ARINA IONÁ VAN LANGENDONCK BARRETTO DE CARVALHO

Contribuições às Análises Estática e Dinâmica do Sistema de Amarração de Navios Atracados em *Dolphins*

São Paulo

2021

ARINA IONÁ VAN LANGENDONCK BARRETTO DE CARVALHO

Contribuições às Análises Estática e Dinâmica do Sistema de Amarração de Navios Atracados em *Dolphins*

Versão Corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração:
Engenharia de Estruturas

Orientador:
Prof. Dr. Eduardo de Morais Barreto Campello

São Paulo

2021

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 30 de agosto de 2021

Assinatura do autor: Arina van LB Carvalho

Assinatura do orientador: Edmundo Campiche

Catalogação-na-publicação

Carvalho, Arina Ioná van Langendonck B. de
Contribuições às Análises Estática e Dinâmica do Sistema de Amarração de Navios Atracados em Dolphins / A. I. V. L. B. Carvalho -- versão corr. -- São Paulo, 2021.
175 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.Amarração de Navios 2.Análise Estática Não Linear 3.Análise Dinâmica Linear 4.Defensas 5.Dolphins I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer à minha família e amigos que me apoiaram, me incentivaram e me acompanharam durante esta jornada.

Agradeço imensamente ao Prof. Dr. Eduardo Campello, não só pela orientação nesse vasto mundo da pesquisa, mas também pela compreensão, incentivo, ensinamentos, amizade, paciência e, em especial, pelo apoio e contribuições a esta dissertação.

Agradeço ao prof. Kalil Skaf por todo o conhecimento transmitido, motivações e grande apreço à Engenharia, em especial, às obras portuárias. À EGT Engenharia, principalmente à Eng.ª Thais Filogônio, pela paciência e compreensão, bem como pelo tempo disponibilizado para a concretização deste trabalho.

Um grande agradecimento ao prof. Dr. Guilherme Franzini, que me acompanhou em momentos essenciais desse trabalho, por todo o conhecimento e disposição em colaborar.

Agradeço ao Pedro Barros, cujo trabalho inspirou o desenvolvimento dessa dissertação. Além da prontidão, disposição e colaboração em pontos críticos

Agradeço ao Eng.º Carlos Fucatu, pela prontidão em esclarecer dúvidas e fornecimento de dados essenciais ao estudo de caso aqui realizado.

Por fim, mas não menos importante, sou extremamente grata aos meus colegas do mestrado e trabalho, que me incentivaram e me acompanharam, sempre dispostos a me auxiliar ao longo dessa jornada.

RESUMO

A segurança operacional de um terminal portuário é garantida pela adequada limitação dos movimentos da embarcação atracada durante as operações de carga e descarga. Os principais responsáveis pela excitação da embarcação são as ações ambientais. As restrições dos deslocamentos se dão no plano horizontal por meio dos cabos de amarração e defensas. Na prática atual de projeto de estruturas civis portuárias, as principais normatizações internacionais determinam os esforços de amarração (tração nos cabos e compressão nas defensas) de maneira simplificada, por meio de uma análise estática linear que desacopla os movimentos da embarcação e não considera a rigidez relativa de seus elementos. Este trabalho de mestrado se propõe a investigar esses esforços sob as óticas de análises estática não linear e dinâmica linear em um estudo de caso de um terminal de regaseificação de gás natural no Porto de Barcarena/PA, Brasil. O caso é o de uma unidade flutuante *FSRU* (*Floating Storage Regasification Unit*) acostada permanentemente em *dolphins* e sujeita às ações ambientais de vento e corrente. As não linearidades consideradas na análise estática são físicas, como a natureza da defensa elastomérica, e geométricas, as quais são dadas pela rigidez relativa dos cabos de amarração e também pela alteração da configuração do sistema, devido à eventual perda de contato entre o navio e as defensas e ao afrouxamento dos cabos. Desta forma, o equilíbrio é dado por um sistema de equações não lineares, que são resolvidas pelo método numérico de Newton. Para efeito de comparação, o caso também é analisado por meio de um modelo simplificado estático linear, conforme prescrito pelas principais normatizações internacionais. Devido ao caráter oscilatório do vento, um modelo dinâmico linear é também apresentado, e sua resolução é feita no domínio da frequência. Primeiramente, define-se a equação de movimento. Em seguida, a rigidez do sistema é linearizada a partir da posição de equilíbrio do navio sob as ações médias de vento e corrente, cuja determinação é feita por meio do modelo estático não linear supracitado. Logo, a partir dos coeficientes hidrodinâmicos de massa adicional e amortecimento, é possível estimar as frequências naturais e modos de vibração do sistema em tal configuração, considerando a dependência dos mesmos com a frequência de oscilação. Por fim, os deslocamentos dinâmicos e seus valores máximos são estimados por intermédio de teorias estocásticas e estatísticas. De posse dos resultados, faz-se uma análise das abordagens adotadas e uma discussão das consequências das simplificações efetuadas correntemente nas normas de projeto de estruturas de obras costeiras.

Palavras-chave: Amarração de navios, defensas, *dolphins*, análise estática não linear, análise dinâmica linear.

ABSTRACT

The operational safety of a port terminal is ensured by the appropriate limitation of movements of berthed vessels during their loading and unloading operations. In such operations, the main forces acting on a vessel come from environmental sources. The displacement restrictions on the horizontal plane are given through mooring lines and fenders, which comprise the vessels' mooring system. The current practice on the design of civil port structures is based on the relevant international standards, which prescribe the computation of the mooring forces (lines' tension and fenders' compression) through simplified methods. These methods invariably consist of a linear static analysis that decouples the vessel's movements and does not consider the relative stiffness of its elements. The purpose of this work is to investigate the forces in mooring systems through the development of more advanced (hierarchically superior) models, namely, a nonlinear static model and a linear dynamics model, and compare their results against those of the simplified methods. The models are applied to a case study of a natural gas' regasification terminal at the Port of Barcarena, Pará (Brazil), consisting of a Floating Storage Regasification Unit (FSRU) permanently berthed at dolphins and subjected to environmental wind and current loads. For the static model, the nonlinearities considered are both physical (such as the fenders´ compression stiffness and buckling-column-type behavior) and geometrical (caused by the slacking of the mooring lines and the occasional loss of contact between the vessel and the fenders). The resulting system of nonlinear equations is iteratively solved through a Newton-Raphson scheme. For the dynamics model, in turn, we formulate the problem in the frequency domain taking into account the oscillatory nature of the environmental loadings. To this aim, the system´s stiffness is linearized around the equilibrium configuration (under mean wind and current loads) as determined by the previous (nonlinear static) model. Then, with the hydrodynamic coefficients of added mass and damping, it is possible to compute the system´s natural frequencies and mode shapes at such configuration, all of which known to be frequent-dependent. Finally, the dynamic displacements and their maximum values are estimated through stochastic and statistical theories, respectively. For comparison purposes, the same input parameters as used in both models were adopted to compute the mooring system´s forces through the simplified, linear static methods prescribed by the international standards. A thorough assessment of the results as obtained with each modeling approach is performed. We then discuss the consequences of using the simplified methods in the current design practice of such coastal structures.

Keywords: Mooring lines, marine fenders, dolphins, nonlinear static analysis, linear dynamic analysis

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Portos Organizados no Brasil. 29
Figura 2: Dolphin de atracação/amarração (à dir.) deslocado dos dolphins de amarração (à esq.), Dampier, Western Australia 30
Figura 3: Estrutura discreta composta por dolphins de atracação e amarração e plataforma de carregamento. 31
Figura 4: Terminal de Regaseificação de LNG em Delimara, Malta. 32
Figura 5: Movimentos de um navio. 33
Figura 6: (a) "Quick Release Hooks", (b) Cabeço em "Tee" e (c) Cabeço em "Horn". 34
Figura 7: Equipamentos de amarração no convés. 34
Figura 8: Arranjo de amarração e nomenclatura dos cabos. 35
Figura 9: Defensas do tipo Cone Fender (a), Cell Fender (b) e Leg Fender (MV) (c) e suas respectivas curvas Reação / Energia Absorvida vs Deformação. 36
Figura 10: Decomposição das forças de amarração. 42
Figura 11: Decomposição das forças na defensa - vista superior. 42
Figura 12: Equilíbrio estático no cg do navio de acordo com a ROM 2.0-11 [8]. 43
Figura 13: Grupos de cabos do Método 2 – ROM 2.0-11 [8]. 44
Figura 14: Configurações de equilíbrio possíveis para resultante das ações no sentido de aproximação do navio à estrutura – traveses, springs e defensas (sup.) e springs e defensas (inf.). 46
Figura 15: Deslocamentos do navio no centro de gravidade e em uma coordenada genérica. Os cabos não estão representados por simplicidade. 49
Figura 16: Representação vetorial de um cabo de amarração i. 51
Figura 17: Curva força x deformação para diferentes materiais de cabo. 52
Figura 18: Compressão da defensa devido ao deslocamento do navio: vista lateral (esq.) e vista superior (dir.). 53
Figura 19:Representação vetorial da reação de uma defensa j. 54
Figura 20: Definição da força de arrasto devida ao vento e suas componentes. 59
Figura 21: Definição da força de pressão devido à corrente e suas componentes. 60
Figura 22: Relação entre o coeficiente de pressão de corrente na direção transversal $C_{DC,T}$ e a relação profundidade/calado (h/D). 62
Figura 23: Definição da força de atrito devido à corrente e suas componentes. 62
Figura 24: Configuração de amarração do tipo side-by-side. 65
Figura 25:(a) seção longitudinal, (b) planta e (c) seção transversal de navios LNGC com tanque esférico (esq.) ou em membrana (dir.). 65
Figura 26: Dimensões de uma embarcação. 66
Figura 27: Geometria dos dolphins e navio em estudo. 67
Figura 28: Curva força x deformação do cabo de HMPE ("Dyneema") adotado. 68
Figura 29: Curva força x deformação da alça de fibra sintética adotada. 68
Figura 30: Curva Reação x Deformação (em termos da Rmáx) da defensa tipo SCK-Cell Fender. 69

Figura 31: Convenção adotada para os ângulos de incidência das ações ambientais e ações resultantes no centro de gravidade da embarcação, com base na ROM 2.0-11 [8] 70
Figura 32: Linearização da rigidez da defensa tipo SCK Cell Fender adotada 79
Figura 33: Análise do movimento de surge. 93
Figura 34: Tração nos cabos com a variação do surge ($v = \theta = 0$). 93
Figura 35: Reação nas defensas com a variação do surge ($v = \theta = 0$). 93
Figura 36: (a) Momento resultante, (c) componente em x e (b) em y das reações resultantes no cg do navio com a variação do surge ($v = \theta = 0$). 94
Figura 37: Análise do movimento de sway. 95
Figura 38: Tração nos cabos com a variação do sway ($u = \theta = 0$). 95
Figura 39: Compressão nas defensas com a variação do sway ($u = \theta = 0$). 95
Figura 40: Componente em y das reações totais resultantes no cg do navio com a variação do sway ($u = \theta = 0$). 96
Figura 41: Análise do movimento de yaw. 97
Figura 42: Tração nos cabos com a variação do yaw ($u = v = 0$). 97
Figura 43: Reação nas defensas com a variação do yaw ($u = v = 0$). 97
Figura 44: Componente em y (esq.) e em x (cent.) das reações e momento resultantes (dir.) no cg do navio com a variação do yaw ($u = v = 0$). 98
Figura 45: Detalhe do comportamento das componentes (a) em x, (c) em y das reações resultantes e (b) momento resultante no cg do navio com a variação do yaw ($u = v = 0$) 98
Figura 46: Coeficientes de massa adicional $a11$ (esq.) e amortecimento $b11$(dir.) para o movimento de Surge. 114
Figura 47: Coeficientes de massa adicional $a22$ (esq.) e amortecimento $b22$ (dir.) para o movimento de Sway. 114
Figura 48: Coeficientes de massa adicional $a66$ (esq.) e amortecimento $b66$ (dir.) para o movimento de Yaw 115
Figura 49: Coeficientes de massa adicional $a26$ (esq.) e amortecimento $b26$ (dir.) para os movimentos acoplados de Sway e Yaw. 115
Figura 50: Densidades espectrais de velocidade de vento segundo Ochi-Shin, Davenport, Harris-DnV e Harris Modificado, considerando vento médio de Vv = 27,2 m/s (600s). 124
Figura 51: Espectro de potência de forças de vento na situação de máxima tração dos cabos, com velocidade média de $Vv, 600$=27,2 m/s e força estática de FV1=2798,3 kN. 127
Figura 52: Espectro de potência de forças de vento na situação de máxima compressão das defensas, com velocidade média de $Vv, 600$=27,2 m/s e força estática de FV1=2377,2 kN. 128
Figura 53:Situação de máxima tração do navio em estudo. 137
Figura 54: Variação das frequências naturais de acordo com a frequência oscilatória 137
Figura 55: Variação dos períodos naturais de acordo com a frequência oscilatória 138
Figura 56: Variação do 1º Modo com a frequência oscilatória (sup.) e imagem ilustrativa (inf.). 139
Figura 57: Variação do 2º Modo com a frequência oscilatória (sup.) e imagem ilustrativa (inf.). 139
Figura 58: Variação do 3º Modo com a frequência oscilatória (sup.) e imagem ilustrativa (inf.). 140
Figura 59: Módulo da função de resposta em surge (sup. esq.) sway (sup. dir.) e yaw (inf.). 141

Figura 60: Espectro de potência (esq.) e de amplitude (dir.) de deslocamento em surge. 141
Figura 61: Espectro de potência (esq.) e de amplitude (dir.) de deslocamento em sway. 142
Figura 62: Espectro de potência (esq.) e de amplitudes (dir.) de deslocamento em yaw. 142
Figura 63: Espectro de amplitude de deslocamento sem amortecimento em surge (sup.), sway (cent.) e yaw (inf.). 143
Figura 64: Situação de máxima compressão das defensas do navio em estudo. 146
Figura 65: Variação das frequências naturais de acordo com a frequência oscilatória 147
Figura 66: Variação dos períodos naturais de acordo com a frequência oscilatória 147
Figura 67: Variação do 1º Modo com a frequência oscilatória (sup.) e imagem ilustrativa (inf.). 148
Figura 68: Variação do 2º Modo com a frequência oscilatória (sup.) e imagem ilustrativa (inf.). 149
Figura 69: Variação do 3º Modo com a frequência oscilatória (sup.) e imagem ilustrativa (inf.). 149
Figura 70: Módulo da função de resposta em surge (sup. esq.) sway (sup. dir.) e yaw (inf.). 150
Figura 71: Espectro de potência (esq.) e de amplitudes (dir.) de deslocamento em surge. 151
Figura 72: Espectro de potência (esq.) e de amplitudes (dir.) de deslocamento em sway. 151
Figura 73: Espectro de potência (sup.) e de amplitudes (inf.) de deslocamento em yaw. 151
Figura 74: Espectro de amplitude de deslocamento sem amortecimento em surge. 152
Figura 75: Espectro de amplitude de deslocamento sem amortecimento em sway (sup.) e yaw (inf.). 153
Figura 76: Variação das frequências naturais de acordo com a frequência oscilatória 157
Figura 77: Variação dos períodos naturais de acordo com a frequência oscilatória 157
Figura 78: Variação do 1º Modo com a frequência oscilatória inicial (sup. esq.) e final (sup. dir.) e imagem ilustrativa (inf.). 158
Figura 79: Variação do 2º Modo com a frequência oscilatória inicial (sup. esq.) e final (sup. dir.) e imagem ilustrativa (inf.). 159
Figura 80: Variação do 3º Modo com a frequência oscilatória inicial (sup. esq.) e final (sup. dir.) e imagem ilustrativa (inf.). 159
Figura 81: Módulo da função de resposta em surge para as nove iterações (esq.) e inicial/final (dir.). 160
Figura 82: Módulo da função de resposta em sway para as nove iterações (esq.) e inicial/final (dir.). 161
Figura 83: Módulo da função de resposta em yaw para as nove iterações (esq.) e inicial/final (dir.). 161
Figura 84: Espectro de potência de deslocamento para as nove iterações (sup. esq.) e inicial/final (sup. dir.) e espectro de amplitudes (inf.) em surge. 162
Figura 85: Espectro de potência de deslocamento para as nove iterações (esq.) e inicial/final (dir.) em sway. .. 162
Figura 86:Espectro de amplitudes para as nove iterações em sway. 163
Figura 87: Espectro de potência de deslocamento para as nove iterações (sup. esq.) e inicial/final (sup. dir.) e espectro de amplitudes (inf.) em yaw. 163
Figura 88: Espectro de amplitude de deslocamento sem amortecimento em surge (sup. esq.), sway (sup. dir.) e yaw (inf.). 165

