

FRANCIS VALTER PÊPE FRANÇA

**Verificação da adequação do Esquema Numérico de MacCormack  
na solução de Transientes Hidráulicos em condutos forçados**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para obtenção  
do título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração: Engenharia Hidráulica

Orientador: Prof. Dr. Podalyro Amaral de  
Souza

SÃO PAULO  
2006

## **DEDICATÓRIA**

A Deus, a minha família, aos amigos verdadeiros e principalmente aos meus pais, Jandira França e Walter França (in memoriam), a minha tia, Valdelice França e a minha companheira, Luciane Hamaguchi.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço verdadeiramente a todos os amigos que me incentivaram nesta árdua, porém recompensadora jornada em busca da obtenção de um pouco mais de conhecimento na área de Engenharia Hidráulica, através do estudo de um fenômeno que tanto me intriga e fascina.

No essencial apoio ao desenvolvimento desta pesquisa sobre Transitórios Hidráulicos deixo um agradecimento especial:

Para o Prof. Dr. Podalyro Amaral de Souza, pela sua sabedoria nas instruções, coerência em todas as suas atitudes e principalmente compreensão das dificuldades e especificidades da pesquisa de cada orientado;

Para o Prof. Dr. Hans George Arens, pelo apoio e inestimável colaboração para a feitura deste trabalho; e

Para o Dr. Luis Fernando Maia, pela ajuda em todas as etapas da elaboração deste trabalho, dando dicas e direcionamentos perfeitos nos momentos decisórios de maior relevância.

## **EPIGRAFE**

“A evolução do conhecimento é a caminhada da ignorância autoritária para a incerteza refletida”

Don Clark

## RESUMO

FRANÇA, F. V. P. **Verificação da adequação do Esquema Numérico de MacCormack na solução de Transientes Hidráulicos em condutos forçados.** 2006. 108 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

Neste trabalho é apresentada a solução das equações que regem o escoamento unidimensional não permanente em dutos sob pressão por meio do esquema numérico de MacCormack, esquema este, já empregado nos escoamentos transientes em condutos livres.

É apresentada, também, a comparação dos resultados obtidos com a aplicação do esquema de MacCormack em relação aos obtidos através do método das características, na solução de transientes hidráulicos em condutos forçados.

Palavras-chave: Métodos Numéricos. Transientes Hidráulicos.

## ABSTRACT

FRANÇA, F. V. P. **Verification of Adequacy of the MacCormack scheme in the solution of pressurized hydraulic transients.** 2006. 108 f. Dissertation (Master's Degree) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

This dissertation introduces the MacCormack numerical scheme for the solution of the one-dimensional unsteady pressurized flow equations, this scheme is already employed for solving open-channel transient flows.

It is presented, also, the comparison of the results obtained from the application of the MacCormack numerical scheme with the obtained using the Method of the Characteristics, in the solution of hydraulic transient in pressurized flow.

Keywords: Numerical Methods. Hydraulic Transients.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Diagrama do sistema para a dedução da equação do movimento.....	23
Figura 2 – Volume de controle para a dedução da equação da continuidade.....	25
Figura 3 – Gráfico, no plano $xt$ , das características sobre as quais se encontra a solução.....	31
Figura 4 – Malha retangular para a solução das equações características.....	40
Figura 5 – Subdivisão do tubo em trechos para a facilitação da aplicação do Modelo.....	45
Figura 6 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação pelo Método das Características para os dados do pesquisador Lessa.....	61
Figura 7 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação pelo Método das Características para os dados do pesquisador Pezinga.....	69
Figura 8 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação pelo Método das Características para os dados dos pesquisadores Bergant e Simpson.....	77
Figura 9 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação pelo Esquema de MacCormack para os dados do pesquisador Lessa.....	81
Figura 10 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação pelo Esquema de MacCormack para os dados do pesquisador Pezinga.....	89
Figura 11 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação com o Esquema de MacCormack para os dados dos pesquisadores Bergant e Simpson.....	97
Figura 12 – Gráfico da superposição dos resultados obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack para os dados do pesquisador Lessa.....	98
Figura 13 – Gráfico da superposição dos resultados obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack para os dados do pesquisador Pezinga.....	98
Figura 14 – Gráfico da superposição dos resultados obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack para os dados dos pesquisadores Bergant e Simpson.....	99

Figura 15 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack para os dados do pesquisador Lessa.....	100
Figura 16 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack para os dados do pesquisador Pezinga.....	100
Figura 17 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack para os dados dos pesquisadores Bergant e Simpson.....	101
Figura 18 – Gráfico da superposição dos resultados obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack usando 50 seções, para os dados do pesquisador Lessa.....	102
Figura 19 – Gráfico da superposição dos resultados obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack usando 50 seções, para os dados do pesquisador Pezinga.....	102
Figura 20 – Gráfico da superposição dos resultados obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack usando 50 seções, para os dados dos pesquisadores Bergant e Simpson.....	103



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados experimentais obtidos pelo pesquisador Lessa.....	49
Tabela 2 – Dados experimentais obtidos pelo pesquisador Pezinga.....	51
Tabela 3 – Dados experimentais obtidos pelos pesquisadores Bergant e Simpson.....	53
Tabela 4 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Lessa.....	56
Tabela 5 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga.....	61
Tabela 6 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson.....	69
Tabela 7 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados do pesquisador Lessa.....	77
Tabela 8 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga.....	82
Tabela 9 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson.....	90

## LISTA DE SÍMBOLOS

$V_0$	Velocidade inicial	(m/s)
$D$	Diâmetro da tubulação	(m)
$a$	Celeridade	(m/s)
$L$	Comprimento da Tubulação	(m)
$f$	Coefficiente de atrito	(-)
$H_v$	Carga na válvula	(m)
$\theta$	Tempo de fechamento da válvula	(s)
$m$	Expoente da tx de fechamento da válvula	(-)
$N$	Número de trechos	(-)
$C_n$	Número de Courant	(-)
$\Delta x$	Tamanho dos trechos	(m)
$t$	Tempo	(s)
$A$	Área da tubulação	(m <sup>2</sup> )
$Q_0$	Vazão inicial	(m <sup>3</sup> /s)
$B$	Coefficiente em equação característica	(s/m <sup>2</sup> )
$R$	Coefficiente em equação característica	(s <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> )
$H_R$	Carga no Reservatório	(m)
$\tau$	Lei de fechamento da válvula	(-)
$g$	Aceleração da gravidade	(m/s <sup>2</sup> )
$\rho$	Massa específica	(kg/m <sup>3</sup> )
$C$	Coefficiente da equação característica	(-)
$k$	Coefficiente de dissipação	(-)

K	Módulo de elasticidade volumétrica	(Pa)
$V_0$	Velocidade média	(m/s)
p	Pressão	(Pa)
$L_1$	Equação do Movimento	(-)
$L_2$	Equação da Continuidade	(-)

## SUMÁRIO

<b>1 – INTRODUÇÃO</b> .....	13
<b>2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	17
<b>3 – EQUAÇÕES QUE REGEM O ESCOAMENTO TRANSITÓRIO EM CONDUTOS SOB PRESSÃO</b> .....	22
<b>4 – MÉTODOS PARA A RESOLUÇÃO DO ESCOAMENTO TRANSITÓRIO EM CONDUTOS SOB PRESSÃO</b> .....	29
4.1 – MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS.....	29
4.2 – MÉTODO DE MACCORMACK.....	34
<b>5 – APLICAÇÃO DOS MODELOS</b> .....	40
5.1 – APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS.....	40
5.2 – APLICAÇÃO DO MÉTODO DE MACCORMACK.....	42
<b>6 – ANÁLISE DOS RESULTADOS</b> .....	56
<b>7 – CONCLUSÕES</b> .....	104
<b>8 – BIBLIOGRAFIA</b> .....	106

## 1. INTRODUÇÃO

Os sistemas hidráulicos, compostos por dutos com água pressurizada podem sofrer alterações nas condições de escoamento caracterizadas pela mudança de pressão e de velocidade de escoamento do fluido em função do tempo, provocando regimes variados.

Denomina-se transiente ou transitório hidráulico, o regime variado que ocorre durante a passagem de um regime permanente para outro regime permanente. Deste modo, qualquer modificação no movimento ou paralisação de um elemento do sistema provoca os chamados fenômenos transitórios. Após a ocorrência da perturbação, como o fechamento de uma válvula, o regime permanente presente antes da perturbação é alterado, dando origem a um regime não permanente que posteriormente passará a um novo estado de permanência.

Durante o transitório hidráulico, as oscilações de pressão ao longo da canalização ocorrem de maneira brusca, provocando ruídos que se assemelham a pancadas. Por isso, o transitório hidráulico também é comumente denominado de Golpe de Aríete.

As sobrepressões e subpressões que ocorrem durante o transitório hidráulico podem causar sérios problemas à tubulação e seus equipamentos, se estes não forem dimensionados para suportar tais sobrecargas, comprometendo a segurança e o funcionamento do sistema. Desse modo, a quantificação das pressões máximas e mínimas é de fundamental interesse para o projetista, a fim de que este possa dimensionar a tubulação e introduzir equipamentos protetores, cuja finalidade é amortecer as variações de carga, prejudiciais à vida útil da instalação.

A análise dos transitórios nos sistemas hidráulicos é baseada na equação da conservação da massa e na equação da quantidade de movimento. Essas duas equações formam um sistema de equações diferenciais cuja solução exata não está disponível, sendo necessária a utilização de técnicas específicas para se determinar uma solução aproximada do problema. Desse modo, foram criados diferentes métodos, gráficos e analíticos, baseados em diferentes suposições restritivas.

Apesar dos fenômenos transitórios serem conhecidos há muitos anos, foi somente nas últimas décadas, com o surgimento e avanços dos computadores, que estes fenômenos puderam ser estudados mais profundamente, sem a necessidade de simplificações grosseiras. Constituindo-se, hoje em dia, ferramenta indispensável no dimensionamento de sistemas hidráulicos.

O estudo dos transitórios hidráulicos requer o conhecimento das condições iniciais do regime do escoamento e das condições de contorno, que são os pontos onde ocorrem descontinuidades das grandezas físicas do escoamento.

O método das características é a técnica mais difundida e empregada para a solução das equações que governam o escoamento unidimensional não permanente em dutos sob pressão. Estas equações formam um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas quasi-lineares.

Algumas razões da popularidade do Método das Características são, segundo (ALMEIDA; KOELLE, 1992):

- a sua conceituação e fundamentação exprimem bem a natureza física real do escoamento transiente sob pressão;
- facilidade de escrever e implementar um programa de computador por meio do uso de um esquema explícito; e
- historicamente é a técnica mais utilizada pelos usuários.

Por outro lado, as equações que governam o escoamento unidimensional não permanente em condutos livres possuem a mesma natureza matemática das referentes aos condutos pressurizados.

Na última década, alguns pesquisadores (FENNEMA; CHAUDHRY, 1986; BHALLAMUDI; CHAUDHRY, 1991; GARCIA-NAVARRO SAVIRÓN, 1992; GARCIA-NAVARRO et al., 1992) utilizaram o esquema explícito de MacCormack para a solução numérica de transientes em canais.

As principais características do esquema são:

- acuracidade (espaço e tempo) de 2ª ordem;

- habilidade de manipular simultaneamente cálculos de escoamentos gradualmente variados bem como os rapidamente variados, contendo choques ou descontinuidades;
- esquema do tipo preditor-corretor, de fácil utilização;
- esquema consistente e estável se a condição de Courant-Friendrich-Lewy (CFL) for satisfeita; e
- produz oscilações numéricas próximas às frentes de onda mais íngremes, como é comum aos esquemas de ordem elevada, podendo ser atenuadas pela introdução de viscosidade artificial ou refinamento da malha x-t (espaço tempo).

Este trabalho trata da aplicação do esquema de MacCormack na solução numérica das equações que regem o escoamento não permanente em condutos forçados, e comparação dos resultados com os obtidos através da aplicação do Método Clássico das Características.



## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Transitório Hidráulico é o conjunto das mudanças que ocorrem nas grandezas hidráulicas que caracterizam um escoamento ao longo do tempo. Estas grandezas são: pressão ( $p$ ) e velocidade média ( $V$ ) ou, de forma alternativa, carga ( $H$ ) e vazão ( $Q$ ).

Assim, um escoamento transitório, pode ser entendido como um escoamento que depende do tempo e que ocorre entre dois escoamentos permanentes.

Golpe de Aríete é o termo técnico que se usa para designar o fenômeno da variação da pressão que se verifica num conduto forçado quando a velocidade do escoamento é modificada pela ação de algum elemento do sistema.

O golpe de aríete pode ocorrer num conduto forçado quando há um retardamento ou uma aceleração do escoamento, tal como acontece quando uma válvula na linha tem sua abertura alterada. Se a alteração for gradual, os cálculos podem ser feitos pelo método de oscilação de massa, admitidos o líquido incompressível e o conduto rígido.

Quando uma válvula é rapidamente fechada num conduto durante o escoamento, a vazão através da válvula é reduzida. Com isso a carga no lado de montante da válvula aumenta e provoca uma flutuação de alta pressão que se propaga para montante com a velocidade de propagação de uma onda elástica “ $a$ ”. Essa flutuação de pressão atua de modo a reduzir a velocidade do escoamento.

A jusante da válvula, a pressão reduz-se e uma onda de pressão reduzida propaga-se para jusante com celeridade “a”, o que também diminui a velocidade. Se o fechamento é suficientemente rápido e a pressão do regime permanente é suficientemente baixa, uma bolsa de vapor pode formar-se a jusante da válvula. Quando isso acontece, a bolsa eventualmente entra em colapso, provocando uma onda de alta pressão rumo à jusante.

A análise do escoamento transitório consiste na determinação da pressão  $p(x,t)$  e da velocidade  $V(x,t)$  numa posição "x" qualquer da tubulação para um instante "t" dado. Na Engenharia Hidráulica é mais comum o uso da carga  $H(x,t)$  e da vazão  $Q(x,t)$  em lugar de  $p(x,t)$  e  $V(x,t)$  respectivamente.

Os escoamentos transitórios constituem um tema de grande interesse na Engenharia Hidráulica, devido principalmente às cargas de pressões que ocorrem durante o transitório e que podem ultrapassar as pressões de projeto, pondo assim em risco a estabilidade da instalação hidráulica.

Um dos primeiros a se ocupar do problema foi provavelmente Michaud que fez pesquisas do fenômeno em tubulações e publicou os seus resultados em 1878.

Posteriormente Joukowsky demonstrou que a velocidade de propagação de uma variação de pressão, provocada por manobra de uma válvula, é função da elasticidade das paredes da tubulação. Conclusão similar à que tinha chegado Helmholtz para as ondas sonoras em um meio líquido. Juokowsky ainda pesquisou e formulou uma teoria matemática para tubulações e equipamentos tais como: válvulas, chaminés de equilíbrio e válvulas de alívio, funcionando em diversas condições. Publicou seus trabalhos em 1898, e que são considerados como a primeira sistematização teórica do fenômeno do escoamento transitório.

Allievi continuou e aprofundou as pesquisas de Joukowsky, publicando em 1913 o trabalho "Teoria del colpo d'ariete", considerado a base dos desenvolvimentos posteriores sobre a matéria.

Devido à complexidade das equações que regem o fenômeno, foram desenvolvidos métodos gráficos para sua resolução, principalmente nos trabalhos de Schnyder e Bergeron em 1932.

Diversos pesquisadores se ocuparam do estudo dos escoamentos transitórios, entre 1940 e 1960, melhorando os métodos gráficos e analíticos de solução das equações, entre os quais cabe destacar Parmakian, Rlech e Jaeger.

A partir de 1953, a introdução dos computadores permitiu utilizar métodos numéricos na solução das equações, tais como o método das características e o método das diferenças finitas. Os trabalhos de Streeter, Wylie, Chaudhry, Martin, Almeida e Tullis são destaques desta época.

O equacionamento do fenômeno para abordagem por métodos numéricos, exige que se divida as tubulações em trechos e se considerem as conexões de tubos e equipamentos ligados ao sistema como condições de contorno na solução das equações diferenciais.

Na pesquisa bibliográfica realizada foi possível constatar a existência de alguns trabalhos que mostram a utilização do esquema de MacCormack na solução numérica de transientes em canais, como (FENNEMA; CHAUDHRY, 1986; BHALLAMUDI; CHAUDHRY, 1991; GARCIA-NAVARRO; SAVIRÓN, 1992; GARCIA-NAVARRO et al., 1992).

Em (MACCORMACK, 1971; GARCIA-NAVARRO et al., 1992) o esquema é apresentado em dois passos, preditor e corretor, tendo o procedimento de inclusão da viscosidade artificial, no caso de simulação de transientes onde ocorrem oscilações numéricas geradas pelo esquema, desenvolvida por (JAMESON et al., 1981) e apresentada por (GHARANGIK; CHAUDHRY, 1991).

Em (HUSSAINI; CHAUDHRY, 1985), três novos esquemas explícitos de diferenças finitas, com precisão de segunda ordem, são introduzidos na análise de transitórios hidráulicos.

São apresentados os esquemas de Gabutti, o Lambda e o de MacCormack, que pode ser usado para avançar a solução numérica de um passo de tempo em relação ao tempo anterior, em todos os pontos da malha, exceto o primeiro e o último.

Se uma das variáveis do escoamento é prescrita na primeira ou na última seção, a solução para a outra variável dependente ainda é necessária, entretanto, a acurácia global do esquema de MacCormack não é prejudicada se a ordem de acurácia das condições de contorno é uma a menos que a dos nós interiores.

Recentemente, em (ZHAO; GUIDAOUI, 2004), são comentados os resultados obtidos com a introdução de esquemas explícitos de diferenças finitas na análise do golpe de aríete e apresentado o esquema tipo Godunov para a solução de golpe de aríete com a utilização de esquema explícito de volumes finitos e precisão de primeira e segunda ordem, de forma semelhante ao esquema de MacCormack.

### **3. – EQUAÇÕES QUE REGEM O ESCOAMENTO TRANSITÓRIO EM CONDUTOS SOB PRESSÃO**

Dois equacionamentos básicos da mecânica são aplicados a um curto trecho de fluido num conduto para a obtenção das equações diferenciais do movimento transitório: a segunda lei do movimento de Newton e a equação da conservação da massa.

As variáveis dependentes são a pressão “ $p$ ” e a velocidade média “ $V$ ” numa seção transversal. As variáveis independentes são a distância “ $x$ ” medida ao longo do conduto desde a extremidade de montante e o tempo “ $t$ ”; portanto,  $p = p(x, t)$ ,  $V = V(x, t)$ . O efeito do módulo de Poisson não será considerado nesta dedução. Para condutos com juntas de expansão, ele não entra na dedução. O atrito é considerado como proporcional ao quadrado da velocidade.

#### Equação do Movimento

Para a aplicação da segunda lei do movimento de Newton, adota-se como sistema isolado o elemento fluido situado entre dois planos paralelos afastados entre si de  $\delta x$  e normais ao eixo do conduto Figura 1.

