

MELISSA HOPPENSTEDT RUZZI

MEDIÇÕES DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS DE
MATERIAIS DE PASTILHAS DE FREIOS AUTOMOTIVOS.

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do
Título de Mestre em Engenharia

São Paulo
2004

MELISSA HOPPENSTEDT RUZZI

MEDIÇÕES DAS PROPRIEDADES DINÂMICAS DE
MATERIAIS DE PASTILHAS DE FREIOS AUTOMOTIVOS.

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do
Título de Mestre em Engenharia

Área de concentração:
Engenharia Mecânica

Orientador:
Prof. Dr. Paulo Carlos Kaminski

São Paulo
2004

À minha querida mami, que
sempre instigou minha mente,
nunca impondo limites à
minha ambição pelo saber e
a quem devo tudo o que sou.

“A theory is the more impressive the greater is the simplicity of its premises, the more different are the kinds of things it relates and the more extended the range of its applicability.”

Albert Einstein

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Peter Hagedorn por me receber na Technische Universität Darmstadt e me orientar, possibilitando a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Paulo Kaminski pela sua orientação.

Ao Dr. Fritz Rischbieter da Continental – Teves pela sua coorientação.

Ao Dipl. –Ing. Holger Marschner pelo apoio financeiro e pela oportunidade da realização deste projeto dentro da Continental – Teves em Frankfurt.

A todos os colegas da Continental – Teves de Frankfurt e do Instituto de Mecânica Aplicada da Technische Universität Darmstadt.

Ao prof. Dr. Douglas Zampieri e ao prof. Dr. Pablo Meirelles por acreditarem na conclusão desse trabalho.

Ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade de São Paulo.

Ao Prof. Dr. Marcelo Alves e ao futuro engenheiro Rafael Sasso por me ajudarem na etapa final da elaboração dessa dissertação.

Aos meus amigos pela paciência e motivação que me forneceram durante todos esses meses, tanto na Alemanha como no Brasil.

RESUMO

Com o intuito de oferecer um produto mais adequado às necessidades dos consumidores, os fabricantes de freio têm cada vez mais investido no estudo do ruído em sistema de freio. Embora esse fenômeno não afete a funcionalidade do freio, o mesmo causa desconforto ao ouvido humano. Os ruídos em sistema de freio a disco são classificados conforme a frequência de atuação, baixa frequência entre 100 e 1.000 Hz, e alta frequência entre 1 e 12.000 Hz. Muitos modelos matemáticos e pesquisas experimentais vêm sendo desenvolvidos nos últimos 50 anos para elucidar o fenômeno, enfatizando os aspectos dinâmicos do problema. Este estudo apresenta uma revisão dos principais trabalhos já desenvolvidos sobre este tema e propõe uma bancada experimental que seja capaz de identificar alguns parâmetros físicos dos materiais de atrito, tais como módulo de elasticidade complexo, curvas de histerese, rigidez complexa, etc. Estes parâmetros são então utilizados com o intuito de enriquecer os modelos numéricos desenvolvidos.

ABSTRACT

In order to offer a product more adequate to the necessities of the consumers, the brake companies had been invested in researches about the brake noise. Thus this noise doesn't affect the efficiency of the brake it causes discomfort for the human ear. The noise in the brakes system are classified due to the frequency where they appear, low frequency between 100 e 1.000 Hz, and high frequency between 1 and 12.000 Hz. A large amount of mathematical models and experimental researches had been made in the last 50 years, trying to expose better the phenomenon, laying emphasis on dynamical approach. This study presents a review of previous works about this topic and proposes an experimental apparatus that can be capable to identify some physical parameters of the friction materials used in the brake pads, as complex Young modulus, hysteresis loops, complex stiffness, etc. These parameters are then used to improve previous models.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	4
3. FUNDAMENTOS DE RUÍDO EM FREIOS	11
3.1. HISTÓRICO	11
3.2. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DO FREIO A DISCO	14
3.3. TIPOS DE RUÍDOS EM FREIOS A DISCO.....	16
3.3.1. <i>Grind</i>	16
3.3.2. <i>Groan</i>	17
3.3.3. <i>Moan</i>	17
3.3.4. <i>Squeal</i>	17
3.4. ESTUDOS EXPERIMENTAIS RELACIONADOS A RUÍDOS	18
3.4.1. Análise modal.....	18
3.4.2. Vibrômetro a laser	19
3.4.3. Bancada experimental do laboratório de Darmstadt.....	20
4. MATERIAIS DE ATRITO	24
4.1. HISTÓRICO	26
4.2. FUNDAMENTOS DE CONTATO, DESGASTE E ATRITO.....	29
4.3. COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DE MATERIAIS.	34
4.3.1. Módulo complexo.....	34
4.3.2. Ciclos de histerese.	41
4.3.3. Amortecimento viscoso e amortecimento histerético.....	43
4.3.4. Influência da temperatura e da frequência.	45

4.4.	ESTUDOS EXPERIMENTAIS	49
5.	BANCADA EXPERIMENTAL	51
5.1.	MATERIAIS E MÉTODOS.....	52
5.2.	TEORIA ENVOLVIDA.....	56
5.3.	ANÁLISE DE VIBRAÇÕES	60
5.4.	ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO MATERIAL	63
5.5.	CALIBRAÇÃO.....	68
5.6.	ENSAIOS SOB DIFERENTES TEMPERATURAS	69
5.7.	PROCESSAMENTO DOS SINAIS	72
5.8.	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	82
6.	CONTINUAÇÃO DO TRABALHO.....	101
7.	CONCLUSÃO	103
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	105
	ANEXO A - MODELO DE FREIO A DISCO VISANDO O RUÍDO	
	TIPO SQUEAL.....	111

LISTA DE FIGURAS

Figura 3-1 – Sapata de freio utilizada em carruagens, (Breuer; Bill [2003]).....	11
Figura 3-2 – Freio do tipo alavanca, (Limberg [2003]).....	12
Figura 3-3 – Primórdios do freio a tambor, (Limberg [2003]).....	13
Figura 3-4 – Freio a disco atual, (Continental-Teves [2004]).....	14
Figura 3-5 – Princípio de funcionamento do freio, (Hochlenert [2003]).....	15
Figura 3-6 – Componentes do freio a disco, (Continental-Teves [2004]), traduzido pela Continental do Brasil.....	15
Figura 3-7 – Análise modal do disco de freio, (Jearsiripongkul; Hagedorn [2004]).	18
Figura 3-8 – Comparação entre os valores simulados pela eq. (1) e medidos para o disco de freio, (Jearsiripongkul; Hagedorn [2004]).	19
Figura 3-9 – Imagem obtida do disco através do vibrômetro a laser, (Hagedorn [2003]).	20
Figura 3-10 – Bancada instrumentada do laboratório de Darmstadt, (Wagner et. al. [2003]).	21
Figura 3-11 – Esquema da instrumentação, (Hochlenert; Vomstein [2004]).	22
Figura 3-12 – Pressão do ruído medido durante o <i>squeal</i> , (Wagner et. al. [2004]). ..	23
Figura 4-1 – Estrutura de uma pastilha de freio, adaptado de (Brecht [2003]).....	25
Figura 4-2 – Processo de fabricação da pastilha de freio, (Brecht [2003]).....	26
Figura 4-3 – Automóvel Ford modelo T, (Henry Ford Museum [2004]).....	27
Figura 4-4 – Importância das propriedades físicas e mecânicas do materiais de atrito, (Brecht [2003]).....	28
Figura 4-5 – Atividades de desenvolvimento de sistemas de freios, (Brecht [2003]).	28

Figura 4-6 – Fatores mecânicos e tribológicos importantes para o projeto do freio, <i>E= Ecology, W=Wear, C=Cost, P=Performance.</i> (Brecht [2003]).	29
Figura 4-7 – Força de atrito em um bloco.	30
Figura 4-8 – Contato entre uma superfície rígida e uma flexível considerando as asperesas, (Bahadur [2003]).	31
Figura 4-9 – Efeito da pressão e do coeficiente de atrito na estabilidade do sistema, (Wagner et. al. [2003]).	33
Figura 4-10 – Efeito da rigidez da pastilha no aparecimento do <i>squeal</i> , (Chakraborty et. al. [2002]).	34
Figura 4-11 – Tensão e deformação oscilatórias com defasagem δ , (Findley et. al. [1989]).	36
Figura 4-12 – Ciclo de histerese para um material viscoelástico linear, (Lima [2003]).	41
Figura 4-13 – Sistema amortecido de 1 grau-de-liberdade	43
Figura 4-14 – Sistema de 1 grau-de-liberdade com amortecimento histerético	44
Figura 4-15 – Espectro de temperatura típico de uma viga em balanço coberta com material viscoelástico, (Nashif [1985]).	46
Figura 4-16 – Variação do módulo de armazenamento E' e do fator de perda η com a temperatura, (Nashif [1985]).	47
Figura 4-17 – Variação da parte real do módulo e do fator de perda com a frequência, (Nashif [1985]).	48
Figura 5-1 – Aparato experimental.	52
Figura 5-2 – Esquema do funcionamento do experimento	53
Figura 5-3 – Detalhe do aparato	55

Figura 5-4 – Espécime utilizado no experimento.....	56
Figura 5-5 – Esquema de posicionamento dos acelerômetros	57
Figura 5-6 – Primeiro modelo simplificado do aparato experimental.....	61
Figura 5-7 – Segundo modelo simplificado do aparato experimental.....	63
Figura 5-8 – Parte real do módulo dinâmico do espécime D, a 25°C , para diferentes amplificações do atuador piezoelétrico.	65
Figura 5-9 – Curva de histerese do espécime D a 25 °C e 2.000 Hz de frequência de excitação, para diferentes pré-tensões.	66
Figura 5-10 – Curva de histerese do espécime D a 25 °C e 10 bar de pré-tensão para diferentes frequências de excitação.....	67
Figura 5-11 – Detalhe da curva de histerese do espécime D a 25 °C e 2.000 Hz de frequência de excitação, para diferentes pré-tensões.	68
Figura 5-12 – Parte real do módulo dinâmico do Plexiglas para 10 e 20 bar, medidos na bancada.....	69
Figura 5-13 – Variação do módulo de Elasticidade em função da temperatura, (Trichês et. al. [2001]).	70
Figura 5-14 – Montagem utilizada na medição sob diferentes temperaturas.	71
Figura 5-15 – Detalhe do aparato dentro do forno.	71
Figura 5-16 – Janela tipo “hanning” utilizada para tratamento dos dados	73
Figura 5-17 – Sinais coletados dos acelerômetros 1 e 2 do espécime D para pré- tensão de 10 bar e 25°C.	74
Figura 5-18 – Sinais coletados dos acelerômetros 3 e 4 do espécime D para pré- tensão de 10 bar e 25°C.	75

Figura 5-19 – Detalhe dos sinais coletados dos acelerômetros 3 e 4 do espécime D para pré-tensão de 10 bar e 25°C.	76
Figura 5-20 - Sinal coletado do sensor de força do espécime D para pré-tensão de 10 bar e 25°C.....	77
Figura 5-21 - Sinal coletado da voltagem aplicada ao atuador piezoelétrico do espécime D para pré-tensão de 10 bar e 25°C.	78
Figura 5-22 – Detalhe dos sinais do acelerômetro 3 e do sensor de força para o espécime D a 25 °C, pré-tensão de 10 bar.	79
Figura 5-23 – Função de coerência entre os sinais dos acelerômetros superiores.	81
Figura 5-24 – Função de coerência entre a média dos acelerômetros superiores e o sensor de força.....	82
Figura 5-25 – Variação do coeficiente de atrito entre disco e pastilha, (Rudolph; Popp [2001]).	83
Figura 5-26 – Parte real do módulo dinâmico do espécime D para 25°C e diferentes pré-tensões.	84
Figura 5-27 – Parte real do módulo dinâmico para diferentes espécimes com pré-tensão de 2 bar e 25°C.	85
Figura 5-28 – Parte real do módulo dinâmico do espécime A para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.	86
Figura 5-29 – Parte real do módulo dinâmico do espécime B para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.	87
Figura 5-30 - Parte real do módulo dinâmico do espécime C para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.	88

Figura 5-31 – Parte real do módulo dinâmico do espécime D para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.	89
Figura 5-32 - Parte real do módulo dinâmico do espécime E para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.	90
Figura 5-33 - Parte imaginária do módulo dinâmico do espécime A para pré-tensão de 20 bar e diferentes temperaturas.	91
Figura 5-34 - Parte imaginária do módulo dinâmico do espécime C para pré-tensão de 20 bar e diferentes temperaturas.	92
Figura 5-35 - Parte imaginária do módulo dinâmico do espécime D para pré-tensão de 20 bar e diferentes temperaturas.	93
Figura 5-36 - Parte real da rigidez dinâmica do espécime A para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.	96
Figura 5-37 – Parte real da rigidez dinâmica do espécime C para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.	97
Figura 5-38 – Parte real da rigidez dinâmica do espécime D para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.	98
Figura 5-39 – Parte imaginária da rigidez dinâmica do espécime A para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.	99
Figura 5-40 – Parte imaginária da rigidez dinâmica do espécime D para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.	100
Figura A- 1 – Mecanismos de auto-excitação, adaptado de Hagedorn [2003].	112
Figura A- 2 – Freio a disco tipo flutuante (a) e modelo esquemático (b), adaptado de Chakraborty et. al. [2002].	113

Figura A- 3 – Modelo do disco com a carcaça, (Jearsiripongkul et. al. [2004]).....	113
Figura A- 4 – Disco homogêneo, sendo h uma altura equivalente considerada na modelagem, (Jearsiripongkul; Hagedorn [2004]).	114
Figura A- 5 – Modelo da carcaça, (Jearsiripongkul; Hagedorn [2004]).....	114
Figura A- 6 – Modelo da pastilha de freios, retirado de Hagedorn [2003].....	115
Figura A- 7 – Modelo do suporte, adaptado de Jearsiripongkul et. al. [2004].....	116
Figura A- 8 – Parâmetros utilizados para as simulações numéricas, Wagner et. al. [2003].....	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 4-1 – Valores típicos para o módulo de armazenamento, fator de perda e coeficiente de Poisson para borracha, (Lima [2003]).	48
Tabela 4-2 – Comparação entre valores de módulo de elasticidade medidos por diferentes métodos, adaptada de (Flint [2003]).	49
Tabela 5-1 – Variação entre as ampliações de 10 dB e 40 dB da parte real do módulo complexo, para 25°C, faixa entre 1.000 e 3.000 Hz.	64
Tabela 5-2 – Valores da parte real do módulo complexo para diferentes temperaturas, frequências e espécimes com pré-tensão de 10 bar.	95

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

TUD	Technische Universität Darmstadt
sen	seno
cos	cosseno
tan	tangente

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Maiúsculas

A	L^2	Área
A_{par}	L^2	Área da seção reta do parafuso
A_r	L^2	Área real de contato
B_o	LT^{-2}	Amplitude da aceleração bo
B_u	LT^{-2}	Amplitude da aceleração bu
C_{zw}		Função magnitude de coerência
E	FL^{-2}	Módulo de elasticidade
E^*	FL^{-2}	Módulo de elasticidade complexo
E'	FL^{-2}	Parte real do módulo de elasticidade
E''	FL^{-2}	Parte imaginária do módulo de elasticidade
$E_{aço}$	FL^{-2}	Módulo de elasticidade do aço
ED	FL^{-2}	Energia dissipada por unidade de volume
F	F	Força
F_A	F	Força de atrito
F_N	F	Força normal
F_{ad}	F	Força de adesão
F_{def}	F	Força de deformação
F(t)	F	Força de excitação
F_{medido}	F	Força medida
F_{corr}	F	Valor corrigido da força medida
F_{ap}	F	Força aplicada
G	FL^{-2}	Módulo de cisalhamento
H(t)		Função degrau
Im (x)		Parte imaginária de x
L	L	Comprimento
P_{ww}		Densidade espectral de w
P_{zw}		Densidade espectral cruzada de z e w
P_{zz}		Densidade espectral de z

R_{zw}		Autocorrelação das funções z e w
$\text{Re}(x)$		Parte real de x
S	FL^{-2}	Tensão de cisalhamento de ligação por adesão do material mais mole
T	T	Período
U	FL^{-2}	Energia de deformação elástica por unidade de volume
$X(\omega)$	L	FFT de x(t)

Letras Minúsculas

b_o	LT^{-2}	Aceleração média do plano superior
b_u	LT^{-2}	Aceleração média do plano inferior
b_1	LT^{-2}	Aceleração medida pelo acelerômetro 1
b_2	LT^{-2}	Aceleração medida pelo acelerômetro 2
b_3	LT^{-2}	Aceleração medida pelo acelerômetro 3
b_4	LT^{-2}	Aceleração medida pelo acelerômetro 4
c	FTL^{-1}	Coefficiente de amortecimento
e		Base do logaritmo natural
f	T^{-1}	Componente da frequência do sinal analógico
f_a	T^{-1}	Frequência de coleta
f_{res}	T^{-1}	Frequência de ressonância em Hz
i		Número imaginário ($i^2 = -1$)
h	L	Altura
hann		Função janela hanning
k	FL^{-1}	Coefficiente de rigidez
k^*	FL^{-1}	Coefficiente de rigidez complexo ou de

		rigidez dinâmica
k_{par}	FL^{-1}	Coefficiente de rigidez do parafuso
k_{eq}	FL^{-1}	Coefficiente de rigidez equivalente dos parafusos
k_{pi}	FL^{-1}	Rigidez do atuador piezoelétrico
l	L	Comprimento inicial
l_{par}	L	Comprimento do parafuso
m	FT^2L^{-1}	Massa
m_{bs}	FT^2L^{-1}	Massa da base superior
m_{corr}	FT^2L^{-1}	Massa de correção
m_{eq}	FT^2L^{-1}	Massa equivalente
$m_{pistão}$	FT^2L^{-1}	Massa do pistão no aparato
m_{pi}	FT^2L^{-1}	Massa do atuador piezoelétrico
p		ítem
q		Número de pontos da janela de correção
s		Variável complexa de Laplace
t	T	Tempo
t'	T	Instante de tempo
v	LT^{-1}	Velocidade de deslocamento do bloco
$x(t)$	L	Deslocamento
$\dot{x}(t)$	LT^{-1}	Velocidade
$\ddot{x}(t)$	LT^{-2}	Aceleração
z		Função
$zhann$		Janela hanning aplicada a função z

Letras Gregas Maiúsculas

Δl	L	Varição de comprimento
$\Delta \epsilon$		Deformação aplicada no instante t'
Δt	T	Varição de tempo

Letras Gregas Minúsculas

δ		Ângulo de defasagem entre σ e ε
ε		Deformação
ε_0		Amplitude da deformação
η		Fator de perda
μ		Coefficiente de Atrito
σ	FL^{-2}	Tensão
σ_0	FL^{-2}	Amplitude da tensão
σ_c	FL^{-2}	Amplitude da tensão defasada de δ
τ	T	Tempo
ω	T^{-1}	Frequência de excitação
ω_{res}	T^{-1}	Frequência de ressonância em rad/s
ξ	T	Tempo
ξ'	T	Tempo
ζ		Razão de amortecimento

1. INTRODUÇÃO

"The eye sees only what the mind is prepared to comprehend."

Henri Bergson

Desde a criação do sistema de freio, o ruído sempre foi um problema presente, porém, nos primórdios de sua criação os freios ruidosos eram considerados os mais eficientes, Ibrahim [1994]. Apesar desse fator não afetar o desempenho do automóvel, a crescente demanda por parte dos consumidores em termos de conforto de operação de veículos tem levado os fabricantes de automóveis a pesquisar maneiras de controlar e diminuir os ruídos nos freios. Isso porque, devido ao surgimento de sistemas mais silenciosos das maiores fontes de ruído: motor, escapamento e caixas de engrenagens, o freio se tornou um fator muito importante. Apenas na Europa, os custos relacionados a reclamações sobre ruído nos freios foram estimados em torno de 100 milhões de euros anuais, Eriksson [2000].

Os diferentes tipos de ruídos associados ao sistema de freio a disco podem ser classificados basicamente em duas categorias, dependendo da frequência de ocorrência: o ruído de baixa frequência, entre 100 e 1.000 Hz, e o de alta frequência, chamado *squeal*, entre 1 e 18.000 Hz, que ocorre geralmente na última fase da aplicação da frenagem, Ibrahim [1994], lembrando que a faixa audível do ser humano está entre 20 Hz e 22.000 Hz.

Mesmo após uma significativa quantidade de investigações experimentais e teóricas por mais de 50 anos, North [1976], as pesquisas não convergiram sobre o mecanismo que provoca o ruído. Uma série de modelos matemáticos já foi desenvolvida, tentando-se estudar os vários fenômenos envolvendo a instabilidade do sistema de freios de um veículo automotivo. Uma das principais causas do ruído é o movimento relativo de escorregamento entre o disco e a sapata. Entretanto, sabe-se que a força de atrito causa instabilidade no sistema de freio a disco, causando ruído, Fieldhouse [2003]. Vários fatores influenciam o aparecimento de ruído, entre eles: o coeficiente de atrito, as condições de operação, etc.

Muitas pesquisas já foram realizadas sobre esse tópico, envolvendo investigações experimentais, modelos analíticos e implementação do método dos elementos finitos.

Um dos maiores problemas na modelagem do sistema de freio é o contato da pastilha com o disco. Para isso, necessita-se primeiramente de uma boa caracterização do comportamento do material, o que ainda não foi feito profundamente.

Portanto, para dar seqüência ao desenvolvimento das pesquisas na problemática de ruídos no sistema de freios, foi desenvolvida uma bancada de ensaios dinâmicos de materiais de atrito.

Através dos resultados obtidos nessa bancada, deve-se ser capaz de obter alguns parâmetros mecânicos como o módulo de elasticidade complexo, rigidez dinâmica e curva de histerese.

Para observar a influência do tipo de material no aparecimento do *squeal*, são realizados testes com pastilhas de materiais diferentes, mas que possuem tendência a

apresentar ruído. Ainda, devido ao fato da temperatura na pastilha, durante o acionamento do freio, poder alcançar até 200°C, serão feitos ensaios a diferentes temperaturas, 25°C, 100°C e 150°C.

A partir da obtenção desses parâmetros, pode-se utilizá-los nos modelos teóricos previamente desenvolvidos, bem como propor um modelo analítico para os materiais de atrito que englobe os fenômenos experimentalmente observados e ainda uma nova definição de material a ser utilizada na análise dinâmica feita pelo método dos elementos finitos.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

"When I get a little money, I buy books; and if any is left, I buy food and clothes."

Desiderius Erasmus

A literatura acerca de ruído em freios a disco é muito vasta em todo o mundo.

Fazem parte dessa bibliografia artigos e teses envolvendo estudos teóricos e experimentais bem como revisões da problemática. Serão citados a seguir os trabalhos mais atuais sobre esse assunto, ou seja, a partir de 2001.

Jearsiripongkul [2001] faz uma revisão dos modelos analíticos desenvolvidos que procuram esclarecer o fenômeno de ruído em freios a disco. O interesse é descrever como os modelos se tornaram mais complexos com o passar dos anos, entre 1978 e 2001, em termos de número de graus-de-liberdade e componentes do sistema de freio envolvidos. Procura-se ainda elucidar as leis de atrito utilizadas para a modelagem do contato entre a pastilha e o disco, bem como os mecanismos de instabilidade que aparece durante o ruído.

Kinkaid et. al. [2003] apresentam uma revisão sobre ruído em freios a disco, onde descrevem o fenômeno e as suas causas e cita os estudos experimentais direcionados a vibrações e tribologia, os métodos propostos para eliminar o ruído e os modelos matemáticos já desenvolvidos. Exibem, ainda, a cronologia do desenvolvimento dos estudos teóricos e experimentais sem se aprofundar muito em

cada tema. Sua bibliografia é baseada em artigos publicados nos Estados Unidos da América.

Flint [2003] desenvolveu uma tese em conjunto com a empresa Meneta Advanced Shims Technology A/S sobre ruído de freios. Ao longo de seus 17 capítulos e 106 referências bibliográficas, são descritos modelos matemáticos utilizados na simulação do ruído, os parâmetros envolvidos nos modelos, estudos utilizando holografia acústica, e uma breve revisão bibliográfica. Esse trabalho se aprofunda mais no estudo dos modelos matemáticos que o de Kinkaid et. al. [2003] e apresenta um capítulo inteiro dedicado às propriedades de materiais de atrito, discorrendo sobre a importância dos parâmetros desses materiais no modelamento do freio a disco e as dificuldades encontradas para a determinação destes parâmetros como, por exemplo, a grande variação da magnitude do módulo de elasticidade em resultados obtidos de diferentes metodologias de ensaio.

Chakraborty et. al. [2002] em conjunto com Jearsiripongkul e os Professores Hagedorn e Wagner da universidade de Darmstadt, propõe um modelo simplificado do freio a disco tipo flutuante que salienta as principais características da ocorrência do ruído. O princípio de Hamilton é utilizado para a obtenção das equações de movimento dos componentes representados, sendo o disco modelado como uma placa de Kirchoff e a pastilha como uma massa ligada por amortecedores e molas não lineares. O modelo se apresenta capaz de representar a estabilidade do sistema sob variações dos valores de coeficiente de atrito e outras condições de operação.

Para validar o modelo sugerido em Chakraborty, Wagner et. al. [2003] construiu um aparato experimental na Universidade de Darmstadt com a colaboração da Continental Teves AG Fankfurt. No experimento é utilizado um freio a disco do

tipo flutuante e os parâmetros de interesse medidos através de transdutores enquanto o ruído é medido através de um microfone. Como trabalho futuro, o aparato servirá para o estudo do controle ativo de ruído em freios.

Hochlenert [2003] apresenta um modelo simplificado de freio a disco em relação ao de Chakraborty et. al. [2002] com a finalidade de aplicar um controle ativo para eliminação dos ruídos. O controle é implementado através de um regulador quadrático linear.

A respeito de caracterização de materiais de fricção a bibliografia disponível não é muito vasta, concentrando-se mais em pesquisas experimentais.

Walter [1997] realizou uma pesquisa sobre a caracterização de materiais de fricção com o intuito de aplicá-la futuramente numa melhor utilização da metodologia de elementos finitos. Nesse trabalho ele comparou a performance de dois tipos diferentes de definição de material, “Hyperelastic” e “Hyperfoam”, geralmente utilizados para esses tipos de materiais, com resultados experimentais, sendo que os três resultados mostraram diferenças quanto à distribuição de tensão e deformação.

Supondo que o material possui comportamento não linear, ele mediu o deslocamento lateral em um espécime em quatro pontos diferentes para com isso avaliar o coeficiente de Poisson. Como segundo experimento, ele mediu o deslocamento longitudinal novamente em quatro pontos diferentes, utilizando para isso dois espécimes, um contra o outro e aplicando uma pressão conhecida a um deles, os dois experimentos foram realizados estaticamente.

Desse experimento ele construiu uma curva tensão versus deformação que demonstra de fato o comportamento não linear do material.

A excitação utilizada por Walter [1997] foi estática, ou seja, não é possível observar perdas por histerese e dependência em relação à frequência de excitação, por isso a caracterização do material não é satisfatória sendo insuficiente para uma boa utilização do método dos elementos finitos.

Na sua dissertação, Eriksson [2000] apresenta o fenômeno de contato e atrito em freios a disco relacionado ao ruído afirmando que existe pouca literatura a respeito deste tema. O contato entre a pastilha e o disco é analisado tribologicamente e dinamicamente, elucidando a influência deste na ocorrência do ruído.

Trichês et. al. [2001] estudou, experimentalmente, a influência da temperatura nos parâmetros modais de pastilhas de freios. No seu trabalho, consta que a pastilha pode alcançar até 500°C na solicitação do freio e esse fato ser uma das causas do ruído. As características do material de atrito são definidas como altamente dependente da temperatura, como módulo de Elasticidade e fator de perda, e devido a isso os parâmetros modais também são dependentes da temperatura. Para o estudo experimental, foi utilizado o modelo modal de amortecimento viscoso e a pastilha foi excitada em 38 pontos diferentes, sendo um acelerômetro mantido sempre na mesma posição. Os resultados mostraram que com o aumento da temperatura, a frequência natural diminui e o fator de amortecimento aumenta. Calculando o módulo de Elasticidade para o primeiro modo de flexão de uma viga composta pelo mesmo material, foi observado que o mesmo diminui com o aumento da temperatura. Os resultados experimentais foram ainda comparados com um modelo de elementos finitos obtendo-se, segundo o autor, boa concordância. É importante ressaltar, que nos experimentos foi utilizada uma pastilha completa ao invés de um espécime do material, e isto deve ser considerado ao analisar-se os resultados. O material de atrito

da pastilha possui comportamento não linear, conforme afirmado por Pfannebecker [2001] e, por isso, a teoria utilizada para o cálculo do módulo de elasticidade não é coerente.

Um método dinâmico utilizado para determinar as propriedades dinâmicas dos materiais de fricção é apresentado por Trichês, et. al. [2003]. Uma viga composta pelo material foi construída, excitada através de um martelo de impacto e o deslocamento obtido através de um acelerômetro. As funções de resposta em frequência foram medidas e o módulo de elasticidade obtido aplicando a equação diferencial de flexão em vigas. O fator de perda do material foi obtido pelo método da banda de meia potência. As vigas foram simuladas em elementos finitos e seus resultados comparados com os experimentais apresentando um erro absoluto abaixo de 5%, porém se comparados a valores obtidos por North [1976], os mesmos apresentam mais de 20% de diferença.

