

Clóvis de Arruda Martins

Engenheiro Civil, EPUSP, 1979
Mestre em Engenharia, EPUSP, 1984
Doutor em Engenharia, EPUSP, 1989

**Uma Ferramenta Expedita
para Estudo de Viabilidade de
Risers Rígidos em Catenária**

Tese apresentada à Escola Politécnica
da USP como parte dos requisitos
para obtenção do título de Professor
Livre-Docente

São Paulo, 2000

Para Fernanda e Flávia

AGRADECIMENTOS

O autor deseja expressar os seus sinceros agradecimentos:

A toda a sua família, pelo incentivo constante ao longo de todos os passos de sua carreira.

À sua esposa Lázara e às suas filhas Fernanda e Flávia, pelo sacrifício das horas de convívio que lhes foram roubadas para a realização deste trabalho.

À FAPESP, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, pelo apoio sempre presente, através de projetos de pesquisa, bolsas e auxílios para divulgação dos resultados obtidos.

À Petrobras, Petróleo Brasileiro S. A., na figura do E&P - Exploração e Produção, pelos diversos convênios celebrados com a USP, que têm possibilitado sua participação contínua em atividades de pesquisa e desenvolvimento na área *offshore*, permitiram o seu primeiro contato com os *risers* rígidos em catenária e levaram à construção do *SteelCat*.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica pelo apoio recebido durante todos estes anos.

Ao Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica, que sempre o acolheu como um dos seus membros, pela possibilidade de unir as forças em um trabalho conjunto que tem sido muito frutífero.

Ao Prof. Dr. José Augusto Penteado Aranha, pela amizade de mais de vinte anos e pelo trabalho em conjunto na área de Mecânica de Cabos que culminou no *SteelCat*.

Ao Prof. Marcos Mendes de Oliveira Pinto que, com sua sede de encontrar defeitos no *software*, muito contribuiu para tornar o *SteelCat* uma ferramenta mais robusta.

Ao Dr. Renato Marques Correia da Silva, engenheiro da Petrobras, pela confiança no seu trabalho e pela oportunidade que lhe tem dado de contribuir para o desenvolvimento da área de *risers*.

Aos seus alunos Adriano Bello Costa, Carlos André Nascimento Harada e Edgar Higashi pela grande colaboração na construção do *SteelCat*.

A todos os colegas do Departamento de Engenharia Mecânica e do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica que colaboraram direta ou indiretamente para a realização desta tese.

Em especial, ao Prof. Dr. Celso Pupo Pesce, o maior usuário do *SteelCat*, pela grande colaboração com resultados e sugestões para aprimoramento do programa, além dos anos de amizade e trabalho conjunto.

RESUMO

O *riser* rígido surge, no mercado internacional, como alternativa economicamente atraente aos *risers* flexíveis, para aplicação em instalações de produção de petróleo em águas profundas. O seu emprego pode ser viável, do ponto de vista do comportamento mecânico, mas essa viabilidade deve ser verificada caso a caso, em um processo exaustivo. Devem ser analisados os esforços máximos a que ele estará submetido, bem como a fadiga causada por carregamentos alternados, considerando diversas condições ambientais.

Uma experiência acumulada na modelagem do comportamento mecânico de cabos submersos, no projeto de *risers* e no desenvolvimento de *softwares* para aplicação *offshore* motivou a construção de uma ferramenta computacional, especificamente dedicada ao estudo de viabilidade de *risers* rígidos em catenária. Este programa, que foi batizado de *SteelCat*, foi desenhado para ser aplicado na primeira volta da espiral de projeto de uma instalação para produção de petróleo.

Neste trabalho são apresentados os modelos usados pelo *SteelCat* e as metodologias empregadas nos três tipos de análise que ele executa: esforços extremos, fadiga causada pelo movimento da unidade flutuante e fadiga causada por vibrações induzidas por vórtices. Em paralelo, é apresentado um estudo de caso, baseado em dados reais, em que o programa é utilizado para analisar a viabilidade de um *riser* rígido, conectado a um *FPSO*, e os seus resultados são analisados sob a ótica do projetista do *riser*.

ABSTRACT

Steel catenary risers for applications in deepwater oil production fields appear, in the international market, as an economically attractive alternative to flexible risers. Their employment can be feasible from the mechanical behavior viewpoint, but their feasibility must be verified case by case in an exhaustive process. Maximum loads and fatigue must be analyzed, considering several environmental conditions.

The accumulated experience in the mechanical behavior modeling of submerged cables, riser design and software development for offshore applications motivated the creation of a computational tool specifically designed to analyze the feasibility of steel catenary risers. That program, named *SteelCat*, was designed to be used in the first turn of a design spiral of an oil production facility.

This work presents the models used in *SteelCat* and the methodologies employed in the three kinds of analyses it executes: extreme loads, fatigue due to the floating unit motion and fatigue due to vortex-induced vibration. In parallel, a case study based in real data is shown. The program is used to analyze the feasibility of a steel catenary riser connected to a *FPSO*. The results are discussed under the riser designer point of view.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO.....	1-1
1.1 Preliminares	1-1
1.2 Risers flexíveis versus risers rígidos	1-3
1.3 Semi-submersíveis versus FPSOs.....	1-4
1.4 A evolução do trabalho.....	1-6
1.5 Porque o SteelCat como assunto de tese?	1-8
1.6 O conteúdo deste texto	1-9
CAPÍTULO 2 MODELOS DO STEELCAT	2-1
2.1 Concepção da ferramenta.....	2-1
2.2 Movimento da unidade flutuante	2-4
2.3 Modelo estático	2-5
2.4 Modelo dinâmico	2-9
2.5 Espectro do mar e movimento do topo	2-13
2.6 Modelo de fadiga.....	2-14
2.7 Vibrações induzidas por vórtices.....	2-15
CAPÍTULO 3 ANÁLISE DE EXTREMOS	3-1
3.1 Considerações iniciais.....	3-1
3.2 Análise paramétrica de um riser rígido em catenária sob condições extremas	3-2
3.3 Critérios de projeto	3-4
3.3.1 Força de tração máxima.....	3-4
3.3.2 Força de tração mínima	3-5
3.3.3 Ângulo máximo no topo	3-5
3.3.4 Ângulo mínimo no topo.....	3-5
3.3.5 Amplitude máxima do ângulo no topo	3-5
3.3.6 Tensão máxima	3-6

3.3.7	Raio de curvatura mínimo na região do touchdown	3-6
3.3.8	Offset máximo do sistema flutuante.....	3-6
3.4	<i>Dados do problema</i>	3-6
3.4.1	Dados do tubo	3-7
3.4.2	Dados da junta flexível no topo	3-7
3.4.3	Dados da unidade flutuante.....	3-7
3.4.4	Dados da geometria do sistema.....	3-8
3.4.5	Dados do ambiente	3-8
3.4.6	Dados da correnteza	3-8
3.4.7	Dados da onda.....	3-8
3.5	<i>Metodologia de análise</i>	3-8
3.5.1	O problema a ser resolvido	3-8
3.5.2	Escolha da força de tração no topo na posição neutra.....	3-9
3.5.3	Determinação da configuração de equilíbrio na posição neutra.....	3-10
3.5.4	Determinação das configurações de equilíbrio nas posições near e far	3-10
3.5.5	Solução do problema dinâmico para as posições near e far	3-11
3.5.6	Composição dos resultados.....	3-11
3.5.7	Variáveis de interesse	3-11
3.5.8	Análise dos resultados face aos critérios de projeto.....	3-11
3.6	<i>Dados de um caso real</i>	3-12
3.6.1	Propriedades do tubo	3-12
3.6.2	Características da unidade flutuante.....	3-12
3.6.3	Incidência de ondas e correnteza	3-14
3.6.4	Ondas.....	3-18
3.6.5	Correnteza.....	3-18
3.6.6	Crítérios de projeto.....	3-20
3.7	<i>Estudo de caso</i>	3-21
3.7.1	Diagramas de viabilidade	3-21
3.7.2	Olhando mais de perto um caso típico	3-45
CAPÍTULO 4	<i>ANÁLISE DE FADIGA</i>	4-1
4.1	<i>Considerações iniciais</i>	4-1
4.2	<i>Análise paramétrica de um riser rígido em catenária</i>	4-2

4.3	<i>Movimentos da unidade flutuante</i>	4-2
4.4	<i>Critério de projeto</i>	4-3
4.5	<i>Dados do problema</i>	4-3
4.5.1	Configurações neutras	4-3
4.5.2	Dados da unidade flutuante.....	4-4
4.5.3	Dados da correnteza	4-4
4.5.4	Dados da onda.....	4-4
4.5.5	Parâmetros da curva de fadiga do material.....	4-5
4.6	<i>Metodologia de análise</i>	4-5
4.6.1	Dano causado pelo movimento de segunda ordem.....	4-6
4.6.2	Dano causado pelo movimento de primeira ordem.....	4-8
4.6.3	Composição dos danos	4-8
4.7	<i>Dados de um caso real</i>	4-9
4.7.1	Lei de fadiga do material	4-9
4.7.2	Estados de mar	4-9
4.7.3	Correnteza.....	4-10
4.7.4	Movimento de segunda ordem da unidade flutuante	4-12
4.7.5	Critério de projeto	4-14
4.8	<i>Estudo de caso</i>	4-15
4.8.1	Diagramas de viabilidade	4-15
4.8.2	Olhando mais de perto um caso típico	4-29
4.8.3	Olhando mais de perto outro caso típico	4-34
CAPÍTULO 5 VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICES		5-1
5.1	<i>Considerações iniciais</i>	5-1
5.2	<i>Análise paramétrica</i>	5-2
5.3	<i>Critério de projeto</i>	5-2
5.4	<i>Dados do problema</i>	5-2
5.4.1	Configurações neutras	5-3
5.4.2	Dados da correnteza	5-3
5.4.3	Parâmetros da curva de fadiga do material.....	5-3
5.5	<i>Metodologia de análise</i>	5-4
5.6	<i>Dados de um caso real</i>	5-5
5.6.1	Lei de fadiga do material	5-5

5.6.2	Perfis de correnteza	5-6
5.6.3	Critério de projeto	5-9
5.7	<i>Estudo de caso</i>	5-10
5.7.1	Dano acumulado em um ano	5-10
5.7.2	Olhando mais de perto um caso típico	5-36
CAPÍTULO 6 CONCLUSÃO.....		6-1
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....		7-1
APÊNDICE A MODELO ESTÁTICO		A-1
A.1	<i>Considerações iniciais.....</i>	A-1
A.2	<i>Geometria do problema.....</i>	A-1
A.3	<i>Esforços que atuam sobre o cabo.....</i>	A-3
A.3.1	Peso próprio	A-3
A.3.2	Pressão hidrostática	A-3
A.3.3	Corrente marítima	A-5
A.3.4	Esforços totais	A-7
A.4	<i>Equações do problema estático</i>	A-8
A.4.1	Equação de compatibilidade de deformação	A-9
A.4.2	Equações de equilíbrio de forças.....	A-9
A.4.3	Equações de compatibilidade geométrica.....	A-10
A.4.4	Equação de equilíbrio de momentos	A-11
A.4.5	Equação constitutiva.....	A-13
A.4.6	Força solicitante e força efetiva	A-14
A.4.7	Sistema de equações.....	A-16
A.5	<i>Condições de contorno</i>	A-17
A.6	<i>Algoritmo de solução.....</i>	A-18
APÊNDICE B CAMADA LIMITE ESTÁTICA		B-1
B.1	<i>Considerações iniciais.....</i>	B-1
B.2	<i>Correção devida à rigidez flexional na região do ponto de touchdown.....</i>	B-1
B.3	<i>Correção devida à rigidez flexional na região da extremidade suspensa.....</i>	B-7

APÊNDICE C	MODELO DINÂMICO	C-1
C.1	<i>Considerações iniciais</i>	C-1
C.2	<i>O problema dinâmico como uma perturbação da configuração de equilíbrio estática</i>	C-2
C.2.1	Coordenadas e deslocamentos	C-2
C.2.2	Esforços solicitantes	C-2
C.2.3	Esforços aplicados	C-3
C.2.4	Deformação axial	C-3
C.2.5	Sistema de equações do problema estático	C-3
C.2.6	Sistema de equações do problema completo	C-4
C.2.7	Sistema de equações perturbadas	C-5
C.2.8	Equações em componentes normal e tangencial dos deslocamentos	C-7
C.3	<i>Formulação via princípio do trabalho virtual</i>	C-11
C.3.1	Deslocamentos virtuais	C-11
C.3.2	Trabalho virtual	C-12
C.3.3	Manipulação da equação do trabalho virtual	C-12
C.4	<i>Esforços atuantes</i>	C-15
C.4.1	Inércia	C-15
C.4.2	Inércia adicional	C-16
C.4.3	Amortecimento linear	C-16
C.4.4	Onda	C-17
C.4.5	Esforços totais	C-19
C.5	<i>Condições de contorno</i>	C-19
C.5.1	Condições de contorno no ponto de touchdown	C-19
C.5.2	Condições de contorno no topo	C-21
C.6	<i>Modelo discreto</i>	C-23
C.6.1	Funções de forma	C-23
C.6.2	Montagem das matrizes	C-25
C.6.2.1	<i>Matriz de massa</i>	C-26
C.6.2.2	<i>Matriz de rigidez elástica</i>	C-27
C.6.2.3	<i>Matriz de rigidez geométrica</i>	C-29
C.6.2.4	<i>Matriz de amortecimento linear</i>	C-30
C.6.2.5	<i>Vetor do carregamento devido à onda incidente</i>	C-32

C.6.3	Equação matricial.....	C-33
C.6.4	Solução no domínio da frequência.....	C-34
C.6.5	Introdução das condições de contorno	C-36
APÊNDICE D	LINEARIZAÇÃO DO AMORTECIMENTO	D-1
D.1	<i>Considerações iniciais.....</i>	D-1
D.2	<i>A fórmula de Morison</i>	D-1
D.3	<i>Linearização da fórmula de Morison</i>	D-2
D.4	<i>Processo iterativo.....</i>	D-4
D.5	<i>Cálculo da amplitude A_0.....</i>	D-5
D.5.1	<i>Igualdade da energia dissipada por ciclo</i>	D-5
D.5.2	<i>Problema sem correnteza.....</i>	D-6
D.5.3	<i>Problema com correnteza dominante</i>	D-7
APÊNDICE E	CAMADA LIMITE DINÂMICA NO TOUCHDOWN.....	E-1
E.1	<i>Considerações iniciais.....</i>	E-1
E.2	<i>Momento fletor estático na região do touchdown.....</i>	E-1
E.3	<i>Resposta dinâmica na vizinhança do ponto de touchdown.....</i>	E-5
E.3.1	<i>Condições de contorno no ponto de touchdown dinâmico.....</i>	E-5
E.3.2	<i>Problema dinâmico linear e estimativa de $x_0(t)$</i>	E-8
E.3.3	<i>Curvatura na vizinhança do ponto de touchdown.....</i>	E-9
E.3.4	<i>Efeito local da rigidez flexional no momento dinâmico.....</i>	E-11
APÊNDICE F	CAMADA LIMITE DINÂMICA NO TOPO.....	F-1
F.1	<i>Considerações iniciais.....</i>	F-1
F.2	<i>Curvatura dinâmica no topo</i>	F-1
APÊNDICE G	MOVIMENTO DO TOPO	G-1
G.1	<i>Considerações iniciais.....</i>	G-1
G.2	<i>Espectro do mar.....</i>	G-1
G.3	<i>Movimento da unidade flutuante</i>	G-2
G.4	<i>Movimento do topo do riser.....</i>	G-3
G.5	<i>Movimento equivalente</i>	G-4
APÊNDICE H	MODELO DE FADIGA	H-1
H.1	<i>Considerações iniciais.....</i>	H-1

<i>H.2 Curva S-N</i>	<i>H-2</i>
<i>H.3 Dano Acumulado</i>	<i>H-2</i>
APÊNDICE I MODELOS PARA VÓRTICES	I-1
<i>I.1 Considerações iniciais</i>	<i>I-1</i>
<i>I.2 O mecanismo físico</i>	<i>I-1</i>
<i>I.3 O modelo matemático</i>	<i>I-7</i>

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 - Riser em catenária simples	1-2
Figura 1.2 - Corte de um riser flexível típico	1-3
Figura 1.3 - FPSO Petrobras P-35	1-5
Figura 2.1 - Curvatura de um riser nas proximidades do ponto de contato	2-7
Figura 2.2 - Curvatura de um riser nas proximidades do topo	2-8
Figura 2.3 - Desvio padrão do momento fletor na vizinhança do touchdown	2-12
Figura 2.4 - Série temporal da curvatura na seção onde ocorre a sua máxima variação	2-12
Figura 2.5 - Amplitude da curvatura na região do topo	2-13
Figura 3.1 - Condições de incidência relativa entre correnteza, onda e aproamento do FPSO para correnteza na direção sul	3-15
Figura 3.2 - Condições de incidência relativa entre correnteza, onda e aproamento do FPSO para correnteza na direção norte.....	3-16
Figura 3.3 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda N - 100% de carga	3-22
Figura 3.4 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NE - 100% de carga	3-23
Figura 3.5 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda E - 100% de carga.....	3-23
Figura 3.6 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SE - 100% de carga.....	3-24
Figura 3.7 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda S - 100% de carga.....	3-24
Figura 3.8 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SW - 100% de carga	3-25
Figura 3.9 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda W - 100% de carga.....	3-25
Figura 3.10 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NW - 100% de carga.....	3-26
Figura 3.11 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda N - 100% de carga.....	3-26
Figura 3.12 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NE - 100% de carga	3-27
Figura 3.13 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda E - 100% de carga	3-27
Figura 3.14 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SE - 100% de carga	3-28
Figura 3.15 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda S - 100% de carga	3-28
Figura 3.16 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SW - 100% de carga.....	3-29

Figura 3.17 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda W - 100% de carga.....	3-29
Figura 3.18 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NW - 100% de carga	3-30
Figura 3.19 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda N - 40% de carga	3-30
Figura 3.20 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NE - 40% de carga.....	3-31
Figura 3.21 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda E - 40% de carga.....	3-31
Figura 3.22 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SE - 40% de carga.....	3-32
Figura 3.23 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda S - 40% de carga.....	3-32
Figura 3.24 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SW - 40% de carga	3-33
Figura 3.25 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda W - 40% de carga	3-33
Figura 3.26 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NW - 40% de carga.....	3-34
Figura 3.27 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda N - 40% de carga.....	3-34
Figura 3.28 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NE - 40% de carga	3-35
Figura 3.29 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda E - 40% de carga	3-35
Figura 3.30 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SE - 40% de carga.....	3-36
Figura 3.31 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda S - 40% de carga	3-36
Figura 3.32 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SW - 40% de carga.....	3-37
Figura 3.33 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda W - 40% de carga.....	3-37
Figura 3.34 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NW - 40% de carga	3-38
Figura 3.35 - Diagrama de viabilidade para a nova altura significativa - corrente S onda SE - 100% de carga	3-42
Figura 3.36 - Diagrama de viabilidade para a nova altura significativa - corrente S onda SW - 100% de carga	3-43
Figura 3.37 - Diagrama de viabilidade para a nova altura significativa - corrente N onda NW - 100% de carga.....	3-43
Figura 3.38 - Diagrama de viabilidade para a nova altura significativa - corrente S onda SE - 40% de carga	3-44
Figura 3.39 - Diagrama de viabilidade para a nova altura significativa - corrente S onda SW - 40% de carga.....	3-44
Figura 3.40 - Diagrama de viabilidade para a nova altura significativa - corrente N onda NW - 40% de carga.....	3-45
Figura 3.41 - Comprimento total em função da tração neutra no topo	3-46
Figura 3.42 - Comprimento suspenso em função da tração neutra no topo	3-46
Figura 3.43 - Ângulo no topo em função da tração neutra no topo	3-47
Figura 3.44 - Amplitude do ângulo no topo em função da tração neutra no topo.....	3-48

Figura 3.45 - Tração no topo em função da tração neutra no topo	3-49
Figura 3.46 - Tração no TDP em função da tração neutra no topo	3-49
Figura 3.47 - Amplitude da tração dinâmica no TDP em função da tração neutra no topo.....	3-50
Figura 3.48 - Tensão no topo em função da tração neutra no topo	3-51
Figura 3.49 - Tensão no TDP em função da tração neutra no topo	3-51
Figura 3.50 - Curvatura no TDP em função da tração neutra no topo.....	3-52
Figura 3.51 - Amplitude da curvatura dinâmica no TDP em função da tração neutra no topo	3-52
Figura 4.1 - Posições extremas do topo do riser.....	4-7
Figura 4.2 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda N - 100% de carga	4-15
Figura 4.3 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NE - 100% de carga	4-16
Figura 4.4 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda E - 100% de carga.....	4-16
Figura 4.5 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SE - 100% de carga.....	4-16
Figura 4.6 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda S - 100% de carga.....	4-17
Figura 4.7 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SW - 100% de carga	4-17
Figura 4.8 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda W - 100% de carga.....	4-17
Figura 4.9 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NW - 100% de carga.....	4-18
Figura 4.10 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda N - 100% de carga.....	4-18
Figura 4.11 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NE - 100% de carga	4-18
Figura 4.12 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda E - 100% de carga	4-19
Figura 4.13 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SE - 100% de carga.....	4-19
Figura 4.14 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda S - 100% de carga	4-19
Figura 4.15 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SW - 100% de carga.....	4-20
Figura 4.16 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda W - 100% de carga.....	4-20
Figura 4.17 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NW - 100% de carga.....	4-20
Figura 4.18 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda N - 40% de carga	4-21
Figura 4.19 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NE - 40% de carga.....	4-21
Figura 4.20 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda E - 40% de carga.....	4-21
Figura 4.21 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SE - 40% de carga.....	4-22
Figura 4.22 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda S - 40% de carga.....	4-22
Figura 4.23 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SW - 40% de carga	4-22
Figura 4.24 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda W - 40% de carga	4-23
Figura 4.25 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NW - 40% de carga.....	4-23

Figura 4.26 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda N - 40% de carga.....	4-23
Figura 4.27 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NE - 40% de carga	4-24
Figura 4.28 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda E - 40% de carga	4-24
Figura 4.29 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SE - 40% de carga.....	4-24
Figura 4.30 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda S - 40% de carga	4-25
Figura 4.31 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SW - 40% de carga.....	4-25
Figura 4.32 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda W - 40% de carga.....	4-25
Figura 4.33 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NW - 40% de carga	4-26
Figura 4.34 - Diagrama de viabilidade para a nova posição da âncora - corrente S onda SW - 100% de carga	4-27
Figura 4.35 - Diagrama de viabilidade para a nova posição da âncora - corrente N onda NE - 100% de carga.....	4-27
Figura 4.36 - Diagrama de viabilidade para a nova posição da âncora - corrente S onda SW - 40% de carga	4-27
Figura 4.37 - Diagrama de viabilidade para a nova posição da âncora - corrente N onda NE - 40% de carga.....	4-28
Figura 4.38 - Diagrama de viabilidade para os seis primeiros estados de mar - corrente S onda SW - 100% de carga	4-28
Figura 4.39 - Diagrama de viabilidade para os seis primeiros estados de mar - corrente S onda SW - 40% de carga	4-29
Figura 4.40 - Dano acumulado em um ano no TDP	4-30
Figura 4.41 - Dano acumulado em um ano no topo	4-31
Figura 4.42 - Dano acumulado pelo movimento de primeira ordem na região do TDP em função da posição para uma tração neutra no topo de 2600 kN.....	4-31
Figura 4.43 - Dano acumulado pelo movimento de primeira ordem na região do TDP em função da posição para uma tração neutra no topo de 2600 kN para o mar 7.....	4-32
Figura 4.44 - Dano acumulado pelo movimento de segunda ordem na região do TDP em função da posição para uma tração neutra no topo de 2600 kN.....	4-33
Figura 4.45 - Dano acumulado pelo movimento de segunda ordem na região do TDP em função da posição para uma tração neutra no topo de 2600 kN para o estado de mar 9	4-33

Figura 4.46 - Dano acumulado em um ano no TDP	4-35
Figura 4.47 - Dano acumulado em um ano no topo	4-35
Figura 4.48 - Dano acumulado em um ano na região do TDP pelo movimento de primeira ordem para uma tração neutra de 3000 kN.....	4-36
Figura 5.1 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda N - 100% de carga	5-11
Figura 5.2 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda NE - 100% de carga.....	5-11
Figura 5.3 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda E - 100% de carga	5-12
Figura 5.4 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda SE - 100% de carga	5-12
Figura 5.5 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda S - 100% de carga	5-13
Figura 5.6 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda SW - 100% de carga	5-13
Figura 5.7 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda W - 100% de carga	5-14
Figura 5.8 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda NW - 100% de carga	5-14
Figura 5.9 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda N - 100% de carga	5-15
Figura 5.10 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda NE - 100% de carga	5-15
Figura 5.11 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda E - 100% de carga	5-16
Figura 5.12 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda SE - 100% de carga	5-16
Figura 5.13 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda S - 100% de carga	5-17
Figura 5.14 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda SW - 100% de carga	5-17
Figura 5.15 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda W - 100% de carga	5-18

Figura 5.16 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda NW - 100% de carga	5-18
Figura 5.17 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda N - 40% de carga	5-19
Figura 5.18 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda NE - 40% de carga	5-19
Figura 5.19 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda E - 40% de carga	5-20
Figura 5.20 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda SE - 40% de carga	5-20
Figura 5.21 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda S - 40% de carga	5-21
Figura 5.22 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda SW - 40% de carga	5-21
Figura 5.23 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda W - 40% de carga	5-22
Figura 5.24 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda NW - 40% de carga	5-22
Figura 5.25 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda N - 40% de carga	5-23
Figura 5.26 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda NE - 40% de carga	5-23
Figura 5.27 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda E - 40% de carga	5-24
Figura 5.28 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda SE - 40% de carga	5-24
Figura 5.29 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda S - 40% de carga	5-25
Figura 5.30 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda SW - 40% de carga	5-25
Figura 5.31 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda W - 40% de carga	5-26
Figura 5.32 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda NW - 40% de carga	5-26

Figura 5.33 - Dano acumulado em um ano por todos os perfis de corrente	5-37
Figura 5.34 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 1	5-37
Figura 5.35 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 2	5-38
Figura 5.36 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 3	5-38
Figura 5.37 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 4	5-39
Figura 5.38 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 5	5-39
Figura 5.39 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 6	5-40
Figura 5.40 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 7	5-40
Figura 5.41 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 8	5-41
Figura 5.42 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 9	5-41
Figura 5.43 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 10.....	5-42
Figura 5.44 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 11.....	5-42
Figura 5.45 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 12.....	5-43
Figura 5.46 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 13.....	5-43
Figura 5.47 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 14.....	5-44
Figura 5.48 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - todos os perfis	5-45
Figura 5.49 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 1	5-45
Figura 5.50 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 2	5-46
Figura 5.51 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 3	5-46
Figura 5.52 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 4	5-47
Figura 5.53 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 5	5-47
Figura 5.54 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 6	5-48
Figura 5.55 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 7	5-48
Figura 5.56 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 8	5-49

Figura 5.57 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 9	5-49
Figura 5.58 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 10	5-50
Figura 5.59 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 11	5-50
Figura 5.60 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 12	5-51
Figura 5.61 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 13	5-51
Figura 5.62 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 14	5-52
Figura A.1 - Geometria do problema.....	A-2
Figura A.2 - Sistema de coordenadas.....	A-3
Figura A.3 - Pressão hidrostática agindo sobre um elemento de tubo tampado nas extremidades.....	A-4
Figura A.4 - Pressão hidrostática agindo sobre um elemento de tubo.....	A-5
Figura A.5 - Perfil da corrente.....	A-6
Figura A.6 - Elemento de cabo.....	A-9
Figura A.7 - Força cortante e força de tração.....	A-12
Figura A.8 - Componentes normal e tangencial do carregamento	A-13
Figura C.1 - Componentes do deslocamento	C-7
Figura C.2 - Componentes do carregamento	C-9
Figura C.3 - Esquema da condição de contorno no ponto de touchdown para o problema dinâmico.....	C-20
Figura C.4 - Funções de forma.....	C-25
Figura C.5 - Derivadas das funções de forma	C-25
Figura I.1 - Fluxo sobre uma placa.....	I-2
Figura I.2 - escoamento ao longo de um cilindro.....	I-2
Figura I.3 - Par de vórtices estacionários.....	I-3
Figura I.4 - Esteira de Von Karman	I-3
Figura I.5 - Circulação no instante t	I-5
Figura I.6 - Circulação no instante $t+\Delta t$	I-5
Figura I.7 - Fator de amplificação em função do produto $\mu_r \zeta_n$	I-14

Figura I.8 - Fator de redução da amplitude em função da velocidade reduzida I-16

Figura I.9 - Comparação entre resultados teóricos e experimentais de Lyons & Patel..... I-17

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 - Propriedades do material do tubo	3-13
Tabela 3.2 - Nomes associados aos RAOs do VLCC	3-13
Tabela 3.3 - Condições de incidência ambiental utilizadas para análise.....	3-17
Tabela 3.4 - Dados das ondas centenárias	3-18
Tabela 3.5 - Perfis de correnteza centenária para a situação near.....	3-19
Tabela 3.6 - Perfis de correnteza centenária para a situação far	3-20
Tabela 3.7 - Resumo dos diagramas de viabilidade para 100% do calado.....	3-39
Tabela 3.8 - Resumo dos diagramas de viabilidade para 40% do calado.....	3-40
Tabela 3.9 - Máximas alturas significativas de onda para os casos críticos.....	3-42
Tabela 4.1 - Estados de mar para o estudo de fadiga	4-10
Tabela 4.2 - Perfil de corrente anual para a situação near	4-11
Tabela 4.3 - Perfil de corrente anual para a situação far	4-11
Tabela 4.4 - Movimentos de segunda ordem do FPSO	4-13
Tabela 4.5 - Offsets máximos para cada estado de mar	4-14
Tabela 5.1 - Perfis de corrente para análise de vórtices (parte I).....	5-6
Tabela 5.2 - Perfis de corrente para análise de vórtices (parte II)	5-7
Tabela 5.3 - Perfis de corrente para análise de vórtices (parte III)	5-8
Tabela 5.4 - Probabilidade de ocorrência dos perfis de correnteza.....	5-9
Tabela 5.5 - Dano acumulado para tração neutra de 2400 kN - 100% do calado	5-28
Tabela 5.6 - Dano acumulado para tração neutra de 2400 kN - 40% do calado.....	5-29
Tabela 5.7 - Dano acumulado para tração neutra de 2600 kN - 100% do calado	5-30
Tabela 5.8 - Dano acumulado para tração neutra de 2600 kN - 40% do calado.....	5-31
Tabela 5.9 - Dano acumulado para tração neutra de 2800 kN - 100% do calado	5-32
Tabela 5.10 - Dano acumulado para tração neutra de 2800 kN - 40% do calado.....	5-33
Tabela 5.11 - Dano acumulado para tração neutra de 3000 kN - 100% do calado	5-34
Tabela 5.12 - Dano acumulado para tração neutra de 3000 kN - 40% do calado.....	5-35
Tabela 5.13 - Vida útil em função da tração neutra no topo.....	5-36

NOMENCLATURA

Alfabeto Latino

a_n	Componente normal da força de arraste
a_t	Componente tangencial da força de arraste
a_w	Carga distribuída devida à onda incidente
\bar{a}_w	Amplitude da carga distribuída devida à onda incidente
A	Área resistente da seção transversal do cabo
A_0	Amplitude "global" do movimento do cabo
A_n	Amplitude do deslocamento normal ao cabo
A_n	Amplitude modal da oscilação do <i>riser</i>
A_w	Amplitude das ondas do mar
\bar{c}	Força de arraste por unidade de comprimento
c_0	Velocidade de propagação da onda elástica sobre o cabo
c_d	Coefficiente de arraste
$c_{d,n}$	Coefficiente de arraste na direção normal
$\tilde{c}_{d,n}$	Coefficiente de arraste na direção normal para a forma linear da força de arraste

$c_{d,t}$	Coeficiente de arraste na direção tangencial
c_L	Coeficiente de sustentação
c_m	Coeficiente de massa adicional
c_n	Coeficiente de arraste na direção normal
c_t	Coeficiente de arraste na direção tangencial
c_x	Componente horizontal da força de arraste
c_z	Componente vertical da força de arraste
$c_{v,n}$	Coeficiente de atrito viscoso modal
$[C]$	Matriz de amortecimento linear
C_1	Constante de integração
C_2	Constante de integração
C_3	Constante de integração
$[C_{nn}]$	Sub-matriz normal-normal da matriz de amortecimento linear
$[C_{nn}]_{i,j}$	Elemento correspondente à linha i e à coluna j da matriz $[C_{nn}]$
$[C_{tt}]$	Sub-matriz tangencial-tangencial da matriz de amortecimento linear
$[C_{tt}]_{i,j}$	Elemento correspondente à linha i e à coluna j da matriz $[C_{tt}]$
d	Profundidade local do mar
\bar{d}	Vetor deslocamento da extremidade superior do <i>riser</i>
\bar{d}_0	Vetor deslocamento da origem do <i>RAO</i> em relação a um referencial fixo
$d_x(\omega, t)$	<i>Surge</i> do ponto de referência do <i>RAO</i> para uma amplitude unitária da onda

$d_y(\omega, t)$	<i>Sway</i> do ponto de referência do <i>RAO</i> para uma amplitude unitária da onda
$d_z(\omega, t)$	<i>Heave</i> do ponto de referência do <i>RAO</i> para uma amplitude unitária da onda
D	Diâmetro externo do cabo
$\bar{D}(\omega)$	Amplitude do deslocamento da extremidade superior do <i>riser</i>
$[D]$	Matriz dinâmica
$[D_{11}]$	Submatriz da matriz dinâmica correspondente aos elementos vinculado-vinculado
$[D_{12}]$	Submatriz da matriz dinâmica correspondente aos elementos vinculado-livre
$[D_{21}]$	Submatriz da matriz dinâmica correspondente aos elementos livre-vinculado
$[D_{22}]$	Submatriz da matriz dinâmica correspondente aos elementos livre-livre
D_t	Amplitude da projeção do movimento do topo do <i>riser</i> em sua direção
$D_x(\omega, t)$	Amplitude do movimento de <i>surge</i> do ponto de referência do <i>RAO</i> para uma amplitude de onda unitária
$D_y(\omega, t)$	Amplitude do movimento de <i>sway</i> do ponto de referência do <i>RAO</i> para uma amplitude de onda unitária
$D_z(\omega, t)$	Amplitude do movimento de <i>heave</i> do ponto de referência do <i>RAO</i> para uma amplitude de onda unitária
e	Componente dinâmica da deformação axial do cabo
E	Módulo de Young
\bar{E}	Empuxo aplicado sobre o elemento de tubo

EA	Rigidez axial: produto do módulo de Young E pela área resistente da seção transversal A
EJ	Rigidez flexional: produto do módulo de Young E pelo momento de inércia da seção transversal J
$f(z)$	Perfil de distribuição das velocidades da correnteza marítima
$f_{d,n}$	Componente normal da força de arraste por unidade de comprimento
$\tilde{f}_{d,n}$	Componente normal da força de arraste linear por unidade de comprimento
$f_j(s)$	Função de interpolação associada ao nó j
f_L	Força de sustentação (“lift”) por unidade de comprimento
f_s	Frequência de Strouhal
$F_{ef,x}$	Componente horizontal efetiva da força que solicita a seção transversal do cabo
$F_{ef,z}$	Componente vertical efetiva da força que solicita a seção transversal do cabo
$F_{h,x}$	Componente horizontal da força causada pela pressão hidrostática que solicita a seção transversal do cabo
$F_{h,z}$	Componente vertical da força causada pela pressão hidrostática que solicita a seção transversal do cabo
F_L	Força de sustentação (“lift”)
F_n	Fator de amplificação no modelo do oscilador hidro-elástico
F_x	Componente horizontal da força que solicita a seção transversal do cabo
$F_{x,c}$	Componente horizontal da força que solicita a seção transversal de um fio ideal

$F_{x,d}$	Componente horizontal dinâmica da força que solicita a seção transversal do cabo
$F_{x,e}$	Componente horizontal estática da força que solicita a seção transversal do cabo
F_z	Componente vertical da força que solicita a seção transversal do cabo
$F_{z,c}$	Componente vertical da força que solicita a seção transversal de um fio ideal
$F_{z,d}$	Componente vertical dinâmica da força que solicita a seção transversal do cabo
$F_{z,e}$	Componente vertical estática da força que solicita a seção transversal do cabo
g	Aceleração local da gravidade
$[G]$	Matriz de rigidez geométrica
$[G_{nn}]$	Sub-matriz normal-normal da matriz de rigidez geométrica
$[G_{nn}]_{ij}$	Elemento correspondente à linha i e à coluna j da matriz $[G_{nn}]$
$[G_{nt}]$	Sub-matriz normal-tangencial da matriz de rigidez geométrica
$[G_{nt}]_{ij}$	Elemento correspondente à linha i e à coluna j da matriz $[G_{nt}]$
$[G_{tn}]$	Sub-matriz tangencial-normal da matriz de rigidez geométrica
$[G_{tn}]_{ij}$	Elemento correspondente à linha i e à coluna j da matriz $[G_{tn}]$
$[G_{tt}]$	Sub-matriz tangencial-tangencial da matriz de rigidez geométrica
$[G_{tt}]_{ij}$	Elemento correspondente à linha i e à coluna j da matriz $[G_{tt}]$
\vec{h}	Força hidrostática distribuída aplicada sobre a parede lateral do tubo
h_x	Componente horizontal de \vec{h}

h_z	Componente horizontal de \vec{h}
\vec{H}	Resultante da pressão hidrostática atuante sobre a tampa de um elemento fechado de tubo
$H_{1/3}$	Altura significativa da onda incidente
$H_d(\omega)$	Amplitude da projeção do movimento do topo do <i>riser</i> em sua própria direção
\vec{i}	Versor da base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ que é horizontal e paralelo ao plano do <i>riser</i>
i_a	Inércia adicional
i_n	Componente normal da força de inércia
i_t	Componente tangencial da força de inércia
I_n	Fator de forma no oscilador hidro-elástico
\vec{j}	Versor da base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ que é horizontal e perpendicular ao plano do <i>riser</i>
J	Momento de inércia da seção transversal
k	Constante da mola equivalente
\hat{k}	Rigidez da mola no topo, relativa à rigidez flexional EJ
\vec{k}	Versor da base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ que é vertical
k_w	Número da onda do mar
$[K]$	Matriz de rigidez elástica
$[K_{nn}]$	Sub-matriz normal-normal da matriz de rigidez elástica
$[K_{nn}]_{i,j}$	Elemento correspondente à linha i e à coluna j da matriz $[K_{nn}]$
$[K_{nt}]$	Sub-matriz normal-tangencial da matriz de rigidez elástica

$[K_{nt}]_{i,j}$	Elemento correspondente à linha i e à coluna j da matriz $[K_{nt}]$
$[K_{tn}]$	Sub-matriz tangencial-normal da matriz de rigidez elástica
$[K_{tn}]_{i,j}$	Elemento correspondente à linha i e à coluna j da matriz $[K_{tn}]$
$[K_{tt}]$	Sub-matriz tangencial-tangencial da matriz de rigidez elástica
$[K_{tt}]_{i,j}$	Elemento correspondente à linha i e à coluna j da matriz $[K_{tt}]$
$[\bar{K}_n]$	Contribuição da mola no <i>touchdown</i> à matriz de rigidez
$[\bar{K}_n]_{i,j}$	Elemento correspondente à linha i e à coluna j da matriz $[\bar{K}_n]$
ℓ	Comprimento suspenso do cabo
ℓ'	Comprimento de cabo sobre o solo sujeito a deformação
ℓ_1	Comprimento do trecho de cabo sobre o solo no qual é possível mobilizar forças de atrito
ℓ_2	Comprimento de cabo entre o <i>touchdown</i> e o ponto de ancoragem
ℓ_s	Comprimento suspenso do cabo
ℓ_t	Comprimento total do cabo
m	Massa do cabo por unidade de comprimento
m_0	Momento de ordem zero do espectro do mar
m_a	Massa adicional por unidade de comprimento
m_n	Massa total por unidade de comprimento para a direção normal
m_t	Massa total por unidade de comprimento para a direção tangencial
M	Momento fletor
$[M]$	Matriz de massa

M_0	Aproximação do momento fletor no <i>touchdown</i> estático correspondente à solução de catenária
M_c	Aproximação do momento fletor correspondente à solução de catenária
$M_{f,0}$	Momento fletor estático na vizinhança do ponto de <i>touchdown</i> , levando em conta o efeito da rigidez flexional
$[M_{nn}]$	Sub-matriz normal-normal da matriz de massa
$[M_{nn}]_{ij}$	Elemento correspondente à linha i e à coluna j da matriz $[M_{nn}]$
$[M_{tt}]$	Sub-matriz tangencial-tangencial da matriz de massa
$[M_{tt}]_{ij}$	Elemento correspondente à linha i e à coluna j da matriz $[M_{tt}]$
n	Número de elementos na malha de elementos finitos
\vec{n}	Versor normal à linha média do cabo
O	Extremidade inferior do cabo
\vec{p}	Força peso total do cabo no ar por unidade de comprimento
$\{P\}$	Vetor dos carregamentos nodais
$\{P_1\}$	Vetor das reações vinculares
$\{P_2\}$	Vetor das forças nodais aplicadas
$\{P_n\}$	Vetor das componentes normais dos carregamentos nodais
$\{P_t\}$	Vetor das componentes tangenciais dos carregamentos nodais
$\{q\}$	Vetor dos deslocamentos nodais
$\{\dot{q}\}$	Vetor das velocidades nodais
$\{\ddot{q}\}$	Vetor das acelerações nodais
$\{q_0\}$	Vetor de amplitudes dos deslocamentos nodais

$\{q_1\}$	Vetor dos deslocamentos nodais impostos
$\{q_2\}$	Vetor dos deslocamentos nodais livres
$q_{ef,n}$	Componente normal da carga efetiva por unidade de comprimento aplicada ao cabo
$q_{ef,x}$	Componente horizontal da carga efetiva por unidade de comprimento aplicada ao cabo
$q_{ef,z}$	Componente vertical da carga efetiva por unidade de comprimento aplicada ao cabo
q_n	Componente normal da carga total por unidade de comprimento aplicada ao cabo
q_t	Componente tangencial da carga total por unidade de comprimento aplicada ao cabo
q_x	Componente horizontal da carga total por unidade de comprimento aplicada ao cabo na situação indeformada
\bar{q}_x	Componente horizontal da carga total por unidade de comprimento aplicada ao cabo na situação deformada
$q_{x,e}$	Componente horizontal estática da carga total por unidade de comprimento aplicada ao cabo
$q_{x,d}$	Componente horizontal dinâmica da carga total por unidade de comprimento aplicada ao cabo
q_z	Componente vertical da carga total por unidade de comprimento aplicada ao cabo na situação indeformada
\bar{q}_z	Componente vertical da carga total por unidade de comprimento aplicada ao cabo na situação deformada
$q_{z,e}$	Componente vertical estática da carga total por unidade de comprimento aplicada ao cabo

$q_{z,d}$	Componente vertical dinâmica da carga total por unidade de comprimento aplicada ao cabo
Q	Força cortante
\vec{r}	Vetor de posição do topo do <i>riser</i> em relação à origem do <i>RAO</i>
r_d	Raio do movimento circular equivalente do topo do <i>riser</i>
r_x	Coordenada do vetor de posição do topo do <i>riser</i> em relação à origem do <i>RAO</i>
r_y	Coordenada do vetor de posição do topo do <i>riser</i> em relação à origem do <i>RAO</i>
r_z	Coordenada do vetor de posição do topo do <i>riser</i> em relação à origem do <i>RAO</i>
R_c	Raio de curvatura da catenária
Re	Número de Reynolds
s	Coordenada curvilínea medida a partir da origem O no sentido da extremidade suspensa S
\mathcal{S}	Indica os trechos do <i>riser</i> que estão sendo excitados por vórtices
s_b	Coordenada curvilínea do ponto de <i>touchdown</i>
s_j	Coordenada curvilínea do nó j
\mathcal{S}_n	Indica os trechos do n -ésimo modo natural do <i>riser</i> que estão sendo excitados por vórtices
S	Área da seção transversal do cabo
\mathcal{S}	Número de Strouhal
$S(\omega)$	Espectro do mar

S_w	Indica o sentido de propagação da onda em relação ao sentido positivo da coordenada horizontal x
\vec{t}	Vetor tangente à linha média do cabo
T	Força de tração
T_0	Força de tração no ponto de <i>touchdown</i> estático
T_B	Força de tração na extremidade suspensa do cabo
T_c	Força de tração em um fio ideal
T_e	Componente estática da força de tração
T_{ef}	Força de tração efetiva
T_s	Força de tração aplicada à extremidade superior do <i>riser</i>
T_w	Período da onda
T_z	Período médio entre zeros sucessivos da onda
u	Deslocamento horizontal a partir da configuração estática
u_n	Componente normal do deslocamento do cabo a partir da configuração estática
\dot{u}_n	Componente da velocidade na direção normal ao cabo
\ddot{u}_n	Componente da aceleração na direção normal ao cabo
$u_{n,j}$	Deslocamento do nó j na direção normal
$\dot{u}_{n,j}$	Velocidade do nó j na direção normal
$\ddot{u}_{n,j}$	Aceleração do nó j na direção normal
u_t	Componente tangencial do deslocamento do cabo a partir da configuração estática

\dot{u}_t	Componente da velocidade na direção tangencial ao cabo
\ddot{u}_t	Componente da aceleração na direção tangencial ao cabo
$u_{t,j}$	Deslocamento do nó j na direção tangencial
$\dot{u}_{t,j}$	Velocidade do nó j na direção tangencial
$\ddot{u}_{t,j}$	Aceleração do nó j na direção tangencial
U	Amplitude do deslocamento horizontal do topo do cabo
U_n	Amplitude do deslocamento normal do topo do cabo
$U_{n,c}$	Amplitude da componente cossenoidal do deslocamento normal do topo
$U_{n,s}$	Amplitude da componente senoidal do deslocamento normal do topo
U_t	Amplitude do deslocamento tangencial do topo do cabo
$U_{t,c}$	Amplitude da componente cossenoidal do deslocamento tangencial do topo
$U_{t,s}$	Amplitude da componente senoidal do deslocamento do tangencial do topo
v_c	Velocidade da corrente normalizada
\vec{v}_c	Velocidade da corrente, variável com a ordenada vertical
$v_{c,n}$	Componente normal ao cabo da velocidade da corrente
$v_{f,n}$	Componente normal ao cabo da velocidade do fluido
$v_{m,n}$	Componente normal ao cabo da velocidade relativa entre cabo e onda
\vec{v}_n	Velocidade do cabo normal à sua linha média
$v_{r,n}$	Componente normal da velocidade relativa entre cabo e fluido

\vec{v}_w	Velocidade da onda
$v_{w,n}$	Componente da velocidade da onda normal ao cabo
V	Força cortante
V_r	Velocidade reduzida
w	Deslocamento vertical a partir da configuração estática
w_f	Variável “fictícia” que representa o movimento do fluido no modelo do oscilador hidro-elástico
W	Amplitude do deslocamento vertical do topo do cabo
W_i	Componentes modais da variável “fictícia” que descreve o movimento do fluido no modelo do oscilador hidro-elástico
x	Coordenada cartesiana horizontal
x_0	Coordenada do ponto de referência do <i>RAO</i> em relação a um sistema cartesiano fixo à unidade flutuante
$x_0(t)$	Posição instantânea do ponto de <i>touchdown</i>
$\dot{x}_0(t)$	Velocidade instantânea do ponto de <i>touchdown</i> em relação ao fundo
x_e	Coordenada cartesiana horizontal estática da linha média
x_f	Coordenada do ponto de <i>touchdown</i> estático, considerando o efeito da rigidez flexional
x_r	Coordenada do ponto em que o <i>riser</i> se liga à unidade flutuante em relação a um sistema cartesiano fixo na mesma
x_t	Coordenada horizontal do topo do cabo, medida em relação à sua extremidade inferior
y	Deslocamento do <i>riser</i> a partir da posição de equilíbrio, quando submetido a vibrações induzidas pelo desprendimento de vórtices

y_0	Coordenada do ponto de referência do <i>RAO</i> em relação a um sistema cartesiano fixo à unidade flutuante
y_r	Coordenada do ponto em que o <i>riser</i> se liga à unidade flutuante em relação a um sistema cartesiano fixo na mesma
Y_i	Componentes modais da vibração do <i>riser</i>
z	Coordenada cartesiana vertical
z_0	Coordenada do ponto de referência do <i>RAO</i> em relação a um sistema cartesiano fixo à unidade flutuante
z_e	Coordenada cartesiana vertical estática da linha média
z_r	Coordenada do ponto em que o <i>riser</i> se liga à unidade flutuante em relação a um sistema cartesiano fixo na mesma
z_t	Coordenada vertical do topo do cabo, medida em relação à sua extremidade inferior
Z	Configuração dinâmica na vizinhança do <i>touchdown</i> , para o cabo perfeitamente flexível
Z_0	Configuração geométrica de equilíbrio na vizinhança do <i>touchdown</i> , para o cabo perfeitamente flexível
$Z_{f,0}$	Configuração geométrica de equilíbrio na vizinhança do <i>touchdown</i> , influenciada pela rigidez flexional <i>EJ</i> .

Alfabeto Grego

α	Ângulo dinâmico no ponto de <i>touchdown</i> estático
γ	Peso total do fio no ar por unidade de comprimento
γ_a	Peso do fluido em que está imerso o cabo por unidade de comprimento
γ_{ef}	Peso efetivo por unidade do comprimento do cabo (peso por unidade de comprimento para o cabo imerso na água)
Γ	Circulação de velocidades
δ	Aplicado à esquerda de uma variável indica variação
δu_n	Deslocamento virtual na direção normal
$\delta u_{n,j}$	Deslocamento virtual do nó j na direção normal
δu_t	Deslocamento virtual na direção tangencial
$\delta u_{t,j}$	Deslocamento virtual do nó j na direção tangencial
Δ	Aplicado à esquerda do nome de uma variável, indica o seu incremento
Δ_j	Comprimento do j -ésimo elemento
ΔF_x	Diferença entre a componente horizontal da força solicitante de um cabo real e a de um fio ideal
ΔF_z	Diferença entre a componente vertical da força solicitante de um cabo real e a de um fio ideal
Δs	Comprimento do elemento de cabo indeformado
$\Delta \bar{s}$	Comprimento do elemento de cabo deformado

Δx	Comprimento do elemento imediatamente à direita do ponto de <i>touchdown</i> dinâmico
$\Delta \theta$	Diferença entre o ângulo horizontal de um cabo real e o de um fio ideal
$\Delta \theta_m$	Componente dinâmica do ângulo da junta flexível
$\Delta \chi$	Curvatura dinâmica para a solução do cabo real
$\Delta \chi_c$	Curvatura dinâmica para a solução do fio ideal
ε	Deformação axial do cabo
ε_e	Componente estática da deformação axial do cabo
ζ_n	Fator de amortecimento modal
ζ_n^I	Fator de amortecimento modal interno
ζ_n^s	Soma do fator de amortecimento interno modal com o de amortecimento viscoso
ζ_n^t	Fator de amortecimento modal total
ζ_n^v	Fator de amortecimento viscoso modal
θ	Ângulo que a tangente à linha média do cabo forma com a horizontal
θ^-	Ângulo que a tangente à linha média do cabo forma com a horizontal no trecho anterior ao ponto de <i>touchdown</i> do fio ideal
θ^+	Ângulo que a tangente à linha média do cabo forma com a horizontal no trecho posterior ao ponto de <i>touchdown</i> do fio ideal
$\vec{\theta}$	Vetor de rotação da unidade flutuante
θ_c	Ângulo que a tangente à linha média de um fio ideal forma com a horizontal

$\theta_{c,e}$	Ângulo que a tangente à linha média de um fio ideal forma com a horizontal no problema estático
θ_e	Ângulo que a tangente à linha média do cabo forma com a horizontal na configuração estática
θ_m	Ângulo que a junta flexível do topo forma com a horizontal na posição indeformada
$\theta_x(\omega, t)$	Movimento de <i>roll</i> da unidade flutuante para uma amplitude de onda unitária
$\theta_y(\omega, t)$	Movimento de <i>pitch</i> da unidade flutuante para uma amplitude de onda unitária
$\theta_z(\omega, t)$	Movimento de <i>yaw</i> da unidade flutuante para uma amplitude de onda unitária
$\Theta(s, t)$	Soma das componentes estática e dinâmica do ângulo que a linha média do cabo forma com a horizontal
$\Theta_x(\omega)$	Amplitude complexa do movimento de <i>roll</i> da unidade flutuante para uma amplitude de onda unitária
$\Theta_y(\omega)$	Amplitude complexa do movimento de <i>pitch</i> da unidade flutuante para uma amplitude de onda unitária
$\Theta_z(\omega)$	Amplitude complexa do movimento de <i>yaw</i> da unidade flutuante para uma amplitude de onda unitária
λ	Comprimento flexional
μ_r	Massa reduzida
μ_r^n	Massa reduzida modal
ν_n	Massa efetiva associada ao n -ésimo modo natural

ξ	Relação entre ω e ω_0 .
ρ	Massa por unidade de comprimento do cabo
ρ_a	Massa da água do mar por unidade de volume
σ_d	Valor quadrático médio da amplitude da projeção do movimento do topo do <i>riser</i> na sua direção
τ	Componente dinâmica da força de tração
φ	Deslocamento angular dinâmico, medido a partir da configuração estática
φ_c	Deslocamento angular dinâmico para o modelo de fio ideal, medido a partir da configuração estática
φ_i	Modos naturais de vibração do <i>riser</i>
φ_u	Fase do deslocamento horizontal do topo
φ_w	Fase do deslocamento vertical do topo
ϕ	Potencial de velocidades associado à onda incidente
ϕ_n	Fator de forma no oscilador hidro-elástico
χ	Curvatura
χ_c	Curvatura no modelo de fio perfeitamente flexível
ψ_n	Fator de redução da amplitude modal
ω	Frequência da onda do mar
ω_0	Frequência de pico do espectro de Pierson-Moskowitz
ω_d	Frequência do movimento equivalente do topo do <i>riser</i>
ω_s	Frequência com que os vórtices se desprendem

Outros Símbolos

- Sobre uma variável, indica vetor
- ∇ Aplicado à esquerda de uma variável, indica vetor gradiente
- [] Indica matriz quadrada
- { } Representa matriz coluna
- ∧ Indica produto vetorial
- ~ Da ordem de

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

1.1 Preliminares

Desde 1990 existe uma linha de pesquisa na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo que se dedica ao estudo do comportamento mecânico de cabos submersos. Embora com funções distintas, diversos elementos que aparecem em uma instalação para produção de petróleo em águas profundas podem ser modelados como cabos: as linhas de amarração, que mantêm o posicionamento das unidades flutuantes, os cabos umbilicais, para acionamento elétrico e hidráulico dos mecanismos de controle dos poços submersos, ou para fornecimento de energia a esses dispositivos e os *risers*, que merecerão a atenção deste trabalho.

Em um campo de petróleo *offshore* em produção existe sempre a necessidade de se transportar um fluido de um ponto para outro. Este fluido pode ser o petróleo bruto, transportado do poço para a unidade de separação, ou um de seus componentes, óleo ou gás, ou mesmo água doce para o abastecimento de uma plataforma. A origem e o destino do fluido a ser escoado podem estar em pontos do fundo do mar, mas muitas vezes é necessário transportá-lo de um poço submarino a uma unidade flutuante à superfície. Esse transporte é feito por meio de tubos, que podem ser rígidos ou flexíveis. O trecho de tubo que não se apóia permanentemente sobre o solo do fundo e, portanto, está sujeito a movimentação, é chamado de *riser*.

Na costa brasileira, por tradição da Petrobras, os *risers* são instalados, sempre que possível, sob a forma de uma catenária direta como a da Figura 1.1. Este tipo de configuração evita o uso de bóias ou flutuadores intermediários que dificultam o processo de instalação e aumentam a necessidade de manutenção. Assim, uma ênfase especial ao estudo dos cabos em catenária direta tem sido dada nos estudos que têm sido realizados.

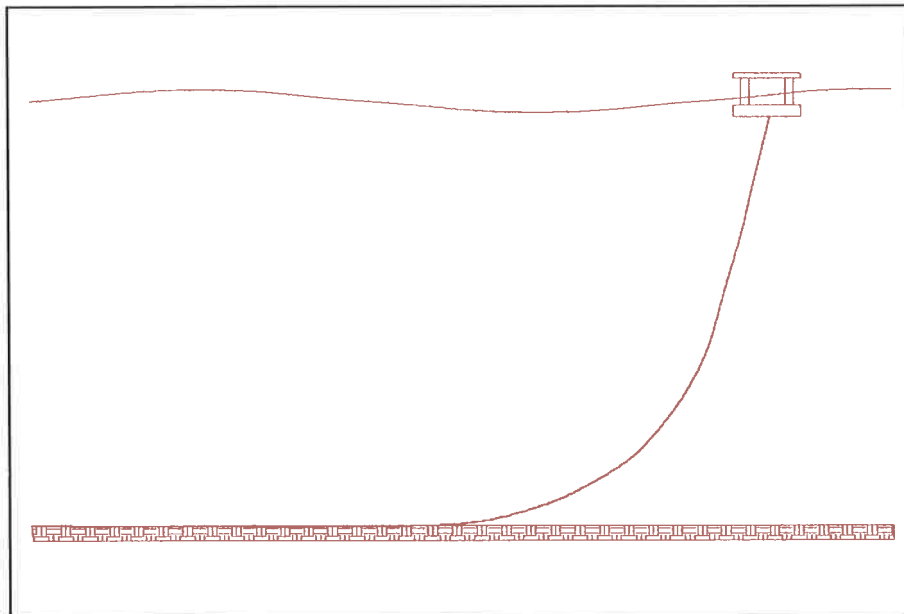


Figura 1.1 - Riser em catenária simples

A linha de pesquisa desenvolvida na Escola Politécnica busca, em primeiro lugar, uma compreensão clara dos mecanismos físicos que governam o comportamento mecânico de cabos submersos para, a partir dessa compreensão, desenvolver modelos matemáticos que se aproveitam das características peculiares dos fenômenos envolvidos para introduzir simplificações, aproximações e linearizações que tornem possível a sua implantação em programas de computador rápidos, eficientes e fáceis de serem usados, pois levam em conta apenas aquilo que é essencial para a solução dos problemas.

O objetivo final do trabalho é o desenvolvimento de ferramentas computacionais completas, expeditas, confiáveis e amigáveis que se destinam à análise do comportamento de cabos umbilicais, *risers* e sistemas de ancoragem, na primeira volta de uma espiral de projeto, onde a produtividade é bastante importante para rejeitar rapidamente alternativas inviáveis.

Os principais pesquisadores envolvidos nesse trabalho são, além do autor, os professores doutores José Augusto Penteadó Aranha e Celso Pupo Pesce, que têm trabalhado continuamente no assunto, com o apoio das empresas Petrobras e Pirelli Cabos S. A. e dos órgãos de fomento à pesquisa FAPESP, CNPq e FINEP.

1.2 Risers flexíveis versus risers rígidos

As unidades flutuantes de produção de petróleo em águas profundas estão sujeitas aos esforços ambientais de vento, onda e corrente. Estes esforços fazem com que elas se movam ao longo do tempo e o seu movimento é transmitido aos cabos que delas partem em direção ao fundo do mar, causando esforços dinâmicos que podem ser consideráveis. Para minimizar esses esforços foram concebidos os *risers* flexíveis, que são componentes complexos, compostos por uma série de camadas, cada uma delas com sua finalidade distinta. A Figura 1.2 traz um esquema do corte de um *riser* flexível típico.

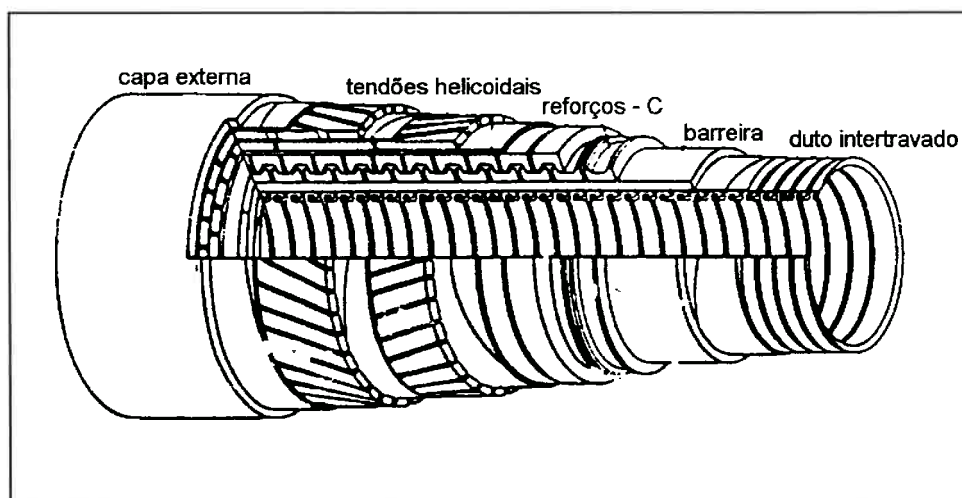


Figura 1.2 - Corte de um riser flexível típico

A camada mais interna é a carcaça intertravada, de aço, por dentro da qual escoo o fluido. Esta camada tem por finalidade resistir ao colapso, mas não resiste aos esforços de tração e flexão, nem é estanque. A estanqueidade é garantida pela camada seguinte, a barreira de pressão, que é feita de polímero. A resistência à tração é garantida pelas armaduras formadas por tendões helicoidais, que são em geral duas camadas com sentido de enrolamento inverso para minimizar a torção residual. O conjunto todo é revestido com uma capa plástica. Entre as camadas de armadura em geral se colocam fitas de nylon para evitar que o escorregamento relativo entre elas provoque desgaste. Como armaduras também não resistem de forma considerável aos esforços de flexão, o conjunto todo possui uma boa flexibilidade.

Os *risers* flexíveis têm sido largamente empregados com resultados satisfatórios e a sua principal vantagem reside na experiência de uso acumulada ao longo dos anos. No entanto, o seu comportamento mecânico não é ainda completamente conhecido, principalmente no que diz respeito à interação entre suas camadas e à fadiga. Os principais problemas que devem ser considerados no seu emprego são o alto custo e as dificuldades tecnológicas que surgem quando são necessários grandes diâmetros internos, tanto no que diz respeito à fabricação, quanto à armazenagem e ao transporte. O tamanho das bobinas em que eles são enrolados limita o comprimento de cada tramo. Para a fabricação de tramos maiores é necessário que os *risers* sejam enrolados diretamente em um navio, à medida em que eles vão sendo fabricados. Poucos fabricantes têm capacidade de construir tubos flexíveis com diâmetros internos maiores que 10” e nem todos estão instalados à beira-mar.

É natural, então, que a indústria do petróleo busque alternativas que possam ser utilizadas em águas profundas. Uma delas, que apareceu nos últimos anos, é o *riser* rígido em catenária, conhecido pela sigla SCR que vem do inglês “Steel Catenary Riser”. Ele nada mais é que um tubo de aço convencional fortemente tracionado. Esta solução tem como grande atrativo a sua simplicidade de construção e o baixo custo de fabricação. No entanto o seu processo de instalação é complicado pelo elevado nível de tração envolvido e existe pouca experiência de emprego acumulada.

A Petrobras tem bastante interesse em empregar *risers* rígidos em catenária nas suas unidades de produção *offshore* pois, desde que eles surgiram como alternativa viável, houve uma queda no preço dos tubos flexíveis no mercado internacional. Nesse sentido, ela celebrou diversos convênios com a Universidade de São Paulo para estudar a viabilidade de emprego do SCR e a partir deles se originou o presente trabalho, vide Aranha et alii (1994), (1995) e (1998). No âmbito desses convênios foram estudadas diversas situações em que poderia ser considerado o emprego de um *riser* rígido sob a forma de uma catenária direta. A principal conclusão a que se chegou é que o SCR pode ser viável, mas que a sua viabilidade deve ser estudada caso a caso.

1.3 Semi-submersíveis versus FPSOs

Atualmente, há uma tendência no mercado petrolífero de transformar petroleiros fora de atividade em unidades flutuantes para produção e armazenamento de petróleo, os

chamados *FPSOs* (de “Floating, Production, Storage and Offloading”). Tal tendência se justifica pelo fato de existirem navios de grande capacidade, ainda em boas condições de uso, mas que já não podem mais ser empregados no transporte de combustíveis, em razão de acordos internacionais. Para evitar danos ambientais em caso de acidente, não é mais permitido o tráfego de petroleiros cujo casco não seja duplo. Esses navios podem, no entanto, ser usados como unidades flutuantes que, por estarem ancoradas em uma posição fixa, estão muito menos sujeitas a acidentes.

Para serem usados como unidades flutuantes de produção e armazenamento, os petroleiros passam por uma grande reforma, onde eles são adaptados para receber os equipamentos necessários ao desempenho da nova função. Um dos problemas que devem ser resolvidos é o processo com que o navio será ancorado na posição desejada. Dentre os tipos de amarração que têm sido empregados atualmente, um que merece destaque certamente é a ancoragem por meio de um *turret*. Nesse processo, o navio é furado, geralmente perto da proa, e nesse furo é introduzida uma articulação, o *turret*, que recebe todas as linhas de ancoragem, *risers* e cabos umbilicais. O navio é livre para girar em torno dessa articulação, adaptando o seu ângulo de aproamento em função das condições ambientais (“weather vane ship”). A Figura 1.3 traz, como exemplo, uma fotografia do navio *VLCC* (“Very Large Crude Carrier”) José Bonifácio da Petrobras convertido no *FPSO* P-35, onde pode ser visto o *turret* instalado em sua proa.



Figura 1.3 - FPSO Petrobras P-35

Com a passagem de uma onda do mar, uma unidade flutuante se movimenta e esse movimento é transmitido aos *risers* a ela ligados. Uma plataforma do tipo semi-submersível convencional, construída especialmente para servir como unidade flutuante de produção de petróleo, tem os seus flutuadores colocados bem abaixo da linha d'água. Isto faz com que os movimentos nela induzidos pelas ondas sejam bem menores que os provocados em um *FPSO*. Como o *turret* é instalado, em geral, perto da proa do navio e os *risers* chegam ao navio pelo *turret*, o grande comprimento da unidade faz com que um pequeno movimento angular provoque um deslocamento vertical considerável na extremidade superior deles.

Então, espera-se de antemão que a viabilização de um *riser* rígido em catenária seja mais difícil quando a unidade flutuante considerada é um *FPSO* do que quando essa unidade é uma plataforma semi-submersível. No entanto, são outros os fatores que determinam o tipo de unidade de produção e o estudo de viabilidade do par *FPSO-SCR* é um problema com que se defronta o projetista nos dias de hoje e é esse panorama que será considerado ao longo do presente trabalho.

1.4 A evolução do trabalho

Quando os *risers* rígidos em catenária surgiram no mercado como alternativa aos *risers* flexíveis, a Petrobras logo se interessou em aplicá-los na Bacia de Campos. Como havia um grupo de pesquisa na Escola Politécnica que se dedicava ao estudo do comportamento mecânico de cabos submersos, ele foi procurado para estudar os problemas que poderiam aparecer com o emprego dessa nova alternativa. Nesse sentido, foi assinado um Convênio entre a Petrobras e a Universidade de São Paulo, em 1993, cuja finalidade era o estudo da viabilidade do emprego de um tubo de aço convencional, como *riser*, instalado sob a forma de uma catenária.

O objetivo mais específico desse primeiro trabalho, era estudar o comportamento de quatro *risers* a serem instalados na plataforma PXIX, em local com 775m de profundidade, com diâmetros externos de 8"5/8, 12"3/4, 12"3/4 e 16". No decorrer desse trabalho, foram realizadas análises estáticas, análises dinâmicas em condições extremas de carregamento, e análise da fadiga mecânica causada pelos movimentos da unidade flutuante e pelas vibrações induzidas pela emissão de vórtices. Mais tarde apareceu mais um caso a ser

analisado: um *riser* rígido para exportação de gás, a ser instalado na plataforma PXVIII, em um local com profundidade de 910m, para o qual foram realizados os mesmos cálculos. A conclusão principal desse trabalho é que o *riser* rígido em catenária pode ser viável, do ponto de vista tanto do seu comportamento mecânico sob esforços ambientais extremos quanto ao comportamento sob esforços cíclicos continuados, mas que essa viabilidade depende fortemente da magnitude da força de tração aplicada ao *riser* e deve ser verificada caso a caso.

O esforço necessário para responder às expectativas da Petrobras, no entanto, revelou-se muito maior que o inicialmente previsto. Primeiro, porque as ferramentas comerciais disponíveis para análise dinâmica de cabos eram muito demoradas, pois adotavam modelos não-lineares e os integravam no domínio do tempo. Segundo, porque alguns resultados produzidos por essas ferramentas contrariaram a intuição e suscitaram dúvidas a respeito de sua qualidade. Terceiro, porque essas ferramentas não consideravam excitação devida à emissão de vórtices. Quarto, porque não realizavam de maneira integrada a análise da fadiga. Além de tudo, o conjunto de dados necessários e os arquivos de resultados se multiplicaram de uma forma tal que foi muito difícil o seu gerenciamento adequado.

O que valeu, fundamentalmente, para a execução do trabalho proposto foi a grande experiência pregressa, de todo o grupo envolvido no trabalho, no comportamento mecânico de cabos submersos e a sua habilidade em desenvolver modelos simplificados. Também ajudou muito o uso de duas ferramentas computacionais, o Ristat e o Risdin, desenvolvidas anteriormente pelo autor para a Pirelli Cabos S. A., respectivamente para análise estática e dinâmica no domínio da frequência de cabos submersos. Esses dois programas, baseados em modelos assintóticos e lineares, revelaram-se as ferramentas mais eficientes e confiáveis disponíveis.

Como resultado de todo o trabalho realizado, de toda a energia despendida, de todo o conhecimento acumulado e de toda experiência adquirida, surgiu a idéia de desenvolver uma ferramenta computacional que colaborasse com o projeto dos *risers* rígidos em catenária em sua fase de estudo de viabilidade. Essa ferramenta deveria ter como qualidades primeiras, a sua rapidez, a sua facilidade de uso e a confiabilidade de seus resultados e deveria integrar em um mesmo programa o estudo dos esforços extremos e da fadiga tanto no que diz respeito aos movimentos da plataforma quanto às vibrações induzidas por vórtices. E nesse instante foi concebido um *software*, que foi batizado como

SteelCat, cujo desenvolvimento foi financiado pela Petrobras, em um Convênio celebrado em 1996.

1.5 Porque o *SteelCat* como assunto de tese?

Neste ponto da introdução é importante apresentar os diversos motivos que levaram o autor a eleger o *SteelCat* como assunto de sua tese de livre-docência. Esses motivos são tanto de ordem pessoal quanto ligados à relevância do tema e à sua inclusão no cotidiano da Universidade. O autor vem trabalhando há muitos anos no estudo do comportamento mecânico de cabos submersos. Ao longo desse trabalho, muitos modelos matemáticos foram elaborados, diversos programas de computador foram desenvolvidos e muita experiência no projeto de *risers* e cabos umbilicais foi adquirida. O *SteelCat* engloba grande parte desses modelos e dessa experiência: é uma fotografia representativa de uma faceta importante do trabalho de pesquisa e desenvolvimento que o autor tem realizado.

Por outro lado, o Brasil se encontra na fronteira do conhecimento, no que diz respeito à produção de petróleo offshore. Essa fronteira se move em uma velocidade muito rápida à medida que se inicia a produção de poços em águas cada vez mais profundas. Nosso país tem batido recordes mundiais de profundidade de campos em exploração comercial, um atrás do outro. Nesse panorama, o *riser* rígido em catenária ainda é uma solução recente no mercado. Existem poucos exemplos instalados no mundo todo, sendo apenas um deles no Brasil. Há ainda muitas dúvidas a serem respondidas e, portanto, o tema é bastante atual.

Além disso, o *SteelCat*, cujo desenvolvimento foi financiado pela Petrobrás, é um exemplo de como pode ser positiva e produtiva a interação entre uma empresa e a Universidade. Além da captação de recursos que advêm dessa interação, que é um benefício óbvio, o setor tecnológico da mesma se ressentido de um maior contato com o meio produtivo que lhe balize as atividades, sinalizando suas necessidades para que juntos procurem novos rumos a serem seguidos.

Por último, o *SteelCat* é um *software* de características inovadoras e de concepção original, que vem preencher uma lacuna importante no projeto de *risers* rígidos. Os resultados obtidos são expressivos. O mercado internacional já cobiça esse software: é provável que ele seja objeto de uma troca de tecnologia entre empresas.

1.6 O conteúdo deste texto

O conteúdo deste trabalho está organizado em seis capítulos e nove apêndices. A filosofia básica adotada nessa organização foi deixar toda a formulação matemática para os apêndices, reservando o corpo principal do texto para apresentação das principais hipóteses assumidas nos modelos, dos procedimentos adotados e dos resultados obtidos. Uma primeira leitura do trabalho pode dispensar a consulta aos apêndices, sem que a seqüência do trabalho fique prejudicada. Em uma leitura mais profunda, neles serão encontrados os pormenores dos modelos que foram utilizados.

Os resultados que são apresentados referem-se a uma situação real de projeto em que é usado o *SteelCat*. Os dados hidrodinâmicos utilizados, embora possam estar sujeitos a críticas, são aqueles recebidos pelo projetista do *riser*, que tem que trabalhar com limitações e foge ao escopo do texto a obtenção desses dados. Na realidade, é apresentado no decorrer de trabalho, um estudo de viabilidade de um *riser* rígido em catenária, dadas as condições ambientais e os dados hidrodinâmicos da unidade flutuante de produção.

Este estudo de viabilidade considera três aspectos: o comportamento mecânico sob esforços extremos, a fadiga causada pelo movimento induzido pela unidade flutuante de produção e a fadiga causada pelas vibrações induzidas pela emissão de vórtices. Não são discutidos os aspectos econômicos envolvidos nem os problemas inerentes à instalação do *riser* rígido em catenária.

Nesse sentido, o conteúdo de cada um dos capítulos é o seguinte:

- Capítulo 1 É a introdução do trabalho, onde são apresentadas as suas motivações fundamentais e o contexto em que está colocado. É apresentada, também, a maneira como o texto é organizado.
- Capítulo 2 Aqui é descrita a concepção básica do *SteelCat* e as hipóteses fundamentais dos modelos que ele implementa, fazendo a relação com a formulação que é apresentada nos diversos apêndices.
- Capítulo 3 Este capítulo é dedicado à primeira parte do estudo de viabilidade do *riser* rígido em catenária: o seu comportamento sob esforços extremos. Inicialmente é descrito o procedimento adotado para análise. Mais adiante é

apresentado um conjunto de dados para uma situação real de um *riser* para água doce ligado a um *FPSO*. No final, os resultados obtidos pelo procedimento proposto são apresentados e discutidos.

Capítulo 4 A segunda parte do estudo de viabilidade é aqui apresentada. Agora são considerados os efeitos do movimento continuado da unidade flutuante sobre o *riser*. Em primeiro lugar é descrito o procedimento proposto para análise da fadiga causada pelos movimentos de primeira e segunda ordens. Depois são apresentados os dados necessários para o mesmo caso real utilizado no capítulo anterior, específicos para o estudo da fadiga. Para concluir o capítulo, o procedimento proposto é aplicado ao caso em estudo e seus resultados apresentados e comentados.

Capítulo 5 Aqui se conclui o estudo de viabilidade do *riser* rígido, com a fadiga causada pelas vibrações induzidas pela emissão de vórtices. Começa pela descrição do procedimento a ser usado, continua com a apresentação dos dados específicos a esse estudo, considerando o mesmo caso dos capítulos anteriores e se encerra com uma análise dos resultados da aplicação do procedimento proposto.

Capítulo 6 Este capítulo é dedicado à conclusão do trabalho e aos comentários finais pertinentes.

O conteúdo dos apêndices é o seguinte:

Apêndice A Apresenta a formulação do modelo utilizado para determinação da configuração de equilíbrio estática do *riser*.

Apêndice B Introdz as correções na região do ponto de *touchdown* e na região do topo do *riser* que são necessárias para incluir o efeito da rigidez flexional na configuração estática de equilíbrio.

Apêndice C Descreve as equações do modelo linear utilizado para representar o comportamento dinâmico do *riser*, apresenta a sua discretização via elementos finitos e a sua solução no domínio da frequência.

Apêndice D Discute a forma como o arraste hidrodinâmico é linearizado.

- Apêndice E Introduce a correção que deve ser feita na região do *touchdown* para incluir o efeito da rigidez flexional e do movimento do ponto de contato no problema dinâmico.
- Apêndice F Apresenta a correção na região do topo, que deve ser adicionada à solução do problema dinâmico de fio perfeitamente flexível, para incluir o efeito da rigidez flexional.
- Apêndice G Apresenta a forma como é calculado o movimento equivalente aplicado ao topo do *riser*.
- Apêndice H Descreve o modelo utilizado para quantificar a fadiga.
- Apêndice I Discute os modelos adotados para estimar as amplitudes das vibrações induzidas pela emissão de vórtices.

CAPÍTULO 2 MODELOS DO STEELCAT

2.1 Concepção da ferramenta

Este trabalho é dedicado ao estudo de viabilidade de um *riser* rígido, instalado na forma de uma catenária, do ponto de vista exclusivo do seu comportamento mecânico. Foge ao seu escopo o estudo do processo de instalação, da manutenção e da análise econômico-financeira da alternativa. Nesse sentido duas questões básicas devem ser respondidas:

- i) o *riser* resistirá aos esforços máximos a que ele estará submetido durante todo o tempo previsto para sua operação?
- ii) a vida útil do *riser*, submetido a solicitações cíclicas continuadas, será superior ao tempo projetado para o seu funcionamento?

Para responder a primeira pergunta é necessário identificar as condições ambientais que provocam maiores carregamentos sobre o *riser* e verificar se os esforços e deslocamentos resultantes estão dentro dos limites aceitáveis. Para responder a segunda é necessário conhecer as condições ambientais mais prováveis e a sua probabilidade de ocorrência para estudar o dano que elas causam. São duas as causas principais que podem causar fadiga no tubo: os esforços cíclicos provocados pelo movimento oscilatório da unidade flutuante à qual ele está ligado e as vibrações induzidas pela emissão de vórtices.

No estudo de viabilidade alguns parâmetros do *riser* são conhecidos de antemão: o seu diâmetro interno é definido pelas características do escoamento a que ele se destina, a sua espessura mínima é calculada na análise de colapso sob pressão hidrostática. Também são conhecidas as posições das duas extremidades do tubo. Outros variáveis, no entanto, devem resultar da análise de viabilidade como, por exemplo, o comprimento total do *riser* ou a força de tração que deve ser aplicada ao seu topo durante o processo de instalação. Também não se sabe, a priori, quais são as condições ambientais mais críticas, por

exemplo, quais são as combinações de incidência de ondas e correnteza, dentre todas as possíveis, que provocam os maiores esforços sobre o *riser*.

Isso faz com que se multipliquem os problemas a serem resolvidos em um estudo de viabilidade, considerando diversas permutações de parâmetros do tubo e condições ambientais. Diversas configurações estáticas devem ser analisadas e inúmeros problemas dinâmicos devem ser resolvidos, em um processo bastante demorado.

A determinação da configuração de equilíbrio estática de um cabo submerso inextensível, instalado sob a forma de uma catenária simples, é um problema que tem solução analítica, quando não são considerados esforços devidos à correnteza. Quando esses esforços são considerados, no entanto, a solução tem que ser numérica. A formulação utilizada deve levar em conta que os deslocamentos são muito grandes. Programas de computador de uso geral não são adequados para resolver esse problema, vide, por exemplo, o trabalho realizado por Campos (1997) com o programa ANSYS, em que foi necessário fornecer como dado de entrada a configuração estática para que a análise dinâmica pudesse ser executada.

Existem diversos programas disponíveis no mercado, em versão comercial, que foram especificamente desenhados para a análise de cabos. Esses programas determinam a configuração estática do *riser* com facilidade. Já o estudo da dinâmica do cabo em catenária é um problema bastante complexo, mesmo para os programas desenhados especificamente para essa finalidade. É necessária uma escolha criteriosa do tamanho dos elementos e do passo de integração no tempo para que haja convergência, tornando a solução do problema bastante demorada. Por exemplo, o programa Orcaflex, que adota um modelo não-linear integrado no domínio do tempo, pode levar algumas horas, dependendo da discretização adotada, para resolver um único caso de carregamento típico, quando executado em um microcomputador topo de linha.

Durante o estudo de viabilidade de um *riser* rígido é necessária a solução de milhares de problemas dinâmicos, variando as condições ambientais, ângulos de aproamento e posições da plataforma de produção, ou seja, usar um modelo completo, não-linear, para representar o comportamento mecânico do *riser* implica na necessidade de um grande número de horas de processamento. Mas, na fase inicial do projeto, aquilo de que se precisa são muito mais ordens de magnitude do que casas decimais, porque o que se deseja, principalmente, é

comparar diversas alternativas. Este fato é a primeira motivação para desenvolver e implementar modelos simplificados para o estudo do comportamento do *riser*.

Por outro lado, o estudo realizado por Larsen (1992) mostrou discrepâncias consideráveis entre os resultados apresentados por programas comerciais conceituados dedicados à análise do comportamento mecânico de cabos submersos. Este trabalho, embora antigo, ainda tem conteúdo atual e serve de alerta para se analisarem com cuidado os resultados numéricos obtidos por modelos ditos "completos". Esta análise só é possível de ser feita, se for grande o conhecimento acumulado na compreensão dos fenômenos envolvidos no comportamento dos cabos. E esta compreensão faz com que se identifiquem as variáveis relevantes e sua importância relativa, motivando a construção de modelos que, embora mais simples, continuem incorporando toda a essência da física do problema.

Outro fato que deve ser considerado é que existem programas comerciais dedicados à análise dinâmica de cabos submersos, existem programas que implementam análises de fadiga, existem programas que realizam análises simplificadas das vibrações induzidas pela emissão de vórtices, mas não existe uma ferramenta integrada que incorpore todas essas análises. Isto faz com que o projetista tenha que usar diversas ferramentas, trabalhando com um conjunto muito grande de arquivos de dados, muitas vezes incompatíveis entre si. A quantidade de resultados gerada nesse processo também é considerável.

Todas essas razões levaram ao desenvolvimento do *SteelCat*, que é um programa destinado ao estudo da viabilidade de *risers* rígidos em catenária, sob o ponto de vista do seu comportamento mecânico. Ele foi desenvolvido com base nas seguintes premissas:

- i) Integrar em uma mesma ferramenta tanto a análise do *riser* sob esforços extremos quanto a análise da fadiga causada pelo movimento da unidade flutuante e pelas vibrações induzidas pela emissão de vórtices.
- ii) Incorporar, sempre que possível, simplificações nos modelos, que acelerem o processo de solução sem prejudicar a qualidade dos resultados.
- iii) Concentrar todos os dados em apenas um arquivo, para facilitar o gerenciamento da informação.

- iv) Apresentar apenas os resultados essenciais, de uma forma clara e objetiva que permita uma análise bastante rápida.
- v) Possuir uma interface amigável, que torne o seu uso simples.
- vi) Servir muito mais como uma ferramenta para seleção de parâmetros do que uma ferramenta de análise.

A experiência consolidada na Escola Politécnica em projeto de *risers*, modelagem matemática do comportamento de cabos submersos e desenvolvimento de *software*, aliada a essas premissas, resultou na construção de uma ferramenta rápida e eficiente, para ser usada principalmente na primeira volta da espiral de projeto de um *riser* rígido em catenária.

Na seqüência deste capítulo são apresentadas as principais hipóteses consideradas na elaboração dos modelos que foram incorporados ao *SteelCat* para representar o comportamento mecânico do *riser* rígido em catenária. Também são feitas referências que remetem aos apêndices do trabalho, onde esses modelos são apresentados de forma detalhada.

2.2 Movimento da unidade flutuante

A configuração de catenária é adotada para um *riser* por causa da sua capacidade de se adaptar a um deslocamento horizontal ou vertical aplicado ao seu topo, alterando a sua forma geométrica. Normalmente um *riser* em catenária está conectado em sua extremidade superior a uma plataforma semi-submersível ou a um navio adaptado (*FPSO*) funcionando como unidade flutuante de produção de petróleo. Submetida a esforços ambientais, provocados pela onda, pelo vento e pela correnteza marítima, essa unidade se movimenta e transmite esse movimento ao topo do *riser*, que é obrigado a adaptar a sua configuração geométrica.

Existem duas componentes que podem ser identificadas no movimento de uma unidade flutuante ancorada, com escalas de tempo bem distintas. A primeira delas, que corresponde ao chamado movimento de primeira ordem, é semelhante ao período das ondas do mar, que é tipicamente da ordem de segundos. A outra escala, correspondente ao chamado

movimento de segunda ordem ou de deriva lenta, tem ordem de magnitude de centenas de segundos. O *riser* responde de uma forma qualitativamente diferente a cada uma dessas componentes.

O período fundamental de um *riser* rígido é da ordem de dezenas de segundos e, portanto, maior que o período do movimento de primeira ordem. Isto faz com que essa excitação provoque uma resposta no *riser* que é essencialmente dinâmica. Por outro lado, o movimento de segunda ordem pode ser classificado como uma excitação de baixa frequência para o *riser*, que não provoca nele uma resposta dinâmica apreciável: o *riser* adapta a sua forma a esse movimento de uma maneira quase-estática.

Estes fatos sugerem que se separem os efeitos dos movimentos de primeira e segunda ordens sobre o *riser*. A sua resposta ao movimento de deriva lenta será caracterizada por uma seqüência de configurações de equilíbrio por ele assumidas. Por outro lado, a amplitude das oscilações do *riser*, em resposta ao movimento de primeira ordem, é tipicamente da ordem de magnitude da amplitude das ondas incidentes e os seus deslocamentos estáticos são da ordem de magnitude da profundidade, ou seja, centenas de metros. Então, as oscilações do *riser*, causadas pelo movimento de primeira ordem, podem ser tratadas como perturbações das configurações estáticas. Esse será o caminho a ser adotado no presente trabalho.

2.3 Modelo estático

O problema estático consiste em se determinarem a configuração de equilíbrio do *riser* e os esforços a que ele está sujeito quando submetido apenas a solicitações que não variam com o tempo. São dados os parâmetros do tubo, as posições de suas duas extremidades, o seu comprimento total e as características do ambiente em que ele será instalado. A extremidade inferior do *riser* se apóia sobre o fundo do mar e a sua extremidade superior está conectada a uma unidade flutuante de produção por meio de uma junta flexível.

Os esforços de natureza estática, a que o *riser* está submetido são: o seu peso próprio, o efeito da pressão hidrostática e o arraste viscoso provocado pela ação da correnteza local. As forças causadas pela corrente marítima são aqui consideradas como estáticas face à

escala de tempo em que varia a sua velocidade ser maior que o período natural fundamental do *riser*.

Para modelar este problema serão introduzidas, inicialmente, algumas hipóteses simplificadoras que, sem alterar de maneira significativa os resultados finais, reduzem a quantidade de dados necessários e aceleram de maneira considerável o processo de solução, por tornarem a formulação menos complexa. Nesse sentido, considera-se, em primeiro lugar, que a configuração de equilíbrio é bem descrita por uma curva bidimensional inscrita no plano vertical que contém as extremidades do cabo. Esta hipótese é equivalente a afirmar que a correnteza marítima atua de forma que o seu perfil de velocidades é paralelo ao plano do *riser*. Supõe-se, também, que o fundo do mar é plano, horizontal e perfeitamente rígido.

Uma outra simplificação é introduzida considerando a faixa de trabalho de um *riser* rígido. Para um componente desse tipo, são indesejáveis deformações permanentes que podem comprometer o seu funcionamento como elemento de escoamento de fluidos. Assim, impõe-se que ele trabalhe sempre de forma a que seu material não saia do regime elástico. As suas deformações axiais, então, são pequenas e não afetam de maneira apreciável a configuração de equilíbrio por ele assumida. Por essa razão o *riser* pode ser considerado como tendo rigidez axial infinita.

A última e mais importante simplificação advém de uma observação do comportamento físico de um fio em catenária: o efeito da rigidez flexional é restrito a duas pequenas regiões, uma perto do ponto de contato com o solo e a outra perto do topo. De fato, a Figura 2.1 traz um gráfico da curvatura estática de um *riser* perto da região do *touchdown*. Esta figura traz duas curvas, uma que é obtida usando um modelo de cabo com rigidez flexional finita e a outra adotando um modelo de fio ideal, perfeitamente flexível. Aqui ℓ é o comprimento suspenso do cabo e λ é um parâmetro conhecido como comprimento de flexão. No exemplo usado para construir a figura, $\ell = 970$ m e $\lambda = 6,53$ m, ou seja, $\lambda \ll \ell$ como é usual para um *riser* em catenária, mostrando que o efeito da rigidez flexional está, realmente, confinado a uma região em torno do *touchdown*.

Do ponto de vista matemático, a rigidez flexional é essencial apenas para satisfazer as condições de contorno no ponto de contato, onde um fio ideal deve formar um ângulo nulo com o solo. À esquerda deste ponto ele repousa sobre o fundo e, portanto, a sua curvatura é

nula e à sua direita a curvatura é finita, ou seja, na região de *touchdown* existe uma descontinuidade na curvatura. Mas essa descontinuidade não é física e, para eliminá-la, é necessário considerar uma rigidez flexional finita, ao menos perto do ponto de contato. Este é um problema típico para ser tratado por um método do tipo camada limite, de forma análoga ao que é feito com o efeito da viscosidade na Mecânica dos Fluidos.

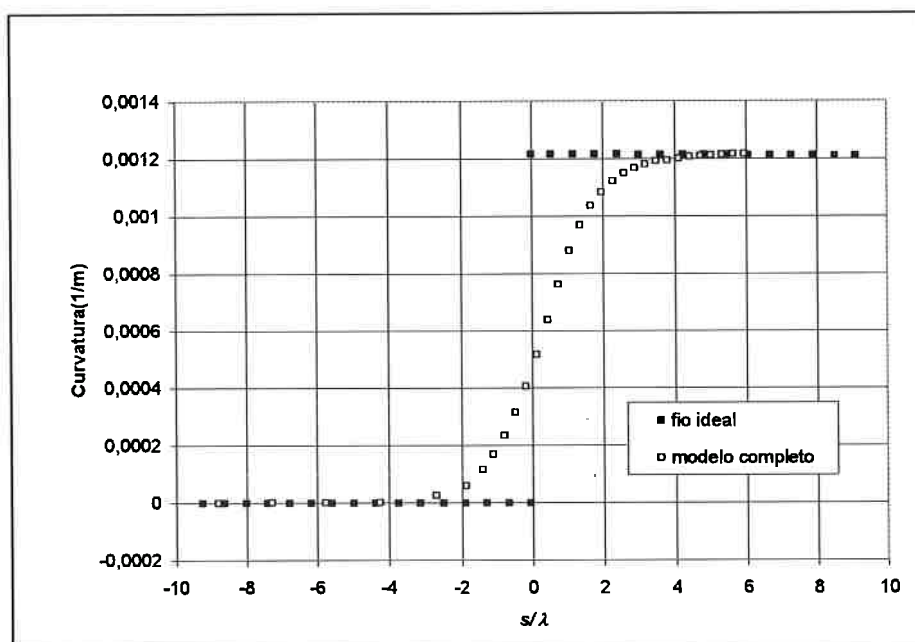


Figura 2.1 - Curvatura de um riser nas proximidades do ponto de contato

Na região do topo o comportamento é bastante semelhante. De fato, a Figura 2.2 traz o gráfico da curvatura para o mesmo *riser* da figura anterior. Agora, também são comparadas duas soluções: para o fio ideal, com rigidez flexional nula, e para o cabo real, com rigidez flexional finita. Note-se que a diferença entre as curvas aparece apenas bem próximo à extremidade suspensa. No exemplo da figura, foi suposto que, no topo, o *riser* está conectado a uma unidade flutuante, por meio de uma articulação perfeita, isto é, a curvatura na extremidade deve ser nula. O modelo de fio ideal perde essa condição de contorno, mas o efeito da rigidez flexional a recupera. Também aparece, aqui, um problema típico para ser resolvido por um processo do tipo camada limite.

Em vista de todos os argumentos apresentados, o *SteelCat* adota, inicialmente, para determinar a configuração de equilíbrio do *riser*, um modelo de fio inextensível e perfeitamente flexível, que é apresentado de forma detalhada no Apêndice A. A solução do

problema estático obtida por esse modelo é corrigida no topo e no *touchdown* por fórmulas assintóticas obtidas por um método do tipo camada limite. A dedução delas pode ser encontrada no Apêndice B.

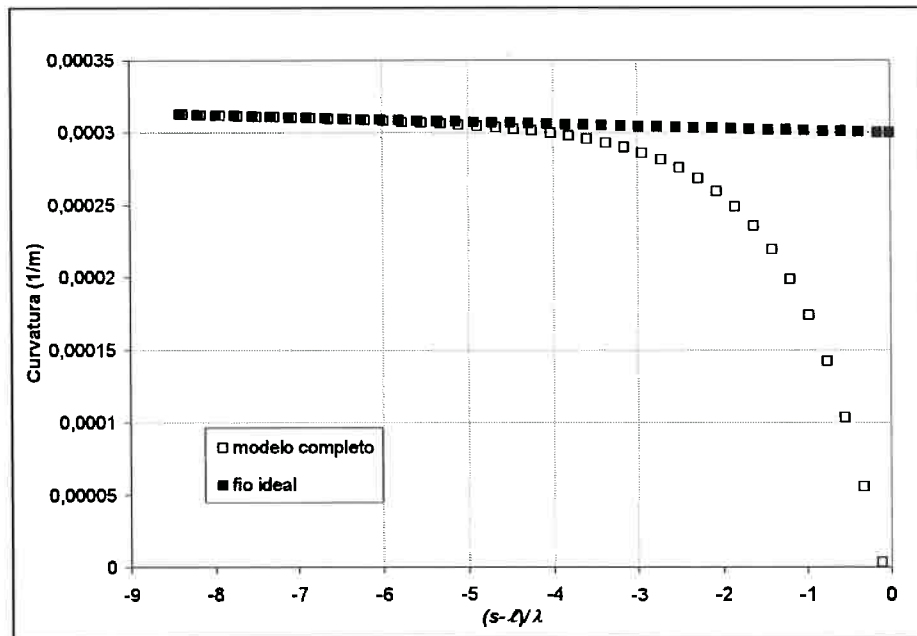


Figura 2.2 - Curvatura de um riser nas proximidades do topo

Uma atenção especial deve ser tomada na solução do problema estático. Como os deslocamentos são muito grandes, programas de elementos finitos de uso geral têm muita dificuldade para resolvê-lo e, em geral, apresentam problemas de convergência. Campos (1997), por exemplo, não logrou êxito em calcular a solução estática usando o programa ANSYS. No entanto, não existe muita dificuldade em se integrar diretamente o sistema de equações diferenciais, usando um método numérico de integração de passo simples. O maior cuidado reside na escolha do passo de integração, que deve ser bem pequeno na região do *touchdown* onde acontecem as maiores curvaturas.

Para resolver o problema estático o *SteelCat* implementa um método numérico de integração do tipo de *Runge-Kutta* de quarta ordem, com controle adaptativo de passo, que fornece resultados excelentes em termos de velocidade de convergência para a solução correta.

2.4 Modelo dinâmico

O problema dinâmico consiste em se determinarem os deslocamentos e os esforços sofridos pelo *riser*, quando submetido a condições de carregamento que variam com o tempo. Duas são as excitações a serem consideradas: o movimento imposto à sua extremidade superior pelo movimento de primeira ordem da unidade flutuante e os esforços hidrodinâmicos causados pelo movimento relativo entre *riser* e fluido.

No contexto do modelo dinâmico, além das hipóteses simplificadoras adotadas para o problema estático, considera-se, também, que cada estado de mar pode ser representado por uma onda monocromática e harmônica com amplitude e frequência conhecidas. O movimento induzido ao topo do *riser* também é harmônico, com a mesma frequência da onda, e suas componentes são conhecidas em amplitude e fase.

Da mesma maneira que ocorre no problema estático, o efeito da rigidez flexional está confinado a duas pequenas regiões: no *touchdown* e no topo. Este fato permite que se descreva a dinâmica do *riser* usando, em uma primeira aproximação, um modelo de um fio perfeitamente flexível e introduzindo, posteriormente, uma correção analítica para levar em conta o efeito da rigidez flexional. Diversamente do que ocorre na determinação da configuração estática, no entanto, o modelo de cabo inextensível não é mais adequado. A deformação axial é importante para acomodar os deslocamentos dinâmicos, já que o elevado índice de amortecimento dificulta a alteração dinâmica da forma da catenária.

As amplitudes dos deslocamentos de um *riser* rígido em catenária são tipicamente da ordem de grandeza da amplitude das ondas do mar, que têm a ordem de metros, e, portanto, são muito menores que o seu comprimento suspenso, que é da ordem de milhares de metros. Então, o movimento do *riser* pode ser estudado como uma pequena perturbação em torno da sua configuração de equilíbrio estático. Este fato sugere que se adote um modelo linear para representar o comportamento dinâmico. No entanto, existem duas fontes importantes de não-linearidade que não podem ser esquecidas: o amortecimento viscoso, que é quadrático na velocidade relativa entre tubo e fluido, e o contato unilateral na região de *touchdown*. Se essas duas fontes de não-linearidade forem removidas, por algum processo, então o problema dinâmico poderá ser resolvido por um modelo linear.

O movimento relativo entre o cabo e a água do mar provoca esforços que usualmente são representados pela fórmula de Morison. Esta fórmula tem duas parcelas: a primeira, que corresponde à inércia adicional causada pelo movimento da água deslocada pelo tubo é proporcional à aceleração relativa; a segunda, que corresponde ao arraste viscoso, é proporcional ao quadrado da velocidade, tem sentido contrário ao da mesma e, portanto, não é linear. No entanto, o efeito principal da força de arraste é a dissipação da energia cinética do *riser* e se isto for levado em conta, pode ser construído um critério para linearização.

De fato, adota-se, em um primeiro instante, uma força de arraste proporcional à velocidade relativa e resolve-se o problema dinâmico com esta aproximação. Como resposta, obtém-se um conjunto de velocidades para o *riser*. A partir dessas velocidades é calculada a energia total dissipada em um ciclo do movimento para o modelo linear. Essas mesmas velocidades podem ser aplicadas na expressão quadrática da força de arraste, calculando-se um novo valor para a energia total dissipada em um ciclo. Comparam-se, em seguida, os dois valores obtidos e, como resultado dessa comparação, altera-se o coeficiente de arraste da aproximação linear, resolvendo-se novamente o problema dinâmico e repetindo-se o processo iterativamente, até que os dois valores da energia se aproximem. A experiência mostra que este método converge em um número finito de iterações.

A condição de contorno na região de *touchdown* é bastante não-linear pois a posição do ponto de contato desloca-se com o movimento do *riser*. Além disso, o contato entre o *riser* e o solo é do tipo unilateral. Embora o efeito do movimento do ponto de contato seja apenas local, da mesma maneira que o efeito da rigidez flexional, ele não pode ser desprezado pois é o principal responsável pela grande variação de curvatura que acontece nessa região, a qual pode causar fadiga no *riser*.

Essa condição de contorno pode ser simplificada, entretanto, em uma primeira aproximação, se o movimento do ponto de *touchdown*, juntamente com o efeito da rigidez flexional forem incluídos a posteriori. É adotada, então, uma articulação no ponto de *touchdown* estático, que impede o seu movimento vertical sem limitar a sua rotação. Essa articulação é ligada a uma mola linear, que simula a deformação elástica dinâmica do trecho de cabo apoiado sobre o fundo, restringindo, mas não impedindo, o movimento horizontal do ponto de contato. O problema dinâmico é resolvido com essa nova condição de contorno e, a partir dos resultados obtidos, o movimento do ponto de *touchdown* é

calculado por uma fórmula analítica bastante simples e, a partir desse movimento, o efeito da rigidez flexional é incorporado por uma fórmula obtida por um processo assintótico, que usa uma técnica do tipo camada limite.

Removidas as duas não-linearidades importantes, as equações dinâmicas são discretizadas usando o Método dos Elementos Finitos. Como o modelo resultante é linear e a excitação é harmônica, o sistema de equações obtido pode ser resolvido no domínio da frequência. Para cada iteração do amortecimento, basta resolver um sistema de equações lineares. Este processo reduz, consideravelmente, o tempo de solução e os problemas de convergência numérica, em relação à solução do modelo completo não-linear, que obrigatoriamente deve ser resolvido no domínio do tempo.

O equacionamento completo do modelo dinâmico de fio extensível e perfeitamente flexível, articulado no *touchdown*, considerado como uma perturbação de uma configuração de equilíbrio estática, juntamente com a sua discretização via Método dos Elementos Finitos e sua solução no domínio da frequência são apresentados em detalhes no Apêndice C. A linearização do amortecimento viscoso e o processo iterativo de solução são discutidos no Apêndice D. O Apêndice E mostra como introduzir o efeito do movimento do *touchdown* e da rigidez flexional nessa região, usando a fórmula assintótica especialmente desenvolvida. O Apêndice F apresenta um modelo para levar em conta o modelo da rigidez flexional e da junta flexível junto ao topo do *riser*.

Cabe aqui ressaltar que o modelo proposto para representar o comportamento dinâmico do *riser*, que foi incorporado ao *SteelCat*, já foi exaustivamente testado, tanto numérica quanto experimentalmente. A figura 2.3, extraída de Aranha et alii (1997), apresenta uma comparação dos resultados obtidos para o momento fletor pela solução de fio perfeitamente flexível, com *touchdown* fixo e amortecimento linearizado iterativamente, pela mesma solução corrigida pela aproximação de camada limite e pelo programa comercial Orcaflex, que resolve o problema não-linear no domínio do tempo, para um movimento circular imposto ao topo do *riser*. Pode ser notado que a combinação de fio perfeitamente flexível, amortecimento linearizado iterativamente e camada-limite recupera, com uma boa qualidade, o resultado do momento fletor na região do contato. Embora partindo de modelos lineares, resgata até um curioso efeito não-linear: o momento fletor depende do sentido em que é imposto o movimento circular aplicado à extremidade superior, horário ou anti-horário.

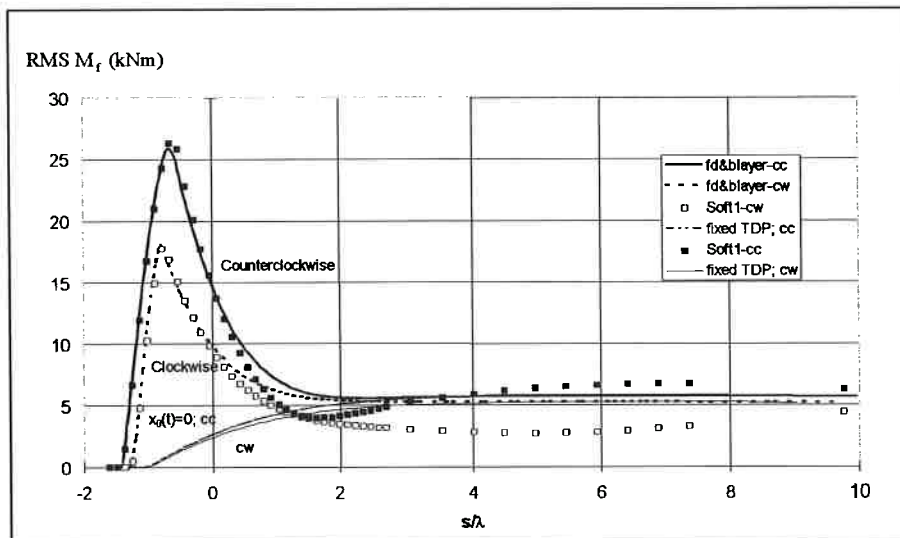


Figura 2.3 - Desvio padrão do momento fletor na vizinhança do touchdown

A figura 2.4, por sua vez, retirada diretamente de Pesce et alii (1998), traz uma comparação entre a série temporal da curvatura obtida pela aproximação de camada limite, com aquela obtida em um ensaio com modelo reduzido. A seção considerada no gráfico é aquela em que ocorre a máxima variação no valor da curvatura. Note-se a boa aderência entre os resultados experimentais e os obtidos pelo modelo assintótico.

