

Ynaê Almeida Ferreira Santos

**Modelos analíticos para cálculo de frequências  
naturais de torres eólicas considerando interação  
solo-estrutura**

São Paulo

2023



Ynaê Almeida Ferreira Santos

# **Modelos analíticos para cálculo de frequências naturais de torres eólicas considerando interação solo-estrutura**

## **Versão Corrigida**

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutora em Ciências.

Área de concentração: Engenharia Geotécnica.

Orientador: Prof. Dr. Guilherme Rosa Franzini

São Paulo

2023

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 20 de Maio de 2023

Assinatura do autor: Ynaê A. F. Santos

Assinatura do orientador: Guilherme R. Franzini

#### Catlogação-na-publicação

Santos, Ynaê Almeida Ferreira

Modelos analíticos para cálculo de frequências naturais de torres eólicas considerando interação solo-estrutura / Y. A. F. Santos -- versão corr. -- São Paulo, 2023.

175 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.  
Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1. Torre de turbina eólica 2. Interação solo-estrutura 3. Frequências naturais  
4. Modos de vibração 5. Modelo de ordem reduzida I. Universidade de São Paulo.  
Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica  
II. t.

*Ao meu amado irmão que foi embora tão cedo, mas que durante toda a sua vida me ensinou sobre amor, fé, determinação, companheirismo e sonhos. A você, meu irmão **José Elias Ferreira Júnior** (★1987 – 2021†), dedico esta conquista e todo o meu amor!*

*Saudades!!!*



# Agradecimentos

Primeiramente a Deus todo poderoso, por ser perfeito em tudo que faz e por me permitir realizar sonhos que foram sonhados primeiro por Ele. “Eu te louvarei, ó Senhor, entre as nações; cantarei teus louvores entre os povos. Pois o teu amor é tão grande que alcança os céus; a tua fidelidade vai até as nuvens. Sê exaltado, ó Deus, acima dos céus! Sobre toda a terra esteja a tua glória!” (Salmos 57:9-11)

À minha amada mãe, Lúcia, por me ensinar todos os dias pelo seu exemplo de mulher de fé, forte, doce e amável. A senhora é a maior benção de Deus em minha vida!

Ao meu amado esposo, Jademilson, por ser tão maravilhoso e por estar sempre ao meu lado me apoiando neste e em tantos outros projetos. Amo você!

Ao Prof. Dr. Guilherme Rosa Franzini, pela confiança no meu trabalho, pelo respeito, pela compreensão, por todos os ensinamentos e por ser uma inspiração para mim. O melhor orientador de toda minha vida acadêmica!

Aos meus irmãos, Cicinho e Júnior (*in memoriam*), por todo apoio que me deram em todos os passos da minha vida. À minha tia Marluce e à minha prima Bárbara, por todo amor e incentivo.

À toda minha família, em especial aos meus tios Antônio, Cicinha, Michelle, Ana, Marileide e aos meus primos pelo incentivo para que eu sempre chegasse aos meus objetivos. À minha cunhada Ingrid e ao meu sobrinho Thayler Gabriel, por serem tão especiais em minha vida.

À tia Luzineide, ao tio Elias e aos meus primos Aline e Arthur, por terem sido tão presentes durante os anos em que morei em São Paulo. Vocês são especiais para mim!

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Escola Politécnica da USP (PPGEC/EPUSP), em especial ao Prof. Dr. Faíçal Massad por ser um exemplo de profissional e uma inspiração para mim.

A todos os funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Escola Politécnica da USP (PPGEC/EPUSP) por toda ajuda prestada, em especial à Wandréa Dantas por ter sido sempre tão generosa em todas as etapas do meu doutorado.

Ao Guilherme Vernizzi, por toda troca de conhecimentos e colaborações importantes na minha pesquisa e nos artigos. Foi um prazer enorme compartilhar com você estes momentos.

À Heloísa Beraldo, por toda ajuda no início da minha pesquisa, pelas horas gastas em videochamadas e pelos arquivos compartilhados. Muito obrigada!

Aos colegas do Laboratório de Mecânica *Offshore* (LMO), por todo apoio durante este período e por se fazerem presentes mesmo à distância, em especial Giovanni Aiosa, Daniela Kawaguti, Michel Freitas, Tatiana Ueno, Igor Mancilla e Letícia Madi.

Às amigas que a Poli/USP me deu, em especial Juliana Keiko, Luana Lenzi, Carlinha, Mariane Lemos, Thais Lucouvicz, Evelyn e Flávia.

A todos os colegas do Departamento de Ciências e Tecnologia dos Materiais da UFBA, em especial China, Ana Cristina, Vanessa Silveira, Paulo Lins, Larissa, Cláudia, Luciene Moraes, Míriam, Sandro, Roberto Guimarães, Kléber e João Carlos.

A todos os demais colegas da Escola Politécnica da UFBA, em especial Tatiana Dumêt, Marcela Novo, Cristiane Paim, Dayana Costa, Elaine Varela, Ava Barbosa e Mônica Guarda.

Às minhas amigas de sempre, Paola Arab e Patrícia Saavedra, por se alegrarem com minhas conquistas.

Ao meu amigo de graduação, Ketson Roberto, por sempre estar pronto para trocar conhecimentos.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pelo apoio financeiro concedido através do processo 2015/18220-2.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro nos primeiros meses do doutorado.

Às tantas outras pessoas que não foram citadas aqui, mas que sempre estarão guardadas em meu coração, por terem colaborado de forma direta ou indireta para que este trabalho tenha sido realizado. A vocês ofereço um enorme agradecimento.



*“Hoje fui conversar com Deus...  
Às vezes precisamos subir o mais alto, para sentir a paz.  
Acalma meu inquieto coração e enche-me de fé e esperança.”*  
**(Elias Júnior - 04-12-2021)**



# Resumo

SANTOS, Y. A. F. **Modelos analíticos para cálculo de frequências naturais de torres eólicas considerando interação solo-estrutura**. 2023. Tese (Doutorado em Engenharia Geotécnica) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023.

A energia eólica se apresenta como protagonista no cenário mundial devido à crescente busca por um desenvolvimento sustentável. Com o aumento da demanda por energia eólica, torres mais altas estão se tornando mais comuns. A interação solo-estrutura (ISE) pode afetar consideravelmente a primeira frequência natural. Assim, ferramentas utilizadas na previsão das frequências naturais das torres de turbinas eólicas se tornam cada vez mais necessárias. Neste contexto, este trabalho consiste no desenvolvimento de modelos de ordem reduzida (MORs) para obtenção das frequências naturais e representação das formas modais de turbinas eólicas considerando a ISE. Os modelos matemáticos tratam a ISE por meio de três molas caracterizadas por rigidez lateral, rigidez rotacional e rigidez de acoplamento cruzado ou, ainda, por meio de molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile*. Ambas metodologias permitem a obtenção de qualquer frequência de interesse e a representação da sua forma modal. Para o primeiro modelo de ISE considerado, foram realizados estudos de caso com turbinas eólicas cujos resultados estão disponíveis na literatura. Os valores da primeira frequência natural previstos pelos MORs foram comparados com as frequências medidas em escala real, com erros abaixo de 8,2%. Os resultados das frequências naturais e das formas modais obtidos com os MORs também foram comparados com aqueles obtidos com modelos formulados via método dos elementos finitos com ótima concordância. Para o modelo com ISE regido por molas distribuídas, três estratégias de modelagem foram discutidas em torno da determinação da função de projeção para o trecho do *monopile*. Uma importante discussão a respeito da escolha da função de forma na utilização do método de Galerkin foi realizada, verificando a necessidade em adotar abordagens que levem em consideração as condições de contorno do problema, obtendo a melhor estratégia para representar a análise modal. As respostas previstas pelos MORs para duas turbinas de referência foram comparadas com aquelas obtidas com o método dos elementos finitos (consideradas como valores de referência) e mostraram ótima concordância tanto na previsão de frequências naturais quanto na representação de formas modais. Sendo assim, este estudo contribui para a previsão das frequências naturais de turbinas eólicas a partir de modelos matemáticos que exigem poucos parâmetros de entrada e fornecem informações de forma rápida e com boa precisão, podendo ser importantes nas fases iniciais de projeto.

**Palavras-chave:** Torre de turbina eólica. Interação solo-estrutura. Frequências naturais. Modos de vibração. Modelo de ordem reduzida. Análise numérica.



# Abstract

SANTOS, Y. A. F. **Analytical models for calculating natural frequencies of wind turbines considering soil-structure interaction.** 2023. Thesis (Ph.D. in Geotechnical Engineering) - School of Engineering of the University of Sao Paulo, Sao Paulo, 2023.

Wind energy plays a key-role in the sustainable energy scenario. With the increasing demand for wind energy, taller towers are becoming more common. This has a crucial impact on the design and analysis of wind turbine towers. The soil-structure interaction (SSI) can considerably affect the first natural frequency. Thus, tools used to predict the natural frequencies of wind turbine towers become increasingly necessary. In this context, this work aims at developing reduced-order models (ROMs) for obtaining the natural frequencies and representation of the modal forms of wind turbines considering SSI. The mathematical models handle SSI by means of three springs characterized by lateral stiffness, rotational stiffness, and cross-coupling stiffness and by means of springs representative of the soil stiffness distributed along the monopile. Both methodologies allow obtaining any frequency of interest and representing its modal form. For the first model of SSI, case studies were carried out with wind turbines available in the literature. Good agreement was observed between the predicted and the measured data, with errors below 8.2%. The results of natural frequencies and modal forms obtained with the ROMs were also compared with those obtained with models formulated via the finite element method, with excellent agreement. For the model with SSI given by distributed springs, three modeling strategies for the determination of the projection function for the monopile section were studied. An important discussion about the choice of the shape function in the use of Galerkin's method was carried out, verifying the need to adopt approaches that take into account the boundary conditions of the problem, obtaining the best strategy for representing the modal analysis. The responses predicted by the ROMs for two reference turbines were compared with those obtained from the application of the finite element method (considered as reference values) and showed great agreement both in the prediction of both the natural frequencies and the modal shapes. Therefore, this study contributes to the prediction of natural frequencies of wind turbines from mathematical models that require few input parameters and provide information quickly and with good accuracy. The ROMs herein developed may be of importance in the early stages of design, provided that can simulate a number of conditions with low computational cost.

**Keywords:** Wind turbine towers. Soil-structure interaction. Natural frequencies. Vibration modes. Reduced order model. Numerical analysis.



# Lista de ilustrações

Figura 1 – Participação dos cinco principais mercados na nova capacidade de energia eólica em 2021. . . . .	34
Figura 2 – Evolução da capacidade instalada: Brasil 2010 - 2021. . . . .	34
Figura 3 – Capacidade instalada e número de parques eólicos <i>onshore</i> por estado - Brasil. . . . .	35
Figura 4 – À esquerda: Turbina eólica com eixo vertical. À direita: Turbina eólica com eixo horizontal. . . . .	36
Figura 5 – Componentes de uma turbina eólica <i>offshore</i> . . . . .	37
Figura 6 – Cargas atuando em uma turbina eólica <i>offshore</i> . . . . .	38
Figura 7 – Opções de fundações para torre de turbina eólica: (a) superficial ou direta; (b) grupo de estacas; (c) base de gravidade; (d) estaca única ( <i>monopile</i> ); (e) tripé; e (f) jaqueta. . . . .	40
Figura 8 – Aumento do diâmetro do rotor e da capacidade das turbinas eólicas. . . . .	42
Figura 9 – Frequência de vibração. . . . .	43
Figura 10 – Método das molas distribuídas ao longo do <i>monopile</i> . . . . .	44
Figura 11 – Curvas <i>p-y</i> aplicadas em pontos nodais na representação da estaca. . . . .	45
Figura 12 – Transferência de carga axial típica - Curvas <i>t-z</i> . . . . .	47
Figura 13 – Carga na ponta - Curva <i>Q-z</i> . . . . .	47
Figura 14 – Representação da rigidez da fundação. . . . .	48
Figura 15 – Método de fixação aparente. . . . .	51
Figura 16 – Método de fixação aparente aprimorado. . . . .	52
Figura 17 – Interação solo-estrutura: modelo contínuo. . . . .	53
Figura 18 – Modelagem da interação solo-estrutura. . . . .	54
Figura 19 – Modelo matemático da turbina eólica <i>offshore</i> com interação solo-estrutura. . . . .	57
Figura 20 – Modelo de turbina eólica <i>offshore</i> considerando a rigidez do solo por molas e propriedades geométricas da estrutura. . . . .	60
Figura 21 – Modelo para turbinas eólicas com torres cônicas. . . . .	63
Figura 22 – Modelo 3D do sistema completo. . . . .	66
Figura 23 – Modelos físicos da turbina eólica <i>offshore</i> com interação solo-estrutura: (a) principais componentes; (b) ISE com molas acopladas; e (c) ISE com molas distribuídas. . . . .	68
Figura 24 – Modelo de viga Bernoulli-Euler. . . . .	70
Figura 25 – Modelo de turbina eólica <i>offshore</i> - Caso com base fixa. . . . .	72
Figura 26 – Modelo de turbina eólica <i>offshore</i> - Caso com base elástica. . . . .	76
Figura 27 – Etapas no Mathematica® - Caso com base fixa e base elástica. . . . .	79

Figura 28 – Modelo de torre eólica <i>offshore</i> - Caso com molas distribuídas ao longo da <i>monopile</i> . . . . .	80
Figura 29 – Etapas no Mathematica®. . . . .	86
Figura 30 – Torre representada por 5 seções e (a) 5 elementos; (b) 25 elementos; e (c) 50 elementos. . . . .	94
Figura 31 – Curva de convergência da primeira frequência natural para o modelo de base fixa, considerando diferentes números de seções na torre. . . . .	96
Figura 32 – Curva de convergência da primeira frequência natural para o modelo de base elástica, considerando diferentes números de seções na torre. . . . .	97
Figura 33 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR com 3-GL e com o modelo em MEF. Os modos de Euler-Bernoulli (E-B) de uma viga prismática também são mostrados. Caso de base fixa. . . . .	99
Figura 34 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR com 3-GL e com o modelo em MEF. Caso de base elástica. . . . .	101
Figura 35 – Comparação entre os valores previstos e experimentais da primeira frequência natural. . . . .	104
Figura 36 – Valores da primeira frequência natural de todas as turbinas eólicas <i>offshore</i> . Casos de base fixa e elástica. . . . .	104
Figura 37 – Os dois primeiros modos obtidos com o MOR com 4-GL para os casos de base fixa e elástica. Turbina eólica Lely A2. . . . .	105
Figura 38 – Turbina eólica de referência de 5 MW. . . . .	110
Figura 39 – MFA aprimorado. . . . .	111
Figura 40 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR com 4-GL para os casos de base fixa e elástica. Turbina de referência de 5MW. . . . .	113
Figura 41 – Turbina eólica de referência de 15MW. . . . .	114
Figura 42 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR de 4-GL e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 15MW. Caso de base fixa. . . . .	117
Figura 43 – Os dois primeiros modos obtidos com o MOR de 4-GL e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 15MW. Caso de base elástica. . . . .	118
Figura 44 – Consideração das molas em cada nó com conexão flexível na análise em MEF. . . . .	126
Figura 45 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos considerando as distâncias entre os nós ao longo do trecho do <i>monopile</i> iguais a $l = 0,5$ m e $l = 4,5$ m. . . . .	128
Figura 46 – Estratégias de modelagem para turbinas eólicas <i>offshore</i> . . . . .	130
Figura 47 – Curvas: (a) $p-y$ ; (b) $t-z$ e; (c) $Q-z$ . . . . .	132



Figura 48 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos considerando as distâncias entre os nós ao longo do trecho do <i>monopile</i> iguais a $l = 0,5$ m e $l = 4,5$ m - rigidez variável. . . . .	134
Figura 49 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR com 5-GL e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia I.	137
Figura 50 – Os dois primeiros modos de vibração para os diferentes números de graus de liberdade do MOR. Turbina de referência de 5 MW. Estratégia I - Análise 3. . . . .	138
Figura 51 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR com 6-GL e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia II. . . . .	141
Figura 52 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR com 9-GL e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia III. . . . .	144
Figura 53 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR e com o MEF para a turbina de referência de 5 MW. Comparação entre as estratégias de modelagem. . . . .	146
Figura 54 – Primeiro e segundo modos de vibração obtidos com o MOR e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 15 MW. Comparação entre as estratégias de modelagem. . . . .	150
Figura 55 – Terceiro e quarto modos de vibração obtidos com o MOR e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 15 MW. Comparação entre as estratégias de modelagem. . . . .	151
Figura 56 – Quinto e sexto modos de vibração obtidos com o MOR e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 15 MW. Comparação entre as estratégias de modelagem. . . . .	152



# Lista de tabelas

Tabela 1 – Coeficientes não nulos de $\mathbf{B}$ para turbina eólica <i>offshore</i> de base fixa. . . . .	75
Tabela 2 – Coeficientes não nulos de $\mathbf{C}$ para turbina eólica <i>offshore</i> de base elástica. . . . .	78
Tabela 3 – Parâmetros de entrada para seis turbinas eólicas <i>offshore</i> . . . . .	92
Tabela 4 – Primeira frequência natural dos modelos de base fixa e base elástica com 5 seções na torre e diferentes números de elementos. . . . .	94
Tabela 5 – Primeira frequência natural dos modelos de base fixa e base elástica com diferentes números de elementos na subestrutura. . . . .	95
Tabela 6 – Análise do comportamento da primeira frequência natural do modelo de base fixa, considerando o aumento do número de seções e elementos da torre. . . . .	95
Tabela 7 – Análise do comportamento da primeira frequência natural do modelo de base elástica, considerando o aumento do número de seções e elementos da torre. . . . .	96
Tabela 8 – Resultados de frequências naturais para a turbina do parque eólico <i>offshore</i> Blyth. Caso de base fixa. . . . .	98
Tabela 9 – Frequências naturais obtidas com o MOR com 3-GL e com o modelo em MEF. Caso de base fixa. . . . .	99
Tabela 10 – Resultados de frequências naturais para a turbina do parque eólico <i>offshore</i> Blyth. Caso de base elástica. . . . .	100
Tabela 11 – Frequências naturais obtidas com o MOR com 3-GL e com o modelo em MEF. Caso de base elástica. . . . .	100
Tabela 12 – Frequências naturais de todas as turbinas eólicas <i>offshore</i> investigadas. Caso de base fixa. . . . .	102
Tabela 13 – Frequências naturais de todas as turbinas eólicas <i>offshore</i> . Caso de base elástica. . . . .	103
Tabela 14 – Correlação analítica-experimental para a primeira frequência natural. . . . .	103
Tabela 15 – Influência da mola de acoplamento cruzado na estimativa da frequência natural. . . . .	106
Tabela 16 – Coeficientes de rigidez $K_L$ , $K_R$ e $K_{LR}$ para os <i>monopiles</i> das turbinas eólicas <i>offshore</i> (Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018)). . . . .	107
Tabela 17 – Comparação entre os valores da primeira frequência natural obtidos pelo MOR e Arany et al. (2016). Caso de base fixa. . . . .	108
Tabela 18 – Comparação entre os valores da primeira frequência natural obtidos pelo MOR e Arany et al. (2016). Caso de base elástica. . . . .	108

Tabela 19 – Comparação entre os valores da primeira frequência natural obtidos pelo MOR e Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018). Caso de base elástica. . . . .	109
Tabela 20 – Comparação entre os valores da primeira frequência natural previstos pelo MOR (usando os coeficientes de rigidez dados por Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018)) e os valores medidos. . . . .	109
Tabela 21 – Parâmetros de entrada para a turbina eólica de referência de 5MW. . . . .	111
Tabela 22 – Coeficientes de rigidez $K_L$ , $K_R$ e $K_{LR}$ para a turbina de referência de 5 MW (Løken (2017)). . . . .	112
Tabela 23 – Frequências naturais obtidas com o MOR com 4-GL e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Caso de base fixa. . . . .	112
Tabela 24 – Frequências naturais obtidas com o MOR com 4-GL e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Caso de base elástica. . . . .	112
Tabela 25 – Comparação entre o valor da primeira frequência natural obtido com o MOR com 4-GL e o apresentado por Løken (2017). Caso de base fixa. . . . .	113
Tabela 26 – Comparação entre o valor da primeira frequência natural obtido com o MOR com 4-GL e os apresentados por Løken (2017). Considerando a ISE. . . . .	113
Tabela 27 – Parâmetros de entrada para a turbina de referência de 15 MW. . . . .	115
Tabela 28 – Fórmulas de rigidez de diferentes pesquisadores para estacas flexíveis em perfil de solo parabólico não homogêneo. . . . .	116
Tabela 29 – Valores de rigidez obtidos a partir das fórmulas de diferentes pesquisadores para estacas flexíveis em perfil de solo parabólico não homogêneo. . . . .	116
Tabela 30 – Frequências naturais obtidas com o MOR com 4-GL e o modelo em MEF para a turbina de referência de 15 MW. Caso de base fixa. . . . .	117
Tabela 31 – Frequências naturais obtidas com o MOR com 4-GL e o modelo em MEF para a turbina de referência de 15 MW. Caso de base elástica. . . . .	118
Tabela 32 – Frequência natural para os coeficientes de rigidez da fundação obtidos pelas diferentes fórmulas da literatura. . . . .	119
Tabela 33 – Parâmetros de entrada para as turbinas de referência. . . . .	124
Tabela 34 – Análise do comportamento da primeira frequência natural do modelo com molas distribuídas, considerando diferentes distâncias entre os nós no trecho do <i>monopile</i> . . . . .	127
Tabela 35 – Análise do comportamento da segunda frequência natural do modelo com molas distribuídas, considerando diferentes distâncias entre os nós no trecho do <i>monopile</i> . . . . .	127
Tabela 36 – Parâmetros do solo. . . . .	131
Tabela 37 – Valores de rigidez das molas em cada análise para a turbina de 5 MW do NREL. A origem do eixo z está na ponta do <i>monopile</i> (ver Figura 28). . . . .	133

Tabela 38 – Análise do comportamento das duas primeiras frequências naturais do modelo com molas distribuídas, considerando diferentes distâncias entre os nós no trecho do <i>monopile</i> - rigidez variável. . . . .	133
Tabela 39 – Convergência da frequência natural. Estratégia I - Análise 3. . . . .	134
Tabela 40 – Primeiras frequências naturais obtidas a partir do MOR para diferentes considerações da rigidez das molas distribuídas - Estratégia I. . . . .	135
Tabela 41 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia I - Análise 1. . . . .	135
Tabela 42 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia I - Análise 2. . . . .	136
Tabela 43 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia I - Análise 3. . . . .	136
Tabela 44 – Convergência da frequência natural. Estratégia II - Análise 3. . . . .	139
Tabela 45 – Primeiras frequências naturais obtidas a partir do MOR para diferentes considerações da rigidez das molas distribuídas - Estratégia II. . . . .	139
Tabela 46 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia II - Análise 1. . . . .	139
Tabela 47 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia II - Análise 2. . . . .	139
Tabela 48 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia II - Análise 3. . . . .	140
Tabela 49 – Convergência da frequência natural. Estratégia III - Análise 3. . . . .	142
Tabela 50 – Frequência aproximada baseada no número de onda do trecho do <i>monopile</i> . . . . .	142
Tabela 51 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia III - Análise 1. . . . .	143
Tabela 52 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia III - Análise 2. . . . .	143
Tabela 53 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia III - Análise 3. . . . .	143
Tabela 54 – Comparação entre as estratégias de modelagem utilizando a Análise 3. Os resultados do MEF são considerados como valores de referência. . . . .	145
Tabela 55 – Valores de rigidez das molas para a turbina de referência de 15 MW. A origem do eixo $z$ está na ponta do <i>monopile</i> (ver Figura 28). . . . .	148
Tabela 56 – Frequências naturais obtidas com a Estratégia II com MOR com 6-GL, a Estratégia III com MOR com 9-GL e o modelo em MEF para a turbina de referência de 15 MW. . . . .	149
Tabela A1 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico <i>offshore</i> Lely A2. Caso de base fixa. . . . .	169

Tabela A2 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico <i>offshore</i> Lely A2. Caso de base elástica. . . . .	169
Tabela A3 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico <i>offshore</i> Lely A3. Caso de base fixa. . . . .	170
Tabela A4 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico <i>offshore</i> Lely A3. Caso de base elástica. . . . .	170
Tabela A5 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico <i>offshore</i> Kentish Flats. Caso de base fixa. . . . .	170
Tabela A6 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico <i>offshore</i> Kentish Flats. Caso de base elástica. . . . .	171
Tabela A7 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico <i>offshore</i> Walney 1. Caso de base fixa. . . . .	171
Tabela A8 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico <i>offshore</i> Walney 1. Caso de base elástica. . . . .	171
Tabela A9 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico <i>offshore</i> Thanet. Caso de base fixa. . . . .	172
Tabela A10–Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico <i>offshore</i> Thanet. Caso de base elástica. . . . .	172
Tabela A11–Resultados de frequência natural para a turbina de referência de 5 MW. Caso de base fixa. . . . .	172
Tabela A12–Resultados de frequência natural para a turbina de referência de 5 MW. Caso de base elástica. . . . .	173
Tabela A13–Resultados de frequência natural para a turbina de referência de 15 MW. Caso de base fixa. . . . .	173
Tabela A14–Resultados de frequência natural para a turbina de referência de 15 MW. Caso de base elástica. . . . .	173

# Lista de abreviaturas e siglas

API	<i>American Petroleum Institute</i>
DNV	<i>Det Norske Veritas</i>
EDO	Equação diferencial ordinária
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
FAST	<i>Fatigue, Aerodynamics, Structures and Turbulence</i>
GIRAFFE	<i>Generic Interface Readily Accessible for Finite Elements</i>
GL	Grau de liberdade
GWEC	<i>Global Wind Energy Council</i>
ISE	Interação solo-estrutura
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFA	Método de fixação aparente ( <i>apparent fixity method</i> )
MOR	Modelo de ordem reduzida
NREL	<i>National Renewable Energy Laboratory</i>
RNA	Conjunto rotor-nacele ( <i>Rotor-nacelle assembly</i> )
TEEV	Turbinas eólicas com eixo vertical
TEEH	Turbinas eólicas com eixo horizontal





# Lista de símbolos

$x$	Direção transversal ao eixo da torre
$z$	Direção do eixo da torre
$u$	Deslocamento segundo a direção $x$
$w$	Deslocamento segundo a direção $z$
$\mathcal{K}$	Energia cinética
$\mathcal{U}^s$	Energia potencial de deformação
$\mathcal{U}^K$	Energia potencial associada às molas
$\delta\mathcal{K}$	Variação da energia cinética
$\delta\mathcal{U}$	Variação da energia potencial
$\delta\mathcal{U}^g$	Variação da energia potencial gravitacional
$\delta\mathcal{U}^s$	Variação da energia potencial de deformação
$\delta\mathcal{U}^K$	Variação da energia potencial associada às molas
$\delta W^{nc}$	Trabalho virtual das forças não-conservativas
$\hat{\delta}$	Função delta de Dirac
$g$	Valor da aceleração gravitacional
$\varepsilon_P$	Deformação em um ponto genérico $P$
$M$	Massa concentrada, posicionada no topo da torre e representativa do RNA
$\rho$	Massa específica do material dos elementos que compõem a estrutura de suporte
$A$	Área da seção transversal
$A_0$	Área da seção transversal do <i>monopile</i>
$A_1$	Área da seção transversal da subestrutura
$A_2$	Área da seção transversal da torre

$I$	Momento de inércia
$I_0 = I_P$	Momento de inércia do <i>monopile</i>
$I_1$	Momento de inércia da subestrutura
$I_2$	Momento de inércia da torre
$m$	Massa por unidade de comprimento
$m_0$	Massa do <i>monopile</i> , por unidade de comprimento
$m_1$	Massa da subestrutura, por unidade de comprimento
$m_2$	Massa da torre, por unidade de comprimento
$\lambda_0$	Número de onda do <i>monopile</i>
$\lambda_1$	Número de onda da subestrutura
$\lambda_2$	Número de onda da torre
$L$	Altura da estrutura de suporte
$L_0 = L_P$	Comprimento do <i>monopile</i>
$L_1$	Comprimento da subestrutura
$L_2$	Comprimento da torre
$L_{SM}$	Comprimento total das seções do <i>monopile</i> e da subestrutura
$D_T$	Diâmetro do topo da torre
$D_B$	Diâmetro da base da torre
$D_S$	Diâmetro da subestrutura
$D_P$	Diâmetro do <i>monopile</i>
$e_0$	Espessura da parede do <i>monopile</i>
$e_1$	Espessura da parede da subestrutura
$e_2 = e_T$	Espessura média da parede da torre
$E_0 = E_P$	Módulo de Young do material do <i>monopile</i>
$E_1$	Módulo de Young do material da subestrutura
$E_2$	Módulo de Young do material da torre

$K_L$	Rigidez lateral da fundação
$K_V$	Rigidez vertical da fundação
$K_{LR}$	Rigidez da fundação por acoplamento cruzado
$K_R$	Rigidez rotacional da fundação
$f_1^{exp}$	Primeira frequência natural, medida experimentalmente
$f_n$	n-ésima frequência natural
$P$	Frequência de rotação do rotor
$n_b$	Número de pás do rotor
$\psi_{i,j}$	Função de projeção ( $i$ indica o número da função de projeção e $j$ indica a seção analisada)
$\psi_0$	Função de projeção usada na descrição do movimento na direção transversal, válida para o trecho do <i>monopile</i>
$\psi_1$	Função de projeção usada na descrição do movimento na direção transversal, válida para o trecho da subestrutura
$\psi_2$	Função de projeção usada na descrição do movimento na direção transversal, válida para o trecho da torre
$k_p$	Rigidez lateral do solo
$k_t$	Rigidez axial do solo
$k_Q$	Rigidez concentrada na ponta do <i>monopile</i>
$p, y$	Resistência lateral do solo e deflexão do <i>monopile</i> , respectivamente
$t, z$	Resistência axial na interface solo- <i>monopile</i> (atrito lateral) e deflexão local do <i>monopile</i> , respectivamente
$Q, z$	Resistência de ponta (capacidade de carga de ponta) do <i>monopile</i> e deflexão axial da ponta, respectivamente
$t_{max}$	Resistência axial máxima na interface solo- <i>monopile</i>
$t_{res}$	Taxa de adesão residual
$Q_p$	Resistência total de ponta
$w_{0,e}$	Parcela estática na direção axial para o trecho do <i>monopile</i>

$w_{1,e}$	Parcela estática na direção axial para o trecho da subestrutura
$w_{2,e}$	Parcela estática na direção axial para o trecho da torre
$k_h$	Módulo horizontal da reação do solo
$n_h$	Coefficiente horizontal da reação do solo
$E_{S0}$	Módulo de Young do solo a uma profundidade de um diâmetro da estaca
$E_{eq}$	Módulo de Young equivalente da estaca
$G^*$	Módulo de cisalhamento modificado do solo
$G_S$	Módulo de cisalhamento do solo
$\nu_S$	Coefficiente de Poisson do solo
$F_x$	Força lateral
$M_y$	momento em torno do eixo $y$
$\theta$	Rotação
$L_{AF}$	Comprimento de fixação aparente
$EI_{AF}$	Rigidez à flexão da viga fictícia

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>29</b>
1.1	Motivação e contribuições	30
1.2	Objetivos	31
1.3	Organização da tese	31
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>33</b>
2.1	Energia eólica	33
2.2	Fundações de torres de turbinas eólicas	35
2.3	Análise dinâmica com interação solo-estrutura	40
2.3.1	Modelos de interação solo-estrutura	43
2.3.2	Efeitos da consideração do solo na frequência natural de torres de turbinas eólicas	52
<b>3</b>	<b>MODELOS DE ORDEM REDUZIDA (MOR)</b>	<b>67</b>
3.1	MOR com ISE considerando molas acopladas	71
3.1.1	Condição de contorno de base fixa	71
3.1.2	Condição de contorno de base elástica	75
3.2	MOR com ISE considerando molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do <i>monopile</i>	77
3.2.1	Análise modal linear	83
3.2.2	Solução estática e dinâmica	85
<b>4</b>	<b>MOR COM MOLAS ACOPLADAS - APLICAÇÃO PARA TURBINAS EÓLICAS INSTALADAS</b>	<b>91</b>
4.1	Análise via MEF: discretização da malha	93
4.2	Parque eólico <i>offshore</i> Blyth: caso de base fixa	97
4.3	Parque eólico <i>offshore</i> de Blyth: caso de base elástica	99
4.4	Frequências naturais de diferentes turbinas eólicas <i>offshore</i>	101
4.5	Influência da mola de acoplamento cruzado na estimativa da frequência natural	106
4.6	Comparações com outras previsões da literatura	107
4.7	Turbinas de referência de 5 MW e 15 MW do NREL	109
4.8	Conclusões deste capítulo	119

<b>5</b>	<b>MOR PARA A ANÁLISE DO PROBLEMA CONSIDERANDO MOLAS DISTRIBUÍDAS - ESTRATÉGIAS DE MODELAGEM PARA APLICAÇÃO EM TURBINAS EÓLICAS</b> . . . . .	<b>123</b>
<b>5.1</b>	<b>Turbinas eólicas de referência</b> . . . . .	<b>124</b>
<b>5.2</b>	<b>Análise via MEF: discretização da malha</b> . . . . .	<b>125</b>
<b>5.3</b>	<b>Estratégias de modelagem</b> . . . . .	<b>127</b>
<b>5.4</b>	<b>Aplicação das estratégias de modelagem na turbina eólica de referência de 5 MW</b> . . . . .	<b>130</b>
5.4.1	Estratégia I . . . . .	134
5.4.2	Estratégia II . . . . .	138
5.4.3	Estratégia III . . . . .	142
5.4.4	Discussão acerca das estratégias de modelagem . . . . .	144
<b>5.5</b>	<b>Aplicação das estratégias de modelagem na turbina eólica de referência de 15 MW</b> . . . . .	<b>148</b>
<b>5.6</b>	<b>Conclusões deste capítulo</b> . . . . .	<b>150</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS</b> . . . . .	<b>153</b>
	<b>Referências</b> . . . . .	<b>159</b>
	 <b>APÊNDICES</b>	 <b>167</b>
<b>A</b>	<b>– FREQUÊNCIAS NATURAIS DE DIFERENTES TURBINAS EÓLICAS OFFSHORE - MOR CONSIDERANDO MOLAS ACOPLADAS</b>	<b>169</b>
<b>B</b>	<b>– PUBLICAÇÕES ORIGINADAS DESTA PESQUISA ATÉ A DATA DE SUA FINALIZAÇÃO</b> . . . . .	<b>175</b>
<b>B.1</b>	<b>Trabalhos apresentados em eventos</b> . . . . .	<b>175</b>
<b>B.2</b>	<b>Artigos publicados em revistas internacionais</b> . . . . .	<b>175</b>

# 1 Introdução

O aumento da demanda por desenvolvimento sustentável é acompanhado pelo aumento na busca por fontes alternativas de energia. A matriz energética deve ser eficaz e com mínimo impacto ambiental. Atualmente, a energia eólica se apresenta como uma solução promissora, pois equilibra as condições mencionadas anteriormente. De acordo com dados do *Global Wind Energy Council - GWEC (2022)*, em 2021 houve um aumento de 93,6 GW de novas instalações, elevando a capacidade eólica total instalada para 837 GW, um crescimento de 12,4% em relação ao ano de 2020. A perspectiva do mercado eólico global é de que 557 GW de nova capacidade sejam adicionados nos próximos cinco anos, representando mais de 110 GW de novas instalações a cada ano até 2026 (*GWEC (2022)*).

Devido ao aumento da demanda de energia eólica, as pás estão se tornando maiores e, conseqüentemente, levando a torres mais altas. Como consequência desse fato, as torres dos aerogeradores estão se tornando mais flexíveis de sorte que efeitos dinâmicos tendem a se tornar mais relevantes. O sistema estrutural de torres mais altas, com turbinas mais robustas e grandes diâmetros de rotor, está exposto a maiores cargas externas de vento, gravidade e fenômenos dinâmicos (*Chujutalli, Silva e Estefen (2021)*). Um cenário de interesse particular é a determinação das frequências naturais e das formas modais das torres de turbinas eólicas. Visando a evitar a amplificação da resposta estrutural por conta de efeitos dinâmicos, é desejável projetar a turbina de modo que suas frequências naturais sejam diferentes daquelas que caracterizam a excitação (*Andersen et al. (2012)*). *Adhikari e Bhattacharya (2011)* salientam que, entre as diferentes cargas dinâmicas, destacam-se aquelas devidas ao vento, às ondas (em turbinas *offshore*) e à rotação das pás; esta última normalmente denominada  $1P$  (associada a frequência do rotor) e  $n_bP$  (frequência de passagem, com  $n_b$  sendo o número de pás do rotor). Conforme mencionado em *Zyl e Zijl (2015)*, tanto a frequência do rotor quanto a frequência de passagem variam de acordo com a operação.

Três métodos de projeto denominados “*stiff-stiff*”, “*soft-soft*” e “*soft-stiff*” são usados de acordo com o valor da primeira frequência natural  $f_1$  quando comparados com os das frequências  $1P$  e  $n_bP$ . No projeto “*stiff-stiff*”, a primeira frequência natural é maior que  $n_bP$ . O projeto de uma estrutura com a primeira frequência natural abaixo de  $1P$  é conhecido como “*soft-soft*”. Finalmente, no projeto “*soft-stiff*”, a primeira frequência natural está entre  $1P$  e  $n_bP$  (*Bhattacharya (2014)*). As diretrizes do DNV (*Det Norske Veritas*) (ver *DNV (2002)*) sugerem que a primeira frequência natural do sistema deve ser mantida fora dos intervalos  $0,9f_E \leq f_1 \leq 1,1f_E$ ,  $f_E = 1P$  e  $n_bP$ . De acordo com *Bhattacharya (2014)*, para um rotor de três pás ( $n_b=3$ ), a solução mais segura é projetar

o sistema para obter  $f_1 \gg 3P$ . No entanto, a seleção de um projeto mais rígido requer torres e fundações de maior custo, o que pode ser proibitivo do ponto de vista econômico. Por outro lado, quando a primeira frequência é inferior a  $1P$ , obtém-se uma estrutura muito flexível. Como resultado, as estruturas com um projeto “*soft-stiff*” são de grande interesse.

As condições ambientais adversas tornam o projeto e a construção de fundações de turbinas *offshore* desafiadoras, visto que as fundações devem levar em consideração o peso e a altura da turbina, a profundidade da água, a carga do vento, as cargas das ondas e correntes e as condições especiais do solo. O conhecimento da dinâmica de todo o sistema estrutura-fundação é importante para prever o comportamento estrutural como, por exemplo, o dano por fadiga (Løken e Kaynia (2019)).

A interação entre a fundação e o subsolo pode afetar consideravelmente a primeira frequência natural do aerogerador. No caso de fundações de turbinas eólicas *offshore* em *monopile* isso ocorre não apenas devido à natureza esbelta do *monopile*, mas também devido às variações nas características do solo (Yeter, Garbatov e Guedes Soares (2019)). Zuo, Bi e Hao (2018) destacam que a interação solo-estrutura (ISE) deve ser analisada visando prever adequadamente as respostas dinâmicas do aerogerador. Segundo Bazeos et al. (2002), é prática comum analisar estruturas com base fixa, ou seja, como uma estrutura engastada ao solo. Essa consideração poderia retratar casos em que os aerogeradores são instalados em regiões com solo rígido. No entanto, nem sempre essa hipótese é satisfatória do ponto de vista prático e a resposta dinâmica da estrutura em solo de menor resistência pode diferir da resposta de uma estrutura apoiada em solo rígido. Desta forma, a consideração da ISE pode modificar substancialmente a previsão do comportamento dinâmico da torre.

## 1.1 Motivação e contribuições

A importância tecnológica de considerar adequadamente a influência da ISE tem motivado pesquisadores a investigar este problema usando diferentes metodologias. A torre pode ser modelada usando as teorias de vigas de Euler–Bernoulli e de Timoshenko, seguindo abordagens numéricas<sup>1</sup> (Método dos Elementos Finitos - MEF) ou analíticas. O conjunto rotor-nacele (RNA) é geralmente considerado como uma massa concentrada no topo da torre. Por outro lado, a rigidez da fundação que representa a ISE é geralmente descrita por meio de conjuntos de duas ou três molas cujos coeficientes dependem das dimensões das estacas e do perfil do solo (variação da rigidez do solo com a profundidade e rigidez do solo a uma profundidade de um diâmetro de estaca) ou por molas de rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile*.

---

<sup>1</sup> O Método dos Elementos Finitos é aqui entendido como um método de alta hierarquia devido ao elevado número de graus de liberdade resultante da modelagem.



O presente trabalho é motivado pela análise das frequências naturais de interesse de turbinas eólicas *offshore* usando modelos de ordem reduzida (MORs). A contribuição à análise dinâmica de torres de turbinas eólicas *offshore* aqui abordada é a apresentação de modelos matemáticos que permitem obter, de forma analítica, diferentes frequências naturais e as formas modais, parâmetros importantes para a compreensão do comportamento dinâmico deste tipo de estrutura e não permitida pelos modelos analíticos de um grau de liberdade (1-GL) comumente encontrados na literatura. Como entrada para os modelos matemáticos desenvolvidos, são necessários apenas dados limitados sobre a turbina eólica, dimensões da torre, dimensões do *monopile* e parâmetros relacionados com o modelo de interação solo-estrutura. O desenvolvimento de modelos de ordem reduzida é de grande relevância nas etapas iniciais do projeto de torres de turbinas eólicas, visto que permitem maior número de estudos com menor gasto de tempo e de recursos computacionais. Exemplos de investigações facilitadas pelos MORs analíticos aqui desenvolvidos incluem estudos de sensibilidade da resposta como funções dos parâmetros de controle dos modelos matemáticos.

## 1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é desenvolver modelos de ordem reduzida que permitem a obtenção das frequências naturais de torres de turbinas eólicas *offshore* e a representação das formas modais de vibração, levando em consideração o efeito da interação solo-estrutura. Para isso, uma vez obtidos os modelos matemáticos, são realizados alguns estudos numérico-analítico<sup>2</sup> com diferentes turbinas eólicas disponíveis na literatura. As frequências naturais e formas modais das estruturas calculadas pelos modelos de ordem reduzida são comparadas com aquelas obtidas com modelos formulados via método dos elementos finitos. Para as análises, utilizam-se os programas Mathematica<sup>®</sup>, MATLAB<sup>®</sup> e Giraffe<sup>3</sup> (*Generic Interface Readily Accessible for Finite Elements*). Vale destacar que as formulações desenvolvidas no âmbito da tese estão prontas para receberem termos referentes às ações dinâmicas, como onda e vento, para futuro cálculo de respostas no domínio do tempo.

## 1.3 Organização da tese

Este trabalho está organizado em seis capítulos, incluindo esta introdução que caracteriza o Capítulo 1. Nesta seção é realizada uma síntese de cada capítulo.

<sup>2</sup> Embora a formulação seja analítica, é necessário o uso de alguns procedimentos numéricos como, por exemplo, resolução de problemas de auto-valor e obtenção de raízes de equações transcendentes.

<sup>3</sup> Giraffe é um *software* desenvolvido pelo Prof. Alfredo Gay Neto, da Universidade de São Paulo, codificada em linguagem C++, capaz de realizar análises modais de sistemas de alta hierarquia, entre outras capacidades. Será mais detalhado no Capítulo 4.

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica abordando alguns conceitos sobre energia eólica e sua importância na produção de energia sustentável. Em seguida, são apresentados os componentes de uma turbina eólica, bem como os tipos de fundações utilizadas em parques eólicos *onshore* e *offshore*. Também é indicada a importância da análise dinâmica com interação solo-estrutura, destacando os modelos de interação solo-estrutura utilizados na literatura, bem como os efeitos da consideração do solo na frequência natural de torres de turbinas eólicas.

O Capítulo 3 traz as metodologias adotadas para a determinação das frequências naturais de torres de turbinas eólicas *offshore* a partir de modelos de ordem reduzida, os quais permitem a obtenção de diferentes frequências naturais e a representação dos modos de vibração. As diferentes metodologias incluem a consideração da interação solo-estrutura representada por uma matriz de rigidez e por molas de rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile*.

No Capítulo 4 são realizadas as análises com o MOR com a interação solo-estrutura representada por uma matriz de rigidez. Os resultados de frequências naturais obtidos analiticamente<sup>4</sup> são comparados com dados disponíveis na literatura para turbinas eólicas em escala real, bem como com as previsões de outros autores e com as análises usando o MEF.

No Capítulo 5 são realizadas as análises com o modelo de ordem reduzida com a interação solo-estrutura representada por molas de rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile*. Os resultados de frequências naturais obtidos analiticamente usando os MORs são comparados com os resultados obtidos com as análises em elementos finitos. Ainda, são discutidas as estratégias de modelagem para turbinas eólicas *offshore* com a interação solo-*monopile* modelada com base na abordagem de Winkler e no conceito de viga sobre fundação elástica.

Finalmente, o Capítulo 6 apresenta as conclusões deste estudo e algumas sugestões para trabalhos futuros relacionados com o tema.

No Apêndice A são apresentadas as análises de frequência natural nos diferentes graus de liberdade analisados para os casos com base fixa e base elástica das aplicações do Capítulo 4. Por fim, uma lista de trabalhos apresentados e publicações oriundas da pesquisa é apresentada no Apêndice B.

---

<sup>4</sup> Como já mencionado, há uso de cálculo numérico para resolução de aspectos pontuais da formulação obtida.

## 2 Revisão bibliográfica

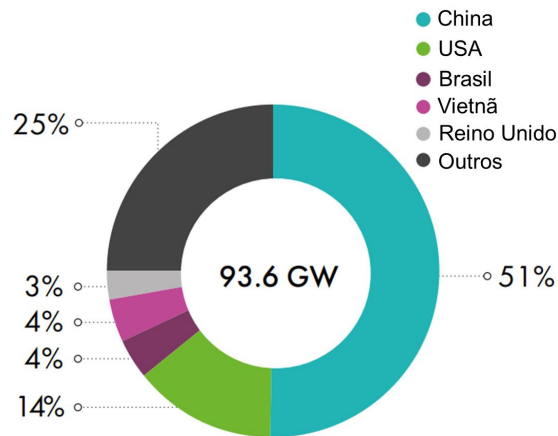
Este capítulo apresenta a revisão bibliográfica acerca do tema, sendo dividido em três seções. A Seção 2.1 aborda a importância da produção de energia limpa e sustentável, na qual a energia eólica tem desempenhado um papel fundamental em diversos países, inclusive no Brasil. A Seção 2.2 apresenta os tipos mais usuais de fundações de torres de turbinas eólicas *onshore* e *offshore*. Por fim, a dinâmica de torres eólicas considerando a interação solo-estrutura e como essa interação pode afetar a resposta dinâmica é objeto de discussão da Seção 2.3.

### 2.1 Energia eólica

A geração de energia a partir de fontes alternativas se torna cada vez mais presente, com a busca por um desenvolvimento sustentável. A matriz energética deve ser eficiente e não deve afetar o mínimo possível o meio ambiente, definindo o contexto da energia limpa. As principais fontes de energia são os combustíveis fósseis (petróleo, carvão e gás natural), energia nuclear e energia renovável (energia eólica, solar, hidrelétrica, geotérmica e biomassa). O uso de combustível fóssil contribui para a emissão de gases de efeito estufa (como dióxido de carbono -  $\text{CO}_2$ ), bem como a adição de grande quantidade de poluentes. Esses gases podem levar a mudanças catastróficas no clima da Terra, como aquecimento global, deterioração da qualidade do ar, chuva ácida e outros. Em 2021, foram emitidos 33.884,1 milhões de toneladas de  $\text{CO}_2$  no mundo e 436,6 milhões de toneladas no Brasil através do consumo de petróleo, gás e carvão para atividades relacionadas à combustão (BP (2022)).

As fontes de energia renováveis têm impactos menos importantes no meio ambiente e, ao mesmo tempo, não esgotam com o tempo, como ocorre com as fontes de energia não renováveis. A energia renovável é a fonte de energia de crescimento mais rápido do mundo. Uma das fontes mais promissoras de energia renovável é a energia eólica que é produzida pelo uso de grandes turbinas eólicas. Entre 2020 e 2021, a potência global de energia eólica aumentou 12,4%, elevando a capacidade eólica total instalada para 837 GW ao final de 2021 (GWEC (2022)). Os cinco principais mercados do mundo em 2021 para novas instalações foram China, Estados Unidos, Brasil, Vietnã e Reino Unido. Esses cinco mercados combinados representaram 75,1% das instalações globais, conforme mostrado na Figura 1.

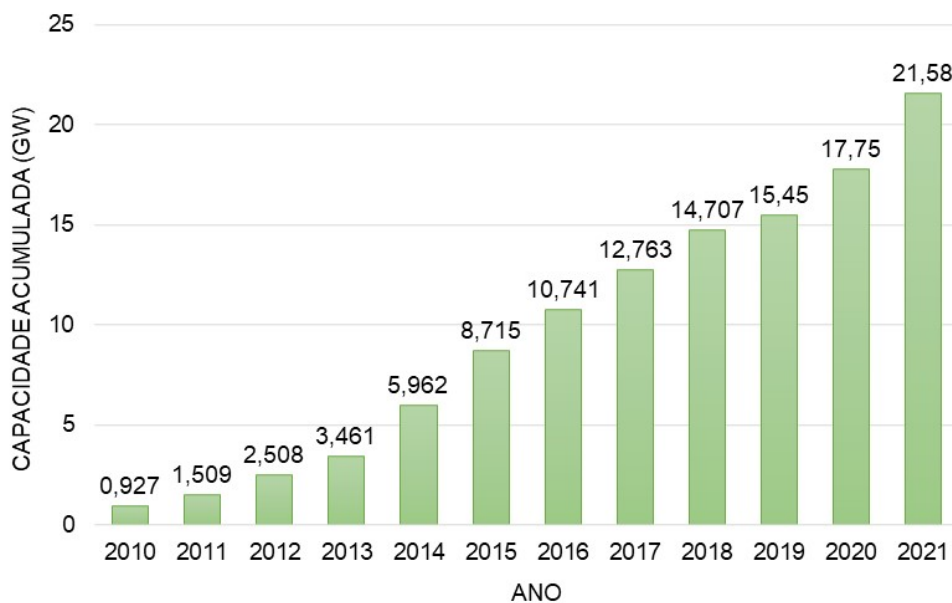
Figura 1 – Participação dos cinco principais mercados na nova capacidade de energia eólica em 2021.



Fonte: Modificada de GWEC (2022).

A energia eólica no Brasil foi marcada por um grande crescimento na última década, saltando de 1 GW em 2011 para 21 GW em janeiro de 2022. Hoje, o vento é a segunda maior fonte de geração de energia do país. A Figura 2 apresenta a capacidade acumulada anual da produção de energia eólica *onshore* do Brasil entre os anos de 2010 e 2021 (GWEC (2012), GWEC (2014), GWEC (2016), GWEC (2018), GWEC (2020), GWEC (2022)). Os estudos do potencial brasileiro para as eólicas *offshore* realizados pela Empresa de Pesquisa Energética - EPE (2020) apontam para a existência de potencial técnico de cerca de 700 GW em locais com profundidade até 50 m.

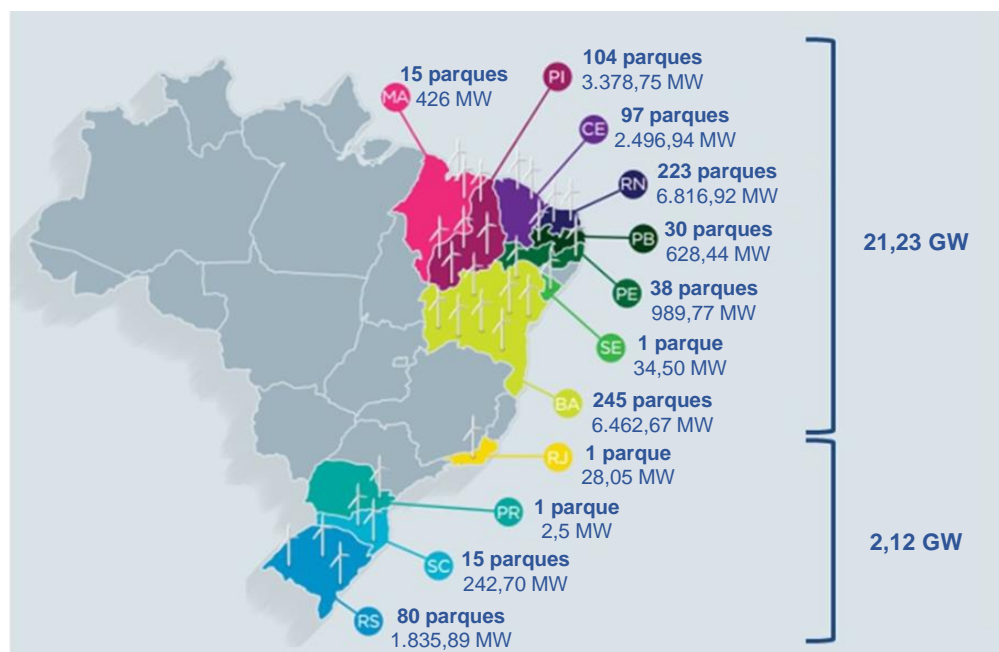
Figura 2 – Evolução da capacidade instalada: Brasil 2010 - 2021.



Fonte: Adaptada de GWEC (2022).

Assim como ocorre com outras fontes energéticas, a obtenção da energia eólica também pressupõe a existência de condições naturais específicas e favoráveis, sendo necessária a análise de dados sobre a velocidade e o regime dos ventos para determinar o potencial eólico de uma região. O recurso eólico não está disponível sobre o território de maneira igual, constante e equilibrada, sendo influenciado pela ocupação humana e suas construções, características da vegetação, relevo, fenômenos térmicos, pela latitude do local, entre outros fatores. No Brasil, as regiões com maior potencial medido são o Nordeste, principalmente no litoral, e o Sul. O fato de haver uma maior incidência dos ventos na região Nordeste, faz com que se tenha um maior potencial de geração de energia eólica nesta região (ABEEólica (2022)). Conforme apresentado na Figura 3, os dados do ano de 2022 mostram a região Nordeste com 745 parques eólicos *onshore* resultando em uma potência de 21,23 GW, enquanto que as demais usinas instaladas nas regiões Sudeste e Sul, apresentam juntas 2,12 GW.

Figura 3 – Capacidade instalada e número de parques eólicos *onshore* por estado - Brasil.



Fonte: Adaptada de ABEEólica (2022).

## 2.2 Fundações de torres de turbinas eólicas

A energia eólica pode ser produzida em parques eólicos *offshore* e *onshore*. A energia eólica *offshore* se refere à eletricidade produzida por turbinas eólicas instaladas no oceano ou nos lagos, enquanto que a energia eólica *onshore* se refere à eletricidade produzida por turbinas eólicas instaladas em terra. Turbina eólica é a denominação do dispositivo que converte energia cinética proveniente do vento em energia elétrica. Existem diferentes tipos de turbinas eólicas sendo dois os grandes grupos de classificação, a depender da orientação

do seu eixo de rotação (Figura 4). As turbinas eólicas podem girar em torno de um eixo vertical - turbinas eólicas com eixo vertical (TEEV); ou horizontal - turbinas eólicas com eixo horizontal (TEEH).

Figura 4 – À esquerda: Turbina eólica com eixo vertical. À direita: Turbina eólica com eixo horizontal.



Fonte: Extraída de Wood (2011) e de Hau (2013).

