

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

ALEXANDRE HITOSHI ITO

Otimização no traçado e dimensionamento de redes coletoras de esgoto sanitário

São Paulo

2023

ALEXANDRE HITOSHI ITO

Otimização no traçado e dimensionamento de redes coletoras de esgoto sanitário

Versão Corrigida

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências

Programa: Engenharia Civil

Área de Concentração: Engenharia Hidráulica e Ambiental

Orientador: Prof. Assoc. Renato Carlos Zambon

São Paulo

2023

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 17 de novembro de 2023

Assinatura do autor: Alexandre Hitoshi Ito

Assinatura do orientador: Zouh

Catologação-na-publicação

Ito, Alexandre Hitoshi

Otimização no traçado e dimensionamento de redes coletoras de esgoto sanitário / A. H. Ito -- versão corr. -- São Paulo, 2023.

132 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
Departamento de Engenharia de Hidráulica e Ambiental.

1.Esgoto Sanitário 2.Redes Coletoras 3.Teoria dos Grafos 4.Otimização Não Linear I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Hidráulica e Ambiental II.t.

ITO, Alexandre Hitoshi. **Otimização no traçado e dimensionamento de redes coletoras de esgoto sanitário**. 133 f. Tese Doutorado – Escola Politécnica, Engenharia Civil, Universidade de São Paulo, São Paulo para obtenção do título de Doutor em Ciências, no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, área de Engenharia Hidráulica e Ambiental, 2023.

Aprovado em: 09/11/2023

Banca Examinadora

Prof. Dr. Renato Carlos Zambon

Instituição EP - USP

Julgamento APROVADO

Prof. Dr. Paulo Sérgio Franco Barbosa

Instituição UNICAMP - Externo

Julgamento APROVADO

Prof. Dr. Claudio Barbieri de Cunha

Instituição EP - USP

Julgamento APROVADO

Prof. Dr. Ludmilson Abritta Mendes

Instituição UFS - Externo

Julgamento APROVADO

Prof. Dr. Theo Syrto Octavio de Souza

Instituição EP - USP

Julgamento APROVADO

Dedico este trabalho aos meus pais, familiares, colegas e amigos, ao qual tenho apreço e imensa admiração e que me apoiaram e acompanharam ao longo deste carinho deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Assoc. Renato Carlos Zambon, que me ajudou e auxiliou nesta jornada para obtenção do título de doutor.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Escola Politécnica da USP (PPGEC/EPUSP), ao Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental (PHA/EPUSP), e a Wandréa Dantas Moreira, que sempre esteve plenamente disponível e atenciosa.

Aos meus pais, que proporcionaram as condições necessárias para que eu pudesse me dedicar às minhas escolhas e decisões.

Aos meus amigos e colegas, que me apoiaram e estiveram sempre dispostos a me ajudar nesta pesquisa, mesmo quando não compreendiam completamente o que eu estava pesquisando. Franciely Aragão, Laura Granzotto, Bruna Bolonhez, Marcos Nakasato, Paulo Duarte Jr., Mariceli Cuervo, Juliana Gomes, Jonnathan Ogihara, Luciana Vieira, Rafael Sakai e muitos outros não menos importantes, cada um sabe o quanto este viveram ao meu lado. E familiares que tiveram tempo para me escutar a lamentar e tentar entender meu trabalho Edgar Ito, Leonardo Pereira, Cristiane Kawada Uehara, e muitos outros que também torceram por mim e de alguma forma me escutaram e me apoiaram.

Ao Departamento de Engenharia Civil (DEC) e à área de Hidráulica e Saneamento do DEC da Universidade Estadual de Maringá (UEM), pelo apoio na realização desta pesquisa, em especial ao Prof. Ed, que auxiliou nas minhas dúvidas por meio de questionamentos difíceis, mas importantes, que contribuíram para a resolução de diversos problemas desta pesquisa.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de pesquisa.

*“To think I did all that
And may I say, not in a shy way
Oh, no, oh, no, not me
I did it my way”*

(SINATRA, Frank, My Way, 1969)

RESUMO

ITO, Alexandre Hitoshi. **Otimização no traçado e dimensionamento de redes coletoras de esgoto sanitário**, 2023, 132 f. – Tese (Doutorado em Ciências, no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, área de Engenharia Hidráulica e Ambiental) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2023.

A área de Saneamento Básico apresentou um grande desenvolvimento nas últimas três décadas com a aplicação de *softwares* que auxiliam os profissionais nas atividades de análise e dimensionamento de sistemas de distribuição de água, esgotamento sanitário e drenagem. Um dos desafios nos projetos de expansão da coleta e transporte de esgotos sanitários é a elaboração do traçado das redes, que depende da experiência do profissional para aproveitar da melhor maneira possível as características da topografia, atendendo as restrições de projeto. O presente trabalho teve por objetivo desenvolver um modelo de otimização para determinar, de forma integrada a topologia e o dimensionamento da rede de esgoto, o traçado da rede que apresente o menor custo de implementação. A formulação proposta descreve a conservação de massa, características do escoamento a seção livre e o atendimento das restrições de projeto de redes coletoras de esgoto conforme a NBR9649. Foi utilizada a Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM). A formulação proposta representa de forma genérica as topologias possíveis para uma rede, as características da tubulação no escoamento a seção livre e as restrições típicas de projetos de redes coletoras. O processo de otimização tem como variáveis de decisão os sentidos de escoamento e pontos de seccionamento, determinando um traçado ramificado da rede, os diâmetros e as declividades em cada trecho. Busca-se, simultaneamente com as escolhas do traçado, atender as condições de escoamento determinando as vazões, declividades, diâmetros, lâminas, tensões trativas, velocidades, cotas de assentamento, etc. O modelo desenvolvido foi aplicado a estudos de casos com características de topografia e de vazões de contribuição variadas. Os resultados obtidos apresentaram soluções factíveis determinando soluções ótimas considerando as condições de projeto e de menor custo para exemplos com 3 a 9 nós. Com o modelo desenvolvido foi possível obter um traçado ótimo que proporcione um dimensionamento e condições de implementação de escavação e tubulações com menor custo. Palavras-chave: Esgotos Sanitários, Redes Coletoras, Teoria dos Grafos, Otimização Não Linear

ABSTRACT

ITO, Alexandre Hitoshi. **Optimal Layout and Dimensioning of Sewer Networks**, 2023, 132 f. – Thesis (Doctorate) - Polytechnic School of the University of São Paulo, 2023.

The area of sanitation showed a great development in the last three decades with the application of software that help professionals in the activities of analysis and dimensioning of water distribution, sanitary sewage and drainage systems. One of the many challenges in sewage collection expansion projects is the layout design of the networks, which depends on the professional's experience to make the best possible use of the topography characteristics, meeting the design constraints. The present work aimed to develop an optimization model to determine, in an integrated manner, the topology and sizing of the sewage network, the layout of the network that results in the lowest implementation cost. The proposed formulation describes the conservation of mass, characteristics of the flow in the free section and compliance with the design restrictions of wastewater collection networks according to NBR9649, using Mixed Integer Non-Linear Programming (MINLP). The proposed formulation represents the possible topologies for a network, the piping characteristics in the free section flow and the typical constraints of wastewater collection networks design. Decision variables are flow directions and sectioning points, determining a branched route of the network, the diameters and slopes in each link. Simultaneously with the choice of route, the aim is to meet the flow conditions by determining the flows, slopes, diameters, blades, tensile stresses, speeds, settlement levels, etc. The developed model was applied to a set of cases, with different topography and contribution flow characteristics, and presented feasible solutions, determining optimal solutions considering the design conditions and lowest cost.

Keywords: Wastewater Networks, Graph Theory, Nonlinear Optimization

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Classificação das unidades populacionais segundo o grau de urbanização.....	24
Figura 2: Extensão da rede de esgotos no Brasil (km)	25
Figura 3: Evolução da população atendida ao sistema de coleta de esgoto no Brasil.....	25
Figura 4: Esquema do Sistema de Esgotamento Sanitário	26
Figura 5: Acessórios	27
Figura 6: Ramos Independentes e Dependentes e enumeração.....	28
Figura 7: Conservação da massa em um ponto	33
Figura 8: Diagrama de forças em uma tubulação	35
Figura 9: Parâmetros geométricos de uma seção circular	36
Figura 10: Declividade da Tubulação.....	40
Figura 11: Ajuste para $\tau = 1 Pa$ e $n = 0,0013$ para diâmetros variando de 100 mm a 400mm e lâmina d'água limitada a $0,75 Y/D$, para determinação da declividade em função da vazão	41
Figura 12: Limites de declividade em um trecho	43
Figura 13: Caracterização da rede em planta baixa e perfil longitudinal	44
Figura 14: Caracterização das cotas em um PV	45
Figura 15: Exemplo de um grafo.....	46
Figura 16: Exemplo de grafo orientado (direcionados).....	47
Figura 17: Comparação entre as representações de rede de fluxo.....	47
Figura 18: Exemplo de traçado direcional sem ciclo	48
Figura 19: Algumas possibilidades de ligações de trechos ao PV	49
Figura 20: Representação do Sistema Dinâmico.....	53
Figura 21: Esquema de um Perfil de um sistema de coleta de esgoto em seção cheia.....	53
Figura 22: Esquema de modelagem de otimização não linear baseada em linguagens orientadas algebricamente	61
Figura 23: Exemplo possibilidade de ligação entre dois nós	64
Figura 24: Interpretação da ligação entre dois nós em um cenário	65
Figura 25: Demonstração gráfica da ligação entre os nós	65
Figura 26: Esquema de relação entre os conjuntos de nó, arco e diâmetro.....	66
Figura 27: Condições de custo em relação ao assentamento e escavação da tubulação	71
Figura 28: Exemplo de balanço de massa	74
Figura 29: Possibilidade de ligações entre dois nós	74

Figura 30: Representação das posições (a) e regiões (b) em que a tubulação pode ser assentada	81
Figura 31: Diagrama de variáveis no GAMS para a otimização	84
Figura 32: Diagrama de fluxo do modelo de otimização	84
Figura 33: Dimensões envolvidas no processo de otimização	88
Figura 34: Distribuição de três PVs.....	94
Figura 35: Representação topológica dos resultados para estudo dos casos com três PVs.....	96
Figura 36: Distribuição de quatro PVs	98
Figura 37: Representação topológica dos resultados para estudo dos casos com quatro PVs ..	99
Figura 38: Distribuição de cinco PVs.....	101
Figura 39: Representação topológica dos resultados para estudo dos casos com cinco PVs.	102
Figura 40: Distribuição de nove PVs terreno linear	104
Figura 41: Representação dos resultados para estudo dos casos com nove PVs em terreno linear	105
Figura 42: Distribuição de nove PVs em talvegue simétrico	106
Figura 43: Representação do resultado para estudo dos casos com nove PVs em talvegue ..	107
Figura 44: Distribuição de nove PVs em espigão não simétrico.....	108
Figura 45: Representação do resultado para estudo dos casos com nove PVs em espigão....	109
Figura 46: Distribuição de 25 PVs em um terreno plano de baixa declividade	110
Figura 47: Representação do resultado para estudo dos casos com 25PVs em terreno plano de baixa declividade	111
Figura 48: Distribuição de 21 PVs e posicionamento espacial	114
Figura 49: Distribuição de 57 PVs e a posição espacial.....	116

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Equações obtidas para a declividade mínima de modo à garantir $\tau \geq 1$ Pa.....	42
Tabela 2: Preços das tubulações e da escavação em relação aos diâmetros.....	88
Tabela 3: Resultado para os estudos de caso com três PVs.....	97
Tabela 4: Resultados dos casos com quatro PVs.....	100
Tabela 5: Resultados dos casos com cinco PVs	103
Tabela 6: Resultado do caso com nove PVs em terreno linear	105
Tabela 7: Resultado do caso com nove PVs em talvegue	107
Tabela 8: Resultado do caso com nove PVs em espigão.....	109
Tabela 9: Resultado do caso com 25 PVs.....	113
Tabela 10: Resultado do caso com 20 PVs	115

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CP	Caixa de passagem
ETE	Estação de tratamento de esgoto
FORTTRAN	Linguagem de programação " <i>Formula Translator</i> "
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
GAMS	<i>General Algebraic Modeling System</i>
PV	Poço de visita
PL	Programação Linear
PM	Programação Mista
PIM	Programação Inteira Mista
PNL	Programação Não Linear
PNLIM	Programação Não Linear Inteira Mista
SNIS	Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento
TI	Terminal de Inspeção

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA	17
1.2	OBJETIVOS DA TESE	18
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	18
2	ESTUDOS ANTERIORES SOBRE OTIMIZAÇÃO DE REDES COLETORAS DE ESGOTO	20
3	COLETA DE ESGOTO.....	23
3.1	LEIS E NORMAS TÉCNICAS BRASILEIRAS	23
3.2	SITUAÇÃO ATUAL DO SISTEMA DE ESGOTAMENTO DO BRASIL	24
3.3	SISTEMAS DE COLETA DE ESGOTO	26
3.3.1	<i>Composição e representação da rede coletora</i>	<i>26</i>
3.3.2	<i>Traçado da rede coletora</i>	<i>27</i>
3.3.2.1	<i>Rede simples e dupla</i>	<i>29</i>
3.3.3	<i>Projeto de rede coletora de esgoto.....</i>	<i>29</i>
3.3.4	<i>Relação entre condutor (tubulação) e fluido transportado.....</i>	<i>30</i>
4	EQUACIONAMENTO HIDRÁULICO POR ESCOAMENTO LIVRE.....	33
4.1	LEI DE CONSERVAÇÃO DA MASSA	33
4.2	LEI DE CONSERVAÇÃO DAS FORÇAS	35
4.3	DIMENSIONAMENTO HIDRÁULICO DA REDE COLETORA DE ESGOTO	38
4.3.1	<i>Condições limites do dimensionamento</i>	<i>38</i>
4.3.1.1	<i>Profundidade de cobertura e assentamento</i>	<i>38</i>
4.3.1.2	<i>Declividade da tubulação.....</i>	<i>39</i>
4.3.1.3	<i>Poço de visita (PV)</i>	<i>43</i>
4.3.1.4	<i>Diâmetro da tubulação.....</i>	<i>45</i>
4.4	TEORIA DOS GRAFOS.....	46
4.4.1	<i>Teorema dos grafos e o sistema de esgotamento</i>	<i>46</i>
4.4.2	<i>Condições do traçado nos problemas de otimização para rede de esgoto</i>	<i>50</i>
4.4.2.1	<i>Layout da rede ramificada - binário</i>	<i>50</i>
4.5	OTIMIZAÇÃO DO TRAÇADO DA REDE DE ESGOTO	51
4.5.1	<i>Programação dinâmica (PD).....</i>	<i>52</i>
4.5.2	<i>Programação linear (PL).....</i>	<i>55</i>

4.5.3	<i>Programação não linear (PNL)</i>	56
4.5.4	<i>Programação inteira</i>	56
4.5.5	<i>Programação inteira mista</i>	57
4.5.6	<i>Programação linear inteira mista (PLIM)</i>	58
4.5.7	<i>Programação não linear inteira mista (PNLIM)</i>	58
4.5.8	<i>Programação disjuntiva generalizada (PDG)</i>	59
5	SISTEMA GERAL DE MODELAGEM ALGÉBRICA (GAMS)	60
5.1	MODELO DE OTIMIZAÇÃO	63
5.1.1	<i>Otimização do modelo no GAMS</i>	63
5.1.1.1	Domínio – “SET”	64
5.1.1.2	Tabelas – “TABLES”	66
5.1.1.3	Constantes – “SCALAR”	67
5.1.1.4	Parâmetros – “PARAMETERS”	68
5.1.1.5	Variáveis – “VARIABLES”	69
5.1.1.6	Equações – “EQUATIONS”	70
5.1.1.6.1	Função objetivo	71
5.1.1.6.2	Determinação da vazão de cada trecho.....	72
5.1.1.6.3	Determinação do diâmetro comercial de cada trecho.....	76
5.1.1.6.4	Diâmetro maior ou igual ao anterior.....	77
5.1.1.6.5	Relação entre os efeitos viscosos, rugosidade e os parâmetros geométricos de projeto.....	78
5.1.1.6.6	Restrições de projeto da rede coletora de esgoto.....	80
5.1.1.6.7	Equações para determinação das cotas dos trechos.....	81
5.1.1.6.8	Equações de custo.....	83
5.1.1.7	Solucionador.....	85
6	RESULTADOS	87
6.1	ANÁLISES DA PESQUISA	87
6.2	EQUACIONAMENTO.....	89
6.2.1	<i>Conservação de Massa</i>	89
6.2.2	<i>Diâmetro comercial</i>	89
6.2.3	<i>Fórmula de Manning</i>	90
6.2.4	<i>Somatório de Forças</i>	92
6.2.5	<i>Condições geométricas e hidráulicas</i>	93

6.2.6	<i>Custos</i>	93
6.3	ESTUDOS DE CASOS	94
6.3.1	<i>Estudo de caso – 3 PVs</i>	94
6.3.2	<i>Estudo de caso – 4 PVs</i>	98
6.3.3	<i>Estudo de caso – 5 PVs</i>	101
6.3.4	<i>Estudo de caso – 9 PVs</i>	103
6.3.5	<i>Estudo de caso – 25 PVs</i>	110
6.3.6	<i>Estudo de caso – 21 PVs</i>	114
6.3.7	<i>Estudo de caso – 57 PVs</i>	116
6.4	CONSIDERAÇÕES GERAIS	118
7	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	119
7.1	SUGESTÕES DE PESQUISAS FUTURAS	120
8	REFERÊNCIAS	122
9	GLOSSÁRIO	129
10	APÊNDICE	130

1 Introdução

Neste item são apresentados a contextualização sobre o sistema de coleta de esgoto, a justificativa e o objetivo desta pesquisa.

1.1 Contextualização e justificativa

A busca por melhorias no saneamento e no meio ambiente tem se tornado um tema importante tanto na educação, quanto na cultura economia e também na política. Com a atualizações do Novo Marco do Saneamento pela Lei nº 14.026/2020, a necessidade de aprimoramento no sistema de coleta de esgoto, destacando a necessidade de novas pesquisas e melhores projetos.

Os projetos de redes de coleta e transporte de esgoto sanitário buscam definir as características de instalação, como a localização, as cotas de assentamento, as declividades das tubulações, bem como os materiais a serem utilizados e suas dimensões.

As tubulações de PVC têm sido o principal material usado em sistemas de coleta de esgoto, tendo as suas dimensões padronizadas, nomeadas como diâmetros comerciais. As tubulações são determinadas a partir de equações hidrodinâmicas que descrevem os fenômenos físicos de escoamento, juntamente com as restrições topográficas e físicas do material. Na engenharia, os custos das obras dos sistemas de esgotamento sanitário estão diretamente relacionados ao diâmetro das tubulações e a profundidade de sua instalação. Ou seja, quanto maior o diâmetro e maior a profundidade do sistema, maior será o investimento.

A busca por métodos e estratégias de projeto para otimizar a instalação e proporcionar a coleta de esgoto adequada para as residências é um grande desafio para muitos pesquisadores e projetistas. Diversas pesquisas propuseram métodos de cálculo usando modelos computacionais para a determinação da condição ótima, tentando determinar menor custo de diversos cenários.

Em geral, os traçados das redes de coleta de esgoto são definidos por processos de tentativa e erro, com base na experiência e na habilidade dos profissionais, e apresentam maior complexidade dependendo da extensão da rede, topografia e outras restrições de projeto. Quanto maior a região a ser atendida, maior a quantidade de trechos a serem considerados e maior a complexidade para a determinação de um traçado para o sistema de coleta.

Em relação a topografia, a condição de terrenos mais planos dificulta a tomada de decisão na escolha do sentido do traçado. Restrições e condicionantes de projeto também são condições que interferem no planejamento e dimensionamento do sistema de coleta de esgoto, como a infraestrutura e planejamento urbano, áreas de preservação ambiental, entre outros.

Para auxiliar o desenvolvimento do projeto, é possível utilizar recursos computacionais para dimensionar o sistema de esgoto sanitário que possua um menor custo de investimento a partir da determinação do traçado ótimo. Com a utilização de modelação matemática é possível representar as características do sistema de coleta de esgoto, juntamente com as restrições de implementação, para que realizar uma varredura no universo de possibilidades e assim determinar um traçado e as características de projeto do sistema de esgoto que apresente um menor investimento.

1.2 Objetivos da tese

Este trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo de otimização utilizando a técnica de Programação Não Linear Inteira Mista, aplicado ao software *General Algebraic Modeling System* (GAMS), a fim de determinar o traçado da rede coletora de esgoto que apresente maior economicidade considerando a as condições topográficas do terreno e o dimensionamento hidráulico do sistema. Atendendo às restrições normativas brasileiras e hidrodinâmicas relevantes, com o intuito de auxiliar na determinação dos traçados e dimensionamento de sistemas de coleta de esgoto. Utilizando uma programação em linguagem algébrica. Esta pesquisa apresenta as seguintes contribuições em relação as análises tradicionais:

- Representar de forma algébrica os possíveis traçados da rede de esgoto com uma topologia genérica e, seccionando em locais adequados de forma a manter a rede como um grafo aberto, orientado e conexo para aproveitar da melhor maneira possível as características da topografia dos terrenos e
- Realizar o processo de dimensionamento das condições hidráulicas em canais fechados circulares, integrado de forma simultânea à determinação da topologia para obter o menor custo da rede de esgoto.

1.3 Organização do Trabalho

O trabalho se divide nas seguintes seções, cada uma delas abordando aspectos específicos relacionados à otimização do modelo de Programação Não Linear Inteira Mista para determinar a topologia e o dimensionamento mais econômico da rede de coleta de esgoto:

- pesquisa sobre o estado da arte referente a modelos de otimização aplicados à sistemas de coleta e transporte de esgoto sanitário;
- formulação matemática do modelo de programação não linear inteira mista;

- implementação do modelo hidráulico em escoamento livre para o dimensionamento do sistema de coleta utilizando o software *General Algebraic Modeling System* (GAMS, 2019);
- aplicação em estudos de casos;
- análise dos resultados obtidos, verificando o comportamento do modelo quanto a determinação dos traçados e dos valores das variáveis de dimensionamento do sistema de coleta de esgoto; e
- considerações finais.

2 Estudos anteriores sobre otimização de redes coletoras de esgoto

O planejamento e dimensionamento do sistema de coleta de esgoto envolvem diversas variáveis, as quais apresentam uma ampla gama de possibilidades, proporcionando um universo de combinações. Neste sentido, a utilização de ferramentas computacionais por profissionais especializados pode auxiliar na identificação de projetos mais econômicos. (GAMEIRO, 2003).

O estudo conduzido por Mays e Wenzel (1976) utilizou a programação dinâmica diferencial discreta (PDDD) para otimizar o planejamento de redes ramificadas de escoamento por efeito gravitacional. O método proposto pelos autores consiste em atribuir um escalonamento aos nós ou poços de visita (PVs) conectados por isolinhas, as quais são estabelecidas pelo usuário para indicar os estágios do escoamento. Nesse processo de otimização, a direção do fluxo de escoamento é assumida como fixa. A aplicação da PDDD permitiu a obtenção de soluções mais eficientes para o dimensionamento e planejamento de redes de escoamento, considerando as diversas possibilidades resultantes das diferentes combinações de variáveis envolvidas (MAYS; WENZEL, 1976).

Cada estágio do processo é analisado individualmente, sendo utilizadas equações recursivas para determinar a declividade ideal de cada trecho, bem como para analisar as profundidades dos PVs, as tubulações e os diâmetros das tubulações. Com isso, é possível obter os custos para cada trecho, realizando o processo de análise até o último trecho e estabelecendo o ótimo local simplificado (MAYS; WENZEL, 1976).

O estudo de Walters (1985) utilizou a técnica de programação dinâmica (PD) para determinar o traçado ótimo da rede de esgoto com base nas condições de entrada e saída do sistema de coleta. O método empregado permitiu a interligação entre nós existentes ou novos, de forma aleatória, dentro das restrições de declividade e cota, visando encontrar o traçado de menor custo. O autor utilizou equações para determinar o diâmetro de cada tubulação, considerando as condições iniciais e as restrições do sistema. Além disso, foi possível obter uma solução ótima, especialmente quando a posição dos PVs permitiu o escoamento livre do esgoto. O limite de aproximação da solução variou em função das condições iniciais estabelecidas no processo de otimização (WALTERS, 1985).

Kovács, Boros e Inotay (1986) propuseram um método de multiprogramação em dois estágios para o planejamento de sistemas de coleta de esgoto. No primeiro estágio, buscou-se determinar um traçado preliminar da rede a partir das informações fornecidas pelo usuário. No segundo estágio, aplicou-se a programação binária (0-1) para determinar a solução ótima do problema, considerando as restrições de declividade e diâmetro das tubulações. Esse método

permitiu a obtenção de soluções eficientes e de baixo custo para sistemas de coleta de esgoto (KOVÁCS; BOROS; INOTAY, 1986).

A programação linear (PL) é uma técnica de otimização que busca determinar o menor custo, utilizando uma função objetivo linear que leva em consideração o custo de cada diâmetro, o comprimento de cada trecho e o volume de escavação de solo para instalação da tubulação, além de restrições não lineares, tais como a relação entre diâmetro e profundidade de instalação. As não linearidades na função objetivo ou nas restrições são linearizadas por partes para a aplicação da PL. As restrições são tratadas por meio de um multiplicador de Lagrange (SWAMEE, 2001).

Magalhães (1995) conduziu uma pesquisa com o objetivo de dimensionar o sistema de esgoto sanitário para reduzir os custos, utilizando uma análise hidráulica e financeira e abordagem heurística. O autor implementou sua metodologia em FORTRAN IV, realizando testes com diferentes traçados para avaliar qual apresentava menor custo na subdivisão da rede em sub-bacias.

Steele et al. (2016) propuseram a aplicação de modelos hierárquicos para o processo de otimização de rede de drenagem com a utilização do método de recozimento simulado (*simulated annealing*) e a programação não linear inteira mista (PNLIM). Os autores utilizaram dois modelos de cálculo: o primeiro buscou minimizar o comprimento da rede e o segundo minimizar o produto da vazão e comprimento de cada tubulação. A implementação dos modelos foi realizada utilizando o software GAMS para a resolução pela PNLIM, enquanto o método de recozimento simulado foi aplicado no Excel para realizar o dimensionamento do sistema de drenagem. No entanto, os autores destacaram que a abordagem heurística não apresentou garantias de uma otimização global.

Ahmadi et al. (2018) propuseram um algoritmo híbrido para otimização de sistemas de coleta de esgoto, que utiliza a análise de partículas pelo método "*flyback*" e o método de memória harmônica, conhecidos como algoritmos de otimização heurística. O estudo visou avaliar se trajetórias ineficazes de partículas aumentam a estabilidade computacional, com a eliminação das inequações associadas a qualquer método de componente, utilizando a programação dinâmica. No entanto, as elevações (cotas) não foram consideradas no processo de otimização. Apesar disso, os autores concluíram que o algoritmo garante uma certa eficiência, principalmente em relação à precisão e à quantidade de iterações matemáticas.

A utilização do coeficiente de malha tem sido objeto de pesquisa em outras áreas como uma ferramenta para aprimorar as redes, incluindo sistemas de abastecimento de água, drenagem e estruturas de redes espaciais, como ruas. O coeficiente de malha é calculado

utilizando conceitos e métodos derivados da teoria dos grafos, avaliando a topologia das conexões entre trechos vizinhos. Esse método quantifica a semelhança do layout de um sistema de drenagem com um sistema ramificado ou em malha, contribuindo para a análise estrutural da rede (BUHL et al., 2006; REYES-SILVA; HELM; KREBS, 2020).

Duque et al. (2020) propõem uma estrutura de otimização iterativa para resolver o problema de projeto de rede de esgoto, utilizando etapas para obter primeiramente a topologia por meio de programação linear, semelhante ao custo real. O dimensionamento hidráulico é enquadrado como um problema de caminho mais curto, considerando a topologia obtida e coeficientes para avaliação do custo real. A cada etapa, o coeficiente do custo é atualizado com base em todas as topologias e seus correspondentes custos de construção obtidos do dimensionamento hidráulico. Os autores utilizaram programação em JAVA e no GAMS, afirmando que a abordagem reduz significativamente os custos de construção durante as primeiras iterações e encontra uma solução quase ótima à medida que o algoritmo avança.

Também foram encontradas outras pesquisas relacionadas ao processo de otimização do traçado da rede de esgoto juntamente com o processo de dimensionamento. Alguns dos métodos aplicados foram programação dinâmica diferencial discreta (PDDD) (LI; MATTHEW, 1990); algoritmos genéticos (PAN; KAO, 2008; HAGHIGHI; BAKHSHIPOUR, 2012; BAKHSHIPOUR et al., 2019; HASSAN; ATTEA; MOHAMMED, 2020), métodos comparativos entre determinísticos e não determinísticos (DIOGO; GRAVETO, 2006), rede neural para controle de cheia em análise em tempo real (DARSONO; LABADIE, 2007), colônia de formigas (MOEINI; AFSHAR, 2012), busca Tabu (HAGHIGHI; BAKHSHIPOUR, 2015), árvore de Steiner (HSIE; WU; HUANG, 2019) e mapeamento e enquadramentos por geoprocessamento (DUQUE; DUQUE; SALDARRIAGA, 2017; DUQUE et al., 2022).

Vale destacar também algumas pesquisas com utilização de linguagens algébricas de modelação para sistemas de coleta e transporte de esgoto e drenagem (HSIE; WU; HUANG, 2019; NAVIN; MATHUR; KUMAR, 2019; DUQUE et al., 2020; ALFAISAL; MAYS, 2021).

Apesar de grande parte dos trabalhos desenvolvidos pelos países fora do Brasil realizarem as pesquisas utilizando o sistema de drenagem, este trabalho tem foco estabelecer parâmetros somente para a rede coletora de esgoto utilizando estritamente as legislações e restrições brasileiras. Por se tratar de uma programação será abordado de forma que possa ser aplicado valores de acordo com a necessidade do usuário. Sendo assim, em algumas situações será possível adequar as necessidades de outras localidades ou mesmo para o sistema de drenagem.

3 Coleta de esgoto

Nesta seção, será apresentada a legislação atualmente em vigor e a situação atual do Brasil em relação aos sistemas de coleta e transporte de esgoto sanitário.

3.1 Leis e normas técnicas brasileiras

Em conformidade com a lei 11.445/2007, são estabelecidas as diretrizes nacionais para o saneamento básico, bem como a política federal do saneamento, que define este como um conjunto de serviços, infraestruturas e instalações operacionais. O esgotamento sanitário, por sua vez, é composto pelas atividades, infraestruturas e instalações operacionais de coleta, transporte, tratamento e disposição final, que sejam adequados aos esgotos sanitários, desde as ligações prediais, até o seu lançamento final no meio ambiente (BRASIL, 2007).

De acordo com o Ministério da Saúde, o sistema de esgotamento sanitário é composto pelo sistema de coleta, tratamento e destino final desse esgoto. Tem por objetivo reduzir e controlar as doenças, contribuindo para a redução da mortalidade provocada por doenças que podem ser transportadas pela água, proporcionando melhor qualidade de vida e aumentando, assim, a expectativa de vida da população (FUNASA, 2017).

A norma brasileira NBR 9649/86 relaciona o projeto de redes coletoras de esgoto sanitário e proporciona a normalização para elaboração de projeto hidráulico-sanitário de redes coletoras de esgoto sanitário, funcionando em lâmina livre, observada a regulamentação específica das entidades responsáveis pelo planejamento e desenvolvimento do sistema de esgoto sanitário. A norma também proporciona condições mínimas e máximas de operação do sistema, equipamentos necessários, atividades e instruções técnicas, disposições construtivas e condições para o dimensionamento hidráulico.

Outras normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) diretamente relacionadas com o projeto de sistemas de esgotamento sanitário são:

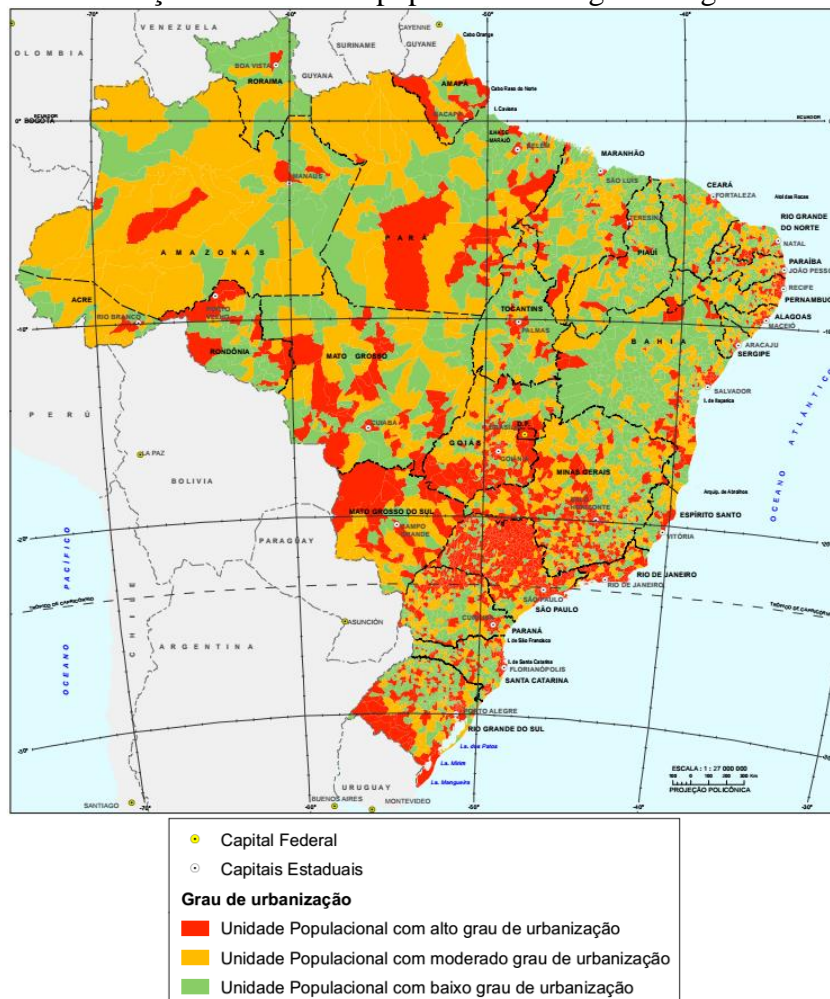
- NBR 9648/1986 – Estudo de concepção de sistemas de esgoto sanitário;
- NBR 12207/1992 – Projeto de interceptores de esgoto sanitário;
- NBR 12208/1992 – Projeto de estações elevatórias de esgoto sanitário;
- NBR 9814/1987 – Execução de rede coletora de esgoto sanitário;
- NBR 14486/2000 – Sistemas enterrados para condução de esgoto sanitário – Projeto de rede coletoras com tubos de PVC.

3.2 Situação atual do sistema de esgotamento do Brasil

O Sistema Nacional de Informação sobre Saneamento (SNIS) coletou informações sobre o esgotamento sanitário em 3.865 municípios, totalizando 161,4 milhões de habitantes, o que corresponde a 69,4% do total de municípios e 91,9% da população urbana do Brasil. Em relação à rede de esgoto, no ano de 2017, a população atendida por esse sistema foi de 103,5 milhões de habitantes, com um índice médio de atendimento de 60,2% nas áreas urbanas do país, destacando-se a região Sudeste com média de 83,2% (BRASIL, 2019).

A Figura 1 apresenta o grau de urbanização dos municípios brasileiros. Em sua maioria, os municípios são classificados como de baixo ou moderado grau de urbanização, com uma parcela menor de alto grau de urbanização, conforme dados do Censo Demográfico de 2010.

Figura 1 - Classificação das unidades populacionais segundo o grau de urbanização

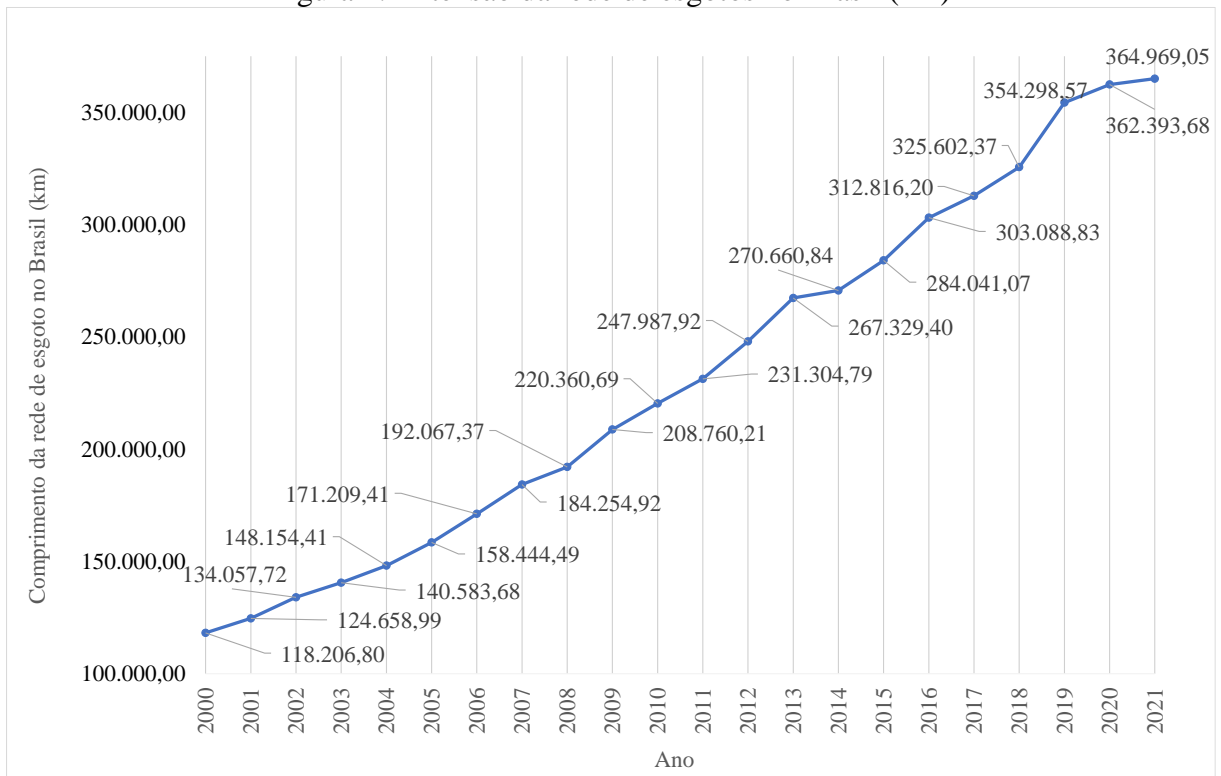


Fonte: (IBGE, 2017).

O Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento (SNIS) disponibiliza relatórios que apresentam informações sobre a expansão da rede de esgoto ao longo dos anos. Esses

relatórios levam em consideração a abrangência, natureza jurídica, localização e prestadores de serviço, tanto para serviços de esgoto quanto para serviços de água e esgoto. A Figura 2 apresenta o gráfico da extensão da rede de esgoto em quilômetros, do ano de 2000 até 2021, permitindo visualizar a evolução da rede ao longo desse período (JUNIOR; CUSTÓDIO; MONTEIRO, 2015; BRASIL, 2019).