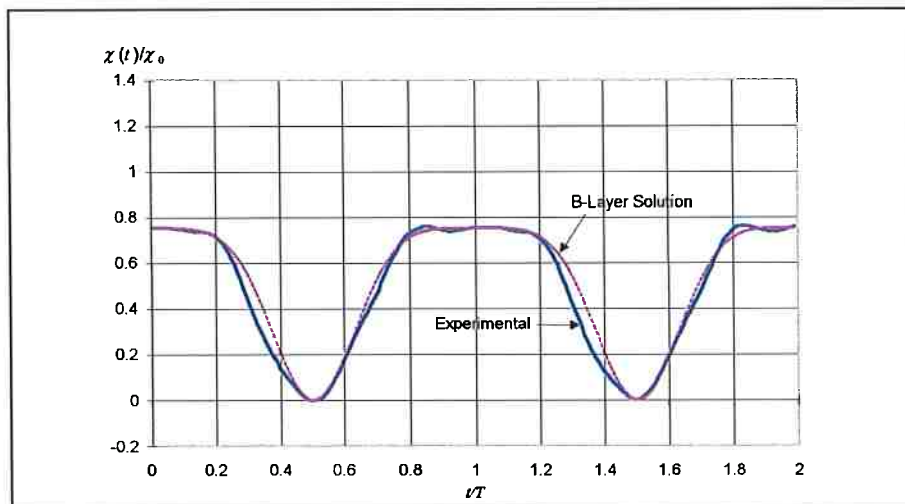


Figura 2.4 - Série temporal da curvatura na seção onde ocorre a sua máxima variação

A curvatura na região do topo também é bem aproximada pela técnica de camada-limite. A figura 2.5 traz um gráfico comparativo entre a amplitude da curvatura que é obtida pelo

programa Orcaflex com os resultados da solução de fio flexível com a correção assintótica. O caso analisado é o de um *riser* rígido em catenária que tem comprimento suspenso $\ell = 970$ m e comprimento de flexão $\lambda = 4,60$ m e está conectado à unidade flutuante por uma junta flexível de rigidez 10 kN/grau. Nesta figura, além da aderência entre as duas curvas, pode ser verificado que os efeitos da rigidez flexional e da junta flexível desaparecem completamente a uma distância de 4λ do topo.

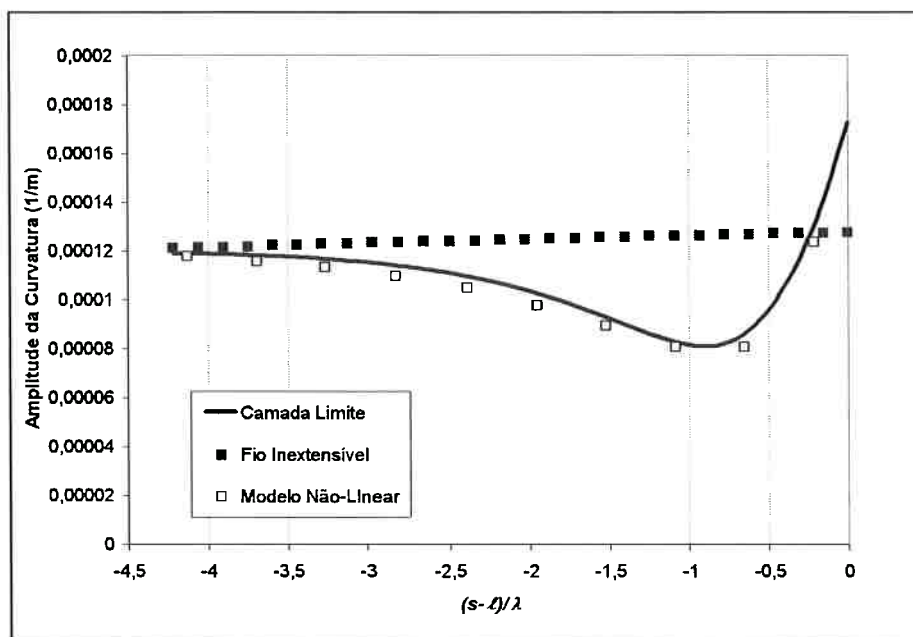


Figura 2.5 - Amplitude da curvatura na região do topo

2.5 Espectro do mar e movimento do topo

As ondas do mar aplicam sobre a unidade flutuante um carregamento de natureza aleatória, que faz com que ela se movimente. Esse movimento é transmitido ao topo do *riser* que a ela está conectado, fazendo com que ele se movimente também. Para estudar a dinâmica do cabo é necessário determinar qual é o movimento que está sendo aplicado à sua extremidade superior.

Para caracterizar o estado de mar, o *SteelCat* adota o espectro de Pierson-Moskowitz cujo uso é consagrado na engenharia *offshore*. Esse espectro é perfeitamente definido por dois parâmetros: a altura significativa e o período médio entre zeros sucessivos. Para calcular a

estatística do movimento que o estado de mar induz na unidade flutuante é necessário ter em mãos, também, a sua função de transferência que é normalmente conhecida como *RAO* (“Response Amplitude Operator”). O *RAO* traz a amplitude e a fase dos seis graus de liberdade do movimento da unidade flutuante (*surge*, *sway*, *heave*, *roll*, *pitch* e *yaw*), em função da frequência de excitação, para uma amplitude unitária de onda. Considerando a plataforma como um corpo rígido, o espectro do mar e o *RAO* definem a estatística do movimento de todos os seus pontos e, em particular, do ponto em que o tubo está conectado.

No entanto, o modelo adotado para representar o comportamento dinâmico do *riser* pressupõe que o movimento da sua extremidade superior seja harmônico e, portanto, determinístico. É necessário, então, calcular um movimento “equivalente” que bem represente a excitação provocada pelo estado de mar em amplitude e frequência. Além disso, como o movimento da unidade flutuante é tridimensional enquanto o modelo usado para descrever a configuração elástica do cabo é bidimensional, é necessário projetar o movimento do topo no plano do *riser*. Nesse processo é perdida a fase relativa entre o movimento vertical e o movimento horizontal. Para contornar esse problema, o *SteelCat* adota um movimento circular, para considerar o caso mais crítico. Este assunto é apresentado no Apêndice G do presente trabalho.

2.6 Modelo de fadiga

O tempo de produção esperado para uma instalação *offshore* é de cerca de vinte anos enquanto o período típico da excitação no *riser* provocada pelas ondas está em torno de dez segundos. Feitas as contas, conclui-se que o tubo deverá resistir a um número de ciclos de carregamento da ordem de 10^7 . Tem-se, então, um caso de fadiga de alto ciclo, onde uma curva do tipo *S-N* é capaz de bem representar o comportamento do material sob uma amplitude constante de carregamento cíclico.

No entanto, o *riser* estará submetido, durante a sua vida útil, a uma série de carregamentos diferentes. É necessário, então, arrumar uma maneira de quantificar o dano causado por cada um dos carregamentos, em particular, e acumulá-los para determinar a vida útil da estrutura. Para isso, o *SteelCat* adota a Regra de Miner que, embora com as suas limitações

conhecidas, é muito fácil de ser aplicada e se encaixa dentro da filosofia que foi adotada no desenvolvimento do programa. O Apêndice H discute esse modelo de fadiga.

2.7 Vibrações induzidas por vórtices

O estudo das vibrações induzidas pela emissão de vórtices é um campo da ciência que permanece em aberto. Muito já foi estudado, muito já foi concluído, mas ainda não existem modelos capazes de resolver analítica ou numericamente o problema completo relativo a *riser* em catenária submetido a um perfil de corrente cujas velocidades variam em direção e intensidade com a profundidade. Existem limitações, tanto dos métodos numéricos, quanto do *hardware* necessário para implementá-los.

A única alternativa viável, hoje em dia, é adotar os chamados modelos de engenharia, que tratam o problema de uma forma macroscópica, partindo de uma compreensão do fenômeno físico e de observações experimentais, e conseguem estimar com boa qualidade as amplitudes das oscilações envolvidas. Nesse sentido, o *SteelCat* implementa o mesmo procedimento descrito em Martins (1989), onde é adotado o modelo do oscilador hidro-elástico de Iwan-Blevins, com a generalização introduzida por Iwan para estruturas não uniformes e com a alteração proposta por Lyons & Patel para levar em conta uma variação da velocidade reduzida com a profundidade. O mecanismo físico das vibrações induzidas pelo desprendimento de vórtices, junto com esses modelos são apresentados no Apêndice I.

CAPÍTULO 3 ANÁLISE DE EXTREMOS

3.1 Considerações iniciais

A primeira pergunta, que deve ser respondida no estudo de viabilidade de um *riser* rígido em catenária, é se ele resistirá aos maiores esforços a que estará submetido durante a sua vida útil. A resposta a essa pergunta não é simples, pois não é imediata a identificação das condições ambientais que nele provocarão a maior solicitação. Todas as combinações de incidência de ondas e corrente possíveis de ocorrer devem ser analisadas para a escolha da pior situação para o *riser*.

Para cada ângulo de incidência da onda existe uma condição extrema de mar e para cada direção da correnteza existe um perfil de velocidades máximo. Cada uma das composições possíveis de incidências de onda e correnteza provoca um movimento diferente na unidade flutuante à qual o *riser* está conectado. Não faz parte do presente trabalho o cálculo das condições ambientais críticas, nem a determinação da resposta do navio: o enfoque será dado apenas ao *riser*. Ele assumirá, como dados de entrada, as diversas condições extremas de onda e correnteza, o aproamento do navio e a sua função de transferência.

O problema a ser analisado, então, consiste em estudar a viabilidade da aplicação de um *riser* rígido em catenária ligando uma instalação submarina a uma unidade de produção de petróleo flutuante, dadas as condições ambientais extremas. O termo viabilidade é aqui aplicado em um sentido restrito, abrangendo apenas o que diz respeito ao seu comportamento mecânico, estático e dinâmico, não se referindo nem aos aspectos econômicos nem aos problemas técnicos associados ao processo de sua instalação no local.

O *riser* rígido em catenária será viável se for atendido um conjunto de restrições estabelecidas de antemão. Essas restrições se traduzem em valores máximos e mínimos para forças, tensões, curvaturas e ângulos e comporão os critérios de projeto. Alguns dos parâmetros do *riser* podem ser modificados durante o estudo de viabilidade; o principal

deles é a força de tração que é aplicada à sua extremidade superior durante o processo de instalação. O valor dessa força pode ser alterado de forma a assegurar que o conjunto de restrições esteja satisfeito.

Durante a análise de viabilidade de um *riser* rígido em catenária sob esforços extremos diversos problemas estáticos e dinâmicos devem ser resolvidos, variando os ângulos de incidência de onda e correnteza, a posição da unidade flutuante e os parâmetros do *riser*, em um processo bastante exaustivo, onde qualquer simplificação é sempre bem-vinda.

O presente capítulo apresenta o procedimento adotado no *SteelCat* para analisar a viabilidade de um *riser* rígido em catenária no que diz respeito às condições extremas. Para ilustrar a metodologia proposta, o programa é utilizado para estudar um caso exemplo, que é baseado em uma situação real de projeto que foi enfrentada. Este caso se refere ao estudo de viabilidade do emprego de um *riser* rígido para transporte de água doce para uma unidade flutuante do tipo *FPSO*. Este exemplo foi escolhido pelo fato de ser muito difícil viabilizar um *riser* rígido conectado a um navio, que tem movimentos bem maiores que os de uma plataforma semi-submersível.

3.2 Análise paramétrica de um riser rígido em catenária sob condições extremas

O estudo de viabilidade de um *riser* rígido, do ponto de vista do seu comportamento mecânico sob condições extremas, parte de alguns parâmetros estabelecidos de antemão para o tubo. Em primeiro lugar, o seu diâmetro interno é determinado pelo fluxo para o qual se destina e não deve ser alterado em uma primeira análise. Em segundo lugar, a sua espessura mínima depende da profundidade em que ele será instalado e é determinada pela análise de colapso, que não será objeto do presente trabalho. Não convém aumentar a espessura para não aumentar em demasia o peso do *riser*.

Por outro lado, não é prática corrente nas instalações para produção de petróleo em águas profundas da costa brasileira, o uso de flutuadores instalados ao longo do *riser*. Eles são evitados, em geral, pois perdem parte da sua função ao longo do tempo, em função da absorção de água, além de requererem manutenção periódica, que é trabalhosa em grandes

profundidades. Portanto, o peso submerso por unidade do comprimento é, em geral, uma variável que não deve ser alterada no estudo da viabilidade.

Existe um parâmetro, no entanto, que é de livre escolha do projetista, que é a força de tração a ser aplicada ao topo do *riser* durante a sua instalação. Esse parâmetro governa o comportamento mecânico de um *riser* em catenária: ele determina o seu comprimento total, o seu comprimento suspenso e a sua rigidez geométrica. Se o seu valor for muito baixo, haverá curvaturas muito grandes na região do ponto de *touchdown*; se o seu valor for muito alto, o *riser* estará submetido a valores elevados de tensão em sua extremidade superior. Por outro lado, o valor da tração no topo é uma grandeza que pode ser monitorada com relativa facilidade no processo de instalação.

Então, o valor da força de tração no topo pode ser alterado, de maneira a modificar o comportamento estrutural do *riser*, fazendo com que ele satisfaça um conjunto de critérios de projeto estabelecidos a priori. Uma escolha criteriosa do valor desse parâmetro pode tornar viável a alternativa do *riser* rígido em catenária. Isto sugere que no estudo de viabilidade do *riser* seja executada uma análise paramétrica na qual o parâmetro a ser variado seja justamente essa força de tração.

Dentre todos os pontos do *riser* existem dois que merecem uma atenção especial: o topo e o *touchdown*. Neles ocorrem as máximas curvaturas e os valores extremos da força de tração. Uma primeira análise, para escolher a força de tração a ser aplicada, pode focar, portanto, apenas esses dois pontos. Após a definição de todos os parâmetros do *riser*, uma análise mais profunda pode ser realizada, para verificação dos esforços e deslocamentos.

O *SteelCat*, que foi desenvolvido para ser uma ferramenta expedita a ser usada na análise de viabilidade de *risers* rígidos em catenária, implementa uma análise paramétrica em que o parâmetro a ser variado é o valor da tração no topo. Para que esta análise seja exequível, são adotados os modelos simplificados que foram discutidos no capítulo anterior. Essa análise preocupa-se apenas com os dois pontos mais críticos do *riser*. Os resultados são publicados apenas para eles e as restrições de projeto são verificadas apenas neles.

3.3 Critérios de projeto

Para dizer que um *riser* rígido em catenária é uma alternativa viável, do ponto de vista do seu comportamento mecânico sob condições ambientais extremas, é necessário, em primeiro lugar, definir o que é viabilidade. No contexto deste trabalho, dizer que o *riser* é viável significa dizer que ele atende a um determinado conjunto de critérios de projeto pré-estabelecidos.

Então, para iniciar o processo de análise, devem ser definidos quais são os critérios que serão considerados. Em uma primeira volta de uma espiral de projeto, em que se procuram viabilizar soluções e muitos casos devem ser analisados, é conveniente que as restrições a serem atendidas não sejam muitas, nem sejam muito complexas e nem requeiram uma análise muito sofisticada para a sua verificação. Elas devem, no entanto, ser suficientemente representativas para o problema, de forma que o estudo de viabilidade possa ser conclusivo.

O *SteelCat* adota um conjunto de critérios de projeto fixos, que envolvem restrições em forças de tração, ângulos, tensões, raios de curvatura e no *offset* da unidade flutuante. Esses critérios são verificados nas duas regiões mais críticas do *riser*, sob ponto de vista do seu comportamento mecânico: as proximidades do ponto de contato com o solo (“touchdown point” ou *TDP*) e o topo. Em uma análise preliminar, onde o objetivo é a comparação de diversas alternativas, é suficiente estudar apenas o que acontece nessas duas regiões de interesse. A seguir apresentam-se os critérios de projeto adotados no *SteelCat*.

3.3.1 Força de tração máxima

A resistência mecânica do tubo limita a máxima força de tração que pode ser aplicada ao topo do *riser*. Essa força também pode ser limitada pelo processo ou pelo equipamento de instalação, já que os valores da força no topo são muito altos para um *riser* rígido em catenária instalado em águas profundas. Uma força muito elevada reduz, também, a capacidade útil de carga da unidade de produção flutuante a que o *riser* está conectado e onera o seu sistema de amarração. Portanto, uma das restrições de projeto deve ser o limite máximo para a força de tração no topo do *riser*.

3.3.2 Força de tração mínima

Nas situações extremas, é possível que ocorram forças de tração dinâmicas muito grandes, que ultrapassam o valor da força de tração estática, provocando compressão dinâmica na região do *touchdown*. Essa compressão causa uma flambagem lateral localizada no *riser*, mas seu efeito só será prejudicial se for ultrapassado o limite máximo de curvatura que o tubo suporta no regime elástico. No entanto, como esse fenômeno ainda não está completamente estudado, é usual no projeto de um *riser* rígido restringir o valor mínimo que a força de tração pode assumir de modo a garantir que nunca ocorra compressão dinâmica.

3.3.3 Ângulo máximo no topo

O ângulo que a tangente ao topo do *riser* forma com o plano horizontal não deve ultrapassar um certo limite, que é estabelecido para evitar que o movimento do *riser* faça com que ele interfira com outros componentes do sistema de produção de petróleo, ou se choque com a própria unidade flutuante.

3.3.4 Ângulo mínimo no topo

Quanto menor for o ângulo que o topo do *riser* forma com o plano horizontal, maior será a distância necessária para que ele atinja uma determinada profundidade. Se esse ângulo for muito pequeno, será grande a interferência do *riser* sobre a navegação local e grande a possibilidade de acidente. Pequenos ângulos de saída correspondem, também, a valores altos para a força de tração no topo. Portanto, o ângulo no topo deve ser maior que um certo valor mínimo.

3.3.5 Amplitude máxima do ângulo no topo

A junta flexível que conecta o *riser* ao sistema flutuante tem um ângulo de abertura máximo definido no seu projeto, que não pode ser ultrapassado. Esse ângulo de abertura limita a máxima variação que pode ter o ângulo no topo do *riser*, considerando todas as condições de operação, e deve ser considerado como restrição de projeto, levando em conta que o custo de fabricação de uma junta flexível aumenta muito com o ângulo de abertura necessário

3.3.6 Tensão máxima

É desejável que o *riser* trabalhe no regime elástico, pois uma deformação permanente pode prejudicar o seu desempenho como elemento de escoamento de fluidos. Os valores máximos das tensões a que ele está submetido devem ser verificados para que não se atinja o limite de proporcionalidade para o material. Na região do topo do *riser* as tensões podem ser altas, devido aos altos valores de forças de tração que lá ocorrem; na região do *touchdown*, altos valores de tensão podem ser causados pelas grandes curvaturas que acontecem nesse trecho. Deve, então, o limite de tensão ser verificado nesses dois pontos.

3.3.7 Raio de curvatura mínimo na região do touchdown

Na região do *touchdown* ocorrem os maiores valores de curvatura do *riser*. O raio de curvatura deve ser maior que um certo valor mínimo, para que o material do *riser* permaneça trabalhando em seu regime elástico. Esta condição é, de certa forma, redundante com a anterior, mas permite que se separe o efeito da flexão do efeito combinado com a tração.

3.3.8 Offset máximo do sistema flutuante

O máximo deslocamento (“offset”) que a unidade flutuante pode ter, medido a partir da situação em que não existem esforços ambientais (posição neutra), é limitado no projeto do sistema de amarração, usualmente a uma certa porcentagem da profundidade local do mar (tipicamente dez por cento), embora isso não deva ser assumido como imutável no projeto do *riser*. Apesar desse *offset* normalmente seja um dado do problema, é possível reduzi-lo aumentando a rigidez do sistema de amarração e isto pode ser necessário para tornar a solução do *riser* rígido em catenária viável. Nesse sentido, o *offset* máximo do sistema flutuante é aqui colocado como um critério de projeto a ser satisfeito.

3.4 Dados do problema

Para que a análise de viabilidade de um *riser* rígido em catenária possa ser executada pelo *SteelCat* é necessário especificar um conjunto de dados, que compreende as características do tubo, da junta flexível no topo, da unidade flutuante, da geometria do sistema, do

ambiente, da correnteza e da onda e são apresentados a seguir. Se algum deles for alterado, será necessário executar uma nova análise com o programa.

3.4.1 Dados do tubo

As características do escoamento para o qual o *riser* está sendo projetado definem o diâmetro interno necessário. A análise de colapso, que não é objeto do presente trabalho, define a espessura mínima para o tubo em função da profundidade em que ele será aplicado. Esses parâmetros, então, serão considerados dados, juntamente com a massa específica e o módulo de elasticidade do material do qual o tubo é feito.

Para modelar a interação entre o tubo e o solo é necessário conhecer o coeficiente de atrito e para calcular os esforços hidrodinâmicos devem ser dados os coeficientes de arraste e de massa adicional. O *SteelCat* não considera a dinâmica do escoamento interno no tubo, mas considera seu efeito estático no peso do *riser* e, portanto, a massa específica do fluido interno deve ser dada.

3.4.2 Dados da junta flexível no topo

O modelo simplificado usado para representar o comportamento da junta flexível no topo do *riser* necessita de dois dados: o ângulo que ela forma com o plano horizontal, quando se encontra na situação indeformada, e o coeficiente de rigidez, que relaciona a diferença de ângulo em relação à situação indeformada com o momento fletor que lhe é aplicado.

3.4.3 Dados da unidade flutuante

O procedimento de análise do *SteelCat* considera conhecida a função de transferência que relaciona a amplitude da onda incidente com o movimento do navio para cada frequência. Essa função, que é conhecida como *RAO* (“Response Amplitude Operator”), depende do ângulo de incidência da onda em relação à unidade flutuante e da sua condição de calado e é obtida, em cada caso, no estudo da resposta hidrodinâmica do navio. O *RAO* define, em amplitude e fase, os seis graus de liberdade da unidade (*surge*, *sway*, *heave*, *roll*, *pitch* e *yaw*). Deve ser conhecido, também, o ângulo de aproamento da unidade em relação ao norte verdadeiro, que é função dos ângulos de incidência de correnteza e onda.

3.4.4 Dados da geometria do sistema

Devem ser conhecidas as coordenadas das duas extremidades do *riser*. As coordenadas do seu ponto de ancoragem devem ser dadas em relação a um sistema de coordenadas fixo e as coordenadas de seu topo são as coordenadas do ponto de conexão na unidade flutuante, que podem ser especificadas em relação a um sistema de coordenadas preso à mesma.

3.4.5 Dados do ambiente

São dados a profundidade do local onde será instalado o *riser*, a massa específica da água do mar e a aceleração local da gravidade.

3.4.6 Dados da correnteza

Devem ser dados dois perfis de velocidades da correnteza que representam situações extremas. Um deles é o que leva a unidade flutuante para a posição *near*, que é a posição mais próxima do ponto de ancoragem do *riser*. O outro é o que leva a unidade para a sua posição *far*, que é a posição mais distante do mesmo ponto. Esses perfis devem trazer os módulos e as direções das velocidades da corrente marítima em função da profundidade.

3.4.7 Dados da onda

O *SteelCat* usa o espectro de Pierson-Moskowitz para caracterizar o estado de mar extremo. Para defini-lo, então, são necessários dois parâmetros: a altura significativa e o período médio entre zeros sucessivos.

3.5 Metodologia de análise

3.5.1 O problema a ser resolvido

Deseja-se instalar um *riser* rígido para transporte de fluido de um ponto do fundo do mar até uma unidade flutuante de produção de petróleo ou vice-versa. Este *riser* deve ser instalado sob a forma de uma catenária simples, sem bóias nem flutuadores intermediários. O *riser* é formado por um tubo de aço convencional que se conecta à plataforma na

superfície por meio de uma junta flexível e se apóia livremente sobre o solo no fundo do mar.

A primeira pergunta a ser respondida é: o tubo resistirá a todos os esforços que lhe serão aplicados ao longo da vida útil projetada? Para responder a essa pergunta devem ser determinadas todas as condições ambientais a que ele estará sujeito e, para cada uma delas, deve ser calculado o movimento que a unidade flutuante transmitirá ao *riser*. Por meio de estudos estatísticos, pode ser determinado o perfil de velocidades máximas esperado para cada ângulo de incidência da correnteza superficial e os parâmetros do espectro do estado de mar crítico, para cada ângulo de incidência de onda. Não se sabe de antemão, no entanto, qual é a combinação de incidência de onda e corrente que causará os maiores esforços no *riser*.

A metodologia implementada no *SteelCat*, que será aqui apresentada, parte de um dado estado de mar, do *RAO* do navio e de dois perfis de corrente. Para cada uma das combinações possíveis de onda e correnteza o programa deve ser executado uma vez. A resposta final de cada análise é um diagrama de viabilidade onde são estudadas as principais variáveis, em função da força de tração aplicada ao topo durante a instalação, face aos critérios de projeto que foram discutidos no item 3.3.

3.5.2 Escolha da força de tração no topo na posição neutra

A solução do problema será focada na escolha de uma faixa de valores para a força de tração que deve ser aplicada à extremidade suspensa do *riser* na sua instalação, garantindo, se possível, que ele atenda à série de restrições estabelecidas nos critérios de projeto. Na ausência de esforços ambientais, a unidade flutuante de produção de petróleo assume uma certa posição de equilíbrio, que é normalmente chamada de posição neutra. A essa posição corresponde um valor para a força no topo do *riser*, que neste trabalho será chamada impropriamente de tração neutra no topo, e é semelhante em valor à tração no topo na instalação, já que essa operação normalmente é realizada com condições ambientais favoráveis.

Então, com o objetivo de escolher uma faixa de valores da tração neutra no topo para as quais o *riser* rígido é viável, será realizada uma análise paramétrica em que o parâmetro a ser variado é justamente essa tração. O primeiro passo da análise paramétrica é determinar

quais são os valores extremos da força de tração que podem ser aplicados ao *riser*, na situação neutra, para limitar o número de casos a serem considerados. A força de tração mínima não pode ser menor que aquela que equilibra um trecho submerso de *riser* cujo comprimento é igual à profundidade local, nem pode ser superior àquela que provocará escoamento no material do *riser* por tração simples. Os valores da força de tração no topo devem estar entre esses dois valores extremos. Além disso, a faixa de valores de tração que pode ser aplicada ao topo do *riser* é limitada pela posição do ponto de ancoragem. É necessário que o *riser* toque o solo antes desse ponto, de forma a não haver força vertical sobre a âncora. Esta condição limita a força de tração máxima que pode ser aplicada ao topo.

3.5.3 Determinação da configuração de equilíbrio na posição neutra

Definidos os limites inferior e superior para o valor da força de tração no topo na posição neutra, é escolhido um certo incremento de força e é construído um conjunto de valores igualmente espaçados de forças de tração no topo. A cada um desses valores corresponde uma configuração de equilíbrio para o *riser*. Como na situação neutra não existe correnteza, o problema estático tem solução analítica. Para cada um dos valores da tração neutra no topo, ele é resolvido, tendo como resposta o comprimento total que deve ter o *riser*.

3.5.4 Determinação das configurações de equilíbrio nas posições near e far

O projeto do sistema de ancoragem da unidade flutuante de produção estabelece um *offset* máximo que ela pode ter, que é o seu deslocamento máximo medido a partir da sua posição neutra e normalmente é limitado a uma certa porcentagem da profundidade local do mar. Nos projetos usuais desenha-se a amarração de forma que o maior deslocamento da plataforma não ultrapasse dez por cento da altura da lâmina d'água.

Supondo que a plataforma se movimenta no plano do *riser*, ela pode se deslocar em dois sentidos: aproximando-se ou afastando-se do ponto de ancoragem. Quando ela está na posição mais próxima possível do ponto de ancoragem, diz-se que ela está na sua posição *near*, quando, ao contrário, ela está na posição mais distante, diz-se que ela está na sua posição *far*. Para cada valor da força de tração neutra no topo existem, então, duas

configurações estáticas limites, que serão chamadas de *near* e *far*, correspondentes às posições extremas da plataforma. Portanto, para cada valor da força de tração neutra no topo são resolvidos dois problemas estáticos, cada um deles tendo como dado de entrada um perfil de velocidades de correnteza diferente: um que leva a plataforma para a posição *near* e outro que a leva para a posição *far*.

3.5.5 Solução do problema dinâmico para as posições near e far

O modelo linear proposto para estudar o problema dinâmico considera o movimento como uma perturbação da configuração estática de equilíbrio. Para cada valor da tração neutra no topo, o *SteelCat* resolve dois problemas dinâmicos: um correspondendo à configuração *far* e outro correspondente à configuração *near*.

3.5.6 Composição dos resultados

O próximo passo é determinar os valores máximos e mínimos das variáveis de interesse, para cada valor da tração neutra no topo, compondo os resultados estáticos com os dinâmicos, considerando as duas posições estáticas extremas, *far* e *near*, e os dois problemas dinâmicos correspondentes.

3.5.7 Variáveis de interesse

As variáveis de interesse são aquelas que correspondem às restrições impostas pelos critérios de projeto nos dois pontos críticos do *riser*. Essas variáveis são calculadas e armazenadas pelo *SteelCat*, para cada valor da tração neutra no topo. No topo interessam o ângulo mínimo e os valores máximos do ângulo, da variação do ângulo, da força de tração e da tensão. Na região do *touchdown* interessam a força de tração mínima e os valores máximos da máxima e da curvatura.

3.5.8 Análise dos resultados face aos critérios de projeto

Por último, os valores das variáveis de interesse, como função da força de tração no topo na posição neutra, devem ser analisados, sob a ótica dos critérios de projeto pré-estabelecidos. Esta análise visa determinar, para cada critério, qual é a faixa de valores do parâmetro para a qual o *riser* rígido é viável. A composição das faixas correspondentes a

cada uma das restrições determina a faixa de viabilidade global. Ela também mostra qual ou quais dos critérios de projeto limitam a viabilidade da solução e devem ser analisados com maior cuidado para verificar se podem ou não ser abrandados.

3.6 Dados de um caso real

A seguir apresentam-se os dados de um caso real em que é usado o *SteelCat* para estudar a viabilidade de um *riser* rígido em catenária. O *riser* destina-se ao fornecimento de água doce para uma unidade flutuante de produção e armazenamento de petróleo, instalada em um local onde a profundidade é de 855 metros. A unidade flutuante é um *FPSO* (de “Floating, Production, Storage and Offloading”), ancorado por meio de um *turret*.

A utilização de um *riser* rígido em catenária conectado a um *FPSO* deve ser cuidadosamente analisada. Nesse tipo de solução as amplitudes dos movimentos de primeira ordem que são impostos pela unidade flutuante ao topo do *riser* são bastante elevadas, principalmente quando a articulação é posicionada perto da proa do navio.

3.6.1 Propriedades do tubo

O *riser* rígido é um tubo de aço API-5LX60, com 32,385 cm de diâmetro externo e 2,54 cm de espessura de parede. As principais propriedades do material de que é construído estão sintetizadas na Tabela 3.1.

3.6.2 Características da unidade flutuante

O *FPSO* a ser utilizado é um *VLCC* da classe do navio Vidal de Negreiros, especialmente transformado para servir como unidade flutuante. O *turret* está instalado a uma distância de 20% do comprimento, à vante da seção mestra do navio, para diminuir os esforços de primeira ordem transmitidos ao *turret* e, conseqüentemente, ao topo do *riser*. O comprimento total do navio é de cerca de 330 metros e sua boca mede 54 metros.

O *RAO* de um *FPSO* depende da incidência relativa das ondas e da sua situação de carregamento. No presente estudo são utilizados cinco incidências relativas de onda que

são identificadas conforme a Tabela 3.2. Em cada caso são consideradas duas situações de carregamento que correspondem, respectivamente, a 40% e 100% do calado do navio.

Propriedade	Valor
Coeficiente de Poisson (ν)	0,30
Módulo de Young (E)	$2,100 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Limite de proporcionalidade (σ_p)	$3,0678 \times 10^8 \text{ N/m}^2$
Limite de escoamento (σ_y)	$4,1383 \times 10^8 \text{ N/m}^2$
Deformação no escoamento (ϵ_y)	2×10^{-3}
Tensão de ruptura (σ_r)	$5,0134 \times 10^8 \text{ N/m}^2$

Tabela 3.1 - Propriedades do material do tubo

Identificação do RAO	Incidência da Onda
<i>Head</i>	180° pela proa
<i>Bow</i>	$\pm 157,5^\circ$, pela proa
<i>Quarter</i>	$\pm 135^\circ$, pela proa
<i>Beam</i>	$\pm 90^\circ$
<i>Stern</i>	$\pm 45^\circ$, pela popa

Tabela 3.2 - Nomes associados aos RAOs do VLCC

3.6.3 Incidência de ondas e correnteza

Como já foi mencionado, não se sabe, a priori, quais são os ângulos de incidência de onda e correnteza que provocam os maiores esforços sobre o *riser*. Diversas situações devem ser analisadas no estudo de viabilidade e cada uma delas corresponderá a uma execução do programa *SteelCat*.

No local onde se pretende instalar o *riser*, a correnteza superficial tem duas direções predominantes: sul (S) e norte (N). Considerando como representativas ondas vindas dos oito quadrantes, norte (N), nordeste (NE), leste (E), sudeste (SE), sul (S), sudoeste (SW), oeste (W) e noroeste (NW), devem ser estudados dezesseis casos de incidência relativa entre onda e corrente.

As Figuras 3.1 e 3.2, que foram transcritas diretamente de Aranha et alii (1998), esquematizam as diversas combinações resultantes. Nessas mesmas figuras aparece identificado, para cada caso, o ângulo de aproamento do *FPSO* em relação ao norte verdadeiro, que foi calculado em estudos de estabilidade realizados na Escola Politécnica dentro de projeto realizado para a Petrobras.

A Tabela 3.3 resume os casos a serem analisados, apresentando para cada um deles qual o *RAO* a ser utilizado, em função da incidência da onda em relação ao eixo do *FPSO*. Note-se que aqui é usada a convenção usual em engenharia *offshore*: a correnteza é caracterizada pela direção para onde ela vai e a onda é representada pela direção de onde ela vem. Esta tabela traz, também, a probabilidade de ocorrência de cada uma dessas combinações de onda e correnteza..

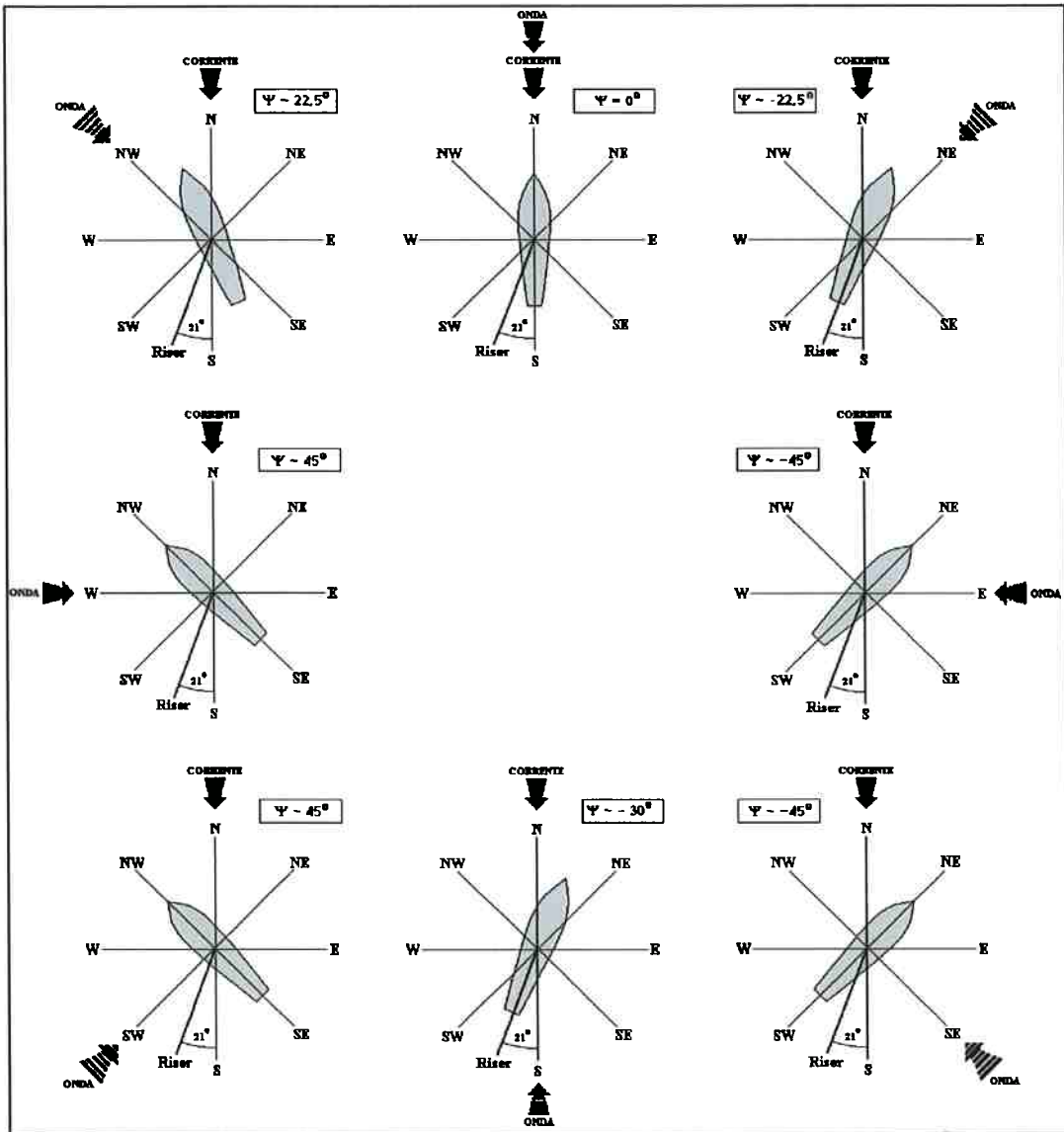


Figura 3.1 - Condições de incidência relativa entre correnteza, onda e aproamento do FPSO para correnteza na direção sul

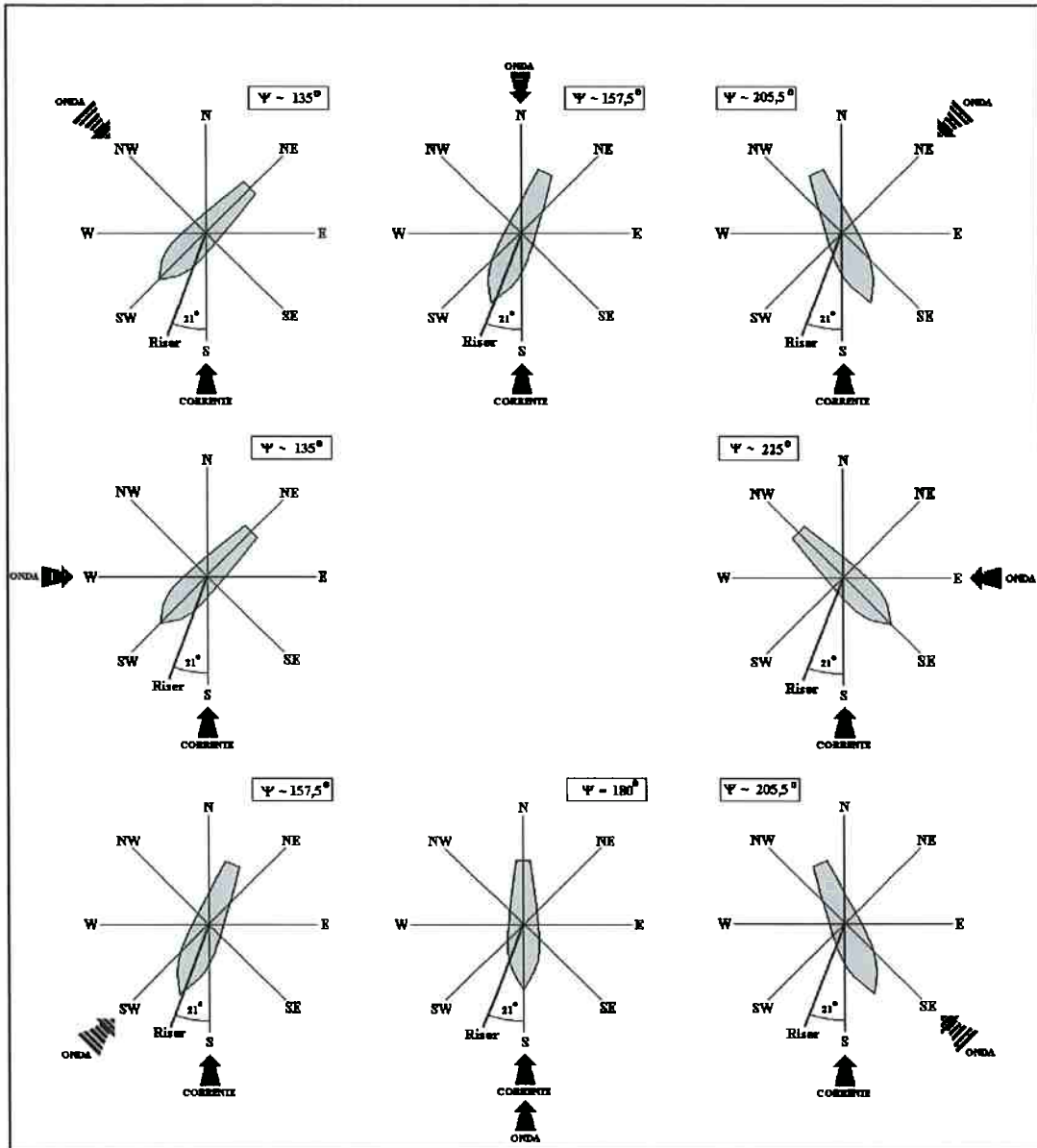


Figura 3.2 - Condições de incidência relativa entre correnteza, onda e aproamento do FPSO para correnteza na direção norte

Caso	Correnteza	Onda	Aproamento	RAO	Probabilidade
1	S	N	0°	Head	7,75%
2	S	NE	-25°	Bow	21,61%
3	S	E	-40°	Quarter	16,43%
4	S	SE	-45°	Beam	13,41%
5	S	S	-25°	Stern	22,07%
6	S	SW	45°	Beam	10,25%
7	S	W	46°	Quarter	0,24%
8	S	NW	22.5°	Quarter	0,32%
9	N	N	157.5°	Stern	0,67%
10	N	NE	200°	Quarter	1,86%
11	N	E	225°	Quarter	1,41%
12	N	SE	202.5°	Bow	1,15%
13	N	S	180°	Head	1,9%
14	N	SW	157.5°	Bow	0,88%
15	N	W	135°	Quarter	0,02%
16	N	NW	135°	Beam	0,03%

Tabela 3.3 - Condições de incidência ambiental utilizadas para análise

3.6.4 Ondas

A Tabela 3.4 traz os valores das alturas significativas e períodos médios entre zeros sucessivos que serão usados no espectro de Pierson-Moskowitz para representar os estados de mar nas situações extremas, conforme o ângulo de incidência. Esses valores correspondem às ondas centenárias em uma locação típica na Bacia de Campos.

Direção	Altura Significativa (m)	Período Médio Entre Zeros (s)
N	6,30	10,4
NE	5,40	9,8
E	4,70	9,2
SE	6,70	10,7
S	7,00	10,9
SW	7,80	11,5
W	4,90	9,4
NW	4,90	9,4

Tabela 3.4 - Dados das ondas centenárias

3.6.5 Correnteza

Para a situação extrema serão usadas as correntes centenárias. Para cada caso será adotado um perfil diferente para a situação *near*, em que a unidade flutuante se aproxima em direção ao ponto de ancoragem do *riser*, e para a situação *far*, em que a unidade se

movimenta no sentido contrário. A Tabela 3.5 traz os perfis de correnteza utilizados para a situação *near* e a Tabela 3.6 traz os mesmos dados para a situação *far*.

Ordenada (m)	Velocidade (m/s)	Direção
0	1,70	S
-50	1,54	S
-100	1,39	S
-140	1,18	S
-230	0,72	S
-340	0,78	S
-415	0,72	E
-545	0,41	N
-640	0,52	NE
-750	0,76	NE
-855	0	-

Tabela 3.5 - Perfis de correnteza centenária para a situação near

Ordenada (m)	Velocidade (m/s)	Direção
0	1,32	N
-50	1,08	N
-100	1,30	N
-140	1,13	N
-230	0,91	N
-340	0,62	N
-415	0,66	NE
-545	0,56	NE
-640	0,58	NE
-750	0,60	NE
-855	0	-

Tabela 3.6 - Perfis de correnteza centenária para a situação far

3.6.6 Critérios de projeto

No estudo de viabilidade do *riser* rígido serão considerados os seguintes valores para as restrições de projeto:

- a) Força de tração mínima admissível: 0 kN (não será admitida compressão dinâmica)
- b) Força de tração máxima admissível: 7700 kN (equivalente a manter o aço no regime de proporcionalidade para uma solicitação exclusivamente de tração)
- c) Tensão máxima admissível: 500 MPa (correspondente ao limite de ruptura do material)

- d) Ângulo mínimo no topo: 45 graus
- e) Ângulo máximo no topo: 90 graus
- f) Ângulo de abertura da junta flexível do topo: 28 graus
- g) Raio de curvatura mínimo no *TDP*: 70 m (tensão máxima abaixo do limite de ruptura do material)
- h) *Offset* máximo da unidade flutuante: 10 % da lâmina d'água.

3.7 Estudo de caso

O programa *SteelCat* é usado, a seguir, para o estudo de viabilidade do *riser* rígido em catenária que foi apresentado. Para cada um dos oito casos de incidência de onda, há duas direções de incidência da correnteza superficial e, para cada uma das combinações, são consideradas duas situações típicas de calado, totalizando trinta e dois casos a serem analisados. Cada um dos casos corresponde a uma execução do *SteelCat*.

3.7.1 Diagramas de viabilidade

A principal saída do *SteelCat* é um gráfico de barras, que foi denominado diagrama de viabilidade. Este gráfico permite uma visualização imediata de como as principais variáveis de interesse se comportam face aos critérios de projeto. Muitas vezes o diagrama de viabilidade será a única saída do programa a ser consultada pelo projetista, tornando muito rápido o processo de análise.

As Figuras 3.3 a 3.18 trazem os diagramas de viabilidade para as diversas incidências de onda e corrente na situação de 100% do calado. As Figuras 3.19 a 3.34 trazem os mesmos gráficos, agora para a situação de 40% do calado. Esses gráficos são saídas diretas do *SteelCat* e são divididos em duas partes. Na parte superior de cada um deles aparece uma barra para cada uma das variáveis de interesse. Essa barra pode apresentar regiões verdes ou vermelhas, conforme os critérios de projeto correspondentes à variável estejam sendo respeitados, ou não. Na parte inferior dos gráficos aparece uma barra que é a interseção das

outras e indica a faixa de valores de tração neutra no topo para os quais a solução do *riser* rígido em catenária é viável.

Os diagramas de viabilidade permitem, além da visualização da faixa de viabilidade do *riser*, identificar quais são as variáveis que apresentam valores mais críticos, face aos critérios de projeto que foram estabelecidos, e estão limitando o emprego do *riser* rígido. Eles permitem, também, que se critiquem esses próprios critérios, pois eles podem estar demasiado rígidos.

Observando os diagramas de viabilidade verifica-se que para a condição de carregamento correspondente a 100% do calado existem três condições de incidência relativa correnteza-onda para as quais não existe nenhuma faixa de valores da tração neutra no topo que tornem viável a aplicação do *riser* rígido: corrente S e onda SE (Figura 3.6), corrente S e onda SW (Figura 3.8) e corrente N e onda NW (Figura 3.18). Na condição de carregamento equivalente a 40 % do calado, apenas em duas situações não há nenhum valor de tração possível: corrente S e onda SE (Figura 3.22) e corrente S e onda SW (Figura 3.24). Contudo, para corrente N e onda NW (Figura 3.34) a faixa de viabilidade é muito estreita.

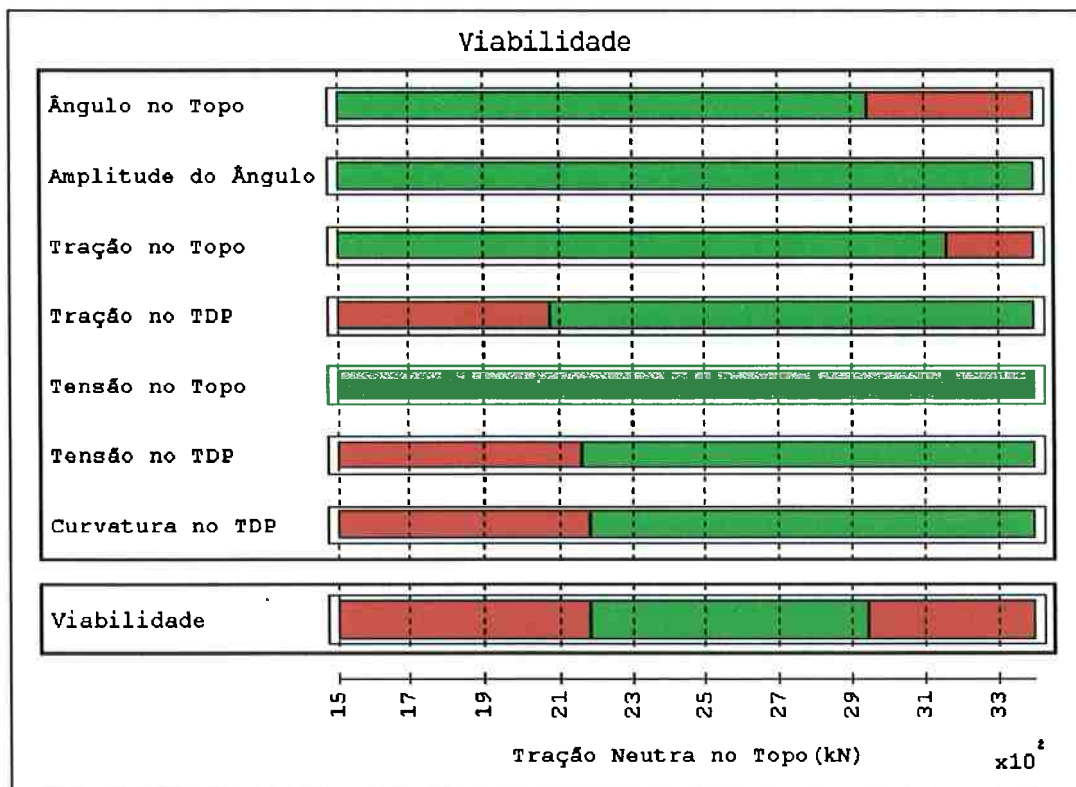


Figura 3.3 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda N - 100% de carga

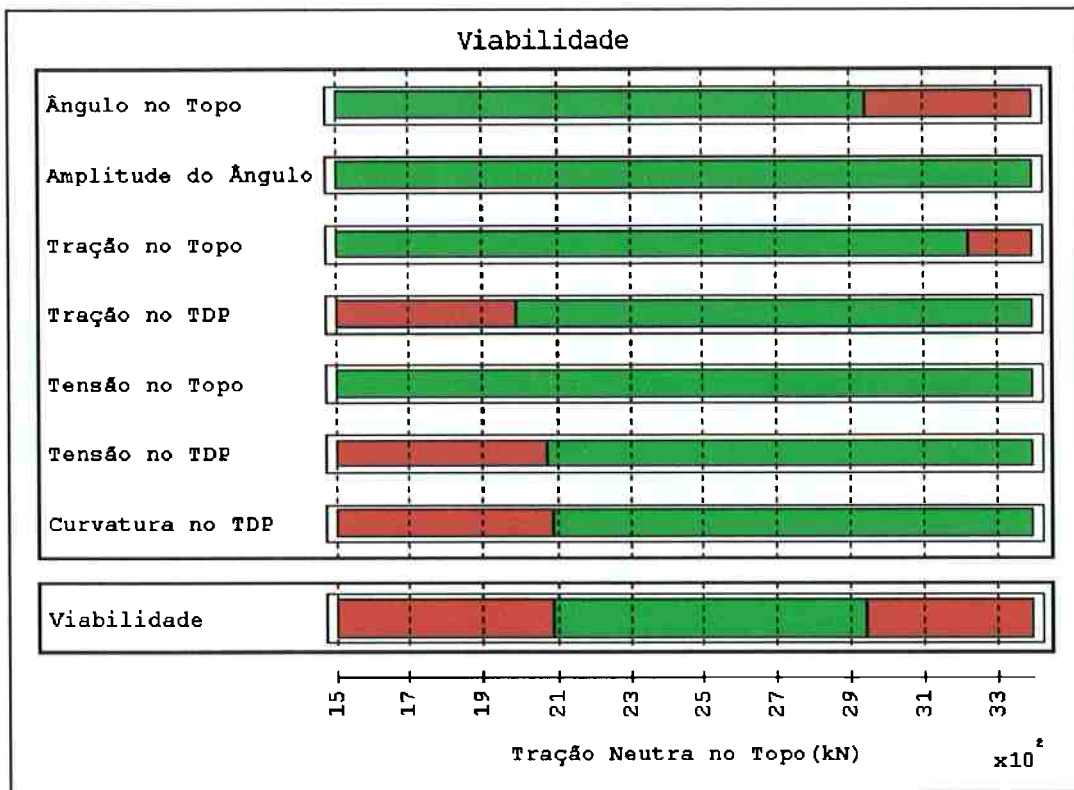


Figura 3.4 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NE - 100% de carga

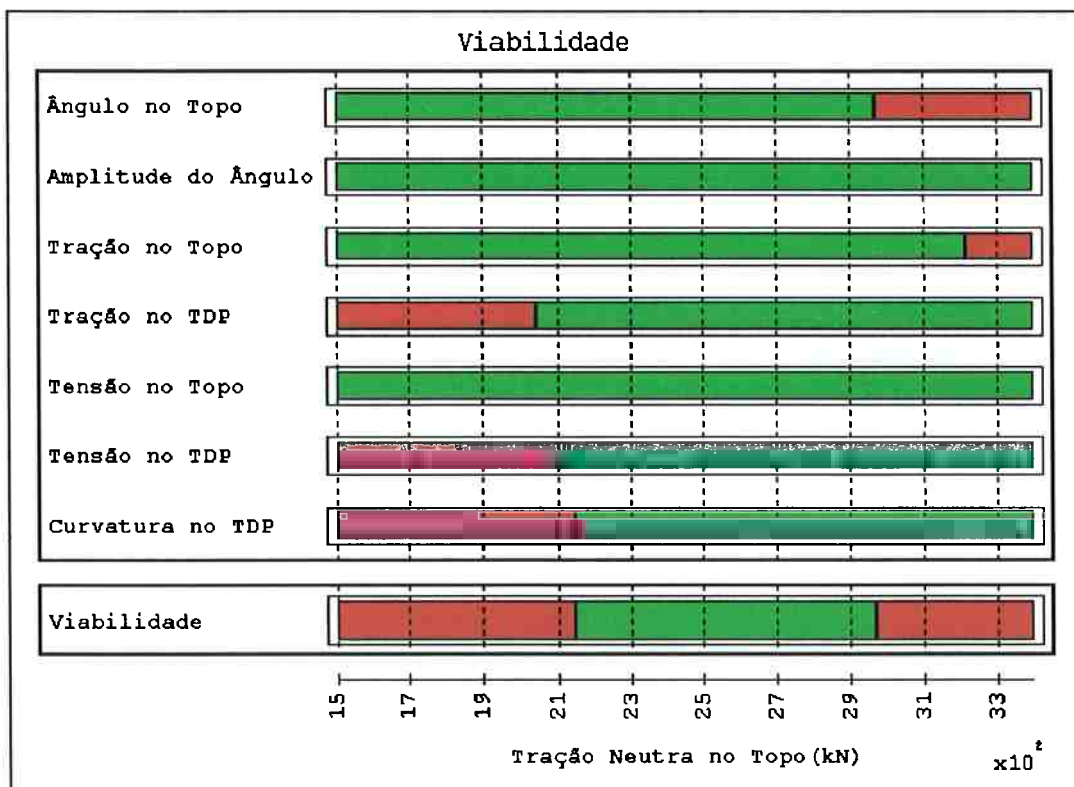


Figura 3.5 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda E - 100% de carga

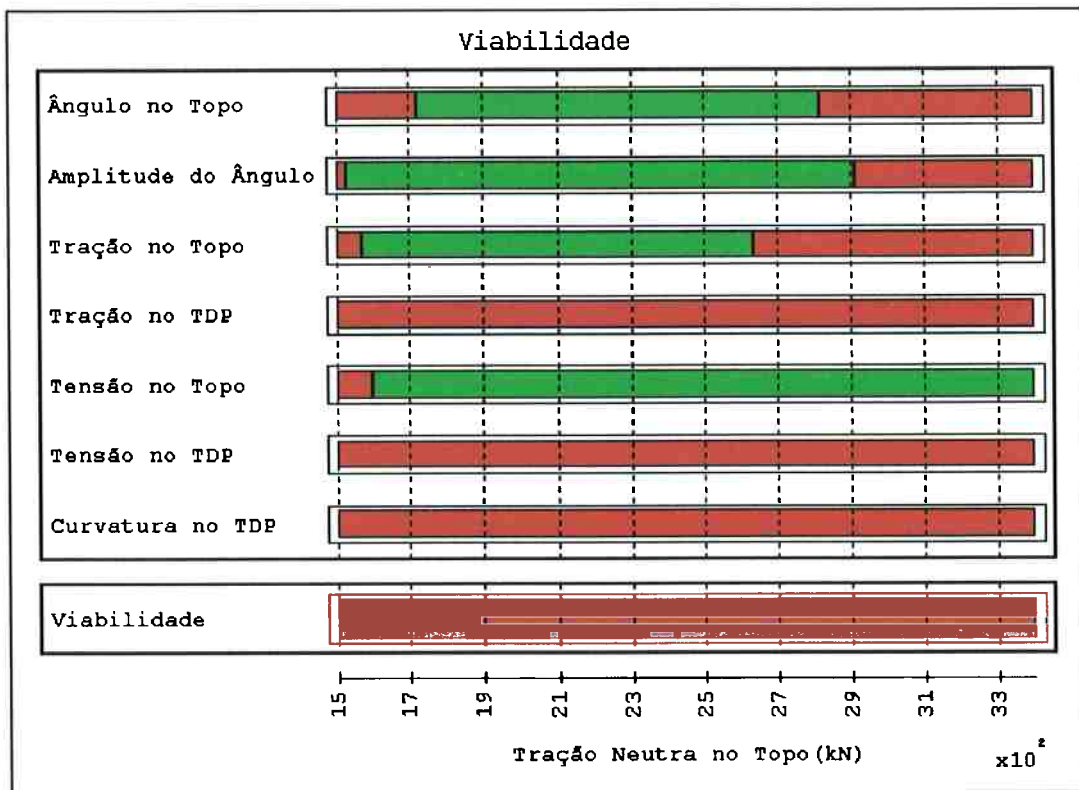


Figura 3.6 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SE - 100% de carga

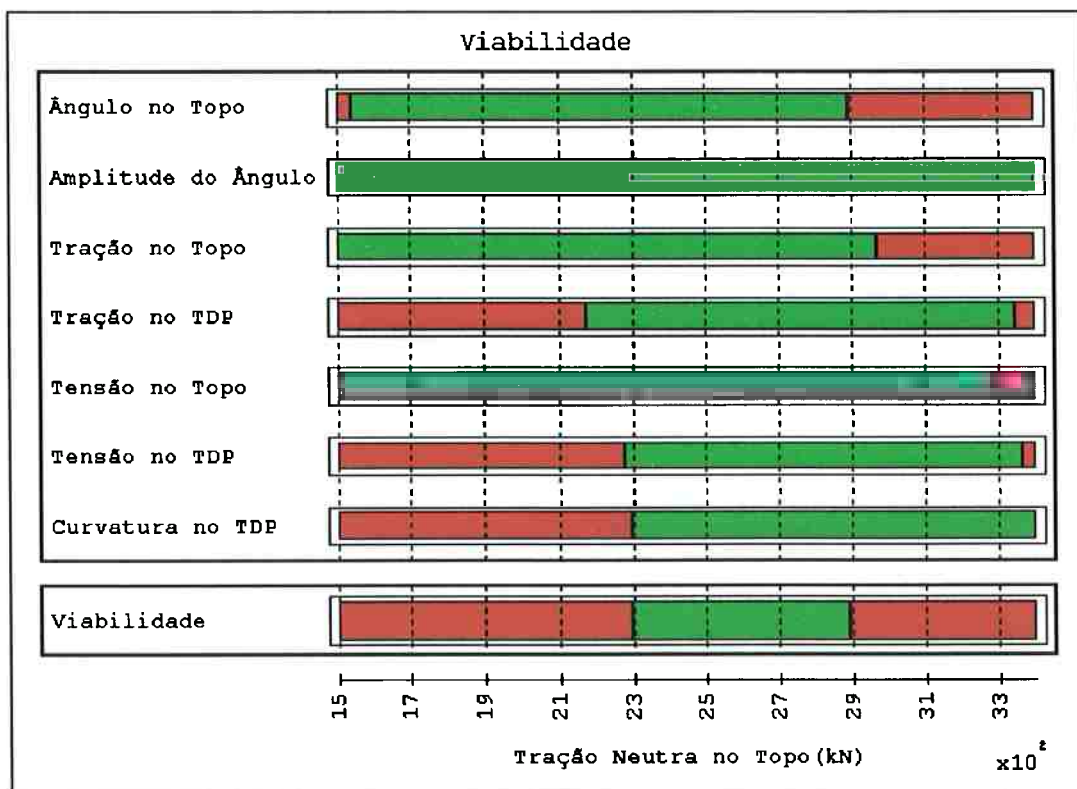


Figura 3.7 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda S - 100% de carga

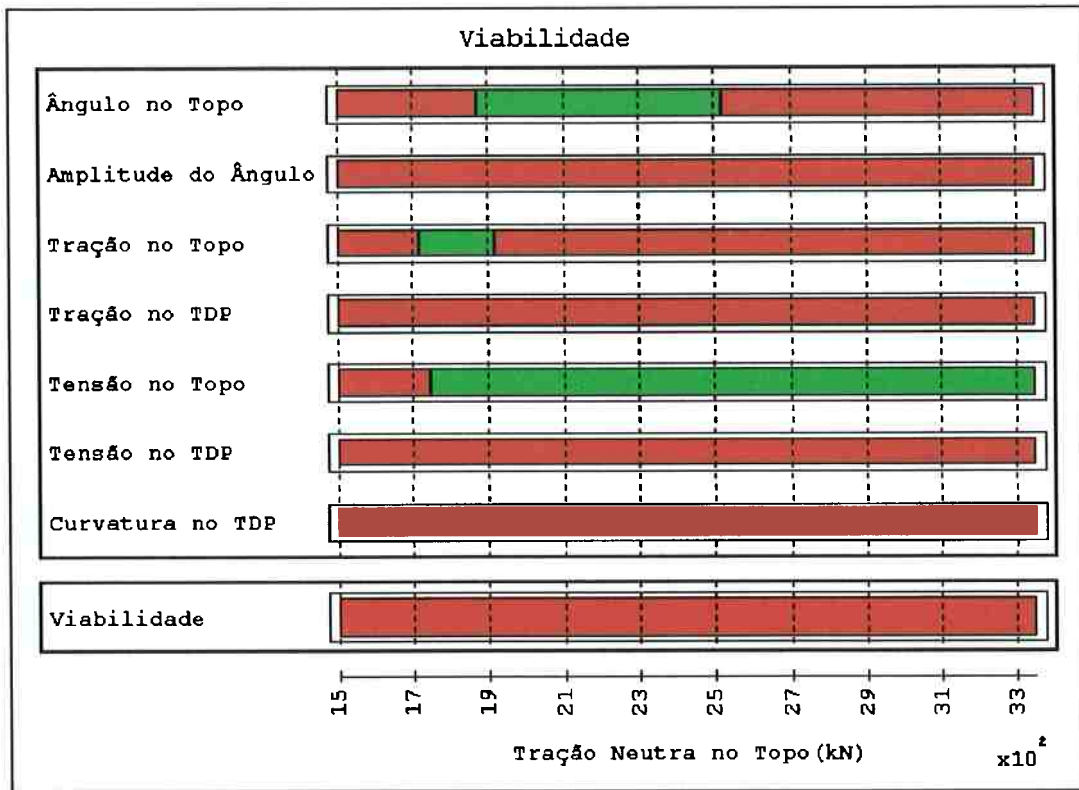


Figura 3.8 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SW - 100% de carga

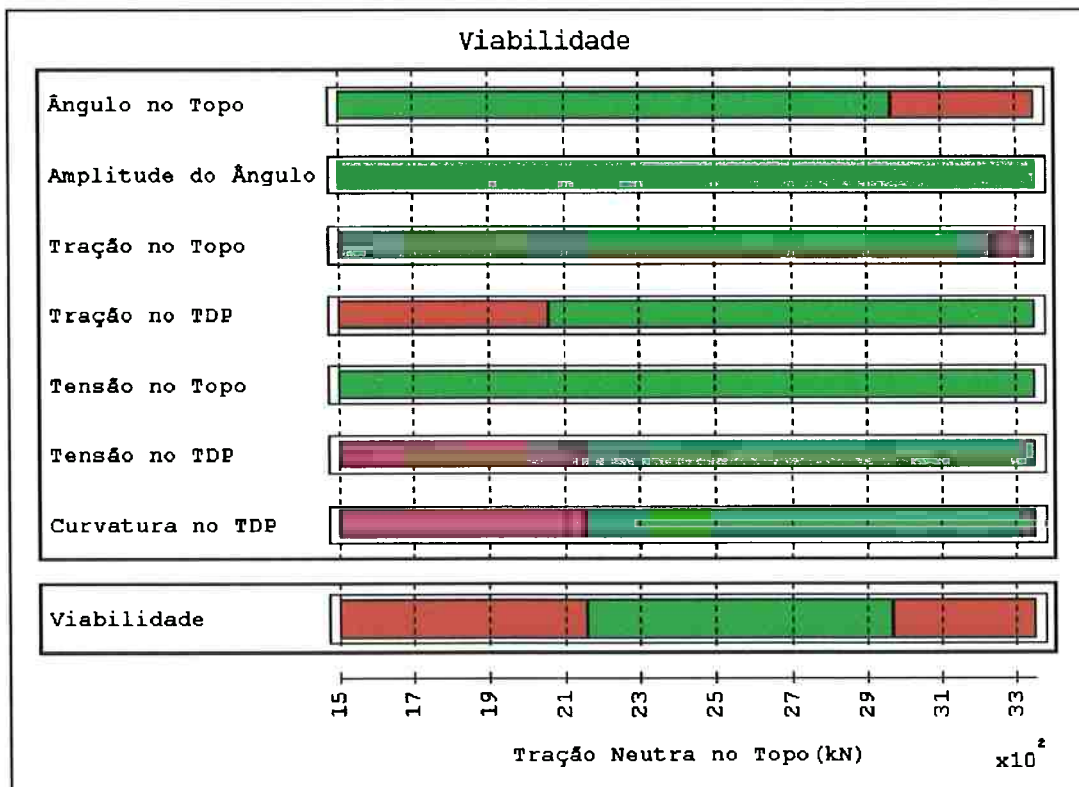


Figura 3.9 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda W - 100% de carga

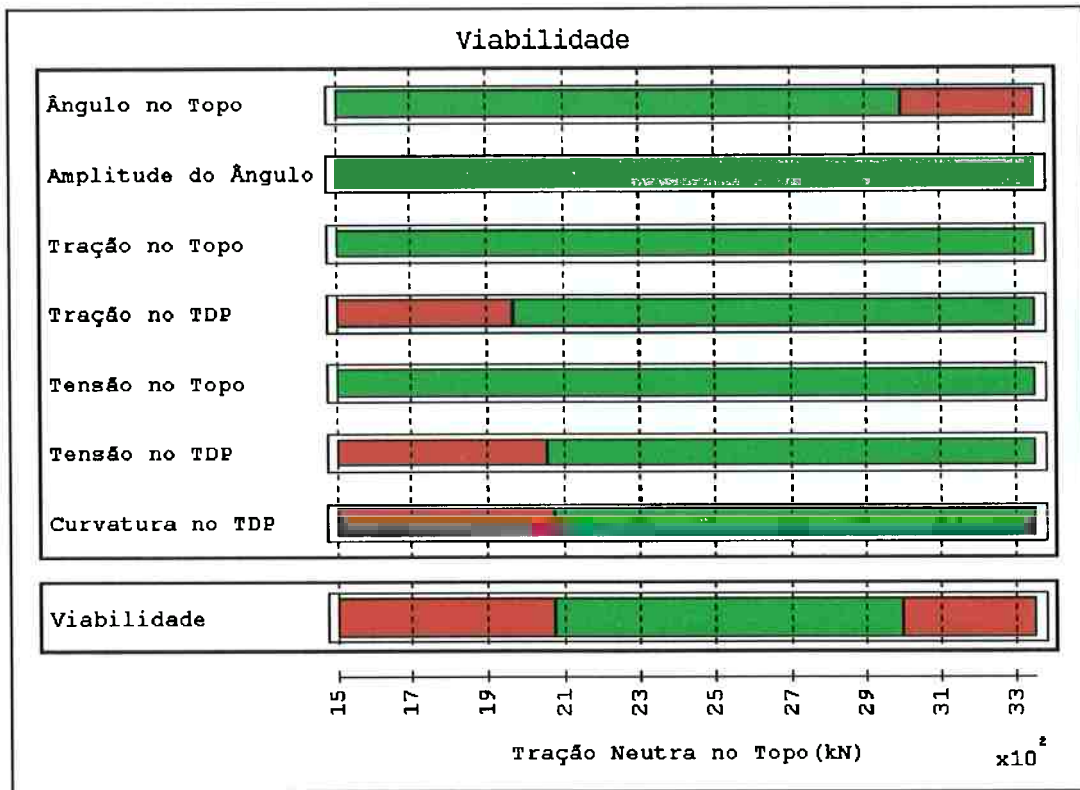


Figura 3.10 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NW - 100% de carga

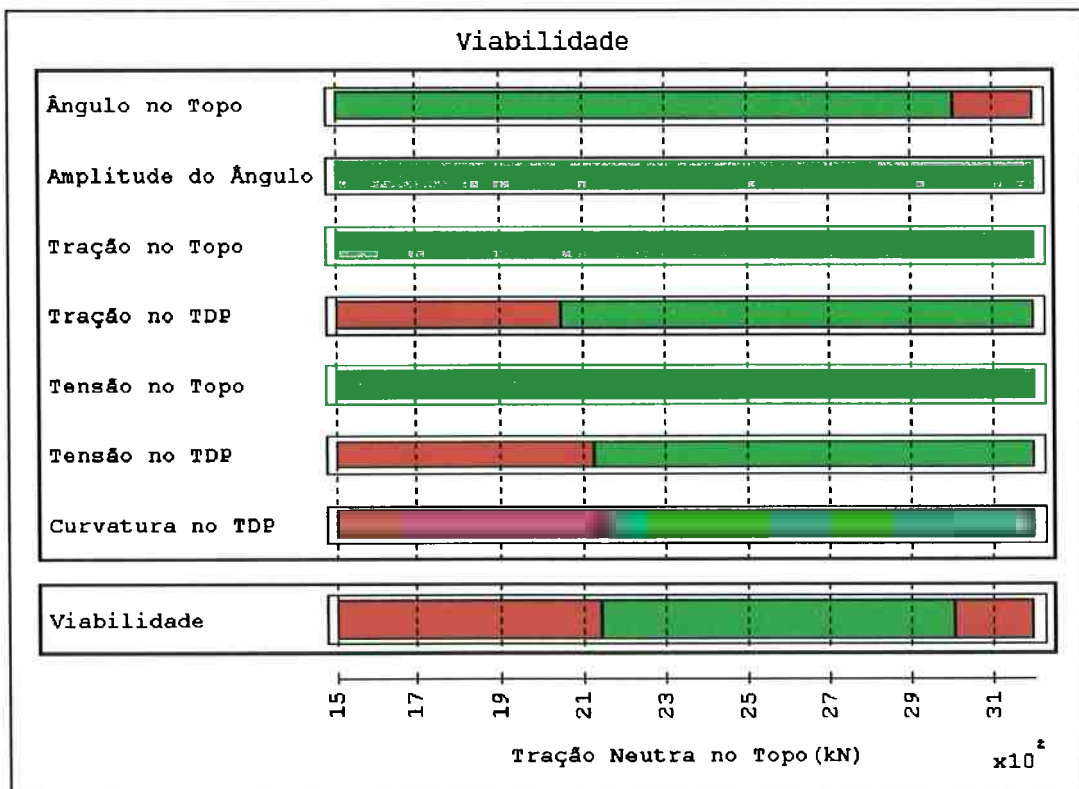


Figura 3.11 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda N - 100% de carga

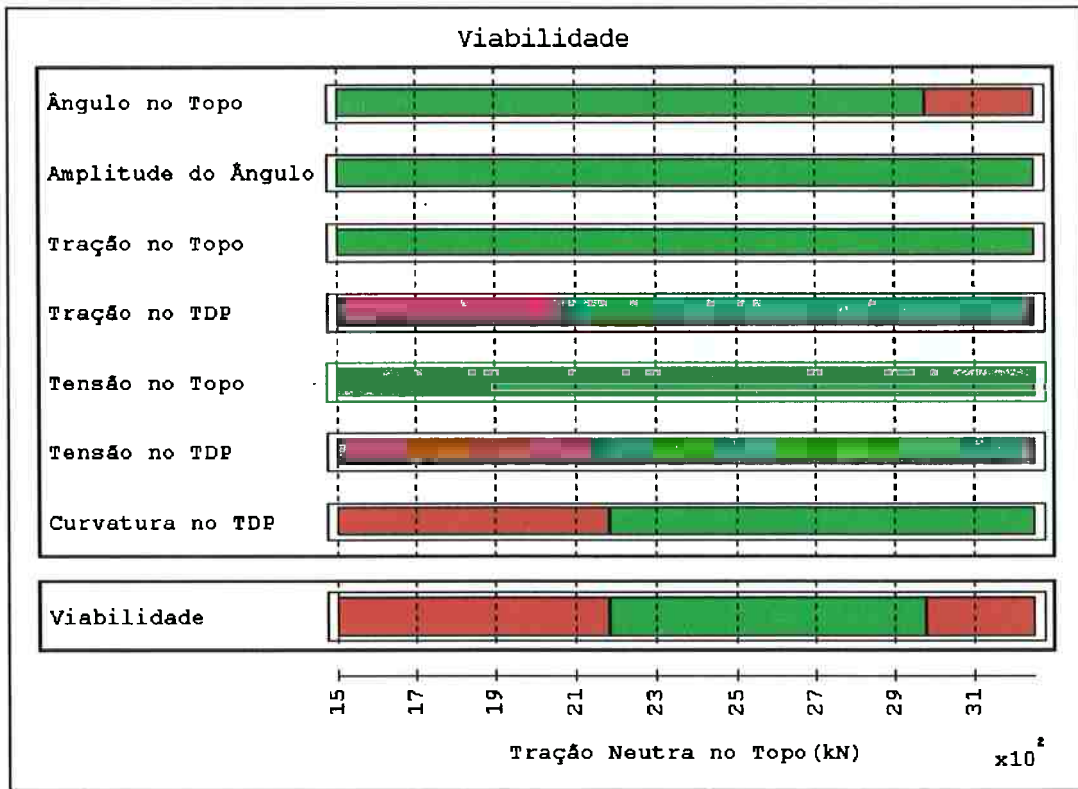


Figura 3.12 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NE - 100% de carga

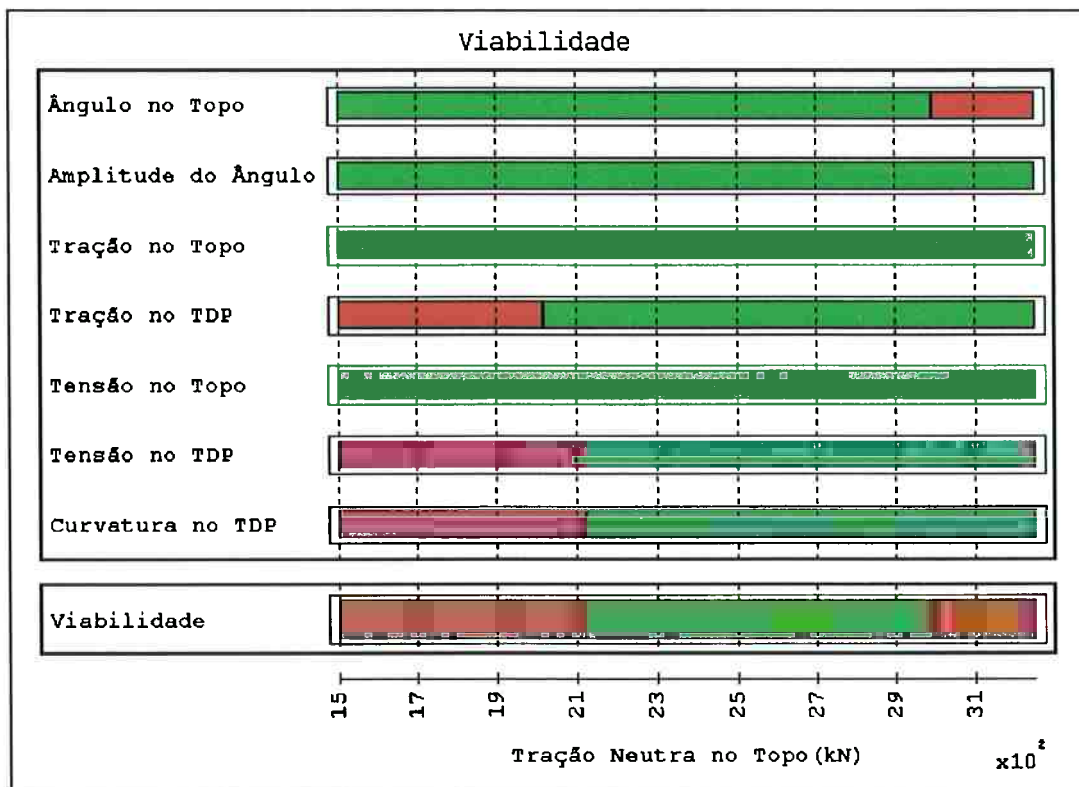


Figura 3.13 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda E - 100% de carga

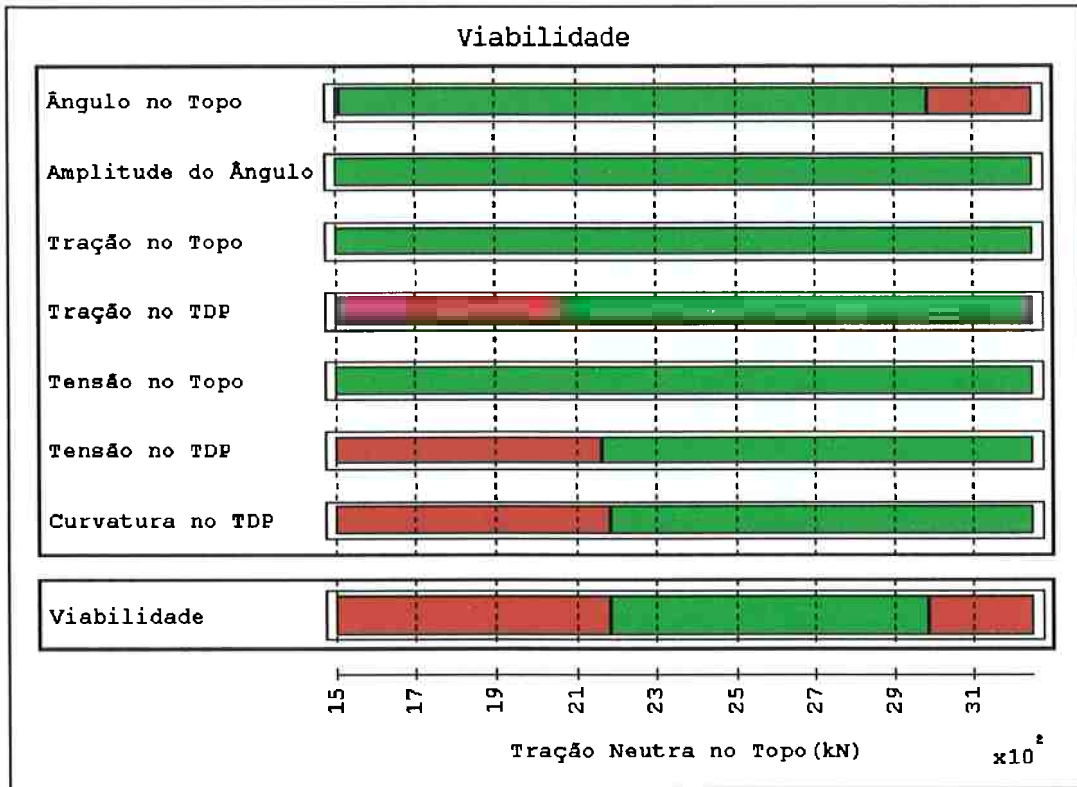


Figura 3.14 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SE - 100% de carga

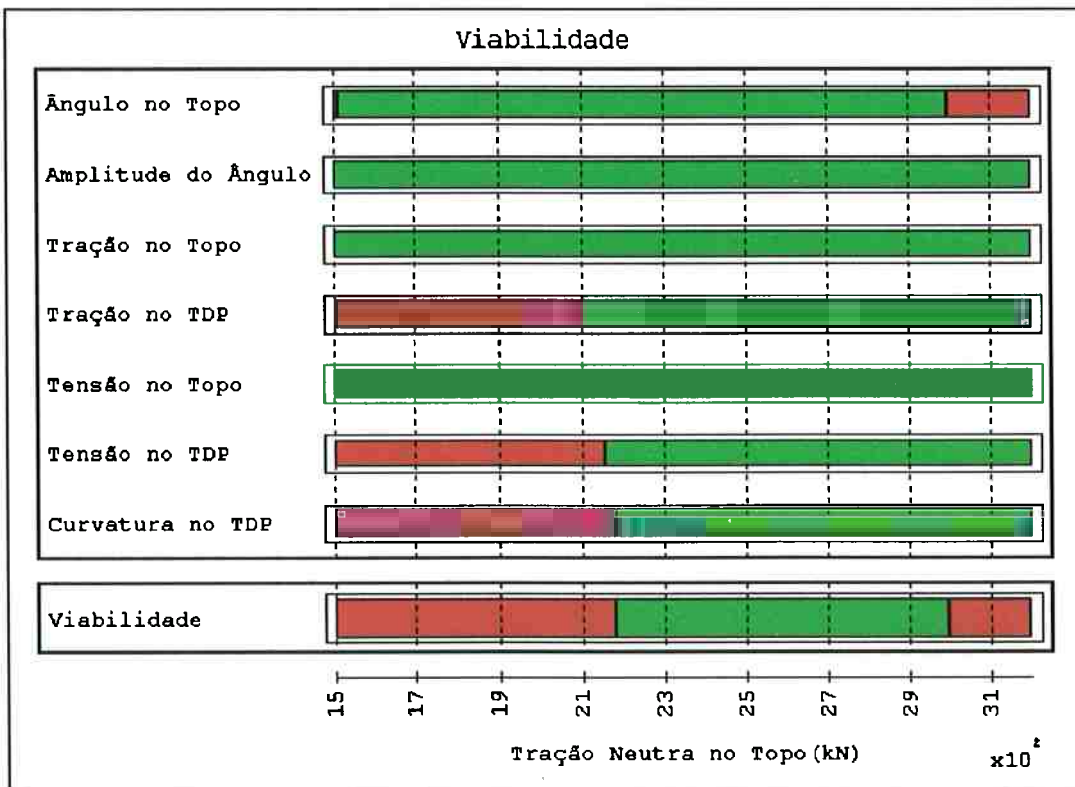


Figura 3.15 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda S - 100% de carga

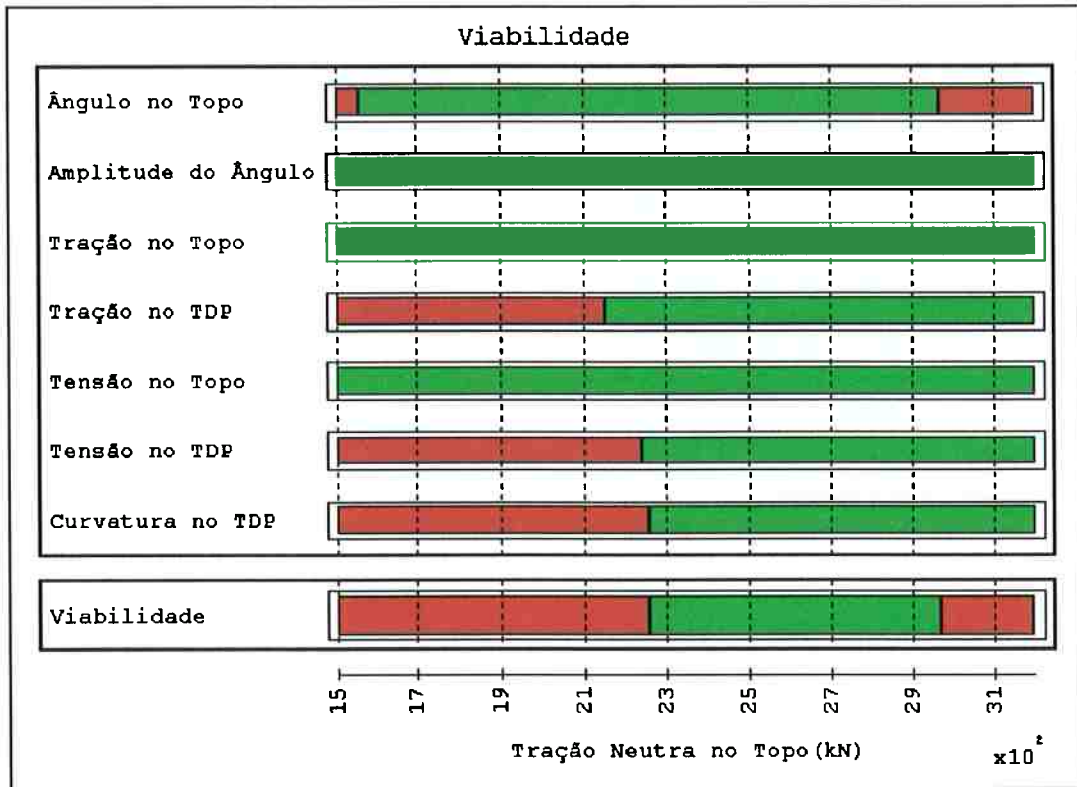


Figura 3.16 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SW - 100% de carga

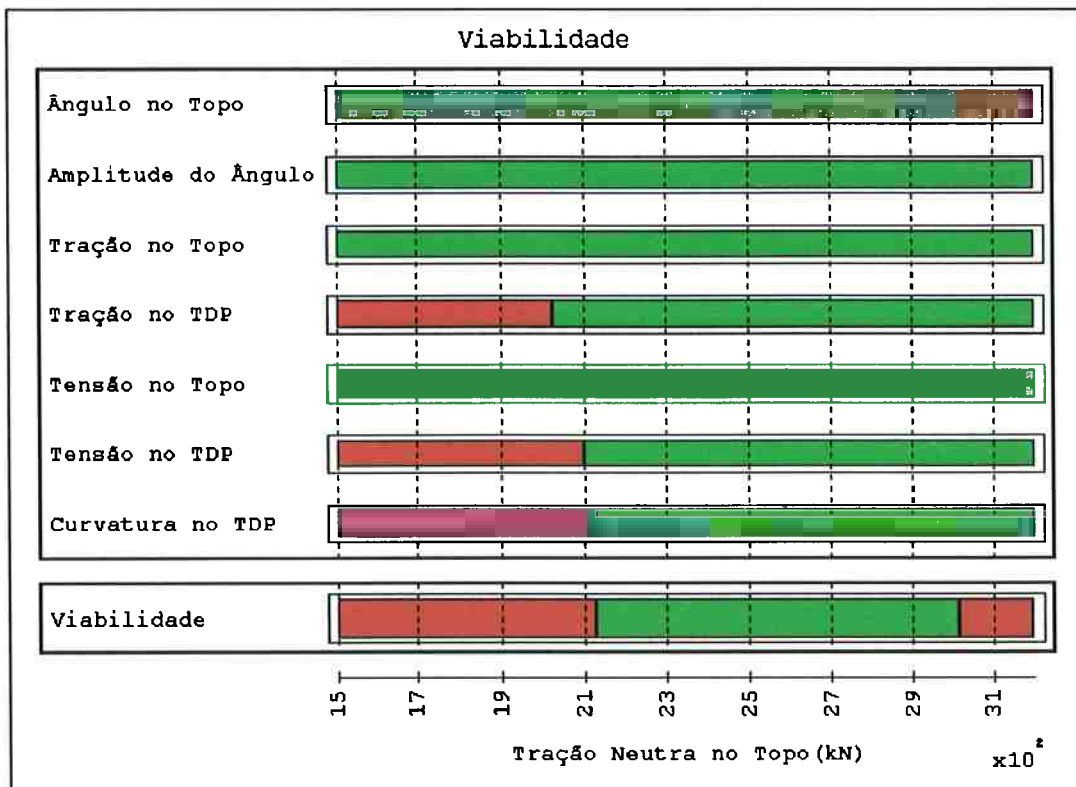


Figura 3.17 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda W - 100% de carga

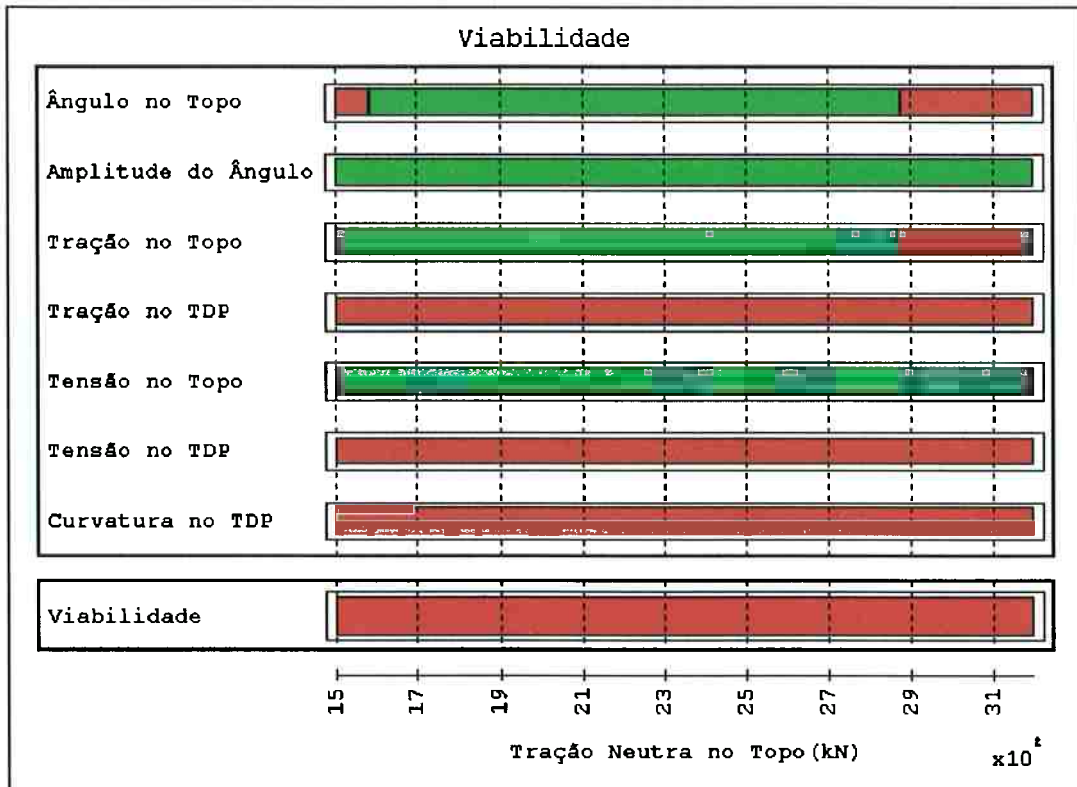


Figura 3.18 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NW - 100% de carga

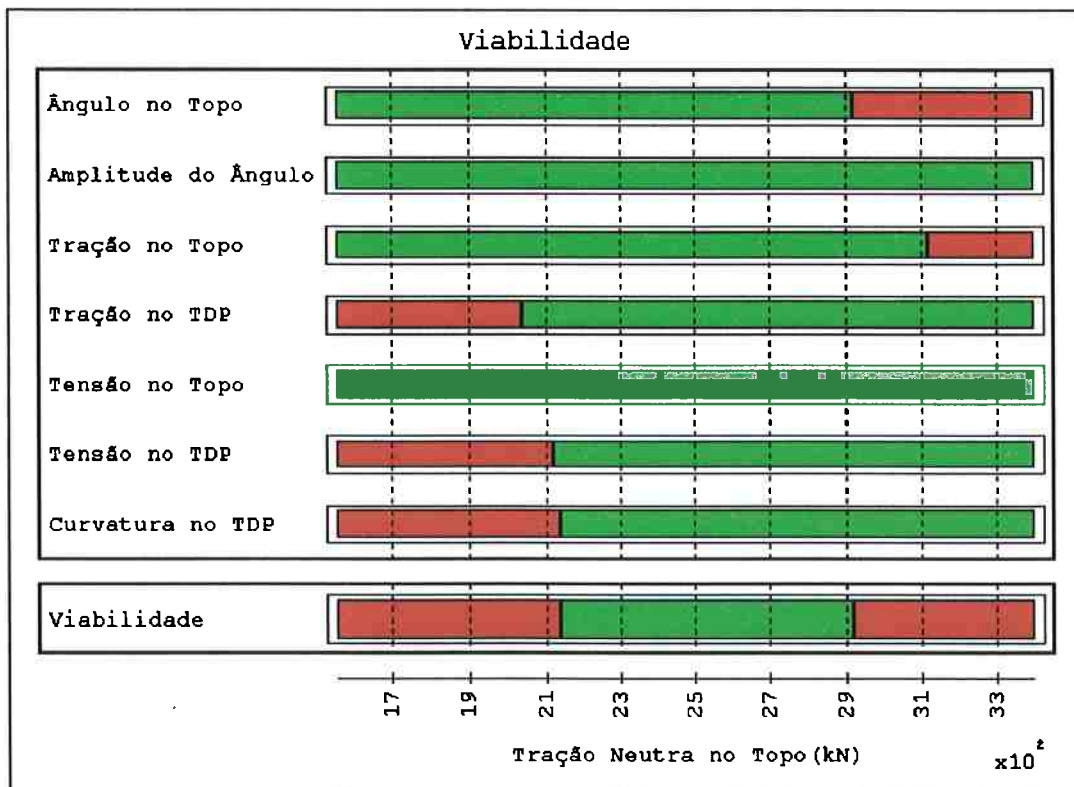


Figura 3.19 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda N - 40% de carga

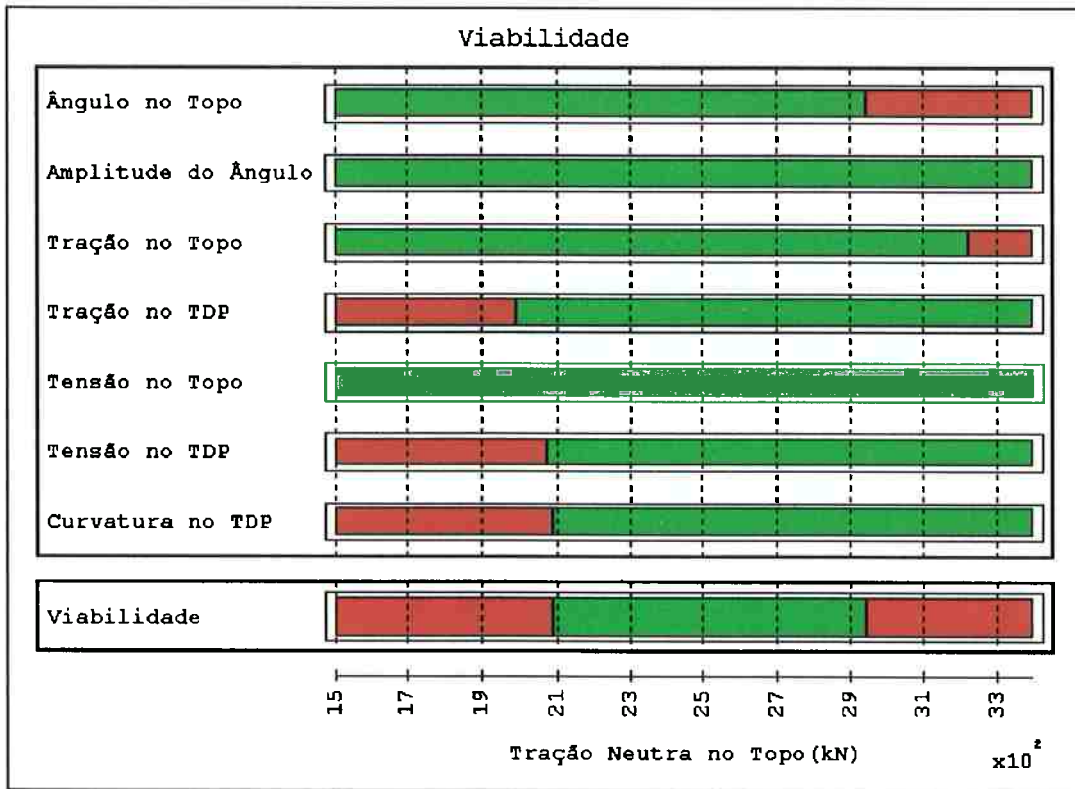


Figura 3.20 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NE - 40% de carga

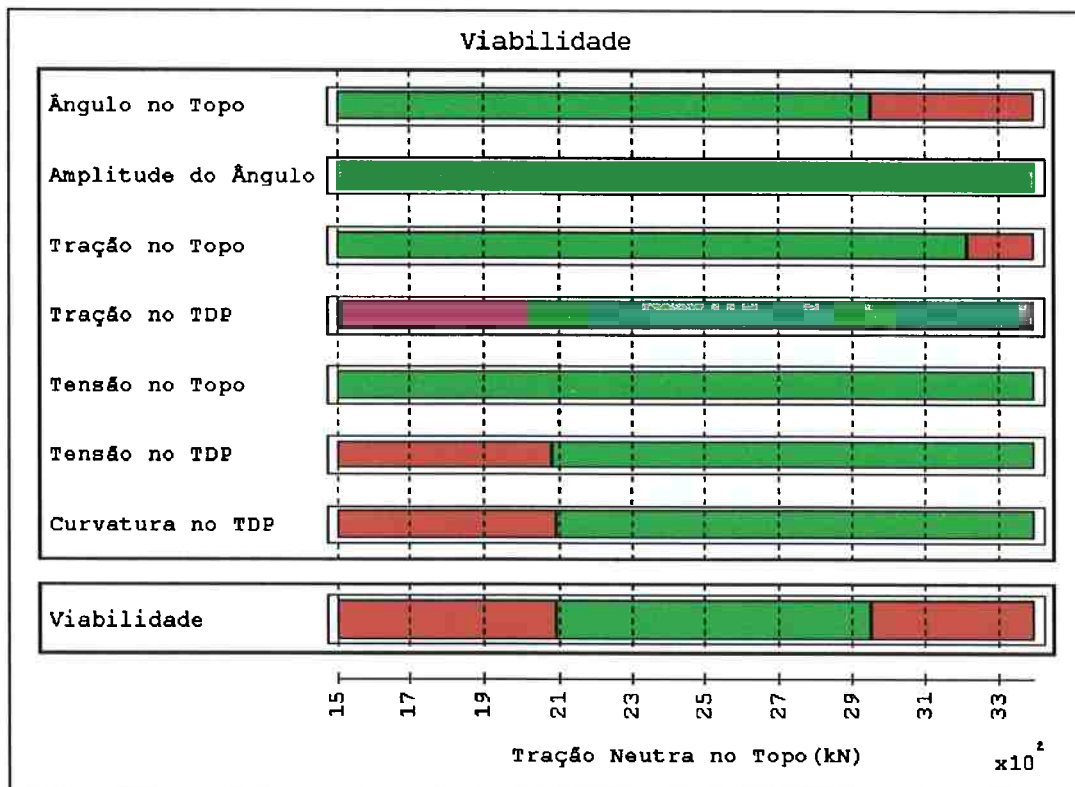


Figura 3.21 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda E - 40% de carga

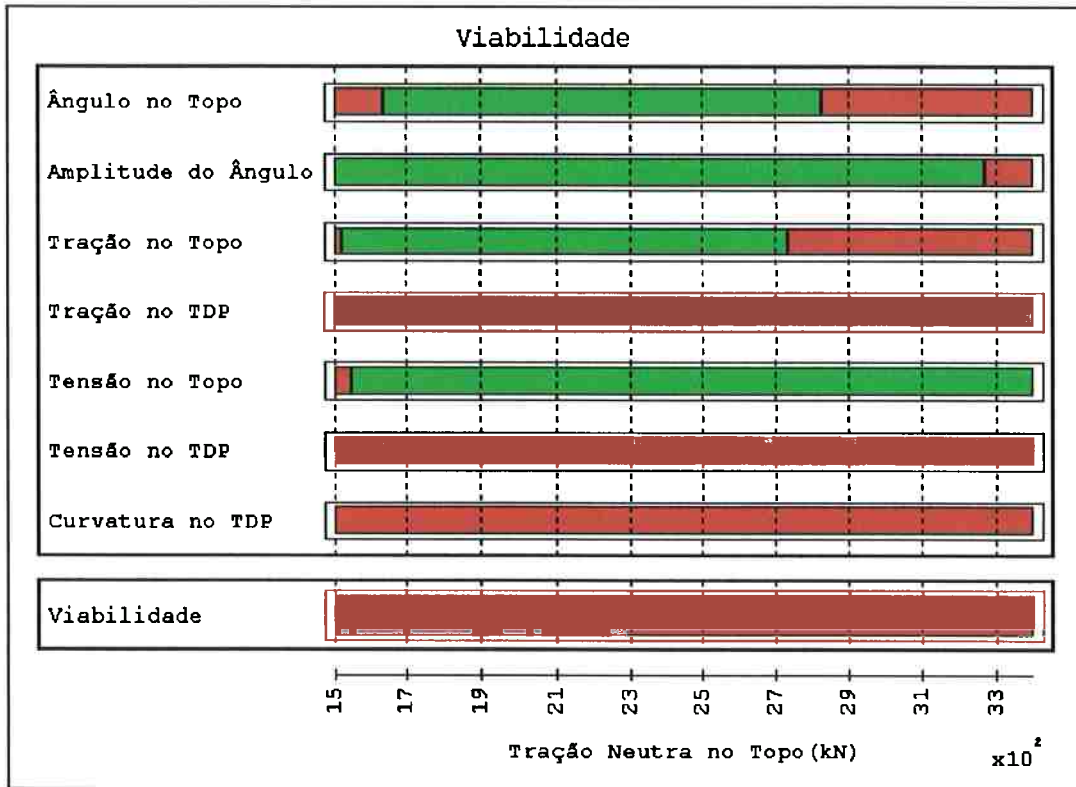


Figura 3.22 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SE - 40% de carga