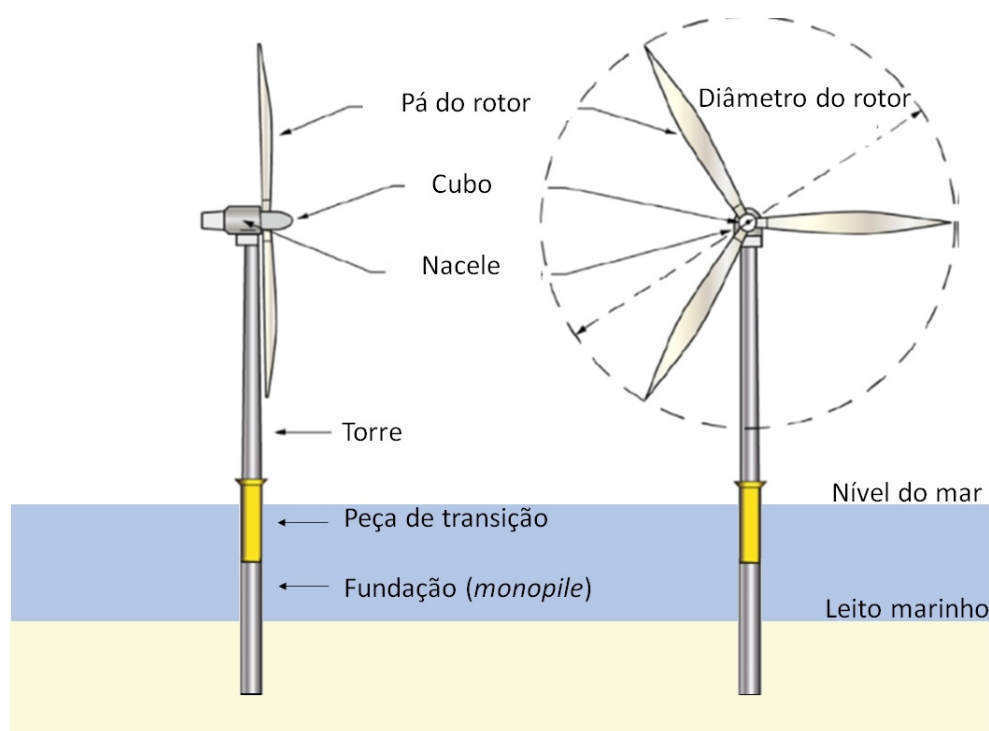
De acordo com Hau (2013), as turbinas de eixo vertical oferecem algumas vantagens, como apresentar um projeto basicamente simples que inclui a possibilidade de alojar componentes mecânicos e elétricos, caixa de engrenagens e geradores ao nível do solo e que não há sistema de guinada. No entanto, têm-se como desvantagens a sua baixa relação de velocidade de ponta, sua incapacidade de auto partida e de não ser capaz de controlar a potência de saída ou a velocidade das pás do rotor.

As turbinas eólicas de eixo horizontal apresentam características que as tornam superiores em relação as de eixo vertical e justificam o fato de quase todas as turbinas eólicas para geração de energia elétrica construídas até hoje apresentarem esse arranjo. Como vantagens, pode-se citar o fato de permitir que a velocidade do rotor e a potência de saída possam ser controladas. Além disso, as pás do rotor configuram a proteção mais eficaz contra velocidade excessiva e velocidades extremas do vento, especialmente em grandes turbinas eólicas. Ainda, a forma das pás pode ser otimizada aerodinamicamente para atingir sua maior eficiência quando a sustentação aerodinâmica for explorada em um grau máximo (Hau (2013)).

A turbina eólica *offshore* consiste de uma torre, nacelle, rotor, pás (ou lâminas), peça de transição e fundação (ver Figura 5). A fundação é uma parte crítica do projeto,

sendo responsável por transmitir os carregamentos permanentes e variáveis provenientes da torre e do aerogerador ao solo circundante, garantindo condições de segurança e operação. Ainda, de acordo com [Yeter, Garbatov e Guedes Soares \(2019\)](#), a fundação tem a função de restringir o movimento excessivo da turbina eólica *offshore* usando a pressão do solo atuando sobre a fundação. Para torres eólicas, a fundação deve ser suficientemente resistente e grande para manter a turbina em posição vertical e para resistir a todas as forças que irão atuar na estrutura, impedindo assim que a turbina sofra rotação excessiva, inclinando-se demasiadamente para o lado ou tombando em decorrência da ação do vento ([Hemami \(2012\)](#)).

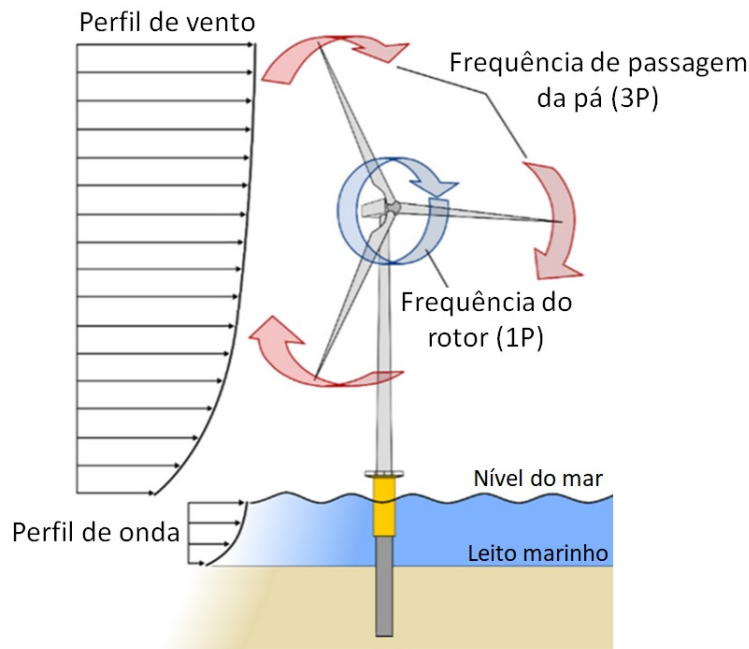
Figura 5 – Componentes de uma turbina eólica *offshore*.



Fonte: Modificada de [Kaynia \(2019\)](#).

Os principais esforços atuantes em torres eólicas são provenientes do peso próprio dos elementos e da ação de cargas cíclicas/dinâmicas decorrentes do vento, onda, cargas  $1P$  e  $n_bP$ , sendo  $n_b$  o número de pás do rotor (Figura 6) e  $P$  a frequência de rotação operacional. Nas estruturas convencionais, os esforços verticais são preponderantes nas fundações, enquanto que os esforços horizontais, embora estejam presentes, são de pequena magnitude. Devido à altura substancial da torre eólica, a força horizontal do vento gera um momento fletor considerável na fundação ([Svensson \(2010\)](#)).



Figura 6 – Cargas atuando em uma turbina eólica *offshore*.

Fonte: Modificada de Nikitas (2020).

Dentre as cargas atuantes, segundo Arany et al. (2017), a parte mais desafiadora se refere às cargas dinâmicas que atuam na turbina eólica, visto que essas cargas têm um impacto significativo, podendo comprometer toda a estrutura e afetar a operação do aerogerador. Essas cargas possuem características únicas em termos de magnitude, frequência e número de ciclos aplicados à fundação. As pás rotativas aplicam uma carga lateral dinâmica no topo da torre e que é determinada pela intensidade da turbulência do vento. As ondas, no caso de torres eólicas *offshore*, interagem com a subestrutura aplicando uma carga lateral perto da fundação. Nesse caso, a magnitude da carga dependerá da altura da onda, do seu período e da profundidade da lâmina d'água. Além das ações do vento e das ondas, o desequilíbrio de massa do rotor e do cubo e os desequilíbrios aerodinâmicos das pás geram vibrações no nível do cubo (topo da torre), aplicando carga lateral e momento. Essa carga tem uma frequência igual à frequência rotacional do rotor,  $1P$ ; a qual, na maioria das turbinas eólicas industriais, tratam-se de máquinas de velocidade variável, e, portanto,  $1P$  não é uma frequência única, mas sim uma banda de frequência. Ainda, o efeito de sombreamento da pá também aplica carga na torre, a qual refere-se à carga dinâmica com frequência igual a  $n_b P$ . As excitações de  $n_b P$  atuam em uma banda de frequência, assim como  $1P$ , sendo obtidas pela multiplicação dos limites da banda  $1P$  pelo número de pás da turbina (Arany et al. (2017)).

As fundações dos parques eólicos *offshore* são geralmente mais complexas do que as fundações dos parques eólicos *onshore*. Este tipo de fundação envolve maiores desafios técnicos, incluindo requisitos de projeto para resistir ao ambiente marinho e ao

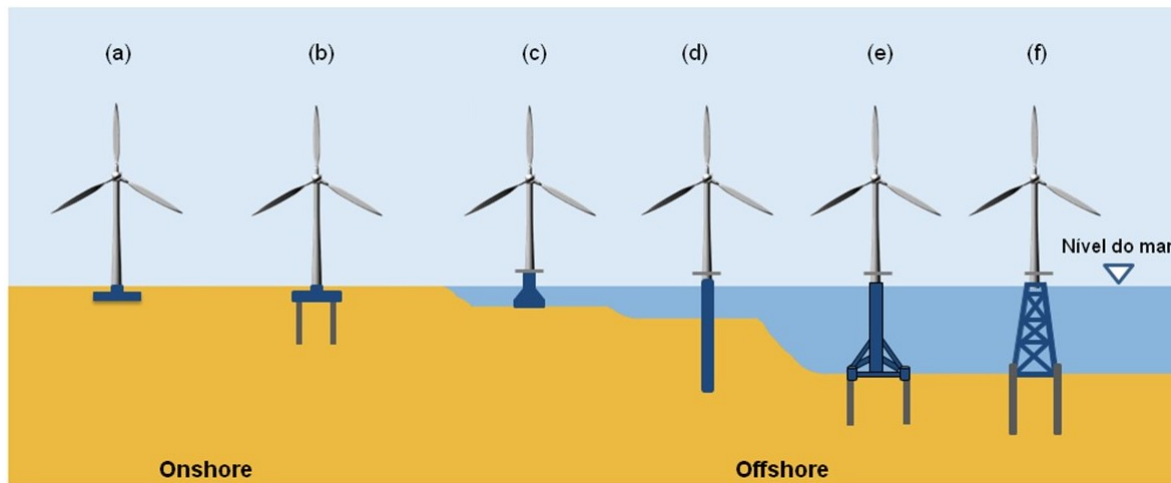


impacto prolongado dos carregamentos decorrentes das ondas (Arshad e O’Kelly (2013)). Atualmente, o projeto de fundação das torres eólicas *offshore* é baseado em normas e dados empíricos provenientes da indústria *offshore* de petróleo e gás. No entanto, as cargas experimentadas pela torre eólica *offshore* diferem das estruturas de petróleo e gás (LeBlanc, Houlby e Byrne (2010)).

As opções mais usuais para fundações de torres eólicas *offshore* são a estaca única (*monopile*), base de gravidade (*gravity base*), multi estacas ou tripé (*tripod*) e treliça (*jacket*). A escolha de qual tipo de fundação deverá ser utilizada, dependerá da profundidade da água, das condições do leito marinho e dos custos estimados (IRENA (2012)). O *monopile*, ou estaca única, é o sistema de fundação mais adotado para parques eólicos *offshore* localizado em profundidades de águas rasas (da ordem de 30 m ou inferiores). É composto por uma longa tubulação de aço vertical, cravada ou perfurada no fundo do mar. O *monopile* é conectado à peça de transição, a qual é aparafusada à estrutura da torre, sustentando a turbina eólica (Yeter, Garbatov e Guedes Soares (2019)). A base de gravidade é o tipo de fundação que se apoia sobre a superfície do solo marinho. Sua estrutura é suportada pelo próprio peso e é construída geralmente com concreto armado, podendo também ser constituída de aço. As estruturas de tripé e treliça são mais adequadas para águas mais profundas (entre 30 e 50 m) e turbinas mais pesadas (Arshad e O’Kelly (2013); Plodpradit, Dinh e Kim (2019)).

Para torres eólicas *onshore* podem ser utilizadas a fundação superficial ou profunda. A fundação superficial é apoiada no solo, ou logo abaixo dele, e a área é bastante grande para evitar que ela sofra rotação. Este tipo de fundação é usado quando a camada do solo próxima a superfície é suficientemente resistente (Svensson (2010)). A fundação profunda usa o bloco de fundação sobre estacas, conhecido por grupo de estacas. A fundação profunda é utilizada quando o solo não é resistente o suficiente até uma grande profundidade para assentar a fundação no solo de superfície. A Figura 7 apresenta as opções de fundações para turbinas eólicas *offshore* e *onshore*.

Figura 7 – Opções de fundações para torre de turbina eólica: (a) superficial ou direta; (b) grupo de estacas; (c) base de gravidade; (d) estaca única (*monopile*); (e) tripé; e (f) jaqueta.



Fonte: Modificada de [Arshad e O'Kelly \(2013\)](#).

De acordo com [Yeter, Garbatov e Guedes Soares \(2019\)](#), o custo da energia eólica *offshore* ainda é maior do que o da energia eólica *onshore*. Uma investigação mais detalhada sobre o efeito da interação solo-estrutura (ISE) na resposta estrutural da torre eólica *offshore*, com a adequação das propriedades do solo e a adequação do modelo empregado, pode ser realizada para obter estruturas mais econômicas, sem perda de segurança.

## 2.3 Análise dinâmica com interação solo-estrutura

As estruturas são solicitadas por diversos tipos de ações, as quais podem introduzir comportamentos caracterizados por respostas estáticas e/ou dinâmicas. Ações que originam respostas estáticas permanecem constantes ao longo do tempo, enquanto que as ações que provocam respostas dinâmicas são dependentes do tempo. A consideração dos efeitos dinâmicos das ações é fundamental nas estruturas situadas em zonas de risco sísmico, estruturas esbeltas sujeitas à ação do vento, estruturas que suportam equipamentos que provoquem vibrações e estruturas de grande risco potencial, mesmo em zonas de baixo risco sísmico.

As cargas ambientais são uma composição de componentes cíclicas (e, portanto, dinâmicas) e dependem da localização do parque eólico, do tamanho e do tipo da turbina. Conforme dito anteriormente, a fundação tem o propósito de transferir estas cargas com segurança, sem deformações excessivas, para o solo circundante. Essa transferência de cargas para o solo circundante é essencialmente uma ISE ([Bhattacharya et al. \(2017\)](#)). De acordo com [Fitzgerald e Basu \(2016\)](#), quando um elemento estrutural está em contato com o solo, os deslocamentos estruturais e os deslocamentos do solo não são independentes

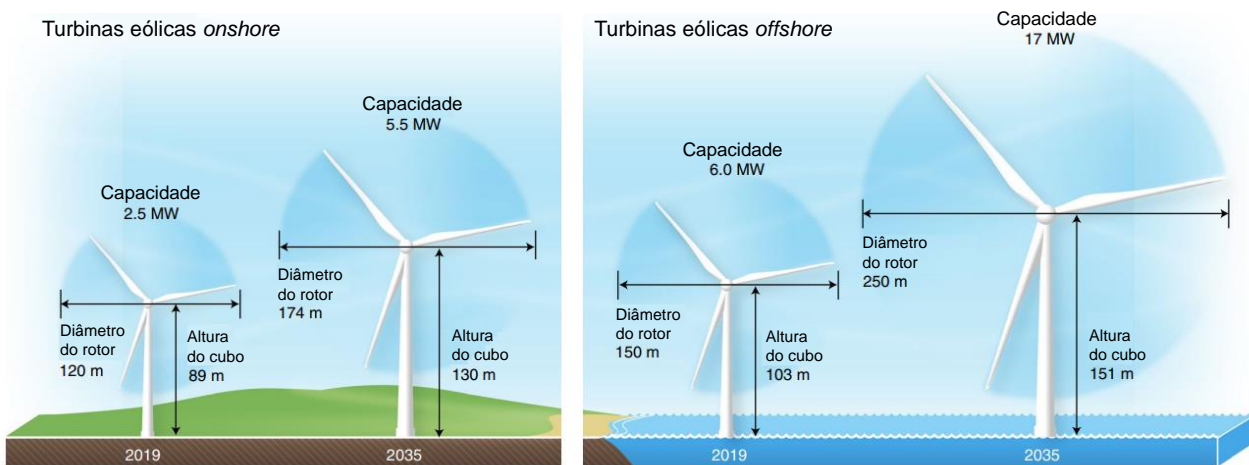
um do outro. A ISE é o processo pelo qual a resposta da estrutura afeta a resposta do solo subjacente e pelo qual a resposta do solo afeta a resposta da estrutura. Sendo assim, a interação entre o solo e a fundação é inevitável e pode alterar as frequências de vibração, podendo influenciar no comportamento dinâmico das estruturas *offshore* (Zuo, Bi e Hao (2018)).

A resposta do solo depende das suas propriedades mecânicas e da natureza do carregamento. Diversos problemas de engenharia geotécnica estão associados a carregamentos dinâmicos e cíclicos (Jia (2018)). A resposta de uma estrutura sob excitação sísmica, por exemplo, é afetada pelas interações entre a estrutura, a fundação e o solo subjacente e ao redor da fundação. A análise com ISE é amplamente utilizada para vários tipos de infraestruturas tanto *onshore* como *offshore*. Tal análise visa estimar a resposta de todo o sistema a movimentos terrestres específicos. De acordo com Jia (2018), dois fatos salientam a importância da ISE. Primeiro, a resposta estrutural devida aos movimentos do solo para uma estrutura em solos deformáveis pode ser expressivamente diferente da resposta de uma estrutura suportada por uma fundação rígida. Ainda, o movimento do solo na base de uma estrutura e sua vizinhança também iria diferir da resposta obtida se não houvesse estrutura acima do solo. Foi mostrado por Veletsos e Meek (1974) que a presença de solo flexível sob a fundação de uma estrutura aumenta a capacidade de amortecimento da fundação e reduz a frequência natural da estrutura. Nessa condição, a interação solo-estrutura, em particular sob cargas externas dinâmicas ou sísmicas, pode ser uma grande preocupação na concepção da fundação e de toda a estrutura da torre de turbina eólica.

As reduções de custo de energia eólica são impulsionadas principalmente pelos avanços na tecnologia de turbinas eólicas. De acordo com IRENA (2019), os principais parâmetros que indicam as melhorias nas tecnologias de turbinas eólicas são o diâmetro do rotor e a altura do cubo para acessar mais energia das turbinas eólicas, mesmo em áreas com velocidades de vento mais baixas. A necessidade do aumento da altura das torres para suportar turbinas eólicas com maior capacidade de geração de energia é uma consequência do crescimento da produção de energia eólica mundial. As torres de turbinas eólicas são estruturas esbeltas projetadas para resistir às cargas estáticas e aos efeitos dinâmicos das cargas horizontais decorrentes do vento na estrutura e das ondas, no caso *offshore*. Para aumentar a produção de energia e limitar o peso da estrutura, as torres eólicas têm se tornando estruturalmente mais flexíveis. Neste cenário de maior flexibilidade da estrutura, a análise dinâmica é requerida para prever a sua resposta dinâmica, potencialmente mais relevante do que nos casos onde o sistema é mais rígido. Dentre as análises dinâmicas, destaca-se o problema de vibrações livres e a consequente avaliação das frequências naturais e dos modos de vibrar. A Figura 8 apresenta o tamanho esperado da turbina para energia eólica *onshore* e *offshore* em 2035, em comparação com as médias de 2019.

A estimativa das frequências naturais da estrutura deve ser realizada ainda na fase

Figura 8 – Aumento do diâmetro do rotor e da capacidade das turbinas eólicas.



Fonte: Modificada de [Wiser et al. \(2021\)](#).

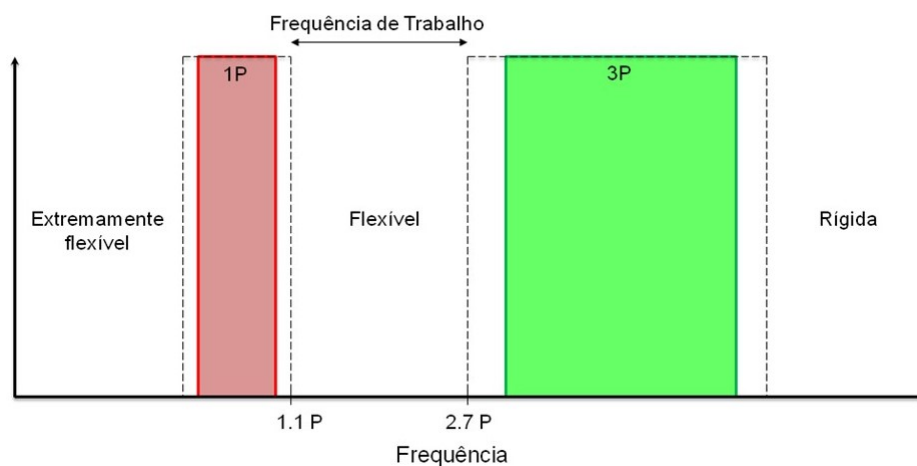
de projeto, evitando danos futuros. É importante que as frequências naturais da estrutura não coincidam com as frequências de excitação relacionadas às cargas de vento e ondas para evitar a amplificação dinâmica da resposta e minimizar os danos por fadiga ([Andersen et al. \(2012\)](#)) ou ainda maximizar a janela de operações. A ressonância<sup>1</sup> ocorre quando uma força externa é aplicada a uma estrutura com frequência igual a uma das frequências naturais da estrutura. Isto faz com que a estrutura sofra grandes deslocamentos e pode causar falha imediata ou falha por fadiga ao longo do tempo ([Zyl e Zijl \(2015\)](#)). Nesse sentido, a ressonância é evitada se as frequências naturais da torre não coincidirem com aquelas que caracterizam o carregamento.

Nos projetos de torres eólicas o critério decisivo para o comportamento de vibração é a posição da primeira frequência natural da torre em relação às frequências do carregamento ([Adhikari e Bhattacharya \(2011\)](#)). Três métodos de projeto são utilizados para turbinas eólicas de acordo com a posição da primeira frequência natural. Quando a primeira frequência natural estiver acima de 3P (para turbinas com 3 pás), então se trata de uma torre rígida (“*stiff-stiff*”). No entanto, quando a primeira frequência estiver no intervalo abaixo de 1P se trata de uma estrutura extremamente flexível (“*soft-soft*”). Estando a frequência natural entre 1P e 3P, trata-se de uma estrutura flexível e mais comumente considerada nos projetos atualmente (“*soft-stiff*”) ([Zyl e Zijl \(2015\)](#)). A frequência natural do sistema deve estar dentro do intervalo de 10% maior do que a frequência de operação do rotor (1P), permitindo uma mudança de frequência de até 10% próximo da frequência de passagem das pás (3P) ([DNV \(2002\)](#)). Esse intervalo corresponde à faixa de frequência de trabalho. A Figura 9 ilustra este conceito. De acordo com [Bhattacharya \(2014\)](#), a solução

<sup>1</sup> Em sistemas não lineares, há possibilidade de ocorrência de ressonância interna. Um cenário com potencial de ocorrência de ressonância interna é aquele no qual o quociente entre duas frequências naturais é um número racional.

mais segura é posicionar a frequência natural da estrutura bem acima da faixa de 3P. No entanto, a seleção de um projeto mais rígido requer torres e fundações de custos elevados. Assim, de uma perspectiva econômica, as estruturas flexíveis são mais desejáveis.

Figura 9 – Frequência de vibração.



Fonte: Modificada de Zyl e Zijl (2015).

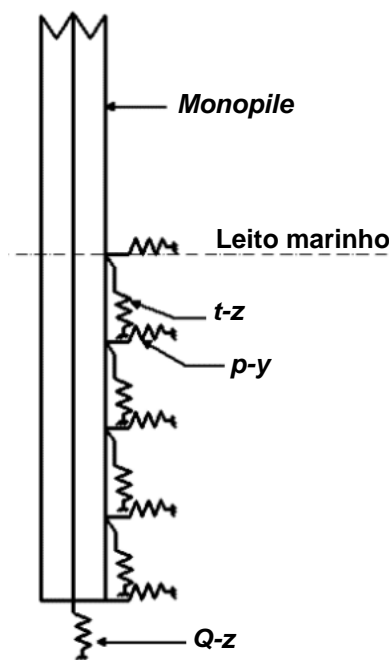
As torres eólicas *offshore* são dinamicamente sensíveis nas frequências mais baixas devido à sua esbelteza e à massa concentrada localizada no topo, sendo a primeira frequência modal do sistema muito próxima das frequências de excitação impostas por cargas ambientais e mecânicas (Bhattacharya et al. (2013)). A interação entre o *monopile* e o subsolo pode afetar consideravelmente a primeira frequência natural da turbina eólica *offshore*, não só devido à natureza esbelta do *monopile*, mas também devido às variações nas características do solo (Yeter, Garbatov e Guedes Soares (2019)). A análise dinâmica estrutural é uma das principais etapas do projeto da estrutura de suporte da torre eólica *offshore*, com o objetivo de evitar vibrações ressonantes ou atingir a frequência natural em um intervalo específico. A interação solo-estrutura deve ser analisada para prever com mais exatidão as respostas dinâmicas da turbina eólica (Zuo, Bi e Hao (2018)).

### 2.3.1 Modelos de interação solo-estrutura

A análise dos efeitos da carga estrutural deve se basear na consideração do sistema solo e estrutura, a qual deve ser realizada fundamentada em hipóteses realistas sobre a rigidez e o amortecimento do solo e dos membros estruturais. A análise dinâmica deve levar em conta esta interação (DNV (2014)). Diferentes métodos são adotados para considerar a ISE. Nesta subseção serão apresentados quatro diferentes métodos para modelar a flexibilidade da fundação em *monopile* de turbina eólica *offshore*. Embora esses métodos sejam descritos para uma fundação em *monopile*, eles podem ser aplicados a outros tipos de fundações desde que a rigidez solo-fundação possa ser obtida.

O método das molas distribuídas modela a flexibilidade da fundação através de uma viga livre-livre com molas laterais distribuídas ao longo do *monopile*, no trecho enterrado no solo. A viga tem as propriedades reais do *monopile* tanto acima quanto abaixo do leito marinho, incluindo a real profundidade de embutimento (Jonkman e Musial (2010)). A Figura 10 apresenta as molas não lineares distribuídas ao longo do *monopile*, simulando a interação solo-estrutura nas direções axial e lateral ( $p$ - $y$ ,  $t$ - $z$  e  $Q$ - $z$ ). Conforme recomendado pelo *American Petroleum Institute* - API (2002), as molas  $p$ - $y$  são responsáveis pela rigidez lateral do solo contra o movimento da fundação; as molas  $t$ - $z$  são responsáveis pela resistência axial na interface solo-*monopile* contra o deslocamento da fundação, enquanto que a mola  $Q$ - $z$  é responsável pelo apoio da extremidade do solo à ponta da estaca (Abdullahi, Wang e Bhattacharya (2020)). As curvas  $p$ - $y$ ,  $t$ - $z$  e  $Q$ - $z$  são descritas por API (2002) e DNV (2014). Os valores de rigidez das molas variam ao longo da estaca para representar o comportamento do perfil do solo.

Figura 10 – Método das molas distribuídas ao longo do *monopile*.

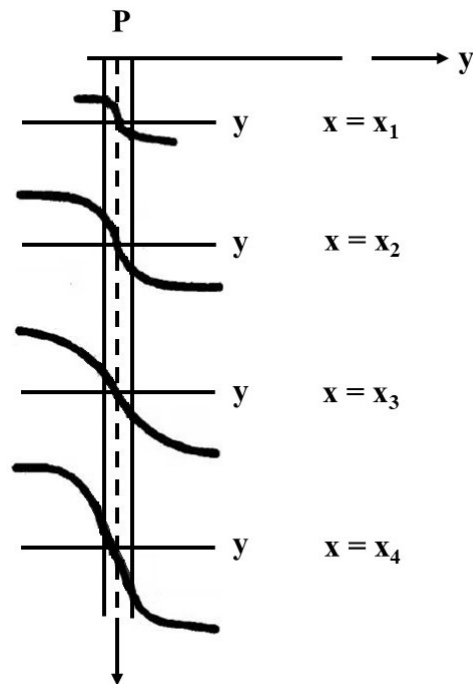


Fonte: Modificada de Abdullahi, Wang e Bhattacharya (2020).

A resistência lateral do solo próximo à superfície é relevante para o projeto de estacas. O método  $p$ - $y$  é a abordagem mais comum para analisar estacas carregadas lateralmente na indústria *offshore*, conforme recomendação do API (2002) e DNV (2014). Trata-se de um método não linear utilizado para determinar as deformações na cabeça da estaca (deflexão e rotação), assim como a rigidez da fundação. O método  $p$ - $y$  foi originalmente desenvolvido por Matlock (1970); Reese, Cox e Koop (1975); O'Neill e Murchison (1983), sendo a abordagem de Winkler a base desta metodologia (Arany et al. (2017)). Nessa abordagem, as características de rigidez do sistema solo-fundação são

modeladas com a substituição do solo por um conjunto de molas independentes ao longo do comprimento da estaca (Yeter, Garbatov e Guedes Soares (2019)). Essas molas são caracterizadas por uma curva  $p-y$  em cada ponto nodal (Figura 11).

Figura 11 – Curvas  $p-y$  aplicadas em pontos nodais na representação da estaca.



Fonte: Modificada de API (2002).

As curvas de deflexão lateral da resistência do solo são construídas usando dados de tensão-deformação de amostras de solo em laboratório. Nesta representação,  $p$  é a ordenada da curva representando a resistência do solo, e  $y$  é a abscissa da curva e representa a deflexão do solo (API (2002)). A norma DNV (2014) alerta sobre a aplicação do método  $p-y$  para estacas de grande diâmetro, visto que as curvas  $p-y$  são destinadas principalmente à análise da capacidade lateral de estacas no estado limite último e foram calibradas para estacas de pequeno diâmetro. Diferentes métodos são utilizados para determinar as curvas  $p-y$  a depender das propriedades do solo. A mesma norma DNV (2014) sugere métodos semi-empíricos para determinar as curvas  $p-y$  para argila e areia, tanto para carga estática quanto para carga cíclica. Ainda, as curvas podem ser obtidas por análise numérica da ISE. Algumas modificações do método  $p-y$  têm sido sugeridas. Achmus et al. (2019) analisaram a rigidez do *monopile* em areia por meio de análise numérica utilizando o *software* PLAXIS 3D, examinando a condição de carga monotônica e a condição de descarregamento e recarregamento. Os autores verificaram que para situações de carga mais relevantes a rigidez rotacional inicial do sistema solo-*monopile*, isto é, a inclinação inicial da curva de rotação de momento para carregamento monotônico, fornece uma boa estimativa da rigidez real. Isso significa que, no projeto de um *monopile*, um método  $p-y$



deve ser aplicado, capturando com precisão a rigidez inicial. Por meio de comparações de diferentes abordagens  $p$ - $y$ , Achmus et al. (2019) mostraram que a abordagem API comum subestima consideravelmente a rigidez inicial, sendo necessário utilizar um método  $p$ - $y$  que seja adequado para o cálculo da rigidez inicial do *monopile* como, por exemplo, a abordagem de Thieken, Achmus e Lemke (2015) e a abordagem de Kallehave, Thilsted e Liingaard (2012).

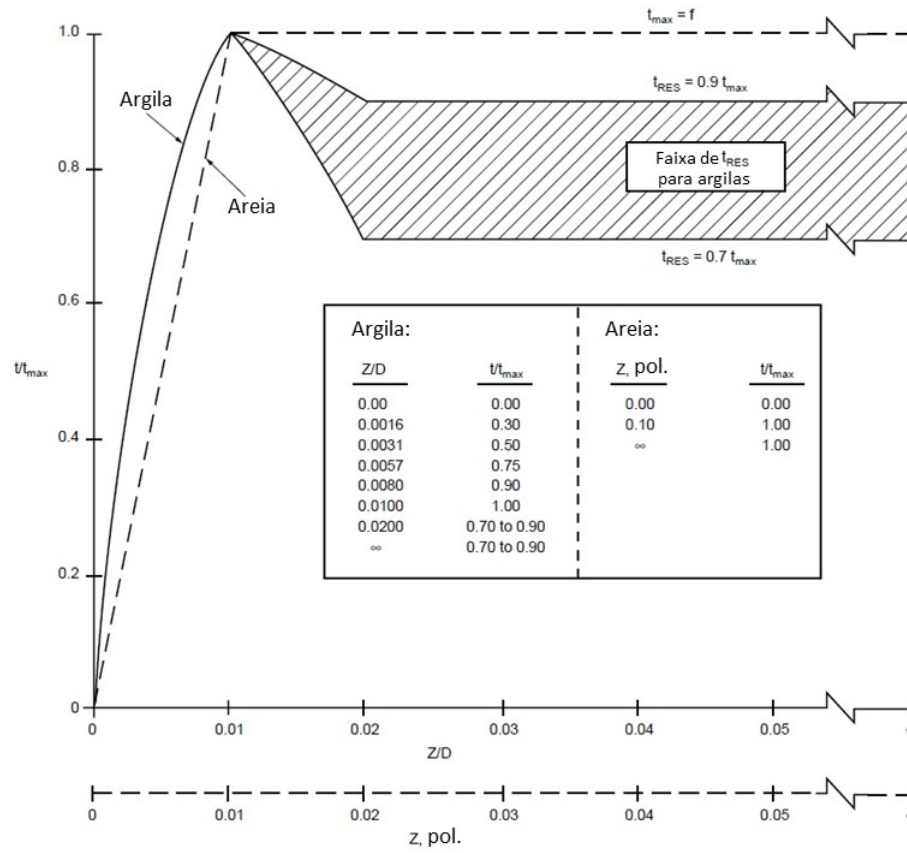
Zhang e Andersen (2019) desenvolveram, a partir de análises paramétricas via MEF, modelos que permitem a construção de curvas de reação de solo específicas para cada local, com base nas respostas tensão-deformação medidas em testes de laboratório para a resposta do *monopile* sob carga lateral. Foi feito uso de alguns modelos para análise do *monopile*, incluindo o modelo  $p$ - $y$  com mecanismo de falha de cunha até o ponto de rotação do *monopile*. Abaixo do ponto de rotação e acima da ponta da estaca foi utilizado o conceito de falha de fluxo e cisalhamento de base na ponta da estaca. Comparações com as previsões feitas via MEF e análises de campo demonstraram boas capacidades do modelo proposto e modelos de reação do solo.

Além da abordagem do método  $p$ - $y$ , outros métodos têm sido utilizados para caracterizar a interação solo-*monopile*. A resistência axial do solo é fornecida por uma combinação de atrito axial solo-*monopile* ou transferência de carga ao longo do *monopile* e resistência de ponta do *monopile*. A relação entre a transferência de cisalhamento solo-*monopile* mobilizado e a deflexão local da estaca em qualquer profundidade é descrita usando a curva  $t$ - $z$ . Da mesma forma, a relação entre a resistência de ponta mobilizada e a deflexão axial da ponta é descrita usando uma curva  $Q$ - $z$  (API (2002)). A curva  $t$ - $z$  em argila e em areia é recomendada pelo API (2002) e apresentada na Figura 12, sendo  $z$  a deflexão local do *monopile*,  $D$  o diâmetro do *monopile*,  $t$  a resistência axial na interface solo-*monopile* mobilizado (atrito lateral) e  $t_{max}$  a resistência axial na interface solo-*monopile* máximo mobilizado. Nas argilas, o valor de  $t_{res}/t_{max}$  pode variar de 0,70 a 0,90 e é função do comportamento tensão-deformação do solo, histórico de tensão, método de instalação, entre outros fatores;  $t_{res}$  é a taxa de atrito residual.

Movimentos relativamente grandes da ponta do *monopile* são necessários para mobilizar a resistência total de ponta. Um deslocamento da ponta do *monopile* de até 10% do diâmetro do *monopile* pode ser necessário para a mobilização total em solos arenosos e argilosos. Na ausência de critérios mais definitivos, a curva apresentada na Figura 13 é recomendada pelo API (2002) para areias e argilas, sendo  $z$  a deflexão axial da ponta,  $D$  o diâmetro do *monopile*,  $Q$  a resistência de ponta mobilizada (capacidade de carga de ponta) e  $Q_p$  a resistência total de ponta. A norma API (2002) apresenta as expressões que podem ser utilizadas para o cálculo de  $t_{max}$  e  $Q_p$ , considerando solos coesivos e granulares.

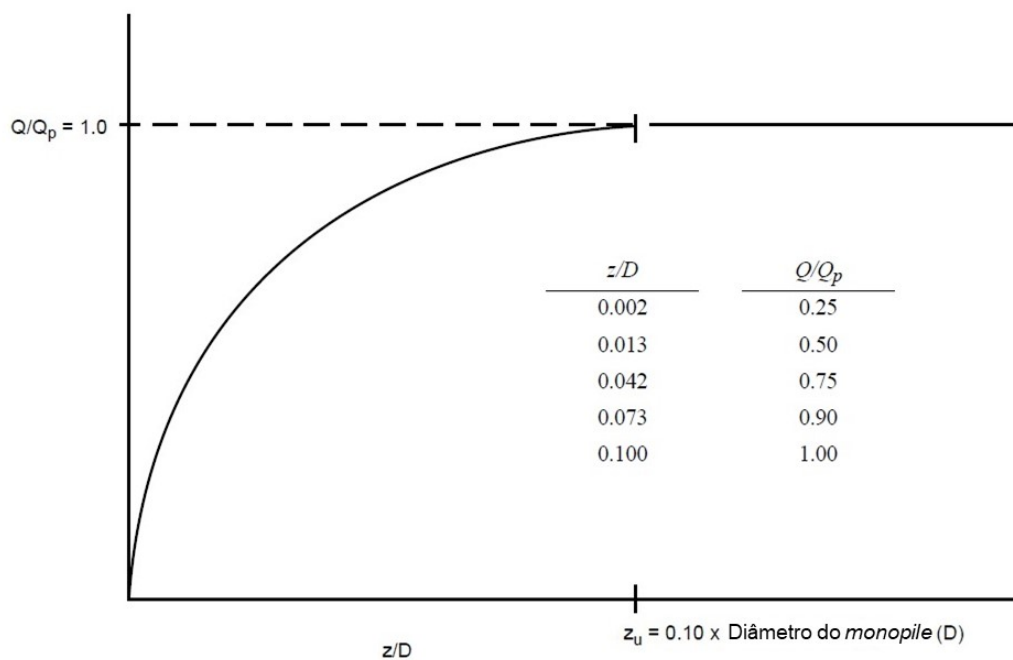


Figura 12 – Transferência de carga axial típica - Curvas  $t$ - $z$ .



Fonte: Modificada de API (2002).

Figura 13 – Carga na ponta - Curva  $Q$ - $z$ .



Fonte: Modificada de API (2002).

Uma outra forma de considerar a rigidez da fundação é a abordagem de molas posicionadas no nível do leito marinho. A Figura 14 apresenta a definição da rigidez da fundação que é representada por  $K_V$  (rigidez vertical),  $K_L$  (rigidez lateral),  $K_R$  (rigidez rotacional) e  $K_{LR}$  (acoplamento cruzado). Como a estrutura é muito rígida verticalmente, despreza-se a rigidez vertical ( $K_V$ ).

Figura 14 – Representação da rigidez da fundação.



Fonte: Modificada de Arany et al. (2017).

De acordo com Arany et al. (2017), o primeiro passo para a obtenção da rigidez na cabeça da estaca é a classificação do comportamento da estaca, ou seja, se o *monopile* se comportará como uma estaca curta e rígida ou como uma estaca longa e flexível. Após esta definição, determina-se  $K_L$ ,  $K_R$  e  $K_{LR}$ . As expressões de  $K_L$ ,  $K_R$  e  $K_{LR}$  para diferentes geometrias de estaca, rígida ou flexível, e diferentes perfis de solo, homogêneo, parabólico ou linear, podem ser obtidas da literatura. Alguns dos métodos mais comuns são encontrados em Poulos e Davis (1980) para estacas rígidas e flexíveis; Gazetas (1984), Randolph (1981) e Pender (1993), para estacas flexíveis; Carter e Kulhawy (1992) para estacas rígidas em rocha; Shadlou e Bhattacharya (2016) para estacas rígidas e flexíveis. As entradas necessárias para a obtenção dos valores de  $K_L$ ,  $K_R$  e  $K_{LR}$  são: dimensões da estaca; perfil do solo com a variação da rigidez do solo com a profundidade constante, variando linearmente ou variando com a raiz quadrada da profundidade; e rigidez do solo a uma profundidade de um diâmetro da estaca.

Para *monopiles* que se comportam rigidamente, os termos de rigidez são função da razão de aspecto da estaca  $L_P/D_P$ , onde  $L_P$  é o comprimento da estaca incorporado ao solo e  $D_P$  é o diâmetro da estaca; e do valor do módulo de Young do solo a uma

profundidade de um diâmetro da estaca,  $E_{S0}$ . Para *monopiles* com comportamento flexível, os termos de rigidez são função da relação entre o módulo de Young equivalente da estaca e o módulo de Young do solo a uma profundidade de um diâmetro da estaca ( $E_P/E_{S0}$ ), bem como de  $E_{S0}$ . Arany et al. (2017) apresentam algumas formulações para verificar se a estaca pode ser considerada como rígida ou flexível. Dentre as formulações apresentadas pelos autores, tem-se a abordagem de Poulos e Davis (1980), a qual utiliza o módulo horizontal da reação do solo,  $k_h$ . As formulações são diferentes a depender do tipo de solo.

Para solos coesivos,  $k_h$  pode ser considerado constante com a profundidade. Neste caso, a estaca pode ser considerada rígida se:

$$L_P < 1,5 \left( \frac{E_P I_P}{k_h D_P} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.1)$$

E é considerada flexível quando:

$$L_P > 2,5 \left( \frac{E_P I_P}{k_h D_P} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.2)$$

sendo  $E_P I_P$  a rigidez à flexão da estaca.

Para solos não coesivos, o módulo horizontal da reação do solo aumenta aproximadamente linearmente com a profundidade ( $k_h = n_h(z/D_P)$ , sendo  $n_h$  o coeficiente horizontal da reação do solo). Assim, para esses solos, a estaca é considerada rígida se:

$$L_P < 2,0 \left( \frac{E_P I_P}{n_h} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (2.3)$$

E considerada flexível quando:

$$L_P > 4,0 \left( \frac{E_P I_P}{n_h} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (2.4)$$

Os métodos de Randolph (1981) e Carter e Kulhawy (1992) baseiam-se no módulo de cisalhamento modificado do solo ( $G^*$ ) e no módulo de Young equivalente da estaca ( $E_{eq}$ ):

$$G^* = G_S \left( 1 + \frac{3}{4} \nu_S \right) \quad (2.5)$$

$$E_{eq} = \frac{E_P I_P}{D_P^4 \pi / 64} \quad (2.6)$$

onde,  $G_S$  é o módulo de cisalhamento do solo calculado entre o leito marinho e o comprimento de embutimento da estaca; e  $\nu_S$  é o coeficiente de Poisson do solo. A estaca é considerada flexível, se:

$$L_P \geq D_P \left( \frac{E_{eq}}{G^*} \right)^{2/7} \quad (2.7)$$

A estaca é considerada rígida, se:

$$L_P \leq 0,05D_P \left( \frac{E_{eq}}{G^*} \right)^{1/2} \quad (2.8)$$

O perfil de rigidez do solo, ou seja, a variação do módulo de Young do solo com a profundidade correspondente a cada idealização do solo, é expresso matematicamente como:

$$E_{s(z)} = E_{S0} \left( \frac{z}{D_P} \right)^n \quad (2.9)$$

A variação do valor de  $n$  representa:  $n = 0$ , solo homogêneo e típico de argila sobreconsolidada;  $0 < n < 1$ , não homogeneidade parabólica, típica de solo arenoso;  $n = 1$ , não homogeneidade linear, típica de argila normalmente consolidada (Shadlou e Bhattacharya (2016)).

O modelo de três molas pode ser escrito com uma matriz de rigidez como segue:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ M_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_L & K_{LR} \\ K_{LR} & K_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

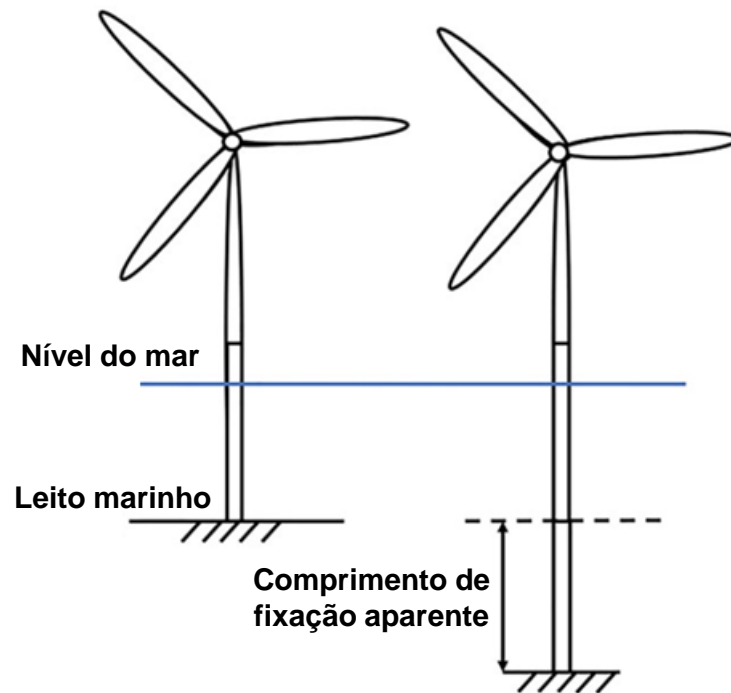
onde  $F_x$  é a força lateral,  $M_y$  é o momento em torno do eixo  $y$ ,  $u$  é o deslocamento na direção  $x$  e  $\theta$  é a rotação (Arany et al. (2015)).

O modelo de fixação aparente (*apparent fixity*) assume que a estrutura de suporte acima do leito marinho está fixa, como uma viga em balanço (*cantilever*) sem solo circundante, a uma profundidade abaixo do leito marinho original. Essa profundidade de fixação é determinada de maneira a produzir um deslocamento lateral especificado e uma rotação no leito marinho que coincide com a da fundação embutida no perfil verdadeiro do solo. Dessa forma, no modelo de fixação aparente, a fundação e o solo circundante são substituídos por uma viga em balanço que é fixada não no leito marinho original, mas em um determinado ponto abaixo do leito marinho, cuja localização é derivada como um ponto de fixação aparente (Figura 15). A rigidez à flexão associada da estaca fictícia também é derivada. O comprimento de fixação aparente  $L_{AF}$  representa a profundidade abaixo do leito marinho onde uma estaca em balanço teria a mesma rigidez que o sistema estaca-solo verdadeiro. Dados os níveis especificados de cisalhamento e momento no leito marinho, as deflexões laterais e rotações da estaca neste mesmo local são primeiro determinadas usando o perfil do solo conhecido, profundidade de penetração e dimensão/propriedades da estaca (Løken e Kaynia (2019); Bush e Manuel (2009)).

O comprimento  $L_{AF}$  e a rigidez à flexão  $EI_{AF}$  da viga fictícia são calculados de modo que a matriz de rigidez da viga fictícia seja idêntica à matriz de impedância  $2 \times 2$  do sistema solo-fundação, conforme indicado na Equação:

$$K = \begin{bmatrix} K_L & K_{LR} \\ K_{LR} & K_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_{AF}}{L_{AF}^3} & -\frac{6EI_{AF}}{L_{AF}^2} \\ -\frac{6EI_{AF}}{L_{AF}^2} & \frac{4EI_{AF}}{L_{AF}} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Figura 15 – Método de fixação aparente.



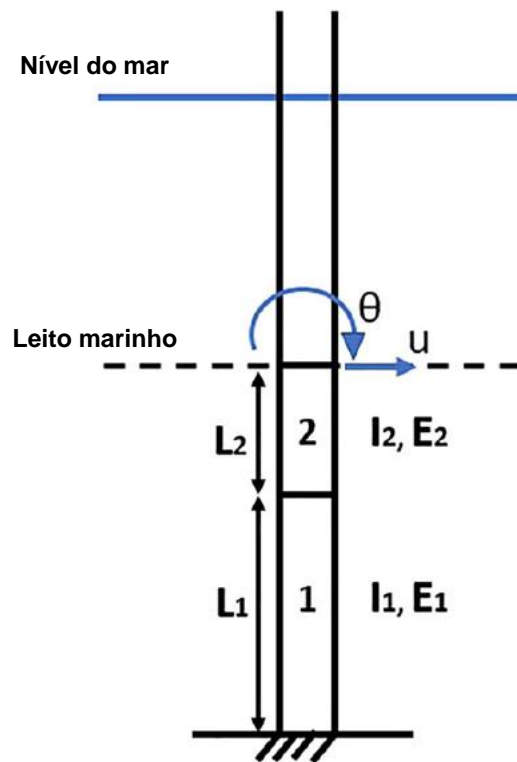
Fonte: Modificada de [Løken e Kaynia \(2019\)](#).

onde  $K_L$  é a rigidez horizontal,  $K_R$  a rigidez rotacional e  $K_{LR}$  a rigidez acoplada.

De acordo com [Løken e Kaynia \(2019\)](#), a prática comum em pesquisa e engenharia geotécnica é combinar apenas os termos de rigidez diagonal, desprezando os termos fora da diagonal. Com isso, [Løken e Kaynia \(2019\)](#) desenvolveram um método de modelo aprimorado com o objetivo de avaliar o efeito dos termos de rigidez acoplada na resposta dinâmica e, assim, reproduzir com precisão toda a matriz de rigidez. Este método é chamado de método de fixação aparente aprimorada (*improved apparent fixity method*). O método foi desenvolvido substituindo a única viga fictícia descrita na Figura 15 por duas vigas (Figura 16), criando um sistema de três equações com três incógnitas, adicionado os termos de rigidez fora da diagonal no sistema de equações.

Um modelo mais robusto para analisar a fundação e obter uma melhor representação da interação solo-estrutura é apresentado na Figura 17, com a modelagem do solo como contínuo; permitindo, inclusive, simular a estratificação do solo e outros efeitos. No entanto, isso tem um alto custo computacional e requer alta qualidade dos dados do solo para que seja definido o modelo constitutivo representativo e um *software* de elementos finitos apropriado. Tal modelo pode ser usado na etapa final do projeto da fundação, no entanto é impraticável para uso no estágio de otimização do projeto ([Bhattacharya et al. \(2017\)](#)).

Figura 16 – Método de fixação aparente aprimorado.



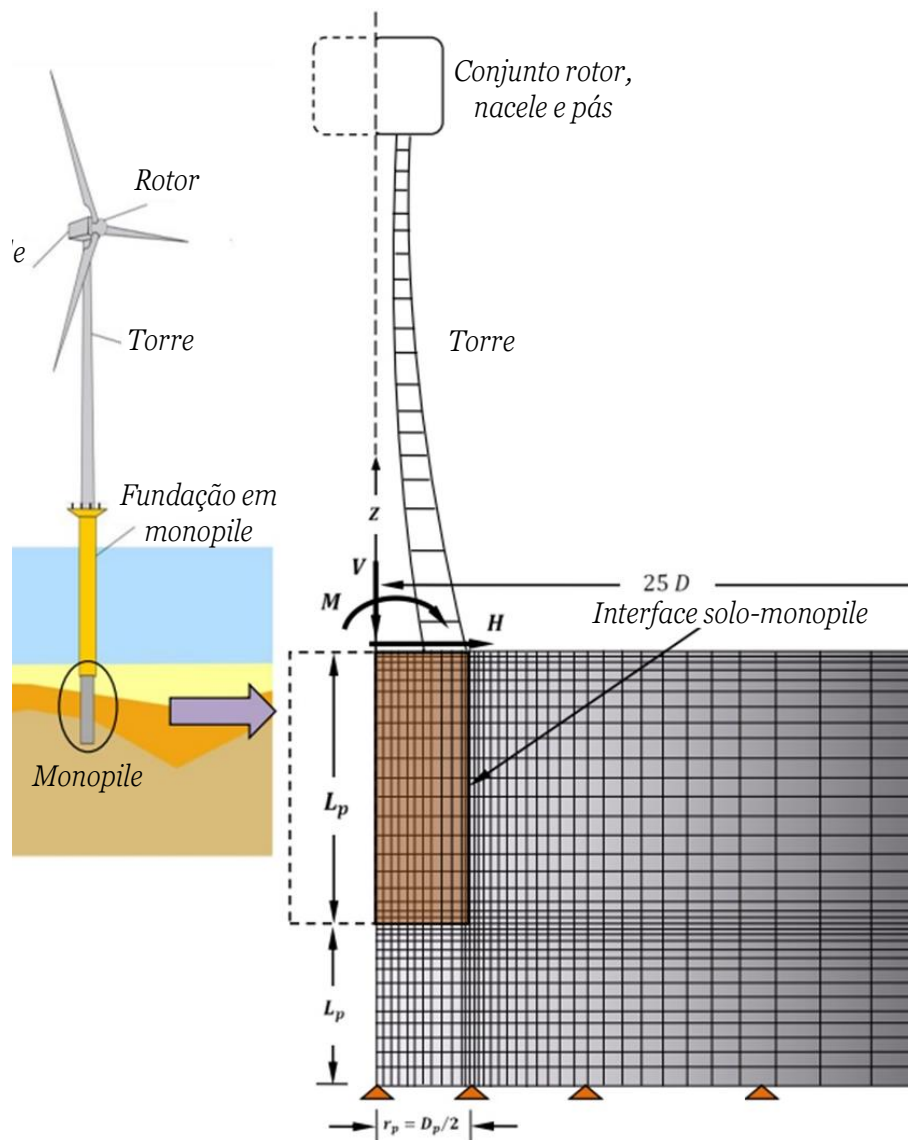
Fonte: Modificada de Løken e Kaynia (2019).

### 2.3.2 Efeitos da consideração do solo na frequência natural de torres de turbinas eólicas

De acordo com Bazeos et al. (2002), é prática comum analisar as estruturas semelhantes a torres como fixas em sua base, sem considerar a ISE. Tal fato poderia retratar casos em que as fundações são sobre-dimensionadas e se tenham condições de solo rígido. No entanto, a resposta dinâmica da estrutura em solo de menor resistência pode diferir da resposta de uma estrutura suportada em solo rígido. Logo, a consideração da ISE pode alterar substancialmente a resposta dinâmica da torre. Alguns pesquisadores estudaram a influência da interação solo-estrutura nas respostas dinâmicas de torres eólicas por diferentes métodos (Bazeos et al. (2002); Harte, Basu e Nielsen (2012); Adhikari e Bhattacharya (2012); Lombardi, Bhattacharya e Muir Wood (2013); Damgaard et al. (2014); Bisoi e Haldar (2014); Bisoi e Haldar (2015); Arany et al. (2015); Fitzgerald e Basu (2016); Arany et al. (2016); Bhattacharya et al. (2017); Aissa, Amar Bouzid e Bhattacharya (2018), Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018); Zuo, Bi e Hao (2018); Yeter, Garbatov e Guedes Soares (2019); Achmus et al. (2019); Zhang e Andersen (2019); Løken e Kaynia (2019); Ko (2020); Alkhoury et al. (2021); Sunday e Brennan (2022)).

No método de molas não lineares, como apresentado por Zuo, Bi e Hao (2018), as

Figura 17 – Interação solo-estrutura: modelo contínuo.

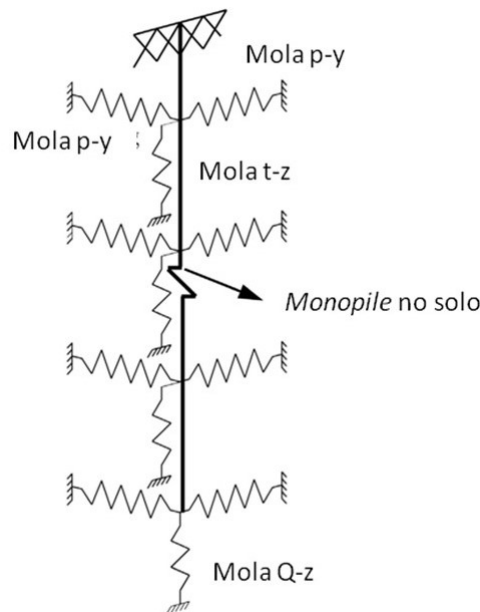


Fonte: Modificada de [Bhattacharya et al. \(2017\)](#).

resistências do solo contra os movimentos da fundação são representadas pelas molas  $p$ - $y$ ,  $t$ - $z$  e  $Q$ - $z$  (Figura 18). As propriedades das molas do solo são descritas pelas curvas  $p$ - $y$ ,  $t$ - $z$  e  $Q$ - $z$  recomendadas pelo [API \(2011\)](#) e pela norma [DNV \(2014\)](#).