Estudos dinâmicos e quase estáticos sobre o comportamento da pastilha de freio são comparados por Augsburg et. al. [2003]. O modelo de Voigt-Kelvin foi estendido combinando-o com o modelo de Coulomb incluindo uma técnica de análise para o atrito interno. Os testes estáticos foram feitos seguindo a norma ISO 6310 [2001] e os ensaios dinâmicos em um aparato experimental desenvolvido na Universidade Técnica de Illmenau e através de ondas ultrasônicas. Os resultados obtidos, utilizando-se o mesmo tipo de material, revelam uma variação de mais de 500% no módulo de Elasticidade medido através dos três métodos.

Em seu artigo, Brecht et. al. [2003] apresenta um modelo de materiais elásticos e um de viscoelásticos e dois métodos de medição, *grindo sonic* e *ultrasonic* para obtenção das características dos materiais de fricção. Os resultados

dos últimos apresentam valores maiores que os primeiros, devido ao fato do comportamento não linear do material não ser representado no modelo teórico elástico utilizado para os cálculos. Como uma complementação do trabalho de Brecht et. al. [2003] apresentado na SAE, Brecht [2003] expõe a importância da medição das propriedades dinâmicas dos materiais de pastilhas de freio em um artigo apresentado no μ Symposium .

Pfannebecker [2001] desenvolveu em cooperação com a Continental – Teves uma bancada experimental para avaliar o módulo complexo de elasticidade dos materiais das pastilhas de freios. O objetivo dessa bancada é comparar os tipos de materiais, não sendo importante o valor absoluto do módulo complexo. Para a coleta dos sinais são utilizados acelerômetros, um sensor de força e um atuador piezoelétrico. Os resultados apresentam alguns problemas, pois os valores obtidos em dois dos acelerômetros posicionados no mesmo plano, além de não estarem em fase apresentam variações na amplitude de 300% a 400%.

No referente a estudos dinâmicos experimentais utilizando o conceito do módulo complexo, tem-se o trabalho de Cambiaghi et. al. [1999] que apresenta uma metodologia de medição de propriedades do contato borracha/metal dinamicamente, acoplando um espécime a um excitador dinâmico e medindo sua resposta através de acelerômetros. Pelo fato da borracha ser um material viscoelástico, que apresenta comportamento semelhante ao do material de atrito no referente a amortecimento e dependência de temperatura e frequência, esse estudo serve como referência de bancadas utilizadas para ensaios dinâmicos. Como resultado, obtém-se o comportamento do material no domínio da frequência, observando que a rigidez dinâmica aumenta com o aumento da frequência.

O experimento acima citado é ainda utilizado por Ramorino et. al. [2003] para verificar os efeitos não lineares do contato borracha/metal. A partir de ensaios realizados a diferentes temperaturas, verifica-se que o módulo de Elasticidade diminui com o aumento da mesma.

3. FUNDAMENTOS DE RUÍDO EM FREIOS

"True knowledge exists in knowing that you know nothing."

Socrates

3.1. Histórico

A história dos freios automotivos é muito mais antiga que a dos automóveis movidos a motor de combustão, conforme é descrita por Breuer; Bill [2003].

Nos séculos 18 e 19, as carruagens movidas a cavalos já utilizavam o que seria uma sapata de freio para estacionar o veículo, Figura 3-1.

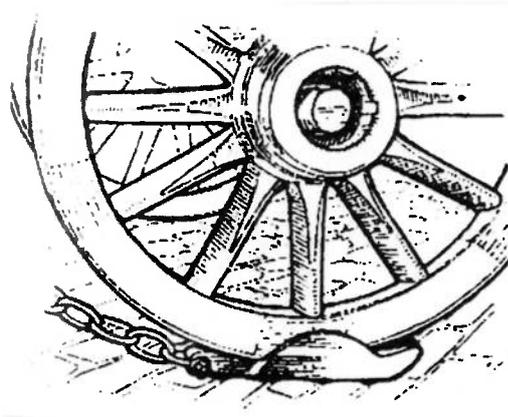


Figura 3-1 – Sapata de freio utilizada em carruagens, (Breuer; Bill [2003]).

Um dos primeiros métodos implantados utilizava uma cunha na frente da roda do automóvel. Assim, quando o freio fosse requisitado, a roda iria ser pressionada na cunha fazendo com que o veículo parasse. Entre os problemas

encontrados nesse tipo de freio, estava a dificuldade de aplicar o freio igualmente dos dois lados.

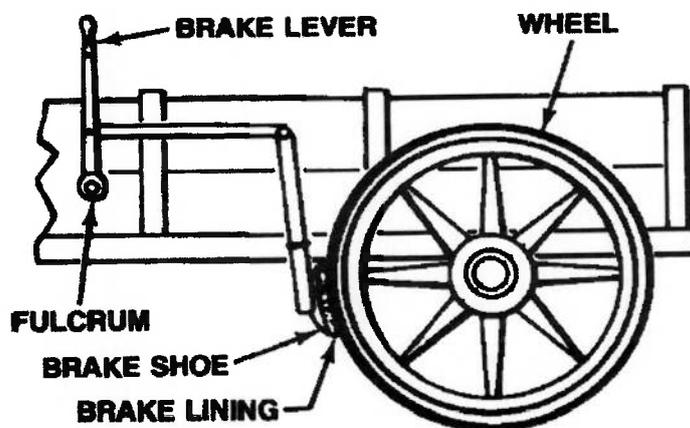


Figura 3-2 – Freio do tipo alavanca, (Limberg [2003]).

Por isso, o carro tinha sempre uma tendência de girar lateralmente para o lado de maior aplicação do freio. Com o passar do tempo, o freio do tipo alavanca, Figura 3-2, começou a ser usado. Esse tipo de freio poderia ser operado tanto com as mãos como com os pés e também servia como freio para estacionar. Com a aparição do primeiro motor de carro surgiram novos modelos de freio, que consistiam em um tambor ao redor do qual se fixava uma banda de metal com um material abrasivo como pode-se ver na Figura 3-3. Esse modelo era atuado através de uma alavanca presente no compartimento do motorista.

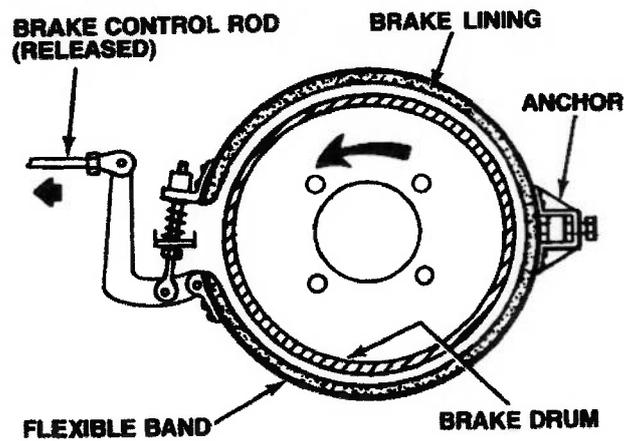


Figura 3-3 – Primórdios do freio a tambor, (Limberg [2003]).

Na Grã-Bretanha, em 1902, foi patenteado por F. W. Lanchester, um sistema de freio a disco não-elétrico de princípio semelhante ao que se tem hoje, Breuer; Bill [2003]. O maior problema que Lanchester encontrou, no entanto, foi o ruído. O contato metal com metal entre o disco e o revestimento de cobre causava um intenso ruído.

Em 1961, esse tipo de freio foi introduzido na Alemanha pela empresa Teves em produção em massa para automóveis de passeio.

Atualmente, ainda realizam-se pesquisas a respeito do sistema atual de freio a disco, Figura 3-4, buscando, na maioria das vezes, uma maior eficiência a um menor custo.



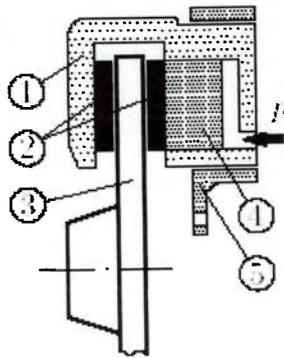
Figura 3-4 – Freio a disco atual, (Continental-Teves [2004]).

3.2. Princípio de funcionamento do freio a disco

O sistema de freio de um automóvel é caracterizado por todos os equipamentos responsáveis pela diminuição da velocidade ou parada do veículo e seus principais aspectos relevantes no seu projeto envolvem: segurança, controlabilidade, confiança, eficiência, durabilidade, entre outros.

O objeto de estudo desse trabalho é o freio a disco tipo flutuante. Sua aplicação no mercado vem aumentando muito por apresentarem um menor tempo de resposta, um melhor desempenho e uma construção mais compacta em relação aos freios tambor, Gillespie [1992].

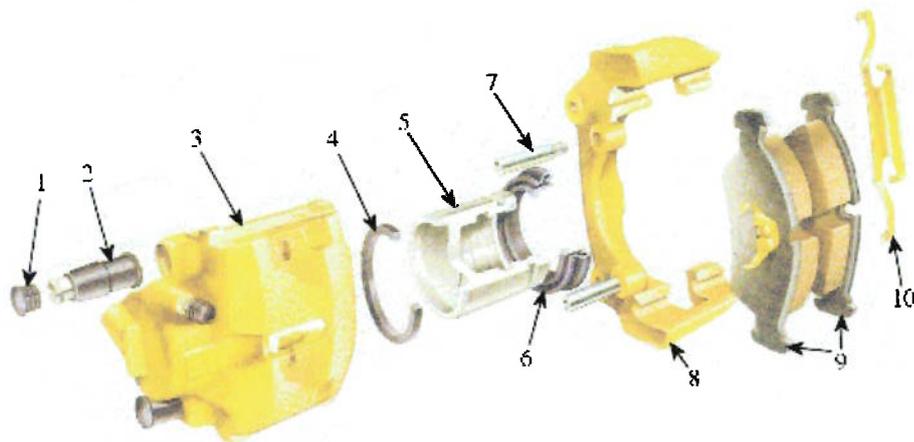
Seu funcionamento pode ser observado com o auxílio da Figura 3-5. A pressão aplicada no pistão, 4, empurra-o, fazendo com que o mesmo encoste a pastilha interna, 2, contra o disco de freio, 3, simultaneamente, o suporte, 1, move-se em relação à carcaça, 5, encostando também a pastilha externa no disco.



1. Suporte; 2. Pastilha; 3. Disco; 4. Pistão; 5. Carcaça.

Figura 3-5 – Princípio de funcionamento do freio, (Hochlenert [2003]).

Na Figura 3-6, observa-se alguns dos componentes de um sistema de freio a disco, o objeto de interesse desse estudo é a pastilha, número 9.



1. Tampão da bucha; 2. Bucha; 3. Carcaça; 4. Anel quadrado; 5. Pistão; 6. Capa do pistão; 7. Pino Guia; 8. Suporte; 9. Pastilha; 10. Mola da Carcaça.

Figura 3-6 – Componentes do freio a disco, (Continental-Teves [2004]), traduzido pela Continental do Brasil.

3.3. Tipos de ruídos em freios a disco.

O sistema de freio, devido a sua complexidade, apresenta diversos fenômenos de vibração e ruídos e, por isso, a terminologia utilizada é muito vasta, porém ainda não existe tradução para o português, sendo necessária sua citação em inglês.

Alguns dos principais ruídos encontrados são, segundo Dunlap et. al. [1999]:

- Ruído de baixa frequência, entre 100 e 1.000 Hz : *grunt, groan, grind, moan.*
- Ruído de alta frequência, acima de 1.000 Hz : *squeal.*

As definições a seguir foram retiradas de Jearsiripongkul [2004], Earles [1988] e Millner [1978].

3.3.1. *Grind*

Ocorre a baixas frequências, entre 0 e 300 Hz. Geralmente aparece entre as primeiras utilizações do freio, como por exemplo quando o automóvel ficou um dia inteiro estacionado. A causa está basicamente ligada à corrosão formada nas superfícies de metal durante o período sem utilização do sistema de freio do veículo. Quanto maior o tempo sem uso, maior a corrosão presente. Essa corrosão é eliminada rapidamente pelo uso do freio, por isso após algum tempo em utilização o ruído não volta a aparecer.

3.3.2. *Groan*

Sua faixa de ocorrência está entre 50 e 500 Hz e pode ser ouvido quando o veículo é parado abruptamente ou quando o motorista permite o automóvel se locomover a baixa velocidade utilizando continuamente o sistema de freios.

3.3.3. *Moan*

Este tipo de ruído ocorre tipicamente a baixas velocidades e baixa pressões no sistema de freio na faixa entre 50 e 1.000 Hz. A pastilha do freio e o rotor não se movem momentaneamente retornando depois ao seu movimento normal, esse fato causa uma excitação geralmente transmitida ao sistema de suspensão e ao sistema de freio.

3.3.4. *Squeal*

Tipicamente presente em altas frequências, 1 a 12.000 Hz e ocasionalmente a baixas velocidades, ocorre durante as primeiras utilizações do sistema de freio ou em condições ambientais de alta umidade. O principal motivo está relacionado à vibração a altas frequências dos componentes do sistema de freio causada por instabilidades do mesmo.

Entre os supracitados, o mais comum, ou seja, o que aparece com mais frequência perturbando os passageiros e o meio ambiente é o fenômeno de *squeal*.

3.4. Estudos experimentais relacionados a ruídos

3.4.1. Análise modal

Para obter os parâmetros necessários para as simulações dos modelos teóricos desenvolvidos no Instituto de Mecânica Aplicada da TUD, apresentados no Anexo A, foi realizada a análise modal do disco de freio. Os outros componentes se encontram ainda em fase de ensaio.

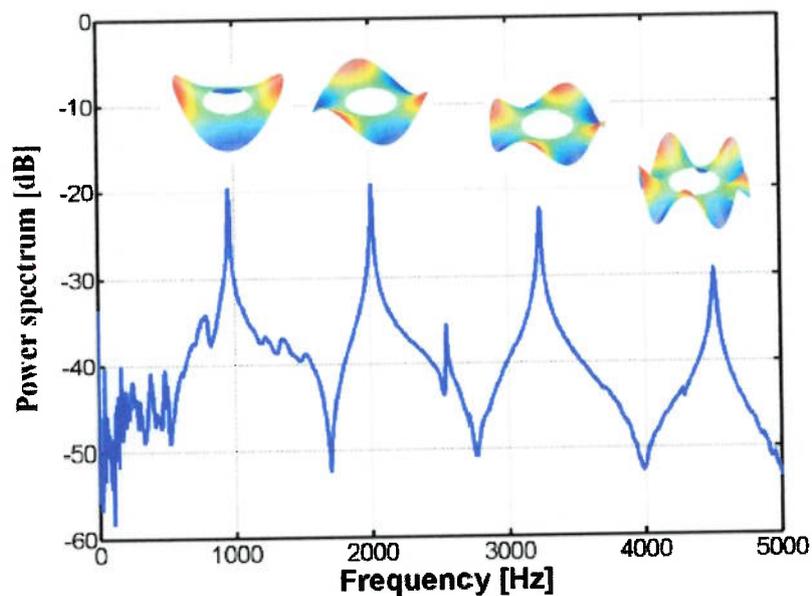


Figura 3-7 – Análise modal do disco de freio, (Jearsiripongkul; Hagedorn [2004]).

O ensaio do disco de freio foi feito sob condições engastada no centro e livre nas extremidades externas e com velocidade de rotação nula. Utilizou-se um martelo para excitar-se o disco com um ruído branco obtendo-se sua resposta em frequência, Figura 3-7.

Os valores dos parâmetros desejados foram obtidos da eq. (1), desenvolvida por Jearsiripongkul; Hagedorn [2004], considerando o disco engastado internamente

e livre na sua externamente. Ainda, dessa mesma equação, é possível obter os modos de vibrar do disco, mostrados na Figura 3-7. Pode-se então comparar os valores obtidos para as frequência naturais a partir da eq. (1) com os medidos, Figura 3-8.

$$\rho h_{eq} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \nabla^4 w = \frac{1}{r_0} \delta(r - r_0, \varphi - \varphi_0, t - t_0) q(r, \varphi, t) \quad (1)$$

Number of nodal diameters	2	3	4	5
Measured frequency [Hz]	959	2009	3237	4512
Estimated frequency [Hz]	958	2001	3497	5242
Difference [%]	0.0	-0.3	8.0	16.1

$$\text{Mass density } (\rho h_{eq}) = 126.46 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Flexural rigidity } (D) = 90.14 \text{ kNm}$$

Figura 3-8 – Comparação entre os valores simulados pela eq. (1) e medidos para o disco de freio, (Jearsiripongkul; Hagedorn [2004]).

Pela Figura 3-8, observa-se a boa coerência entre os modelos matemáticos e os resultados obtidos experimentalmente, diferença menor que 1% para os dois primeiros modos, novamente confirmando a eficácia do modelo desenvolvido.

3.4.2. Vibrômetro a laser

Para validar os modos de vibrar do disco, foi utilizado um vibrômetro a laser, e a medição foi realizada nos laboratórios da empresa Continental-Teves, em Frankfurt. O sistema foi colocado sob condições normais de operação e a medição

feita enquanto o mesmo apresentava o fenômeno de *squeal*. Observa-se na Figura 3-9, o modo (3,1) correspondente à segunda frequência de ressonância simulada pelo modelo analítico, apresentada na Figura 3-7.

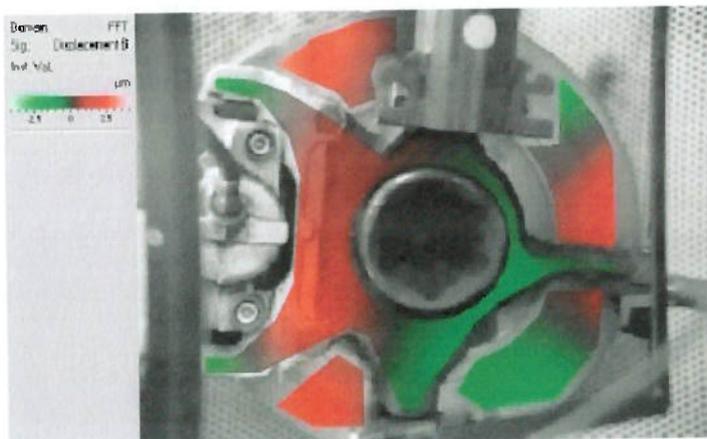


Figura 3-9 – Imagem obtida do disco através do vibrômetro a laser, (Hagedorn [2003]).

3.4.3. Bancada experimental do laboratório de Darmstadt

Para validar o modelo do sistema completo, foi utilizada uma bancada instrumentada desenvolvida pelo Instituto de Mecânica Aplicada da Universidade de Darmstadt, Figura 3-10. Essa bancada também é utilizada para estudar o controle ativo e passivo de ruídos de freio.

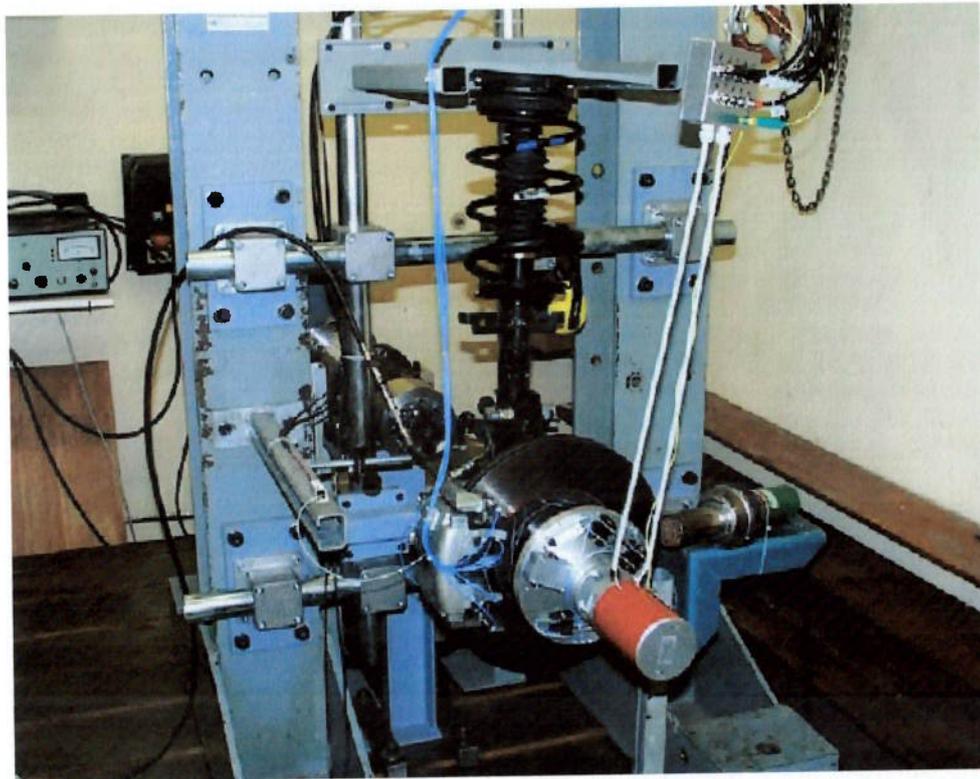


Figura 3-10 – Bancada instrumentada do laboratório de Darmstadt, (Wagner et. al. [2003]).

Na Figura 3-11 tem-se o esquema da instrumentação presente na bancada. Como o fenômeno de *squeal* ocorre a baixas velocidades, entre 0 a 10 km/h, Hagedorn [2003], não se requer grandes potências do rotor, Wagner et. al. [2004]. A coleta de dados, linha vermelha da Figura 3-11, e o processamento de sinais são modulares, possuindo 32 canais de entrada e 8 canais de saída. Pode-se utilizar frequências de coleta de até 100.000 Hz com esse sistema. Os programas são desenvolvidos em linguagem ADBASIC podendo ser executados em tempo real. Os sinais de controle, linha verde da Figura 3-11, são gerado nos canais de saída. Ainda, o sistema ADWIN-PRO possui interface com o Matlab, onde os sinais são processados e onde é calculado o controle, linha azul, Figura 3-11. Utilizam-se 4

acelerômetros uni-axiais que medem as vibrações transversais do disco. Possui-se ainda outros 7 acelerômetros tri-axiais que podem ser disposto conforme a medição de interesse. O ruído é medido através de microfones e a temperatura através de termopares. Mede-se ainda a pressão, o torque aplicado e a velocidade de rotação.

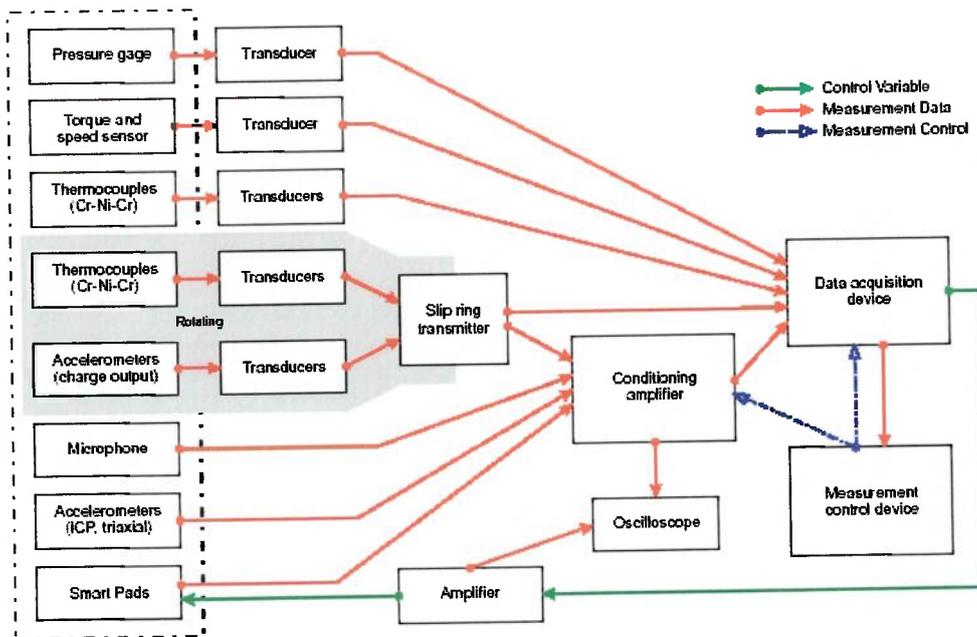


Figura 3-11 – Esquema da instrumentação, (Hochlenert; Vomstein [2004]).

Nessa bancada, mediu-se o nível da pressão do ruído através do microfone durante o aparecimento de *squeal*. Através do gráfico da amplitude desse ruído no domínio da frequência, Figura 3-12, observa-se o pico de maior amplitude a aproximadamente 1.750 Hz, tida como primeira frequência de aparição do *squeal*.

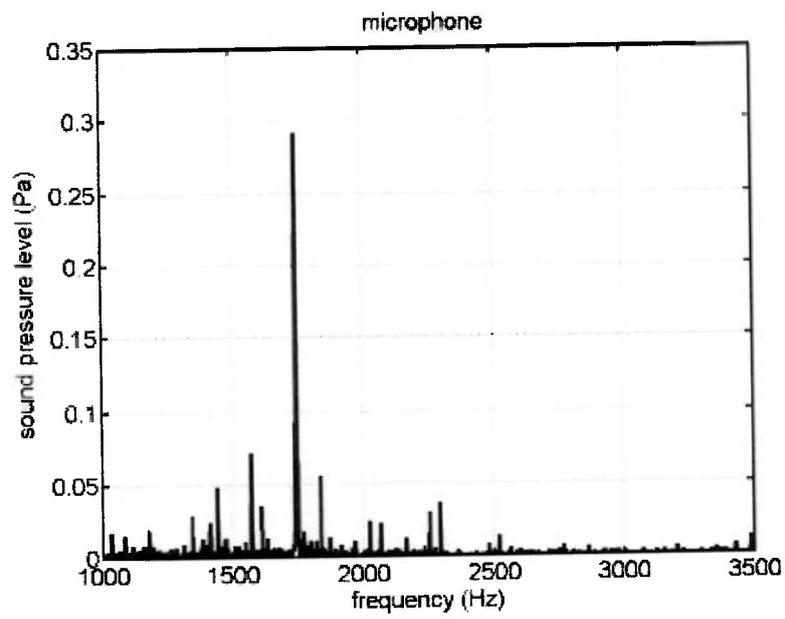


Figura 3-12 – Pressão do ruído medido durante o *squeal*, (Wagner et. al. [2004]).

4. MATERIAIS DE ATRITO

"You always admire what you really don't understand."

Eleanor Roosevelt

Os materiais de atrito, como são chamados os materiais utilizados nas pastilhas de freio, são uma composição de uma série de materiais. Podem ser divididos em grupos caracterizados por um dos componentes presentes no material de grande importância: orgânicos, não orgânicos, baixo metal, alto metal, etc, Breuer; Bill [2003].

Os materiais de atrito do tipo orgânico, mais utilizados atualmente, são compostos por 20 ou 25 diferentes tipos de componentes, segundo Eriksson [2000]. Esses componentes incluem: materiais estruturais, enchimento e aditivos.

Os materiais estruturais fornecem resistência estrutural e são geralmente compostos de fibras de metal, carbono, vidro ou *kevlar*.

O enchimento é utilizado para reduzir o custo e facilitar a produção.

Os aditivos são adicionados para garantir a estabilidade das propriedades de atrito e controlar as taxas de desgaste da pastilha e do disco. São utilizados lubrificantes sólidos, como a grafite, e vários sulfuretos metálicos para estabilizar o coeficiente de atrito a elevadas temperaturas. Partículas abrasivas, alumínio e sílica, servem para aumentar o desgaste do disco e o coeficiente de atrito, proporcionando uma melhor superfície de contato através da retirada de óxidos de ferro e outras substâncias indesejáveis presentes no disco.

A estrutura da pastilha é formada por basicamente quatro componentes, conforme a Figura 4-1, o material de atrito, uma camada intermediária que atua como isolante térmico, uma placa de apoio com adesivo que mantém os componentes juntos e forma uma matriz termicamente estável, e uma camada secundária utilizada para aumentar a capacidade de amortecimento.

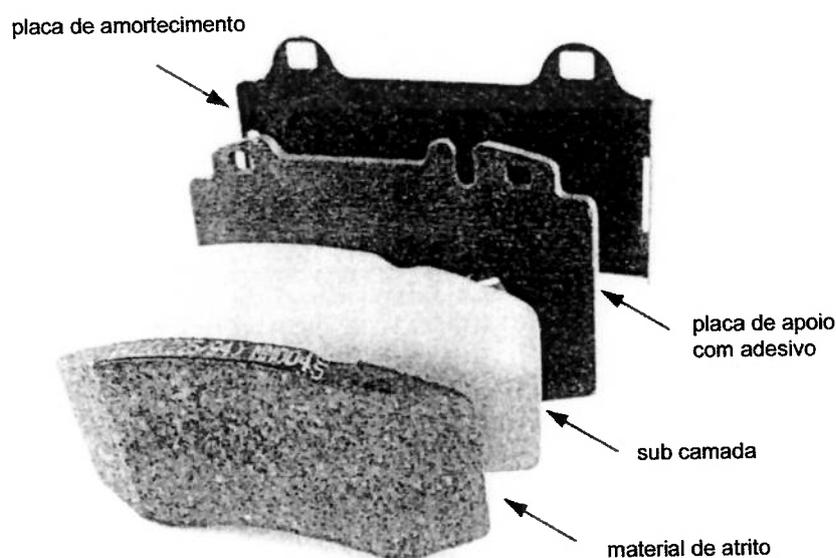


Figura 4-1 – Estrutura de uma pastilha de freio, adaptado de (Brecht [2003]).

