotado indicam falha de projeto. A comparação entre diversos critérios de falha por fadiga pode ser visto na figura 2.6. Os símbolos indicados na figura são:

$S_y$: Tensão de escoamento.
$S_{ut}$: Limite de resistência a tração (tensão de ruptura).
$S_e$: Valor crítico de fadiga para $\sigma_m = 0$ (já considerado os fatores de Marin).
$r = S_a/S_m$: Curva de carregamento (definido na imagem).
$S_m$: Limite de tensão média.
$S_a$: Limite de amplitude de tensão da tensão alternada.

A intersecção entre a curva de carregamento $r$ e a curva do critério de projeto determina os limites de amplitude de tensão $S_a$ e de tensão média $S_m$ admissíveis para o projeto. No caso da figura 2.6, está ilustrada a seleção pelo critério de Goodman, porém neste trabalho o critério de Soderberg é adotado por ser mais conservador. A curva de Soderberg é uma linha reta com interceptos em $S_y$ e em $S_e$, caso seja adotado um fator de segurança $n$ a linha de Soderberg é dada pela equação:

Figura 2.6: Critérios de falha por fadiga.




Fonte: Shigley,2011, traduzido.

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n} \tag{2.38}$$

Os valores de $\sigma_a = S_a/n$ e $\sigma_m = S_m/n$ são as tensões limites de projeto. Quando o sólido está submetido a estados de tensão multidimensionais, a análise de fadiga se torna mais complicada. Assim, adota-se o critério de deformação plástica, que considera esses efeitos avaliando os valores das tensões de von Mises média $\sigma_{\nu m}$ e de amplitude $\sigma_{\nu a}$ [48, 49]:

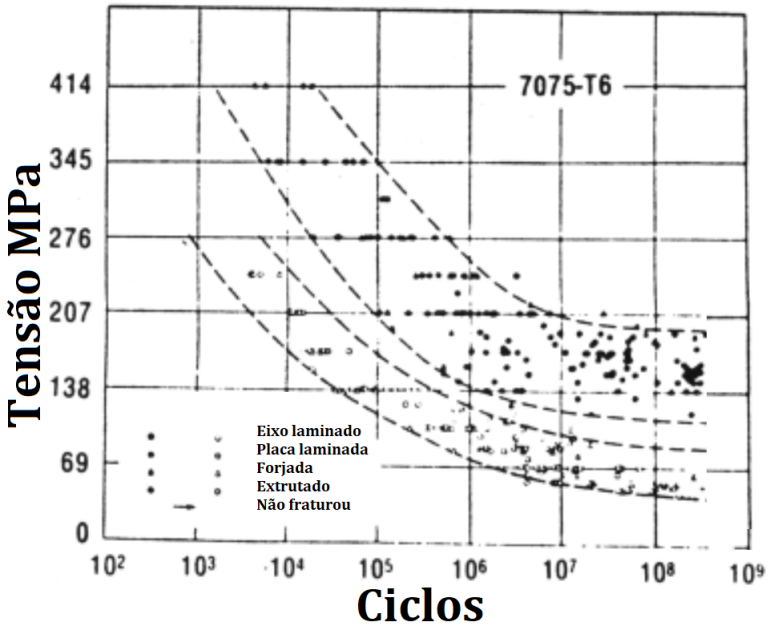
$$\sigma_{\nu a} = \frac{\sqrt{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{1a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2}}{\sqrt{2}} \tag{2.39}$$

$$\sigma_{\nu m} = \frac{\sqrt{(\sigma_{1m} - \sigma_{2m})^2 + (\sigma_{1m} - \sigma_{3m})^2 + (\sigma_{2m} - \sigma_{3m})^2}}{\sqrt{2}} \tag{2.40}$$

na expressão 2.38.

Aqui, serão respeitados os valores de limite de resistência à fadiga para aço de 300MPa [51] e para titânio de 200MPa [52]. A resistência a fratura das ligas de alumínio variam em função do processo de obtenção da liga [53], o gráfico da figura 2.7 apresenta as curvas de ligas de alumínios obtidas por extrusão, laminação e por forja. De acordo com estes dados experimentais, tensões entre 70MPa e 150MPa asseguram ao transdutor uma vida útil de algumas horas operando aproximadamente a 20kHz.

Figura 2.7: Curvas Wöhler liga de alumínio 7075-T6.




Fonte: Boyer et al.,1985, modificado.

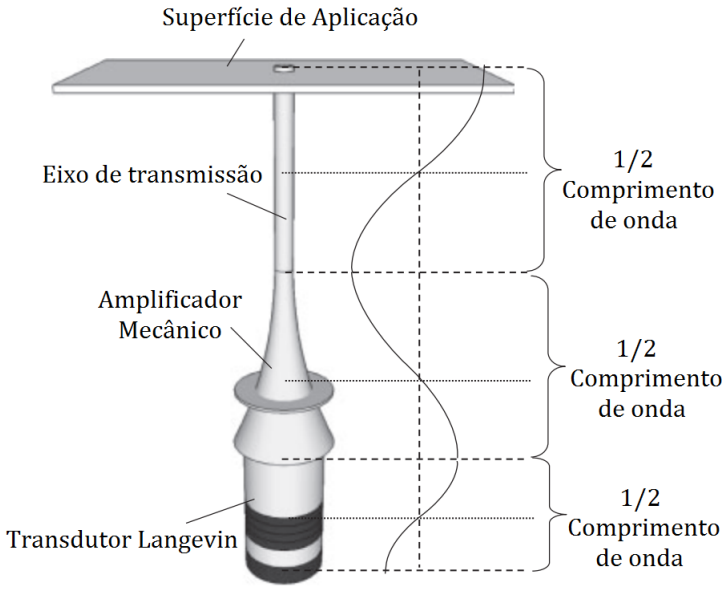
# Capítulo 3

# Transdutores Ultrassônicos de Potência

## 3.1 Ressonadores de meio comprimento de onda

Ressonadores de meio comprimento de onda são dispositivos projetados para propagar vibrações mecânicas que possuem um comprimento total igual a metade do comprimento da onda longitudinal de seu material constituinte, suas extremidades vibram em contra-fase com alto deslocamento axial, enquanto seu centro possui deslocamento nulo (plano nodal). Transdutores do tipo Langevin ou sanduíche se enquadram nessa categoria. O projeto de um transdutor ultrassônico de potência usualmente é composto pela associação de um transdutores Langevin com outros ressonadores de meio comprimento de onda, ver figura 3.1.

Figura 3.1: Transdutor piezelétrico de alta potência.




Fonte: Ito, Kitamura e Osumi, 2014 (modificado).

Os amplificadores mecânicos são ressonadores de meio comprimento de onda cuja área da seção transversal é reduzida gradualmente de uma extremidade a outra, seguindo usualmente um padrão cônico, exponencial ou de degrau [54]. A redução

da seção aumenta o deslocamento na extremidade de menor superfície. O ganho de deslocamento axial é inversamente proporcional à relação entre as área das seções transversais do amplificador mecânico [55]. Os elementos de transmissão simples, como o da figura 3.1, são ressonadores de meio comprimento de onda que possuem área da seção transversal constante, utilizados para transmitir energia mecânica. A aba de fixação é uma extensão de uma parte do transdutor feita para o suporte do dispositivo de ultrassom. Ela deve ser localizada em uma região nodal do modo de vibrar excitado, uma vez que a ausência de deslocamentos faz com que o vínculo de fixação não esteja sujeito a esforços dinâmicos vibracionais do transdutor, suportando, na maioria das aplicações, apenas o peso próprio do dispositivo. O último ressonador de meio comprimento de onda do transdutor ultrassônico de potência é fixado a uma estrutura de aplicação, ou um meio externo fluido, no qual se almeja gerar algum efeito desejável a partir das vibrações mecânicas fornecidas.

Os atuadores ultrassônicos são, normalmente, compostos de transdutores Langevin com cerâmicas piezelétricas do tipo PZT-4 pi PZT-8 e com massas metálicas de liga de alumínio, aço ou titânio. As massas metálicas devem apresentar alta elasticidade, baixas perdas mecânicas e boa resistência à fadiga. A liga escolhida possui impedância acústica compatível com a da cerâmica, o que garante boa transmissão de onda de um meio a outro.A transmissão de energia também pode ser melhorada empregando massas metálicas nas partes traseira e dianteira do Langevin de materiais diferentes [56].

A velocidade de propagação de onda longitudinal em materiais isotrópicos pode ser calculada pela expressão [36, 41, 57]:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{3.1}$$

onde $E$ é o módulo de Young e $\rho$ é a densidade do material. A expressão (3.1) fornece uma boa aproximação para as principais dimensões longitudinais do Langevin, quando empregada na equação fundamental da ondulatória:

$$\frac{\lambda_{Al}}{2} = \frac{c}{2f_{op}} \tag{3.2}$$

onde $f_{op}$ é a frequência de operação do transdutor. É utilizado somente a velocidade de propagação no alumínio, pois se trata do material predominante no dispositivo. Uma vez que os efeitos radiais são relevantes [56], a modelagem bi ou tridimensional é realizada pelo método dos elementos finitos, que é a abordagem mais representativa para simular os comportamento físico do transdutor [52]. O método dos elementos finitos fornece valores mais precisos de tensões mecânicas, amplitudes de deslocamentos da vibração do transdutor e frequências naturais de modos não longitudinais, além de considerar os elementos de diferentes materiais. Tal assunto é tratado em detalhes no capítulo 4.

O modelo circuito equivalente de Mason representa o transdutor de potência como uma impedância elétrica (relação entre tensão elétrica e corrente de entrada) em função da frequência, conforme ilustra a figura 3.2.a. A impedância elétrica é uma

propriedade muito relevante do transdutor uma vez que influi diretamente no projeto do circuito elétrico de acionamento. Uma expressão simplificada da impedância elétrica de um transdutor Langevin é dada por [52]:

$$Z = \frac{1}{i\omega C_0} \frac{(\omega^2 - \frac{1}{LC}) - \frac{i\omega R}{L}}{(\omega^2 - \frac{C_0+C}{C_0 LC}) - \frac{i\omega R}{L}} \tag{3.3}$$

onde os termos do circuito RLC equivalente foram determinados a partir da equação diferencial que descreve as vibrações longitudinais em uma viga:

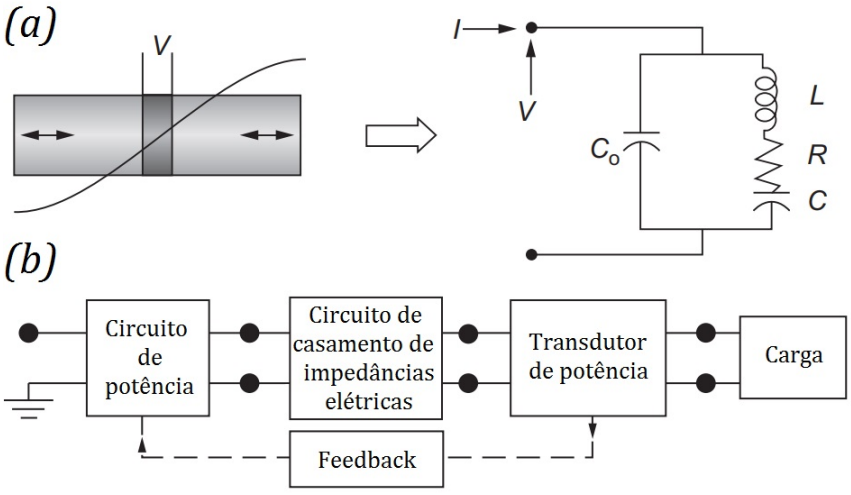
$$C = 2l/(\pi^2 EA) \tag{3.4}$$

$$L = Al\rho/2 \tag{3.5}$$

$$C_0 = A_{cer}\epsilon_{33}^S/t \tag{3.6}$$

onde $R$ são as perdas mecânicas, $l$ é o comprimento do transdutor, $A_{cer}$ é a área da cerâmica, $t$ é a espessura da cerâmica, $A$ é a área da seção do transdutor e $\epsilon_{33}^S$ é a permissividade dielétrica axial calculada a deformação constante. A figura 3.2.b apresenta os principais elementos de um circuito elétrico de acionamento, o circuito de potência precisa de um bom casamento de impedância com o sistema composto pelo transdutor e sua carga. A carga representa qualquer elemento estrutural (um radiador acústico, sonotrodo, força, etc) ou meio fluido onde se almeja fornecer energia. Em algumas aplicações é necessário o projeto de um circuito de acoplamento de impedâncias entre o transdutor e o circuito de potência e também de um circuito de feedback para ajustar a frequência de excitação devido às variações nas propriedades do sistema quando sujeito a altas potências.

Figura 3.2: (a): Circuito equivalente do transdutor de potência. (b) Esquemático de um circuito de acionamento genérico para transdutores de potência.

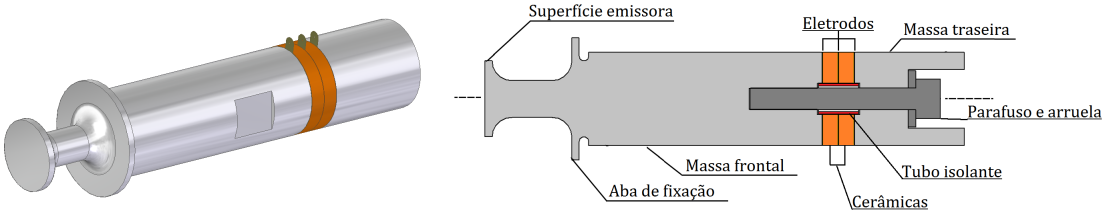



Fonte: Gallego-Juárez e Graff, cap.6 - modificado.

Os transdutores desenvolvidos neste projeto possuem amplificadores mecânicos integrados à massa frontal do transdutor Langevin, o que minimiza a perdas associadas a elementos de fixação entre os ressonadores de meio comprimento de onda.

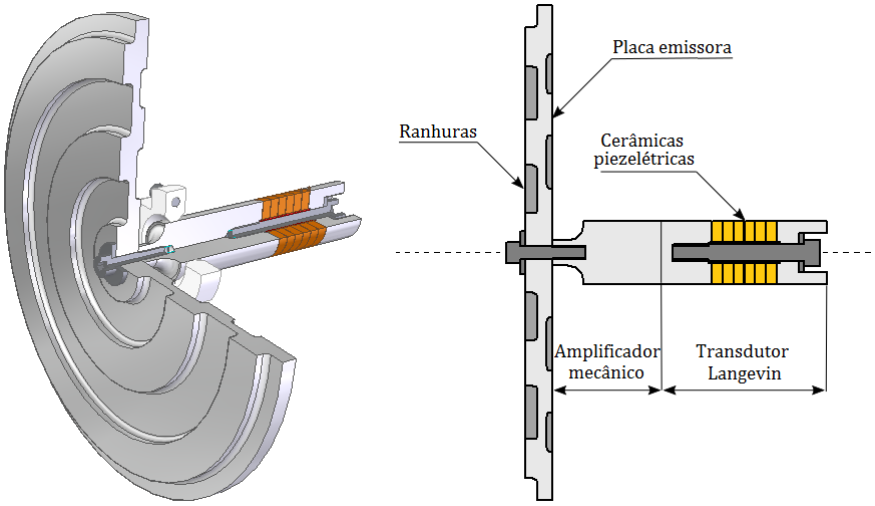
A figura 3.3 contém o diagrama com a descrição dos componentes do transdutor de pequeno porte e a figura 3.4 ilustra um transdutor de potência fixado à placa emissora.

Figura 3.3: Componentes de um transdutor ultrassônico de potência: transdutor de pequeno porte.




Fonte: Autor.

Figura 3.4: Transdutor de potência fixado à placa emissora.




Fonte: Autor.

Os eletrodos de latão, posicionados entre as cerâmicas piezelétricas, possuem espessura de cerca de $200\mu m$. Neles são soldados os fios por onde os sinais elétricos de entrada excitam o transdutor. Como os valores de amplitudes de tensão elétrica podem chegar a centenas de volts, é necessário a inserção de um tubo isolante (feito de PVC ou nylon) entre as cerâmicas e o parafuso para prevenir falha do dispositivo pela ocorrência de arcos voltaicos. O isolamento elétrico das superfícies exteriores das cerâmicas e eletrodos foi feita com poliuretano naval. Os anéis de cerâmica piezelétrica possuem polarização no sentido longitudinal, sendo que o empilhamento das cerâmicas deve ser feito de forma que as faces de contato sempre tenham polarização oposta para garantir o funcionamento do dispositivo.

O conjunto é fixado por um parafuso de alta resistência que comprime as cerâmicas entre as duas massas metálicas do Langevin. Essa compressão de montagem é

chamada de pré-carga ou pré-carregamento. Assim, a tensão elétrica aplicada nas cerâmicas faz com que elas se deformem aliviando a deformação inicial do pré-carregamento. Isso é vantajoso pois reduz a suscetibilidade à ruptura das cerâmicas piezelétricas, que possuem limites de resistência a compressão (420 a 700 MPa) consideravelmente maiores do que seu limite de resistência a tração (geralmente em torno de 90 MPa). Os valores de tensão de pré-carregamento dependem do material da cerâmica, sendo apropriados valores entre 30 e 50 MPa [58, 43]. O artigo de Abdullah, Shahini e Pak [56] reúne uma série de restrições dimensionais obtidas empiricamente que asseguram o bom desempenho do transdutor Langevin, considerando massas traseiras e dianteiras de materiais diferentes. A referência apresenta um passo a passo da análise unidimensional do transdutor, levando em conta critérios técnicos diferentes em função dos materiais, fatores de segurança e frequência de operação do projeto. Recomendações dimensionais importantes como número de filetes de rosca na massa frontal, relação entre o diâmetro e comprimento das massas do transdutor, profundidade do rebaixo para fixação do parafuso dentre outros detalhes importantes são discutidos no artigo. O pré-carregamento adotado foi de 30MPa, admitiu-se que os valores de resistência à compressão e tração da cerâmica fosse de 125MPa e 25MPa, respectivamente [56]. O valor do torque aplicado para comprimir as cerâmicas pode ser calculado pela expressão [56]:

$$T = 1,1FKd \tag{3.7}$$

onde $F \approx 30kN$ é a força de tração na seção do parafuso, $K = 0,189$ é uma constante de atrito, $d = 10mm$ é o diâmetro nominal do parafuso. O fator de $1,1$ foi aplicado para compensar o relaxamento do parafuso após a montagem. No caso o valor obtido foi de $T \approx 64N.m$. Para o transdutor com cerâmicas PZT-8 com diâmetros externos e internos de $50mm$ e $15mm$ pressionadas por um parafuso M12 a aplicação da expressão 3.7 resulta num aperto de $T \approx 135N.m$.

Vale ressaltar que a pre-compressão ideal depende da distribuição da tensão mecânica na área da cerâmica, por exemplo, para uma distribuição uniforme ($\sigma_{max}/\sigma_{min} = 1$) o PZT-8 suporta até 90MPa, porém quando a razão $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ situa-se entre 1,5 e 3,0 a pre-compressão recomendada é 30MPa a 60MPa [59, 60]. Ademais, a compressão de pré-carregamento altera o desempenho do transdutor minimizando efeitos de escorregamento entre as peças, o que melhora a transferência de energia entre partes dianteiras e traseiras do transdutor. A tensão mecânica da pré-carga também modifica a frequência de ressonância, impedância elétrica e fator de acoplamento eletromecânico do dispositivo.

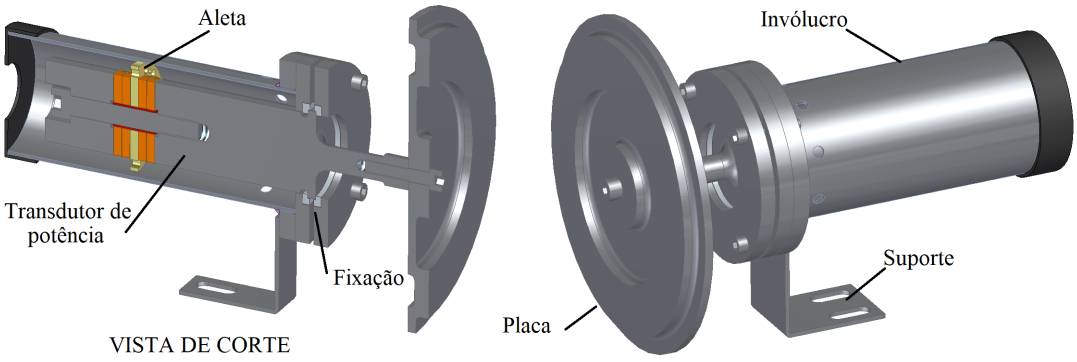
Existem fontes de não linearidades no comportamento de transdutores ultrassônicos do tipo sanduíche. Uma delas é a temperatura do dispositivo, que aumenta durante sua operação, elevando as perdas por dissipação de energia. Devido à boa condutividade térmica das partes metálicas dos transdutores de potência tais efeitos são mitigados pela troca de calor com o meio [61]. As não linearidades do material piezelétrico também influenciam o comportamento do transdutor, especialmente quando submetido a tensões elétricas altas, conforme discutido no capítulo 2. Há um consenso de que o comportamento não linear das cerâmicas piezelétricas é o principal fator responsável por comportamentos não lineares dos transdutores de potência [52]. Comportamentos não lineares são observados devido a mudanças

nas propriedades dielétricas e piezelétricas das cerâmicas quando submetidas a altas tensões [62]. Assim, ocorrem mudanças nos valores de frequência de ressonância dos transdutores de potência durante sua operação. Outro fator de não linearidade é a intensidade do carregamento externo e se a superfície de aplicação está em contato com um fluido ou sólido. De forma geral, o aumento do carregamento externo tende a diminuir a frequência de ressonância [63].

Devido a essas não linearidades, a caracterização dos transdutores piezelétricos quando submetidos a alta potência requer uma configuração experimental em malha fechada, isto é, que possui circuito que controla a frequência de excitação do sistema além de um circuito para o casamento das impedâncias elétricas do amplificador de tensão e do transdutor. O controle da frequência garante a excitação na frequência de ressonância do transdutor a partir da análise das fases dos sinais de tensão e corrente elétrica aplicados ao transdutor, que apresenta impedância elétrica puramente resistiva na ressonância [64, 65]. Para baixas potências, equipamentos comerciais como medidos RLC e analisadores de impedância são suficientes para determinação da função de resposta em frequência dos transdutores.

Por fim, é importante proteger o transdutor quando empregado em ambientes não laboratoriais. Para tal, utiliza-se um invólucro com sistema de resfriamento por recirculação de ar, conforme ilustra a figura 3.5.

Figura 3.5: Invólucro de proteção.




Fonte: Autor.

## 3.2 Radiadores acústicos

Uma análise comparativa do desempenho das tecnologias de emissores em ar, relatadas no capítulo 1, é feita na tabela 3.1 com base nos valores de potência elétrica fornecida, área afetada pelo campo acústico e a amplitude de pressão acústica relatadas nos artigos citados no capítulo 1. Os emissores com placa refletora paraboloidal (figura 1.6) fornecem campos acústicos de alta intensidade com uma potência elétrica fornecida baixa, porém, a região com alta pressão acústica fica restrita a uma pequena linhas ou pontos. Uma vez que se estuda a possibilidade de aplicar a tecnologia de ultrassom em escala industrial de supressão de espumas e de flotação,

esse tipo de transdutor foi desconsiderado. Ademais, os outros emissores são capazes de alcançar níveis de intensidade acústica suficientes para a aplicação.

Já placas emissoras retangulares com ranhuras conseguem cobrir áreas maiores de radiação, com vibrações mais uniformes, quando comparadas as demais opções consideradas. Vibrações uniformes são bastante desejáveis em muitas aplicações, sendo que a uniformidade implica maior resistência à fadiga. Contudo, o projeto da placa emissora retangular está mais sujeito a apresentar comportamentos não lineares devido a interferências de modos de vibrar indesejáveis. Isso acontece devido ao tamanho da placa que impõe a adoção de modos de vibrar de flexão com frequência superior a uma grande quantidade de outros modos. A desvantagem de haver outros modos de vibrar em frequências menores não advém apenas do aumento da chance de interferência com outros modos que não sejam de flexão. Fenômenos não lineares podem ocorrer quando a soma de outros modos de vibrar fica próxima da frequência de operação [52]. Caso tais interferências ocorram, reajustes geométricos se fazem necessários para desacoplar os modos. Além disso, a placa não possui axissimetria, o que facilita a excitação de modos de vibrar torcionais. Outra desvantagem é o alto custo de usinagem e material, devido às grandes dimensões da peça.

Os emissores circular com ranhuras são capazes de fornecer campos acústicos de alta intensidade em áreas compatíveis com as dimensões espaciais dos experimentos propostos (ver figura 1.12). A axissimetria da peça e dimensões moderadas facilitam sua fabricação e os problemas relacionados à excitações multimodais são menores quando comparados à placas retangulares. Ademais, o estado da arte das placas circulares com ranhuras está mais desenvolvido com relação aos outros radiadores acústicos, havendo muitas publicações com variações desse tipo transdutor. Assim, optou-se por adotar a tecnologia de placas radiantes cilíndricas com ranhuras.

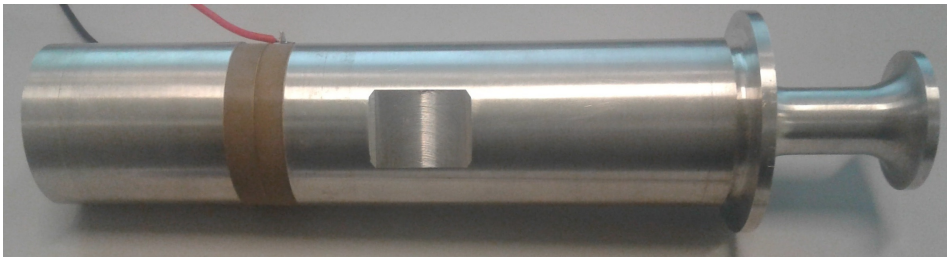
Tabela 3.1: Comparação qualitativa dos tipos de placas emissoras.

| **Tipo de emissor** | **Área afetada** | **Pressão acústica** | **Complexidade** |
|---|---|---|---|
| Circular | Grande | Alta | Baixa |
| Retangular | Muito grande | Alta | Alta |
| Refletor paraboloidal | Muito pequena | Muito alta | Alta |

Fonte: Autor.

Para atender as necessidades dos experimentos propostos, foram construídos um transdutor de pequeno e outros de grande porte. Placas emissoras cilíndricas de diâmetro baixo não apresentam problemas de interferência destrutiva das ondas emitidas, uma vez que seu modo de vibrar excitado não apresenta regiões com deslocamentos em sentidos opostos. O emissor consiste essencialmente de um transdutor Langevin com um amplificador mecânico e uma superfície emissora circular de diâmetro de 31mm em uma de suas extremidades (ver figura 3.6 e 3.3). O Laboratório de Ultrassom da USP já dispunha de um bom protótipo compatível para ensaios de bancada. Dessa forma, o transdutor foi apenas replicado. Ainda assim, foi necessário realizar simulações computacionais de seu comportamento físico a fim de determinar seu modo de vibrar de operação e o campo acústico gerado.

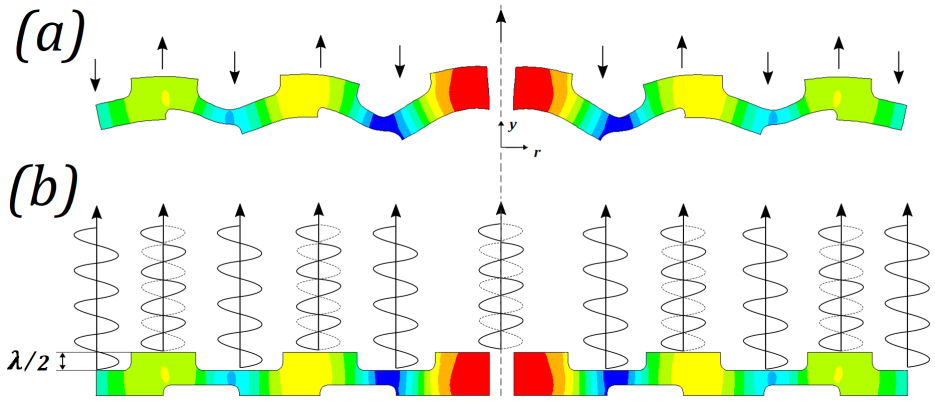
Figura 3.6: Emissor de pequeno porte.



Fonte: Autor.

O transdutor de grande porte utiliza as placas emissoras excitadas em um dos seus modos de flexão axissimétrico, conforme ilustra as figuras 3.7.a. Os deslocamentos axiais em contra-fase nas superfícies emissoras da parte de cima e da parte rebaixada da placa geram uma radiação no meio fluido que está sempre em fase. As ranhuras são feitas nas regiões que delimitam as circunferências nodais do modo de vibrar adotado. Cada região circular da superfície do emissor possui deslocamentos em um mesmo sentido. Como a profundidade das ranhuras é de meio comprimento de onda (no ar), as ondas emitidas pelas regiões rebaixadas interferem construtivamente com as ondas emitidas pelo resto da superfície da estrutura, ver 3.7.b. Portanto, sob uma perspectiva acústica, tal placa opera como um pistão não rígido.

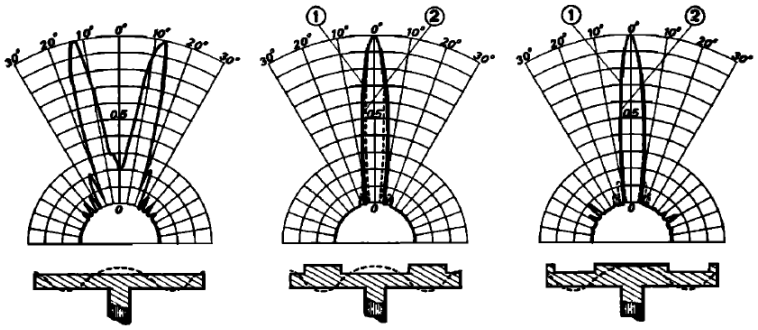
Figura 3.7: Exemplo de modo de vibrar de flexão: (a) Direção dos deslocamentos axiais e (b) Ilustração da interferência construtiva das ondas emitidas.




