

CELSO DANIEL GALVANI JUNIOR

**ANÁLISE DA PERDA DE CARGA EM VÁLVULAS BORBOLETA  
PARA INSTALAÇÕES HIDROELÉTRICAS DE GRANDE PORTE  
UTILIZANDO A MECÂNICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São  
Paulo para obtenção do Título de Mestre  
em Engenharia.

São Paulo

2005

OK

CELSO DANIEL GALVANI JUNIOR

**ANÁLISE DA PERDA DE CARGA EM VÁLVULAS BORBOLETA  
PARA INSTALAÇÕES HIDROELÉTRICAS DE GRANDE PORTE  
UTILIZANDO A MECÂNICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São  
Paulo para obtenção do Título de Mestre  
em Engenharia.

Área de Concentração:  
Engenharia Mecânica de Energia e  
Fluídos

Orientador:  
Prof. Dr. Fábio Saltara

São Paulo

2005

# AGRADECIMENTOS

A Deus, fonte e autor de toda ciência.

Ao Prof. Dr. Fábio Saltara, pela orientação, pela solicitude com que sempre me atendeu e pelo apoio.

A meus pais, Celso (*in memoriam*) e Ana Maria, pelo amor e confiança e por nunca terem medido esforços em favor da minha educação.

A meus avós, pelo carinho e incentivo.

A meus irmãos, Carolina e Fabrício, pela amizade e companheirismo.

A todos os membros do corpo técnico da Voith Siemens Hydro, em especial ao Dr. Hans Gunther Poll e ao Dr. Manuel Gonçalves, pelo apoio e incentivo na realização deste trabalho.

## RESUMO

Válvulas borboleta são amplamente utilizadas em usinas hidrelétricas como elemento de proteção para o conjunto turbina-gerador, principalmente devido ao seu baixo custo e elevada resistência mecânica. A principal desvantagem deste tipo de válvula, entretanto, é a perda de carga permanente mesmo quando a válvula está na posição aberta. A utilização de modelos de escala reduzida para levantar o coeficiente de perda de carga, necessário no desenvolvimento de novas geometrias, se mostra uma alternativa demorada e de elevado custo. Assim, este trabalho visa estudar a perda de carga associada a válvulas borboleta do modelo “estrutura vazada” utilizando a Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), de forma a desenvolver uma metodologia rápida e barata para o cálculo, com boa precisão, do coeficiente de perda de carga. Os valores obtidos a partir das simulações numéricas com o software computacional *Fluent*<sup>®</sup> foram comparados com valores de curvas levantadas a partir de medições experimentais. Confrontando os resultados foi possível analisar os benefícios do uso da simulação numérica assim como seus fatores limitantes para a substituição dos modelos em escala reduzida.

# ABSTRACT

Butterfly valves have been widely used in hydro power plants as safety elements for the turbine-generator set, mostly because of their low cost and high strength. The main disadvantage of this type of valve, however, is the permanent head loss, even when the valve is in open position. The use of reduced scale models for determining the head loss coefficient, needed during development of new geometries, has been shown as a time consuming and high cost alternative. Thus, the purpose of this work is to study the head loss associated to butterfly valves of the model “stream-guard” using Computational Fluid Dynamics (CFD), in a manner to develop a fast and cheap methodology for the calculation, with good precision, of the head loss coefficient. The values obtained from the numerical simulations with computational software *Fluent*<sup>®</sup> were compared with values from curves that came from experimental measurements. It was possible, by comparing the results, to analyze the benefits of using numerical simulation as well as its limitations for the substitution of reduced scale models.

# SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>CAPÍTULO 1</b> .....   | <b>1</b>  |
| <b>INTRODUÇÃO</b> .....   | <b>1</b>  |
| 1.1    TURBINAS HIDRÁULICAS .....   | 4         |
| 1.2    ENERGIA .....  | 10        |
| 1.3    VÁLVULA DE SEGURANÇA.....  | 11        |
| 1.4    MOTIVAÇÃO PARA O ESTUDO .....  | 14        |
| 1.4.1 <i>Perda de Carga em Válvulas Borboleta</i> .....                       | 16        |
| 1.4.2 <i>Válvulas Borboleta com Obturador Modelo “Estrutura Vazada”</i> ..... | 19        |
| 1.5    OBJETIVOS.....   | 20        |
| <b>CAPÍTULO 2</b> .....   | <b>23</b> |
| <b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....  | <b>23</b> |
| 2.1    PERDA DE CARGA EM ESCOAMENTOS .....                                    | 23        |
| 2.1.1 <i>Perda de Carga Distribuída</i> .....                                 | 23        |
| 2.1.2 <i>Perda de Carga Localizada</i> .....                                  | 26        |
| 2.1.3 <i>Arrasto de Um Corpo Devido ao escoamento</i> .....                   | 27        |
| 2.2    DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL (CFD).....                          | 30        |
| 2.2.1 <i>Escolha do Equacionamento</i> .....                                  | 32        |
| 2.2.2 <i>CFD e Métodos Numéricos</i> .....                                    | 32        |
| 2.2.3 <i>Modelo Matemático</i> .....  | 33        |
| 2.2.4 <i>Tipos de Equações</i> .....  | 34        |
| 2.2.5 <i>Utilização do Método</i> .....                                       | 34        |
| 2.2.6 <i>Malhas</i> .....   | 34        |
| 2.2.7 <i>Variações das Malhas</i> .....                                       | 35        |
| 2.2.8 <i>Geração de Malhas</i> .....  | 36        |
| 2.2.9 <i>Tipos de Formulações</i> .....                                       | 40        |
| 2.2.10 <i>Consistência, Estabilidade e Convergência</i> .....                 | 40        |
| 2.2.11 <i>Método das Diferenças Finitas – MDF</i> .....                       | 40        |
| 2.2.12 <i>Método dos Elementos Finitos – MEF</i> .....                        | 44        |
| <b>CAPÍTULO 3</b> .....   | <b>46</b> |
| <b>MÉTODO NUMÉRICO UTILIZADO</b> .....  | <b>46</b> |
| 3.1    SOLUÇÃO EM CFD .....   | 47        |

|   |  |            |
|---|--|------------|
| 3.2   | MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS - MVF .....                       | 48         |
| 3.3   | FUNÇÃO DE INTERPOLAÇÃO.....                                  | 51         |
| 3.4   | ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE .....                         | 55         |
| 3.5   | MODELO DE TURBULÊNCIA .....                                  | 59         |
| 3.6   | TRATAMENTO PRÓXIMO À PAREDE.....                             | 66         |
| 3.7   | CONDIÇÕES DE CONTORNO.....                                   | 69         |
| <b>CAPÍTULO 4 .....</b>   |  | <b>72</b>  |
| <b>CÁLCULO ANALÍTICO E DADOS EXPERIMENTAIS - RESULTADOS .....</b> |  | <b>72</b>  |
| 4.1   | DESCRIÇÃO DAS GEOMETRIAS ESTUDADAS.....                      | 72         |
| 4.2   | VALORES EXPERIMENTAIS.....                                   | 74         |
| 4.3   | CÁLCULO ANALÍTICO .....                                      | 75         |
| <b>CAPÍTULO 5 .....</b>   |  | <b>77</b>  |
| <b>CFD – SIMULAÇÕES E RESULTADOS.....</b>                         |  | <b>77</b>  |
| 5.1   | CONDIÇÕES DE CONTORNO.....                                   | 77         |
| 5.2   | CÁLCULO DE $K_s$ A PARTIR DOS RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES..... | 80         |
| 5.3   | SIMULAÇÕES.....  | 81         |
| 5.3.1   | <i>Modelo A – Válvula Totalmente Aberta.....</i>             | <i>84</i>  |
| 5.3.2   | <i>Modelo A – Ângulo de Fechamento de 22,5°.....</i>         | <i>89</i>  |
| 5.3.3   | <i>Modelo A – Ângulo de Fechamento de 45°.....</i>           | <i>92</i>  |
| 5.3.4   | <i>Modelo A – Ângulo de Fechamento de 67,5°.....</i>         | <i>95</i>  |
| 5.3.5   | <i>Modelo B – Válvula Totalmente Aberta.....</i>             | <i>98</i>  |
| 5.3.6   | <i>Modelo C – Válvula Totalmente Aberta.....</i>             | <i>103</i> |
| 5.4   | DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....                               | 109        |
| <b>CAPÍTULO 6 .....</b>   |  | <b>112</b> |
| <b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>                           |  | <b>112</b> |
| 6.1   | CONCLUSÕES .....   | 112        |
| 6.2   | RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS .....                   | 113        |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>                           |  | <b>115</b> |

# LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1-1 – Turbina de Fourneyron (HUNTER, 1979).....   | 1  |
| Figura 1-2 – Barragem no Rio Fox da Primeira Usina Hidrelétrica do Mundo (AMERICAN MEMORY COLLECTIONS, 2005).....                                    | 2  |
| Figura 1-3 – Corte de uma Turbina Pelton da Usina Electroperu - Peru (VOITH SIEMENS PELTON TURBINES BROCHURE, 2003).....                             | 5  |
| Figura 1-4 – Corte de uma Turbina Francis da Usina Xingó - Brasil (VOITH SIEMENS FRANCIS TURBINES BROCHURE, 2003). ....                              | 6  |
| Figura 1-5 – Corte de uma Turbina Kaplan da Usina Yacyretá - Argentina (VOITH SIEMENS KAPLAN TURBINES BROCHURE, 2003). ....                          | 7  |
| Figura 1-6 – Corte Tridimensional de uma Turbina Francis.....  | 8  |
| Figura 1-7 – Principais Componentes de uma Turbina de Reação (Kaplan). ....  | 8  |
| Figura 1-8 – Campo de Aplicação de Turbinas Pelton, Francis e Kaplan (VOITH SIEMENS, 2003). ....   | 9  |
| Figura 1-9 – Esquema para Geração Hidrelétrica (SOUZA; SANTOS; BORTONI, 1999).....   | 10 |
| Figura 1-10 – Comporta Vagão no Tubo de Sucção de Uma Máquina Kaplan (LEOTTA, 2003). ....  | 12 |
| Figura 1-11 – Corte de Uma Usina com Válvula na Entrada da Caixa Espiral. ....   | 13 |
| Figura 1-12 – Modelo Tridimensional de Uma Válvula Esférica na Posição Fechada. ....   | 14 |
| Figura 1-13 – Válvula Borboleta e Seus Principais Componentes. ....  | 15 |
| Figura 1-14 – Válvula Borboleta com Obturador Modelo “Chapa Plana”. ....   | 15 |
| Figura 1-15 – Perfis de Obturador Modelo Lentilha (ALLIS-CHALMERS, 1978). ....   | 16 |
| Figura 1-16 – Gráfico de Coeficiente de Perda de Carga versus Queda de Projeto – Obturador na Posição Totalmente Aberta (ALLIS-CHALMERS, 1978). .... | 18 |
| Figura 1-17 – Coeficiente de Perda de Carga Versus Ângulo de Fechamento do Obturador (ALLIS-CHALMERS, 1978).....                                     | 19 |
| Figura 1-18 – Obturador Modelo “Estrutura Vazada”.....   | 20 |
| Figura 1-19 – Croqui da Casa de Força da Usina em Estudo. ....   | 21 |
| Figura 2-1 – Diagrama de Moody (GILES, 1971). ....   | 25 |
| Figura 2-2 – Componentes da Força de Arrasto em Diferentes Perfis (ANDERSON, 2001). ....   | 28 |
| Figura 2-3 – Coeficiente de Arrasto Para Algumas Geometrias (ANDERSON, 2001). ....   | 29 |
| Figura 2-4 – Valor de $C_D$ para Cilindros Circulares em Função do Número de Reynolds (NASA, 2005). ....   | 29 |
| Figura 2-5 – Distribuição de Pressão e Linhas de Corrente em Um Veículo (FLUENT INC, 2003). ....   | 31 |
| Figura 2-6 – Linhas de Corrente em Uma Turbina Hidráulica (FLUENT INC, 2003).....  | 31 |
| Figura 2-7 – Exemplo de Malha Tridimensional (LEOTTA, 2003).....   | 35 |
| Figura 2-8 – Malha Tridimensional Estruturada em Uma Turbina Francis.....  | 37 |
| Figura 2-9 – Triangulação de Delaunay para Malhas Bidimensionais (MALISKA, 2004). ....   | 38 |
| Figura 2-10 – Diagramas de Voronoi (MALISKA, 2004).....  | 38 |
| Figura 2-11 – Malha Não-Estruturada Bidimensional de Uma Válvula com Obturador Lentilha. ....  | 39 |
| Figura 2-12 – Malha Não-Estruturada Tridimensional de Uma Pá de Rotor Francis. ....  | 39 |
| Figura 2-13 – Malha Retangular. ....   | 41 |
| Figura 3-1 – Balanço de Massa no Volume Finito (MALISKA, 2004). ....   | 48 |
| Figura 3-2 – Distribuição de $\phi$ nas Proximidades de Uma Fonte Para Diferentes Números de Peclet. (VERSTEEG & MALALASEKERA, 1995).....            | 52 |
| Figura 3-3 – Variação de $\phi$ entre $x = 0$ e $x = L$ (FLUENT 6.1 User’s Guide, 2003). ....  | 53 |
| Figura 3-4 – Orientação do Vetor Deslocamento $\Delta \vec{s}$ (FLUENT 6.1 User’s Guide, 2003).....  | 54 |
| Figura 3-5 – Malha com Arranjo Desencorçado (VERSTEEG & MALALASEKERA, 1995)..  | 56 |



|   |     |
|---|-----|
| Figura 3-6 – Métodos para Tratamento Próximo à Parede (FLUENT 6.1 User's Guide, 2003).. | 67  |
| Figura 4-1 – Modelo CAD Tridimensional do Obturador Modelo A.....                       | 73  |
| Figura 4-2 – Modelo CAD Tridimensional do Obturador Modelo B.....                       | 73  |
| Figura 4-3 – Modelo CAD Tridimensional do Obturador Modelo C.....                       | 74  |
| Figura 4-4 – Componentes da Estrutura do Obturador.....                                 | 75  |
| Figura 5-1 – Condições de Contorno.....   | 78  |
| Figura 5-2 – Modelo Tridimensional do Conduto com Obturador na Posição Aberta. ....     | 79  |
| Figura 5-3 – Detalhe do Modelo Tridimensional com Obturador na Posição Aberta. ....     | 79  |
| Figura 5-4 – Determinação da Perda de Carga Localizada. ....                            | 81  |
| Figura 5-5 – Malha Tridimensional na Região do Obturador. ....                          | 82  |
| Figura 5-6 – Contornos de Magnitude de Velocidade.....                                  | 84  |
| Figura 5-7 – Contornos de Magnitude de Velocidade.....                                  | 85  |
| Figura 5-8 – Vetores Velocidade na Aresta de Entrada do Obturador.....                  | 85  |
| Figura 5-9 – Vetores Velocidade na Aresta de Saída do Obturador. ....                   | 86  |
| Figura 5-10 – Vetores Velocidade na Região do Munhão do Obturador.....                  | 86  |
| Figura 5-11 – Linhas de Corrente.....   | 87  |
| Figura 5-12 – Contornos de Pressão Estática. ....                                       | 87  |
| Figura 5-13 – Contornos de Pressão Estática. ....                                       | 88  |
| Figura 5-14 – Distribuição de Pressão Estática na Superfície do Obturador.....          | 88  |
| Figura 5-15 – Contornos de Magnitude de Velocidade.....                                 | 89  |
| Figura 5-16 – Vetores Velocidade.....   | 90  |
| Figura 5-17 – Linhas de Corrente.....   | 90  |
| Figura 5-18 – Contornos de Pressão Estática. ....                                       | 91  |
| Figura 5-19 – Distribuição de Pressão Estática na Superfície do Obturador.....          | 91  |
| Figura 5-20 – Contornos de Magnitude de Velocidade.....                                 | 92  |
| Figura 5-21 – Vetores Velocidade.....   | 93  |
| Figura 5-22 – Linhas de Corrente.....   | 93  |
| Figura 5-23 – Contornos de Pressão Estática. ....                                       | 94  |
| Figura 5-24 – Distribuição de Pressão Estática na Superfície do Obturador.....          | 94  |
| Figura 5-25 – Contornos de Magnitude de Velocidade.....                                 | 95  |
| Figura 5-26 – Vetores Velocidade.....   | 96  |
| Figura 5-27 – Linhas de Corrente.....   | 96  |
| Figura 5-28 – Contornos de Pressão Estática. ....                                       | 97  |
| Figura 5-29 – Distribuição de Pressão Estática na Superfície do Obturador.....          | 97  |
| Figura 5-30 – Contornos de Magnitude de Velocidade.....                                 | 98  |
| Figura 5-31 – Contornos de Magnitude de Velocidade.....                                 | 99  |
| Figura 5-32 – Vetores Velocidade na Aresta de Entrada do Obturador.....                 | 99  |
| Figura 5-33 – Vetores Velocidade na Aresta de Saída do Obturador. ....                  | 100 |
| Figura 5-34 – Vetores Velocidade na Região do Munhão do Obturador.....                  | 100 |
| Figura 5-35 – Linhas de Corrente.....   | 101 |
| Figura 5-36 – Contornos de Pressão Estática. ....                                       | 101 |
| Figura 5-37 – Contornos de Pressão Estática. ....                                       | 102 |
| Figura 5-38 – Distribuição de Pressão Estática na Superfície do Obturador.....          | 102 |
| Figura 5-39 – Contornos de Magnitude de Velocidade.....                                 | 103 |
| Figura 5-40 – Contornos de Magnitude de Velocidade.....                                 | 104 |
| Figura 5-41 – Vetores Velocidade na Aresta de Entrada do Obturador.....                 | 104 |
| Figura 5-42 – Vetores Velocidade na Aresta de Saída do Obturador. ....                  | 105 |
| Figura 5-43 – Vetores Velocidade na Região do Munhão do Obturador.....                  | 105 |
| Figura 5-44 – Linhas de Corrente.....   | 106 |
| Figura 5-45 – Contornos de Pressão Estática. ....                                       | 106 |
| Figura 5-46 – Contornos de Pressão Estática. ....                                       | 107 |
| Figura 5-47 – Distribuição de Pressão Estática na Superfície do Obturador.....          | 107 |

# LISTA DE TABELAS

|  |            |
|--|------------|
| <b>Tabela 2-1 – Níveis de Formulação dos Modelos (MALISKA, 2004).....</b>                              | <b>33</b>  |
| <b>Tabela 4-1 – Coeficiente de Perda de Carga – Valores Experimentais. ....</b>                        | <b>75</b>  |
| <b>Tabela 4-2 – Valores de Ks Obtidos Pelo Cálculo Analítico.....</b>                                  | <b>76</b>  |
| <b>Tabela 5-1 – Características das Malhas Tridimensionais. ....</b>                                   | <b>82</b>  |
| <b>Tabela 5-2 – Constantes do Modelo <math>k-\varepsilon</math> RNG.....</b>                           | <b>83</b>  |
| <b>Tabela 5-3 – Fatores de Sub-Relaxação Utilizados nas Simulações.....</b>                            | <b>83</b>  |
| <b>Tabela 5-4 – Fatores de Sub-Relaxação Para Ângulo de Fechamento de <math>67,5^\circ</math>.....</b> | <b>83</b>  |
| <b>Tabela 5-5 – Resultados das Simulações Numéricas. ....</b>  | <b>108</b> |
| <b>Tabela 5-6 – Comparação dos Resultados do Coeficiente de Perda de Carga.....</b>                    | <b>109</b> |

## Capítulo 1

### INTRODUÇÃO

O homem tem utilizado a energia da água para realização de tarefas antes realizadas por esforços humanos ou animais por muitos séculos. Os gregos utilizavam rodas d'água feitas de madeira para moer trigo e produzir farinha há mais de 2000 anos. Com o passar do tempo rodas d'água passaram também a ser utilizadas na indústria têxtil e em fábricas, sempre transformando a energia hidráulica em energia mecânica em um eixo.

A tecnologia de se utilizar a energia hidráulica disponível em rios para geração de energia elétrica já é conhecida a mais de um século. Segundo Hunter (1979), a evolução das turbinas hidráulicas modernas começou no século XVIII. Já no século XIX, em 1827, o engenheiro francês Fourneyron projetou e colocou em operação uma turbina que revolucionou o ramo com sua potência surpreendentemente alta de 20 – 30 kW e um rotor com diâmetro de 500 mm.

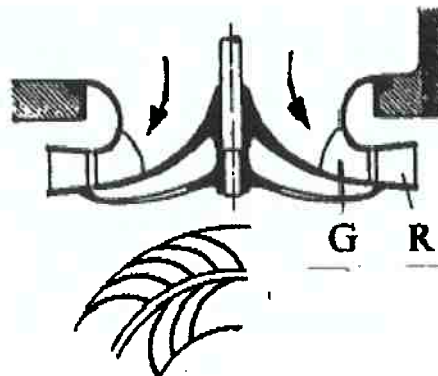


Figura 1-1 – Turbina de Fourneyron (HUNTER, 1979).

Cada vez mais a complexidade destas máquinas aumenta e suas funções se diversificam. Devido à enorme importância da energia elétrica, na Europa, no final do século XIX, a transformação da energia hídrica em elétrica se tornou um promissor ramo de estudo e investimento, além do seu papel estratégico. Até então, a energia desenvolvida pelas turbinas era utilizada diretamente, de forma mecânica, através de eixos, correias e polias.

Durante o século XIX, o desenvolvimento das máquinas hidráulicas fez com que as rodas de pá fossem enclausuradas para manter a água confinada e melhorar o rendimento, além disto, alguns mecanismos de regulação foram criados. Com a descoberta da luz elétrica, por Thomas Edison, o interesse em converter energia mecânica em elétrica fez com que os estudos nesta área se tornassem bem mais intensos.

Inspirado nos planos de Thomas Edison, segundo American Memory Collections (2005), o fabricante de papel H. F. Rogers planejou a construção da primeira usina hidrelétrica do mundo. Esta foi construída no Rio Fox na cidade norte-americana de Appleton, e entrou em operação em 30 de setembro de 1882.



**Figura 1-2 – Barragem no Rio Fox da Primeira Usina Hidrelétrica do Mundo (AMERICAN MEMORY COLLECTIONS, 2005).**

Os três tipos de turbina mais utilizados atualmente foram desenvolvidos a partir da metade do século XIX. A primeira delas é a turbina Francis, que foi inventada por James B. Francis em 1847 através de um aperfeiçoamento da turbina Dowd que era de 1838; a patente da máquina Pelton foi feita em 1880 por Lesler Allen Pelton; já em 1912, Victor Kaplan concebe um novo tipo de máquina Propeller com variação do passo das pás, surgindo então a máquina Kaplan.

Segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), mais de 90% da energia elétrica consumida no Brasil é fornecida por usinas hidrelétricas. O potencial hidrelétrico brasileiro é estimado em 260 GW, e somente 25% deste está sendo utilizado. Toda esta potencialidade, a crescente demanda por energia, hoje da ordem de 4,5% ao ano, e a possível crise energética vislumbrada para daqui poucos anos se não houver aumento na oferta de energia elétrica, demonstram que muitos esforços serão feitos nos próximos anos para que haja um desenvolvimento ainda maior nesta área. Muitos recursos serão utilizados com o intuito de aumentar a produtividade, garantir a geração e melhorar a confiabilidade e rendimento das usinas e dos sistemas elétricos.

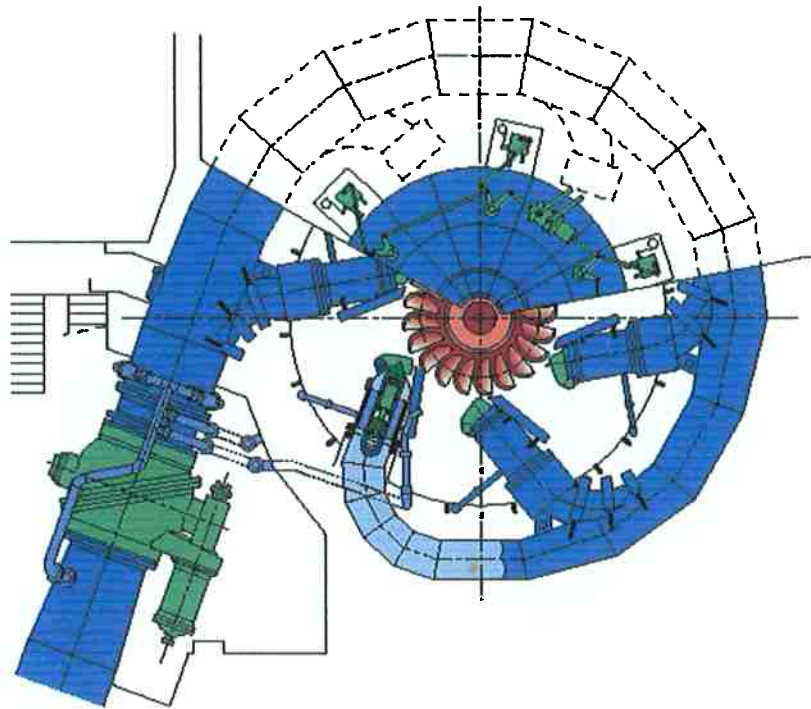
Os Grupos Geradores (turbina-gerador) são o coração da usina hidrelétrica, estes dois equipamentos são os responsáveis pela conversão de energia, pela estabilidade e segurança operacional dos sistemas que conduzem e suportam as massas energéticas, além de serem o ponto de partida para o dimensionamento do restante da usina. A turbina hidráulica converte energia hídrica em mecânica e a transfere ao eixo. O gerador, por sua vez, converte energia mecânica em elétrica, que por sua vez é transformada e/ou transmitida até os centros consumidores. O conjunto turbina-gerador, porém, não consegue operar a usina isoladamente, necessitando de um grande número de outros equipamentos e sistemas para auxiliá-lo. Além do auxílio durante a operação normal da usina, existem sistemas e equipamentos, tais como as válvulas de segurança, que são projetados para atuar, exclusivamente ou não, em situações emergenciais.

## 1.1 Turbinas Hidráulicas

Existem vários modos de se classificar os diferentes tipos de turbinas hidráulicas; um dos mais conhecidos é dividi-las em duas categorias, a das turbinas de ação e a das turbinas de reação:

**Turbinas de ação:** Estes tipos de turbina operam somente com a energia cinética da água. Toda a energia potencial da água é transformada em cinética antes de chegar às conchas do rotor da turbina, isto significa que a pressão à entrada do rotor é igual à pressão à saída do mesmo. O tipo de turbina de ação mais conhecida é a turbina Pelton. Os rotores das turbinas tipo Pelton são acionados por jatos de água que atingem suas conchas que têm formato de colher dupla (lado a lado), separadas por um septo. Os jatos são gerados e direcionados através de um ou mais injetores que possuem agulhas reguladoras acionadas por servomotores hidráulicos que ajustam a vazão. Quando o jato atinge o rotor, ele é dividido pelo septo das conchas e é expulso pelas laterais das mesmas. O número de conchas, o diâmetro e a velocidade angular estão relacionados com a queda líquida (para rotores de ação: diferença entre a elevação do reservatório de montante e a elevação do rotor menos as perdas de carga do circuito adutor) e a vazão a ser turbinada. A turbina tipo Pelton é aplicável em altas quedas e pequenas vazões. A Figura 1-3 mostra uma croqui de uma turbina Pelton de seis jatos.



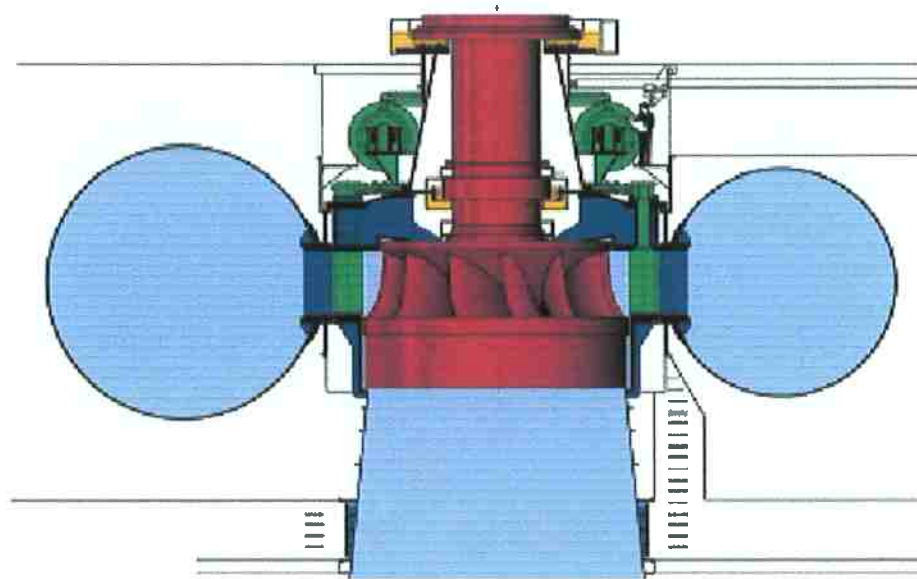


**Figura 1-3 – Corte de uma Turbina Pelton da Usina Electroperu - Peru (VOITH SIEMENS PELTON TURBINES BROCHURE, 2003).**

**Turbinas de reação:** Diferentemente das turbinas de ação, estas operam com a energia em forma cinética e de pressão, pois só parte da energia potencial é transformada em cinética. Isto significa que as pressões à entrada e à saída do rotor são diferentes, a pressão da água à saída do rotor pode ser positiva, negativa ou nula em relação à pressão atmosférica. Os dois tipos de turbinas de reação mais conhecidas são a Francis e a Kaplan. O direcionamento do fluxo antes dos rotores tipo Francis e Kaplan é feito pela caixa espiral (ou caracol), pré-distribuidor e distribuidor (palhetas diretrizes), sendo que máquinas Kaplan horizontais não possuem caixa espiral. O controle da vazão para turbinas de reação é feito pelas palhetas do distribuidor, que são operadas por um ou mais servomotores hidráulicos. O controle do sistema do distribuidor é feito através do regulador de velocidade, que pode ser analógico ou digital. A turbina tipo Francis é chamada de fluxo misto, pois a água entra radialmente no rotor e sai axialmente ao mesmo, conforme apresentado na Figura 1-4. A turbina tipo Kaplan tem o fluxo puramente axial. Este último tipo de turbina possui pás móveis, comandadas por um servomotor hidráulico localizado dentro do rotor ou no eixo da turbina, para compensar variações de vazão e queda

(Figura 1-5). Ela mostra uma turbina com caixa espiral em concreto (caixa semi-espiral). Se as pás forem fixas o rotor é chamado de Propeller (Hélice).

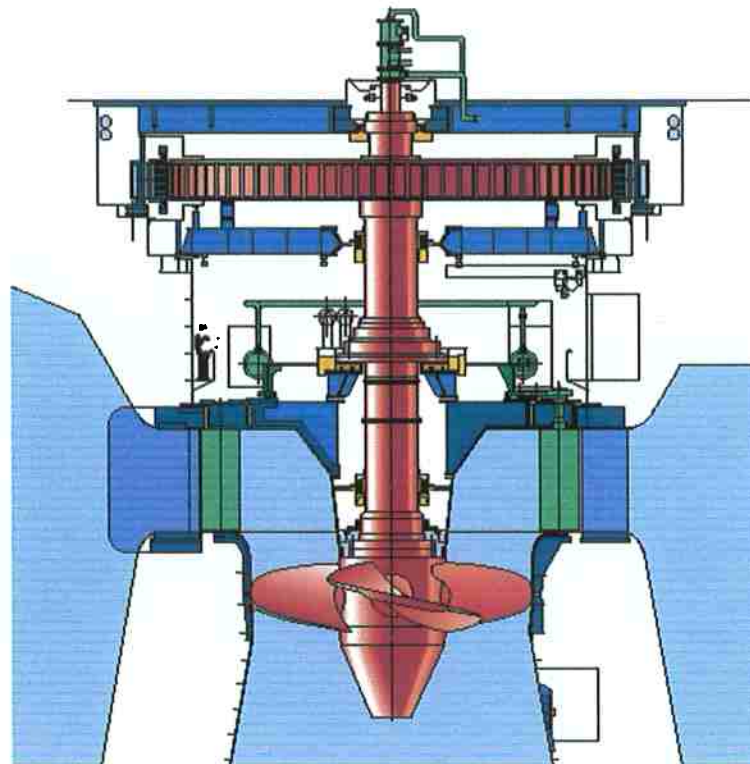
A Figura 1-6 apresenta um corte tridimensional de uma turbina Francis, que facilita muito o entendimento do funcionamento de cada um dos principais componentes do conjunto turbina-gerador. Os principais componentes das máquinas de reação são apresentados na Figura 1-7, neste caso uma máquina Kaplan.



**Figura 1-4 – Corte de uma Turbina Francis da Usina Xingó - Brasil (VOITH SIEMENS**

**FRANCIS TURBINES BROCHURE, 2003).**





**Figura 1-5 – Corte de uma Turbina Kaplan da Usina Yacretá - Argentina (VOITH SIEMENS KAPLAN TURBINES BROCHURE, 2003).**

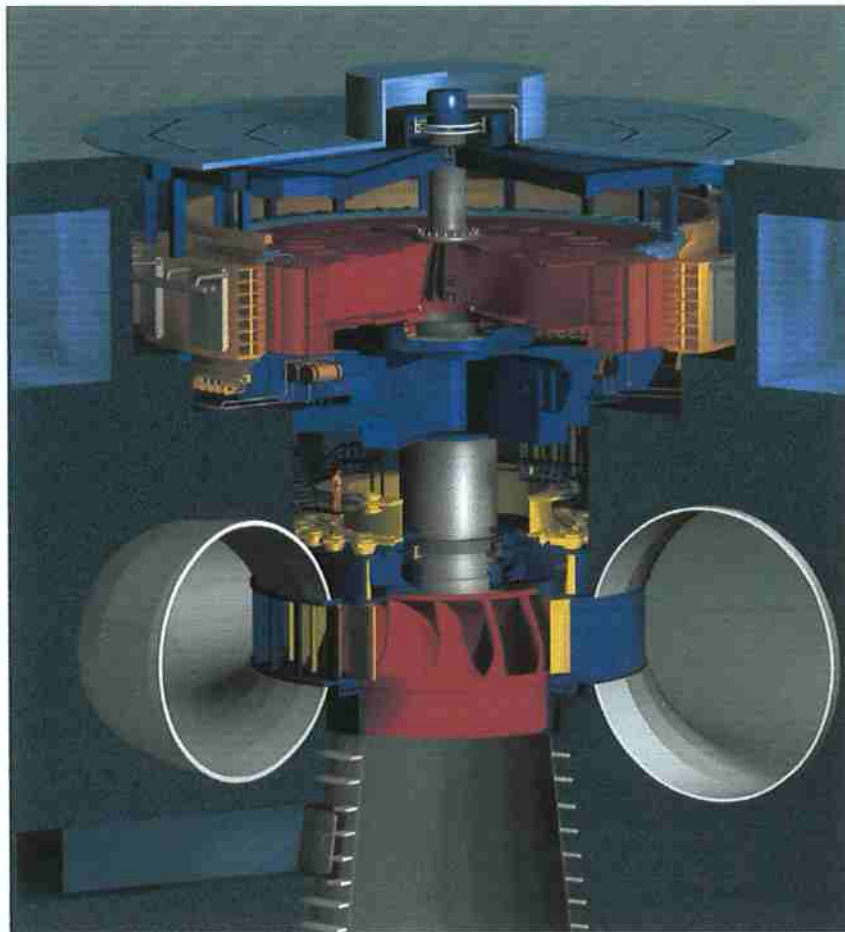


Figura 1-6 – Corte Tridimensional de uma Turbina Francis.

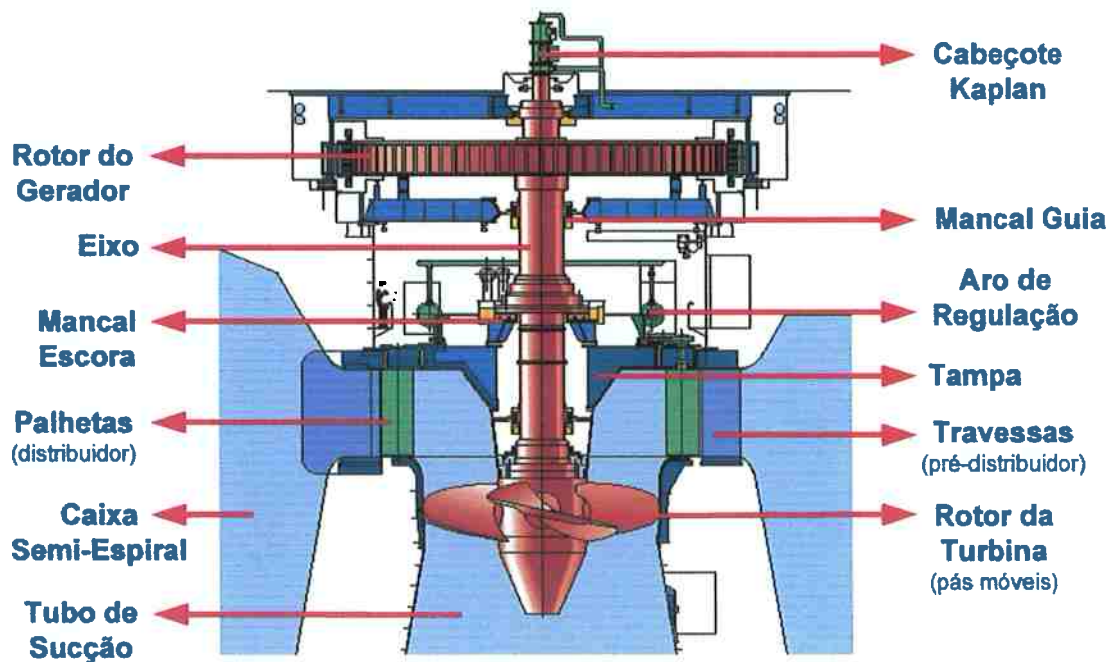


Figura 1-7 – Principais Componentes de uma Turbina de Reação (Kaplan).

O campo de aplicação de cada um dos três tipos mais importantes de turbinas hidráulicas é apresentado na Figura 1-8.

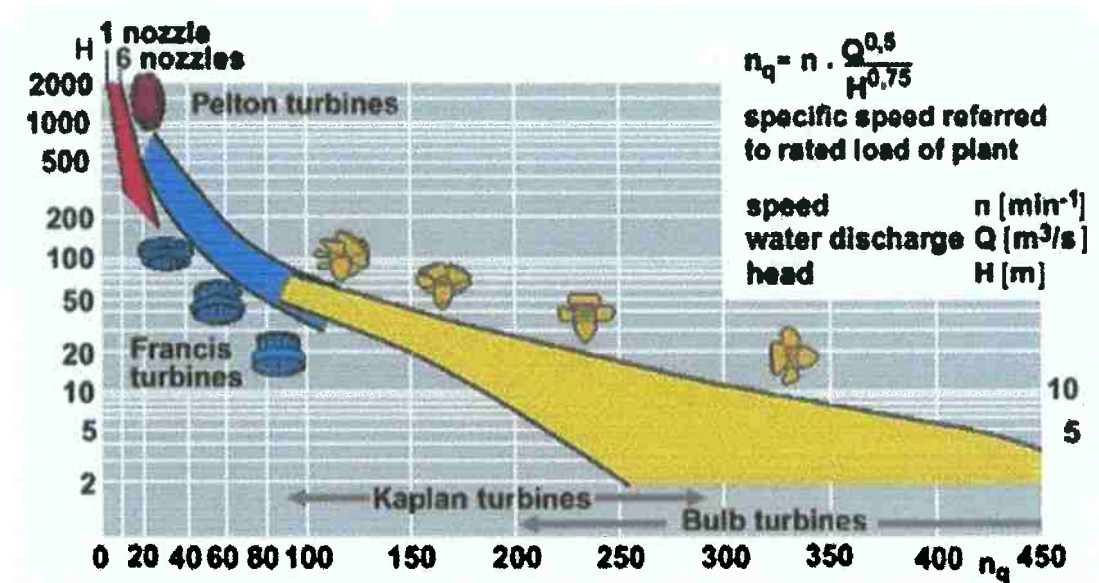


Figura 1-8 – Campo de Aplicação de Turbinas Pelton, Francis e Kaplan (VOITH SIEMENS, 2003).

