

CLOVIS DE ARRUDA MARTINS

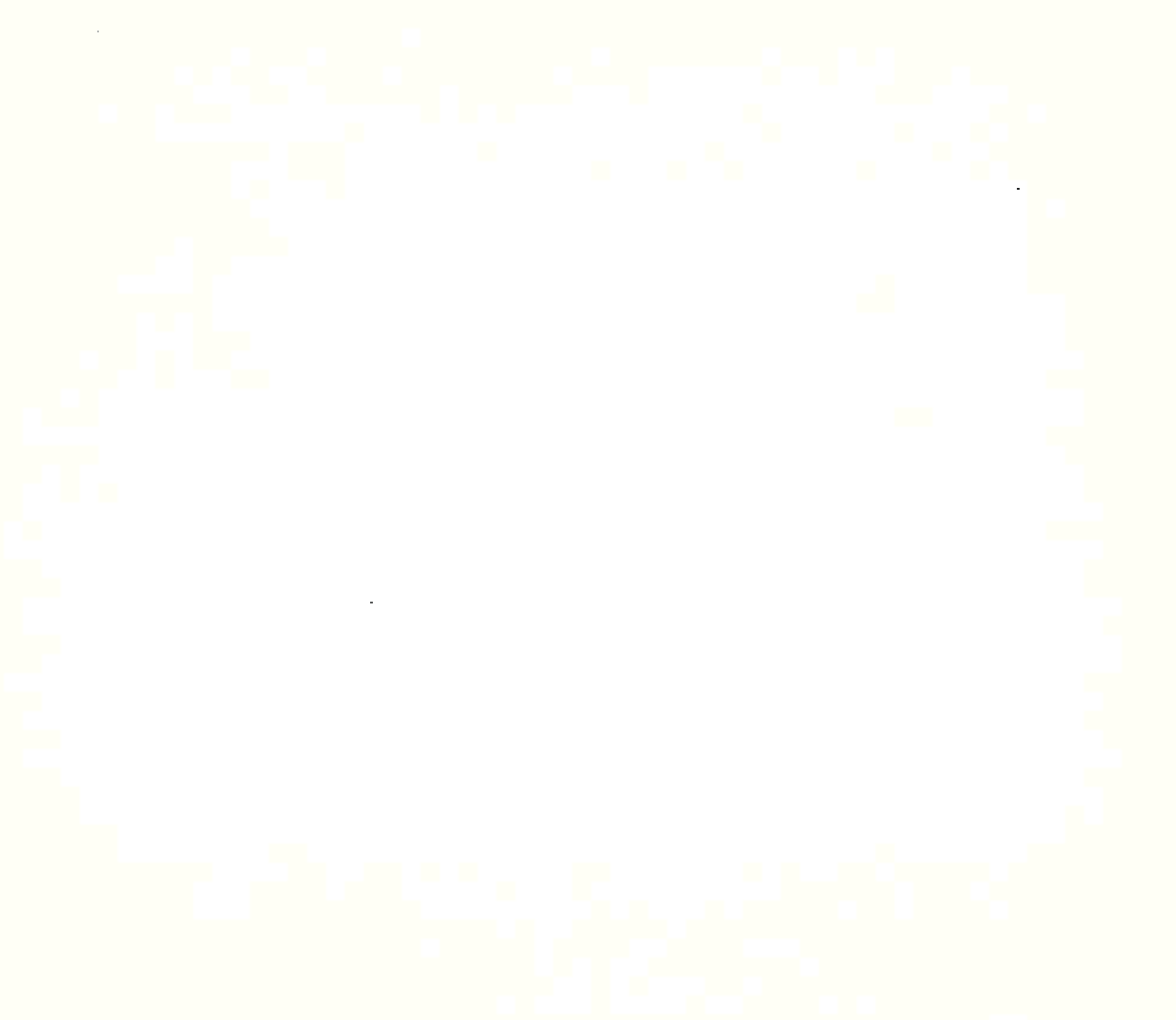
Engenheiro Civil, EPUSP, 1979
Mestre em Engenharia, EPUSP, 1984

AMORTECIMENTO ATIVO PARA REDUZIR VIBRAÇÕES
INDUZIDAS POR VÓRTICES EM RISERS

Tese apresentada à Escola
Politécnica da USP para
obtenção do título de
Doutor em Engenharia

Orientador: Prof. Dr. José Augusto Penteado Aranha
Professor Associado do Departamento de
Engenharia Naval da EPUSP

São Paulo, 1989



Para Lazineha



AGRADECIMENTO

Agradeço a todos aqueles que, com suas críticas, sugestões e, principalmente com seu apoio, contribuíram de maneira decisiva para que a realização deste trabalho fosse possível.

RESUMO

Uma análise preliminar, com o uso de modelos simplificados, mostra que um riser de produção de petróleo, instalado em águas profundas, estará sujeito a vibrações induzidas por desprendimento de vórtices. As oscilações resultantes, embora de pequena amplitude, podem causar fadiga, em virtude de seu caráter oscilatório.

O mecanismo físico do fenômeno do desprendimento de vórtices é discutido, apresentando-se um modelo matemático que permite a estimativa das amplitudes das oscilações induzidas, quando o perfil da corrente marítima local não é uniforme.

A discussão das condições ambientais motiva uma simplificação na forma do perfil de velocidades da corrente atuante. Esta simplificação, juntamente com a adoção da hipótese do dano acumulado, permite a construção de uma metodologia para quantificar a vida útil da estrutura.

O aumento que se consegue na vida útil com um acréscimo no coeficiente de amortecimento motiva a procura de uma maneira de aumentar este coeficiente artificialmente. Este trabalho propõe, com esta finalidade, uma técnica não convencional: aumentar o amortecimento por meio de um sistema composto de sensores que monitoram a velocidade do riser, acoplados a atuadores que fornecem forças proporcionais aos valores medidos.

ABSTRACT

A preliminary analysis, using simplified models, shows that a deepwater production riser experiences vortex-induced vibrations. Although the amplitudes of the resulting oscillations are small, their repetitive character can lead to fatigue failure.

The physical mechanism of vortex shedding phenomenon is discussed and a mathematical model that can assess the induced oscillation amplitude for a non-uniform current profile is presented.

The discussion of the ambiental conditions motivates a simplification in the shape of the current profile. This simplification, together with the adoption of cumulative damage hypothesis, allows the development of a methodology to quantify the useful life of the structure.

The increase in the useful life achieved by a rise in the damping ratio motivates the search of a way to increase this ratio artificially. This work suggest, for this purpose, a non-conventional technique: to increase the damping by means of a system composed by sensors that monitor the riser velocity, coupled to actuators that develop forces proportional to the measured values.

INDICE

Página

Nomenclatura	xiv
Lista de Figuras	xxvi
Lista de Tabelas	xxvii

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1	O Panorama da Exploração de Petróleo em Águas Profundas	1-1
1.2	O Riser	1-3
1.3	Os Objetivos deste Trabalho	1-6
1.4	O Riser Exemplo	1-7

CAPÍTULO 2 - ANÁLISE PRELIMINAR DO RISER

2.1	Introdução	2-1
2.2	Estabilidade Estática	2-2

2.2.1	Hipóteses	2-2
2.2.2	Equação do Riser	2-2
2.2.3	Condições de Contorno	2-3
2.2.4	Adimensionalização	2-4
2.2.5	Método Variacional	2-5
2.2.6	Escolha da Função de Forma	2-7
2.2.7	Aplicação do Método Variacional	2-12
2.2.8	Aplicação Numérica	2-16
2.3	Deslocamentos Estáticos	2-17
2.3.1	Objetivo	2-17
2.3.2	Hipóteses	2-18
2.3.3	Equação do Riser	2-18
2.3.4	Condições de Contorno	2-19
2.3.5	Adimensionalização	2-20
2.3.6	Solução da Equação Diferencial	2-21
2.3.7	Força de Arraste	2-22
2.3.8	Aplicação Numérica	2-23
2.4	Momentos Estáticos	2-24
2.4.1	Modelo Matemático	2-24
2.4.2	Discussão para o Riser Exemplo	2-26
2.5	Tensões Normais	2-30
2.5.1	Tensões Normais Devidas à Força de Tração ...	2-30
2.5.2	Tensões Normais Devidas à Flexão	2-31
2.6	Freqüências Naturais	2-33
2.6.1	Objetivo	2-33
2.6.2	Hipóteses	2-33

2.6.3	Equação Dinâmica do Riser	2-34
2.6.4	Condições de Contorno	2-34
2.6.5	Separação de Variáveis	2-35
2.6.6	Método Variacional	2-37
2.6.7	Solução	2-39
2.6.8	Aplicação Numérica	2-41
2.6.9	Comparação das Freqüências Naturais com as Freqüências de Desprendimento de Vórtices ...	2-44
2.7	Tensões Dinâmicas	2-46
2.7.1	Hipótese	2-46
2.7.2	Tensões Dinâmicas Máximas	2-47
2.7.3	Aplicação Numérica	2-48
2.8	Vida Útil à Fadiga	2-49
2.8.1	Objetivo	2-49
2.8.2	Lei de Fadiga	2-50
2.8.3	Aplicação Numérica	2-51
2.9	Comentários Finais	2-52

CAPÍTULO 3 - VIBRAÇÕES INDUZIDAS PELO DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

3.1	Introdução	3-1
3.2	O Mecanismo Físico	3-1
3.3	O Modelo Matemático	3-10
3.4	Sistematização do Modelo	3-22
3.5	Resultados Numéricos	3-27

CAPÍTULO 4 - VIDA ÚTIL À FADIGA E CRITÉRIO DE PROJETO

4.1	Introdução	4-1
4.2	Fadiga	4-2
4.2.1	Conceitos	4-2
4.2.2	Curva de Fadiga do Material	4-3
4.2.3	Vida Útil à Fadiga para um Material Submetido a uma Oscilação Harmônica	4-4
4.2.4	Resultados Numéricos para um Riser Submetido a uma Corrente Constante	4-6
4.2.5	Dano Acumulado	4-19
4.3	Dados Ambientais	4-20
4.4	Crítério de Projeto	4-25
4.5	Discussão de Resultados Numéricos	4-31
4.6	Conclusões	4-39

CAPÍTULO 5 - AMORTECIMENTO ATIVO

5.1	Introdução	5-1
5.2	O Problema do Amortecimento Ativo	5-4
5.2.1	Hipóteses	5-4
5.2.2	Formulação	5-4
5.2.3	Solução Simplificada	5-9
5.2.4	Escolha dos Coeficientes de Amortecimento Modais	5-11
5.2.5	Número e Posição de Sensores e Atuadores e	

	Ganho de Atuadores	5-16
5.3	Realização Física do Amortecimento Ativo	5-29
5.3.1	Estimativa da Potência Necessária	5-29
5.3.2	Estimativa da Força Máxima a ser Desenvolvida por um Atuador	5-35
5.3.3	Escolha do Tipo de Atuador	5-37
5.3.4	Problema Tridimensional	5-42
5.4	Comentários Finais	5-44

CAPÍTULO 6 - INFLUÊNCIA DOS PRINCIPAIS PARÂMETROS NA VIDA ÚTIL DE UM RISER SUBMETIDO A AMORTECIMENTO ATIVO

6.1	Introdução	6-1
6.2	Variação das Características Estruturais	6-2
6.2.1	Variação da Força de Tração na Extremidade Superior	6-3
6.2.2	Variação das Condições de Contorno na Extremidade Inferior	6-4
6.2.3	Variação do Produto de Rigidez EI	6-7
6.2.4	Variação do Diâmetro Externo	6-9
6.2.5	Variação do Coeficiente de Amortecimento Estrutural Interno	6-10
6.3	Variação dos Coeficientes Hidrodinâmicos	6-11
6.3.1	Variação do Coeficiente de Arraste	6-11
6.3.2	Variação do Coeficiente de Massa Adicional ..	6-13

6.4	Variacão das Condioes Ambientais	6-14
6.4.1	Variacão da Velocidade Máxima da Corrente ...	6-16
6.4.2	Variacão da Velocidade Média da Corrente	6-17
6.4.3	Variacão do Desvio Padrão da Corrente	6-18
6.4.4	Variacão da Região do Riser em que a Corrente Atua	6-19
6.5	Comentários	6-22

CAPÍTULO 7 - CONCLUSÃO

APÊNDICE I - O MODELO ESTRUTURAL

I.1	Objetivo	I-1
I.2	Equaco Dinâmica	I-2
1.2.1	Hipóteses	I-2
1.2.2	Esquema Estrutural - Sistema de Referência ..	I-3
1.2.3	Relacoes Geométricas	I-4
1.2.4	Esforços Atuantes	I-5
1.2.4.1	Peso Prprio	I-6
1.2.4.2	Esforços Hidrostáticos	I-6
1.2.4.3	Esforços Hidrodinmicos	I-9
1.2.4.4	Amortecimento Estrutural	I-13
1.2.4.5	Fora de Inrcia	I-13
1.2.5	Equacoes de Equilíbrio	I-14
1.2.5.1	Esforços Solicitantes	I-14
1.2.5.2	Equilíbrio de Forças na Vertical ..	I-15

	I.2.5.3	Equilíbrio de Forças na Horizontal	I-16
	I.2.5.4	Equilíbrio de Momentos	I-18
	I.2.6	Equação Constitutiva	I-19
	I.2.7	Equação Dinâmica	I-19
	I.2.8	Condições de Contorno	I-22
	I.2.8.1	Condição de Contorno Essencial	I-22
	I.2.8.2	Condições de Contorno Naturais	I-22
I.3		O Modelo Discreto	I-23
	I.3.1	Equação Fraca	I-24
	I.3.2	Funções de Interpolação	I-26
	I.3.3	Equação Dinâmica Discreta	I-30
	I.3.3.1	Matriz de Rigidez Elástica	I-30
	I.3.3.2	Matriz de Rigidez Geométrica	I-31
	I.3.3.3	Efeito da Mola Flexional	I-32
	I.3.3.4	Efeito da Força Aplicada na Extremidade Superior	I-33
	I.3.3.5	Matriz de Amortecimento	I-33
	I.3.3.6	Matriz de Massa	I-34
	I.3.3.7	Equação Discreta	I-35
I.4		Equações Modais	I-36
	I.4.1	Freqüências e Modos Naturais	I-36
	I.4.2	Propriedades dos Modos Naturais	I-37
	I.4.3	Deslocamentos Lineares	I-39
	I.4.4	Parâmetros Modais	I-40
	I.4.5	Equações Modais	I-41

APÊNDICE II - DETALHAMENTO DE ALGUNS TÓPICOS RELATIVOS AO
MODELO MATEMÁTICO PARA ESTUDO DAS VIBRAÇÕES
INDUZIDAS POR DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

II.1	A Equação Modal na Forma Contínua	II-1
II.2	O Amortecimento Viscoso	II-8
II.3	Forma da Amplitude de Vibração	II-12
II.4	Uso do Modelo Discreto no Cálculo da Amplitude de Vibração	II-17

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

NOMENCLATURA

a	- distância entre dois vórtices consecutivos
$\dot{\alpha}_i$	- componente modal da velocidade para o modo i
$\{\dot{\alpha}\}$	- vetor que contém as componentes modais da velocidade
A	- amplitude da oscilação
A_n	- amplitude da oscilação no n -ésimo modo natural
$[A]$	- matriz de amortecimento ativo
$[\hat{A}]$	- matriz de amortecimento ativo diagonalizada
b	- constante de fadiga do material
$[B]$	- matriz que relaciona as componentes modais com as forças fornecidas pelos atuadores
c	- constante de fadiga do material
$c(x)$	- coeficiente de amortecimento total
c_d	- coeficiente de arraste
c_m	- coeficiente de massa adicional
c_s	- coeficiente de amortecimento estrutural
$c_v(x)$	- coeficiente da força de arraste linearizada, definido em (I.27)
$c_{v,n}(x,t)$	- coeficiente da força viscosa associada ao modo n
$C_L(x,t)$	- coeficiente de sustentação
C_n	- coeficiente de amortecimento modal

C_n^v	-	coeficiente de amortecimento viscoso modal
[C]	-	matriz de amortecimento
d	-	diâmetro necessário para cada bocal
Γ_d	-	matriz diagonal que contém os coeficientes de amortecimento modais
D	-	diâmetro externo do riser, dano acumulado total, profundidade local do mar
D_i	-	dano acumulado pelo i -ésimo modo natural
\bar{D}_i	-	relação entre o dano acumulado para o modo i e o dano acumulado total
Γ_D	-	matriz diagonal obtida na decomposição de [E]
E	-	módulo de elasticidade
\vec{E}	-	empuxo
[E]	-	diferença entre a matriz de amortecimento ativo original e sua forma diagonal
[E]	-	matriz de rigidez elástica
$f(t)$	-	a parte do deslocamento que depende do tempo, quando se separam as variáveis
$f(x)$	-	perfil da corrente marítima
$f(x,t)$	-	resultante da força distribuída fornecida pelos atuadores
\vec{f}_a	-	força de arraste
$f_{a,x}$	-	componente da força de arraste na direção vertical
$f_{a,y}$	-	componente da força de arraste na direção horizontal
$f_i(t)$	-	componente modal, para o modo i , da força

	distribuída fornecida pelos atuadores
\vec{f}_{ia}	- força de inércia adicional
$f_{ia,x}$	- componente da força de inércia adicional na direção vertical
$f_{ia,y}$	- componente da força de inércia adicional na direção horizontal
$f_{i,x}$	- componente da força de inércia na direção vertical
$f_{i,y}$	- componente da força de inércia na direção horizontal
$f_L(x,t)$	- força de sustentação por unidade de comprimento
f_n	- n -ésima frequência natural
f_s	- frequência de Strouhal
$f_{e,x}$	- componente da força de amortecimento estrutural na direção vertical
$f_{e,y}$	- componente da força de amortecimento estrutural na direção horizontal
$f_v(x,t)$	- força viscosa por unidade de comprimento
$f_{v,n}(x,t)$	- força viscosa por unidade de comprimento associada ao n -ésimo modo natural
$\{f\}$	- vetor que contém as componentes modais das forças exercidas pelos atuadores
F	- fator de amplificação da amplitude, força exercida pelo jato
$F_j(t)$	- força exercida pelo atuador j
$F_L(t)$	- força de sustentação
F_n	- fator de amplificação para a amplitude relativa

	ao n -ésimo modo natural
F_{\max}	- força máxima que deve ser fornecida por um atuador
F_x	- componente vertical da força solicitante
$\bar{F}_x(x)$	- força de tração efetiva
$\{F\}$	- vetor que contém as forças exercidas pelos atuadores
g	- aceleração local da gravidade
g_j	- função auxiliar definida por (I.90)
θ	- ganho específico do atuador contínuo
G	- ganho dos atuadores (quando todos eles têm o mesmo ganho)
G_j	- ganho do atuador j
$[G]$	- matriz de rigidez geométrica
$\rightarrow h(s)$	- força distribuída devida à pressão hidrostática
h_x^*	- parcela da força hidrostática definida por (I.14)
h_y^*	- parcela da força hidrostática definida por (I.15)
$\rightarrow H(s)$	- força concentrada devida à pressão hidrostática
I	- momento de inércia
I_n	- fator de forma correspondente ao n -ésimo modo natural
k	- parâmetro definido pela equação (2.29), no estudo da estabilidade, rigidez da mola flexional colocada na extremidade inferior do riser

k_j	-	ganho do atuador j
K_n	-	rigidez modal
ΓK_j	-	matriz diagonal que contém os ganhos dos atuadores
$[K]$	-	matriz de rigidez total
L	-	comprimento do riser
$[L]$	-	matriz triangular inferior obtida na decomposição de $[E]$
m	-	número de modos naturais que são excitados
$m(x)$	-	massa total por unidade de comprimento
$M(x)$	-	momento fletor
M_n	-	momento fletor máximo para o n -ésimo modo natural, massa modal
$[M]$	-	matriz de massa
\rightarrow		
n	-	normal em cada ponto do riser
N	-	número de ciclos necessários para a ruptura à fadiga do material
N_n	-	número de ciclos em que o material resiste à ruptura, quando o riser oscila em seu n -ésimo modo natural
N_0	-	força de tração na extremidade inferior do riser
N_1	-	modo natural mais baixo que está sendo excitado
N_2	-	modo natural mais alto que está sendo excitado
p	-	número de sensores e atuadores
$\rho(v)$	-	função densidade de probabilidade da velocidade da corrente
$\rho(x)$	-	força de arraste por unidade de comprimento

- $p(x, t)$ - potência instantânea por unidade de comprimento, dissipada pelo amortecimento artificial
- $p_n(x, t)$ - potência instantânea por unidade de comprimento, dissipada pelo amortecimento ativo, quando o riser oscila em seu n -ésimo modo natural
- $p_{n,max}(x)$ - potência máxima necessária por unidade de comprimento, quando o riser oscila em seu n -ésimo modo natural
- $P_{n,max}$ - potência máxima total dissipada pelo sistema de amortecimento ativo, quando o riser oscila no seu n -ésimo modo natural
- Q - vazão máxima necessária em cada bocal
- r - vetor de posição de um ponto do riser
- Re - número de Reynolds
- s - coordenada medida ao longo do comprimento do riser
- $s(x)$ - função que descreve os pontos do riser em que há sincronização da frequência de Strouhal com uma das frequências naturais
- $s_n(x)$ - função que representa as regiões do riser em que o modo n está sendo excitado, levando em conta a prioridade modal
- $\bar{s}_n(x)$ - função que representa as regiões do riser em que o modo n está sendo excitado, sem levar em conta a prioridade modal
- S - número de Strouhal, área da seção transversal do jato, área da seção transversal do riser

S_a	- área de aço na seção transversal
S_n	- parâmetro definido por (II.19')
t	- tempo
T	- força de tração na extremidade superior
T_{cr}	- menor força de tração na extremidade superior, para a qual o riser ainda é estaticamente estável
T_n	- n -ésimo período natural
$[U]$	- matriz de transformação que leva as rotações modais nos deslocamentos modais
u	- velocidade de deslocamento dos vórtices na esteira
v	- velocidade do escoamento livre
$v(x, t)$	- velocidade medida no ponto de abscissa x do riser, no instante t
v_a	- componente tangencial da velocidade v
$v_{1,i}$	- mínima velocidade que pode excitar o modo i
$v_{2,i}$	- máxima velocidade que pode excitar o modo i , sem considerar a prioridade modal
$\bar{v}_{2,i}$	- máxima velocidade que pode excitar o modo i , considerando a prioridade modal
V	- velocidade da corrente marítima local, velocidade do jato
$V(x)$	- perfil de velocidades da corrente marítima local
V_{max}	- máxima velocidade da corrente que é capaz de excitar um determinado modo
V_{min}	- mínima velocidade da corrente que é capaz de

	excitar um determinado modo
\bar{V}_{\min}	- mínima velocidade absoluta que é capaz de excitar pelo menos um dos modos naturais do riser
V_r	- velocidade reduzida
V_t	- velocidade do movimento transversal
γ	- vida útil do riser à fadiga
γ_n	- vida útil à fadiga para o riser oscilando em seu n -ésimo modo natural
$[V]$	- matriz que representa o efeito da mola flexional colocada na extremidade inferior do riser
$w(x, t)$	- variável "fictícia" que descreve o comportamento do fluido
$w_i(t)$	- componente modal da variável do fluido $w(x, t)$, associada ao modo natural $\phi_i(x)$
x	- abcissa, medida na vertical
x_j	- abcissa em que está colocado o atuador j
$y(x, t)$	- deslocamento horizontal do ponto de abcissa x , no instante t
$y_n(x)$	- amplitude do deslocamento do riser, quando ele oscila em seu n -ésimo modo natural
$\langle y(t) \rangle$	- vetor dos deslocamentos nodais
$\langle \dot{y} \rangle$	- vetor que contém as velocidades medidas pelos sensores
$y_i(t)$	- componente modal do deslocamento $y(x, t)$, associada ao modo natural $\phi_i(x)$
z	- distância de um ponto da seção transversal à sua

	linha neutra
α	- força normal na extremidade inferior adimensional
α_1	- uma das constantes do oscilador hidro-elástico
α_2	- uma das constantes do oscilador hidro-elástico
α_3	- uma das constantes do oscilador hidro-elástico
α_4	- uma das constantes do oscilador hidro-elástico
β	- peso submerso adimensional
γ	- peso submerso por unidade de comprimento, definido por (I.39)
γ_a	- peso específico da água do mar
γ_t	- peso de aço por unidade de comprimento do riser
$\Gamma(z)$	- circulação de velocidade
δ	- relação de esbeltez do riser, definida por (2.52)
$\delta(x-x_j)$	- função δ de Dirac
$\delta y(x, t)$	- deslocamento virtual
$\delta \theta(x, t)$	- rotação virtual
Δe_i	- perda de eficiência que ocorre quando é removido o atuador i
Δp	- diferença entre as pressões do fluido antes e depois de passar pelo bocal
ε	- amplitude da deformação cíclica
ε_n	- amplitude da deformação cíclica, quando o riser oscila no seu n -ésimo modo natural
ε_0	- amplitude da deformação cíclica
ζ_i	- coeficiente de amortecimento modal, relativo ao

- modo i , que é efetivamente fornecido pelo sistema de amortecimento ativo
- $\bar{\zeta}_i$ - coeficiente de amortecimento modal, para o modo i , que garante a vida útil de projeto do riser
- ζ_n^I - relação entre o amortecimento interno e o amortecimento crítico, para o n -ésimo modo natural
- ζ_n^a - soma de ζ_n^I com ζ_n^v
- ζ_n^v - relação entre o amortecimento viscoso e o amortecimento crítico, para o n -ésimo modo natural
- ζ_n^t - relação entre o amortecimento total e o amortecimento crítico, para o n -ésimo modo natural
- θ - inclinação da linha elástica em relação ao eixo vertical
- $\langle \theta \rangle$ - vetor que contém as rotações nodais
- $\langle \dot{\theta} \rangle$ - vetor que contém as velocidades angulares nodais
- $\langle \ddot{\theta} \rangle$ - vetor que contém as acelerações angulares nodais
- λ - parâmetro que dá a relação entre os coeficientes de amortecimento fornecidos pelo sistema ativo e os coeficientes de projeto
- λ_0 - particular valor de λ que é solução de (5.19)
- λ_i - relação entre o elemento da diagonal da matriz de amortecimento artificial e o coeficiente de amortecimento de projeto, para o modo i
- $\bar{\lambda}_i$ - solução da equação (5.19), quando é removido o

	atuador i
μ	- média da distribuição de probabilidade da velocidade da corrente
$\mu(\xi)$	- momento fletor adimensional
μ_{\max}	- momento fletor adimensional máximo
μ_r	- massa reduzida
μ_r^n	- massa reduzida associada ao n -ésimo modo natural
μ_0	- momento fletor adimensional no engastamento
$\bar{\mu}$	- momento fletor adimensional na região intermediária do riser
ν_n	- massa efetiva associada ao n -ésimo modo natural
ξ	- coordenada vertical adimensional
$\bar{\xi}$	- ponto do riser em que a força de tração se anula
ρ	- densidade da água do mar
σ	- tensão normal, desvio padrão da velocidade da corrente
σ_0	- tensão de escoamento do aço
$\sigma_{\max}(\xi)$	- tensão normal máxima na seção transversal de abscissa ξ
σ_n	- tensão normal máxima, para o n -ésimo modo natural
σ_0	- tensão normal máxima na região do engastamento
$\bar{\sigma}$	- tensão normal máxima na região intermediária do riser
τ	- relação entre a rigidez elástica e a rigidez flexional, vida útil projetada para o riser
φ	- coordenada horizontal adimensional

- $\varphi(x)$ - a parte do deslocamento que depende da posição ao longo do riser, quando se separam as variáveis
- φ_{\max} - máximo deslocamento adimensional
- $\varphi_n(x)$ - n -ésimo modo natural de vibração
- $\{\varphi_n\}$ - modos naturais discretos, em função das rotações nodais
- ϕ_n - parâmetro auxiliar no cálculo da amplitude da oscilação associada ao n -ésimo modo natural, definido por (3.36)
- ψ - função auxiliar no método variacional
- ψ_n - fator de redução da amplitude para o n -ésimo modo natural
- χ - fração do comprimento do riser que está sendo solicitada pela corrente local
- ω - frequência angular
- ω_n - n -ésima frequência natural angular
- ω_s - frequência angular de Strouhal
- $\{\Omega_n\}$ - modos naturais discretos em função dos deslocamentos nodais

LISTA DE FIGURAS

	Página
Fig. 1.1 - Riser Misto	1-5
Fig. 1.2 - Seção Transversal do Riser-Exemplo	1-8
Fig. 1.3 - Esquema Estrutural do Riser-Exemplo	1-9
Fig. 2.1 - Gráfico de $\psi(\xi)$ para o Riser-Exemplo	2-28
Fig. 3.1 - Fluxo sobre uma Placa	3-2
Fig. 3.2 - Escoamento ao longo de um Cilindro	3-3
Fig. 3.3 - Par de Vórtices Estacionários	3-4
Fig. 3.4 - Esteira de Von Karman	3-4
Fig. 3.5 - Circulação no Instante t	3-6
Fig. 3.6 - Circulação no Instante $t+\Delta t$	3-7
Fig. 3.7 - Fator de Amplificação em Função do Produto $\mu_r \zeta_n$	3-17
Fig. 3.8 - Fator de Redução da Amplitude em Função da Velocidade Reduzida	3-20
Fig. 3.9 - Comparação entre Resultados Teóricos e Experimentais de Lyons & Patel	3-21
Fig. 3.10 - Velocidade Mínima de Excitação em Função da Tração na Extremidade Superior	3-29
Fig. 3.11 - Redução da Amplitude em Função do	

	Amortecimento Estrutural	3-33
Fig. 3.12	- Perfil da Corrente	3-34
Fig. 3.13	- Redução da Amplitude em Função da Redução do Perfil da Corrente para o Primeiro Modo	3-37
Fig. 3.14	- Redução da Amplitude em Função da Redução do Perfil da Corrente para o Quarto Modo	3-37
Fig. 4.1	- Perfil de Velocidades da Corrente	4-14
Fig. 4.2	- Variação da Velocidade da Corrente em Função da Profundidade (Bacia de Campos)	4-23
Fig. 4.3	- Variação da Direção da Corrente em Função da Profundidade (Bacia de Campos)	4-23
Fig. 4.4	- Forma do Perfil da Corrente	4-26
Fig. 5.1	- Esquema do Sistema de Amortecimento Ativo ...	5-38
Fig. 5.2	- Atuador Composto de Vários Orifícios	5-41
Fig. 5.3	- Atuadores "Tridimensionais"	5-43
Fig. 6.1	- Forma do Perfil da Corrente	6-15
Fig. I.1	- Esquema Estrutural do Riser	I-3
Fig. I.2	- Relações Geométricas	I-4
Fig. I.3	- Esforços Hidrostáticos	I-7
Fig. I.4	- Esforços Solicitantes	I-14
Fig. I.5	- Funções de Interpolação	I-28

LISTA DE TABELAS

		Página
Tabela 2.1	- Função $\psi(\xi)$ para o Riser-Exemplo	2-27
Tabela 2.2	- Freqüências Naturais para o Riser-Exemplo .	2-43
Tabela 2.3	- Tensões Dinâmicas Máximas	2-49
Tabela 2.4	- Vida Útil à Fadiga	2-53
Tabela 3.1	- Velocidades que Excitam Cada Modo	3-28
Tabela 3.2	- Velocidades Mínimas de Excitação em Função da Força de Tração na Extremidade Superior	3-29
Tabela 3.3	- Amplitude Máxima Teórica Modal em Função da Força de Tração na Extremidade Superior (Parte I)	3-31
	(Parte II)	3-32
Tabela 3.4	- Fator de Redução da Amplitude em Função do Coeficiente de Amortecimento Estrutural ...	3-33
Tabela 3.5	- Fator de Redução da Amplitude em Função do Perfil da Corrente (Parte I)	3-35
	(Parte II)	3-36
Tabela 4.1	- Vida Útil à Fadiga sob Velocidades Críticas em Função da Força de Tração	

	(Parte I)	4-7
	(Parte II)	4-8
Tabela 4.2	- Velocidades Críticas em Função da Força de Tração na Extremidade Superior	
	(Parte I)	4-9
	(Parte II)	4-10
Tabela 4.3	- Fator de Amplificação da Vida Útil em Função do Coeficiente de Amortecimento Estrutural	4-11
Tabela 4.4	- Vida Útil em Função do Coeficiente de Amortecimento Estrutural para uma Corrente Uniforme que Age ao Longo de Todo o Comprimento do Riser	
	(Parte I)	4-12
	(Parte II)	4-13
Tabela 4.5	- Vida Útil em Função do Perfil de Velocidades para $T = 500$ tf e Velocidades Críticas	
	(Parte I)	4-15
	(Parte II)	4-16
	(Parte III)	4-17
Tabela 4.6	- Fator de Amplificação da Vida Útil em Função da Velocidade Reduzida	4-18
Tabela 4.7	- Perfil de Velocidades Típico para a Bacia de Campos (profundidade de 1000m)	4-22
Tabela 4.8	- Dano Acumulado em Função do Perfil de Velocidades	4-32

Tabela 4.9	-	Dano Acumulado em Função da Força de Tração (Parte I)	4-33
		(Parte II)	4-34
Tabela 4.10	-	Dano Acumulado em Função do Coeficiente de Amortecimento	4-35
Tabela 4.11	-	Dano Acumulado em Função do Coeficiente de Amortecimento (Parte I)	4-36
		(Parte II)	4-37
Tabela 4.12	-	Vida Útil Relativa em Função do Coeficiente de Amortecimento	4-38
Tabela 5.1	-	Coeficientes de Amortecimento Modais ($\bar{\zeta}_i$) em Função da Vida Útil Desejada	5-16
Tabela 5.2	-	Coeficientes de Amortecimento Modais em Função da Tração na Extremidade Superior (Parte I)	5-17
		(Parte II)	5-18
Tabela 5.3	-	Valores de λ_i para 10 Sensores Igualmente Espaçados com Ganho de 10 tf.s/m	5-20
Tabela 5.4	-	Valores de λ_i para 10 Atuadores Colocados nos nós 10, 23, 34, 44, 50, 60, 70, 76, 87 e 100	5-21
Tabela 5.5	-	Valores de λ_o em Função da Força de Tração na Extremidade Superior	5-23
Tabela 5.6	-	Perda de Eficiência do Sistema de Amortecimento Ativo Para 10 Atuadores Igualmente Espaçados	5-24

Tabela 5.7	-	Perda de Eficiência do Sistema de Amortecimento Ativo para 10 Atuadores Colocados de uma Forma mais Eficiente	5-25
Tabela 5.8	-	Perda de Eficiência do Sistema de Amortecimento Ativo para 20 Atuadores Igualmente Espaçados	5-26
Tabela 5.9	-	Ganhos Específicos em Função do Número de Atuadores Igualmente Espaçados	5-28
Tabela 5.10	-	Estimativa da Potência Necessária para cada Modo	5-32
Tabela 5.11	-	Estimativa da Potência Necessária para cada Modo	5-34
Tabela 5.12	-	Forças Máximas em Função do Número de Atuadores	5-36
Tabela 5.13	-	Diâmetros Necessários para os Atuadores em Função de seu Número	5-40
Tabela 5.14	-	Vazão Máxima Necessária em Função do Número de Bocais	5-42
Tabela 6.1	-	Variação da Vida Útil do Riser em Função da Força de Tração em sua Extremidade Superior	6-3
Tabela 6.2	-	Variação da Vida Útil do Riser em Função da Rigidez da Mola Colocada na sua Extremidade Inferior	
		(Parte I)	6-5
		(Parte II)	6-6
Tabela 6.3	-	Variação da Vida Útil do Riser em Função do Produto de Rigidez EI	6-8

Tabela 6.4	-	Variação da Vida Útil do Riser em Função do Diâmetro Externo	6-9
Tabela 6.5	-	Variação da Vida Útil do Riser em Função do Coeficiente de Amortecimento Interno	6-11
Tabela 6.6	-	Variação da Vida Útil do Riser em Função do Coeficiente de Arraste	6-12
Tabela 6.7	-	Variação da Vida Útil do Riser em Função do Coeficiente de Massa Adicional	6-14
Tabela 6.8	-	Variação da Vida Útil do Riser em Função da Velocidade Máxima da Corrente	6-16
Tabela 6.9	-	Variação da Vida Útil do Riser em Função da Velocidade Média da Corrente	6-17
Tabela 6.10	-	Variação da Vida Útil do Riser em Função do Desvio Padrão da Velocidade da Corrente ...	6-19
Tabela 6.11	-	Variação da Vida Útil do Riser em Função da Porcentagem de seu Comprimento em que a Corrente Atua, na sua Extremidade Superior	6-20
Tabela 6.12	-	Variação da Vida Útil do Riser em Função da Porcentagem de seu Comprimento em que a Corrente Atua, na sua Extremidade Inferior	6-21

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 O PANORAMA DA EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO EM AGUAS PROFUNDAS

As recentes descobertas de petróleo feitas pela PETROBRÁS na costa brasileira em águas profundas, com lâminas entre 400 e 1200m, praticamente dobrariam as reservas nacionais utilizáveis se existisse uma tecnologia apropriada que tornasse viável a sua exploração comercial (Ref [18]).

O Brasil produz hoje cerca da metade do petróleo que consome. Um eventual aproveitamento destes campos descobertos em águas de grande profundidade poderia trazer um maior alívio à sua balança comercial, com a conseqüente redução das importações de petróleo.

Previsões para um futuro próximo, feitas pela PETROBRÁS, revelam que no final deste século cerca de 50% da produção de óleo e 20% da produção de gás natural serão originados de poços localizados em águas profundas, caso não haja novas descobertas significativas em terra ou águas rasas.

A tecnologia necessária para a produção de petróleo em lâminas d'água maiores que 500m não está disponível a nível internacional. O excesso de petróleo no mercado e o conseqüente achatamento no preço de cada barril provocaram a redução nos investimentos em desenvolvimento tecnológico da área, nos países mais adiantados. Além disso, não foram descobertas reservas significativas fora do Brasil que justificassem este investimento (Ref [8]).

Existe, então, um verdadeiro desafio tecnológico, lançado à engenharia brasileira, na busca de soluções nacionais que possibilitem o aproveitamento dessas riquezas naturais. Estas soluções podem consistir na adaptação e extensão das tecnologias que hoje são usadas para águas mais rasas, ou no desenvolvimento de tecnologias inteiramente novas e quiçá inusitadas.

Grande parte dos especialistas da área concordam que a evolução de águas rasas para águas profundas implicará em uma mudança significativa no perfil dos sistemas de produção. O predomínio atual das plataformas convencionais, principalmente das jaquetas metálicas, provavelmente não será mantido e os sistemas de produção flutuante, principalmente as plataformas semi-submersíveis, conquistarão o seu espaço definitivo.

É neste panorama de mudanças que se encaixa o presente trabalho.

1.2 O RISER

Um dos elementos que compõem um sistema de produção de petróleo é o riser¹. Sua finalidade é interligar uma plataforma fixa ou flutuante, colocada à superfície do mar, a um poço ou oleoduto submarino.

O riser é composto por um conjunto de tubos com funções diversas, que vão desde o transporte de óleo, gás natural, água ou petróleo bruto até linhas de controle e acionamento hidráulico ou elétrico de válvulas e dispositivos de segurança.

Quando o riser traz o petróleo bruto do poço à superfície, para ser separado em óleo, água e gás, ele será chamado de riser de importação. Quando, ao contrário, ele encaminha os produtos já processados para um oleoduto submarino que os levará à terra, ele será chamado de riser de exportação.

Quanto à sua constituição estrutural, os risers podem ser classificados em rígidos e flexíveis. Os risers rígidos são formados por tubos de aço, enquanto os risers flexíveis são compostos por uma série de camadas de materiais diversos, incluindo uma armadura metálica de forma helicoidal. Cada um destes tipos apresenta as suas vantagens e desvantagens, quando se pensa na sua aplicação em um sistema flutuante de produção de petróleo.

As principais desvantagens do riser rígido são seu grande

¹ Na ausência de um termo técnico correspondente no vernáculo, será mantido o termo original em inglês.

peso, a carga elevada que transmite à plataforma, a sua baixa tolerância ao movimento horizontal e a necessidade de um mecanismo de compensação do movimento vertical ("heave"). As suas principais vantagens são sua resistência à pressão externa e ser bastante conhecida a sua tecnologia de fabricação.

A carga transmitida pelo riser rígido à plataforma pode ser aliviada com o uso de flutuadores de espuma "sintática" ("syntactic foam"). A importância do movimento horizontal da plataforma diminui bastante com o aumento da profundidade.

As principais vantagens do riser flexível são seu peso menor, maior tolerância ao movimento, instalação mais simples e maior experiência de uso em águas de grande profundidade. Suas principais desvantagens são sua baixa resistência à pressão externa, baixa resistência mecânica às forças hidrodinâmicas e ao atrito, menor durabilidade e, principalmente, limites de vazão menores e fabricação monopolizada.

No presente momento já existem soluções que procuram somar as vantagens do riser rígido à mobilidade do riser flexível: são os chamados risers mistos. A figura 1.1 traz um esquema de uma possível configuração deste tipo.

Na plataforma existe um mecanismo que mantém a tração do riser constante. O movimento vertical é compensado pelos risers flexíveis.

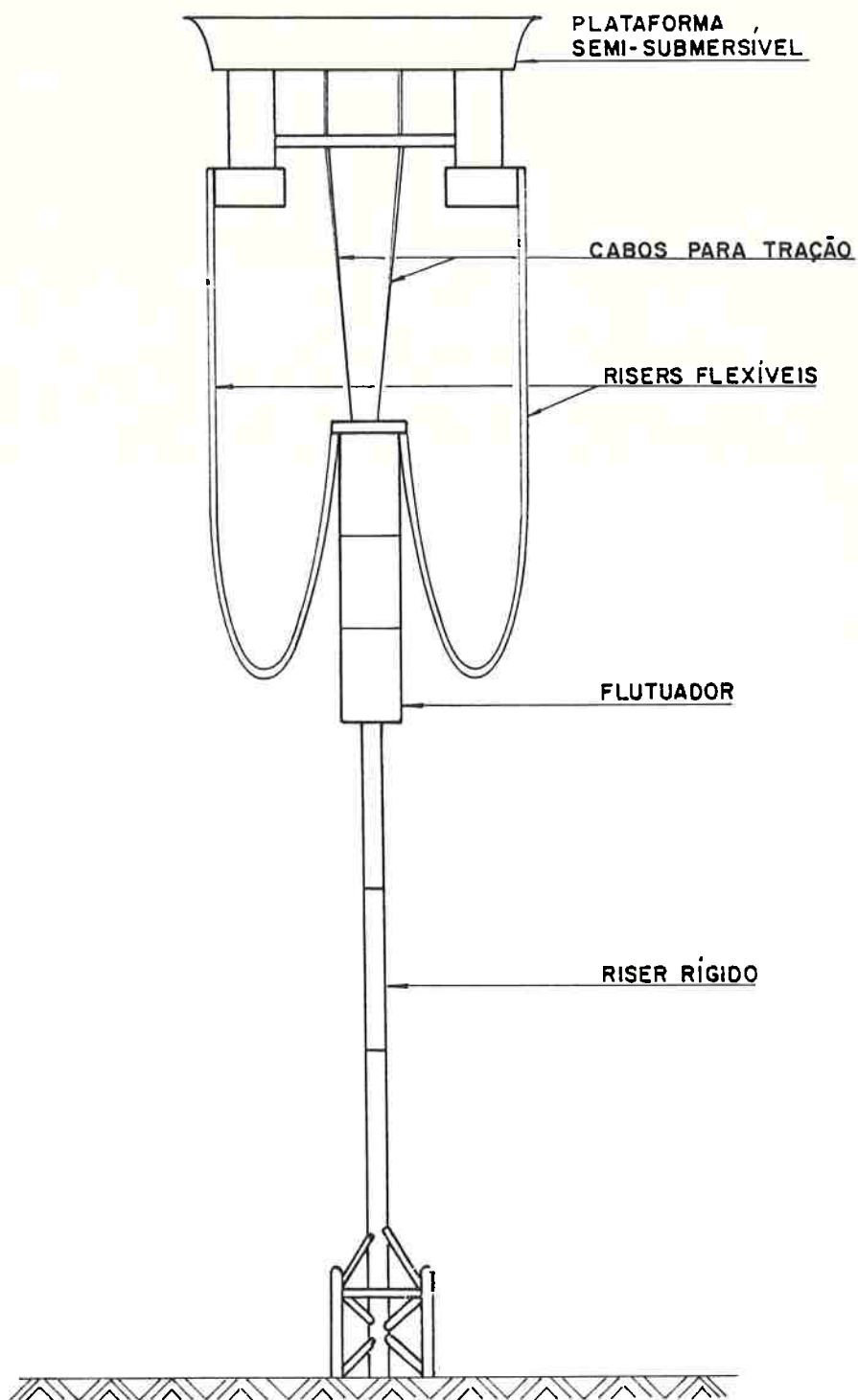


FIG. 1.1 - Riser Misto

1.3 OS OBJETIVOS DESTE TRABALHO

Este trabalho tem, fundamentalmente, dois objetivos. O primeiro é mostrar que as vibrações induzidas pela corrente marítima sobre um riser rígido, instalado em um local com águas profundas, são muito importantes e podem levá-lo à ruptura por fadiga de seu material. O outro objetivo é a proposição de um novo método para aumentar a vida útil de um riser submetido a estas vibrações, através da introdução de um amortecimento artificial, controlado ativamente.