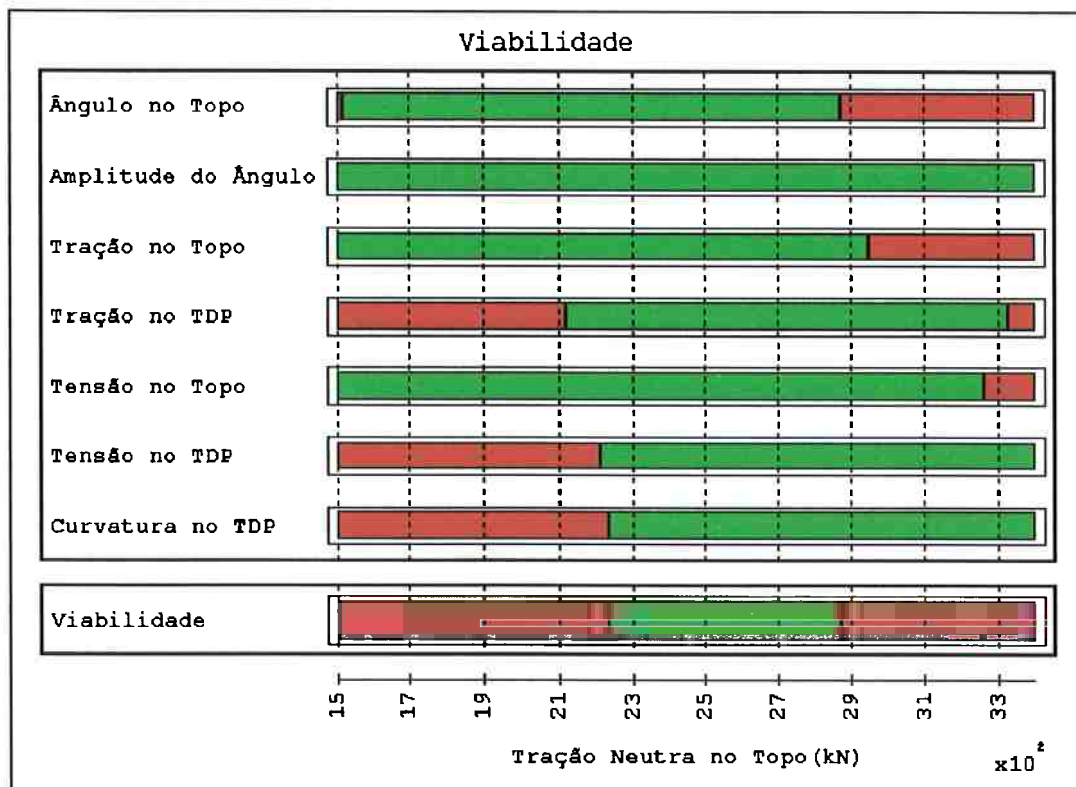


Figura 3.23 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda S - 40% de carga

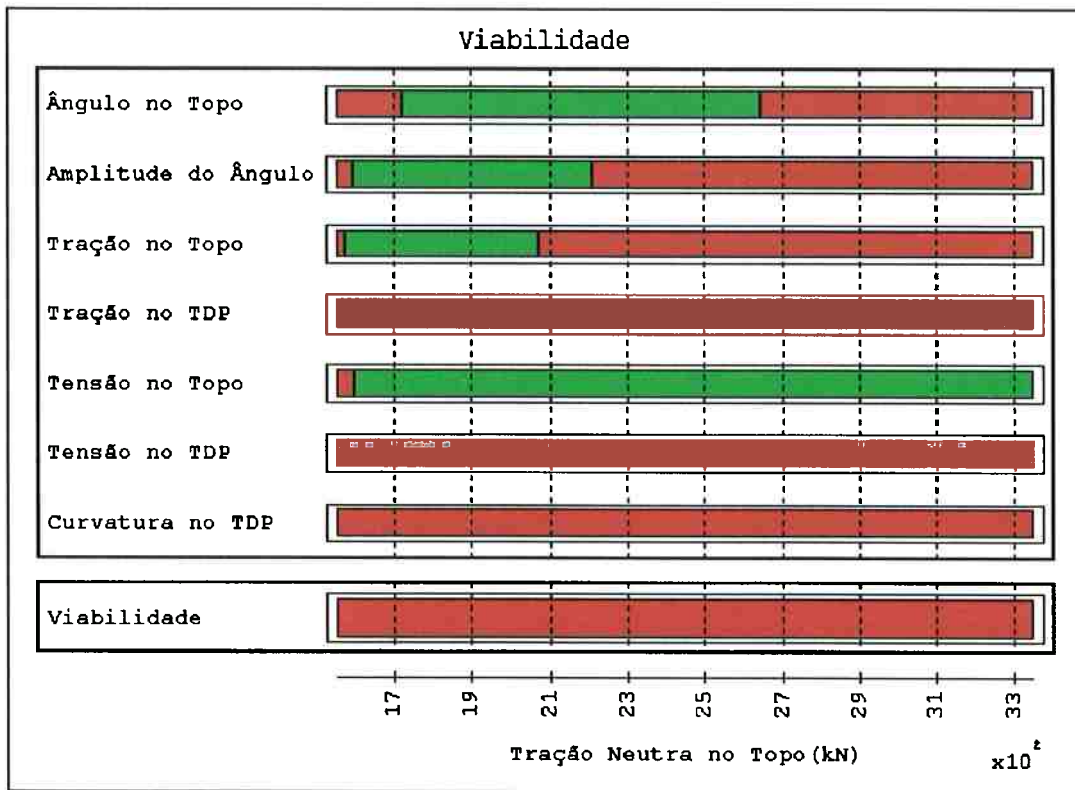


Figura 3.24 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SW - 40% de carga

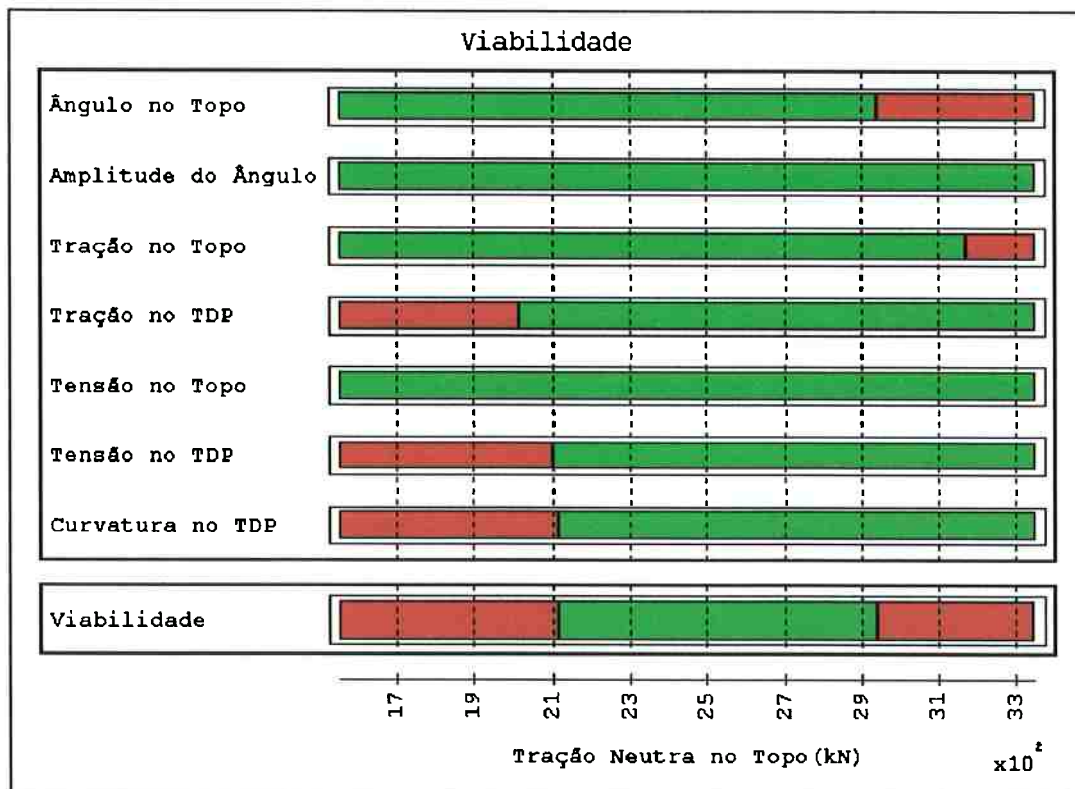


Figura 3.25 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda W - 40% de carga

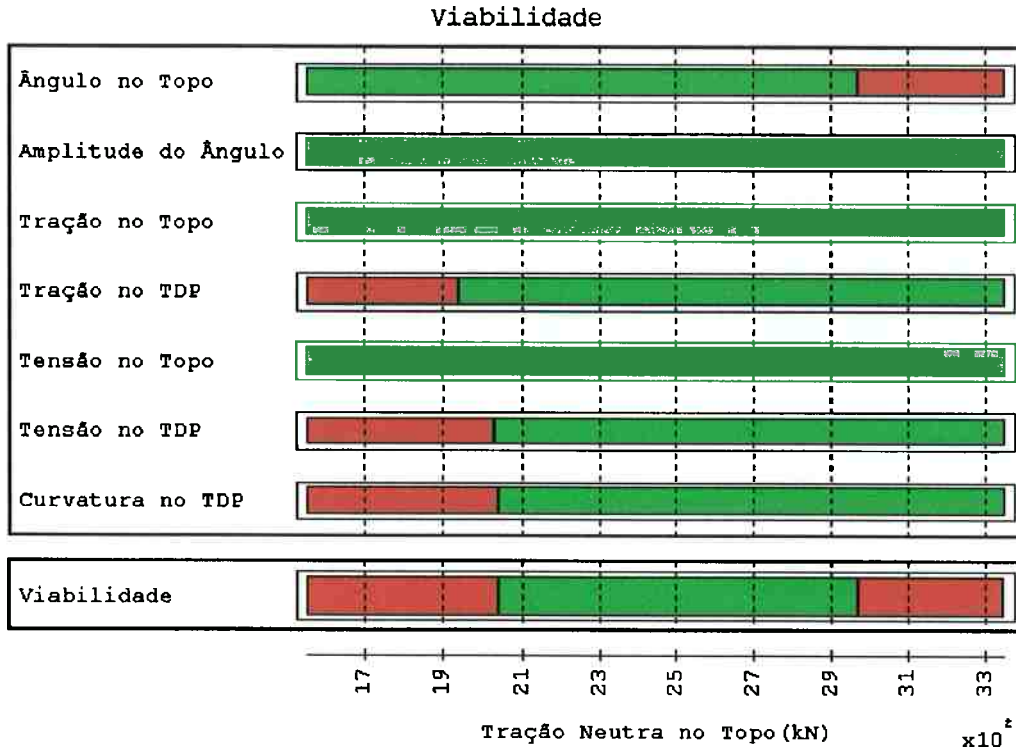


Figura 3.26 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NW - 40% de carga

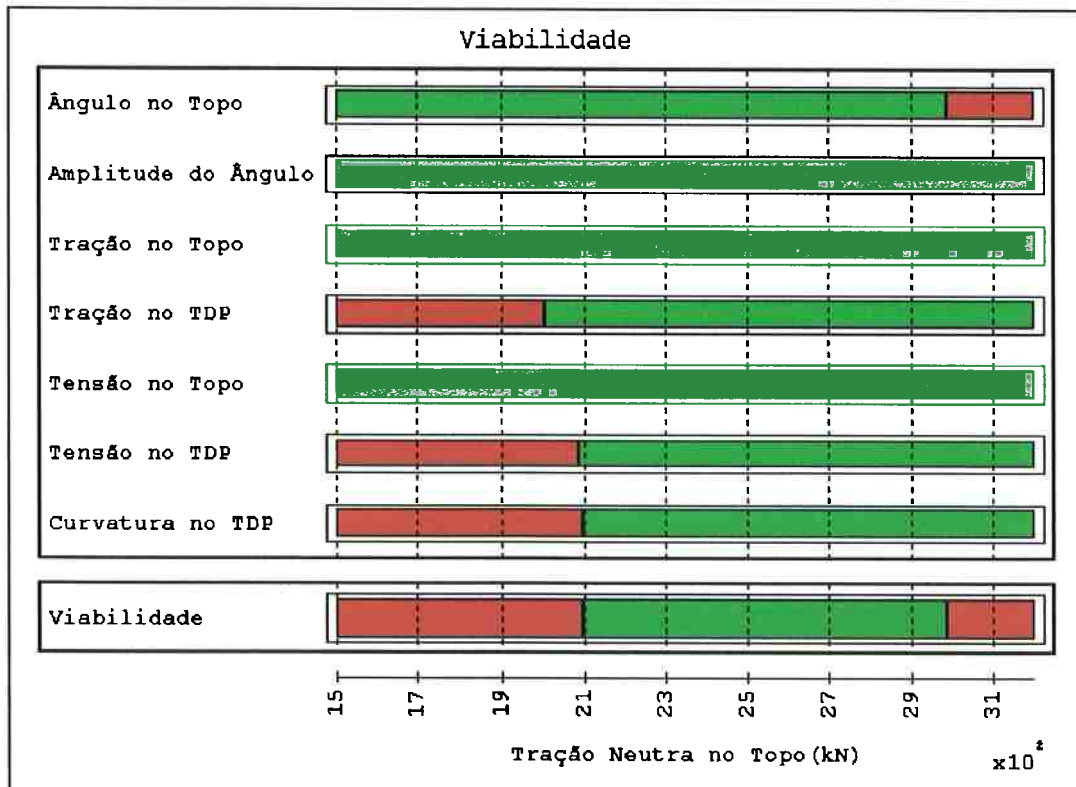


Figura 3.27 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda N - 40% de carga

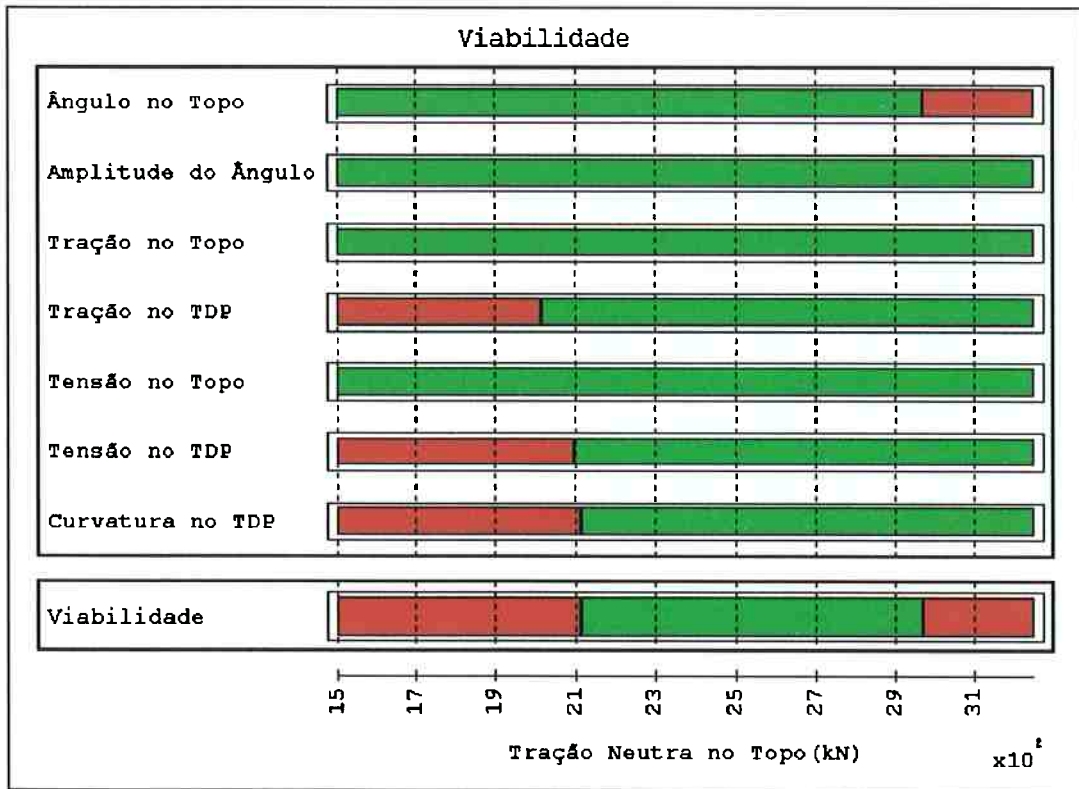


Figura 3.28 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NE - 40% de carga

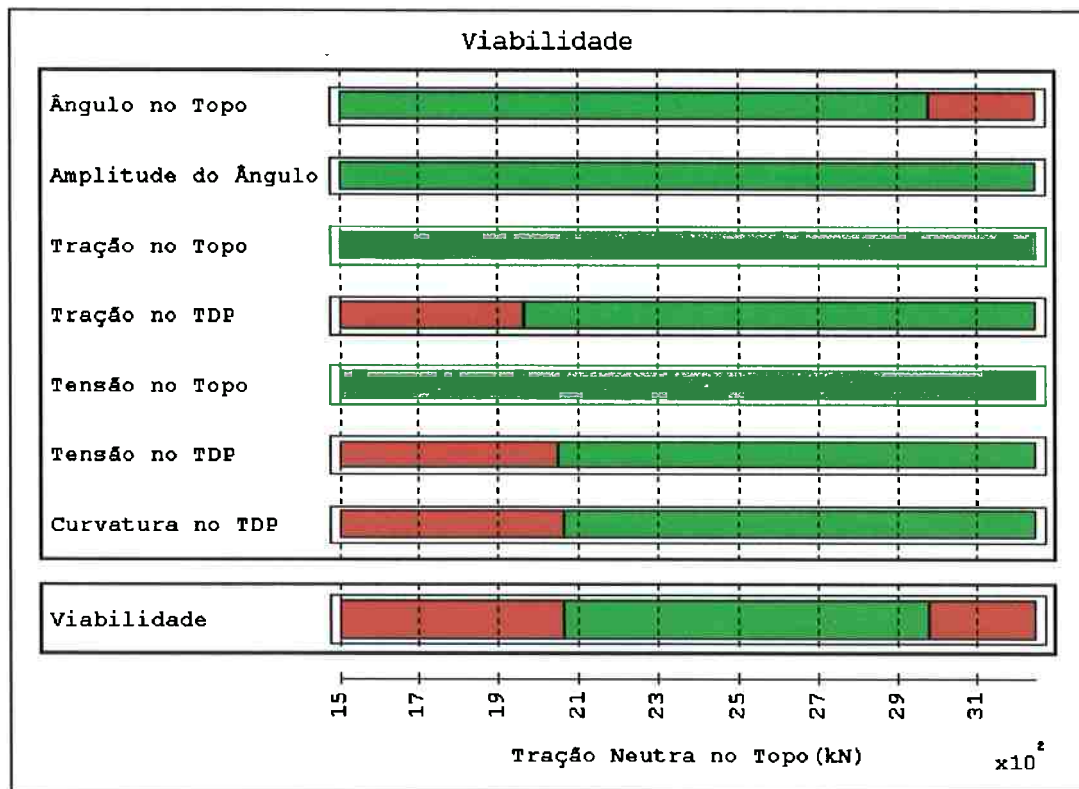


Figura 3.29 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda E - 40% de carga

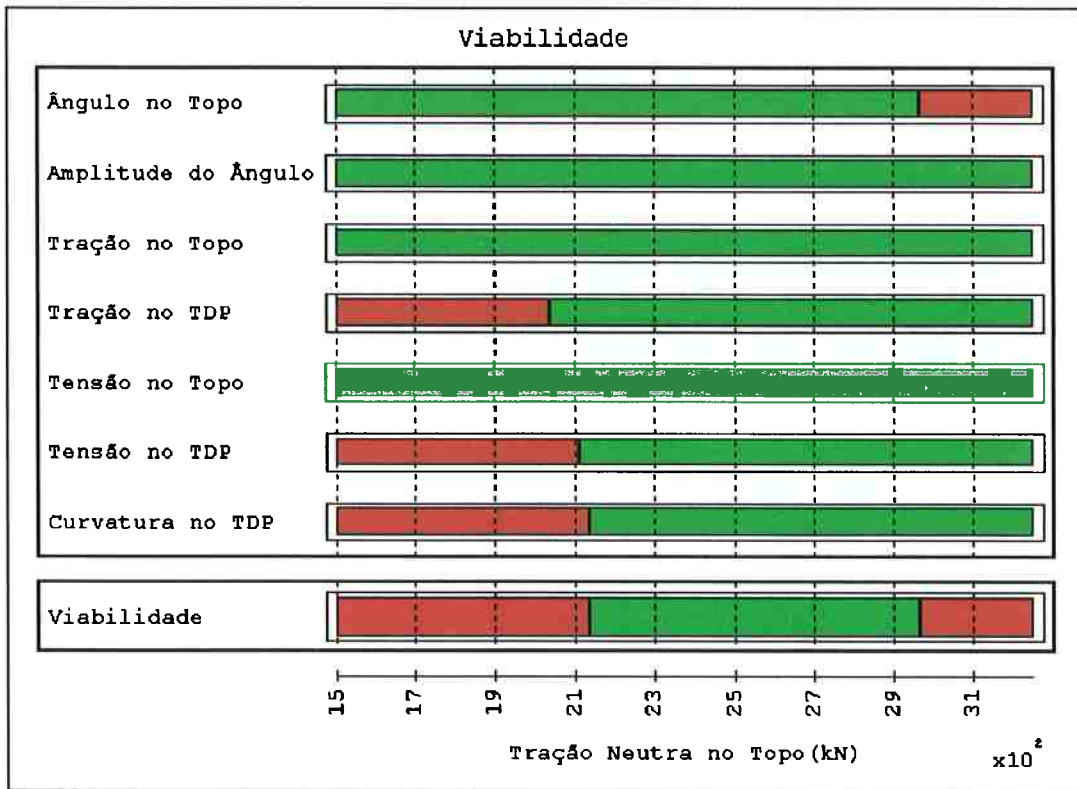


Figura 3.30 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SE - 40% de carga

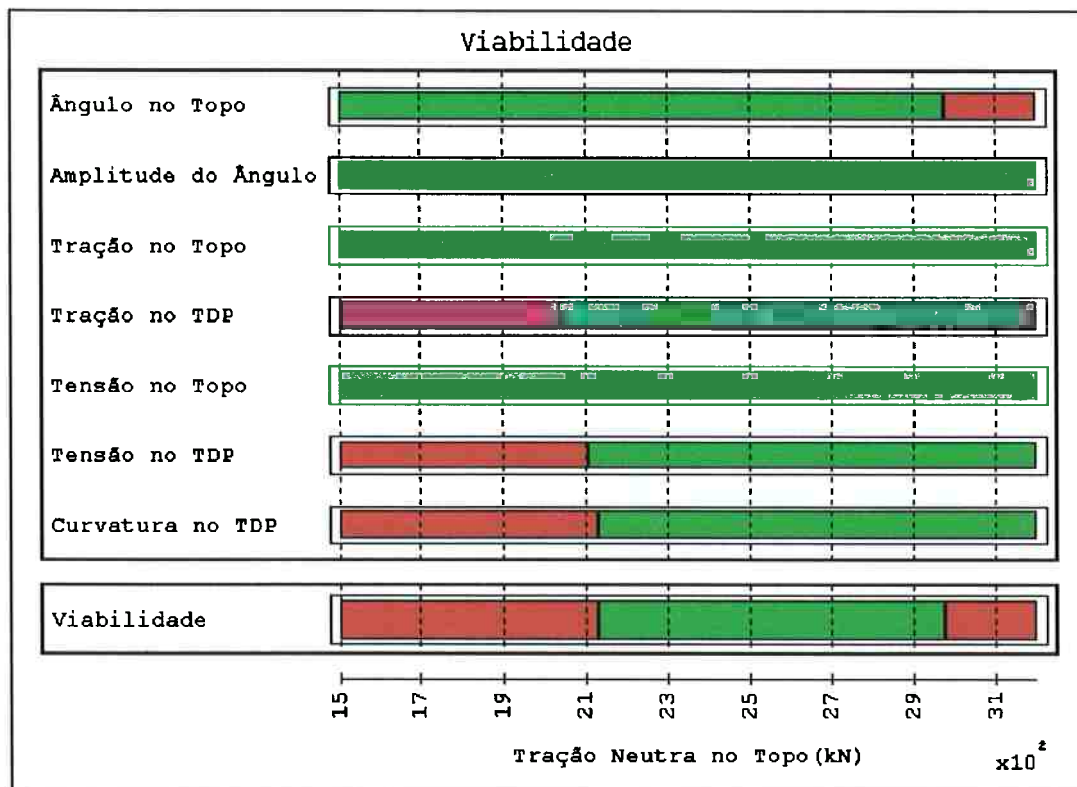


Figura 3.31 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda S - 40% de carga

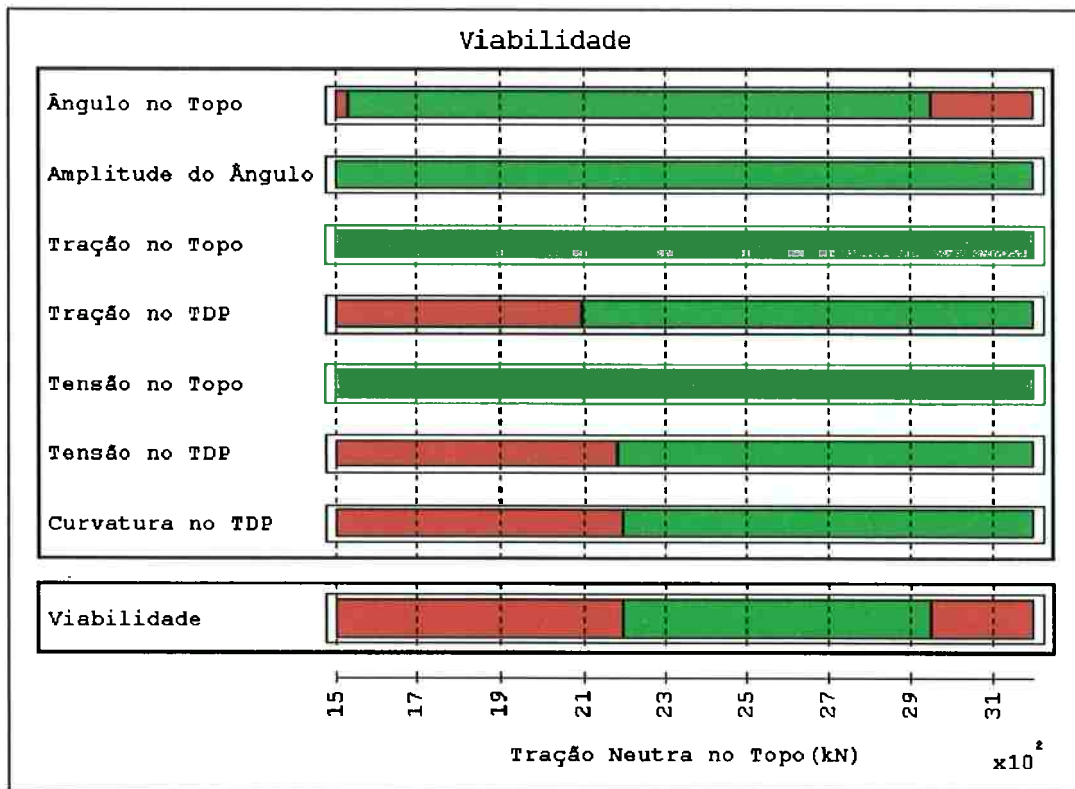


Figura 3.32 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SW - 40% de carga

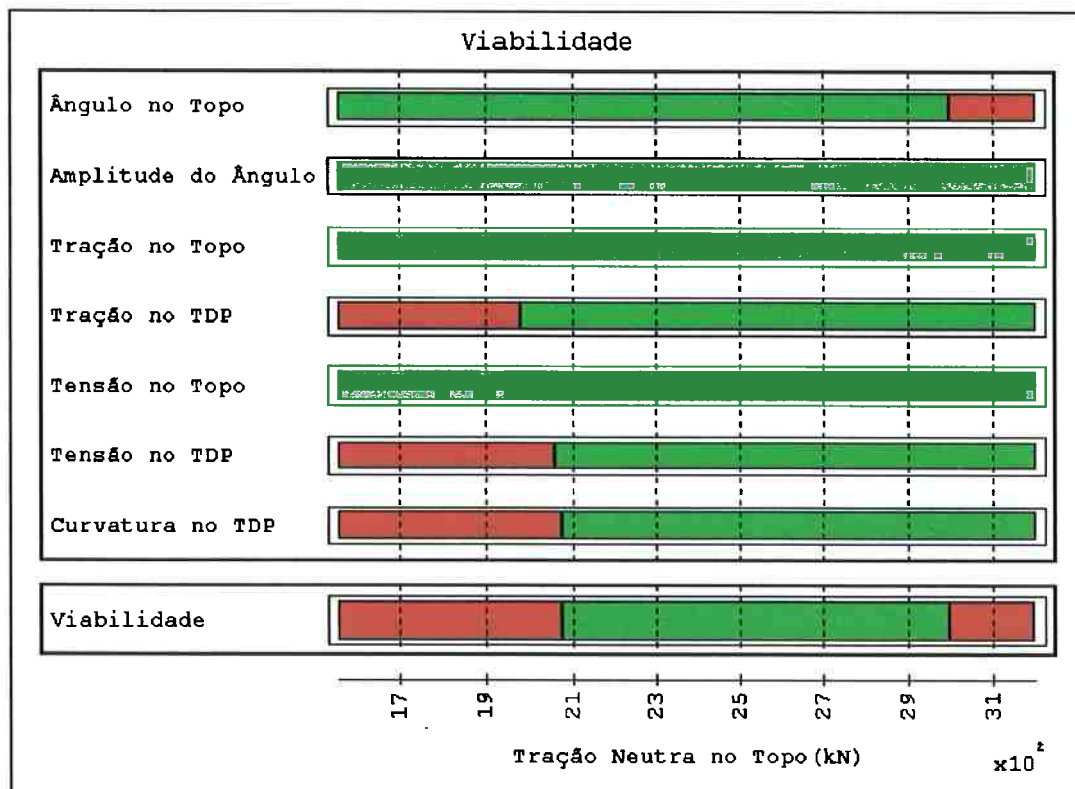


Figura 3.33 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda W - 40% de carga

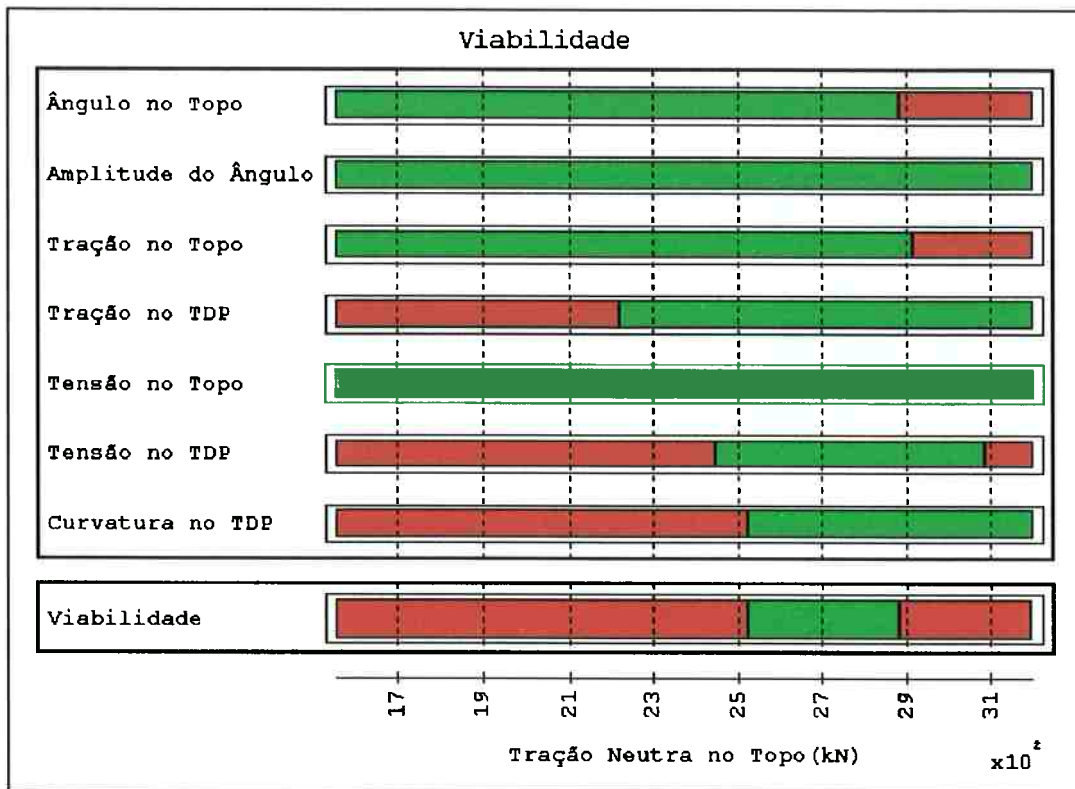


Figura 3.34 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NW - 40% de carga

Na Tabela 3.7 foi feito um resumo com as faixas de viabilidade para a condição de carregamento de 100% do calado. Excluindo as combinações de corrente e onda para as quais não existem valores possíveis, pode-se dizer que o *riser* é viável para valores de tração neutra no topo entre 2300 kN e 2900 kN.

Na Tabela 3.8 foi feito o mesmo resumo, agora para a condição de 40% do calado. Excluindo as combinações de corrente e onda para as quais não existem valores possíveis e excluindo-se, também, o caso corrente N e onda NW, o *riser* é viável para valores de tração neutra no topo entre 2250 kN e 2850 kN. Então, considerando o conjunto de todos os casos e excluindo os casos críticos mencionados, o *riser* rígido é viável para uma força de tração neutra na faixa de 2300 kN a 2850 kN.

Corrente	Onda	Tração Mínima (kN)	Tração Máxima (kN)
S	N	2200	2950
S	NE	2100	2950
S	E	2150	2950
S	SE	-	-
S	S	2300	2900
S	SW	-	-
S	W	2150	2950
S	NW	2050	3000
N	N	2150	3000
N	NE	2200	2950
N	E	2150	3000
N	SE	2200	3000
N	S	2200	3000
N	SW	2250	2950
N	W	2150	3000
N	NW	-	-

Tabela 3.7 - Resumo dos diagramas de viabilidade para 100% do calado

Corrente	Onda	Tração Mínima (kN)	Tração Máxima (kN)
S	N	2150	2900
S	NE	2100	2950
S	E	2100	2950
S	SE	-	-
S	S	2250	2850
S	SW	-	-
S	W	2100	2950
S	NW	2050	2950
N	N	2100	2950
N	NE	2100	2950
N	E	2050	2900
N	SE	2150	2950
N	S	2150	2950
N	SW	2200	2950
N	W	2050	3000
N	NW	2550	2850

Tabela 3.8 - Resumo dos diagramas de viabilidade para 40% do calado

É óbvio que para dizer que o *riser* é viável é necessário que ele seja viável em todos os casos, o que não ocorreu. No entanto, estamos na primeira volta da espiral de projeto e muitas coisas ainda podem ser modificadas. Uma análise cuidadosa das Figuras 3.1 e 3.2 mostra que os casos críticos de incidência relativa corrente-onda têm algo em comum: em todos eles a embarcação está apresentando um dos seus costados para a onda centenária (“beam sea”). Se essa situação não for muito provável, é possível prever no projeto algum tipo de controle externo, com rebocadores de escolta ou sistemas de empuxo lateral (“thrusters”), com a finalidade de alterar o aproamento do navio visando minimizar os movimentos transmitidos ao *riser*.

Nesse sentido, o *SteelCat* pode ser usado novamente, agora para responder uma outra pergunta: nas situações de aproamento críticas, qual é a maior altura significativa da onda para a qual o *riser* mantém uma janela de viabilidade entre 2300 kN e 2850 kN. Para isso o programa deve ser executado iterativamente, variando-se a altura significativa da onda, até que se chegue à faixa de viabilidade desejada. A Tabela 3.9 traz os resultados que foram obtidos para os diversos casos críticos. A partir dos valores de altura significativa aí apresentados seria necessária intervenção. As Figuras 3.35 a 3.40 trazem as faixas de viabilidade obtidas com as novas alturas significativas.

Como conclusão final de todo esse processo de análise, deve ser mencionada a dificuldade de viabilização do *riser* rígido em catenária conectado a um *FPSO*. O uso dessa alternativa é possível e não deve ser descartada de antemão, mas será necessária intervenção no posicionamento do navio em determinadas situações, o que nem sempre é desejável pois é um complicador a mais no processo de operação da unidade de produção. Por outro lado, as condições ambientais adotadas como extremas devem ser revistas com muito cuidado, para verificar se elas não estão exageradas.

Calado (%)	Corrente	Onda	Altura Significativa (m)
100	S	SE	4,2
100	S	SW	3,4
100	N	NW	4,0
40	S	SE	4,8
40	S	SW	4,3
40	N	NW	4,5

Tabela 3.9 - Máximas alturas significativas de onda para os casos críticos

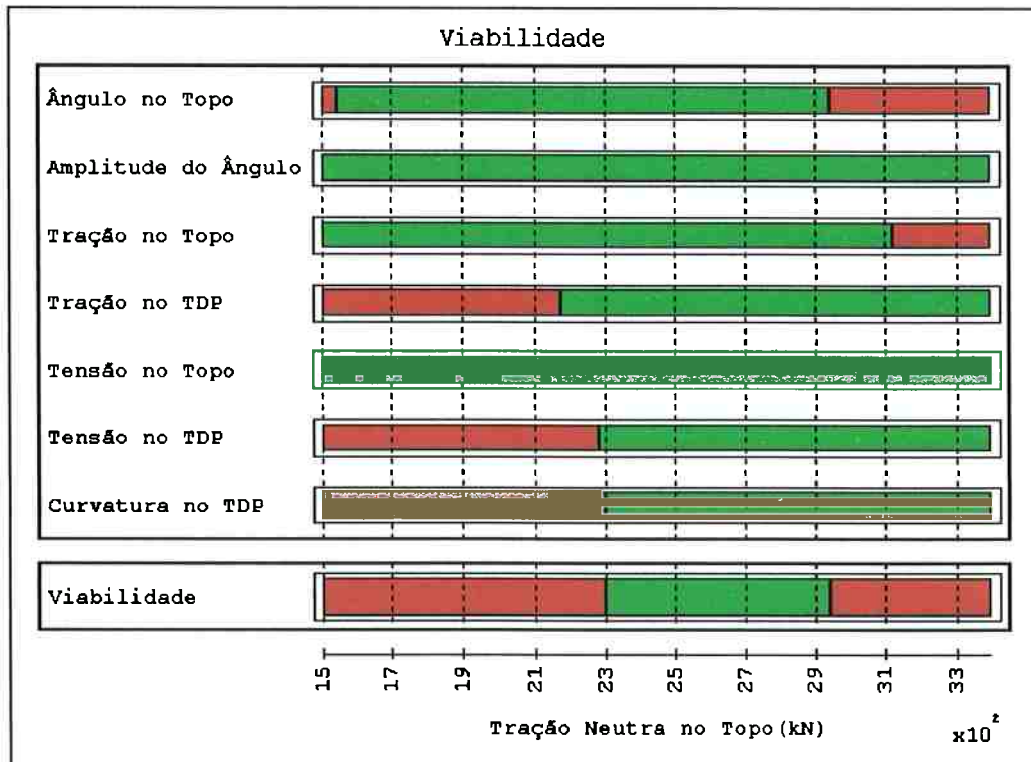


Figura 3.35 - Diagrama de viabilidade para a nova altura significativa corrente S onda SE - 100% de carga

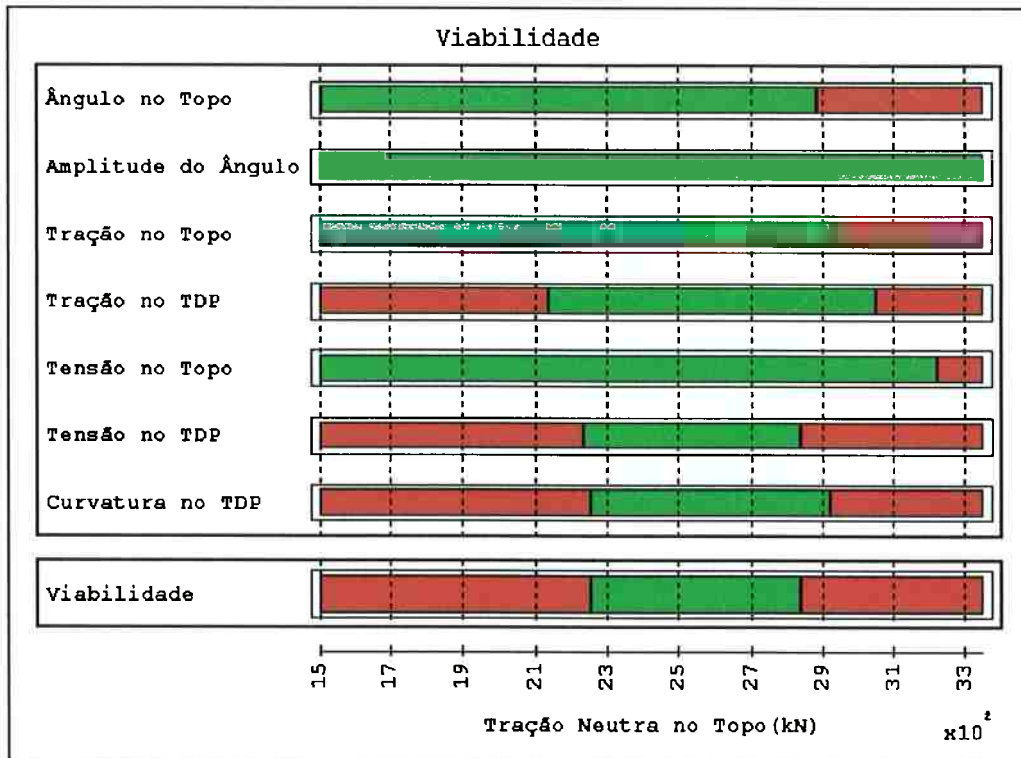


Figura 3.36 - Diagrama de viabilidade para a nova altura significativa corrente S onda SW - 100% de carga

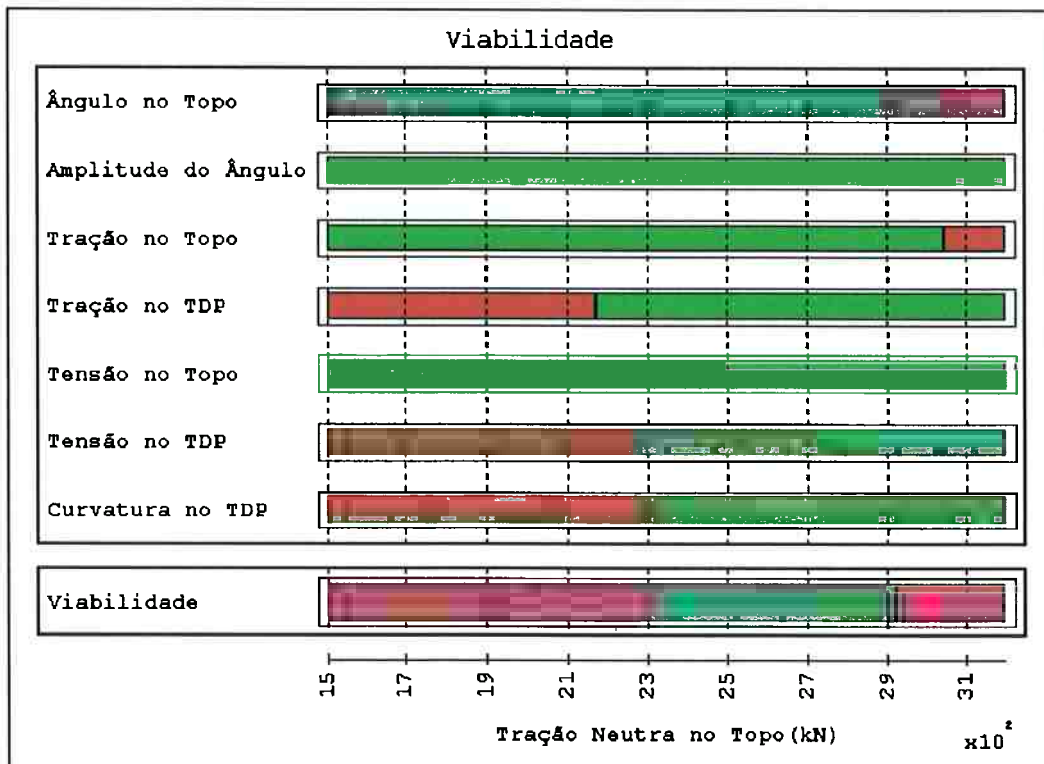


Figura 3.37 - Diagrama de viabilidade para a nova altura significativa corrente N onda NW - 100% de carga

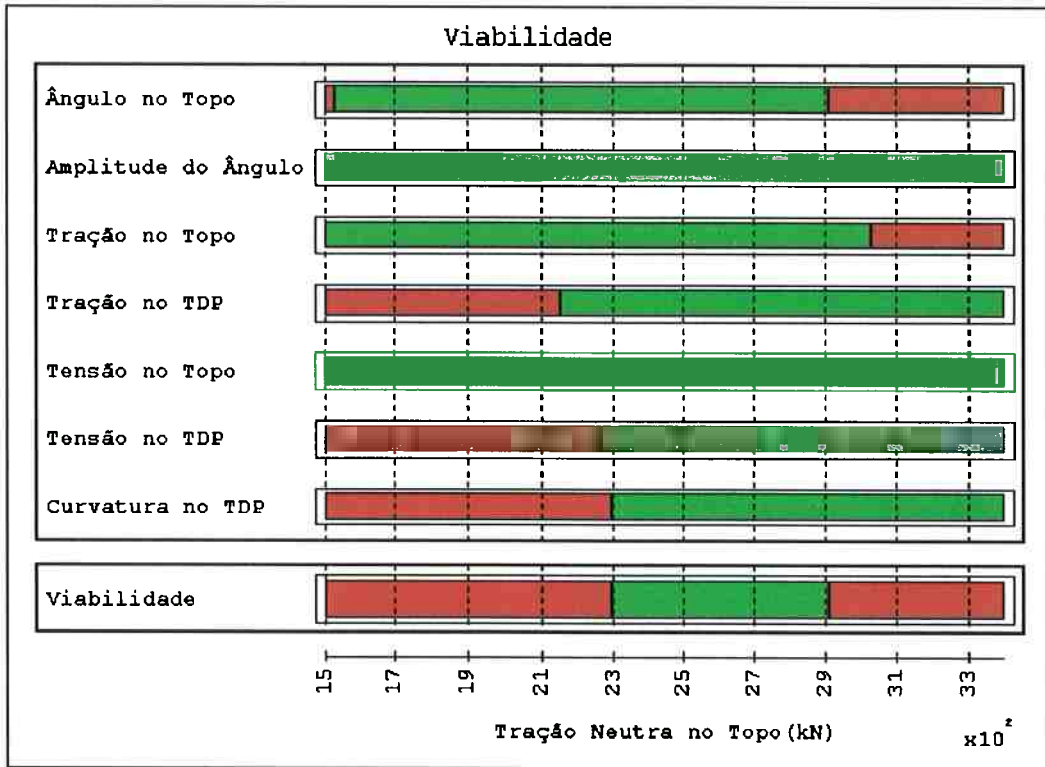


Figura 3.38 - Diagrama de viabilidade para a nova altura significativa corrente S onda SE - 40% de carga

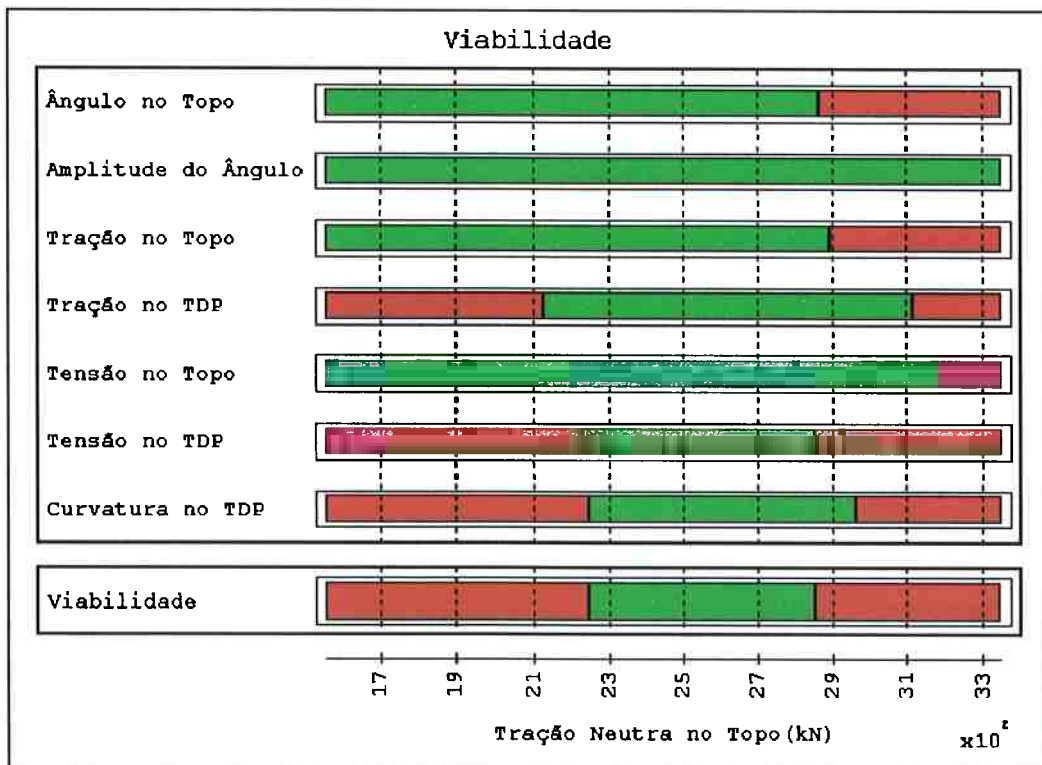


Figura 3.39 - Diagrama de viabilidade para a nova altura significativa corrente S onda SW - 40% de carga

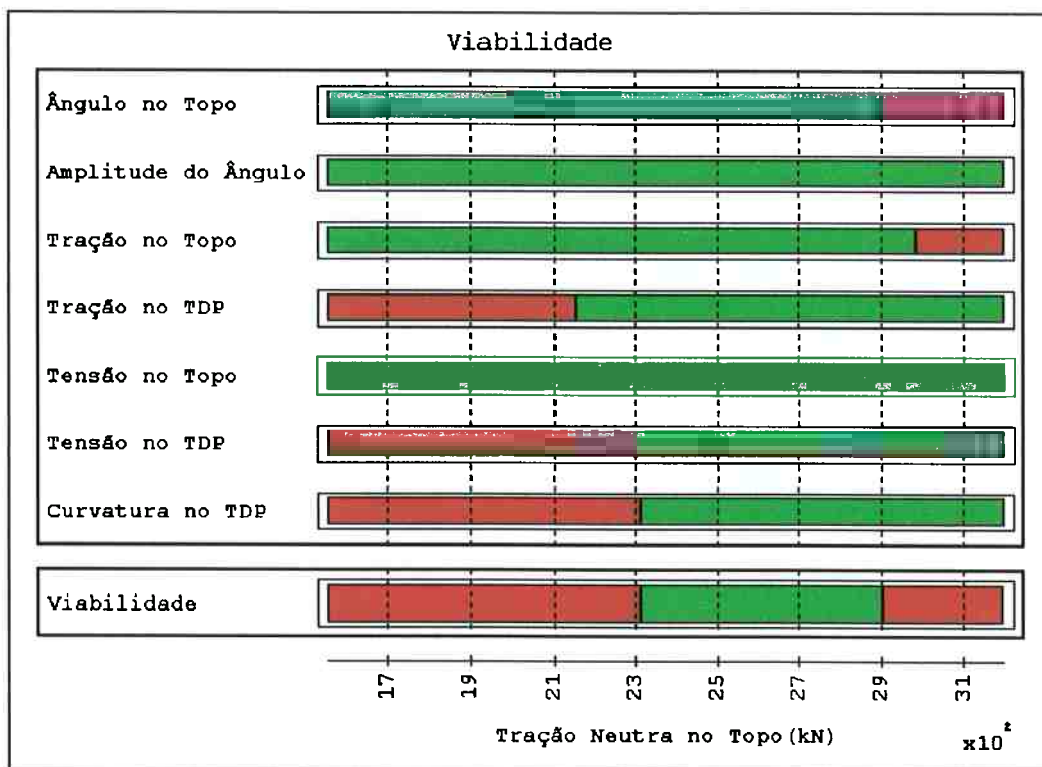


Figura 3.40 - Diagrama de viabilidade para a nova altura significativa corrente N onda NW - 40% de carga

3.7.2 Olhando mais de perto um caso típico

Além do diagrama de viabilidade, o *SteelCat* possui uma série de saídas gráficas que possibilitam uma análise do que está acontecendo com as principais variáveis do problema. Escolhendo um caso típico de incidência de corrente e onda, por exemplo, o caso corrente S e onda S para 100% do calado, a interface do programa pode ser usada para inspecionar essas variáveis. Assim, a Figura 3.41 traz um gráfico do comprimento total do *riser* em função da tração neutra no topo. Esse gráfico permite estimar qual o comprimento de tubo que será necessário, escolhida a força de tração no topo. Quanto maior for essa força, mais esticado estará o *riser* e, portanto, menor será o comprimento de tubo necessário.

A Figura 3.42, por sua vez, traz o gráfico dos comprimentos suspensos em função da tração neutra no topo. Este gráfico apresenta três curvas: a curva azul traz os comprimentos suspensos para a posição *near* da unidade flutuante, onde eles são menores, a curva amarela traz os comprimentos suspensos para a posição neutra e a curva superior traz os comprimentos suspensos para a posição *far* do FPSO, onde eles são os máximos. Note-se

que as maiores variações no comprimento suspenso correspondem aos maiores valores da força de tração neutra no topo.

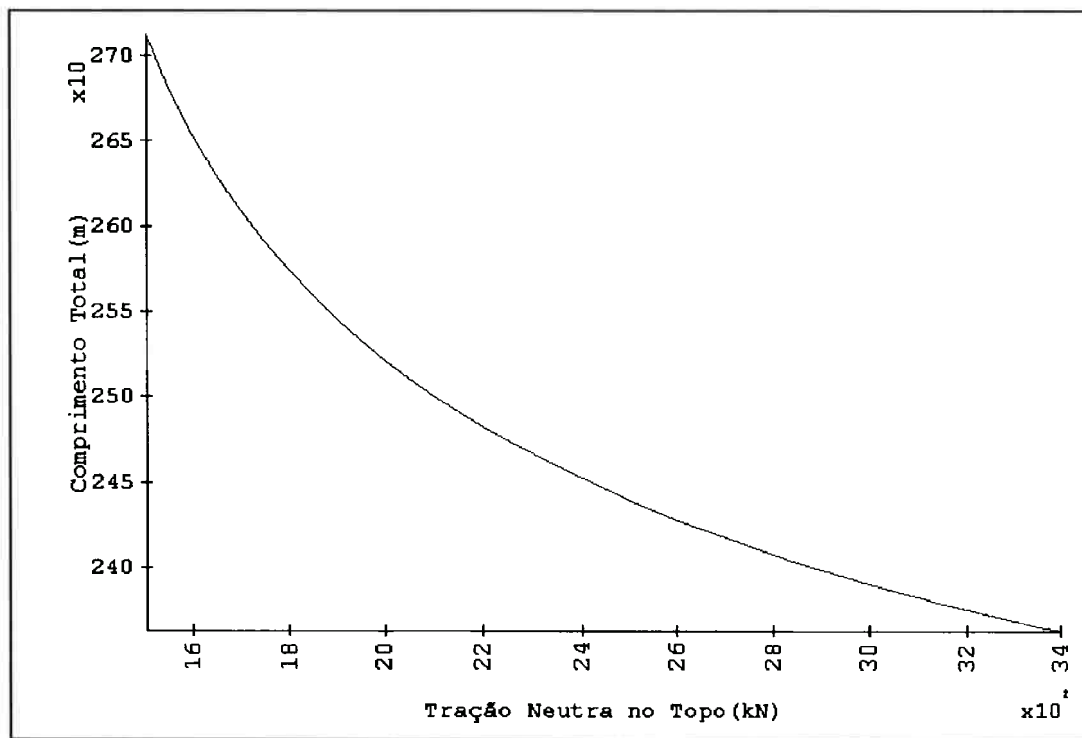


Figura 3.41 - Comprimento total em função da tração neutra no topo

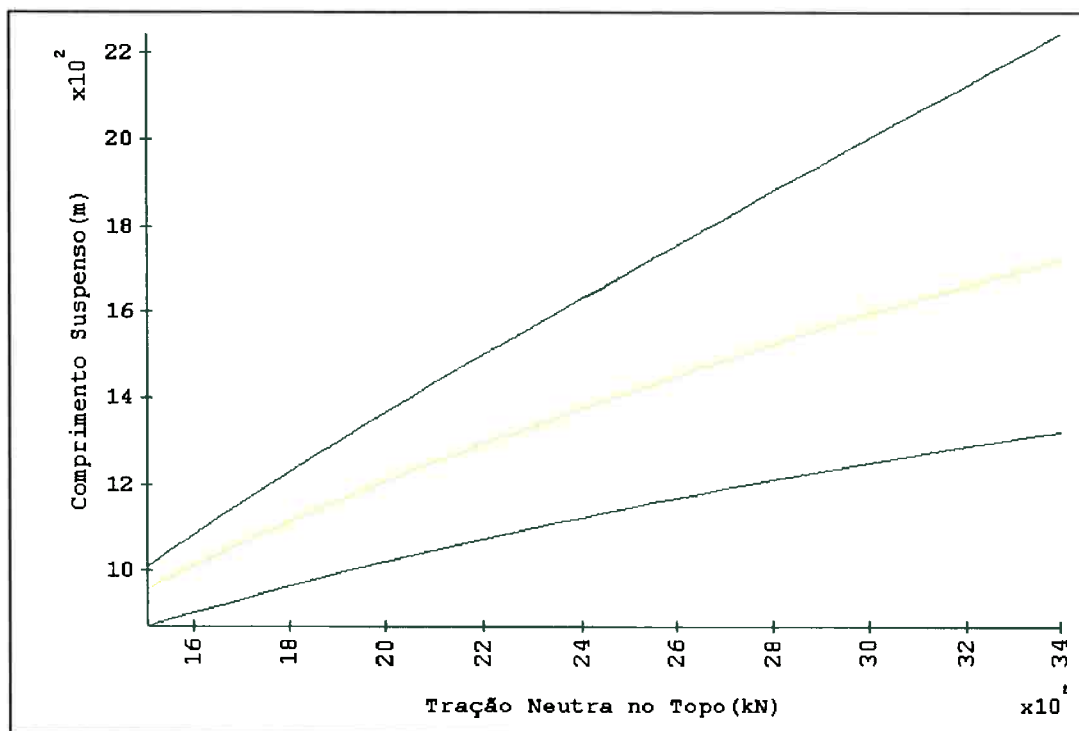


Figura 3.42 - Comprimento suspenso em função da tração neutra no topo

O estudo do comportamento do ângulo que o topo do *riser* faz com a horizontal é apresentado na Figura 3.43, que traz um gráfico com quatro curvas, de cima para baixo, ângulo total máximo, ângulo estático na posição *near*, ângulo estático na posição *far* e ângulo total mínimo. Note-se que a componente dinâmica do ângulo diminui para as forças de tração mais altas. Ao lado direito do gráfico, junto ao eixo das ordenadas, existe uma barra colorida com trechos verdes ou vermelhos. Esta barra é construída de acordo com os valores dos critérios de projeto correspondentes, no caso específico, os ângulos mínimo e máximo permitidos. A cor verde indica a faixa de valores do ângulo no topo que estão dentro da faixa aceitável, a cor vermelha representa os valores que estão fora dessa faixa.

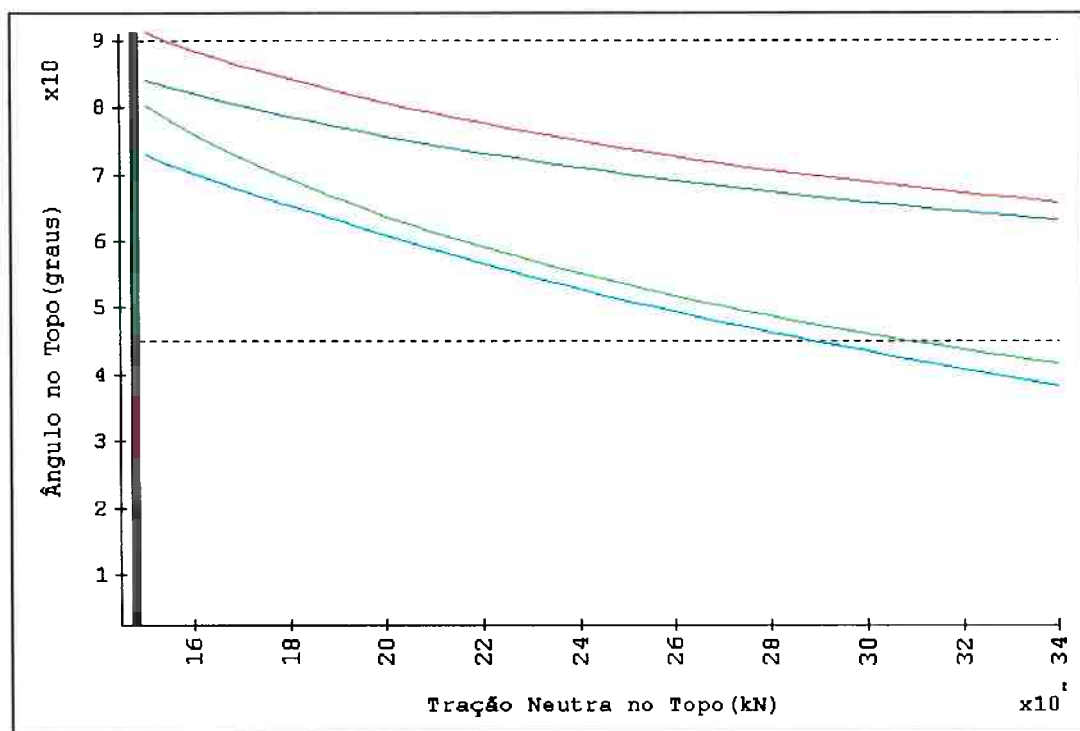


Figura 3.43 - Ângulo no topo em função da tração neutra no topo

A Figura 3.44 mostra a variação total do ângulo no topo. A curva verde traz a variação total do ângulo estático, considerando as posições *near* e *far*. A curva azul incorpora, também, a componente dinâmica desse ângulo.

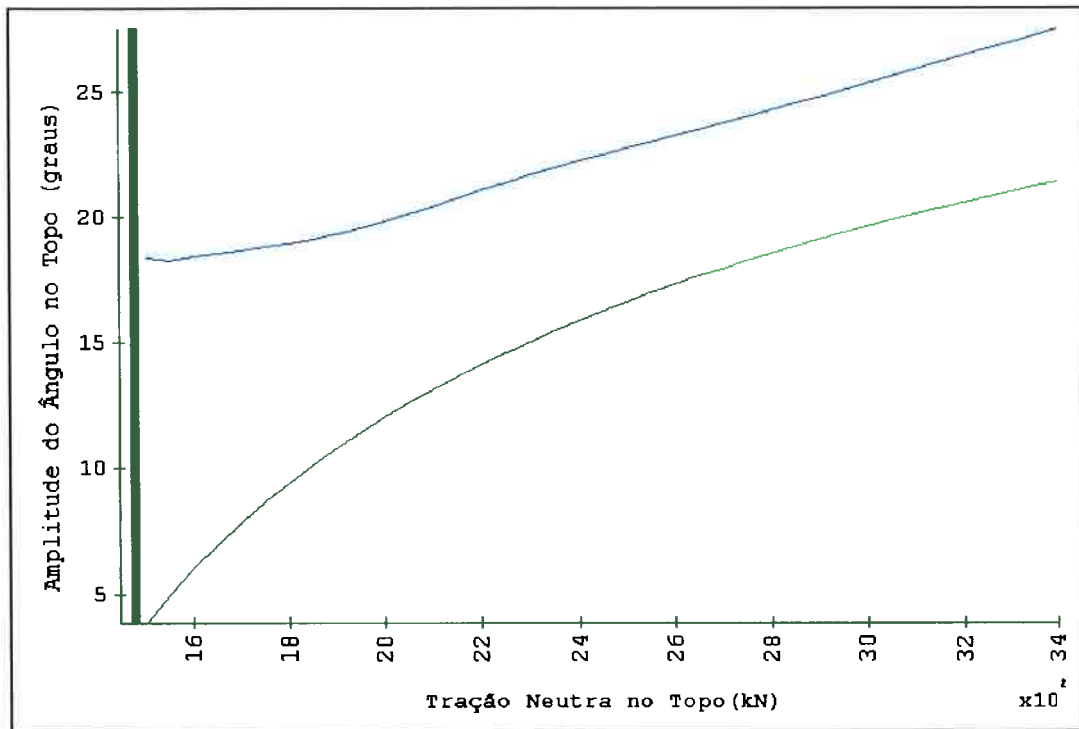


Figura 3.44 - Amplitude do ângulo no topo em função da tração neutra no topo

O comportamento da força de tração no topo pode ser observado na Figura 3.45 onde, além das curvas de valores máximos (vermelha) e mínimo (ciano), aparecem também as curvas para os valores estáticos na posição *far* (verde) e *near* (petróleo). Note-se que as maiores forças de tração ocorrem na posição *far* mas, como a componente dinâmica da tração é bastante significativa e aumenta com a tração neutra, para valores altos da mesma, pode ocorrer compressão dinâmica na posição *near*.

A Figura 3.46 representa o comportamento da força de tração na região do ponto de *touchdown*. Pode ser observado que ocorre compressão dinâmica para baixos valores da tração. A partir de um certo valor da tração neutra no topo, a tração no *touchdown* permanece com valores praticamente constantes: embora a tração estática mínima aumente, a componente dinâmica também aumenta, de uma forma semelhante.

A curva de tração máxima no *TDP* (vermelha) apresenta nitidamente um ponto de inflexão. Este ponto aparece pelo fato de que para trações neutras baixas as máximas amplitudes da tração dinâmica ocorrem na posição *near*, enquanto que para os valores grandes as máximas amplitudes ocorrem na posição *far*. Isto pode ser visto analisando o gráfico da

Figura 3.47, onde a curva azul claro representa a amplitude da força de tração dinâmica na posição *near* e a curva azul escuro, na posição *far*.

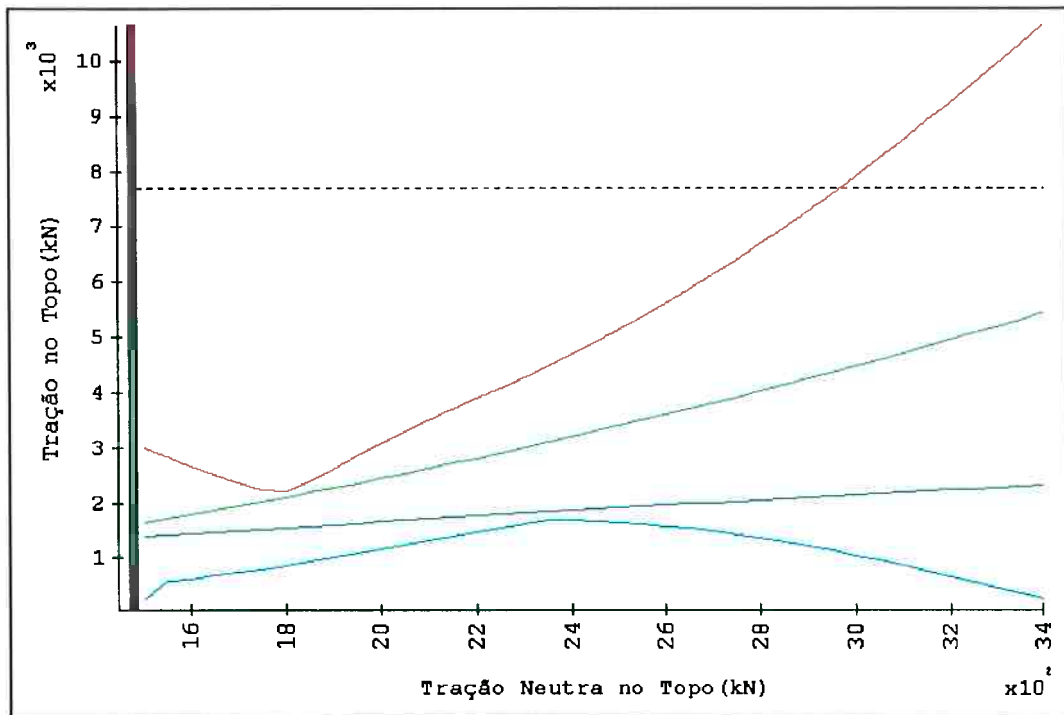


Figura 3.45 - Tração no topo em função da tração neutra no topo

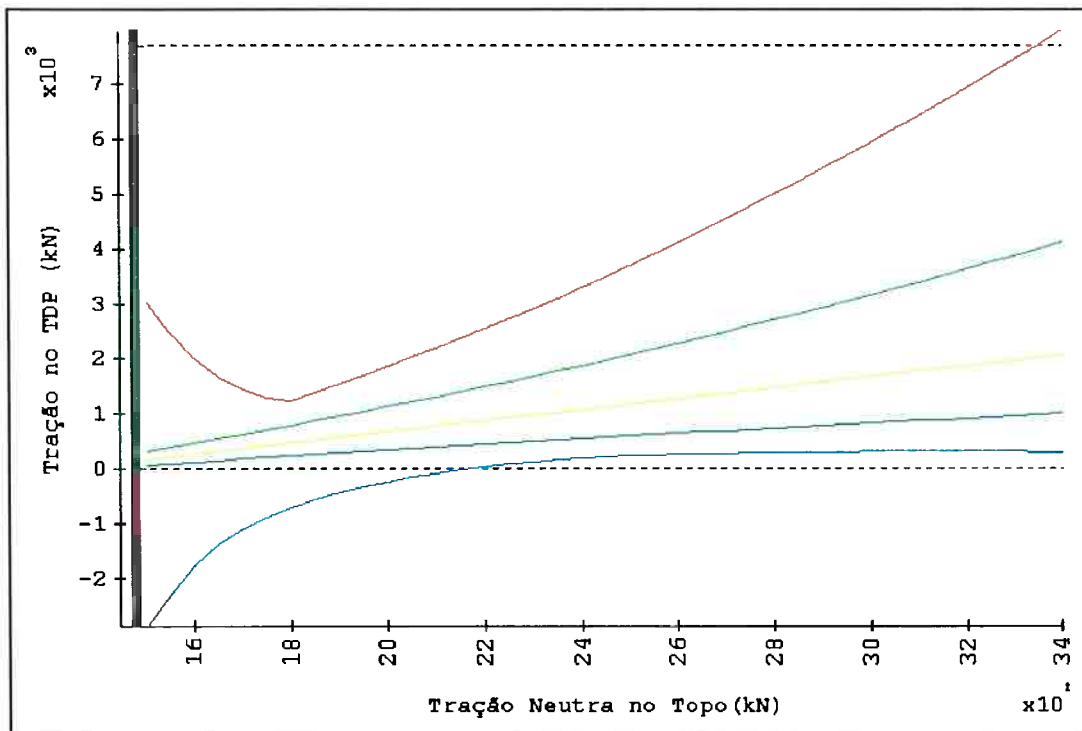


Figura 3.46 - Tração no TDP em função da tração neutra no topo

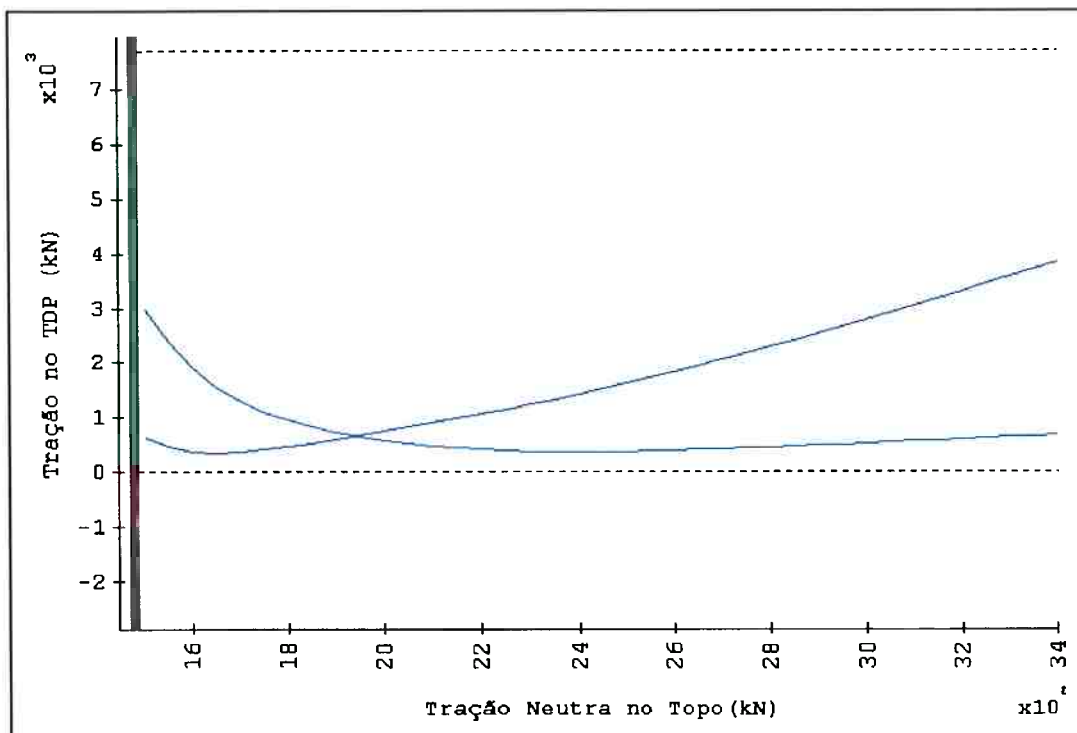


Figura 3.47 - Amplitude da tração dinâmica no TDP em função da tração neutra no topo

A Figura 3.48 traz um gráfico da tensão no topo em função da tração neutra. A curva vermelha traz a tensão máxima, considerando as componentes estática e dinâmica e as posições *near* e *far*. A curva ciano representa as tensões mínimas. As outras duas curvas, verde e petróleo, correspondem respectivamente aos valores máximos e mínimos considerando apenas os esforços estáticos. A Figura 3.49 traz o mesmo tipo de informação para o ponto de *touchdown*. Note-se que, para os valores mais baixos da força de tração a tensão cresce muito rapidamente em razão das grandes curvaturas.

O comportamento da curvatura no ponto de *touchdown* pode ser analisado na Figura 3.50. As curvas dessa figura trazem os valores máximos da curvatura (vermelha) e mínimos (ciano). Trazem, também, os valores da curvatura estática no *touchdown* para a posição *near* (petróleo) e *far* (verde). Note-se que a componente dinâmica é fundamentalmente responsável pelas grandes curvaturas e, mais especificamente, que a situação *near* é a mais desfavorável, como pode ser observado na Figura 3.51, onde a curva mais clara representa a amplitude da curvatura dinâmica na posição *near* e a mais escura, na posição *far*.

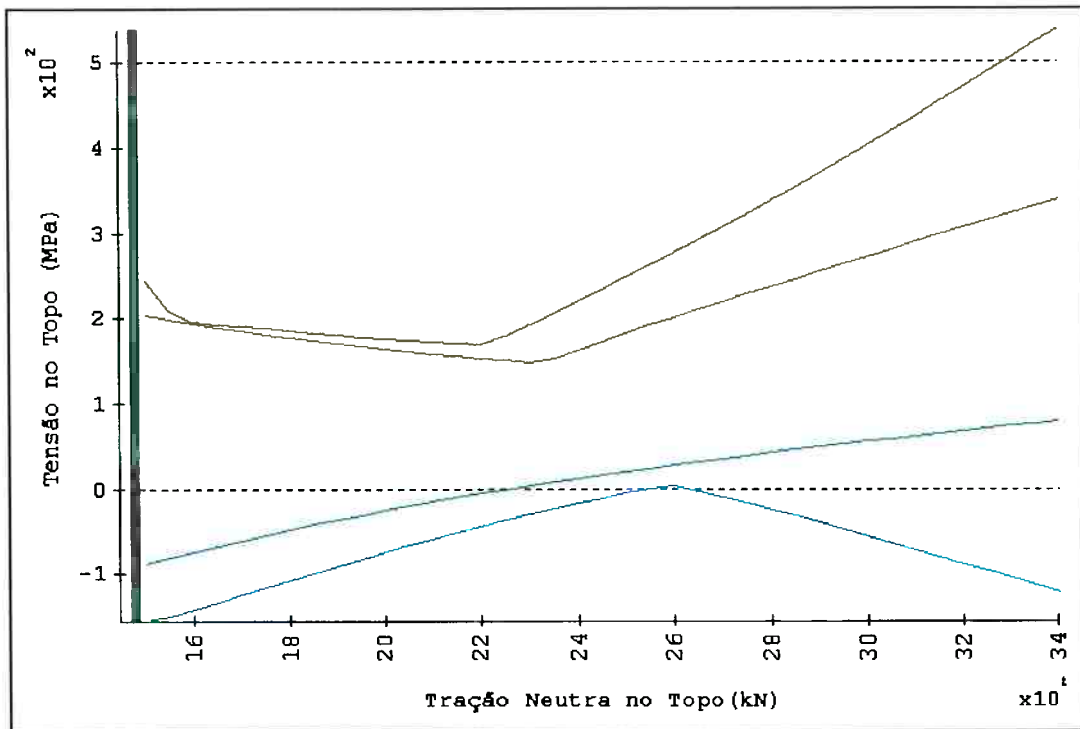


Figura 3.48 - Tensão no topo em função da tração neutra no topo

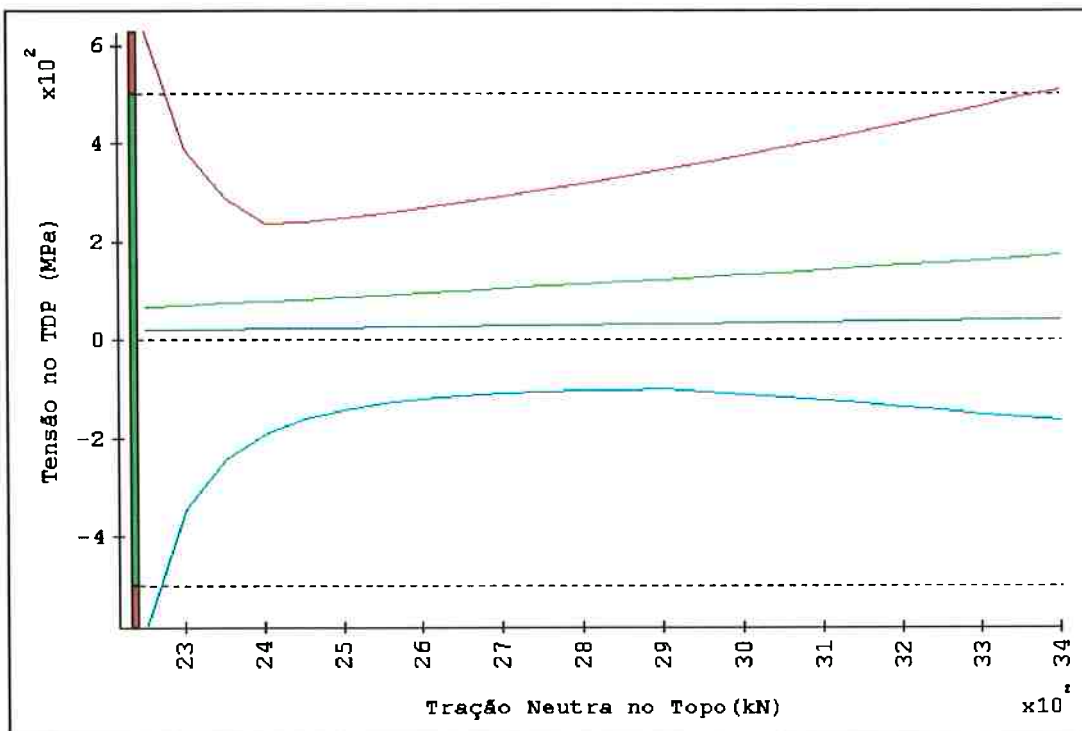


Figura 3.49 - Tensão no TDP em função da tração neutra no topo

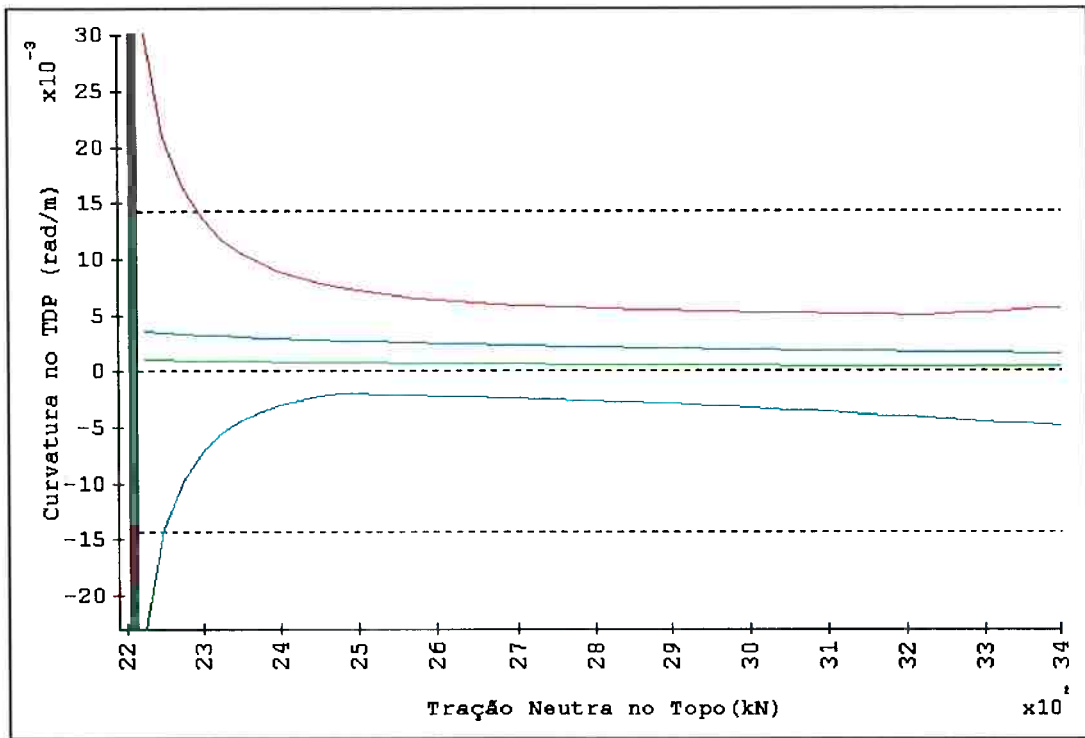


Figura 3.50 - Curvatura no TDP em função da tração neutra no topo

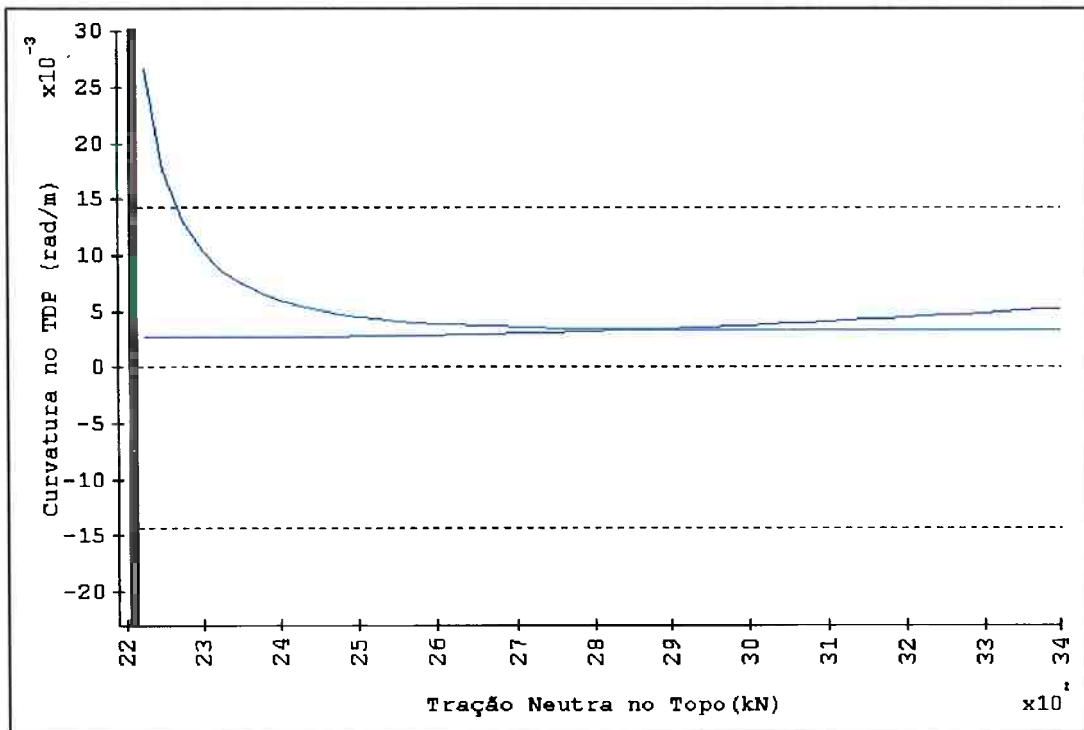


Figura 3.51 - Amplitude da curvatura dinâmica no TDP em função da tração neutra no topo

CAPÍTULO 4 ANÁLISE DE FADIGA

4.1 Considerações iniciais

Uma outra pergunta que deve ser respondida no estudo de viabilidade de um *riser* rígido em catenária é se ele resistirá aos esforços dinâmicos que nele serão continuamente aplicados pelo meio ambiente, ou se haverá comprometimento da sua integridade estrutural causado por fadiga do seu material. Duas são as causas principais que podem danificá-lo e devem ser consideradas quando se estuda a sua resposta de longa duração: o movimento oscilatório das ondas do mar e as vibrações causadas pelo desprendimento dos vórtices que se formam ao longo do seu comprimento. Neste trabalho essas duas causas são tratadas em separado: este capítulo se dedica à primeira delas e o próximo dedica-se à outra.

O movimento oscilatório das ondas não provoca esforços consideráveis diretamente sobre o *riser* pois, como elas são um fenômeno de superfície, o seu efeito é limitado apenas à porção do tubo que fica próxima à linha d'água. No entanto, as ondas fazem com que a unidade flutuante oscile e esse movimento é transmitido ao topo do *riser*, que é obrigado a acompanhá-lo, pois a sua inércia é bem menor que a da plataforma de produção. Mesmo que as amplitudes induzidas não sejam muito grandes, o caráter continuado desse movimento pode causar fadiga no *riser*, limitando a sua vida útil.

O problema que é tratado no presente capítulo faz parte do estudo da viabilidade de aplicação de um *riser* rígido instalado sob a forma de uma catenária, que liga uma instalação submarina a uma unidade flutuante de produção. Aqui a preocupação está focada na fadiga causada pelo movimento oscilatório provocado pelas ondas do mar e pelo movimento da plataforma. O texto apresenta o procedimento de análise implementado no *SteelCat* e um estudo de caso, baseado em uma situação real, em que o programa é aplicado.

4.2 Análise paramétrica de um riser rígido em catenária

O estudo da fadiga causada sobre o *riser* pelo movimento da unidade flutuante à qual ele está conectado, que é realizado pelo *SteelCat*, parte do mesmo conjunto de parâmetros definidos para o tubo na análise das condições extremas. Assim, para cada valor da força de tração no topo, correspondente à posição neutra da plataforma, já está definida uma configuração de equilíbrio. Sobre essa configuração é aplicado o movimento da plataforma, conforme o procedimento que é descrito mais adiante, e analisado o seu efeito sobre o tubo.

Na análise de fadiga não interessam os valores máximos dos carregamentos ambientais, mas a forma como eles são aplicados continuamente sobre o *riser*, causando movimentos cíclicos. É necessário, então, descrever como variam as condições ambientais ao longo do tempo. Mantendo a mesma filosofia de ferramenta expedita para o *SteelCat*, aqui o comportamento das ondas ao longo do tempo é descrito por um conjunto finito de estados de mar, cada um com sua probabilidade de ocorrência.

Para cada uma das configurações neutras, o dano causado pelo movimento da unidade flutuante associado a cada um dos estados de mar é acumulado nos dois pontos de interesse do *riser*: no topo e na região do *touchdown*. O resultado final é uma análise paramétrica de fadiga, resumida em um gráfico de barras que compara o dano acumulado em um ano em função da força de tração neutra no topo com a vida útil desejada para a instalação de produção.

4.3 Movimentos da unidade flutuante

No movimento de um corpo flutuante amarrado, submetido ao efeito das ondas do mar, podem ser identificadas duas escalas de tempo fundamentais. A primeira delas, que corresponde ao chamado movimento de primeira ordem, tem ordem de grandeza semelhante ao período das ondas do mar, que é tipicamente da ordem de alguns segundos. A outra, que corresponde ao chamado movimento de segunda ordem, é muito mais lenta e é tipicamente da ordem de centenas de segundos. Esta discrepância de escalas de tempo permite que se considere para a unidade flutuante dois movimentos distintos e se estude o seu efeito em separado.

O período fundamental de um *riser* rígido em catenária, instalado em águas profundas, é da ordem de dezenas de segundos, ou seja, é maior que o período das ondas e, nesse caso, o efeito do movimento de primeira ordem é essencialmente dinâmico e assim deve ser considerado. Por outro lado, o período do movimento de segunda ordem é bem maior que o período fundamental do *riser* e, portanto, a resposta do *riser* a esse movimento será essencialmente estática. Essas escalas de tempo sugerem que se adotem abordagens diferentes nos problemas relativos à fadiga causada pelos movimentos de primeira e segunda ordens, como é feito no presente trabalho.

4.4 Critério de projeto

O *SteelCat* considera um único critério de projeto no estudo da fadiga: a vida útil da instalação de produção. O *riser* é dito viável, para um dado valor da força de tração neutra no topo, caso o dano acumulado total correspondente, no topo e na região do *touchdown*, seja compatível com a vida útil desejada.

4.5 Dados do problema

Para poder executar a análise da fadiga causada pelo movimento da unidade flutuante de produção, o *SteelCat* necessita que seja especificado um conjunto de dados que caracterize as configurações de equilíbrio correspondentes à posição neutra da plataforma, os movimentos da unidade flutuante, as condições ambientais e os parâmetros que descrevem a curva que representa o comportamento do material sob fadiga.

4.5.1 Configurações neutras

A metodologia implementada no *SteelCat*, para análise de viabilidade sob fadiga, que é apresentada mais adiante, parte de um dado conjunto de configurações de equilíbrio que correspondem à posição neutra da unidade flutuante para cada valor da força de tração neutra no topo. Nesse sentido, todos os parâmetros necessários para descrever essas configurações, que envolvem as características do tubo e da geometria e foram descritos no capítulo anterior, no estudo dos esforços extremos, devem ser dados.

4.5.2 Dados da unidade flutuante

Para calcular o movimento imposto ao topo do *riser* por um certo estado de mar, é necessário conhecer a função de transferência que relaciona a amplitude da onda incidente com o movimento do navio para cada frequência. Essa função, que é conhecida como *RAO* (“Response Amplitude Operator”), depende do ângulo de incidência da onda em relação à unidade flutuante e da sua condição de carregamento e é obtida, em cada caso, no estudo da hidrodinâmica dessa unidade. O *RAO* define em amplitude e fase os seis graus de liberdade da plataforma (*surge*, *sway*, *heave*, *roll*, *pitch* e *yaw*). Também deve ser conhecido o ângulo de aproamento da unidade em relação a uma direção de referência, para que o ângulo entre ela e a onda possa ser calculado. Como o modelo adotado pelo *SteelCat* para descrever o comportamento dinâmico do *riser* é bidimensional, o movimento resultante para o topo é projetado no plano que contém a sua linha elástica.

4.5.3 Dados da correnteza

Na análise de fadiga, o *SteelCat* assume, como dados de entrada, dois perfis de velocidade de correnteza. O primeiro deles é usado para calcular a posição *near* da plataforma, que é a posição em que o topo do *riser* está mais próximo de sua âncora, e o outro é usado para a posição *far* na qual a plataforma se encontra no ponto mais distante em relação à mesma referência. Os perfis utilizados são normalmente de recorrência anual.

4.5.4 Dados da onda

Para representar as ondas do mar ao longo do tempo, o *SteelCat* assume que elas podem ser caracterizadas por um conjunto finito e representativo de estados de mar mais prováveis. Como é adotado o espectro de Pierson-Moskowitz para representar um estado de mar, é necessário especificar, para cada um deles, dois parâmetros: a altura significativa das ondas e o período médio entre zeros sucessivos. Além disso, para que o dano possa ser acumulado ao longo do ano, é necessário que seja também especificada a probabilidade de ocorrência anual de cada um dos estados de mar.

4.5.5 Parâmetros da curva de fadiga do material

O número de ciclos de carregamento que deve suportar o material de um *riser* ao longo da sua vida útil é muito grande. Como o período da excitação é da ordem de dez segundos e a vida útil prevista é da ordem de vinte anos, o *riser* deverá resistir a um número de ciclos da ordem de dez elevado à sétima potência. É o que se chama, na terminologia da área, de fadiga de alto ciclo. Nesse caso o comportamento do material pode ser bem representado por uma curva do tipo *S-N*. Os parâmetros dessa curva são dados de entrada para o *SteelCat*.

4.6 Metodologia de análise

Antes de apresentar a metodologia empregada no *SteelCat* para análise da fadiga causada pelo movimento da unidade flutuante é conveniente resgatar a filosofia básica que norteou o desenvolvimento do programa. Esta ferramenta foi desenhada para ser empregada em uma primeira volta da espiral de projeto de um *riser* rígido em catenária, em que a preocupação está mais voltada a ordens de magnitude do que casas decimais. O tempo de execução do estudo é um fator ao qual deve ser dada muita importância, já que diversos casos devem ser analisados e diversas alternativas devem ser comparadas. No desenho do *SteelCat* buscou-se a construção de uma ferramenta ágil e confiável, cujo uso principal fosse a seleção de configurações viáveis. As soluções escolhidas poderiam, posteriormente, passar por um processo de análise mais profundo.

Para que o objetivo pudesse ser atingido foi necessário estabelecer um conjunto de hipóteses simplificadoras, tanto para os modelos que representam o comportamento mecânico do *riser* quanto para o procedimento de análise. Algumas delas são facilmente justificadas em estudos analíticos e de ordens de magnitude, outras são baseadas no bom senso e na experiência adquirida em projeto. A adoção dessas hipóteses, contudo, é que tornou exequível a proposta do desenvolvimento do *SteelCat*.

No que toca à parte do estudo de viabilidade que se refere à fadiga causada pelo movimento da unidade flutuante, a principal hipótese considerada no desenho da metodologia de análise é que os efeitos dos movimentos de primeira e segunda ordens da plataforma podem ser estudados em separado e que os danos causados por eles podem ser

somados posteriormente. Outras hipóteses simplificadoras também foram adotadas, mas serão mencionadas no decorrer da apresentação da metodologia.

4.6.1 Dano causado pelo movimento de segunda ordem

No movimento de segunda ordem a unidade flutuante oscila em torno de uma posição média que não é a sua posição de equilíbrio. Para caracterizar esse movimento, que pode ser considerado harmônico, são necessários, então, três parâmetros: sua amplitude, seu período e a distância entre a posição média e a de equilíbrio. A posição média pode ser mais próxima do ponto de ancoragem do *riser* que a posição neutra e, neste caso será chamada de posição *near*, ou pode ser mais distante, correspondendo à posição *far*. Para simplificar o problema, o *SteelCat* considera, no estudo da fadiga causada pelo movimento de segunda ordem, que este movimento se dá em torno da posição *near*. Esta simplificação, embora grosseira, está no sentido a favor da segurança.

De fato, olhando a região do *touchdown* verifica-se que a máxima curvatura ocorre perto do ponto de contato e que no trecho de tubo que se apóia sobre o solo a curvatura é nula. O que causa dano, no movimento de segunda ordem, é o movimento do ponto de contato, pois ele faz com que determinados pontos passem da curvatura estática máxima para curvatura nula em um ciclo. Como, de todas as configurações estáticas possíveis, a que apresenta máxima curvatura no *touchdown* é a posição *near*, quando se aplica o movimento de segunda ordem sobre ela o dano acumulado está sendo majorado. Por outro lado, no topo do *riser* as máximas curvaturas estáticas não ocorrem na posição *near*, mas é nela que ocorrem as máximas variações de curvatura quando se aplica o movimento de segunda ordem.

O algoritmo do *SteelCat* considera, então, que no movimento de segunda ordem a plataforma passeia entre duas posições limites no plano do *riser*, em torno da posição *near*. A posição extrema mais próxima do ponto de ancoragem será batizada de *near near* e a mais distante de *near far*, conforme está esquematizado na Figura 4.1. Como o período do movimento de *slow drift* da unidade flutuante é muito maior do que o período fundamental do *riser* ele é aplicado de uma maneira quase-estática, isto é, o movimento do *riser* é descrito por uma seqüência de posições de equilíbrio, que são obtidas variando estaticamente a posição do seu topo entre as situações extremas, sem levar em conta os

efeitos dinâmicos. Para cada uma delas pode ser calculada a curvatura ao longo do comprimento, incluindo o efeito da rigidez flexional.

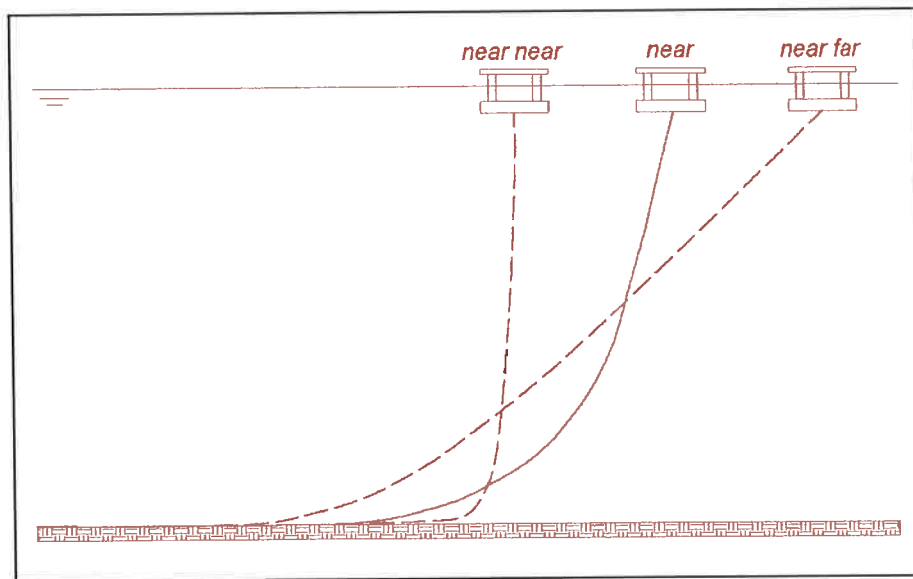


Figura 4.1 - Posições extremas do topo do riser

Não se sabe, a priori, qual é o ponto da região do *touchdown* onde ocorrerá a maior variação de curvatura, além disso as posições *near*, *near near* e *near far* são diferentes para cada estado de mar. O *SteelCat* determina, em primeiro lugar, qual é a faixa de variação da posição do ponto de contato, considerando as posições extremas do topo, correspondentes a cada estado de mar. Em seguida ele constrói uma malha de pontos do *riser* dentro dessa faixa. O dano causado pelo movimento de segunda ordem é acumulado, então, em cada um dos pontos dessa malha. Para cada valor da força de tração neutra no topo, o dano que é associado ao *touchdown* é o máximo valor dentre todos os danos acumulados nesses pontos.

Para o outro ponto de interesse do *riser*, o topo, o problema é mais simples, pois sua posição é bem definida e, por isso, não é necessário considerar outros pontos perto da extremidade superior. São usadas as mesmas configurações estáticas entre a situação *near near* e *near far* para calcular a máxima variação da tensão na extremidade superior do *riser* e calcular o dano causado. Para cada valor da força de tração neutra no topo, o dano é acumulado, considerando-se todos os estados de mar.

4.6.2 Dano causado pelo movimento de primeira ordem

O movimento de primeira ordem ocorre simultaneamente ao movimento de segunda ordem, mas numa escala de tempo diferente. Enquanto o movimento de segunda ordem pode receber um tratamento quase-estático, o efeito do movimento de primeira ordem é essencialmente dinâmico já que o seu período tem a mesma ordem de magnitude dos períodos fundamentais do *riser*.

Para simplificar o problema, o *SteelCat* considera que, no movimento de primeira ordem, o *riser* oscila em torno de uma posição estática média durante todo tempo e que esta posição média é a posição *near*. Esta hipótese, embora bastante grosseira, sobre-estima o dano pois não considera outras posições que seriam favoráveis ao *riser*. Resolvendo o problema dinâmico para cada estado de mar, o programa calcula os valores mínimos e máximos das tensões para cada ponto da região do *touchdown*, considerando a mesma malha usada para o movimento de segunda ordem. Nesses pontos o dano é acumulado considerando todos os estados de mar e a sua probabilidade de ocorrência. O máximo dano obtido dentre todos os pontos da malha, para cada valor da tração neutra no topo, é o valor publicado pelo *SteelCat* como dano na região do *touchdown*.

Na extremidade superior do *riser*, que é o outro ponto de interesse, o problema continua sendo mais simples, pois basta acumular em um mesmo ponto o dano obtido para cada estado de mar, usando a solução dos mesmos problemas dinâmicos considerados para a região do contato.

4.6.3 Composição dos danos

Para calcular o dano acumulado total, o *SteelCat* admite que os efeitos dos movimentos de primeira e segunda ordens podem ser somados e que a seqüência de aplicação dos estados de mar não altera o resultado de maneira significativa. Os danos acumulados em um ano pelos dois movimentos são somados no topo e em todos os pontos em que a região de *touchdown* foi discretizada. O dano total publicado pelo programa para o ponto de contato é o máximo valor dentre todos os danos acumulados em cada um dos pontos da malha.