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Características Geométricas do Navio em Estudo – Parte 1 66
Tabela 2: Características Geométricas do Navio em Estudo – Parte 2 66
Tabela 3: Características geométricas da estrutura 67
Tabela 4: Coordenadas dos cabeços e buzinas do navio onde estão amarrados os cabos. 69
Tabela 5: Coordenadas das defensas no alinhamento dos dolphins 70
Tabela 6: Cálculo das forças externas de vento – Situações de Afastamento 71
Tabela 7: Cálculo das forças externas de vento – Situações de Aproximação 71
Tabela 8: Cálculo das forças externas de pressão de corrente – Situações de Afastamento. 72
Tabela 9: Cálculo das forças externas de pressão de corrente – Situações de Aproximação. 72
Tabela 10: Cálculo das forças externas de atrito de corrente – Situações de Afastamento 73
Tabela 11: Cálculo das forças externas de atrito de corrente – Situações de Aproximação 73
Tabela 12: Resultantes máximas das ações de vento e corrente – Situações de Afastamento 74
Tabela 13: Resultantes máximas das ações de vento e corrente – Situações de Aproximação 74
Tabela 14: Tração nos cabos (em kN) para as ações extremas de afastamento com $\gamma D = 1,5$ 76
Tabela 15: Compressão nas defensas (em kN) para as ações extremas de aproximação com $\gamma D = 1,0$ – Hipótese: 4 defensas comprimidas 78
Tabela 16: Compressão nas defensas (em kN) para as ações extremas de aproximação com $\gamma D = 1,0$ – Hipótese: 3 defensas comprimidas 78
Tabela 17: Compressão nas defensas (em kN) para as ações extremas de aproximação com $\gamma D = 1,0$ – Hipótese: 2 defensas comprimidas 79
Tabela 18: Compressão nas defensas (em kN) para as ações extremas de aproximação com $\gamma D = 1,5$ – Hipótese: 4 defensas comprimidas 80
Tabela 19: Compressão nas defensas (em kN) para as ações extremas de aproximação com $\gamma D = 1,5$ – Hipótese: 3 defensas comprimidas 80
Tabela 20: Verificação da defensa adotada (em kN) – 3 defensas comprimidas, com $\gamma D = 1,5$ 81
Tabela 21 Reações dos cabos e das defensas no navio após a pré-tensão 82
Tabela 22: Deslocamentos do centro de gravidade oriundos da pré-tensão 83
Tabela 23: Posição do centro de gravidade do navio após a pré-tensão 83
Tabela 24: Tração nos cabos (em kN) para as ações críticas – Situações de Afastamento, com $\gamma D = 1,5$ 84
Tabela 25: Ações ambientais resultantes para $\alpha_V = \alpha_C = 0^o$ ($\gamma D = 1,5$) 84
Tabela 26: Reações provenientes dos cabos e defensas para $\alpha_V = \alpha_C = 0^o$ ($\gamma D = 1,5$) 85
Tabela 27: Deslocamentos do centro de gravidade do navio nas direções x e y e rotação em torno do eixo z para $\alpha_V = \alpha_C = 0^o$ ($\gamma D = 1,5$) 85
Tabela 28: Ações ambientais resultantes para $\alpha_V = \alpha_C = 90^o$ ($\gamma D = 1,5$) 86
Tabela 29: Reações provenientes dos cabos e defensas para $\alpha_V = \alpha_C = 90^o$ ($\gamma D = 1,5$) 86
Tabela 30: Deslocamentos do centro de gravidade do navio nas direções x e y e rotação em torno do eixo z para $\alpha_V = \alpha_C = 90^o$ ($\gamma D = 1,5$) 86

Tabela 31: Ações ambientais resultantes para α_V = 120º e α_C = 90º (γD = 1,5) 87
Tabela 32: Reações provenientes dos cabos e defensas para α_V = 120º e α_C = 90º (γD = 1,5) 87
Tabela 33: Deslocamentos do centro de gravidade do navio nas direções x e y e rotação em torno do eixo z para α_V = 120º e α_C = 90º (γD = 1,5) 87
Tabela 34: Compressão nas defensas (em kN) para as ações críticas – Situações de Aproximação, com γD = 1,5 88
Tabela 35: Tração nos cabos (em kN) para as ações críticas – Situações de Aproximação, com γD = 1,5 89
Tabela 36: Ações ambientais resultantes para α_V =240º e α_C = 270º (γD = 1,5) 89
Tabela 37: Valor absoluto da deformação das defensas para α_V =240º e α_C = 270º (γD = 1,5) 89
Tabela 38: Deslocamentos do centro de gravidade do navio nas direções x e y e rotação em torno do eixo z para α_V =240º e α_C = 270º (γD = 1,5) 89
Tabela 39: Reações provenientes dos cabos e defensas para α_V =240º e α_C = 270º (γD = 1,5) 90
Tabela 40: Ações ambientais resultantes para α_V =240º e α_C = 180º (γD = 1,5) 91
Tabela 41: Reações provenientes dos cabos e defensas para α_V =240º e α_C = 180º (γD = 1,5) 91
Tabela 42: Deslocamentos do centro de gravidade do navio nas direções x e y e rotação em torno do eixo z para α_V =240º e α_C = 180º (γD = 1,5) 91
Tabela 43: Cálculo das forças externas de vento – Vv = 27,2 m/s 105
Tabela 44: Resultantes críticas das ações de vento e corrente – Vv = 27,2 m/s 105
Tabela 45: Posição de equilíbrio para as resultantes críticas – Vv = 27,2 m/s 106
Tabela 46: Reações dos cabos e defensas para δ_x=0,01m (α_V =90º e α_C = 90º) 108
Tabela 47: Rigidez devido a deslocamento longitudinal δ_x=0,01m (α_V =90º e α_C = 90º) 108
Tabela 48: Reações dos cabos e das defensas para δ_y=0,01m (α_V =90º e α_C = 90º) 109
Tabela 49: Rigidez devido a deslocamento transversal δ_y=0,01m (α_V =90º e α_C = 90º) 109
Tabela 50: Reações dos cabos e das defensas para δ_θ= $1\cdot10^{-5}$ rad (α_V =90º e α_C = 90º) 109
Tabela 51: Rigidez devido à rotação δ_θ= $1\cdot10^{-5}$ rad (α_V =90º e α_C = 90º) 110
Tabela 52: Reações dos cabos e das defensas para δ_x=0,01m (α_V =240º e α_C = 270º) 110
Tabela 53: Rigidez devido a deslocamento longitudinal δ_x=0,01m (α_V =240º e α_C = 270º) 110
Tabela 54: Reações dos cabos e das defensas para δ_y= -0,01m (α_V =240º e α_C = 270º) 111
Tabela 55: Rigidez devido a deslocamento transversal δ_y= -0,01m (α_V =240º e α_C = 270º) 111
Tabela 56: Reações dos cabos e das defensas para δ_θ= $1\cdot10^{-5}$ rad (α_V =240º e α_C = 270º) 111
Tabela 57: Rigidez devido a rotação δ_θ= $1\cdot10^{-5}$ rad (α_V =240º e α_C = 270º) 112
Tabela 58: Dados do navio utilizado para determinação do coeficientes hidrodinâmicos 114
Tabela 59: Resumo dos deslocamentos. 144
Tabela 60: Resumo das máximas trações nos cabos [kN]. 144
Tabela 61: Esforços de compressão nas defensas [kN]. 144
Tabela 62: Deslocamentos máximos nas rigidezes final e inicial 145
Tabela 63: Esforços de tração nos cabos. 146
Tabela 64: Esforços de compressão nas defensas. 146
Tabela 65: Resumo dos deslocamentos. 153
Tabela 66: Resumo das máximas trações nos cabos [kN]. 154

Tabela 67: Esforços de compressão nas defensas [kN]. 154
Tabela 68: Esforços de trações nos cabos para cada iteração [kN]. 155
Tabela 69: Esforços de compressão nas defensas para cada iteração [kN]. 155
Tabela 70: Deslocamentos do centro de gravidade para cada iteração. 156
Tabela 71: Componentes da matriz de rigidez para cada iteração. 156
Tabela 72: Resumo dos deslocamentos. 166
Tabela 73: Resumo das máximas trações nos cabos. 166
Tabela 74: Esforços de compressão nas defensas. 166

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BIEM	Método de integração de equações de contorno (*Boundary Integral Equation Method*)
FS	Fator de Segurança (*Safety Factor)*
FSRU	Unidade de armazenagem e regaseificação flutuante de gás natural liquefeito (*Floating Storage and Regasification Unit*).
HMPE	Polietileno de alta densidade (*High-Modulus Polyethylene*)
LBP	Comprimento entre perpendiculares da embarcação (*Length Between Perpendiculars*)
LNG	Gás natural liquefeito (*Liquefied Natural Gas*)
LNGC	Navio metaneiro (*Liquefied Natural Gas Carrier*)
LOA	Comprimento total da embarcação (*Length Overall*)
LPM	Trecho reto paralelo da embarcação (*Length of Parallel Middle body*)
MIT	*Massachusetts Institute of Technology*
MBL	Carga de ruptura do cabo (*Minimum Breaking Load*)
SWL	Carga de trabalho do cabo (*Safe Working Load*)
UHMWPE	Polietileno de Ultra Alto Peso Molecular (*UHMWPE -Ultra High Molecular Weight Polyethylene*)

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área da superfície considerada
$A_{C,L}$	Área projetada submersa longitudinal
$A_{C,T}$	Área projetada submersa transversal
$A_{fC,L}$	Área superficial submersa longitudinal
$A_{fC,T}$	Área superficial submersa transversal
$a_{m,i}$	Coordenada longitudinal da buzina do cabo de amarração *i*
$A_{m,i}$	Área da seção transversal do cabo *i*
$A_{V,L}$	Área projetada emersa longitudinal do navio
$A_{V,T}$	Área projetada emersa transversal do navio
$a(\omega)$	Massa adicional hidrodinâmica do grau de liberdade do navio analisado
$\boldsymbol{a}(\omega)$	Matriz de massa adicional hidrodinâmica do navio analisado
B	Boca da embarcação (*Beam*)
$b_{f,j}$	Coordenada longitudinal do eixo da defensa *j*
$\boldsymbol{b}_{f,j}$	Braço da defensa *j* ao CG do navio
$\boldsymbol{b}_{m,i}$	Braço do cabo *i* ao CG do navio
$b(\omega)$	Coeficiente de amortecimento do grau de liberdade do navio analisado
$\boldsymbol{b}(\omega)$	Matriz de amortecimento do navio analisado
c	Rigidez do grau de liberdade do navio analisado
C	Coeficiente de arrasto da superfície do mar/terreno,
$C_{DC,L}(\alpha_C)$	Coeficiente adimensional de pressão na direção longitudinal
$C_{DC,T}(\alpha_C)$	Coeficiente adimensional de pressão na direção transversal
C_{DV}	Coeficiente de arrasto aerodinâmico
$C_{DV,L}(\alpha_V)$	Coeficiente adimensional de arrasto aerodinâmico na direção longitudinal
$C_{DV,T}(\alpha_V)$	Coeficiente adimensional de arrasto aerodinâmico na direção transversal
C_{fC}	Coeficiente adimensional de atrito
CG	Centro de gravidade
c_n	Amplitude de cada componente harmônica de uma série temporal
D	Calado da embarcação (*Draft*)
Dmáx	Calado máximo da embarcação (*Maximum Draft*)
Dmín	Calado mínimo da embarcação (*Minimum Draft*)
$E_{f,j}$	Módulo de elasticidade da defensa *j*
$E_{m,i}$	Módulo de elasticidade do cabo *i*

f	Frequência das oscilações [Hz]
$F_{Cat,L}(\alpha_C)$	Força média longitudinal de atrito de corrente resultante no cg do navio
$F_{Cat,T}(\alpha_C)$	Força média transversal de atrito de corrente resultante no cg do navio
$F_{Cp,L}(\alpha_C)$	Força média longitudinal de pressão de corrente resultante no cg do navio
$F_{Cp,T}(\alpha_C)$	Força média transversal de pressão de corrente resultante no cg do navio
$f_{ext,x}$	Forças externas no cg do navio na direção *x*
$f_{ext,y}$	Forças externas no cg do navio na direção *y*
$F(t)$	Força externa que varia no tempo
$\boldsymbol{F}(t)$	Vetor de forças externas que variam no tempo
F_V	Parcela média total da força devida ao vento (1ª e 2ª ordem)
F_{V1}	Parcela de força média do vento relacionada a termos de 1ª ordem
F_{V3}	Parcela de força média do vento relacionada a termos de 2ª ordem
$f_v(t)$	Parcela flutuante total da força devida ao vento
$F_v(t)$	Força de vento total (média + flutuante)
$F_{V,L}(\alpha_V)$	Força de vento média resultante no cg do navio na direção longitudinal
$F_{V,T}(\alpha_V)$	Força de vento média resultante cg do navio na direção transversal
$f_{v2}(t)$	Parcela flutuante linear de força de vento
$f_{v3}(t)$	Parcela flutuante quadrática de força de vento
$f(\alpha_V)$	Função seno ou cosseno de α_V
g	Fator de pico
g_x, g_y, g_θ	Fator de pico em *surge*, *sway* e *yaw*
h	Profundidade do local
h_e	Altura do elastômero da defensa
h_f	Altura total da defensa (elastômero + painel)
$\boldsymbol{H}(\omega)$	Matriz de função de resposta em frequência complexa
$\boldsymbol{H}^*(\omega)^T$	Matriz de função de resposta em frequência complexa conjugada transposta
I_{ZZ}	Momento de inércia do *yaw* do navio
k	Número de traveses tracionados
$\boldsymbol{k}$	Matriz de rigidez do navio
$\hat{\boldsymbol{k}}$	Vetor unitário na direção *z*
$k_{alça}$	Coeficiente de rigidez da alça
k_{cabo}	Coeficiente de rigidez do cabo
$K_{C,e}(\alpha_C)$	Coeficiente adimensional de excentricidade do calado do navio
$k_{f,j}$	Coeficiente de rigidez da defensa *j*
$k_{m,i}$	Coeficiente de rigidez do conjunto cabo+alça *i*

$\boldsymbol{K_T}$	Matriz de rigidez tangente
$K_{V,e}(\alpha_V)$	Coeficiente adimensional de excentricidade do calado aéreo do navio
k_{xx}	Rigidez ao *surge*
k_{xy}, k_{yx}	Rigidez acoplada *surge* e *sway*
$k_{x\theta}, k_{\theta x}$	Rigidez acoplada *surge* e *yaw*
k_{yy}	Rigidez ao *sway*
$k_{y\theta}, k_{\theta y}$	Rigidez acoplada *sway* e *yaw*
$k_{\theta\theta}$	Rigidez ao *yaw*
$\ell_{m,i}$	Comprimento final do vetor do cabo+alça *i*
$\ell_{malça,i}$	Comprimento final da alça *i*
$\ell_{mcabo,i}$	Comprimento final do cabo *i*
$\ell_{0alça,i}$	Comprimento inicial da alça *i*
$\ell_{0cabo,i}$	Comprimento inicial do cabo *i*
$\ell_{0m,i}$	Comprimento inicial do vetor do cabo *i*
$l_{0m,i}$	Comprimento inicial do cabo *i*
m	Massa do grau de liberdade do navio analisado
$\boldsymbol{m}$	Matriz de massa (inércia) do navio analisado
MBL	Carga de ruptura do cabo (*Minimum Breaking Load*)
$M_{CG,Cp}(\phi_{C,p})$	Momento de pressão de corrente médio resultante cg do navio
$M_{CG,V}(\phi_V)$	Momento de vento médio resultante cg do navio
m_{ext}	Momentos externos no cg do navio
$\boldsymbol{m}_{f,j}$	Matriz de momentos no cg do navio devido à compressão da defensa *j*
$m_{fz,j}$	Momento em torno de *z* no cg do navio devido à compressão da defensa *j*
$\boldsymbol{m}_{m,i}$	Matriz de momentos no cg do navio devido à tração no cabo *i*
$m_{mz,j}$	Momento em torno do eixo *z* no cg do navio devido à tração do cabo *i*
$\mathbf{M_{RZ}}$	Momento em torno do eixo *z* resultante dos elementos do sistema de amarração
m_0	Momento espectral de ordem 0 (área do espectro de potências)
m_2	Momento espectral de ordem 2
$Q_{m,i}$	Força normal no cabo *i*
$\mathbf{R}$	Reações resultantes dos elementos do sistema de amarração
$\boldsymbol{R}$	Função vetorial (ou vetor generalizado) do Método de Newton
$R_{C,p}(\alpha_C)$	Força de pressão resultante de corrente
$r_{f,j}$	Reação da defensa *j*
$\boldsymbol{r}_{f,j}$	Vetor reação da de

$R_{\mid L}$	Força ambiental média resultante longitudinal
$R_{\mid M}$	Momento resultante das forças ambientais médias
r_{max}	Reação máxima da defensa *j*
$R_{\mid T}$	Força ambiental média resultante transversal
$R_V(\alpha_V)$	Força de arraste resultante de vento
$\mathbf{R_X}$	Componente longitudinal resultante dos elementos do sistema de amarração
$\mathbf{R_Y}$	Componente transversal resultante dos elementos do sistema de amarração
$\mathbf{R_Z}$	Componente vertical resultante dos elementos do sistema de amarração
$R(\tau)$	Função de autorcorrelação
s	Número de defensas comprimidas
$S_{F_{V2}}$	Espectro de potência de forças de vento – termo linear
$S_{F_{V3}}$	Espectro de potência de forças de vento – termo quadrático
S_{F_w}	Espectro de potência de forças de vento total
$\boldsymbol{S_{Fw}}$	Matriz dos espectros de potências de forças de vento
$\boldsymbol{S_u}$	Espectro de potências de deslocamento
S_{V_w}	Espectro de potência de velocidades do vento
S_{xx}	Espectro de deslocamento em *surge*
S_{xy}, S_{yx}	Espectro de deslocamento cruzado entre *surge* e *sway*
$S_{x\theta}, S_{\theta x}$	Espectro de deslocamento cruzado entre *surge* e *yaw*
S_{yy}	Espectro de deslocamento em *sway*
$S_{y\theta}, S_{\theta y}$	Espectro de deslocamento cruzado entre *sway* e *yaw*
$S_{\theta\theta}$	Espectro de deslocamento em *yaw*
T	Período de medição da amostra
T	Pontal da embarcação (*Depth*)
$t_{m,i}$	Força de tração no cabo *i*
$\boldsymbol{t}_{m,i}$	Vetor de força de tração no cabo *i*
t_0	Pré-tensão nos cabos
u	Deslocamento longitudinal de um ponto qualquer do navio
$\boldsymbol{u}$	Vetor deslocamento dos graus de liberdade do navio
$\dot{\boldsymbol{u}}$	Vetor velocidade dos graus de liberdade do navio
$\ddot{\boldsymbol{u}}$	Vetor aceleração dos graus de liberdade do navio
$\bar{u}$	Deslocamentos médios
u_{cg}	Deslocamento longitudinal do centro de gravidade do navio
$\overline{u_{cg}}$	Deslocamento longitudinal médio do cg do navio devido à parcela constante do vento e corrente.