O processo de fabricação dos materiais de atrito para freios automotivos baseia-se no enchimento de uma matriz com uma mistura de material de atrito em pó, Figura 4-2. Essa mistura é então prensada sob condições especiais de processamento, pressão, temperatura e tempo, para que grude a placa de apoio da pastilha. O material é então curado por um processo de recozimento.

Devido às orientações das fibras durante o processo de produção, segundo Flint [2003], os materiais de atrito são anisotrópicos.

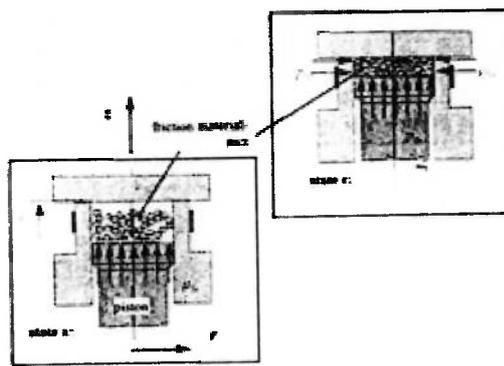


Figura 4-2 – Processo de fabricação da pastilha de freio, (Brecht [2003]).

4.1. Histórico

Segundo Brecht [2003], durante os primórdios do desenvolvimento do freio a característica determinante do material de atrito era o coeficiente de atrito, porém o aquecimento devido ao atrito sempre limitou o desempenho desses materiais. Isso porque durante o acionamento do freio, pode-se assumir que 80% da energia cinética convertida causa o aumento de temperatura, enquanto apenas 20% é dissipada para o ar por meio de convecção ou radiação.

Atualmente esses materiais requerem maior conhecimento a respeito das suas propriedades estruturais, o que não é trivial, pois o comportamento desses materiais depende de muitos fatores.

A necessidade de novos materiais com melhor performance surgiu com o desenvolvimento de automóveis mais potentes, portanto mais velozes, o que exige do sistema de freio um maior esforço a fim de parar os mesmos.

A história dos materiais de freio se inicia a cerca de 400 anos atrás quando os Persas e os Egípcios utilizavam pedaços de madeira para pararem seus veículos. Após isso, utilizaram-se tiras de couro e metal, porém percebeu-se que o couro queimava e se desgastava muito rapidamente. Em 1897, Herbert Froot patenteou o que seria o primeiro material de atrito desenvolvido para freios, 11 anos após Karl Benz ter patenteado o veículo motorizado. A composição desse material era basicamente uma mistura de pêlos e fibras de algodão em uma solução de betume. Porém, novamente enfrentou-se o problema térmico, por isso, em 1908 foi desenvolvido um novo material a base de asbesto, produto que, no fim da década de 80, foi proibido de ser utilizado por motivos ecológicos, Brecht [2003]. Esse material foi utilizado no primeiro automóvel produzido em massa, vide o modelo T de Henry Ford, Eriksson [2000].



Figura 4-3 – Automóvel Ford modelo T, (Henry Ford Museum [2004]).

Por volta de 100 anos atrás as características mais importantes eram o coeficiente de atrito e a resistência ao “Fading”, 50 anos após, a compressibilidade e a capacidade de isolamento térmico se tornaram também alvos de pesquisa. Atualmente, além das características já citadas pesquisa-se ainda a resistência à corrosão e as frequências naturais. Projetando-se para o futuro, o interesse de

pesquisas nesse assunto, pode-se dizer que em 10 anos o amortecimento interno também será uma característica classificatória, Figura 4-4.

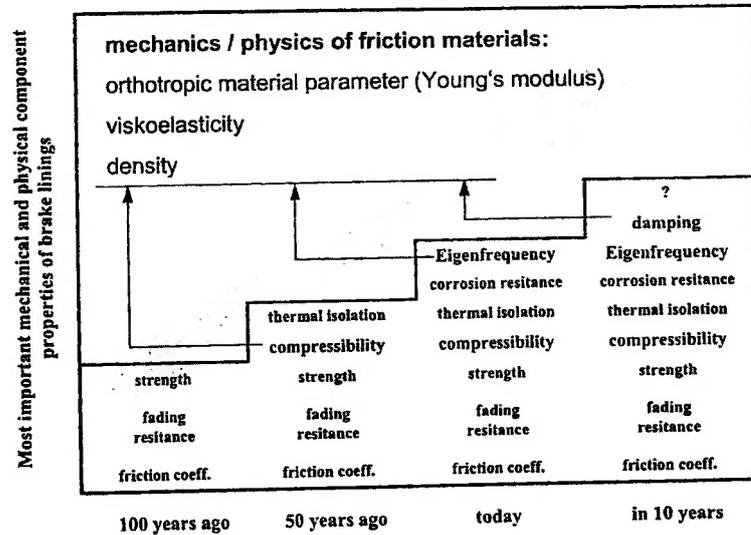


Figura 4-4 – Importância das propriedades físicas e mecânicas do materiais de atrito, (Brecht [2003]).

Os investimentos em pesquisa voltada para o conforto representam cerca de 55% dos valores de investimentos totais, Figura 4-5, embora representem apenas 30% das características requisitadas de projeto, Figura 4-6.

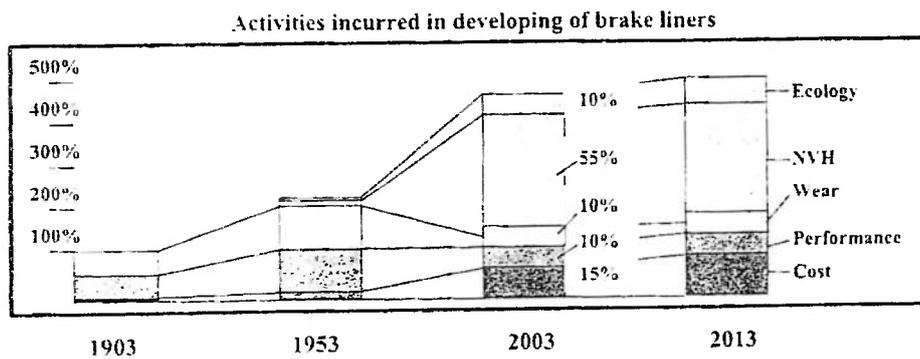


Figura 4-5 – Atividades de desenvolvimento de sistemas de freios, (Brecht [2003]).

O desenvolvimento na área de materiais assume um papel muito importante no que diz respeito ao conforto do veículo, Figura 4-6, isso porque o material de atrito é um dos maiores causadores de vibração do sistema, Augsburg et. al. [2003].

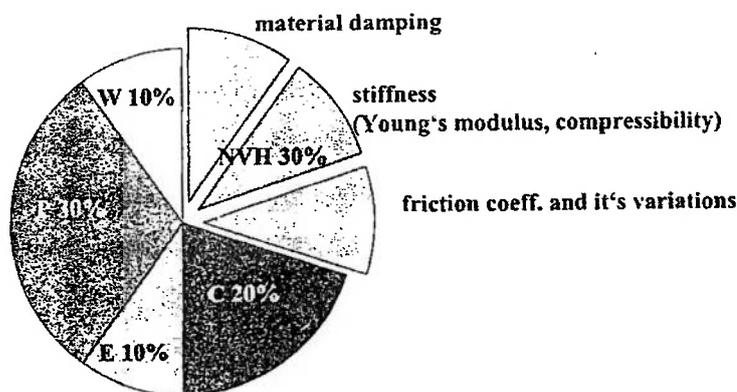


Figura 4-6 – Fatores mecânicos e tribológicos importantes para o projeto do freio, E= Ecology, W=Wear, C=Cost, P=Performance. (Brecht [2003]).

Muitas pesquisas já foram desenvolvidas com intuito de elucidar o comportamento dos materiais de atrito, porém nenhuma forneceu uma completa caracterização do fenômeno, Kinkaid et. al. [2003].

4.2. Fundamentos de contato, desgaste e atrito.

Um dos fenômenos mais importantes relacionado ao sistema de freio é a força de atrito.

Em 1490, Leonardo da Vinci descobriu que quando a força normal aplicada a um bloco aumenta, a força de atrito também aumenta de forma proporcional, Eriksson [2000], sendo independente da área de contato.

Amontons, 200 anos mais tarde, formulou suas duas leis de atrito, Kinkaid et. al. [2003], aplicáveis desde que haja movimento relativo:

1. A força de atrito é diretamente proporcional à força normal aplicada
2. A força de atrito é independente da área aparente.

A formulação descrita em 1 pode ser equacionada da forma:

$$\mu = \frac{F_A}{F_N} \quad (2)$$

Onde, conforme a Figura 4-7, F_A : Força de atrito, F_N : Força Normal, μ : coeficiente de atrito, v : velocidade de deslocamento do bloco.

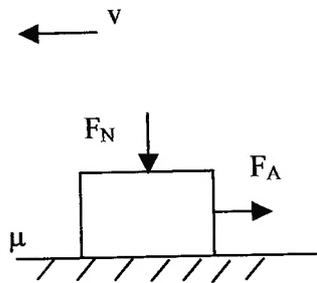


Figura 4-7 – Força de atrito em um bloco

Em 1785, Coulomb expandiu essas duas teorias afirmando que o coeficiente de atrito pode ser uma função da velocidade com que o bloco se desloca e, sendo assim, o coeficiente de atrito estático é maior que o coeficiente de atrito dinâmico, Oehl; Paul [1990].

Analisando o contato entre duas superfícies, um material rígido e um material flexível, conforme a Figura 4-8:

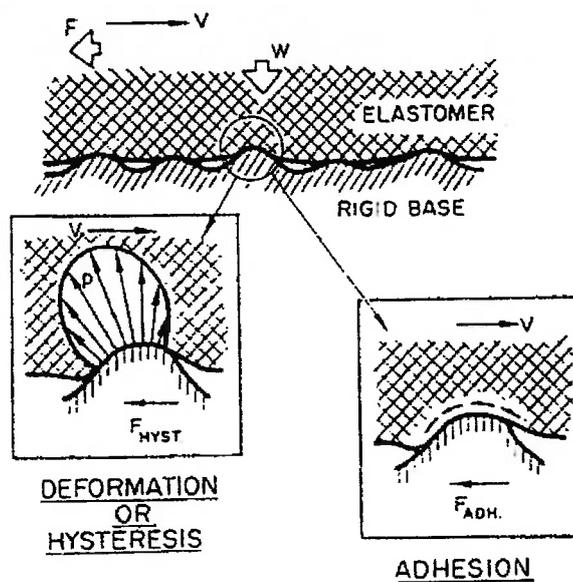


Figura 4-8 – Contato entre uma superfície rígida e uma flexível considerando as asperesas, (Bahadur [2003]).

Pode-se afirmar que a força de atrito entre duas superfícies resulta da contribuição da força de adesão e da força de deformação, Oehl; Paul [1990], escrevendo-se a seguinte equação:

$$F_A = F_{ad} + F_{def} \quad (3)$$

onde:

F_A : força de atrito

F_{ad} : força de adesão, provinda de força de van der Waal's, iterações dipolares, cargas elétricas, etc.

F_{def} : força de deformação, provinda da transformação de energia devido à histerese.

A componente da força de atrito devido à adesão é definida como, Bahadur [2003]:

$$F_{ad} = A_r \cdot S \quad (4)$$

onde:

A_r : área real de contato

S: Tensão de cisalhamento de ligação por adesão do material mais mole

O coeficiente de atrito entre a pastilha e o disco é um fator muito importante na caracterização do fenômeno de *squeal* em freios a disco, conforme pode-se observar na Figura 4-9, que mostra que para coeficientes acima de um certo valor a uma determinada pressão de trabalho, o sistema se torna instável promovendo a aparição do *squeal*. Os valores de coeficiente de atrito dinâmico estão na faixa de 0.3 a 0.6, e a pressão de utilização do freio de 2 a 30 bar, Rudolph ; Popp [2001].

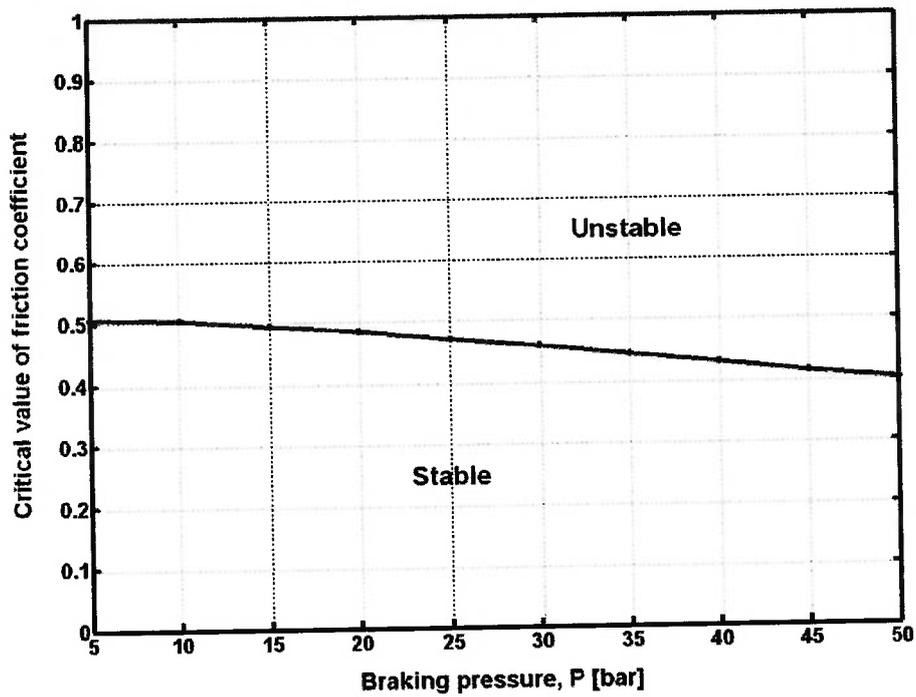


Figura 4-9 – Efeito da pressão e do coeficiente de atrito na estabilidade do sistema, (Wagner et. al. [2003]).

Na Figura 4-10 pode-se observar a influência da rigidez da pastilha na instabilidade do sistema, mostrando como esse parâmetro é um fator importante na aparição do ruído de *squeal*.

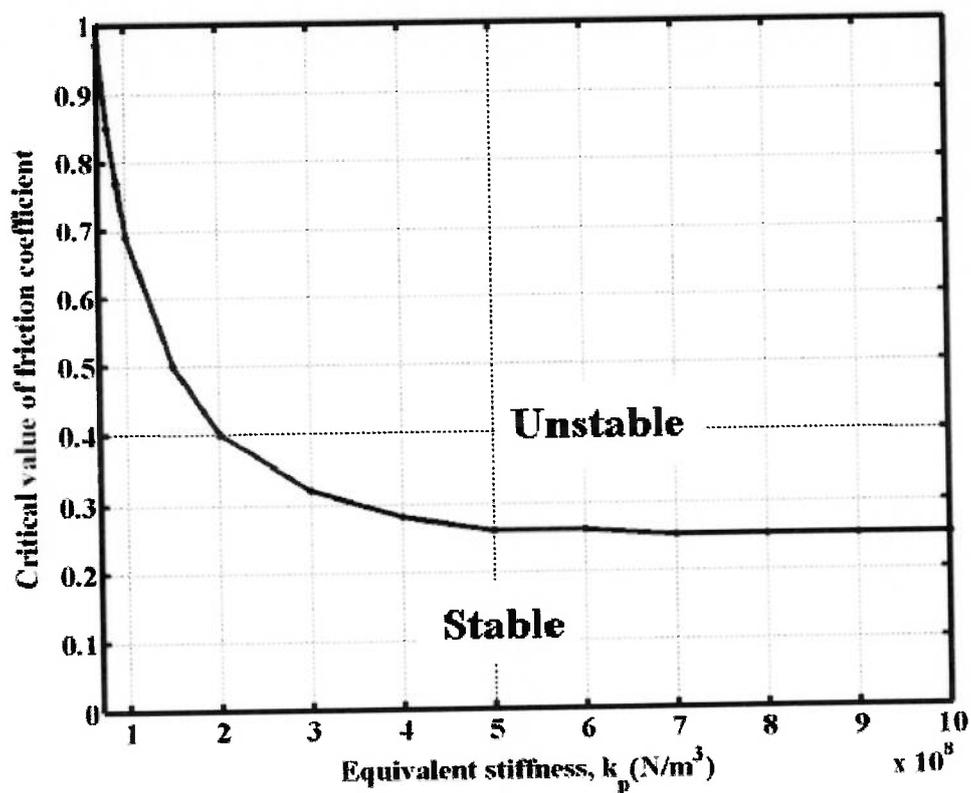


Figura 4-10 – Efeito da rigidez da pastilha no aparecimento do *squeal*, (Chakraborty et. al. [2002]).

4.3. Comportamento não linear de materiais.

4.3.1. Módulo complexo.

Neste trabalho, utiliza-se uma excitação harmônica linearmente variável, por isso deve-se considerar a superposição de dois fenômenos no material, o comportamento devido à uma excitação harmônica e o comportamento devido à uma excitação qualquer.

4.3.1.1. Excitação harmônica.

Considerando-se uma deformação harmônica aplicada ao material da forma:

$$\varepsilon(\omega, t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t} = \varepsilon_0 (\cos \omega t + i \sin \omega t) \quad (5)$$

onde:

ε : Deformação

ε_0 : Amplitude de deformação

ω : Frequência de excitação

Se o material é viscoelástico linear, após tempo suficiente para se poder negligenciar as condições iniciais, a tensão resultante, σ , também será da forma harmônica, Figura 4-11, porém defasada de um ângulo δ , Bland [1960].

$$\sigma_c = \sigma_0 e^{i\delta} \quad (6)$$

$$\sigma(\omega, t) = \sigma_c e^{i\omega t} \quad (7)$$

onde:

σ_c : Amplitude da tensão defasada de δ

σ_0 : Amplitude de tensão

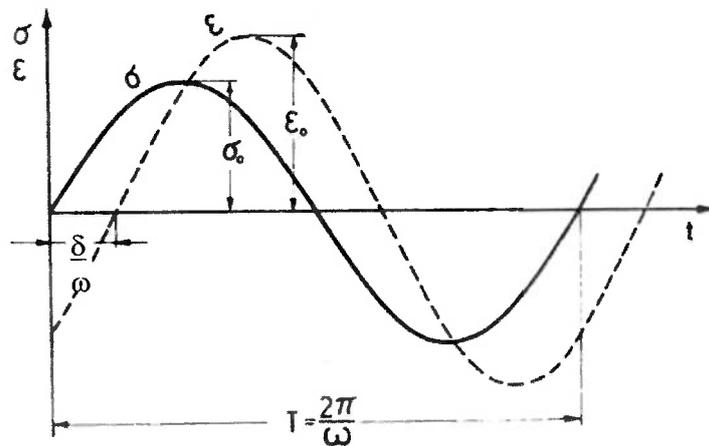


Figura 4-11 – Tensão e deformação oscilatórias com defasagem δ , (Findley et. al. [1989]).

Assim, define-se o módulo complexo como sendo a relação entre a tensão resultante e a deformação aplicada de forma harmônica, Gross [1953].

$$\sigma(\omega, t) = E^*(\omega)\varepsilon(\omega, t) \quad (8)$$

Onde E^* é denominado módulo complexo, também escrito da forma:

$$E^*(\omega) = E'(\omega) + iE''(\omega) \quad (9)$$

Onde E' representa a parte real do módulo complexo e também é chamado de módulo de armazenamento. O termo E'' representa a parte imaginária do módulo complexo e também é chamado de módulo de perda, Findley et. al. [1989].

Da relação entre E'' e E' obtém-se o fator de perda, η , relacionado com o amortecimento do material.

$$\eta = \frac{E''}{E'}$$

(10)

4.3.1.2. Excitação qualquer.

Seja uma deformação, $\varepsilon = \varepsilon_0 H(t)$ aplicada, onde $H(t)$ é uma função degrau, e $\sigma(t)$ sua tensão medida. Assim, tem-se a seguinte relação para um material linear, Flügge [1967]:

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 E(t) \tag{11}$$

Onde $E(t)$ é o módulo de elasticidade do material. Para o caso de uma aplicação de deformação arbitrária, pode-se utilizar a regra da superposição para obter-se a tensão resultante, Flügge [1967]. Ou seja, em um instante t' , aplica-se uma deformação adicional, $\Delta\varepsilon'$, reescreve-se a eq. (11) da seguinte forma, sendo $t > t'$:

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 E(t) + \Delta\varepsilon' E(t - t') \tag{12}$$

Dividindo o diagrama de deformação em uma parte inicial, $\varepsilon_0 \Delta t$ e em uma seqüência de funções degrau infinitesimais dadas por:

$$d\varepsilon' \Delta(t - t') \tag{13}$$

$$\text{onde, } d\varepsilon' = (d\varepsilon / dt)_{t=t'} dt' = (d\varepsilon / dt') dt' \tag{14}$$

A tensão correspondente no tempo t pode ser escrita como uma somatória das deformações, ou ainda sob a forma de uma integral, chamada de integral hereditária, Flügge [1967]:

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 E(t) + \int_0^t E(t-t') \frac{d\varepsilon'}{dt'} dt' \quad (15)$$

Reescrevendo a eq. (15), substituindo $\frac{d\varepsilon'}{dt'}$ pela forma mais usual, $\frac{\partial \varepsilon'(t')}{\partial t'}$, substituindo também t' por ξ , incorporando a parcela de ε_0 na integral, e extendendo o limite de integração inferior a $-\infty$, já que para $t' < 0$, $\varepsilon = 0$, Christensen [1982], obtém-se a seguinte relação tensão-deformação:

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t E(t-\xi) \frac{\partial \varepsilon(\xi)}{\partial \xi} d\xi = E(t) * \frac{\partial \varepsilon(t)}{\partial t} \quad (16)$$

Também chamada de convolução de Stieltjes, Gurtin; Sternberg [1962], onde o símbolo * denomina convolução e ξ , tempo.

4.3.1.3. Excitação harmônica variável

Para facilitar o uso da eq. (16) na superposição desses dois fenômenos, faz-se a seguinte troca de variáveis:

$$\xi' = t - \xi \quad (17)$$

$$\xi = -\infty \rightarrow \xi' = \infty \quad (18)$$

$$\xi = t \rightarrow \xi' = 0 \quad (19)$$

$$d\xi' = d(t - \xi) = -d\xi \quad (20)$$

Aplicando a troca de variáveis e invertendo-se os limites de integração da eq. (16), tem-se:

$$\sigma(t) = - \int_0^{\infty} E(\xi') \frac{\partial \varepsilon(t - \xi')}{\partial \xi'} d\xi' \quad (21)$$

Ainda, considerando uma excitação harmônica, da eq. (5),

$$\varepsilon(t - \xi') = \varepsilon_0 e^{i\omega t} e^{-i\omega \xi'} = \varepsilon_0 e^{i\omega t} (\cos \omega \xi' - i \operatorname{sen} \omega \xi') \quad (22)$$

$$\frac{\partial \varepsilon(t - \xi')}{\partial \xi'} = -\omega \varepsilon_0 e^{i\omega t} (\operatorname{sen} \omega \xi' + i \cos \omega \xi') \quad (23)$$

Então, a tensão também terá a forma harmônica, como na eq. (2), assim:

$$\sigma(\omega, t) = \omega \varepsilon_0 e^{i\omega t} \int_0^{\infty} E(\xi') (\operatorname{sen} \omega \xi' + i \cos \omega \xi') d\xi' \quad (24)$$

De (4) em (24):

$$E^*(\omega) \varepsilon_0 (\cos \omega t + i \operatorname{sen} \omega t) = \omega \varepsilon_0 (\cos \omega t + i \operatorname{sen} \omega t) \int_0^{\infty} E(\xi') (\operatorname{sen} \omega \xi' + i \cos \omega \xi') d\xi' \quad (25)$$

Simplificando-se:

$$E^*(\omega) = \omega \int_0^{\infty} E(\xi') (\operatorname{sen} \omega \xi' + i \cos \omega \xi') d\xi' = i\omega \int_0^{\infty} E(\xi') e^{-i\omega \xi'} d\xi' \quad (26)$$

Sabendo que a transformada de Fourier é definida por, Bronstein et. al.

[1993] :

$$FFT(x(t)) = X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt$$

(27)

Trocando-se a variável ξ' por t e ainda, no caso, sabendo que a integral presente na eq. (26) é nula no intervalo de $-\infty < t < 0$, pois não existe deformação, pode-se então escrever a eq. (26) da seguinte forma:

$$E^*(\omega) = i\omega FFT(E(t)) \quad (28)$$

Retornando a (16) e sabendo da propriedade da transformada de Fourier, Arruda; Huallpa [2001]:

$$FFT(f1 * f2) = FFT(f1)FFT(f2) \quad (29)$$

tem-se:

$$FFT(\sigma(t)) = FFT(E(t))FFT\left(\frac{\partial \varepsilon(t)}{\partial t}\right) \quad (30)$$

Como as funções são harmônicas, de Bronstein et. al. [1993]

$$FFT\left(\frac{\partial f1}{\partial t}\right) = i\omega FFT(f1) \quad (31)$$

Então, de (31) em (30) e igualando-se a (28).

$$i\omega FFT(E(t)) = \frac{FFT(\sigma(t))}{FFT(\varepsilon(t))} = E^*(\omega) \quad (32)$$

Assim, pode-se obter o módulo complexo através das medições de tensão e deformação no tempo, sendo o material submetido à uma excitação harmônica variável.

4.3.2. Ciclos de histerese.

Uma representação gráfica clássica da relação entre tensão e deformação é a curva de histerese. No caso de materiais viscoelásticos, segundo Nashif [1985], essa curva é uma elipse conforme a Figura 4-12.

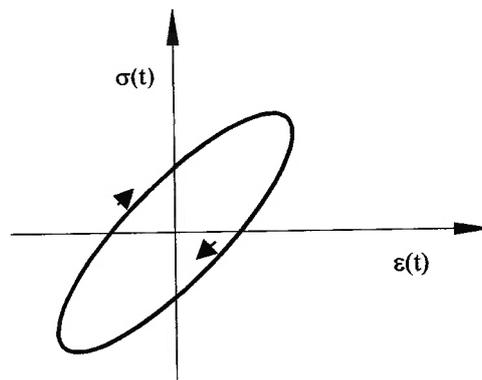


Figura 4-12 – Ciclo de histerese para um material viscoelástico linear, (Lima [2003]).

A análise do ciclo de histerese a seguir foi retirada de Lima [2003].

A energia dissipada por unidade de volume, durante um ciclo de deformação, corresponde à área interna do ciclo de histerese, é dada por:

$$ED = \int_0^{2\pi/\omega} \sigma \left(\frac{d\varepsilon}{dt} \right) dt \quad (33)$$

onde ω é a frequência de oscilação.

Admitindo que a deformação tenha variação senoidal e utilizando o conceito de módulo complexo, chega-se à seguinte expressão para a energia dissipada:

$$ED = \pi\eta E' \varepsilon_0^2 \quad (34)$$

Observa-se então que a quantidade de energia dissipada por ciclo, que se relaciona com a capacidade de amortecimento do material, é proporcional ao produto $\eta E'$.

Sendo a máxima energia de deformação elástica por unidade de volume dada por:

$$U = E' \varepsilon_0^2 / 2 \quad (35)$$

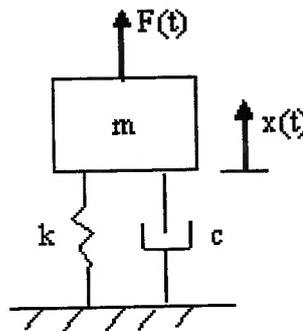
tem-se que o fator de perda pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\eta = \frac{ED}{2\pi U} \quad (36)$$

sendo este parâmetro uma importante medida da capacidade de amortecimento do material.

4.3.3. Amortecimento viscoso e amortecimento histerético

Seja um sistema de um grau-de-liberdade composto por amortecimento viscoso, conforme a Figura 4-13:



$F(t)$: Força de excitação, $x(t)$: deslocamento, k : rigidez da mola;
 c : coeficiente de amortecimento; m : massa do bloco.

Figura 4-13 – Sistema amortecido de 1 grau-de-liberdade

Se a força de excitação, $F(t)$, tiver a forma harmônica, $F(t) = F \cos(t)$, então tem-se que a equação diferencial do movimento é dada por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F \cos(\omega \cdot t) \quad (37)$$

onde:

m : Massa

c : Coeficiente de amortecimento

k : Coeficiente de rigidez

$\ddot{x}(t)$: Aceleração da massa m

$\dot{x}(t)$: Velocidade da massa m

$x(t)$: Posição da massa m

No caso de um sistema com amortecimento histerético, a equação do movimento é dada por:

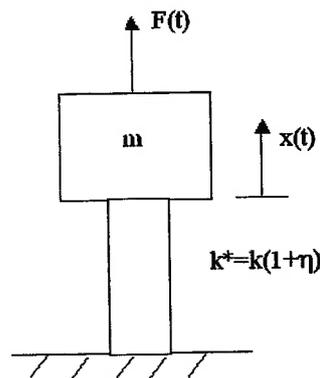
$$m\ddot{x} + k(1 + i \cdot \eta)x = F \cdot e^{i\omega t} \quad (38)$$

ou ainda,

$$m\ddot{x} + k^*x = F \cdot e^{i\omega t} \quad (39)$$

onde k^* é denominada rigidez complexa ou rigidez dinâmica

Uma ilustração de um sistema com amortecimento histerético pode ser observada na Figura 4-14.