4.7 Dados de um caso real

A seguir apresentam-se os dados de um caso real em que é usado o *SteelCat* para estudar a viabilidade de um *riser* rígido em catenária, no que diz respeito à fadiga causada pelos movimentos de primeira e segunda ordens da unidade flutuante de produção. Esse *riser*, que se destina ao fornecimento da água doce a um *FPSO* ancorado por meio de um *turret* em um local com profundidade de 855 metros, é o mesmo que foi utilizado para a análise de extremos do capítulo anterior. Assim, diversos dados são comuns às duas análises, como as propriedades do navio, as características da unidade flutuante, a geometria do problema e os *RAOs* da embarcação. São apresentados na sequência apenas os dados que são específicos ao estudo da fadiga e envolvem, basicamente, a lei de fadiga do material e as condições ambientais que são utilizadas nesse estudo.

4.7.1 Lei de fadiga do material

Considera-se que o material do tubo, no que diz respeito à fadiga, comporta-se de acordo com a curva *S-N*,

$$N = 1,15 \times 10^{15} (\Delta\sigma)^{-4,38} \quad , \quad (4.1)$$

onde *N* é o número de ciclos para falha quando o material está submetido a uma amplitude de tensão $\Delta\sigma$, que é a diferença entre a tensão máxima e a tensão mínima, em MPa.

4.7.2 Estados de mar

Para a análise de fadiga deve ser considerado um conjunto de estados de mar que bem represente as solicitações a que o *riser* estará submetido ao longo de sua vida de trabalho. Supõe-se que em um ano ocorrem todos os estados de mar, com duração proporcional à sua probabilidade de ocorrência. A tabela 4.1 traz os dados relativos aos dez estados de mar que são considerados no estudo de caso. Considera-se que o estado de mar independe do ângulo de incidência da onda.

Estado de Mar	Altura Singificativa (m)	Período Médio entre Zeros (s)	Probabilidade de Ocorrência (%)
1	0,75	5,32	1,6
2	1,25	5,67	24,1
3	1,75	6,08	38,3
4	2,25	6,65	19,8
5	2,75	7,22	9,7
6	3,25	7,66	3,8
7	3,75	8,48	1,4
8	4,25	8,59	0,9
9	4,75	9,49	0,3
10	5,25	10,01	0,1

Tabela 4.1 - Estados de mar para o estudo de fadiga

4.7.3 Correnteza

Para a análise de fadiga associada aos movimentos de primeira ordem são empregados os perfis de correnteza de recorrência anual. A tabela 4.2 traz os dados referentes ao perfil de corrente anual para a situação *near* e a tabela 4.3 traz os mesmos dados para a situação *far*. Os perfis de correnteza que serão usados na análise do movimento de segunda ordem (*slow drift*) também serão os perfis anuais apresentados nas tabelas 4.2 e 4.3.

Ordenada (m)	Velocidade (m/s)	Direção
0	1,45	S
-50	1,31	S
-100	1,17	S
-140	1,00	S
-230	0,60	S
-340	0,50	S
-415	0,48	E
-545	0,36	N
-640	0,44	NE
-750	0,61	NE
-855	0	-

Tabela 4.2 - Perfil de corrente anual para a situação near

Ordenada (m)	Velocidade (m/s)	Direção
0	0,96	N
-50	0,89	N
-100	0,78	N
-140	0,80	N
-230	0,59	N
-340	0,53	N
-415	0,57	NE
-545	0,48	NE
-640	0,51	NE
-750	0,53	NE
-855	0	-

Tabela 4.3 - Perfil de corrente anual para a situação far

4.7.4 Movimento de segunda ordem da unidade flutuante

O movimento de segunda ordem da unidade flutuante depende do estado de mar. Este movimento, suposto harmônico, fica caracterizado com o conhecimento do seu *offset* médio, sua amplitude e seu período. A tabela 4.4 traz os dados desse movimento para o *FPSO* considerado, para cada um dos dez estados de mar que são utilizados na análise de fadiga, cujas características foram apresentadas na tabela 4.1. Para todos os estados de mar é adotado o mesmo período de 773 s para o movimento de segunda ordem.

Estado de mar	Offset Médio (m)	Amplitude (m)
1	3,88	0,92
2	10,35	2,55
3	20,98	5,35
4	33,76	9,00
5	49,05	13,63
6	67,55	19,33
7	84,79	25,52
8	108,90	33,00
9	136,04	43,33
10	164,92	53,95

Tabela 4.4 - Movimentos de segunda ordem do FPSO

Neste instante deve ser notado que os *offsets* máximos, obtidos somando-se para cada estado de mar o *offset* médio com a amplitude do movimento de deriva, ultrapassam o critério que foi usado na análise de extremos, quando foi limitado o *offset* máximo a 10% da lâmina d'água, como pode ser visto na tabela 4.5. Pode ser verificado que a partir do sexto estado de mar, o critério utilizado na análise de extremos é ultrapassado. Existe, certamente, uma inconsistência dos dados, mas esta é uma situação com que o projetista do *riser* se depara na prática. Poderia ser refeita a análise de extremos, usando um critério de projeto que considerasse um *offset* máximo maior que 25% da lâmina d'água, mas como lá já houve condições de incidência relativa entre onda e corrente apresentando problemas, para que o *riser* rígido em catenária seja viável é necessário projetar novamente o sistema de ancoragem do navio, de modo a torná-lo mais rígido, reduzindo os *offsets*, ou rever as condições ambientais fornecidas para a análise de fadiga.

Estado de mar	Offset Máximo (m)	Porcentagem (%)
1	4,80	0,6
2	12,90	1,5
3	26,33	3,1
4	42,76	5,0
5	62,68	7,3
6	86,88	10,2
7	84,79	16,6
8	174,90	20,5
9	179,37	21,0
10	218,87	25,6

Tabela 4.5 - Offsets máximos para cada estado de mar

Para o projetista do *riser*, entretanto, o trabalho não pára por aqui pois, usando o *SteelCat*, ele pode estudar o que acontece com o tubo, no que diz respeito à fadiga, para as condições ambientais dadas, e verificar o que pode melhorar se esses *offsets* forem reduzidos. Nesse sentido, a análise continua a ser feita, mesmo tendo sido identificados esses problemas.

4.7.5 Critério de projeto

No estudo de caso que segue, será adotada como restrição de projeto uma vida útil de 40 anos, que é o dobro do que é usualmente previsto para produção de um campo *offshore*.

4.8 Estudo de caso

4.8.1 Diagramas de viabilidade

Cada um dos trinta e dois casos analisados do ponto de vista dos esforços extremos é, agora, estudado do ponto de vista da fadiga causada pelos movimentos da unidade flutuante, executando o *SteelCat*. A principal saída do programa na análise de fadiga, da mesma forma que na análise de extremos, é um gráfico de barras, que foi denominado diagrama de viabilidade e permite uma visualização imediata de como o *riser* se comporta, tanto na região do *touchdown* quanto no seu topo.

As Figuras 4.2 a 4.17 trazem os diagramas de viabilidade para as diversas incidências de onda e corrente na situação de carregamento correspondente a 100% do calado. As Figuras 4.18 a 4.33 trazem os mesmos gráficos, agora para a situação de 40% do calado. Esses gráficos, que são saídas diretas do programa *SteelCat*, são divididos em duas partes. Na parte superior de cada um deles aparecem duas barras: uma relativa ao dano acumulado na região do *TDP* e a outra relativa ao dano acumulado na região do topo do *riser*. Estas barras podem ter trechos verdes ou vermelhos, conforme o dano acumulado para determinado valor da tração seja, respectivamente, compatível, ou não, com a vida útil desejada para o *riser*. Na parte inferior dos gráficos aparece uma barra que é a interseção das outras duas e indica a faixa de valores de tração no topo para os quais a solução do *riser* rígido em catenária é viável no que diz respeito à fadiga causada pelos movimentos de primeira e segunda ordens da unidade flutuante.

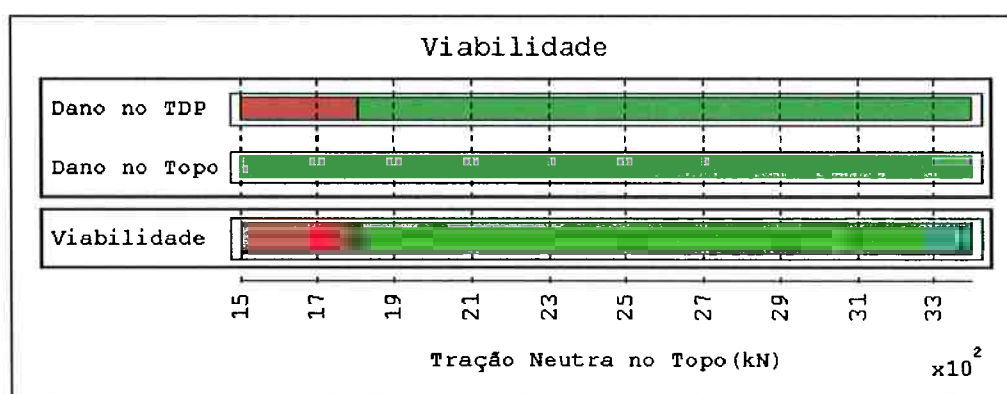


Figura 4.2 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda N - 100% de carga

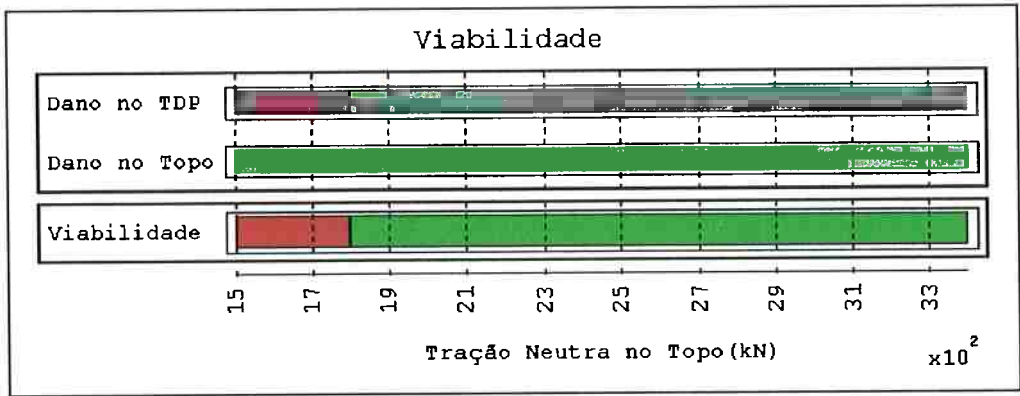


Figura 4.3 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NE - 100% de carga

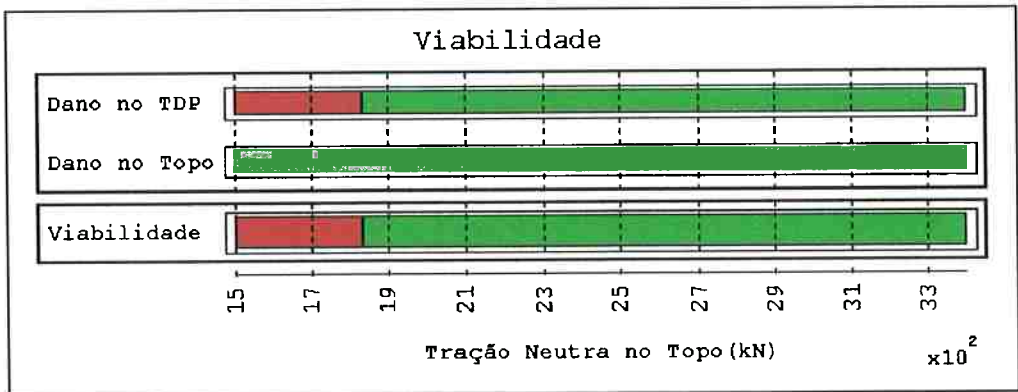


Figura 4.4 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda E - 100% de carga

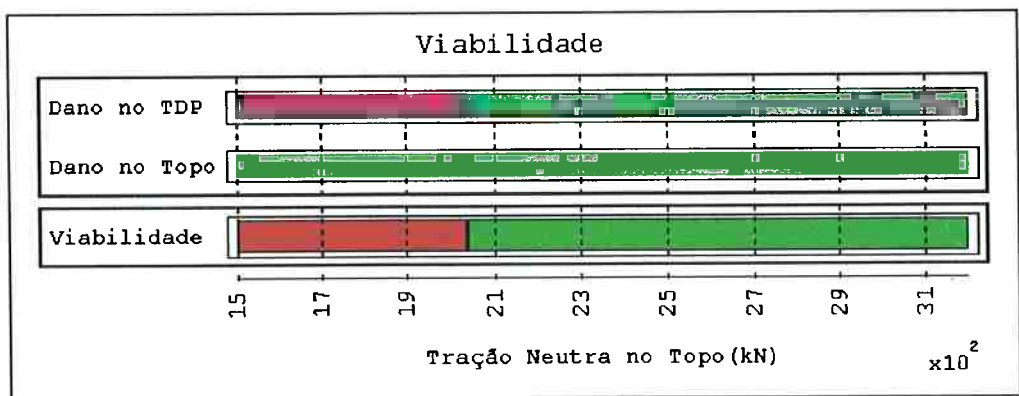


Figura 4.5 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SE - 100% de carga

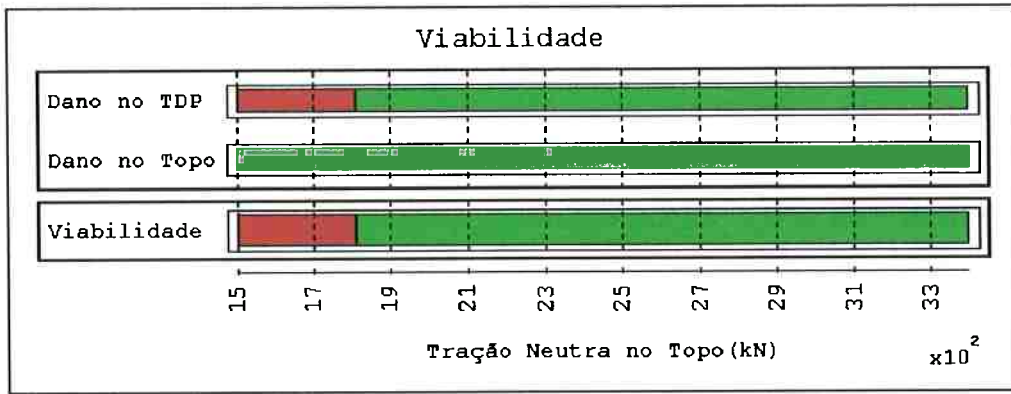


Figura 4.6 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda S - 100% de carga

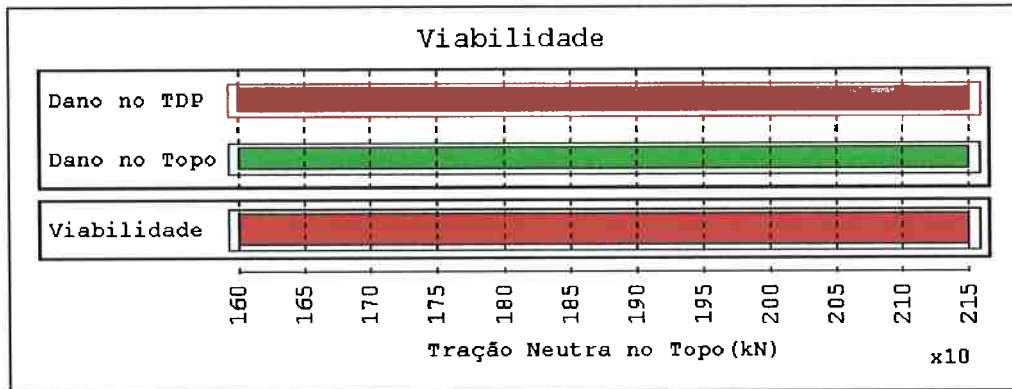


Figura 4.7 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SW - 100% de carga

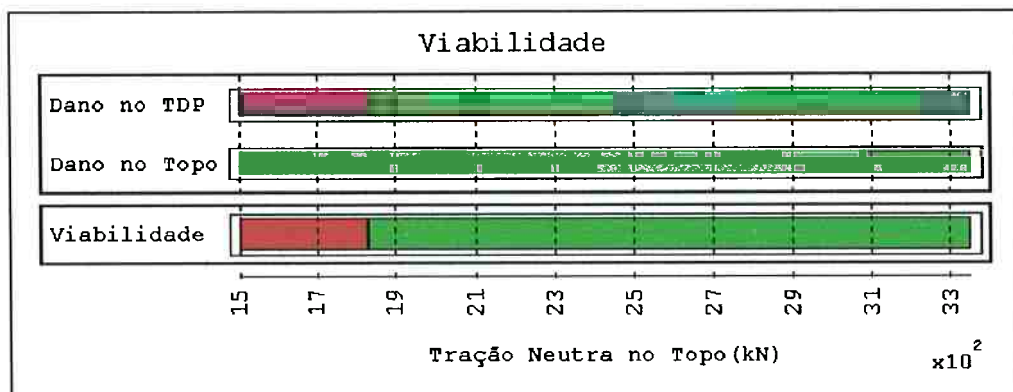


Figura 4.8 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda W - 100% de carga

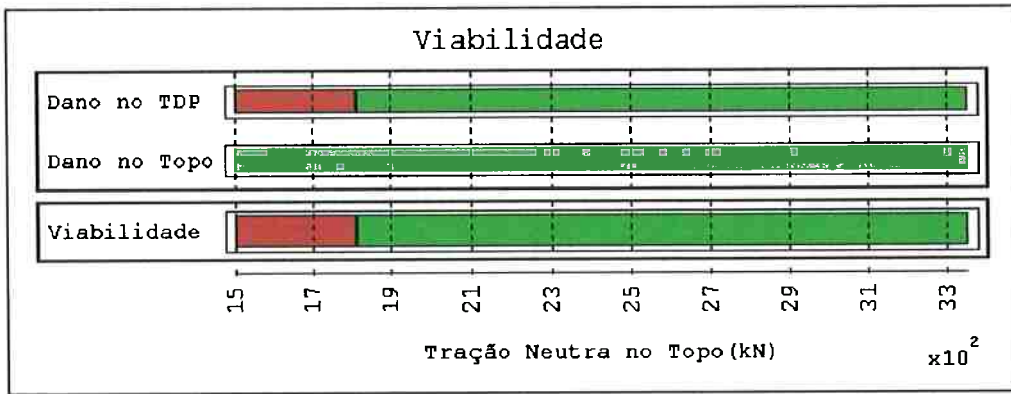


Figura 4.9 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NW - 100% de carga

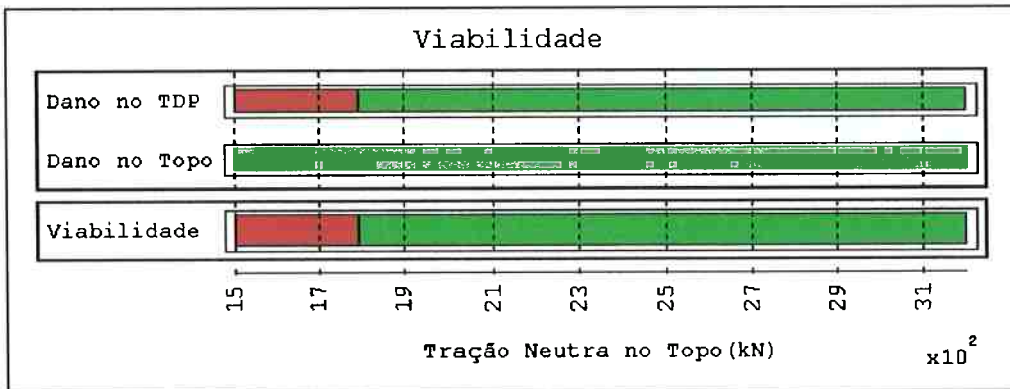


Figura 4.10 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda N - 100% de carga

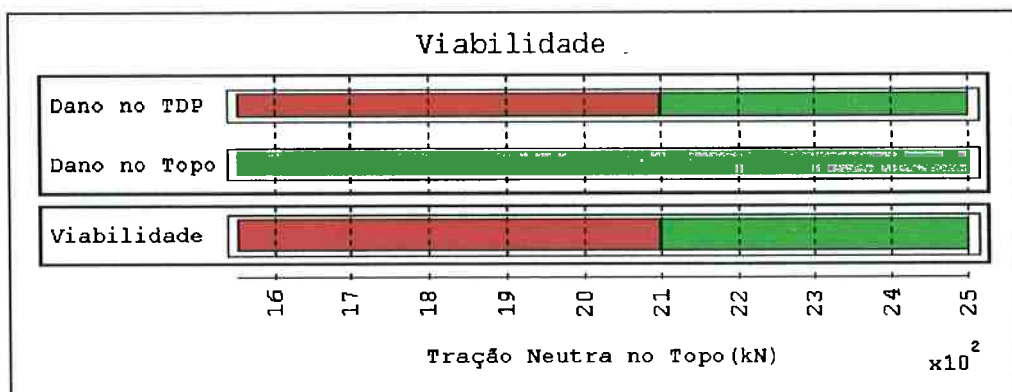


Figura 4.11 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NE - 100% de carga

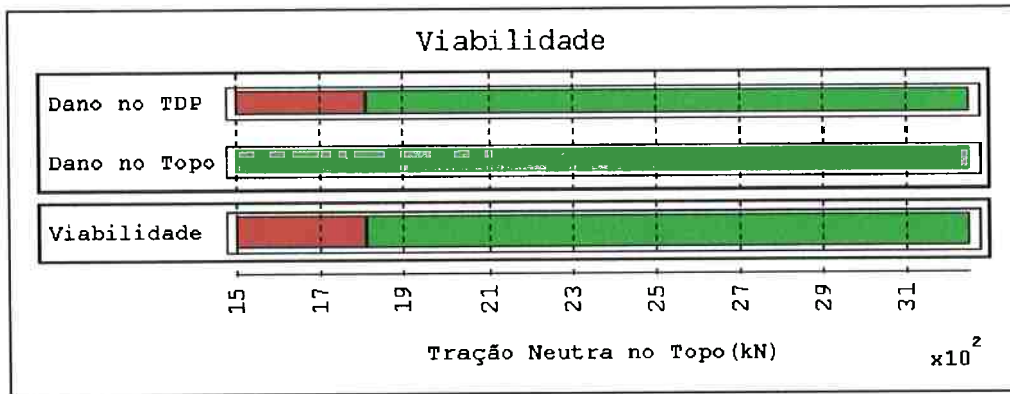


Figura 4.12 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda E - 100% de carga

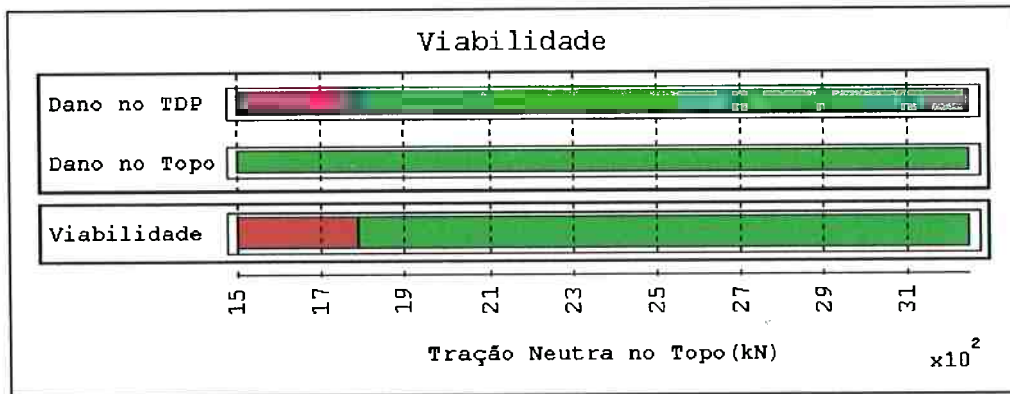


Figura 4.13 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SE - 100% de carga

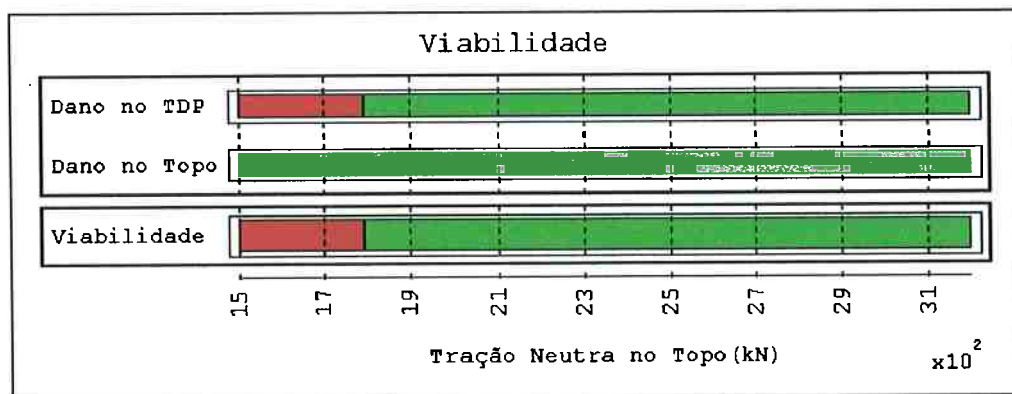


Figura 4.14 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda S - 100% de carga

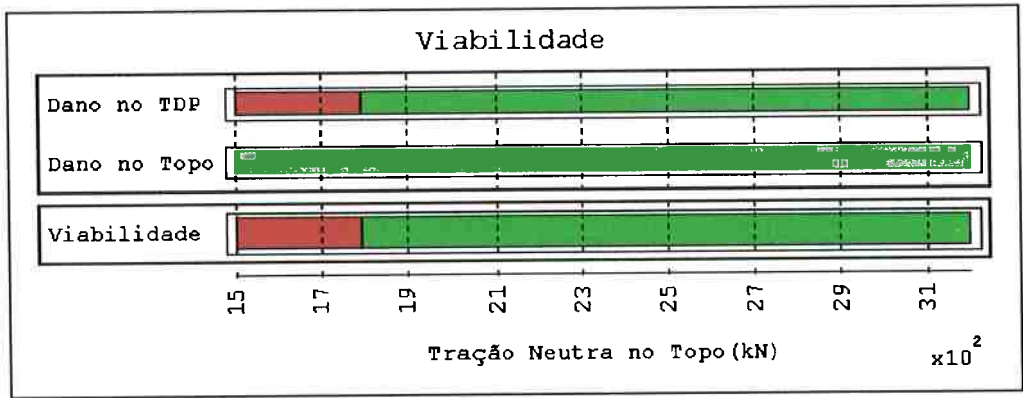


Figura 4.15 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SW - 100% de carga

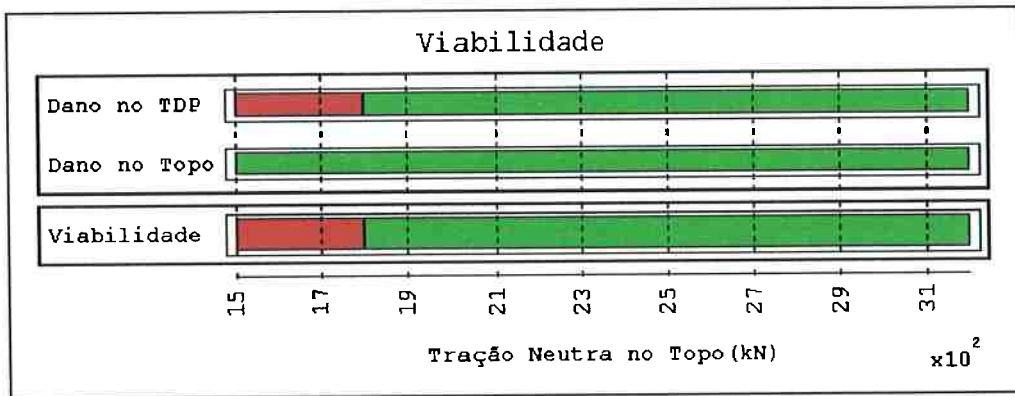


Figura 4.16 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda W - 100% de carga

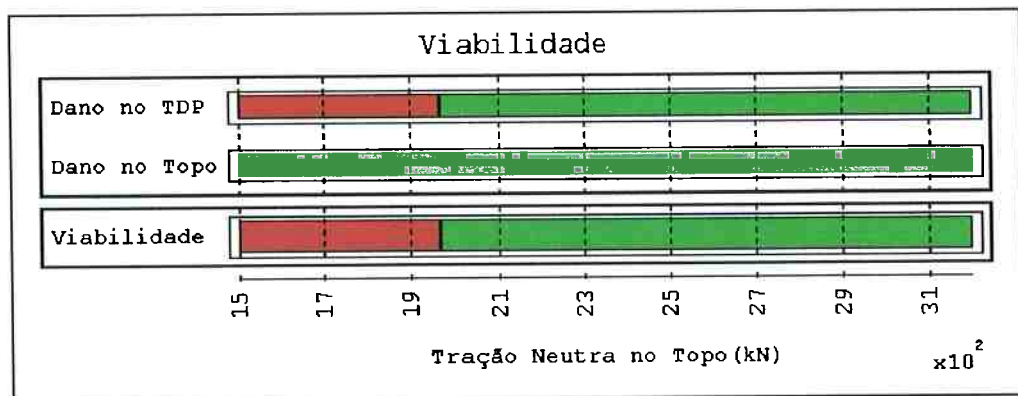


Figura 4.17 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NW - 100% de carga

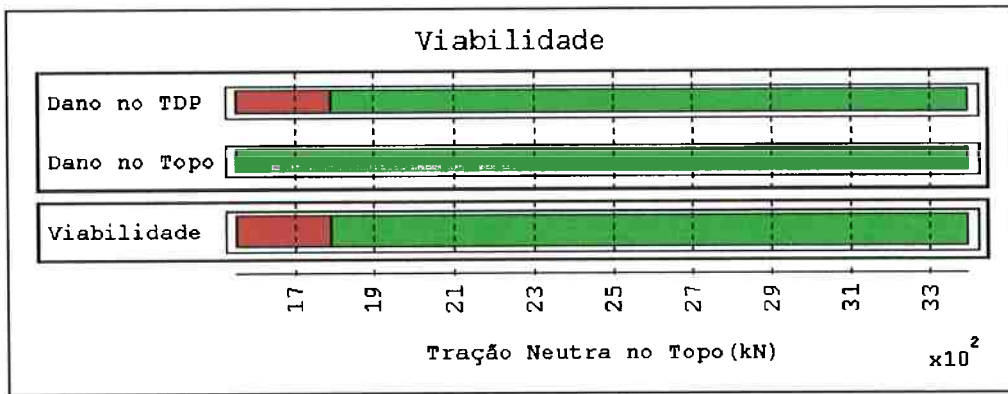


Figura 4.18 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda N - 40% de carga

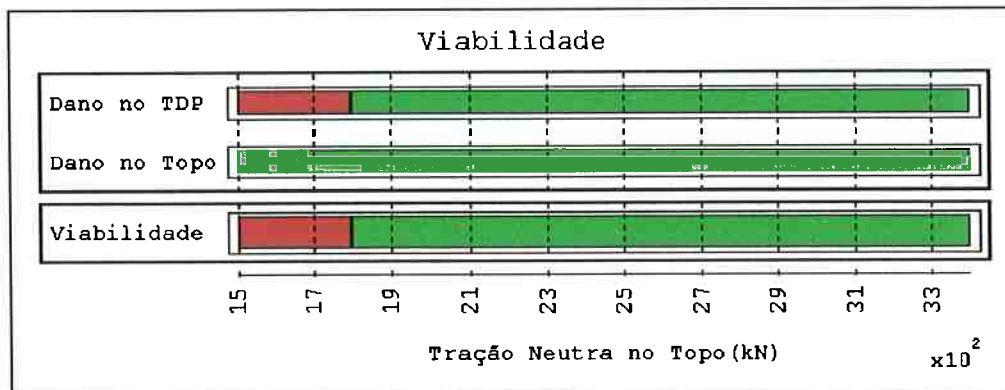


Figura 4.19 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NE - 40% de carga

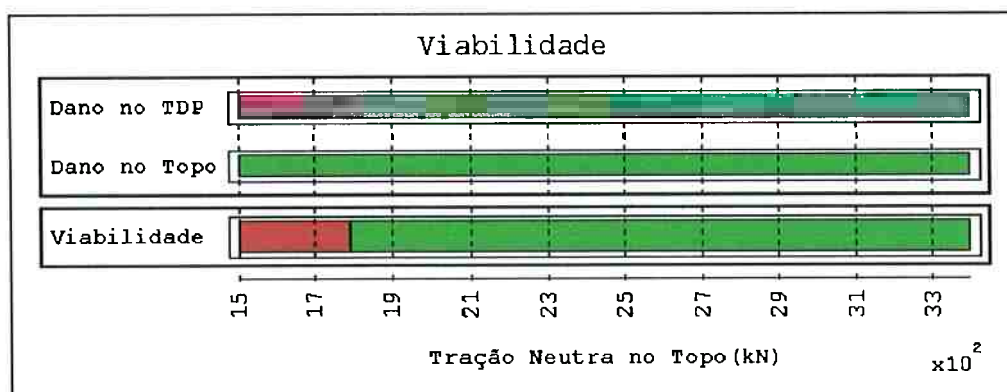


Figura 4.20 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda E - 40% de carga

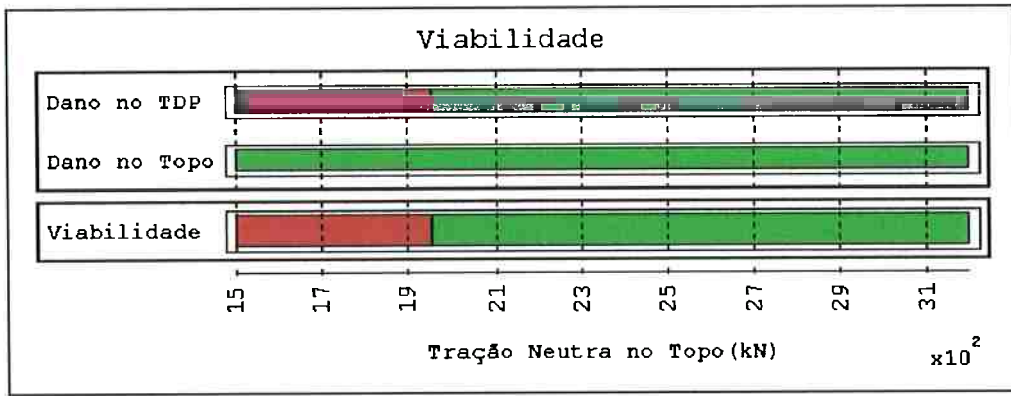


Figura 4.21 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SE - 40% de carga

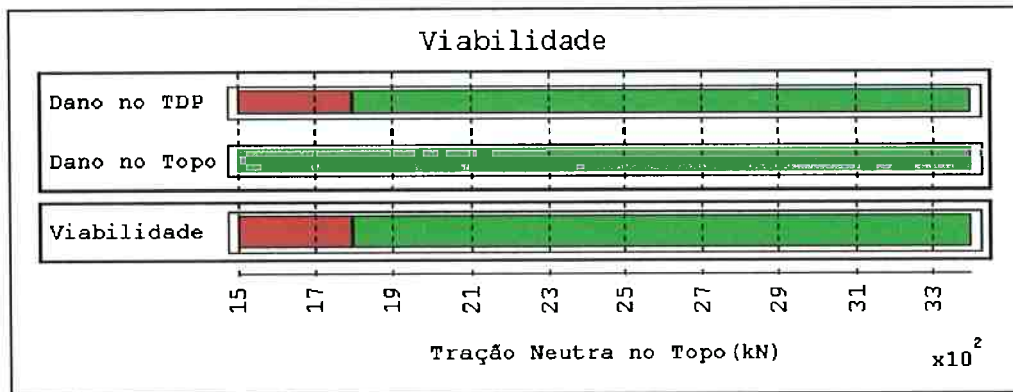


Figura 4.22 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda S - 40% de carga

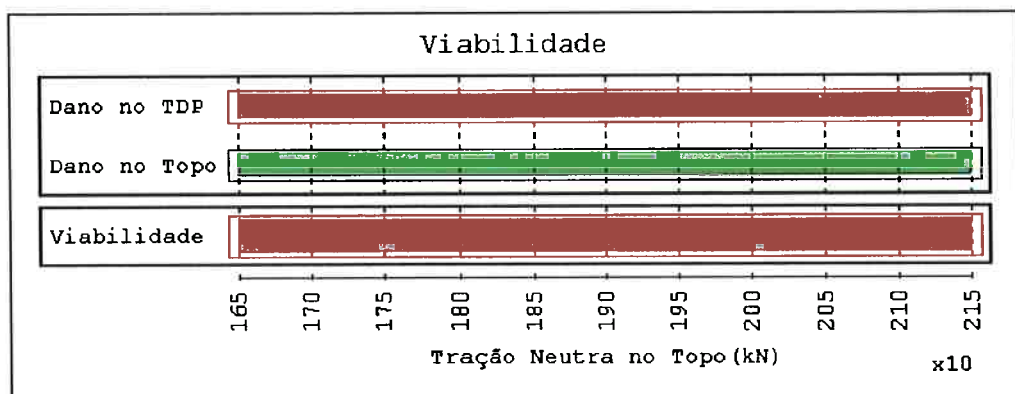


Figura 4.23 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda SW - 40% de carga

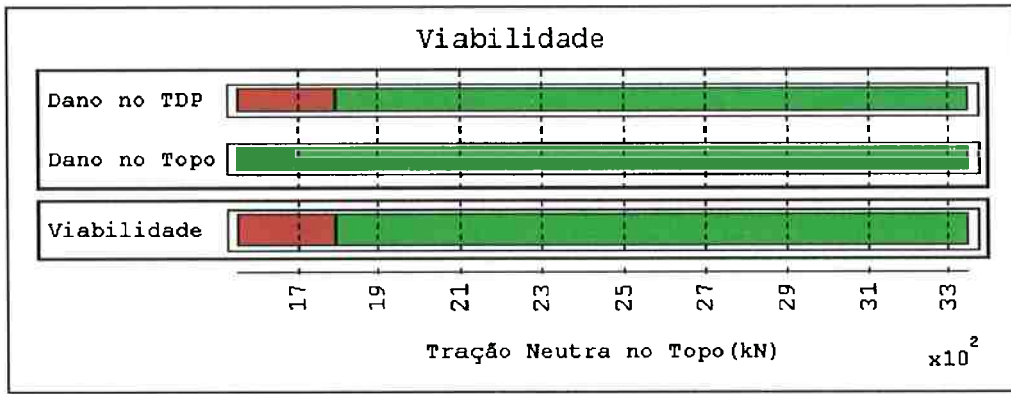


Figura 4.24 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda W - 40% de carga

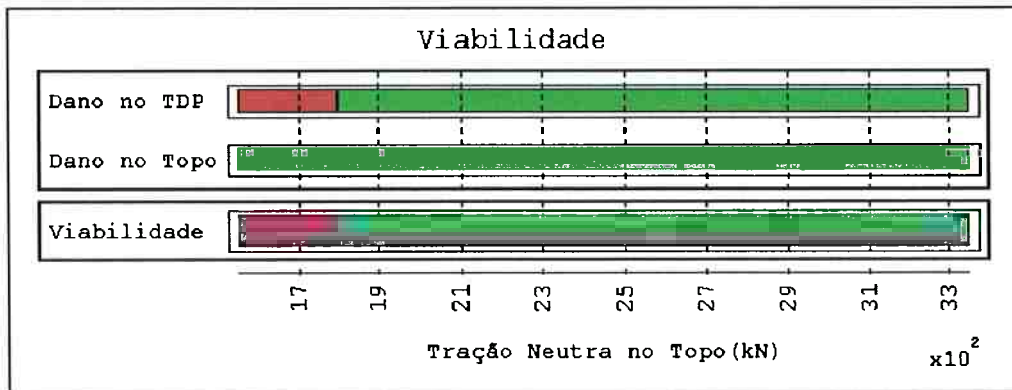


Figura 4.25 - Diagrama de viabilidade - corrente S onda NW - 40% de carga

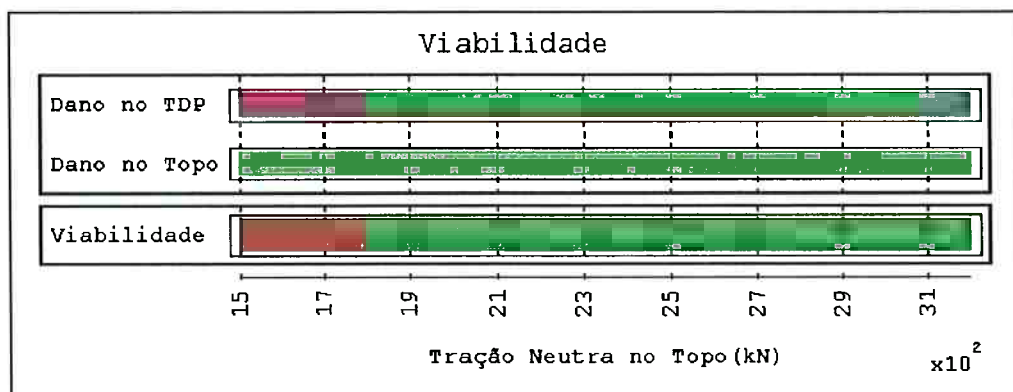


Figura 4.26 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda N - 40% de carga

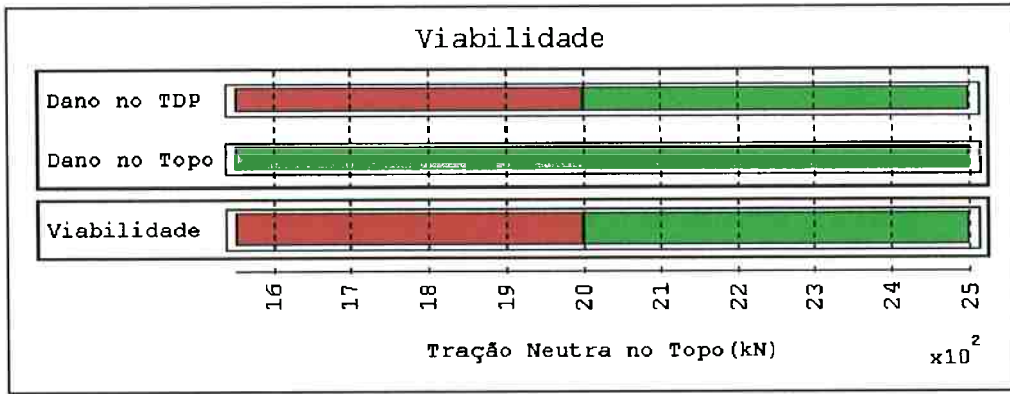


Figura 4.27 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NE - 40% de carga

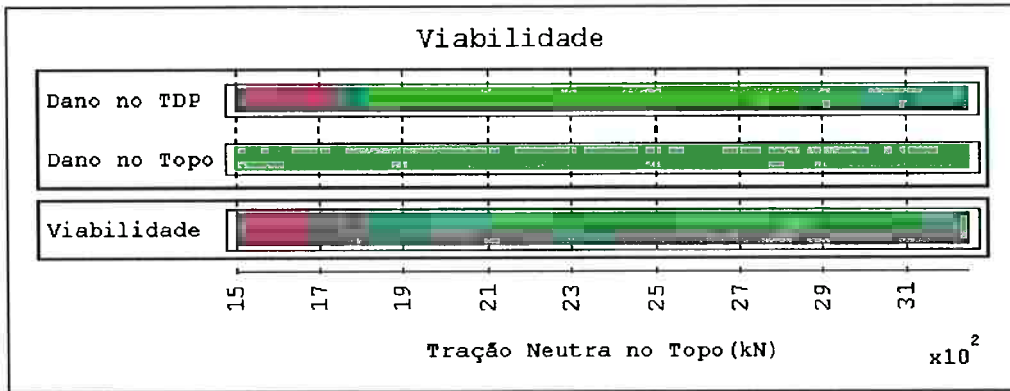


Figura 4.28 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda E - 40% de carga

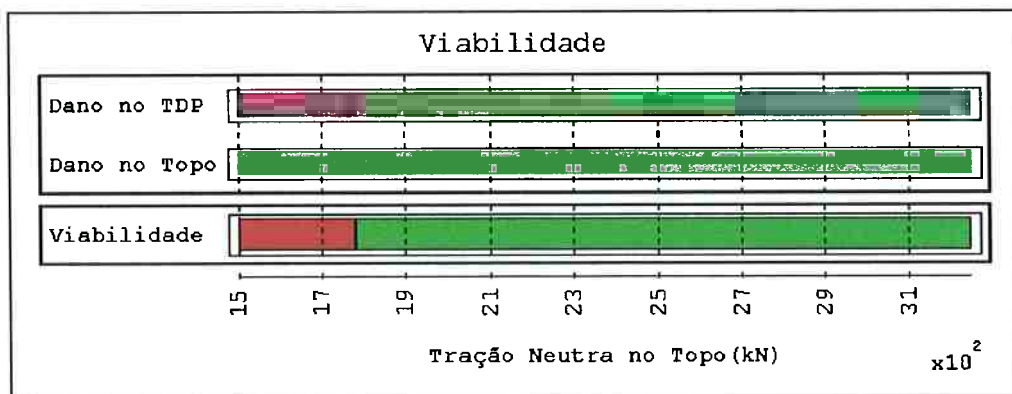


Figura 4.29 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SE - 40% de carga

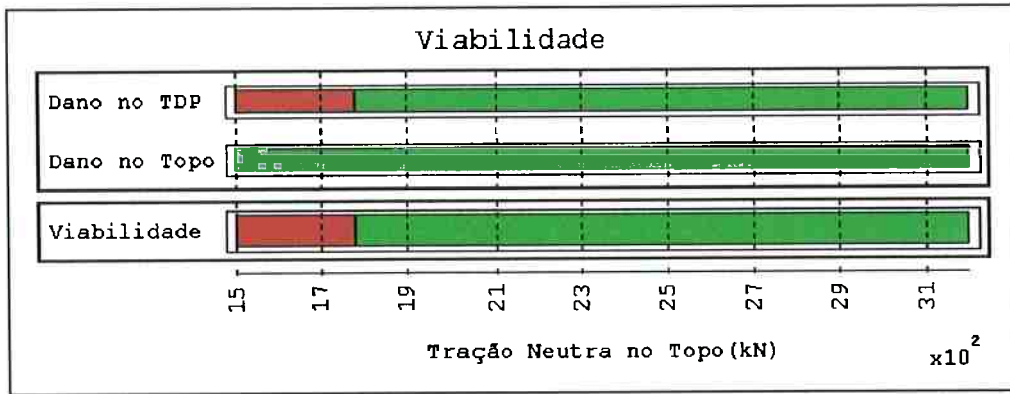


Figura 4.30 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda S - 40% de carga

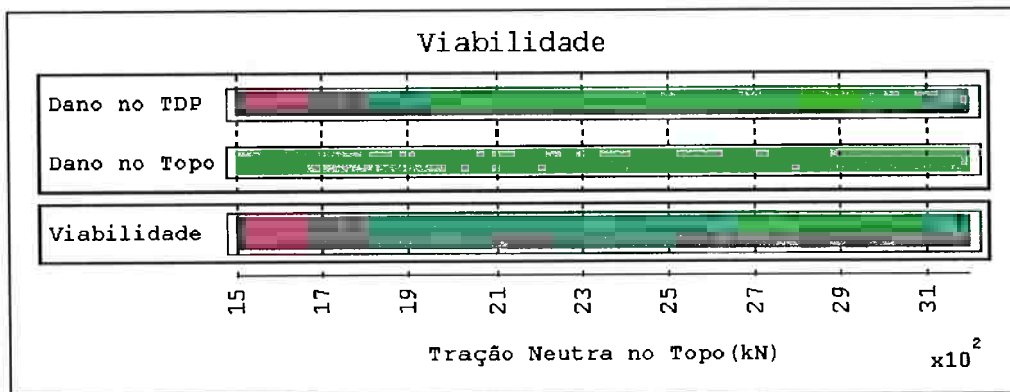


Figura 4.31 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda SW - 40% de carga

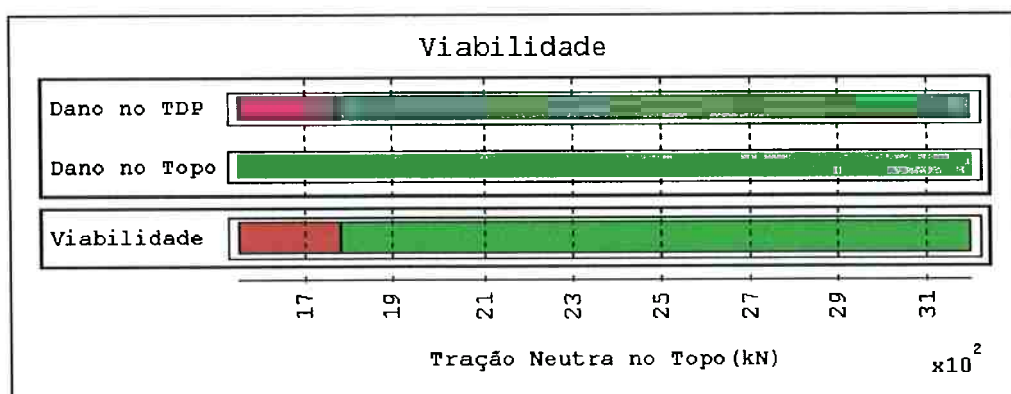


Figura 4.32 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda W - 40% de carga

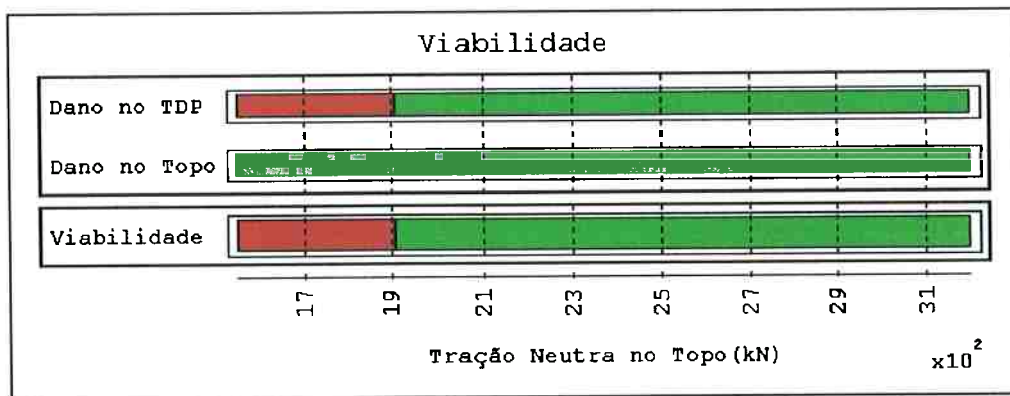


Figura 4.33 - Diagrama de viabilidade - corrente N onda NW - 40% de carga

Na análise de extremos foi considerada uma janela de viabilidade para trações neutras no topo entre 2300 kN e 2850 kN. Analisando as Figuras 4.2 a 4.33 pode ser verificado que, para a maior parte das combinações de calado e incidência de correnteza e onda, o *riser* rígido é viável dentro dessa faixa, no que diz respeito à fadiga devida aos movimentos de primeira e segunda ordens da unidade flutuante de produção e armazenamento. As exceções são o caso com corrente sul e onda sudoeste para 100% do calado (Figura 4.7) e para 40 % do calado (Figura 4.23) e o caso com corrente norte e onda nordeste para 100% do calado (Figura 4.11) e 40% do calado (Figura 4.27). Nas duas primeiras situações, o maior valor de tração neutra apresentado no eixo das abcissas dos gráficos é inferior ao menor valor da faixa de viabilidade esperada (2300kN). Para entender esse resultado é necessário mencionar que o *SteelCat* interrompe a análise quando o ponto de *touchdown* ultrapassa a posição do ponto de ancoragem do *riser*, ou seja, a geometria especificada não permite o comprimento de cabo necessário. Nas duas últimas situações aparece uma faixa de viabilidade que não atinge o valor máximo desejado (2850 kN) pelo mesmo motivo. Este problema é causado por movimentos de segunda ordem muito grandes da unidade flutuante.

A primeira alternativa possível para tornar o *riser* viável é aumentar a distância entre a posição da âncora e o topo do *riser*. Dobrando esse valor, obtêm-se os resultados das Figuras 4.34 a 4.37 para os quatro casos críticos. Essas figuras indicam que a nova posição da âncora foi suficiente para resolver o problema do caso com corrente norte e onda nordeste (Figuras 4.35 e 4.37), mas a situação com corrente sul e onda sudoeste continua inviável (Figuras 4.34 e 4.36).

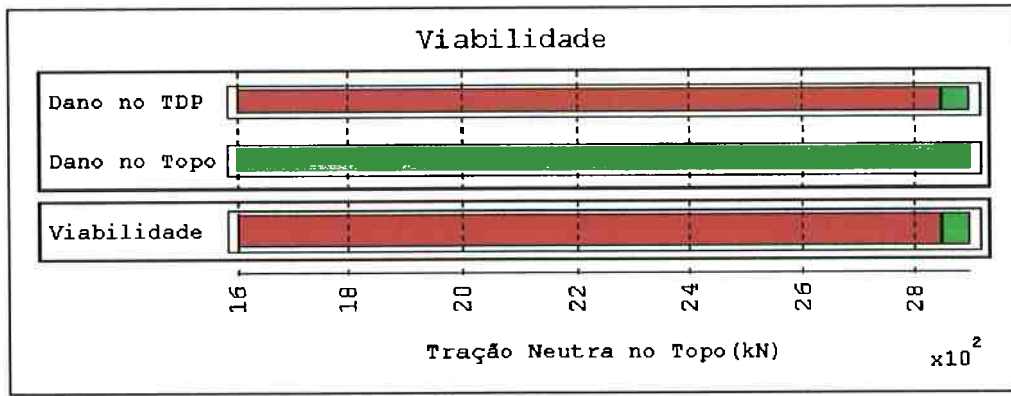


Figura 4.34 - Diagrama de viabilidade para a nova posição da âncora - corrente S onda SW - 100% de carga

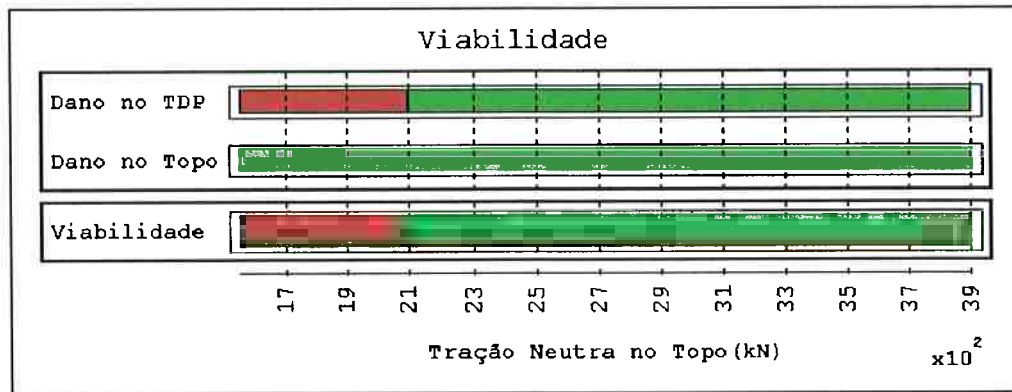


Figura 4.35 - Diagrama de viabilidade para a nova posição da âncora - corrente N onda NE - 100% de carga

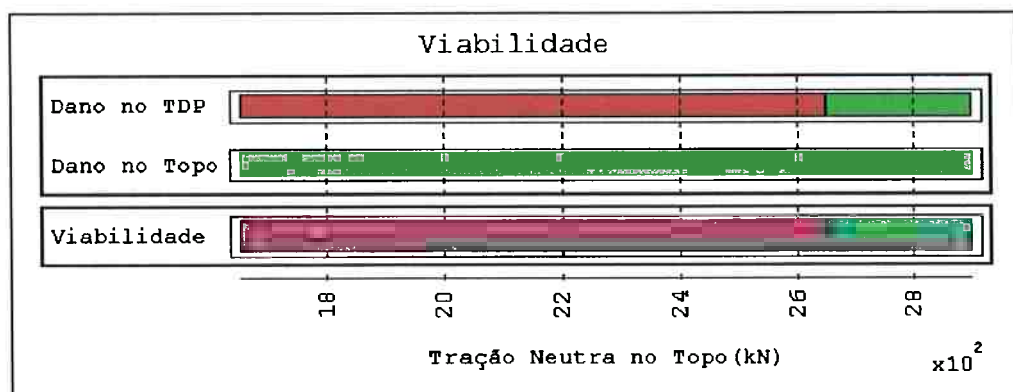


Figura 4.36 - Diagrama de viabilidade para a nova posição da âncora - corrente S onda SW - 40% de carga

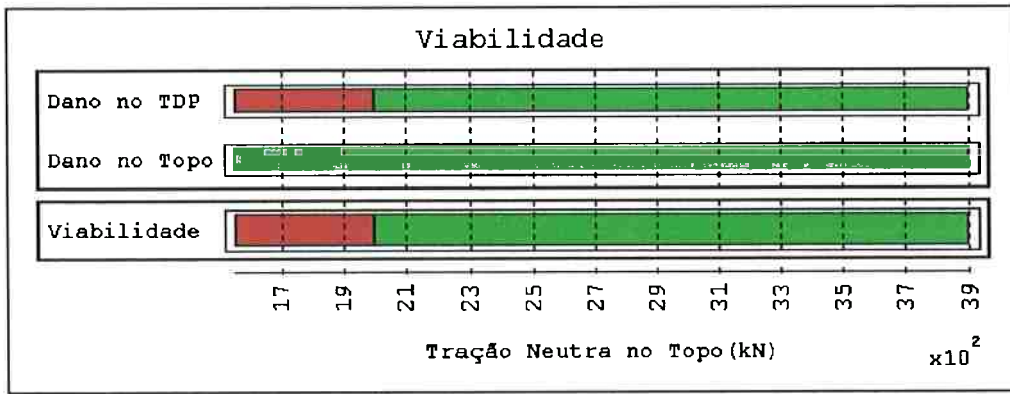


Figura 4.37 - Diagrama de viabilidade para a nova posição da âncora - corrente N onda NE - 40% de carga

Neste ponto da análise, o *SteelCat* pode ser utilizado para estudar o que aconteceria se fosse reduzido o *offset* máximo do movimento de segunda ordem da unidade flutuante. Consultando a tabela 4.5, verifica-se que a partir da condição de mar número sete, os *offsets* máximos ultrapassam significativamente 10% da profundidade local. Olhando, agora, a tabela 4.1, observa-se que todos esses estados de mar têm baixa probabilidade de ocorrência. Considerando, agora, apenas os seis primeiros estados de mar e executando novamente o *SteelCat* para o caso com corrente sul e onda sudoeste, considerando a posição original da âncora, são obtidos os resultados das Figuras 4.38 e 4.39, que mostram uma faixa de viabilidade bastante ampla.

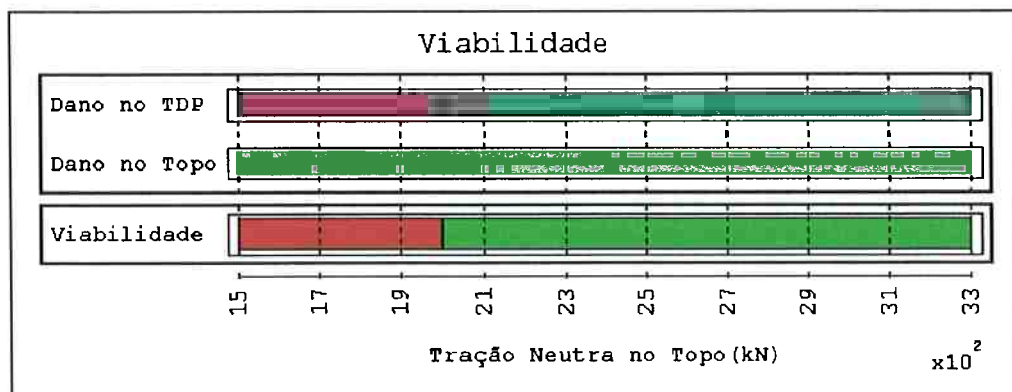


Figura 4.38 - Diagrama de viabilidade para os seis primeiros estados de mar - corrente S onda SW - 100% de carga

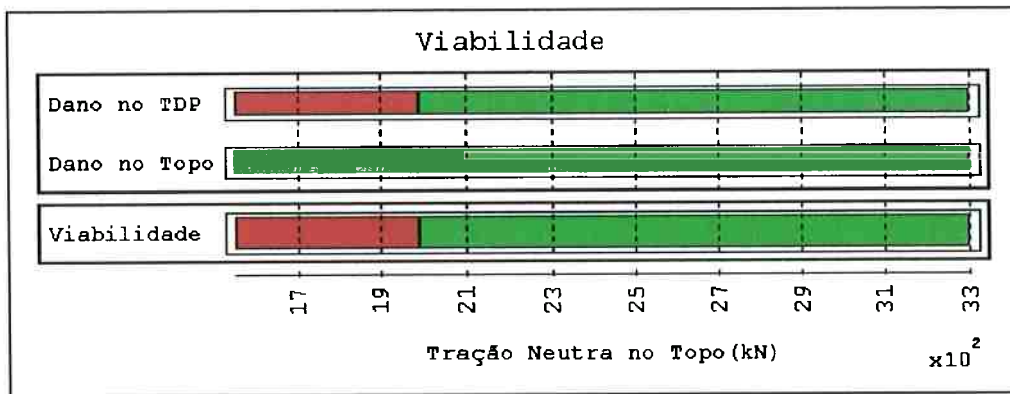


Figura 4.39 - Diagrama de viabilidade para os seis primeiros estados de mar - corrente S onda SW - 40% de carga

Como conclusão desta análise de viabilidade do *riser* rígido, em uma primeira volta da espiral de projeto, é possível concluir que a alternativa do *riser* rígido é viável, do ponto de vista de fadiga, desde que sejam reduzidos os *offsets* máximos do movimento de segunda ordem da unidade flutuante, quer com uma análise mais crítica das condições ambientais usadas na análise de fadiga, quer com uma nova análise do sistema de ancoragem do *FPSO*, buscando torná-lo mais rígido.

4.8.2 Olhando mais de perto um caso típico

No módulo que estuda a fadiga causada pelos movimentos de primeira e segunda ordens da unidade flutuante de produção, além do diagrama de viabilidade, o *SteelCat* possui uma série de saídas gráficas que possibilitam uma análise mais detalhada do que está acontecendo em cada situação. Escolhendo um caso típico de incidência de corrente e onda, por exemplo, o caso com corrente S e onda S para 100% do calado, a interface do programa pode ser usada para estudar o dano acumulado no topo e na região do *touchdown*.

Assim a Figura 4.40 traz um gráfico do dano acumulado no *TDP* em função da força de tração neutra no topo, considerando o conjunto dos estados de mar. Nessa figura, a curva azul representa o dano causado pelo movimento de primeira ordem, a curva petróleo indica o dano causado pelo movimento de segunda ordem e a curva vermelha traz o dano causado pela combinação dos dois movimentos. Este gráfico permite verificar que, nesse caso, o dano acumulado no *touchdown* é bem pequeno para toda a faixa de trações de interesse e que o movimento de segunda ordem é que causa o maior dano nessa região.

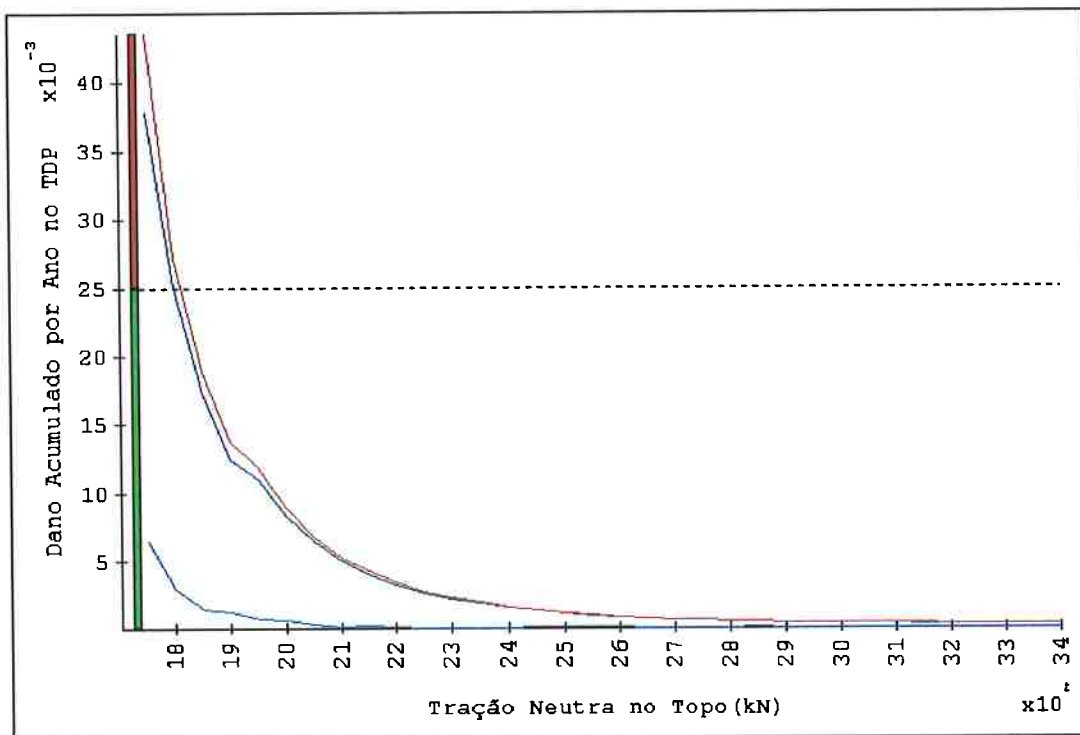


Figura 4.40 - Dano acumulado em um ano no TDP

A Figura 4.41, por sua vez, traz o dano acumulado no topo, usando a mesma convenção de cores para as curvas. Aqui o dano acumulado é de uma ordem de magnitude menor que o apresentado na região do *touchdown*. Deve-se notar, também, a tendência diferente das curvas do dano acumulado que tende a aumentar com o aumento da força de tração neutra no topo na faixa de viabilidade do *riser* rígido.

Como a posição do *touchdown* varia para cada estado de mar, o dano acumulado publicado pelo *SteelCat* para um certo valor da tração neutra do topo é, na realidade, o valor máximo do dano, considerando toda a faixa de variação da posição desse ponto. O programa permite que se visualize, para cada valor da força de tração, como o dano se distribuiu na vizinhança do *TDP*. A Figura 4.42 traz um gráfico do dano acumulado em um ano, em função da posição, para um valor de tração neutra de 2600 kN, para o movimento de primeira ordem.

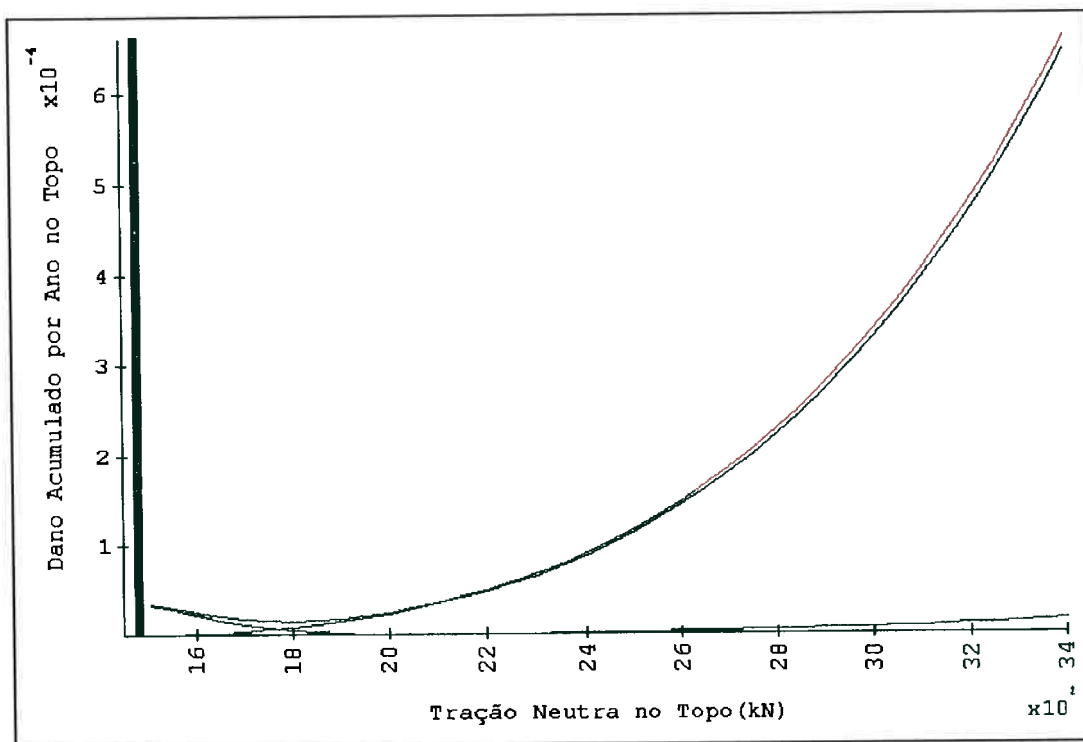


Figura 4.41 - Dano acumulado em um ano no topo

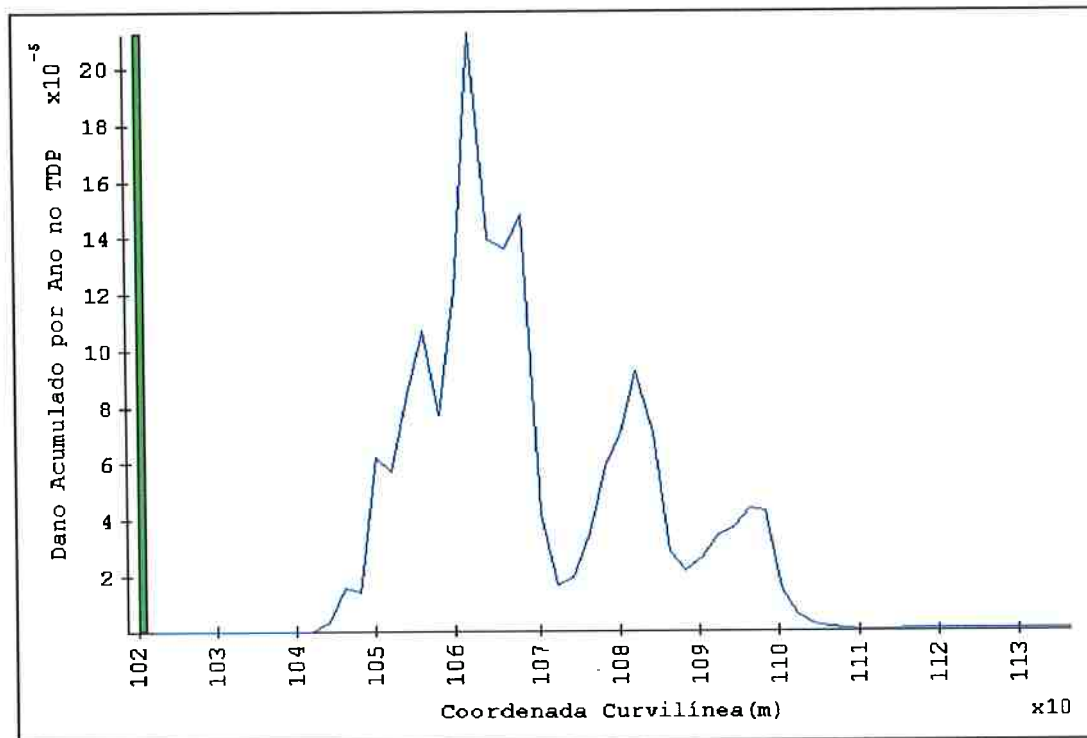


Figura 4.42 - Dano acumulado pelo movimento de primeira ordem na região do TDP em função da posição para uma tração neutra no topo de 2600 kN

O *SteelCat* permite, também, que se visualize em separado o dano que é acumulado individualmente por um estado de mar. A Figura 4.43 apresenta a parcela do dano acumulado em um ano, pelo movimento de primeira ordem, causada pelo estado de mar número sete, para o mesmo valor da força de tração neutra. Este estado de mar é, neste caso, o responsável pela maior parte do dano total, no que diz respeito ao movimento de primeira ordem.

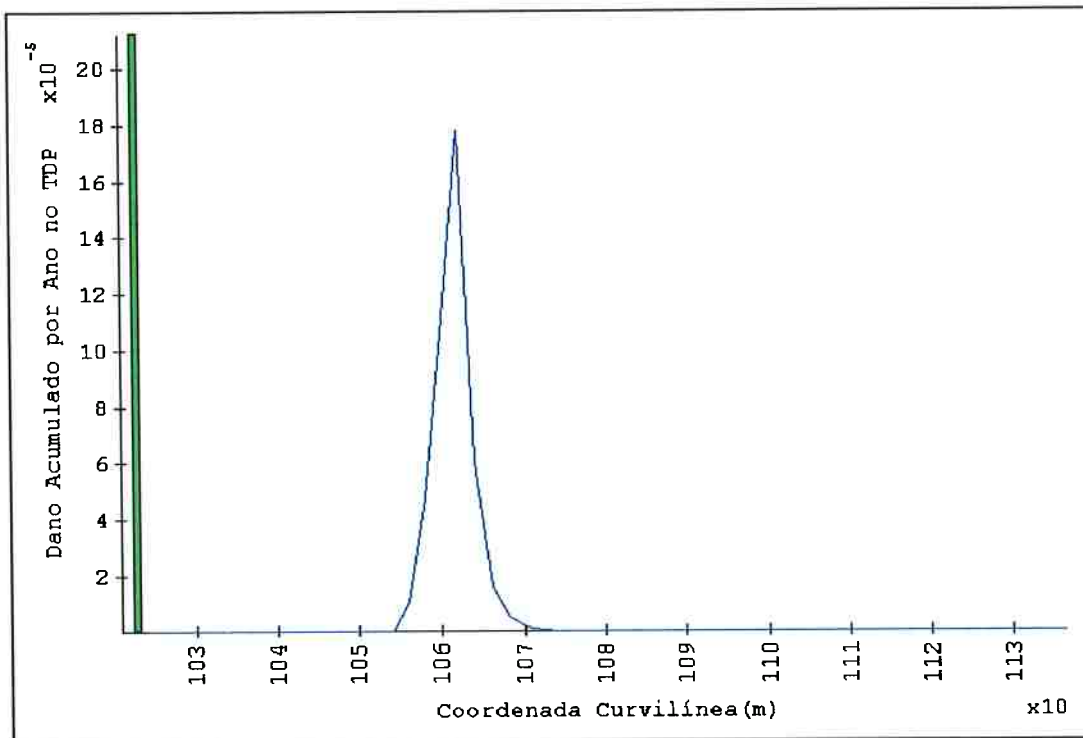


Figura 4.43 - Dano acumulado na região do TDP pelo movimento de primeira ordem em função da posição para uma tração neutra no topo de 2600 kN para o mar 7

A Figura 4.44 traz o dano acumulado na região do *TDP* pelo movimento de segunda ordem, considerando o conjunto dos estados de mar, para uma tração neutra no topo de 2600 kN e a Figura 4.45 traz o mesmo gráfico considerando, agora, apenas o estado de mar nove. Deve ser mencionado, aqui, que na composição do dano total causado pelo movimento de segunda ordem vários estados de mar são importantes: não há a predominância de apenas um deles, como ocorreu para o movimento de primeira ordem.

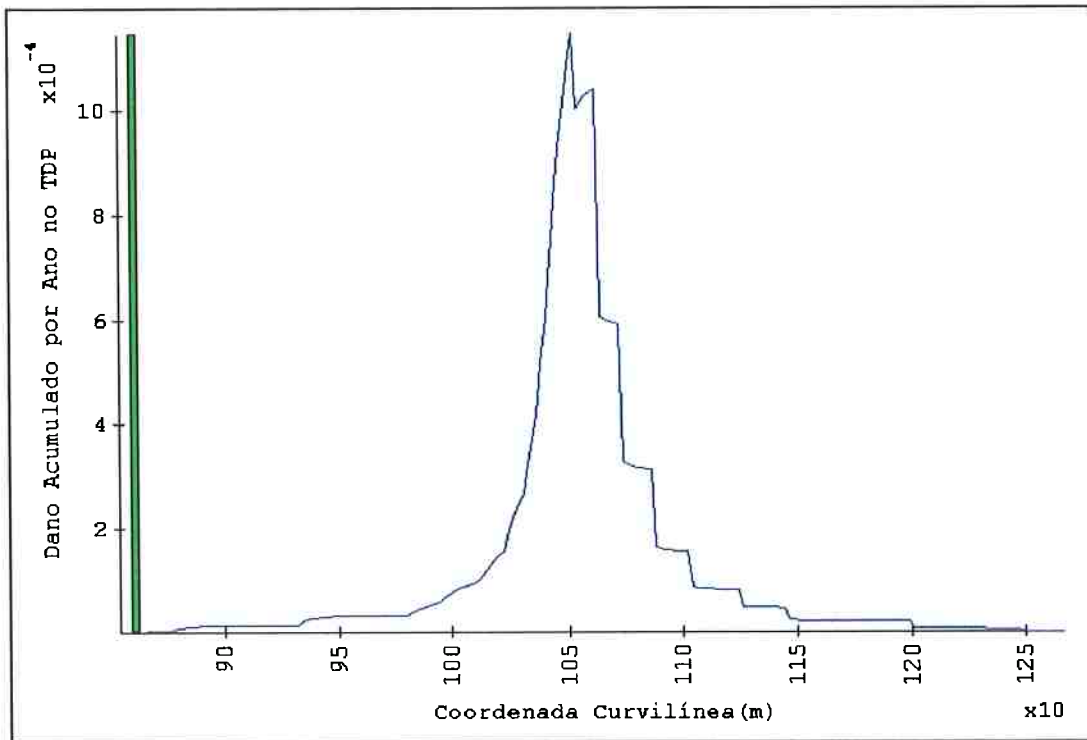


Figura 4.44 - Dano acumulado pelo movimento de segunda ordem na região do TDP em função da posição para uma tração neutra no topo de 2600 kN

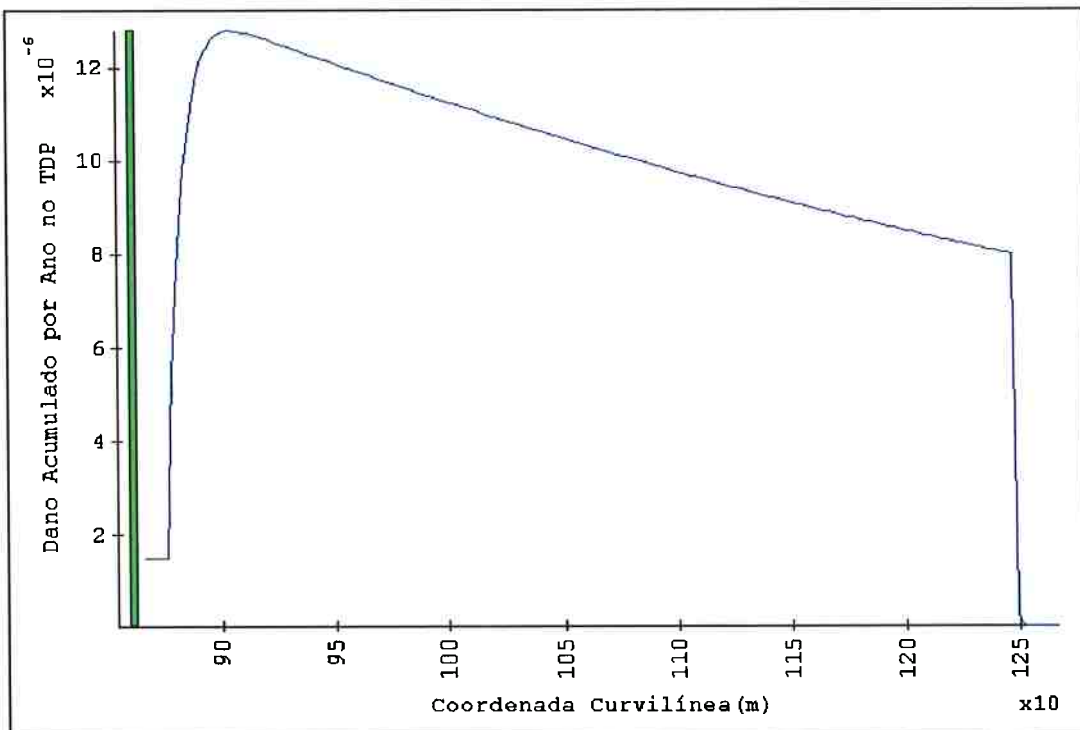


Figura 4.45 - Dano acumulado pelo movimento de segunda ordem na região do TDP em função da posição para uma tração neutra no topo de 2600 kN para o estado de mar 9

4.8.3 Olhando mais de perto outro caso típico

No item anterior foi analisado um caso em que a fadiga devida ao movimento de segunda ordem preponderava sobre a causada pelo movimento de primeira ordem. No entanto, isto não é uma regra geral. Para o mesmo *riser*, considerando outro caso de incidência relativa entre onda e corrente, a situação pode inverter-se. Seja, por exemplo, o caso em que a correnteza vai para o norte e a onda vem da direção noroeste. Este caso tem faixa de viabilidade semelhante à do anteriormente considerado, mas nele o dano devido ao movimento de primeira ordem é preponderante.

De fato, a Figura 4.46 traz uma saída do *SteelCat* com o dano acumulado em um ano na região do *TDP* para o novo caso e confirma esse fato. Nesse gráfico a curva petróleo representa o dano devido ao movimento de segunda ordem e a curva azul indica o dano correspondente ao movimento de primeira ordem, que praticamente se confunde com a curva vermelha, que traz o dano devido à composição dos dois movimentos.

A Figura 4.47 apresenta um gráfico equivalente para o dano acumulado no topo do *riser*. Aqui, a curva do dano causado pelo movimento de segunda ordem desaparece na escala frente ao dano devido ao movimento de primeira ordem, que corresponde à curva azul a qual se confunde com a curva vermelha do dano total.

A maneira como o dano causado pelo movimento de primeira ordem se distribui pela região de *touchdown* está exemplificada na Figura 4.48, onde aparece um gráfico desse dano para uma força de tração neutra no topo de 3000 kN, considerando o conjunto de todos os estados de mar.

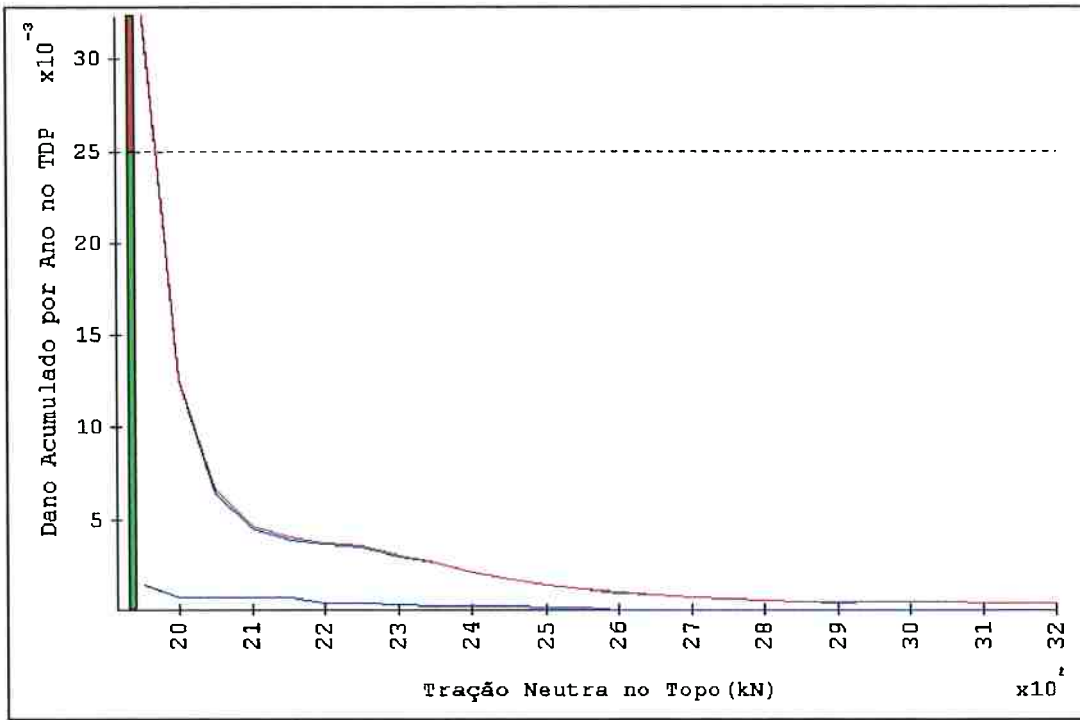


Figura 4.46 - Dano acumulado em um ano no TDP

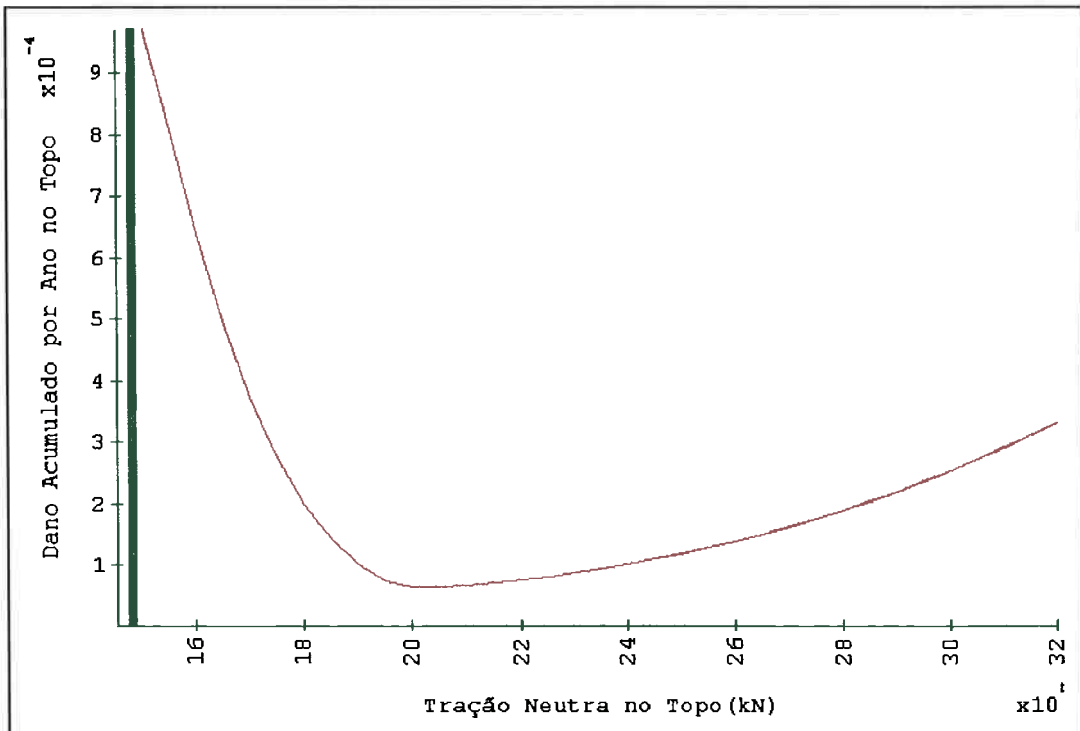


Figura 4.47 - Dano acumulado em um ano no topo

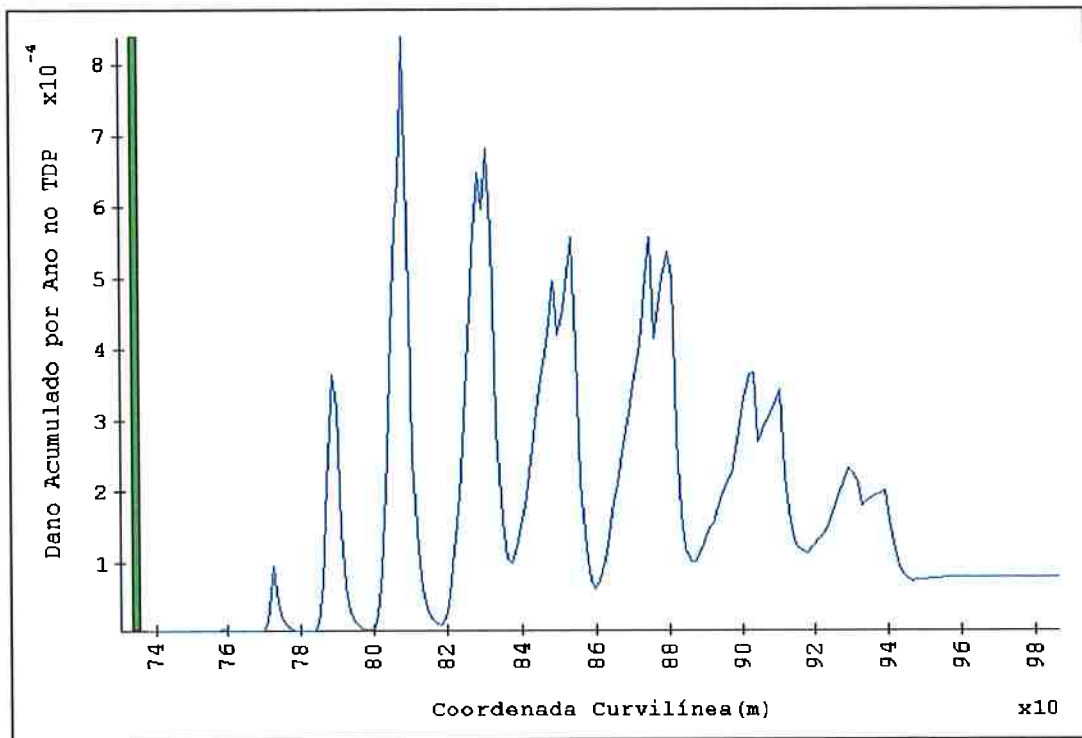


Figura 4.48 - Dano acumulado em um ano na região do TDP pelo movimento de primeira ordem para uma tração neutra de 3000 kN

CAPÍTULO 5 VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICES

5.1 Considerações iniciais

Além do movimento da unidade flutuante de produção, existe uma outra causa que pode causar fadiga em um *riser* rígido em catenária: as vibrações induzidas pela emissão alternada de vórtices ao longo de seu comprimento. Essas vibrações, embora de pequena amplitude devido ao mecanismo auto-regulado do fenômeno, podem causar fadiga no material do tubo.

As vibrações induzidas pela emissão de vórtices não invalidam, de forma geral, a aplicação de um *riser* rígido em catenária, pois podem ser minimizadas com o uso de mecanismos supressores ou atenuadores de vórtices. A colocação desses mecanismos, no entanto, aumenta o custo de instalação e manutenção do *riser* e deve ser evitada, sempre que for dispensável. Na fase do estudo de viabilidade, o efeito das vibrações induzidas por vórtices deve ser avaliado de forma que se possa concluir se é necessária, ou não, a colocação desses dispositivos.

No presente momento, a engenharia não é capaz de resolver numericamente o problema completo das vibrações induzidas por vórtices em um *riser* em catenária, submetido a um perfil de correnteza cujas velocidades variam em amplitude e direção com a profundidade. Para estimar o efeito dessas vibrações é necessário lançar mão de modelos simplificados.

No Apêndice I é discutido, de forma simplificada, o mecanismo físico das vibrações induzidas pelo desprendimento de vórtices e é apresentado o modelo clássico de Iwan-Blevins, que estima as amplitudes dessas vibrações, juntamente com o fator de redução de amplitude introduzido por Lyons & Patel, que foram adotados na construção do *SteelCat*.

Este capítulo apresenta a metodologia implantada no programa para estimar o dano causado no tubo. Ele apresenta, também, um estudo de caso, baseado em dados reais, em que o *SteelCat* é utilizado para estudar a viabilidade de um *riser* rígido em catenária, no tocante às vibrações induzidas por vórtices.

5.2 Análise paramétrica

As maiores amplitudes de vibração ocorrem quando a frequência de emissão de vórtices é semelhante a uma das frequências naturais do *riser* e, portanto, o movimento é ressonante. Como as frequências naturais dependem fortemente da força de tração, a resposta do *riser* será bastante influenciada pelo valor da força que é aplicada à sua extremidade superior na posição neutra da unidade flutuante.

Quando o *SteelCat* estuda o dano causado pelas vibrações induzidas pelos vórtices, ele adota novamente uma análise paramétrica, em que é percorrida uma faixa de valores possíveis para a força de tração neutra no topo. Os resultados que ele apresenta, são todos funções desses parâmetro.

5.3 Critério de projeto

O *SteelCat* adota como único critério de projeto a ser considerado no estudo de viabilidade, no que diz respeito às vibrações induzidas pela emissão de vórtices, o tempo esperado para funcionamento da instalação de produção. O *riser* será dito viável, para um dado valor da força de tração neutra no topo, caso o maior dano acumulado ao longo do seu comprimento seja compatível com a vida útil prevista para a instalação.

5.4 Dados do problema

Para poder executar a análise da fadiga causada pelas vibrações induzidas por vórtices, o *SteelCat* necessita que seja especificado um conjunto de dados que caracterize as configurações de equilíbrio correspondentes à posição neutra da plataforma, os perfis de correnteza que representam de maneira satisfatória as solicitações a que o *riser* estará

submetido ao longo de sua vida útil e os parâmetros que determinam a curva que representa o comportamento do material do tubo sob fadiga.

5.4.1 Configurações neutras

A metodologia implementada no *SteelCat*, para análise de viabilidade de um *riser* rígido em catenária, sob fadiga causada por vórtices, que é apresentada mais adiante, parte de um dado conjunto de configurações de equilíbrio, que correspondem à posição neutra da unidade flutuante para cada valor da força de tração neutra no topo. Nesse sentido, todos os parâmetros necessários para descrever essas configurações, que envolvem as características do tubo e da geometria do sistema e foram descritos no capítulo referente à análise de extremos, devem ser dados.

5.4.2 Dados da correnteza

O perfil de velocidades da correnteza a que o *riser* está submetido varia com o tempo. O *SteelCat* assume que o estado da correnteza ao longo de toda a vida útil da instalação pode ser representado por um número finito de perfis de velocidades. A cada um desses perfis está associada uma probabilidade de ocorrência. A metodologia de análise considera que o tempo que cada um desses perfis solicita o *riser* em um ano é proporcional à sua probabilidade de ocorrência.

5.4.3 Parâmetros da curva de fadiga do material

O número de ciclos de carregamento que deve suportar o material de um *riser* ao longo da sua vida útil é muito grande. Como o período da excitação é da ordem de dois segundos e a vida útil prevista é de ordem de vinte anos, o *riser* deverá resistir a um número de ciclos da ordem de dez elevado à oitava potência. É o que se chama, na terminologia da área, de fadiga de alto ciclo. Nesse caso o comportamento do material pode ser bem representado por uma curva do tipo *S-N*. Os parâmetros que descrevem essa curva são dados de entrada para o *SteelCat*.

5.5 Metodologia de análise

As vibrações induzidas por vórtices em um *riser* ocorrem simultaneamente às oscilações provocadas pelo movimento da unidade flutuante. No entanto, ainda não existem modelos capazes de tratar de forma completa o problema relativo às vibrações induzidas por vórtices sobre um cabo em catenária: existem problemas numéricos e dificuldades de *hardware*. Além disso, o grau de compreensão dos fenômenos envolvidos nas oscilações causadas por excitações no topo é muito maior que o relativo à emissão de vórtices. Em vista disso, optou-se, no desenho do *SteelCat*, por tratar os dois problemas de forma completamente separada. Os resultados fornecidos pelo programa na análise de vórtices devem ser encarados, então, com uma ótica diferente da usada para estudar os resultados da análise do dano causado pelo movimento do topo.

Na análise da fadiga causada pelas vibrações induzidas por vórtices, o *SteelCat* parte das mesmas configurações estáticas usadas na análise de extremos, que correspondem a valores igualmente espaçados da tração no topo na situação neutra. Ele supõe, como hipótese simplificadora, que o *riser* oscila sempre em torno da configuração estática correspondente à posição neutra da unidade flutuante, quando excitado pelos vórtices. Em seguida, ele determina, para cada valor da força de tração neutra no topo, os primeiros modos naturais de vibração do *riser*.

Aqui aparece uma limitação do processo de solução: como o modelo utilizado para descrever o comportamento mecânico do *riser* é bidimensional, não são considerados os modos naturais perpendiculares ao plano que contém a configuração estática. No entanto, como as vibrações induzidas por vórtices em um cabo em catenária instalado em águas profundas excitam modos naturais altos, ou seja, com períodos muito próximos uns dos outros, esta limitação não deve alterar os resultados de maneira muito significativa.

Conhecidos os modos naturais do *riser* correspondentes a cada uma das configurações estáticas, o programa pode calcular os danos acumulados para cada valor da força de tração neutra no topo. Para isso, ele supõe que o estado da correnteza ao longo do tempo é bem representado por um conjunto finito de perfis, cada um deles com uma probabilidade de ocorrência associada. A metodologia de análise considera que o *riser* é submetido a todos esses perfis em um mesmo ano e que o tempo de aplicação anual de cada perfil é proporcional à sua probabilidade de ocorrência. Ela considera, ainda, que o dano causado

sobre o *riser* pela correnteza independe da ordem com que os perfis são aplicados. Dessa forma, o efeito de cada um dos perfis pode ser calculado em separado e depois somado com os outros para obter o dano total.

Dado um valor da força de tração neutra no topo, ou seja, conhecidos os modos naturais do *riser*, os modelos apresentados no Apêndice I permitem determinar, para um certo perfil de velocidades da correnteza, quais são os modos naturais excitados e as amplitudes de oscilação do *riser*. A partir daí, podem ser calculadas as amplitudes de tensão ao longo de todo o comprimento do *riser*, determinando o dano acumulado em cada ponto. Acumulando o dano causado em um ano por todos os perfis, obtém-se o dano total causado no *riser*. Como resultado final, o *SteelCat* publica gráficos de danos acumulados em um ano em função da força de tração neutra no topo.

5.6 Dados de um caso real

A seguir apresentam-se os dados de um caso real em que é usado o *SteelCat* para estudar a viabilidade de um *riser* rígido em catenária, no que diz respeito à fadiga causada pelas vibrações induzidas por vórtices. Esse *riser*, que se destina ao fornecimento da água doce a um *FPSO* ancorado por meio de um *turret* em um local com profundidade de 855 metros, é o mesmo que foi utilizado para a análise de extremos do capítulo 3. Assim, diversos dados são comuns às duas análises, como as propriedades do navio, as características da unidade flutuante e a geometria do problema. São apresentados na seqüência apenas os dados que são específicos ao presente estudo e envolvem, basicamente, a lei de fadiga do material e os perfis de correnteza.

5.6.1 Lei de fadiga do material

Considera-se que o material do tubo, no que diz respeito à fadiga, comporta-se de acordo com a curva $S-N$,

$$N = 1,15 \times 10^{15} (\Delta\sigma)^{-4,38} \quad , \quad (5.1)$$

onde N é o número de ciclos para falha quando o material está submetido a uma amplitude de tensão $\Delta\sigma$, que é a diferença entre a tensão máxima e a tensão mínima, em MPa.

5.6.2 Perfis de correnteza

Para a análise da fadiga causada pelas vibrações induzidas por vórtices são considerados catorze perfis de velocidade de correnteza. Esses perfis são planos e perpendiculares ao plano do *riser*. Para todas as condições de incidência relativa entre correnteza e onda são usados os mesmos perfis, que se encontram nas Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3. A cada um dos perfis de correnteza está associada uma probabilidade de ocorrência que pode ser encontrada na Tabela 5.4.

z (m)	Perfil 1 (m/s)	Perfil 2 (m/s)	Perfil 3 (m/s)	Perfil 4 (m/s)	Perfil 5 (m/s)
0	0,140	0,182	0,206	0,234	0,284
-182	0,140	0,182	0,206	0,234	0,284
-183	0,135	0,223	0,146	0,133	0,137
-364	0,135	0,223	0,146	0,133	0,137
-365	0,182	0,248	0,175	0,169	0,179
-546	0,182	0,248	0,175	0,169	0,179
-547	0,153	0,282	0,218	0,194	0,194
-728	0,153	0,282	0,218	0,194	0,194
-729	0,153	0,279	0,221	0,195	0,190
-855	0,153	0,279	0,221	0,195	0,190

Tabela 5.1 - Perfis de corrente para análise de vórtices (parte I)

z (m)	Perfil 6 (m/s)	Perfil 7 (m/s)	Perfil 8 (m/s)	Perfil 9 (m/s)	Perfil 10 (m/s)
0	0,360	0,434	0,487	0	0,530
-182	0,360	0,434	0,487	0,545	0,530
-183	0,145	0,167	0,165	0,174	0,149
-364	0,145	0,167	0,165	0,174	0,149
-365	0,225	0,157	0,199	0,143	0,121
-546	0,225	0,157	0,199	0,143	0,121
-547	0,192	0,187	0,173	0,166	0,183
-728	0,192	0,187	0,173	0,166	0,183
-729	0,188	0,188	0,174	0,168	0,190
-855	0,188	0,188	0,174	0,168	0,190

Tabela 5.2 - Perfis de corrente para análise de vórtices (parte II)

z (m)	Perfil 11 (m/s)	Perfil 12 (m/s)	Perfil 13 (m/s)	Perfil 14 (m/s)
0	0,550	0,615	0	0,812
-182	0,550	0,615	0,720	0,812
-183	0,135	0,162	0,169	0,192
-364	0,135	0,162	0,169	0,192
-365	0,124	0,133	0,153	0,188
-546	0,124	0,133	0,153	0,188
-547	0,169	0,148	0,203	0,186
-728	0,169	0,148	0,203	0,186
-729	0,730	0,146	0,210	0,190
-855	0,173	0,146	0,210	0,190

Tabela 5.3 - Perfis de corrente para análise de vórtices (parte III)

Perfil	Probabilidade (%)
1	0,10
2	0,60
3	3,80
4	12,00
5	18,00
6	19,82
7	18,00
8	12,00
9	7,20
10	5,00
11	2,70
12	0,70
13	0,04
14	0,03

Tabela 5.4 - Probabilidade de ocorrência dos perfis de correnteza

5.6.3 Critério de projeto

Na estudo de caso que segue, é adotada como restrição de projeto uma vida útil de 40 anos, que é o dobro do que é usualmente previsto para a produção de um campo *offshore*.

5.7 Estudo de caso

5.7.1 Dano acumulado em um ano

As Figuras 5.1 a 5.32 trazem gráficos do dano acumulado pelas vibrações induzidas por vórtices em um ano, em função da tração neutra no topo do *riser*, para todos os mesmos trinta e dois casos de incidência relativa entre correnteza e onda e situações de calado do navio que foram considerados nos dois capítulos anteriores. O trecho verde da barra vertical, que aparece em cada gráfico ao lado do eixo das ordenadas, corresponde aos valores de danos anuais que são compatíveis com a vida útil prevista para o *riser*, que foi especificada como sendo de quarenta anos. Esta barra traz uma informação que, na realidade, é mais qualitativa do que quantitativa pois serve apenas para comparar as diversas situações entre si, já que tanto a direção da onda quanto da correnteza devem variar ao longo da vida útil do *riser*.

Assim, existem algumas situações em que o dano acumulado não é preocupante como, por exemplo, os casos cujos danos acumulados estão apresentados nas Figuras 5.3, 5.4, 5.6, 5.7, 5.11, 5.15, 5.16, 5.19, 5.20, 5.22, 5.23, 5.27, 5.31 e 5.32. Em qualquer dessas situações, se a incidência de onda e de correnteza não variasse, a vida útil do *riser* estaria garantida para a faixa de tração neutra no topo que foi estabelecida na análise de extremos (2300 kN a 2850 kN).