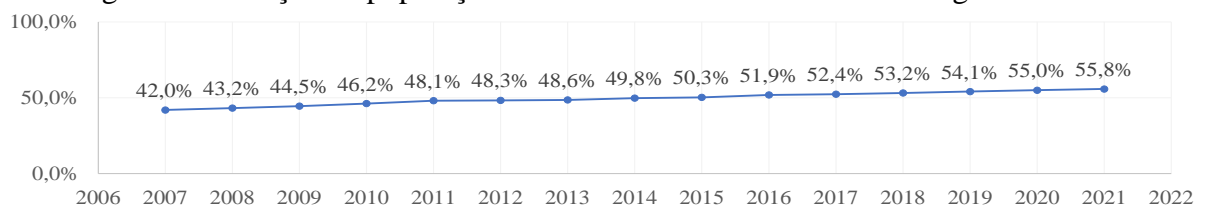
Figura 2: Extensão da rede de esgotos no Brasil (km)



Fonte: Adaptado do (SNIS, 2020)

Apesar do aumento significativo na infraestrutura de coleta de esgoto nas últimas duas décadas, conforme apresentado pelo SNIS, apenas 55,8% da população brasileira tinha acesso ao sistema de coleta de esgoto em 2021, como evidenciado na Figura 3. A taxa de crescimento percentual médio anual de acesso ao sistema de coleta de esgoto entre 2007 e 2021 foi de 0,985%.

Figura 3: Evolução da população atendida ao sistema de coleta de esgoto no Brasil



Fonte: Adaptado de (SNIS; JUNIOR; CUSTÓDIO; MONTEIRO, 2015)

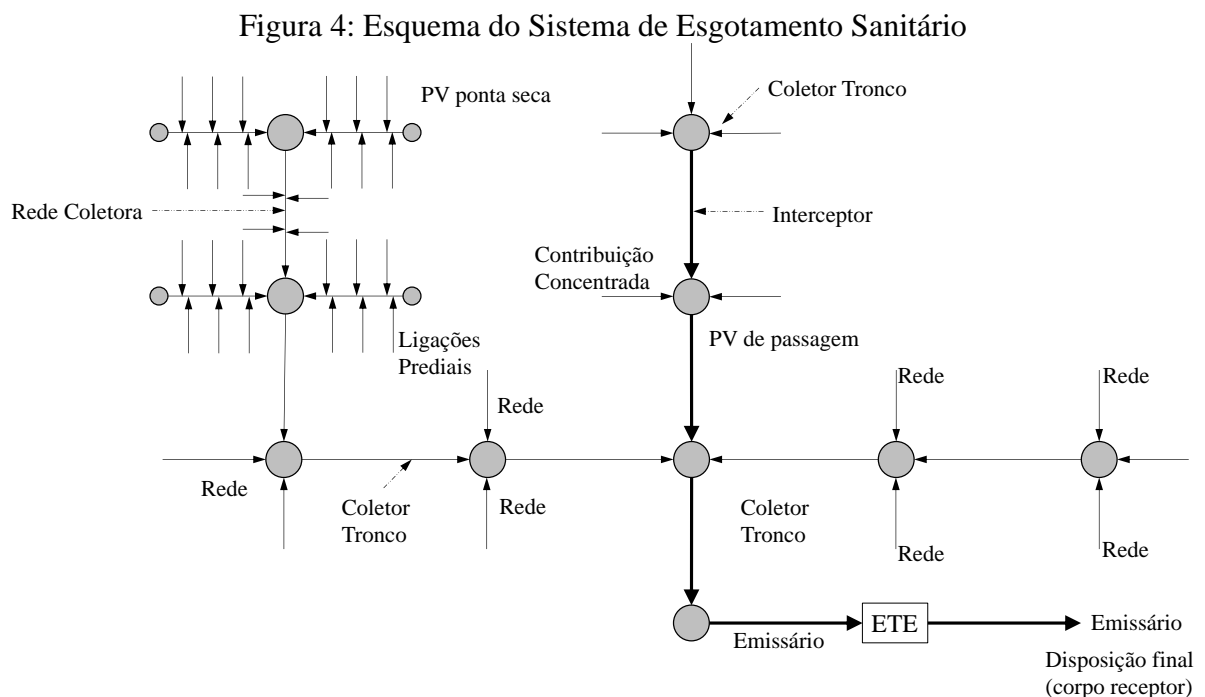
Considerando as novas medidas públicas e o avanço científico e tecnológico, existe uma expectativa de expansão das redes coletoras de esgoto em todo o país, o que poderá beneficiar quase metade da população atualmente sem atendimento adequado. Nesse sentido, um planejamento adequado se faz necessário para garantir o funcionamento e o investimento financeiro adequados. Com a promulgação da Lei nº 14.026/2020, os dados publicados até 2021 apresenta um aumento insuficiente na cobertura do sistema de coleta de esgoto.

3.3 Sistemas de coleta de esgoto

Neste tópico, será realizada uma breve descrição do sistema de coleta de esgoto no Brasil, abrangendo o tipo de rede utilizada, os métodos de representação gráfica e algébrica, o dimensionamento hidráulico e as técnicas de otimização.

3.3.1 Composição e representação da rede coletora

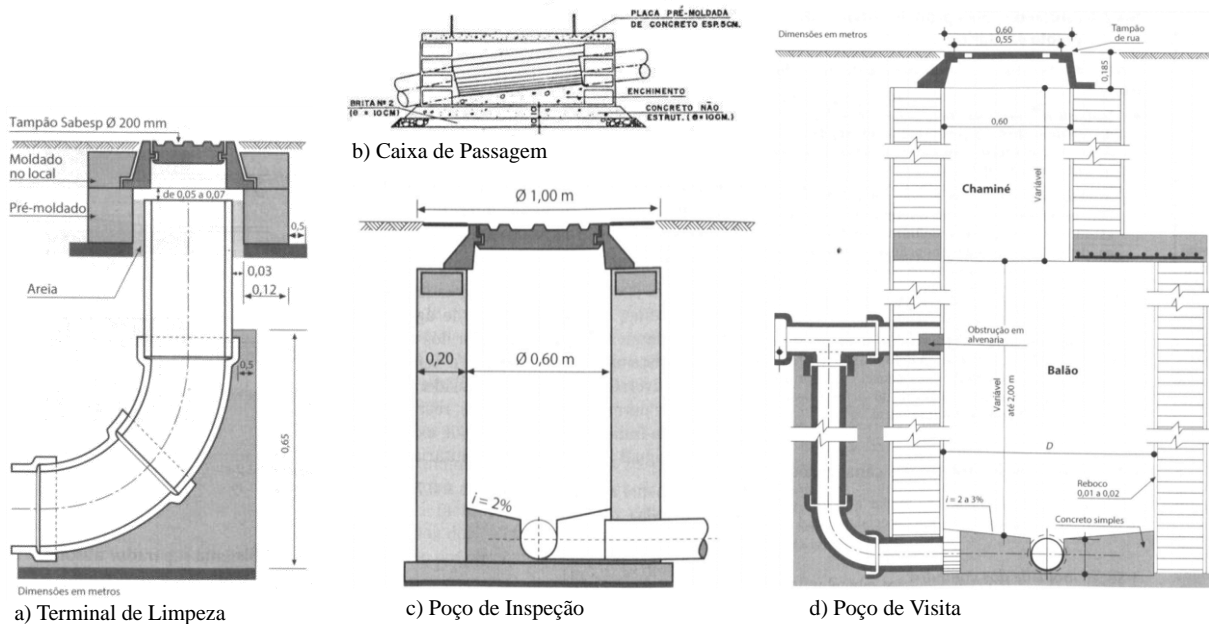
O sistema de coleta e transporte de esgoto sanitário é composto por equipamentos hidráulicos, como tubulações da rede coletora, acessórios, coletores tronco e interceptores, que permitem que o esgoto das edificações chegue às estações de tratamento de esgoto (ETE). A rede coletora de esgoto (RCE) é representada por linhas que se conectam aos acessórios da rede, representados por pontos ou nós. Essas linhas partem de pontas secas ou terminais de limpeza e convergem para um mesmo ponto de saída da rede, passando eventualmente por coletores tronco e interceptores, até chegar à ETE, como ilustrado na Figura 4.



Fonte: Adaptado de (FERREIRA, 2013)

A RCE é um sistema hidráulico responsável pelo transporte do esgoto sanitário das edificações até a estação de tratamento. Seu dimensionamento inicia com a definição do traçado, que deve levar em consideração a topografia, a planta de urbanização e a localização da ETE ou subsistemas existentes. As ligações prediais e tubulações conectam as edificações à rede pública, sendo transportadas ao coletor tronco e interceptores. As conexões entre essas tubulações são realizadas com a aplicação de terminais de limpeza, caixas de passagem, poços de inspeção e poços de visita, como ilustrado na Figura 5 em (a), (b), (c) e (d), respectivamente.

Figura 5: Acessórios



Fonte: Adaptado de (NETO; FERNÁNDEZ, 2015)

A tubulação deve apresentar uma declividade que favoreça o escoamento por gravidade, assim, deve ser instalado sempre da cota mais alta para a cota mais baixa. As tubulações em geral são subterrâneas e, por isso, a NBR 9649/86 estabelece critérios para a profundidade de instalação das tubulações em relação ao nível do terreno, ou seja, os cobrimentos limites a serem implementados sobre tubulação. O desnível entre o nível do terreno e a cota de assentamento da geratriz inferior do tubo deve estar entre um e quatro metros de profundidade.

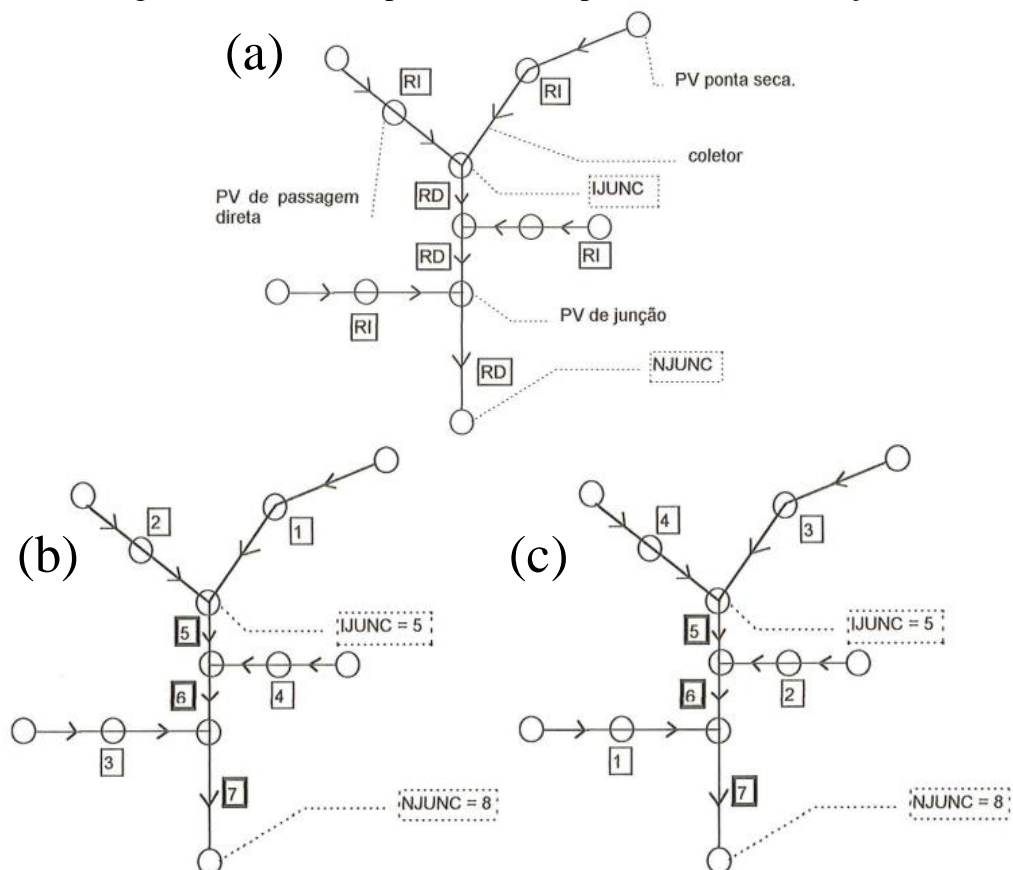
3.3.2 Traçado da rede coletora

Para a determinação do traçado da rede de esgoto, é necessário avaliar informações como topografia, planta de urbanização e localização da estação de tratamento de esgoto ou subsistemas existentes. Com base nessas informações, é possível definir as posições da rede coletora, interceptores e coletores tronco. (VILLIERS, 2018).

A topologia da rede de esgoto está relacionada a diversas condições, como topografia, planejamento urbano, volume de esgoto a ser transportado, diâmetro e declividade da tubulação, entre outras restrições técnicas. O traçado da rede é realizado em um sistema tipo árvore ou malha, onde o interceptor apresenta somente uma tubulação de saída do escoamento, podendo ocorrer mais de uma entrada, sendo apresentado na Figura 4 e Figura 6.

Durante o processo de dimensionamento, é possível realizar a nomenclatura de identificação dos trechos de uma maneira sistemática, tendo o início pelos ramos independentes (RI) e depois para os ramos dependentes (RD), encontros dos ramos independentes com o ramo dependente), conforme apresentado na Figura 6 (a). A enumeração pode ser variada, iniciando pelos ramos independentes no sentido horário ou anti-horário e depois para ramo dependente de montante para jusante, respectivamente, como apresentado na Figura 6 (b) e na Figura 6 (c) (MAGALHÃES, 1995).

Figura 6: Ramos Independentes e Dependentes e enumeração



Fonte: Adaptado de (MAGALHÃES, 1995)

3.3.2.1 Rede simples e dupla

Conforme as concessionárias de saneamento, como SANEPAR, SABESP e SANESUL, as tubulações devem ser assentadas no alinhamento do passeio (calçadas), em conformidade com o item 3.3.3.

Dependendo das condições da via alguns autores recomendam uma tubulação (sistema simples) ou duas tubulações (rede dupla), apresentando a instalação de um traçado da rede em uma das laterais da via classificada como simples e dupla quando ocorre o traçado da rede nas duas laterais da pista de rolagem de veículos. O sistema duplo é recomendado em situações (ALEM SOBRINHO; TSUTIYA, 2000):

- vias com tráfego intenso;
- vias com largura entre os alinhamentos dos lotes igual ou superior a 14 m para ruas asfaltadas, ou 18 m para ruas de terra;
- vias com interferências que impossibilitam o assentamento no leito carroçável, desde que o passeio tenha largura de 2 m e a profundidade não exceda 2,5 m dependendo do tipo de solo;
- situações de cruzamentos; e
- diâmetros de tubos de concreto maiores que 400 mm ou profundidades maiores que 4,0 m.

As empresas de saneamento, como SABESP, SANEPAR e SANESUL, atualmente exigem a instalação do sistema duplo para novos loteamentos, em conformidade com as exigências de cada estado e município (SABESP, 2006; SANEPAR, 2012; SANESUL, 2017).

3.3.3 Projeto de rede coletora de esgoto

No Brasil, adota-se o sistema separador absoluto para transporte exclusivo de esgoto sanitário, projetado para um determinado período e crescimento populacional. A taxa de crescimento populacional deve ser formulada adequadamente para atender à vida útil do sistema de coleta, sendo o monitoramento o crescimento populacional, as receitas e as manutenções essenciais para garantir a eficiência ao longo do tempo (MAGALHÃES, 1995).

Para o dimensionamento da rede de esgoto, a SABESP considerou os custos da obra, a escavação das valas, os poços de visita, o reaterro e a reposição de valas em 1980. Em 1986, a ABNT acrescentou alguns critérios para o dimensionamento do sistema, aplicando condições hidráulicas, como a tensão trativa e a velocidade de escoamento (ALEM SOBRINHO; TSUTIYA, 2000).

O traçado da rede do sistema de esgoto do tipo árvore permite diversas possibilidades de traçados, não havendo recomendações exatas para o dimensionamento de menor custo de construção. Em geral, é selecionado o traçado que promove a máxima utilização, priorizando a sequência para os diâmetros menores para os maiores, a cada mudança de trecho. Para cada traçado, pode-se obter o dimensionamento com o menor custo, mas testar vários traçados exige um trabalho extensivo e demorado (MAIN, 1975).

Para realizar o dimensionamento, é selecionado um traçado e, geralmente, para cada trecho da rede, é determinada uma declividade e um diâmetro para melhor escoamento. Ao utilizar equações que descrevem os eventos hidrodinâmicos em condições livres, é estabelecido primeiro um tubo de diâmetro comercial e calcular novamente para determinar a menor declividade para atender o escoamento, visto que o diâmetro é uma variável contínua (FUNASA, 2017).

A utilização de computadores para a determinação do menor custo tem auxiliado significativamente no processo de otimização, permitindo verificar diferentes traçados e determinar o menor custo de tubulação, escavação e aterro. E assim reduzir o diâmetro dos trechos e a cota de assentamento dos mesmos.

3.3.4 Relação entre condutor (tubulação) e fluido transportado

O esgoto doméstico é composto por 99,87% de água, 0,04% de sólidos sedimentáveis, 0,02% de sólidos não sedimentáveis e 0,07% de substâncias dissolvidas. Embora o escoamento do esgoto seja tratado como o da água, devido à presença de sólidos em maior proporção, é essencial garantir que a tubulação não apresente obstruções nem acúmulos ao longo do tempo. Portanto, é necessário considerar meios para evitar problemas e garantir o bom funcionamento do sistema de esgoto (NUVOLARI, 2011).

O desenvolvimento tecnológico tem contribuído para aprimorar o processo de execução, instalação e resistência mecânica, química e hidrodinâmica das tubulações de esgoto. Dentre os materiais utilizados, destacam-se a cerâmica, o concreto, o plástico, o ferro fundido e o aço. A escolha do material a ser utilizado depende de diversos critérios, tais como resistência à carga externa, abrasão e ataques químicos, facilidade de transporte, disponibilidade de diâmetros necessários e custo do material, transporte e assentamento (ALEM SOBRINHO; TSUTIYA, 2000).

A Norma Técnica Sabesp (NTS0025 - Ver3 2020) da SABESP destaca que as tubulações de esgoto devem ser compostas por materiais de PVC (liso ou corrugado), concreto ou ferro fundido, desde que atendam às normas de cada material. O Manual de Projeto Hidrossanitário - 2019 da SANEPAR indica que, para a rede coletora de esgoto de todos os lotes, deve ser utilizado PVC JE de parede maciça, exceto em casos de travessias ou outras necessidades específicas.

Como mencionado anteriormente, a abrasão e os ataques químicos ao sistema de transporte são provenientes do material transportado, o esgoto, composto de elementos como carbono, hidrogênio, oxigênio, nitrogênio, enxofre, potássio, entre outros. Devido aos processos biológicos e químicos que podem ocorrer durante o transporte, ocasionados pela presença de microrganismos, há a transformação por redução e rearranjo desses elementos, gerando sulfeto de hidrogênio (H_2S) (ELMASRY; ZAYED; HAWARI, 2019).

A presença de sulfeto de hidrogênio (H_2S) no esgoto pode gerar ácido sulfúrico (H_2SO_4), um ácido forte que reage com metais e concreto, corroendo o sistema de transporte. Os metais mais suscetíveis à corrosão são ferro, zinco, cobre, chumbo e cádmio. A corrosão compromete a estabilidade e a funcionalidade da tubulação. Por isso, é fundamental selecionar materiais resistentes ou implementar tratamentos de prevenção e controle adequados, a fim de garantir a durabilidade e segurança do sistema de transporte de esgoto (ALEM SOBRINHO; TSUTIYA, 2000).

Em relação à resistência ao ácido sulfúrico, as tubulações de PVC e CPVC apresentam baixa reatividade química, tornando-se uma das principais opções para o sistema de transporte e coleta de esgoto. Entretanto, a presença de sólidos (orgânicos e inorgânicos) no esgoto pode resultar em depósitos no fundo da tubulação, causando obstruções e interferindo na função de transporte. Esse arraste de material sólido é considerado no processo de dimensionamento, sendo influenciado pela tensão trativa, peso específico do líquido, dimensões das partículas, viscosidade do líquido e rugosidade do material (ALEM SOBRINHO; TSUTIYA, 2000; NETO; FERNÁNDEZ, 2015).

Para um dimensionamento adequado do sistema de transporte e coleta de esgoto, são aplicados equacionamentos que consideram fatores como a declividade da tubulação e o controle da tensão trativa e dos sulfetos, conforme abordado no tópico 4.3.1.2 Declividade da tubulação. É importante considerar que durante o transporte do esgoto podem ocorrer a deposição de matéria sólida e a formação de uma película aderida à parede da tubulação, chamada de limo, composta por matéria orgânica e microrganismos, que é uma região de geração de sulfetos.

Estudos indicam que uma tensão trativa de 1 Pa proporciona condição auto limpante e de 1,5 Pa inibe a formação de sulfetos em coletores maiores que 500 mm, considerando a DBO variando de 250 a 300 mg.L⁻¹ e temperatura média de 25°C, conforme observado por Machado Neto e Tsutiya (2000). Portanto, é necessário considerar esses fatores para garantir a eficiência e a durabilidade do sistema de transporte e coleta de esgoto (MACHADO NETO; TSUTIYA, 1985).

4 Equacionamento hidráulico por escoamento livre

As restrições de projeto para coleta de esgoto sanitário urbano são determinadas pelas normas técnicas, conforme apresentado na seção 3.1. O comportamento hidráulico do sistema é descrito por meio de equações que governam o movimento do fluido, tais como a conservação de massa e as Leis de Newton.

É levando em consideração restrições construtivas como diâmetros comerciais disponíveis, inclinações mínima e máxima, profundidade de assentamento, a fim de se encontrar a melhor solução que atenda a essas condições.

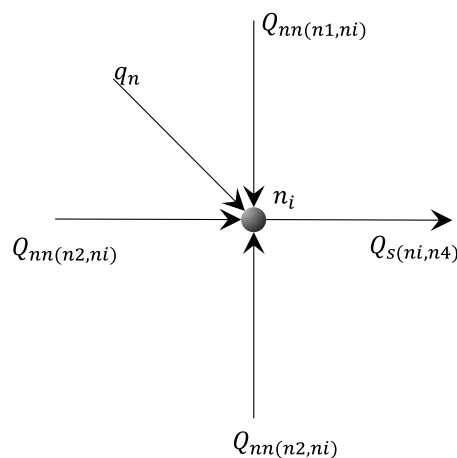
4.1 Lei de conservação da massa

O sistema de coleta e transporte de esgoto sanitário urbano deve ser projetado para um escoamento classificado como livre, de modo a garantir o comportamento hidráulico e a eficiência no transporte. As equações hidrodinâmicas, que descrevem o comportamento em canais, utilizam as condições geométricas de seções circulares.

No sistema de rede de esgoto, os pontos de verificação (PVs ou nós) são locais pontuais que permitem realizar a junção das vazões de diferentes trechos, mudar de direção e inclinação, acompanhando as vias e a topografia, direcionando o escoamento em uma única direção, e também são utilizados como seção de controle.

A conservação de massa no nó (n_i) é dada pela soma das vazões dos trechos a montante (Q_{nn}) menos a vazão que sai do nó (Q_s) será igual a vazão de contribuição do nó (q_n) a ser analisado. Na Figura 7 é possível observar os vetores de vazões de entrada e de saída de um determinado nó.

Figura 7: Conservação da massa em um ponto



A equação da continuidade é uma condição hidráulica fundamental que assegura que a entrada e a saída do escoamento sejam iguais. Essa condição pode ser aplicada a elementos pontuais ou extensos. Utilizando a equação da continuidade com variáveis binárias, é possível descrever algebricamente todas as possibilidades de escoamento, considerando o sentido do fluxo, o que permite a exclusão e a manutenção de trechos que serão considerados (STEELE et al., 2016; ALFAISAL; MAYS, 2022).

Aplicando a Equação 1 para todos os nós a jusante “j” para todos os trechos N , somando todos os produtos da vazão com a variável binária que saem de “j” menos a soma de todos os produtos da vazão com a variável binária que entram sendo igual a zero, para todo o “i” pertencente ao conjunto $\{1, \dots, K\}$ (MOEINI; AFSHAR, 2017).

$$\sum_{j=1}^N X_{ji} Q_N - \sum_{j=1}^N X_{ij} Q_N = 0 \quad \text{Equação 1}$$

$$\forall i \in \{1, \dots, K\}$$

Sendo:

i e j – os nós de montante e jusante respectivamente;

N – O arco de ligação entre os nós i e j ;

Q_N = a vazão de jusante da tubulação N entre o nó i e j ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$);

X_{ij} e X_{ji} – variável binária direcional de i para j e de j para i , respectivamente; e

K – Número total de nós.

O princípio da continuidade também auxilia no processo da determinação dos parâmetros geométricos sendo aplicado para cada uma das tubulações (PORTO, 2006), apresentado na Equação 2, considerando em seus índices em cada seção.

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 = \dots = V_n A_n \quad \text{Equação 2}$$

Considerando:

Q – a vazão ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$);

n – seção de controle;

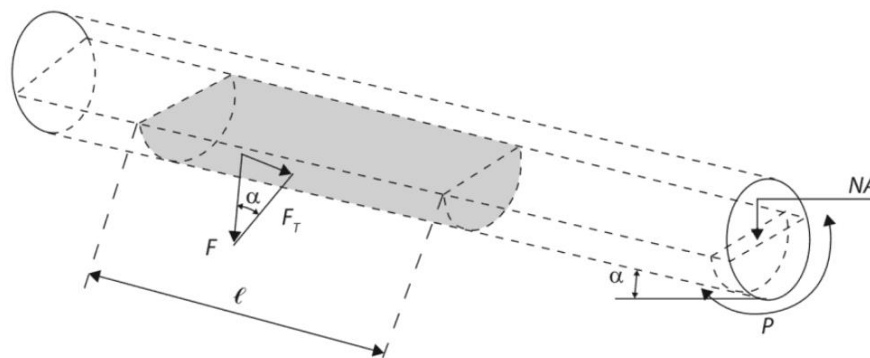
V – a velocidade ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$); e

A – a área da seção molhada (m^2).

4.2 Lei de conservação das forças

Utilizando a segunda lei do movimento de Newton e considerando a viscosidade e rugosidade da tubulação, é possível alcançar o equilíbrio de forças ao longo do comprimento da tubulação. A teoria hidrodinâmica permite simplificar o somatório de forças em duas forças principais: a força peso (F) e a força tangencial (F_T), perímetro molhado (P), declividade (α), e comprimento (l), conforme ilustrado na Figura 8.

Figura 8: Diagrama de forças em uma tubulação



Fonte: (MENDONÇA; MENDONÇA, 2018)

A força peso é uma das duas forças que atuam no equilíbrio de forças em um escoamento livre, sendo calculada a partir da área molhada, da declividade e do peso específico do fluido. Já a força tangencial, também conhecida como força trativa, é descrita por meio da equação proposta por Chézy (1769), que considera o quadrado da velocidade, o perímetro molhado e um coeficiente de proporcionalidade. A correta análise e aplicação dessas forças é fundamental para o dimensionamento adequado dos sistemas de coleta e transporte de esgoto, garantindo a segurança e eficiência do escoamento, conforme apresentado na Equação 3.

$$\begin{aligned} F_w &= \gamma \cdot A_m \cdot l \cdot L \\ F_T &= k \cdot V^2 \cdot P_m \cdot L \end{aligned} \quad \text{Equação 3}$$

Considerando:

F_w – Força peso ($Kg \cdot m \cdot s^{-2}$);

F_T – Força tangencial ($Kg \cdot m \cdot s^{-2}$);

L – Comprimento do trecho [m];

κ – Coeficiente de proporcionalidade – Constante de Von Kármán.

Manning (1890) propôs uma relação empírica para o cálculo do coeficiente de atrito em canais abertos. Essa relação estabelece uma correlação entre o coeficiente de Chézy e o coeficiente de Manning, como pode ser observado na Equação 4. Essa equação é amplamente utilizada na prática de engenharia hidráulica para o dimensionamento de canais abertos e tubulações.

$$c = \sqrt{\frac{\bar{v}}{k}} = \frac{R_h^{1/6}}{n} \quad \text{Equação 4}$$

Sendo:

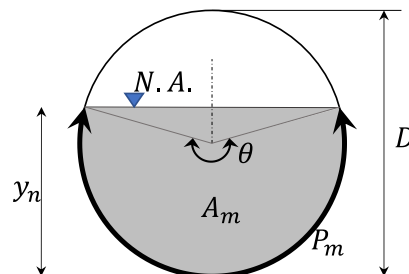
c – Coeficiente de Chézy ($m^{1/2} \cdot s^{-1}$);

n – Coeficiente de Manning ($s \cdot m^{-1/3}$);

R_h - Raio hidráulico (m).

Considerando as variáveis área molhada (A_m), perímetro molhado (P_m), altura da lâmina de água (y_n), ângulo de abertura (θ) conforme representado na Figura 9, representam as formas geométricas em que o fluido ocupa uma tubulação.

Figura 9: Parâmetros geométricos de uma seção circular



Fonte: Adaptado de (VILLIERS, 2018)

Com o uso das equações geométricas e trigonométricas da semicircunferência, é possível obter uma relação algébrica entre as variáveis em função do diâmetro da tubulação e do ângulo interno de abertura ou da altura da lâmina de água, descrevendo as características da seção transversal. Essas relações algébricas permitem a determinação dos parâmetros hidráulicos, como a área da seção transversal, o perímetro molhado, o raio hidráulico e a velocidade média, que são fundamentais para o cálculo do escoamento em condutos forçados. A utilização dessas relações permite uma análise mais simplificada do escoamento e facilita a obtenção de soluções numéricas para as Equação 5 a Equação 10 que descrevem o

comportamento do fluido no interior da tubulação.

$$\text{Fator } y \text{ e } D \quad r = \frac{y_0}{D} \quad \text{Equação 5}$$

$$\text{Altura da Lâmina de água [m]} \quad y_0 = D \cdot \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2} \quad \text{Equação 6}$$

$$\text{Ângulo (rad)} \quad \theta = 2 \cdot \cos^{-1}\left(\frac{1 - y_0}{D}\right) \quad \text{Equação 7}$$

$$\text{Área molhada } A_m \text{ [m}^2\text{]} \quad A_m = D^2 \cdot \frac{\theta - \text{sen } \theta}{8} \quad \text{Equação 8}$$

$$\text{Perímetro molhado } P_m \text{ [m]} \quad P_m = \frac{\theta \cdot D}{2} \quad \text{Equação 9}$$

$$\text{Raio Hidráulico } R_h \text{ [m]} \quad R_h = \frac{A_m}{P_m} = \frac{D}{4} \cdot \left(1 - \frac{\text{sin } \theta}{\theta}\right) \quad \text{Equação 10}$$

Considerando:

r – Relação da lâmina de esgoto com o diâmetro;

y_0 – Altura da lâmina de água (m);

D – Diâmetro interno do tubo (m);

θ – Ângulo de abertura (rad);

A_m – Área molhada (m^2);

P_m -Perímetro molhado (m);

I_f – Declividade da energia ($m \cdot m^{-1}$); e

γ – Peso específico ($N \cdot m^{-3}$).

Combinando a Equação 3 e a Equação 4 e as relações trigonométricas e geométricas, Manning propõe uma relação algébrica que permite relacionar as condições de dimensionamento com as condições geométricas de escoamento, representado na Equação 11.

$$\frac{n \cdot Q_i}{\sqrt{I_i}} = t \cdot \frac{A_i^{5/3}}{P_i^{2/3}} \quad \text{Equação 11}$$

Usando as variáveis como sendo:

t – 1,0 (sistema internacional) ou 1,486 (sistema inglês);

i – Trecho em análise;

Q_i – Vazão de cada trecho i [$m^3 \cdot s^{-1}$];

- I_i – Declividades da tubulação em cada trecho i [$m \cdot m^{-1}$];
 n – Coeficiente de rugosidade do material da tubulação ($s \cdot m^{-1/3}$);
 A_i – Área molhada de cada trecho i [m^2]; e
 P_i – Perímetro molhado de cada trecho i [m].

4.3 Dimensionamento hidráulico da rede coletora de esgoto

4.3.1 Condições limites do dimensionamento

Para o dimensionamento do sistema de coleta de esgoto, são consideradas as condições legais para instalação e operação da rede, bem como as condições físicas dos equipamentos, como diâmetro das tubulações para transporte e acesso. Quanto às condições hidrodinâmicas, é considerado um escoamento permanente e uniforme, sendo os parâmetros de dimensionamento determinados pelas condições de jusante de cada trecho. O custo dos materiais e atividades envolvidas é geralmente determinado pelos custos unitários da região.

4.3.1.1 Profundidade de cobertura e assentamento

As tubulações de esgoto são instaladas abaixo do solo, com cobertura mínima de solo acima delas, a fim de protegê-las de sobrecargas e contaminação cruzada entre as redes de distribuição de água. A legislação brasileira estabelece um cobrimento mínimo de 0,90 m para assentamento da tubulação de leito da via de tráfego ou a 0,65 m no passeio. Para profundidades maiores que 3,00 m, são exigidos equipamentos específicos, como caixa de passagem, poço de visita, terminal de limpeza, terminal de inspeção e limpeza, de acordo com a NBR9649/86.

Além disso, a profundidade máxima da cobertura também é regulamentada para evitar falhas no tubo sob solo excessivo e cargas impostas, com limitação de até 5,0 m de profundidade máxima de escavação, de acordo com a NBR9061/85.

Em relação às profundidades máximas de instalação, a SANEPAR recomenda uma profundidade máxima de 3,00 m e de 1,50 m para o terminal de inspeção e limpeza (TIL), no meio da rede, no Paraná (SANEPAR, 2012). Já em São Paulo, a SABESP recomenda a construção de uma rede auxiliar para profundidades superiores a 3,50 m, respeitando o mínimo estabelecido para o diâmetro e profundidade da rede principal, e para profundidades de 3,00 m em redes litorâneas, dividindo a vazão de transporte, como representado na Equação 12 (SABESP, 2020).

$$PC_{min} \leq PC_i \leq PC_{max} \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad \text{Equação 12}$$

Sendo que,

PC_i – Profundidade do cobrimento do tubo i (m);

PC_{min} – Profundidade do cobrimento mínimo (m);

PC_{max} – Profundidade do cobrimento máximo (m).

Para o assentamento da tubulação, é necessário garantir que a cota da geratriz inferior esteja posicionada abaixo do ponto de entrada do esgoto, a fim de evitar o acúmulo de líquidos e a sedimentação de materiais sólidos. Essa condição pode ser expressa pela Equação 13.

$$DGJ_i \geq DGM_i \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad \text{Equação 13}$$

Considerando que:

i – Trecho em análise;

DGJ_i – Desnível geométrico a jusante para o tubo i (m);

DGM_i – Desnível geométrico a montante para o tubo i (m).

4.3.1.2 Declividade da tubulação

Para garantir a eficiência do transporte de esgoto, a tubulação deve ser instalada com a declividade mínima permitida, desde que seja compatível com a capacidade de transporte, velocidade mínima e profundidade de cobertura estabelecida. Caso a restrição de velocidade ou profundidade máxima seja ultrapassada, o diâmetro da tubulação deve ser modificado para restaurar a viabilidade do escoamento. A declividade mínima da tubulação também previne uma inclinação adversa, Equação 14, garantindo um sentido único para o escoamento do esgoto, uma velocidade mínima e uma tensão trativa mínima.

$$I_{min} \leq I_i \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad \text{Equação 14}$$

Considerando que:

i – Trecho em análise;

I_i – Declividade da tubulação i ;

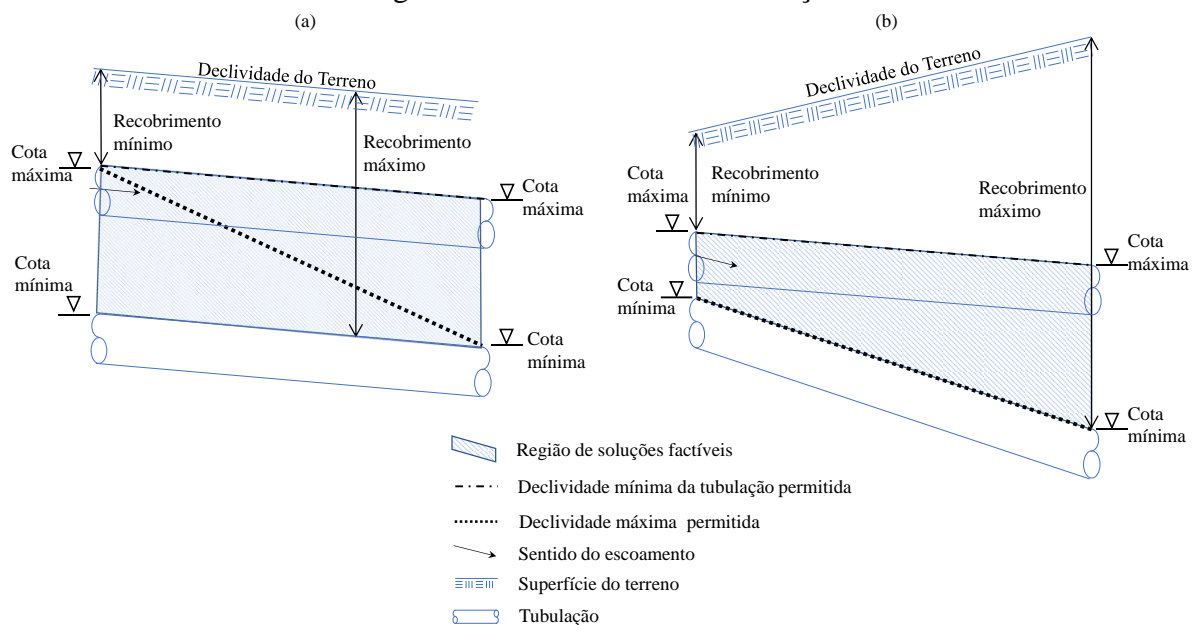
I_{min} – Declividade mínima permitida.

Com base nas restrições definidas no item 4.3.1.1, que estabelece as profundidades de assentamento e cobertura e as restrições de declividade mínima e máxima da tubulação, a Figura

10 ilustra as possíveis regiões onde a tubulação pode ser instalada. No entanto, é importante ressaltar que essa região pode variar dependendo das condições do terreno e do fluxo a montante. Caso o escoamento ocorra em um terreno inclinado para baixo, a tubulação deve seguir a situação exemplificada na Figura 10 (a), enquanto para um terreno inclinado para cima, deve-se seguir a situação descrita na Figura 10 (b).

Portanto, é possível observar que o traçado da rede a montante de cada trecho determina a declividade da tubulação, sendo a declividade mínima (paralela ao terreno ou 0,0045 m/m para uma vazão mínima de 1,5 L.s⁻¹) e a declividade máxima em função da profundidade máxima de assentamento. A cota máxima refere-se à condição de elevação mais alta possível, enquanto a cota mínima refere-se à elevação mais baixa possível onde o assentamento da tubulação pode ocorrer.

Figura 10: Declividade da Tubulação



Conforme descrito no tópico 3.3.4 Relação entre condutor (tubulação) e fluido transportado, para relacionar a tensão trativa e a geração de sulfetos é possível considerar 1 Pa na Equação 15, garantindo, assim, que o sistema tenha o efeito de autolimpeza.