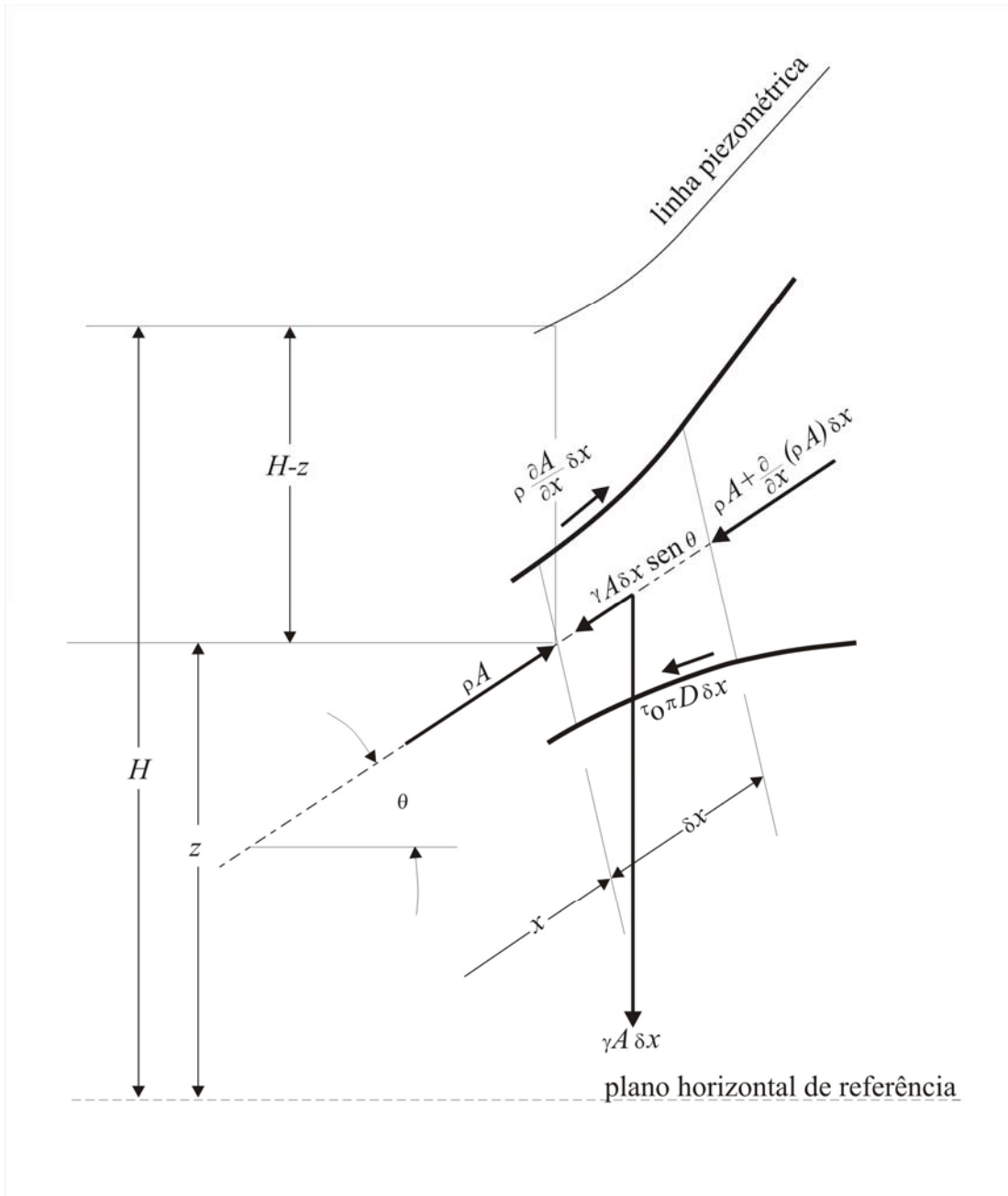


Figura 1 – Diagrama do sistema para a dedução da equação do movimento  
 Fonte: Wylie e Streeter (1978).

Equacionando,

$$pA - \left[ pA + \frac{\partial}{\partial x} (pA) \delta x \right] + p \frac{\partial A}{\partial x} \delta x - \gamma A \delta x \text{sen } \theta - \tau_0 \pi D \delta x = \rho A \delta x \frac{dV}{dT}$$

Dividindo-se ambos os membros pela massa do elemento  $\rho A \delta x$ , obtém-se:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - g \operatorname{sen} \theta - \frac{4\tau_0}{\rho D} = \frac{dV}{dt}$$

Nos escoamentos turbulentos em regime permanente,  $\tau_0 = \rho f V^2 / 8$ . Faz-se a hipótese de que o atrito, no escoamento em regime variável, seja idêntico ao do escoamento em regime permanente. Daí, a equação do movimento transforma-se em

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \operatorname{sen} \theta + \frac{fV|V|}{2D} = 0$$

Como o atrito se opõe ao movimento,  $V^2$  é expresso por  $V|V|$  para introduzir o sinal adequado.

Com a expansão do termo de aceleração,

$$\frac{dV}{dt} = V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t}$$

Nas aplicações do golpe de aríete, o termo  $V \frac{\partial V}{\partial x}$  geralmente é muito menor do que

$\frac{\partial V}{\partial t}$ ; por isso ele será omitido, ficando:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \operatorname{sen} \theta + \frac{fV|V|}{2D} = 0$$

Equação do movimento.



## Equação da Conservação da massa

A equação da conservação da massa para regime variável é aplicada ao volume de controle da Figura 2, abaixo:

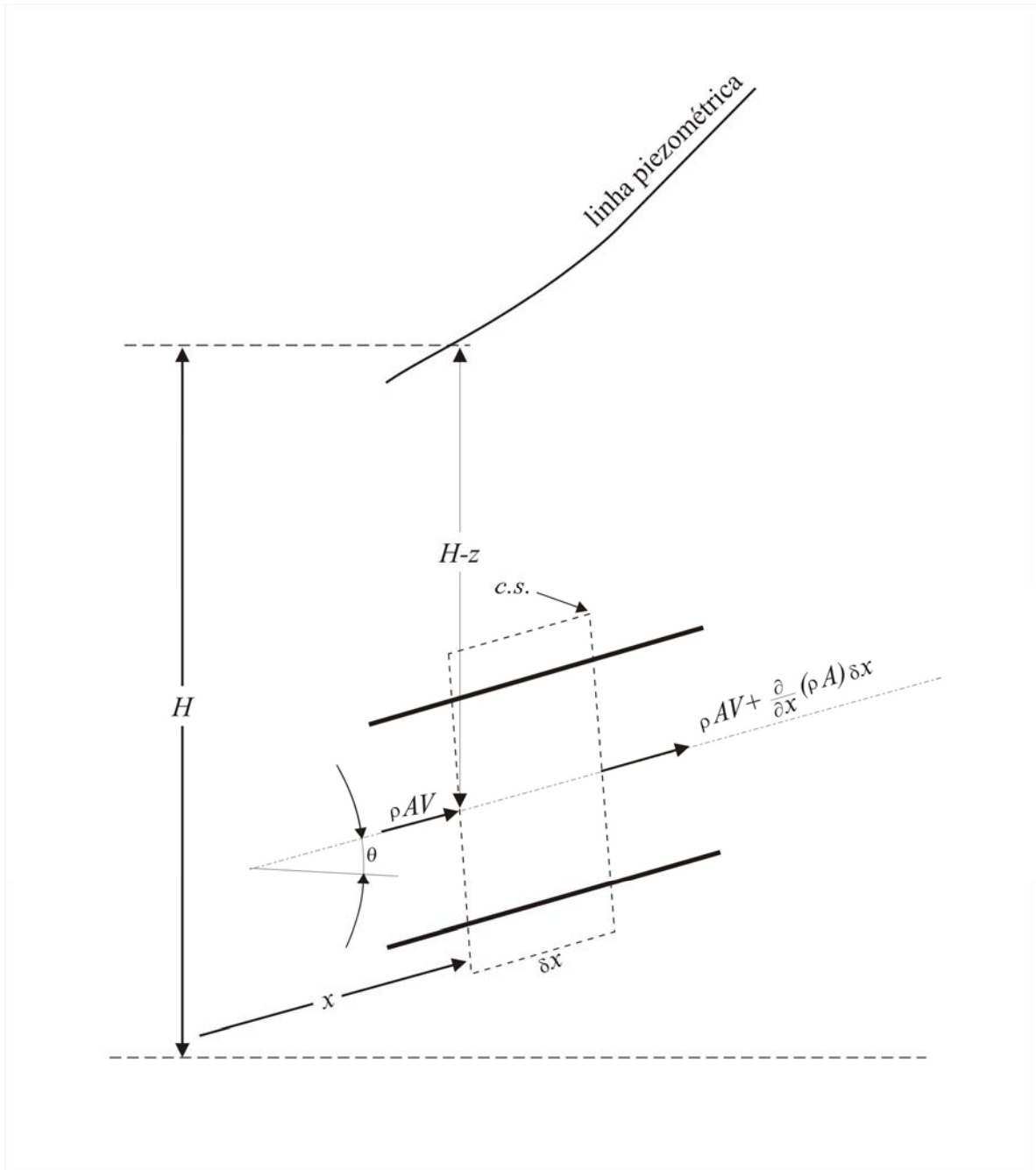


Figura 2 – Volume de controle para a dedução da equação da conservação da massa  
Fonte: Wylie e Streeter (1978).

Produzindo,

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho AV)\delta x = \frac{\partial}{\partial t}(\rho A \delta x)$$

Onde  $\delta x$  não é função de  $t$ .

Após o desenvolvimento da equação e a divisão de todos os termos pela massa  $\rho A \delta x$ , chega-se a:

$$\frac{V}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{V}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

Separando as derivadas totais, tem-se:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

O primeiro termo refere-se à elasticidade da parede do tubo e à sua taxa de deformação com a pressão.

O segundo termo leva em conta a compressibilidade do líquido.

Sabendo-se que a velocidade de alteração da força de tração por unidade de comprimento é  $(D/2t)dp/dt$ , que  $t'$  é a espessura da parede do tubo, que a velocidade de alteração da tensão é  $(D/2t')dp/dt$  e que a velocidade de aumento da elongação é  $(D/2t'E)dp/dt$ , então tem-se a velocidade de aumento da área:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{D}{2t'E} \frac{dp}{dt} \frac{D}{2} \pi D$$

Usando-se a definição do módulo de elasticidade volumétrica do fluido e o produto da divisão da velocidade de alteração da massa específica, pela massa específica, obtemos:

$$\frac{1}{K} \frac{dp}{dt} \left( 1 + \frac{K}{E} \frac{D}{t'} \right) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

Desenvolvendo  $dp/dt$  e considerando o termo  $V \frac{\partial p}{\partial x}$  normalmente muito menor do que

$\frac{\partial t}{\partial t}$ ; por isso ele é desprezado, gerando:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho \alpha^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

Equação da Conservação da massa.

A formulação acima é a equação da conservação da massa para um líquido compressível no interior de um conduto elástico e ela quanto a equação do movimento apresentadas são equações diferenciais de derivadas parciais, não lineares em “V” e “p”, funções das variáveis independentes x e t.

### Equacionamento básico

As equações simplificadas da conservação de massa e quantidade de movimento, aplicáveis a escoamentos não permanentes, segundo (WYLIE; STREETER, 1978), são:

$$H_t + (a^2 / g)V_x = 0 \quad (1)$$

$$V_t + gH_x + (f / 2D)V|V| = 0 \quad (2)$$

Onde  $H(x,t)$  é a carga piezométrica,  $V(x,t)$  é a velocidade média, “g” é a aceleração da gravidade, “a” é a celeridade, “D” é o diâmetro da tubulação, e “f” é o coeficiente de atrito de Darcy-Weisbach.

É assumido que o termo de atrito pode ser aproximado pela fórmula de Darcy-Weisbach para regime permanente.

Obs: Os termos que incluem um subscrito x ou t significam derivada parcial da variável “H” ou “V” em relação à “x” ou “t”.

#### **4. – MÉTODOS PARA A RESOLUÇÃO DO ESCOAMENTO TRANSITÓRIO EM CONDUTOS SOB PRESSÃO**

Visando atingir os propósitos deste trabalho, foi utilizado o Método das Características, que é largamente utilizado para o solucionamento de escoamentos transitórios em condutos forçados, como método comparativo, para a verificação dos resultados obtidos com as simulações realizadas com o emprego do Esquema de MacCormack.

Neste trabalho foi utilizado o Método das Características com o equacionamento com malha regular, apesar da existência do equacionamento com malha escalonada, que produz melhores resultados, pois, ainda assim, os resultados obtidos atenderão aos propósitos desta pesquisa.

##### **4.1 – Método das Características**

As equações da continuidade ( $L_2$ ) e do movimento ( $L_1$ ) apresentadas item 3 deste trabalho contêm duas incógnitas. Essas equações podem ser combinadas por meio de um multiplicador desconhecido como  $L = L_1 + \lambda L_2$ .

Quaisquer dois valores reais distintos de “ $\lambda$ ” fornecem duas equações em “ $V$ ” e “ $p$ ” que representam o mesmo fenômeno físico que as duas equações originais, e que podem substituí-las diante de qualquer solução.

Com a substituição das equações da conservação da massa e do movimento na expressão de “L”, além do rearranjo dos termos e admitindo  $\lambda pa^2 = dx/dt$ , tem-se:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial x} \lambda pa^2 + \frac{\partial V}{\partial t}$$

Admitindo  $1/\rho\lambda = dx/dt$ , tem-se:

$$\lambda = \pm \frac{1}{\rho a}; \text{ e}$$

$$\frac{dx}{dt} = \pm a$$

Então a equação de L fica da seguinte maneira:

$$L = \frac{dV}{dt} \pm \frac{1}{\rho a} \frac{dp}{dt} + g \operatorname{sen} \theta + \frac{fV|V|}{2D} = 0$$

Desta forma foram encontrados dois valores reais e distintos de “ $\lambda$ ” que convertem as duas equações diferenciais de derivadas parciais no par de equações diferenciais ordinárias sujeitas aos caminhos característicos  $dx/dt = \pm a$ .

É conveniente visualizar a solução da equação “L” num diagrama de “x” e “t”.

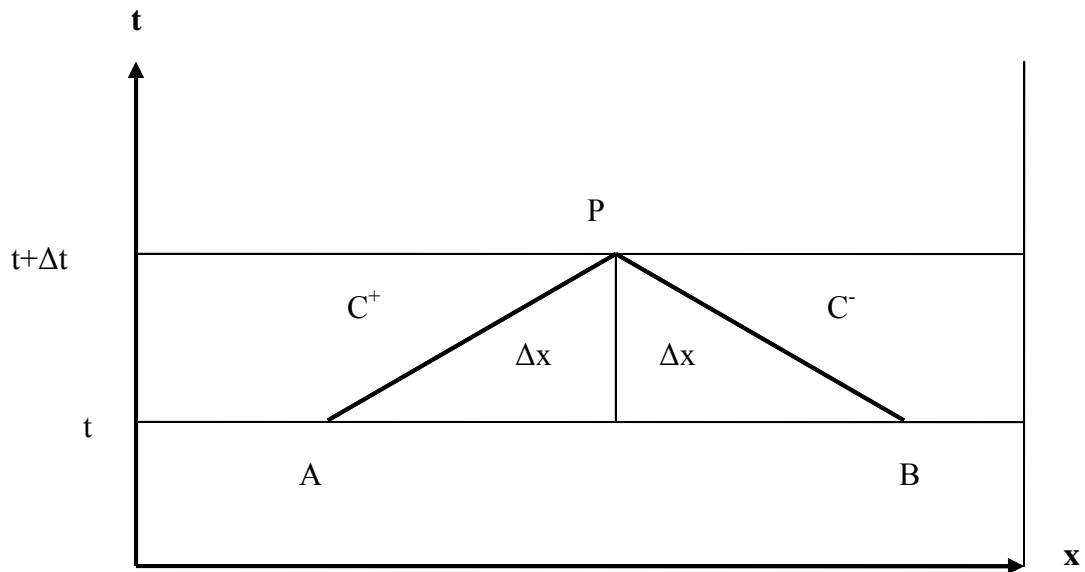


Figura 3 – Gráfico, no plano  $xt$ , das características sobre as quais se encontra a solução.

Considera-se que o tubo começa na origem “0”, a montante, e termine em “L”, a jusante.

Desta forma, “ $x$ ” localiza um ponto no conduto e “ $t$ ” o instante no qual as variáveis dependentes “ $V$ ” e “ $p$ ” devem ser determinadas.

Uma equação denominada  $C^+$  torna-se válida ao longo da linha  $AP$  e no seu prolongamento, sendo a inclinação da linha  $AP$ ,  $dt/dx = 1/a$ , onde “ $a$ ” é a velocidade de propagação de uma onda sonora pela tubulação

Integrando a equação de “L” entre os pontos “A” e “P” e uma vez que  $adt = dx$ , a equação pode ser escrita sob a forma de diferenças finitas,

$$\rho a(V_P - V_A) + p_P - p_A + \rho g \sin \theta \Delta x + \frac{\rho \Delta x f |V_A| V_A}{2D} = 0$$

Esta equação pressupõe  $\theta$  constante de “A” a “P” ao longo do conduto e avalia o termo de atrito, fazendo “V” constante e igual ao valor conhecido que tinha em “A”.

A equação de C<sup>-</sup>, fica

$$\rho a(V_P - V_B) + p_P - p_B + \rho g \sin \theta \Delta x + \frac{\rho \Delta x f |V_B| V_B}{2D} = 0$$

Trabalhando por conveniência com a carga piezométrica “H” e com a vazão “Q”, ao invés de “p” e “V”, além de realizar as transformações adequadas, onde  $V=Q/A$ , temos as equações de C<sup>+</sup> e C<sup>-</sup>, respectivamente:

$$H_P = H_A - \frac{a}{gA} (Q_P - Q_A) - \frac{\Delta x f Q_A |Q_A|}{2gDA^2}$$

$$H_P = H_B + \frac{a}{gA} (Q_P - Q_B) + \frac{\Delta x f Q_B |Q_B|}{2gDA^2}$$

Considerando  $B = \frac{a}{gA}$  e  $R = \frac{f \Delta x}{2gDA^2}$ , temos:

$$H_P = H_A - B(Q_P - Q_A) - RQ_A |Q_A|$$

$$H_P = H_B + B(Q_P - Q_B) + RQ_B |Q_B|$$



### Condição de Contorno

O termo condição de contorno refere-se à condição na extremidade de cada tubulação. Pode ser um extremo de um sistema num reservatório, válvula etc. ou a conexão de uma tubulação à outra ou a um elemento de tipo diferente, por exemplo, uma bomba ou reservatório de acumulação. Para qualquer das muitas opções na extremidade de jusante de um conduto, a equação ao longo da característica  $C^+$  é usada para interferir na condição de contorno escolhida.

No trabalho realizado a condição de contorno adotada para o Método das Características é que na extremidade de montante da tubulação existe um reservatório de carga constante, dando valor constante a uma das variáveis e na extremidade de jusante existe uma válvula, cujo escoamento é dado por:

$$Q_p = C_d A_v \sqrt{2gH_p}$$

Portanto, a condição de contorno na válvula, adotada para este trabalho é:

$$Q_p = -gB(C_d A_v)^2 + \sqrt{[gB(C_d A_v)^2]^2 + (C_d A_v)^2 2gC_p}$$

$$H_p = C_p - BQ_p$$

## 4.2 – Método de MacCormack

No desenvolvimento do Esquema de MacCormack será utilizada uma expressão compacta do sistema formado pelas equações (1) e (2), da forma:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = G \quad (3)$$

$$\text{Onde, } U = \begin{bmatrix} H \\ V \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} (a^2 / g)V \\ gH \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ -fV|V|/2D \end{bmatrix}$$

Discretiza-se o domínio de integração, utilizando-se:

$$x_j = j\Delta x \quad \text{e} \quad t^n = n\Delta t$$

O esquema é baseado no seguinte procedimento de dois passos (MACCORMACK, 1971; GARCÍA-NAVARRO et al., 1992):

$$U_j^p = U_j^n - \lambda(F_{j+1}^n - F_j^n) + \Delta t G_j^n \quad 1 \leq j \leq NS - 1 \quad (4)$$

$$U_j^c = U_j^n - \lambda(F_j^p - F_{j-1}^p) + \Delta t G_j^p \quad 2 \leq j \leq NS - 1 \quad (5)$$

Onde, “p” e “c” indicam, respectivamente, os passos preditor e corretor;

$$\lambda = \Delta t / \Delta x;$$

$$F_j = F(U_j);$$

NS: seção situada na extremidade de jusante da tubulação.