Nos casos representados pelas outras figuras, o dano acumulado por ano é de uma ordem de grandeza maior. Nada se pode afirmar, contudo, em relação à vida útil do *riser* sem levar em conta a probabilidade de cada condição de combinação de correnteza e onda. Embora o *SteelCat* analise separadamente cada um dos casos, pode ser feito um trabalho manual, a partir dos seus resultados, para levar em conta a probabilidade de ocorrência de cada combinação de correnteza e onda.

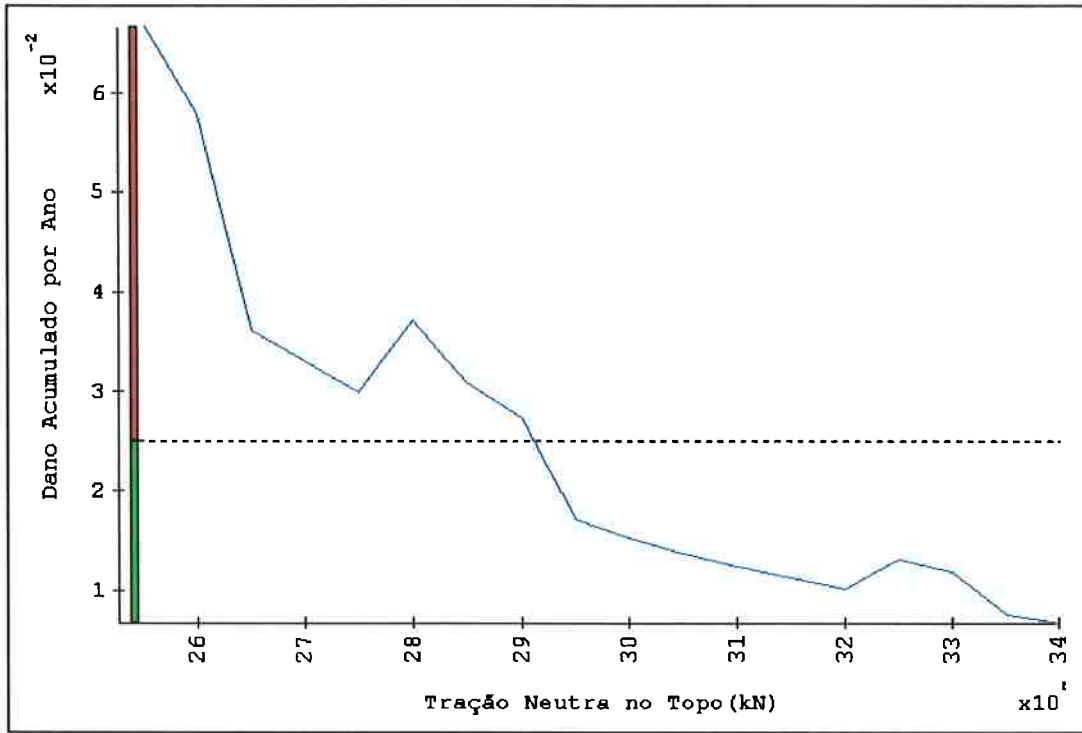


Figura 5.1 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda N - 100% de carga

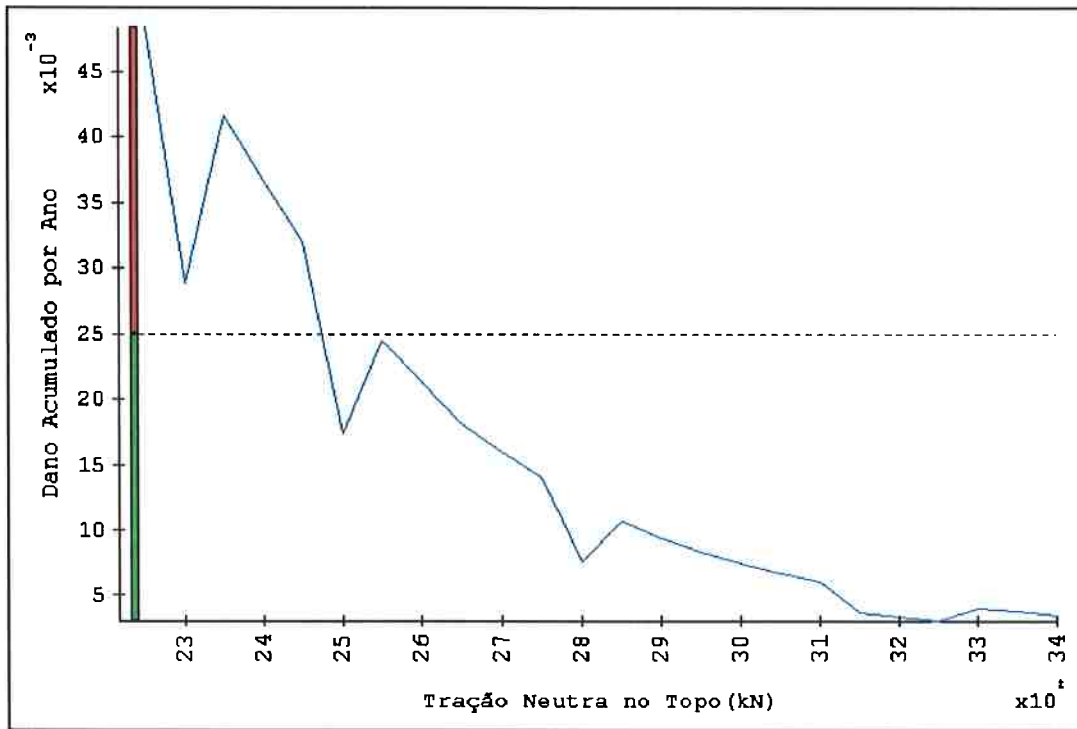


Figura 5.2 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda NE - 100% de carga

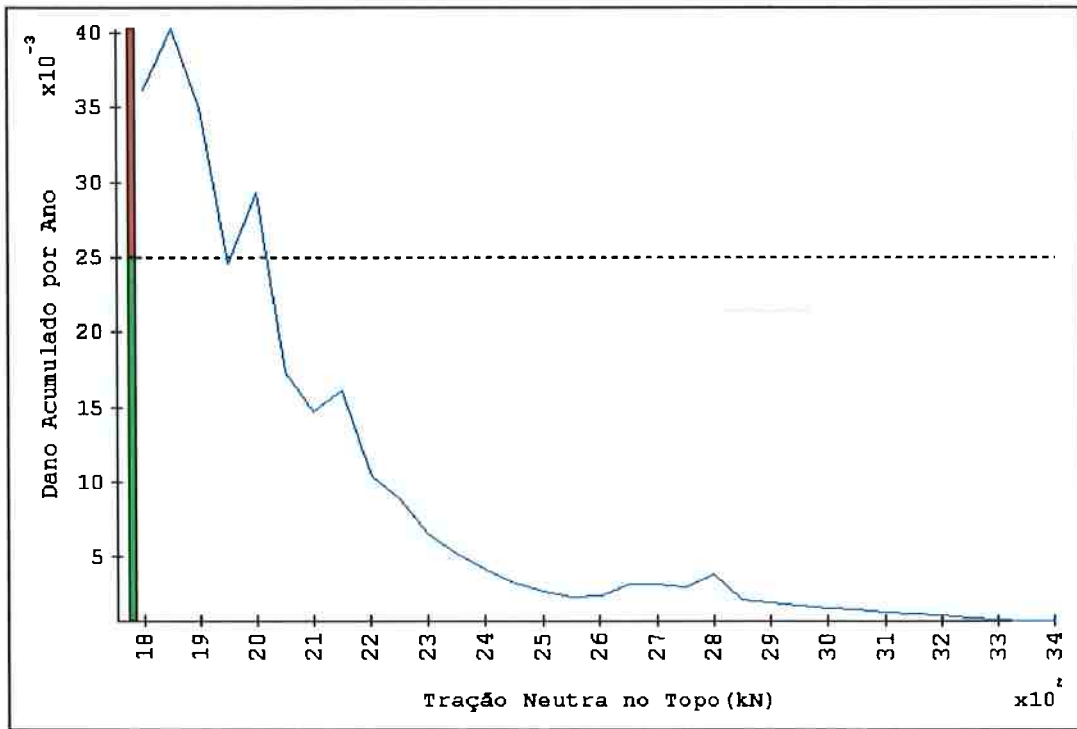


Figura 5.3 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda E - 100% de carga

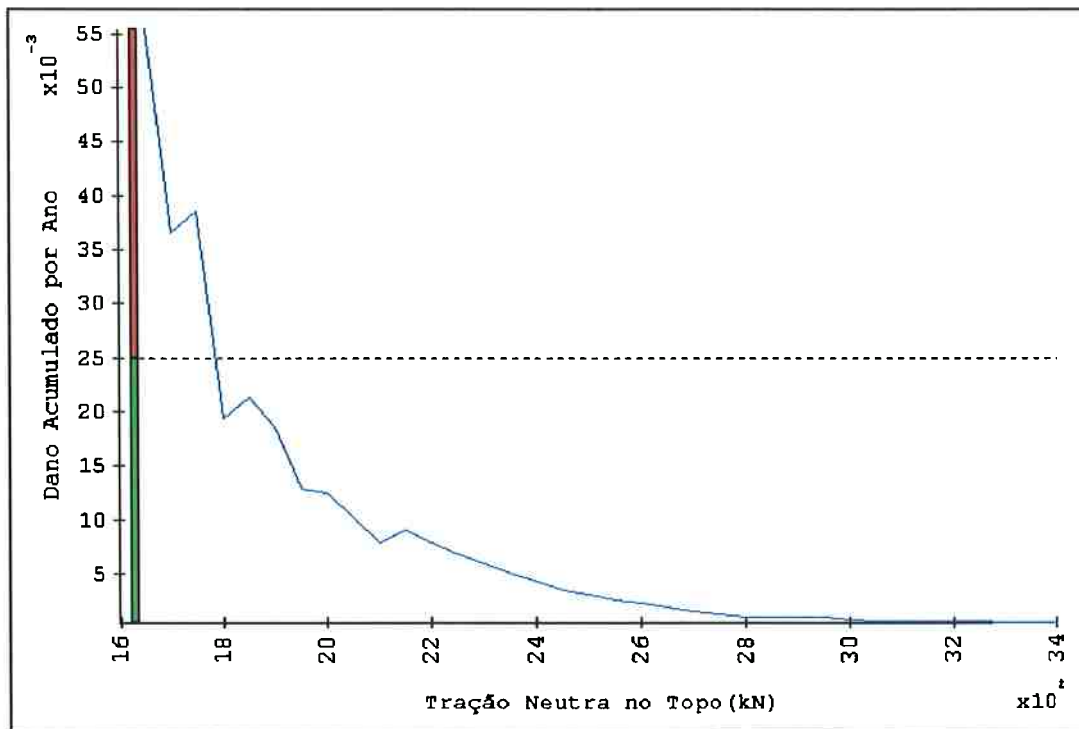


Figura 5.4 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda SE - 100% de carga

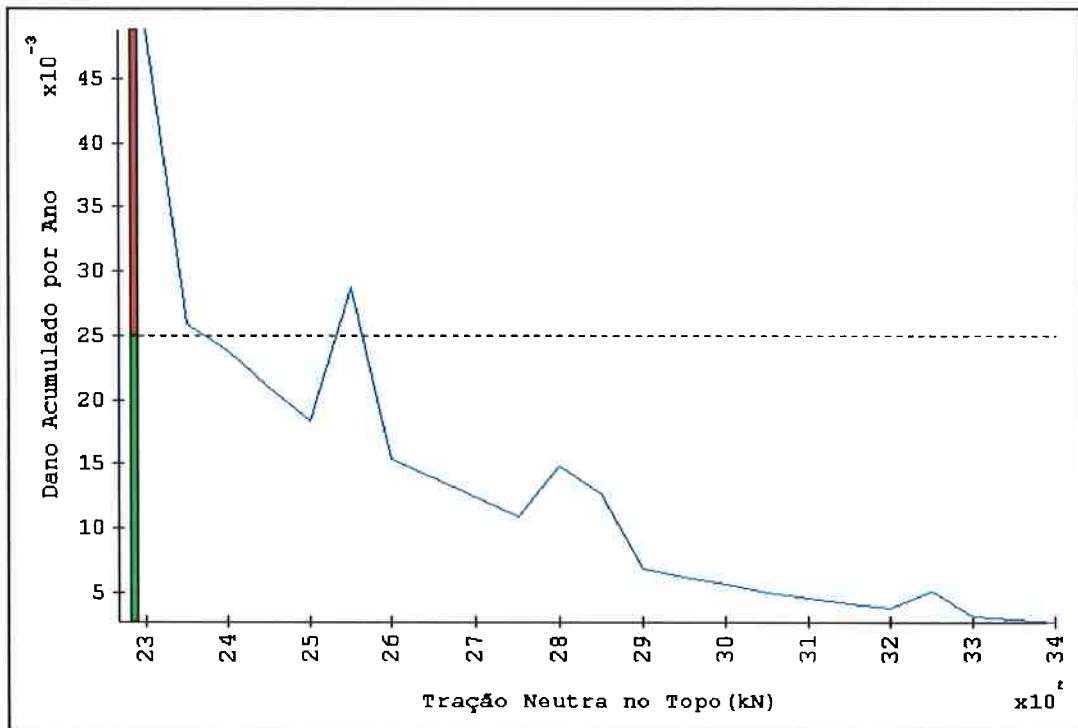


Figura 5.5 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda S - 100% de carga

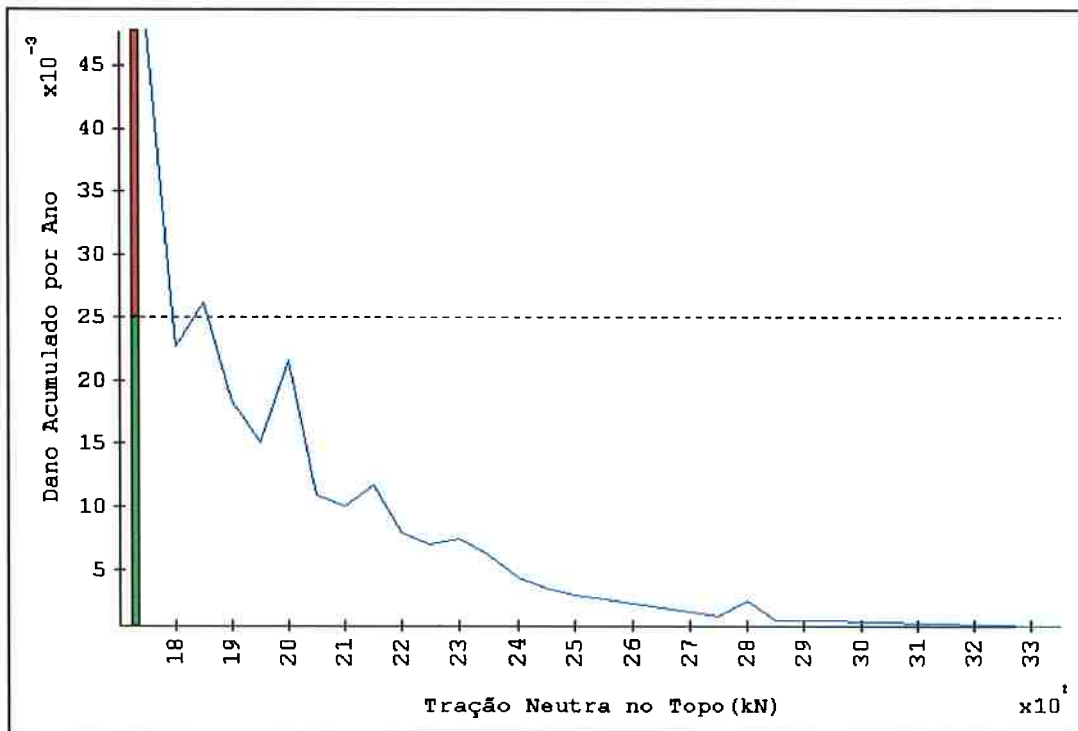


Figura 5.6 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda SW - 100% de carga

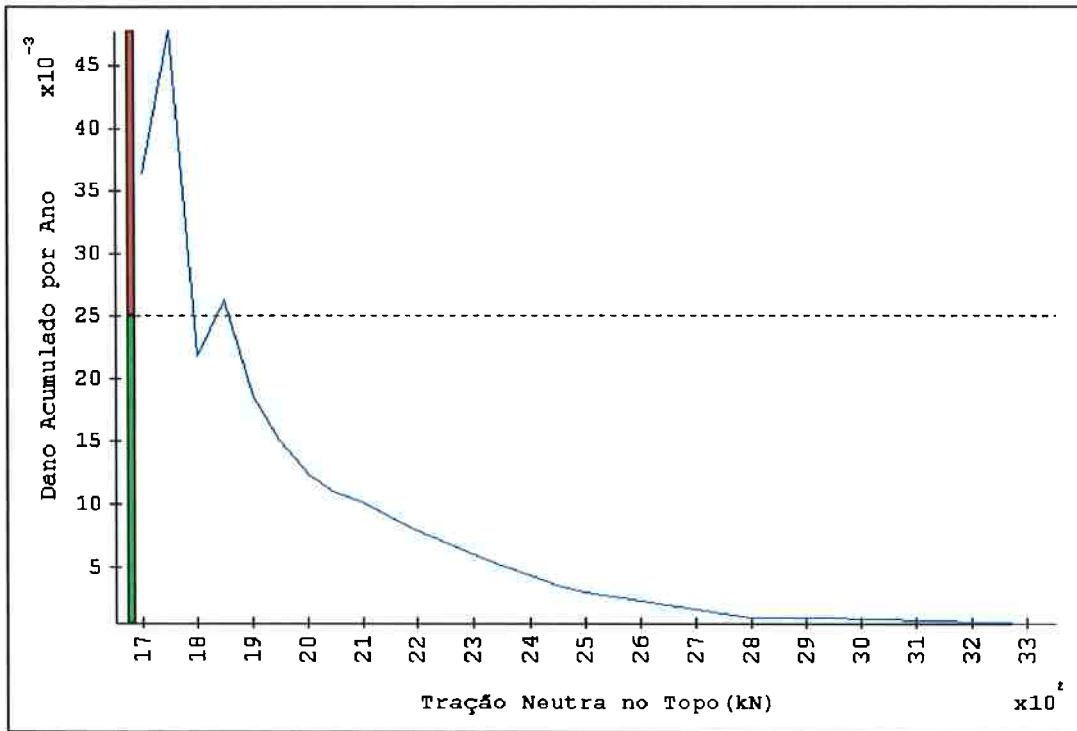


Figura 5.7 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda W - 100% de carga

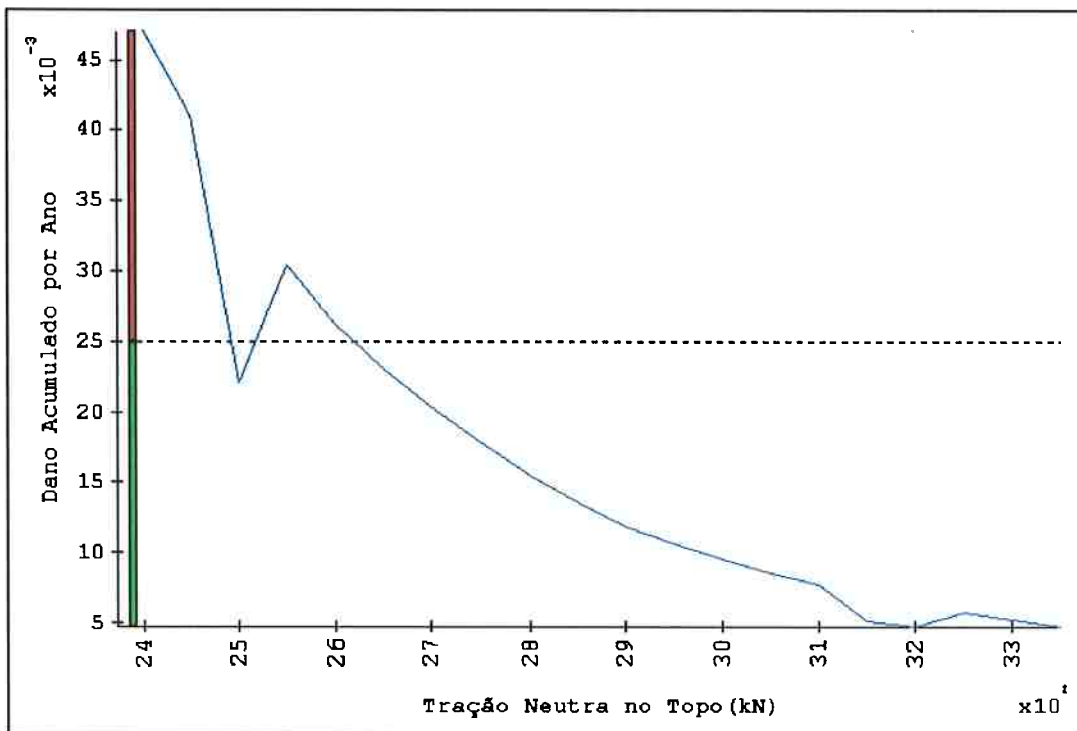


Figura 5.8 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda NW - 100% de carga

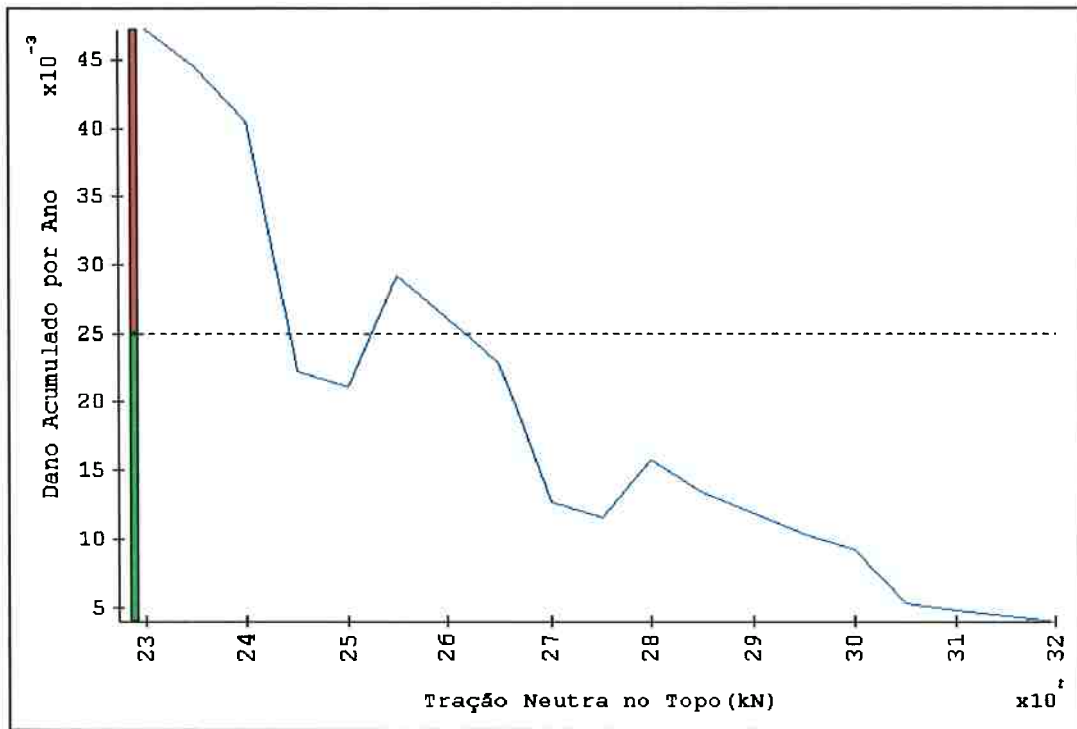


Figura 5.9 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda N - 100% de carga

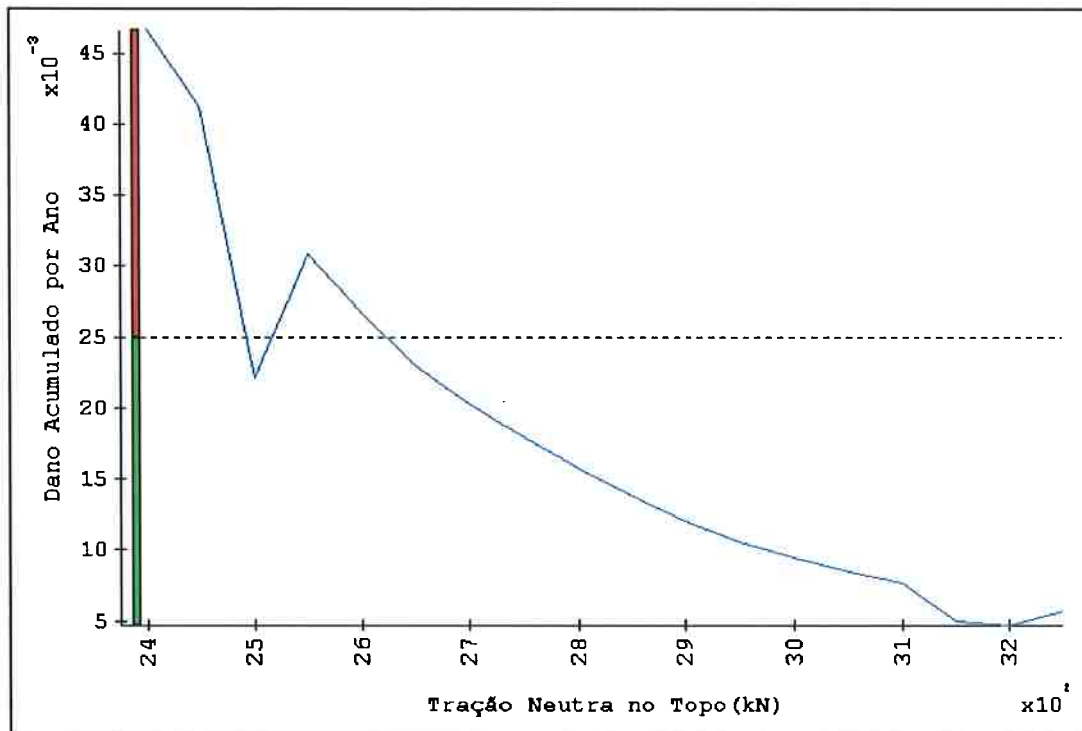


Figura 5.10 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda NE - 100% de carga

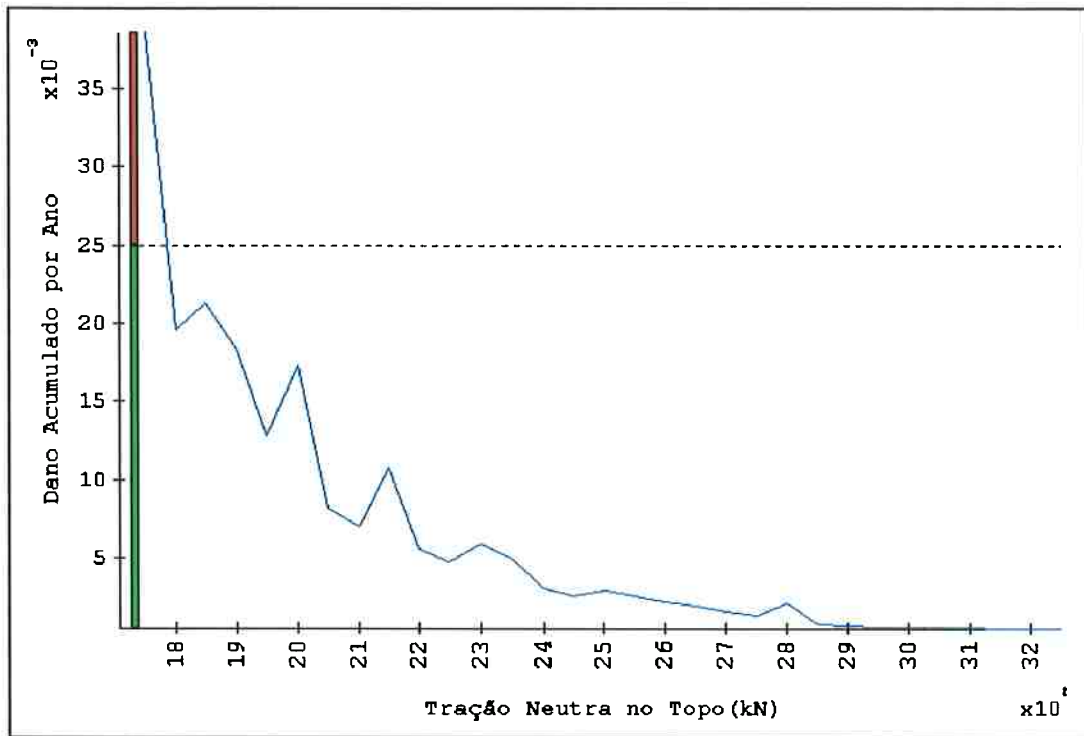


Figura 5.11 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda E - 100% de carga

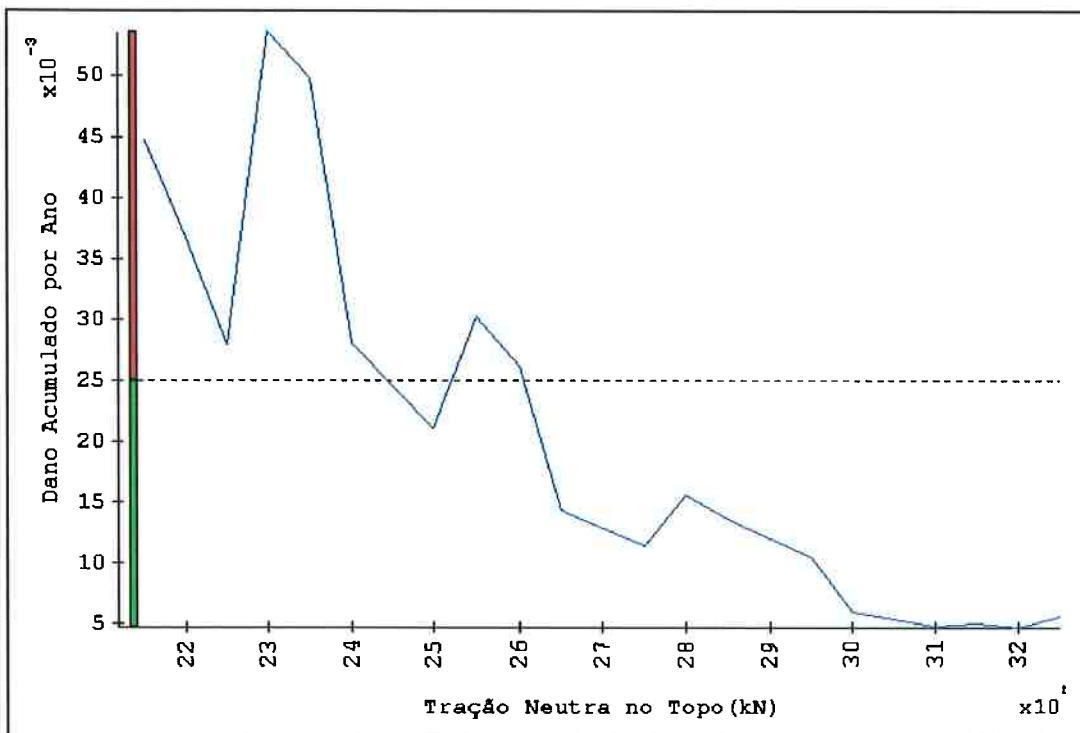


Figura 5.12 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda SE - 100% de carga

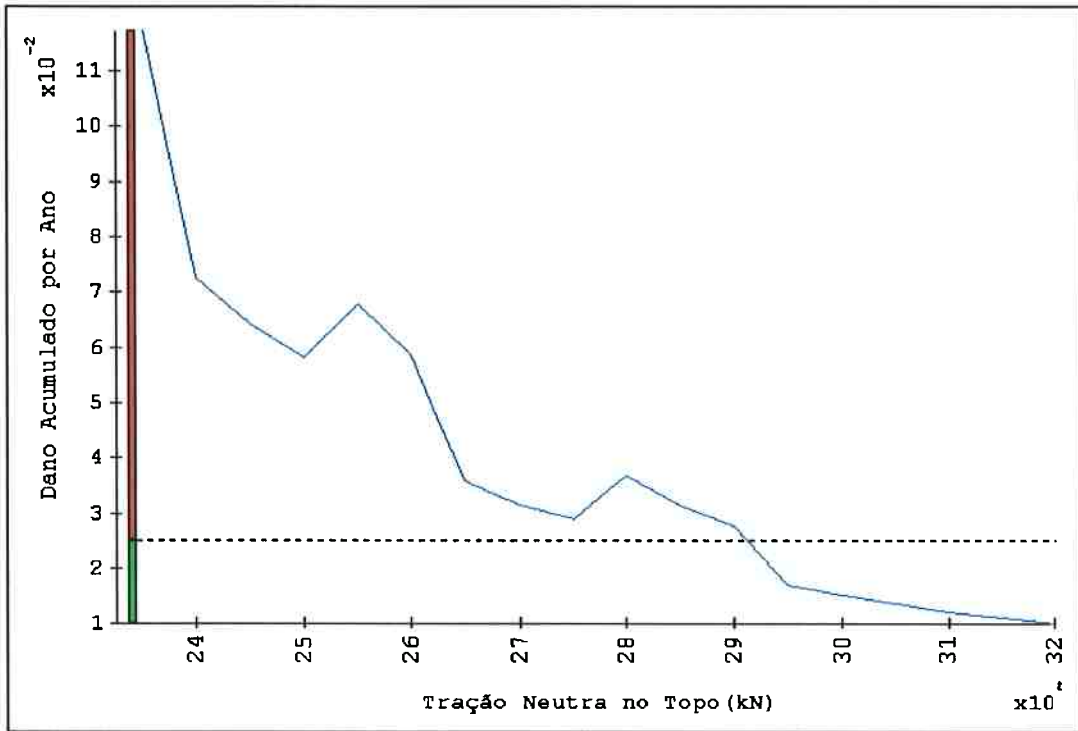


Figura 5.13 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda S - 100% de carga

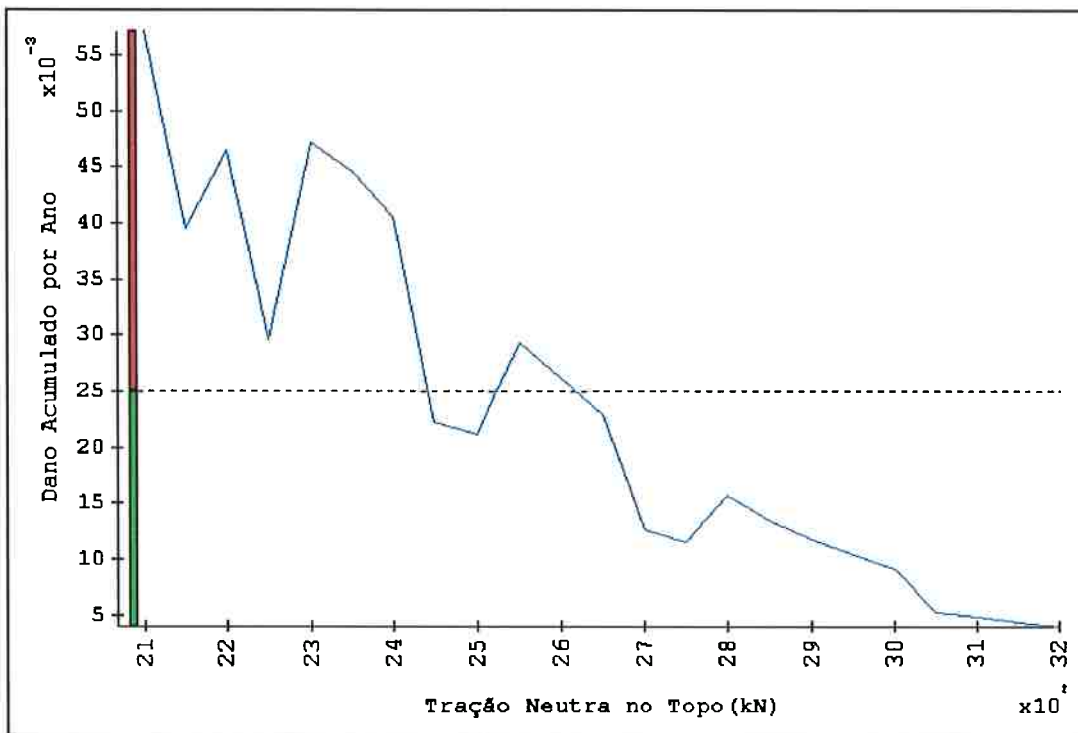


Figura 5.14 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda SW - 100% de carga

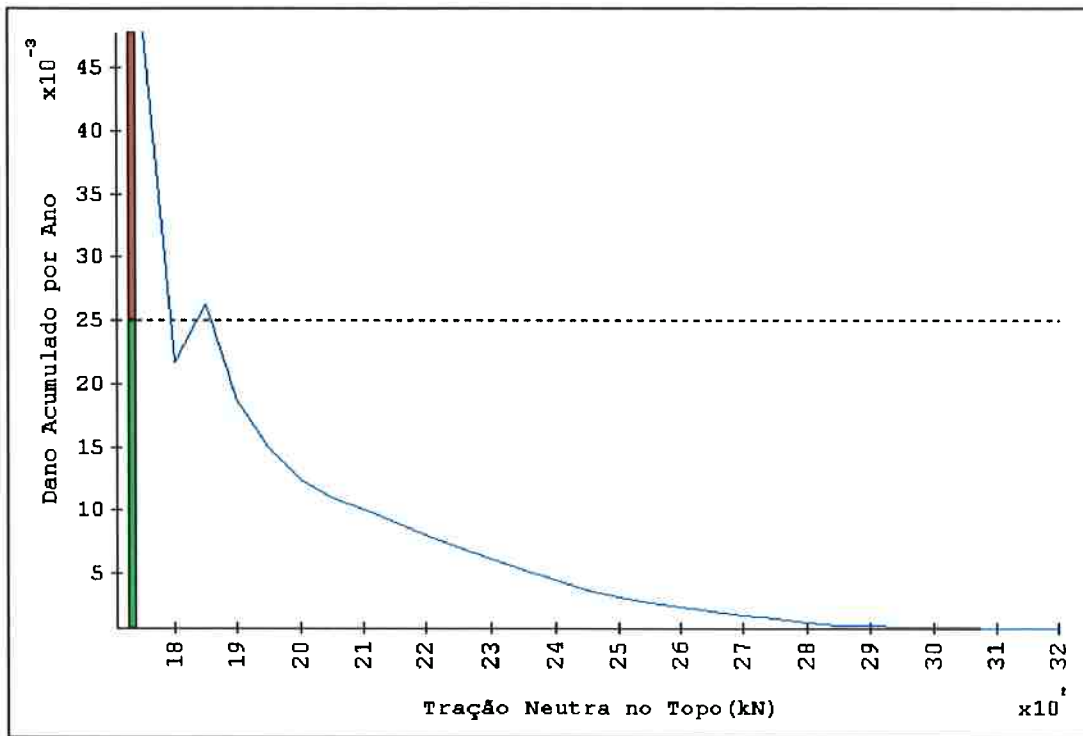


Figura 5.15 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda W - 100% de carga

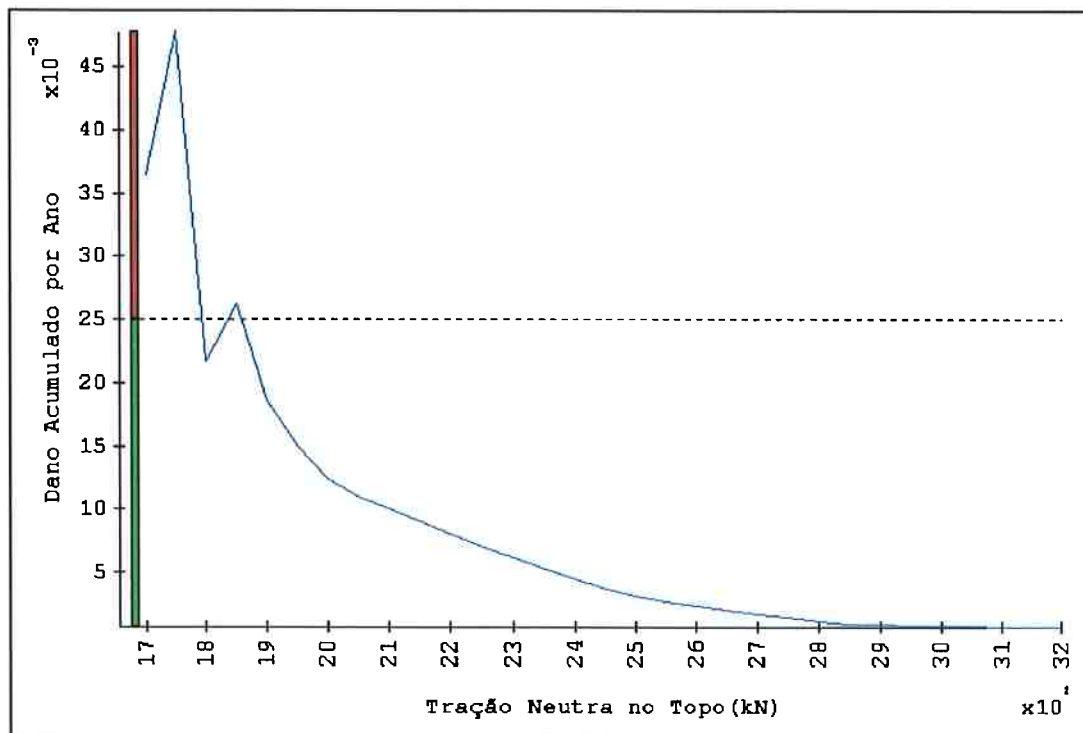


Figura 5.16 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda NW - 100% de carga

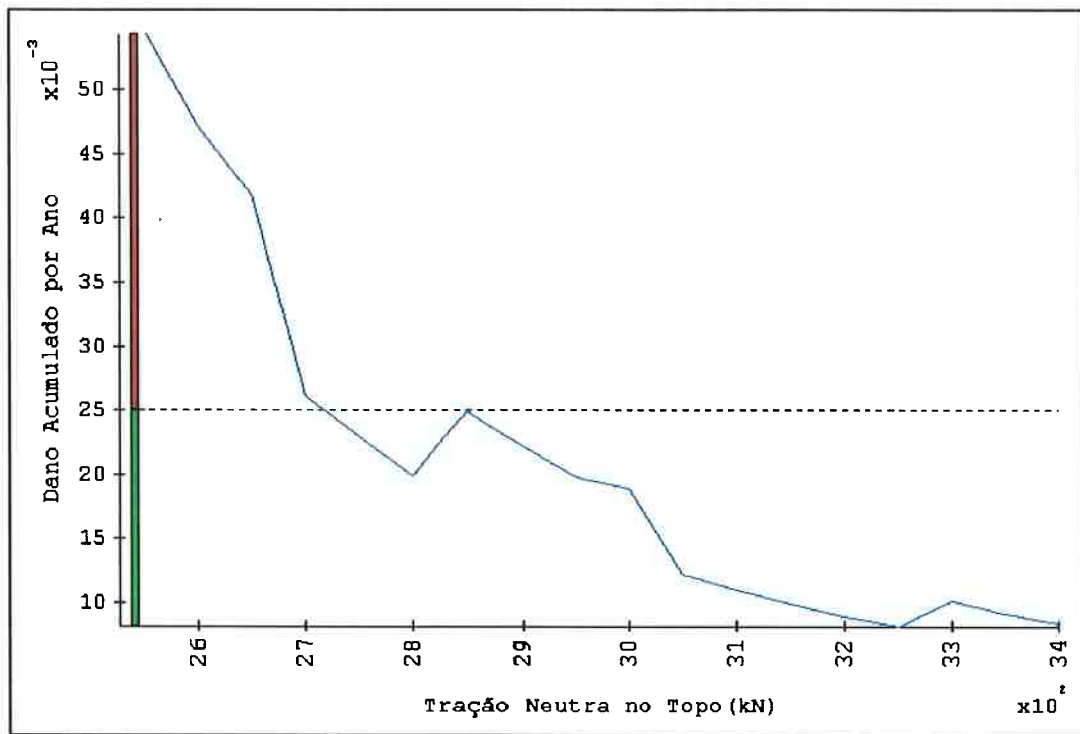


Figura 5.17 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda N - 40% de carga

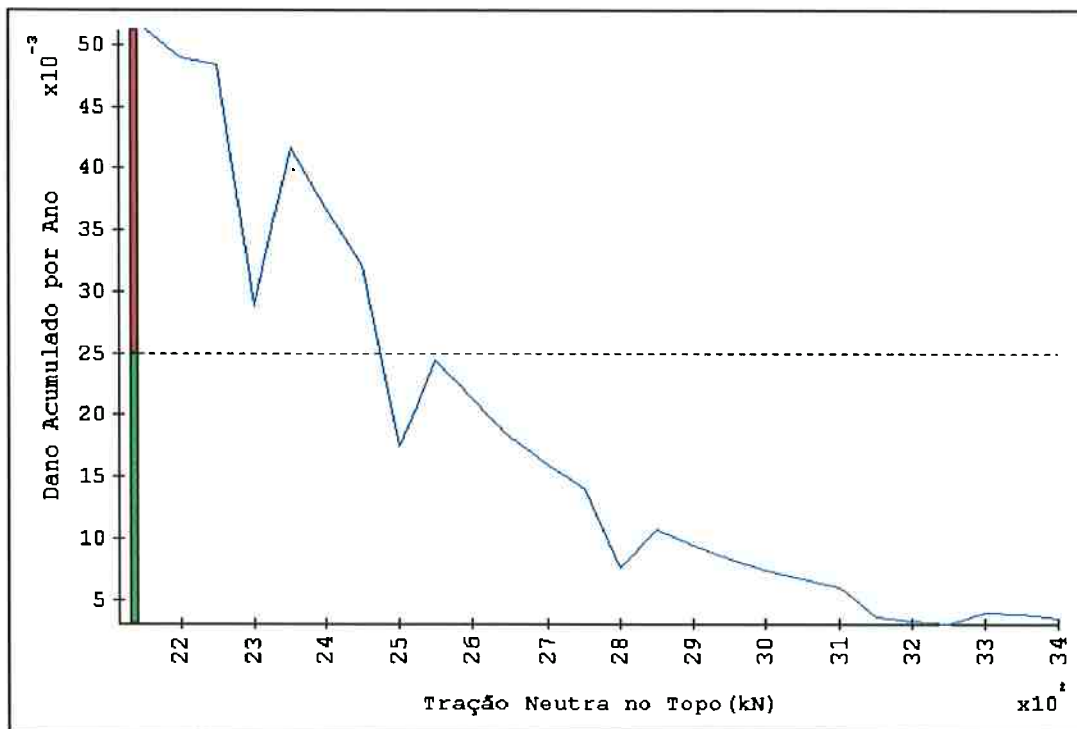


Figura 5.18 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda NE - 40% de carga

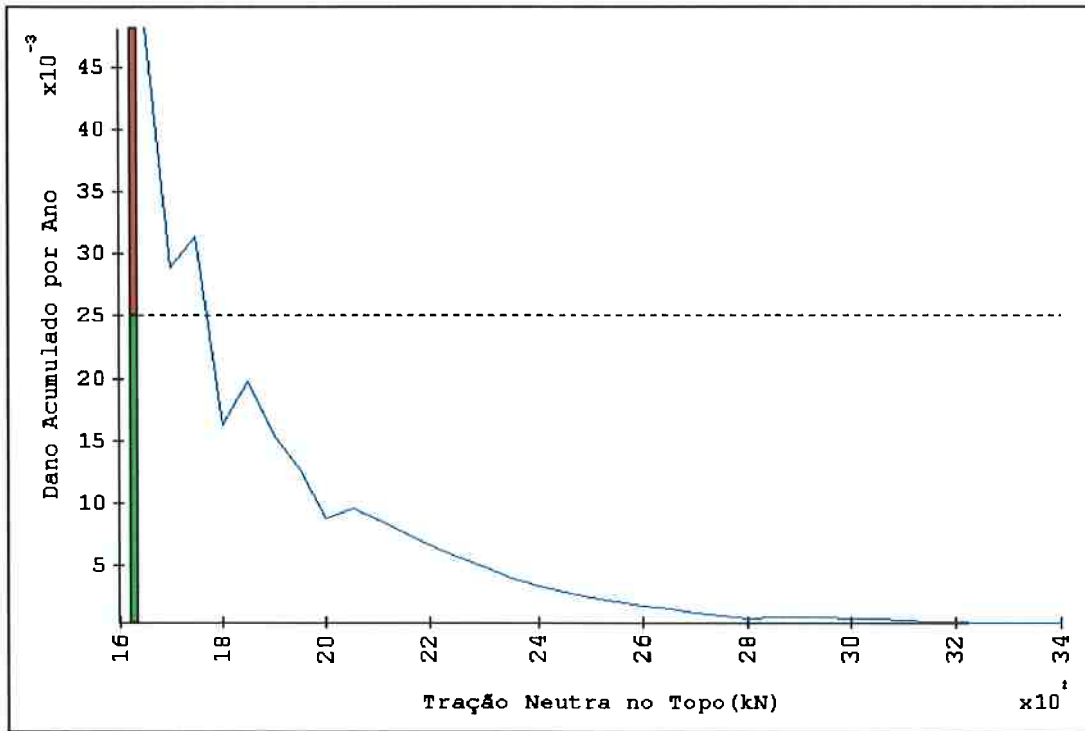


Figura 5.19 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda E - 40% de carga

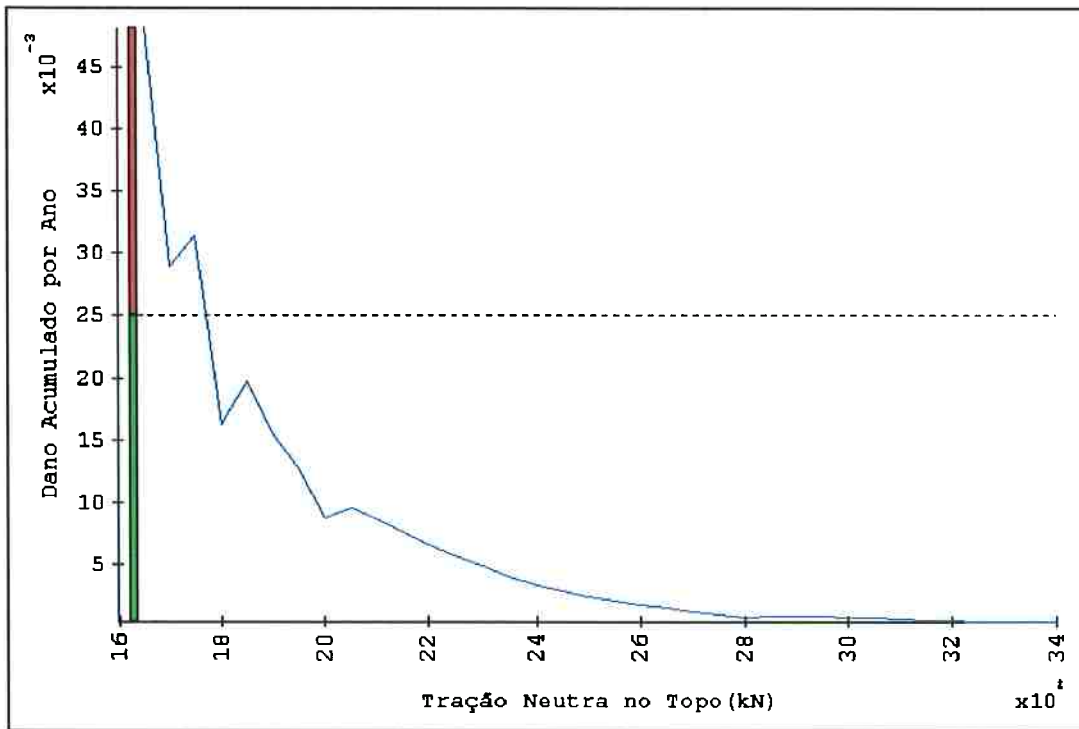


Figura 5.20 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda SE - 40% de carga

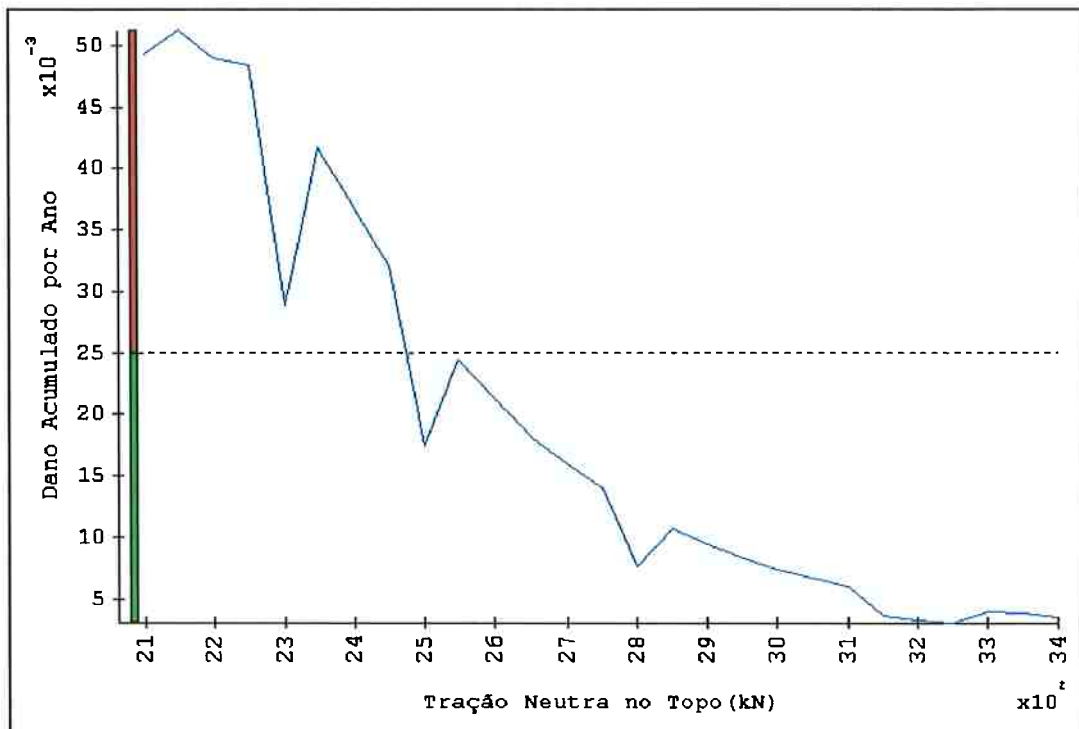


Figura 5.21 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda S - 40% de carga

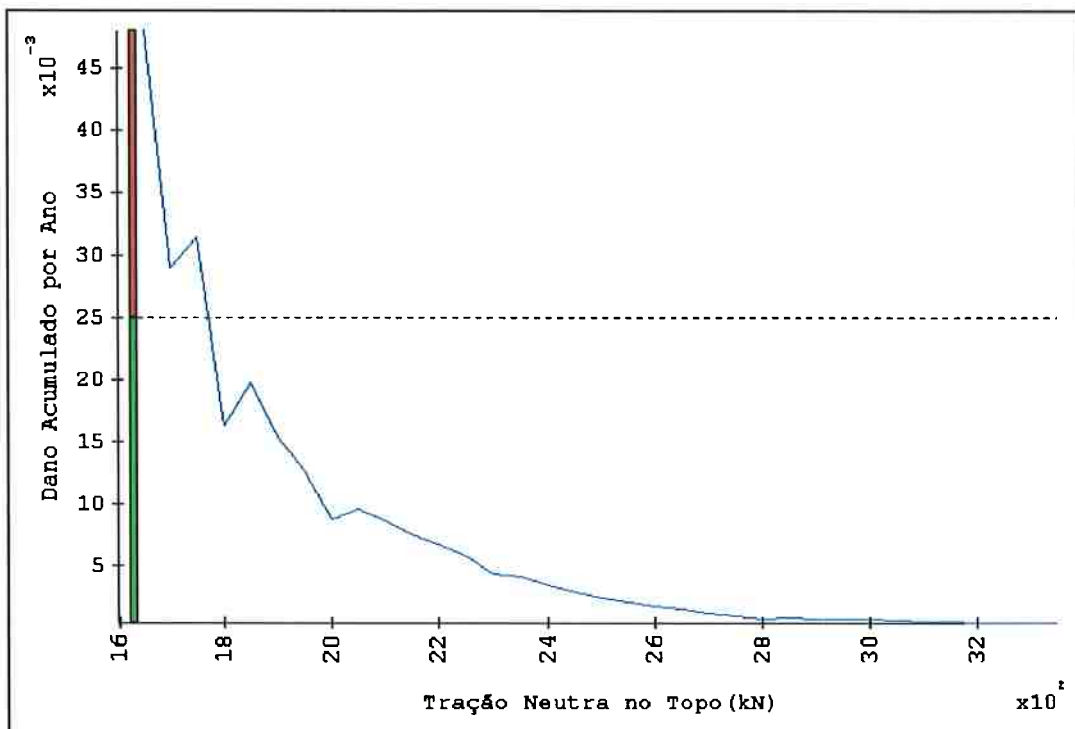


Figura 5.22 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda SW - 40% de carga

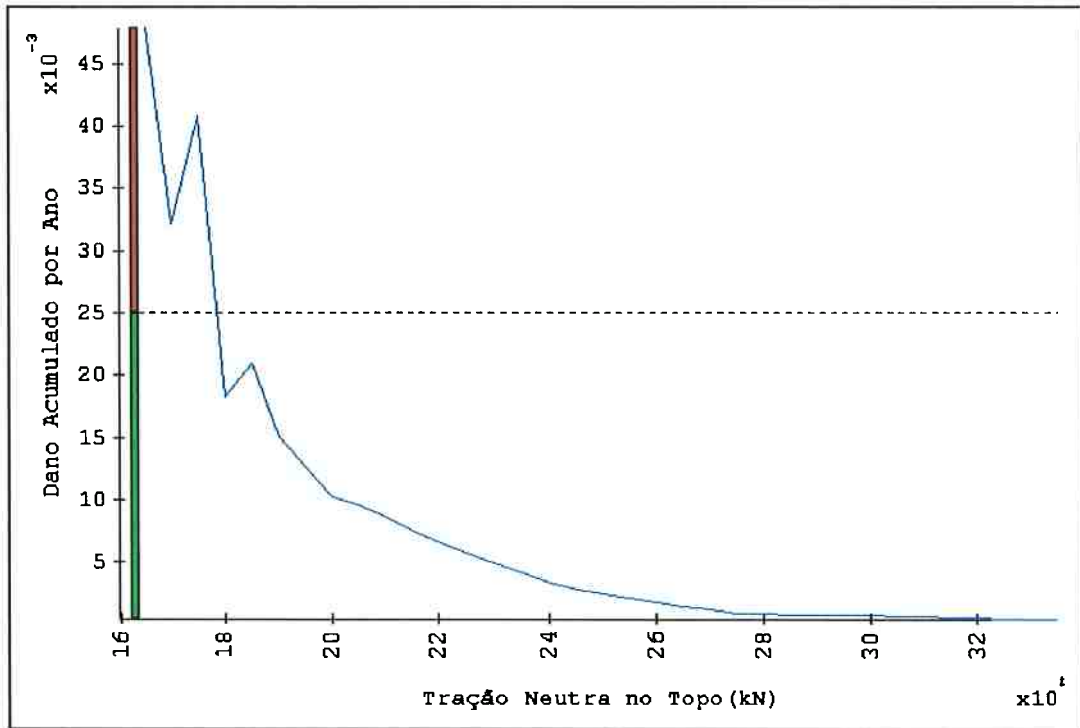


Figura 5.23 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda W - 40% de carga

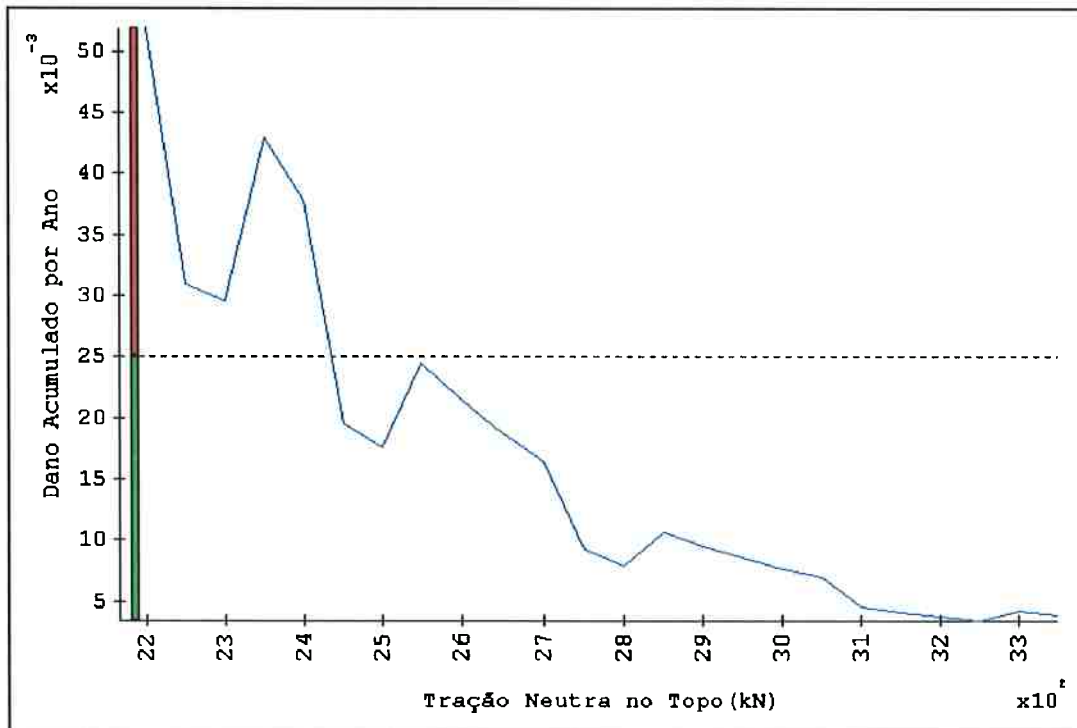


Figura 5.24 - Dano total acumulado em um ano - corrente S onda NW - 40% de carga

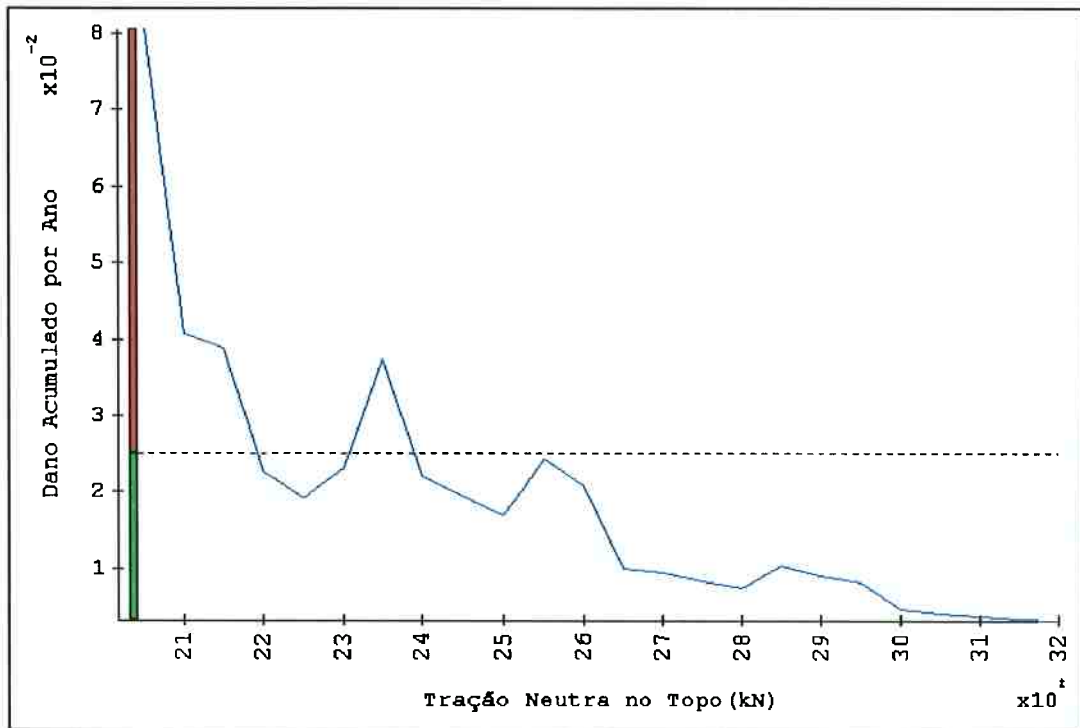


Figura 5.25 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda N - 40% de carga

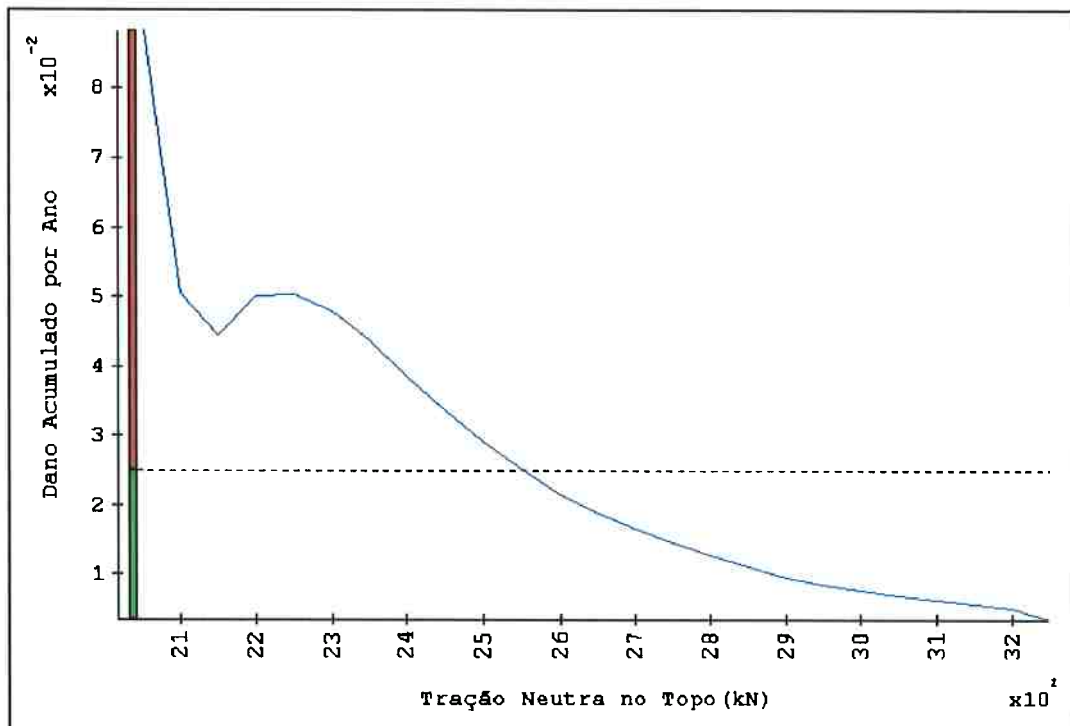


Figura 5.26 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda NE - 40% de carga

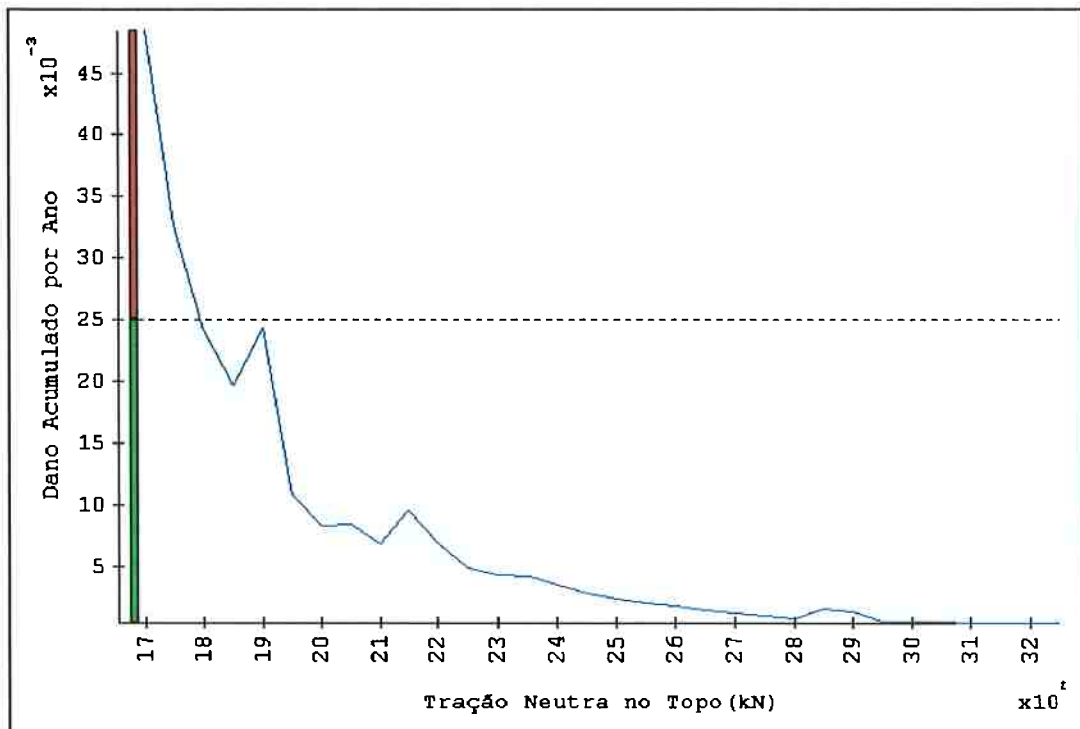


Figura 5.27 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda E - 40% de carga

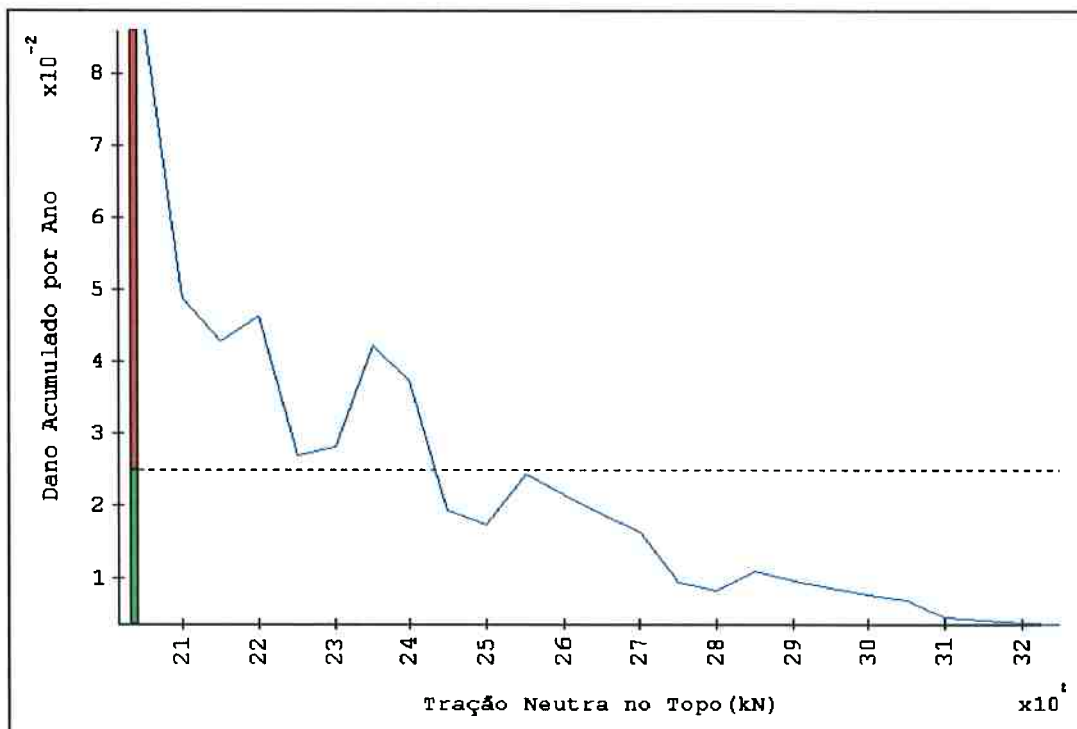


Figura 5.28 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda SE - 40% de carga

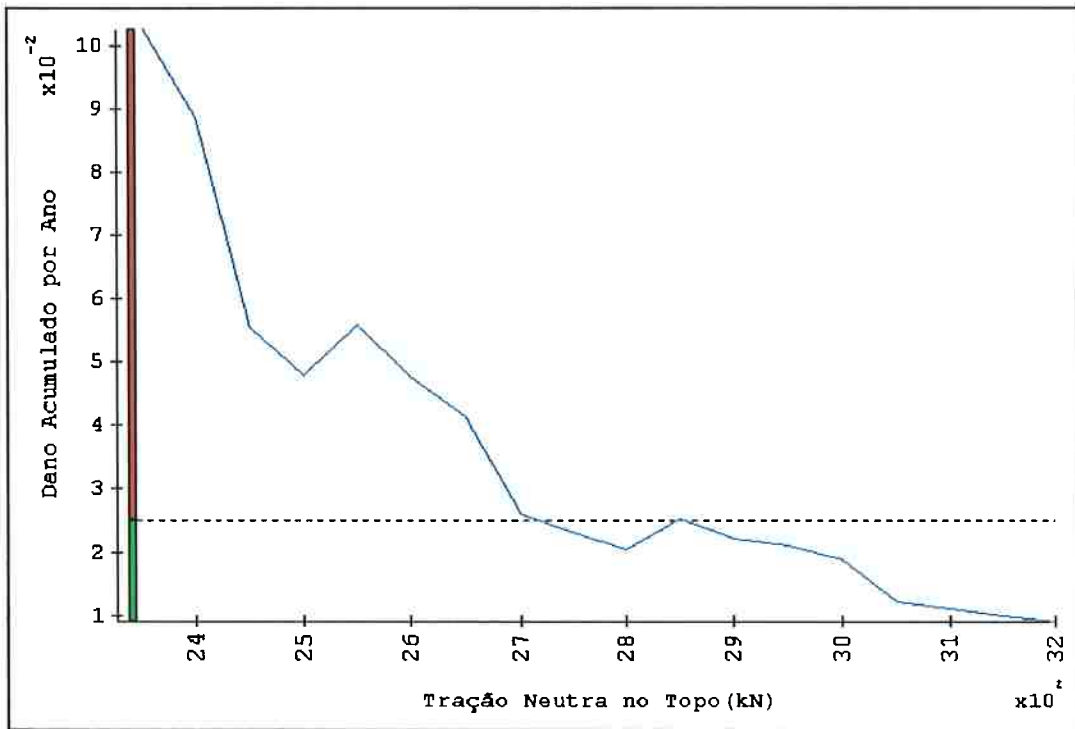


Figura 5.29 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda S - 40% de carga

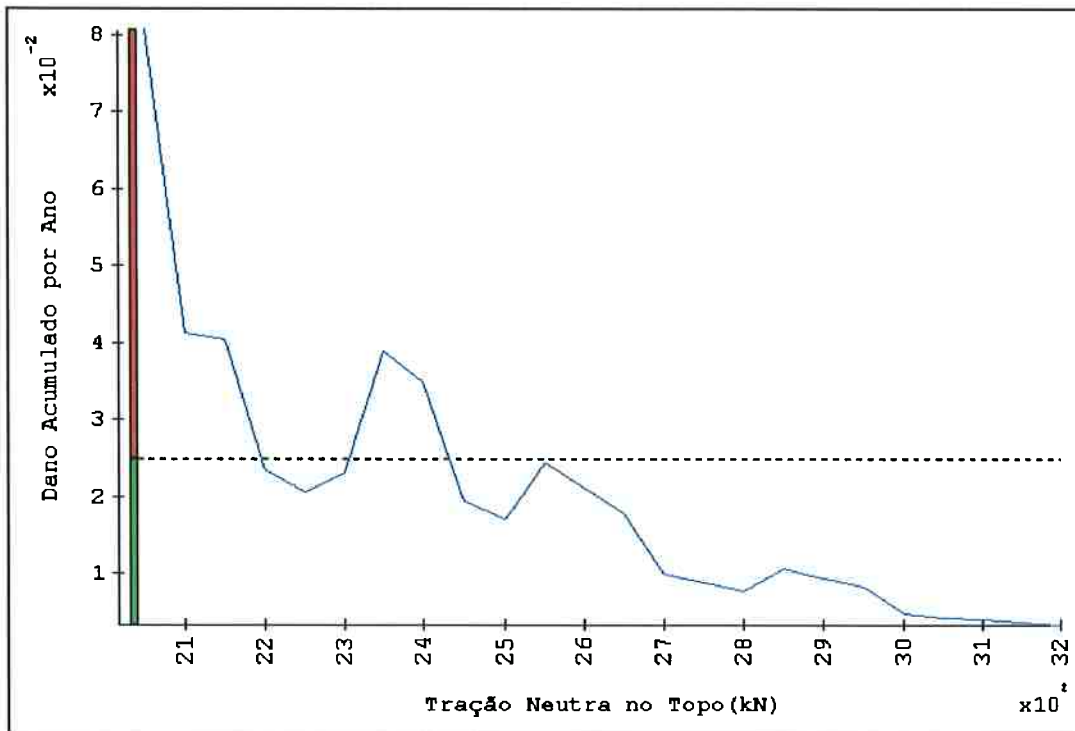


Figura 5.30 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda SW - 40% de carga

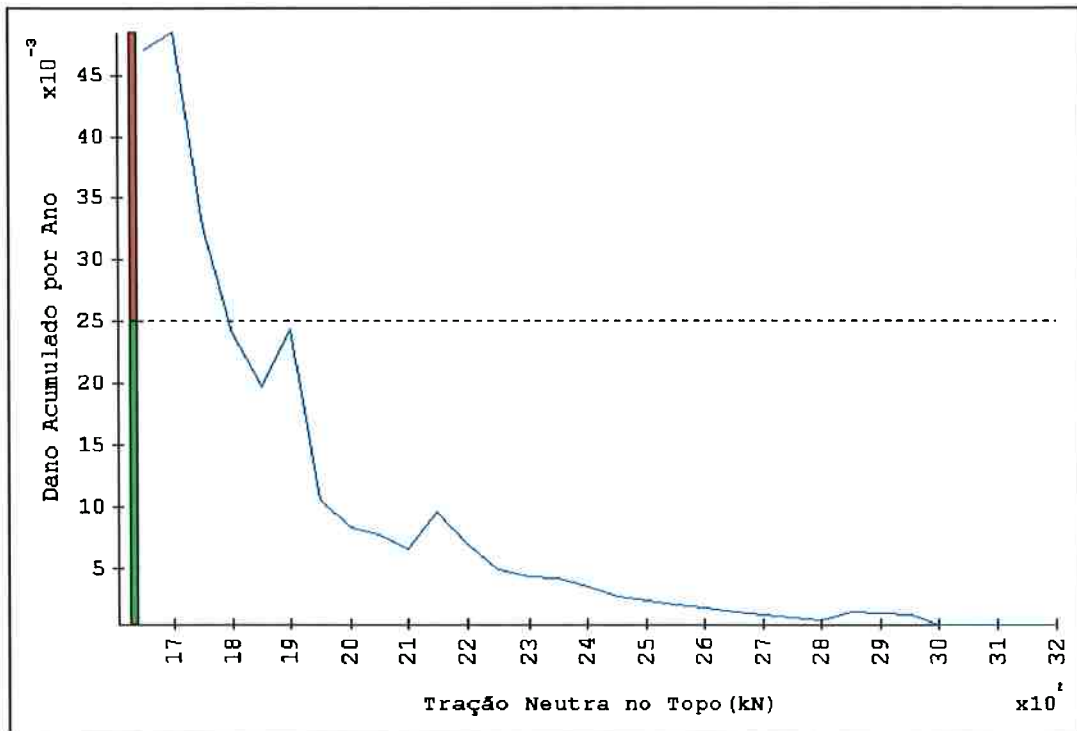


Figura 5.31 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda W - 40% de carga

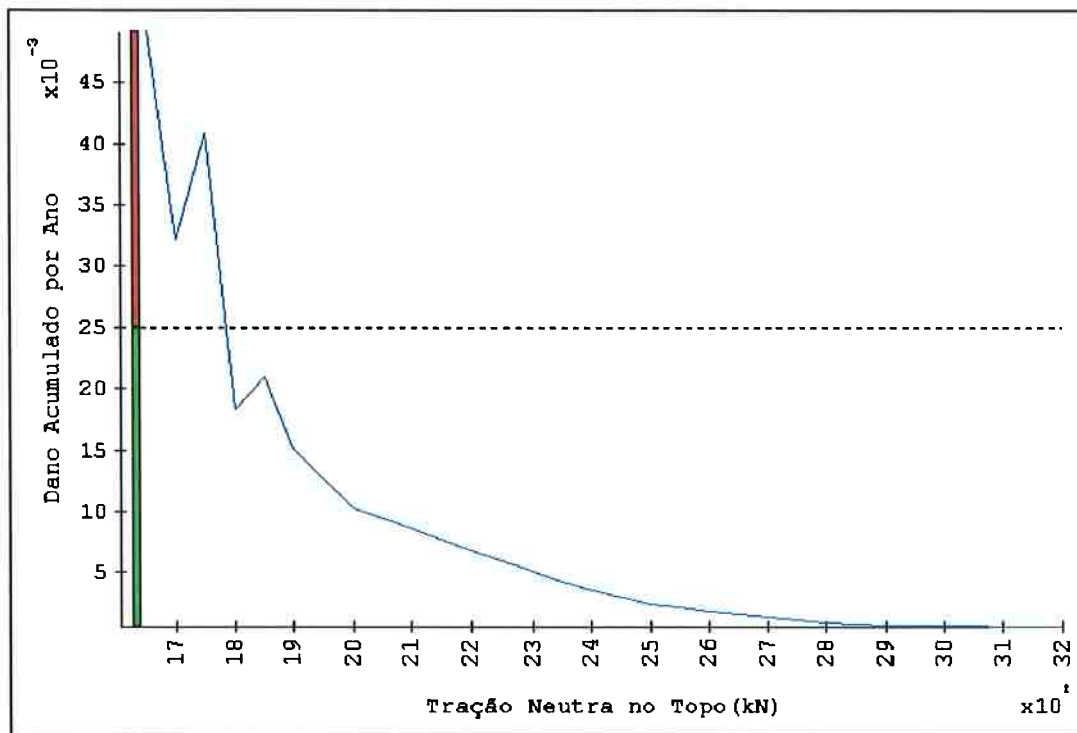


Figura 5.32 - Dano total acumulado em um ano - corrente N onda NW - 40% de carga

Para cada valor do parâmetro tração neutra no topo, o *SteelCat* calcula o dano acumulado em um ano. Mas uma particular condição de onda e correnteza não atua durante o ano inteiro. Conhecida a probabilidade de ocorrência dessa condição, o dano acumulado no ano pode ser corrigido. O dano acumulado total será a soma dos danos acumulados corrigidos para todas as condições de incidência.

Assim, as Tabelas 5.5 e 5.6 trazem o dano acumulado em um ano para as situações de carga de 100% e 40% do calado, respectivamente, considerando uma força de tração neutra no topo de 2400 kN. As Tabelas 5.7 e 5.8 trazem as mesmas informações para uma tração neutra de 2600 kN, as Tabelas 5.9 e 5.10, para 2800 kN e as Tabelas 5.11 e 5.12, para 3000 kN.

A partir do dano acumulado total pode ser calculada a vida útil para cada valor da força de tração, levando em conta que ela é o inverso do dano acumulado em um ano. A Tabela 5.13 traz a vida útil em função da tração neutra no topo. Esta tabela mostra que os valores obtidos para a vida útil na faixa de interesse são todos superiores à vida útil normal de uma instalação de produção que é da ordem de vinte anos. No entanto, em virtude do modelo de dano acumulado usado para a fadiga, é necessário usar um coeficiente de segurança bastante alto, ou seja, a estimativa da vida útil está numa faixa que não deixa o projetista tranqüilo mas induz ao um estudo mais aprofundado do problema para tornar a solução viável.

Neste ponto deve ser mencionado, entretanto, que fadiga causada pelas vibrações induzidas por vórtices não é, em geral, um limitante da viabilidade do *riser* rígido em catenária, pois podem ser incluídos no projeto mecanismos de supressão ou atenuação de vórtices. É claro que, se esses dispositivos forem adotados, as características do *riser* serão alteradas e um novo estudo de viabilidade deve ser executado. Com uma ferramenta como o *SteelCat* na mão, refazer este estudo é bastante simples, pois todos os arquivos de dados já foram preparados e são necessárias apenas algumas pequenas alterações.

Direção da Corrente	Direção da Onda	Dano Acumulado em um Ano	Probabilidade de Ocorrência (%)	Dano Acumulado Corrigido
S	N	0,0733	7,75	0,00568
S	NE	0,0368	21,61	0,00795
S	E	0,0042	16,43	0,00069
S	SE	0,0042	13,41	0,00056
S	S	0,0238	22,07	0,00525
S	SW	0,0042	10,25	0,00043
S	W	0,0043	0,24	0,00001
S	NW	0,0471	0,32	0,00015
N	N	0,0406	0,67	0,00027
N	NE	0,0467	1,86	0,00087
N	E	0,0030	1,41	0,00004
N	SE	0,0281	1,15	0,00032
N	S	0,0727	1,90	0,00138
N	SW	0,0406	0,88	0,00036
N	W	0,0045	0,02	0,00000
N	NW	0,0045	0,03	0,00000
			SOMA	0,02396

Tabela 5.5 - Dano acumulado para tração neutra de 2400 kN - 100% do calado

Direção da Corrente	Direção da Onda	Dano Acumulado em um Ano	Probabilidade de Ocorrência (%)	Dano Acumulado Corrigido
S	N	0,0892	7,75	0,00691
S	NE	0,0368	21,61	0,00795
S	E	0,0033	16,43	0,00054
S	SE	0,0033	13,41	0,00044
S	S	0,0368	22,07	0,00812
S	SW	0,0034	10,25	0,00035
S	W	0,0034	0,24	0,00001
S	NW	0,0038	0,32	0,00001
N	N	0,0221	0,67	0,00015
N	NE	0,0386	1,86	0,00072
N	E	0,0035	1,41	0,00005
N	SE	0,0374	1,15	0,00043
N	S	0,0887	1,90	0,00169
N	SW	0,0348	0,88	0,00031
N	W	0,0036	0,02	0,00000
N	NW	0,0036	0,03	0,00000
			SOMA	0,02768

Tabela 5.6 - Dano acumulado para tração neutra de 2400 kN - 40% do calado

Direção da Corrente	Direção da Onda	Dano Acumulado em um Ano	Probabilidade de Ocorrência (%)	Dano Acumulado Corrigido
S	N	0,0578	7,75	0,00448
S	NE	0,0214	21,61	0,00462
S	E	0,0024	16,43	0,00039
S	SE	0,0022	13,41	0,00030
S	S	0,0154	22,07	0,00340
S	SW	0,0022	10,25	0,00023
S	W	0,0022	0,24	0,00001
S	NW	0,0262	0,32	0,00008
N	N	0,0261	0,67	0,00017
N	NE	0,0267	1,86	0,00050
N	E	0,0022	1,41	0,00003
N	SE	0,0262	1,15	0,00030
N	S	0,0586	1,90	0,00111
N	SW	0,0261	0,88	0,00023
N	W	0,0023	0,02	0,00000
N	NW	0,0023	0,03	0,00000
			SOMA	0,01585

Tabela 5.7 - Dano acumulado para tração neutra de 2600 kN - 100% do calado

Direção da Corrente	Direção da Onda	Dano Acumulado em um Ano	Probabilidade de Ocorrência (%)	Dano Acumulado Corrigido
S	N	0,0472	7,75	0,00366
S	NE	0,0214	21,61	0,00462
S	E	0,0017	16,43	0,00028
S	SE	0,0017	13,41	0,00023
S	S	0,0214	22,07	0,00472
S	SW	0,0018	10,25	0,00018
S	W	0,0018	0,24	0,00000
S	NW	0,0215	0,32	0,00007
N	N	0,0209	0,67	0,00014
N	NE	0,0215	1,86	0,00040
N	E	0,0018	1,41	0,00003
N	SE	0,0214	1,15	0,00025
N	S	0,0478	1,90	0,00091
N	SW	0,0211	0,88	0,00019
N	W	0,0018	0,02	0,00000
N	NW	0,0018	0,03	0,00000
			SOMA	0,01568

Tabela 5.8 - Dano acumulado para tração neutra de 2600 kN - 40% do calado

Direção da Corrente	Direção da Onda	Dano Acumulado em um Ano	Probabilidade de Ocorrência (%)	Dano Acumulado Corrigido
S	N	0,0371	7,75	0,00288
S	NE	0,0076	21,61	0,00164
S	E	0,0039	16,43	0,00064
S	SE	0,0010	13,41	0,00013
S	S	0,0149	22,07	0,00329
S	SW	0,0025	10,25	0,00026
S	W	0,0010	0,24	0,00000
S	NW	0,0155	0,32	0,00005
N	N	0,0158	0,67	0,00011
N	NE	0,0157	1,86	0,00029
N	E	0,0021	1,41	0,00003
N	SE	0,0156	1,15	0,00018
N	S	0,0368	1,90	0,00070
N	SW	0,0158	0,88	0,00014
N	W	0,0011	0,02	0,00000
N	NW	0,0011	0,03	0,00000
			SOMA	0,01034

Tabela 5.9 - Dano acumulado para tração neutra de 2800 kN - 100% do calado

Direção da Corrente	Direção da Onda	Dano Acumulado em um Ano	Probabilidade de Ocorrência (%)	Dano Acumulado Corrigido
S	N	0,0200	7,75	0,00155
S	NE	0,0076	21,61	0,00125
S	E	0,0006	16,43	0,00010
S	SE	0,0006	13,41	0,00008
S	S	0,0076	22,07	0,00168
S	SW	0,0007	10,25	0,00007
S	W	0,0008	0,24	0,00000
S	NW	0,0079	0,32	0,00003
N	N	0,0074	0,67	0,00005
N	NE	0,0128	1,86	0,00024
N	E	0,0007	1,41	0,00001
N	SE	0,0081	1,15	0,00009
N	S	0,0204	1,90	0,00039
N	SW	0,0077	0,88	0,00007
N	W	0,0008	0,02	0,00000
N	NW	0,0008	0,03	0,00000
			SOMA	0,00561

Tabela 5.10 - Dano acumulado para tração neutra de 2800 kN - 40% do calado

Direção da Corrente	Direção da Onda	Dano Acumulado em um Ano	Probabilidade de Ocorrência (%)	Dano Acumulado Corrigido
S	N	0,0152	7,75	0,00118
S	NE	0,0074	21,61	0,00160
S	E	0,0016	16,43	0,00026
S	SE	0,0006	13,41	0,00008
S	S	0,0056	22,07	0,00124
S	SW	0,0008	10,25	0,00008
S	W	0,0008	0,24	0,00000
S	NW	0,0095	0,32	0,00003
N	N	0,0092	0,67	0,00006
N	NE	0,0095	1,86	0,00018
N	E	0,0006	1,41	0,00001
N	SE	0,0059	1,15	0,00007
N	S	0,0152	1,90	0,00029
N	SW	0,0092	0,88	0,00008
N	W	0,0008	0,02	0,00000
N	NW	0,0008	0,03	0,00000
			SOMA	0,00516

Tabela 5.11 - Dano acumulado para tração neutra de 3000 kN - 100% do calado

Direção da Corrente	Direção da Onda	Dano Acumulado em um Ano	Probabilidade de Ocorrência (%)	Dano Acumulado Corrigido
S	N	0,0189	7,75	0,00146
S	NE	0,0074	21,61	0,00160
S	E	0,0007	16,43	0,00012
S	SE	0,0007	13,41	0,00009
S	S	0,0074	22,07	0,00163
S	SW	0,0007	10,25	0,00007
S	W	0,0007	0,24	0,00000
S	NW	0,0076	0,32	0,00002
N	N	0,0046	0,67	0,00003
N	NE	0,0077	1,86	0,00014
N	E	0,0005	1,41	0,00001
N	SE	0,0076	1,15	0,00009
N	S	0,0189	1,90	0,00036
N	SW	0,0047	0,88	0,00004
N	W	0,0005	0,02	0,00000
N	NW	0,0007	0,03	0,00000
			SOMA	0,00566

Tabela 5.12 - Dano acumulado para tração neutra de 3000 kN - 40% do calado

Tração Neutra (kN)	Vida Útil em Anos	
	100% do Calado	40% do Calado
2400	42	36
2600	63	64
2800	97	178
3000	194	177

Tabela 5.13 - Vida útil em função da tração neutra no topo

5.7.2 Olhando mais de perto um caso típico

O *SteelCat* permite análises mais detalhadas a respeito do dano acumulado pelas vibrações induzidas pela emissão de vórtices. Uma delas é a identificação dos perfis de corrente que são mais importantes no que diz respeito à acumulação do dano. Seja, por exemplo, o caso em que a correnteza vai para o sul e a onda vem da direção sudeste e a condição de carregamento é de 100% do calado. Para esse caso, o dano acumulado em um ano em função da tração neutra no topo é apresentado na Figura 5.33. A contribuição de cada um dos catorze perfis de corrente considerados na análise é apresentada nas Figuras 5.34 a 5.47. Essas figuras permitem identificar que o efeito dos perfis 1, 2, 3, 4, 5 e 6 é desprezível face ao efeito dos outros perfis, como pode ser verificado comparando o dano total apresentado na Figura 5.33 com os resultados apresentados nas Figuras 5.34 a 5.39. Também pode ser verificados que os perfis mais críticos são o perfil 11 (Figura 5.44) e o perfil 9 (Figura 5.42).