Tensão trativa [Pa]

$$\tau_0 = \gamma \cdot R_h \cdot I_f$$

Equação 15

Considerando:

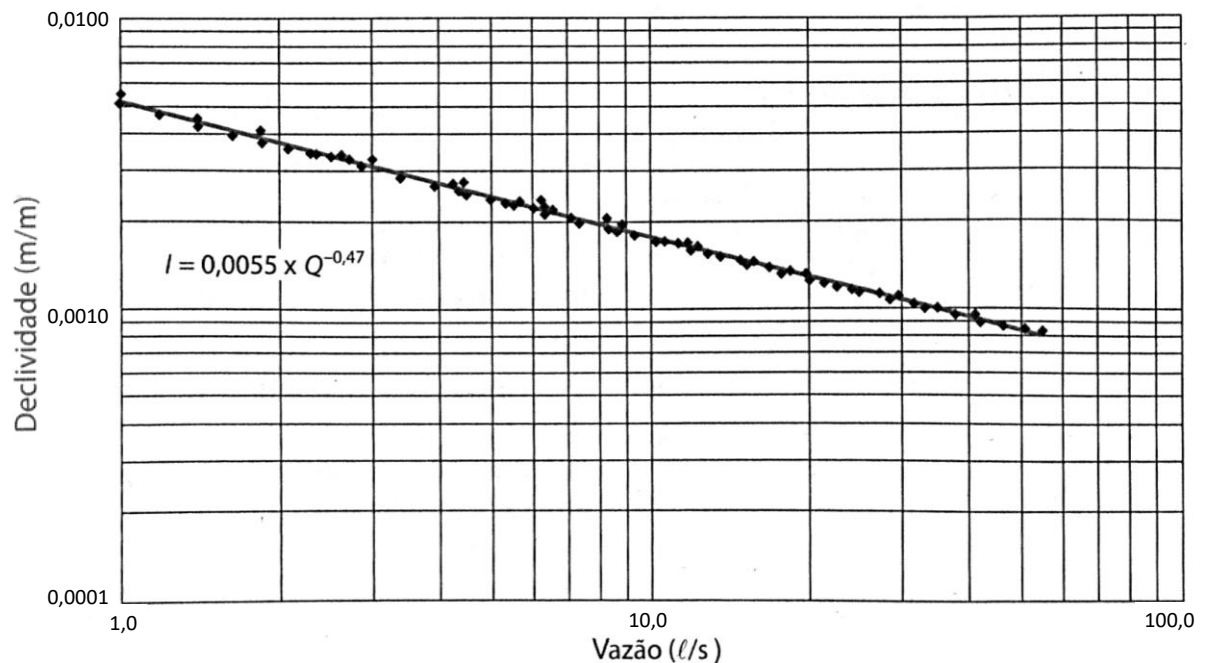
τ – Tensão trativa (Pa);

R_h - Raio hidráulico (m);

I_f – Declividade da energia ($m \cdot m^{-1}$);

As diversas relações e composições de possibilidades das condições descritas anteriormente, geram um conjunto de pontos que foram simplificadas e ajustadas para uma única curva apresentado na Figura 11. Esta aproximação descreve a Equação 16, para $\tau = 1 Pa$ e $n = 0,013$, com diâmetros variando de 100 mm a 400mm e lâmina d'água limitada a 0,75 Y/D .

Figura 11: Ajuste para $\tau = 1 Pa$ e $n = 0,0013$ para diâmetros variando de 100 mm a 400mm e lâmina d'água limitada a 0,75 Y/D, para determinação da declividade em função da vazão



Fonte: (ALEM SOBRINHO; TSUTIYA, 2000; NETO; FERNÁNDEZ, 2015)

Na Figura 11 o ajuste pode ser expresso algebricamente pela Equação 16. No entanto é possível observar que existem duas expressões. A NBR 9649/86, explicita as condições exigidas na elaboração de projeto hidráulico-sanitário de redes coletoras de esgoto sanitário, para $n = 0,013$. A NBR 14486/2000, no qual discorre sobre a elaboração de projeto de redes coletoras enterradas de esgoto sanitário com tubos de PVC, considera um coeficiente de Manning de 0,010.

$$I_{min} = 0,0055 \cdot Q^{-0,47} - \text{NBR 9649/1986}$$

$$I_{min} = 0,0035 \cdot Q^{-0,47} - \text{NBR 14486/2000}$$

Equação 16

Considerando:

I_{min} – Declividade mínima [$m \cdot m^{-1}$];

Q – Vazão de escoamento [$L \cdot s^{-1}$].

Alem Sobrinho (2000), propõe equações como descrito na Tabela 1 para obter a declividade mínima considerando a tensão sempre maior ou igual a um pascal, considerando uma vazão em litros por segundo.

Tabela 1: Equações obtidas para a declividade mínima de modo à garantir $\tau \geq 1$ Pa.

Coefficiente de Manning	Declividade mínima (m/m)
0,009	$I = 0,0065 \cdot Q^{0,49}$
0,010	$I = 0,0061 \cdot Q^{0,49}$
0,011	$I = 0,0058 \cdot Q^{0,49}$
0,012	$I = 0,0056 \cdot Q^{0,48}$
0,013	$I = 0,0055 \cdot Q^{0,47}$
0,014	$I = 0,0051 \cdot Q^{0,47}$
0,015	$I = 0,0049 \cdot Q^{0,47}$
0,016	$I = 0,0048 \cdot Q^{0,47}$

A declividade máxima admissível está relacionada com a velocidade máxima de escoamento, com o intuito de evitar o desgaste por abrasão do material, em razão disso, é adotado uma velocidade máxima é de $5 m \cdot s^{-1}$, obtendo a declividade máxima com a expressão aproximada da Equação 17, relação importante para ser considerada para projeção final de plano (SABESP, 2020).

$$I_{max} = 4,65 \cdot Q^{-0,67} \quad \text{Equação 17}$$

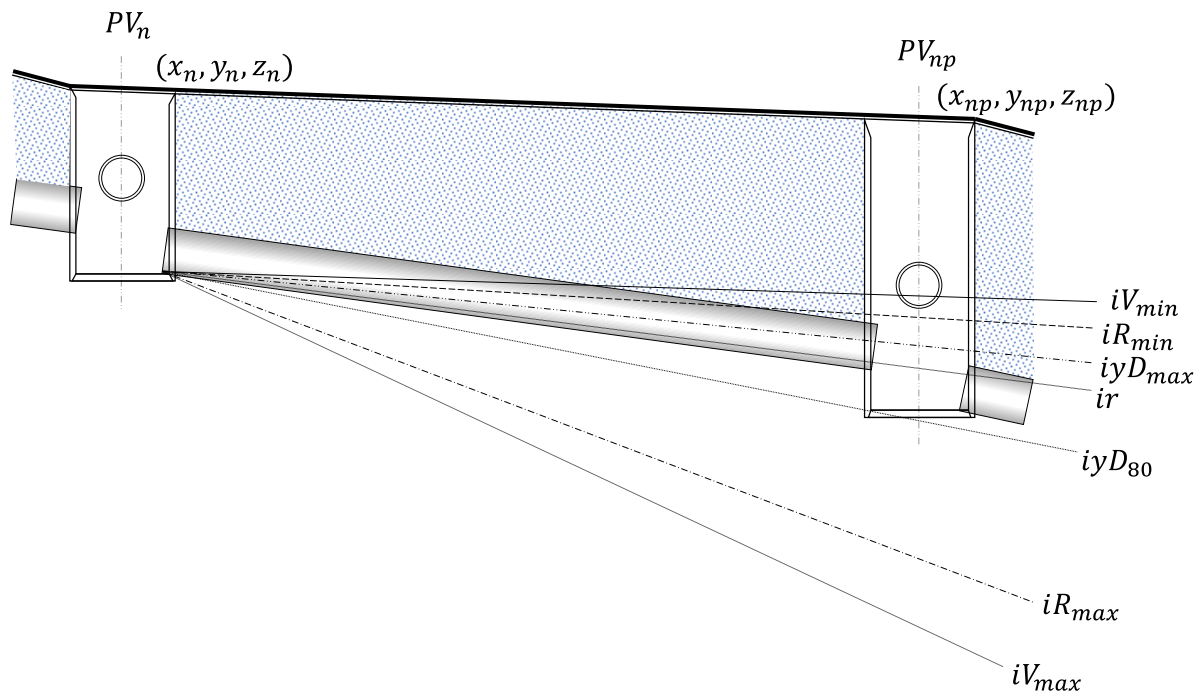
Considerando:

I_{max} – Declividade máxima [$m \cdot m^{-1}$];

Q – Vazão de escoamento, projeção final de plano [$L \cdot s^{-1}$].

Na Figura 12, é apresentado os limites da declividade (i) em relação a velocidade mínima e máxima (V_{min} e V_{max}), recobrimento mínimo e máximo (R_{min} e R_{max}), relação entre a altura da lâmina de água (yD) e o relação máxima (yD_{max}), relação de 80% preenchido (yD_{80}), tendo assim o valor de declividade projeto a ser aplicado na rede em cada trecho (ir).

Figura 12: Limites de declividade em um trecho



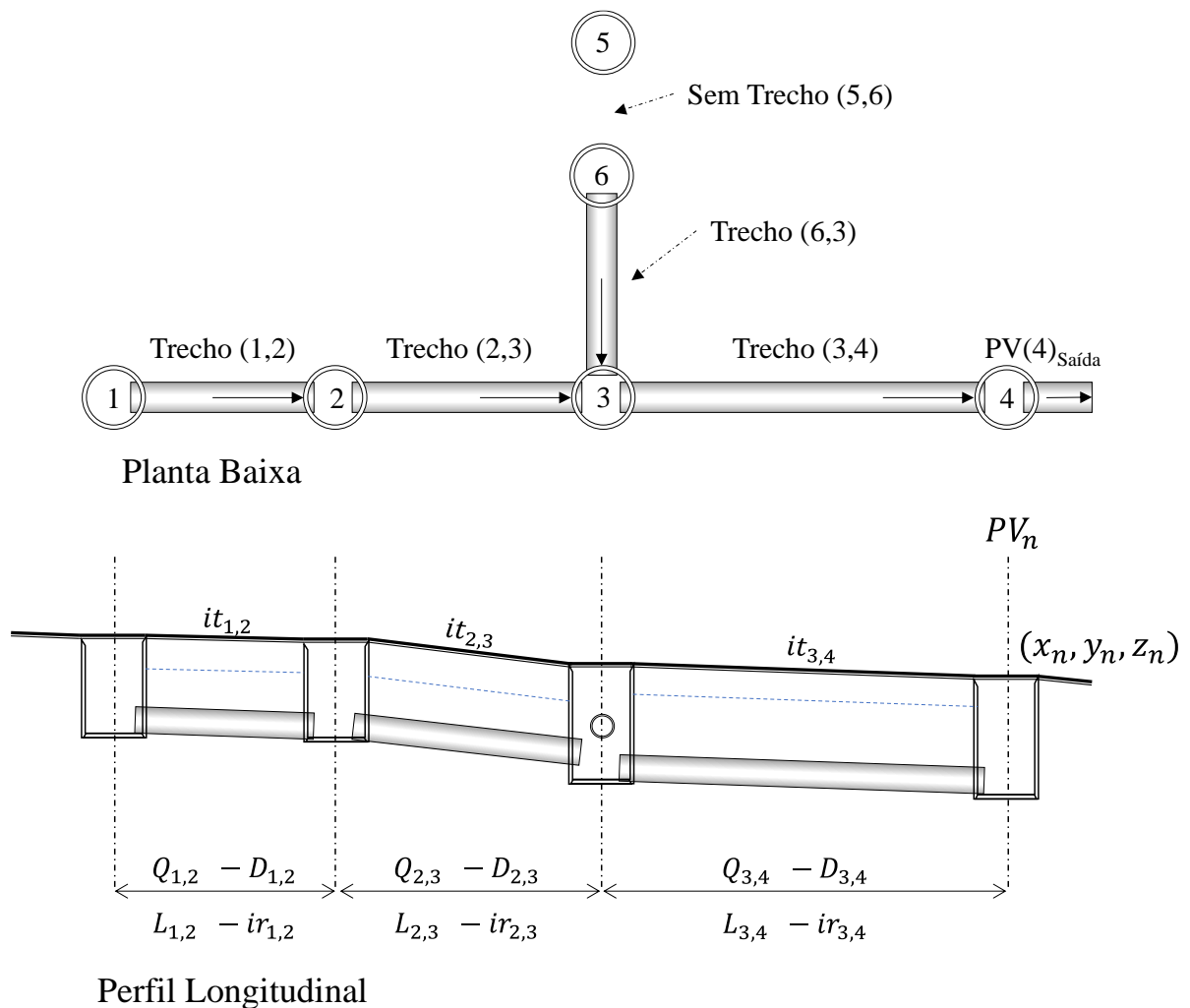
Fonte: Adaptado de (BOHNENBERGER, 2019)

4.3.1.3 Poço de visita (PV)

Na NBR9649/86, o poço de visita é uma estrutura que permite o acesso humano para a realização de atividades de manutenção. A utilização deste equipamento é necessária quando ocorre a interligação com mais de dois trechos coletores, mudança de direção ou uma declividade específica, que pode ser observado no detalhamento em planta e no perfil longitudinal. Na Figura 13 mostra algumas das situações em que se utilizam o PV entre os trechos.

Para cada início de trecho pode ser utilizado um terminal de limpeza (TL), com o objetivo de garantir um traçado ramificado e reduzir custos de equipamento robusto. No entanto, neste trabalho, o TL será considerado somente como um local em que ocorre o corte do trecho, não apresentando influência no custo da obra.

Figura 13: Caracterização da rede em planta baixa e perfil longitudinal

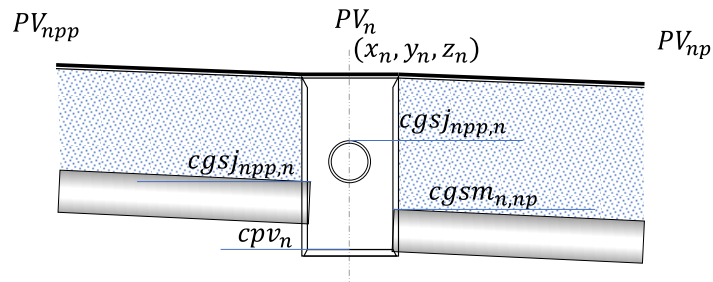


Fonte: Adaptado de (BOHNENBERGER, 2019)

Para adequar às legislações estaduais e municipais, é importante considerar as restrições de distância entre os PVs. Em São Paulo, por exemplo, a distância máxima permitida entre os PVs é de 100m, sendo recomendada uma distância de 80m para garantir uma manutenção adequada (SABESP, 2006).

Além disso, a instalação dos PVs é exigida em situações específicas, como quando a profundidade é maior que 1,60m; na confluência de dois ou mais trechos para uma saída, e em casos em que é necessário um desnível ou tubo de queda para desníveis maiores que 1,5m, apresentado na Figura 14 as cotas de cada trecho (n, np) da geratriz superior (cgs) de jusante (j) e montante (m) a cota do PV de cada nó (cpv_n).

Figura 14: Caracterização das cotas em um PV



Fonte: Adaptado de (BOHNENBERGER, 2019)

4.3.1.4 Diâmetro da tubulação

As tubulações em PVC utilizadas para o sistema enterrados para condução de esgoto apresentam as normas ABNT NBR 7362 parte 1 com juntas elásticas, parte 2 para paredes maciças, parte 3 com parede dupla e a parte 4 compreende de núcleo celular. Essas normas estabelecem os comerciais iguais a $\{D\} = \{100 \text{ mm}, 150 \text{ mm}, 200 \text{ mm}, 250 \text{ mm}, 300 \text{ mm}, 350 \text{ mm}, 400 \text{ mm}\}$, descrito algebricamente na Equação 18 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1999, 2004).

$$d_i \in \{D\} \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad \text{Equação 18}$$

Sendo que:

i – Trecho em análise;

d_i – Diâmetro do tubo i ;

$\{D\}$ – Conjunto de diâmetros comerciais das tubulações para o sistema de transporte de esgoto.

O conjunto de diâmetros elegíveis para uma determinada tubulação é limitado a um subconjunto de todos os diâmetros disponíveis, D , de modo que o menor tubo elegível seja sempre maior ou igual ao maior tubo imediato a montante, garantindo, então, que não apresente uma redução no diâmetro ao longo do sistema de coleta, evitando o efeito de remanso nas tubulações, Equação 19.

$$d_i \geq d_{i-1} \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad \text{Equação 19}$$

4.4 Teoria dos grafos

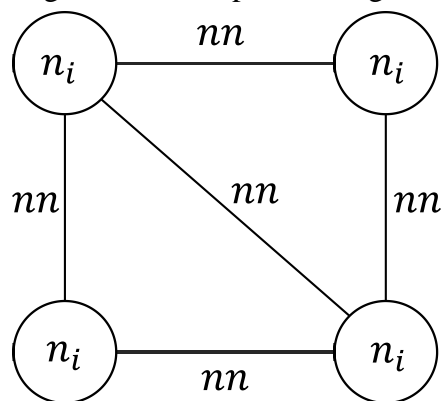
A teoria dos grafos auxilia no processo de representação do sistema da rede de esgoto em uma linguagem matemática, facilitando o processo de programação computacional para que possa ser realizado o processo de otimização.

A representação se dá por um conjunto de pontos, nós ou vértices e um conjunto de ligações, arcos ou arestas. Dessa maneira, busca-se encontrar a disposição de ligações que proporcione o melhor traçado e, assim, o menor custo (JURKIEWICZ, 2017).

4.4.1 Teorema dos grafos e o sistema de esgotamento

Um grafo G é formado por um par $(V(G), A(G))$, sendo que $V(G)$ é o conjunto de vértices (“*vertex*” ou “*node*”) não vazio e $A(G)$ uma família de pares não ordenados de vértices formando arestas (“*edge*” ou “*link*”). Tem-se o conjunto V , dos vértices e A , as arestas, sendo os vértices os nós e as arestas as ligações entre os nós. Na Figura 15 é apresentado um exemplo de um grafo orientado em que n_i são os vértices e $nn(i, j)$ ou $nn(j, i)$ as arestas do grafo de sentidos opostos, sendo n_j qualquer outro n_i que não seja ele mesmo (PSHIKHOPOV, 2017). Para este trabalho será chamado de grafo base todas as ligações possíveis para um traçado de rede de esgoto e não direcional.

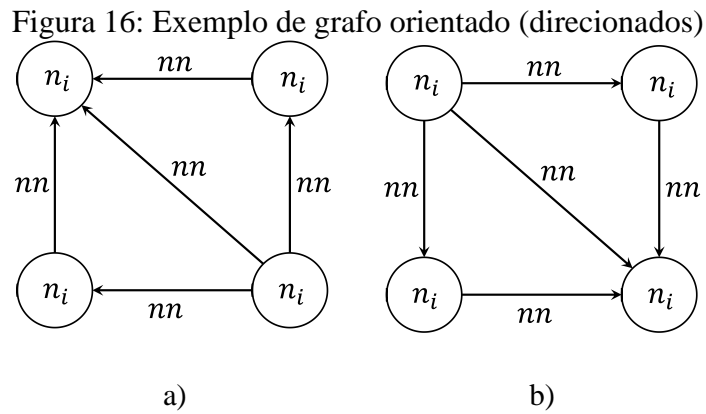
Figura 15: Exemplo de um grafo



Fonte: Adaptado de (VILLIERS, 2018)

O arco pode ser classificado como direcional ou não direcional (ou bidirecional). O arco direcional é representado por um nó inicial e final junto com uma seta (“*arrow*”), indicando a direção, como representado na Figura 16. Para o arco não direcional somente é representado a

ligação entre os nós, indicando a possibilidade do sentido ser em um dos dois sentidos. (SHI et al., 2018)



Fonte: Adaptado de (VILLIERS, 2018)

A forma de manipulação e representação das redes de fluxo ou teoria dos grafos, podem ser representadas de quatro formas. O processo de otimização utiliza estas representações para descrever as condições geométricas em uma linguagem matemática, possibilitando um processamento computacional (AHUJA; MAGNANTI; ORLIN, 1993). Na Figura 17 é possível observar as características básicas de cada uma das representações e as possibilidades, sendo n o número de nós e m o número de arcos.

Figura 17: Comparação entre as representações de rede de fluxo

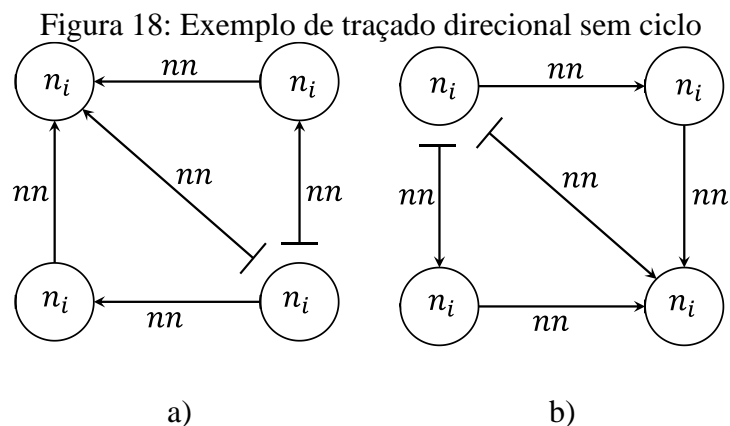
Representações de rede	Armazenamento	Características
Matriz incidente Nó – Arco	nm	<ol style="list-style-type: none"> 1. Baixo armazenamento 2. Manipulação complexa 3. Representa a matriz de restrição do problema de custo mínimo
Matriz adjacente Nó – Nó	kn^2 sendo k constante	<ol style="list-style-type: none"> 1. Adequado para redes densas 2. Fácil implementação
Lista Adjacente	$k_1n + k_2n$ sendo k_1 e k_2 constantes	<ol style="list-style-type: none"> 1. Capacidade de armazenamento suficiente 2. Fácil manipulação 3. Adequado para redes densas e esparsas
Estrela reversa	$k_3n + k_4m$ sendo k_3 e k_4 constantes	<ol style="list-style-type: none"> 1. Capacidade de armazenamento suficiente 2. Manipulação média complexidade 3. Adequado para redes densas e esparsas

Fonte: Adaptado de (AHUJA; MAGNANTI; ORLIN, 1993)

A escolha da direção tem grande impacto no custo da rede de esgoto, especialmente em relação às condições topográficas. Conforme aumenta a quantidade de arestas, o problema se torna mais complexo, aumentando também o número de combinações possíveis das direções e seccionamentos.

No caso do sistema de esgotamento, essa ponderação é feita levando em conta as características do sistema, como o diâmetro, comprimento, profundidade, declividade, entre outros fatores. Ao contrário da instalação anelar, a tubulação é implementada utilizando a configuração do tipo árvore, para garantir o escoamento hidráulico ocorra por gravidade, com escoamento livre e um único caminho possível entre cada ponto ou trecho de contribuição e o ponto de saída. A rede coletora deve apresentar uma cadeia na qual os arcos passem pelos nós coletando o esgoto até o ponto de saída.

Na Figura 18, é possível observar que as arestas são desconectadas para que os nós a montante e os arcos sejam cortados (indicado pela linha de corte “|”, perpendicular ao arco), garantindo um traçado ramificado para o sistema de coleta de esgoto.



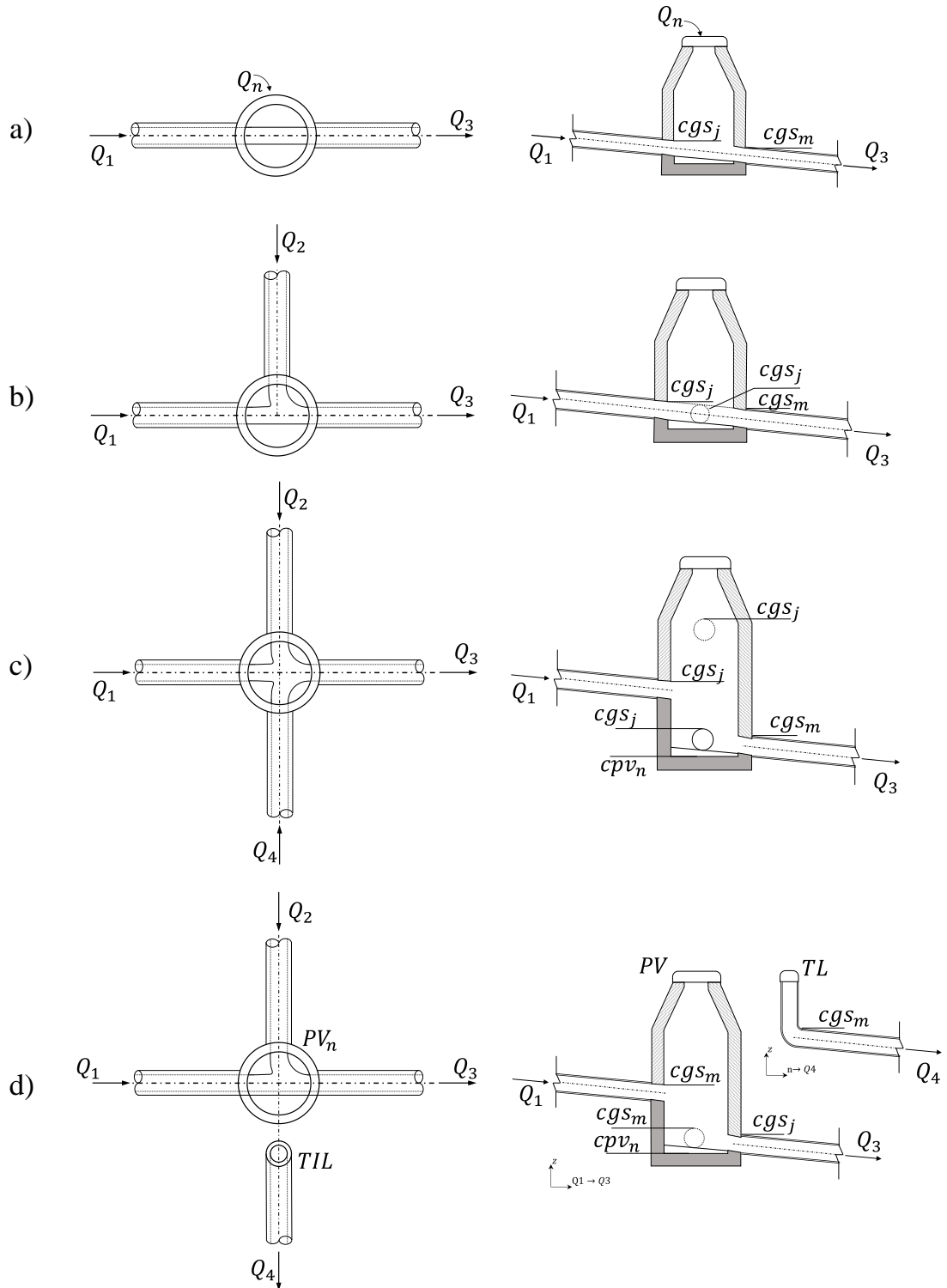
Fonte: Adaptado de (VILLIERS, 2018)

As representações das direções e dos sentidos desempenham um papel fundamental na simplificação do processo de projeto e na determinação das variáveis do problema para a programação algorítmica. Dessa forma, é possível contemplar diferentes configurações de ligações entre nós (pontos de visita - PVs) e arcos (tubulações).

Ao se analisar um único PV, é possível estudar os trechos que chegam e saem do mesmo. Na Figura 19 (a) e (b), é possível observar a presença de trechos que chegam na mesma cota e apresentam uma saída de mesma cota. Já na Figura 19 (c), são apresentadas diversas possibilidades de trechos que chegam em cotas diferentes, porém, com uma saída na cota do trecho mais baixo. Na Figura 19 (d), são apresentados dois sentidos diferentes, com uma saída

do mesmo PV em uma cota mais baixa e outro trecho em uma cota mais elevada, iniciando em um terminal de inspeção e limpeza (TIL).

Figura 19: Algumas possibilidades de ligações de trechos ao PV



Fonte: Adaptado de (WEF/ASCE, 1992)

4.4.2 Condições do traçado nos problemas de otimização para rede de esgoto

Para que a rede de esgoto possa ser dimensionada, é necessário que o traçado do sistema de coleta apresente um direcionamento baseado nas condições espaciais do terreno e do planejamento urbano. O traçado deve ser composto por todos os nós conectados por meio das tubulações, sem apresentar anéis, e considerando que cada nó terá somente uma saída. O objetivo é obter um traçado final em formato de rede ramificada para coleta do esgoto por gravidade, priorizando a análise hidráulica sem o uso do sistema de bombeamento, visando a otimização do processo (VILLIERS, 2018).

4.4.2.1 Layout da rede ramificada - binário

A rede coletora de esgoto é considerada um sistema de escoamento por gravidade, no qual cada Poço de Visita (PV) apresenta apenas uma saída, resultando em um sentido único de escoamento.

Para o projeto da rede de esgoto, é necessário avaliar possíveis traçados que não formem anéis, partindo de um grafo base. Essa restrição pode ser representada matematicamente pela Equação 20, que considera " n " nós e determina se o trecho está direcionado de um nó para outro ou o inverso, garantindo que cada nó tenha apenas um trecho de saída, com exceção do nó final. Dessa forma, é possível determinar qual dos dois sentidos ocorrerá entre dois PVs (VILLIERS, 2018).

Para representar os sentidos de escoamento no grafo base, é utilizada uma variável binária $X_{i,j}$, sendo i e j a representação dos nós, o subíndice i, j indica o sentido de ligação entre os nós. Para um trecho existente no grafo base, a soma entre as duas possibilidades de sentido, $X_{i,j} + X_{j,i}$ é igual a 1, aplicando valores de 0 para uma delas e 1 para outro, ou vice-versa, como representado na Equação 20.

$$\begin{aligned} X_{i,j} + X_{j,i} &= 1 \quad \forall i, j \in \{1, \dots, n\} \\ \sum_{i=j}^n X_{ij} &= 1 \quad \forall j \in \{1, \dots, n\} \wedge j \neq s \end{aligned} \quad \text{Equação 20}$$

Considerando:

X – O arco a ser analisado, variável binária;

i e j – nós de ligação entre o arco analisado;

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se no trecho houver fluxo de } i \text{ para } j \\ 0 & \text{para os outros casos} \end{cases}$$

Em consequência, a Equação 20 impõe uma restrição ao selecionar apenas um sentido de escoamento no trecho para o processo de otimização. As restrições para a escolha do trecho estão relacionadas às condições de dimensionamento, incluindo vazão, declividade, profundidade, diâmetro e nível da lâmina de esgoto, de acordo com a seção 5.1.

4.5 Otimização do traçado da rede de esgoto

Para otimizar o traçado da rede de esgoto, é utilizada uma análise matemática combinatória baseada em conceitos da teoria dos grafos e otimização discreta não linear. O processo de otimização envolve definir os critérios de otimalidade que refletem diretamente ou indiretamente os custos de construção do sistema de esgoto, desenvolver um algoritmo eficiente que seja capaz de gerar e avaliar todos os layouts viáveis para a rede em consideração e aplicar um método de otimização apropriado para identificar o melhor layout entre as inúmeras configurações viáveis sujeitas às restrições relevantes (HAGHIGHI, 2013).

No processo de otimização, as condições hidráulicas do sistema de coleta de esgoto, como profundidade de instalação e declividade, devem ser avaliadas em conjunto com as diversas combinações possíveis, a fim de reduzir custos e garantir o bom funcionamento do sistema (LOUCKS; BEEK, 2017).

Cada projeto de otimização apresenta características singulares e deve atender às restrições associadas às variáveis, como diâmetro comercial, profundidade mínima das tubulações e velocidades mínimas ou máximas, que são expressas em equações ou inequações matemáticas (QUINTEIRO, 2012).

Podem existir diferentes abordagens para o processo de otimização, como redução de riscos de extravasamento do esgoto, aumento da vazão do esgoto coletado, redução da obra e custos operacionais. Dessa maneira, o projeto do sistema de coleta de esgoto pode ser considerado um problema de otimização em função de múltiplos objetivos ($f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_k(x)$), sendo que k é o número de funções objetivas a serem resolvidas (COELLO et al., 2007; QUINTEIRO, 2012).

O vetor função objetivo $F(x)$ depende de diversas condições que podem ser representadas conforme a Equação 21.

$$F(x) = [f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_k(x)] \quad \text{Equação 21}$$

Sendo assim, a função $F(x)$ é definida como sendo o menor valor (ou o maior) relacionado às equações $g_i(x) = 0$, $i = 1, \dots, m$, e inequações $h_j(x) \leq 0$, $j = 1, \dots, p$, considerando que x é a variável de decisão com n possibilidades.

4.5.1 Programação dinâmica (PD)

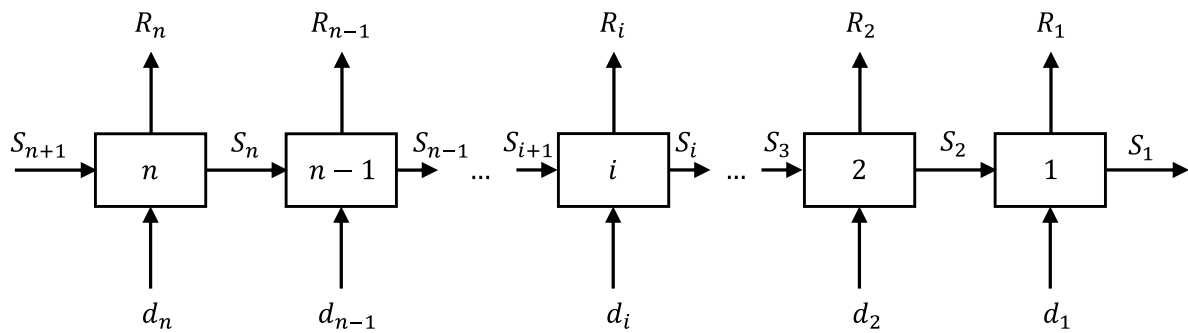
A programação dinâmica (PD) é uma estratégia que consiste na decomposição de um problema de otimização original em um conjunto de subproblemas menores, cada um dos quais deve ser resolvido antes que a solução global ideal para o problema original possa ser determinada. Essa abordagem visa otimizar cada subproblema individualmente e, em seguida, combiná-los para obter a solução global ótima (LOUCKS; BEEK, 2017).

A decomposição em múltiplos estágios de decisão é otimizada em cada estágio, com a consideração de que cada estágio otimizado é irrelevante e o objetivo final é abordado como o problema global. Portanto, o problema é decomposto e otimizado em uma análise de multivariáveis interconectadas em uma sequência de subproblemas que podem ser resolvidos serialmente (RAO, 2009).

Um sistema dinâmico pode ser definido como um conjunto seriado de elementos em que cada elemento possui entrada e saída, e apresenta comportamento temporal. Este sistema pode ser representado por equações diferenciais que descrevem as relações entre as variáveis de estado ao longo do tempo. O sistema pode ser linear ou não-linear, discreto ou contínuo, determinístico ou estocástico, e as funções de transformação que alteram as variáveis de estado são acompanhadas por decisões que modificam o comportamento dos elementos do sistema (MAGALHÃES, 1995).

A Figura 20 exhibe esquematicamente as variáveis de estado S_i no estágio inicial i , com os valores modificados S_{i+1} com a decisão d_i e um retorno R_i (contribuição do estágio em questão).

Figura 20: Representação do Sistema Dinâmico



Fonte: Adaptado de (MAGALHÃES, 1995)

Sendo:

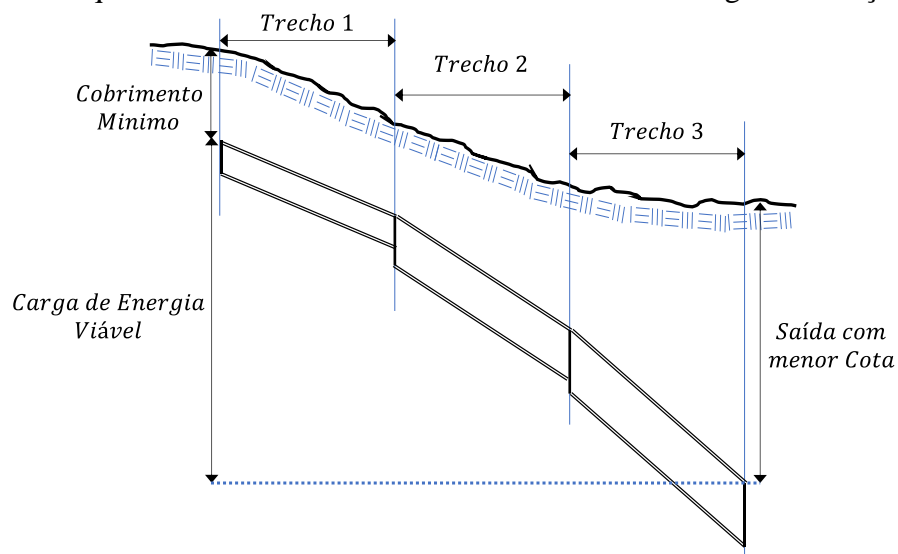
S_i - Variável de estado, início de estágio modificado para depois do estágio;

d_i - Decisão que modifica o estado;

R_i - Respectiva contribuição do estágio à função do Objetivo.

Desta maneira, a rede de esgoto apresenta a variável vazão com um comportamento dinâmico, que varia dependendo do traçado estabelecido. A variação da vazão nas tubulações é definida pela diferença entre a menor linha da carga de energia viável, apresentando menor elevações entre a entrada e saída da rede de esgoto. Os poços de visita (PVs) a montante são fixados em profundidades mínimas. Para o traçado de uma rede de esgoto, considerando uma seção cheia, assume-se a linha de energia como sendo o topo da tubulação, representado na Figura 21, (MAIN, 1975).

Figura 21: Esquema de um Perfil de um sistema de coleta de esgoto em seção cheia



Fonte: Adaptado de (MAIN, 1975), sem escala.

O processo de programação dinâmica tem início no trecho 1 e no ponto a jusante da tubulação. Para cada trecho, são calculadas as variáveis de decisão e verificadas em função das condições limites. As condições de vazão e energia são transmitidas para os trechos seguintes até o final da rede, com alinhamento da geratriz superior de cada trecho.

4.5.2 Programação linear (PL)

A programação linear (PL) é um método de otimização utilizado para solucionar problemas em que a função objetivo e as condições de contorno se apresentam como funções lineares das variáveis de decisão e restrições. As restrições podem estar na forma de equações ou inequações (RAO, 2009).

A função objetivo de um problema em que se pretende minimizar a solução (S), em função de uma variável x , em função de inequações e restrições (b) e valores de proporcionalidade (A e c), Equação 22.

$$\begin{aligned} \min S(x) &= c^t \cdot x \\ \text{Sujeito a: } A \cdot x &\leq b \\ x &\geq 0 \end{aligned} \qquad \text{Equação 22}$$

De acordo com a teoria da programação linear (PL), a solução ótima de uma função linear, cujo espaço de soluções viáveis ou região factível forma um poliedro convexo, é encontrada em pelo menos um dos seus vértices. Quando há mais de um vértice, a solução é encontrada em todos os pontos pertencentes à combinação convexa desses vértices.

A PL apresenta dois problemas conhecidos como "primal" e "dual". Se a solução ideal de qualquer um dos problemas é conhecida, a solução ideal para o outro pode ser facilmente obtida. O problema "dual" é obtido pela transposição das linhas e colunas do problema primal, incluindo as condições da função objetivo na qual as inequações são invertidas, maximizando ao invés de minimizar ou vice-versa (KOCHENDERFER; WHEELER, 2019).

O método SIMPLEX, desenvolvido por George B. Dantzig em 1947, transforma inequações em equações por meio da inclusão de variáveis de folga e variáveis não básicas. As variáveis não básicas são estabelecidas para permitir a determinação das variáveis básicas. Quando os limites são menores que zero, a inequação é multiplicada por -1 para transformá-la em uma forma padrão e, posteriormente, introduzir a variável de folga (NASH, 2000).

Quando são aplicados valores nulos para as variáveis não básicas e se obtém valores não negativos para as variáveis básicas, tem-se então as soluções básicas viáveis (ou soluções básicas). Caso contrário, a solução é inviável. Se alguma solução básica for nula, obtém-se uma solução básica degenerada, sendo necessário substituir as variáveis básicas nulas por variáveis não básicas (BELEGUNDU; CHANDRUPATLA, 2019).