A solução no próximo nível de tempo será:

$$U_j^{n+1} = \frac{1}{2}(U_j^p + U_j^c) \quad (6)$$

De forma explícita, teremos:

$$H_j^p = H_j^n - \lambda (a^2 / g)(V_{j+1}^n - V_j^n) \quad (7)$$

$$V_j^p = V_j^n - \lambda g (H_{j+1}^n - H_j^n) - (\Delta t / (2D)) f_j^n V_j^n |V_j^n| \quad (8)$$

$$H_j^c = H_j^n - \lambda (a^2 / g)(V_j^p - V_{j-1}^p) \quad (9)$$

$$V_j^c = V_j^n - \lambda g (H_j^p - H_{j-1}^p) - (\Delta t / (2D)) f_j^p V_j^p |V_j^p| \quad (10)$$

$$H_j^{n+1} = 0.5(H_j^p + H_j^c) \quad V_j^{n+1} = 0.5(V_j^p + V_j^c) \quad (11)$$

Nos casos de simulação de transientes onde ocorreram oscilações numéricas produzidas pelo esquema, poderá ser introduzida uma viscosidade artificial. Para este propósito será adotado o procedimento desenvolvido por (JAMESON et al., 1981), e apresentado por (GHARANGIK; CHAUDHRY, 1991).

Os valores das variáveis no final do passo de tempo calculados pelo esquema de MacCormack serão modificados de acordo com o seguinte algoritmo:

$$v_j = \frac{|H_{j+1} - 2H_j + H_{j-1}|}{|H_{j+1}| + |2H_j| + |H_{j-1}|} \quad (12)$$

$$\varepsilon_{j-(1/2)} = k \frac{\Delta t}{\Delta x} \max(v_{j-1}, v_j) \quad (13)$$

$$\varepsilon_{j+(1/2)} = k \frac{\Delta t}{\Delta x} \max(v_{j+1}, v_j) \quad (14)$$

onde  $k$  é o coeficiente de dissipação .

O coeficiente  $k$  é usado para regular a quantidade de dissipação, e deve ser escolhido o menor valor possível, mas que filtre as oscilações de alta frequência.

Desta forma, as variáveis calculadas são então modificadas segundo:

$$\alpha_j = \varepsilon_{j+(1/2)}(U_{j+1} - U_j) - \varepsilon_{j-(1/2)}(U_j - U_{j-1}) \quad (15)$$

$$U_j = U_j + \alpha_j \quad (16)$$

Desde que os termos de viscosidade artificial são mais elevados que 2ª ordem, a sua adição não reduz a ordem de acuracidade do esquema numérico.

O esquema de MacCormack poderá ser usado para avançar a solução numérica de um passo de tempo em relação ao tempo anterior para todos os pontos computacionais da malha, exceto para o primeiro e o último.

Se uma das variáveis do escoamento é prescrita em uma dessas seções (contornos), a solução para a outra variável dependente é ainda necessária. Uma técnica disponível para a solução desse problema é o uso do método das características, para esses dois pontos extremos.

A acurácia global do esquema de MacCormack não é prejudicada se a ordem de acurácia das condições de contorno é uma a menos que a dos nós interiores (CHAUDHRY; HUSSAINI, 1987; GHARANGIK; CHAUDHRY, 1991).

No trabalho proposto serão adotados dois contornos simples: escoamento por gravidade com reservatório de nível d'água constante a montante e válvula reguladora de vazão a jusante.

Na válvula, a vazão é obtida através da equação de orifício. Será definida uma abertura adimensional da válvula como a razão entre a abertura em qualquer tempo e a abertura inicial (regime permanente). A lei de fechamento da válvula é dada por (WYLIE; STREETER, 1978):

$$\tau = \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^{E_m} \quad (17)$$

Onde “ $t_c$ ” é o tempo de fechamento e “ $E_m$ ” é o expoente que traduz a taxa de fechamento da válvula em relação ao tempo. Para  $E_m = 1$ , tem-se uma lei de manobra linear.

### Critério de Estabilidade

A condição imposta para estabilidade numérica será:

$$\Delta t = C_n \frac{\Delta x}{a} \quad (18)$$

Onde  $C_n$  é o número de Courant e varia entre zero e um;

Para  $C_n = 1$ , não há interpolação espacial nas equações características, e, para  $C_n < 1$ , torna-se necessária a interpolação.

Numa rede de tubulações é necessário que o incremento de tempo seja igual para todos os tubos. Há três maneiras de satisfazer esta condição: forçar um pequeno ajuste nas celeridades calculadas, alterar os comprimentos dos tubos ou utilizar o esquema com interpolações.

No método das características, a interpolação espacial poderá introduzir um forte amortecimento numérico se  $C_n$  for muito inferior à unidade.

De acordo com (ALMEIDA; KOELLE, 1992), o amortecimento numérico é uma função de  $\Delta x / L$  e  $C_n$ , e cada onda de pressão tenderá a viajar mais rápido com uma celeridade numérica  $a^* = a / C_n$ .

Segundo (WYLIE; STREETER, 1978) é aconselhável evitar interpolações sempre que possível. Se for indispensável, deverá ser usado um número elevado de trechos, de forma que o efeito das interpolações seja mínimo ( $C_n$  menor, mas próximo à unidade).

O esquema de MacCormack utiliza a interpolação linear apenas nas equações características aplicadas aos contornos. Isto possibilita um amortecimento numérico da onda de pressão inferior àquele verificado no método das características.

## 5. – APLICAÇÃO DOS MODELOS

Com a utilização de dados experimentais colhidos em publicações científicas e softwares para a resolução dos cálculos e geração dos resultados através de gráficos foi possível aplicar o Método das Características e o Esquema numérico de MacCormack com base nas condições descritas a seguir.

### 5.1 – Aplicação do Método das Características

Para a aplicação do Método das Características no sistema Reservatório-Tubo-Válvula adotado, foi utilizado 10 trechos da tubulação de igual comprimento, de modo que  $\Delta x = L/10$  e  $\Delta t = \Delta x/a$ .

As linhas  $C^+$  e  $C^-$  são as diagonais de uma malha retangular (Figura 4).

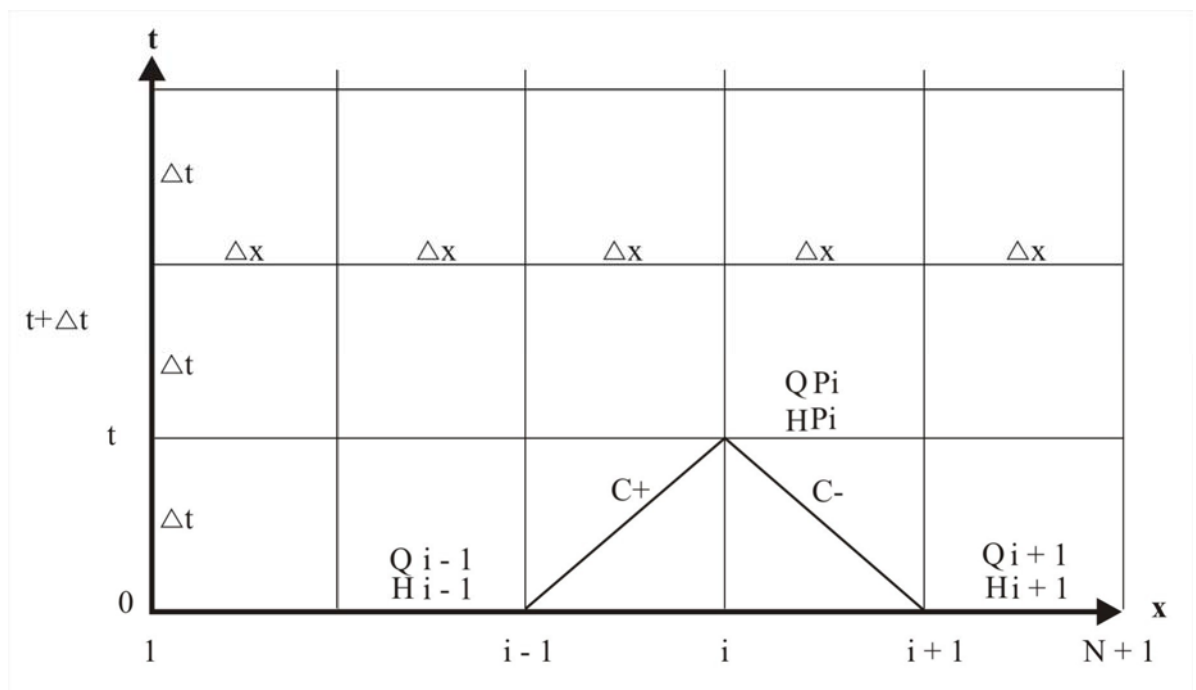


Figura 4 – Malha retangular para a solução das equações características.



Aplicando as equações a serem resolvidas numa seção interna, onde se deseja “ $H_P$ ” e “ $Q_P$ ” e conhecendo as condições no instante anterior é possível reunir os termos numa constante “ $C_P$ ” e “ $C_M$ ”,

$$C_P = H_{i-1} + Q_{i-1}(B - R|Q_{i-1}|)$$

$$C_M = H_{i+1} - Q_{i+1}(B - R|Q_{i+1}|)$$

Com “ $C_P$ ” e “ $C_M$ ” conhecidos, as seções internas foram calculadas usando os equacionamentos abaixo:

$$H_{Pi} = 0,5(C_P + C_M)$$

$$Q_{Pi} = \frac{C_P - H_{Pi}}{B}$$

Na condição de contorno na seção junto ao reservatório foram adotados os equacionamentos abaixo:

$$H_{Re.serv} = H_{Valv} + \frac{8fLQ^2}{\pi^2 gD^5}$$

$$Q_{Pi} = \frac{H_{Re.serv} - C_M}{B}$$

Sendo  $H_{Re.serv} = Cte$

Na condição de contorno na seção junto à válvula foram adotados os equacionamentos abaixo:

$$Q_{valv} = -gB(C_d A_v)^2 + \sqrt{[gB(C_d A_v)^2]^2 + (C_d A_v)^2 2gC_p}$$

$$H_{valv} = C_p - BQ_{valv}$$

## 5.2 – Aplicação do Método de MacCormack

Para a aplicação do Método de MacCormack no sistema Reservatório-Tubo-Válvula adotado, foram utilizados dez trechos da tubulação de igual comprimento, de modo que  $\Delta x = L/10$ .

As equações do preditor são:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{(f_i^* - f_i^k)}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{(f_i^k - f_{i-1}^k)}{\Delta x}$$

E as do corretor são:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{(f_i - f_i^*)}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{(f_{i+1}^* - f_i^*)}{\Delta x}$$

Aplicadas ao sistema

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0$$

Obtém-se, respectivamente:

$$H_i^* = H_i^k - \frac{a^2}{gA} (Q_i^k - Q_{i-1}^k) \frac{\Delta t}{\Delta x}; e$$

$$Q_i^* = Q_i^k - gA \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_i^k - H_{i-1}^k) - \frac{f}{2DA} \Delta t Q_i^k |Q_i^k|;$$

$$H_i = H_i^* - \frac{a^2}{gA} (Q_{i+1}^* - Q_i^*) \frac{\Delta t}{\Delta x}; e$$

$$Q_i = Q_i^* - gA \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_{i+1}^* - H_i^k) - \frac{f}{2DA} \Delta t Q_i^* |Q_i^*|$$

Finalmente,

$$H_i^{k+1} = 0,5(H_i^k + H_i); \text{ e}$$

$$Q_i^{k+1} = 0,5(Q_i^k + Q_i).$$

A condição  $C_n = \frac{a \Delta t}{\Delta x} < 1$  deve ser satisfeita.

As condições de contorno do Método das Características foram aplicadas no Método de MacCormack.

A canalização foi dividida em dez trechos iguais  $\Delta x$ , porém o primeiro e o último trecho foram subdivididos em dois trechos menores, cada qual com a extensão  $\Delta x/2$ , usando-se dois pontos auxiliares “A” e “B”.

O incremento de tempo  $\Delta t$  foi então escolhido para possibilitar a aplicação do Método das Características aos quatro trechos menores, formados pelos pontos  $\{1, A\}$  e  $\{A, 2\}$  a montante e  $\{n, B\}$  e  $\{B, n+1\}$  a jusante.

$$\text{Portanto } \Delta t = \frac{\Delta x}{2a}.$$

Define-se  $\Delta x_{\text{MOC}} = \frac{\Delta x}{2}$  como mostra a figura abaixo o que acarreta  $C_n=0,5$  o que

satisfaz a condição de Courant-Friedrich-Lewy.

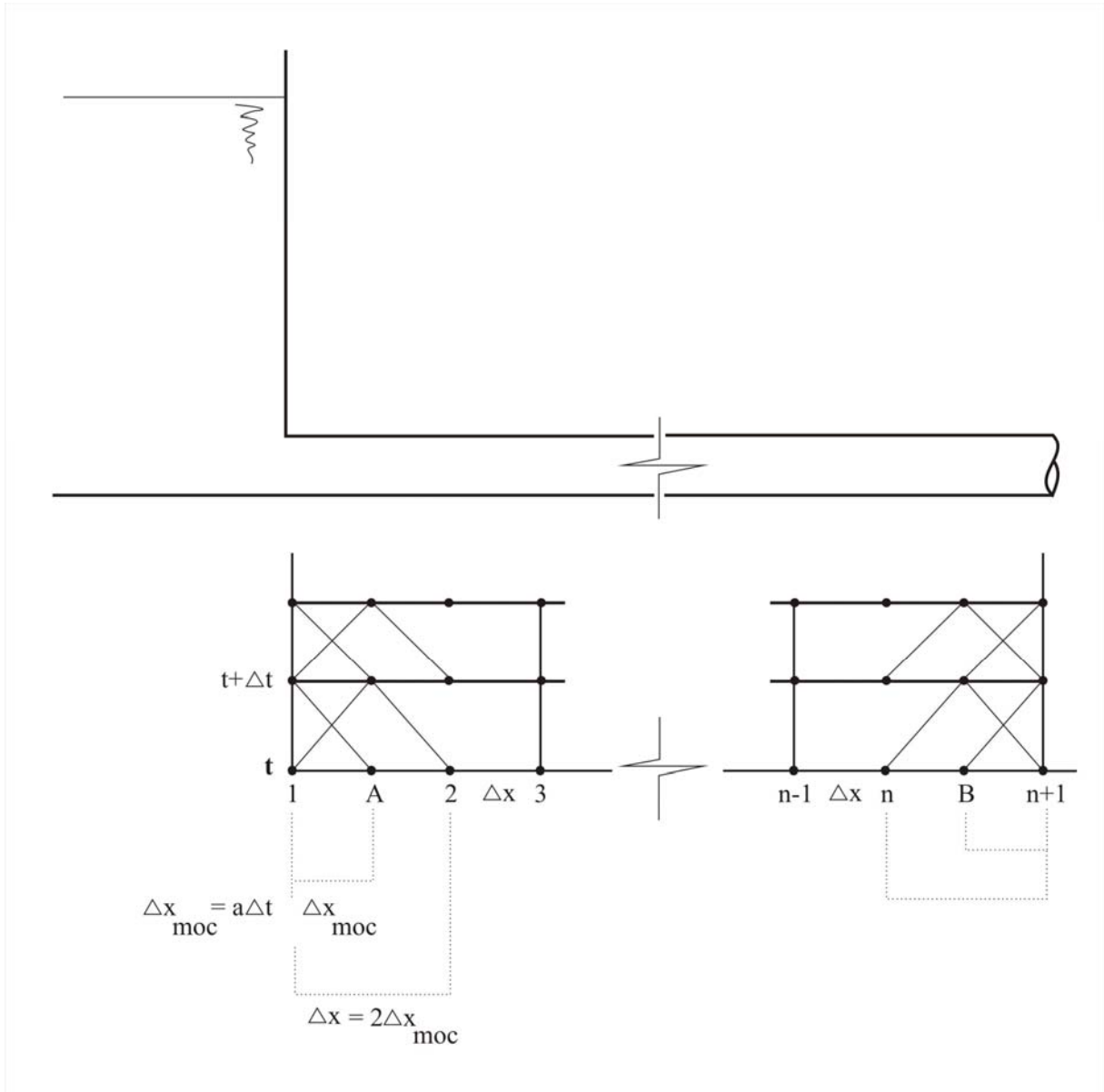


Figura 5 – Subdivisão do tubo em trechos para a facilitação da aplicação do Modelo

Os valores iniciais de  $Q1(i)$  e  $H1(i)$   $\{i=1, 2, \dots, n, n+1\}$  e de  $QA, HA, QB, HB$  no instante  $t$  são conhecidos.

A partir dos pontos  $\{1, A\}$  calcula-se os novos valores  $Q(1)$  e  $H(1)$  no instante  $t+\Delta t$  através do Método das Características.

Em seguida, a partir dos pontos  $\{1, 2\}$  o mesmo procedimento foi adotado para encontrar os novos valores de  $QA$  e  $HA$ .

O mesmo processo foi repetido a jusante da canalização, determinando-se  $Q((n+1))$ ,  $H(n+1)$  e  $QB, HB$ .

Os valores  $Q(i)$  e  $H(i)$   $\{i, 2, 3, \dots, n-1, n\}$  dos pontos interiores foram então calculados com o algoritmo de MacCormack.

Inicialmente usou-se o “preditor” na forma:

De  $i=2$  para  $n+1$

$$H(i)_{\text{preditor}} = H1(i) - \frac{a^2}{gA} (Q1(i) - Q1(i-1)) \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad e$$

$$Q(i)_{\text{preditor}} = Q1(i) - gA \frac{\Delta t}{\Delta x} (H1(i) - H1(i-1)) - \frac{f}{2DA} \Delta t Q1(i) |Q1(i)|$$

E em seguida o “corretor”

De  $i=1$  para  $n$

$$H(i) = H(i)_{\text{predictor}} - \frac{a^2}{gA} \left( Q(i+1)_{\text{predictor}} - Q(i)_{\text{predictor}} \right) \frac{\Delta t}{\Delta x}; e$$

$$Q(i) = Q(i)_{\text{predictor}} - gA \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( H(i+1)_{\text{predictor}} - H(i)_{\text{predictor}} \right) - \frac{f}{2DA} \Delta t Q(i)_{\text{predictor}} \left| Q(i)_{\text{predictor}} \right|$$

Os valores finais no instante  $t+\Delta t$  são calculados por:

De  $i=1$  para  $n+1$

$$H(i) = 0,5(H1(i) + H(i)); e$$

$$Q(i) = 0,5(Q1(i) + Q(i))$$

Após a substituição dos valores iniciais  $Q1(i)$  e  $H1(i)$  pelos novos valores  $Q(i)$  e  $H(i)$  o processo foi realimentado.

Os algoritmos desenvolvidos para a feitura das simulações foram inseridos no programa True Basic Silver Edition (plataforma utilizada para “rodar” o programa) e os resultados fornecidos por esta plataforma foram transportados para uma planilha eletrônica para a geração dos diversos gráficos comparativos entre os métodos numéricos.

Para a realização das simulações com a utilização dos Métodos das Características e Esquema numérico de MacCormack e posterior comparação dos resultados foram selecionados alguns sistemas Reservatório–Tubo–Válvula, previamente ensaiados, onde o transitório foi provocado pelo fechamento da válvula.

O programa foi alimentado com três grupos de dados, cujos resultados experimentais eram conhecidos.

O primeiro sistema Reservatório-Tubo-Válvula foi ensaiado por Lessa (1990) e era composto por um reservatório com nível constante a montante, uma tubulação em aço costurado e uma válvula a jusante.

Os dados do sistema são:

Vazão  $Q = 0,00037\text{m}^3/\text{s}$

Diâmetro da tubulação  $D = 0,1053\text{m}$

Celeridade  $a = 1306,00\text{m/s}$

Comprimento da Tubulação  $L = 163,20\text{m}$

Coefficiente de atrito  $f = 0,0190$

Carga na válvula  $H = 17,50\text{m}$

Tempo de fechamento da válvula  $\theta = 0,050\text{s}$

Na Tabela 1 abaixo, podem ser observados os valores experimentais colhidos pelo pesquisador após a realização do ensaio em um sistema com as características descritas acima.