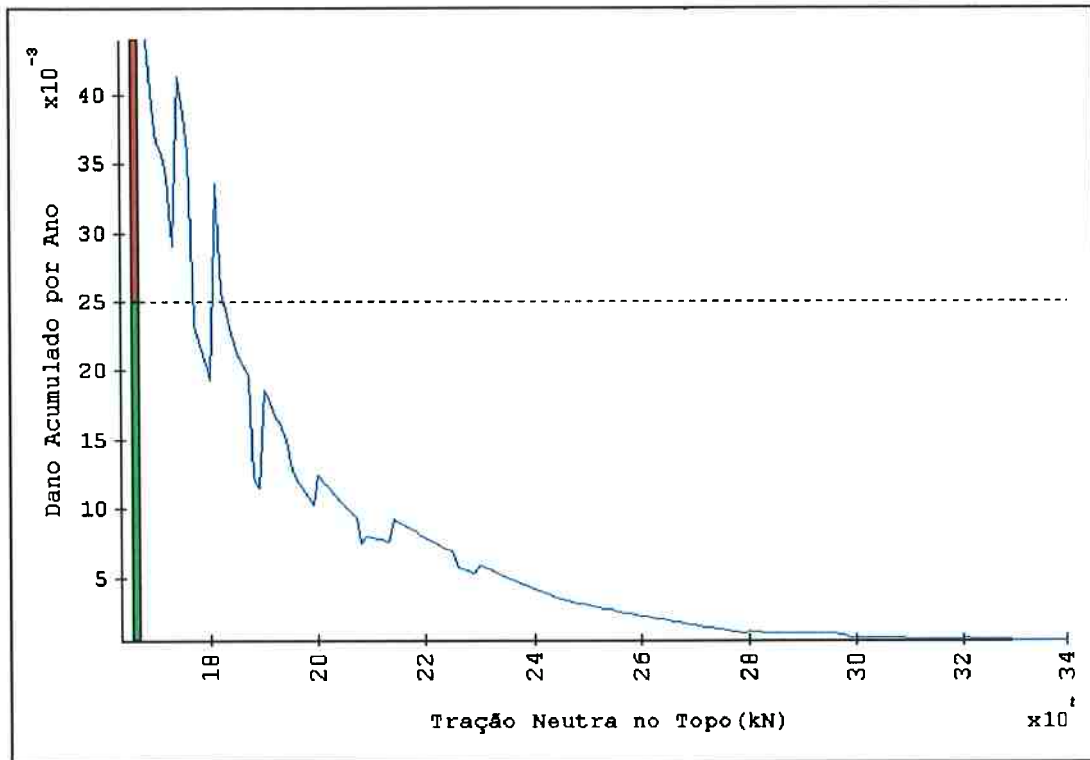


Figura 5.33 - Dano acumulado em um ano por todos os perfis de corrente

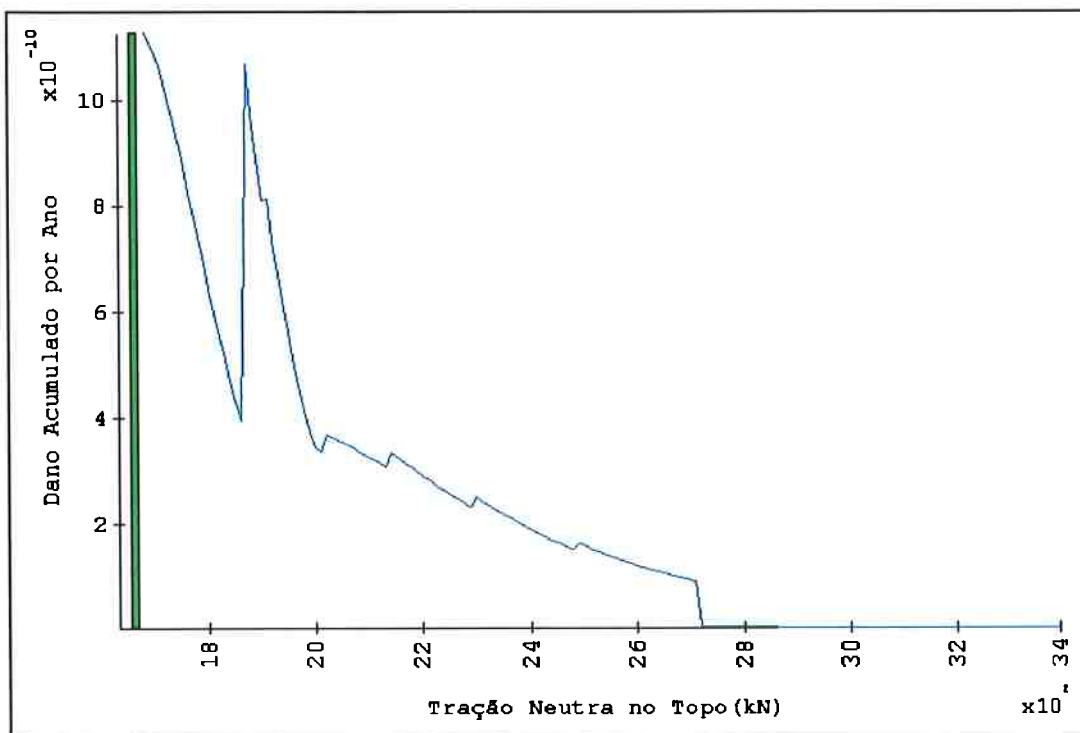


Figura 5.34 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 1

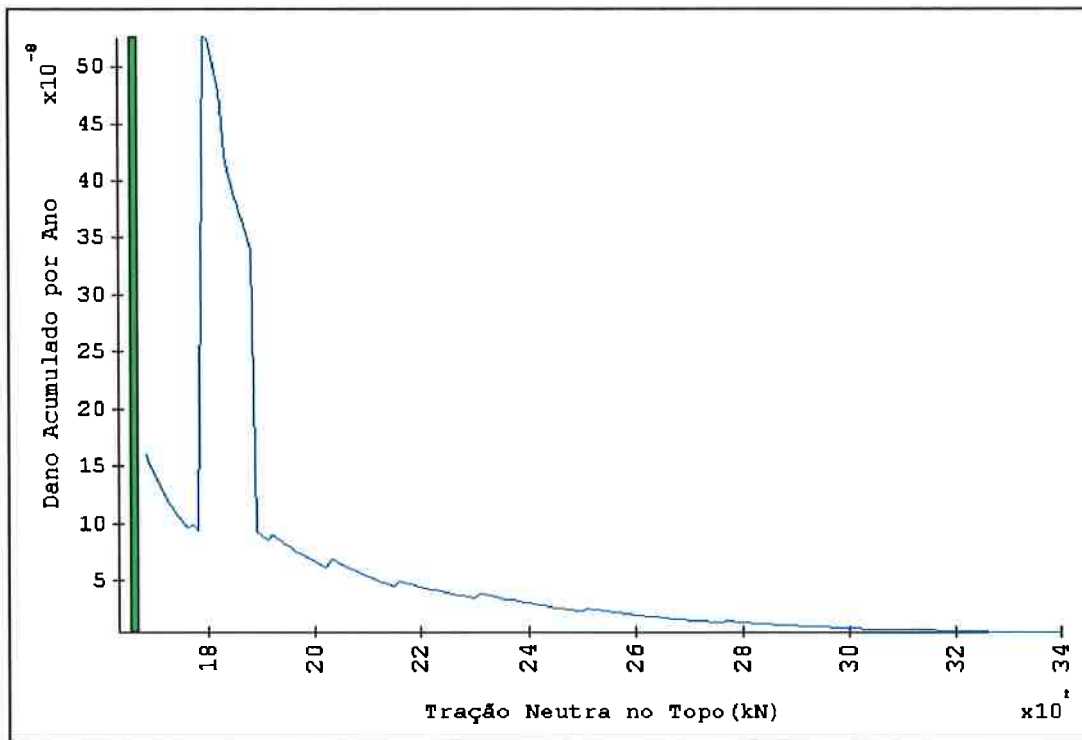


Figura 5.35 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 2

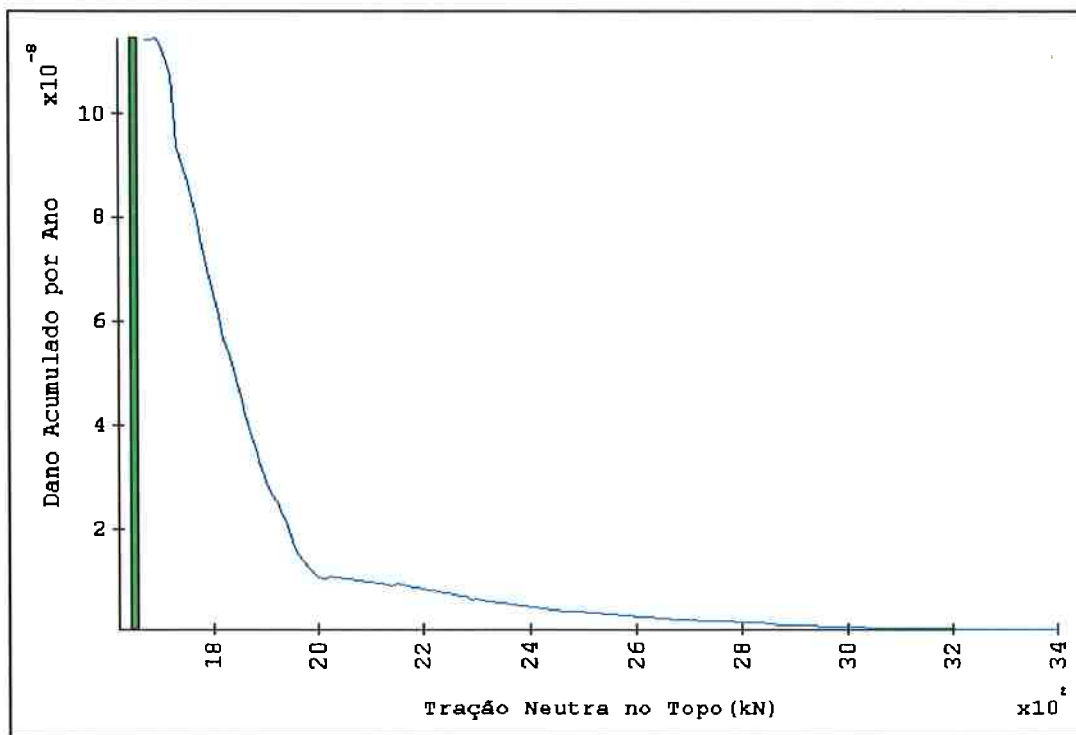


Figura 5.36 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 3

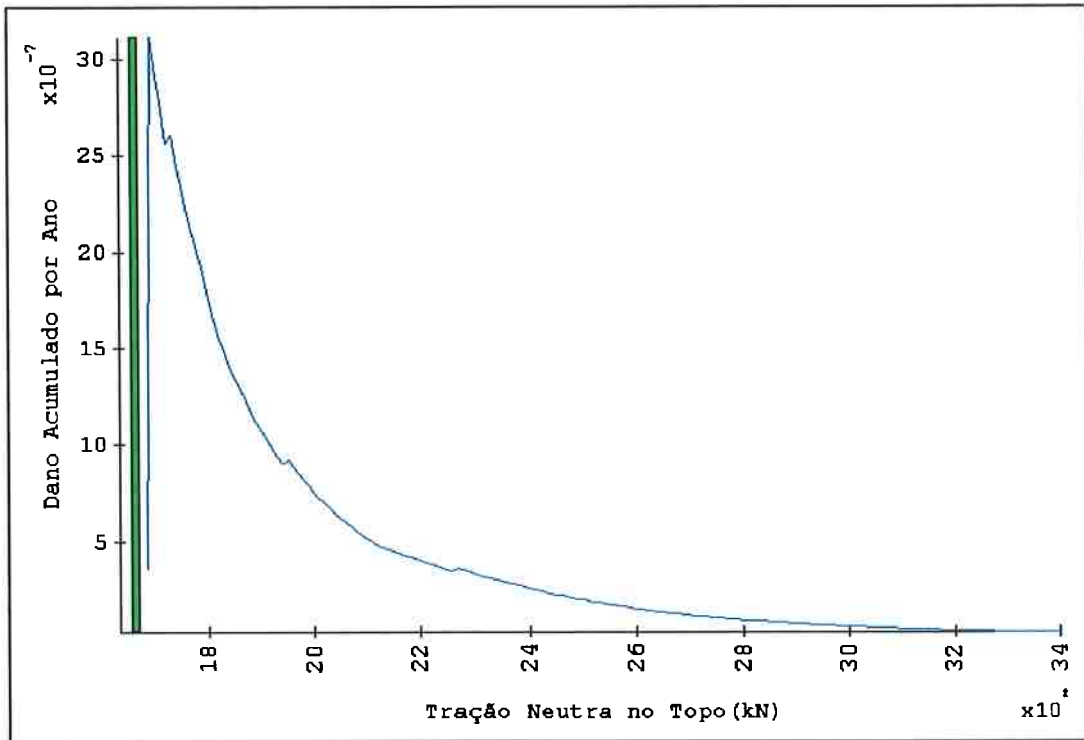


Figura 5.37 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 4

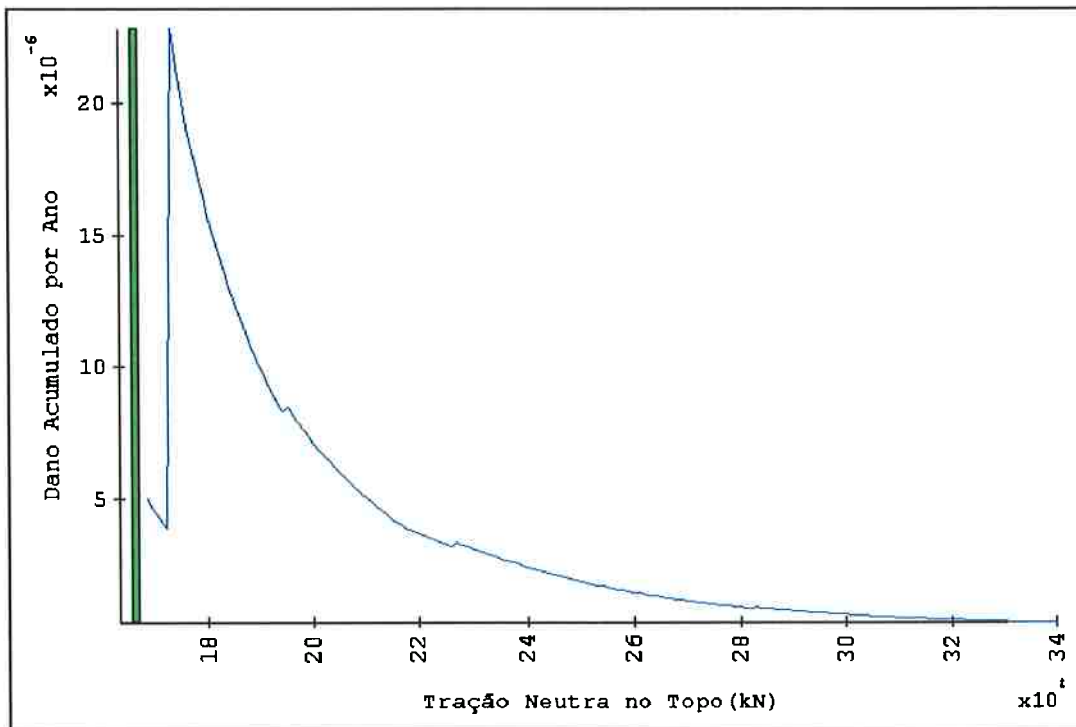


Figura 5.38 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 5

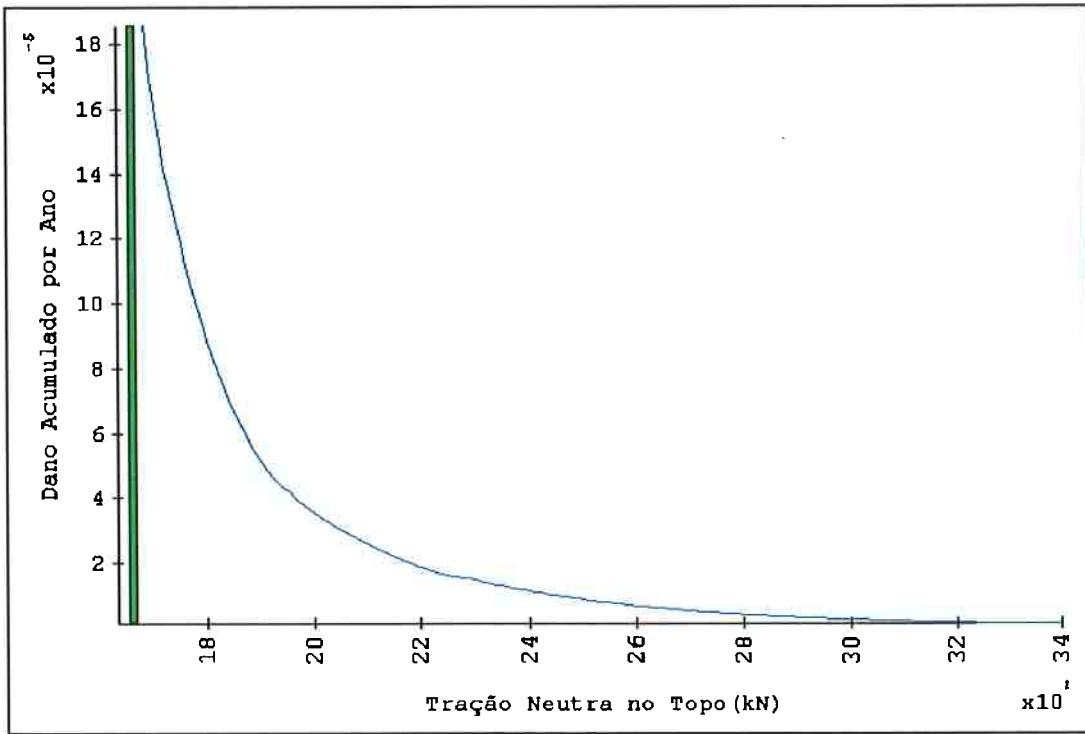


Figura 5.39 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 6

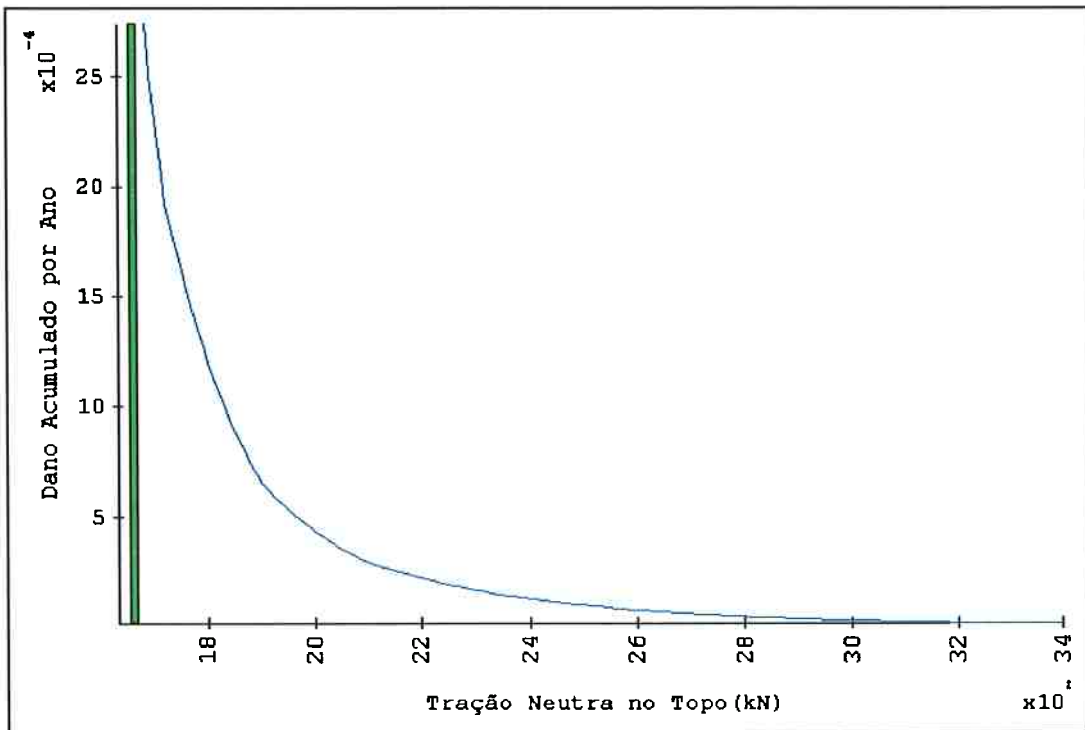


Figura 5.40 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 7

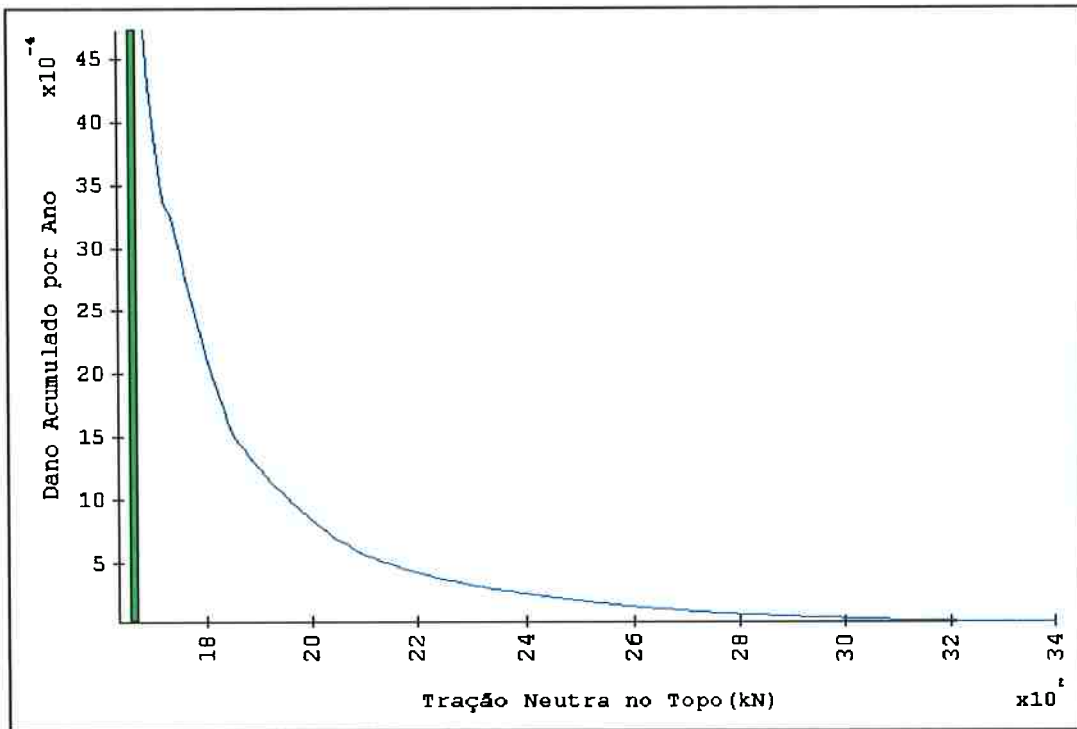


Figura 5.41 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 8

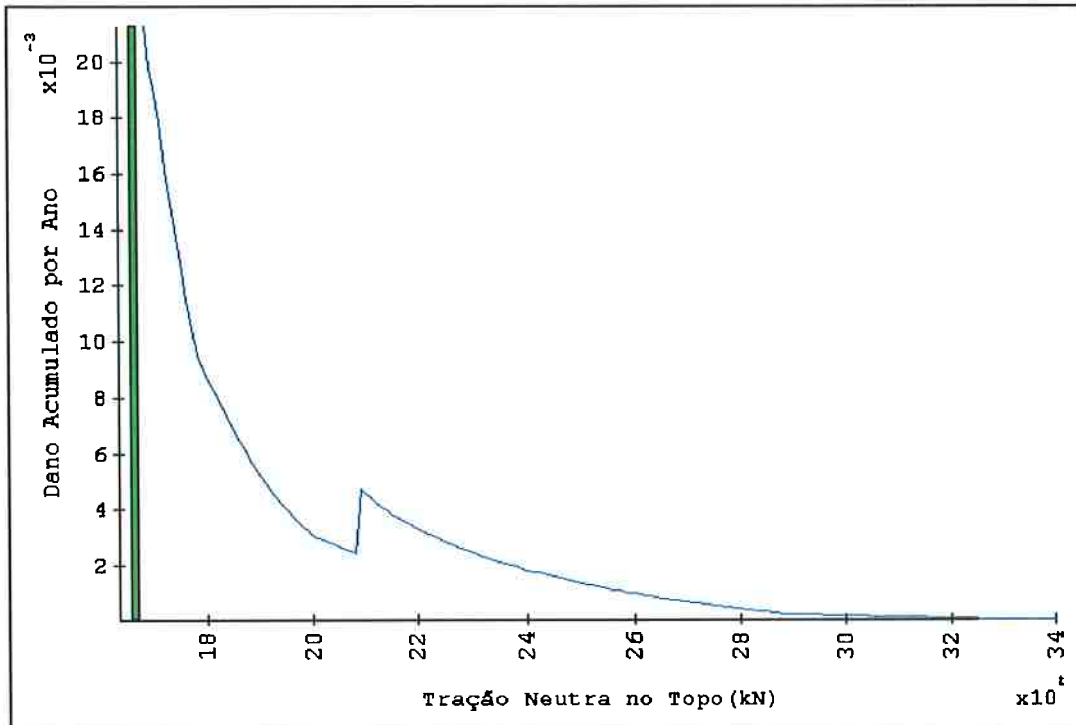


Figura 5.42 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 9

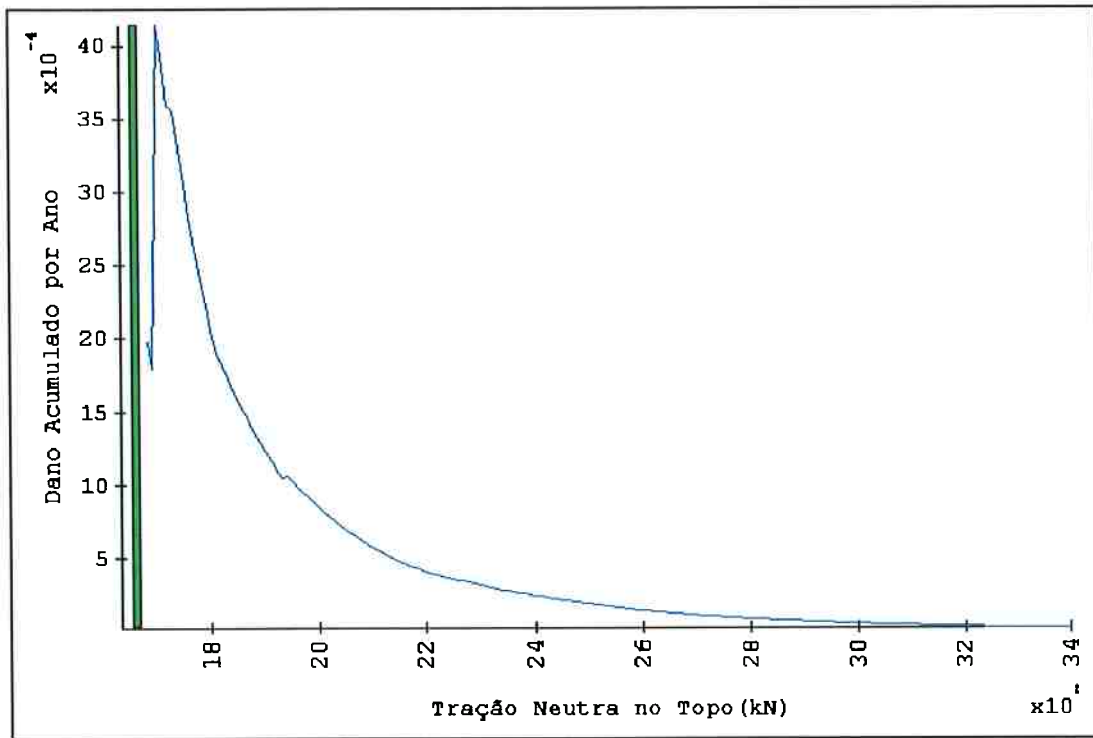


Figura 5.43 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 10

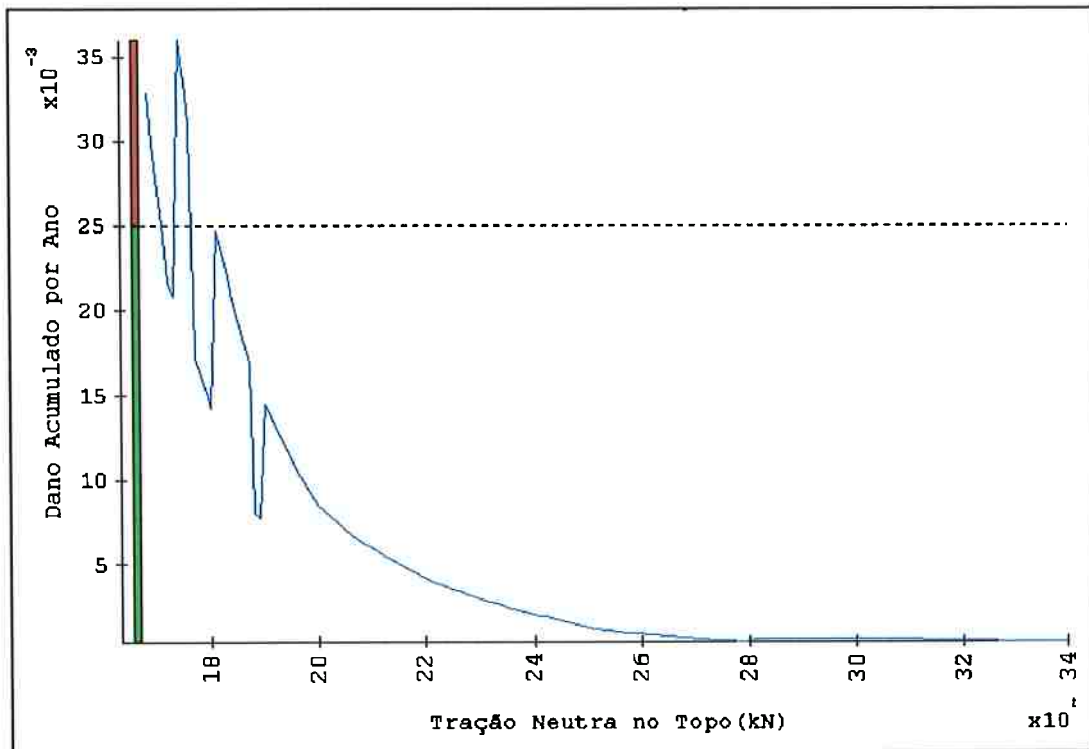


Figura 5.44 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 11

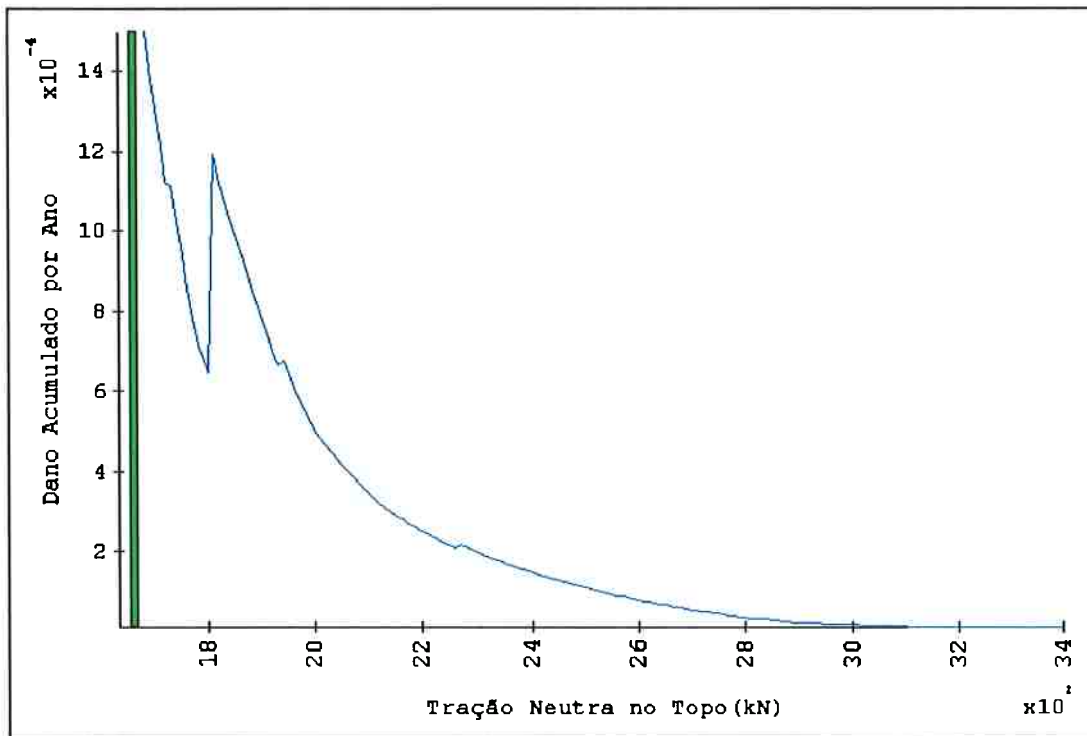


Figura 5.45 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 12

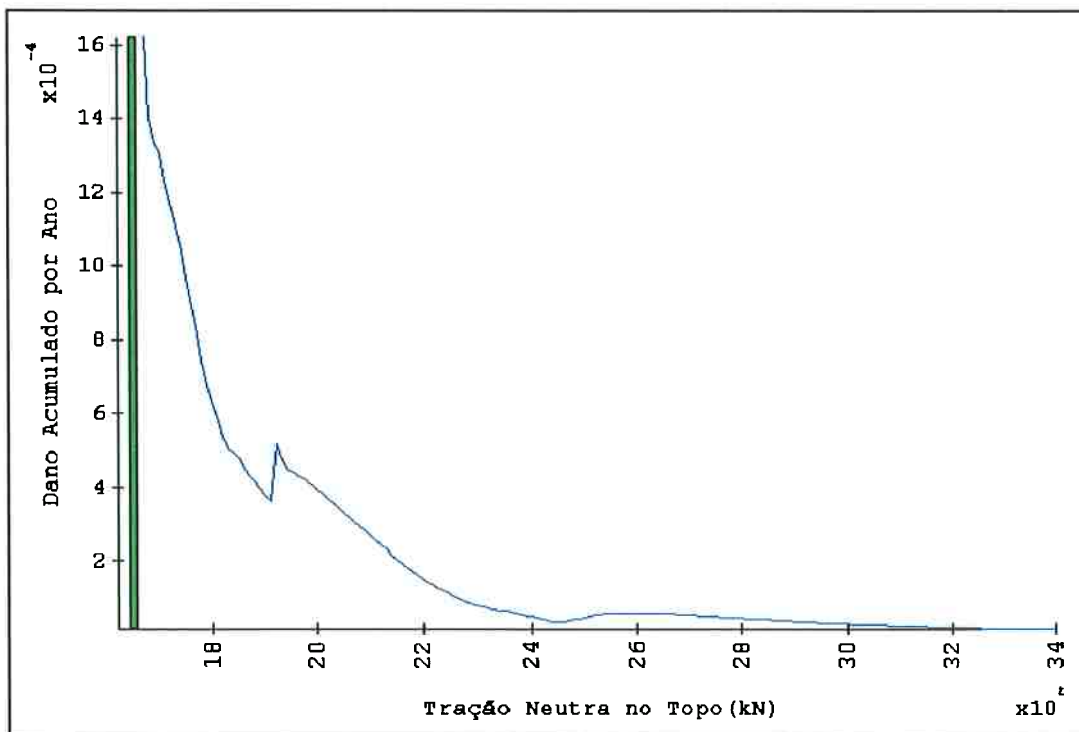


Figura 5.46 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 13

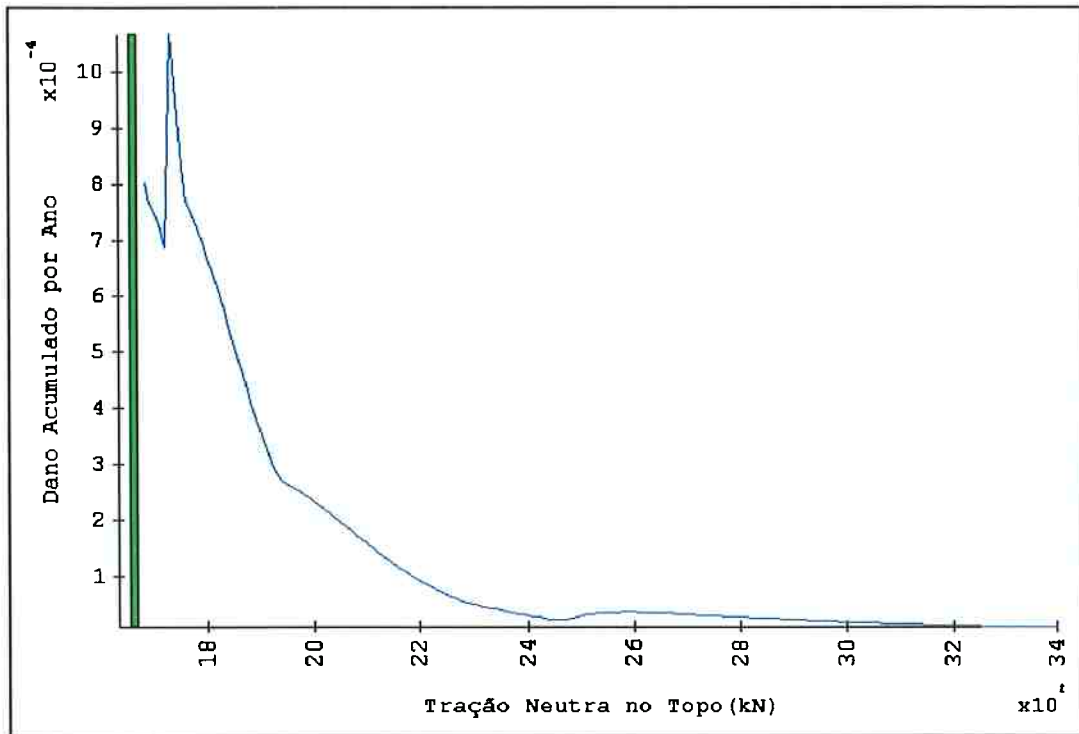


Figura 5.47 - Dano acumulado em um ano pelo perfil 14

Uma outra análise que pode ser realizada é o estudo de como se distribui o dano acumulado ao longo do comprimento do *riser* para um dado valor da força de tração neutra no topo, permitindo identificar os pontos mais críticos. Considerando o mesmo caso, com corrente sul, onda sudeste e 100% do calado e escolhendo um valor típico da força de tração, 2400 kN, obtém-se o gráfico da Figura 5.48, que traz o dano acumulado total, considerando todos os catorze perfis de corrente, em função da coordenada curvilínea do *riser*. A primeira abcissa do gráfico corresponde ao ponto de *touchdown* estático. As Figuras 5.49 a 5.62, por sua vez, trazem o que cada um dos perfis de correnteza acumula em separado.

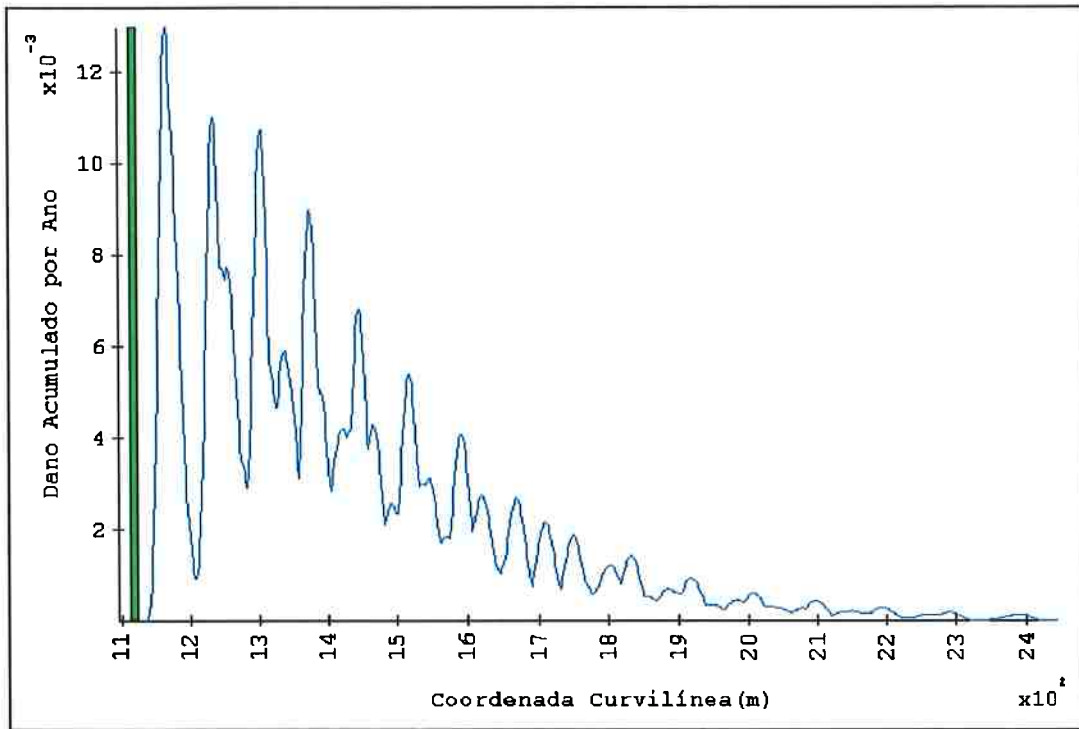


Figura 5.48 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - todos os perfis

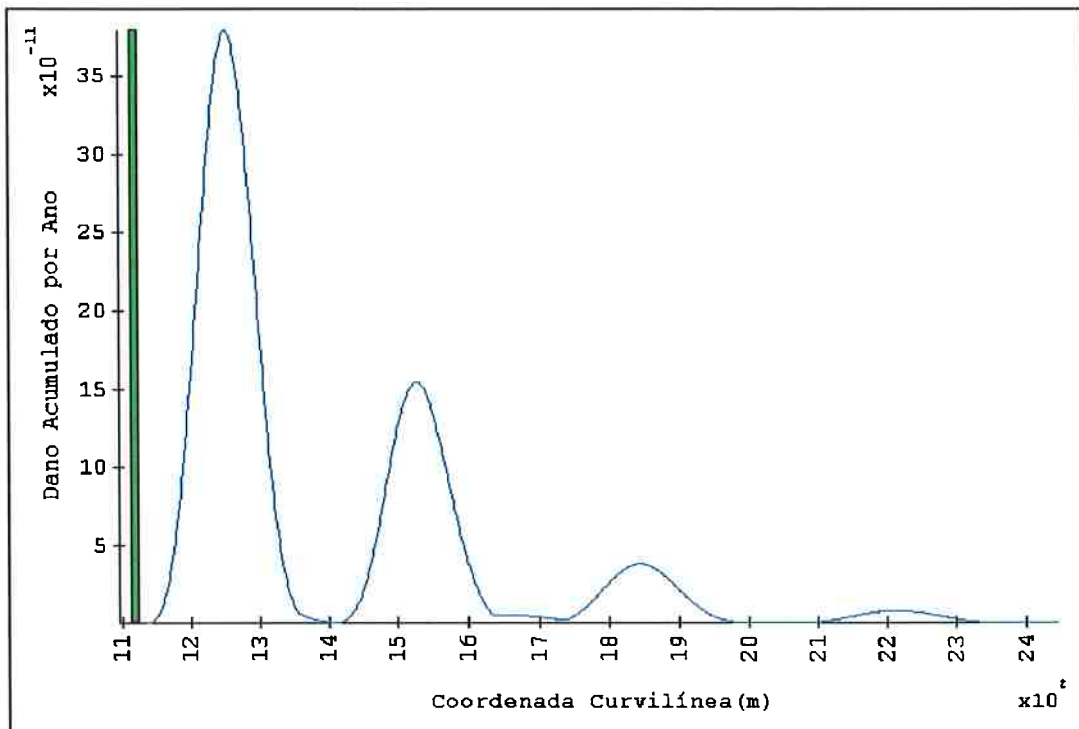


Figura 5.49 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 1

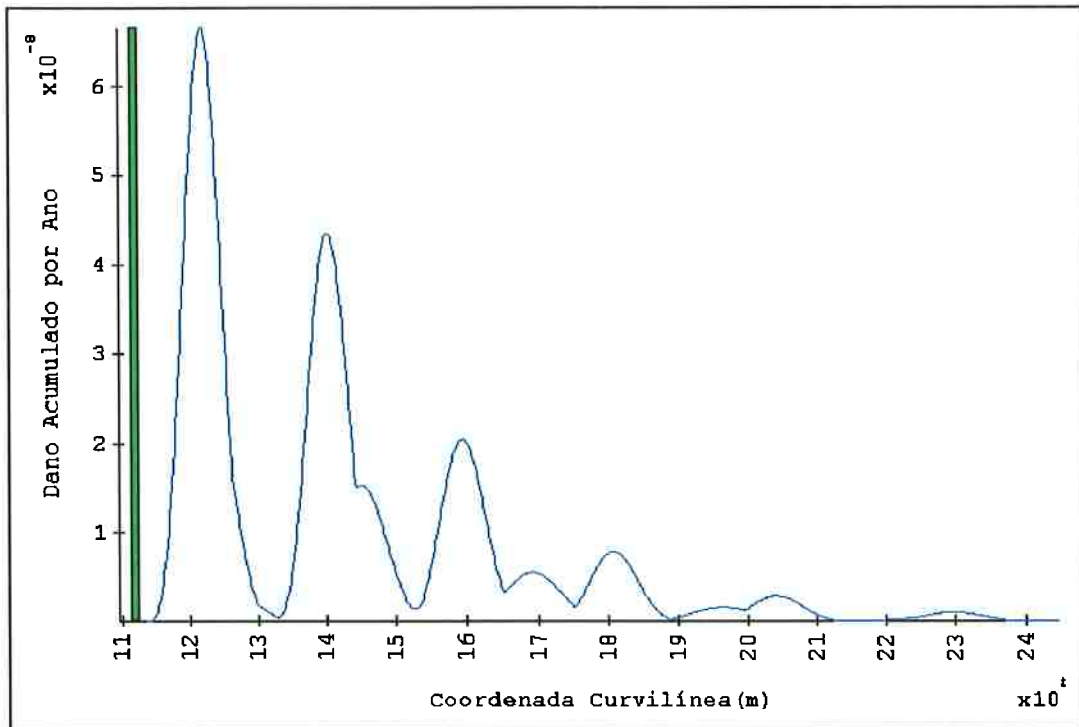


Figura 5.50 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 2

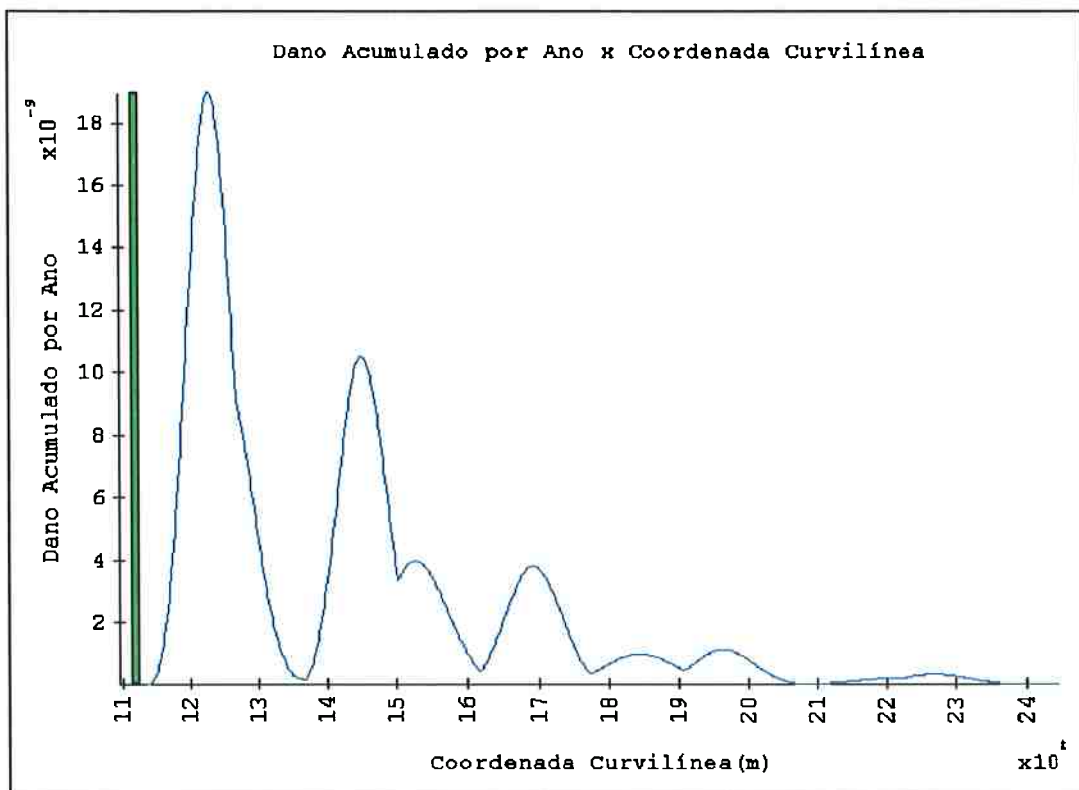


Figura 5.51 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 3

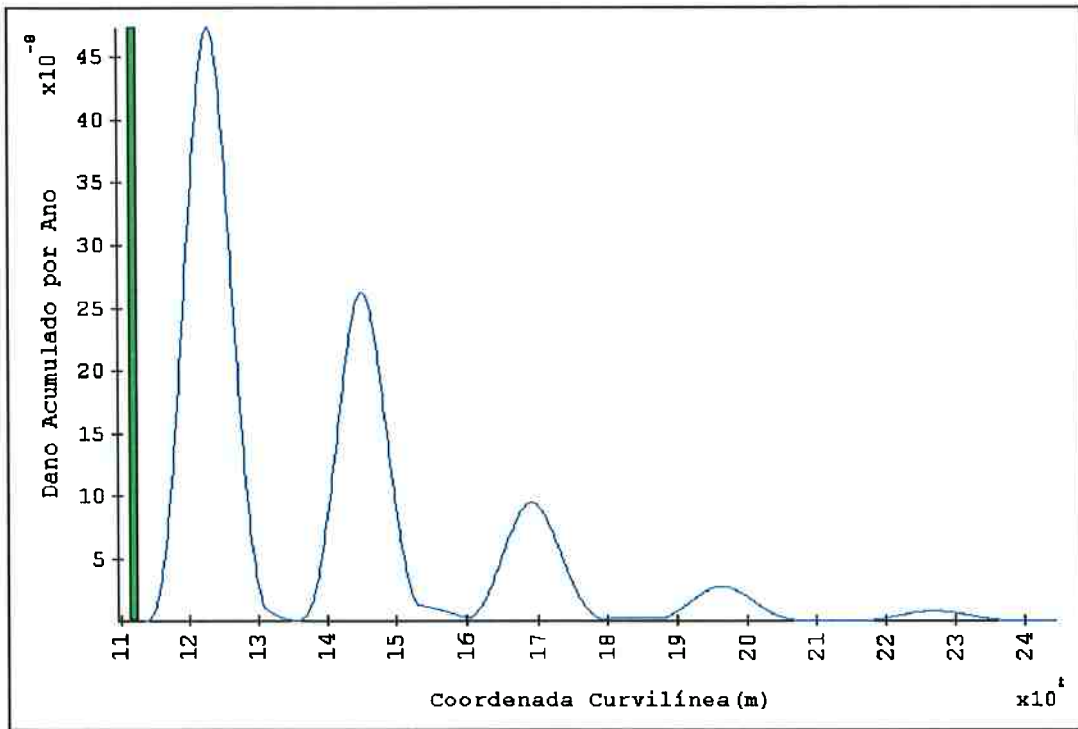


Figura 5.52 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 4

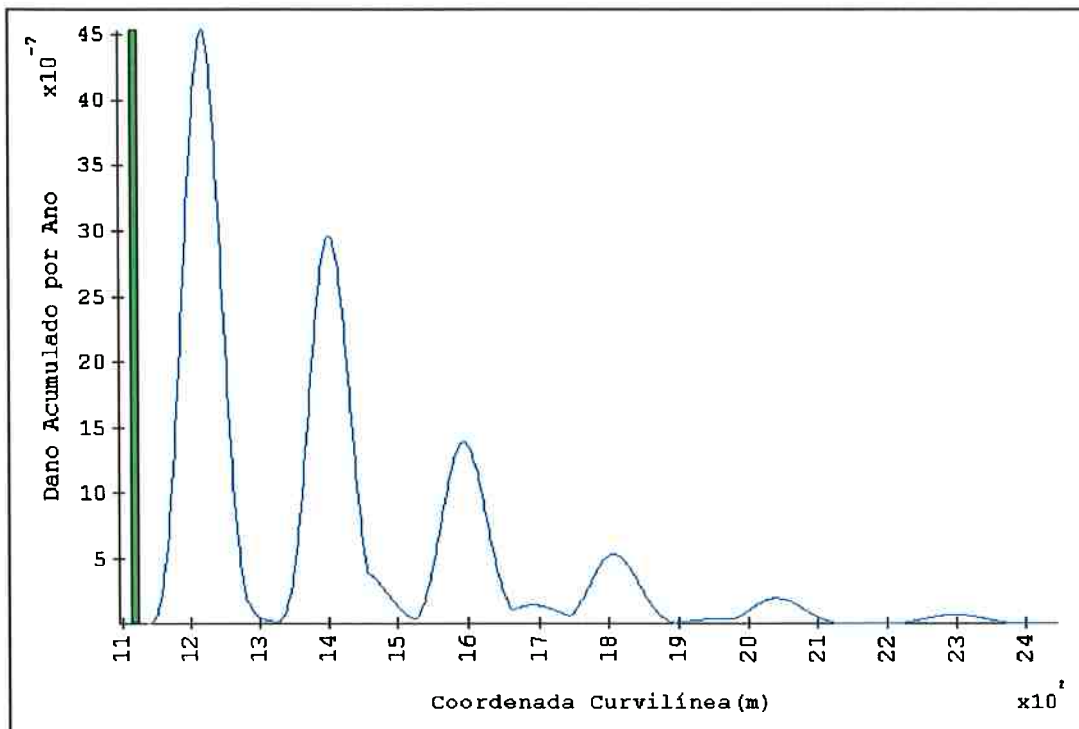


Figura 5.53 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 5

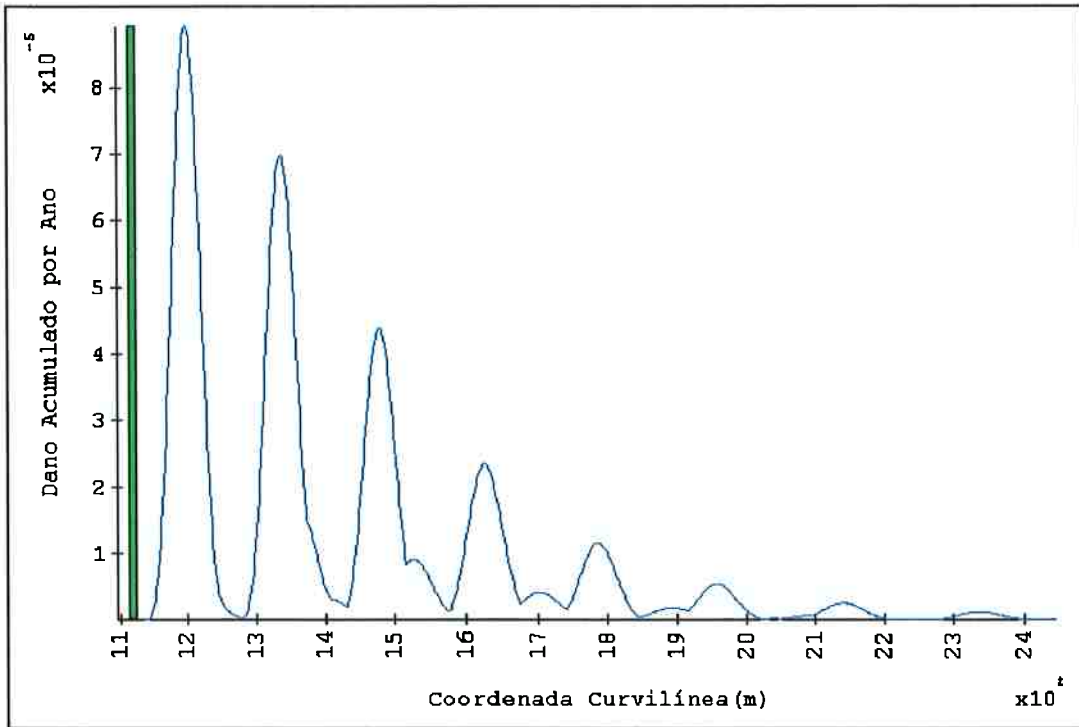


Figura 5.54 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 6

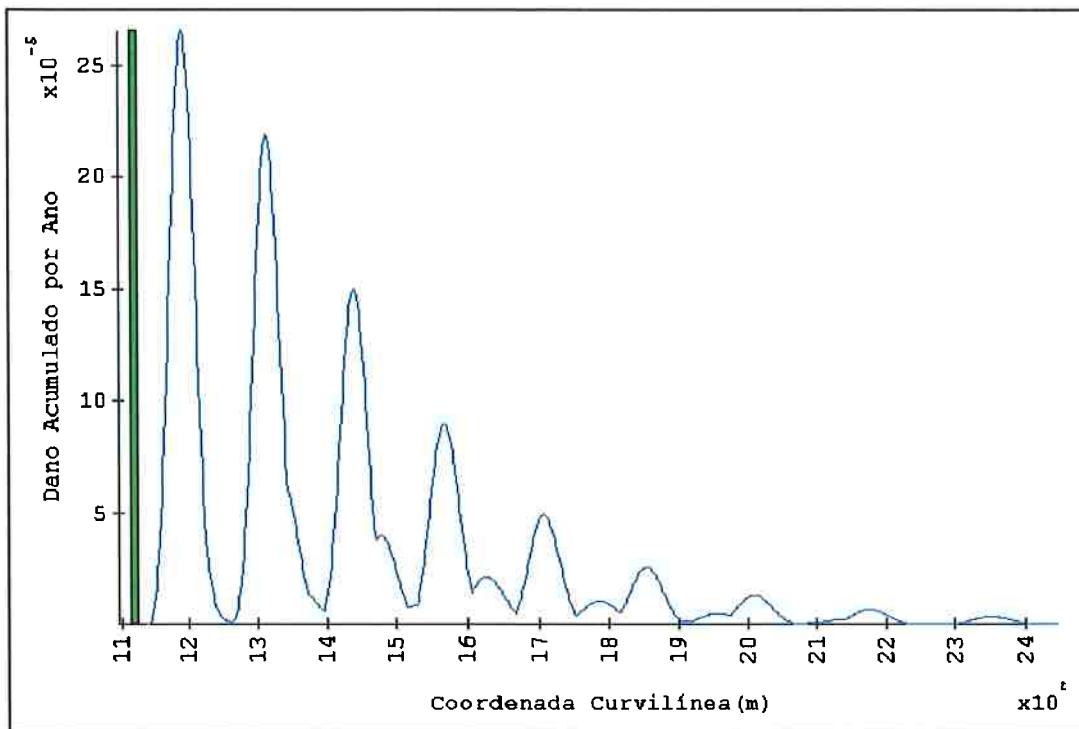


Figura 5.55 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 7

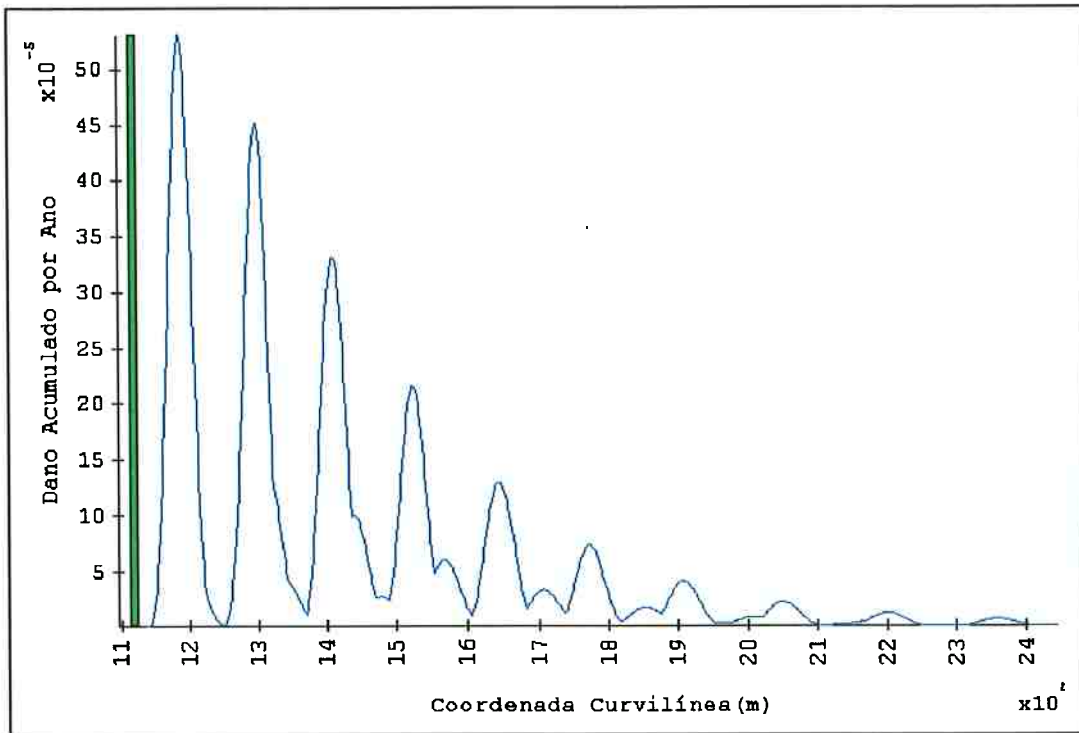


Figura 5.56 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 8

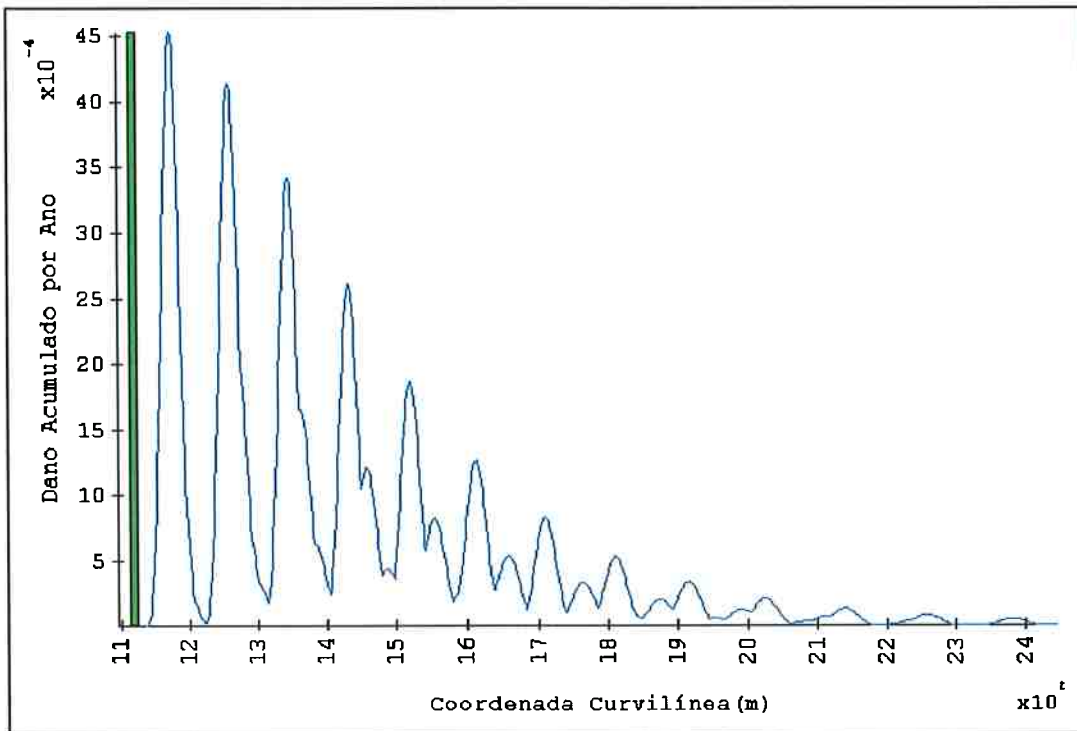


Figura 5.57 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 9

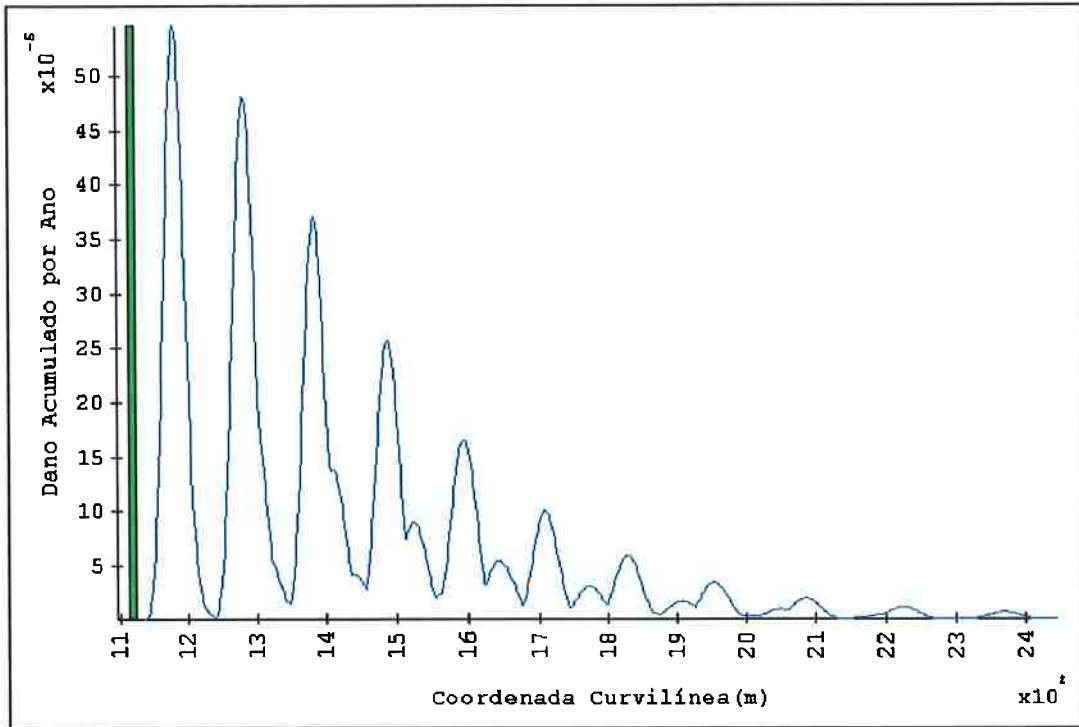


Figura 5.58 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 10

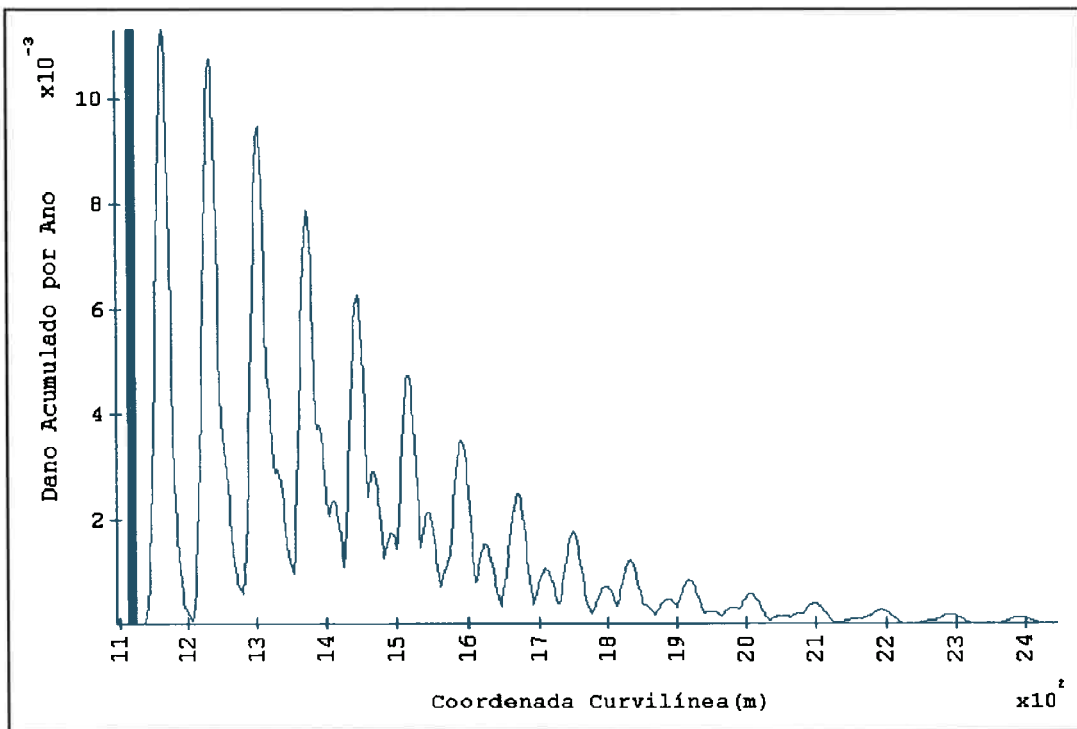


Figura 5.59 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 11

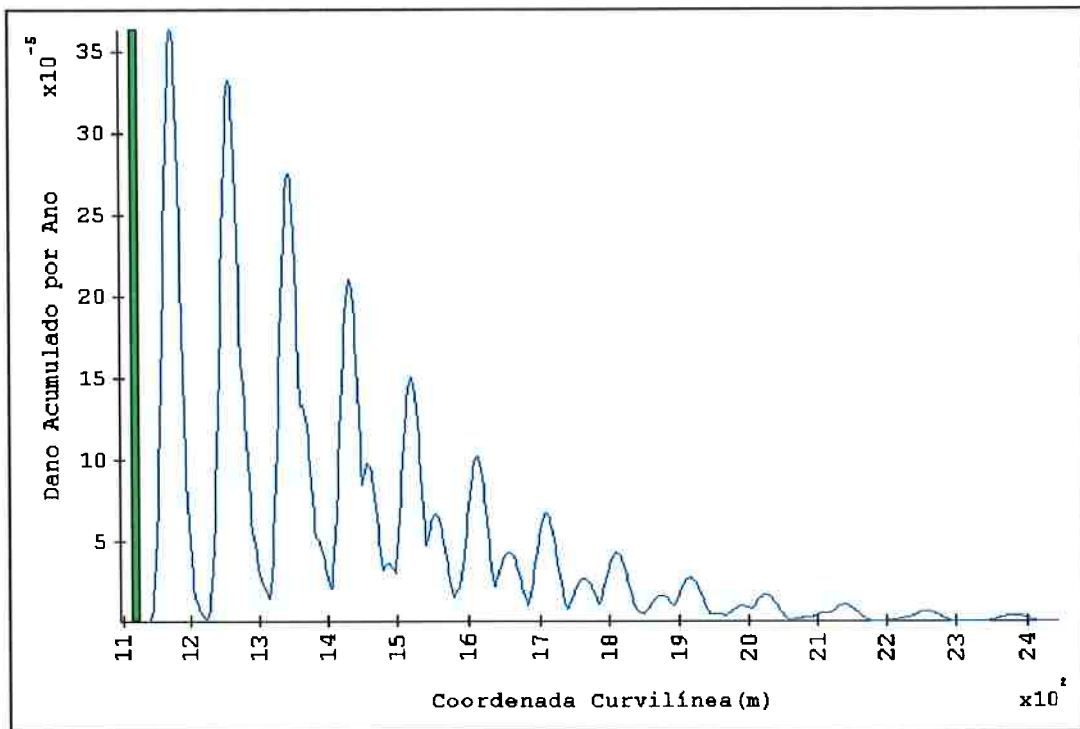


Figura 5.60 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 12

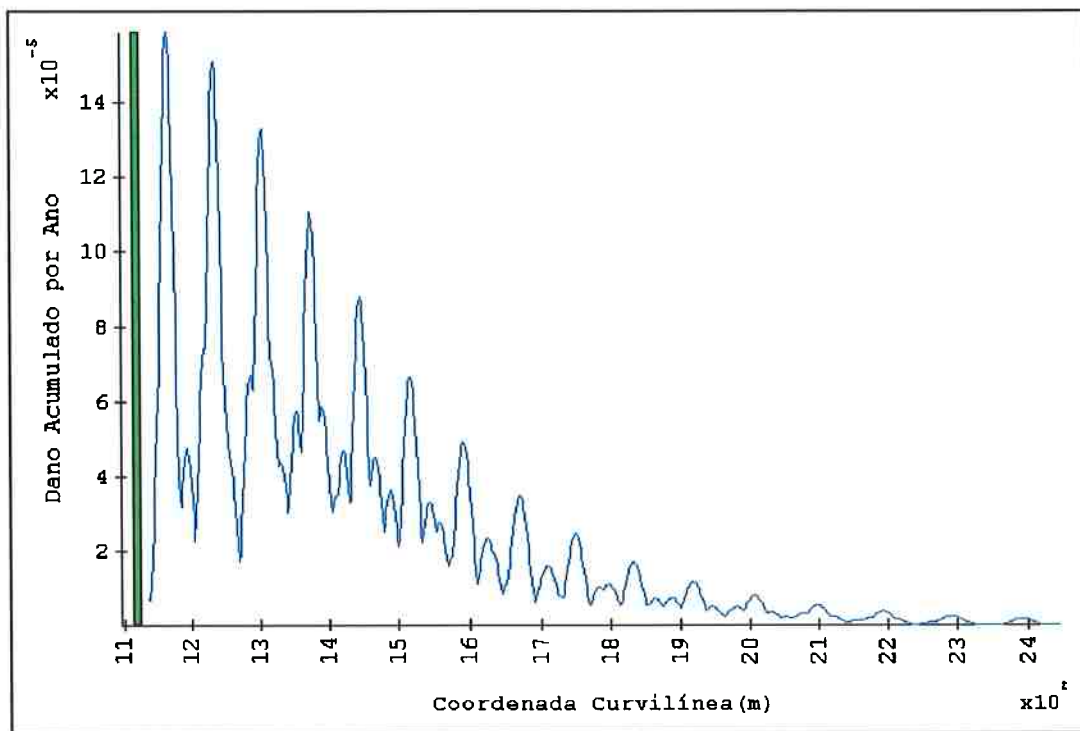


Figura 5.61 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 13

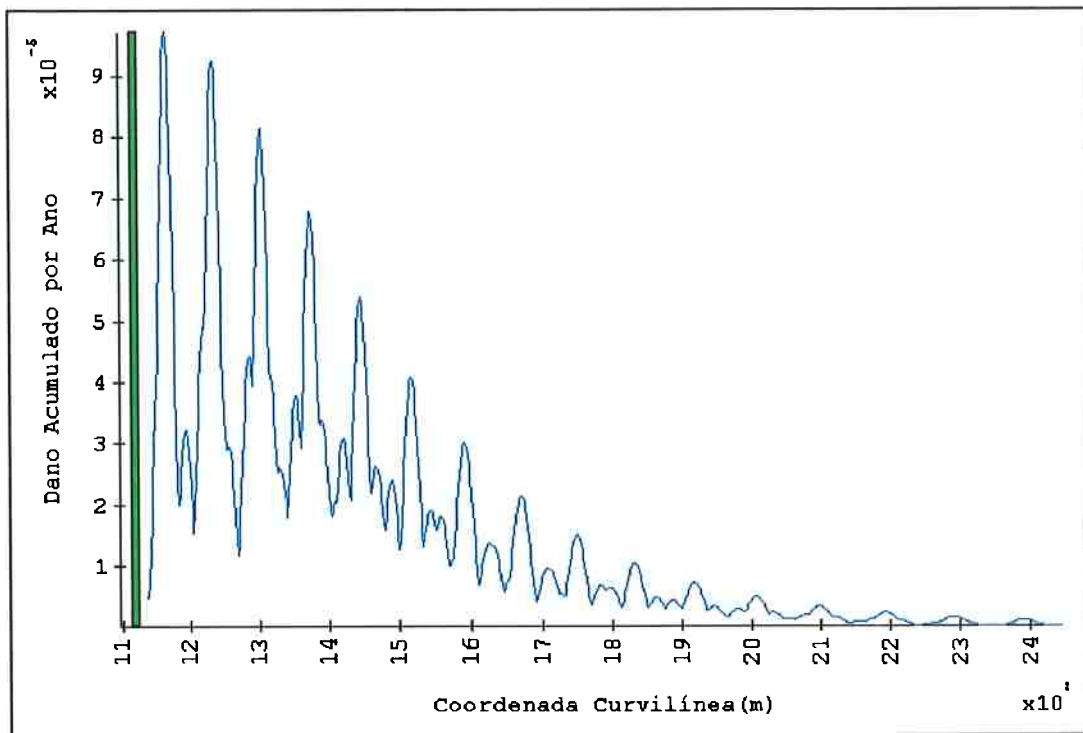


Figura 5.62 - Dano acumulado ao longo do riser em um ano para tração neutra no topo de 2400 kN - perfil 14

CAPÍTULO 6 CONCLUSÃO

O *riser* rígido em catenária surgiu há poucos anos como alternativa ao emprego de tubos flexíveis. O grande atrativo do seu baixo custo motivou o investimento em estudos para tornar este tipo de solução viável. Embora ainda poucas, já existem instalações de produção de petróleo *offshore* que adotam esta alternativa. O problema principal na aplicação de um *riser* rígido reside na sua menor tolerância aos movimentos da unidade flutuante, em comparação com um tubo flexível. É necessária uma força de tração muito grande no topo para evitar curvaturas excessivas que comprometam a sua integridade.

O primeiro contato que se teve com o assunto, na Escola Politécnica, consistiu na análise de um conjunto de *risers* rígidos possíveis de serem aplicados na Bacia de Campos. Nesta análise, procurou-se identificar os principais problemas que podem surgir na sua aplicação, do ponto de vista do seu comportamento mecânico. Concluiu-se que, além dos esforços extremos a que o tubo estará sujeito, é necessário preocupar-se com a fadiga. Foram identificadas duas causas possíveis: os movimentos induzidos no topo do *riser* pelo deslocamento da unidade flutuante e as vibrações induzidas pelo desprendimento alternado de vórtices ao longo do seu comprimento.

Durante este trabalho foi adquirida uma experiência muito grande em projeto de *risers* e aumentou, de maneira significativa, o conhecimento relativo ao comportamento mecânico dos cabos submersos. Para responder a algumas questões que surgiram, foi necessário o desenvolvimento de novos modelos, com o da curvatura dinâmica na vizinhança do *touchdown*, já que apareceram dúvidas quanto aos resultados fornecidos por programas não-lineares respeitados no mercado. Tomou-se contato, também, com as dificuldades inerentes ao estudo de viabilidade de um *riser* rígido em catenária.

A principal dessas dificuldades, certamente, foi a inexistência de um *software* dedicado ao estudo de *risers* que executasse todas as tarefas necessárias. Existiam programas que

realizavam as análises estática e dinâmica de um cabo em catenária, existiam programas que estudavam as vibrações induzidas por vórtices, por meio de modelos simplificados, existiam programas que efetuavam análises de fadiga, existiam algoritmos implantados em planilhas, mas não existia uma ferramenta que integrasse todas essas análises. Além disso, os programas existentes provinham de origens diferentes, de modo que os seus arquivos de dados eram incompatíveis entre si. Como o número de casos analisados foi muito grande, a quantidade de arquivos tornou-se excessiva, dificultando o gerenciamento da informação.

Uma outra limitação importante, era o tempo necessário para realizar cada análise dinâmica do cabo. Considerando as combinações de direção de correnteza, incidência de onda e estados de mar que deviam ser consideradas e as variações dos parâmetros do *riser*, o número de análises dinâmicas necessárias se multiplicava com facilidade, implicando em um tempo total de processamento muito grande. Concluiu-se que seria bastante interessante se esse tempo fosse abreviado, de maneira a selecionar as melhores alternativas rapidamente, evitando gastar muito tempo com soluções que se revelariam inviáveis.

Surgiu daí, a idéia de desenvolver uma nova ferramenta computacional, para ser usada em uma primeira volta da espiral de projeto de um *riser* rígido em catenária. Essa ferramenta deveria englobar tanto a análise do comportamento desta alternativa sob esforços extremos quanto ao estudo da fadiga sob esforços repetitivos, incluindo como excitação o movimento da unidade flutuante e as vibrações induzidas pelo desprendimento de vórtices. Ela deveria fornecer respostas rápidas, mas ao mesmo tempo confiáveis e conclusivas. E assim nasceu o *SteelCat*.

A realização desta empreitada só foi possível aliando toda a experiência adquirida no projeto de *risers* rígidos e flexíveis, na modelagem do comportamento mecânico de cabos submersos, no estudo das vibrações induzidas por vórtices e no desenvolvimento de vários *softwares* para aplicações *offshore*. Diversos modelos tiveram que ser implementados, envolvendo a determinação da configuração estática de um cabo, o seu comportamento dinâmico quando excitado pelas ondas do mar e por um movimento no topo, o seu comportamento na fadiga causada pelo movimento da unidade flutuante e pelas vibrações induzidas pelo desprendimento de vórtices, além de todos os algoritmos necessários para integrar essas análises nos procedimentos de projeto.

Um cuidado especial foi dedicado ao projeto da interface gráfica do programa, para que os seus resultados fossem apresentados de uma maneira clara e objetiva. Diversas alternativas foram consideradas até chegar à solução final. O uso do *SteelCat* para executar alguns estudos de casos mostrou alguns pontos em que esta interface poderia ser melhorada. Enquanto este trabalho estava sendo escrito, foi desenvolvida uma nova versão do programa incorporando essas alterações.

As hipóteses fundamentais em que se baseiam os diversos modelos empregados no *SteelCat*, para descrever o comportamento mecânico do *riser* rígido em catenária, foram discutidas no corpo deste trabalho; os seus detalhes foram apresentados nos apêndices. Os resultados fornecidos por esses modelos são confiáveis: eles já foram verificados numérica e experimentalmente e seu uso é consagrado. O mérito e a originalidade do programa reside na integração desses modelos, juntamente com os procedimentos de projeto, em uma ferramenta ímpar.

Ao longo do trabalho, foi apresentado um estudo de caso realizado com o *SteelCat*, baseado em uma situação real de projeto, para ilustrar a potencialidade do programa. O caso escolhido, instalar um *riser* rígido em catenária conectado a um *FPSO*, é inédito e sabidamente complicado, pois os movimentos desse tipo de unidade flutuante são consideráveis. Não foi objetivo do trabalho viabilizar a instalação do *riser*, pois nesse caso teria sido escolhida certamente uma *TLP*, mas se posicionar segundo a ótica de um projetista do *riser* usando o *SteelCat* e analisando os seus resultados. Os dados utilizados, com as suas imperfeições, seriam aqueles que ele receberia para o estudo de viabilidade.

Acredita-se que nesse estudo tenha ficado patente a utilidade e a potência de uma ferramenta dedicada como o *SteelCat*, que tornou possível reduzir consideravelmente o tempo de análise necessário, além de organizar todo o processo. Acredita-se, também, que tanto os objetivos propostos para desenvolvimento do programa, quanto para a redação deste trabalho foram plenamente atingidos.

A conclusão final é que o trabalho até agora despendido no desenvolvimento do *SteelCat* realmente compensou, recomendando um investimento contínuo em novas versões do programa, que incorporem outras configurações para o *riser*, além da catenária simples, e novos modelos à medida que eles forem surgindo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aranha J. A. P. et alii *Análise Preliminar de um Riser "Rígido" em Catenária com 10"3/4 de Diâmetro para Operação na Bacia de Campos*. Relatório Técnico, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, dezembro de 1994.
- Aranha J. A. P. et alii *Análise Preliminar de Quatro Risers "Rígidos" em Catenária (SCR's) em 770m de Lâmina d'Água Suspensos à Plataforma PXLX*. Relatório Técnico, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, maio de 1995.
- Aranha, J. A. P. et alii *Estudo de Viabilidade Técnica Visando a Aplicação de Steel Catenary Risers em FPSO's Amarrados em Sistemas Tipo Turret, no Campo de Barracuda - Vol 2 - Dimensionamento e Ante-Projeto do SCR (Steel Catenary Riser)*. Relatório Técnico, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, abril de 1998.
- Aranha, J. A. P., Martins, CA & Pesce, CP *Analytical Approximation for the Dynamic Bending Moment at the Touch-down Point of a Catenary Riser*. International Journal of Offshore and Polar Engineering, vol. 7, n. 4, Dec. 1997, pp 293-300.
- Aranha, J. A. P., Pesce, C. P. & Martins, C. A. *Mecânica de Cabos Submersos. I - Comportamento Estrutural Estático*. EPUSP, Monografia N. 75/92, Dep. de Eng. Mecânica, junho de 1992, 28p.
- Aranha, J. A. P., Pesce, C. P. & Martins, C. A. *Mecânica de Cabos Submersos. II - Comportamento Dinâmico*. EPUSP, Monografia N. 76/92, Dep. de Eng. Mecânica, junho de 1992, 60p.
- Aranha, J. A. P., Pesce, C. P. & Martins, C. A. *Mecânica de Cabos Submersos. III - Efeito Local da Flexão via Teoria da Camada Limite*. EPUSP, Monografia N. 77/92, Dep. de Eng. Mecânica, junho de 1992, 23p.

- Aranha, J. A. P., Pesce, C. P., Martins, C. A. & Andrade, B. L. R. *Mechanics of submerged cables: Asymptotic Solution and Dynamic Tension*. Proceedings of The 3rd International Offshore And Polar Engineering Conference, ISOPE, Singapore, Vol II, pp 345-356, 6-11 June, 1993.
- Bannantine, J. A., Comer, J. J. & Handrock, J. L. *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*. Englewood Cliffs, New Jersey, USA, Prentice-Hall, 1990.
- Blevins, R. D. *Flow-Induced Vibration*. New York, Van Nostrand Reinhold, 1977, 363p.
- Campos, L. A. *Análise de Esforços Dinâmicos na Região do "Touchdown Point" de um Riser Rígido em Catenária*. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 171p., 1997.
- Iwan, W. D. & Blevins, R. D. *A Model for Vortex Induced Oscillation of Structures*. Journal of Applied Mechanics, September 1974, p.581-586.
- Iwan, W. D. *The Vortex Induced Oscillation of Elastic Structural Elements*. Journal of Engineering for Industry, November 1975, p. 1378-1382.
- Iwan, W. D. *The Vortex-Induced Oscillation of Non-Uniform Structural System*. Journal of Sound and Vibration, 1981, 79(2), p. 291-301.
- Lanczos, C. *The Variational Principles of Mechanics*. 4th edition, Dover Publications, Inc., New York, 1986.
- Larsen, C. M. *Flexible Riser Analysis - Comparison of Results from Computer Programs*. Marine Structures 5(1992) 103-119.
- Lyons, G. J. & Patel, M. H. *A Prediction Technique for Vortex Induced Transverse Response of Marine Risers and Tethers*. Journal of Sound and Vibration, 1986, 111(3), p.467-487.
- Martins, C. A. *Amortecimento Ativo para Reduzir Vibrações Induzidas por Vórtices em Risers*. São Paulo, EPUSP, 1989, 309p, Tese de Doutorado.
- Martins, C. A. *STEELCAT – Manual do Usuário*. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1998.

- Martins, C. A., Costa, A. B. e Harada, C. A. N. *Parametric Analysis of Steel Catenary Risers: Fatigue Behavior near the Touchdown Point*. Proceedings of The 9th International Offshore and Polar Engineering Conference, Brest, France, May 30 – June 4, 1999, Vol. II, p. 314-319.
- Martins, C. A., Harada, C. A. e Costa, A. B. *Parametric Analysis of Steel Catenary Risers under Extreme Loads*. - Proceedings of The 9th International Offshore and Polar Engineering Conference, Brest, France, May 30 – June 4, 1999, Vol. II, p. 309-313.
- Pesce, C. P. *Mecânica de Cabos e Tubos Submersos Lançados em "Catenária": uma Abordagem Analítica e Experimental*. São Paulo, EPUSP, 1997, 352p. Tese de Livre-Docência.
- Pesce, C. P., Aranha, J. A. P. & Martins, C. A. *The Soil Rigidity Effect in the Touch Down Boundary Layer of a Catenary Riser: Static Problem*. Proceedings of the 8th International Offshore & Polar Engineering Conference, Montreal, 1998, vol. 2, pp 207-213.
- Pesce, C. P., Aranha, J. A. P., Martins, C. A. & Pinto, M. M. O. *Steel Catenary Risers for Deep Water Applications*. Proceedings of the 5th International Offshore & Polar Engineering Conference, The Hague, 1995, vol. 2, pp 190-202.
- Pesce, C. P., Aranha, J. A. P., Martins, C. A., Ricardo, O. G. S. and Silva, S. *Dynamic Curvature in Catenary Risers at the Touch Down Point: An Experimental Study and the Analytical Boundary-Layer Solution*. Proceedings of the 7th International Offshore & Polar Engineering Conference, Honolulu, 1997, vol. 2, pp 656-665.
- Pesce, C. P., Aranha, J. A. P., Martins, C. A., Ricardo, O. G. S. e Silva, S. *Dynamic Curvature in Catenary Risers at the Touch Down Point Region: An Experimental Study and the Analytical Boundary-Layer Solution*. International Journal of Offshore and Polar Engineers, Vol. 8, No. 4, December 1998, p.303-310.
- Pesce, C. P., Martins, C. A. & Aranha, J. A. P. *Asymptotic and Frequency Domain Methods as Analysis Tools for Catenary Riser Dynamics*. Proceedings of the 17th Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE, Lisbon, 1998.

Pesce, C. P. & Pinto, M. M. O. *First-order Dynamic Variation of Curvature and Tension in Catenary Risers*. Proceedings of the 6th International Offshore & Polar Engineering Conference, Los Angeles, 1996, vol. 2, pp 163-175.

Price, W. G & Bishop, R. E. D. *Probabilistic Theory of Ship Dynamics*. Chapman and Hall, London, 1974.

APÊNDICE A MODELO ESTÁTICO

A.1 Considerações iniciais

Este apêndice apresenta o modelo usado pelo *SteelCat* para solução do problema estático, que consiste na determinação da configuração de equilíbrio do *riser*, conhecidos o seu comprimento total e as coordenadas de suas extremidades. Este modelo é o de um fio inextensível e perfeitamente flexível cuja configuração de equilíbrio é bidimensional e está inscrita em um plano vertical que contém ambas as suas extremidades. Os esforços aplicados sobre este fio são o seu peso próprio, a pressão hidrostática e o arraste causado pela ação da correnteza marítima local, conhecidos o seu comprimento total e as coordenadas de suas extremidades.

O efeito da rigidez flexional, embora localmente importante na região de *touchdown* e do topo, não influi de maneira apreciável na configuração de equilíbrio do *riser* em catenária e pode ser incluído posteriormente usando o modelo do tipo camada limite que é apresentado no Apêndice B. A deformação axial é considerada desprezível no nível de tração usual para um *riser* rígido, já que o seu material deve trabalhar no regime elástico. Seu efeito, no entanto, é importante no estudo do comportamento dinâmico. Por esse motivo, embora o modelo estático usado seja o de um cabo inextensível, as equações de equilíbrio são desenvolvidas para um *riser* com rigidez axial finita, para que possam ser aproveitadas no equacionamento do problema dinâmico, apresentado no Apêndice C.

A.2 Geometria do problema

O problema estático é formulado da seguinte maneira: determinar a configuração de equilíbrio assumida por um fio pesado de comprimento total ℓ , sendo dadas as posições de suas extremidades inferior e superior, respectivamente os pontos O e S da Figura A.1. A

extremidade inferior repousa sobre o solo, que é suposto plano e horizontal. A extremidade superior do *riser* tem coordenadas x_t e z_t dadas em relação a um sistema cartesiano com origem em O , eixo x horizontal e eixo z vertical. O fio está parcialmente ou totalmente imerso em um fluido com profundidade d .

A Figura A.1 mostra que a configuração assumida pelo fio pode ser dividida em dois trechos: no primeiro ele se apóia sobre o solo e no outro ele está suspenso. O ponto que divide os dois trechos é conhecido como *TDP* (“touchdown point”). A sua posição é uma das incógnitas do problema. Para que o fio possa assumir a configuração especificada é necessário que seja aplicada à sua extremidade superior uma força de tração T_s , que é outra das incógnitas.

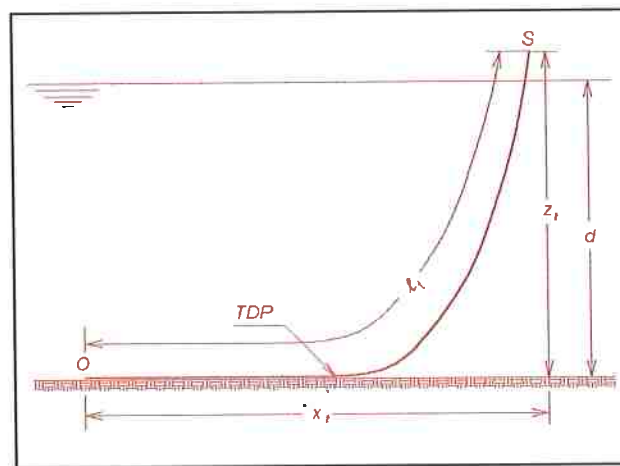


Figura A.1 - Geometria do problema

Para descrever as grandezas vetoriais que aparecem na formulação do problema estático s é utilizada uma base ortonormal $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ na qual os versores \vec{i} e \vec{k} pertencem ao plano do cabo, sendo o versor \vec{i} horizontal, com sentido positivo apontando do ponto O para o ponto S , e sendo o versor \vec{k} vertical, com sentido positivo apontando de baixo para cima.

Para representar a posição de um ponto da linha média do cabo, é usada a coordenada curvilínea s medida sobre a mesma a partir da origem O , com sentido positivo na direção da extremidade suspensa S , e um par de coordenadas cartesianas $x(s)$ e $z(s)$ conforme está esquematizado na Figura A.2. O ângulo que a reta tangente à linha média faz com a horizontal no ponto de abscissa s será chamado de $\theta(s)$ como representado na figura citada.

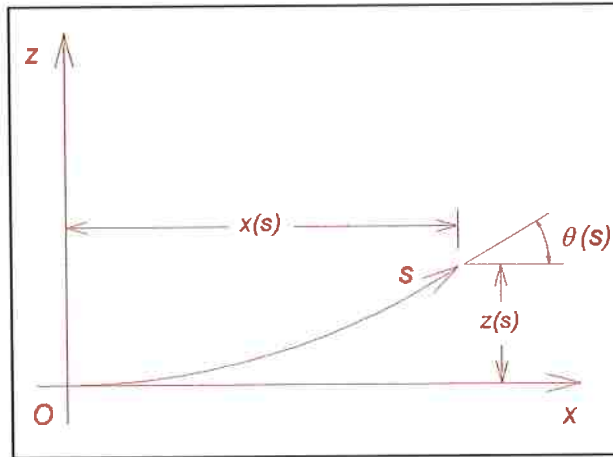


Figura A.2 - Sistema de coordenadas

A.3 Esforços que atuam sobre o cabo

Três tipos de esforços, que são descritos a seguir, atuam sobre o fio no problema estático: o seu peso próprio, a pressão hidrostática e aqueles causados pelo movimento do fluido.

A.3.1 Peso próprio

Se γ é o peso total do fio por unidade de comprimento, no ar, o peso próprio pode ser representado pela carga distribuída por unidade de comprimento

$$\vec{p} = -\gamma \vec{k} \quad (\text{A.1})$$

atuando ao longo de toda a sua extensão.

A.3.2 Pressão hidrostática

Pelo princípio de Arquimedes, um corpo totalmente submerso está submetido a uma força de empuxo, que é uma força vertical orientada para cima, cuja magnitude é igual ao peso do fluido que ele desloca. Assim, um elemento de tubo de comprimento Δs tampado em suas extremidades estará sujeito à força:

$$\vec{E} = \gamma_a S \Delta s \vec{k} \quad , \quad (\text{A.2})$$

onde γ_a é o peso específico do fluido e S é a área da seção transversal do tubo. O empuxo é a resultante da pressão hidrostática que atua sobre toda a área molhada, conforme o esquema da Figura A.3.

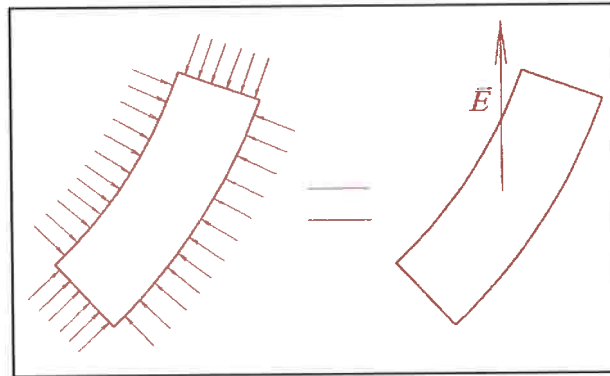


Figura A.3 - Pressão hidrostática agindo sobre um elemento de tubo tampado nas extremidades

Quando o elemento faz parte de um tubo contínuo, a pressão hidrostática atua apenas sobre a sua superfície lateral e a força resultante não é mais o empuxo, mas uma força $\vec{h}\Delta s$ que é equivalente à soma do empuxo com uma força de tração variável,

$$\vec{h}\Delta s = \vec{E} - \vec{H}(s) + \vec{H}(s + \Delta s) \quad , \quad (\text{A.3})$$

conforme o esquema apresentado na Figura A.4. O efeito da pressão hidrostática pode ser representado, então, por uma carga distribuída pela parede lateral do tubo, cujo valor é obtido dividindo a equação (A.3) pelo comprimento Δs do elemento, ou seja,

$$\vec{h} = \frac{1}{\Delta s} \left(\vec{E} + \vec{H}(s + \Delta s) - \vec{H}(s) \right) \quad , \quad (\text{A.4})$$

ou, ainda, usando a expressão (A.2),

$$\vec{h} = \gamma_a S \vec{k} + \frac{\vec{H}(s + \Delta s) - \vec{H}(s)}{\Delta s} \quad (\text{A.5})$$

ou, finalmente, quando se leva ao limite para $\Delta s \rightarrow 0$,

$$\vec{h} = \gamma_a S \vec{k} + \frac{d\vec{H}}{ds} \quad . \quad (\text{A.6})$$

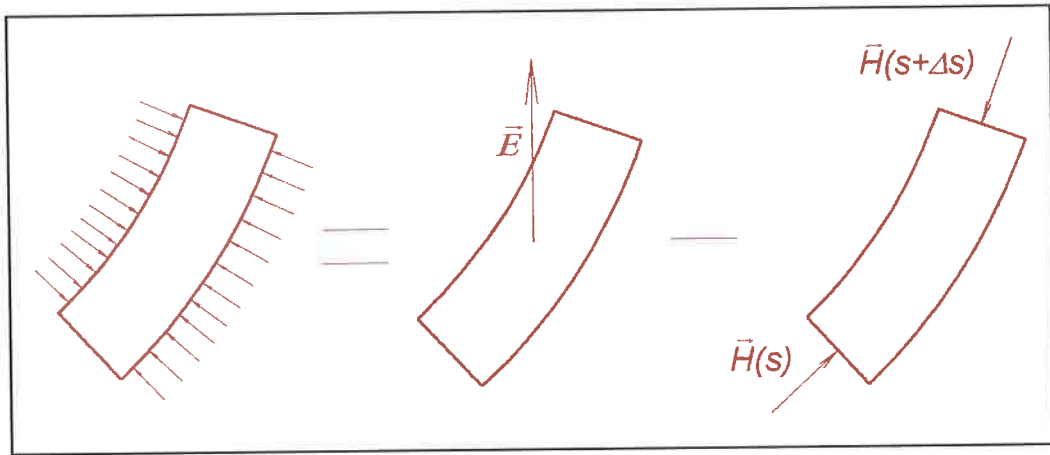


Figura A.4 - Pressão hidrostática agindo sobre um elemento do tubo

A força de tração $\vec{H}(s)$ é oposta à resultante da pressão hidrostática que age na tampa do elemento de tubo fechado e isolado, ou seja,

$$\vec{H}(s) = \gamma_a S (d - z(s)) (\cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{k}) \quad (\text{A.7})$$

Representando a carga distribuída \vec{h} na forma:

$$\vec{h} = \gamma_a S \vec{k} + h_x \vec{i} + h_z \vec{k} \quad (\text{A.8})$$

e substituindo (A.7) em (A.6), conclui-se que

$$h_x = \gamma_a S \frac{d}{ds} [(d - z) \cos \theta] \quad (\text{A.9})$$

e

$$h_z = \gamma_a S \frac{d}{ds} [(d - z) \sin \theta] \quad (\text{A.10})$$

A.3.3 Corrente marítima

Um tubo imerso no mar está sujeito a esforços provocados pela ação da corrente marítima que atua no local em que ele está instalado. A velocidade da corrente não é constante: ela varia conforme a profundidade e com o tempo. No entanto, como a escala de variação da velocidade da corrente com o tempo está ligada à escala de variação dos fenômenos atmosféricos, que é da ordem de horas, e a escala de tempo do movimento do tubo está

ligada ao período das ondas, que é da ordem de segundos, pode-se considerar que, no que diz respeito ao movimento do *riser*, a velocidade da corrente é constante no tempo e os esforços por ela causados são de natureza estática.

Na formulação bidimensional é necessário considerar que a corrente atua no plano do *riser*. Isto nem sempre é verdade pois o perfil de velocidades da corrente é essencialmente tridimensional. No entanto, esse perfil pode ser projetado no plano do *riser* de forma que a velocidade da corrente em função da profundidade possa ser escrita como:

$$\vec{v}_c(z) = v_c f(z) \vec{i} \quad , \quad (\text{A.11})$$

onde v_c é constante e $f(z)$ é uma função que depende apenas da coordenada vertical z , que é medida a partir do fundo do mar, conforme a Figura A.5.

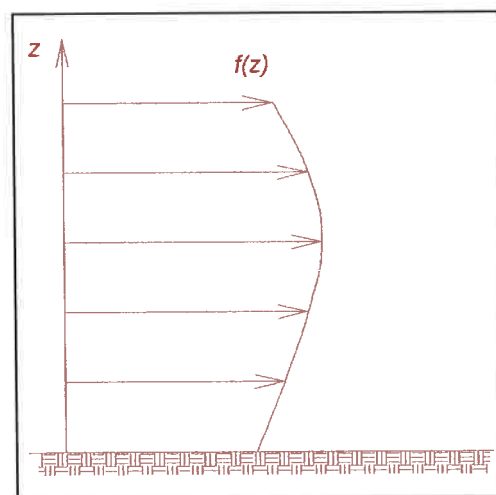


Figura A.5 - Perfil da Corrente

A corrente marítima exerce sobre o tubo uma força que tende a arrastá-lo. Essa força pode ser dividida em duas componentes: uma na direção tangente ao tubo e a outra que é normal à sua linha média. A componente tangencial é de uma ordem de magnitude menor que a da componente normal e será desprezada.

Segundo a fórmula de Morison, a componente normal ao tubo da força distribuída causada pela corrente pode ser expressa por

$$\vec{c} = \frac{1}{2} c_d D \rho_a \vec{v}_n |\vec{v}_n| \quad , \quad (\text{A.12})$$

onde D é o diâmetro externo do tubo, ρ_a é a massa do fluido por unidade de volume, \vec{v}_n é a componente da velocidade da corrente que é normal ao tubo e c_d é um coeficiente adimensional, chamado de coeficiente de arraste, que depende do número de Reynolds e da forma da seção transversal.

Se \vec{n} é o versor que tem a direção normal à linha média do tubo em cada ponto e é expresso por:

$$\vec{n} = -\text{sen } \theta \vec{i} + \text{cos } \theta \vec{k} \quad , \quad (\text{A.13})$$

então a componente normal da velocidade da corrente pode ser escrita na forma:

$$\vec{v}_n = -v_c f(z) \text{sen } \theta \vec{n} \quad , \quad (\text{A.14})$$

e a componente normal da força distribuída causada pela corrente pode ser representada pela expressão:

$$\vec{c} = -\frac{1}{2} c_d D \rho_a v_c^2 f(z) \text{sen } \theta |f(z) \text{sen } \theta| \vec{n} \quad (\text{A.15})$$

ou, na base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$,

$$\vec{c} = \frac{1}{2} c_d D \rho_a v_c^2 f(z) \text{sen } \theta |f(z) \text{sen } \theta| (\text{sen } \theta \vec{i} - \text{cos } \theta \vec{k}) \quad . \quad (\text{A.16})$$

Chamando de c_x a componente horizontal da força distribuída aplicada pela corrente e de c_z a sua componente vertical, então

$$c_x = \frac{1}{2} c_d D \rho_a v_c^2 f(z) \text{sen}^2 \theta |f(z) \text{sen } \theta| \quad (\text{A.17})$$

e

$$c_z = -\frac{1}{2} c_d D \rho_a v_c^2 f(z) \text{sen } \theta \text{cos } \theta |f(z) \text{sen } \theta| \quad . \quad (\text{A.18})$$

A.3.4 Esforços totais

O carregamento distribuído aplicado sobre o cabo será a soma dos efeitos do peso próprio, da pressão hidrostática e dos esforços devidos à corrente marítima. A componente

horizontal do carregamento total q_x será, então a soma das componentes horizontais desses efeitos, ou seja,

$$q_x = h_x + c_x \quad , \quad (A.19)$$

ou, usando-se as expressões (A.9) e (A.17),

$$q_x = \gamma_a S \frac{d}{ds} [(d-z) \cos \theta] + \frac{1}{2} c_d D \rho_a v_c^2 f(z) \sin \theta^2 |f(z) \sin \theta| \quad . \quad (A.20)$$

De forma análoga, a componente vertical da carga distribuída total pode ser escrita como

$$q_z = -\gamma + \gamma_a S + h_z + c_z \quad . \quad (A.21)$$

Definindo-se o peso efetivo por unidade de comprimento,

$$\gamma_{ef} = \gamma - \gamma_a S \quad , \quad (A.22)$$

a carga vertical total por unidade de comprimento de cabo pode ser colocada na forma:

$$q_z = -\gamma_{ef} + h_z + c_z \quad (A.23)$$

ou, usando-se as expressões (A.10) e (A.18),

$$q_z = -\gamma_{ef} + \gamma_a S \frac{d}{ds} [(d-z) \sin \theta] - \frac{1}{2} c_d D \rho_a v_c^2 f(z) \sin \theta \cos \theta |f(z) \sin \theta| \quad . \quad (A.24)$$

A.4 Equações do problema estático

O equacionamento completo do problema estático envolve a montagem das equações de compatibilidade de deformação, de equilíbrio de forças, de compatibilidade geométrica, constitutiva e de equilíbrio de momentos. Neste item todas essas equações são construídas e o sistema final de equações a ser resolvido é apresentado.

A.4.1 Equação de compatibilidade de deformação

Um elemento infinitesimal de cabo que tem comprimento Δs quando indeformado após a deformação terá um comprimento $\Delta \bar{s}$. Esses dois comprimentos estão relacionados pela expressão:

$$\frac{\Delta \bar{s}}{\Delta s} = 1 + \varepsilon \quad , \quad (\text{A.25})$$

onde $\varepsilon(s)$ representa a deformação axial do cabo na seção transversal de coordenada s . No limite, para $\Delta \bar{s} \rightarrow 0$, esta relação toma a forma

$$\frac{d\bar{s}}{ds} = 1 + \varepsilon \quad . \quad (\text{A.26})$$

A.4.2 Equações de equilíbrio de forças

Sejam $\bar{q}_x \Delta \bar{s}$ e $\bar{q}_z \Delta \bar{s}$ as componentes das resultantes de todas as forças aplicadas sobre o elemento deformado, nas direções horizontal e vertical, respectivamente e sejam, também, F_x e F_z as componentes da força que solicita a seção transversal do elemento nessas mesmas direções, conforme está representado na Figura A.6.

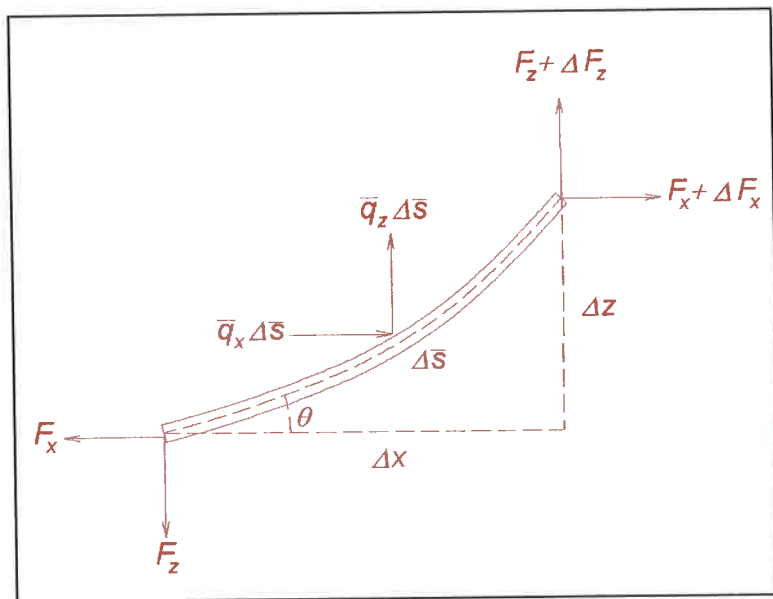


Figura A.6 - Elemento de cabo

Para que o elemento de cabo esteja em equilíbrio na direção horizontal é necessário que a soma das componentes horizontais de todas as forças que sobre ele atuam seja nula, isto é,

$$\bar{q}_x \Delta \bar{s} + \Delta F_x = 0 \quad (A.27)$$

Dividindo-se essa última equação por $\Delta \bar{s}$ e levando-se ao limite para $\Delta \bar{s} \rightarrow 0$, obtém-se a equação diferencial que representa o equilíbrio de forças na direção horizontal:

$$\frac{dF_x}{d\bar{s}} = -\bar{q}_x \quad (A.28)$$

Lembrando que \bar{q}_x é a carga horizontal distribuída por unidade de comprimento do elemento deformado e chamando de q_x a carga horizontal distribuída por unidade de comprimento do elemento antes da deformação, como a resultante dos esforços deve ser a mesma nos dois casos, ou seja,

$$\bar{q}_x \Delta \bar{s} = q_x \Delta s \quad (A.29)$$

ou no limite para $\Delta \bar{s} \rightarrow 0$

$$\bar{q}_x d\bar{s} = q_x ds \quad (A.30)$$

obtém-se a equação de equilíbrio de forças na direção horizontal para a situação indeformada,

$$\frac{dF_x}{ds} = -q_x \quad (A.31)$$

Procedendo da mesma maneira para a direção vertical, chega-se à equação diferencial de equilíbrio de forças para essa direção, na situação indeformada,

$$\frac{dF_z}{ds} = -q_z \quad (A.32)$$

A.4.3 Equações de compatibilidade geométrica

Confundindo o comprimento de arco com a corda, como é usual em geometria diferencial, a partir da Figura A.6 pode ser deduzida a relação trigonométrica

$$\frac{\Delta x}{\Delta \bar{s}} = \cos \theta \quad , \quad (\text{A.33})$$

ou, levando-se ao limite quando $\Delta \bar{s} \rightarrow 0$,

$$\frac{dx}{d\bar{s}} = \cos \theta \quad . \quad (\text{A.34})$$

Levando em conta a relação de compatibilidade de deformação axial (A.26), essa expressão pode ser reescrita para a situação indeformada:

$$\frac{dx}{ds} = (1 + \varepsilon) \cos \theta \quad . \quad (\text{A.35})$$

Da mesma forma,

$$\frac{\Delta z}{\Delta \bar{s}} = \text{sen } \theta \quad , \quad (\text{A.36})$$

ou, no limite quando $\Delta \bar{s} \rightarrow 0$,

$$\frac{dz}{d\bar{s}} = \text{sen } \theta \quad , \quad (\text{A.37})$$

ou, ainda, na situação indeformada,

$$\frac{dz}{ds} = (1 + \varepsilon) \text{sen } \theta \quad . \quad (\text{A.38})$$

A.4.4 Equação de equilíbrio de momentos

Um fio ideal não resiste a nenhum esforço de flexão e, portanto, o momento fletor deve ser nulo em todas as suas seções transversais. Como o momento produzido pelas forças distribuídas é um termo de segunda ordem em $\Delta \bar{s}$, para que o elemento de cabo esteja em equilíbrio é necessário que:

$$F_x \Delta z - F_z \Delta x = 0 \quad , \quad (\text{A.39})$$

como pode ser deduzido a partir da Figura A.6, considerando-se o equilíbrio dos momentos de todas as forças em relação à extremidade superior do elemento. Dividindo-se essa

expressão por $\Delta \bar{s}$ e levando em conta as equações geométricas (A.35) e (A.38), conclui-se que

$$F_x \operatorname{sen} \theta - F_z \cos \theta = 0 \quad , \quad (\text{A.40})$$

ou seja, que a força cortante V deve ser nula em cada seção transversal de um fio (veja Figura A.7).