Nas análises dinâmicas de turbinas eólicas sujeitas a fontes de vibrações externas, as turbinas eólicas são normalmente assumidas na condição estacionária e as pás são consideradas como uma massa localizada no topo da torre. [Zuo, Bi e Hao \(2018\)](#) verificaram por estudos numéricos as respostas dinâmicas da turbina eólica submetida às cargas combinadas de vento e onda do mar. A ISE foi realizada por molas não lineares. As influências das condições operacionais, interação solo-*monopile* e velocidade do rotor na torre e nas pás foram investigadas. [Zuo, Bi e Hao \(2018\)](#) analisaram para diferentes condições do solo os deslocamentos no topo da torre no tempo e as densidades espectrais

Figura 18 – Modelagem da interação solo-estrutura.



Fonte: Modificada de Zuo, Bi e Hao (2018).

de potência da resposta de aceleração no topo da torre, com e sem a consideração da interação solo-estrutura. Ainda, verificou-se que as frequências de vibração da torre foram significativamente reduzidas quando a ISE foi considerada, principalmente para a condição de solo fofo. Assim, ao analisar a ISE, a primeira frequência natural de vibração da torre se aproximou da frequência dominante da carga de vento, podendo ocorrer a ressonância e maiores respostas estruturais.

Bisoi e Haldar (2015) analisaram a viabilidade de abordagens de projetos de torre flexível e extremamente flexível, cuja fundação era o *monopile*. A torre e o *monopile* foram modelados com a teoria de viga de Euler-Bernoulli. A resposta do sistema foi obtida usando o modelo de Winkler não linear, com as curvas  $p-y$  baseadas pelo API (2011) para carregamento cíclico. O atrito do eixo foi representada pelas curvas  $t-z$ , enquanto que a resistência de ponta foi representada pelas curvas  $Q-z$ , conforme recomendado no API (2011). O projeto do *monopile* foi realizado seguindo os requisitos de evitar a ressonância e atender aos critérios do estado limite de serviço e o estado limite de fadiga, de forma que a estrutura da torre eólica *offshore* seja econômica, sustentável e estável quando submetida a cargas aerodinâmicas e hidrodinâmicas. O estudo paramétrico realizado por Bisoi e Haldar (2015) permitiu examinar a influência da massa do rotor e nacelle; da altura da torre; do comprimento do *monopile* embutido no solo e da rigidez do solo na resposta dinâmica da estrutura. Em relação à influência da rigidez do solo na frequência natural do sistema, Bisoi e Haldar (2015) verificaram um aumento no seu valor quando o *monopile* é incorporado em solo relativamente mais rígido.



Yeter, Garbatov e Guedes Soares (2019) realizaram um estudo das incertezas envolvidas na estimativa da frequência natural de uma fundação em *monopile* para torre eólica *offshore*, as quais incluem as incertezas associadas aos métodos de modelagem empregados para a interação solo-estaca e as características do solo. A análise numérica foi realizada com o *software* ANSYS e o solo foi modelado com o modelo de Winkler com o método *p-y*, para perfis de solo não lineares definidos com base na função sigmóide. Foi verificado, pela análise de sensibilidade, que a variável relacionada ao fator de forma do perfil de solo tem a maior contribuição entre todas as variáveis aleatórias para a incerteza da primeira frequência natural. Seguindo o perfil do solo, a maior contribuição vem da variável aleatória associada ao módulo elástico do solo. Desta forma, percebe-se a importância da escolha do modelo para representação do solo. Ainda de acordo com Yeter, Garbatov e Guedes Soares (2019), conforme o esperado, a frequência natural aumenta à medida que a rigidez aumenta e diminui à medida que a massa aumenta.

A consideração da rigidez da fundação pela abordagem de molas concentradas vêm sendo bastante utilizada para analisar a resposta do sistema às ações dinâmicas. Bazeos et al. (2002) analisaram a frequência natural com a consideração de base fixa e contemplando a ISE com um conjunto de molas e amortecedores, para duas dimensões diferentes de fundação *onshore*. O modelo de Bazeos e outros inclui elementos de rigidez e amortecimento na interface fundação-solo, levando em consideração a massa da fundação e uma porção da massa do solo, considerado para se mover em conjunto com a fundação. As constantes de mola e a massa de solo adicionada foram calculadas por Mulliken e Karabalis (1998). Foi verificada a influência significativa da ISE na frequência natural da estrutura, apesar do solo relativamente rígido. Quando considerada a análise com ISE, o valor da frequência natural foi menor do que quando considerada a base fixa. Esta redução foi ainda mais significativa nos modos mais elevados de vibração livre.

Harte, Basu e Nielsen (2012) estudaram a interação dinâmica entre a estrutura da torre eólica e o sistema de fundação, investigando a resposta de vibração forçada ao longo do vento de uma turbina eólica *onshore*, em termos de deslocamento estrutural, cisalhamento na base e momento fletor na torre e na fundação. A ISE foi considerada com molas e amortecedores e modelada por funções de impedância. As análises foram realizadas para o solo com diferentes condições de rigidez, considerando o perfil de solo tanto homogêneo como com camadas de propriedades variáveis. Em relação à frequência natural do sistema, verificou-se que, para o solo de menor rigidez, o período modal fundamental recai na faixa  $1P$ , o que pode levar a uma indesejável resposta dinâmica.

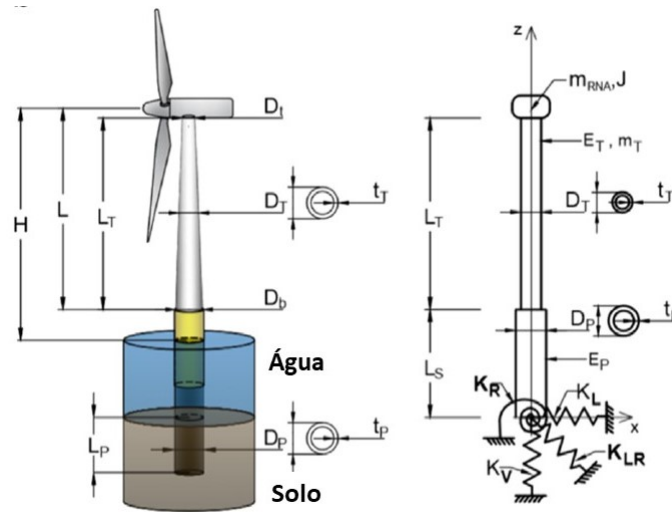
Adhikari e Bhattacharya (2012) caracterizaram o comportamento dinâmico de torres eólicas em fundações flexíveis submetidas ao vento e ao carregamento de ondas. O modelo analisado foi baseado na torre como uma viga de Euler-Bernoulli e a fundação modelada por duas molas representando a rigidez rotacional e a rigidez lateral. Observou-se

que as frequências naturais previstas e medidas estavam razoavelmente próximas, sendo que a frequência natural da torre diminuiu com a diminuição dos valores de rigidez da fundação. Daí a importância de prever as frequências naturais para vários valores de parâmetros, a fim de projetar a torre da turbina eólica de forma que as frequências naturais resultantes estejam dentro das bandas de frequência seguras desejadas (Adhikari e Bhattacharya (2012)). Para melhorar a previsão da primeira frequência natural, Arany et al. (2015) derivaram expressões da frequência natural de torres de turbinas eólicas em fundações flexíveis de três molas por meio de dois modelos de viga: Bernoulli-Euler e Timoshenko. As frequências naturais em ambos os casos foram obtidas numericamente a partir das equações transcendentais resultantes. Verificaram que a teoria de viga de Timoshenko não melhora a previsão da frequência natural.

Ainda, têm-se buscado uma solução fechada para a frequência natural do sistema com a interação solo-estrutura a partir do conhecimento da frequência obtida para a condição de torre fixa. Neste sentido, destacam-se os trabalhos desenvolvidos por Arany et al. (2016), Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018) e Ko (2020), os quais são abordados a seguir. As metodologias simplificadas adotadas por Arany et al. (2016) e Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018) foram baseadas na fórmula simples de uma viga *cantilever* para estimar a frequência natural da torre e, em seguida, foram aplicados coeficientes modificadores para levar em conta a flexibilidade da fundação e da subestrutura. As expressões propostas por Ko (2020) partem de um modelo estrutural de base rígida baseada no método de Rayleigh e, então o modelo de mola concentrada foi introduzido para simular a flexibilidade da fundação e da peça de transição, incluindo os efeitos inerciais e flexurais da subestrutura.

Arany et al. (2016) utilizaram uma metodologia simplificada para obter a primeira frequência natural de todo o sistema. Foram analisadas dez turbinas eólicas de dez parques eólicos diferentes na Europa e os resultados obtidos a partir da expressão proposta foram comparados com as frequências naturais medidas. Para a torre foi utilizado o modelo de viga de Euler-Bernoulli e a fundação foi idealizada por três molas ( $K_L$ ,  $K_R$  e  $K_{LR}$ ), conforme apresentada na Figura 19. Como a estrutura é muito rígida verticalmente, a rigidez vertical  $K_V$  foi desprezada. O comportamento não linear do solo não foi modelado. A massa do rotor e da nacelle foi considerada como uma massa concentrada no topo da torre.

O modelo foi baseado em uma viga com duas seções transversais diferentes. A primeira seção da viga foi chamada de subestrutura e correspondeu ao trecho que vai do leito marinho até a parte inferior da torre. A subestrutura foi modelada por uma seção transversal equivalente à seção transversal do *monopile*. Desta forma, supõe-se que o diâmetro  $D_S$  e a espessura  $t_S$  da subestrutura tenham os mesmos valores que os do *monopile*. Consequentemente, a rigidez à flexão da subestrutura foi a mesma que a do

Figura 19 – Modelo matemático da turbina eólica *offshore* com interação solo-estrutura.

Fonte: Modificada de Arany et al. (2016).

*monopile*,  $E_P I_P$ . O segundo trecho da viga se referiu a torre. A torre cônica foi considerada como prismática de diâmetro constante equivalente  $D_T$  igual a média entre o diâmetro de base e o diâmetro de topo. A espessura média de parede também foi considerada,  $t_T$ .

A metodologia simplificada para a determinação da frequência natural do sistema se baseou na fórmula simples da viga *cantilever* com seção transversal uniforme para estimar a frequência natural da torre com base fixa  $f_{FB,T}$ , conforme Equação 2.12. Nela, a massa equivalente foi referente a torre  $m'_T$  e ao conjunto rotor-nacelle  $m_{RNA}$  e a rigidez equivalente da viga foi baseada na rigidez à flexão da torre prismática equivalente  $E_T I_T$  e no comprimento da torre  $L_T$ .

$$f_{FB,T} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{3E_T I_T}{L_T^3 \left( m_{RNA} + \frac{33}{140} m'_T \right)}} \quad (2.12)$$

O momento de área  $I_T$  e a massa  $m'_T$  foram obtidos para uma torre de diâmetro médio constante  $D_T$  e a espessura média da parede da torre  $t_T$ :

$$I_T = \frac{1}{8} \pi D_T^3 t_T \quad (2.13)$$

$$m'_T = \rho_T D_T \pi t_T L_T \quad (2.14)$$

sendo  $\rho_T$  a densidade do material.

Em seguida, a frequência natural da torre e subestrutura com base fixa foi obtida multiplicando a frequência natural da torre de base fixa  $f_{FB,T}$  por um coeficiente de flexibilidade  $C_{MP}$  (Equação 2.15).

$$f_{FB} = C_{MP} \times f_{FB,T} = \sqrt{\frac{1}{1 + (1 + \psi)^3 \chi - \chi}} \times f_{FB,T} \quad (2.15)$$

Este coeficiente de flexibilidade foi calculado assumindo que o *monopile* vai até a base da torre, conforme mostrado na Figura 19. A expressão foi obtida a partir da equação do movimento da viga *cantilever* descrita como um sistema de massa - mola com um único grau de liberdade. A nova rigidez de mola para o sistema torre e subestrutura foi obtido com a aplicação do segundo teorema de Castigliano para uma estrutura linear de um grau de liberdade.

O coeficiente de flexibilidade é expresso em termos de dois parâmetros adimensionais, a razão de rigidez à flexão  $\chi$  e a razão do comprimento  $\psi$ :

$$\chi = \frac{E_T I_T}{E_P I_P} \quad (2.16)$$

$$\psi = \frac{L_S}{L_T} \quad (2.17)$$

onde, a distância entre o solo marinho e a base da torre é  $L_S$ , o comprimento da torre é  $L_T$ ,  $E_P I_P$  é a rigidez de flexão do *monopile* e  $E_T I_T$  é a rigidez de flexão da torre.

A expressão para a obtenção da primeira frequência natural com a consideração da ISE foi dada por:

$$f_1 = C_R C_L f_{FB} \quad (2.18)$$

onde  $C_R$  e  $C_L$  são os fatores de flexibilidade da fundação, calculados a partir dos parâmetros de rigidez adimensionais,  $\eta_L$ ,  $\eta_R$  e  $\eta_{LR}$ , representados abaixo.

$$C_R(\eta_L, \eta_R, \eta_{LR}) = 1 - \frac{1}{1 + a \left( \eta_R - \frac{\eta_{LR}^2}{\eta_L} \right)} \quad (2.19)$$

$$C_L(\eta_L, \eta_R, \eta_{LR}) = 1 - \frac{1}{1 + b \left( \eta_L - \frac{\eta_{LR}^2}{\eta_R} \right)} \quad (2.20)$$

Sendo:

$$\eta_L = \frac{K_L L_T^3}{E I_\eta} \quad (2.21)$$

$$\eta_R = \frac{K_R L_T}{E I_\eta} \quad (2.22)$$

$$\eta_{LR} = \frac{K_{LR} L_T^2}{E I_\eta} \quad (2.23)$$

A rigidez adimensional da fundação foi obtida utilizando o comprimento da torre  $L_T$  e a rigidez à flexão equivalente da torre cônica,  $E I_\eta$ . A rigidez à flexão equivalente foi calculada de modo que a deflexão no topo da torre devido a uma força que atua

perpendicularmente no topo da torre fosse a mesma para a torre de diâmetro constante equivalente como para a torre cônica. Assim:

$$EI_{\eta} = EI_t \times f(q) \quad (2.24)$$

sendo,  $EI_t$  a rigidez à flexão no topo da torre e  $f(q)$  dado por:

$$f(q) = \frac{1}{3} \times \frac{2q^2(q-1)^3}{2q^2 \ln q - 3q^2 + 4q - 1} \quad (2.25)$$

com  $q = D_b/D_t$ ,  $D_b$  é o diâmetro da base da torre e  $D_t$  é o diâmetro do topo.

A estimativa da rigidez da fundação,  $K_L$ ,  $K_R$  e  $K_{LR}$ , foi feita a partir dos dados do *monopile* e do solo. A escolha da metodologia de cálculo da rigidez da fundação depende da esbeltez/rigidez da estaca e das condições do perfil de solo. Para as torres analisadas a rigidez foi calculada seguindo os trabalhos de Poulos e Davis (1980); Randolph (1981); e Carter e Kulhawy (1992).

As expressões para a determinação dos coeficientes  $C_R$  e  $C_L$  (Equações 2.19 e 2.20, respectivamente) foram encontradas para aproximar bem às curvas calculadas numericamente, as quais foram provenientes das equações transcendentais resultantes da formulação analítica gerada a partir da equação do movimento usando o modelo de viga de Euler-Bernoulli com três molas para aproximação do modelo de fundação. Os coeficientes  $C_R$  e  $C_L$  são dependentes das constantes empíricas  $a$  e  $b$ , respectivamente. Dados de 16 turbinas eólicas foram utilizadas para encontrar os melhores valores de  $a$  e  $b$ , de forma a minimizar o erro quadrático médio entre os resultados numéricos e as expressões propostas. Os valores de  $a \approx 0,6$  e  $b \approx 0,5$  são limitados para uma faixa de valores de  $n_R > 1,2 \frac{n_{LR}^2}{n_L}$  e  $n_L > 1,2 \frac{n_{LR}^2}{n_R}$ .

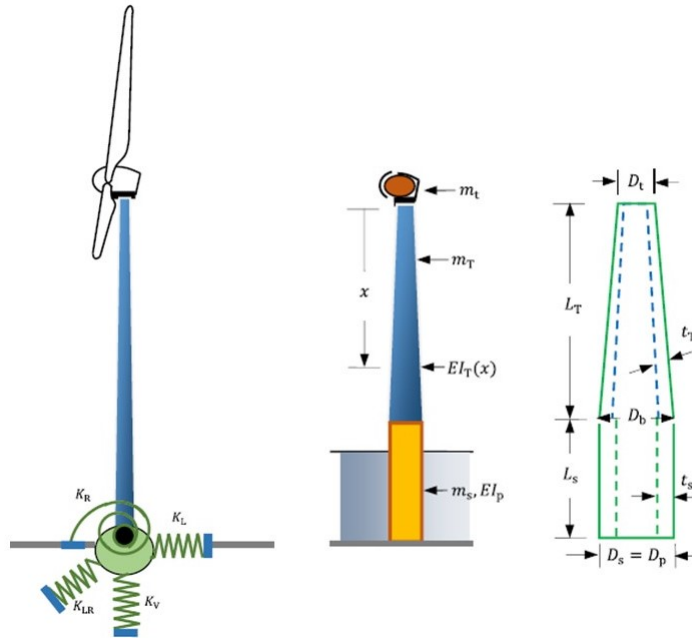
Arany et al. (2016) alcançaram neste estudo valores de frequência natural bem próximos aos valores medidos para as 10 turbinas eólicas. Ainda, verificaram que a flexibilidade da fundação reduziu a frequência natural em relação a consideração de base fixa.

De forma semelhante, Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018) estudaram a frequência natural de turbinas eólicas *offshore* com ISE utilizando expressões analíticas e o método de elementos finitos. Uma expressão analítica de frequência de torre eólica *offshore* foi apresentada em função dessa interação dada por três molas representativas da rigidez lateral, rotacional e de acoplamento cruzado (Figura 20).

O *monopile* e a peça de transição juntos constituíram o elemento chamado de subestrutura. A subestrutura tem diâmetro e espessura iguais ao do *monopile*. Conseqüentemente, a rigidez à flexão da subestrutura foi a mesma do *monopile*.

A expressão para o cálculo da frequência natural da turbina eólica *offshore* composta pela torre e subestrutura, considerando a base fixa, foi dada pela expressão apresentada

Figura 20 – Modelo de turbina eólica *offshore* considerando a rigidez do solo por molas e propriedades geométricas da estrutura.



Fonte: Modificada de [Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane \(2018\)](#).

na Equação 2.12. No entanto, diferentemente de [Arany et al. \(2016\)](#), a frequência natural da torre e subestrutura de base fixa foi obtida considerando a massa  $m_{T_s}$  como sendo a soma da massa da torre e da subestrutura, e não apenas pela massa da torre ( $m_T$ ). A massa da torre foi calculada a partir do diâmetro médio equivalente obtido pelo diâmetro de base e diâmetro de topo da torre. Assim:

$$m_{T_s} = m_T + m_s \quad (2.26)$$

$$m_s = \rho \pi L_s t_s (D_s - t_s) \quad (2.27)$$

$$m_T = 0,5 \rho \pi L_T t_T (D_b + D_t - 2t_s) \quad (2.28)$$

A expressão para a determinação da frequência natural da torre e subestrutura de base fixa é dada por:

$$f_{FB} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI_{T_s}}{L^3 \left( m_{RNA} + \frac{33}{140} m_{T_s} \right)}} \quad (2.29)$$

sendo  $L = L_T + L_s$ .

Como a estrutura de suporte composta por torre e subestrutura está em contato com o solo, os coeficientes empíricos de interação solo-fundação apresentados nas Equações 2.21, 2.22 e 2.23 por [Arany et al. \(2016\)](#), foram corrigidas por [Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane \(2018\)](#), levando em consideração o comprimento real da estrutura de suporte

$(L_T + L_s)$  e a rigidez à flexão equivalente de toda a estrutura  $EI_{Ts}$ . Essas expressões foram dadas conforme apresentadas abaixo:

$$\eta_L = \frac{K_L (L_T + L_s)^3}{EI_{Ts}} \quad (2.30)$$

$$\eta_R = \frac{K_R (L_T + L_s)}{EI_{Ts}} \quad (2.31)$$

$$\eta_{LR} = \frac{K_{LR} (L_T + L_s)^2}{EI_{Ts}} \quad (2.32)$$

A rigidez à flexão equivalente de toda a estrutura de suporte foi dada pela contribuição da rigidez equivalente da torre e da rigidez da subestrutura,  $EI_s$  (a mesma rigidez do *monopile*):

$$EI_{Ts} = (1 - \alpha)EI_s + \alpha EI_t f_{\text{médio}}(q) \quad (2.33)$$

onde,  $\alpha = L_T/L$  e  $EI_t$  é a rigidez à flexão no topo da torre.

A rigidez à flexão da torre é variável ao longo da altura. Dessa forma, a rigidez equivalente da torre foi obtida a partir da determinação de uma lei de variação dessa rigidez ao longo da seção transversal da torre. Essa lei de variação foi obtida através da teoria de viga em que se obtém um parâmetro chamado coeficiente de rigidez da torre. Esse parâmetro foi obtido relacionando o deslocamento no topo de uma torre de seção constante equivalente com o da torre cônica quando aplicada uma força concentrada em sua extremidade livre ( $f(q)$ ), conforme já mostrado na Equação 2.25. No entanto, é comum considerar a torre sujeita a um carregamento linearmente variável ao longo da altura. Com isso, foi obtido o coeficiente de rigidez da torre correspondente a essa carga ( $f_p(q)$ ), mostrado na Equação 2.34.

$$f_p(q) = \frac{11}{120} \times \frac{12q^2(q-1)^5}{(-18q^3 + 6q^2) \ln q + 5q^4 + 11q^3 - 27q^2 + 13q - 2} \quad (2.34)$$

Foi verificado que, para o intervalo em que a razão  $q$  ( $q = D_b/D_t$ ) varia de 1 a 2,5, são obtidos os mesmos valores para os coeficientes  $f(q)$  e  $f_p(q)$ . Para essa razão superior a 2,5 foi observada uma discrepância e, assim, para o cálculo da rigidez à flexão equivalente da torre deve ser utilizado o valor médio do coeficiente de rigidez da torre  $f_{\text{médio}}(q)$  no cálculo da parcela relacionada à torre.

$$f_{\text{médio}}(q) = [f(q) + f_p(q)]/2 \quad (2.35)$$

Os valores de rigidez das molas que representam a interação solo-*monopile* foram estimados a partir das curvas carga-deformação na cabeça do *monopile*. O modelo de fatias verticais de elementos finitos pseudo-tridimensionais não lineares foi utilizado para analisar os movimentos na cabeça do *monopile* (deslocamentos e rotações), obtendo os valores de  $K_L$ ,  $K_R$  e  $K_{LR}$ . No entanto, a determinação de  $K_L$ ,  $K_R$  e  $K_{LR}$  não ocorreu de

forma direta nas análises de elementos finitos. Os coeficientes de flexibilidade lateral  $I_L$ , rotacional  $I_R$  e de acoplamento cruzado  $I_{LR}$  foram determinados primeiro, e então foram determinados os coeficientes de rigidez relacionados aos de flexibilidade pelos seguintes termos:

$$K_L = \frac{I_R}{I_L I_R - I_{LR}^2} \quad (2.36)$$

$$K_R = \frac{I_L}{I_L I_R - I_{LR}^2} \quad (2.37)$$

$$K_{LR} = \frac{I_{LR}}{I_L I_R - I_{LR}^2} \quad (2.38)$$

Os valores de rigidez das fundações obtidos pela análise numérica foram aproximadamente metade dos valores obtidos por [Arany et al. \(2016\)](#) para as mesmas torres de turbinas eólicas analisadas.

A frequência natural da estrutura com base flexível – considerando a ISE – foi obtida a partir da frequência da torre e subestrutura de base fixa multiplicada por dois fatores não dimensionais para levar em conta a flexibilização da fundação,  $C_R$  e  $C_L$ . Esses fatores foram calculados utilizando os coeficientes de interação solo-fundação obtidos considerando as características de toda a estrutura de suporte, conforme comentado anteriormente. Desta forma, calculou-se os fatores de flexibilidade de fundação (Equações 2.19 e 2.20) para, assim, obter a frequência natural do sistema  $f_1 = C_R C_L f_{FB}$ . Da mesma forma que [Arany et al. \(2016\)](#), os coeficientes  $C_R$  e  $C_L$  são dependentes das constantes empíricas  $a$  e  $b$ , respectivamente.

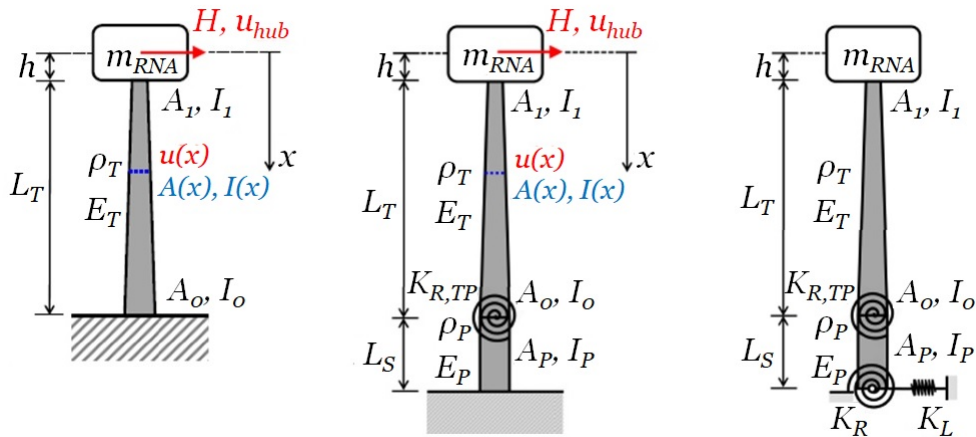
Para a estimativa da primeira frequência natural, foram consideradas cinco torres de turbinas eólicas. Em comparação com as medidas de frequência natural das torres eólicas analisadas, [Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane \(2018\)](#) obtiveram boa concordância para boa parte dos casos avaliados utilizando a formulação descrita anteriormente.

[Ko \(2020\)](#) propôs expressões para a determinação da frequência natural de torres eólicas cônicas, com diâmetro e espessura variando linearmente em relação à elevação. O modelo simplificado de um grau de liberdade foi apresentado considerando três situações: torre com base fixa; torre e subestrutura com base fixa levando em conta a flexibilização da peça de transição; e o modelo de torre, subestrutura e mola concentrada não acoplada para fundação flexível (Figura 21).

O modelo de torre cônica de base fixa foi realizado considerando uma viga cônica de seção transversal variável. Ainda, as análises foram realizadas verificando a influência da distância vertical ao longo do eixo da parte superior da torre até o centro de massa do conjunto rotor-nacele (dada por  $h$ ). Segundo [Ko \(2020\)](#), essa distância tem sido considerada insignificante em comparação com a altura da torre na maioria dos modelos simplificados apresentados na literatura.



Figura 21 – Modelo para turbinas eólicas com torres cônicas.



Fonte: Modificada de Ko (2020).

Ao considerar a subestrutura, a flexibilização da peça de transição foi levada em conta por meio de uma mola rotacional de rigidez  $K_{R,TP}$ . A subestrutura de comprimento  $L_S$  possui as características do *monopile*. Por fim, o modelo de mola concentrada não acoplada para a fundação flexível, considerando por simplificação que a rigidez de acoplamento cruzado foi negligenciada, foi definido tomando apenas a rigidez lateral  $K_L$  e a rigidez rotacional  $K_R$ .

A verificação dos modelos propostos por Ko (2020) foi realizada em comparação com resultados obtidos por outros métodos, sempre avaliando se a consideração da altura do conjunto rotor-nacele poderia influenciar no valor da primeira frequência natural. Para o caso de torre com base fixa, os resultados do método proposto e de outros métodos da literatura foram comparados com os obtidos ao utilizar o código computacional FAST<sup>2</sup>. Foi verificado que, aplicando dados de uma torre de referência, o modelo proposto não melhorou significativamente a precisão na determinação da frequência natural em relação aos modelos simplificados que consideram a seção transversal da torre constante.

Para a análise do modelo com torre e subestrutura com base fixa foram utilizados dados de outra torre, sendo que o valor real da altura do conjunto rotor-nacele não estava disponível e, com isso, foi utilizado um valor aproximado. Ainda, a rigidez rotacional da peça de transição foi negligenciada. A rigidez lateral equivalente e a massa equivalente concentrada no topo da torre da turbina eólica investigada foram analisadas e comparadas quando utilizada apenas a torre com base fixa com e sem a consideração da altura do

<sup>2</sup> FAST é a abreviação de Fadiga, Aerodinâmica, Estruturas e Turbulência (*Fatigue, Aerodynamics, Structures and Turbulence*) (ver Jonkman e Buhl (2005)). Trata-se de uma ferramenta de engenharia auxiliada por computador (ferramenta CAE - *computer-aided engineering*) aero-hidro-servo-elástica de código aberto para modelagem de turbinas eólicas de eixo horizontal, desenvolvidas pelo *National Renewable Energy Laboratory* (NREL) dos Estados Unidos através do Departamento de Energia dos Estados Unidos.

conjunto rotor-nacele. Foi verificado por Ko (2020) que ao, considerar a subestrutura, ocorreu uma diminuição no valor da rigidez lateral que, por sua vez, também teve seu valor diminuído pelo efeito da altura do conjunto rotor-nacele. Em relação a massa equivalente concentrada, houve um aumento na massa de aproximadamente 1/3 ao considerar a influência da subestrutura, devido a sua altura. Com isso, a frequência da torre e subestrutura com base fixa considerando a altura  $h$  do conjunto rotor-nacele apresenta uma redução de 5,5% em relação ao caso em que essa altura foi negligenciada. Tal valor demonstra a influência desta altura.

Os parâmetros de rigidez da fundação utilizados por Ko (2020) foram estimados com base em fórmulas desenvolvidas por Poulos e Davis (1980) e Randolph (1981). A primeira frequência natural calculada para o modelo com fundação flexível forneceu uma boa estimativa em comparação ao valor medido na torre. Apesar das análises realizadas por Ko (2020) terem demonstrado boa concordância com a medição em campo para a torre eólica analisada, vale ressaltar que o modelo de um grau de liberdade proposto foi analisado com uma altura do conjunto rotor-nacele estimada e não foi considerada a presença da rigidez rotacional da peça de transição. Desta forma, as análises não permitiram verificar a contribuição da flexibilização da peça de transição neste estudo. Também, não foi possível saber a influência da não consideração da rigidez de acoplamento cruzado nas análises de frequência natural.

Løken e Kaynia (2019) analisaram a resposta dinâmica e de fadiga da turbina eólica *offshore* de referência de 5 MW desenvolvida pelo NREL<sup>3</sup>. Foi realizada a comparação de dois métodos diferentes de modelagem de fundações, denominados método de fixação aparente simplificado e método de fixação aparente aprimorado, avaliando o impacto dos diferentes métodos de modelagem de fundação, das dimensões da fundação e dos diferentes conceitos de fundação em relação à resposta dinâmica e dano por fadiga. O *software* usado para modelar a turbina eólica *offshore* foi o FAST v8, aplicando os módulos SubDyn e ElastoDyn para a dinâmica estrutural, ServoDyn para a geração de energia e InflowWind, HydroDyn e AeroDyn para condições externas e cargas aplicadas. O FAST baseia-se em uma abordagem de modos presumidos, ou seja, as formas de modo são necessárias como entrada. O *software* usado para calcular as formas de modo é o código de elementos finitos BModes.

Nas análises realizadas por Løken e Kaynia (2019), para as condições de um determinado conjunto de solo, fundação e parâmetros estruturais descritos no artigo, foi verificada a importância da consideração da fundação flexível, visto que negligenciar o efeito da fundação no modelo fornece resultados imprecisos e subestimados para a resposta dinâmica estrutural e danos por fadiga, sendo verificada uma redução significativa na vida

---

<sup>3</sup> O NREL por meio do Centro Nacional de Tecnologia Eólica, patrocinou estudos conceituais destinados a avaliar a tecnologia eólica *offshore* adequada em águas rasas e profundas (Jonkman et al. (2009)).

à fadiga de 22% para o modelo de fundação flexível em comparação com o modelo de base fixa. Outro fato importante para obter uma representação correta da resposta dinâmica estrutural é a escolha do método para modelar a fundação. Foi verificado que o efeito dos termos fora da diagonal na matriz de rigidez solo-fundação desempenha um papel importante na modelagem da flexibilidade da fundação. Desconsiderar esses termos, como faz no modelo de fixação aparente simplificado, resultou em um modelo de fundação muito macio que conduziu a previsões exageradas das cargas e deslocamentos na subestrutura. A inclusão de toda a matriz de rigidez, implementada por [Løken e Kaynia \(2019\)](#) no modelo de fixação aparente aprimorado, conduziu a um modelo de fundação mais rígido e deu uma diferença significativa na resposta estrutural em comparação com o método simplificado.

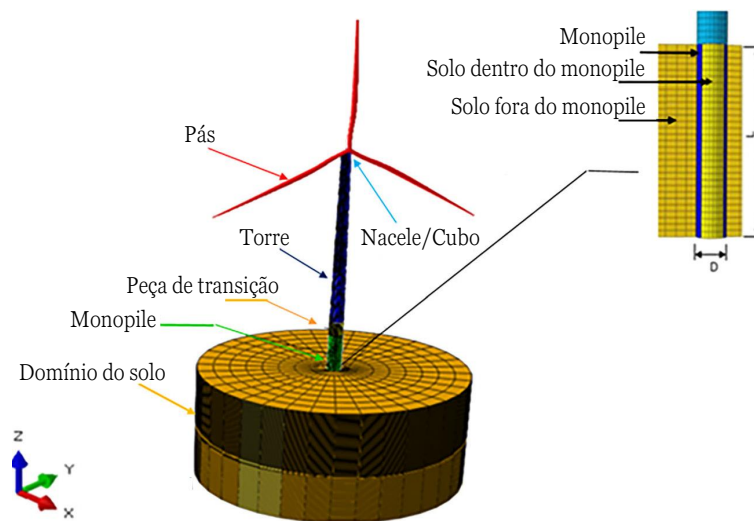
[Alkhoury et al. \(2021\)](#) realizaram a análise modal estrutural considerando simultaneamente a configuração geométrica real da superestrutura da turbina eólica e o domínio tridimensional (análise 3D) do solo e sua interação com a fundação em *monopile*. O modelo 3D é baseado no método de elementos finitos de uma turbina eólica de 10 MW instalada em areia. Para as análises foi utilizado o *software* Abaqus. Para considerar a influência da geometria das pás na resposta da turbina, as pás foram explicitamente consideradas no modelo 3D. O conjunto nacele/cubo foi considerado como uma massa concentrada em um ponto de referência cuja posição coincide com o centro de massa da nacele definido nas especificações da turbina. A rotação das pás não foi explicitamente considerada na análise modal, sendo estudada apenas a condição estacionada. A interação água-*monopile* considerou a massa adicional<sup>4</sup>. A deformação do solo foi assumida como pequena, sendo considerada a rigidez inicial do sistema solo-fundação. A resposta da turbina eólica é, desta forma, governada pelas propriedades do solo no regime de pequena deformação. Assim, o solo ao redor e dentro do *monopile* foi modelado por um material elástico linear. A Figura 22 mostra o modelo 3D da turbina eólica incluindo o domínio do solo.

As frequências naturais obtidas foram comparadas com àquelas previstas a partir de outros modelos simplificados disponíveis na literatura, sendo eles: base fixa, método de fixação aparente aprimorada por [Løken e Kaynia \(2019\)](#), método das molas distribuídas e método das molas acopladas. Ainda, foi realizada uma análise paramétrica das frequências naturais do sistema analisando o efeito das dimensões do *monopile*, da lâmina d'água, da altura da peça de transição e da densidade relativa do solo arenoso. [Alkhoury et al. \(2021\)](#) verificaram que a primeira frequência de vibração da torre foi significativamente diminuída quando a ISE foi considerada. Ainda, entre os diferentes modelos de fundação encontrados na literatura, a abordagem de fixação aparente aprimorada por [Løken e Kaynia \(2019\)](#) resultou na melhor estimativa da primeira frequência natural com um desvio de cerca de 2,5%. Essa pequena diferença é devida à matriz de rigidez ter sido obtida a partir do

---

<sup>4</sup> Nessa consideração, a massa efetiva do *monopile* pode ser expressa como a massa física do *monopile* somada à massa adicional. Esta última é calculada pela expressão  $m_a = C_a A_p \rho_w$ ; sendo  $C_a$  o coeficiente de massa adicional,  $A_p$  a área hidráulica do *monopile* e  $\rho_w$  a massa específica da água do mar.

Figura 22 – Modelo 3D do sistema completo.



Fonte: Modificada de Alkhoury et al. (2021).

mesmo modelo em elementos finitos. O método das molas distribuídas apresentou um desvio de cerca de 5%.

O estudo apresentado por Sunday e Brennan (2022) considerou diferentes técnicas de modelagem do solo e estrutura na resposta estrutural de *monopiles* de turbinas eólicas *offshore* considerando as cargas ambientais externas e as cargas da turbina. O modelo foi baseado na turbina eólica *offshore* de 5 MW do NREL e foram consideradas três técnicas de modelagem. Uma destas técnicas de modelagem faz referência às relações das resistências laterais -deslocamentos, a partir das curvas *p-y* dados pelo API. A abordagem de modelagem das molas de solo JeanJean<sup>5</sup> assume que o perfil de resistência ao cisalhamento aumenta quase linearmente com a profundidade. O método é mais adequado para análise dinâmica de estruturas, sujeitas a cargas cíclicas que podem levar a danos por fadiga. As curvas de acordo com a abordagem JeanJean são mais rígidas do que as curvas API. Por fim, a abordagem de modelagem em elementos finitos foi realizada usando *software Ansys Workbench - Static Structural*. Ao comparar a resposta estrutural, a modelagem 3D de elementos finitos com massa de solo resulta em uma frequência natural e resposta harmônica melhorada<sup>6</sup>. Também, foi observado um deslocamento reduzido no modelo de elementos finitos 3D que resultará em uma melhoria correspondente na vida útil de projeto operacional da estrutura.

<sup>5</sup> O método trata de uma reavaliação das curvas *p-y* para argilas moles, desenvolvida considerando que as curvas recomendadas em API subestimavam a resistência lateral do solo em condutores de óleo *offshore*.

<sup>6</sup> Análises de resposta harmônica são conduzidas com o objetivo de fornecer informações sobre a influência das técnicas de modelagem na resposta estrutural quando no domínio da frequência, considerando as cargas aplicadas e as condições operacionais (Sunday e Brennan (2022)).

### 3 Modelos de ordem reduzida (MOR)

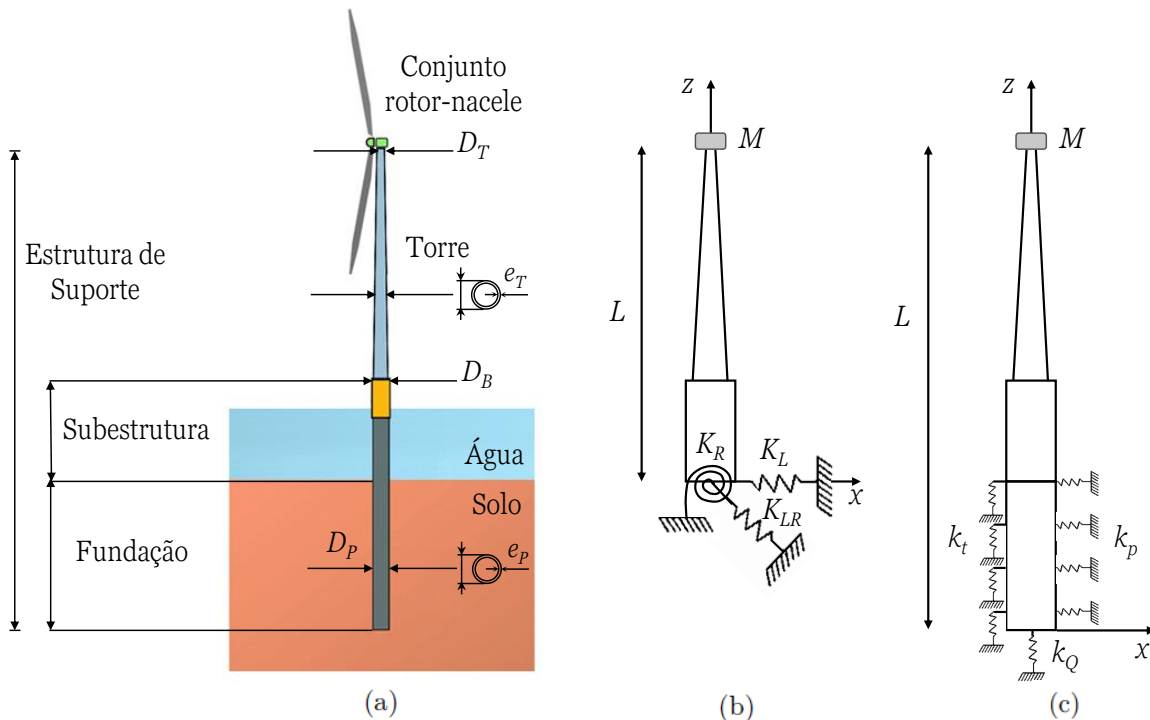
As metodologias adotadas nos trabalhos citados no Capítulo 2 para considerar a influência da ISE na frequência natural são baseadas em modelos de um único grau de liberdade. Portanto, esses métodos permitem apenas a estimativa de uma única frequência natural, sem trazer qualquer informação sobre a forma (modo) de vibrar. Os MORs apresentados neste capítulo permitem a obtenção de diferentes frequências naturais e a representação dos modos de vibração, parâmetros importantes para a compreensão do comportamento dinâmico de turbinas eólicas. Para a determinação das frequências naturais, essas metodologias requerem poucos parâmetros de entrada, os quais incluem dados limitados sobre a turbina eólica, dimensões da torre, dimensões do *monopile* e parâmetros de rigidez da fundação.

A Figura 23 esboça os elementos básicos de uma turbina eólica *offshore* são o rotor, a nacele, a torre, a peça de transição e a fundação. A estrutura de suporte é toda a estrutura portando o conjunto rotor-nacele que incluem a torre, a subestrutura e a fundação. A fundação é definida como a parte da estrutura de suporte embutida no solo. A fundação é considerada aqui do tipo *monopile*. A torre é tipicamente uma coluna tubular cônica. A torre é normalmente conectada ao *monopile* por meio de uma peça de transição. O *monopile* acima do leito marinho e a peça de transição soldados juntos constituem um único elemento, denominado subestrutura. O diâmetro e a espessura da subestrutura são considerados como tendo os mesmos valores que aqueles do *monopile* em que a subestrutura é fundada. Consequentemente, a rigidez à flexão da subestrutura é a mesma do *monopile*. Na derivação dos MORs, a torre é considerada como uma viga cônica de Bernoulli-Euler<sup>1</sup>, com uma massa concentrada no topo representando o conjunto rotor-nacele. Em sua dissertação de mestrado, Beraldo (2019) verificou que considerar a massa do conjunto rotor-nacele na extremidade livre como pontual ou como momento de inércia à rotação pouco interfere na frequência natural da estrutura.

A ISE é considerada neste trabalho de duas formas diferentes, de acordo com cada metodologia. A primeira metodologia, aqui denominada “molas acopladas” desenvolve um MOR levando em conta a ISE por meio de uma matriz de rigidez, caracterizada por rigidez lateral  $K_L$ , rigidez rotacional  $K_R$  e rigidez de acoplamento cruzado  $K_{LR}$ . O método de molas acopladas modela a flexibilidade da fundação como um conjunto de molas posicionado no leito marinho (ver Figura 23b). Por sua vez, a segunda metodologia leva em consideração a ISE utilizando molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile* (ver Figura 23c). Os valores da rigidez são obtidos com base no método

<sup>1</sup> As hipóteses dessa teoria estrutural estão melhor definidas no desenvolvimento da formulação.

Figura 23 – Modelos físicos da turbina eólica *offshore* com interação solo-estrutura: (a) principais componentes; (b) ISE com molas acopladas; e (c) ISE com molas distribuídas.



Fonte: Adaptado e modificado de Arany et al. (2016).

de molas de solo não lineares<sup>2</sup> descritas pelas curvas  $p-y$ ,  $t-z$  e  $Q-z$ . As resistências laterais do solo contra os movimentos da fundação são representadas pelas molas distribuídas na direção perpendicular e paralela ao plano do rotor (as molas  $p-y$ ) e as molas verticais presas ao *monopile* são aplicadas para simular a resistência axial na interface solo-*monopile* (molas  $t-z$ ) e a resistência de ponta do *monopile* (mola  $Q-z$ ). As propriedades das molas do solo são descritas pelas curvas  $p-y$ ,  $t-z$  e  $Q-z$  conforme recomendado pelas normas API (API (2002)) e DNV-OS-J101 (DNV (2002)).

A nomenclatura utilizada nas formulações considera  $M$  como sendo a massa do RNA,  $\rho$  como a massa específica do material dos elementos da estrutura de suporte,  $E$  o módulo de Young, a área da seção transversal  $A$  e o momento de inércia  $I$ . A área da seção transversal e o momento de inércia são considerados constantes para a subestrutura e *monopile* e variáveis com a coordenada axial  $z$  para a torre cônica. Todos os parâmetros empregados nos modelos matemáticos e os respectivos símbolos são apresentados na Lista de Símbolos. Ao longo do texto, os subscritos  $( )_0$ ,  $( )_1$  e  $( )_2$  indicam quantidades associadas ao *monopile*, à subestrutura e à torre, respectivamente.

As equações de movimento são obtidas usando o Princípio Estendido de Hamilton,

<sup>2</sup> Embora essas curvas forneçam valores não lineares de rigidez, os modelos desta tese são lineares.

descrito a seguir:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta\mathcal{K} - \delta\mathcal{U} + \delta W^{nc}) dt = 0 \quad (3.1)$$

onde  $\delta\mathcal{K}$  é a variação de energia cinética,  $\delta\mathcal{U}$  é a variação de energia potencial e  $\delta W^{nc}$  é o trabalho virtual das forças generalizadas não conservativas, aqui assumido como nulo, uma vez que o foco é no cálculo das frequências naturais do modelo e, portanto, no problema de vibrações livres. Nesta equação  $t_1$  e  $t_2$  são instantes de tempo comumente adotados no problema variacional de extremos fixos.

Deste ponto em diante, os símbolos  $( )'$  e  $( \dot{\ } )$  são usados para denotar, respectivamente, a diferenciação em relação à coordenada axial  $z$  e ao tempo  $t$ . O subscrito  $( )_{(z)}$  refere-se a uma quantidade avaliada na posição  $z = \bar{z}$ . Os deslocamentos da linha central da viga nas direções transversal e axial são  $u = u(z, t)$  e  $w = w(z, t)$ , respectivamente.

Inicia-se, agora, a formulação das equações de movimento do conjunto. A energia cinética  $\mathcal{K}$  é dada pela Equação 3.2.

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}M(\dot{u}_{(L)}^2 + \dot{w}_{(L)}^2) + \frac{1}{2} \int_0^L \rho A (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dz \quad (3.2)$$

Note que o primeiro termo da Equação 3.2 corresponde à energia cinética da massa posicionada no topo e representativa da nacela, do rotor e das pás (RNA). Já a segunda parcela da mesma equação descreve a energia cinética da torre. A primeira variação da energia cinética é dada pela Equação 3.3.

$$\delta\mathcal{K} = M (\dot{u}_{(L)}\delta\dot{u}_{(L)} + \dot{w}_{(L)}\delta\dot{w}_{(L)}) + \int_0^L \rho A (\dot{u}\delta\dot{u} + \dot{w}\delta\dot{w}) dz \quad (3.3)$$

A Equação 3.4 apresenta a primeira variação da energia potencial gravitacional.

$$\delta\mathcal{U}^g = Mg\delta w_{(L)} + \int_0^L \rho Ag\delta w dz \quad (3.4)$$

Considerando o comportamento elástico-linear dos materiais da turbina, as expressões para a energia potencial de deformação  $\mathcal{U}^s$  e sua primeira variação  $\delta\mathcal{U}^s$  são:

$$\mathcal{U}^s = \iiint_V \frac{1}{2} \sigma \varepsilon dV = \iiint_V \frac{1}{2} E \varepsilon^2 dV \quad (3.5)$$

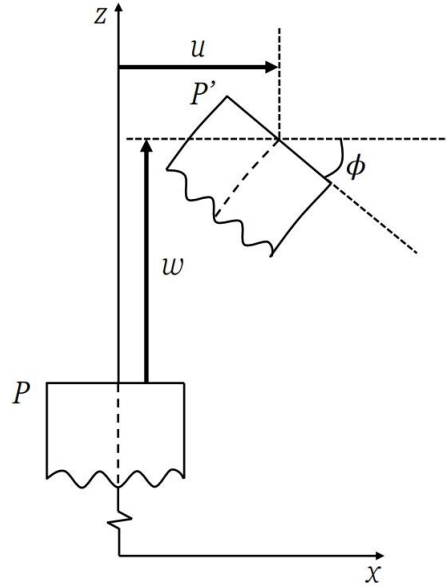
$$\delta\mathcal{U}^s = \iiint_V E \varepsilon \delta \varepsilon dV \quad (3.6)$$

A hipótese cinemática do modelo de viga de Bernoulli-Euler consiste em supor que os movimentos da seção transversal possíveis devem ser tais que elas permanecem planas, indeformadas e ortogonais ao eixo longitudinal  $z$  da viga. Devido à grande proporção da torre, a hipótese cinemática do modelo de viga de Bernoulli-Euler é aqui adotada



juntamente com a medida de deformação, conforme [Mazzilli et al. \(2008\)](#), [Franzini e Mazzilli \(2016\)](#) e [Beraldo e Franzini \(2020\)](#). Usando a representação esquemática da [Figura 24](#) e assumindo pequenas rotações  $\phi$ , os deslocamentos longitudinais e transversais de um certo ponto  $P$  pertencente à seção transversal são dados pelas [Equações 3.7 e 3.8](#). A rotação das seções transversais  $\phi$  é escrita na forma da [Equação 3.9](#).

Figura 24 – Modelo de viga Bernoulli-Euler.



Fonte: Modificada de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

$$w_P = w - x \sin \phi \approx w - xu' \quad (3.7)$$

$$u_P = u + x(\cos \phi - 1) \approx u \quad (3.8)$$

$$\phi = \arctan \left( \frac{u'}{1 + w'} \right) \approx u' \quad (3.9)$$

onde  $x$  é a distância entre o ponto  $P$  e o centroide da seção transversal.

Assumindo a teoria de pequenas deformações (condizente com a hipótese do comportamento reológico do material da torre já adotada), as deformações quadráticas e infinitesimais são muito próximas. O termo da deformação quadrática permite incluir o efeito de rigidez geométrica no modelo. A deformação axial em um ponto genérico  $P$  é dada por:

$$\varepsilon_P = \frac{1}{2}(u'_P)^2 + w'_P + \frac{1}{2}(w'_P)^2 \approx w' + \frac{1}{2}(u')^2 - xu'' \quad (3.10)$$

Ao substituir a [Equação 3.10](#) na [Equação 3.6](#) e integrando ao longo da seção transversal, obtém-se:



$$\delta\mathcal{U}^s = \int_0^L \left( EA \left( w' + \frac{1}{2}(u')^2 \right) (\delta w' + u' \delta u') + EIu'' \delta u'' \right) dz \quad (3.11)$$

A integração por partes da Equação 3.11 leva à Equação 3.12.

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{U}^s &= \left[ EA \left( w' + \frac{1}{2}(u')^2 \right) \delta w \right]_0^L + \left[ EAu' \left( w' + \frac{1}{2}(u')^2 \right) \delta u \right]_0^L \\ &+ [(EIu'') \delta u]_0^L - [(EIu'')' \delta u]_0^L - \int_0^L \left( EA \left( w' + \frac{1}{2}(u')^2 \right) \right)' \delta w dz \\ &- \int_0^L \left[ \left( EAu' \left( w' + \frac{1}{2}(u')^2 \right) \right)' \delta u - (EIu'')'' \delta u \right] dz \end{aligned} \quad (3.12)$$

Parte dos termos necessários para a aplicação do Princípio de Hamilton foram obtidos. O termo referente a contribuição da ISE é apresentado nas seções a seguir, de acordo com a forma como a ISE é abordada no modelo. A Seção 3.1 apresenta o MOR com a ISE representada por molas acopladas. A Seção 3.2 apresenta o MOR com a ISE considerando molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile*.

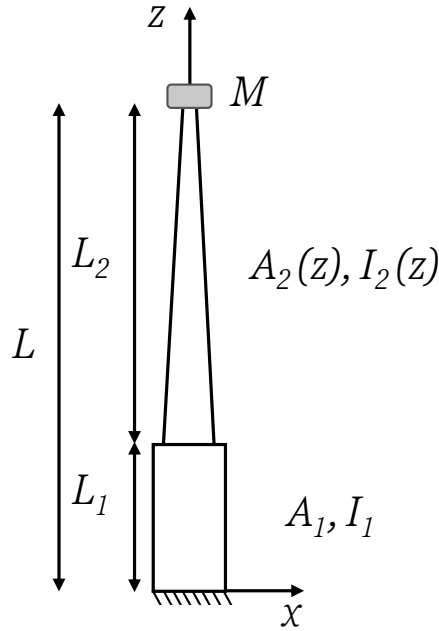
## 3.1 MOR com ISE considerando molas acopladas

Esta seção apresenta os modelos de ordem reduzida considerando diferentes condições de contorno. Inicialmente, na subseção 3.1.1, são consideradas as turbinas eólicas *offshore* de base fixa. Na subseção 3.1.2, a influência da interação solo-estrutura é abordada por meio de molas acopladas. Os MORs desenvolvidos nesta seção são analisados no Capítulo 4 para diferentes turbinas eólicas.

### 3.1.1 Condição de contorno de base fixa

O modelo composto por torre e subestrutura é inicialmente considerado com uma base fixa (estrutura engastada no topo do leito marinho), conforme Figura 25. A subestrutura é assumida como prismática de área de seção transversal e momento de inércia,  $A_1$  e  $I_1$  respectivamente. Para a torre cônica, essas quantidades são  $A_2 = A_2(z)$  e  $I_2 = I_2(z)$ .

Nesse caso, as condições de contorno essenciais são  $u_{(0)} = w_{(0)} = u'_{(0)} = 0$ . Em termos de deslocamentos virtuais, temos  $\delta u_{(0)} = \delta w_{(0)} = 0$  e  $\delta u'_{(0)} = 0$ . Usando essas condições de contorno e considerando as Equações 3.3, 3.4 e 3.12 no Princípio Estendido de Hamilton (Equação 3.1), as equações de movimento são obtidas. Por uma questão de simplicidade, a função delta de Dirac  $\hat{\delta}$  é adotada de acordo com a nomenclatura  $\hat{\delta}_{(L)} = \hat{\delta}(z - L)$ . Assim, os termos em  $\delta w$  fornecem a equação do movimento na direção

Figura 25 – Modelo de turbina eólica *offshore* - Caso com base fixa.

Fonte: Extraída de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

axial dada pela Equação 3.13.

$$(\rho A + M\hat{\delta}_{(L)})\ddot{w} - \left( EA \left( w' + \frac{1}{2}(u')^2 \right) \right)' + (\rho A + M\hat{\delta}_{(L)})g = 0 \quad (3.13)$$

A equação do movimento para a direção transversal, na forma funcional (ou seja, para qualquer  $\delta u$ ), pode ser expressa pela Equação 3.14.

$$\int_0^L \left[ (\rho A + M\hat{\delta}_{(L)})\ddot{u} + (EIu''')'' - \left( EAu' \left( w' + \frac{1}{2}(u')^2 \right) \right)' \right] \delta u dz = 0 \quad (3.14)$$

Os termos de contorno apresentados no princípio de Hamilton fornecem as três condições de contorno naturais. Após alguma manipulação algébrica, essas condições de contorno são escritas como:

$$EA_{(L)} \left( w'_{(L)} + \frac{1}{2}(u'_{(L)})^2 \right) = 0 \quad (3.15)$$

$$u''_{(L)} = 0 \quad (3.16)$$

$$u'''_{2(L)} = 0 \quad (3.17)$$

A Equação 3.15 representa a força normal em  $z = L$ , enquanto que as Equações 3.16 e 3.17 representam o momento fletor e a força de cisalhamento nulos no topo da estrutura, respectivamente.