$u_{cg,max}$	Deslocamento longitudinal máximo do centro de gravidade do navio
u_d	Deslocamento dinâmico máximo
u_{max}	Deslocamento total máximo (médio + dinâmico)
$\boldsymbol{u_n}$	Ponto qualquer da função $\boldsymbol{R}$ do Método de Newton
$\boldsymbol{u_0}$	Ponto conhecido da função $\boldsymbol{R}$ do Método de Newton
v	Deslocamento transversal de um ponto qualquer do navio
V_C	Velocidade média da corrente
v_{cg}	Deslocamento transversal do centro de gravidade do navio
$\overline{v_{cg}}$	Deslocamento transversal médio do cg do navio devido à parcela constante do vento e corrente
$v_{cg,max}$	Deslocamento transversal máximo do centro de gravidade do navio
$\boldsymbol{v_{m,i}}$	Versor do cabo *i*
$\boldsymbol{V}_{m,i}$	Vetor do cabo *i*
$v_{mx,i}$	Versor do cabo *i* na direção *x*
$v_{my,i}$	Versor do cabo *i* na direção *y*
$v_{mz,i}$	Versor do cabo *i* na direção *z*
$v(t)$	Velocidade flutuante do vento
V_V	Velocidade média do vento de rajada (30 s) a 10m acima da superfície d´água
V_v	Velocidade média do vento (10 min) a 10m acima da superfície d´água
$V_v(t)$	Velocidade total do vento (flutuante + média)
x	Eixo paralelo à direção longitudinal de acostagem (positivo sentido proa)
$x_{B,i}$	Coordenada longitudinal do cabeço (*bollard*) do cabo *i*
$x_{C,i}$	Coordenada longitudinal da buzina (*chock*) do cabo *i*
$x_{C,j}$	Coordenada longitudinal do casco do navio em contato com a defensa *j*
$x_{cg,R}$	Coordenada longitudinal do centro de gravidade na posição de referência
$x_{f,j}$	Coordenada longitudinal da defensa *j*
x_R	Coordenada longitudinal de um ponto na posição de referência
y	Eixo transversal à estrutura de acostagem (positivo lado mar)
$y_{B,i}$	Coordenada transversal do cabeço (*bollard*) do cabo *i*
$y_{C,i}$	Coordenada transversal da buzina (*chock*) do cabo *i*
$y_{C,j}$	Coordenada transversal do casco do navio em contato com a defensa *j*
$y_{cg,R}$	Coordenada transversal do centro de gravidade na posição de referência
$y_{f,j}$	Coordenada transversal da defensa *j*
y_R	Coordenada transversal de um ponto na posição de referência
z	Eixo vertical (positivo para cima)

$z_{B,i}$	Coordenada vertical do cabeço (*bollard*) do cabo *i*
$z_{C,i}$	Coordenada vertical da buzina (*chock*) do cabo *i*
$z_{C,j}$	Coordenada vertical do casco do navio em contato com a defensa *j*
$z_{cg,R}$	Coordenada vertical do centro de gravidade na posição de referência
$z_{f,j}$	Coordenada vertical da defensa *j*
z_R	Coordenada vertical de um ponto na posição de referência
$\boldsymbol{Z}(\omega)$	Matriz de impedância
α_C	Ângulo de incidência da corrente em relação ao eixo longitudinal do navio
$\alpha_{m,i}$	Ângulo da projeção do cabo *i* no plano horizontal
α_V	Ângulo de incidência do vento em relação ao eixo longitudinal do navio
$\beta_{m,i}$	Ângulo vertical entre o cabo *i* e a projeção horizontal
γ_D	Coeficiente de amplificação dinâmica
$\boldsymbol{\delta}$	Vetor incremento de deslocamento do Método de Newton
δ_j	Deformação na defensa *j x*
δ_x	Pequeno deslocamento na direção *x*
δ_y	Pequeno deslocamento na direção *y*
δ_θ	Pequena rotação
Δ	Massa de água deslocada pelo navio (Deslocamento do navio)
$\Delta l_{m,i}$	Incremento de alongamento do cabo *i*
$\Delta \ell_{m,i}$	Variação do comprimento do vetor do cabo *i*
$\Delta m_{fz,j}$	Variação do momento devido à defensa *j*
$\Delta m_{mz,i}$	Variação do momento devido ao cabo *i*
ΔM_Z	Variação total de momento do cabo/defensa
$\Delta Q_{f,j\|L}$	Componente longitudinal à estrutura da reação da defensa *j*
$\Delta Q_{f,j\|T}$	Componente transversal à estrutura da reação da defensa *j*
$\Delta Q_{m,i}$	Incremento da força normal no cabo *i*
$\Delta Q_{m,i\|L}$	Componente longitudinal do incremento da força normal no cabo *i*
$\Delta Q_{m,i\|T}$	Componente transversal do incremento da força normal no cabo *i*
$\Delta Q_{m,i\|V}$	Componente vertical do incremento da força normal no cabo *i*
ΔR	Variação total na reação do cabo/defensa
ΔR_X	Componente da variação total na reação do cabo/defensa na direção *x*
ΔR_Y	Componente da variação total na reação do cabo/defensa na direção *y*
$\Delta \mathbf{r_{f,j}}$	Variação do esforço de compressão na defensa *j*
$\Delta t_{m,i}$	Variação do esforço de tração no cabo *i*

$\Delta\delta_{fc,j}$	Deformação da defensa *j*
$\Delta\omega$	Intervalo de discretização da frequência [rad/s]
$\varepsilon_{u,alça}$	Alongamento último da alça
$\varepsilon_{u,cabo}$	Alongamento último do cabo
θ	Rotação no plano horizontal do cg do navio
$\bar{\theta}$	Rotação média no cg do navio devido à parcela constante do vento e corrente
θ_{max}	Rotação máxima no cg do navio c
$\mu_{f,j}$	Coeficiente de atrito da defensa *j*
υ	Viscosidade cinemática da água
$\upsilon_x, \upsilon_y, \upsilon_\theta$	Frequências de zero ascendentes de *surge*, *sway* e *yaw*
$\rho_{água}$	Densidade da água
ρ_{ar}	Densidade do ar
σ	Desvio-padrão do deslocamento dinâmico
σ_x, σ_y, σ_θ	Desvio-padrão do deslocamento dinâmico em *surge*, *sway* e *yaw*
ϕ_{Cat}	Ângulo da força de atrito resultante de corrente
ϕ_{Cp}	Ângulo da força de pressão resultante de corrente
ϕ_n	Ângulo de fase aleatório $[0,2\pi]$
ϕ_V	Ângulo da força de arrasto resultante do vento
ω	Frequência das oscilações [rad/s]

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 29
1.1. Conceitos Gerais 29
1.2. Motivação 36
1.3. Objetivo Geral do Trabalho 38
1.4. Estrutura do Texto 39
1.5. Notação e Convenções Adotadas 39
2. MODELO ESTÁTICO 41
2.1. Modelo Estático Linear 41
2.2. Modelo Estático Não Linear 47
2.3. Carregamentos Estáticos 58
3. ESTUDO DE CASO POR ANÁLISE ESTÁTICA 65
3.1. Apresentação do caso 65
3.2. Ações ambientais 70
3.3. Resultados e Discussões – Modelo Estático 75
3.4. Conclusões sobre os Modelos Estáticos 99
4. MODELO DINÂMICO 101
4.1. Considerações Iniciais 101
4.2. Equação de Movimento 103
4.3. Análise no Domínio da Frequência 124
5. ESTUDO DE CASO POR ANÁLISE DINÂMICA 137
5.1. Situação de Máxima Tração nos Cabos (α_V = 90º e α_C = 90º) 137
5.2. Situação de Máxima Compressão nas Defensas (α_V = 240º e α_C = 270º) 146
5.3. Situação de Máxima Compressão nas Defensas – Reavaliação do Sistema 155
5.4. Conclusões sobre o Modelo Dinâmico 167
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS 171
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 173

1. INTRODUÇÃO

1.1. Conceitos Gerais

A área portuária tem papel fundamental na economia do Brasil, pois é o principal modal utilizado na exportação e importação de mercadorias. Segundo dados do Ministério da Infraestrutura [1], o Brasil possui 8,5 mil quilômetros de costas navegáveis e conta com 37 portos organizados (cujo tráfego e operações portuárias estão sob jurisdição de autoridade portuária) e 144 terminais de uso privado (instalação portuária explorada mediante autorização). A Figura 1 ilustra a distribuição dos portos organizados no país.

Figura 1: Portos Organizados no Brasil.

Fonte: Ministério da Infraestrutura, 2020 [1].

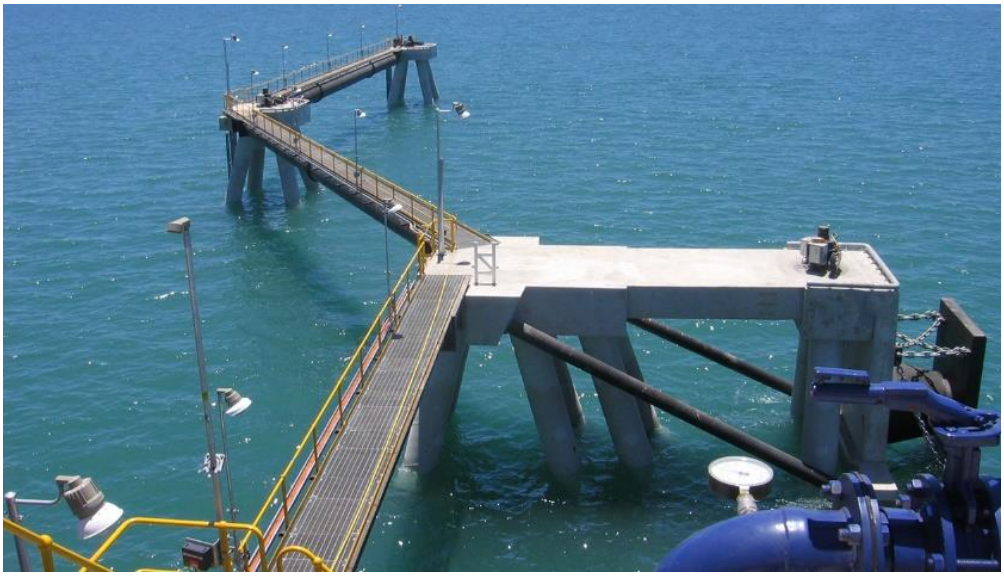
Segundo Alfredini [2], o conceito de porto está relacionado ao abrigo da embarcação em relação a ventos, ondas e correntes de modo a viabilizar o acesso à costa através de uma obra ou estrutura de acostagem. Nesta estrutura, devem ser previstos pontos de amarração para os cabos da embarcação a fim de reduzir seus movimentos durante a operação portuária. Outro aspecto importante é a predição de defensas, que são dispositivos responsáveis por proteger tanto a estrutura quanto a embarcação do impacto de atracação.

As estruturas de acostagem são classificadas como contínuas ou discretas. A escolha do sistema estrutural depende do tipo de mercadoria movimentada, denominada vocação do terminal, e dos equipamentos de carga e descarga. As estruturas contínuas são formadas por uma plataforma principal com função de prover acesso à embarcação, suporte a equipamentos, atracação e amarração das embarcações. Já as estruturas discretas são compostas por diversos elementos que assumem

individualmente as funções supracitadas. Há ainda a possibilidade da utilização de ambas as estruturas, como acontece frequentemente na readequação de obras contínuas existentes à modernização da indústria naval. Com o constante aumento de tamanho das embarcações, o comprimento da plataforma deixa de comportar uma amarração adequada. Neste cenário, estruturas discretas complementares à obra contínua existente são uma ótima solução do ponto de vista econômico e de desempenho.

Nesse contexto, os *dolphins* são estruturas discretas responsáveis por suportar cargas provenientes da amarração ou atracação das embarcações. Usualmente, são conectados por passarelas para permitir o acesso de pessoas, como ilustrado na Figura 2.

Figura 2: *Dolphin* de atracação/amarração (à dir.) deslocado dos *dolphins* de amarração (à esq.), *Dampier, Western Australia*

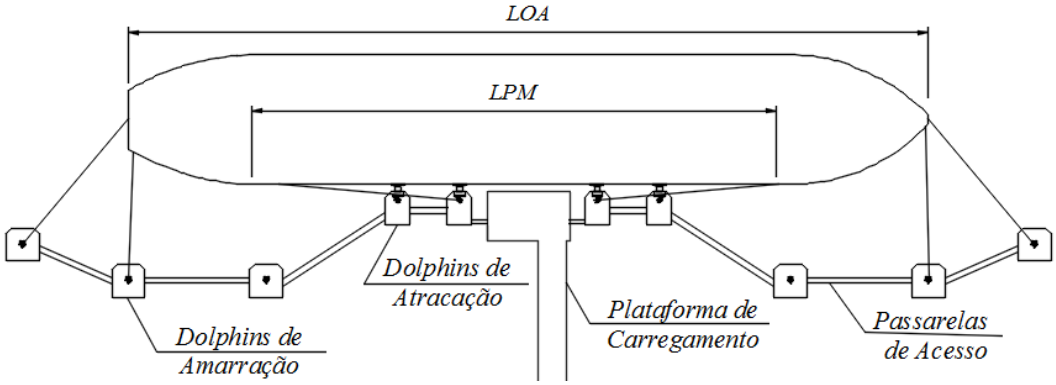


Fonte: Madsen Giersing Consulting Engineers[1].

Segundo Gaythwaite [3], caso a carga seja exclusivamente de amarração, a estrutura deve ser deslocada para trás (direção transversal à frente de atracação) cerca de 35 a 50m em relação às de atracação. Essa prática faz com que os ângulos verticais dos cabos sejam os menores possíveis (no máximo 25º), aumentando a sua eficiência. Devem ser utilizados no mínimo dois *dolphins* de atracação, distribuídos simetricamente em relação ao centro de gravidade do navio, em uma distância de 25 a 40% do comprimento total da embarcação (*LOA – Length Overall*). Essa medida garante que as defensas permaneçam em contato com o trecho reto do navio paralelo às mesmas (*LPM - Length of Parallel Mid-body*), como indicado na Figura 3.

[1] Disponível em <https://madsengiersing.com.au/portfolio/dampier-bulk-liquids-berth/>. Acesso em fev. 2020.

Figura 3: Estrutura discreta composta por *dolphins* de atracação e amarração e plataforma de carregamento.



Fonte: Autora.

A maior vantagem dessa concepção estrutural é seu menor custo em comparação às obras contínuas. Entretanto, seu uso como estrutura principal é restrito a terminais com equipamentos fixos, cujas principais vocações são granéis sólidos e líquidos. Outro aspecto negativo desse sistema estrutural é a dificuldade de readequação à alteração do porte da embarcação máxima ou mesmo a sua restrição quanto à variação do porte de embarcações que podem ser atracadas, uma vez que a geometria do terminal é definida em termos das dimensões de um certo tipo de navio.

Dentre os terminais de granéis líquidos, destacam-se os de gás natural liquefeito (*Liquefied Natural Gas - LNG*). Nos casos de extração em reservas marítimas ou importação, o gás natural é resfriado a temperaturas menores que -161°C e transportado em sua forma líquida por navios metaneiros denominados *LNGC* (*Liquefied Natural Gas Carrier*) até os terminais receptores. Nestes, ocorre a armazenagem, regaseificação da forma líquida para a forma gasosa e a distribuição do *LNG* através de gasodutos. As etapas de armazenagem e regaseificação podem ser feitas através de infraestrutura instalada em terra ou em unidade flutuante (*Floating Storage and Regasification Unit - FSRU*). De acordo com a *International Gas Union (IGU)* [4], as maiores vantagens da unidade flutuante são seu menor investimento inicial em relação à terrestre e a sua rapidez de instalação. Esta unidade consiste em um navio do tipo *LNGC* que, além de armazenar, é capaz de regaseificar o *LNG* para então distribuí-lo em rede de gasodutos. Desta forma, a *FSRU* fica permanentemente acostada no terminal e recebe o gás líquido proveniente dos navios *LNGC*.

Segundo Granada [5], no terminal, a operação de descarga é do tipo *side-by-side*: o navio *LNGC* carregado ancora paralelamente à *FSRU* e a transferência do gás líquido é feita através de braços criogênicos flexíveis. Para garantir a segurança da operação, o *LNGC* é amarrado lateralmente à *FSRU* e eventualmente aos *dolphins* mais distantes, como ilustra a Figura 4. Entre as duas embarcações, existem defensas flutuantes para a proteção de impacto e atrito de ambos os navios.

Figura 4: Terminal de Regaseificação de *LNG* em Delimara, Malta.