Fonte: Autor.

A validação dessa técnica de projeto foi realizada em um estudo de Barone e Gallego Juarez onde foram construídas placas circulares excitadas nos seus três primeiros modos de vibrar [18]. As placas podem ter sua ranhura central rebaixada ou elevada, ambas as configurações apresentam desempenho muito similar, conforme ilustra a figura 3.8, onde estão apresentados os padrões de diretividade dos emissores com duas circunferências nodais. Neste trabalho, optou-se por placas com centro elevado para aumentar a rigidez da região onde o transdutor piezelétrico é fixado.

Figura 3.8: Comparação entre emissor plano ranhura central rebaixada e elevada [18].

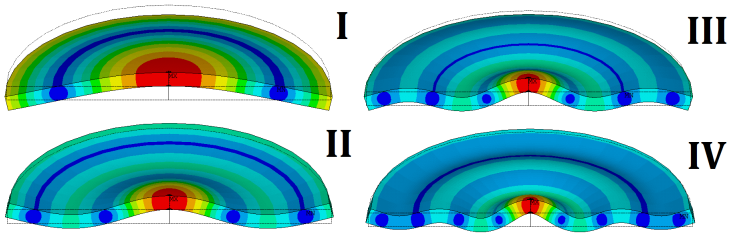


Fonte: Barone e Gallego Juarez, 1972, adaptado.

As primeiras publicações utilizavam expressões analíticas para determinar os modos de vibrar de flexão das placas circulares, sem considerar a influência das ranhuras [18]. Esse modelo se torna cada vez menos representativo para modos de vibrar mais altos. Posteriormente uma solução analítica que considera a presença de ranhuras na face frontal do emissor foi apresentada [66]. Essa adaptação da solução analítica fornece resultados mais precisos permitindo a confecção de placas com maior diâmetro, operando no quinto e sétimo modo de vibrar de flexão. Nas publicações mais recentes [1, 52], os projetistas inseriram ranhuras nas faces inferiores dos emissores a fim de aumentar a magnitude dos deslocamentos. Nesses casos, a modelagem do comportamento vibracional das placas é realizada pelo método dos elementos finitos, que permite a simulação computacional de placas em qualquer formato.

A figura 3.9 ilustra os cinco primeiros modos de vibrar de flexão de uma superfície emissora sem ranhuras. As cores na imagem indicam o somatório de deslocamento $|U_x| + |U_y|$ e as linhas tracejadas mostram as geometrias das placas sem deformação. As regiões circulares em azul, que apresentam deslocamentos mínimos, são as circunferências nodais. É fácil identificar o modo de flexão contando o número de circunferências nodais do modo. A partir de análises dimensionais realizadas com modelos de placas lisas (sem ranhuras), optou-se por operar no quinto modo de vibrar de flexão.

Figura 3.9: Modos de vibrar de um disco sem ranhuras.




Fonte: Autor.

A eficiência dos transdutores é mensurada a partir dos valores de impedância acústica do transdutor avaliada dentro e fora de um câmara de vácuo [15]. Dado que

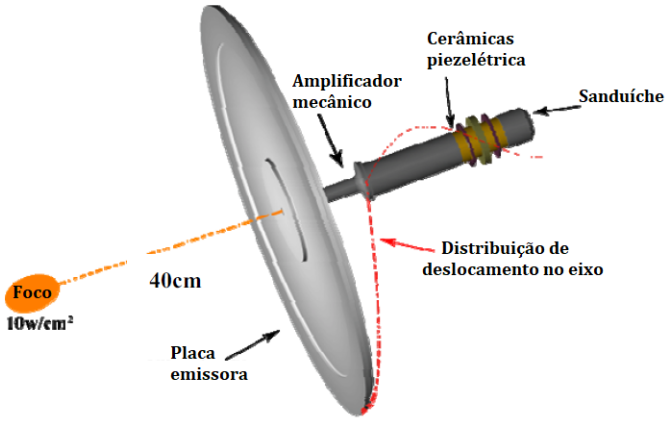
quando operado na frequência de ressonância a impedância elétrica possui apenas o termo resistivo, a eficiência, definida em [15] como a relação entre potência acústica $P_{ar}$ e a potência elétrica de entrada $P_{elec}$, é calculada por:

$$\eta = \frac{P_{ar}}{P_{elec}} = \frac{R_R}{R_R + R_L} = \frac{R_{ar} - R_{vacuo}}{R_{ar}} \tag{3.8}$$

onde $R_R$ é a resistência de radiação, $R_L$ é a resistência de perdas, $R_{ar}$ é a resistência elétrica do transdutor medida quando imerso em ar e $R_{vacuo}$ é a resistência do transdutor medida na câmara de vácuo. O valor de eficiência considera como aproveitada toda a energia emitida ao ar, enquanto na maior parte das aplicações apenas parte da energia emitida para frente é aproveitada.

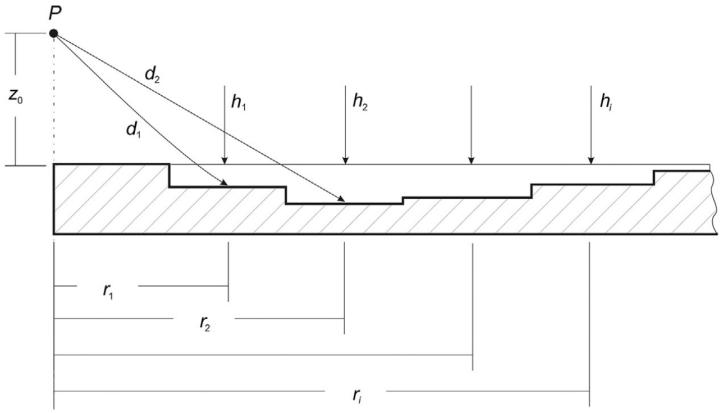
Nos casos onde a aplicação exige alta intensidade acústica em uma dada região, pode-se modificar o projeto das ranhuras para concentrar a energia acústica próxima a um ponto P (figura 3.10).

Figura 3.10: Placa emissora circular com ranhuras para foco de pressão acústica.




Fonte: Rodriguez et al., 2010 (modificado).

Figura 3.11: Esquema descritivo do perfil do emissor.




Fonte: Gallego-Juárez e Graff, 2014 (modificado).

O princípio do projeto também consiste em separar as regiões nodais pelas ranhuras, porém o perfil da placa é determinado pela seguinte regra:

$$d_i = \left[(z_0 + h_i)^2 + r_i\right]^{\frac{1}{2}} \tag{3.9}$$

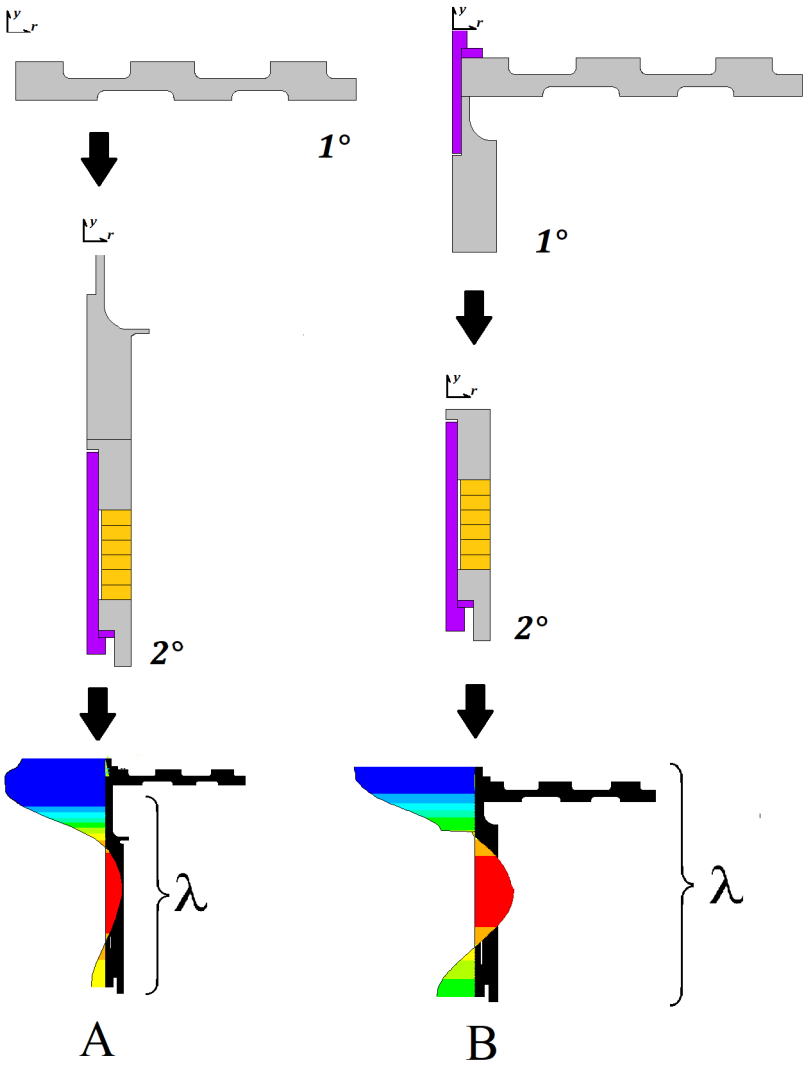
$$d_i - d_{i-1} = \lambda_{ar}/2 \tag{3.10}$$

onde $\lambda_{ar}$ é o comprimento da onda emitida em ar e os demais parâmetros se encontram representados na figura 3.11. Essa variação da placa com ranhuras é utilizada em produtos disponíveis comercialmente para aplicações industriais de destruição de espumas [67, 68]. Tal modelo de placa foi capaz de alcançar pressões acústicas efetivas de 170dB em uma região 2cm de diâmetro e 17cm de comprimento, para uma entrada de potência de apenas 200W [1]. Um modelo estudado em Khmelev et al. [68] atingiu pressão acústica efetiva de 181dB para mesma potência de entrada.

## 3.3 Projeto dos transdutores piezelétricos

O transdutor piezelétrico de potência é projetado de forma que, ao ser acoplado à placa emissora tenha-se um sistema que vibre como ressonador de múltiplo de meio comprimento de onda numa frequência que excite a placa em seu modo de flexão axissimétrico de interesse. Pode-se optar por projetar o transdutor de potência para vibrar em seu modo de extensão longitudinal em função da frequência de ressonância do modo de interesse do radiador acústico, conforme ilustrado na figura 3.12.A. Ou ainda, projetar o transdutor Langevin em função da frequência de ressonância do radiador acústico fixado ao amplificador mecânico, conforme ilustrado na figura 3.12.B. Na abordagem "A"o sistema completamente montado, radiador e transdutor piezelétrico, tem frequência de ressonância do modo de interesse menor do que com esses dois componentes separados. Enquanto que na abordagem "B"terá esta frequência de ressonância maior. A abordagem A é recomendada principalmente por motivos de fixação do transdutor.

Figura 3.12: Abordagens de projeto.




Fonte: Autor.

# Capítulo 4

# Modelagem Computacional

## 4.1 Método dos elementos finitos

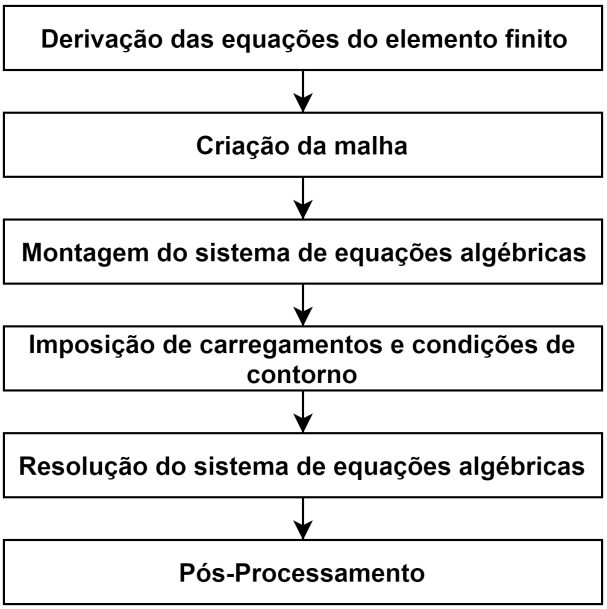
O método dos elementos finitos (MEF) é uma abordagem numérica utilizada para a solução de equações diferenciais em meios contínuos, por meio da formulação de um sistema de equações algébricas que relacionam os valores dos *graus de liberdade* (g.d.l) do sistema e de carregamentos definidos em pontos do domínio, chamados de *nós* [69]. Os graus de liberdade são grandezas com significado físico definidas nas equações diferenciais do problema, que são denominados como primários ou secundários. Os graus de liberdade primários são grandezas como deslocamentos, rotações, temperaturas, pressões, potenciais elétricos dentre outros. Já os g.d.l secundários são aqueles que derivam dos primários, tais como tensões mecânicas, fluxos de calor e corrente elétrica. O método dos elementos finitos é uma técnica muito versátil empregado na modelagem de fenômenos de diversas naturezas físicas, tendo como fundamento subdividir o domínio de estudo em elementos discretos, que são os *elementos finitos*. O domínio ou meio contínuo passa, então, a ser discretizado em uma série elementos finitos, chamado de *malha*.

No volume de cada um dos elementos constroem-se sistematicamente as funções de interpolação necessárias para o desenvolvimento das equações diferenciais em sua forma integral, utilizando o método variacional ou dos resíduos ponderados. A resolução do problema em sua forma integral é feita numericamente (por quadraturas de Gauss, por exemplo) em elementos mestres com formato, sistema de coordenadas e dimensões que facilitam a implementação dos cálculos. Os resultados das integrais são obtidos pela transformação do sistema de coordenadas definido no elemento mestre, estabelecido de forma a simplificar a integração, para um sistema de coordenadas posicionado em cada elemento da malha.

Esse procedimento resulta em uma série de equações algébricas estabelecidas para o elemento finito, que devem ser adequadamente adicionadas às equações dos elementos vizinhos de forma a satisfazer as condições de equilíbrio, eliminando variáveis secundárias presentes nessa formulação. Esse processo é chamado de *montagem* (*assembly*) que resulta em uma matriz global do problema contendo os coeficientes das equações algébricas da malha completa. A matriz global correlaciona os vetores de graus de liberdade e carregamentos nodais em um sistema de equações lineares. Após a imposição das condições de contorno que especificam valores para os

graus de liberdade primários e secundários em regiões do domínio, pode-se recorrer a métodos iterativos (como Gauss-Siedel ou Newton-Rapson) para resolver o sistema de equações. O procedimento resulta na solução aproximada das equações diferenciais nos pontos de discretização, que pode ser utilizada para o cálculo de outras quantidades de interesse ou construção de representações gráficas da solução. Essa etapa final é chamada de *pós-processamento*. A figura 4.1 ilustra o esquema de execução de uma aplicação típica de MEF.

Figura 4.1: Diagrama sequencial de uma aplicação típica de MEF.




Fonte: Adaptado de [69].

A figura 4.1 apresenta o MEF de maneira processual, ou seja, como uma sequência de passos que compõe uma implementação genérica. Contudo, é possível também descrever o MEF como uma abordagem numérica, onde a solução da equação diferencial é projetada em um espaço de funções ortogonais de suporte compacto, que são as funções de forma [69]. Assim, o método fornece a melhor solução da equação diferencial passível de ser representada pelo esquema proposto de discretização e interpolação do domínio do problema.

Tabela 4.1: Matrizes e constantes da formulação do MEF piezelétrico.

| Simbolo | Propriedade | Unidade |
|---|---|---|
| $\boldsymbol{U}$ | Vetor de deslocamento | $m$ |
| $\boldsymbol{\Phi}$ | Vetor de potencial elétrico | $V$ |
| $\boldsymbol{F}$ | Vetor de força | $N$ |
| $\boldsymbol{Q}$ | Vetor de carga elétrica | $C$ |
| $\boldsymbol{N_\Phi}$ | Função de interpolação de potencial elétrico | – |
| $\boldsymbol{N_U}$ | Função de interpolação de deslocamento | – |
| $\boldsymbol{c}$ | Matriz de rigidez | $N/m^2$ |
| $\boldsymbol{e}$ | Matriz do coeficiente piezelétrico | $C/m^2$ |
| $\boldsymbol{\varepsilon^S}$ | Matriz da permissividade elétrica a deformação constante | $F/m$ |
| $\alpha$ | Constante de amortecimento da matriz de massa | – |
| $\beta$ | Constante de amortecimento da matriz de rigidez | – |
| $\rho$ | Densidade | $kg/m^3$ |

Fonte: Autor

### 4.1.1 Formulação do MEF piezelétrico

As equações diferenciais que regem o comportamento eletromecânico dos materiais piezelétricos, apresentadas na seção 2.6, são utilizadas na formulação do método dos elementos finitos. A referência [70] contém a formulação variacional pelo princípio de Hamilton do MEF para meios piezelétricos. Nesta seção, é apresentado apenas o resultado final da formulação tridimensional que desconsidera os efeitos de amortecimento dielétrico. O resultado apresentado na referência [70] fornece a formulação do método dos elementos finitos com as equações envolvendo as matrizes globais montadas, relacionando os vetores de deslocamento, de potencial elétrico e de carregamentos nodais:

$$\begin{cases} \boldsymbol{M_{uu}}\ddot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{C_{uu}}\dot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{K_{uu}}\boldsymbol{U} + \boldsymbol{K_{u\Phi}}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{F} \\ \boldsymbol{K_{u\Phi}}^T\boldsymbol{U} + \boldsymbol{K_{\Phi\Phi}}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{Q} \end{cases} \tag{4.1}$$

Essas equações podem ser apresentadas na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M_{uu}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{U}} \\ \ddot{\boldsymbol{\Phi}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{C_{uu}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{U}} \\ \dot{\boldsymbol{\Phi}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{K_{uu}} & \boldsymbol{K_{u\Phi}} \\ \boldsymbol{K_{u\Phi}}^T & \boldsymbol{K_{\Phi\Phi}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{U} \\ \boldsymbol{\Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F} \\ \boldsymbol{Q} \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

onde a matriz de rigidez mecânica do elemento finito é:

$$\boldsymbol{K_{uu}^{el}} = \iiint_V \boldsymbol{B_u}^T \boldsymbol{c} \boldsymbol{B_u} dV \tag{4.3}$$

a matriz de acoplamento piezelétrico do elemento finito é:

$$\boldsymbol{K_{u\Phi}^{el}} = \iiint_V \boldsymbol{B_u}^T \boldsymbol{e} \boldsymbol{B_\Phi} dV \tag{4.4}$$

a matriz de rigidez elétrica do elemento finito é:

$$\boldsymbol{K_{\Phi\Phi}^{el}} = \iiint_V \boldsymbol{B_\Phi}^T \boldsymbol{\varepsilon^S} \boldsymbol{B_\Phi} dV \tag{4.5}$$

a matriz de massa do elemento finito é:

$$\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{uu}}^{\boldsymbol{el}} = \rho \iiint_V \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{u}} dV \tag{4.6}$$

a matriz de amortecimento de Rayleigh do elemento finito é:

$$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{uu}}^{\boldsymbol{el}} = \alpha \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{uu}}^{\boldsymbol{el}} + \beta \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{uu}}^{\boldsymbol{el}} \tag{4.7}$$

sendo $\boldsymbol{N_U}(x, y, z)$ e $\boldsymbol{N_\Phi}(x, y, z)$ as funções de forma e lembrando que o operador $\mathbf{B}$ já foi apresentado no capítulo 2, o tensor de deformação infinitesimal obtido pelo MEF é:

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{Bu}(x, y, z) = \boldsymbol{B}\boldsymbol{N_U}\boldsymbol{U} = \boldsymbol{B_U}\boldsymbol{U} \tag{4.8}$$

e o vetor de campo elétrico é:

$$\boldsymbol{E} = -\nabla \boldsymbol{\phi}(x, y, z) = -\nabla \boldsymbol{N_\Phi} \boldsymbol{\Phi} = -\boldsymbol{B_\Phi} \boldsymbol{\Phi} \tag{4.9}$$

### 4.1.2 Análise modal

A análise modal é o estudo do comportamento dinâmico de um sistema no domínio da frequência, onde comportamentos vibracionais são compreendidos como uma combinação linear de modos de vibrar ortogonais. A análise modal é um ramo teórico-experimental por si só. O livro de Ewins [71] é indicado para o entendimento das vibrações em estruturas lineares a partir da análise de um operador linear de dimensão finita, dependente do número de graus de liberdade utilizados para definir o sistema. Os modos de vibrar são a combinação linear destes graus de liberdade, que compõe uma base ortonormal que diagonaliza este operador. Tal diagonalização representa a vibração estrutural através de uma série de equações diferenciais de segunda ordem desacopladas em função das coordenadas e das grandezas modais. Isto é, a mudança de coordenadas separa a vibração em um *modelo espacial* (composto por massa-mola-amortecedor) para cada um dos modos.

No contexto do método dos elementos finitos, a determinação dos modos de vibrar e suas respectivas frequências de ressonância se dá pela resolução de um problema de autovalor e autovetor de dimensão finita. Nessa análise, admite-se a inexistência de amortecimentos no sistema e de carregamentos externos, sendo imposto que todos os graus de liberdade estejam submetidos a movimentação harmônica de mesma frequência e fase [69, 72]. A equação matricial 4.2 pode ser reformulada para uma notação mais compacta:

$$\boldsymbol{M_{eff}}\ddot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{C_{eff}}\dot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{K_{eff}}\boldsymbol{X} = \boldsymbol{Y} \tag{4.10}$$

onde as matrizes foram agrupadas da seguinte forma:

$$\boldsymbol{M_{eff}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{M_{uu}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

$$\boldsymbol{C_{eff}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C_{uu}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

$$\boldsymbol{K_{eff}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{K_{uu}} & \boldsymbol{K_{u\Phi}} \\ \boldsymbol{K_{u\Phi}}^T & \boldsymbol{K_{\Phi\Phi}} \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

sendo os graus de liberdade $\boldsymbol{X}$ e os carregamentos $\boldsymbol{Y}$ definidos na forma harmônica:

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U} \\ \boldsymbol{\Phi} \end{bmatrix} e^{j(\omega t+\phi)} \tag{4.14}$$

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{X} j\omega e^{j(\omega t+\phi)} \tag{4.15}$$

$$\ddot{\boldsymbol{X}} = -\boldsymbol{X}\omega^2 e^{j(\omega t+\phi)} \tag{4.16}$$

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F} \\ \boldsymbol{Q} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \tag{4.17}$$

Desconsiderando os carregamentos externos e efeitos de amortecimento anulam-se os termos associados a $\boldsymbol{C_{eff}}$ e $\boldsymbol{Y}$. Visto que todos os graus de liberdades apresentam movimentação harmônica, temos a partir de 4.14 e 4.16:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M_{eff}}\ddot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{K_{eff}}\boldsymbol{X} &= 0 \\ (\boldsymbol{K_{eff}} - \omega^2\boldsymbol{M_{eff}})\boldsymbol{X} &= 0 \end{aligned} \tag{4.18}$$

A solução não trivial do problema de autovalor da equação 4.18 se dá pela obtenção dos autovalores $\omega^2$ através de:

$$det(\boldsymbol{K_{eff}} - \omega^2\boldsymbol{M_{eff}}) = 0 \tag{4.19}$$

Empregando os autovalores (*frequências naturais do sistema* $\omega$) na equação 4.18 obtêm-se os respectivos autovetores $\boldsymbol{X}$, que contêm a proporção de amplitudes do movimento harmônico dos graus de liberdade definidos em cada nó. No caso de vibrações estruturais com materiais piezelétricos, faz-se distinção sobre os modos de vibrar de acordo com as condições de contorno de potencial elétrico nos terminais da cerâmicas. Adotando condição de contorno de curto circuito ($\Phi = 0$) entre todos os eletrodos são determinados os *modos de ressonância* da estrutura, que é a configuração onde a impedância elétrica do transdutor é mínima. Deixando os eletrodos em aberto, isto é, com condições de contorno de carga elétrica nula ($Q = 0$), determinam-se os *modos de antirressonância*, onde a impedância elétrica é máxima, ver figura 4.2.

### 4.1.3 Análise harmônica

A análise harmônica é o estudo do comportamento dinâmico do sistema quando submetido a excitações harmônicas. As excitações harmônicas são definidas nos modelos deste trabalho como condições de contorno harmônicos ($\Phi = V_{amp}e^{(j\omega t+\phi)}$) nos graus de liberdade de potencial elétrico ligados aos eletrodos. As respostas do sistema são as vibrações harmônicas dos graus de liberdade e são dadas pelas identidades matriciais 4.14 à 4.16. Os efeitos de amortecimento são modelados pelo método espectral de Rayleigh, também conhecido como amortecimento proporcional. O método assume uma combinação linear de um termo $\beta$ associado a matriz de rigidez e outro termo $\alpha$ associado a matriz de massa:

$$\boldsymbol{C_{eff}} = \alpha \boldsymbol{M_{eff}} + \beta \boldsymbol{K_{eff}} \tag{4.20}$$

As constantes de amortecimento são definidas para cada material e os valores inicialmente adotados nas simulações podem ser encontrados na tabela 4.3. Aplicando-se essas considerações em 4.10, obtém-se:

$$(\boldsymbol{K_{eff}}(1 + j\beta\omega) - (\omega^2 - j\alpha\omega)\boldsymbol{M_{eff}})\boldsymbol{X} = \boldsymbol{Y} \tag{4.21}$$

ou

$$\boldsymbol{K_{Din}}\boldsymbol{X} = \boldsymbol{Y} \tag{4.22}$$

onde o termo $\boldsymbol{K_{Din}}$ é conhecido como matriz de rigidez dinâmica do sistema, que faz alusão a matriz de rigidez dos problemas de estática que tem formulação matricial similar ao da equação 4.22. Portanto, a análise harmônica consiste da resolução da equação 4.22 para uma série de valores de $\omega$ definidos em um intervalo de frequência de interesse. Os resultados da análise harmônica permitem o levantamento do espectro da impedância elétrica dos transdutores projetados. A partir do espectro da impedância elétrica, pode-se obter o coeficiente de acoplamento eletromecânico de cada modo vibrar do transdutor. O coeficiente indica a importância relativa de um modo de vibrar perante outros, sendo definido por:

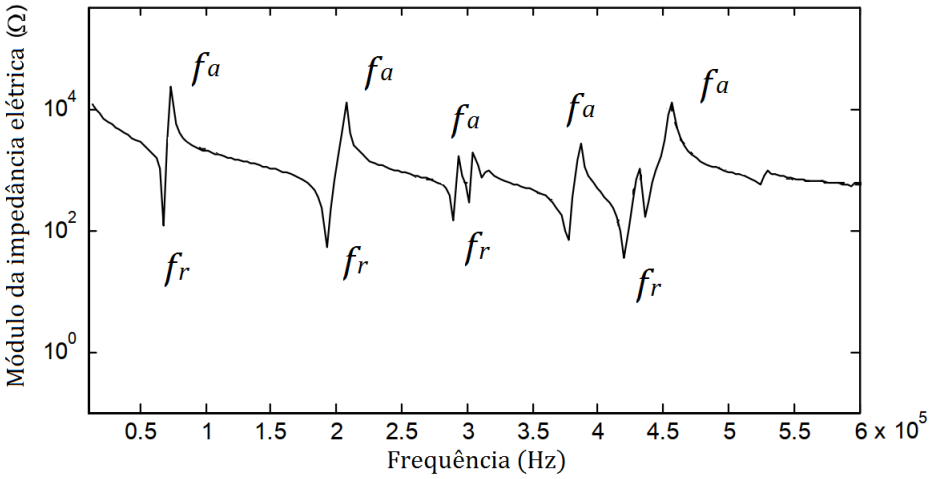
$$K_{em}^2 = \frac{E_m^2}{E_{st}E_d} \tag{4.23}$$

sendo $E_m$ a energia mútua, $E_{st}$ a energia elástica e $E_d$ a energia dielétrica do modo de vibrar estudado. O coeficiente de acoplamento eletromecânico mensura a conversão de energia elétrica e mecânica dos modos de vibrar sem considerar perdas. Para modos de vibrar longitudinais da cerâmica, o coeficiente também pode ser estimado através das frequências de ressonância $f_r$ e antirressonância $f_a$ através da expressão [70]:

$$K_{em}^2 = \frac{f_a^2 - f_r^2}{f_r^2} \tag{4.24}$$

Essa equação é adotada para o cálculo do coeficiente de acoplamento eletromecânico a partir da curva de impedância. A figura 4.2 ilustra uma curva de impedância ressaltando as frequências de ressonância e antirressonância. A expressão 4.24 fornece bons resultados para estados vibracionais quasi-unimodais, ou seja, quando não existe sobreposição de diferentes modos na banda de frequência.

Figura 4.2: Exemplo de curva de impedância em função da frequência.




Fonte: Andrade et al., 2009 modificado.

A curva de impedância obtida pelo modelo numérico é extraída da análise harmônica a partir da resposta de carga elétrica nos eletrodos ligados às cerâmicas piezelétricas. Uma condição de contorno é inserida em todos os nós dos eletrodos acoplando seu g.d.l de potencial elétrico. A resposta harmônica da carga elétrica em um eletrodo é:

$$q(t) = Qe^{j(\omega t+\phi_q)} \tag{4.25}$$

Pela lei de conservação de carga elétrica:

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \omega j Q e^{(j\omega t+\phi_q)} \tag{4.26}$$

Pela lei de Ohm:

$$\Phi = IZ \Rightarrow Z = \frac{\Phi(t)}{I(t)} = \frac{\Phi j e^{j(\omega t+\phi_z)}}{\omega Q} = R + \chi j \tag{4.27}$$

Assim, o módulo da impedância é calculado a partir da resistência ($R$) e da reatância ($\chi$) em função apenas da frequência:

$$|Z(\omega)| = \sqrt{R(\omega)^2 + \chi(\omega)^2} \tag{4.28}$$

## 4.2 Modelagem dos transdutores

A implementação do MEF para modelagem dos transdutores foi realizada com auxílio do software comercial ANSYS. Os modelos foram criados com o módulo ANSYS Parametric Design Language (APDL) operável por um ambiente de programação em Fortran. A ferramenta permite flexibilidade na definição de parâmetros de projeto e facilidade na integração com o Matlab. O ANSYS já contém os algoritmos que implementam os procedimentos para resolução dos problemas de MEF para análise modal e análise harmônica apresentados nas seções anteriores. O usuário

define através de programação a geometria do domínio, os elementos finitos utilizados, o tipo de análise, as condições de contorno, as propriedades dos materiais, os parâmetros de resolução do problema e todo o pós-processamento.