A dinâmica axial é desprezível para o problema, de forma que os deslocamentos axiais são dados em função dos deslocamentos transversais considerando relações de

geometria e extensibilidade da viga. Nesse cenário, emprega-se a condensação estática, que permite abordar os efeitos da extensibilidade axial e das cargas sobre a dinâmica linear transversal. Desta forma, a condensação estática é aqui considerada para resolver o problema dinâmico na direção transversal em função do deslocamento axial, obtido desprezando a sua dinâmica. Usando essa abordagem, a equação na direção axial (Equação 3.13) se torna:

$$-\left(EA\left(w' + \frac{1}{2}(u')^2\right)\right)' + (\rho A + M\hat{\delta}_{(L)})g = 0 \quad (3.18)$$

Após a integração em  $z$ , avaliando no ponto particular  $z = L$  e aplicando a primeira condição de contorno (Equação 3.15), obtém-se:

$$\left(EA\left(w' + \frac{1}{2}(u')^2\right)\right) = \int_0^z (\rho A + M\hat{\delta}_{(L)})g dz - P_e \quad (3.19)$$

onde  $P_e = \int_0^L \rho A g dz + Mg$  é o peso total da estrutura.

Após algum trabalho algébrico, a forma funcional da equação transversal do movimento se torna:

$$\begin{aligned} & \int_0^L \left( (\rho A + M\hat{\delta}_{(L)})\ddot{u} + (EIu'')'' \right) \delta u dz \\ & - \int_0^L \left( \left( u'(\rho A + M\hat{\delta}_{(L)})g + u'' \left( \int_0^z (\rho A + M\hat{\delta}_{(L)})g dz - P_e \right) \right) \right) \delta u dz = 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

O MOR é obtido usando o método de Galerkin<sup>3</sup>, assumindo que a resposta da estrutura pode ser escrita como:

$$u(z, t) = q(t)\psi(z) \quad (3.21)$$

$$\delta u = \psi(z) \quad (3.22)$$

onde  $\psi(z)$  é a função de forma ou função de projeção a ser escolhida e que deve atender às condições de contorno essenciais do problema.

O método de Galerkin é aplicado ao funcional da Equação 3.20. A função de forma para o problema em que a estrutura de suporte é composta pela torre e pela subestrutura com base fixa é obtida de acordo com as condições de contorno e também com as condições de compatibilidade no ponto de conexão. Neste cenário e usando os subscritos para indicar a subestrutura e a torre, as condições de contorno são  $u_{1(0)} = 0$ ,  $u'_{1(0)} = 0$ ,  $u''_{2(L)} = 0$  e  $u'''_{2(L)} = 0$ .

Por outro lado, as condições de compatibilidade no ponto de conexão relacionadas à deflexão, inclinação, momento fletor e força de cisalhamento são dadas, respectivamente,

<sup>3</sup> O método de Galerkin minimiza o erro entre a aproximação feita e a solução real. Essa minimização é conseguida fazendo com que o erro seja ortogonal ao espaço de projeção adotado.

por:

$$u_{1(L_1)} = u_{2(L_1)} \quad (3.23)$$

$$u'_{1(L_1)} = u'_{2(L_1)} \quad (3.24)$$

$$E_1 I_{1(L_1)} u''_{1(L_1)} = E_2 I_{2(L_1)} u''_{2(L_1)} \quad (3.25)$$

$$(E_1 I_{1(L_1)} u''_{1(L_1)})' = (E_2 I_{2(L_1)} u''_{2(L_1)})' \quad (3.26)$$

A forma modal geral da solução para uma viga com uma força axial é aqui assumida como uma combinação linear de funções trigonométricas e hiperbólicas. Observe que essa suposição é exata na vibração de vigas prismáticas sem efeitos de forças axiais (Blevins (1979)). A forma modal é assumida como  $\psi_1(z) = A_1 \sin(\lambda_1 z) + A_2 \cos(\lambda_1 z) + A_3 \sinh(\lambda_1 z) + A_4 \cosh(\lambda_1 z)$  para  $0 \leq z \leq L_1$  e  $\psi_2(z) = A_5 \sin(\lambda_2 z) + A_6 \cos(\lambda_2 z) + A_7 \sinh(\lambda_2 z) + A_8 \cosh(\lambda_2 z)$  para  $L_1 \leq z \leq L$ ,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  sendo os números de onda da subestrutura e da torre, respectivamente.

Agora, considere as expressões para  $\psi_1(z)$  e  $\psi_2(z)$  nas oito condições de contorno. As oito equações obtidas das condições de contorno são reduzidas a seis equações e, portanto, uma matriz de coeficientes da ordem de  $6 \times 6$  é obtida. Isso ocorre porque ao aplicar as condições de contorno  $u_{1(0)} = 0$  e  $u'_{1(0)} = 0$  temos  $A_2 = -A_4$  e  $A_1 = -A_3$ , respectivamente. O sistema de equações resultante em forma matricial é dado por:

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{0}^4 \quad (3.27)$$

onde  $\mathbf{a}^T = [A_1 \ A_2 \ A_5 \ A_6 \ A_7 \ A_8]$ .

Os termos não nulos da matriz  $\mathbf{B}$  para condições de contorno de base fixa são dados na Tabela 1, sendo  $\lambda_a = (\lambda_2/\lambda_1)$  e  $I_a = (E_2 I_2/E_1 I_1)$ . Uma vez que são buscadas<sup>5</sup> soluções não triviais da Equação 3.27, a condição  $\det \mathbf{B} = 0$  deve ser imposta.

Observe que os termos da matriz  $\mathbf{B}$  são funções do número de onda da seção correspondente à subestrutura, que serve de base para o cálculo do número de onda da seção correspondente à torre pela Equação 3.28.

$$\lambda_2 = \lambda_1 \left( \frac{E_1 I_1}{m_1} \left( \frac{1}{L - L_1} \int_{L_1}^L \frac{m_2}{E_2 I_2} dz \right) \right)^{1/4} \quad (3.28)$$

A Equação 3.28 é obtida a partir de uma extensão da relação de dispersão<sup>6</sup> para uma viga prismática,  $m\omega^2 = EI\lambda^4$  (Blevins (1979)), onde  $m$  é a massa por unidade de comprimento ( $m = \rho A$ ) e  $\omega$  é uma frequência natural. A ideia é que um modo de vibração seja caracterizado por uma única frequência natural. Portanto, adota-se uma condição de compatibilidade na qual a frequência natural obtida pela relação de dispersão seja

<sup>4</sup> O ponto representa o produto da matriz  $\mathbf{B}$  com o vetor coluna  $\mathbf{a}$ .

<sup>5</sup> Isso garante a existência de respostas oscilatórias.

<sup>6</sup> A relação de dispersão associa as frequências modais aos correspondentes números de onda.

Tabela 1 – Coeficientes não nulos de  $\mathbf{B}$  para turbina eólica *offshore* de base fixa.

Termo	Expressão
$b_{13}$	$-\sin(\lambda_2 L)$
$b_{14}$	$-\cos(\lambda_2 L)$
$b_{15}$	$\sinh(\lambda_2 L)$
$b_{16}$	$\cosh(\lambda_2 L)$
$b_{23}$	$-\cos(\lambda_2 L)$
$b_{24}$	$\sin(\lambda_2 L)$
$b_{25}$	$\cosh(\lambda_2 L)$
$b_{26}$	$\sinh(\lambda_2 L)$
$b_{31}$	$\sin(\lambda_1 L_1) - \sinh(\lambda_1 L_1)$
$b_{32}$	$\cos(\lambda_1 L_1) - \cosh(\lambda_1 L_1)$
$b_{33}$	$-\sin(\lambda_2 L_1)$
$b_{34}$	$-\cos(\lambda_2 L_1)$
$b_{35}$	$-\sinh(\lambda_2 L_1)$
$b_{36}$	$-\cosh(\lambda_2 L_1)$
$b_{41}$	$\cos(\lambda_1 L_1) - \cosh(\lambda_1 L_1)$
$b_{42}$	$-\sin(\lambda_1 L_1) - \sinh(\lambda_1 L_1)$
$b_{43}$	$-\lambda_a \cos(\lambda_2 L_1)$
$b_{44}$	$\lambda_a \sin(\lambda_2 L_1)$
$b_{45}$	$-\lambda_a \cosh(\lambda_2 L_1)$
$b_{46}$	$-\lambda_a \sinh(\lambda_2 L_1)$
$b_{51}$	$-\sin(\lambda_1 L_1) - \sinh(\lambda_1 L_1)$
$b_{52}$	$-\cos(\lambda_1 L_1) - \cosh(\lambda_1 L_1)$
$b_{53}$	$(\lambda_a)^2 I_{a(L_1)} \sin(\lambda_2 L_1)$
$b_{54}$	$(\lambda_a)^2 I_{a(L_1)} \cos(\lambda_2 L_1)$
$b_{55}$	$-(\lambda_a)^2 I_{a(L_1)} \sinh(\lambda_2 L_1)$
$b_{56}$	$-(\lambda_a)^2 I_{a(L_1)} \cosh(\lambda_2 L_1)$
$b_{61}$	$E_1 I'_{1(L_1)} \lambda_1^2 (-\sin(\lambda_1 L_1) - \sinh(\lambda_1 L_1)) + E_1 I_{1(L_1)} \lambda_1^3 (-\cos(\lambda_1 L_1) - \cosh(\lambda_1 L_1))$
$b_{62}$	$E_1 I'_{1(L_1)} \lambda_1^2 (-\cos(\lambda_1 L_1) - \cosh(\lambda_1 L_1)) + E_1 I_{1(L_1)} \lambda_1^3 (\sin(\lambda_1 L_1) - \sinh(\lambda_1 L_1))$
$b_{63}$	$E_2 I'_{2(L_1)} \lambda_2^2 \sin(\lambda_2 L_1) + E_2 I_{2(L_1)} \lambda_2^3 \cos(\lambda_2 L_1)$
$b_{64}$	$E_2 I'_{2(L_1)} \lambda_2^2 \cos(\lambda_2 L_1) - E_2 I_{2(L_1)} \lambda_2^3 \sin(\lambda_2 L_1)$
$b_{65}$	$-E_2 I'_{2(L_1)} \lambda_2^2 \sinh(\lambda_2 L_1) - E_2 I_{2(L_1)} \lambda_2^3 \cosh(\lambda_2 L_1)$
$b_{66}$	$-E_2 I'_{2(L_1)} \lambda_2^2 \cosh(\lambda_2 L_1) - E_2 I_{2(L_1)} \lambda_2^3 \sinh(\lambda_2 L_1)$

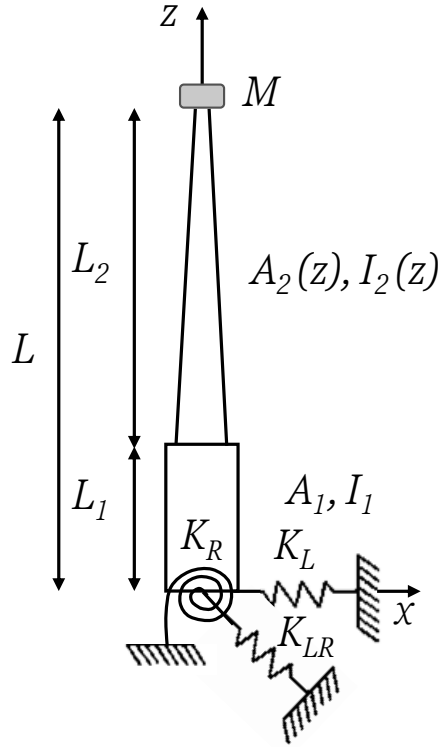
Fonte: Extraída de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

a mesma para os dois segmentos de toda a estrutura. Para a subestrutura,  $E_1 I_1$  e  $m_1$  são constantes. Enquanto que para a torre, o valor médio da expressão para a relação de dispersão é utilizado, resultando na integral dada pela Equação 3.28.

### 3.1.2 Condição de contorno de base elástica

Esta subseção trata do problema da subestrutura e da torre montada em um conjunto de molas que representa a ISE. O problema investigado é esboçado na Figura 26.

A contribuição da ISE é dada pela energia potencial das molas ( $\mathcal{U}^K$ ) e sua variação

Figura 26 – Modelo de turbina eólica *offshore* - Caso com base elástica.

Fonte: Extraída de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

$(\delta\mathcal{U}^K)$ , apresentadas pelas Equações 3.29 e 3.30, respectivamente.

$$\mathcal{U}^K = \frac{1}{2}u_{(0)}^2 K_L + u_{(0)}u'_{(0)} K_{LR} + \frac{1}{2}(u'_{(0)})^2 K_R \quad (3.29)$$

$$\delta\mathcal{U}^K = u_{(0)} K_L \delta u_{(0)} + u_{(0)} K_{LR} \delta u'_{(0)} + u'_{(0)} K_{LR} \delta u_{(0)} + u'_{(0)} K_R \delta u'_{(0)} \quad (3.30)$$

Para este caso, a condição de contorno essencial é  $w_{(0)} = 0$  e, conseqüentemente,  $\delta w_{(0)} = 0$ . Como no caso de uma turbina eólica *offshore* de base fixa, a condição de contorno essencial é aplicada na expressão da variação da energia potencial de deformação (Equação 3.12), e então substituída no Princípio de Hamilton (Equação 3.1), juntamente com as expressões das variações da energia cinética (Equação 3.3) e energia potencial gravitacional (Equação 3.4). Para o caso de uma turbina eólica *offshore* considerando a ISE, a variação da energia potencial das molas (Equação 3.30) também é incluída. Agora, consideramos as propriedades da função delta de Dirac e usamos a condensação estática. Após algum trabalho algébrico, o funcional para as vibrações transversais é dado pela Equação 3.31, enquanto que as condições de contorno resultantes são dadas pelas Equações 3.32 a 3.35.

$$\int_0^L \left( (\rho A + M\hat{\delta}_{(L)})\ddot{u} + (EIu''') \right) \delta u dz - \int_0^L \left( \left( u'(\rho A + M\hat{\delta}_{(L)})g + u'' \left( \int_0^z (\rho A + M\hat{\delta}_{(L)})g dz - P_e \right) \right) \right) \delta u dz = 0 \quad (3.31)$$

$$u'_{1(0)}P_e + (E_1I_{1(0)}u''_{1(0)})' = -K_Lu_{1(0)} - K_{LR}u'_{1(0)} \quad (3.32)$$

$$E_1I_{1(0)}u''_{1(0)} = K_{LR}u_{1(0)} + K_Ru'_{1(0)} \quad (3.33)$$

$$u''_{2(L)} = 0 \quad (3.34)$$

$$u'''_{2(L)} = 0 \quad (3.35)$$

As quatro condições de contorno naturais são apresentadas para uma viga em balanço com suporte elástico. As Equações 3.32 e 3.33 estão relacionadas, respectivamente, à força de cisalhamento e ao momento fletor na base; enquanto que as Equações 3.34 e 3.35 apresentam as condições de contorno naturais nas quais o momento fletor e a força de cisalhamento no topo da estrutura são nulos.

Conforme apresentado na subseção anterior, a função de forma é obtida para cada seção da estrutura de acordo com as condições de contorno e condições de compatibilidade na ligação torre-subestrutura. Para o modelo matemático considerando a ISE, as condições de contorno para o problema transversal foram apresentadas nas Equações 3.32 a 3.35. As condições de compatibilidade no ponto de conexão foram apresentadas nas Equações 3.23 a 3.26.

Substituindo a forma modal geral da solução de uma viga com uma força axial nas condições de contorno, oito equações são obtidas, escritas na forma matricial como  $\mathbf{C} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{0}^7$ , com  $\mathbf{a}^T = [A_1 \ A_2 \ A_3 \ A_4 \ A_5 \ A_6 \ A_7 \ A_8]$ . Os termos não nulos de  $\mathbf{C}$  são apresentados na Tabela 2, sendo  $\lambda_a = (\lambda_2/\lambda_1)$  e  $I_a = (E_2I_2/E_1I_1)$ .

A análise modal é realizada impondo  $\det \mathbf{C} = 0$ . Os valores de  $\lambda_1$  podem ser obtidos numericamente e os valores de  $\lambda_2$  são obtidos pela Equação 3.28, como visto na subseção 3.1.1. O fluxograma apresentado na Figura 27 resume as etapas desenvolvidas no *software* Mathematica® para a análise considerando base fixa e base elástica.

## 3.2 MOR com ISE considerando molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile*

O modelo de ordem reduzida apresentado nesta seção é para o caso em que a interação solo-estrutura é considerada por meio de molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile*. Como apresentado na Figura 28, o modelo é composto por torre, subestrutura e *monopile*. Assim como nos MORs apresentados na Seção 3.1, a subestrutura é assumida como prismática de área de seção transversal e momento de inércia,  $A_1$  e  $I_1$  respectivamente. Para a torre cônica, essas quantidades são  $A_2 = A_2(z)$  e  $I_2 = I_2(z)$ . Este modelo acrescenta o *monopile*, também assumido como prismático de

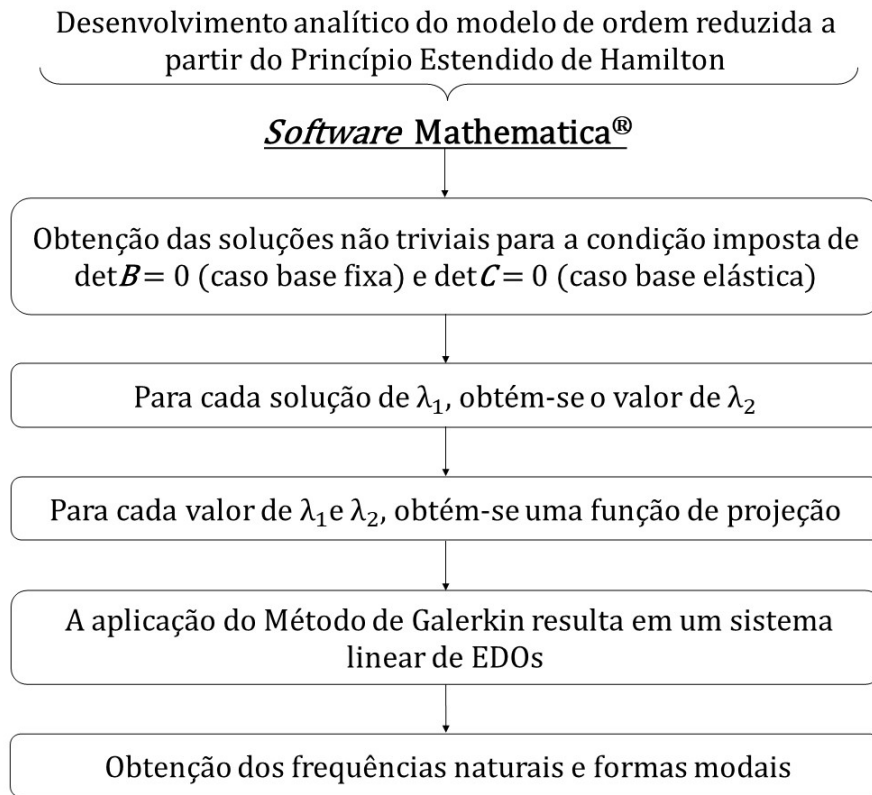
<sup>7</sup> O ponto representa o produto da matriz  $\mathbf{C}$  com o vetor coluna  $\mathbf{a}$ .

Tabela 2 – Coeficientes não nulos de  $\mathbf{C}$  para turbina eólica *offshore* de base elástica.

Termo	Expressão
$c_{11}$	$P_e \lambda_1 - EI_{1(0)} \lambda_1^3 + K_{LR} \lambda_1$
$c_{12}$	$-EI'_{1(0)} \lambda_1^2 + K_L$
$c_{13}$	$P_e \lambda_1 + EI_{1(0)} \lambda_1^3 + K_{LR} \lambda_1$
$c_{14}$	$EI'_{1(0)} \lambda_1^2 + K_L$
$c_{21}$	$K_R \lambda_1$
$c_{22}$	$EI_{1(0)} \lambda_1^2 + K_{LR}$
$c_{23}$	$K_R \lambda_1$
$c_{24}$	$-EI_{1(0)} \lambda_1^2 + K_{LR}$
$c_{35}$	$-\sin(\lambda_2 L)$
$c_{36}$	$-\cos(\lambda_2 L)$
$c_{37}$	$\sinh(\lambda_2 L)$
$c_{38}$	$\cosh(\lambda_2 L)$
$c_{45}$	$-\cos(\lambda_2 L)$
$c_{46}$	$\sin(\lambda_2 L)$
$c_{47}$	$\cosh(\lambda_2 L)$
$c_{48}$	$\sinh(\lambda_2 L)$
$c_{51}$	$\sin(\lambda_1 L_1)$
$c_{52}$	$\cos(\lambda_1 L_1)$
$c_{53}$	$\sinh(\lambda_1 L_1)$
$c_{54}$	$\cosh(\lambda_1 L_1)$
$c_{55}$	$-\sin(\lambda_2 L_1)$
$c_{56}$	$-\cos(\lambda_2 L_1)$
$c_{57}$	$-\sinh(\lambda_2 L_1)$
$c_{58}$	$-\cosh(\lambda_2 L_1)$
$c_{61}$	$\cos(\lambda_1 L_1)$
$c_{62}$	$-\sin(\lambda_1 L_1)$
$c_{63}$	$\cosh(\lambda_1 L_1)$
$c_{64}$	$\sinh(\lambda_1 L_1)$
$c_{65}$	$-\lambda_a \cos(\lambda_2 L_1)$
$c_{66}$	$\lambda_a \sin(\lambda_2 L_1)$
$c_{67}$	$-\lambda_a \cosh(\lambda_2 L_1)$
$c_{68}$	$-\lambda_a \sinh(\lambda_2 L_1)$
$c_{71}$	$-\sin(\lambda_1 L_1)$
$c_{72}$	$-\cos(\lambda_1 L_1)$
$c_{73}$	$\sinh(\lambda_1 L_1)$
$c_{74}$	$\cosh(\lambda_1 L_1)$
$c_{75}$	$(\lambda_a)^2 I_{a(L_1)} \sin(\lambda_2 L_1)$
$c_{76}$	$(\lambda_a)^2 (I_a) I_{a(L_1)} \cos(\lambda_2 L_1)$
$c_{77}$	$-(\lambda_a)^2 I_{a(L_1)} \sinh(\lambda_2 L_1)$
$c_{78}$	$-(\lambda_a)^2 I_{a(L_1)} \cosh(\lambda_2 L_1)$
$c_{81}$	$-E_1 I'_{1(L_1)} \lambda_1^2 \sin(\lambda_1 L_1) - E_1 I_{1(L_1)} \lambda_1^3 \cos(\lambda_1 L_1)$
$c_{82}$	$-E_1 I'_{1(L_1)} \lambda_1^2 \cos(\lambda_1 L_1) + E_1 I_{1(L_1)} \lambda_1^3 \sin(\lambda_1 L_1)$
$c_{83}$	$E_1 I'_{1(L_1)} \lambda_1^2 \sinh(\lambda_1 L_1) + E_1 I_{1(L_1)} \lambda_1^3 \cosh(\lambda_1 L_1)$
$c_{84}$	$E_1 I'_{1(L_1)} \lambda_1^2 \cosh(\lambda_1 L_1) + E_1 I_{1(L_1)} \lambda_1^3 \sinh(\lambda_1 L_1)$
$c_{85}$	$E_2 I'_{2(L_1)} \lambda_2^2 \sin(\lambda_2 L_1) + E_2 I_{2(L_1)} \lambda_2^3 \cos(\lambda_2 L_1)$
$c_{86}$	$E_2 I'_{2(L_1)} \lambda_2^2 \cos(\lambda_2 L_1) - E_2 I_{2(L_1)} \lambda_2^3 \sin(\lambda_2 L_1)$
$c_{87}$	$-E_2 I'_{2(L_1)} \lambda_2^2 \sinh(\lambda_2 L_1) - E_2 I_{2(L_1)} \lambda_2^3 \cosh(\lambda_2 L_1)$
$c_{88}$	$-E_2 I'_{2(L_1)} \lambda_2^2 \cosh(\lambda_2 L_1) - E_2 I_{2(L_1)} \lambda_2^3 \sinh(\lambda_2 L_1)$



Figura 27 – Etapas no Mathematica® - Caso com base fixa e base elástica.



Fonte: Elaborada pela autora.

área de seção transversal e momento de inércia, respectivamente,  $A_0$  e  $I_0$ . Vale observar que, para o problema considerando a estrutura de suporte composta por três trechos, o ponto de conexão entre os trechos do *monopile* e subestrutura é  $z = L_0$ , enquanto que o ponto de conexão entre os trechos da subestrutura e torre é  $z = L_{SM}$ , onde  $L_{SM} = L_0 + L_1$  (comprimento total dos trechos do *monopile* e subestrutura).

O modelo matemático para esta nova condição de ISE considera que as molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile* são incluídas no Princípio Estendido de Hamilton como reações do solo ao deslocamento estrutural. Matematicamente, os termos associados ao solo são escritos pelas Equações 3.36 a 3.38.

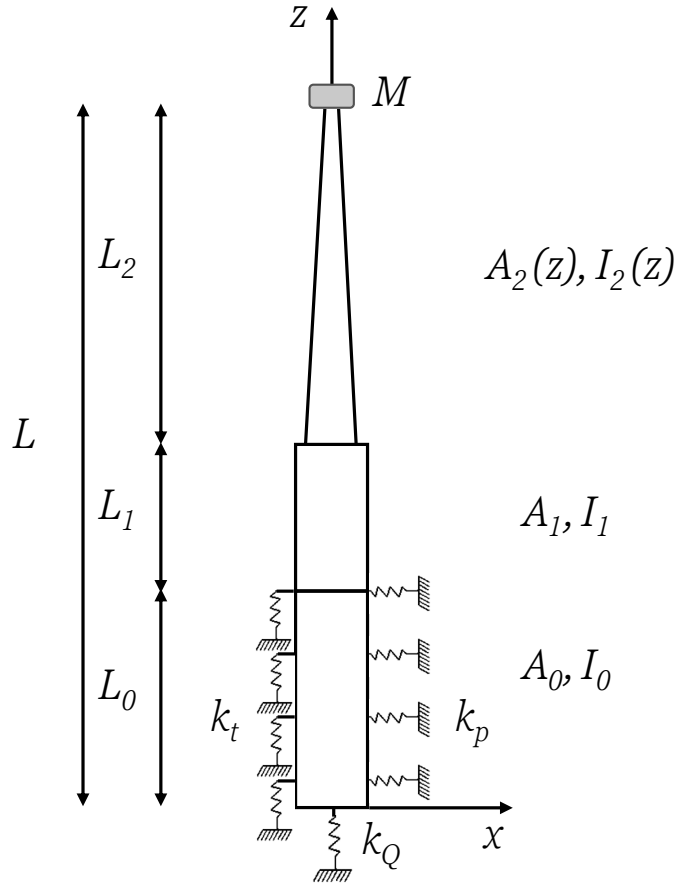
$$F_p = - \int_0^{L_0} f_p(z, u) \delta u dz \quad (3.36)$$

$$F_t = - \int_0^{L_0} f_t(z, w) \delta w dz \quad (3.37)$$

$$F_Q = - f_Q(w)_{(0)} \delta w_{(0)} \quad (3.38)$$

A integração destas parcelas entre os instantes  $t_1$  e  $t_2$  do problema de extremos

Figura 28 – Modelo de torre eólica *offshore* - Caso com molas distribuídas ao longo do *monopile*.



Fonte: Elaborada pela autora.

fixos leva a:

$$\int_{t_1}^{t_2} F_p dt = - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{L_0} f_p(z, u) \delta u dz dt \quad (3.39)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} F_t dt = - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{L_0} f_t(z, w) \delta w dz dt \quad (3.40)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} F_Q dt = - \int_{t_1}^{t_2} f_Q(w)_{(0)} \delta w_{(0)} dt \quad (3.41)$$

onde  $f_p(z, u) = uk_p(z)$ ,  $f_t(z, w) = wk_t(z)$  e  $f_Q(w) = wk_Q$ , com  $k_p$  representando a rigidez lateral,  $k_t$  a rigidez axial e  $k_Q$  a rigidez concentrada na ponta do *monopile*. Observe que tanto  $k_p$  quanto  $k_t$  variam com a coordenada axial  $z$ .

As equações das variações da energia potencial de deformação (Equação 3.12), energia cinética (Equação 3.3) e energia potencial gravitacional (Equação 3.4) são substituídas no Princípio Estendido de Hamilton (Equação 3.1). Também, as Equações 3.39 a 3.41 são inseridas na Equação 3.1. Após algum trabalho algébrico, as equações do movimento para a

direção axial e transversal correspondentes à seção do *monopile* são dadas, respectivamente, por:

$$\rho A_0 \ddot{w}_0 + \rho A_0 g - \left( E_0 A_0 \left( w_0' + \frac{1}{2} (u_0')^2 \right) \right)' + F_t(z, w) = 0 \quad (3.42)$$

$$\rho A_0 \ddot{u}_0 + (E_0 I_0 u_0'')'' - \left( E_0 A_0 u_0' \left( w_0' + \frac{1}{2} (u_0')^2 \right) \right)' + F_p(z, u) = 0 \quad (3.43)$$

Para o trecho correspondente à subestrutura, têm-se as equações do movimento associadas à direção axial e transversal, respectivamente:

$$\rho A_1 \ddot{w}_1 + \rho A_1 g - \left( E_1 A_1 \left( w_1' + \frac{1}{2} (u_1')^2 \right) \right)' = 0 \quad (3.44)$$

$$\rho A_1 \ddot{u}_1 + (E_1 I_1 u_1'')'' - \left( E_1 A_1 u_1' \left( w_1' + \frac{1}{2} (u_1')^2 \right) \right)' = 0 \quad (3.45)$$

Por fim, para a seção correspondente à torre, os deslocamentos axial e transversal são regidos pelas Equações 3.46 e 3.47, respectivamente.

$$\rho A_2 \ddot{w}_2 + \rho A_2 g - \left( E_2 A_2 \left( w_2' + \frac{1}{2} (u_2')^2 \right) \right)' = 0 \quad (3.46)$$

$$\rho A_2 \ddot{u}_2 + (E_2 I_2 u_2'')'' - \left( E_2 A_2 u_2' \left( w_2' + \frac{1}{2} (u_2')^2 \right) \right)' = 0 \quad (3.47)$$

Após algumas manipulações algébricas, as condições de contorno naturais são escritas como:

$$E_0 A_{0(0)} \left( w_{0(0)}' + \frac{(u_{0(0)}')^2}{2} \right) = F_Q(w) \quad (3.48)$$

$$E_0 I_{0(0)} u_{0(0)}''' = F_Q(0) u_{0(0)}' \quad (3.49)$$

$$u_{0(0)}'' = 0 \quad (3.50)$$

$$E_0 A_{0(L_0)} \left( w_{0(L_0)}' + \frac{(u_{0(L_0)}')^2}{2} \right) = E_1 A_{1(L_0)} \left( w_{1(L_0)}' + \frac{(u_{1(L_0)}')^2}{2} \right) \quad (3.51)$$

$$(E_0 I_0 u_0'')'|_{L_0} = (E_1 I_1 u_1'')'|_{L_0} \quad (3.52)$$

$$E_0 I_{0(L_0)} u''_{0(L_0)} = E_1 I_{1(L_0)} u''_{1(L_0)} \quad (3.53)$$

$$E_1 A_{1(L_{SM})} \left( w'_{1(L_{SM})} + \frac{(u'_{1(L_{SM})})^2}{2} \right) = E_2 A_{2(L_{SM})} \left( w'_{2(L_{SM})} + \frac{(u'_{2(L_{SM})})^2}{2} \right) \quad (3.54)$$

$$(E_1 I_1 u''_1)'|_{L_{SM}} = (E_2 I_2 u''_2)'|_{L_{SM}} \quad (3.55)$$

$$E_1 I_{1(L_{SM})} u''_{1(L_{SM})} = E_2 I_{2(L_{SM})} u''_{2(L_{SM})} \quad (3.56)$$

$$E_2 A_{2(L)} \left( w'_{2(L)} + \frac{(u'_{2(L)})^2}{2} \right) = -M \ddot{w}_{2(L)} - Mg \quad (3.57)$$

$$u'_{2(L)} (-M \ddot{w}_{2(L)} - Mg) - (E_2 I_2 u''_2)'|_L + M \ddot{u}_{2(L)} = 0 \quad (3.58)$$

$$u''_{2(L)} = 0 \quad (3.59)$$

Da Equação 3.46, obtém-se:

$$\ddot{w}_2 = -g + \frac{\left( E_2 A_2 \left( w_2' + \frac{1}{2} (u_2')^2 \right) \right)'}{\rho A_2} \quad (3.60)$$

e a condição de contorno 3.57 passa a ser dada por:

$$E_2 A_{2(L)} \left( w'_{2(L)} + \frac{(u'_{2(L)})^2}{2} \right) = -M \frac{\left( E_2 A_2 \left( w_2' + \frac{1}{2} (u_2')^2 \right) \right)'}{\rho A_2} \Big|_L \quad (3.61)$$

Além disto, a Equação 3.47 fornece:

$$\ddot{u}_2 = -\frac{(E_2 I_2 u_2'')''}{\rho A_2} + \frac{\left( E_2 A_2 u_2' \left( w_2' + \frac{1}{2} (u_2')^2 \right) \right)'}{\rho A_2} \quad (3.62)$$

Com isso, a condição de contorno 3.58 é reescrita como:

$$\begin{aligned} & u'_{2(L)} \left( -M \frac{\left( E A_2 \left( w_2' + \frac{1}{2} (u_2')^2 \right) \right)'}{\rho A_2} \Big|_L \right) - (E I_2 u_2'')'|_L - M \frac{(E I_2 u_2'')''}{\rho A_2} \Big|_L \\ & + M \frac{\left( E A_2 u_2' \left( w_2' + \frac{1}{2} (u_2')^2 \right) \right)'}{\rho A_2} \Big|_L = 0 \end{aligned} \quad (3.63)$$

As Equações 3.48, 3.49 e 3.50 representam a força normal, força de cisalhamento e momento fletor em  $z = 0$ , respectivamente. As Equações 3.61, 3.63 e 3.59 representam a força normal, força de cisalhamento e momento fletor em  $z = L$ , respectivamente. No ponto de conexão entre o *monopile* e a subestrutura, as Equações 3.51, 3.52 e 3.53 estão relacionadas com a continuidade da força normal, força de cisalhamento e momento fletor, respectivamente. Por sua vez, as Equações 3.54, 3.55 e 3.56 estão relacionadas com a continuidade da força normal, força de cisalhamento e momento fletor, respectivamente; no ponto de conexão entre a subestrutura e a torre. Por fim, as condições de continuidade de deflexão e inclinação no ponto de conexão do *monopile* com a subestrutura são dadas por:

$$w_{0(L_0)} = w_{1(L_0)} \quad (3.64)$$

$$u_{0(L_0)} = u_{1(L_0)} \quad (3.65)$$

$$u'_{0(L_0)} = u'_{1(L_0)} \quad (3.66)$$

Da mesma forma, no ponto de conexão da subestrutura com a torre as condições de continuidade são:

$$w_{1(L_{SM})} = w_{2(L_{SM})} \quad (3.67)$$

$$u_{1(L_{SM})} = u_{2(L_{SM})} \quad (3.68)$$

$$u'_{1(L_{SM})} = u'_{2(L_{SM})} \quad (3.69)$$

### 3.2.1 Análise modal linear

Avaliando as Equações 3.42, 3.44 e 3.46, pode-se perceber que existe uma componente estática (ou seja, aquela independente do tempo) em  $w_0$ ,  $w_1$  e  $w_2$ . Sejam então os deslocamentos decompostos em suas parcelas estática e dinâmica, têm-se:

$$w_0 = w_{0,e}(z) + w_{0,d}(z, t) \quad (3.70)$$

$$w_1 = w_{1,e}(z) + w_{1,d}(z, t) \quad (3.71)$$

$$w_2 = w_{2,e}(z) + w_{2,d}(z, t) \quad (3.72)$$

Substituindo as Equações 3.70, 3.71 e 3.72 em 3.42, 3.44 e 3.46, chega-se a:

$$\rho A_0 \ddot{w}_{0,d} + \left( \rho A_0 g - (E_0 A_0 (w_{0,e}')') + F_{t,e}(z, w) \right) - \left( E_0 A_0 \left( w_{0,d}' + \frac{1}{2} (u_0')^2 \right) \right)' + F_{t,d}(z, w) = 0 \quad (3.73)$$

$$\rho A_1 \ddot{w}_{1,d} + \left( \rho A_1 g - (E_1 A_1 (w_{1,e}')') \right) - \left( E_1 A_1 \left( w_{1,d}' + \frac{1}{2} (u_1')^2 \right) \right)' = 0 \quad (3.74)$$

$$\rho A_2 \ddot{w}_{2,d} + \left( \rho A_2 g - (E_2 A_2 (w_{2,e}'))' \right) - \left( E_2 A_2 \left( w_{2,d}' + \frac{1}{2} (u_2')^2 \right) \right)' = 0 \quad (3.75)$$

Substituindo as Equações 3.70, 3.71 e 3.72 nas Equações 3.43, 3.45 e 3.47, as equações para as respostas dinâmicas transversais são obtidas (Equações 3.76, 3.77 e 3.78).

$$\rho A_0 \ddot{u}_0 + (E_0 I_0 u_0'')'' - \left( E_0 A_0 u_0' \left( w_{0,d}' + \frac{1}{2} (u_0')^2 \right) \right)' - (E_0 A_0 u_0' (w_{0,e}'))' + F_p(z, u) = 0 \quad (3.76)$$

$$\rho A_1 \ddot{u}_1 + (E_1 I_1 u_1'')'' - \left( E_1 A_1 u_1' \left( w_{1,d}' + \frac{1}{2} (u_1')^2 \right) \right)' - (E_1 A_1 u_1' (w_{1,e}'))' = 0 \quad (3.77)$$

$$\rho A_2 \ddot{u}_2 + (E_2 I_2 u_2'')'' - \left( E_2 A_2 u_2' \left( w_{2,d}' + \frac{1}{2} (u_2')^2 \right) \right)' - (E_2 A_2 u_2' (w_{2,e}'))' = 0 \quad (3.78)$$

Linearizando as Equações 3.73, 3.74 e 3.75, têm-se as equações lineares de movimento para a direção axial das seções correspondentes ao *monopile*, subestrutura e torre, apresentadas nas Equações 3.79, 3.80 e 3.81, respectivamente.

$$\rho A_0 \ddot{w}_{0,d} - (E_0 A_0 (w_{0,d}'))' + F_{t,d}(z, w) = 0 \quad (3.79)$$

$$\rho A_1 \ddot{w}_{1,d} - (E_1 A_1 (w_{1,d}'))' = 0 \quad (3.80)$$

$$\rho A_2 \ddot{w}_{2,d} - (E_2 A_2 (w_{2,d}'))' = 0 \quad (3.81)$$

Da mesma forma, por meio da linearização das Equações 3.76, 3.77 e 3.78, as equações lineares do movimento para a direção transversal das seções correspondentes ao *monopile*, subestrutura e a torre, são dada pelas Equações 3.82, 3.83 e 3.84, respectivamente.

$$\rho A_0 \ddot{u}_0 + (E_0 I_0 u_0'')'' - (E_0 A_0 u_0' (w_{0,s}'))' + F_p(z, u) = 0 \quad (3.82)$$

$$\rho A_1 \ddot{u}_1 + (E_1 I_1 u_1'')'' - (E_1 A_1 u_1' (w_{1,e}'))' = 0 \quad (3.83)$$

$$\rho A_2 \ddot{u}_2 + (E_2 I_2 u_2'')'' - (E_2 A_2 u_2' (w_{2,e}'))' = 0 \quad (3.84)$$

A forma funcional (ou seja, para qualquer  $\delta u$ ) das equações de movimento para a direção transversal (Equações 3.82, 3.83 e 3.84) podem ser expressas pelas Equações 3.85, 3.86 e 3.87, respectivamente:

$$\int_0^{L_0} \left[ \rho A_0 \ddot{u}_0 + (E_0 I_0 u_0'')'' - (E_0 A_0 u_0' (w_{0,e}'))' + F_p(z, u) \right] \delta u_0 dz = 0 \quad (3.85)$$

$$\int_{L_0}^{L_{SM}} \left[ \rho A_1 \ddot{u}_1 + (E_1 I_1 u_1'')'' - (E_1 A_1 u_1' (w_{1,e}'))' \right] \delta u_1 dz = 0 \quad (3.86)$$

$$\int_{L_{SM}}^L \left[ \rho A_2 \ddot{u}_2 + (E_2 I_2 u_2'')'' - (E_2 A_2 u_2' (w_{2,e}'))' \right] \delta u_2 dz = 0 \quad (3.87)$$

As Equações (3.85), (3.86) e (3.87) apresentam uma parcela estática na direção axial<sup>8</sup> nos trechos correspondentes ao *monopile*, subestrutura e torre;  $w_{0,e}$ ,  $w_{1,e}$  e  $w_{2,e}$ , respectivamente. Para obter a solução estática na direção axial, basta eliminar os termos com variação temporal das Equações (3.73), (3.74) e (3.75). Com isso, obtêm-se:

$$\rho A_0 g - (EA_0 (w_{0,e}'))' + F_{t,e}(z, w) = 0 \quad (3.88)$$

$$\rho A_1 g - (EA_1 (w_{1,e}'))' = 0 \quad (3.89)$$

$$\rho A_2 g - (EA_2 (w_{2,e}'))' = 0 \quad (3.90)$$

### 3.2.2 Solução estática e dinâmica

O método de Galerkin é utilizado assumindo que a resposta da estrutura seja dada por  $u(z, t) = q(t)\psi(z)$ , conforme já apresentada na Equação 3.21, na Seção 3.1.  $\psi(z)$  é a função de forma a ser escolhida. Como a estrutura analisada apresenta três seções (*monopile*, subestrutura e torre), será utilizada uma função de forma para cada seção ( $\psi_0(z)$ ,  $\psi_1(z)$  e  $\psi_2(z)$ , respectivamente).

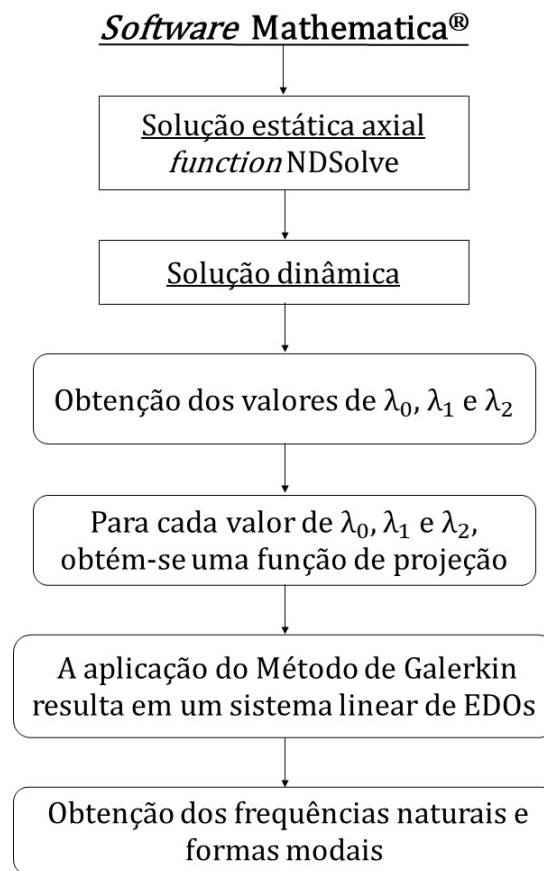
Para a análise estática axial, são utilizadas as Equações 3.88, 3.89 e 3.90, referentes a cada seção da estrutura de suporte e são aplicadas as condições de contorno apresentadas nas Equações 3.48, 3.51, 3.54 e 3.57. Ainda, são utilizadas as condições de continuidade nas conexões entre as seções, dadas pelas Equações 3.64 e 3.67. A equação diferencial

<sup>8</sup> Essa parcela estática corresponde à rigidez geométrica, associada ao peso estrutural. Tendo em vista que a carga normal é de compressão, a contribuição da rigidez geométrica é no sentido da diminuição da rigidez total da estrutura.

ordinária (EDO) relativa ao equilíbrio estático é resolvida numericamente com o comando *Solve*, nativo do Mathematica<sup>®</sup>.

Já para a análise dinâmica, é utilizado o método de Galerkin aplicado às Equações 3.82, 3.83 e 3.84. As condições de contorno naturais (Equações 3.49, 3.50, 3.52, 3.53, 3.55, 3.56, 3.63 e 3.59) são incluídas no método de Galerkin usando a função delta de Dirac. A Figura 29 apresenta um fluxograma com o resumo das etapas desenvolvidas no *software* Mathematica<sup>®</sup> para obtenção das frequências naturais e formas modais.

Figura 29 – Etapas no Mathematica<sup>®</sup>.



Fonte: Elaborada pela autora.

Assim como considerado na Seção 3.1, as funções de projeção para as seções da subestrutura e torre são dadas pela solução clássica de viga prismática, sendo, respectivamente,  $\psi_1(z) = A_5 \sin(\lambda_1 z) + A_6 \cos(\lambda_1 z) + A_7 \sinh(\lambda_1 z) + A_8 \cosh(\lambda_1 z)$  para  $L_0 \leq z \leq L_{SM}$  e  $\psi_2(z) = A_9 \sin(\lambda_2 z) + A_{10} \cos(\lambda_2 z) + A_{11} \sinh(\lambda_2 z) + A_{12} \cosh(\lambda_2 z)$  para  $L_{SM} \leq z \leq L$ . Novamente,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são os números de onda da subestrutura e da torre, respectivamente. A relação entre  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  foi dada pela Equação 3.28, já discutida neste Capítulo. Vale lembrar que a Equação 3.28 é agora considerada substituindo  $L_1$  por  $L_{SM}$ .

As estratégias de modelagem para o problema considerando a ISE por meio de molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile* serão discutidas



no Capítulo 5. A escolha da função de projeção a ser utilizada para a seção do *monopile* irá depender da estratégia adotada. Para isto, é necessário analisar os modos de vibração de uma viga prismática sobre uma fundação Winkler.

A equação do movimento transversal de uma viga prismática de massa por unidade de comprimento  $m$ , rigidez à flexão  $EI$  que repousa sobre uma fundação elástica de rigidez constante  $k$  é  $EIu'''' + ku + m\ddot{u} = 0$ . O uso da separação de variáveis com  $u(z, t) = q(t)\psi(z)$  e a reorganização dos termos, leva a Equação 3.91.

$$\frac{EI\psi'''' + k\psi}{\psi} = -\frac{m\ddot{q}}{q} = m\omega^2 \quad (3.91)$$

As formas modais podem ser obtidas resolvendo a equação diferencial:

$$EI\psi'''' + (k - m\omega^2)\psi = 0 \quad (3.92)$$

Três situações podem ser consideradas. A primeira situação ocorre quando  $k = m\omega^2$ , o que leva apenas a possíveis soluções não triviais para o caso da condição de contorno livre-livre, resultando nos movimentos translacionais e rotacionais do corpo rígido. No entanto, a segunda situação ocorre quando  $k < m\omega^2$ , levando a um valor negativo de  $k - m\omega^2$ , que pode então ser escrito como mostrado na Equação 3.93. Chega-se, desta forma, na equação clássica para os modos transversais de uma viga prismática. Assim, pode-se concluir que a rigidez da fundação contribui para gerar uma viga prismática equivalente, com  $\lambda^4 = (m\omega^2 - k)/EI$  no lugar da usual relação de dispersão  $\lambda^4 = m\omega^2/EI$  observada na ausência de molas laterais.

$$\psi'''' - \lambda^4\psi = 0 \quad (3.93)$$

A terceira situação considera  $k > m\omega^2$ , o que leva a valores positivos de  $k - m\omega^2$ . Assim, a equação para a forma modal é dada por:

$$\psi'''' + \lambda^4\psi = 0 \quad (3.94)$$

com

$$\lambda^4 = \frac{k - m\omega^2}{EI} \Rightarrow m\omega^2 = k - EI\lambda^4 \quad (3.95)$$

Pode-se verificar que a relação  $k > m\omega^2$  não é válida depois de um certo valor de número de onda  $\lambda$ . Tal fato estabelece um limite superior para os valores de  $\lambda$ . Assim, apenas uma quantidade limitada de modos obedece a esta terceira situação. Supondo uma solução da forma  $e^{\sigma z}$ , tem-se a Equação 3.96.

$$\sigma^4 + \lambda^4 = 0 \Rightarrow \sigma^4 = -\lambda^4 = -\left(\frac{k - m\omega^2}{EI}\right) \quad (3.96)$$

Lembrando que  $e^{i\pi} + 1 = 0$ , com  $i$  sendo a constante imaginária, então:

$$\sigma^4 = \left( \frac{k - m\omega^2}{EI} \right) e^{i\pi} \Rightarrow \sigma = \sqrt[4]{\left( \frac{k - m\omega^2}{EI} \right)} e^{i\left(\frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}\right)} = \lambda e^{i\left(\frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}\right)} \quad (3.97)$$

com  $n$  sendo um inteiro de 0 a 3 e assumindo sem perda que  $\lambda$  é a raiz positiva e real de  $\lambda^4 = (k - m\omega^2)/EI$ . Isso leva a quatro diferentes valores possíveis de  $\sigma$ , que resultam em quatro funções linearmente independentes. A solução geral pode então ser escrita em termos de quatro constantes como:

$$\begin{aligned} \psi &= A_1 e^{\lambda\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)z} + A_2 e^{\lambda\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)z} + A_3 e^{\lambda\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\right)z} + A_4 e^{\lambda\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\right)z} \\ &= A_1 e^{\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} \left( \cos\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) + i \sin\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) \right) + A_2 e^{\frac{-\lambda z}{\sqrt{2}}} \left( \cos\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) + i \sin\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) \right) \\ &+ A_3 e^{\frac{-\lambda z}{\sqrt{2}}} \left( \cos\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) - i \sin\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) \right) + A_4 e^{\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} \left( \cos\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) - i \sin\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) \right) \end{aligned} \quad (3.98)$$

As funções obtidas são complexas, então  $A_i$  são números complexos em geral. A equação pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \psi &= (A_1 + A_4) e^{\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} \cos\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) + (A_1 - A_4) i e^{\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} \sin\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) \\ &+ (A_2 + A_3) e^{\frac{-\lambda z}{\sqrt{2}}} \cos\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) + (A_2 - A_3) i e^{\frac{-\lambda z}{\sqrt{2}}} \sin\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) \end{aligned} \quad (3.99)$$

Como a função resultante deve estar contida nos números reais, fica claro que  $A_1$  e  $A_4$  devem ser complexos conjugados, assim como  $A_2$  e  $A_3$ . Isso permite colocar a solução em termos de quatro constantes reais  $B_1, B_2, B_3$  e  $B_4$ .

$$\psi = B_1 e^{\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} \cos\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) + B_2 e^{\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} \sin\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) + B_3 e^{\frac{-\lambda z}{\sqrt{2}}} \cos\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) + B_4 e^{\frac{-\lambda z}{\sqrt{2}}} \sin\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) \quad (3.100)$$

Quatro novas constantes reais podem ser definidas como:

$$2B_1 = C_1 + C_2 \quad (3.101)$$

$$2B_2 = C_1 - C_2 \quad (3.102)$$

$$2B_3 = C_3 + C_4 \quad (3.103)$$

$$2B_4 = C_3 - C_4 \quad (3.104)$$

É possível escrever a equação da forma modal como dada pela Equação 3.105.

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{1}{2} (C_1 + C_2) e^{\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} \cos\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{2} (C_1 - C_2) e^{\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} \sin\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) \\ &+ \frac{1}{2} (C_3 + C_4) e^{\frac{-\lambda z}{\sqrt{2}}} \cos\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{2} (C_3 - C_4) e^{\frac{-\lambda z}{\sqrt{2}}} \sin\left(\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}\right) \end{aligned} \quad (3.105)$$

que, por sua vez, pode ser reescrita como (Equação 3.106):

$$\begin{aligned} \psi = & \frac{1}{2}C_1 \left( e^{\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} + e^{-\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} \right) \cos \left( \frac{\lambda z}{\sqrt{2}} \right) + \frac{1}{2}C_2 \left( e^{\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} - e^{-\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} \right) \cos \left( \frac{\lambda z}{\sqrt{2}} \right) \\ & + \frac{1}{2}C_3 \left( e^{\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} + e^{-\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} \right) \sin \left( \frac{\lambda z}{\sqrt{2}} \right) + \frac{1}{2}C_4 \left( e^{\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} - e^{-\frac{\lambda z}{\sqrt{2}}} \right) \sin \left( \frac{\lambda z}{\sqrt{2}} \right) \end{aligned} \quad (3.106)$$

Finalmente, usando a definição de funções trigonométricas hiperbólicas, a expressão final para as formas modais é dada pela Equação 3.107. As constantes  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  e  $C_4$ , são determinadas a partir das condições de contorno e solicitando que existam soluções não triviais, como de costume.

$$\begin{aligned} \psi = & C_1 \cosh \left( \frac{\lambda z}{\sqrt{2}} \right) \cos \left( \frac{\lambda z}{\sqrt{2}} \right) + C_2 \sinh \left( \frac{\lambda z}{\sqrt{2}} \right) \cos \left( \frac{\lambda z}{\sqrt{2}} \right) \\ & + C_3 \cosh \left( \frac{\lambda z}{\sqrt{2}} \right) \sin \left( \frac{\lambda z}{\sqrt{2}} \right) + C_4 \sinh \left( \frac{\lambda z}{\sqrt{2}} \right) \sin \left( \frac{\lambda z}{\sqrt{2}} \right) \end{aligned} \quad (3.107)$$

Relacionando as situações apresentadas para a obtenção dos modos de vibração de uma viga prismática sobre uma fundação Winkler com o problema investigado que considera a ISE com molas distribuídas, são selecionados dois casos, Caso I e Caso II, que serão analisados nas estratégias de modelagem no Capítulo 5.

O Caso I considera  $m_0\omega^2 = E_0I_0\lambda_0^4 + k_p$ . Assim sendo, utiliza-se a solução de viga prismática para a seção do *monopile*, dada por:

$$\psi_0(z) = A_1 \sin(\lambda_0 z) + A_2 \cos(\lambda_0 z) + A_3 \sinh(\lambda_0 z) + A_4 \cosh(\lambda_0 z) \quad (3.108)$$

onde  $\lambda_0$  é o número de onda do *monopile* e a relação entre  $\lambda_0$  e  $\lambda_1$  pode ser obtida pela Equação 3.109, sendo  $E_0I_0$  and  $m_0$  constantes (seção do *monopile*).

$$\lambda_1 = \left( \left( \frac{E_0I_0\lambda_0^4 + k_p}{m_0} \right) \left( \frac{m_1}{E_1I_1} \right) \right)^{1/4} \quad (3.109)$$

:

O Caso II considera  $m_0\omega^2 = k_p - E_0I_0\lambda_0^4$  e, assim, tem-se como função de projeção para a seção do *monopile* a Equação 3.110.

$$\begin{aligned} \psi_0(z) = & A_1 \cosh \left( \frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}} \right) \cos \left( \frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}} \right) + A_2 \cosh \left( \frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}} \right) \sin \left( \frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}} \right) + \\ & A_3 \sinh \left( \frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}} \right) \cos \left( \frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}} \right) + A_4 \sinh \left( \frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}} \right) \sin \left( \frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}} \right) \end{aligned} \quad (3.110)$$

Para o Caso II, tem-se a seguinte relação entre  $\lambda_0$  e  $\lambda_1$ :

$$\lambda_1 = \left( \left( \frac{k_p - E_0I_0\lambda_0^4}{m_0} \right) \left( \frac{m_1}{E_1I_1} \right) \right)^{1/4} \quad (3.111)$$



## 4 MOR com molas acopladas - aplicação para turbinas eólicas instaladas

Este capítulo apresenta os resultados obtidos utilizando o MOR desenvolvido na Seção 3.1 do Capítulo 3 e que considera um método simplificado para obter as frequências naturais de turbinas eólicas *offshore* suportadas por *monopile* onde a fundação é modelada usando um conjunto de três molas caracterizadas por rigidez lateral  $K_L$ , rigidez rotacional  $K_R$  e rigidez de acoplamento cruzado  $K_{LR}$ . Os resultados são comparados com dados disponíveis na literatura para turbinas eólicas em escala real, bem como com as previsões de outros autores. Ainda, são realizadas análises com o MOR considerando a condição de base fixa (como uma estrutura rigidamente fixada ao solo), a fim de demonstrar a importância da ISE na determinação da frequência natural da estrutura. Este capítulo traz, em sua grande parte, os resultados publicados no periódico *Marine Systems & Ocean Technology* (ver Ferreira et al. (2022)). Além desses resultados, também são apresentadas outras análises não publicadas.