Fonte: Shibata Fender Team[2]

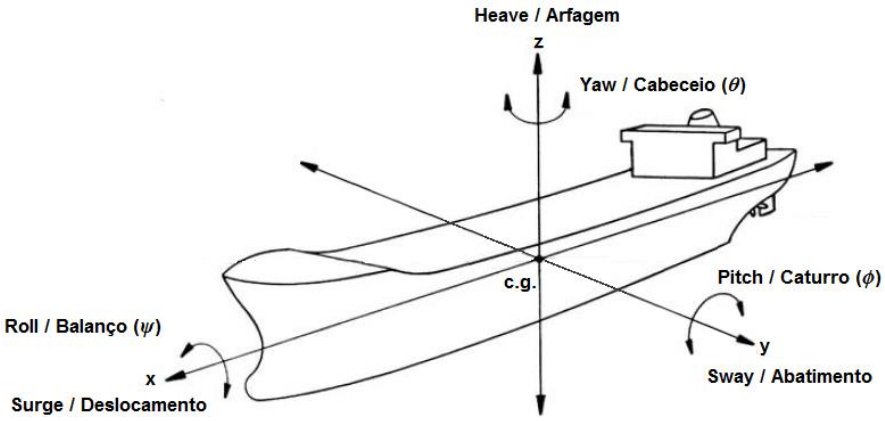
A segurança operacional de um terminal portuário é garantida pela adequada redução da amplitude dos movimentos das embarcações, assegurando a eficiência das operações de carga e descarga. Caso haja uma restrição ineficiente dos movimentos, podem surgir problemas de custo direto como danos à carga, ruptura ou fadiga dos equipamentos de atracação, ruptura dos elementos de amarração, colisão entre embarcações ou entre a embarcação e a estrutura de acostagem. Há também problemas de custos indiretos, como a interrupção da atividade portuária durante a reparação das estruturas e equipamentos danificados. Ou ainda, riscos à vida humana, como acidentes causados por ruptura de cabos de amarração. Portanto, é essencial o conhecimento do sistema de forma a aumentar a segurança e confiabilidade operacional do terminal e reduzir custos e necessidade de manutenção.

No que diz respeito aos movimentos, uma embarcação flutuando livremente, idealizada como um corpo rígido, possui seis graus de liberdade em relação ao seu centro de gravidade, sendo três de translação e três de rotação, como indicado na Figura 5. De acordo com Gaythwaite [6] e Alfredini [2], os modos de translação são denominados deslocamento, abatimento e arfagem (em inglês: *surge*, *sway* e *heave*) e os de rotação são cabeceio, balanço e caturro (em inglês: *yaw*, *roll* e *pitch*).

Segundo os mesmos autores ([2] e [6]), os movimentos efetivamente restringidos pelos cabos de amarração e defensas em um navio acostado são o *surge*, o *sway* e o *yaw*, que são os desenvolvidos no plano horizontal. Assim sendo, suas frequências de oscilação são relacionadas à rigidez do sistema de amarração. Os demais movimentos *heave*, *pitch* e *roll* são restauradores de forças hidrostáticas e suas frequências naturais estão relacionadas à flutuabilidade.

[2] Disponível em: < https://www.shibata-fender.team/en/references >. Acesso em dez. 2019.

Figura 5: Movimentos de um navio.



Fonte: Gaythwaite [6] (Adaptada)

O sistema de amarração é composto por cabos, defensas, embarcação e estrutura de acostagem. Os cabos de amarração são usualmente constituídos de aço ou fibras sintéticas e amarram o navio à estrutura. Segundo a *Oil Companies International Marine Forum* (OCIMF) [7], caso o material do cabo seja muito rígido, como o aço e o polietileno de alta densidade *(HMPE - High-Modulus Polyethylene),* é conveniente o uso de alça de material mais flexível na ponta do cabo para proporcionar maior elasticidade ao sistema. A vantagem da alça é que a embarcação responde mais livremente às cargas externas, o que reduz os esforços dinâmicos e tende a distribuir mais uniformemente as cargas entre os cabos. Entretanto, se a alça for muito flexível, os movimentos do navio podem exceder os limites tolerados pelas operações de carga e descarga. Assim, adotam-se materiais de módulo de elasticidade moderado a alto, como por exemplo o poliéster e a poliamida (nylon).

A amarração dos cabos na estrutura se dá por intermédio de equipamentos fixos, como os cabeços (*bollards*) ou ganchos de desengate rápido (*quick-release hooks*). Os primeiros são estruturas de aço de formatos diversificados com extremidade alargada ou saliências para evitar que os cabos escorreguem. Os mais comuns são o formato de “T” (*Tee*) ou de “chifre” (*Horn*), como ilustra a Figura 6. Caso a tração nos cabos fixados ao cabeço exceda a sua capacidade especificada, o mesmo rompe. Assim, ele atua como um “fusível”, protegendo a estrutura de acostagem de maiores danos. Já os ganchos de desengate rápido são equipamentos mais sofisticados que promovem segurança adicional, pois cada equipamento possui ganchos com sensores de monitoramento de tensão. É recomendado que seja amarrado um cabo por gancho e, caso um cabo esteja muito tracionado, um operador à distância pode liberá-lo rapidamente, evitando maiores danos.

Já no navio, os cabos passam pelas buzinas (*chocks*) localizados no casco e, então, são assegurados por equipamentos no convés como guinchos de ancoragem (*mooring winch*) e cabeços duplos. Os mesmos estão ilustrados na Figura 7.

Figura 6: (a) “Quick Release Hooks”, (b) Cabeço em “Tee” e (c) Cabeço em “Horn”.

Fonte: Catálogo Trelleborg.

Figura 7: Equipamentos de amarração no convés.

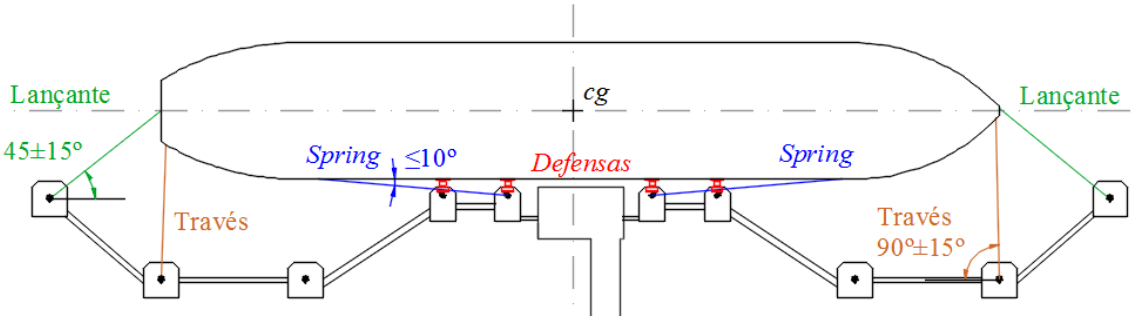
Fonte: OCIMF [7].

O arranjo dos cabos de amarração tem como objetivo a eficiente restrição dos movimentos da embarcação, permitindo rapidez e segurança às operações de amarração, soltura e pré-tensão. Gaythwaite [3] menciona alguns princípios básicos para a escolha da geometria do arranjo. As linhas devem ser dispostas de maneira mais simétrica possível em relação ao centro geométrico da embarcação, com ângulos verticais menores do que 25º em situação de lastro e maré máxima. Deve ser utilizado o menor número de cabos possível, todos de mesmo material e com comprimentos mínimos de 35 a 50m. Sua nomenclatura depende da geometria adotada, sendo classificados como lançantes, traveses e *springs*. Os lançantes formam um ângulo de 45±15º com um eixo paralelo à frente de atracação passando pelo cabeço. Já os traveses formam um ângulo de 90±15º com o mesmo eixo e os *springs* são o mais

paralelo possível ao eixo longitudinal, formando um ângulo de no máximo 10º. A Figura 8 detalha a referida geometria.

Além dos princípios supracitados, a norma espanhola *Recomendaciones para Obras Marítimas* (ROM 2.0-11) [8] faz observações adicionais em relação à disposição do ponto de amarração dos cabos na embarcação. É indicado que traveses sejam situados o mais próximo possível da proa/popa, enquanto os lançantes devem ser dispostos nas mesmas. Já para os *springs*, recomenda-se que os mesmos sejam amarrados em pontos distantes de cerca de ¼ do comprimento total do navio da popa/proa. De maneira geral, os cabos não devem se cruzar em nenhum momento. Orienta-se o uso de no mínimo um cabo de cada tipo, sendo permitida a adoção de mais elementos de modo a compatibilizar os carregamentos solicitantes com as resistências comercialmente disponíveis. A Figura 8 ilustra um arranjo com seis cabos.

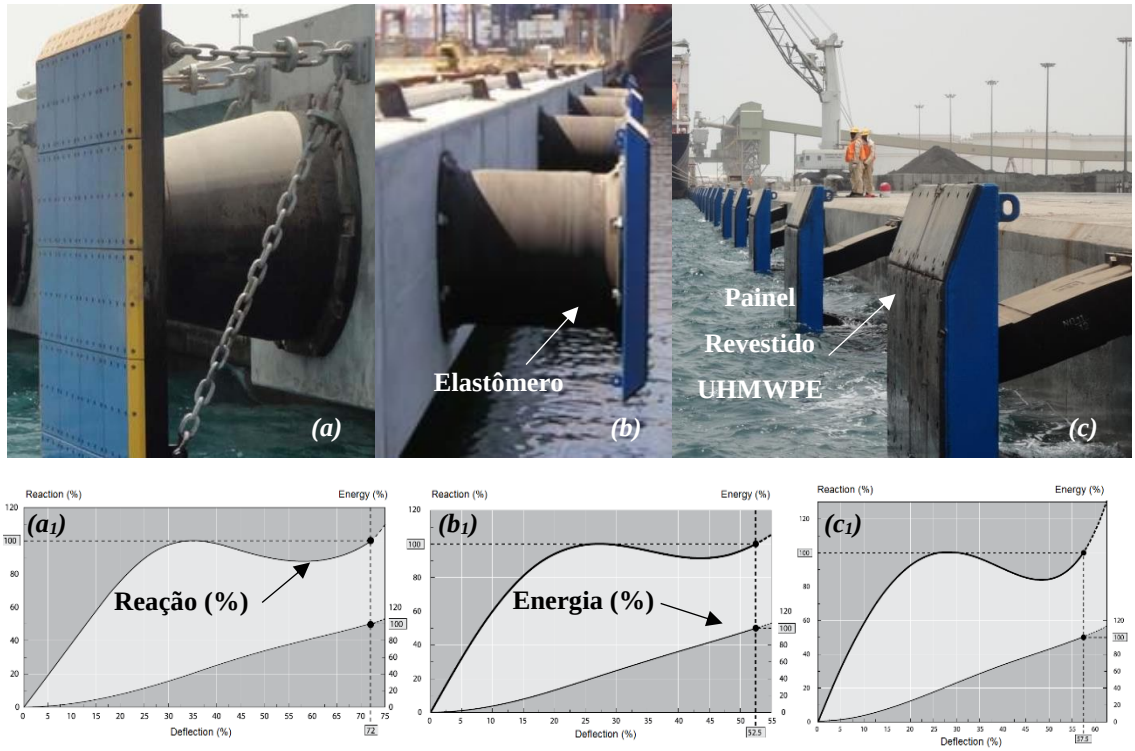
Figura 8: Arranjo de amarração e nomenclatura dos cabos.



Fonte: Autora.

Por fim, as defensas têm como papel reduzir a pressão da estrutura de atracação sobre o casco do navio e fornecer certa restrição ao movimento longitudinal (i.e., *surge*) através de forças de atrito. Em terminais portuários de grandes embarcações, as defensas são compostas por elementos elastoméricos com painéis fixados em suas extremidades. De acordo com Gaythwaite [3], os elastômeros podem ser de diversos formatos (cone, cilindro, arcos, etc.) e possuem comportamento não linear, com grande rigidez inicial mas com amolecimento e instabilidade (por flambagem) após determinada deformação. Além de equilibrar o sistema de amarração, as defensas são responsáveis por absorver a energia de atracação. Os painéis têm a função de aumentar a área de contato entre o elastômero e o navio, reduzindo a pressão no casco. Usualmente, são revestidos com material de baixo coeficiente de atrito, como por exemplo Polietileno de ultra alto peso molecular (*UHMWPE -Ultra High Molecular Weight Polyethylene*). A Figura 9 ilustra alguns modelos de defensas, bem como suas curvas de reação/energia absorvida *vs* deformação fornecidas pelo fabricante que descrevem o comportamento não linear.

Figura 9: Defensas do tipo Cone Fender (a), Cell Fender (b) e Leg Fender (MV) (c) e suas respectivas curvas Reação / Energia Absorvida vs Deformação.



Fonte: Catálogo Trelleborg.

1.2. Motivação

De acordo com Gaythwaite [3] e Tsinker [9], os principais agentes responsáveis pela excitação da embarcação atracada são as ações ambientais como vento, ondas, correntes e marés. Outras fontes são as ações resultantes da própria operação portuária, como o trânsito de embarcações nas proximidades, a variação de calado durante a carga/descarga e a geometria adotada para o arranjo dos cabos.

Neste cenário, a própria definição das ações por si só já é um desafio. As ambientais (como ventos, ondas e correntes) possuem caráter estocástico e devem ser tratadas com teorias estatísticas que descrevam e representem a sua natureza. As ações referentes ao trânsito de navios ocorrem devido ao gradiente de pressões ao redor da embarcação (efeitos de campos de pressão) e são fortemente influenciadas pela geometria da área portuária como batimetria, taludes ou mesmo a existência de estruturas fechadas de cais contínuos. Seu cálculo se dá através da análise hidrodinâmica da embarcação por meio de modelos computacionais complexos de campos de pressão em função do tempo. No que diz respeito às operações de carga e descarga, pode haver grandes mudanças no calado da embarcação dependendo da vocação do terminal, ainda mais quando associadas a locais com grande variação de maré (Gaythwaite,[3][6]).

Na prática atual de projeto estrutural de portos, as normatizações determinam os esforços de amarração (tração nos cabos e reação nas defensas) de maneira simplificada. Esta se caracteriza por análises estáticas lineares baseadas em alturas de ondas e velocidades/direções de ventos e correntes em uma configuração fixa pré-determinada de uma embarcação. Os procedimentos desacoplam os movimentos da embarcação, podem desprezar a rigidez relativa de seus elementos e não contemplam a mudança de geometria do sistema. Quando se trata de amarração do tipo *side-by-side*, como pode ser o caso dos terminais de *LNG*, as orientações são ainda mais escassas. No Brasil, a única norma referente ao assunto era a *NBR 9782:1987 – Ações em estruturas portuárias, marítimas ou fluviais – Procedimento* [10], que foi cancelada em 2015 por não atender ao estado atual do conhecimento. É necessário, então, recorrer à normatização internacional, como a norma espanhola ROM (*Recomendaciones para Obras Marítimas*) [8] e a britânica British Standard (*BS 6349:2014 – Maritime Works)* [11], além de recomendações e estudos realizados pela PIANC *(World Association for Waterborne Transport Infrastructure*) [12] e pelo OCIMF [7].

A abordagem ideal seria através de uma análise dinâmica analítica rigorosa envolvendo as ações ambientais e de operação portuária, os movimentos do navio e a resposta do sistema de amarração. Entretanto, a mesma envolve um alto grau de complexidade. Primeiramente, cada um dos seis graus de liberdade da embarcação possui uma equação que descreve seu movimento. Estas equações são acopladas e devem ser resolvidas simultaneamente. Há ainda a questão da massa adicional. De acordo com Haro [13], quando a água no entorno do navio é acelerada pelo deslocamento do mesmo, gera forças inerciais suplementares além da sua própria massa física. Este efeito é conhecido como massa adicional hidrodinâmica e, além de variar com a frequência de oscilação do navio e com a distância livre entre a quilha e o solo, é diferente para cada grau de liberdade. Outra etapa é determinar o coeficiente de amortecimento. De acordo com Gaythwaite [3], movimentos de alta frequência têm seu amortecimento associado a ondas criadas pelo próprio deslocamento do navio, enquanto que, em baixas frequências, a principal fonte de amortecimento é a força de arrasto no casco do navio. Por fim, estabelece-se a rigidez do sistema. A mesma é conferida pelo sistema de amarração e apresenta comportamento não linear, devido ao afrouxamento dos cabos, à eventual perda de contato com os elementos de atracação e à própria natureza mecânica das defensas. Portanto, não só a descrição das equações de movimento da dinâmica clássica, como também a sua solução analítica, torna-se um desafio.

Outra abordagem possível para estudar os movimentos do sistema dinâmico de um navio atracado se dá por intermédio de modelos físicos. A partir de representações em escala reduzida, deve-se representar toda (ou ao menos boa parte de) a bacia portuária, incluindo a batimetria e estruturas existentes, e reproduzir a rigidez dos cabos e defensas. Os modelos hidráulicos possuem capacidade de gerar ondas aleatórias em diferentes direções, variações de corrente e até mesmo efeitos de vento. À vista disso, é possível a realização de diversas análises acerca das ações e otimização econômica do

arranjo estrutural e de amarração. Entretanto, esse tipo de abordagem possui alto custo e demanda muito tempo pois, além do período de geração e análise de resultados, é necessário estudo prévio para coletar as informações locais e calibrar o modelo reduzido.

Neste cenário, em meio a modelos estáticos simplificados, dinâmicos complexos ou físicos sofisticados, vê-se necessário o estudo das limitações, complexidade e implicações de diferentes metodologias. Com esta perspectiva, devem-se analisar alternativas que se aproximem da realidade física do problema sem perder o foco da prática corrente do projeto estrutural de obras portuárias.