A escolha do tipo e das dimensões da máquina depende da queda onde ela vai operar e da vazão que ela deve turbinar. O n<sub>q</sub> da máquina, que está na abscissa do gráfico é a rotação específica da turbina e temos da seguinte equação:

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{0,5}}{H^{0,75}} \quad (1.1)$$

sendo: n<sub>q</sub> = rotação específica;

n = rotação nominal;

Q = vazão turbinada;

H = queda líquida.

A rotação específica corresponde à rotação que uma máquina teria no seu ponto de maior rendimento se ela operasse com uma unidade de medida de queda e uma unidade de medida de vazão. Por ser um fator unitário, ele é utilizado para escalar o protótipo em função do modelo já testado em laboratório. Como é fácil notar, no geral, quanto maior a rotação específica, menor a queda em que a turbina opera em condições satisfatórias.

## 1.2 Energia

A equação básica para calcular as energias disponível e gerada em uma usina é a equação de Bernoulli. Ela nos permite, através da energia cinética, da energia de pressão e da energia potencial, calcular a energia específica hidráulica gerada em uma turbina. Esta energia é calculada através da diferença energética entre o ponto imediatamente a montante e o ponto imediatamente a jusante da turbina hidráulica, conforme Figura 1-9 e Equação (1.2):

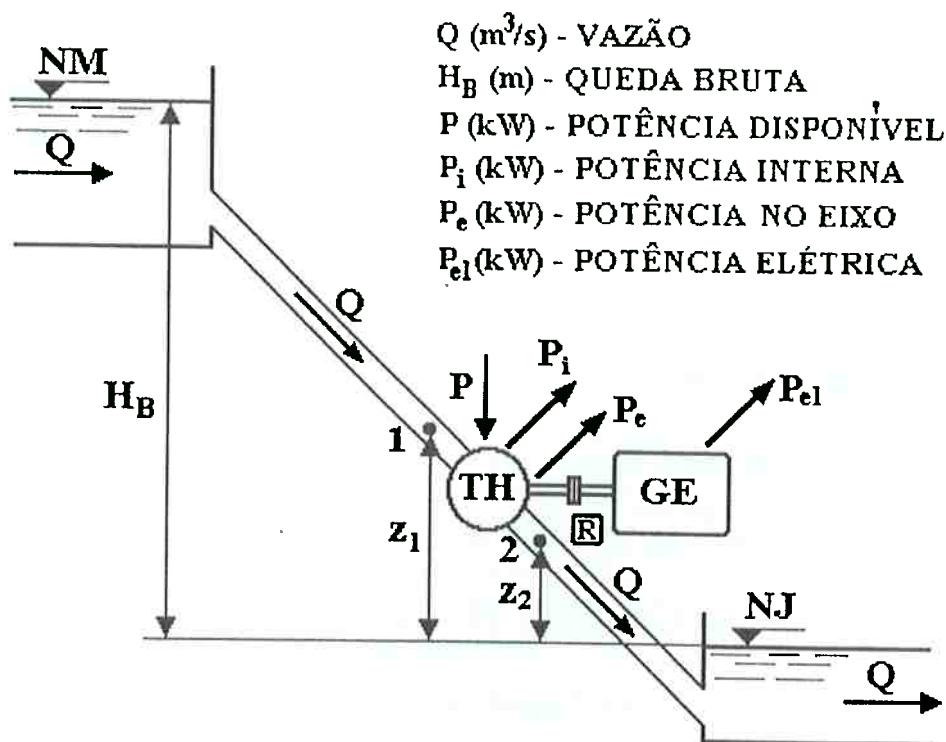


Figura 1-9 – Esquema para Geração Hidrelétrica (SOUZA; SANTOS; BORTONI, 1999).

$$E_1 - E_2 = \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + g \cdot (z_1 - z_2) \quad (1.2)$$

sendo:  $E_1$  e  $E_2$  = energia específica total do fluido nos pontos 1 e 2;

$p_1$  e  $p_2$  = pressão nos pontos 1 e 2;

$v_1$  e  $v_2$  = velocidade do fluido nos pontos 1 e 2;

$z_1$  e  $z_2$  = elevação dos pontos 1 e 2 em relação a um mesmo referencial;

$\rho$  = massa específica do fluido;

$g$  = aceleração da gravidade.

A energia potencial da água no reservatório de montante depende basicamente da elevação do mesmo, uma vez que nesse ponto a velocidade da água é desprezível. Antes de passar pela turbina a velocidade é alta e, numa turbina de reação, a coluna de água eleva a parcela da pressão na fórmula. Após a passagem pelo tubo de sucção, a energia restante é basicamente devida à elevação do reservatório de jusante.

Se tivéssemos um escoamento ideal no conduto forçado, com um fluido com viscosidade nula, a energia disponível no ponto 1 (imediatamente a montante) seria igual à energia potencial no reservatório de montante. Contudo é sabido que devido à viscosidade do fluido existem perdas de carga no escoamento. Parte dessas perdas é devido ao atrito do fluido com as paredes da tubulação (conduto forçado), conhecida como perda de carga distribuída, e depende basicamente do diâmetro do conduto e rugosidade das paredes do mesmo. Outra parte é devido às perdas singulares, provocadas por curvas ou elementos dispostos no meio do fluxo, como válvulas e medidores de vazão, causando perturbações no escoamento. Geralmente pouco se pode fazer para reduzir as perdas distribuídas, mas um trabalho para redução das perdas singulares pode contribuir para aumentar a energia hidráulica disponível para conversão no conjunto turbina-gerador.

### **1.3 Válvula de Segurança**

A rotação em um conjunto turbina-gerador é mantida constante através do balanço do momento hidráulico na turbina e do conjugado magnético do gerador. No caso de uma perda de carga repentina no gerador (queda de linha de transmissão, sobrecarga no sistema, falha na subestação, etc...) o conjugado magnético se torna nulo e a tendência é de que a unidade rotativa comece a acelerar, podendo levar a máquina a velocidades prejudiciais à sua integridade estrutural. Nesse caso o regulador de velocidade tem a função de detectar essa aceleração e iniciar o fechamento do fluxo de água, reduzindo o momento hidráulico no rotor da turbina.

Em uma máquina de ação essa operação é feita através de defletores instalados junto aos injetores, que tem a função de desviar o fluxo de água das pás do rotor, ou do fechamento das válvulas dos injetores. Já em uma máquina de reação é realizado o fechamento das palhetas do distribuidor.

Porém existem casos onde o fechamento normal do fluxo não é possível, seja por falha do regulador de velocidade, do sistema hidráulico de acionamento das palhetas ou válvulas dos injetores ou pela entrada de corpos estranhos entre duas palhetas, como troncos de árvores. Para evitar que tais situações venham a colocar em risco a segurança da usina utilizam-se sistemas de segurança redundantes para fechamento em situações de emergência.

Dentre os possíveis sistemas redundantes que podem reduzir a velocidade do conjunto girante, podemos citar o fechamento do distribuidor através de servomotores individuais ou através de tanques de ar comprimido de emergência que possam atuar nos próprios servomotores do distribuidor. Estes dois sistemas não são recomendáveis como redundantes por atuarem nos mesmos elementos que já teriam falhado anteriormente.

Para que o sistema seja mais seguro é necessário que um equipamento completamente independente seja instalado. É comum a utilização de válvulas de emergência.

Em máquinas de baixa queda utilizam-se comportas vagão de emergência instaladas na tomada d'água do conduto forçado, ou em alguns casos de máquinas Kaplan com caixa semi-espiral na saída do tubo de sucção, como apresentado por Leotta (2003). O fechamento da comporta se dá pelo seu peso próprio.

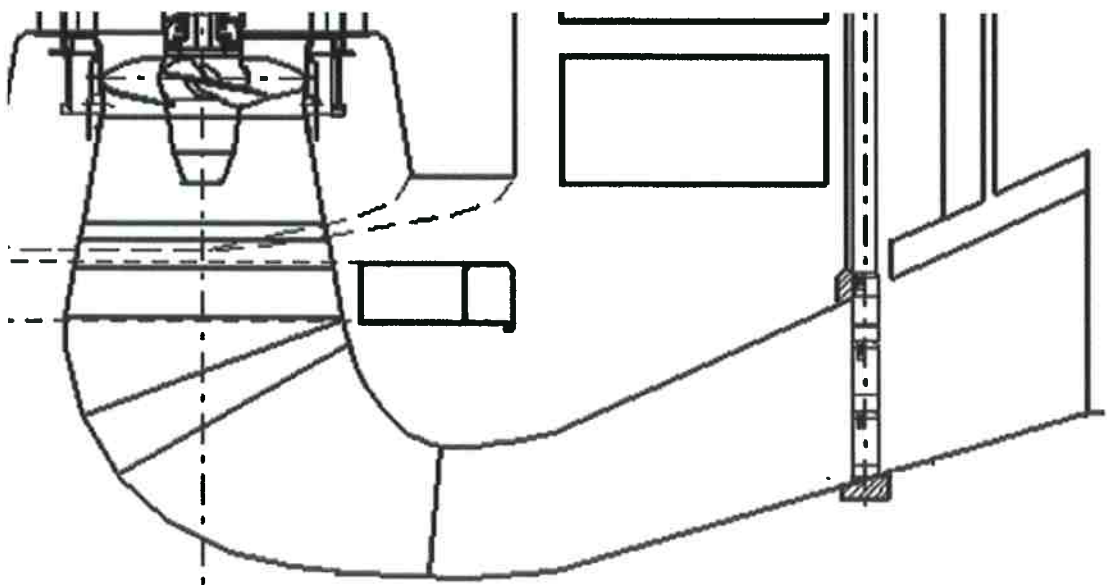


Figura 1-10 – Comporta Vagão no Tubo de Sucção de Uma Máquina Kaplan (LEOTTA, 2003).



Já em máquinas de queda mais elevada utilizam-se, devido à sua maior resistência mecânica, válvulas borboleta ou esférica a montante da turbina, logo antes da entrada da caixa espiral, conforme Figura 1-11.

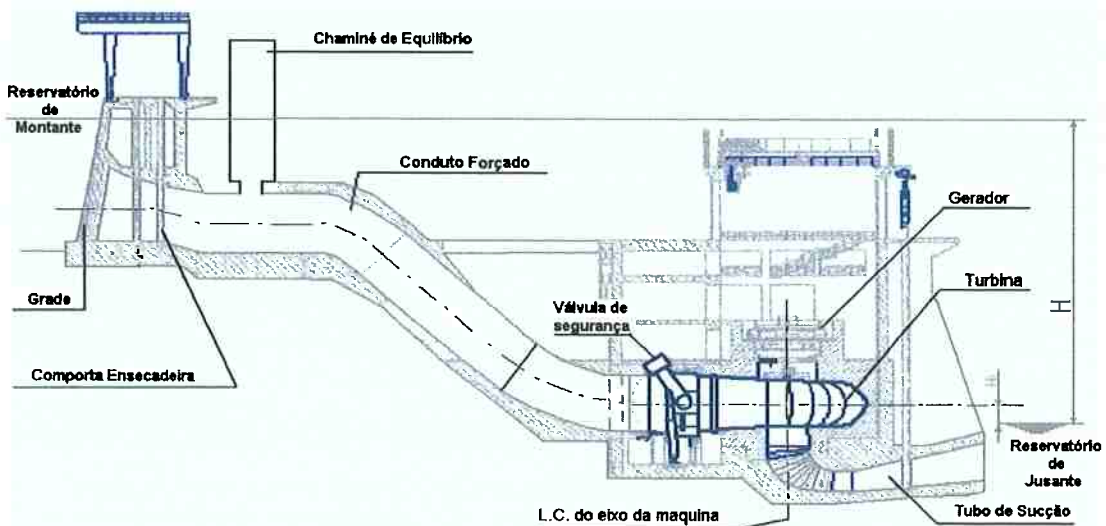
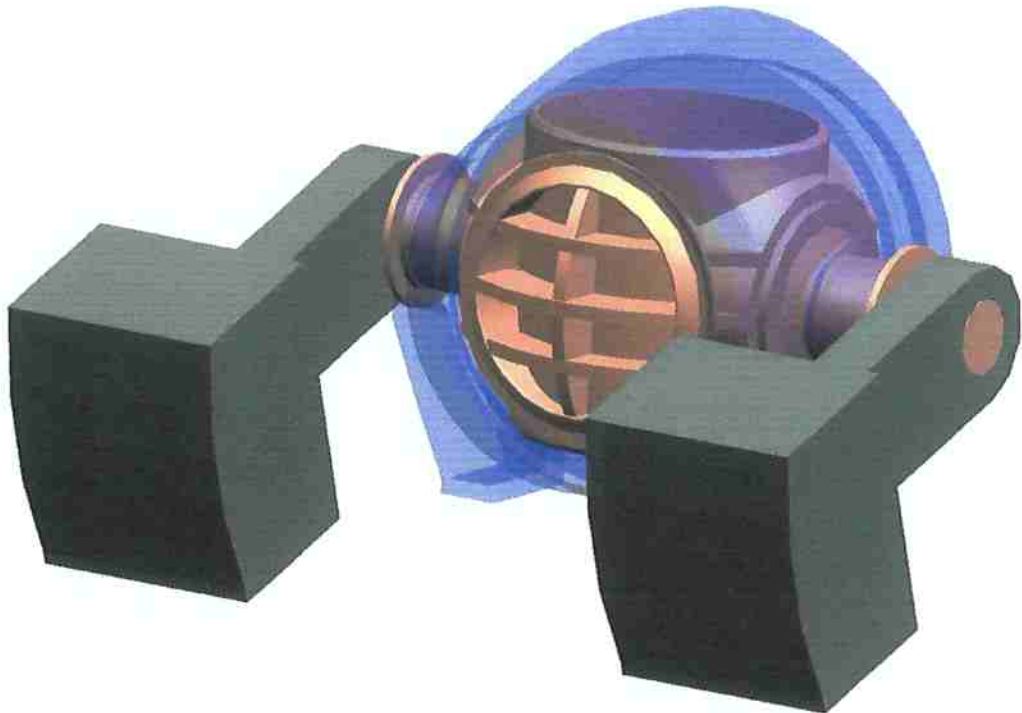


Figura 1-11 – Corte de Uma Usina com Válvula na Entrada da Caixa Espiral.

Válvulas Borboleta são utilizadas para quedas de até aproximadamente 200m, diâmetros que podem superar 7000 mm e tem como desvantagem a presença do obturador como elemento de perturbação do escoamento, e conseqüente perda de carga, quando a válvula está na posição aberta. Válvulas esféricas (Figura 1-12) são utilizadas em aplicações a partir de 100 até 1500m de queda d'água, diâmetros até 3500 mm e tem perda de carga praticamente nula. Porém, essas apresentam um custo mais elevado do que outros modelos. Essas válvulas têm geralmente contra-pesos para acionar o fechamento das mesmas, sendo que em alguns casos são utilizados apenas servomotores.



**Figura 1-12 – Modelo Tridimensional de Uma Válvula Esférica na Posição Fechada.**

#### **1.4 Motivação para o Estudo**

As válvulas borboleta, devido à sua faixa característica de aplicação de queda, tem sido amplamente utilizadas nas usinas no Brasil, sendo o modelo esférico mais utilizado em países com usinas em regiões montanhosas. A Figura 1-13 mostra os principais componentes de uma válvula borboleta. A principal diferença existente entre os modelos de válvula borboleta é o modelo de obturador utilizado. Os principais modelos de obturadores são o “chapa plana”, lenticilha e o “estrutura vazada”.



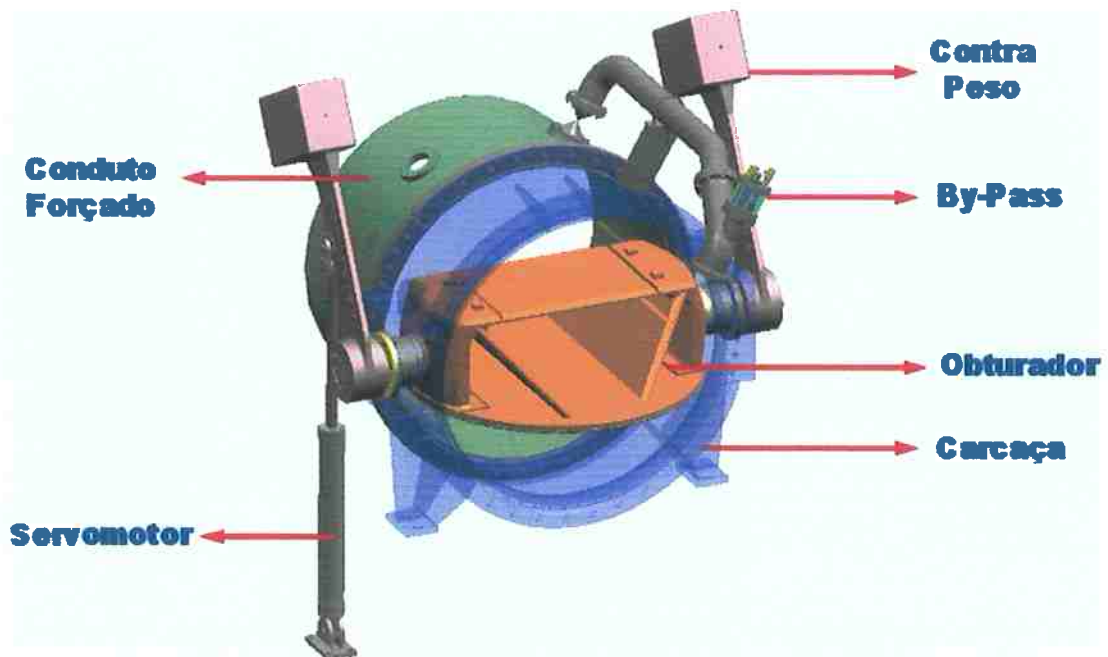


Figura 1-13 – Válvula Borboleta e Seus Principais Componentes.

O modelo “chapa plana” consiste basicamente de um perfil cilíndrico feito a partir de uma chapa, conforme Figura 1-14. Sua utilização é geralmente restrita a aplicações industriais, com diâmetros de até 2000mm e baixos valores de pressão. No caso de fechamento da válvula a deflexão do obturador não pode ser excessiva, pois afetaria a vedação da válvula. Para aplicações de maiores diâmetros e valores de pressão são necessárias chapas de espessura muito elevada, dificilmente encontradas no mercado nacional, elevando o custo. Além disso, a perda de carga nesses casos também se torna elevada.



Figura 1-14 – Válvula Borboleta com Obturador Modelo “Chapa Plana”.

O modelo lentilha é geralmente utilizado para diâmetros de até 4000mm e alturas de queda não elevadas. O obturador pode ser feito como uma peça fundida única para menores diâmetros ou como uma estrutura soldada. O perfil do obturador pode ter formatos variados (Figura 1-15).

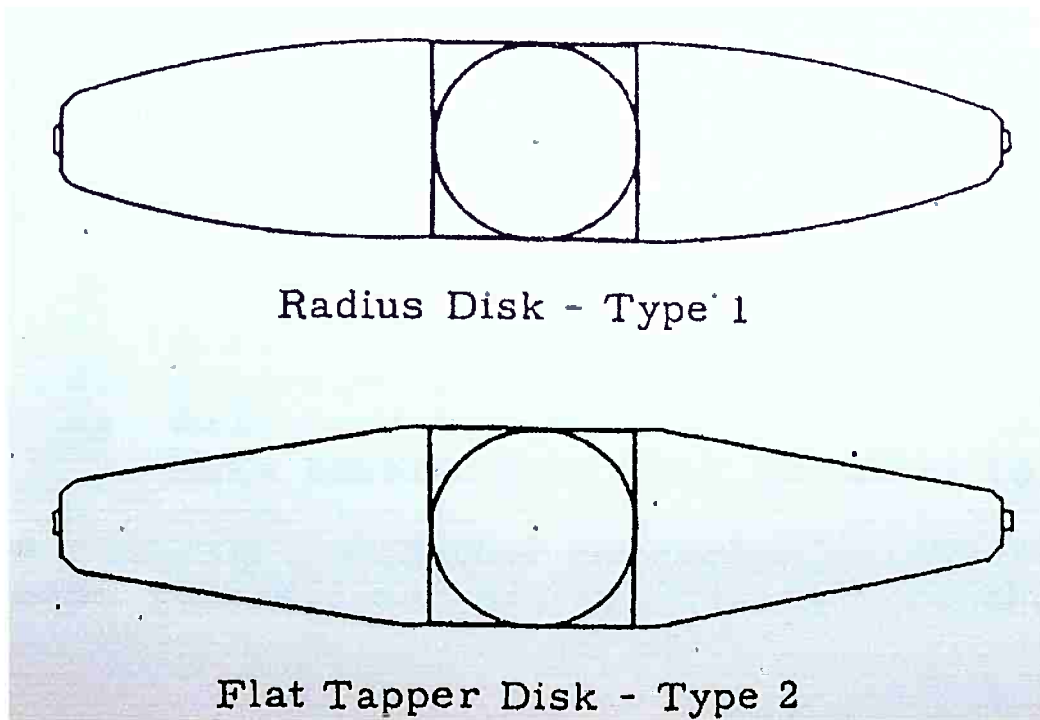


Figura 1-15 – Perfis de Obturador Modelo Lentilha (ALLIS-CHALMERS, 1978).

#### 1.4.1 Perda de Carga em Válvulas Borboleta

A motivação para a escolha do modelo de válvula borboleta a ser utilizado é, geralmente, técnico-econômica.

Um dos itens de importância crescente nos últimos anos é a perda de carga devido à presença da válvula. Com o aumento da perda de carga se diminui a energia hidráulica disponível para conversão em energia elétrica e, conseqüentemente, o faturamento com a venda de energia elétrica para os centros consumidores. Também é de se destacar a preocupação ambiental de se aproveitar com eficiência e sem desperdícios todo tipo de recursos.

Para se ter uma idéia imaginemos uma usina de porte médio, com três máquinas com vazão unitária nominal de  $100 \text{ m}^3/\text{s}$ , queda bruta nominal de 100 m e dotada de válvulas borboleta com diâmetro nominal de 4 m.

Segundo Souza; Santos; Bortoni (1999), a energia elétrica que pode ser gerada por uma usina hidrelétrica é dada por:

$$E = \zeta \cdot n \cdot \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \cdot t \quad (1.3)$$

sendo:  $\zeta$  = fator associado ao índice de utilização da máquina em plena carga, representando a disponibilidade operacional das máquinas e a variação da vazão do rio;

$n$  = número total de máquinas;

$\rho$  = densidade do fluido;

$g$  = aceleração da gravidade local;

$Q$  = vazão volumétrica de cada máquina;

$H$  = queda líquida;

$t$  = tempo de operação.

Agora vamos considerar a opção entre utilizar duas válvulas borboleta diferentes, uma com coeficiente de perda de carga ( $K_s$ ) de 0,22 e outra com 0,20.

Para simplificação consideramos a densidade da água como  $1000 \text{ kg/m}^3$ , a aceleração da gravidade de  $10 \text{ m/s}^2$ , o fator  $\zeta$  como sendo 0.8 e o tempo de operação anual de 8000 h. Pela mesma razão vamos desprezar a perda de carga linearmente distribuída.

A perda de carga, dada pela equação (2.6) no primeiro caso é de 0,6966 m e no segundo de 0,6333 m. Desse modo a energia anual gerada no primeiro caso seria de 1906626 MWh e no segundo caso 1907841 MWh, uma diferença de 1215 MWh, suficiente para abastecer aproximadamente 1000 residências, considerando-se um consumo médio mensal de 100 kWh.

A perda de carga em válvulas borboleta é um de tal importância que muitas vezes o valor máximo admissível para perda de carga na válvula é estipulada em contrato, e o fabricante está sujeito ao pagamento de multas se esse valor não for respeitado. O grande problema nesses casos é como calcular com segurança qual será o valor da perda de carga, ou do coeficiente de perda de carga. Existem algumas curvas levantadas em testes realizados pela divisão de hidro-geração da extinta *ALLIS-CHALMERS* (1978), que hoje pertence a *VOITH SIEMENS HYDRO*. Tais curvas relacionam o coeficiente de perda de carga com a queda de projeto para a válvula. Os modelos testados datam de uma época em que o dimensionamento

mecânico do obturador era todo analítico. Hoje em dia com a ampla utilização de simulações numéricas o projetista pode trabalhar com um limite de segurança menor e construir estruturas mais esbeltas, com perda de carga associada geralmente menor. Nesse caso já não se sabe se as curvas nos levariam a valores reais ou não.

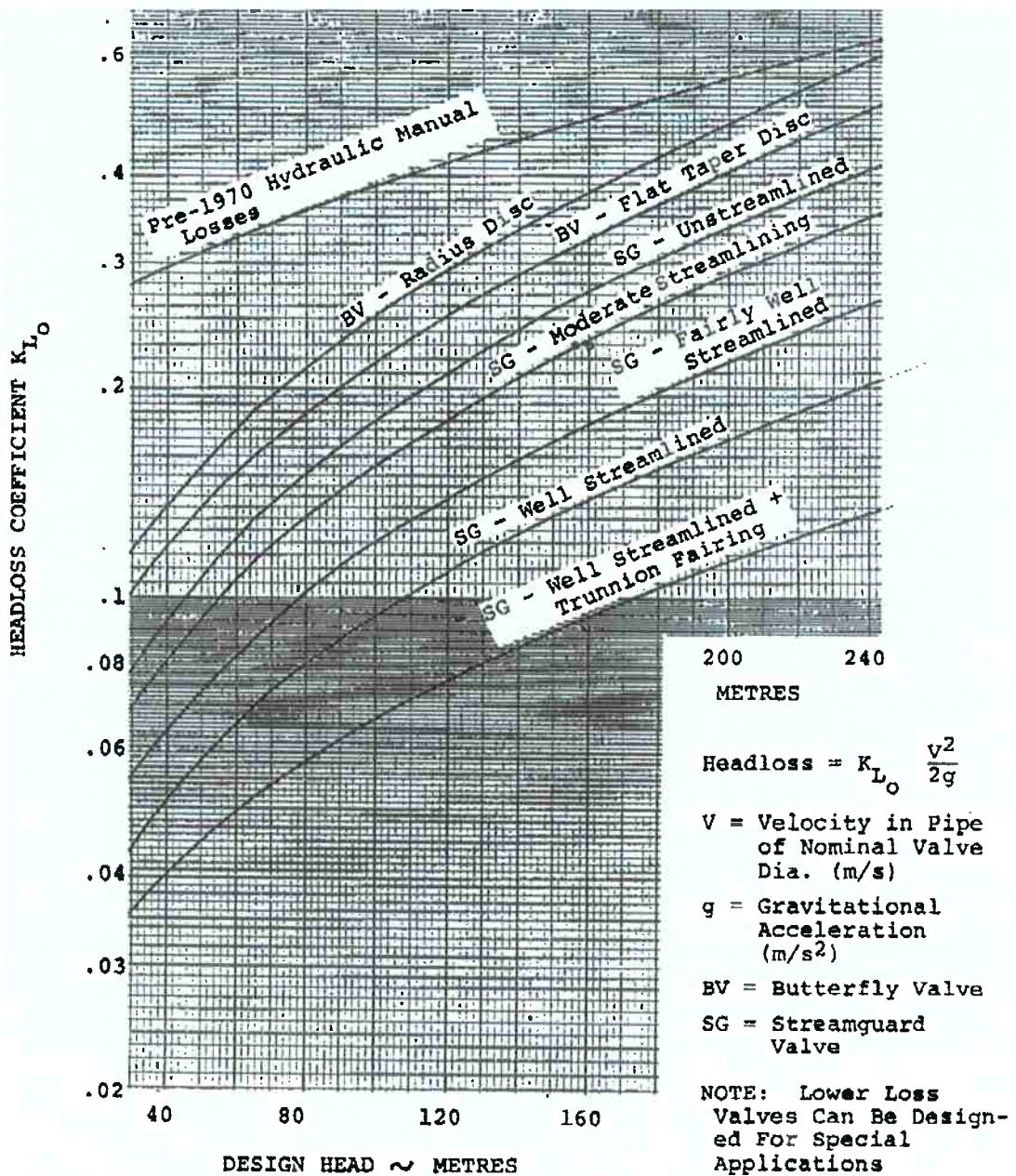


Figura 1-16 – Gráfico de Coeficiente de Perda de Carga versus Queda de Projeto – Obturador na Posição Totalmente Aberta (ALLIS-CHALMERS, 1978).



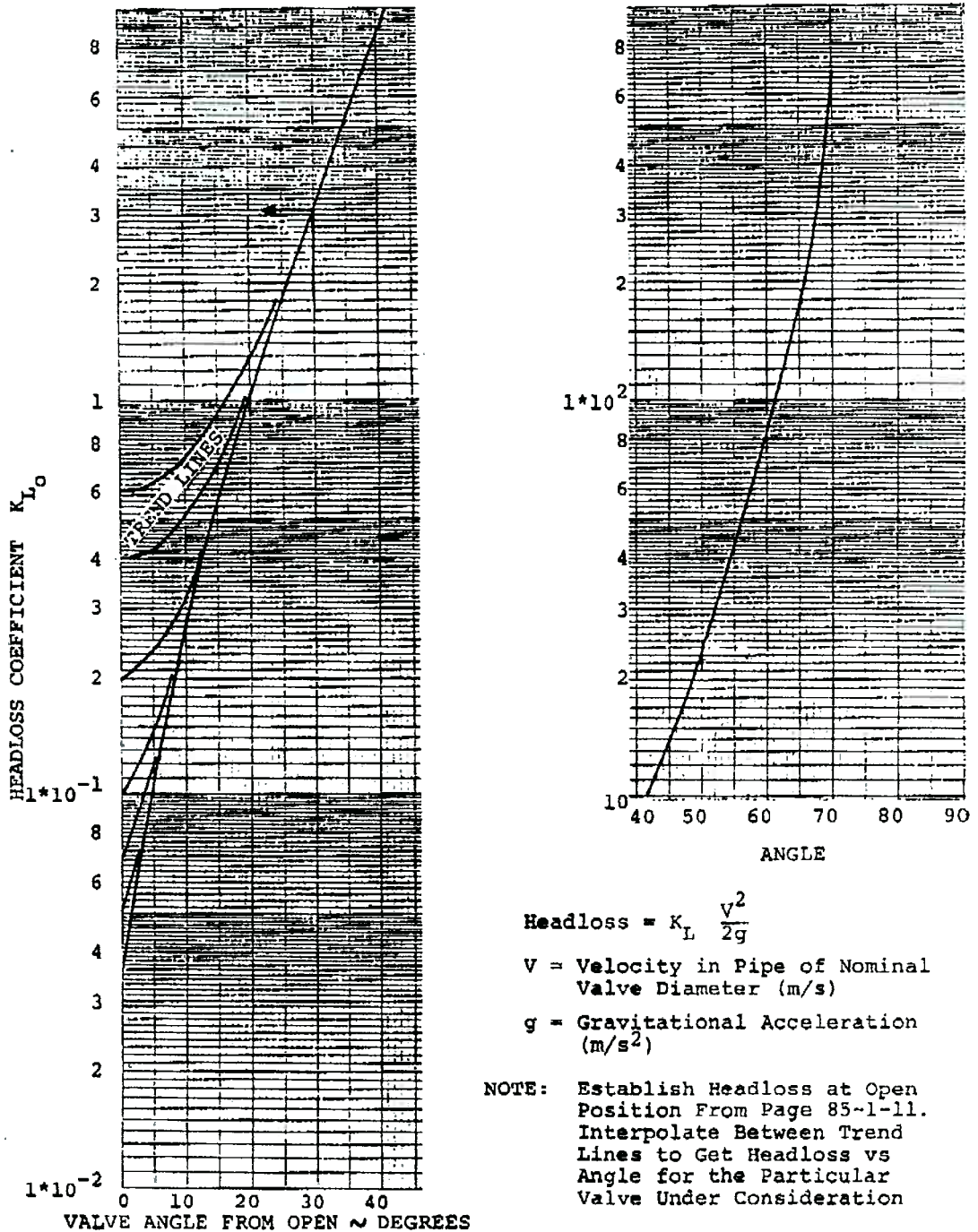


Figura 1-17 – Coeficiente de Perda de Carga Versus Ângulo de Fechamento do Obturador

(ALLIS-CHALMERS, 1978).

#### 1.4.2 Válvulas Borboleta com Obturador Modelo “Estrutura Vazada”

Na grande maioria das aplicações em usinas hidrelétricas o modelo de obturador “estrutura vazada” leva grande vantagem sobre os outros. Devido à sua estrutura em forma de treliça ele consegue alta rigidez com espessuras reduzidas.

Isso implica em menor perda de carga e custos de fabricação quando comparado a outros modelos de obturador para uma mesma aplicação. Isso faz com que esse modelo seja o modelo amplamente mais utilizado.

A espessura das chapas que compõe a estrutura desse modelo de obturador é definida pelo cálculo estrutural, com limites de tensões admissíveis e deflexões na região da vedação no obturador. Dessa forma pouco se pode fazer no sentido de redução de espessuras de chapas para diminuir a perda de carga da válvula. A perda de carga será altamente influenciada pelos perfis das chapas e munhões do obturador na sua aresta de entrada e de saída, arredondamentos e chanfros para diminuir a componente de arrasto de pressão são os pontos que podem ser atacados para redução de perda de carga.

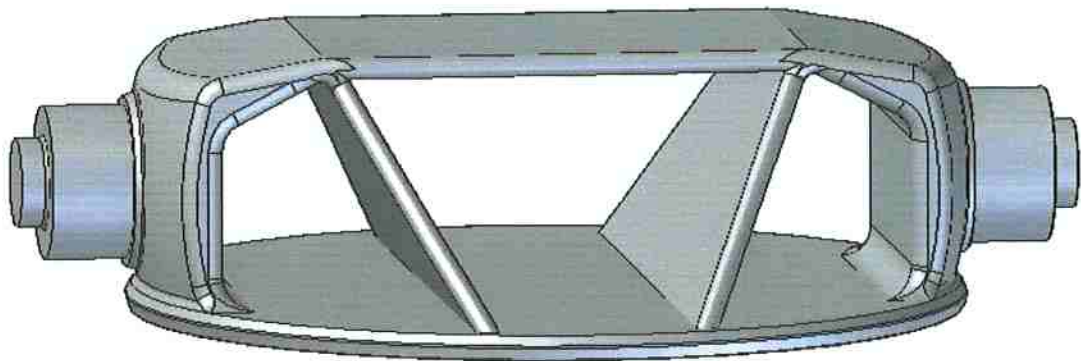


Figura 1-18 – Obturador Modelo “Estrutura Vazada”.

## 1.5 Objetivos

Este trabalho visa estudar o coeficiente de perda de carga em válvulas borboleta com obturadores do modelo “estrutura vazada”. A partir desse coeficiente pode-se calcular a perda de carga em diferentes condições operacionais. Serão realizadas simulações numéricas do escoamento pela válvula utilizando técnicas de CFD (do inglês “*Computational Fluid Dynamics*”), cujos resultados de coeficiente de perda de carga serão comparados com valores obtidos através de cálculos analíticos e valores experimentais obtidos a partir de curvas levantadas pela ALLIS-CHALMERS (1978). O intuito destas simulações e das seguintes comparações de

resultados é obter uma ferramenta precisa e confiável para a determinação da perda de carga em tais modelos de válvulas.

As curvas existentes são específicas para uma geometria padronizada em função da queda (ou pressão) de projeto, que nem sempre condizem com as geometrias obtidas hoje em dia com a utilização da otimização estrutural (MARCONDES JR, 1998). A realização de ensaios para cada nova geometria implica em custos elevados e a redução constante dos cronogramas de execução de novas usinas hidrelétricas limita essa possibilidade.

Devido a estas dificuldades decidiu-se pela realização de simulações numéricas através de modelos computacionais. As simulações realizadas visam analisar a distribuição de entidades tais como velocidade e pressão no escoamento e calcular o coeficiente de perda de carga na válvula.

A usina em análise possui 2 (duas) unidades geradoras com rotores verticais tipo Francis. A potência de cada unidade na queda nominal (71 m.c.a.) é de aproximadamente 70 MW e a vazão nominal é da ordem de  $105 \text{ m}^3/\text{s}$ . A Figura 1-19 apresenta um croqui do corte longitudinal de uma das máquinas, apresentando o trecho final do conduto forçado, a válvula borboleta de segurança, a caixa espiral, o pré-distribuidor, o distribuidor, o rotor da turbina e o tubo de sucção.

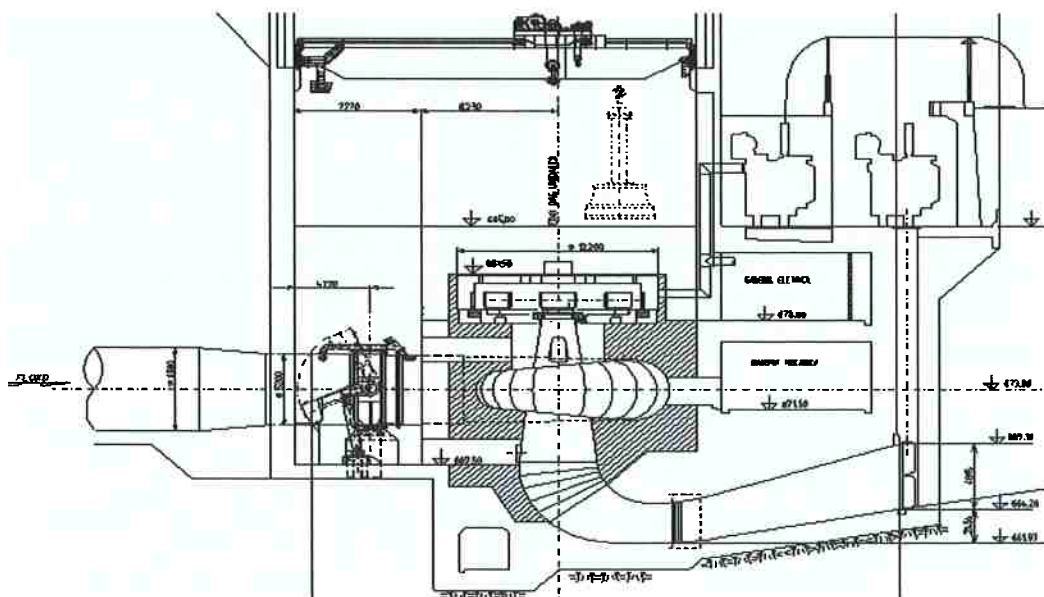


Figura 1-19 – Croqui da Casa de Força da Usina em Estudo.

A válvula borboleta modelo “estrutura vazada” dessa usina tem um diâmetro nominal de 4300 mm. A válvula é do mesmo tipo de modelo para o qual foram levantadas as curvas pela ALLIS-CHALMERS (1978) e seus resultados podem, portanto, ser comparados com os valores das curvas. A queda de projeto para a válvula borboleta é de 120 m. Esse valor considera a sobre-pressão causada pelo “*Golpe de Ariete*” e foi determinado a partir de simulações de transientes hidráulicos, a partir da lei de fechamento da válvula.

Este trabalho visa apresentar os resultados de perda de carga obtidos para o projeto mencionado e conclusões sobre a metodologia do seu cálculo através de simulações numéricas. Futuramente, após o término da construção e comissionamento da usina em questão, os resultados também poderão ser validados por medições em campo.



## Capítulo 2

# REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Perda de Carga em Escoamentos

O cálculo da perda de carga em tubulações é fundamental para o estudo de uma instalação hidráulica, pois influencia o dimensionamento da mesma. Isso implica na potência instalada requerida de sistemas de bombeamento e na energia disponível para conversão em sistemas de hidro-geração.

A perda de carga em escoamentos é uma característica de fluidos reais, ou seja, aqueles que tem viscosidade não nula. Devemos ter em mente que a perda de carga, ou seja, a dissipação de energia por unidade de peso acarreta uma diminuição da pressão estática do escoamento.

Segundo Giles (1971), a perda de carga em escoamentos em tubulações pode ser dividida basicamente em dois tipos: a perda distribuída e a localizada.