Devido à necessidade de diversas manipulações simbólicas, a obtenção das frequências naturais a partir dos MORs desenvolvidos é feita por meio do *software* Mathematica<sup>®</sup>. O método de Galerkin foi utilizado no funcional para o movimento transversal, conforme visto na Seção 3.1. As coordenadas generalizadas do modelo matemático proposto são amplitudes relacionadas a cada função de projeção. As amplitudes dos  $n$  graus de liberdade (n-GL) são correlacionadas de maneira especificada de acordo com os autovetores e a configuração obtida é chamada de modo natural de vibração. A análise considerando o MOR com n-GL é realizada assumindo que a resposta da estrutura pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} u(z, t) &= q_1(t)\psi_{1,1}(z) + q_2(t)\psi_{2,1}(z) + \dots + q_n(t)\psi_{n,1}(z) \text{ para } (0 \leq z \leq L_1) \text{ e} \\ u(z, t) &= q_1(t)\psi_{1,2}(z) + q_2(t)\psi_{2,2}(z) + \dots + q_n(t)\psi_{n,2}(z) \text{ para } (L_1 \leq z \leq L) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Com  $\psi_{i,j}$ , onde  $i$  indica o número da função da forma e  $j$  informa o trecho analisado (subestrutura ou torre). O uso desta abordagem permite a investigação de múltiplos modos de vibração e melhora a previsão das formas dos modos e das frequências naturais, permitindo uma generalização do uso da formulação com poucos parâmetros de entrada e sem necessidade de definição prévia de propriedades equivalentes da estrutura. Cada função de forma  $\psi_{i,j}$  pode ser obtida independentemente aplicando a metodologia apresentada na Seção 3.1. A aplicação do método de Galerkin resulta em um sistema linear de EDOs. Com o sistema de EDOs, o problema clássico de autovalores é resolvido. Os autovalores permitem calcular as frequências naturais enquanto os autovetores fornecem as combinações de  $\psi_{i,j}$  que definem cada forma modal.

De maneira complementar à análise com os MORs, modelos matemáticos de maior hierarquia usando o MEF são desenvolvidos com a utilização do código interno Giraffe. Embora esta tese discuta apenas o problema da dinâmica linear, o Giraffe pode lidar com não linearidades geométricas associadas a grandes deslocamentos. Mais detalhes sobre o Giraffe podem ser encontrados em [Gay Neto \(2016\)](#) e [Gay Neto \(2020\)](#).

Inicialmente, os modelos com diferentes condições de contorno (base fixa e base elástica) são aplicados para a obtenção das frequências naturais de diferentes turbinas eólicas disponíveis na literatura. Os parâmetros de entrada para as seis turbinas eólicas escolhidas para este estudo e as correspondentes primeiras frequências naturais medidas ( $f_1^{exp}$ ) são apresentados na Tabela 3. Os valores dos coeficientes de rigidez da fundação são aqueles descritos em [Arany et al. \(2016\)](#). Três destas turbinas eólicas, a saber, Lely A2, Kentish Flats e Walney 1, também foram analisadas por [Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane \(2018\)](#), porém utilizando outros valores para os coeficientes de rigidez da fundação.

Tabela 3 – Parâmetros de entrada para seis turbinas eólicas *offshore*.

Parâmetro de entrada	Blyth	Lely A2	Lely A3	Kentish Flats	Walney 1	Thanet
$M$ [t]	80	32	32	130,8	234,5	130,8
$L$ [m]	71	50	45	76,06	104,6	95,2
$L_2$ [m]	54,5	37,9	37,9	60,06	67,3	54,1
$L_1$ [m]	16,5	12,1	7,1	16	37,3	41,1
$D_T$ [m]	2,75	1,9	1,9	2,3	3	2,3
$D_B$ [m]	4,25	3,2	3,2	4,45	5	4,3
$e_2$ [m]	0,034	0,013	0,013	0,022	0,041	0,036
$E_2$ [GPa]	210	210	210	210	210	210
$D_S$ [m]	3,5	3,2	3,7	4,3	6	4,7
$e_1$ [m]	0,050	0,035	0,035	0,045	0,080	0,065
$E_1$ [GPa]	210	210	210	210	210	210
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7860	7860	7860	7860	7860	7860
$K_L$ [GN/m]	42,66	0,52	0,62	0,82	1,53	1,05
$K_{LR}$ [GN]	-45,50	-2,74	-3,57	-5,42	-13,88	-7,89
$K_R$ [GNm/rad]	136,04	23,63	33,59	58,77	205,72	96,84
$f_1^{exp}$ [Hz]	0,488	0,634	0,735	0,339	0,350	0,370

Fonte: Adaptada de [Arany et al. \(2016\)](#).

Para fins de organização, este capítulo é dividido em oito seções. A primeira seção apresenta o estudo do refinamento dos modelos em elementos finitos. Nas Seções 4.2 e 4.3, os resultados para o parque eólico *offshore* Blyth (Tabela 3) são discutidos em detalhes, considerando os casos de base fixa e base elástica, respectivamente. Os resultados das primeiras frequências naturais para todas as turbinas eólicas descritas na Tabela 3 são apresentados na Seção 4.4. A Seção 4.5 discute a influência da mola de acoplamento cruzado na estimativa da frequência natural. Os resultados da primeira frequência natural

obtidos para o caso de base fixa e base flexível a partir dos MORs são comparados com os resultados apresentados na literatura obtidos a partir de outras metodologias na Seção 4.6. Na Seção 4.7, os MORs são aplicados às duas turbinas de referência de 5 MW e 15 MW do NREL. Por fim, a Seção 4.8 apresenta as conclusões deste capítulo.

## 4.1 Análise via MEF: discretização da malha

Nesta seção são apresentados os resultados da análise de sensibilidade do *software* de elementos finitos Giraffe para a turbina do parque eólico *offshore* Blyth. Os modelos que representam os casos de base fixa e base elástica foram apresentados nas Figuras 25 e 26, respectivamente. Os parâmetros utilizados para a modelagem da turbina eólica foram indicados na Tabela 3.

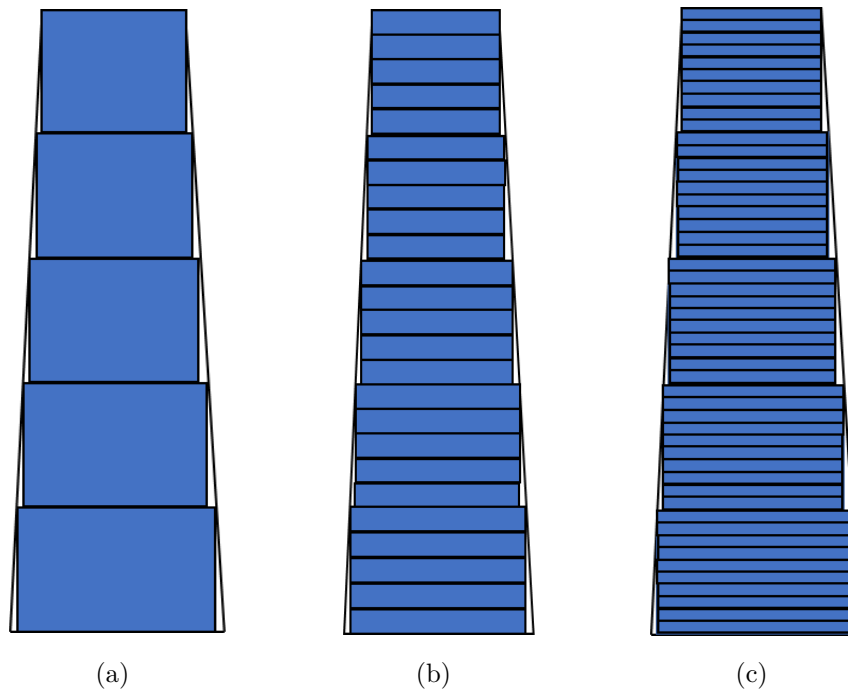
O refinamento dos modelos com base fixa e base elástica foi realizado considerando diferentes números de seções transversais, com diferentes números de elementos totais. Tal procedimento de dividir a torre por seções é para tentar analisar a torre como cônica, visto que o modelo implementado no *software* Giraffe considera a estrutura esbelta como prismática, homogênea e escalonada ao longo da altura. Para isto, são utilizadas seções tubulares (*Tube*) e elementos de viga (*Beam\_1*) compostos por três nós, cuja descrição matemática pode ser encontrada em Gay Neto (2016) e Gay Neto, Martins e Pimenta (2014).

Para o caso em que é considerada a base elástica, utiliza-se um elemento que cria uma conexão flexível entre dois nós com matriz de rigidez definida (*TwoNodeConnector\_1*), na qual são inseridos os valores de rigidez lateral, rotacional e por acoplamento cruzado. Também é considerado o elemento de massa concentrada (*Mass\_1*) no nó correspondente ao topo da torre para a representação da massa do RNA. As etapas de análise para os casos de base fixa e base elástica correspondem à análise estática (*Static Analysis*), com a consideração do peso próprio e à análise modal (*Modal Analysis*), cujo pós-processamento da análise pode ser realizado utilizando o ParaView®.

Inicialmente são consideradas 5 seções com diferentes números de elementos para a representação da torre, conforme mostrado na Figura 30. Neste sentido são realizadas análises da torre com 5 elementos (1 elemento por seção), 25 elementos (5 elementos por seção) e 50 elementos (10 elementos por seção). Os diâmetros externo e interno de cada seção são tomados como sendo os valores dos diâmetros da torre na altura do topo de cada seção. A subestrutura prismática é representada por uma única seção e um único elemento.

A Tabela 4 apresenta os resultados de frequência natural para os casos de base fixa e base elástica, respectivamente. Nesta primeira análise, os resultados demonstram que ao considerar um determinado número de seção constante, não há variação na estimativa

Figura 30 – Torre representada por 5 seções e (a) 5 elementos; (b) 25 elementos; e (c) 50 elementos.



Fonte: Elaborada pela autora.

da primeira frequência natural em relação à quantidade de elementos por seção a ser considerada.

Tabela 4 – Primeira frequência natural dos modelos de base fixa e base elástica com 5 seções na torre e diferentes números de elementos.

Elementos na torre	$f_1$ [Hz]	
	Base fixa	Base elástica
5	0,514	0,493
25	0,514	0,493
50	0,514	0,493

Fonte: Elaborada pela autora.

Em uma segunda análise, é verificado se a consideração de mais elementos na seção que representa a subestrutura altera o valor estimado para a primeira frequência natural. Para isto, são analisados os casos considerando a torre com 5 seções e 5 elementos e a subestrutura com uma seção e com 3, 6 e 12 elementos. Os resultados das análises considerando a subestrutura com diferentes números de elementos também mostram que o aumento do número de elementos na subestrutura não interfere na estimativa da primeira frequência natural (Tabela 5).



Tabela 5 – Primeira frequência natural dos modelos de base fixa e base elástica com diferentes números de elementos na subestrutura.

Elementos na subestrutura	$f_1$ [Hz]	
	Base fixa	Base elástica
3	0,514	0,493
6	0,514	0,493
12	0,514	0,493

Fonte: Elaborada pela autora.

A etapa seguinte consiste em analisar a influência do aumento do número de seções no valor da primeira frequência natural estimada. Com isso, a modelagem é realizada considerando a torre com diferentes números de seções (um elemento por seção) e a subestrutura com uma única seção (com um único elemento). Os valores da primeira frequência natural são analisados ao considerar o aumento do número de seções da torre para os modelos com base fixa e base elástica. O estudo é iniciado com a modelagem da torre com 5 seções variando até a modelagem com 100 seções (caso mais refinado avaliado).

A Tabela 6 apresenta o comportamento da frequência fundamental para o modelo com base fixa considerando o aumento de seções para a representação da torre. Ainda, a Tabela 6 mostra a diferença percentual em relação ao caso mais refinado.

Tabela 6 – Análise do comportamento da primeira frequência natural do modelo de base fixa, considerando o aumento do número de seções e elementos da torre.

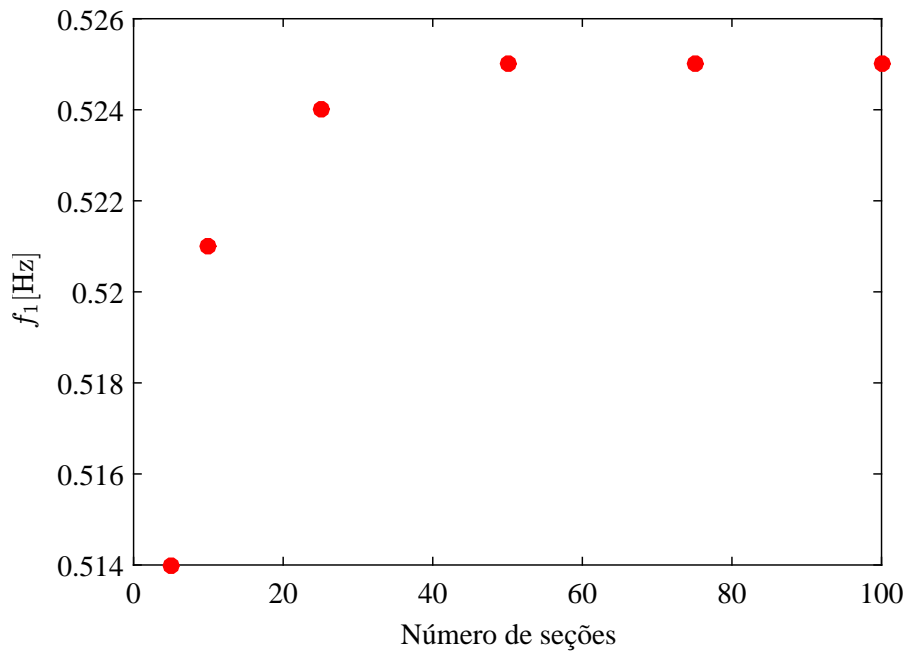
Nº de seções	Nº de elementos	$f_1$ [Hz]	Diferença [%]
5	5	0,514	-2,20
10	10	0,521	-0,76
25	25	0,524	-0,19
50	50	0,525	0,00
75	75	0,525	0,00
100	100	0,525	-

Fonte: Elaborada pela autora.

Para a turbina eólica considerada nesta análise, a diferença percentual em relação ao caso mais refinado é menor do que 1% ao considerar modelos a partir de 10 seções. A representação do modelo com 50 seções já não apresenta diferença quando comparado com o modelo mais refinado. A Figura 31 apresenta a curva de convergência da primeira frequência natural.

Considerando o modelo com base elástica, os valores da primeira frequência natural para os diferentes números de seções adotadas para a torre são apresentados na Tabela 7, bem como a diferença percentual em relação ao caso mais refinado. Assim como foi verificado para o modelo com base fixa, o modelo com 50 seções já não apresenta diferença

Figura 31 – Curva de convergência da primeira frequência natural para o modelo de base fixa, considerando diferentes números de seções na torre.



Fonte: Elaborada pela autora.

em relação ao valor da primeira frequência natural quando comparado com o modelo mais refinado. A Figura 32 apresenta a curva de convergência da primeira frequência natural para o caso com base elástica.

Tabela 7 – Análise do comportamento da primeira frequência natural do modelo de base elástica, considerando o aumento do número de seções e elementos da torre.

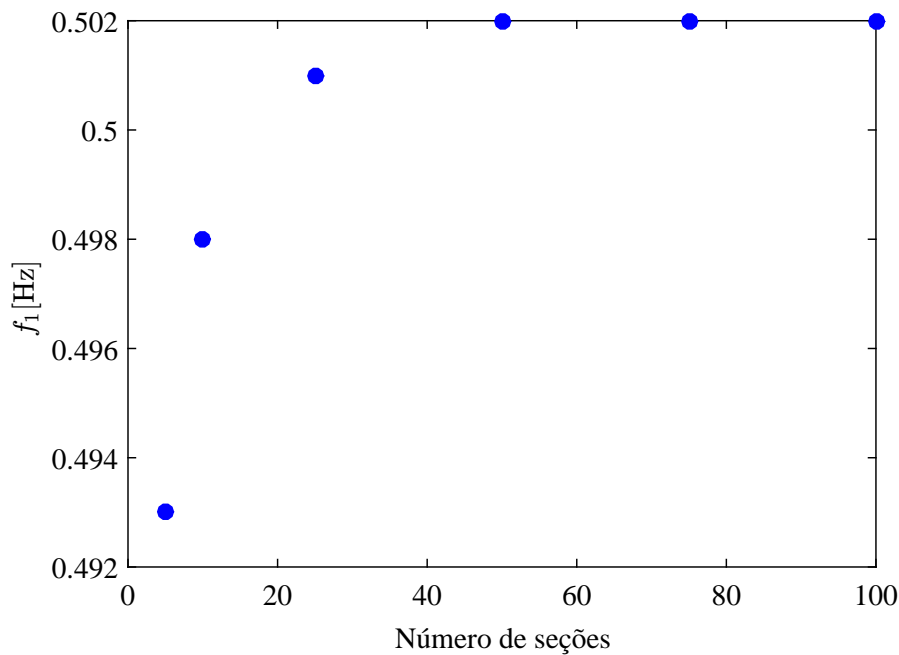
Nº de seções	Nº de elementos	$f_1$ [Hz]	Diferença [%]
5	5	0,493	-1,79
10	10	0,498	-0,80
25	25	0,501	-0,20
50	50	0,502	0,00
75	75	0,502	0,00
100	100	0,502	-

Fonte: Elaborada pela autora.

Da mesma forma, o comportamento da segunda frequência natural é analisado considerando o aumento no número de seções da torre. Para os dois casos estudados, a diferença percentual no valor da segunda frequência natural em relação ao caso mais refinado foi menor do que 1% a partir da consideração do modelo com 25 seções.

As mesmas análises apresentadas para a turbina eólica Blyth foram realizadas para o estudo do refinamento dos modelos das demais turbinas eólicas apresentadas na Tabela 3. Esse estudo permitiu definir a discretização necessária dos modelos em elementos finitos

Figura 32 – Curva de convergência da primeira frequência natural para o modelo de base elástica, considerando diferentes números de seções na torre.



Fonte: Elaborada pela autora.

para a melhor estimativa da frequência natural. Para a turbina do parque eólico *offshore* Blyth, percebe-se a partir da análise de sensibilidade do modelo em elementos finitos que, para os casos de base fixa e elástica, os modelos com 50 seções na torre já estão refinados o suficiente em termos de frequência natural. No entanto, a forma de vibrar converge lentamente com menores números de elementos. Desta forma, o modelo com 100 seções na torre (e, conseqüentemente, 100 elementos) proporciona boa estimativa das frequências naturais e garante melhor representação da forma de vibrar. Além disso, é importante destacar que o custo computacional não é afetado de maneira significativa ao considerar modelos com 100 seções na torre.

## 4.2 Parque eólico *offshore* Blyth: caso de base fixa

A Tabela 8 apresenta as frequências naturais obtidas com o MOR apresentado na subseção 3.1.1, com diferentes números de funções de projeção ( $n$ ). Essa tabela também traz a diferença percentual das frequências naturais em relação às frequências obtidas para  $n = 6$  (o caso mais refinado avaliado). O número de funções de forma  $n = 6$  foi escolhido porque, para todos os casos avaliados, esse número de funções de projeção foi suficiente para atingir a convergência.

Quando duas funções de projeção são consideradas, a primeira frequência natural  $f_1$  difere em menos de 1% daquela obtida quando  $n = 6$ . Ao adotar o MOR com 3-GL, a

Tabela 8 – Resultados de frequências naturais para a turbina do parque eólico *offshore* Blyth. Caso de base fixa.

Parque eólico <i>offshore</i> Blyth											
$n$	Frequência natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,555	-	-	-	-	-	4,72	-	-	-	-
2	0,533	3,827	-	-	-	-	0,57	7,50	-	-	-
3	0,531	3,616	11,285	-	-	-	0,19	1,57	6,96	-	-
4	0,530	3,575	10,782	22,522	-	-	0,00	0,43	2,19	5,55	-
5	0,530	3,566	10,592	21,753	37,907	-	0,00	0,17	0,39	1,94	3,47
6	0,530	3,560	10,551	21,338	36,636	58,120	-	-	-	-	-

Fonte: Adaptada de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

segunda frequência natural exibe uma diferença de 1,57% em relação ao caso mais refinado. Em seguida, a consideração de  $n = 4$  leva a uma diferença de 2,19% na terceira frequência natural. A Tabela 8 resume o número de funções de projeção (ou, equivalentemente, número de graus de liberdade) que deve ser considerado no MOR derivado para obter a representação desejada de uma certa frequência natural de interesse. Conforme já mencionado no Capítulo 3, a maioria das expressões analíticas encontradas na literatura para as frequências naturais considera apenas a frequência fundamental  $f_1$ , consistindo em um ganho com relação ao usualmente descrito. Neste estudo, o número de funções de projeção necessário para a representação da frequência fundamental é aquele que leva a uma diferença inferior a 2% entre as duas primeiras frequências naturais e aquelas obtidas para o caso mais refinado.

A Tabela 9 mostra a comparação entre as duas primeiras frequências naturais obtidas com o MOR com 3-GL e a análise em MEF. Boa correspondência é encontrada, sendo a diferença máxima próxima a 3,1%. Além das frequências naturais, o MOR derivado também permite obter os modos de vibração, representados na Figura 33. Uma excelente concordância é encontrada quando os modos obtidos do MOR são comparados com aqueles provenientes da análise via MEF. Os modos de vibração da torre, normalmente não obtidos em estudos analíticos, são de grande importância para a análise dinâmica. Como pode ser visto na Figura 33, nota-se que esses modos de vibração são diferentes dos modos clássicos de viga prismática. Tal observação é relevante, pois é comum encontrar análises dinâmicas desse tipo de estrutura baseadas na avaliação da viga cônica como uma viga prismática equivalente. Essa última abordagem, embora boa para a determinação de frequências naturais, não possui a capacidade de predição da forma modal além dos modos clássicos para viga prismática. Em termos de projeto, isso pode causar uma diferença significativa, pois a forma modal é fundamental para o cálculo da tensão normal que a estrutura sofre sob carregamento dinâmico. Se o modo de vibração obtido não representar adequadamente a vibração da estrutura, o campo de deformação (ver Equação 3.10) não

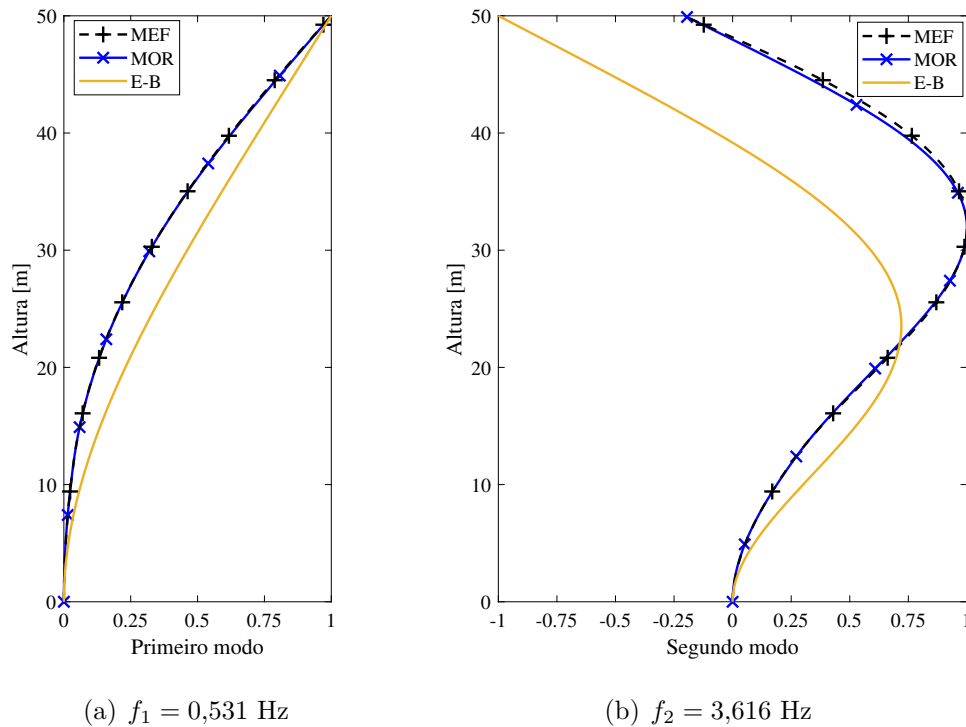
estará bem representado e, portanto, o campo de tensão não será calculado adequadamente, comprometendo análises relevantes como, por exemplo, a de fadiga.

Tabela 9 – Frequências naturais obtidas com o MOR com 3-GL e com o modelo em MEF. Caso de base fixa.

Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,531	0,525	1,14
$f_2$ [Hz]	3,616	3,507	3,11

Fonte: Adaptada de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

Figura 33 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR com 3-GL e com o modelo em MEF. Os modos de Euler-Bernoulli (E-B) de uma viga prismática também são mostrados. Caso de base fixa.



Fonte: Adaptada de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

### 4.3 Parque eólico offshore de Blyth: caso de base elástica

Nesta seção, investiga-se o caso em que uma turbina do parque eólico offshore Blyth não é mais montada em uma base fixa, mas em uma base elástica (ver Figura 26). Os valores dos coeficientes de rigidez da fundação são apresentados na Tabela 3.

A Tabela 10 apresenta os valores de frequência natural obtidos a partir do MOR apresentado na subseção 3.2, com diferentes números de funções de projeção  $n$ . Uma boa

representação<sup>1</sup> das duas primeiras frequências naturais ocorre para o MOR com 3-GL, uma vez que as diferenças entre estas frequências e aquelas obtidas para o caso mais refinado são inferiores a 2%.

Tabela 10 – Resultados de frequências naturais para a turbina do parque eólico *offshore* Blyth. Caso de base elástica.

Parque eólico <i>offshore</i> Blyth											
$n$	Frequência natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,529	-	-	-	-	-	4,34	-	-	-	-
2	0,509	3,629	-	-	-	-	0,39	7,21	-	-	-
3	0,508	3,441	10,631	-	-	-	0,20	1,65	6,54	-	-
4	0,507	3,400	10,206	21,161	-	-	0,00	0,44	2,29	5,34	-
5	0,507	3,391	10,018	20,474	35,841	-	0,00	0,18	0,40	1,92	3,53
6	0,507	3,385	9,978	20,088	34,619	54,906	-	-	-	-	-

Fonte: Adaptada de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

A Tabela 11 compara os resultados das duas primeiras frequências naturais obtidas tanto da análise com MOR quanto da análise via MEF. Essa tabela revela uma boa concordância entre esses modelos, com uma diferença máxima nas duas primeiras frequências naturais próxima de 3%. Como o maior interesse está na primeira frequência natural, o MOR com 3-GL surge como uma alternativa interessante, pois combina um pequeno número de GL com uma boa representação da primeira frequência natural  $f_1$  (diferença de 1,20% quando comparado com o modelo em MEF). Ainda considerando o MOR com 3-GL, a Figura 34 mostra as duas primeiras formas do modo para o caso de base elástica. Novamente, é possível observar excelente representatividade das duas primeiras formas do modo obtidas a partir do MOR proposto quando comparadas à análise em MEF.

Tabela 11 – Frequências naturais obtidas com o MOR com 3-GL e com o modelo em MEF. Caso de base elástica.

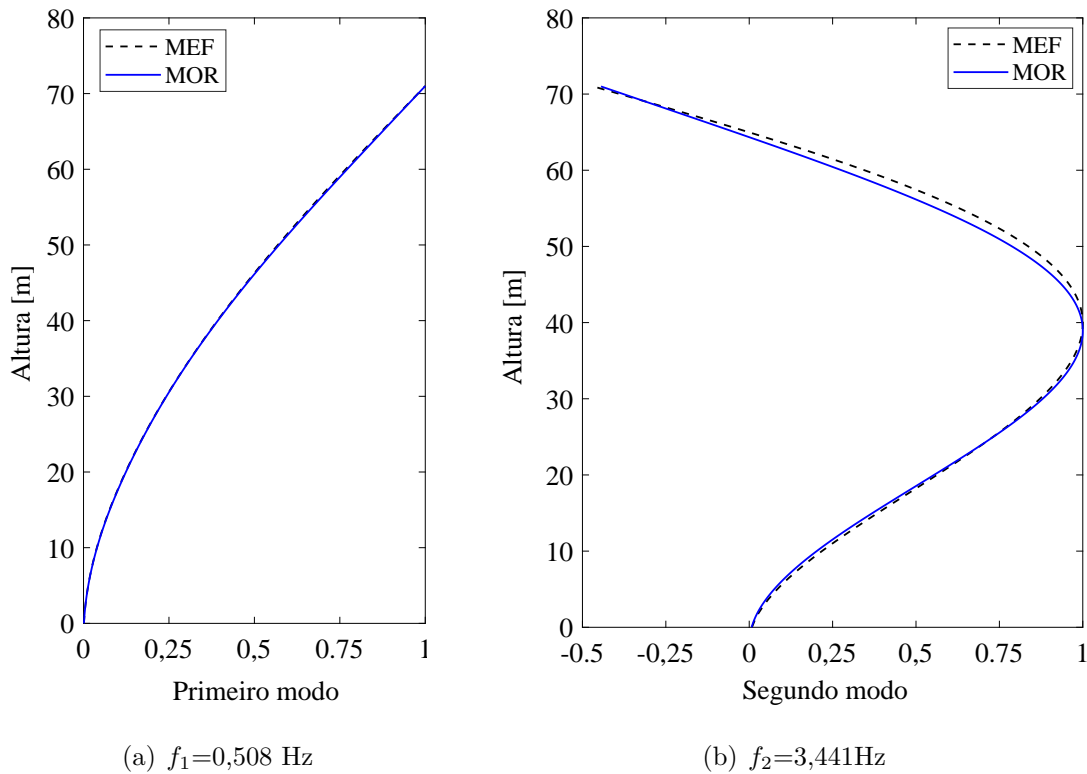
Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,508	0,502	1,20
$f_2$ [Hz]	3,441	3,338	3,09

Fonte: Adaptada de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

Agora, o resultado analítico para a primeira frequência natural é comparado com o dado experimental apresentado em [Arany et al. \(2016\)](#). Essa última referência aponta que a primeira frequência natural medida para a turbina eólica *offshore* Blyth é  $f_1^{exp} = 0,488$  Hz,

<sup>1</sup> Aqui, o termo “boa representação” está ligado ao cenário onde o comportamento dinâmico nos dois primeiros modos sejam os únicos relevantes. Caso modos superiores sejam de interesse do(a) analista, deve-se aumentar o número de funções de projeção  $n$  a ser utilizado no MOR. Note que a formulação desenvolvida permite a consideração de diferentes valores para  $n$  de maneira bastante simples.

Figura 34 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR com 3-GL e com o modelo em MEF. Caso de base elástica.



Fonte: Adaptada de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

levando a um erro do modelo analítico próximo a 4%. Esse resultado reforça a qualidade da modelagem desenvolvida, com potencial de utilização nas fases iniciais de projeto e nas quais é necessário um número elevado de estudos.

#### 4.4 Frequências naturais de diferentes turbinas eólicas offshore

Esta seção discute os resultados das frequências naturais para todas as turbinas eólicas offshore apresentadas na Tabela 3. O número de funções de projeção para todos os modelos é determinado como segue. Primeiramente, as frequências naturais de todas as turbinas eólicas offshore são obtidas considerando  $n = 6$  (caso mais refinado). Em seguida, o número de funções de projeção considerado é aquele em que as diferenças (em relação ao caso mais refinado) nos valores de  $f_1$  e  $f_2$  são menores que 2%. O número de graus de liberdade para a condição de base fixa e base elástica da turbina do parque eólico offshore Blyth foi determinado nas Seções 4.2 e 4.3, respectivamente. O Apêndice A apresenta os resultados das frequências naturais para as demais turbinas eólicas estudadas, com a definição do número de GL dos MORs. Os valores de  $f_1$  e  $f_2$  obtidos com os MORs para os casos de base fixa e base elástica são então comparados com aqueles obtidos na análise realizada via MEF. Além disso, os resultados obtidos com o MOR para o caso com ISE

são comparados com dados medidos em escala real.

Os resultados para a condição de contorno de base fixa são apresentados na Tabela 12. Há uma excelente concordância entre os valores de frequência natural obtidos dos MOR e dos modelos em MEF para todas as turbinas investigadas. A Tabela 12 mostra, para a primeira frequência natural, uma diferença menor que 2,5% entre os valores previstos pelo MOR e aqueles do modelo hierárquico de ordem superior. Se a segunda frequência natural for considerada, esta diferença é menor que 3,6%. Tais comparações demonstram o potencial do MOR em determinar as frequências naturais de turbinas eólicas *offshore* de base fixa.

Tabela 12 – Frequências naturais de todas as turbinas eólicas *offshore* investigadas. Caso de base fixa.

Parque eólico	$n$	Frequência natural [Hz]	MOR	MEF	Diferença [%]
Blyth	3	$f_1$	0,531	0,525	1,14
		$f_2$	3,616	3,507	3,11
Lely A2	4	$f_1$	0,805	0,795	1,26
		$f_2$	6,337	6,165	2,79
Lely A3	4	$f_1$	0,890	0,879	1,25
		$f_2$	7,838	7,569	3,55
Kentish Flats	4	$f_1$	0,411	0,401	2,49
		$f_2$	3,389	3,297	2,79
Walney 1	4	$f_1$	0,389	0,381	2,10
		$f_2$	2,393	2,352	1,74
Thanet	4	$f_1$	0,425	0,418	1,67
		$f_2$	2,238	2,206	1,45

Fonte: Adaptada de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

Agora, o foco é colocado na análise de diferentes turbinas eólicas considerando a influência da ISE. A Tabela 13 traz a comparação dos valores das frequências naturais para todas as turbinas eólicas *offshore* apresentadas na Tabela 3, considerando a condição de contorno da base elástica. A mesma tabela também apresenta o número de funções de projeção adotado para cada turbina eólica e revela uma boa concordância entre os resultados obtidos nas análises com MOR e nas análises em MEF. Do ponto de vista quantitativo, o maior desvio é de 2,3% para a primeira frequência natural e 3,1% para a segunda frequência natural.

A Tabela 14 compara os resultados da primeira frequência natural  $f_1$  obtidos com o MOR e os dados medidos em escala real (ver [Arany et al. \(2016\)](#)). Como pode ser observado na Tabela 14, o maior erro obtido é de 8,2%, revelando que, apesar de ser um modelo com baixo número de GL, o MOR proposto leva a resultados que concordam com os dados obtidos em experimentos com as estruturas instaladas. Este fato pode ser verificado, em novo formato, analisando a Figura 35, que mostra a relação entre os valores



Tabela 13 – Frequências naturais de todas as turbinas eólicas offshore. Caso de base elástica.

Parque eólico	$n$	Frequência natural [Hz]	MOR	MEF	Diferença [%]
Blyth	3	$f_1$	0,508	0,502	1,20
		$f_2$	3,441	3,338	3,09
Lely A2	4	$f_1$	0,686	0,678	1,18
		$f_2$	4,250	4,178	1,72
Lely A3	4	$f_1$	0,792	0,782	1,28
		$f_2$	5,509	5,401	2,00
Kentish Flats	4	$f_1$	0,355	0,347	2,31
		$f_2$	2,502	2,449	2,16
Walney 1	4	$f_1$	0,334	0,328	1,83
		$f_2$	1,686	1,660	1,57
Thanet	4	$f_1$	0,352	0,347	1,44
		$f_2$	1,681	1,652	1,76

Fonte: Adaptada de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

experimentais e analíticos da primeira frequência natural apresentados na Tabela 14 para todas as turbinas eólicas offshore e a linha  $f_1^{exp}=f_1$ .

Tabela 14 – Correlação analítica-experimental para a primeira frequência natural.

Parque eólico	$n$	MOR [Hz]	Medido [Hz]	Erro [%]
Blyth	3	0,508	0,488	4,10
Lely A2	4	0,686	0,634	8,20
Lely A3	4	0,792	0,735	7,76
Kentish Flats	4	0,355	0,339	4,72
Walney 1	4	0,334	0,350	-4,57
Thanet	4	0,352	0,370	-4,86

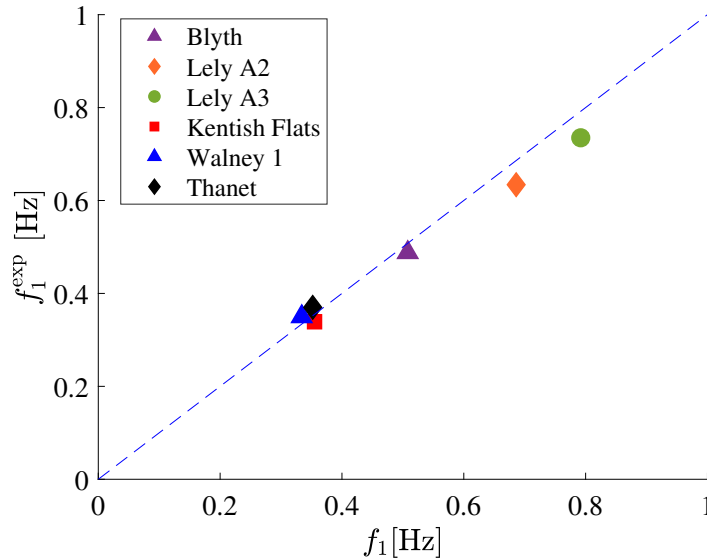
Fonte: Adaptada de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

Considerando que a diferença relativa entre os resultados obtidos com o MOR e o MEF é menor do que quando se compara o MOR com os resultados experimentais, é razoável dizer que a origem deste último não está relacionada à solução com o MOR. A origem para essa diferença pode estar relacionada com outros fatores como a representação do solo, as propriedades equivalentes para as molas de interação do solo ou até mesmo as diferenças entre os valores das propriedades estruturais nominais e construídos (*as-built*).

A Figura 36 resume a influência da ISE, segundo o modelo discutido neste capítulo, na primeira frequência natural. Para as turbinas eólicas estudadas, observa-se um decréscimo de 4,3% a 17,2% quando a condição de contorno muda de base fixa para base elástica. Este fato reforça a necessidade de verificar a frequência natural de toda a estrutura do aerogerador para o correto dimensionamento da turbina eólica offshore. Vale ressaltar que

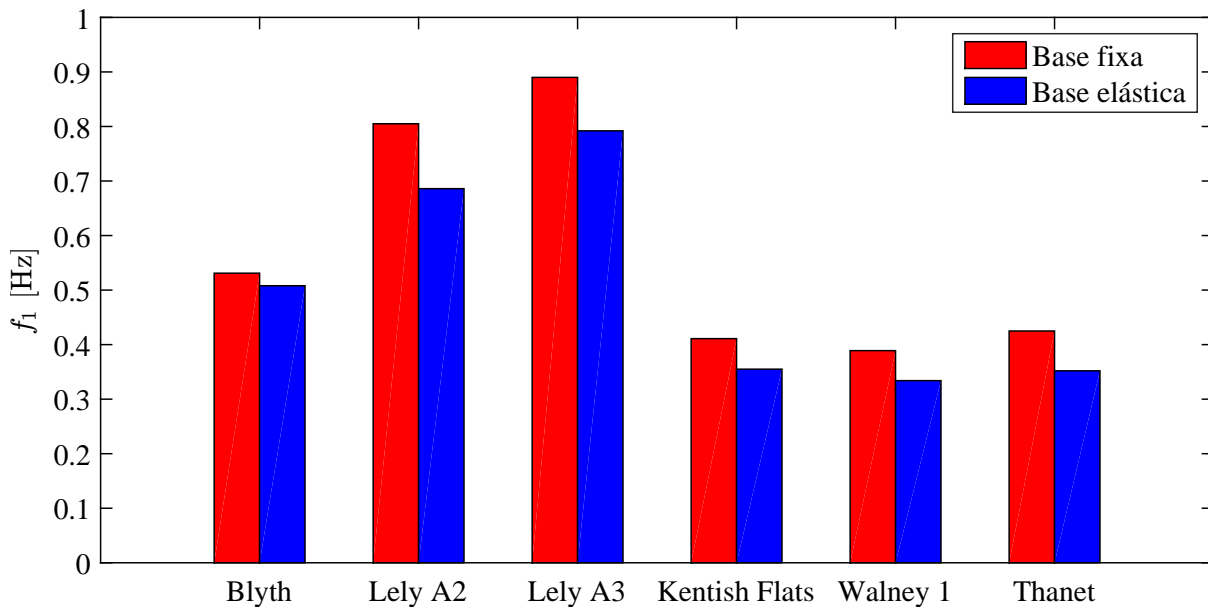
os testes em centrífuga<sup>2</sup> apresentados por Futai et al. (2018) e Futai, Haigh e Madabhushi (2021) mostram resultados semelhantes e destacam a importância da ISE na frequência natural de turbinas eólicas *offshore*.

Figura 35 – Comparação entre os valores previstos e experimentais da primeira frequência natural.



Fonte: Extraída de Ferreira et al. (2022).

Figura 36 – Valores da primeira frequência natural de todas as turbinas eólicas *offshore*. Casos de base fixa e elástica.

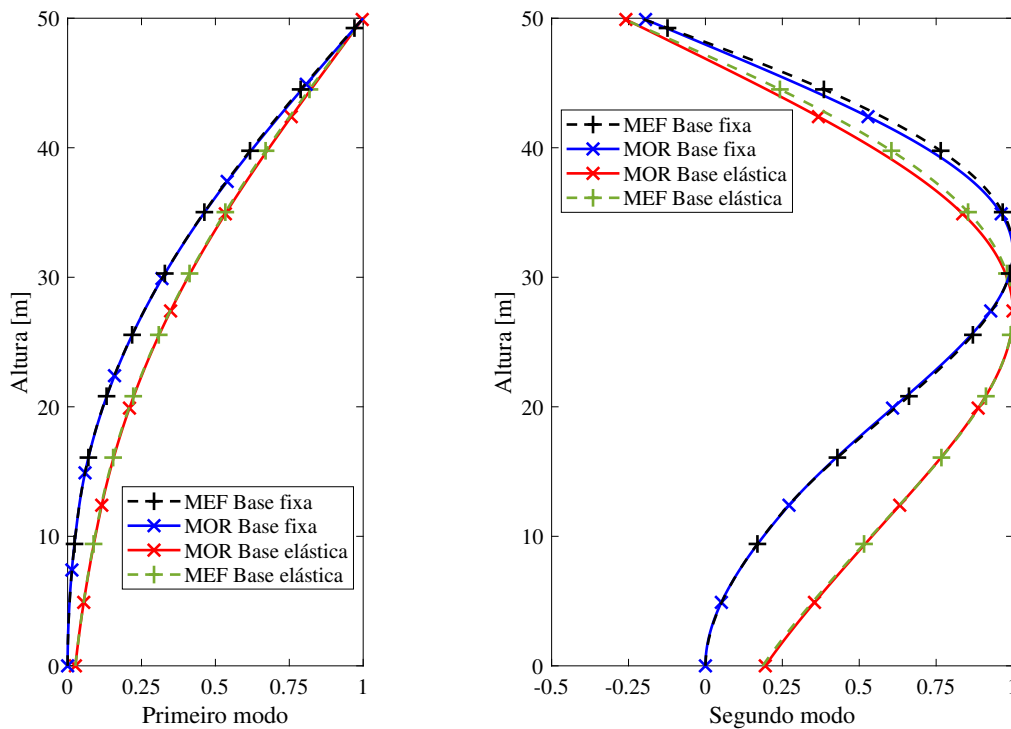


Fonte: Adaptada de Ferreira et al. (2022).

<sup>2</sup> A modelagem física em centrífuga busca compreender os mecanismos envolvidos no comportamento solo-fundação-estrutura. Essa modelagem busca reproduzir, em um modelo reduzido, o mesmo estado de tensões de um protótipo em escala real. Para isso, coloca-se o modelo em uma centrífuga submetida a uma aceleração radial igual a  $N$  vezes a aceleração gravitacional (Barra et al. (2019)).

Finalizada a discussão sobre as frequências naturais, o foco agora passa a ser na análise da forma modal de vibração. Como já mencionado, esse aspecto é uma inovação garantida pela formulação analítica aqui desenvolvida face a outras abordagens da mesma natureza existentes na literatura. A Figura 37 ilustra a primeira e a segunda formas modais estimadas com o MOR com 4-GL e com o modelo em MEF para o caso de base fixa em comparação com o caso de base elástica para a turbina do parque eólico *offshore* Lely A2. Conforme apresentado na Tabela 3, essa turbina eólica apresenta os menores valores dos coeficientes de rigidez da fundação quando comparada com as demais turbinas eólicas estudadas. Como pode ser visto na Figura 37, as formas do primeiro e segundo modo obtidas com os MORs apresentam excelente concordância com as formas dos modos obtidas na análise em MEF. Tal fato destaca o potencial dos MORs aqui concebidos para analisar diferentes condições de contorno na base. A Figura 37 revela que as formas modais são sensíveis às condições de contorno mencionadas. Essa sensibilidade é bastante evidente no segundo modo e é possível observar que a curvatura máxima ocorre em diferentes posições quando a condição de contorno da base elástica é considerada. Convém ressaltar que a correta identificação da maior curvatura é de grande importância, dado que maiores curvaturas acarretam em maiores deformações o que, por consequência, a maiores tensões normais.

Figura 37 – Os dois primeiros modos obtidos com o MOR com 4-GL para os casos de base fixa e elástica. Turbina eólica Lely A2.



Fonte: Adaptada de [Ferreira et al. \(2022\)](#).

## 4.5 Influência da mola de acoplamento cruzado na estimativa da frequência natural

A alteração no valor de um parâmetro de rigidez da fundação modifica os valores das frequências naturais do sistema. Como abordado no Capítulo 2, os primeiros trabalhos que incluíram a consideração da ISE na previsão da frequência natural de turbinas eólicas *offshore* consideraram apenas a rigidez lateral e rotacional da fundação. A influência da mola de acoplamento cruzado ( $K_{LR}$ ) pode ser avaliada pelo estudo da estimativa da frequência natural com e sem a consideração desse parâmetro de rigidez.

A Tabela 15 apresenta os resultados de frequência natural com e sem a consideração do termo cruzado  $K_{LR}$  para as turbinas apresentadas na Tabela 3. As análises realizadas com  $K_{LR}$  nulo são comparadas com as estimativas da primeira frequência natural considerando a ISE por meio das três molas de rigidez (Tabela 13). Para a estimativa da primeira frequência natural de cada turbina eólica considerando apenas a rigidez lateral e rotacional da fundação, os valores de  $K_L$  e  $K_R$  são dados na Tabela 3.

Tabela 15 – Influência da mola de acoplamento cruzado na estimativa da frequência natural.

Parque eólico	$f_1$ [Hz]		Diferença [%]
	$K_{LR} = 0$	$K_{LR} \neq 0$ (Tabela 13)	
Blyth	0,516	0,508	1,57
Lely A2	0,762	0,686	11,08
Lely A3	0,857	0,792	8,21
Kentish Flats	0,390	0,355	9,86
Walney 1	0,369	0,334	10,48
Thanet	0,397	0,352	12,78

Fonte: Elaborada pela autora.

Percebe-se que, para os casos analisados, a frequência natural diminui com a consideração da rigidez por acoplamento cruzado. Quando considerado  $K_{LR}$  não nulo, o valor da primeira frequência natural apresenta um decréscimo variando de 1,57% a 12,78% em relação ao caso em que o termo  $K_{LR}$  não é considerado. É possível constatar que Arany et al. (2015) também encontraram um decréscimo no resultado da primeira frequência natural da turbina eólica Lely A2 ao considerar a fundação representada por três molas de rigidez em comparação ao resultado apresentado por Adhikari e Bhattacharya (2011) para a mesma turbina eólica ao adotar apenas duas molas de rigidez da fundação (lateral e rotacional).

Desta forma, a consideração da rigidez por acoplamento cruzado altera o valor da primeira frequência natural e, portanto, deve ser levada em consideração na estimativa das frequências naturais. Arany et al. (2015) também verificaram que a rigidez por acoplamento

cruzado tem efeitos importantes e que não deve ser negligenciada. Ainda, esta análise permitiu verificar que os modelos matemáticos obtidos podem ser facilmente utilizados em estudos de sensibilidade quanto à influência dos parâmetros de entrada nas frequências naturais, o que também pode ser um ganho importante nos estágios iniciais de projeto.

## 4.6 Comparações com outras previsões da literatura

Nas seções anteriores foram realizadas comparações entre os resultados de frequência natural obtidos pelo MOR considerando as duas condições de contorno da base. Além do MOR, as discussões envolveram análises via MEF e dados medidos experimentalmente. Nesta seção, as previsões das frequências naturais para diferentes turbinas eólicas *offshore* a partir do modelo matemático desenvolvido são comparadas com os resultados apresentados na literatura.

Arany et al. (2016) apresentaram os resultados de frequência natural para as turbinas eólicas apresentadas na Tabela 3. As turbinas eólicas *offshore* Lely A2, Kentish Flats e Walney 1 também foram analisadas por Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018). Para essas turbinas, Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018) determinaram os valores das molas de rigidez das fundações que são indicadas na Tabela 16. Os valores dos coeficientes de rigidez são aproximadamente metade daqueles dados por Arany et al. (2016). As comparações entre os valores da primeira frequência natural obtidos a partir do MOR e os previstos por Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018) são realizadas considerando as análises com o modelo deduzido nesta tese utilizando os coeficientes de rigidez da fundação apresentados na Tabela 16. A espessura média da parede da torre da turbina do parque eólico Walney 1 foi adotada por Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018) como sendo 0,041 m; enquanto que para Arany et al. (2016) o valor dessa espessura foi de 0,040 m. As metodologias adotadas por Arany et al. (2016) e Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018) para a obtenção dos coeficientes de rigidez da fundação, bem como para a determinação da primeira frequência natural foram mostradas no Capítulo 2.

Tabela 16 – Coeficientes de rigidez  $K_L$ ,  $K_R$  e  $K_{LR}$  para os *monopiles* das turbinas eólicas *offshore* (Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018)).

Parque eólico	$K_L$ [GN/m]	$K_R$ [GNm/rad]	$K_{LR}$ [GN]
Lely A2	0,339	17,049	-1,682
Kentish Flats	0,472	28,975	-2,278
Walney 1	0,755	103,625	-6,096

Fonte: Elaborada pela autora.

A Tabela 17 traz a comparação entre os valores da primeira frequência natural estimados pelo MOR para o caso de base fixa e aqueles previstos por Arany et al. (2016)

para as turbinas eólicas descritas na Tabela 3. A maior diferença entre os valores previstos a partir da metodologia proposta e por Arany et al. (2016) foi de 16% para a turbina do parque eólico *offshore* Lely A3 e a menor diferença foi de aproximadamente 2,4% para a turbina do parque eólico *offshore* Walney 1. Levando em consideração os resultados obtidos com a análise em MEF apresentados na Tabela 12, percebe-se que os valores de frequência natural previstos pelo MOR se aproximam mais dos resultados obtidos pelo modelo usando MEF do que os estimados por Arany et al. (2016).

Tabela 17 – Comparação entre os valores da primeira frequência natural obtidos pelo MOR e Arany et al. (2016). Caso de base fixa.

Parque eólico	$n$	MOR [Hz]	Arany et al. (2016) [Hz]	Diferença [%]
Blyth	3	0,531	0,514	3,31
Lely A2	4	0,805	0,713	12,90
Lely A3	4	0,890	0,767	16,04
Kentish Flats	4	0,411	0,380	8,16
Walney 1	4	0,389	0,380	2,37
Thanet	4	0,425	0,402	5,72

Fonte: Elaborada pela autora.

Agora, os valores da primeira frequência natural previstos com o MOR de base elástica são comparados com aqueles apresentados por Arany et al. (2016). Analisando a Tabela 18, percebe-se uma diferença entre as metodologias que varia de  $-7,85\%$  a  $11,24\%$ . Apesar das diferenças encontradas entre essas metodologias, o MOR com base flexível obteve diferenças abaixo de 2,3% quando comparado com as análises usando MEF (ver Tabela 13).

Tabela 18 – Comparação entre os valores da primeira frequência natural obtidos pelo MOR e Arany et al. (2016). Caso de base elástica.

Parque eólico	$n$	MOR [Hz]	Arany et al. (2016) [Hz]	Diferença [%]
Blyth	3	0,508	0,489	3,89
Lely A2	4	0,686	0,643	6,69
Lely A3	4	0,792	0,712	11,24
Kentish Flats	4	0,355	0,339	4,72
Walney 1	4	0,334	0,349	$-4,30$
Thanet	4	0,352	0,382	$-7,85$

Fonte: Elaborada pela autora.

A Tabela 19 apresenta a comparação entre os valores da primeira frequência natural estimados pelo MOR para o caso de base elástica e aqueles apresentados por Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018), para as turbinas eólicas *offshore* Lely A2, Kentish Flats e Walney 1. A maior diferença entre os resultados é de  $13,72\%$  para a turbina eólica Walney 1.

Tabela 19 – Comparação entre os valores da primeira frequência natural obtidos pelo MOR e Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018). Caso de base elástica.

Parque eólico	$n$	MOR [Hz]	Amar Bouzid e co-autores [Hz]	Diferença [%]
Lely A2	4	0,682	0,621	9,82
Kentish Flats	4	0,346	0,315	9,84
Walney 1	4	0,315	0,277	13,72

Fonte: Elaborada pela autora.

Os valores da primeira frequência natural obtidos pelo MOR considerando os coeficientes de rigidez da fundação dados na Tabela 16 são confrontados com as frequências naturais medidas em escala real (Tabela 20). Percebe-se que, para essas turbinas eólicas e com esses valores de coeficientes de rigidez representando a ISE, os erros para as turbinas do parque eólico Lely A2 e Kentish Flats em relação aos valores de frequência medidos são menores do que ao considerar os coeficientes de rigidez dados por Arany et al. (2016), como visto na Tabela 14 (Lely A2: 8,20% e Kentish Flats: 4,72%). Percebe-se que ao diminuir os valores desses coeficientes há uma redução no valor da frequência natural prevista. Esta comparação proporciona verificar a sensibilidade na resposta da frequência natural devido à alteração no valor dos parâmetros de rigidez da fundação.

Tabela 20 – Comparação entre os valores da primeira frequência natural previstos pelo MOR (usando os coeficientes de rigidez dados por Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane (2018)) e os valores medidos.