O programa foi utilizado para criar modelos bidimensionais axissimétricos e tridimensionais para análises modal e harmônica dos transdutores acoplados as placas de radiação. O método de extração modal utilizado foi o algoritmo Block Lanczoz. As propriedades de módulo de elasticidade $E$, densidade $\rho$, coeficiente de poisson $\nu$ e limite de proporcionalidade $\sigma_{prop}$ dos materiais isotrópicos utilizados nos projetos constam nas tabelas 4.2 e 4.3. As propriedades das cerâmicas piezelétrica foram estimadas experimentalmente e constam na tabela 6.1.

Tabela 4.2: Propriedades dos materiais isotrópicos.

| **Material** | $E$ $[GPa]$ | $\rho$ $[kg.m^{-3}]$ | $\nu$ | $\sigma_{prop}$ [MPa] |
|---|---|---|---|---|
| Alum. genérico | 72 | 2700 | 0,33 | 450 |
| Alum. exp. | 70,7 | 2794 | 0,34 | |
| Tit. GR5 genérico | 114 | 4430 | 0,33 | 800 |
| Aço genérico | 210 | 7850 | 0,29 | 500 |

Fonte: Autor.

### 4.2.1 Modelo axissimétrico

A axissimetria dos transdutores e placas radiantes permitem a simplificação do modelo, que pode ser resolvido como um problema plano, restrito a uma metade da seção de corte passando pelo eixo do sistema de coordenadas cilíndricas adotado. A figura 4.3 mostra uma extrapolação gráfica do domínio plano para o tridimensional.

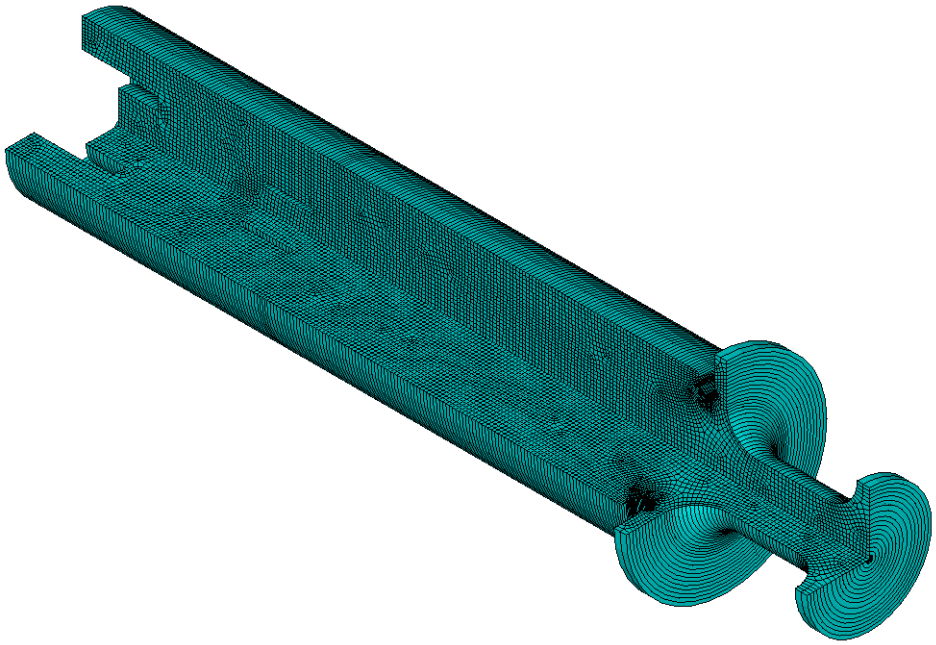
Tabela 4.3: Constantes de amortecimento de Rayleigh.

| **Material** | $\alpha$ | $\beta$ |
|---|---|---|
| Alumínio | 0 | $3 \times 10^{-11}$ |
| Aço | 0 | $10 \times 10^{-8}$ |
| PZT-4 | 7,5 | $1,88$ x $10^{-9}$ |

Fonte: Autor.

O ANSYS retrabalha internamente as matrizes dos materiais, a direção Y do sistema de coordenadas sempre é definida como o eixo de simetria e como o eixo de polarização da cerâmica. O elemento finito PLANE13 (ver figura 4.4) foi empregado na construção do MEF piezelétrico e configurado como quadrilátero de 4 nós e 3 graus de liberdade por nó, sendo eles potencial elétrico $\Phi$ e deslocamentos nas direções radial $U_r$ e axial $U_y$. Para os materiais isotrópicos o elemento PLANE13 foi utilizado na configuração de quadrilátero de 4 nós, considerando apenas os graus de liberdade de deslocamento (ver figura 4.4) [74].

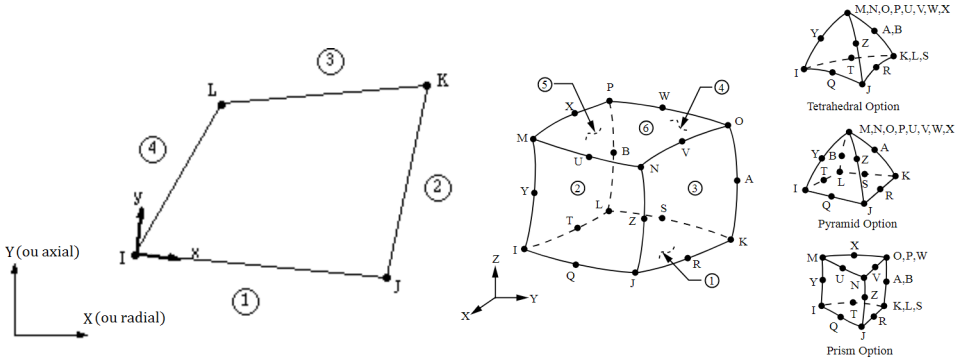
Figura 4.3: Modelo axissimétrico plano rotacionado em 270°.



Fonte: Autor

O elemento finito PLANE13 do Ansys versão 15 utiliza as relações constitutivas no formato da equação 2.26, ainda assim permite-se que sejam definidas as propriedades $\boldsymbol{s^E}$ e $\boldsymbol{d}$ uma vez que o programa calcula as matrizes $\boldsymbol{c^E}$ e $\boldsymbol{e}$ internamente. Contudo, é necessário definir $\boldsymbol{\varepsilon^S}$ dado que, para esse elemento finito, nenhuma conversão é realizada para $\boldsymbol{\varepsilon^T}$ [74].

Figura 4.4: PLANE13 (esquerda) e SOLID226/SOLID186 (direita).

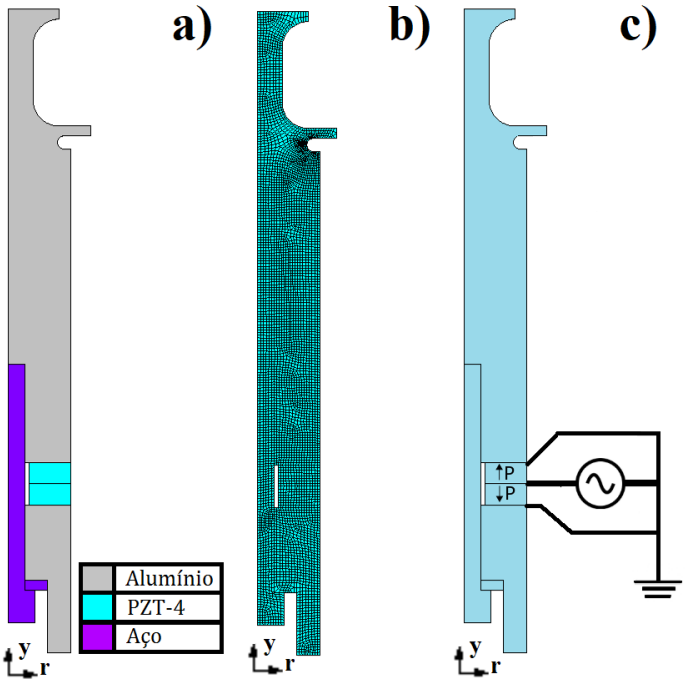



Fonte: Documentação ANSYS

A figura 4.5 apresenta uma descrição esquemática do modelo axissimétrico do transdutor, sua malha e as condições de contorno. As malhas foram discretizadas visando garantir o princípio da independência da malha, ou seja, a malha foi refinada até que os resultados deixassem de ter uma variação expressiva. A tabela 4.4 apresenta o resultado desta análise feita para o modelo ilustrado na figura 4.5.

A coluna de discretização indica o maior valor admissível para o lado do elemento finito e a segunda coluna apresenta a frequência de ressonância do modo de vibrar de operação do transdutor. Notou-se que a frequência de ressonância do modo de vibrar de interesse varia na primeira casa decimal a partir da discretização de 1mm por elemento. O tempo de execução do modelo aumenta significativamente para discretizações menores do que 1mm. Por exemplo, utilizando um computador com processador Intel(R) Core(TM) i7-9750H CPU 2.60GHz, com 16GB de RAM em um sistema operacional de 64-bits, a simulação com a malha discretizada com elementos de no máximo 1mm de aresta é finalizada em cerca de 30 segundos, sendo que a mesma simulação para uma discretização de 0,1mm dura cerca de 12 minutos. A partir dos resultados desta análise, optou-se por configurar o Ansys para gerar elementos finitos com lados ou arestas com comprimento máximo de 1mm para todos os outros modelos bidimensionais apresentados na dissertação.

Figura 4.5: Modelagem axissimétrica: a) materiais, b) malha e c) condições de contorno.




Fonte: Autor

Na montagem do transdutor as cerâmicas são inseridas com suas faces de mesma polaridade em contato, ou seja, uma das cerâmicas está de ponta cabeça em relação a outra (4.5.c). Desta forma, é preciso inverter os sinais dos termos de acoplamento piezelétrico na definição do material no software de elementos finitos. Para modelagem de outros dispositivos, cuja orientação de polaridade do material piezelétrico esteja em outro ângulo, indica-se a referência [41] para obtenção da matriz elasto-piezo-dielétrica. As condições de contorno de potencial elétrico $\Phi = +V_{amp}$ e $\Phi = 0V$ são aplicados alternadamente entre os eletrodos, sendo que os eletrodos em contato com as massas metálicas devem ser aterrados, como mostra a figura 4.5.c).

Tabela 4.4: Princípio de independência da malha.

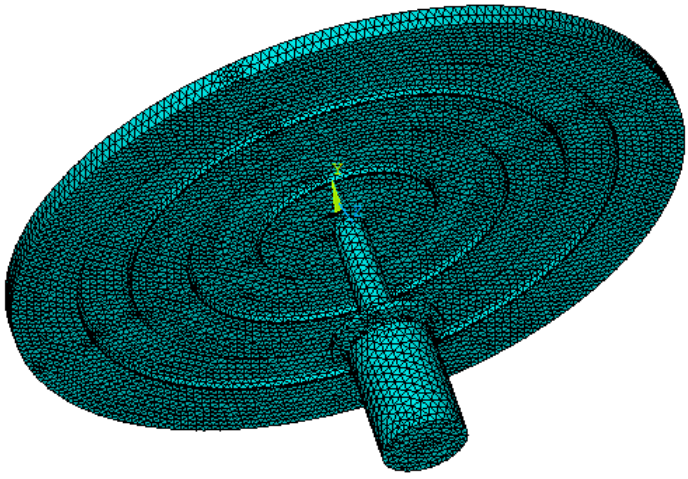
| Discretização [mm] | Frequência do modo de operação [Hz] |
|---|---|
| 10 | 24.960,7 |
| 4 | 24.996,6 |
| 2 | 24.996,5 |
| 1 | 24.995,7 |
| 0,5 | 24.995,5 |
| 0,1 | 24.995,4 |

Fonte: Autor.

### 4.2.2 Modelo tridimensional

Os modelos tridimensionais são utilizados para avaliar se o desempenho do transdutor não é afetado pela superposição de modos de vibrar não axissimétricos. Conforme explicado no capítulo 3, tais modos de vibrar podem prejudicar o desempenho do transdutor, caso sua frequência de ressonância esteja muito próxima da frequência de operação. A formulação do problema foi apresentada nas seções anteriores. O elemento finito tridimensional SOLID226 foi empregado na construção do MEF piezelétrico [74] (ver figura 4.4) sendo configurado como tetraedro de 9 nós e 4 graus de liberdade por nó, sendo eles potencial elétrico $\Phi$, deslocamento nas direções cartesianas $U_x$, $U_y$ e $U_z$ . O elemento SOLID186, também configurado como tetraedro de 9 nós e 3 graus de liberdade de deslocamento ($U_x$, $U_y$ e $U_z$), é utilizado na modelagem dos materiais isotrópicos [74]. No caso da simulação tridimensional, o eixo de polarização das cerâmicas é paralelo ao eixo-Z do sistema de coordenadas cartesianas global.

Figura 4.6: Malha dos modelos tridimensionais.



Fonte: Autor

Foram construídas duas malhas tridimensionais, uma com revolução completa 4.6 e outra com um meio ou um quarto de revolução. As condições de contorno são as mesmas apresentadas para o modelo axissimétrico para o caso do modelo de revolução completa. Já o modelo com apenas um quarto de revolução possui

também condições de contorno de simetria nas faces paralelas ao eixo-z, que são condição de deslocamento normal as faces nulos ($U_n = 0$).

## 4.3 Modelos de campo acústico

Neste trabalho, o campo acústico é calculado tanto pelas equações da seção 2.2, como pelo método dos elementos finitos, cuja implementação é feita através do software comercial ANSYS. A formulação do problema de elementos finitos para aplicações acústicas pode ser encontrada em detalhes na documentação teórica do programa [74].

### 4.3.1 Modelagem numérica

A formulação do problema de elementos finitos implementada no Ansys é derivada a partir da equação da continuidade e da equação de Navier-Stokes, ambas aplicadas no volume unitário infinitesimal do fluido. Para todas as aplicações, são admitidas as hipóteses de fluido compressível, escoamento médio do fluido nulo e pequenas amplitudes de pressão acústicas, que levam a dedução da equação acústica de onda:

$$\frac{\nabla^2 p}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_0 c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \nabla.\left[\frac{4\mu}{3\rho_0}\nabla\Big(\frac{1}{\rho_0 c^2}\frac{\partial p}{\partial t}\Big)\right] = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{Q}{\rho_0}\right) + \nabla.\left[\frac{4\mu}{3\rho_0}\nabla\left(\frac{Q}{\rho_0}\right)\right] \quad (4.29)$$

onde Q é o termo de fonte de massa da equação de continuidade e $\mu$ é a viscosidade dinâmica do fluido [75].

Nos modelos realizados neste trabalho, o fluido é considerado invíscido e os termos de fonte de massa são desprezados. Considerando essas hipóteses ($Q = 0$ e $\mu = 0$), a equação 4.29 se reduz a equação linear de propagação acústica, que já havia sido apresentada no capítulo 2 (eq. 2.6), sendo repetida aqui:

$$\frac{1}{\rho_0 c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\nabla^2 p}{\rho_0} = 0 \quad (4.30)$$

A formulação do método dos elementos finitos é realizada através do método de Garlekin aplicado na equação acima:

$$\int_V \frac{w}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} dV + \int_V \nabla w \nabla p dv = \int_S \boldsymbol{n}^T w \nabla p dS \quad (4.31)$$

onde $w$ representa uma função de peso, $\boldsymbol{n}$ é o vetor normal da superfície S do domínio e V é o volume do domínio. A interação fluido-estrutural é modelada a partir da seguinte relação:

$$\boldsymbol{n}\nabla p = -\rho_0 \boldsymbol{n}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (4.32)$$

onde $u$ é o vetor de deslocamento da estrutura na interface de acoplamento. Aplicando os procedimentos usuais de integração do método dos elementos finitos, deduz-se a forma matricial das equações do sistema matricial montado:

$$\boldsymbol{M^p}\ddot{\boldsymbol{p}} + \boldsymbol{K^p}\boldsymbol{p} + \rho_0 \boldsymbol{R}^T \ddot{\boldsymbol{u}} = 0 \tag{4.33}$$

onde temos a matriz de massa do fluido do elemento:

$$\boldsymbol{M_e^p} = \frac{1}{c^2}\int_V \boldsymbol{N_p}\boldsymbol{N_p}^T dV \tag{4.34}$$

a matriz de rigidez do fluido do elemento:

$$\boldsymbol{K_e^p} = \int_V \nabla \boldsymbol{N_p}^T \nabla \boldsymbol{N_p} dV \tag{4.35}$$

e a matriz de acoplamento da interface fluido-estrutural do elemento:

$$\rho_0 \boldsymbol{R_e} = \rho_0 \int_S \boldsymbol{N_u}\boldsymbol{n}^T \boldsymbol{N_u}^T dS \tag{4.36}$$

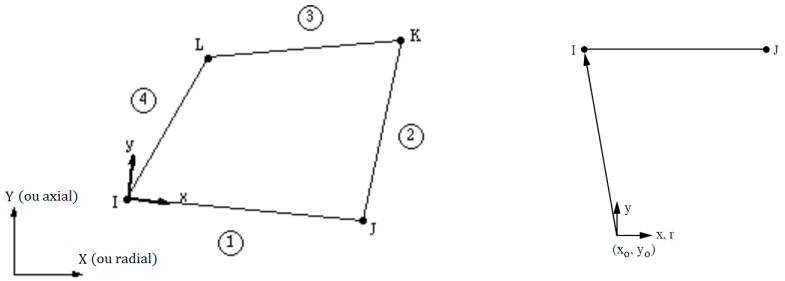
sendo $\boldsymbol{N_u}$ e $\boldsymbol{N_p}$ as funções de forma de deslocamento e pressão acústica do elemento, respectivamente. A equação 4.33 é resolvida pelo software realizando uma análise harmônica do fluido sob a excitação de uma estrutura [75].

As simulações de campo acústico também são implementadas no módulo APDL, sendo empregados os elementos FLUID29 e FLUID129, ver figura 4.7. O elemento finito quadrilátero plano de quatro nós FLUID29 é utilizado para modelar o meio fluido em simulações de acústica, podendo ser configurado para incluir efeitos fluido-estrutura em simulações de domínios planos e axissimétricos. O elemento apresenta três graus de liberdade: pressão acústica e deslocamento nodal nas direções x e y. Sua programação impõe que o usuário defina os nós pertencentes à interface fluido-estrutura. Assim os elementos do tipo FLUID29 configurados com interação fluido-estrutura, que contenham esses nós, terão as condições de contorno de deslocamento impostas consideradas em suas equações matriciais. O elemento tem como variáveis de entrada a densidade e a velocidade de propagação no meio fluido. As propriedades do ar adotadas foram $\rho_0 = 1,21 kg/m^3$ e $c = 343 m/s$. O elemento FLUID129 é um elemento bidimensional desenvolvido para simular o efeito de absorção completa das ondas de pressão que atingem sua fronteira. Portanto, o elemento desempenha a função de impor uma condição de contorno que representa um meio infinito. O elemento FLUID129 é utilizado junto ao FLUID29 devendo sempre ser definido em fronteiras circulares do domínio. É recomendado que a fronteira circular esteja a pelo menos $\lambda/5$ de distância da fronteira estrutural do domínio do modelo, onde $\lambda = c/f$ é o comprimento da onda acústica dominante estudada [74].

### 4.3.2 Modelagem analítica

O custo computacional da abordagem numérica é, naturalmente, muito maior do que dos modelos analíticos do capítulo 2. No caso dos emissores de potência de grande diâmetros, o perfil de deslocamento na face do emissor do modo de vibrar excitado não é uniforme, tal qual nas formulações apresentadas na seção 2.2, ou seja a equação 2.11 não é válida. Portanto, deve-se integrar a equação de Rayleigh 2.10 com um perfil que corresponda aos deslocamentos normais a face do emissor, obtidos a partir do resultado da análise harmônica. Devido à axissimetria do emissor $v_n$ pode ser escrito como:

Figura 4.7: Elementos finitos FLUID29 (esquerda) e FLUID129 (direita).




Fonte: Documentação ANSYS

$$v_n(\sigma, t) = U(\sigma)e^{j\omega t} \tag{4.37}$$

Recorrendo a um sistema de coordenadas cilíndricas, a integral 2.10 que fornece o potencial de velocidade do campo acústico é dada por:

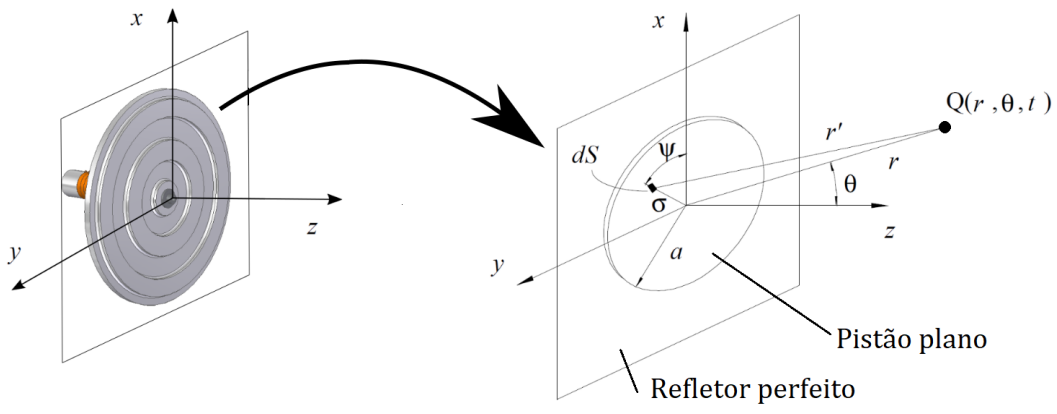
$$\Phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi}\int_S \frac{U(\sigma)e^{j(\omega t - kr')}}{r'}dS = \frac{1}{2\pi}\int_0^a U(\sigma)\Big[\int_0^{2\pi}\frac{e^{j(\omega t - kr')}}{r'}d\Psi\Big]\sigma d\sigma \tag{4.38}$$

Novamente, 2.9 é usada para obter o campo de pressão acústica:

$$p(\vec{r}, t) = -\frac{j\rho_0 ck}{2\pi}\int_0^a U(\sigma)\Big[\int_0^{2\pi}\frac{e^{j(\omega t - kr')}}{r'}d\Psi\Big]\sigma d\sigma \tag{4.39}$$

A integral da equação 4.39 pode ser resolvida numericamente, seguindo a simplificação apresentada na figura 4.8. A área do pistão plano foi discretizadas em elementos quadrados com 0.1mm de lado onde o valor $U(\sigma)$ foi determinado por interpolação dos resultados obtidos pelo MEF e assumido constante dentro deste elemento. Assim a integral foi resolvida numericamente como um somatório das contribuições desses elementos de área.

Figura 4.8: Modelagem do campo acústico.




Fonte: Autor

A expressão permite o cálculo direto da potência acústica em um conjunto de pontos de interesse, como superfícies circulares que recebem a energia acústica para alguma aplicação, que no caso deste trabalho é a região com a espuma de flotação:

$$Pot_A = \iint_A I dA = \int_0^{2\pi} \int_0^R I(r,\theta) r dr d\theta = 2\pi \int_0^R I(r) r dr \tag{4.40}$$

onde $A$ é área da superfície mapeada em coordenadas polares e $I$ é a intensidade de onda na superfície dado por 2.20.

Como os efeitos do acoplamento fluido estrutura são de baixa magnitude para o ar, é possível modelar os efeitos vibracionais e de emissão de ondas ao ar separadamente. Assim, devido ao baixo desempenho computacional da rotina oferecida pelo ANSYS para modelagem de fenômenos acústicos, optou-se pelo uso da expressão analítica neste trabalho.

# Capítulo 5

# Otimização

Otimização é o ato de obter o melhor resultado dado um conjunto de restrições. O projeto, construção e manutenção de sistemas de engenharia demandam por decisões de caráter tecnológico e gerencial. O objetivo dessas decisões é minimizar custos ou maximizar os benefícios desejados. A possibilidade de quantificar tais grandezas por uma função composta por variáveis de projeto permite definir problemas de otimização, como a tarefa baseada em determinar um conjunto de variáveis que minimiza ou maximiza essa função, sem violar as restrições de projeto[76].

Embora haja uma grande diversidade de métodos de otimização voltados para problemas de diferentes categorias, existem conceitos básicos que estão sempre presentes na formulação das técnicas de otimização. Define-se como *variável de projeto* parâmetros que identificam uma configuração do projeto. Por conveniência, agrupam-se todas variáveis de projeto em um vetor $\mathbf{x} = [x_1, x_2, ..., x_n]^T$ a fim de descrever uma possível solução do problema. Essas variáveis são utilizadas no cálculo das funções de projeto, como a *função objetivo* e as *restrições*. A *função objetivo* define quantitativamente a qualidade do projeto, devendo ser maximizada ou minimizada dependendo do contexto. A função objetivo é, portanto, a expressão matemática que permite comparar duas possíveis soluções do problema sob um mesmo mérito ou critério. Tal função pode ser calculada implícita ou explicitamente em relação às variáveis de projeto, sendo expressa frequentemente na forma $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ ou mais concisamente $f(\mathbf{x})$. Quando o problema apresenta mais de uma função objetivo, diz-se que o projeto é *multiobjetivo*, *multicritério* ou um problema de *otimização de vetor*. No caso de aplicações práticas, as variáveis de projeto não podem ser definidas arbitrariamente, havendo na maioria dos casos condições que limitam as combinações de variáveis na concepção de um projeto. Essas limitações tem natureza física e podem ser expressas por meio de funções de *restrição* que correlacionam as variáveis de projeto. As restrições podem ser de igualdade $h_i(\mathbf{x}) = h_j(x_1, x_2, ..., x_q) = 0$, desigualdade $g_i(\mathbf{x}) = g_i(x_1, x_2, ..., x_p) \leq 0$ ou laterais que definem os limites mínimos e máximos para cada variável de projeto $x_i^{min} \leq x_i \leq x_i^{max}$ [76, 77].

Os conceitos acima permitem a definição do problema de otimização na forma convencional:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{sujeito a:} \quad & g_i(\mathbf{x}) \leq 0,\ i = 1, \ldots, p. \\ & h_j(\mathbf{x}) = 0,\ j = 1, \ldots, q. \\ & x_i^{min} \leq x_i \leq x_i^{max},\ i = 1, \ldots, n. \end{aligned} \tag{5.1}$$

No contexto de otimização estrutural, os problemas podem ser entendidos como uma busca pela melhor maneira de se alocar material para que uma peça desempenhe segundo um determinado critério. Os problemas de otimização são divididos em três categorias:

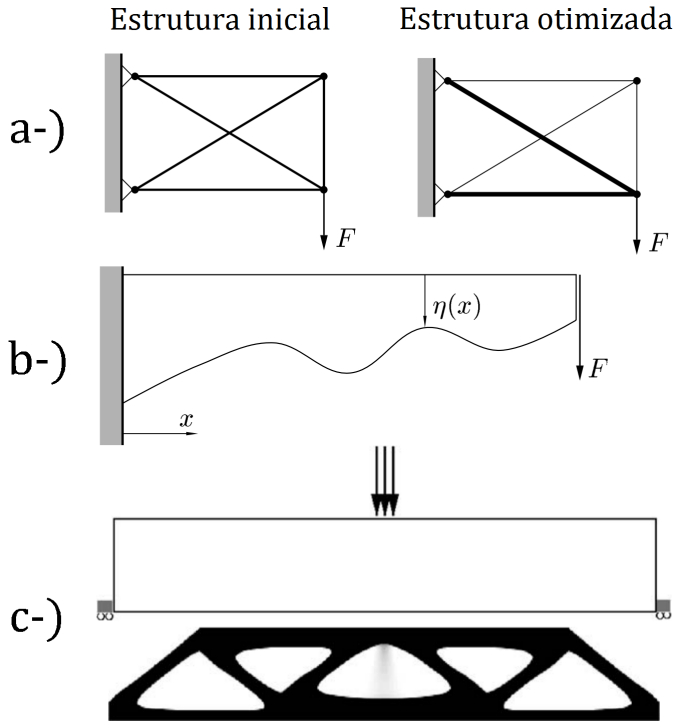
- *De Dimensionamento*: Quando as variáveis de projeto não alteram a forma da estrutura, como espessura de chapas ou seções transversais de vigas ou treliças.
- *De Forma*: Quando as variáveis de projeto alteram a forma das fronteiras do domínio da estrutura.
- *Topológica*: As variáveis de projeto determinam a distribuição ou existência de material no domínio da estrutura.

A figura 5.1 ilustra as três categorias de otimização, uma quantidade de material é distribuída de forma a maximizar a rigidez da estrutura submetida a uma força F. No caso (a), otimização de dimensionamento, as variáveis são as seções transversais das treliças. No caso (b), otimização de forma, busca-se uma função $\eta(x)$ que determina a seção transversal da viga. No caso (c), otimização topológica, as variáveis de projeto são as posições de uma região retangular que contém ou não material. Conceitualmente, otimização de forma é uma subclasse de otimização topológica, porém, como as práticas de implementação estão baseadas em técnicas muito diferentes, os dois tipos são tratados como assuntos distintos [78].