1.3. Objetivo Geral do Trabalho

O objetivo desta pesquisa de mestrado é investigar os esforços do sistema de amarração de navios, dados pela compressão das defensas e tração dos cabos, sob a ótica de análises estática não linear e dinâmica linear em estruturas discretas de amarração como os *dolphins*. Em particular, será investigada a configuração de um navio, uma *FSRU*, acostado permanentemente em terminal de gás natural liquefeito (*LNG)* do Porto de Barcarena/PA, Brasil.

Em um primeiro momento, busca-se construir modelos para um navio com hierarquia mais baixa a fim de se entender o comportamento global do sistema e validar os resultados que serão obtidos subsequentemente com modelos mais sofisticados. Nesse contexto, este trabalho apresenta a elaboração de um modelo estático não linear que considera não só a rigidez relativa dos cabos de amarração e a reação (não linear) das defensas elastoméricas, como também a mudança de geometria do sistema (e consequente alteração de sua rigidez) causada pela perda de contato entre o navio e as defensas e pelo afrouxamento dos cabos. Para efeito de comparação, serão utilizados os mesmos parâmetros em um cálculo simplificado (estático linear) conforme prescrito pela norma espanhola *Recomendaciones para Obras Marítimas (ROM 2.0-11)* [8].

Por fim, será apresentada a metodologia e os resultados de uma análise dinâmica linearizada no domínio da frequência. Neste caso, o primeiro passo é definir a equação de movimento. Então, a rigidez do sistema é linearizada a partir da posição do navio sob as ações médias de vento e corrente, cuja determinação é feita por meio do modelo estático não linear. Como mencionado anteriormente, os coeficientes hidrodinâmicos de massa adicional e amortecimento variam com a frequência de oscilação. Estes são, então, determinados por meio de programa computacional especializado, e sua influência sobre o sistema é avaliada. De posse desses dados, o sistema é caracterizado por meio de análise modal. Por fim, a ação dinâmica do vento é tratada por meio de teorias estocásticas, bem como os deslocamentos dinâmicos resultantes. Seus valores máximos são estimados por meio de teorias estatísticas. Ao final, faz-se uma comparação das abordagens adotadas e discutem-se as consequências das simplificações utilizadas pelas normas atuais na prática corrente de projeto estrutural de obras costeiras.

Este trabalho complementa o desenvolvido por Barros [14]. Na ocasião, o autor elaborou um modelo estático não linear para o caso de um petroleiro atracado em um cais contínuo. O modelo estático não linear aqui proposto, diferentemente do autor, considera a rigidez não linear das defensas. Além do mais, a análise dinâmica linear realizada no domínio da frequência aqui desenvolvida leva em conta aspectos como deslocamento médio, rigidez localmente linearizada, bem como o método direto de resolução no domínio da frequência e determinação dos valores máximos instantâneos por meio de teorias estatísticas.

1.4. Estrutura do Texto

Esta dissertação está organizada em sete capítulos, sendo o primeiro introdutório ao estudo. No capítulo 2, apresentam-se o modelo estático linear conforme a norma espanhola acima mencionada, a formulação do modelo estático não linear desenvolvido e os procedimentos de cálculo das ações estáticas externas, também preconizados pela norma espanhola. O capítulo 3 consiste na exposição do estudo de caso e sua caracterização segundo a abordagem estática. Ainda neste, os resultados obtidos em ambas as análises estáticas do estudo de caso são apontados e discutidos. O capítulo 4 define o estudo de caso segundo a abordagem dinâmica, apresenta a metodologia aplicada à resolução da equação de movimento no domínio da frequência, através de teorias estocásticas e estatísticas, e a caracterização do sistema por meio de análise modal. O capítulo 5 expõe e discute os resultados obtidos. Por fim, no capítulo 6 serão feitas algumas considerações finais sobre este trabalho e indicações de trabalhos futuros.

1.5. Notação e Convenções Adotadas

A notação utilizada ao longo do texto será composta por letras latinas e gregas em itálico ($a, b, \ldots A, B, \ldots, \alpha, \beta, \ldots$) para representar grandezas escalares, e em negrito-itálico ($\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \ldots \boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \ldots, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \ldots$) para vetores e matrizes, conforme o contexto. Os produtos escalar e vetorial entre dois vetores $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ são indicados por $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$, respectivamente. A norma de um vetor $\boldsymbol{a}$ é indicada por $\|\boldsymbol{a}\| = \sqrt{\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a}}$. Em relação às funções, uma função escalar f referenciada em termos de x, y e z é designada por $\hat{f}(x, y, z)$, e uma vetorial $\boldsymbol{F}$ é designada por $\boldsymbol{F}(x, y, z)$. Entretanto, no momento de sua definição, a primeira é indicada apenas por $f(x, y, z)$. Por fim, será adotada a notação $\dot{x}$ para designar a derivada da grandeza escalar x em relação ao tempo e, analogamente, $\dot{\boldsymbol{x}}$ para o vetor $\boldsymbol{x}$.

2. MODELO ESTÁTICO

2.1. Modelo Estático Linear

Os modelos analíticos estáticos, tanto lineares quanto não lineares, baseiam-se em uma simplificação da natureza dinâmica das ações, na qual se estabelece o equilíbrio entre o valor médio das ações ambientais e as ações restauradoras produzidas pelos cabos e defensas. Como explanado anteriormente, o sistema de amarração é responsável por restringir os movimentos horizontais de translação longitudinal e transversal ao eixo do navio (*surge* e *sway*) e de rotação em torno do centro de gravidade (*yaw*). O modelo linear aqui utilizado segue as prescrições da norma espanhola ROM 2.0-11 [8], que é referência internacional no projeto de estruturas civis portuárias. Neste, a distribuição dos esforços entre os cabos e defensas depende unicamente da geometria e propriedades constitutivas do arranjo adotado. Nesta abordagem, não há acoplamento entre as equações de equilíbrio da embarcação.

2.1.1. Esforços nos Cabos de Amarração

Como dito acima, os esforços nas amarrações dependem essencialmente de sua geometria. Seja um cabo *i* com força normal $Q_{m,i}$, cujo índice m refere-se à amarração (*mooring line*). O incremento de seu esforço normal ($\Delta Q_{m,i}$) pode ser escrito em termos de suas componentes longitudinal, transversal e vertical ($\Delta Q_{m,i|L}$, $\Delta Q_{m,i|T}$ e $\Delta Q_{m,i|V}$), como ilustrado na Figura 10 e de acordo com as eqs. (2.1) a (2.3):

$$\Delta Q_{m,i|L} = \Delta Q_{m,i}\ \cos\alpha_{m,i}\ \cos\beta_{m,i}\,, \tag{2.1}$$

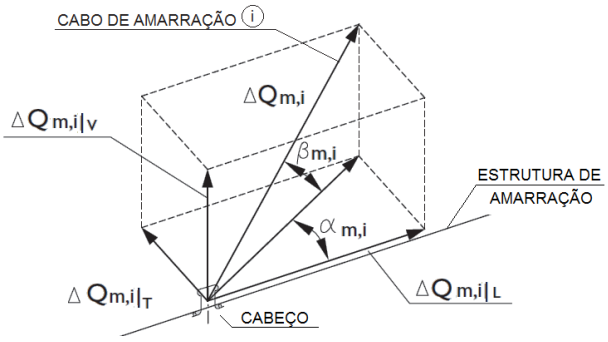
$$\Delta Q_{m,i|T} = \Delta Q_{m,i}\ \operatorname{sen}\alpha_{m,i}\ \cos\beta_{m,i}\,, \tag{2.2}$$

$$\Delta Q_{m,i|V} = \Delta Q_{m,i}\ \sin\beta_{m,i}\,. \tag{2.3}$$

onde $\alpha_{m,i}$ é o ângulo da projeção do cabo *i* no plano horizontal com um eixo paralelo à estrutura de amarração e $\beta_{m,i}$ o ângulo vertical entre o cabo *i* e a projeção horizontal, como ilustrado na Figura 10. O incremento de esforço pode ser escrito ainda em função do módulo de elasticidade ($E_{m,i}$), da área da seção transversal ($A_{m,i}$), do incremento de alongamento do cabo ($\Delta l_{m,i}$) e de seu comprimento inicial ($l_{0m,i}$):

$$\Delta Q_{m,i} = E_{m,i}\, A_{m,i}\, \frac{\Delta l_{m,i}}{l_{0m,i}}\,. \tag{2.4}$$

Figura 10: Decomposição das forças de amarração.



Fonte: ROM 2.0 – 11 [8] (Adaptada)

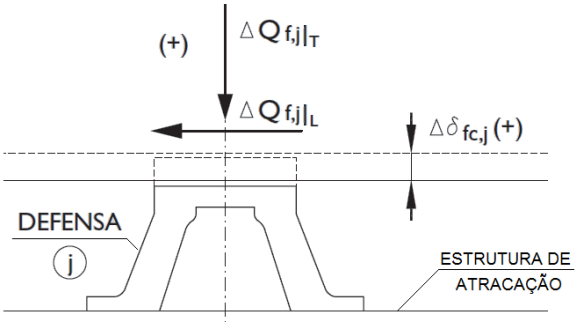
2.1.2. Esforços nas Defensas

As reações das defensas dependem essencialmente da sua compressão. Seja uma defensa *j*; sua reação possui uma componente transversal à estrutura de amarração, $\Delta Q_{\mathrm{f,j}|T}$, cujo índice f identifica a defensa (*fender*) como elemento analisado. Esta componente é função da sua rigidez ($k_{\mathrm{f,j}}$) e deformação nessa direção ($\Delta\delta_{\mathrm{fc,j}}$). Aqui, o índice c refere-se à compressão. Por fim, a componente longitudinal é uma função dos parâmetros anteriores e do coeficiente de atrito ($\mu_{\mathrm{f,j}}$), como indicado na Figura 11 e pelas eqs. (2.5) e (2.6):

$$\Delta Q_{f,j|T} = k_{f,j}\,\Delta\delta_{fc,j}\,, \tag{2.5}$$

$$\Delta Q_{f,j|L} = \mu_{f,j}\,\Delta Q_{f,j|T} = \mu_{f,j}\,k_{f,j}\,\Delta\delta_{fc,j}\,. \tag{2.6}$$

Figura 11: Decomposição das forças na defensa - vista superior.



Fonte: ROM 2.0 - 11 [8] (Adaptada)

2.1.3. *Equações de Equilíbrio Estático*

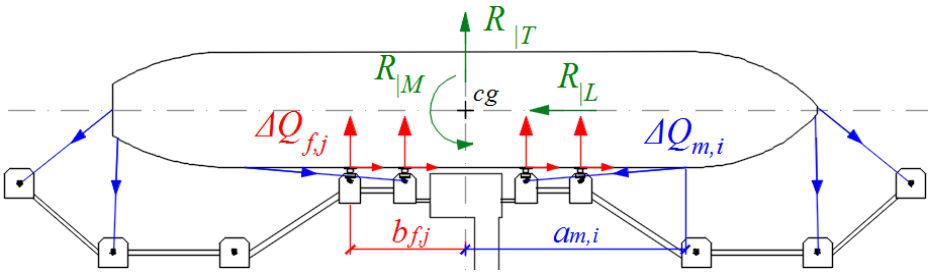
O sistema embarcação-amarração-defensa-estrutura estará em equilíbrio estático quando as forças ambientais resultantes longitudinais, transversais e o momento ($R_{|L}$, $R_{|T}$ e $R_{|M}$, respectivamente, tomados em termos de seus valores médios estáticos) se igualarem às respectivas forças restauradoras dos cabos e defensas (i.e., seu incremento de esforço normal), como ilustrado na Figura 12. As resultantes de força e momento são considerados atuando no centro de gravidade da embarcação. No equilíbrio do momento, a norma espanhola considera apenas as componentes transversais das forças restauradoras, desprezando as longitudinais. Adotando como origem o centro de gravidade da embarcação, a coordenada longitudinal da buzina do cabo de amarração i é denominada $a_{m,i}$ e do eixo da defensa j é designada $b_{f,j}$. Dessa forma, as equações de equilíbrio podem ser escritas da seguinte forma:

$$\sum_i \Delta Q_{m,i|L} + \sum_j \Delta Q_{f,j|L} = R_{|L}\,, \tag{2.7}$$

$$\sum_i \Delta Q_{m,i|T} + \sum_j \Delta Q_{f,j|T} = R_{|T}\,, \tag{2.8}$$

$$\sum_i \Delta Q_{m,i|T}\, a_{m,i} + \sum_j \Delta Q_{f,j|T}\, b_{f,j} = R_{|M}. \tag{2.9}$$

Figura 12: Equilíbrio estático no cg do navio de acordo com a ROM 2.0-11 [8].



Fonte: Autora.

Os alongamentos dos cabos de amarração e a compressão das defensas, responsáveis pelas forças restauradoras, dependem dos deslocamentos longitudinal (u_{cg}) e transversal (v_{cg}) da embarcação e da rotação em torno do eixo vertical que passa pelo seu centro de gravidade (θ):

$$\Delta l_{m,i} = f_i\left(u_{cg}\,, v_{cg}\,, \theta\right), \tag{2.10}$$

$$\Delta \delta_{fc,j} = f_j\left(u_{cg}\,, v_{cg}\,, \theta\right). \tag{2.11}$$

A solução do sistema de equações (2.7)-(2.9), com (2.1)-(2.6) e (2.10)-(2.11), não é tão simples quanto parece, pois a determinação das Eq. (2.10) e (2.11) é laboriosa. Para facilitar a prática de projeto, a norma ROM 2.0-11 [8] propõe algumas simplificações que serão detalhadas a seguir.

2.1.4. Método Simplificado

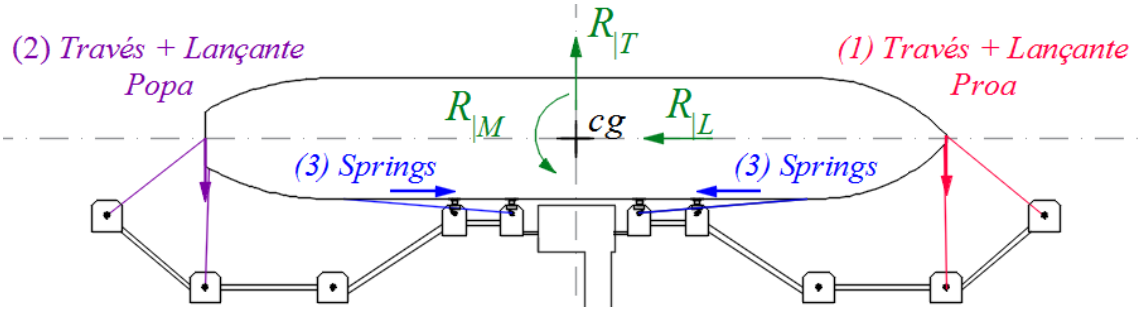
Os métodos simplificados procuram estimar os máximos esforços nos elementos que compõem o sistema de amarração de maneira que os resultados obtidos estejam a favor da segurança. À vista disso, para cada configuração geométrica e de ações externas, a norma ROM 2.0-11 [8] propõe um método diferente.

Primeiramente, será analisado o caso de uma embarcação atracada lateralmente em *dolphins* e submetida a ações externas horizontais cuja resultante atua no sentido de afastá-la da estrutura de acostagem. Neste cenário, é considerado que apenas os cabos atuam como agentes restauradores do movimento, não havendo contribuição das defensas. A norma espanhola prevê três métodos de cálculo para este caso.

O Método 1 considera que a componente longitudinal do carregamento resultante seja equilibrada apenas pelos *springs*, enquanto a componente transversal e o momento são equilibrados apenas pelos traveses de proa e popa ou, se não existirem, pelos lançantes. De maneira análoga, o Método 2 também considera que as ações longitudinais são equilibradas apenas pelos *springs*, mas, tanto os lançantes quanto os traveses contribuem para o equilíbrio das ações transversais e momento. Por fim, o Método 3 é um caso particular do anterior, sendo válido apenas para certas condições climáticas e arranjos de amarração determinados pela norma espanhola. Assim, as equações propostas neste último são empíricas e não utilizam a geometria dos cabos em estudo em sua formulação. Neste trabalho, será utilizado o Método 2, pois o mesmo considera a contribuição de todos os cabos e o arranjo adotado, sendo, portanto, mais geral.

Para a aplicação do Método 2, é necessário que todos os cabos tenham as mesmas propriedades geométricas e de resistência. O procedimento consiste em dividir os cabos em três grupos: (1) traveses e lançantes de proa, (2) traveses e lançantes de popa e (3) *springs*, como ilustrado na Figura 13.

Figura 13: Grupos de cabos do Método 2 – ROM 2.0-11 [8].



Fonte: Autora.