#### 2.1.1 Perda de Carga Distribuída

A perda de carga distribuída para escoamentos internos em tubulações foi alvo de vários estudos e experimentos no início do século XX. Caracteriza-se por perda de carga distribuída aquela que ocorre em trechos retilíneos de tubulação de seção transversal constante. Ela é causada pelo atrito entre o fluido e a parede da tubulação, sendo que essa energia é dissipada na forma de calor. Constatou-se que a distribuição da perda de carga nesses casos é linear. O cálculo perda de carga linear é dado pela equação de Darcy-Weisbach:

$$\Delta h = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (2.1)$$

sendo:  $\Delta h$  = perda de carga;

$f$  = coeficiente de atrito;

$L$  = comprimento da tubulação;

$D$  = diâmetro da tubulação;

$g$  = aceleração da gravidade;

$V$  = velocidade média na seção.

O coeficiente de atrito,  $f$ , é um fator que foi levantado experimentalmente através de inúmeros ensaios. Verificou-se que esse coeficiente tem comportamentos distintos para escoamentos laminar ou turbulento.

O número de Reynolds é utilizado para determinar se o escoamento é laminar ou turbulento. Ele representa a razão entre as forças de inércia e as forças viscosas em um escoamento e é dado por:

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} \quad (2.2)$$

sendo:  $Re$  = número de Reynolds;

$\rho$  = densidade do fluido;

$D$  = dimensão característica, que no caso de escoamento em tubos é o diâmetro da tubulação;

$\mu$  = viscosidade dinâmica do fluido.

Para escoamentos internos em tubos com seção cilíndrica o escoamento é considerado laminar para números de Reynolds de até aproximadamente 2000. Abaixo desse valor distúrbios de qualquer magnitude são eventualmente amortecidos pela ação viscosa. Diferentes autores diferem na opinião de qual o valor do número de Reynolds a partir do qual o escoamento é considerado plenamente turbulento. Experimentos iniciais indicaram um valor crítico superior de 12000, porém em situações especiais com distúrbios controlados já se chegou a valores de até 40000. Por razões de segurança, para valores do número de Reynolds acima de 2000 o escoamento é considerado turbulento para cálculo da perda de carga distribuída.

Para escoamento na faixa de regime laminar a seguinte equação é válida para calcular o valor do coeficiente de atrito:

$$f = \frac{64}{Re} \tag{2.3}$$

Já para o caso de escoamento turbulento, várias equações já foram formuladas para diferentes faixas do número de Reynolds. A equação de Colebrook é amplamente utilizada para  $Re > 2000$  e tubos lisos e rugosos:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log \left[ \frac{\varepsilon}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{f}} \right] \tag{2.4}$$

sendo:  $\varepsilon$  = rugosidade das paredes internas do tubo. É também comum utilizar o termo rugosidade relativa, expresso pela razão da rugosidade do tubo pelo diâmetro do mesmo.

Na prática, contudo, é muito comum se obter o valor do coeficiente de atrito diretamente a partir do diagrama de Moody, que é baseado na equação de Colebrook. A partir dos valores do número de Reynolds e da rugosidade relativa obtém-se o valor de  $f$ , ver Figura 2-1.

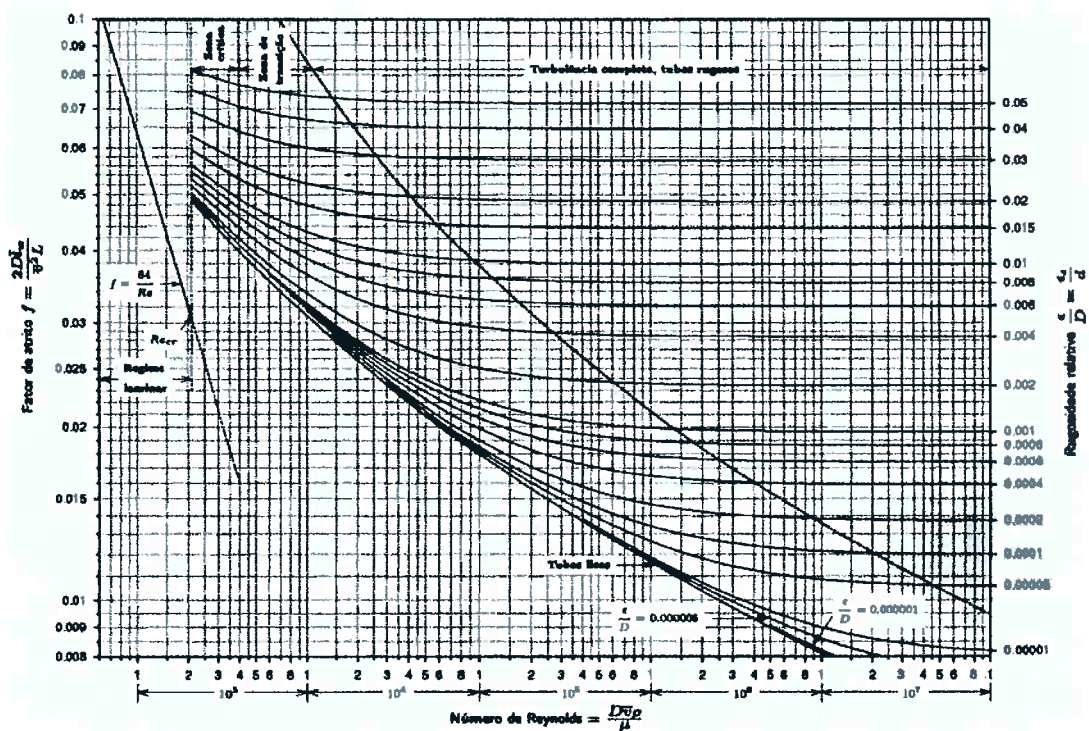


Figura 2-1 – Diagrama de Moody (GILES, 1971).

### 2.1.2 Perda de Carga Localizada

A perda de carga localizada (ou singular) em escoamentos internos em tubulações é causada pela presença de singularidades. Este tipo de perda de carga, que ocorre em um comprimento desprezível em relação ao comprimento da tubulação.

Essas singularidades causam perturbações no escoamento, como descolamento do fluido e recirculações. Podem-se tomar como exemplos comuns curvas na tubulação, bocais, expansões e contrações súbitas ou graduais ou elementos dispostos no meio do fluxo, como medidores de vazão e válvulas, entre outros. A fórmula para perda de carga singular é dada pela seguinte equação:

$$\Delta h = K_s \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (2.5)$$

Onde  $K_s$  é o coeficiente de perda de carga singular, característico da geometria da singularidade. Para vários elementos comumente utilizados em instalações industriais o valor de  $K_s$  é conhecido, a partir de medições experimentais.

Giles (1971) indica alguns valores típicos de  $K_s$ :

|                               |                |
|-------------------------------|----------------|
| Curva de 45°:                 | 0,35 a 0,45;   |
| Curva de 90°:                 | 0,50 a 0,75;   |
| Registro gaveta (aberto):     | cerca de 0,25; |
| Válvula de retenção (aberta): | cerca de 3,0.  |

Segundo Hoerner (1965), o coeficiente de perda de carga de uma estrutura composta por vários elementos básicos pode ser calculada a partir do coeficiente de arrasto de cada um dos elementos.

A potência dissipada por um elemento em uma tubulação com um dado escoamento será dada por:

$$P_{dis} = Q \cdot \Delta p = V \cdot A_p \cdot \frac{V^2 \cdot \rho}{2} \cdot K_s \quad (2.6)$$

sendo:  $Q$  = vazão de fluido pela tubulação;

$A_p$  = área transversal da tubulação.

De forma análoga pode-se calcular a potência dissipada devido à força de arrasto deste mesmo elemento:

$$P_{arr} = D \cdot V = \left[ C_D \frac{\rho \cdot V^2}{2} A_f \cdot \left( \frac{A_p}{A_p - A_f} \right)^2 \right] \cdot V \quad (2.7)$$

sendo:  $D$  = força de arrasto, definida em 2.1.3;

$A_f$  = área frontal do elemento.

O termo  $[A_p/(A_p-A_f)]^2$  é utilizado para corrigir a velocidade média na seção devido à diminuição da área transversal ao escoamento.

Igualando as duas equações acima, e tomando o caso com vários elementos, o coeficiente de perda de carga composto será dado por:

$$K_S = \frac{\sum_{i=1}^n (C_{Di} \cdot A_i)}{A_p} \cdot \left( \frac{A_p}{A_p - A_B} \right)^2 \quad (2.8)$$

sendo:  $n$  = número total de elementos que compõe a estrutura;

$C_{Di}$  = coeficiente de arrasto do  $i$ -ésimo elemento, baseado na área frontal do mesmo;

$A_i$  = área frontal do  $i$ -ésimo elemento;

$A_B = \sum_{i=1}^n A_i$ , área frontal total de todos elementos (área bloqueada).

Com isso, a partir do valor do coeficiente de arrasto  $C_D$  de vários elementos básicos, como chapas e cilindros, pode-se calcular o valor do coeficiente de perda de carga da estrutura composta por esses elementos.

### 2.1.3 Arrasto de Um Corpo Devido ao Escoamento

Segundo Anderson (2001), as forças e momentos atuantes em um corpo imerso em um escoamento têm somente duas fontes principais: a distribuição de pressão e a distribuição de tensões de cisalhamento na superfície do corpo. A força de arrasto, que é aquela paralela à direção do escoamento, obedece a essa regra.

A parcela de pressão do arrasto depende do perfil do escoamento, ou seja, da distribuição de pressão antes e após a passagem pelo corpo. Corpos esbeltos provocam pouca perturbação (recirculação) no escoamento, apresentando um reduzido valor do arrasto de pressão. Já corpos rombudos, como um cilindro, que

apresentam uma esteira de vórtices a jusante, apresentam altos valores de arrasto de pressão. Isso está representado na Figura 2-2.

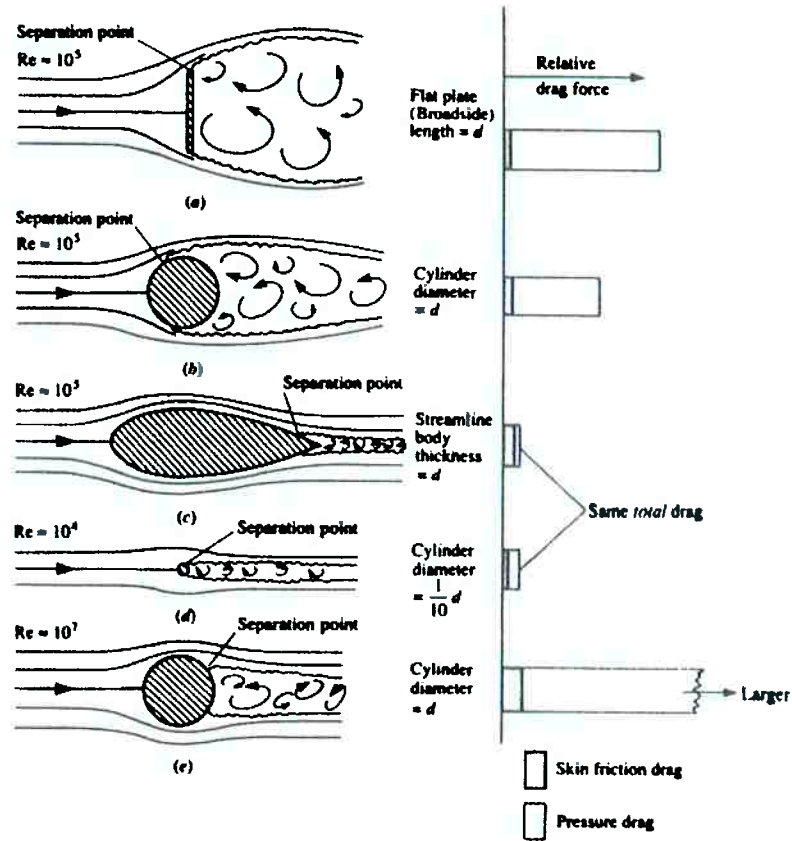


Figura 2-2 – Componentes da Força de Arrasto em Diferentes Perfis (ANDERSON, 2001).

A força de arrasto,  $D$ , exercida em um corpo pelo escoamento é dada por:

$$D = C_D \cdot A \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2} \quad (2.9)$$

sendo:  $C_D$  = coeficiente de arrasto;

$A$  = área característica;

$\rho$  = densidade do fluido;

$V$  = velocidade do escoamento antes de passar pelo corpo.

O coeficiente de arrasto,  $C_D$ , é comumente obtido experimentalmente e geralmente considera ambas as parcelas de pressão e atrito. Como as duas parcelas do arrasto dependem da característica do escoamento, o valor de  $C_D$  geralmente é dado como função do número de Reynolds. Em casos específicos podem-se levantar separadamente os valores de  $C_D$  correspondentes a cada uma das parcelas de arrasto. A Figura 2-3 nos mostra alguns valores de  $C_D$  levantados para algumas geometrias

em determinados valores do número de Reynolds. A Figura 2-4 mostra a variação de  $C_D$  com o número de Reynolds para um cilindro.

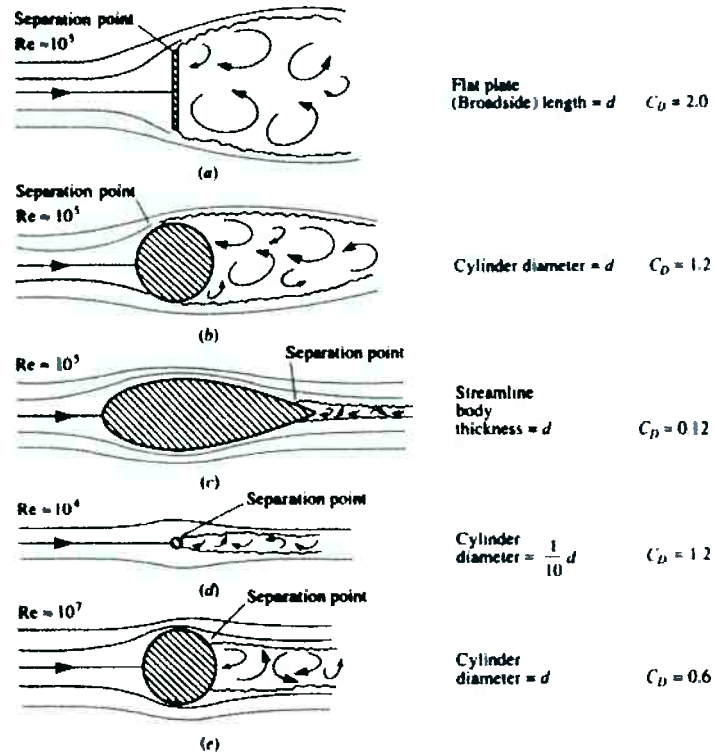


Figura 2-3 – Coeficiente de Arrasto Para Algumas Geometrias (ANDERSON, 2001).

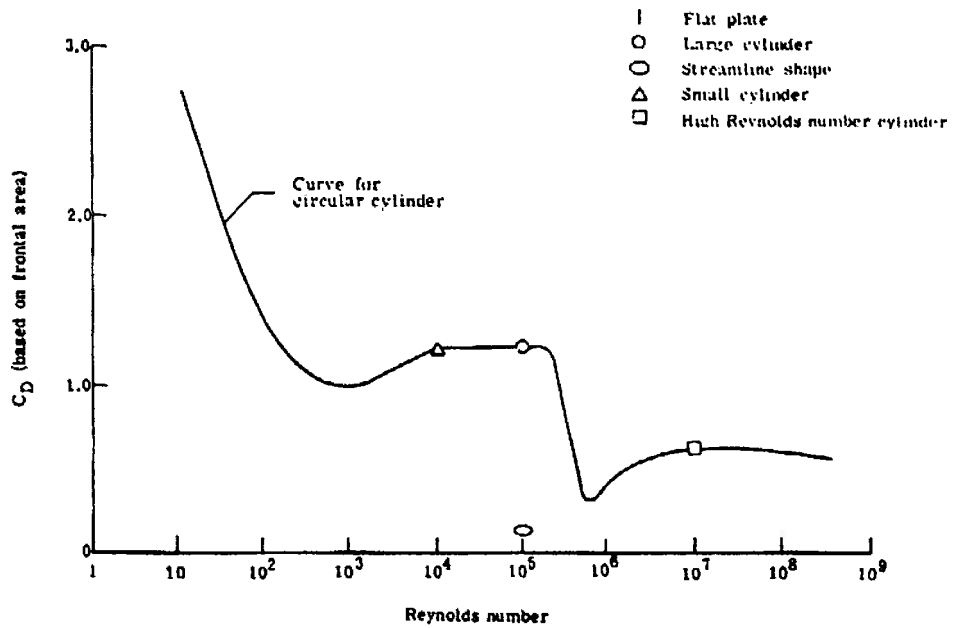


Figura 2-4 – Valor de  $C_D$  para Cilindros Circulares em Função do Número de Reynolds (NASA, 2005).



A área característica,  $A$ , não tem uma definição única. Ela pode ser paralela (caso típico de um perfil de asa) ou perpendicular (caso de um cilindro) à direção do escoamento. A definição utilizada quando do levantamento experimental de  $C_D$  deve ser a mesma utilizada para o cálculo do arrasto.

## 2.2 Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD)

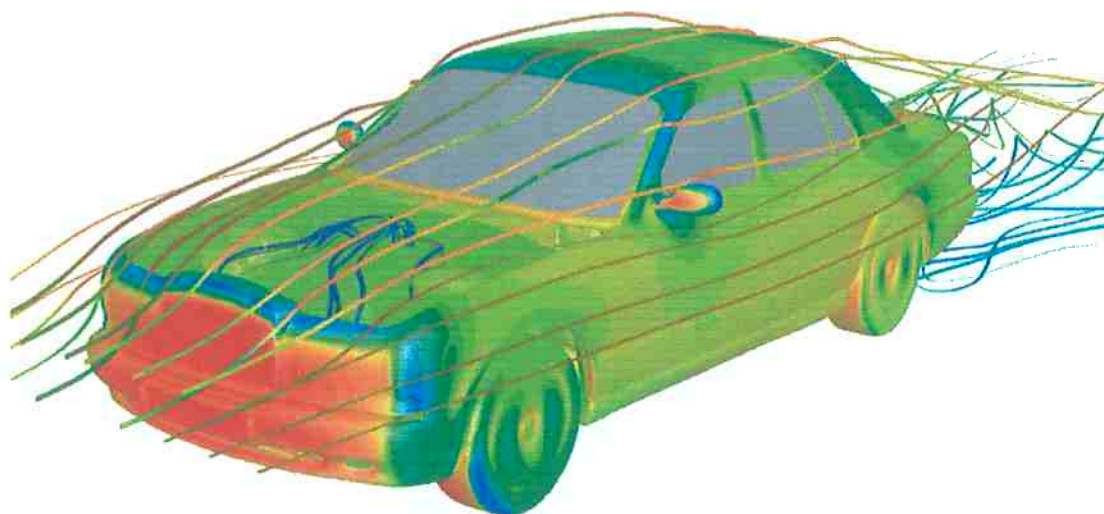
Já faz um bom tempo que várias áreas da engenharia, como automobilística, aeronáutica, bioengenharia, petróleo e outras, revelam uma grande e crescente importância no desenvolvimento da área de mecânica dos fluidos e da interação fluido-estrutura. Antigamente as ferramentas disponíveis eram os métodos analíticos, com muitas simplificações, e os ensaios experimentais. Estes últimos apresentam a vantagem de representar o problema físico real, porém são muitas vezes demorados e de alto custo.

O desenvolvimento dos computadores de alta velocidade e grande capacidade de armazenamento possibilitou o uso de técnicas numéricas para a solução de complexos problemas da engenharia e da física. Ao contrário dos métodos analíticos, os métodos numéricos não necessitam de simplificações que muitas vezes desviam o problema do fenômeno físico real. Este método é, na maioria dos casos, muito menos dispendioso que os ensaios de modelos em laboratório. A aceitação dos métodos numéricos explica-se pela grande versatilidade, relativa simplicidade de aplicação destas técnicas e um crescente grau de confiabilidade nos resultados.

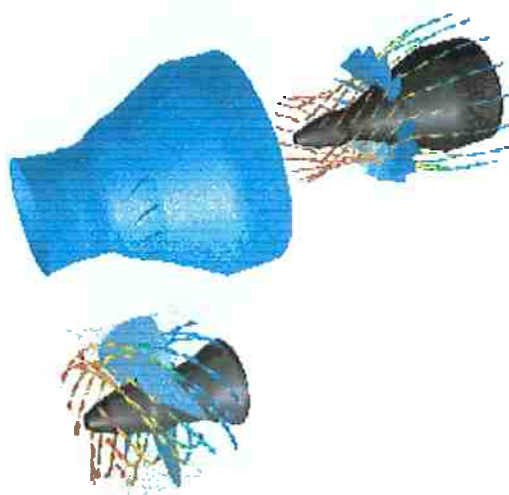
Os métodos numéricos e analíticos objetivam a resolução de equações diferenciais, a diferença está apenas na complexidade do problema que cada método pode resolver. Os métodos analíticos são resolvidos mais rapidamente, porém têm a desvantagem de, na maioria das vezes, ter que resolver problemas com muitas hipóteses simplificadoras que desviam demasiadamente do fenômeno físico real. Por isso, normalmente, esses métodos são aplicados com condições de contorno e geometrias simples.

A análise numérica praticamente não apresenta restrições, podendo resolver problemas com complexas condições de contorno e geometrias em um tempo relativamente curto. As Figura 2-5 e Figura 2-6 mostram exemplos de cálculos feitos em CFD com o software *Fluent*<sup>®</sup>.





**Figura 2-5 – Distribuição de Pressão e Linhas de Corrente em Um Veículo (FLUENT INC, 2003).**



**Figura 2-6 – Linhas de Corrente em Uma Turbina Hidráulica (FLUENT INC, 2003).**

O grande desafio deste tipo de cálculo é a confiabilidade dos resultados, que deve ser garantida através da validação dos mesmos. Existem dois tipos de validação: a numérica e a física. A validação numérica é feita através de testes de verificação da precisão da solução, da convergência do algoritmo e comparação dos resultados com outras soluções, numéricas ou analíticas para verificar se a equação diferencial foi corretamente resolvida. A validação física pode ser feita de diversas maneiras, dependendo do caso estudado: ensaios em campo, modelo reduzido, utilização em casos conhecidos, entre outros.

### 2.2.1 Escolha do Equacionamento

Para a utilização de métodos numéricos, é muito importante que se escolha o equacionamento adequado para cada situação que se deseja estudar. As equações de Euler são muito utilizadas para estudos em máquinas hidráulicas, não significando que este seja um bom equacionamento para qualquer tipo de problema. No caso onde se deseja estudar a perda de carga é necessário considerar a viscosidade do fluido. A solução numérica requer o manuseio das equações de Navier-Stokes acopladas às equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia. Para isto temos disponíveis três métodos principais que serão discutidos posteriormente: diferenças finitas, volumes finitos e elementos finitos. O método dos volumes finitos terá maior enfoque neste trabalho porque é o método utilizado nas simulações realizadas.

É importante lembrar que existe uma interação interdisciplinar no projeto de equipamentos sujeitos à ação do escoamento de um fluido. Um exemplo simples é ocorre na asa de um avião: a asa vibra devido ao escoamento e a vibração gerada modifica o escoamento, gerando uma situação física que requer a solução acoplada.

### 2.2.2 CFD e Métodos Numéricos

Métodos numéricos podem ser utilizados em inúmeros campos da física e da engenharia. Como exemplos podemos citar problemas de transferência de calor, escoamentos e estruturais, além da interface entre eles tais como vibrações induzidas em corpos devido a escoamentos externos – vibração em asa de aviões ou “risers” de plataformas oceânicas.

A escolha do método é também um fator muito importante para a correta solução de problemas. Os métodos mais utilizados são: Método das Diferenças Finitas (MDF); Método dos Elementos Finitos (MEF) e Método dos Volumes Finitos (MVF). O MDF era geralmente utilizado para a análise na área de escoamento e troca de calor, enquanto o MEF se focava mais na área estrutural. Devido a restrições no MDF, os pesquisadores começaram a utilizar o MVF para solução de escoamentos. O objetivo de um método numérico é resolver equações diferenciais,

substituindo as derivadas existentes na equação por expressões algébricas que envolvem a função incógnita.

Outros métodos que vêm ganhando espaço são: “*Control Volume Finite Element Method*” (CVFEM), uma evolução do MEF para a área de escoamento de fluidos, e o método dos elementos de contorno (“*Boundary Element Method*” – BEM). Nesse estudo, contudo, não será dada ênfase nesses dois métodos.

### 2.2.3 Modelo Matemático

A criação do modelo matemático correto requer muita habilidade e experiência. O modelo deve representar corretamente a realidade sem, no entanto, ter um tempo computacional proibitivo para o tipo de análise. A exata representação da realidade faria com que tivéssemos que trabalhar em nível molecular e com intervalos de tempo infinitamente pequenos, o que é impraticável. Uma comparação pode ser vista na Tabela 2-1:

Tabela 2-1 – Níveis de Formulação dos Modelos (MALISKA, 2004).

| Nível em que os balanços de conservação são efetuados        | Informações Necessárias   | Tipo de equação resultante                 |
|--|---|--|
| Conservação para cada molécula $V \ll L_m^3$                 | Massa molecular, leis de troca de QM, campos de forças: elétricos, magnéticos, etc.                         | Equação para cada molécula                 |
| Balanços onde:<br>$t_m \ll t \ll t_t$<br>$L_m \ll L \ll L_t$ | Propriedades refletindo o comportamento molecular<br>$\rho, \mu, \kappa, \text{ etc.}$                      | Conjunto de equações diferenciais parciais |
| Balanços onde:<br>$t \gg t_t$                                | Fornecer $\rho, \mu, \kappa, \text{ etc.}$ , e as tensões de Reynolds, relações de transferência de calor e | Conjunto de equações diferenciais parciais |

|  |  |   |
|--|--|---|
| $L \gg L_t$  | massa turbulenta   |   |
| Balanços onde o volume de controle coincide com o domínio de solução em alguma(s) direção(ões) | Fornecer as condições de contorno nas direções onde o volume de controle coincide com o domínio de solução | Equações diferenciais, parciais, ordinárias ou algébricas |

**2.2.4 Tipos de Equações**

As equações podem ser classificadas em três classes: elípticas, parabólicas e hiperbólicas. Os problemas parabólicos e hiperbólicos são considerados de marcha, significando que só dependem de informações a montante. O problema elíptico não é considerado de marcha, pois as informações físicas se transmitem para todas as direções coordenadas. A diferença entre a marcha parabólica e a hiperbólica é que a primeira se dá ao longo de uma coordenada e a segunda ao longo das características do problema.

**2.2.5 Utilização do Método**

Como já foi citado, o intuito do método numérico é resolver equações diferenciais através da substituição dos termos destas por equações algébricas. Estas substituições caracterizam a discretização da equação e possibilitam o cálculo computacional. A quantidade de equações se dará através de um compromisso entre a precisão desejada e o tempo computacional gasto. Dependendo do número de divisões do domínio estudado, teremos um número igual de equações e incógnitas. Se desejarmos calcular 10 valores em um dado volume de controle, já teremos um número de dez equações a dez incógnitas para calcular.

**2.2.6 Malhas**

Para que todo este cálculo possa ocorrer, a região a ser estudada deve estar subdividida em subdomínios onde realmente será efetivado o cálculo. A malha é constituída de nós e elementos e neles as características serão fixadas. Os nós ou elementos anteriores da malha servirão de base para o cálculo das características dos

próximos. Uma correta distribuição dos elementos da malha, bem como uma correta caracterização das condições de contorno da malha serão vitais para a obtenção de um resultado confiável na solução do equacionamento. A Figura 2-7 mostra um conjunto de malhas computacionais tridimensionais para cálculo do escoamento em uma turbina hidráulica, desde a entrada da caixa espiral até a saída do tubo de sucção, passando pelo pré-distribuidor, distribuidor e rotor.

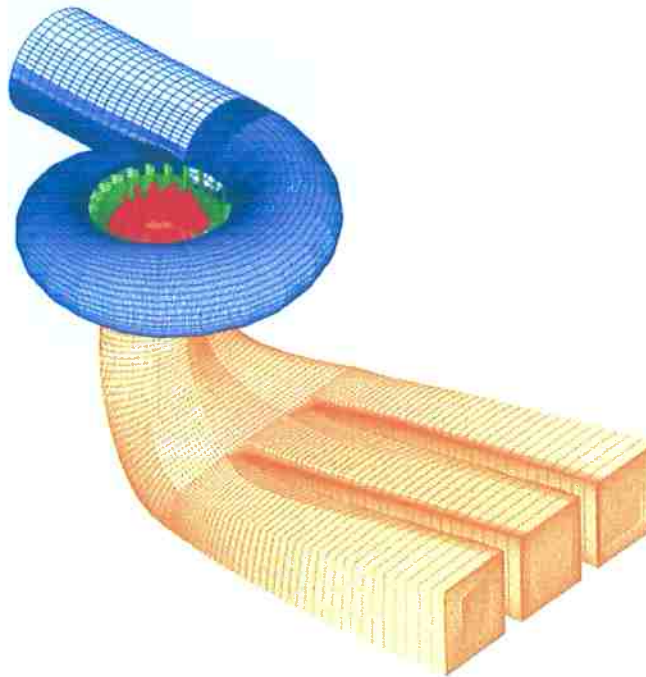


Figura 2-7 – Exemplo de Malha Tridimensional (LEOTTA, 2003).

### 2.2.7 Variações das Malhas

Existe uma infinidade de malhas que podem ser geradas em uma mesma geometria, seja pelo número de nós e elementos que podem ser gerados, como pela sua distribuição e forma dos elementos. As malhas podem ser classificadas como estruturadas ou não-estruturadas.

As malhas estruturadas se caracterizam por serem compostas de quadriláteros (bidimensional) ou hexaedros (tridimensional). O cálculo neste tipo de malha é mais simples, porém esta malha não se adapta facilmente a qualquer tipo de geometria. Geometrias mais complexas, com vários elementos ou variações bruscas nos contornos, dificulta, se não impossibilita, a geração deste tipo de malha.

As malhas não-estruturadas exigem maior tempo computacional para serem geradas, uma vez que os elementos da malha, geralmente triângulos (bidimensional) ou tetraedros (tridimensional), exigem cálculos mais complexos. Apesar deste inconveniente, este tipo de malha se adapta facilmente a qualquer geometria, por mais complexa que ela seja.

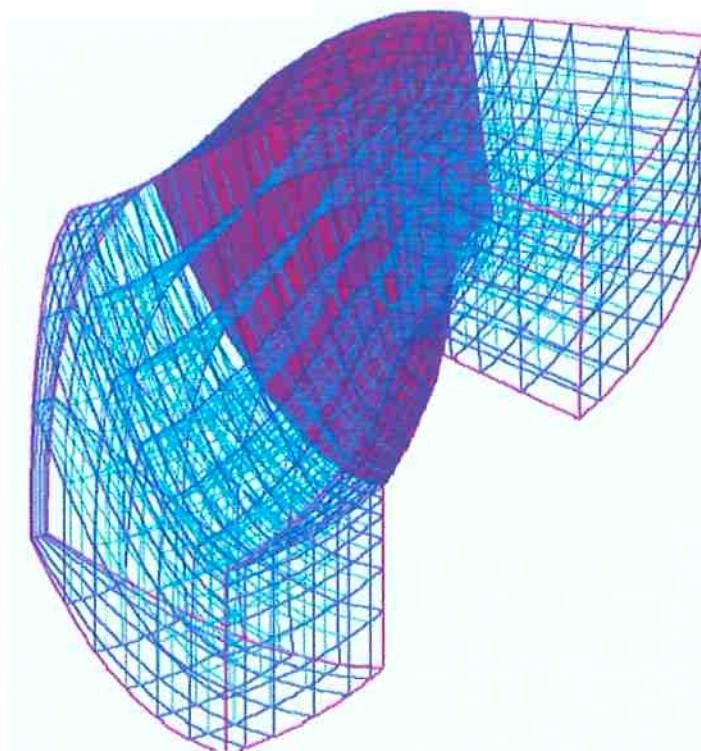
Alguns métodos podem ser utilizados para adequar melhor a malha gerada à condição a ser simulada. Métodos de relaxação podem ser utilizados para melhorar a “aparência” da malha, tornando-a mais homogênea. Outro recurso que pode ser utilizado para a melhoria da malha é obter um maior agrupamento de nós na região de maior interesse de estudo, isto pode ser feito através da criação de múltiplos subdomínios ou através da utilização de fatores de agrupamento diferenciados durante a sua geração.

### **2.2.8 Geração de Malhas**

A geração de malhas estruturadas é feita através da transformação de coordenadas do espaço físico  $(x,y, z)$  a ser estudado para um espaço transformado  $(\xi,\eta,\zeta)$ . Esta transformação é realizada para que o problema seja resolvido em um plano matemático que se molde à solução numérica. Uma vez resolvido o problema no espaço transformado, retorna-se ao espaço físico para visualização dos resultados.

Além do refinamento global de uma malha para melhorar a precisão do cálculo, a própria transformação de coordenadas pode criar agrupamentos diferentes nas regiões, dependendo da importância da região no cálculo, através da inclusão ou não de fatores que deixem uma região com maior ou menor densidade de nós e elementos. A transformação se torna mais complexa em espaços multiplamente conexos, caracterizados por “buracos” na malha. Nestes casos uma solução pode ser a utilização de malhas não-estruturadas. A Figura 2-8 apresenta parte de uma malha estruturada tridimensional em uma turbina Francis.





**Figura 2-8 – Malha Tridimensional Estruturada em Uma Turbina Francis.**

Segundo Maliska (2004), as malhas não-estruturadas permitem melhores adaptações e refinamentos em regiões específicas do domínio, tendo como penalidade o aumento da complexidade dos algoritmos e do tempo de processamento para a geração da malha. O ordenamento e a numeração dos elementos em malhas deste tipo não é trivial como o realizado em malhas estruturadas.

Uma maneira de criar volumes de controle para geometrias bidimensionais é utilizar a chamada triangulação de Delaunay para gerar os diagramas de Voronoi. A Figura 2-9 mostra uma triangulação de Delaunay, que geralmente é utilizada para o método de volumes finitos. Para construir os volumes finitos e possibilitar a utilização dos princípios de conservação, um método consiste em criar volumes que cobrem todo o domínio e contêm os vértices dos triângulos, conforme apresentado na Figura 2-10, os diagramas de Voronoi. Estes diagramas apresentam propriedades muito interessantes, detalhadas por Maliska (2004), e facilitam a realização dos balanços de conservação característicos do MVF.

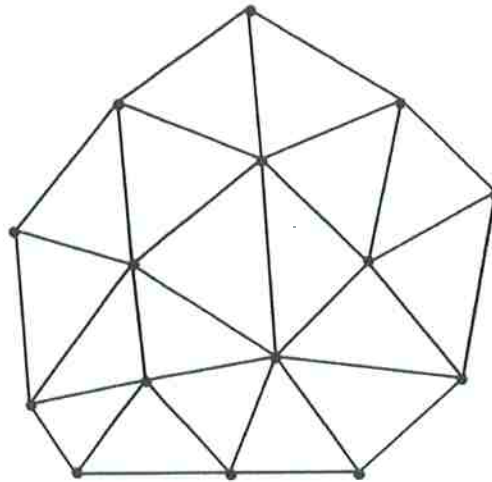


Figura 2-9 – Triangulação de Delaunay para Malhas Bidimensionais (MALISKA, 2004).

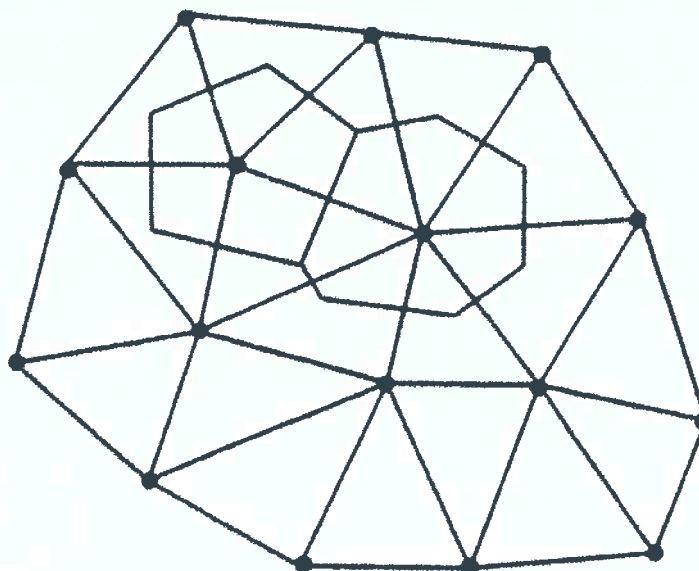


Figura 2-10 – Diagramas de Voronoi (MALISKA, 2004).

A Figura 2-11 apresenta um exemplo bidimensional de malha computacional não-estruturada com refinamento maior nas regiões próximas ao obturador de uma válvula borboleta, comprovando a flexibilidade deste tipo de malha. A Figura 2-12 mostra uma malha tridimensional não-estruturada em uma pá de rotor Francis.

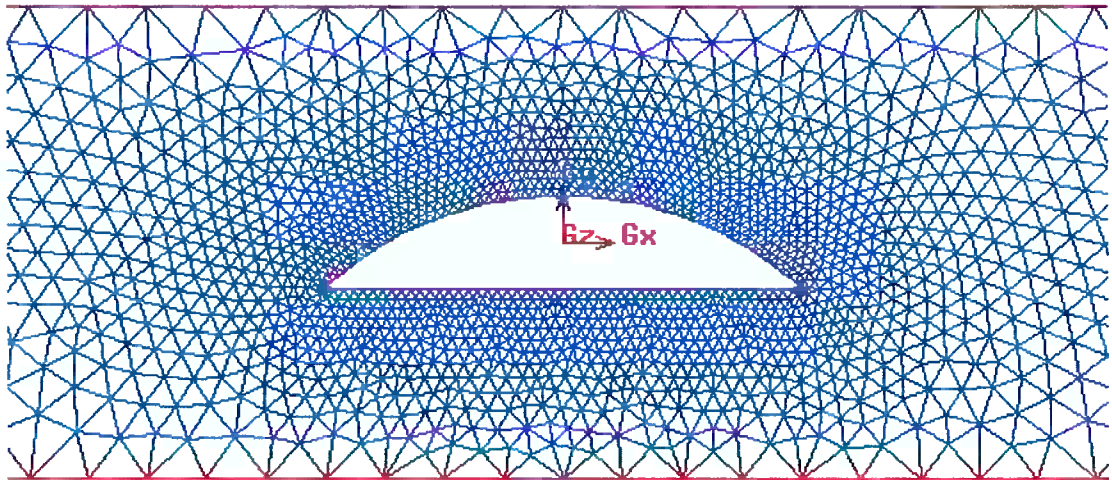


Figura 2-11 – Malha Não-Estruturada Bidimensional de Uma Válvula com Obturador Lentilha.