Dessa maneira, o método SIMPLEX busca a solução ótima na fronteira da região factível definida pelas restrições, testando cada vértice viável a outro adjacente, até não haver mais progressões.

4.5.3 Programação não linear (PNL)

Em alguns problemas de otimização, as restrições não são declaradas em termos explícitos das variáveis do projeto ou da função objetivo, o que torna a manipulação dos dados mais complexa. Nesses casos, é necessário utilizar métodos para determinar a solução ótima (BELEGUNDU; CHANDRUPATLA, 2019).

A programação não linear é representada matematicamente pela função objetivo (S) em função de x e as restrições. Na PNL, a função objetivo e/ou as restrições são não lineares (h_j e g_j), representadas na Equação 23.

$$\begin{aligned} & \min S(x) \\ \text{Sujeito a: } & h_j(x) = 0, j = 1, 2, \dots, m \\ & g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad \text{Equação 23}$$

Para lidar com essa complexidade, são utilizados métodos para determinar a solução, sendo que $h_j(x)$ apresenta m restrições de igualdade e $g_j(x)$ apresenta p restrições de desigualdade.

Existem dois tipos de métodos aplicáveis: por eliminação e por interpolação. Os métodos de eliminação incluem busca irrestrita, busca exaustiva, busca dicotômica, método da bissecção, Fibonacci, método da seção Aurea, comparação e eliminação e Lagrangeana. Já os métodos por interpolação são interpolação quadrática, interpolação cúbica, raízes reais, Quase-Newton e método das secantes.

Os métodos não lineares buscam linearizar localmente a fronteira da região viável, gerando restrições lineares. Alguns modelos utilizam funções quadráticas e outros, funções lineares, assim, a programação linear e a quadrática são auxiliares na solução de problemas não lineares.

4.5.4 Programação inteira

Alguns problemas de otimização não permitem valores fracionados, uma vez que eles não são aplicáveis fisicamente. Fazer o arredondamento de algumas variáveis pode gerar mudanças significativas em outras, o que pode levar a uma solução que satisfaz as restrições,

mas que está longe do ideal. A programação inteira pode evitar esses problemas de arredondamento e aproximação (RAO, 2009).

Quando todas as variáveis de um problema de otimização são restritas a aceitar somente valores inteiros, ele é chamado de problema de programação com números inteiros. Se algumas variáveis são inteiras e outras contínuas, o problema é chamado de problema de programação com números inteiros mistos (RAO, 2009).

Quando todas as variáveis de um problema de otimização podem assumir apenas valores de zero ou um, o problema é chamado de problema de programação binária. Para resolver problemas de programação linear com números inteiros e com números inteiros mistos, os algoritmos de plano de corte de Gomory e de ramificação e limite de Land e Doig são amplamente utilizados. Embora os problemas de programação linear binária possam ser resolvidos pelo plano geral de corte ou pelos algoritmos de desvio e ramificação, Belegundu desenvolveu um algoritmo enumerativo eficiente para resolver esses problemas (BELEGUNDU; CHANDRUPATLA, 2019).

Há menos trabalhos realizados na área da programação não linear inteira. Entre os métodos disponíveis, destacam-se o método da função de penalidade generalizada e o método de programação inteiro linear sequencial (discreto), que podem ser usados para analisar problemas de programação não linear com números inteiros e números inteiros mistos (STEELE et al., 2016; ALFAISAL; MAYS, 2022; DUQUE et al., 2022).

4.5.5 Programação inteira mista

A programação inteira mista (PIM) é caracterizada pela existência de variáveis contínuas e inteiras. As variáveis internas de decisão formam uma dicotomia (por exemplo, instalar ou não instalar determinada tubulação) e são chamadas de variáveis binárias, assumindo valores de 0 ou 1. (MORYADEE, 2017)

As variáveis que assumem valores elevados, tratados como variáveis contínuas (relaxadas), têm a solução ótima arredondada para o número inteiro mais próximo, podendo resultar em uma solução subótima.

Os problemas PIM podem apresentar equacionamentos diferentes, podendo se classificar conforme o tipo de equação. Quando um problema é linear na função objetivo e nas restrições, tem-se o caso de um problema linear inteira mista (PLIM). Se apresentar relações não lineares na função objetivo ou nas restrições, tem-se um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM) (RAO, 2009; BELEGUNDU; CHANDRUPATLA, 2019; KOCHENDERFER; WHEELER, 2019).

4.5.6 Programação linear inteira mista (PLIM)

Os problemas de programação linear inteira mista (PLIM), como mencionado anteriormente, utilizam variáveis inteiras, sendo comum o caso particular de variáveis binárias, podendo ser representadas pelas equações matemáticas da Equação 24.

$$\begin{aligned} \min S(x, y) &= c^T \cdot x + d^T \cdot y \\ \text{Sujeito a: } & A \cdot x + B \cdot y \leq b \\ & x \geq 0 \\ & x \in X \subseteq R^n, \quad y \in Y = \{0,1\}^q \end{aligned} \quad \text{Equação 24}$$

Com um determinado valor para o vetor y , o problema se torna uma função linear (PL), dessa maneira, aplicando o método de busca exaustiva (ou enumeração), é possível testar as possibilidades de combinações de variáveis binárias para os elementos do vetor y , como possíveis soluções do problema. No entanto, dependendo da robustez do problema, esse procedimento pode consumir muita memória e ser complexa no processo de cálculo.

4.5.7 Programação não linear inteira mista (PNLIM)

A representação do equacionamento de problemas não lineares com variáveis binárias pode ser escrita na Equação 25.

$$\begin{aligned} \min S(x, y) \\ \text{Sujeito a: } & h_j(x, y) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \\ & g_j \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, p \\ & x \in X \subseteq R^n, \quad y \in Y = \{0,1\}^q \end{aligned} \quad \text{Equação 25}$$

Considera-se a variável y como binária, assim como na Programação Linear Inteira Mista (PLIM), porém com equacionamento não linear na função objetivo ou nas restrições.

Para esta pesquisa, optou-se pela PNLIM, que permite testar as possibilidades de traçado da rede de esgoto de forma binária. Ou seja, determina-se se o escoamento no trecho nn ocorre do nó i para j ou de j para i , levando em consideração os parâmetros de diâmetro da tubulação,

velocidade de escoamento, altura da lâmina de água e declividade da tubulação, que interfere na cota de assentamento de montante e jusante do tubo.

Ao analisar as diversas combinações dessas variáveis, é possível estabelecer a condição de menor custo que garanta as restrições de projeto. Assim, determina-se a direção e o sentido do escoamento, o diâmetro da tubulação e as cotas para execução do empreendimento.

4.5.8 Programação disjuntiva generalizada (PDG)

A programação disjuntiva, proposta por (BALAS, 1985), é uma técnica que envolve várias variáveis booleanas e contínuas, as quais são especificadas na forma de restrições algébricas, proposições lógicas e disjunções, sendo uma forma alternativa de representação para a formulação tradicional. Essa metodologia se apresenta como uma alternativa para a resolução de problemas do tipo PNLIM, que consiste em representar as decisões discretas no espaço contínuo juntamente com as disjunções generalizadas (RAMAN; GROSSMANN, 1994).

Quando aplicado ao problema de design de redes de esgoto, o método do *BigM* consiste em envoltórias convexas juntamente com envoltórias de relaxamento no espaço de busca (r). A principal vantagem desse método é a possibilidade de redução do espaço de busca, resultando em menor esforço computacional. Porém, essa redução é acompanhada do aumento do número de variáveis e restrições em relação ao problema original, o que pode tornar o método mais complexo para a solução de problemas maiores ou mais complexos (LEE; GROSSMANN, 2000; TRESPALACIOS; GROSSMANN, 2015)

Cabe ressaltar que a variável binária y tem uma correspondência com a variável booleana Y . A última expressão citada fornece o valor mais adequado para os parâmetros M , em que x_i e x_s representam os limites inferior e superior da variável x , respectivamente. A formulação do método do *BigM* segue a abordagem de Grossmann (2015), descrita na Equação 26.

$$\begin{aligned} & \min f(x) \\ \text{Sujeito a: } & g(x) \leq 0 \\ & r(x) \leq M(1 - y(nn)) \end{aligned}$$

$$\sum_{(n,np) \in nn} y(nn) = 1$$

$$y(nn) \in \{0,1\}$$

$$x_i \leq x \leq x_s$$

Equação 26

A programação disjuntiva generalizada apresenta uma função objetivo que utiliza uma variável contínua (x) e um relaxamento (r) do espaço de busca que está diretamente relacionado à variável de busca. A variável *BigM* (M) deve ser grande o suficiente para que o valor associado à busca tenha restrições redundantes.

5 Sistema geral de modelagem algébrica (GAMS)

O “*General Algebraic Modeling System*” (GAMS) é uma ferramenta que oferece uma linguagem de alto nível para a representação compacta de modelos com grandes quantidade de variáveis e alta complexidade, facilitando alterações simples e seguras nas especificações do modelo e permitindo uma descrição do modelo independente do algoritmo de solução (GAMS, 2019).

Esse software incorpora práticas de manipulação de bancos de dados inter-relacionados juntamente com a programação matemática, com o objetivo de auxiliar no processo de modelagem estratégica. O banco de dados fornece recursos de organização e transformação de dados, enquanto a programação matemática proporciona maneiras de escrever problemas de vários métodos, formando assim um conjunto para facilitar o processo de solução de problemas. Dessa forma, o GAMS é capaz de modelar sistemas complexos que permitem atualizações de dados sem comprometer a programação (STEELE et al., 2016).

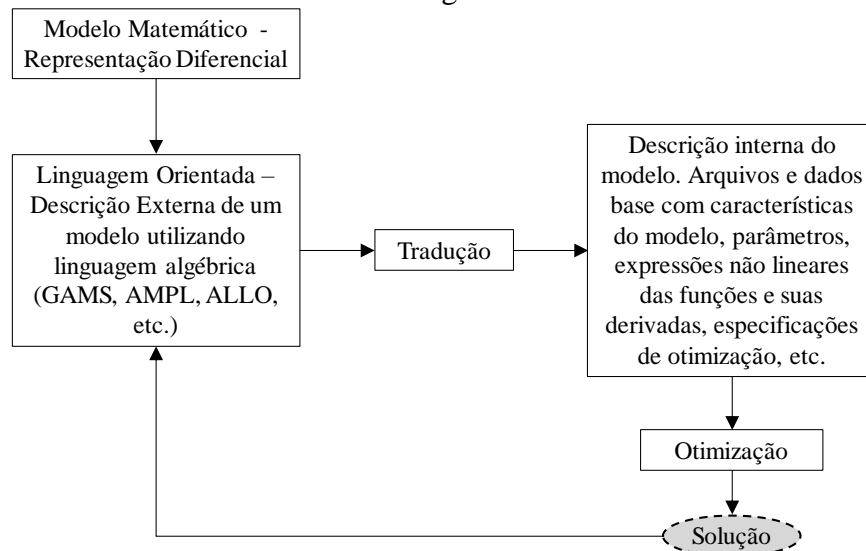
O desenvolvimento de modelos matemáticos é um processo complexo que envolve o mapeamento entre objetos reais, simbólicos e representações matemáticas. Após o desenvolvimento dos modelos, na maioria das vezes, é necessário realizar correções para proporcionar interação e semelhança entre a representação matemática e a solução de problemas reais (SOROUDI, 2017).

O GAMS é compatível com uma variedade de “*solvers*” ou programas que resolvem problemas de programação matemática gerados por modelos de pesquisa operacional. Ele inclui otimizadores lineares, não lineares, sistemas simultaneamente lineares e não lineares, e inteira mista linear e não linear, entre outros (GAMS, 2019).

Esse programa utiliza linguagem algébrica (com a ajuda de uma linguagem orientada, que usa a representação algébrica-diferenciável) para auxiliar no processo de modelagem. Posteriormente, essa linguagem é traduzida para as características do modelo, permitindo assim

realizar a otimização e determinar as soluções. Na Figura 22 é apresentado o esquema de modelagem para otimização não linear com base em linguagens orientadas algebricamente.

Figura 22: Esquema de modelagem de otimização não linear baseada em linguagens orientadas algebricamente



Fonte: Adaptado de (ANDREI, 2010)

A linguagem algébrica é uma forma de programação declarativa que enfatiza o problema e sua análise, ao contrário da programação imperativa tradicional, que se baseia na especificação dos passos que um programa deve seguir para atingir um estado desejado. A programação imperativa permite o uso de procedimentos como estruturação, métodos e sub-rotinas (ANDREI, 2010).

Uma das vantagens de usar o GAMS para modelos de otimização matemática é que ele não requer alta capacidade de especificações computacionais, pois apresenta mais de 50 “*solvers*” diferentes pré-programados que permitem analisar problemas lineares, não lineares, contínuos, discretos ou binários e muitas outras combinações. Além disso, permite a inserção de programação em outras linguagens, como C, C++, Python e Fortran (GIRALDO, 2017).

Com a utilização desses programas externos, “*solvers*” ou otimizadores e com a utilização da programação algébrica, é possível que o usuário separe as tarefas de formulação e resolução, tornando fácil a alteração entre eles. Desta maneira, selecionando otimizadores diferentes, pode-se obter soluções diferentes (ANDREI, 2010).

Os principais recursos e mais importantes do software GAMS são os recursos simultâneos de programação e otimização, apresentando fácil codificação, usando caixas de ferramentas predefinidas. O software apresenta a capacidade de resolver modelos matemáticos

de relativamente larga escala e, também, resolver modelos usando diferentes solucionadores (GAMS, 2019).

De acordo com Andrei (2010), outra vantagem importante das linguagens de modelagem orientadas algebricamente é que esta ferramenta distingue claramente a estrutura do modelo, que contém apenas parâmetros, mas não os dados, e a instância do modelo em que os parâmetros são substituídos por um conjunto específico de dados. Os principais recursos das linguagens de modelagem orientadas algebricamente são devido a representação puramente declarativa do modelo, separação clara entre a formulação do modelo e a sua resolução e a separação objetiva entre a estrutura e os dados do modelo (ANDREI, 2010).

Assim, a utilização do GAMS para este trabalho tem por função descrever as equações de contorno, permitindo maior grau de liberdade das variáveis, possibilitando aplicar em situações diversas. Entretanto, quanto maior o grau de liberdade, mais complexa se torna a declaração do problema.

Importante salientar que a programação algébrica proposta não utiliza uma declaração de um pós-processamento. A proposta da pesquisa é propor uma representação algébrica única em que o otimizador possa varrer as composições de possibilidades, varrendo os ótimos locais e assim determinar o ótimo global. Solucionando simultaneamente a determinação da topologia, as condições hidrodinâmicas e normativas brasileiras para o sistema de coleta de esgoto.

5.1 Modelo de otimização

A determinação do traçado no sistema de coleta de esgoto sanitário consiste em escolher um tubo de diâmetro ótimo para transportar o esgoto, levando em consideração que para cada junção, ocorre um acréscimo na vazão de esgoto, sendo necessário ajustar as cotas de assentamento e a velocidade de escoamento até que se alcance o ponto final da rede.

A metodologia proposta tem como objetivo encontrar o traçado ótimo da rede de esgoto que satisfaça, de forma integrada, o menor custo de tubulação e de escavação, considerando as condições hidráulicas para escoamento livre e as normas vigentes.

A metodologia é dividida em cinco subproblemas, que são:

1. Determinação do traçado da rede;
2. Determinação das vazões para cada trecho;
3. Seleção dos diâmetros em cada trecho;
4. Determinar outras variáveis hidráulicas representando o escoamento a seção livre;
5. Determinar as condições de assentamento da tubulação, relacionando declividade e as cotas de montante e jusante; e
6. Determinação do menor custo.

A formulação deve contemplar todas as possíveis combinações de traçados, diâmetros e as demais variáveis envolvidas no problema.

5.1.1 Otimização do modelo no GAMS

A programação algébrica para resolução do problema foi realizada utilizando o software GAMS na versão 22.5. A formatação exigida pelo GAMS requer que sejam declarados primeiro os domínios (SETS), seguidos pelos parâmetros (PARAMETERS), valores escalares (SCALARS) e tabelas (TABLES). Em seguida, são definidas as variáveis (VARIABLES) e as equações (EQUATIONS) envolvidas no problema. Por fim, o modelo é construído (MODEL) e otimizado (SOLVER) para obter a solução desejada.

5.1.1.1 Domínio – “SET”

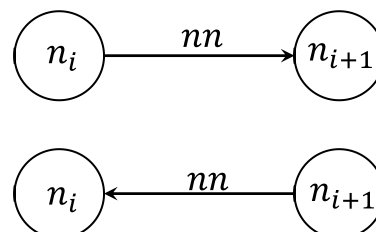
O domínio (SET) consiste nos conjuntos de informações que descrevem o problema. Para a rede de esgoto, foram considerados os nós, sendo os Poços de Visita (PV), os arcos, representando as tubulações conectadas aos PVs, os diâmetros comerciais e o PV final da rede. Para este trabalho, foi considerada a definição do nó de saída, ou seja, o final da rede, considerando também as condições para a expansão da rede de esgoto, incluindo a possibilidade de um local de conexão.

SETs

<i>Nodes (n)</i>	Nós (PVs) da rede de coleta de esgoto;
<i>Arc (nn)</i>	Possíveis ligações entre os nós (Tubos);
<i>Diameters (d)</i>	Diâmetros comerciais;
<i>ArcDiam (nnd)</i>	Relação dos arcos com os diâmetros; e
<i>End (si)</i>	Saída da rede.

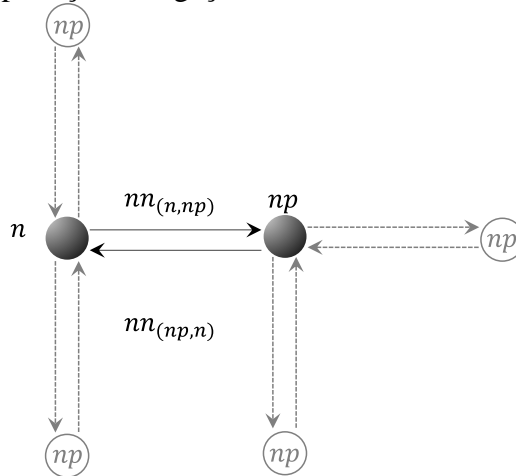
No âmbito do estudo em questão, é necessário declarar a quantidade de nós que serão avaliados no conjunto “Nodes”. Cada nó é identificado por um prefixo “n” seguido de um numeral (ex. “n1”). O conjunto “Arc”, representado por “nn”, descreve as possíveis conexões entre os nós, neste trabalho será representado pela sequência entre dois nós (ex. “n1, n2”). o entanto, o sentido do fluxo entre os dois nós ocorre conforme declarado de n_i para n_{i+1} ($n_i n_{i+1}$), ou o sentido contrário (n_{i+1}, n_i), como ilustrado na Figura 23.

Figura 23: Exemplo possibilidade de ligação entre dois nós



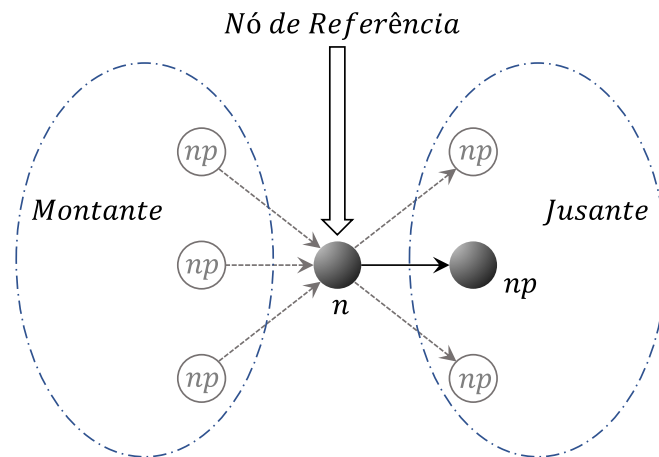
Ao ampliar a quantidade de nós e suas possíveis ligações, o problema em questão torna-se mais complexo, exigindo que se avalie trecho a trecho, como pode ser observado na Figura 24.

Figura 24: Interpretação da ligação entre dois nós em um cenário



Matematicamente, cada um dos nós pode ser estudado e avaliado de forma individual dentro de um conjunto “*Nodes*”. Selecionando um nó “*n*” e o próximo nó “*np*”, é possível considerar uma relação entre eles, que para este trabalho será considerada como uma ligação utilizando uma tubulação, representando o trecho (n, np) . O conjunto “*np*” representa qualquer nó que não seja o nó selecionado previamente e que apresente relação previamente declarada no conjunto “*Arc*”, como representado na Figura 25.

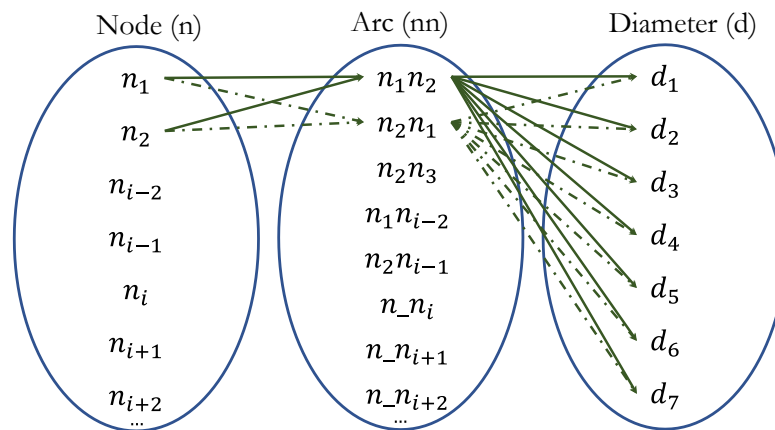
Figura 25: Demonstração gráfica da ligação entre os nós



No modelo proposto, o conjunto $Diameters = \{D_1, D_2, D_3, \dots, D_i\}$ é a relação de diâmetros comerciais, sendo os índices i a sequência de diâmetros do menor para o maior: $D_{min} = D_1 < \dots < D_i = D_{max}$. Para a cada trecho, é possível escolher um dos diâmetros comerciais presentes no conjunto “*Diameters*”, para isso, é utilizado o conjunto *ArcDiam*, (n, np, d) .

Essa abordagem permite a programação algébrica no GAMS, estabelecendo uma relação entre os conjuntos de arcos e diâmetros, garantindo que todos os trechos estejam relacionados a um diâmetro comercial. Dessa forma, foi possível testar todas as possibilidades de diâmetros comerciais para cada arco, representado na Figura 26.

Figura 26: Esquema de relação entre os conjuntos de nó, arco e diâmetro



5.1.1.2 Tabelas – “TABLES”

Os atributos de cada elemento de cada SET, definido neste trabalho, foram declaradas dentro de tabelas (TABLES). As informações apresentadas são a de localização dos PVs na superfície do terreno nas coordenadas (x, y, z) e também é possível declarar uma contribuição concentrada em cada um dos nós.

TABLE - node(dmd, x, y, z) Informações dos PVs;

x, y, z Coordenadas de cada PV na superfície do terreno (m);

contrib(n) Contribuição para a coleta da rede de esgoto ($L \cdot s^{-1}$).

A tabela também foi utilizada para compor conjuntos vazios das declarações iniciais (SET). Neste trabalho foi escolhido uma representação nó-nó, representando somente a matriz inferior, com uma manipulação de conjuntos foi possível replicar para a matriz superior e assim adicionar para o conjunto vazio de trechos “nn” em SET.

Comparando as duas maneiras descritas para inserir as informações do trecho, ou seja, declara a ligação entre os trechos de acordo com o item 5.1.1.1 e 5.1.1.2 respectivamente. No

item 5.1.1.1 apresenta uma declaração mais manual e pouco visual, no qual não proporciona uma fácil conferência. No item 5.1.1.2 é possível realizar a conferência de forma mais fácil e rápida pois é apresentado em forma de tabela.

É sugerido que se utilize a declaração direta trecho a trecho, quando é utilizado uma interface e uma programação que auxilie o processo de escrita, principalmente quando a rede a ser estudada é maior do que 25 nós. Para redes menores, quando não se tem o auxílio de uma programação e é realizado a declaração das informações direto no GAMS é recomendado que se utilize as tabelas, por serem mais intuitivas e fácil correção.

5.1.1.3 Constantes – “SCALAR”

As constantes consideradas neste trabalho foram declaradas em SCALAR, constantes como gravidade, peso específico do esgoto, coeficiente de rugosidade de Manning, relação da altura da lâmina de água em função do diâmetro e custo de execução da vala, desnível geométrico mínimo e máximo, velocidade mínima e máxima, largura da vala e constante “*BigM*”.

SCALAR

<i>Gravity</i>	Gravidade ($m \cdot s^{-2}$);
<i>roh</i>	Massa específica ($kg \cdot m^{-3}$);
<i>gamma</i>	Peso específico do esgoto ($N \cdot m^{-3}$);
<i>qt</i>	Vazão de contribuição do trecho por metro ($m^3 \cdot (s \cdot m)^{-1}$);
<i>mann</i>	Coeficiente de Rugosidade Manning para PVC;
<i>yd</i>	Porcentagem máxima do nível de água em relação ao diâmetro;
<i>DG_{min}</i>	Desnível geométrico mínimo;
<i>DG_{max}</i>	Desnível geométrico máximo;
<i>V_{max}</i>	Velocidade máxima;
<i>L_{vala}</i>	Largura da vala;
<i>BigM</i>	Constante “ <i>BigM</i> ” Determinação do diâmetro;
<i>k₁</i>	Coeficiente de máxima vazão diária (1,2); e
<i>k₂</i>	Coeficiente de máxima vazão horária (1,5).

Uma das abordagens exploradas foi o método do Grande-M ou, “*BigM*”, com o intuito de aperfeiçoar a aproximação e determinação do diâmetro da tubulação para um valor comercial previamente estabelecido. Isso foi necessário, porque as variáveis e equações hidrodinâmicas são variáveis naturais positivas. Dessa forma, este método proporciona maior confiabilidade no processo de arredondamento do diâmetro para o valor comercial imediatamente superior ao calculado.

5.1.1.4 Parâmetros – “PARAMETERS”

No GAMS é possível realizar cálculos por meio de equações e funções matemáticas que não estão diretamente relacionadas com o problema de otimização, também é possível extrair informações de tabelas e manipular dados. Como por exemplo, alterar unidades, calcular distâncias das coordenadas cartesianas, entre outras funcionalidades.

Para a utilização das informações declaradas nas tabelas, foi utilizado as propriedades dos parâmetros (PARAMETERS) para manipular estes dados e, assim, atribuir os valores correspondentes a cota do terreno, distancias entre os nós entre planos (XY, XZ e YZ) e diagonal (XYZ), declividade do terreno, diâmetro comercial, preço das tubulações e de escavação.

PARAMETERS

<i>DistX (nn)</i>	Distância entre os nós em relação ao eixo X (m);
<i>DistY (nn)</i>	Distância entre os nós em relação ao eixo Y (m);
<i>DistZ (nn)</i>	Distância entre os nós em relação ao eixo Z (m);
<i>DistXY (nn)</i>	Distância entre os nós em relação ao eixo XY (m);
<i>DistD (nn)</i>	Distância entre os nós na diagonal XYZ (m);
<i>qs_f</i>	Vazão de saída da rede;
<i>s(n)</i>	Vazão de saída da rede de esgoto;
<i>it (nn)</i>	Declividade do terreno ($m \cdot m^{-1}$);
<i>min_q</i>	Somatória das vazões na rede;
<i>ctn(nn)</i>	Cota do terreno de cada nó;
<i>ctm(nn)</i>	Cota do terreno a montante do trecho;
<i>ctj(nn)</i>	Cota do terreno a jusante do trecho;
<i>dc(d)</i>	Diâmetro comercial dimensão (m);

$pd(d)$	Preço de cada diâmetro comercial por unidade ($R\$ \cdot (m \cdot un)^{-1}$); e
$pe(d)$	Preço de escavação ($R\$ \cdot m^{-1}$).

5.1.1.5 Variáveis – “VARIABLES”

Atributos relacionados diretamente ao problema a ser estudado, que estão sujeitos a alteração de valor e principalmente são valores que além de descrever a situação são informações se pretende obter da condição ótima, são inseridas como variáveis.

As variáveis utilizadas para o estudo estão relacionadas diretamente aos trechos, ou seja, de um nó para outro (n, np). Outras variáveis correspondentes ao PV são relacionadas somente ao nó (n). Para as variáveis de otimização, essas não são atreladas as restrições, variáveis livres.

VARIABLES

$binn(n, np)$	Binário para o arco;
$binD(n, np, d)$	Binário para o diâmetro comercial no trecho;
$binnD(n, np, d)$	Binário para o diâmetro comercial em relação ao trecho anterior;
$binDC(n, np, d)$	Binário para o diâmetro comercial no início de trecho;
$qno(n, np)$	Vazão do trecho do nó “ n ” para o nó “ np ”;
$ql(n, np)$	Vazão de contribuição trecho por infiltração;
$qr(n, np)$	Soma das vazões de um nó para outro e de infiltração;
$dgm(n, np)$	recobrimento a montante;
$dgj(n, np)$	recobrimento a jusante;
$cgsn(n, np)$	Cota da geratriz superior da tubulação no trecho a montante;
$cgsj(n, np)$	Cota da geratriz superior da tubulação no trecho a jusante;
$ir(n, np)$	Declividade da Rede no trecho;
$lr(n, np)$	Comprimento da rede no trecho;
$dr(n, np)$	Diâmetro da rede no trecho;
$yd(n, np)$	Relação de altura da água e o diâmetro para cada trecho;
$ai(n, np)$	Ângulo de abertura da lâmina de água no tubo início de plano;
$af(n, np)$	Ângulo de abertura da lâmina de água no tubo fim de plano;
$ami(n, np)$	Área molhada do trecho início de plano;
$amf(n, np)$	Área molhada do trecho fim de plano;

$pmi(n, np)$	Perímetro molhado do trecho início de plano;
$pmf(n, np)$	Perímetro molhado do trecho fim de plano;
$rhi(n, np)$	Raio hidráulico do trecho início de plano;
$rhf(n, np)$	Raio hidráulico do trecho fim de plano;
$yri(n, np)$	Altura da lâmina de água no trecho início de plano;
$yrf(n, np)$	Altura da lâmina de água no trecho fim de plano;
$volesc(n, np)$	Volume de escavação do trecho;
$costd(n, np)$	Custo do diâmetro de cada trecho;
$coste(n, np)$	Custo de escavação de cada trecho;
$costtub$	Somatória dos custos de todas as tubulações;
$costval$	Somatória dos custos de escavação de todos os trechos;
$cost$	Somatória de todos os custos envolvidos; e
FO	Variável de minimização da função objetivo.

As variáveis foram classificadas em variáveis binárias sendo $binn$, $binD$ e as demais variáveis como positivas. Para as variáveis de diâmetro, cotas de assentamento foram declaradas restrições máximas e mínimas, conforme as condições de projeto.

Para a variável velocidade foi estabelecido um limite máximo de cinco metros por segundo e a tensão trativa de um pascal. A restrição de velocidade e tensão auxilia diretamente na simplificação da declaração do problema quanto a declividade mínima e máxima da tubulação segundo a NBR9649/86.

5.1.1.6 Equações – “EQUATIONS”

Na *EQUATIONS* é o local em que se relaciona as variáveis envolvidas no problema, como estão relacionadas por meio de equações e inequações; condições e restrições; atribuindo as determinações dos efeitos de conservação de massa, determinação do diâmetro comercial, declividade mínima e máxima, restrições da dinâmica e geométrica de escoamento (velocidade, tensão trativa, altura da lâmina de água, etc.) e condições legislativas e normativas.

Destaca-se que a principal dificuldade neste trabalho envolveu o desenvolvimento das equações neste item, pois a linguagem algébrica do GAMS necessita de uma formatação mais simplificada, porém que permita abranger efetivamente todas as possibilidades envolvidas. Evitando equações duplicadas que possam estar evidenciadas na literatura de forma diferente e

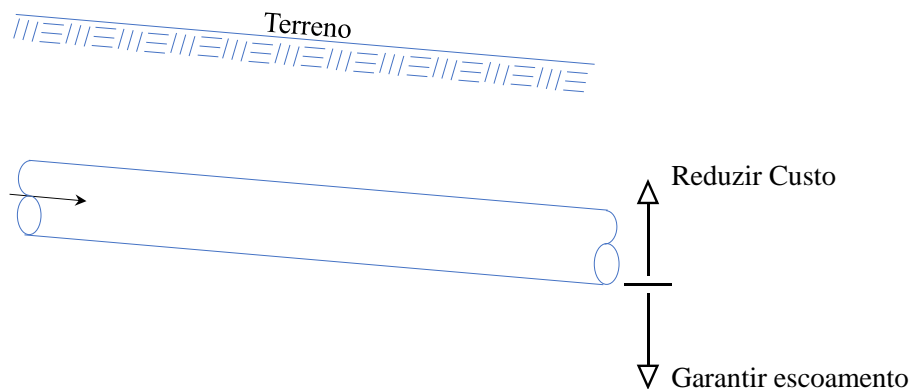
que apresentem fronteiras infactíveis, explicitar adequadamente as condições do problema, entre outras situações.

As equações desenvolvidas nesta pesquisa estão discriminadas e descritas iniciando com a função objetivo. Na sequência, dentre as possibilidades de ligações entre dois PVs, determinar uma, em função do fluxo de conservação de massa. Determinar o diâmetro de cada trecho, sendo um valor comercial. E atender as restrições hidrodinâmicas (geométricas e dinâmicas), em conformidade com as condições de execução e normativas. Como por exemplo, diâmetro sempre será maior ou igual ao anterior, declividade nunca ascendente, tensão trativa mínima, etc.

5.1.1.6.1 Função objetivo

A função objetivo desta pesquisa visa obter o menor custo de projeto, visando obter o menor diâmetro e menor escavação. No entanto, deve ser garantido condições mínimas para o escoamento com diâmetro e declividade suficientes. Na Figura 27, pode ser observado a importância de determinar o ponto de assentamento da tubulação, garantindo bom funcionamento e menor custo de escavação, sendo mais próximo da superfície do terreno.

Figura 27: Condições de custo em relação ao assentamento e escavação da tubulação



Aplicando a análise de otimização por meio da PNLIM, será possível determinar o traçado - dentre as possíveis condições desejadas - a de menor custo, considerando a determinação do traçado que irá apresentar menor escavação e menor diâmetro, reduzindo os custos de execução.

O método de otimização em um sistema de coleta de esgoto se torna complexo em virtude das possibilidades de traçados e das variáveis envolvidas em um escoamento livre.

Devido a essa dinâmica de possibilidades, há pesquisadores que optam por otimizar e relacionar os componentes conjuntamente, na tentativa de determinar o ótimo global.

Foi utilizado o solucionador SBB do GAMS, o qual é aplicado para modelos de programação não linear inteira mista (PNLIM). Esse solucionador é baseado em uma combinação do método *Branch and Bound* (B&B) e outros solucionadores de programação não linear (PNL) padrões do GAMS. Os custos da tubulação e os custos associados ao volume de escavação foram incluídos na função objetivo a ser minimizada, Equação 27.

$$\begin{aligned} \text{Min } FO = & \sum_{(n,np)}^{nn} f(dr(nn), costtub(nn)) \\ & + \sum_{(n,np)}^{nn} f(volesc(nn), costval(nn), ir(nn)) \end{aligned} \quad \text{Equação 27}$$

5.1.1.6.2 Determinação da vazão de cada trecho

O problema do dimensionamento da rede de esgoto inclui solucionar duas equações da hidráulica: a equação da continuidade e a equação de Manning. O balanceamento hidráulico ocorre no processo de dimensionamento, para atender as restrições impostas. Sendo $n = n_1, n_2, n_3, \dots, n_n$ os nós representando os PVs.

Os arcos declarados, representado a possibilidade de ligações da rede de esgoto, apresentam uma condição direcionada sendo $nn = n_1n_2, n_2n_1, \dots, n_{n+1}n_{n-1}, n_{n-1}n_{n+1}$, os trechos ligando os PVs, sendo que o conjunto dos trechos nn são as tubulações correspondes às vazões de entrada $nn(np, n)$ e saída $nn(n, np)$, considerando n o nó analisado e np o outro nó conectado. As restrições do otimizador são listadas a seguir.

A primeira restrição considera a Lei de Conservação de Massa, a qual considera que a soma algébrica das vazões de entrada e de saída de cada nó é igual a contribuição de cada nó. Desta maneira, considerando que:

- Devido ao fato da rede coletora ser ramificada e a saída ser somente um nó (n), os demais nós (np) são classificados como sendo o início do nó seguinte ou anterior;
- Os nós podem possuir uma contribuição localizada, e ao longo dos trechos estes receberem contribuições em marcha;

- O nó de saída $si(n)$ apresentará somente um sentido de escoamento, direcionado a ele;
- e
- O nó de saída $si(n)$ tem a sua saída como fim da rede, sendo esse a somatória da vazão de entrada.

A equação do balanço de massa avalia para cada nó (n) as vazões dos trechos que chegam e que saem deste nó, considerando todas as possibilidades conforme descrito na (b) Figura 29. É considerado a vazão de saída a vazão do nó analisado para o próximo nó (n, np). É considerado a vazão de entrada do nó (n) a soma das vazões pontuais mais as contribuições em marcha dos arcos que tem origem anterior e que chegam ao nó analisado (np, n). A vazão que saí menos a que entra no nó analisado (n), deve ser igual a contribuição pontual no próprio nó ($contrib(n)$). Sendo que as vazões de saída de cada um dos nós analisados devem ser menores que a vazão total de entrada na rede, no entanto este controle não será aplicado ao nó de saída, permitindo que este seja a saída final do sistema de coleta dimensionado. Na Equação 28 está representado de forma algébrica este controle.

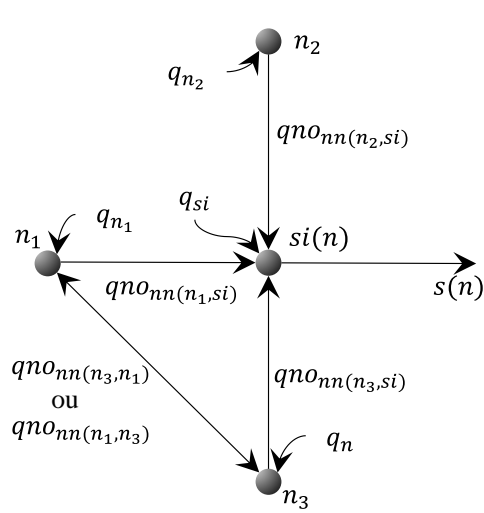
$$\sum_{(n,np)}^{nn} qno(nn) - \sum_{(np,n)}^{nn} (qno(nn) + ql(nn)) - s(n) \text{ se } si(n) = contrib(n) \quad \text{Equação 28}$$

$\forall n \in Nodes \text{ e } nn \in Arc$

Em que " qno " representa a vazão de saída do trecho (nn), ql vazão de contribuição em marcha do trecho (nn), $s(n)$ a vazão de saída da rede, $si(n)$ o nó de saída da rede e $contrib(n)$ a contribuição do nó (n).

Para efeito de exemplificação, considerando o esboço na Figura 28, exemplifica o balanço de massa de cada um dos nós e suas respectivas entradas e saídas atribuídas a Equação 28 e interpretada pelo GAMS.