L : comprimento indeformável da suspensão; k^* : rigidez complexa;

F : força de excitação, x : deslocamento

Figura 4-14 – Sistema de 1 grau-de-liberdade com amortecimento histerético

Segundo Nashif [1985], pode-se obter uma relação entre a razão de amortecimento, ζ e o fator de perda, η , calculado através do método do decaimento de meia potência. Esse método utiliza dois pontos da curva da resposta em

freqüência, sendo que suas amplitudes possuem um decaimento de 3 dB em relação à amplitude na freqüência de ressonância. Essa relação então é obtida a partir das equações de amplitude das respostas em freqüência na freqüência de ressonância obtidas para o amortecimento histerético a partir da eq.(38), e para amortecimento viscoso da eq.(37).

$$\zeta = \frac{\eta}{2} \tag{40}$$

Sabendo que o coeficiente de amortecimento viscoso é:

$$c = 2 \cdot \zeta \cdot m \cdot \omega \tag{41}$$

onde m: massa, ω : freqüência de excitação

Fazendo algumas manipulações algébricas chega-se a:

$$c = \frac{\eta \cdot k}{\omega} \tag{42}$$

Assim, de (37), (39) e (42) é possível obter uma relação matemática entre o amortecimento histerético e o viscoso que é muito útil uma vez que os modelos geralmente são representados com amortecimento viscoso e experimentalmente o que se obtém é o amortecimento histerético.

4.3.4. Influência da temperatura e da freqüência.

Segundo Nashif [1985], as propriedades dos materiais viscoelásticos sofrem variações quando os fatores ambientais são alterados, conforme a Figura 4-15, que mostra a variação da amplitude de uma função de resposta em freqüência. Fica evidente que o comportamento modal da viga é altamente influenciado pela variação

da temperatura e da frequência, infelizmente a figura não fornece o valor de temperatura absoluta, apenas a diferença.

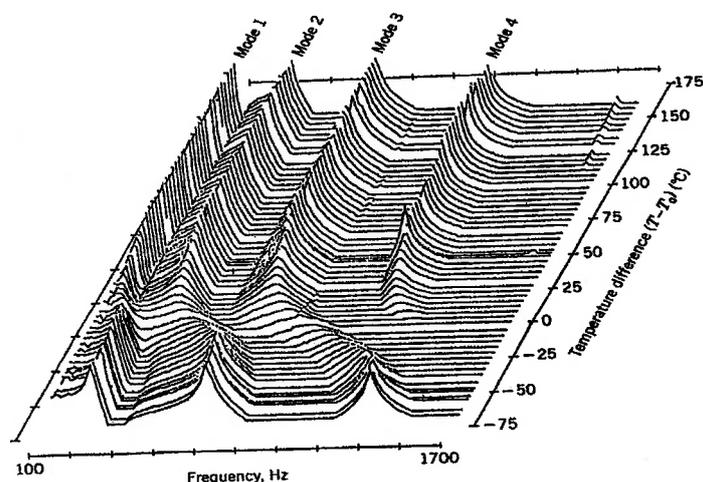


Figura 4-15 – Espectro de temperatura típico de uma viga em balanço coberta com material viscoelástico, (Nashif [1985]).

Outros fatores importantes, operacionais, que também influenciam o comportamento dos materiais viscoelásticos, segundo Nashif [1985], são carga dinâmica, pré-carga estática, envelhecimento, pressão e vácuo, radiação, e contaminação por óleo.

A temperatura é geralmente considerada como o fator ambiental de maior importância que afeta as propriedades dos materiais viscoelásticos, como pode-se observar na Figura 4-16, essa figura não fornece escalas de temperatura, pois seu objetivo é apenas de mostrar qualitativamente a influência da temperatura.

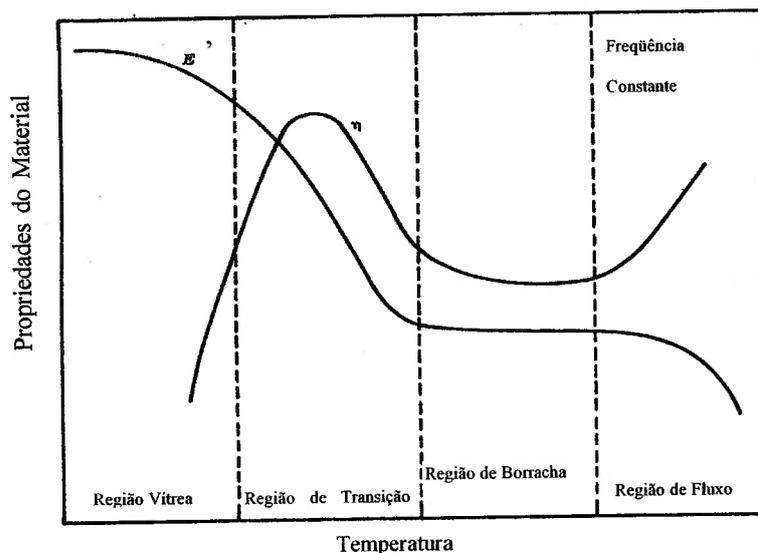


Figura 4-16 – Variação do módulo de armazenamento E' e do fator de perda η com a temperatura, (Nashif [1985]).

Quatro regiões distintas podem ser definidas segundo a figura anterior, Lima [2003]:

1) *Região Vítreo:* nela o material possui o máximo valor para do módulo de armazenamento, o qual é pouco sensível a variações da temperatura. Apresenta baixos valores para o fator de perda, que aumenta com a elevação da temperatura.

2) *Região de Transição:* o módulo de armazenamento decresce rapidamente com o aumento da temperatura, enquanto o fator de perda atinge seu máximo valor.

3) *Região de Borracha:* o módulo e o fator de perda apresentam baixos valores e variam muito pouco com a temperatura.

4) *Região de Fluxo:* o módulo atinge o valor mínimo e o fator de perda tende ao seu valor máximo com o aumento da temperatura.

Apesar da quarta região ser importante para a completa caracterização das propriedades de amortecimento, geralmente não é utilizada no projeto de sistemas amortecidos devido a sua instabilidade e outros fatores espúrios, Nashif [1985].

Alguns dos valores típicos das propriedades físicas dos materiais em cada região podem ser observados na Tabela 4-1.

Tabela 4-1 – Valores típicos para o módulo de armazenamento, fator de perda e coeficiente de Poisson para borracha, (Lima [2003]).

Regiões	Módulo E' [N/m^2]	Fator de Perda η	Coefficiente de Poisson
Vítrea	$> 10^{11}$	$< 10^{-2}$ ou $< 10^{-3}$	$\nu = 0,33$ ($E = 2,67G$)
Transição	10^3 a 10^{11}	1 a 2	$0,33 < \nu < 0,5$
Borracha	$< 10^3$	0,1 a 0,2	$\nu = 0,5$ ($E = 3G$)

O efeito da frequência nas propriedades de um material viscoelástico pode ser observado na Figura 4-17, onde manteve-se fixo o valor da temperatura e variou-se a frequência em uma banda larga, da ordem de 10 décadas, Nashif [1985]. Novamente essa figura não fornece escalas de frequência, pois seu objetivo é apenas de mostrar qualitativamente a influência da frequência.

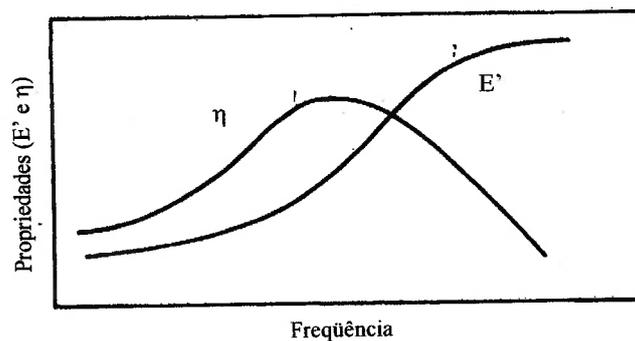


Figura 4-17 – Variação da parte real do módulo e do fator de perda com a frequência, (Nashif [1985]).

Segundo Nashif [1985] para um material viscoelástico, a influência da frequência no módulo de elasticidade e no fator de perda é muito menor do que a influência da temperatura, ou seja, é necessária uma variação de muitas décadas de frequência para refletir o mesmo efeito de uma variação de alguns graus na temperatura.

4.4. Estudos experimentais

Na literatura não existem muitos valores experimentais disponíveis sobre materiais de atrito sendo que dentre os existentes seus valores podem variar mais de 100% conforme se observa na Tabela 4-2, onde compara-se os valores obtidos para o módulo de elasticidade de um mesmo material de atrito por diferentes métodos.

Tabela 4-2 – Comparação entre valores de módulo de elasticidade medidos por diferentes métodos, adaptada de (Flint [2003]).

Método	Frequência de Excitação	E axial (GPa)
Teste de compressão da empresa <i>Rounlunds design</i>	Quase-estático	2,37
Teste de Compressão da empresa <i>Allied Signal</i>	Quase-estático	3,17
Teste de compressão no laboratório <i>Risø</i>	5 – 75 Hz	2,87
Medição ultrassônica na empresa <i>Ibustrial Measruements Systems</i>	0,5 – 10 MHz	9,22
Parâmetros isotrópicos obtidos de análise modal	3 – 20 kHz	17,31
Módulo calculado da resposta dinâmica de um espécime composto de material de atrito colado a uma placa de metal	3 – 20 kHz	6,4

Os dados mostrados na Tabela 4-2 confirmam a importância da confiabilidade da obtenção dos parâmetros dinâmicos dos materiais de atrito. Não apenas a frequência influi, mas também a metodologia utilizada. A bancada de ensaios apresentada nesse trabalho assemelha-se ao último método apresentado na Tabela 4-2, pois utiliza excitação dinâmica e um espécime também composto pelo material de atrito colado a uma placa de metal, porém o intervalo da frequência de excitação está entre 1.000 a 3.000 Hz.

5. BANCADA EXPERIMENTAL

"A theory must be tempered with reality."

Jawaharlal Nehru

Foi desenvolvido na empresa Continental-Teves, em Frankfurt, um aparato com o intuito de avaliar experimentalmente o módulo complexo de Elasticidade de materiais de fricção utilizados em pastilhas de freios.

Esse aparato possui 230 mm da largura, 373 mm de altura e 150 mm de profundidade. Suas principais partes mecânicas, fabricadas em aço comum, são:

- pistão de aplicação do óleo: 0.5 kg;
- base : 230 mm x 150 mm x 10 mm;
- bloco de inércia superior: 7 kg;
- bloco de inércia inferior: 6 kg;
- parafusos de apoio: 400 mm x 8 mm de diâmetro.

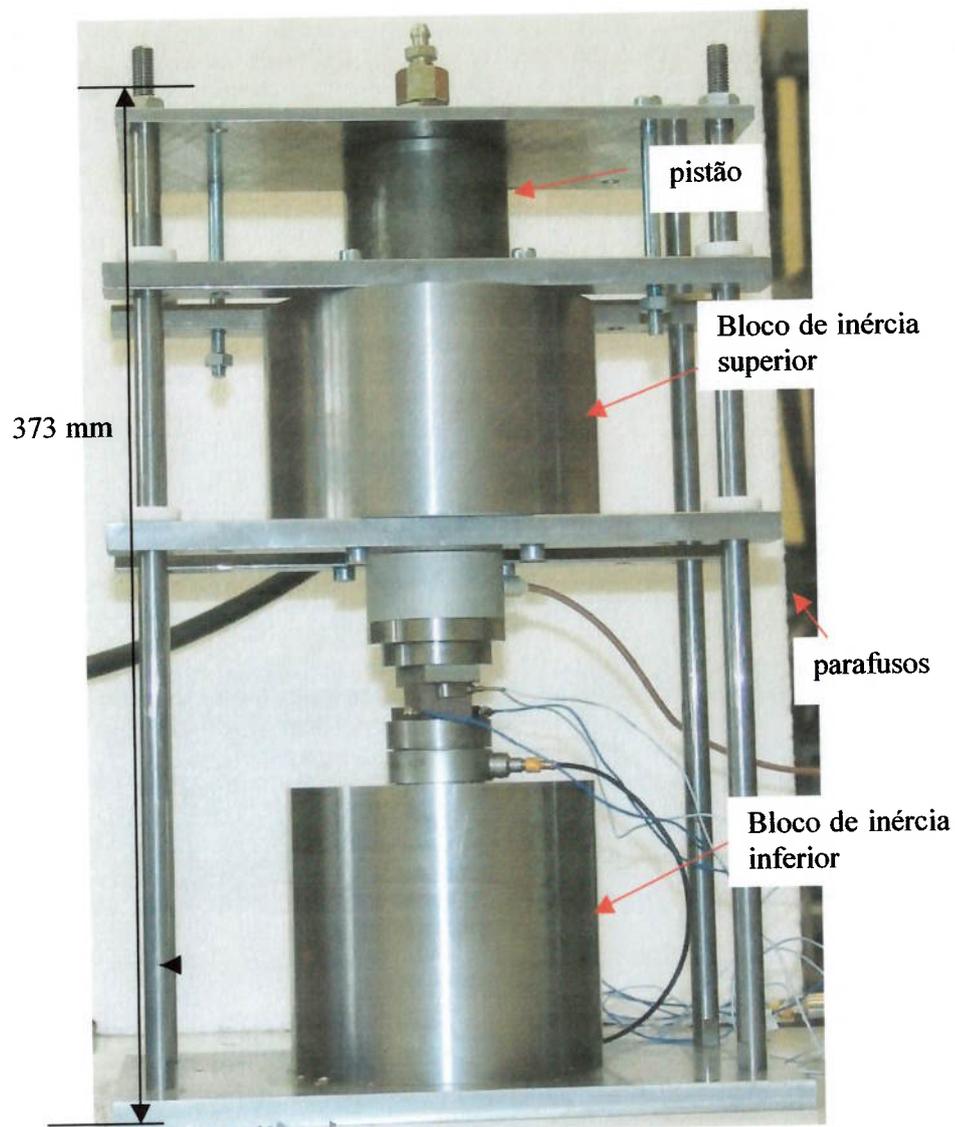


Figura 5-1 – Aparato experimental

5.1. Materiais e métodos

Os equipamentos utilizados para a realização dos experimentos são:

- atuador piezoelétrico da empresa PI (Physik Instrumente) modelo P243.10;
- amplificador de sinais Brüel &Kjær tipo 2713;
- amplificador de sinais Brüel &Kjær tipo 2635;
- sistema de coleta de sinais da DIFA Measuring Systems tipo SCADAS II;
- 4 Acelerômetros DJB tipo A25E (uniaxiais);
- 4 Amplificadores da PCB tipo 422E12;
- sensor de força PCB modelo 210B20.

Seu princípio de funcionamento baseia-se na aplicação de uma carga dinâmica, que causa uma variação de deslocamento no espécime, medida através dos acelerômetros posicionados nos planos superior e inferior do espécime, conforme Figura 5-1. A carga é aplicada através do fornecimento de pressão ao atuador e de um programa desenvolvido que produz um sinal senoidal.

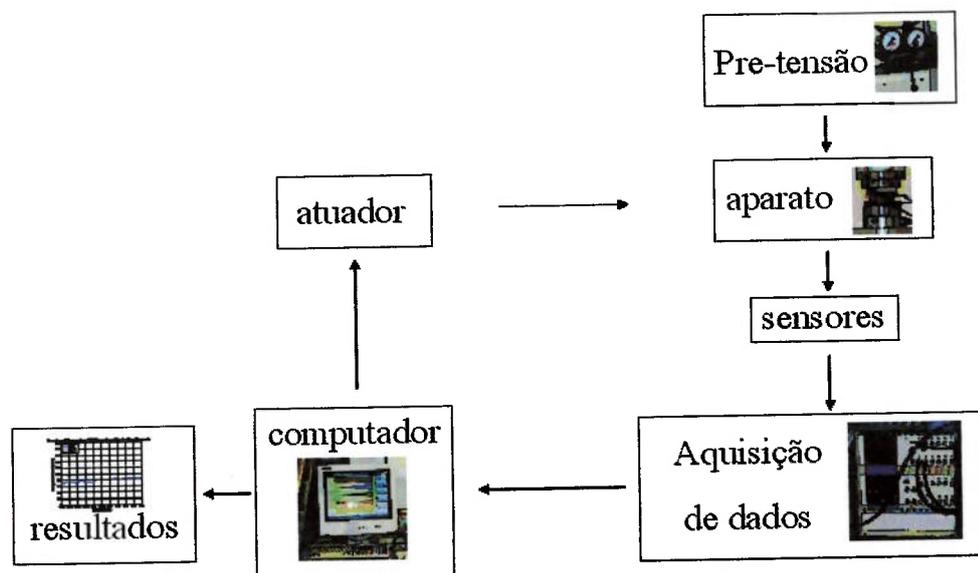


Figura 5-2 – Esquema do funcionamento do experimento

O procedimento experimental é seguido conforme descrito a seguir.

Faz-se a montagem do aparato conforme a Figura 5-3, centralizando-se o espécime.

Como excitação, utiliza-se uma função seno de varredura de 500 Hz a 3.500 Hz e amplitude constante de 1 V, pico a pico, no atuador piezoelétrico. O tempo de varredura utilizado é de 0.25s.

A frequência de coleta de sinais é de 32.768 Hz, obedecendo ao princípio de Nyquist, conforme a eq. (43), Ginsberg [2001].

$$f_a \geq 2 * f \tag{43}$$

onde:

f_a : frequência de coleta

f: componente da frequência do sinal analógico

o número de pontos coletados é de 8.192 e o tempo de coleta é de 0,25 s.

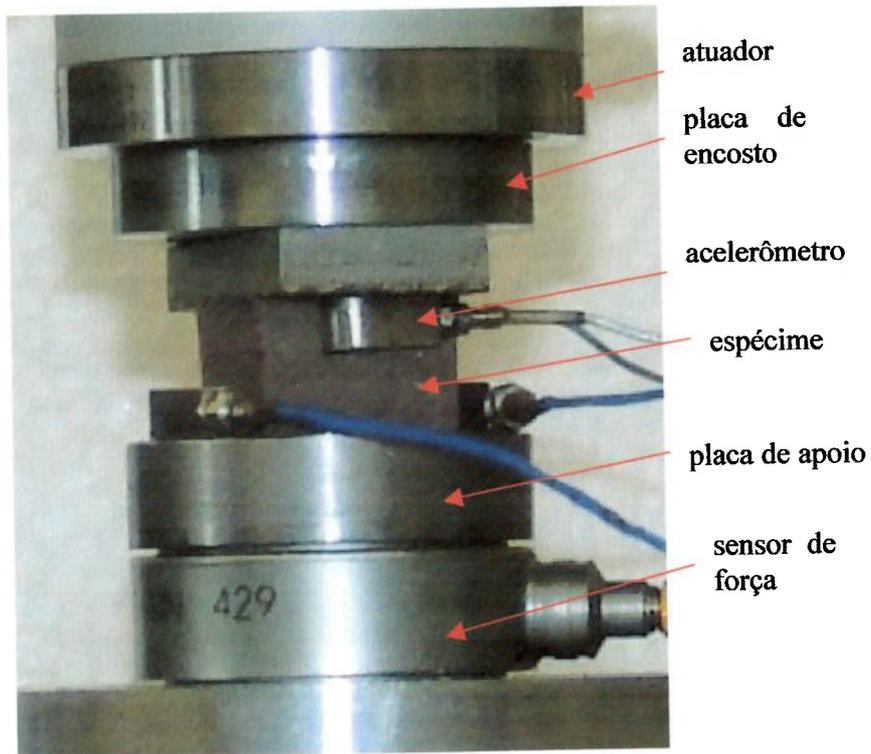


Figura 5-3 – Detalhe do aparato

Os espécimes utilizados são preparados retirando-se material diretamente das pastilhas de freio nas dimensões 20 mm x 20 mm x 13 mm e colando-o sobre uma placa de encosto de metal, conforme Figura 5-4.

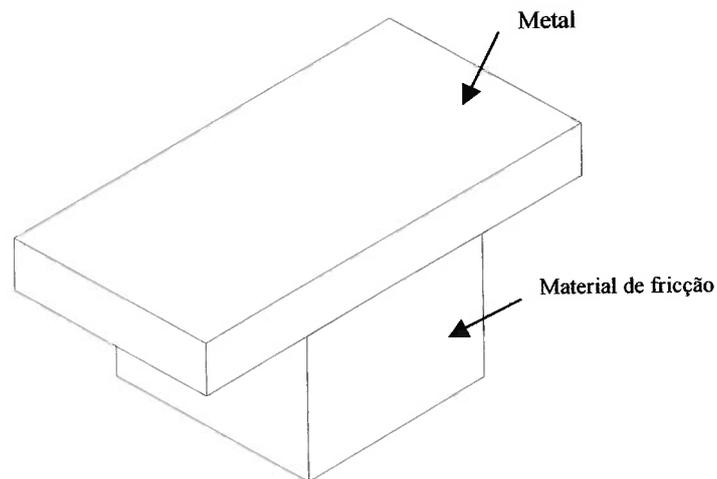


Figura 5-4 – Espécime utilizado no experimento

Devido ao fato de alguns tipos de pastilhas apresentarem mais frequentemente o ruído tipo *squeal* do que outras, se realizaram medições com cinco tipos diferentes de espécimes fornecidas por um fabricante alemão.

Espécime A: sub-camada de amortecimento tipo 1 (dura)

Espécime B: sub-camada de amortecimento tipo 2 (mole)

Espécime C: material de atrito sem sub-camada

Espécime D: material de atrito com sub-camada tipo 1

Espécime E: material de atrito com sub-camada tipo 2

Para efeito de análise de resultados, utilizou-se o material D.

5.2. Teoria envolvida

Será descrita a seguir a matemática envolvida para a obtenção do módulo de Elasticidade a partir dos dados medidos de acelerações e de força.

Seja a média das acelerações dos planos do espécime:

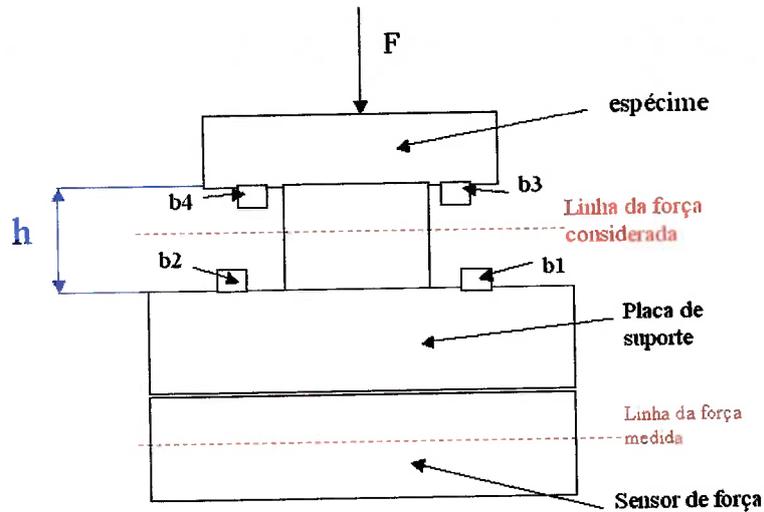


Figura 5-5 – Esquema de posicionamento dos acelerômetros

Tem-se que a média da aceleração do plano inferior, b_u , é:

$$b_u = 1/2(b_1 + b_2)$$

(44)

onde:

b1: Aceleração medida pelo acelerômetro 1

b2: Aceleração medida pelo acelerômetro 2

E que a média da aceleração do plano superior, b_o , é:

$$b_o = 1/2(b_3 + b_4)$$

(45)

onde:

b3: Aceleração medida pelo acelerômetro 3

b4: Aceleração medida pelo acelerômetro 4

A linha da força considerada para efeito dos cálculos se encontra à meia altura do material de atrito do espécime. Porém, como a medição da força pelo sensor é feita abaixo da placa de suporte, deve-se corrigir esse valor, considerando a inércia, ou seja, somando-se as massas de metade do sensor de força, da placa de suporte e de metade do material de atrito, “m”, e multiplicando-se pela aceleração do plano de baixo.

$$F_{corr} = F_{medido} - m \cdot bu \quad (46)$$

onde:

F_{medido} : Força medida

F_{corr} : Valor corrigido da força medida

A partir disso, pode-se obter a tensão aplicada:

$$\sigma = F_{corr} / A \quad (47)$$

Onde A é a área do material de atrito transversal à direção da aplicação da força.

Sabe-se que:

$$\varepsilon = \Delta l / l, \quad (48)$$

onde:

Δl : Variação de comprimento

l: Comprimento inicial

e que, o deslocamento é a integral dupla da diferença de aceleração entre os dois planos de interesse:

$$\Delta l = \int_0^T \int_0^T (bu - bo) dt^2 \quad (49)$$

Como se utiliza uma excitação harmônica, a aceleração medida é da forma :

$$bo = B_o e^{i\omega t} \quad (50)$$

$$bu = B_u e^{i\omega t} \quad (51)$$

onde:

B_o : Amplitude da aceleração bo

B_u : Amplitude da aceleração bu

portanto, voltando a eq.(49), tem-se:

$$\Delta l = \int \int (B_u - B_o) e^{i\omega t} dt^2 = \frac{(B_u - B_o) e^{i\omega t}}{-\omega^2} = \frac{bo - bu}{\omega^2} \quad (52)$$

portanto, da eq. (48) tem-se:

$$\varepsilon = \frac{(bo - bu)}{h\omega^2} \quad (53)$$

onde h é a altura do espécime e ω é a frequência de excitação.

Assim, tem-se da eq. (32), (53) e (47):

$$E^* = \frac{h\omega^2}{A} \frac{FFT(Fcorr)}{FFT(b_o - b_u)} \quad (54)$$

Implementando-se essas equações em um programa, no caso foi utilizado Matlab®, obtêm-se os valores do módulo complexo.

Para o cálculo da rigidez complexa, utilizam-se os valores de força e deslocamento, ambos no domínio da frequência e, retornando a eq. (38), obtêm-se:

$$F(\omega) = k^* \cdot x(\omega) \quad (55)$$

$$k^* = k(1 + i\eta) \quad (56)$$

Para a construção das curvas de histerese, utiliza-se a eq.(8).

5.3. Análise de Vibrações

Para se conhecer as limitações da bancada, é necessário que se conheça a frequência de ressonância do aparato de forma que o intervalo de excitação não englobe essa frequência.

Considerando o aparato como um corpo-rígido, têm-se os seguintes modelos esquemáticos:

1º modelo simplificado de um grau-de-liberdade:

Considera-se a bancada como corpo-rígido. Nesse modelo simplificado pretende-se avaliar a frequência de ressonância da massa equivalente ao bloco de inércia superior, dos parafusos-suporte e do pistão hidráulico suportada pelos parafusos, considerados como molas lineares de rigidez constante, k_{par} .

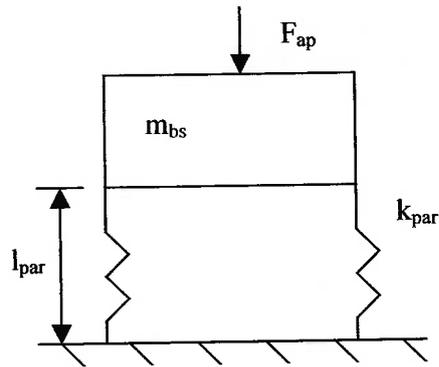


Figura 5-6 – Primeiro modelo simplificado do aparato experimental

Calculando-se a rigidez dos parafusos através de, Meirovitch [1975]:

$$k_{par} = \frac{E_{aço} A_{par}}{l_{par}} \quad (57)$$

onde:

A_{par} : Área da seção transversal do parafuso = $\pi \cdot (0,05)^2$

$E_{aço}$: Módulo de elasticidade do aço = 200 GN/m²

l_{par} : Comprimento do parafuso = 0,18 m

A rigidez equivalente, k_{eq} , é calculada considerando-se todas em paralelo, portanto:

$$k_{eq} = 4k_{par} \quad (58)$$

E sendo a massa equivalente calculada por:

$$m_{eq} = m_{bs} + 4 \cdot (m_{par}) + m_{pistão} \quad (59)$$

onde:

m_{par} : Massa do parafuso = 0,20 kg

$m_{\text{pistão}}$: Massa do pistão = 0,50 kg

m_{bs} : Massa da base = 7 kg

Tem-se que, por ser um modelo de um grau de liberdade, a frequência de ressonância, em radianos por segundo, é dada por, segundo Meirovitch [1975]:

$$\omega_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{\text{eq}}}{m_{\text{eq}}}} \quad (60)$$

Assim, tem-se que a frequência de ressonância, ω_{res} , para esse modelo é de 1.030 Hz.

2º modelo simplificado de um grau-de-liberdade:

Nesse segundo modelo, Figura 5-7, acrescenta-se o efeito do atuador piezoelétrico, considerando-o como uma mola de rigidez constante k_{pi} e acrescentando-se o valor de sua massa à massa equivalente.

Assim tem-se:

$$m_{\text{eq}} = m_{\text{bs}} + 4 \cdot (m_{\text{par}}) + m_{\text{pistão}} + m_{\text{pi}} = 8,8 \text{ kg} \quad (61)$$

m_{pi} : 0,46 kg

Sabendo-se que a rigidez do atuador é de 2.300 N/ μm , Physic Instrumente [2004], e considerando-a em paralelo as outras quatro, obtém-se a rigidez equivalente por, Meirovitch [1975]:

$$k_{\text{eq}} = k_{\text{pi}} + 4 \cdot (k_{\text{par}}) = 2.648 \text{ N} / \mu\text{m} \quad (62)$$

Assim retornando a eq.(60), tem-se que a frequência de ressonância para esse modelo é de 2.760 Hz.