## 5.1 Algoritmo genético

A computação evolucionária é um dos ramos da ciência da computação dedicado ao estudo de algoritmos de otimização inspirados na teoria da evolução biológica. Tais algoritmos são caracterizados como multidirecionais, estocásticos e heurísticos que visam a obtenção de ótimos globais. Algoritmos genéticos constituem um grupo dos algoritmos evolucionários inspirados pela teoria da evolução de Darwin, caracterizados por simular os processos de reprodução dos seres vivos e de seleção natural, considerando as operações genéticas envolvidas como a mutação e a recombinação de genes. Portanto, seu conceito central consiste em selecionar os indivíduos de uma população com atributos desejáveis para compor as novas gerações dessa população. Esse processo converge em uma população homogênea, onde os indivíduos configuram a solução do problema de otimização. O algoritmo foi introduzido por John Holland em 1960 e, desde então, tem sido aplicado em muitas áreas da engenharia para realizar projetos de mecanismos, otimização de forma, otimização paramétrica, ajuste de curvas, cálculo de trajetórias em veículos autônomos, engenharia reversa, processamento de imagens e solucionar problemas da mochila e do caixeiro-viajante por exemplo. [79, 76, 77]

Figura 5.1: Otimização estrutural: de Dimensionamento (a), de Forma (b) e Topológica (c).



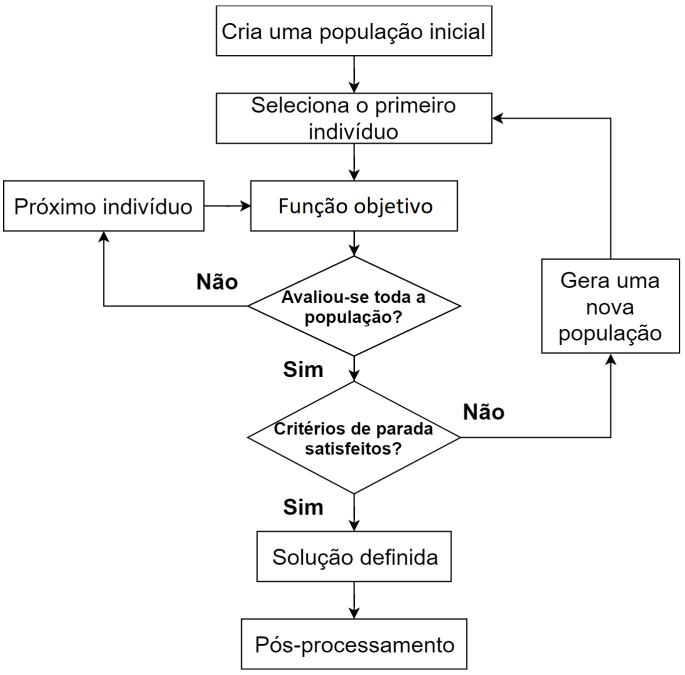

Fonte: Christensen e Klarbring , 2008 (modificado).

A popularidade do algoritmo genético em tantos campos de aplicação se deve a sua capacidade de obtenção de ótimos globais e de não depender do cálculo de gradientes em seu método de busca. Apesar de muito eficientes, os métodos de otimização de gradiente conduzem a mínimos locais partindo de um ponto inicial arbitrário. Como esse procedimento é sequencial, é preciso repetir o processo de otimização a partir de pontos iniciais diferentes, a fim de encontrar outros possíveis mínimos locais. Além disso, as funções objetivo precisam ser contínuas e diferenciáveis, pois é necessário o cálculo de seu gradiente ao longo das iterações. Existem aplicações onde uma função analítica para o cálculo do gradiente não é conhecida, havendo então a necessidade de recorrer a métodos numéricos para determiná-lo, reduzindo a eficiência do método de otimização. Problemas reais de engenharia muitas vezes apresentam funções objetivo com restrições contendo descontinuidades e variáveis discretas, tais complexidades podem inviabilizar o uso de métodos de gradiente. Embora sejam mais custosos computacionalmente, algoritmos genéticos podem ser aplicados independente de tais complexidades. O uso de diversas soluções nas iterações do algoritmo genético, somado ao uso de técnicas que garantem variabilidade na população, previne que o algoritmo convirja em mínimos locais. Além disso, como são empregados procedimentos aleatórios para compor as próximas gerações da população, não existem as complicações associadas ao cálculo do gradiente da função objetivo. As principais desvantagens dos algoritmos genéticos são a necessidade de ajustes empíricos relacionados a particularidades na definição do problema, como definição das variáveis, restrições, função objetivo, parâmetros de controle do algoritmo e o alto custo computacional [79, 76, 77].

### 5.1.1 Funcionamento

Como em qualquer algoritmo de otimização, novas soluções são obtidas a partir das soluções da iteração anterior, até que um critério de convergência seja satisfeito (ver figura 5.2). Entretanto, como os algoritmos genéticos derivam de uma metáfora, é necessário que seja apresentada uma terminologia particular. No contexto dos algoritmos genéticos, uma solução é chamada de indivíduo, cada indivíduo é representado por cromossomos compostos por genes. Os cromossomos contêm as informações que definem as características herdáveis dos indivíduos. Assim, os indivíduos são estruturas de dados compostas por variáveis de projeto.

Figura 5.2: Fluxograma de um algoritmo genético.




Fonte:Autor.

A busca pela solução é multidirecional, uma vez que é realizada a partir dos dados do conjunto de indivíduos avaliados, a população. De forma análoga à natureza, de acordo com um critério de seleção, apenas os indivíduos mais adequados da população se reproduzem e transferem suas características para a próxima geração. Tais indivíduos são denominados de pais. Existem diversos critérios de seleção para avaliar quais indivíduos serão pais, quais serão copiados para a próxima geração e quais serão substituídos por imigrantes, isto é, indivíduos aleatórios (ou de outra subpopulação) inseridos na população para competição. A adequação dos indivíduos é mensurada através de uma função objetivo e das restrições de projeto. Muitas técnicas foram desenvolvidas para o tratamento das restrições em algoritmos genéticos. Um dos métodos mais praticados consiste em rejeitar os indivíduos que violam as restrições, sendo possível também consertá-los caso essa implementação seja simples. É possível inserir fatores de penalização adicionados à função objetivo, caso haja violação da restrição de projeto. Porém, é difícil estabelecer os fatores de pesos adequados a essas penalidades.

Existem diferentes métodos de seleção de indivíduos, como a seleção por torneio, onde um número aleatório de indivíduos é selecionado para compor um subgrupo onde apenas o melhor, de acordo com a função objetivo, é selecionado. Há também a seleção proporcional ou roleta onde a probabilidade de seleção se baseia nos valores da função objetivo do indivíduo em relação aos demais na população. Ou ainda, há o método de seleção por classificação, onde os indivíduos são ordenados e apenas uma fração é selecionada para algum desígnio. A partir da seleção de um ou dois pais, novos indivíduos, chamados de descendentes, são criados pelo uso de operadores genéticos. Os operadores genéticos são mecanismos lógicos cuja informação genética dos pais é submetida para definir seus descendentes. O controle da convergência do método é afetado pelas probabilidades que configuram a atuação desses operadores no algoritmo. Os três principais operadores são:

- *Reprodução*: Parte da nova geração passa a ser uma cópia dos melhores indivíduos da geração anterior. Também pode ser dito que os indivíduos reproduzidos sobrevivem de uma geração a outra.

- *Recombinação*: Parte dos cromossomos de dois pais (geralmente selecionados de forma aleatória) são combinados para compor os descendentes. O processo de recombinação pode ser realizado através de combinações lineares dos cromossomos dos pais, por exemplo, havendo outros métodos mais sofisticados de recombinação.

- *Mutação*: Apenas uma variável de projeto de um indivíduo é substituída por um valor aleatório, introduzindo maior variabilidade na população de soluções.

Os critérios de parada dos algoritmo podem ser de convergência, isto é, quando a população se torna homogênea e os indivíduos deixam de variar após algumas iterações, ou pela definição de um número máximo de gerações ou pela imposição de um tempo máximo de execução do código. Reduzir as taxas de recombinação e probabilidades de mutação ao longo das iterações é uma prática empregada para acelerar a convergência do algoritmo.

## 5.2 Implementação

A implementação do algoritmo genético foi realizada no Matlab 2015, por meio da função ga(), que utiliza o algoritmo genético de Lagrange aumentado para resolver o problema de otimização:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{sujeito a:} \quad & g_i(\mathbf{x}) \leq 0,\ i = 1, \ldots, m. \\ & h_i(\mathbf{x}) = 0,\ j = m+1, \ldots, mt. \\ & \mathbf{A}.\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \\ & \mathbf{C}.\mathbf{x} = \mathbf{d}, \\ & x_i^{min} \leq x_i \leq x_i^{max},\ i = 1, \ldots, n. \end{aligned} \tag{5.2}$$

onde $g_i$ são as restrições de desigualdade, $h_i$ são as restrições de igualdade, $x_i$ são os parâmetros de projeto, $m$ é o número de restrições de igualdade, $mt$ é o número

de restrições de igualdade, $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{c}$ e $\mathbf{d}$ são as matrizes que definem as restrições do problema em sua forma matricial utilizada na programação.

O algoritmo genético de Lagrange aumentado formula um subproblema que converte as restrições de projeto em termos que penalizam a função objetivo [80]:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & f(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i s_i log(s_i - g_i(x)) + \sum_{i=m+1}^{mt} \lambda_i h_i(x) + \frac{\rho}{2} \sum_{i=m+1}^{mt} h_i(x)^2 \\ & x_i^{min} \leq x_i \leq x_i^{max}, \ i = 1, \ldots, n. \end{aligned} \tag{5.3}$$

onde $\lambda_i$ são os multiplicadores de Lagrange, $s_i$ e $\rho$ são parâmetros positivos. O algoritmo genético minimiza uma sequência de subproblemas, cada um sendo uma aproximação do original. Cada subproblema tem valores fixos de $\lambda_i$, $s_i$ e $\rho$. O fator de penalidade $\rho$ é aumentado caso haja uma solução que viole alguma restrição. Assim, o subproblema de minimização é redefinido até que todas as restrições sejam respeitadas (sob uma tolerância pré-definida). Cada subproblema representa uma geração, portanto, o custo computacional de um problema com restrições pode ser muito elevado devido à necessidade de recalcular a função objetivo.

Os parâmetros de controle da simulação são configurados pela função gaoptimin-set(). Os principais parâmetros e seus valores adotados se encontram na tabela 5.1, conforme apresentados pelo Matlab. Os demais parâmetros e configurações não mencionados foram mantidos como padrão. A explicação detalhada sobre os parâmetros do algoritmo consta no apêndice A.

Tabela 5.1: Parâmetros e configurações do Algoritmo genético.

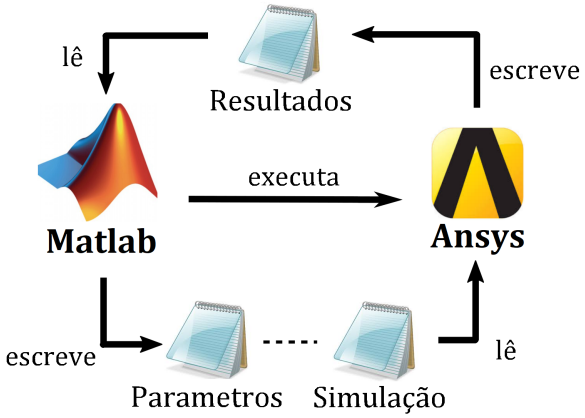
| **Parâmetro** | **Configuração Padrão** | **Configuração Adotada** |
|---|---|---|
| *CrossoverFraction* | 0,8 | 0,8 |
| *EliteCount* | 5% PopulationSize | 4 |
| *InitialPenalty* | 10 | 10 |
| *MigrationInterval* | 20 | Desativado |
| *MigrationFraction* | 0,2 | Desativado |
| *Generations* | 100 x Numero de variáveis | 160 |
| *PopulationSize* | 200 | 80 |
| *StallGenLimit* | 50 | 40 |
| *TolCon* | $1 \times 10^{-6}$ | $1 \times 10^{-6}$ |
| *TolFun* | $1 \times 10^{-6}$ | $1 \times 10^{-6}$ |
| *CreationFcn* | Uniforme | Valores Pré-definidos |
| *CrossoverFcn* | Recombinação intermediária | Recombinação intermediária |
| *SelectionFcn* | Estocástico Uniforme | Estocástico Uniforme |
| *MutationFcn* | Praticável e adaptável | Praticável e adaptável |
| *NonlinConAlgorithm* | Lagrange Aumentado | Lagrange Aumentado |
| *TimeLimit* | Desabilitado | Desabilitado |

Fonte: Autor.

## 5.3 Aplicação

Neste trabalho, o algoritmo genético é aplicado para otimizar a forma de um emissor circular com ranhuras para diferentes critérios de desempenho. A rotina desenvolvida em Matlab possui comandos que fazem com que o sistema operacional *Windows 10* execute as análises modais e harmônicas no ANSYS APDL.Os resultados dessas análises (frequências de ressonância, deslocamentos nodais em regiões de interesse, tensões mecânicas etc.) são então exportados pelo Ansys em arquivos de texto, conforme ilustra a figura 5.3. Essas informações são extraídas desses arquivos para calcular as funções objetivo do problema de otimização dentre outras informações referentes a erros. Os critérios de paradas e principais configurações do algoritmo genético estão documentadas na tabela 5.1.

Figura 5.3: Esquemático da implementação.




Fonte: Autor.

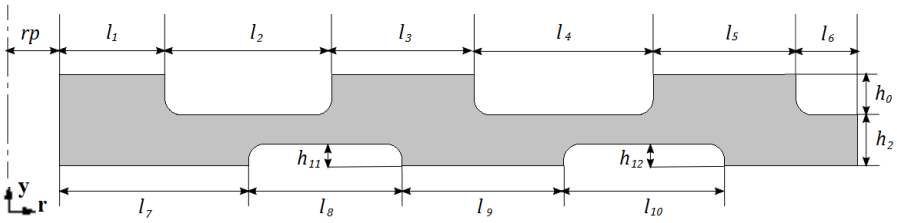
As rotinas desenvolvidas em MATLAB e APDL são utilizadas para projetar dois tipos de placas com ranhuras, uma delas com perfil arbitrário na face inferior da placa e outra com um perfil suavizado com funções spline em sua face inferior. Além disso o algorítimo foi empregado para ajustar as propriedades do material piezelétrico a partir de dados experimentais.

## 5.4 Otimização paramétrica

Considerando os cálculos preliminares de dimensionamento, definiu-se que a placa circular terá 150mm de diâmetro, sendo excitada no seu quinto modo de vibrar de flexão. A geometria da face emissora escolhida possui ranhura central elevada. Além disso, optou-se por inserir ranhuras na face inferior da placa a fim de obter maiores deslocamentos. O perfil da placa pode ser representado por 15 parâmetros (ver figura5.4), sendo que $rp$ é o raio do parafuso M8. O procedimento adotado para o projeto desta primeira placa foi melhorado com outra função objetivo e condições de contorno para os demais protótipos, tendo vista os resultados obtidos.

A função objetivo do problema busca selecionar a configuração de parâmetros onde as ranhuras estejam delimitando as regiões nodais da placa, de forma a garantir que

Figura 5.4: Parâmetros do emissor circular com ranhuras.




Fonte: Autor.

as vibrações estejam em contra-fase. Assim, após análise do problema, definiu-se o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & g_3(\mathbf{x}) = -g_1.(g_2)^6 \\ \text{sujeito a:} \quad & \sum_{i=1}^{6} l_i + rp - 150mm = 0,\ i = 1, \ldots, 6. \\ & l_i^{min} \leq l_i \leq l_i^{max},\ i = 1, \ldots, 6. \end{aligned} \tag{5.4}$$

sendo $g_1$ uma função objetivo que avalia a qualidade do perfil de deslocamentos:

$$g_1 = \sum_{i=1}^{6} \int_{lmin_i}^{lmax_i} s_i U_y(r).rdr \tag{5.5}$$

onde $s_i = 1$ para as ranhuras de cima ($i$ é impar) e $s_i = -1$ nas ranhuras de baixo ($i$ é par). A integral é resolvida numericamente pela regra dos trapézios, logo, na prática, $g_1$ é calculado por meio de um somatório. Como o problema é axissimétrico, os deslocamentos distantes do centro têm uma influência maior sobre o campo acústico, visto que as ranhuras mais externas delimitam uma área maior. Os limites do intervalo de integração de cada região $i$ são determinados por $lmin_i = \sum_{k=0}^{i-1} l_k$ para $l_0 = rp$ e $lmax_i = lmin_i + l_i$. Assim $g_1$ é a integral dos deslocamentos da placa considerando uma direção favorável a emissão de ondas no ar.

A fim de prevenir a convergência em soluções onde os deslocamentos favoráveis compensem os deslocamentos não favoráveis, o termo $g_2$ foi inserido na função objetivo:

$$g_2 = \frac{\sum_{i=1}^{6} c_i}{6} \tag{5.6}$$

onde $c_i$ é a razão entre a quantidade de nós com deslocamento favorável e a quantidade total de nós na superfície $i$. O termo $g_2$ onde $0 \leq g_2 \leq 1$ é elevado a 6 em 5.4 para penalizar projetos inadequados. Para reduzir o custo computacional, optou-se por simplificar o problema de otimização separando-o em três etapas. Na primeira etapa são considerados apenas os parâmetros de otimização que definem a face frontal do emissor, ou seja: $l_i$ onde $1 \leq i \leq 6$.

As ranhuras da face inferior da placa possuem o mesmo comprimento $h_{11} = h_{12} = h_1$ e a dimensão de espessura $h_2$ possui valor arbitrário de 9,3mm. Após executar a rotina de otimização assumindo valores constantes para as dimensões das ranhuras inferiores e observar os resultados, optou-se por impor que as ranhuras inferiores se localizem entre os pontos médios das ranhuras superiores. Em resumo, as simplificações adotadas na primeira etapa são:

$$h_{11} = h_{12} = h_1 = 4,0mm$$

$$h_2 = 9,3mm$$

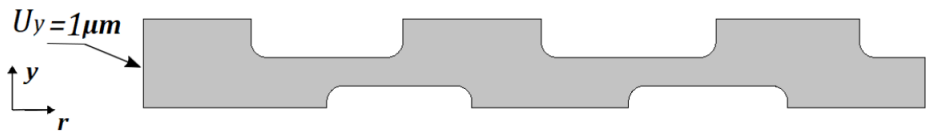
$$l_7 = l_1 + l_2/2$$

$$l_i = (l_{i-6} + l_{i-5})/2 \quad (8 \leq i \leq 10)$$

A profundidade da ranhura $h_0$ é calculada a partir de uma frequência de projeto $f_0$ pela expressão $h_0 = \lambda_{ar}/2 = c_{ar}/(2f_0)$. Porém o emissor emite ondas na frequência de ressonância $f_{ress}$ do modo excitado, que por sua vez é função dos demais parâmetros de projeto. Dessa forma, foi preciso definir um processo iterativo para ajustar $h_0(f_n)$ para cada placa definida pelo conjunto de parâmetros $l_i$. Como o diâmetro e a espessura da placa foram selecionados para que o modo de interesse se situe em torno de 25kHz, inicia-se a análise modal dimensionando $h_0(f_1)$ para $f_1 = 25kHz$ e obtém-se a frequência natural $f_{ress}$ da peça para um conjunto de parâmetros. Em seguida, a análise modal é realizada novamente, dessa vez utilizando a frequência natural $f_2 = f_{ress}$ obtida na etapa anterior para redimensionar $h_0(f_2)$. A rotina reajusta a dimensão $h_0$ no máximo 5 vezes, se não houver convergência, o indivíduo (peça, projeto, ponto ou conjunto de parâmetros) é descartado. Se a frequência de ressonância da placa diferir da frequência utilizada para dimensionar $h_0$ em menos de 300Hz, admite-se que houve uma convergência. A escolha do critério garante erro dimensional menor do que 0,1mm de $h_0$, que é a tolerância de fabricação da peça.

Conforme relatado em [52, 66], considerando placas sem ranhuras nas faces inferiores, o ponto máximo de deslocamento das placas circulares vibrando em seus modos de flexão se situa em seu centro. Foi admitido que esse comportamento fosse válido também para placas com ranhuras na face inferior. Assim, a busca pelo quinto modo de flexão foi realizada computando os primeiro 12 modos de vibrar da placa e, em seguida contaram-se os modos onde o deslocamento máximo estava localizado no furo central da peça.

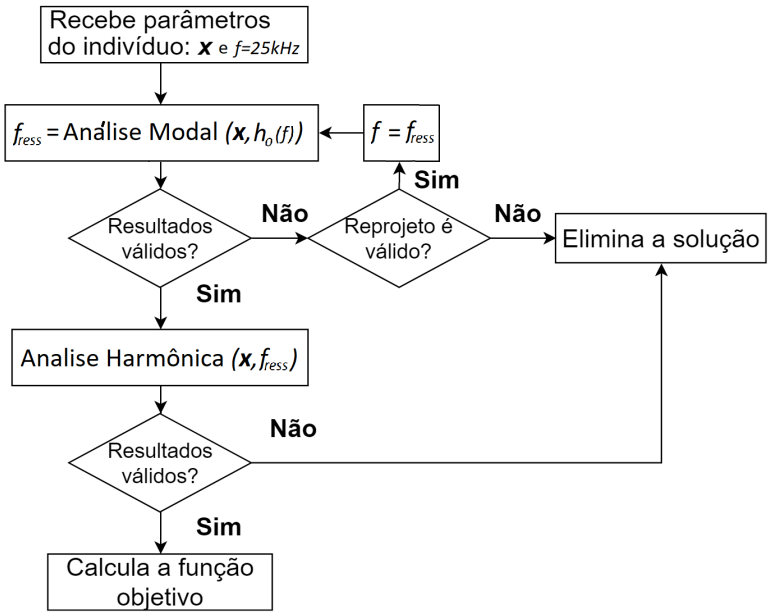
Figura 5.5: Análise Harmônica: condição de contorno de deslocamento.




Fonte: Autor.

Depois, o projeto é submetido a análise harmônica que possui apenas uma condição de contorno, deslocamento na direção axial $U_y = 1\mu m$ aplicada no centro da placa, ver 5.5. A frequência da análise modal, determinada no passo anterior, é utilizada na excitação da análise harmônica. Os deslocamentos na direção axial Uy das regiões de interesse, isto é, da face do emissor, são exportados para que a função objetivo seja calculada pelo Matlab. Durante o processo, notou-se que em alguns casos ocorria interferência modal entre um dos modos de extensão radial e o modo flexão desejado. Isso ocorre quando os dois modos possuem frequências naturais muito próximas. Uma rotina de inspeção de interferência foi implementada para descartar os projetos onde isso ocorre, avaliando se o ponto máximo de deslocamento continuava na face mais próxima do centro da placa, ou seja, se o modo de vibrar não foi modificado. O descarte desses indivíduos foi realizado por penalização dessas soluções. A figura 5.6 ilustra a sequência de simulações na qual o projeto é submetido antes do cálculo da função objetivo.

Figura 5.6: Esquemático da função objetivo.




Fonte: Autor.

**Resumo**: A rotina ajusta a profundidade da ranhura para cada iteração e realiza uma análise harmônica para avaliar a ocorrência de acoplamento de modos vizinhos e, então, calcular a função objetivo. Caso haja erro em determinar o tamanho da ranhura ou acoplamento modal a solução é eliminada.

Na segunda etapa os parâmetros das ranhuras de baixo $l_i$ $(7 \leq i \leq 10)$ e $h_1$ são considerados na otimização. Os demais parâmetros são mantidos conforme na etapa anterior. O procedimento da simulação e as funções objetivo são os mesmos.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & g(\mathbf{x}) = -g_1.(g_2)^{15} \\ \text{sujeito a:} \quad & \sum_{i=1}^{6} l_i + rp - 150mm = 0,\ i = 1, \ldots, 6. \\ & l_i^{min} \leq l_i \leq l_i^{max},\ i = 7, \ldots, 10. \\ & h_1^{min} \leq h_1 \leq h_1^{max} \end{aligned} \tag{5.7}$$

## 5.5 Otimização de forma

Alguns aspectos da abordagem anterior foram melhorados no projeto de uma segunda placa emissora. Aproveitando os resultados obtidos no desenvolvimento da placa acima. A fim de substituir o perfil arbitrário da face inferior da placa optou-se por utilizar uma curva construída por interpolações por splines para definir esta região. Splines são funções polinomiais definidas por intervalos que interpolam uma série de pontos de maneira suave, evitando o *fenômeno de Runge*. Uma função real $S(x)$ é uma spline de grau k definida em $[a, b]$ se $S \in C^{k-1}[a, b]$ onde $a < t_0 < t_1 < ... < t_n = b$ e:

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x), & t_0 < x < t_1 \\ S_1(x), & t_1 < x < t_2 \\ ... & ... \\ S_{n_1}(x), & t_{n_1} < x < t_n \end{cases} \tag{5.8}$$

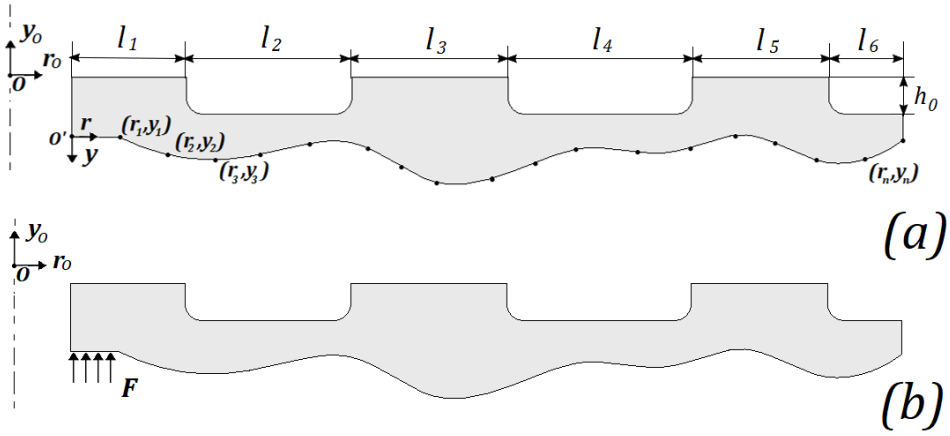
onde $S(x)_i$ é um polinômio de ordem k. Havendo ainda condições relacionadas às derivadas que garantem a suavidade da função:

$$\begin{cases} S_{i-1}(x) = S_i(x) \\ S'_{i-1}(x) = S'_i(x) \\ ... \\ S^{k-1}_{n_1}(x) = S^{k-1}_i(x) \end{cases} \qquad i = 1, 2, ..., n-1 \tag{5.9}$$

O software de elementos finitos emprega splines *cúbicas naturais* que são splines de ordem $k = 3$ com uma condição adicional de $S''(t_0) = S''(t_n) = 0$.

A spline é definida em um sistema de coordenadas local em função de um conjunto de pontos $(r_i, y_i)$, conforme ilustra a figura 5.7.a. Dado que os pontos $r_i$ são equidistantes, o problema de determinação da forma da placa fica parametrizado em função de $y_i$. A análise harmônica, com condição de contorno de deslocamento adotada no projeto anterior, permitia apenas avaliar o acoplamento modal de cada projeto sem avaliar a rigidez de cada estrutura, devido ao uso de uma condição de contorno de deslocamento. Portanto, tal condição de contorno foi substituída por um carregamento de forças na região inferior da placa, ver fig.5.7.b. Um valor arbitrário e baixo de amortecimento foi adotado nesta etapa, de forma que a frequência natural tenda à frequência natural amortecida do sistema.

Figura 5.7: Parametrização e condição de contorno do problema de otimização de forma.




Fonte: Autor.

A lógica de busca do modo de vibrar de interesse teve de ser modificada. A detecção do modo de interesse passou a ser realizada a partir da contagem do número de pontos de inflexão no autovetor de deslocamentos axiais da superfície da placa. Já a avaliação de acoplamento modal foi feita a partir do cálculo do número de MAC [81] dos vetores de deslocamento axial da face de interesse do radiador acústico obtidos da análise harmônica $\boldsymbol{\psi_{harm}}$ e modal $\boldsymbol{\psi_{modal}}$:

$$MAC(\boldsymbol{\psi_{harm}}, \boldsymbol{\psi_{modal}}) = \frac{|\boldsymbol{\psi}^t_{\boldsymbol{harm}} \boldsymbol{\psi_{modal}}|^2}{(\boldsymbol{\psi}^t_{\boldsymbol{harm}} \boldsymbol{\psi_{modal}})(\boldsymbol{\psi}^t_{\boldsymbol{modal}} \boldsymbol{\psi_{harm}})} \tag{5.10}$$

sendo que, quando $MAC > 0,9$, os vetores foram considerados suficientemente similares.

A função objetivo do problema também foi modificada com dois critérios adicionais $g_3$ e $g_4$:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & g(\mathbf{x}) = -g_1.(g_2)^6 + g_3 + g_4 \\ \text{sujeito a:} \quad & y_i^{min} \leq y_i \leq y_i^{max},\ i = 1, \ldots, n. \end{aligned} \tag{5.11}$$

O primeiro considera a tensão de von Mises máxima do projeto ($\sigma_{mises}$), penalizando a função objetivo caso exceda um valor estipulado($\sigma_{max}$). Essa mudança é acompanhada de restrições de caixa que permitem regiões delgadas na estrutura, isto é, as restrições de caixa inferiores $y_i^{min}$ foram ajustada de forma a garantir uma espessura mínima da placa, levando em consideração a presença das ranhuras na face da placa emissora, assim: $y_i^{min}(r_i)$. As tensões de von Mises próximas ao centro da placa não foram avaliadas por $g_3$, pois neste modelo está sendo considerado o acoplamento do transdutor. O projeto da placa com ranhuras arbitrárias mostrou que tal região tem seu comportamento vibracional modificado devido à fixação do transdutor de potência piezelétrico, diferentemente do resto da placa. A penalização é realizada através da expressão:

$$g_3 = (G_3).max(0, \sigma_{mises} - \sigma_{max}) \tag{5.12}$$

O segundo critério apenas estipula um intervalo de frequências $f_1$ e $f_2$ de operação também através de um termo de penalização.

$$g_4 = (G_{41}).max(0, f_1 - f_{ress}) + G_{42}(-f_2 + f_{ress}, 0) \tag{5.13}$$

onde $G_3$, $G_{41}$ e $G_{42}$ são constantes reais. Foram adotados os valores $G_3 = 10^{-6}$ e $G_{41} = G_{42} = 1$.