Figura 28: Exemplo de balanço de massa



$$\begin{aligned} \mathbf{n_1} \\ qno(n_3, n_1) - qno(n_1, n_3) - ql(n_1, n_3) - qno(n_1, si) \\ - ql(n_1, si) = q_{n_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n_2} \\ -qno(n_2, si) - ql(n_2, si) = q_{n_2} \end{aligned}$$

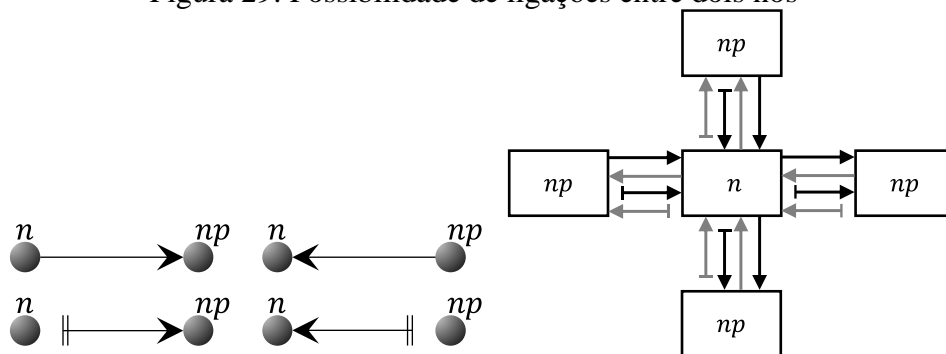
$$\begin{aligned} \mathbf{n_3} \\ qno(n_1, n_3) - qno(n_3, n_1) - ql(n_3, n_1) - qno(n_3, si) \\ - ql(n_3, si) = q_{n_3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{si(n)} \\ qno(n_1, si) + qno(n_2, si) + qno(n_3, si) - s(n) = q_{si} \end{aligned}$$

Apesar do problema poder ser declarado em um “layout” misto (tanto anelar, quanto ramificado), a programação deverá selecionar os trechos a serem considerados, garantindo o balanço de massa e apresentar um “layout” ramificado, considerando os seguintes critérios:

- Somente uma ligação entre dois nós, com o exemplo presente na Figura 28, tem-se ou $qno(n_1, n_3)$ ou $qno(n_3, n_1)$; e
- A rede deverá apresentar somente uma conexão entre dois nós, devendo, assim, como no exemplo da Figura 28, ocorrer um corte entre os nós n_1 e n_3 , esse corte poderá ocorrer próximo de n_1 ou de n_3 . Para exemplificar como pode ocorrer este corte, é demonstrado na Figura 29, em (a) por dois traços e em (b) por um traço, assim, com somente a contribuição da vazão em marcha para o trecho.

Figura 29: Possibilidade de ligações entre dois nós



Assim, a restrição para a vazão de saída do nó é uma variável livre e um número natural, positivo, devendo ser menor que a vazão máxima da rede em função de uma variável binária, para todos os trechos envolvidos, para apresentar essa flexibilidade é aplicado a Equação 29 para cada tubo.

$$\begin{aligned} qno(nn) &\leq qsf \cdot binn(nn) \\ \forall nn \in Arc \end{aligned} \quad \text{Equação 29}$$

A vazão em marcha depende da vazão unitária (ou taxa de infiltração), em relação ao comprimento da tubulação e da variável binária, garantindo que seja aplicado se caso o trecho for considerado no dimensionamento, dentro de todo o conjunto de trechos relacionados, descrito na Equação 30 aplicado para cada tubo.

$$\begin{aligned} ql(nn) &= qt \cdot distxy \cdot binn(nn) \\ \forall nn \in Arc \end{aligned} \quad \text{Equação 30}$$

A variável binária estabelecerá quais trechos permanecerá como rede coletora de esgoto, assim, quando ocorrer a existência de uma possível ligação entre dois PVs. Existirá duas possibilidades, uma de ida ou outra de volta, devendo ser aplicado somente uma dessas possibilidades, considerando todos os trechos possíveis previamente, Equação 31.

$$\begin{aligned} \sum_{(n,np)}^{nn} binn(nn) + \sum_{(np,n)}^{nn} binn(nn) &= 1 \\ \forall n \in Nodes \text{ e } nn \in Arc \end{aligned} \quad \text{Equação 31}$$

Para determinar a vazão que passa no trecho para a condição de início de plano e, assim, determinar a menor vazão, tem-se a expressão algébrica, a vazão que passa de um nó para outro mais a vazão em marcha e os coeficientes de máxima vazão diária e horária (k_1, k_2), aplicado para todos os trechos, Equação 32.

$$\begin{aligned} qri(nn) &= (qno(nn) + ql(nn)) \cdot k_1 \cdot k_2 \\ \forall nn \in Arc \end{aligned} \quad \text{Equação 32}$$

Para a vazão de final de plano (qrf) um coeficiente de variação de consumo (cvc), Equação 33, aplicado para todos os tubos.

$$\begin{aligned} qrf(nn) &= qri(nn) \cdot cvc \\ \forall nn \in Arc \end{aligned} \quad \text{Equação 33}$$

Assim, com a utilização das equações 28 a 33 é possível representar as quatro condições possíveis de ligação entre os nós, o sentido de escoamento e se ocorre ou não o seccionamento para manter uma rede do tipo ramificada. Ao mesmo tempo é determinada a vazão de escoamento no trecho estabelecido, com a influência da vazão de montante.

Também é considerada uma vazão em marcha, ou seja, uma contribuição linear, no qual influencia na alteração da vazão de saída a jusante da tubulação.

Outra situação abordada pelas equações se referem a vazão de início e fim de plano, de acordo com as recomendações normativas NBR9649/86, atendendo assim um crescimento populacional da região.

5.1.1.6.3 Determinação do diâmetro comercial de cada trecho

Para possibilitar a seleção do diâmetro entre os diâmetros comerciais disponíveis (d), em cada trecho $nn(n, np)$, foi aplicada uma variável binária ($binD(n, np, d)$) ao conjunto (SET) $nnd(n, np, d)$. Essa variável é igual a um, caso seja selecionada, e zero, se não for selecionada, Equação 34, aplicada para todos os trechos.

$$\begin{aligned} & \sum_{nn(n,np),d}^{nnd} binD(nnd) \cdot binn(nn) + \\ & \sum_{nn(np,n),d}^{nnd} binD(nnd) \cdot binn(nn) = 1 \end{aligned} \quad \text{Equação 34}$$

$\forall n \in Nodes, nn \in Arc, nnd \in ArcDiam$

Com a determinação da variável binária do diâmetro, é possível relacionar os valores do diâmetro da rede $dr(nn)$ com os diâmetros comerciais $dc(d)$, aplicando essa relação para todos os trechos, Equação 35.

$$dr(nn) = \sum_d bind(nn) \cdot dc(d) \quad \text{Equação 35}$$

$\forall nn \in Arc \text{ e } d \in Diameter$

A variável diâmetro é uma variável contínua pois pode apresentar qualquer valor real positiva e discreta pois sua determinação depende de parâmetros comerciais. Para agilizar a modelagem do problema de otimização para a determinação do diâmetro, foi considerado uma

disjunção no modelo, aplicando uma programação disjuntiva generalizada (PDG) em uma forma inteira mista, utilizando o método *BigM*. Tendo, assim, a restrição na Equação 36, aplicado para todos os trechos.

$$\begin{aligned} dr(nn) - dc(d) &\leq BigM \cdot (1 - bind(nn, d)) \\ \forall nn \in Arc \text{ e } d \in Diameter \end{aligned} \quad \text{Equação 36}$$

A determinação do *BigM* consiste em utilizar um valor positivo suficientemente grande, tornando as restrições associadas redundantes, caso contrário, ou seja, se não atender a redundância então serão descartadas, se atender serão aplicadas as variáveis encontradas. Em geral, a constante *BigM*, deve ser grande o suficiente para garantir o relaxamento das variáveis que não estão ativas e que sejam possíveis, também ser pequeno o suficiente para um intervalo viável do problema relaxado e seja o menor possível.

Salienta-se que o problema geral é de minimização, no entanto a determinação do diâmetro deve ser escolhida para um valor igual ou ao próximo superior comercial. A Equação 36 proporciona a determinação geral para todos os trechos, no entanto para algumas situações aplicados ao Manning esta restrição não é atendida. Com a aplicação da Equação 35 é possível contemplar as outras situações.

5.1.1.6.4 Diâmetro maior ou igual ao anterior

Para atender a condição de que o trecho de jusante (n, np) apresente um diâmetro igual ou maior ao de montante (npp, n). Foi aplicado a Equação 37 no qual descrever que para todos os nós, os diâmetros que saem serão maiores ou iguais aos que chegam.

$$\sum_{(n,np)}^{nn} dr(nn) \geq \sum_{(npp,n)}^{nn} dr(nn) \quad \forall n \in Nodes, n \notin si(n) \quad \text{Equação 37}$$

Para garantir que somente uma das possibilidades chegam ao nó a Equação 38 testa em cada trecho a situação do trecho existir em um dos sentidos e que somente um dos diâmetros comerciais seja selecionado

$$\begin{aligned} \sum_{(np,n)}^{nn} binnD(nn, d) \cdot binn(nn) + \sum_{(n,np)}^{nn} binnD(nn, d) \cdot binn(nn) &= 1 \\ \forall nn \in Arc \text{ e } d \in Diameter \end{aligned} \quad \text{Equação 38}$$

5.1.1.6.5 Relação entre os efeitos viscosos, rugosidade e os parâmetros geométricos de projeto

As equações hidráulicas utilizadas relacionam a perda de carga na tubulação, sendo utilizado o coeficiente de Manning, as condições hidrodinâmicas e geométricas da seção em cada trecho considerado i a indicação para início e f para fim de plano.

Foi aplicada a equação da continuidade para cada um dos trechos, Equação 39, para relacionar a velocidade e área molhada.

$$\begin{aligned} vri(nn) \cdot ami(nn) &= \frac{qri(nn)}{1000} \\ vrf(nn) \cdot amf(nn) &= \frac{qrf(nn)}{1000} \end{aligned} \quad \text{Equação 39}$$

Considerando as variáveis como sendo:

$vri(nn)$ – Velocidade inicial de plano de escoamento no trecho $nn(n, np)$ ($m \cdot s^{-1}$);

$ami(nn)$ – Área molhada de inicial de plano no trecho $nn(n, np)$ (m^2);

$qri(nn)$ – Vazão inicial de plano no trecho $nn(n, np)$ ($L \cdot s^{-1}$).

$vrf(nn)$ – Velocidade final de plano de escoamento no trecho $nn(n, np)$ ($m \cdot s^{-1}$);

$amf(nn)$ – Área molhada de final de plano no trecho $nn(n, np)$ (m^2);

$qrf(nn)$ – Vazão final de plano no trecho $nn(n, np)$ ($L \cdot s^{-1}$).

Foi aplicada a somatória de forças com referência a cada nó n e suas combinações de sentido, permitindo assim proporcionar condições dos trechos de montante e jusante deste nó apresentarem uma dependência de eventos, como também representado para a vazão na Figura 29. Tendo assim de forma algébrica a Equação 40, substituindo a formulação de Manning.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^n fwi_{(n,np)} - fti_{(n,np)} - \sum_{n=1}^n fwi_{(np,n)} - fti_{(np,n)} &= 0 \\ \sum_{n=1}^n fwf_{(n,np)} - tf_{(n,np)} - \sum_{n=1}^n fwf_{(np,n)} - tf_{(np,n)} &= 0 \end{aligned} \quad \text{Equação 40}$$

Considerando:

$fwi(nn)$ – Força peso no início de plano;

$fti(nn)$ – Força tangencial no início de plano;

$f_{wf}(nn)$ – Força peso no fim de plano; e
 $f_{tf}(nn)$ – Força tangencial no fim de plano.

Para cada uma das forças foi declarado a sua função, Equação 3, relacionando as propriedades de dimensionamento como área molhada, perímetro molhado, declividade e velocidade, aplicado de forma algébrica na Equação 41.

$$\begin{aligned} f_{wi} &= \gamma \cdot a_{mi}(nn) \cdot i_r(nn) \\ f_{ti} &= k_i(nn) \cdot v_{ri}(nn)^2 \cdot p_{mi}(nn) \\ f_{wf} &= \gamma \cdot a_{mf}(nn) \cdot i_r(nn) \\ f_{tf} &= k_f(nn) \cdot v_{rf}(nn)^2 \cdot p_{mf}(nn) \end{aligned} \quad \text{Equação 41}$$

Considerando:

$k_i(nn)$ – Coeficiente de proporcionalidade de início de plano;
 $k_f(nn)$ – Coeficiente de proporcionalidade de fim de plano;
 γ – Peso específico do líquido;
 n – Coeficiente de Manning.

Para considerar os efeitos da aspereza do material, Equação 4, relacionando o coeficiente de Chézy ao coeficiente de proporcionalidade e ao de Manning. Algebricamente foi declarada na Equação 42.

$$\begin{aligned} r_{hi}(nn)^{1/3} \cdot k_i(nn) &= \gamma \cdot n \\ r_{hf}(nn)^{1/3} \cdot k_f(nn) &= \gamma \cdot n \end{aligned} \quad \text{Equação 42}$$

Considerando:

$r_{hi}(nn)$ – Raio hidráulico de início de plano; e
 $r_{hf}(nn)$ - Raio hidráulico de fim de plano.

De forma geral, foi possível aplicar as equações dos parâmetros hidráulicos diretamente as restrições no modelo. Foram aplicados parâmetros geométricos tanto para a situação de início e fim de plano para relacionar o limite da altura da lâmina de água em relação ao diâmetro, ângulo de abertura interna entre as bordas da tubulação, a determinação da altura da lâmina de água, da área molhada, do perímetro molhado e do raio hidráulico em todos os trechos, Equação 43.

$$yri(nn) \leq ryd \cdot dr(nn) \cdot binn(nn)$$

$$yrf \leq ryd \cdot dr(nn) \cdot binn(nn)$$

$$yri(nn) = dr(nn) \cdot \frac{\cos\left(\frac{ai(nn)}{2}\right)}{2}$$

$$yrf(nn) = dr(nn) \cdot \frac{\cos\left(\frac{af(nn)}{2}\right)}{2}$$

$$ami(nn) = \frac{dr(nn)^2}{8} \cdot (ai(nn) - \text{sen } ai(nn)) \quad \text{Equação 43}$$

$$amf(nn) = \frac{dr(nn)^2}{8} \cdot (af(nn) - \text{sen } af(nn))$$

$$pmi(nn) = ai(nn) \cdot dr(nn)$$

$$pmf(nn) = af(nn) \cdot dr(nn)$$

$$rhi(nn) = ami(nn)/pmi(nn)$$

$$rhf(nn) = amf(nn)/pmf(nn)$$

5.1.1.6.6 Restrições de projeto da rede coletora de esgoto

Para o cálculo da declividade de cada trecho de rede é considerado a diferença de cota de assentamento da tubulação da geratriz superior de montante e jusante pela distância horizontal entre os dois nós, Equação 44 aplicada para cada trecho.

$$ir(nn) = (cgsm(nn) - cgsj(nn))/distxy(nn) \quad \text{Equação 44}$$

Considerando:

$ir(nn)$ – A declividade do trecho ($m \cdot m^{-1}$);

$cgsm(nn)$ – Cota da geratriz superior de montante do trecho (m);

$cgsj(nn)$ – Cota da geratriz superior de jusante do trecho (m); e

$distxy(nn)$ – Distância horizontal do trecho (m).

As restrições das inclinações mínima e máxima de cada trecho, em conformidade com a NBR9649/86, apresentam uma relação para auxiliar de forma aproximada a relação da declividade máxima e mínima em relação a vazão transportada, como mencionada no item 5.1.1.5.

Para as relações entre declividade, tensão trativa e velocidade máxima optou-se por representar de forma explícita a tensão de início plano $\tau_{ai}(nn)$ maior que $1 Pa$ e velocidade menor do que $5 m \cdot s^{-1}$, apresentado na Equação 45. O uso alternativo das expressões ajustadas com os mesmos propósitos mostrou problemas maiores de convergência nos testes com o modelo.

$$\begin{aligned} \tau_{ai}(nn) &= \gamma \cdot r_{hi}(nn) \cdot ir(nn) \\ \tau_{ai}(n, n) &\leq 1 \\ v_{rf}(n, n) &\leq 5 \end{aligned} \qquad \text{Equação 45}$$

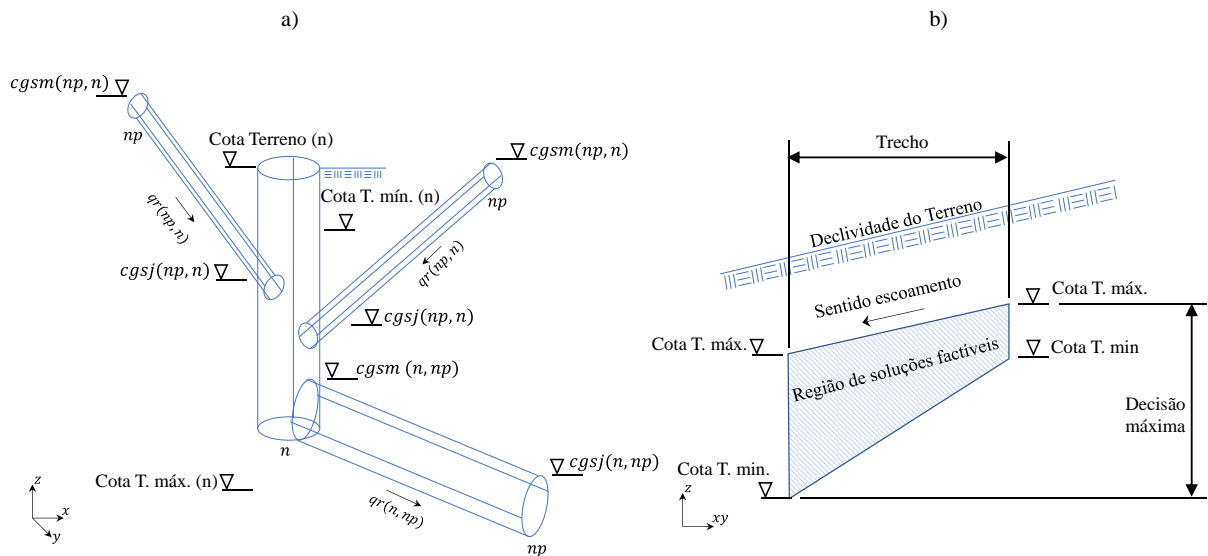
Considerando:

$\tau_{ai}(nn)$ – Tensão trativa de início de plano (Pa)

5.1.1.6.7 Equações para determinação das cotas dos trechos

Para compreender melhor o problema da compatibilidade geométrica das cotas de assentamento nos trechos e acessórios foi elaborado o esquema da Figura 30 (a) tendo para cada trecho a presença das cotas da geratriz superior tanto de montante como de jusante, a cota do terreno e as cotas mínimas e máximas em um PV. Em (b) é representada a região factível para os resultados.

Figura 30: Representação das posições (a) e regiões (b) em que a tubulação pode ser assentada



É possível observar que a cota da geratriz superior de montante de um trecho apresenta uma restrição em função da cota da geratriz superior do trecho de jusante em um mesmo nó.

No entanto este mesmo trecho tem influência da inclinação e dos trechos de montante a ele até chegar ao início da rede.

Desta maneira a declaração proposta neste trabalho consiste em realizar uma combinação de possibilidades considerando 3 PVs, sendo eles distintos e que estejam no conjunto de possibilidades de ligações de tubulações. Por conseguinte, a cota da geratriz superior a montante de um trecho (n, np) deve ser menor ou igual a profundidade mínima, se início de trecho e ao mesmo tempo as cotas da geratriz superior a jusantes dos trechos que chegam ao nó analisado provindo de outro nó a montante (npp, n) , se ocorrer a continuação dos trechos, Equação 46.

$$cgs_m(n, np) \leq \sum_{(npp, n)}^{nn} (1 - binn(nn)) \cdot (node(n, "z") - dgmin) + \sum_{(npp, n)}^{nn} binn(nn) \cdot cgs_j(nn)$$

Equação 46

Para controlar a profundidade de assentamento é atribuído uma variável de desnível geométrico de montante e jusante (dgm e dgj), relacionados a cota do terreno de montante e jusante, cota da geratriz superior de montante e jusante e o diâmetro da tubulação do trecho (ctm, ctj, cgs_m e cgs_j e dr , descrito algebricamente na Equação 47.

É escolhido o desnível geométrico do lado esquerdo da equação pois é uma variável livre em relação ao critério da declividade, facilitando a convergência.

$$\begin{aligned} dgm(nn) &= ctm(nn) - cgs_m(nn) + dr(nn) \\ dgj(nn) &= ctj(nn) - cgs_j(nn) + dr(nn) \end{aligned}$$

Equação 47

Desta maneira, para cada trecho, tem-se que:

- Para todos os trechos, tanto a montante como de jusante o desnível geométrico entre a cota do terreno e a cota de assentamento da rede deve estar dentro do intervalo,

- Para manter o grau de liberdade das variáveis e relacionar com as restrições escalar, que foram obtidas a partir da NBR9649/86, foram declarados como restrições das variáveis de desnível geométrico tanto de montante e jusante (dgm e dgj), proporcionando um grau de liberdade entre os valores mínimos e máximos ($dgmin$ e $dgmax$), estando entre 0,8 e 4,0 metros de profundidade.

5.1.1.6.8 Equações de custo

Para determinar o custo da tubulação e da escavação foi considerado um custo unitário em função do diâmetro, determinando o custo de cada trecho em função do custo unitário e se o trecho for verdadeiro. Para o cálculo do custo de escavação, considerou-se o volume escavado do trecho em relação ao custo unitário de escavação, se verdadeiro. Assim, tem-se as equações Equação 48, para cada trecho.

$$costtub(nn) = \sum_d dc(d) \cdot bind(nn, d)$$

Equação 48

$$costval(nn) = volesc(nn) \cdot \sum_d dc(d) \cdot bind(nn, d)$$

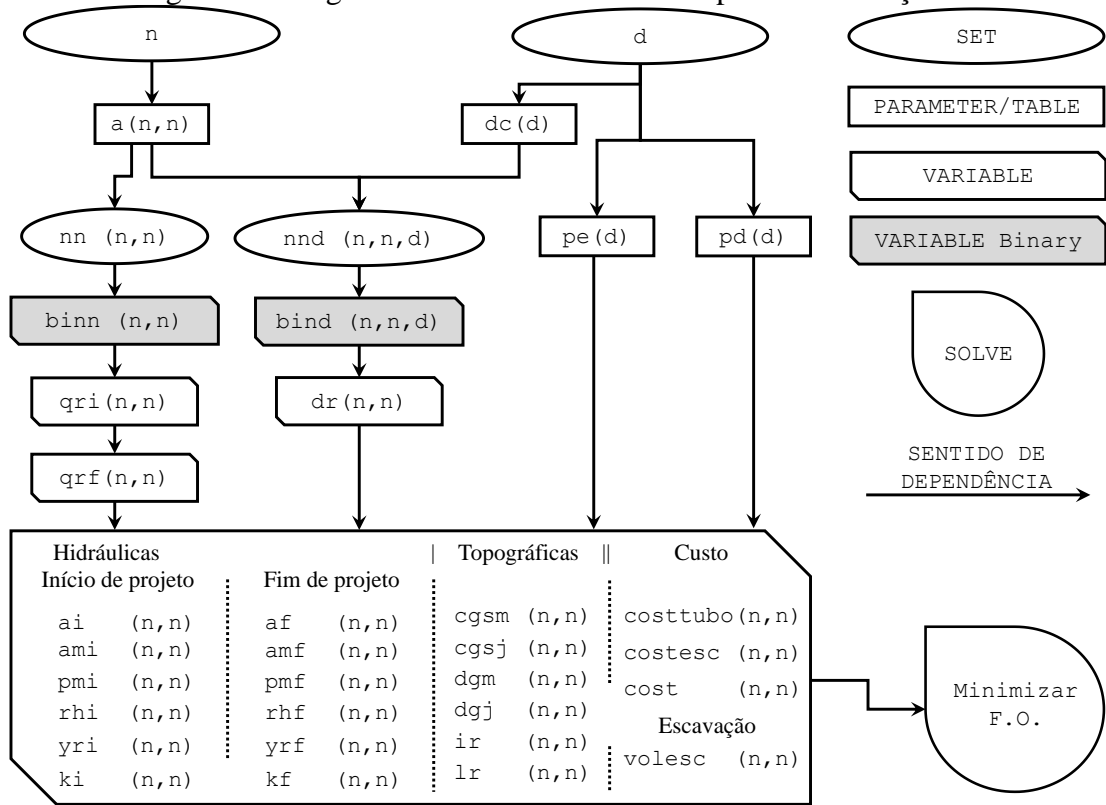
Para determinar o custo da escavação, considerou-se desníveis geométricos de montante e jusante de cada trecho ($dgn(nn)$ e $dgj(nn)$), somado ao diâmetro da tubulação ($dr(nn)$) nas duas extremidades formando, assim, um trapézio a distância entre os PVs ($distxy(nn)$). A largura da vala que deve atender a largura mínima ($lval$), declarada como um escalar, mais o diâmetro da tubulação ($dr(nn)$), dividido por dois, para obter o volume escavado, permitindo o assentamento da tubulação, diretamente relacionada na Equação 49.

$$volesc(nn) = (dgm(nn) + dgj(nn) + dr(nn) \cdot 2) \cdot distxy(nn) \cdot (dr(nn) + lval) / 2$$

Equação 49

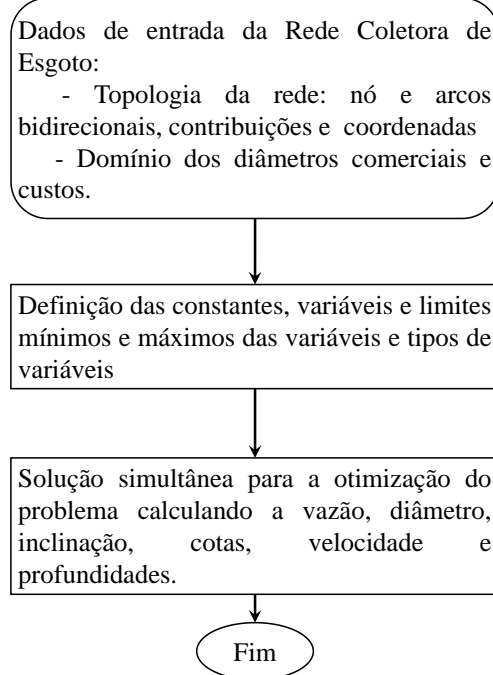
Para resumir o problema na Figura 31 é apresentado o diagrama de relações entre as variáveis do modelo de otimização e aproximação simultânea para determinação do traçado e do custo da rede de esgoto. O diagrama apresenta formas geométricas que representam as classificações de programação do GAMS em SET, PARAMETER, TABLES, VARIABLES e SOLVER. As setas indicam o sentido das dependências no processo de otimização.

Figura 31: Diagrama de variáveis no GAMS para a otimização



De forma resumida, o modelo de otimização foi descrito em um diagrama de fluxo, apresentado na Figura 32.

Figura 32: Diagrama de fluxo do modelo de otimização



No apêndice é apresentado um resumo de todas as equações utilizadas nesta tese.

5.1.1.7 Solucionador

A programação foi desenvolvida utilizando a PNLIM com o SBB – “*Simple Branch & Bound*” como solucionador (*solver*). O SBB é um solucionador GAMS para modelos de programação não linear inteira mista, que é baseado em uma combinação do método “*Branch and Bound*” (B&B) padrão conhecido da Programação Linear Inteira Mista (PLIM) juntamente com alguns dos solucionadores de PNL, suportados pelo GAMS. O SBB pode usar todos os solucionadores NLP do GAMS como *subsolvers*, funcionando melhor com solucionadores NLP que podem utilizar um ponto quase ideal como ponto de partida, como CONOPT, MINOS e SNOPT.

Durante o processamento utilizando B&B, a região viável para as variáveis discretas é subdividida e os limites das variáveis discretas são flexibilizadas para novos valores inteiros, assim, cortar as soluções não inteiras atuais. Cada vez que um limite é mais inflexível, um novo submodelo de PNL mais rígido é resolvido, começando da solução ótima para o submodelo anterior mais flexível.

Para problemas maiores o problema se tornou mais complexo, apresentando falhas. Para contornar estas falhas foi aplicado o solucionador CONOPT como um segundo solucionador. Foi escolhido este otimizador por ser um modelo para problemas não lineares, pois é adequado para modelos com restrições com muitas restrições não lineares, possui um método rápido para encontrar uma primeira solução viável que é particularmente adequada para modelos com poucos graus de liberdade e por ser desenvolvido para modelos grandes e esparsos.

O CONOPT foi projetado para trabalhar com mais de cem mil equações e mais de um milhão de equações e variáveis sendo projetado para modelos com funções suaves, mas também pode ser aplicado a modelos que possuem funções com derivadas descontínuas, sendo chamado de modelo DNLP dentro do GAMS. No entanto, CONOPT usará o mesmo algoritmo usado para um modelo PNL real e procurará por um ponto que satisfaça as condições padrão de otimalidade de primeira ordem, sem levar em conta que partes do modelo podem ser não suaves ou não diferenciáveis.

A falta de suavidade pode confundir o algoritmo em CONOPT causando convergência lenta, e um ponto que satisfaça as condições padrão de otimalidade de primeira ordem pode nem mesmo existir. Se o número de variáveis for muito maior do que o número de restrições,

CONOPT usará as derivadas secundárias e o progresso geral pode ser consideravelmente mais rápido do que para MINOS ou SNOPT, outros dois otimizadores disponíveis no GAMS e escolhidos como possíveis solucionadores subsequentes caso ocorra falhas.

6 Resultados

Neste tópico serão abordados resultados obtidos durante a pesquisa, juntamente com as interpretações e os aprendizados obtidos em cada uma das etapas.

Inicialmente serão abordados uma interpretação teórica da metodologia aplicada referente a programação algébrica, o processo de otimização para a rede de esgoto e suas características específicas. Na sequência, serão abordados os estudos de casos desenvolvidos, com abordagens de traçados inicialmente mais simples para os mais complexos, com o intuito de validar o modelo de otimização.

Os estudos de casos com três, quatro e cinco pontos, foram selecionados nesta pesquisa de forma aleatória, pela condição mínima para se ter um sistema possível de um grafo em anel. Os demais foram selecionados de artigos científicos no qual já se realizou diversos testes e estudos.

6.1 Análises da pesquisa

A formulação proposta neste trabalho, se comparada ao funcionamento de um processador quântico, descreve a possibilidade da existência simultânea de todos os trechos, sentidos e seccionamentos possíveis, juntamente com as combinações que regem o dimensionamento das demais variáveis de projeto da rede de esgoto. Dentre todas as combinações de soluções factíveis, busca-se uma solução ótima.

O problema pode ser descrito em três, cinco ou seis dimensões. Com cinco dimensões, tem-se a possibilidade de traçado, o binário para determinação do sentido, o diâmetro da tubulação, a altura da lâmina de água e as cotas de assentamento de montante e jusante das tubulações. Com seis dimensões, sendo três delas as coordenadas X, Y, e Z, e as outras três sendo o binário para a determinação do traçado, o diâmetro da tubulação e a altura da lâmina de água.

Com três dimensões seria a forma mais adequada de descrever algebricamente, porém a interpretação se torna mais complexa, pois neste problema ocorre várias determinações de traçado, diâmetro e cotas, utilizando as variáveis binárias, como representado no quadro da Figura 33.

Figura 33: Dimensões envolvidas no processo de otimização

Dimensões	Dimensões envolvidas	Características
3	<ol style="list-style-type: none"> 1. Binário (Trecho, Diâmetro e Cota) 2. Declividade 3. Nível de água 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Interpretação mais complexa, porém mais adequada para programação algébrica, que dependerá das dimensões explícitas na programação; 2. Proporciona maior flexibilidade entre as variáveis envolvidas.
5	<ol style="list-style-type: none"> 1. Traçado 2. Sentido de escoamento 3. Diâmetro 4. Nível de Água 5. Cotas (montante e jusante) 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Fácil implementação da rede utilizando a representação de Matriz incidente Nó – Arco . 2. Sentido de escoamento e a cota definem a inclinação a inclinação da tubulação 3. A cota é uma variável de controle
6	<ol style="list-style-type: none"> 1. X 2. Y 3. Z 4. Sentido de escoamento 5. Diâmetro 6. Nível de Água 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Fácil implementação da rede utilizando a representação de Matriz adjacente Nó – Nó 2. Sentido de escoamento e o Z definem a inclinação da tubulação 3. A cota é uma variável livre

Como dados, foram considerados custos obtidos na cidade de Maringá – PR, na data do dia 15 de abril de 2021, para as tubulações de PVC marrom (coletor). Para o serviço de assentamento da tubulação de acordo com o SINAP 2019, considerando a média entre os preços de alto e baixo nível de interferência de cada tubulação, apresentado na Tabela 2.

Também foram considerados diâmetros intermediários aos comerciais para ampliar as possibilidades. Para esta pesquisa os custos destes diâmetros intermediários foram interpolados de forma a apresentar a mesma proporção de aumento dos diâmetros comerciais.

Tabela 2: Preços das tubulações e da escavação em relação aos diâmetros

Diâmetro (m)	Preço Tubo PVC ($R\$ \cdot m^{-1}$)	Preço Escavação ($R\$ \cdot m^{-3}$)
0,100	9,33	2,11
0,125	16,00	2,565
0,150	18,97	3,02
0,175	22,00	4,445
0,200	25,00	5,87
0,225	27,00	6,545
0,250	54,06	7,22
0,275	70,00	7,895
0,300	83,33	8,57
0,325	115,00	9,245
0,350	136,96	9,92
0,375	144,00	10,59
0,400	146,72	11,26

6.2 Equacionamento

6.2.1 *Conservação de Massa*

A equação da conservação de massa aplicada nesta pesquisa demonstrou um comportamento adequado, por meio dos resultados obtidos. Essa equação permite determinar a vazão que sai de cada poço de visita (PV) e sua contribuição de entrada, como a contribuição de outros nós, em marcha e as contribuições concentradas no próprio nó. Nesta pesquisa foi aplicado uma dependência dessas vazões por meio de restrições lineares relacionadas a uma variável binária, que determina se o trecho existe ou não.

Ao considerar a existência ou não do trecho, uma equação binária descreve a situação em que, numa conexão entre dois PVs, tanto a ida quanto a volta devem ser testadas, sendo que apenas uma será atribuída.

Com essas características em mente e aplicando a soma de todas as vazões que entram no PV, somada à vazão concentrada no nó e à contribuição em marcha de entrada no PV, obtém-se a vazão de saída desse mesmo PV. Dessa forma, a equação da conservação de massa representa a condição que determina a ligação entre os nós, estabelecendo, assim, a topologia da rede de solução.

6.2.2 *Diâmetro comercial*

A determinação do diâmetro comercial foi realizada utilizando duas restrições lineares distintas e uma restrição binária no qual testa todos os diâmetros comerciais, selecionando apenas um como resultado. Nessa abordagem, a combinação binária tanto na ida quanto na volta de um trecho é verificada para todas as possibilidades de diâmetros comerciais.

A primeira restrição linear estabelece uma relação entre o diâmetro da rede e a soma dos diâmetros disponíveis no catálogo, diretamente vinculada à variável binária que determina se o diâmetro será aplicado ou não. Essa abordagem permite testar todas as opções de diâmetros comerciais declarados pelo usuário.

A segunda restrição linear é baseada no conceito do BigM e avalia a existência do diâmetro em cada possível trecho. Caso o diâmetro exista, ele será considerado a tabela comercial.

Embora à primeira vista as duas restrições possam parecer redundantes, elas, na verdade, apresentam comportamentos distintos. A primeira restrição linear estabelece a relação entre a tabela de diâmetros e os diâmetros comerciais possíveis. Enquanto isso, a segunda restrição proporciona um gradiente direcional para o diâmetro comercial, considerando diferentes variações de soluções possíveis.

Ao aplicar ambas as restrições, o processo de convergência é complementado, agilizando assim o cálculo do diâmetro comercial adequado. Essa abordagem híbrida demonstra-se eficiente ao unir os benefícios de ambas as restrições, otimizando o processo de determinação do diâmetro na rede em estudo.

6.2.3 Fórmula de Manning

Primeiramente foi desenvolvido um equacionamento para a determinação da topologia que apresente o menor custo considerando a conservação de massa, a restrição da declividade e a determinação do diâmetro comercial para cada trecho. Este procedimento consistiu em determinar a topologia primeiramente integrada com a conservação de massa e posteriormente relacionar aos outros critérios de diâmetro, cotas, declividade e viscosidade aplicando a equação de Manning.