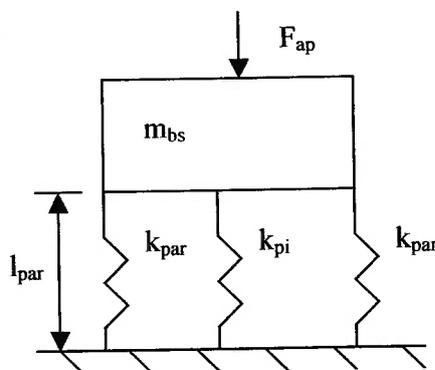


Figura 5-7 – Segundo modelo simplificado do aparato experimental

Assim, para a faixa de interesse de estudo desse trabalho, primeira frequência de aparição do *squeal* que está entre 1.500 e 1.800 Hz, essa bancada não apresenta problemas quanto a vibrações devido à ressonância, mesmo porque, desde que o plano inferior e o superior do espécime estejam sujeitos à mesma vibração esse fenômeno é corrigido, pois se utiliza para os cálculos a aceleração relativa calculada entre os dois planos. Observa-se isso na Figura 5-17 e Figura 5-18, onde existe uma perturbação do sinal perto de 1.000 Hz e outro perto de 3.000 Hz, provavelmente devido à ressonância do aparato.

5.4. Análise do comportamento do material

Seguindo a teoria exposta em 4.3.1, deve haver uma relação linear proporcional entre a tensão aplicada e a deformação medida, no caso, por exemplo se duplicarmos a tensão aplicada a deformação medida também deve duplicar. Para validar essa condição, realizaram-se experimentos com diferentes valores de

amplificação de carga do piezoelétrico, que fornece a força, portanto a tensão ao sistema. Os valores utilizados foram 10 dB, 20 dB, 30 dB e 40 dB. Sendo que para todos eles espera-se um mesmo valor de módulo dinâmico.

O resultado obtido, conforme observado na Figura 5-8, foi satisfatório, uma vez que oscilações por volta de 10% são esperadas devido a não-linearidades presentes no atuador piezoelétrico e outros fatores presentes na medição. Para uma avaliação mais detalhada, construiu-se a Tabela 5-1, onde se mostra a variação máxima entre os valores encontrados para a parte real do módulo complexo para 10 dB e 40 dB a uma temperatura de 25°C e entre a faixa de frequência de 1.000 a 3.000 Hz. Nesta tabela observa-se uma variação máxima de 21%, confirmando que o conceito do módulo complexo se apresenta como uma ferramenta adequada para a caracterização dos materiais de atrito.

Tabela 5-1 – Variação entre as ampliações de 10 dB e 40 dB da parte real do módulo complexo, para 25°C, faixa entre 1.000 e 3.000 Hz.

Espécime	Pré-tensão (bar)	Máxima variação (%)
A	2	10
A	10	17
A	20	21
C	2	4
C	10	13
C	20	2
D	2	4
D	10	17
D	20	13

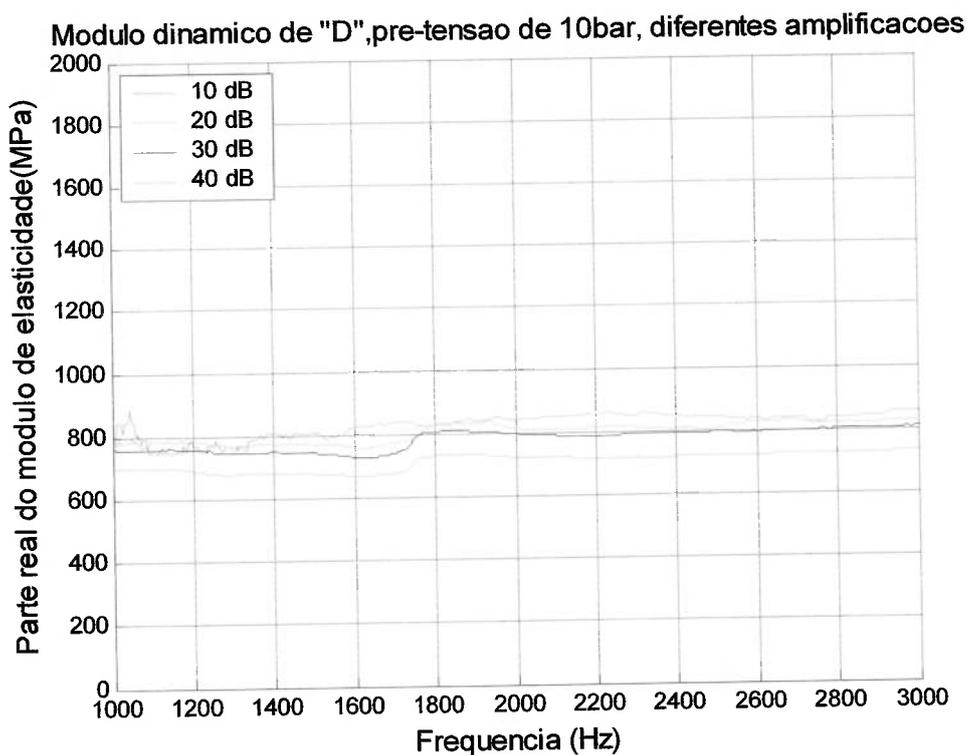


Figura 5-8 – Parte real do módulo dinâmico do espécime D, a 25°C , para diferentes ampliações do atuador piezoelétrico.

Através das Figura 5-9, Figura 5-10 e Figura 5-11, observa-se a variação do módulo dinâmico quando se varia a pré-tensão e a frequência de excitação, mostrando a importância da realização de experimentos variando esses dois fatores para se obter uma análise mais detalhada do comportamento do material.

Histerese do espécime D para frequência de 2000 Hz e varias pre-tensoes

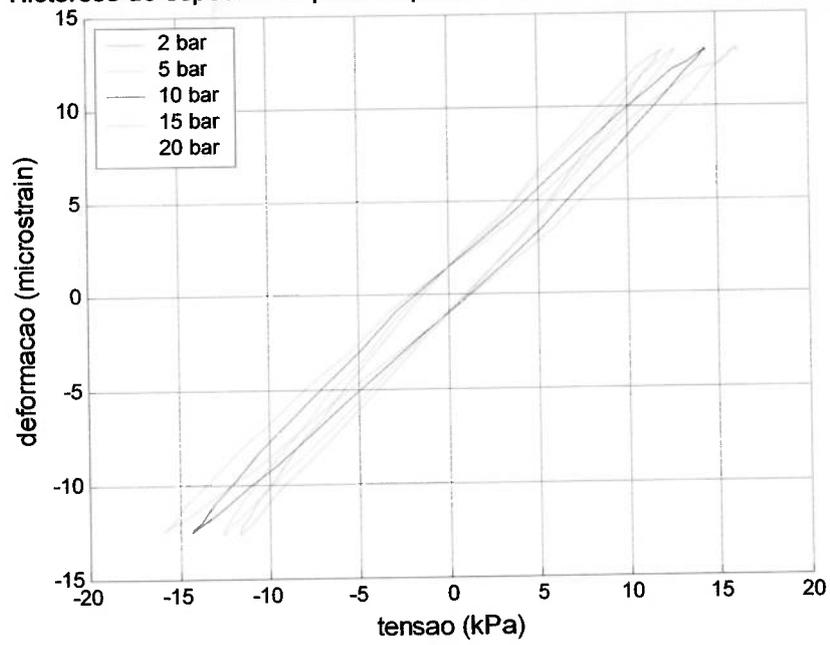


Figura 5-9 – Curva de histerese do espécime D a 25 °C e 2.000 Hz de frequência de excitação, para diferentes pré-tensões.

Histerese do espécime D para pre-tensão de 10bar, varias frequencias

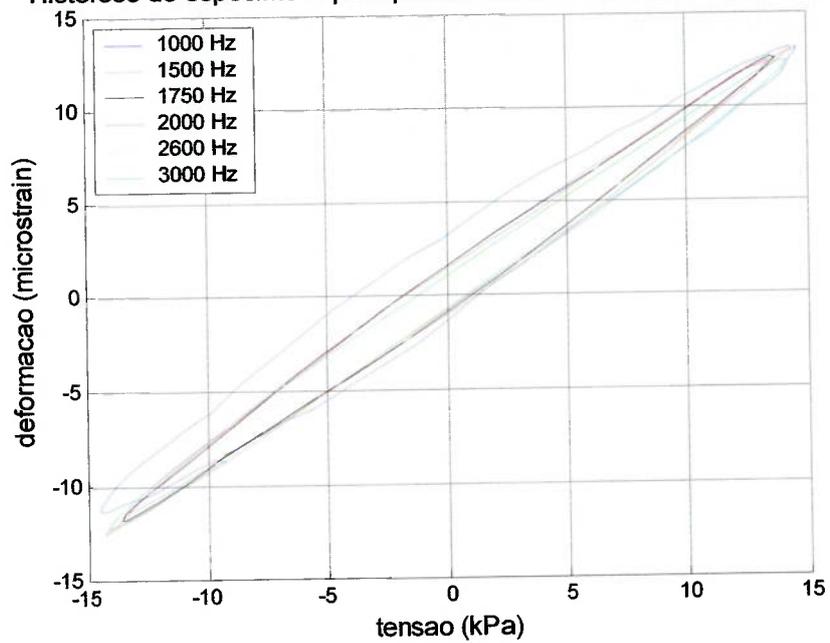


Figura 5-10 – Curva de histerese do espécime D a 25 °C e 10 bar de pré-tensão para diferentes frequências de excitação.

Histerese do espécime D para pre-tensão de 10bar, varias frequencias

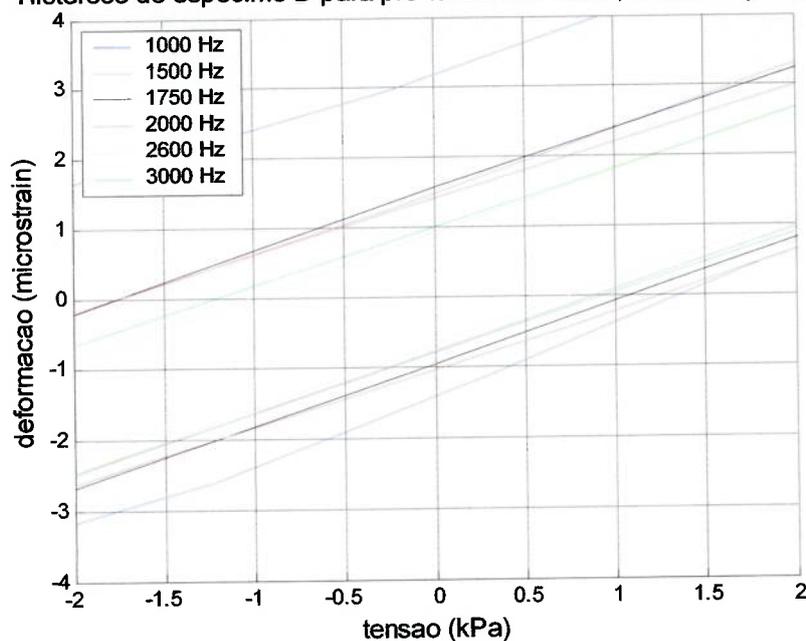


Figura 5-11 – Detalhe da curva de histerese do espécime D a 25 °C e 2.000 Hz de frequência de excitação, para diferentes pré-tensões.

5.5. Calibração

Para a calibração do aparato foi construído um espécime de material Plexiglas de mesmas dimensões que o espécime composto por material de atrito. No caso, foi utilizado o Plexiglas pelo fato do comportamento desse material apresentar características dinâmicas semelhantes à do material de atrito, como fator de perda e dependência de temperatura e frequência, porém apenas a parte real do módulo de Elasticidade dinâmico é fornecida na literatura, Röhm [2004], como sendo 3.300 MPa.

Observa-se pela Figura 5-12, que o módulo medido está na faixa de 2.600 a 4.000 MPa, sendo que o valor esperado era de 3.300 MPa, isso demonstra um erro de

aproximadamente 20%, que é aceitável considerando as variações inerentes ao material.

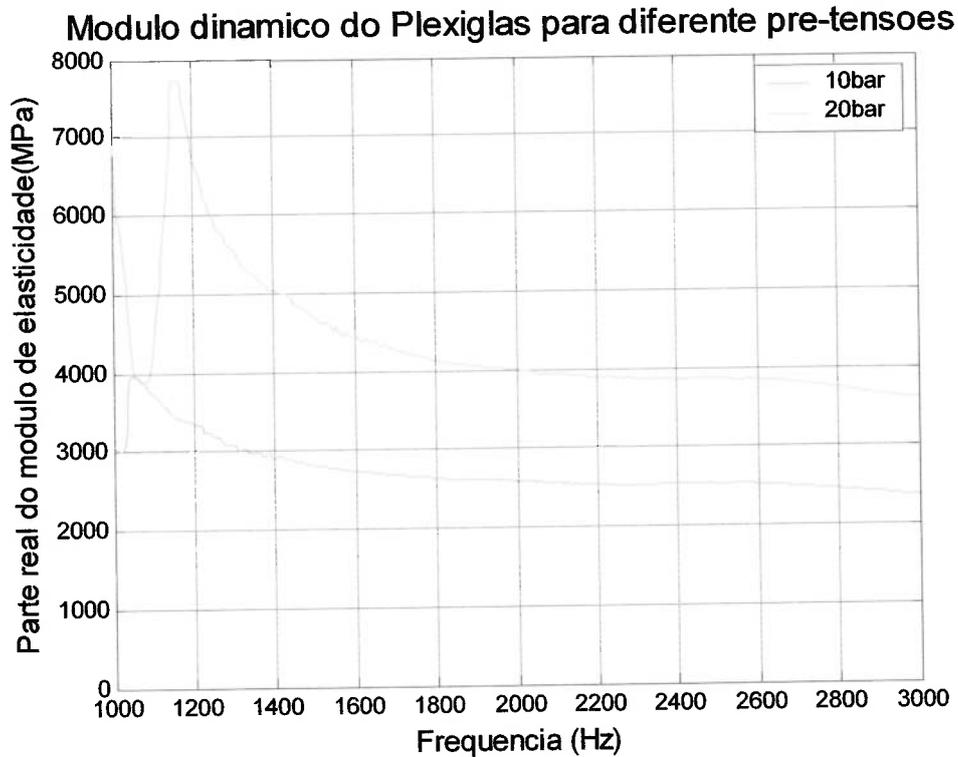


Figura 5-12 – Parte real do módulo dinâmico do Plexiglas para 10 e 20 bar, medidos na bancada.

5.6. Ensaio sob diferentes temperaturas

Como o freio automotivo no seu uso real está submetido a variações de temperatura, é necessário avaliar-se o comportamento do material de atrito também sob diferentes temperaturas. Embora a metodologia utilizada seja diferente, espera-se valores de redução em torno de 40% para um aumento de 150°C de temperatura, conforme obtido por Trichês et. al. [2001], Figura 5-13.

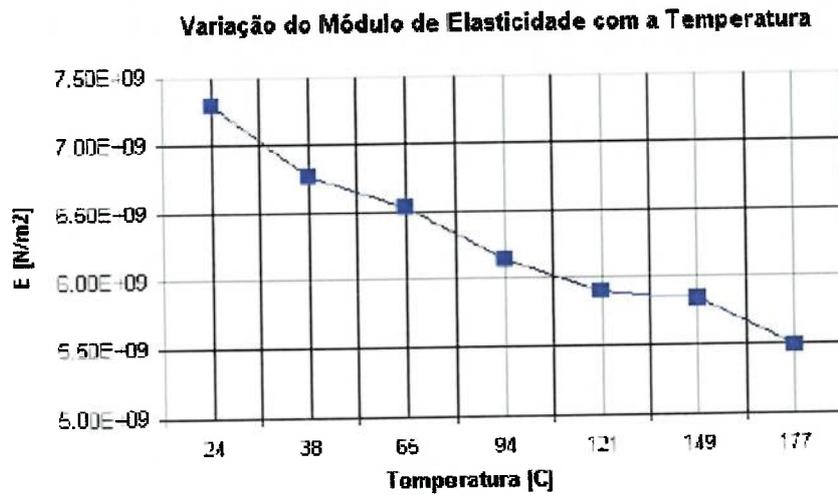


Figura 5-13 – Variação do módulo de Elasticidade em função da temperatura, (Trichês et. al. [2001]).

Para isso, utilizou-se um forno da empresa Weiss GmbH modelo SB11/160/80-S, Figura 5-14.

As temperaturas nas quais realizaram-se medições foram: 25°C, 100°C, 150°C. A umidade foi sempre mantida a 50% e o tempo de espera para estabilização da temperatura foi de no mínimo 30 minutos. A temperatura foi controlada através de um termopar fixo à base do aparato, conforme se observa na Figura 5-15.



Figura 5-14 – Montagem utilizada na medição sob diferentes temperaturas.

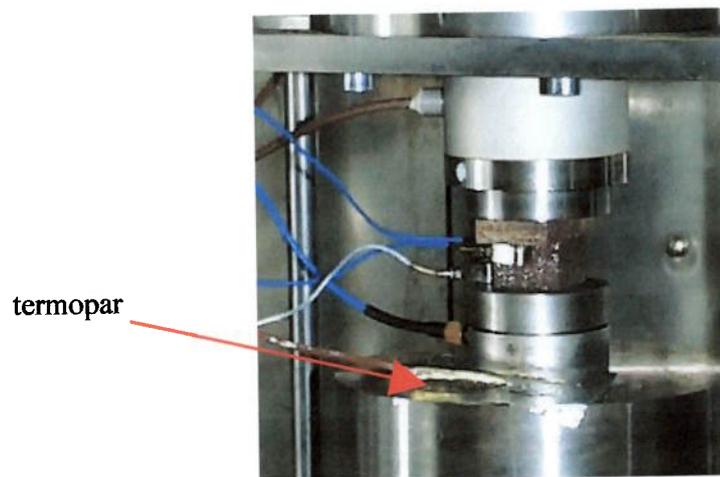


Figura 5-15 – Detalhe do aparato dentro do forno.

5.7. Processamento dos sinais

A seguir são apresentados os sinais obtidos nos acelerômetros, no sensor de força e no atuador piezoelétrico, com uma aplicação de uma pressão de 10 bar para o espécime D.

Devido ao tipo de excitação utilizada, varredura de seno, não estar sincronizada com a coleta de dados, não se pode garantir que os valores da mesma sejam nulos no início e no fim dos dados coletados. Isso pode gerar frequências fantasmas no domínio da frequência, fenômeno conhecido como leakage, Arruda; Huallpa [2001]. Para evitar isso, utiliza-se uma janela de correção. Para o caso uma janela eficaz é a do tipo hanning, conforme a Figura 5-16, pois garante valores nulos no início e no final. Os coeficientes da janela são obtidos pela eq. 72, onde q é o número de pontos da janela e $p+1$ é a posição do coeficiente e $hann$ é o valor do coeficiente de correção, Ewins [1984].

$$hann(p+1) = 0.5 \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{p}{q-1} \right) \right) \quad (63)$$

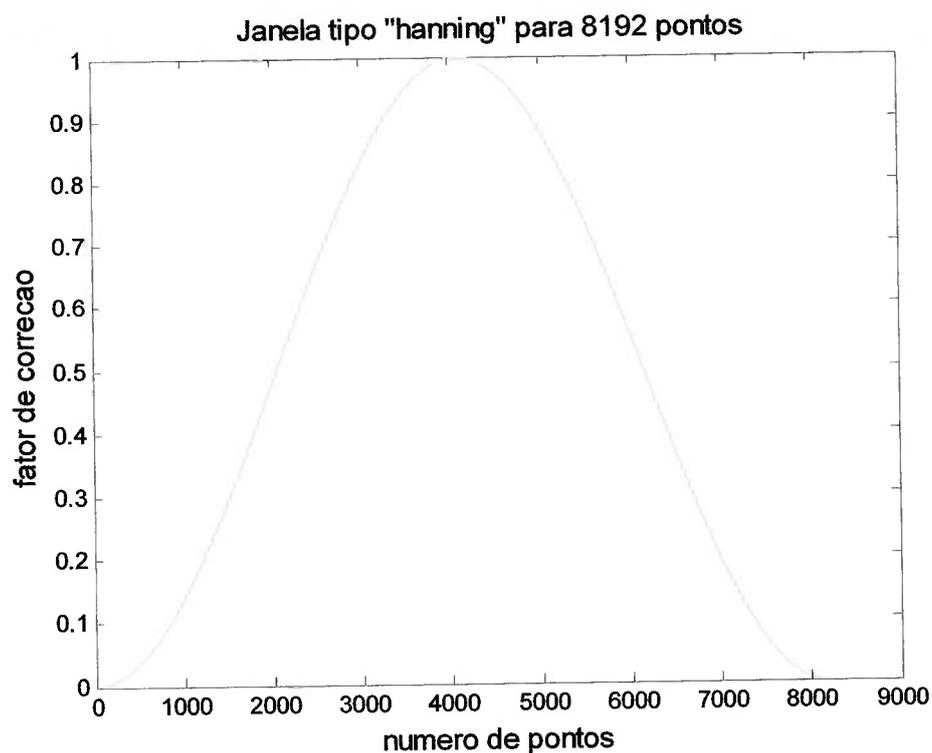


Figura 5-16 – Janela tipo “hanning” utilizada para tratamento dos dados

A janela é então aplicada ao sinal, simplesmente fazendo-se a multiplicação ponto a ponto, conforme a eq.(64), onde $zhann$ é a função já corrigida pela janela e z é a função sem correção, Ewins [1984].

$$zhann(p) = hann(p)z(p) \tag{64}$$

Observa-se da Figura 5-17 e Figura 5-18, que os sinais dos acelerômetros do plano inferior possuem valores de pico menores que 5% do que os do plano superior. Isso demonstra um bom resultado, significando que a correção feita no cálculo do módulo complexo também é menor que 5%, como se praticamente o plano inferior permanecesse imóvel, condição ideal de ensaio.

Acelerômetros inferiores, pre-tensao 10bar, espécime "D"

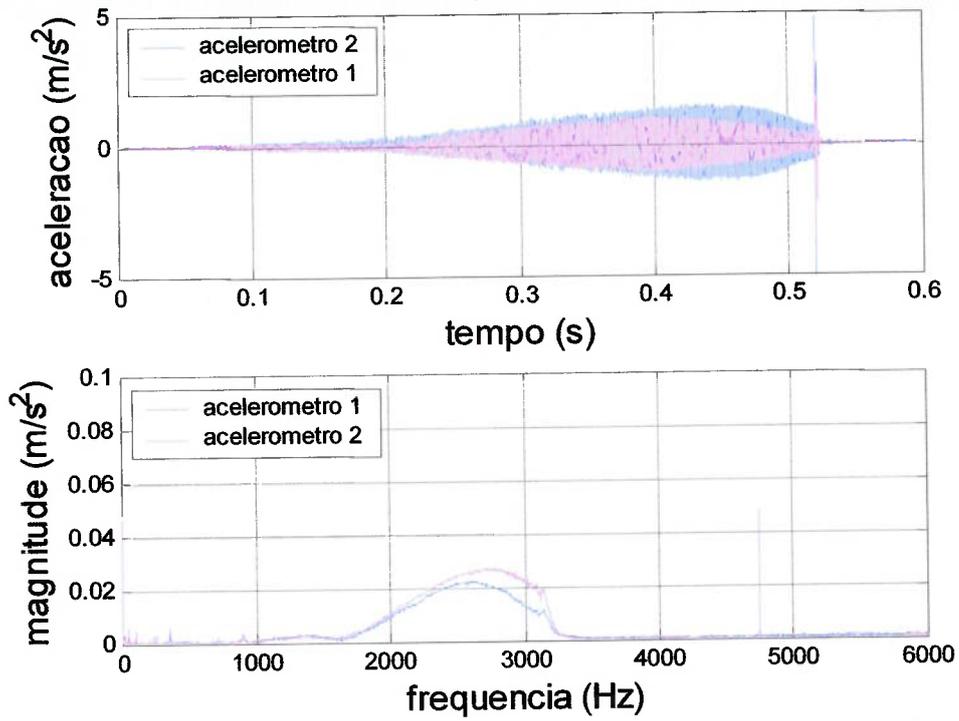


Figura 5-17 – Sinais coletados dos acelerômetros 1 e 2 do espécime D para pré-tensão de 10 bar e 25°C.

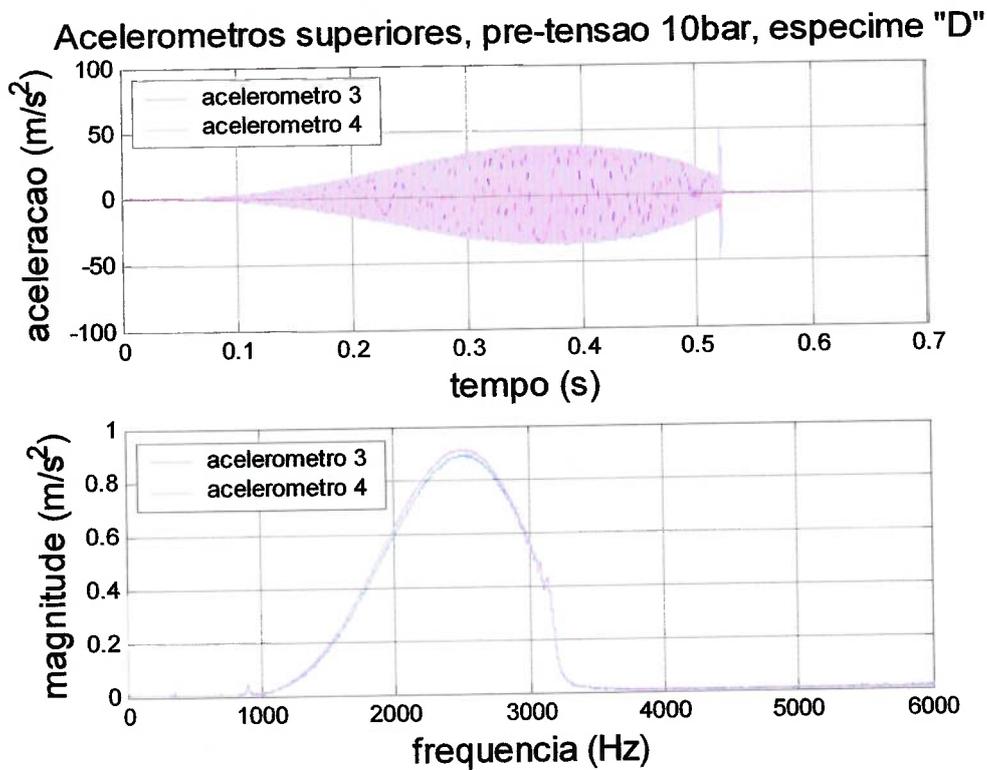


Figura 5-18 – Sinais coletados dos acelerômetros 3 e 4 do espécime D para pré-tensão de 10 bar e 25°C.

Na Figura 5-19 observa-se que os sinais dos acelerômetros estão em fase, mostrando que os dois pontos do espécime desse plano estão se deslocando paralelamente a base, conforme o desejado.

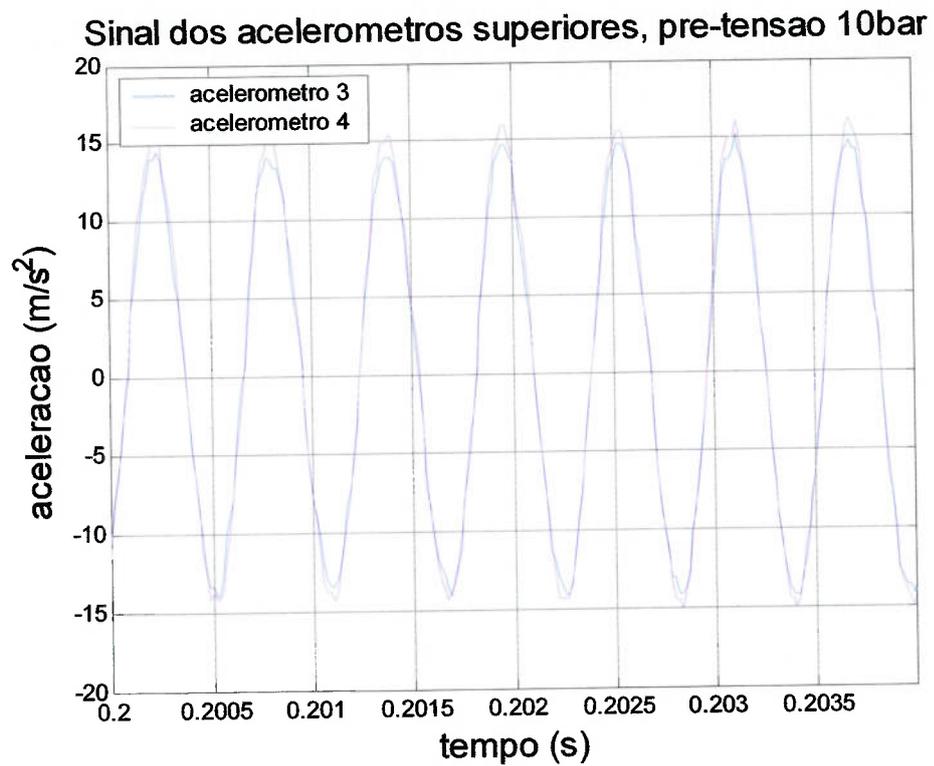


Figura 5-19 – Detalhe dos sinais coletados dos acelerômetros 3 e 4 do espécime D para pré-tensão de 10 bar e 25°C.

As Figura 5-20 e Figura 5-21 mostram os sinais do sensor de força e da voltagem aplicada ao atuador piezoelétrico. Lembrando da correção da janela “hanning”, os valores obtidos são constantes, conforme o desejado.