Parque eólico	MOR [Hz]	Medido [Hz]	Erro [%]
Lely A2	0,682	0,634	7,57
Kentish Flats	0,346	0,339	2,06
Walney 1	0,315	0,350	-10,00

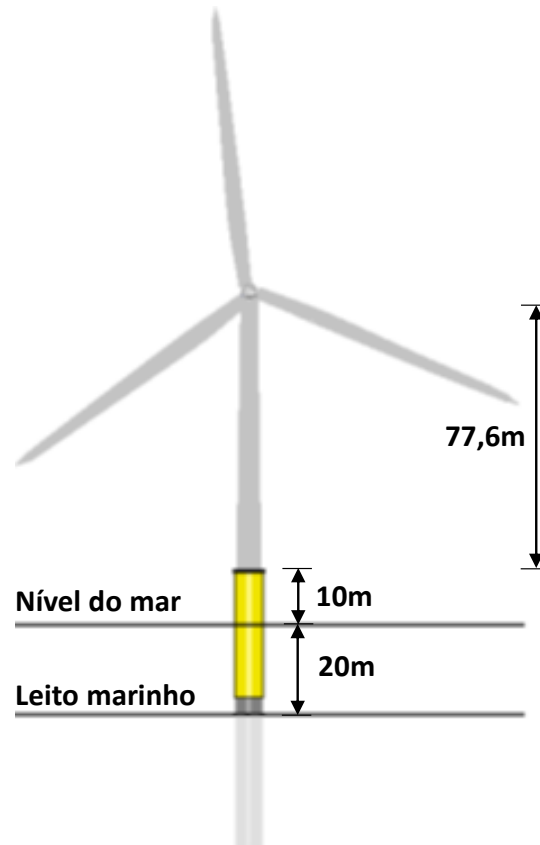
Fonte: Elaborada pela autora.

## 4.7 Turbinas de referência de 5 MW e 15 MW do NREL

Os MORs são aplicados para a análise da frequência natural das duas turbinas eólicas de referência de 5 MW e 15 MW do NREL. O NREL desenvolveu as turbinas de referência para auxiliar nos estudos de conceito e nas atividades de pesquisa em energia eólica *offshore*, sendo necessárias para avaliar adequadamente métodos inovadores de projeto e análise dessa classe de estruturas. As previsões das frequências naturais são comparadas com as apresentadas por Løken (2017) para a turbina de 5 MW e por Gaertner et al. (2020) para a turbina de 15 MW. A obtenção das molas de rigidez das fundações e as metodologias adotadas por Løken (2017) e Gaertner et al. (2020) são apresentadas mais adiante.

A Figura 38 mostra um esquema da turbina eólica de referência de 5 MW. As especificações da turbina são descritas por Jonkman et al. (2009) e os parâmetros de entrada dos MORs estão listadas na Tabela 21. Os parâmetros  $e_{2T}$  e  $e_{2B}$  correspondem as espessuras da parede de topo e de base da torre, respectivamente.

Figura 38 – Turbina eólica de referência de 5 MW.



Fonte: Adaptada e modificada de Løken (2017).

Løken (2017) analisou a turbina de referência de 5 MW utilizando o *apparent fixity method* ou método de fixação aparente (MFA) e o MFA aprimorado (*improved apparent fixity method*). O MFA representa a rigidez do sistema real solo-*monopile*, adicionando uma viga fictícia abaixo do leito marinho. Løken (2017) apresentou um MFA aprimorado adicionando duas vigas fictícias abaixo do leito marinho para representar corretamente a matriz de rigidez do sistema do solo-*monopile*. A viga 1 está rigidamente conectada a um determinado ponto abaixo do leito marinho e à viga 2, que está rigidamente conectada à base da subestrutura (Figura 39). Os métodos utilizados por Løken (2017) foram apresentados no Capítulo 2. O cálculo da rigidez do sistema solo-*monopile* foi realizado por Løken (2017) utilizando o *software* geotécnico PILES e o efeito da inclusão da flexibilidade da fundação foi analisada como fixada rigidamente ao fundo do mar, no código de simulação FAST. Nesta seção, a análise da turbina de referência de 5 MW é realizada com o MOR desenvolvido, considerando os valores das molas de rigidez dados por Løken (2017) e



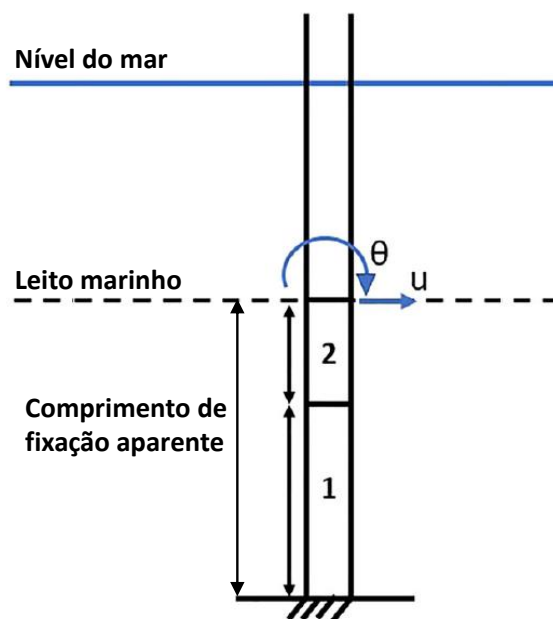
Tabela 21 – Parâmetros de entrada para a turbina eólica de referência de 5MW.

Parâmetro de entrada	5MW
$M$ [t]	350
$L$ [m]	107,6
$L_2$ [m]	77,6
$L_1$ [m]	30
$D_T$ [m]	3,87
$D_B$ [m]	6,0
$e_{2T}$ [m]	0,019
$e_{2B}$ [m]	0,027
$E_2$ [GPa]	210
$D_S$ [m]	6,0
$e_1$ [m]	0,060
$E_1$ [GPa]	210
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	8500

Fonte: Adaptada de Løken (2017).

apresentados na Tabela 22. Os resultados obtidos a partir dos MORs são comparados com os obtidos por Løken (2017) considerando a torre com base fixa e a influência da fundação a partir do MFA e do MFA aprimorado.

Figura 39 – MFA aprimorado.



Fonte: Modificada de Løken e Kaynia (2019).

Para a aplicação do MFA, apenas os termos da diagonal principal da matriz de rigidez são utilizados, desconsiderando assim a rigidez por acoplamento cruzado no cálculo

Tabela 22 – Coeficientes de rigidez  $K_L$ ,  $K_R$  e  $K_{LR}$  para a turbina de referência de 5 MW (Løken (2017)).

$K_L$ [GN/m]	$K_R$ [GNm/rad]	$K_{LR}$ [GN]
2,84	193	-15,6

desses parâmetros. Para a aplicação do MFA aprimorado, todos os termos da matriz de rigidez são considerados. O MFA aprimorado pode ser consultado em Løken (2017) e Løken e Kaynia (2019).

Os valores de  $f_1$  e  $f_2$  obtidos para os casos de base fixa e base elástica com o MOR com 4-GL são comparados com aqueles obtidos na análise em elementos finitos com o *software* Giraffe. A determinação do número de funções de projeção para os MORs da turbina de referência de 5 MW são apresentados no Apêndice A. O refinamento dos modelos em elementos finitos foi realizado conforme apresentado na Seção 4.1.

A Tabela 23 mostra os resultados para a condição de contorno de base fixa, exibindo uma diferença menor que 3,17% entre os valores previstos pelo MOR e pelo MEF para a primeira frequência natural. As duas primeiras frequências naturais considerando a condição de base elástica com o MOR são comparadas com os resultados obtidos com o MEF e apresentadas na Tabela 24. Da mesma forma, a diferença entre as abordagens com o MOR que é objeto da tese e aquela via MEF é muito baixa (diferença máxima da ordem de 3%). Uma tendência semelhante é observada para a segunda frequência natural.

Tabela 23 – Frequências naturais obtidas com o MOR com 4-GL e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Caso de base fixa.

Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,293	0,284	3,17
$f_2$ [Hz]	2,436	2,382	2,27

Tabela 24 – Frequências naturais obtidas com o MOR com 4-GL e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Caso de base elástica.

Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,270	0,262	3,05
$f_2$ [Hz]	2,001	1,962	1,99

A primeira frequência natural obtida por Løken (2017), considerando a condição de base fixa, foi comparada com àquela obtida com o MOR, com diferença de 7,3% (Tabela 25).

A Tabela 26 compara o resultado da primeira frequência natural obtido com o MOR com 4-GL para o caso com base elástica com os previstos por Løken (2017) com o MFA e com o MFA aprimorado. Comparando as análises com ISE, percebe-se que a primeira frequência natural obtida a partir do MOR com 4-GL se aproxima do valor obtido

Tabela 25 – Comparação entre o valor da primeira frequência natural obtido com o MOR com 4-GL e o apresentado por Løken (2017). Caso de base fixa.

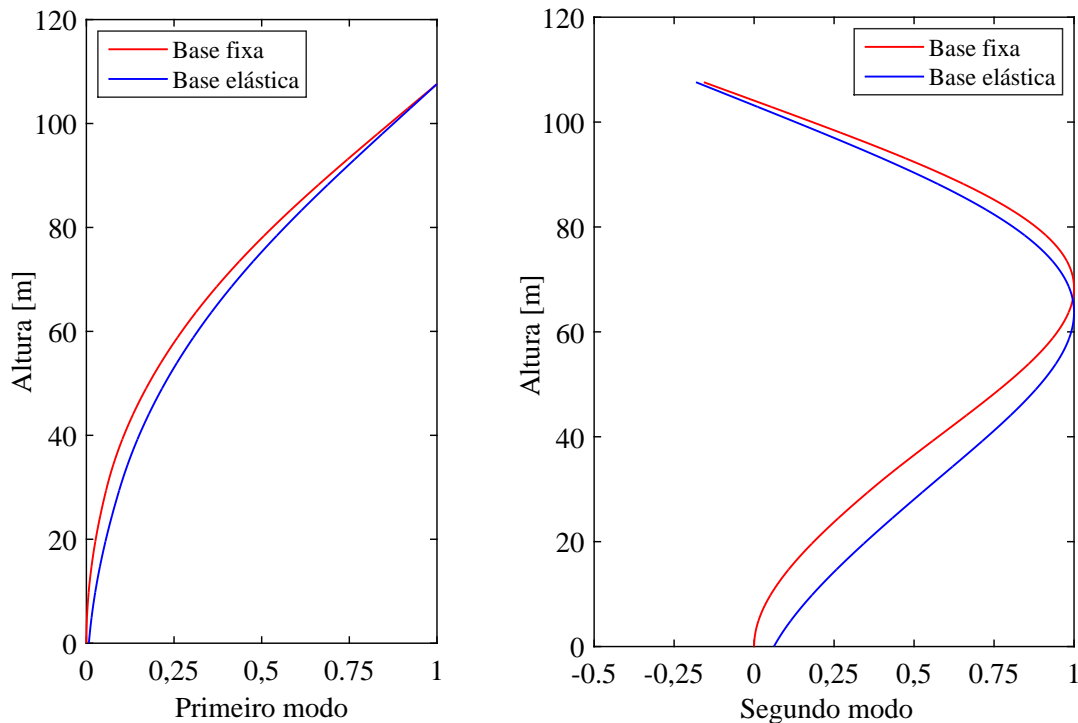
Frequência natural	MOR	Løken (2017) [Hz]	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,293	0,273	7,33

a partir do MFA aprimorado, com diferença de 6,30%. Como já mencionado, os termos fora da diagonal na matriz de rigidez da fundação desempenham um papel importante na modelagem da fundação. A inclusão dos termos fora da diagonal da matriz de rigidez, feito no MFA aprimorado, leva a uma diferença significativa na resposta estrutural em comparação com o método simplificado. Tal fato também foi constatado na análise de sensibilidade realizada na Seção 4.5. A Figura 40 apresenta as duas primeiras formas dos modos obtidos a partir do MOR com 4-GL, para os casos de base fixa e elástica.

Tabela 26 – Comparação entre o valor da primeira frequência natural obtido com o MOR com 4-GL e os apresentados por Løken (2017). Considerando a ISE.

Frequência natural	MOR	MFA	Diferença [%]	MFA aprimorado	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,270	0,234	15,38	0,254	6,30

Figura 40 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR com 4-GL para os casos de base fixa e elástica. Turbina de referência de 5MW.

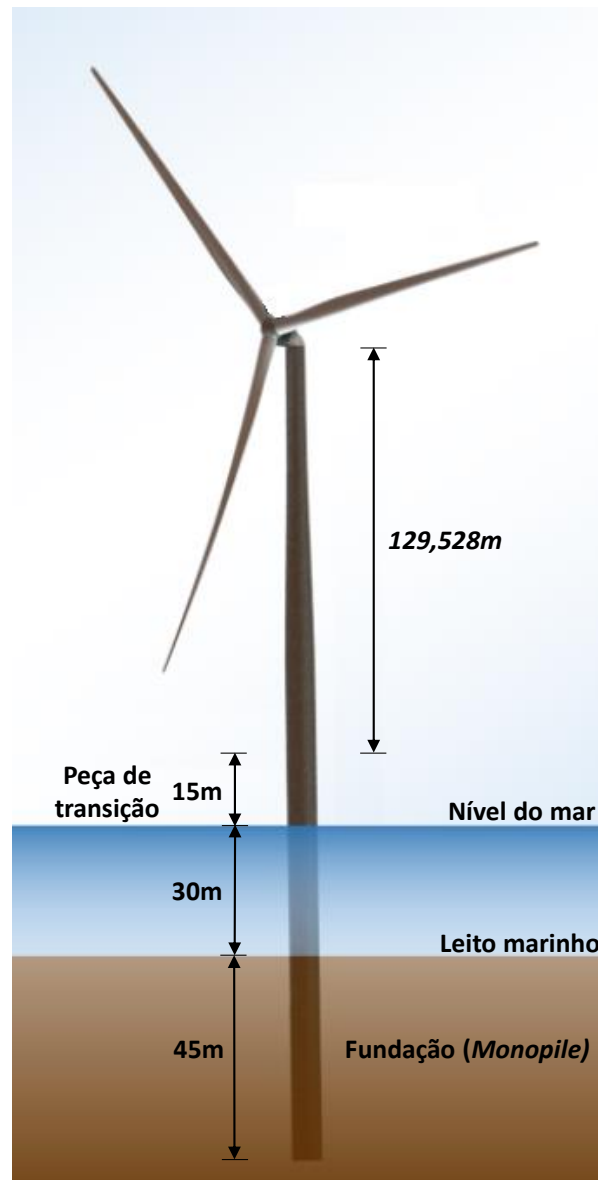


Fonte: Elaborada pela autora.

A turbina de referência de 15 MW e suas especificações são apresentadas por Gaertner et al. (2020). A Figura 41 mostra um esquema da turbina eólica e a Tabela 27 apresenta os parâmetros de entrada. Para a subestrutura, formada pela peça de transição

e pelo *monopile* acima do leito marinho, adotam-se os valores de diâmetro e espessura iguais aos do *monopile* em que a subestrutura é fundada. A turbina de referência do NREL com potência de projeto de 15 MW tem diâmetro do rotor de 240 m, massa do conjunto rotor-nacele de 1017 t e torre de elevada altura, com aproximadamente 130 m. Este estudo de caso trata-se, portanto, da turbina eólica de maior altura de torre analisada a partir dos MORs desenvolvidos.

Figura 41 – Turbina eólica de referência de 15MW.



Fonte: Adaptada e modificada de [Gaertner et al. \(2020\)](#).

O relatório técnico aponta que não foi realizada uma análise geotécnica detalhada das propriedades do solo e que a fundação foi modelada com uma série de constantes de mola para representar a rigidez. São ainda indicados valores para o módulo de cisalhamento de solo ( $G_S=140$  MPa) e coeficiente de Poisson ( $\nu_S=0,4$ ) que são representativos de solos de areia densa, conforme [Arya, O'Neill e Pincus \(1979\)](#). As equações para a obtenção das

Tabela 27 – Parâmetros de entrada para a turbina de referência de 15 MW.

Parâmetro de entrada	15MW
$M$ [t]	1017
$L$ [m]	174,582
$L_2$ [m]	129,582
$L_1$ [m]	45
$D_T$ [m]	6,5
$D_B$ [m]	10,0
$e_{2T}$ [m]	0,024
$e_{2B}$ [m]	0,041
$E_2$ [GPa]	210
$D_P$ [m]	10,0
$e_1$ [m]	0,055
$E_1$ [GPa]	200
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7850

Fonte: Adaptada de Gaertner et al. (2020).

constantes de rigidez da mola adotadas por Gaertner et al. (2020) são baseadas em equações adotadas para fundações rasas circulares apoiadas na superfície (Gazetas (1983); DNV (2002)). Portanto, essas equações não são representativas para a fundação em *monopile*. Visando a aplicar o modelo analítico desenvolvido para a estimativa da frequência natural, são utilizadas expressões para o cálculo dos coeficientes de rigidez da fundação segundo Arany et al. (2017). Inicialmente, com os valores do módulo de cisalhamento do solo e coeficiente de Poisson, o método de Randolph (1981) é utilizado para determinar se o *monopile* é considerado flexível:

$$L_P \geq D_P \left( \frac{E_{eq}}{G^*} \right)^{2/7} \quad (4.2)$$

onde  $E_{eq}$  é o módulo de Young equivalente da estaca e  $G^*$  é o módulo de cisalhamento modificado do solo; expressões dadas no Capítulo 2 e relembadas aqui.

$$E_{eq} = \frac{E_P I_P}{D_P^4 \pi / 64} \quad (4.3)$$

$$G^* = G_S \left( 1 + \frac{3}{4} \nu_S \right) \quad (4.4)$$

O *monopile* tem 10 m de diâmetro, com espessura de parede de 55,34 mm e comprimento incorporado ao solo de 45 m.  $E_P I_P$  equivale a rigidez à flexão do *monopile*. Utilizando as expressões acima, verifica-se que o *monopile* exibe comportamento flexível. Considerando as informações limitadas sobre as condições geotécnicas e por se tratar de uma areia densa, o perfil de rigidez do solo, isto é, a sua variação com a profundidade é

parabólico não homogêneo. A determinação dos coeficientes de rigidez pode ser realizada a partir de expressões para o caso de fundação flexível com perfil parabólico de rigidez do solo. Essas expressões apresentadas por [Arany et al. \(2017\)](#) são mostradas na Tabela 28.

Tabela 28 – Fórmulas de rigidez de diferentes pesquisadores para estacas flexíveis em perfil de solo parabólico não homogêneo.

Fonte*	$K_L$	$K_{LR}$	$K_R$
1	$0,735E_{S0}D_P\left(\frac{E_{eq}}{E_{S0}}\right)^{0,33}$	$-0,27E_{S0}D_P^2\left(\frac{E_{eq}}{E_{S0}}\right)^{0,55}$	$0,1725E_{S0}D_P^3\left(\frac{E_{eq}}{E_{S0}}\right)^{0,776}$
2	$0,79E_{S0}D_P\left(\frac{E_{eq}}{E_{S0}}\right)^{0,28}$	$-0,24E_{S0}D_P^2\left(\frac{E_{eq}}{E_{S0}}\right)^{0,53}$	$0,15E_{S0}D_P^3\left(\frac{E_{eq}}{E_{S0}}\right)^{0,77}$
3	$\frac{1,02E_{S0}D_P}{f(\nu_S)}\left(\frac{E_{eq}}{E_{S0}}\right)^{0,27}$	$\frac{-0,29E_{S0}D_P}{f(\nu_S)}\left(\frac{E_{eq}}{E_{S0}}\right)^{0,52}$	$\frac{0,17E_{S0}D_P}{f(\nu_S)}\left(\frac{E_{eq}}{E_{S0}}\right)^{0,76}$

\* 1 - [Pender \(1993\)](#); 2 - [Gazetas \(1984\)](#) e [Eurocode \(2004\)](#); 3 - [Shadlou e Bhattacharya \(2016\)](#)

Fonte: Adaptada de [Arany et al. \(2017\)](#).

O valor  $E_{S0}$  é o módulo de Young do solo a uma profundidade  $z$  abaixo do leito marinho igual ao diâmetro da estaca  $D_P$  e  $f(\nu_S) = 1 + |\nu - 0,25|$  para [Shadlou e Bhattacharya \(2016\)](#). Simplificadamente, por falta de mais informações sobre o solo e para que possamos ter um valor representativo para a análise deste problema, o valor de  $E_{S0}$  é obtido relacionando o módulo de Young do solo com o módulo de cisalhamento  $G_S$  através de  $E = E_{S0} = 2G_S(1 + \nu_S)$ . A Tabela 29 apresenta os coeficientes de rigidez das molas obtidos a partir das expressões da Tabela 28.

Tabela 29 – Valores de rigidez obtidos a partir das fórmulas de diferentes pesquisadores para estacas flexíveis em perfil de solo parabólico não homogêneo.

Fonte	$K_L$ [GN/m]	$K_{LR}$ [GN]	$K_R$ [GNm/rad]
<a href="#">Pender (1993)</a>	8,02	-58,3	750
<a href="#">Gazetas (1984)</a> e <a href="#">Eurocode (2004)</a>	7,38	-48,7	640
<a href="#">Shadlou e Bhattacharya (2016)</a>	8,03	-49,6	612

Fonte: Elaborada pela autora.

Para a turbina de referência de 15 MW, os valores das duas primeiras frequências naturais considerando o caso de base fixa e o caso com ISE foram obtidos por análise com os MORs e com elementos finitos. O refinamento dos modelos em elementos finitos foi realizado conforme apresentado na Seção 4.1, considerando no caso com ISE os coeficientes de rigidez obtidos por [Pender \(1993\)](#) (Tabela 29). Para os MORs, o número de funções de projeção é definido como aquele em que as diferenças das duas primeiras frequências em relação ao caso mais refinado são menores que 2% (ver Apêndice A). A Tabela 30 traz uma comparação entre as frequências dos dois primeiros modos obtidos com o MOR com 4-GL e a análise em MEF para a condição de base fixa.

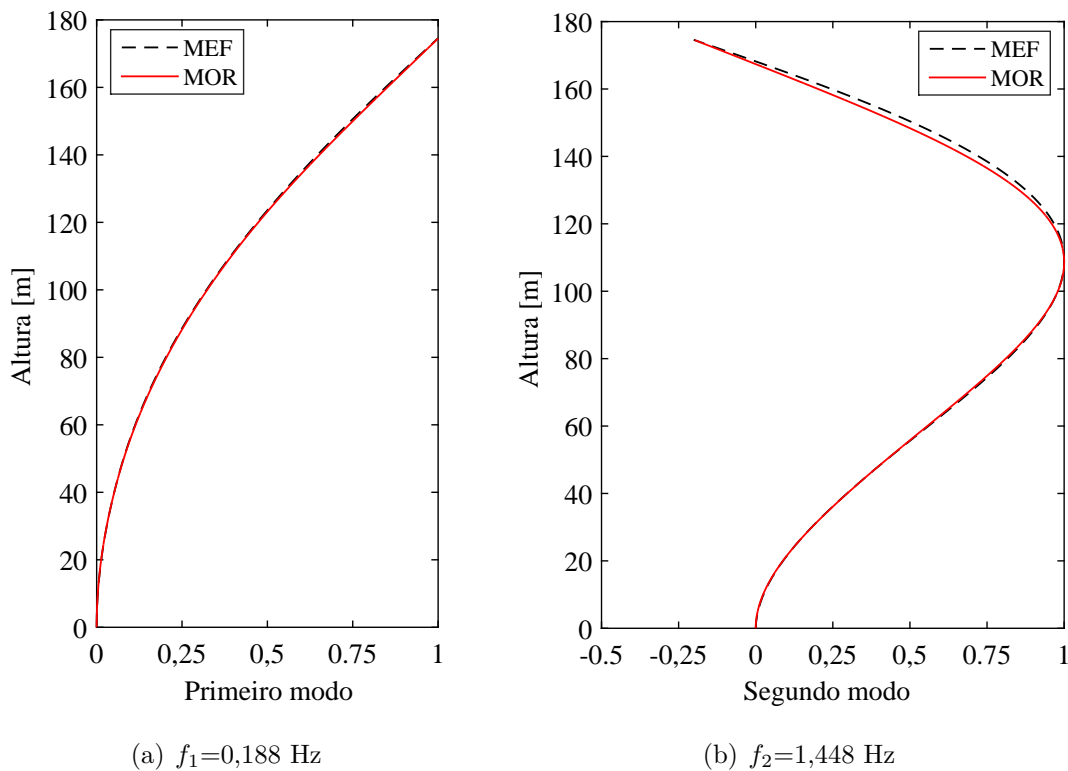
Tabela 30 – Frequências naturais obtidas com o MOR com 4-GL e o modelo em MEF para a turbina de referência de 15 MW. Caso de base fixa.

Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,188	0,181	3,87
$f_2$ [Hz]	1,448	1,414	2,40

Fonte: Elaborada pela autora.

A diferença máxima próxima de 4% foi encontrada para a primeira frequência natural, mostrando uma boa precisão entre esses métodos. Ainda considerando o MOR com 4-GL, a Figura 42 compara os dois primeiros modos de vibração obtidos do MOR com àqueles da análise em MEF, apresentando excelente concordância.

Figura 42 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR de 4-GL e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 15MW. Caso de base fixa.



Fonte: Elaborada pela autora.

Os resultados das duas primeiras frequências naturais obtidas tanto da análise com MOR quanto da análise em MEF para o caso de base flexível são apresentados na Tabela 31. Neste primeiro momento, os coeficientes de rigidez da fundação são aqueles calculados a partir de Pender (1993).

Novamente, percebe-se boa concordância entre esses modelos, com uma diferença máxima nas duas primeiras frequências naturais de 4,22%. Tal fato demonstra a funcionalidade do MOR em estimar frequências naturais de turbinas eólicas de elevada altura. As

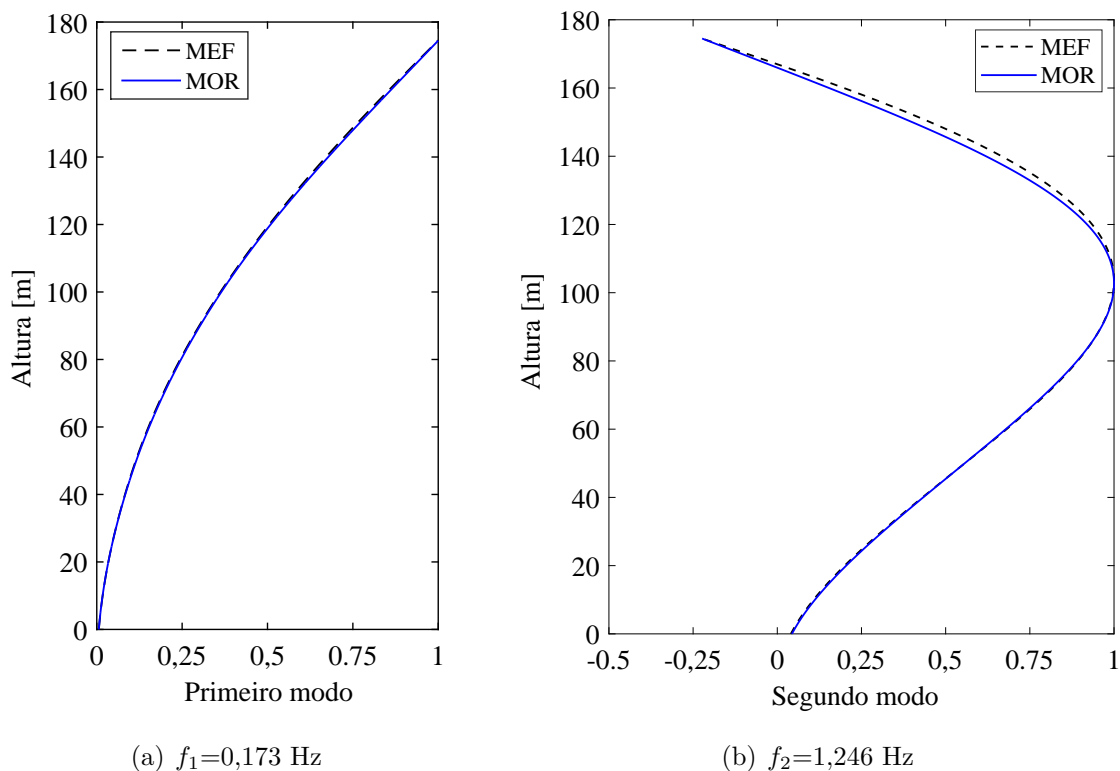
Tabela 31 – Frequências naturais obtidas com o MOR com 4-GL e o modelo em MEF para a turbina de referência de 15 MW. Caso de base elástica.

Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,173	0,166	4,22
$f_2$ [Hz]	1,246	1,219	2,21

Fonte: Elaborada pela autora.

representações gráficas dos dois primeiros modos naturais para o caso com base elástica são exibidas na Figura 43. Observa-se excelente representatividade dos dois primeiros modos naturais obtidos a partir do MOR proposto quando comparados aos resultados da análise em MEF para a turbina em análise com torre de elevada altura e com a consideração da ISE.

Figura 43 – Os dois primeiros modos obtidos com o MOR de 4-GL e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 15MW. Caso de base elástica.



Fonte: Elaborada pela autora.

O relatório técnico [Gaertner et al. \(2020\)](#) apresenta 0,170Hz como valor de frequência natural do primeiro modo torre-*monopile*, sendo que as equações utilizadas para a obtenção das constantes de rigidez da mola são baseadas em equações para fundações rasas circulares. No entanto, apesar da diferença dos métodos para obtenção das molas de rigidez da fundação, percebe-se que há uma correspondência em ordem de grandeza entre o valor obtido com o MOR e o citado por [Gaertner et al. \(2020\)](#).



A Tabela 32 apresenta os resultados da primeira frequência natural considerando os coeficientes de rigidez obtidos pelos diferentes autores apresentados na Tabela 29. Percebe-se que, ao considerar a ISE a partir dos valores de molas de rigidez por diferentes referências, obtêm-se as mesmas estimativas para a primeira frequência natural.

Tabela 32 – Frequência natural para os coeficientes de rigidez da fundação obtidos pelas diferentes fórmulas da literatura.

Fonte	$f_1$ [Hz]
Pender (1993)	0,173
Gazetas (1984) e Eurocode (2004)	0,173
Shadlou e Bhattacharya (2016)	0,172

Fonte: Elaborada pela autora.

## 4.8 Conclusões deste capítulo

Um modelo matemático com baixo número de GL foi apresentado para calcular as frequências naturais de turbinas eólicas *offshore* considerando a ISE e utilizando poucos parâmetros de entrada. Inicialmente, estudos de caso baseados em seis turbinas eólicas foram desenvolvidos com dados disponíveis na literatura. Os resultados para as frequências naturais foram obtidos a partir do MOR com diferentes números de graus de liberdade. Ainda, foi discutido um critério para definir o número de funções de projeção necessário para uma representação adequada da frequência natural de interesse. Esse critério foi baseado nas diferenças percentuais das duas primeiras frequências naturais em relação ao caso mais refinado.

Inicialmente, foi realizada a análise de convergência de malha com código *in-house* de elementos finitos Giraffe, definindo a discretização necessária dos modelos para a melhor estimativa da frequência natural. Com isso, as torres eólicas foram modeladas em MEF utilizando 100 elementos de viga compostos por três nós. A subestrutura prismática foi simulada com uma única seção e um único elemento de viga.

Um estudo de caso detalhado foi realizado para o parque eólico *offshore* Blyth e os resultados de frequências naturais para os casos de base fixa e base elástica foram comparados com os obtidos pela análise em MEF. Em seguida, as mesmas análises foram realizadas para as demais turbinas eólicas. Para as duas condições de contorno consideradas (base fixa e base elástica), uma boa concordância entre os resultados previstos pelos MORs com o MEF foi observada para todas as turbinas eólicas nas duas primeiras frequências naturais. Para a condição de contorno de base fixa, o maior desvio foi 2,5% para a primeira frequência natural e 3,6% para a segunda frequência natural. Para a condição de contorno de base elástica, o maior desvio para a primeira frequência natural foi 2,3% e 3,1% para a segunda frequência natural.

É importante ressaltar que as comparações feitas com a análise em MEF demonstram o potencial do MOR em determinar outras frequências naturais que podem ser de interesse no projeto de turbinas eólicas *offshore*, aspecto não contemplado por alguns modelos analíticos disponíveis na literatura. Como o modelo derivado possui mais de um grau de liberdade, a formulação aqui apresentada permite obter os modos de vibração, propriedade importante e não permitida pelos modelos analíticos de 1-GL comumente encontrados na literatura. Como exemplo de uma carga que pode excitar o segundo modo, destacamos a carga de vento. Ressalta-se que o modelo analítico aqui obtido permite facilmente estudos de sensibilidade das frequências naturais e modos de vibração no que diz respeito às mudanças nos parâmetros da estrutura e do solo, aspectos que podem ser importantes nas fases iniciais de projeto.

As comparações entre as diferentes modelagens permitiram verificar a importância de se considerar todo o sistema para a análise dinâmica. Para as seis turbinas eólicas *offshore* analisadas, a ISE é responsável por reduzir a primeira frequência natural na faixa de 4,3 – 17,2%. Da mesma forma, o estudo da influência da mola de acoplamento cruzado na estimativa da frequência natural permitiu verificar a potencialidade do modelo em realizar análises de sensibilidade quanto à influência dos parâmetros de rigidez da fundação. Para os casos analisados, a consideração da rigidez por acoplamento cruzado (termo  $K_{LR}$ ) levou a um decréscimo variando de 1,57% a 12,78% no valor da primeira frequência natural em relação aos casos em que  $K_{LR}$  não foi considerado.

Considerando a primeira frequência natural, foi conduzida a comparação entre os resultados obtidos para todas as turbinas eólicas estudadas a partir do MOR com ISE e os valores medidos em escala real. Foi observada boa concordância entre os dados de previsão e medidos, com o maior erro de 8,2% e o menor erro de 4,1%.

Os resultados da primeira frequência natural obtidos pelos MORs para as turbinas eólicas estudadas também foram comparados com os estimados por outras metodologias presentes na literatura. Para os casos de base fixa e base elástica, percebeu-se que os resultados de frequência natural obtidos pelos MORs se aproximaram mais das análises realizadas em MEF do que dos resultados apresentados por [Arany et al. \(2016\)](#) e [Amar Bouzid, Bhattacharya e Otsmane \(2018\)](#). Ainda, a realização dessa análise demonstrou a importância da escolha dos coeficientes de rigidez, visto que o comportamento dinâmico que é objeto de estudo é influenciado por esse termo.

O estudo de caso com a turbina de referência de 5 MW do NREL permitiu comparar as estimativas de frequência natural a partir dos MORs com as obtidas por [Løken \(2017\)](#). [Løken \(2017\)](#) considerou a ISE com a aplicação do método de fixação aparente e do método de fixação aparente aprimorado, verificando que a inclusão dos termos fora da diagonal da matriz de rigidez, feito no MFA aprimorado, leva a uma diferença significativa na resposta estrutural em comparação com o método simplificado. Tal fato demonstra que a escolha do

método para modelar a fundação da turbina eólica *offshore* é uma etapa importante para garantir uma correta representação da resposta dinâmica estrutural. A análise feita para a turbina de referência de 15 MW do NREL permitiu avaliar as estimativas das frequências naturais a partir dos MORs, as quais apresentaram boa correspondência com as análises desenvolvidas com o MEF, incluindo as representações dos modos de vibração. Com isso, o MOR com a consideração da ISE demonstrou ser eficiente para a estimativa da frequência natural de torre de grande altura. Tal fato é satisfatório, dada a crescente necessidade do aumento da capacidade de geração de energia, o que torna necessária a consideração do aumento da altura da torre e sua análise dinâmica.



## 5 MOR para a análise do problema considerando molas distribuídas - estratégias de modelagem para aplicação em turbinas eólicas

Neste capítulo são discutidas as estratégias de modelagem para a análise dinâmica de turbinas eólicas com interação solo-estrutura considerando molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile*. O MOR apresentado na Seção 3.2 do Capítulo 3 e que considera um método simplificado para obter as frequências naturais com a interação solo-*monopile* modelada com base na abordagem de Winkler e no conceito de viga sobre fundação elástica é aplicado para as turbinas eólicas de referência de 5 MW e 15 MW do NREL.

Alkhoury et al. (2021) considerou, nas análises de frequência naturais de turbinas eólicas, as propriedades do solo no regime de pequena deformação, em que o comportamento do solo poderia ser assumido como elástico linear e as propriedades elásticas correspondentes foram referidas como propriedades elásticas de pequenas deformações. A justificativa para estas considerações se deu pelo fato de a frequência natural estar relacionada com vibrações de amplitude muito pequena, sendo a análise modal linear suficiente. Com isso, com a deformação da fundação pequena, a consideração da rigidez inicial da fundação seria suficiente. Da mesma forma, nas análises deste capítulo, o comportamento reológico do solo é considerado linear-elástico, portanto a plasticidade não é considerada. Os valores da rigidez linear são obtidos com base no método de molas de solo definido pelas curvas  $p$ - $y$ ,  $t$ - $z$  e  $Q$ - $z$ . Este capítulo traz, em sua grande parte, os resultados submetidos no volume especial *Wind Turbine Structures* da revista *Engineering Structures*.

Inicialmente, na Seção 5.1 são apresentadas as turbinas de referência de 5 MW e 15 MW do NREL. O estudo do refinamento dos modelos em elementos finitos é mostrado na Seção 5.2. Na Seção 5.3 são descritas as diferentes estratégias de modelagem para obtenção das frequências naturais de turbinas eólicas *offshore* considerando a ISE por molas lineares de rigidez distribuídas ao longo do *monopile*. Os resultados obtidos para as turbinas de referência de 5 MW e 15 MW são discutidos nas Seções 5.4 e 5.5, respectivamente. Finalmente, a Seção 5.6 apresenta as conclusões acerca do uso das três estratégias de modelagem considerando a interação solo-estrutura para a aplicação em turbinas eólicas.

## 5.1 Turbinas eólicas de referência

As turbinas eólicas de referência de 5 MW e 15 MW do NREL são utilizadas para aplicar as estratégias de modelagem. As especificações da turbina de 5 MW são descritas em [Jonkman et al. \(2009\)](#) e a turbina de referência de 15 MW e suas especificações são apresentadas por [Gaertner et al. \(2020\)](#). Estas turbinas foram anteriormente utilizadas para aplicação do MOR com molas acopladas, no Capítulo 4, e mostradas nas Figuras 38 e 41.

Nesta seção, são relembradas as informações das turbinas de referência de forma sintetizada. As informações estruturais correspondentes aos parâmetros de entrada dos MORs estão listados na Tabela 33. Informações sobre o *monopile* e as propriedades das molas do solo, descritas pelas curvas  $p$ - $y$ ,  $t$ - $z$  e  $Q$ - $z$  para a turbina de referência de 5 MW são extraídas de [Zuo, Bi e Hao \(2018\)](#). Nesta última referência, o *monopile* foi considerado com 6 m de diâmetro e 45 m de comprimento, em argila não drenada. A turbina de referência de 15 MW possui o *monopile* de 45 m de comprimento<sup>1</sup> com 10 m de diâmetro e 0,055 m de espessura. Para a aplicação com a turbina de 15 MW, considera-se o solo com as mesmas características utilizadas para a turbina de 5 MW. Como a intenção deste capítulo é validar o MOR com as análises em elementos finitos, a consideração do solo utilizado para a turbina de 5 MW se justifica. Além disso, o relatório técnico da turbina de 15 MW ([Gaertner et al. \(2020\)](#)) não oferece uma descrição detalhada do solo, impossibilitando a aplicação das curvas  $p$ - $y$ ,  $t$ - $z$  e  $Q$ - $z$ .

Tabela 33 – Parâmetros de entrada para as turbinas de referência.

Parâmetro de entrada	5 MW	15 MW
$M$ [t]	350	1017
$L$ [m]	152,6	219,582
$L_2$ [m]	77,6	129,582
$L_1$ [m]	30	45
$L_0$ [m]	45	45
$D_T$ [m]	3,87	6,5
$D_B$ [m]	6,0	10
$e_{2T}$ [m]	0,019	0,024
$e_{2B}$ [m]	0,027	0,041
$E_2$ [GPa]	210	200
$D_S$ [m]	6,0	10
$e_1$ [m]	0,060	0,055
$E_1$ [GPa]	210	200
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	8500	7850

Fonte: Adaptada de [Løken \(2017\)](#) e [Gaertner et al. \(2020\)](#).

<sup>1</sup> Vale lembrar que o trecho do *monopile* se encontra enterrado no solo (ver Figura 41).

## 5.2 Análise via MEF: discretização da malha

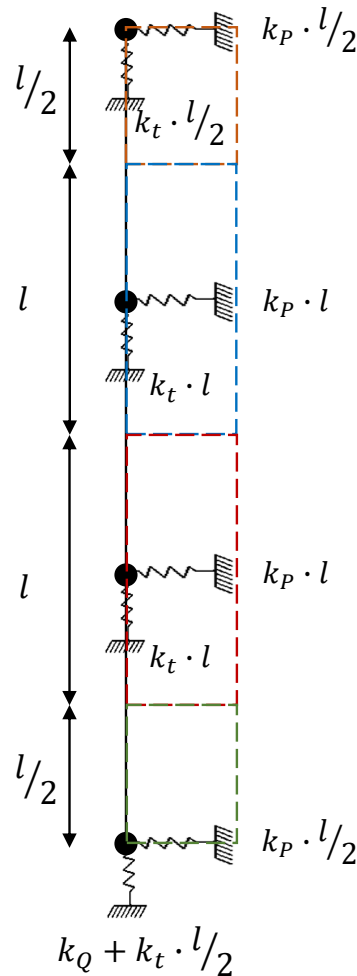
O estudo do refinamento do MEF da estrutura de suporte com torre tubular cônica e subestrutura prismática já foi realizado na Seção 4.1 do Capítulo 4. Foi considerado o modelo com 100 seções na torre e 100 elementos e a subestrutura com uma única seção e um único elemento. Tais considerações proporcionaram boa estimativa das frequências naturais e garantiram boa representação dos modos de vibração, sem afetar o custo computacional. Nesta seção são apresentados os resultados da análise de sensibilidade realizadas via Giraffe para o trecho do *monopile* da turbina de referência de 5 MW. Dessa forma, todas as modelagens são realizadas considerando a torre com 100 seções transversais distintas e a subestrutura com uma única seção transversal, sendo um elemento por seção. As molas representativas da rigidez do solo estão distribuídas ao longo do *monopile*. Como o código Giraffe permite a consideração de um elemento que cria uma conexão flexível entre dois nós com matrizes de rigidez definidas, esses elementos são criados ao longo do comprimento do *monopile* representando as molas distribuídas.

O estudo de sensibilidade é realizado considerando o modelo de Winkler, com a rigidez da mola constante ao longo do *monopile*. Para isso, são adotadas molas com valores representativos da rigidez do solo, sendo  $k_p = 10^7$  N/m/m,  $k_t = 10^7$  N/m/m e  $k_Q = 10^9$  N/m. A geração do trecho do *monopile* com um certo número de nós visa a melhor discretização da malha considerando a convergência na resposta de frequência natural, sempre em comparação ao caso mais refinado. São necessários outros nós, nas mesmas posições no eixo  $z$  dos nós do *monopile*, distantes em uma unidade no eixo  $x$ , gerados para permitir a conexão flexível entre estes nós. Os valores das molas ao longo do *monopile* são inseridas em cada conexão. O valor de cada mola na matriz de rigidez depende da distância considerada entre dois nós, como representado na Figura 44. Portanto, o estudo de sensibilidade busca determinar o número necessário de nós no trecho do *monopile* que forneça melhor precisão na resposta de frequência natural. Os parâmetros de entrada da turbina eólica de 5 MW foram apresentados na Tabela 33.

As análises foram realizadas no Giraffe considerando diferentes distâncias entre dois nós e, conseqüentemente, diferentes números de nós necessários para o trecho do *monopile*. No total foram estudadas seis diferentes condições, em que esta distância entre os nós varia de 10% a 1% do comprimento do trecho referente ao *monopile*. A Tabela 34 mostra o resultado da primeira frequência natural, considerando diferentes distâncias entre os nós no trecho do *monopile* ( $l$ ). Essa tabela também traz a diferença percentual destas frequências naturais em relação às frequências obtidas para  $l = 0,5$  m (o caso mais refinado avaliado). Da mesma forma, a Tabela 35 mostra o resultado da segunda frequência natural e as diferenças em relação ao caso mais refinado.

Ao analisar os resultados para a primeira e segunda frequências naturais, percebe-se que uma distância entre os nós no trecho do *monopile* de 10% do seu comprimento

Figura 44 – Consideração das molas em cada nó com conexão flexível na análise em MEF.



Fonte: Elaborada pela autora.

proporciona boa convergência, pois para as duas primeiras frequências a maior diferença percentual em relação ao caso mais refinado foi de 0,45%.

A Figura 45 apresenta os dois primeiros modos de vibração obtidos para o modelo com distância entre os nós de  $l = 4,5$  m e para o modelo mais refinado. Observa-se que o refinamento com 11 nós ao longo do trecho do *monopile* garante boa representação das formas modais. Desta forma, para a discretização do trecho referente ao *monopile* no *software* de elementos finitos Giraffe será adotada uma distância entre nós correspondente a 10% do comprimento do *monopile*, visto que esta distância é satisfatória tanto na convergência das frequências naturais quanto na representação das formas modais. Como será melhor discutido na Seção 5.3, para o caso em que a rigidez do solo varia ao longo do *monopile* o mesmo comentário se aplica.



Tabela 34 – Análise do comportamento da primeira frequência natural do modelo com molas distribuídas, considerando diferentes distâncias entre os nós no trecho do *monopile*.

Nº de nós	$l$ [m]	$f_1$ [Hz]	Diferença [%]
11	4,5	0,221	0,45
13	3,75	0,221	0,45
19	2,5	0,220	0,00
31	1,5	0,220	0,00
51	0,9	0,220	0,00
91	0,5	0,220	–

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 35 – Análise do comportamento da segunda frequência natural do modelo com molas distribuídas, considerando diferentes distâncias entre os nós no trecho do *monopile*.

Nº de nós	$l$ [m]	$f_2$ [Hz]	Diferença [%]
11	4,5	1,378	0,44
13	3,75	1,376	0,29
19	2,5	1,374	0,15
31	1,5	1,373	0,07
51	0,9	1,372	0,00
91	0,5	1,372	–

Fonte: Elaborada pela autora.

### 5.3 Estratégias de modelagem

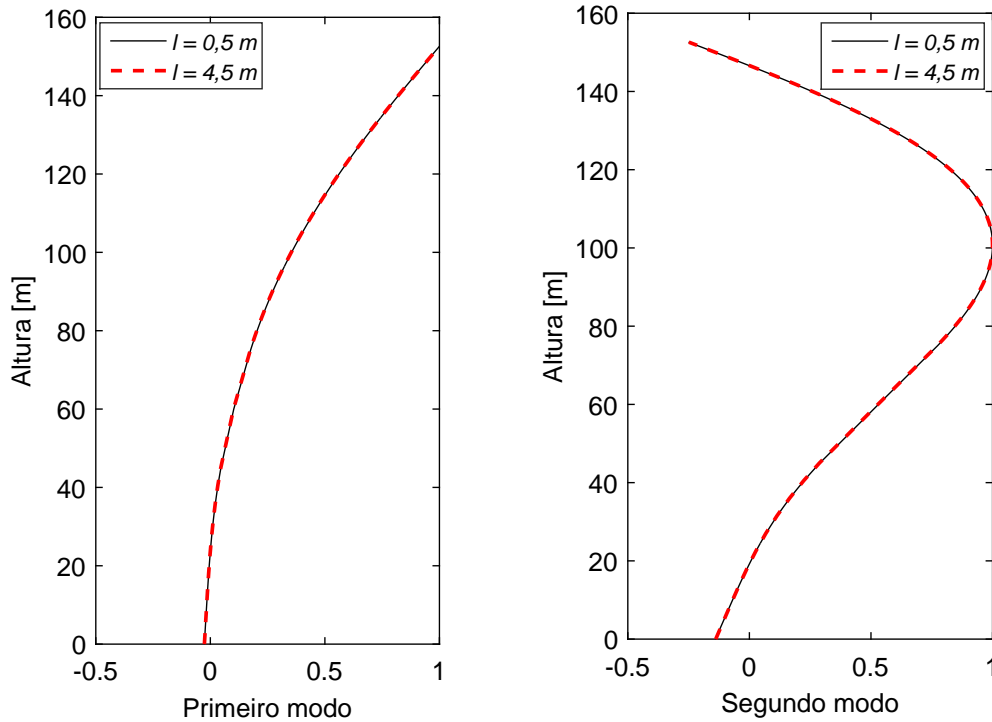
O MOR com a consideração de molas distribuídas ao longo do *monopile* foi apresentado na Seção 3.2. O problema com a ISE ocorrendo por meios de molas distribuídas ao longo do *monopile* apresenta a análise da estrutura de suporte em três trechos, a saber, torre, subestrutura e *monopile*. Diferente do caso com molas acopladas, discutido no capítulo anterior, em que foram analisados apenas os trechos da torre e subestrutura. Algumas equações importantes para a compreensão deste capítulo serão lembradas e outras serão referenciadas àquelas apresentadas no Capítulo 3.

A análise considerando o MOR com n-GL é realizada assumindo que a resposta da estrutura pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 u(z, t) &= q_1(t)\psi_{1,0}(z) + q_2(t)\psi_{2,0}(z) + \dots + q_n(t)\psi_{n,0}(z), \text{ para } (0 \leq z \leq L_0), \\
 u(z, t) &= q_1(t)\psi_{1,1}(z) + q_2(t)\psi_{2,1}(z) + \dots + q_n(t)\psi_{n,1}(z), \text{ para } (L_0 \leq z \leq L_{SM}) \text{ e} \\
 u(z, t) &= q_1(t)\psi_{1,2}(z) + q_2(t)\psi_{2,2}(z) + \dots + q_n(t)\psi_{n,2}(z), \text{ para } (L_{SM} \leq z \leq L) \quad (5.1)
 \end{aligned}$$

Com  $\psi_{i,j}$ , onde  $i$  indica o número da função da projeção e  $j$  informa o trecho analisado (*monopile*, subestrutura ou torre).

Figura 45 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos considerando as distâncias entre os nós ao longo do trecho do *monopile* iguais a  $l = 0,5$  m e  $l = 4,5$  m.



Fonte: Elaborada pela autora.

Para cada trecho da estrutura é utilizada uma função de projeção. Do mesmo modo como aplicado para o caso da ISE com molas acopladas, as funções de projeção para os trechos da subestrutura e da torre são dadas pela solução clássica de viga prismática, sendo, respectivamente:  $\psi_1(z) = A_5 \sin(\lambda_1 z) + A_6 \cos(\lambda_1 z) + A_7 \sinh(\lambda_1 z) + A_8 \cosh(\lambda_1 z)$  para  $L_0 \leq z \leq L_{SM}$  e  $\psi_2(z) = A_9 \sin(\lambda_2 z) + A_{10} \cos(\lambda_2 z) + A_{11} \sinh(\lambda_2 z) + A_{12} \cosh(\lambda_2 z)$  para  $L_{SM} \leq z \leq L$ .  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são os números de onda da subestrutura e da torre, nesta ordem. A relação entre  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  foi dada na Equação 3.28, apresentada na Capítulo 3 (sendo  $L_1$  substituído por  $L_{SM}$ ).

Para o trecho referente ao *monopile*, são analisadas três estratégias de modelagem, aqui denominadas de Estratégia I, Estratégia II e Estratégia III. Na Estratégia I, a análise é realizada considerando o Caso I apresentado na subseção 3.2.2, onde  $m_0 \omega^2 = E_0 I_0 \lambda_0^4 + k_p$ ; e assim, utiliza-se a solução de viga prismática para o trecho correspondente ao *monopile*, dada por:  $\psi_0(z) = A_1 \sin(\lambda_0 z) + A_2 \cos(\lambda_0 z) + A_3 \sinh(\lambda_0 z) + A_4 \cosh(\lambda_0 z)$ ; sendo  $\lambda_0$  o número de onda do *monopile*. A Equação 3.109 apresentada na subseção 3.2.2 do Capítulo 3 relaciona os números de onda do *monopile* e da subestrutura,  $\lambda_0$  e  $\lambda_1$ , respectivamente. Desta forma, a Estratégia I considera todas as funções de projeção dos trechos correspondentes à estrutura de suporte a partir da solução clássica de viga prismática.

Na Estratégia II, a análise do trecho referente ao *monopile* leva em consideração o

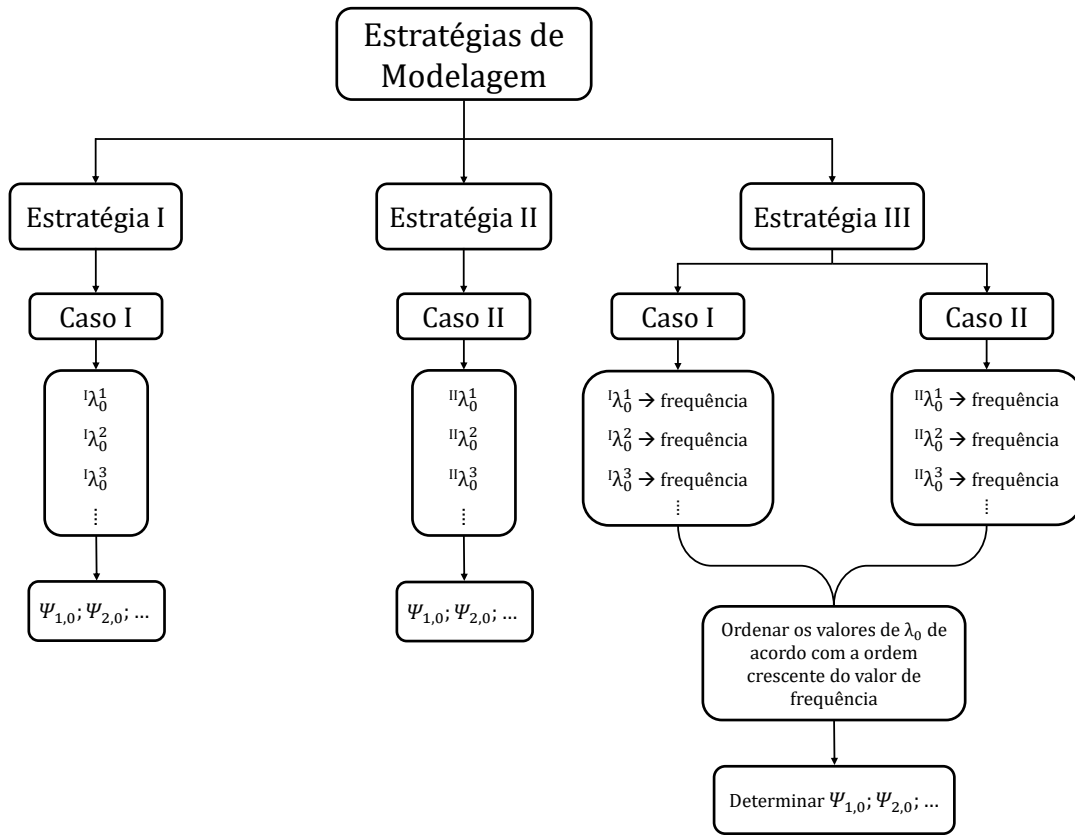
Caso II onde  $m_0\omega^2 = k_p - E_0I_0\lambda_0^4$  e assim, chega-se a uma equação do tipo  $\psi'''' + \lambda^4\psi = 0$ . Como demonstrado no Capítulo 3, a solução desta equação difere da solução clássica de viga prismática, sendo dada por:  $\psi_0(z) = A_1 \cosh\left(\frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}}\right) \cos\left(\frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}}\right) + A_2 \cosh\left(\frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}}\right) \sin\left(\frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}}\right) + A_3 \sinh\left(\frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}}\right) \cos\left(\frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}}\right) + A_4 \sinh\left(\frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}}\right) \sin\left(\frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}}\right)$ ; em que  $\lambda_0$  é o número de onda do *monopile*. Com a consideração do Caso II, a relação entre  $\lambda_0$  e  $\lambda_1$  pode ser obtida pela Equação 3.111, apresentada no Capítulo 3, subseção 3.2.2. Assim, a Estratégia II considera as funções de projeção dos trechos correspondentes à subestrutura e à torre com base na solução clássica de viga prismática, enquanto que o trecho referente ao *monopile* leva em consideração a solução onde  $m_0\omega^2 = k_p - E_0I_0\lambda_0^4$ . Tanto o Caso I como o Caso II levam em consideração a presença da rigidez lateral da mola  $k_p$  na relação entre os números de onda  $\lambda_0$  e  $\lambda_1$ .