Tabela 1 – Dados experimentais obtidos pelo pesquisador Lessa

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0	17,5
0,04	20,3
0,08	22
0,22	22
0,29	17,8
0,3	15,3
0,32	13
0,34	10,4
0,37	11,3
0,41	12
0,46	11
0,51	11,3
0,56	11,7
0,59	15,3
0,6	19
0,63	22,2
0,69	21,6
0,78	22
0,85	21,3
0,88	15,2
0,89	13,6
0,91	12,6
0,94	12
0,98	12,3
1,02	12
1,07	11,2
1,1	11,6
1,12	12
1,15	16,3
1,18	19
1,22	21,3
1,28	21,3
1,35	22,6
1,37	22
1,41	21,7
1,42	17,5
1,43	17,2
1,45	15,3
1,47	13,6
1,5	13
1,53	12,6
1,56	12,3
1,59	12
1,6	11,3
1,61	11

Continua.

Tabela 1 – Dados experimentais obtidos pelo pesquisador Lessa

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
1,66	11,3
1,68	12
1,73	14,8
1,75	17
1,76	18,3
1,79	21
1,84	21,3
1,89	22
1,95	21,6
1,97	19
1,99	17

Fonte: Lessa (1990).

Conclusão.

O segundo sistema foi ensaiado pelo pesquisador Pezinga e os resultados foram publicados em (GUIDOUIO; MANSOUR, 2002) e também era composto por um reservatório a montante, uma tubulação e uma válvula a jusante.

Os dados do sistema são:

Vazão  $Q = 0,0006\text{m}^3/\text{s}$

Diâmetro da tubulação  $D = 0,0532\text{m}$

Celeridade  $a = 1360,00\text{m/s}$

Comprimento da Tubulação  $L = 77,80\text{m}$

Coefficiente de atrito  $f = 0,0330$

Carga na válvula  $H = 52,61\text{m}$

Tempo de fechamento da válvula  $\theta = 0,04\text{s}$

Na Tabela 2 abaixo, podem ser observados os valores experimentais colhidos pelo pesquisador após a realização do ensaio em um sistema com as características descritas acima.

Tabela 2 – Dados experimentais obtidos pelo pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula</b>
0	52,97
0,029	87,3
0,057	88,2
0,086	88,4
0,114	87,5
0,143	22,5
0,172	19
0,2	18
0,229	25,3
0,257	84,5
0,286	85,5
0,315	86
0,343	77,4
0,372	27,5
0,4	21,4
0,429	20,9
0,458	24,2
0,486	71,8
0,515	84,5
0,543	85,1
0,572	84
0,601	31,2
0,629	22,5
0,658	21,4
0,686	28,8
0,715	73,3
0,744	82,5
0,772	83,8
0,801	78
0,829	29,3
0,858	24,5
0,887	22,7
0,915	28,2
0,944	65,4
0,972	79,2
1,001	81,2
1,03	76,1
1,058	31,7
1,087	25,3
1,116	23,6
1,144	32,1
1,173	72,8
1,201	79,4

Continua.

Tabela 2 – Dados experimentais obtidos pelo pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula</b>
1,23	80,3
1,259	76,1
1,287	32,6
1,316	27,3
1,344	24,2
1,373	35
1,402	68,2
1,43	77,7
1,459	79
1,487	65,6
1,516	32
1,545	29,3
1,573	26
1,602	30,6
1,63	73,3
1,659	76,4
1,688	77,7
1,716	72,8
1,745	37,2
1,773	29,1
1,802	27,5
1,831	33,4
1,859	65,4
1,888	76,1
1,916	77,4
1,945	62,6
1,974	52,97

Fonte: Guidouio e Mansour (2002).  
Conclusão.

O terceiro sistema foi ensaiado pelos pesquisadores Bergant e Simpson e os resultados foram publicados em (GUIDOUIO; MANSOUR, 2002) e era composto por um reservatório à montante, uma tubulação e uma válvula à jusante.

Os dados do sistema são:

Vazão  $Q = 0,000114\text{m}^3/\text{s}$

Diâmetro da tubulação  $D = 0,0220\text{m}$

Celeridade  $a = 1319,00\text{m/s}$

Comprimento da Tubulação  $L = 37,20\text{m}$

Coefficiente de atrito  $f = 0,0360$

Carga na válvula  $H = 29,72\text{m}$

Tempo de fechamento da válvula  $\theta = 0,009\text{s}$

Na Tabela 3 abaixo, podem ser observados os valores experimentais colhidos pelos pesquisadores após a realização do ensaio em um sistema com as características descritas acima.

Tabela 3 – Dados experimentais obtidos pelos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0	29,71
0,014	71,7
0,028	71,3
0,042	72
0,056	36
0,071	-3,7
0,085	-5,3
0,099	-6,4
0,113	-6
0,127	65,5
0,141	69,1
0,155	68,8
0,169	68
0,183	-0,2
0,197	-3,1
0,212	-4,2

Continua.

Tabela 3 – Dados experimentais obtidos pelos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,24	58
0,254	66
0,268	66,6
0,282	66,4
0,296	7
0,31	2,3
0,324	-1,3
0,338	0,5
0,353	43,8
0,367	63
0,381	64,8
0,395	64
0,409	53,2
0,423	2,3
0,437	-0,6
0,451	0,7
0,465	54
0,479	58,3
0,494	62
0,508	62,8
0,522	24,4
0,536	8,5
0,55	2,7
0,564	2,7
0,578	34,4
0,592	52,3
0,606	61,7
0,62	62,4
0,635	56,6
0,649	16,8
0,663	3,2
0,677	3,6
0,691	7,9
0,705	35,1
0,719	56,6
0,733	60
0,747	58,8
0,761	33,3
0,776	7,4
0,79	5,4
0,804	8,3
0,818	35,6
0,832	50,7
0,846	58,1

Continua.

Tabela 3 – Dados experimentais obtidos pelos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,86	55,4
0,874	33,8
0,888	15
0,903	7,2

Fonte: Guidouio e Mansour (2002).

Conclusão.

Os dados experimentais, fruto de cada ensaio, foram transportados para uma planilha eletrônica, plataforma a partir da qual foram gerados gráficos, cuja curva formada serviu como elemento verificador da aproximação do resultado das simulações feitas através da utilização do Método das Características e Esquema de MacCormack. Estas simulações foram “rodadas” dentro do programa True Basic Silver Edition, a partir dos algoritmos desenvolvidos para cada método numérico.

## 6. – ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo são mostrados através de tabelas e gráficos todos os resultados obtidos com as simulações feitas com o Método das Características e Esquema de MacCormack para os dados dos três sistemas previamente ensaiados.

Tabela 4 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Lessa

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0	17,5027
0,0125	19,2999
0,025	20,9684
0,0375	22,358
0,05	23,1581
0,0625	23,158
0,075	23,1578
0,0875	23,1578
0,1	23,1576
0,1125	23,1575
0,125	23,1573
0,1375	23,1572
0,15	23,157
0,1625	23,1569
0,1749	23,1568
0,1874	23,1567
0,1999	23,1565
0,2124	23,1564
0,2249	23,1562
0,2374	23,1561
0,2499	23,1559
0,2624	19,5632
0,2749	16,2275
0,2874	13,4494
0,2999	11,85
0,3124	11,8499
0,3249	11,8502
0,3374	11,8502
0,3499	11,8504
0,3624	11,8505
0,3749	11,8507
0,3874	11,8507
0,3999	11,851
0,4124	11,851

Continua.



Tabela 4 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Lessa

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,4249	11,8512
0,4499	11,8515
0,4624	11,8515
0,4749	11,8518
0,4874	11,8518
0,4998	11,852
0,5123	15,4432
0,5248	18,7773
0,5373	21,5542
0,5498	23,1529
0,5623	23,153
0,5748	23,1527
0,5873	23,1527
0,5998	23,1524
0,6123	23,1524
0,6248	23,1521
0,6373	23,1522
0,6498	23,1519
0,6623	23,1519
0,6748	23,1516
0,6873	23,1516
0,6998	23,1513
0,7123	23,1514
0,7248	23,1511
0,7373	23,1511
0,7498	23,1508
0,7623	19,5614
0,7748	16,2287
0,7873	13,453
0,7998	11,8551
0,8123	11,855
0,8247	11,8553
0,8372	11,8552
0,8497	11,8556
0,8622	11,8555
0,8747	11,8558
0,8872	11,8558
0,8997	11,8561
0,9122	11,856
0,9247	11,8564
0,9372	11,8563
0,9497	11,8567
0,9622	11,8566
0,9747	11,8569
0,9872	11,8569
0,9997	11,8572
1,0122	15,4449
1,0247	18,7762

Continua.

Tabela 4 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Lessa

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
1,0372	21,5507
1,0622	23,1479
1,0747	23,1475
1,0872	23,1477
1,0997	23,1473
1,1122	23,1474
1,1247	23,147
1,1372	23,1471
1,1496	23,1467
1,1621	23,1469
1,1746	23,1465
1,1871	23,1466
1,1996	23,1462
1,2121	23,1463
1,2246	23,1459
1,2371	23,1461
1,2496	23,1457
1,2621	19,5596
1,2746	16,2298
1,2871	13,4565
1,2996	11,8602
1,3121	11,86
1,3246	11,8604
1,3371	11,8603
1,3496	11,8607
1,3621	11,8605
1,3746	11,861
1,3871	11,8608
1,3996	11,8613
1,4121	11,8611
1,4246	11,8615
1,4371	11,8613
1,4496	11,8618
1,4621	11,8616
1,4745	11,8621
1,487	11,8619
1,4995	11,8623
1,512	15,4467
1,5245	18,7751
1,537	21,5471
1,5495	23,1426
1,562	23,1429
1,5745	23,1424
1,587	23,1426
1,5995	23,1421
1,612	23,1424
1,6245	23,1419
1,637	23,1421

Continua.

Tabela 4 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Lessa

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
1,6495	23,1416
1,6745	23,1413
1,687	23,1416
1,6995	23,1411
1,712	23,1413
1,7245	23,1408
1,737	23,141
1,7495	23,1405
1,762	19,5578
1,7745	16,2309
1,787	13,4601
1,7994	11,8654
1,8119	11,865
1,8244	11,8656
1,8369	11,8653
1,8494	11,8658
1,8619	11,8656
1,8744	11,8661
1,8869	11,8658
1,8994	11,8664
1,9119	11,8661
1,9244	11,8667
1,9369	11,8664
1,9494	11,8669
1,9619	11,8666
1,9744	11,8672
1,9869	11,8669
1,9994	11,8675

Conclusão.

No gráfico da Figura 6 é possível observar a superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação pelo Método das Características para os dados do pesquisador Lessa.

Existe uma defasagem temporal, provavelmente em função da diferença entre a celeridade teórica, adotada pelo pesquisador, e a real que aparece no experimento e que pode ser comprovada através dos seguintes cálculos:

Sabendo-se que o período  $T = 4L/A$  e retirando um intervalo entre três pico de pressão, configurando, portanto três períodos, obtem-se:

$$1,7 = 3 \times \left( \frac{4 \times 163,2}{a} \right), \text{ onde } 1,7 \text{ é o intervalo de tempo medido.}$$

$a = 1.152,00m/s$ , portanto diferente do valor adotado pelo pesquisador de  $a = 1.306,00m/s$ .

O valor adotado pelo pesquisador é provavelmente o valor teórico obtido através da formulação:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{k}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{kD}{Ee}}}$$

Estando aí um dos prováveis motivos para a defasagem temporal entre os valores obtidos através da simulação com o Método das Características em comparação com os resultados experimentais obtidos pelo pesquisador Lessa.

Nos gráficos das figuras 7 e 8 o problema de defasagem temporal já não ocorre, pois os pesquisadores, provavelmente calcularam os valores de celeridade baseados nos resultados obtidos com os experimentos.

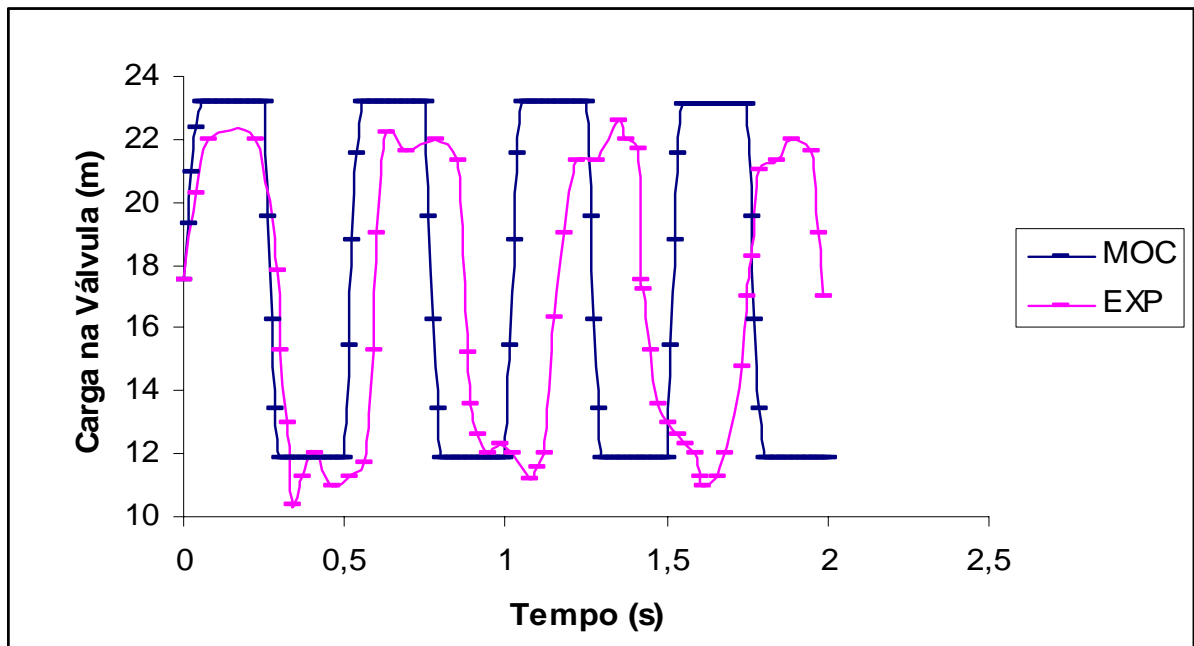


Figura 6 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação pelo Método das Características para os dados do pesquisador Lessa

EXP é a curva dos dados experimentais e MOC é a da simulação pelo método das Características.

Tabela 5 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

Tempo (s)	Carga na Válvula (m)
0	52,7892
0,0057	58,8052
0,0114	65,0678
0,0172	71,3592
0,0229	77,4383
0,0286	82,9907
0,0343	87,5473
0,04	90,1203
0,0458	90,11
0,0515	90,1024
0,0572	90,0921
0,0629	90,0846
0,0686	90,0743
0,0744	90,0668
0,0801	90,0565
0,0858	90,049
0,0915	90,0388
0,0972	90,0313
0,103	90,021
0,1087	90,0135

Continua.

Tabela 5 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,1144	90,0033
0,1259	65,5489
0,1316	53,013
0,1373	40,8953
0,143	29,8296
0,1487	20,7473
0,1545	15,6167
0,1602	15,628
0,1659	15,6344
0,1716	15,6456
0,1773	15,652
0,1831	15,6633
0,1888	15,6697
0,1945	15,6809
0,2002	15,6873
0,2059	15,6985
0,2117	15,7049
0,2174	15,7161
0,2231	15,7225
0,2288	15,7337
0,2345	27,6547
0,2403	40,081
0,246	52,5662
0,2517	64,635
0,2574	75,6551
0,2631	84,6967
0,2689	89,8046
0,2746	89,7923
0,2803	89,787
0,286	89,7748
0,2918	89,7695
0,2975	89,7573
0,3032	89,752
0,3089	89,7398
0,3146	89,7346
0,3204	89,7224
0,3261	89,7171
0,3318	89,7049
0,3375	89,6997
0,3432	89,6875
0,349	77,8212
0,3547	65,4463
0,3604	53,0114
0,3661	40,9912
0,3718	30,0162
0,3776	21,0151
0,3833	15,9297
0,389	15,9429

Continua.

Tabela 5 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,3947	15,9471
0,4062	15,9644
0,4119	15,9776
0,4176	15,9818
0,4233	15,9949
0,429	15,9991
0,4348	16,0122
0,4405	16,0164
0,4462	16,0295
0,4519	16,0337
0,4576	16,0468
0,4634	27,8589
0,4691	40,1828
0,4748	52,5679
0,4805	64,5399
0,4863	75,47
0,492	84,4311
0,4977	89,4942
0,5034	89,48
0,5091	89,4769
0,5149	89,4628
0,5206	89,4597
0,5263	89,4456
0,532	89,4426
0,5377	89,4285
0,5435	89,4254
0,5492	89,4113
0,5549	89,4082
0,5606	89,3942
0,5663	89,3911
0,5721	89,377
0,5778	77,6187
0,5835	65,3453
0,5892	53,0098
0,5949	41,0855
0,6007	30,1998
0,6064	21,2784
0,6121	16,2375
0,6178	16,2526
0,6235	16,2546
0,6293	16,2696
0,635	16,2716
0,6407	16,2867
0,6464	16,2887
0,6521	16,3037
0,6579	16,3057
0,6636	16,3207
0,6693	16,3227

Continua.

Tabela 5 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,675	16,3377
0,6865	16,3547
0,6922	28,0598
0,6979	40,283
0,7036	52,5695
0,7094	64,4464
0,7151	75,2879
0,7208	84,17
0,7265	89,1889
0,7322	89,173
0,738	89,172
0,7437	89,1561
0,7494	89,1551
0,7551	89,1392
0,7608	89,1382
0,7666	89,1223
0,7723	89,1213
0,778	89,1054
0,7837	89,1044
0,7894	89,0886
0,7952	89,0876
0,8009	89,0717
0,8066	77,4194
0,8123	65,246
0,818	53,0082
0,8238	41,1782
0,8295	30,3804
0,8352	21,5374
0,8409	16,5402
0,8466	16,557
0,8524	16,557
0,8581	16,5738
0,8638	16,5738
0,8695	16,5906
0,8752	16,5905
0,881	16,6073
0,8867	16,6073
0,8924	16,624
0,8981	16,624
0,9039	16,6407
0,9096	16,6407
0,9153	16,6574
0,921	28,2574
0,9267	40,3815
0,9325	52,571
0,9382	64,3544
0,9439	75,1088
0,9496	83,9132

Continua.



Tabela 5 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,9553	88,8887
0,9668	88,8721
0,9725	88,8544
0,9782	88,8554
0,9839	88,8378
0,9897	88,8388
0,9954	88,8212
1,0011	88,8222
1,0068	88,8046
1,0125	88,8057
1,0183	88,788
1,024	88,7891
1,0297	88,7715
1,0354	77,2234
1,0411	65,1482
1,0469	53,0066
1,0526	41,2695
1,0583	30,5581
1,064	21,7921
1,0697	16,838
1,0755	16,8565
1,0812	16,8545
1,0869	16,873
1,0926	16,871
1,0984	16,8895
1,1041	16,8874
1,1098	16,9059
1,1155	16,9039
1,1212	16,9224
1,127	16,9203
1,1327	16,9388
1,1384	16,9367
1,1441	16,9552
1,1498	28,4519
1,1556	40,4785
1,1613	52,5726
1,167	64,2638
1,1727	74,9325
1,1784	83,6605
1,1842	88,5934
1,1899	88,574
1,1956	88,577
1,2013	88,5577
1,207	88,5607
1,2128	88,5413
1,2185	88,5444
1,2242	88,525
1,2299	88,528

Continua.

Tabela 5 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
1,2356	88,5087
1,2471	88,4924
1,2528	88,4955
1,2585	88,4762
1,2643	77,0305
1,27	65,052
1,2757	53,0051
1,2814	41,3593
1,2871	30,733
1,2929	22,0427
1,2986	17,1309
1,3043	17,1511
1,31	17,1471
1,3157	17,1673
1,3215	17,1633
1,3272	17,1835
1,3329	17,1795
1,3386	17,1997
1,3443	17,1957
1,3501	17,2158
1,3558	17,2118
1,3615	17,232
1,3672	17,228
1,3729	17,2481
1,3787	28,6432
1,3844	40,5739
1,3901	52,5741
1,3958	64,1747
1,4015	74,759
1,4073	83,412
1,413	88,3029
1,4187	88,2819
1,4244	88,2868
1,4301	88,2658
1,4359	88,2707
1,4416	88,2497
1,4473	88,2547
1,453	88,2337
1,4588	88,2386
1,4645	88,2177
1,4702	88,2226
1,4759	88,2016
1,4816	88,2066
1,4874	88,1856
1,4931	76,8407
1,4988	64,9574
1,5045	53,0035
1,5102	41,4477

Continua.