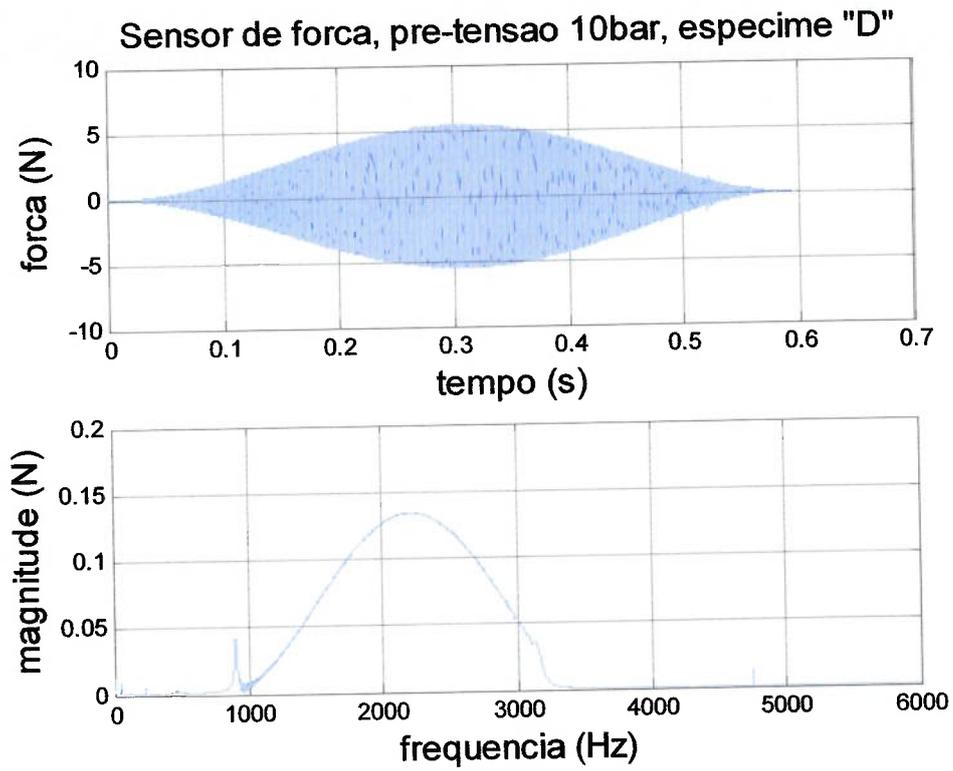


Figura 5-20 - Sinal coletado do sensor de força do espécime D para pré-tensão de 10 bar e 25°C.

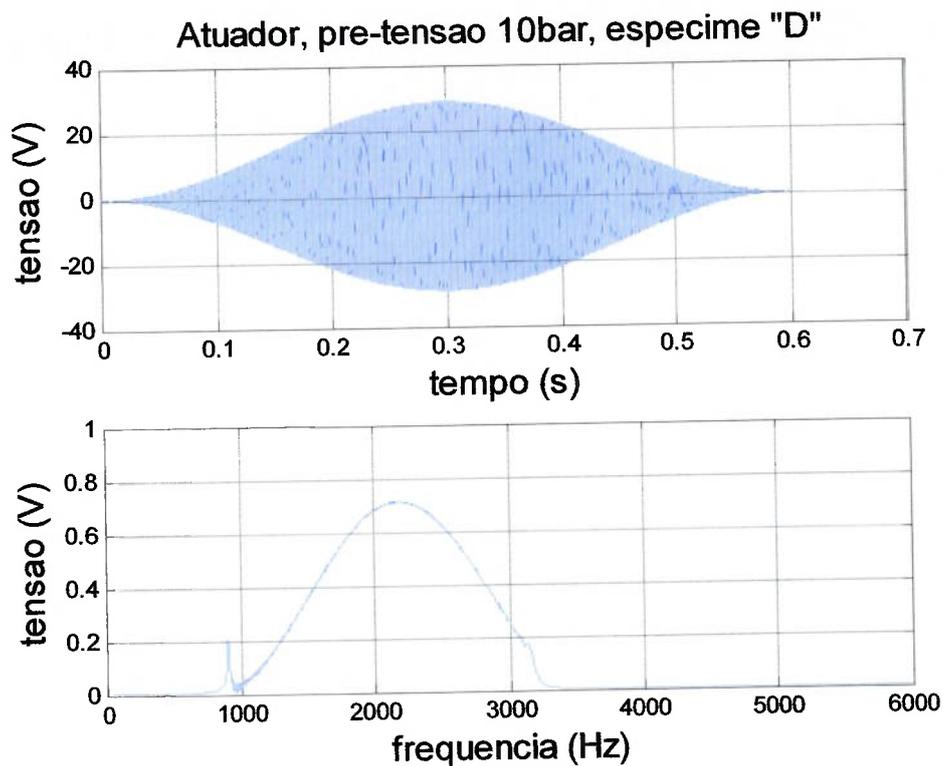


Figura 5-21 - Sinal coletado da voltagem aplicada ao atuador piezoelétrico do espécime D para pré-tensão de 10 bar e 25°C.

A Figura 5-22 mostra um detalhe do sinal do acelerômetro 3 e do sensor de força. Observa-se que os sinais estão defasados entre si, confirmando que a tensão e a deformação estão defasadas entre si, e, assim, a existência de amortecimento no material.

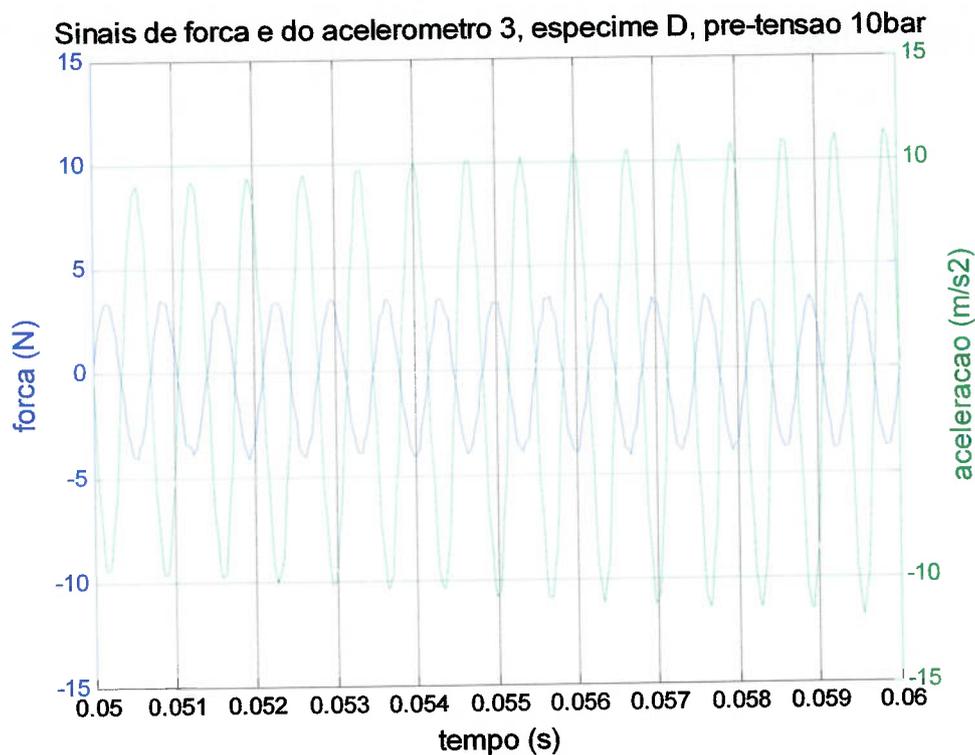


Figura 5-22 – Detalhe dos sinais do acelerômetro 3 e do sensor de força para o espécime D a 25 °C, pré-tensão de 10 bar.

Uma medição muito importante para controlar a confiabilidade da medição é a coerência dos sinais pois nas formulações considera-se que existe uma relação linear entre as acelerações medidas pelos acelerômetros e entre a média dessa aceleração e a força medida pelo sensor de força.

A coerência é obtida a partir da eq.(65), onde C_{zw} é o valor estimado da magnitude da coerência, que indica a correlação entre as funções z e w , quanto mais perto de 1 seu valor, melhor a coerência, P_{zw} é a densidade espectral cruzada de z e w , P_{zz} a densidade espectral de z e P_{ww} a densidade espectral de w , Ewins [1984].

$$C_{zw}(\omega) = \frac{|P_{zw}(\omega)|^2}{P_{zz}(\omega)P_{ww}(\omega)}$$

(65)

As densidades espectrais da eq.(65) são obtidas da eq.(66), onde R_{zw} é a autocorrelação das funções z e w , obtida da eq.(67), onde T é o período do sinal. Para as densidades P_{zz} e P_{ww} substitui-se respectivamente o w por z e o z por w , Ewins [1984].

$$P_{zw}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{zw}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (66)$$

$$R_{zw}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T z(t)w(t+\tau)dt \quad (67)$$

Assim, observa-se na Figura 5-23, que a coerência entre os acelerômetros 3 e 4 está muito próxima de 1, resultado muito satisfatório. Na Figura 5-24, observa-se que a coerência entre a média dos acelerômetros 3 e 4 e o sensor de força varia entre 0,9 e 1, resultado também muito satisfatório.

Funcao de coerencia do especime "D": acelerometros 3 and 4

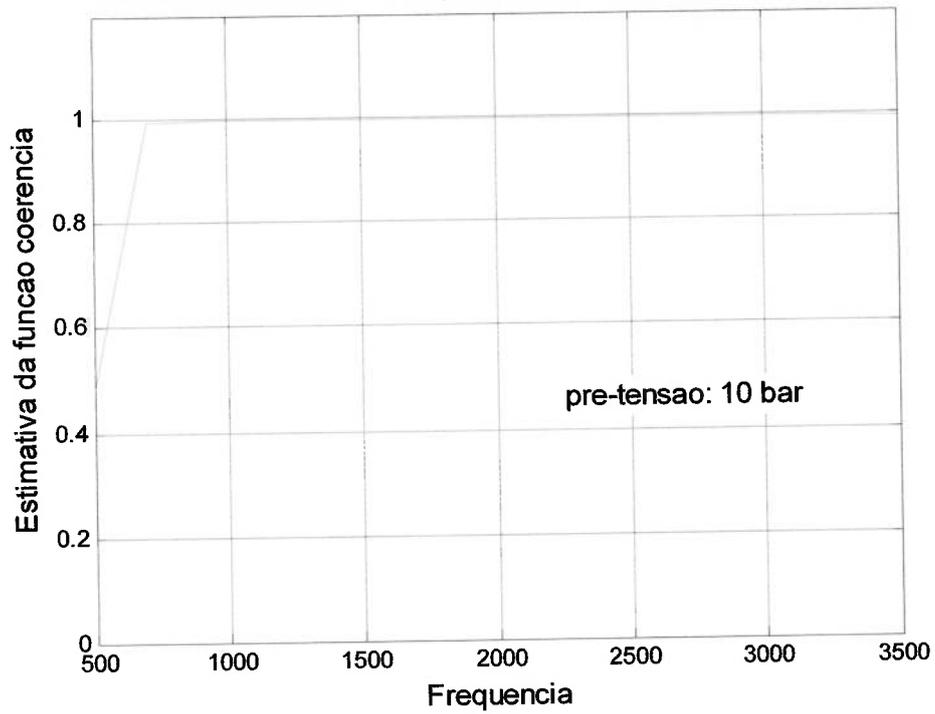


Figura 5-23 – Função de coerência entre os sinais dos acelerômetros superiores.

Funcao de coerencia do especime "D": media dos ac. 3 e 4, e forca

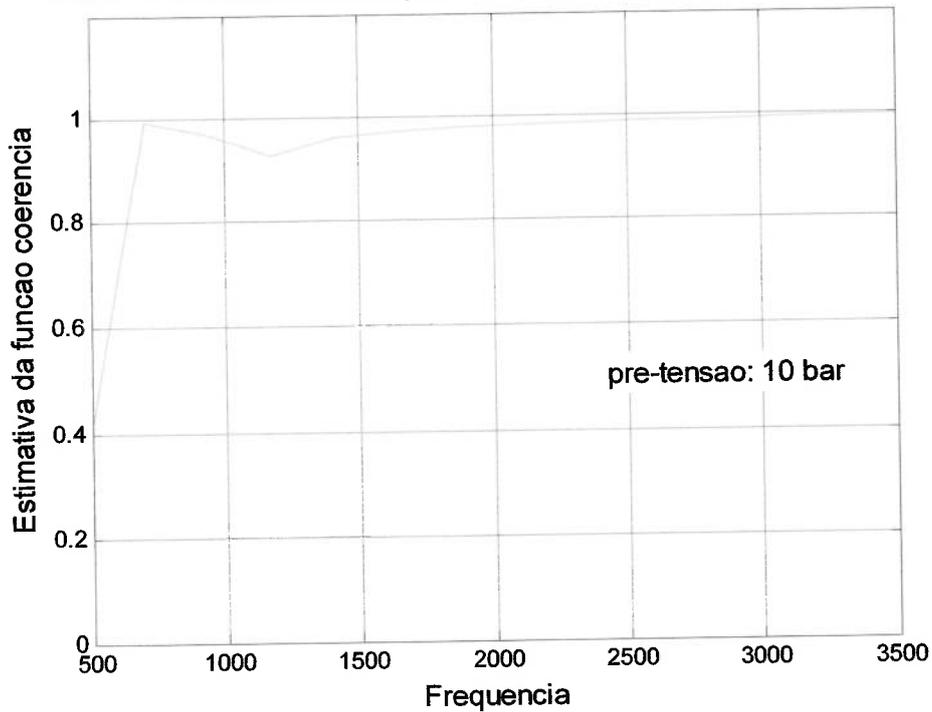


Figura 5-24 – Função de coerência entre a média dos acelerômetros superiores e o sensor de força.

5.8. Análise dos Resultados

Na Figura 5-26 observa-se a influência da pré-tensão na parte real do módulo complexo, que varia cerca de 100% de 2 a 20 bar, por isso é muito importante definir as condições de solicitação do material, bem como investigar a possibilidade do contato entre o espécime e o cilindro de apoio ser uma das causas dessa variação. Um indício de que o material possui essa variação de comportamento é o fato do coeficiente de atrito entre o disco e a pastilha também ser dependente da pressão de

aplicação do freio, Figura 5-25, podendo variar entre 0,3 a 0,6, aumentando seu valor com o aumento da pressão, Rudolph; Popp [2001].

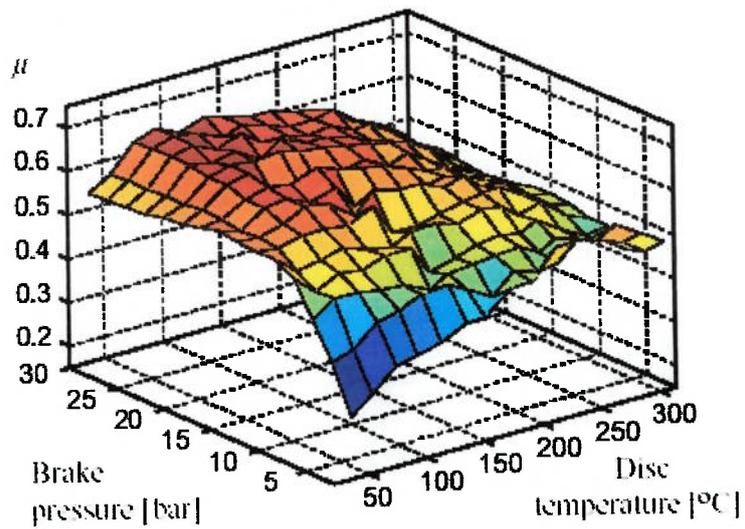


Figura 5-25 – Variação do coeficiente de atrito entre disco e pastilha, (Rudolph; Popp [2001]).

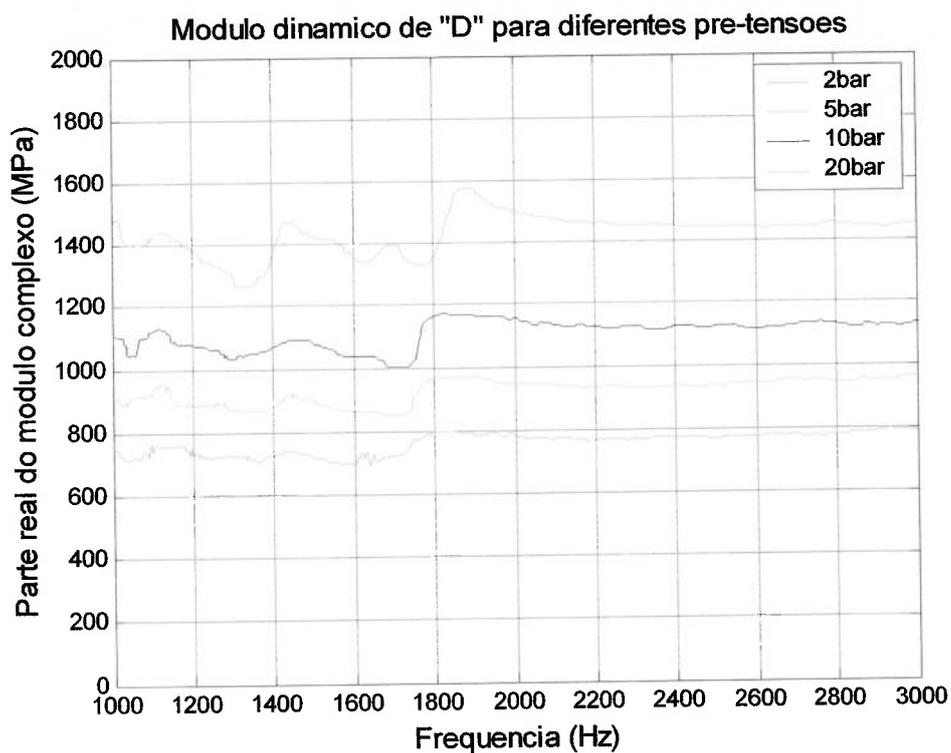


Figura 5-26 – Parte real do módulo dinâmico do espécime D para 25°C e diferentes pré-tensões.

Na Figura 5-27 tem-se a variação da parte real do módulo complexo com uma pré-tensão de 2 bar, a 25°C para os diferentes espécimes. Observa-se claramente a influência da composição do material, sendo o espécime A o que possui módulo de valor mais baixo e o espécime B o de valor mais alto. Ambos são materiais utilizados nas sub-camadas para alterar o amortecimento da pastilha.

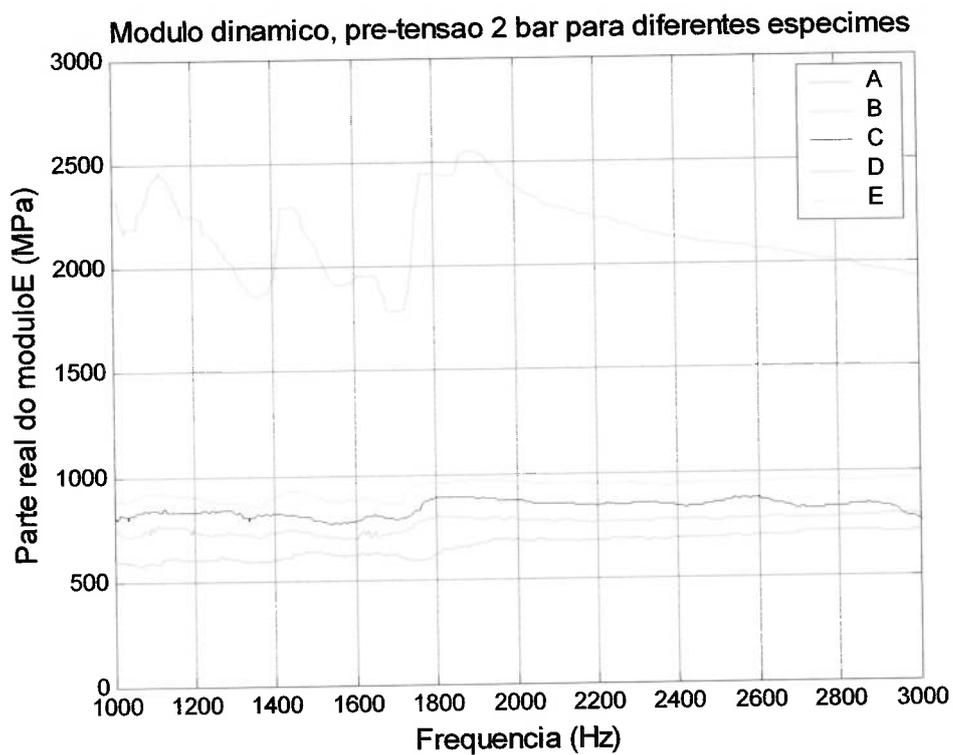


Figura 5-27 – Parte real do módulo dinâmico para diferentes espécimes com pré-tensão de 2 bar e 25°C.

Nas Figura 5-28, Figura 5-29, Figura 5-30, Figura 5-31 e Figura 5-32 observa-se a influência da temperatura nos espécimes A,B,C, D e E. Em todos os casos, o aumento da temperatura causa uma diminuição no valor real do módulo complexo.

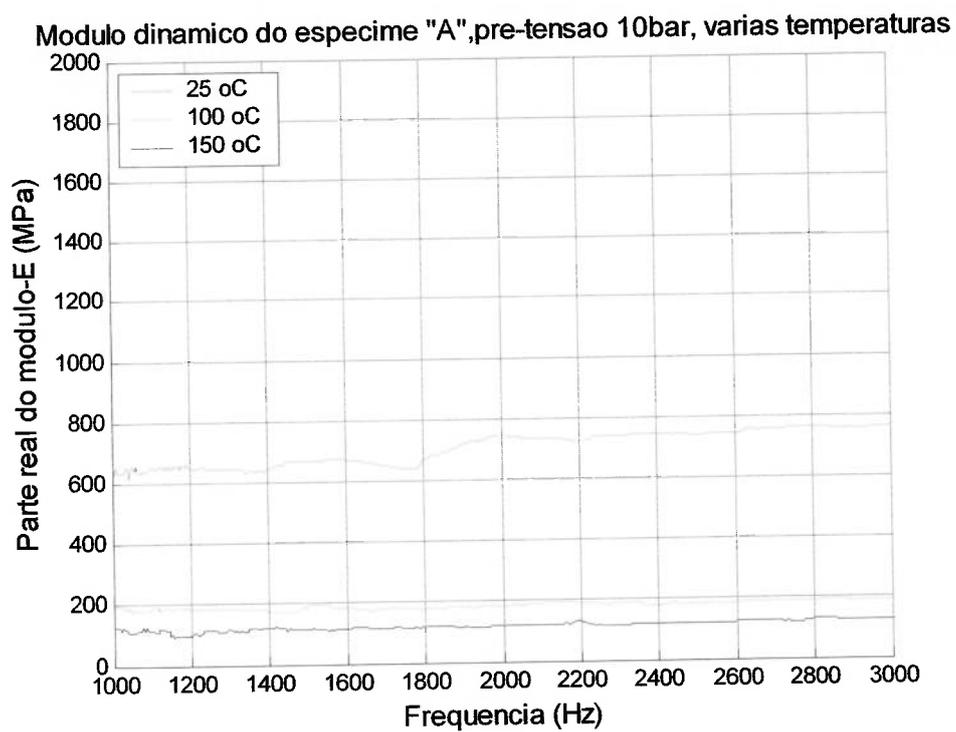


Figura 5-28 – Parte real do módulo dinâmico do espécime A para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.

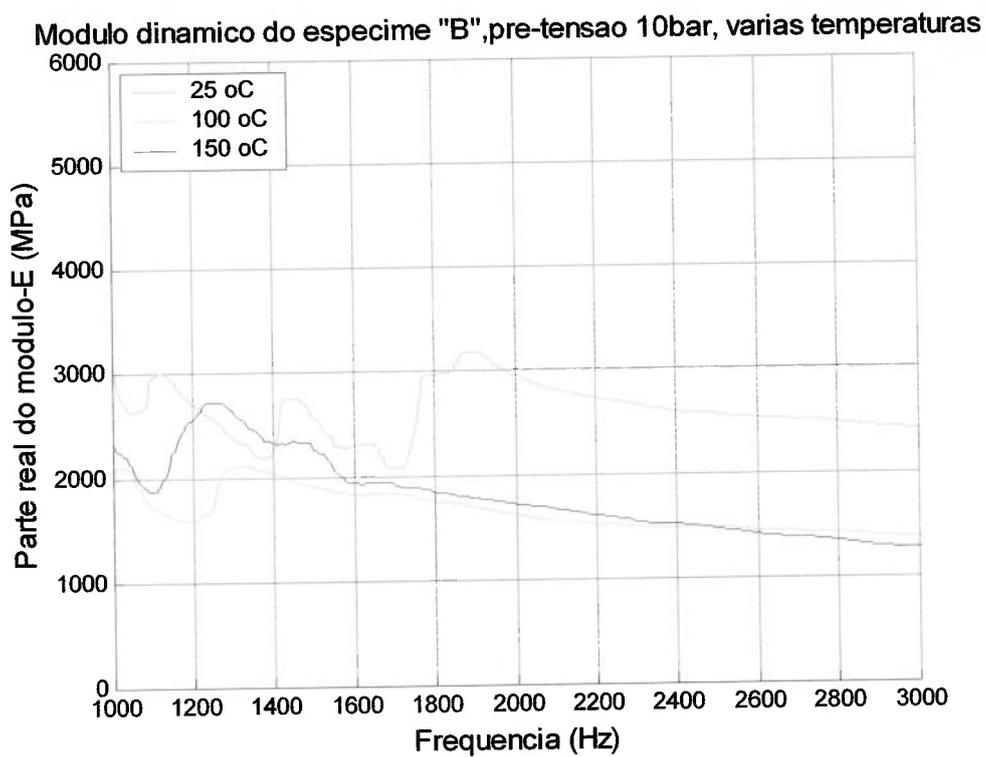


Figura 5-29 – Parte real do módulo dinâmico do espécime B para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.

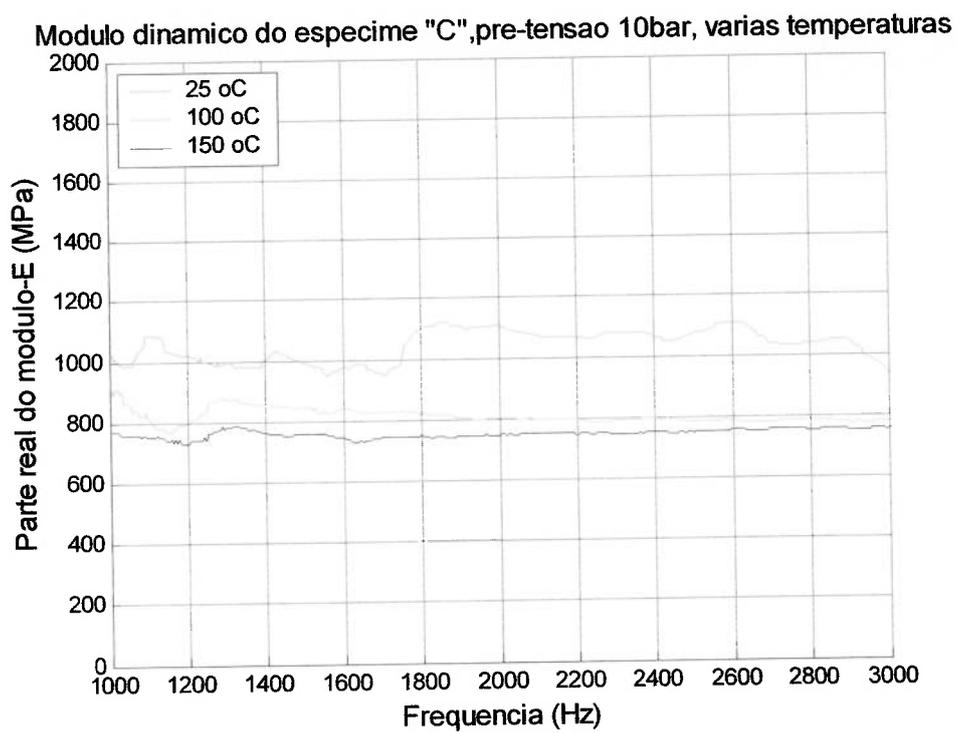


Figura 5-30 - Parte real do módulo dinâmico do espécime C para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.