Para perseguir estes objetivos, este trabalho foi dividido em 7 capítulos, sintetizados a seguir.

O primeiro capítulo, o presente, é um capítulo introdutório, onde se apresentam o panorama em que se encaixa este trabalho e uma descrição sintética de seu objeto: o riser. São apresentadas, também, as características particulares de um riser que servirá de exemplo e será usado em todos os resultados numéricos que serão apresentados, bem como o esquema estrutural que será adotado.

O segundo capítulo traz uma análise preliminar em que são estudados, através de modelos simplificados, alguns dos principais problemas que podem afetar estruturalmente o riser. Além de trazer a motivação para todo o resto do trabalho, este capítulo serve como base para justificar algumas das principais hipóteses adotadas.

O terceiro capítulo apresenta uma descrição do mecanismo físico que origina as vibrações induzidas pelo despreendimento de vórtices, um modelo matemático para quantificação de seu efeito e

alguns resultados numéricos que mostram a influência do amortecimento estrutural na amplitude dessas vibrações.

O quarto capítulo apresenta uma discussão sobre a fadiga causada no riser pelas vibrações induzidas pelo despreendimento de vórtices e, através de uma análise das condições ambientais, a proposta de um critério de projeto.

O quinto capítulo apresenta a proposta da introdução de um amortecimento artificial controlado ativamente, com o objetivo de aumentar a vida útil do riser.

O sexto capítulo procura estudar o comportamento do amortecimento ativo, projetado para condições ideais, quando há variação dos principais parâmetros estruturais, hidrodinâmicos e ambientais.

O sétimo capítulo, finalmente, traz uma compilação das principais conclusões que foram feitas ao longo deste trabalho, bem como propostas para trabalhos futuros.

1.4 O RISER EXEMPLO

O número de variáveis que interferem no estudo de um riser genérico é bastante grande. Em vista disto procurou-se basear todos os resultados numéricos em um riser específico, que daqui em diante será referido como riser-exemplo (Ref [22]).

O riser-exemplo, cuja seção transversal está esquematizada na

figura 1.2, é um riser de exportação com as seguintes características:

- comprimento (L): 600 m
- diâmetro externo (D): 1,1684 m
- peso total por unidade de comprimento, incluindo o peso dos fluidos: 1,9178 tf/m
- peso efetivo por unidade de comprimento (peso total menos empuxo) (γ): 0,8188 tf/m
- produto de rigidez (EI): $0,3232 \cdot 10^6$ tf.m²

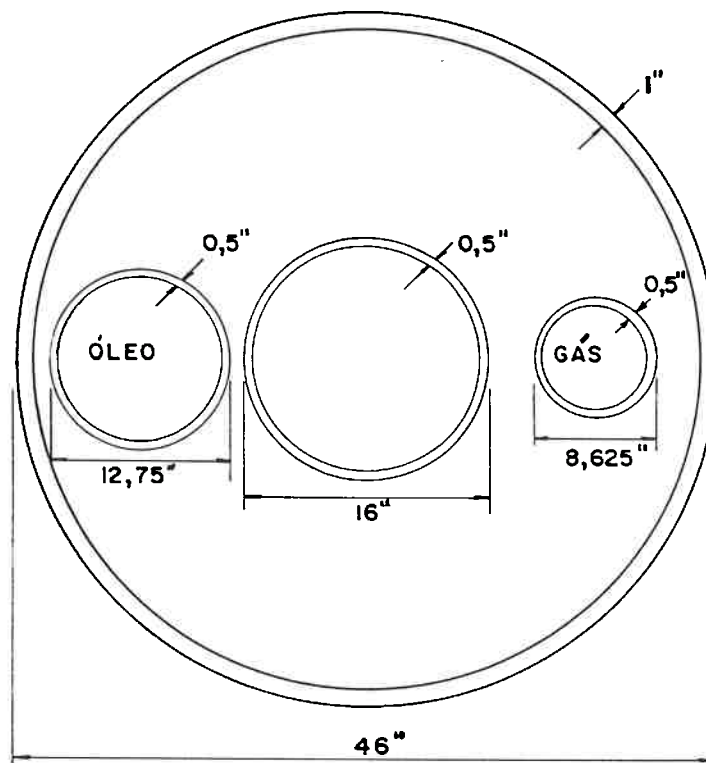


FIG. 1.2 - Seção Transversal do Riser-Exemplo

Além disso serão adotados os seguintes coeficientes hidrodinâmicos:

- coeficiente de massa adicional (c_m): 1,0
- coeficiente de arraste (c_d): 1,2

O riser-exemplo está instalado em um local cuja profundidade é de 650m, de modo que os efeitos das ondas do mar não sejam a ele transmitidos, e na sua extremidade inferior existe uma estrutura que funciona como um engaste.

O esquema estrutural do riser-exemplo é o apresentado na figura 1.3, onde T é uma força vertical de tração que representa o efeito de um eventual flutuador colocado em sua extremidade superior, somado à força de tração que é aplicada pela plataforma.



FIG. 1.3 - Esquema Estrutural do Riser-Exemplo

CAPÍTULO 2

ANÁLISE PRELIMINAR DO RISER

2.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo tem por objetivo uma análise preliminar do riser, através de modelos simplificados, visando a identificação de alguns dos principais problemas que podem comprometer o seu comportamento estrutural.

Para isto são feitas hipóteses simplificadoras, às vezes grosseiras, mas que não afetam a ordem de grandeza dos resultados.

São analisados os problemas relativos à estabilidade estática, deslocamentos e tensões devidos ao arraste hidrodinâmico introduzido pela corrente marítima local, e deslocamentos, tensões e fadiga provocados pelo desprendimento de vórtices.

Os resultados desta análise serão bastante úteis para substanciar hipóteses de cálculo que serão feitas no decorrer deste trabalho, bem como para identificar a ordem de magnitude de parâmetros relevantes.

2.2 - ESTABILIDADE ESTATICA

2.2.1 - Hipóteses

O riser é um pilar esbelto submetido a uma força de tração variável, causada pelo peso próprio e pela pressão hidrostática. É suposto que os deslocamentos são pequenos e que o material trabalha no regime elástico.

2.2.2 - Equação do Riser

Sob as hipóteses apresentadas, a equação que governa o comportamento do riser no estudo da estabilidade estática é:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{d}{dx} \left[\bar{F}_x(x) \frac{dy}{dx} \right] = 0 \quad , \quad (2.1)$$

onde \bar{F}_x é a força de tração efetiva ao longo do riser, que é dada por:

$$\bar{F}_x(x) = N_0 + \gamma x \quad , \quad (2.2)$$

sendo γ o peso submerso por unidade de comprimento e N_0 a força

normal na extremidade inferior do riser.

A dedução da equação (2.1) pode ser feita a partir da discussão apresentada no Apêndice I, considerando-se que o produto EI não varie ao longo do pilar.

Note-se que, se N_0 for positiva, o riser estará tracionado ao longo de todo o seu comprimento e não haverá problema de instabilidade estática. O problema de estabilidade consiste em se determinar o menor valor de N_0 para o qual a solução trivial da equação (2.1) continua estável.

2.2.3 - Condições de Contorno

Considerando-se o riser como um pilar engastado na extremidade inferior e livre na extremidade superior, então valem as seguintes condições de contorno:

$$i) y(0) = 0 \quad , \quad (2.3)$$

$$ii) \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad , \quad (2.4)$$

$$iii) \left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{x=L} = 0 \quad (2.5)$$

e

$$\text{iv) } EI \left. \frac{d^3 y}{dx^3} \right|_{x=L} = (N_0 + \gamma L) \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=L} \quad (2.6)$$

2.2.4 - Adimensionalização

Definindo-se as variáveis adimensionais ξ e $\varphi(\xi)$ de modo que:

$$\xi = \frac{x}{L} \quad (2.7)$$

e

$$\varphi = \frac{y}{L} \quad (2.8)$$

e as constantes adimensionais α e β tais que

$$\alpha = \frac{N_0 L^2}{EI} \quad (2.9)$$

e

$$\beta = \frac{\gamma L^3}{EI} \quad , \quad (2.10)$$

então a equação (2.1) pode ser escrita como:

$$\frac{d^4 \varphi}{d\xi^4} - \frac{d}{d\xi} \left[(\alpha + \beta \xi) \frac{d\varphi}{d\xi} \right] = 0 \quad (2.11)$$

e as condições de contorno (2.3) a (2.6) como:

$$\text{i) } \varphi(0) = 0 \quad , \quad (2.12)$$

$$\text{ii) } \left. \frac{d\varphi}{d\xi} \right|_{\xi=0} = 0 \quad , \quad (2.13)$$

$$\text{iii) } \left. \frac{d^2\varphi}{d\xi^2} \right|_{\xi=1} = 1 \quad (2.14)$$

e

$$\text{iv) } \left. \frac{d^3\varphi}{d\xi^3} \right|_{\xi=1} = (\alpha + \beta) \left. \frac{d\varphi}{d\xi} \right|_{\xi=1} \quad (2.15)$$

2.2.5 - Método Variacional

O problema de estabilidade pode ser colocado como sendo a determinação do máximo valor de α para o qual a equação (2.11) admite uma solução não trivial. Esta equação não tem uma solução analítica, mas pode-se recorrer a métodos numéricos como na Ref [4], por exemplo, onde foram usadas funções de Airy e séries de potências.

No presente trabalho, este problema será atacado sob um enfoque variacional, através do método de Rayleigh. Para isto, define-se uma função bem comportada $\psi(\xi)$ que satisfaz as condições de contorno essenciais (2.12) e (2.13), ou seja,

$$\psi(0) = 0 \quad (2.16)$$

e

$$\left. \frac{d\psi}{d\xi} \right|_{\xi=0} = 0 \quad (2.17)$$

Multiplicando-se (2.11) membro a membro por ψ e integrando-se o resultado em relação a ξ , ao longo de todo o comprimento, obtém-se:

$$\int_0^1 \frac{d^4 \varphi}{d\xi^4} \psi d\xi - \int_0^1 \frac{d}{d\xi} \left[(\alpha + \beta\xi) \frac{d\varphi}{d\xi} \right] \psi d\xi = 0 \quad (2.18)$$

Esta expressão pode ser integrada por partes, o que fornece:

$$\int_0^1 \frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} \frac{d^2 \psi}{d\xi^2} d\xi + \left. \frac{d^3 \varphi}{d\xi^3} \psi \right|_0^1 - \left. \frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} \frac{d\psi}{d\xi} \right|_0^1 +$$
$$+ \int_0^1 (\alpha + \beta\xi) \frac{d\varphi}{d\xi} \frac{d\psi}{d\xi} d\xi - \left[(\alpha + \beta\xi) \frac{d\varphi}{d\xi} \right] \psi \Big|_0^1 = 0 \quad (2.19)$$

ou, usando-se as condições de contorno (2.12) a (2.17):

$$\int_0^1 \frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} \frac{d^2 \psi}{d\xi^2} d\xi + \int_0^1 (\alpha + \beta\xi) \frac{d\varphi}{d\xi} \frac{d\psi}{d\xi} d\xi = 0 \quad (2.20)$$

Isolando-se o valor de α em (2.20) obtém-se:

$$\alpha = - \frac{\int_0^1 \frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} \frac{d^2 \psi}{d\xi^2} d\xi + \beta \int_0^1 \xi \frac{d\varphi}{d\xi} \frac{d\psi}{d\xi} d\xi}{\int_0^1 \frac{d\varphi}{d\xi} \frac{d\psi}{d\xi} d\xi} \quad (2.21)$$

A expressão (2.21) é válida para qualquer ψ com derivada primeira contínua, que satisfaça as condições de contorno (2.16) e (2.17). Em particular ela é válida quando ψ coincide com φ , ou seja,

$$\alpha = - \frac{\int_0^1 \left[\frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} \right]^2 d\xi + \beta \int_0^1 \xi \left[\frac{d\varphi}{d\xi} \right]^2 d\xi}{\int_0^1 \left[\frac{d\varphi}{d\xi} \right]^2 d\xi} \quad (2.22)$$

Consiste o problema, então, em se determinar qual é a função φ que satisfaz as condições de contorno (2.12) a (2.15) e torna máximo o funcional $\alpha(\varphi)$ definido pela expressão (2.22).

2.2.6 - Escolha da Função de Forma

Em vez de procurar o máximo absoluto de α em todo o espaço das funções admissíveis, restringe-se a sua procura a uma determinada classe de funções, obtendo-se uma solução aproximada.

O valor obtido é, obviamente, menor que o valor máximo absoluto. Contudo, se a classe de funções escolhida estiver bem próxima da solução exata, a diferença entre o valor exato e o aproximado será pequena e se a classe de funções escolhida contiver a solução exata, a resposta obtida será a exata.

Na presente análise não se terá a preocupação de obter a solução exata, mas apenas a construção de um método aproximado que forneça a ordem de grandeza do valor crítico de α . Para isto, usam-se argumentos físicos para escolha da forma das funções entre as quais se procura a solução.

Considere-se o riser dividido em dois trechos, A e B, por um ponto $\bar{\xi}$. No trecho A, que é o trecho superior, existe uma força de tração de grande magnitude. O riser tem, nesta porção, um comportamento semelhante ao de um fio tracionado, e a rigidez não é importante. No trecho B, contudo, a força normal muda de sinal e supõe-se que o riser se comporta como uma viga submetida a uma força de compressão constante e igual a $\zeta\alpha$, onde ζ é um parâmetro a ser determinado.

Cada um destes trechos será estudado em separado e, a seguir, as duas soluções obtidas serão acopladas no ponto $\bar{\xi}$.

a) trecho A ($\bar{\xi} < \xi \leq 1$):

Eliminando-se da equação (2.11) a contribuição da rigidez flexional, que é nula para um fio, obtém-se:

$$\frac{d}{d\xi} \left[(\alpha + \beta\xi) \frac{d\varphi}{d\xi} \right] = 0 \quad , \quad (2.23)$$

ou seja,

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = \frac{C_1}{\alpha + \beta\xi} \quad (2.24)$$

Se a força na extremidade superior for vertical, então

$$\left. \frac{d\varphi}{d\xi} \right|_{\xi=1} = 0 \quad (2.25)$$

e, como consequência,

$$C_1 = 0 \quad , \quad (2.26)$$

ou seja,

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = 0 \quad , \quad (2.27)$$

para todo o trecho A.

b) trecho B ($0 \leq \xi \leq \bar{\xi}$)

Supondo-se que a força normal que aparece na equação (2.11) é constante e igual a $\xi\alpha$, então

$$\frac{d^4 \varphi}{d\xi^4} - \zeta \alpha \frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} = 0 \quad (2.28)$$

Lembrando-se de que α é negativo e definindo-se k de modo que

$$k^2 = -\zeta \alpha \quad , \quad (2.29)$$

a equação (2.28) transforma-se em:

$$\frac{d^4 \varphi}{d\xi^4} + k^2 \frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} = 0 \quad , \quad (2.30)$$

cuja solução é

$$\varphi(\xi) = A \cos k\xi + B \operatorname{sen} k\xi + C\xi + D \quad . \quad (2.31)$$

O engastamento na extremidade inferior fornece as condições de contorno:

$$i) \varphi(0) = 0 \quad (2.32)$$

e

$$ii) \left. \frac{d\varphi}{d\xi} \right|_{\xi=0} = 0 \quad (2.33)$$

e o acoplamento com a solução do trecho A:

$$iii) \left. \frac{d\varphi}{d\xi} \right|_{\xi=\bar{\xi}} = 0 \quad (2.34)$$

$$e \quad iv) \quad \left. \frac{d^2 p}{d\xi^2} \right|_{\xi=\bar{\xi}} = 0 \quad (2.35)$$

Aplicando-se as condições de contorno na expressão (2.31) chega-se ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} A + D &= 0 \\ kB + C &= 0 \\ -kA \operatorname{sen} k\bar{\xi} + kB \cos k\bar{\xi} + C &= 0 \\ k^2 A \cos k\bar{\xi} + k^2 B \operatorname{sen} k\bar{\xi} &= 0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

Para que este sistema admita uma solução não trivial é necessário que

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & k & 1 & 0 \\ -k \operatorname{sen} k\bar{\xi} & k \cos k\bar{\xi} & 1 & 0 \\ k^2 \cos k\bar{\xi} & k^2 \operatorname{sen} k\bar{\xi} & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.37)$$

que leva à condição:

$$k^3 (\cos k\bar{\xi} - 1) = 0 \quad (2.38)$$

Como ζ e α não são nulos pois, em caso contrário, não haveria problema de instabilidade, conclui-se então, de (2.29), que k é diferente de zero, ou seja,

$$\cos k\bar{\xi} = 1 \quad (2.39)$$

e, portanto,

$$k = \frac{2\pi}{\bar{\xi}} \quad (2.40)$$

Introduzindo-se este valor no sistema (2.36) chega-se à solução não-trivial:

$$\varphi(\xi) = B \left[2\pi \frac{\xi}{\bar{\xi}} - \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{\xi}{\bar{\xi}} \right) \right] \quad (2.41)$$

c) forma final

O acoplamento entre a solução obtida para o trecho A, (2.27), e a obtida para o trecho B, (2.41), fornece:

$$\varphi(\xi) = \begin{cases} B \left[2\pi \frac{\xi}{\bar{\xi}} - \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{\xi}{\bar{\xi}} \right) \right] & \text{para } 0 \leq \xi \leq \bar{\xi} \\ 2\pi B & \text{para } \bar{\xi} \leq \xi \leq 1 \end{cases} \quad (2.42)$$

2.2.7 - Aplicação do Método Variacional

Aplicando-se a família de funções $\varphi(\xi)$ definida por (2.42) na

expressão (2.22) e efetuando-se as integrações necessárias, obtém-se:

$$\alpha = -\frac{4}{3} \pi^2 \frac{1}{\bar{\xi}^2} - \frac{\beta}{2} \bar{\xi} \quad , \quad (2.43)$$

que depende unicamente do parâmetro $\bar{\xi}$. A condição de maximização de α se reduz, portanto, apenas a

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \bar{\xi}} = 0 \quad , \quad (2.44)$$

ou seja,

$$\frac{8}{3} \pi^2 \frac{1}{\bar{\xi}^3} - \frac{\beta}{2} = 0 \quad , \quad (2.45)$$

ou, ainda,

$$\bar{\xi} = \left[\frac{16\pi^2}{3\beta} \right]^{1/3} \quad . \quad (2.46)$$

O valor extremo de α é obtido introduzindo-se (2.46) em (2.43), o que fornece

$$\alpha = - \left[\frac{4}{3} \pi^2 \left[\frac{3}{16\pi^2} \right]^{2/3} + \frac{1}{2} \left[\frac{16\pi^2}{3} \right]^{1/3} \right] \beta^{2/3} \quad , \quad (2.47)$$

ou seja,

$$\alpha = - 2,81 \beta^{2/3} \quad 1 \quad . \quad (2.48)$$

Usando-se (2.9) e (2.10) em (2.48) pode-se escrever, em termos dimensionais,

$$N_o = - 2,81 \gamma^{2/3} (EI)^{1/3} \quad . \quad (2.49)$$

Se T for a força de tração na extremidade superior do riser, então, de (2.2),

$$T = N_o + \gamma L \quad . \quad (2.50)$$

Definindo-se a tração crítica, T_{cr} , como sendo a menor força de tração para a qual o riser ainda é estaticamente estável, obtém-se, a partir de (2.49) e (2.50):

$$T_{cr} = \gamma L \left[1 - \frac{2,81}{L} \left(\frac{EI}{\gamma} \right)^{1/3} \right] \quad , \quad (2.51)$$

ou, definindo-se δ tal que

$$\delta = \frac{1}{L} \left(\frac{EI}{\gamma} \right)^{1/3} \quad , \quad (2.52)$$

¹ Este resultado difere cerca de 20% do limite assintótico obtido por Bernitsas (Ref [4]), em uma análise mais precisa, usando funções de Airy e séries de potência.

então,

$$T_{cr} = \gamma L (1 - 2,81\delta) \quad . \quad (2.53)$$

Cabe aqui ressaltar que a grande vantagem em se usar um método de cálculo aproximado, em contrapartida com um método numérico exato, reside na possibilidade de obter, de uma forma simples, uma expressão para T_{cr} na qual a importância relativa de cada parâmetro aparece de forma explícita.

Note-se que, se o riser for muito esbelto, ou seja, $\delta \ll 1$, a tração crítica é aproximadamente igual a γL , que é o peso total submerso. Neste caso não pode haver nenhum trecho do riser submetido a força de compressão.

O valor para T_{cr} fornecido por (2.53) é menor que o valor exato, em virtude do método de aproximação utilizado. Na realidade pode-se escrever que

$$(1 - 2,81\delta) \leq \frac{T_{cr}}{\gamma L} < 1 \quad . \quad (2.54)$$

pois nenhuma parte do riser estará tracionada quando T for igual a γL .

Na prática o riser é projetado de maneira a ficar tracionado ao longo de todo o seu comprimento, não havendo, portanto, problema de instabilidade. O estudo da estabilidade será importante, contudo, para análise das situações em que ocorre perda da sustentação da estrutura como, por exemplo, danificação

de flutuadores.

2.2.8 - Aplicação Numérica

Para o riser exemplo, cujas características foram descritas no item 1.4,

$$EI = 0,3232 \cdot 10^6 \text{ tf.m}^2$$

$$\gamma = 0,8188 \text{ tf/m}$$

$$L = 600 \text{ m}$$

então, de (2.10),

$$\beta = 547 \quad (2.55)$$

e, portanto, de (2.46),

$$\bar{\xi} = 0,458 \quad (2.56)$$

O parâmetro δ pode ser calculado a partir de (2.52):

$$\delta = 0,122 \quad (2.57)$$

logo

$$(1 - 2,81\delta) = 0,657 \quad (2.58)$$

Neste caso, então, a tração crítica é

$$T_{cr} \geq 0,657 \gamma L \quad , \quad (2.59)$$

isto é,

$$T_{cr} \geq 322 \text{ tf} \quad . \quad (2.60)$$

Note-se que, se for adotado T igual a γL , uma perda de 34% da flutuação implicará em perda da estabilidade.

2.3 - DESLOCAMENTOS ESTÁTICOS

2.3.1 - Objetivo

O presente item tem por objetivo estimar os deslocamentos estáticos provocados no riser pela força de arraste hidrodinâmico introduzida pela corrente marítima local e mostrar que eles são pequenos, quando comparados com o comprimento do tubo.

2.3.2 - Hipóteses

O riser é considerado como um pilar esbelto, submetido a uma força normal constante cujo efeito sobre o momento fletor é importante, solicitado por uma corrente marítima que não varia nem ao longo do tempo, nem ao longo de seu comprimento.

É suposto que os deslocamentos são pequenos e que o material trabalha no regime elástico, sendo válida a lei de Hooke.

Assume-se que o riser é engastado na sua extremidade inferior e livre na sua extremidade superior, onde existe aplicada uma força de tração vertical.

2.3.3 - Equação do Riser

Considerando-se as hipóteses apresentadas, a equação que rege o comportamento do riser pode ser escrita como:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} - T \frac{d^2 y}{dx^2} = p \quad , \quad (2.61)$$

onde T é a força de tração e p a força de arraste por unidade de comprimento.

No caso geral, a força de tração varia ao longo do comprimento. Adotar-se-á para T , como simplificação, o seu valor

médio.

A equação (2.61) pode ser obtida a partir da discussão apresentada no Apêndice I, considerando-se uma força vertical constante e introduzindo-se a força de arraste hidrodinâmico.

2.3.4 - Condições de Contorno

As hipóteses feitas em relação à geometria do riser no item 2.3.2 levam às seguintes condições de contorno:

$$\text{i) } y(0) = 0 \quad , \quad (2.62)$$

$$\text{ii) } \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad , \quad (2.63)$$

$$\text{iii) } \left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{x=L} = 0 \quad (2.64)$$

e

$$\text{iv) } EI \left. \frac{d^3y}{dx^3} \right|_{x=L} = T \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=L} \quad (2.65)$$

2.3.5 - Adimensionalização

Definindo-se as variáveis adimensionais ξ e $\varphi(\xi)$ de modo que

$$\xi = \frac{x}{L} \quad (2.66)$$

e

$$\varphi = \frac{y}{L} \quad (2.67)$$

e as constantes adimensionais τ e η tais que

$$\tau^2 = \frac{TL^2}{EI} \quad (2.68)$$

e

$$\eta = \frac{\rho L^3}{EI} \quad , \quad (2.69)$$

então a equação (2.61) pode ser escrita como:

$$\frac{d^4 \varphi}{d\xi^4} - \tau^2 \frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} = \eta \quad (2.70)$$

e as condições de contorno (2.62) a (2.65) como:

$$i) \varphi(0) = 0 \quad , \quad (2.71)$$

$$ii) \left. \frac{d\varphi}{d\xi} \right|_{\xi=0} = 0 \quad , \quad (2.72)$$

$$\text{iii) } \left. \frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} \right|_{\xi=1} = 0 \quad (2.73)$$

≡

$$\text{iv) } \left. \frac{d^3 \varphi}{d\xi^3} \right|_{\xi=1} = \tau^2 \left. \frac{d\varphi}{d\xi} \right|_{\xi=1} \quad (2.74)$$

2.3.6 - Solução da Equação Diferencial

A solução da equação diferencial (2.70) pode ser escrita na forma:

$$\varphi(\xi) = A \sinh \tau \xi + B \cosh \tau \xi + C \xi + D - \frac{1}{2} \frac{\eta}{\tau^2} \xi^2 \quad (2.75)$$

Usando-se as condições de contorno (2.71) a (2.74), então,

$$\varphi(\xi) = \frac{\eta}{\tau^4} \left[-\tau \sinh \tau \xi + \frac{1}{\cosh \tau} (1 + \tau \sinh \tau) (\cosh \tau \xi - 1) + \tau^2 \xi - \frac{\tau^2 \xi^2}{2} \right] \quad (2.76)$$

O deslocamento máximo φ_{\max} ocorrerá na extremidade superior do riser ($\xi = 1$) e será dado por:

$$\varphi_{\max} = \frac{\eta}{\tau^4} \left[1 + \frac{\tau^2}{2} - \frac{1 + \tau \sinh \tau}{\cosh \tau} \right] \quad (2.77)$$

O adimensional τ representa a importância relativa entre a rigidez flexional e a rigidez de cabo (vide (2.68)). Para valores grandes de τ , ou seja, quando a rigidez flexional não é importante, esta expressão pode ser aproximada por:

$$\varphi_{\max} = \frac{\eta}{\tau^4} \left[1 - \tau + \frac{\tau^2}{2} \right] \quad (2.78)$$

2.3.7 - Força de Arraste

A força de arraste por unidade de comprimento pode ser expressa por:

$$p = \frac{1}{2} c_d D \frac{\gamma_a}{g} V^2 \quad (2.79)$$

onde D é o diâmetro externo do tubo; γ_a , o peso específico da água; g , a aceleração local da gravidade; V , a velocidade da corrente, suposta constante e c_d , um coeficiente, denominado de coeficiente de arraste. Então, de (2.69),

$$\eta = \frac{L^3}{EI} \frac{1}{2} c_d D \frac{\gamma_a}{g} V^2 \quad (2.80)$$

2.3.8 - Aplicação Numérica

Para o riser exemplo, cujas características foram descritas no item 1.4,

$$EI = 0,3232 \cdot 10^6 \text{ tf.m}^2$$

$$\gamma_a = 1,025 \text{ tf/m}^3$$

$$L = 600 \text{ m}$$

$$D = 1,1684 \text{ m}$$

$$g = 9,80665 \text{ m/s}^2$$

O coeficiente de arraste é função do número de Reynolds. Para um cilindro, em uma larga faixa de valores desse adimensional, pode-se adotar:

$$c_d = 1,2$$

Adotando-se uma corrente marítima com velocidade constante,

$$V = 0,7 \text{ m/s}$$

que atua ao longo de todo o comprimento do riser, então, de (2.80),

$$\eta = 24,0 \quad (2.81)$$

Para equilibrar o peso submerso total deste riser é necessária uma força de tração de aproximadamente 500 tf aplicada à sua extremidade superior. Admitindo-se que o comportamento do riser possa ser aproximado pelo caso em que atua ao longo de seu comprimento uma força de tração T constante e igual à força de tração real média, então,

$$T = 250 \text{ tf}$$

e, portanto, de (2.68),

$$\tau = 16,7 \quad . \quad (2.82)$$

Esta última hipótese é conservadora para o cálculo dos deslocamentos. De fato, ao se adotar o valor médio para a força de tração, diminuiu-se a rigidez nos pontos em que o deslocamento é maior (extremidade superior) e aumentou-se a rigidez na região em que os deslocamentos não são importantes (extremidade inferior). Assim, os deslocamentos obtidos são maiores do que os reais.

A relação entre o deslocamento máximo e o comprimento do riser é obtida diretamente de (2.78), usando-se (2.81) e (2.82):

$$p_{\max} = 0,038 \quad .$$

Portanto é válida a hipótese de que os deslocamentos são pequenos para o problema considerado.

2.4 - MOMENTOS ESTATICOS

2.4.1 - Modelo Matemático

Para estimativa dos momentos fletores estáticos, o modelo

utilizado será o mesmo que foi adotado para estimativa dos deslocamentos estáticos, considerando-se a equação constitutiva:

$$\frac{M}{EI} = - \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (2.83)$$

Definindo-se o momento adimensional μ de modo que

$$\mu = \frac{ML}{EI} \quad , \quad (2.84)$$

então,

$$\mu = - \frac{d^2 \rho}{d\xi^2} \quad (2.85)$$

e, portanto, a partir de (2.76),

$$\begin{aligned} \mu(\xi) = & - \frac{\eta}{\tau^2} \left[- \tau \operatorname{senh} \tau \xi + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\operatorname{cosh} \tau} (1 + \tau \operatorname{senh} \tau) \operatorname{cosh} \tau \xi - 1 \right] \quad (2.86) \end{aligned}$$

O momento máximo ocorrerá no engastamento e será dado por:

$$\mu_{\max} = \mu(0) = \frac{\eta}{\tau^2} \left[1 - \frac{1 + \tau \operatorname{senh} \tau}{\operatorname{cosh} \tau} \right] \quad (2.87)$$

Se τ for grande (rigidez flexional pequena), a expressão

(2.87) pode ser aproximada por:

$$\mu_{\max} = \frac{\eta}{\tau^2} [1 - \tau] \quad . \quad (2.88)$$

Definindo-se a função $\psi(\xi)$ de modo que

$$\psi(\xi) = \tau \sinh \tau \xi - \frac{1}{\cosh \tau} \left[1 + \tau \sinh \tau \right] \cosh \tau \xi + 1 \quad (2.89)$$

então, de (2.86),

$$\mu(\xi) = \frac{\eta}{\tau^2} \psi(\xi) \quad . \quad (2.90)$$

2.4.2 - Discussão para o Riser Exemplo

Para o riser exemplo, o valor de τ é dado em (2.82). Construindo-se a função $\psi(\xi)$ para este caso, obtêm-se os valores transcritos na tabela 2.1 e esquematizados na figura 2.1 .

Uma análise cuidadosa da figura 2.1 indica que o efeito do momento fletor é localizado apenas na região do engaste. Este fato sugere dois comentários, apresentados a seguir.

O primeiro comentário diz respeito ao procedimento que pode ser adotado em uma análise mais criteriosa do problema estático do riser: o gráfico da figura 2.1 sugere a adoção de uma técnica do tipo "boundary layer", em que o riser é modelado como um fio, com

exceção de suas extremidades, onde a rigidez à flexão é importante, de maneira análoga à aplicação da teoria de membrana no estudo das cascas.

TABELA 2.1 - Função $\psi(\xi)$ para o Riser-Exemplo

ξ	$\psi(\xi)$
0,0	- 15,7
0,1	- 2,14
0,2	0,408
0,3	0,889
0,4	0,979
0,5	0,996
0,6	0,998
0,7	0,993
0,8	0,962
0,9	0,800
1,0	0,000

Na "boundary layer", de espessura δ_b , a rigidez flexional é da mesma ordem de magnitude da rigidez de membrana e, como mostra (2.61), deve-se ter, então,

$$\frac{\delta_b}{L} \sim \left[\frac{EI}{TL^2} \right]^{1/2} \ll 1 .$$

No caso em consideração $\delta_b/L \cong 4\%$, ou seja, a "boundary layer" é bastante pequena. Este resultado implica em que os

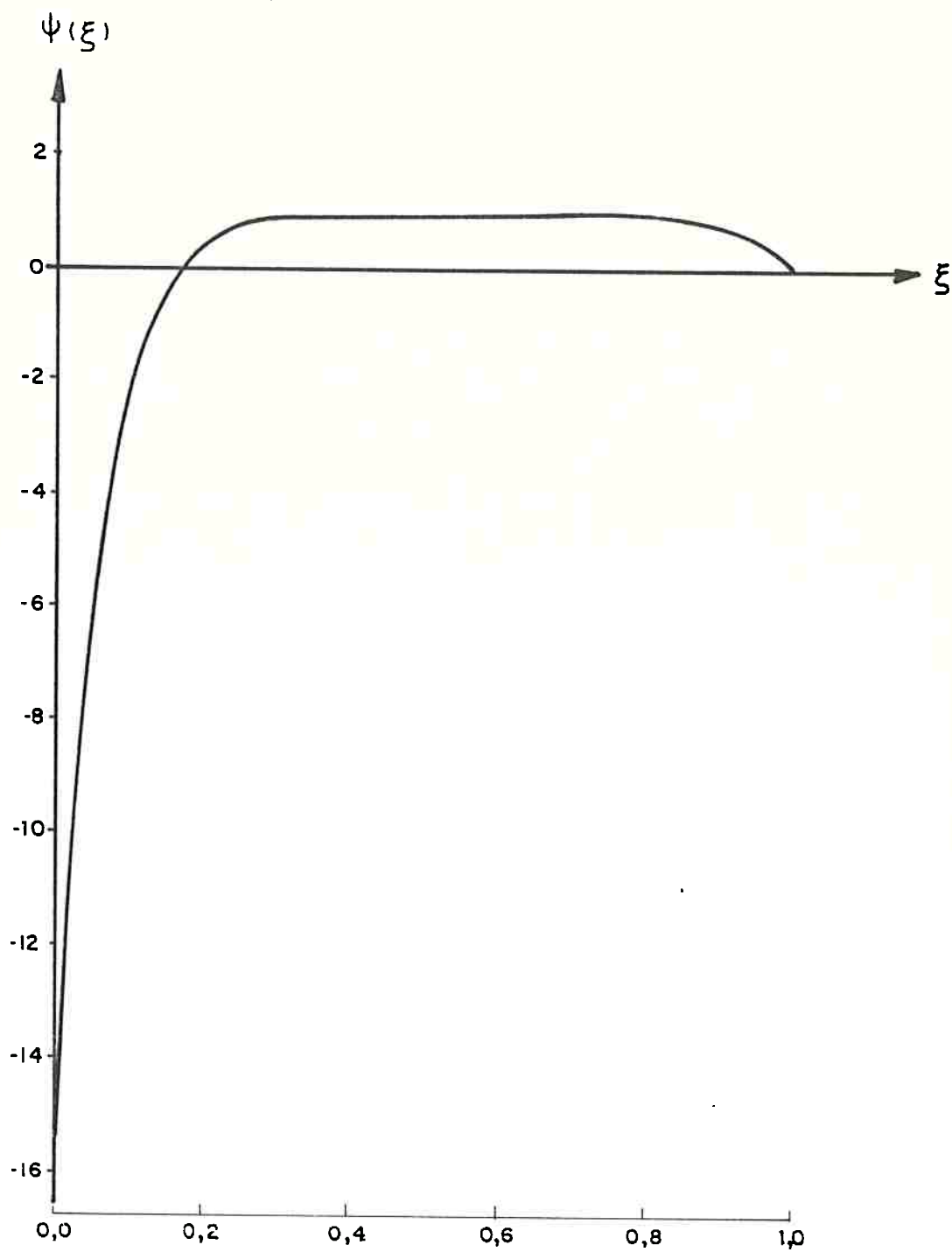


FIG. 2.1 - Gráfico de $\psi(\xi)$ para o Riser-Exemplo

valores globais, como a frequência natural, devem ser pouco afetados pela condição de contorno efetiva existente na base do riser. Esta consideração será utilizada na seção 2.6.7, quando as frequências naturais do riser são estimadas. É importante enfatizar, no entanto, que valores locais, como o momento na base, são fortemente influenciados pela condição de apoio. Na realidade, como será visto a seguir, as tensões de flexão no engaste são bastante elevadas.

O outro comentário relaciona-se com o esquema construtivo do riser: o resultado obtido sugere que se fuja tanto quanto possível do engaste, com o objetivo de minimizar as tensões normais de flexão.

Note-se que o momento no engastamento, quando τ é grande (situação em que a rigidez flexional não é importante), pode ser aproximado por μ_0 tal que

$$\mu_0 = \frac{\eta}{\tau} \quad , \quad (2.91)$$

enquanto que o momento na região intermediária do riser pode ser aproximado por $\bar{\mu}$ dado pela expressão:

$$\bar{\mu} = \frac{\eta}{\tau^2} \quad . \quad (2.92)$$

Note-se, ainda, que vale a relação:

$$\frac{\mu_0}{\bar{\mu}} = \tau \quad , \quad (2.93)$$

ou seja, o adimensional τ , definido por (2.68), que indica a relação entre a rigidez de cabo e a rigidez flexional, fornece, também, a relação entre o momento no engastamento e o momento na região intermediária do riser. Para o riser-exemplo, de (2.82),

$$\mu_0 = 16,7 \bar{\mu} \quad .$$

2.5 - TENSÕES NORMAIS

2.5.1 - Tensões Normais Devidas à Força de Tração

A máxima tensão normal devida à força de tração é dada pela expressão:

$$\sigma = \frac{T}{S_a} \quad , \quad (2.94)$$

onde T é a máxima força de tração, que ocorre na extremidade suspensa, e S_a , a área de aço na seção transversal.

Para o riser exemplo, cujas características foram apresentadas no item 1.4,

$$S_a = 0,1276 \text{ m}^2 \quad .$$

Adotando-se a força de tração:

$$T = 500 \text{ tf}$$

então

$$\sigma = 3920 \text{ tf/m}^2$$

que é um valor baixo para um material cuja tensão de escoamento é

$$\sigma_0 = 60000 \text{ tf/m}^2$$

2.5.2 - Tensões Normais Devidas à Flexão

As tensões normais devidas à flexão são calculadas a partir do momento fletor pela expressão:

$$\sigma(x, z) = \frac{M(x)}{I} z \quad , \quad (2.95)$$

onde z é a altura de um ponto em relação à linha neutra e I , o momento de inércia.

A tensão máxima em cada seção transversal é, portanto,

$$\sigma_{\max}(x) = \frac{M(x) D}{2I} \quad , \quad (2.96)$$

ou, usando-se (2.84),

$$\sigma_{\max}(\xi) = \frac{ED}{2L} \mu(\xi) \quad . \quad (2.97)$$

Para o riser exemplo,

$$\frac{ED}{2L} = 2,04 \cdot 10^4 \text{ tf/m}^2 \quad (2.98)$$

A máxima tensão normal de flexão na região do engastamento é obtida de (2.88), usando-se os valores de η e τ fornecidos por (2.81) e (2.82), respectivamente,

$$\sigma_o = 27500 \text{ tf/m}^2 \quad , \quad (2.99)$$

e, na região intermediária do riser, por meio de (2.92),

$$\bar{\sigma} = 1750 \text{ tf/m}^2 \quad . \quad (2.100)$$

Conclui-se, portanto, que na maior parte do riser as tensões de flexão são pequenas, exceção feita à região do engaste, onde atingem 46% da tensão de escoamento.

Para se garantir que as tensões estáticas não interfiram na vida útil à fadiga da estrutura é recomendável que elas não ultrapassem cerca de 25% da tensão de escoamento. Para o riser exemplo, o único problema poderia ocorrer na região do engastamento. Isto pode ser contornado suavizando a condição de contorno, com a introdução de uma articulação total ou parcial, ou aumentando a força de tração de modo a reduzir o momento no engastamento.

2.6 - FREQÜÊNCIAS NATURAIS

2.6.1 - Objetivo

O presente item tem por objetivo o desenvolvimento de um modelo simplificado para estimar as freqüências naturais do riser, a fim de compará-las com as freqüências das solicitações dinâmicas a que ele está submetido.

O uso de um modelo de cálculo aproximado em lugar de um método numérico "exato" tem por finalidade a obtenção, por um procedimento simples, de uma expressão analítica para as freqüências naturais onde apareça, de forma explícita, a importância relativa de cada parâmetro.

2.6.2 - Hipóteses

O riser é um pilar esbelto submetido a uma força de tração, que é variável por causa do peso próprio e da pressão hidrostática. É suposto que os deslocamentos são pequenos, que o material trabalha no regime elástico e que uma seção transversal inicialmente plana permanece plana após a deformação. É desprezada a inércia rotacional e a influência do amortecimento sobre as freqüências naturais.

2.6.3 - Equação Dinâmica do Riser

Sob as hipóteses apresentadas, a equação dinâmica que governa o comportamento do riser é

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right] + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (2.101)$$

onde m é a massa total por unidade de comprimento (incluindo a massa adicional); E , o módulo de elasticidade; I , o momento de inércia e $\bar{F}_x(x)$ é dada por

$$\bar{F}_x(x) = N_0 + \gamma x, \quad (2.102)$$

sendo N_0 a força vertical a que está submetido o riser em sua extremidade inferior e γ o peso submerso por unidade de comprimento.

A dedução desta equação pode ser feita a partir da análise detalhada apresentada no Apêndice I.

2.6.4 - Condições de Contorno

Considerando-se o riser como um pilar engastado na extremidade inferior e livre na extremidade superior, valem as

seguintes condições de contorno:

$$i) y(0, t) = 0 \quad , \quad (2.103)$$

$$ii) \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad , \quad (2.104)$$

$$iii) \left. \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right|_{x=L} = 0 \quad (2.105)$$

e

$$iv) EI \left. \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \right|_{x=L} = (N_0 + \gamma L) \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x=L} \quad (2.106)$$

2.6.5 - Separação de Variáveis

Supondo-se que o efeito das variáveis x e t possa ser separado, pode-se escrever uma expressão do tipo:

$$y(x, t) = \varphi(x) f(t) \quad , \quad (2.107)$$

que levada à equação (2.101) fornece:

$$EI \frac{d^4 \varphi}{dx^4} f(t) - \frac{d}{dx} \left[\bar{F}_x \frac{d\varphi}{dx} \right] f(t) + m \varphi(x) \frac{d^2 f}{dt^2} = 0 \quad , \quad (2.108)$$

ou, dividindo-se pelo produto $m \varphi(x) f(t)$ e passando-se o termo de inércia para o segundo membro,

$$\frac{EI \frac{d^4 \varphi}{dx^4} - \frac{d}{dx} \left[\bar{F}_x \frac{d\varphi}{dx} \right]}{m \varphi(x)} = - \frac{\frac{d^2 f}{dt^2}}{f(t)} \quad (2.109)$$

O primeiro membro de (2.109) depende apenas de x ; o segundo membro, contudo, é função exclusiva de t . Para que isto seja possível é necessário que exista uma constante, que será indicada por ω^2 , tal que

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + \omega^2 f(t) = 0 \quad (2.110)$$

e

$$EI \frac{d^4 \varphi}{dx^4} - \frac{d}{dx} \left[\bar{F}_x \frac{d\varphi}{dx} \right] - \omega^2 m \varphi(x) = 0 \quad (2.111)$$

A solução de (2.110) é imediata,

$$f(t) = f_0 e^{i\omega t} \quad ; \quad (2.112)$$

a solução de (2.111), contudo, deve ser obtida por algum método de aproximação.