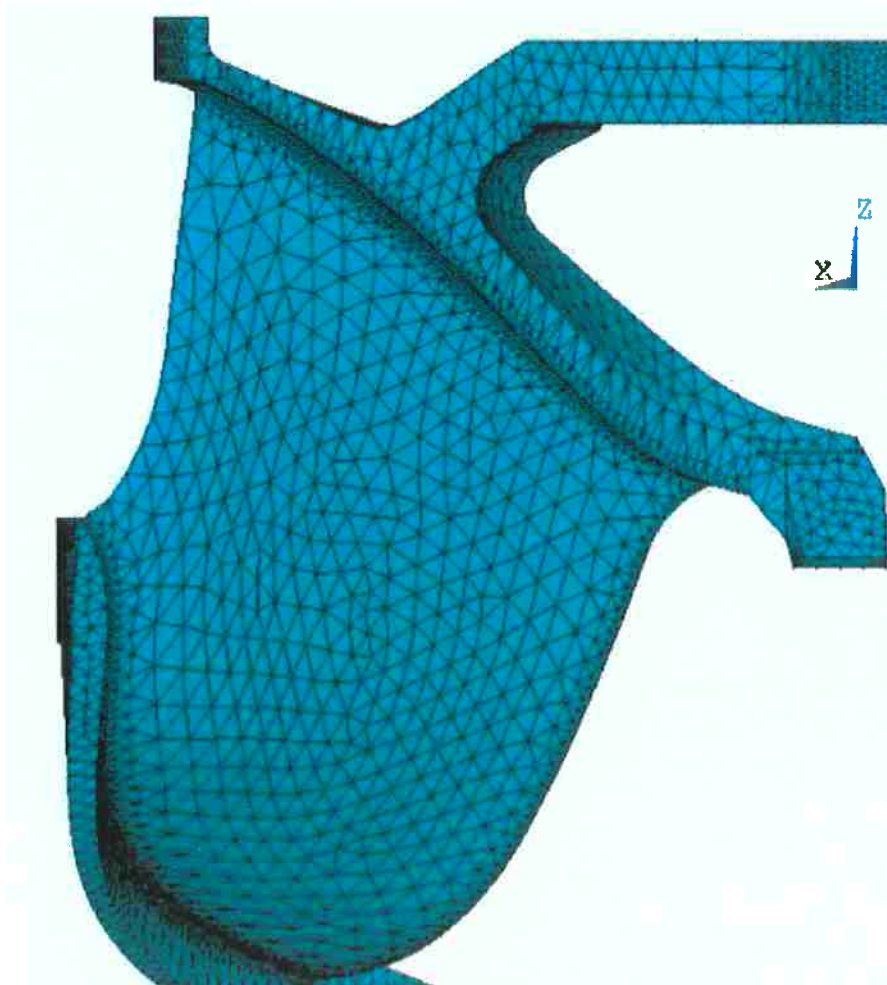


Figura 2-12 – Malha Não-Estruturada Tridimensional de Uma Pá de Rotor Francis.

### 2.2.9 Tipos de Formulações

As formulações podem ser divididas em explícita, totalmente implícita, e implícita. Na formulação explícita todos os fatores são avaliados no instante de tempo anterior, portanto já conhecidos, e as equações são desacopladas entre si. A formulação totalmente implícita tem um conjunto de equações acopladas entre si e são calculadas no mesmo nível temporal. Na formulação implícita, os valores do fator em estudo são tomados através de uma média ponderada destes valores no começo e no fim do intervalo de tempo considerado.

### 2.2.10 Consistência, Estabilidade e Convergência

Segundo Maliska (2004), os problemas práticos de engenharia geralmente geram sistemas de equações complexos que exibem comportamentos matemáticos pouco conhecidos. Quando trabalhamos com sistemas de equações não-lineares, resolvidas em geral de forma seqüencial, é muito difícil provar matematicamente que uma aproximação numérica é estável e convergente.

Uma aproximação numérica é dita consistente quando os erros de truncamento tendem a zero quando a malha tende a um número infinito de pontos. Em outras palavras as equações discretizadas devem tender às equações diferenciais quando a malha tender a zero. Todo modelo numérico desenvolvido a partir das equações na forma conservativa usando volumes finitos é consistente.

A solução também deve ser estável, isto é, a solução numérica obtida deve ser a solução exata das equações discretizadas. Existe a interferência de vários fatores, como erros de arredondamentos da máquina ou dificuldades de tratamentos de acoplamentos entre as variáveis.

Consistência e estabilidade são condições necessárias e suficientes para que haja convergência. A solução é dita convergente quando é estável e tende para a solução das equações diferenciais quanto maior for o refinamento da malha.

### 2.2.11 Método das Diferenças Finitas – MDF

Segundo Ferziger; Peric (2002), esse é o método mais antigo para solução numérica de equações diferenciais parciais. O ponto de partida é a equação da

conservação na forma diferencial. O domínio de solução é discretizado por uma malha. Em cada nó da malha, a equação diferencial é aproximada pela substituição das derivadas parciais por aproximações em termos dos valores nodais das funções. O resultado é uma equação algébrica por nó da malha, na qual o valor da variável nesse e em um certo número de nós vizinhos aparecem como incógnitas.

Para simplificar a descrição do método, considere uma equação genérica de transporte para regime permanente, sendo  $\phi$  a variável transportada:

$$\frac{\partial(\rho u_j \phi)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + q_\phi \quad (2.10)$$

O número total de incógnitas e equações deve obviamente ser igual. Em nós da fronteira onde os valores da variável são conhecidos, conhecido como condição de Dirichlet, nenhuma equação é requerida. Quando as condições de contorno envolvem derivadas, como em condições de Neumann, a condição de contorno deve ser discretizada de forma a prover a equação requerida.

Em princípio, o MDF pode ser aplicado a qualquer tipo de malha. Contudo, em praticamente todas as aplicações desse método, a sua aplicação tem sido utilizada com malhas estruturadas. As linhas da malha servem como linhas de coordenadas locais, como indicado na Figura 2-13.

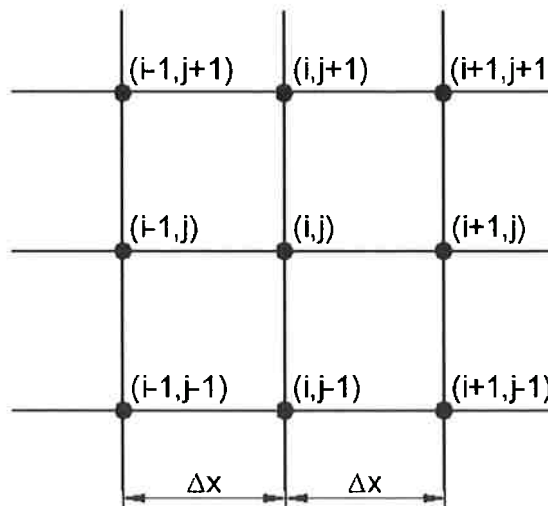


Figura 2-13 – Malha Retangular.

A discretização dos termos da equação de transporte de uma variável requer a aproximação das derivadas de primeira e segunda ordem. Será aqui descrito o



método baseado na expansão em séries de Taylor, sendo que outros métodos podem ser empregados.

Qualquer função contínua e diferenciável  $\phi(x)$  pode, nas proximidades de  $x_i$ , ser expressa por:

$$\begin{aligned} \phi(x) = & \phi(x_i) + (x - x_i) \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i + \frac{(x - x_i)^2}{2!} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_i + \dots \\ & + \frac{(x - x_i)^n}{n!} \left( \frac{\partial^n \phi}{\partial x^n} \right)_i + H \end{aligned} \quad (2.11)$$

Onde  $H$  expressa termos de ordem superior. Substituindo  $x$  por  $x_{i+1}$  ou  $x_{i-1}$  nesta equação se pode obter expressões para os valores da variável nesses pontos em termos da variável e de suas derivadas em  $x_i$ . Isso pode ser estendido para qualquer outro ponto perto de  $x_i$ , como  $x_{i+2}$  ou  $x_{i-2}$ .

Essa expansão é exata se todos os termos do lado direito são utilizados. Contudo, se a distância entre os pontos da malha é pequena, os termos de ordem maior serão pequenos, a não ser em casos extremos. Ignorando essa possibilidade, podemos definir três tipos de esquemas para aproximar a derivada de primeira ordem.

Se tomarmos a expansão em  $x_{i+1}$  teremos a diferença progressiva, ou forward:

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i \approx \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (2.12)$$

Do mesmo modo, para  $x_{i-1}$ , obteremos a diferença regressiva, ou backward:

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i \approx \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \quad (2.13)$$

Utilizando  $x_{i+1}$  e  $x_{i-1}$ , obteremos a diferença central:

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i \approx \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad (2.14)$$

Os termos do lado direito da equação que foram desprezados são chamados de erros de truncamento. Eles medem a precisão da aproximação e determinam a taxa na qual o erro diminui quando o espaçamento entre os pontos é reduzido. Geralmente o primeiro termo truncado é a maior fonte de erro.

O erro de truncamento é a soma dos produtos de uma potência do espaçamento entre os nós e uma derivada de ordem superior no ponto  $x_i$ :



$$\epsilon_i = (\Delta x)^m \alpha_{m+1} + (\Delta x)^{m+1} \alpha_{m+2} + \dots + (\Delta x)^n \alpha_{n+1} \quad (2.15)$$

sendo:  $\Delta x$  = espaçamento entre os nós;

$\alpha_i$  = derivadas de ordem superior multiplicadas por fatores constantes.

Se o espaçamento entre os nós é reduzido, as aproximações acima convergem para os valores exatos das derivadas com um erro proporcional a  $(\Delta x)^m$ , onde  $m$  é o expoente do termo inicial do erro de truncamento.

Aproximações de ordem superior para a primeira derivada podem ser obtidas se forem utilizados mais pontos para se eliminar mais termos do erro de truncamento. Por exemplo, utilizando  $\phi_{i-1}$  para obter uma expressão para a segunda derivada em  $x_i$  e substituindo essa expressão na aproximação por diferença central, obtém-se a seguinte aproximação de segunda ordem:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_i &= \frac{\phi_{i+1}(\Delta x_i)^2 - \phi_{i-1}(\Delta x_{i+1})^2 + \phi_i[(\Delta x_{i+1})^2 - (\Delta x_i)^2]}{\Delta x_{i+1}\Delta x_i(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} \\ &- \frac{\Delta x_{i+1}\Delta x_i}{6} \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3}\right)_i + H \end{aligned} \quad (2.16)$$

A aproximação das derivadas temporais é feita da mesma maneira como descrito acima.

Derivadas de segunda ordem aparecem nos termos difusivos da equação de transporte. Para estimar a derivada de segunda ordem em um ponto pode-se utilizar a aproximação para derivada de primeira ordem duas vezes.

Na equação abaixo a derivada “externa” foi estimada por diferença progressiva e as derivadas interiores por diferença regressiva:

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_i = \frac{\phi_{i+1}(x_i - x_{i-1}) + \phi_{i-1}(x_{i+1} - x_i) - \phi_i(x_{i+1} - x_{i-1})}{(x_{i+1} - x_i)^2(x_i - x_{i-1})} \quad (2.17)$$

Poderiam-se também utilizar diferenças centradas, com a aproximação das derivadas internas na metade do caminho entre  $x_i$  e  $x_{i+1}$  e  $x_i$  e  $x_{i-1}$ . Outras aproximações podem ser facilmente obtidas utilizando-se diferentes aproximações para as derivadas internas e externas.

A expansão em séries de Taylor também é outro método que pode ser utilizado para aproximação das derivadas de segunda ordem.

O MDF nos leva a um sistema de equações lineares algébricas que deve ser resolvido numericamente. Esse sistema é esparso, ou seja, cada equação contém apenas algumas poucas incógnitas.

O MDF com malhas estruturadas é um método simples e efetivo, sendo muito fácil a obtenção de esquemas de maior ordem em malhas regulares. A desvantagem desse método é o fato de que a conservação não é focada e não se deve tomar cuidados especiais. Também se mostra uma desvantagem o fato de que sua utilização se restringe a geometrias de baixa complexidade, devido ao uso de malhas estruturadas.

### 2.2.12 Método dos Elementos Finitos – MEF

Strang; Fix (1973) apresentam este método, que ao contrário do Método das Diferenças Finitas, não considera os nós como região para os cálculos, estes são realizados nos elementos que são formados pela delimitação dos vértices da malha (áreas para malhas bidimensionais e volumes para tridimensionais). Uma vantagem deste método sobre o das diferenças finitas é ele poder ser utilizado em geometrias complexas com malhas não estruturadas.

No método das diferenças finitas busca-se obter a solução exata para as variáveis de interesse. Já o método dos elementos finitos tenta obter uma solução aproximada que reduza a um mínimo o erro na aproximação da equação. Existem vários métodos para se definir a forma como o erro será minimizado, um deles, bastante usado, é o chamado método de resíduos ponderados.

Nesse caso, sendo  $R$  o resíduo da solução aproximada, deve-se encontrar uma solução aproximada que minimize o resíduo de acordo com a fórmula:

$$\int RW_i dD = 0, \text{ para } i = 1, 2, \dots, m \quad (2.18)$$

Onde  $D$  é o domínio da solução e  $W_i$  são as funções de peso linearmente independentes.

Agora o problema consiste em se encontrar uma solução aproximada que minimize o erro acima, definido como a integral do resíduo multiplicado por uma função peso. Nessa abordagem diz-se que o problema da solução da equação foi "relaxado", no sentido de que não se requer mais uma solução exata, mas apenas uma

solução que minimize o erro definido acima. Existem várias possibilidades na escolha da função peso.

Para se resolver a equação de minimização do erro acima, a grandeza em questão é aproximada por uma função, por exemplo, um polinômio (poderia ser uma combinação linear de senos e cossenos, por exemplo) onde os coeficientes devem ser determinados de forma a minimizar o erro definido acima.

O domínio é dividido em subdomínios, e em cada subdomínio se usa um polinômio diferente que garanta uma melhor aproximação da solução verdadeira.

Estes subdomínios são os chamados elementos, que são conectados entre si através dos nós. Cada elemento é definido pelo seu número e pelos números dos nós de seu contorno.

O desenvolvimento da “matriz elemento” é feito relacionando-se cada um dos elementos com os seus nós de contorno. Seguindo a numeração dos elementos determinada através de um algoritmo qualquer. Os elementos da matriz são combinados de forma a gerar um conjunto de equações algébricas que definem o sistema global. A matriz de coeficientes deste novo rearranjo é chamada de “matriz global”. Então se descrevem as condições de contorno para serem incorporadas dentro das equações da matriz global.

Através de vários algoritmos (eliminação de Gauss, decomposição de Choleski, etc.), que não serão apresentados neste texto, podemos resolver o sistema de equações gerado.

## Capítulo 3

# MÉTODO NUMÉRICO UTILIZADO

Segundo Anderson (1995), as equações da continuidade, do momento e da energia governam a dinâmica dos fluidos, e elas são baseadas em três fundamentos físicos: conservação de massa; segunda lei de Newton ( $F=ma$ ); e conservação de energia. Neste estudo, que trata de um escoamento viscoso, as equações que regem o fenômeno são as equações gerais de transporte de Navier-Stokes (conservação de massa e quantidade de movimento). A seguir, estas equações são apresentadas na sua forma conservativa.

Equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (3.1)$$

sendo:  $\rho$  = densidade;

$t$  = tempo;

$V$  = vetor velocidade.

Equações do momento:

$$\text{Componente } x: \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u V) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \quad (3.2)$$

$$\text{Componente } y: \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v V) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y \quad (3.3)$$

$$\text{Componente } z: \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w V) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \quad (3.4)$$

sendo:  $u$  = velocidade na direção  $x$ ;

$v$  = velocidade na direção  $y$ ;

$w$  = velocidade na direção  $w$ ;

$V$  = vetor velocidade;

$p$  = pressão;

$f$  = vetor forças de campo;

$\tau$  = tensor tensão.

### 3.1 Solução em CFD

Utilizou-se o simulador computacional *Fluent*<sup>®</sup> em conjunto com o gerador de malhas *Gambit*<sup>®</sup>. Este simulador resolve as equações de conservação de massa e momento através do Método dos Volumes Finitos. Esta técnica consiste em: divisão do domínio em volumes de controle discretos (malha computacional); integração das equações em cada volume de controle para criação de equações algébricas para as variáveis dependentes discretas como velocidade e pressão; linearização das equações discretizadas e solução do sistema linear de equações.

As equações são resolvidas seqüencialmente (segregadas) e várias iterações são realizadas até que exista a convergência para o resultado final. As propriedades do fluido são atualizadas a cada iteração, então são resolvidas as equações de momento e continuidade e a condição de convergência é checada para determinar se uma nova iteração é necessária.

Para a realização dos cálculos é necessário que seja feita a linearização das equações e seja criado um sistema de equações em variáveis dependentes para cada volume da malha computacional. Esta linearização é feita implicitamente para a solução segregada. Isto significa que uma variável desconhecida em um volume é computada usando uma relação que inclui variáveis conhecidas e desconhecidas dos volumes vizinhos. Portanto as variáveis desconhecidas aparecerão em mais de uma equação e devem ser resolvidas simultaneamente para se encontrar os valores não conhecidos.

### 3.2 Método dos Volumes Finitos - MVF

Esta técnica de discretização se baseia em converter as equações no volume de controle em equações algébricas que podem ser resolvidas numericamente. A discretização é feita considerando a equação de conservação de estado. Neste método as equações aproximadas são obtidas através de balanços de conservação no volume elementar. Os princípios de conservação são satisfeitos em nível discreto, em cada um dos volumes de controle. Dessa forma, não existe a possibilidade da existência de fontes/sumidouros de quantidades, como massa, quantidade de movimento e energia, no interior do domínio de cálculo.

As equações aproximadas no Método dos Volumes Finitos, segundo Maliska (2004), podem ser obtidas de duas maneiras equivalentes. Pode se realizar os balanços da propriedade em questão nos volumes elementares, ou partir da equação diferencial na forma conservativa e integrá-la sobre o volume elementar no espaço e no tempo. O primeiro processo é ilustrado considerando o volume elementar bidimensional mostrado na Figura 3-1.

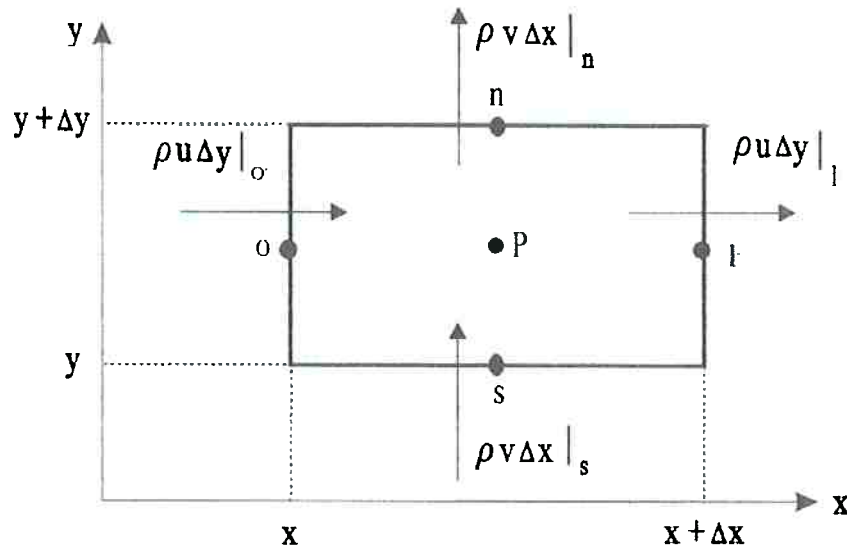


Figura 3-1 – Balanço de Massa no Volume Finito (MALISKA, 2004).

O balanço de massa no volume elementar da figura, para regime permanente, é dado por:

$$\rho \cdot u \cdot \Delta y|_l - \rho \cdot u \cdot \Delta y|_o + \rho \cdot v \cdot \Delta x|_n - \rho \cdot v \cdot \Delta x|_s = 0 \quad (3.5)$$



sendo:  $l, o, n$  e  $s$  = representação dos pontos cardeais (leste, oeste norte e sul);

$(\rho \cdot u)$  e  $(\rho \cdot v)$  = fluxos de massa por unidade de área (horizontal e vertical).

O segundo processo parte da equação de conservação de massa na sua forma diferencial conservativa, como segue:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \cdot v) = 0 \quad (3.6)$$

A aproximação numérica é feita através da integração da Equação (3.6) no volume elementar da Figura 3-1 e obtêm-se:

$$\int_0^l \int_0^n \left[ \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \cdot v) \right] dx dy = 0 \quad (3.7)$$

$$\int_0^n [\rho \cdot u|_l - \rho \cdot u|_o] dy + \int_0^l [\rho \cdot v|_n - \rho \cdot v|_s] dx = 0 \quad (3.8)$$

Considerando que, no meio da face do volume de controle, o fluxo de massa avaliado representa a média da variação na face, temos:

$$\rho \cdot u \cdot \Delta y|_l - \rho \cdot u \cdot \Delta y|_o + \rho \cdot v \cdot \Delta x|_n - \rho \cdot v \cdot \Delta x|_s = 0 \quad (3.9)$$

ou,

$$\dot{m}_l - \dot{m}_o + \dot{m}_n - \dot{m}_s = 0 \quad (3.10)$$

Esta equação é exatamente igual à Equação (3.5). Esta é a equação aproximada que vale para o ponto P. Se realizarmos a integração para todos os volumes elementares, teremos um sistema de equações algébricas. Geralmente se utiliza o procedimento de integração da equação derivada, pois os balanços nem sempre são fáceis de serem deduzidos.

Para mostrar a formulação do Método dos Volumes Finitos vamos considerar a equação geral do transporte, na sua forma conservativa:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \nabla \cdot (\rho \phi \vec{u}) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_\phi \quad (3.11)$$

sendo:  $\rho$  = densidade;

$\vec{u}$  = velocidade;

$\phi$  = propriedade transportada;

$\Gamma$  = coeficiente de difusividade.

Vale notar que a equação da continuidade e as equações do transporte, apresentadas no começo deste capítulo, têm a mesma forma que a equação geral do transporte.

No caso de regime permanente, o termo transiente é nulo a equação tem a forma:

$$\nabla \cdot (\rho \phi \vec{u}) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_{\phi} \quad (3.12)$$

Integrando esta equação no volume de controle:

$$\int_{V_c} \nabla \cdot (\rho \phi \vec{u}) dV = \int_{V_c} \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV + \int_{V_c} S_{\phi} dV \quad (3.13)$$

Utilizando o teorema do divergente chega-se a:

$$\oint (\rho \phi \vec{u}) \cdot d\vec{A} = \oint (\Gamma \nabla \phi) \cdot d\vec{A} + \int_{V_c} S_{\phi} dV \quad (3.14)$$

Em seguida aplica-se esta equação para cada volume de controle, ou célula, no domínio computacional. De forma numérica, obtém-se:

$$\sum_f^{N_{faces}} (\rho_f \vec{u}_f \phi_f) \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_f (\nabla \phi)_n \cdot \vec{A}_f + S_{\phi} V \quad (3.15)$$

sendo:  $N_{faces}$  = número de faces de cada célula;

$\phi_f$  = valor da propriedade  $\phi$  convectada através da face f;

$\rho_f \vec{u}_f \cdot \vec{A}_f$  = fluxo de massa através da face f;

$\vec{A}_f$  = área da face f;

$(\nabla \phi)_n$  = magnitude de  $\nabla \phi$  normal à face f;

$V$  = volume da célula.

Esta última equação é então aplicada na malha. Mas para realizar o cálculo é preciso interpolar os valores das propriedades nas faces de cada célula.

### 3.3 Função de Interpolação

Existem vários esquemas para realizar essa interpolação. O esquema de diferenças centrais é usado na interpolação da difusão de  $\phi$ , pois a difusão ocorre igualmente em todas as direções. Porém este esquema, quando utilizado na convecção, não leva em conta a direção do escoamento. Nessa deficiência, surgiu o esquema “*upwind*” de primeira ordem. Neste esquema, o valor de  $\phi_f$  é tomado na célula a montante, relativa à direção normal da velocidade do escoamento. A deficiência nesse caso ocorre quando a direção do escoamento não está alinhada as linhas da malha, segundo Versteeg & Malalasekera (1995).

Nesse ponto é necessário definir um adimensional que indica a relação entre a difusão e a convecção na face de cada célula. Este adimensional é o número de Reynolds da célula ou, no caso da equação da energia, o número de Peclet:

$$Pe = \frac{F}{D} \quad (3.16)$$

$$F = \rho u$$

$$D = \frac{\Gamma_\phi}{\delta x} \quad (3.17)$$

$$Pe = \frac{\rho u}{\Gamma_\phi / \delta x} \quad (3.18)$$

sendo:  $F$  = fluxo de massa convectivo;

$D$  = condutância difusiva.

No caso de uma difusão pura ( $Pe = 0$ ), o fluido está estagnado e as linhas de  $\phi$  constante serão círculos concêntricos no centro da célula, uma vez que o processo de difusão tende a espalhar  $\phi$  igualmente em todas as direções. A célula é influenciada pelas condições a montante e a jusante. Quando o número de Peclet aumenta, a forma circular do contorno muda para elíptica e alonga na direção do escoamento. As informações caminham mais na direção do escoamento. No caso da convecção pura ( $Pe \rightarrow \infty$ ) o contorno elíptico é completamente alongado na direção do escoamento. Todas as informações emanam da fonte a montante e são imediatamente transportadas para a célula à jusante. (VERSTEEG & MALALASEKERA, 1995).

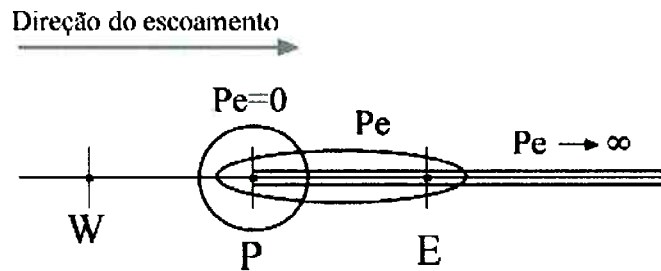


Figura 3-2 – Distribuição de  $\phi$  nas Proximidades de Uma Fonte Para Diferentes Números de Peclet. (VERSTEEG & MALALASEKERA, 1995).

O esquema de interpolação exponencial interpola o valor de  $\phi$  usando a solução exata unidimensional da equação de convecção-difusão:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \tag{3.19}$$

onde  $\Gamma$  e  $\rho u$  são constantes no intervalo  $\delta x$ . A equação acima pode ser integrada para se obter a seguinte solução de como  $\phi$  varia com  $x$ :

$$\frac{\phi(x) - \phi_0}{\phi_L - \phi_0} = \frac{\exp(Pe \frac{x}{L}) - 1}{\exp(Pe) - 1} \tag{3.20}$$

sendo:  $\phi_0: \phi |_{x=0}$

$\phi_L: \phi |_{x=L}$

A variação de  $\phi(x)$  é mostrada na figura abaixo para a faixa entre  $x = 0$  e  $x = L$  e para alguns valores do número de Peclet. Esta figura mostra que para valores altos de  $Pe$ , o valor de  $\phi$  em  $x = L/2$  é aproximadamente igual ao valor a jusante. Isto implica que quando o escoamento é dominado pela convecção, a interpolação pode ser realizada de forma que o valor da propriedade na face seja igual ao valor do nó à jusante ou “upwind”. Quando  $Pe = 0$ , podemos interpolar  $\phi$  usando uma média aritmética entre os valores em  $x = 0$  e  $x = L$ . Quando o número de Peclet for intermediário, deve se utilizar a expressão (3.20) (FLUENT 6.1 User’s Guide, 2003).

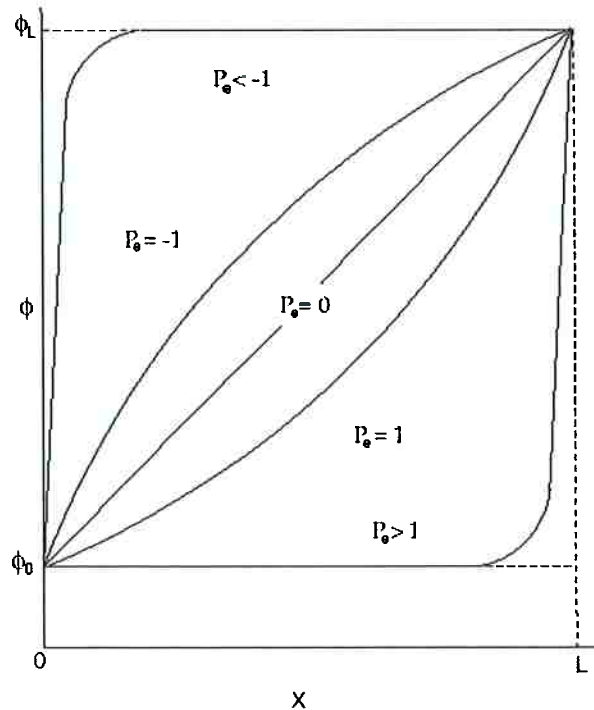


Figura 3-3 – Variação de  $\phi$  entre  $x = 0$  e  $x = L$  (FLUENT 6.1 User’s Guide, 2003).

Segundo Maliska (2004) a desvantagem do esquema exponencial é o esforço computacional requerido para avaliar as exponenciais, levando a tempos de computação muito longos. A função de interpolação depende da velocidade (Peclet) e torna-se necessário calcular as exponenciais em todas as interfaces dos volumes de controle. Devido a essa limitação foi criada uma variante do método, chamada “*Power-Law*”. Esse método apresenta simplificações nos cálculos dos exponenciais, criando expressões que procuram seguir a expressão exata, por faixa do número de Peclet, conforme descrito por Patankar (1980).

Outro esquema é o “*upwind*” de segunda ordem. Utiliza-se uma expansão em série de Taylor ao redor do centróide da célula, a fim de atingir uma precisão de segunda ordem nas faces da célula. Neste esquema o valor de  $\phi_f$  é calculado da seguinte forma:

$$\phi_f = \phi - \nabla\phi \cdot \Delta\vec{s} \tag{3.21}$$

sendo:  $\phi$  = valor na célula centrada a jusante;

$\nabla\phi$  = gradiente da célula centrada a jusante;

$\Delta\vec{s}$  = vetor deslocamento do centróide da célula a jusante para o centróide da face atual (Figura 3-4).

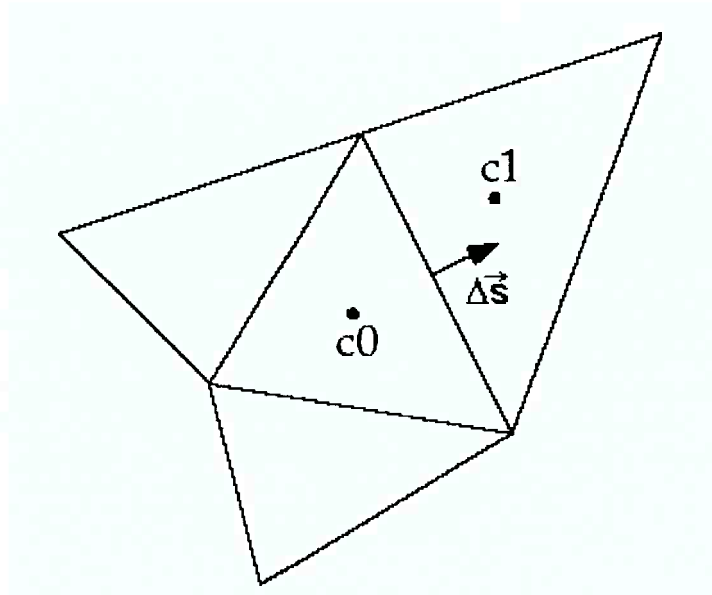


Figura 3-4 – Orientação do Vetor Deslocamento  $\Delta \vec{s}$  (FLUENT 6.1 User's Guide, 2003).

Esta formula necessita do valor do gradiente de  $\phi$  em cada célula. Este gradiente é calculado utilizando o teorema do divergente, que escrito na forma numérica, resulta em:

$$\nabla \phi = \frac{1}{V} \sum_f^{N_{faces}} \tilde{\phi}_f \vec{A} \quad (3.22)$$

Onde os valores de face,  $\tilde{\phi}_f$ , são computados pela média de  $\phi$  de duas células adjacentes a face. Finalmente o gradiente é limitado de modo que não produza máximos ou mínimos. (FLUENT 6.1 User's Guide, 2003).

Em casos onde o escoamento está alinhado com a malha a discretização “upwind” de primeira ordem provavelmente gerará resultados satisfatórios. Porém quando o escoamento não está alinhado com a malha, a discretização convectiva de primeira ordem aumenta o erro de discretização numérica (difusão numérica). Em malhas com elementos triangulares/tetraédricos, onde o escoamento nunca se encontra alinhado com a malha, geralmente se obtém resultados mais precisos utilizando-se discretização de segunda ordem. Também geralmente se obtém melhores resultados para malhas com elementos quadráticos/hexaédricos com a utilização de uma função de interpolação de segunda ordem. Resumindo, funções de interpolação de primeira ordem geralmente apresentam melhor desempenho em



convergência do que as de segunda ordem, com a desvantagem de levarem a resultados menos precisos, especialmente para malhas triangulares/tetraédricas (FLUENT 6.1 User's Guide, 2003).

### 3.4 Acoplamento Pressão-Velocidade

Devido à natureza do escoamento, o avanço da pressão não é uma tarefa fácil, pois em escoamentos incompressíveis a equação de estado, que relaciona a pressão com a densidade, não pode ser utilizada. Portanto, segundo Maliska (2004), a idéia é determinar um campo de pressões que, quando inserido nas equações do movimento, origine um campo de velocidades que satisfaça a equação da conservação de massa, pois o fato da densidade não variar com a pressão introduz um forte acoplamento pressão-velocidade.

O algoritmo SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*) foi desenvolvido por Patankar & Spalding apud Maliska (2004) para resolver este problema. Este método primeiramente estima os campos de pressão e velocidade, corrige as velocidades de modo a satisfazer a equação da conservação de massa, encontra uma pressão corrigida e em seguida avança as pressões que são utilizadas para reiniciar o processo até que a convergência seja atingida.

Um outro papel importante é o arranjo das variáveis na malha. As variáveis escalares são calculadas nos pontos nodais como visto até agora, mas as componentes da velocidade estarão em células com arranjo desencontrado com a face das células centrada no ponto nodal. Portanto, o nó onde se encontra a pressão irá coincidir com a face dos volumes de controle das velocidades. A grande vantagem deste arranjo desencontrado é que isto evita o resultado não físico da aproximação da equação da quantidade de movimento para oscilações espacial de pressão. Uma outra vantagem deste método, é que a velocidade encontrada estará na localização exata requerida para o cálculo do transporte escalar (convecção-difusão), portanto não é preciso interpolar o campo de velocidade para obter a velocidade nas faces das células.

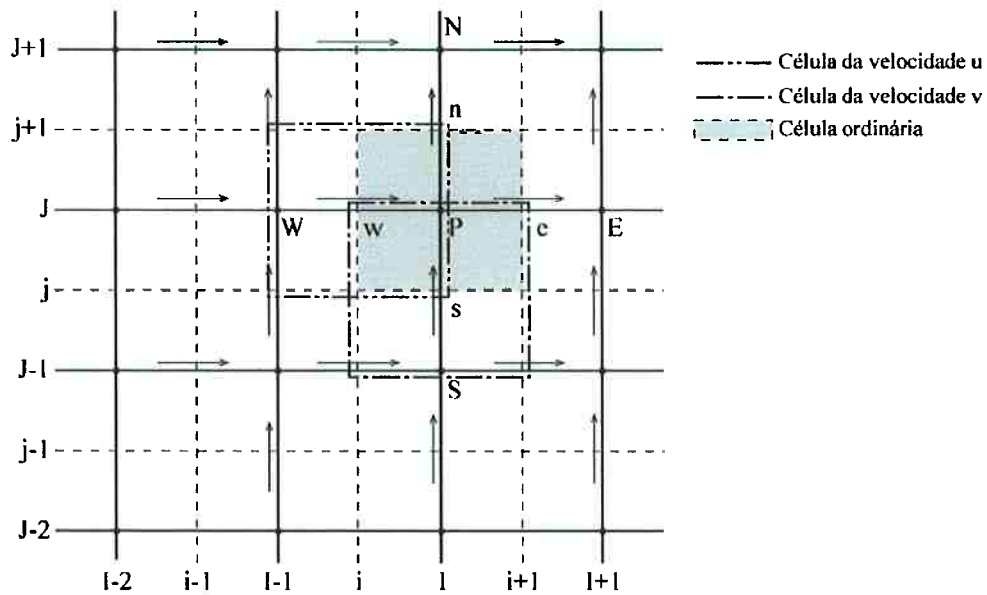


Figura 3-5 – Malha com Arranjo Desencontrado (VERSTEEG & MALALASEKERA, 1995).

Utilizando a notação da Figura 3-5 pode se escrever as equações da quantidade de movimento na direção  $x$  da seguinte forma:

$$a_{i,j}u_{i,j} = \sum a_{nb}u_{nb} - \frac{p_{I,j} - p_{I-1,j}}{\delta x_u} \Delta V_u + \bar{S} \Delta V_u \quad (3.23)$$

$$a_{i,j}u_{i,j} = \sum a_{nb}u_{nb} - (p_{I,j} - p_{I-1,j})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (3.24)$$

sendo:  $\Delta V_u$  = volume da célula da velocidade  $u$ ;

$b_{i,j} = \bar{S} \Delta V_u$  é o termo fonte da quantidade de movimento;

$A_{i,j}$  = área da face da célula da velocidade  $u$ .

O termo fonte gradiente de pressão foi aproximado por meio de uma interpolação linear dos nós no contorno da célula  $u$ . Os coeficientes  $a_{i,j}$  e  $a_{nb}$  são funções dos coeficientes convectivos ( $F$ ) e difusivos ( $D$ ). Aplicado as faces  $w, e, n, s$  do volume de controle das velocidades, esses coeficientes terão componentes da velocidade. Essas velocidades escalares serão resultados da iteração anterior, mas caso seja a primeira iteração serão os valores da tentativa inicial. Deve estar claro que as velocidades explícitas nas equações acima são diferentes das velocidades introduzidas nos coeficientes  $a_{i,j}$  e  $a_{nb}$ , pois as velocidades explícitas serão as velocidades que iremos calcular numa presente iteração. Mas para se obter o campo de velocidades, ainda se faz necessário o campo de pressões.

O algoritmo SIMPLE é essencialmente um algoritmo de tentativa e correção para o cálculo da pressão na malha de arranjo desencontrado. Para iniciar o algoritmo, entra-se com um campo de pressão  $p^*$ , e outras variáveis, que serão a primeira tentativa de se aproximar na solução do escoamento. As equações aproximadas da quantidade de movimento serão resolvidas com os valores de  $p^*$ , resultando num campo de velocidade:

$$a_{i,j} u_{i,j}^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* - (p_{i,j}^* - p_{i-1,j}^*) A_{i,j} + b_{i,j} \quad (3.25)$$

Entre os valores da tentativa  $u^*$  ou  $p^*$  e o valor correto desta mesma variável, existe um valor de correção, tal que:

$$u = u^* + u' \quad (3.26)$$

$$p = p^* + p' \quad (3.27)$$

E a equação aproximada da quantidade de movimento escrita em termos da correção das variáveis, será:

$$a_{i,j} u_{i,j}' = \sum a_{nb} u_{nb}' - (p_{i,j}' - p_{i-1,j}') A_{i,j} \quad (3.28)$$

Este ponto é a essência do algoritmo SIMPLE. Aqui será feita uma simplificação, desprezando  $\sum a_{nb} u_{nb}'$ , de modo que:

$$u_{i,j}' = d_{i,j} (p_{i-1,j}' - p_{i,j}') \quad (3.29)$$

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} \quad (3.30)$$

Esta manipulação é feita em todas as faces da célula ordinária. Até o momento, foi utilizada somente a equação da quantidade de movimento. A partir de agora pode se usar a equação da continuidade. A expressão para a aproximação da equação da continuidade aplicada nas faces da célula ordinária é:

$$((\rho u A)_{i+1,j} - (\rho u A)_{i,j}) + ((\rho v A)_{i,j+1} - (\rho v A)_{i,j}) = 0 \quad (3.31)$$

Substituindo os termos das velocidades correspondentes na equação acima, teremos:

$$a_{i,j} p_{i,j}' = a_{i+1,j} p_{i+1,j}' + a_{i-1,j} p_{i-1,j}' + a_{i,j+1} p_{i,j+1}' + a_{i,j-1} p_{i,j-1}' + b_{i,j}' \quad (3.32)$$

sendo:

$$a_{i,j} = a_{i+1,j} + a_{i-1,j} + a_{i,j+1} + a_{i,j-1}$$

$$a_{i+1,j} = (\rho d A)_{i+1,j}$$

$$a_{i-1,j} = (\rho dA)_{i,j}$$

$$a_{i,j+1} = (\rho dA)_{i,j+1}$$

$$a_{i,j-1} = (\rho dA)_{i,j}$$

$$b'_{i,j} = (\rho u^* A)_{i,j} - (\rho u^* A)_{i+1,j} + (\rho v^* A)_{i,j} - (\rho v^* A)_{i,j+1}$$

A equação acima representa a aproximação da equação para correção da pressão  $p'$ . Obtendo o valor de correção de pressão, podemos corrigir os valores de pressão através da equação (3.26) e os valores de velocidades (3.29) até que atinjam a convergência. Neste processo computacional, a equação de correção de pressão está sujeito a divergir do resultado, portanto, é utilizado um processo de sobre-relaxação nas correções dos valores das pressões e das velocidades. A correção é feita da seguinte forma:

$$p^{novo} = p^* + \alpha_p p' \tag{3.33}$$

$$u^{novo} = \alpha_u u + (1 - \alpha_u) u^{(n-1)} \tag{3.34}$$

sendo:  $\alpha$  = fatores de sobre-relaxação;

$p^{novo}$  = valor da pressão corrigida com o fator de sobre-relaxação;

$u^{novo}$  = valor da velocidade corrigida;

$u^{(n-1)}$  = valor da velocidade na iteração anterior.