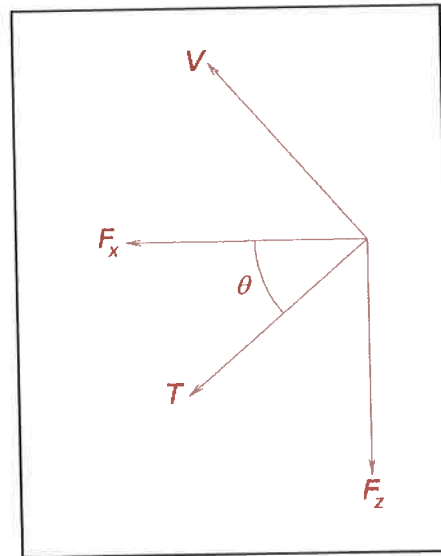


Figura A.7 - Força cortante e força de tração

A equação de equilíbrio de momentos pode ser colocada na forma diferencial derivando-se a expressão (A.40) em relação a s :

$$\frac{dF_x}{ds} \operatorname{sen} \theta - \frac{dF_z}{ds} \cos \theta + F_x \cos \theta \frac{d\theta}{ds} + F_z \operatorname{sen} \theta \frac{d\theta}{ds} = 0 \quad . \quad (\text{A.41})$$

Usando as equações de equilíbrio de forças (A.31) e (A.32) pode-se explicitar a curvatura na equação de equilíbrio de momentos:

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{q_x \operatorname{sen} \theta - q_z \cos \theta}{F_x \cos \theta + F_z \operatorname{sen} \theta} \quad . \quad (\text{A.42})$$

Como a força cortante é nula, a força de tração T é a única força que solicita a seção transversal. As suas componentes horizontal e vertical são, respectivamente, as forças F_x e

F_z . Da Figura A.7 é possível concluir que a relação entre a força de tração e suas componentes é

$$T = F_x \cos \theta + F_z \sin \theta \quad (A.43)$$

Dividindo o carregamento externo nas suas componentes normal q_n e tangencial q_t , conclui-se a partir da Figura A.8 que

$$q_n = q_x \sin \theta - q_z \cos \theta \quad (A.44)$$

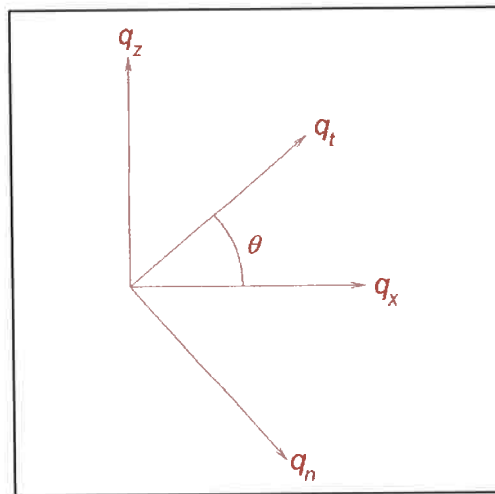


Figura A.8 - Componentes normal e tangencial do carregamento

Usando, então, (A.43) e (A.44) em (A.42) conclui-se que

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{q_n}{T} \quad (A.45)$$

que é a equação diferencial clássica da catenária para grandes deslocamentos.

A.4.5 Equação constitutiva

Considerando que o comportamento do material que constitui o cabo seja elástico e linear, a deformação $\varepsilon(s)$ está relacionada em cada ponto com a força de tração $T(s)$ que atua no cabo pela lei de Hooke:

$$\varepsilon = \frac{T}{EA} \quad (A.46)$$

onde E é o módulo de elasticidade do material e A é a área da seção transversal do cabo.

A.4.6 Força solicitante e força efetiva

Substituindo a expressão da componente horizontal da carga aplicada (A.19) na equação de equilíbrio (A.31) obtém-se

$$\frac{dF_x}{ds} = -h_x - c_x \quad (A.47)$$

A parcela h_x pode ser integrada exatamente, como pode ser visto na expressão (A.9). É possível, então, separar o efeito da pressão hidrostática na componente horizontal da força solicitante dividindo-a em duas parcelas,

$$F_x = F_{h,x} + F_{ef,x} \quad (A.48)$$

onde $F_{h,x}$ é a componente devida à pressão hidrostática, ou seja,

$$\frac{dF_{h,x}}{ds} = -h_x \quad (A.49)$$

que pode ser integrada diretamente de (A.9),

$$F_{h,x} = -\gamma_a S (d - z) \cos\theta + C \quad (A.50)$$

e $F_{ef,x}$, a componente horizontal da força efetiva, que equilibra a componente horizontal da força causada pela corrente marítima e é tal que

$$\frac{dF_{ef,x}}{ds} = -c_x \quad (A.51)$$

De maneira análoga, se a expressão da componente vertical da carga distribuída por unidade de comprimento de cabo (A.23) for aplicada na equação de equilíbrio de forças na direção vertical (A.32), chega-se à forma

$$\frac{dF_z}{ds} = \gamma_{ef} - h_z - c_z \quad (A.52)$$

A parcela h_z também pode ser integrada exatamente, como pode ser visto na expressão (A.10). É possível, então, separar o efeito da pressão hidrostática na componente vertical da força solicitante dividindo-a em duas parcelas,

$$F_z = F_{h,z} + F_{ef,z} \quad (\text{A.53})$$

onde $F_{h,z}$ é a componente devida à componente h_z do efeito da pressão hidrostática, ou seja,

$$\frac{dF_{h,z}}{ds} = -h_z \quad , \quad (\text{A.54})$$

que pode ser integrada diretamente de (A.10),

$$F_{h,z} = -\gamma_a S(d-z) \text{sen } \theta + C \quad (\text{A.55})$$

e $F_{ef,z}$, a componente vertical da força efetiva, que equilibra o peso submerso e a força vertical devida à corrente marítima e é tal que

$$\frac{dF_{ef,z}}{ds} = \gamma_{ef} - c_z \quad . \quad (\text{A.56})$$

Nesse instante podem ser definidas as componentes do carregamento efetivo aplicado sobre o cabo, reescrevendo as expressões (A.20) na forma

$$q_{ef,x} = \frac{1}{2} c_d D \rho_a v_c^2 f(z) \text{sen}^2 \theta |f(z) \text{sen } \theta| \quad (\text{A.57})$$

e (A.24) na forma

$$q_{ef,z} = -\gamma_{ef} - \frac{1}{2} c_d D \rho_a v_c^2 f(z) \text{sen } \theta \cos \theta |f(z) \text{sen } \theta| \quad . \quad (\text{A.58})$$

A equação de equilíbrio de forças na direção horizontal tomará, então, a forma

$$\frac{dF_{ef,x}}{ds} = -\frac{1}{2} c_d D \rho_a v_c^2 f(z) \text{sen } \theta^2 |f(z) \text{sen } \theta| \quad (\text{A.59})$$

e a equação de equilíbrio de forças na direção vertical, a forma

$$\frac{dF_{ef,z}}{ds} = \gamma_{ef} + \frac{1}{2} c_d D \rho_a v_c^2 f(z) \sin \theta \cos \theta |f(z) \sin \theta| \quad (A.60)$$

As componentes $F_{h,x}$ e $F_{h,z}$ não contribuem para a equação de equilíbrio de momentos, pois a sua resultante é uma força paralela ao cabo e, portanto, não precisam ser levadas em consideração na determinação da geometria do cabo. O efeito da pressão hidrostática nessa geometria está representado pela mudança do peso por unidade de comprimento γ para o peso efetivo por unidade de comprimento γ_{ef} . Por isso a equação (A.42) pode ser reescrita na forma

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{q_{ef,x} \sin \theta - q_{ef,z} \cos \theta}{F_{ef,x} \cos \theta + F_{ef,z} \sin \theta} \quad (A.61)$$

ou, definindo-se a tração efetiva T_{ef} de forma análoga à tração solicitante definida pela expressão (A.43),

$$T_{ef} = F_{ef,x} \cos \theta + F_{ef,z} \sin \theta \quad (A.62)$$

e a carga normal efetiva $q_{ef,n}$ por unidade de comprimento de forma análoga à da carga normal q_n definida pela expressão (A.44),

$$q_{ef,n} = q_{ef,x} \sin \theta - q_{ef,z} \cos \theta \quad (A.63)$$

pode-se colocar a equação diferencial da catenária em uma forma análoga a (A.45),

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{q_{ef,n}}{T_{ef}} \quad (A.64)$$

Aplicando as expressões (A.57) e (A.58) em (A.63), a carga normal efetiva por unidade de comprimento pode ser colocada na forma:

$$q_{ef,n} = \gamma_{ef} \cos \theta + \frac{1}{2} c_d D \rho_a v_c^2 f(z) \sin \theta |f(z) \sin \theta| \quad (A.65)$$

A.4.7 Sistema de equações

O sistema de equações a ser resolvido é um sistema diferencial de primeira ordem formado pelas seis equações (A.35), (A.38), (A.51), (A.56), (A.64) e (A.46) aqui transcritas,

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{ds} &= (1 + \varepsilon) \cos \theta \\
\frac{dz}{ds} &= (1 + \varepsilon) \text{sen } \theta \\
\frac{dF_{ef,x}}{ds} &= -c_x \\
\frac{dF_{ef,z}}{ds} &= \gamma_{ef} - c_z \\
\frac{d\theta}{ds} &= \frac{q_{ef,n}}{T_{ef}} \\
\varepsilon &= \frac{T}{EA}
\end{aligned}
, \quad (A.66)$$

e as incógnitas também são seis: $x(s)$, $z(s)$, $F_{ef,x}(s)$, $F_{ef,z}(s)$, $\theta(s)$ e $\varepsilon(s)$.

Conforme já foi comentado, no presente trabalho o fio será considerado inextensível no problema estático. Nesse caso, fazendo $\varepsilon(s) = 0$ o sistema a ser resolvido fica composto por apenas cinco equações diferenciais,

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{ds} &= \cos \theta \\
\frac{dz}{ds} &= \text{sen } \theta \\
\frac{dF_{ef,x}}{ds} &= -c_x \\
\frac{dF_{ef,z}}{ds} &= \gamma_{ef} - c_z \\
\frac{d\theta}{ds} &= \frac{q_{ef,n}}{T_{ef}}
\end{aligned}
, \quad (A.67)$$

e as incógnitas também são cinco: $x(s)$, $z(s)$, $F_{ef,x}(s)$, $F_{ef,z}(s)$ e $\theta(s)$.

A.5 Condições de contorno

Como são cinco as equações diferenciais a serem resolvidas e cinco as incógnitas do problema e o sistema é de primeira ordem, serão necessárias cinco condições de contorno para resolvê-lo. Se a coordenada curvilínea do ponto de *touchdown* for s_b , pode-se concluir imediatamente que

$$x(s_b) = s_b \quad (\text{A.68})$$

e

$$z(s_b) = 0 \quad (\text{A.69})$$

Se, além disso, o fundo do mar for suposto horizontal, também pode-se concluir imediatamente que

$$\theta(s_b) = 0 \quad (\text{A.70})$$

e como a força solicitante é tangente à linha média, então,

$$F_z(s_b) = 0 \quad (\text{A.71})$$

A posição da extremidade suspensa do cabo é um dos dados do problema. Portanto, a partir da Figura A.1 pode-se escrever que

$$x(\ell_t) = x_t \quad (\text{A.72})$$

e

$$z(\ell_t) = z_t \quad (\text{A.73})$$

Aparentemente existem seis condições de contorno, (A.68) a (A.73). No entanto foi colocada uma incógnita a mais no problema, que é justamente a coordenada s_b do ponto de *touchdown*, que não é conhecida a priori, pois o comprimento suspenso ℓ_s é desconhecido.

A.6 Algoritmo de solução

Se as origens da coordenada curvilínea e do sistema cartesiano forem colocadas no ponto de *touchdown*, as condições de contorno (A.68) a (A.73) podem ser colocadas na forma:

$$\begin{aligned} x(0) &= 0 \\ z(0) &= 0 \\ \theta(0) &= 0 \\ F_z(0) &= 0 \\ x(\ell_s) &= x_t - (\ell_t - \ell_s) \\ z(\ell_s) &= z_t \end{aligned} \quad (\text{A.74})$$

Note-se que o único valor desconhecido na origem é o da força horizontal. Se ele fosse conhecido o sistema de equações a ser integrado (A.66) seria um sistema a valores iniciais. Este fato sugere o uso de um algoritmo iterativo em que se varia em cada passo o valor de $F_x(0)$.

Como para qualquer ponto do cabo diferente do topo vale a desigualdade

$$s - x(s) < \ell_t - x_t \quad (\text{A.75})$$

e para a extremidade suspensa, a igualdade

$$s - x(s) = \ell_t - x_t \quad , \quad (\text{A.76})$$

sugere-se um algoritmo que tenha a seguinte forma geral:

- i) Arbitra-se ou estima-se um valor inicial para $F_x(0)$. Este valor inicial pode ser obtido, por exemplo, de um problema sem corrente, no qual pode ser obtida de forma fechada uma solução da equação diferencial da catenária.
- ii) A partir das condições iniciais integra-se o sistema (A.66) em relação a s , verificando em cada passo a validade da condição (A.75).
- iii) Seja s^* a abscissa a partir da qual (A.75) não seja mais válida. Compara-se o valor de $z(s^*)$ com z_t . Se eles forem iguais, dentro de uma certa precisão, o algoritmo convergiu e o problema está resolvido. Caso contrário, se $z(s^*)$ for menor que z_t , significa que o valor adotado para $F_x(0)$ foi muito pequeno. Nesse caso, aumenta-se esse valor e volta-se ao passo ii. Caso $z(s^*)$ for maior que z_t , significa que o cabo está esticado demais e que valor de $F_x(0)$ adotado foi muito grande. Nessa situação, deve-se diminuir o valor de $F_x(0)$ e voltar ao passo ii.

Para integrar o sistema de equações diferenciais em cada passo do processo iterativo sugere-se um algoritmo explícito do tipo Runge-Kutta. Como na região do ponto de *touchdown* a curvatura do cabo é muito grande e no restante do cabo ela é, em geral, pequena, recomenda-se que seja adotado um algoritmo com passo auto-adaptativo em função da curvatura, pois para que se tenha uma boa solução, do ponto de vista numérico, será necessário no início do cabo um passo de integração muito menor que no restante do

cabo. Um algoritmo de passo constante, levaria a uma solução muito mais demorada do que o necessário.

APÊNDICE B CAMADA LIMITE ESTÁTICA

B.1 Considerações iniciais

A configuração de equilíbrio estático de um *riser* rígido em catenária pode ser obtida com boa aproximação usando um modelo de fio ideal, em que se despreza o efeito da rigidez flexional. Um modelo desse tipo, no entanto, não representa bem o que acontece nas vizinhanças das condições de contorno, onde o efeito local da rigidez flexional é bastante relevante. Mas, como o efeito da rigidez flexional é importante apenas localmente, a configuração estática pode ser inicialmente obtida por meio de um modelo de fio ideal e depois corrigida usando uma técnica do tipo camada limite. Este apêndice mostra como isso pode ser feito, tanto para o ponto de *touchdown*, quanto para a extremidade suspensa do cabo.

B.2 Correção devida à rigidez flexional na região do ponto de touchdown

Supondo que o solo do fundo do mar seja plano e horizontal, o trecho do tubo na vizinhança do *touchdown* pode ser considerado como reto e modelado como uma viga reta, sujeita a pequenos deslocamentos. Na região distante do *touchdown*, o efeito da rigidez flexional não é mais importante, mas, agora, os deslocamentos são muito grandes. Pode ser usado, aí, um modelo de fio perfeitamente flexível submetido a grandes deslocamentos. O método da camada limite consiste em se adotarem simultaneamente os dois modelos, viga e fio, cada um deles aplicado na região em que possui validade, fazendo o casamento entre os dois modelos na região intermediária.

Se EJ for a rigidez flexional do cabo, F_x a componente da força solicitante na direção horizontal, F_z a componente dessa força na direção vertical, θ o ângulo que a linha média

do cabo forma com a direção horizontal e s a abscissa curvilínea medida a partir do ponto de *touchdown*, a equação de equilíbrio de momentos pode ser escrita na forma

$$EJ \frac{d^2\theta}{ds^2} = F_x \operatorname{sen} \theta - F_z \cos \theta \quad (\text{B.1})$$

usando um modelo de viga.

Por outro lado, se o modelo usado for o de um fio ideal, a equação de equilíbrio de momentos terá a forma

$$0 = F_{x,c} \operatorname{sen} \theta_c - F_{z,c} \cos \theta_c \quad , \quad (\text{B.2})$$

onde o índice c foi usado para representar as componentes da força solicitante e o ângulo com a horizontal para um fio ideal. A equação (B.2) nada mais diz que a força cortante é nula em cada seção de um fio e é obtida diretamente de (B.1), fazendo-se nula a rigidez flexional EJ .

O ângulo θ , que a linha média do cabo forma com a horizontal, pode ser colocado sob a forma de uma soma de duas parcelas

$$\theta = \theta_c + \Delta\theta \quad . \quad (\text{B.3})$$

A primeira delas, θ_c , é o ângulo obtido pela solução do modelo de fio ideal e a segunda, $\Delta\theta$, é a diferença entre os resultados dos dois modelos.

O mesmo pode ser feito para as componentes da força solicitante:

$$F_x = F_{x,c} + \Delta F_x \quad (\text{B.4})$$

e

$$F_z = F_{z,c} + \Delta F_z \quad . \quad (\text{B.5})$$

Supondo que as diferenças entre as soluções dos dois modelos sejam pequenas e desprezando-se os termos quadráticos ou superiores dessas diferenças, usando as expressões (B.3), (B.4) e (B.5) pode-se reescrever a equação (B.1) na forma

$$EJ \frac{d^2\theta}{ds^2} = \Delta\theta (F_{x,c} \cos \theta_c + F_{z,c} \operatorname{sen} \theta_c) + (\Delta F_x \operatorname{sen} \theta_c - \Delta F_z \cos \theta_c) \quad . \quad (\text{B.6})$$

Lembrando que a força de tração no modelo de catenária, que será indicada por T_c , obedece a expressão

$$T_c = F_{x,c} \cos \theta_c + F_{z,c} \sin \theta_c \quad (\text{B.7})$$

e definindo ΔV_c tal que

$$\Delta V_c = \Delta F_x \sin \theta_c - \Delta F_z \cos \theta_c \quad , \quad (\text{B.8})$$

a expressão (B.6) pode ser reescrita na forma

$$\frac{EJ}{T_c} \frac{d^2 \theta}{ds^2} = \Delta \theta - \frac{\Delta V_c}{T_c} \quad . \quad (\text{B.9})$$

Definindo-se, agora, o parâmetro $\lambda(s)$ tal que

$$\lambda(s) = \sqrt{\frac{EJ}{T_c}} \quad (\text{B.10})$$

e supondo-se que

$$\frac{\Delta V_c}{T_c} \ll 1 \quad , \quad (\text{B.11})$$

então a equação (B.9) pode ser colocada na forma

$$\lambda^2(s) \frac{d^2 \theta}{ds^2} - \Delta \theta = 0 \quad . \quad (\text{B.12})$$

Como, de (B.3),

$$\Delta \theta = \theta - \theta_c \quad (\text{B.13})$$

então a equação (B.12) se transforma em

$$\lambda^2(s) \frac{d^2 \theta}{ds^2} - \theta = -\theta_c \quad . \quad (\text{B.14})$$

Esta última equação é válida nas vizinhanças do TDP , ou seja, quando $|s|$ é pequeno. Para resolvê-la é necessário que se considerem duas situações distintas: quando $s < 0$ e quando $s > 0$.

Para $s < 0$ tanto o ângulo da linha média com a horizontal quanto a sua curvatura são nulas, ou seja,

$$\theta_c = \frac{d\theta_c}{ds} = 0 \quad (B.15)$$

Chamando de $\theta^-(s)$ os valores dos ângulos para abscissas negativas, e lembrando que a região que está sendo analisada é uma pequena faixa situada em torno da origem, então o parâmetro λ pode ser considerado constante e igual a $\lambda(0)$. Nesse caso a expressão (B.14) se resume à equação diferencial

$$\lambda^2(0) \frac{d\theta^-}{ds} - \theta^- = 0 \quad (B.16)$$

que tem uma solução fechada na forma

$$\theta^-(s) = \theta_0 e^{\pm \frac{s}{\lambda}} \quad (B.17)$$

Como o ângulo deve ser nulo para $|s| \ll -\lambda$, então o expoente positivo é o único possível, portanto

$$\theta^-(s) = \theta_0 e^{\frac{s}{\lambda}} \quad (B.18)$$

Por outro lado, quando se continua na região bem próxima ao ponto de *touchdown*, mas a coordenada s é positiva, a curvatura da linha média é aproximadamente constante e igual à curvatura na origem. Nessa situação,

$$\theta_c(s) = \frac{d\theta_c}{ds}(0) s \quad (B.19)$$

pois o ângulo da catenária é nulo no ponto de *touchdown*.

Sendo $\theta^+(s)$ o ângulo com a horizontal para abscissas positivas, a equação (B.14), com o auxílio (B.19), pode ser colocada na forma

$$\lambda^2(0) \frac{d^2\theta^+}{ds^2} - \theta^+ = -\frac{d\theta_c}{ds}(0) s \quad (B.20)$$

que tem uma solução fechada do tipo

$$\theta^+(s) = \theta_0 e^{\pm \frac{s}{\lambda}} + \frac{d\theta_c}{ds}(0) s \quad (\text{B.21})$$

ou, usando (B.19),

$$\theta^+(s) = \theta_c(s) + \theta_0 e^{\pm \frac{s}{\lambda}} \quad (\text{B.22})$$

Para $s \gg \lambda$ a solução do modelo de viga deve convergir para a do modelo de fio ideal. Então deve ser adotado apenas o expoente negativo em (B.22), ou seja,

$$\theta^+(s) = \theta_c(s) + \theta_0 e^{-\frac{s}{\lambda}} \quad (\text{B.23})$$

O parâmetro λ é, então, uma medida da influência da rigidez flexional ao longo do cabo. Este parâmetro será chamado no presente texto de comprimento de flexão.

No ponto de *touchdown* as soluções para s negativo e para s positivo devem ser compatíveis. A igualdade de ângulos já está automaticamente garantida pois de (B.18) e (B.23), lembrando que $\theta_c(0) = 0$,

$$\theta^-(0) = \theta^+(0) = \theta_0 \quad (\text{B.24})$$

mas as curvaturas também têm que ser iguais nesse ponto, ou seja, é necessário que

$$\frac{d\theta^-}{ds}(0) = \frac{d\theta^+}{ds}(0) \quad (\text{B.25})$$

Derivando-se (B.18) em relação a s , obtém-se

$$\frac{d\theta^-}{ds}(s) = \frac{\theta_0}{\lambda} e^{\frac{s}{\lambda}} \quad (\text{B.26})$$

e, portanto,

$$\frac{d\theta^-}{ds}(0) = \frac{\theta_0}{\lambda} \quad (\text{B.27})$$

Por outro lado, derivando-se (B.23) em relação a s conclui-se que

$$\frac{d\theta^+}{ds}(s) = \frac{d\theta_c}{ds}(s) - \frac{\theta_0}{\lambda} e^{-\frac{s}{\lambda}} \quad (\text{B.28})$$

então, no ponto de *touchdown*,

$$\frac{d\theta^+}{ds}(0) = \frac{d\theta_c}{ds}(0) - \frac{\theta_0}{\lambda} \quad (B.29)$$

A compatibilidade de curvaturas na origem obriga, portanto, que

$$\frac{\theta_0}{\lambda} = \frac{d\theta_c}{ds}(0) - \frac{\theta_0}{\lambda} \quad (B.30)$$

como se conclui substituindo (B.27) e (B.29) em (B.25). Portanto,

$$2\frac{\theta_0}{\lambda} = \frac{d\theta_c}{ds}(0) \quad (B.31)$$

ou, ainda,

$$\theta_0 = \frac{\lambda}{2} \frac{d\theta_c}{ds}(0) \quad (B.32)$$

Finalmente, substituindo-se (B.32) em (B.18) obtém-se a expressão para o ângulo, que incluiu o efeito da flexão e é válida à esquerda do ponto de *touchdown* de catenária,

$$\theta^-(s) = \frac{\lambda}{2} \frac{d\theta_c}{ds}(0) e^{\frac{s}{\lambda}} \quad (B.33)$$

e, substituindo-se (B.32) em (B.23), obtém-se a expressão que é válida à direita do mesmo ponto,

$$\theta^+(s) = \theta_c(s) + \frac{\lambda}{2} \frac{d\theta_c}{ds}(0) e^{-\frac{s}{\lambda}} \quad (B.34)$$

Para obter as expressões finais da curvatura corrigida com o efeito da rigidez flexional basta substituir (B.32) em (B.26), para a expressão correspondente às abscissas negativas,

$$\frac{d\theta^-}{ds}(s) = \frac{1}{2} \frac{d\theta_c}{ds}(0) e^{\frac{s}{\lambda}} \quad (B.35)$$

e substituir (B.32) em (B.28), para a expressão equivalente correspondente às abscissas positivas,

$$\frac{d\theta^+}{ds}(s) = \frac{d\theta_c}{ds}(0) - \frac{1}{2} \frac{d\theta_c}{ds}(0) e^{-\frac{s}{\lambda}} \quad (B.36)$$

B.3 Correção devida à rigidez flexional na região da extremidade suspensa

Um tratamento análogo ao que foi usada na região do ponto de *touchdown* pode ser dado à região da extremidade suspensa. Como o efeito da rigidez flexional é importante apenas em uma região próxima à extremidade, o cabo pode ser tratado por um modelo de fio ideal na sua maior parte. Apenas na região próxima ao topo é usada uma equação de viga para poder haver compatibilidade com as condições de contorno. A equação (B.14), para um trecho pequeno de cabo que contém a extremidade suspensa, pode ser colocada na forma

$$\lambda^2(\ell) \frac{d^2\theta}{ds^2} - \theta = -\theta_c, \quad (B.37)$$

onde ℓ é o comprimento suspenso do cabo.

Por outro lado, a curvatura pode ser considerada constante para $s \sim \ell$ e igual à curvatura na extremidade suspensa, ou seja, o ângulo na vizinhança do topo pode ser aproximado pela expressão

$$\theta_c(s) \cong \theta_c(\ell) + \frac{d\theta_c}{ds}(\ell)(s - \ell) \quad (B.38)$$

Se esta aproximação for introduzida em (B.37) resultará a equação diferencial

$$\lambda^2(\ell) \frac{d^2\theta}{ds^2} - \theta = -\theta_c(\ell) - \frac{d\theta_c}{ds}(\ell)(s - \ell) \quad (B.39)$$

que tem uma solução fechada da forma

$$\theta(s) = \theta_c(\ell) + \frac{d\theta_c}{ds}(\ell)(s - \ell) + \theta_t e^{\pm \frac{s-\ell}{\lambda(\ell)}} \quad (B.40)$$

ou, usando (B.38),

$$\theta(s) = \theta_c(s) + \theta_t e^{\pm \frac{s-\ell}{\lambda(\ell)}} \quad (B.41)$$

Para $s \ll \ell$ a solução relativa ao cabo real aproxima-se daquela do fio ideal. Então, deve ser adotado o expoente positivo em (B.41), ou seja,

$$\theta(s) = \theta_c(s) + \theta_\ell e^{\frac{s-\ell}{\lambda(\ell)}} \quad (B.42)$$

A expressão da curvatura na vizinhança do topo é obtida derivando-se (B.42) em relação à coordenada curvilínea s ,

$$\frac{d\theta}{ds}(s) = \frac{d\theta_c}{ds}(s) + \frac{\theta_\ell}{\lambda(\ell)} e^{\frac{s-\ell}{\lambda(\ell)}} \quad (B.43)$$

Se na extremidade suspensa do cabo houver uma articulação perfeita, a curvatura neste ponto terá que ser nula, ou seja,

$$\frac{d\theta}{ds}(\ell) = 0 \quad (B.44)$$

Esta condição de contorno pode ser aplicada a (B.43),

$$0 = \frac{d\theta_c}{ds}(\ell) + \frac{\theta_\ell}{\lambda(\ell)} \quad (B.45)$$

de onde se conclui que

$$\theta_\ell = -\lambda(\ell) \frac{d\theta_c}{ds}(\ell) \quad (B.46)$$

Então, o ângulo que a linha média do cabo forma com a horizontal pode ser obtido aplicando-se (B.46) em (B.42),

$$\theta(s) = \theta_c(s) - \lambda(\ell) \frac{d\theta_c}{ds}(\ell) e^{\frac{s-\ell}{\lambda(\ell)}} \quad (B.47)$$

e a curvatura, aplicando-se (B.46) em (B.43),

$$\frac{d\theta}{ds}(s) = \frac{d\theta_c}{ds}(s) - \frac{d\theta_c}{ds}(\ell) e^{\frac{s-\ell}{\lambda(\ell)}} \quad (B.48)$$

No caso em que existe, em vez de uma articulação perfeita, uma junta flexível no topo do cabo, que pode ser modelada como uma mola flexional linear, é possível usar o mesmo tipo de aproximação.

Seja k a rigidez da mola equivalente à junta e θ_m o ângulo da tangente ao cabo quando a mola está na posição indeformada. O momento aplicado à extremidade superior do cabo

será proporcional à diferença entre os ângulos da posição deformada e da posição indeformada, ou seja,

$$EJ \frac{d\theta}{ds}(\ell) = -k(\theta(\ell) - \theta_m) \quad (B.49)$$

Definindo-se a rigidez relativa \hat{k} entre a mola e o cabo, de forma que,

$$\hat{k} = \frac{k}{EJ} \quad (B.50)$$

a expressão (B.49) pode ser colocada na forma

$$\frac{d\theta}{ds}(\ell) = -\hat{k}(\theta(\ell) - \theta_m) \quad (B.51)$$

Esta condição de contorno pode ser aplicada na expressão (B.43), resultando em

$$-\hat{k}(\theta(\ell) - \theta_m) = \frac{d\theta_c}{ds}(\ell) + \frac{\theta_t}{\lambda(\ell)} \quad (B.52)$$

ou, usando-se, (B.42),

$$-\hat{k}(\theta_c(\ell) + \theta_t - \theta_m) = \frac{d\theta_c}{ds}(\ell) + \frac{\theta_t}{\lambda(\ell)} \quad (B.53)$$

de onde pode ser explicitado o valor de θ_t ,

$$\theta_t = -\frac{\lambda(\ell)}{1 + \lambda(\ell)} \hat{k} \left[\hat{k}(\theta_c(\ell) - \theta_m) + \frac{d\theta_c}{ds}(\ell) \right] \quad (B.54)$$

Aplicando-se (B.54) em (B.42) obtém-se a expressão para o ângulo do cabo com a horizontal, que inclui os efeitos da rigidez flexional e da junta flexível no topo,

$$\theta(s) = \theta_c(s) - \frac{\lambda(\ell)}{1 + \lambda(\ell)} \hat{k} \left[\hat{k}(\theta_c(\ell) - \theta_m) + \frac{d\theta_c}{ds}(\ell) \right] e^{\frac{s-\ell}{\lambda(\ell)}} \quad (B.55)$$

e aplicando-se (B.54) em (B.43) obtém-se a expressão equivalente para a curvatura,

$$\frac{d\theta}{ds}(s) = \frac{d\theta_c}{ds}(s) - \frac{1}{1 + \lambda(\ell)} \hat{k} \left[\hat{k}(\theta_c(\ell) - \theta_m) + \frac{d\theta_c}{ds}(\ell) \right] e^{\frac{s-\ell}{\lambda(\ell)}} \quad (B.56)$$

APÊNDICE C MODELO DINÂMICO

C.1 Considerações iniciais

Os *risers* estão sujeitos a esforços dinâmicos de dois tipos: aqueles que são causados pelo seu movimento em relação ao do fluido em que estão imersos e aqueles que são provocados pelo movimento da unidade flutuante a que estão conectados. Os deslocamentos dinâmicos do *riser* têm amplitude da ordem de grandeza da amplitude das ondas incidentes e, portanto, têm a ordem de metros. Por outro lado, em águas profundas, os comprimentos suspensos têm a ordem de grandeza de milhares de metros. Dessa forma a amplitude do movimento é de uma ordem de magnitude muito menor que as flechas estáticas e é razoável considerar como válida a hipótese de pequenos deslocamentos, que será adotada no presente texto, o qual apresenta a formulação para o problema dinâmico usada pelo *SteelCat*.

O modelo considerado é o de um fio extensível mas perfeitamente flexível, cujo movimento pode ser inscrito em um plano vertical que contém as suas extremidades. Esse movimento é linearizado em torno da posição de equilíbrio, sendo desprezados termos de ordem igual ou superior ao quadrado ou produto das variáveis dinâmicas. A condição de contorno não-linear no *touchdown* é removida e é considerada apenas a parcela linear da força de arraste.

As equações dinâmicas são discretizadas, usando-se o Método dos Elementos Finitos. Como as excitações consideradas são harmônicas e o modelo é totalmente linear, o problema pode ser resolvido no domínio da frequência.

C.2 O problema dinâmico como uma perturbação da configuração de equilíbrio estática

C.2.1 Coordenadas e deslocamentos

A posição no espaço de um ponto do *riser* que possui abcissa curvilínea s pode ser representada em cada instante pelo par de coordenadas cartesianas $x(s,t)$ e $z(s,t)$. Se $x_e(s)$ e $z_e(s)$ forem as coordenadas desse ponto na situação estática e $u(s,t)$ e $w(s,t)$ forem, respectivamente, os deslocamentos horizontal e vertical por ele sofridos a partir da situação de equilíbrio, são válidas as relações:

$$x(s,t) = x_e(s) + u(s,t) \quad (\text{C.1})$$

e

$$z(s,t) = z_e(s) + w(s,t) \quad (\text{C.2})$$

Da mesma forma, se $\theta(s,t)$ for o ângulo que a tangente à linha média do cabo forma com a horizontal, no ponto de abcissa curvilínea s e no instante t , $\theta_e(s)$ for o mesmo ângulo na situação estática e $\varphi(s,t)$ for o ângulo medido a partir da configuração de equilíbrio, então

$$\theta(s,t) = \theta_e(s) + \varphi(s,t) \quad (\text{C.3})$$

C.2.2 Esforços solicitantes

De maneira análoga aos deslocamentos, considerando-se o movimento como uma pequena perturbação da configuração estática, os esforços que solicitam uma seção do cabo podem ser considerados como a soma de duas parcelas: uma estática e outra dinâmica, assim

$$F_x(s,t) = F_{x,e}(s) + F_{x,d}(s,t) \quad (\text{C.4})$$

e

$$F_z(s,t) = F_{z,e}(s) + F_{z,d}(s,t) \quad (\text{C.5})$$

onde $F_{x,e}$ e $F_{z,e}$ são as componentes estáticas, $F_{x,d}$ e $F_{z,d}$ as dinâmicas e F_x e F_z as resultantes.

Da mesma forma a força de tração total $T(s,t)$ pode ser separada em duas componentes, uma estática $T_e(s,t)$ e outra dinâmica $\tau(s,t)$ de forma que

$$T(s,t) = T_e(s) + \tau(s,t) \quad (C.6)$$

C.2.3 Esforços aplicados

As forças por unidade de comprimento aplicadas ao cabo também serão separadas em suas parcelas estática e dinâmica. Assim, sendo q_x e q_z as resultantes de todas as forças aplicadas por unidade de comprimento, estáticas e dinâmicas, respectivamente nas direções horizontal e vertical, pode-se escrever

$$q_x(s,t) = q_{x,e}(s,t) + q_{x,d}(s,t) \quad (C.7)$$

e

$$q_z(s,t) = q_{z,e}(s,t) + q_{z,d}(s,t) \quad (C.8)$$

onde $q_{x,e}$ e $q_{z,e}$ são as componentes estáticas e $q_{x,d}$ e $q_{z,d}$ as dinâmicas. As componentes estáticas do carregamento já foram apresentadas no Apêndice [Erro! Vínculo não válido.](#), as componentes dinâmicas serão discutidas mais adiante.

C.2.4 Deformação axial

Da mesma forma que as outras variáveis, a deformação axial ε será a soma de duas parcelas,

$$\varepsilon(s,t) = \varepsilon_e(s) + e(s,t) \quad (C.9)$$

onde ε_e é a parte estática e e a parte dinâmica.

C.2.5 Sistema de equações do problema estático

As componentes estáticas devem obedecer às equações diferenciais do sistema (A.66). A adaptação desse sistema para a nomenclatura do presente apêndice resulta no conjunto de equações,

$$\frac{dx_e}{ds} = (1 + \varepsilon_e) \cos \theta_e \quad , \quad (C.10)$$

$$\frac{dz_e}{ds} = (1 + \varepsilon_e) \text{sen} \theta_e \quad , \quad (C.11)$$

$$\frac{dF_{x,e}}{ds} = -q_{x,e} \quad , \quad (C.12)$$

$$\frac{dF_{z,e}}{ds} = -q_{z,e} \quad , \quad (C.13)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{q_{n,e}}{T_e} \quad , \quad (C.14)$$

e

$$\varepsilon_e = \frac{T_e}{EA} \quad , \quad (C.15)$$

Lembrando que as componentes $F_{x,e}$ e $F_{z,e}$ são as componentes da própria força de tração T_e e que

$$F_{x,e} = T_e \cos \theta_e \quad (C.16)$$

e

$$F_{z,e} = T_e \text{sen} \theta_e \quad , \quad (C.17)$$

as equações (C.12) e (C.13) podem ser colocadas, respectivamente, nas formas

$$\frac{d}{ds} (T_e \cos \theta_e) = -q_{x,e} \quad (C.18)$$

e

$$\frac{d}{ds} (T_e \text{sen} \theta_e) = -q_{z,e} \quad , \quad (C.19)$$

C.2.6 Sistema de equações do problema completo

As equações do problema completo são obtidas trocando as variáveis estáticas pelas totais e as derivadas totais em s por derivadas parciais nas equações (C.10), (C.11), (C.18),

(C.19), (C.14) e (C.15), pois agora as variáveis também são função do tempo. Dessa forma o sistema de equações diferenciais a ser integrado no problema dinâmico completo fica composto pelas equações:

$$\frac{\partial x}{\partial s} = (1 + \varepsilon) \cos \theta \quad , \quad (C.20)$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = (1 + \varepsilon) \text{sen } \theta \quad , \quad (C.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} (T \cos \theta) = -q_x \quad , \quad (C.22)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} (T \text{sen } \theta) = -q_z \quad , \quad (C.23)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial s} = \frac{q_n}{T} \quad , \quad (C.24)$$

e

$$\varepsilon = \frac{T}{EA} \quad . \quad (C.25)$$

C.2.7 Sistema de equações perturbadas

As expressões (C.1), (C.3) e (C.9) podem ser aplicadas na equação de compatibilidade (C.20):

$$\frac{\partial}{\partial s} (x_e(s) + u(s, t)) = (1 + \varepsilon_e(s) + e(s, t)) \cos(\theta_e(s) + \varphi(s, t)) \quad , \quad (C.26)$$

cujo fator trigonométrico pode ser expandido em série de Taylor em φ , desprezando-se os termos quadráticos ou superiores,

$$\frac{\partial}{\partial s} (x_e(s) + u(s, t)) = (1 + \varepsilon_e(s) + e(s, t)) (\cos \theta_e(s) - \varphi(s, t) \text{sen } \theta_e(s)) \quad . \quad (C.27)$$

Desenvolvendo essa expressão e desprezando os termos dinâmicos quadráticos ou superiores, chega-se a

$$\frac{dx_e}{ds} + \frac{\partial u}{\partial s} = (1 + \varepsilon_e + e) \cos \theta_e - (1 + \varepsilon_e) \varphi \operatorname{sen} \theta_e \quad , \quad (\text{C.28})$$

ou, levando em conta (C.10),

$$\frac{\partial u}{\partial s} = e \cos \theta_e - (1 + \varepsilon_e) \varphi \operatorname{sen} \theta_e \quad . \quad (\text{C.29})$$

O mesmo procedimento pode ser usado para transformar (C.21) em

$$\frac{\partial w}{\partial s} = e \operatorname{sen} \theta_e + (1 + \varepsilon_e) \varphi \cos \theta_e \quad . \quad (\text{C.30})$$

Um tratamento análogo pode ser dado às equações de equilíbrio. As expressões (C.3), (C.6) e (C.7) podem ser substituídas em (C.22). Dessa forma,

$$\frac{\partial}{\partial s} [(T_0(s) + \tau(s,t)) \cos(\theta_e(s) + \varphi(s,t))] = -(q_{x,e}(s,t) + q_{x,d}(s,t)) \quad . \quad (\text{C.31})$$

Nesta equação o termo trigonométrico pode ser expandido em série de Taylor em φ , desprezando os termos quadráticos ou superiores. Isso leva a

$$\frac{\partial}{\partial s} [(T_e + \tau)(\cos \theta_e - \varphi \operatorname{sen} \theta_e)] = -(q_{x,e} + q_{x,d}) \quad , \quad (\text{C.32})$$

que pode ser desenvolvida, desprezando-se os termos dinâmicos quadráticos ou superiores, resultando em

$$\frac{\partial}{\partial s} [(T_e + \tau) \cos \theta_e - T_e \varphi \operatorname{sen} \theta_e] = -(q_{x,e} + q_{x,d}) \quad , \quad (\text{C.33})$$

ou ainda,

$$\frac{d}{ds} (T_e \cos \theta_e) + \frac{\partial}{\partial s} (\tau \cos \theta_e - \varphi T_e \operatorname{sen} \theta_e) = -(q_{x,e} + q_{x,d}) \quad . \quad (\text{C.34})$$

Nesta última equação pode ser aplicada a equação de equilíbrio do problema estático (C.18), resultando na forma final

$$\frac{\partial}{\partial s} (\tau \cos \theta_e - \varphi T_e \operatorname{sen} \theta_e) = -q_{x,d} \quad . \quad (\text{C.35})$$

Usando o mesmo procedimento a partir da equação (C.23) chega-se à outra equação de equilíbrio de forças:

$$\frac{\partial}{\partial s} (\tau \operatorname{sen} \theta_e + \varphi T_e \cos \theta_e) = -q_{z,d} \quad (C.36)$$

E a equação que relaciona força de tração com deformação é obtida substituindo-se (C.6) e (C.9) em (C.25),

$$\varepsilon_e(s) + e(s,t) = \frac{T_e(s) + \tau(s,t)}{EA} \quad (C.37)$$

ou, usando-se (C.15),

$$e = \frac{\tau}{EA} \quad (C.38)$$

C.2.8 Equações em componentes normal e tangencial dos deslocamentos

Como será visto mais adiante, quando forem discutidos os esforços ambientais dinâmicos, é mais conveniente que se use para descrever o movimento as suas componentes normal $u_n(s,t)$ e tangencial $u_t(s,t)$ em lugar das componentes horizontal $u(s,t)$ e vertical $w(s,t)$ que foram utilizadas até agora. A Figura C.1 permite que se escrevam as relações de transformação entre esses dois conjuntos de coordenadas:

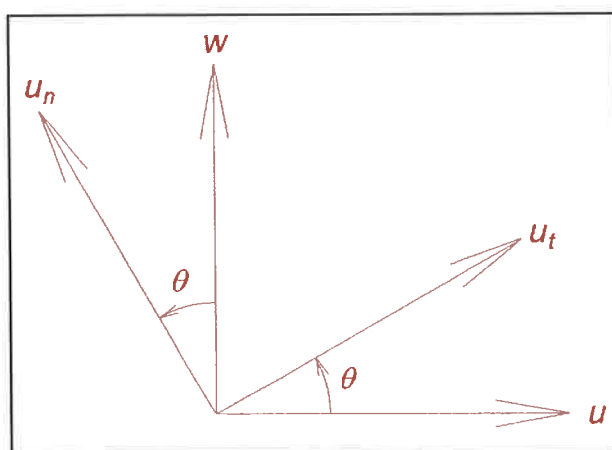


Figura C.1 - Componentes do deslocamento

$$u(s,t) = u_t(s,t) \cos \theta(s,t) - u_n(s,t) \operatorname{sen} \theta(s,t) \quad (C.39)$$

e

$$w(s,t) = u_t(s,t) \operatorname{sen} \theta(s,t) + u_n(s,t) \operatorname{cos} \theta(s,t) \quad (\text{C.40})$$

Ignorando os termos quadráticos na perturbação dinâmica, em uma aproximação consistente com o que tem sido feito até agora, e considerando a expressão (C.3), as relações de transformação podem ser reescritas nas formas

$$u(s,t) = u_t(s,t) \operatorname{cos} \theta_e(s) - u_n(s,t) \operatorname{sen} \theta_e(s) \quad (\text{C.41})$$

e

$$w(s,t) = u_t(s,t) \operatorname{sen} \theta_e(s) + u_n(s,t) \operatorname{cos} \theta_e(s) \quad (\text{C.42})$$

As formas inversas dessas equações de transformação são obtidas multiplicando, em primeiro lugar (C.41) por $\operatorname{cos} \theta_e(s)$ e somando o resultado com (C.42) multiplicada por $\operatorname{sen} \theta_e(s)$, o que leva à relação de transformação

$$u_t(s,t) = u(s,t) \operatorname{cos} \theta_e(s) + w(s,t) \operatorname{sen} \theta_e(s) \quad (\text{C.43})$$

e, em seguida, multiplicando (C.41) por $-\operatorname{sen} \theta_e(s)$ e somando o resultado com (C.42) multiplicada por $\operatorname{cos} \theta_e(s)$, o que leva à outra relação de transformação

$$u_n(s,t) = -u(s,t) \operatorname{sen} \theta_e(s) + w(s,t) \operatorname{cos} \theta_e(s) \quad (\text{C.44})$$

De forma análoga, podem ser definidas as componente normal $q_n(s,t)$ e tangencial $q_t(s,t)$ da força dinâmica aplicada por unidade de comprimento. Essas componentes podem ser relacionadas com as componentes horizontal $q_{x,d}(s,t)$ e vertical $q_{z,d}(s,t)$ com auxílio da Figura C.2.

Dessa forma

$$q_n(s,t) = -q_{x,d}(s,t) \operatorname{sen} \theta(s,t) + q_{z,d}(s,t) \operatorname{cos} \theta(s,t) \quad (\text{C.45})$$

e

$$q_t(s,t) = q_{x,d}(s,t) \operatorname{cos} \theta(s,t) + q_{z,d}(s,t) \operatorname{sen} \theta(s,t) \quad (\text{C.46})$$

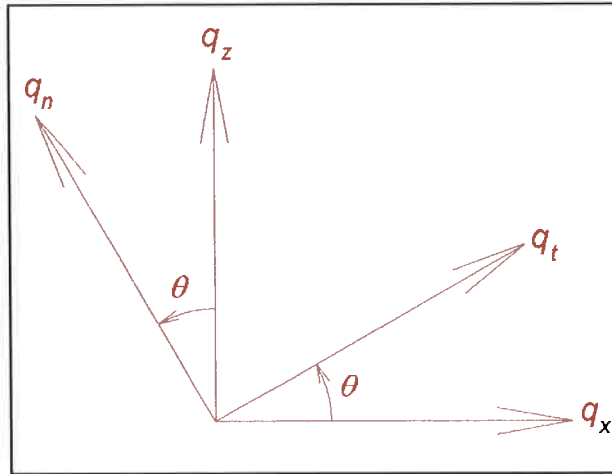


Figura C.2 - Componentes do carregamento

Usando (C.3) e desprezando os termos dinâmicos quadráticos, essas relações de transformação podem ser colocadas nas formas

$$q_n(s,t) = -q_{x,d}(s,t) \operatorname{sen} \theta_e(s) + q_{z,d}(s,t) \operatorname{cos} \theta_e(s) \quad (\text{C.47})$$

e

$$q_t(s,t) = q_{x,d}(s,t) \operatorname{cos} \theta_e(s) + q_{z,d}(s,t) \operatorname{sen} \theta_e(s) \quad (\text{C.48})$$

As relações de transformação podem ser aplicadas nas equações do problema dinâmico que foram apresentadas no item anterior para obter as equações correspondentes no novo sistema de coordenadas.

Assim, multiplicando (C.35) por $\operatorname{cos} \theta_e$, (C.36) por $\operatorname{sen} \theta_e$, somando as duas expressões, desenvolvendo as derivadas em relação a s e aplicando no resultado a relação de transformação (C.48), é obtida a equação de equilíbrio

$$\frac{\partial \tau}{\partial s} - \varphi T_e \frac{d\theta_e}{ds} = -q_t \quad (\text{C.49})$$

De forma análoga, multiplicando (C.35) por $-\operatorname{sen} \theta_e$, (C.36) por $\operatorname{cos} \theta_e$, somando as duas expressões, desenvolvendo as derivadas em relação a s e aplicando no resultado a relação de transformação (C.47), é obtida a outra equação de equilíbrio

$$\tau \frac{d\theta_e}{ds} + \frac{\partial}{\partial s}(\varphi T_e) = -q_n \quad (C.50)$$

Para obter as novas equações de compatibilidade é necessário, em primeiro lugar, derivar as relações (C.41) e (C.42) em relação a s . Dessa operação resulta que

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial u_t}{\partial s} \cos \theta_e - u_t \operatorname{sen} \theta_e \frac{d\theta_e}{ds} - \frac{\partial u_n}{\partial s} \operatorname{sen} \theta_e - u_n \cos \theta_e \frac{d\theta_e}{ds} \quad (C.51)$$

e

$$\frac{\partial w}{\partial s} = \frac{\partial u_t}{\partial s} \operatorname{sen} \theta_e + u_t \cos \theta_e \frac{d\theta_e}{ds} + \frac{\partial u_n}{\partial s} \cos \theta_e - u_n \operatorname{sen} \theta_e \frac{d\theta_e}{ds} \quad (C.52)$$

Multiplicando (C.51) por $\cos \theta_e$, (C.52) por $\operatorname{sen} \theta_e$ e somando as duas expressões chega-se à relação

$$\frac{\partial u}{\partial s} \cos \theta_e + \frac{\partial w}{\partial s} \operatorname{sen} \theta_e = \frac{\partial u_t}{\partial s} - u_n \frac{d\theta_e}{ds} \quad (C.53)$$

Por outro lado, multiplicando (C.51) por $-\operatorname{sen} \theta_e$, (C.52) por $\cos \theta_e$ e somando as duas expressões chega-se à relação

$$-\frac{\partial u}{\partial s} \operatorname{sen} \theta_e + \frac{\partial w}{\partial s} \cos \theta_e = u_t \frac{d\theta_e}{ds} + \frac{\partial u_n}{\partial s} \quad (C.54)$$

Multiplicando, agora as equações de compatibilidade (C.29) por $\cos \theta_e$, e (C.30) por $\operatorname{sen} \theta_e$ e somando o resultado chega-se à equação

$$\frac{\partial u}{\partial s} \cos \theta_e + \frac{\partial w}{\partial s} \operatorname{sen} \theta_e = e \quad (C.55)$$

ou, aplicando a expressão (C.53),

$$\frac{\partial u_t}{\partial s} - u_n \frac{d\theta_e}{ds} = e \quad (C.56)$$

De maneira semelhante, multiplicando as equações de compatibilidade (C.29) por $-\operatorname{sen} \theta_e$, e (C.30) por $\cos \theta_e$ e somando o resultado chega-se à equação

$$-\frac{\partial u}{\partial s} \operatorname{sen} \theta_e + \frac{\partial w}{\partial s} \cos \theta_e = (1 + \varepsilon_e) \varphi \quad (\text{C.57})$$

ou, usando o resultado (C.54),

$$\frac{\partial u_n}{\partial s} + u_t \frac{d\theta_e}{ds} = (1 + \varepsilon_e) \varphi \quad (\text{C.58})$$

O novo sistema de equações dinâmicas a ser resolvido é, agora, formado pelas equações de equilíbrio (C.49) e (C.50), pelas equações de compatibilidade (C.56) e (C.58), juntamente com a relação entre a força de tração dinâmica e a deformação axial (C.38), aqui agrupadas

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial s} - \varphi T_e \frac{d\theta_e}{ds} &= -q_t \\ \tau \frac{d\theta_e}{ds} + \frac{\partial}{\partial s} (\varphi T_e) &= -q_n \\ \frac{\partial u_t}{\partial s} - u_n \frac{d\theta_e}{ds} &= e \\ \frac{\partial u_n}{\partial s} + u_t \frac{d\theta_e}{ds} &= (1 + \varepsilon_e) \varphi \\ e &= \frac{\tau}{EA} \end{aligned} \quad (\text{C.59})$$

C.3 Formulação via princípio do trabalho virtual

O princípio do trabalho virtual obriga, como condição para o equilíbrio de um sistema que o trabalho virtual das forças aplicadas seja nulo, para qualquer variação infinitesimal da sua configuração que obedeça às condições de vínculo cinemáticas. Se o sistema estiver acelerado e às forças aplicadas forem adicionadas as forças de inércia, o princípio do trabalho virtual pode ser generalizado para o campo da dinâmica. Esta abordagem será usada neste item para montar a equação do movimento na forma integral, adotando o sistema de coordenadas normais e tangenciais.

C.3.1 Deslocamentos virtuais

Uma variação infinitesimal da posição de equilíbrio, que obedece as condições de vínculo cinemáticas, é chamada de deslocamento virtual. O deslocamento virtual é uma variação instantânea da posição do sistema e, portanto, não depende do tempo. Usando a notação de

Lagrange, que introduziu o símbolo δ para realçar o carácter virtual de uma variação, um conjunto qualquer de deslocamentos virtuais para o cabo pode ser representado pelas funções contínuas $\delta u_n(s)$ e $\delta u_t(s)$, devem obedecer às condições de contorno,

$$\delta u_n(0) = 0 \quad , \quad (C.60)$$

$$\delta u_n(\ell_s) = 0 \quad , \quad (C.61)$$

$$\delta u_t(0) = 0 \quad (C.62)$$

e

$$\delta u_t(\ell_s) = 0 \quad , \quad (C.63)$$

para o caso em que o *riser* é articulado no *touchdown*.

C.3.2 Trabalho virtual

O trabalho virtual total das forças aplicadas será nulo, segundo o princípio do trabalho virtual. Em forma matemática, usando a notação do presente apêndice, isto significa que

$$\int_0^{\ell_s} q_t \delta u_t ds + \int_0^{\ell_s} q_n \delta u_n ds = 0 \quad (C.64)$$

em qualquer instante considerado.

C.3.3 Manipulação da equação do trabalho virtual

Aplicando as equações de equilíbrio em (C.49) e (C.50) em (C.64) obtém-se

$$\int_0^{\ell_s} \left(\frac{\partial \tau}{\partial s} - \varphi T_e \frac{d\theta_e}{ds} \right) \delta u_t ds + \int_0^{\ell_s} \left(\tau \frac{d\theta_e}{ds} + \frac{\partial}{\partial s} (\varphi T_e) \right) \delta u_n ds = 0 \quad (C.65)$$

e somando-se esse resultado à própria equação (C.64)

$$\begin{aligned} & \int_0^{\ell_s} \left(\frac{\partial \tau}{\partial s} - \varphi T_e \frac{d\theta_e}{ds} \right) \delta u_t ds + \int_0^{\ell_s} \left(\tau \frac{d\theta_e}{ds} + \frac{\partial}{\partial s} (\varphi T_e) \right) \delta u_n ds \\ & + \int_0^{\ell_s} q_t \delta u_t ds + \int_0^{\ell_s} q_n \delta u_n ds = 0 \end{aligned} \quad , \quad (C.66)$$

ou, ainda, separando todas as parcelas

$$\int_0^{l_i} \frac{\partial \tau}{\partial s} \delta u_t ds - \int_0^{l_i} \varphi T_e \frac{d\theta_e}{ds} \delta u_t ds + \int_0^{l_i} \tau \frac{d\theta_e}{ds} \delta u_n ds + \int_0^{l_i} \frac{\partial}{\partial s} (\varphi T_e) \delta u_n ds + \int_0^{l_i} q_t \delta u_t ds + \int_0^{l_i} q_n \delta u_n ds = 0 \quad (C.67)$$

A primeira parcela de (C.67) pode ser integrada por partes

$$\int_0^{l_i} \frac{\partial \tau}{\partial s} \delta u_t ds = (\tau \delta u_t) \Big|_0^{l_i} - \int_0^{l_i} \tau \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds \quad (C.68)$$

Aplicando nessa última expressão as condições de contorno (C.62) e (C.63) obtém-se

$$\int_0^{l_i} \frac{\partial \tau}{\partial s} \delta u_t ds = - \int_0^{l_i} \tau \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds \quad (C.69)$$

Sobre esse último resultado pode ser aplicada a relação entre a força de tração dinâmica e a deformação axial (C.38)

$$\int_0^{l_i} \frac{\partial \tau}{\partial s} \delta u_t ds = - \int_0^{l_i} EAe \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds \quad (C.70)$$

e a equação de compatibilidade (C.56)

$$\int_0^{l_i} \frac{\partial \tau}{\partial s} \delta u_t ds = - \int_0^{l_i} EA \frac{\partial u_t}{\partial s} \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds + \int_0^{l_i} EA u_n \frac{d\theta_e}{ds} \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds \quad (C.71)$$

Usando a relação de compatibilidade (C.58), a segunda parcela de (C.71) pode ser colocada na forma

$$- \int_0^{l_i} \varphi T_e \frac{d\theta_e}{ds} \delta u_t ds = - \int_0^{l_i} \frac{\partial u_n}{\partial s} \frac{T_e}{1 + \varepsilon_e} \frac{d\theta_e}{ds} \delta u_t ds - \int_0^{l_i} u_t \frac{T_e}{1 + \varepsilon_e} \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 \delta u_t ds \quad (C.72)$$

Aplicando, agora, a relação entre força de tração dinâmica e deformação axial (C.38) na terceira parcela de (C.71) chega-se a

$$\int_0^{l_i} \tau \frac{d\theta_e}{ds} \delta u_n ds = \int_0^{l_i} EAe \frac{d\theta_e}{ds} \delta u_n ds \quad (C.73)$$

ou, usando a equação de compatibilidade (C.56),

$$\int_0^{\ell_s} \tau \frac{d\theta_e}{ds} \delta u_n ds = \int_0^{\ell_s} EA \frac{\partial u_t}{\partial s} \frac{d\theta_e}{ds} \delta u_n ds - \int_0^{\ell_s} EA u_n \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 \delta u_n ds \quad (C.74)$$

A quarta parcela de (C.67) pode ser integrada por partes

$$\int_0^{\ell_s} \frac{\partial}{\partial s} (\varphi T_e) \delta u_n ds = (\varphi T_e \delta u_n) \Big|_0^{\ell_s} - \int_0^{\ell_s} \varphi T_e \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds \quad , \quad (C.75)$$

sobre o resultado podem ser aplicadas as condições de contorno (C.60) e (C.61),

$$\int_0^{\ell_s} \frac{\partial}{\partial s} (\varphi T_e) \delta u_n ds = - \int_0^{\ell_s} \varphi T_e \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds \quad , \quad (C.76)$$

e a equação de compatibilidade (C.58),

$$\int_0^{\ell_s} \frac{\partial}{\partial s} (\varphi T_e) \delta u_n ds = - \int_0^{\ell_s} \frac{\partial u_n}{\partial s} \frac{T_e}{1 + \varepsilon_e} \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds - \int_0^{\ell_s} u_t \frac{d\theta_e}{ds} \frac{T_e}{1 + \varepsilon_e} \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds \quad . \quad (C.77)$$

Por último, para obter a equação dinâmica na forma integral basta substituir as expressões (C.71), (C.72), (C.74) e (C.77) na equação (C.67),

$$\begin{aligned} & - \int_0^{\ell_s} EA \frac{\partial u_t}{\partial s} \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds + \int_0^{\ell_s} EA \frac{d\theta_e}{ds} u_n \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds \\ & - \int_0^{\ell_s} \frac{T_e}{1 + \varepsilon_e} \frac{d\theta_e}{ds} \frac{\partial u_n}{\partial s} \delta u_t ds - \int_0^{\ell_s} \frac{T_e}{1 + \varepsilon_e} \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 u_t \delta u_t ds \\ & + \int_0^{\ell_s} EA \frac{d\theta_e}{ds} \frac{\partial u_t}{\partial s} \delta u_n ds - \int_0^{\ell_s} EA \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 u_n \delta u_n ds \quad , \quad (C.78) \\ & - \int_0^{\ell_s} \frac{T_e}{1 + \varepsilon_e} \frac{\partial u_n}{\partial s} \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds - \int_0^{\ell_s} \frac{T_e}{1 + \varepsilon_e} \frac{d\theta_e}{ds} u_t \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds \\ & + \int_0^{\ell_s} q_t \delta u_t ds + \int_0^{\ell_s} q_n \delta u_n ds = 0 \end{aligned}$$

ou desprezando a deformação axial estática ε_e quando comparada com a unidade, como foi comentado anteriormente,

$$\begin{aligned}
& - \int_0^{\ell_s} EA \frac{\partial u_t}{\partial s} \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds + \int_0^{\ell_s} EA \frac{d\theta_e}{ds} u_n \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds \\
& - \int_0^{\ell_s} T_e \frac{d\theta_e}{ds} \frac{\partial u_n}{\partial s} \delta u_t ds - \int_0^{\ell_s} T_e \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 u_t \delta u_t ds \\
& + \int_0^{\ell_s} EA \frac{d\theta_e}{ds} \frac{\partial u_t}{\partial s} \delta u_n ds - \int_0^{\ell_s} EA \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 u_n \delta u_n ds \\
& - \int_0^{\ell_s} T_e \frac{\partial u_n}{\partial s} \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds - \int_0^{\ell_s} T_e \frac{d\theta_e}{ds} u_t \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds \\
& + \int_0^{\ell_s} q_t \delta u_t ds + \int_0^{\ell_s} q_n \delta u_n ds = 0
\end{aligned} \tag{C.79}$$

C.4 Esforços atuantes

Até aqui não foram apresentados os esforços que serão considerados no problema dinâmico, mas todos eles foram englobados nas componentes normal $q_n(s,t)$ e tangencial $q_t(s,t)$ do carregamento. Este item tem por finalidade apresentar esses esforços para completar a formulação.

C.4.1 Inércia

A inércia é a propriedade que têm os corpos de resistir a mudanças em sua aceleração. Como é usual na Resistência dos Materiais, é desprezada aqui a inércia rotacional. Feita essa hipótese, a medida da inércia fica sendo apenas a massa por unidade de comprimento ρ do cabo. Pelo princípio de d'Alembert, o efeito da inércia é equivalente à aplicação de uma força com mesma direção da aceleração, sentido oposto e magnitude igual ao produto da massa pela aceleração. Dessa forma, a componente tangencial da força de inércia por unidade de comprimento é

$$i_t = -\rho \ddot{u}_t \tag{C.80}$$

e a sua componente normal é

$$i_n = -\rho \ddot{u}_n \tag{C.81}$$

C.4.2 Inércia adicional

Quando um corpo se movimenta imerso em um fluido, ele desloca junto com o seu movimento uma certa massa desse fluido. Esse efeito é equivalente a um acréscimo na massa do corpo, que é conhecido como massa adicional. O valor da massa adicional é igual ao produto da massa deslocada pelo corpo por uma constante de proporcionalidade adimensional c_m conhecida como coeficiente de massa adicional, que pode ser obtido numérica ou experimentalmente. Na direção normal ao cabo o coeficiente de massa adicional é um valor em torno de um; na direção tangencial, entretanto, ele é de uma ordem de grandeza menor e não será levado em conta no presente trabalho. Assim, o efeito da massa adicional equivale à aplicação de uma força por unidade de comprimento na direção normal ao cabo expressa por

$$i_a = -c_m \rho_a S \quad , \quad (C.82)$$

onde ρ_a é a massa do fluido por unidade de volume e S é a área da seção transversal do cabo.

C.4.3 Amortecimento linear

Quando um corpo oscila em um fluido, aparece uma força viscosa, conhecida como força de arraste, que se opõe ao movimento e é quadrática na velocidade. Essa força é não-linear e essa não-linearidade é importante e deve ser considerada. No entanto, no modelo dinâmico ora proposto, é adotada uma expressão linear para a força de arraste. O efeito não-linear será incluído mais tarde pelo processo iterativo apresentado no Apêndice D. Assim, na direção tangencial a força de arraste por unidade de comprimento terá a forma

$$a_t = -\frac{4}{3\pi} \rho_a D c_{d,t} \omega A_0 \dot{u}_t \quad , \quad (C.83)$$

onde ρ_a é a massa de fluido por unidade de volume, D é o diâmetro externo do tubo, ω é a frequência das ondas do mar, A_0 é a sua amplitude e $c_{d,t}$ é um coeficiente adimensional conhecido como coeficiente de arraste na direção tangencial.

Na direção normal, a força de arraste terá uma expressão semelhante

$$a_n = -\frac{4}{3\pi} \rho_a D c_{d,n} \omega A_0 \dot{u}_n \quad , \quad (C.84)$$

onde $c_{n,t}$ é o coeficiente de arraste na direção normal.

C.4.4 Onda

Linearizando a fórmula de Morison, conforme é discutido no Apêndice D, a força por unidade de comprimento causada pela incidência direta das ondas sobre o cabo é

$$a_w = \frac{4}{3\pi} \rho_a D c_{d,n} \omega A_w v_{w,n} \quad (\text{C.85})$$

onde $v_{w,n}$ é a componente da velocidade da onda que é normal ao cabo em cada ponto.

O potencial de velocidades ϕ associado a uma onda harmônica pode ser colocado na forma

$$\phi(x, z, t) = \frac{g A_w}{\omega} e^{k_w(d-z)} \text{sen}(k_w x - S_w \omega t) \quad (\text{C.86})$$

onde g é a aceleração local da gravidade, A_w é a amplitude da onda, ω é a sua frequência angular, k_w é o número da onda e S_w indica o sentido de propagação. Se $S_w = 1$ a onda se propaga no sentido positivo da coordenada x e se $S_w = -1$ a onda se propaga no sentido oposto.

A velocidade \vec{v}_w da onda incidente corresponde ao vetor gradiente do potencial de velocidades, ou seja,

$$\vec{v}_w = \nabla \phi = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \quad (\text{C.87})$$

Então, de (C.86), a velocidade da onda é

$$\vec{v}_w = \frac{g A_w k_w}{\omega} e^{k_w(d-z)} \left[\cos(k_w x - S_w \omega t) \vec{i} - \text{sen}(k_w x - S_w \omega t) \vec{k} \right] \quad (\text{C.88})$$

Para águas profundas o número da onda k_w e a sua frequência angular ω estão ligados pela relação de dispersão

$$k_w = \frac{\omega^2}{g} \quad (\text{C.89})$$

e, nesse caso, a velocidade da onda pode ser colocada na forma

$$\vec{v}_w = A_w \omega e^{k_w(d-z)} \left[\cos(k_w x - S_w \omega t) \vec{i} - \sin(k_w x - S_w \omega t) \vec{k} \right] \quad (C.90)$$

A componente normal da velocidade da onda é obtida por meio do produto escalar

$$v_{w,n} = \vec{v}_w \cdot \vec{n} \quad (C.91)$$

onde \vec{n} é o vetor normal em cada ponto do cabo dado por

$$\vec{n} = -\sin \theta_e \vec{i} + \cos \theta_e \vec{k} \quad (C.92)$$

Então, de (C.90),

$$v_{w,n} = A_w \omega e^{k_w(d-z)} \left[-\cos(k_w x - S_w \omega t) \sin \theta_e - \sin(k_w x - S_w \omega t) \cos \theta_e \right] \quad (C.93)$$

Colocando em evidência os termos que dependem do tempo, esta última expressão pode ser escrita na forma

$$v_{w,n} = A_w \omega e^{k_w(d-z)} \left\{ [-\cos(S_w k_w x) \sin \theta_e - S_w \sin(S_w k_w x) \cos \theta_e] \cos \omega t + \right. \\ \left. [-\sin(S_w k_w x) \sin \theta_e + S_w \cos(S_w k_w x) \cos \theta_e] \sin \omega t \right\} \quad (C.94)$$

ou, na forma complexa,

$$v_{w,n} = A_w \omega e^{k_w(d-z)} \operatorname{Re} \left(\{ [-\cos(S_w k_w x) \sin \theta_e - S_w \sin(S_w k_w x) \cos \theta_e] + \right. \\ \left. i [\sin(S_w k_w x) \sin \theta_e - S_w \cos(S_w k_w x) \cos \theta_e] \} e^{i\omega t} \right) \quad (C.95)$$

ou, ainda, na forma mais compacta,

$$v_{w,n} = S_w A_w \omega e^{k_w(d-z)} \operatorname{Re} \left(\{ [\cos(S_w k_w x) - i \sin(S_w k_w x)] \right. \\ \left. [-\sin(S_w \theta_e) - i \cos(S_w \theta_e)] \} e^{i\omega t} \right) \quad (C.96)$$

Juntando esse último resultado à expressão (C.85), a carga distribuída por unidade de comprimento devida à onda toma a forma

$$a_w = \frac{4}{3\pi} \rho_a D c_{d,n} \omega^2 A_w^2 S_w e^{k_w(d-z)} \operatorname{Re} \left(\{ [\cos(S_w k_w x) - i \sin(S_w k_w x)] \right. \\ \left. [-\sin(S_w \theta_e) - i \cos(S_w \theta_e)] \} e^{i\omega t} \right) \quad (C.97)$$

Desprezando termos dinâmicos de segunda ordem, essa expressão pode ser colocada na forma

$$\alpha_w = \frac{4}{3\pi} \rho_a Dc_{d,n} \omega^2 A_w^2 S_w e^{k_w(d-z_e)} \{[\cos(S_w k_w x_e) - i \sin(S_w k_w x_e)] [-\sin(S_w \theta_e) - i \cos(S_w \theta_e)]\} e^{i\omega t} \quad , \quad (C.98)$$

onde foram substituídas as coordenadas totais pelas coordenadas estáticas e foi eliminada a função valor real, que a partir desse ponto fica subentendida para simplificar a notação.

Definindo-se a função

$$\bar{\alpha}_w(s) = \frac{4}{3\pi} \rho_a Dc_{d,n} \omega^2 A_w^2 S_w e^{k_w(d-z_e)} \{[\cos(S_w k_w x_e) - i \sin(S_w k_w x_e)] [-\sin(S_w \theta_e) - i \cos(S_w \theta_e)]\} \quad , \quad (C.99)$$

que representa a amplitude do carregamento devido à onda em cada ponto, esse carregamento pode ser expresso na forma mais compacta:

$$\alpha_w(s,t) = \bar{\alpha}_w(s) e^{i\omega t} \quad . \quad (C.100)$$

C.4.5 Esforços totais

Somando todos os esforços apresentados, a componente da força total distribuída por unidade de comprimento na direção tangencial é a soma das expressões (C.80) e (C.83), ou seja, é dada por

$$q_t = i_t + a_t \quad , \quad (C.101)$$

e a componente da mesma força na direção normal é dada pela soma das expressões (C.81), (C.82), (C.84) e (C.97), isto é,

$$q_n = i_n + i_a + a_n + \alpha_w \quad . \quad (C.102)$$

C.5 Condições de contorno

C.5.1 Condições de contorno no ponto de touchdown

No problema dinâmico é considerado que o ponto de *touchdown* é o mesmo obtido na solução do problema estático. Esta hipótese introduz erros locais, pois não leva em conta o movimento do ponto de contato, mas não altera de maneira significativa o comportamento

dinâmico global do cabo. Ela é, no entanto, necessária para remover a não-linearidade do contato unilateral e possibilitar que seja construído um modelo linear. O movimento do *touchdown* é considerado mais tarde usando a metodologia apresentada no Apêndice E.

Nesse sentido, o ponto de *touchdown* é impedido de se mover na direção perpendicular ao fundo do mar, ou seja,

$$u_n(0,t) = 0 \quad (C.103)$$

Na direção tangente ao solo, a deformação axial do trecho que se apóia sobre o fundo é importante. Para considerá-la, a porção do cabo que se encontra sobre o fundo do mar é substituída por uma mola linear de rigidez k , conforme o esquema da Figura C.3, ou seja, o deslocamento do ponto de *touchdown* na direção tangencial estará relacionado com a força de tração dinâmica por uma expressão do tipo

$$\tau(0,t) = k u_t(0,t) \quad (C.104)$$

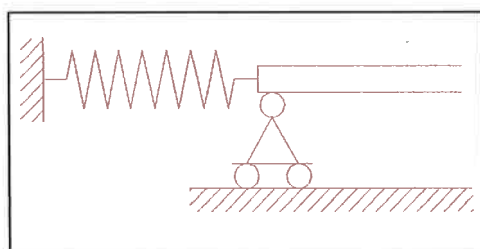


Figura C.3 - Esquema da condição de contorno no ponto de touchdown para o problema dinâmico

Como o ponto de ancoragem do cabo é fixo, o movimento do ponto de *touchdown* causará uma deformação no trecho que se apóia sobre o solo. Como existe atrito entre solo e cabo, apenas uma parte desse trecho sofrerá deformação. Se ℓ' for o comprimento de cabo sujeito a deformação, então

$$k = \frac{EA}{\ell'} \quad (C.105)$$

Adotando o modelo de atrito de escorregamento de Coulomb, o comprimento de cabo que pode se movimentar e, portanto, sofrer deformação é

$$\ell_1 = \frac{T_e(0)}{\mu\gamma_s} \quad (C.106)$$

onde μ é o coeficiente de atrito entre cabo e solo. Por outro lado, o comprimento de cabo que sofre deformação não pode ser maior que a distância entre o ponto de *touchdown* e a âncora, que é

$$\ell_2 = \ell_t - \ell_s \quad (C.107)$$

e, portanto,

$$\ell' = \max\{\ell_1, \ell_2\} \quad (C.108)$$

C.5.2 Condições de contorno no topo

A extremidade superior do cabo submerso está ligada a uma unidade flutuante de produção de petróleo. O movimento dessa extremidade é igual ao movimento do ponto da unidade flutuante a que ela está ligada. Assume-se, neste trabalho, que o movimento da plataforma é harmônico e, portanto, a extremidade superior do cabo tem um movimento horizontal que pode ser escrito na forma

$$u(\ell_s, t) = U \cos(\omega t + \varphi_u) \quad (C.109)$$

onde a amplitude U e a fase φ_u são conhecidas e o movimento vertical tem a forma

$$w(\ell_s, t) = W \cos(\omega t + \varphi_w) \quad (C.110)$$

em que a amplitude W e a fase φ_w também são conhecidas.

Desprezando os termos dinâmicos quadráticos, como tem sido feito até agora, e usando a equação de transformação (C.43), a componente tangencial do movimento do topo pode ser escrita na forma

$$u_t(\ell_s, t) = U \cos(\omega t + \varphi_u) \cos\theta_e(\ell_s) + W \cos(\omega t + \varphi_w) \text{sen}\theta_e(\ell_s) \quad (C.111)$$

ou, desenvolvendo-se os termos trigonométricos,

$$u_t(\ell_s, t) = U_{t,c} \cos(\omega t) - U_{t,s} \text{sen}(\omega t) \quad (C.112)$$

onde

$$U_{t,c} = U \cos \varphi_u \cos \theta_e(\ell_s) + W \cos \varphi_w \sin \theta_e(\ell_s) \quad (C.113)$$

e

$$U_{t,s} = U \sin \varphi_u \cos \theta_e(\ell_s) + W \sin \varphi_w \sin \theta_e(\ell_s) \quad (C.114)$$

ou, ainda, usando uma notação exponencial,

$$u_t(\ell_s, t) = \text{Re} [U_t e^{i\omega t}] \quad (C.115)$$

onde

$$U_t = U_{t,c} + iU_{t,s} \quad (C.116)$$

Da mesma maneira, usando a equação de transformação (C.44), a componente normal do movimento do topo pode ser escrita na forma

$$u_n(\ell_s, t) = -U \cos(\omega t + \varphi_u) \sin \theta_e(\ell_s) + W \cos(\omega t + \varphi_w) \cos \theta_e(\ell_s) \quad (C.117)$$

ou, desenvolvendo-se os termos trigonométricos,

$$u_n(\ell_s, t) = U_{n,c} \cos(\omega t) - U_{n,s} \sin(\omega t) \quad (C.118)$$

onde

$$U_{n,c} = -U \cos \varphi_u \sin \theta_e(\ell_s) + W \cos \varphi_w \cos \theta_e(\ell_s) \quad (C.119)$$

e

$$U_{n,s} = -U \sin \varphi_u \sin \theta_e(\ell_s) + W \cos \varphi_w \sin \theta_e(\ell_s) \quad (C.120)$$

ou, ainda, usando uma notação exponencial,

$$u_n(\ell_s, t) = \text{Re} [U_n e^{i\omega t}] \quad (C.121)$$

onde

$$U_n = U_{n,c} + iU_{n,s} \quad (C.122)$$

C.6 Modelo discreto

O problema dinâmico contínuo, expresso pela equação de equilíbrio dinâmico na forma integral (C.79), pode ser transformado em um problema discreto em que a equação aparece na forma matricial. Este item apresenta um processo de discretização que usa o Método dos Elementos Finitos.

C.6.1 Funções de forma

O primeiro passo para a discretização é dividir o comprimento suspenso ℓ_s em n elementos, numerados de 1 até n . As extremidades dos elementos definem os nós, que são numerados de 0 até n . Assim o j -ésimo elemento é limitado pelos nós $j-1$ e j . Seja s_j a coordenada curvilínea do nó j . Então o comprimento do j -ésimo elemento é Δ_j tal que

$$\Delta_j = s_j - s_{j-1} \quad (C.123)$$

Os deslocamentos do nó j nas direções normal e tangencial são indicados respectivamente por $u_{n,j}$ e $u_{t,j}$, assim

$$u_{n,j} = u_n(s_j) \quad (C.124)$$

e

$$u_{t,j} = u_t(s_j) \quad (C.125)$$

No Método dos Elementos Finitos os deslocamentos dos pontos que não são nós são interpolados a partir dos deslocamentos nodais usando as chamadas funções de forma, que aqui são representadas por $f_j(s)$. Assim, os deslocamentos normais são colocados na forma

$$u_n(s,t) = \sum_{j=0}^n f_j(s) u_{n,j}(t) \quad (C.126)$$

e os deslocamentos tangenciais na forma

$$u_t(s,t) = \sum_{j=0}^n f_j(s) u_{t,j}(t) \quad (C.127)$$

Como as funções de forma não dependem do tempo, a velocidade normal $\dot{u}_n(s,t)$ é obtida das velocidades normais nodais $\dot{u}_{n,j}(t)$ a partir da expressão

$$\dot{u}_n(s,t) = \sum_{j=0}^n f_j(s) \dot{u}_{n,j}(t) \quad , \quad (C.128)$$

que foi construída por derivação de (C.126) em relação ao tempo. Da mesma forma, a velocidade tangencial $\dot{u}_t(s,t)$ é obtida dos valores nodais $\dot{u}_{t,j}(t)$ derivando-se (C.127) em relação ao tempo,

$$\dot{u}_t(s,t) = \sum_{j=0}^n f_j(s) \dot{u}_{t,j}(t) \quad . \quad (C.129)$$

Se (C.128) por sua vez, também for derivada em relação ao tempo, são obtidas as acelerações normais,

$$\ddot{u}_n(s,t) = \sum_{j=0}^n f_j(s) \ddot{u}_{n,j}(t) \quad , \quad (C.130)$$

e, de modo semelhante, as acelerações tangenciais são obtidas de (C.129),

$$\ddot{u}_t(s,t) = \sum_{j=0}^n f_j(s) \ddot{u}_{t,j}(t) \quad . \quad (C.131)$$

O próximo passo é definir quais são as funções de forma. Uma inspeção na equação (C.79) indica que, do ponto de vista das restrições matemáticas, é suficiente que os deslocamentos sejam funções contínuas, cujas derivadas em relação à coordenada curvilínea s sejam integráveis. Em vista disto, podem ser usadas como funções de forma as funções $f_j(s)$ representadas na Figura C.4, cujas derivadas aparecem na Figura C.5. O uso de funções deste tipo corresponde a se adotar uma interpolação linear dos deslocamentos dos nós adjacentes para calcular o deslocamento de um ponto que não é um nó.

Os deslocamentos virtuais normais e tangenciais também são interpolados da mesma maneira,

$$\delta u_n(s) = \sum_{i=0}^n f_i(s) \delta u_{n,i} \quad (C.132)$$

e

$$\delta u_t(s) = \sum_{i=0}^n f_i(s) \delta u_{t,i} \quad (C.133)$$

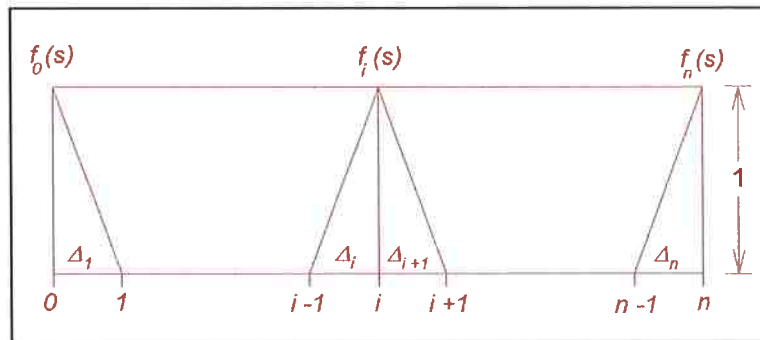


Figura C.4 - Funções de forma

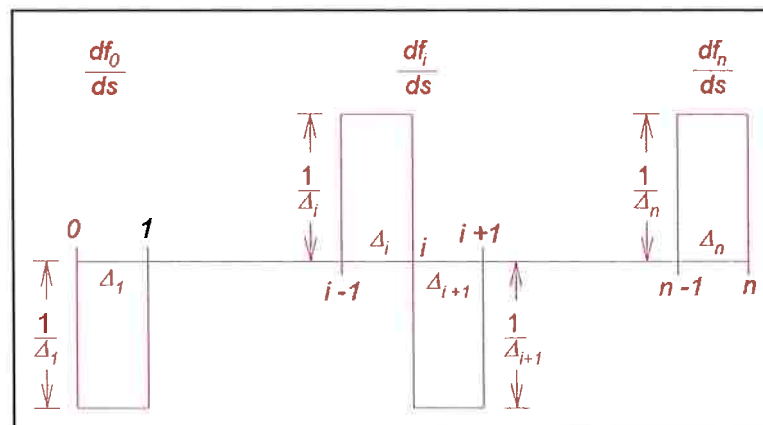


Figura C.5 - Derivadas das funções de forma

C.6.2 Montagem das matrizes

O Método dos Elementos Finitos transforma a formulação integral em uma equação matricial. Para chegar a essa forma é necessário substituir as expressões de interpolação dos deslocamentos normal e tangencial, respectivamente (C.126) e (C.127), juntamente com as expressões equivalentes para os deslocamentos virtuais normal e tangencial, respectivamente (C.132) e (C.133), na equação (C.79), usando as expressões dos carregamentos normal e tangencial, respectivamente (C.101) e (C.102). Para montar as matrizes que compõem a equação dinâmica, as diversas parcelas de (C.79) serão separadas segundo a sua natureza.

C.6.2.1 Matriz de massa

A matriz de massa é formada pelas parcelas de inércia e inércia adicional. Considerando as expressões (C.79), (C.101), e (C.102), verifica-se que a contribuição desse efeito é dada pela soma de duas parcelas

$$\int_0^{t_s} i_t \delta u_t ds + \int_0^{t_s} (i_n + i_a) \delta u_n ds, \quad (C.134)$$

ou, usando (C.80), (C.81) e (C.82),

$$- \int_0^{t_s} \rho \ddot{u}_t \delta u_t ds - \int_0^{t_s} (\rho + c_m \rho_a S) \ddot{u}_n \delta u_n ds, \quad (C.135)$$

ou, ainda, definindo a massa na direção tangencial como

$$m_t = \rho \quad (C.136)$$

e a massa na direção normal como

$$m_n = \rho + c_m \rho_a S, \quad (C.137)$$

então a contribuição da inércia e da inércia adicional na equação integral será dada por

$$- \int_0^{t_s} m_t \ddot{u}_t \delta u_t ds - \int_0^{t_s} m_n \ddot{u}_n \delta u_n ds. \quad (C.138)$$

O próximo passo é usar as expressões das acelerações (C.131) e (C.130) e as expressões dos deslocamentos virtuais (C.133) e (C.132). Dessa forma,

$$\begin{aligned} & \int_0^{t_s} m_t \ddot{u}_t \delta u_t ds + \int_0^{t_s} m_n \ddot{u}_n \delta u_n ds = \\ & = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \delta u_{t,i} \left[\int_0^{t_s} m_t f_i f_j ds \right] \ddot{u}_{t,j} + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \delta u_{n,i} \left[\int_0^{t_s} m_n f_i f_j ds \right] \ddot{u}_{n,j} \end{aligned}, \quad (C.139)$$

ou, definindo-se as matrizes $[M_t]$ e $[M_m]$ tais que

$$[M_t]_{i,j} = \int_0^{t_s} m_t f_i f_j ds \quad (C.140)$$

e

$$[M_{nn}]_{i,j} = \int_0^{l_i} m_n f_i f_j ds \quad , \quad (C.141)$$

os vetores coluna $\{\ddot{u}_t\}$ e $\{\ddot{u}_n\}$, cujas componentes são respectivamente as acelerações nodais tangenciais e normais e os vetores coluna $\{\delta u_t\}$ e $\{\delta u_n\}$ compostos, respectivamente, pelos deslocamentos virtuais tangenciais e normais, então

$$\begin{aligned} & \int_0^{l_i} m_t \ddot{u}_t \delta u_t ds + \int_0^{l_i} m_n \ddot{u}_n \delta u_n ds = \\ & = \{\delta u_t\}^T [M_t] \{\ddot{u}_t\} + \{\delta u_n\}^T [M_n] \{\ddot{u}_n\} \end{aligned} \quad (C.142)$$

C.6.2.2 Matriz de rigidez elástica

O efeito da rigidez elástica axial EA aparece em quatro parcelas da equação (C.79):

$$\begin{aligned} & - \int_0^{l_i} EA \frac{\partial u_t}{\partial s} \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds + \int_0^{l_i} EA \frac{d\theta_e}{ds} u_n \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds \\ & + \int_0^{l_i} EA \frac{d\theta_e}{ds} \frac{\partial u_t}{\partial s} \delta u_n ds - \int_0^{l_i} EA \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 u_n \delta u_n ds \end{aligned} \quad (C.143)$$

Usando as interpolações (C.126) e (C.127) para os deslocamentos normal e tangencial, respectivamente, e as expressões equivalentes para os deslocamentos virtuais normal e tangencial, respectivamente (C.132) e (C.133), a contribuição da rigidez axial na equação dinâmica pode ser colocada na forma

$$\begin{aligned}
& - \int_0^{l_s} EA \frac{\partial u_t}{\partial s} \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds + \int_0^{l_s} EA \frac{d\theta_e}{ds} u_n \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds \\
& + \int_0^{l_s} EA \frac{d\theta_e}{ds} \frac{\partial u_t}{\partial s} \delta u_n ds - \int_0^{l_s} EA \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 u_n \delta u_n ds = \\
& = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \delta u_{t,i} \left(\int_0^{l_s} EA \frac{df_i}{ds} \frac{df_j}{ds} ds \right) u_{t,j} + \\
& + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \delta u_{n,i} \left(\int_0^{l_s} EA \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 f_i f_j ds \right) u_{n,j} + \\
& + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \delta u_{t,i} \left(- \int_0^{l_s} EA \frac{d\theta_e}{ds} \frac{df_i}{ds} f_j ds \right) u_{n,j} + \\
& + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \delta u_{n,i} \left(- \int_0^{l_s} EA \frac{d\theta_e}{ds} f_i \frac{df_j}{ds} ds \right) u_{t,j}
\end{aligned} \tag{C.144}$$

ou, definindo-se as matrizes $[K_{tt}]$, $[K_{tn}]$, $[K_{nt}]$ e $[K_{nn}]$ tais que

$$[K_{tt}]_{i,j} = \int_0^{l_s} EA \frac{df_i}{ds} \frac{df_j}{ds} ds \tag{C.145}$$

$$[K_{tn}]_{i,j} = - \int_0^{l_s} EA \frac{d\theta_e}{ds} \frac{df_i}{ds} f_j ds \tag{C.146}$$

$$[K_{nt}]_{i,j} = - \int_0^{l_s} EA \frac{d\theta_e}{ds} f_i \frac{df_j}{ds} ds \tag{C.147}$$

e

$$[K_{nn}]_{i,j} = \int_0^{l_s} EA \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 f_i f_j ds \tag{C.148}$$

e os vetores coluna $\{u_t\}$ e $\{u_n\}$, cujas componentes são, respectivamente, os deslocamentos nodais tangenciais e normais e os vetores coluna $\{\delta u_t\}$ e $\{\delta u_n\}$ compostos, respectivamente, pelos deslocamentos virtuais tangenciais e normais, então

$$\begin{aligned}
& - \int_0^{l_i} EA \frac{\partial u_t}{\partial s} \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds + \int_0^{l_i} EA \frac{d\theta_e}{ds} u_n \frac{\partial \delta u_t}{\partial s} ds \\
& + \int_0^{l_i} EA \frac{d\theta_e}{ds} \frac{\partial u_t}{\partial s} \delta u_n ds - \int_0^{l_i} EA \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 u_n \delta u_n ds = \\
& = \{\delta u_t\}^T [K_{tt}] \{u_t\} + \{\delta u_t\}^T [K_{tn}] \{u_n\} + \\
& + \{\delta u_n\}^T [K_{nt}] \{u_t\} + \{\delta u_n\}^T [K_{nn}] \{u_n\}
\end{aligned} \tag{C.149}$$

Pode ser notado, a partir das definições (C.146) e (C.147), que $[K_{tn}] = [K_{nt}]^T$.

C.6.2.3 Matriz de rigidez geométrica

O efeito de restauração devido à força de tração estática, que corresponde à matriz de rigidez geométrica, aparece em quatro parcelas da equação (C.79):

$$\begin{aligned}
& - \int_0^{l_i} T_e \frac{d\theta_e}{ds} \frac{\partial u_n}{\partial s} \delta u_t ds - \int_0^{l_i} T_e \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 u_t \delta u_t ds \\
& - \int_0^{l_i} T_e \frac{\partial u_n}{\partial s} \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds - \int_0^{l_i} T_e \frac{d\theta_e}{ds} u_t \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds
\end{aligned} \tag{C.150}$$

Usando as interpolações (C.126) e (C.127) para os deslocamentos normal e tangencial, respectivamente, e as expressões equivalentes para os deslocamentos virtuais normal e tangencial, respectivamente (C.132) e (C.133), a contribuição da rigidez geométrica na equação dinâmica pode ser colocada na forma

$$\begin{aligned}
& - \int_0^{l_i} T_e \frac{d\theta_e}{ds} \frac{\partial u_n}{\partial s} \delta u_t ds - \int_0^{l_i} T_e \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 u_t \delta u_t ds \\
& - \int_0^{l_i} T_e \frac{\partial u_n}{\partial s} \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds - \int_0^{l_i} T_e \frac{d\theta_e}{ds} u_t \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds = \\
& = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \delta u_{n,i} \left(\int_0^{l_i} T_e \frac{df_i}{ds} \frac{df_j}{ds} ds \right) u_{n,j} + \\
& + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \delta u_{t,i} \left(\int_0^{l_i} T_e \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 f_i f_j ds \right) u_{t,j} + \\
& + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \delta u_{t,i} \left(\int_0^{l_i} T_e \frac{d\theta_e}{ds} f_i \frac{df_j}{ds} ds \right) u_{n,j} + \\
& + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \delta u_{n,i} \left(\int_0^{l_i} T_e \frac{d\theta_e}{ds} \frac{df_i}{ds} f_j ds \right) u_{t,j}
\end{aligned} \tag{C.151}$$

ou, definindo-se as matrizes $[G_{tt}]$, $[G_{tn}]$, $[G_{nt}]$ e $[G_{nn}]$ tais que

$$[G_{tt}]_{i,j} = \int_0^{l_i} T_e \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 f_i f_j ds \quad , \quad (C.152)$$

$$[G_{tn}]_{i,j} = \int_0^{l_i} T_e \frac{d\theta_e}{ds} f_i \frac{df_j}{ds} ds \quad , \quad (C.153)$$

$$[G_{nt}]_{i,j} = \int_0^{l_j} T_e \frac{d\theta_e}{ds} \frac{df_i}{ds} f_j ds \quad (C.154)$$

e

$$[G_{nn}]_{i,j} = \int_0^{l_j} T_e \frac{df_i}{ds} \frac{df_j}{ds} ds \quad (C.155)$$

e os vetores colunas $\{u_t\}$ e $\{u_n\}$, cujas componentes são respectivamente os deslocamentos nodais tangenciais e normais e os vetores coluna $\{\delta u_t\}$ e $\{\delta u_n\}$ compostos respectivamente pelos deslocamentos virtuais tangenciais e normais, então

$$\begin{aligned} & - \int_0^{l_i} T_e \frac{d\theta_e}{ds} \frac{\partial u_n}{\partial s} \delta u_t ds - \int_0^{l_i} T_e \left(\frac{d\theta_e}{ds} \right)^2 u_t \delta u_t ds \\ & - \int_0^{l_j} T_e \frac{\partial u_n}{\partial s} \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds - \int_0^{l_j} T_e \frac{d\theta_e}{ds} u_t \frac{\partial \delta u_n}{\partial s} ds = \quad (C.156) \\ & = \{\delta u_n\}^T [G_{nn}] \{u_n\} + \{\delta u_t\}^T [G_{tt}] \{u_t\} + \\ & + \{\delta u_t\}^T [G_{tn}] \{u_n\} + \{\delta u_n\}^T [G_{nt}] \{u_t\} \end{aligned}$$

Pode ser notado, a partir das definições (C.153) e (C.154), que $[G_{tn}] = [G_{nt}]^T$.

C.6.2.4 Matriz de amortecimento linear

A matriz de amortecimento linear corresponde ao efeito da força de arraste cujas componentes tangencial e normal foram definidas, respectivamente, pelas expressões (C.83) e (C.84). Considerando as expressões (C.79), (C.101), e (C.102), o efeito da força de arraste corresponde à soma de parcelas

$$\int_0^{l_t} \alpha_t \delta u_t ds + \int_0^{l_n} \alpha_n \delta u_n ds \quad (C.157)$$

ou, usando (C.83) e (C.84),

$$-\int_0^{\ell_i} \frac{4}{3\pi} \rho_a Dc_{d,t} \omega A_0 \dot{u}_t \delta u_t ds - \int_0^{\ell_i} \frac{4}{3\pi} \rho_a Dc_{d,n} \omega A_0 \dot{u}_n \delta u_n ds \quad (C.158)$$

ou ainda, definindo um novo coeficiente de arraste na direção tangencial,

$$c_t = \frac{4}{3\pi} \rho_a Dc_{d,t} \omega A_0 \quad (C.159)$$

e um novo coeficiente de arraste na direção normal,

$$c_n = \frac{4}{3\pi} \rho_a Dc_{d,n} \omega A_0 \dot{u}_n \quad (C.160)$$

a contribuição da força de arraste linear poderá ser colocada na forma

$$-\int_0^{\ell_i} c_t \dot{u}_t \delta u_t ds - \int_0^{\ell_i} c_n \dot{u}_n \delta u_n ds \quad (C.161)$$

O próximo passo é usar as expressões das velocidades (C.128) e (C.129) e as expressões dos deslocamentos virtuais (C.133) e (C.132). Dessa forma,

$$\begin{aligned} & \int_0^{\ell_i} c_t \dot{u}_t \delta u_t ds + \int_0^{\ell_i} c_n \dot{u}_n \delta u_n ds = \\ & = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \delta u_{t,i} \left[\int_0^{\ell_i} c_t f_i f_j ds \right] \dot{u}_{t,j} + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \delta u_{n,i} \left[\int_0^{\ell_i} c_n f_i f_j ds \right] \dot{u}_{n,j} \end{aligned} \quad (C.162)$$

ou, definindo-se as matrizes $[C_u]$ e $[C_m]$ tais que

$$[C_u]_{i,j} = \int_0^{\ell_i} c_t f_i f_j ds \quad (C.163)$$

e

$$[C_m]_{i,j} = \int_0^{\ell_i} c_n f_i f_j ds \quad (C.164)$$

os vetores colunas $\{\dot{u}_t\}$ e $\{\dot{u}_n\}$, cujas componentes são respectivamente as velocidades nodais tangenciais e normais e os vetores coluna $\{\delta u_t\}$ e $\{\delta u_n\}$ compostos respectivamente pelos deslocamentos virtuais tangenciais e normais, então

$$\begin{aligned} & \int_0^{t_s} c_t \dot{u}_t \delta u_t ds + \int_0^{t_s} c_n \dot{u}_n \delta u_n ds = \\ & = \{\delta u_t\}^T [C_u] \{\dot{u}_t\} + \{\delta u_n\}^T [C_m] \{\dot{u}_n\} \end{aligned} \quad (C.165)$$

C.6.2.5 Vetor do carregamento devido à onda incidente

A contribuição dos esforços devida à onda incidente na equação dinâmica (C.79) é obtida considerando-se as expressões (C.101), e (C.102). Conclui-se, então, que essa contribuição corresponde à integral

$$\int_0^{t_s} a_w \delta u_n ds \quad (C.166)$$

ou, usando (C.100),

$$\left\{ \int_0^{t_s} \bar{a}_w(s) \delta u_n ds \right\} e^{i\omega t} \quad (C.167)$$

Usando a expressão de interpolação dos deslocamentos virtuais normais (C.132), então,

$$\int_0^{t_s} a_w \delta u_n ds = \left\{ \sum_{i=0}^n \delta u_{n,i} \left[\int_0^{t_s} \bar{a}_w f_i ds \right] \right\} e^{i\omega t} \quad (C.168)$$

ou, definindo-se os vetores $\{P_t\}$ e $\{P_n\}$ tais que

$$\{P_t\}_i = 0 \quad (C.169)$$

e

$$\{P_n\}_i = \int_0^{t_s} \bar{a}_w f_i ds \quad (C.170)$$

então

$$\int_0^{t_s} a_w \delta u_n ds = \left(\{\delta u_t\}^T [P_t] + \{\delta u_n\}^T [P_n] \right) e^{i\omega t} \quad (C.171)$$

C.6.3 Equação matricial

Usando as expressões (C.142), (C.149), (C.156), (C.165) e (C.171), a equação integral (C.79) pode ser colocada na forma,

$$\begin{aligned}
 & \{\delta u_t\} [M_{tt}] \{\ddot{u}_t\} + \{\delta u_n\} [M_{nn}] \{\ddot{u}_n\} \\
 & + \{\delta u_t\} [C_{tt}] \{\dot{u}_t\} + \{\delta u_n\} [C_{nn}] \{\dot{u}_n\} \\
 & + \{\delta u_t\} [K_{tt}] \{u_t\} + \{\delta u_t\} [K_{tn}] \{u_n\} \\
 & + \{\delta u_n\} [K_{nt}] \{u_t\} + \{\delta u_n\} [K_{nn}] \{u_n\} \\
 & + \{\delta u_n\} [G_{nn}] \{u_n\} + \{\delta u_t\} [G_{tt}] \{u_t\} \\
 & + \{\delta u_t\} [G_{tn}] \{u_n\} + \{\delta u_n\} [G_{nt}] \{u_t\} \\
 & = (\{\delta u_t\} [P_n] \{u_n\} + \{\delta u_n\} [P_t] \{u_t\}) e^{i\omega t}
 \end{aligned} \tag{C.172}$$

Definindo-se a matriz de massa $[M]$ tal que

$$[M] = \begin{bmatrix} [M_{nn}] & [0] \\ [0] & [M_{tt}] \end{bmatrix}, \tag{C.173}$$

a matriz de amortecimento tal que

$$[C] = \begin{bmatrix} [C_{nn}] & [0] \\ [0] & [C_{tt}] \end{bmatrix}, \tag{C.174}$$

a matriz de rigidez tal que

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{nn}] + [G_{nn}] & [K_{nt}] + [G_{nt}] \\ [K_{tn}] + [G_{tn}] & [K_{tt}] + [G_{tt}] \end{bmatrix}, \tag{C.175}$$

o vetor de carregamento tal que

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} \{P_n\} \\ \{P_t\} \end{Bmatrix}, \tag{C.176}$$

o vetor deslocamento tal que

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} \{u_n\} \\ \{u_t\} \end{Bmatrix}, \tag{C.177}$$

o vetor velocidade tal que

$$\{\dot{q}\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_n\} \\ \{\dot{u}_t\} \end{Bmatrix} \quad (\text{C.178})$$

e o vetor aceleração tal que

$$\{\ddot{q}\} = \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_n\} \\ \{\ddot{u}_t\} \end{Bmatrix} \quad , \quad (\text{C.179})$$

a equação (C.172) pode ser colocada na forma mais compacta

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{P\}e^{i\omega t} \quad . \quad (\text{C.180})$$

C.6.4 Solução no domínio da frequência

Como o sistema é linear e a excitação é harmônica, a resposta também o será. Assim, se o vetor deslocamento poderá ser colocado na forma

$$\{q\} = \{q_0\}e^{i\omega t} \quad , \quad (\text{C.181})$$

o vetor velocidade, na forma

$$\{\dot{q}\} = i\omega\{q_0\}e^{i\omega t} \quad (\text{C.182})$$

e o vetor aceleração, na forma

$$\{\ddot{q}\} = -\omega^2\{q_0\}e^{i\omega t} \quad . \quad (\text{C.183})$$

Usando (C.181), (C.182) e (C.183) em (C.180) conclui-se, então, que

$$(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])\{q_0\} = \{P\} \quad , \quad (\text{C.184})$$

ou ainda,

$$[D]\{q_0\} = \{P\} \quad , \quad (\text{C.185})$$

onde $[D]$ é a matriz dinâmica, tal que

$$[D] = -\omega^2[M] + i\omega[C] + [K] \quad . \quad (\text{C.186})$$

Os deslocamentos dos nós do cabo podem ser divididos em dois grupos: no primeiro deles estão os deslocamentos que são funções conhecidas e no segundo aqueles deslocamentos que são incógnitas. Os deslocamentos do primeiro grupo na realidade correspondem aos

vínculos e as forças neles aplicadas são as reações vinculares, que são incógnitas do problema. Os deslocamentos do outro grupo correspondem aos graus de liberdade do cabo e as forças aplicadas correspondentes a eles devem ser conhecidas para que o problema esteja bem formulado.