Com a separação das variáveis, as condições de contorno

(2.103) a (2.106) ficam:

$$i) \varphi(0) = 0 \quad , \quad (2.113)$$

$$ii) \left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad , \quad (2.114)$$

$$iii) \left. \frac{d^2\varphi}{dx^2} \right|_{x=L} = 0 \quad (2.115)$$

e

$$iv) EI \left. \frac{d^3\varphi}{dx^3} \right|_{x=L} = (N_0 + \gamma L) \left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_{x=L} \quad (2.116)$$

2.6.6 - Método Variacional

Multiplicando-se a equação (2.111), membro a membro, por uma função bem comportada $\psi(x)$, de modo que

$$i) \psi(0) = 0 \quad (2.117)$$

e

$$ii) \left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (2.118)$$

e integrando-se o resultado em relação a x , ao longo de todo o comprimento, chega-se a:

$$EI \int_0^L \frac{d^4 \varphi}{dx^4} \psi dx - \int_0^L \frac{d}{dx} \left(\bar{F}_x \frac{d\varphi}{dx} \right) \psi dx - \omega^2 m \int_0^L \varphi \psi dx = 0 \quad (2.119)$$

Esta equação pode ser integrada por partes, obtendo-se:

$$EI \left[\int_0^L \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \frac{d^2 \psi}{dx^2} dx + \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \psi \Big|_0^L - \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \frac{d\psi}{dx} \Big|_0^L \right] - \bar{F}_x \frac{d\varphi}{dx} \psi \Big|_0^L + \int_0^L \bar{F}_x \frac{d\varphi}{dx} \frac{d\psi}{dx} dx - \omega^2 m \int_0^L \varphi \psi dx = 0 \quad (2.120)$$

Usando-se (2.102) e aplicando-se as condições de contorno (2.113) a (2.118), então,

$$EI \int_0^L \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \frac{d^2 \psi}{dx^2} dx + N_0 \int_0^L \frac{d\varphi}{dx} \frac{d\psi}{dx} dx + \gamma \int_0^L x \frac{d\varphi}{dx} \frac{d\psi}{dx} dx - \omega^2 m \int_0^L \varphi \psi dx = 0 \quad (2.121)$$

ou, isolando-se ω^2 no primeiro membro,

$$\omega^2 = \frac{EI \int_0^L \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \frac{d^2 \psi}{dx^2} dx + N_0 \int_0^L \frac{d\varphi}{dx} \frac{d\psi}{dx} dx + \gamma \int_0^L x \frac{d\varphi}{dx} \frac{d\psi}{dx} dx}{m \int_0^L \varphi \psi dx} \quad (2.122)$$

A expressão (2.122) é válida para qualquer $\psi(x)$ bem comportada, que satisfaça as condições de contorno (2.117) e (2.118) e, em particular, quando $\psi(x)$ coincide com $\varphi(x)$. Neste caso,

$$\omega^2 = \frac{EI \int_0^L \left[\frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right]^2 dx + N_0 \int_0^L \left[\frac{d\varphi}{dx} \right]^2 dx + \gamma \int_0^L x \left[\frac{d\varphi}{dx} \right]^2 dx}{m \int_0^L \varphi^2 dx} \quad (2.123)$$

As frequências naturais ω_n serão os mínimos locais do funcional definido por (2.123).

2.6.7 - Solução

Se forem conhecidas as soluções exatas $\varphi_n(x)$ (modos naturais de vibração), as frequências naturais são obtidas substituindo-se

estas soluções em (2.123). Se são conhecidas soluções aproximadas, esta expressão permite que se obtenham valores aproximados para as frequências naturais.

A análise do problema estático mostrou que o engastamento tem apenas um efeito local, restrito à "boundary layer" de espessura $\delta_b/L \cong 4\%$. Em vista disto, assume-se que ele não tem influência considerável nos valores das frequências naturais, que são grandezas globais, conforme pode ser visto na expressão (2.123). Adotar-se-á, assim, como simplificação para os modos naturais, formas equivalentes às que seriam obtidas para um fio com força de tração constante, ou seja,

$$\varphi_n(x) = \text{sen} \left[(2n - 1) \frac{\pi}{2} \frac{x}{L} \right] \quad (2.124)$$

Substituindo-se esta expressão em (2.123) e efetuando-se as integrações e outras operações algébricas necessárias, obtêm-se valores aproximados para as frequências naturais,

$$\omega_n = \frac{(2n - 1) \pi}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}} \left\{ 1 + \frac{(2n - 1)^2 \pi^2 EI}{4TL^2} - \frac{\gamma L}{2T} \left[1 + \frac{4}{(2n - 1)^2 \pi^2} \right] \right\}^{1/2}, \quad (2.125)$$

onde T é a força de tração na extremidade superior.

Os períodos naturais são obtidos diretamente de (2.125),

$$T_n = \frac{4L}{(2n-1)} \sqrt{\frac{m}{T}} \left\{ 1 + \frac{(2n-1)^2 \pi^2 EI}{4TL^2} - \frac{\gamma L}{2T} \left[1 + \frac{4}{(2n-1)^2 \pi^2} \right] \right\}^{-1/2} \quad (2.126)$$

Note-se que a influência da rigidez flexional é mais importante nos modos superiores, pois cresce com $(2n-1)^2$, enquanto a influência da variação da força de tração, dada pelo peso submerso, é mais importante nos modos inferiores e tende a uma constante nos modos superiores.

Ao se escolher, para os modos naturais, a forma definida por (2.124), violou-se a condição de contorno essencial no engastamento. Este sacrifício foi pago para se obter uma expressão analítica simples para as frequências naturais, que indica a importância relativa de cada parâmetro, pelo menos de forma qualitativa. Em termos estritos, (2.126) seria uma estimativa dos períodos naturais de um riser articulado na base. Como o engastamento, no caso, um efeito somente local, conjectura-se que (2.126) possa também ser uma boa aproximação para os modos naturais de um riser engastado.

2.6.8 - Aplicação Numérica

Para o riser exemplo, cujas características foram apresentadas no item 1.4,

$$T = 500 \text{ tf}$$

$$\gamma = 0,8188 \text{ tf/m}$$

$$m = 0,3076 \cdot 10^9 \text{ utm/m}$$

$$L = 600 \text{ m}$$

$$EI = 0,3232 \cdot 10^6 \text{ tf.m}^2$$

então:

$$\frac{\pi}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}} = 0,1056 \text{ s}^{-1} \quad (2.127)$$

$$\frac{\pi^2 EI}{4 TL^2} = 0,004430 \quad (2.128)$$

$$\frac{\gamma L}{2T} = 0,4913 \quad (2.129)$$

$$\frac{4}{\pi^2} = 0,4053 \quad (2.130)$$

e

Uma expressão aproximada para cálculo das frequências naturais é obtida substituindo-se os valores (2.127) a (2.130) em (2.125), ou seja,

$$\omega_n = (2n - 1) \cdot 0,1056 \left\{ 1 + (2n - 1)^2 \cdot 0,004430 - 0,4913 \left[1 + \frac{0,4053}{(2n - 1)^2} \right] \right\}^{1/2} \quad (2.131)$$

As frequências naturais para os primeiros dez modos do riser

exemplo foram calculadas e se encontram na primeira coluna da tabela 2.2. Na segunda coluna desta mesma tabela encontram-se valores que foram obtidos através de modelo numérico mais complexo, considerados como "exatos" para efeito de comparação.

TABELA 2.2 - Freqüências Naturais para o Riser-Exemplo

Modo n	ω_n (rd/s) (aproximada)	ω_n (rd/s) ("exata")	Erro %
1	0,05917	0,06346	- 6,8
2	0,2299	0,2417	- 4,9
3	0,4129	0,4359	- 5,3
4	0,6280	0,6629	- 5,3
5	0,8840	0,9292	- 4,9
6	1,1864	1,2392	- 4,3
7	1,5386	1,5963	- 3,6
8	1,9429	2,0034	- 3,0
9	2,4007	2,4630	- 2,5
10	2,9127	2,9767	- 2,2

Na última coluna da tabela 2.2 encontram-se relacionados os erros relativos entre a solução aproximada e a solução "exata". Em que pesem as hipóteses simplificadoras efetuadas, os resultados obtidos fornecem uma boa aproximação para estimar, de uma maneira simples, a ordem de grandeza das freqüências naturais do riser.

Note-se que, quanto mais alto é o modo natural, melhor é o resultado obtido pela aproximação proposta. Este resultado pode

ser explicado pelo fato de que, apesar de a rigidez flexional tornar-se mais importante para os modos mais altos, as condições de contorno não alteram mais de maneira significativa a forma desses modos. Como consequência, as frequências naturais mais altas de um riser articulado tornam-se percentualmente mais próximas às de um riser engastado e, por causa disso, a aproximação feita na condição de contorno na base, torna-se menos grosseira.

A importância da fórmula aproximada (2.126), no entanto, é que ela mostra explicitamente qual é o fator que mais afeta o cálculo das frequências naturais. No caso em questão, onde $EI/TL^2 \ll 1$, as frequências naturais não são afetadas pela rigidez elástica EI nem pela condição de contorno na base: elas dependem essencialmente da tração T do riser. Esta observação sugere, de imediato, que o lastro nas bóias de flutuação seja controlado de maneira que a tração T possa ser modificada. Desta forma, poder-se-ia imaginar um controle da rigidez do riser, com o objetivo de tirar de sintonia as suas frequências naturais em relação à faixa de frequências excitantes. Este ponto será discutido mais adiante.

2.6.9 - Comparação das Frequências Naturais com as Frequências de Desprendimento de Vórtices

No capítulo 3 será discutido, com bastante detalhe, o

problema referente às vibrações induzidas no riser pelo desprendimento periódico de vórtices, provocados pela corrente marítima local. No presente item serão antecipados alguns resultados bem conhecidos, apenas com o objetivo de se mostrar que este problema pode ser preocupante, para o riser, e deve ser estudado com muito cuidado.

Os vórtices ao se desprenderem introduzem sobre a estrutura uma força oscilatória, com frequência angular ω_a dada por:

$$\omega_a = 2\pi S \frac{V}{D} \quad , \quad (2.132)$$

onde V é a velocidade da corrente marítima local; D , o diâmetro do riser e S , o número de Strouhal. Para um cilindro circular S é muito próximo de 0,2.

Considerando-se que, para o local em que está instalado o riser, a faixa de velocidades possíveis é:

$$0,2 \text{ m/s} < V < 1,2 \text{ m/s} \quad , \quad (2.133)$$

como o diâmetro do riser exemplo é de 1,1684 m, então,

$$0,22 \text{ rd/s} < \omega_a < 1,30 \text{ rd/s} \quad . \quad (2.134)$$

Comparando-se esta faixa de valores com as frequências naturais angulares da tabela 2.2, verifica-se que, dependendo da velocidade da corrente, a frequência da força oscilatória introduzida pode coincidir exatamente com uma das frequências

naturais, entre a segunda e a sétima, causando ressonância do riser.

Este resultado impõe que se estude o problema com mais cuidado, como será feito nos próximos capítulos, para se determinar quando ocorre ressonância e quais são os problemas dela resultantes, no que diz respeito a tensões oscilatórias e fadiga do material.

2.7 - TENSÕES DINÂMICAS

2.7.1 - Hipótese :

Será considerado que os modos naturais do riser podem ser aproximados pelo modos naturais de um fio tracionado. Esta hipótese é grosseira para estimar tensões na região próxima ao engastamento, mas serve para estimar a ordem de grandeza nas demais regiões do riser, onde o comportamento é bem semelhante ao de um fio, considerando-se os casos de interesse deste trabalho, nos quais a profundidade do mar é grande.

2.7.2 - Tensões Dinâmicas Máximas

Sob a hipótese anterior, a amplitude dos deslocamentos do riser, quando este oscila em seu n -ésimo modo natural pode ser escrita como:

$$y_n(x) = A_n \operatorname{sen} \left[(2n - 1) \frac{\pi}{2} \frac{x}{L} \right] \quad (2.135)$$

Conseqüentemente, o momento fletor máximo é M_n tal que

$$M_n = EI A_n \left[(2n - 1) \frac{\pi}{2L} \right]^2 \quad (2.136)$$

e as tensões dinâmicas σ_n máximas são dadas por:

$$\sigma_n = E A_n \frac{D}{2} \left[(2n - 1) \frac{\pi}{2L} \right]^2 \quad (2.137)$$

Como será discutido em detalhe no capítulo 3, quando se trata de vibrações induzidas por desprendimento de vórtices, a amplitude do movimento é limitada à ordem de grandeza do diâmetro do tubo. Neste caso,

$$\sigma_n = E \frac{D^2}{2} \left[(2n - 1) \frac{\pi}{2L} \right]^2 \quad (2.138)$$

2.7.3 - Aplicação Numérica

Para o riser-exemplo, cujas características foram apresentadas no item 1.4,

$$D = 1,1684 \text{ m}$$

$$E = 2,1 \cdot 10^7 \text{ tf/m}^2$$

$$L = 600 \text{ m}$$

A fórmula (2.138) fica, então, com a substituição desses valores,

$$\sigma_n = 98,24 (2n - 1)^2 \quad (2.139)$$

Na tabela 2.3 encontram-se relacionados os valores máximos das tensões normais dinâmicas para os dez primeiros modos naturais de vibração. Note-se que o nível de tensão não é preocupante, se não forem excitados modos muito altos.

Como será discutido mais adiante, o problema reside na periodicidade das tensões, que influe consideravelmente na vida útil à fadiga da estrutura.

Note-se que os valores apresentados na tabela 2.3, em virtude das simplificações efetuadas, não servem para estimar as tensões dinâmicas na região do engastamento.

TABELA 2.3 - Tensões Dinâmicas Máximas

Modo	σ_n (tf/m ²)
1	98
2	884
3	2460
4	4810
5	7960
6	11900
7	16600
8	22100
9	28400
10	35500

2.8 - VIDA UTIL À FADIGA

2.8.1 - Objetivo

Verificar a possibilidade de ocorrência de fadiga do material do riser provocada pela excitação cíclica causada pelo desprendimento de vórtices, conhecendo-se a curva que relaciona a amplitude da deformação cíclica com o número de ciclos necessários para a ruptura.

2.8.2 - Lei de Fadiga

Como será discutido com mais detalhe no capítulo 4, o número de ciclos que um material suporta até a sua ruptura por fadiga, quando submetido a uma deformação cíclica, pode ser descrito por uma curva do tipo:

$$N \varepsilon^b = c \quad , \quad (2.140)$$

onde N é o número de ciclos necessários para a ruptura, ε é a amplitude da deformação cíclica e b e c são constantes específicas do material.

Se o riser estiver oscilando no seu n -ésimo modo natural, a amplitude da deformação é obtida a partir de (2.138), ou seja,

$$\varepsilon_n = \frac{D^2}{2} \left[(2n - 1) \frac{\pi}{2L} \right]^2 \quad . \quad (2.141)$$

A vida útil à fadiga Ψ_n para o riser oscilando neste modo é dada pelo produto entre o número de ciclos para a ruptura N_n , calculado pela fórmula (2.140) e o n -ésimo período natural T_n :

$$\Psi_n = N_n T_n \quad , \quad (2.142)$$

ou, em função da frequência natural angular,

$$\gamma_n = 2\pi \frac{N_n}{\omega_n} \quad (2.143)$$

Substituindo-se ε_n dado por (2.141) em (2.140) e o valor de N_n resultante em (2.143), obtém-se uma expressão para a vida útil em função de cada modo natural,

$$\gamma_n = \frac{2\pi}{\omega_n} c \left\{ \frac{D^2}{2} \left[(2n - 1) \frac{\pi}{2L} \right]^2 \right\}^{-b}, \quad (2.144)$$

onde podem ser adotadas, para representar a curva do material, as mesmas constantes b e c usadas por Tsahalís & Jones (Ref [21]), para um oleoduto offshore,

$$b = 4 \quad (2.145)$$

e

$$c = 0,4 \cdot 10^{-8} \quad (2.146)$$

2.8.3 - Aplicação Numérica

Para o riser-exemplo, cujas características foram descritas no item 1.4,

$$D = 1,1684 \text{ m}$$

e

$$L = 600 \text{ m}$$

Substituindo-se estes valores, juntamente com (2.145) e

(2.146) em (2.144), obtém-se, para a vida útil, a expressão:

$$\gamma_n = 5,25 \cdot 10^{13} \frac{(2n - 1)^{-8}}{\omega_n}, \quad (2.147)$$

ou, escrevendo-se uma fórmula dimensional, de modo que se ω_n for dada em rd/s, γ_n seja dada em dias,

$$\gamma_n = 6,07 \cdot 10^8 \frac{(2n - 1)^{-8}}{\omega_n}. \quad (2.148)$$

Usando-se os valores das frequências naturais da tabela 2.2 pode-se montar a tabela 2.4, onde estão os valores obtidos para a vida útil, para os dez primeiros modos naturais.

Note-se que, em se esperando uma vida útil de 20 anos (7300 dias) para o riser, é preocupante uma solicitação que excite qualquer modo natural a partir do terceiro.

2.9 - COMENTÁRIOS FINAIS

A análise preliminar do riser, desenvolvida neste capítulo, revelou fortes indícios de que pode haver problema de fadiga de seu material, causada por vibrações induzidas pelo desprendimento de vórtices.

TABELA 2.4 - Vida Útil à Fadiga

Modo	Vida Útil (dias)
1	$1,03 \cdot 10^{10}$
2	$4,02 \cdot 10^5$
3	$3,76 \cdot 10^3$
4	$1,68 \cdot 10^2$
5	$1,60 \cdot 10$
6	2,39
7	$4,84 \cdot 10^{-1}$
8	$1,22 \cdot 10^{-1}$
9	$3,62 \cdot 10^{-2}$
10	$1,23 \cdot 10^{-2}$

Em função deste fato, o restante deste trabalho focalizar-se-á em uma análise mais detalhada deste problema, desde uma quantificação mais precisa de sua ocorrência, até a apresentação de um novo enfoque para a maneira de contorná-lo.

CAPÍTULO 3

VIBRAÇÕES INDUZIDAS PELO DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

3.1 - INTRODUÇÃO

É um fenômeno bastante conhecido que um fluxo estacionário provoca uma força oscilatória transversal sobre um cilindro nele imerso. A origem desta força encontra-se no desprendimento alternado de vórtices ao longo da parede do cilindro.

O objetivo deste capítulo é discutir o mecanismo físico desta força e apresentar um modelo para estudo das vibrações induzidas sobre um riser pela corrente marítima local.

3.2 - O MECANISMO FÍSICO

Quando um fluxo viscoso passa sobre uma superfície como uma

placa, a influência da viscosidade sobre o fluxo é confinada a uma pequena faixa ao longo da superfície, que é denominada camada limite. Este efeito permite que se estude o fluxo dividindo-o em duas regiões distintas (Fig. 3.1).

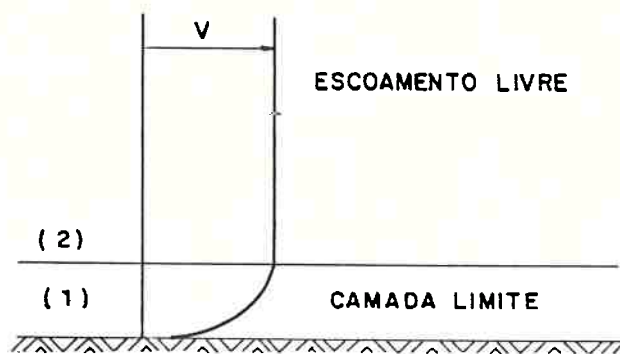


FIG. 3.1 - Fluxo sobre uma Placa

Na região (1) (camada limite), a distribuição das velocidades é fortemente influenciada pela viscosidade. A velocidade é nula ao longo da placa e atinge rapidamente o valor da velocidade do escoamento livre, na fronteira da camada limite.

Na região (2) a influência da viscosidade é desprezível e o fluxo pode ser considerado irrotacional.

Pode-se mostrar que a pressão na camada limite é aproximadamente igual à pressão na fronteira do escoamento livre e se mantém constante ao longo da placa.

Quando o fluxo se dá sobre a superfície de um cilindro, o campo de pressões não é mais constante, como pode ser deduzido a partir da figura 3.2: as partículas fluidas aumentam de velocidade

entre A e B e diminuem entre B e C. Aplicando-se a equação de Bernoulli verifica-se que a pressão diminui entre A e B e aumenta entre B e C.

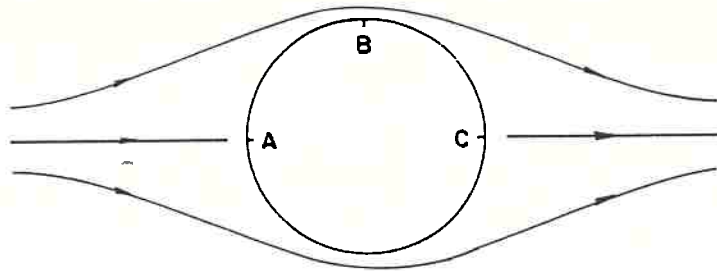


FIG. 3.2 - Escoamento ao longo de um Cilindro

Como o fluido é viscoso, existe uma perda de energia cinética por fricção, ao longo da camada limite. A energia resultante pode tornar-se insuficiente para suportar o acréscimo de pressão necessário para se chegar a C. Este fato provoca o aparecimento de um movimento contrário causando o descolamento da camada limite em um ponto S (ponto de separação) e formando um par de vórtices estacionários (fig. 3.3).

No entanto, se o número de Reynolds (Re) for maior que 100, a solução estacionária torna-se instável. A solução estável, neste caso é periódica, semelhante às soluções tipo "ciclo limite" que ocorrem em sistemas dinâmicos não lineares com dois graus de liberdade. O que se observa, na prática, são vórtices que se despreendem alternadamente e se movem na direção da corrente,

igualmente espaçados de uma distância α e com uma velocidade u , formando o padrão regular representado na figura 3.4 (é a chamada esteira de von Karman).

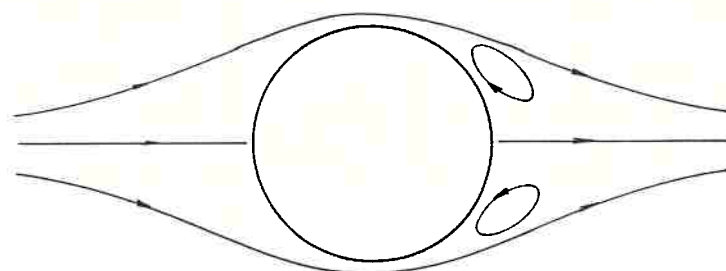


FIG. 3.3 - Par de Vórtices Estacionários

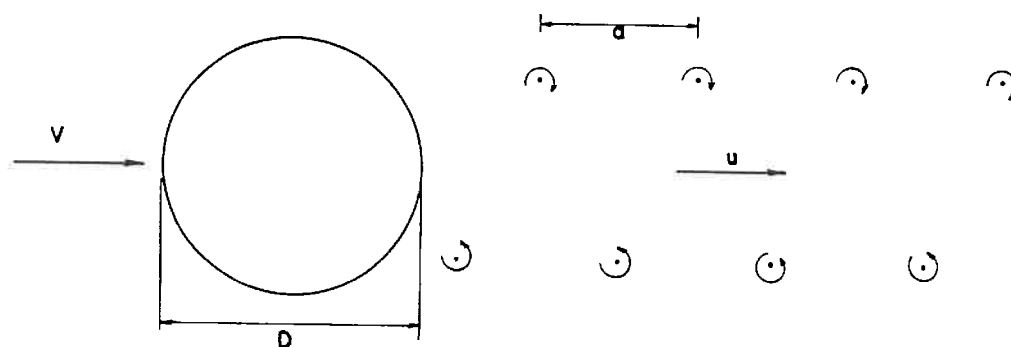


FIG. 3.4 - Esteira de Von Karman

A periodicidade dos vórtices é patente e sua frequência,

conhecida como frequência de Strouhal (f_s), é dada por:

$$f_s = \frac{u}{\alpha} \quad (3.1)$$

A distância entre dois vórtices consecutivos (α) é da mesma ordem de grandeza do diâmetro externo do cilindro (D). Além disso, a velocidade de deslocamento dos vórtices na esteira (u) é da mesma ordem de grandeza da velocidade do escoamento livre (v). Pode-se escrever, então,

$$f_s = S \frac{v}{D} \quad (3.2)$$

onde S é um adimensional conhecido como número de Strouhal que é, em geral, função do número de Reynolds. Verificações experimentais mostram que, para uma larga faixa de valores de Reynolds, o número de Strouhal permanece praticamente constante e igual a 0,2 para um cilindro circular.

Na teoria dos fólios é definida uma grandeza matemática, denominada circulação de velocidade (Γ), que corresponde à integral ao longo de uma curva fechada (s) da componente tangencial da velocidade (v_s), ou seja,

$$\Gamma = \int_s v_s ds \quad (3.3)$$

Para um fluxo irrotacional (fluido não viscoso) pode-se mostrar, através da conservação do momento angular, que a

circulação é nula, a menos que a curva fechada considerada contenha em seu interior um corpo (região de conexão múltipla). Neste caso ela é uma constante.

A viscosidade, embora seja o grande responsável pelo fenômeno do desprendimento de vórtices nas proximidades do cilindro, pode ser desprezada no resto do fluido, quando Re é grande e o fluxo pode ser considerado irrotacional.

Seja $\Gamma(t)$ a circulação ao longo do cilindro em um dado instante t . Então a circulação total à esquerda da linha L da figura 3.5 é nula. No instante $t+\Delta t$ um vórtice cruza a linha L . Para que a circulação total se conserve nula é necessário que a circulação $\Gamma(t+\Delta t)$ em torno do cilindro tenha sentido contrário ao de $\Gamma(t)$, conforme a figura 3.6.

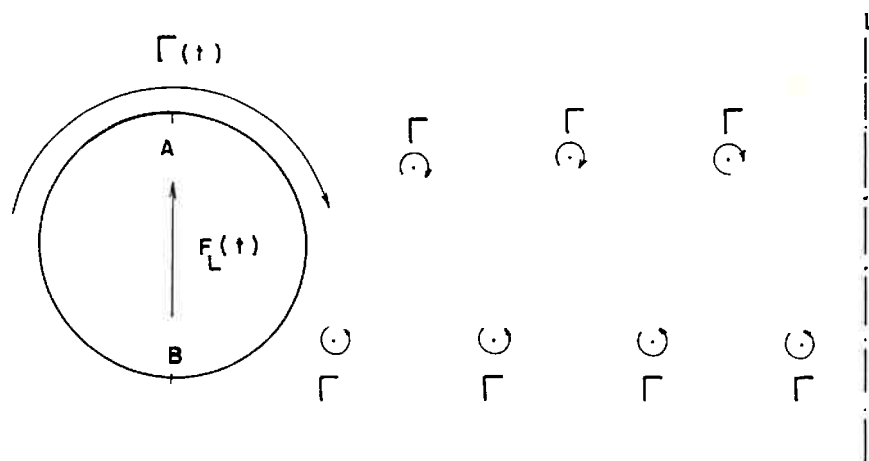


FIG. 3.5 - Circulação no Instante t

Conclui-se, então, que a circulação ao longo do cilindro oscila com a frequência de Strouhal.

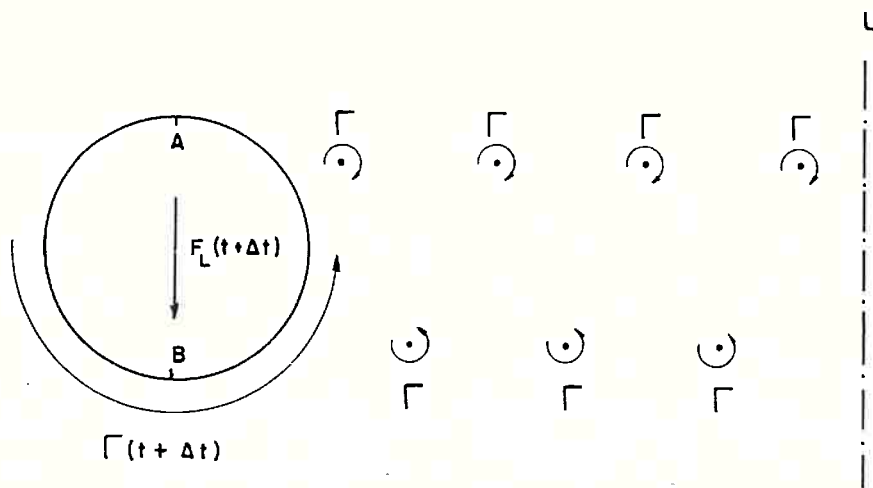


FIG. 3.6 - Circulação no Instante $t + \Delta t$

Uma análise da figura 3.5 mostra que no instante t a circulação $\Gamma(t)$ significa um aumento da velocidade no ponto A e uma diminuição em B. Com o auxílio da equação de Bernoulli conclui-se que a pressão aumenta em B e diminui em A, provocando o aparecimento de uma força de sustentação orientada para cima ($F_L(t)$). Um estudo equivalente da figura 3.6 indica o aparecimento de uma força de sustentação orientada para baixo ($F_L(t)$).

Portanto, o fenômeno do desprendimento de vórtices resulta em uma força oscilatória transversal ao fluxo, aplicada sobre o cilindro, que oscila com a frequência de Strouhal. Se uma das frequências naturais do cilindro estiver perto da frequência de desprendimento dos vórtices, então esta força fará com que ele entre em ressonância, começando a vibrar.

Um movimento do cilindro, perto da frequência de Strouhal, exerce uma grande influência na organização da esteira. Quando ele está em repouso, os vórtices desprendem-se ao longo de seu eixo

com uma fase aleatória, influenciada pelas imperfeições da parede. À medida que a amplitude aumenta, os vórtices começam a se sincronizar, desprendendo-se ao mesmo tempo ao longo de toda a estrutura.

Seja V_t a velocidade do movimento transversal, isto é,

$$V_t = 2\pi f_n A \quad , \quad (3.4)$$

onde A é a amplitude da oscilação e f_n , a frequência natural. Então, a relação entre a velocidade transversal e a velocidade do fluxo é dada por:

$$\frac{V_t}{V} = 2\pi S \frac{f_n}{f_a} \frac{A}{D} \quad , \quad (3.5)$$

onde foi usada a relação (3.2).

Note-se que, se a amplitude A crescer em demasia, quando a frequência de Strouhal é próxima da frequência natural, a velocidade transversal V_t fica maior que a velocidade do fluxo principal. Neste caso é intuitivo que os vórtices tendam a ser destruídos pelo movimento. Existe, como consequência, um mecanismo de auto-regulação das oscilações transversais.

Na prática observa-se que, quando a amplitude atinge metade do valor do diâmetro do cilindro, a simetria do desprendimento de vórtices começa a ser destruída, limitando o valor máximo da amplitude à ordem de grandeza deste diâmetro.

O movimento do cilindro influi, também, sobre a própria

freqüência com que os vórtices se desprendem. À medida que a velocidade do fluxo aumenta, de maneira que a freqüência de Strouhal se aproxima de uma das freqüências naturais do cilindro, o desprendimento de vórtices subitamente se sincroniza com a vibração da estrutura. Definindo-se a velocidade reduzida como sendo:

$$V_r = \frac{V}{f_n D} \quad , \quad (3.6)$$

verifica-se o seguinte: quando V_r atinge um valor próximo de 5 (equivalente a um número de Strouhal igual a 0,2), o desprendimento de vórtices sincroniza-se com a freqüência do movimento ("lock-in")¹. A partir deste instante, à medida que a velocidade aumenta, a amplitude do movimento ressonante também aumenta, atingindo um valor máximo para V_r em torno de 6. Os vórtices, no entanto, continuam a se desprender com a freqüência natural da estrutura. Se a velocidade continua a aumentar, a amplitude começa a diminuir até uma velocidade reduzida em torno de 7 ou 8, quando acaba a sincronização.

O valor máximo da amplitude é fortemente dependente do amortecimento estrutural. Se ele for muito grande, a oscilação resultante será pequena.

¹ Esta sincronização é nítida em fluidos pouco densos (gases). Em fluidos mais densos, o oscilador fluido-elástico oscila com uma freqüência entre a freqüência de Strouhal e a freqüência natural.

3.3 - O MODELO MATEMÁTICO

Um movimento auto-excitado e auto-regulado pode ser tipicamente descrito por uma equação do tipo de Van der Pol:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \left[1 - \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] \frac{\partial w}{\partial t} + \omega_a^2 w = 0 \quad (3.7)$$

Nesta equação a solução estacionária $w = 0$ é instabilizada pela existência de um amortecimento negativo $\left[- \frac{\partial w}{\partial t} \right]$. O movimento cresce exponencialmente, a partir da posição de equilíbrio, enquanto $\left[\frac{\partial w}{\partial t} \right]^2$ é menor que 1. A partir deste instante o amortecimento torna-se positivo e cresce cada vez mais, limitando a amplitude da solução.

Usa-se, então, para descrever o efeito dos vórtices sobre um cilindro, um oscilador fluido descrito por uma equação de Van der Pol, acoplado a um oscilador elástico, que descreve a dinâmica da estrutura, através de uma força de sustentação $f_L(x, t)$.

O problema será considerado como sendo bidimensional, supondo que os vórtices estejam sincronizados ao longo do cilindro. Verifica-se, na prática, que esta hipótese é conservadora quando a amplitude do movimento resultante é pequena.

O fluido será representado por meio de uma variável

"fictícia" w , que tentará descrever o fluxo transversal.

A estrutura pode ser descrita pela equação dinâmica:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \right] + c \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = f_L(x, t) \quad (3.8)$$

cuja dedução encontra-se no Apêndice I-1. A força de sustentação $f_L(x, t)$ pode ser representada pela expressão:

$$f_L(x, t) = \frac{1}{2} \rho V^2 D C_L(x, t) \quad (3.9)$$

onde $C_L(x, t)$ é o "coeficiente de sustentação". Em analogia à teoria dos aerofólios, este coeficiente pode ser escrito em função do "ângulo de ataque":

$$C_L(x, t) = 2 \alpha_* \frac{\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t}}{\rho V^2 D} \quad (3.10)$$

onde α_* depende das características do fluxo, do fluido e da seção transversal.

Substituindo-se a definição (3.10) na expressão (3.9) obtém-se a seguinte fórmula para a força de sustentação:

$$f_L(x, t) = \alpha_* \left[\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right] \quad (3.11)$$

onde α_4 é uma constante a ser determinada.

Colocando-se, agora, o valor obtido para a força de sustentação na equação da estrutura (3.8), chega-se à seguinte expressão:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \right] + c(x) \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \alpha_4 \left(\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right), \quad (3.12)$$

que representará o oscilador elástico.

Para representar o fluido adota-se uma equação do tipo de Van der Pol, forçada pela mesma força de sustentação, pelo princípio da ação e reação:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \left[\alpha_1' - \alpha_2 \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] \frac{\partial w}{\partial t} + \omega_s^2 w &= \\ &= - \alpha_3 \left(\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right), \end{aligned} \quad (3.13)$$

que também pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \left[\alpha_1 - \alpha_2 \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] \frac{\partial w}{\partial t} + \omega_s^2 w = \alpha_3 \frac{\partial y}{\partial t} \quad (3.14)$$

onde foi definido α_1 de modo que $\alpha_1 = \alpha_1' + \alpha_3$.

A solução do problema de estimar o efeito da excitação sobre o riser provocada pelo desprendimento de vórtices consiste em resolver o sistema de equações diferenciais composto pelo oscilador fluido (3.14) acoplado ao oscilador elástico (3.12). Este sistema tem quatro parâmetros indeterminados (α_1 , α_2 , α_3 e α_4) que devem ser obtidos por confronto com resultados experimentais.

A equação (3.12) considera que a estrutura está sendo excitada pelos vórtices ao longo de todo o seu comprimento. Para analisar o caso mais geral em que a velocidade da corrente varia com a profundidade e os vórtices desprendem-se com freqüências próximas a uma das freqüências naturais em apenas porções limitadas do riser, adotar-se-á o procedimento proposto por Iwan para estudar estruturas não uniformes submetidas a perfis de corrente não uniformes (Ref [13]). Este procedimento introduz a definição de uma função auxiliar $s(x)$ que indica as regiões do riser onde a freqüência do desprendimento de vórtices está sincronizada com uma das freqüências naturais, ou seja,

$$s(x) = \begin{cases} 1 & \text{nos pontos em que a freqüência do desprendimento de} \\ & \text{vórtices está sincronizada com uma das freqüências} \\ & \text{naturais} \\ 0 & \text{nos outros pontos} \end{cases}$$

Se esta última definição for introduzida na equação (3.12) chega-se a uma nova expressão para o oscilador elástico:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \right] +$$

$$+ c(x) \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \alpha_4 s(x) \left[\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right] \quad (3.15)$$

onde a força de sustentação só atua nos trechos da estrutura nos quais há sincronização do desprendimento de vórtices.

O deslocamento da estrutura em cada ponto $y(x,t)$ pode ser escrito em função de suas componentes modais $Y_i(t)$, associadas aos modos naturais $\varphi_i(x)$:

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} Y_i(t) \varphi_i(x) \quad (3.16)$$

Assumindo-se para $w(x,t)$ uma decomposição análoga, ou seja,

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} W_i(t) \varphi_i(x) \quad (3.17)$$

pode-se escrever uma equação para cada modo natural n da estrutura, cuja dedução encontra-se no Apêndice II-1,

$$\frac{d^2 y_n}{dt^2} + 2 \zeta_n^t \omega_n \frac{dy_n}{dt} + \omega_n^2 y_n = \frac{\alpha_4}{\nu_n} \frac{dW_n}{dt} \quad (3.18)$$

onde ω_n é a frequência natural associada a este modo, ν_n é a "massa efetiva", dada pela expressão:

$$\nu_n = \frac{\int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx}{\int_0^L s_n(x) \varphi_n^2(x) dx} \quad (3.19)$$

e ζ_n^t é o coeficiente de amortecimento modal, que dá a relação entre o amortecimento existente e o amortecimento crítico, para cada modo, e pode ser escrito como a soma de duas parcelas:

$$\zeta_n^t = \zeta_n^a + \frac{\alpha_n}{2 \omega_n \nu_n} \quad (3.20)$$

A primeira parcela ζ_n^a engloba a soma do amortecimento interno ζ_n^I com o amortecimento viscoso ζ_n^v , a segunda aparece a partir da definição da força de sustentação (vide apêndice II-1).

O amortecimento viscoso só é importante nos trechos em que não há sincronização dos vórtices, onde contribui para dissipar a energia fornecida à estrutura pela excitação. Com base neste fato, a linearização da fórmula da força de arraste permite que se chegue à seguinte expressão:

$$\zeta_n^a = \zeta_n^I + \frac{1}{2 \omega_n} \frac{\int_0^L c_{\nu,n}(x) [1 - s(x)] \varphi_n^2(x) dx}{\int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx} \quad (3.21)$$

conforme se deduz no Apêndice II.2 .

No Apêndice II.3 mostra-se que a amplitude da vibração, quando somente o modo n é excitado, é calculada por uma expressão da forma:

$$A_n(x) = D F_n I_n^{-1/2} \varphi_n(x) \quad , \quad (3.22)$$

onde F_n é um fator de amplificação, que depende da massa efetiva e do amortecimento estrutural, e I_n é um fator de forma, que é função da distribuição de massa e é expresso por:

$$I_n = \frac{\int_0^L m(x) \varphi_n^4(x) dx}{\int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx} \quad (3.23)$$

Conhecidos os seus parâmetros α_1 , α_2 , α_3 e α_4 , o modelo do oscilador elástico pode prever resultados importantes e é possível a dedução de uma expressão teórica para cálculo do fator de amplificação F_n , conforme foi feito por Iwan (Ref [12]). Iwan & Blevins (Ref [11]) estudaram um cilindro rígido elasticamente montado e calcularam os coeficientes do oscilador hidro-elástico baseando-se em resultados experimentais de dois tipos, obtidos na literatura: para um cilindro estacionário e para um cilindro executando um movimento harmônico transversal ao fluxo. De posse desses coeficientes, Iwan (Ref [12]) apresentou uma comparação do fator de amplificação obtido pelo modelo teórico com resultados de experiências executadas com cilindros rígidos, vigas bi-apoiadas e

cabos, conforme transcrito na figura 3.7, onde μ_r é dado por:

$$\mu_r = \frac{4m}{\rho \pi D^2} \quad (3.24)$$

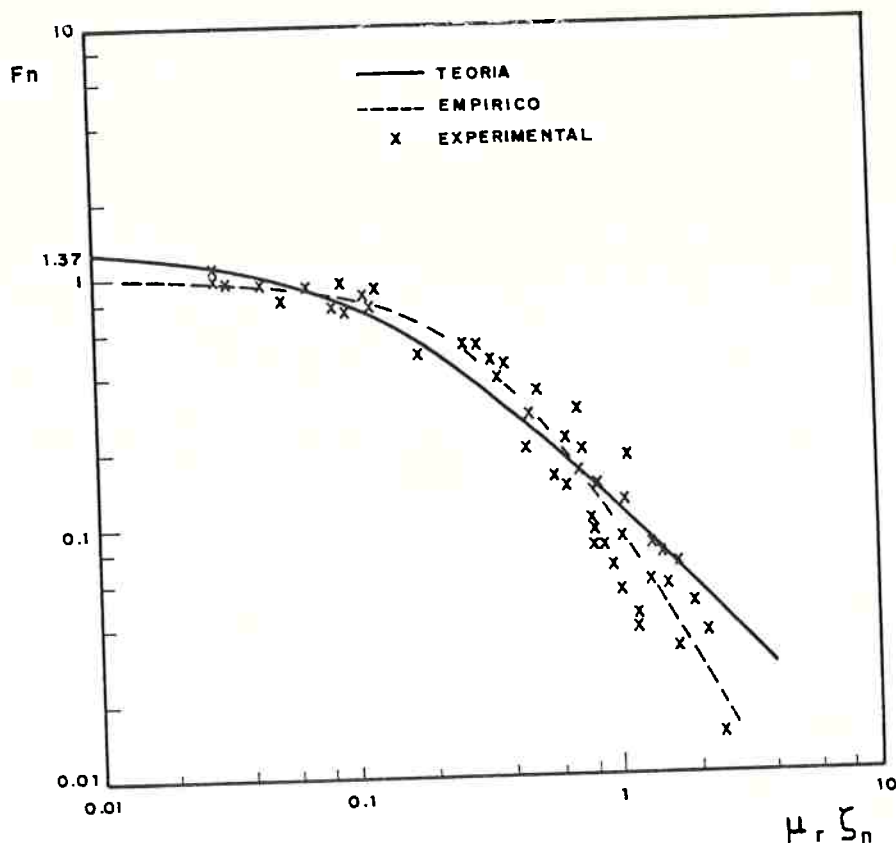


FIG. 3.7 - Fator de Amplificação em Função do Produto $\mu_r \zeta_n$

Conclusões fundamentais podem ser tiradas desta última figura. Em primeiro lugar, os resultados fornecidos pelo modelo teórico são bastante bons para grandes amplitudes, mas perdem qualidade quando elas diminuem. Isto é explicado pelo fato de o

modelo teórico supor que os vórtices desprendem-se simultaneamente ao longo de todo o cilindro, hipótese esta que é mais próxima da realidade quanto maior é a amplitude pois, neste caso, o próprio movimento do cilindro contribui para sincronização dos vórtices. Em segundo lugar, o fator de amplificação F_n é fortemente influenciado pelo coeficiente de amortecimento estrutural modal ζ_n .

Iwan, em seu trabalho de 1975 (Ref [12]), também apresenta uma fórmula empírica para F_n^2 , sugerida pela natureza dos dados experimentais,

$$F_n = \frac{1}{1 + 9,60 (\mu_r \zeta_n)^{1,80}} \quad , \quad (3.25)$$

que corresponde à curva tracejada da figura 3.7.

Em seu trabalho de 1981 (Ref [13]), estudando um cabo não uniforme submetido a um perfil de corrente não uniforme, Iwan mostrou que as equações modais obtidas são idênticas à equação obtida para um cilindro rígido com um grau de liberdade, trocando-se o coeficiente de amortecimento modal ζ_n pelo coeficiente ζ_n^e definido pela expressão (3.21) e a massa reduzida μ_r expressa por (3.24) pela massa reduzida efetiva μ_r^n dada por:

$$\mu_r^n = \frac{4 \nu_n}{\rho \pi D^2} \quad , \quad (3.26)$$

² Esta fórmula foi apresentada com um erro na Ref [12], mas foi posteriormente corrigida na Ref [13].

onde ψ_n é a massa efetiva que foi definida em (3.19). Fato análogo acontece para o riser, conforme pode ser verificado através da equação do oscilador elástico (3.18), que é idêntica à obtida por Iwan.

A analogia entre as formulações dos diversos problemas permite que se usem para o caso geral resultados experimentais obtidos para estruturas simples. Para o cálculo do fator de amplificação pode ser usada qualquer uma das fórmulas teóricas ou empíricas disponíveis na literatura, desde que este fator seja expresso apenas em função do amortecimento estrutural, como previsto na formulação teórica (Apêndice II.3). Neste trabalho será adotada a mesma fórmula empírica de Iwan já citada (3.25) que pode ser reescrita, para o caso geral, como:

$$F_n = \frac{1}{1 + 9,60 (\mu_r^n \zeta_n^2)^{1,80}}, \quad (3.27)$$

A amplitude fornecida pela expressão (3.22), à qual se aplica o fator de amplificação (3.27) é o valor máximo, que ocorre quando a velocidade reduzida está em torno de 6. Para outros valores deste adimensional, a amplitude do movimento resultante será menor. Para levar em conta este fato, Lyons & Patel (Ref [14]), baseando-se em resultados experimentais, introduziram um fator de redução da amplitude em função da velocidade reduzida, ψ_n , definido por:

$$\psi_n = \begin{cases} 0 & \text{para } V_r \leq 4 \\ \frac{V_r - 4}{2} & \text{para } 4 \leq V_r \leq 6 \\ \frac{10 - V_r}{4} & \text{para } 6 \leq V_r \leq 10 \\ 0 & \text{para } V_r \geq 10 \end{cases} \quad (3.28)$$

conforme indicado na figura 3.8 .