O procedimento foi aqui ilustrado para o valor da velocidade somente na direção  $x$ . Segundo Versteeg & Malalasekera (1995), o mesmo procedimento deve ser tomado nas outras direções do problema.

Segundo Maliska (2004), o algoritmo SIMPLEC (*SIMPLE Consistent*) tem procedimento similar ao SIMPLE, diferindo apenas nas equações para correção das velocidades. Neste método não são desprezadas as diferenças  $u - u^*$ ,  $v - v^*$  e  $w - w^*$ , como feito no SIMPLE.

$$u'_{i,j} = d_{i,j} (p'_{i-1,j} - p'_{i,j}) \tag{3.35}$$

Onde:

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j} - \sum a_{nb}} \tag{3.36}$$

Feito isso para as outras direções, a seqüência de operações é a mesma do algoritmo SIMPLE.

A diferença entre o SIMPLEC e o SIMPLE está apenas na expressão de  $d_{i,j}$  em cujo denominador, agora, aparece a diferença entre  $a_{i,j}$  e  $\sum a_{nb}$ , e não apenas  $a_{i,j}$  como no SIMPLE. Tal efeito evita a severa sub-relaxação em  $p'$ , necessária no método SIMPLE para obter-se convergência.

### 3.5 Modelo de Turbulência

Escoamentos turbulentos são caracterizados por flutuações randômicas do campo de velocidade. Estas flutuações misturam entidades transportadas como momento, energia, e concentração, e fazem com que as entidades transportadas flutuem também. Como estas flutuações podem ocorrer em pequenas magnitudes e altas frequências, o seu cálculo pode requerer um esforço computacional extremamente elevado.

Nenhum modelo de turbulência disponível hoje é universalmente aceito como sendo o de melhor desempenho para qualquer tipo de problema. A escolha do modelo de turbulência depende de considerações como o fenômeno físico estudado, a prática estabelecida para uma classe específica de problemas, o nível de precisão requerido, os recursos computacionais disponíveis e o tempo aceitável para a solução computacional. Para fazer a escolha mais apropriada do modelo para uma dada aplicação é necessário entender as capacidades e limitações dos vários modelos disponíveis (FLUENT 6.1 User's Guide, 2003).

Uma solução completa transiente das equações exatas de Navier-Stokes para escoamentos turbulentos com alto número de Reynolds e geometrias complexas é uma meta ainda distante de se alcançar. Dois métodos alternativos podem ser utilizados para transformar as equações de Navier-Stokes de forma que as flutuações turbulentas de pequena escala não tenham que ser simuladas diretamente: RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) e “filtragem”. Ambos os métodos introduzem termos adicionais nas equações governantes que devem ser modelados de maneira a se obter “fechamento”. Ou seja, se trabalhar com um número suficiente de equações para todas as incógnitas.

As equações RANS representam equações de transporte apenas para as quantidades médias do fluxo, com todas as escalas de turbulência sendo modeladas.

Essa estratégia reduz tremendamente o esforço computacional requerido. Se o escoamento médio é permanente, as equações não apresentam derivadas temporais e a solução em regime permanente pode ser obtida de forma econômica. Mesmo em regimes transitórios, dado que o intervalo de tempo será determinado pelos transitórios globais e não pela turbulência. Essa estratégia é amplamente utilizada para aplicações práticas de engenharia, e usa modelos como o Spalart-Allmaras,  $k-\varepsilon$ ,  $k-w$  e o RSM (Reynolds Stress Method).

O método LES (Large Eddy Simulation) usa de uma estratégia alternativa em que os grandes vórtices (ou turbilhões) são calculados em uma simulação transiente que usa um conjunto de equações “filtradas”. A técnica de filtragem reside basicamente em uma manipulação das equações exatas de Navier-Stokes para remover apenas os vórtices menores do que o tamanho do filtro, que usualmente é o tamanho dos elementos da malha. Esse modelo requer um esforço computacional consideravelmente maior do que os modelos baseados na metodologia RANS. Uma descrição mais detalhada deste modelo, contudo, não é tópico deste trabalho.

Segundo Ferziger; Peric (2002), em um grande número de casos práticos de engenharia o interesse está em um número reduzido de propriedades quantitativas do escoamento turbulento, como forças médias agindo sobre superfícies, o grau de mistura entre duas correntes de fluido ou a quantidade de uma substância que tenha reagido. Para esses casos é intuitivo o uso de um método que trabalhe com valores médios, como o RANS.

Trabalhando com a média de Reynolds, as variáveis das equações instantâneas de Navier-Stokes são decompostas em componentes médias (média temporal) e flutuantes. Para as componentes de velocidade temos:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (3.37)$$

Onde  $\bar{u}_i$  e  $u'_i$  são, respectivamente, as componentes média e flutuante do vetor velocidade ( $i = 1, 2, 3$ ).

Da mesma forma, para qualquer variável escalar, como pressão, temos:

$$\phi_i = \bar{\phi}_i + \phi'_i \quad (3.38)$$



Substituindo essas expressões para as variáveis nas equações instantâneas de continuidade e momento e pegando as médias temporais, que terão o sublinhado superior desconsiderado para simplificar, teremos as equações RANS:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \cdot u_i) = 0 \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{\rho u'_i u'_j}) \quad (3.40)$$

Essas equações têm o mesmo formato das equações instantâneas de Navier-Stokes, com as velocidades e outras variáveis agora representando valores médios. Termos adicionais, que representam o efeito da turbulência, estão agora presentes. Essas tensões de Reynolds,  $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ , devem ser modeladas de forma a se fechar a equação acima.

Um modo comum de modelar as tensões de Reynolds é utilizando a hipótese de Boussinesq para relacionar as tensões com os gradientes dos valores médios das componentes da velocidade:

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (3.41)$$

Onde  $\mu_t$  é a viscosidade turbulenta.

A hipótese de Boussinesq é utilizada por alguns modelos de turbulência, entre eles o  $k-\varepsilon$ ,  $k-w$  e Spalart-Allmaras. Sua grande vantagem é o reduzido esforço computacional associado com o cálculo da viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ . Para o modelo Spalart-Allmaras apenas uma nova equação de transporte para a viscosidade é necessária. Para os modelos  $k-\varepsilon$  e  $k-w$  existem duas novas equações adicionais, para a energia cinética turbulenta,  $k$ , e para a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta,  $\varepsilon$ , no caso do modelo  $k-\varepsilon$ . O valor de  $\mu_t$  é então calculado a partir dos valores de  $k$  e  $\varepsilon$ . A desvantagem da hipótese de Boussinesq é considerar a viscosidade turbulenta como uma quantidade isotrópica escalar, o que não é totalmente verdadeiro (FLUENT 6.1 User's Guide, 2003).

Outra opção, utilizada pelo método RSM, é resolver as equações de transporte para cada um dos termos do tensor de tensões de Reynolds. Uma equação para

determinar a escala, geralmente para  $\varepsilon$ , também é necessária. Desse modo teríamos cinco equações adicionais para problemas bidimensionais e sete equações para problemas tridimensionais.

O  $k$ - $\varepsilon$  padrão é um modelo semi-empírico baseado equações de transporte para a energia cinética turbulenta ( $k$ ) e a sua taxa de dissipação ( $\varepsilon$ ). Para a formulação deste modelo o escoamento foi considerado como sendo totalmente turbulento, e os efeitos da viscosidade molecular são desprezíveis. Vale ressaltar então que o modelo é válido apenas para escoamentos totalmente turbulentos.

Os valores de  $k$  e  $\varepsilon$  são obtidos a partir das seguintes equações de transporte:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (3.43)$$

sendo:  $C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}$  = constantes do modelo;

$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$  = números de Prandtl turbulento para  $k$  e  $\varepsilon$ , respectivamente;

$S_k, S_\varepsilon$  = termos referentes à presença de fontes.

O termo  $G_k$  representa a geração de energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade média. Partindo da equação exata para o transporte de  $k$ , esse termo pode ser definido por:

$$G_k = -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (3.44)$$

Para calcular  $G_k$  de uma maneira consistente com a hipótese de Boussinesq:

$$G_k = \mu_t S^2 \quad (3.45)$$

Onde  $S$  é o módulo do tensor da taxa de deformação média, definido por:

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (3.46)$$

O termo  $G_b$  é a geração de energia cinética turbulenta devido ao empuxo, dada por:

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (3.47)$$

sendo:  $g_i$  = componente da aceleração da gravidade na direção  $i$ ;

$Pr_t$  = número de Prandtl turbulento para energia. No modelo padrão o seu valor é constante e normalmente tem valor 0,85;

$\beta$  = coeficiente de expansão térmica, dado por:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (3.48)$$

O fator que relaciona como  $\varepsilon$  é afetada pelo empuxo é dado por  $C_{3\varepsilon}$ , que pode ser especificado como uma constante ou calculado pela seguinte expressão:

$$C_{3\varepsilon} = \tanh \left| \frac{v}{u} \right| \quad (3.49)$$

sendo:  $v$  = componente da velocidade paralela ao vetor gravidade;

$u$  = componente da velocidade perpendicular ao vetor gravidade.

Dessa forma o valor de  $C_{3\varepsilon}$  será 1 quando a direção do escoamento estiver alinhada com o vetor gravidade, e zero quando perpendicular ao mesmo.

$Y_M$  representa a contribuição da dilatação flutuante em turbulência compressível para a taxa de dissipação global, e é dada por:

$$Y_M = 2\rho\varepsilon M_t^2 \quad (3.50)$$

Sendo  $M_t$  o número de Mach turbulento, definidor por:

$$M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}} \quad (3.51)$$

Onde  $a$  é a velocidade do som.

O valor da viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , pode então ser calculado a partir dos valores de  $k$  e  $\varepsilon$ :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.52)$$

sendo  $C_\mu$  uma constante.

O modelo possui cinco constantes já apresentadas acima, sendo que seus valores mais usuais são:

$$C_{1\varepsilon} = 1,44; C_{2\varepsilon} = 1,92; C_\mu = 0,09; \sigma_k = 1,0; \sigma_\varepsilon = 1,3$$

Esses valores foram determinados a partir de experimentos com ar e água para escoamentos fundamentalmente turbulentos e são aplicáveis para uma ampla faixa de escoamentos turbulentos.

O modelo  $k-\varepsilon$  possui robustez, economia e uma precisão razoável para uma ampla faixa de escoamentos turbulentos. Isto explica sua popularidade em problemas industriais (FLUENT 6.1 User's Guide, 2003).

O modelo  $k-\varepsilon$  padrão sofreu otimizações durante o tempo, podendo destacar o modelo  $k-\varepsilon$  RNG, que foi derivado de uma rigorosa técnica estatística. Este último é similar ao modelo padrão, com alguns refinamentos que o tornam mais confiável para um número maior de classes de escoamento. Este método:

- Possui um termo adicional na equação de  $\varepsilon$  que melhora a precisão;
- Inclui o efeito de rotação na turbulência, resultando em melhor precisão para escoamentos com elevada rotação;
- Utiliza uma fórmula analítica para o número de Prandtl, enquanto o modelo padrão utiliza valores constantes;
- Pode ser utilizado para baixos valores do número de Reynolds devido a uma formulação diferencial para a viscosidade efetiva, que leva em consideração os efeitos de baixos números de Reynolds. O modelo padrão é indicado apenas para altos valores de Reynolds.

O modelo utilizado é derivado nas equações instantâneas de Navier-Stokes, utilizando uma técnica matemática chamada, em inglês, de “*renormalization group*” (RNG). As equações deste modelo são similares às do modelo  $k-\varepsilon$  padrão:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) \\ & = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon + S_\varepsilon \end{aligned} \quad (3.54)$$

Os valores de  $G_k$  e  $Y_M$  são calculados do mesmo modo que para o modelo padrão.

Os fatores  $\alpha_k$  e  $\alpha_\varepsilon$  são os inversos dos números de Prandtl para  $k$  e  $\varepsilon$ , calculados da seguinte forma:

$$\left| \frac{\alpha - 1,3929}{\alpha_0 - 1,3929} \right|^{0,6321} \left| \frac{\alpha + 2,3929}{\alpha_0 + 2,3929} \right|^{0,3679} = \frac{\mu}{\mu_{eff}} \quad (3.55)$$

Onde  $\alpha_0 = 1,0$ . No limite para altos números de Reynolds ( $\mu_{mol}/\mu_{eff} \ll 1$ ), tem-se  $\alpha_k = \alpha_\epsilon \approx 1,393$ .

O valor da viscosidade efetiva,  $\mu_{eff}$  ou  $\mu_t$ , é dado por uma equação diferencial resultante do procedimento de eliminação de escala do modelo RNG:

$$d\left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\epsilon\mu}}\right) = 1,72 \frac{\hat{v}}{\sqrt{\hat{v}^3 - 1 + C_v}} d\hat{v} \quad (3.56)$$

sendo:  $\hat{v} = \mu_{eff} / \mu$ ;

$$C_v \approx 100.$$

Integrando a equação acima se obtém uma precisa descrição de como o transporte de turbulência efetiva varia com o número de Reynolds efetivo, permitindo ao modelo lidar melhor com baixos valores do número de Reynolds e escoamento perto das paredes. No limite, para altos números de Reynolds, obtém-se:

$$\mu_{eff} = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3.57)$$

Com  $C_\mu = 0,0845$ , derivado da teoria RNG. Nota-se que esse valor é muito próximo do valor de 0,09 determinado empiricamente que é utilizado no modelo padrão.

O cálculo do termo  $G_b$ , a geração de energia cinética turbulenta devido ao empuxo, é semelhante ao descrito acima para o modelo padrão. Contudo o valor de  $Pr_t$  é dado por:

$$Pr_t = \frac{1}{\alpha} \quad (3.58)$$

Onde  $\alpha$  é calculado como descrito acima para  $\alpha_k$  e  $\alpha_\epsilon$ , porém utilizando a seguinte expressão para  $\alpha_0$ :

$$\alpha_0 = \frac{1}{Pr} = \frac{k}{\mu \cdot c_p} \quad (3.59)$$

A principal diferença entre o modelo RNG e o padrão está no termo adicional na equação de  $\epsilon$ , dado por:

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta/\eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k} \quad (3.60)$$

sendo:  $\eta = S k/\varepsilon$ ,

$$\eta_0 = 4,38;$$

$$\beta = 0,012.$$

O modelo  $k$ - $\varepsilon$  RNG tem comportamento semelhante ao modelo padrão para escoamentos com taxas de deformação baixas ou médias. Contudo, para regiões com alta taxa de deformação ( $\eta > \eta_0$ ) o termo  $R_\varepsilon$  tem contribuição negativa na equação de  $\varepsilon$ . Em comparação com o modelo padrão, a menor destruição de  $\varepsilon$  reduz o valor de  $k$  e, eventualmente, o valor da viscosidade efetiva. Como resultado, para escoamentos com alta taxa de deformação, o modelo RNG leva a um menor valor da viscosidade turbulenta. Dessa forma o modelo RNG tem melhor resposta para os efeitos de altas taxas de deformação e curvatura das linhas de fluxo do que o modelo  $k$ - $\varepsilon$  padrão, o que explica seu desempenho superior para certas classes de escoamento.

Os valores padrão para as constantes deste modelo são derivados analiticamente da teoria RNG:

$$C_{1\varepsilon} = 1,42; C_{2\varepsilon} = 1,68$$

### 3.6 Tratamento Próximo à Parede

Escoamentos turbulentos são significativamente afetados pela presença de paredes. Além do fato de a velocidade média ser afetada pela condição de não escorregamento na parede, a turbulência também é afetada pela presença da parede. Bem próximo à parede, o amortecimento viscoso reduz as flutuações de velocidade tangencial, enquanto que o bloqueio cinemático reduz as flutuações normais. Saindo dessa região próxima da parede, contudo, a turbulência é rapidamente aumentada pela produção de energia cinética turbulenta devido aos altos gradientes de velocidade média.

A modelagem próxima à parede tem grande impacto na fidelidade da solução numérica, dado que paredes são as principais fontes de vorticidade e turbulência. É na região próxima às paredes em que as variáveis apresentam gradientes elevados, e que o transporte de momento e de outros escalares ocorre com maior vigor.



Os modelos  $k-\varepsilon$ , RSM e LES são primariamente válidos para regiões a partir de uma certa distância de paredes, sendo, portanto necessária consideração adicional para torná-los próprios para escoamentos confinados por paredes.

A região próxima à parede pode ser dividida em três camadas. Na camada mais próxima à parede, chamada de subcamada viscosa, o escoamento é quase laminar e altamente dominado pela viscosidade (molecular). Na camada mais exterior, ou camada totalmente turbulenta, o domínio é exercido pela turbulência. Entre essas duas existe uma camada intermediária onde os dois efeitos são notados.

Tradicionalmente existem duas formas de se modelar essa região próxima à parede. Na primeira delas as duas camadas internas afetadas pela viscosidade não são resolvidas, sendo utilizadas fórmulas semi-empíricas chamadas de “funções de parede” ou “wall-functions”. Essas funções fazem uma “ponte” entre a parede e a camada totalmente turbulenta. O uso dessas funções implica na modificação do modelo de turbulência para levar em consideração a presença da parede.

No segundo método, os modelos de turbulência são modificados para permitir que as camadas afetadas pela viscosidade sejam resolvidas com uma malha que se estenda até a parede, incluindo a subcamada viscosa. Esse método é conhecido por “modelagem próximo à parede” ou “near-wall modeling”. A diferença entre os dois métodos pode ser vista na Figura 3-6.

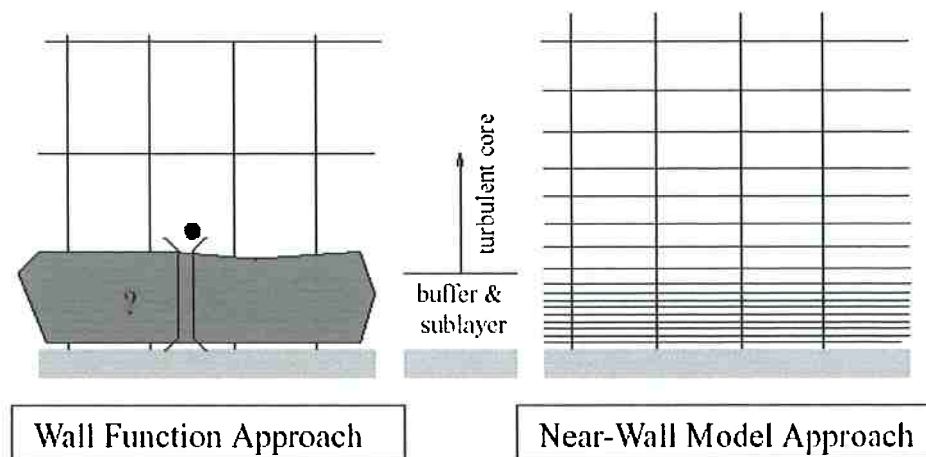


Figura 3-6 – Métodos para Tratamento Próximo à Parede (FLUENT 6.1 User’s Guide, 2003).

As funções de parede têm grande utilização para a maioria dos escoamentos com alto número de Reynolds. Existe um ganho substancial de recursos

computacionais pelo fato de que as regiões afetadas pela viscosidade não precisam ser calculadas. Esse método é muito popular devido à sua economia computacional, robustez e precisão razoável. É a opção prática para tratamento próximo à parede para a maioria das aplicações (FLUENT 6.1 User's Guide, 2003).

Porém, esse método se apresenta inadequado para situações onde os efeitos de um baixo número de Reynolds se fazem presente. Para esses casos o método “near-wall modeling” deve ser utilizado.

Existem diferentes modelos para as funções de parede, sendo que aqui será descrito o modelo conhecido por funções de parede padrão (“Standard Wall Functions”), bastante utilizado com os modelos de turbulência  $k-\varepsilon$ .

A lei para o tratamento da velocidade média é dada por:

$$U^* = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) \tag{3.61}$$

Onde:

$$U^* \equiv \frac{U_P C_\mu^{1/4} k_P^{1/2}}{\tau_w / \rho} \tag{3.62}$$

$$y^* \equiv \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} y_P}{\mu} \tag{3.63}$$

sendo:  $\kappa$  = constante de von Kármán (= 0,42);

$E$  = constante empírica (= 9,793);

$U_P$  = velocidade média do fluido no ponto P;

$k_P$  = energia cinética turbulenta no ponto P;

$y_P$  = distância do ponto P à parede;

$\mu$  = viscosidade dinâmica do fluido.

Essa regra logarítmica é válida para valores de  $y^*$  acima de um certo valor, 11,225 no caso do software *Fluent*<sup>®</sup>. Abaixo deste valor é aplicada a relação laminar tensão-deformação:

$$U^* = y^* \tag{3.64}$$

No modelos  $k-\varepsilon$  e RSM, a condição de contorno para  $k$  imposta na parede é:

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0 \tag{3.65}$$

Onde  $n$  é a coordenada local normal à parede.

A produção de energia cinética turbulenta,  $G_k$ , e sua taxa de dissipação,  $\varepsilon$ , nas células adjacentes à parede são calculadas com base na hipótese de equilíbrio local. Com isso, é assumido que a produção e a dissipação de  $k$  são iguais nos volumes de controle adjacentes à parede.

Dessa forma, a produção de  $k$  é dada por:

$$G_k \approx \tau_w \frac{\partial U}{\partial y} = \tau_w \frac{\tau_w}{\kappa \rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} y_p} \quad (3.66)$$

E, nas células adjacentes à parede, a equação de  $\varepsilon$  é substituída por:

$$\varepsilon_p = \frac{C_\mu^{3/4} k_p^{3/2}}{\kappa y_p} \quad (3.67)$$

Como todas as variáveis são calculadas a partir das funções de parede, não é necessária preocupação com condições de contorno na parede.

As funções de parede padrão funcionam razoavelmente bem para uma ampla faixa de escoamentos confinados por paredes. Contudo, elas tendem a se tornar menos confiáveis para situações que fogem das simplificações utilizadas na sua formulação. Entre elas, as hipóteses de tensão de cisalhamento constante e equilíbrio local são as que mais restringem a utilização universal dessas funções. Da mesma forma, quando o escoamento próximo à parede está sujeito a gradientes de pressão severos, e quando o escoamento está em forte não-equilíbrio, a qualidade dos resultados pode ficar comprometida.

Nesses casos, outro modelo conhecido por “funções de parede de não-equilíbrio” pode levar a resultados mais satisfatórios. Contudo, esse modelo não será apresentado aqui.

### 3.7 Condições de Contorno

Maliska (2004) explica que para se obter o sistema completo de equações algébricas, é também necessário obter as equações para os volumes que estão na fronteira. Uma forma de aplicar as condições de contorno é criar uma malha na qual o ponto central do volume de controle fique sobre a fronteira. Este procedimento acarreta um problema que é a não uniformidade da malha. Outra forma de aplicação das condições de contorno é a criação de volumes fictícios externos ao domínio. A

desvantagem neste caso é a criação de novas incógnitas, aumentando o tamanho do sistema linear.

As equações utilizadas para os elementos nos contornos são as mesmas para o restante da malha. Porém, elas apresentam particularidades dependendo do efeito físico que o contorno exerce sobre o escoamento. As condições na entrada e saída do escoamento são de vital importância para que a simulação possa dar resultados confiáveis. Além disso, todo o invólucro do escoamento deve estar caracterizado. Um exemplo clássico em escoamentos viscosos é assumir que a velocidade do fluido nos elementos da malha em contato com corpos sólidos seja igual à destes últimos. Isto é, em contato com uma parede fixa, por exemplo, as componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  são nulas. Além disto, outras técnicas podem ser utilizadas para modelar o escoamento. Como exemplo pode se citar fixar comportamentos iguais, na presença de condições de simetria, ou impor uma característica do escoamento previamente conhecida.

Segundo Nallasamy (1987), condições de entrada são geralmente consideradas como de menor importância quando se compara o desempenho de modelos de turbulência com dados experimentais para escoamentos internos. Condições de contorno podem levar a conclusões errôneas sobre o desempenho do modelo. O perfis de  $k$  e  $\varepsilon$  na seção de entrada podem ter particular influência no escoamento a jusante. Os perfis de  $k$  e  $\varepsilon$  podem ser estimados a partir de dados experimentais.

Os valores de  $k$  e  $\varepsilon$  na seção de entrada podem ser estimados da seguinte forma para escoamentos sem rotação considerável:

$$k_{in} = 0,003 \cdot U_{in}^2 \quad (3.68)$$

$$\varepsilon_{in} = \frac{0,09 \cdot k_{in}^{3/2}}{0,03 \cdot D/2} \quad (3.69)$$

sendo:  $U_{in}$  = velocidade na seção de entrada;

$D$  = diâmetro da tubulação.

Uma outra condição comum para certos casos é quando os perfis de velocidade e pressão na seção de saída do escoamento não são conhecidos. Para esses casos pode ser utilizada uma condição de contorno conhecida como “*outflow*”, onde essas informações são extrapoladas a partir da região interna do escoamento.

Nesse caso as condições de contorno adotadas são as seguintes:

- Fluxo de difusão nulo para todas variáveis do escoamento;
- Correção no balanço global de massa.

A condição de fluxo difusivo nulo aplicada nas células da fronteira de saída significa que as condições no plano de saída são extrapoladas a partir de dentro do domínio e não tem impacto no fluxo a montante. O procedimento de extrapolação atualiza a pressão e velocidade na saída de uma maneira consistente com a hipótese de um escoamento totalmente desenvolvido (FLUENT 6.1 User's Guide, 2003).

Para casos onde possa se assumir que o escoamento na fronteira de saída esteja totalmente desenvolvido, suficiente distante de regiões de perturbações do escoamento, essas condições tornam-se de grande interesse.

## Capítulo 4

# CÁLCULO ANALÍTICO E DADOS EXPERIMENTAIS - RESULTADOS

### 4.1 Descrição das Geometrias Estudadas

Foram estudados três modelos distintos baseados na geometria de uma válvula borboleta do modelo “estrutura vazada” de 4300 mm de diâmetro nominal, como descrito em 1.5. Como já mencionado, a válvula é do mesmo tipo de modelo para o qual foram levantadas as curvas do coeficiente de perda de carga e seus resultados podem, portanto, ser comparados com os valores das curvas.

A geometria básica do obturador é mesma para todos os modelos estudados, existindo diferenciação apenas na geometria das arestas de entrada e saída das chapas que compõe a estrutura do obturador. Foram considerados os seguintes modelos:

- Modelo A: arestas de entrada e saída com todos os cantos vivos. É o modelo designado por “*Unstreamlined*” nas curvas experimentais. Ver Figura 4-1;
- Modelo B: arestas de entrada e saída com chanfros de 15° e outras arestas com arredondamento com raio de 50 mm. É o modelo “*Well streamlined*” das curvas experimentais, conforme Figura 4-2;
- Modelo C: arestas de entrada com perfil circular, arestas de saída com chanfros de 15° e outras arestas com arredondamento com raio de 75



mm. Este modelo corresponde à geometria da válvula construída, conforme Figura 4-3.

As figuras abaixo mostram as geometrias tridimensionais para os três modelos de obturador utilizados nas simulações.

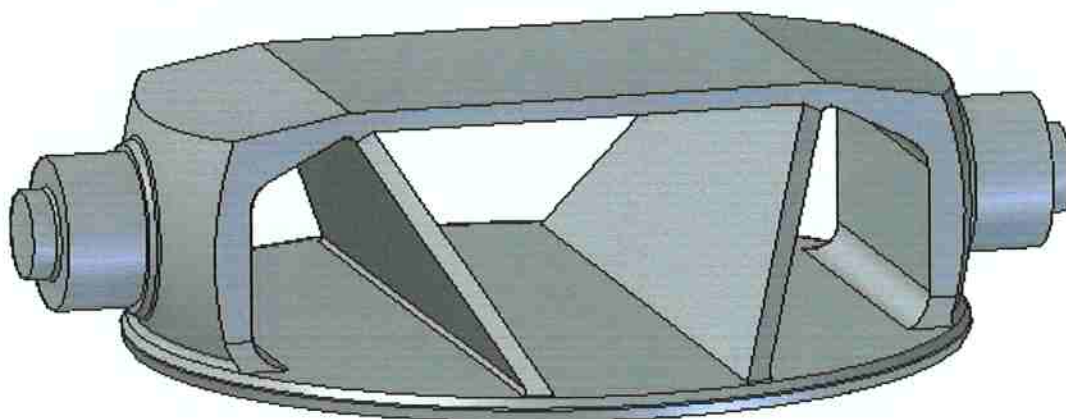


Figura 4-1 – Modelo CAD Tridimensional do Obturador Modelo A

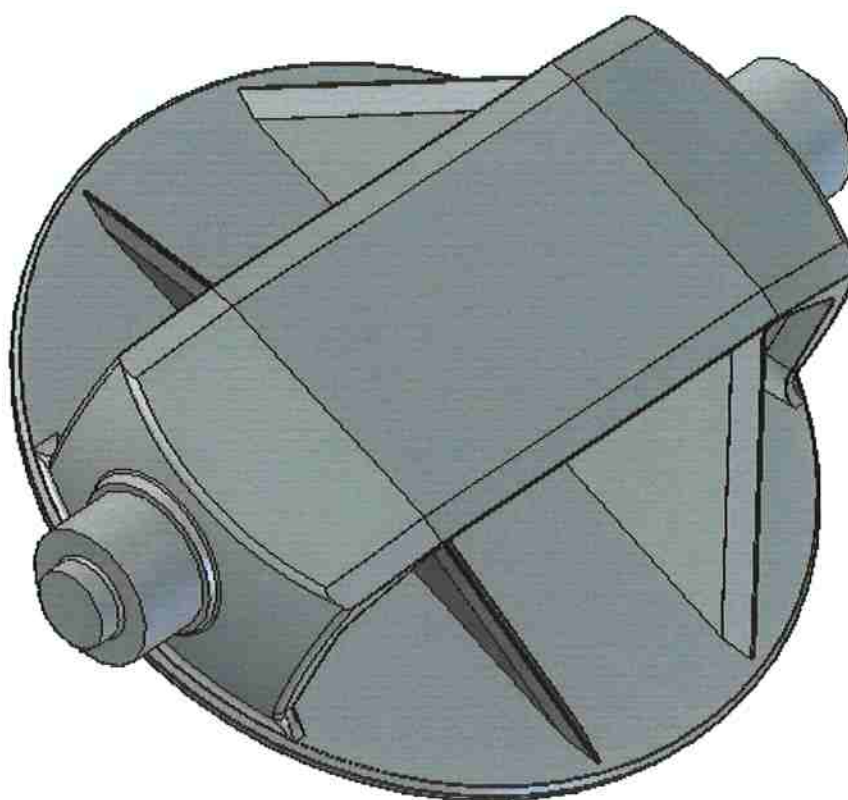


Figura 4-2 – Modelo CAD Tridimensional do Obturador Modelo B.

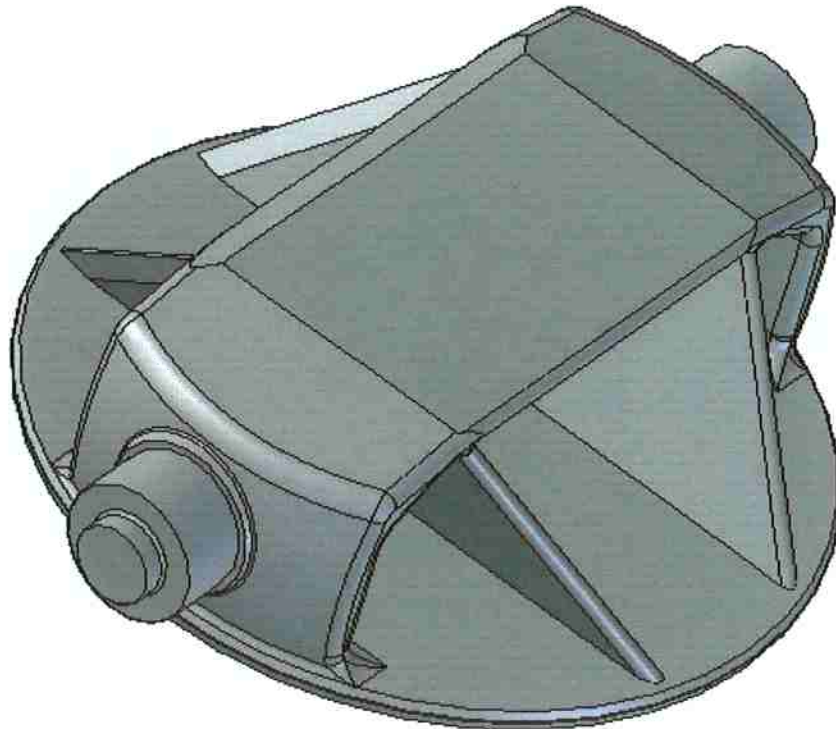


Figura 4-3 – Modelo CAD Tridimensional do Obturador Modelo C.

## 4.2 Valores Experimentais

A partir das curvas experimentais (*ALLIS-CHALMERS*, 1978) foram obtidos os valores do coeficiente de perda de carga para os modelos A e B. Para o modelo C esses dados inexistem, pois ele se trata de uma geometria não utilizada pelo fabricante na época dos experimentos.

Os valores das curvas obtidos para a pressão de projeto (120 m) se encontram na Tabela 4-1.

Tabela 4-1 – Coeficiente de Perda de Carga – Valores Experimentais.

| Ângulo de Fechamento do Obturador | $K_s$ Modelo A | $K_s$ Modelo B |
|-----------------------------------|----------------|----------------|
| 0°                                | 0,21           | 0,11           |
| 22,5°                             | 1,4            | 1,4            |
| 45°                               | 14             | 14             |
| 67,5°                             | 130            | 130            |

Nota-se que os valores de  $K_s$  quando o obturador está fora da posição totalmente aberta são iguais para os dois modelos. Ou seja, nesses casos o efeito da geometria das arestas de entrada e saída das chapas do obturador é desprezível quando comparado à perturbação no escoamento causada pelo ângulo de fechamento do obturador.

### 4.3 Cálculo Analítico

O coeficiente de perda  $K_s$  de carga do obturador pode ser calculado a partir dos valores do coeficiente de arrasto  $C_D$  dos componentes que compõe a estrutura, conforme descrito em 2.1.2. O obturador foi dividido em componentes individuais, conforme Figura 4-4.

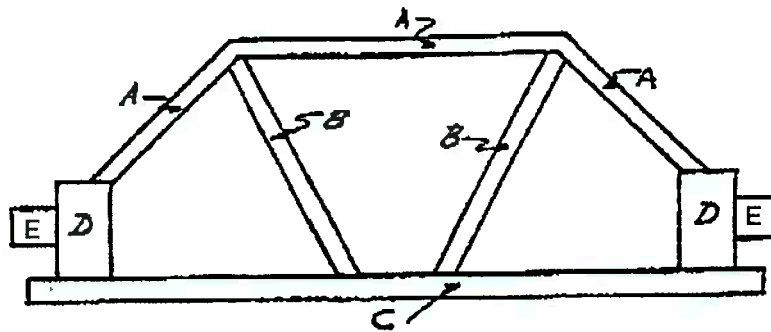


Figura 4-4 – Componentes da Estrutura do Obturador.

Utilizando os valores indicados por Hoerner (1965) para os coeficientes de arrasto  $C_D$  para chapa grossa com diferentes perfis de aresta de entrada e saída e para cilindro pode-se calcular o valor de  $K_s$  utilizando a equação (2.8).

Os valores encontrados através desse método estão na Tabela 4-2.

**Tabela 4-2 – Valores de  $K_s$  Obtidos Pelo Cálculo Analítico.**

| $K_s$    | $K_s$    | $K_s$    |
|----------|----------|----------|
| Modelo A | Modelo B | Modelo C |
| 0,183    | 0.144    | 0,146    |

## Capítulo 5

# CFD – SIMULAÇÕES E RESULTADOS

A análise em CFD teve como principal finalidade determinar o coeficiente de perda de carga para os modelos de válvula borboleta estudados. Foram analisados casos com diversas aberturas do obturador, embora a situação de interesse seja com o obturador totalmente aberto.

As análises tridimensionais em CFD foram realizadas utilizando-se, para cada caso, como dados de entrada valores fixos de vazão e ângulo de fechamento do obturador da válvula. Para a geração das malhas computacionais foi utilizado o software *Gambit*<sup>®</sup> e para as simulações em CFD, assim como o pós-processamento dos resultados, foi utilizado o software *Fluent*<sup>®</sup>.

As simulações foram feitas considerando que o regime é permanente, que é o caso de interesse para a determinação da perda de carga em uma válvula. Também foi considerado o fluido como sendo incompressível.

### 5.1 Condições de Contorno

De modo a estudar isoladamente a perda de carga causada pela válvula borboleta, foi considerada a geometria indicada na Figura 5-1. As condições de contorno adotadas para as simulações foram: velocidade de entrada da água constante no conduto; paredes com rugosidade definida no conduto e obturador; escoamento plenamente desenvolvido no final do reservatório (“*outflow*”); e regime permanente. Foram considerados trechos retilíneos longos de conduto forçado a

montante e jusante da válvula a fim de se obter um escoamento plenamente desenvolvido nos mesmos e obter-se apenas a influência da válvula nas perdas, procedimento também adotado durante as medições experimentais pela *ALLIS-CHALMERS* (1978).