## 5.6 Ajuste de propriedades piezelétricas

Conforme discutido no capítulo 2, o valor das propriedades das cerâmicas piezeletricas apresentam um desvio considerável (cerca de 20%) em relação a informação fornecida pelo fabricante. Uma das maneiras de se determinar as propriedades do material consiste de minimizar a diferença entre a curva de impedância (apresentada no capítulo 4) ou condutância obtida experimentalmente e das curvas obtidas pelo método dos elementos finitos [47]. A análise harmônica é realizada no modelo de um anel de cerâmica, com dimensões de 38,2mm de diâmetro externo, 12,7mm de diâmetro interno e 6,4mm de espessura, ilustrado na figura 5.8.

Figura 5.8: Análise harmônica da cerâmica piezelétrica.

Fonte: Autor.

A abordagem adotada consistiu em minimizar a diferença entre as frequências de ressonância do modelo teórico $f^{MEF}$ e da medição experimental $f^{exp}$. Tais frequências são observadas em pontos de máximo locais nas curvas de condutância. Embora existam métodos mais eficientes e precisos [47, 82, 83], optou-se por essa abordagem por praticidade. O algoritmo genético foi utilizado para minimizar a diferença entre 8 modos de vibrar selecionados no intervalo de frequência de 30 kHz até 350 kHz, cujos valores experimentais foram obtidos pelo analisador de impedância. Os máximos locais das curvas teóricas de condutância foram determinados a partir da mudança de sinal de sua derivada. Os parâmetros ajustados pelo algoritmo foram os coeficientes da matriz de compliância $s_{11}$, $s_{12}$, $s_{13}$, $s_{33}$, e $s_{44}$, da matriz piezelétrica de deformação $d_{15}$, $d_{31}$, $d_{33}$ e de permissividade elétrica a tensão constante $\epsilon_1^S$ e $\epsilon_3^S$. Totalizando 10 propriedades do material. As cerâmicas fornecidas pertencem a família APC840, que possui propriedades similares ao PZT-4. Assim, permitiu-se que o algoritmo genético buscasse por soluções dentro do intervalo de $\pm 20\%$ em torno dos valores genéricos de PZT-4 apresentados na tabela 6.1, onde foi adotada a relação $s_{66} = 2.(s_{11} - s_{12})$ devido à classe de simetria da estrutura cristalina do material. Empregou-se o coeficiente de amortecimento de Rayleigh associado a matriz de rigidez $\beta = 1,89.10^{-9}$ e valor de densidade fornecido pelo fabricante de $7600 kg/m^3$.

$$
\begin{aligned}
\min_{\mathbf{x}} \quad & g(s_{i,j}, d_{i,j}, \epsilon_i) = \sum_{n}^{8} |f_n^{exp} - f_n^{MEF}| \\
\text{sujeito a:} \quad & s_{i,j}^{min} \leq s_{i,j} \leq s_{i,j}^{max},\ i,j \in \{11,12,13,33,44\}. \\
& d_{i,j}^{min} \leq d_{i,j} \leq d_{i,j}^{max},\ i,j \in \{15,31,33\}. \\
& \epsilon_i^{min} \leq \epsilon_i \leq \epsilon_i^{max},\ i \in \{1,3\}.
\end{aligned}
\tag{5.14}
$$

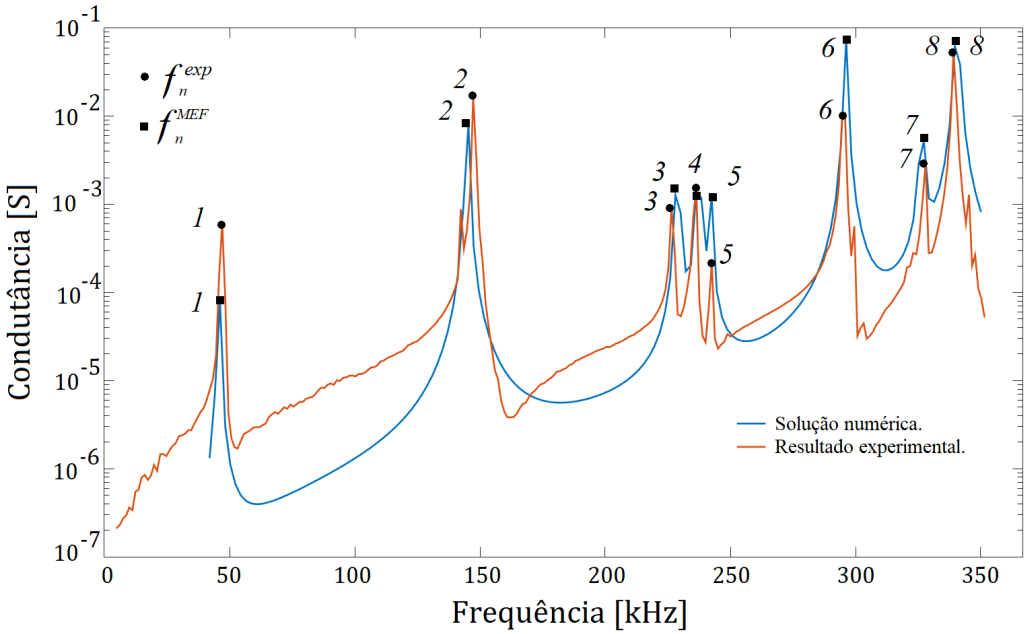
# Capítulo 6

# Resultados

## 6.1 Propriedades das cerâmicas piezelétricas

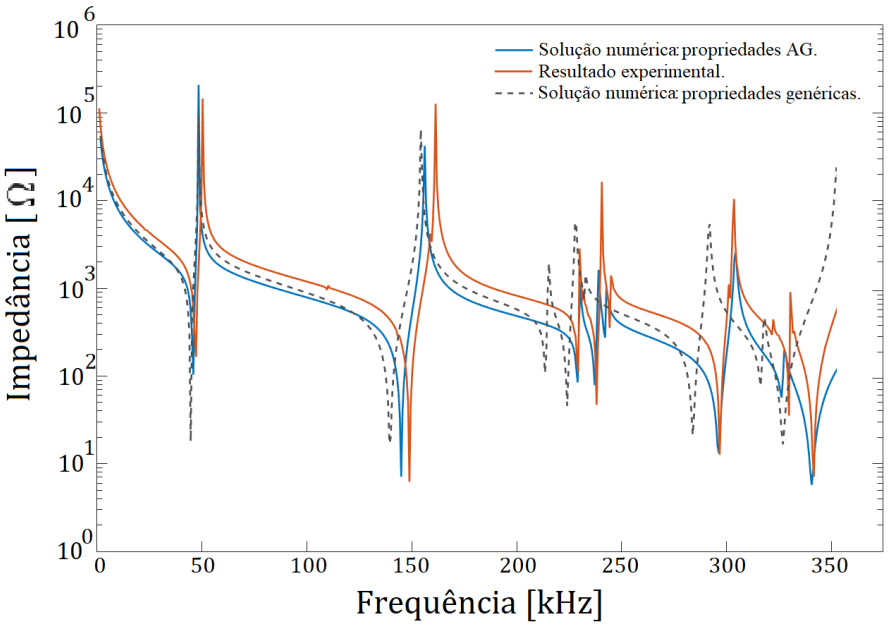
Foi utilizado o analisador de impedância Agilent 4294A para obter experimentalmente o espectro da impedância elétrica da cerâmicas piezelétricas. A abordagem para a obtenção das propriedades das cerâmicas discutida na seção 5.6 apresentou resultados satisfatórios. As figuras 6.1 e 6.2 ilustram, respectivamente, as curvas de condutância e impedância, comparando os resultados experimentais e numéricos. Os resultados numéricos foram obtidos pelo método dos elementos finitos, adotando as propriedades calculadas pelo algoritmo genético e com as propriedades genéricas do PZT-4.

Figura 6.1: Curvas de condutância elétrica experimental e teórica utilizando as propriedades ajustadas pelo algoritmo genético.




Fonte: Autor

Figura 6.2: Curvas de impedância elétrica teóricas e experimental.




Fonte: Autor

A tabela 6.1 apresenta as propriedades genéricas e as propriedades obtidas pelo algoritmo genético (AG). Dado que o método utilizado é apenas um ajuste de parâmetros automatizado, optou-se por não melhorar a rotina computacional desenvolvida ou por aumentar o número de modos comparados para se obter melhores resultados. Tal procedimento não foi adotado para as propriedades das cerâmicas de PZT-8, cujas propriedades genéricas utilizadas constam na tabela 6.2.

Tabela 6.1: Propriedades do PZT-4.

| **Propriedade** | **Valor genérico** | **Valor ajustado** | **Unidade** |
|---|---|---|---|
| $\rho$ | 7500 | 7600 | $kg/m^3$ |
| $s_{11}^E$ | $12.3 \times 10^{-12}$ | $11.83 \times 10^{-12}$ | $m^2/N$ |
| $s_{33}^E$ | $15.5 \times 10^{-12}$ | $12.88 \times 10^{-12}$ | $m^2/N$ |
| $s_{12}^E$ | $-4.05 \times 10^{-12}$ | $-4.18 \times 10^{-12}$ | $m^2/N$ |
| $s_{13}^E$ | $-5.31 \times 10^{-12}$ | $-4.34 \times 10^{-12}$ | $m^2/N$ |
| $s_{44}^E$ | $39.0 \times 10^{-12}$ | $37.74 \times 10^{-12}$ | $m^2/N$ |
| $s_{66}^E$ | $32.7 \times 10^{-12}$ | $32.02 \times 10^{-12}$ | $m^2/N$ |
| $d_{31}$ | $-1.23 \times 10^{-10}$ | $-1.06 \times 10^{-10}$ | $C/N$ |
| $d_{33}$ | $2.89 \times 10^{-10}$ | $2.99 \times 10^{-10}$ | $C/N$ |
| $d_{15}$ | $4.96 \times 10^{-10}$ | $4.59 \times 10^{-10}$ | $C/N$ |
| $\varepsilon_{11}^S/\varepsilon^0$ | 730 | 737 | |
| $\varepsilon_{33}^S/\varepsilon^0$ | 635 | 625 | |

Fonte: Autor

Tabela 6.2: Propriedades do PZT-8.

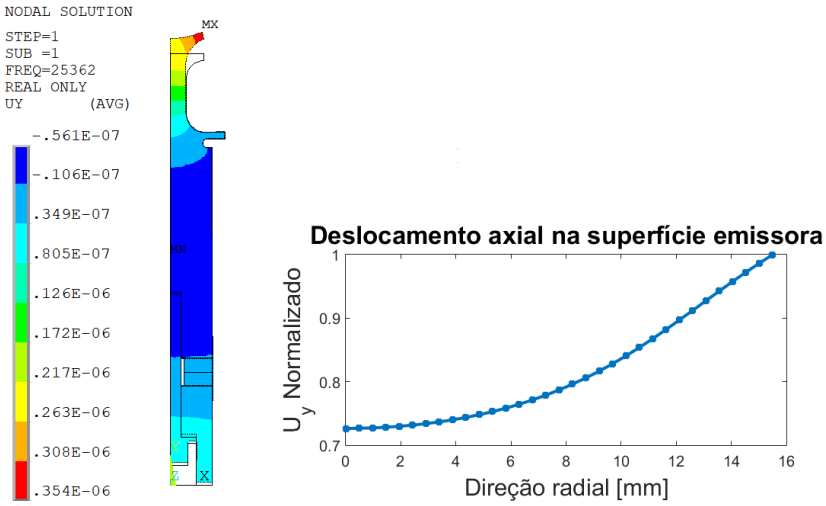
| Propriedade | Valor genérico | Unidade |
|---|---|---|
| $\rho$ | 7600 | $kg/m^3$ |
| $c_{11}^E$ | $13.7 \times 10^{10}$ | $N/m^2$ |
| $c_{33}^E$ | $12.4 \times 10^{10}$ | $N/m^2$ |
| $c_{12}^E$ | $6.97 \times 10^{10}$ | $N/m^2$ |
| $c_{13}^E$ | $7.16 \times 10^{10}$ | $N/m^2$ |
| $c_{44}^E$ | $3.4 \times 10^{10}$ | $N/m^2$ |
| $c_{66}^E$ | $3.67 \times 10^{10}$ | $N/m^2$ |
| $e_{31}$ | $-4.0$ | $N/m^2$ |
| $e_{33}$ | 13.8 | $N/m^2$ |
| $e_{15}$ | 10.4 | $N/m^2$ |
| $\varepsilon_{11}^S/\varepsilon^0$ | 898 | |
| $\varepsilon_{33}^S/\varepsilon^0$ | 582 | |

Fonte: Autor

## 6.2 Transdutores com face emissora de 31mm de diâmetro

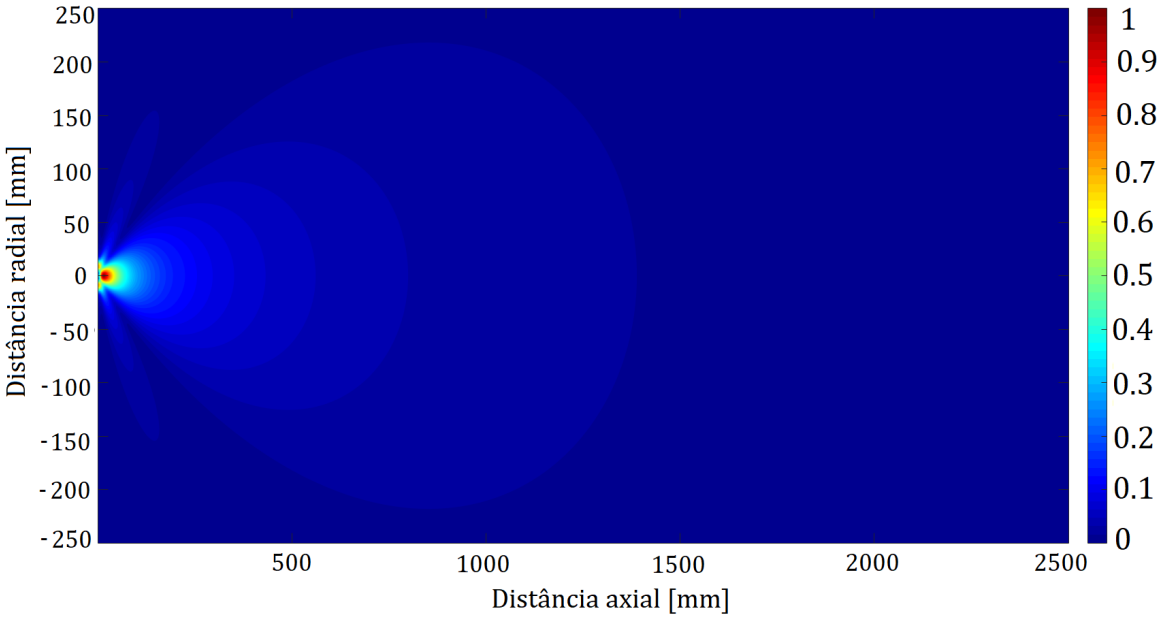
A partir dos modelos descritos no capítulo 4 foi determinado o modo de vibrar de operação do transdutor de 31mm de diâmetro cuja frequência de ressonância é de 25,3kHz, como mostra a figura 6.3. A figura ilustra o campo de deslocamento axial $|U_y|$ e a curva de deslocamento axial na superfície do emissor utilizada para o cálculo do campo acústico pela equação Rayleigh 4.39. A figura 6.4 ilustra o campo de pressão acústica teórico normalizado. O fator de direcionalidade e o padrão de feixe são apresentados na figura 6.5. Esses valores foram calculados para uma distância de 3 m da face emissora. O transdutor com face emissora apresentou diretividade de 6,6 e ângulo do segundo lóbulo de 60 graus.

Figura 6.3: Modo de vibrar do transdutor com face de 31mm de diâmetro.



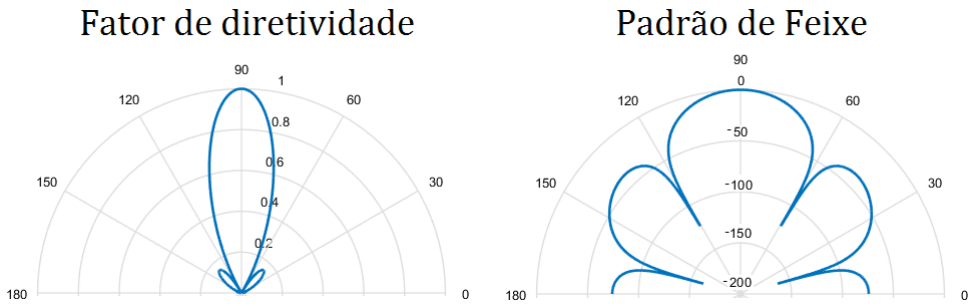

Fonte: Autor

Figura 6.4: Pressão acústica normalizado do transdutor com diâmetro de 31mm.




Fonte: Autor

Figura 6.5: Fator de direcionalidade e padrão de feixe do transdutor com face emissora com diâmetro de 31mm.



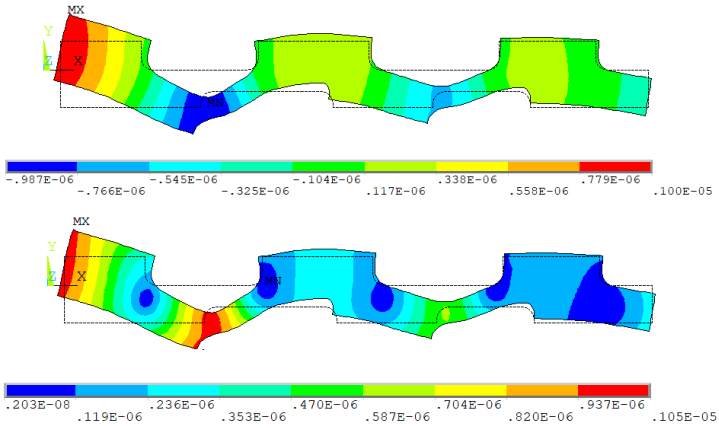

Fonte: Autor

## 6.3 Transdutor com placa com ranhuras

A abordagem de projeto da placa com ranhuras, descrita na seção 5.4 resultou na placa emissora cujo modo de vibrar de operação está ilustrado na figura 6.6. A imagem superior mostra os deslocamentos na direção axial $U_y$ e a inferior ilustra a amplitude dos deslocamentos $|U_r + U_y|$. As regiões rebaixadas pelas ranhuras vibram em contra-fase em relação às regiões elevadas e as circunferências nodais estão posicionadas entre essas regiões, conforme desejado.

A análise modal dos modelos tridimensionais da placa, com e sem o amplificador mecânico, indicou que o modo vizinho mais próximo não é excitável a esforços em

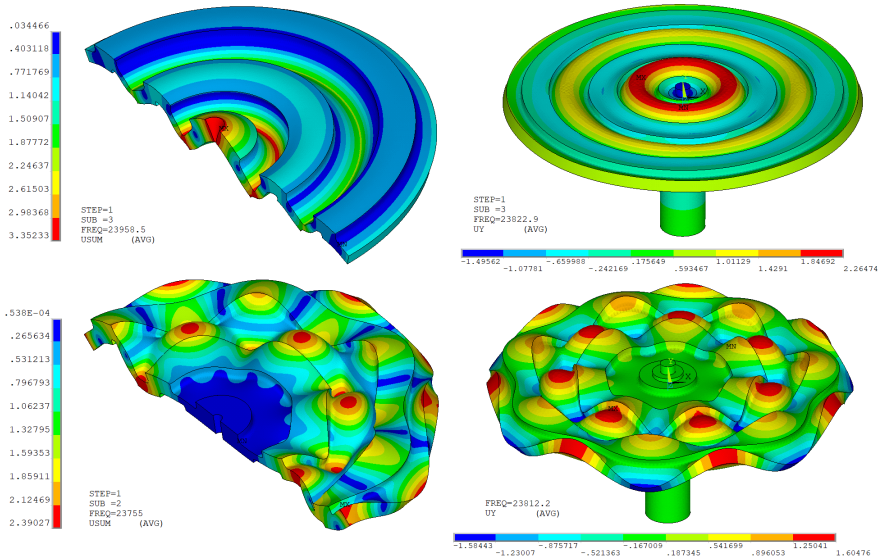
Figura 6.6: Modo de vibrar de operação: deslocamento na direção axial (acima) e amplitude de deslocamento (abaixo).




Fonte: Autor

sua região central, como mostra a figura 6.7. Uma análise harmônica do modelo tridimensional indicou ausência de acoplamento modal.

Figura 6.7: Análise modal tridimensional da placa: Modo de operação e modo vizinho relevante, com e sem a fixação do amplificador mecânico.

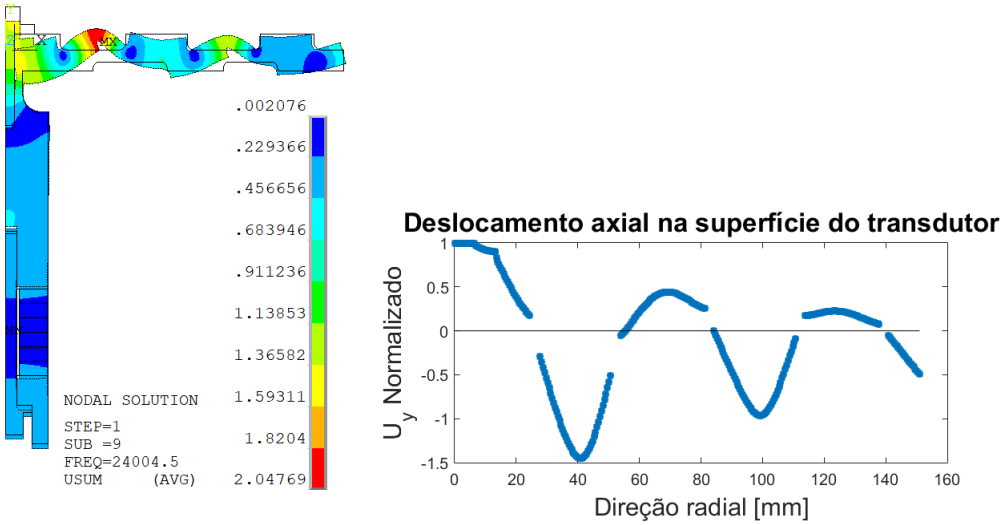



Fonte: Autor

O projeto da placa foi realizado a partir das propriedades genéricas da liga de alumínio e inicialmente a frequência de ressonância deste modo foi de 23,9kHz. Contudo, após a manufatura da placa, foram realizados ensaios experimentais para estimar as propriedades da liga de alumínio. A partir de então foram utilizados novos valores para a liga de alumínio que constam tabela 4.2. Para essas propriedades a frequência de ressonância do modo passou a ser 23,1kHz. O transdutor piezelétrico utilizado para este radiador acústico foi projetado seguindo o procedimento B descrito na seção 3.3. O seu modo de vibrar de operação é apresentado na figura 6.8,

sendo ilustrado o vetor de módulo de deslocamento $|U_r + U_y|$. A figura mostra também o gráfico de deslocamento axial $U_y$ na superfície emissora normalizado.

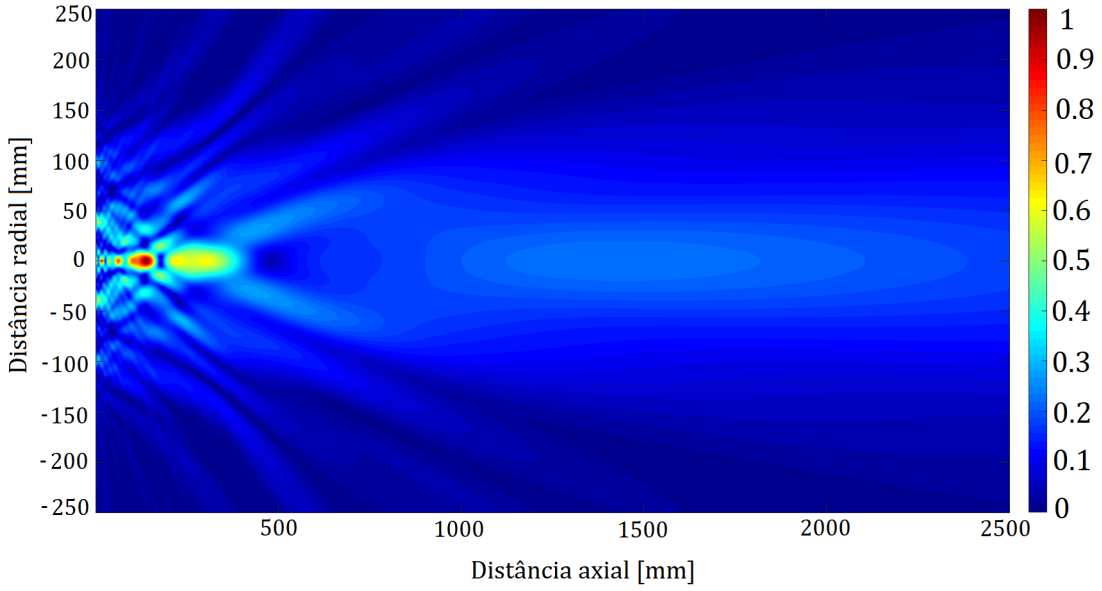
Figura 6.8: Modo de vibrar de operação do transdutor com face emissora de 301mm de diâmetro.




Fonte: Autor

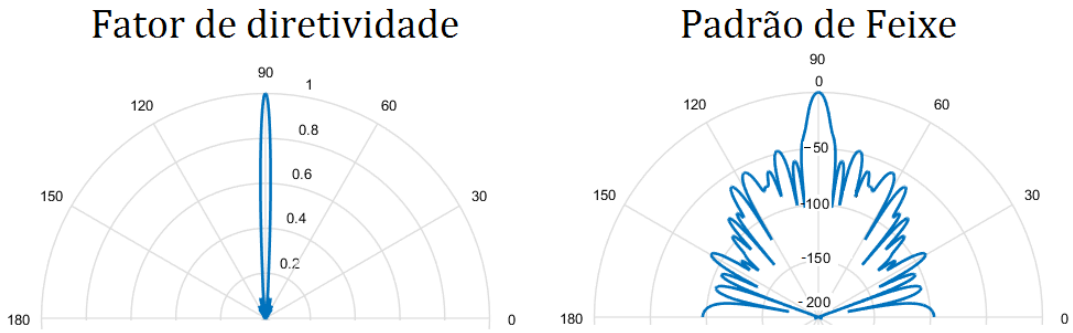
A figura 6.9 ilustra o campo de pressão acústica teórico normalizado obtidos pela integral de Rayleigh 4.39. O fator de direcionalidade e o padrão de feixe constam na figura 6.10 calculados para uma distância de 3m. O transdutor apresentou diretividade de 45,1 e ângulo do segundo lóbulo de 8,4 graus.

Figura 6.9: Campo de pressão normalizado do transdutor com face emissora com diâmetro de 300mm.




Fonte: Autor

Figura 6.10: Fator de diretividade e padrão de feixe do transdutor com face emissora com diâmetro de 300mm.




Fonte: Autor

## 6.4 Placa com otimização de forma

Inicialmente, o procedimento descrito na seção 5.5 foi testado para uma placa de alumínio operante no modo de flexão de 5 diâmetros nodais. Embora a rotina proposta conduza a boas soluções, como ilustrado nas figuras 6.11, o método proposto não encontrou o mesmo formato de placa a partir de uma mesma geometria inicial. Verificou-se também que mesmo aumentando o número de pontos da spline de 15 para 30 foi observado que a abordagem resulta em soluções diferentes. Assim, optou-se por validar experimentalmente a abordagem em um projeto de radiador acústico com diâmetro menor.