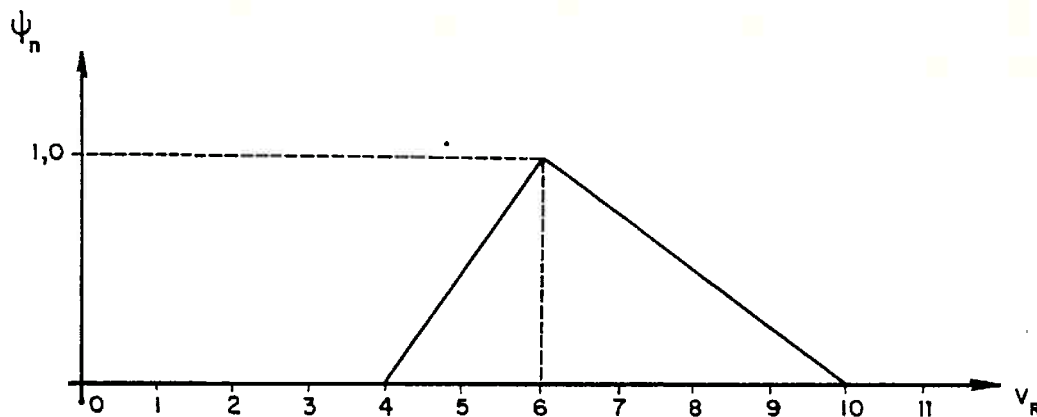


FIG. 3.8 - Fator de Redução da Amplitude em Função da Velocidade Reduzida

No caso geral, o valor da velocidade reduzida varia ao longo da profundidade. Para levar em conta este efeito Lyons & Patel estudaram duas alternativas diferentes: considerar o fator de redução correspondente à velocidade máxima e considerar o fator de redução correspondente à velocidade média. Para validar o modelo teórico eles analisaram o modelo reduzido de um riser articulado

na base e submetido a um movimento oscilatório em sua extremidade superior. Os resultados obtidos mostraram que o uso do fator de redução correspondente à velocidade reduzida média equivale praticamente à obtenção de um limite inferior para a amplitude, enquanto que o uso do fator de redução correspondente à velocidade máxima leva a um limite superior. A figura 3.9 traz uma comparação entre resultados teóricos e experimentais, transcrita do trabalho de Lyons & Patel, que ilustra claramente este fato.

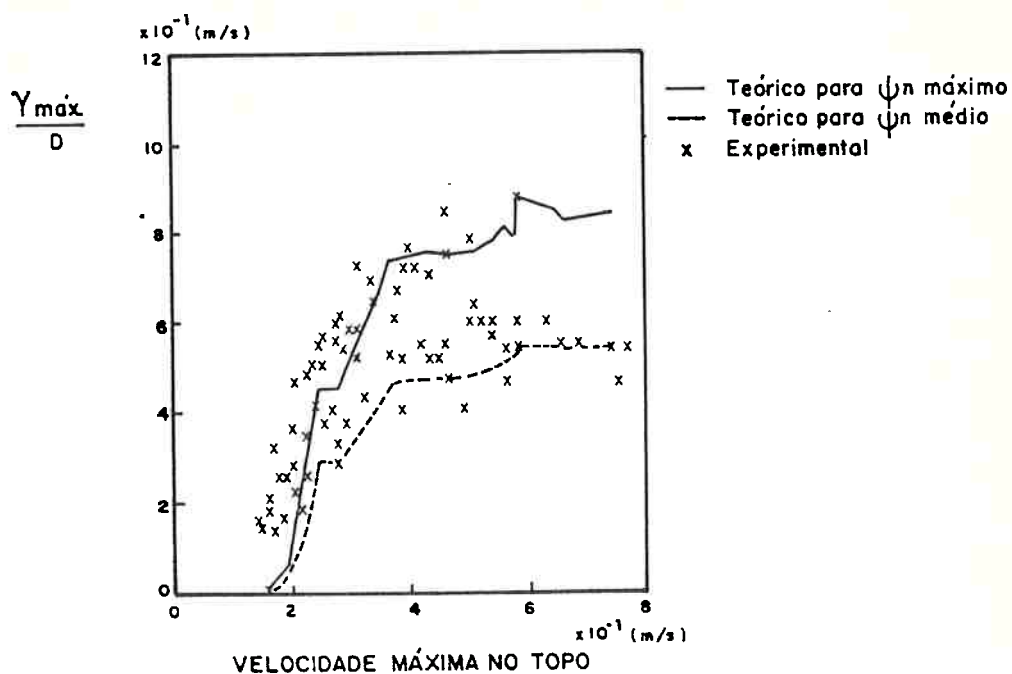


FIG. 3.9 - Comparação entre Resultados Teóricos e Experimentais de Lyons & Patel

A qualidade dos resultados experimentais obtidos justifica a adoção neste trabalho do modelo de Iwan para perfis de corrente não uniformes, com as modificações propostas por Lyons & Patel para levar em conta velocidades reduzidas diferentes de 6.

3.4 - SISTEMATIZAÇÃO DO MODELO

O modelo matemático para estimativa da amplitude das oscilações induzidas por desprendimento de vórtices, apresentado no item anterior, pode ser colocado em uma forma sistemática, para facilitar a sua utilização, que consiste em uma seqüência de passos discretos, descritos a seguir:

a) Cálculo dos parâmetros estruturais

De posse dos dados que descrevem o riser, incluindo características geométricas, físicas e condições de contorno, calculam-se suas freqüências e seus modos naturais de vibração.

Isto pode ser feito, por exemplo, através da discretização da equação do riser por meio de elementos finitos, conforme discutido em detalhe no Apêndice I.

b) Cálculo do fator de forma

Conhecidos os modos naturais, calcula-se o fator de forma I_n , para cada um deles, usando-se a expressão (3.23), conforme discutido no Apêndice II-4.

c) Determinação dos modos naturais que estão sendo excitados

Conhecido o perfil da corrente marítima local, determina-se

qual é o modo natural que está sendo excitado em cada ponto. Será considerado que um modo está sendo excitado em um determinado ponto quando a velocidade reduzida neste ponto estiver na faixa entre 4 e 10 (vide figura 3.8).

Sendo $V(x)$ o perfil de velocidades da corrente, usando o critério apresentado, juntamente com (3.6), conclui-se que o modo n estará sendo excitado no ponto de abscissa x , quando for válida a relação:

$$8\pi \omega_n D < V(x) < 20\pi \omega_n D \quad (3.29)$$

Esta condição permite a construção das funções $\bar{s}_n(x)$ onde:

$$\bar{s}_n(x) = \begin{cases} 1 & \text{quando (3.29) for verdadeira} \\ 0 & \text{quando (3.29) for falsa} \end{cases} \quad (3.30)$$

Note-se que, dependendo dos valores das freqüências naturais, pode ser que a intersecção entre $\bar{s}_n(x)$ e $\bar{s}_{n-1}(x)$ seja não nula. Introduce-se, neste instante, o conceito de "prioridade modal", que considera que, se há possibilidade de mais de um modo estar sendo excitado, o que será efetivamente excitado será o mais alto dentre eles. Dessa forma, pode-se definir as funções $s_n(x)$ tais que:

$$s_n(x) = \begin{cases} 1 & \text{quando } \bar{s}_n(x) = 1 \text{ e } \bar{s}_m(x) = 0, \text{ para } m > n \\ 0 & \text{nos outros casos} \end{cases} \quad (3.31)$$

A partir deste instante pode ser construída a função $s(x)$

como sendo a união das $s_n(x)$,

$$s(x) = \bigcup_{n=N_1}^{N_2} s_n(x) \quad (3.32)$$

onde N_1 é o modo mais baixo que está sendo excitado, considerando-se todos os pontos do riser, e N_2 , o modo mais alto.

d) Cálculo da massa efetiva

A partir dos modos naturais e das funções $s_n(x)$ obtidas, pode-se calcular, para cada modo, a massa efetiva ν_n , através da expressão (3.19) .

e) Cálculo da massa reduzida

Em seguida é obtida a massa reduzida μ_r^n , para cada modo, a partir da massa efetiva, usando-se a fórmula (3.26).

f) Cálculo do parâmetro auxiliar ϕ_n

Substituindo-se $A_n(x)$, dada por (3.22), na expressão (II.37), obtém-se:

$$c_{\nu,n}(x) = \frac{4}{3\pi} c_d \rho D^2 \omega_n F_n I_n^{-1/2} |\phi_n(x)| \quad (3.33)$$

onde ρ é a massa do fluido por unidade de comprimento,

$$\rho = \frac{\gamma_a S}{g} \quad (3.34)$$

Substituindo-se (3.32) em (3.21) e usando-se (3.23) e (3.34), chega-se a:

$$\zeta_n^a = \zeta_n^I + \frac{2}{3\pi} \frac{\int_0^L c_d \rho D^2 [1 - s(x)] |\varphi_n(x)|^3 dx}{\left[\int_0^L m(x) \varphi_n^4(x) dx \right]^{1/2} \left[\int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx \right]^{1/2}} F_n \quad (3.35)$$

Definindo-se o parâmetro auxiliar ϕ_n de modo que:

$$\phi_n = \frac{2}{3\pi} \frac{\int_0^L c_d \rho D^2 [1 - s(x)] |\varphi_n(x)|^3 dx}{\left[\int_0^L m(x) \varphi_n^4(x) dx \right]^{1/2} \left[\int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx \right]^{1/2}}, \quad (3.36)$$

então,

$$\zeta_n^a = \zeta_n^I + \phi_n F_n \quad (3.37)$$

Conhecidos os modos naturais e a função $s(x)$, pode-se calcular o parâmetro ϕ_n definido pela expressão (3.36).

g) Cálculo do fator de amplificação e do coeficiente de amortecimento

O fator de amplificação F_n depende do coeficiente de amortecimento ζ_n^a (vide 3.27), enquanto o coeficiente de amortecimento também depende do fator de amplificação (vide 3.37). Estas equações, então, devem ser resolvidas acopladas, através de um método iterativo como, por exemplo, o método de Newton.

Note-se que as equações são bem simples e a convergência será rápida.

h) Cálculo da amplitude máxima

Neste instante é possível calcular-se a amplitude máxima teórica possível para cada ponto, a partir da expressão (3.22).

i) Cálculo do fator de redução

A amplitude obtida no item anterior é o valor máximo que ocorre quando a velocidade reduzida é igual a 6. Este valor nem sempre é atingido no caso geral.

Usa-se, então, o fator de redução da amplitude ψ_n , definido através da figura 3.8 .

Quando o perfil de velocidades não é constante, adota-se, a favor da segurança, o máximo valor de ψ_n dentre todos os que são possíveis para cada modo, considerada toda a faixa de velocidades reduzidas atuantes.

j) Cálculo da amplitude real

A amplitude real será considerada como sendo o produto da amplitude máxima obtida em h), pelo fator de redução obtido em j), isto é,

$$A_n(x) = A_{n,max}(x) \psi_n \quad (3.38)$$

3.5 - RESULTADOS NUMÉRICOS

A aplicação do modelo matemático desenvolvido, ao riser exemplo definido no item 1.4, permite a obtenção de algumas conclusões importantes.

Considere-se, em primeiro lugar, que na extremidade superior deste riser esteja aplicada uma força vertical de 500 tf. Neste caso, os primeiros períodos naturais são os apresentados na primeira coluna da tabela 3.1.

Esta mesma tabela traz, também, os valores mínimos (V_{min}) e máximos (V_{max}) para as velocidades da corrente marítima, que podem excitar cada modo e correspondem, respectivamente, a $V_r=4$ e $V_r=10$.

Note-se que, para uma velocidade menor que 0,05 m/s, ou na faixa entre 0,12 e 0,18 m/s não há excitação. Para qualquer outro valor de velocidade existe a possibilidade de que os vórtices excitem um dos modos naturais do riser, pois, a partir do terceiro

modo, a faixa das velocidades que excitam um modo intercepta as faixas das velocidades que excitam o modo anterior e o modo posterior.

TABELA 3.1 - Velocidades que Excitam Cada Modo
(para $T = 500$ tf)

Modo Natural	Período Natural (s)	V_{min} (m/s)	V_{max} (m/s)
1	99,01	0,05	0,12
2	26,00	0,18	0,45
3	14,42	0,32	0,81
4	9,48	0,49	1,23
5	6,76	0,69	1,73
6	5,07	0,92	2,30
7	3,94	1,19	2,97
8	3,14	1,49	3,73
9	2,55	1,83	4,58
10	2,11	2,21	5,54

A tabela 3.2 contém um estudo da velocidade mínima absoluta de excitação do riser (\bar{V}_{min}), que corresponde à V_{min} do primeiro modo, em função da força de tração na extremidade superior. Os mesmos resultados são esquematizados em gráfico na figura 3.10 .

Uma extrapolação da curva da figura 3.10 mostra que, para se garantir que a velocidade mínima de excitação seja superior a 0,5 m/s, que é um valor comum para a corrente marítima, seria

necessária uma força de tração extremamente elevada.

TABELA 3.2 - Velocidades Mínimas de Excitação em Função da Força de Tração na Extremidade Superior

Força de Tração (tf)	Primeiro Período Natural (s)	\bar{V}_{min} (m/s)
500	99,01	0,047
600	78,08	0,060
700	66,74	0,070
800	59,31	0,079
900	53,96	0,087
1000	49,85	0,094

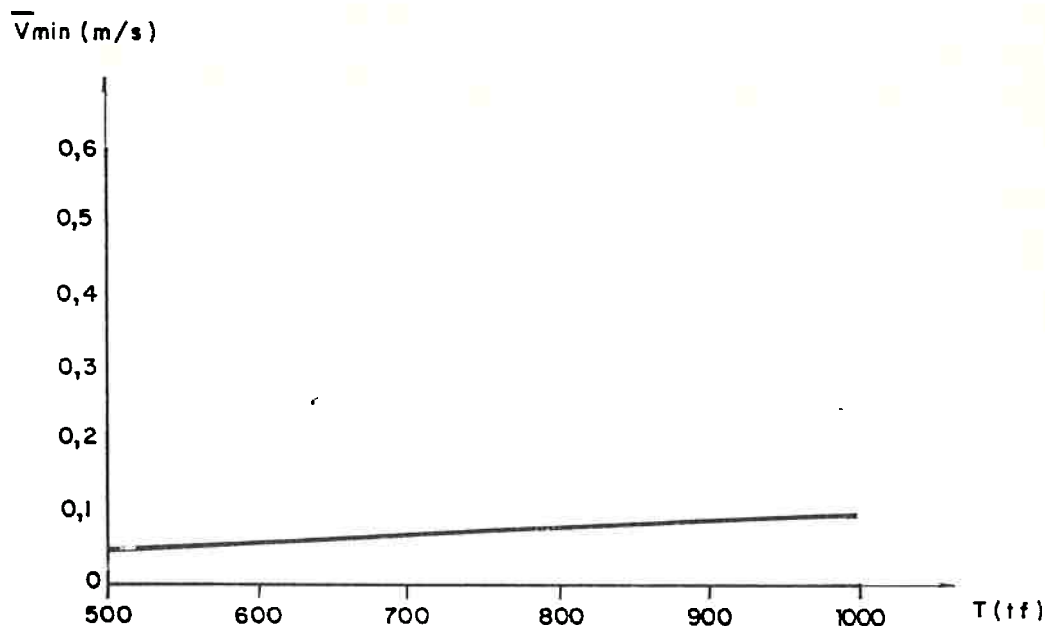


FIG. 3.10 - Velocidade Mínima de Excitação em Função da Tração na Extremidade Superior

Então não é viável que se procure evitar as vibrações induzidas por desprendimento de vórtices com um incremento no valor da força de tração.

Pode acontecer, no entanto, que estas vibrações sejam perfeitamente suportáveis para o riser, sem grandes danos estruturais, o que introduz a necessidade de um estudo quantitativo da amplitude destas oscilações, em função dos principais parâmetros.

Chamando-se de amplitude máxima teórica modal à amplitude que é obtida, para cada modo, quando se considera uma corrente marítima com velocidade constante ao longo de toda a profundidade, tal que a velocidade reduzida seja igual a 6, e um amortecimento estrutural nulo, obtém-se a tabela 3.3, que traz a amplitude máxima teórica para cada modo, em função de alguns valores da força de tração.

A influência da força de tração sobre o valor da amplitude é, portanto, muito pequena. Isto não quer dizer, no entanto, que o seu efeito pode ser desconsiderado, pois ela influi de maneira significativa na rigidez do riser e, conseqüentemente, em seus períodos naturais (Vide a segunda coluna da tabela 3.2).

TABELA 3.3 - Amplitude Máxima Teórica Modal em Função da Força de Tração na Extremidade Superior
(Parte I)

Modo	Força de Tração (tf)		
	500	600	700
1	1,301	1,314	1,322
2	1,426	1,412	1,401
3	1,402	1,401	1,399
4	1,467	1,446	1,432
5	1,594	1,560	1,535
6	1,706	1,666	1,634
7	1,796	1,756	1,722
8	1,863	1,828	1,796
9	1,910	1,881	1,854
10	1,941	1,919	1,898

(Amplitudes em metros)

TABELA 3.3 - Amplitude Máxima Teórica Modal em Função da Força de Tração na Extremidade Superior
(Parte II)

Modo	Força de Tração (tf)		
	800	900	1000
1	1,327	1,330	1,333
2	1,394	1,389	1,384
3	1,396	1,392	1,389
4	1,421	1,413	1,407
5	1,515	1,499	1,486
6	1,608	1,586	1,567
7	1,694	1,668	1,647
8	1,768	1,742	1,719
9	1,828	1,804	1,782
10	1,875	1,855	1,835

(Amplitudes em metros)

Se o amortecimento estrutural não for nulo, a amplitude máxima teórica será multiplicada por um fator F_n obtido de (3.27). Para o riser exemplo são obtidos os valores relacionados na tabela 3.4 e representados graficamente na figura 3.11 .

TABELA 3.4 - Fator de Redução da Amplitude em Função do Coeficiente de Amortecimento Estrutural

ζ_I	F_n
0,00	1,000
0,05	0,788
0,10	0,517
0,15	0,340
0,20	0,234
0,25	0,170
0,30	0,128

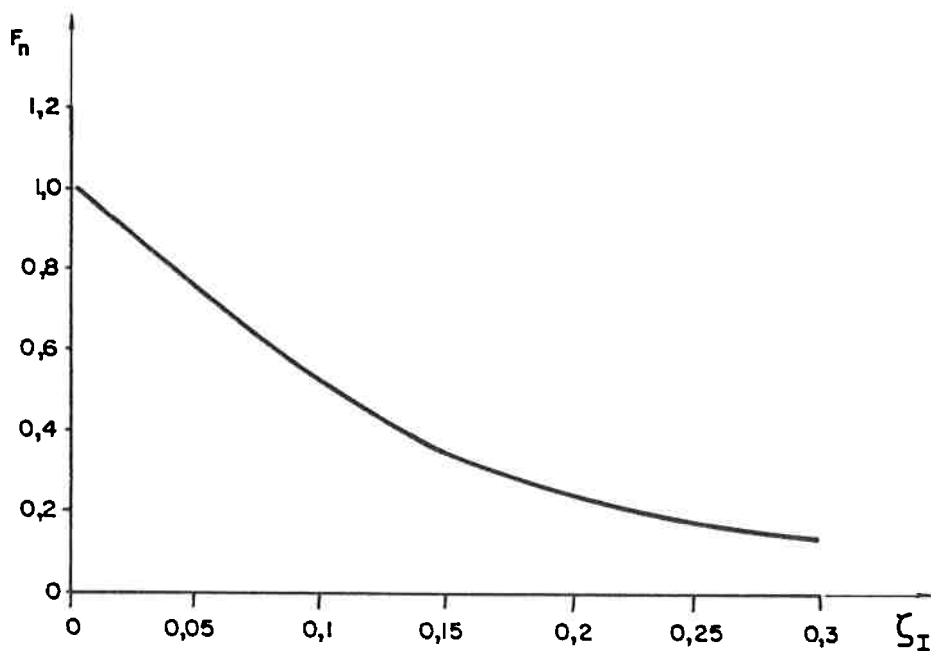


FIG. 3.11 - Redução da Amplitude em Função do Amortecimento Estrutural

Estes resultados mostram uma sensível redução na amplitude com o aumento do amortecimento estrutural. Na prática, no entanto, o coeficiente de amortecimento para estruturas convencionais é usualmente inferior a 1% e não influi de maneira significativa na amplitude resultante.

Por outro lado, este resultado é muito importante, pois induz o projetista a procurar técnicas não convencionais visando a minimização do efeito dos vórtices, através do aumento do amortecimento estrutural, como será discutido no Capítulo 5.

Outro fato que deve ser levado em conta no processo de análise é que, na realidade, dificilmente existirá uma corrente marítima atuando com velocidade constante sobre todo o comprimento do riser.

Considere-se, em uma primeira aproximação, que o perfil da corrente seja o indicado na figura 3.12 e defina-se a variável x de modo que:

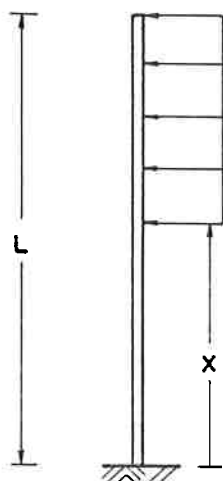


FIG. 3.12 - Perfil da Corrente

$$\chi = \frac{L - x}{L} \quad (3.39)$$

Mantendo-se, ainda, a velocidade reduzida igual a 6, para cada modo, e considerando-se um amortecimento estrutural nulo, a amplitude máxima teórica em cada modo fica multiplicada pelos fatores apresentados na tabela 3.5, obtidos pelo modelo matemático desenvolvido.

TABELA 3.5 - Fator de Redução da Amplitude em Função do Perfil da Corrente (Parte I)

χ	Modos Naturais				
	1	2	3	4	5
0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,1	1,000	1,000	1,000	0,998	0,994
0,2	1,000	0,985	0,924	0,894	0,914
0,3	0,998	0,810	0,772	0,866	0,875
0,4	0,983	0,584	0,759	0,751	0,741
0,5	0,929	0,479	0,678	0,614	0,696
0,6	0,816	0,461	0,469	0,596	0,526
0,7	0,659	0,455	0,355	0,421	0,500
0,8	0,483	0,406	0,345	0,294	0,307
0,9	0,291	0,277	0,282	0,275	0,255

A análise desta tabela revela que, para todos os modos, a amplitude diminui quando a ordenada χ aumenta. A curva obtida para cada modo, no entanto, apresenta um comportamento ligeiramente diferente, como pode ser verificado com mais clareza comparando-se as figuras 3.13 e 3.14 onde estão representadas, respectivamente as curvas obtidas para o primeiro e para o quarto modo.

TABELA 3.5 - Fator de Redução da Amplitude em Função do Perfil da Corrente (Parte II)

χ	Modos Naturais				
	6	7	8	9	10
0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,1	0,988	0,980	0,973	0,971	0,972
0,2	0,937	0,945	0,935	0,918	0,917
0,3	0,834	0,853	0,875	0,851	0,838
0,4	0,798	0,749	0,772	0,777	0,747
0,5	0,647	0,699	0,651	0,691	0,649
0,6	0,592	0,569	0,565	0,584	0,548
0,7	0,454	0,450	0,493	0,462	0,447
0,8	0,366	0,390	0,362	0,335	0,343
0,9	0,229	0,212	0,209	0,219	0,233

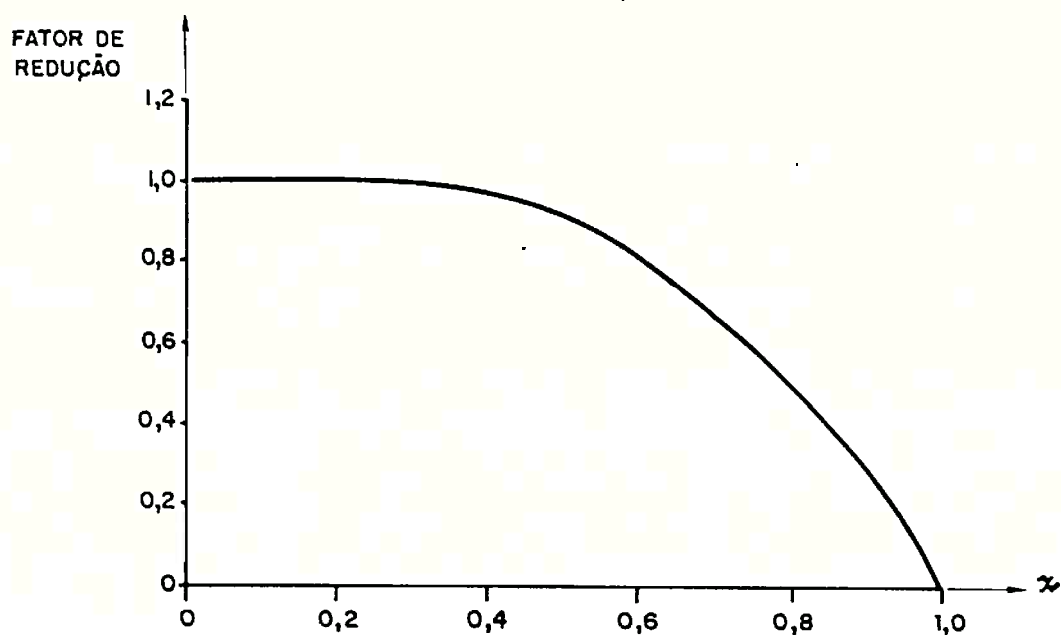


FIG. 3.13 - Redução da Amplitude em Função da Redução do Perfil da Corrente para o Primeiro Modo

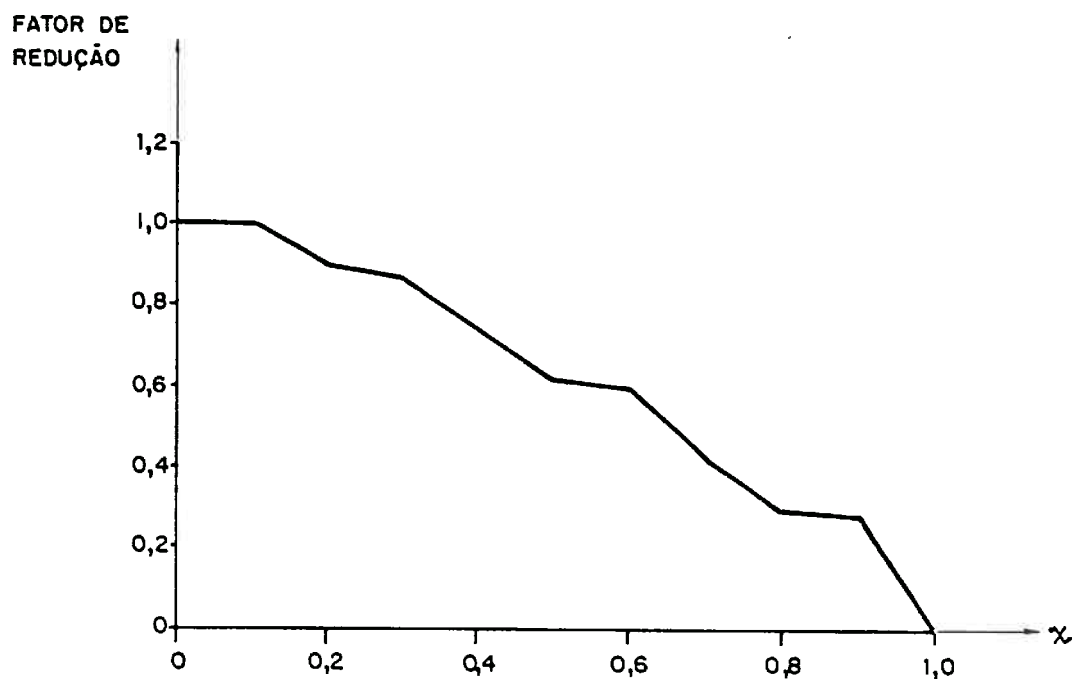


FIG. 3.14 - Redução da Amplitude em Função da Redução do Perfil da Corrente para o Quarto Modo

No caso geral, além do amortecimento estrutural e do perfil da corrente não uniforme, a amplitude também é reduzida pelo fato de a velocidade reduzida ser diferente de 6, conforme a figura 3.8.

A partir deste momento é preciso determinar com clareza qual é o efeito produzido na vida útil da estrutura pelas vibrações induzidas pelo desprendimento de vórtices. Isto será feito no próximo capítulo, através de uma análise do problema relativo à fadiga e uma discussão das condições ambientais.

CAPÍTULO 4

VIDA ÚTIL À FADIGA E CRITÉRIO DE PROJETO

4.1 - INTRODUÇÃO

O capítulo anterior foi dedicado à discussão das vibrações que são introduzidas no riser pelo desprendimento dos vórtices originados da corrente marítima local.

Estas vibrações, cuja amplitude tem a mesma ordem de magnitude que o diâmetro externo do tubo, não produzem tensões dinâmicas de grande intensidade. O seu caráter oscilatório, contudo, pode provocar uma redução considerável da vida útil da estrutura, causada por fadiga do seu material.

O presente capítulo tem por objetivo a formulação de um critério para quantificação da vida útil de projeto do riser, em função das condições ambientais, que permita a comparação de configurações alternativas.

4.2 - FADIGA

4.2.1 - Conceitos

Quando um material é submetido a um carregamento cíclico, pequenas alterações ocorrem em sua estrutura, à medida que os ciclos de tensões se repetem. Fraturas microscópicas localizadas surgem e começam a se abrir lentamente até que, em determinado instante, elas se abrem abruptamente e o material se rompe.

Uma estrutura que pode não se romper com a aplicação constante de um determinado nível de tensão, pode romper-se em algum instante com a aplicação alternada desse mesmo nível de tensão.

A fadiga é uma causa bastante comum de falhas em máquinas e estruturas submetidas a carregamentos dinâmicos, apesar da quantidade de estudos realizados e dados experimentais obtidos. Isto pode ser explicado pelo fato de não se conseguir prever o comportamento do material a partir de análises microscópicas, pois o início e a propagação das fraturas minúsculas têm um caráter estatístico inerente.

O foco central de um estudo de fadiga é a estimacão da vida útil de uma estrutura. Para atingí-lo, é necessário um conhecimento suficiente do comportamento do material e, o que às vezes é muito mais difícil, o conhecimento adequado da história de carregamento a que esta estrutura estará submetida, que é

aleatório, em sua natureza.

4.2.2 - Curva de Fadiga do Material

O comportamento de um material, no que diz respeito à fadiga, é usualmente representado na literatura por uma curva que dá a relação entre a amplitude do ciclo de deformação (ou tensão) e o número de ciclos que levam o material à ruptura, para essa amplitude.

Esta curva fundamenta-se na observação experimental de que o rompimento do material não é função do tempo total de aplicação de um carregamento, mas do número de vezes que este mesmo carregamento foi aplicado.

A curva característica do material é obtida, em geral, a partir de resultados experimentais gerados por excitações ondulatórias senoidais, tomando-se, para cada valor da amplitude, o número médio de ciclos que levam o material à ruptura.

Se a tensão média não for nula, o número de ciclos necessários para levar um material à ruptura por fadiga se reduz. Contudo, se o valor da tensão média for pequeno, esta alteração não é significativa.

Para um metal, a lei de fadiga pode ser aproximada por uma expressão do tipo:

$$N \varepsilon^b = c, \quad (4.1)$$

onde N é o número de ciclos durante os quais o material resiste a uma deformação cíclica de amplitude ε , e b e c são constantes características do material, obtidas através de um tratamento estatístico de dados experimentais.

Neste trabalho será adotada a curva utilizada por Tsahalis & Jones (Ref [21]) no estudo da resposta de um oleoduto "offshore" excitado por desprendimento de vórtices, que é uma modificação da curva X da American Welding Society, para a qual

$$b = 4 \quad (4.2)$$

e

$$c = 0,40 \cdot 10^{-8} \quad (4.3)$$

4.2.3 - Vida Útil à Fadiga para um Material Submetido a uma Oscilação Harmônica

Para um material submetido a uma oscilação harmônica, a deformação cíclica em cada ponto pode ser representada por uma expressão do tipo:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \text{ sen } \omega t \quad , \quad (4.4)$$

onde ε_0 é a sua amplitude e ω , a frequência angular da oscilação.

Neste caso, o número de ciclos durante os quais o material resistirá a esta solicitação é dado diretamente pela sua curva característica, (4.1),

$$N = c \epsilon_0^{-b} \quad (4.5)$$

A vida útil da estrutura \mathcal{V} será função do período da oscilação e do número de ciclos N :

$$\mathcal{V} = N \frac{2\pi}{\omega} \quad (4.6)$$

Portanto, usando-se (4.5) em (4.6), a estrutura resistirá à oscilação durante um intervalo de tempo dado por:

$$\mathcal{V} = \frac{2\pi c}{\omega \epsilon_0^b} \quad (4.7)$$

Carregamentos não senoidais ou intermitentes, que acontecem no caso geral, podem ser analisados com o auxílio de hipóteses complementares, como a do "dano acumulado", introduzida por Palmgren & Miner, como será discutido mais adiante. Antes, porém, parece conveniente que se estude o comportamento do riser, quando sujeito a uma oscilação senoidal, ao longo de toda a sua vida útil.

4.2.4 - Resultados Numéricos para um Riser Submetido a uma Corrente Constante

Neste ponto do trabalho é conveniente abrir parênteses para obter algumas informações quantitativas a respeito do comportamento do riser, no que diz respeito à fadiga, quando ele é submetido a vibrações induzidas pelo fenômeno do desprendimento de vórtices.

Suponha-se, inicialmente, que o riser esteja submetido a uma corrente marítima constante ao longo do tempo e uniformemente distribuída ao longo de todo o seu comprimento. Neste caso, a vida útil pode ser calculada diretamente a partir de (4.7), onde ϵ_0 é substituído pela maior amplitude de deformação que ocorra nos pontos do riser.

Escolhendo-se, para cada modo, a corrente que produz a maior amplitude, que será chamada de "corrente crítica" e que corresponde a uma velocidade reduzida igual a δ , obtém-se o menor valor da vida útil para o riser oscilando sempre em um único modo. A tabela 4.1 traz um estudo dos valores obtidos para o riser exemplo, em função da força de tração na extremidade superior, quando se considera um amortecimento estrutural nulo.

A análise destes resultados permite algumas conclusões importantes. Em primeiro lugar, se for desejada para o riser uma vida útil em torno de 20 anos (7300 dias), verifica-se que ele pode oscilar em seu primeiro modo durante a sua vida inteira, sem grandes preocupações.

TABELA 4.1 - Vida Útil à Fadiga sob Velocidades Críticas em Função da Força de Tração (Parte I)

Modo	Força de Tração (tf)		
	500	600	700
1	$0,122 \cdot 10^6$	$0,681 \cdot 10^5$	$0,427 \cdot 10^5$
2	$0,374 \cdot 10^3$	$0,223 \cdot 10^3$	$0,145 \cdot 10^3$
3	$0,197 \cdot 10^2$	$0,126 \cdot 10^2$	$0,863 \cdot 10$
4	$0,240 \cdot 10$	$0,163 \cdot 10$	$0,117 \cdot 10$
5	0,437	0,313	0,234
6	0,101	$0,761 \cdot 10^{-1}$	$0,592 \cdot 10^{-1}$
7	$0,277 \cdot 10^{-1}$	$0,218 \cdot 10^{-1}$	$0,175 \cdot 10^{-1}$
8	$0,861 \cdot 10^{-2}$	$0,702 \cdot 10^{-2}$	$0,584 \cdot 10^{-2}$
9	$0,296 \cdot 10^{-2}$	$0,250 \cdot 10^{-2}$	$0,213 \cdot 10^{-2}$
10	$0,111 \cdot 10^{-2}$	$0,962 \cdot 10^{-3}$	$0,842 \cdot 10^{-3}$

(Vida útil em dias)

TABELA 4.1 - Vida Útil à Fadiga sob Velocidades Críticas em Função da Força de Tração (Parte II)

Modo	Força de Tração (tf)		
	800	900	1000
1	$0,289 \cdot 10^5$	$0,206 \cdot 10^5$	$0,154 \cdot 10^5$
2	$0,101 \cdot 10^3$	$0,735 \cdot 10^2$	$0,557 \cdot 10^2$
3	$0,623 \cdot 10$	$0,468 \cdot 10$	$0,362 \cdot 10$
4	0,875	0,676	0,536
5	0,181	0,144	0,117
6	$0,473 \cdot 10^{-1}$	$0,386 \cdot 10^{-1}$	$0,321 \cdot 10^{-1}$
7	$0,144 \cdot 10^{-1}$	$0,121 \cdot 10^{-1}$	$0,102 \cdot 10^{-1}$
8	$0,493 \cdot 10^{-2}$	$0,422 \cdot 10^{-2}$	$0,365 \cdot 10^{-2}$
9	$0,184 \cdot 10^{-2}$	$0,161 \cdot 10^{-2}$	$0,142 \cdot 10^{-2}$
10	$0,743 \cdot 10^{-3}$	$0,661 \cdot 10^{-3}$	$0,591 \cdot 10^{-3}$

(Vida útil em dias)

Outro fato relevante é que a vida útil se reduz, para cada modo, com o acréscimo da força de tração. Este fato pode parecer paradoxal, à primeira vista, mas não é, pois, ao se aumentar a força de tração, aumenta-se o valor da corrente crítica, conforme pode ser verificado através da tabela 4.2. Se o valor da corrente crítica for muito alto, ela poderá nunca ocorrer, na prática.

TABELA 4.2 - Velocidades Críticas em Função da Força de Tração na Extremidade Superior
(Parte I)

Modo	Força de Tração (tf)		
	500	600	700
1	0,071	0,090	0,105
2	0,270	0,316	0,355
3	0,486	0,557	0,619
4	0,740	0,830	0,912
5	1,037	1,144	1,242
6	1,383	1,503	1,615
7	1,781	1,913	2,036
8	2,235	2,377	2,509
9	2,748	2,896	3,037
10	3,321	3,475	3,622

(velocidades críticas em m/s)

TABELA 4.2 - Velocidades Críticas em Função da Força de Tração na Extremidade Superior (Parte II)

Modo	Força de Tração (tf)		
	800	900	1000
1	0,118	0,130	0,141
2	0,391	0,423	0,453
3	0,675	0,726	0,774
4	0,986	1,055	1,120
5	1,332	1,417	1,496
6	1,719	1,817	1,910
7	2,152	2,262	2,366
8	2,635	2,755	2,870
9	3,171	3,300	3,423
10	3,763	3,899	4,030

(velocidades críticas em m/s)

Neste ponto, pode-se induzir que um estudo completo de fadiga do riser não pode estar desvinculado de uma análise adequada das condições ambientais, que inclua a probabilidade de ocorrência e o tempo de duração para os diversos valores que a velocidade da corrente marítima pode assumir.

No capítulo anterior foi discutida a importância do amortecimento estrutural na redução da amplitude de oscilação. No que diz respeito à vida útil, este amortecimento assume uma contribuição mais significativa pois, se a amplitude é multiplicada por um fator F_n , a vida útil será multiplicada por

um fator F_n^{-4} , como pode ser deduzido de (4.7) e (4.2).
 Recorrendo-se à tabela 3.4, pode-se construir a tabela 4.3, que indica a grande importância do amortecimento estrutural para aumentar a vida útil do riser.

TABELA 4.3 - Fator de Amplificação da Vida Útil em Função do Coeficiente de Amortecimento Estrutural (Para $T = 500$ tf)

ζ_1	F_n^{-4}
0,00	0,100 10
0,05	0,259 10
0,10	0,140 10 ²
0,15	0,748 10 ²
0,20	0,334 10 ³
0,25	0,120 10 ⁴
0,30	0,373 10 ⁴

A tabela 4.4 contém um estudo da vida útil à fadiga, para cada modo, em função do coeficiente de amortecimento estrutural, considerando-se perfil uniforme e velocidades críticas para a corrente marítima local, para o caso em que a força de tração é de 500 tf.

Note-se que uma oscilação que pode ser preocupante quando o amortecimento estrutural é nulo, pode passar a ser irrelevante com o acréscimo do coeficiente de amortecimento.

TABELA 4.4 - Vida Útil em Função do Coeficiente de Amortecimento Estrutural para uma Corrente Uniforme que Age ao Longo de Todo o Comprimento do Riser.

(Parte I)

Modo	Coeficiente de Amortecimento ζ_x			
	0,00	0,05	0,10	0,15
1	$0,122 \cdot 10^8$	$0,316 \cdot 10^8$	$0,171 \cdot 10^9$	$0,912 \cdot 10^9$
2	$0,374 \cdot 10^9$	$0,969 \cdot 10^9$	$0,524 \cdot 10^4$	$0,280 \cdot 10^5$
3	$0,197 \cdot 10^2$	$0,509 \cdot 10^2$	$0,275 \cdot 10^9$	$0,147 \cdot 10^4$
4	$0,240 \cdot 10$	$0,621 \cdot 10$	$0,336 \cdot 10^2$	$0,179 \cdot 10^3$
5	0,437	$0,113 \cdot 10$	$0,612 \cdot 10$	$0,327 \cdot 10^2$
6	0,101	0,263	$0,142 \cdot 10$	$0,758 \cdot 10$
7	$0,277 \cdot 10^{-1}$	$0,719 \cdot 10^{-1}$	0,388	$0,208 \cdot 10$
8	$0,861 \cdot 10^{-2}$	$0,223 \cdot 10^{-1}$	0,120	0,644
9	$0,296 \cdot 10^{-2}$	$0,766 \cdot 10^{-2}$	$0,414 \cdot 10^{-1}$	0,221
10	$0,111 \cdot 10^{-2}$	$0,287 \cdot 10^{-2}$	$0,155 \cdot 10^{-1}$	$0,829 \cdot 10^{-1}$

(vida útil em dias)

TABELA 4.4 - Vida Útil em Função do Coeficiente de Amortecimento Estrutural para uma Corrente Uniforme que Age ao Longo de Todo o Comprimento do Riser.
(Parte II)

Modo	Coeficiente de Amortecimento ζ_x		
	0,20	0,25	0,30
1	0,407 10^{10}	0,146 10^{11}	0,455 10^{11}
2	0,125 10^6	0,449 10^6	0,140 10^7
3	0,657 10^4	0,236 10^5	0,733 10^5
4	0,801 10^3	0,288 10^4	0,895 10^4
5	0,146 10^3	0,525 10^3	0,163 10^4
6	0,339 10^2	0,122 10^3	0,378 10^3
7	0,927 10	0,333 10^2	0,103 10^3
8	0,287 10	0,103 10^2	0,321 10^2
9	0,988	0,355 10	0,110 10^2
10	0,370	0,133 10	0,413 10

(vida útil em dias)

Outro fato que deve ser levado em consideração é que, na prática, o perfil da corrente marítima não é constante ao longo de todo o comprimento do riser. Isto pode, também, representar um acréscimo em sua vida útil.

Para ilustrar este aspecto, considere-se que a corrente marítima tem um perfil de velocidades do tipo esquematizado na

figura 4.1 e seja χ tal que :

$$\chi = \frac{x}{L} \quad (4.8)$$

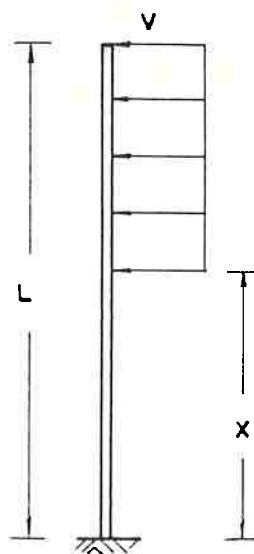


FIG. 4.1 - Perfil de Velocidades da Corrente

Considerando-se os valores críticos para as velocidades, uma força de tração de 500 tf na extremidade superior e amortecimento estrutural nulo, obtêm-se para o riser exemplo os valores da vida útil modal relacionados na tabela 4.5 .