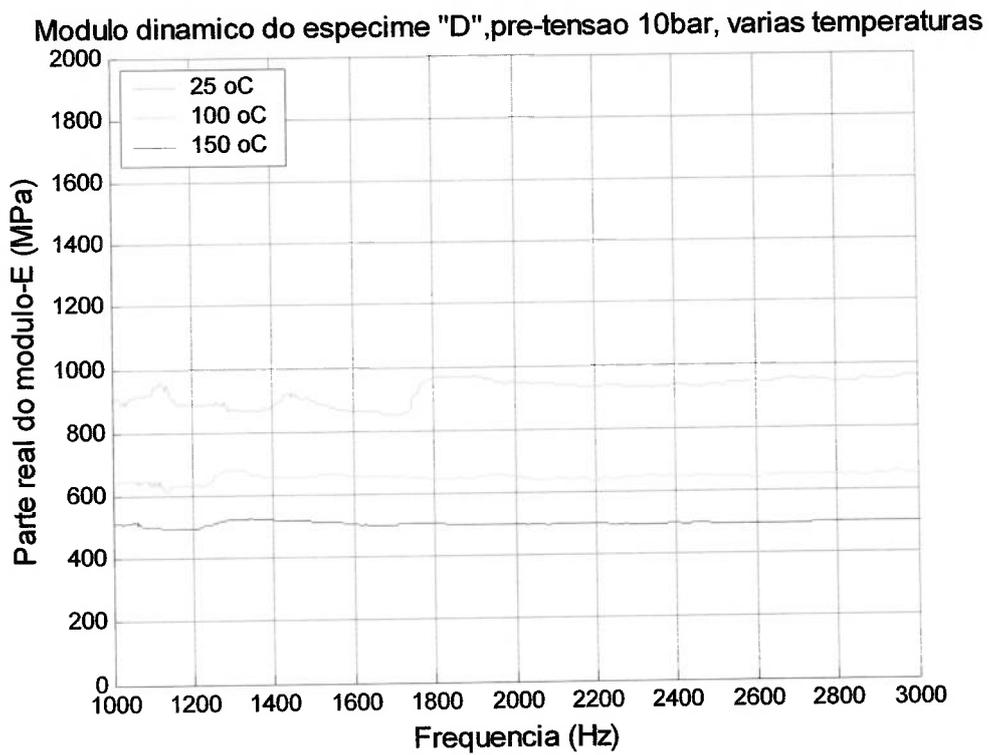


Figura 5-31 – Parte real do módulo dinâmico do espécime D para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.

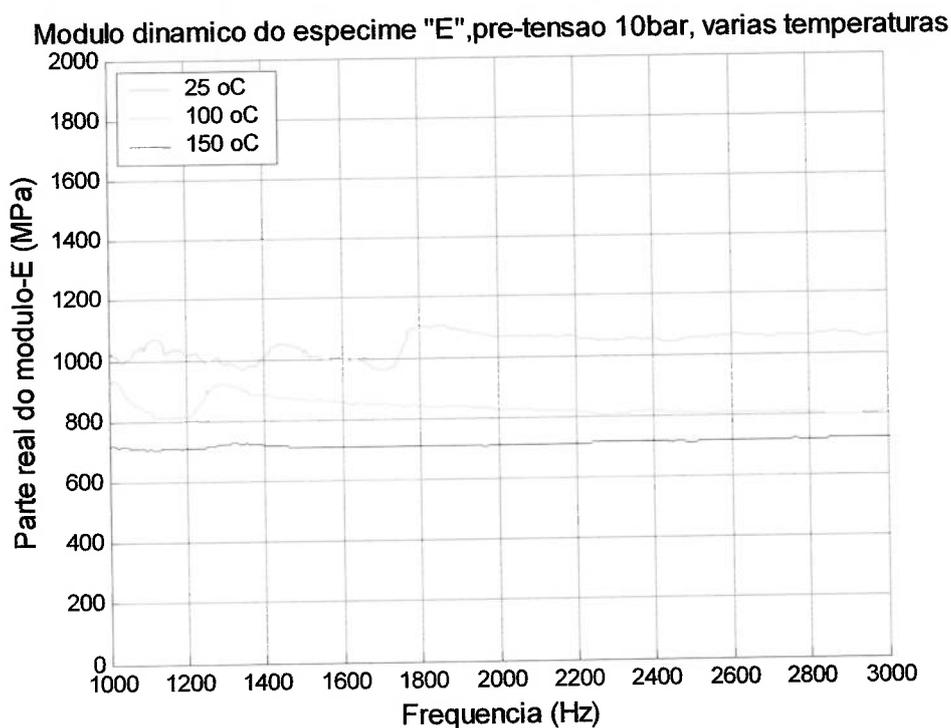


Figura 5-32 - Parte real do módulo dinâmico do espécime E para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.

As Figura 5-33, Figura 5-34 e Figura 5-35 apresentam a influência da temperatura na parte imaginária do módulo complexo. Observa-se que para o espécime A, Figura 5-33, essa variação é bem acentuada, embora apenas na variação de 25°C a 100°C, indicando que provavelmente houve algum erro de medição a 150°C. Para os C e D, Figura 5-34 e Figura 5-35, essa variação foi mais atenuada, embora se observe que os valores para 150°C em algumas frequências se apresentam maiores que os para 25°C e, no caso do espécime C aparecem até valores negativos. Ou seja, para se obter alguma conclusão desses valores, seria necessário repetir os experimentos para descartar possíveis influências externas ao comportamento do material.

Modulo dinamico do especime "A", pre-tensao 20bar, varias temperaturas

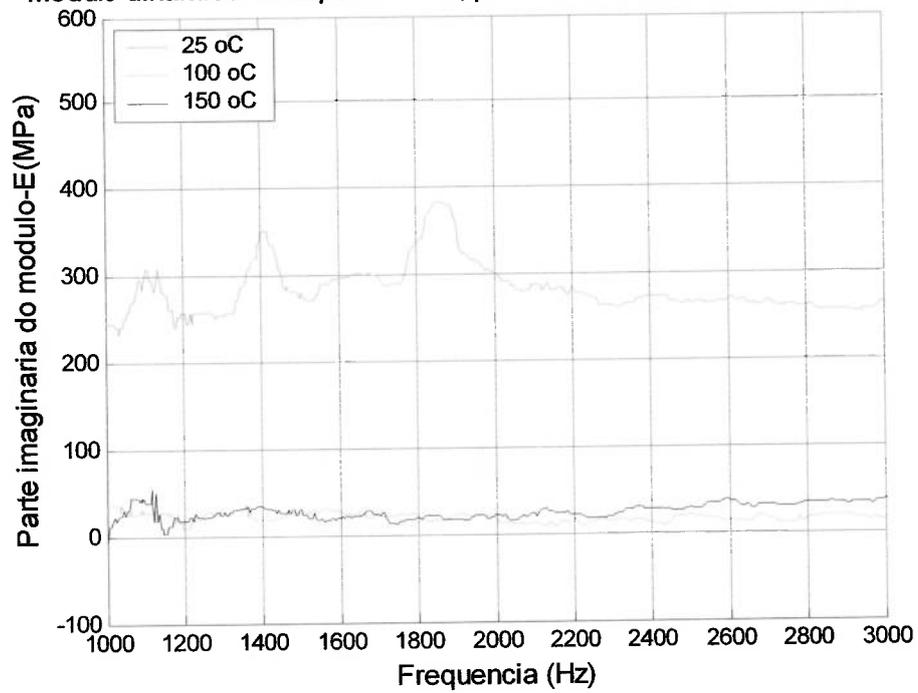


Figura 5-33 - Parte imaginária do módulo dinâmico do espécime A para pré-tensão de 20 bar e diferentes temperaturas.

Modulo dinamico do espécime "C", pre-tensao 20bar, varias temperaturas

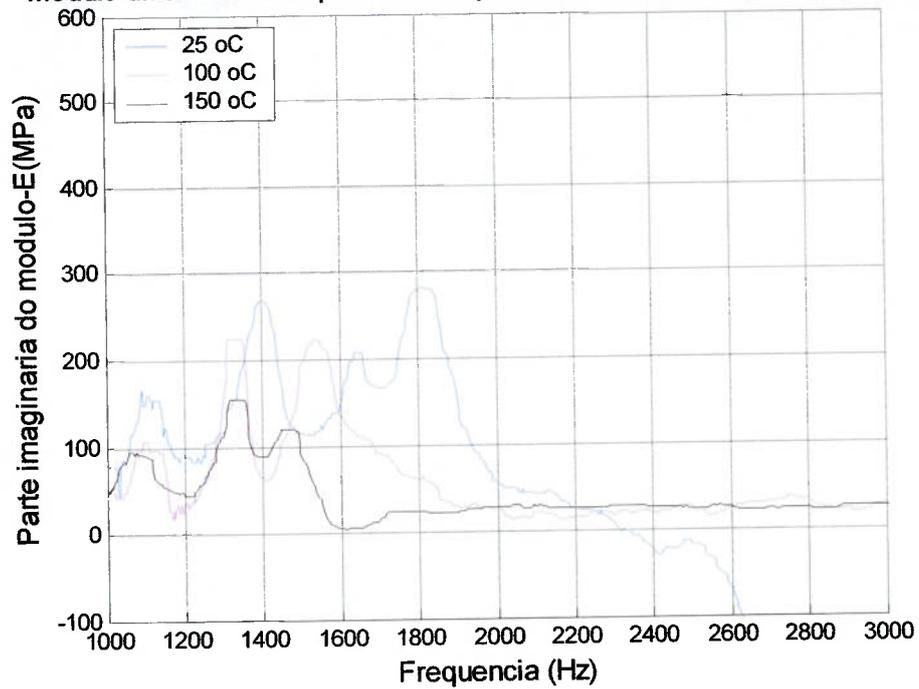


Figura 5-34 - Parte imaginária do módulo dinâmico do espécime C para pré-tensão de 20 bar e diferentes temperaturas.

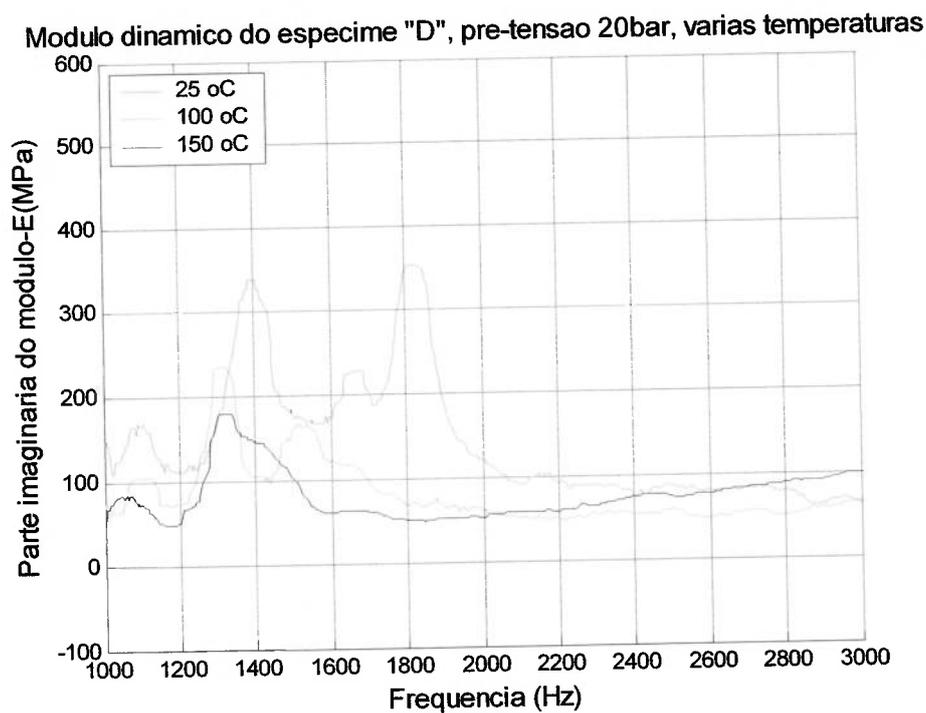


Figura 5-35 - Parte imaginária do módulo dinâmico do espécime D para pré-tensão de 20 bar e diferentes temperaturas.

Na Tabela 5-2, observa-se as variações dos valores da parte real do módulo complexo para diferentes temperaturas, frequências de 1.000, 2.000 e 3.000 Hz e para os cinco espécimes.

Para todos os espécimes observa-se, conforme já analisado nos gráficos, uma diminuição significativa dos valores da parte real do módulo complexo com o aumento da temperatura, sendo essa, mais acentuada para o espécime A. Já a análise dos valores reais do módulo complexo em relação à variação da frequência mostra um comportamento diferente para cada tipo de espécime. Enquanto o espécime A mostra um aumento entre 1.000 Hz e 3.000 Hz, os espécimes B e C mostram uma diminuição. No espécime D observa-se a superposição dos efeitos de C e A, o que era esperado uma vez que o espécime D é composto de A e C. O mesmo já não

acontece com E, que demonstra uma diminuição menor do a variação do espécime C superposta a do espécime B. Porém, antes de afirmar que este é o comportamento característico de cada espécime, deve-se fazer uma análise mais detalhada de outras possíveis causas para essa flutuação de valores, pois as variações que se encontram abaixo de 10% são discutíveis, visto que a confiabilidade dos valores, conforme discutido na calibração, se aproxima desse valor. Ou seja, os valores resultantes indicam, que numa faixa de tolerância de 10% os valores entre 1.000 e 3.000 Hz para os espécimes C, D e E não variam, podendo-se utilizar um valor médio como representativo dessa faixa de frequência.

Tabela 5-2 – Valores da parte real do módulo complexo para diferentes temperaturas, frequências e espécimes com pré-tensão de 10 bar.

Frequência (Hz) →		1.000	2.000	3.000	% (3.000/1.000)
Espécime	Temperatura (°C)	Parte real do módulo complexo (MPa)			
A	25	741	813	849	14,6
	100	187	205	214	14,4
	150	142	148	151	6,3
	% (25/150)	421,8	449,3	462,2	
B	25	3631	3487	2854	-27,2
	100	2419	2145	1819	-33,0
	150	2661	1976	1526	-74,4
	% (25/150)	36,4	76,5	87,0	
C	25	1218	1285	1072	-13,6
	100	967	921	887	-9,0
	150	867	836	842	-3,0
	% (25/150)	40,5	53,7	27,3	
D	25	1105	1158	1130	2,2
	100	716	744	737	3,0
	150	599	582	570	-5,0
	% (25/150)	84,5	98,9	98,2	
E	25	1245	1256	1225	-1,6
	100	993	952	911	-9,0
	150	808	802	813	0,6
	% (25/150)	54,1	56,6	51,0	

Nas Figura 5-36, Figura 5-37, Figura 5-38 observa-se a parte real da rigidez dinâmica para os espécimes A, C e D, respectivamente. Como existe uma relação

linear entre o módulo complexo e a rigidez dinâmica, espera-se que os dois parâmetros possuam o mesmo comportamento, o que se verifica nos gráficos. Para todos os espécimes, o aumento de temperatura causa uma diminuição da parte real da rigidez dinâmica.

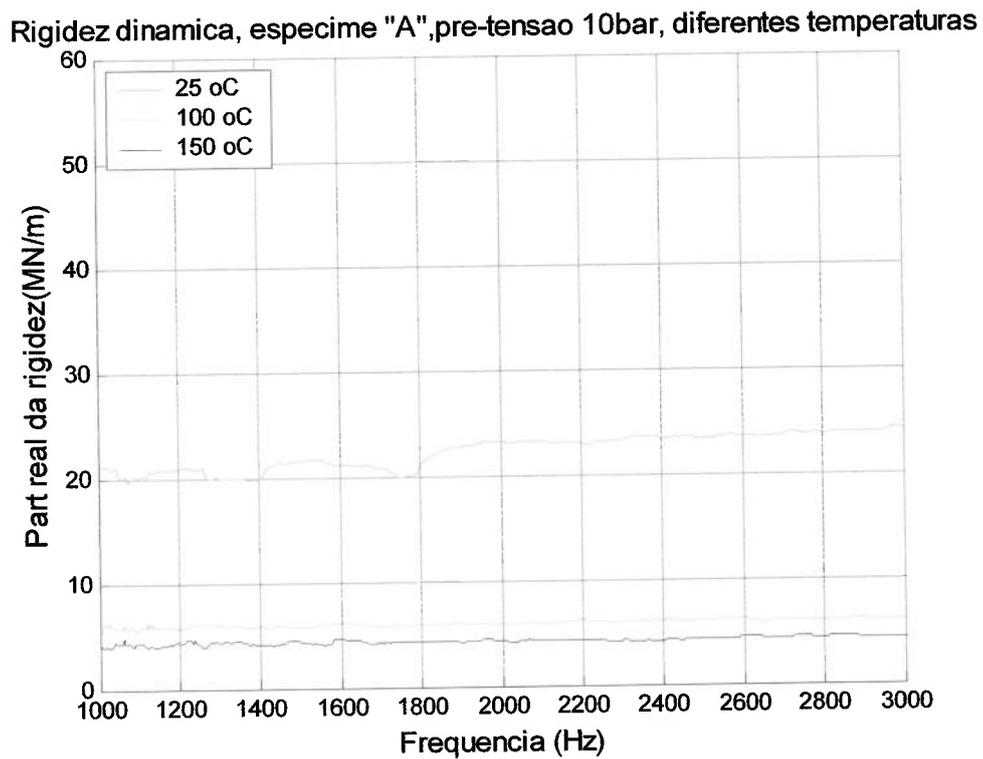


Figura 5-36 - Parte real da rigidez dinâmica do espécime A para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.

Rigidez dinamica, espécime "C", pre-tensao 10bar, diferentes temperaturas

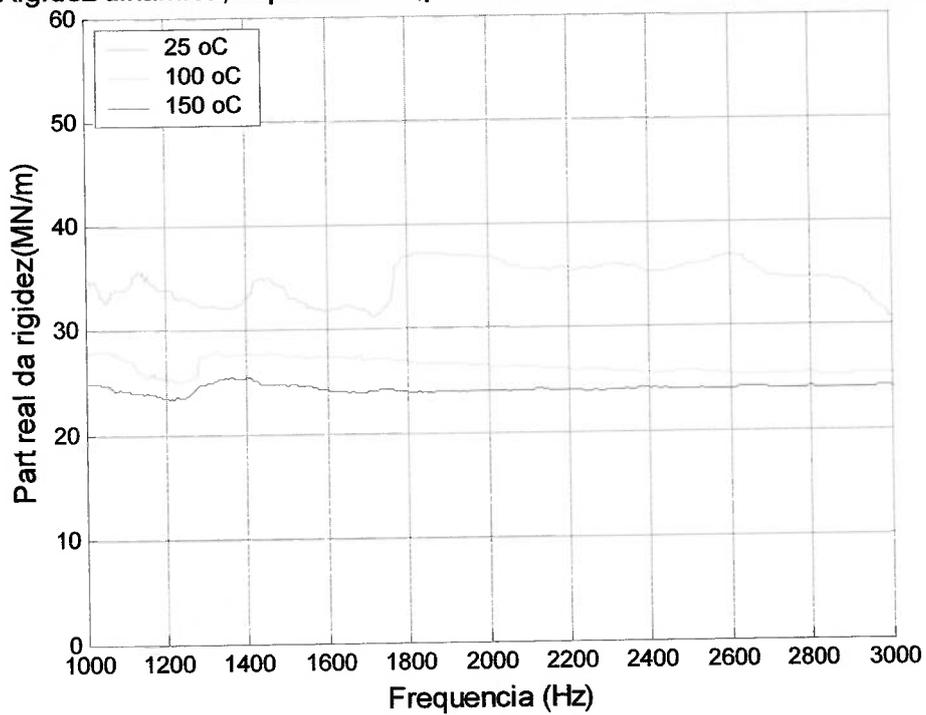


Figura 5-37 – Parte real da rigidez dinâmica do espécime C para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.

Rigidez dinamica, espécime "D", pre-tensao 10bar, diferentes temperaturas

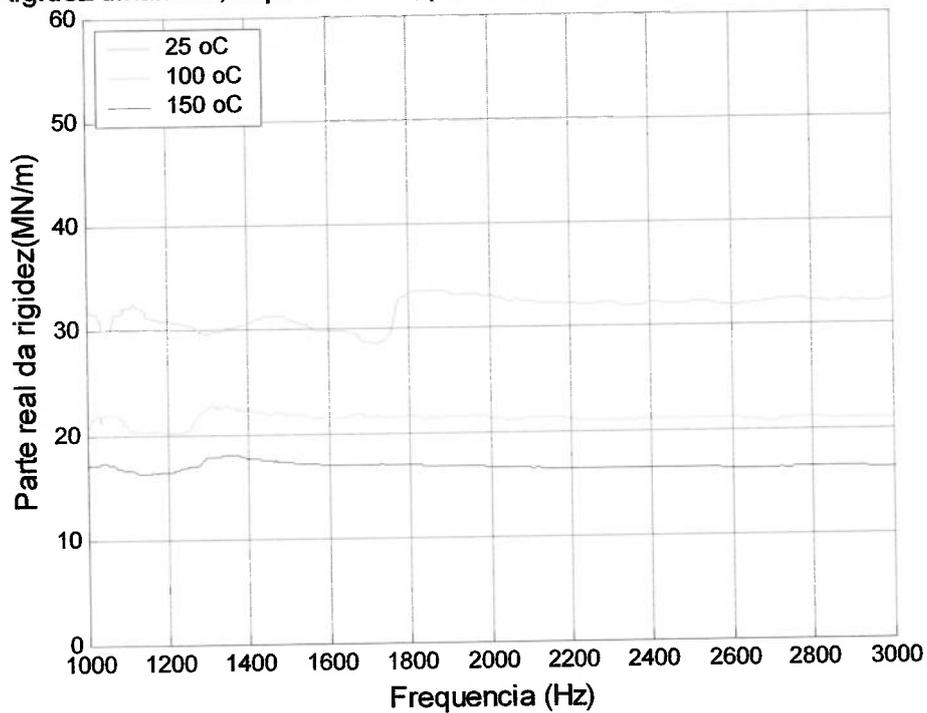


Figura 5-38 – Parte real da rigidez dinâmica do espécime D para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.

Nas Figura 5-39 e Figura 5-40 observa-se a parte imaginária da rigidez dinâmica, onde também se observa o mesmo comportamento dos valores da parte imaginária do módulo complexo.

Rigidez dinamica, espécime "A", pre-tensao 10bar, diferentes temperaturas

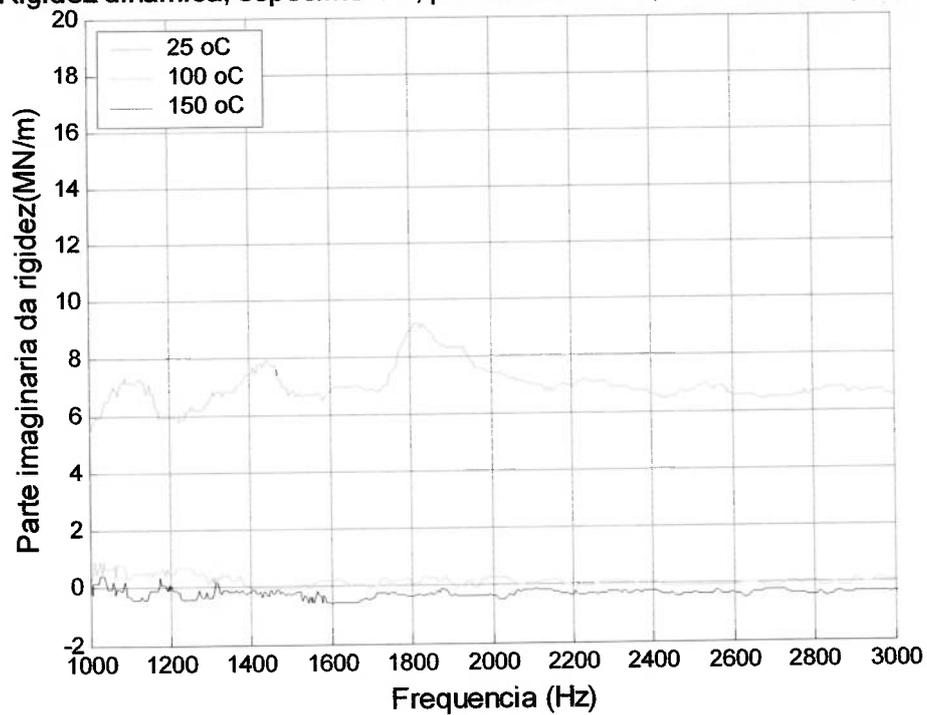


Figura 5-39 – Parte imaginária da rigidez dinâmica do espécime A para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.

Rigidez dinâmica, espécime "D", pré-tensão 10bar, diferentes temperaturas

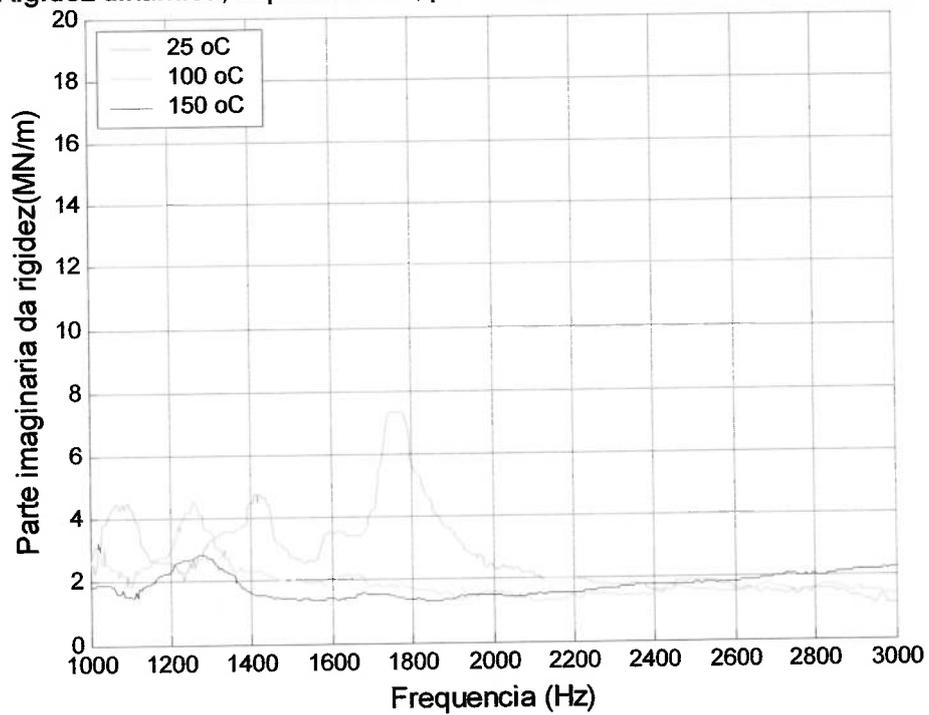


Figura 5-40 – Parte imaginária da rigidez dinâmica do espécime D para pré-tensão de 10 bar e diferentes temperaturas.

6. CONTINUAÇÃO DO TRABALHO

"The future belongs to those who believe in the beauty of their dreams."

Eleanor Roosevelt

Como continuação desse trabalho propõe-se duas frentes, a primeira sendo um aprimoramento da bancada experimental aqui desenvolvida, e a segunda a utilização dos dados obtidos.

Para um aprimoramento da bancada, primeiramente deve-se verificar a causa da variação encontrada para diferentes pré-tensões. Um dos fatores prováveis é o contato entre o material do espécime e a base de cilindro de metal. A porosidade do material, que seria outra possibilidade, foi descartada pelo fato do Plexiglas também apresentar uma grande variação e não ser um material poroso. Ensaio utilizando algum lubrificante no contato ou construindo um cilindro de apoio de outro tipo de material indicariam se existe uma relação entre o contato e esse comportamento ou não.

Para facilitar o manuseio da bancada e garantir uma maior repetibilidade dos ensaios, o espécime não necessitaria da placa de metal onde o mesmo é colado, uma vez que já se utiliza um cilindro como placa de encosto entre o atuador e o espécime, por isso os acelerômetros poderiam ser colados diretamente nesse cilindro evitando a remoção dos mesmos a cada troca de espécime e garantindo que a posição de medição será sempre a mesma.

Uma outra maneira de calibrar a bancada de ensaios seria obter um dos parâmetros dinâmicos por outro método eficaz conhecido e comparar-se o resultado. Isso pode ser feito construindo-se uma viga de mesmo material de um dos espécimes, engastá-la e, através de análise modal, obter o fator de perda pela metodologia do decaimento da banda de meia potência, conforme feito por Trichês et. al. [2001].

Os dados obtidos nesse trabalho podem ser utilizados primeiramente para um entendimento melhor do fenômeno do *squeal*, ou seja, relacionar os comportamentos dos parâmetros dinâmicos encontrados para os espécimes com o comportamento perante o aparecimento de *squeal*, para isso, deve-se ensaiar pastilhas de freio fabricadas do mesmo material que cada espécime. Assim, será possível estabelecer para os fornecedores dos materiais de atrito, quais os valores desejados dos parâmetros dinâmicos, com o objetivo de evitar o aparecimento do *squeal*.

Ainda, além da utilização direta dos parâmetros encontrado nos modelo analíticos já desenvolvidos, pode-se propor um modelo analítico para o material baseado em modelos reológicos viscoelásticos, de forma que o mesmo seja validado pelos dados experimentais obtidos.

7. CONCLUSÃO

"I think and think for months and years. Ninety-nine times, the conclusion is false. The hundredth time I am right."

Albert Einstein

Como conclusões principais deste trabalho, lembrando que as conclusões obtidas para o módulo complexo são análogas para a rigidez dinâmica, tem-se:

- apresenta-se uma revisão bibliográfica muito vasta a respeito de ruído em sistema de freios do tipo *squeal*, que proporciona tanto modelos teóricos como aplicações experimentais, e a respeito de estudos sobre materiais de atrito, obtidas tanto em âmbito nacional como internacional;
- as propriedades mecânicas dos materiais de pastilha de freio dependem da frequência, conforme já apresentado em trabalho anteriores, por isso devem ser obtidas dinamicamente, porém não se observou uma variação muito acentuada na faixa entre 1.000 e 3.000 Hz, cerca de 10%, indicando que é possível utilizar um valor médio obtido nessa faixa, ou um valor pontual obtido em alguma frequência dentro dessa faixa, como valor representativo para a análise de *squeal*;
- as propriedades dinâmicas dos materiais de atrito são altamente dependentes da temperatura, podendo a parte real do módulo complexo variar em 80% num aumento de 100°C. Para a parte imaginária ainda não foi possível obter conclusões a respeito do comportamento do material;

- a pré-tensão aplicada ao material é um outro fator que também influencia muito os parâmetros dinâmicos dos materiais de atrito, tanto a parte real como a parte imaginária do módulo complexo, podendo causar nos mesmos uma variação de cerca de 100% num aumento de 2 a 20 bar.