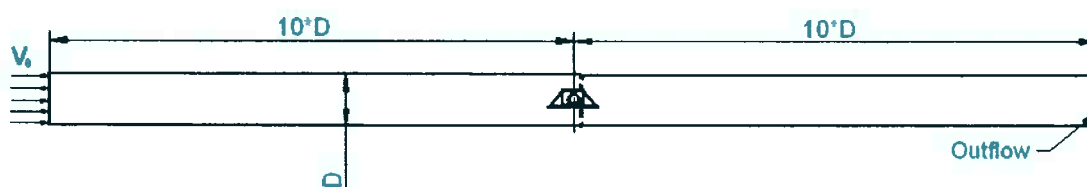


Figura 5-1 – Condições de Contorno

Foram utilizadas unidades do Sistema Internacional, SI, de modo a se obter os resultados em Pascals [Pa] para a pressão e metros por segundo [m/s] para a velocidade. O fluido utilizado foi a água, considerado incompressível para as simulações, e as seguintes condições de contorno foram aplicadas:

Densidade =  $998,2 \text{ kg/m}^3$ ;

Viscosidade dinâmica =  $0,001003 \text{ Kg/m}\cdot\text{s}$ ;

Aceleração da gravidade =  $9,83 \text{ m/s}^2$ ;

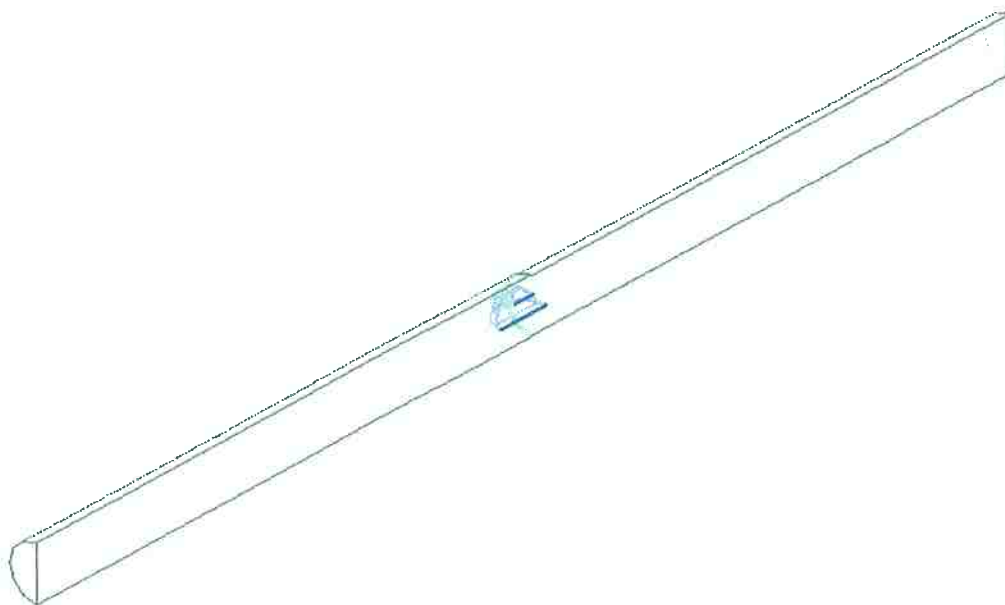
Velocidade na entrada do conduto =  $7,3 \text{ m/s}$ ;

Energia cinética turbulenta ( $k$ ) na entrada =  $0,15987 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ;

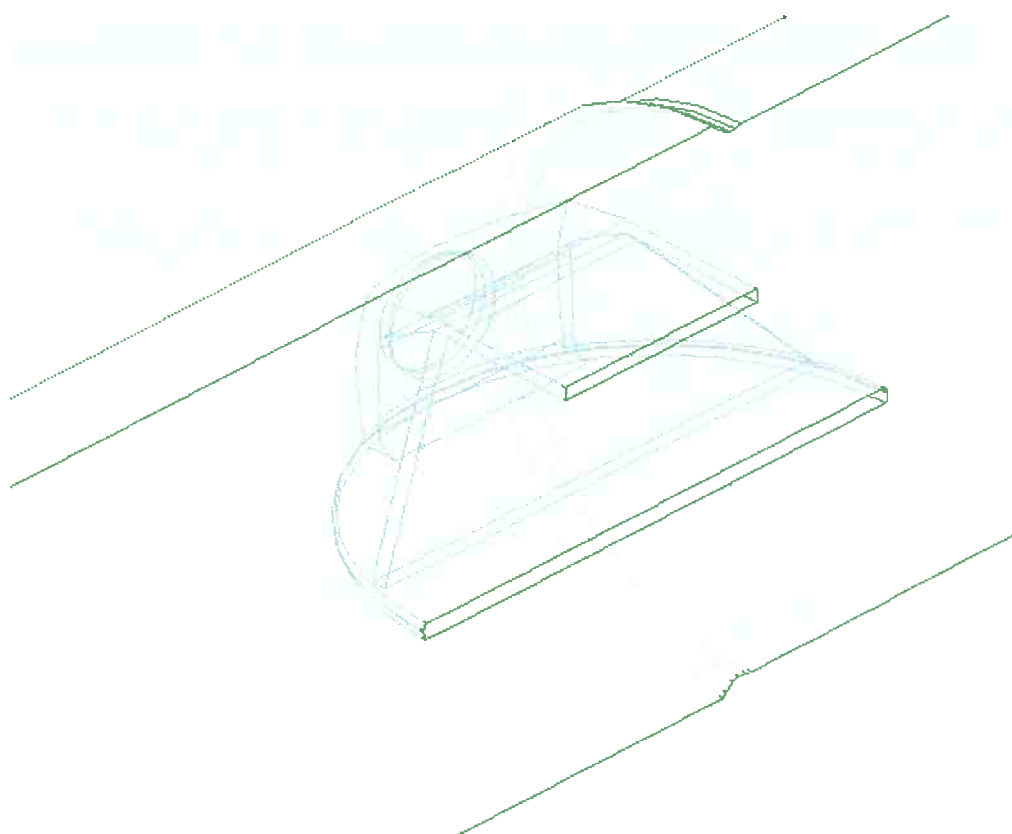
Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ( $\epsilon$ ) na entrada =  $0,08919 \text{ m}^2/\text{s}^3$ ;

Rugosidade de parede =  $0,00026 \text{ m}$ .

Os modelos tridimensionais foram gerados no software de CAD *Solid Edge*<sup>®</sup> e exportados em formato *Parasolid*. Para redução do tempo computacional foi modelado apenas metade do modelo e aplicada a condição de simetria, conforme Figura 5-2 e Figura 5-3.



**Figura 5-2 – Modelo Tridimensional do Conduto com Obturador na Posição Aberta.**



**Figura 5-3 – Detalhe do Modelo Tridimensional com Obturador na Posição Aberta.**

A condição operacional contínua de uma válvula borboleta para proteção do sistema turbina-gerador é sempre na posição aberta. A válvula não tem função de regular o fluxo e nunca opera continuamente parcialmente fechada. Portanto, o valor



da perda de carga para os casos em que o obturador está fora da posição totalmente aberta não tem utilização direta. Para todos os modelos (A, B e C) foi simulada essa condição de abertura total da válvula.

Contudo, para efeito de comparação com os valores medidos disponíveis (Figura 1-17) e validação das simulações, para o modelo A também foram consideradas as condições do obturador com fechamento de 22,5°, 45° e 67,5°.

## 5.2 Cálculo de $K_s$ a Partir dos Resultados das Simulações

Para o cálculo do coeficiente de perda de carga singular foi desenvolvida uma metodologia baseada nas listagens do programa *Fluent*<sup>®</sup>.

As regiões do tubo antes e após a passagem pela válvula apresentam perda de carga linearmente distribuída. Se fosse retirado o obturador, o gráfico de pressão versus coordenada axial seria uma reta, indicando a perda de carga distribuída. Esse é o princípio utilizado para se obter a perda de carga associada à presença da válvula e, conseqüentemente, o seu coeficiente de perda de carga.

O valor da perda de carga distribuída nos trechos de montante,  $\Delta p_m$ , e jusante,  $\Delta p_j$ , da válvula pode ser calculado a partir do procedimento descrito no item 2.1.1 deste trabalho. Os valores da pressão nas seções de entrada e saída do conduto, respectivamente  $p_e$  e  $p_s$ , podem ser obtidos a partir dos resultados das simulações numéricas. Desta forma podemos calcular o valor das pressões  $p_1$  e  $p_2$ , considerando apenas a parcela da perda de carga distribuída:

$$p_1 = p_e - \Delta p_m \quad (5.1)$$

$$p_2 = p_s + \Delta p_j \quad (5.2)$$

E a perda de carga localizada causada pelo obturador então será:

$$\Delta p = p_1 - p_2 \quad (5.3)$$

Essa metodologia está explicada graficamente na Figura 5-4.

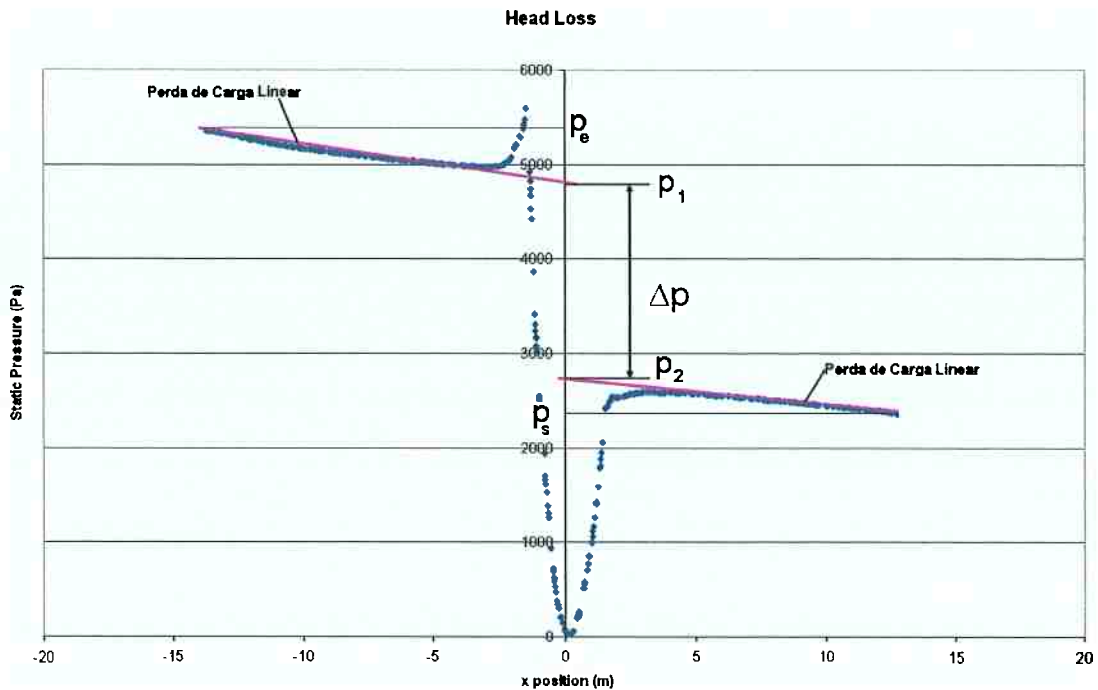


Figura 5-4 – Determinação da Perda de Carga Localizada.

De posse do valor da perda de carga pode-se calcular o coeficiente de perda de carga singular através da seguinte expressão:

$$K_s = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot V^2} \quad (5.4)$$

### 5.3 Simulações

Através da utilização do software *Gambit*<sup>®</sup> foram geradas malhas tridimensionais com o obturador totalmente aberto e ângulos de fechamento de 22,5°, 45° e 67,5° (estes últimos apenas para o modelo A). Foram utilizadas malhas mistas com elementos tetraédricos e hexaédricos, com refinamento maior na região do obturador, conforme Figura 5-5. Nesta figura, assim como em outras abaixo, o modelo tridimensional foi espelhado pelo plano de simetria apenas para fins de visualização.

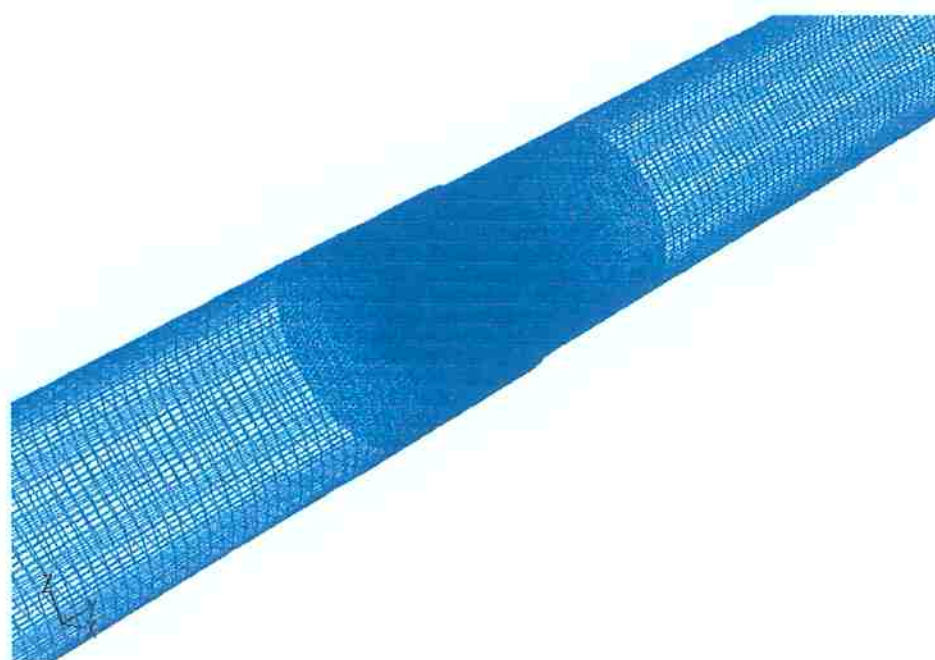


Figura 5-5 – Malha Tridimensional na Região do Obturador.

As quantidades de nós e elementos de cada malha tridimensional são apresentados na Tabela 5-1.

Tabela 5-1 – Características das Malhas Tridimensionais.

| Geometria do Obturador | Ângulo de Fechamento do Obturador | Número de Volumes | Número de Nós |
|------------------------|-----------------------------------|-------------------|---------------|
| Modelo A               | 0°                                | 673566            | 265880        |
|                        | 22,5°                             | 667524            | 264969        |
|                        | 45°                               | 662421            | 264329        |
|                        | 67,5°                             | 657311            | 263673        |
| Modelo B               | 0°                                | 943767            | 338675        |
| Modelo C               | 0°                                | 758847            | 291483        |

Para todas as simulações, o modelo de turbulência foi o “*k-ε RNG*”, com funções de parede padrão, e o esquema para o acoplamento pressão-velocidade foi o “SIMPLE”. Para interpolação das equações de momento e turbulência foi utilizado o esquema “*upwind*” de segunda ordem. Para comparação de desempenho entre

funções de interpolação de primeira e segunda ordem também foram realizadas simulações para os modelos A e B, para os quais se dispõe de valores experimentais, utilizando o esquema “Power-Law”. A Tabela 5-2 mostra as constantes do modelo “*k-ε RNG*” utilizadas nas simulações.

**Tabela 5-2 – Constantes do Modelo *k-ε RNG*.**

| Modelo <i>k-ε RNG</i> |       |       |
|-----------------------|-------|-------|
| $C_{\mu}$             | $C_1$ | $C_2$ |
| 0,0845                | 1,42  | 1,68  |

A Tabela 5-3 mostra os valores de sub-relaxação utilizado nas simulações. Porém para o modelo A, com o ângulo de abertura de 67,5° diferentes valores para esses fatores foram utilizados. Os valores iniciais não se mostraram adequados para garantir a convergência da simulação. Esses novos valores se encontram na Tabela 5-4.

**Tabela 5-3 – Fatores de Sub-Relaxação Utilizados nas Simulações.**

| Fatores de Sub-Relaxação |           |       |         |         |            |             |
|--------------------------|-----------|-------|---------|---------|------------|-------------|
| Pressão                  | Densidade | Força | Momento | Energia | Dissipação | Viscosidade |
| 0,3                      | 1,0       | 1,0   | 0,7     | 0,8     | 0,8        | 1,0         |

**Tabela 5-4 – Fatores de Sub-Relaxação Para Ângulo de Fechamento de 67,5°**

| Fatores de Sub-Relaxação |           |       |         |         |            |             |
|--------------------------|-----------|-------|---------|---------|------------|-------------|
| Pressão                  | Densidade | Força | Momento | Energia | Dissipação | Viscosidade |
| 0,2                      | 1,0       | 1,0   | 0,5     | 0,5     | 0,5        | 1,0         |

Para facilitar a visualização dos resultados foram feitos cortes longitudinais ao sentido do escoamento, para visualização dos campos de pressão e velocidade. A

Figura 5-6 mostra um exemplo de um corte longitudinal pelo plano de simetria, enquanto que a Figura 5-7 mostra um exemplo de corte longitudinal pelos mancais do obturador.

As figuras se referem aos resultados encontrados com as simulações utilizando a função de interpolação “upwind” de segunda ordem.

Um resumo com os valores encontrados para o coeficiente de perda de carga para todos os casos simulados se encontra na Tabela 5-5, após as figuras.

### 5.3.1 Modelo A – Válvula Totalmente Aberta

As figuras a seguir apresentam alguns resultados para o obturador na posição totalmente aberta.

Pode se notar nas figuras que mostram os contornos de velocidade e, principalmente, nas figuras para os vetores velocidade nas arestas de entrada e saída e na região do munhão do obturador, que o fato deste obturador apresentar arestas com cantos vivos causa o descolamento do fluido e regiões de recirculação. Como resultado espera-se uma perda de carga mais elevada.

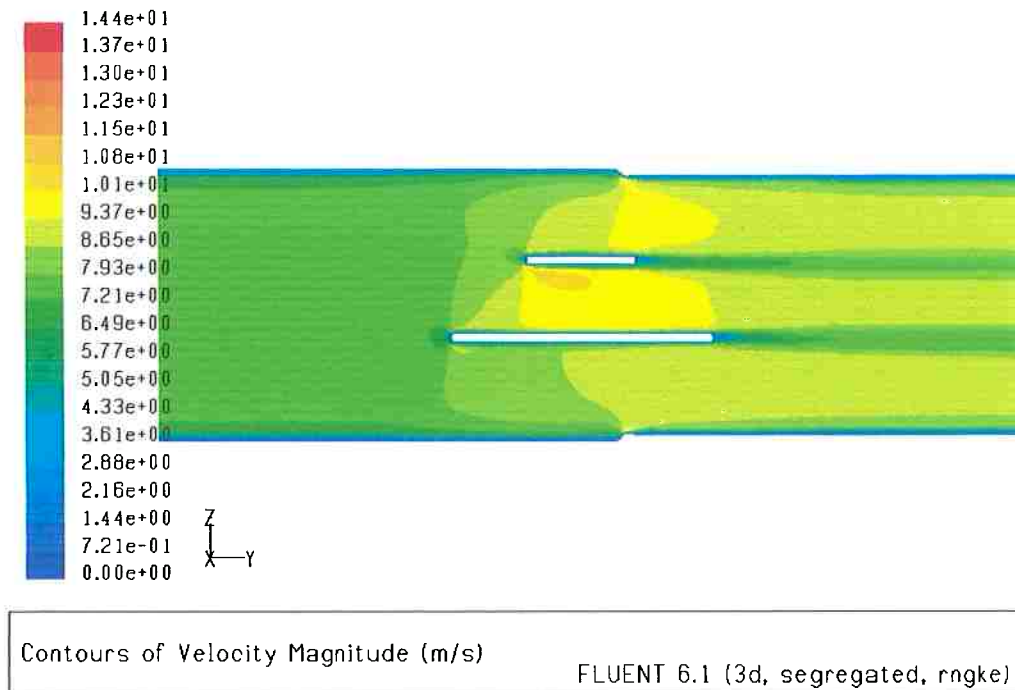


Figura 5-6 – Contornos de Magnitude de Velocidade.

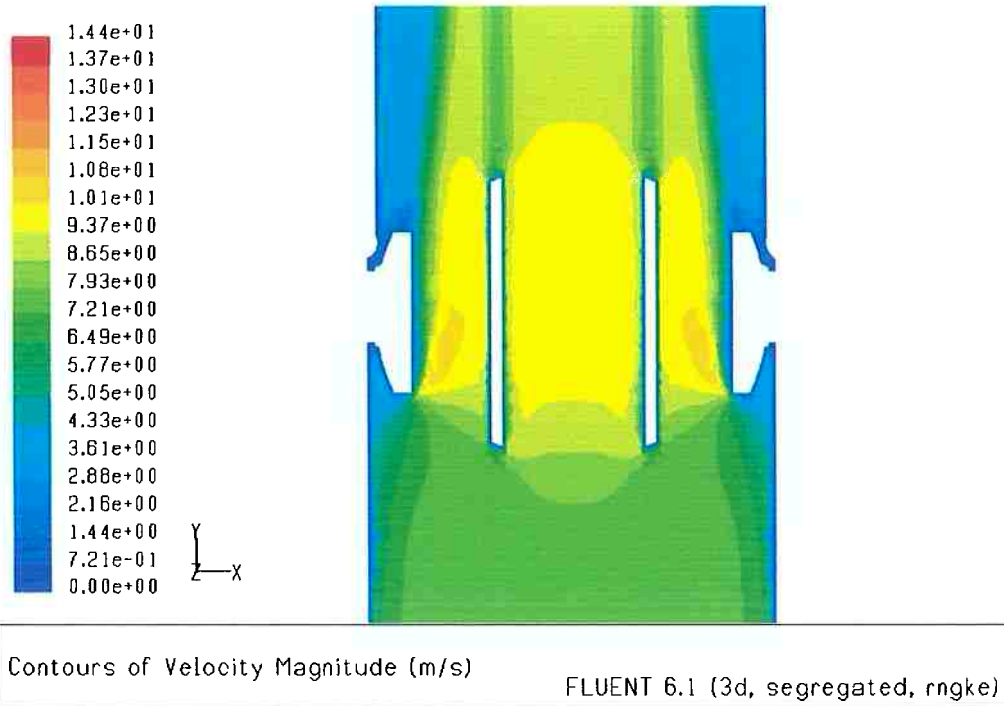


Figura 5-7 – Contornos de Magnitude de Velocidade.

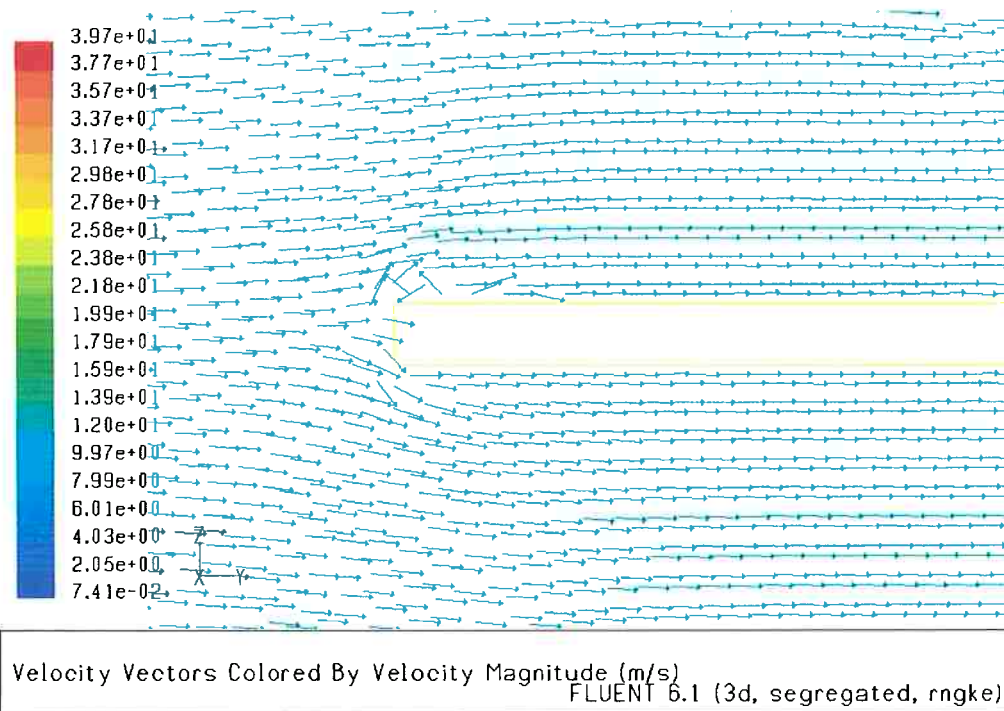


Figura 5-8 – Vetores Velocidade na Aresta de Entrada do Obturador.

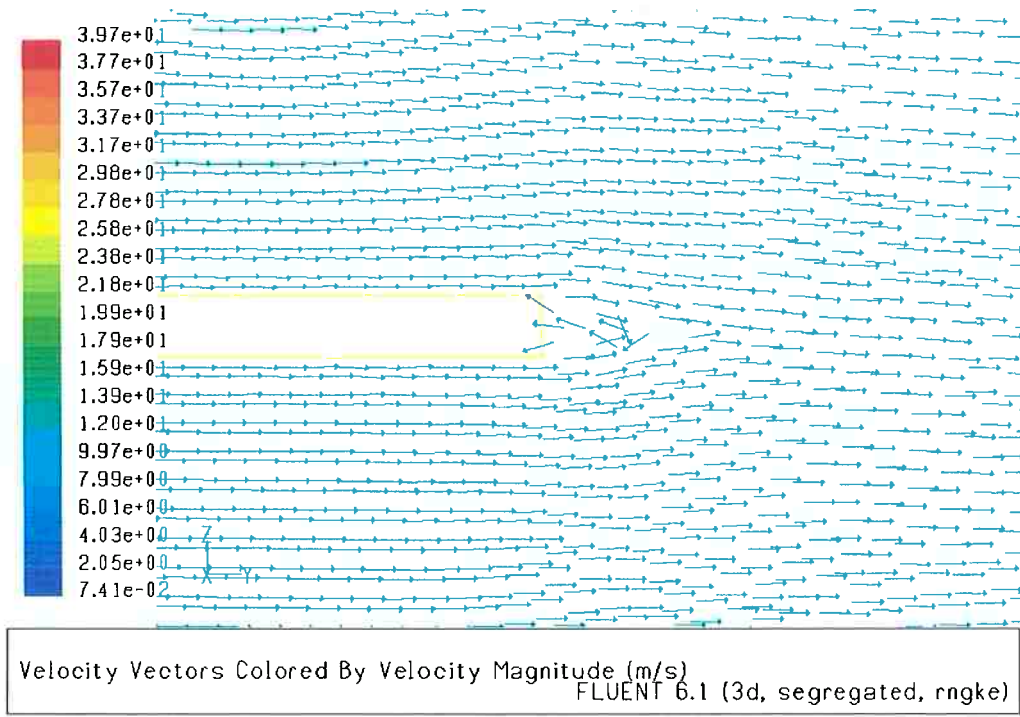


Figura 5-9 – Vetores Velocidade na Aresta de Saída do Obturador.

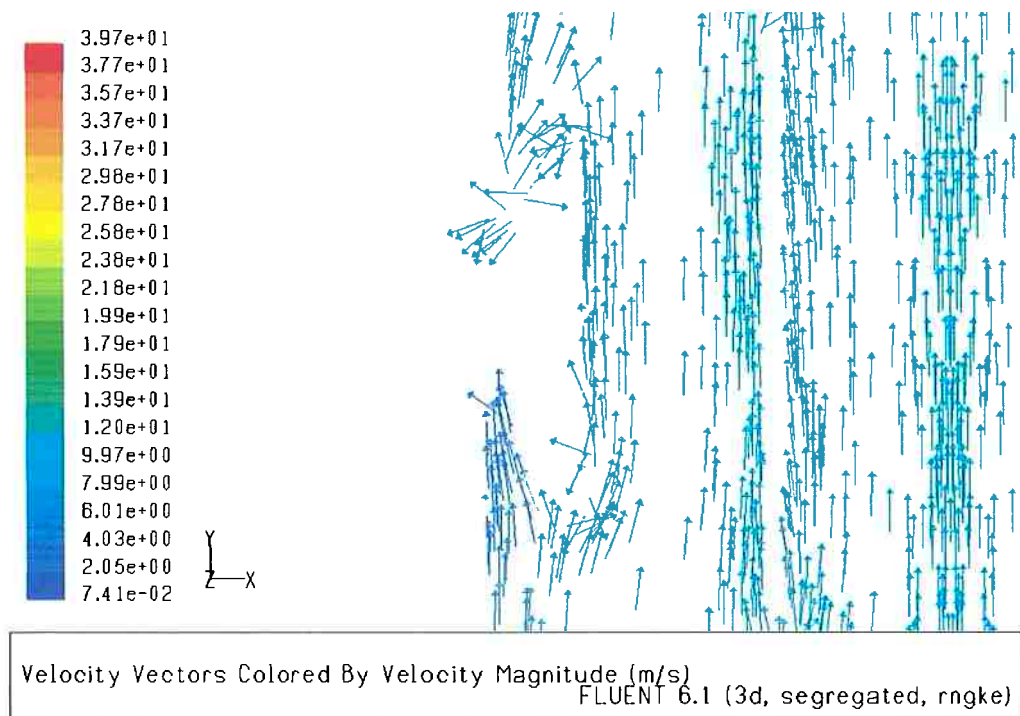


Figura 5-10 – Vetores Velocidade na Região do Munhão do Obturador.



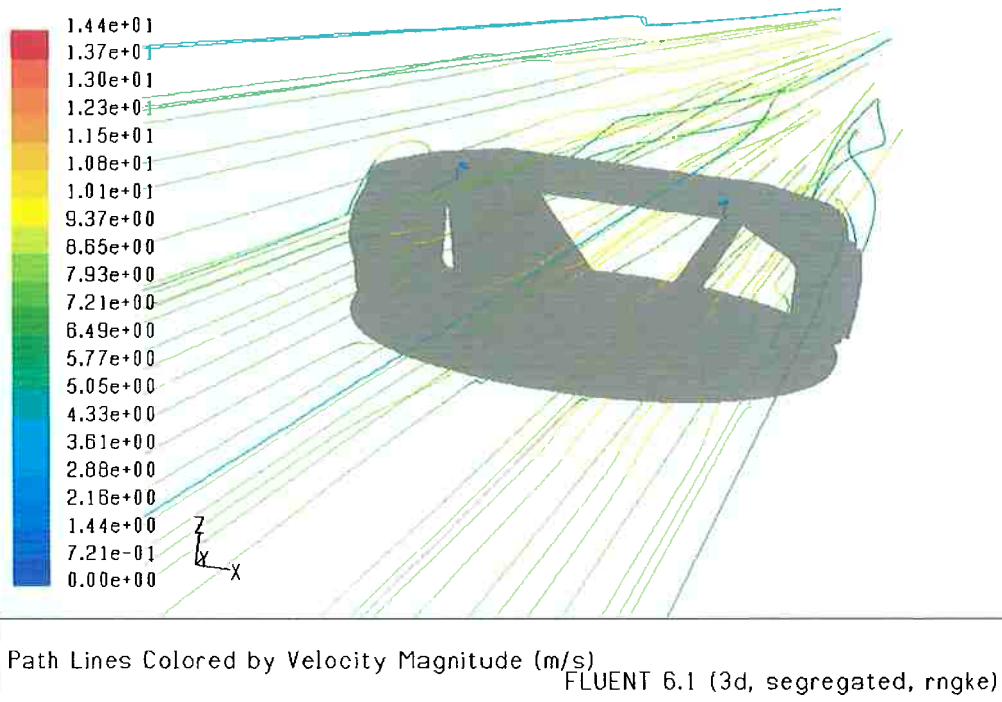


Figura 5-11 – Linhas de Corrente.

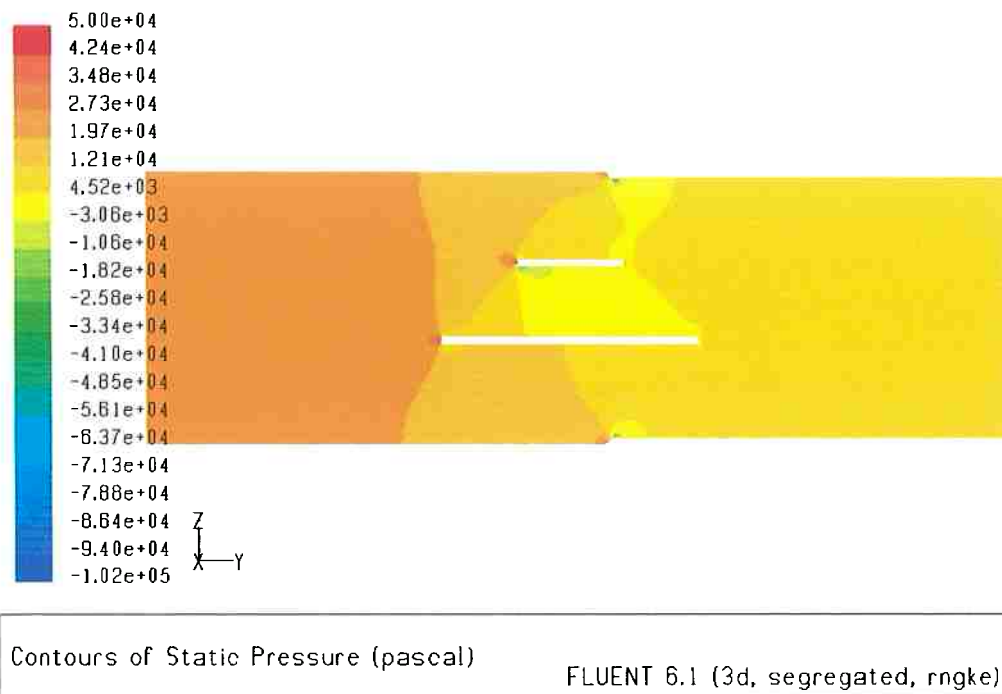


Figura 5-12 – Contornos de Pressão Estática.

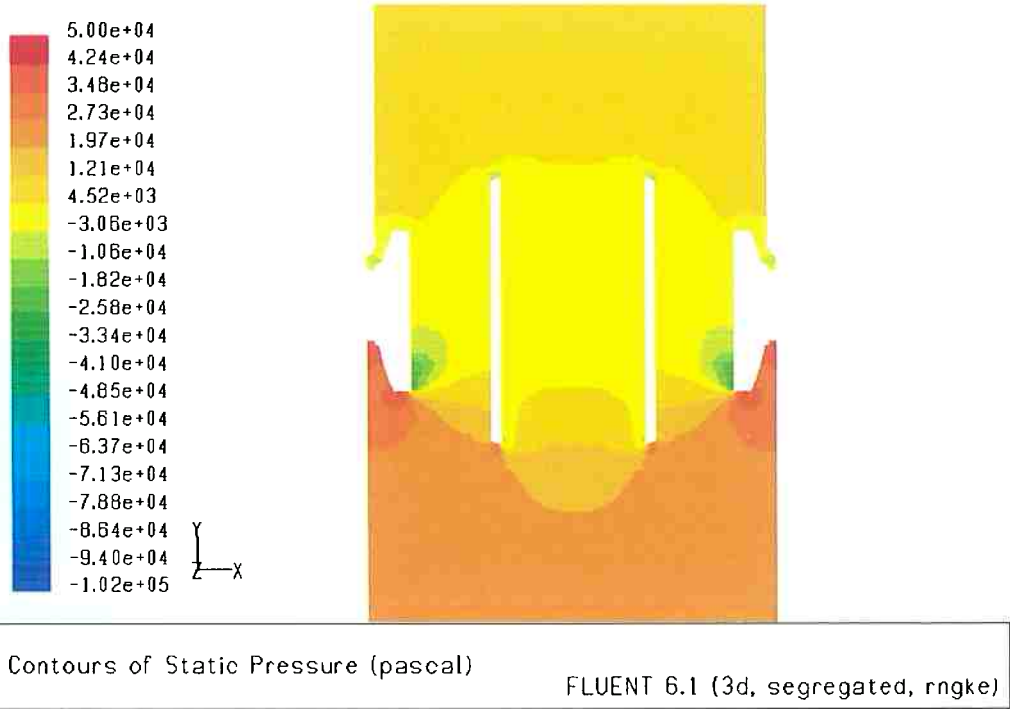


Figura 5-13 – Contornos de Pressão Estática.

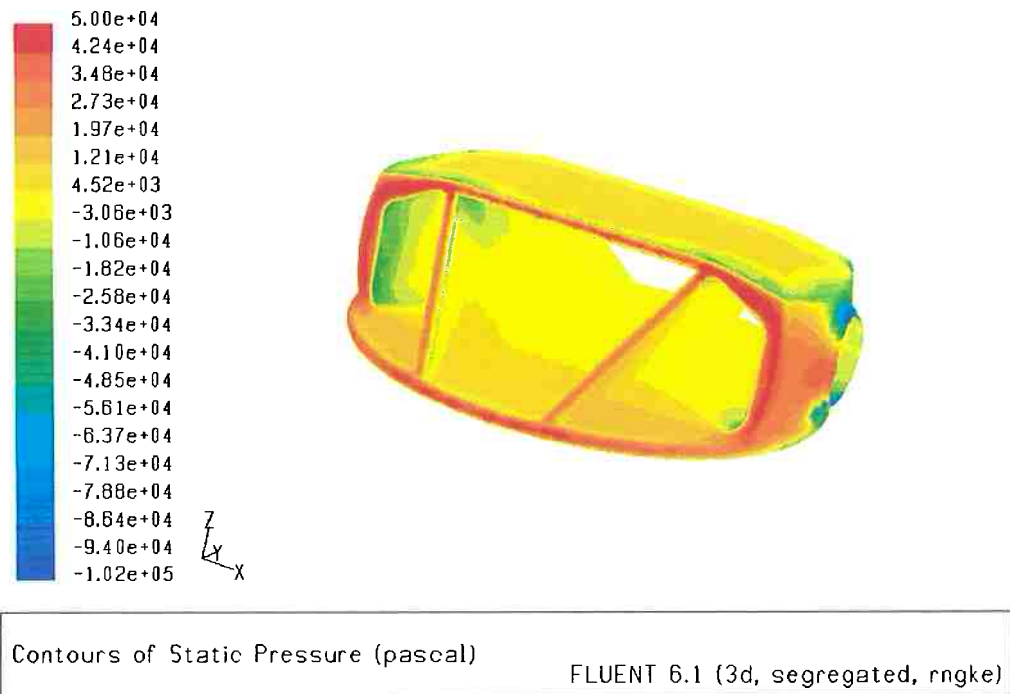


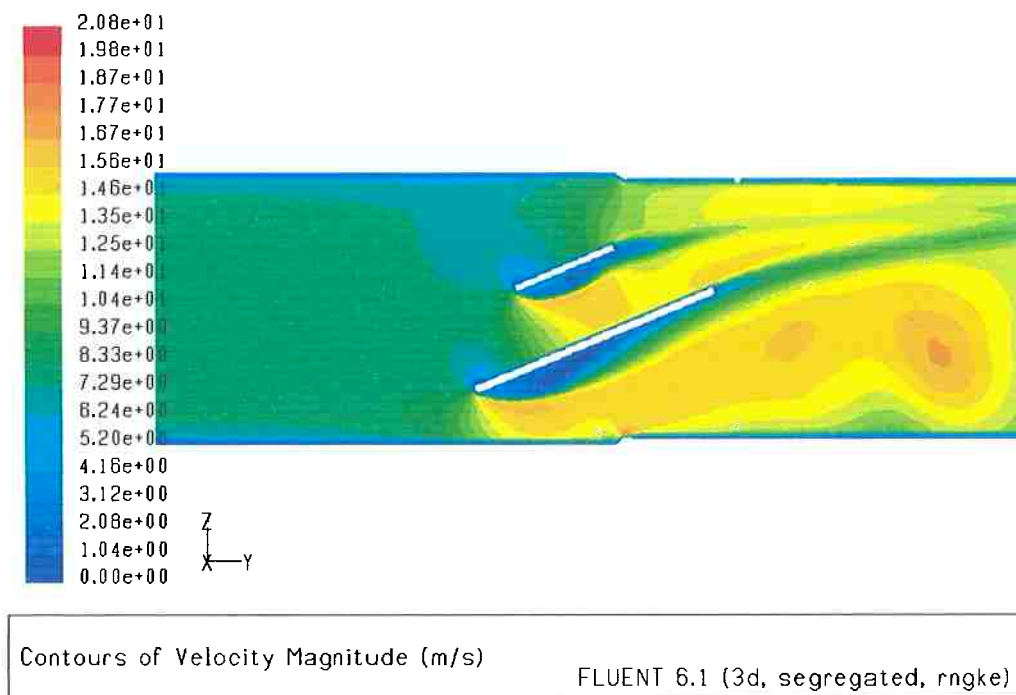
Figura 5-14 – Distribuição de Pressão Estática na Superfície do Obturador.

Novamente, para os contornos de pressão estática pode se observar uma grande região de estagnação na região frontal do obturador, ver Figura 5-14, que indica perda de carga elevada.

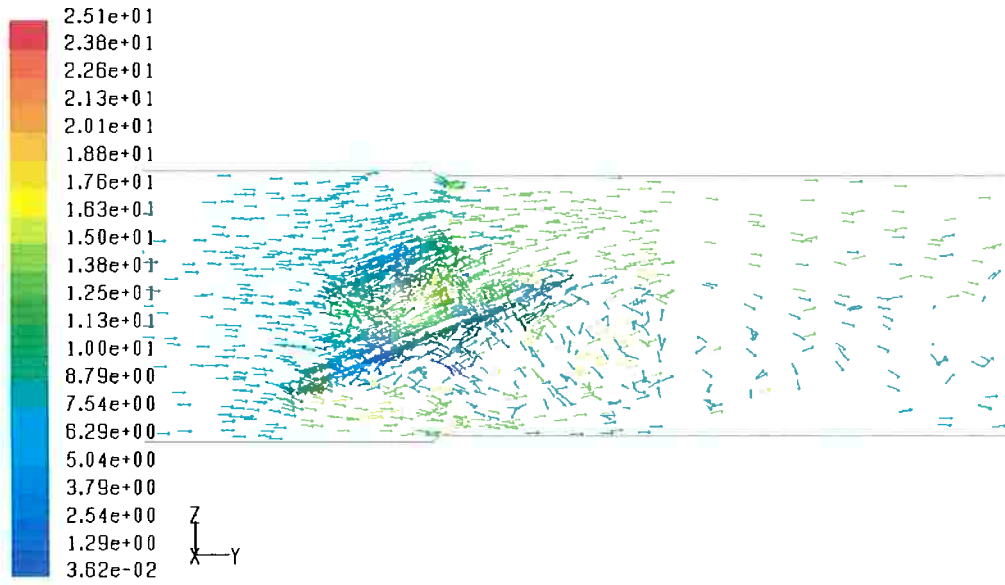
### 5.3.2 Modelo A – Ângulo de Fechamento de 22,5°

As figuras abaixo mostram os resultados obtidos para a simulação com o obturador com ângulo de fechamento de 22,5°.