TABELA 4.5 - Vida Útil em Função do Perfil de Velocidades
para $T = 500$ tf e Velocidades Críticas
(Parte I)

α	Modos Naturais			
	1	2	3	4
0,0	$0,122 \cdot 10^6$	$0,374 \cdot 10^9$	$0,197 \cdot 10^2$	$0,240 \cdot 10$
0,1	$0,122 \cdot 10^6$	$0,374 \cdot 10^9$	$0,197 \cdot 10^2$	$0,242 \cdot 10$
0,2	$0,122 \cdot 10^6$	$0,399 \cdot 10^9$	$0,270 \cdot 10^2$	$0,374 \cdot 10$
0,3	$0,123 \cdot 10^6$	$0,871 \cdot 10^9$	$0,554 \cdot 10^2$	$0,426 \cdot 10$
0,4	$0,131 \cdot 10^6$	$0,321 \cdot 10^4$	$0,592 \cdot 10^2$	$0,754 \cdot 10$
0,5	$0,164 \cdot 10^6$	$0,710 \cdot 10^4$	$0,935 \cdot 10^2$	$0,169 \cdot 10^2$
0,6	$0,274 \cdot 10^6$	$0,833 \cdot 10^4$	$0,407 \cdot 10^9$	$0,190 \cdot 10^2$
0,7	$0,643 \cdot 10^6$	$0,872 \cdot 10^4$	$0,124 \cdot 10^4$	$0,766 \cdot 10^2$
0,8	$0,224 \cdot 10^7$	$0,138 \cdot 10^5$	$0,139 \cdot 10^4$	$0,321 \cdot 10^9$
0,9	$0,171 \cdot 10^8$	$0,635 \cdot 10^5$	$0,310 \cdot 10^4$	$0,420 \cdot 10^9$

(vida útil em dias)

TABELA 4.5 - Vida Útil em Função do Perfil de Velocidades
 para $T = 500$ tf e Velocidades Críticas
 (Parte II)

α	Modos Naturais		
	5	6	7
0,0	0,437	0,101	$0,277 \cdot 10^{-1}$
0,1	0,448	0,107	$0,301 \cdot 10^{-1}$
0,2	0,627	0,132	$0,347 \cdot 10^{-1}$
0,3	0,749	0,210	$0,524 \cdot 10^{-1}$
0,4	$0,145 \cdot 10$	0,250	$0,880 \cdot 10^{-1}$
0,5	$0,186 \cdot 10$	0,581	0,116
0,6	$0,569 \cdot 10$	0,827	0,265
0,7	$0,701 \cdot 10$	$0,240 \cdot 10$	0,677
0,8	$0,490 \cdot 10^2$	$0,562 \cdot 10$	$0,120 \cdot 10$
0,9	$0,104 \cdot 10^3$	$0,365 \cdot 10^2$	$0,138 \cdot 10^2$

(vida útil em dias)

TABELA 4.5 - Vida Útil em Função do Perfil de Velocidades
para $T = 500$ tf e Velocidades Críticas
(Parte III)

χ	Modos Naturais		
	8	9	10
0,0	$0,861 \cdot 10^{-2}$	$0,296 \cdot 10^{-2}$	$0,111 \cdot 10^{-2}$
0,1	$0,959 \cdot 10^{-2}$	$0,333 \cdot 10^{-2}$	$0,124 \cdot 10^{-2}$
0,2	$0,113 \cdot 10^{-1}$	$0,417 \cdot 10^{-2}$	$0,157 \cdot 10^{-2}$
0,3	$0,147 \cdot 10^{-1}$	$0,563 \cdot 10^{-2}$	$0,224 \cdot 10^{-2}$
0,4	$0,243 \cdot 10^{-1}$	$0,809 \cdot 10^{-2}$	$0,356 \cdot 10^{-2}$
0,5	$0,479 \cdot 10^{-1}$	$0,130 \cdot 10^{-1}$	$0,626 \cdot 10^{-2}$
0,6	$0,848 \cdot 10^{-1}$	$0,254 \cdot 10^{-1}$	$0,123 \cdot 10^{-1}$
0,7	0,146	$0,647 \cdot 10^{-1}$	$0,279 \cdot 10^{-1}$
0,8	0,500	0,235	$0,800 \cdot 10^{-1}$
0,9	0,453 10	0,129 10	0,376

(vida útil em dias)

Por último, a vida útil também aumenta quando a velocidade reduzida é diferente de 6. Este aumento pode ser calculado diretamente da figura 3.8, lembrando-se de que, se a amplitude é multiplicada por um fator F , a vida útil é multiplicada por um fator F^{-4} . Os valores obtidos encontram-se relacionados na tabela 4.6.

TABELA 4.6 - Fator de Amplificação da Vida Útil em Função da Velocidade Reduzida

Velocidade Reduzida	Fator de Amplificação
4,0	∞
4,5	$0,256 \cdot 10^3$
5,0	$0,160 \cdot 10^2$
5,5	$0,316 \cdot 10$
6,0	$0,100 \cdot 10$
6,5	$0,171 \cdot 10$
7,0	$0,316 \cdot 10$
7,5	$0,655 \cdot 10$
8,0	$0,160 \cdot 10^2$
8,5	$0,506 \cdot 10^2$
9,0	$0,256 \cdot 10^3$
9,5	$0,410 \cdot 10^4$
10,0	∞

No caso geral, existe amortecimento não nulo, perfil não uniforme e velocidade reduzida diferente de 6. Além de tudo, o perfil de velocidades da corrente varia ao longo do tempo e da profundidade, podendo o movimento da estrutura ser uma composição de vários dos modos naturais.

A análise em separado dos vários fatores e dos vários modos serve, no entanto, para se ter uma idéia da importância relativa de cada parâmetro e da ordem de grandeza do efeito dos vórtices na

vida útil da estrutura em cada um dos modos naturais.

A interpretação destes resultados deve ser feita em conjunto com uma análise das condições ambientais que indique a probabilidade de ocorrência de cada valor da corrente ao longo de toda a vida projetada para o riser. A sua vida útil será uma função de todo o histórico do carregamento, como será discutido a seguir.

4.2.5 - Dano Acumulado

Ao longo de sua utilização, uma estrutura é submetida a uma série de carregamentos oscilatórios de intensidade e frequência diversas. Neste caso, a simples utilização da curva característica do material não permite a estimação de sua vida útil.

Dentre as várias teorias que foram desenvolvidas para predição da vida útil à fadiga, destaca-se a teoria de "Palmgren & Miner", que é bastante utilizada por causa de sua simplicidade de aplicação.

A base deste método está na formulação da hipótese de "dano acumulado", que pressupõe que cada ciclo de carga "gasta" uma parcela da vida útil da estrutura. Esta parcela equivale ao inverso do número máximo de ciclos N_i possíveis para a amplitude de deformação ϵ_i . O "dano acumulado" corresponde à soma de todas as parcelas "gastas" da vida útil e a estrutura perde as suas condições de funcionamento quando ele atinge o valor 1.

Em termos matemáticos, a estrutura estará sujeita a falhas quando

$$\sum_{i=1}^M \left[\frac{n_i}{N_i} \right] = 1 \quad (4.9)$$

onde n_i é o número de ciclos de deformação aplicados com amplitude igual a ϵ_i , N_i é o número máximo de ciclos que seriam obtidos para uma amplitude de deformação constante e igual a ϵ_i e M é o número de amplitudes diferente aplicadas.

Muitas críticas podem ser feitas em relação a esta teoria. Por exemplo, ela não leva em conta a ordem de aplicação da seqüência de carregamentos. Além disso, existem trabalhos que mostram que ela leva a resultados não conservativos em alguns casos (vide, por exemplo, Ref [9]). Contudo, usando as palavras de Crandall (Ref [6]), "enquanto sua validade absoluta é certamente questionável, sua utilidade como um critério analítico simples, para comparar diferentes modos de operação de um mesmo sistema, pode ser de um valor considerável".

4.3 - DADOS AMBIENTAIS

Para se estimar a vida útil de uma estrutura, no que diz respeito à fadiga, é necessário um conhecimento do carregamento a

que ela estará submetida ao longo do tempo. No tocante às vibrações induzidas pelo desprendimento de vórtices, isto significa o conhecimento do perfil de velocidades da corrente marítima local.

Para este fim, não são suficientes os valores das velocidades máximas, porque eles não representam, necessariamente, o caso mais crítico. Por outro lado é necessário o conhecimento do tempo total de ocorrência de cada perfil de corrente, para que se possa calcular o dano acumulado e verificar se ele é significativo.

O conhecimento suficiente do perfil de velocidades ao longo do tempo é, normalmente, um dos grandes problemas do projetista. Ou os dados não são disponíveis para o local desejado ou não são estatisticamente significativos.

Um perfil típico de corrente para uma profundidade de 1000 m na bacia de Campos, obtido ao longo de um ano de medições, é apresentado na tabela 4.7¹. A figura 4.2 traz esquematizada a variação da velocidade ao longo da profundidade e a figura 4.3 mostra a variação da direção da corrente para o mesmo perfil.

Note-se que existe um trecho, entre 10% e 60% da altura da lâmina d'água, em que o módulo da velocidade não varia muito. A direção, no entanto, varia ao longo de toda a profundidade, chegando mesmo a haver inversão no sentido da corrente.

Em virtude deste último fato, aparece um problema de ordem prática: até o presente instante não existe um modelo conhecido

¹ Este perfil foi fornecido por comunicação particular de técnico da PETROBRAS.

para estudar o efeito dos vórtices provocados por um perfil de corrente de forma helicoidal como este.

TABELA 4.7 - Perfil de Velocidades Típico para a Bacia de Campos (profundidade de 1000m)

% da Profundidade	Velocidade (m/s)	Direção
0%	1,25	194°
10%	0,81	179°
20%	0,78	140°
30%	0,74	113°
40%	0,72	77°
50%	0,72	63°
60%	0,74	52°
70%	0,68	45°
80%	0,61	40°
90%	0,58	30°
100%	0,38	10°

A primeira idéia que surge é supor que a direção é constante ao longo de toda a profundidade. Este é, certamente, o caso mais crítico, pois toda a excitação estará ocorrendo no mesmo plano. Sob esta hipótese o modelo bidimensional pode ser utilizado, mas pode levar a conclusões conservadoras demais.

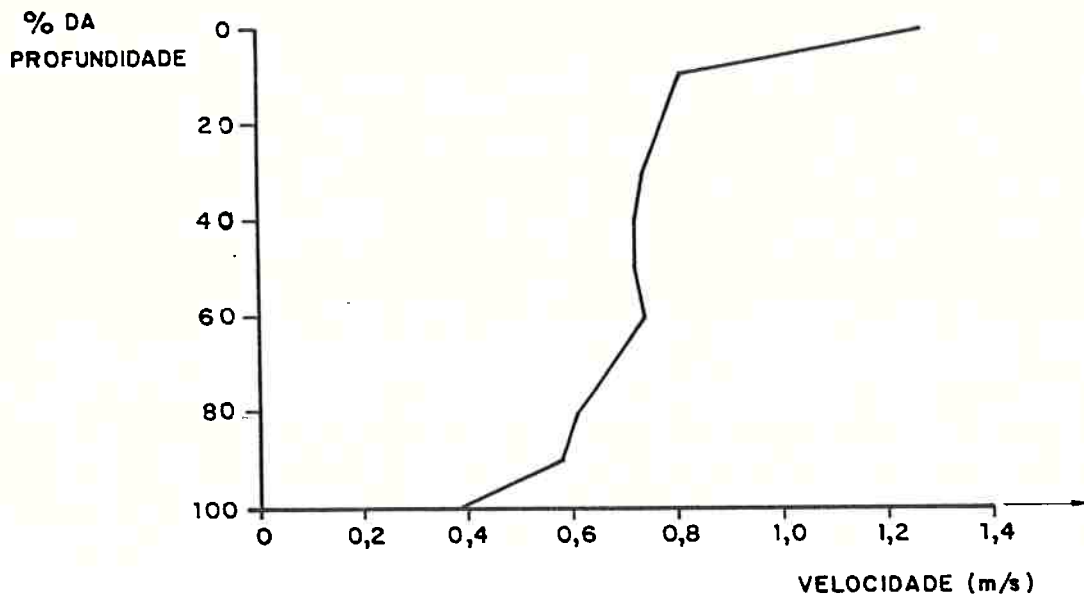


FIG. 4.2 - Variação da Velocidade da Corrente em Função da Profundidade (Bacia de Campos)

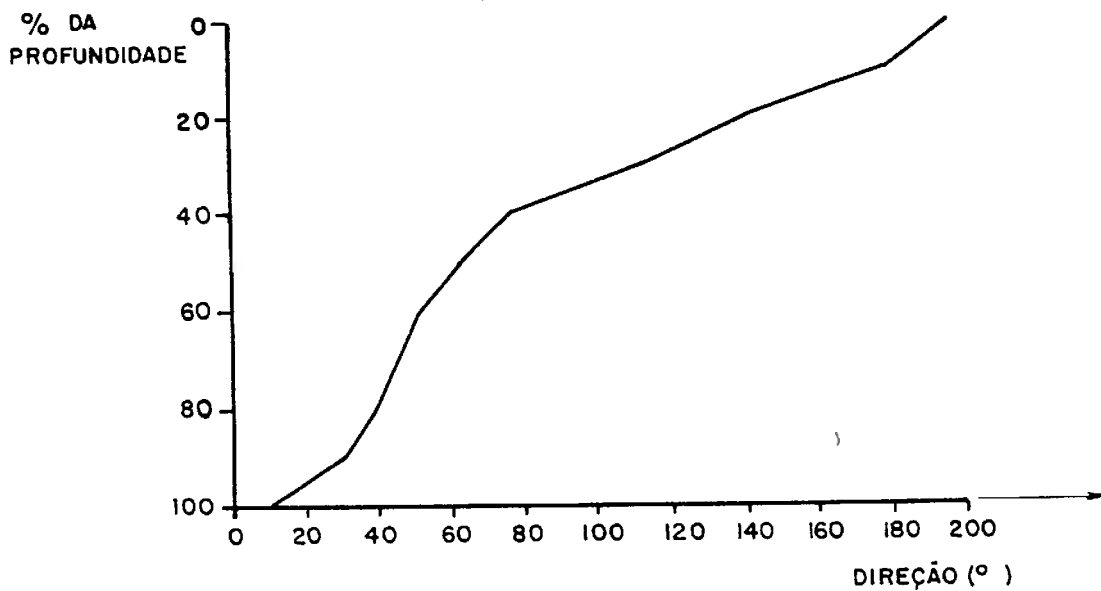


FIG. 4.3 - Variação da Direção da Corrente em Função da Profundidade (Bacia de Campos)

Outra forma de aproximar o problema é projetar o perfil da corrente em vários planos e adotar o caso mais crítico. O resultado obtido por esta forma de aproximação é conservador, pois a componente da velocidade normal à direção de propagação dos vórtices contribui para a desorganização dos mesmos.

Um outro problema de ordem prática, que surge para o projetista, relaciona-se com a natureza dos dados que ele tem em mãos. Devido ao caráter sazonal da corrente marítima, o perfil de velocidades não se mantém constante ao longo de todo o ano. Seria recomendável, então, que fosse disponível a média estatística de diversas observações, das quais fossem conhecidos o desvio padrão e a função de distribuição de probabilidade. No entanto, estes dados dificilmente são disponíveis, em virtude da dificuldade de sua obtenção.

Do ponto de vista do oceanógrafo, preocupado com a circulação oceânica global, o mar comporta-se como uma lâmina de pequena espessura. É necessário, apenas, o conhecimento da corrente superficial, a qual já foi bastante estudada. Para o projetista de uma estrutura "offshore" é necessário, no entanto, um conhecimento pontual do perfil vertical de velocidades, em locais que nunca foram estudados.

Quando se trata de águas rasas é possível uma extrapolação de resultados já conhecidos; quando as águas são profundas, no entanto, estes resultados não são disponíveis.

A posse de um perfil máximo da corrente não é suficiente para o projetista, pois não traz informações das quais se possa obter o número de ciclos de carregamento a que a estrutura será submetida

durante o seu trabalho, cujo conhecimento é fundamental para estimação da vida útil.

Os comentários que foram tecidos são importantes para realçar as dificuldades existentes no estabelecimento de um critério adequado para o projeto do riser, como será discutido a seguir.

4.4 - CRITÉRIO DE PROJETO

O objetivo deste item é construir uma metodologia para cálculo do dano que será acumulado pelo riser ao longo de toda a sua vida projetada e estabelecer um critério para verificar se, em algum instante, o seu funcionamento é comprometido por fadiga.

Para que este objetivo seja atingido é necessário que se façam algumas hipóteses simplificadoras, no tocante ao perfil da corrente marítima.

Suponha-se, em primeiro lugar, que a velocidade da corrente pode ser aproximada por uma expressão do tipo:

$$V(x) = v f(x) \quad , \quad (4.10)$$

onde v é uma variável aleatória cuja estatística é conhecida e $f(x)$ é um perfil que não varia ao longo do tempo. Como a direção da corrente é variável com a profundidade, escolhe-se a direção predominante. Neste caso é razoável que se aproxime o perfil da

corrente pela função $f(x)$ cuja forma é indicada na figura 4.4 .

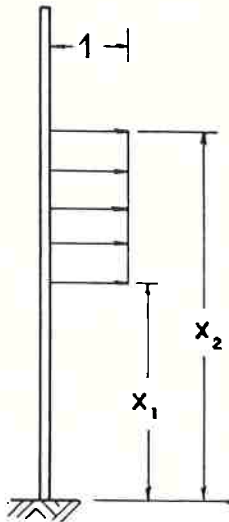


FIG. 4.4 - Forma do Perfil da Corrente

Considere-se, também, que a função de densidade de probabilidade de v seja uma distribuição normal $p(v)$, com média μ e desvio padrão σ conhecidos, truncada de modo que

$$0 \leq v \leq \bar{v} \quad . \quad (4.11)$$

A adoção de um valor máximo admissível \bar{v} tem por finalidade a delimitação dos modos naturais que são fisicamente passíveis de ser excitados.

O modelo matemático apresentado no capítulo precedente permite que se calcule, para cada modo, a faixa de velocidades,

$$v_{1,i} \leq v \leq v_{2,i} \quad , \quad (4.12)$$

que têm possibilidade de o excitar. A consideração do critério de "prioridade modal", que foi discutido no capítulo 3, reduz esta faixa para

$$v_{1,i} \leq v \leq \bar{v}_{2,i} \quad , \quad (4.13)$$

onde

$$\bar{v}_{2,i} = \min (v_{2,i} , v_{1,i+1}) \quad . \quad (4.14)$$

O intervalo de tempo total durante o qual a velocidade da corrente terá um valor entre v e $v + dv$ é dt tal que:

$$dt = \tau \rho(v) dv \quad , \quad (4.15)$$

onde $\rho(v)$ é a função densidade de probabilidade da velocidade e τ é a vida útil projetada para o riser.

Se v pertence à faixa (4.13), então o modo i será excitado por dn_i ciclos de modo que:

$$dn_i = \frac{dt}{T_i} \quad , \quad (4.16)$$

sendo T_i o i -ésimo período natural.

Da lei de fadiga (4.1), o número máximo de ciclos que o material suporta para a velocidade v é

$$N_i(v) = \frac{c}{\varepsilon^b(v)} \quad , \quad (4.17)$$

onde $\varepsilon(v)$ é a amplitude da deformação máxima do riser quando a velocidade da corrente é v .

O dano acumulado para o modo i , excitado pela velocidade v é

$$dD_i = \frac{dn_i}{N_i(v)} \quad (4.18)$$

ou, usando-se (4.15), (4.16) e (4.17),

$$dD_i = \frac{\tau}{c T_i} \varepsilon^b(v) \rho(v) dv \quad (4.19)$$

O dano acumulado total para o modo i é dado pela integração de (4.19) ao longo de toda a faixa (4.13), ou seja,

$$D_i = \frac{\tau}{c T_i} \int_{v_{1,i}}^{\bar{v}_{2,i}} \varepsilon^b(v) \rho(v) dv \quad (4.20)$$

Com base na figura 3.8, a amplitude da deformação pode ser escrita na forma:

$$\varepsilon(v) = \varepsilon_i h_i(v) \quad , \quad (4.21)$$

onde $h_i(v)$ é uma função de interpolação tal que

$$h_i(v) = \begin{cases} 0 & \text{para } v \leq v_{1,i} \text{ ou } v \geq v_{2,i} \\ \frac{v - v_{1,i}}{v_{0,i} - v_{1,i}} & \text{para } v_{1,i} \leq v \leq v_{0,i} \\ \frac{v_{2,i} - v}{v_{2,i} - v_{0,i}} & \text{para } v_{0,i} \leq v \leq v_{2,i} \end{cases} \quad (4.22)$$

sendo $v_{0,i}$ a velocidade para a qual a amplitude é máxima e igual a ε_i (que corresponde à velocidade reduzida igual a 6).

Dessa forma, o dano acumulado total para o modo i fica dado pela expressão:

$$D_i = \frac{\tau \varepsilon_i^b}{c T_i} \int_{v_{1,i}}^{\bar{v}_{2,i}} h_i^b(v) \rho(v) dv \quad (4.23)$$

com b e c dados respectivamente por (4.2) e (4.3).

Calculados os danos acumulados por todos os modos naturais que são excitados, o próximo passo é verificar se o funcionamento do riser será comprometido por fadiga em algum instante de sua vida projetada. Para isto, é necessário que se estabeleçam critérios de projeto para interpretar o dano acumulado. Pode-se, neste instante, propor dois critérios de projeto: o primeiro, mais conservador, pressupõe que as maiores

deformações se dão no mesmo ponto do riser para todos os modos e funciona como um limite superior; o segundo considera que a deformação máxima ocorre em pontos distintos para cada modo e funciona como um limite inferior.

CRITÉRIO 1

Sendo D o dano acumulado total dado por

$$D = \sum_{i=1}^N D_i \quad , \quad (4.24)$$

onde N é o número de modos excitados, então a estrutura perderá as suas condições de funcionamento, antes de atingir a vida útil de projeto, se

$$D \geq 1 \quad . \quad (4.25)$$

CRITÉRIO 2

A estrutura perderá as suas condições de funcionamento, antes de atingir a vida útil de projeto, se

$$\max D_i \geq 1 \quad . \quad (4.26)$$

4.5 - DISCUSSÃO DE RESULTADOS NUMÉRICOS

Com base no perfil apresentado na tabela 4.7, suponha-se que o riser esteja submetido a uma corrente marítima uniforme, cuja velocidade obedece a uma distribuição normal truncada, com média 0,7 m/s, desvio padrão 0,5 m/s e valor máximo 1,5 m/s. Para estes valores obtêm-se os danos acumulados relacionados na segunda coluna da tabela 4.8, considerando-se uma vida útil de projeto de 20 anos e uma força de tração de 500 tf aplicada na extremidade superior.

O resultado obtido é um verdadeiro absurdo, pois indica que durante o intervalo de tempo para o qual o riser foi projetado para funcionar, ele seria destruído cerca de 787 vezes, usando o critério 1, o que representa uma vida útil de menos de 10 dias! Se for usado o critério 2, ele será destruído cerca de 334 vezes, o que representa uma vida útil de menos de 22 dias ! Este fato serve para ilustrar o comentário feito anteriormente de que a consideração de a corrente estar atuando em uma mesma direção ao longo de todo o riser pode levar a resultados por demais conservadores.

Considere-se, agora, que apenas a metade superior do riser esteja sujeita à corrente considerada. Neste caso, o dano acumulado total é dividido por 4,7 , conforme a terceira coluna da tabela 4.8.

TABELA 4.8 - Dano Acumulado em Função do Perfil de Velocidades

Modo	% do Comprimento do Riser Submetida à Corrente		
	100 %	50 %	25 %
1	0,000	0,000	0,000
2	0,605	0,032	0,022
3	11,935	2,510	0,171
4	46,150	6,564	0,560
5	131,320	30,815	3,846
6	262,821	45,894	10,324
7	334,899	79,806	8,843
8	0,000	0,000	0,000
Soma	787,724	165,621	23,766

(Amortecimento Estrutural Nulo)

Se apenas o quarto superior do riser estiver sujeito à corrente, então se obtêm os resultados apresentados na última coluna da tabela 4.8, representando uma redução de 33 vezes no dano acumulado total, em relação ao obtido para o perfil uniforme.

Note-se que o dano acumulado total ainda é muito grande, pois indica uma vida útil de menos de um ano. Contudo, uma análise do perfil da tabela 4.7 revela que não deve diferir muito da realidade considerar que pelo menos no quarto superior do riser a corrente tem uma direção constante.

A partir de agora, supondo-se que a corrente atua apenas no

quarto superior do riser, com os mesmos valores de média e desvio padrão citados anteriormente, procura-se uma maneira de reduzir o dano acumulado para o riser exemplo, de maneira que ele atinja a vida útil de projeto.

O primeiro parâmetro que pode ser alterado é o valor da força de tração aplicada na extremidade superior. A tabela 4.9 traz um estudo do dano acumulado em função desta força. Os traços contínuos que aparecem nessa tabela indicam modos que não estão sendo excitados, em cada caso.

TABELA 4.9 - Dano Acumulado em Função da Força de Tração
(Parte I)

Modo	Força de Tração (tf)		
	500	600	700
1	0,000	0,000	0,000
2	0,022	0,047	0,086
3	0,171	0,227	0,304
4	0,560	0,664	0,801
5	3,846	3,942	4,100
6	10,324	8,944	7,875
7	8,843	1,682	0,154
8	0,000	—	—
Soma	23,766	15,507	13,320

(amortecimento estrutural nulo e corrente aplicada no quarto superior do riser)

TABELA 4.9 - Dano Acumulado em Função da Força de Tração
(Parte II)

Modo	Força de Tração (tf)		
	800	900	1000
1	0,000	0,001	0,001
2	0,143	0,220	0,322
3	0,403	0,524	0,668
4	0,963	1,141	1,332
5	4,269	4,421	4,539
6	6,979	5,511	1,537
7	0,003	—	—
8	—	—	—
Soma	12,759	11,818	8,399

(amortecimento estrutural nulo e corrente aplicada no quarto superior do riser)

Conclui-se que um aumento na força de tração provoca uma redução no dano acumulado e, conseqüentemente, um acréscimo na vida útil da estrutura. Verifica-se, contudo, que para garantir a vida útil de projeto seria necessário um valor muito grande para esta força.

O que influi, consideravelmente, no dano acumulado é o coeficiente de amortecimento estrutural. Isto pode ser concluído a partir dos resultados numéricos apresentados na tabela 4.10, que traz um estudo do dano acumulado em função deste coeficiente, quando o riser-exemplo é tracionado por uma força de 500 tf e

submetido à corrente marítima apenas no seu quarto superior.

Note-se que um amortecimento estrutural de 5% do amortecimento crítico é suficiente para garantir a vida útil de projeto (dano acumulado total menor que 1).

TABELA 4.10 - Dano Acumulado em Função do Coeficiente de Amortecimento

Modo	Coeficiente de Amortecimento			
	0,00	0,05	0,10	0,15
1	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,022	0,001	0,000	0,000
3	0,171	0,004	0,000	0,000
4	0,560	0,011	0,000	0,000
5	3,846	0,143	0,006	0,001
6	10,324	0,456	0,023	0,002
7	8,843	0,300	0,012	0,001
8	0,000	0,000	0,000	0,000
Soma	23,766	0,916	0,042	0,004

(Tração na extremidade superior de 500 tf e corrente marítima atuando no quarto superior do riser)

Se a corrente tiver um perfil uniforme ao longo de todo o comprimento do riser, o efeito do amortecimento também será significativo. Será necessário, porém, um coeficiente de

amortecimento bem maior, conforme pode ser verificado através dos resultados numéricos contidos na tabela 4.11 (mais de 20% do amortecimento crítico).

TABELA 4.11 - Dano Acumulado em Função do Coeficiente de Amortecimento (Parte I)

Modo	Coeficiente de Amortecimento			
	0,00	0,05	0,10	0,15
1	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,605	0,233	0,043	0,008
3	11,935	4,602	0,848	0,159
4	46,150	17,794	3,279	0,615
5	131,320	50,633	9,332	1,749
6	262,821	101,337	18,676	3,500
7	334,899	129,128	23,798	4,460
8	0,000	0,000	0,000	0,000
Soma	787,724	303,728	55,977	10,491

(Tração na extremidade superior de 500 tf e corrente marítima atuando uniformemente ao longo de todo o comprimento do riser)

TABELA 4.11 - Dano Acumulado em Função do Coeficiente de Amortecimento (Parte II)

Modo	Coeficiente de Amortecimento		
	0,20	0,25	0,30
1	0,000	0,000	0,000
2	0,002	0,001	0,000
3	0,036	0,010	0,003
4	0,139	0,039	0,013
5	0,398	0,110	0,036
6	0,796	0,221	0,072
7	1,015	0,281	0,092
8	0,000	0,000	0,000
Soma	2,387	0,661	0,216

(Tração na extremidade superior de 500 tf e corrente marítima atuando uniformemente ao longo de todo o comprimento do riser)

Uma conclusão importante que pode ser tirada destes resultados é que um acréscimo do amortecimento interno, mesmo que não garanta a vida útil de projeto, implica sempre em um aumento da sobrevida do riser, pois reduz de forma considerável o dano acumulado. A tabela 4.12, calculada a partir da tabela 4.11, mostra a vida útil relativa do riser, em função do coeficiente de amortecimento, considerando-se vida útil unitária para o caso em que o amortecimento é nulo.

TABELA 4.12 - Vida Útil Relativa em Função do Coeficiente de Amortecimento

Coeficiente de Amortecimento	Vida Útil Relativa
0,00	1
0,05	2
0,10	14
0,15	75
0,20	330
0,25	1190
0,30	3640

(tração na extremidade superior de 500 tf e corrente marítima uniforme ao longo de todo o comprimento do riser)

Este resultado é bastante importante em virtude do desconhecimento das condições ambientais, conforme já foi discutido, e é a grande motivação para o próximo capítulo em que será proposta a adoção de um sistema que aumente artificialmente o amortecimento estrutural, em função da corrente real atuando no riser.

4.6 CONCLUSÕES

As dificuldades para se modelar um escoamento "helicoidal", aliadas a uma lacuna no conhecimento da corrente, principalmente no que diz respeito à sua duração, em conjunto com os resultados absurdos fornecidos pela hipótese de uma corrente uniforme constante, motivaram a adoção de simplificações para a corrente marítima local:

- a corrente atua apenas em um trecho limitado do riser, com um perfil uniforme

- o valor médio e o desvio padrão da velocidade da corrente são usados para ajustar uma gaussiana truncada em um valor máximo admissível.

A partir das hipóteses simplificadoras adotadas para o perfil da corrente foi proposta uma metodologia para cálculo do dano acumulado para cada um dos modos naturais do riser, em função da densidade de probabilidade da corrente.

A seguir foram elaborados dois critérios de fadiga: o primeiro que considera apenas o máximo dano acumulado individualmente para cada um dos modos e o segundo, que considera a soma dos danos acumulados.

Uma análise das tabelas 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11, revela que o primeiro critério estima uma vida útil que é cerca do dobro da obtida pelo segundo critério. Deve-se levar em conta que todos os resultados dizem respeito a um riser engastado na extremidade inferior. Neste caso, o ponto mais crítico para todos os modos é a

região do engaste, justificando a adoção do segundo critério de fadiga.

Uma observação importante, que foi feita neste capítulo, é a grande influência do amortecimento estrutural sobre o dano acumulado. Este fato servirá de motivação para o próximo capítulo, em que se propõe a adoção de um sistema que aumenta artificialmente este amortecimento.

CAPÍTULO 5

AMORTECIMENTO ATIVO

5.1 - INTRODUÇÃO

Nos capítulos anteriores deste trabalho foram discutidas, com bastante detalhe, as vibrações que são induzidas no riser pelos vórtices que se desprendem, e os danos que causam a esta estrutura, no que diz respeito à sua vida útil à fadiga. Neste capítulo será sugerida uma maneira de minimizar estes efeitos provocados pela corrente marítima local.

Quando se trata de vibrações induzidas por vórtices, a primeira idéia que surge é, através de uma escolha adequada dos parâmetros estruturais do projeto, evitar que haja sincronização da frequência de Strouhal com as frequências naturais do riser. Em se tratando de águas de grande profundidade, isto pode se inexecutável do ponto de vista prático, além de a falta de conhecimento das condições ambientais tornar impossível a garantia de que os modos naturais do riser jamais serão excitados.

Outra maneira de atacar o problema é procurar uma destruição do padrão organizado dos vórtices, através do uso de dispositivos especiais. Um exemplo conhecido é a colocação, em torno do riser, de uma estrutura de forma helicoidal. A crítica que pode ser feita a este método é que estes dispositivos são, normalmente, objeto de patente de seu inventor e não se conhece o seu real funcionamento do ponto de vista teórico.

No caso das estruturas helicoidais, que são amplamente utilizadas, como se garante que o seu desenho será adequado para uma larga faixa de frequências? A resposta a esta pergunta é fundamental em virtude da análise feita no capítulo anterior, que revelou que diversos modos naturais são excitados ao longo da vida útil do riser.

Outra forma que poderia ser proposta, à primeira vista, é tirar de sintonia as frequências naturais do riser, em relação à frequência de Strouhal, através da variação, em tempo real, de parâmetros estruturais do riser como, por exemplo, a força de tração na extremidade superior. Este mecanismo, na prática, não é viável para águas profundas, pois ocorre um empacotamento das faixas de velocidade que excitam cada modo, conforme já foi mostrado para o riser-exemplo, com os dados da tabela 3.1. Neste caso, para uma velocidade de corrente superior a 0,18 m/s, sempre haverá um modo natural sendo excitado.

Um último enfoque que pode ser dado a este problema não procura fugir das vibrações, como no primeiro caso, nem destruir a sua causa, como no segundo, mas conviver pacificamente com elas, através da minimização de seus efeitos na vida útil da estrutura.

Este método fundamenta-se na importância do amortecimento na redução do dano acumulado, conforme foi discutido no capítulo anterior.

A grande vantagem adquirida, neste último caso, é que um aumento no amortecimento efetivo representa uma sobrevida adicional para o riser, quaisquer que sejam as condições ambientais.

A realização do acréscimo do amortecimento efetivo pode ser feita de duas maneiras distintas. A primeira, mais convencional, que será chamada de "amortecimento passivo", procura a introdução de algum tipo de amortecedor que garanta o coeficiente de amortecimento desejado.

A outra maneira, que será apresentada no presente trabalho, é mais moderna e segue as tendências dos caminhos trilhados para as estruturas espaciais (vide, por exemplo, a Ref [19]): o "amortecimento ativo", que consiste na adoção de conjuntos de sensores e atuadores que monitoram a velocidade do riser em cada instante e fornecem uma força proporcional a ela.

O "amortecimento ativo" é uma técnica inovadora, no que diz respeito às vibrações induzidas por vórtices em estruturas marítimas. Sua grande vantagem reside no fato de que as condições ambientais reais são usadas como entrada na solução do problema. Além disso, é fácil quantificar o efeito da solução proposta em cada caso.

O presente capítulo tem por objetivo a apresentação do "amortecimento ativo" e discussões à respeito de sua implementação.

5.2 - O PROBLEMA DO AMORTECIMENTO ATIVO

5.2.1 - Hipóteses

Deseja-se aumentar o coeficiente de amortecimento efetivo para os m primeiros modos naturais, passíveis de serem excitados pelos vórtices que se desprendem. São conhecidos os valores $\bar{\zeta}_i$ da relação entre o amortecimento real e o amortecimento crítico para cada modo, que garantem a vida útil desejada para o riser.

Dispõe-se para este fim de p conjuntos formados por um sensor e um atuador, sendo p maior que m . Cada conjunto é fixado a um ponto da estrutura. O atuador produz, em cada instante, uma força proporcional à velocidade que é medida pelo sensor a ele conjugado. São conhecidos o ganho de cada atuador e a posição em que ele está colocado.

5.2.2 - Formulação

Se k_j for o ganho do atuador j , instalado na abcissa x_j do riser, então a força exercida por ele, $F_j(t)$, será dada em cada instante por:

$$F_j(t) = k_j \left[\frac{\partial y}{\partial t} \right]_{x = x_j} \quad (5.1)$$

Com auxílio da função δ de Dirac, pode-se representar o efeito do conjunto de todos os atuadores como sendo uma força distribuída $f(x,t)$ dada por:

$$f(x,t) = \sum_{j=1}^p F_j(t) \delta(x - x_j) \quad (5.2)$$

que pode ser decomposta em suas componentes modais $f_i(t)$, com o uso da expressão:

$$f_i(t) = \int_0^L \varphi_i(x) f(x,t) dx \quad (5.3)$$

onde $\varphi_i(x)$ é o i -ésimo modo natural da estrutura.

Efetuada esta decomposição modal, que equivale a substituir (5.2) em (5.3), obtém-se:

$$f_i(t) = \sum_{j=1}^p \varphi_i(x_j) F_j(t) \quad (5.4)$$

Definindo-se a matriz $[B]$, de dimensão m por p , de modo que

$$B_{ij} = \varphi_i(x_j) \quad ; \quad (5.5)$$

o vetor $\langle F \rangle$, de dimensão ρ , que contém as forças exercidas pelos atuadores e o vetor $\langle f \rangle$, de dimensão m , que contém as componentes modais destas forças, para os modos de interesse, a equação (5.4) pode ser escrita na forma matricial:

$$\langle f \rangle = [B] \langle F \rangle \quad (5.6)$$

Se $\langle \dot{y} \rangle$ for o vetor de dimensão ρ que contém as velocidades medidas pelos sensores e ΓK_J uma matriz diagonal, de dimensão ρ , que contém os ganhos dos atuadores, então a relação (5.1) pode ser escrita na forma matricial:

$$\langle F \rangle = \Gamma K_J \langle \dot{y} \rangle \quad (5.7)$$

Sejam, agora, $\dot{\alpha}_i$ as velocidades modais. Então pode-se escrever:

$$\left. \frac{\partial y}{\partial t} \right|_{x = x_j} = \sum_{i=1}^m \varphi_i(x_j) \dot{\alpha}_i(t) \quad (5.8)$$

ou, usando-se (5.5) e definindo-se o vetor $\langle \dot{\alpha} \rangle$ de dimensão m , que contém as velocidades modais,

$$\langle \dot{y} \rangle = [B]^t \langle \dot{\alpha} \rangle \quad (5.9)$$

Substituindo-se (5.7) em (5.6) conclui-se que

$$\langle f \rangle = [B] \{K\} \langle \dot{y} \rangle \quad (5.10)$$

Usando-se neste resultado a expressão (5.9), obtém-se:

$$\langle f \rangle = [B] \{K\} [B]^t \langle \dot{\alpha} \rangle \quad (5.11)$$

que relaciona as velocidades modais com as forças modais.

Definindo-se a matriz de amortecimento ativo, $[A]$, de dimensão m por m , de modo que

$$[A] = [B] \{K\} [B]^t \quad (5.12)$$

então,

$$\langle f \rangle = [A] \langle \dot{\alpha} \rangle \quad (5.13)$$

A matriz $[A]$ não é, em geral, uma matriz diagonal, como pode ser verificado facilmente a partir de sua definição. Existe, portanto, um acoplamento entre as equações modais, gerado pelas forças produzidas pelos atuadores.

O modelo matemático desenvolvido para representar o efeito das vibrações induzidas por desprendimento de vórtices é, no entanto, essencialmente modal, pois o fenômeno é intrinsecamente modal e, portanto, as equações são desacopladas.

Deseja-se, então, encontrar uma matriz diagonal $\{\hat{A}\}$ de modo que

$$\langle f \rangle = \Gamma_{\hat{A}_J} \langle \dot{\alpha} \rangle \quad (5.14)$$

seja a melhor aproximação, com equações não acopladas, segundo algum critério pré-estabelecido, da expressão (5.13).

Pode-se impor, por exemplo, que a diferença da potência dissipada pelas expressões (5.13) e (5.14) seja mínima. Ou seja, determinar a matriz diagonal $\Gamma_{\hat{A}_J}$ de modo que Δ , dado por

$$\Delta = \langle \dot{\alpha} \rangle^t \left\{ [A] - \Gamma_{\hat{A}_J} \right\} \langle \dot{\alpha} \rangle \quad (5.15)$$

seja mínimo.

Na realidade, para se garantir que a parte do amortecimento desprezada ao se efetuar a aproximação (5.14) corresponda a uma energia dissipada positiva é necessário que se escolha o mínimo valor positivo de Δ .

A matriz $\Gamma_{\hat{A}_J}$ assim encontrada forneceria os coeficientes modais ζ_i , que são produzidos pelo amortecimento ativo, através da expressão:

$$\hat{A}_i = 2 M_i \omega_i \zeta_i \quad , \quad (5.16)$$

onde M_i é a massa modal e ω_i , a frequência natural associadas ao i -ésimo modo.

O problema do amortecimento ativo consiste em se determinar o número, o ganho e a posição de conjuntos de sensores e atuadores que garantam o coeficiente de amortecimento necessário para que o riser atinja a vida útil desejada.

5.2.3 - Solução Simplificada

Conhecidos o número, a posição e o ganho dos conjuntos de sensores e atuadores, a matriz de amortecimento ativo $[A]$ fica determinada pela expressão (5.12).

A análise do dano acumulado, em função do amortecimento estrutural e das condições ambientais, permite a adoção de coeficientes de amortecimento modais $\bar{\zeta}_i$, que garantam a vida útil desejada para o riser, segundo algum dos critérios de projeto que serão discutidos mais adiante. Pode-se, então, montar uma matriz diagonal Γ_{d_j} , onde cada elemento d_{ii} é dado por:

$$d_{ii} = 2 M_i \omega_i \bar{\zeta}_i \quad . \quad . \quad (5.17)$$

Deseja-se conhecer os coeficientes modais de amortecimento ζ_i que estão sendo realmente produzidos pelo sistema de amortecimento ativo. Com este objetivo, adotar-se-á uma simplificação que consiste em se considerar que a matriz $\hat{\Gamma}_{A_j}$ tem a forma:

$$\hat{\Gamma}_{A_j} = \lambda \Gamma_{d_j} \quad , \quad (5.18)$$

onde λ é um parâmetro a ser determinado e a matriz Γ_{d_j} é especificada pelo critério de projeto adotado.

Se λ for maior que 1, todos os coeficientes de amortecimento de projeto estarão garantidos. Caso contrário, pelo menos um deles estará abaixo do valor desejado.

Conhecida a matriz $[A]$, o problema se reduz, então, a calcular qual é o máximo valor de λ para o qual a matriz $[E]$, tal que

$$[E] = [A] - \lambda [D] \quad (5.19)$$

é positiva.

Neste caso os coeficientes de amortecimento garantidos pelo sistema de amortecimento ativo serão

$$\zeta_i = \lambda \bar{\zeta}_i \quad (5.20)$$

A simplificação adotada é a favor da segurança, pois a energia dissipada desprezada é positiva. Então os coeficientes de amortecimento efetivamente fornecidos pelo sistema serão maiores que os dados por (5.20).

O algoritmo para cálculo de λ na equação (5.19) é bastante simples. Se $[E]$ for definida positiva, então existe uma matriz triangular inferior $[L]$ e uma matriz diagonal $[D]$, de modo que:

$$[E] = [L]^t [D] [L] \quad (5.21)$$

Seja um vetor $\{x\}$ não nulo, qualquer, e o vetor $\{y\}$ a ele associado pela relação:

$$\{y\} = [L]^t \{x\} \quad (5.22)$$

Então, de (5.21),

$$\{x\}^t [E] \{x\} > 0 \quad (5.23)$$

se, e somente se,

$$\{y\}^t [D] \{y\} > 0 \quad (5.24)$$

Para que a relação (5.24) seja válida para qualquer vetor $\{y\}$ não nulo, é necessário e suficiente que todos os elementos d_i sejam positivos.

Esta última propriedade motiva a adoção do seguinte algoritmo para solução de (5.19): varia-se o valor de λ , a partir de 0, efetua-se a decomposição de $[E]$ na forma (5.21) e verifica-se o valor dos elementos de $[D]$. A existência de algum elemento não positivo é condição suficiente para $[E]$ não ser definida positiva. Note-se que não é necessário efetuar a decomposição (5.21) completa: o aparecimento do primeiro elemento não positivo no processo de cálculo da diagonal é suficiente para a conclusão desejada.

5.2.4 - Escolha dos Coeficientes de Amortecimento Modais

Supondo-se que não existe amortecimento ativo, pode-se calcular o dano D que será acumulado pelo riser ao longo de toda a

sua vida útil de projeto. Se D for menor que 1, não haverá problema de fadiga. Caso contrário, será necessário o acréscimo do amortecimento efetivo, por intermédio da ação de atuadores. Neste caso deve-se especificar quais são os coeficientes de amortecimento modais que devem ser garantidos pelo sistema de amortecimento ativo.

Para calcular esses coeficientes é necessário que se estabeleçam critérios para rateio do dano acumulado entre os modos que são excitados, de maneira a garantir que o dano acumulado total não ultrapasse o valor unitário.

Neste sentido, pode-se propor critérios de cálculo como os apresentados a seguir:

CRITÉRIO 1

Adotar um coeficiente de amortecimento relativo $\bar{\xi}_i$ igual para todos os modos, que garanta que o dano acumulado total seja inferior a 1.

CRITÉRIO 2

Adotar um coeficiente de amortecimento absoluto c_i igual para todos os modos, que garanta que o dano acumulado total seja inferior a 1.

CRITÉRIO 3

Adotar, para cada modo, um coeficiente de amortecimento relativo tal que o dano acumulado para este modo seja inferior a $1/N$, onde N é o número de modos considerados.

CRITÉRIO 4

Adotar um coeficiente de amortecimento relativo $\bar{\zeta}_i$, distinto para cada modo, tal que o dano acumulado para este modo com amortecimento ativo seja \bar{D}_i dado por:

$$\bar{D}_i = \frac{D_i}{D}, \quad (5.25)$$

onde D_i é o dano acumulado para este mesmo modo e D é o dano acumulado total quando não há amortecimento ativo.

O primeiro critério, para o caso em que a massa distribuída ao longo do comprimento é constante e a corrente solicita todo o comprimento do riser, equivale a se impor um fator de redução, igual para todos os modos, na amplitude que seria obtida para o riser sem amortecimento artificial. Isto pode ser concluído a partir das expressões (3.19) a (3.27).