Para esta primeira etapa foi testada a fórmula de Manning por diversas combinações, alterando as variáveis, os expoentes e as algumas posições na equação, evitando divisão por zero, para valores iniciais. Alguns exemplos testados estão descritos na Equação 50.

$$\begin{aligned}
 \text{manningi}(nn).. \quad & \text{mann} * (\text{qri}(nn)/1000) * (2 ** (13/3) * (\text{ai}(nn)) * \\
 & * (2/3)) = e \\
 & = (\text{dr}(nn) ** (8/3) * \text{sqrt}(\text{ir}(nn))) * (\text{ai}(nn) \\
 & - \sin(\text{ai}(nn))) ** (5/3); \\
 \text{manningf}(nn).. \quad & \text{mann} * (\text{qrf}(nn)/1000) * (2 ** (13/3) * (\text{af}(nn)) \\
 & ** (2/3)) = e \\
 & = (\text{dr}(nn) ** (8/3) * \text{sqrt}(\text{ir}(nn))) * (\text{af}(nn) \\
 & - \sin(\text{af}(nn))) ** (5/3);
 \end{aligned}$$

Equação 50

$$\begin{aligned}
 * \text{manningi}(nn).. * \quad & \text{mann} * (\text{qri}(nn)/1000) * \text{rhi}(nn) ** (2/3) = e \\
 & = \text{ami}(nn) * \text{sqrt}(\text{ir}(nn)); \\
 * \text{manningf}(nn).. * \quad & \text{mann} * (\text{qrf}(nn)/1000) * \text{rhf}(nn) ** (2/3) \\
 & = e = \text{amf}(nn) * \text{sqrt}(\text{ir}(nn)); \\
 * \text{manningi}(nn).. * \quad & \text{dr}(nn) ** 16 * \text{ir}(nn) ** 3 = e \\
 & = 3.36931e - 7 * \text{qri}(nn) ** (32/3);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & * \text{manningf}(nn).. \\
 * \quad & \text{dr}(nn) ** 16 * \text{ir}(nn) ** 3 = e \\
 & = 3.36931e - 7 * \text{qrf}(nn) ** (32/3);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 n \cdot Q \cdot 2^{\frac{13}{3}} \cdot \theta^{\frac{2}{3}} &= D^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt{I} \cdot (\theta - \sin \theta)^{\frac{2}{3}} \\
 n \cdot Q \cdot Rh^{\frac{2}{3}} &= Am \cdot \sqrt{I} \\
 D^{16} \cdot I^3 &= 3,36931e - 7 \cdot Q^{\frac{32}{3}} \\
 I \cdot Q^{0,73} &= 3,49 \cdot n^2 \cdot D^{0,14} \cdot V^{2,7} \\
 n \cdot \frac{Q}{8} \cdot \sqrt{I} &= (\theta - \sin \theta)^{\frac{2}{3}} - \text{BigM} \\
 & D^{\frac{2}{3}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \text{manningi}(nn).. * \quad & \text{ir}(nn) * \text{qri}(nn) ** 0.73 = e \\
 & = 3.49 * \text{mann} ** 2 * \text{dr}(nn) ** 0.14 * \text{vri}(nn) ** 2.7; \\
 * \text{manningf}(nn).. * \quad & \text{ir}(nn) * \text{qrf}(nn) ** 0.73 = e \\
 & = 3.49 * \text{mann} ** 2 * \text{dr}(nn) ** 0.14 * \text{vrf}(nn) ** 2.7;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \text{manningi}(nn).. * \quad & \text{ir}(nn) * \text{power}(\text{qri}(nn), 0.73) = e \\
 = * \quad & 3.49 * \text{power}(\text{mann}, 2) * \text{power}(\text{dr}(nn), 0.14) \\
 & * \text{power}(\text{vri}(nn), 2.7); \\
 * \text{manningf}(nn).. \quad & \text{ir}(nn) * \text{power}(\text{qrf}(nn), 0.73) = e \\
 = 3.49 * \text{power}(\text{mann}, 2) * \text{power}(\text{dr}(nn), 0.14) \\
 & * \text{power}(\text{vrf}(nn), 2.7);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \text{manningi}(nn).. \text{mann} * (\text{qri}(nn)/1000) / (\text{dr}(nn) ** (8/3) \\
 * \text{sqrt}(\text{ir}(nn))) &= e \\
 = (\text{ai}(nn) - \sin(\text{ai}(nn))) ** (5/3) / (2 ** (13/3) \\
 * (\text{ai}(nn) ** (2/3)) - \text{bigM2} * \text{binn}(nn); \\
 * \text{manningf}(nn).. \text{mann} * (\text{qrf}(nn)/1000) / (\text{dr}(nn) ** (8/3) \\
 * \text{sqrt}(\text{ir}(nn))) &= e \\
 = (\text{af}(nn) - \sin(\text{af}(nn))) ** (5/3) / (2 ** (13/3) \\
 * (\text{af}(nn) ** (2/3)) + \text{bigM2} * \text{binn}(nn);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \text{manningi}(nn).. \text{mann} * (\text{qri}(nn)/1000) / (\text{yri}(nn) ** (8/3) \\
 * \text{sqrt}(\text{ir}(nn))) * (\text{dr}(nn) * \text{yri}(nn)) ** (8/3) &= e = \\
 (\text{ai}(nn) - \sin(\text{ai}(nn))) ** (5/3) / (2 ** (13/3) * (\text{ai}(nn) ** (2/3)); \\
 * \text{manningf}(nn).. \\
 * \quad \text{mann} * (\text{qrf}(nn)/1000) / (\text{yrf}(nn) ** (8/3) * \text{sqrt}(\text{ir}(nn))) \\
 * (\text{dr}(nn) * \text{yrf}(nn)) ** (8/3) &= e = \\
 (\text{af}(nn) - \sin(\text{af}(nn))) ** (5/3) / (2 ** (13/3) * (\text{af}(nn) ** (2/3));
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \text{manningi}(nn).. ((\text{ami}(nn) * \text{sqrt}(\text{ir}(nn)) / \text{mann}) ** 3) * \text{rhi}(nn) * \\
 * (2) &= e = (\text{qri}(nn)/1000) ** 3 - \text{bigM2} * \text{binn}(nn); \\
 * \text{manningf}(nn).. ((\text{amf}(nn) * \text{sqrt}(\text{ir}(nn)) / \text{mann}) ** 3) * \text{rhf}(nn) \\
 ** (2) &= e \\
 = (\text{qrf}(nn)/1000) ** 3 + \text{bigM2} * \text{binn}(nn);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ** \text{manningi}(nn).. ((\text{ami}(nn) * \text{sqrt}(\text{ir}(nn)) / \text{mann}) ** 3) * \text{rhi}(nn) \\
 * (2) &= e = (\text{qri}(nn)/1000) ** 3; \\
 ** \text{manningf}(nn).. ((\text{amf}(nn) * \text{sqrt}(\text{ir}(nn)) / \text{mann}) ** 3) * \text{rhf}(nn) \\
 ** (2) &= e = (\text{qrf}(nn)/1000) ** 3;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& * \text{manningi}(nn).. \text{mann} * (\text{qri}(nn)/1000)/(\text{dr}(nn) ** (8/3) \\
& \quad * \text{sqrt}(\text{ir}(nn))) = e \\
& \quad = (\text{ai}(nn) - \text{sin}(\text{ai}(nn))) ** (5/3)/(2 ** 13/3 * \text{ai}(nn) \\
& \quad ** (2/3)); \\
& * \text{manningf}(nn).. \text{mann} * (\text{qrf}(nn)/1000)/(\text{dr}(nn) ** (8/3) \\
& \quad * \text{sqrt}(\text{ir}(nn))) = e \\
& \quad = (\text{af}(nn) - \text{sin}(\text{af}(nn))) ** (5/3)/(2 ** 13/3 \\
& \quad * \text{af}(nn) ** (2/3)); \\
& * \text{manningi}(nn).. \text{mann} * (\text{qri}(nn)/1000) * (2 ** 13/3 * \text{ai}(nn) * \\
& \quad * (2/3)) = e \\
& \quad = (\text{dr}(nn) ** (8/3) * \text{sqrt}(\text{ir}(nn))) * (\text{ai}(nn) \\
& \quad - \text{sin}(\text{ai}(nn))) ** (5/3); \\
& * \text{manningf}(nn).. \text{mann} * (\text{qrf}(nn)/1000) * (2 ** 13/3 * \text{af}(nn) * \\
& \quad * (2/3)) = e \\
& \quad = (\text{dr}(nn) ** (8/3) * \text{sqrt}(\text{ir}(nn))) * (\text{af}(nn) \\
& \quad - \text{sin}(\text{af}(nn))) ** (5/3);
\end{aligned}$$

Da mesma maneira foram realizadas diversas combinações das formulações (área molhada, perímetro molhado, raio hidráulico, ângulo interno, altura da lâmina de água, declividade, entre outras) para testar a compatibilidade da declaração do problema e a convergência no GAMS.

Para o processo de otimização a fórmula de Manning não apresentou um bom comportamento de convergência, sendo substituída pela aplicação da equação da conservação de forças considerando a energia de pressão, potencial, cinemática. Esse comportamento não esperado foi evidenciado pelo relatório do GAMS no qual indicou valores com soluções negativas para as equações citadas na Equação 50.

6.2.4 Somatório de Forças

Considerando que a fórmula de Manning não estava apresentando um comportamento adequado no processo de otimização, optou-se por representar a somatória de forças do escoamento livre considerando uma tensão de cisalhamento em função da rugosidade do material e da viscosidade do fluido, conforme apresentado na Equação 3.

Após adequar as equações e realizar diversos testes, foi possível considerar que o comportamento do equacionamento proposto apresentou resultados satisfatórios, com convergência, solução factível e com resultados consistentes para todas as variáveis após o processo de otimização.

Inicialmente realizou-se testes por quantidade de nós, iniciando com três nós até vinte e cinco nós, considerando terreno com baixa declividade. Posteriormente foram adaptadas situações para terrenos diversificados, alterando principalmente o sentido da declividade do terreno em relação ao PV de saída.

6.2.5 Condições geométricas e hidráulicas

As restrições relacionadas à declividade do trecho, área molhada, perímetro molhado, raio hidráulico, altura da lâmina de água e tensão trativa foram formuladas de maneira prática e aplicadas, principalmente, em função do diâmetro, visando simplificar o processo de processamento matemático, sendo que a variável diâmetro é o que se pretende obter como resultado.

A restrição da altura máxima da lâmina de água é definida para fim de projeto, e de tensão trativa mínima para início de projeto. Naturalmente, para início de plano a lâmina é menor e para final de plano a tensão trativa é maior, sendo desnecessário repetir as restrições para os dois cenários de vazões.

6.2.6 Custos

Nesta pesquisa, optou-se por atribuir o custo de escavação de forma simplificada, linear e contínua, sem considerar variações nos custos em função da faixa de camadas de solo escavado, estratificação do solo, equipamentos de escavação e sistemas de proteção e contenção do solo.

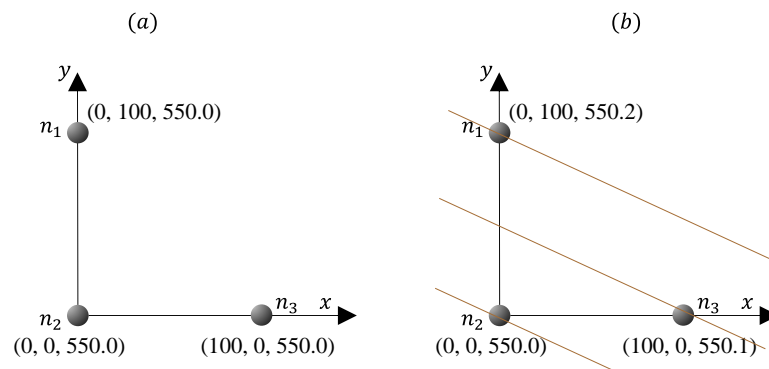
Em qualquer caso, o processo de otimização busca a menor escavação possível, selecionando combinações de traçados e profundidades menores possíveis.

6.3 Estudos de casos

6.3.1 Estudo de caso – 3 PVs

O estudo de caso com três PVs foi considerado em duas situações: uma com o terreno plano (a) e uma em terreno com declividade de $0,001 \text{ m} \cdot \text{m}^{-1}$ conforme representado pelas curvas de nível na Figura 34 (b). Tendo um PV como referência e outros dois distanciados da origem de cem metros de distância, um no sentido horizontal e outro na vertical, como é representado na Figura 34. Para todos os casos a seguir o PV (n_2) foi considerado o ponto de saída da vazão.

Figura 34: Distribuição de três PVs



Na Figura 35, é possível observar as linhas mais escuras em (a), representando as ligações entre os PVs declaradas no *SET*. Em (b) são representados os vetores das possibilidades de sentido de escoamento interpretadas pelo GAMS, ao realizar o processo de cálculo somente um destes sentidos será adotado e determinado para o traçado da rede de coleta de esgoto. E em (c) é apresentado resultado ótimo obtido pela programação proposta.

Primeiramente foi testado com o terreno plano todos os nós na cota 550 m, com uma rede anelar para avaliar se o código realizava um corte na rede, se o diâmetro e a declividade apresentavam comportamentos adequados. Na Figura 35 (a) juntamente com a Tabela 3, é possível observar o corte entre o trecho (n_3, n_1) e todas tendo a direção para o nó de saída (n_2).

Na sequência foi aplicada uma declividade uniforme no terreno com sentido favorável a saída, com o objetivo de verificar se o resultado apresentaria um comportamento elegível. Na segunda linha da Figura 35 (c), é possível observar que o traçado final apresenta um sentido

coerente. Não apresentou a mesma declividade do terreno de $0,001 m \cdot m^{-1}$ pois foi necessário atender a restrição da tensão trativa mínima de $1 Pa$, observado na Tabela 3.

Também foram testadas situações para trechos ramificados com trechos dependentes e em condição em aclave, para verificar se os resultados atenderiam as restrições de projeto como declividade e cobrimento, tanto para as condições máximas e mínimas. Na terceira linha da Figura 35 (c), é possível observar os resultados, tendo uma rede ramificada conforme o modelo conseguiu otimizar. E a partir da Tabela 3, é possível observar que o comportamento do diâmetro de n_3, n_1 tem o menor diâmetro e para n_1, n_2 tem um aumento do diâmetro com redução da declividade da tubulação, da tensão trativa e da velocidade.

Por fim também foi testado a possibilidade de ocorrer a presença de dois ramos independentes, com o objetivo de testar se o código consegue lidar com estes trechos independentes. Na coluna (c) da Figura 35 é possível observar a direção e o sentido do escoamento determinado pelo otimizador. Os dados do dimensionamento são apresentados na Tabela 3.

Figura 35: Representação topológica dos resultados para estudo dos casos com três PVs

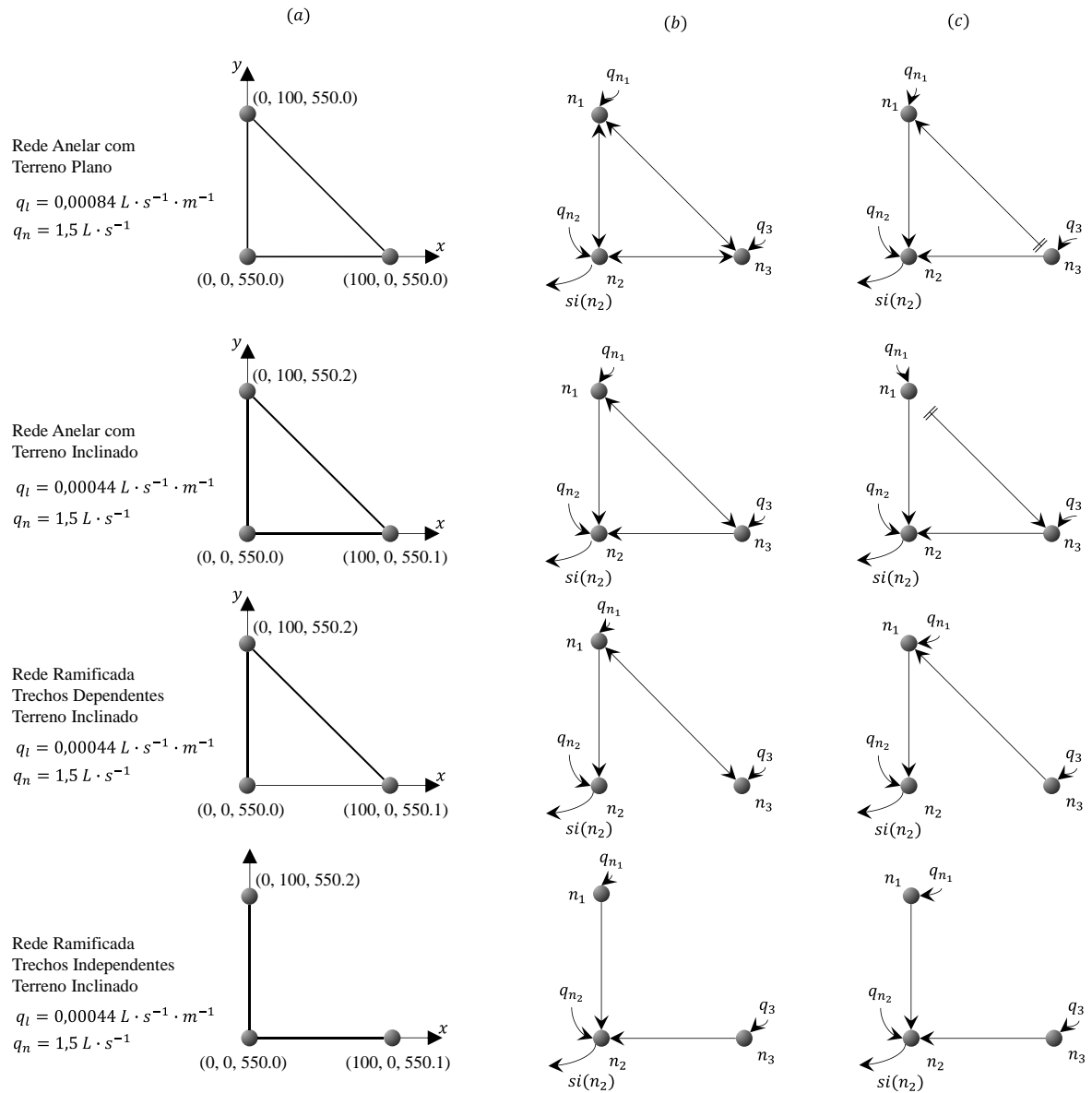


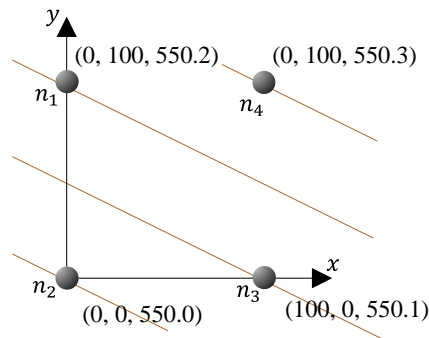
Tabela 3: Resultado para os estudos de caso com três PVs

Rede	Trecho		Vazão [L/s]	Diâmetro [m]	Declividade [m/m]	Distância [m]	Cota Montante [m]	Cota de Jusante [m]	DGM [m]	DGJ [m]	Custo [R\$]	Número de Iterações	Tensão [Pa]	Velocidade [m/s]	y/D
			Inicial				Terreno	Terreno					Inicial	Inicial	Inicial
	Mont.	Jus.	Final				CGS	CGS					Final	Final	Final
Anelar	n1	n2	3,07	0,150	0,0030	100,00	550,00	550,00	2,79	3,14	3.758,14	313	1,00	0,61	0,40
			5,02				547,21	546,86					1,21	0,71	0,51
	n3	n1	0,21	0,100	0,0130	141,42	550,00	550,00	0,90	2,79			1,03	0,28	0,16
			0,35				549,10	547,21					1,29	0,13	0,28
	n3	n2	2,85	0,150	0,0214	100,00	550,00	550,00	0,80	3,14			4,47	0,87	0,28
			4,67				549,20	546,86					5,54	0,66	0,36
Anelar	n1	n2	2,78	0,150	0,0297	100,00	550,20	550,00	0,95	3,77	3.701,31	363	5,72	0,97	0,27
			4,55				549,25	546,23					7,07	1,12	0,35
	n1	n3	0,11	0,100	0,0185	141,42	550,20	550,10	0,90	3,47			1,01	0,33	0,10
			0,18				549,30	546,63					1,26	0,10	0,21
	n3	n2	2,89	0,150	0,0035	100,00	550,10	550,00	3,47	3,77			1,10	0,59	0,36
			4,73				546,63	546,23					1,33	0,69	0,48
Ramificado 1 Trechos	n1	n2	5,59	0,200	0,0020	100,00	550,20	550,00	1,59	1,59	4.134,56	316	1,03	0,48	0,54
			9,15				548,61	548,41					1,19	0,53	0,75
	n3	n1	2,81	0,150	0,0035	141,42	550,10	550,20	0,95	1,59			1,07	0,44	0,39
			4,60				549,15	548,61					1,30	0,35	0,60
Ramificado 2 Trechos	n1	n2	2,78	0,100	0,0040	100,00	550,20	550,00	1,00	1,25	2.173,81	363	1,18	0,58	0,34
			4,55				549,20	548,75					1,44	0,67	0,45
	n3	n2	2,78	0,100	0,0035	100,00	550,10	550,00	0,95	1,25			1,06	0,58	0,35
			4,55				549,15	548,75					1,29	0,67	0,46

6.3.2 Estudo de caso – 4 PVs

Considerando quatro PVs na rede e o mesmo perfil de terreno de declividade de $0,001 \text{ m} \cdot \text{m}^{-1}$, e as curvas de nível, representado na Figura 36, foram realizados testes para avaliar o comportamento com situações diferentes.

Figura 36: Distribuição de quatro PVs



Inicialmente foram testados trechos ramificados dependentes. É possível observar que na primeira linha da Figura 37 (c), que o resultado obtido é coerente mesmo tendo dois ramos um independente e outro dependente, tendo os resultados, apresentados na Tabela 4.

Na segunda situação foi escolhida uma rede com três trechos sequenciais. Pela segunda linha da Figura 37 (c) e os dados da Tabela 4, é possível observar que os diâmetros foram aumentando gradativamente até a chegada na saída e as cotas apresentaram conformidade, juntamente com a declividade.

Também foram observadas as condições com a declaração de uma rede anelar e outra em rede mista com os quatro PVs. Para a rede anelar é possível observar que a rede foi subdividida em dois ramos distintos. No entanto, devido as condições propostas o código priorizou o aumento da vazão para o maior trecho e no trecho de menor vazão proporcionou um maior diâmetro da tubulação.

Da mesma maneira ocorre com a rede mista, tendo um corte entre o trecho n_1, n_3 e a vazão convergindo para o PV (n_3) para depois seguir para a saída. Devido a diferença de vazões, para atender a tensão tratativa é possível observar que os resultados tendem a não serem tão semelhantes as condições anteriores.

Figura 37: Representação topológica dos resultados para estudo dos casos com quatro PVs

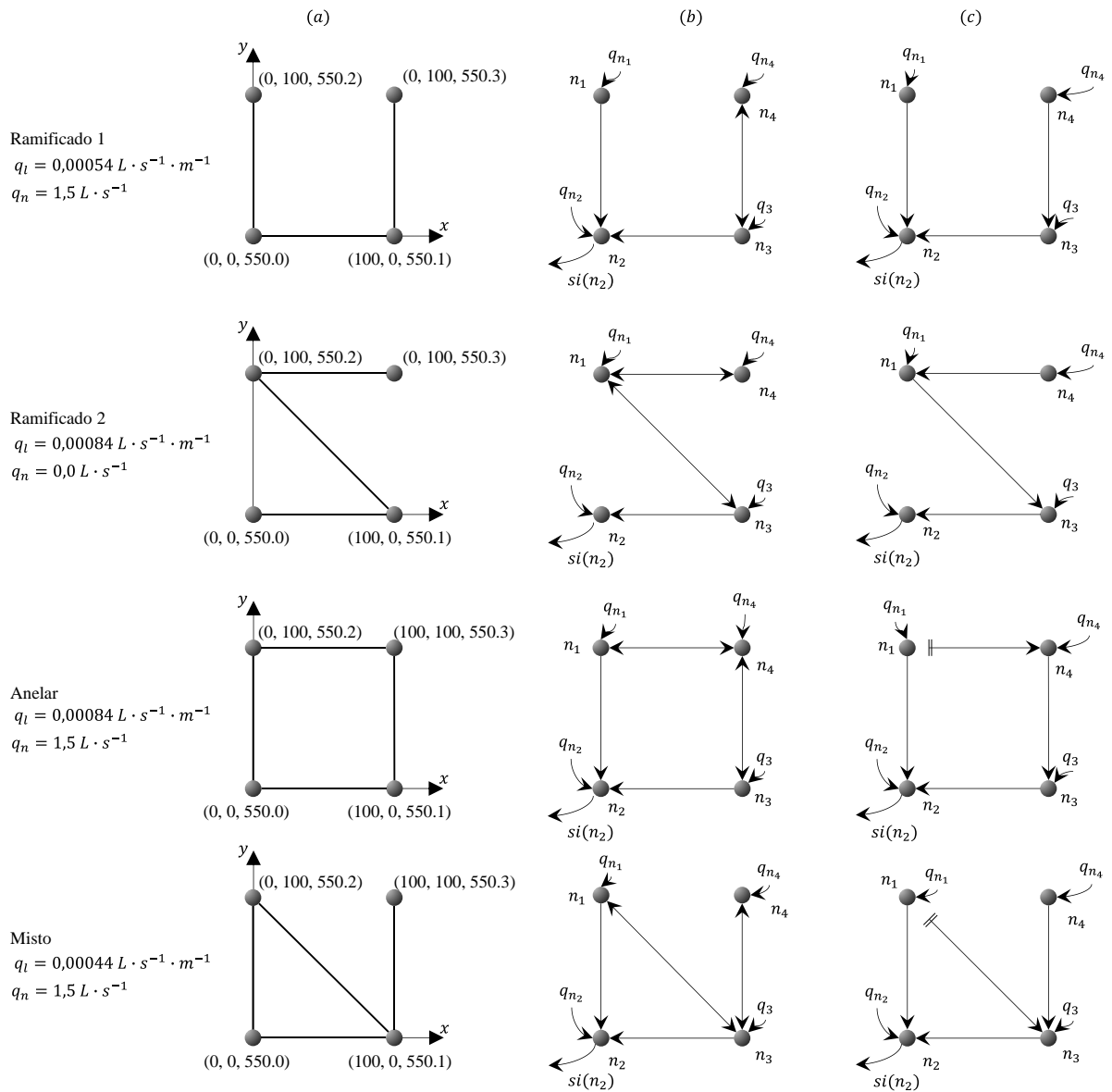


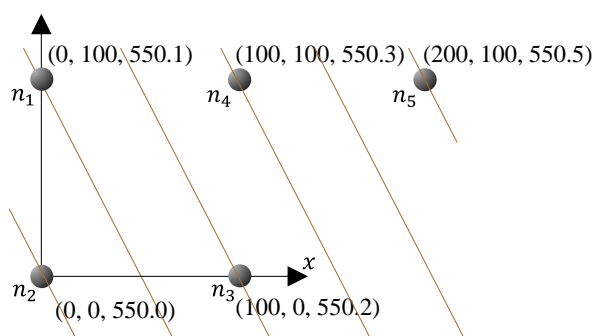
Tabela 4: Resultados dos casos com quatro PVs

Rede	Trecho		Vazão [L/s]	Diâmetro [m]	Declividade [m/m]	Distância [m]	Cota Montante [m]	Cota de Jusante [m]	DGM [m]	DGJ [m]	Custo [R\$]	Número de Iterações	Tensão [Pa]	Velocidade [m/s]	y/D
			Inicial				Final	Inicial					Final	Inicial	
	Mont.	Jus.	Final	CGS	CGS	Final	Final								
Ramificado 1	n1	n2	2,80	0,150	0,0058	100,00	550,20	550,00	0,95	1,43	14.834,61	2623	1,83	0,58	0,32
			4,58				549,25	548,57					2,25	0,67	0,41
	n3	n2	5,59	0,200	0,0020	100,00	550,10	550,00	1,28	1,43			1,03	0,75	0,46
			9,15				548,82	548,57					1,19	0,85	0,64
	n4	n3	2,80	0,150	0,0034	100,00	550,30	550,10	0,95	1,28			1,05	0,44	0,39
			4,58				549,35	548,82					1,29	0,35	0,60
Ramificado 2	n1	n3	0,37	0,100	0,0075	100,00	550,20	550,10	2,35	3,00	5.604,51	737	1,00	0,21	0,29
			0,60				547,85	547,10					1,24	0,24	0,38
	n3	n2	0,52	0,100	0,0055	100,00	550,10	550,00	3,00	3,50			1,06	0,42	0,36
			0,84				547,10	546,50					1,28	0,47	0,47
	n4	n1	0,15	0,100	0,0155	100,00	550,30	550,20	0,90	2,35			1,01	0,11	0,17
			0,25				549,40	547,85					1,28	0,13	0,22
Anelar	n1	n2	2,85	0,150	0,0210	100,00	550,20	550,00	0,95	2,95	5.296,58	880	4,42	0,85	0,28
			4,67				549,25	547,05					5,55	0,99	0,36
	n1	n4	0,15	0,100	0,0155	100,00	550,20	550,30	0,90	2,60			1,01	0,34	0,11
			0,25				549,30	547,70					1,28	0,12	0,23
	n3	n2	5,85	0,200	0,0020	100,00	550,10	550,00	2,80	2,95			1,06	0,77	0,48
			9,58				547,30	547,05					1,19	0,85	0,68
	n4	n3	3,00	0,150	0,0035	100,00	550,30	550,10	2,60	2,80			1,18	0,44	0,42
			4,91				547,70	547,30					1,35	0,36	0,65
Misto	n1	n2	2,15	0,150	0,0111	100,00	550,20	550,00	0,95	1,97	5.023,04	1425	2,39	0,63	0,26
			3,52				549,25	548,03					2,94	0,54	0,38
	n1	n3	0,74	0,100	0,0065	100,00	550,20	550,10	0,90	1,87			1,04	0,44	0,28
			1,21				549,30	548,23					1,28	0,50	0,36
	n3	n2	6,30	0,250	0,0020	100,00	550,10	550,00	1,87	1,97			1,09	0,43	0,45
			10,31				548,23	548,03					1,31	0,49	0,60
	n4	n3	2,78	0,150	0,0101	100,00	550,30	550,10	0,95	1,87			2,47	0,66	0,30
			4,55				549,35	548,23					3,05	0,76	0,39

6.3.3 Estudo de caso – 5 PVs

Considerando cinco PVs e um terreno com a mesma declividade das condições anteriores, em sentido um pouco diferente como demonstrado pelas curvas de nível, apresentado na Figura 38, foram testadas outras situações para avaliar o comportamento do código.

Figura 38: Distribuição de cinco PVs

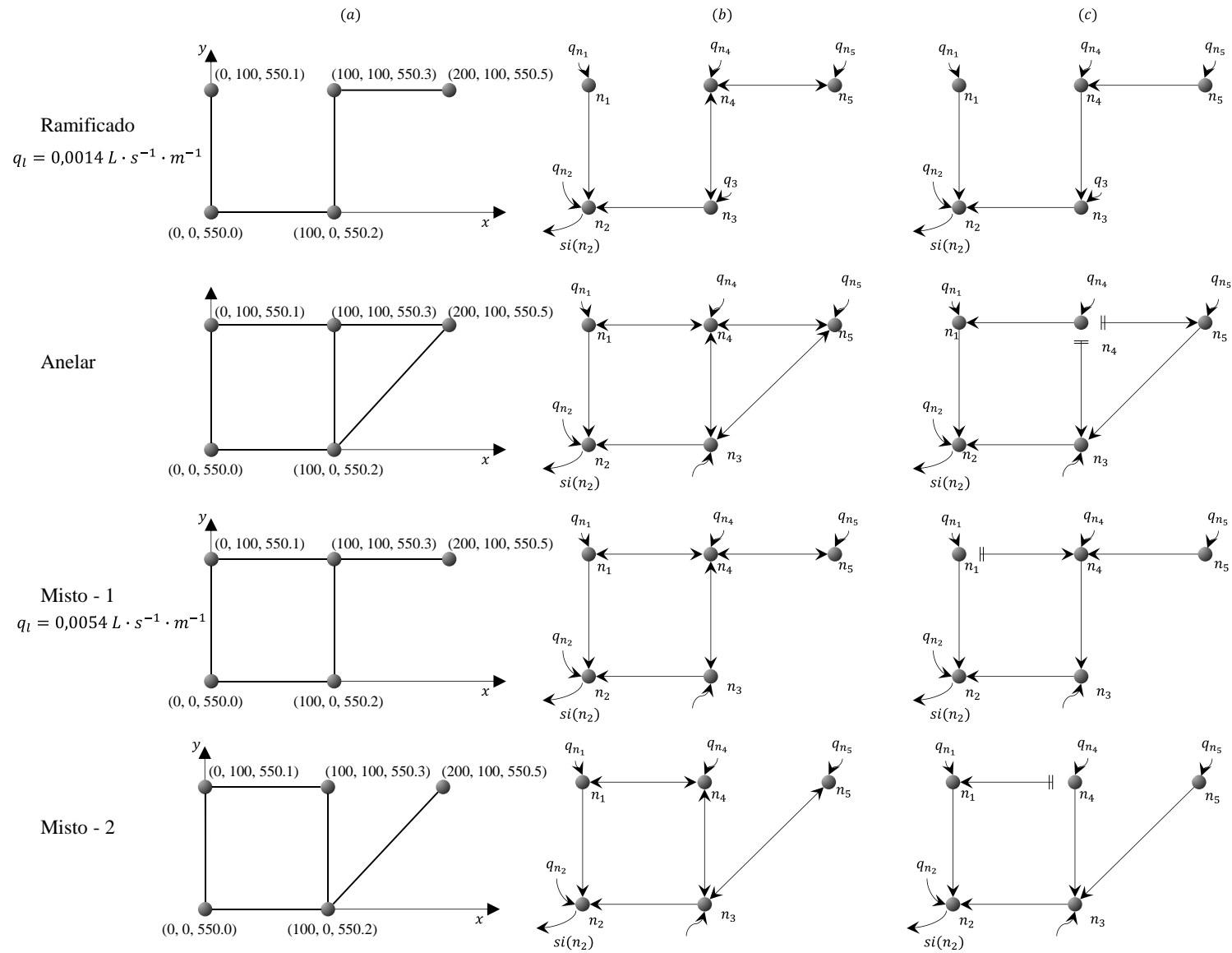


Para a primeira situação é possível observar que com a ampliação do trecho ramificado das condições anteriores o resultado continua apresentando o aumento do diâmetro ao longo dos trechos e as cotas também permanecem alinhadas em cada nó, mantendo o fluxo contínuo, como é possível observar na primeira linha da Figura 39 (c) e com a Tabela 5.

Considerando uma rede com dois anéis a programação sugerida convergiu para redes ramificadas, apresentando dois cortes como pode ser observado na segunda linha da Figura 39 (c). Conforme a Tabela 5, é possível observar que o modelo tende a selecionar traçados mais curtos com maior vazão apresentando maior diâmetro e menor inclinação, em contrapartida os traçados mais longos apresentam menor vazão, menor diâmetro e maior inclinação.

Também foi possível observar que a programação proposta consegue lidar com rede mista independentemente da rede inicial declarada para ao modelo de otimização, como é possível observar na terceira e quarta linha da Figura 39.

Figura 39: Representação topológica dos resultados para estudo dos casos com cinco PV



Quanto ao processo de dimensionamento da topologia obtida pela otimização, é possível observar diâmetros relativamente maiores, variando entre 150 mm a 300 mm, profundidades entre 0,85 m a 2,96 m, tensões trativas em alguns trechos ficaram abaixo de 1 Pa, declividade de 0,0015 m/m a 0,0176 m/m e a relação y/D em nenhum dos casos ultrapassou 0,75%. Aparentemente estes resultados apresentaram a influência da condição da vazão ser uma variável fixa, tendo um limite mais específico de dimensionamento.

Tabela 5: Resultados dos casos com cinco PVs

Rede	Trecho		Vazão [L/s]	Diâmetro [m]	Declividade [m/m]	Distância [m]	Cota Montante [m]	Cota de Jusante [m]	DGM [m]	DGJ [m]	Custo [RS]	Número de Iterações	Tensão [Pa]	Velocidade [m/s]	y/D			
			Inicial				Terreno	Terreno					Inicial	Inicial	Inicial			
	Mont.	Jus.	Final	CGS	CGS	Final	Final	Final										
Ramificado	n1	n2	2,95	0,150	0,0040	100,00	550,10	550,00	0,85	1,30	11385,06	868	1,21	0,59	0,35			
			4,83				549,25	548,70					1,47	0,68	0,46			
	n3	n2	8,86	0,300	0,0015	100,00	550,20	550,00	1,35	1,30			1,08	0,47	0,51			
			14,49				548,85	548,70					1,21	0,49	0,62			
	n4	n3	5,90	0,200	0,0020	100,00	550,30	550,20	0,85	1,35			1,05	0,76	0,48			
			9,66				549,45	548,85					0,78	0,78	0,50			
	n5	n4	2,95	0,150	0,0035	100,00	550,50	550,30	0,95	1,15			1,09	0,43	0,40			
			4,83				549,55	549,15					1,32	0,61	0,49			
	Anelar	n1	n2	5,03	0,200	0,0176	100,00	550,10	550,00	1,20			2,96	9452,63	3096	5,50	1,03	0,32
				8,23				548,90	547,04							6,88	0,76	0,48
n3		n2	6,39	0,250	0,0020	100,00	550,20	550,00	2,91	2,96	1,12	0,61	0,41					
			10,46				547,29	547,04			1,35	0,57	0,60					
n4		n1	2,23	0,150	0,0040	100,00	550,30	550,10	0,95	1,20	1,08	0,55	0,30					
			3,65				549,35	548,90			1,32	0,63	0,40					
n4		n3	0,10	0,100	0,0195	100,00	550,30	550,20	1,01	2,91	1,01	0,33	0,09					
			0,16				549,29	547,29			1,25	0,37	0,11					
n4		n5	0,66	0,100	0,0070	100,00	550,30	550,50	0,94	1,86	1,06	0,42	0,26					
			1,08				549,36	548,64			1,30	0,48	0,33					
n5	n3	3,50	0,150	0,0088	141,42	550,50	550,20	1,86	2,91	2,61	0,70	0,38						
		5,73				548,64	547,29			3,18	0,80	0,50						
Misto 1	n1	n2	1,35	0,100	0,0069	100,00	550,10	550,00	0,90	1,69	9346,02	6389	1,41	0,51	0,38			
			2,21				549,20	548,31					7,72	0,60	0,49			
	n1	n4	1,55	0,150	0,0045	100,00	550,10	550,30	0,84	1,59			1,01	0,49	0,25			
			2,53				549,26	548,71					1,25	0,43	0,35			
	n3	n2	9,94	0,300	0,0015	100,00	550,20	550,00	1,74	1,69			1,16	0,52	0,55			
			16,26				548,46	548,31					1,34	0,58	0,75			
	n4	n3	7,14	0,250	0,0020	100,00	550,30	550,20	1,59	1,74			1,16	0,54	0,46			
			11,68				548,71	548,46					1,38	0,49	0,67			
	n5	n4	2,80	0,150	0,0074	100,00	550,50	550,30	0,95	1,59			1,94	0,59	0,32			
			4,58				549,55	548,71					2,37	0,68	0,41			
Misto 2	n1	n2	3,43	0,150	0,0030	100,00	550,10	550,00	1,45	1,75	8278,65	23599	1,10	0,65	0,44			
			5,61				548,65	548,25					1,29	0,67	0,46			
	n3	n2	7,70	0,250	0,0066	100,00	550,20	550,00	0,29	1,75			3,11	0,39	0,50			
			12,61				549,91	548,25					3,80	0,43	0,71			
	n4	n1	0,67	0,100	0,0070	100,00	550,30	550,10	0,95	1,45			1,06	0,42	0,26			
			1,09				549,35	548,65					1,30	0,27	0,43			
	n4	n3	2,16	0,150	0,0035	100,00	550,30	550,20	0,96	1,29			1,06	0,58	0,35			
			3,53				549,34	548,91					1,29	0,39	0,75			
	n5	n3	2,79	0,100	0,0038	100,00	550,50	550,20	0,90	0,29			1,04	0,60	0,54			
			4,56				549,60	549,91					0,94	0,71	0,75			

6.3.4 Estudo de caso – 9 PVs

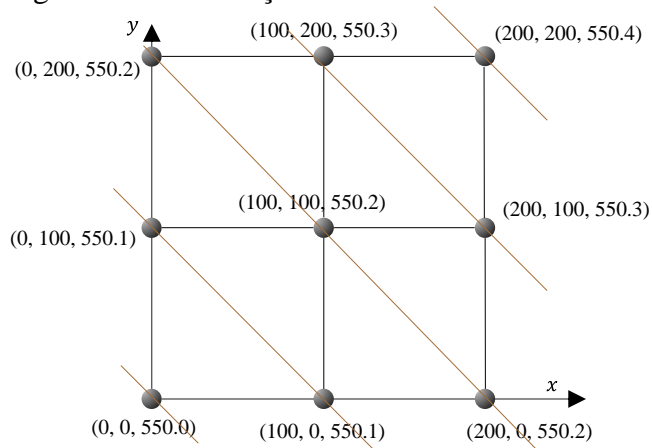
Para uma quantidade de nove PVs, distribuídos em uma malha de três por três, ampliando a complexidade do processo de otimização e determinação da topologia e dimensionamento hidráulico simultaneamente. Também foi considerado um terreno de baixa

declividade para testar o potencial de convergência do modelo proposto, simulando terrenos litorâneos ou de planícies.

Para comparação, foi utilizado o artigo de Moeini e Afshar (2017) no qual trabalha com uma rede distribuída em PVs de três por três. Foram propostas diferentes topografias para analisar o quanto a topografia interfere no processo de determinação do traçado e o dimensionamento do sistema. Neste trabalho a apresenta três topografias diferentes um terreno linear, em condição de talvegue simétrico a distribuição dos PVs e a saída e outra situação foi considerado uma condição em espigão não simétrico a distribuição dos PVs e a saída. Para todas as situações foram consideradas contribuições iniciais de 1,5 L/s em cada nó e uma vazão mínima de 1,5 L/s, sendo desconsiderado a contribuição em marcha.

Primeiramente temos a apresentação um terreno linear em que o gradiente de declividade direciona de forma favorável a saída do sistema, presente no PV posicionado nas coordenadas (0,0,500), representado na Figura 40.