Desta maneira, resulta que o alongamento/encurtamento e, portanto, o incremento de carga, é igual para todos os cabos do mesmo grupo. Como mencionado anteriormente, entende-se que os *springs*

são responsáveis por resistir somente às forças longitudinais ao eixo da embarcação. Os demais cabos, lançantes e traveses de proa e popa, são responsáveis por resistir somente às forças transversais e momentos. Assim, utilizando a mesma notação adotada anteriormente, as equações de equilíbrio podem ser reescritas como:

$$\Delta Q_{m,spring} = \frac{\sum R_{|L}}{\sum_i(|\cos\alpha_{m,i}\cos\beta_{m,i}|)}, \tag{2.12}$$

$$\Delta Q_{m,través/lançante\ Proa} = \frac{\sum R_{|T}}{\sum_i(|sen\,\alpha_{m,i}\cos\beta_{m,i}|)} + \frac{\sum R_{|M}}{\sum_i(|\,a_{m,i}\,sen\,\alpha_{m,i}\cos\beta_{m,i}|)}. \tag{2.13}$$

$$\Delta Q_{m,través/lançante\ Popa} = \frac{\sum R_{|T}}{\sum_i(|sen\,\alpha_{m,i}\cos\beta_{m,i}|)} - \frac{\sum R_{|M}}{\sum_i(|\,a_{m,i}\,sen\,\alpha_{m,i}\cos\beta_{m,i}|)}. \tag{2.14}$$

Neste método simplificado, são contabilizados apenas os cabos (*springs*, lançantes e traveses) que não sofrem afrouxamento.

A outra situação a ser analisada é o caso de uma embarcação atracada lateralmente em *dolphins* e submetida a ações externas horizontais cuja resultante atua no sentido de aproximá-la da estrutura. À vista disso, considera-se que tanto as defensas quanto os cabos atuam como agentes restauradores do movimento. A norma espanhola prevê dois métodos de cálculo para este caso.

O Método 1 propõe, de maneira análoga ao caso apresentado anteriormente, que a componente longitudinal do carregamento resultante seja equilibrada apenas pelos *springs*. Já a componente transversal e o momento podem ser equilibrados pelas defensas e traveses de proa e popa ou, se não existirem, pelos lançantes. O Método 2 é uma aplicação do anterior em certas condições climáticas e configuração geométrica do sistema de amarração determinados pela norma espanhola. Desta forma, as equações propostas são empíricas e não utilizam a geometria em estudo em sua formulação. Neste trabalho, para esta situação será utilizado o Método 1.

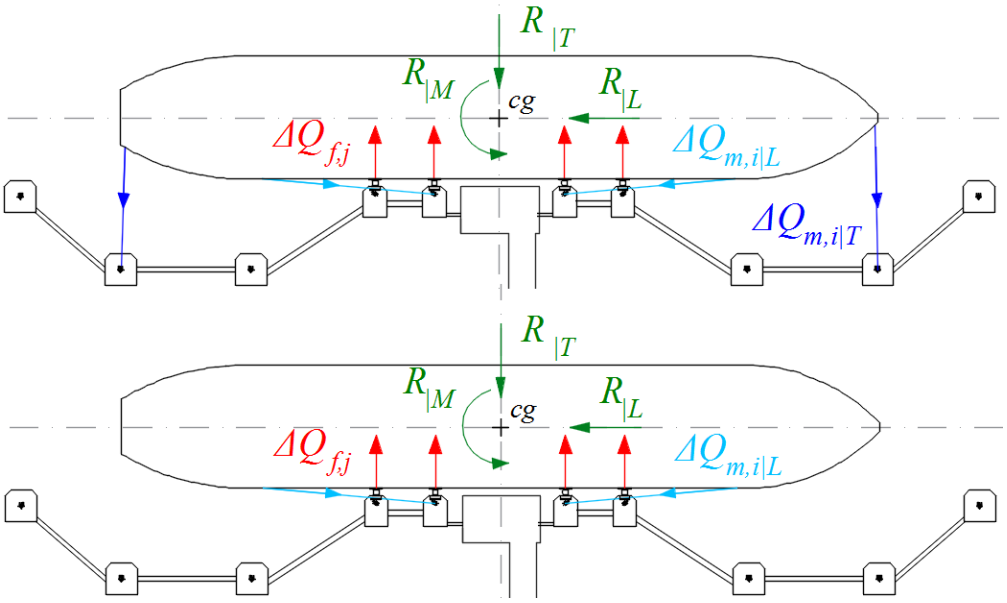
Como exposto anteriormente, o Método 1 também considera que apenas os *springs* resistem às ações longitudinais. Portanto, a equação de equilíbrio nessa direção é similar ao caso anterior e pode ser expressa pela Eq. (2.12). Já as forças transversais e momentos são equilibrados pelos traveses e defensas. O método supõe que, para as forças transversais, o encurtamento/alongamento dos traveses é igual para todos os cabos e equivalente à deformação de compressão das defensas. Em relação aos momentos, a deformação da defensa tem distribuição linear ao longo do eixo longitudinal que passa pela frente de atracação e tem valor nulo na altura do centro de gravidade do navio. À vista disso, e seguindo a mesma notação adotada anteriormente, as equações de compatibilidade entre as deformações dos cabos e defensas para forças transversais e momentos são descritas pelas eqs. (2.15) e (2.16). Essas proposições são válidas para arranjos de cabos e defensas simétricos:

$$\Delta\delta_{fc,j|T} = \Delta l_{m,i|T} \cdot \cos\beta_{m,i} \cdot sen\,\alpha_{m,i}, \tag{2.15}$$

$$\Delta\delta_{fc,j|M} = \left|\frac{b_{f,j}}{a_{m,i}}\right| \cdot \Delta l_{m,i|M} \cdot \cos\beta_{m,i} \cdot \operatorname{sen}\alpha_{m,i}\,. \tag{2.16}$$

Neste método, a norma espanhola propõe ainda duas configurações possíveis: na primeira, os traveses se mantêm tracionados e contribuem no equilíbrio das ações e, na segunda, os mesmos afrouxam integralmente tal que apenas as defensas resistem ao movimento. A Figura 14 ilustra ambas situações.

Figura 14: Configurações de equilíbrio possíveis para resultante das ações no sentido de aproximação do navio à estrutura – traveses, *springs* e defensas (sup.) e *springs* e defensas (inf.)



Fonte: Autora.

Assim, no primeiro caso, para cabos e defensas de mesmas características geométricas e de resistência, o incremento/decremento de compressão das defensas e tração nos cabos é dado pelas eqs. (2.17)-(2.18) e (2.19)-(2.20), nesta ordem:

$$\Delta Q_{f,j|T,Popa} = E_{f,j} \cdot \left[\frac{\sum R_{|T}}{\frac{E_{m,i} \cdot A_{m,i}}{l_{0m,i}} \cdot s + E_{f,j} \cdot k} - \left|b_{f,j}\right| \cdot \frac{\sum R_{|M}}{\frac{E_{m,i} \cdot A_{m,i} \cdot a_{m,i}^2}{l_{0m,i}} \cdot s + E_{f,j} \sum_k b_{f,j}^2}\right], \tag{2.17}$$

$$\Delta Q_{f,j|T,Proa} = E_{f,j} \cdot \left[\frac{\sum R_{|T}}{\frac{E_{m,i} \cdot A_{m,i}}{l_{0m,i}} \cdot s + E_{f,j} \cdot k} + \left|b_{f,j}\right| \cdot \frac{\sum R_{|M}}{\frac{E_{m,i} \cdot A_{m,i} \cdot a_{m,i}^2}{l_{0m,i}} \cdot s + E_{f,j} \sum_k b_{f,j}^2}\right], \tag{2.18}$$

$$\Delta Q_{m,i|T,Popa} = \frac{E_{m,i} \cdot A_{m,i}}{l_{0m,i} \cdot \cos\beta_{m,i} \cdot \operatorname{sen}\alpha_{m,i}} \cdot \left[\frac{\sum R_{|T}}{\frac{E_{m,i} \cdot A_{m,i}}{l_{0m,i}} \cdot s + E_{f,j} \cdot k} - \left| b_{f,j} \right| \cdot \frac{\sum R_{|M}}{\frac{E_{m,i} \cdot A_{m,i} \cdot a_{m,i}^2}{l_{0m,i}} \cdot s + E_{f,j} \sum_k b_{f,j}^2} \right], \tag{2.19}$$

$$\Delta Q_{m,i|T,Proa} = \frac{E_{m,i} \cdot A_{m,i}}{l_{0m,i} \cdot \cos\beta_{m,i} \cdot \operatorname{sen}\alpha_{m,i}} \cdot \left[\frac{\sum R_{|T}}{\frac{E_{m,i} \cdot A_{m,i}}{l_{0m,i}} \cdot s + E_{f,j} \cdot k} + \left| b_{f,j} \right| \cdot \frac{\sum R_{|M}}{\frac{E_{m,i} \cdot A_{m,i} \cdot a_{m,i}^2}{l_{0m,i}} \cdot s + E_{f,j} \sum_k b_{f,j}^2} \right], \tag{2.20}$$

onde s e k são os números de defensas que se mantêm comprimidas e traveses tracionados, respectivamente. A priori, a posição de equilíbrio que determina s e k não é conhecida. Portanto, é necessário um cálculo iterativo a partir de uma estimativa desta configuração, como será visto adiante.

No segundo caso, tendo em vista que todos os cabos afrouxam e só as defensas equilibram as forças externas, o incremento/decremento de compressão das defensas é dado pelas eqs. (2.21) e (2.22):

$$\Delta Q_{f,j|T,Popa} = \frac{1}{k} \cdot \sum R_{|T} - \left| b_{f,j} \right| \cdot \frac{\sum R_{|M}}{\sum_k b_{f,j}^2}, \tag{2.21}$$

$$\Delta Q_{f,j|T,Proa} = \frac{1}{k} \cdot \sum R_{|T} + \left| b_{f,j} \right| \cdot \frac{\sum R_{|M}}{\sum_k b_{f,j}^2}, \tag{2.22}$$

As equações expostas nesta subseção fornecem os esforços de tração nos cabos e compressão nas defensas, em dois casos distintos, em termos dos valores médios das ações ambientais reais. Como essas ações possuem caráter oscilatório, a norma espanhola recomenda a utilização de coeficientes de majoração (γ_D) que estimem seus valores máximos e mínimos. Tais coeficientes dependem das características da embarcação, das próprias ações, do sistema de amarração e da estrutura de acostagem. Entretanto, as normatizações internacionais não prescrevem valores específicos para cada situação possível. Na falta de dados disponíveis, a norma ROM 2.0-11 [8] sugere o um coeficiente igual a γ_D =2,0.

2.2. Modelo Estático Não Linear

A análise estática não linear do navio atracado em *dolphins* busca considerar a influência da rigidez relativa entre os cabos (com possível perda de rigidez causada por eventual afrouxamento), da natureza não linear da reação das defensas elastoméricas sobre a embarcação, e da mudança de geometria do sistema (com possível perda de contato entre a embarcação e as defensas). Nesta abordagem, as forças ambientais são estáticas e estimadas segundo seus valores médios (análogo à ROM 2.1-11 [8]). Estas ações deslocam o navio em movimentos de translação longitudinal, transversal e

rotação em torno do eixo vertical passando por seu centro de gravidade. Estes movimentos tendem a alongar/afrouxar os cabos de amarração e comprimir/descomprimir as defensas. O equilíbrio se dá pelo balanceamento das forças externas ambientais e reativas dos cabos e defensas na configuração deformada.

A metodologia empregada nesta subseção tem como base aquela proposta recentemente por Barros [14]. Tal como o modelo linear simplificado da norma espanhola [8] apresentado na seção anterior, nesta são considerados apenas os movimentos no plano horizontal. O autor [14] analisa o navio como um corpo rígido e as defensas e os cabos de amarração como vetores orientados do navio à estrutura de amarração. Na medida em que a embarcação se desloca por ação das forças, há variação da magnitude e orientação dos vetores e, portanto, mudança de geometria do sistema, com alteração das reações de tração dos cabos e compressão das defensas. Como o navio está sujeito a forças ambientais, calculam-se os deslocamentos que resultam no equilíbrio estático do sistema. Dado que as equações de equilíbrio são por construção não lineares, utiliza-se aqui o método numérico de Newton-Raphson para sua solução. O equacionamento apresentado a seguir foi desenvolvido pela autora. Ao modelo inicialmente proposto por Barros [14], foi acrescentada a contabilização da rigidez não linear da defensa e o uso do conjunto de alças e cabos. No método de resolução, as equações diferenciais são determinadas de maneira analítica e, para garantir a convergência do modelo, as forças externas são aplicadas em pequenos incrementos a partir da situação de equilíbrio inicial. Por fim, adotou-se ainda como critério de convergência o resíduo normalizado e a máxima diferença de deslocamento entre duas iterações consecutivas. Tais proposições serão detalhadas nos próximos itens.

Para a consideração da natureza não linear da defensa, tomou-se como base o trabalho desenvolvido por Antolloni *et al*. [15]. Por intermédio de um modelo de associação de molas e barras rígidas, os autores propuseram uma equação com parâmetros calibrados experimentalmente que reproduz com grande fidelidade as curvas *força x deformação* das defensas fornecidas nos catálogos de fabricantes.

2.2.1. Descrição do Navio

O navio é considerado como um corpo rígido, indeformável e é representado por um conjunto de pontos materiais no espaço que definem o contorno da geometria de um plano horizontal na parte superior do casco e é considerado constante ao longo de toda a sua altura. Em termos de definição das coordenadas dos pontos de interesse, como as buzinas onde são amarrados os cabos, o centro de gravidade e os pontos que definem o trecho de contato com a defensa, tal simplificação é razoável dado que os primeiros se localizam na parte superior. Já o segundo, devido à simetria em relação ao plano longitudinal do navio, não é afetado pela mudança na geometria do casco ao longo da altura. Por fim, os últimos localizam-se no trecho reto paralelo do navio, cujo contorno lateral do casco tende a ser

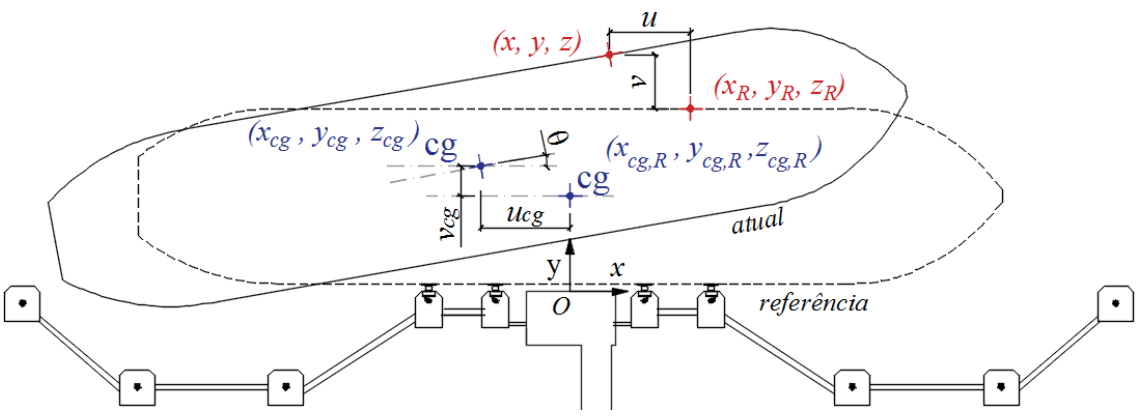
constante ao longo da altura na região das defensas. Ressalta-se que na definição das ações, a geometria do casco será considerada com maior precisão.

As ações ambientais são, então, aplicadas no centro de gravidade da embarcação. Como resultado, o navio sofre deslocamentos longitudinais e transversais e rotação em torno do eixo vertical. Por ser um corpo rígido, é possível calcular e atualizar as coordenadas dos pontos de interesse com base nos deslocamentos do centro de gravidade (u_{cg}, v_{cg}, θ), conforme explicitado a seguir.

2.2.2. Cálculo dos Deslocamentos

Considere um sistema de eixos coordenados com origem *O* na estrutura de acostagem, alinhado ao centro de gravidade da embarcação. O eixo *x* é paralelo à direção longitudinal de acostagem, o eixo *y* é transversal (positivo no lado mar) e o eixo *z* é vertical. O centro de gravidade do navio em sua configuração de referência (indicada pelo índice R) é definido pelas coordenadas $(x_{cg,R}, y_{cg,R}, z_{cg,R})$. As forças externas resultam em deslocamentos longitudinais e transversais e rotação em torno do centro de gravidade (u_{cg}, v_{cg}, θ). A Figura 15 ilustra este cenário com deslocamentos exagerados para melhor visualização.

Figura 15: Deslocamentos do navio no centro de gravidade e em uma coordenada genérica. Os cabos não estão representados por simplicidade.



Fonte: Autora.