O segundo critério pode ser criticado pelo fato de implicar em coeficientes de amortecimentos relativos mais altos para os modos mais baixos, cuja excitação não representa um problema muito

grande.

O terceiro critério fixa um dano acumulado equivalente para cada modo. É mais razoável adotar danos acumulados menores para os modos mais baixos, que são mais fáceis de serem controlados.

O quarto critério, que será adotado neste trabalho, penaliza de forma proporcional todos os modos, pois é equivalente à introdução de um fator de redução na amplitude, igual para todos os modos (isto pode ser concluído a partir de (4.23)). Quando a massa distribuída é constante e a corrente age sobre todo o comprimento do riser, o primeiro critério é idêntico ao quarto critério.

A ordem de grandeza dos coeficientes de amortecimento modais necessários para se garantir a vida útil desejada para o riser pode ser estimada através da análise de alguns resultados numéricos que serão apresentados a seguir.

Os exemplos que serão discutidos referem-se ao riser cujas características geométricas e estruturais foram apresentadas no capítulo 1, submetido às condições ambientais consideradas no item 4.5. Para maior clareza, estes dados são transcritos a seguir:

- dados estruturais do riser:
 - diâmetro externo: 1,1684 m
 - comprimento: 600 m
 - momento de inércia: 0,01539 m⁴
 - peso por unidade de comprimento: 1,9178 tf/m
 - peso efetivo por unidade de comprimento: 0,8188 tf/m
- coeficientes hidrodinâmicos:
 - coeficiente de massa adicional: 1,0

- coeficiente de arraste: 1,2
- dados da corrente
 - corrente atua no quarto superior do riser
 - velocidade uniforme com:
 - distribuição normal truncada
 - média: 0,7 m/s
 - desvio padrão: 0,5 m/s
 - valor máximo: 1,5 m/s

A tabela 5.1 traz os coeficientes de amortecimento que são obtidos quando a força de tração na extremidade superior é igual a 500 tf, em função da vida útil desejada para o riser. Note-se que, para a faixa analisada, o coeficiente de amortecimento é uma função quase linear da vida útil, ou seja, para dobrar a expectativa de sobrevida do riser é necessário dobrar este coeficiente.

Na tabela 5.2 estão os resultados que são obtidos variando-se a força de tração, considerando-se uma vida útil de 20 anos¹. Um aumento da força de tração implica na necessidade de um coeficiente de amortecimento menor. No entanto, para que não seja necessário nenhum amortecimento artificial, é requerida uma força de tração inexequível.

¹ Os traços contínuos indicam modos que não estão sendo excitados

TABELA 5.1 - Coeficientes de Amortecimento Modais ($\bar{\zeta}_i$)
em Função da Vida Útil Desejada

Modo	Vida Útil (anos)			
	5	10	15	20
1	0,034	0,047	0,055	0,060
2	0,030	0,041	0,048	0,052
3	0,024	0,034	0,039	0,042
4	0,024	0,032	0,037	0,041
5	0,028	0,038	0,044	0,048
6	0,029	0,040	0,046	0,050
7	0,027	0,037	0,043	0,047
8	0,026	0,036	0,042	0,046

($T = 500$ tf)

5.2.5 - Número e Posição de Sensores e Atuadores e Ganho de Atuadores

Escolhidos os coeficientes de amortecimento de projeto, em função das condições ambientais e da vida útil desejada para o riser, o próximo passo é a especificação dos conjuntos de sensores e atuadores que serão usados para realizar este amortecimento.

O número, a posição e o ganho destes conjuntos devem ser obtidos a partir de critérios que levem em conta a minimização dos custos envolvidos e a maximização da eficiência, sem desprezar a segurança do sistema.

TABELA 5.2 - Coeficientes de Amortecimento Modais em Função da Tração na Extremidade Superior (Parte I)

Modo	Força de Tração na Extremidade Superior (tf)		
	500	600	700
1	0,060	0,053	0,051
2	0,052	0,046	0,043
3	0,042	0,036	0,034
4	0,041	0,035	0,034
5	0,048	0,042	0,039
6	0,051	0,044	0,041
7	0,047	0,041	0,038
8	0,046	—	—

(vida útil de 20 anos)

Não será objetivo deste trabalho a determinação de uma solução "ótima", considerados todos os aspectos pertinentes ao problema. No entanto, alguns resultados podem ser discutidos e alguns comentários tecidos para iluminar a busca desta solução.

Em primeiro lugar, os sensores e atuadores devem ser em número suficiente e colocados em posição adequada de modo a representar de uma maneira apropriada os modos naturais de interesse, que são aqueles passíveis de ser excitados pela corrente marítima.

A primeira idéia, que surge naturalmente, é a adoção de atuadores com mesmo ganho, trazendo economia de escala no processo

de fabricação. Além disso, se eles forem colocados igualmente espaçados ao longo de todo o comprimento do riser, pode-se usar uma técnica de construção modular para o conjunto.

TABELA 5.2 - Coeficientes de Amortecimento Modais em Função da Tração na Extremidade Superior (Parte II)

Modo	Força de Tração na Extremidade Superior (tf)		
	800	900	1000
1	0,050	0,049	0,043
2	0,043	0,041	0,036
3	0,033	0,032	0,028
4	0,033	0,032	0,028
5	0,039	0,037	0,032
6	0,040	0,039	0,034
7	0,037	—	—
8	—	—	—

(vida útil de 20 anos)

Os resultados que serão apresentados a seguir se referem ao riser-exemplo, submetido às condições descritas no item anterior, a cuja extremidade superior é aplicada uma força de tração de 500 tf e para o qual se deseja uma vida útil de 20 anos. Neste caso, os coeficientes modais de amortecimento necessários são os indicados na última coluna da tabela 5.1 .

Para determinar os modos naturais de vibração, discretizou-se

a estrutura através de uma malha composta por 100 nós. Nos resultados apresentados a seguir, considerar-se-á que os sensores e atuadores estão sempre localizados na posição de um desses nós.

Considere-se, como primeiro exemplo, o caso em que são colocados 10 sensores igualmente espaçados ao longo do comprimento do riser, acoplados a 10 atuadores com ganho 10 tf.s/m. Neste caso, o valor do parâmetro λ definido pela equação (5.18) é λ_0 , tal que

$$\lambda_0 = 3,294 \quad . \quad (5.26)$$

Isto significa que o sistema de controle está garantindo, nesta situação, coeficientes de amortecimento modais que são, no mínimo, o triplo dos coeficientes de projeto.

Para aprofundar a análise do problema, pode-se definir os parâmetros λ_i como sendo a relação, para cada modo, entre o elemento correspondente da diagonal da matriz de amortecimento fornecida pelo sistema de controle e o coeficiente de amortecimento de projeto. Em termos matemáticos, esta definição é equivalente a:

$$\lambda_i = \frac{A_{ii}}{d_i} \quad . \quad (5.27)$$

Calculando-se os valores λ_i assim definidos, para o caso com 10 atuadores igualmente espaçados, chega-se aos valores relacionados na tabela 5.3.

TABELA 5.3 - Valores de λ_i para 10 Sensores Igualmente Espaçados com Ganho de 10 tf.s/m

Modo	λ_i
1	77,398
2	23,362
3	16,223
4	11,375
5	7,122
6	5,270
7	4,625
8	3,960

Os coeficientes λ_i definidos pela expressão (5.27) representam limites superiores para o valor do parâmetro λ_o , pois

$$\lambda_o \leq \min (\lambda_i) \quad (5.28)$$

Uma análise da tabela 5.3 revela que, para o caso que está sendo analisado, o mínimo valor de λ_i ocorre para o modo mais alto que, portanto, é o principal responsável pelo valor de λ_o obtido (5.26).

Mantendo-se o número de atuadores fixo, mas variando-se a posição em que eles estão colocados, pode-se obter um valor maior para λ_o , aumentando a eficiência do sistema.

Por exemplo, se os atuadores forem colocados nos nós 10, 23, 34, 44, 50, 60, 70, 76, 87 e 100, obtém-se:

$$\lambda_0 = 4,131 \quad , \quad (5.29)$$

ou seja, um aumento de 25% na eficiência em relação à configuração com atuadores igualmente espaçados.

A tabela 5.4 traz os valores de λ_i para este caso.

TABELA 5.4 - Valores de λ_i para 10 Atuadores Colocados nos nós 10, 23, 34, 44, 50, 60, 70, 76, 87 e 100

Modo	λ_i
1	79,556
2	22,046
3	15,201
4	11,439
5	7,081
6	5,306
7	4,821
8	5,258

Note-se que, apesar da melhora do resultado, os modos mais altos continuam dominando a solução.

Cabe aqui ressaltar que a configuração apresentada não tem a pretensão de ser a melhor possível, pois ela foi obtida através de um processo de tentativa e erro, variando-se a posição de cada atuador.

Para se obter a solução "ótima" é necessário o uso de um algoritmo adequado, pois é inviável testar todas as combinações possíveis.

Neste ponto da análise cabe a discussão de uma questão fundamental: o sistema de controle é dimensionado para parâmetros estruturais de projeto, que podem ser ligeiramente diferentes dos reais. Será que, ao se procurar a solução "ótima" para um caso hipotético, não se estará piorando o resultado para o caso real?

Um dos principais parâmetros estruturais do riser é a força de tração que é aplicada na sua extremidade superior. Para jogar alguma luz sobre a questão em discussão, pode-se estudar o comportamento do sistema de controle quando se varia esta força, para a configuração com 10 atuadores igualmente espaçados e para a configuração com 10 atuadores "mais bem colocados". A tabela 5.5 traz os valores de λ_0 que são obtidos em cada caso.

A análise desta tabela revela que uma configuração que é melhor para um caso pode ser pior para um outro, se houver uma grande variação dos parâmetros estruturais, neste exemplo representada por uma força de tração acima de 800 tf.

Outro ponto que deve ser discutido diz respeito ao fato de que os conjuntos de sensores e atuadores, como todos os dispositivos elétricos e mecânicos, podem falhar em algum instante da vida útil da estrutura. Se isto ocorrer, na prática, não haverá possibilidade de conserto ou substituição, em virtude das dificuldades inerentes às grandes profundidades. Em vista disto, é importante que se estude o comportamento do sistema de amortecimento ativo quando há um ou mais dispositivos falhando,

TABELA 5.5 - Valores de λ_0 em Função da Força de Tração na Extremidade Superior

Força na Extremidade (tf)	10 Atuadores Igualmente Espaçados	10 Atuadores Bem Colocados ²
500	3,294	4,131
600	4,255	4,454
700	4,238	4,442
800	4,086	4,288
900	4,651	4,568
1000	5,109	5,024

O equacionamento do problema adotou um esquema em que a informação medida por um sensor é utilizada apenas pelo atuador a ele acoplado. Se este sensor falhar, a informação por ele fornecida não fará falta para o funcionamento dos outros conjuntos. No entanto, o atuador a ele acoplado deixará de cumprir o papel para o qual foi projetado. É importante, então, determinar quais as conseqüências que isto trará para o funcionamento global do sistema de amortecimento ativo.

Supondo-se, por hipótese, que o atuador, quando falha, pára completamente de funcionar, o estudo deste efeito pode ser realizado eliminando-se, um por vez, cada um dos conjuntos. A tabela 5.6 traz os resultados que são obtidos para o caso com 10 atuadores eqüidistantes.

² Colocados nos nós 10, 23, 34, 44, 50, 60, 70, 76, 87 e 100.

A perda de eficiência que ocorre quando um dos atuadores falha está sendo definida, aqui, por:

$$\Delta e_i = \frac{\lambda_o - \bar{\lambda}_i}{\lambda_o} \times 100\% \quad (5.30)$$

onde $\bar{\lambda}_i$ é a solução da equação (5.19), quando é retirado o atuador i .

Os valores obtidos revelam que, neste caso, o sistema é extremamente sensível a falhas e que determinados atuadores são mais críticos que os demais.

TABELA 5.6 - Perda de Eficiência do Sistema de Amortecimento Ativo para 10 Atuadores Iguamente Espaçados

Nó do Atuador Eliminado	Perda de Eficiência (%)
10	85,5
20	67,4
30	56,1
40	53,6
50	64,7
60	71,9
70	59,7
80	30,6
90	40,8
100	73,0

A tabela 5.7 traz os mesmos resultados que são obtidos quando se procede da mesma maneira para o caso em que os 10 atuadores são posicionados da maneira mais eficiente que já foi citada.

Comparando-se a tabela 5.7 com a tabela 5.6, verifica-se que a colocação dos atuadores em uma posição mais eficiente levou a um sistema mais sensível a falhas. Note-se que, nos dois casos, a perda de eficiência é inaceitável.

TABELA 5.7 - Perda de Eficiência do Sistema de Amortecimento Ativo Para 10 Atuadores Colocados de uma Forma mais Eficiente

Nó do Atuador Eliminado	Perda de Eficiência (%)
10	98,6
23	95,4
34	85,0
44	36,5
50	35,9
60	76,6
70	31,1
76	30,5
87	83,0
100	95,8

Quando aumenta o número de sensores e atuadores, uma falha torna-se um problema menos crítico, pois a responsabilidade é

distribuída para um número maior de elementos.

Para ilustrar este fato, analisou-se uma configuração com 20 atuadores igualmente espaçados ao longo do comprimento do riser. A perda de eficiência que ocorre quando falha um dos atuadores está representada na tabela 5.8.

TABELA 5.8 - Perda de Eficiência do Sistema de Amortecimento Ativo para 20 Atuadores Igualmente Espaçados

Nó do Atuador Eliminado	Perda de Eficiência (%)	Nó do Atuador Eliminado	Perda de Eficiência (%)
5	6,7	55	3,5
10	31,9	60	20,4
15	0,5	65	8,9
20	17,9	70	9,2
25	17,0	75	17,3
30	8,3	80	3,7
35	21,6	85	9,6
40	3,8	90	9,8
45	17,8	95	0,6
50	16,2	100	27,0

Note-se que o aumento de conjuntos de sensores e atuadores realmente aumentou a confiabilidade do sistema, em virtude da diminuição de sua sensibilidade a falhas.

A tabela 5.8 revela, também, que, para este caso, ainda existem atuadores cuja falha é mais importante que a dos outros.

Por exemplo, se for eliminado o atuador colocado no nó 10, a perda de eficiência é de 31,9%, enquanto que, se for eliminado o atuador colocado no nó 15, esta perda se reduz a apenas 0,5%.

Neste ponto da discussão surge, naturalmente, a seguinte questão: por que não se adotar, para a distribuição dos atuadores uma configuração que implique em uma importância igual para cada um deles?

Este critério parece bastante razoável. A sua utilização, no entanto, provoca uma segunda pergunta: a configuração adotada também é a melhor quando falham dois atuadores quaisquer simultaneamente? ou três? É claro que deve haver um limite para esta análise, que pode ser baseado na probabilidade de falhas dos dispositivos adotados.

A solução mais simples é a adoção de um número grande de sensores e atuadores igualmente espaçados ao longo do comprimento do riser, que faz com que a matriz de amortecimento ativo tente imitar a matriz de massa, tornando mais diagonal a matriz $[A]$ e, conseqüentemente, fazendo com que λ_0 tenda ao mínimo valor de λ_i .

O ganho específico do sistema de amortecimento ativo será definido como o somatório dos ganhos de todos os atuadores, dividido pelo comprimento total do riser.

Considerem-se, agora, atuadores igualmente espaçados, com ganhos iguais, calculados para garantir a vida útil de projeto do riser ($\lambda_0 = 1$). Variando-se o número de atuadores e calculando-se o ganho específico em cada caso, verifica-se que ele varia muito pouco com o número de atuadores. De fato, a tabela 5.9 traz os ganhos específicos necessários para garantir a vida útil de 20

anos para o riser, para situações com 10, 20, 50 e 100 atuadores igualmente espaçados.

TABELA 5.9 - Ganhos Específicos em Função do Número de Atuadores Igualmente Espaçados

Número de Atuadores	Ganho Específico (tf.s/m ²)
10	0,0506
20	0,0542
50	0,0553
100	0,0560

O ganho específico tende a um limite que é o valor que seria necessário para um atuador contínuo. Neste caso, como o riser foi discretizado em 100 nós, o atuador contínuo é representado pela configuração com 100 atuadores igualmente espaçados.

Para finalizar esta discussão, cabe ressaltar que a solução a ser adotada dependerá dos custos globais envolvidos, em função do número e ganho de sensores e atuadores, comparados aos prejuízos que possam ser causados por um eventual mau funcionamento do sistema. Além disso, a configuração adotada deve ser compatível com a realização física dos sensores e atuadores.

5.3 - REALIZAÇÃO FÍSICA DO AMORTECIMENTO ATIVO

Após toda a discussão teórica que foi desenvolvida é fundamental uma análise da exeqüibilidade física do sistema de amortecimento ativo proposto.

Esta análise deve englobar tópicos como a potência que deve ser desenvolvida pelo conjunto de atuadores e a realização física desses atuadores. Além disso é necessária uma discussão a respeito de como o sistema de controle, projetado através de uma análise no plano, contorna a tridimensionalidade do problema real.

5.3.1 - Estimativa da Potência Necessária

Para estimar a potência que deve ser dissipada pelo sistema de controle, suponha-se que ele possa ser representado por um único atuador contínuo, que age sobre todo o comprimento do riser. Neste caso, a força de amortecimento que atua no ponto de abscissa x , no instante t é $f(x,t)$ dada pela expressão:

$$f(x,t) = g v(x,t) \quad (5.31)$$

onde g é o ganho específico do atuador contínuo e $v(x,t)$ a velocidade do riser no mesmo ponto e no mesmo instante.

A potência instantânea dissipada por unidade de comprimento,

$p(x,t)$, é dada pelo produto da força de amortecimento pela velocidade, em cada ponto e em cada instante, ou seja,

$$p(x,t) = f(x,t) v(x,t) \quad , \quad (5.32)$$

ou, usando-se (5.31),

$$p(x,t) = g v^2(x,t) \quad . \quad (5.33)$$

Se o riser estiver oscilando em seu n -ésimo modo natural, então a velocidade em cada ponto pode ser expressa por uma expressão do tipo:

$$v(x,t) = A_n \omega_n \text{sen}(\omega_n t) \varphi_n(x) \quad , \quad (5.34)$$

onde A_n é a amplitude do movimento; ω_n , a n -ésima frequência natural e $\varphi_n(x)$, a função que descreve o n -ésimo modo natural de vibração.

Aplicando-se a definição (5.34) em (5.33), obtém-se a expressão:

$$p_n(x,t) = g (A_n \omega_n)^2 \text{sen}^2(\omega_n t) \varphi_n^2(x) \quad , \quad (5.35)$$

que relaciona a potência dissipada com o n -ésimo modo natural.

A potência máxima necessária por unidade de comprimento será dada, então, por:

$$r_{n,\max}(x) = \theta (A_n \omega_n)^2 \varphi_n^2(x) \quad (5.36)$$

e a potência máxima total, para o modo n , será

$$P_{n,\max} = \int_0^L r_{n,\max}(x) dx \quad (5.37)$$

e, portanto, usando-se (5.36),

$$P_{n,\max} = \theta (A_n \omega_n)^2 \int_0^L \varphi_n^2(x) dx \quad (5.38)$$

Para o riser exemplo, submetido às condições ambientais descritas no item 5.2.4, projetado para uma vida útil de 20 anos, o ganho específico pode ser obtido na tabela 5.9:

$$\theta = 0,0560 \text{ tf.s/m}^2 \quad (5.39)$$

Além disso, pode-se mostrar que a integral que aparece em (5.32) permanece aproximadamente constante para todos os modos e é dada por:

$$\int_0^L \varphi_n^2(x) dx \cong \frac{L}{4} \quad (5.40)$$

A tabela 5.10 traz as máximas amplitudes modais, calculadas com o uso do quarto critério de projeto apresentado no item 5.2.4,

que não devem ser ultrapassadas pelo riser exemplo, a fim de que se possa garantir-lhe uma vida útil de 20 anos. Esses valores, juntamente com as frequências naturais e os resultados (5.39) e (5.40), permitem que se calcule a potência máxima necessária para cada modo, usando-se a fórmula (5.38). Os valores obtidos também se encontram na tabela 5.10.

TABELA 5.10 - Estimativa da Potência Necessária para cada Modo

Modo	Amplitude A_n (m)	Frequência Natural ω_n (rd/s)	Potência Máxima $P_{n,max}$ (kW)
1	0,338	0,0635	0,04
2	0,284	0,242	0,39
3	0,220	0,436	0,76
4	0,220	0,663	1,75
5	0,299	0,929	6,35
6	0,344	1,24	14,98
7	0,328	1,60	22,67
8	0,332	2,00	36,30
(1 kW = 1,36 HP)		SOMA	83,24

(tração de 500 tf na extremidade superior)

Note-se que as amplitudes que foram obtidas não diferem muito para os diversos modos naturais excitados. Este resultado, no entanto, não é geral e vai depender da particular solicitação

considerada. De fato, o quarto critério de projeto não impõe amplitudes semelhantes, mas um igual fator de redução no valor das amplitudes que seriam obtidas, para cada modo, na ausência do amortecimento artificial. Dessa forma, as amplitudes resultantes serão semelhantes se as amplitudes originais forem semelhantes.

A soma das potências, apresentada na tabela 5.10, não tem um significado físico direto, pois os modos não são solicitados todos ao mesmo tempo. Ela serve, no-entanto, como um limite superior para a potência total necessária. O valor que foi obtido não assusta de maneira nenhuma e, sob o aspecto da potência necessária, o amortecimento ativo é tecnicamenté viável.

Uma análise da última coluna da tabela 5.10 revela que a ordem de grandeza da potência necessária varia muito com o modo natural. Neste caso, apesar de a ordem de grandeza da amplitude permanecer a mesma para todos os modos, o fator que domina no cálculo da potência necessária é a frequência natural angular. Para os modos mais altos a potência necessária é bem maior, então, que a necessária para os modos mais baixos.

Uma idéia, que surge naturalmente, é a de se aumentar a força de tração na extremidade superior para, em se evitando a excitação de modos mais altos, diminuir a potência necessária para o sistema de amortecimento ativo. De fato, considere-se o mesmo riser, sob as mesmas condições de corrente marítima, tracionado agora por uma força de 600 tf aplicada à sua extremidade superior. Neste caso, o ganho específico necessário para o atuador contínuo é

$$\theta = 0,0421 \text{ tf.s/m}^2 \quad , \quad (5.41)$$

e as potências máximas necessárias, as indicadas na tabela 5.11 .

Note-se que, neste caso, como a estrutura é mais rígida, a frequência natural é maior, para cada modo. No entanto, como o ganho específico necessário é menor que o da situação anterior, as potências necessárias para cada modo não são muito maiores. A principal alteração, contudo, é que, pelo fato de o oitavo modo não ser mais excitado, houve uma sensível redução na soma das potências requeridas.

TABELA 5.11 - Estimativa da Potência Necessária para cada Modo

Modo	Amplitude A_n (m)	Frequência Natural ω_n (rd/s)	Potência Máxima $P_{n,max}$ (kW)
1	0,393	0,0805	0,06
2	0,315	0,283	0,49
3	0,240	0,499	0,89
4	0,240	0,744	1,97
5	0,322	1,03	6,81
6	0,368	1,35	15,27
7	0,352	1,71	22,42
(1 kW = 1,36 HP)		SOMA	47,91

(tração de 600 tf na extremidade superior)

Vários outros casos poderiam ser discutidos neste item. O objetivo principal, porém, que era mostrar que os valores das

potências necessárias são exeqüíveis, foi atingido.

5.3.2 - Estimativa da Força Máxima a Ser Desenvolvida por um Atuador

Determinada a potência global necessária para o funcionamento do sistema de amortecimento ativo, o próximo passo é estimar o valor da força máxima que deverá ser desenvolvida por um atuador. O conhecimento desta grandeza é um dado fundamental para escolha e projeto dos atuadores.

A força F_j fornecida pelo atuador j em cada instante é dada pela expressão:

$$F_j(t) = G_j v(x_j, t) \quad , \quad (5.42)$$

na qual G_j é o ganho do atuador j e $v(x_j, t)$, a velocidade no instante t , no ponto de abcissa x_j em que está colocado o atuador.

Se o riser estiver vibrando em seu n -ésimo modo natural a velocidade que aparece em (5.42) é expressa por:

$$v(x_j, t) = A_n \omega_n \text{sen}(\omega_n t) \varphi_n(x_j) \quad , \quad (5.43)$$

onde A_n é a amplitude da oscilação; ω_n , a frequência natural angular e φ_n , a função que descreve este modo natural.

Se todos os atuadores tiverem o mesmo ganho G , então um

limite superior para a força que deve ser exercida por um atuador, obtido de (5.42) e (5.43) é

$$F_{\max} = G \langle A_n \omega_n \rangle_{\max} \quad (5.44)$$

Para o riser exemplo, submetido às condições ambientais descritas no item 5.2.4, projetado para uma vida útil de 20 anos, quando se aplica à sua extremidade superior uma força de 500 tf, os valores das amplitudes A_n e das frequências ω_n podem ser encontrados na tabela 5.10. Neste caso,

$$\langle A_n \omega_n \rangle_{\max} = 0,664 \text{ m/s} \quad (5.45)$$

Supondo-se atuadores igualmente espaçados ao longo do comprimento do riser, conhecidos os ganhos G necessários, pode-se estimar as forças máximas. Os resultados obtidos, quando se varia o número de atuadores, são apresentados na tabela 5.12.

TABELA 5.12 - Forças Máximas em Função do Número de Atuadores

Número de Atuadores	Ganho Necessário (tf.s/m)	F_{\max} (tf)
10	3,036	2,016
20	1,626	1,080
50	0,664	0,441
100	0,336	0,223

Note-se que, se o número de atuadores for pequeno, aparecerão forças concentradas de grande magnitude sobre a estrutura. Este é mais um argumento que se soma à questão da sensibilidade a falhas, para que se adote um número grande de atuadores.

5.3.3 - Escolha do Tipo de Atuador

Determinada a ordem de magnitude das forças que devem ser produzidas, o próximo passo é a escolha de um tipo de atuador que desempenhe a função desejada.

Como o riser é uma estrutura isolada, imersa na água do mar, os únicos tipos de atuadores possíveis são aqueles que funcionam por meio de reação com o próprio fluido.

Neste sentido, uma solução simples que pode ser adotada consiste na ejeção de fluido sobre pressão através de bocais colocados ao longo do riser, conforme esquematizado na figura 5.1. Este fluido é a própria água do mar que é comprimida por uma instalação central em um tubo interno à capa externa do riser. Como o jato é um mecanismo que fornece forças apenas em um sentido, cada atuador deve ser, na realidade, formado por um par de bocais colocados diametralmente opostos.

Os bocais são ligados ao tubo central, que contém fluido sob pressão, através de válvulas cujas aberturas são função da

velocidade³ que é medida pelos sensores acoplados a cada bocal.

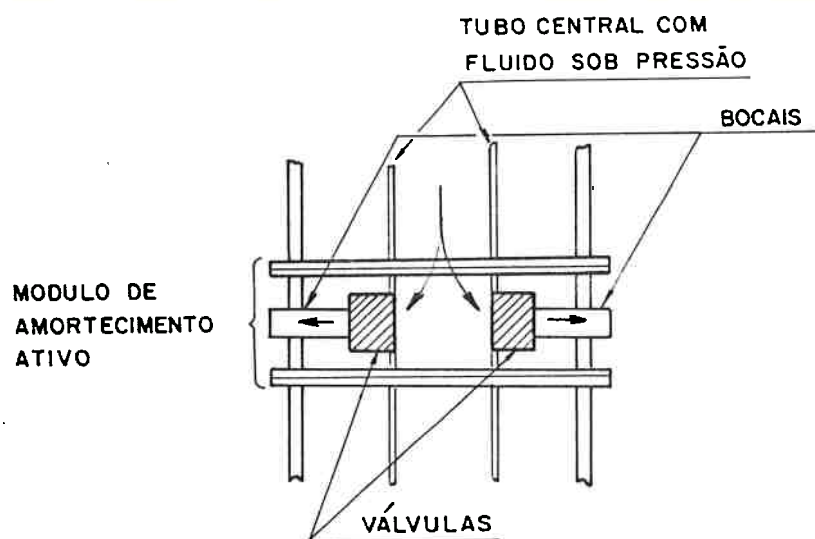


FIG. 5.1 - Esquema do Sistema de Amortecimento Ativo

Os bocais devem ser dimensionados de maneira que os jatos produzidos sejam capazes de exercer as forças requeridas para o funcionamento adequado do sistema de controle.

³ Na prática, pode ser mais fácil a adoção de válvulas do tipo aberta-fechada e, neste caso, a abertura será proporcional ao sinal da velocidade.

A força exercida por um jato, com o uso do teorema da quantidade de movimento, é dada por;

$$F = \frac{\gamma}{g} S V^2 \quad , \quad (5.46)$$

onde γ é o peso específico do fluido; g , a aceleração local da gravidade; S , a área da seção transversal do jato e V , a sua velocidade.

Usando a equação de Bernoulli e a fórmula de Borda-Belanger para perda de carga em um bocal, pode-se aproximar a velocidade do jato por:

$$V = 0,82 \sqrt{2g \frac{\Delta p}{\gamma}} \quad , \quad (5.47)$$

onde Δp é a diferença entre as pressões do fluido antes e depois de passar pelo bocal.

Juntando-se (5.47) a (5.46), obtém-se a expressão:

$$F = 1,34 \Delta p S \quad , \quad (5.48)$$

que relaciona a força do jato apenas com a área do bocal e o diferencial de pressão.

O diâmetro d necessário para o bocal pode ser obtido com uma transformação adequada de (5.48):

$$d = 0,97 \sqrt{\frac{F}{\Delta p}} \quad (5.49)$$

Um diferencial de pressão razoável para ser adotado em instalações "offshore" é 51,7 tf/m² (5 atm). Neste caso, para obter as forças máximas indicadas na tabela 5.12, são necessários os diâmetros relacionados na tabela 5.13 .

TABELA 5.13 - Diâmetros Necessários para os Atuadores em Função de seu Número

Número de Atuadores	Diâmetro Necessário (m)
10	0,192
20	0,140
50	0,090
100	0,064

Se o número de atuadores for muito pequeno, o diâmetro necessário será considerável. Quando seu número aumenta, o diâmetro diminui, mas não fica desprezível. No entanto, a realização física de um atuador pode ser um conjunto de orifícios em lugar de um único orifício, conforme esquematizado na figura 5.2.

Note-se que o riser que está servindo de exemplo tem 600 m de altura, equivalente à de um edifício de 200 andares. Neste caso, o uso de 100 atuadores igualmente espaçados corresponde à colocação

de um atuador a cada 6 m do comprimento do riser.

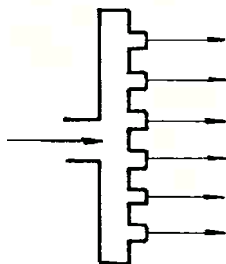


FIG. 5.2 - Atuador Composto de Vários Orifícios

A vazão máxima Q necessária em cada bocal é dada pelo produto entre a sua área e a velocidade correspondente à força máxima desejada, que é obtida da expressão (5.47). Então,

$$Q = 0,82 \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2g \frac{\Delta p}{\gamma}} \quad (5.50)$$

Recorrendo-se aos diâmetros apresentados na tabela 5.13, pode-se montar a tabela 5.14, que apresenta a vazão máxima necessária em cada bocal, em função do número de bocais.

A coluna denominada "vazão máxima total" traz o produto entre a vazão máxima necessária por bocal e o número de bocais. Este valor serve como um limite superior para a vazão total necessária para manter o sistema de amortecimento ativo funcionando. Na prática a vazão necessária será menor, pois nem todas as válvulas

estarão simultaneamente com a máxima abertura.

TABELA 5.14 - Vazão Máxima Necessária em Função do do Número de Bocais

Número de Bocais	Vazão Necessária por Bocal (m^3/s)	Vazão Máxima Total (m^3/s)
10	0,747	7,47
20	0,397	7,94
50	0,164	8,20
100	0,083	8,30

5.3.4 - Problema Tridimensional

Até agora, toda a discussão que foi feita, com a finalidade de desenvolver um sistema que forneça um amortecimento artificial ativo, baseou-se em um problema plano. Na prática, a direção da corrente marítima pode ser qualquer e não são atuadores atuando em um mesmo plano que conseguirão fornecer as forças necessárias.

Já foi comentado, no entanto, em um capítulo precedente, que não existe até a presente data um modelo tridimensional para representar as oscilações induzidas por desprendimento de vórtices, o que impede uma formulação completa para o problema

real.

Para se contornar esta dificuldade, a solução que se propõe é considerar o caso geral como uma composição de problemas planos. Os atuadores tridimensionais seriam, então, compostos de dois atuadores planos, colocados em posições ortogonais, conforme figura 5.3 . Cada um desses atuadores forneceria a componente adequada para que a direção da força resultante coincidisse com a direção da velocidade e o seu módulo fosse o necessário para atingir o ganho de projeto.

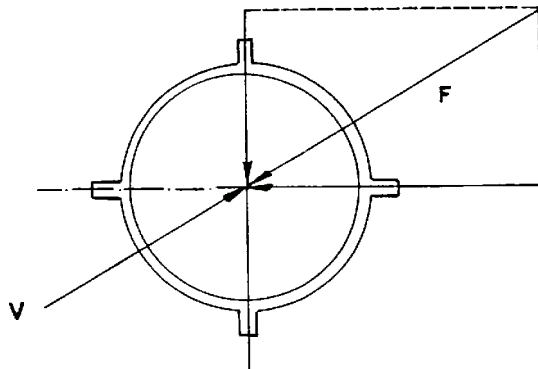


FIG. 5.3 - Atuadores "Tridimensionais"

5.4 - COMENTÁRIOS FINAIS

Neste capítulo foi proposto um novo enfoque para o tratamento das vibrações induzidas pelo desprendimento de vórtices sobre um riser colocado em águas de grande profundidade. Ao contrário das técnicas tradicionais, que procuram eliminar estas vibrações, quer seja por meio de uma fuga das situações em que elas ocorrem, quer seja pela destruição da organização dos vórtices, esta nova técnica procura conviver com elas, minimizando os seus efeitos através da introdução de um amortecimento artificial controlado em tempo real.

A principal vantagem deste novo enfoque reside no fato de que o amortecimento ativo sempre contribuirá para aumentar a vida útil da estrutura, mesmo que as condições ambientais e os parâmetros estruturais reais difiram bastante dos valores de projeto, o que nem sempre acontece para os métodos tradicionais.

O sistema proposto é relativamente simples, mas sua viabilidade econômica deve ser estudada, em função dos custos de instalação, operação e manutenção. Cabe aqui ressaltar que em um sistema de produção de petróleo "offshore" os prejuízos decorrentes de uma eventual falha em qualquer de seus equipamentos, que interrompa a produção ou cause danos ambientais é bastante elevado.

Algumas dúvidas técnicas serão deixadas em aberto neste trabalho, para uma análise futura. A primeira delas diz respeito a qual será a eficiência do sistema, quando se usarem atuadores

não-lineares.

No presente momento é difícil responder-se a esta pergunta, em virtude da não existência de um modelo que simule o desprendimento de vórtices no domínio do tempo. No entanto, na prática, é mais fácil construir atuadores cujas válvulas tenham apenas duas posições: aberta e fechada. Neste caso a força não é mais proporcional ao módulo da velocidade, mas apenas ao seu sinal. Intuitivamente dá para antecipar que este sistema também será eficiente.

Uma outra dúvida que surge diz respeito ao efeito dos jatos sobre os vórtices que se formam. Será que estes jatos não contribuem, também, para a desorganização do escoamento, conseguindo um efeito diferente do projetado, mas que também colabora para o aumento da vida útil? Esta questão sugere a construção de um modelo experimental para estudo do fluxo resultante.

Outra questão fundamental que deve ser analisada diz respeito ao tempo de resposta do conjunto sensor-atuador. Se ele for muito grande, em relação ao período da oscilação, o amortecimento artificial gerado pode ser negativo, contribuindo para aumentar a amplitude, em vez de diminuí-la.

No próximo capítulo será estudado, através de vários exemplos, o comportamento do sistema de amortecimento ativo frente a condições ambientais diferentes daquelas para as quais foi projetado e quando os parâmetros estruturais e hidrodinâmicos diferem daqueles que foram usados no estudo teórico.

CAPÍTULO 6

INFLUÊNCIA DOS PRINCIPAIS PARÂMETROS NA VIDA ÚTIL DE UM RISER SUBMETIDO A AMORTECIMENTO ATIVO

6.1 - INTRODUÇÃO

O projeto de um riser é feito baseando-se no conhecimento de suas características estruturais, dos coeficientes hidrodinâmicos e das condições ambientais locais, ao longo do tempo. Se for adotado um sistema de amortecimento ativo, ele será dimensionado em função da vida útil desejada.

O objetivo deste capítulo é o estudo da variação da vida útil de um riser com amortecimento ativo, quando os principais parâmetros do problema variam em relação aos valores de projeto.

Como o número de variáveis é muito grande, a maneira com que se perseguirá este objetivo consiste em se alterar o valor de apenas um parâmetro de cada vez, enquanto os demais permanecem constantes. Esta é uma maneira simples de se tentar estimar a importância relativa de cada uma das variáveis.

O riser que servirá como referência neste capítulo é o mesmo riser que foi apresentado no primeiro capítulo e usado ao longo de todo o trabalho, submetido às condições ambientais descritas no item 5.2.4, projetado para exercer sua função durante 20 anos. Para que esta vida útil seja atingida é adotado um sistema de amortecimento ativo, formado por 100 conjuntos de sensores e atuadores, colocados igualmente espaçados ao longo de todo o comprimento do riser. O ganho de cada atuador pode ser obtido na última linha da tabela 5.12.

6.2 - VARIAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS ESTRUTURAIS

Neste item estuda-se como varia a vida útil do riser quando se alteram as suas principais características estruturais, como a força de tração em sua extremidade superior, as condições de contorno em sua extremidade inferior, o produto de rigidez EI , o diâmetro externo e o coeficiente de amortecimento estrutural interno.

As condições ambientais e os coeficientes hidrodinâmicos são mantidos constantes.

Em cada caso é apresentada a vida útil relativa ao riser padrão.

6.2.1 - Variação da Força de Tração na Extremidade Superior

Os resultados obtidos quando se varia a força de tração aplicada à extremidade superior do riser encontram-se relacionados na tabela 6.1 .

TABELA 6.1 - Variação da Vida Útil do Riser em Função da Força de Tração em sua Extremidade Superior

Força de Tração (tf)	Número de Modos Excitados	Vida Útil (anos)	Vida Útil Relativa
400	8	20,41	1,02
425	8	20,33	1,02
450	8	20,26	1,01
475	8	20,13	1,01
500	8	20,00	1,00
525	7	44,56	2,23
550	7	47,70	2,39
575	7	49,84	2,49
600	7	50,96	2,55

Uma variação na força de tração provoca uma alteração nas frequências naturais do riser e conseqüentemente na faixa de valores que excitam cada modo natural. Além disso, há uma alteração na própria forma dos modos naturais, o que provoca uma

mudança na eficiência dos atuadores. A tabela 6.1 mostra que o primeiro efeito citado é o principal, pois uma alteração substancial na vida útil relativa ocorreu a partir do instante em que o oitavo modo natural deixou de ser excitado.

6.2.2 - Variação das Condições de Contorno na Extremidade Inferior

Até aqui foi considerado que o riser encontra-se engastado na sua extremidade inferior. Uma pergunta que pode ser lançada diz respeito ao que acontece quando este engastamento não é perfeito.

Para estudar esta questão, colocou-se uma mola flexional na extremidade inferior do riser e variou-se a sua rigidez, calculando-se, em cada caso, a vida útil da estrutura. Os resultados obtidos encontram-se relacionados na tabela 6.2.

Neste caso não há variação no número de modos excitados, pois a condição de contorno na extremidade inferior não influi de maneira significativa no períodos naturais.

Aqui acontece algo semelhante ao que foi discutido no capítulo 2 em relação aos momentos estáticos: o engastamento provoca um efeito localizado aonde as tensões normais são mais elevadas. Com o alívio da condição de contorno, o valor destas tensões diminui e, por causa disto, o dano acumulado em um mesmo período é menor.

TABELA 6.2 - Variação da Vida Útil do Riser em Função da Rigidez da Mola Colocada na Sua Extremidade Inferior (Parte I)

Coeficiente de Mola (tf.m/rd)	Vida Útil (anos)	Vida Útil Relativa
0	113,93	5,70
1	113,91	5,70
10	113,97	5,70
10^2	114,31	5,72
10^3	118,47	5,92
$2 \cdot 10^3$	123,25	6,16
$4 \cdot 10^3$	130,77	6,54
$6 \cdot 10^3$	134,29	6,71
$8 \cdot 10^3$	137,66	6,88
10^4	141,38	7,07
$2 \cdot 10^4$	138,28	6,91
$4 \cdot 10^4$	66,51	3,33

Note-se que, para calcular os valores da vida útil que aparecem na tabela 6.2, foi considerado um critério que considera que o ponto onde o dano acumulado é maior é o mesmo para todos os modos. Isto só ocorre, na realidade, para um coeficiente de mola a partir de $4 \cdot 10^4$ tf.m/rd, quando o ponto mais crítico é sempre a extremidade inferior.

TABELA 6.2 - Variação da Vida Útil do Riser em Função da Rigidez da Mola Colocada na Sua Extremidade Inferior (Parte II)

Coefficiente de Mola (tf.m/rd)	Vida Útil (anos)	Vida Útil Relativa
$6 \cdot 10^4$	45,82	2,29
$8 \cdot 10^4$	37,63	1,88
10^5	33,33	1,67
$2 \cdot 10^5$	25,95	1,30
$4 \cdot 10^5$	22,83	1,14
$6 \cdot 10^5$	21,82	1,09
$8 \cdot 10^5$	21,36	1,07
10^6	21,10	1,06
10^7	20,10	1,01
10^8	20,00	1,00
10^9	20,00	1,00
∞	20,00	1,00

Na prática, porém, qualquer que seja a condição de contorno adotada, os pontos de maior tensão, para todos os modos, encontram-se perto da extremidade inferior do riser, pois nesta região a força efetiva de tração é sempre menor.

Uma análise cuidadosa da tabela 6.2 provoca, naturalmente, uma pergunta: por que a situação mais favorável não acontece para um coeficiente de mola nulo (rótula), mas sim para o caso em que ele é igual a 10^4 tf.m/rd ?

A resposta a esta questão está em uma soma de diversos motivos. Em primeiro lugar, há uma variação nos períodos naturais, que provoca uma mudança na faixa de velocidades que excitam cada modo. Isto faz com que haja alteração no dano acumulado em cada modo. Além disso, com a variação na forma dos modos naturais a própria eficiência do sistema de amortecimento ativo varia, pois os atuadores são mantidos na mesma posição.

A conclusão mais importante deste item, contudo, é que é recomendável que se procure uma maneira viável de se fugir da condição de engaste, que neste caso é caracterizada por um coeficiente de mola da ordem de 10^7 tf.m/rd, de maneira a se garantir um aumento substancial na vida útil do riser.

6.2.3 - Variação do Produto de Rigidez EI

O produto de rigidez EI influi mais no valor das frequências naturais correspondentes aos modos mais altos, como foi antecipado no capítulo 2. Para as mesmas condições ambientais, a alteração deste parâmetro pode provocar uma mudança no número de modos que são excitados.

A tabela 6.3 traz alguns resultados que são obtidos quando se varia apenas o produto EI , em relação ao caso padrão, para o qual $EI = 3,232.10^5$ tf/m². De fato, as grandes alterações na vida útil ocorrem quando há mudança no número de modos excitados.

Além disso, uma mudança no valor de EI altera um pouco a

forma dos modos naturais. Isto contribui para uma variação na eficiência do sistema de amortecimento ativo, que foi mantido o mesmo para todos os casos.

TABELA 6.3 - Variação da Vida Útil do Riser em Função do Produto de Rigidez EI

EI (tf/m^2)	Número de Modos Excitados	Vida Útil (anos)	Vida Útil Relativa
$3,232 \cdot 10^4$	10	2,08	0,10
$2,4 \cdot 10^5$	8	25,60	1,28
$2,6 \cdot 10^5$	8	24,02	1,20
$2,8 \cdot 10^5$	8	22,54	1,13
$3,0 \cdot 10^5$	8	21,26	1,06
$3,1 \cdot 10^5$	8	20,68	1,03
$3,2 \cdot 10^5$	8	20,16	1,01
$3,232 \cdot 10^5$	8	20,00	1,00
$3,3 \cdot 10^5$	7	42,13	2,11
$3,4 \cdot 10^5$	7	44,30	2,22
$3,5 \cdot 10^5$	7	46,08	2,30
$3,6 \cdot 10^5$	7	47,52	2,38
$3,8 \cdot 10^5$	7	49,19	2,46
$4,0 \cdot 10^5$	7	49,75	2,49
$3,232 \cdot 10^6$	5	225,33	11,27

6.2.4 - Variação do Diâmetro Externo

Neste item estuda-se a variação na vida útil do riser quando se altera, de uma maneira fictícia, o seu diâmetro externo, sem alterar os outros parâmetros estruturais.