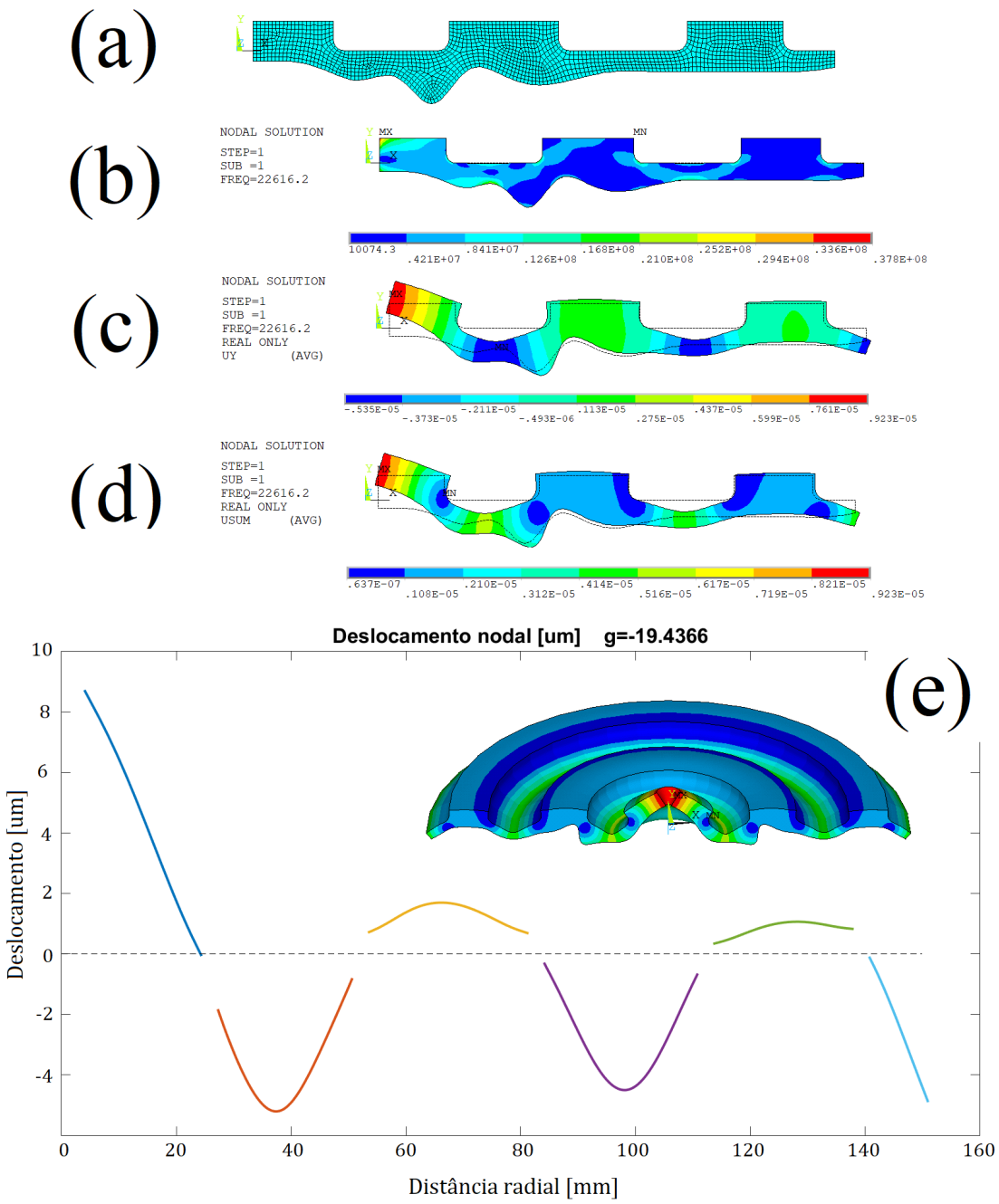
Para uma placa operante no modo de flexão axissimétrico de 3 diâmetros nodais o procedimento convergiu algumas (três) vezes em soluções suficientemente similares. Para este radiador acústico, partiu-se de um projeto suficientemente funcional, uma placa com lado inferior liso (reto, plano), isto é, $\boldsymbol{y_{lisa}} = \{0\}$ (ver Fig. 5.7). Este projeto inicial definiu a posição das ranhuras superiores e a tensão máxima de von Mises a ser respeitada no termo de penalização $g_3$ da eq. 5.12. As restrições de caixa $\boldsymbol{y_i^{min}}$ foram definidas em função da coordenada radial de forma a garantir uma espessura mínima na placa de $4mm$ e a restrição $\boldsymbol{y_i^{max}}$ imposta foi de $0,5mm$ em todos os 30 pontos. Utilizou-se uma população de 80 indivíduos no algoritmo genético e foi necessário cerca de 200 gerações para convergência do processo. O radiador acústico de face inferior lisa foi construído a fim de estabelecer comparações com a placa projetada por otimização de forma.

A solução obtida (apresentada na figura 6.12) precisou ser reinterpretada para a viabilização de sua manufatura. Utilizando o software de CAD *SolidEdge*, pode-se traçar manualmente um caminho para uma ferramenta de torneamento com $3mm$ de diâmetro, conforme ilustra a figura 6.13. A alteração modificou a frequência de ressonância em poucos hertz e praticamente não alterou o modo de vibrar da placa.

Posteriormente, um protótipo de liga de alumínio 7075 foi construído com dois pares de cerâmicas PZT-8 de 50mm de diâmetro externo e 15mm de diâmetro interno separados por uma aleta de aço inox. Tal transdutor foi projetado de acordo com

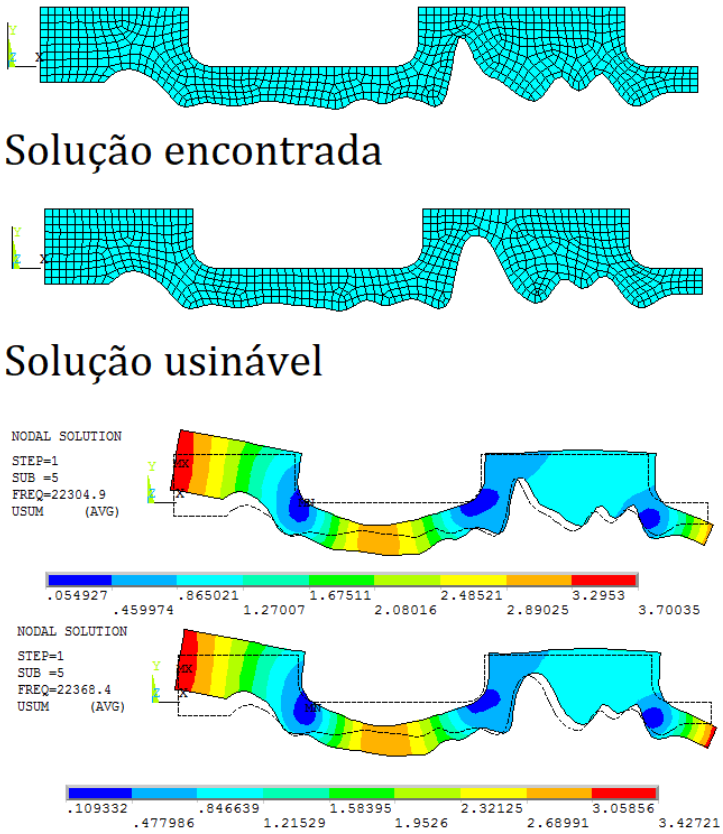
a abordagem A apresentada na seção 3.3 e utilizado em conjunto com as placas de 3 diâmetros nodais de alumínio. O modelo do transdutor e o modo de vibrar do conjunto está ilustrado na figura 6.14.

Figura 6.11: Uma solução de placa com ajuste de forma: (a) geometria, (b) tensões de von Mises, (c) deslocamento axial $U_y$, (d) módulo do deslocamento $|U_x + U_y|$ e (e) deslocamento axial na superfície da placa.



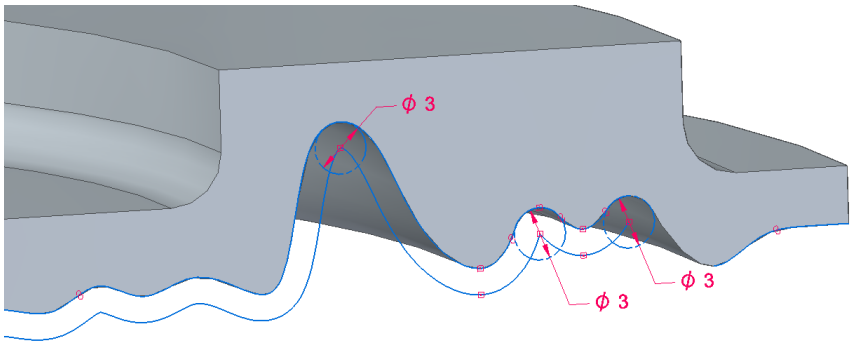

Fonte: Autor

Figura 6.12: Solução encontrada para a placa com 3 diâmetros nodais.



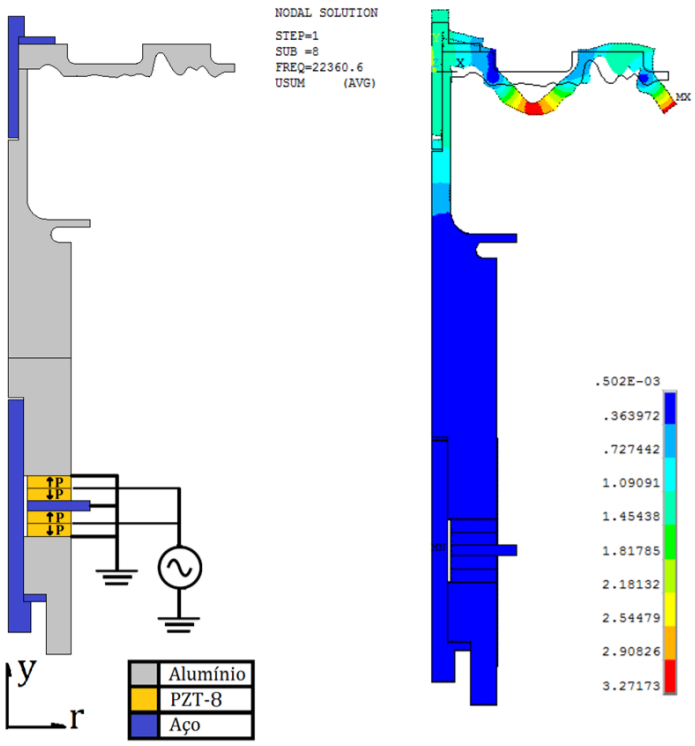

Fonte: Autor

Figura 6.13: Viabilização da usinagem: Caminho da ferramenta.




Fonte: Autor

Figura 6.14: Transdutor projetado para a placa com 3 diâmetros nodais.




Fonte: Autor

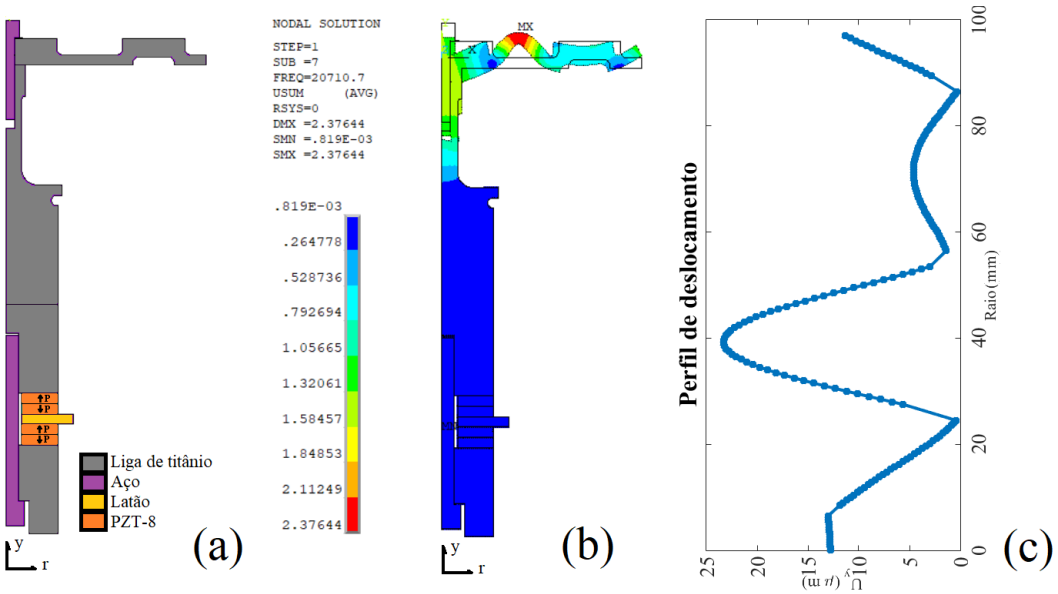
## 6.5 Protótipo de titânio

Um protótipo de liga de titânio grau V foi construído e encapsulado para operar em ambientes industriais. Esse conjunto foi construído com requisitos de funcionamento de um produto, a escolha do material garante que o dispositivo trabalhe sem preocupações com relação à falha por fadiga e o encapsulamento previne os problemas de ataque agentes externos e de superaquecimento, pois é acoplável a um sistema de refrigeração. O encapsulamento foi feito com um tubo de aço inox com a saída traseira ligada a um cabo ou mangueira por onde saem os fios do acionamento elétrico. A saída tem diâmetro o suficiente para conectar uma mangueira que pode ser acoplada a um sistema de refrigeração a ar. O transdutor possui 2 pares de cerâmicas PZT-8 de 50mm de diâmetro e 15mm de diâmetro interno separadas por um anel de latão, funcionando como aleta e eletrodo. O radiador acústico opera no modo de flexão axissimétrico de 3 diâmetros nodais e tem face inferior de formato arbitrário, com uma ranhura concêntrica centralizada com a última face superior emissora.

Respeitando o valor teórico de tensão máxima de von Mises de 186MPa, a placa deve vibrar com amplitude de deslocamento de até $23\mu m$ gerando um campo de pressão acústica que atinge até 160dB. A figura 6.15 apresenta: (a) os materiais empregados no modelo, (b) o modo de vibrar de operação do transdutor com frequência de ressonância de 20400Hz e (c) o perfil de deslocamento da face emissora. A figura 6.16 apresenta os resultados de: (a) campo acústico deste transdutor, (b) pressão

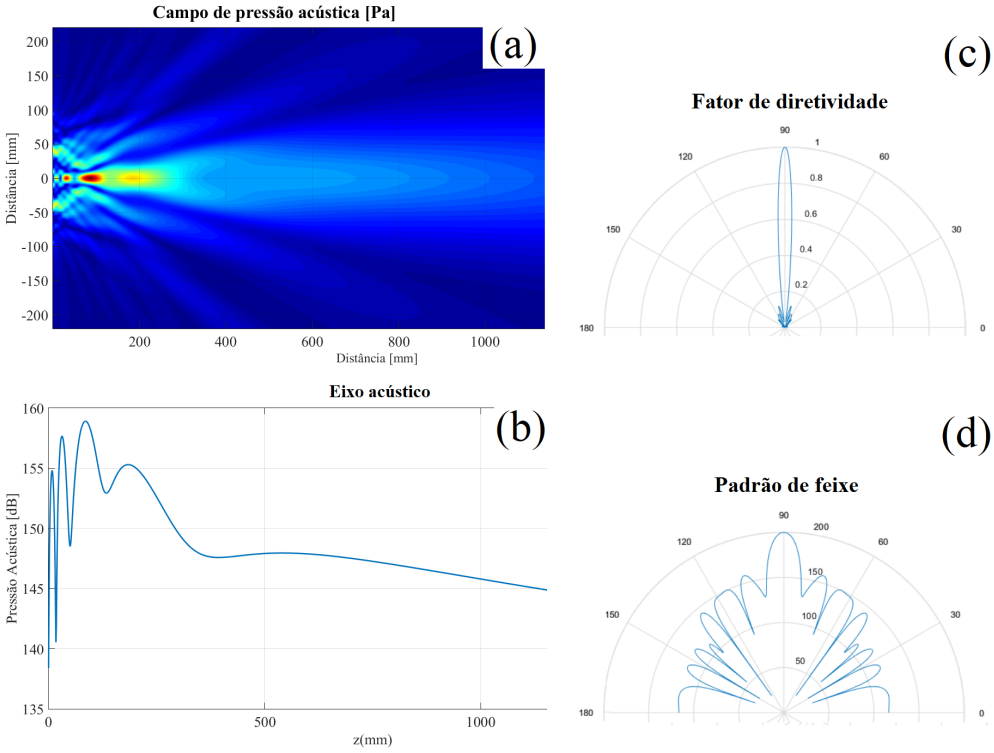
ao longo do eixo acústico, (c) fator de diretividade e (d) padrão de feixe.

Figura 6.15: Transdutor de titânio: (a) domínio do modelo, (b) modo de vibrar de operação e (c) perfil de deslocamento do radiador acústico.




Fonte: Autor

Figura 6.16: Transdutor de titânio: (a) campo de pressão acústica, (b) pressão acústica no eixo acústico, (c) fator de diretividade e (d) padrão de feixe.




Fonte: Autor

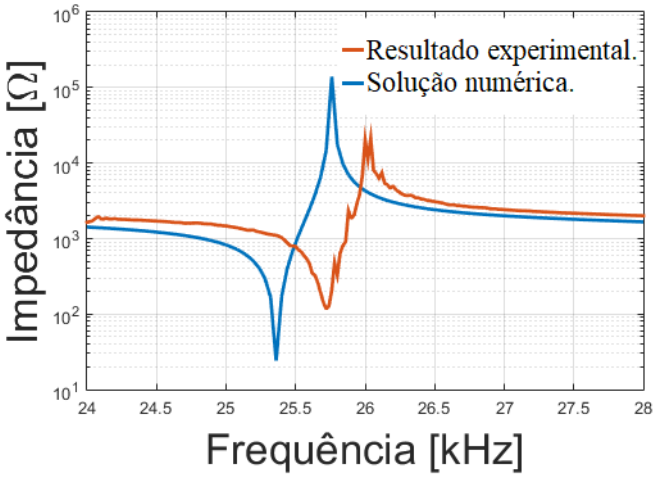
# Capítulo 7

# Metodologia Experimental

## 7.1 Análise de impedâncias elétricas

O analisador de impedância elétrica Agilent 4294A foi utilizado para identificar os modos de vibrar dos transdutores desenvolvidos. A figura 7.1 apresenta as curvas de impedância elétrica experimental e teórica (obtida pelo MEF) do transdutor com face emissora com diâmetro de 31mm. A frequência de ressonância medida foi de $25,7kHz$ com módulo da impedância elétrica de $117\Omega$. O coeficiente de acoplamento eletromecânico calculado a partir da expressão 4.24 resultou em $0,161$. O modelo teórico apresentou valores similares: frequência de ressonância de $25,36kHz$ e coeficiente de eletro-acoplamento mecânico de $0,18$.

Figura 7.1: Curva de impedância elétrica do transdutor de pequeno porte.

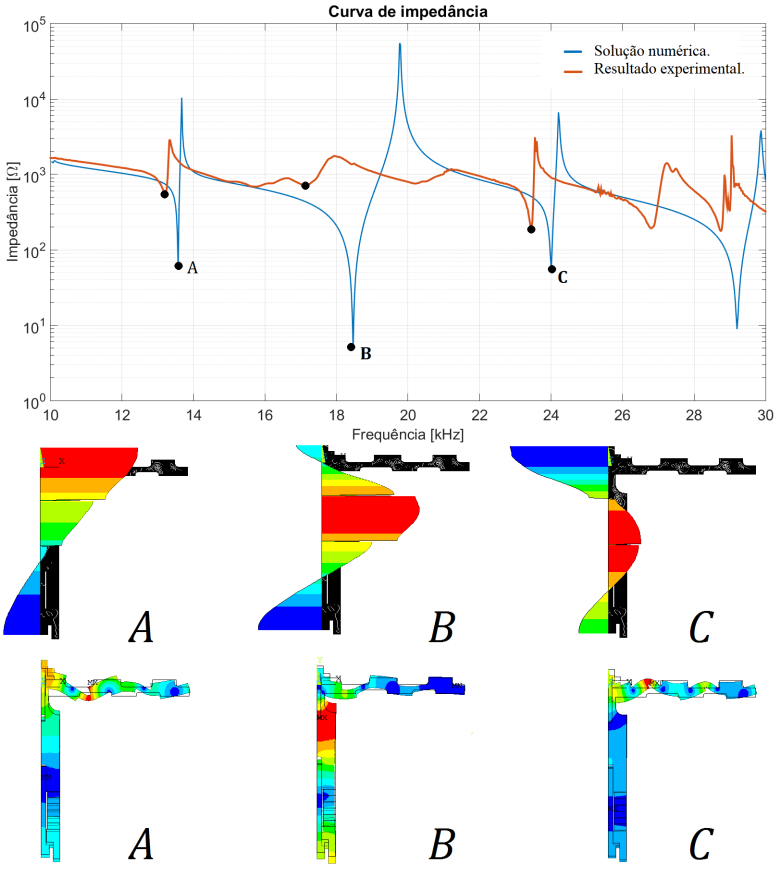



Fonte: Autor

A figura 7.2 mostra as impedâncias elétricas, teórica (obtida pelo MEF) e experimental, do transdutor com três pares de cerâmicas. Três modos vibracionais de interesse são destacados nas curvas de impedância elétrica pelas letras A, B e C. Os deslocamentos na direção axial e as magnitudes de deslocamento desses três modos também foram apresentados na figura 7.2. As descontinuidades nas ilustrações de deslocamento axial estão atreladas a separação dos parafusos das massas metálicas

existentes no domínio do modelo de MEF. A frequência de ressonância medida experimentalmente foi de $23,45kHz$, com módulo de impedância elétrica de $183\Omega$. Já o coeficiente de acoplamento eletromecânico experimental calculado a partir da expressão 4.24, resultou em $0,1$. O modelo teórico apresentou valores similares de frequência de ressonância de $24kHz$ e coeficiente de acoplamento eletromecânico de $0,14$.

Figura 7.2: Curvas de impedância elétrica do transdutor com 3 pares de cerâmicas acoplado à placa emissora e deslocamentos na direção axial e magnitudes de deslocamento dos modos em destaque (A, B e C).

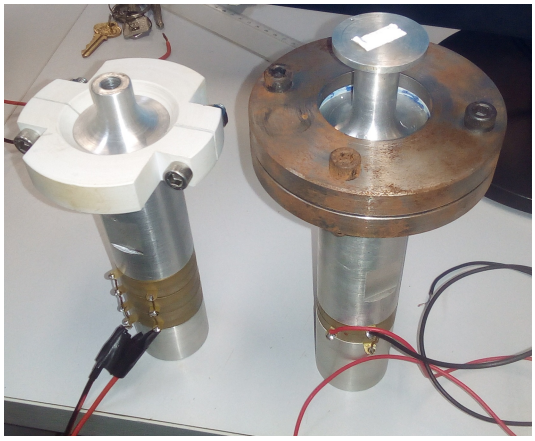



Fonte: Autor

O modo indicado pela letra C é o modo de operação do transdutor. Os modos A e B foram identificados experimentalmente. Nota-se que o amortecimento real desses modos é maior do que o modelo devido às peças de fixação desse transdutor sem flange. A figura 7.3 ilustra a fixação dos transdutores.

Os erros da modelagem ficaram em torno de 2% nos resultados de frequência de ressonância. Tais erros podem ser atribuídos aos seguintes fatores: imprecisões nas propriedades dos materiais, modelagem não representativa dos parafusos, modelagem sem pré-compressão das cerâmicas e imprecisões associadas à fabricação e montagem dos transdutores.

Figura 7.3: Foto da fixação dos transdutores.



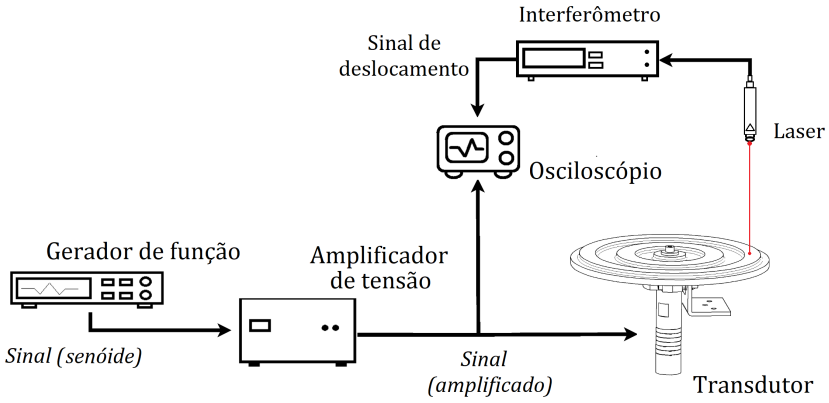
Fonte: Autor

## 7.2 Acionamento dos transdutores

O acionamento dos transdutores foi realizado pelo gerador de funções *Agilent 33250A*, que fornece um sinal de entrada harmônica até 100mV de amplitude ao amplificador de tensão elétrica *AR 800A3*, que gera sinais com amplitudes reguláveis de até algumas centenas de volts aplicado nos eletrodos dos transdutores. Para a medição das amplitudes de deslocamentos foi utilizado o interferômetro a laser *Polytec OFV-5000*. O sinal de saída do interferômetro e do amplificador de tensões foram monitorados nos dois canais do osciloscópio *Agilent DS05032A*. A figura 7.4 apresenta uma representação esquemática das ligações dos equipamentos utilizados e a figura 7.5 apresenta uma foto do experimento de medição das amplitudes de deslocamento.

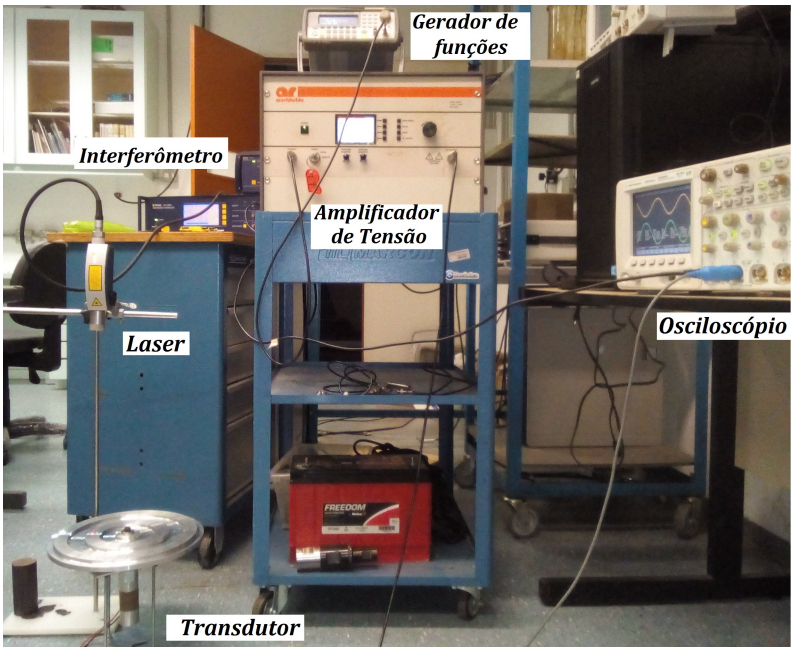
A placa foi projetada a partir do autovetor de deslocamento da placa livre, contudo, a fixação do transdutor piezelétrico à placa altera o comportamento vibracional do sistema. A figura 7.6 ilustra os módulos dos autovetores de deslocamento axial ($U_y$) dos modelos considerando a placa livre e o transdutor parafusado à placa de 300mm de diâmetro. A fixação do transdutor à placa reduziu a amplitude de vibração em seu centro. A figura 7.6 também mostra os resultados experimentais de medição dos deslocamentos na superfície do protótipo. A imprecisão no posicionamento manual do laser do interferômetro afetou a qualidade das medições de alguns pontos. Para avaliar a ocorrência de acoplamento modal foi despejado material particulado sobre o radiador acústico durante a operação, o acúmulo das partículas ocorreu apenas nas proximidades das ranhuras formando a figura de Chladni esperada. Similarmente, a figura 7.7 apresenta o perfil de deslocamento axial teórico e experimental da face emissora de 31mm de diâmetro.

Figura 7.4: Representação esquemática do acionamento.




Fonte: Autor

Figura 7.5: Foto: Esquema de acionamento dos transdutores.

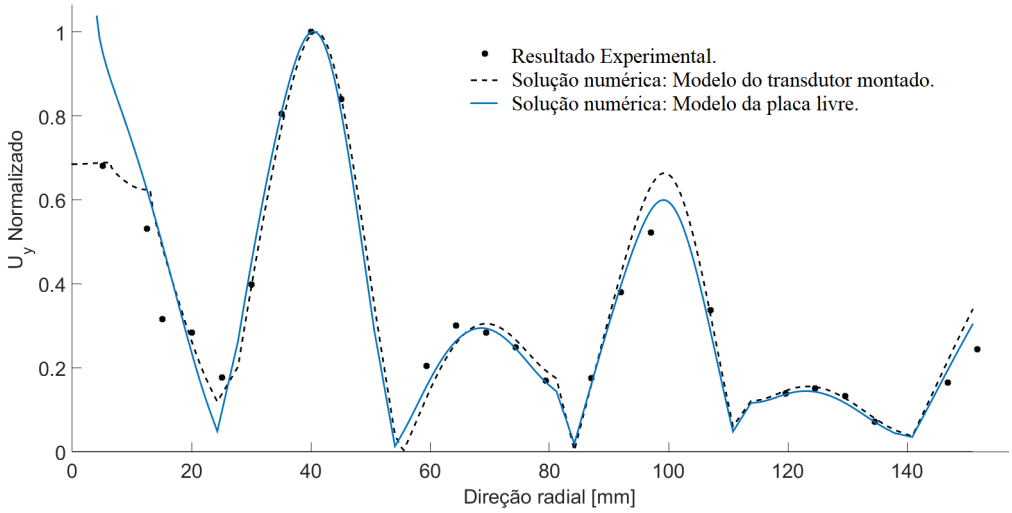



Fonte: Autor

As figuras 7.8 e 7.9 ilustram a amplitude de vibração axial em um ponto do transdutor em função da entrada da amplitude de tensão elétrica aplicada nas cerâmicas. No caso da placa com ranhuras, analisou-se o ponto de deslocamento máximo posicionado na segunda ranhura. Já no caso do transdutor com superfície emissora de 31mm de diâmetro mediu-se um ponto no centro do transdutor. Durante as medições, a potência fornecida pelo amplificador de tensão elétrica variou entre 0 e 29W, numa banda de 25647 à 25590Hz, para o transdutor com superfície emissora de 301mm, e entre 0 e 35W, numa banda de 23316 à 23241Hz para o transdutor de 31mm. As imagens contêm curvas interpoladas que mostram o comportamento linear (azul) e o início do comportamento não linear (vermelha) dos transdutores.

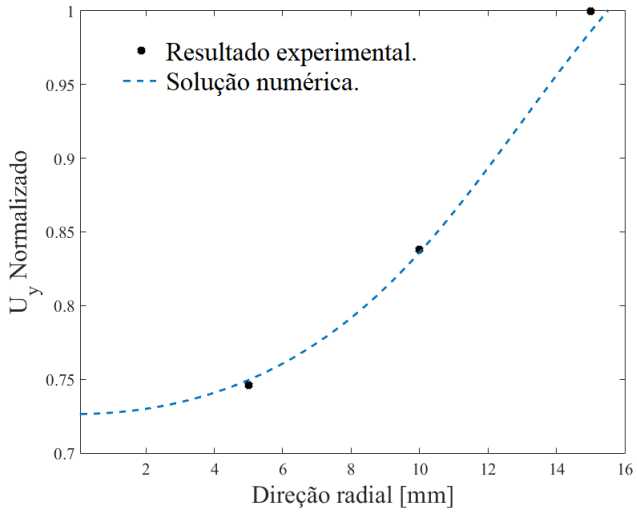
O transdutor de 31mm emitiu ruídos de vibração de aba no regime não linear

Figura 7.6: Modo de vibrar do transdutor com face emissora de 300mm de diâmetro.