Tabela 5 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
1,516	30,9051
1,5274	17,419
1,5331	17,4408
1,5388	17,435
1,5446	17,4568
1,5503	17,4509
1,556	17,4727
1,5617	17,4669
1,5674	17,4886
1,5732	17,4828
1,5789	17,5045
1,5846	17,4987
1,5903	17,5204
1,596	17,5146
1,6018	17,5363
1,6075	28,8315
1,6132	40,6678
1,6189	52,5756
1,6246	64,087
1,6304	74,5883
1,6361	83,1674
1,6418	88,017
1,6475	87,9944
1,6533	88,0012
1,659	87,9786
1,6647	87,9854
1,6704	87,9628
1,6761	87,9696
1,6819	87,9471
1,6876	87,9538
1,6933	87,9313
1,699	87,938
1,7047	87,9156
1,7105	87,9223
1,7162	87,8998
1,7219	76,6538
1,7276	64,8642
1,7333	53,002
1,7391	41,5347
1,7448	31,0745
1,7505	22,5318
1,7562	17,7026
1,7619	17,726
1,7677	17,7183
1,7734	17,7416
1,7791	17,734
1,7848	17,7573
1,7905	17,7496

Continua.

Tabela 5 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
1,7963	17,7729
1,8077	17,7886
1,8134	17,7809
1,8191	17,8042
1,8249	17,7965
1,8306	17,8198
1,8363	29,0169
1,842	40,7603
1,8478	52,5771
1,8535	64,0007
1,8592	74,4203
1,8649	82,9268
1,8706	87,7357
1,8764	87,7116
1,8821	87,7202
1,8878	87,6961
1,8935	87,7046
1,8992	87,6805
1,905	87,6891
1,9107	87,665
1,9164	87,6736
1,9221	87,6495
1,9278	87,658
1,9336	87,634
1,9393	87,6426
1,945	87,6186
1,9507	76,4699
1,9564	64,7724
1,9622	53,0006
1,9679	41,6203
1,9736	31,2412
1,9793	22,7706
1,985	17,9817
1,9908	18,0065
1,9965	17,9971

Conclusão.

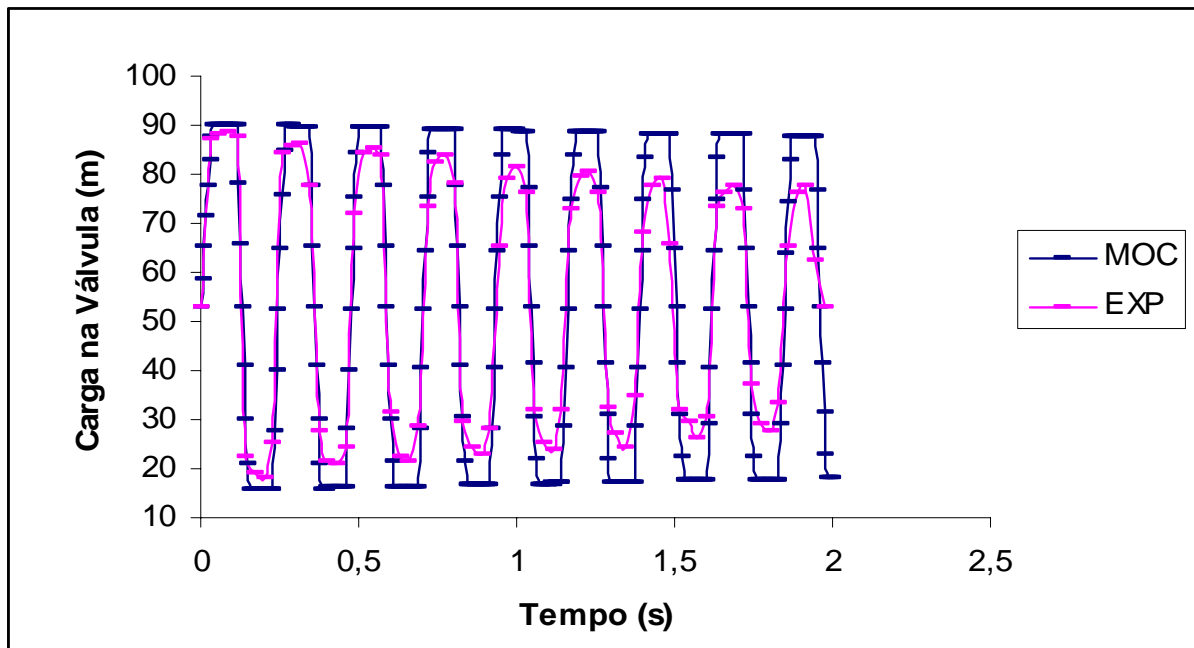


Figura 7 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação pelo Método das Características para os dados do pesquisador Pezinga

EXP é a curva dos dados experimentais e MOC é a da simulação pelo método das Características.

Tabela 6 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

Tempo (s)	Carga na Válvula (m)
0	29,999
0,0028	42,7713
0,0056	57,4779
0,0085	69,3497
0,0113	70,235
0,0141	70,2248
0,0169	70,2072
0,0197	70,197
0,0226	70,1794
0,0254	70,1693
0,0282	70,1517
0,031	70,1416
0,0338	70,1241
0,0367	70,1139
0,0395	70,0964
0,0423	70,0863
0,0451	70,0688
0,0479	70,0587
0,0508	70,0413
0,0536	70,0312

Continua.

Tabela 6 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,0564	70,0138
0,062	15,3998
0,0649	-8,1979
0,0677	-9,9726
0,0705	-9,9638
0,0733	-9,9452
0,0761	-9,9364
0,079	-9,9178
0,0818	-9,909
0,0846	-9,8905
0,0874	-9,8817
0,0903	-9,8632
0,0931	-9,8544
0,0959	-9,8359
0,0987	-9,8271
0,1015	-9,8087
0,1044	-9,7999
0,1072	-9,7815
0,11	-9,7727
0,1128	-9,7544
0,1156	15,4502
0,1185	44,5048
0,1213	67,9483
0,1241	69,7099
0,1269	69,7023
0,1297	69,6829
0,1326	69,6753
0,1354	69,6558
0,1382	69,6483
0,141	69,6289
0,1438	69,6213
0,1467	69,6019
0,1495	69,5944
0,1523	69,575
0,1551	69,5675
0,1579	69,5481
0,1608	69,5406
0,1636	69,5213
0,1664	69,5138
0,1692	69,4945
0,172	44,4561
0,1749	15,5855
0,1777	-7,7057
0,1805	-9,4544
0,1833	-9,4481
0,1861	-9,4277
0,189	-9,4214
0,1918	-9,4011

Continua.

Tabela 6 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,1946	-9,3948
0,2002	-9,3681
0,2031	-9,3478
0,2059	-9,3416
0,2087	-9,3213
0,2115	-9,315
0,2143	-9,2948
0,2172	-9,2885
0,22	-9,2683
0,2228	-9,262
0,2256	-9,2418
0,2284	15,6326
0,2313	44,3215
0,2341	67,4624
0,2369	69,1984
0,2397	69,1933
0,2425	69,172
0,2454	69,1669
0,2482	69,1457
0,251	69,1406
0,2538	69,1195
0,2566	69,1144
0,2595	69,0932
0,2623	69,0881
0,2651	69,067
0,2679	69,0619
0,2708	69,0408
0,2736	69,0358
0,2764	69,0147
0,2792	69,0096
0,282	68,9886
0,2849	44,2759
0,2877	15,7665
0,2905	-7,226
0,2933	-8,9495
0,2961	-8,9456
0,299	-8,9235
0,3018	-8,9196
0,3046	-8,8975
0,3074	-8,8936
0,3102	-8,8715
0,3131	-8,8676
0,3159	-8,8456
0,3187	-8,8417
0,3215	-8,8198
0,3243	-8,8159
0,3272	-8,7939
0,33	-8,79

Continua.

Tabela 6 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,3328	-8,7681
0,3384	-8,7424
0,3413	15,8105
0,3441	44,1428
0,3469	66,9888
0,3497	68,6999
0,3525	68,6971
0,3554	68,6742
0,3582	68,6715
0,361	68,6486
0,3638	68,6458
0,3666	68,623
0,3695	68,6202
0,3723	68,5974
0,3751	68,5946
0,3779	68,5719
0,3807	68,5691
0,3836	68,5463
0,3864	68,5436
0,3892	68,5209
0,392	68,5181
0,3948	68,4954
0,3977	44,1003
0,4005	15,9429
0,4033	-6,7584
0,4061	-8,4573
0,4089	-8,4557
0,4118	-8,432
0,4146	-8,4303
0,4174	-8,4066
0,4202	-8,405
0,423	-8,3814
0,4259	-8,3797
0,4287	-8,3561
0,4315	-8,3545
0,4343	-8,3309
0,4371	-8,3293
0,44	-8,3057
0,4428	-8,3041
0,4456	-8,2805
0,4484	-8,2789
0,4513	-8,2554
0,4541	15,984
0,4569	43,9686
0,4597	66,5271
0,4625	68,2139
0,4654	68,2134
0,4682	68,1889

Continua.



Tabela 6 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,471	68,1884
0,4766	68,1634
0,4795	68,1389
0,4823	68,1384
0,4851	68,114
0,4879	68,1135
0,4907	68,0891
0,4936	68,0886
0,4964	68,0642
0,4992	68,0637
0,502	68,0394
0,5048	68,0389
0,5077	68,0146
0,5105	43,9289
0,5133	16,115
0,5161	-6,3024
0,5189	-7,9774
0,5218	-7,9779
0,5246	-7,9527
0,5274	-7,9532
0,5302	-7,928
0,533	-7,9286
0,5359	-7,9034
0,5387	-7,9039
0,5415	-7,8787
0,5443	-7,8793
0,5471	-7,8542
0,55	-7,8547
0,5528	-7,8296
0,5556	-7,8301
0,5584	-7,8051
0,5612	-7,8056
0,5641	-7,7806
0,5669	16,1533
0,5697	43,7986
0,5725	66,0767
0,5753	67,74
0,5782	67,7416
0,581	67,7156
0,5838	67,7172
0,5866	67,6912
0,5894	67,6928
0,5923	67,6669
0,5951	67,6685
0,5979	67,6426
0,6007	67,6442
0,6035	67,6183
0,6064	67,6199

Continua.

Tabela 6 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,6092	67,594
0,6148	67,5698
0,6176	67,5714
0,6205	67,5456
0,6233	43,7617
0,6261	16,2829
0,6289	-5,8576
0,6318	-7,5093
0,6346	-7,512
0,6374	-7,4852
0,6402	-7,4878
0,643	-7,4612
0,6459	-7,4638
0,6487	-7,4371
0,6515	-7,4397
0,6543	-7,4131
0,6571	-7,4157
0,66	-7,3891
0,6628	-7,3917
0,6656	-7,3652
0,6684	-7,3678
0,6712	-7,3413
0,6741	-7,3439
0,6769	-7,3174
0,6797	16,3185
0,6825	43,6328
0,6853	65,6374
0,6882	67,2777
0,691	67,2813
0,6938	67,2539
0,6966	67,2575
0,6994	67,2301
0,7023	67,2337
0,7051	67,2064
0,7079	67,21
0,7107	67,1827
0,7135	67,1863
0,7164	67,159
0,7192	67,1626
0,722	67,1353
0,7248	67,1389
0,7276	67,1117
0,7305	67,1153
0,7333	67,0881
0,7361	43,5985
0,7389	16,4467
0,7417	-5,4236
0,7446	-7,0527

Continua.

Tabela 6 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,7474	-7,0573
0,753	-7,0337
0,7558	-7,0057
0,7587	-7,0103
0,7615	-6,9822
0,7643	-6,9868
0,7671	-6,9588
0,7699	-6,9634
0,7728	-6,9354
0,7756	-6,94
0,7784	-6,9121
0,7812	-6,9166
0,784	-6,8887
0,7869	-6,8933
0,7897	-6,8654
0,7925	16,4797
0,7953	43,4709
0,7982	65,2086
0,801	66,8266
0,8038	66,8321
0,8066	66,8034
0,8094	66,8089
0,8123	66,7802
0,8151	66,7857
0,8179	66,757
0,8207	66,7625
0,8235	66,7339
0,8264	66,7394
0,8292	66,7107
0,832	66,7162
0,8348	66,6877
0,8376	66,6932
0,8405	66,6646
0,8433	66,6701
0,8461	66,6416
0,8489	43,4392
0,8517	16,6066
0,8546	-5
0,8574	-6,607
0,8602	-6,6134
0,863	-6,5841
0,8658	-6,5905
0,8687	-6,5612
0,8715	-6,5676
0,8743	-6,5383
0,8771	-6,5447
0,8799	-6,5154
0,8828	-6,5218

Continua.

Tabela 6 – Resultados obtidos através de simulação pelo Método das Características com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,8856	-6,4926
0,8912	-6,4698
0,894	-6,4762
0,8969	-6,447
0,8997	-6,4534
0,9025	-6,4243
0,9053	16,6372
0,9081	43,3129
0,911	64,79
0,9138	66,3862
0,9166	66,3936
0,9194	66,3636
0,9222	66,3709
0,9251	66,3409
0,9279	66,3483
0,9307	66,3183
0,9335	66,3257
0,9363	66,2958
0,9392	66,3031
0,942	66,2732
0,9448	66,2805
0,9476	66,2507
0,9504	66,258
0,9533	66,2282
0,9561	66,2355
0,9589	66,2057
0,9617	43,2835
0,9645	16,7628
0,9674	-4,5864
0,9702	-6,1719
0,973	-6,1801
0,9758	-6,1495
0,9787	-6,1577
0,9815	-6,1272
0,9843	-6,1354
0,9871	-6,1048
0,9899	-6,113
0,9928	-6,0825
0,9956	-6,0907
0,9984	-6,0602

Conclusão.

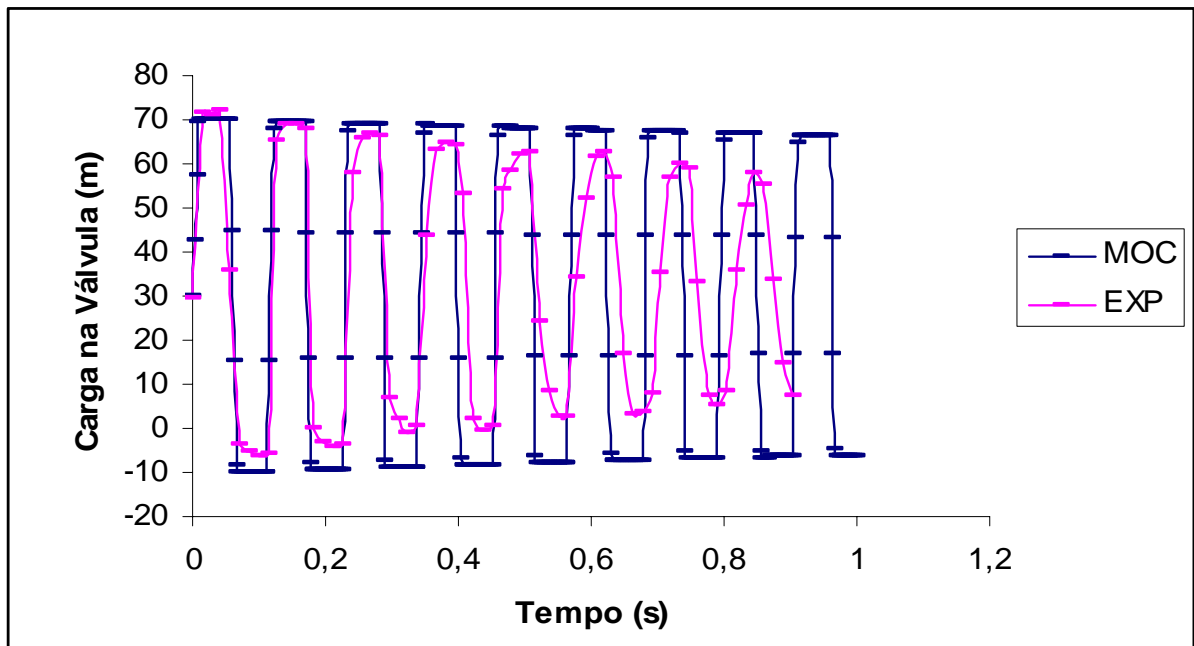


Figura 8 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação pelo Método das Características para os dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

EXP é a curva dos dados experimentais e MOC é a da simulação pelo Método das Características.

Tabela 7 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados do pesquisador Lessa

Tempo (s)	Carga na Válvula (m)
0	17,50271
0,0125	19,29995
0,025	20,96848
0,0375	22,3581
0,05	23,15823
0,0625	23,15815
0,075	23,15801
0,0875	23,15787
0,1	23,15773
0,1125	23,1576
0,125	23,15747
0,1375	23,15733
0,15	23,1572
0,1625	23,15704
0,1749	23,15649
0,1874	23,15305
0,1999	23,13531
0,2124	23,0676
0,2249	22,86781

Continua.

Tabela 7 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados do pesquisador Lessa

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,2374	22,39469
0,2624	19,96767
0,2749	17,89985
0,2874	15,51118
0,2999	13,23157
0,3124	11,52098
0,3249	10,6638
0,3374	10,63674
0,3499	11,13535
0,3624	11,74344
0,3749	12,13904
0,3874	12,21582
0,3999	12,0665
0,4124	11,86774
0,4249	11,75773
0,4374	11,78068
0,4499	11,91209
0,4624	12,12574
0,4749	12,44851
0,4874	12,97078
0,4998	13,81249
0,5123	15,06571
0,5248	16,73886
0,5373	18,72262
0,5498	20,7918
0,5623	22,65034
0,5748	24,01344
0,5873	24,70238
0,5998	24,71348
0,6123	24,22532
0,6248	23,53313
0,6373	22,93539
0,6498	22,62367
0,6623	22,62644
0,6748	22,82845
0,6873	23,04711
0,6998	23,11959
0,7123	22,95545
0,7248	22,53591
0,7373	21,87468
0,7498	20,97555
0,7623	19,81833
0,7748	18,38239
0,7873	16,69174
0,7998	14,85175
0,8123	13,05182
0,8247	11,5259
0,8372	10,48385

Continua.

Tabela 7 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados do pesquisador Lessa

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,8747	10,72348
0,8872	11,44641
0,8997	12,09316
0,9122	12,48969
0,9247	12,58758
0,9372	12,46656
0,9497	12,2918
0,9622	12,24725
0,9747	12,47467
0,9872	13,0419
0,9997	13,94635
1,0122	15,14176
1,0247	16,56633
1,0372	18,15454
1,0497	19,82899
1,0622	21,48384
1,0747	22,97835
1,0872	24,1542
1,0997	24,87577
1,1122	25,07819
1,1247	24,80042
1,1372	24,18523
1,1496	23,44139
1,1621	22,7802
1,1746	22,34938
1,1871	22,18919
1,1996	22,22612
1,2121	22,30464
1,2246	22,24286
1,2371	21,89
1,2496	21,16574
1,2621	20,07121
1,2746	18,67444
1,2871	17,08283
1,2996	15,41733
1,3121	13,79769
1,3246	12,33853
1,3371	11,1484
1,3496	10,32252
1,3621	9,92509
1,3746	9,96613
1,3871	10,3847
1,3996	11,05103
1,4121	11,79321
1,4246	12,44327
1,4371	12,88742
1,4496	13,1018
1,4621	13,15955

Continua.