Dessa maneira, uma alteração no diâmetro externo provoca uma mudança no valor da massa adicional, influenciando no cálculo das frequências naturais do riser. Além disso, uma alteração no diâmetro externo provoca uma variação na faixa de velocidades que excitam cada modo, pois influi no cálculo da velocidade reduzida.

A tabela 6.4 traz um estudo da vida útil do riser em função do diâmetro externo fictício.

TABELA 6.4 - Variação da Vida Útil do Riser em Função do Diâmetro Externo

Diâmetro Externo (m)	Número de Modos Excitados	Vida Útil (anos)	Vida Útil Relativa
1,1684	8	20,00	1,00
1,20	7	36,18	1,81
1,25	7	29,34	1,47
1,30	7	23,10	1,16
1,35	7	17,92	0,90
1,40	7	13,93	0,70

Pode-se dizer que a vida útil do riser é bastante sensível a

uma variação no diâmetro externo, mesmo quando não há alteração no número de modos que são excitados.

Note-se que estes resultados dependem das condições ambientais e da fórmula para o cálculo do dano acumulado adotados.

6.2.5 - Variação do Coeficiente de Amortecimento Estrutural Interno

Até o presente momento, o coeficiente de amortecimento estrutural interno do riser foi considerado nulo. Esta hipótese justifica-se pela dificuldade de se estimar este parâmetro para uma estrutura e é a favor da segurança.

Na prática, porém, existe um coeficiente de amortecimento interno que pode contribuir, junto com o amortecimento artificial, para um aumento da vida útil do riser.

Na tabela 6.5 encontram-se os resultados que foram obtidos em um estudo de valores possíveis para o coeficiente de amortecimento interno.

Na elaboração do modelo estrutural foi feita a hipótese de que o amortecimento interno não influia, de maneira significativa, no valor das frequências naturais. Deste modo, a única contribuição do amortecimento interno está na redução da amplitude da oscilação devida ao desprendimento de vórtices e conseqüentemente em um aumento direto na vida útil da estrutura, que pode ser significativo, como mostra a tabela 6.5 .

TABELA 6.5 - Variação da Vida Útil do Riser em Função do Coeficiente de Amortecimento Interno

Coeficiente de Amortecimento Interno	Vida Útil (anos)	Vida Útil Relativa
0,000	20,00	1,00
0,002	22,88	1,14
0,004	26,16	1,31
0,006	29,89	1,49
0,008	34,14	1,71
0,010	38,96	1,95

6.3 - VARIAÇÃO DOS COEFICIENTES HIDRODINÂMICOS

Neste item estuda-se o comportamento da vida útil do riser, quando os coeficientes de arraste e de massa adicional são diferentes daqueles que foram usados na etapa de projeto.

6.3.1 - Variação do Coeficiente de Arraste

O coeficiente de arraste é importante nos trechos do comprimento do riser aonde não há sincronização dos vórtices. Este

arraste reduz a amplitude das oscilações e conseqüentemente aumenta a vida útil da estrutura.

Para o caso padrão, foi adotado um coeficiente de arraste igual a 1,2 , que é adequado para um cilindro, para uma larga faixa de valores do número de Reynolds.

Na tabela 6.6 estão relacionados os valores da vida útil que seriam obtidos, caso o valor do coeficiente de arraste diferisse do coeficiente de projeto.

TABELA 6.6 - Variação da Vida Útil do Riser em Função do Coeficiente de Arraste

Coeficiente de Arraste	Vida Útil (anos)	Vida Útil Relativa
1,00	16,67	0,83
1,05	17,47	0,87
1,10	18,30	0,92
1,15	19,14	0,96
1,20	20,00	1,00
1,25	20,88	1,04
1,30	21,77	1,09
1,35	22,69	1,13
1,40	23,62	1,18

Note-se que a vida útil é uma função quase que linear do coeficiente de arraste.

Os valores do coeficiente de arraste apresentados na tabela

6.6 não têm, necessariamente, significado físico. Os resultados obtidos são apresentados apenas para estudo da influência deste parâmetro na vida útil da estrutura.

6.2.2 - Variação do Coeficiente de Massa Adicional

O coeficiente de massa adicional é usado no cálculo da massa total, que é uma das principais variáveis que influem no valor das frequências naturais. Uma alteração neste coeficiente, então, influi diretamente na faixa de velocidades que excitam cada modo e, conseqüentemente, no dano acumulado.

Para o caso padrão foi usado um coeficiente de massa adicional unitário, como normalmente acontece em problemas de oscilações causadas por desprendimento de vórtices.

A tabela 6.7 traz os resultados que são obtidos para a vida útil do riser quando se altera o valor do coeficiente de massa adicional.

Note-se que a influência maior da variação do coeficiente de massa adicional ocorre quando ela provoca uma mudança no número de modos naturais que são excitados.

TABELA 6.7 - Variação da Vida Útil do Riser em Função do Coeficiente de Massa Adicional

Coeficiente de Massa Adicional	Número de Modos Excitados	Vida Útil (anos)	Vida Útil Relativa
0,80	7	45,75	2,29
0,85	7	44,90	2,25
0,90	7	43,76	2,19
0,95	7	42,18	2,11
1,00	8	20,00	1,00
1,05	8	20,52	1,03
1,10	8	21,02	1,05
1,15	8	21,56	1,08
1,20	8	22,12	1,11

6.4 - VARIAÇÃO DAS CONDIÇÕES AMBIENTAIS

Neste item estuda-se como varia a vida útil do riser quando a corrente marítima local é diferente da corrente de projeto, preservados os valores dos coeficientes hidrodinâmicos e as características estruturais.

Uma análise exaustiva de todas as condições ambientais que possam ocorrer ao longo de toda a vida útil do riser, incluindo tridimensionalidade, é assunto para um trabalho exclusivo. Em

vista disto, este estudo será limitado à análise de algumas variações em torno das condições de projeto do caso que está sendo usado como padrão.

Neste exemplo foi considerado que a corrente marítima local tem um perfil uniforme como o representado na figura 6.1 . A velocidade da corrente não é nula apenas no quarto superior do riser, aonde segue uma distribuição normal com média 0,7 m/s e desvio padrão 0,5 m/s, truncada em 1,5 m/s.

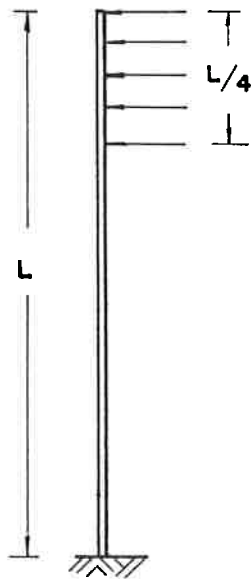


FIG. 6.1 - Forma do Perfil da Corrente

Serão consideradas, então, alterações nos valores da velocidade máxima da corrente, da velocidade média, do desvio padrão e no tamanho da porção do riser aonde a velocidade da corrente não é nula.

6.4.1 - Variacão da Velocidade Máxima da Corrente

A velocidade máxima da corrente determina o número de modos que são excitados para um dado riser. Em conjunto com a velocidade média e o desvio padrão, ela determina a forma da função de distribuição de probabilidade e, conseqüentemente, o dano que será acumulado ao longo do tempo.

A tabela 6.8 traz os resultados que são obtidos quando se varia apenas a velocidade máxima, mantendo-se os demais parâmetros constantes.

TABELA 6.8 - Variacão da Vida Útil do Riser em Função da Velocidade Máxima da Corrente

Velocidade Máxima (m/s)	Número de Modos Excitados	Vida Útil (anos)	Vida Útil Relativa
1,2	7	28,03	1,40
1,3	7	29,44	1,47
1,4	7	27,47	1,37
1,5	8	20,00	1,00
1,6	8	20,40	1,02
1,7	8	20,09	1,00
1,8	8	18,00	0,90
1,9	9	16,97	0,85
2,0	9	15,62	0,78

6.4.2 - Variacão da Velocidade Média da Corrente

Uma variao na velocidade média não altera o número de modos que estão sendo excitados, fixado o valor da velocidade máxima em que a distribuio normal de probabilidade  truncada. Muda apenas a forma da distribuio normal de probabilidade, deslocando o seu pico, e, como conseqüência, alterando o valor do dano que cada modo acumula.

Um estudo da variao da vida útil do riser em funo da velocidade média da corrente  apresentado na tabela 6.9.

TABELA 6.9 - Variao da Vida útil do Riser em Funo da Velocidade Média da Corrente

Velocidade Média (m/s)	Vida útil (anos)	Vida til Relativa
0,50	29,88	1,49
0,55	26,90	1,35
0,60	24,29	1,21
0,65	22,00	1,10
0,70	20,00	1,00
0,75	18,24	0,91
0,80	16,70	0,84
0,85	15,34	0,77
0,90	14,14	0,71

Um valor menor para a velocidade média faz com que os primeiros modos sejam excitados durante um intervalo de tempo maior e os modos mais altos, durante um intervalo de tempo menor. Como os modos mais baixos acumulam um dano menor que os mais altos, no mesmo intervalo de tempo, o dano acumulado total diminui, aumentando a vida útil do riser.

Quando a velocidade média aumenta, acontece exatamente o contrário e a vida útil da estrutura diminui.

6.4.3 - Variação do Desvio Padrão da Corrente

O desvio padrão dá a largura do pico da distribuição normal de probabilidade. Um valor menor do desvio padrão faz com que este pico seja mais estreito, concentrando a solicitação nos modos que são excitados por velocidades próximas da velocidade média. Como os modos mais altos são excitados durante um intervalo de tempo menor, isto implica em um aumento da vida útil do riser.

Quando o desvio padrão aumenta, por motivo inverso, a vida útil diminui.

A tabela 6.10 traz os valores que são obtidos para a vida útil, quando se altera o desvio padrão.

TABELA 6.10 - Variação da Vida Útil do Riser em Função do Desvio Padrão da Velocidade da Corrente

Desvio Padrão (m/s)	Vida Útil (anos)	Vida Útil Relativa
0,2	45,88	2,29
0,3	30,63	1,53
0,4	23,49	1,17
0,5	20,00	1,00
0,6	18,13	0,91
0,7	17,03	0,85

6.4.4 - Variação da Região do Riser em que a Corrente Atua

O último aspecto que será estudado, em relação à corrente marítima, diz respeito ao tamanho da região do riser que está sendo solicitada. A tabela 6.11 traz os resultados que são obtidos quando se considera que a corrente atua somente na parte superior do riser em um trecho que equivale de 20 a 30% do comprimento do riser.

Note-se que a alteração na vida útil é significativa, pois o fato de a corrente estar presente em 30% do comprimento do riser, em lugar de em 25%, faz com que a vida útil se reduza à metade.

TABELA 6.11 - Variação da Vida Útil do Riser em Função da Porcentagem de seu Comprimento em que a Corrente Atua, na sua Extremidade Superior

Porcentagem do Comprimento	Vida Útil (anos)	Vida Útil Relativa
20	44,91	2,25
21	35,83	1,79
22	29,85	1,49
23	25,66	1,28
24	22,51	1,13
25	20,00	1,00
26	17,85	0,89
27	15,87	0,79
28	13,99	0,70
29	12,15	0,61
30	10,39	0,52

Considere-se, agora, uma outra forma de variar o perfil da corrente. Suponha-se que o riser, cujo sistema de amortecimento ativo tenha sido projetado para uma corrente atuando apenas em seu quarto superior, seja solicitado, na realidade, durante toda a sua vida útil, por uma corrente que atua apenas na região de sua extremidade inferior. Os resultados obtidos, quando se varia o tamanho desta região, encontram-se na tabela 6.12 .

TABELA 6.12 - Variação da Vida Útil do Riser em Função da Porcentagem de seu Comprimento em que a Corrente Atua, na sua Extremidade Inferior

Porcentagem do Comprimento	Vida Útil (anos)	Vida Útil Relativa
20	124,66	6,23
21	102,66	5,13
22	82,10	4,11
23	63,67	3,18
24	48,44	2,42
25	36,92	1,85
26	28,78	1,44
27	23,23	1,16
28	19,45	0,97
29	16,79	0,84
30	14,83	0,74

A comparação entre a tabela (6.11) e a tabela (6.12) mostra que, para uma mesma porcentagem do comprimento, o efeito de uma solicitação na extremidade inferior é sempre mais brando do que o efeito de uma solicitação análoga na extremidade superior. No entanto, a variabilidade também é muito grande e a escolha de um perfil adequado para representar a situação mostra-se um ponto fundamental. Apesar disso, deve-se lembrar que a introdução de um amortecimento artificial sempre colabora para a segurança do

riser, mesmo que não garanta a vida útil desejada.

6.5 - COMENTÁRIOS

Os resultados discutidos neste capítulo não devem ser tomados como absolutos, mas interpretados com base no particular critério de fadiga e na forma do perfil da corrente adotados.

Duas conclusões de grande importância, no entanto, podem ser obtidas da análise cuidadosa das tabelas 6.1 a 6.11, que apresentam os resultados da análise que foi feita.

Em primeiro lugar, é recomendável que se procure um conhecimento adequado das condições ambientais, para que se consiga garantir a vida útil desejada para o riser.

Em segundo lugar, em nenhum resultado apareceu uma ruptura imediata, como nos resultados apresentados no capítulo 4, mostrando que o sistema de amortecimento ativo realmente tem a sua contribuição, mesmo quando as características estruturais, os coeficientes hidrodinâmicos e as condições ambientais são diferentes dos que foram usados no projeto do sistema.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÃO

No início deste trabalho, uma análise preliminar, na qual foram feitas diversas hipóteses simplificadoras, revelou fortes indícios de que pode haver problema de fadiga do material, para um riser instalado em águas de grande profundidade, causada pelas oscilações induzidas pelos vórtices que se desprendem de sua parede, provocados pela corrente marítima local.

Este fato motivou uma análise mais acurada, em que se estudou o mecanismo físico do desprendimento de vórtices e, a seguir, adaptou-se o modelo matemático do oscilador hidro-elástico existente na literatura. A analogia entre as equações modais obtidas e as correspondentes a um cilindro rígido permitiu o uso de uma das fórmulas empíricas conhecidas, para o cálculo da amplitude das oscilações. Um estudo da faixa de velocidades que são capazes de excitar pelo menos um dos modos naturais da estrutura revelou que ela é compatível com o perfil de velocidades que pode ocorrer na prática.

O passo seguinte consistiu em um estudo de fadiga, em que se

usou um modelo simples, baseado na hipótese do dano acumulado. Uma simplificação na forma do perfil da corrente marítima local, motivada por uma discussão das condições ambientais, permitiu o desenvolvimento de uma metodologia de quantificação do dano que é acumulado pelo riser, ao longo de toda a sua vida. Resultados numéricos foram apresentados, com os quais se procurou mostrar a importância da força de tração aplicada na extremidade superior do riser, do tamanho da região em que a velocidade da corrente não é nula e do coeficiente de amortecimento.

Um resultado importante que foi obtido nessa última etapa é, sem dúvida, a grande redução no dano acumulado total que se consegue com um aumento do amortecimento estrutural. Esta conclusão motivou a proposição de uma nova maneira de tratar as vibrações induzidas por desprendimento de vórtices: a introdução de um amortecimento artificial ativo em que, através da adoção de sensores e atuadores adequados, introduz-se uma força proporcional à velocidade e com sentido oposto ao da mesma, em cada ponto e em cada instante.

Esta técnica representa uma alteração radical na maneira tradicional de atacar as vibrações induzidas pelo desprendimento de vórtices, que consiste no projeto da estrutura de maneira que as suas frequências naturais fiquem distantes das frequências de Strouhal, para todos os valores da velocidade da corrente que são prováveis de ocorrer, ou na adoção de mecanismos que contribuam, passivamente, para a destruição da regularidade dos vórtices.

Para um riser colocado em águas profundas, mostrou-se que as faixas de velocidades que excitam modos sucessivos têm interseção

não nula e, portanto, sempre haverá algum tipo de excitação. Por outro lado, o que garante que a adoção de um determinado mecanismo passivo seja eficiente para toda a faixa de frequências de interesse? Aqui reside a principal vantagem do sistema de amortecimento ativo proposto: qualquer que seja a excitação, ele sempre contribuirá para a redução da amplitude e, conseqüentemente, para a diminuição do dano que é acumulado ao longo do tempo.

Em seguida foram apresentados e discutidos critérios que permitem o cálculo dos coeficientes de amortecimento que devem ser fornecidos pelo sistema ativo. Foi formulado o problema matemático de determinar quais os coeficientes de amortecimento modais que estão sendo introduzidos artificialmente, conhecidos o número, a posição e o ganho dos conjuntos de sensores e atuadores, e foi proposta uma maneira simplificada de resolvê-lo.

A análise de uma série de resultados numéricos permitiu conclusões importantes em relação ao número e à posição dos atuadores. Em primeiro lugar, se o número de atuadores for pequeno, a sensibilidade do sistema a falhas é enorme. Em segundo lugar, a colocação dos atuadores em uma configuração mais eficiente que a de atuadores igualmente espaçados pode aumentar esta sensibilidade. Recomendou-se, então, que sempre seja adotado um número grande de atuadores.

Na continuidade do trabalho, foi feita uma proposta de realização física dos atuadores, que consiste na ejeção de água do mar sob pressão através de bocais. Foram feitos exercícios numéricos enfocando aspectos como a potência necessária, o

diâmetro dos bocais e a vazão que deve ser fornecida para o funcionamento adequado do sistema. A ordem de grandeza dos resultados obtidos não assustou, de forma nenhuma.

Como não foi feita uma simulação no domínio do tempo, algumas questões permaneceram em aberto, como o estudo do comportamento do sistema quando as válvulas são não-lineares e da influência do tempo de resposta da abertura e do fechamento dessas válvulas na eficiência do sistema. Sugere-se a construção de um modelo físico em escala reduzida para resposta a estas questões e do estudo de outro ponto que pode ser fundamental, que é a influência dos jatos de água sobre a formação dos vórtices, que pode contribuir para aumentar a eficiência do sistema, de uma maneira não prevista.

Para finalizar o trabalho foram discutidos diversos exemplos em que se analisa a influência da variação dos vários parâmetros estruturais, dos coeficientes hidrodinâmicos e dos dados ambientais sobre a eficiência do sistema, em relação a uma situação ideal de projeto. Este estudo mostrou que o parâmetro que provocou uma maior alteração na eficiência do sistema é a porcentagem do comprimento do riser que está sendo solicitada pela corrente marítima e que, portanto, deve ser estimada com cuidado redobrado.

Este trabalho foi essencialmente teórico e deve ser complementado com a resposta de uma série de questões práticas que envolvem o projeto físico do sistema e sua viabilidade econômica.

Para concluir cabe ressaltar que, apesar das dúvidas que ainda devem ser respondidas, o enfoque proposto para minimização da fadiga introduzida pelas vibrações devidas aos vórtices que se

desprendem, parece bastante promissor, pois o sistema de amortecimento ativo sempre colabora para aumentar a segurança do riser, quaisquer que sejam as condições ambientais que possam ocorrer no caso real. Esta característica é fundamental para os casos freqüentes em que não há grande conhecimento das condições ambientais às quais o riser estará sujeito durante toda a sua vida útil.

APÊNDICE I

O MODELO ESTRUTURAL

I.1 - OBJETIVO

Este apêndice tem por objetivo apresentar um modelo para cálculo das frequências e modos naturais do riser e montagem das equações modais que regem o seu comportamento dinâmico.

Este objetivo é perseguido por meio de três passos distintos. Em primeiro lugar é deduzida a equação dinâmica linearizada que governa o comportamento dinâmico do riser. Em seguida é construída uma forma discreta desta equação, usando o método dos elementos finitos. Por último é apresentada a construção das equações modais.

I.2 - EQUAÇÃO DINÂMICA

I.2.1 - Hipóteses

Será suposto que o movimento do riser esteja contido em um plano vertical, podendo o seu comportamento dinâmico ser representado por uma equação bidimensional. Além disso serão adotadas as seguintes hipóteses:

- i) os deslocamentos são pequenos - esta hipótese é baseada nas estimativas de ordem de grandeza efetuadas no capítulo 2.
- ii) as deformações são pequenas - na prática deseja-se que o riser permaneça no regime elástico, evitando deformações permanentes e conseqüentes problemas operacionais.
- iii) a seção transversal que é plana antes da deformação continua plana após a mesma, como é usual para a Resistência dos Materiais.
- iv) a força normal ao longo do riser é grande e sua influência no momento fletor não pode ser desprezada.

Em virtude destas hipóteses, as equações deduzidas na análise que segue serão linearizadas, conservando-se os termos da ordem de grandeza das rotações e desprezando-se os termos da ordem das rotações ao quadrado, ou superiores.

I.2.2 - Esquema Estrutural. Sistema de Referência

O riser é considerado como uma viga vertical, imersa em água do mar, cuja profundidade local é D . Na sua extremidade superior existe uma força vertical de tração T , que representa a existência de uma bóia e ou uma força de tração aplicada por uma plataforma flutuante. Na sua extremidade inferior existe uma mola flexional de rigidez k , que representa o efeito de um engastamento parcial.

Na figura I.1 encontra-se esquematizado o riser, juntamente com o sistema de coordenadas que será utilizado como referência, bem como as principais variáveis do problema estrutural.

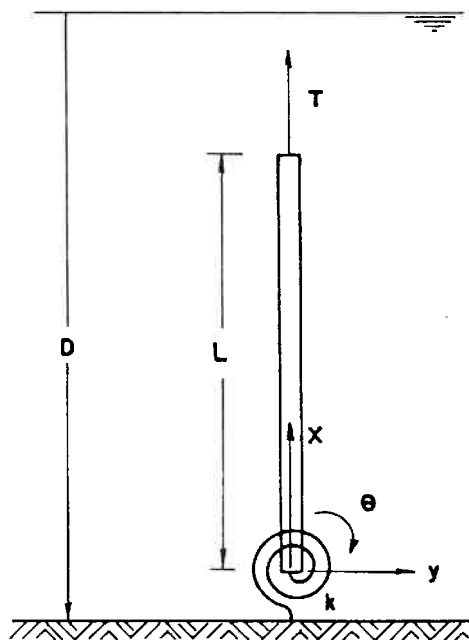


FIG. I.1 - Esquema Estrutural do Riser

I.2.3 - Relações Geométricas

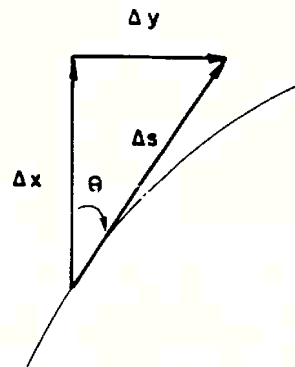


FIG. I.2 - Relações Geométricas

As seguintes relações geométricas podem ser obtidas da figura I.2, considerando-se o limite quando $\Delta s \rightarrow 0$:

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \cos \theta \quad (I.1)$$

e

$$\frac{\partial y}{\partial s} = \text{sen. } \theta \quad (I.2)$$

Para rotações θ pequenas, a relação (I.1) pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial x}{\partial s} = 1 + O(\theta^2) \quad (I.3)$$

onde a notação $O(\theta^2)$ indica termos da ordem de θ ao quadrado, e a relação (I.2), na forma:

$$\frac{\partial y}{\partial s} = \theta + O(\theta^3) \quad (I.4)$$

Conforme discutido no item I.2.1, as equações serão linearizadas, desprezando-se os termos a partir de $O(\theta^2)$. Neste caso,

$$\frac{\partial x}{\partial s} = 1 \quad (I.5)$$

A partir da figura I.2, quando $\Delta s \rightarrow 0$, pode-se concluir, também, que:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \operatorname{tg} \theta \quad (I.6)$$

Então, desprezando-se os termos de ordem igual ou superior a θ^2 , pode-se escrever, na forma linear,

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \theta \quad (I.7)$$

I.2.4 - Esforços Atuantes

Os esforços que atuam sobre o riser são o seu peso próprio, o efeito da pressão hidrostática sobre a sua parede, os esforços hidrodinâmicos causados pelo movimento relativo do fluido, a força

dissipativa resultante do amortecimento estrutural e a força de inércia, considerado o princípio de d'Alembert. Será suposto, como simplificação, que o riser é instalado de maneira que os esforços devidos às ondas do mar não sejam a ele transmitidos.

A seguir serão detalhados cada um dos diferentes esforços atuantes.

I.2.4.1 - Peso Próprio

Será suposto que o peso do riser é uniformemente distribuído ao longo de seu comprimento. É conhecido γ_t , o peso do riser por unidade de comprimento, que engloba o peso dos tubos, das conexões e dos acessórios.

I.2.4.2 - Esforços Hidrostáticos

Seja s a distância de uma seção transversal do riser à sua extremidade inferior, medida ao longo de seu eixo e seja o trecho do riser, de comprimento Δs e abscissa s , representado na figura I.3. Se este trecho for isolado do riser e suas extremidades forem tampadas, ele estará sujeito a uma força de empuxo dada pelo Princípio de Arquimedes. O empuxo é uma força vertical, voltada para cima, cuja magnitude é igual ao peso do volume de fluido

deslocado, ou seja,

$$\vec{E} = \gamma_a S \Delta s \vec{i} \quad , \quad (I.8)$$

onde γ_a é o peso específico do fluido e S , a área da seção transversal do riser.

O empuxo pode ser considerado como sendo a resultante de uma carga distribuída $\vec{h}(s)$, aplicada sobre a parede lateral, e forças concentradas de compressão, $\vec{H}(s)$ e $-\vec{H}(s+\Delta s)$, aplicadas sobre as tampas (figura I.3).

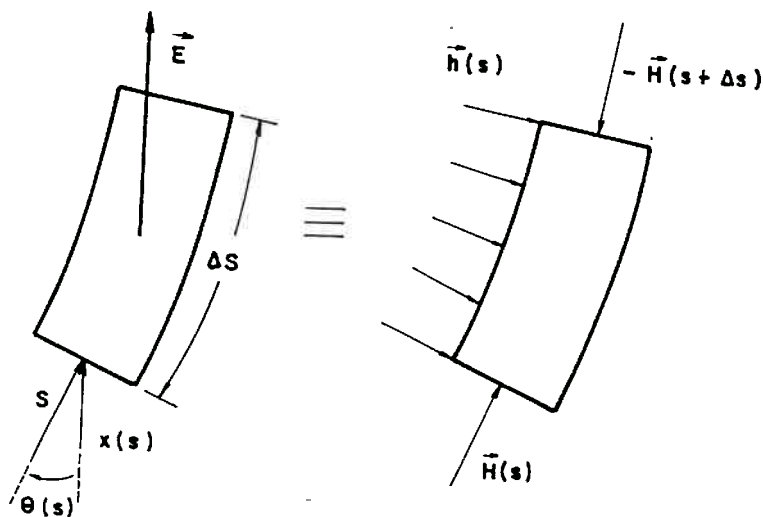


FIG. I.3 - Esforços Hidrostáticos

A força concentrada $\vec{H}(s)$ sobre a tampa é a resultante das forças de pressão que atuam sobre ela, isto é,

$$\vec{H}(s) = \gamma_a S \left[D - x(s) \right] \left[\cos \theta(s) \vec{i} + \sin \theta(s) \vec{j} \right] \quad . \quad (I.9)$$

Na prática não existem as tampas nas extremidades e cada trecho do riser estará submetido apenas à força lateral $\vec{h}(s)$ que pode ser obtida a partir da equação de equilíbrio:

$$\Delta s \vec{h}(s) = \vec{E} + \vec{H}(s+\Delta s) - \vec{H}(s) \quad , \quad (I.10)$$

conforme pode ser deduzido a partir da figura I.3 .

Dividindo-se (I.10) membro a membro por Δs e usando-se (I.8) chega-se a:

$$\vec{h}(s) = \gamma_a S \vec{i} + \frac{\vec{H}(s+\Delta s) - \vec{H}(s)}{\Delta s} \quad , \quad (I.11)$$

ou, levando-se ao limite para $\Delta s \rightarrow 0$,

$$\vec{h}(s) = \gamma_a S \vec{i} + \frac{\partial \vec{H}}{\partial s} \quad , \quad (I.12)$$

ou, ainda, usando-se (I.9),

$$\vec{h}(s) = \gamma_a S \vec{i} + \frac{\partial}{\partial s} \left[\gamma_a S \left(D - x(s) \right) \cdot \left[\cos \theta(s) \vec{i} + \sin \theta(s) \vec{j} \right] \right] \quad (I.13)$$

Definindo-se:

$$h_x^* = \frac{\partial}{\partial s} \left[\gamma_a S \left(D - x(s) \right) \cos \theta(s) \right] \quad (I.14)$$

e

$$h_y^* = \frac{\partial}{\partial s} \left[\gamma_a S \left(D - x(s) \right) \text{sen } \theta(s) \right] \quad (I.15)$$

pode-se escrever:

$$\vec{h}(s) = \gamma_a S \vec{i} + h_x^* \vec{i} + h_y^* \vec{j} \quad (I.16)$$

As expressões (I.14) e (I.15) podem ser linearizadas conforme o procedimento que vem sendo adotado e, neste caso,

$$h_x^* = \frac{\partial}{\partial x} \left[\gamma_a S (D - x) \right] \quad (I.17)$$

e

$$h_y^* = \frac{\partial}{\partial x} \left[\gamma_a S (D - x) \frac{\partial y}{\partial x} \right] \quad (I.18)$$

I.2.4.3 - Esforços Hidrodinâmicos

Supõe-se que a corrente marítima atua em um plano ortogonal ao do movimento do riser. Neste caso, como a aproximação bidimensional supõe que os deslocamentos no plano transversal não afetam de maneira significativa os parâmetros do problema plano, os esforços hidrodinâmicos a serem considerados se reduzirão, então, aos originados pelo movimento do riser em relação ao

fluido, que podem ser obtidos a partir da fórmula de Morison.

Estes esforços podem ser divididos em duas componentes diferentes: a força de inércia adicional, proporcional à aceleração e com sentido contrário à mesma e a força de arraste, proporcional ao quadrado da velocidade e com sentido oposto.

Sendo \vec{r} o vetor de posição de um ponto do riser,

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} \quad , \quad (I.19)$$

pode-se escrever, para a força de inércia adicional,

$$\vec{f}_{ia} = - c_m \frac{\gamma_a S}{g} \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial t^2} \quad , \quad (I.20)$$

onde c_m é o coeficiente de massa adicional. Se $f_{ia,x}$ e $f_{ia,y}$ forem as componentes dessa força nas direções \vec{i} e \vec{j} , respectivamente, então,

$$f_{ia,x} = - c_m \frac{\gamma_a S}{g} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad (I.21)$$

e

$$f_{ia,y} = - c_m \frac{\gamma_a S}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (I.22)$$

A força de arraste tem duas componentes: uma tangente e outra normal ao riser. Na prática, a componente tangencial é de uma

ordem de magnitude inferior à da componente normal e será desprezada. Neste caso, a força de arraste será:

$$\vec{f}_a = -\frac{1}{2} \frac{\gamma_a}{g} D c_d \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \cdot \vec{n} \right| \left[\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \cdot \vec{n} \right] \vec{n}, \quad (I.23)$$

onde c_d é o coeficiente de arraste e \vec{n} , a normal em cada ponto,

$$\vec{n} = -\text{sen } \theta \vec{i} + \text{cos } \theta \vec{j} \quad (I.24)$$

Conforme é usual na literatura, \vec{f}_a pode ser linearizada no tempo. O critério normalmente adotado consiste em se considerar que a energia dissipada em um ciclo é a mesma para as formas linear e não-linear, quando a velocidade normal corresponde à de um movimento harmônico, isto é,

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \cdot \vec{n} = A(x) \omega \cos \omega t \quad (I.25)$$

obtendo-se o seguinte resultado:

$$\vec{f}_a = c_v(x) \left[\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \cdot \vec{n} \right] \vec{n}, \quad (I.26)$$

onde $c_v(x)$ é definido por:

$$c_v(x) = \frac{4}{3\pi} \frac{\gamma_a}{g} D c_d \omega A(x) \quad (I.27)$$

Desenvolvendo-se (I.26), com o auxílio de (I.19) e (I.24), chega-se à expressão:

$$\vec{f}_a = -c_v(x) \left[-\frac{\partial x}{\partial t} \operatorname{sen} \theta + \frac{\partial y}{\partial t} \operatorname{cos} \theta \right] \cdot \left[-\operatorname{sen} \theta \vec{i} + \operatorname{cos} \theta \vec{j} \right] \quad (I.28)$$

que pode ser dividida em duas componentes: uma, $f_{a,x}$, na direção \vec{i} ,

$$f_{a,x} = c_v(x) \left[-\frac{\partial x}{\partial t} \operatorname{sen} \theta + \frac{\partial y}{\partial t} \operatorname{cos} \theta \right] \operatorname{sen} \theta \quad (I.29)$$

e outra, $f_{a,y}$, na direção \vec{j} ,

$$f_{a,y} = -c_v(x) \left[-\frac{\partial x}{\partial t} \operatorname{sen} \theta + \frac{\partial y}{\partial t} \operatorname{cos} \theta \right] \operatorname{cos} \theta \quad (I.30)$$

As expressões (I.29) e (I.30) podem ser linearizadas no espaço de acordo com o procedimento que vem sendo adotado até agora. Dessa forma obtêm-se, respectivamente,

$$f_{a,x} = c_v(x) \theta \frac{\partial y}{\partial t} \quad (I.31)$$

e

$$f_{a,y} = -c_v(x) \left[-\theta \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right] \quad (I.32)$$

I.2.4.4 - Amortecimento Estrutural

Será considerado que o amortecimento estrutural é linear e proporcional à velocidade, ou seja, a força de amortecimento na direção vertical é dada por uma expressão do tipo:

$$f_{a,x} = - c_a(x) \frac{\partial x}{\partial t} \quad (I.33)$$

e na horizontal por:

$$f_{a,y} = - c_a(x) \frac{\partial y}{\partial t} \quad (I.34)$$

onde $c_a(x)$ é o coeficiente de amortecimento estrutural.

I.2.4.5 - Força de Inércia

Usando-se o princípio de d'Alembert, pode-se considerar a existência de uma força de inércia proporcional à aceleração e com sentido contrário ao da mesma.

Sua componente vertical é

$$f_{i,x} = - \frac{\gamma_t}{g} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad (I.35)$$

e sua componente horizontal,

$$f_{i,y} = - \frac{r_t}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (I.36)$$

Como é usual para estruturas esbeltas, será desprezada a inércia rotacional.

I.2.5 - Equações de Equilíbrio

I.2.5.1 - Esforços Solicitantes

Para os esforços solicitantes que atuam em cada seção do riser, será adotada a convenção indicada na figura I.4 .

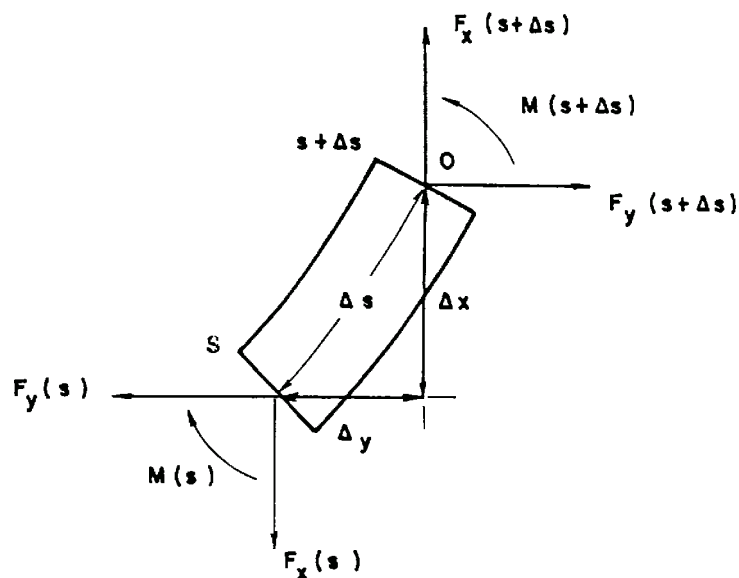


FIG. I.4 - Esforços Solicitantes

1.2.5.2 - Equilíbrio de Forças na Vertical

Os esforços que atuam na direção vertical são o peso próprio e as componentes verticais das forças hidrostáticas, hidrodinâmicas, de amortecimento e de inércia. Usando-se a convenção da figura I.4, pode-se montar a equação de equilíbrio de esforços na direção vertical:

$$\begin{aligned}
 F_x(s+\Delta s) - F_x(s) &= \gamma_t \Delta s - \gamma_a S \Delta s - h_x^* \Delta s + \\
 &+ c_m \frac{\gamma_a S}{g} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \Delta s - c_v(x) \theta \frac{\partial y}{\partial t} \Delta s + \\
 &+ c_s(x) \frac{\partial x}{\partial t} \Delta s + \frac{\gamma_t}{g} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \Delta s
 \end{aligned} \tag{I.37}$$

Dividindo-se esta equação membro a membro por Δs e levando-se ao limite quando $\Delta s \rightarrow 0$, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F_x}{\partial s} &= \gamma_t - \gamma_a S - h_x^* + c_m \frac{\gamma_a S}{g} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - \\
 &- c_v(x) \theta \frac{\partial y}{\partial t} + c_s(x) \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\gamma_t}{g} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}
 \end{aligned} \tag{I.38}$$

Definindo-se o peso efetivo por unidade de comprimento (γ) de forma que:

$$\gamma = \gamma_t - \gamma_a S \tag{I.39}$$

e a massa total por unidade de comprimento como a soma da massa com a massa adicional, ou seja,

$$m = \frac{\gamma_t}{g} + \frac{\gamma_a S}{g} c_m \quad (I.40)$$

e levando-se em (I.38), então,

$$\frac{\partial F_x}{\partial s} = \gamma - h_x^* - c_v(x) \theta \frac{\partial y}{\partial t} + c_s(x) \frac{\partial x}{\partial t} + m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad (I.41)$$

A linearização de (I.41) fornece:

$$\frac{\partial F_x}{\partial x} = \gamma - h_x^* \quad (I.42)$$

ou, usando-se (I.17),

$$\frac{\partial F_x}{\partial x} = \gamma - \frac{\partial}{\partial x} \left[\gamma_a S (D - x) \right] \quad (I.43)$$

I.2.5.3 - Equilíbrio de Forças na Horizontal

Considerando-se, agora, as componentes horizontais de todos os esforços atuantes e a convenção da figura I.4, pode-se montar, também, a equação de equilíbrio de esforços na direção horizontal:

$$\begin{aligned}
F_y(s+\Delta s) - F_y(s) &= -h_y^* \Delta s + \\
+ c_m \frac{\gamma_a S}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Delta s + c_v(x) &\left[-\theta \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right] \Delta s + \\
+ c_a(x) \frac{\partial y}{\partial t} \Delta s + \frac{\gamma_t}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Delta s & \quad (I.44)
\end{aligned}$$

Dividindo-se membro a membro esta equação por Δs e levando-se o resultado ao limite quando $\Delta s \rightarrow 0$, obtém-se:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F_y}{\partial s} &= -h_y^* + c_m \frac{\gamma_a S}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c_v(x) \left[-\theta \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right] + \\
+ c_a(x) \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\gamma_t}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} & \quad (I.45)
\end{aligned}$$

Definindo-se $c(x)$, coeficiente de amortecimento total, que engloba o amortecimento estrutural e o amortecimento viscoso, ou seja,

$$c(x) = c_a(x) + c_v(x) \quad (I.46)$$

e usando-se (I.40), então,

$$\frac{\partial F_y}{\partial s} = -h_y^* + c(x) \frac{\partial y}{\partial t} - \theta c_v(x) \frac{\partial x}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (I.47)$$

Esta última expressão pode ser linearizada segundo o procedimento que vem sendo adotado. Neste caso,

$$\frac{\partial F_y}{\partial x} = -h_y^* + c(x) \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (I.48)$$

ou, usando-se (I.18),

$$\frac{\partial F_y}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial x} \left[\gamma_a S (D - x) \frac{\partial y}{\partial x} \right] + c(x) \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (I.49)$$

I.2.5.4 - Equilíbrio de Momentos

Com auxílio da figura I.4, considerando-se o equilíbrio dos momentos atuantes em relação ao ponto O, obtém-se a equação:

$$M(s+\Delta s) - M(s) = - F_x(s) \Delta y + F_y(s) \Delta x \quad (I.50)$$

Dividindo-se esta equação membro a membro por Δs e levando-se ao limite quando $\Delta s \rightarrow 0$, chega-se a:

$$\frac{\partial M}{\partial s} = - F_x \frac{\partial y}{\partial s} + F_y \frac{\partial x}{\partial s} \quad (I.51)$$

que também pode ser linearizada. Neste caso,

$$\frac{\partial M}{\partial x} = - F_x \frac{\partial y}{\partial x} + F_y \quad (I.52)$$

I.2.6 - Equação Constitutiva

As hipóteses de que o riser trabalha em regime elástico e de que uma seção transversal inicialmente plana permanece plana após a deformação, levam à seguinte relação entre o momento fletor e a curvatura:

$$\frac{M}{EI} = - \frac{\partial \theta}{\partial s} \quad , \quad (I.53)$$

onde E é o módulo de elasticidade e I , o momento de inércia da seção transversal.

A forma linearizada desta relação, para pequenos deslocamentos, desprezando-se os termos de ordem igual ou superior a θ^2 , é

$$\frac{M}{EI} = - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad . \quad (I.54)$$

I.2.7 - Equação Dinâmica

Definindo-se a força de tração efetiva \bar{F}_x de modo que

$$\bar{F}_x(x) = F_x(x) + \gamma_a S \left[D - x \right] \quad (I.55)$$

e levando-se esta definição para a expressão (I.43), então,

$$\frac{\partial \bar{F}_x}{\partial x} = \gamma \quad (I.56)$$

e, portanto,

$$\bar{F}_x = N_o + \gamma x \quad , \quad (I.57)$$

onde N_o é a força aplicada na extremidade inferior do riser, ou seja,

$$N_o = F_x(0) \quad . \quad (I.58)$$

Se for definida, também, a força horizontal \bar{F}_y de maneira que:

$$\bar{F}_y(x) = F_y(x) + \gamma_a S \left[D - x \right] \frac{\partial y}{\partial x} \quad (I.59)$$

e levada esta definição em (I.49), chega-se a:

$$\frac{\partial \bar{F}_y}{\partial x} = c(x) \frac{\partial y}{\partial t} + m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad . \quad (I.60)$$

Analisando-se as expressões (I.55) e (I.59), verifica-se que:

$$-\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} + \bar{F}_y = -F_x \frac{\partial y}{\partial x} + F_y \quad . \quad (I.61)$$

Levando-se (I.61) na equação de equilíbrio de momentos (I.52), então,

$$\frac{\partial M}{\partial x} = -\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} + \bar{F}_y \quad (I.62)$$

Derivando-se (I.54) em relação a x,

$$\frac{\partial M}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] \quad (I.63)$$

aplicando-se este resultado em (I.62),

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] = \bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} - \bar{F}_y \quad (I.64)$$

derivando-se, em seguida, em relação a x,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \right] - \frac{\partial \bar{F}_y}{\partial x} \quad (I.65)$$

usando-se (I.60) e reagrupando-se os termos, chega-se à equação dinâmica:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \right] + \\ & + c(x) \frac{\partial y}{\partial t} + m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (I.66)$$

1.2.8 - Condições de Contorno

1.2.8.1 - Condição de Contorno Essencial

A abcissa do ponto de contato do riser com o fundo é fixa,

$$y(0,t) = 0 \quad (I.67)$$

1.2.8.2 - Condições de Contorno Naturais

a) É conhecida a força efetiva de tração aplicada na extremidade superior do riser, através de suas componentes \bar{T}_x e \bar{T}_y , ou seja,

$$\bar{F}_x(L) = \bar{T}_x \quad (I.68)$$

e

$$\bar{F}_y(L) = \bar{T}_y \quad (I.69)$$

b) É conhecido o momento aplicado na extremidade superior do riser. Neste caso será admitido que ele é nulo,

$$M(L) = 0 \quad (I.70)$$

que é eqüivalente a:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0 \quad (I.71)$$

conforme pode ser deduzido a partir de (I.54).

c) Na extremidade inferior o momento fletor é proporcional à rotação. Isto é modelado através de uma mola flexional de rigidez k conhecida,

$$M(0) = -k \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (I.72)$$

ou, de (I.54),

$$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = k \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (I.73)$$

Note-se que para uma rótula $k=0$ e para um engaste $k \rightarrow \infty$.

I.3 - O MODELO DISCRETO

Neste item é montada, em primeiro lugar, a equação fraca correspondente à equação dinâmica (I.66). A seguir é apresentada uma forma de discretização, usando o método dos elementos finitos, que permite a montagem da equação dinâmica discreta.