As linhas do vetor deslocamento $\{q_0\}$ podem ser reordenadas de maneira que os primeiros elementos correspondam aos vínculos e os outros correspondam aos graus de liberdade. Os vínculos podem ser agrupados em um vetor $\{q_1\}$ e os graus de liberdade em um vetor $\{q_2\}$ de forma que

$$\{q_0\} = \begin{Bmatrix} \{q_1\} \\ \{q_2\} \end{Bmatrix} \quad (C.187)$$

e o vetor de carregamento pode ser reorganizado da mesma maneira

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} \{P_1\} \\ \{P_2\} \end{Bmatrix} \quad (C.188)$$

As linhas e as colunas da matriz dinâmica podem ser reorganizadas de uma maneira correspondente de forma que ela possa ser subdividida em quatro submatrizes

$$[D] = \begin{bmatrix} [D_{11}] & [D_{12}] \\ [D_{21}] & [D_{22}] \end{bmatrix} \quad (C.189)$$

Desse modo, a equação (C.185) pode ser reescrita da seguinte maneira

$$\begin{bmatrix} [D_{11}] & [D_{12}] \\ [D_{21}] & [D_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_1\} \\ \{q_2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_1\} \\ \{P_2\} \end{Bmatrix}, \quad (C.190)$$

onde os vetores $\{q_1\}$ e $\{P_2\}$ são dados e os vetores $\{q_2\}$ e $\{P_1\}$ são incógnitas do problema.

A equação (C.190) pode ser dividida em duas novas equações matriciais. A sua primeira linha se transforma na equação

$$[D_{11}]\{q_1\} + [D_{12}]\{q_2\} = \{P_1\} \quad (C.191)$$

e a sua segunda linha, na equação

$$[D_{21}]\{q_1\} + [D_{22}]\{q_2\} = \{P_2\}, \quad (C.192)$$

que também pode ser colocada na forma

$$[D_{22}]\{q_2\} = \{P_2\} - [D_{21}]\{q_1\} \quad (C.193)$$

Como o segundo membro de (C.193) é um vetor conhecido, a sua solução corresponde apenas à solução de um sistema de equações lineares. Resolvido esse sistema, o seu resultado $\{q_2\}$ pode ser aplicado em (C.191), obtendo-se diretamente as reações vinculares $\{P_1\}$.

C.6.5 Introdução das condições de contorno

No item C.5 foram apresentadas as condições de contorno do problema dinâmico. Estas condições de contorno são de dois tipos. No primeiro deles, que corresponde à condição de contorno no *touchdown* para o deslocamento na direção normal (C.103) e às condições de contorno no topo (C.115) e (C.121), os deslocamentos são dados e, portanto, os graus de liberdade correspondentes fazem parte do vetor $\{q_1\}$ que toma a forma

$$\begin{Bmatrix} u_n(0,t) \\ u_n(\ell,t) \\ u_t(\ell,t) \end{Bmatrix} \quad (C.194)$$

Usando (C.103), (C.121) e (C.115), o vetor $\{q_1\}$ dos deslocamentos conhecidos na solução no domínio da frequência será, então,

$$\{q_1\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ U_n \\ U_t \end{Bmatrix} \quad (C.195)$$

Para o outro tipo de condição de contorno, que corresponde à condição de contorno no *touchdown* para deslocamentos na direção tangencial (C.104), os deslocamentos não são conhecidos e deve ser dado um tratamento diverso. De fato, quando existe uma mola na extremidade inferior, o deslocamento virtual na direção tangencial não é mais nulo,

$$\delta u_t(0) \neq 0 \quad (C.196)$$

Neste caso, a primeira parcela do segundo membro da equação (C.68) não é mais nula e resulta no termo

$$-\tau(0)\delta u_t(0) \quad (C.197)$$

que deve ser somado na equação dinâmica (C.79).

Usando a condição de contorno (C.104) e a definição da rigidez da mola (C.105) em (C.197) conclui-se que

$$-\tau(0)\delta u_t(0) = -\frac{EA}{\ell'} u_t(0,t)\delta u_t(0) \quad (C.198)$$

Aplicando, agora, a interpolação (C.126) para o deslocamento tangencial e a expressão equivalente (C.133) para o deslocamento virtual tangencial, a contribuição da condição de contorno na equação dinâmica pode ser colocada na forma

$$\begin{aligned} -\tau(0)\delta u_t(0) &= \\ &= -\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \delta u_{t,i} \left(\frac{EA}{\ell'} f_i(0)f_j(0) \right) u_{t,j} \end{aligned} \quad (C.199)$$

ou, definindo-se a matriz $[\bar{K}_u]$ tal que

$$[\bar{K}_u]_{i,j} = \frac{EA}{\ell'} f_i(0)f_j(0) \quad (C.200)$$

o vetor coluna $\{u_t\}$ cujas componentes são os deslocamentos nodais tangenciais e o vetor coluna $\{\delta u_t\}$ composto com os deslocamentos virtuais normais, então

$$-\tau(0)\delta u_t(0) = -\{\delta u_t\}^T [\bar{K}_u] \{u_t\} \quad (C.201)$$

Portanto, o efeito da mola horizontal no *touchdown* resulta em uma parcela a mais que deve ser incluída na matriz de rigidez.

APÊNDICE D LINEARIZAÇÃO DO AMORTECIMENTO

D.1 Considerações iniciais

Uma das não-linearidades fundamentais, que aparecem na modelagem do comportamento dinâmico de um *riser*, é devida ao amortecimento viscoso causado pela interação entre o fluido e a estrutura. No entanto, para estudar o movimento do *riser* no domínio da frequência é possível removê-la, linearizando o termo viscoso da fórmula de Morison em um procedimento iterativo. Este processo foi empregado no desenvolvimento do *SteelCat* e é apresentado neste apêndice.

D.2 A fórmula de Morison

O movimento relativo entre um corpo e o fluido em que está imerso provoca o aparecimento de uma força de natureza viscosa que tem direção contrária à da velocidade relativa. No estudo do comportamento de um *riser*, essa força pode ser dividida em duas componentes: uma tangencial e a outra normal à sua parede. A componente que é tangencial ao tubo é de uma ordem de magnitude inferior à da componente normal e será desconsiderada na presente análise, face a todas as aproximações dos modelos empregados.

A componente normal da força de arraste por unidade de comprimento aplicada sobre o tubo é usualmente calculada pela fórmula de Morison

$$f_{d,n} = -\frac{1}{2} \rho D c_{d,n} |v_{r,n}| v_{r,n} \quad , \quad (D.1)$$

onde ρ é a massa específica do fluido, D é o diâmetro externo do tubo; $c_{d,n}$ é o coeficiente de arraste na direção normal ao tubo e $v_{r,n}$ é a componente normal da velocidade relativa entre o tubo e o fluido.

D.3 Linearização da fórmula de Morison

Seja um caso particular, em que a componente normal da velocidade relativa entre tubo e fluido pode ser considerada harmônica, ou seja, pode ser escrita na forma

$$v_{r,n} = \omega A_0 \text{sen } \omega t \quad , \quad (\text{D.2})$$

onde ω é a frequência do movimento relativo e A_0 é a sua amplitude. Nesse caso a fórmula de Morison pode ser colocada na forma

$$f_{d,n} = -\frac{1}{2} \rho D c_{d,n} \omega^2 A_0^2 |\text{sen } \omega t| \text{sen } \omega t \quad . \quad (\text{D.3})$$

Seja, agora, uma expressão linear para a força de arraste, para o mesmo caso de movimento harmônico, em que ela não é mais quadrática, mas proporcional à velocidade relativa,

$$\tilde{f}_{d,n} = -\frac{1}{2} \rho D \tilde{c}_{d,n} \omega^2 A_0^2 \text{sen } \omega t \quad , \quad (\text{D.4})$$

onde $\tilde{c}_{d,n}$ é um coeficiente de arraste modificado.

Esta última fórmula pode apresentar resultados próximos aos fornecidos pela expressão não-linear, caso o valor de $\tilde{c}_{d,n}$ seja cuidadosamente escolhido. Como o principal efeito do amortecimento é a dissipação de energia, um critério adequado para a escolha do novo coeficiente de arraste é igualar a energia dissipada por ciclo pelas duas expressões (D.3) e (D.4), ou seja, impor a igualdade

$$\int_0^T f_{d,n} v_{r,n} dt = \int_0^T \tilde{f}_{d,n} v_{r,n} dt \quad (\text{D.5})$$

onde $T = \frac{2\pi}{\omega}$ é o período do movimento relativo.

Dessa maneira, aplicando (D.2), (D.3) e (D.4) em (D.5), o balanço da energia dissipada impõe que

$$c_{d,n} \int_0^T |\text{sen } \omega t| \text{sen}^2 \omega t dt = \tilde{c}_{d,n} \int_0^T \text{sen}^2 \omega t dt \quad . \quad (\text{D.6})$$

Mas

$$\int_0^T \text{sen}^2 \omega t dt = \frac{\pi}{\omega} \quad (\text{D.7})$$

e

$$\int_0^T |\text{sen } \omega t| \text{sen}^2 \omega t dt = \frac{8}{3\omega} \quad . \quad (\text{D.8})$$

Portanto, para que haja igualdade entre a energia dissipada calculada pelas expressões linear e não-linear, é necessário que os coeficientes de arraste utilizados obedeam à relação

$$\frac{\tilde{c}_d}{c_d} = \frac{8}{3\pi} \quad . \quad (\text{D.9})$$

e, nesse caso, a força obtida pela fórmula linear

$$\tilde{f}_{d,n} = -\frac{4}{3\pi} \rho D c_{d,n} \omega A_0 v_{r,n} \quad (\text{D.10})$$

resultará em uma força viscosa que dissipará a mesma energia por ciclo daquela calculada pela fórmula de Morison (D.1).

A componente normal da velocidade relativa é a diferença das componentes normais da velocidade do tubo e do fluido,

$$v_{r,n} = \frac{\partial u_n}{\partial t} - v_{f,n} \quad . \quad (\text{D.11})$$

Então, a forma linear da força viscosa pode ser escrita como a soma de duas parcelas,

$$\tilde{f}_{d,n} = -\frac{4}{3\pi} \rho D c_{d,n} \omega A_0 \frac{\partial u_n}{\partial t} + \frac{4}{3\pi} \rho D c_{d,n} \omega A_0 v_{f,n} \quad . \quad (\text{D.12})$$

O movimento do fluido, por sua vez, é a soma de dois efeitos de natureza diversa. O primeiro, de caráter estacionário, corresponde à corrente marítima local. O outro, tem natureza oscilatória e é devido às ondas incidentes. Assim, a componente da velocidade do fluido que é normal ao cabo pode ser escrita como a soma

$$v_{f,n} = v_{c,n} + v_{w,n} \quad , \quad (D.13)$$

onde $v_{c,n}$ é a componente normal da velocidade da corrente e $v_{w,n}$ é a componente normal da velocidade da onda. Então, a expressão linear da força viscosa apresentada na equação (D.12) pode ser colocada na forma

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{d,n} = & -\frac{4}{3\pi} \rho D c_{d,n} \omega A_0 \frac{\partial u_n}{\partial t} + \frac{4}{3\pi} \rho D c_{d,n} \omega A_0 v_{c,n} + \\ & \frac{4}{3\pi} \rho D c_{d,n} \omega A_0 v_{w,n} \end{aligned} \quad . \quad (D.14)$$

A segunda parcela da expressão (D.14), contudo, já foi levada em conta na determinação da configuração de equilíbrio estático. Portanto, a força de arraste a ser aplicada no problema dinâmico será composta apenas pelas outras duas parcelas, ou seja,

$$\tilde{f}_{d,n} = -\frac{4}{3\pi} \rho D c_{d,n} \omega A_0 \frac{\partial u_n}{\partial t} + \frac{4}{3\pi} \rho D c_{d,n} \omega A_0 v_{w,n} \quad . \quad (D.15)$$

Esta expressão permite que se resolva o problema dinâmico linearizado para o movimento do cabo desde que o valor da amplitude A_0 seja conhecido. Mas, na situação real, ele não é conhecido e precisa ser estimado. Para isto pode ser usado o processo iterativo apresentado a seguir.

D.4 Processo iterativo

Para usar a forma linear da força de arraste da expressão (D.15) é necessário conhecer o valor da amplitude A_0 do movimento relativo entre cabo e fluido. Esse valor, no entanto, varia ao longo do comprimento do cabo e não é conhecido de antemão. Se for adotado um valor inicial para A_0 , por exemplo, igual à amplitude da onda incidente, para todos os pontos do *riser*, o problema dinâmico linear pode ser resolvido no domínio da frequência, obtendo-se o perfil de velocidades ao longo do cabo e, conseqüentemente, a amplitude para cada ponto. A partir daí, pode-se montar uma nova matriz de amortecimento linear,

calcular as novas velocidades e as novas amplitudes e assim por diante, até que o processo convirja, dentro de uma precisão pré-estabelecida.

No entanto, se for adotada uma amplitude “global”, isto é, a mesma amplitude para todos os pontos, ela pode ser colocada em evidência na parcela correspondente ao amortecimento na equação dinâmica e, portanto, aparece pré-multiplicando a matriz de amortecimento na equação matricial. Nesse caso, quando a amplitude for corrigida, não será necessário recalcular a matriz de amortecimento, mas apenas resolver novamente o problema dinâmico no domínio da frequência. Para isso, é necessário estabelecer um critério para calcular essa amplitude “global”. Lembrando, mais uma vez, que o principal efeito do amortecimento é a dissipação de energia, um critério adequado é escolher um valor “global” para a amplitude tal que a energia dissipada por ciclo ao longo de todo o cabo permaneça a mesma que aquela que seria dissipada quando a expressão quadrática da força de arraste é considerada. O próximo item apresenta uma maneira de se calcular A_0 .

D.5 Cálculo da amplitude A_0

D.5.1 Igualdade da energia dissipada por ciclo

Substituindo a expressão (D.13) em (D.11) e o resultado em (D.1), a força de arraste por unidade de comprimento, dada pela expressão quadrática da fórmula de Morison pode ser colocada na seguinte forma

$$f_{d,n} = -\frac{1}{2} \rho D c_{d,n} \left| \frac{\partial u_n}{\partial t} - v_{c,n} - v_{w,n} \right| \left(\frac{\partial u_n}{\partial t} - v_{c,n} - v_{w,n} \right) \quad (D.16)$$

onde aparecem explicitamente as componentes normais das velocidades da correnteza marítima e da onda incidente.

Resolvido o problema dinâmico no domínio da frequência, tornam-se conhecidas as componentes das velocidades de todos os pontos do *riser* na direção normal ao cabo, $\frac{\partial u_n}{\partial t}$,

e, portanto, a força de arraste não linear dada pela expressão (D.16). Então é possível igualar a energia dissipada ao longo de todo o cabo, no movimento relativo, durante um

período completo T , para as duas formas da força de arraste, linear e não-linear. Essa igualdade resulta na expressão

$$\int_0^t \int_0^T f_{d,n} v_{r,n} dt ds = \int_0^t \int_0^T \tilde{f}_{d,n} v_{r,n} dt ds \quad (\text{D.17})$$

que permite o cálculo de A_0 , considerando as equações (D.11), (D.13), (D.15) e (D.16).

Dois casos limites podem ser considerados nesse processo: a situação em que não existe corrente marítima e aquela em que esta corrente existe e domina o perfil de velocidades. Estes dois casos são discutidos a seguir.

D.5.2 Problema sem correnteza

Quando não existe correnteza atuando sobre o cabo a velocidade relativa é, em cada ponto, a diferença entre a velocidade deste e a velocidade da onda incidente. Assim, a sua componente normal será dada por

$$v_{r,n} = \frac{\partial u_n}{\partial t} - v_{w,n} \quad (\text{D.18})$$

Como as duas parcelas do segundo membro da equação (D.18) são harmônicas, a componente normal da velocidade relativa pode ser colocada, em cada ponto, na forma

$$v_{r,n}(s) = \omega A_n(s) \text{sen } \omega t \quad (\text{D.19})$$

onde $A_n(s)$ é uma amplitude que pode ser calculada após a solução do problema dinâmico linear no domínio da frequência.

Nesse caso, aplicando (D.19) em (D.1), a força de arraste não-linear por unidade de comprimento terá a forma

$$f_{d,n}(s) = -\frac{1}{2} \rho D c_{d,n} \omega^2 A_n^2(s) |\text{sen } \omega t| \text{sen } \omega t \quad (\text{D.20})$$

e a força de arraste linear será obtida aplicando (D.19) em (D.10),

$$\tilde{f}_{d,n}(s) = -\frac{4}{3\pi} \rho D c_{d,n} \omega^2 A_0 A_n(s) \text{sen } \omega t \quad (\text{D.21})$$

Usando (D.19), (D.20) e (D.21), a igualdade da energia dissipada da expressão (D.17) transformar-se em

$$\frac{1}{2} \int_0^\ell A_n^3(s) \left[\int_0^T |\text{sen } \omega t| \text{sen}^2 \omega t dt \right] ds = \frac{4}{3\pi} A_0 \int_0^\ell A_n^2(s) \left[\int_0^T \text{sen}^2 \omega t dt \right] ds \quad , \quad (\text{D.22})$$

ou, efetuando-se as integrações em relação ao tempo,

$$\int_0^\ell A_n^3(s) ds = A_0 \int_0^\ell A_n^2(s) ds \quad (\text{D.23})$$

e, portanto, a amplitude “global” pode ser calculada pela expressão

$$A_0 = \frac{\int_0^\ell A_n^3(s) ds}{\int_0^\ell A_n^2(s) ds} \quad . \quad (\text{D.24})$$

D.5.3 Problema com correnteza dominante

Seja agora a situação em que existe correnteza e que a sua velocidade domina sobre as velocidades do fluxo oscilatório e do *riser*. Chamando a componente normal da velocidade relativa entre cabo e onda de $v_{m,n}$, ou seja,

$$v_{m,n} = \frac{\partial u_n}{\partial t} - v_{w,n} \quad , \quad (\text{D.25})$$

a expressão não-linear da força de arraste (D.16) pode ser colocada na forma

$$f_{d,n} = -\frac{1}{2} \rho D c_{d,n} |v_{m,n} - v_{c,n}| (v_{m,n} - v_{c,n}) \quad , \quad (\text{D.26})$$

que pode ser transformada em

$$f_{d,n} = -\frac{1}{2} \rho D c_{d,n} (v_{n,m} - v_{c,n})^2 \text{sinal}(v_{n,m} - v_{c,n}) \quad , \quad (\text{D.27})$$

ou ainda, desenvolvendo o termo quadrático,

$$f_{d,n} = -\frac{1}{2} \rho D c_{d,n} (v_{n,m}^2 - 2v_{m,n}v_{c,n} + v_{c,n}^2) \text{sinal}(v_{n,m} - v_{c,n}) \quad . \quad (\text{D.28})$$

Como a velocidade da correnteza é dominante, isto é,

$$v_{c,n} \gg v_{m,n} \quad , \quad (D.29)$$

então a força de arraste pode ser aproximada por

$$f_{d,n} = \frac{1}{2} \rho D c_{d,n} \left(-2v_{m,n}v_{c,n} + v_{c,n}^2 \right) \text{sin}(\omega t) \quad , \quad (D.30)$$

ou ainda,

$$f_{d,n} = -\rho D c_{d,n} |v_{c,n}| v_{m,n} + \frac{1}{2} \rho D c_{d,n} |v_{c,n}| v_{c,n} \quad . \quad (D.31)$$

Como a segunda parcela de (D.31) já foi levada em conta no problema estático, a expressão da força de arraste a ser considerada no problema dinâmico se reduz a

$$f_{d,n} = -\rho D c_{d,n} |v_{c,n}| v_{m,n} \quad . \quad (D.32)$$

Da maneira semelhante, a expressão linear da força de arraste, a ser considerada nesse caso, não tem o termo que depende da velocidade da corrente. Então, a expressão (D.10) pode ser reescrita na forma

$$\tilde{f}_{d,n} = -\frac{4}{3\pi} \rho D c_{d,n} \omega A_0 v_{m,n} \quad . \quad (D.33)$$

Como o modelo adotado no problema dinâmico é linear e a excitação é harmônica, a velocidade relativa entre tubo e onda também o é. Dessa forma, a componente normal dessa velocidade tem a forma

$$v_{m,n}(s) = \omega A_n(s) \text{sen } \omega t \quad , \quad (D.34)$$

onde a amplitude $A_n(s)$ pode ser calculada com o perfil de velocidades do tubo obtido na solução do problema dinâmico no domínio da frequência. A expressão (D.34) pode ser substituída em (D.32) para obter uma nova forma para a força de arraste não-linear,

$$f_{d,n}(s) = -\rho D c_{d,n} |v_{c,n}(s)| \omega A_n(s) \text{sen } \omega t \quad (D.35)$$

e em (D.33) para obter a forma linear correspondente,

$$\tilde{f}_{d,n}(s) = -\frac{4}{3\pi} \rho D c_{a,n} \omega^2 A_0 A_n(s) \text{sen } \omega t \quad (\text{D.36})$$

Substituindo, agora, (D.35) e (D.36), juntamente com (D.34) em (D.17), a igualdade da energia dissipada no movimento relativo entre cabo e onda pode ser colocada na forma

$$\int_0^\ell |v_{c,n}(s)| A_n^2(s) \left[\int_0^T \text{sen}^2 \omega t dt \right] ds = \frac{4\omega}{3\pi} A_0 \int_0^\ell A_n^2(s) \left[\int_0^T \text{sen}^2 \omega t dt \right] ds \quad (\text{D.37})$$

e, portanto,

$$\int_0^\ell |v_{c,n}(s)| A_n^2(s) ds = \frac{4\omega}{3\pi} A_0 \int_0^\ell A_n^2(s) ds \quad (\text{D.38})$$

Então a amplitude “global” A_0 poderá ser calculada, quando a correnteza for dominante, pela expressão

$$A_0 = \frac{3\pi}{4\omega} \frac{\int_0^L |v_{c,n}(s)| A_n^2(s) ds}{\int_0^L A_n^2(s) ds} \quad (\text{D.39})$$

APÊNDICE E CAMADA LIMITE DINÂMICA NO TOUCHDOWN

E.1 Considerações iniciais

A dinâmica de um cabo submerso apresenta duas grandes fontes de não-linearidade: o amortecimento viscoso e o contato unilateral na região do *touchdown*. No Apêndice C foi apresentado um modelo linear de um fio perfeitamente flexível que pode ser usado para resolver o problema dinâmico no domínio da frequência. No Apêndice D foi apresentado um processo iterativo que permite a incorporação do efeito não-linear do amortecimento, considerando como critério de linearização o balanço da energia total dissipada por ciclo. Neste apêndice será introduzido o efeito da rigidez flexional na região do contato. Isto será feito por meio de uma aproximação analítica que leva em conta o movimento do *touchdown*, que não foi considerado na análise no domínio da frequência para o cabo ideal. O conteúdo deste apêndice é baseado em Aranha, Martins e Pesce (1997).

E.2 O momento fletor estático

Como a rigidez flexional afeta pouco a geometria de um cabo, uma primeira aproximação para o momento fletor em um cabo com rigidez flexional pequena será o produto entre EJ e a curvatura do cabo perfeitamente flexível

$$M_c(s) = EJ \frac{d\theta_c}{ds}(s) \quad (E.1)$$

No Apêndice A, foi visto que a curvatura de um cabo inextensível e perfeitamente flexível é dada em cada ponto pela relação entre a componente normal da força aplicada e a força

de tração (vide equação (A.45)). No ponto de *touchdown*, essa componente normal é o próprio peso submerso. Sendo T_0 a força de tração nesse ponto, a curvatura é

$$\frac{d\theta_c(0)}{ds} = \frac{\gamma_{ef}}{T_0} \quad , \quad (E.2)$$

e o momento fletor pode ser aproximado por

$$M_0 = M_c(0) = EJ \frac{\gamma_{ef}}{T_0} \quad . \quad (E.3)$$

Imediatamente à esquerda do ponto de contato, o cabo se apóia sobre o solo, considerado aqui plano e horizontal, e, portanto, a sua curvatura é nula antes do *touchdown*. Existe, então, uma descontinuidade na curvatura da catenária. Essa descontinuidade não existe, no entanto, para um cabo real, pois a rigidez flexional EJ alisa a transição da curvatura entre o trecho apoiado sobre o solo e o trecho suspenso, fazendo com que a posição do ponto de *touchdown* se desloque para a esquerda.

Na vizinhança do ponto de contato da catenária, o equilíbrio pode ser determinado localmente por uma equação para pequenos deslocamentos, pois $\theta(s) \ll 1$ e, portanto, $x \cong s$. Se $z = Z_{f,0}(x)$ define a configuração geométrica na região do *touchdown*, a equação de equilíbrio toma a forma

$$EJ \frac{d^4 Z_{f,0}}{dx^4} - T_0 \frac{d^2 Z_{f,0}}{dx^2} = -\gamma_{ef} \quad . \quad (E.4)$$

Como o momento fletor é proporcional à curvatura

$$M_{f,0} = EJ \frac{d^2 Z_{f,0}}{dx^2} \quad , \quad (E.5)$$

então a equação (E.4) pode ser transformada em

$$\frac{d^2 M_{f,0}}{dx^2} - \frac{T_0}{EJ} M_{f,0} = -\gamma_{ef} \quad . \quad (E.6)$$

Definindo-se comprimento flexional λ pela expressão

$$\lambda = \sqrt{\frac{EJ}{T_0}} \quad (\text{E.7})$$

e usando-se o resultado (E.3) em (E.6) chega-se à equação diferencial

$$\frac{d^2 M_{f,0}}{dx^2} - \frac{1}{\lambda^2} M_{f,0} = -\frac{1}{\lambda^2} M_0 \quad (\text{E.8})$$

cuja solução geral tem a forma

$$M_{f,0}(x) = M_0 + C_1 e^{-x/\lambda} + C_2 e^{x/\lambda} \quad (\text{E.9})$$

onde C_1 e C_2 são constantes de integração a serem determinadas.

Para *risers* típicos instalados em águas profundas o comprimento flexional λ é da ordem de alguns metros e, portanto, é muito menor que o comprimento suspenso ℓ_s , que é da ordem de centenas de metros. Para $x \gg \lambda$ o momento fletor dado por (E.9) deve se aproximar da solução de catenária M_0 e, para isso, o termo exponencial com expoente positivo deve ser nulo, ou seja, $C_2 = 0$. Então a expressão do momento fletor se reduz a

$$M_{f,0}(x) = M_0 + C_1 e^{-x/\lambda} \quad (\text{E.10})$$

Por outro lado, no ponto de abscissa $x = x_f$ correspondente ao novo *touchdown*, quando o efeito da rigidez flexional é incorporado, o momento fletor deve ser nulo, para não haver descontinuidade na curvatura. Logo

$$0 = M_0 + C_1 e^{-x_f/\lambda} \quad (\text{E.11})$$

e, portanto,

$$C_1 = -M_0 e^{x_f/\lambda} \quad (\text{E.12})$$

Este resultado pode ser substituído em (E.10) para obter a nova expressão para o momento fletor

$$M_{f,0}(x) = (1 - e^{-(x-x_f)/\lambda}) M_0 \quad (\text{E.13})$$

Falta, neste ponto, determinar o valor da abscissa x_f . Lembrando de (E.5), a expressão (E.13) pode ser integrada na forma

$$EJ \frac{dZ_{f0}}{dx} = M_0 x + \lambda M_0 e^{-(x-x_f)/\lambda} + C_3 \quad (\text{E.14})$$

onde C_3 é uma constante de integração a ser determinada. Da expressão (E.2), o ângulo da catenária com a horizontal, na vizinhança de $x=0$ pode ser escrito, em uma primeira aproximação, como

$$\theta(x) = \frac{\gamma_{ef}}{T_0} x = \frac{M_0}{EJ} x \quad (\text{E.15})$$

Para $x/\lambda \gg 1$ os valores dos ângulos da catenária e do cabo com rigidez não nula devem convergir. Isto só é possível se a constante C_3 em (E.14) for nula e, então,

$$EJ \frac{dZ_{f0}}{dx} = M_0 x + \lambda M_0 e^{-(x-x_f)/\lambda} \quad (\text{E.16})$$

Por outro lado, no ponto de *touchdown* ($x=x_f$) o ângulo deve ser nulo, para haver continuidade com o trecho de cabo apoiado sobre o solo, ou seja,

$$0 = M_0 x_f + \lambda M_0 \quad (\text{E.17})$$

de onde se conclui que

$$x_f = -\lambda \quad (\text{E.18})$$

ou seja, a rigidez flexional faz com que o ponto de *touchdown* se desloque para a esquerda de um valor igual ao comprimento flexional e o momento fletor nas vizinhanças deste ponto pode ser escrito como

$$M_{f,0}(x) = (1 - e^{-(x+\lambda)/\lambda}) M_0 \quad (\text{E.19})$$

À esquerda do *touchdown* o momento fletor é nulo, pois o cabo repousa sobre o solo plano e horizontal. Para representar, também, os pontos anteriores ao *touchdown*, a expressão (E.19) pode ser reescrita na forma

$$M_{f,0}(s) = \frac{1}{2} (1 + \text{sign}(s + \lambda)) [1 - e^{-(s+\lambda)/\lambda}] M_0 \quad (\text{E.20})$$

onde também foi usado que nas vizinhanças do *touchdown* a coordenada curvilínea s se confunde com a coordenada horizontal x .

E.3 Resposta dinâmica na vizinhança do ponto de touchdown

Um *riser* instalado sob a forma de uma catenária em uma unidade de produção de petróleo *offshore* é excitado dinamicamente pelas ondas mar de duas maneiras: pela ação direta dessas ondas sobre todo o seu comprimento suspenso e pelo movimento provocado na unidade flutuante ao qual a sua extremidade superior está ligada. Neste item é estudada em primeiro lugar a resposta dinâmica de um fio considerado perfeitamente flexível, ou seja, ignorando o efeito da sua rigidez flexional EJ e, posteriormente, incorporando localmente esse efeito, de maneira semelhante ao que foi feito na análise estática.

E.3.1 Condições de contorno no ponto de touchdown dinâmico

A configuração do cabo na vizinhança do ponto de *touchdown* pode ser descrita pela equação

$$z = Z_0(x) \quad , \quad (E.21)$$

onde a função $Z_0(x)$ deve satisfazer as condições de contorno

$$Z_0(0) = 0 \quad , \quad (E.22)$$

e

$$\frac{dZ_0}{dx}(0) = 0 \quad , \quad (E.23)$$

que dizem que o cabo toca o solo tangencialmente no ponto de contato no problema estático.

Com a excitação dinâmica, o cabo se movimenta, de forma que a sua configuração geométrica nas vizinhanças da origem é, agora, uma função do tempo

$$z = Z(x, t) \quad . \quad (E.24)$$

Se a posição instantânea do ponto de *touchdown* for descrita pela função

$$x = x_0(t) \quad , \quad (E.25)$$

então deve ser válida a condição de contorno

$$Z(x_0(t), t) = 0 \quad , \quad (E.26)$$

A derivada total da equação (E.26) em relação ao tempo deve ser nula. Então

$$\frac{\partial Z}{\partial t}(x_0(t), t) + \dot{x}_0(t) \frac{\partial Z}{\partial x}(x_0(t), t) = 0 \quad , \quad (E.27)$$

onde

$$\dot{x}_0(t) = \frac{dx_0}{dt} \quad (E.28)$$

é a velocidade com que o ponto de *touchdown* se movimenta sobre o fundo.

Seja, agora, um trecho de cabo de comprimento suspenso $\Delta x(t)$, localizado imediatamente à esquerda do ponto de *touchdown* dinâmico. Se $F(t)$ é a força de impacto entre o cabo e o solo, m é a massa do cabo por unidade de comprimento e m_a é a massa adicional por unidade de comprimento, a segunda lei de Newton, aplicada na direção vertical, diz que

$$\frac{d}{dt} \left[(m + m_a) \Delta x(t) \frac{\partial Z}{\partial t} \right] = F(t) + T_0 \frac{\partial Z}{\partial x}(x_0 + \Delta x, t) - \gamma_{ef} \Delta x(t) \quad , \quad (E.29)$$

se a força de tração dinâmica $\tau(t)$ for pequena, quando comparada à força de tração estática T_0 . Observando que a taxa de variação do comprimento $\Delta x(t)$ do elemento é oposta à velocidade com que o ponto de *touchdown* se movimenta sobre o fundo, ou seja, que

$$\frac{d\Delta x(t)}{dt} = -\dot{x}_0(t) \quad , \quad (E.30)$$

levando ao limite a expressão (E.29) para $\Delta x(t) \rightarrow 0$ e usando a equação (E.27), obtém-se

$$\left[\dot{x}_0^2(t) - c_0^2 \right] (m + m_a) \frac{\partial Z}{\partial x}(x_0(t), t) = F(t) \quad , \quad (E.31)$$

onde c_0 é a velocidade de propagação da onda elástica sobre o cabo, definida por

$$c_0 = \sqrt{\frac{T_0}{m + m_a}} \quad . \quad (E.32)$$

O vínculo geométrico com o solo impõe que $Z(x,t) \geq 0$ e, como $Z(x_0(t)) = 0$, é necessário que $\partial z / \partial x \geq 0$ na abscissa $x = x_0(t)$. Ao mesmo tempo, o contato entre o cabo e a fundação rígida é do tipo unilateral e, portanto, $F(t) \geq 0$. Segue da equação (E.31) que tanto a força de contato $F(t)$ quanto o ângulo $\partial z / \partial x$ devem ser nulos no ponto de *touchdown* quando $\dot{x}_0 < c_0$. Se $\dot{x}_0 > c_0$ haverá uma força de impacto $F(t) > 0$ e, nesse caso, o ângulo entre o solo e o cabo é positivo no ponto de *touchdown*. A explicação física desse resultado é simples de ser compreendida se for lembrado que c_0 é a velocidade da onda na vizinhança da origem: quando $\dot{x}_0 < c_0$ a velocidade horizontal do ponto de *touchdown* é menor que a velocidade da onda e o cabo tem tempo suficiente para ajustar a sua configuração geométrica, adaptando-se suavemente sobre o solo; quando $\dot{x}_0 > c_0$, a velocidade do ponto de *touchdown* é maior que a velocidade de onda e o cabo não tem tempo para ajustar a sua configuração para a nova posição do ponto de *touchdown*. Neste caso, o *riser* choca-se com o solo de uma maneira parecida com o que ocorre com o fenômeno do choque na dinâmica dos gases e o resultado assintótico a ser desenvolvido neste apêndice não poderá ser aplicado.

A condição de choque $\dot{x}_0 > c_0$ não é esperada para os *risers* rígidos em catenária, que são objeto do presente trabalho, para os quais $\dot{x}_0 \ll c_0$. Segue que, nesse caso, o cabo satisfaz no ponto de *touchdown* a condição de contorno

$$\frac{\partial Z}{\partial x}(x_0(t), t) = 0 \quad , \quad (E.33)$$

ou seja, que o ângulo com a horizontal é nulo no ponto de *touchdown* dinâmico, de uma maneira semelhante ao que ocorre na condição de contorno (E.23) do problema estático. As condições de contorno (E.22) e (E.26) também são semelhantes.

Se a expressão (E.33) for aplicada à equação (E.27), é obtido o resultado

$$\frac{\partial Z}{\partial t}(x_0(t), t) = 0 \quad , \quad (E.34)$$

mostrando que a velocidade vertical no ponto de *touchdown* é sempre nula quando não acontece impacto. A aceleração vertical, no entanto, é diferente de zero pois, se as equações (E.33) e (E.34) forem derivadas em relação ao tempo, da mesma maneira usada em (E.27), conclui-se que

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}(x_0(t), t) = \dot{x}_0^2 \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}(x_0(t), t) \quad , \quad (\text{E.35})$$

ou seja, que a aceleração no ponto de *touchdown* está diretamente relacionada com a curvatura. As equações (E.34) e (E.35) serão usadas na análise da curvatura dinâmica em torno do ponto de *touchdown*.

E.3.2 Problema dinâmico linear e estimativa de $x_0(t)$

A expansão da condição de contorno (E.26) em série de Taylor em torno da origem fornece a identidade

$$Z(x_0(t), t) = Z(0, t) + x_0(t) \frac{\partial Z}{\partial x}(0, t) + O(x_0^2(t)) = 0 \quad (\text{E.36})$$

e a expansão da condição de contorno (E.33) resulta na identidade

$$\frac{\partial Z}{\partial x}(x_0(t), t) = \frac{\partial Z}{\partial x}(0, t) + x_0(t) \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}(0, t) + O(x_0^2(t)) = 0 \quad . \quad (\text{E.37})$$

Se (E.37) for multiplicada por $x_0(t)$ e subtraída de (E.36), conclui-se que

$$Z(0, t) \sim \frac{x_0^2(t)}{R_c} \quad , \quad (\text{E.38})$$

onde R_c é o raio de curvatura da solução de catenária. Então, desprezando os termos dinâmicos quadráticos, a seguinte condição é válida no ponto de *touchdown* estático para a solução dinâmica

$$Z(0, t) = 0 \quad , \quad (\text{E.39})$$

ou seja, o ponto de *touchdown* estático é verticalmente articulado no problema dinâmico linear, embora uma mola horizontal deva ser lá colocada para acomodar a deformação elástica do cabo no solo. Como essas condições de contorno são lineares, o problema dinâmico pode ser resolvido no domínio da frequência. Deve ser observado, entretanto, que o ângulo $\partial z / \partial x$ não é nulo na origem, um fato que permite que se determine o deslocamento $x_0(t)$ do ponto de *touchdown*. Realmente, da segunda expansão em série de Taylor (E.37) e da curvatura de catenária no ponto de *touchdown*, dada por (E.2), obtém-se

$$x_0(t) = -\frac{T_0}{\gamma_{ef}} \frac{\partial Z}{\partial x}(0,t) = -\frac{T_0}{\gamma_{ef}} \alpha(0,t) \quad , \quad (E.40)$$

se os termos dinâmicos de segunda ordem são novamente desprezados e $\alpha(0,t)$ designa o ângulo dinâmico na origem. O ângulo $\alpha(0,t)$ é determinado pela solução linear no domínio da frequência e, com ele, o deslocamento $x_0(t)$ do ponto de *touchdown* é estimado, posteriormente, pela equação (E.40).

E.3.3 Curvatura na vizinhança do ponto de touchdown

Volte-se a atenção, agora, ao objetivo principal deste apêndice, que é o estudo da curvatura dinâmica na região do ponto de *touchdown*. Observando que o vetor normal ao cabo é essencialmente vertical nessa região e que a velocidade da corrente é horizontal, o efeito dessa carga ambiental pode ser localmente desprezado na vizinhança da origem. Usando, novamente, a aproximação $x \cong s$ e chamando de $F_z(x,t)$ a força vertical, o equilíbrio dinâmico nessa direção, incluindo o efeito do drag viscoso, é expresso pela equação

$$\frac{\partial F_z}{\partial s}(x,t) = \gamma_{ef} + (m + m_a) \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}(x,t) + \frac{1}{2} \rho C_D D \left| \frac{\partial Z}{\partial t}(x,t) \right| \left| \frac{\partial Z}{\partial t}(x,t) \right| \quad . \quad (E.41)$$

Usando as equações (E.34) e (E.35) na expressão acima, obtém-se para $x = x_0(t)$,

$$\frac{\partial F_z}{\partial s}(x_0(t),t) = \gamma_{ef} + (m + m_a) \dot{x}_0^2(t) \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}(x_0(t),t) \quad , \quad (E.42)$$

e, como

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} \cong \frac{\gamma_{ef}}{T_0} \quad , \quad (E.43)$$

usando (E.32) é obtida a seguinte expressão

$$\frac{\partial F_z}{\partial s} = \gamma_{ef} \left[1 + \left(\frac{\dot{x}_0}{c_0} \right)^2 \right] \quad (E.44)$$

para $x \approx x_0(t)$.

Se $\Theta(s,t)$ for o ângulo total, ou seja, a soma do ângulo estático com a componente dinâmica,

$$\Theta(s,t) = \theta(s) + \alpha(s,t) \quad , \quad (E.45)$$

$F_x(s,t)$ a força horizontal total e $F_z(s,t)$ a força vertical total, então a força de tração total $T(s,t)$ é definida por

$$T(s,t) = F_x(s,t) \cos \Theta(s,t) + F_z(s,t) \sin \Theta(s,t) \quad , \quad (E.46)$$

enquanto a força cortante $Q(s,t)$ é dada por

$$Q(s,t) = F_x(s,t) \sin \Theta(s,t) - F_z(s,t) \cos \Theta(s,t) \equiv 0 \quad . \quad (E.47)$$

Derivando esta última identidade em relação a s e notando que $\Theta(s,t) \cong 0$ na vizinhança do ponto de *touchdown* e usando a equação (E.44), obtém-se

$$T(s,t) \frac{\partial \Theta}{\partial s} = \gamma_{ef} \left[1 + \left(\frac{\dot{x}_0}{c_0} \right)^2 \right] \quad . \quad (E.48)$$

Escrevendo a tração total $T(s,t)$ como a soma de suas componentes estática e dinâmica

$$T(s,t) = T_0 + \tau(t) \quad (E.49)$$

e chamando de $\chi(t)$ à curvatura dinâmica total, ou seja,

$$\frac{\partial \Theta}{\partial s}(s,t) = \chi(t) \quad , \quad (E.50)$$

a expressão (E.48) pode ser colocada na forma

$$(T_0 + \tau(t)) \chi(t) = \gamma_{ef} \left[1 + \left(\frac{\dot{x}_0}{c_0} \right)^2 \right] \quad . \quad (E.51)$$

Ignorando o termo quadrático nessa última expressão, a curvatura total na vizinhança do ponto de *touchdown* pode ser aproximada pela expressão

$$\chi(t) = \frac{\gamma_{ef}}{T_0 + \tau(t)} \quad (E.52)$$

e o momento fletor total, na mesma região, pode ser aproximado por

$$M(t) = EJ \frac{\gamma_{ef}}{T_0 + \tau(t)} \quad (E.53)$$

ou, ainda, usando (E.3),

$$M(t) = \frac{M_0}{1 + \tau(t)/T_0} \quad , \quad (E.54)$$

para $x \geq x_0(t)$.

E.3.4 Efeito local da rigidez flexional no momento dinâmico

Na vizinhança do ponto de *touchdown* a curvatura total $\chi(t)$ é dada por $\partial^2 z / \partial x^2$, onde $z = Z(x, t)$ representa, como antes, a configuração dinâmica do cabo nessa região. Usando esta notação na equação (E.52), obtém-se

$$-(T_0 + \tau(t)) \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = -\gamma_{ef} \quad , \quad (E.55)$$

para $x \geq x_0(t)$, que é exatamente a equação linearizada estática para um cabo com peso efetivo γ_{ef} por unidade de comprimento, submetido à força de tração estática $T_0 + \tau(t)$.

Observando que $M(t) = EJ \partial^2 z / \partial x^2$ e lembrando a equação (E.3), a expressão (E.55) coincide, como deveria, com a equação (E.54). Se a rigidez flexional for incluída na análise, obtém-se, em concordância, a equação

$$EJ \frac{\partial^4 Z_f}{\partial x^4} - (T_0 + \tau(t)) \frac{\partial^2 Z_f}{\partial x^2} = -\gamma_{ef} \quad , \quad (E.56)$$

para $x \geq x_f(t)$, onde $x_f(t)$ é a posição instantânea do ponto de *touchdown* quando a rigidez flexional é incorporada.

Esta equação é similar àquela previamente resolvida para o problema estático e o resultado final pode ser obtido por inspeção. De fato, o comprimento de flexão é agora dado por

$$\hat{\lambda} = \lambda (1 + \tau(t)/T_0)^{-1/2} \quad (E.57)$$

e a rigidez flexional desloca a posição instantânea do ponto de *touchdown* para a esquerda de uma quantidade $-\hat{\lambda}$, implicando que

$$x_f(t) = x_0(t) - \hat{\lambda} \quad . \quad (E.58)$$

Introduzindo a variável

$$\beta(s,t) = \frac{\sqrt{1 + \tau(t)/T_0}}{\lambda} \left[s - x_0(t) + \frac{\lambda}{\sqrt{1 + \tau(t)/T_0}} \right] \quad , \quad (\text{E.59})$$

o momento dinâmico na região de *touchdown* pode ser escrito como

$$M_f(s,t) = \frac{1}{2} (1 + \text{sign } \beta(s,t)) \left[1 - e^{-\beta(s,t)} \right] \frac{M_0}{1 + \tau(t)/T_0} \quad . \quad (\text{E.60})$$

A solução dada pelas equações (E.59) e (E.60), baseada na correção local da equação do cabo (E.55) só tem significado quando $\tau(t)/T_0 < 1$ pois, caso contrário, o cabo torna-se estaticamente instável e não pode mais ser usado como base para a solução do *riser*.

Na análise de fadiga, interessa a variação cíclica do momento fletor causado por um estado de mar freqüente, quando $\tau(t)/T_0 \ll 1$. Se essa parcela for desprezada no último termo da equação (E.60) e

$$x_0(t) = X_0 \cos(\omega t + \psi) \quad , \quad (\text{E.61})$$

sendo X_0 a amplitude do deslocamento do ponto de *touchdown*, então a abcissa do ponto onde ocorre a máxima diferença ΔM entre os valores extremos do momento oscilatório é definida pela expressão

$$\left(\frac{s}{\lambda} \right)_{\text{máx}} = -1 + \frac{X_0}{\lambda} \quad , \quad (\text{E.62})$$

enquanto essa diferença ΔM é aproximadamente dada por

$$(\Delta M)_{\text{máx}} = (1 - e^{-2X_0/\lambda}) M_0 \quad . \quad (\text{E.63})$$

Este resultado mostra que a análise de fadiga depende essencialmente da curvatura estática γ_{ef}/T_0 da catenária e na relação entre a amplitude X_0 do deslocamento do ponto de *touchdown* e o comprimento de flexão λ . Mostra, também, que os modelos matemáticos que não consideram a corrida do ponto de *touchdown* devem, em geral, subestimar ΔM . Ao mesmo tempo, um aumento local de EJ , na vizinhança da origem pode ter um efeito benéfico, pois aumenta localmente o comprimento flexional λ .

APÊNDICE F CAMADA LIMITE

DINÂMICA NO TOPO

F.1 Considerações iniciais

A dinâmica global de um *riser* rígido em catenária é bem aproximada por um modelo de fio perfeitamente flexível. No entanto, um modelo deste tipo não é capaz de satisfazer todas as condições de contorno do problema e, portanto, não consegue representar bem o que ocorre nas extremidades do cabo. Como o efeito da rigidez flexional é confinado a pequenas regiões nas proximidades dos pontos extremos, ele pode ser adicionado à solução do fio ideal, usando uma técnica do tipo camada limite. O Apêndice E apresenta o estudo da dinâmica do cabo nas vizinhanças do *touchdown*; o presente apêndice analisa a região do topo do *riser*.

F.2 Curvatura dinâmica no topo

No Apêndice E apresenta-se uma discussão bastante completa da dinâmica de um *riser* nas vizinhanças do ponto de *touchdown*. Lá são desprezados os termos dinâmicos locais pois eles não afetam de maneira significativa a dinâmica global do cabo. Então, conhecida a solução dinâmica para um modelo de fio perfeitamente flexível, o efeito da rigidez flexional é introduzido posteriormente, de uma maneira quase-estática, por meio de uma fórmula analítica. Para a região do topo é dado, aqui, o mesmo tipo de tratamento.

Assim, desprezando os termos dinâmicos locais, a expressão que é obtida para a curvatura estática no topo no Apêndice B e corresponde à equação (B.56), pode ser estendida para o problema dinâmico

$$\chi(s,t) = \chi_c(s,t) - \frac{1}{1 + \lambda(\ell)\hat{k}} \left[\hat{k}(\theta_c(\ell,t) - \theta_m(t)) + \chi_c(\ell,t) \right] e^{\frac{s-\ell}{\lambda(\ell)}} , \quad (\text{F.1})$$

onde $\chi(s,t)$ é a curvatura total para um cabo real, $\chi_c(s,t)$ é a curvatura total obtida pela solução de catenária, $\theta_c(\ell,t)$ é o ângulo no topo para esse modelo e $\theta_m(t)$ é o ângulo que a junta flexível forma com a horizontal.

A curvatura total do cabo real $\chi(s,t)$ pode ser expressa como a soma de uma componente estática $\chi_e(s)$ e uma componente dinâmica $\Delta\chi(s,t)$,

$$\chi(s,t) = \chi_e(s) + \Delta\chi(s,t) . \quad (\text{F.2})$$

O mesmo pode ser feito para a curvatura da solução para fio ideal

$$\chi_c(s,t) = \chi_{c,e}(s) + \Delta\chi_c(s,t) , \quad (\text{F.3})$$

para o ângulo no topo dessa solução

$$\theta_c(\ell,t) = \theta_{c,e}(\ell) + \varphi_c(\ell,t) \quad (\text{F.4})$$

e para o ângulo da junta flexível

$$\theta_m(t) = \theta_m + \Delta\theta_m(t) . \quad (\text{F.5})$$

Usando as definições (F.2), (F.3), (F.4) e (F.5), a expressão (F.1) transforma-se em

$$\begin{aligned} \chi_e(s) + \Delta\chi(s,t) &= \chi_{c,e}(s) + \Delta\chi_c(s,t) \\ &- \frac{1}{1 + \lambda(\ell)\hat{k}} \left[\hat{k}(\theta_{c,e}(\ell) + \varphi_c(\ell,t) - \theta_m - \Delta\theta_m(t)) \right. \\ &\left. + \chi_{c,e}(\ell) + \Delta\chi_c(\ell,t) \right] e^{\frac{s-\ell}{\lambda(\ell)}} . \end{aligned} \quad (\text{F.6})$$

Lembrando que as componentes estáticas satisfazem a equação (B.56), elas se cancelam e a expressão (F.6) toma a forma mais compacta

$$\Delta\chi(s,t) = \Delta\chi_c(s,t) - \frac{1}{1 + \lambda(\ell)\hat{k}} \left[\hat{k}(\varphi_c(\ell,t) - \Delta\theta_m(t)) + \Delta\chi_c(\ell,t) \right] e^{\frac{s-\ell}{\lambda(\ell)}} , \quad (\text{F.7})$$

que será usada para corrigir a curvatura da solução de catenária, considerando a rigidez flexional e o movimento da junta flexível do topo.

APÊNDICE G MOVIMENTO DO TOPO

G.1 Considerações iniciais

A extremidade superior de um *riser* rígido em catenária está conectada a uma unidade flutuante de produção de petróleo, que se movimenta com a passagem das ondas do mar. Esse movimento é transmitido ao topo do *riser*, fazendo com que ele passe a oscilar em torno da sua configuração estática. Se o movimento da plataforma for conhecido em cada instante, é fácil calcular o movimento do ponto em que o *riser* está ligado, supondo que a embarcação se movimenta como um corpo rígido.

No entanto, as ondas do mar são um fenômeno ondulatório de natureza aleatória. O estado de mar real é descrito por parâmetros estatísticos e, portanto, conhecida a função de transferência da unidade flutuante, será conhecida apenas a estatística do movimento da extremidade superior do *riser*. Mas o modelo usado para representar o comportamento dinâmico do *riser* é um modelo determinístico, que supõe um movimento harmônico para a sua extremidade superior. É necessário, então, escolher a amplitude e a frequência que melhor representam o movimento do topo do *riser*. Este é objetivo deste apêndice.

G.2 Espectro do mar

Para descrever um estado de mar, adota-se o espectro de Pierson-Moskowitz, como é prática usual na engenharia *offshore*. Usando este espectro, o estado de mar fica definido com o conhecimento de dois parâmetros estatísticos: o período médio entre zeros sucessivos T_z e a altura significativa das ondas $H_{1/3}$. O espectro de Pierson-Moskowitz pode ser colocado na forma

$$S(\omega) = 5 \frac{m_0}{\omega_0} \frac{1}{\xi^5} \exp\left(-\frac{5}{4\xi^4}\right) \quad (\text{G.1})$$

onde ω_0 é a frequência de pico, que está relacionada com o período T_z na forma

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{2\pi}}{T_z} \quad , \quad (\text{G.2})$$

ξ é a relação entre a frequência ω da onda e a ω_0 , ou seja

$$\xi = \frac{\omega}{\omega_0} \quad , \quad (\text{G.3})$$

e m_0 é o momento de ordem zero, que corresponde ao valor quadrático médio da amplitude e está diretamente relacionado com a altura significativa pela expressão

$$m_0 = \frac{H_{1/3}^2}{16} \quad . \quad (\text{G.4})$$

G.3 Movimento da unidade flutuante

O movimento da unidade flutuante é função da frequência, da amplitude e da direção de incidência das ondas em relação ao seu eixo. Para cada ângulo de incidência, esse movimento é usualmente caracterizado pelo *RAO* (“Response Amplitude Operator”). O *RAO* relaciona as amplitudes e fases dos deslocamentos lineares de um ponto de referência da unidade flutuante e os deslocamentos angulares dessa unidade, para uma amplitude unitária da onda incidente, como função da frequência dessa onda. Como o presente trabalho não se dedica ao estudo da unidade flutuante, o *RAO* para cada caso é considerado um dos dados de entrada do problema.

Conhecer o *RAO* significa, em primeiro lugar, saber qual é o ponto escolhido para sua referência, ou seja, quais são as coordenadas (x_0, y_0, z_0) desse ponto em relação ao um sistema cartesiano de eixos fixo na embarcação. Significa, também, conhecer, para cada ângulo de incidência da onda, seis funções complexas da frequência angular que contêm as amplitudes e fases dos movimentos de *surge*, *sway*, *heave*, *roll*, *pitch* e *yaw*, ou seja, conhecer a função $D_x(\omega)$ tal que o movimento de *surge* do ponto de referência, para uma amplitude de onde unitária, seja escrito como

$$d_x(\omega, t) = D_x(\omega)e^{i\omega t} \quad , \quad (G.5)$$

conhecer a função $D_y(\omega)$ tal que o movimento de *sway* do mesmo ponto seja escrito como

$$d_y(\omega, t) = D_y(\omega)e^{i\omega t} \quad (G.6)$$

e conhecer a função $D_z(\omega)$ tal que o movimento de *heave* do mesmo ponto seja escrito como

$$d_z(\omega, t) = D_z(\omega)e^{i\omega t} \quad . \quad (G.7)$$

Conhecer o *RAO* significa, por último, conhecer os deslocamentos angulares sofridos pela embarcação, quando submetida a uma amplitude de onda unitária, ou seja, conhecer a funções complexas $\Theta_x(\omega)$, $\Theta_y(\omega)$ e $\Theta_z(\omega)$ tais que o movimento de *roll* da unidade flutuante para uma amplitude de onda unitária seja escrito como

$$\theta_x(\omega, t) = \Theta_x(\omega)e^{i\omega t} \quad , \quad (G.8)$$

o seu movimento de *pitch* seja escrito na forma

$$\theta_y(\omega, t) = \Theta_y(\omega)e^{i\omega t} \quad (G.9)$$

e o seu movimento de *yaw* na forma

$$\theta_z(\omega, t) = \Theta_z(\omega)e^{i\omega t} \quad . \quad (G.10)$$

G.4 Movimento do topo do riser

Dado o *RAO* da unidade flutuante e conhecidas as coordenadas (x_r, y_r, z_r) da extremidade superior do *riser*, em relação ao mesmo sistema cartesiano fixo no navio, em relação ao qual foram dadas as coordenadas (x_0, y_0, z_0) do ponto de referência do *RAO*, é possível determinar o movimento do ponto em que o *riser* está ligado à unidade flutuante, supondo que ela se movimenta como um corpo rígido.

O vetor de posição \vec{r} do topo do *riser* em relação à origem do *RAO* pode ser escrito como

$$\vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k} \quad (G.11)$$

onde

$$r_x = x_t - x_0 \quad , \quad (G.12)$$

$$r_y = y_t - y_0 \quad (G.13)$$

e

$$r_z = z_t - z_0 \quad . \quad (G.14)$$

E o vetor de rotação $\vec{\theta}$ da unidade flutuante pode ser colocado na forma

$$\vec{\theta}(\omega, t) = \theta_x(\omega, t)\vec{i} + \theta_y(\omega, t)\vec{j} + \theta_z(\omega, t)\vec{k} \quad . \quad (G.15)$$

Se \vec{d}_0 for o vetor deslocamento da origem do *RAO* em relação a um referencial fixo, ou seja,

$$\vec{d}_0(\omega, t) = d_x(\omega, t)\vec{i} + d_y(\omega, t)\vec{j} + d_z(\omega, t)\vec{k} \quad , \quad (G.16)$$

o vetor deslocamento \vec{d} da extremidade superior do *riser* será dado pela expressão

$$\vec{d}(\omega, t) = \vec{d}_0(\omega, t) + \vec{\theta}(\omega, t) \wedge \vec{r} \quad . \quad (G.17)$$

Como $\vec{d}_0(\omega, t)$ e $\vec{\theta}(\omega, t)$ são harmônicos, o movimento do topo do *riser* também o é e pode ser expresso na forma

$$\vec{d}(\omega, t) = \vec{D}(\omega)e^{i\omega t} \quad . \quad (G.18)$$

G.5 Movimento equivalente

O modelo proposto para estudar o comportamento mecânico do *riser* é bidimensional, pois foi considerado que a sua linha elástica está sempre contida em um mesmo plano vertical. O movimento expresso pela equação (G.18), no entanto, é tridimensional. Logo é necessário que se use uma projeção desse movimento como dado de entrada do problema dinâmico. Sendo \vec{i} o vetor tangente à linha média do cabo na sua extremidade superior, a amplitude da projeção do movimento do topo na direção do *riser* será $D_t(\omega)$ tal que

$$D_t(\omega) = \vec{D}(\omega) \cdot \vec{i} \quad . \quad (G.19)$$

A amplitude definida por (G.19) corresponde a uma onda harmônica com amplitude unitária e frequência ω conhecida. No entanto, o mar é aleatório e está caracterizado pelo seu espectro $S(\omega)$ definido em (G.1) e é necessário calcular uma amplitude e uma fase para o movimento harmônico que mais bem representem o estado de mar considerado. Para isso, pode-se usar o espectro $S(\omega)$ para calcular o valor quadrático médio σ_d da amplitude da projeção do movimento na direção do *riser* usando a expressão

$$\sigma_d = \sqrt{\int_0^{\infty} S(\omega) |D_r(\omega)|^2 d\omega} \quad (G.20)$$

e o valor médio da frequência da onda incidente usando

$$\omega_d = \frac{\sqrt{\int_0^{\infty} \omega S(\omega) |D_r(\omega)|^2 d\omega}}{\sigma_d} \quad (G.21)$$

Deve-se notar que nesse processo é perdida a fase entre o movimento horizontal e o movimento vertical. Então adota-se, a favor da segurança, um movimento circular para o do topo, cuja frequência é dada por (G.21) e o raio é dado por

$$r_d = \sqrt{2} \sigma_d \quad (G.22)$$

APÊNDICE H MODELO DE FADIGA

H.1 Considerações iniciais

O *SteelCat* é uma ferramenta que foi desenvolvida tendo em vista o estudo de viabilidade de um *riser* rígido em catenária, para ser usada na primeira volta da espiral de projeto de um sistema flutuante de produção de petróleo. Diversas simplificações foram feitas nos modelos que ele implementa para estudar o comportamento dinâmico do *riser*, visando respostas rápidas de um problema que deve ser resolvido diversas vezes. Nesse sentido, as diversas escalas de tempo dos fenômenos envolvidos foram identificadas e os movimentos correspondentes foram separados para serem tratados da maneira mais conveniente a cada um deles.

Assim, os deslocamentos induzidos pela excitação no topo causada pelo movimento de primeira ordem da unidade flutuante são calculados a partir da solução de um modelo linear no domínio da frequência, caracterizando o estado de mar por uma amplitude e uma frequência de um movimento harmônico “equivalente”. Por outro lado, os deslocamentos devidos ao movimento de segunda ordem da unidade flutuante são tratados de uma maneira quase-estática: o movimento é considerado como uma seqüência de configurações estáticas de equilíbrio. Ou seja, não existe uma história temporal do movimento do *riser*, nem para um determinado estado de mar, nem para o conjunto deles.

O estudo de fadiga realizado pelo *SteelCat* se encaixa dentro deste panorama: não há elementos para realizar uma análise profunda e sofisticada. Aqui são feitas as hipóteses simplificadoras mais grosseiras da prática da engenharia, para fornecer uma estimativa rápida da vida útil do *riser*. Os resultados fornecidos pelo programa devem ser encarados sob esta ótica: eles não devem ser tomados como absolutos, mas como elemento de comparação entre diversas alternativas que foram analisadas sob o mesmo conjunto de

hipóteses. Podem ser utilizados, também, para estudar a influência relativa dos diversos parâmetros do *riser* na sua vida útil.

H.2 Curva S-N

O método *S-N* foi o primeiro foi usado com o objetivo de compreender e quantificar a fadiga de metais. Foi o método de projeto padrão por quase cem anos. Ele ainda é amplamente utilizado em aplicações em que as tensões aplicadas se encontram dentro do regime elástico do material e o número de ciclos para falha é grande. Este método não funciona bem em aplicações de baixo ciclo, nas quais as tensões aplicadas têm uma componente plástica significativa. A linha divisória entre a fadiga de alto e baixo ciclos depende do material em consideração, mas usualmente se situa entre 10^4 e 10^5 ciclos.

Uma instalação para produção de petróleo *offshore* é projetada para durar cerca de vinte anos. O período típico da excitação causada pelas ondas do mar se situa em torno de dez segundos. O número de ciclos durante os quais um *riser* deve resistir é, então, da ordem de 10^7 e, portanto, certamente corresponde a um caso de fadiga de alto ciclo, para o qual o método pode ser aplicado.

A base do método é a curva *S-N*, que é um gráfico da amplitude da tensão cíclica *S* em função do número *N* de ciclos para falha. Esta curva é montada a partir de resultados experimentais realizados com corpos de prova. Neste trabalho será usada para representar o comportamento do material sob fadiga uma curva do tipo,

$$N = a (\Delta\sigma)^{-b} \quad , \quad (H.1)$$

onde $\Delta\sigma$ é a faixa de variação da tensão.

H.3 Dano Acumulado

A curva *S-N* fornece o número de ciclos a que o material resiste sob um esforço cíclico de amplitude constante. No entanto, durante a vida útil de uma estrutura, ela estará sujeita a níveis diferentes de tensão oscilatória. É necessário, então, arrumar um modo de quantificar o dano que é causado na estrutura por um determinado carregamento e uma

maneira de somar o dano causado por todos os carregamentos que nela serão aplicados ao longo do tempo, para estimar a sua vida útil.

Neste trabalho é adotada a regra do dano linear, que foi primeiramente proposta por Palmgren em 1924, mas foi desenvolvida por Miner em 1945 e hoje é conhecida como a Regra de Miner. Segundo essa regra, se um material resiste a um número de ciclos N_i sob uma tensão cíclica de amplitude constante $\Delta\sigma_i$ e lhe for aplicado o mesmo nível de tensão durante um certo número de ciclos n_i , tal que $n_i < N_i$, o material sofrerá um dano d_i dado por

$$d_i = \frac{n_i}{N_i} \quad . \quad (\text{H.2})$$

O dano total D acumulado pela estrutura, considerando todos os diferentes carregamentos cíclicos a que ela é submetida, será a soma dos d_i ,

$$D = \sum_i d_i \quad (\text{H.3})$$

e a estrutura sofrerá falha por fadiga do material quando

$$D \geq 1 \quad . \quad (\text{H.4})$$

A grande vantagem da Regra de Miner é a sua facilidade de aplicação. Os resultados obtidos em laboratório, no entanto, são bastante variáveis e aqui deve ser usado um coeficiente de segurança bem alto.

APÊNDICE I MODELOS PARA VÓRTICES

1.1 Considerações iniciais

Um *riser* em catenária instalado em águas profundas está sujeito ao efeito da correnteza local. Essa correnteza, além das forças de arraste, provoca, também, uma força oscilatória transversal ao fluxo, que se origina no desprendimento alternado dos vórtices que se formam ao longo da superfície externa do tubo. Esta força causa oscilações que, embora de amplitude limitada à ordem de grandeza de um diâmetro, podem levar à ruptura do *riser* por fadiga, devido ao seu caráter contínuo.

O objetivo deste apêndice é, em primeiro lugar, discutir de uma maneira simplificada o mecanismo físico das vibrações induzidas pela emissão de vórtices e, em seguida, apresentar, de forma resumida, o modelo que é usado no *SteelCat* para avaliar as amplitudes das vibrações induzidas sobre um *riser* em catenária, com a finalidade de estimar a sua vida útil.

1.2 O mecanismo físico

Quando um fluxo viscoso passa sobre uma superfície como uma placa, a influência da viscosidade sobre o fluxo é confinada a uma pequena faixa ao longo da superfície, que é denominada camada limite. Este efeito permite que se estude o fluxo dividindo-o em duas regiões distintas, como na Figura I.1.

Na região (1), que representa a chamada “camada limite”, a distribuição das velocidades é fortemente influenciada pela viscosidade. A velocidade é nula ao longo da placa e atinge rapidamente o valor da velocidade do escoamento livre, na sua fronteira. Na região (2), no entanto, a influência da viscosidade é desprezível, o fluxo pode ser considerado irrotacional, e a velocidade do fluido é a velocidade do fluxo livre. Pode-se mostrar que a

pressão na camada limite é aproximadamente igual à pressão na fronteira do escoamento livre e se mantém constante ao longo da placa.

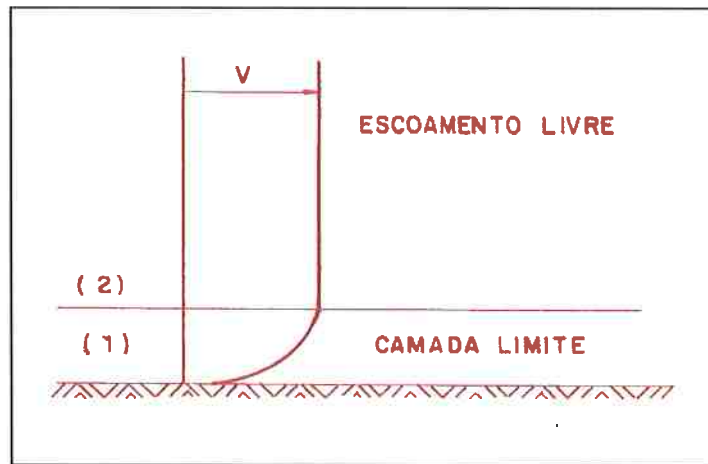


Figura I.1 - Fluxo sobre uma placa

Quando o fluxo se dá sobre a superfície de um cilindro, o campo de pressões não é mais constante, como pode ser deduzido a partir da Figura I.2: as partículas fluidas aumentam de velocidade entre A e B e diminuem entre B e C. Aplicando-se a equação de Bernoulli verifica-se que a pressão diminui entre A e B e aumenta entre B e C.

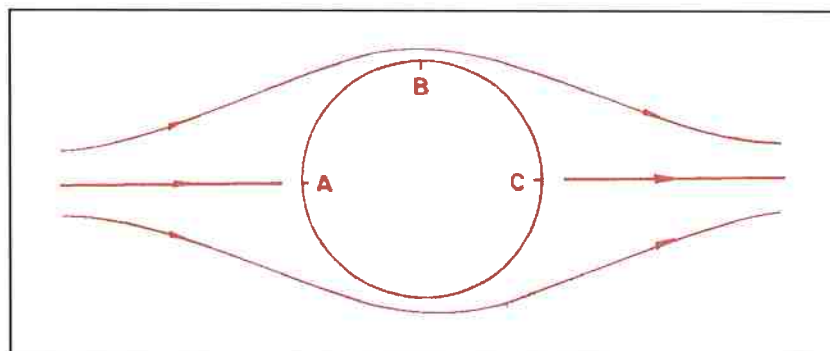


Figura I.2 - Escoamento ao longo de um cilindro

Como o fluido é viscoso, existe uma perda de energia cinética por fricção, ao longo da camada limite. A energia resultante pode tornar-se insuficiente para suportar o acréscimo de pressão necessário para se chegar a C. Este fato provoca o aparecimento de um movimento contrário causando o descolamento da camada limite em um ponto S (ponto de

separação) e formando um par de vórtices estacionários como está esquematizado na Figura I.3.

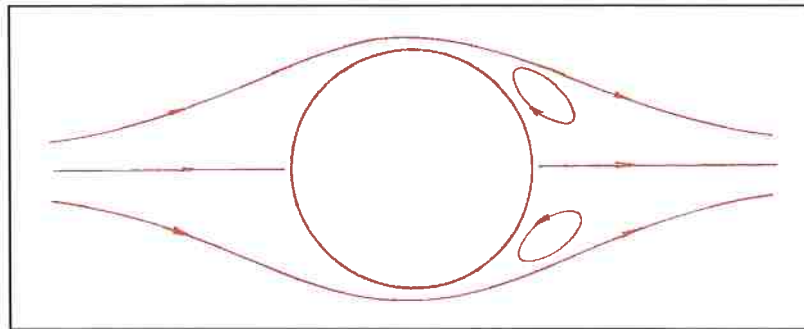


Figura I.3 - Par de vórtices estacionários

No entanto, se o número de Reynolds (Re) for maior que 100, a solução estacionária torna-se instável. A solução estável, neste caso é periódica, semelhante às soluções tipo “ciclo limite” que ocorrem em sistemas dinâmicos não lineares com dois graus de liberdade. O que se observa, na prática, são vórtices que se desprendem de maneira alternada e se movem na direção da corrente, igualmente espaçados de uma distância a e com uma velocidade u , com o padrão regular representado na Figura I.4, formando a chamada “esteira de von Karman”.

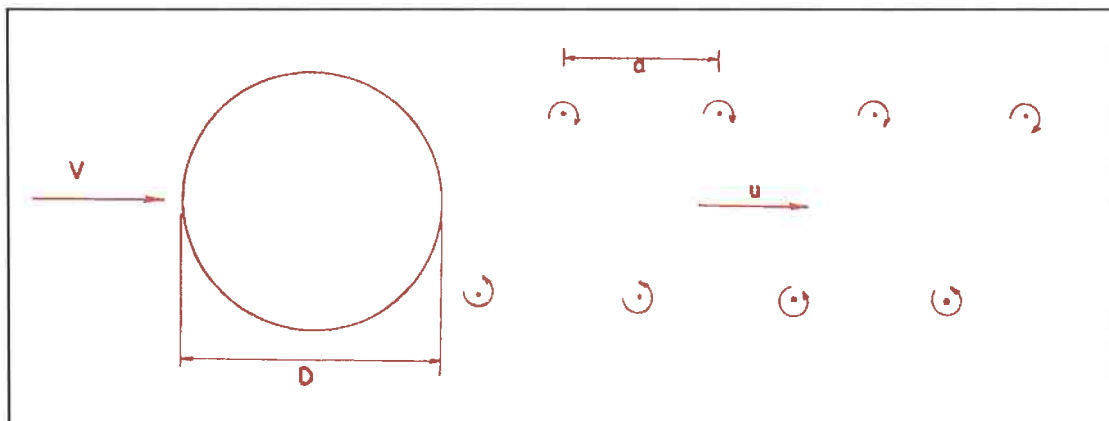


Figura I.4 - Esteira de Von Karman

A periodicidade dos vórtices é patente e sua frequência, conhecida como “frequência de Strouhal” (f_s), que pode ser deduzida diretamente da Figura I.4, é dada por:

$$f_s = \frac{u}{a} \quad (I.1)$$

Observa-se que a distância entre dois vórtices consecutivos (a) é da mesma ordem de grandeza do diâmetro externo do cilindro (D), e que a velocidade de deslocamento dos vórtices na esteira (u) é da mesma ordem de grandeza da velocidade do escoamento livre (V). Pode-se escrever, então,

$$f_s = S \frac{V}{D} \quad (I.2)$$

onde S é um adimensional conhecido como “número de Strouhal” que é, em geral, função do número de Reynolds.

Para um cilindro circular, considerando-se uma larga faixa de valores do número de Reynolds, verifica-se, experimentalmente, que o número de Strouhal permanece praticamente constante, com um valor em torno de 0,2.

Na teoria dos fôlios é definida uma grandeza matemática, denominada circulação de velocidade (Γ), que corresponde à integral ao longo de uma curva fechada (s) da componente tangencial da velocidade (V_s), ou seja,

$$\Gamma = \int_s V_s ds \quad (I.3)$$

Para um fluxo irrotacional (fluido não viscoso) pode-se mostrar, através da conservação do momento angular, que a circulação é nula, a menos que a curva fechada considerada contenha em seu interior um corpo e, neste caso, ela é uma constante.

A viscosidade, embora seja o grande responsável pelo fenômeno do desprendimento de vórtices nas proximidades do cilindro, pode ser desprezada no resto do fluido, quando o número de Reynolds (Re) é grande.

Seja $\Gamma(t)$ a circulação ao longo do cilindro em um dado instante t . Então a circulação total à esquerda da linha L da Figura I.5 é nula. No instante $t+\Delta t$ um vórtice cruza a linha L. Para que a circulação total se conserve nula é necessário que a circulação $\Gamma(t+\Delta t)$ em torno do cilindro tenha sentido contrário ao de $\Gamma(t)$, conforme a Figura I.6. Pode-se concluir, então, que a circulação ao longo do cilindro oscila com a frequência de Strouhal, que é a frequência com que os vórtices cruzam a linha L.

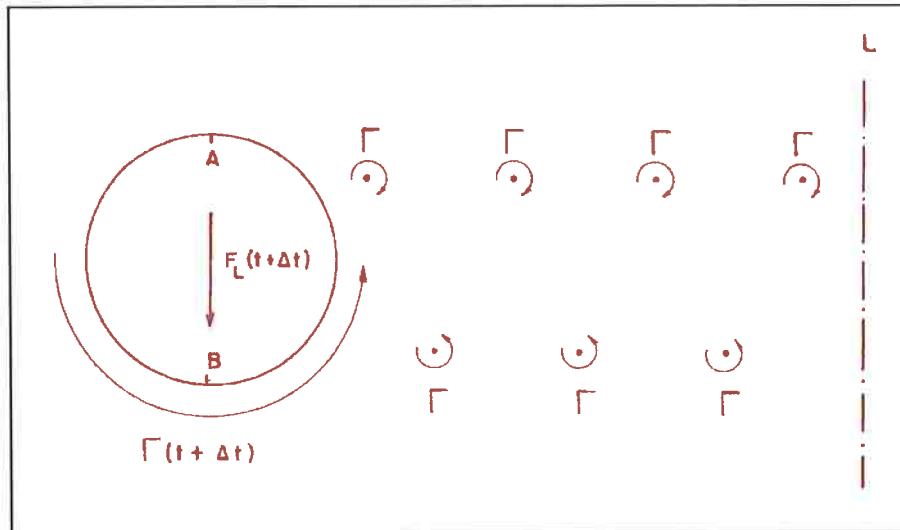


Figura I.5 - Circulação no instante t

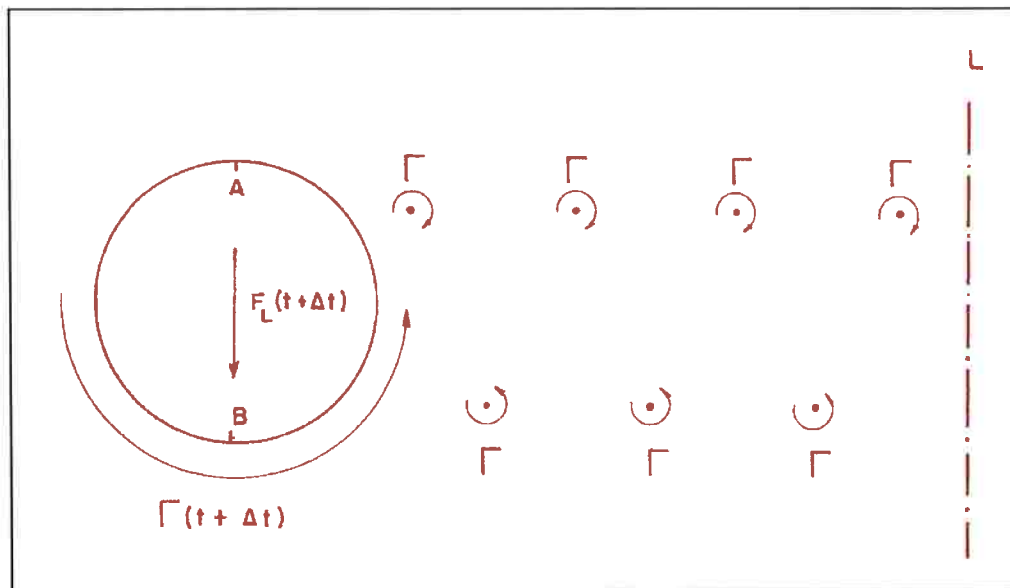


Figura I.6 - Circulação no instante $t+\Delta t$

Uma análise da Figura I.5 mostra que no instante t a circulação $\Gamma(t)$ representa um aumento da velocidade no ponto A e uma diminuição em B. Com o auxílio da equação de Bernoulli conclui-se que a pressão aumenta em B e diminui em A, provocando o aparecimento de uma força de sustentação orientada para cima ($F_L(t)$). Um estudo equivalente da Figura I.6 indica o aparecimento de uma força de sustentação orientada para baixo ($F_L(t+\Delta t)$).

Portanto, o fenômeno da emissão de vórtices resulta em uma força oscilatória transversal ao fluxo, aplicada sobre o cilindro, que oscila com a frequência de Strouhal. Se uma das frequências naturais do cilindro estiver perto da frequência de desprendimento dos vórtices, então esta força fará com que ele entre em ressonância, começando a vibrar.

Um movimento do cilindro, perto da frequência de Strouhal, exerce uma grande influência na organização da esteira. Quando ele está em repouso, os vórtices desprendem-se ao longo de seu eixo com uma fase aleatória, influenciada pelas imperfeições da parede. À medida que a amplitude aumenta, os vórtices começam a se sincronizar, desprendendo-se ao mesmo tempo ao longo de toda a estrutura.

O movimento ressonante do cilindro terá uma velocidade transversal V_t , dada por

$$V_t = 2\pi f_n A \quad , \quad (I.4)$$

onde A é a amplitude da oscilação e f_n , a frequência natural do cilindro. Então, a relação entre a velocidade transversal e a velocidade do fluxo livre é dada por:

$$\frac{V_t}{V} = 2\pi S \frac{f_n A}{f_s D} \quad , \quad (I.5)$$

onde foi usada a relação (I.2).

Note-se que, se a amplitude A crescer em demasia, quando a frequência de Strouhal é próxima da frequência natural, a velocidade transversal V_t fica maior que a velocidade do fluxo principal. Neste caso é intuitivo que os vórtices tendam a ser destruídos pelo movimento. Existe, como consequência, um mecanismo de auto-regulação das oscilações transversais.

Na prática observa-se que, quando a amplitude atinge metade do valor do diâmetro do cilindro, a simetria do desprendimento de vórtices começa a ser destruída, limitando o valor máximo da amplitude à ordem de grandeza deste diâmetro.

O movimento do cilindro influi, também, sobre a própria frequência com que os vórtices se desprendem. À medida que a velocidade do fluxo aumenta, de maneira que a frequência de Strouhal se aproxime de uma das frequências naturais do cilindro, o desprendimento de vórtices subitamente se sincroniza com a vibração da estrutura.

Definindo-se a “velocidade reduzida” V_r , pela expressão:

$$V_r = \frac{V}{f_n D} \quad , \quad (I.6)$$

verifica-se experimentalmente o seguinte: quando V_r atinge um valor próximo de 5 (equivalente a um número de Strouhal igual a 0,2), o desprendimento de vórtices sincroniza-se com a frequência do movimento, é o chamado “lock-in”^(*). A partir deste instante, à medida que a velocidade aumenta, a amplitude do movimento ressonante também aumenta, atingindo um valor máximo para V_r em torno de 6. Os vórtices, no entanto, continuam a se desprender com a frequência natural da estrutura. Se a velocidade continua a aumentar, a amplitude começa a diminuir até uma velocidade reduzida em torno de 7 ou 8, quando acaba a sincronização.

Observa-se, também, que o valor máximo da amplitude é fortemente dependente do amortecimento estrutural. Se ele for muito grande, a amplitude da oscilação resultante será pequena.

1.3 O modelo matemático

Não é possível, até o presente instante, simular numericamente, de forma completa, a interação entre os vórtices e um *riser* rígido em catenária, submetido a um perfil de correnteza cujas velocidades variam em módulo e direção com a profundidade. Existem soluções para fluxos unidimensionais em torno de estruturas bidimensionais. Existem, também, soluções tridimensionais de problemas restritos, para obtenção das quais são necessárias *workstations* de grande capacidade de processamento, mas que ainda não levam em conta a interação hidro-elástica. Em vista disto, para quantificar o efeito das vibrações induzidas por vórtices é necessário o uso de modelos simplificados de engenharia, que tentam representar o fenômeno da melhor maneira possível, a partir da sua compreensão física. Embora com limitações, os resultados obtidos são importantes, pois permitem estimar as amplitudes do movimento com aproximação razoável.

^(*) Esta sincronização é nítida em fluidos pouco densos (gases). Em fluidos mais densos, o oscilador fluido-elástico oscila com uma frequência entre a frequência de Strouhal e a frequência natural.

As vibrações induzidas por vórtices representam uma oscilação ao mesmo tempo de caráter auto-excitado e auto-regulado, como pode ser concluído das discussões apresentadas no item anterior. Um movimento deste tipo é normalmente descrito por uma equação do tipo de Van der Pol, que tem a seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 w_f}{\partial t^2} - \left[1 - \left(\frac{\partial w_f}{\partial t} \right)^2 \right] \frac{\partial w_f}{\partial t} + \omega_s^2 w_f = 0 \quad (I.7)$$

Nesta equação a solução estacionária $w_f=0$ é instabilizada pela existência de um amortecimento negativo que faz o movimento crescer exponencialmente, a partir da posição de equilíbrio, enquanto a parcela $\left(\frac{\partial w_f}{\partial t} \right)^2$ é menor que 1. A partir deste instante o amortecimento torna-se positivo e cresce cada vez mais, limitando a amplitude da solução, de forma semelhante ao que é observado nas vibrações induzidas por vórtices.

Supondo-se que os vórtices estejam sincronizados ao longo do cilindro, o problema pode ser considerado como sendo bidimensional. Verifica-se, na prática, que esta hipótese é conservadora quando a amplitude do movimento resultante é pequena.

Para modelar as vibrações induzidas por vórtices é necessário representar a interação entre o fluido e a estrutura. Isto é feito considerando-se um oscilador fluido acoplado a um oscilador elástico, conforme é descrito em Blevins (1977). O oscilador fluido é descrito por uma equação de Van der Pol, o oscilador elástico representa a dinâmica da estrutura e o acoplamento entre os dois é realizado pela força de sustentação $f_L(x,t)$.

Considerando o efeito da flexão e da rigidez de catenária, o comportamento dinâmico do *riser* pode ser descrito por uma equação do tipo:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \right] + c \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = f_L(x,t) \quad (I.8)$$

A força de sustentação $f_L(x,t)$ pode ser representada pela expressão

$$f_L(x,t) = \frac{1}{2} \rho V^2 D c_L(x,t) \quad (I.9)$$

onde $c_L(x,t)$ é o “coeficiente de sustentação”. Em analogia à teoria dos aerofólios, este coeficiente pode ser escrito em função do “ângulo de ataque”:

$$c_L(x,t) = 2\alpha_4 \frac{\frac{\partial w_f}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t}}{\rho V^2 D} \quad , \quad (\text{I.10})$$

onde α_4 é um coeficiente que depende das características do fluxo, do fluido e da seção transversal.

Substituindo-se a definição (I.10) na expressão (I.9) obtém-se a seguinte fórmula para a força de sustentação:

$$f_L(x,t) = \alpha_4 \left[\frac{\partial w_f}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right] \quad . \quad (\text{I.11})$$

Colocando-se, agora, o valor obtido para a força de sustentação na equação da estrutura (I.8), chega-se à seguinte expressão:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \right] + c \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \alpha_4 \left[\frac{\partial w_f}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right] \quad , \quad (\text{I.12})$$

que representará o oscilador elástico.

Para representar o fluido adota-se uma equação do tipo de Van der Pol, forçada pela mesma força de sustentação, pelo princípio da ação e reação:

$$\frac{\partial^2 w_f}{\partial t^2} - \left[\alpha'_1 - \alpha_2 \left(\frac{\partial w_f}{\partial t} \right)^2 \right] \frac{\partial w_f}{\partial t} + \omega_s^2 w_f = -\alpha_3 \left[\frac{\partial w_f}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right] \quad , \quad (\text{I.13})$$

que também pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial^2 w_f}{\partial t^2} - \left[\alpha_1 - \alpha_2 \left(\frac{\partial w_f}{\partial t} \right)^2 \right] \frac{\partial w_f}{\partial t} + \omega_s^2 w_f = \alpha_3 \frac{\partial y}{\partial t} \quad , \quad (\text{I.14})$$

onde foi definido α_1 de modo que $\alpha_1 = \alpha'_1 + \alpha_3$.

A solução do problema de estimar o efeito da excitação sobre o *riser* provocada pelo desprendimento de vórtices consiste em resolver o sistema de equações diferenciais

composto pelo oscilador fluido (I.14) acoplado ao oscilador elástico (I.12). Este sistema tem quatro parâmetros indeterminados ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ e α_4) que devem ser obtidos por confronto com resultados experimentais.

A equação (I.12) considera que a estrutura está sendo excitada pelos vórtices ao longo de todo o seu comprimento, desprendendo-se, sincronizadamente, com a mesma frequência. No caso geral, a velocidade da corrente é uma função da profundidade e, portanto, como indica a expressão (I.2), os vórtices não se desprendem com a mesma frequência ao longo de todo o comprimento. Existe, então, a possibilidade de haver mais de um modo natural da estrutura sendo excitado simultaneamente.

Para considerar a variação da velocidade da corrente com a profundidade existe o procedimento proposto por Iwan (1981), que introduz a definição de uma função auxiliar $\mathcal{A}(x)$ que vale 1 nos trechos do *riser* onde a frequência do desprendimento de vórtices está sincronizada com uma das frequências naturais e é nula nos demais. Esta definição pode ser introduzida na equação do oscilador elástico (I.12), obtendo-se:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{F}_x \frac{\partial y}{\partial x} \right] + c(x) \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \alpha_4 \mathcal{A}(x) \left[\frac{\partial w_f}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right], \quad (\text{I.15})$$

ou seja, a força de sustentação só atua nos trechos da estrutura nos quais há sincronização do desprendimento de vórtices.

Conhecidas as funções $\varphi_i(x)$, que descrevem os modos naturais de vibração do *riser*, o deslocamento do ponto de coordenada x do *riser*, no instante t , representado por $y(x,t)$, pode ser decomposto em suas componentes modais $Y_i(t)$, usando-se a técnica da decomposição modal, que é usual na solução de problemas de vibração. Dessa maneira, pode-se escrever:

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} Y_i(t) \varphi_i(x) \quad . \quad (\text{I.16})$$

A variável “fictícia” $w_f(x,t)$ que descreve o fluido também pode ser decomposta de uma forma análoga, ou seja,

$$w_f(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} W_i(t) \varphi_i(x) \quad . \quad (\text{I.17})$$

Aplicando-se as decomposições modais (I.16) e (I.17) em (I.15), após algumas manipulações algébricas que podem ser encontradas em Martins (1989), obtém-se um conjunto de equações desacopladas, uma para cada modo natural n da estrutura,

$$\frac{d^2 Y_n}{dt^2} + 2\zeta_n^t \omega_n \frac{dY_n}{dt} + \omega_n^2 Y_n = \frac{\alpha_4}{\nu_n} \frac{d^2 W_n}{dt^2}, \quad (\text{I.18})$$

onde ω_n é a frequência natural associada a este modo e ν_n é a “massa efetiva”, dada pela expressão:

$$\nu_n = \frac{\int_0^L m(x) \varphi_n^2 dx}{\int_0^L s_n(x) \varphi_n^2 dx} \quad (\text{I.19})$$

na qual $m(x)$ é a massa do riser por unidade de comprimento, $s_n(x)$ é uma função que é igual a 1 nos trechos do riser em que a frequência do desprendimento de vórtices está sincronizada com a frequência natural ω_n e 0 nos demais trechos e ζ_n^t é o fator de amortecimento modal total, que dá a relação entre o amortecimento existente e o amortecimento crítico, para cada modo, e pode ser escrito como a soma de duas parcelas:

$$\zeta_n^t = \zeta_n^s + \frac{\alpha_4}{2\omega_n \nu_n} \quad (\text{I.20})$$

A primeira parcela ζ_n^s de (I.20) engloba a soma do amortecimento interno ζ_n^i com o amortecimento viscoso ζ_n^v , a segunda aparece a partir da definição da força de sustentação.

O amortecimento viscoso só é importante nos trechos em que não há sincronização dos vórtices, onde contribui para dissipar a energia fornecida à estrutura pela excitação. Com base neste fato, a linearização da fórmula da força de arraste permite obter a seguinte expressão:

$$\zeta_n^s = \zeta_n^i + \frac{1}{2\omega_n} \frac{\int_0^L c_{v,n}(x) [1 - s(x)] \varphi_n^2(x) dx}{\int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx}, \quad (\text{I.21})$$

onde $c_{v,n}(x)$ é o coeficiente de atrito viscoso modal, dado pela expressão:

$$c_{v,n}(x) = \frac{4}{3\pi} c_d \rho_a D \omega_n A_n |\varphi_n(x)| \quad , \quad (I.22)$$

na qual c_d é o coeficiente de arraste, ρ_a é a densidade do fluido e A_n é a amplitude da vibração no n -ésimo modo natural.

A partir do acoplamento do oscilador fluido com o oscilador elástico é possível mostrar, vide Martins (1989), que a amplitude modal A_n pode ser calculada a partir de uma expressão na forma:

$$A_n = DF_n I_n^{-1/2} \quad , \quad (I.23)$$

onde F_n é um fator de amplificação, que depende da massa efetiva e do amortecimento estrutural, e I_n é um fator de forma, que é função da distribuição de massa e é expresso por:

$$I_n = \frac{\int_0^L m(x) \varphi_n^4(x) dx}{\int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx} \quad . \quad (I.24)$$

Substituindo-se a expressão (I.23) de A_n na expressão do coeficiente de atrito viscoso modal (I.22), obtém-se:

$$c_{v,n}(x) = \frac{4}{3\pi} c_d \rho_a D^2 \omega_n F_n I_n^{-1/2} |\varphi_n(x)| \quad (I.25)$$

Usando (I.24) e (I.25) em (I.21) chega-se à expressão:

$$\zeta_n^s = \zeta_n^I + \frac{2}{3\pi} \frac{\int_0^L c_d \rho_a D^2 [1 - \delta(x)] |\varphi_n^3(x)| dx}{\left[\int_0^L m(x) \varphi_n^4(x) dx \right]^{1/2} \left[\int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx \right]^{1/2}} F_n \quad (I.26)$$

Definindo-se o fator ϕ_n de forma que

$$\phi_n = \frac{2}{3\pi} \frac{\int_0^L c_d \rho_a D^2 [1 - \Delta(x)] |\varphi_n^3(x)| dx}{\left[\int_0^L m(x) \varphi_n^4(x) dx \right]^{1/2} \left[\int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx \right]^{1/2}} \quad (I.27)$$

pode-se escrever, finalmente, a expressão para o fator de amortecimento modal:

$$\zeta_n^s = \zeta_n^l + \phi_n F_n \quad (I.28)$$

Conhecidos os seus parâmetros α_1 , α_2 , α_3 e α_4 , o modelo do oscilador hidro-elástico pode prever resultados importantes e é possível a dedução de uma expressão teórica para cálculo do fator de amplificação F_n , conforme foi feito por Iwan (1975). Iwan & Blevins (1974) estudaram um cilindro rígido elasticamente montado e calcularam os coeficientes do oscilador hidro-elástico baseando-se em resultados experimentais de dois tipos, obtidos na literatura: para um cilindro estacionário e para um cilindro executando um movimento harmônico transversal ao fluxo. De posse desses coeficientes, Iwan (1975) apresentou uma comparação do fator de amplificação obtido pelo modelo teórico com resultados de experiências executadas com cilindros rígidos, vigas bi-apoiadas e cabos, conforme transcrito na Figura I.7, onde μ_r é a massa reduzida, definida por:

$$\mu_r = \frac{4m}{\rho \pi D^2} \quad (I.29)$$

Conclusões fundamentais podem ser tiradas desta última figura. Em primeiro lugar, os resultados fornecidos pelo modelo teórico são bastante bons para grandes amplitudes, mas perdem qualidade quando elas diminuem. Isto é explicado pelo fato de o modelo teórico supor que os vórtices desprendem-se simultaneamente ao longo de todo o cilindro, hipótese esta que é mais próxima da realidade quanto maior é a amplitude pois, neste caso, o próprio movimento do cilindro contribui para sincronização dos vórtices. Em segundo lugar, o fator de amplificação F_n é fortemente influenciado pelo fator de amortecimento estrutural modal ζ_n .

Iwan, em seu trabalho de 1975, também apresenta uma fórmula empírica para $F_n^{(*)}$, sugerida pela natureza dos dados experimentais,

$$F_n = \frac{1}{1 + 9,60(\mu_r \zeta_n)^{1,80}} \quad (I.30)$$

que corresponde à curva tracejada da Figura I.7.

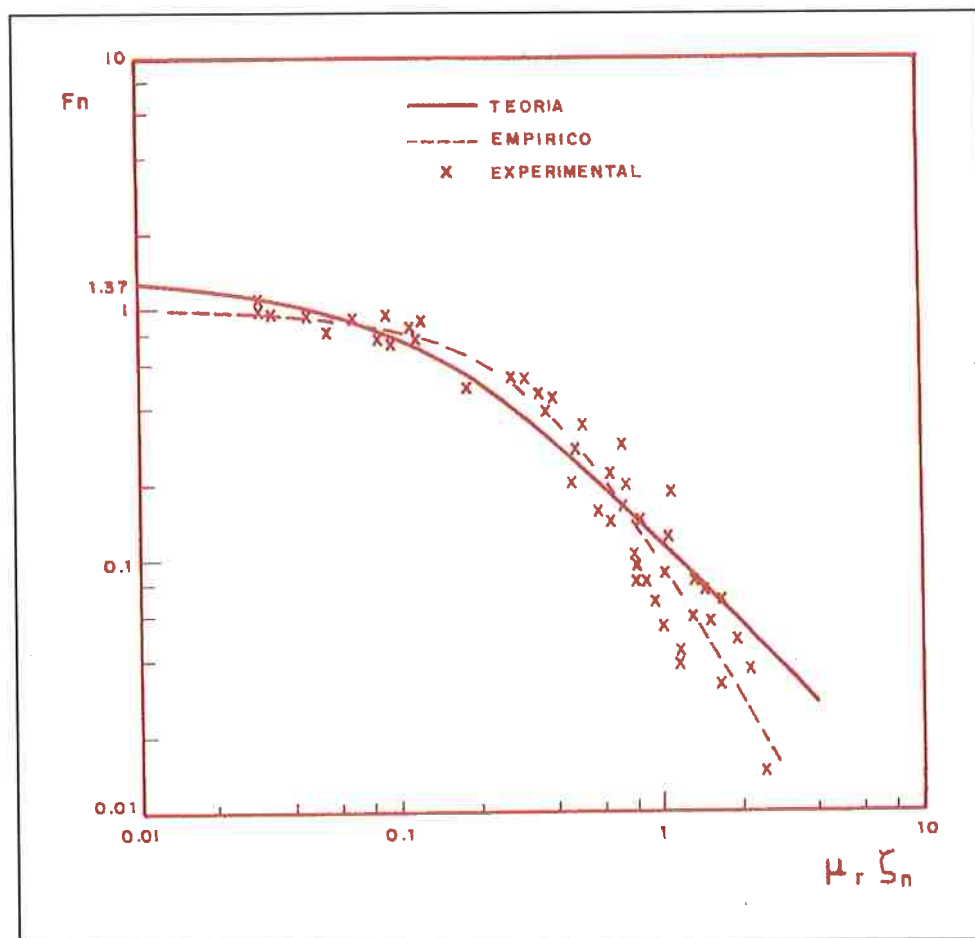


Figura I.7 - Fator de amplificação em função do produto $\mu_r \zeta_n$

Em seu trabalho de 1981, estudando um cabo não uniforme submetido a um perfil de corrente também não uniforme, Iwan mostrou que as equações modais desse problema são idênticas àsquelas de um cilindro rígido com um grau de liberdade, trocando-se o

(*) Esta fórmula foi apresentada com um erro em Iwan (1975), mas foi posteriormente corrigida em Iwan (1981).

coeficiente de amortecimento modal ζ_n pelo coeficiente ζ_n^s definido pela expressão (I.21) e a massa reduzida μ_r , expressa por (I.29) pela massa reduzida efetiva μ_r^n dada por:

$$\mu_r^n = \frac{4v_n}{\rho\pi D^2} \quad (\text{I.31})$$

onde v_n é a massa efetiva que foi definida em (I.19). Fato análogo acontece para o *riser*, conforme pode ser verificado através da equação do oscilador elástico (I.18), que é idêntica à obtida por Iwan.

A analogia entre as formulações dos diversos problemas permite que se usem, para o caso geral, resultados experimentais obtidos para estruturas simples. Para o cálculo do fator de amplificação pode ser usada qualquer uma das fórmulas teóricas ou empíricas disponíveis na literatura, desde que este fator seja expresso apenas em função do amortecimento estrutural, como previsto na formulação teórica. Neste sentido pode ser adotada a fórmula empírica de Iwan, expressa em (I.30), que pode ser rescrita para o caso geral na forma:

$$F_n = \frac{1}{1 + 9,60(\mu_r^n \zeta_n^s)^{1,80}} \quad (\text{I.32})$$

A amplitude fornecida pela expressão (I.23), na qual aparece o fator de amplificação (I.32) é o valor máximo, que ocorre quando a velocidade reduzida está em torno de 6. Para outros valores deste adimensional, a amplitude do movimento resultante será menor. Para levar em conta este fato, Lyons & Patel (1986), baseando-se em resultados experimentais, introduziram um fator de redução da amplitude em função da velocidade reduzida, ψ_n , definido por:

$$\psi_n = \begin{cases} 0 & \text{para } V_r \leq 4 \\ \frac{V_r - 4}{2} & \text{para } 4 \leq V_r \leq 6 \\ \frac{10 - V_r}{4} & \text{para } 6 \leq V_r \leq 10 \\ 0 & \text{para } V_r \geq 10 \end{cases}, \quad (\text{I.33})$$

conforme indicado na Figura 4.8.

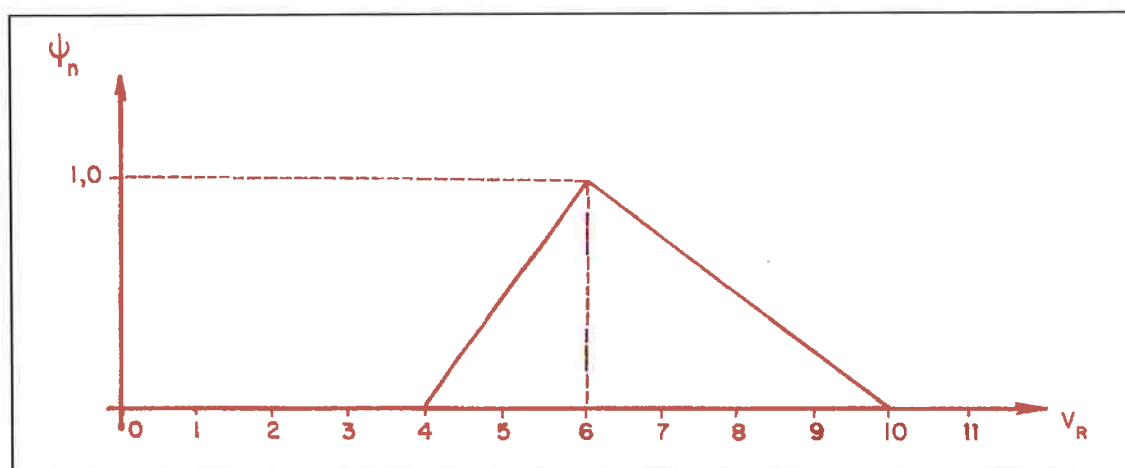


Figura I.8 - Fator de redução da amplitude em função da velocidade reduzida

No caso geral, o valor da velocidade reduzida varia ao longo da profundidade. Para levar em conta este efeito Lyons & Patel estudaram duas alternativas diferentes: considerar o fator de redução correspondente à velocidade máxima e considerar o fator de redução correspondente à velocidade média. Para validar o modelo teórico eles analisaram o modelo reduzido de um *riser* articulado na base e submetido a um movimento oscilatório em sua extremidade superior. Os resultados obtidos mostraram que o uso do fator de redução correspondente à velocidade reduzida média equivale praticamente à obtenção de um limite inferior para a amplitude, enquanto que o uso do fator de redução correspondente à velocidade máxima leva a um limite superior. A Figura I.9 traz uma comparação entre resultados teóricos e experimentais, transcrita do trabalho de Lyons & Patel, que ilustra claramente este fato.

A qualidade dos resultados obtidos justifica a adoção do modelo de Iwan para perfis de corrente não uniformes, com as modificações propostas por Lyons & Patel para levar em conta velocidades reduzidas diferentes de 6. Este modelo foi adotado no *SteelCat* com uma diferença: é possível alterar a definição do fator de redução da amplitude, considerando valores de velocidades reduzidas diferentes para definir as faixas da expressão (I.33).

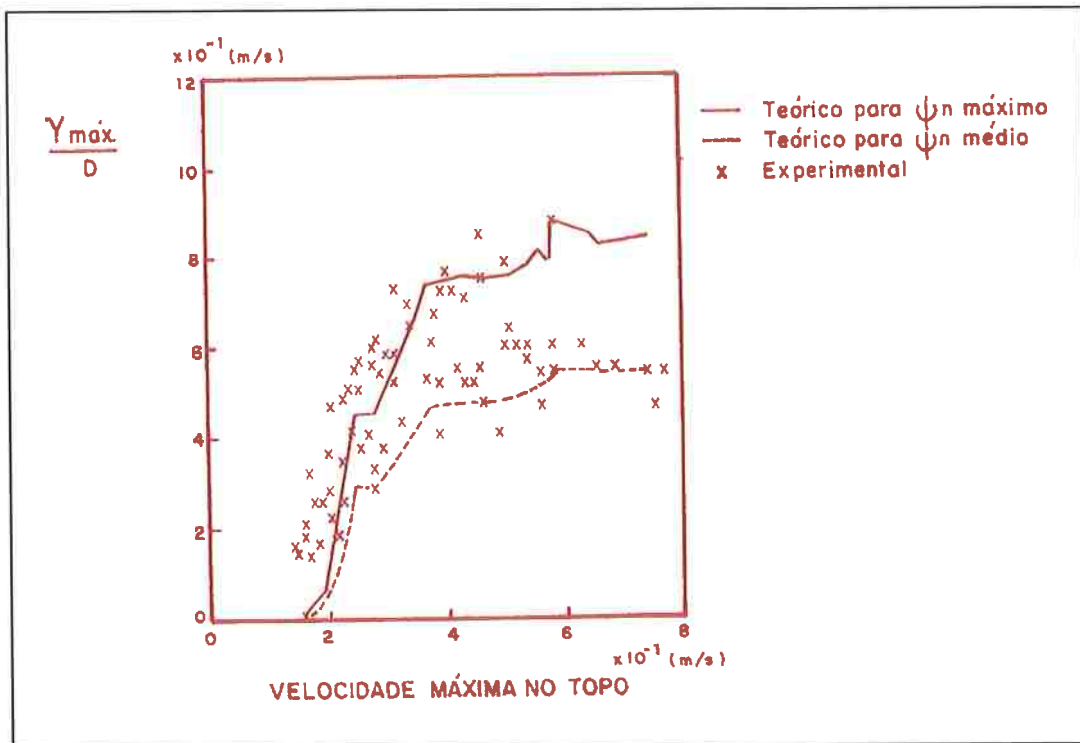


Figura I.9 - Comparação entre resultados teóricos e experimentais de Lyons & Patel