Tabela 7 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados do pesquisador Lessa

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
1,4995	13,92026
1,512	14,80405
1,5245	16,05271
1,537	17,57954
1,5495	19,24906
1,562	20,90918
1,5745	22,41798
1,587	23,65974
1,5995	24,55188
1,612	25,04802
1,6245	25,14164
1,637	24,87075
1,6495	24,31942
1,662	23,60978
1,6745	22,88089
1,687	22,25663
1,6995	21,81141
1,712	21,546
1,7245	21,38394
1,737	21,19211
1,7495	20,82019
1,762	20,14645
1,7745	19,11474
1,787	17,75146
1,7994	16,15868
1,8119	14,48808
1,8244	12,90593
1,8369	11,56053
1,8494	10,55958
1,8619	9,9602
1,8744	9,76894
1,8869	9,94745
1,8994	10,42068
1,9119	11,08692
1,9244	11,83115
1,9369	12,5433
1,9494	13,13998
1,9619	13,58522
1,9744	13,90288
1,9869	14,17444
1,9994	14,51962

Conclusão.



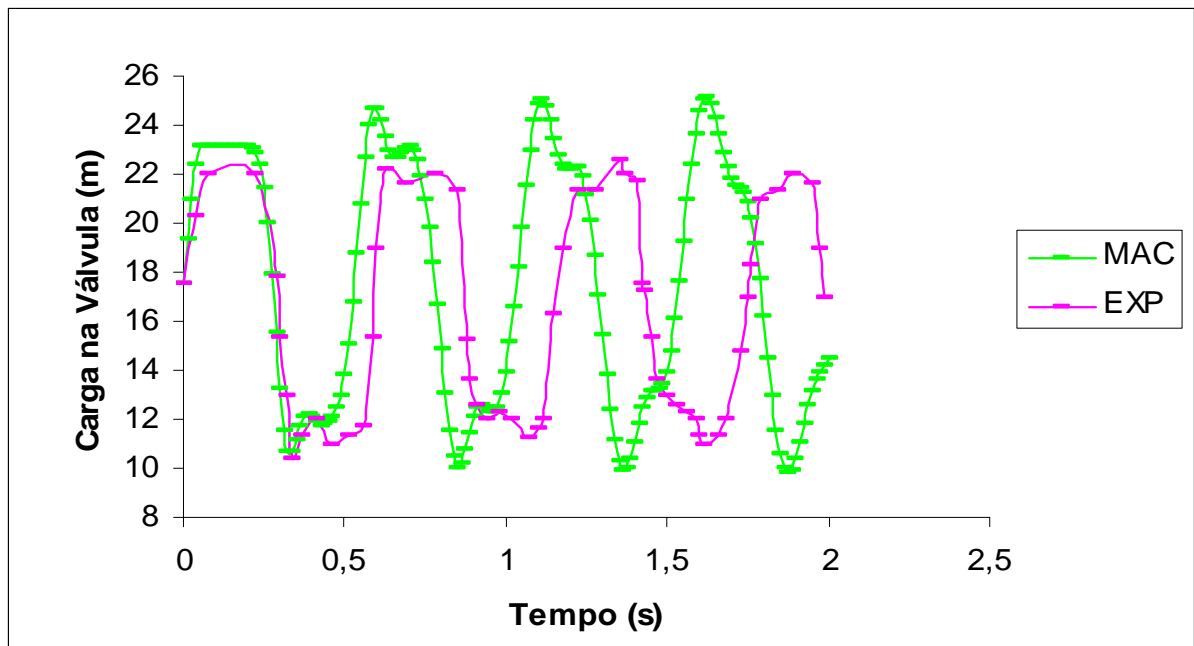


Figura 9 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação pelo Esquema de MacCormack para os dados do pesquisador Lessa

EXP é a curva dos dados experimentais e MAC é a da simulação pelo Método de MacCormack.

Na Figura 9, também é possível observar uma defasagem temporal, provavelmente em função da diferença entre a celeridade teórica, adotada pelo pesquisador, e a real que aparece no experimento, conforme demonstração do mesmo evento para a simulação realizada pelo Método das Características.

Nos gráficos das Figuras 10 e 11 o problema de defasagem temporal já não ocorre, pois os pesquisadores, provavelmente calcularam os valores de celeridade baseados nos resultados obtidos com os experimentos.

Tabela 8 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0	52,78921
0,0057	58,81937
0,0114	65,08156
0,0172	71,36724
0,0229	77,44626
0,0286	82,99813
0,0343	87,55692
0,04	90,12881
0,0458	90,12016
0,0515	90,11249
0,0572	90,10646
0,0629	90,10177
0,0686	90,09702
0,0744	90,09058
0,0801	90,08067
0,0858	90,05948
0,0915	89,98954
0,0972	89,7476
0,103	89,03867
0,1087	87,3271
0,1144	83,87358
0,1201	77,949
0,1259	69,19151
0,1316	57,94147
0,1373	45,34018
0,143	33,0771
0,1487	22,86363
0,1545	15,86921
0,1602	12,37521
0,1659	11,78379
0,1716	12,94434
0,1773	14,62646
0,1831	15,93089
0,1888	16,48865
0,1945	16,41459
0,2002	16,09718
0,2059	15,96636
0,2117	16,36112
0,2174	17,53635
0,2231	19,75552
0,2288	23,36486
0,2345	28,76151
0,2403	36,23788
0,246	45,7651
0,2517	56,82721
0,2574	68,40993
0,2631	79,18712
0,2689	87,86114

Continua.

Tabela 8 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,286	95,73263
0,2918	93,76314
0,2975	91,27254
0,3032	89,227
0,3089	88,11441
0,3146	87,88544
0,3204	88,0833
0,3261	88,07211
0,3318	87,25032
0,3375	85,17063
0,3432	81,5556
0,349	76,25825
0,3547	69,23744
0,3604	60,59163
0,3661	50,64042
0,3718	39,99614
0,3776	29,5541
0,3833	20,36068
0,389	13,37728
0,3947	9,21581
0,4004	7,94813
0,4062	9,07235
0,4119	11,66131
0,4176	14,64671
0,4233	17,13947
0,429	18,67394
0,4348	19,29729
0,4405	19,48996
0,4462	19,96694
0,4519	21,44652
0,4576	24,46834
0,4634	29,30434
0,4691	35,95671
0,4748	44,20227
0,4805	53,63816
0,4862	63,70703
0,492	73,71352
0,4977	82,86592
0,5034	90,3718
0,5091	95,58719
0,5149	98,18038
0,5206	98,24704
0,5263	96,31815
0,532	93,23729
0,5377	89,93385
0,5435	87,16252
0,5492	85,2962
0,5549	84,24118

Continua.

Tabela 8 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,5721	80,02499
0,5778	76,02719
0,5835	70,12465
0,5892	62,44059
0,5949	53,38779
0,6007	43,57818
0,6064	33,72925
0,6121	24,58329
0,6178	16,83493
0,6235	11,05442
0,6293	7,60216
0,635	6,5491
0,6407	7,63408
0,6464	10,29076
0,6521	13,75883
0,6579	17,26365
0,6636	20,21661
0,6693	22,3734
0,675	23,89583
0,6808	25,29442
0,6865	27,26913
0,6922	30,50003
0,6979	35,4527
0,7036	42,25358
0,7094	50,66103
0,7151	60,12507
0,7208	69,9037
0,7265	79,19623
0,7322	87,26276
0,738	93,51563
0,7437	97,58255
0,7494	99,34566
0,7551	98,95632
0,7608	96,81733
0,7666	93,52213
0,7723	89,74692
0,778	86,10852
0,7837	83,01952
0,7894	80,58272
0,7952	78,56213
0,8009	76,44767
0,8066	73,60042
0,8123	69,43888
0,818	63,61195
0,8238	56,10956
0,8295	47,28316
0,8352	37,77735
0,8409	28,39952

Continua.

Tabela 8 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,8581	8,47535
0,8638	6,07358
0,8695	5,88069
0,8753	7,56887
0,881	10,6302
0,8867	14,46408
0,8924	18,4828
0,8981	22,22275
0,9039	25,44063
0,9096	28,16924
0,9153	30,71118
0,921	33,56251
0,9267	37,27858
0,9325	42,31407
0,9382	48,88033
0,9439	56,86042
0,9496	65,80571
0,9553	75,01405
0,9611	83,66612
0,9668	90,98251
0,9725	96,36245
0,9782	99,47549
0,9839	100,2932
0,9897	99,06417
0,9954	96,24591
1,0011	92,41072
1,0068	88,14155
1,0125	83,93141
1,0183	80,09946
1,024	76,73654
1,0297	73,6931
1,0354	70,61753
1,0411	67,04424
1,0469	62,51728
1,0526	56,72306
1,0583	49,59876
1,064	41,38615
1,0698	32,61328
1,0755	24,00636
1,0812	16,35299
1,0869	10,35156
1,0926	6,48349
1,0984	4,93668
1,1041	5,59321
1,1098	8,07722
1,1155	11,84622
1,1212	16,30324
1,127	20,90777

Continua.

Tabela 8 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
1,1441	32,72825
1,1498	36,10936
1,1556	39,71453
1,1613	43,9613
1,167	49,1956
1,1727	55,58645
1,1784	63,05228
1,1842	71,23958
1,1899	79,56352
1,1956	87,30495
1,2013	93,74286
1,207	98,29095
1,2128	100,6059
1,2185	100,6427
1,2242	98,64579
1,2299	95,0837
1,2356	90,54334
1,2414	85,61069
1,2471	80,76241
1,2528	76,28844
1,2585	72,25719
1,2642	68,52628
1,27	64,79452
1,2757	60,68507
1,2814	55,84514
1,2871	50,04457
1,2929	43,25406
1,2986	35,68564
1,3043	27,78342
1,31	20,16268
1,3157	13,50681
1,3215	8,44332
1,3272	5,42643
1,3329	4,65337
1,3386	6,03377
1,3443	9,21827
1,3501	13,67838
1,3558	18,81816
1,3615	24,0921
1,3672	29,10352
1,3729	33,66452
1,3787	37,80801
1,3844	41,75271
1,3901	45,83097
1,3958	50,39472
1,4015	55,71799
1,4073	61,91424
1,413	68,88446

Continua.

Tabela 8 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
1,4301	90,36702
1,4359	95,76465
1,4416	99,35208
1,4473	100,8171
1,453	100,107
1,4587	97,43379
1,4645	93,22769
1,4702	88,04732
1,4759	82,4679
1,4816	76,97197
1,4874	71,86631
1,4931	67,24195
1,4988	62,98339
1,5045	58,8225
1,5102	54,42373
1,516	49,48166
1,5217	43,81096
1,5274	37,41095
1,5331	30,49243
1,5388	23,4611
1,5446	16,86012
1,5503	11,28189
1,556	7,26564
1,5617	5,20089
1,5674	5,25647
1,5732	7,35034
1,5789	11,16729
1,5846	16,22139
1,5903	21,95085
1,596	27,8249
1,6018	33,43947
1,6075	38,58117
1,6132	43,24652
1,6189	47,61374
1,6246	51,97481
1,6304	56,64401
1,6361	61,86322
1,6418	67,72408
1,6475	74,12301
1,6532	80,75789
1,659	87,16679
1,6647	92,80117
1,6704	97,11917
1,6761	99,68094
1,6819	100,2275
1,6876	98,72755
1,6933	95,38245
1,699	90,58839

Continua.

Tabela 8 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados do pesquisador Pezinga

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
1,7162	72,70538
1,7219	67,06047
1,7276	61,93247
1,7333	57,25007
1,7391	52,79278
1,7448	48,26787
1,7505	43,40238
1,7562	38,02962
1,7619	32,15137
1,7677	25,96258
1,7734	19,83363
1,7791	14,25422
1,7848	9,75054
1,7905	6,79253
1,7963	5,7095
1,802	6,63054
1,8077	9,46108
1,8134	13,89994
1,8191	19,49388
1,8249	25,71928
1,8306	32,07479
1,8363	38,16623
1,842	43,76625
1,8477	48,83644
1,8535	53,50752
1,8592	58,02229
1,8649	62,65418
1,8706	67,61975
1,8764	73,00456
1,8821	78,71886
1,8878	84,49284
1,8992	94,48699
1,905	97,73755
1,9107	99,2825
1,9164	98,9086
1,9221	96,61062
1,9336	87,23523
1,945	74,4647
1,9507	68,00699
1,9564	61,96275
1,9622	56,4724
1,9679	51,50153
1,9736	46,87679
1,9793	42,35192
1,985	37,68914
1,9908	32,73815
1,9965	27,49487

Conclusão.



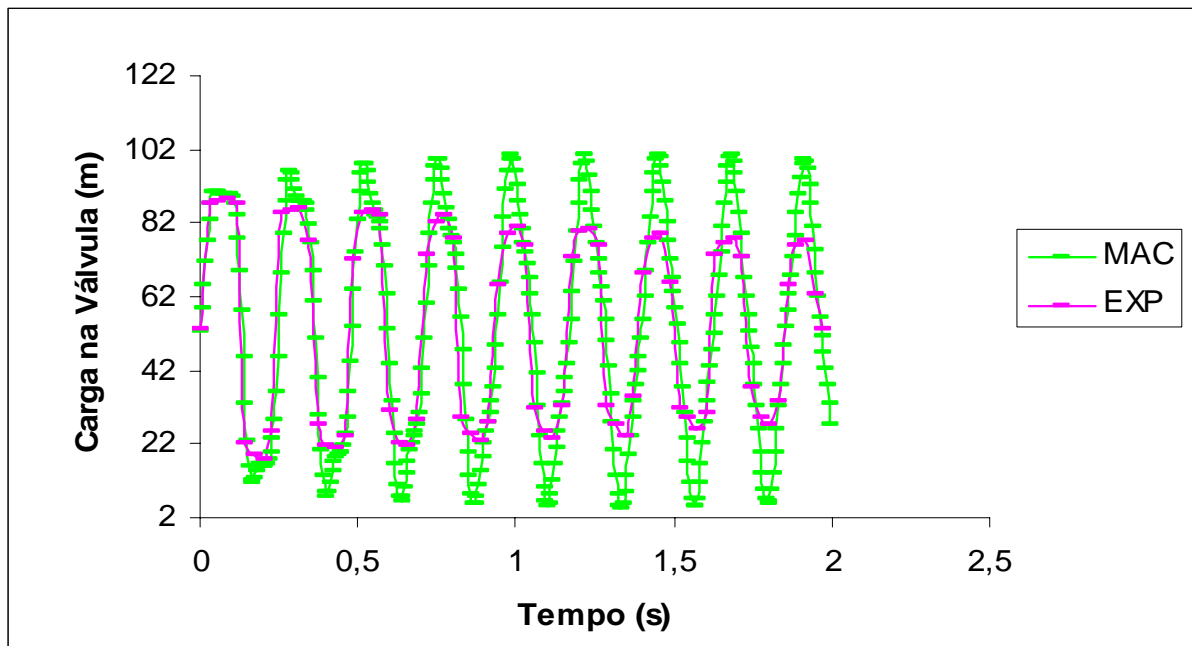


Figura 10 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação pelo Esquema de MacCormack para os dados do pesquisador Pezinga

EXP é a curva dos dados experimentais e MAC é a da simulação pelo Método de MacCormack.

O esquema de McCormack produziu oscilações numéricas próximas às frentes de onda mais íngremes. Estas oscilações cresceram com o decorrer do transiente e poderiam ser atenuadas por meio da introdução de viscosidade artificial ou refinamento da malha  $x-t$  através do aumento do número de seções.

No caso do aumento do refinamento da malha  $x-t$  de dez para cinquenta seções houve a atenuação das oscilações numéricas, mas também ocorreu o aumento do armazenamento e tempo de cálculo computacional.

Tabela 9 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0	29,99904
0,0028	42,7924
0,0056	57,50053
0,0085	69,35868
0,0113	70,2465
0,0141	70,23684
0,0169	70,22477
0,0197	70,21062
0,0226	70,19667
0,0254	70,18482
0,0282	70,17578
0,031	70,16872
0,0338	70,16143
0,0367	70,1514
0,0395	70,13533
0,0423	70,09636
0,0451	69,95371
0,0479	69,44351
0,0508	67,94408
0,0536	64,37251
0,0564	57,37844
0,0592	45,97519
0,062	30,4116
0,0649	12,71507
0,0677	-3,67877
0,0705	-15,2736
0,0733	-20,1608
0,0761	-18,947
0,079	-14,3352
0,0818	-9,62123
0,0846	-7,06104
0,0874	-7,07655
0,0903	-8,61325
0,0931	-10,1889
0,0959	-10,8409
0,0987	-10,4297
0,1015	-9,29905
0,1044	-7,68951
0,1072	-5,34308
0,11	-1,50061
0,1128	4,77315
0,1156	14,13253
0,1185	26,54882
0,1213	41,09296
0,1241	55,99243
0,1269	69,00764
0,1297	78,07599
0,1326	82,02593

Continua.

Tabela 9 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,141	71,34348
0,1438	67,12151
0,1467	65,30415
0,1495	65,85084
0,1523	67,68737
0,1551	69,363
0,1579	69,71973
0,1608	68,2312
0,1636	64,90803
0,1664	59,93536
0,1692	53,34063
0,172	44,92588
0,1749	34,50151
0,1777	22,26021
0,1805	9,04527
0,1833	-3,6725
0,1861	-14,1416
0,189	-20,8725
0,1918	-23,156
0,1946	-21,3425
0,1974	-16,7609
0,2002	-11,2917
0,2031	-6,74509
0,2059	-4,27466
0,2087	-4,05172
0,2115	-5,31302
0,2143	-6,73739
0,2172	-6,96831
0,22	-5,05129
0,2228	-0,62141
0,2256	6,18039
0,2284	14,94519
0,2313	25,21116
0,2341	36,52725
0,2369	48,35826
0,2397	59,94039
0,2425	70,23792
0,2454	78,09571
0,2482	82,56384
0,251	83,25982
0,2538	80,59228
0,2566	75,7193
0,2595	70,22704
0,2623	65,63593
0,2651	62,91982
0,2679	62,21901
0,2708	62,84734
0,2736	63,5744

Continua.

Tabela 9 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,282	54,74363
0,2849	46,60534
0,2877	36,44411
0,2905	25,07844
0,2933	13,37403
0,2961	2,15664
0,299	-7,79269
0,3018	-15,7308
0,3046	-21,0068
0,3074	-23,2017
0,3102	-22,3045
0,3131	-18,8294
0,3159	-13,7817
0,3187	-8,43701
0,3215	-3,98674
0,3243	-1,17127
0,3272	-0,04213
0,33	0,05152
0,3328	0,24398
0,3356	1,78288
0,3384	5,64252
0,3413	12,25171
0,3441	21,4117
0,3469	32,40063
0,3497	44,19395
0,3525	55,70337
0,3554	65,95717
0,3582	74,19429
0,361	79,89419
0,3638	82,7874
0,3666	82,88018
0,3695	80,49072
0,3723	76,26003
0,3751	71,08898
0,3779	65,97523
0,3807	61,77276
0,3836	58,94506
0,3864	57,40469
0,3892	56,51221
0,392	55,25269
0,3948	52,54034
0,3977	47,55189
0,4005	39,97836
0,4033	30,11778
0,4061	18,79189
0,4089	7,13271
0,4118	-3,67858
0,4146	-12,6382

Continua.

Tabela 9 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,423	-23,3736
0,4259	-21,6236
0,4287	-17,9459
0,4315	-13,0765
0,4343	-7,82672
0,4371	-2,95352
0,44	0,99599
0,4428	3,82904
0,4456	5,78632
0,4484	7,51025
0,4513	9,88884
0,4541	13,80748
0,4569	19,87954
0,4597	28,24103
0,4625	38,47589
0,4654	49,69458
0,4682	60,73665
0,471	70,42993
0,4738	77,82866
0,4766	82,37068
0,4795	83,92971
0,4823	82,77444
0,4851	79,46815
0,4879	74,74521
0,4907	69,38771
0,4936	64,11084
0,4964	59,45776
0,4992	55,70868
0,502	52,81948
0,5048	50,41432
0,5077	47,85378
0,5105	44,38204
0,5133	39,32848
0,5161	32,31335
0,5189	23,39563
0,5218	13,11299
0,5246	2,39495
0,5274	-7,62926
0,5302	-15,8734
0,533	-21,519
0,5359	-24,1632
0,5387	-23,861
0,5415	-21,0652
0,5443	-16,4953
0,5471	-10,9769
0,55	-5,28726
0,5528	-0,0323
0,5556	4,43703

Continua.