I.3.1 - Equação Fraca

Seja $\delta y(x, t)$ uma função bem comportada, que satisfaz a condição de contorno essencial (I.67), isto é,

$$\delta y(0, t) = 0 \quad (I.74)$$

Multiplicando-se cada membro da equação dinâmica (I.66) por δy e efetuando-se a sua integral em relação a x , ao longo de todo o comprimento do riser, obtém-se:

$$\int_0^L \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] \delta y \, dx - \int_0^L \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \right] \delta y \, dx + \int_0^L c(x) \frac{\partial y}{\partial t} \delta y \, dx + \int_0^L m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \delta y \, dx = 0 \quad (I.75)$$

A primeira parcela de (I.75) pode ser integrada por partes. Procedendo-se dessa maneira, chega-se a:

$$\int_0^L \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] \delta y \, dx = \int_0^L EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} \, dx - EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \frac{\partial \delta y}{\partial x} \Big|_0^L + \frac{\partial}{\partial x} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] \delta y \Big|_0^L \quad (I.76)$$

Usando-se a equação (I.64) e as condições de contorno (I.68), (I.69), (I.71), (I.73) e (I.74) em (I.76), obtém-se:

$$\int_0^L \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] \delta y \, dx = \int_0^L EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} \, dx +$$

$$+ k \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial \delta y}{\partial x} \Big|_{x=0} + \left[\bar{T}_x \frac{\partial y}{\partial x} - \bar{T}_y \right] \delta y \Big|_{x=L} \quad (I.77)$$

A segunda parcela de (I.75) também pode ser integrada por partes:

$$- \int_0^L \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \right] \delta y \, dx = \int_0^L \bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial \delta y}{\partial x} \, dx -$$

$$- \bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \delta y \Big|_0^L \quad (I.78)$$

Usando-se as condições de contorno (I.68) e (I.74), então,

$$- \int_0^L \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \right] \delta y \, dx = \int_0^L \bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial \delta y}{\partial x} \, dx -$$

$$- \bar{T}_x \frac{\partial y}{\partial x} \delta y \Big|_{x=L} \quad (I.79)$$

As expressões (I.77) e (I.79) podem ser transportadas para (I.75). Deste modo:

$$\begin{aligned}
& \int_0^L EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} dx + \int_0^L \bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial \delta y}{\partial x} dx + \\
& + k \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial \delta y}{\partial x} \Big|_{x=0} - \bar{T}_y \delta y \Big|_{x=L} + \\
& + \int_0^L c(x) \frac{\partial y}{\partial t} \delta y dx + \int_0^L m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \delta y dx = 0 \quad (I.80)
\end{aligned}$$

A relação entre a rotação θ e o deslocamento linear y é dada pela expressão (I.7). Definindo-se a variável $\delta\theta$ que se relaciona com δy de forma análoga, ou seja,

$$\delta\theta = \frac{\partial \delta y}{\partial x} \quad , \quad (I.81)$$

então a equação (I.80) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
& \int_0^L EI \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \delta \theta}{\partial x} dx + \int_0^L \bar{F}_x \theta \delta \theta dx + k \theta \delta \theta \Big|_{x=0} - \\
& - \bar{T}_y \delta y \Big|_{x=L} + \int_0^L c(x) \frac{\partial y}{\partial t} \delta y dx + \int_0^L m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \delta y dx = 0 \quad (I.82)
\end{aligned}$$

I.3.2 - Funções de Interpolação

Para montar a equação dinâmica discreta que governa o comportamento do riser, ele será dividido em N partes iguais,

denominadas elementos, limitadas por $N+1$ pontos igualmente espaçados, denominados nós, numerados de 0 a N . Seja x_j a abcissa do nó de ordem j , e θ_j , a rotação neste ponto. Deste modo é possível a definição de funções de interpolação f_j , tais que a rotação em cada ponto genérico do riser possa ser aproximada em função das rotações nodais, através de uma expressão do tipo:

$$\theta(x, t) = \sum_{j=0}^N f_j(x) \theta_j(t) \quad (I.83)$$

Para que esta aproximação seja usada na equação (I.82) é necessário, no mínimo, que cada uma das funções $f_j(x)$ seja contínua e tenha a sua derivada primeira contínua por trechos. As funções mais simples que satisfazem estes requisitos são as que têm a forma indicada na figura I.5 e são definidas por:

$$f_i(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \leq x_{i-1} \\ \frac{x - x_{i-1}}{\Delta} & \text{para } x_{i-1} \leq x \leq x_i \\ \frac{x_{i+1} - x}{\Delta} & \text{para } x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{para } x \geq x_{i+1} \end{cases} \quad (I.84)$$

onde Δ representa o tamanho de cada um dos elementos em que o riser foi dividido.

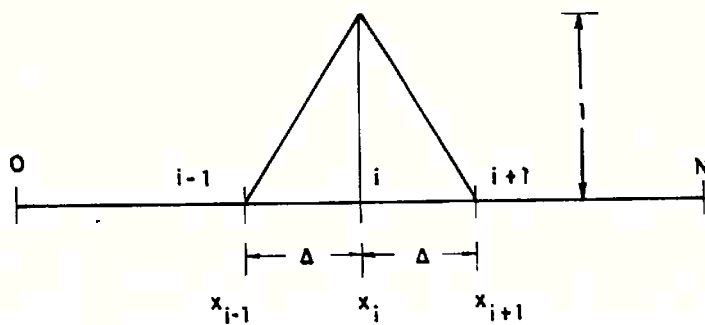


FIG. I.5 - Funções de Interpolação

A função $\delta\theta$ pode ser aproximada, de forma análoga a (I.83), por:

$$\delta\theta(x, t) = \sum_{i=1}^N f_i(x) \delta\theta_i(t) \quad (I.85)$$

As derivadas espaciais de θ e $\delta\theta$ podem ser obtidas diretamente de (I.83) e (I.85):

$$\frac{\partial\theta}{\partial x} = \sum_{j=0}^N \frac{\partial f_j}{\partial x} \theta_j \quad (I.86)$$

e

$$\frac{\partial\delta\theta}{\partial x} = \sum_{i=0}^N \frac{\partial f_i}{\partial x} \delta\theta_i \quad (I.87)$$

A expressão (I.7) pode ser integrada em relação a x . Assim,

$$y(x, t) = \int_0^x \theta(x, t) dx \quad (I.88)$$

Aplicando-se neste resultado a aproximação (I.83) para θ , então,

$$y(x, t) = \sum_{j=0}^N \left[\int_0^x f_j(x) dx \right] \theta_j(t) \quad (I.89)$$

Com a definição das funções auxiliares $g_j(x)$, de modo que:

$$g_j(x) = \int_0^x f_j(x) dx \quad (I.90)$$

os deslocamentos $y(x, t)$ podem ser escritos na forma:

$$y(x, t) = \sum_{j=0}^N g_j(x) \theta_j(t) \quad (I.91)$$

De uma maneira análoga,

$$\delta y(x, t) = \sum_{i=0}^N g_i(x) \delta \theta_i(t) \quad (I.92)$$

As derivadas temporais de y e δy podem ser obtidas diretamente de (I.91) e (I.92), ou seja,

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \sum_{j=0}^N g_j \dot{\theta}_j \quad (I.93)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \sum_{j=0}^N \varrho_j \ddot{\theta}_j \quad , \quad (I.94)$$

$$\frac{\partial \delta y}{\partial t} = \sum_{i=0}^N \varrho_i \delta \dot{\theta}_i \quad (I.95)$$

e

$$\frac{\partial^2 \delta y}{\partial t^2} = \sum_{i=0}^N \varrho_i \ddot{\theta}_i \quad . \quad (I.96)$$

I.3.3 - Equação Dinâmica Discreta

As expressões aproximadas definidas no item anterior podem ser aplicadas na equação fraca (I.82). Procedendo-se deste modo obtém-se uma forma discreta para a equação que governa o comportamento dinâmico do riser. A seguir será detalhada a maneira como se aplicam as funções de interpolação para discretizar cada uma das parcelas da equação do problema contínuo.

I.3.3.1 - Matriz de Rigidez Elástica

Aplicando-se (I.86) e (I.87) na primeira parcela da equação

(I.82), obtém-se:

$$\int_0^L EI \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \delta \theta}{\partial x} dx = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \left\{ \delta \theta_i \left[\int_0^L EI \frac{df_i}{dx} \frac{df_j}{dx} dx \right] \theta_j \right\} \quad (I.97)$$

Agrupando-se $\delta \theta_i$ e θ_j nos vetores $\langle \delta \theta \rangle$ e $\langle \theta \rangle$ e definindo-se a matriz de rigidez elástica $[E]$ de modo que:

$$E_{ij} = \int_0^L EI \frac{df_i}{dx} \frac{df_j}{dx} dx \quad (I.98)$$

então,

$$\int_0^L EI \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \delta \theta}{\partial x} dx = \langle \delta \theta \rangle^t [E] \langle \theta \rangle \quad (I.99)$$

1.3.3.2 - Matriz de Rigidez Geométrica

Colocando-se (I.83) e (I.85) na segunda parcela de (I.82), então,

$$\int_0^L \bar{F}_x \theta \delta \theta dx = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \left\{ \delta \theta_i \left[\int_0^L \bar{F}_x f_i f_j dx \right] \theta_j \right\} \quad (I.100)$$

ou, definindo-se a matriz de rigidez geométrica [G] de forma que:

$$G_{ij} = \int_0^L \bar{F}_x f_i f_j dx \quad (I.101)$$

então,

$$\int_0^L \bar{F}_x \theta \delta\theta dx = \langle \delta\theta \rangle^t [G] \langle \theta \rangle \quad (I.102)$$

I.3.3.3 - Efeito da Mola Flexional

Usando-se (I.83) e (I.85) na terceira parcela de (I.82) chega-se a

$$k \theta \delta\theta \Big|_{x=0} = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \left\{ \delta\theta_i \left[k f_i(0) f_j(0) dx \right] \theta_j \right\} \quad (I.103)$$

Definindo-se [V] de modo que

$$V_{ij} = k f_i(0) f_j(0) dx \quad (I.104)$$

então,

$$k \theta \delta\theta \Big|_{x=0} = \langle \delta\theta \rangle^t [V] \langle \theta \rangle \quad (I.105)$$

I.3.3.4 - Efeito da Força Aplicada na Extremidade Superior

Aplicada à extremidade superior do riser existe uma força de tração e a resultante da pressão hidrostática. Se a força de tração for vertical, então a componente horizontal da força aplicada à extremidade superior será a projeção da força hidrostática nesta direção, ou seja,

$$F_y(L) = -\gamma_a S \left[D - L \right] \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=L} \quad (I.106)$$

e, portanto, usando-se (I.59) e (I.69),

$$\bar{T}_y = 0 \quad (I.107)$$

Deste modo, a quarta parcela de (I.82) fica:

$$-\bar{T}_y \delta y \Big|_{x=L} = 0 \quad (I.108)$$

I.3.3.5 - Matriz de Amortecimento

As expressões (I.92) e (I.93) podem ser aplicadas à quinta parcela de (I.82). Neste caso,

$$\int_0^L c(x) \frac{\partial y}{\partial t} \delta y \, dx =$$

$$= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \left\{ \delta \theta_i \left[\int_0^L c(x) \varphi_i \varphi_j \, dx \right] \dot{\theta}_j \right\} \quad (I.109)$$

Agrupando-se as velocidades angulares $\dot{\theta}_j$ no vetor $\{\dot{\theta}\}$ e definindo-se a matriz de amortecimento $[C]$, de modo que,

$$C_{ij} = \int_0^L c(x) \varphi_i \varphi_j \, dx \quad (I.110)$$

obtem-se:

$$\int_0^L c(x) \frac{\partial y}{\partial t} \delta y \, dx = \{\delta \theta\}^t [C] \{\dot{\theta}\} \quad (I.111)$$

I.3.3.6 - Matriz de Massa

Aplicando-se as expressões (I.92) e (I.94) à sexta parcela da equação (I.82), chega-se a:

$$\int_0^L m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \delta y \, dx =$$

$$= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \left\{ \delta \theta_i \left[\int_0^L m(x) \varphi_i \varphi_j \, dx \right] \ddot{\theta}_j \right\} \quad (I.112)$$

As acelerações angulares $\ddot{\theta}_j$ podem ser reunidas em um vetor $\langle \ddot{\theta} \rangle$. Definindo-se a matriz de massa $[M]$ de modo que:

$$M_{ij} = \int_0^L m(x) \varphi_i \varphi_j dx \quad (I.113)$$

então,

$$\int_0^L m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \delta y dx = \langle \delta \theta \rangle^t [M] \langle \ddot{\theta} \rangle \quad (I.114)$$

I.3.3.7 - Equação Discreta

A forma discreta da equação dinâmica (I.82) é obtida agrupando-se as expressões (I.99), (I.102), (I.105), (I.108), (I.111) e (I.114),

$$\langle \delta \theta \rangle^t \left[\left([E] + [G] + [V] \right) \langle \theta \rangle + [C] \langle \dot{\theta} \rangle + [M] \langle \ddot{\theta} \rangle \right] = 0 \quad (I.115)$$

Definindo-se a matriz de rigidez global $[K]$ como a soma das matrizes de rigidez elástica e geométrica e a contribuição da mola flexional colocada na extremidade inferior, ou seja,

$$[K] = [E] + [G] + [V] \quad (I.116)$$

e levando-se esta definição em (I.115), obtém-se:

$$\{\delta\theta\}^t \left[[K] \{\theta\} + [C] \{\dot{\theta}\} + [M] \{\ddot{\theta}\} \right] = 0 \quad (I.117)$$

A equação (I.117) é válida para qualquer vetor $\{\delta\theta\}$. Isto é possível se, e somente se,

$$[K] \{\theta\} + [C] \{\dot{\theta}\} + [M] \{\ddot{\theta}\} = 0 \quad , \quad (I.118)$$

que é a forma final da equação dinâmica discreta.

I.4 - Equações Modais

Neste item será apresentada a forma de calcular as freqüências e os modos naturais a partir da equação discreta (I.118) e a seguir, após a definição da massa, do amortecimento e da rigidez modais, será apresentada a montagem das equações dinâmicas modais que governam o comportamento dinâmico do riser.

I.4.1 - Freqüências e Modos Naturais

Suponha-se que $\{\theta(t)\}$ seja harmônico, isto é, pode ser

escrito através de uma expressão do tipo:

$$\{\theta(t)\} = A_n \{\Omega_n\} e^{i\omega_n t} \quad (I.119)$$

Neste caso, a equação (I.118) se transforma em

$$\left[[K] + i \omega_n [C] - \omega_n^2 [M] \right] \{\Omega_n\} = 0 \quad (I.120)$$

Os valores ω_n para os quais (I.120) admite uma solução não trivial $\{\Omega_n\}$ são chamados de frequências naturais. O vetor $\{\Omega_n\}$ associado a cada ω_n é chamado de modo natural de vibração.

Em geral o amortecimento não afeta de maneira significativa os valores das frequências e modos naturais. Pode-se obter, então, valores aproximados de ω_n e $\{\Omega_n\}$ como soluções do problema de auto-valores:

$$\left[[K] - \omega_n^2 [M] \right] \{\Omega_n\} = 0 \quad , \quad (I.121)$$

que é bem mais simples.

I.4.2 - Propriedades dos Modos Naturais

As matrizes $[K]$ e $[M]$ são simétricas e definidas positivas. Pode-se mostrar, neste caso, que o problema de auto-valores (I.121) tem N soluções ω_n reais e distintas.

Pode-se mostrar, também, que dois modos naturais distintos, $\langle \Omega_m \rangle$ e $\langle \Omega_n \rangle$, são ortogonais entre si, em relação à matriz de massa,

$$\langle \Omega_m \rangle^t [M] \langle \Omega_n \rangle = 0 \quad \text{para } m \neq n \quad , \quad (I.122)$$

e em relação à matriz de rigidez,

$$\langle \Omega_m \rangle^t [K] \langle \Omega_n \rangle = 0 \quad \text{para } m \neq n \quad . \quad (I.123)$$

Supondo-se que a matriz de amortecimento possa ser escrita em função das matrizes de massa e rigidez, isto é,

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad , \quad (I.124)$$

onde α e β são duas constantes, então de (I.122) e (I.123):

$$\langle \Omega_m \rangle^t [C] \langle \Omega_n \rangle = 0 \quad \text{para } m \neq n \quad . \quad (I.125)$$

Qualquer vetor $\langle \theta(t) \rangle$ que satisfaz à equação (I.121) pode ser escrito como uma combinação linear dos modos naturais, através de uma expressão do tipo:

$$\langle \theta(t) \rangle = \sum_{n=1}^N A_n \langle \Omega_n \rangle e^{i\omega_n t} \quad (I.126)$$

I.4.3 - Deslocamentos Lineares

Conhecidas as rotações nodais (vetor $\{\theta(t)\}$), é possível obter os deslocamentos lineares nodais ($\{y(t)\}$), a partir de uma análise da relação (I.91). De fato,

$$y_i(t) = y(x_i, t) = \sum_{j=0}^N g_j(x_i) \theta_j(t) \quad , \quad (I.127)$$

ou, com a definição da matriz de transformação $[T]$ de modo que

$$T_{ij} = g_j(x_i) \quad , \quad (I.128)$$

então,

$$\{y(t)\} = [T] \{\theta(t)\} \quad . \quad (I.129)$$

Se $\{\varphi_n\}$ forem os modos naturais em função dos deslocamentos lineares, eles poderão ser obtidos a partir de $\{\Omega_n\}$, com o uso de (I.129), ou seja,

$$\{\varphi_n\} = [T] \{\Omega_n\} \quad . \quad (I.130)$$

Substituindo-se (I.126) em (I.129) e usando-se (I.130), pode-se escrever os deslocamentos lineares $\{y(t)\}$ em função dos modos naturais $\{\varphi_n\}$,

$$\{y(t)\} = \sum_{n=1}^N A_n \{\varphi_n\} e^{i\omega_n t} \quad (I.131)$$

Definindo-se $Y_n(t)$ de modo que:

$$Y_n(t) = A_n e^{i\omega_n t} \quad (I.132)$$

(I.131) se transforma em:

$$\{y(t)\} = \sum_{n=1}^N Y_n(t) \{\varphi_n\} \quad (I.133)$$

Note-se que, a partir de (I.126),

$$\{\theta(t)\} = \sum_{n=1}^N Y_n(t) \{\Omega_n\} \quad (I.134)$$

I.4.4 - Parâmetros Modais

Para cada modo n define-se a "massa modal",

$$M_n = \{\Omega_n\}^t [M] \{\Omega_n\} \quad (I.135)$$

o "coeficiente de amortecimento modal",

$$C_n = \{\Omega_n\}^t [C] \{\Omega_n\} \quad (I.136)$$

e a "rigidez modal",

$$K_n = \langle \Omega_n \rangle^t [K] \langle \Omega_n \rangle \quad (I.137)$$

I.4.5 - Equações Modais

Substituindo-se (I.134) na equação (I.118), obtém-se:

$$\sum_{m=1}^N \left[[K] Y_m \langle \Omega_m \rangle + [C] \dot{Y}_m \langle \Omega_m \rangle + [M] \ddot{Y}_m \langle \Omega_m \rangle \right] = 0 \quad (I.138)$$

Multiplicando-se esta equação à esquerda por $\langle \Omega_n \rangle^t$ e usando-se as propriedades (I.122), (I.123) e (I.125) e as definições (I.135), (I.136) e (I.137), chega-se à expressão da equação modal para o modo n :

$$K_n Y_n + C_n \dot{Y}_n + M_n \ddot{Y}_n = 0 \quad (I.139)$$

Multiplicando-se (I.121) à esquerda por $\langle \Omega_n \rangle^t$, com o auxílio de (I.135) e (I.137) conclui-se que:

$$\omega_n^2 = \frac{K_n}{M_n} \quad (I.140)$$

Definindo-se ζ_n de modo que:

$$C_n = 2 \zeta_n M_n \omega_n \quad , \quad (I.141)$$

isto é, ζ_n é a relação entre o amortecimento real e o amortecimento crítico, e introduzindo-se esta definição, juntamente com (I.140) em (I.139), chega-se à equação:

$$\omega_n^2 M_n Y_n + 2 \zeta_n M_n \omega_n \dot{Y}_n + M_n \ddot{Y}_n = 0 \quad , \quad (I.142)$$

ou, finalmente, dividindo-se este último resultado por M_n ,

$$\ddot{Y}_n + 2 \zeta_n \omega_n \dot{Y}_n + \omega_n^2 Y_n = 0 \quad , \quad (I.143)$$

que representa uma oscilação livre no n -ésimo modo natural.

APÊNDICE II

DETALHAMENTO DE ALGUNS TÓPICOS RELATIVOS AO MODELO MATEMÁTICO PARA ESTUDO DAS VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

II.1 - A EQUAÇÃO MODAL NA FORMA CONTÍNUA

Dada a equação do oscilador elástico apresentada no capítulo 3, (3.15), e aqui transcrita,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \right] +$$
$$+ c(x) \frac{\partial y}{\partial t} + m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \alpha_4 s(x) \left(\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right) \quad , \quad (II.1)$$

deseja-se determinar a sua projeção em relação a cada modo natural de vibração.

Para atingir este objetivo, considere-se, em primeiro lugar, o problema relativo às oscilações livres não amortecidas para a

mesma estrutura. Para este caso, a equação (II.1) torna-se:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \right] + m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (II.2)$$

Admitindo-se que as variáveis x e t possam ser separadas, ou seja, que o deslocamento $y(x,t)$ possa ser expresso por uma expressão do tipo:

$$y(x,t) = Y(t) \varphi(x) \quad , \quad (II.3)$$

então a equação (II.2) pode ser reescrita na forma:

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} \left[EI \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right] - \frac{d}{dx} \left[\bar{F}_x \frac{d\varphi}{dx} \right] \right) Y(t) + m(x) \varphi(x) \frac{d^2 Y}{dt^2} = 0 \quad (II.4)$$

Dividindo-se (II.4) pelo produto $m(x) Y(t) \varphi(x)$ chega-se a:

$$\frac{\frac{d^2}{dx^2} \left[EI \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right] - \frac{d}{dx} \left[\bar{F}_x \frac{d\varphi}{dx} \right]}{m(x) \varphi(x)} = - \frac{d^2 Y}{dt^2} \quad (II.5)$$

O primeiro membro de (II.5) é uma função exclusiva de x , o segundo membro depende apenas de t . Então, para que esta expressão seja válida, deve existir um número ω tal que:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EI \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right] - \frac{d}{dx} \left[\bar{F}_x \frac{d\varphi}{dx} \right] - m(x) \omega^2 \varphi(x) = 0 \quad (\text{II.6})$$

e

$$\frac{d^2 Y}{dt^2} + \omega^2 Y(t) = 0 \quad (\text{II.7})$$

Existem infinitos pares $(\varphi_i(x), \omega_i)$ que são soluções não triviais da equação (II.6). Os valores ω_i são chamados de frequências naturais e as funções $\varphi_i(x)$ a eles associadas são chamadas de modos naturais de vibração.

Pode-se mostrar que, para duas soluções distintas $\varphi_i(x)$ e $\varphi_j(x)$, valem as expressões:

$$\int_0^L \left\{ \frac{d^2}{dx^2} \left[EI \frac{d^2 \varphi_i}{dx^2} \right] - \frac{d}{dx} \left[\bar{F}_x \frac{d\varphi_i}{dx} \right] \right\} \varphi_j(x) dx = 0 \quad (\text{II.8})$$

e

$$\int_0^L m(x) \varphi_i(x) \varphi_j(x) dx = 0 \quad (\text{II.9})$$

que representam a ortogonalidade dos modos naturais em relação à rigidez e à massa, respectivamente.

A "massa modal" M_n , associada ao modo n , é definida pela expressão:

$$M_n = \int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx \quad (II.10)$$

e a "rigidez modal" K_n por:

$$K_n = \int_0^L \left\{ \frac{d^2}{dx^2} \left[EI \frac{d^2 \varphi_n}{dx^2} \right] - \frac{d}{dx} \left[\bar{F}_x \frac{d\varphi_n}{dx} \right] \right\} \varphi_n(x) dx \quad (II.11)$$

Os modos naturais $\varphi_i(x)$ formam uma série de funções infinita e completa. Uma oscilação genérica, livre e não amortecida, pode ser, então, representada por uma expressão do tipo:

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} y_i(t) \varphi_i(x) \quad (II.12)$$

Levando-se (II.12) em (II.2), obtém-se:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \left[\frac{d^2}{dx^2} \left[EI \frac{d^2 \varphi_i}{dx^2} \right] - \frac{d}{dx} \left[\bar{F}_x \frac{d\varphi_i}{dx} \right] \right] y_i(t) + m \varphi_i(x) \frac{d^2 y_i}{dt^2} \right\} = 0 \quad (II.13)$$

Multiplicando-se (II.13) por $\varphi_n(x)$, integrando-se o resultado em relação a x , ao longo de todo o comprimento e usando-se as propriedades (II.8) e (II.9) e as definições (II.10) e (II.11), então vale para o modo n a equação:

$$M_n \frac{d^2 y_n}{dt^2} + K_n y_n = 0 \quad (II.14)$$

Para o problema com amortecimento, as frequências e os modos naturais não são, em geral, significativamente diferentes dos que são obtidos no caso sem amortecimento.

Admitindo-se, por hipótese, que o amortecimento possa ser escrito como uma combinação linear entre a massa e a rigidez vale, então, a propriedade:

$$\int_0^L c(x) \varphi_i(x) \varphi_j(x) dx = 0 \quad (\text{II.15})$$

Neste caso, se for definido o coeficiente de amortecimento modal C_n de maneira que:

$$C_n = \int_0^L c(x) \varphi_n^2(x) dx \quad (\text{II.16})$$

pode-se incluir o amortecimento na equação modal (II.14), que se transforma em:

$$M_n \frac{d^2 Y_n}{dt^2} + C_n \frac{dY_n}{dt} + K_n Y_n = 0 \quad (\text{II.17})$$

Como os modos naturais formam uma série de funções completa, pode-se expressar a variável "fictícia" do fluido (w) em função de suas componentes modais, ou seja,

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} W_i(t) \varphi_i(x) \quad (\text{II.18})$$

No capítulo 3 foi discutido que a excitação devida ao desprendimento de vórtices é um fenômeno essencialmente modal. Supondo-se que somente o modo n esteja sendo excitado, haverá termo forçante apenas na equação relativa a este mesmo modo. Definindo-se $s_n(x)$ de forma que:

$$s_n(x) = \begin{cases} 1 & \text{nos pontos em que a freqüência do} \\ & \text{desprendimento de vórtices está} \\ & \text{sincronizada com a freqüência} \\ & \text{natural } \omega_n \\ 0 & \text{nos outros pontos} \end{cases}$$

e $S_n(x)$ tal que:

$$S_n = \int_0^L s_n(x) \phi_n^2(x) dx \quad (II.19)$$

então a equação forçada amortecida para o modo n será:

$$M_n \frac{d^2 Y_n}{dt^2} + C_n \frac{dY_n}{dt} + K_n Y_n = \alpha_4 S_n \left(\frac{dW_n}{dt} - \frac{dY_n}{dt} \right) \quad (II.20)$$

ou, agrupando-se os termos semelhantes,

$$M_n \frac{d^2 Y_n}{dt^2} + \left(C_n + \alpha_4 S_n \right) \frac{dY_n}{dt} + K_n Y_n = \alpha_4 S_n \frac{dW_n}{dt} \quad (II.21)$$

O coeficiente C_n , que engloba o amortecimento estrutural e o amortecimento viscoso, pode ser expresso em função do amortecimento crítico:

$$C_n = 2 \zeta_n^a M_n \omega_n \quad (II.22)$$

O amortecimento total também pode ser colocado em função do amortecimento crítico, definindo-se o coeficiente de amortecimento relativo total ζ_n^t , de forma que:

$$\left[C_n + \alpha_4 S_n \right] = 2 \zeta_n^t M_n \omega_n \quad (II.23)$$

A definição (II.23) pode ser colocada em (II.21), obtendo-se a equação:

$$M_n \frac{d^2 y_n}{dt^2} + 2 \zeta_n^t M_n \omega_n \frac{dy_n}{dt} + K_n y_n = \alpha_4 S_n \frac{dW_n}{dt} \quad (II.24)$$

A partir das propriedades (II.8) e (II.9) e das definições (II.10) e (II.11) mostra-se, a partir da equação (II.6), que:

$$K_n = \omega_n^2 M_n \quad (II.25)$$

Definindo-se a "massa efetiva" ν_n pela expressão:

$$\nu_n = \frac{M_n}{S_n} \quad (II.26)$$

e dividindo-se (II.24) membro a membro por M_n , obtém-se, com o auxílio de (II.25) e (II.26),

$$\frac{d^2 Y_n}{dt^2} + 2 \zeta_n^t \omega_n \frac{dY_n}{dt} + \omega_n^2 Y_n = \frac{\alpha_4}{\nu_n} \frac{dW_n}{dt} \quad (\text{II.27})$$

que é a forma final da equação modal procurada para o oscilador elástico.

Note-se que, de (II.22), (II.23) e (II.26),

$$\zeta_n^t = \zeta_n^a + \frac{\alpha_4}{2 \omega_n \nu_n} \quad (\text{II.28})$$

A seguir mostra-se como o amortecimento viscoso aparece dentro da parcela ζ_n^a , junto com o amortecimento estrutural.

II.2 - O AMORTECIMENTO VISCOZO

Nos trechos em que o riser está sendo excitado pelo desprendimento de vórtices (frequência de desprendimento sincronizada com uma das frequências naturais), o efeito do arraste hidrodinâmico devido ao movimento relativo entre a estrutura e o fluido já foi levado em conta na equação (II.21), através do termo proporcional a α_4 . Nos demais trechos, contudo, a dissipação introduzida pela viscosidade deve ser levada em consideração, embutida no coeficiente de amortecimento C_n .

A força viscosa por unidade de comprimento $f_v(x,t)$ pode ser obtida a partir da fórmula de Morison, acrescentando-se o fator $(1 - s(x))$, que é diferente de zero nos trechos em que não há

sincronização dos vórtices. Procedendo-se desta maneira, obtém-se a expressão:

$$f_v(x, t) = \frac{1}{2} c_d \frac{\gamma_a S}{g} D \left[V^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \right]^{1/2} \frac{\partial y}{\partial t} \left[1 - s(x) \right], \quad (\text{II.29})$$

onde c_d é o coeficiente de arraste e V é a velocidade da corrente marítima.

Como simplificação, supõe-se que a velocidade da corrente é muito menor que a velocidade do riser, nos trechos em que não há excitação. Neste caso:

$$f_v(x, t) = \frac{1}{2} c_d \frac{\gamma_a S}{g} D \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| \frac{\partial y}{\partial t} \left[1 - s(x) \right] \quad (\text{II.30})$$

Note-se que a última hipótese adotada é a favor da segurança, pois diminui o módulo da força viscosa.

Se a frequência de desprendimento de vórtices está sincronizada com ω_n , então a estrutura oscila no n -ésimo modo natural, isto é, pode-se escrever:

$$y(x, t) = A_n(x) \text{ sen } \omega_n t \quad (\text{II.31})$$

e, portanto,

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \omega_n A_n(x) \text{ cos } \omega_n t \quad (\text{II.32})$$

Se (II.32) for levada em (II.30), então a força viscosa fica

expressa por:

$$f_{v,n}(x,t) = \frac{1}{2} c_d \frac{\gamma_a S}{g} D \omega_n |A_n(x) \operatorname{sen} \omega_n t| \frac{\partial y}{\partial t} [1 - s(x)] \quad (\text{II.33})$$

Definindo-se o coeficiente de amortecimento viscoso $c_{v,n}(x,t)$ tal que:

$$c_{v,n}(x,t) = \frac{1}{2} c_d \frac{\gamma_a S}{g} D \omega_n |A_n(x) \operatorname{sen} \omega_n t| \quad (\text{II.34})$$

a expressão (II.33) pode ser reescrita, obtendo-se:

$$f_{v,n}(x,t) = c_{v,n}(x,t) \frac{\partial y}{\partial t} [1 - s(x)] \quad (\text{II.35})$$

Como é usual na literatura, a força viscosa será linearizada. O critério a ser adotado consiste em manter para a fórmula linear a mesma energia que é dissipada em um ciclo, quando se usa a fórmula não-linear. Procedendo-se desta maneira, chega-se a uma expressão linear para a força viscosa:

$$f_{v,n}(x,t) = c_{v,n}(x) \frac{\partial y}{\partial t} [1 - s(x)] \quad (\text{II.36})$$

onde o coeficiente de amortecimento viscoso fica dado por:

$$c_{v,n}(x) = \frac{4}{3\pi} c_d \frac{\gamma_a S}{g} D \omega_n |A_n(x)| \quad (\text{II.37})$$

A contribuição da força viscosa na n-ésima equação modal pode ser obtida por uma expressão análoga a (II.16), ou seja,

$$C_n^v = \int_0^L c_{v,n}(x) \varphi_n^2(x) dx \quad (II.38)$$

Se ζ_n^v for o coeficiente de amortecimento viscoso relativo ao amortecimento crítico, ou seja,

$$C_n^v = 2 \zeta_n^v \omega_n M_n \quad (II.39)$$

e ζ_n^i for o coeficiente de amortecimento interno relativo, então o amortecimento total ζ_n^a será dado por:

$$\zeta_n^a = \zeta_n^i + \zeta_n^v \quad (II.40)$$

e, portanto, de (II.39), (II.38) e (II.10),

$$\zeta_n^a = \zeta_n^i + \frac{1}{2 \omega_n} \frac{\int_0^L c_{v,n}(x) [1 - s(x)] \varphi_n^2(x) dx}{\int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx} \quad (II.41)$$

II.3 - FORMA DA AMPLITUDE DE VIBRAÇÃO

O movimento do fluido é descrito, no modelo matemático apresentado no capítulo 3, por uma variável "fictícia" $w(x,t)$, que obedece a uma equação de Van der Pol, aqui transcrita:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \left[\alpha_1 - \alpha_2 \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] \frac{\partial w}{\partial t} + \omega_s^2 w = \alpha_3 \frac{\partial y}{\partial t} \quad (II.42)$$

As expansões modais de w e y , respectivamente (II.18) e (II.12), podem ser aplicadas na equação (II.42). Neste caso:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{d^2 W_i}{dt^2} \varphi_i(x) \right\} - \left\{ \alpha_1 - \alpha_2 \left[\sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{dW_j}{dt} \varphi_j(x) \right) \right]^2 \right\} \cdot \\ \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{dW_i}{dt} \varphi_i(x) \right) + \omega_s^2 \sum_{i=1}^{\infty} \left[W_i(t) \varphi_i(x) \right] = \\ = \alpha_3 \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{dY_i}{dt} \varphi_i(x) \right) \end{aligned} \quad (II.43)$$

Multiplicando-se (II.43) membro a membro pelo produto $m(x) \varphi(x)$, integrando-se o resultado em relação a x , ao longo de todo o comprimento, e usando-se a propriedade (II.9) e a definição (II.10), então,

$$\begin{aligned}
& M_n \frac{d^2 W_n}{dt^2} - \alpha_1 M_n \frac{dW_n}{dt} + \\
& + \alpha_2 \int_0^L \left[\sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{dW_j}{dt} \varphi_j(x) \right) \right]^2 \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{dW_i}{dt} \varphi_i(x) \right) m(x) \varphi_n(x) dx + \\
& + \omega_s^2 M_n W_n = \alpha_3 M_n \frac{dY_n}{dt} \quad (II.44)
\end{aligned}$$

A terceira parcela de (II.44) provoca um acoplamento entre todas as equações modais. Para desacoplá-las, supõe-se que o n-ésimo modo natural predomina sobre os demais, ou seja,

$$\frac{dW_n}{dt} = O(1) \quad (II.45)$$

e

$$\frac{dW_i}{dt} = O(\varepsilon) \quad \text{para } i \neq n \quad (II.46)$$

onde ε é um número muito menor que 1.

A equação (II.44) pode ser reescrita sob esta última hipótese, obtendo-se:

$$\begin{aligned}
& M_n \frac{d^2 W_n}{dt^2} - \alpha_1 M_n \frac{dW_n}{dt} + \\
& + \alpha_2 \left[\int_0^L m(x) \varphi_n^4(x) dx \right] \left(\frac{dW_n}{dt} \right)^3 + \\
& + \omega_s^2 M_n W_n = \alpha_3 M_n \frac{dY_n}{dt} \quad (II.47)
\end{aligned}$$

onde foi usado o fato de que, quando há sincronização dos vórtices, a frequência de Strouhal ω_s é igual à frequência natural ω_n .

As constantes α_1 , α_2 , α_3 e α_4 que aparecem nas equações (II.27) e (II.49) são grandezas que têm dimensão. Pode-se, no entanto, definir os adimensionais correspondentes, $\bar{\alpha}_1$, $\bar{\alpha}_2$, $\bar{\alpha}_3$ e $\bar{\alpha}_4$, pelas expressões:

$$\alpha_1 = \omega_s \bar{\alpha}_1 \quad , \quad (II.51)$$

$$\alpha_2 = \frac{\bar{\alpha}_2}{\omega_s D^2} \quad , \quad (II.52)$$

$$\alpha_3 = \omega_s \bar{\alpha}_3 \quad (II.53)$$

e

$$\alpha_4 = \rho D^2 \omega_n \bar{\alpha}_4 \quad . \quad (II.54)$$

Usando-se a definição da massa reduzida efetiva μ_r^n dada pela expressão (3.26), pode-se reescrever (II.54) como:

$$\alpha_4 = \frac{4 \nu_n \omega_n}{\pi \mu_r^n} \bar{\alpha}_4 \quad . \quad (II.55)$$

Introduzindo-se este resultado em (II.28), pode-se escrever para o coeficiente de amortecimento relativo:

$$\zeta_n^t = \zeta_n^a + \frac{2 \bar{\alpha}_4}{\pi \mu_r^n} \quad (\text{II.56})$$

O deslocamento modal Y_n e a componente modal W_n da variável que descreve o fluxo, também podem ser adimensionalizados. Os correspondentes adimensionais \bar{Y}_n e \bar{W}_n são definidos pelas expressões:

$$Y_n = I_n^{-1/2} D \bar{Y}_n \quad (\text{II.57})$$

e

$$W_n = I_n^{-1/2} D \bar{W}_n \quad (\text{II.58})$$

onde o fator $I_n^{-1/2}$ foi introduzido em função do termo quadrático que aparece em (II.49).

Substituindo-se as expressões (II.50) a (II.58) nas equações (II.27) e (II.49) obtêm-se, respectivamente, a equação adimensional para o oscilador elástico,

$$\frac{d^2 \bar{Y}_n}{d\bar{t}^2} + \left[2 \zeta_n^a + \frac{4 \bar{\alpha}_4}{\pi \mu_r^n} \right] \frac{d\bar{Y}_n}{d\bar{t}} + \bar{Y}_n = \frac{4 \bar{\alpha}_4}{\pi \mu_r^n} \frac{d\bar{W}_n}{d\bar{t}} \quad (\text{II.59})$$

e a equação adimensional para o oscilador fluido,

$$\frac{d^2 \bar{W}_n}{d\bar{t}^2} - \left[\bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_2 \left[\frac{d\bar{W}_n}{d\bar{t}} \right]^2 \right] \frac{d\bar{W}_n}{d\bar{t}} + \bar{W}_n = \bar{\alpha}_3 \frac{d\bar{Y}_n}{d\bar{t}} \quad (\text{II.60})$$

Note-se que, conhecidas as constantes $\bar{\alpha}_1$, $\bar{\alpha}_2$, $\bar{\alpha}_3$ e $\bar{\alpha}_4$, o sistema de equações diferenciais formado por (II.59) e (II.60) depende exclusivamente dos parâmetros ζ_n^a e μ_r^n . Então a amplitude A_n do movimento do riser, quando ele oscila em seu n -ésimo modo natural, excitado pelo despreendimento de vórtices, será dada por uma expressão do tipo:

$$A_n = D F_n I_n^{-1/2}, \quad (\text{II.61})$$

onde F_n é um coeficiente de amplificação que é função apenas do coeficiente de amortecimento relativo ζ_n^a e da massa reduzida efetiva μ_r^n .

II.4 - USO DO MODELO DISCRETO NO CÁLCULO DA AMPLITUDE DE VIBRAÇÃO

A parte homogênea da equação modal (II.27) obtida para o modelo contínuo é idêntica à equação modal (II.143) obtida para o modelo discreto. Esta conclusão é trivial, pois as duas equações são representações de uma mesma realidade, mas permite que se usem alguns resultados obtidos pelo modelo discreto, no cálculo da amplitude da vibração cuja forma foi deduzida para o modelo contínuo.

O modelo discreto, deduzido no Apêndice I, permite que se

calculem, de uma maneira simples, as frequências naturais angulares ω_n e os modos naturais de vibração $\{\varphi_n\}$. Se a malha utilizada no processo for suficientemente fina, os valores obtidos serão bem próximos dos valores exatos, para o problema sem amortecimento. Neste caso, os modos naturais obtidos pelo modelo discreto podem ser usados como representação dos modos naturais exatos no problema contínuo.

Assim, parâmetros modais como ν_n , S_n e I_n , cujo conhecimento é necessário para estimação da amplitude de vibração, podem ser calculados, respectivamente, a partir das expressões (II.10), (II.19) e (II.48), nas quais se substituem os modos contínuos pelos modos discretos e as integrais exatas por integrais numéricas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ARANHA, J. A. P. e LIMA, J. Fatigue Induced by Vortex Shedding on a Ocean Pipeline. In: International Symposium on Offshore Engineering held at COPPE,5. Rio de Janeiro, September, 1985. Proceedings. London, Pentech Press, 1986, vol. 5, p. 58-89.
- [2] AZAR, J. J. Analysis and Design of Marine Structures. University of Tulsa, 422 p.
- [3] BERNITSAS, M. M. Problems in Marine Riser Design. Marine Technology, 1982, Vol. 19, No. 1, p. 73-82.
- [4] BERNITSAS, M. M. e KOKKINIS, T. Global Static Instability of Risers. Journal of Ship Research, Vol 28, No. 4 , Dec. 1984, p. 261-271.
- [5] BLEVINS, R.D. Flow-Induced Vibration. New York, Van Nostrand Reinhold, 1977. 363 p.
- [6] CRANDALL, S. H. e MARK, W. D. Random Vibration in

Mechanical Systems. New York, Academic Press, 1963.
166 p.

- [7] FREIRE, W. Recent Aspects of Deepwater Offshore Production in Brazil. In: International Symposium on Offshore Engineering held at COPPE,6. Rio de Janeiro, August, 1987. Proceedings. London, Pentech Press, 1988, vol. 6, p. 1-17.
- [8] GUIMARÃES, P. P. D. (coordenador) Análise Prospectiva de Tecnologias de Exploração em Águas Profundas. Relatório Final, CENPES, Petrobrás, 1988, 84 p.
- [9] GROVER, H. J., GORDON, S. A. e JACKSON, L. R. Fatigue of Metals and Structures. London, Thames and Hudson, 1956. 401 p.
- [10] HIRATA, K. e MARTINS, C. A. Some Hydrodynamic and Structural Problems in Deepwater Risers. In: International Symposium on Offshore Engineering held at COPPE,6. Rio de Janeiro, August, 1987. Proceedings. London, Pentech Press, 1988, vol. 6, p. 507-536.
- [11] IWAN, W. D. e BLEVINS, R. D. A Model for Vortex Induced Oscillation of Structures. Journal of Applied Mechanics, September 1974, p. 581-586.

- [12] IWAN, W. D. The Vortex Induced Oscillation of Elastic Structural Elements. Journal of Engineering for Industry, November 1975, p. 1378-1382.
- [13] IWAN, W. D. The Vortex-Induced Oscillation of Non-Uniform Structural System. Journal of Sound and Vibration, 1981, 79(2), p. 291-301.
- [14] LYONS, G. J. e PATEL, M. H. A Prediction Technique for Vortex Induced Transverse Response of Marine Risers and Tethers. Journal of Sound and Vibration, 1986, 111(3), p. 467-487.
- [15] MACE, B. R. Active Control of Flexural Vibrations. Journal of Sound and Vibration, 1987, 114(2), p. 253-270.
- [16] MARTINS, C. A. Análise Dinâmica da Operação de Resgate Lateral de Oleoduto Submarino. São Paulo, EPUSP, 1984. 284 p. Dissertação de mestrado.
- [17] MEIROVITCH, L. e BENNIGHOF, J. K. Modal Control of Traveling Waves in Flexible Structures. Journal of Sound and Vibration, 1986, 111(1), p. 131-144.
- [18] PROCAP - Programa de Capacitação Tecnológica em

Sistemas de Exploração para Águas Profundas.

Folheto promocional, Petrobrás, 1988, 12 p.

- [19] SCHÄFFER, B. E. e HOLZACH, H. Experimental Research on Flexible Beam Modal Control. J. Guidance, Vol 8, No. 5, Sept-Oct 1985, p. 597-604.
- [20] SPARKS, C. P. Mechanical Behavior of Marine Risers Mode of Influence of Principal Parameters. Journal of Energy Resources Technology, 1980, Vol 102, p. 214-222
- [21] TSAHALIS, D. T. e JONES, W. T. The Effect of the Sea-Bottom Proximity on the Fatigue Life of Suspended Spans of Offshore Pipelines Undergoing Vortex-Induced Vibrations. 14th Offshore Technology Conference, Houston, 1982.
- [22] VORONOFF, A. Modelo Físico do Riser de Exportação RIS-01 Fase 2 Etapa 1. Relatório SEPRON-003/88, Petrobrás, 1988, 17 p.