- a bancada experimental desenvolvida se mostrou satisfatória, conforme a calibração e os estudos de vibração;

- para futuros ensaios de obtenção das propriedades dinâmicas de materiais de pastilhas de freio, utilizando o conceito do módulo complexo e visando o fenômeno de *squeal*, deve-se priorizar medições sob diferentes condições de temperatura e pré-tensão.

- os resultados obtidos neste trabalho podem ser utilizados nos modelos analíticos de predição do *squeal*, em análises por Elementos Finitos e ainda para se propor um novo modelo analítico para o material, que seja capaz de representar o comportamento aqui observado.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ARRUDA, J. R. de F.; HUALLPA, B. N. **Introdução à Análise Espectral**. Universidade Estadual de Campinas- Faculdade de Engenharia Mecânica, 2001, Campinas, Brasil.
- [2] AUGSBURG, K. et. al. **Comparison Between Different Investigation Methods of Quasi-Static and Dynamic Brake Pad Behaviour**. Proceedings Brake Colloquium – SAE International 2003. P 211-219. EUA.
- [3] BAHADUR, S. **Fundamentals of Friction and Wear of Automobile Brake Materials**. Trabalho apresentado a SAE 21^a Annual Brake Colloquium and Exhibition 2003.
- [4] BLAND, D. R. **The Theory of Linear Viscoelasticity**. Pergamon Press, 1960, Irlanda.
- [5] BRECHT, J. et. al. **Elastic Properties of Friction Materials** . Proceedings Brake Colloquium – SAE International 2003. P 167-174. EUA.
- [6] BRECHT, J. **Properties of Friction Materials**. XXIII International μ Symposium – Brake Conference, 2003 p.76 –98, Alemanha.
- [7] BREUER, B.; BILL, K. **Bremsenhandbuch Grundlagen, Komponenten, Systeme, Fahrdynamik**. Vieweg & Sohn, 2003, Alemanha.
- [8] BRONSTEIN, N. I.; et. al. **Taschenbuch der Mathematik**. Verlag Harri Deutsch, Alemanha, 1993.
- [9] CAMBIAGHI, D. et. al. **Experimental Methodology for Characterizing the dynamic behaviour of rubber-to-metal componentes for automotive**

- applications.** 6th International Conference – ATA – The new role of experimentation in the modern automotive product development process, Firenze, 1999, Itália.
- [10] CHAKRABORTY, G. et. al. **A new model for floating caliper disc brake.** Alemanha: VDI – Tagung Reibung und Schwingungen in Fahrzeugen, Maschinen und Anlagen, 2002.
- [11] CHRISTENSEN, R. M. **Theory of Viscoelasticity: An Introduction,** Academic Press, 1982, Inc., New York, 2nd edition.
- [12] CONTINENTAL – TEVES ATE **Faustsattel-Scheibenbremsen.** Catálogo, Frankfurt, Alemanha 2004.
- [13] DUNLAP, K. B.; RIEHLE, A. ; LONGHOUSE, R. E. **An Investigative Overview of Automotive Disc Brake Noise,** Detroit, 1 a 4 de Março. 1999 / International Congress and Exposition - SAE International, Estados Unidos da América, 1999.
- [14] EARLES, S. W. E.; **Disc brake squeal-some factors which influence its occurrence.** *ImechE*, C454/88, 1988.
- [15] ERIKSSON, M. **Friction and Contact Phenomena of Disc Brakes Related to Squeal.** 2000. 47p. Tese (Doutorado). Comprehensive summaries of Uppsala Dissertations from the faculty of Science and Technology 537, Uppsala, 2000.
- [16] EWINS, D. J. **Modal Testing: theory and practice.** Research Studies Press: Wiley, 1984, EUA.
- [17] FIELDHOUSE J. D.; STEEL, W. P. **A study of brake noise and the influence of the centre of pressure at the disc/pad interface, the coefficient of**

- friction and calliper mounting geometry.** EUA: I. Mech.E part D v. 217 p.957-973, 2003.
- [18] FINDLEY, W. N. et. al. **Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials.** North –Holland Publishing Company, EUA, 1989.
- [19] FLINT, J. **Disc Brake Squeal.** 2003 295p. Tese (doutorado). University of Southern Denmark, 2003, Dinamarca.
- [20] FLÜGGE, W. **Viscoelasticity.** Blaisdell Publishing Company. EUA, 1967.
- [21] GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics.** Estados Unidos da América. Society of Automotive Engineers Inc, 1992
- [22] GINSBERG, J. H. **Mechanical and Structural Vibration** EUA: John Willey & Sons, Inc., 2001
- [23] GROSS, B. **Mathematical Structure of the Theories of Viscoelasticity.** Hermann & C^{ie}, Éditeurs, 1953, França.
- [24] GURTIN, M. E.; STERNBERG, E. **On The Linear Theory of Viscoelasticity.** Arch. Rational Mech. Anal. vol.11 p. 292 – 356. 1962, Springer Verlag, Alemanha.
- [25] HAGEDORN, P. **Modeling Disc Brakes With Respect to Squeal.** 17 Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica COBEM, Brasil, 2003.
- [26] HENRY FORD MUSEUM **Informações sobre o museu.** Disponível em <<http://www.hfmgv.org>>. Acesso em 16 de março de 2004.
- [27] HOCHLENERT, D. **Aktive Unterdrückung von Quietschen bei Kraftfahrzeugscheibenbremsen.** 2003. 84p. Trabalho de Formatura (Diplomarbeit) Institut für Mechanik – Technische Universität Darmstadt, Alemanha, 2003.

- [28] HOCHLENERT, D.; VOMSTEIN, T. **Active and passive ways of brake squeal suppression.** Seminário apresentado na UNICAMP, USP, UNESP, COPPE e PUC. Brasil, 2004.
- [29] IBRAHIM, R. A. **Friction-induced vibration, chatter, squeal and chaos part II: Dynamics and modelling.** *ASME Applied Mechanics Reviews*, 47:227-259, 1994.
- [30] ISO – International Organization for Standardization; **ISO 6310:2001 Brake Linnings – Compressive Strain Test Method**, ISO, 2001.
- [31] JEARSIRIPONGKUL, T. **Disc Brake Squeal.** Darmstadt: Technische Universität Darmstadt, 2004.(Relatório Interno)
- [32] JEARSIRIPONGKUL, T. et. al. **A Nonlinear Floating Caliper Disk Brake Model to Incorporate Squeal.** SAE Technical Papers Series (2004-01-2802), EUA, 2004.
- [33] JEARSIRIPONGKUL, T. **Review of disc brake squeal models.** TU-Darmstadt, FB Mechanik, 2001, Alemanha.
- [34] JEARSIRIPONGKUL, T.; HAGEDORN, P. **Parameter Estimation of a Floating Caliper Disk Brake Model with respect to Squeal.** Trabalho apresentado na reunião anual da GAMM - Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik, Alemanha 2004.
- [35] KINKAID, N. M. et. al. **Automotive disc brake squeal.** *Journal of sound and vibration* v. 267 p.105- 166. Academic Press, 2003, EUA.
- [36] LIMA, A. M. G. **Modelagem Numérica e Avaliação experimental de materiais viscoelásticos aplicados ao controle passivo de vibrações**

- mecânicas**. 2003. 126p. Dissertação (Mestrado) . Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2003.
- [37] LIMBERG, J. **Introduction to foundation brake design** Trabalho apresentado a SAE 21^a Annual Brake Colloquium and Exhibition 2003.
- [38] MEIROVITCH, L. **Elements of vibration analysis**. McGraw-Hill, 1975, EUA.
- [39] MILLNER, N. **An analysis of disc brake squeal**. *SAE Technical Paper Series*, 780332, 1978.
- [40] NASHIF, A. D. **Vibration Damping**. EUA : John Wiley & Sons, Inc, 1985.
- [41] NORTH, M. R. **Disc brake squeal**. *Proc. Conf. on Brake of Road Vehicles*, 1976, C38/76.
- [42] OEHL, K.- H.; PAUL, H.-G. **Bremsbeläge für Straßenfahrzeuge**. Verlag Moderne Industrie, 1990, Alemanha.
- [43] PFANNEBECKER, S. **Aufbau, Inbetriebnahme und Erprobung einer Apparatur zur Messung des Dynamischen E-Moduls von Bremsblägen**. 2001. 180p. Trabalho de formatura (Diplomarbeit) Fachhochschule Wiesbaden, 2001, Alemanha.
- [44] PI – PHYSIK INSTRUMENTE **Technical Data Models P-243 and P-247**, 2004, Alemanha.
- [45] RAMORINO, G. et. al. **Developments in dynamic testing of rubber compounds: assessment of non-linear effects**. *Journal of Polymer Testing* v.22 p.681-687, 2003.
- [46] RÖHM, **Product Description Plexiglas®GS Plexiglas®XT**. Alemanha, 2004.

- [47] RUDOLPH M.; POPP K. **Friction Induced Brake Vibrations**. ASME Proc. Int. Design Eng. Tech. Conf. (DETC2001/VIB21509). EUA, 2001.
- [48] TRICHÊS Jr, M. ; GERGES, S. N. Y.; JORDAN R. **Determinação de Propriedades Mecânicas de Materiais de Fricção de Pastilhas de Freio através de Ensaio Dinâmicos**. 6^a International Brake Colloquium and Engineering Display, 2003, Gramado, RS.
- [49] TRICHÊS Jr, M. et. al. **Influência da Temperatura nos Parâmetros Modais de Pastilha de Freio**. Simpósio Brasileiro de Acústica Veicular, SIBRAV, 2001, Brasil.
- [50] WAGNER, U. von et. al. **Active Control of Brake Squeal via “Smart Pads”**. SAE Technical Papers Series (2004-01-2773), EUA, 2004.
- [51] WAGNER, U. von. et al. **Brake Squeal: Modeling and Experiments**. Alemanha: VDI-Bericht 1749, 173-186, 2003.
- [52] WALTER, J. **Meßtechnische Ermittlung von Bremsblag-Werkstoffkennwerten**. Studienarbeit bei ITT Automotive Frankfurt, 1997, Alemanha.

ANEXO A - MODELO DE FREIO A DISCO VISANDO O RUÍDO TIPO *SQUEAL*.

"Models are to be used, not believed."

Henri Theil

Para estudar a instabilidade do sistema nesse tipo de freio, foi desenvolvido pelo instituto de mecânica aplicada da universidade de Darmstadt um novo modelo analítico que considera as não-linearidades do sistema, por isso, toda a dedução bem como as figuras foram retiradas de Jearsiripongkul et.al. [2004] e Hagedorn [2003].

Sabe-se que, segundo Hagedorn [2003], as forças de atrito presentes no sistema de freio causam instabilidade no mesmo, causando vibrações auto-excitadas e aparição do ruído. As razões que causam essa instabilidade são postas como três: mudança das características do coeficiente de atrito do contato disco e pastilha com a velocidade do veículo, mudança da orientação relativa do disco e das pastilhas levando a uma modificação da força de atrito e devido a uma instabilidade tipo *flutter* que aparece mesmo com coeficiente de atrito constante, mostrado na Figura A- 1(b) no anexo A. Porém esses modelos e mecanismo ainda não foram validados experimentalmente. Um dos mecanismos mais estudados é a inclinação negativa do coeficiente de atrito que causa instabilidade e auto-excitação. Porém as características de atrito em um sistema de freio também dependem da temperatura, do desgaste, pressão de aplicação, umidade, etc. O instituto de mecânica aplicada da universidade de Darmstadt acredita que o fenômeno de *flutter* é o mecanismo mais realístico no caso de ruído tipo *squeal*, Hagedorn [2003].

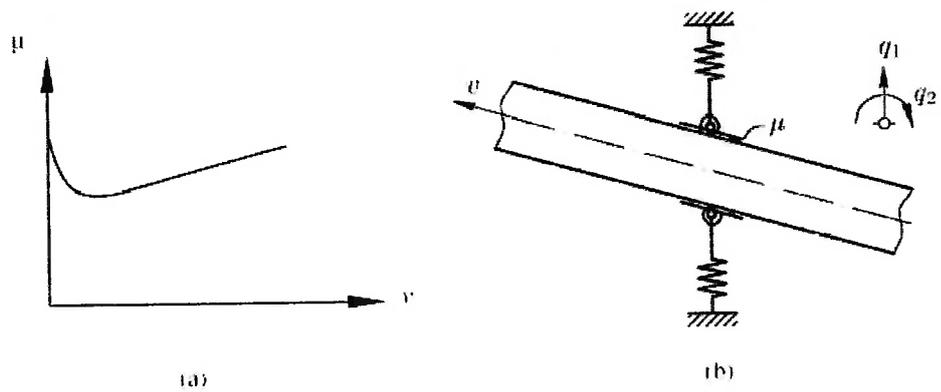


Figura A- 1 – Mecanismos de auto-excitação, adaptado de Hagedorn [2003].

O modelo aqui apresentado, Figura A- 2, abrange o fenômeno do *squeal* satisfatoriamente entre as frequências de 1 a 15 kHz, onde a vibração transversa do disco atua significativamente.

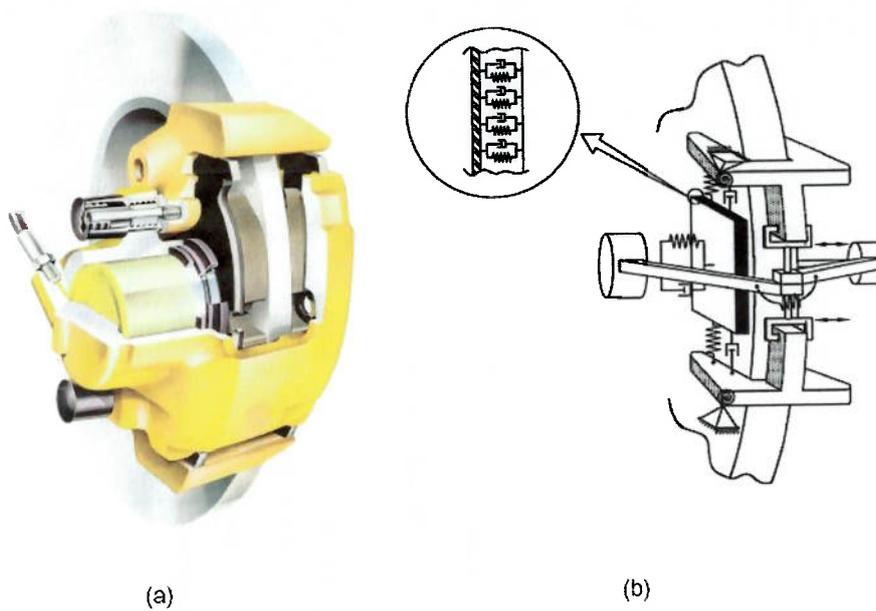


Figura A- 2 – Freio a disco tipo flutuante (a) e modelo esquemático (b), adaptado de Chakraborty et. al. [2002].

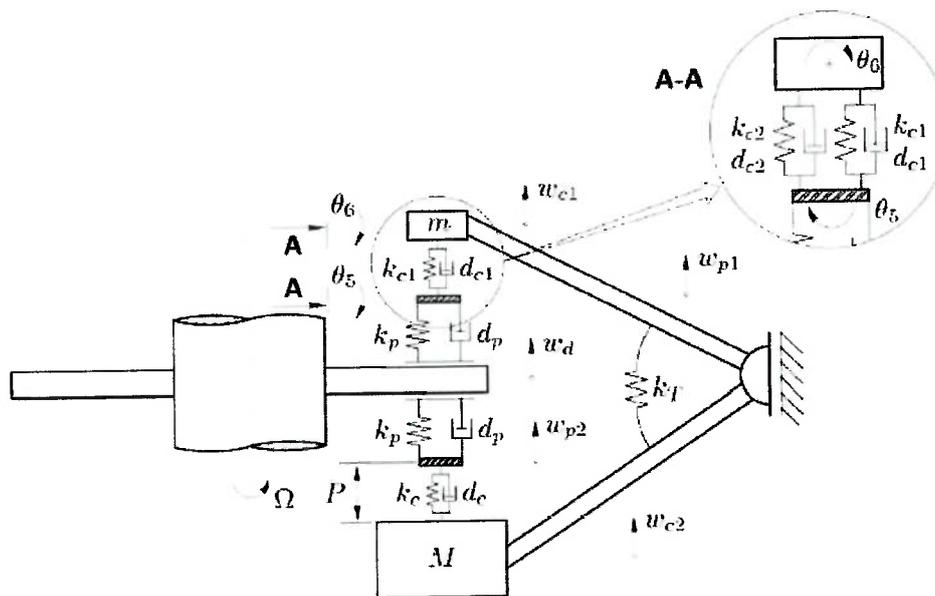


Figura A- 3 – Modelo do disco com a carcaça, (Jearsiripongkul et. al. [2004]).

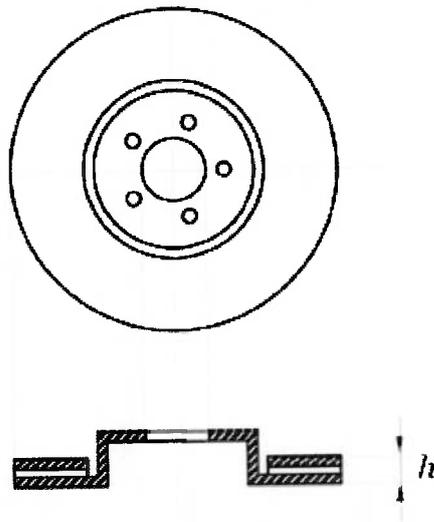


Figura A- 4 – Disco homogêneo, sendo h uma altura equivalente considerada na modelagem, (Jearsiripongkul; Hagedorn [2004]).

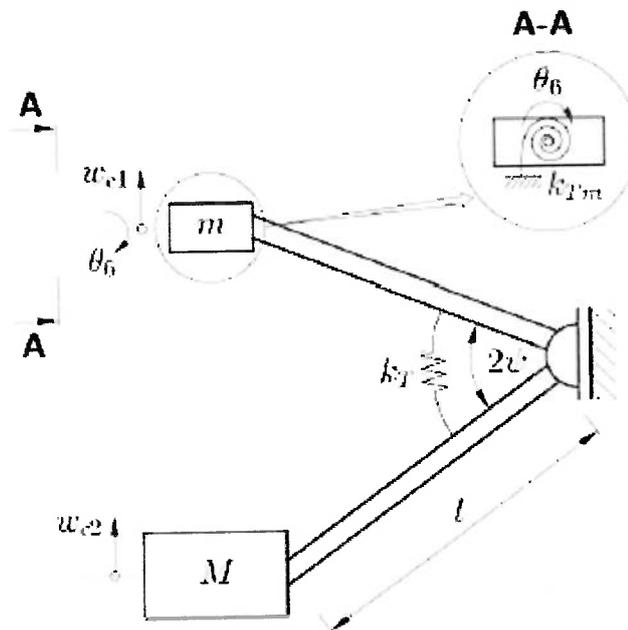


Figura A- 5 – Modelo da carcaça, (Jearsiripongkul; Hagedorn [2004]).

Neste modelo, o disco é considerado como uma placa fina homogênea de altura h que gira com velocidade angular Ω , Figura A- 4. A carcaça é modelada com dois corpos rígidos de massas m e M ligados por mola rotacionais de rigidez k_t , conforme a Figura A- 3 e Figura A- 5. O cilindro de massa M é conectado ao interior da pastilha de freio, de massa m_p , por uma mola, de rigidez k_c e um amortecedor, de coeficiente de amortecimento d_c . A parte externa da pastilha, de massa m_p , é conectada a carcaça duas molas, de rigidez k_{c1} e k_{c2} , e amortecedores, de coeficientes de amortecimento d_{c1} e d_{c2} . A pinça da carcaça é modelada como um corpo rígido, de massa m , com uma mola rotacional de rigidez k_f . O material de atrito é modelado por molas elásticas distribuídas, coeficiente de rigidez por área k_p , e amortecedores lineares também distribuídos, de coeficiente de amortecimento d_p , Figura A- 6, a pressão de frenagem, P , é aplicada entre a parte inferior da pastilha a base do cilindro.

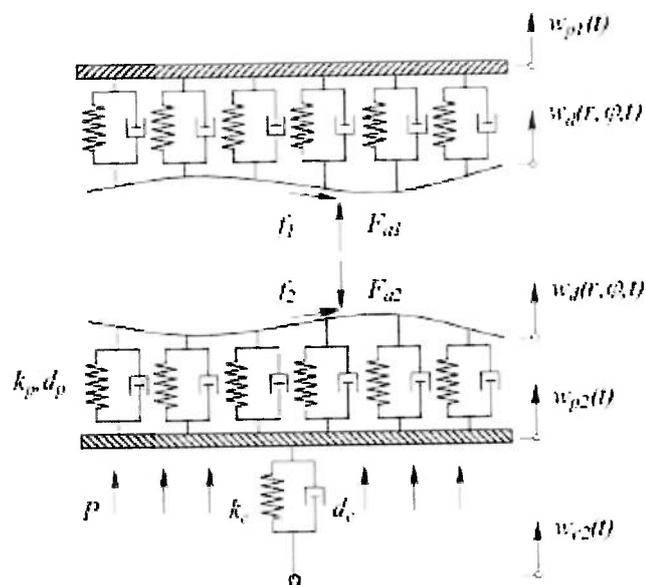


Figura A- 6 – Modelo da pastilha de freios, retirado de Hagedorn [2003].

O suporte é modelado como um sistema linear composto por corpos rígidos, m_1 e m_2 e molas rotacionais, k_1 , k_2 e k_3 , simulando a rigidez torcional dos diferentes componentes como visto Figura A- 7. A ligação entre o suporte e a pastilha é feita por molas de rigidez k_{pa} e amortecedores de coeficiente d_{pa} .

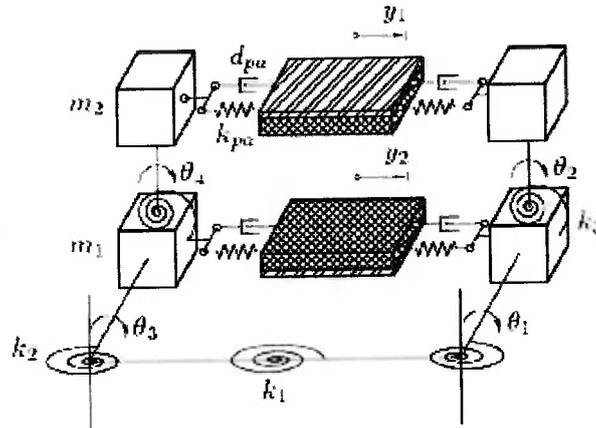


Figura A- 7 – Modelo do suporte, adaptado de Jearsiripongkul et. al. [2004].

Para obter-se as equações de movimento, utilizou-se o princípio de Hamilton:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta L + \delta W) dt = 0 \quad (1)$$

O disco é descrito pelas equações de movimento de uma placa anular de Kirchhoff:

$$\rho h \frac{\partial^2 w_d}{\partial t^2} + 2\rho h \Omega \frac{\partial^2 w_d}{\partial \varphi \partial t} + D \nabla^4 w_d = q(r, \varphi, t) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r N_{rr} \frac{\partial w_d}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(N_{\varphi\varphi} \frac{\partial w_d}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(N_{r\varphi} \frac{\partial w_d}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(N_{r\varphi} \frac{\partial w_d}{\partial \varphi} \right) \quad (2)$$

Aplicando as condições de contorno, onde $w_d(r, \varphi, t)$ é o deslocamento transverso de um ponto na superfície do disco localizado no raio r e ângulo polar φ no tempo t , ρh é a massa por unidade de área, D é a rigidez de flexão, $q(r, \varphi, t)$ é a pressão de contato, e N_r , $N_{\varphi\varphi}$, $N_{r\varphi}$ são componentes da força no plano que é função da temperatura ao longo do raio e da velocidade angular, e o operador ∇^4 é definido por:

$$\nabla^4 = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right)^2 \quad (3)$$

As condições de contorno no raio interno, $r = a$ são:

$$w_d(a, \varphi, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial w_d}{\partial r} \right|_{r=a} = 0 \quad (4)$$

Enquanto que para $r = b$, tem-se:

$$M_r(b, \varphi, t) = 0 \quad V_r(b, \varphi, t) = 0 \quad (5)$$

Com

$$M_r = -D \left[\frac{\partial^2 w_d}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_d}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_d}{\partial \varphi^2} \right) \right] \quad (6)$$

$$V_r = -D \left[\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 w_d) + (1-\nu) \frac{\partial}{r \partial \varphi} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w_d}{\partial r \partial \varphi} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w_d}{\partial \varphi} \right) \right] \quad (7)$$

Onde M_r e V_r são respectivamente o momento fletor e a força transversal, por unidade de comprimento.

Discretiza-se então as equações de movimento no tempo usando a expansão:

$$w_d(r, \varphi, t) = \sum_{m,n=1}^{M,N} R_{m,n}(r) [\cos(m\varphi)A_{m,n}(t) + \text{sen}(m\varphi)B_{m,n}(t)] \quad (8)$$

Onde $R_{m,n}(r)$ são equações de Bessel obtidas pela solução do problema de autovalor e $A_{m,n}(t)$ e $B_{m,n}(t)$ são coordenadas generalizadas que caracterizam as vibrações do disco discretizado. O objetivo desse modelo é estudar o modo duplo com $m=3$ e $n=1$. Para o modelo das pastilhas, Figura A- 6, considera-se uma placa rígida de massa m_a e uma camada deformável de massa desprezível. Os deslocamentos dessa superfície são dados por w_{p1} e w_{p2} . Assim, obtém-se:

$$(m + m_a)\ddot{w}_{p1} = \int q_1(r, \varphi, t) dA_L + \frac{k_T}{l^2} (w_{c2} - w_{p1}) \frac{1}{\cos^2 \psi} \quad (9)$$

$$m_a \ddot{w}_{p2} = \int q_2(r, \varphi, t) dA_L + k_c (w_{c2} - w_{p2}) + d_c \left(\frac{\partial w_{c2}}{\partial t} - \frac{\partial w_{p2}}{\partial t} \right) + PA_L \quad (10)$$

A equação de movimento da carcaça, de massa M , é dada por:

$$M\ddot{w}_{c2} = k_c (w_{p2} - w_{c2}) + d_c \left(\frac{\partial w_{p2}}{\partial t} - \frac{\partial w_{c2}}{\partial t} \right) + \frac{k_t}{l^2} (w_{c1} - w_{c2}) \frac{1}{\cos^2 \psi} - PA_L \quad (11)$$

As equações do suporte, considerando a elasticidade presente, conforme a Figura A-7, tem-se:

$$m_a \ddot{y}_2 = k_{pa}(l_1 \theta_1 - y_2) + d_{pa} \left(l_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} - \frac{\partial y_2}{\partial t} \right) + k_{pa}(l_1 \theta_3 - y_2) + d_{pa} \left(l_1 \frac{\partial \theta_3}{\partial t} - \frac{\partial y_2}{\partial t} \right) + \int f_2 \cos \theta dA_L$$

(12)

$$m_2 l_2^2 \ddot{\theta}_2 + m_2 l_2^2 \ddot{\theta}_1 = -k_3 \theta_2 + k_{pa} l_2 (y_1 - l_1 \theta_1 - l_2 \theta_2) + d_{pa} l_2 \left(\frac{\partial y_1}{\partial t} - l_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} - l_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial t} \right)$$

(13)

Assim, as equações de movimento do sistema completo podem ser escritas da seguinte forma:

$$M\ddot{q} + D\dot{q} + Gq + Cq + N(t)q + Q(q, \dot{q}, t) = f(t)$$

(14)

onde o vetor de coordenadas generalizadas q é dado por:

$$q = (A_{3,1}, B_{3,1}, w_{p1}, y_1, w_{c2}, w_{p2}, y_2, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)^T$$

(15)

E as coordenadas sendo relativas a:

$A_{3,1}, B_{3,1}$: disco

w_{p1}, θ_5 : pastilha externa

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$: suporte

Alguns dos parâmetros utilizados para simulações numéricas podem ser observados na Figura A- 8.

$h = 0.02640\text{m}$	$k_c = 3 \cdot 10^6 \text{N/m}$	$k_p^{(3)} = 1 \cdot 10^{13} \text{N/m}^5$
$h_{wg} = 0.02602\text{m}$	$k_{pa} = 1 \cdot 10^7 \text{N/m}$	$d_c = 10 \text{Ns/m}$
$M = 7\text{kg}$	$k_T = 1.5 \cdot 10^7 \text{Nm}$	$d_p = 2.7 \cdot 10^3 \text{Ns/m}^3$
$m = 0.7\text{kg}$	$k_1 = 1 \cdot 10^7 \text{Nm}$	$d_{pw} = 20 \text{Ns/m}$
$m_1 = 0.5\text{kg}$	$k_2 = 1 \cdot 10^7 \text{Nm}$	$P = 25\text{bar}$
$m_2 = 0.5\text{kg}$	$k_3 = 1 \cdot 10^7 \text{Nm}$	$\Omega = 2\pi/\text{s}$
$m_w = 0.4\text{kg}$	$k_p^{(1)} = 5 \cdot 10^8 \text{N/m}^3$	$I_t = 4.2 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$

Figura A- 8 – Parâmetros utilizados para as simulações numéricas, Wagner et. al. [2003].