Tabela 9 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,5641	13,97691
0,5669	17,35412
0,5697	21,83427
0,5725	27,87211
0,5753	35,61454
0,5782	44,81149
0,581	54,81699
0,5838	64,69054
0,5866	73,37966
0,5894	79,93778
0,5923	83,71968
0,5951	84,50383
0,5979	82,51337
0,6007	78,33847
0,6035	72,78798
0,6064	66,71175
0,6092	60,83608
0,612	55,64366
0,6148	51,31326
0,6176	47,71994
0,6205	44,48781
0,6233	41,08378
0,6261	36,9392
0,6289	31,5836
0,6318	24,77013
0,6346	16,56786
0,6374	7,39579
0,6402	-2,0182
0,643	-10,7541
0,6459	-17,8716
0,6487	-22,5982
0,6515	-24,487
0,6543	-23,5037
0,6571	-20,0207
0,66	-14,7238
0,6628	-8,45529
0,6656	-2,03449
0,6684	3,901
0,6712	9,00118
0,6741	13,23944
0,6769	16,87952
0,6797	20,3874
0,6825	24,3095
0,6853	29,13985
0,6882	35,19816
0,691	42,53812
0,6938	50,90269
0,6966	59,73797

Continua.

Tabela 9 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,7051	81,01495
0,7079	83,84895
0,7107	83,88891
0,7135	81,27942
0,7164	76,51801
0,7192	70,34718
0,722	63,59663
0,7248	57,01339
0,7276	51,11981
0,7305	46,1301
0,7333	41,94035
0,7361	38,18824
0,7389	34,36473
0,7417	29,95047
0,7446	24,54911
0,7474	17,99243
0,7502	10,39959
0,753	2,18076
0,7558	-6,01625
0,7587	-13,4081
0,7615	-19,2105
0,7643	-22,7797
0,7671	-23,7348
0,7699	-22,0326
0,7728	-17,9777
0,7756	-12,1634
0,7784	-5,35322
0,7812	1,67249
0,784	8,2688
0,7869	14,04374
0,7897	18,91449
0,7925	23,0917
0,7953	26,99858
0,7982	31,1458
0,801	35,99163
0,8038	41,81774
0,8066	48,64544
0,8094	56,20758
0,8123	63,97972
0,8151	71,26341
0,8179	77,30539
0,8207	81,43045
0,8235	83,16351
0,8264	82,31754
0,8292	79,02996
0,832	73,73883
0,8348	67,10143
0,8376	59,86932

Continua.

Tabela 9 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

<b>Tempo (s)</b>	<b>Carga na Válvula (m)</b>
0,8461	40,65228
0,8489	35,90275
0,8517	31,71384
0,8546	27,63588
0,8574	23,19149
0,8602	18,00933
0,863	11,93186
0,8658	5,07417
0,8687	-2,17721
0,8715	-9,22366
0,8743	-15,3583
0,8771	-19,8924
0,8799	-22,2806
0,8828	-22,2194
0,8856	-19,7028
0,8884	-15,0241
0,8912	-8,72348
0,894	-1,48937
0,8969	5,96714
0,8997	13,04089
0,9025	19,33702
0,9053	24,72894
0,9081	29,3568
0,911	33,56663
0,9138	37,80375
0,9166	42,4847
0,9194	47,87667
0,9222	54,01178
0,9251	60,65479
0,9279	67,33097
0,9307	73,40666
0,9335	78,20469
0,9363	81,13005
0,9392	81,78028
0,942	80,01971
0,9448	76,00439
0,9476	70,15434
0,9504	63,0781
0,9533	55,46403
0,9561	47,95875
0,9589	41,05676
0,9617	35,02316
0,9645	29,86576
0,9674	25,36271
0,9702	21,14025
0,973	16,7838
0,9758	11,95785
0,9787	6,50781

Continua.



Tabela 9 – Resultados obtidos através de simulação pelo Esquema de MacCormack com a utilização dos dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

Tempo (s)	Carga na Válvula (m)
0,9871	-11,5322
0,9899	-16,4347
0,9928	-19,7625
0,9956	-21,0357
0,9984	-20,0012

Conclusão.

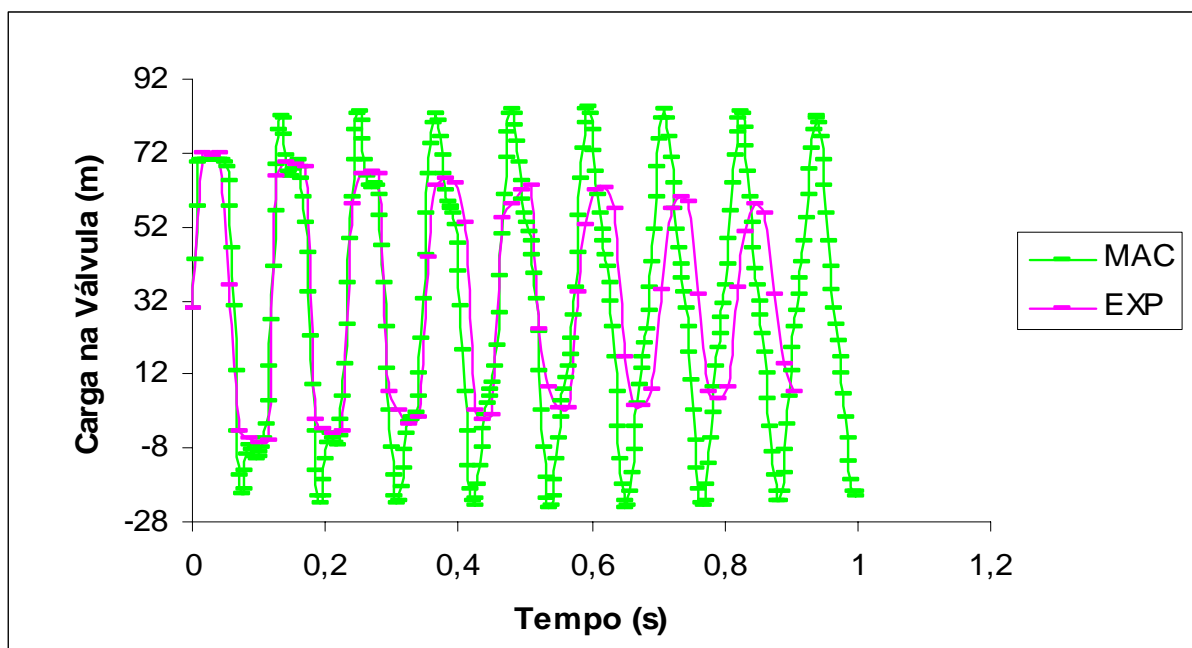


Figura 11 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação pelo Esquema de MacCormack para os dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

EXP é a curva dos dados experimentais e MAC é a da simulação pelo Método de MacCormack.

A exemplo do que ocorreu na simulação com os dados do pesquisador Pezinga, o esquema de McCormack produziu oscilações numéricas próximas às frentes de onda mais íngremes. Estas oscilações cresceram com o decorrer do transiente e poderiam ser atenuadas por meio da introdução de viscosidade artificial ou refinamento da malha x-t através do aumento do número de seções.

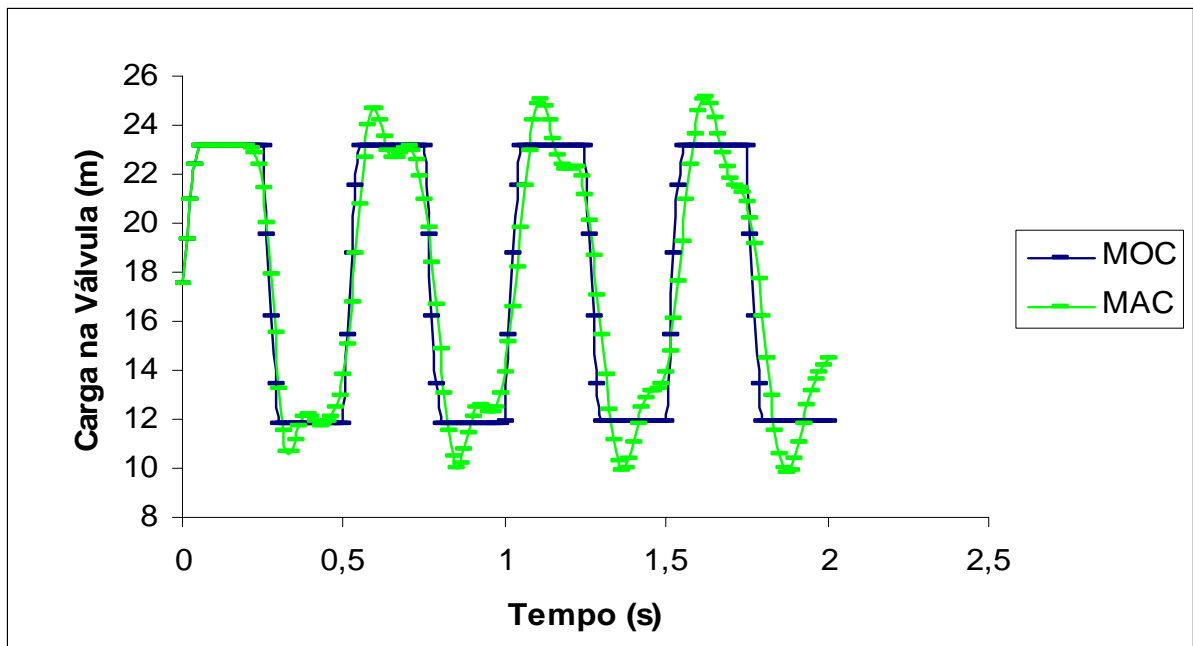


Figura 12 – Gráfico da superposição dos resultados obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack para os dados do pesquisador Lessa

MOC é a curva da simulação pelo Método das Características e MAC é a da simulação pelo Método de MacCormack.

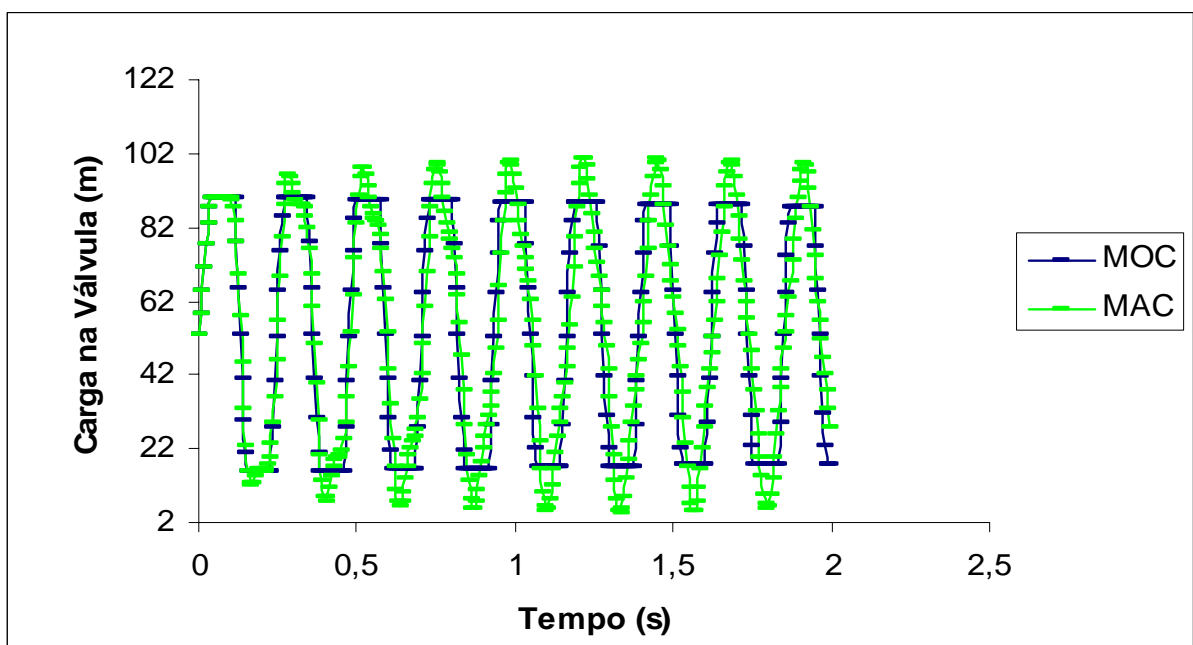


Figura 13 – Gráfico da superposição dos resultados obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack para os dados do pesquisador Pezinga

MOC é a curva da simulação pelo Método das Características e MAC é a da simulação pelo Método de MacCormack.

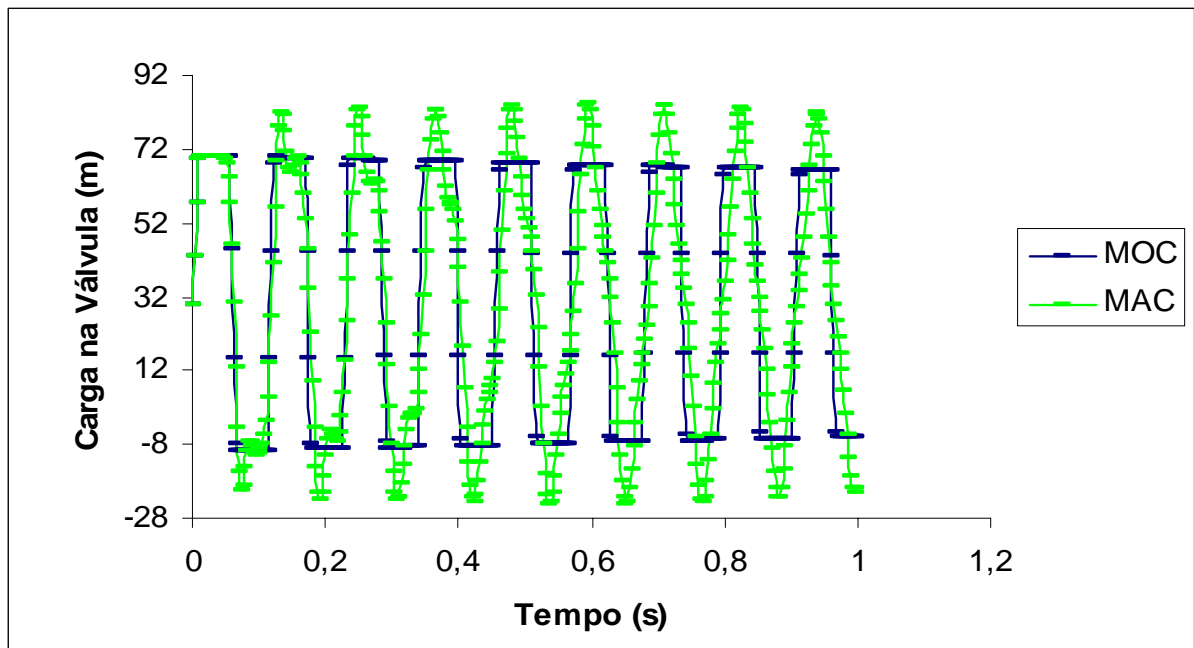


Figura 14 – Gráfico da superposição dos resultados obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack para os dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

MOC é a curva da simulação pelo Método das Características e MAC é a da simulação pelo Método de MacCormack.

Nos gráficos das figuras 12, 13 e 14 é possível observar que o fechamento da válvula fez aparecer oscilações na solução obtida pelo Esquema de McCormack. Estas oscilações não aparecem na solução obtida pelo Método das Características.

A introdução da viscosidade artificial poderá suavizar as oscilações e conservar os valores máximos e mínimos próximos aos obtidos pelo Método das Características.

A utilização de um número maior de seções praticamente eliminará as oscilações, conforme será mostrado nos gráficos das Figuras 18, 19 e 20, no final deste capítulo.

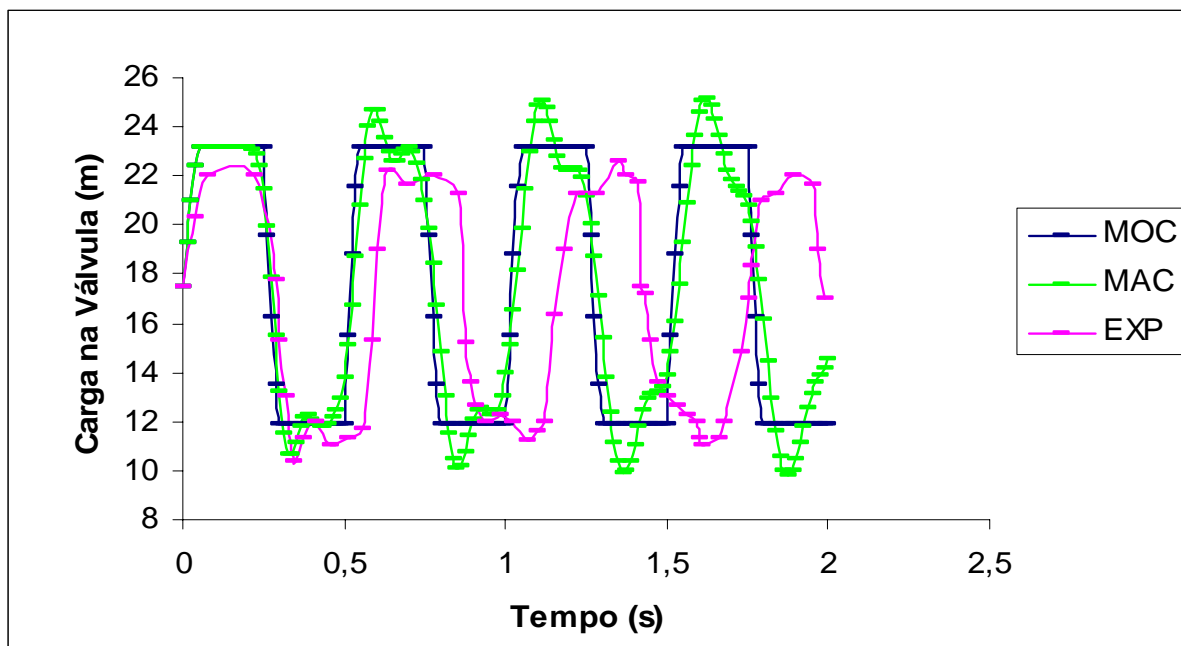


Figura 15 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack para os dados do pesquisador Lessa

MOC é a curva da simulação pelo Método das Características, MAC é a da simulação pelo Método de MacCormack e EXP é a curva dos dados experimentais.

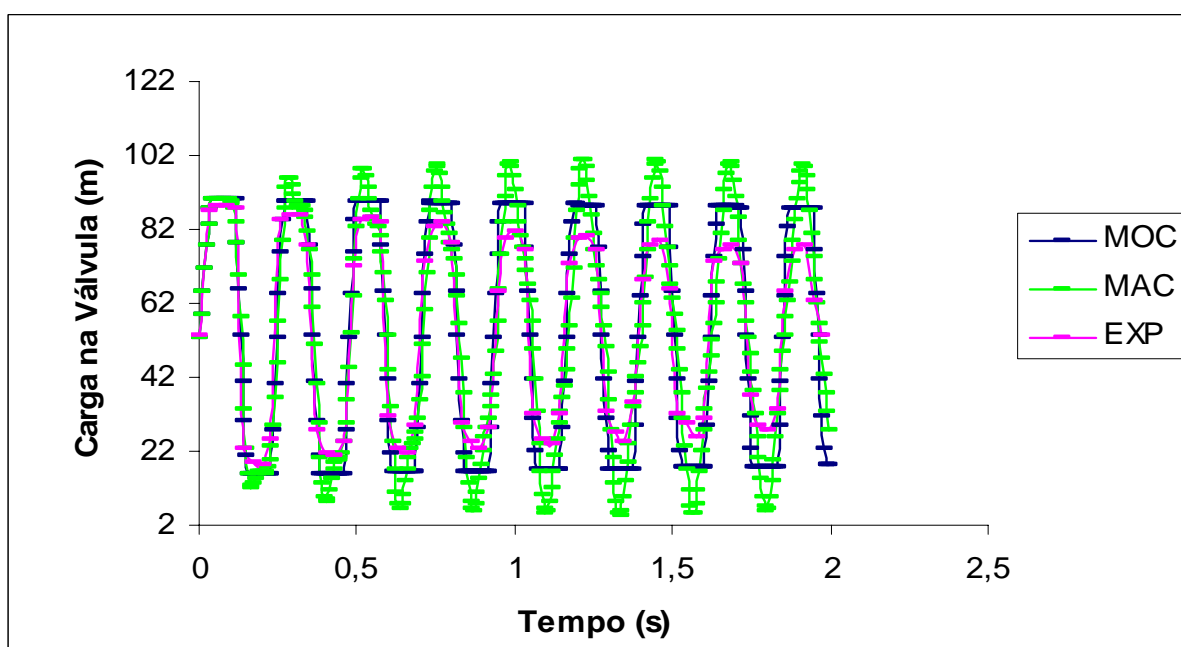


Figura 16 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack para os dados do pesquisador Pezinga

MOC é a curva da simulação pelo Método das Características, MAC é a da simulação pelo Método de MacCormack e EXP é a curva dos dados experimentais.