Na Estratégia III, a análise da seção referente ao *monopile* é realizada utilizando o Caso I e o Caso II. No entanto, na Estratégia III, a determinação das funções de projeção do trecho do *monopile* depende dos valores de frequência obtidos no Caso I e no Caso II. Considerar apenas a solução de viga prismática (Caso I) pode gerar modos não representativos para a estrutura, pois para que a relação  $m_0\omega^2 > k_p$  seja válida, os maiores valores de  $\lambda_0$  são obtidos, gerando os modos mais elevados. Portanto, é necessário utilizar a forma modal que considera a condição em que  $m_0\omega^2 < k_p$  (Caso II), obtendo os menores valores de  $\lambda_0$ . Desta forma, na Estratégia III, os valores de  $\psi_0$  são obtidos a partir da ordem crescente das frequências do trecho do *monopile* calculadas com os valores de  $\lambda_0$  obtidos pelo Caso I e Caso II. Nas aplicações da Estratégia III, a relação entre  $\lambda_0$  e  $\lambda_1$  concorda com o caso (Caso I ou Caso II) utilizado para a determinação da função de projeção. O fluxograma mostrado na Figura 46 resume as etapas das estratégias de modelagem adotadas.

Nas análises utilizando a Estratégia I, Estratégia II ou Estratégia III, dois dos graus de liberdade são considerados para representar o movimento do corpo rígido (funções de projeção translacional e rotacional,  $\psi_t(z) = 1$  e  $\psi_r(z) = z/L$ , respectivamente). Assim, em resumo, as demais funções de projeção na análise com a Estratégia I são derivadas do Caso I, no qual as formas modais dos três trechos são soluções clássicas de viga prismática. Na Estratégia II, as funções de projeção do trecho do *monopile* são derivadas do Caso II, enquanto as funções de projeção dos trechos da subestrutura e da torre são obtidas a partir da solução de viga prismática. Finalmente, na Estratégia III, as demais funções de projeção para o trecho do *monopile* são ordenadas de acordo com a frequência aproximada desta seção considerando o Caso I e o Caso II.

Nas próximas seções são apresentadas aplicações das estratégias de modelagem para as turbinas de referência de 5 MW e 15 MW do NREL. Além da análise com os MORs, também são desenvolvidos modelos hierárquicos de maior ordem usando o *software* Giraffe. Os resultados dos modelos em elementos finitos são aqui considerados como valores de referência com os quais são comparados os dos MORs.

Figura 46 – Estratégias de modelagem para turbinas eólicas *offshore*.



Fonte: Elaborada pela autora.

## 5.4 Aplicação das estratégias de modelagem na turbina eólica de referência de 5 MW

No método de mola não-linear para descrição do comportamento do solo, as resistências do mesmo contra os movimentos da fundação são representadas pelas molas  $p$ - $y$ ,  $t$ - $z$  e  $Q$ - $z$ . É importante salientar que  $p$ ,  $t$  e  $Q$  são as resistências mobilizadas, enquanto que  $y$  e  $z$  são deflexões, não tendo relação com eixos de um sistema de coordenadas. Para cada profundidade ao longo do *monopile*, têm-se as curvas  $p$ - $y$  e  $t$ - $z$ . A curva  $Q$ - $z$  é dada para uma profundidade fixa, correspondente a profundidade em que se encontra a ponta do *monopile*.

As informações necessárias sobre a argila não drenada para a geração das curvas  $p$ - $y$ ,  $t$ - $z$  e  $Q$ - $z$  foram apresentadas por Zuo, Bi e Hao (2018) e mostradas na Tabela 36.

Tabela 36 – Parâmetros do solo.

Peso específico $\gamma'$ [kN/m <sup>3</sup> ]	8
Resistência não drenada $s_u$ [kPa]	50
Constante empírica adimensional $J$	0,5
Deformação $\varepsilon_c$	0,008

Fonte: Adaptada de Zuo, Bi e Hao (2018).

A deformação  $\varepsilon_c$  é correspondente àquela obtida considerando metade da máxima tensão em ensaios de compressão não drenados de laboratório de amostras de solo não perturbadas. Os parâmetros da Tabela 36 são aplicados às equações referentes à curva  $p$ - $y$  recomendadas pelas normas API (2002) e DNV (2002).

As curvas  $t$ - $z$  e  $Q$ - $z$  são obtidas por Zuo, Bi e Hao (2018) a partir das relações  $t/t_{max}$  versus  $z/D$  e  $Q/Q_p$  versus  $z/D$  apresentadas tabuladas em API (2002), em que  $z$  é a deflexão axial do *monopile* em qualquer profundidade abaixo do leito marinho,  $D$  é o diâmetro do *monopile*,  $t$  e  $t_{max}$  são, respectivamente, a adesão mobilizada e a adesão máxima mobilizada do solo-*monopile*,  $Q$  e  $Q_p$  são as capacidades de carga mobilizada e final na ponta, respectivamente. Os valores de  $t_{max}$  e  $Q_p$  são dependentes da resistência não drenada do solo  $s_u$  e podem ser calculados conforme sugerido em API (2002). Substituindo  $t_{max}$ ,  $Q_p$ ,  $D$  nas tabelas apresentadas em API (2002), as relações  $t$  versus  $z$  e  $Q$  versus  $z$  podem ser obtidas. A curva  $t$ - $z$  e a relação  $t/t_{max}$  versus  $z/D$  foram apresentadas na Figura 12 e a curva  $Q$ - $z$ , bem como a relação  $Q/Q_p$  versus  $z/D$  foram mostradas na Figura 13, no Capítulo 2.

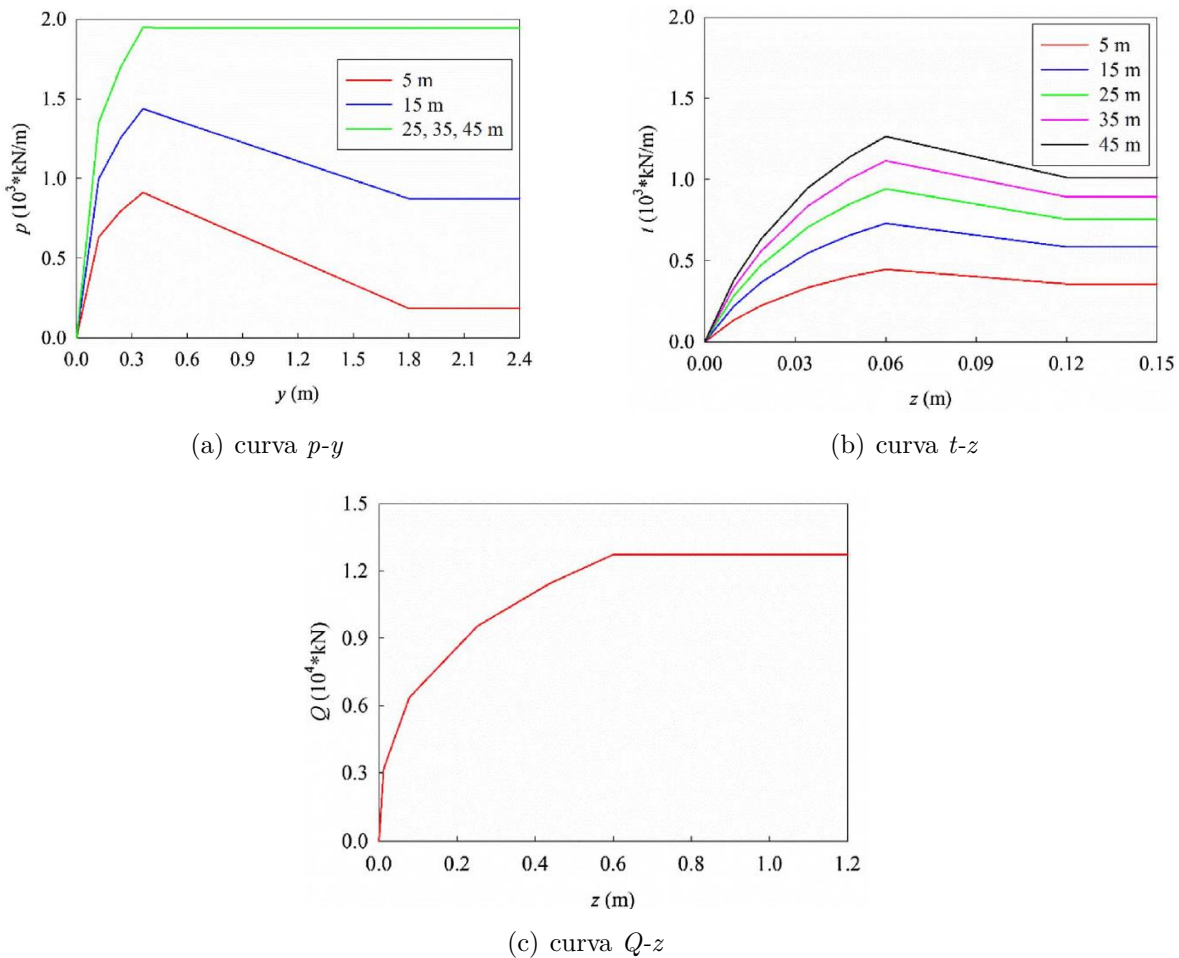
As curvas  $p$ - $y$  e  $t$ - $z$  em diferentes profundidades abaixo do leito marinho foram apresentadas por Zuo, Bi e Hao (2018) e são mostradas na Figura 47. Também é apresentada a curva  $Q$ - $z$ , na ponta do *monopile*.

As estratégias de modelagem são aplicadas considerando as molas do solo lineares. Os valores de rigidez das molas são obtidos a partir das curvas apresentadas na Figura 47. Três análises são realizadas para verificar a influência da modelagem da rigidez das molas. A Análise 1 e a Análise 2 são realizadas com os valores de rigidez considerados constantes ao longo do *monopile* e são obtidos nas profundidades de 5 m e 45 m, respectivamente; sendo estas profundidades determinadas a partir do leito marinho. A Análise 3 considera a variação da rigidez com a profundidade.

A relação  $p$  versus  $y$  depende da profundidade e, com isso, é possível determinar a rigidez  $k_p(z)$  a partir da derivada da equação de resistência lateral  $p$  em função da deflexão lateral  $y$  considerando uma pequena deflexão igual a 0,006 m (correspondente a 1/1000 do diâmetro do *monopile*). Para as Análises 1 e 2, os valores da rigidez da mola  $k_p$  são determinados a partir da equação obtida, para as profundidades de 5 m e 45 m, respectivamente. A determinação dos valores de rigidez da mola  $k_t$  nessas profundidades é

feita a partir do coeficiente angular da reta tangente ao trecho inicial das curvas. Para a Análise 3, a equação da rigidez  $k_p(z)$  é obtida conforme explicado anteriormente. A função de rigidez  $k_t(z)$  é obtida a partir da determinação da rigidez no trecho inicial da curva  $t-z$  em cada profundidade. O valor de rigidez  $k_Q$ , referente à curva  $Q-z$  e obtido da mesma forma como explicado anteriormente, é o mesmo para a Análise 1, 2 e 3, pois corresponde a uma profundidade fixa.

Figura 47 – Curvas: (a)  $p-y$ ; (b)  $t-z$  e; (c)  $Q-z$ .



Fonte: Extraída de Zuo, Bi e Hao (2018)

A Tabela 37 apresenta os valores de rigidez correspondentes as Análises 1 e 2, bem como as equações que descrevem a variação da rigidez ao longo do comprimento do *monopile*, para a Análise 3. As aplicações das três estratégias de modelagem apresentadas no fluxograma na Figura 46 são realizadas considerando as condições das três análises apresentadas na Tabela 37.

Tabela 37 – Valores de rigidez das molas em cada análise para a turbina de 5 MW do NREL. A origem do eixo  $z$  está na ponta do *monopile* (ver Figura 28).

Análise	$k_p$ [MN/m/m]	$k_t$ [MN/m/m]	$k_Q$ [MN/m]
1	12,95	13,93	265,1
2	27,63	39,51	265,1
3	27,63; $0 \leq z \leq 20,34$ m 42,83 – 0,747 $z$ ; $20,34 \leq z \leq 45$ m	40,75 – 0,63 $z$	265,1

Fonte: Elaborada pela autora.

Os valores de rigidez apresentados na Tabela 37 também são adotados nas análises via MEF conduzidas no Giraffe. Para o caso com rigidez variável, o estudo de refinamento do MEF foi realizado considerando os valores de rigidez  $k_p(z)$ ,  $k_t(z)$  e  $k_Q$  conforme apresentados na Tabela 37, para a Análise 3. A discretização da malha para o trecho do *monopile* foi realizada da mesma forma como apresentado na Seção 5.2. Os valores de  $k_p$  e  $k_t$  foram calculados para toda a extensão da seção do *monopile*, de acordo com a discretização adotada. Esses valores foram relacionados com o comprimento de influência, sendo, assim, determinados os valores de rigidez das molas a serem considerados na matriz de rigidez de cada conexão entre nós.

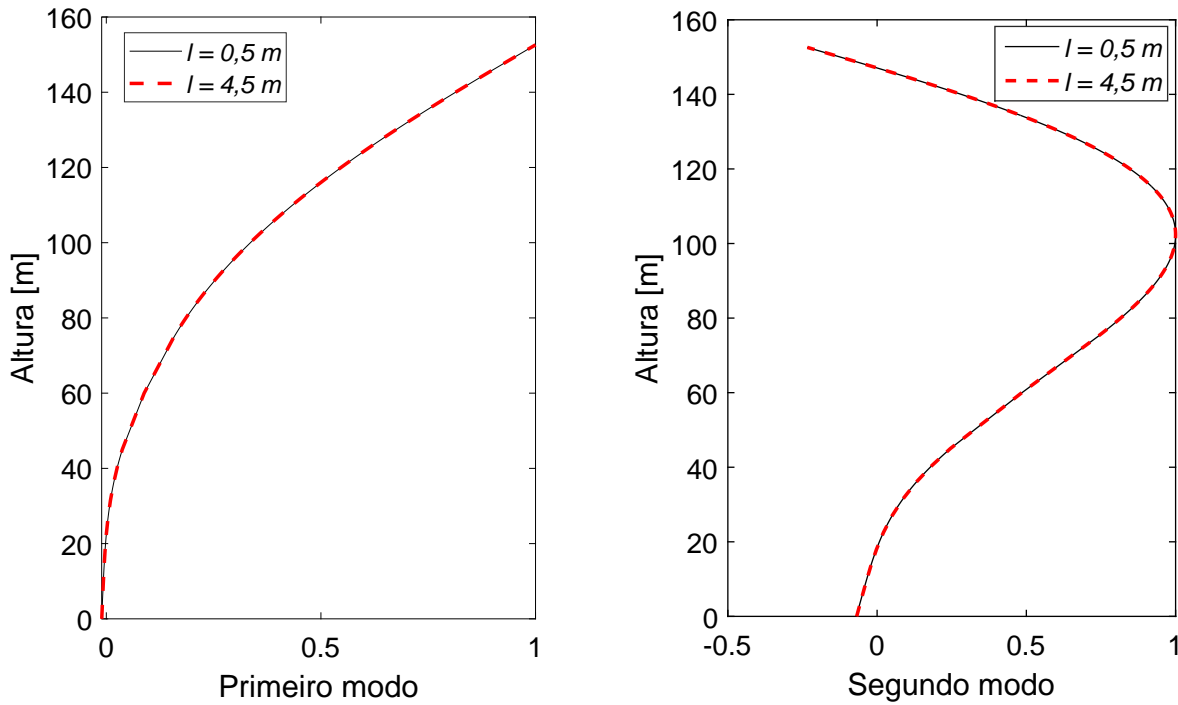
A Tabela 38 mostra os resultados das duas primeiras frequências naturais obtidas para diferentes discretizações. Também, são apresentadas as diferenças em relação ao caso mais refinado ( $l = 0,5$  m). A Figura 48 apresenta os dois primeiros modos de vibração obtidos para o modelo com distância entre os nós de  $l = 4,5$  m e para o modelo mais refinado. Analisando as respostas das primeiras frequências naturais e os respectivos modos de vibração, percebe-se que, conforme mencionado ao final da Seção 5.2, a discretização da malha considerando  $l = 4,5$  m é apropriada para as análises considerando a rigidez variável ao longo do trecho do *monopile*.

Tabela 38 – Análise do comportamento das duas primeiras frequências naturais do modelo com molas distribuídas, considerando diferentes distâncias entre os nós no trecho do *monopile* - rigidez variável.

Nº de nós	$l$ [m]	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	Diferença [%] $f_1$	Diferença [%] $f_2$
11	4,5	0,230	1,470	0,00	0,14
13	3,75	0,230	1,469	0,00	0,07
19	2,5	0,230	1,469	0,00	0,07
31	1,5	0,230	1,468	0,00	0,00
51	0,9	0,230	1,468	0,00	0,00
91	0,5	0,230	1,468	—	—

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 48 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos considerando as distâncias entre os nós ao longo do trecho do *monopile* iguais a  $l = 0,5\text{ m}$  e  $l = 4,5\text{ m}$  - rigidez variável.



Fonte: Elaborada pela autora.

### 5.4.1 Estratégia I

Na Estratégia I, a análise é realizada considerando o Caso I apresentado na subseção 3.2.2. Nesta estratégia, a solução clássica de viga prismática é utilizada em todas as seções da estrutura de suporte. A Tabela 39 traz as frequências naturais obtidas com o MOR considerando a Estratégia I com a Análise 3 para os diferentes números de funções de projeção ( $n$ ). Esta tabela também traz a diferença destas frequências naturais em relação às frequências obtidas para  $n = 5$ .

Tabela 39 – Convergência da frequência natural. Estratégia I - Análise 3.

Estratégia I									
$n$	Frequência natural [Hz]					Diferença [%]			
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
3	0,498	5,961	8,773	-	-	0,20	0,42	0,10	-
4	0,497	5,943	8,765	51,807	-	0,00	0,12	0,01	22,59
5	0,497	5,936	8,764	42,262	838,44	-	-	-	-

Fonte: Elaborada pela autora.

Analisando a Tabela 39, é possível verificar que, com o MOR com 5-GL (dois modos de corpo rígido para representar tanto a translação quanto a rotação e três funções de



projeção da solução clássica de viga prismática para representar a flexão), as frequências dos três primeiros modos atingiram a convergência numérica.

A Tabela 40 apresenta os valores das duas primeiras frequências naturais obtidos a partir do MOR com 5-GL, considerando as análises apresentadas na Tabela 37. Nas Análises 1 e 2, as molas  $k_p$  e  $k_t$  são consideradas com o valor de rigidez constante ao longo do *monopile*, correspondendo ao menor e ao maior valor de rigidez, respectivamente. A Análise 3 considera a variação da rigidez lateral e axial ao longo do comprimento do *monopile*.

Tabela 40 – Primeiras frequências naturais obtidas a partir do MOR para diferentes considerações da rigidez das molas distribuídas - Estratégia I.

Análise	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]
1	0,342	3,643
2	0,559	6,650
3	0,497	5,936

Fonte: Elaborada pela autora.

Avaliando a Tabela 40 é possível verificar que as respostas das primeiras frequências naturais obtidas a partir da Análise 3 estão entre as respostas das Análises 1 e 2. Esse é um resultado esperado, já que as Análises 1 e 2 representam os extremos inferior e superior nos valores de rigidez das molas distribuídas, respectivamente.

As Análises 1, 2 e 3 são realizadas no *software* de elementos finitos Giraffe, seguindo a discretização da malha definida na Seção 5.2. A Tabela 41 traz a comparação entre as frequências naturais dos dois primeiros modos obtidas na Análise 1 com o MOR com 5-GL (dois de corpo rígido e três de flexão) e a análise via MEF. Da mesma forma, a Tabela 42 compara os resultados obtidos para a Análise 2 e a Tabela 43 para a Análise 3.

Tabela 41 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia I - Análise 1.

Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,342	0,227	50,66
$f_2$ [Hz]	3,643	1,440	152,99

Fonte: Elaborada pela autora.

Analisando os resultados das Tabelas 41, 42 e 43, percebe-se que, para todas as análises, existe uma diferença significativa entre os resultados obtidos pelo MOR e os resultantes da análise via MEF. O MOR, quando formulado com a Estratégia I, apresenta uma diferença de aproximadamente 116% no valor de  $f_1$  quando comparado ao resultado do MEF, para a Análise 3. Para a segunda frequência natural, a diferença é de aproximadamente 304%. A Figura 49 ilustra as duas primeiras formas modais obtidas para

Tabela 42 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia I - Análise 2.

Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,559	0,239	133,89
$f_2$ [Hz]	6,650	1,608	313,56

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 43 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia I - Análise 3.

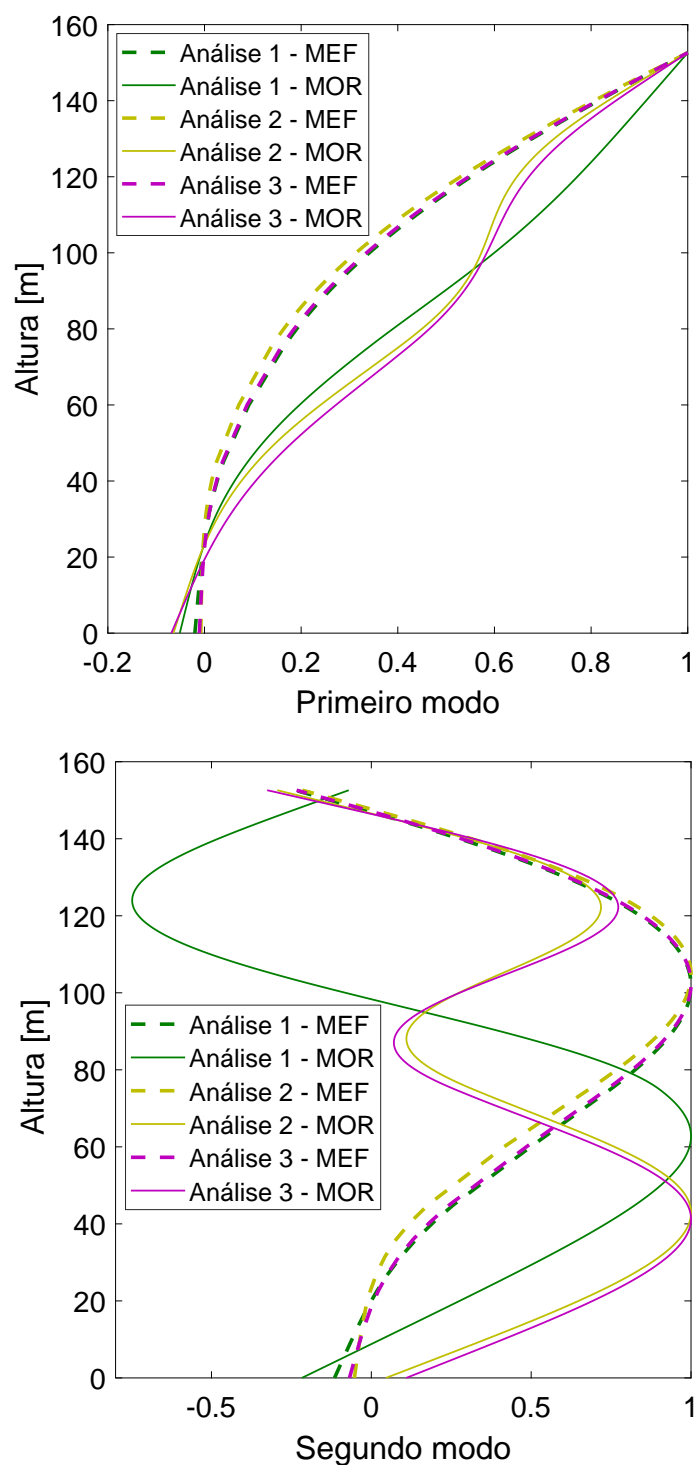
Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,497	0,230	116,09
$f_2$ [Hz]	5,936	1,470	303,81

Fonte: Elaborada pela autora.

as Análises 1, 2 e 3, revelando claramente a discordância entre os resultados do MOR e MEF. Tais resultados demonstram que o MOR considerando a Estratégia I não é adequado para a previsão de frequências naturais quando o modelo de interação solo-estrutura é considerado com molas distribuídas ao longo do *monopile*.

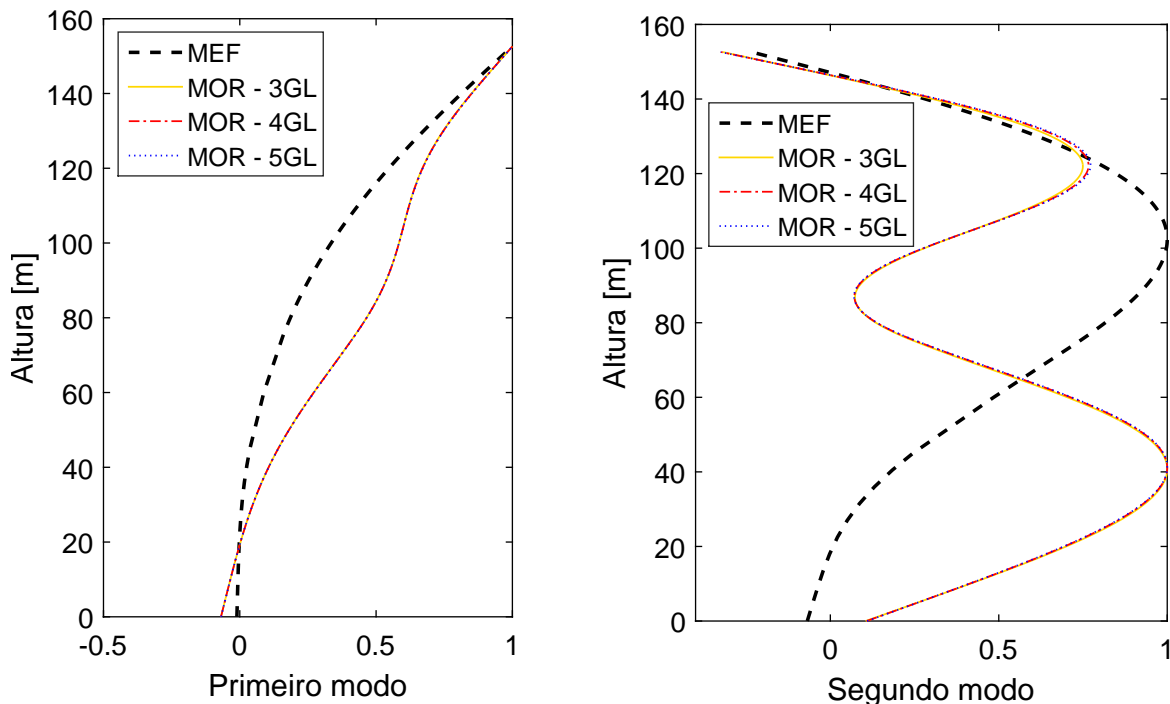
Outro ponto importante a ser destacado é que, uma vez alcançada a convergência em relação aos valores das frequências naturais (Tabela 39), o aumento do número de funções de projeção não melhora a predição das frequências naturais. O mesmo comentário vale para a qualidade da representação dos modos de vibração, como pode ser visto na Figura 50, considerando a Análise 3. Observa-se que há convergência em relação aos modos de vibração para os diferentes números de graus de liberdade considerados, embora não pela solução de referência baseada no MEF.

Figura 49 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR com 5-GL e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia I.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 50 – Os dois primeiros modos de vibração para os diferentes números de graus de liberdade do MOR. Turbina de referência de 5 MW. Estratégia I - Análise 3.



Fonte: Elaborada pela autora.

### 5.4.2 Estratégia II

Na subseção anterior, observou-se que as funções de projeção obtidas a partir da solução clássica de viga prismática não atendem ao problema em que a seção do *monopile* possui molas distribuídas ao longo do seu comprimento. A Estratégia II é uma alternativa para melhorar a qualidade do MOR na predição das frequências naturais e das formas modais de vibração. Neste caso, esta estratégia considera 6-GL (dois de movimento de corpo rígido e quatro para contabilizar a flexão). A Tabela 44 traz o estudo de convergência associado à Estratégia II, considerando a Análise 3. Nesta tabela mencionada, as diferenças se referem à comparação com o caso com  $n = 6$ . A partir da análise da Tabela 44, considera-se que  $n = 6$  conduz à convergência para as duas primeiras frequências naturais.

A Tabela 45 apresenta os valores das duas primeiras frequências naturais previstas a partir do MOR com 6-GL, considerando as análises apresentadas na Tabela 37. Novamente, pode-se observar que as respostas das primeiras frequências naturais obtidas a partir da Análise 3 estão entre as respostas das Análises 1 e 2.

Tabela 44 – Convergência da frequência natural. Estratégia II - Análise 3.

Estratégia II											
$n$	Frequência natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
3	0,256	3,031	8,290	-	-	-	7,56	102,61	98,42	-	-
4	0,241	1,562	5,969	8,714	-	-	1,26	4,41	42,87	12,79	-
5	0,238	1,527	4,298	8,169	9,939	-	0,00	2,07	2,87	5,73	8,49
6	0,238	1,496	4,178	7,726	9,161	14,629	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 45 – Primeiras frequências naturais obtidas a partir do MOR para diferentes considerações da rigidez das molas distribuídas - Estratégia II.

Análise	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]
1	0,235	1,488
2	0,247	1,634
3	0,238	1,496

Fonte: Elaborada pela autora.

As Tabelas 46, 47 e 48 apresentam, nessa ordem, a comparação entre os valores das duas primeiras frequências naturais obtidos com o MOR considerando a Análise 1, Análise 2 e Análise 3 com os resultados a partir do MEF. Tais comparações revelam uma boa concordância entre esses modelos. A diferença observada considerando a Análise 3 para a primeira frequência natural está próxima de 3,5%. Para a segunda frequência natural, essa diferença é de aproximadamente 1,8%.

Tabela 46 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia II - Análise 1.

Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,235	0,227	3,52
$f_2$ [Hz]	1,488	1,440	3,33

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 47 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia II - Análise 2.

Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,247	0,239	3,35
$f_2$ [Hz]	1,632	1,608	1,62

Fonte: Elaborada pela autora.

Além da boa concordância entre os valores das frequências naturais, o primeiro e o segundo modos de vibração obtidos com o MOR considerando a Estratégia II praticamente

Tabela 48 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia II - Análise 3.

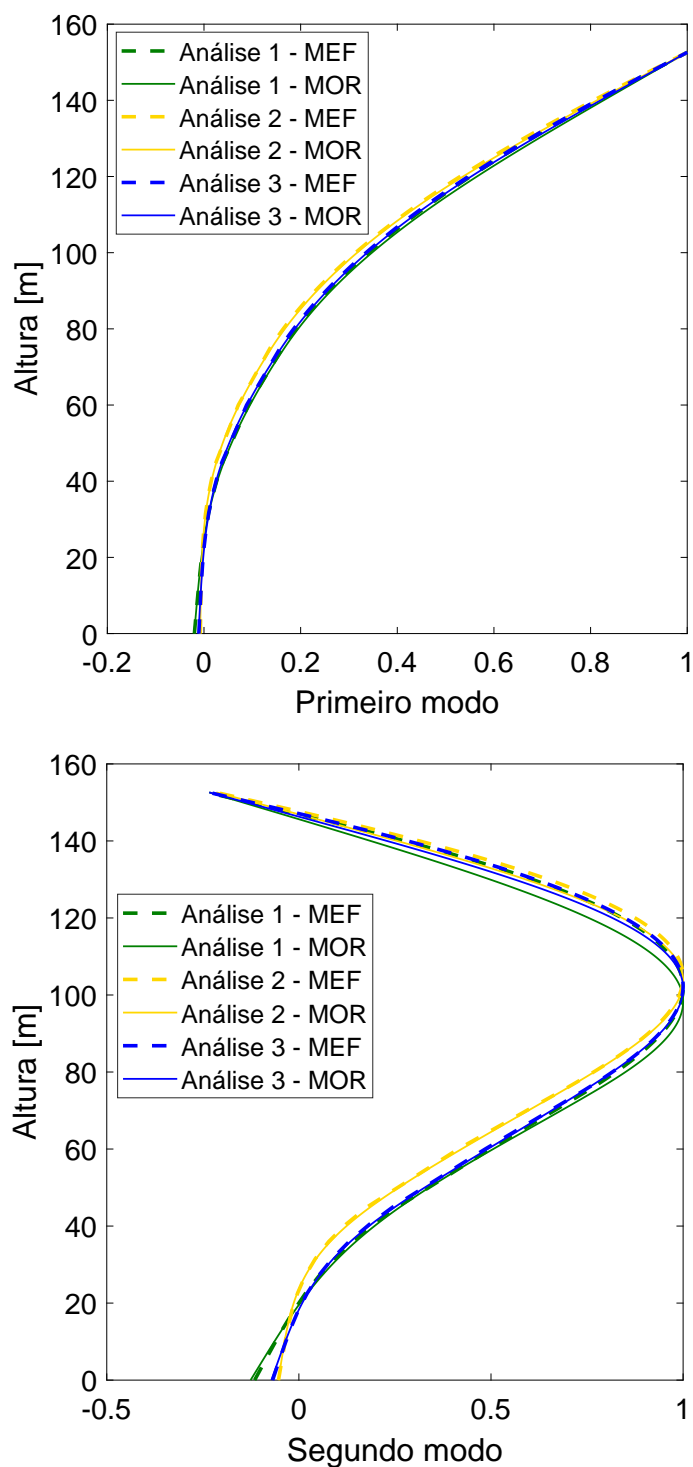
Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,238	0,230	3,48
$f_2$ [Hz]	1,496	1,470	1,77

Fonte: Elaborada pela autora.

coincidem com os obtidos da análise em MEF, como pode ser visto na Figura 51; seja para a análise com molas de rigidez constante ou variável. Estes fatos destacam a importância de se levar em conta adequadamente a influência das molas na seção do *monopile* ao escolher a função de projeção.

A aplicação da Estratégia II considera o Caso II, que permite encontrar os menores modos de vibração já que o Caso II obtém os menores valores de  $\lambda_0$ . A frequência natural aumenta com o valor de  $\lambda_0$ , e a condição do Caso II é limitada a  $m_0\omega^2 < k_p$ . Portanto, após um determinado valor de  $\lambda_0$ , a relação  $m_0\omega^2 < k_p$  não é mais válida. Este aspecto é discutido com maior profundidade na aplicação da Estratégia III, na próxima subseção. Assim, apesar da Estratégia II permitir a representação adequada das primeiras frequências naturais, não é possível encontrar os modos de vibração mais elevados, dada a limitação dos valores de  $\lambda_0$ . Tal fato torna necessário conceber outra estratégia de modelagem que permita também a representação dos modos de vibração mais altos e, portanto, agregue generalidade à formulação. É importante ressaltar que a necessidade de modos superiores, embora à primeira vista não seja tão relevante para a análise de turbinas eólicas *offshore* (dado que as principais ações excitam os modos mais baixos), pode ser interessante em outros problemas envolvendo vigas não prismáticas apoiadas elasticamente, evidenciando o caráter generalista da formulação desenvolvida. Obviamente, se alguma carga externa em uma turbina eólica tiver energia em torno das frequências naturais mais altas, esse aspecto se torna relevante na análise.

Figura 51 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR com 6-GL e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia II.



Fonte: Elaborada pela autora.

### 5.4.3 Estratégia III

A Estratégia III combina as duas estratégias apresentadas anteriormente e assim leva em conta as funções de projeção considerando o Caso I e o Caso II. Então, usando o MOR obtido na Estratégia II apresentada na subseção 5.4.2, funções de projeção são adicionadas ao modelo considerando o Caso I. A convergência da frequência natural é apresentada na Tabela 49, considerando a Análise 3. O MOR considerado para a análise da Estratégia III possui dois modos de corpo rígido, quatro funções de projeção considerando o Caso II e três funções de projeção considerando o Caso I, levando a um modelo com 9-GL (dois de movimento de corpo rígido e sete de flexão).

Tabela 49 – Convergência da frequência natural. Estratégia III - Análise 3.

Estratégia III												
n	Frequência natural [Hz]						Diferença [%]					
	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>	f <sub>3</sub>	f <sub>4</sub>	f <sub>5</sub>	f <sub>6</sub>	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>	f <sub>3</sub>	f <sub>4</sub>	f <sub>5</sub>	f <sub>6</sub>
7	0,237	1,493	4,094	7,648	9,058	13.900	0,00	0,07	0,56	0,25	0,29	2,92
8	0,237	1,493	4,077	7.633	9,038	13,634	0,00	0,07	0,15	0,05	0,07	0,96
9	0,237	1,492	4,071	7,629	9,032	13,505	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborada pela autora.

A Estratégia III considera tanto os modos mais baixos, observados quando  $m_0\omega^2 < k_p$  (Caso II), quanto os modos mais altos, verificados quando  $m_0\omega^2 > k_p$  (Caso I). A contribuição de cada um dos casos apresentados depende do valor da frequência aproximada para a seção do *monopile* que pode ser calculada com base no valor de  $\omega$  (ver fluxograma apresentado na Figura 46). Como exemplo, os valores aproximados de frequência para a seção do *monopile* são calculados usando a expressão  $m_0\omega_0^2 = E_0I_0\lambda_0^4 + k_p$  dos valores de  $\lambda_0$  obtidos com o Caso I e usando a expressão  $m_0\omega_0^2 = k_p - E_0I_0\lambda_0^4$  com os valores de  $\lambda_0$  obtidos com o Caso II. A Tabela 50 mostra os valores das frequências aproximadas para o Caso I e para o Caso II, quando consideradas as condições da Análise 3. Esses resultados mostram que o Caso I e o Caso II correspondem, respectivamente, aos modos superiores e inferiores, ambos capturados na Estratégia III.

Tabela 50 – Frequência aproximada baseada no número de onda do trecho do *monopile*.

Número de onda - Caso I	$\omega_0$ [rad/s]	Número de onda - Caso II	$\omega_0$ [rad/s]
$I\lambda_0^1$	56,94	$II\lambda_0^1$	48,57
$I\lambda_0^2$	85,83	$II\lambda_0^2$	31,99
$I\lambda_0^3$	122,04	$II\lambda_0^3$	12,66
$I\lambda_0^4$	166,51	$II\lambda_0^4$	2,19

Fonte: Elaborada pela autora.

A Tabela 51 compara os resultados das duas primeiras frequências naturais obtidos tanto da análise com MOR quanto em MEF para a Estratégia III, considerando a Análise 1.



Da mesma forma, as Tabelas 52 e 53 apresentam os valores das duas primeiras frequências naturais obtidos com o MOR e MEF, considerando as Análises 2 e 3, respectivamente.

Tabela 51 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia III - Análise 1.

Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,234	0,227	3,08
$f_2$ [Hz]	1,459	1,440	1,32

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 52 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia III - Análise 2.

Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,247	0,239	3,35
$f_2$ [Hz]	1,627	1,608	1,18

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 53 – Frequências naturais obtidas com o MOR e o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia III - Análise 3.

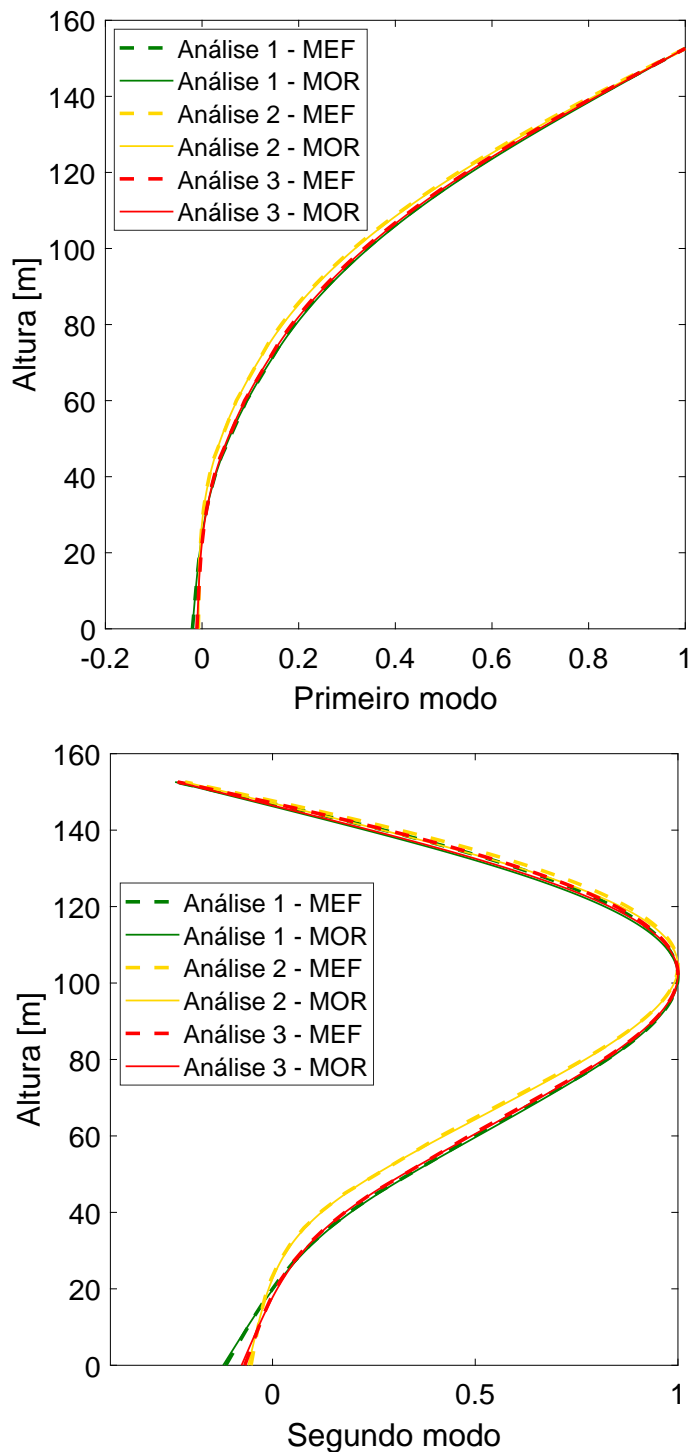
Frequência natural	MOR	MEF	Diferença [%]
$f_1$ [Hz]	0,237	0,230	3,04
$f_2$ [Hz]	1,492	1,470	1,50

Fonte: Elaborada pela autora.

Excelente correspondência é verificada entre os resultados de frequência natural obtidos com o MOR e com a análise em MEF. Considerando a Análise 3, verifica-se aproximadamente 3% de diferença em relação ao valor de  $f_1$ . Já para a segunda frequência natural, esta diferença é de 1,50%. Ao comparar os resultados de  $f_1$  e  $f_2$  mostrados nas Tabelas 48 e 53, notamos que a adoção da Estratégia III leva a uma melhora marginal nos valores destes frequências naturais.

A Figura 52 mostra a comparação entre as representações dos dois primeiros modos de vibração obtidos tanto pela análise com o MOR quanto via MEF, para as Análises 1, 2 e 3. Os dois primeiros modos de vibração obtidos pelo MOR e exibidos na Figura 52 demonstram excelente concordância com os do MEF, validando assim o potencial da Estratégia III para a modelagem de turbinas eólicas *offshore* com ISE modelada por molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do comprimento do *monopile*.

Figura 52 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR com 9-GL e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 5 MW. Estratégia III.



Fonte: Elaborada pela autora.

#### 5.4.4 Discussão acerca das estratégias de modelagem

As subseções anteriores discutiram individualmente os resultados das aplicações das Estratégias I, II e III para a turbina de referência de 5 MW do NREL. Nesta subseção,

é apresentada uma discussão sobre as três estratégias de modelagem.

A Tabela 54 resume os resultados das duas primeiras frequências naturais previstas pelas três estratégias de modelagem e a diferença em relação aos resultados do MEF, considerando a Análise 3.

Tabela 54 – Comparação entre as estratégias de modelagem utilizando a Análise 3. Os resultados do MEF são considerados como valores de referência.

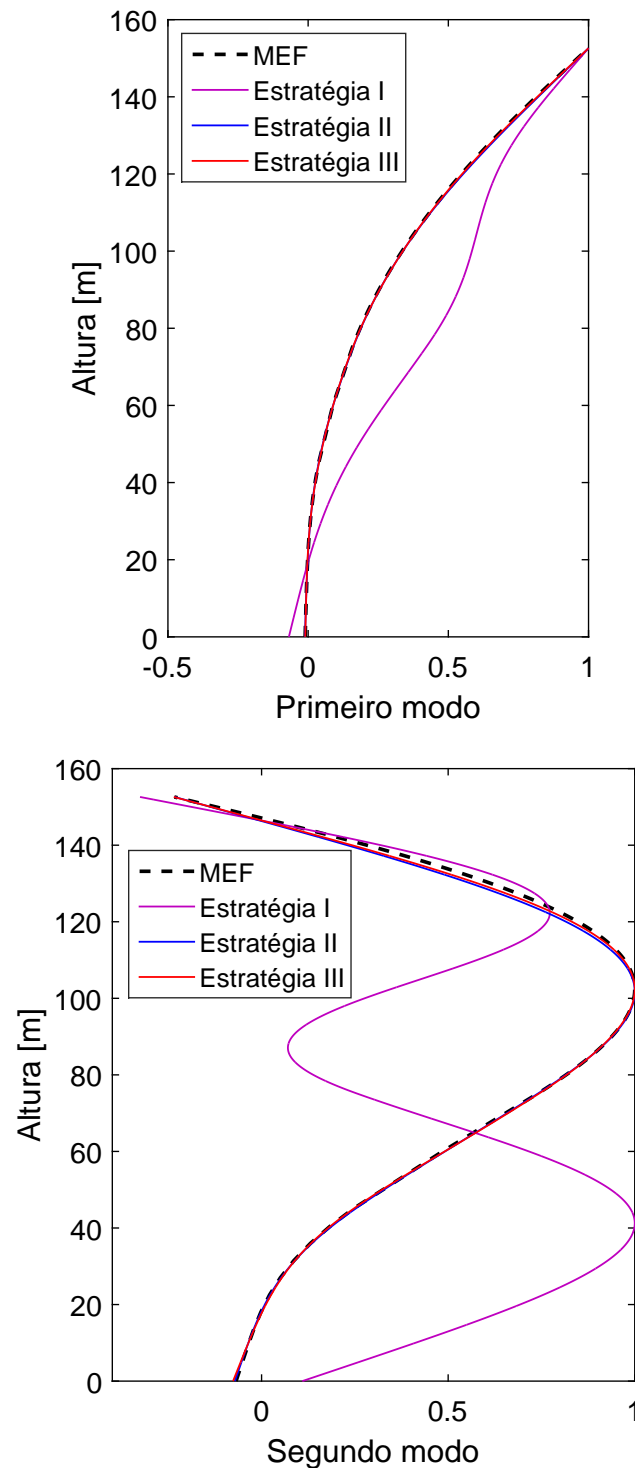
Estratégia	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	Diferença [%] $f_1$	Diferença [%] $f_2$
I	0,497	5,936	116,09	303,81
II	0,238	1,496	3,48	1,77
III	0,237	1,492	3,04	1,50
MEF	0,230	1,470	—	—

Fonte: Elaborada pela autora.

Da mesma forma, os dois primeiros modos de vibração da turbina eólica de 5 MW obtidos a partir de cada estratégia de modelagem e da análise em MEF são apresentados na Figura 53.

Inicialmente, é necessário ressaltar que nas subseções anteriores, as previsões das frequências naturais foram apresentadas utilizando os MORs e as validações foram dadas por comparações com os resultados obtidos nas análises em elementos finitos. Com os resultados e comparações apresentados na subseção 5.4.1, foi possível verificar que a Estratégia I falha por não considerar os modos mais baixos. A sua aplicação não converge para uma resposta correta, nem em termos de frequência natural nem em termos de modos de vibração. Por sua vez, a Estratégia II, cujos resultados foram apresentados na subseção 5.4.2, é suficiente em alguns casos, quando, por exemplo, o foco está na obtenção dos modos mais baixos de vibração. No entanto, a metodologia mais completa é a Estratégia III e permite prever modos superiores, conforme verificado na subseção 5.4.3. É importante ressaltar que as funções de projeção aqui adotadas são aproximadas e os componentes das funções de projeção das frequências mais altas também contribuem para gerar os modos mais baixos.

Figura 53 – Os dois primeiros modos de vibração obtidos com o MOR e com o MEF para a turbina de referência de 5 MW. Comparação entre as estratégias de modelagem.



Fonte: Elaborada pela autora.

Os modelos analíticos desenvolvidos na literatura para a resolução das equações de movimento geralmente utilizam as funções de projeção dadas pela solução clássica de viga prismática. Ainda assim, espera-se que com o aumento do número de termos na

expansão se chegue a uma solução exata. Elishakoff et al. (2021) destacam que com o aumento do número de termos na expansão, o método rigoroso de Galerkin<sup>2</sup> tende a uma solução exata. De fato, conforme demonstrado no Capítulo 4, o aumento do número  $n$  de termos da expansão permitiu que a previsão do MOR ficasse próxima das frequências naturais medidas experimentalmente. No entanto, na análise das estratégias de modelagem, fica claro que adicionar funções de projeção no método de Galerkin, mesmo que atinja a convergência, não significa que esteja convergindo para a solução correta, aqui entendida como a do MEF. Para cada caso, é necessário adotar abordagens que levem em consideração as condições de contorno do problema, obtendo a melhor estratégia para representar o comportamento dinâmico real da estrutura.

Os resultados apresentados evidenciam o potencial da Estratégia II e da Estratégia III para a previsão das frequências naturais e representação dos modos de vibração. No entanto, como discutido anteriormente, a Estratégia II, nesta aplicação, possui 6-GL e, portanto, permite apenas a previsão das seis primeiras frequências naturais; sendo ineficiente para a determinação de modos superiores. Isso ocorre porque, para a turbina analisada, apenas quatro valores de  $\lambda_0$  satisfazem a relação  $m_0\omega_0^2 < k_p$  (fornecendo as quatro funções de projeção de flexão). A estratégia III considerou 9-GL neste problema, mas, se necessário, é possível utilizar mais funções de projeção caso o interesse seja o de obter modos maiores que a nona frequência.

As diferentes análises considerando a condição da rigidez da mola como constante ou variável ao longo do comprimento do *monopile* nas aplicações com a Estratégia II e Estratégia III demonstraram que as metodologias permitem a análise nestas duas considerações de rigidez do solo, pois pequenas diferenças percentuais foram alcançadas quando comparados os resultados obtidos com os elementos finitos. No entanto, do ponto de vista físico, a consideração de uma função que leve em consideração a variação da rigidez do solo é a mais adequada, pois é a que mais se aproxima da condição real. Quando de posse de dados medidos para uma determinada turbina, a depender das condições dos solos, utilizar o MOR com a adoção simplificada de molas constantes pode gerar resultados muito distantes da realidade. Por este motivo, na próxima seção as estratégias de modelagem serão aplicadas considerando as condições da Análise 3.

---

<sup>2</sup> A versão direta do método de Galerkin, definido pelo autor como *Naïve Galerkin Method*, aplica o procedimento de Galerkin em cada subdomínio da estrutura. O método rigoroso de Galerkin, *Rigorous Galerkin Method*, trata as mudanças dos parâmetros estruturais, como rigidez e massa, levando a solução exata para estruturas escalonadas.

## 5.5 Aplicação das estratégias de modelagem na turbina eólica de referência de 15 MW

Visando à aplicação das estratégias de modelagem em uma torre mais alta, será considerado nesta seção que a turbina de 15 MW do NREL se encontra em solo com as mesmas características apresentadas na Seção 5.4. Desta forma, o objetivo desta aplicação é verificar as estratégias de modelagem, obter e comparar as frequências naturais. O *monopile* da turbina de referência de 15 MW também tem 45 m de comprimento, sendo o diâmetro igual a 10 m.

Tendo em vista a discussão anterior sobre a consideração das molas distribuídas ao longo do *monopile*, nesta seção será considerada a Análise 3, em que as molas de rigidez do solo  $k_p$  e  $k_t$ , variam ao longo do trecho do *monopile*. A Tabela 55 apresenta os valores de rigidez das molas para a turbina de referência de 15 MW.

Tabela 55 – Valores de rigidez das molas para a turbina de referência de 15 MW. A origem do eixo  $z$  está na ponta do *monopile* (ver Figura 28).

$k_p$ [(MN/m)/m]	$k_t$ [(MN/m)/m]	$k_Q$ [MN/m]
27.63; $0 \leq z \leq 16,43$ m	$40,75 - 0,632z$	441,8
$38.22 - 0,645z$ ; $16,43 \leq z \leq 45$ m		

Fonte: Elaborada pela autora.

Com as análises das estratégias de modelagem realizadas com a turbina de referência de 5 MW na seção anterior, foi possível verificar que a Estratégia I é inadequada para prever as frequências naturais. Com isso, nesta seção são aplicadas as Estratégias II e III. Vale recordar que embora ambas as estratégias sejam eficientes para determinar as primeiras frequências naturais, a Estratégia II não possui a mesma eficácia para lidar com os modos superiores.

A Tabela 56 mostra os resultados das seis primeiras frequências naturais obtidas a partir da Estratégia II com o MOR com 6-GL e da Estratégia III com o MOR com 9-GL. As previsões para as frequências naturais a partir dos MORs são comparadas àquelas obtidas pelo MEF, conforme apresentadas na tabela.

Observando a Tabela 56, pode-se verificar que, para as duas primeiras frequências naturais, ambas as estratégias são eficientes, visto que levam a resultados que diferem da análise via MEF em menos de 5%. Para modos superiores, pode-se ver que a Estratégia III apresenta diferenças menores em relação aos valores obtidos pela análise em elementos finitos do que a Estratégia II. Isso ocorre devido à contribuição dos componentes das funções de projeção das frequências mais altas na definição dos modos mais baixos. Portanto, como a Estratégia III é aplicada com o MOR com 9-GL, a resposta da quinta frequência natural apresenta uma diferença de 3,73%, enquanto a Estratégia II leva a uma diferença de 6,95%.

Tabela 56 – Frequências naturais obtidas com a Estratégia II com MOR com 6-GL, a Estratégia III com MOR com 9-GL e o modelo em MEF para a turbina de referência de 15 MW.

Frequência natural [Hz]	MOR Estratégia II	MOR Estratégia III	MEF	Diferença [%] Estratégia II	Diferença [%] Estratégia III
$f_1$	0,142	0,142	0,136	4,41	4,41
$f_2$	0,939	0,934	0,921	1,95	1,41
$f_3$	2,875	2,812	2,720	5,70	3,38
$f_4$	5,774	5,596	5,297	9,01	5,64
$f_5$	7,631	7,401	7,135	6,95	3,73
$f_6$	13,466	10,939	9,491	41,88	15,25

Fonte: Elaborada pela autora.