Fonte: Autor

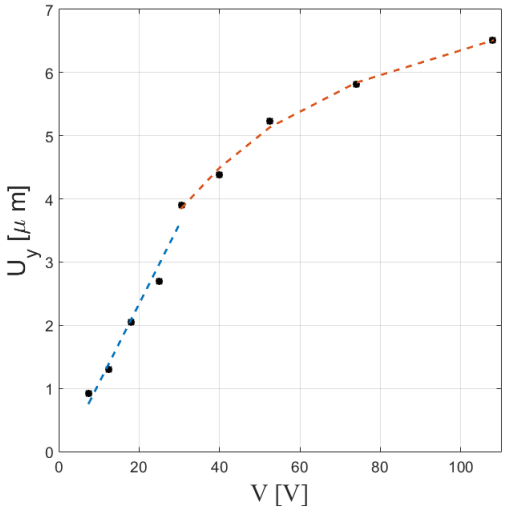
Figura 7.7: Modo de vibrar do transdutor com face emissora de 31mm de diâmetro.




Fonte: Autor

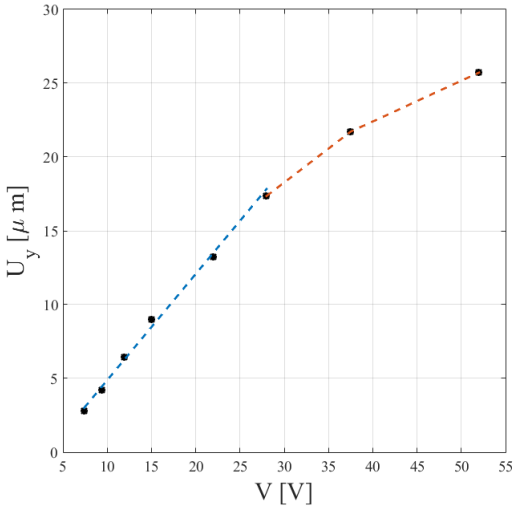
devido à mudança das propriedades do sistema sob acionamento com alta tensão elétrica. A partir desses resultados, pode-se obter o fator de amortecimento do modo de operação $\beta_{300} = 5.10^{-9}$ e $\beta_{30} = 3.10^{-9}$, para o transdutor de maior e menor porte, respectivamente. Tais valores são representativos no regime linear. As tensões máximas de von Mises estimadas para o protótipo são calculadas apenas ajustando a condição de contorno de tensão elétrica de forma a obter os deslocamentos observados experimentalmente. Por exemplo, ajustando os modelos para as amplitudes de deslocamento máximas, observadas nas medições dos gráficos 7.8 e 7.9, as tensões máximas de von Mises foram de 64MPa e 30MPa para os transdutores de maior e menor porte, respectivamente.

Figura 7.8: Curva de operação do transdutor com a placa de 300mm.




Fonte: Autor

Figura 7.9: Curva de operação do transdutor de 31mm.




Fonte: Autor

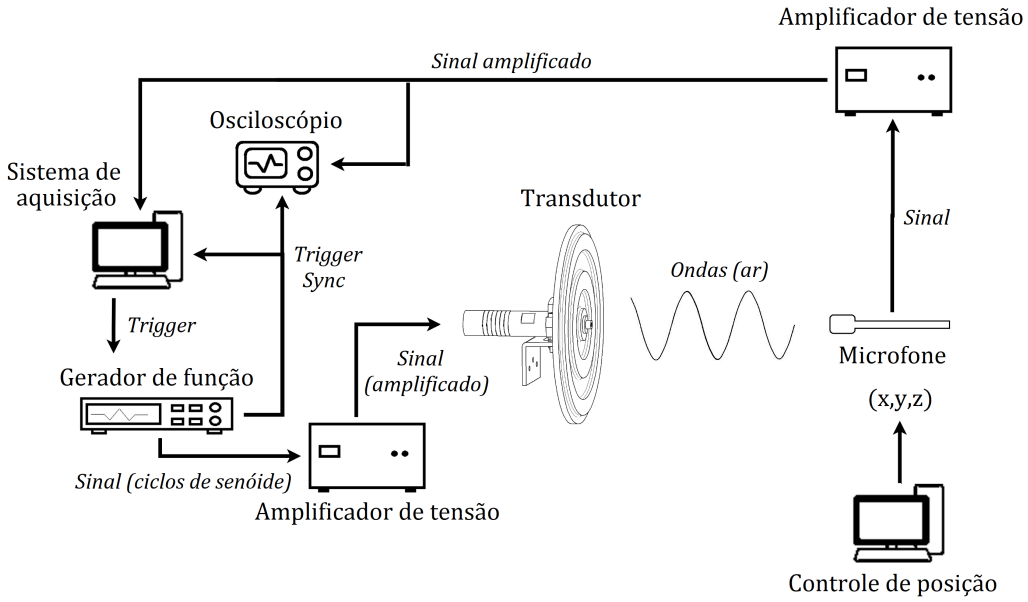
O comportamento dinâmico do transdutor com a placa de 300mm de diâmetro foi testado aplicando sinais elétricos de excitação harmônica em bursts de diferentes durações, além de diferentes potências elétricas. O tempo de transiente de subida e descida até o regime permanente foi de $4ms$ e $8ms$ respectivamente, para todas os sinais de entrada testados.

## 7.3 Campos acústicos

O microfone modelo $B\&K$ $4138A015$ de 1/8" com um amplificador de sinais WH3219 foi utilizado para medir o campo de pressão acústica gerado pelos transdutores. O instrumento mede pressões acústicas de 52dB até 168dB (dynamic range) na banda de 6,5Hz até 140kHz. O microfone foi ligado ao equipamento de aquisição automática

do Laboratório de Ultrassom da USP, que possui um sistema de manipulação de 5 graus de liberdade. A figura 7.10 ilustra o esquema de medição que integra os equipamentos de excitação, aquisição e manipulação do microfone. Como o microfone é omnidirecional sua ortogonalidade em relação à superfície emissora pouco interfere nas medições. A placa de aquisição empregada registra o sinal de tensão elétrica em variáveis de *8-bits*. Os transdutores foram acionados com sinal burst com um número de ciclos de senóide suficiente para garantir o regime permanente e o amplificador foi utilizado com potência baixa.

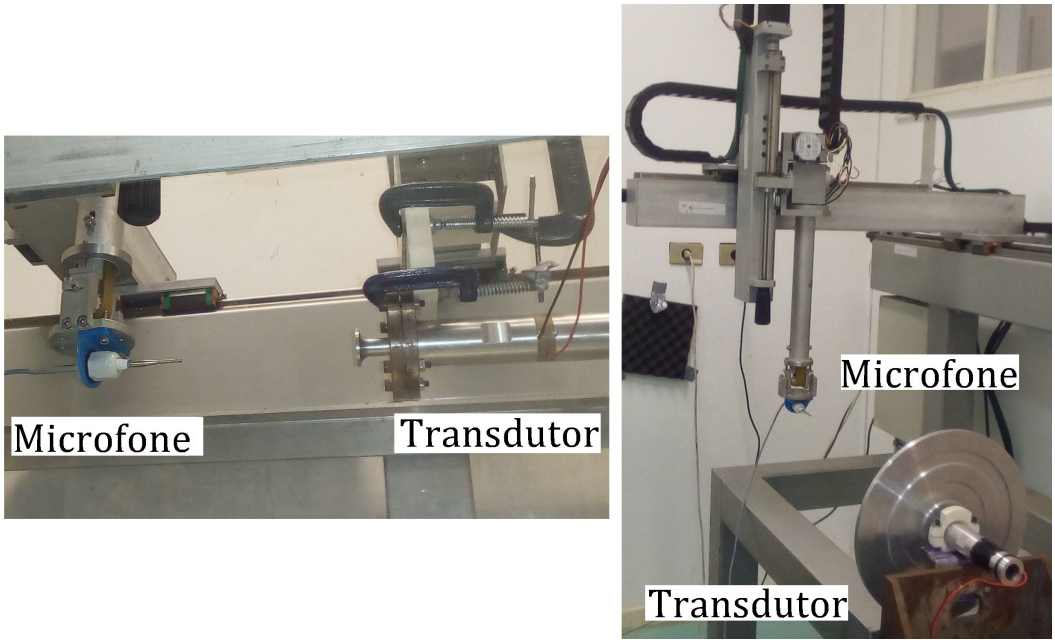
Figura 7.10: Diagrama esquemático do sistema de medição do campo de pressão acústica.




Fonte: Autor

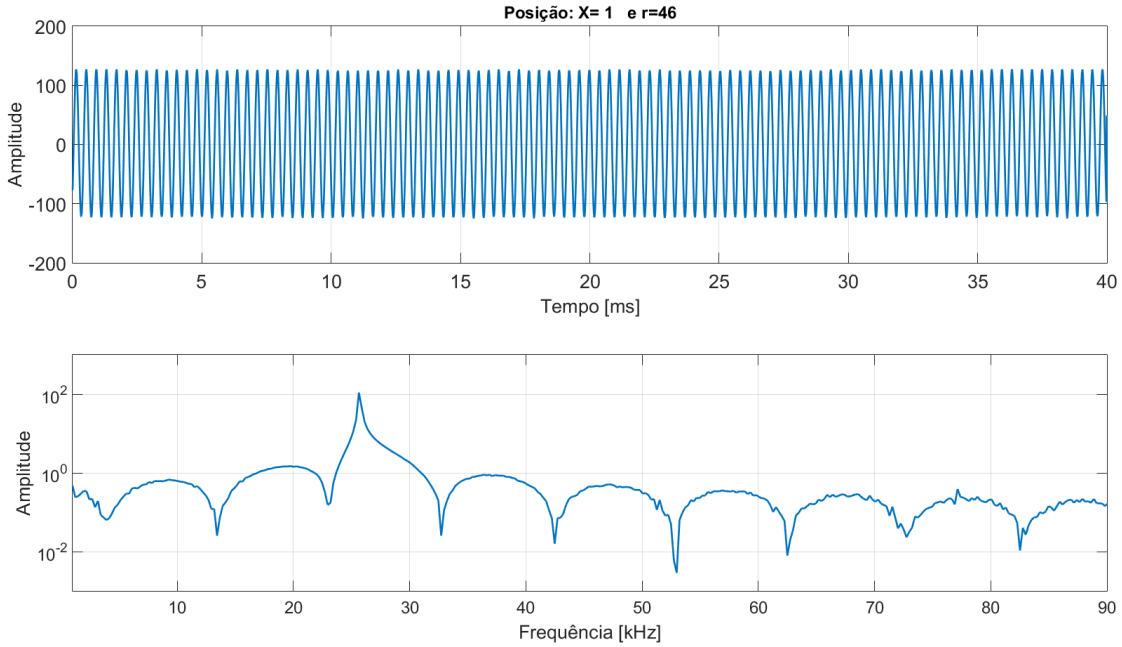
A figura 7.11 mostra o sistema de medição do campo acústico. A aquisição registra o sinal no tempo para cada um dos pontos da varredura, assim, no processamento dos dados, foi realizado uma *análise de Fourier* (FFT) a fim de identificar o espectro em frequência dos sinais gerados pelas superfícies emissoras. Operadores de análise de Fourier não são apresentados neste texto, recomenda-se o livro [84] para introdução do tópico sob viés de engenharia. Um exemplo de sinal medido e sua transformada de Fourier é apresentado na figura 7.12, onde pode-se identificar a frequência predominante de 25,7kHz. O sinal foi obtido na medição do campo acústico do transdutor com face emissora de 31mm. Nesse experimento o transdutor foi excitado a 25,7kHz com menos de 1W (vibração superficial média na ordem de $0,1\mu m$) e a varredura do campo foi efetuada com passos de $1mm$, nas direções radiais e axial, com 4000 aquisições por ponto, com frequência de amostragem de 1MHz. Conforme ilustra a figura 7.12 ocorreu *leakage* na análise espectral. Isso poderia ser resolvido recorrendo à técnicas de processamento de sinais como zero padding e janelamento, porém dado que o intuito do experimento era apenas avaliar ordens de grandeza, optou-se por não tratar o sinal obtido no experimento. Ademais, a inspeção da amplitude do sinal em regime permanente condiz com o resultado da transformada de Fourier.

Figura 7.11: Fotografias dos experimentos de medição do campo acústico.




Fonte: Autor

Figura 7.12: Exemplo de sinal no domínio do tempo e da frequência.

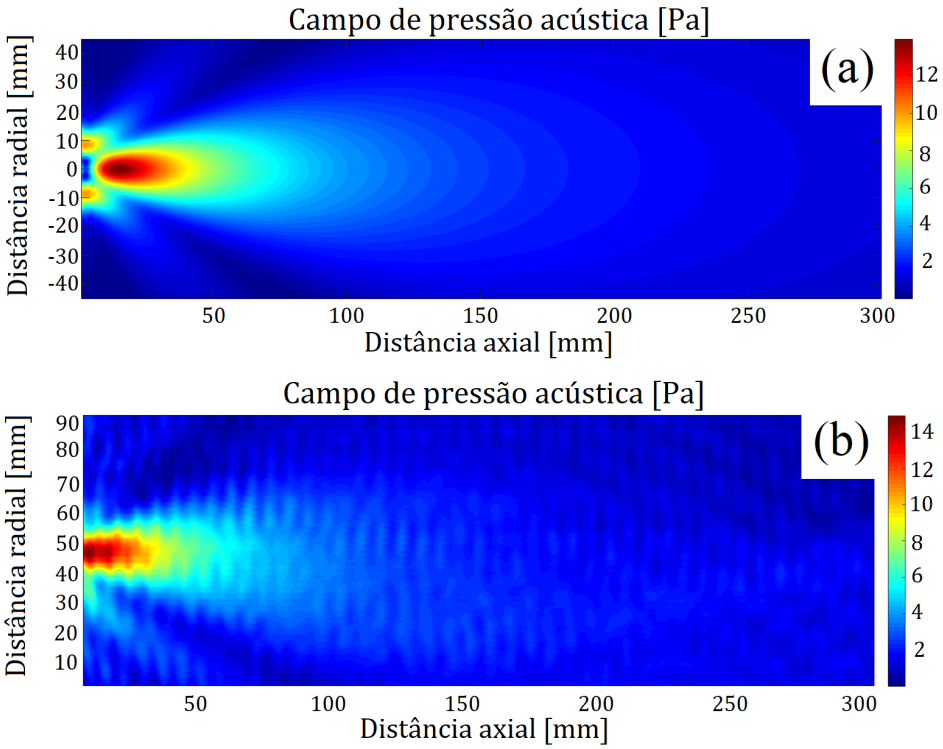



Fonte: Autor

As figuras 7.13.a e 7.13.b apresentam os resultados teóricos e experimental, respectivamente, do campo de pressão acústica (amplitudes) no plano ortogonal ao transdutor, passando pelo eixo acústico. A imagem 7.13.a apresenta o resultado numérico obtido pela integral de Rayleigh, considerando os valores de deslocamentos da face emissora medidos pelo interferômetro. As diferenças entre os resultados

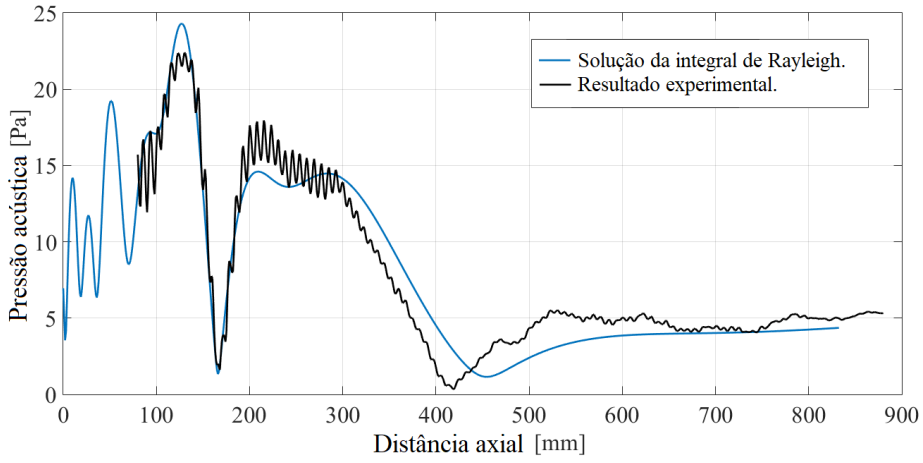
numérico e experimental são atribuídas a fatores causados durante a medição, como: reflexões no tanque próximo ao transdutor, vibrações do microfone geradas pela excitação contínua, movimentação do microfone e imprecisão do posicionamento do interferômetro.

Figura 7.13: Campo acústico gerado pelo transdutor com superfície emissora de 31mm de diâmetro: a) Teórico, b) Experimental.




Fonte: Autor

Figura 7.14: Pressão acústica teórica e experimental no eixo acústico do transdutor de 300mm



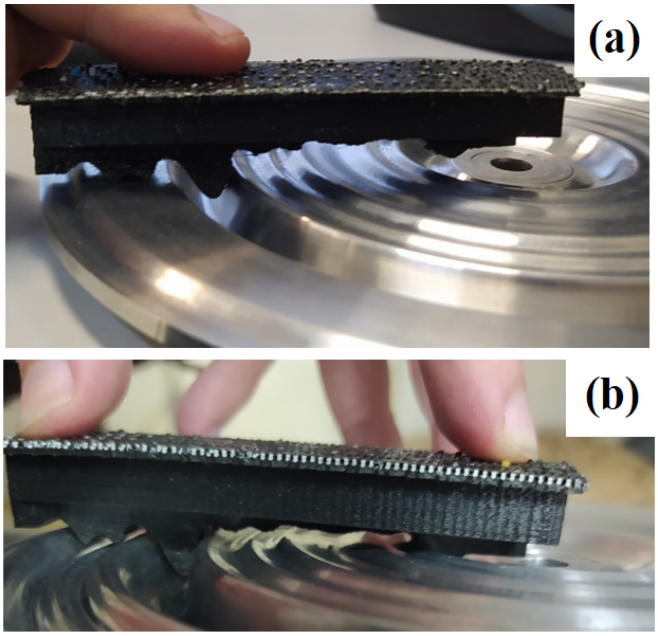

Fonte: Autor

A figura 7.14 ilustra os valores de pressão acústica teóricos e experimentais ao longo do eixo acústico do transdutor com placa de ranhuras de diâmetro de 300mm. Há semelhança entre as curvas experimental e teórica apenas na região mais próxima ao transdutor. As diferenças estão atreladas às simplificações geométricas do modelo e a falta de perpendicularidade entre a superfície emissora e o eixo de medição.

## 7.4 Radiadores com otimização de forma

Foram construídas duas placas circulares com ranhuras diretivas feitas de liga de alumínio 7075. Uma das placas possuía face traseira plana e a outra possuía face traseira com a geometria obtida pela otimização de forma, conforme discutido na seção 6.4. O intuito era elaborar um estudo comparativo do desempenho de ambos os radiadores projetados, respeitando as mesmas restrições de dimensões geométricas da face frontal, diâmetro e uma mesma vida útil devido à fratura por fadiga. O radiador com face inferior lisa apresentou bom desempenho sob alta potência, contudo não foi possível validar experimentalmente a abordagem de projeto por otimização de forma devido a dificuldades de manufatura e de acesso às instalações da universidade para execução de experimentos durante a pandemia.

Figura 7.15: Gabarito: a) Antes e b) Depois da correção de usinagem.

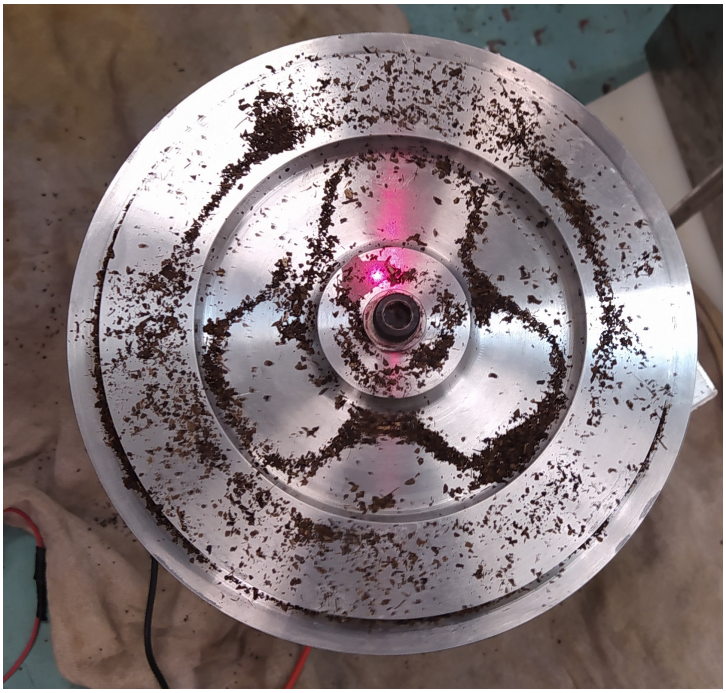



Fonte: Autor

A geometria do radiador acústico obtida por otimização de forma foi inspecionada utilizando um gabarito de PVC obtido por manufatura aditiva. A Fig.7.15.a que mostra o gabarito e como foi utilizado para identificar um erro de usinagem na geometria, onde percebe-se que há uma região não usinada na placa impedindo o encaixe do gabarito. A Fig. 7.15.b apresenta o encaixe do gabarito na placa após a usinagem de correção. Embora o encaixe não tenha sido perfeito decidiu-se testar o protótipo mesmo assim. A excitação da placa mostrou que o modo de vibrar de

interesse estava incorreto e então buscou-se corrigir o problema através de ajustes na face frontal do radiador. A primeira modificação gerou acoplamento modal do modo de interesse com um modo não axissimétrico, assim foi necessária uma segunda modificação na placa para desacoplar o modo de vibrar vizinho apresentado na figura 7.16. Contudo, após esta outra correção, verificou-se a ocorrência de vibrações espúria de alta frequência (na ordem de GHz) quando o radiador acústico operava sob alta potência. Possivelmente a vibração esteja relacionada a ocorrência de trincas na placa, oriundas dos processos de reusinagem e dos testes.

Figura 7.16: Figura de Chladine do modo de vibrar vizinho.

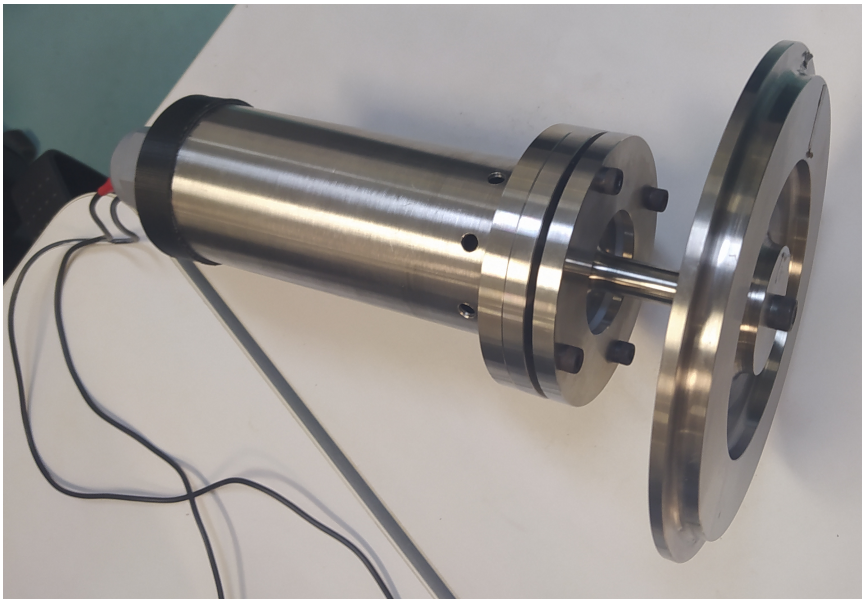


Fonte: Autor

## 7.5 Transdutor de titânio

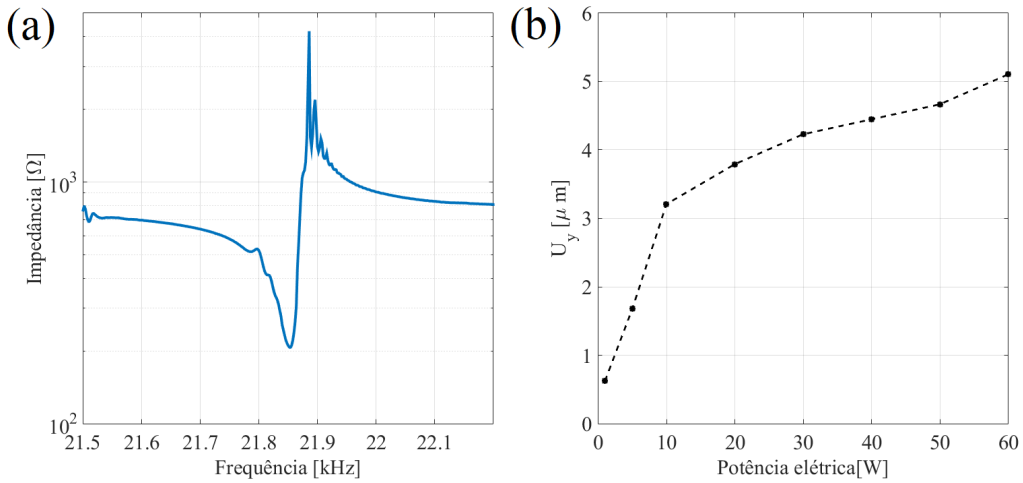
O transdutor de titânio descrito na seção 6.5 e o invólucro apresentado na figura 3.5 foram construídos, testados e validados experimentalmente (ver figura 7.17). A frequência de ressonância do transdutor no modo de vibrar de operação é de aproximadamente $21,85kHz$, apresentando impedância elétrica de $200\Omega$ e coeficiente de acoplamento eletromecânico de $0,06$, conforme apresentado na figura 7.18.a. A figura 7.18.b apresenta a amplitude de deslocamento axial medida em um ponto distante $20mm$ do centro do radiador em função da potência aplicada.

Figura 7.17: Transdutor de titânio



Fonte: Autor

Figura 7.18: Curva de impedância (a) e desempenho do transdutor (b).




Fonte: Autor

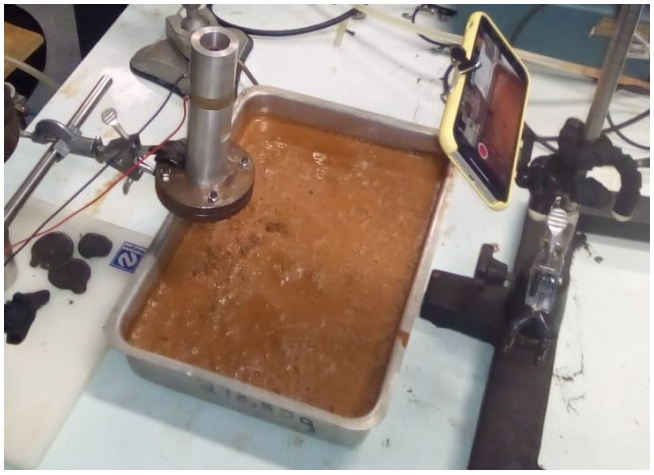
## 7.6 Aplicações

Uma série de experimentos foi realizada junto ao Instituto Tecnológico Vale (ITV). Além das investigações do efeito da aplicação de radiação acústica de alta intensidade em espumas de mineração, um dos transdutores foi utilizado para realizar uma aplicação no contexto da análise modal experimental. A seguir são apresentados de forma breve os experimentos realizados e seus resultados. A descrição detalhada consta em relatórios técnicos direcionados ao ITV.

### 7.6.1 Ensaio de supressão de espuma

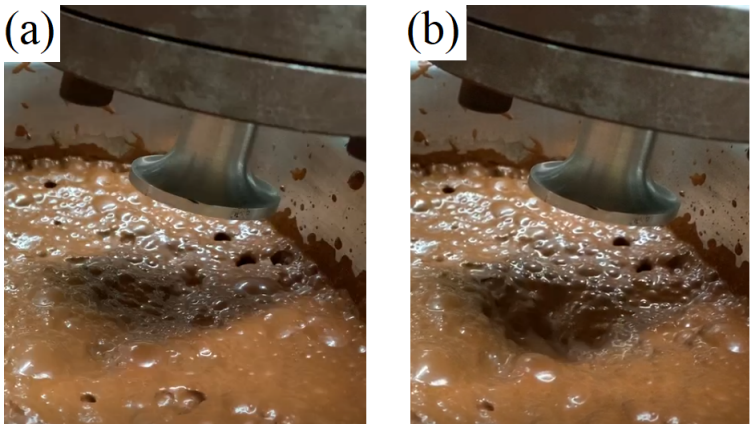
Um ensaio de supressão de espumas de um espessador (tanques de mineração que tem a finalidade de separar sólidos e líquidos) foi realizado, como mostra a fig. 7.19. Os transdutores com face emissora de 31mm e 301mm foram posicionados em diversas distâncias da espuma e acionados por diferentes valores de tensão elétrica. No experimento, posicionou-se o transdutor de menor porte paralelamente a espuma a uma distância de 30mm e gradualmente aumentou-se a potência fornecida ao transdutor. A figura 7.20.a mostra a espuma inalterada pela emissão de ondas e a figura 7.20.b mostra a espuma suprimida pela emissão de ondas. A partir do video estima-se que o transiente da supressão da espuma esteja na ordem de milissegundos. Apenas o transdutor de menor porte conseguiu suprimir a espuma e foi possível estimar a pressão acústica e intensidade de onda recebida pela espuma a partir das equações 4.39 e 4.40. Para essa espuma em particular os resultados indicaram quebra da espuma para valores de pressão acústica acima de 163dB.

Figura 7.19: Experimento de supressão de espuma de um espessador



Fonte: Autor

Figura 7.20: Supressão da espuma: Antes (a) e depois (b) da radiação.