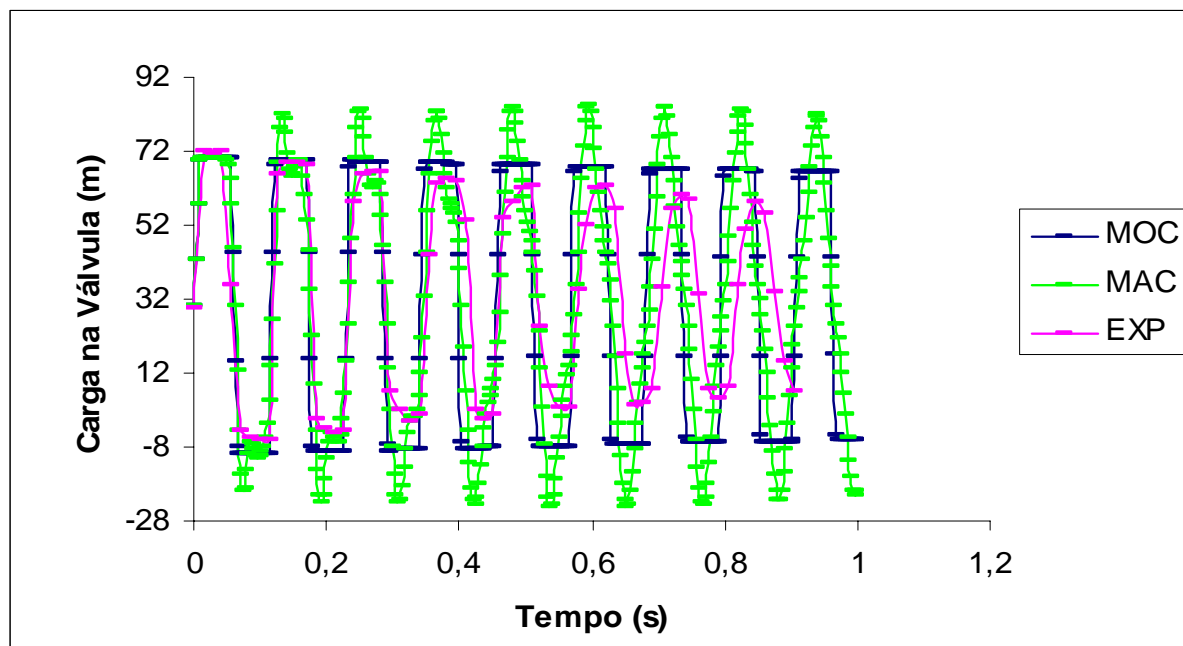


Figura 17 – Gráfico da superposição dos resultados experimentais com aqueles obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack para os dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

MOC é a curva da simulação pelo Método das Características, MAC é a da simulação pelo Método de MacCormack e EXP é a curva dos dados experimentais.

Nos gráficos das figuras 15, 16 e 17 é possível observar que as simulações realizadas com a utilização dos dois métodos acompanham bem a curva formada pelos pontos experimentais, exceto pelo aparecimento de oscilações na solução obtida pelo Esquema de McCormack e que não aparecem na solução obtida pelo Método das Características, além da defasagem temporal apresentada pelos dois métodos em relação aos dados do pesquisador Lessa (gráfico da Figura 15).

A utilização de cinquenta, ao invés de dez seções, praticamente eliminou as oscilações contidas nos dois primeiros gráficos comparativos dos dois métodos numéricos, conforme pode ser observado nos gráficos das figuras 18, 19 e 20.

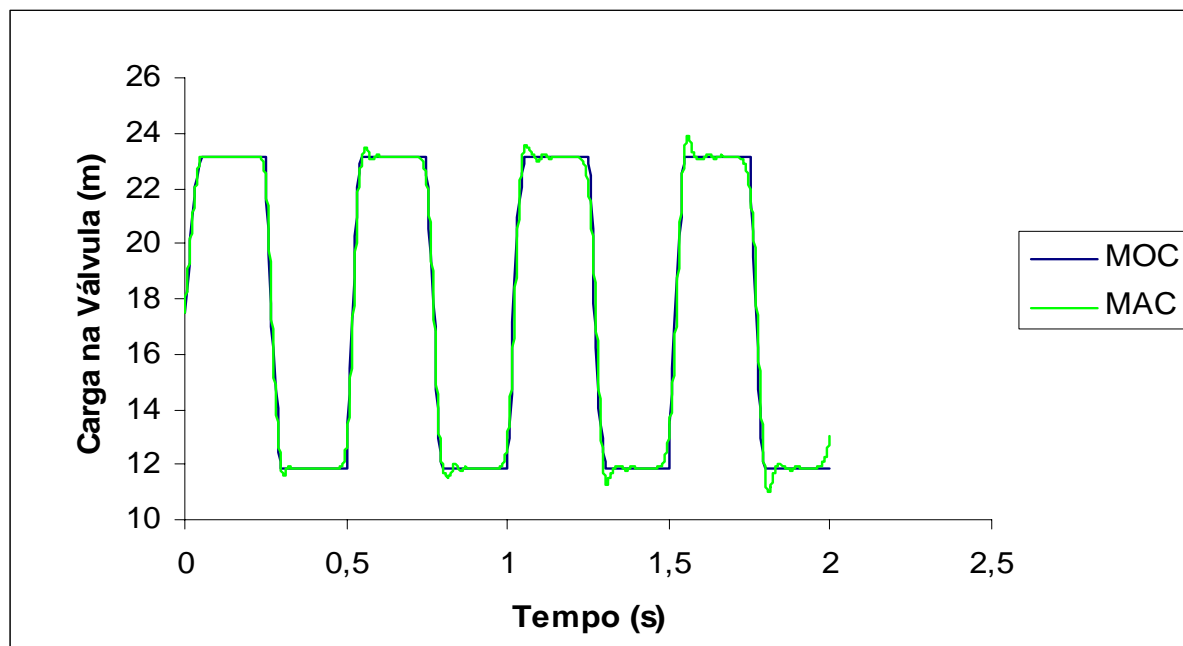


Figura 18 – Gráfico da superposição dos resultados obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack usando 50 seções, para os dados do pesquisador Lessa  
MOC é a curva da simulação pelo Método das Características e MAC é a da simulação pelo Método de MacCormack usando 50 seções.

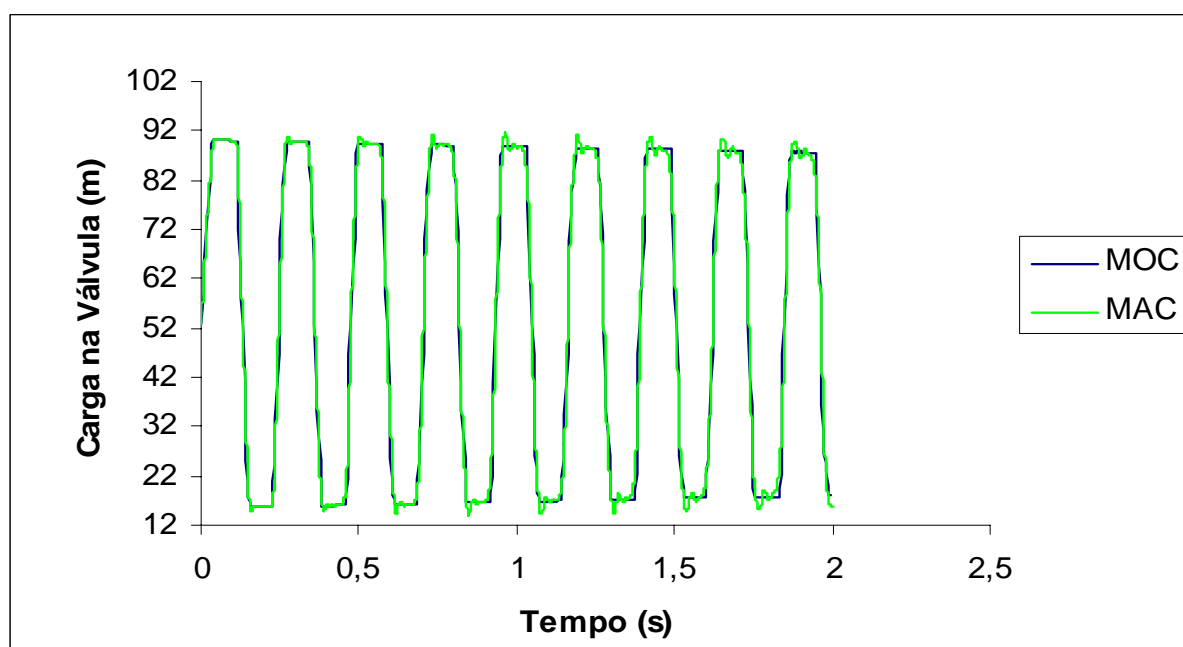


Figura 19 – Gráfico da superposição dos resultados obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack usando 50 seções, para os dados do pesquisador Pezinga  
MOC é a curva da simulação pelo Método das Características e MAC é a da simulação pelo Método de MacCormack usando 50 seções.

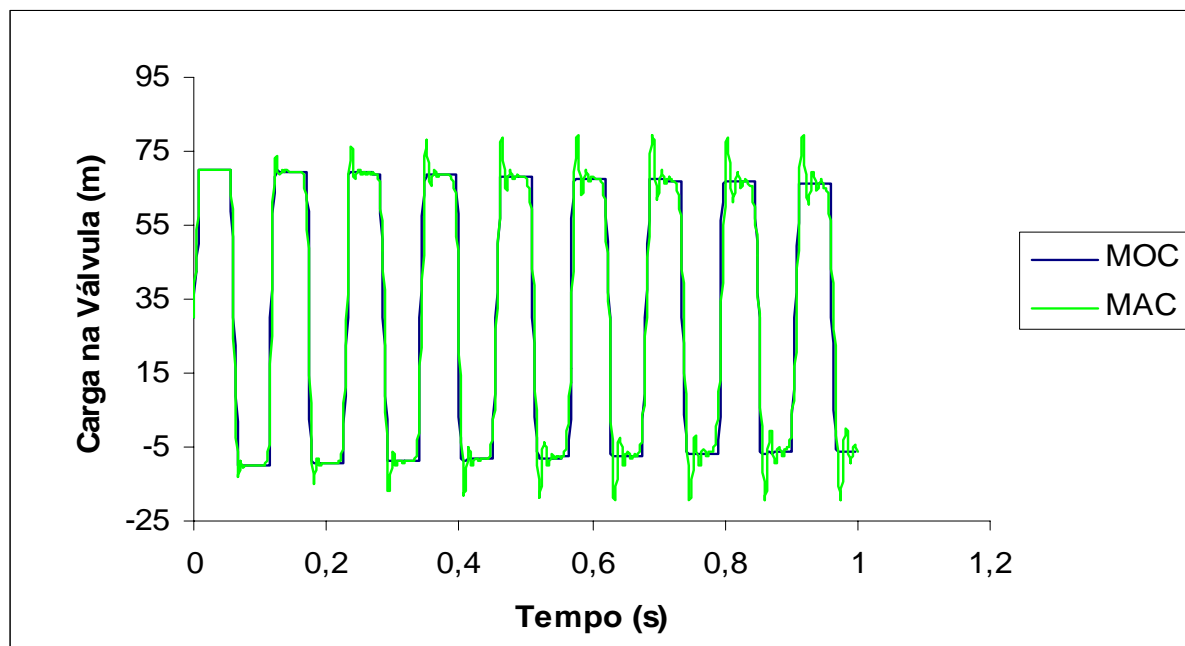


Figura 20 – Gráfico da superposição dos resultados obtidos através da simulação com o Método das Características e com o Esquema de MacCormack usando 50 seções, para os dados dos pesquisadores Bergant e Simpson

MOC é a curva da simulação pelo Método das Características e MAC é a da simulação pelo Método de MacCormack usando 50 seções.

A diferença entre os resultados provenientes dos dois métodos é insignificante nos gráficos das Figuras 18 e 19, porém o refinamento da malha x-t aumentou o armazenamento e tempo de cálculo das simulações, apesar dos avanços da tecnologia e do aplicativo utilizado para a feitura das simulações, o True Basic Silver Edition, ser extremamente rápido e eficaz, deixando praticamente imperceptível aumento no tempo de processamento.

## 7. – CONCLUSÕES

Após a análise dos dados obtidos com as simulações realizadas tanto com o Método das Características, quanto com o Esquema Numérico de MacCormack é possível concluir com segurança que o Método de MacCormack oferece bons resultados quando comparado ao consolidado Método das Características e frente aos dados experimentais utilizados nesta pesquisa.

A solução das equações que regem o escoamento unidimensional não permanente em dutos sob pressão por meio do Esquema Numérico de MacCormack mostrou-se viável, além de apresentar um esquema do tipo preditor-corretor de fácil utilização.

A observação dos gráficos produzidos com a utilização dos dois métodos mostra a proximidade de resultados e a utilização da mesma plataforma para a entrada dos dois algoritmos pode revelar a facilidade da implementação do Método de MacCormack para a solução de escoamentos em condutos forçados, a exemplo do que já ocorre há várias décadas com a sua utilização em escoamentos livres.

A evolução da tecnologia dos computadores não permite que consigamos perceber a diferença de velocidade de processamento para os dois métodos numéricos, pois ambos rodaram de forma bem rápida para os dados inseridos nesta pesquisa, entretanto é possível inferir pela quantidade maior de linhas de comando do algoritmo e de realimentações do programa que provavelmente o Método de MacCormack gere um tempo computacional ligeiramente maior que o Método das Características.



Apesar da conceituação e fundamentação do Método das Características exprimir bem a natureza física real do escoamento transiente sob pressão, além de ser o método mais utilizado pelos usuários, o Esquema de MacCormack apresenta-se como uma alternativa viável para este tipo de cálculo.

O esquema de McCormack produziu oscilações numéricas próximas às frentes de onda mais íngremes. Estas oscilações cresceram com o decorrer do transiente e poderiam ser atenuadas por meio da introdução de um “filtro” ou refinamento da malha  $x-t$  através do aumento do número de seções.

O refinamento da malha  $x-t$  com o aumento do número de seções gerou a atenuação das oscilações numéricas, mas também ocasionou, ainda que praticamente imperceptível, devido ao avanço das ferramentas computacionais, o aumento do tempo de cálculo da simulação.

## 8. BIBLIOGRAFIA

ALMEIDA, A. B.; KOELLE, E. **Fluid Transients in Pipe Networks**. Southampton, Computational Mechanics Publications, 1992.

BHALLAMUDI, S. M.; CHAUDHRY, M. H. **Numerical Modeling of Aggradation and Degradation in Alluvial Channels**. Journal of Hydraulic Engineering. v. 117, n. 9, p. 1145-1164, 1991.

FENNEMA, R. J.; CHAUDHRY, M. H. **Explicit Numerical Schemes for Unsteady Free-Surface Flow with Shocks**. Water Resources Research. v. 22, n. 13, p. 1923-1930, 1986.

GARCÍA-NAVARRO, P. et al. **1-D Open-Channel Flow Simulation Using TVD\_MacCormack Scheme**. Journal of Hydraulic Engineering. v. 118, n. 10, p. 1359-1372, 1992.

GARCÍA-NAVARRO, P.; SAVIRÓN, J. M. **MacCormack's method for the numerical simulation of one-dimensional discontinuous unsteady open-channel flow**. Journal of Hydraulic Research. v. 30, n. 1, p. 95-105, 1992.

GHARANGIK, A. M.; CHAUDHRY, M. H. **Numerical Simulation of Hydraulic Jump**. Journal of Hydraulic Engineering. v. 117, n. 9, p. 1195-1211, 1991.

GUIDAOUI, M. S.; MANSOUR, S. **Efficient treatment of the varyd-brown unsteady shear in pipe transients**. Journal of Hydraulic Engineering. v. 108, n. 11, p. 102-112, 2002.

HUSSAIN, M. Y.; CHAUDHRY, M. H. **Second-order accurate explicit finite-difference schemes for waterhammer analysis**. Journal of Hydraulic Engineering. v. 107, n. 44, p. 523-529, 1985.

JAMESON, A. et al. **Numerical solutions of the euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping.** American Institute of Aeronautics and Astronautics. n.81, p. 1259, 1981.

LESSA, R. C. **Análise do Funcionamento de Acessórios durante a Ocorrência de Transitórios Hidráulicos.** 1990. 162 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos,1990.

MACCORMACK, R. W. **The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering.** American Institute of Aeronautics and Astronautics. p. 69-354, 1969.

MACCORMACK, R. W. **Numerical Solution of the Interaction of a Shock Wave with a Laminar Boundary Layer.** Methods in Fluid Dynamics. p. 151-163, 1971.

MACCORMACK, R. W.; PAULLAY, A. J. **Computational Efficiency Achieved by Time Splitting of Finite Difference Operators.** American Institute of Aeronautics and Astronautics. n. 72-154, 1972.

MACCORMACK, R. W.; BALDWIN, B. S. **A Numerical Method for Solving the Navier-Stokes Equations with Application to Shock-Boundary Layer Interactions.** American Institute of Aeronautics and Astronautics. n. 75-1, 1975.

MACCORMACK, R. W. **At Efficient Numerical Method for Solving the Time-Dependent Compressible Navier-Stokes Equations at High Reynolds Number.** American Institute of Aeronautics and Astronautics TM X-73,-129, 1976.

MACCORMACK, R. W. **A Numerical Method for Solving the Equations of Compressible Viscous Flow.** American Institute of Aeronautics and Astronautics. n. 81-0110, 1981.

MACCORMACK, R. W. **Current Status of Numerical Solutions of the Navier-Stokes Equations.** American Institute of Aeronautics and Astronautics. n. 85-0032, 1985.

MACCORMACK, R. W. **A Perspective on a Quarter Century of CFD Research.** American Institute of Aeronautics and Astronautics. n. 93-3291-CP, 1993.

MICHAUD, J. **Waterhammer in Pipelines – Study of means to reduce the effects.** Bulletin de la Société Vaudoise des Ingénieurs et des Architectes. n. 4, p. 65-77, 1878.

WYLIE, E. B. ; STREETER, V. L. **Fluid Transients.** New York, McGraw-Hill Book Company, 1978.

ZHAO, M. ; GUIDAOUI, M. S. **Godunov - Type Solutions for Water Hammer Flows.** Journal of Hydraulic Engineering. v. 130, n. 4, p. 341-348, 2004.

**Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.**

**São Paulo,      de outubro de 2006.**

**Assinatura do autor** \_\_\_\_\_

**Assinatura do orientador** \_\_\_\_\_

### **FICHA CATALOGRÁFICA**

**França, Francis Valter Pêpe**  
**Verificação da adequação do esquema numérico de**  
**McCormack na solução de transientes hidráulicos em condutos**  
**forçados / F.V.P. França. -- ed.rev. -- São Paulo, 2006.**  
**108 p.**

**Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade**  
**de São Paulo. Departamento de Engenharia Hidráulica e**  
**Sanitária.**

**1. Métodos numéricos 2. Transitórios hidráulicos I. Universi-**  
**dade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Enge-**  
**naria Hidráulica e Sanitária II. t.**