Seja um ponto qualquer do navio na posição de referência, de coordenadas (x_R, y_R, z_R), conforme indicado na Figura 15. Dados os deslocamentos do centro de gravidade acima citados, os deslocamentos resultantes deste ponto no plano horizontal (u, v) são dados por:

$$u = u_{cg} + (x_R - x_{cg,R}) \cos\theta - (y_R - y_{cg,R}) \operatorname{sen}\theta - (x_R - x_{cg,R}), \tag{2.23}$$

$$v = v_{cg} + (x_R - x_{cg,R}) \operatorname{sen}\theta + (y_R - y_{cg,R}) \cos\theta - (y_R - y_{cg,R}). \tag{2.24}$$

Admite-se que as rotações são pequenas, tal que $\cos\theta \cong 1$ e $\operatorname{sen}\theta \cong \theta$. Tal hipótese é adequada para grandes embarcações, que é o caso de interesse neste trabalho. Dessa forma, as equações acima podem ser simplificadas por:

$$u = u_{cg} - \left(y_R - y_{cg,R}\right)\theta \,, \tag{2.25}$$

$$v = v_{cg} + \left(x_R - x_{cg,R}\right)\theta \,. \tag{2.26}$$

As coordenadas do ponto qualquer do navio na configuração atual são:

$$x = x_R + u = x_R + u_{cg} - \left(y_R - y_{cg,R}\right)\theta \,, \tag{2.27}$$

$$y = y_R + v = y_R + v_{cg} + \left(x_R - x_{cg,R}\right)\theta \,. \tag{2.28}$$

2.2.3. Esforços nos Cabos de Amarração

Cada cabo de amarração i é representado por um vetor que conecta o ponto da buzina no navio (*chock*), $(x_{C,i}, y_{C,i}, z_{C,i})$, ao ponto do seu cabeço situado na estrutura de acostagem (*bollard*), $(x_{B,i}, y_{B,i}, z_{B,i})$, como indicado na Eq. (2.29). Esse último é admitido fixo (imóvel) durante o movimento do navio. Os vetores têm sua geometria constantemente atualizada em função dos deslocamentos do centro de gravidade do navio, de acordo com as Eq. (2.27) e (2.28). O comprimento dos cabos e os versores que caracterizam a sua orientação são calculados, respectivamente, pelas eqs (2.30) e (2.31).

$$\boldsymbol{V}_{m,i} = \left\{x_{B,i} - x_{C,i}\,, y_{B,i} - y_{C,i}\,, z_{B,i} - z_{C,i}\right\}, \tag{2.29}$$

$$\ell_{m,i} = \left\|\boldsymbol{V}_{m,i}\right\| = \sqrt{\left(x_{B,i} - x_{C,i}\right)^2 + \left(y_{B,i} - y_{C.i}\right)^2 + \left(z_{B,i} - z_{C,i}\right)^2}\,, \tag{2.30}$$

$$\boldsymbol{v}_{m,i} = \frac{\boldsymbol{V}_{m,i}}{\left\|\boldsymbol{V}_{m,i}\right\|} = \left\{v_{mx,i}\,, v_{my,i}\,, v_{mz,i}\right\}. \tag{2.31}$$

Em geral, a rigidez dos cabos varia com o seu alongamento. Entretanto, como será visto adiante, dependendo do material utilizado, a mesma pode ser linearizada e admitida constante. Neste caso, sejam A_m a área da seção transversal de um cabo, E_m o seu módulo de elasticidade, k_m a sua rigidez e ℓ_{0m} e ℓ_m os comprimentos inicial e final, respectivamente. A força de tração ($t_{m,i}$) para cada cabo i é calculada de acordo com a Lei de Hooke:

$$t_{m,i} = \frac{E_{m.i}A_{m.i}}{\ell_{0m,i}}\left(\ell_{m,i} - \ell_{0m,i}\right) = \frac{E_{m.i}A_{m.i}}{\ell_{0m,i}}\Delta\ell_{m,i} = k_{m,i}\,\Delta\ell_{m,i}\,. \tag{2.32}$$

Caso haja alongamento dos cabos, $\Delta\ell_{m,i} > 0$, e a tração é definida pela Eq. (2.32). Caso haja afrouxamento, $\Delta\ell_{m,i} < 0$, e a força axial é admitida igual a zero. O vetor que caracteriza essa força é dado pela Eq. (2.33):

$$\boldsymbol{t}_{m,i} = t_{m,i}\,\boldsymbol{v}_{m,i} = t_{m,i}\left\{v_{mx,i}\,, v_{my,i}\,, v_{mz,i}\right\}. \tag{2.33}$$

O cabo i tracionado provoca um momento ($\boldsymbol{m}_{m,i}$) no centro de gravidade da embarcação. Define-se o braço ($\boldsymbol{b}_{m,i}$) deste momento como sendo o vetor orientado do centro de gravidade do navio à buzina em que o cabo está amarrado. O momento pode ser calculado pelo produto vetorial entre o braço ($\boldsymbol{b}_{m,i}$) e a força de tração dos cabos ($\boldsymbol{t}_{m,i}$). Dado que o modelo só considera rotações do navio em torno do eixo vertical, e, logo, os deslocamentos correspondentes se dão no plano horizontal, só interessa a componente do momento em relação ao eixo z ($m_{mz,i}$). A mesma pode ser obtida pelo produto escalar do momento com o vetor unitário $\hat{\boldsymbol{k}} = \{0, 0, 1\}$. O equacionamento dessas grandezas está explicitado nas eqs. (2.34) a (2.36) e ilustrado na

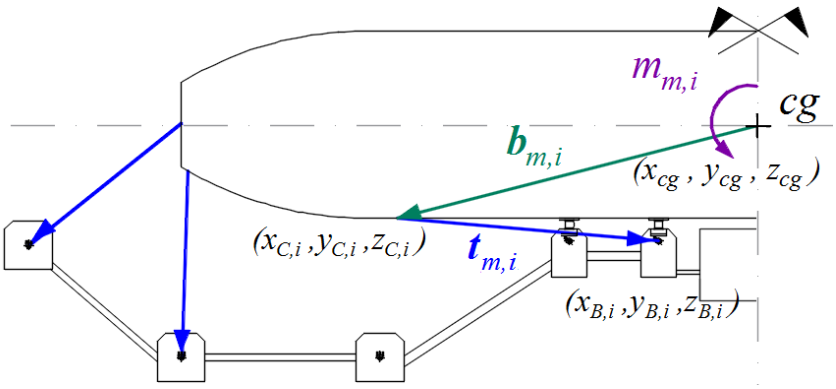
Figura 16, para um cabo genérico i:

$$\boldsymbol{b}_{m,i} = \left\{x_{C,i} - x_{cg}\,, y_{C,i} - y_{cg}\,, z_{C,i} - z_{cg}\right\}, \tag{2.34}$$

$$\boldsymbol{m}_{m,i} = \boldsymbol{b}_{m,i} \times \boldsymbol{t}_{m,i}\,, \tag{2.35}$$

$$m_{mz,i} = \boldsymbol{m}_{m,i} \cdot \hat{\boldsymbol{k}}\,. \tag{2.36}$$

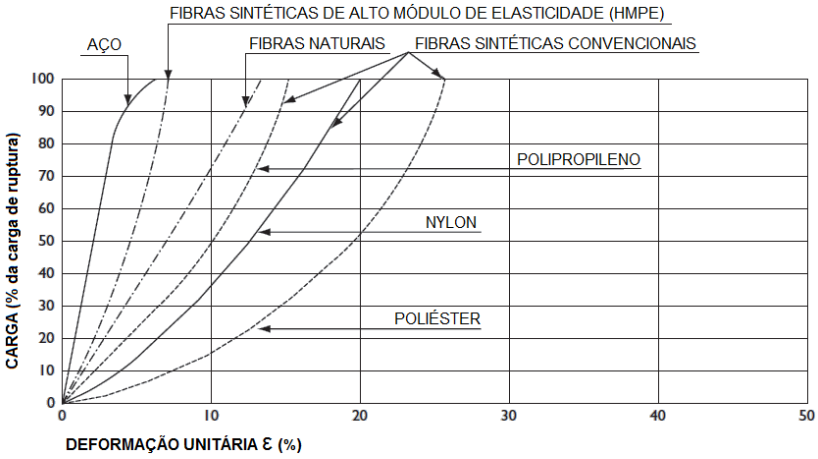
Figura 16: Representação vetorial de um cabo de amarração i.



Fonte: Autora.

Os cabos são especificados de acordo com a sua carga de ruptura (*Minimum Breaking Load – MBL*), que ocorre para um determinado alongamento último (ε_u). A Figura 17 ilustra a curva *força x deformação* para os materiais comumente utilizados.

Figura 17: Curva força x deformação para diferentes materiais de cabo.



Fonte: ROM 2.0-11 [8] (Adaptada)

Os materiais mais utilizados na amarração de grandes embarcações são o aço e o polietileno de alto módulo (*HMPE*). Para estes, a rigidez pode ser considerada linear e estimada em termos do alongamento último (ε_u) e carga de ruptura (*MBL*), como indicado pela Eq. (2.37):

$$\frac{MBL}{A_m} = E_m\,\varepsilon_u \rightarrow E_m A_m = \frac{MBL}{\varepsilon_u}\ . \tag{2.37}$$

Como explanado anteriormente, para cabos muito rígidos, é usual a utilização de alça de material mais flexível com a finalidade de distribuir melhor as cargas entre os cabos. Segundo a OCIMF [7], a alça possui comprimento pré-definido de 11, 22 ou 40m dependendo da magnitude dos carregamentos atuantes. Neste cenário, o conjunto cabo mais alça trabalha como duas molas em série. Sendo k_{cabo} e $k_{alça}$ as rigidezes dos materiais de alta resistência e flexível, respectivamente, a rigidez total do conjunto (k_m) pode ser expressa pela Eq. (2.38):

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_{cabo}} + \frac{1}{k_{alça}}\ , \tag{2.38}$$

onde a rigidez de cada material é dada pelas eqs.(2.39) e (2.40):

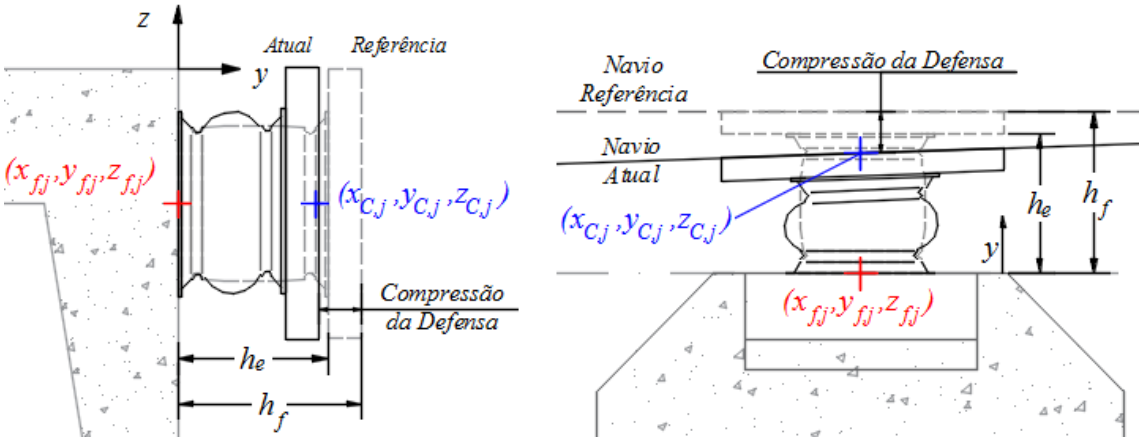
$$k_{cabo} = \frac{EA_{cabo}}{\ell_{0,cabo}}, \tag{2.39}$$

$$k_{alça} = \frac{EA_{alça}}{\ell_{0,alça}}\ . \tag{2.40}$$

2.2.4. *Reações nas Defensas*

As defensas são equipamentos fixos à estrutura de acostagem, com coordenadas definidas por $(x_{f,j}, y_{f,j}, z_{f,j})$ para a defensa j. Admitindo que defensa esteja comprimida, calcula-se a posição do ponto de contato no casco do navio com a defensa j, $(x_{C,j}, y_{C,j}, z_{C,j})$, que possui a mesma coordenada longitudinal da defensa $(x_{f,j} = x_{C,j})$, a partir da interpolação linear dos pontos que compõem o contorno do navio. Assim, por meio da distância entre as coordenadas y desses pontos, é possível estimar a deformação da defensa ou capturar a eventual perda de contato entre o navio e a defensa. De modo a simplificar essa estimativa, fixa-se o eixo coordenado y com a origem na estrutura de acostagem. Sabendo que a defensa é composta por um painel rígido e uma unidade elastomérica, tem-se a "altura" total do conjunto h_f e a "altura" do elastômero h_e, como indicado pela Figura 18.

Figura 18: Compressão da defensa devido ao deslocamento do navio: vista lateral (esq.) e vista superior (dir.).



Fonte: Autora.

A deformação da defensa j (δ_j) ou a perda de contato entre o navio e defensa são definidas respectivamente pelas eqs. (2.41) e (2.42):

$$Se\, y_{C,j} < h_f \rightarrow \delta_j = \frac{(h_f - y_{C,j})}{he}, \tag{2.41}$$

$$Se\, y_{C,j} \geq h_f \rightarrow \delta_j = 0\,. \tag{2.42}$$

O comportamento não linear da defensa é estimado de acordo com o trabalho desenvolvido por Antolloni *et al.* [15]. Os autores elaboraram modelos numéricos, baseados em modelos mecânicos de barras e molas, que descrevem a relação entre a força de reação e a deformação da defensa utilizando quatro parâmetros. Tais parâmetros são calibrados de modo a minimizar os resíduos entre as curvas fornecidas pelos fabricantes e as propostas e dependem do tipo de defensa analisada e de seu fabricante. Seja a reação máxima r_{max} e $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ e Ω_4 os parâmetros; a reação $(r_{f,j})$ da defensa j em kN, em

função de sua deformação (δ_j), é dada pela eq. (2.43). Tal relação será exemplificada graficamente adiante.

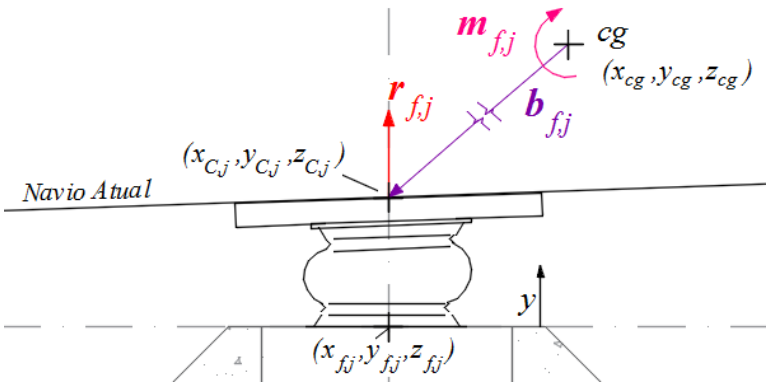
$$r_{f,j} = \left[\Omega_2\ \delta_j + \Omega_1\ (\Omega_3 - \delta_j)\left(1 - \frac{50}{\sqrt{{\Omega_4}^2 + 4\delta(2\Omega_3 - \delta_j)}}\right)\right] r_{max}\ . \tag{2.43}$$

O atrito entre a embarcação e o painel será desprezado neste modelo devido à sua dificuldade de implementação. Essa consideração tende a aumentar o tensionamento dos cabos, uma vez que esses passam a ser os únicos responsáveis por restringir os movimentos longitudinais. A reação da defensa *j* é então representada por um vetor perpendicular à estrutura de acostagem, de acordo com a Eq.(2.44):

$$\boldsymbol{r}_{f,j} = \{\,0\,, r_{f,j}\,, 0\,\}\,. \tag{2.44}$$

A excentricidade do ponto de aplicação da reação da defensa em relação ao centro de gravidade do navio provoca um momento neste último. Define-se o braço deste momento como sendo o vetor orientado do centro de gravidade do navio ao ponto de contato entre a defensa e o navio. O momento ($\boldsymbol{m}_{f,j}$) pode ser calculado pelo produto vetorial entre o braço ($\boldsymbol{b}_{f,j}$) e a reação da defensa *j* ($\boldsymbol{r}_{f,j}$). Dado que o modelo só considera rotações do navio em torno do eixo vertical, e logo os deslocamentos correspondentes se dão no plano horizontal, só interessa a componente do momento em relação ao eixo *z* ($m_{fz,j}$). A mesma pode ser obtida pelo produto escalar do momento com o vetor unitário $\widehat{\boldsymbol{k}} = \{0, 0, 1\}$. O equacionamento destas grandezas está explicitado nas eqs. (2.45) a (2.47) e ilustrado na Figura 19, para uma defensa genérica *j*:

Figura 19:Representação vetorial da reação de uma defensa *j*.