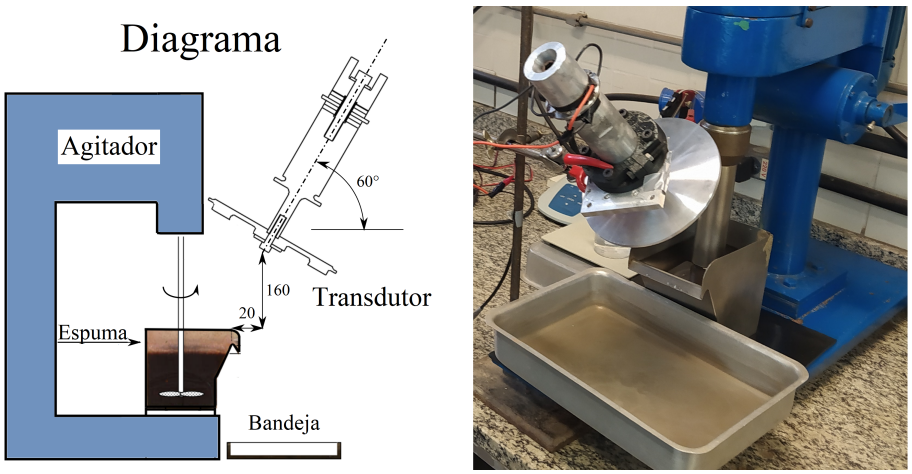



Fonte: Autor

### 7.6.2 Ensaio de flotação

Foram realizados diversos ensaios de flotação de minério de ferro sob ação de diferentes potências de radiação acústica. O transdutor de alumínio de 50mm de diâmetro e cerâmicas de PZT-8, acoplado à placa de alumínio de 3 diâmetros nodais e face inferior lisa, foi submetido a entradas de potência elétrica de 15-50W. Portanto, o conjunto aplicou uma potência acústica da ordem de 6-20W na espuma de flotação, conforme a configuração experimental ilustrada na figura 7.21. Os valores baixos de potência acústica foram adotados para evitar supressão da espuma.

Figura 7.21: Experimento de flotação: Diagrama (dimensões em mm) e arranjo experimental.



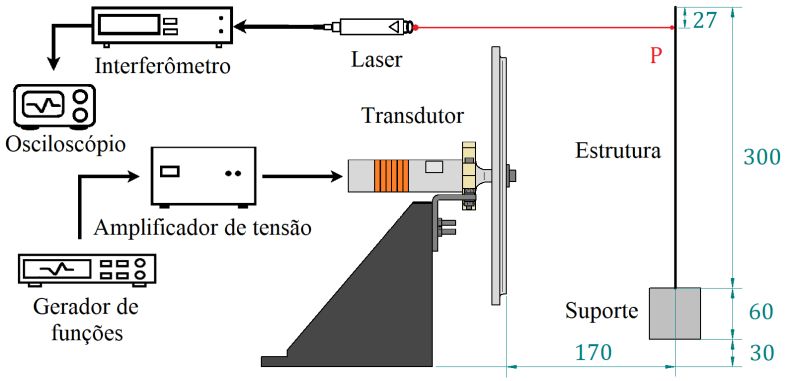

Fonte: Autor

Os resultados indicaram que a aplicação do ultrassom pode causar uma pequena melhora na recuperação do minério ( 2% em relação a um ensaio de flotação sem ultrassom). Contudo, a radiação acústica aumenta a presença de partículas de quartzo de grande diâmetro no concentrado, isto é, a substância separada tem um grau menor de pureza. O percentual de impurezas do concentrado aumentou cerca de 3%. Os resultados não variaram significativamente em função da potência aplicada, demonstrando redução da qualidade do concentrado ao projetar ondas ultrassônicas na espuma.

### 7.6.3 Excitação harmônica por força de radiação acústica

A placa de cinco diâmetros nodais foi utilizado para gerar uma força de radiação acústica harmônica na superfície de uma estrutura delgada (régua metálica em aço inox). A figura 7.22 mostra um diagrama do experimento e a figura 7.23 mostra o arranjo experimental. Detalhes acerca do experimento e a determinação da força de radiação acústica constam no artigo de Selicani e Buiochi [85]. No apêndice deste artigo consta a dedução da componente harmônica da força de radiação acústica que surge quando um sinal de amplitude modulada por uma senoide aciona o transdutor. No experimento a excitação dos modos é realizada varrendo a frequência do sinal modulado, a fim de determinar as ressonâncias da estrutura de baixa rigidez, cuja vibração de um dos seus pontos é medida com o interferômetro.

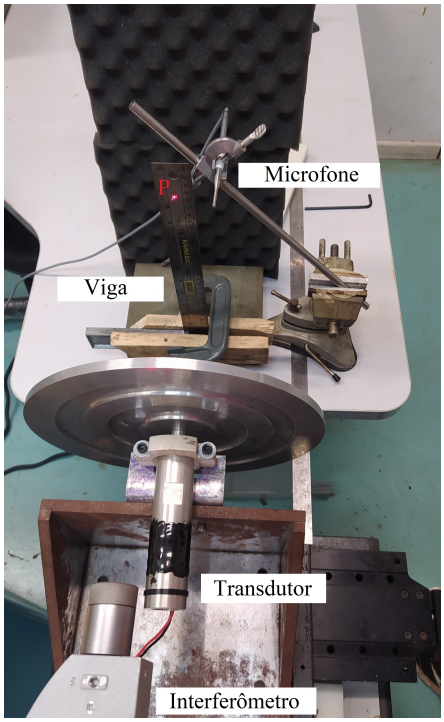
Figura 7.22: Diagrama da análise modal experimental.




Fonte: Autor

A força de radiação acústica apresenta algumas vantagens quando comparada a outros métodos de excitação aplicados em análise modal de estruturas flexíveis. Para tais estruturas, a massa dos acelerômetros ou a fixação a um agitador mecânico podem causar alterações nos modos de vibrar estudados. Em conjunto com o interferômetro, o uso do transdutor na abordagem proposta supera tais problemas devido à ausência de elementos mecânicos ligados à estrutura. Assim, a aplicação é adequada para o estudo do comportamento vibracional de instrumentos musicais e MEMs. Contudo, devido ao fato do transdutor ser altamente sintonizado, é difícil obter radiações acústicas de alta intensidade para frequências de modulação maiores do que 40Hz.

Figura 7.23: Experimento de excitação modal experimental.




Fonte: Autor

# Capítulo 8

# Considerações Finais

## 8.1 Conclusões

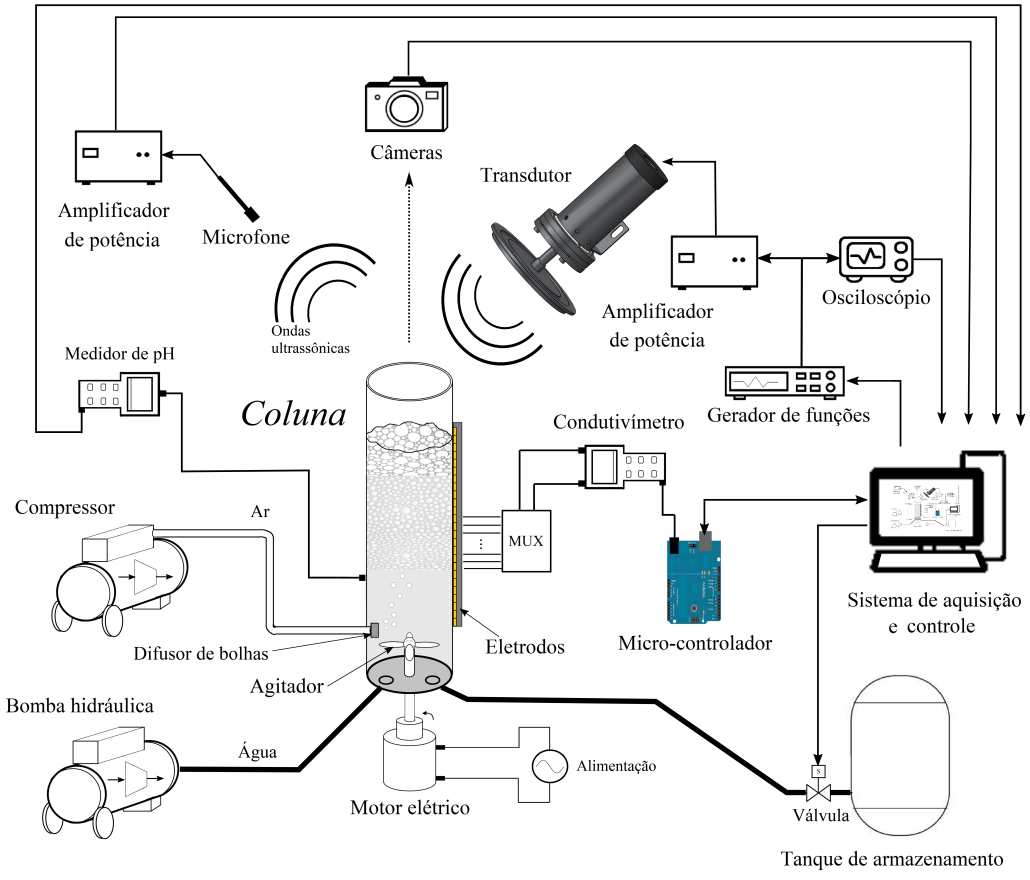
Foram desenvolvidos um total de cinco transdutores. A metodologia de projeto proposta, modelagens físicas e métodos numéricos adotados permitiram a construção de radiadores acústicos com os modos de vibrar desejados. A medição do campo acústico gerado pelo transdutor com face emissora de 30mm de diâmetro validou os procedimentos teóricos adotados. Desta forma, pode-se concluir que as simplificações do modelo da integral de Rayleigh explicam a discrepância entre seus resultados e os valores obtidos experimentalmente. A dissertação cobriu os principais aspectos práticos de construção dos transdutores piezelétricos e apresentou parâmetros físicos relevantes para avaliar o seu desempenho. A abordagem de projeto pela solução de um problema de otimização paramétrica conduziu a bons resultados. O método de otimização de forma não foi validado experimentalmente devido a problemas de manufatura do radiador acústico projetado e de execução dos experimentos. Por fim, um transdutor de liga de titânio com encapsulamento compatível com ambientes industriais foi finalizado e será aplicado em futuros trabalhos.

O experimento de supressão de espuma permitiu estimar a pressão acústica necessária para produzir tal efeito. O ensaio de flotação foi realizado sob diferentes condições químicas e tamanhos de partículas presentes na solução, diferentes condições acústicas como frequência, intensidade de onda e tempo de duração. A tarefa de distinguir como a variação de cada um desses parâmetros influencia a dinâmica físico-química do processo de separação de mistura ainda não foi concluída, porém uma bancada experimental dedicada ao tema foi proposta para futuras investigações. A excitação dos transdutores com sinais elétricos de amplitude modulada causa uma emissão de onda capaz de gerar uma força de radiação acústica com componente harmônica. Tal componente foi utilizada para excitar modos de vibrar de estruturas leves e excitar bolhas da espuma de flotação de diferentes tamanhos em função da frequência de modulação do sinal.

## 8.2 Trabalhos Futuros

Distinguir se o mecanismo de supressão de espuma se dá por impacto de radiação, cavitação, atomização da película líquida das bolhas, ressonância superficial das bolhas ou por efeito de correnteza acústica é essencial para tal aplicação industrial de ultrassom. Dado que é possível otimizar os transdutores, a eletrônica de seu acionamento, sensores e suportes em função do conhecimento do princípio de atuação. Os ensaios revelaram o desafio em separar a influência dos parâmetros de flotação (ação dos reagentes na estabilidade da espuma, , concentração de minério na espuma, tamanho de partículas na espuma, vazão de ar,etc.) quando combinados aos parâmetros de ultrassom (intensidade de onda, frequência, força de radiação acústica, tempo de exposição à radiação etc) nos resultados dos experimentos. A análise da influência dos parâmetros experimentais é fundamental para compreender melhor o fenômeno de supressão, e sua execução exige ensaios que reproduzam as características da polpa, da espuma e do tanque de aplicação do ultrassom com elevado nível de controle. Logo, identificou-se a necessidade de elaborar uma bancada dedicada ao estudo dos efeitos mencionados que disponha de dispositivos de controle dos parâmetros experimentais listados além de automatizar parte do trabalho manual, conforme ilustrado na figura 8.1.

Figura 8.1: Bancada experimental.




Fonte: Autor

O elemento principal desta bancada é uma coluna de flotação adaptada para aportar a atuação dos transdutores de ultrassom em diversas configurações de inclinação e distância, além de sensores como câmeras e eletrodos para medição de condutividade elétrica, os quais permitem o monitoramento da drenagem líquida da espuma. A coluna deve ser construída em acrílico transparente com altura graduada para a identificação dos valores observados e dos eletrodos, cujos fios são conectados a um circuito multiplexador ligado aos terminais de um condutivímetro que tem suas medições registradas por um sistema de aquisição composto de um controlador (um Arduino ou similar e um computador) conforme publicado no experimento de Lepage et al. [86], onde é estabelecida uma relação entre condutividade e umidade da espuma. A bancada deve dispor de um conjunto de bombas hidráulicas para enchimento e descarga da coluna de flotação e um compressor de ar com regulador de vazão e filtros periféricos para geração das bolhas. Um motor elétrico deve acionar o agitador localizado no fundo da coluna de flotação, o qual permite ajustar o nível de turbulência e garantir a suspensão dos sólidos. Será preciso também um medidor de pH da solução e um tanque de armazenamento para recirculação da polpa (possibilitando testes em circuito fechado) e/ou descarte futuro.

# Apêndice A

# Parâmetros do algoritmo genético

Uma descrição resumida dos parâmetros da toolbox de otimização do Matlab é feita nessa seção a partir da documentação do software.

*CrossoverFraction*: A fração da população da próxima geração criada por recombinação, excluindo descendentes de elite.
*EliteCount*: Número de indivíduos que sobrevivem (são copiados) para a próxima geração. O valor padrão é 0,05 x *PopulationSize*.
*InitialPenalty*: Valor inicial do parâmetro de penalidade.
*MigrationFraction*: Fração de indivíduos que migra de uma subpopulação para outra subpopulação.
*MigrationInterval*: Duração, em número de gerações, em que ocorre migrações entre subpopulações.
*Generations*: Máximo de iterações do algoritmo. O padrão é 100 vezes o numero de variáveis.
*PopulationSize*: Tamanho da população. O padrão é 50 se houver menos de 5 variáveis, caso contrário o valor é 200.
*StallGenLimit*: Número de gerações consecutivas necessárias para parar o algoritmo caso a mudança da média relativa da função objetivo não exceda o valor *TolFun*. O padrão confirgurado é de 50 gerações.
*TolCon*: Valor de tolerância das restrições.
*TolFun*: Parâmetro utilizado no critério de convergência junto ao *StallGenLimit*.

*CreationFcn*: Cria a população inicial. A configuração padrão gera uma população uniforme.
*CrossoverFcn*: Define o algoritmo de recombinação. O procedimento padrão é definir os descendentes como uma média ponderada dos parâmetros dos pais a partir da regra: child = parent1 + random x Ratio x ( parent2 - parent1).
*SelectionFcn*: Configura a função que seleciona os indivíduos para atuar como pais da próxima geração. O padrão é o método estocástico uniforme, que cria uma linha dividida em seções cujo espaçamento de cada individuo é proporcional ao seu valor da função objetivo. O algoritmo avança sequencialmente a uma distância fixa (definida aleatoriamente) nessa linha, parando em uma posição referente a um indivíduo que será selecionado como um dos pais.
*MutationFcn*: Configura o procedimento de mutação dos descendentes. O método padrão é chamado de Praticável e Adaptável, que leva em consideração as restrições do problema para efetuar as mutações.

Migration Options: *MigrationFraction*, *MigrationInterval* e *MigrationDirection*. A função *ga()* da versão do Matlab 2015 não está habilitada a executar processamento paralelo, logo não é possível subdividir a população e portanto as funções de migração estão desativadas.
*NonlinConAlgorithm*: Seleciona o algoritmo de restrição não linear. A opção padrão é o algoritmo genético de Lagrange aumentado, sendo definido um parâmetro de penalidade maior que 1. O valor padrão é 10.
*TimeLimit*: Tempo de execução limite do algoritmo. A configuração padrão desativa esse critério de parada.

# Bibliografia


[1] Juan Antonio Gallego-Juárez et al. *Power ultrasonic transducers with extensive radiators for industrial processing*. Vol. 17. 6. Elsevier, 2010, pp. 953–964.

[2] J David N Cheeke. *Fundamentals and applications of ultrasonic waves*. CRC press, 2016.

[3] Andrew Shoh. *Industrial Application of Ultrasound, A Review*. Vol. SU-22. IEEE, 1975, pp. 60–72.

[4] S De la Fuente-Blanco et al. *Food drying process by power ultrasound*. Vol. 44. Elsevier, 2006, e523–e527.

[5] J. Mason Timothy. *Sonochemistry and the environment – Providing a "green" link between chemistry, physics and engineering*. 2007, pp. 476–483.

[6] Vladimir N Khmelev et al. *Multifrequency ultrasonic transducer with stepped-plate disk*. 2009, pp. 250–253.

[7] Yonghwan Hwang e Wonkyu Moon. *A wide-band in-air parametric array source composed of a circular plate with steps and a Langevin transducer with a horn*. Vol. 141. Elsevier, 2018, pp. 223–233.

[8] DJ McClements e P Fairley. *Ultrasonic pulse echo reflectometer*. Vol. 29. 1. Elsevier, 1991, pp. 58–62.

[9] E Riera et al. *Recent advances in the development and application of power plate transducers in dense gas extraction and aerosol agglomeration processes*. Vol. 63. Elsevier, 2015, pp. 67–72.

[10] Marco AB Andrade, Nicolás Pérez e Julio C Adamowski. *Review of progress in acoustic levitation*. Vol. 48. 2. Springer, 2018, pp. 190–213.

[11] Gilles PL Thomas et al. *Acoustic Levitation Transportation of Small Objects Using a Ring-type Vibrator*. Vol. 70. Elsevier, 2015, pp. 59–62.

[12] Enrique Riera, Juan A Gallego-Juárez e Timothy J Mason. *Airborne ultrasound for the precipitation of smokes and powders and the destruction of foams*. Vol. 13. 2. Elsevier, 2006, pp. 107–116.

[13] German Rodriguez et al. *Experimental study of defoaming by air-borne power ultrasonic technology*. Vol. 3. 1. Elsevier, 2010, pp. 135–139.

[14] Juan A Gallego-Juarez. *High-power ultrasonic processing: recent developments and prospective advances*. Vol. 3. 1. Elsevier, 2010, pp. 35–47.

[15] Juan A Gallego-Juárez, G Rodriguez-Corral e L Gaete-Garreton. *An ultrasonic transducer for high power applications in gases*. Vol. 16. 6. Elsevier Science, 1978, pp. 267–271.

[16] Juan Antonio Gallego-Juárez et al. *Recent developments in vibrating-plate macrosonic transducers*. Vol. 40. 1-8. Elsevier, 2002, pp. 889–893.

[17] JA Gallego-Juarez et al. *Development of industrial models of high-power stepped-plate sonic and ultrasonic transducers for use in fluids*. Vol. 1. 2001, pp. 571–578.

[18] Alfonso Barone e Juan A Gallego Juarez. *Flexural Vibrating Free-Edge Plates with Stepped Thicknesses for Generating High Directional Ultrasonic Radiation*. Vol. 51. 3B. ASA, 1972, pp. 953–959.

[19] Youichi Ito. *The motion of high-intensity aerial ultrasonic waves (20 kHz) entering a perforation*. Vol. 41. 5S. IOP Publishing, 2002, p. 3228.

[20] Youichi Ito. *Creation of acoustic field in linear or partially bent holes by high-intensity aerial convergent ultrasonic waves*. Vol. 42. 5S. IOP Publishing, 2003, p. 2990.

[21] Youichi Ito, Yua Kitamura e Ayumu Osumi. *New technique for linearly converging ultrasonic waves radiated by a stripe-mode vibrating plate*. Vol. 53. 7S. IOP Publishing, 2014, 07KE16.

[22] Youichi Ito, Ryo Kato e Ayumu Osumi. *Examinations of Behavior of Liquid Irradiated with High-Intensity Aerial Ultrasonic Waves in a Long Pore*. Vol. 52. 7S. IOP Publishing, 2013, 07HE12.

[23] Youichi Ito. *Experimental investigation of deflection of high-speed water current with aerial ultrasonic waves*. Vol. 44. 6S. IOP Publishing, 2005, p. 4669.

[24] Youichi Ito. *Study of Atomization of a Water Jet by High-Intensity Aerial Ultrasonic Waves*. Vol. 40. 5S. IOP Publishing, 2001, p. 3792.

[25] Youichi Ito, Satoshi Nakayama et al. *Measurement of residual particles by high-intensity aerial ultrasonic waves*. Vol. 38. 5S. IOP Publishing, 1999, p. 3312.

[26] Curso de Mineração - Básico Módulo III: Vale do Rio Doce. *Curso de Mineração - Básico Módulo III: Beneficiamento Mineral*. URL: `http://www.vale.com/brasil/PT/initiatives/environmental-social/Paginas/curso-basico-de-mineracao.aspx`.

[27] S.K. Kawatra. *Mining Engineering Handbook Flotation Fundamentals*. URL: `http://www.chem.mtu.edu/chem_eng/faculty/kawatra/Flotation_Fundamentals.pdf`.

[28] A.D. Farmer, A.F. Collings e G.J. Jameson. *Effect of ultrasound on Effect of ultrasound on surface cleaning of silica particles*. 2000, pp. 101–113.

[29] H.L. Zhao, D.X. Wang e Y.X. Caiand F.C. Zhang. *Removal of iron from silica sand by surface cleaning using power ultrasound*. 2007, pp. 816–818.

[30] S.G. Ozkan. *Beneficiation of magnesite slimes with ultrasonic treatment*. 2002, pp. 99–101.

[31] N. Emre Altun, Jiann-Yang Hwang e Cahit Hicyilmaz. *Enhancement of flotation performance of oil shale cleaning by ultrasonic treatment*. 2009, pp. 91–113.

[32] S. Djendova e V. Mehandjiski. *Study of the effects of acoustic vibration conditioning of collector and frother on flotation of sulphide ores*. 1992, pp. 205–217.

[33] Safak G. Özkan e Halit Z. Kuyumcu. *Design of a flotation cell equipped with ultrasound transducers to enhance coal flotation*. 2007, pp. 639–645.

[34] S.K. Nicol, M.D. Engel e K.C. Teh. *Fine-particle flotation in an acoustic field*. 1986, pp. 143–150.

[35] Emin Cafer Cilek e Selcuk Ozgen. *Effect of ultrasound on separation selectivity and efficiency of flotation*. 2009, pp. 1209–1217.

[36] Lawrence E Kinsler et al. *Fundamentals of acoustics*. 1999, pp. 113–120.

[37] Flávio Buiochi. *Análise dos métodos de medição de densidade de líquidos por ultra-som*. 1994.

[38] DA Hutchins e G Hayward. «Radiated fields of ultrasonic transducers». Em: *Physical acoustics*. Vol. 19. Elsevier, 1990, pp. 1–80.

[39] Jack Blitz e Geoff Simpson. *Ultrasonic methods of non-destructive testing*. Vol. 2. Springer Science & Business Media, 1995.

[40] Gordon S Kino. *Acoustic waves: devices, imaging, and analog signal processing Prentice-Hall Signal Processing Series*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1987.

[41] Velimir M Ristic e Philip L Marston. *Principles of Acoustic Devices by Velimir M. Ristic*. 1984.

[42] Leonas Jakevičius e Andriejus Demčenko. *Ultrasound attenuation dependence on air temperature in closed chambers*. Vol. 63. 1. Technologija, 2003, pp. 18–22.

[43] JA Gallego-Juarez. *Piezoelectric ceramics and ultrasonic transducers*. Vol. 22. 10. IOP Publishing, 1989, p. 804.

[44] N Aurelle et al. *Nonlinear behavior of an ultrasonic transducer*. Vol. 34. 2-5. Elsevier, 1996, pp. 187–191.

[45] R Simkovics et al. *Nonlinear finite element analysis of piezoelectric transducers*. Vol. 2. 1999, pp. 1057–1060.

[46] Wenhua Jiang e Wenwu Cao. *Nonlinear properties of lead zirconate–titanate piezoceramics*. Vol. 88. 11. AIP, 2000, pp. 6684–6689.

[47] Nicolas Perez et al. *Identification of elastic, dielectric, and piezoelectric constants in piezoceramic disks*. Vol. 57. 12. IEEE, 2010.

[48] Fred Nilsson. *Fracture Mechanics: From Theory to Applications*. Department of Solid Mechanics, Royal Institute of Technology, 1999.

[49] Joseph Edward Shigley. *Shigley's mechanical engineering design*. Tata McGraw-Hill Education, 2011.

[50] William D Callister, David G Rethwisch et al. *Materials science and engineering: an introduction*. Vol. 7. John wiley & sons New York, 2007.

[51] Serope Kalpakjian, KS Vijai Sekar e Steven R Schmid. *Manufacturing engineering and technology*. Pearson, 2014.

[52] Juan A Gallego-Juárez e Karl F Graff. *Power ultrasonics: applications of high-intensity ultrasound*. Elsevier, 2014.

[53] Howard E Boyer et al. *Atlas of fatigue curves*. Asm International, 1985.

[54] SG Amin, MHM Ahmed e HA Youssef. *Computer-aided design of acoustic horns for ultrasonic machining using finite-element analysis*. Vol. 55. 3-4. Elsevier, 1995, pp. 254–260.

[55] Dale Ensminger. *Ultrasonics: Fundamentals, Technology, Applications, Revised and Expanded*. CRC Press, 1988.

[56] Amir Abdullah, Mohsen Shahini e Abbas Pak. *An approach to design a high power piezoelectric ultrasonic transducer*. Vol. 22. 4. Springer, 2009, pp. 369–382.

[57] William D O'Brien Jr. *Ultrasound–biophysics mechanisms*. Vol. 93. 1-3. Elsevier, 2007, pp. 212–255.

[58] FJ Arnold e SS Mühlen. *The mechanical pre-stressing in ultrasonic piezotransducers*. Vol. 39. 1. Elsevier, 2001, pp. 7–11.

[59] Dominick A DeAngelis e Gary W Schulze. *Optimizing piezoelectric crystal preload in ultrasonic transducers*. 2009, pp. 1–6.

[60] Dominick A DeAngelis, Gary W Schulze e KS Wong. *Optimizing piezoelectric stack preload bolts in ultrasonic transducers*. Vol. 6. 2015, pp. 11–20.

[61] Lin Shuyu. *Optimization of the performance of the sandwich piezoelectric ultrasonic transducer*. Vol. 115. 1. ASA, 2004, pp. 182–186.

[62] Shashank Priya et al. *High-power resonant measurements of piezoelectric materials: Importance of elastic nonlinearities*. Vol. 90. 3. AIP, 2001, pp. 1469–1479.

[63] Lin Shuyu. *Load characteristics of high power sandwich piezoelectric ultrasonic transducers*. Vol. 43. 5. Elsevier, 2005, pp. 365–373.

[64] Enrique Riera et al. *Power characterization of ultrasonic piezoelectric transducers*. Vol. 1435. 2007, pp. 9–13.

[65] Enrique Riera et al. *Characterising the nonlinear dynamics of power ultrasonic systems*. Vol. 2010. 7. 2010, pp. 4233–4242.

[66] JL San Emeterio, JA Gallego-Juárez e G Rodriguez-Corral. *IGH axisymmetric modes of vibration of stepped circular plates*. Vol. 114. 3. Elsevier, 1987, pp. 495–505.

[67] Pusonics. *Pusonics*. URL: `https://www.pusonics.es/`.

[68] Vladimir N Khmelev et al. *Ultrasonic device for foam destruction*. 2007, pp. 252–254.

[69] Junuthula Narasimha Reddy. *An introduction to the finite element method*. Vol. 2. 2.2. McGraw-hill New York, 1993.

[70] Reinhard Lerch. *Simulation of piezoelectric devices by two-and three-dimensional finite elements*. Vol. 37. 3. IEEE, 1990, pp. 233–247.

[71] David J Ewins. *Modal testing: theory and practice*. Vol. 15. Research studies press Letchworth, 1984.

[72] Robert D Cook et al. *Concepts and applications of finite element analysis*. John Wiley & Sons, 2007.

[73] Marco Aurélio B Andrade et al. *Analysis of 1-3 piezocomposite and homogeneous piezoelectric rings for power ultrasonic transducers*. Vol. 31. 4. SciELO Brasil, 2009, pp. 312–318.

[74] ANSYS. *ANSYS Tutorials Release 13.0*.

[75] Klaus-Jurgen Bathe. «Finite element procedures. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall; 1996». Em: *rev. de: Finite element procedures in engineering analysis*. 1982.

[76] Singiresu S Rao. *Engineering optimization: theory and practice*. John Wiley & Sons, 2009.

[77] P Venkataraman. *Applied optimization with MATLAB programming, 2002*.

[78] Peter W Christensen e Anders Klarbring. *An introduction to structural optimization*. Vol. 153. Springer Science & Business Media, 2008.

[79] Gábor Renner e Anikó Ekárt. *Genetic algorithms in computer aided design*. Vol. 35. 8. Elsevier, 2003, pp. 709–726.

[80] Matlab. *Matlab, User's Guide 2015*.

[81] Miroslav Pastor, Michal Binda e Tomáš Harčarik. *Modal assurance criterion*. Vol. 48. Elsevier, 2012, pp. 543–548.

[82] N Pérez et al. *A FEM-based method to determine the complex material properties of piezoelectric disks*. Vol. 54. 6. Elsevier, 2014, pp. 1631–1641.

[83] Nicolás Pérez et al. *Numerical characterization of piezoceramics using resonance curves*. Vol. 9. 2. Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2016, p. 71.

[84] Erwin Kreyszig. *Advanced Engineering Mathematics, 10th Eddition*. 2009.

[85] Guilherme V Selicani e Flávio Buiochi. *Stepped-plate ultrasonic transducer used as a source of harmonic radiation force optimized by genetic algorithm*. Elsevier, 2021, p. 106505.