As figuras que mostram os contornos de velocidade, vetores velocidade e linhas de corrente indicam claramente a perturbação que o obturador provoca no escoamento, aumentando o valor da perda de carga. A jusante do obturador pode se observar regiões de recirculação.

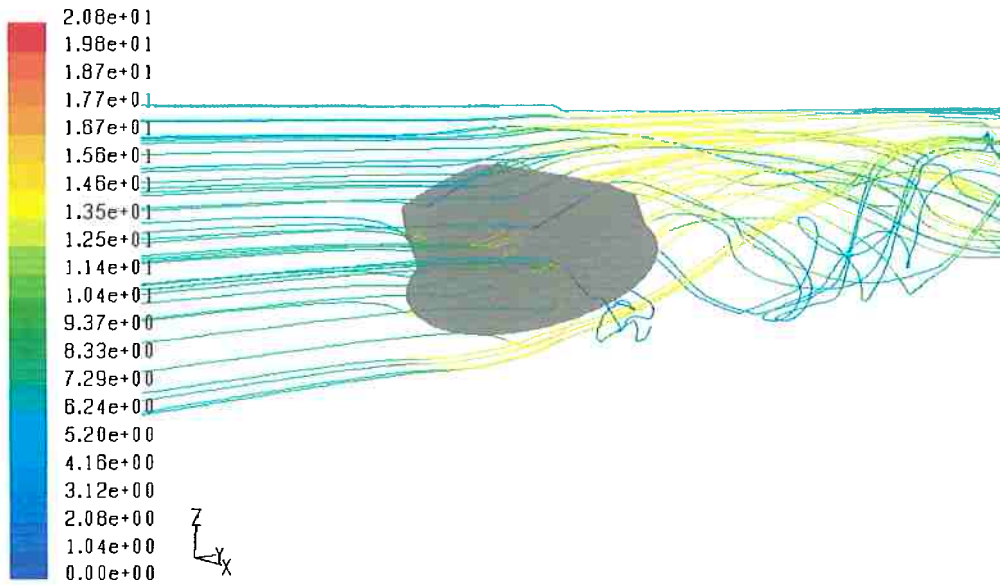


**Figura 5-15 – Contornos de Magnitude de Velocidade.**



Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s)  
FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

Figura 5-16 – Vetores Velocidade.



Path Lines Colored by Velocity Magnitude (m/s)  
FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

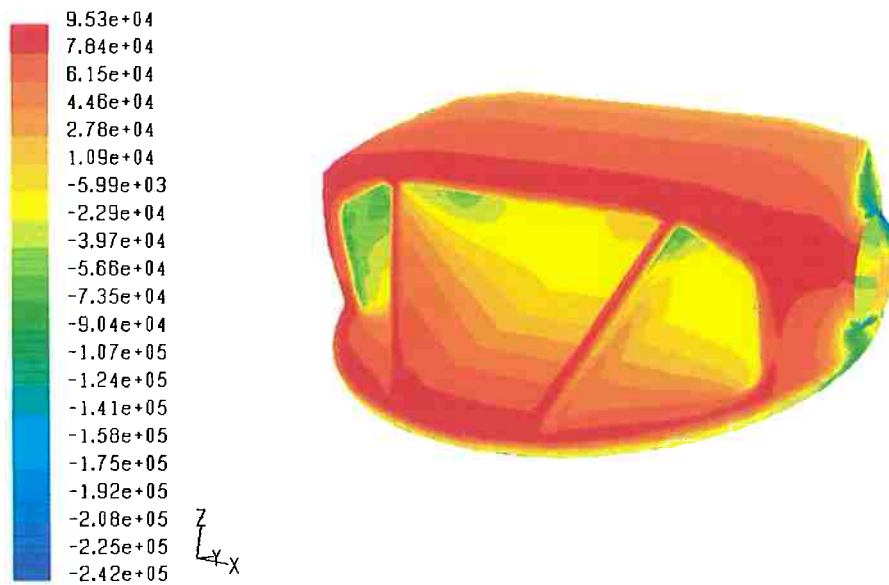
Figura 5-17 – Linhas de Corrente.



Contours of Static Pressure (pascal)

FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

**Figura 5-18 – Contornos de Pressão Estática.**



Contours of Static Pressure (pascal)

FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

**Figura 5-19 – Distribuição de Pressão Estática na Superfície do Obturador.**

As figuras com os contornos de pressão estática mostram com clareza a redução do valor da pressão causada pela presença do obturador.

### 5.3.3 Modelo A – Ângulo de Fechamento de 45°

As figuras abaixo mostram os resultados obtidos para a simulação com o obturador com ângulo de fechamento de 45°.

Os mesmos comentários feitos para o caso anterior, a respeito do impacto do obturador no escoamento, são válidos para esse caso. Nota-se que a zona de recirculação a jusante do obturador é ainda maior.

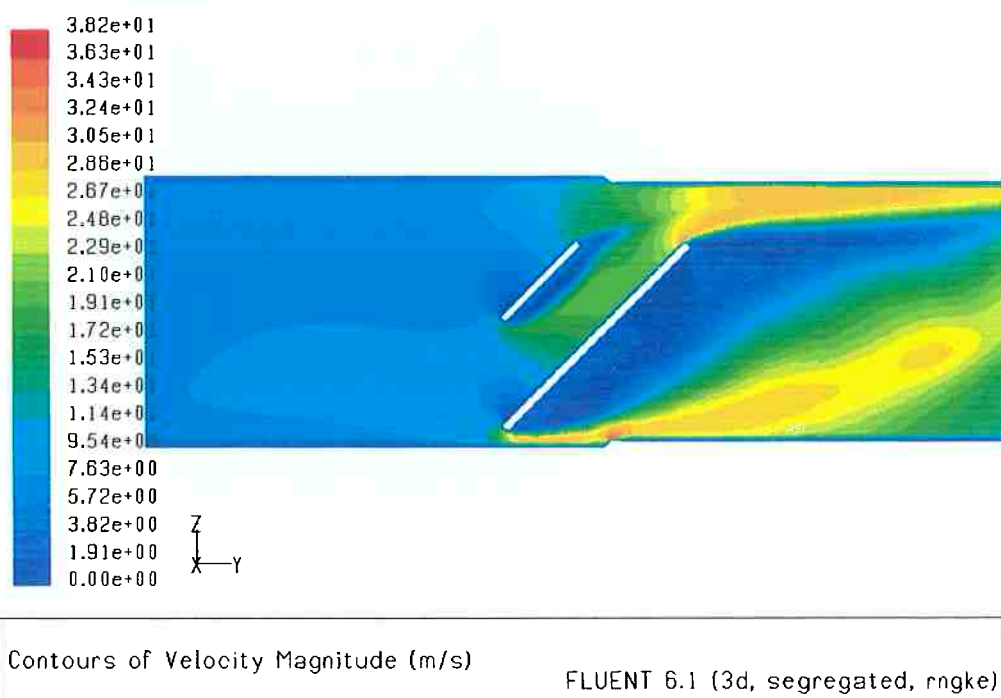
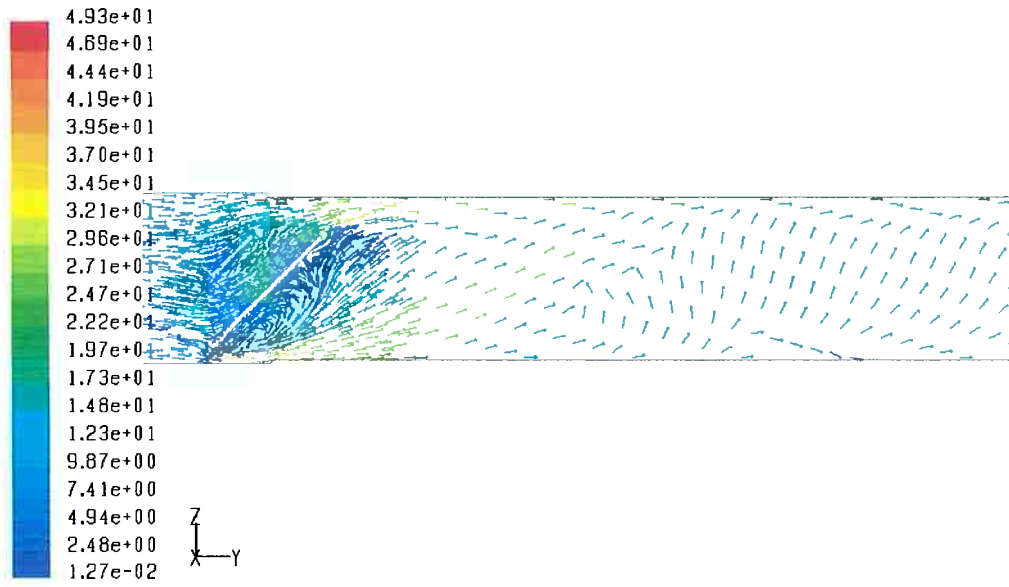
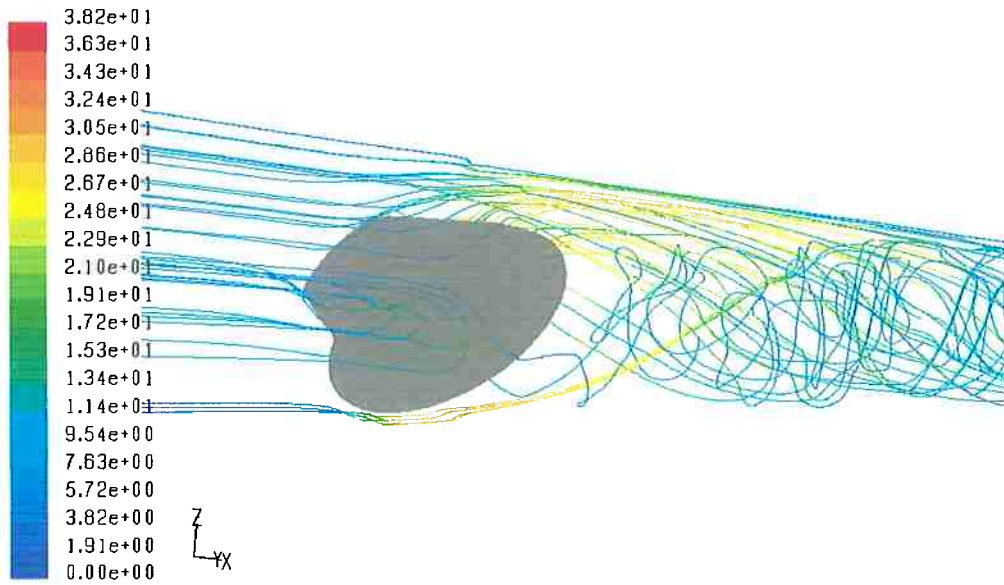


Figura 5-20 – Contornos de Magnitude de Velocidade.



Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s)  
FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

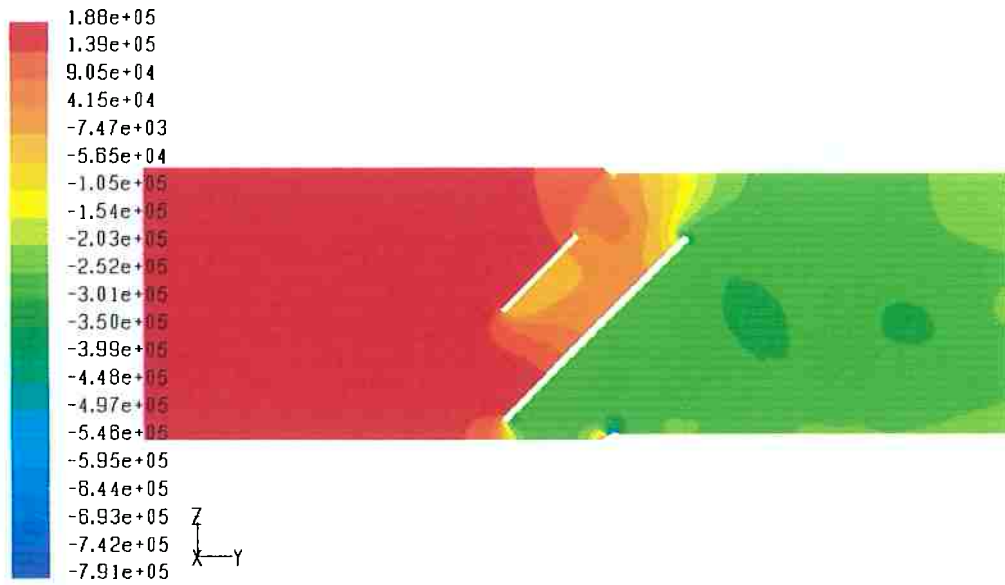
**Figura 5-21 – Vetores Velocidade.**



Path Lines Colored by Velocity Magnitude (m/s)  
FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

**Figura 5-22 – Linhas de Corrente.**

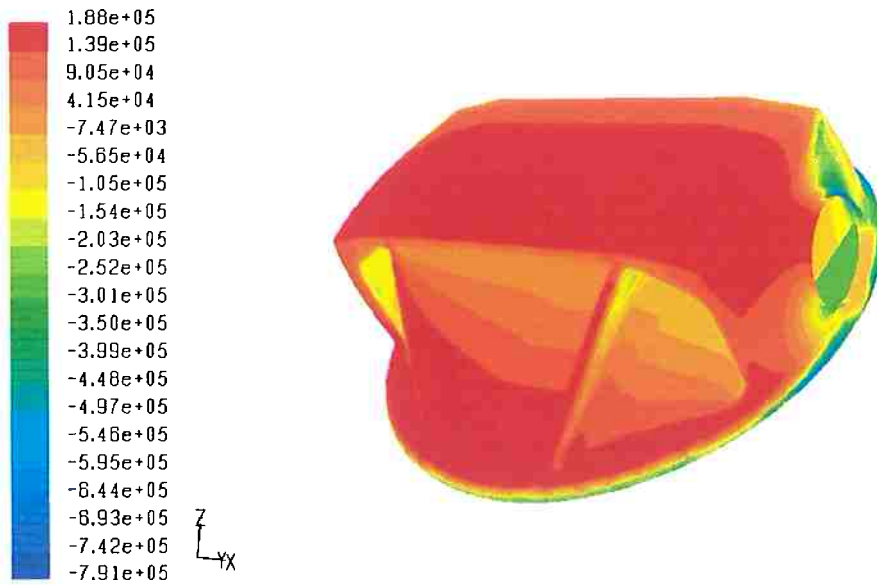




Contours of Static Pressure (pascal)

FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

**Figura 5-23 – Contornos de Pressão Estática.**



Contours of Static Pressure (pascal)

FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

**Figura 5-24 – Distribuição de Pressão Estática na Superfície do Obturador.**

### 5.3.4 Modelo A – Ângulo de Fechamento de 67,5°

As figuras abaixo mostram os resultados obtidos para a simulação com o obturador com ângulo de fechamento de 67,5°.

Neste caso o obturador está bloqueando quase toda área de passagem para o escoamento. A velocidade, que na seção de entrada tem um valor médio de 7,3 m/s, chega a ultrapassar 100 m/s. A jusante do obturador o escoamento é altamente desordenado e recirculante, como pode ser visto na Figura 5-27.

Os contornos de pressão estática demonstram claramente a alta perda de carga causada pela presença do obturador.

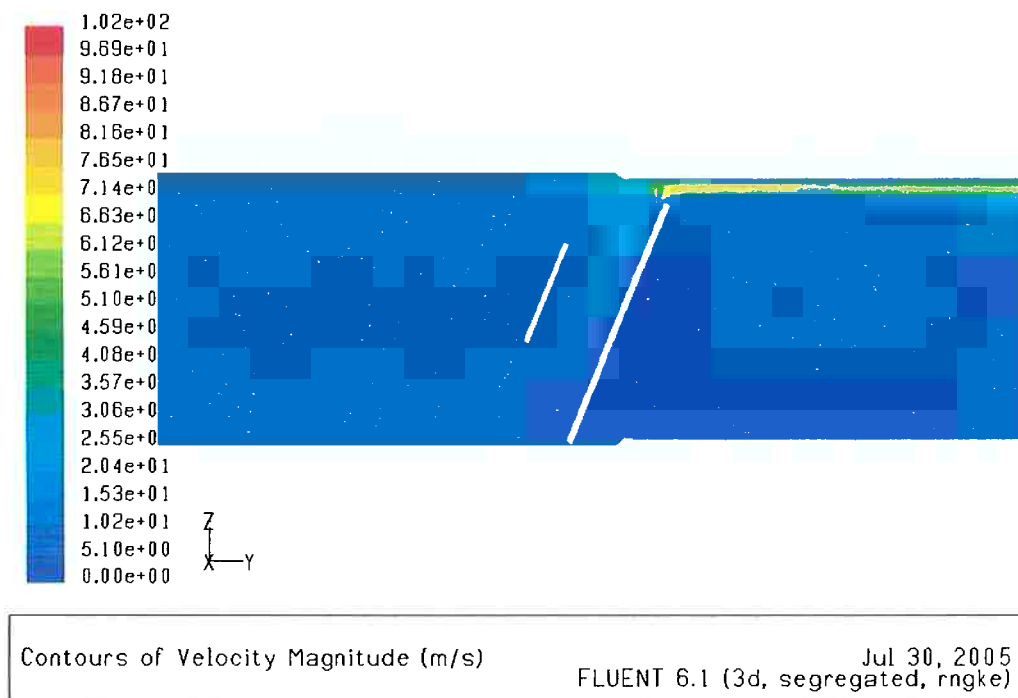
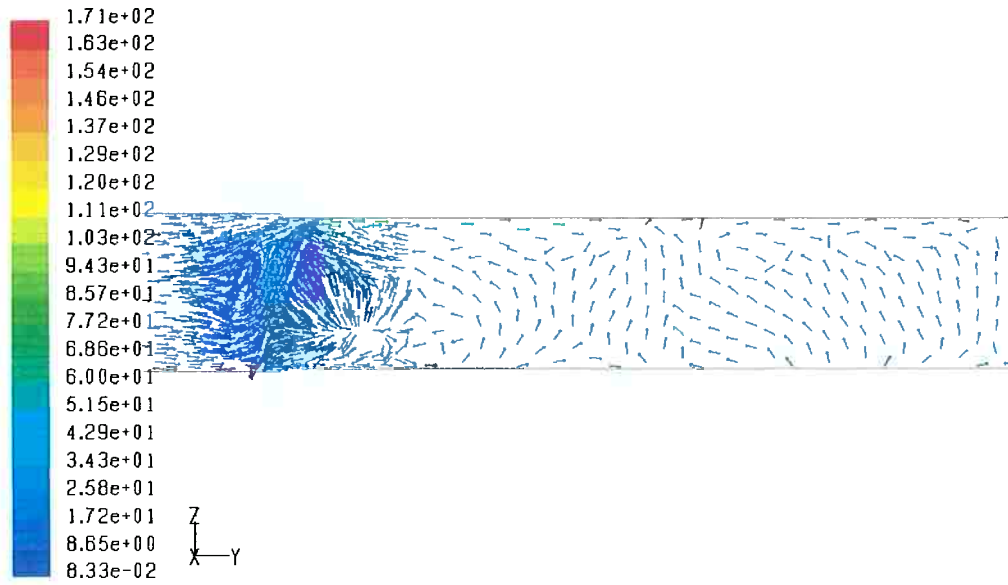
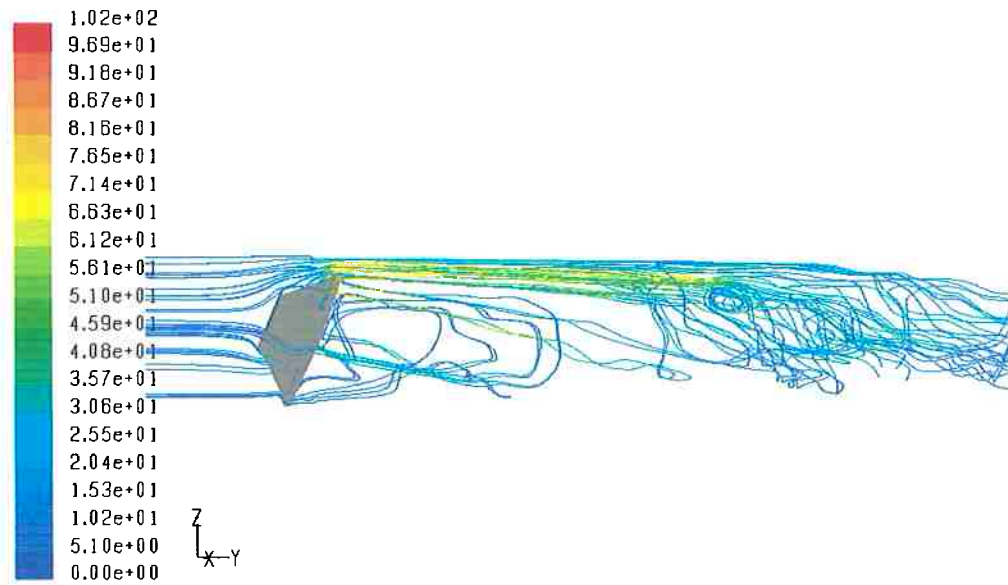


Figura 5-25 – Contornos de Magnitude de Velocidade.



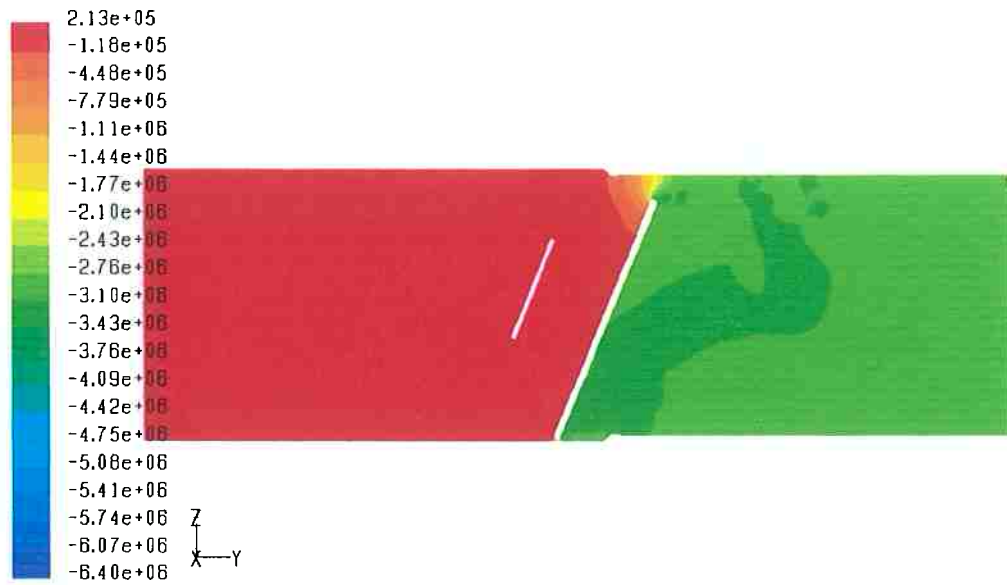
Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s) Jul 30, 2005  
FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

Figura 5-26 – Vetores Velocidade.



Path Lines Colored by Velocity Magnitude (m/s) Jul 30, 2005  
FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

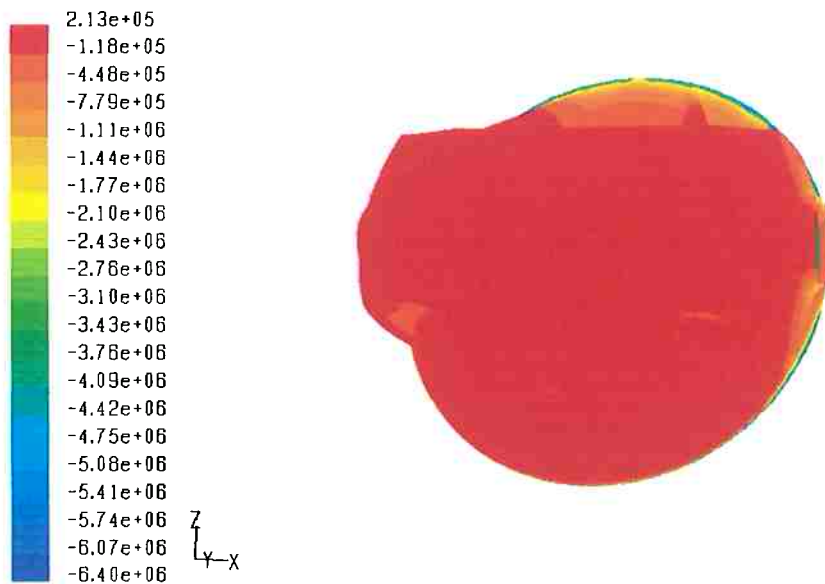
Figura 5-27 – Linhas de Corrente.



Contours of Static Pressure (pascal)

Jul 30, 2005  
FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

Figura 5-28 – Contornos de Pressão Estática.



Contours of Static Pressure (pascal)

Jul 30, 2005  
FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

Figura 5-29 – Distribuição de Pressão Estática na Superfície do Obturador.

### 5.3.5 Modelo B – Válvula Totalmente Aberta

As figuras a seguir apresentam alguns resultados para o obturador na posição totalmente aberta.

Pode se notar que o “impacto” no escoamento causado pela presença do obturador é menor do que o obtido com o modelo A. Isso pode ser notado de forma clara ao se observar as figuras mostrando os vetores velocidade. Devido à geometria das arestas de entrada e saída, foram eliminadas as áreas de recirculação observadas para o modelo A. Isso demonstra intuitivamente o menor valor obtido por este modelo para a perda de carga.

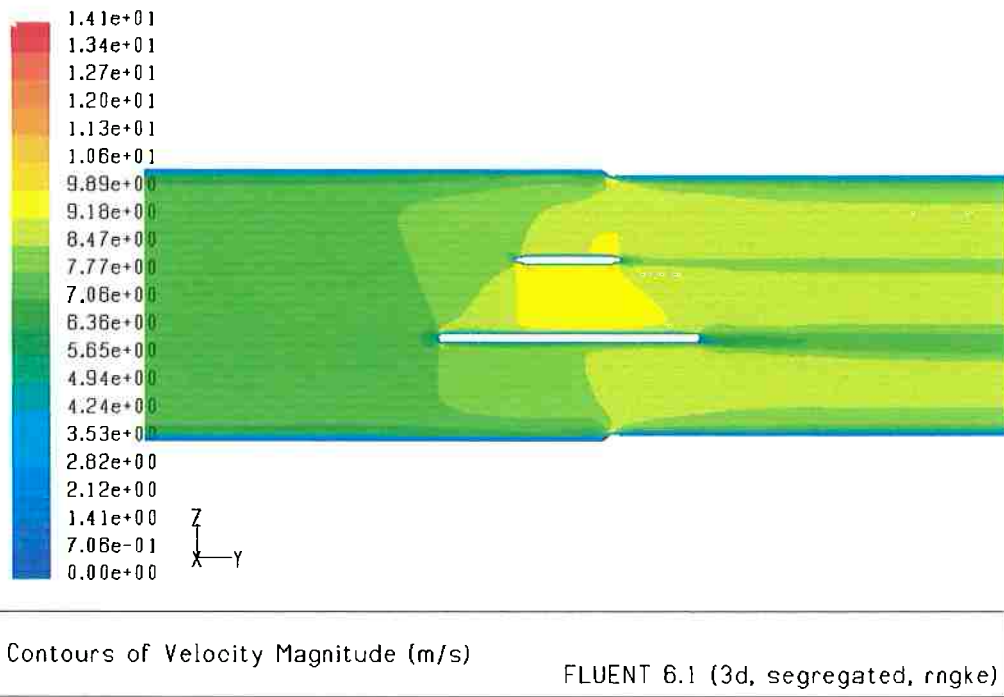


Figura 5-30 – Contornos de Magnitude de Velocidade.

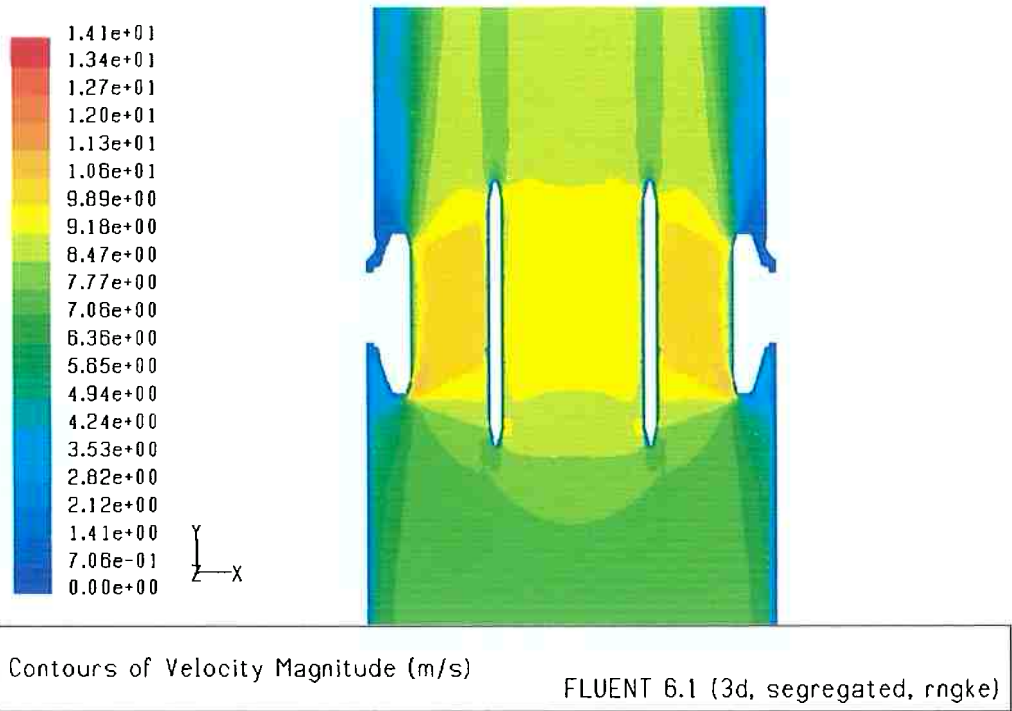


Figura 5-31 – Contornos de Magnitude de Velocidade.

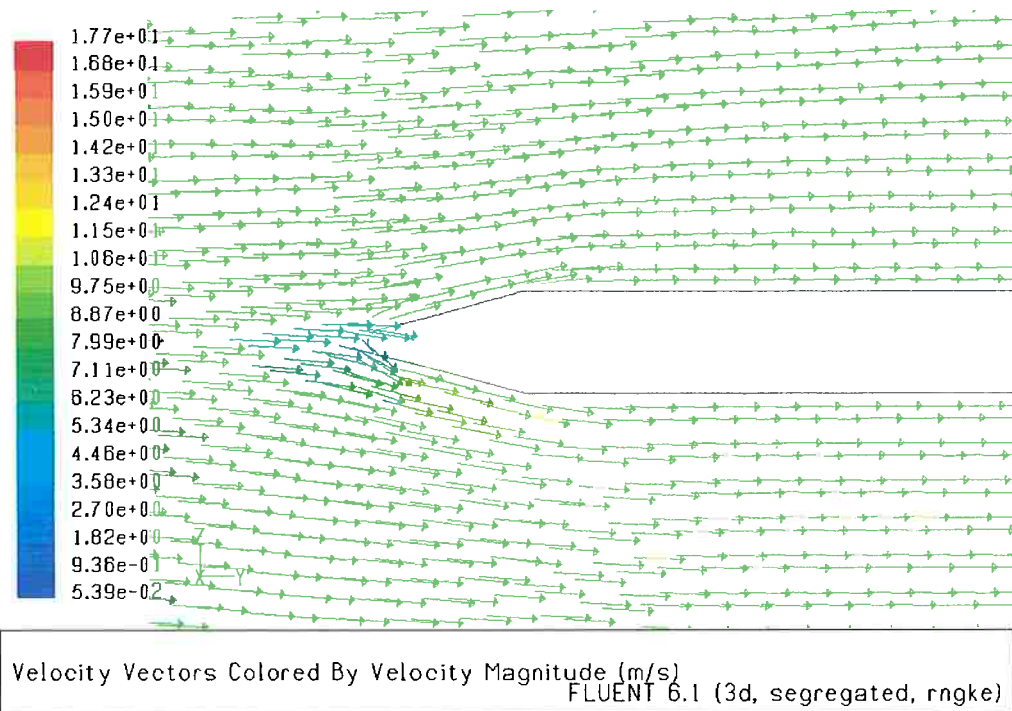


Figura 5-32 – Vetores Velocidade na Aresta de Entrada do Obturador.

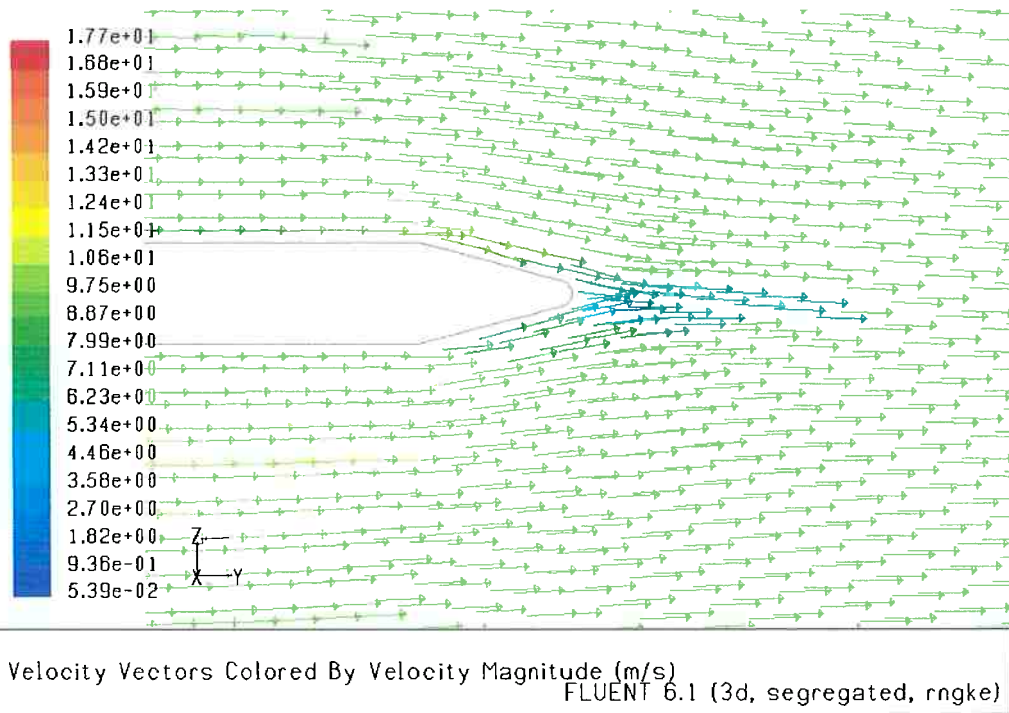


Figura 5-33 – Vetores Velocidade na Aresta de Saída do Obturador.

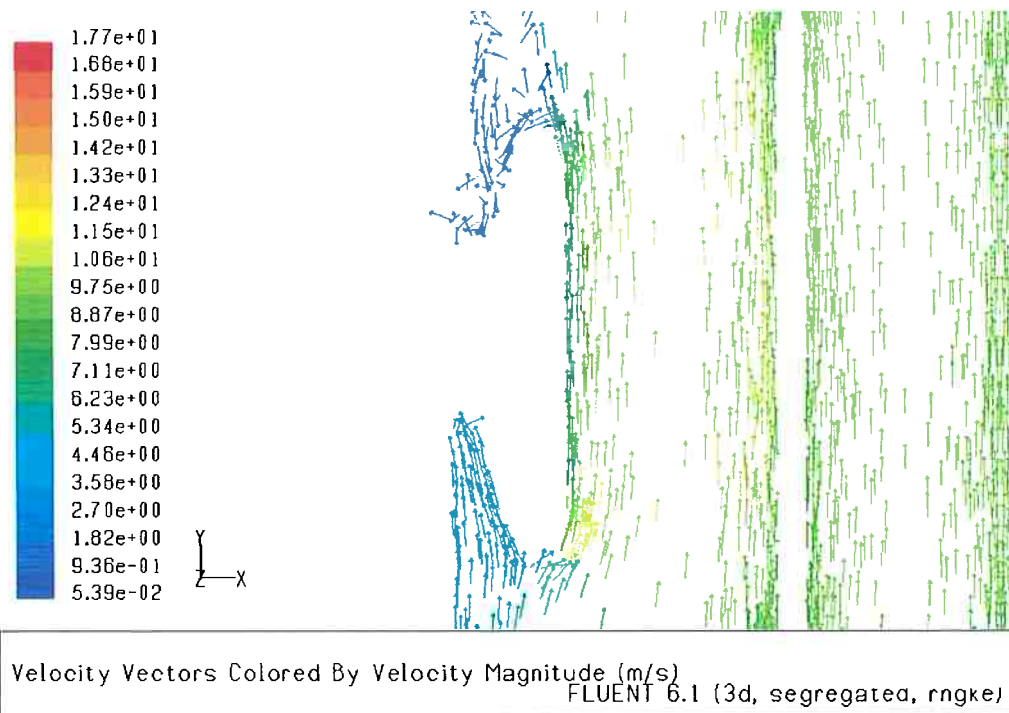


Figura 5-34 – Vetores Velocidade na Região do Munhão do Obturador.



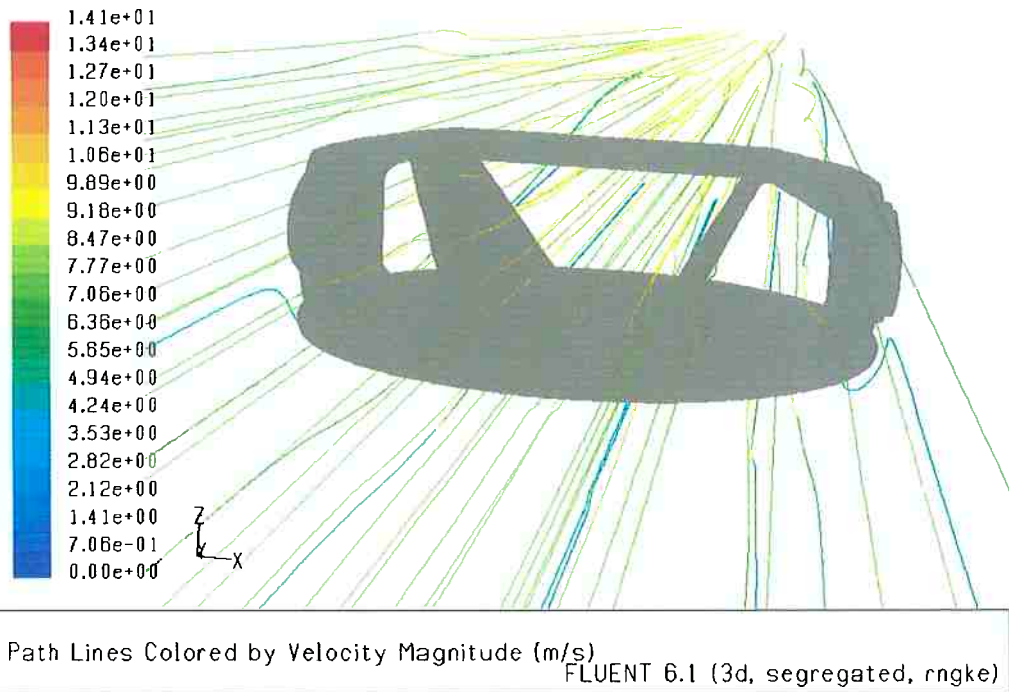


Figura 5-35 – Linhas de Corrente.