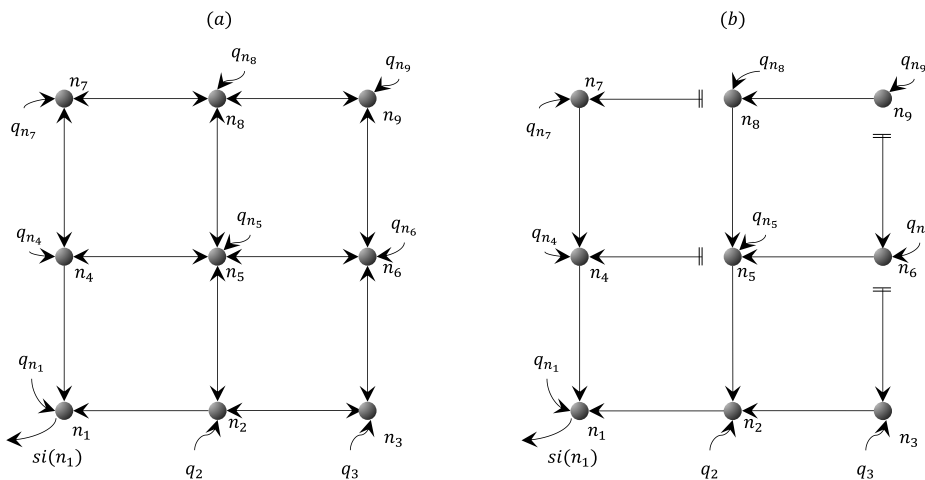
Figura 40: Distribuição de nove PVs terreno linear



Fonte: Adaptado de Moeini e Afshar (2017)

Como descrito anteriormente a programação proposta consiste em considerar quatro possibilidades de escoamento entre dois PVs e os que conectam com o PV de saída somente uma possibilidade de direção, como representado na Figura 41 (a). A solução encontrada pela programação desenvolvida para essa topografia indica uma priorização para o escoamento inicial direcionado da esquerda para a direita e posteriormente de cima para baixo contendo os cortes entre trechos para garantir um sistema de coleta ramificado, como representado na Figura 41 (a).

Figura 41: Representação dos resultados para estudo dos casos com nove PVs em terreno linear



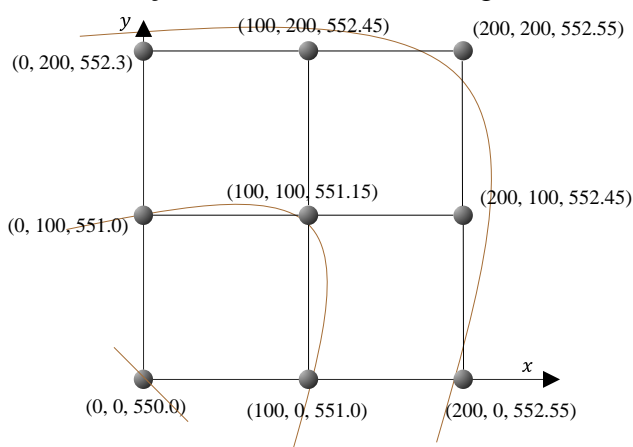
O dimensionamento obtido apresentou soluções com diâmetros crescentes e desnível geométrico maiores, para manter a condição mínima da tensão trativa, devido à baixa declividade do solo. O número de iterações para chegar na solução foi relativamente baixo para determinar a topologia da rede, descrito na Tabela 6.

Tabela 6: Resultado do caso com nove PVs em terreno linear

Trecho		Vazão [L/s]	Diâmetro [m]	Declividade e [m/m]	Cota Montante [m]	Cota de Jusante [m]	DGM [m]	DGJ [m]	Custo [R\$]	Número de Iterações	Tensão [Pa]	Velocidade [m/s]	y/D
Mont.	Jus.	Inicial			Terreno CGS	Terreno CGS					Inicial	Inicial	Inicial
		Final									Final	Final	Final
n2	n1	12,00	0,250	0,0020	550,10	550,00	1,60	1,70	12.158,16	415	1,18	0,69	0,429
		21,60			548,50	548,30					1,44	0,63	0,671
n3	n2	3,00	0,150	0,0050	550,20	550,10	1,20	1,60			1,46	0,59	0,344
		5,40			549,00	548,50					1,84	0,56	0,487
n4	n1	6,00	0,200	0,0035	550,10	550,00	1,45	1,70			1,42	0,68	0,353
		10,80			548,65	548,30					1,78	0,58	0,553
n5	n2	7,50	0,200	0,0025	550,20	550,10	1,45	1,60			1,18	0,72	0,419
		13,50			548,75	548,50					1,45	0,68	0,648
n5	n4	1,50	0,150	0,0075	550,20	550,10	0,80	1,45			1,49	0,49	0,229
		2,70			549,40	548,65					1,92	0,44	0,344
n6	n3	1,50	0,150	0,0050	550,30	550,20	0,80	1,20			1,09	0,26	0,306
		2,70			549,50	549,00					1,39	0,31	0,421
n6	n5	3,00	0,150	0,0035	550,30	550,20	1,20	1,45			1,10	0,59	0,363
		5,40			549,10	548,75					1,37	0,50	0,543
n7	n4	3,00	0,150	0,0035	550,20	550,10	1,20	1,45			1,10	0,59	0,363
		5,40			549,00	548,65					1,37	0,71	0,502
n8	n5	3,00	0,150	0,0035	550,30	550,20	1,20	1,45			1,10	0,59	0,363
		5,40			549,10	548,75					1,37	0,50	0,573
n8	n7	1,50	0,150	0,0050	550,30	550,20	0,80	1,20			1,09	0,23	0,325
		2,70			549,50	549,00					1,39	0,27	0,449
n9	n6	1,50	0,150	0,0050	550,40	550,30	0,80	1,20	1,09	0,23	0,325		
		2,70			549,60	549,10			1,39	0,27	0,449		
n9	n8	1,50	0,150	0,0050	550,40	550,30	0,80	1,20	1,09	0,23	0,325		
		2,70			549,60	549,10			1,39	0,27	0,449		

A segunda situação consiste em descrever uma topografia em uma classificação de um talvegue, simétrica a topologia e a saída da rede (gradiente de declividade direcionado para o PV de saída), demonstrado nas curvas de nível na Figura 42.

Figura 42: Distribuição de nove PVs em talvegue simétrico

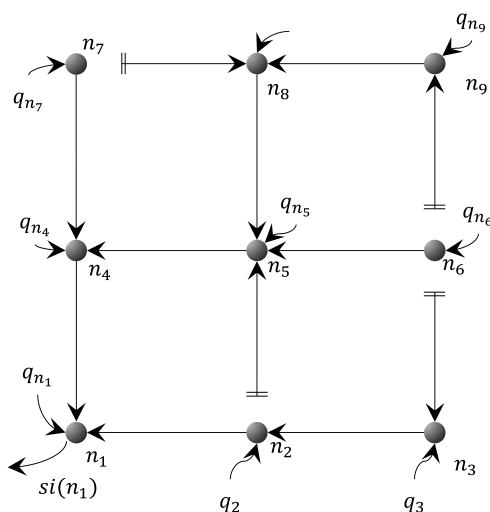


A programação proposta para solucionar a distribuição simétrica apresentou uma solução factível, sendo possível inferir que a topografia exerce um papel importante na determinação de um resultado ótimo.

É importante ressaltar que para o trecho em talvegue a declividade do terreno não pode ser linear, como observado anteriormente. Sendo assim foi aplicado um terreno em que os PVs de seu entorno não apresentem a mesma cota.

A solução encontrada é representada com setas e linhas de corte indicando o sentido do escoamento apresentado na Figura 43, é possível observar no resultado obtido que foi priorizado o aumento da vazão no trecho principal - a diagonal do traçado contendo os PVs $(n_1, n_4, n_5, n_8 e n_9)$ - mesmo que não acompanhe a declividade do perfil do terreno como nos trechos (n_7, n_8) , (n_6, n_9) e (n_2, n_5) .

Figura 43: Representação do resultado para estudo dos casos com nove PVs em talvegue



Pode ser observado na Tabela 7 que, com o terreno mais irregular, o modelo proposto conseguiu lidar adequadamente com a declividade da tubulação e a cota de assentamento, juntamente com o desnível geométrico, diferença entre a cota do terreno e a geratriz superior do tubo. Ao mesmo tempo foi observado que a aplicação de desnível geométrico maior foi importante para que apresentasse tensão trativa mínima para o escoamento inicial.

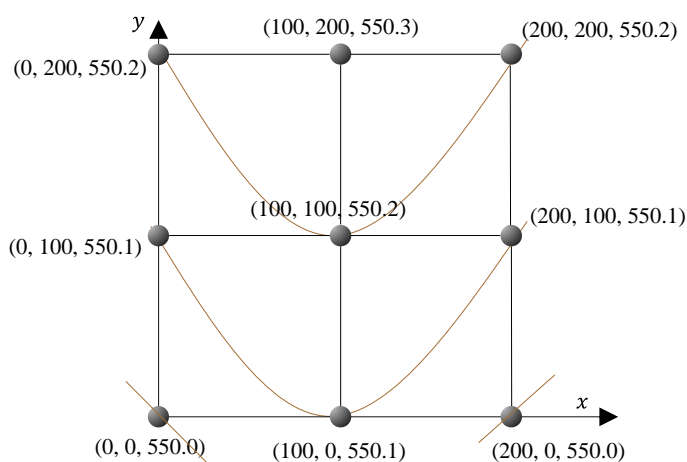
Tabela 7: Resultado do caso com nove PVs em talvegue

Trecho		Vazão [L/s]	Diâmetro [m]	Declividade [m/m]	Cota Montante [m]	Cota de Jusante [m]	DGM [m]	DGJ [m]	Custo [R\$]	Número de Iterações	Tensão [Pa]	Velocidade [m/s]	y/D
Mont.	Jus.	Inicial			Terreno CGS	Terreno CGS					Inicial	Inicial	Inicial
		Final									Final	Final	Final
n2	n1	4,50	0,150	0,0100	551,00	550,00	0,80	0,80	14.071,39	4.434	2,67	0,91	0,365
		8,10			550,20	549,20					3,40	1,07	0,498
n2	n5	1,50	0,150	0,0055	551,00	551,15	0,80	1,50			1,17	0,49	0,238
		2,70			550,20	549,65					1,50	0,45	0,352
n3	n2	3,00	0,100	0,0095	552,55	551,00	0,85	0,80			2,25	0,60	0,583
		5,40			551,70	550,20					2,75	0,78	0,791
n4	n1	13,50	0,250	0,0025	551,00	550,00	0,16	0,80			1,48	0,70	0,444
		24,30			550,85	549,20					1,80	0,65	0,698
n5	n4	10,50	0,250	0,0020	551,15	551,00	1,50	1,55			1,12	0,46	0,455
		18,90			549,65	549,45					1,39	0,53	0,655
n6	n3	1,50	0,100	0,0050	552,45	552,55	0,80	0,85			1,03	0,33	0,473
		2,70			551,65	551,70					1,28	0,43	0,647
n6	n5	1,50	0,100	0,0200	552,45	551,15	0,80	1,50			3,41	0,73	0,347
		2,70			551,65	549,65					4,36	0,86	0,474
n6	n9	1,50	0,150	0,0055	552,45	552,55	0,80	1,45			1,17	0,24	0,315
		2,70			551,65	551,10					1,50	0,28	0,434
n7	n4	1,50	0,100	0,0275	552,30	551,00	0,80	1,55			4,39	0,82	0,336
		2,70			551,50	549,45					5,62	0,97	0,456
n7	n8	1,50	0,100	0,0150	552,30	552,45	0,80	1,75			2,72	0,66	0,360
		2,70			551,50	550,70					3,46	0,77	0,492
n8	n5	6,00	0,150	0,0105	552,45	551,15	1,75	1,50	3,49	0,83	0,451		
		10,80			550,70	549,65			4,33	0,95	0,626		
n9	n8	3,00	0,150	0,0040	552,55	552,45	1,45	1,75	1,22	0,37	0,427		
		5,40			551,10	550,70			1,53	0,45	0,588		

As declividades foram calculadas e os diâmetros se mantiveram iguais ao mínimo na maioria dos trechos, sendo um acima apenas no trecho diretamente conectado ao final da rede e com maior vazão. A tensão trativa apresentou valores maiores do que 1 Pa e velocidades relativamente baixas. Comparando com a topografia com gradiente linear, a condição em talvegue apresentou maior número de iterações, podendo inferir maior complexidade na busca da solução.

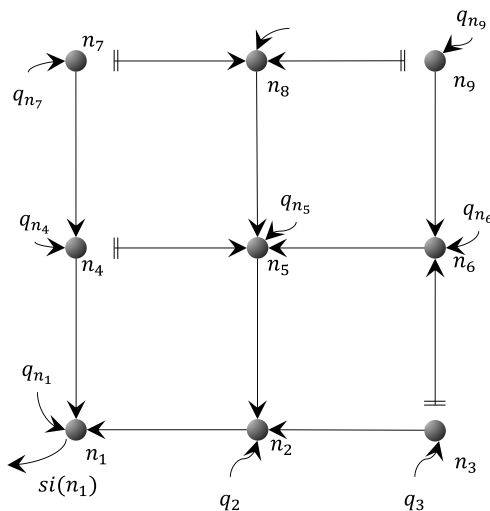
O caso seguinte alterando a topografia do terreno para uma condição em espigão, porém de forma que não fique simétrico ao PV de saída e aos outros PVs no geral, como apresentado com as curvas de nível na Figura 44.

Figura 44: Distribuição de nove PVs em espigão não simétrico



Para a situação em um terreno em perfil espigão o modelo proposto prioriza o trecho principal na região mais elevada. Apesar do terreno não ter o caimento direto para a saída, com o modelo proposto foi possível determinar um traçado consistente ao terreno imposto ao problema, apresentado na Figura 45.

Figura 45: Representação do resultado para estudo dos casos com nove PVs em espigão



Os resultados apresentaram condições satisfatórias, tendo um maior destaque para a tensão trativa no qual apresentou menores valores em comparação ao terreno em talvegue. Os diâmetros foram crescentes entre 150 mm a 250 mm. As declividades obtidas também não foram tão elevadas, porém apresentaram profundidades um pouco maiores. É possível observar que foi necessário realizar mais iterações, mais de 10 mil, como pode ser observado na Tabela 8.

Tabela 8: Resultado do caso com nove PVs em espigão

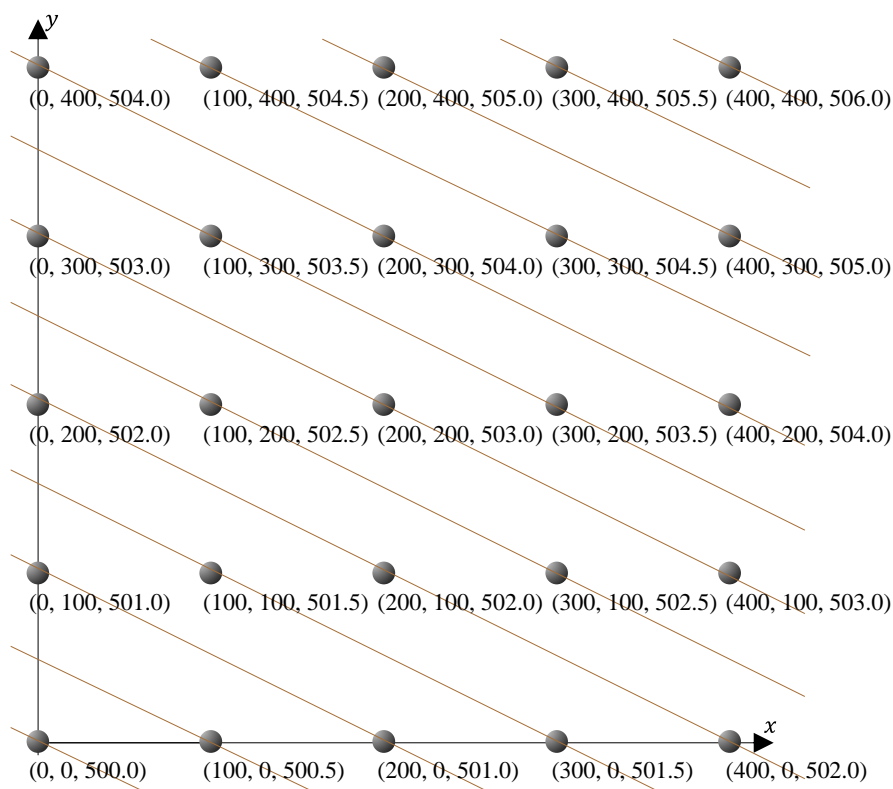
Trecho		Vazão [L/s]		Diâmetro [m]	Declividade [m/m]	Cota Montante [m]	Cota de Jusante [m]	DGM [m]	DGJ [m]	Custo [R\$]	Número de Iterações	Tensão [Pa]	Velocidade [m/s]	y/D
Mont.	Jus.	Inicial	Final			Terreno	Terreno					Inicial	Final	Inicial
n2	n1	15,00	27,00	0,250	0,0020	550,10	550,00	1,85	2,05	13.097,76	10.160	1,16	0,84	0,425
		548,25				547,95	1,45					0,92	0,620	
n3	n2	1,50	2,70	0,150	0,0105	550,00	550,10	0,80	1,85	13.097,76	10.160	1,94	0,56	0,219
		549,20				548,25	2,50					0,36	0,377	
n3	n6	1,50	2,70	0,150	0,0050	550,00	550,10	0,80	1,45	13.097,76	10.160	1,17	0,49	0,238
		549,20				548,65	1,50					0,57	0,322	
n4	n1	3,00	5,40	0,150	0,0090	550,10	550,00	1,25	2,05	13.097,76	10.160	2,32	0,64	0,319
		548,85				547,95	2,95					0,76	0,435	
n4	n5	1,50	2,70	0,150	0,0095	550,10	550,20	0,80	1,85	13.097,76	10.160	1,79	0,54	0,222
		549,30				548,35	2,31					0,33	0,392	
n5	n2	12,00	21,00	0,250	0,0020	550,20	550,10	1,85	1,85	13.097,76	10.160	1,18	0,54	0,466
		548,35				548,25	1,44					0,62	0,674	
n6	n5	4,50	8,10	0,200	0,0030	550,10	550,20	1,45	1,85	13.097,76	10.160	1,12	0,48	0,340
		548,65				548,35	1,41					0,41	0,538	
n7	n4	1,50	2,70	0,150	0,0055	550,20	550,10	0,80	1,25	13.097,76	10.160	1,17	0,30	0,287
		549,40				548,85	1,50					0,35	0,389	
n7	n8	1,50	2,70	0,150	0,0055	550,20	550,30	0,80	1,45	13.097,76	10.160	1,17	0,49	0,238
		549,40				548,85	1,50					0,57	0,322	
n8	n5	4,50	8,10	0,200	0,0030	550,30	550,20	1,45	1,85	13.097,76	10.160	1,67	0,48	0,319
		548,85				548,35	1,41					0,41	0,538	
n9	n6	1,50	2,70	0,150	0,0075	550,20	550,10	0,80	1,45	13.097,76	10.160	1,49	0,49	0,229
		549,40				548,65	1,92					0,59	0,309	
n9	n8	1,50	2,70	0,150	0,0055	549,40	548,65	0,80	1,45	13.097,76	10.160	1,17	0,49	0,238
		548,60				547,20	1,50					0,57	0,322	

6.3.5 Estudo de caso – 25 PVs

Para uma quantidade de 25 PVs, distribuídos em uma malha de cinco por cinco, ampliando a complexidade do processo de otimização e determinação da topologia e dimensionamento hidráulico simultaneamente. Também foi considerado um terreno de baixa declividade para testar o potencial de convergência do modelo proposto, simulando terrenos litorâneos ou de planícies, apresentado na Figura 46.

O artigo de Moeini e Afshar (2017) também utiliza uma rede com 25 PVs distribuídos em uma matriz de cinco por cinco. Porém diferentemente o autor realiza o teste para que o modelo realize a otimização com duas saídas. O trabalho descrito no presente trabalho não contempla tal característica.

Figura 46: Distribuição de 25 PVs em um terreno plano de baixa declividade

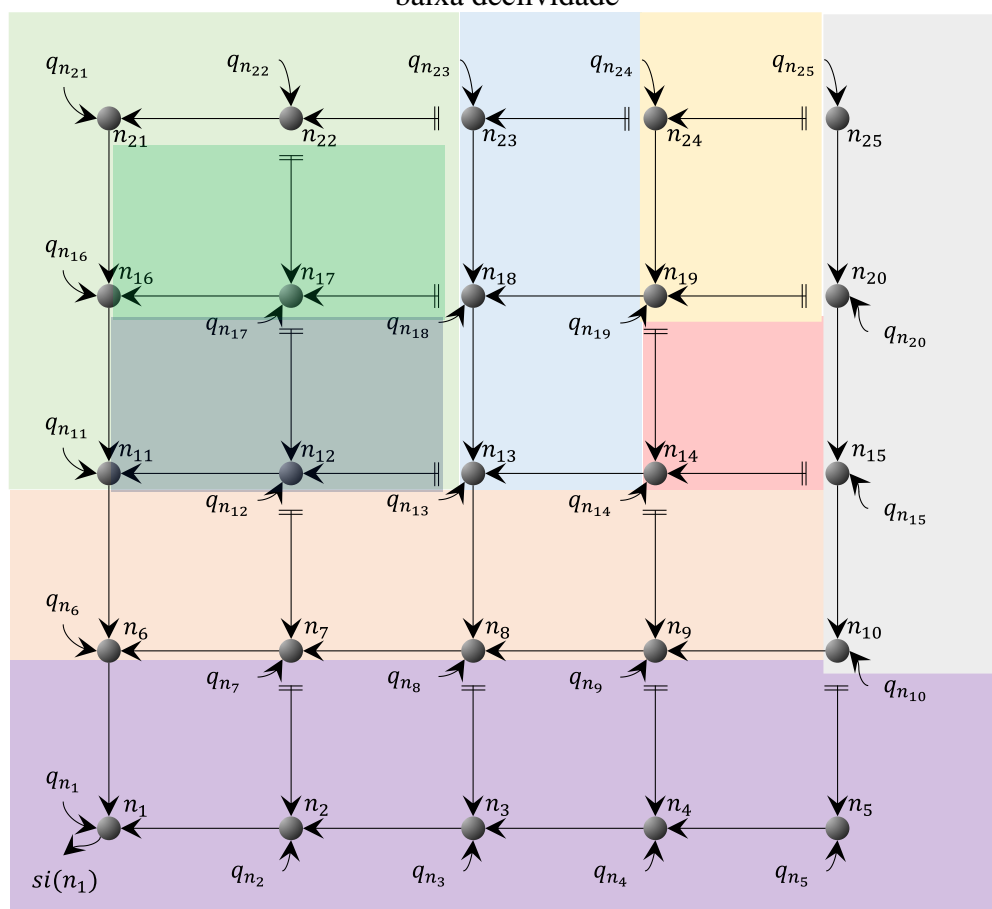


No entanto, para que este modelo mais amplo pudesse convergir foi aplicada uma dependência das cotas em relação ao diâmetro comercial. Foi considerado as contribuições como sendo de $0,1 L \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$ nos trechos e $1,5 L \cdot s^{-1}$ em cada um dos nós.

O resultado apresentado pelo processo de otimização é possível observar que foi desenvolvido um traçado retilíneo nas fronteiras da região de aplicação da rede (anto esquerdo, direito e inferior). Na parte interna, é possível observar que a prioridade dada foi conforme a declividade do terreno, no sentido da direita para a esquerda, em que a declividade é menor. Também é possível observar que a região foi dividida de forma que a parte inferior esteja separada para não apresentar uma vazão tão grande e assim, desenvolver um aumento da velocidade, sendo desenvolvidos poucos trechos simétricos.

Na Figura 48 é destacado por meio de blocos de cor que indicam alguns agrupamentos com a direção e o sentido do escoamento após o processo de otimização em função da topologia com declividade homogênea e linear, com gradiente de angulação de 0,5 direcionado para o ponto de saída, favorecendo o processo de otimização.

Figura 47: Representação do resultado para estudo dos casos com 25PVs em terreno plano de baixa declividade



Dentre os resultados analíticos apresentados na Tabela 9, é possível observar que os diâmetros apresentam valores também de 100 mm, um desnível geométrico com profundidade

entre a cota e a geratriz superior maior ou igual a 0,80 m e velocidades de até $5 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, com tensão trativa igual a 1 Pa .

É importante salientar que para este modelo apresentou condições específicas em relação a topografia do terreno, tendo uma superfície plana com uma declividade suave. Sendo assim, fica evidente a necessidade de realizar uma adequação e adaptação a equação das cotas de maneira que expresse adequadamente o problema de forma mais ampla e clara.

Também é possível observar que as velocidades em que a grande maioria possui valores iguais ou próximos ao limite máximo, o que pode caracterizar erro de representação algébrica. Atendo aos critérios de tensão trativa mínima para as condições de escoamento e desnível geométrico menor, proporcionando menores custos de escavação apresentado na Tabela 9.

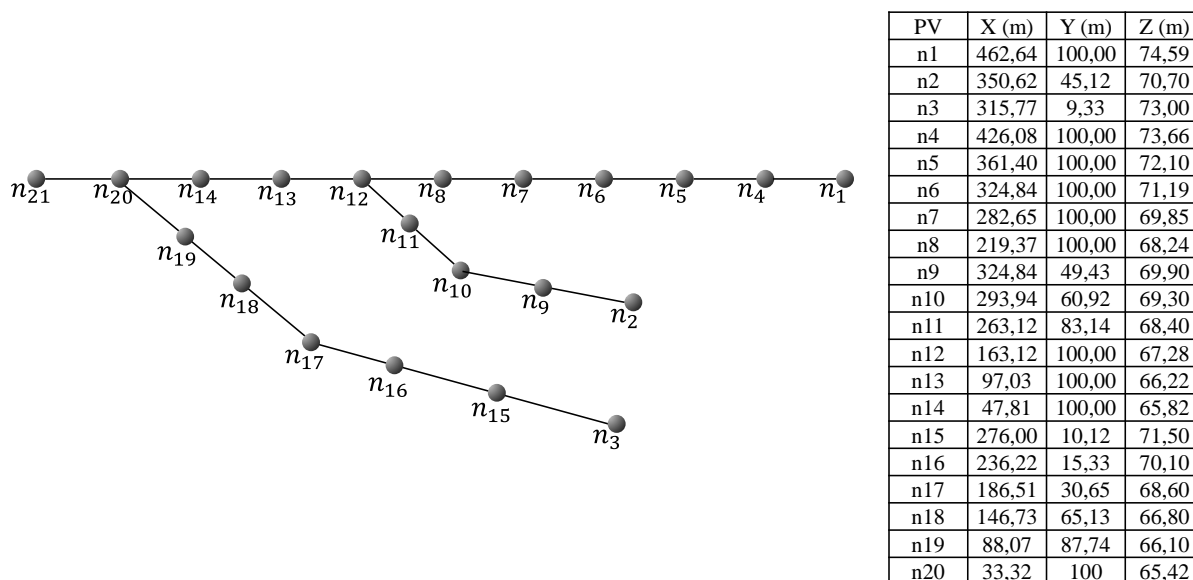
Tabela 9: Resultado do caso com 25 PVs

Trecho		Vazão [L/s]	Diâmetro [m]	Declividade [m/m]	Cota de Montante [m]	Cota de Jusante [m]	DGM [m]	DGJ [m]	Custo [R\$]	Número de Iterações	Tensão [Pa]	Velocidade [m/s]	y/D
Mont.	Jus.	Inicial			Terreno	Terreno					Inicial	Inicial	Inicial
		Final			CGS	CGS					Final	Final	Final
n2	n1	12,80	0,250	0,0050	500,50	500,00	0,80	0,80	54.795,82	2.234	2,55	0,81	0,369
		22,40			499,70	499,20					3,14	0,96	0,500
n3	n2	9,60	0,200	0,0050	501,00	500,50	0,80	0,80			2,28	0,78	0,431
		16,80			500,20	499,70					2,79	0,94	0,593
n4	n3	6,40	0,200	0,0050	501,50	501,00	0,80	0,80			1,94	0,47	0,434
		11,20			500,70	500,20					2,42	0,54	0,560
n5	n4	3,20	0,150	0,0050	502,00	501,50	0,80	0,80			1,50	0,60	0,357
		5,60			501,20	500,70					1,86	0,72	0,483
n6	n1	51,20	0,375	0,0100	501,00	500,00	0,80	0,80			7,42	1,38	0,403
		89,60			500,20	499,20					9,26	1,60	0,546
n7	n2	1,60	0,100	0,0100	501,50	500,50	0,80	0,80			2,03	0,58	0,392
		2,80			500,70	499,70					2,52	0,67	0,531
n7	n6	32,00	0,300	0,0050	501,50	501,00	0,80	0,80			3,58	1,02	0,469
		56,00			500,70	500,20					4,33	1,23	0,650
n8	n3	1,60	0,100	0,0100	502,00	501,00	0,80	0,80			2,03	0,58	0,392
		2,80			501,20	500,20					2,52	0,67	0,531
n8	n7	28,80	0,300	0,0050	502,00	501,50	0,80	0,80			3,44	0,86	0,467
		50,40			501,20	500,70					4,20	0,97	0,663
n9	n4	1,60	0,100	0,0100	502,50	501,50	0,80	0,80			2,03	0,58	0,392
		2,80			501,70	500,70					2,52	0,67	0,531
n9	n8	9,60	0,200	0,0050	502,50	502,00	0,80	0,80			2,28	0,78	0,431
		16,80			501,70	501,20					2,79	0,94	0,593
n10	n5	1,60	0,100	0,0100	503,00	502,00	0,80	0,80			2,03	0,58	0,392
		2,80			502,20	501,20					2,52	0,67	0,531
n10	n9	6,40	0,200	0,0050	503,00	502,50	0,80	0,80			1,94	0,47	0,404
		11,20			502,20	501,70			2,42	0,54	0,560		
n11	n6	17,60	0,250	0,0100	502,00	501,00	0,80	0,80	4,98	1,06	0,399		
		30,80			501,20	500,20			6,21	1,22	0,540		
n12	n11	4,80	0,150	0,0050	502,00	502,50	0,80	0,80	1,76	0,68	0,444		
		8,40			501,20	501,70			2,14	0,82	0,613		
n12	n7	1,60	0,100	0,0100	502,50	501,50	0,80	0,80	2,03	0,58	0,392		
		1,80			501,70	500,70			2,52	0,67	0,531		
n13	n8	17,60	0,250	0,0100	503,00	502,00	0,80	0,80	4,98	1,06	0,399		
		30,80			502,20	501,20			6,21	1,22	0,540		
n13	n12	1,60	0,100	0,0050	503,00	502,50	0,80	0,80	1,16	0,54	0,432		
		2,80			502,20	501,70			1,42	0,65	0,597		
n14	n9	1,60	0,100	0,0100	503,50	502,50	0,80	0,80	2,03	0,58	0,392		
		2,80			502,70	501,70			2,51	0,67	0,531		
n14	n13	4,80	0,150	0,0050	503,50	503,00	0,80	0,80	1,76	0,68	0,444		
		8,40			502,70	502,20			2,14	0,82	0,613		
n15	n10	4,80	0,150	0,0100	504,00	503,00	0,80	0,80	3,06	0,76	0,403		
		8,40			503,20	502,20			3,81	0,88	0,546		
n15	n14	1,60	0,100	0,0050	504,00	503,50	0,80	0,80	1,16	0,54	0,432		
		2,80			503,20	502,70			1,42	0,65	0,597		
n16	n11	11,20	0,200	0,0100	503,00	502,00	0,80	0,80	4,22	0,95	0,426		
		19,60			502,20	501,20			5,23	1,09	0,579		
n17	n12	1,60	0,100	0,0100	503,50	502,50	0,80	0,80	2,03	0,58	0,392		
		2,80			502,70	501,70			2,52	0,67	0,531		
n17	n16	4,80	0,150	0,0050	503,50	503,00	0,80	0,80	1,76	0,68	0,444		
		8,40			502,70	502,20			2,14	0,82	0,613		
n18	n13	11,20	0,200	0,0100	504,00	504,00	0,80	0,80	4,22	0,95	0,426		
		19,60			503,20	503,20			5,23	1,09	0,579		
n18	n17	1,60	0,100	0,0050	504,00	503,50	0,80	0,80	1,16	0,54	0,432		
		2,80			503,20	502,70			1,42	0,65	0,597		
n19	n14	1,60	0,100	0,0100	504,50	503,50	0,80	0,80	2,03	0,58	0,392		
		2,80			503,70	502,70			2,52	0,67	0,531		
n19	n18	6,40	0,200	0,0050	504,50	504,00	0,80	0,80	1,94	0,47	0,404		
		11,20			503,70	503,20			2,42	0,57	0,545		
n20	n15	3,20	0,150	0,0100	505,00	504,00	0,80	0,80	2,59	0,45	0,380		
		5,60			504,20	503,20			3,26	0,55	0,508		
n20	n19	1,60	0,100	0,0050	505,00	504,50	0,80	0,80	1,16	0,54	0,432		
		2,80			504,20	503,70			1,42	0,65	0,597		
n21	n16	4,80	0,150	0,0100	504,00	503,00	0,80	0,80	3,06	0,76	0,403		
		8,40			503,20	502,20			3,81	0,88	0,546		
n22	n21	3,20	0,150	0,0050	504,00	503,50	0,80	0,80	1,50	0,45	0,397		
		5,60			503,20	502,70			1,87	0,55	0,537		
n22	n17	1,60	0,100	0,0010	504,50	503,50	0,80	0,80	2,03	0,58	0,392		
		2,80			503,70	502,70			2,52	0,76	0,531		
n23	n18	3,20	0,150	0,0100	505,00	504,00	0,80	0,80	2,59	0,68	0,326		
		5,60			504,20	503,20			3,26	0,69	0,461		
n23	n22	1,60	0,100	0,0050	505,00	504,50	0,80	0,80	1,16	0,54	0,432		
		2,80			504,20	503,70			1,42	0,65	0,597		
n24	n19	3,20	0,150	0,0100	505,50	504,50	0,80	0,80	2,59	0,68	0,326		
		5,60			504,70	503,70			3,26	0,80	0,437		
n24	n23	1,60	0,100	0,0050	505,50	505,00	0,80	0,80	1,16	0,54	0,432		
		2,80			504,70	504,20			1,42	0,65	0,597		
n25	n20	1,60	0,100	0,0100	506,00	505,00	0,80	0,80	2,03	0,58	0,392		
		2,80			505,20	504,20			2,52	0,67	0,597		
n25	n24	1,60	0,100	0,0050	506,00	505,50	0,80	0,80	1,16	0,54	0,432		
		2,80			505,20	504,70			1,42	0,65	0,531		

6.3.6 Estudo de caso – 21 PVs

O trabalho de Afshar (2011), apresenta uma rede ramificada no qual contém 21 PVs. Aparentemente uma situação simplificada em que apresenta duas ramificações e uma topografia com declividade que favorece o escoamento livre, conforme pode ser observado na tabela das cotas na Figura 48. Sendo consideradas contribuições de $1,5 L \cdot s^{-1}$ e posição dos PVs, diferente do autor, em cada um dos nós aplicada na topologia da Figura 48.

Figura 48: Distribuição de 21 PVs e posicionamento espacial



Fonte: Adaptado de Afshar (2011)

Em relação ao resultado obtido utilizando o modelo proposto neste trabalho, apresentou uma solução ótima, como esperado para uma rede simples e topografia favorável, podendo observar os resultados obtidos sendo apresentados na Tabela 10.

É possível observar que as profundidades de cada um dos PVs se mantiveram dentro do limite mínimo, como também ocorre com a tensão trativa em alguns pontos. Porém para atender essas condições foi necessário aumentar o diâmetro da tubulação de forma significativa, iniciando com 150 mm e precisando aumentar até 600 mm.

Tabela 10: Resultado do caso com 20 PVs

Trecho		Vazão [L/s]		Diâmetro [m]	Declividade [m/m]	Cota Montante [m]	Cota de Jusante [m]	DGM [m]	DGJ [m]	Custo [R\$]	Número de Iterações	Tensão [Pa]	Velocidade [m/s]	y/D
Mont.	Jus.	Inicial	Terreno CGS			Terreno CGS	Final					Final	Final	
		Final												Final
n1	n4	4,44	0,150	0,0036	74,59	73,66	0,80	0,80	127.842,86	547	1,30	0,67	0,448	
		8,00			73,79	72,86					1,57	0,72	0,663	
n4	n5	8,88	0,200	0,0034	73,66	72,10	0,80	0,80			1,62	0,77	0,438	
		16,00			72,86	71,30					1,97	0,92	0,620	
n5	n6	13,33	0,250	0,0035	72,10	71,19	0,80	0,80			1,93	0,59	0,448	
		24,00			71,30	70,39					2,39	0,68	0,643	
n6	n7	17,78	0,250	0,0045	71,19	69,85	0,80	0,80			2,62	0,89	0,447	
		32,00			70,39	69,05					3,21	1,08	0,630	
n7	n8	22,22	0,300	0,0036	69,85	68,24	0,80	0,80			2,37	9,00	0,404	
		40,00			69,05	67,44					2,95	1,09	0,674	
n8	n12	26,66	0,375	0,0024	68,24	67,28	0,80	0,80			1,83	0,91	0,347	
		48,00			67,44	66,48					2,30	0,86	0,520	
n12	n13	48,88	0,450	0,0023	67,28	66,22	0,80	0,80			2,19	1,04	0,376	
		88,00			66,48	65,42					2,73	1,24	0,522	
n13	n14	53,33	0,600	0,0011	66,22	65,82	0,80	0,80			1,29	0,59	0,352	
		96,00			65,42	65,02					1,63	0,69	0,487	
n14	n20	57,77	0,600	0,0012	65,82	65,42	0,80	0,80			1,36	0,64	0,356	
		104,00			65,02	64,62					1,72	0,75	0,494	
n2	n9	4,44	0,200	0,0027	70,70	69,90	0,80	0,80			1,01	0,63	0,314	
		8,00			69,90	69,10					1,28	0,63	0,455	
n9	n10	8,88	0,250	0,0022	69,90	69,30	0,80	0,80	1,14	0,42	0,418			
		16,00			69,10	68,50			1,43	0,48	0,593			
n10	n11	13,33	0,250	0,0029	69,30	68,40	0,80	0,80	1,66	0,82	0,408			
		24,00			68,50	67,60			2,04	0,96	0,676			
n11	n12	17,78	0,300	0,0026	68,40	67,28	0,80	0,80	1,65	0,85	0,377			
		32,00			67,60	66,48			2,06	1,02	0,524			
n3	n15	4,44	0,150	0,0038	73,00	71,50	0,80	0,80	1,35	0,67	0,444			
		8,00			72,20	70,70			1,64	0,74	0,652			
n15	n16	8,89	0,200	0,0035	71,50	70,10	0,80	0,80	1,66	0,76	0,436			
		16,00			70,70	69,30			2,02	0,92	0,616			
n16	n17	13,33	0,250	0,0038	70,10	68,60	0,80	0,80	2,03	0,54	0,459			
		24,00			69,30	67,80			2,53	0,62	0,666			
n17	n18	17,78	0,250	0,0036	68,60	66,80	0,80	0,80	2,20	0,89	0,463			
		32,00			67,80	66,00			2,65	1,08	0,660			
n18	n19	22,22	0,375	0,0018	66,80	66,10	0,80	0,80	1,32	0,44	0,423			
		40,00			66,00	65,30			1,66	0,50	0,604			
n19	n20	26,66	0,375	0,0012	66,10	65,42	0,80	0,80	1,02	0,91	0,390			
		48,00			65,30	64,62			1,24	1,08	0,551			

Sendo assim, a programação proposta conseguiu determinar uma solução factível para um problema com maior número de PVs em uma rede ramificada. Nesta situação não há o que se considerar na determinação da topologia para este exemplo, no entanto é possível constatar que apesar da programação considerar quatro possibilidades de escoamento entre dois PVs a solução obtida para este exemplo apresentou um comportamento consistente, em direção a saída.