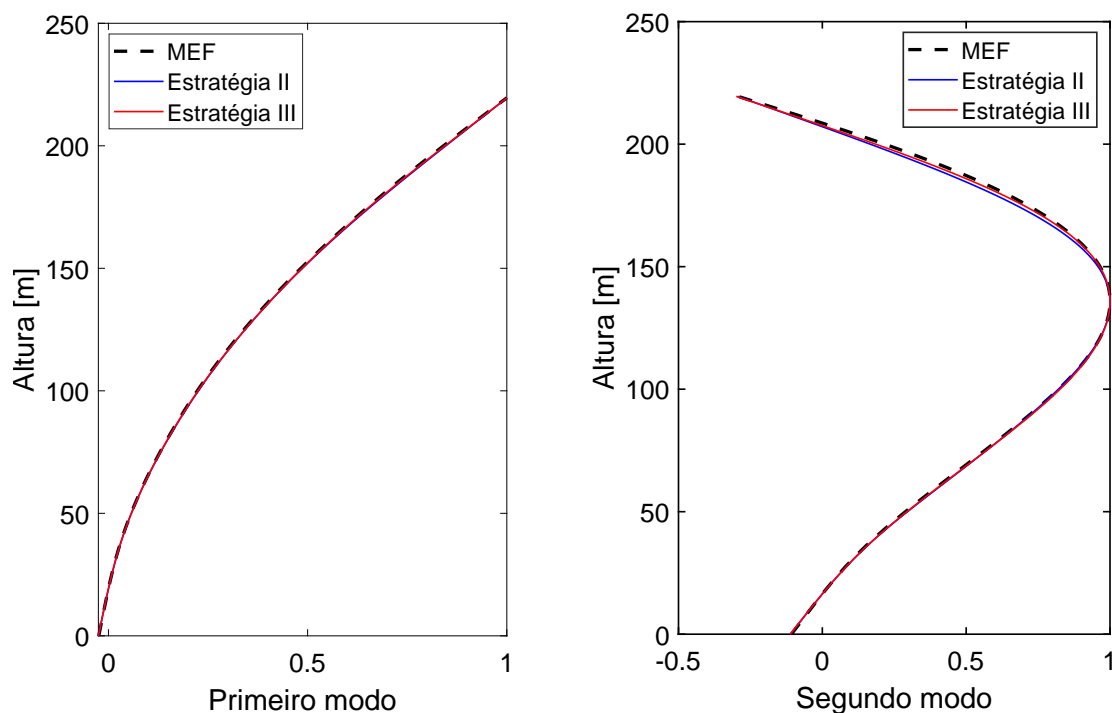
Para a sexta frequência natural, a aplicação da Estratégia III reduziu a diferença para o resultado do MEF em cerca de 27% do valor estimado pela Estratégia II. Essas diferenças também são repercutidas na representação das formas modais. A seguir, são apresentadas as discussões a cerca das representações das formas modais advindas das Estratégias II e III.

A Figura 54 traz as comparações entre as representações das formas modais dadas a partir das Estratégias II e III para o primeiro e segundo modos de vibração. Como esperado para esses modos, não há diferença significativa entre os resultados de ambas as estratégias e o MEF.

As representações das formas modais dadas pelas Estratégias II e III para o terceiro e quarto modos de vibração são mostradas na Figura 55. Percebe-se que as diferenças expressadas na Tabela 56 em relação às frequências naturais também são observadas quando se analisa as representações dos modos de vibração. As duas estratégias permitem uma boa representação do terceiro modo. Por outro lado, a Estratégia II falha na recuperação do quarto modo de vibração.

A Figura 56 apresenta as representações do quinto e sexto modos de vibração dadas a partir das Estratégias II e III, e também da análise em elementos finitos. Ao analisar a Figura 56 é possível verificar que para esses modos de vibração mais elevados, a Estratégia II apresenta maior divergência com os resultados da análise em elementos finitos do que a Estratégia III. Conforme já mencionado, a Estratégia III permite a consideração de mais graus de liberdade e como as funções de projeção das frequências mais altas contribuem para gerar os modos mais baixos, as representações das formas modais fornecidas pela Estratégia III são mais adequadas quando comparadas aos resultados do MEF. Caso se pretenda que a Estratégia III conduza a uma melhor concordância (em termos de frequências naturais e formas modais) com os resultados do MEF para os modos mais elevados, é necessário incluir mais graus de liberdade ao modelo (dado o número ilimitado de valores possíveis de  $\lambda_0$  do Caso I).

Figura 54 – Primeiro e segundo modos de vibração obtidos com o MOR e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 15 MW. Comparação entre as estratégias de modelagem.



Fonte: Elaborada pela autora.

## 5.6 Conclusões deste capítulo

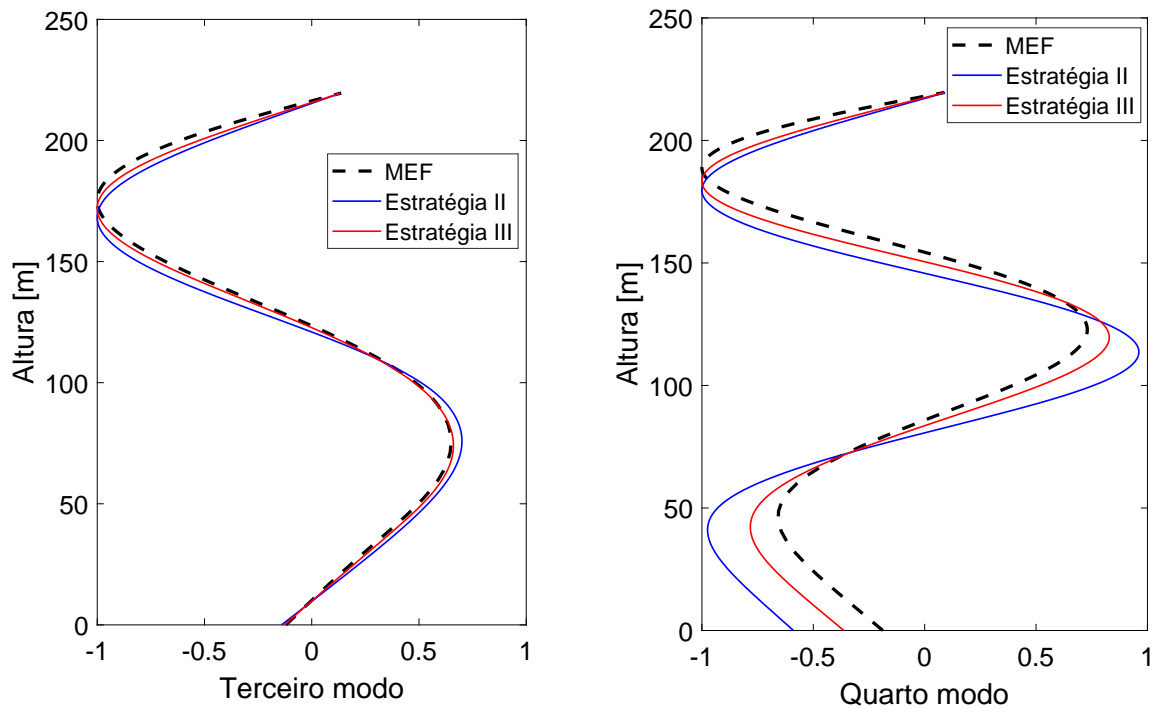
Neste capítulo, um modelo matemático com baixo número de graus de liberdade foi apresentado como uma ferramenta para calcular as frequências naturais e os modos de vibração de turbinas eólicas *offshore* com ISE considerada por molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile*. Três estratégias de modelagem para a obtenção dos MORs foram apresentadas e os resultados foram comparados com os obtidos pelo MEF. Independente da estratégia de modelagem adotada, poucos parâmetros de entrada são requeridos.

A discretização da malha no trecho do *monopile* para a análise a partir do *software* Giraffe foi realizada considerando a torre com 100 seções e a subestrutura prismática com uma única seção; sendo um elemento por seção, conforme verificado no Capítulo 4. Neste estudo foi verificado que a adoção de uma distância entre nós correspondente a 10% do comprimento do *monopile* é apropriada no que diz respeito à convergência das frequências naturais e das representações das formas modais.

Inicialmente, as três diferentes estratégias de modelagem foram aplicadas à turbina de referência de 5 MW, permitindo verificar qual delas seria a mais eficaz na estimativa das frequências naturais e das formas modais. A Estratégia I considera todas as funções de projeção das seções correspondentes à estrutura de suporte a partir da solução clássica



Figura 55 – Terceiro e quarto modos de vibração obtidos com o MOR e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 15 MW. Comparação entre as estratégias de modelagem.

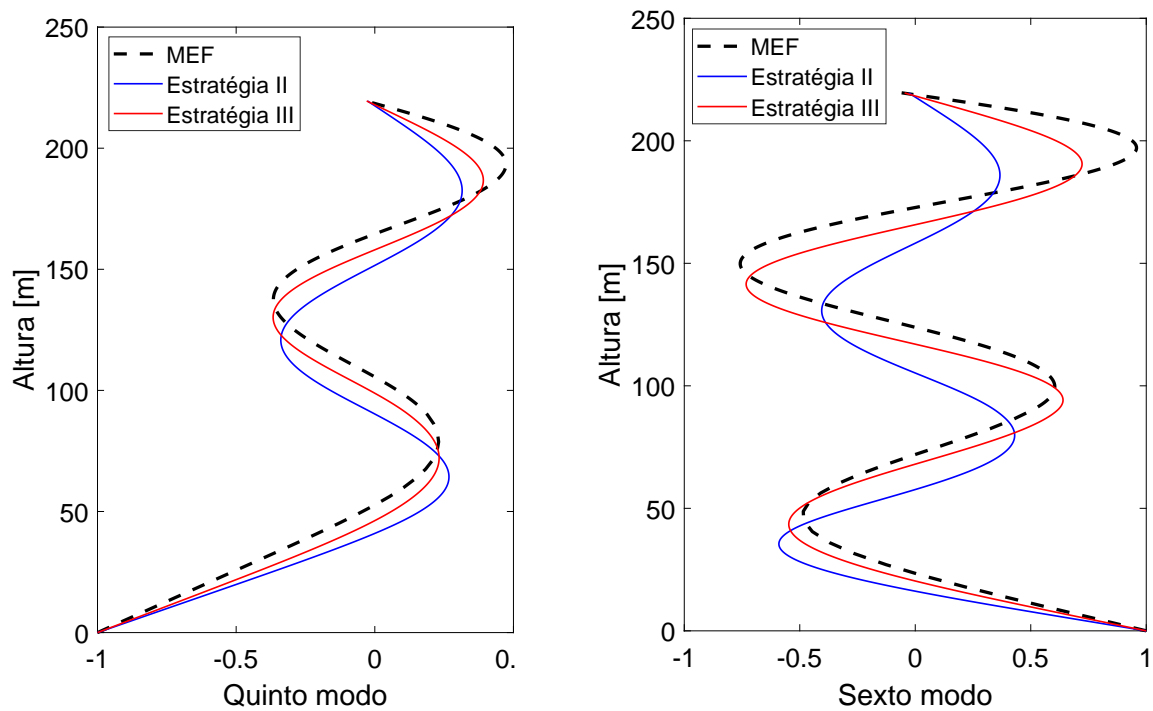


Fonte: Elaborada pela autora.

de viga prismática. O MOR considerando a Estratégia I apresentou grande discordância na estimativa das frequências naturais e na representação das formas modais quando comparado ao MEF. Esse fato permitiu confirmar que mesmo aumentando o número de funções de projeção e obtendo a convergência para o valor da frequência natural, esta estratégia de modelagem é ineficaz para este problema que apresenta um trecho da estrutura de suporte com molas distribuídas representando a ISE. A Estratégia II leva em conta que  $k_p > m_0\omega^2$ , chegando a uma equação para a forma modal que tem solução diferente da solução clássica de viga prismática. A aplicação da Estratégia II apresentou bons resultados quando comparados ao MEF. No entanto, esta estratégia torna-se ineficaz na determinação dos modos superiores. A estratégia III é a mais completa, pois é a união das outras duas estratégias, e permite a previsão de uma gama mais ampla de frequências naturais e formas modais. Além disso, os resultados obtidos com a aplicação da Estratégia III mostraram boa concordância com os obtidos pelo MEF.

A análise considerando a turbina de referência de 15 MW permitiu avaliar que o MOR é eficiente para a estimativa da frequência natural de uma torre mais alta. Assim como observado para a turbina de referência de 5 MW, a Estratégia III foi a que apresentou melhor concordância com as análises desenvolvidas com o MEF, inclusive nas representações dos modos de vibração mais elevados.

Figura 56 – Quinto e sexto modos de vibração obtidos com o MOR e com o modelo em MEF para a turbina de referência de 15 MW. Comparação entre as estratégias de modelagem.



Fonte: Elaborada pela autora.

Em síntese, neste capítulo foram apresentadas três estratégias de modelagem para torres de turbinas eólicas com ISE com molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile*. As comparações entre as diferentes estratégias de modelagem permitiram verificar a importância de considerar abordagens que levem em consideração as condições de contorno do problema, obtendo a melhor estratégia para representar o comportamento dinâmico real da estrutura. Para um estudo preliminar do comportamento dinâmico das turbinas eólicas *offshore*, em que o interesse está nas duas primeiras frequências naturais, as Estratégias II e III podem ser utilizadas sem perda de eficiência. Caso o foco recaia sobre modos superiores, a Estratégia III pode ser utilizada com segurança, pois a mesma permite o acréscimo de novas funções de projeção, aumentando assim os graus de liberdade do problema.

Por fim, duas informações devem ser pontuadas. O primeiro aspecto que merece destaque é que a função que rege a variação da rigidez do solo com a profundidade foi desenvolvida com base nas curvas  $p-y$ ,  $t-z$  e  $Q-z$  recomendadas em API (2002) e DNV (2002), as quais são baseadas em estacas de pequeno diâmetro. O fato é que a formulação apresentada está pronta para uso com qualquer nova equação que represente a rigidez do solo que modela ISE. Um outro aspecto que deve ser reforçado é que o modelo de ordem reduzida apresentado requer poucos parâmetros de entrada e permite a estimativa das frequências naturais e das formas modais com baixo custo computacional.

## 6 Conclusões e sugestões de trabalhos futuros

O foco da tese foi no desenvolvimento analítico de modelos de ordem reduzida (MOR) para estimar as frequências naturais de turbinas eólicas *offshore* considerando diferentes condições da interação solo-estrutura (ISE). Também foram avaliadas as vantagens do uso desse tipo de modelo para a análise e prática da engenharia.

A ISE foi considerada de duas formas diferentes, de acordo com cada metodologia. A primeira metodologia desenvolveu um MOR levando em conta a ISE por meio de uma matriz de rigidez representativa do sistema solo-*monopile*. A segunda metodologia, por sua vez, levou em consideração a ISE utilizando molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile*, modelando a flexibilidade da fundação. A rigidez da mola varia ao longo do *monopile* para representar o comportamento do perfil do solo.

As equações de movimento foram obtidas usando o Princípio Estendido de Hamilton e os MORs foram obtidos utilizando o método de Galerkin para a discretização das equações à derivadas parciais. A primeira metodologia com a consideração da ISE por meio de molas acopladas foi desenvolvida para diferentes condições de contorno; a saber, base fixa e base elástica. A estrutura de suporte foi dada pelos trechos da subestrutura e da torre. A segunda metodologia, com molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile*, acrescentou o trecho do *monopile* à modelagem da estrutura de suporte. Para todos os casos, os resultados obtidos a partir dos MORs foram comparados com aqueles obtidos nas análises desenvolvidas com a utilização do código *in-house* Giraffe, baseado no método dos elementos finitos (MEF). Alguns dados experimentais também foram utilizados na comparação.

Inicialmente, foi realizada a análise de convergência de malha com código de elementos finitos Giraffe, definindo a discretização necessária dos modelos para a melhor estimativa da frequência natural. Para o caso em que a ISE é dada por molas distribuídas, o estudo de sensibilidade busca ainda determinar o número necessário de nós no trecho do *monopile* que forneça melhor precisão na resposta de frequência natural, já que o valor de cada mola na matriz de rigidez depende da distância considerada entre dois nós.

A validação dos MORs com a consideração da ISE por meio de molas acopladas foi realizada para seis diferentes turbinas eólicas cujos dados estão disponíveis na literatura, permitindo a correlação analítica-experimental para a primeira frequência natural. Ainda, os resultados da primeira frequência natural obtidos pelos MORs para as turbinas eólicas estudadas também foram comparados com os estimados por outras metodologias presentes na literatura. Para todos os casos, os resultados das estimativas das primeiras frequências naturais obtidas com os MORs foram comparadas com os resultados das conduzidas

pelo MEF. Como o modelo derivado possui mais de um grau de liberdade, a formulação aqui apresentada permitiu obter os modos de vibração, propriedade importante e não permitida pelos modelos analíticos de 1-GL comumente encontrados na literatura e que traz caráter de ineditismo ao estudo desenvolvido no âmbito da tese. De forma sumarizada, são apresentados abaixo os resultados obtidos a partir do MOR com ISE considerando molas acopladas:

- Foi apresentado e discutido um critério para definir o número de funções de projeção necessário para uma representação adequada da frequência natural de interesse. Nesse estudo, o número de funções de projeção necessário para a representação da frequência fundamental foi aquele que levou a uma diferença inferior a 2% entre as duas primeiras frequências naturais e aquelas obtidas para o caso mais refinado, ou seja, aquele com o maior número de modos usado usado na expansão;
- As comparações entre as diferentes modelagens das condições de contorno permitiram verificar a importância de se considerar todo o sistema para a análise dinâmica. Para diferentes turbinas eólicas *offshore* analisadas, foi verificado que a ISE é responsável por reduzir a primeira frequência natural na faixa de 4,3% - 17,2% em relação à condição de base fixa;
- O estudo da influência da mola de acoplamento cruzado na estimativa da frequência natural permitiu verificar a potencialidade do modelo em realizar análises de sensibilidade quanto à influência dos parâmetros de rigidez da fundação. Para os casos analisados, a consideração da rigidez por acoplamento cruzado (termo  $K_{LR}$ ) levou a um decréscimo variando de 1,57% a 12,78% no valor da primeira frequência natural em relação aos casos em que  $K_{LR}$  não foi considerado;
- A primeira frequência natural estimada a partir do MOR considerando a base elástica para todas as turbinas eólicas estudadas foi comparada com os valores medidos em escala real. Foi observada boa concordância entre os dados de previsão e medidos, com o maior erro de 8,2% e o menor erro de 4,1%. Para essas mesmas turbinas, considerando a base elástica, quando as estimativas da primeira frequência natural a partir do MOR foram confrontadas com os resultados das análises via MEF, a maior diferença percentual verificada foi de 2,31% e a menor diferença foi de 1,18%. Para a segunda frequência natural, a maior diferença percentual foi de 3,09% e o menor diferença de 1,57%;
- Os resultados da primeira frequência natural obtidos pelos MORs para as turbinas eólicas estudadas também foram comparados com os estimados por outras metodologias presentes na literatura. Tanto para os casos de base fixa quanto para os casos de base elástica, os resultados de frequência natural estimados pelos MORs se

aproximaram mais das análises realizadas em MEF do que dos resultados apresentados por outros pesquisadores, disponíveis na literatura. Convém ressaltar que os modelos analíticos disponíveis na literatura consideram um único grau de liberdade, o que impossibilita a obtenção de outras frequências naturais e formas de vibrar, parâmetros importantes na análise dinâmica e no comportamento estrutural como, por exemplo, no campo de tensões normais (importante na avaliação da fadiga);

- O estudo de caso com a turbina de referência de 15 MW permitiu avaliar que os MORs são eficientes para a estimativa da frequência natural de torre de grande altura, visto que apresentaram boa correspondência com as análises desenvolvidas com o MEF, incluindo as representações dos modos de vibração.

As estratégias de modelagem para a estimativa das frequências naturais de turbinas eólicas *offshore* com ISE considerada por molas representativas da rigidez do solo distribuídas ao longo do *monopile* foram aplicadas para as turbinas de referência de 5 MW e 15 MW do NREL. A discussão acerca das estratégias aplicadas foi realizada comparando os resultados previstos pelos MORs com àqueles obtidos com a análise via MEF. Da mesma forma, abaixo são apresentados de forma resumida os resultados obtidos a partir do MOR com ISE considerando molas distribuídas:

- Três estratégias de modelagem foram apresentadas, sendo denominadas por Estratégia I, Estratégia II e Estratégia III. A Estratégia I considerou todas as funções de projeção das seções correspondentes à estrutura de suporte a partir da solução clássica de viga prismática. A Estratégia II levou em conta que  $k_p < m_0\omega^2$ , chegando a uma equação para a forma modal que tem solução diferente da solução clássica de viga prismática, obtendo os modos de vibração mais baixos. A Estratégia III considerou tanto os modos mais baixos, observados quando  $m_0\omega^2 < k_p$ , quanto os modos elevados, verificados quando  $m_0\omega^2 > k_p$ ; sendo, portanto, a união da Estratégia I e Estratégia II;
- Cada estratégia foi realizada considerando três análises diferenciadas pela forma da consideração da rigidez do solo. Nas Análises 1 e 2, os valores de rigidez  $k_p$  e  $k_t$  foram considerados constantes com a profundidade. As Análises 1 e 2 consideram o menor e o maior valor de rigidez, respectivamente. A Análise 3 admitiu a variação da rigidez lateral e axial ao longo do comprimento do *monopile*. Conforme o esperado, as respostas das primeiras frequências naturais obtidas a partir da Análise 3 ficaram entre as respostas das Análises 1 e 2. Tais resultados demonstraram que a metodologia permite a análise nessas duas considerações de rigidez do solo, pois pequenas diferenças percentuais foram obtidas quando realizadas as comparações com os resultados obtidos com o MEF;

- A Estratégia I se mostrou ineficiente na estimativa das frequências naturais e na representação das formas modais, apresentando grande divergência com os resultados das análises realizadas via MEF. Tal fato indica a importância da escolha das funções de forma a serem utilizadas no método de Galerkin para um determinado problema. Em termos de resolução de problemas em engenharia, provavelmente a função de projeção definida para o trecho do *monopile* como sendo a solução clássica de viga prismática seja a primeira escolha a ser seguida. No entanto, na análise das estratégias de modelagem ficou claro que adicionar funções de projeção no método de Galerkin, mesmo que alcance a convergência no valor da frequência natural, pode ser que essa convergência não ocorra para a solução correta. Então, torna-se necessário levar em consideração as particularidades de cada problema na escolha das funções de projeção;
- A Estratégia II considerou a função de projeção para a seção referente ao *monopile* como sendo a solução decorrente do caso em que  $m_0\omega^2 < k_p$ . Este fato limita os valores de  $\lambda_0$  e, com isso, são obtidos apenas os modos de vibração mais baixos. A aplicação desta estratégia apresentou bons resultados em comparação ao MEF. No entanto, a Estratégia II se torna ineficiente quando o interesse está nos modos superiores;
- A Estratégia III, sendo a união entre as outras duas estratégias, mostrou ser estratégia de modelagem mais completa, permitindo a previsão de qualquer frequência de interesse e a sua representação da forma modal. Quando os resultados foram comparados com as análises em MEF, indicaram ótima concordância tanto em termos de frequências naturais quanto da representação das formas modais. Embora à primeira vista a verificação dos modos de vibração mais elevados não seja tão relevante para a análise de turbinas eólicas *offshore* (uma vez que as principais ações excitam os modos de vibração mais baixos), ela pode ser interessante em outros problemas, reforçando o caráter geral da formulação desenvolvida;
- A aplicação das estratégias de modelagem na turbina de referência de 15 MW demonstrou, mais uma vez, a eficiência dos MORs em determinar as frequências naturais de torres de elevada altura. Como as torres mais altas são necessárias para aumentar a capacidade de geração de energia, a análise dinâmica dessas estruturas torna-se extremamente importante.

Este trabalho serviu como contribuição para o cálculo de frequências naturais de torres eólicas considerando a interação solo-estrutura. Modelos analíticos para avaliar frequências naturais e formas modais de turbinas eólicas não são comumente encontrados na literatura. Os MORs baseados nas duas metodologias apresentadas foram validados com valores de frequência natural medidos experimentalmente e/ou resultados das análises

de modelos de alta hierarquia, baseados no MEF, demonstrando excelente concordância entre os métodos.

A ISE modelada sob a ótica da mecânica do contínuo é muito cara computacionalmente e requer qualidade dos dados do solo para definir o modelo constitutivo. Isso pode ser utilizado para verificar o projeto final da fundação. Modelos analíticos com poucos graus de liberdade como os aqui apresentados podem ser de importância tecnológica, principalmente nas fases iniciais de projeto em que diversas condições devem ser simuladas. Com baixíssimo custo computacional, os MORs propostos permitem estudos de sensibilidade das frequências naturais e modos de vibração quanto a mudanças nos parâmetros da estrutura e/ou do solo. Ainda, vale ressaltar que os MORs exigem poucos parâmetros de entrada (a saber, dimensões da estrutura e propriedades dos materiais e do solo) e fornecem informações de forma rápida e com boa precisão.

Existem muitos aspectos que podem ser considerados ao estudar as turbinas eólicas, especialmente se o objetivo for o de tornar o projeto mais econômico. Vale ressaltar que embora os estudos de caso aqui realizados tenham tido como foco a dinâmica das turbinas eólicas *offshore*, as formulações obtidas são de uso geral e podem ser adotadas para a análise dinâmica das turbinas eólicas *onshore* e de outras estruturas que possam ser representadas por uma viga prismática ou não prismática, com ou sem massa na extremidade livre e para as condições de contorno apresentadas. Outras condições de contorno, bem como cargas relevantes para turbinas eólicas *offshore*, como excitação externa de ondas e cargas de vento, podem ser facilmente incorporadas seguindo as metodologias apresentadas. Além da inclusão de cargas externas devido ao vento e às ondas, têm-se como recomendações para trabalhos futuros a consideração da não linearidade das molas de rigidez do solo, bem como a obtenção dos modos não lineares. Tais estudos permitirão repercutir o verdadeiro comportamento não linear do solo, sendo favorável para avaliar o efeito de assumir o comportamento linear do solo. Como a resposta estrutural é altamente dependente do tipo de solo, seria também apropriado estudar a ISE de diferentes condições de perfis de solo. Ainda, pode ser verificado os danos por fadiga, já que estes são altamente dependentes das condições de carga às quais as turbinas eólicas estão expostas e fortemente dependentes das formas de vibrar, aspecto não obtido pelas formulações analíticas de um grau de liberdade usualmente descritas na literatura. Também, seria interessante validar o MOR considerando a ISE dada por molas distribuídas por correlações com dados experimentais, permitindo o aprimoramento da modelagem. Por fim, as análises podem ser estendidas para problemas dinâmicos de outras estruturas, em diferentes cenários, validando os MORs para uso generalizado.





## Referências

- ABDULLAHI, A.; WANG, Y.; BHATTACHARYA, S. Comparative modal analysis of monopile and jacket supported offshore wind turbines including soil-structure interaction. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 20, n. 10, 2020.
- ABEEÓLICA. *Associação Brasileira de Energia Eólica. Infovento n.28*. [S.l.], 2022.
- ACHMUS, M.; THIEKEN, K.; SAATHOFF, J. E.; TERCEROS, M.; ALBIKER, J. Un- and reloading stiffness of monopile foundations in sand. *Applied Ocean Research*, v. 84, p. 62–73, 2019.
- ADHIKARI, S.; BHATTACHARYA, S. Vibrations of wind-turbines considering soil-structure interaction. *Wind and Structures*, v. 14, n. 2, p. 85–112, 2011.
- ADHIKARI, S.; BHATTACHARYA, S. Dynamic analysis of wind turbine towers on flexible foundations. *Shock and Vibration*, v. 19, n. 1, p. 37–56, 2012.
- AISSA, M. H.; Amar Bouzid, D.; BHATTACHARYA, S. Monopile head stiffness for servicibility limit state calculations in assessing the natural frequency of offshore wind turbines. *International Journal of Geotechnical Engineering*, Taylor & Francis, v. 12, n. 3, p. 267–283, 2018. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/19386362.2016.1270794>>.
- ALKHOURY, P.; SOUBRA, A. H.; REY, V.; AÏT-AHMED, M. A full three-dimensional model for the estimation of the natural frequencies of an offshore wind turbine in sand. *Wind Energy*, v. 24, n. 7, p. 699–719, 2021.
- Amar Bouzid, D.; BHATTACHARYA, S.; OTSMANE, L. Assessment of natural frequency of installed offshore wind turbines using nonlinear finite element model considering soil-monopile interaction. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, Elsevier Ltd, v. 10, n. 2, p. 333–346, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2017.11.010>>.
- ANDERSEN, L. V.; VAHDATIRAD, M. J.; SICHANI, M. T.; SØRENSEN, J. D. Natural frequencies of wind turbines on monopile foundations in clayey soils - A probabilistic approach. *Computers and Geotechnics*, Elsevier Ltd, v. 43, p. 1–11, 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.compgeo.2012.01.010>>.
- API. *American Petroleum Institute. Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms - Working stress design*. 2002.
- API. *American Petroleum Institute. Petroleum and natural gas industries - Specific requirements for offshore structures. Part 4 - Geotechnical and foundation design considerations ISO 19901-4:2003 (Modified)*. 2011.
- ARANY, L.; BHATTACHARYA, S.; ADHIKARI, S.; HOGAN, S. J.; MACDONALD, J. H. G. An analytical model to predict the natural frequency of offshore wind turbines on three-spring flexible foundations using two different beam models. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Elsevier, v. 74, p. 40–45, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.soildyn.2015.03.007>>.

ARANY, L.; BHATTACHARYA, S.; MACDONALD, J.; HOGAN, S. Design of monopiles for offshore wind turbines in 10 steps. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 92, p. 126–152, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.soildyn.2016.09.024>>.

ARANY, L.; BHATTACHARYA, S.; MACDONALD, J. H.; HOGAN, S. J. Closed form solution of Eigen frequency of monopile supported offshore wind turbines in deeper waters incorporating stiffness of substructure and SSI. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Elsevier, v. 83, p. 18–32, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.soildyn.2015.12.011>>.

ARSHAD, M.; O'KELLY, B. C. Offshore wind-turbine structures : a review. *Institution of Civil Engineers - Energy*, v. 166, p. 139–152, 2013.

ARYA, S. C.; O'NEILL, M.; PINCUS, G. Design of structures and foundations for vibrating machines. 1979.

BARRA, M. F. W.; GOMES, N. F.; LEMOS, S. P.; CARLOS, J. d. S.; ALMEIDA, M. C. F.; ALMEIDA, M. S. S. Modelos físicos de fundações para torres eólicas offshore. In: *XII Simpósio de Práticas de Engenharia Geotécnica da Região Sul*. Joinville: [s.n.], 2019.

BAZEOS, N.; HATZIGEORGIU, G. D.; HONDROS, I. D.; KARAMANEAS, H.; KARABALIS, D. L.; BESKOS, D. E. Static, seismic and stability analyses of a prototype wind turbine steel tower. *Engineering Structures*, v. 24, n. 8, p. 1015–1025, 2002.

BERALDO, H. d. C. *Contribuições à análise dinâmica de torres de turbinas eólicas São Paulo*. 135 p. Tese (Tese de mestrado) — Universidade de São Paulo, 2019.

BERALDO, H. d. C.; FRANZINI, G. R. A nonlinear mathematical model for dynamic analyses of a cantilevered beam with a tip-mass under support excitation. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Springer Berlin Heidelberg, v. 42, n. 1, p. 1–14, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40430-019-2095-y>>.

BHATTACHARYA, S. Challenges in design of foundations for offshore wind turbines. *Engineering & Technology Reference*, p. 1–9, jan 2014. Disponível em: <<https://digital-library.theiet.org/content/reference/10.1049/etr.2014.0041>>.

BHATTACHARYA, S.; COX, J. A.; LOMBARDI, D.; WOOD, D. M. Dynamics of offshore wind turbines supported on two foundations. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Geotechnical Engineering*, v. 166, n. 2, p. 159–169, 2013.

BHATTACHARYA, S.; NIKITAS, G.; ARANY, L.; NIKITAS, N. Soil–structure interactions for offshore wind turbines. *Engineering & Technology Reference*, p. 1–16, 2017.

BISOI, S.; HALDAR, S. Dynamic analysis of offshore wind turbine in clay considering soil-monopile-tower interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Elsevier, v. 63, p. 19–35, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.soildyn.2014.03.006>>.

BISOI, S.; HALDAR, S. Design of monopile supported offshore wind turbine in clay considering dynamic soil-structure-interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 73, p. 103–117, 2015.

BLEVINS, R. D. *Formulas for natural frequency and mode shape*. [S.l.: s.n.], 1979. ISBN 0442207107.

BP. *Statistical Review of World Energy 2022 ( 71st edition)*. [S.l.], 2022. Disponível em: <<https://www.bp.com/content/dam/bp/business-sites/en/global/corporate/pdfs/energy-economics/statistical-review/bp-stats-review-2022-full-report.pdf>>.

BUSH, E.; MANUEL, L. The influence of foundation modeling assumptions on long-term load prediction for offshore wind turbines. In: *ASME 28th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering OMAE2009*. Honolulu, Hawaii: [s.n.], 2009. p. 1–6.

CARTER, J. P.; KULHAWY, F. H. Analysis of laterally loaded shafts in rock. *Journal of Geotechnical Engineering*, v. 118, n. 6, p. 839–855, 1992.

CHUJUTALLI, J. H.; SILVA, G. P. da; ESTEFEN, S. F. Determination of the geometric and material properties of the NREL Phase VI wind turbine blade. *Marine Systems and Ocean Technology*, Springer International Publishing, v. 16, n. 2, p. 69–83, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40868-021-00100-z>>.

DAMGAARD, M.; ZANIA, V.; ANDERSEN, L. V.; IBSEN, L. B. Effects of soil-structure interaction on real time dynamic response of offshore wind turbines on monopiles. *Engineering Structures*, Elsevier Ltd, v. 75, p. 388–401, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.06.006>>.

DNV. *Det Norske Veritas. Guidelines for design of wind turbines*. 2. ed. [S.l.: s.n.], 2002. ISBN 87-550-2870-5.

DNV. *Det Norske Veritas . DNV-OS-J101: Design of Offshore Wind Turbine Structures*. 2014.

ELISHAKOFF, I.; AMATO, M.; ANKITHA, A. P.; MARZANI, A. Rigorous implementation of the Galerkin method for stepped structures needs generalized functions. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier Ltd, v. 490, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115708>>.

EPE. *Empresa de Pesquisa Energética. Roadmap Eólica Offshore Brasil - Perspectivas para a energia eólica marítima*. [S.l.], 2020. 140 p. Disponível em: <<https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/roadmap-eolica-offshore-brasil>>.

EUROCODE. European Committee for Standardization. Eurocode 8: Design of Structures for earthquake resistance - Part 5: Foundations, retaining structures and geotechnical aspects. 2004.

FERREIRA, Y. A.; VERNIZZI, G. J.; FUTAI, M. M.; FRANZINI, G. R. A reduced-order model to predict the natural frequencies of offshore wind turbines considering soil–structure interaction. *Marine Systems and Ocean Technology*, Springer International Publishing, v. 17, p. 80–94, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40868-022-00116-z>>.

FITZGERALD, B.; BASU, B. Structural control of wind turbines with soil structure interaction included. *Engineering Structures*, v. 111, p. 131–151, 2016.

- FRANZINI, G. R.; MAZZILLI, C. E. Non-linear reduced-order model for parametric excitation analysis of an immersed vertical slender rod. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Elsevier, v. 80, p. 29–39, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2015.09.019>>.
- FUTAI, M. M.; DONG, J.; HAIGH, S. K.; MADABHUSHI, S. P. Dynamic response of monopiles in sand using centrifuge modelling. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Elsevier Ltd, v. 115, p. 90–103, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2018.08.007>>.
- FUTAI, M. M.; HAIGH, S. K.; MADABHUSHI, G. S. Comparison of the dynamic responses of monopiles and gravity base foundations for offshore wind turbines in sand using centrifuge modelling. *Soils and Foundations*, Japanese Geotechnical Society, v. 61, n. 1, p. 50–63, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.sandf.2020.10.009>>.
- GAERTNER, E.; RINKER, J.; SETHURAMAN, L.; ZAHLE, F.; ANDERSON, B.; BARTER, G.; ABBAS, N.; MENG, F.; BORTOLOTTI, P.; SKRZYPINSKI, W.; SCOTT, G.; FEIL, R.; BREDMOSE, H.; DYKES, K.; SHIELDS, M.; ALLEN, C.; VISELLI, A. *Definition of the IEA wind 15-megawatt offshore reference wind turbine*. [S.l.], 2020.
- Gay Neto, A. Dynamics of offshore risers using a geometrically-exact beam model with hydrodynamic loads and contact with the seabed. *Engineering Structures*, Elsevier Ltd, v. 125, p. 438–454, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.07.005>>.
- Gay Neto, A. "Giraffe user's manual- generic interface readily accessible for finite elements. 2020. Disponível em: <<http://sites.poli.usp.br/p/alfredo.gay/>>.
- Gay Neto, A.; MARTINS, C. A.; PIMENTA, P. M. Static analysis of offshore risers with a geometrically-exact 3D beam model subjected to unilateral contact. *Computational Mechanics*, v. 53, n. 1, p. 125–145, 2014.
- GAZETAS, G. Analysis of machine foundation vibrations: State of the art. *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 2, n. 1, p. 2–42, 1983.
- GAZETAS, G. Seismic response of end-bearing single piles. *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 3, n. 2, p. 82–93, 1984.
- GWEC. *Global Wind Energy Council. Global Wind Report 2011*. [S.l.], 2012. Disponível em: <<http://www.gwec.net/publications/global-wind-report-2/global-wind-report-2013/>>.
- GWEC. *Global Wind Energy Council. Global Wind Report 2013*. [S.l.], 2014. Disponível em: <<http://www.gwec.net/publications/global-wind-report-2/global-wind-report-2013/>>.
- GWEC. *Global Wind Energy Council. Global Wind Report 2015*. [S.l.], 2016. Disponível em: <<http://www.gwec.net/global-figures/wind-energy-global-status/>>.
- GWEC. *Global Wind Energy Council. Global Wind Report 2017*. [S.l.], 2018.
- GWEC. *Global Wind Energy Council. Global Wind Report 2019*. [S.l.], 2020.

- GWEC. *Global Wind Energy Council. Global Wind Report 2022*. [S.l.], 2022. Disponível em: <<https://gwec.net/wp-content/uploads/2022/03/GWEC-GLOBAL-WIND-REPORT-2022.pdf>>.
- HARTE, M.; BASU, B.; NIELSEN, S. R. Dynamic analysis of wind turbines including soil-structure interaction. *Engineering Structures*, Elsevier Ltd, v. 45, p. 509–518, 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.06.041>>.
- HAU, E. *Wind Turbines: Fundamentals, Technologies, Application, Economics*. Third. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2013. ISBN 9783642271502.
- HEMAMI, A. *Wind Turbine Technology*. [S.l.]: Cengage Learning, 2012. ISBN 9781435486461.
- IRENA. *International Renewable Energy Agency. Renewable energy technologies: cost analysis series*. [S.l.], 2012. v. 1, n. 5.
- IRENA. *International Renewable Energy Agency. Future of wind - Deployment, investment, technology, grid integration and socio-economic aspects*. [S.l.], 2019.
- JIA, J. *Soil Dynamics and Foundation Modeling - Offshore and Earthquake Engineering*. [S.l.]: Springer International Publishing, 2018. ISBN 9783319403571.
- JONKMAN, J.; BUHL, M. *FAST User's Guide*. [S.l.], 2005. Disponível em: <<https://www.nrel.gov/docs/fy06osti/38230.pdf>>.
- JONKMAN, J.; BUTTERFIELD, S.; MUSIAL, W.; SCOTT, G. *Definition of a 5-MW reference wind turbine for offshore system development*. [S.l.], 2009.
- JONKMAN, J.; MUSIAL, W. *Offshore Code Comparison Collaboration (OC3) for IEA Task 23 Offshore Wind Technology and Deployment*. [S.l.], 2010. 1–74 p.
- KALLEHAVE, D.; THILSTED, C. L. B.; LIINGAARD, M. A. Modification of the api p-y formulation of initial stiffness of sand. In: *7th International Conference - Offshore Site Investigation and Geotechnics: Integrated Technologies - Present and Future*. London: [s.n.], 2012. p. 465–472.
- KAYNIA, A. M. Seismic considerations in design of offshore wind turbines. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Elsevier Ltd, v. 124, p. 399–407, 2019. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.soildyn.2018.04.038>>.
- KO, Y. Y. A simplified structural model for monopile-supported offshore wind turbines with tapered towers. *Renewable Energy*, Elsevier Ltd, v. 156, p. 777–790, 2020. ISSN 18790682. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.renene.2020.03.149>>.
- LEBLANC, C.; HOULSBY, G. T.; BYRNE, B. W. Response of stiff piles in sand to long-term cyclic lateral loading. *Geotechnique*, v. 60, n. 2, p. 79–90, 2010.
- LØKEN, I. B. *Dynamic response and fatigue of offshore wind turbines*. 171 p. Tese (Master Thesis) — Norwegian University of Science and Technology Department, 2017.
- LØKEN, I. B.; KAYNIA, A. M. Effect of foundation type and modelling on dynamic response and fatigue of offshore wind turbines. *Wind Energy*, v. 22, n. 12, p. 1667–1683, 2019.



- LOMBARDI, D.; BHATTACHARYA, S.; Muir Wood, D. Dynamic soil-structure interaction of monopile supported wind turbines in cohesive soil. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Elsevier, v. 49, p. 165–180, 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.soildyn.2013.01.015>>.
- MATLOCK, H. Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay. In: *Offshore Technology Conference*. [S.l.: s.n.], 1970.
- MAZZILLI, C. E. N.; SANCHES, C. T.; Baracho Neto, O. G. P.; WIERCIGROCH, M.; KEBER, M. Non-linear modal analysis for beams subjected to axial loads: Analytical and finite-element solutions. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, v. 43, n. 6, p. 551–561, 2008.
- MULLIKEN, J. S.; KARABALIS, D. L. Discrete model for dynamic through-the-soil coupling of 3-D foundations and structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 27, n. 7, p. 687–710, 1998.
- NIKITAS, G. *A study on soil-structure interaction of offshore wind turbine foundations*. Tese (Doutorado) — University of Surrey, 2020.
- O'NEILL, M. W.; MURCHISON, e. J. M. *An Evaluation of p-y relationships in sands*. Houston: University of Houston, 1983.
- PENDER, M. J. Aseismic pile foundation design analysis. *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*, v. 26, n. 1, p. 49–160, 1993.
- PLODPRADIT, P.; DINH, V. N.; KIM, K.-D. Tripod-supported offshore wind turbines: modal and coupled analysis and a parametric study using X-SEA and FAST. *Journal of Marine Science and Engineering*, v. 7, n. 6, 2019.
- POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. *Pile foundation analysis and design*. New York, USA: Rainbow-Bridge Book Co., 1980.
- RANDOLPH, M. F. The response of flexible piles to lateral loading. *Géotechnique*, v. 31, n. 2, p. 247–259, 1981.
- REESE, L. C.; COX, W. R.; KOOP, F. D. Field testing and analysis of laterally loaded piles in stiff clay. In: *Offshore Technology Conference*. [S.l.: s.n.], 1975.
- SHADLOU, M.; BHATTACHARYA, S. Dynamic stiffness of monopiles supporting offshore wind turbine generators. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Elsevier, v. 88, p. 15–32, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.soildyn.2016.04.002>>.
- SUNDAY, K.; BRENNAN, F. Influence of soil–structure modelling techniques on offshore wind turbine monopile structural response. *Wind Energy*, v. 25, n. 6, p. 998–1012, 2022.
- SVENSSON, H. *Design of foundations for wind turbines*. 161 p. Tese (Dissertação de mestrado) — Lund University, 2010.
- THIEKEN, K.; ACHMUS, M.; LEMKE, K. A new static p-y approach for piles with arbitrary dimensions in sand. *Geotechnik*, v. 38, n. 4, p. 267–288, 2015.

- VELETSOS, A. S.; MEEK, J. W. Dynamic behaviour of building-foundation systems. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 3, p. 121–138, 1974.
- WISER, R.; RAND, J.; SEEL, J.; BEITER, P.; BAKER, E.; LANTZ, E.; GILMAN, P. Expert elicitation survey predicts 37% to 49% declines in wind energy costs by 2050. *Nature Energy*, Springer US, v. 6, n. 5, p. 555–565, 2021. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1038/s41560-021-00810-z>>.
- WOOD, D. Introduction to Wind Turbine Technology. In: *Green Energy and Technology*. [S.l.]: Springer, 2011. v. 38, p. 1–29. ISBN 9781849961745.
- YETER, B.; GARBATOV, Y.; Guedes Soares, C. Uncertainty analysis of soil-pile interactions of monopile offshore wind turbine support structures. *Applied Ocean Research*, Elsevier, v. 82, p. 74–88, 2019.
- ZHANG, Y.; ANDERSEN, K. H. Soil reaction curves for monopiles in clay. *Marine Structures*, v. 65, p. 94–113, 2019.
- ZUO, H.; BI, K.; HAO, H. Dynamic analyses of operating offshore wind turbines including soil-structure interaction. *Engineering Structures*, Elsevier, v. 157, p. 42–62, 2018.
- ZYL, W. S. van; ZIJL, G. P. A. G. van. Dynamic behaviour of normally reinforced concrete wind turbine support structures. *Journal of the South African Institution of Civil Engineering*, v. 57, n. 4, p. 38–44, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.17159/2309-8775>>.





# Apêndices



# A Frequências naturais de diferentes turbinas eólicas *offshore* - MOR considerando molas acopladas

O Apêndice A tem como objetivo apresentar o número de modos ou graus de liberdade necessários para a representação da frequência fundamental das demais turbinas eólicas apresentadas na Tabela 3 e das turbinas de referência de 5 MW e 15 MW do NREL. As Tabelas abaixo mostram as análises de frequência natural nos diferentes graus de liberdade analisados para os casos com base fixa e base elástica.

Tabela A1 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico *offshore* Lely A2. Caso de base fixa.

Parque eólico <i>offshore</i> Lely A2											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,882	-	-	-	-	-	9,70	-	-	-	-
2	0,814	6,993	-	-	-	-	1,24	11,14	-	-	-
3	0,807	6,463	18,188	-	-	-	0,37	2,72	7,93	-	-
4	<b>0,805</b>	<b>6,337</b>	17,321	34,875	-	-	<b>0,12</b>	<b>0,72</b>	2,79	6,65	-
5	0,805	6,310	16,926	33,444	59,954	-	0,12	0,29	0,45	2,27	4,55
6	0,804	6,292	16,851	32,701	57,347	92,571	-	-	-	-	-

Tabela A2 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico *offshore* Lely A2. Caso de base elástica.

Parque eólico <i>offshore</i> Lely A2											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,753	-	-	-	-	-	9,93	-	-	-	-
2	0,697	4,495	-	-	-	-	1,75	6,42	-	-	-
3	0,688	4,338	11,856	-	-	-	0,44	2,70	7,36	-	-
4	<b>0,686</b>	<b>4,250</b>	11,358	25,653	-	-	<b>0,15</b>	<b>0,62</b>	2,85	7,74	-
5	0,686	4,232	11,116	24,423	43,514	-	0,15	0,19	0,66	2,57	3,53
6	0,685	4,224	11,043	23,810	42,029	67,007	-	-	-	-	-

Tabela A3 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico *offshore* Lely A3. Caso de base fixa.

Parque eólico <i>offshore</i> Lely A3											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,965	-	-	-	-	-	8,55	-	-	-	-
2	0,898	8,761	-	-	-	-	1,01	12,70	-	-	-
3	0,892	7,947	25,169	-	-	-	0,34	2,23	11,86	-	-
4	<b>0,890</b>	<b>7,838</b>	23,125	47,665	-	-	<b>0,11</b>	<b>0,82</b>	2,78	8,61	-
5	0,890	7,794	22,657	44,886	75,383	-	0,11	0,26	0,70	2,28	4,71
6	0,889	7,774	22,500	43,885	71,991	111,496	-	-	-	-	-

Tabela A4 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico *offshore* Lely A3. Caso de base elástica.

Parque eólico <i>offshore</i> Lely A3											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,879	-	-	-	-	-	11,13	-	-	-	-
2	0,804	5,944	-	-	-	-	1,64	8,53	-	-	-
3	0,794	5,633	14,174	-	-	-	0,38	2,85	6,75	-	-
4	<b>0,792</b>	<b>5,509</b>	13,598	30,176	-	-	<b>0,13</b>	<b>0,58</b>	2,41	7,80	-
5	0,791	5,490	13,337	28,593	54,741	-	0,00	0,24	0,44	2,14	5,49
6	0,791	5,477	13,278	27,993	51,893	84,710	-	-	-	-	-

Tabela A5 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico *offshore* Kentish Flats. Caso de base fixa.

Parque eólico <i>offshore</i> Kentish Flats											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,459	-	-	-	-	-	11,95	-	-	-	-
2	0,417	3,859	-	-	-	-	1,71	14,99	-	-	-
3	0,412	3,467	10,639	-	-	-	0,49	3,31	11,97	-	-
4	<b>0,411</b>	<b>3,389</b>	9,845	20,589	-	-	<b>0,24</b>	<b>0,98</b>	3,61	9,03	-
5	0,410	3,367	9,567	19,478	34,398	-	0,00	0,33	0,68	3,15	4,88
6	0,410	3,356	9,502	18,883	32,796	52,626	-	-	-	-	-

Tabela A6 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico *offshore* Kentish Flats. Caso de base elástica.

Parque eólico <i>offshore</i> Kentish Flats											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,396	-	-	-	-	-	11,55	-	-	-	-
2	0,361	2,737	-	-	-	-	1,69	10,41	-	-	-
3	0,356	2,570	7,359	-	-	-	0,28	3,67	8,73	-	-
4	<b>0,355</b>	<b>2,502</b>	7,040	15,215	-	-	<b>0,00</b>	<b>0,93</b>	4,02	8,76	-
5	0,355	2,487	6,824	14,435	26,388	-	0,00	0,32	0,83	3,18	5,37
6	0,355	2,479	6,768	13,990	25,042	40,326	-	-	-	-	-

Tabela A7 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico *offshore* Walney 1. Caso de base fixa.

Parque eólico <i>offshore</i> Walney 1											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,427	-	-	-	-	-	9,77	-	-	-	-
2	0,394	2,549	-	-	-	-	1,29	7,10	-	-	-
3	0,390	2,439	6,548	-	-	-	0,26	2,48	6,85	-	-
4	<b>0,389</b>	<b>2,393</b>	6,300	13,989	-	-	<b>0,00</b>	<b>0,55</b>	2,81	7,38	-
5	0,389	2,384	6,169	13,373	23,374	-	0,00	0,17	0,67	2,65	3,23
6	0,389	2,380	6,128	13,028	22,643	34,358	-	-	-	-	-

Tabela A8 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico *offshore* Walney 1. Caso de base elástica.

Parque eólico <i>offshore</i> Walney 1											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,363	-	-	-	-	-	8,68	-	-	-	-
2	0,339	1,758	-	-	-	-	1,50	4,94	-	-	-
3	0,335	1,715	5,105	-	-	-	0,30	2,39	8,16	-	-
4	<b>0,334</b>	<b>1,686</b>	4,872	10,398	-	-	<b>0,00</b>	<b>0,66</b>	3,22	5,50	-
5	0,334	1,677	4,754	10,088	17,182	-	0,00	0,12	0,72	2,35	2,72
6	0,334	1,675	4,720	9,856	16,727	27,784	-	-	-	-	-

Tabela A9 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico *offshore* Thanet. Caso de base fixa.

Parque eólico <i>offshore</i> Thanet											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,462	-	-	-	-	-	8,96	-	-	-	-
2	0,431	2,365	-	-	-	-	1,65	6,58	-	-	-
3	0,426	2,291	6,851	-	-	-	0,47	3,24	8,88	-	-
4	<b>0,425</b>	<b>2,238</b>	6,533	14,024	-	-	<b>0,24</b>	<b>0,86</b>	3,83	6,75	-
5	0,424	2,223	6,351	13,522	23,002	-	0,00	0,18	0,94	2,93	2,30
6	0,424	2,219	6,292	13,137	22,484	35,808	-	-	-	-	-

Tabela A10 – Resultados de frequência natural para a turbina do parque eólico *offshore* Thanet. Caso de base elástica.

Parque eólico <i>offshore</i> Thanet											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,373	-	-	-	-	-	5,97	-	-	-	-
2	0,357	1,763	-	-	-	-	1,42	6,01	-	-	-
3	0,353	1,717	5,355	-	-	-	0,28	3,25	8,62	-	-
4	<b>0,352</b>	<b>1,681</b>	5,115	10,355	-	-	<b>0,00</b>	<b>1,08</b>	3,75	4,94	-
5	0,352	1,668	4,983	10,141	18,238	-	0,00	0,30	1,08	2,77	3,24
6	0,352	1,663	4,930	9,868	17,666	27,637	-	-	-	-	-

Tabela A11 – Resultados de frequência natural para a turbina de referência de 5 MW. Caso de base fixa.

Turbina de referência de 5 MW											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,325	-	-	-	-	-	10,92	-	-	-	-
2	0,297	2,663	-	-	-	-	1,37	10,04	-	-	-
3	0,294	2,489	7,008	-	-	-	0,34	2,85	7,47	-	-
4	<b>0,293</b>	<b>2,436</b>	6,705	14,116	-	-	<b>0,00</b>	<b>0,66</b>	2,82	6,92	-
5	0,293	2,427	6,555	13,500	24,405	-	0,00	0,29	0,52	2,26	4,52
6	0,293	2,420	6,521	13,202	23,349	36,691	-	-	-	-	-

Tabela A12 – Resultados de frequência natural para a turbina de referência de 5 MW.  
Caso de base elástica.

Turbina de referência de 5 MW											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,300	-	-	-	-	-	11,16	-	-	-	-
2	0,274	2,142	-	-	-	-	1,52	7,82	-	-	-
3	0,271	2,047	5,702	-	-	-	0,41	3,04	7,38	-	-
4	<b>0,270</b>	<b>2,001</b>	5,474	11,848	-	-	<b>0,04</b>	<b>0,72</b>	3,09	7,29	-
5	0,270	1,991	5,350	11,325	19,552	-	0,04	0,72	3,09	7,29	2,99
6	0,270	1,987	5,310	11,043	18,984	29,303	-	-	-	-	-

Tabela A13 – Resultados de frequência natural para a turbina de referência de 15 MW.  
Caso de base fixa.

Turbina de referência de 15 MW											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,208	-	-	-	-	-	10,64	-	-	-	-
2	0,191	1,596	-	-	-	-	1,60	11,06	-	-	-
3	0,189	1,475	4,542	-	-	-	0,53	2,64	8,76	-	-
4	<b>0,188</b>	<b>1,448</b>	4,301	9,160	-	-	<b>0,00</b>	<b>0,77</b>	2,99	7,03	-
5	0,188	1,441	4,199	8,770	15,569	-	0,00	0,28	0,55	2,48	4,41
6	0,188	1,437	4,176	8,558	14,912	23,648	-	-	-	-	-

Tabela A14 – Resultados de frequência natural para a turbina de referência de 15 MW.  
Caso de base elástica.

Turbina de referência de 15 MW											
$n$	Frequência Natural [Hz]						Diferença [%]				
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
1	0,189	-	-	-	-	-	9,25	-	-	-	-
2	0,175	1,354	-	-	-	-	1,16	9,55	-	-	-
3	0,173	1,273	3,878	-	-	-	0,00	2,99	7,99	-	-
4	<b>0,173</b>	<b>1,246</b>	3,712	7,912	-	-	<b>0,00</b>	<b>0,81</b>	3,37	7,11	-
5	0,173	1,240	3,617	7,570	13,365	-	0,00	0,32	0,72	2,48	4,16
6	0,173	1,236	3,591	7,387	12,831	20,092	-	-	-	-	-





## B Publicações originadas desta pesquisa até a data de sua finalização

O Apêndice B lista as publicações e participações em eventos originados da pesquisa realizada durante o programa de doutorado.

### B.1 Trabalhos apresentados em eventos

Ferreira, Y. A.; Futai, M. M. “Influência da fundação e do solo na frequência natural de torres eólicas”. 15CNG: 15º Congresso Nacional de Geotecnia e 8º Congresso Luso-Brasileiro de Geotecnia. Porto, 2016.

Ferreira, Y. A.; Futai, M. M. “Análise do comportamento das fundações de torres eólicas”. XVIII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica. Belo Horizonte, 2016.

### B.2 Artigos publicados em revistas internacionais

Ferreira, Y. A.; Vernizzi, G. J.; Futai, M. M.; Franzini, G. R. “[A reduced-order model to predict the natural frequencies of offshore wind turbines considering soil-structure interaction](#)”. Marine Systems & Ocean Technology, v. 17, p. 80-94, 2022.

Ferreira, Y. A.; Vernizzi, G. J.; Futai, M. M.; Franzini, G. R. “Modeling strategies for application in wind turbines considering soil-structure interaction”. Engineering Structures (special issue of Wind Turbine Structures), 2023. (Submetido)