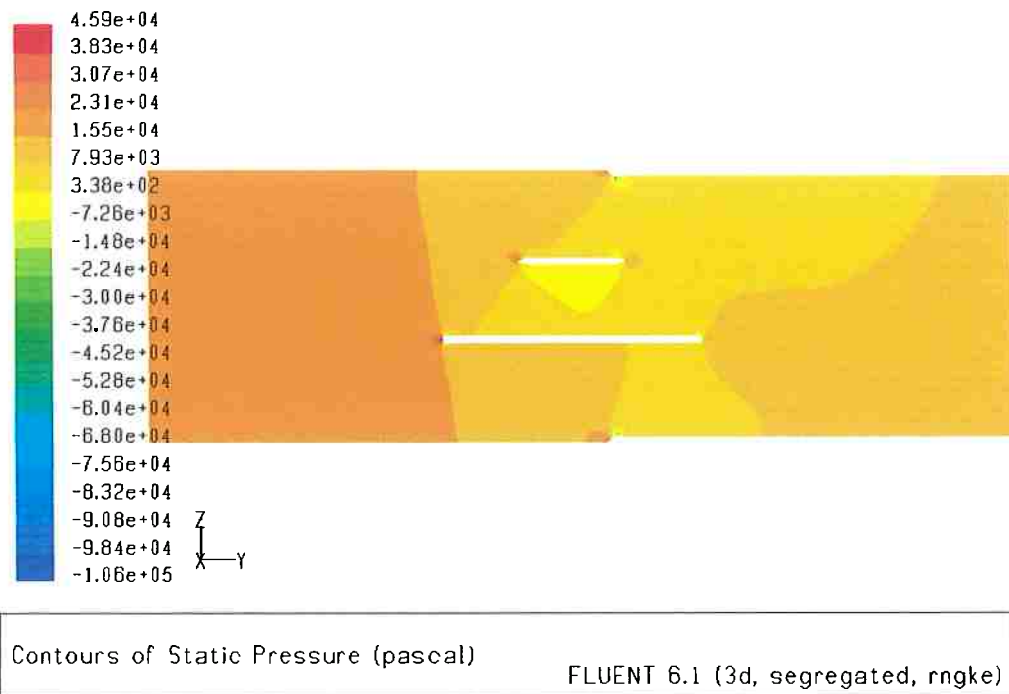


Figura 5-36 – Contornos de Pressão Estática.

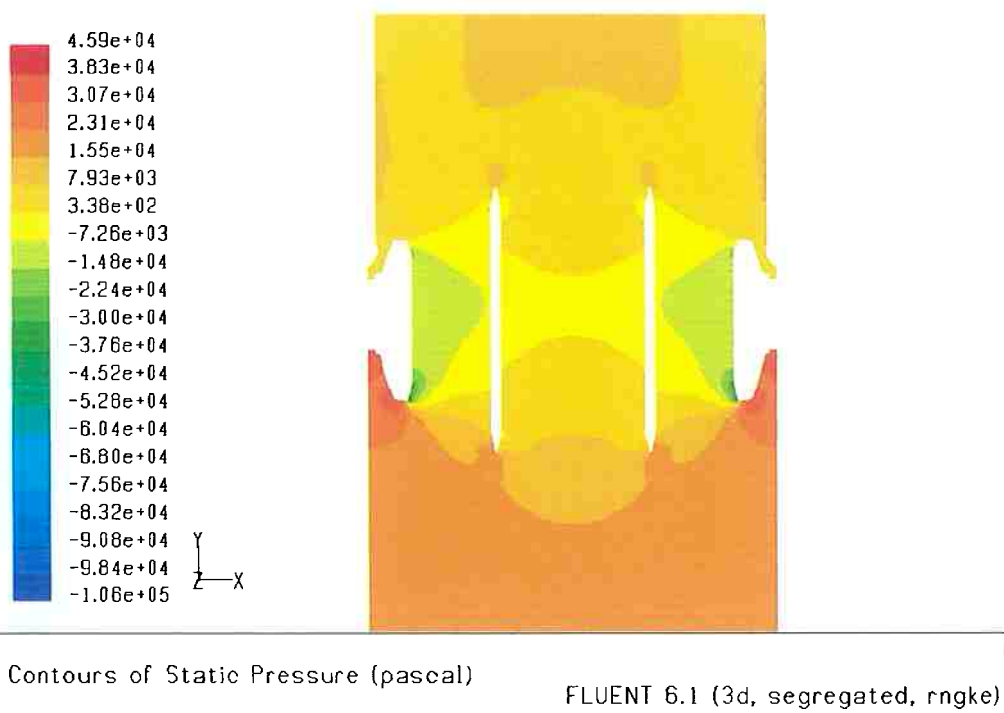


Figura 5-37 – Contornos de Pressão Estática.

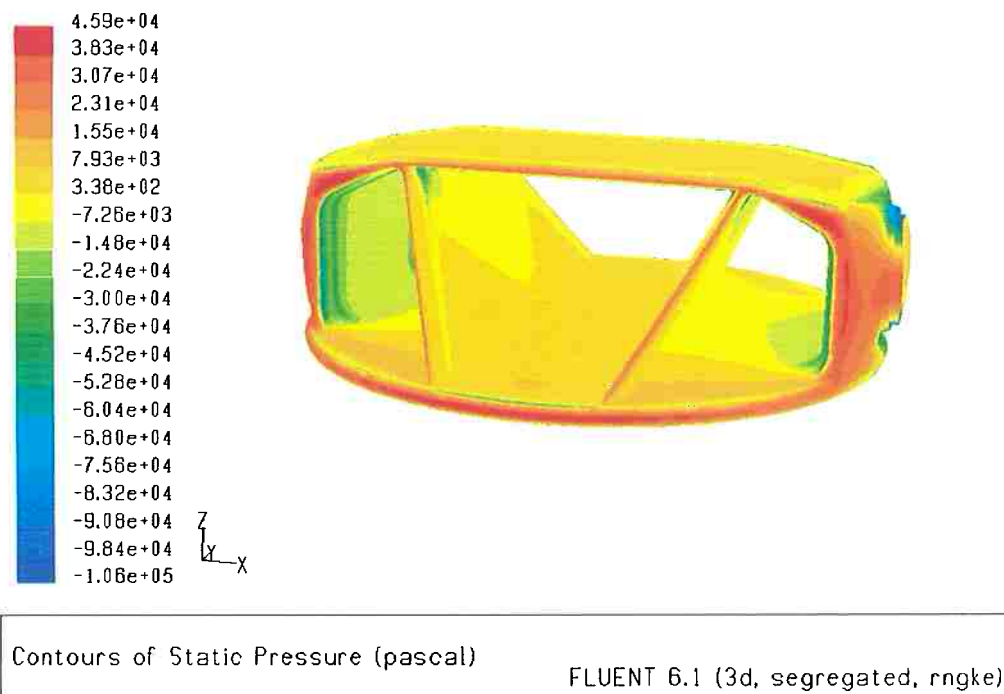


Figura 5-38 – Distribuição de Pressão Estática na Superfície do Obturador.

Novamente fazendo uma comparação com os resultados obtidos para o modelo A, pode-se ver que a região de estagnação frontal no obturador, Figura 5-38,

tem sua extensão reduzida. O valor máximo obtido da pressão estática também se mostrou inferior ao obtido para o modelo A, de 45900 Pa contra 50000 Pa.

### 5.3.6 Modelo C – Válvula Totalmente Aberta

As figuras a seguir apresentam alguns resultados para o obturador na posição totalmente aberta.

Pode se notar que o escoamento tem um comportamento similar ao obtido para o obturador modelo B, com eliminação das áreas de recirculação nas arestas de entrada e saída do obturador. Dessa forma pode se imaginar que o valor da perda de carga também seja inferior ao obtido pelo modelo A, se mostrando próximo ao obtido pelo modelo B.

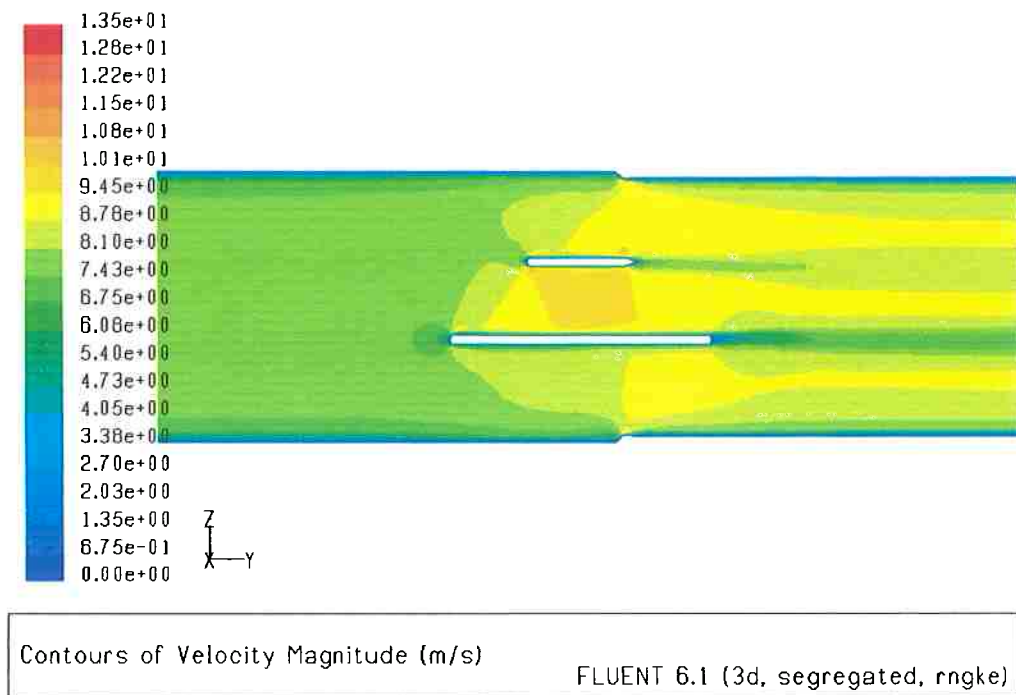


Figura 5-39 – Contornos de Magnitude de Velocidade.

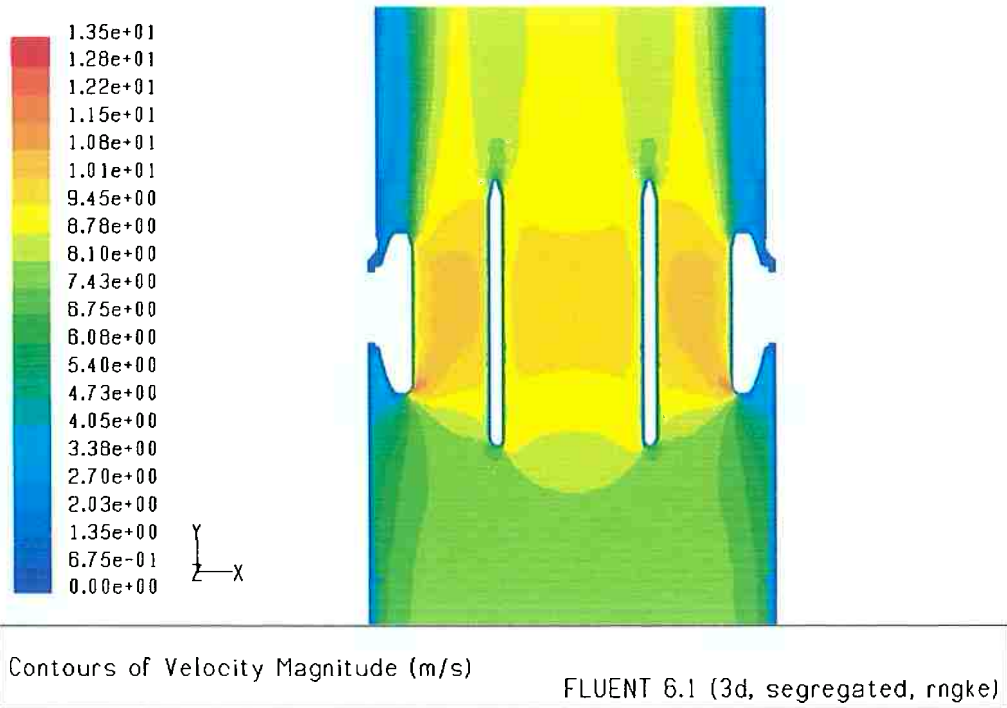


Figura 5-40 – Contornos de Magnitude de Velocidade.

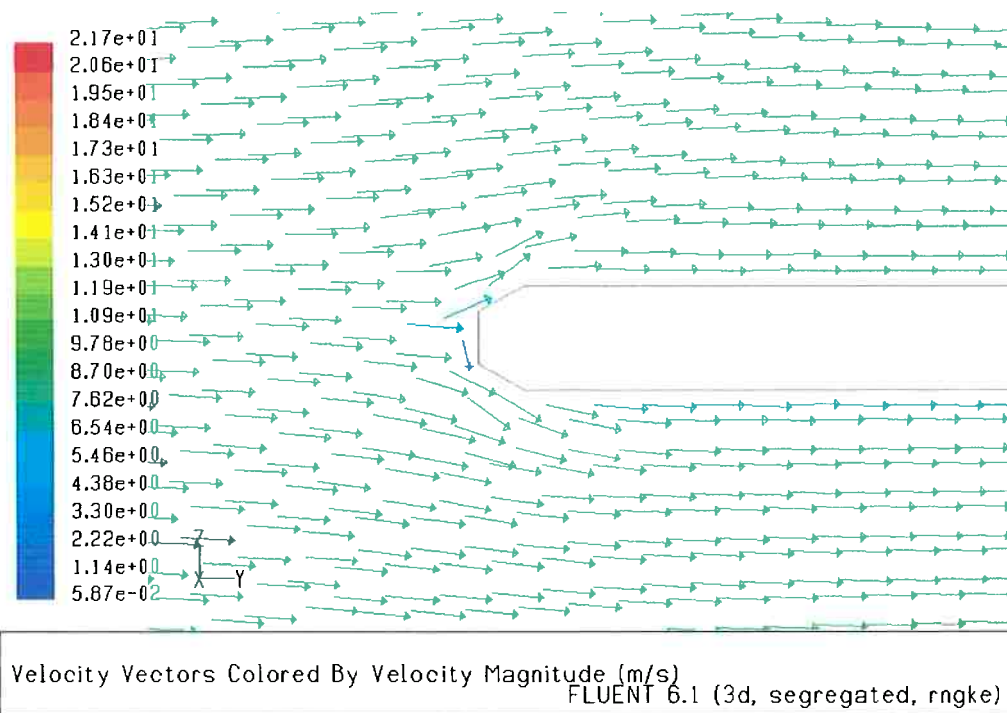


Figura 5-41 – Vetores Velocidade na Aresta de Entrada do Obturador.

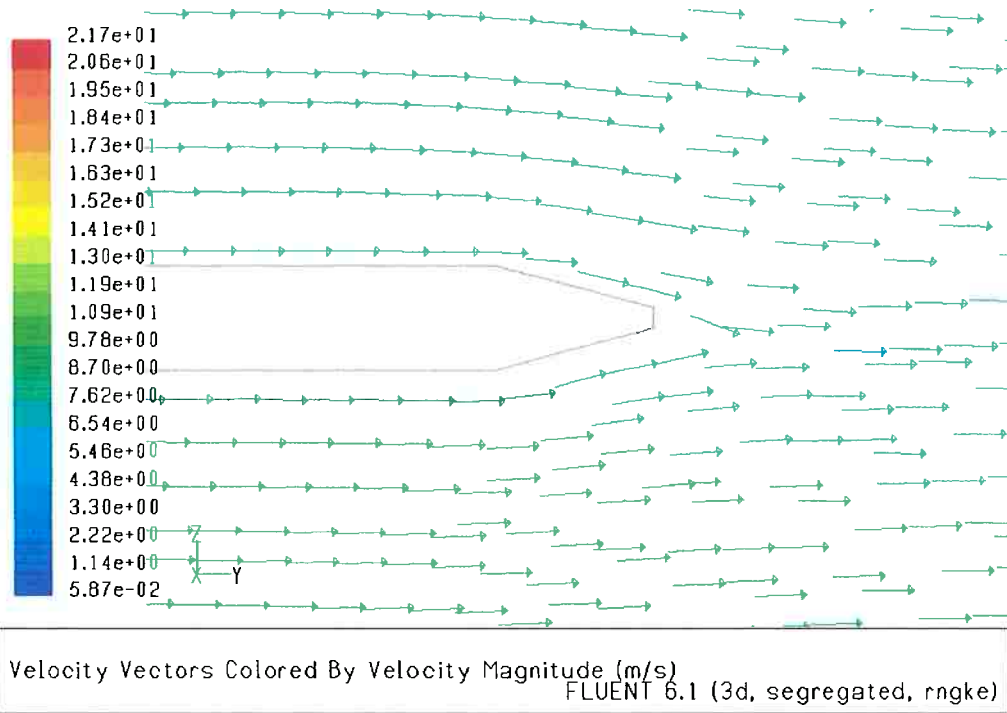


Figura 5-42 – Vetores Velocidade na Aresta de Saída do Obturador.

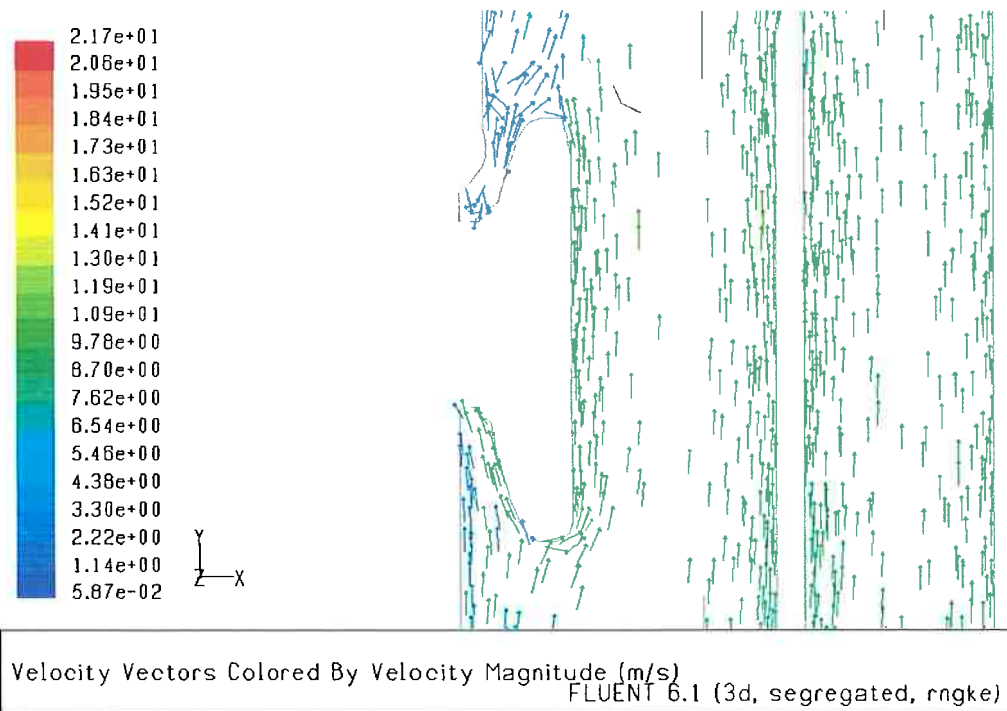
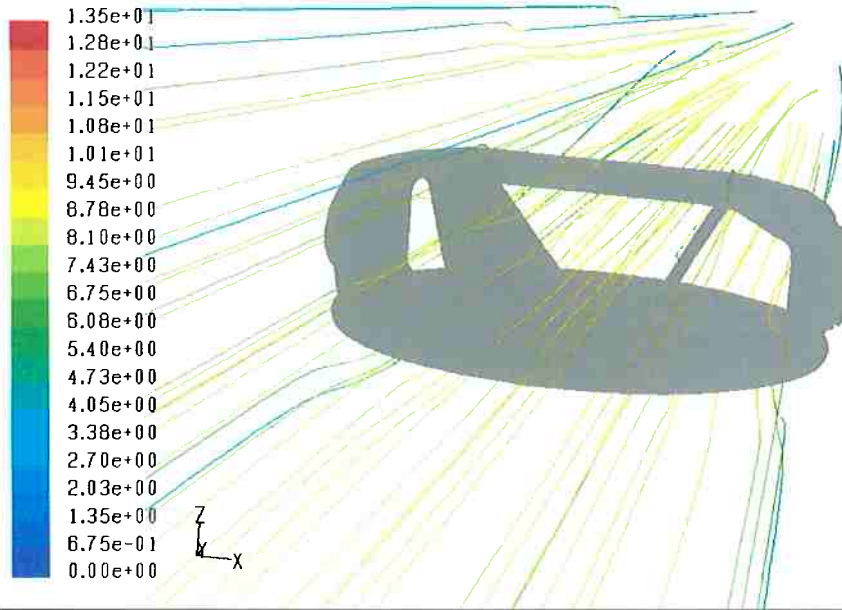
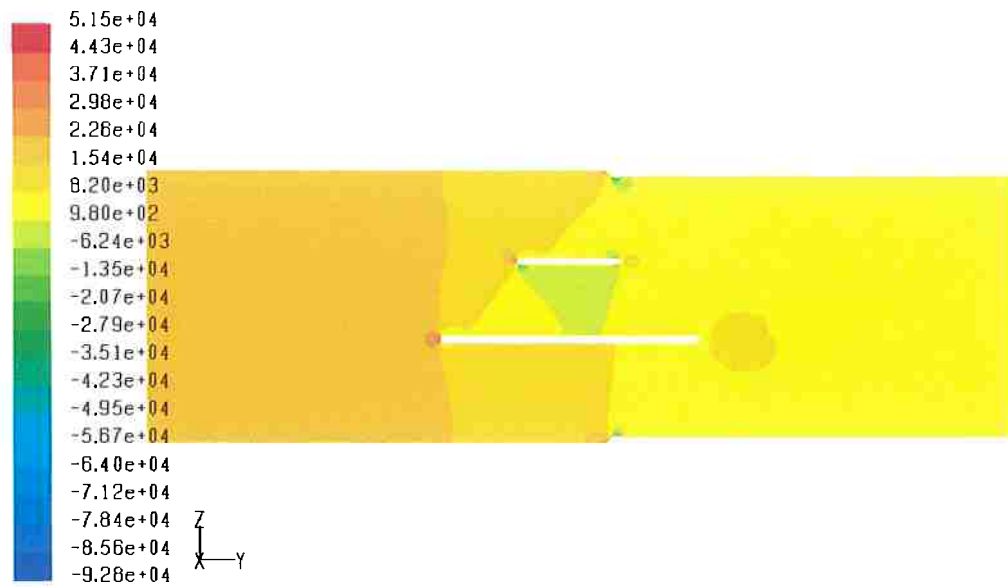


Figura 5-43 – Vetores Velocidade na Região do Munhão do Obturador.



Path Lines Colored by Velocity Magnitude (m/s)  
FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

Figura 5-44 – Linhas de Corrente.



Contours of Static Pressure (pascal)  
FLUENT 6.1 (3d, segregated, rngke)

Figura 5-45 – Contornos de Pressão Estática.

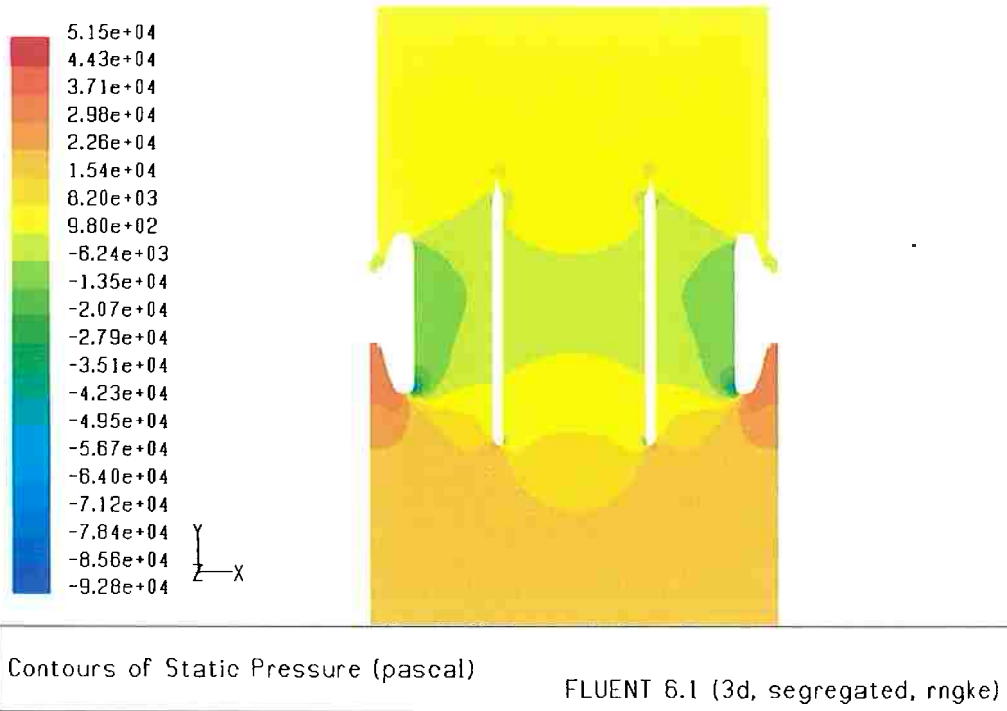


Figura 5-46 – Contornos de Pressão Estática.

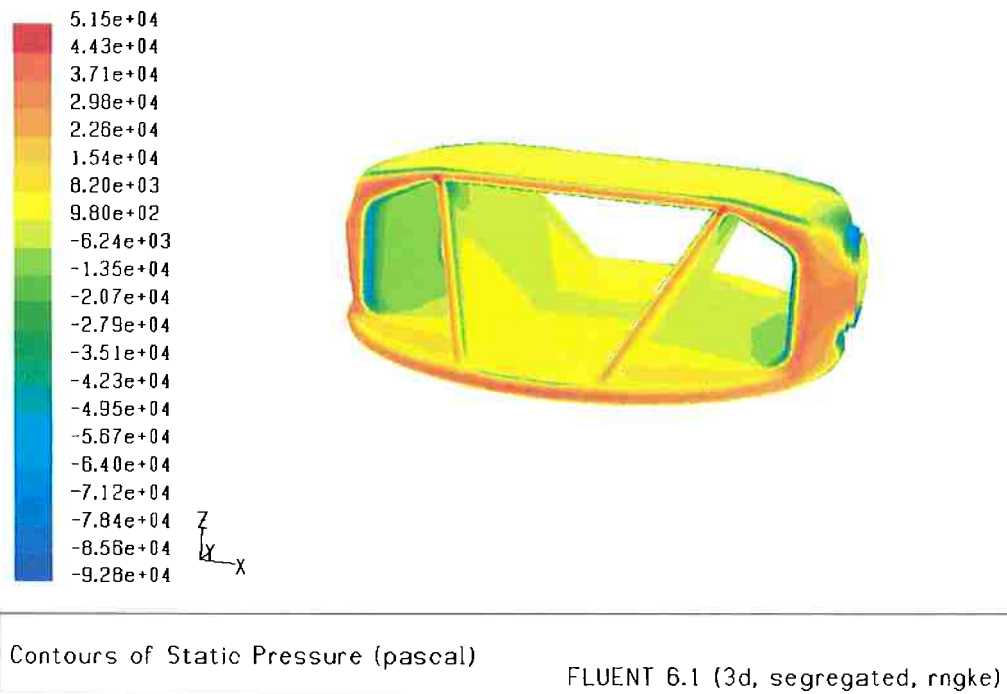


Figura 5-47 – Distribuição de Pressão Estática na Superfície do Obturador.



Na Tabela 5-5 se encontra um resumo dos valores de perda de carga singular e seu coeficiente obtidos para os diferentes modelos com diferentes ângulos de fechamento do obturador. Os valores de  $K_s$  foram calculados como descrito em 5.2.

**Tabela 5-5 – Resultados das Simulações Numéricas.**

| Geometria do Obturador | Ângulo de Fechamento / Função de Interpolação | Perda de Carga Singular (Pa) | Coefficiente de Perda de Carga Singular - $K_s$ |
|------------------------|---|------------------------------|---|
| Modelo A               | 0°<br>"Power-Law"                             | 6957,5                       | 0,262   |
|                        | 0°<br>"Upwind" 2ª ordem                       | 5851,3                       | 0,22  |
|                        | 22,5°<br>"Power-Law"                          | 45235,6                      | 1,705   |
|                        | 22,5°<br>"Upwind" 2ª ordem                    | 40098,3                      | 1,511   |
|                        | 45°<br>"Power-Law"                            | 309936,8                     | 11,679  |
|                        | 45°<br>"Upwind" 2ª ordem                      | 294161,7                     | 11,085  |
|                        | 67,5°<br>"Power-Law"                          | 2864300,3                    | 107,934   |

|          |                            |           |         |
|----------|----------------------------|-----------|---------|
|          | 67,5°<br>"Upwind" 2ª ordem | 2689226,8 | 101,336 |
| Modelo B | 0°<br>"Power-Law"          | 3475,6    | 0,131   |
|          | 0°<br>"Upwind" 2ª ordem    | 2823,3    | 0,106   |
| Modelo C | 0°<br>"Upwind" 2ª ordem    | 3164,6    | 0,119   |

#### 5.4 Discussão dos Resultados

Na Tabela 5-6 se encontram listados os resultados experimentais, calculados analiticamente e numericamente. Para os valores obtidos através do cálculo analítico e das simulações numéricas está indicada entre parênteses a variação para o valor correspondente das curvas experimentais.

Tabela 5-6 – Comparação dos Resultados do Coeficiente de Perda de Carga.

| Geometria do Obturador | Ângulo de Fechamento / Função de Interpolação | $K_s$ Curvas Experimentais | $K_s$ Cálculo Analítico | $K_s$ Simulações  |
|------------------------|---|----------------------------|-------------------------|-------------------|
| Modelo A               | 0°<br>"Power-Law"                             | 0,21                       | 0,183<br>(-12,9%)       | 0,262<br>(+24,8%) |
|                        | 0°<br>"Upwind" 2ª ordem                       | 0,21                       | 0,183<br>(-12,9%)       | 0,22<br>(+4,8%)   |

|          |                            |      |                   |                     |
|----------|----------------------------|------|-------------------|---------------------|
|          | 22,5°<br>“Power-Law”       | 1,4  | -                 | 1,705<br>(+21,8%)   |
|          | 22,5°<br>“Upwind” 2ª ordem | 1,4  | -                 | 1,511<br>(+7,9%)    |
|          | 45°<br>“Power-Law”         | 14   | -                 | 11,679<br>(-16,6%)  |
|          | 45°<br>“Upwind” 2ª ordem   | 14   | -                 | 11,085<br>(-20,8%)  |
|          | 67,5°<br>“Power-Law”       | 130  | -                 | 107,934<br>(-17,0%) |
|          | 67,5°<br>“Upwind” 2ª ordem | 130  | -                 | 101,336<br>(-22,0%) |
| Modelo B | 0°<br>“Power-Law”          | 0,11 | 0,144<br>(+30,9%) | 0,131<br>(+19,1%)   |
|          | 0°<br>“Upwind” 2ª ordem    | 0,11 | 0,144<br>(+30,9%) | 0,106<br>(-3,6%)    |
| Modelo C | 0°<br>“Upwind” 2ª ordem    | -    | 0,146             | 0,119               |

Os resultados obtidos para os modelos A e B pelas simulações numéricas com o obturador na posição aberta e com ângulo de fechamento de 22,5° se mostraram bem próximos dos valores levantados experimentalmente pela *ALLIS-CHALMERS* (1978). Os menores desvios foram encontrados com as simulações realizadas

utilizando a função de interpolação “*upwind*” de segunda ordem. Os desvios encontrados utilizando a função de interpolação “*Power-Law*”, de primeira ordem, se mostraram mais elevados.

Os resultados obtidos para o obturador com ângulos de fechamento de 45° e 67,5° apresentaram os maiores desvios para os valores experimentais. Como nesses casos a restrição do conduto bloqueada pela válvula é muito grande, espera-se um escoamento com alta geração de vórtices. A condição de regime permanente não é a mais adequada para estes casos, sendo possivelmente necessária análise em regime transitório. Para esses casos a utilização de outro modelo de turbulência também poderia levar a melhores resultados.

## Capítulo 6

# CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 6.1 Conclusões

Foram inicialmente estudados os modelos A e B, para os quais se dispunha de curvas para o valor do coeficiente de perda de carga levantadas experimentalmente pela *ALLIS-CHALMERS* (1978).

Os valores disponíveis das simulações realizadas se mostraram muito próximos dos valores das para as condições com obturador aberto e com ângulo de fechamento de 22,5°.

A partir desses valores foi possível comprovar a vantagem da utilização de funções de interpolação de segunda ordem sobre as de primeira ordem. Os desvios encontrados com a utilização da função de interpolação “*upwind*” de segunda ordem foram da ordem de 5%, enquanto os valores com a função “*Power-Law*”, de primeira ordem, foram da ordem de 20%.

Para os ângulos de fechamento de 45° e 67,5°, onde foram encontrados os maiores desvios para os valores medidos, o tipo de regime escolhido (permanente) provavelmente influenciou os resultados. O modelo de turbulência, *k-ε* RNG, também não é o mais adequado para escoamentos com alta geração de vórtices, como é o caso para essas condições. Porém os resultados para esses casos não são o objetivo deste estudo.

O valor obtido a partir do cálculo analítico, apesar das simplificações consideradas, se mostrou próximo do valor da curva e da simulação numérica para a

geometria do modelo A, com desvio de 12,9%. Já para o modelo B o desvio encontrado, embora mostrando a tendência de redução de  $K_s$ , foi bem superior, de 30,9%. Portanto, a utilização deste método deve ser restrita a análises qualitativas. Quando um cálculo confiável for necessário, como na fase de negociação de contrato de fornecimento de válvulas borboletas com cláusulas sobre a perda de carga, esse método não pode ser utilizado para o cálculo da perda de carga causada pela válvula.

Depois de definidos os melhores parâmetros para realização das simulações, estes foram utilizados para a determinação do coeficiente de perda de carga para o obturador modelo C, que foi o modelo efetivamente construído para a usina estudada. Não se dispunha previamente desse valor e havia apenas uma expectativa de que ele fosse próximo do valor para o modelo B, o que foi confirmado pelas simulações. Esse valor poderá também ser comparado com o valor obtido através de medições em campo.

De qualquer forma, fica comprovada a eficácia da metodologia aqui apresentada e a confiança necessária para que futuros projetos possam ser otimizados e coeficientes de perda de carga calculados com maior precisão, de maneira rápida e econômica.

## 6.2 Recomendações para Futuros Trabalhos

Muitas idéias surgiram durante a realização deste trabalho, abaixo são apresentadas sugestões e recomendações para a continuação de estudos na área:

- Utilização da metodologia para simulação numérica aqui desenvolvida para desenvolvimento de novas geometrias de obturador visando minimizar a perda de carga associada ao mesmo;
- Juntamente com o estudo na área da mecânica dos fluidos, realizar um estudo integrado com a parte estrutural e de fabricação. Dessa forma, desenvolver novas geometrias que resultem em soluções técnico-econômicas otimizadas, minimizando custos fabricação e operação;
- Medição da perda de carga na planta para validação dos resultados numéricos obtidos para o modelo C. Essa medição depende da entrada em operação da usina, que ainda está em fase de montagem dos

equipamentos, e da autorização e suporte da *VOITH SIEMENS HYDRO*.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN MEMORY COLLECTIONS. The World's First Hydroelectric Power Plant Began Operation. Disponível em: <[http://www.americaslibrary.gov/cgi-bin/page.cgi/jb/gilded/hydro\\_1](http://www.americaslibrary.gov/cgi-bin/page.cgi/jb/gilded/hydro_1)>. Acesso em 22 de fev. de 2005.

ANDERSON JR., J. D. **Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications**. New York: McGraw-Hill, 1995.

ANDERSON JR., J. D. **Fundamentals of Aerodynamics**. 3 ed. Boston: McGraw-Hill, 2001.

ANEEL. Brasília. Mercado Energético Nacional e Recursos Hídricos. Disponível em: <[www.aneel.gov.br](http://www.aneel.gov.br)>. Acesso em 09 de mar. 2005.

ÁSSY, T. M. **Mecânica dos Fluidos**. São Paulo: Editora Plêiade, 1996.

DUBBEL, H. **Manual do Engenheiro Mecânico**. 13 ed. São Paulo: Hemus, 1979.

FERZIGER, J. H.; PERIÂC, M. **Computational Methods for Fluid Dynamics**. 3 ed. Berlin; New York: Springer, 2002.

**FLUENT<sup>®</sup> 6.1 User's Guide**. New Hampshire: Fluent Inc., 2003.

GILES, R. V. **Mecânica dos Fluidos e Hidráulica**. Trad. de Sérgio dos Santos Borde. Rio de Janeiro: McGraw-Hill, 1971. (Coleção Schaum)

GUNZBURGER, M. D. **Finite Element Methods for Viscous Incompressible Flows – A Guide to Theory, Practice and Algorithms**. San Diego: Academic Press Inc., 1989.

HOERNER, S. F. **Fluid Dynamic Drag: Practical Information on Aerodynamic Drag and Hydrodynamic Resistance**. [S.I.], 1965.

HUNTER, L. C. **A History of Industrial Power in the United States 1780 – 1930**. The University Press of Virginia, 1979.

HYDRAULIC Engineering Manual: Butterfly Valves. York: Allis-Chalmers, 1978.

IDELCIK, I. E. **Memento des Pertes de Charge**. Paris: Eyrolles, 1969.

KATZ, J.; PLOTKIN, A. **Low-speed Aerodynamics**. 2 ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.

LAURIA, D. **Projeto Integrado de Componentes de Máquinas de Fluxo**. Apostila do curso PMC5824 – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2000.

LEOTTA, A. **Análise do escoamento em comportas de emergência instaladas no tubo de sucção de máquinas Kaplan**. 2003. 146p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2003.

MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2004.

MARCONDES JR., S. R. **Projeto de uma válvula borboleta para usinas hidrelétricas**. 1998. 88p. Trabalho de Conclusão de Curso – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1998.

MUNIZ, P. P. **Medida das Grandezas Físicas**. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 1965.

NALLASAMY, M. Turbulence Models and their Applications to the Prediction of Internal Flows: a Review. **Computers & Fluids**, v.15, n.2, p.151-194, 1987.

NASA. **Introduction to the Aerodynamics of Flight**. Disponível em: <<http://history.nasa.gov/SP-367/chapt3.html>>. Acesso em 20 de fev. 2005.

PATANKAR, S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980.

PFLEIDER, C.; PETERMANN, H. **Máquinas de Fluxo**. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1979.

ROACHE, P. J. **Computational Fluid Dynamics**. Albuquerque: Hermosa Publishers, 1985.

SALTARA, F. **Simulação numérica do escoamento ao redor de cilindros**. 1999. 156p. Dissertação (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1999.

SEGERLIND, L. J. **Applied Finite Element Analysis**. 2 ed. New York: Wiley, 1984.

SIMONE, G. A. **Centrais e Aproveitamentos Hidrelétricos: Uma Introdução ao Estudo**. São Paulo: Editora Érica, 2000.

SOUZA, Z.; SANTOS, A. H. M.; BORTONI, E. C. **Centrais Hidrelétricas**. Rio de Janeiro: Centrais Elétricas Brasileiras S.A. – ELETROBRÁS, 1999.

STRANG, W. G.; FIX, G. J. **An Analysis of the Finite Element Method**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc., 1973.

THOMPSON, J. F.; WARSI, Z. U. A.; MASTIN, C.W. **Numerical Grid Generation: foundations and applications**. New York; North Holland: Elsevier Science Pub. Co., 1985.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method**. Harlow, Essex, England: Longman Scientific & Technical; New York: Wiley, 1995.