Para este exemplo as equações geométricas de área molhada, perímetro molhado e raio hidráulico foram desabilitadas para avaliar a influência destas restrições no processo de otimização, o que se demonstrou como sendo restrições redundantes ou que não interferem ou

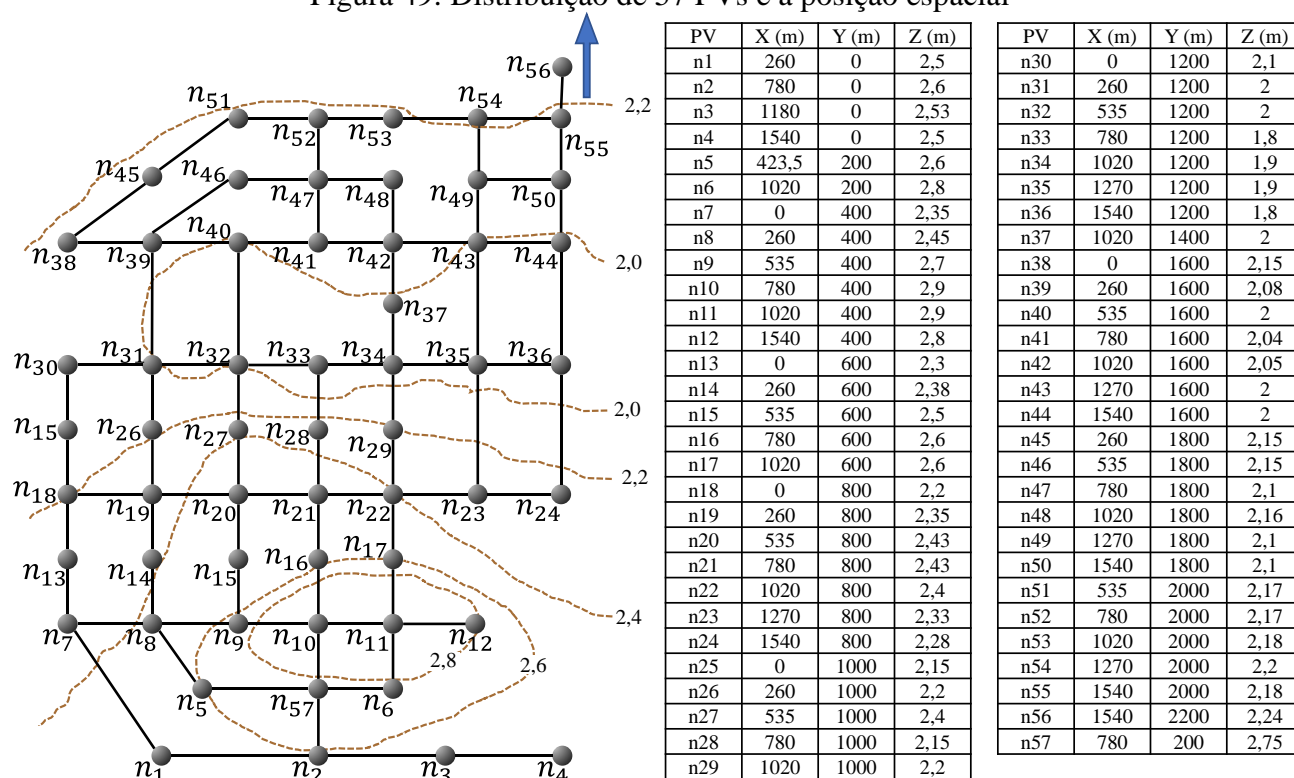
ainda que podem não estar adequadamente vinculadas as outras restrições, apresentando sem lâmina de água.

6.3.7 Estudo de caso – 57 PVs

No trabalho de Li e Matthew (1990) apresenta 57 PVs em uma topologia mais complexa em existem ramificações e um sistema anelar, com uma topografia mais acidentada que as situações anteriores. Na Figura 49 é apresentado o grafo com estudo de caso em questão.

A região apresentada, possui uma elevação semelhante a um pequeno morro sendo que a rede deve atravessar ou contornar uma depressão para chegar até chegar ao PV de saída n_{56} , indicado pela seta. As curvas de nível são representadas em intervalos de 0,2 m tendo algumas regiões mais planas e outras com mais declividade. A rede apresenta um sistema misto em trechos em anel e em ramos, apresentado na Figura 49 fornecidas pelo autor.

Figura 49: Distribuição de 57 PVs e a posição espacial



Fonte: Adaptado de (LI; MATTHEW, 1990)

A aplicação do modelo de cálculo proposto neste trabalho não conseguiu encontrar uma solução factível. Assim, foram realizadas diversas alterações para avaliar o comportamento e permitir aprimoramento do modelo.

Primeiramente foi realizado o teste em relação ao intervalo de convergência das contribuições, testando as situações com somente as contribuições localizadas, as distribuídas e as situações simultaneamente, também foi realizado o teste em relação a intensidade destas contribuições. Apesar de não encontrar uma solução, foi possível observar que o modelo apresentou uma melhor convergência para baixas contribuições na faixa de $10^{-5} L \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$.

A primeira hipótese levantada foi que o modelo não está conseguindo trabalhar adequadamente com os dois objetivos do trabalho em determinar a topologia da rede e o dimensionamento do sistema hidráulico. Desta maneira, foram separadas as equações da determinação topológica das hidrodinâmicas, calculando uma após a outra.

Porém, utilizar as equações separadas ou juntas não apresentou alterações nos resultados, sendo a maior influência para a convergência a faixa da contribuição de vazão sendo de $8 \cdot 10^{-5} L \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$. Apesar de convergir a solução apresentava trechos desconexos com os trechos anteriores, em que todos os trechos apresentam a cota de montante na cota mínima.

Desta maneira observou a necessidade de aprimorar as restrições que relacionam as cotas de assentamento e o modelo hidrodinâmico em relação somente as condições do equilíbrio de forças.

As equações restritivas quanto a geometria hidráulica (área molhada, perímetro molhado, raio hidráulico, ângulo e altura da lâmina de água) são repetitivas e que possivelmente possam interferir no processo de otimização, sendo assim, mantido somente a equação da altura da lâmina de água.

Para a restrição das cotas da geratriz superior de montante de um dado trecho devendo ser mais baixo ou igual ao mais baixo dos trechos que chegam neste mesmo PV, como representado na Figura 19 (c).

Foram realizados três testes na programação em relação a restrição das cotas. A primeira foi um teste simultâneo entre um dado trecho e o seu anterior, simultaneamente. Este sendo a proposta inicial dos resultados apresentados. Apesar de apresentar um comportamento satisfatório, apresentado na Equação 46, no entanto para uma quantidade maior de PVs não se apresentou eficiente, não encontrando uma solução factível.

A segunda condição foi testar os trechos separadamente, considerando uma influência do anterior, no qual também não apresentou uma solução factível nem convergência.

A terceira e última formatação foi considerado uma análise por PV e as cotas que relacionam a este elemento. Mostrou ser uma formatação mais ampla e elegante, porém mais complexa. Ao observar os resultados a conservação de massa juntamente com o processo de determinação da topografia apresentam relações coerentes de corte ou continuação dos trechos,

no entanto o dimensionamento do sistema em relação a declividade e cota de assentamento aparentemente e diâmetros não estão dentro das condições esperadas.

Resumindo, a proposta de formulação que apresentou resultados mais satisfatórios foi a Equação 46. Na terceira hipótese apesar de apresentar uma condição abrangentes o suficiente para representar a região de soluções, específica o suficiente para caracterizar, descrever, a problemática.

6.4 Considerações gerais

A nomenclatura adotada neste trabalho, apesar de não ser a mais comum na matemática, utilizando os índices i e j , foram trocados por n e np respectivamente. Pois auxiliou na compreensão do processo de formulação das restrições nesta pesquisa.

Uma dificuldade deste trabalho foi selecionar entre diferentes alternativas de formulação para representar a topologia e as condições de escoamento, uma combinação que resultasse menores problemas com a obtenção soluções boas e consistentes, reduzindo problemas de convergência.

Outra dificuldade encontrada ao longo da pesquisa foi o dimensionamento hidráulico, no qual deve realizar o processamento considerando as condições internas da tubulação. Pode ser observado que utilização direta da fórmula de Manning tornou o processamento mais difícil de convergir. Como mencionado anteriormente, optou-se por retroceder o equacionamento de Manning para a conservação de forças e aplicando o coeficiente de Chézy.

Parte da complexidade da formulação ocorre por considerar a determinação de duas variáveis binárias definindo a topologia e a escolha dos diâmetros comerciais, sendo sempre maiores ou iguais ao trecho anterior e que atendam as condições hidrodinâmicas.

Com vazões menores foi possível obter uma melhor convergência nos resultados, atendendo a condição da conservação de massa e determinação da topologia, porém a restrição hidrodinâmica e a determinação do diâmetro não foram adequadamente atendidas, sendo sempre o valor de 100 mm sendo que o do trabalho de referência os diâmetros se alteram. Com a formulação da declividade em função da somatória de forças foi possível obter a condição mínima para cada trecho em função destas vazões obtidas, assim, as restrições da declividade máxima e mínima estão implícitas nas restrições de tensão trativa e velocidade máxima.

Apesar da programação desenvolvida não apresentar soluções para as variáveis geométricas de escoamento, e somente apresentado os valores de contorno, esses resultados foram calculados separadamente do modelo e apresentados no trabalho.

7 Conclusões e considerações finais

Com esta pesquisa foi possível atender ao objetivo no qual foi proposto determinar o traçado de redes coletoras de esgoto juntamente com o dimensionamento do sistema, no qual presente o custo. Utilizando PNLIM em uma programação algébrica juntamente com as restrições de projeto de rede coletora de esgoto conforme a legislação brasileira exige.

O processo envolve tanto variáveis contínuas como comprimentos, cotas, vazões, lâminas de escoamento a seção livre, velocidades e tensões trativas, como variáveis inteiras para representar os pontos de seccionamento que definem o traçado ou topologia da rede necessariamente ramificada e a escolha dos diâmetros de um conjunto limitado de opções disponíveis.

Diferentes abordagens foram exploradas para descrever algebricamente o problema. Para determinar a direção e o sentido da rede coletora de esgotos, suas condições hidráulicas. Para verificar às restrições de projeto incluindo a continuidade nos nós e a lâmina máxima e tensão trativa mínima nos trechos e seu impacto nos custos de assentamento da tubulação. Como também a escavação e reaterro, buscando caracterizar adequadamente o sistema, mas tentando simplificar e agilizar o processo de otimização.

O equacionamento proposto apresenta comportamento adequado para topografias mais planas e uniformes com vazões mais baixas, proporcionando resultados melhores para auxiliar os profissionais na área do saneamento básico a desenvolverem projetos mais complexos e de difícil determinação de traçado.

O problema foi formulado em quatro partes principais, tratadas simultaneamente:

1. A representação da rede usando a teoria dos grafos, partindo de um grafo base com todas as possibilidades de sentidos de escoamento e de seccionamento, mas garantindo o resultado na forma de uma rede conexa e ramificada, direcionando o escoamento até um único nó de saída e obedecendo a equação da continuidade entre os trechos e nós.
2. O somatório de forças relacionando as condições de escoamento, a viscosidade do fluido e a rugosidade do tubo para representar as tensões trativas e atender o critério de autolimpeza.
3. A determinação dos diâmetros de cada trecho, escolhidos de um conjunto limitado de opções comercialmente disponíveis e obedecendo um critério de lâmina máxima.
4. A compatibilização geométrica das cotas de assentamento das tubulações em relação a cota do terreno, seccionamentos do traçado e acessórios da rede.

O modelo desenvolvido foi aplicado a um conjunto de casos com complexidade crescente, verificando a consistência dos traçados resultantes, os valores resultantes nas diversas variáveis e restrições de projeto e a compatibilidade geométrica das cotas nas conexões entre os trechos e acessórios. Foram exploradas tanto áreas com configuração inicial de múltiplos anéis como o caso particular de uma rede já ramificada. A topografia também foi variada, com casos mais simples de declividade suave direcionada ao nó de saída como diferentes alinhamentos de talvegues e espigões.

Foram obtidos resultados satisfatórios para topologias com até 25 PVs e topografia de declividade relativamente baixa, seja em condições com gradientes lineares, com talvegue e com espigão.

Problemas com maior porte, nesta pesquisa foi testado redes com 57 PVs, não apresentaram convergência satisfatória. Apesar de convergir para terrenos planos com baixa declividade, para terrenos com topografia que apresentem depressões a solução obtidas não apresentaram uma rede ramificada.

A pesquisa apresentada pode ser aplicada para outros estudos relacionados a sistemas de coleta e transporte de líquidos que envolvam a escolha do traçado e as condições internas do canal, como redes de drenagem de águas pluviais, redes já existentes ou novas, auxiliando gestores a aprimorar o sistema de coleta de esgoto de sua localidade.

7.1 Sugestões de pesquisas futuras

Vários são os desafios para a otimização do projeto de redes coletoras de esgoto. Nesta mesma linha de pesquisa, podem ser sugeridas como melhorias ou pesquisas futuras:

- Desenvolver uma interface gráfica para facilitar a entrada de dados e visualização dos resultados, viabilizando a utilização prática do modelo e a possibilidade de explorar uma quantidade maior de casos;
- Criar através de um algoritmo simplificado uma solução inicial factível tanto de traçado como dos resultados do dimensionamento hidráulico que possa auxiliar o processo de convergência do modelo;
- Estudar formas de melhorar a formulação e o processamento para lidar com maiores quantidades de PVs na mesma rede;
- Permitir múltiplos nós de saída, que poderiam contribuir na tarefa de dividir de forma mais eficiente bacias vizinhas de esgotamento sanitário;

- Detalhar melhor a formulação dos custos de escavação, que podem não ser contínuos e lineares com as profundidades, e outras características de execução;
- Incluir componentes de bombeamento e escoamento pressurizado, utilizados na transposição entre bacias vizinhas;
- Utilizar o *Extended Mathematical Programming* (EMP), uma ferramenta disponível em versões mais recentes do GAMS, no qual permite aplicar programações disjuntivas e programação de segundo nível;
- Utilizar programação quântica e simuladores quânticos para aprimorar os modelos de convergência.

8 Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7362-1: Sistemas enterrados para condução de esgoto – Parte 1 - Requisitos para tubos de PVC com junta elástica**, Rio de Janeiro, 29 jan 2007 (ISBN 978-85-07-00324-3).

_____. **NBR 7362-2: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**, Rio de Janeiro, jan 1999.

_____. **NBR 9061 - Segurança de escavação a céu aberto**, Rio de Janeiro, set 1985.

_____. **NBR 9648 - Estudo de concepção de sistemas de esgoto sanitário**, Rio de Janeiro, nov 1986.

_____. **NBR 9649 - Projeto de redes coletoras de esgoto sanitário**, Rio de Janeiro, nov 1986.

_____. **NBR 9814 - Execução de rede coletora de esgoto sanitário**, Rio de Janeiro, mai 1987.

_____. **NBR 14486 - Sistemas enterrados para condução de esgoto sanitário - Projeto de redes coletoras com tubos de PVC**, Rio de Janeiro, mar 2000.

_____. **NBR 12266 - Projeto e execução de valas para assentamento de tubulação de água, esgoto ou drenagem urbana**, Rio de Janeiro, abr 1992.

Brasil, (<https://presrepublica.jusbrasil.com.br/legislacao/875819060/lei-14026-20>

<https://legislacao.presidencia.gov.br/atos/?tipo=LEI&numero=14026&ano=2020&ato=cfaATWE9EMZpWT417>)

AHMADI, A.; ZOLFAGHARIPOOR, M. A.; NAFISI, M. Development of a Hybrid Algorithm for the Optimal Design of Sewer Networks. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 144, n. 8, p. 04018045-1–10, 2018. Disponível em: <<https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%29WR.1943-5452.0000942>>.

AHUJA, R. K.; MAGNANTI, T. L.; ORLIN, J. B. **Network flows Theory, algorithms and applications**. New Jersey: PRENTICE HALL, 1993.

ALEM SOBRINHO, P.; TSUTIYA, M. T. **Coleta e Transporte de Esgoto Sanitário**. 2^a Edição ed. São Paulo, Brasil: EDUSP, 2000.

ALFAISAL, F. M.; MAYS, L. W. Optimization Models for Layout and Pipe Design for Storm Sewer Systems. **Water Resources Management**, v. 35, n. 14, p. 4841–4854, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11269-021-02958-5>>.

ALFAISAL, F. M.; MAYS, L. W. Testing of an optimization model for optimal sewer system layout and wastewater treatment locations. **Desalination and Water Treatment**, v. 263, n.

February, p. 152–159, 2022.

ANDREI, N. **Nonlinear Optimization Applications Using the GAMS Technology**.

London: Springer, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS; ABNT. NBR 9649 - Projeto de redes coletoras de esgoto sanitário. **Planta**, p. 7, 1986.

BAKHSIPOUR, A. E. et al. Hanging Gardens Algorithm to Generate Decentralized Layouts for the Optimization of Urban Drainage Systems. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 145, n. 9, p. 04019034, 2019. Disponível em:

<<https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%29WR.1943-5452.0001103>>.

BALAS, E. Disjunctive Programming and a Hierarchy of Relaxation for Discrete Optimization Problems. **SIAM Journal on Algebraic Discrete Methods**, v. 6, n. 3, p. 466–486, 1985. Disponível em: <<https://doi.org/10.1137/0606047>>.

BELEGUNDU, A. D.; CHANDRUPATLA, T. R. **Optimization Concepts and Applications in Engineering**. 3rd. ed. [s.l.] Cambridge University Press, 2019. v. 53

BOHNENBERGER, J. C. **Modelagem numérica para o dimensionamento de sistemas de drenagem urbana**. 2019. Universidade Federal de Viçosa, 2019. Disponível em:

<[https://www.locus.ufv.br/bitstream/123456789/26817/1/texto completo.pdf](https://www.locus.ufv.br/bitstream/123456789/26817/1/texto%20completo.pdf)>.

BRASIL. **Lei nº 11.445**. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2007/lei/11445.htm>. Acesso em: 17 out. 2019.

BRASIL. **Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento – SNIS - Diagnóstico dos Serviços de Água e Esgotos – 2017**. Brasília, Brasil: SNIS, 2019.

BUHL, J. et al. Topological patterns in street networks of self-organized urban settlements.

European Physical Journal B, v. 49, n. 4, p. 513–522, 2006. Disponível em:

<<https://link.springer.com/article/10.1140/epjb/e2006-00085-1>>.

COELLO, C. A. C. et al. **Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems**. 2nd. ed. New York: Springer, 2007.

DARSONO, S.; LABADIE, J. W. Neural-optimal control algorithm for real-time regulation of in-line storage in combined sewer systems. **Environmental Modelling and Software**, v. 22, n. 9, p. 1349–1361, 2007. Disponível em:

<<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1364815206002581>>.

DIOGO, A. F.; GRAVETO, V. M. Optimal layout of sewer systems: A deterministic versus a stochastic model. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 132, n. 9, p. 927–943, 2006.

Disponível em: <<https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9429%282006%29132%3A9%28927%29>>.

- DUQUE, N. et al. Sewer network layout selection and hydraulic design using a mathematical optimization framework. **Water (Switzerland)**, v. 12, n. 12, 1 dez. 2020.
- DUQUE, N. et al. A Simplified Sanitary Sewer System Generator for Exploratory Modelling at City-Scale. **Water Research**, v. 209, n. June 2021, p. 117903, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.watres.2021.117903>>.
- DUQUE, N.; DUQUE, D.; SALDARRIAGA, J. Dynamic Programming over a Graph Modeling Framework for the Optimal Design of Pipe Series in Sewer Systems. **Procedia Engineering**, v. 186, p. 61–68, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2017.03.208>>.
- ELIMAM, A. A.; CHARALAMBOUS, C.; GHOBRIAL, F. H. Optimal Design of Large Sewer Networks. **Environmental Engineering**, v. 115, n. 6, p. 1171–1190, 1989. Disponível em: <<https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9372%281989%29115%3A6%281171%29>>.
- ELMASRY, M.; ZAYED, T.; HAWARI, A. Multi-Objective Optimization Model for Inspection Scheduling of Sewer Pipelines. **Journal of Construction Engineering and Management**, v. 145, n. 2, p. 04018129 (1–11), 2019. Disponível em: <<https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%29CO.1943-7862.0001599>>.
- FERREIRA, R. H. A. **Avaliação do Custo de Construção em Função do Traçado da Rede Coletora de Esgoto Sanitário**. 2013. Universidade Federal Do Pará, Belém, Pará, 2013. Disponível em: <http://repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/6054/1/Dissertacao_AvaliacaoCustoConstrucao.pdf>.
- FUNASA. **Sistema de Esgotamento Sanitário - Fundação Nacional de Saúde**. Disponível em: <<http://www.funasa.gov.br/sistema-de-esgotamento-sanitario>>. Acesso em: 17 out. 2019.
- GAMEIRO, L. F. de S. **Dimensionamento Otimizado De Redes De Esgotos Sanitários Com A Utilização De Algoritmos Genéticos**. 2003. Universidade Federal De Mato Grosso Do Sul, Campo Grande, Brasil, 2003. Disponível em: <[https://repositorio.ufms.br/bitstream/123456789/1505/1/Luís Fernando de Souza Gameiro.pdf](https://repositorio.ufms.br/bitstream/123456789/1505/1/Luís%20Fernando%20de%20Souza%20Gameiro.pdf)>.
- GAMS. **General Algebraic Modeling System**. Disponível em: <<https://www.gams.com/>>. Acesso em: 16 nov. 2019.
- GIRALDO, O. D. M. Solving a Classical Optimization Problem Using GAMS Optimizer Package: Economic Dispatch Problem Implementation. **Ingeniería y Ciencia**, v. 13, n. 26, p. 39–63, 2017. Disponível em: <[http://www.scielo.org.co/pdf/ince/v13n26/1794-9165-ince-13-](http://www.scielo.org.co/pdf/ince/v13n26/1794-9165-ince-13-39-63)

26-00039.pdf>.

HAGHIGHI, A. Loop-by-Loop Cutting Algorithm to Generate Layouts for Urban Drainage Systems. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 139, n. December, p. 693–703, 2013.

HAGHIGHI, A.; BAKHSHIPOUR, A. E. Optimization of Sewer Networks Using an Adaptive Genetic Algorithm. **Water Resources Management**, v. 26, n. 12, p. 3441–3456, 2012. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s11269-012-0084-3>>.

HAGHIGHI, A.; BAKHSHIPOUR, A. E. Deterministic integrated optimization model for sewage collection networks using tabu search. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 141, n. 1, p. 04014045, 2015. Disponível em: <<https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29WR.1943-5452.0000435>>.

HASSAN, W. H.; ATTEA, Z. H.; MOHAMMED, S. S. Optimum layout design of sewer networks by hybrid genetic algorithm. **Journal of Applied Water Engineering and Research**, v. 8, n. 2, p. 108–124, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/23249676.2020.1761897>>.

HSIE, M.; WU, M. Y.; HUANG, C. Y. Optimal urban sewer layout design using Steiner tree problems. **Engineering Optimization**, v. 0, n. 0, p. 1–17, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/0305215X.2018.1560436>>.

IBGE. **Classification and Characterization of rural and urban spaces in Brazil a first approximation [Classificação e Caracterização dos espaços rurais e urbanos do Brasil uma primeira aproximação]**. [s.l.: s.n.]

JUNIOR, A. de C. G.; CUSTÓDIO, A. M. B.; MONTEIRO, M. A. **Ociosidade das Redes de Esgotamento Sanitário no Brasil**. [s.l.] Organização da Sociedade Civil de Interesse Público Organização da Sociedade Civil de Interesse Público Organização da Sociedade Civil de Interesse Público, 2015.

JURKIEWICZ, S. Grafos - Uma Introdução. In: **Programa de Iniciação Científica da OBMEP**. 1. ed. Rio de Janeiro - RJ: Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP, 2017. p. 1–119.

KOCHENDERFER, M. J.; WHEELER, T. A. **Algorithms for Optimization**. Cambridge, MA: MIT Press, 2019.

KOVÁCS, L.; BOROS, E.; INOTAY, F. A two-stage approach for large-scale sewer systems design with application to the Lake Balaton resort area. **European Journal of Operational Research**, v. 23, n. 2, p. 169–178, 1986. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0377221786902365>>.

LEE, S.; GROSSMANN, I. E. New algorithms for nonlinear generalized disjunctive programming. **Computers and Chemical Engineering**, v. 24, n. 9–10, p. 2125–2141, 2000.

Disponível em:

<<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0098135400005810>>.

LI, B. G.; MATTHEW, R. G. S. New approach for optimization of urban drainage systems.

Journal of Environmental Engineering, v. 116, n. 5, p. 18, 1990. Disponível em:

<[https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9372%281990%29116%3A5%28927%29#:~:text=A new approach for the,to a typical field study.>](https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9372%281990%29116%3A5%28927%29#:~:text=A%20new%20approach%20for%20the,to%20a%20typical%20field%20study.>).

LOUCKS, D. P.; BEEK, E. van. **Water resource systems planning and analysis**. [s.l.] Springer, 2017. v. 4

MACHADO NETO, G. O.; TSUTIYA, M. T. Tensão trativa: um critério econômico para o dimensionamento das tubulações de esgoto. **Revista DAE** v. 45, n.140, p. 73 a 87, 1985.

MAGALHÃES, C. A. de C. **Dimensionamento dos Sistemas de Esgotos Sanitários de Grande Porte Via Redução de Custo**. 1995. Escola de Engenharia de São Carlos -

Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995. Disponível em:

<<http://repositorio.eesc.usp.br/handle/RIEESC/4597?show=full>>.

MAIN, W. M. **Design of Sanitary Sewer System by Dynamic Programming**. 1975.

McMaster University Hamilton, Ontario, 1975. Disponível em:

<<https://macsphere.mcmaster.ca/handle/11375/7339>>.

MAYS, L. W.; WENZEL, H. G. Optimal design of multilevel branching sewer systems.

Water Resources Research, v. 12, n. 5, p. 913–917, 1976. Disponível em:

<<https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/WR012i005p00913>>.

MENDONÇA, S. R.; MENDONÇA, L. C. **Sistemas sustentáveis de esgotos orientações técnicas para projeto e dimensionamento de redes coletoras, emissários, canais, estações elevatórias, tratamento e reuso na agricultura**. 1 Edição ed. [s.l: s.n.]

MOEINI, R.; AFSHAR, M. H. Layout and size optimization of sanitary sewer network using intelligent ants. **Advances in Engineering Software**, v. 51, p. 49–62, 2012. Disponível em:

<<http://dx.doi.org/10.1016/j.advengsoft.2012.05.003>>.

MOEINI, R.; AFSHAR, M. H. Arc Based Ant Colony Optimization Algorithm for optimal design of gravitational sewer networks. **Ain Shams Engineering Journal**, v. 8, n. 2, p. 207–223, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.asej.2016.03.003>>.

MORYADEE, C. **Optimization Models and Heuristic Methods for Deterministic and Stochastic Inventory Routing Problems**. 2017. University of Portsmouth, 2017. Disponível

- em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/7f48/fb41e46b59ad6ec3b76262bc2e7a1d166838.pdf>>.
- NASH, J. C. The (Dantzig) simplex method for linear programming. **Computing**, v. 31, n. 63, p. 29–31, 2000. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/814654>>.
- NAVIN, P. K.; MATHUR, Y. P.; KUMAR, D. Layout Optimization of Sewer Network Using Minimum Cumulative Flow in the Sewer Network. In: *Advances in Waste Management*, Singapore. **Anais...** Singapore: Springer, 2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/978-981-13-0215-2_23>.
- NETO, J. M. de A.; FERNÁNDEZ, M. F. y. **Manual de Hidráulica**. 9 edição ed. São Paulo, Brasil: Blucher, 2015.
- NUVOLARI, A. **Esgoto Sanitário: coleta, transporte, tratamento e reúso agrícola**. 2^o Edição ed. São Paulo, Brasil: Blucher, 2011.
- PAN, T.-C.; KAO, J.-J. GA-QP Model to Optimize Sewer System Design. **Journal of Environmental Engineering**, v. 135, n. 1, p. 17–24, 2008. Disponível em: <<https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9372%282009%29135%3A1%2817%29>>.
- PORTO, R. de M. **Hidráulica Básica**. São Carlos - São Paulo: EESC-SP, 2006.
- PSHIKHOPOV, V. **Path Planning for Vehicles Operating in Uncertain 2D Environments**. 1st Editio ed. Cambridge, MAm US: Elsevier Ltd, 2017.
- QUINTEIRO, C. A. V. **Optimization of Urban Wastewater Systems using Model Based Design and Control**. 2012. Academic Board of UNESCO-IHE Institute for Water Education, 2012. Disponível em: <<https://www.routledge.com/Optimization-of-Urban-Wastewater-Systems-using-Model-Based-Design-and-Control/Quintero/p/book/9781138000025>>.
- RAMAN, R.; GROSSMANN, I. E. Modelling and computational techniques for logic based integer programming. **Computers and Chemical Engineering**, v. 18, n. 7, p. 563–578, 1994. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0098135493E00107>>.
- RAO, S. S. **Engineering Optimization: Theory and Practice**. 4th. ed. [s.l.] Wiley, 2009. v. 37
- REYES-SILVA, J. D.; HELM, B.; KREBS, P. Meshness of sewer networks and its implications for flooding occurrence. **Water Science and Technology**, v. 81, n. 1, p. 40–51, 2020.
- SABESP. **NTS 25 - Normas Técnicas SABESP**. 2006. ed. [s.l: s.n.]
- SABESP. **NTS 25 - Normas Técnicas SABESP**. 2020. ed. [s.l: s.n.]
- SANEPAR. **Manual de Obras - MOS**. 4^a Edição ed. [s.l: s.n.]
- SANESUL. **Empresa de saneamento de mato grosso do sul s.a. diretoria de engenharia e**

meio ambiente gerência de projetos. MS: SANESUL, 2017.

SHI, Z. et al. **Resilience assessment methodology and fundamentals of graph theory.**

Cambridge, MA: Elsevier Ltd, 2018.

SNIS. **Série Histórica.** Disponível em: <<http://app4.cidades.gov.br/serieHistorica/>>. Acesso em: 18 out. 2019.

SOROUDI, A. **Power System Optimization Modeling in.** Dublin, Ireland: Springer, 2017.

STEELE, J. C. et al. Heuristic Optimization Model for the Optimal Layout and Pipe Design of Sewer Systems. **Water Resources Management**, v. 30, n. 5, p. 1605–1620, 2016. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s11269-015-1191-8>>.

SWAMEE, P. K. Design of Sewer Line. **Journal of Environmental Engineering**, n. March 2001, p. 6, 2001. Disponível em: <[https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)0733-9372\(2001\)127:9\(776\)](https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9372(2001)127:9(776))>.

TRESPALACIOS, F.; GROSSMANN, I. E. Improved Big-M reformulation for generalized disjunctive programs. **Computers and Chemical Engineering**, v. 76, p. 98–103, 2015.

Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2015.02.013>>.

VILLIERS, N. de. **Optimality in Sewer Network Design.** 2018. Stellenbosch University, 2018. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.17159/2309-8775/2017/v59n3a6>>.

WALTERS, G. A. The design of the optimal layout for a sewer network. **Engineering Optimization**, v. 9, n. 1, p. 37–50, 1985. Disponível em:

<<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03052158508902500>>.

WEF/ASCE. **Design and Construction of Urban Stormwater Management Systems.**

Reston, Virginia, Virginia: American Society of Civil Engineers and Water Environment Federation, 1992.

9 Glossário

Algumas das definições conforme as NBRs 7362-1, 7362-2, 9061, 9648,9649, 9814, 12266, 14486, 15645.

Água e infiltração - Toda água, proveniente do subsolo, indesejável ao sistema separador e que penetra nas canalizações.

Cobrimento da tubulação - Diferença de nível entre a superfície do terreno e a geratriz superior externa da tubulação.

Coefficiente de retorno - Relação média entre os volumes de esgoto produzido e de água efetivamente consumida.

Contribuição singular - Vazão de esgoto concentrada em um ponto da rede coletora, significativamente maior que o produto da taxa de contribuição por superfície esgotada, pela área responsável por esse lançamento.

Escavação - Remoção de solo, desde a superfície natural do terreno até a cota especificada no projeto.

Esgoto sanitário - Despejo líquido constituído de esgotos doméstico e industrial, água de infiltração e a contribuição pluvial parasitária.

Profundidade - Diferença de nível entre a superfície do terreno e a geratriz inferior interna do coletor.

População inicial - A atendível no ano de início de operação.

População final - A atendível no alcance do plano.

Recobrimento - Diferença de nível entre a superfície do terreno e a geratriz superior externa do coletor.

Rede coletora - Conjunto constituído por ligações prediais, coletores de esgoto, e seus órgãos acessórios

Trecho - Segmento de coletor, coletor tronco, interceptor ou emissário, compreendido entre singularidades sucessivas; entende-se por singularidade qualquer órgão acessório, mudança de direção e variações de seção, de declividade e de vazão quando significativa.

Vala - Abertura feita no solo, por processo mecânico ou manual, com determinada seção transversal, destinada a receber tubulações.

Poço de visita (PV) - Câmara visitável por meio de abertura existente em sua parte superior, destinada à execução de trabalhos de manutenção

Tubo de inspeção e limpeza (TIL) - Dispositivo não visitável que permite inspeção e introdução de equipamentos de limpeza.

10 APÊNDICE

$$\begin{aligned} \text{Min FO} = & \sum_{nn \in \text{Tubos}} f(\text{dr}(nn), \text{costub}(nn)) \\ & + \sum_{nn \in \text{Tubos}} f(\text{vol}(nn), \text{costval}(nn), \text{ir}(nn)) \end{aligned} \quad \text{Equação 27}$$

$$\begin{aligned} \sum_{nn(n,np)} \text{qno}(nn) - \sum_{nn(np,n)} \text{qno}(nn) + \text{ql}(nn) - s(n) \text{ se } si(n) \\ = \text{contrib}(n) \end{aligned} \quad \text{Equação 28}$$

$$\text{qno}(nn) \leq \text{qsf} \cdot \text{binn}(nn) \quad \text{Equação 29}$$

$$\text{ql}(nn) = \text{qt} \cdot \text{distxy} \cdot \text{binn}(nn) \quad \text{Equação 30}$$

$$\sum_{nn(n,np)} \text{binn}(nn) + \sum_{nn(np,n)} \text{binn}(nn) = 1 \quad \text{Equação 31}$$

$$\begin{aligned} \sum_{nnd(nn(n,np),d)} \text{bind}(nnd) \cdot \text{binn}(nn) + \\ \text{qri}(nn) = (\text{qno}(nn) + \text{ql}(nn)) \cdot k_1 \cdot k_2 \end{aligned} \quad \text{Equação 32}$$

$$\text{qrf}(nn) = \text{qri}(nn) \cdot \text{cvc} \quad \text{Equação 33}$$

$$\begin{aligned} \sum_{nn(n,np),d}^{nnd} \text{binD}(nnd) \cdot \text{binn}(nn) + \\ \sum_{nn(np,n),d}^{nnd} \text{binD}(nnd) \cdot \text{binn}(nn) = 1 \end{aligned} \quad \text{Equação 34}$$

$$\text{dr}(nn) = \sum_d \text{bind}(nn) \cdot \text{dc}(d) \quad \text{Equação 35}$$

$$\text{dr}(nn) - \text{dc}(d) \leq \text{BigM} \cdot (1 - \text{bind}(nn, d)) \quad \text{Equação 36}$$

$$\sum_{(n,np)}^{nn} \text{dr}(nn) \geq \sum_{(npp,n)}^{nn} \text{dr}(nn) \quad \text{Equação 37}$$

$$\sum_{(np,n)}^{nn} \text{binD}(nn, d) \cdot \text{binn}(nn) + \sum_{(n,np)}^{nn} \text{binD}(nn, d) \cdot \text{binn}(nn) = 1 \quad \text{Equação 38}$$

$$\text{vri}(nn) \cdot \text{ami}(nn) = \frac{\text{qri}(nn)}{1000} \quad \text{Equação 39}$$

$$\text{vrf}(nn) \cdot \text{amf}(nn) = \frac{\text{qrf}(nn)}{1000}$$

$$\sum_{n=1}^n \text{fwi}_{(n,np)} - \text{fti}_{(n,np)} - \sum_{n=1}^n \text{fwi}_{(np,n)} - \text{fti}_{(np,n)} = 0 \quad \text{Equação 40}$$

$$\sum_{n=1}^n f_{wf(n,np)} - f_{tf(n,np)} - \sum_{n=1}^n f_{wf(np,n)} - f_{tf(np,n)} = 0$$

$$f_{wi} = \gamma \cdot a_{mi}(nn) \cdot i_{r}(nn)$$

$$f_{ti} = k_i(nn) \cdot v_{ri}(nn)^2 \cdot p_{mi}(nn)$$

$$f_{wf} = \gamma \cdot a_{mf}(nn) \cdot i_{r}(nn)$$

$$f_{tf} = k_f(nn) \cdot v_{rf}(nn)^2 \cdot p_{mf}(nn)$$

Equação 41

$$r_{hi}(nn)^{1/3} \cdot k_i(nn) = \gamma \cdot n$$

$$r_{hf}(nn)^{1/3} \cdot k_f(nn) = \gamma \cdot n$$

Equação 42

$$y_{ri}(nn) \leq r_{yd} \cdot d_r(nn) \cdot b_{inn}(nn)$$

$$y_{rf} \leq r_{yd} \cdot d_r(nn) \cdot b_{inn}(nn)$$

$$y_{ri}(nn) = d_r(nn) \cdot \frac{\cos\left(\frac{a_i(nn)}{2}\right)}{2}$$

$$y_{rf}(nn) = d_r(nn) \cdot \frac{\cos\left(\frac{a_f(nn)}{2}\right)}{2}$$

$$a_{mi}(nn) = \frac{d_r(nn)^2}{8} \cdot (a_i(nn) - \text{sen } a_i(nn))$$

$$a_{mf}(nn) = \frac{d_r(nn)^2}{8} \cdot (a_f(nn) - \text{sen } a_f(nn))$$

$$p_{mi}(nn) = a_i(nn) \cdot d_r(nn)$$

$$p_{mf}(nn) = a_f(nn) \cdot d_r(nn)$$

$$r_{hi}(nn) = a_{mi}(nn)/p_{mi}(nn)$$

$$r_{hf}(nn) = a_{mf}(nn)/p_{mf}(nn)$$

Equação 43

$$i_r(nn) = (c_{gsm}(nn) - c_{gsj}(nn))/d_{istxy}(nn)$$

Equação 44

$$t_{aui}(nn) = \gamma \cdot r_{hi}(nn) \cdot i_r(nn)$$

$$t_{aui}(n,n) \geq 1$$

Equação 45

$$c_{gsm}(n,np) \leq \sum_{(npp,n)}^{nn} (1 - b_{inn}(nn)) \cdot (\text{node}(n, "z") - d_{gmin})$$

Equação 46

$$+ \sum_{(npp,n)}^{nn} b_{inn}(nn) \cdot c_{gsj}(nn)$$

$$d_{gm}(nn) = c_{tm}(nn) - c_{gsm}(nn) + d_r(nn)$$

Equação 47

$$d_{gj}(nn) = c_{tj}(nn) - c_{gsj}(nn) + d_r(nn)$$

$$c_{osttub}(nn) = \sum_d dc(d) \cdot b_{ind}(nn, d)$$

Equação 48

$$c_{ostval}(nn) = v_{olesc}(nn) \cdot \sum_d dc(d) \cdot b_{ind}(nn, d)$$

$$volesc(nn) = (dgm(nn) + dgj(nn) + dr(nn) \cdot 2) \cdot distxy(nn) \cdot (dr(nn) + lval)/2$$

Equação 49