Fonte: Autora.

$$\boldsymbol{b}_{f,j} = \{x_{C,j} - x_{cg}\,, y_{C,j} - y_{cg}\,, z_{C,j} - z_{cg}\}\,, \tag{2.45}$$

$$\boldsymbol{m}_{f,j} = \boldsymbol{b}_{f,j} \times \boldsymbol{r}_{f,j}\,, \tag{2.46}$$

$$m_{fz,j} = \boldsymbol{m}_{f,j} \cdot \widehat{\boldsymbol{k}}\,. \tag{2.47}$$

2.2.5. Equações de Equilíbrio

O equilíbrio estático do sistema estará garantido quando a somatória das forças e momentos externos (devidos às ações ambientais) aplicados no centro de gravidade do navio e as forças e momentos reativos produzidos pelos alongamentos dos cabos e compressão das defensas for nula. Para um sistema com m cabos, n defensas e com forças externas nas direções *x*, *y* e momento externo dados por $f_{ext,x}$, $f_{ext,y}$ e m_{ext}, tem-se:

$$R_x(u_{cg}, v_{cg}, \theta) = \sum_{i=1}^{m} t_{m,i}\, v_{mx,i} + f_{ext,x} = 0\,, \tag{2.48}$$

$$R_y(u_{cg}, v_{cg}, \theta) = \sum_{i=1}^{m} t_{m,i}\, v_{my,i} + \sum_{j=1}^{n} r_{f,j} + f_{ext,y} = 0\,, \tag{2.49}$$

$$R_\theta(u_{cg}, v_{cg}, \theta) = \sum_{i=1}^{m} m_{mz,i} + \sum_{j=1}^{n} m_{fz,j} + m_{ext} = 0\,. \tag{2.50}$$

2.2.6. Solução pelo Método de Newton

O sistema de equações acima é constituído por três equações de equilíbrio nas incógnitas u_{cg}, v_{cg} e θ. Por se tratar de um sistema não linear, no caso geral a sua solução só pode ser obtida por meio de métodos numéricos. Neste trabalho, será utilizado o Método de Newton. Seja $\boldsymbol{R}$ uma função vetorial (ou vetor generalizado) que agrupa as forças e momentos desbalanceados, tais que, na situação de equilíbrio, tem-se:

$$\boldsymbol{R}\left(u_{cg}, v_{cg}, \theta\right) = \begin{bmatrix} R_x\left(u_{cg}, v_{cg}, \theta\right) \\ R_y\left(u_{cg}, v_{cg}, \theta\right) \\ R_\theta\left(u_{cg}, v_{cg}, \theta\right) \end{bmatrix} = \boldsymbol{0}\,. \tag{2.51}$$

A solução do sistema é o vetor (u_{cg}, v_{cg}, θ) que zera a função $\boldsymbol{R}$. O método de Newton consiste em aproximar a função não linear $\boldsymbol{R}$ por uma função localmente linear em torno de um ponto conhecido. Seja um ponto qualquer da função dado pela Eq.(2.52), e um ponto conhecido dado pela Eq.(2.53). A expansão de $\boldsymbol{R}$ em série de Taylor em torno do ponto conhecido é dada pela Eq.(2.54):

$$\boldsymbol{u_n} = \{u_{cg}, v_{cg}, \theta\}\,, \tag{2.52}$$

$$\boldsymbol{u_0} = \{u_{cg,0}\,, v_{cg,0}\,, \theta_0\}\,, \tag{2.53}$$

$$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{u_n}) = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{u_0}) + \left.\frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{u_n}}\right|_{\boldsymbol{u_0}} (\boldsymbol{u_n} - \boldsymbol{u_0}) + \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{u_n}^2}\right|_{\boldsymbol{u_0}} (\boldsymbol{u_n} - \boldsymbol{u_0}) \cdot (\boldsymbol{u_n} - \boldsymbol{u_0}) + \cdots\,. \tag{2.54}$$

Truncando a série de Taylor nos termos de primeira ordem, definindo a matriz de rigidez tangente conforme apresentado pela Eq.(2.55), definindo o vetor $\boldsymbol{\delta}$ conforme a Eq.(2.56) e igualando a função $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{u_n})$ a zero, chega-se à Eq. (2.57):

$$\boldsymbol{K_T}(\boldsymbol{u_0}) = \left.\frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{u_n}}\right|_{\boldsymbol{u_0}}\,, \tag{2.55}$$

$$\boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{u_n} - \boldsymbol{u_0}\,, \tag{2.56}$$

$$\boldsymbol{K_T}(\boldsymbol{u_0})\,\boldsymbol{\delta} = -\boldsymbol{R}(\boldsymbol{u_0})\,. \tag{2.57}$$

O sistema não linear (2.51) se transforma então no sistema linear da Eq.(2.57), cuja incógnita é o vetor $\boldsymbol{\delta}$. Calculando-se a matriz de rigidez tangente $\boldsymbol{K_T}$ e a função $\boldsymbol{R}$ em um ponto conhecido $\boldsymbol{u_0}$, obtém-se $\boldsymbol{\delta}$. Em seguida, obtém-se vetor $\boldsymbol{u_n}$ através da Eq.(2.56). Neste trabalho, o cálculo da matriz de rigidez tangente foi feito através da função analítica de derivada parcial já implementada no programa *Mathematica* através de computação simbólica.

Dado que a resolução do sistema é feita através de um método aproximado, deve-se verificar se o $\boldsymbol{u_n}$ assim obtido zera suficientemente o vetor $\boldsymbol{R}$, isto é, se o método *convergiu suficientemente para a solução*. Adotam-se aqui como critérios de convergência o resíduo normalizado e a máxima diferença de deslocamento entre duas iterações consecutivas, devendo esses serem menores do que uma tolerância (ε) imposta. Neste trabalho, adotou-se $\varepsilon = 10^{-8}$:

$$\frac{\boldsymbol{R}}{\|\boldsymbol{R}(\boldsymbol{u_0})\|} \leq \varepsilon\,, \tag{2.58}$$

$$max(\boldsymbol{\delta}) \leq \varepsilon\,. \tag{2.59}$$

O Método de Newton apresenta bons resultados desde que a estimativa inicial ($\boldsymbol{u_0}$) esteja suficientemente próxima da solução buscada. Como no caso geral isso não é simples de se conseguir, optou-se aqui por um procedimento incremental, onde o carregamento externo é aplicado em pequenos incrementos, sendo que em cada incremento a estimativa inicial é a solução obtida no incremento anterior, tal que a solução buscada no incremento atual não esteja muito distante da estimativa adotada. Partindo da configuração inicial do sistema, com deslocamentos e rotação nulos, neste trabalho propõe-se aplicar o carregamento externo em incrementos da ordem de 1/20 de seu valor total. Desta maneira,

para cada incremento o método é repetido, até a sua convergência segundo os critérios das Eqs. (2.58) e (2.59).

2.2.7. Consideração da Pré-tensão dos Cabos

Segundo Gaythwaite [6], a fim de evitar o afrouxamento inicial dos cabos e pré-comprimir as defensas para reduzir a movimentação da embarcação acostada, usualmente aplica-se uma pré-tensão (t_0) de 5 a 10% da *MBL*.

Caso os cabos e defensas sejam dispostos de maneira simétrica ao centro de gravidade da embarcação, a pré-tensão provocará deslocamentos apenas na direção perpendicular (*sway*), não havendo deslocamento longitudinal (*surge*) ou rotação (*yaw*). Como resultado, tem-se além do tensionamento dos cabos, a aproximação da embarcação à estrutura de acostagem e a compressão das defensas. Assim, considerando o navio acostado sem a atuação de forças externas, a resultante da soma das reações das defensas deve ser igual à componente resultante na direção *y* de tração dos cabos. Entretanto, tal movimentação causa uma pequena alteração na posição das amarras, que por sua vez altera a componente na direção *y* (v_{my}) e, por conseguinte, o equilíbrio. Portanto, o deslocamento final do navio será tal que resulte em reações das n defensas iguais às componentes transversais da pré-tensão dos m cabos. Admitindo que todos os cabos tenham a mesma pré-tensão t_0, a proposição anterior é resumida pela Eq. (2.60).

$$\sum_{i=1}^{m} t_0 \, v_{my,i} = \sum_{j=1}^{n} r_{f,j} \; . \tag{2.60}$$

Trata-se de um processo iterativo, cujo critério de parada adotado foi a diferença de deslocamentos entre duas iterações consecutivas ser menor do que 10^{-10}. Este critério mais rigoroso foi adotado pois os deslocamentos induzidos pela pré-tensão são muito pequenos, havendo necessidade de uma tolerância menor. Após a pré-tensão, tem-se um novo estado de equilíbrio do sistema. Considerando um cabo i com alça, o comprimento inicial total do conjunto cabo + alça ($\ell_{0m,i}$) nesta situação, é dado pela soma dos comprimentos iniciais da alça ($\ell_{0alça,i}$) e do cabo ($\ell_{0cabo,i}$):

$$\ell_{0m,i} = \ell_{0alça,i} + \ell_{0cabo,i} \; . \tag{2.61}$$

Conforme exposto na Subseção 2.2.3, a alça possui comprimento inicial $\ell_{0alça,i}$ pré-definido de 11, 22 ou 40m. Dessa forma, o comprimento final da alça $\ell_{malça,i}$ após a pré-tensão pode ser calculado através da Lei de Hooke e pela Eq. (2.37), como indicado na Eq. (2.62):

$$\frac{t_0}{A_{alça,i}} = E_{alça,i} \, \frac{(\ell_{malça,i} - \ell_{0alça,i})}{\ell_{0alça,i}} \rightarrow \ell_{malça,i} = \frac{\ell_{0alça,i} \, t_0}{\left(\varepsilon_u / MBL\right)_{alça}} + \ell_{0alça,i} \, , \tag{2.62}$$

Seja $\ell_{m,i}$ o comprimento total do conjunto cabo + alça na nova situação de equilíbrio após a pré-tensão. Este é calculado pela norma do vetor $\boldsymbol{V}_{m,i}$, conforme indicado pela Eq. (2.30). Portanto, o comprimento final do cabo $\ell_{mcabo,i}$ é calculado por:

$$\ell_{mcabo,i} = \ell_{m,i} - \ell_{malça,i} \,. \tag{2.63}$$

Por sua vez, o comprimento inicial do cabo é estimado pela Lei de Hooke e pela Eq. (2.37), como indicado na Eq. (2.64):

$$\frac{t_0}{A_{cabo,i}} = E_{cabo,i}\,\frac{\left(\ell_{mcabo,i} - \ell_{0cabo,i}\right)}{\ell_0 cabo,i} \rightarrow \ell_{0cabo,i} = \frac{\ell_{mcabo,i}}{1 + t_0\left({\varepsilon_u}/{MBL}\right)_{cabo}}. \tag{2.64}$$

A partir desses dados, é possível estimar a rigidez de cada componente do cabo, bem como a sua rigidez total, através das eq. (2.38) a (2.40). O comprimento total inicial do conjunto cabo + alça é obtido da Eq. (2.61). Assim sendo, a tração no cabo em qualquer instante da análise, a partir do equilíbrio após a pré-tensão, é estimada pela Eq. (2.32).

2.3. Carregamentos Estáticos

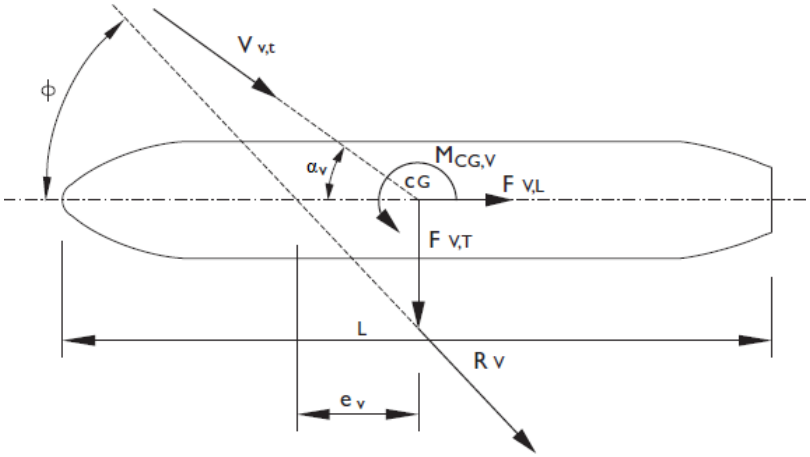
As principais ações ambientais incidentes sobre um navio atracado são as ações de ondas, ventos e correntes. Como explanado anteriormente, estas possuem caráter oscilatório e aleatório. A norma espanhola ROM 2.0-11 [8] fornece diretrizes para o cálculo das resultantes estáticas (médias) dessas ações no centro de gravidade da embarcação amarrada, considerando apenas o plano horizontal. Essas diretrizes serão adotadas nesta seção e, como será explanado adiante, no cômputo das forças externas médias da análise dinâmica. Como simplificação, considera-se que a posição relativa entre a direção das forças atuantes e o navio permanece constante. Ou seja, eventuais rotações e deslocamentos da embarcação não alteram o ângulo de incidência das ações ambientais em relação à mesma.

Como usualmente as áreas portuárias são abrigadas no que diz respeito ao mar, neste trabalho serão consideradas apenas as ações de vento e corrente atuando sobre a embarcação, uma vez que o efeito de onda não é tão importante. A fim de contabilizar seu caráter oscilatório, as mesmas deverão ainda ser majoradas pelo coeficiente de amplificação dinâmica, quando da análise do sistema de amarração, conforme detalhado no capítulo subsequente.

2.3.1. *Esforços de Vento*

O vento provoca uma força horizontal de arrasto cuja resultante pode ser decomposta nas direções longitudinal e transversal ao navio e, devido à sua excentricidade em relação ao centro de gravidade da embarcação, em um momento em torno do eixo vertical, como ilustrado na Figura 20. Para grandes embarcações (comprimento maior do que 25 m), a velocidade do vento (V_V) considerada pela norma espanhola é referente à média de uma rajada de 60 s medida a uma altura de 10 m do nível do mar. Outras durações de rajada também podem ser consideradas, como é o caso por exemplo das recomendações da OCIMF [7], conforme explicado adiante na Subseção 3.2.1.1.

Figura 20: Definição da força de arrasto devida ao vento e suas componentes.



Fonte: ROM 2.0-11 [8] (Adaptada).

Seja α_V o ângulo de incidência do vento em relação ao eixo longitudinal da embarcação (no sentido de proa a popa). A força de arrasto resultante $R_V(\alpha_V)$ é calculada por:

$$R_V(\alpha_V) = \frac{\rho_{ar}}{2} {V_V}^2 \frac{C_{DV,L}(\alpha_V)\, A_{V,T}\, cos^2\alpha_V + C_{DV,T}(\alpha_V)\, A_{V,L}\, sen^2\alpha_V}{cos(\phi_V - \alpha_V)}, \tag{2.65}$$

onde:

ρ_{ar}: densidade do ar

$A_{V,T}$ e $A_{V,L}$: área emersa transversal e longitudinal da embarcação, respectivamente;

$C_{DV,L}(\alpha_V)$ e $C_{DV,T}(\alpha_V)$*:* coeficiente adimensional de arrasto nas direções longitudinal e transversal, respectivamente;

ϕ_V: ângulo entre a força de arrasto resultante e o eixo longitudinal da embarcação (no sentido de proa para popa), calculado por:

$$\phi_V = tan^{-1}\left[\left(\frac{A_{V,L}}{A_{V,T}}\right) tan\, \alpha_V\right]. \tag{2.66}$$

Por fim, as componentes nas direções longitudinal ($F_{V,L}$), transversal ($F_{V,T}$) e o momento ($M_{CG,V}$) são calculadas pelas eqs. (2.67) a (2.69):

$$F_{V,L}(\alpha_V) = R_V(\alpha_V)\, cos\, \phi_V, \tag{2.67}$$

$$F_{V,T}(\alpha_V) = R_V(\alpha_V)\, sen\, \phi_V, \tag{2.68}$$

$$M_{CG,V}(\phi_V) = F_{V,T}(\alpha_V)\, e_V(\alpha_V) = F_{V,T}(\alpha_V)\, K_{V,e}(\alpha_V)\, LOA, \tag{2.69}$$

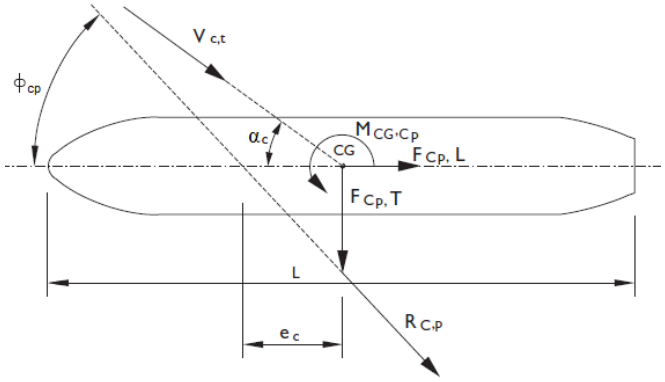
onde $e_V(\alpha_V)$ é a excentricidade da força de arrasto resultante, considerada positiva em direção à proa. A mesma pode ser obtida através do produto do coeficiente adimensional de excentricidade $K_{V,e}(\alpha_V)$ pelo comprimento total da embarcação (*LOA*). Tal coeficiente leva em conta localização da superestrutura do navio e a situação de carga do mesmo.

Os valores dos coeficientes de arrasto dependem principalmente da geometria da embarcação e da sua situação de carga. Já o coeficiente de excentricidade depende principalmente da localização da superestrutura (construções acima do convés) e também da situação de carga. Na falta de dados mais precisos, como ensaios em tanques e túnel de vento, a norma espanhola estima estes coeficientes de modo a estar sempre a favor da segurança.

2.3.2. Esforços de Corrente

As correntes naturais provocam uma força horizontal na embarcação atracada, que pode ser separada em forças de pressão (normais ao casco, relacionadas à inércia) e de atrito (tangenciais ao casco, devido à viscosidade). As primeiras podem ser decompostas em termos das componentes longitudinal, transversal e momento em torno do eixo vertical devido à excentricidade da resultante em relação ao centro de gravidade da embarcação, como indicado na Figura 21. Já as forças de atrito serão detalhadas mais adiante.

Figura 21: Definição da força de pressão devido à corrente e suas componentes.



Fonte: ROM 2.0-11 [8] (Adaptada)

Sejam V_C e α_C a velocidade e o ângulo de incidência da corrente em relação ao eixo longitudinal (no sentido de proa a popa). A força de pressão $R_{C,p}(\alpha_C)$ é calculada por:

$$R_{C,p}(\alpha_C) = \frac{\rho_{água}}{2} {V_C}^2 \frac{C_{DC,L}(\alpha_C)\, A_{C,T}\, cos^2\alpha_C + C_{DC,T}(\alpha_C)\, A_{C,L}\, sen^2\alpha_C}{cos\left(\phi_{C,p} - \alpha_C\right)}, \tag{2.70}$$

onde:

$\rho_{água}$: densidade da água;

$A_{C,T}$ e $A_{C,L}$: área submersa transversal e longitudinal, respectivamente;

$C_{DC,L}(\alpha_C)$ e $C_{DC,T}(\alpha_C)$: coeficiente adimensional de pressão nas direções longitudinal e transversal, respectivamente;

$\phi_{C,p}$: ângulo entre a força de pressão e o eixo longitudinal da embarcação no sentido de proa para popa, calculado por:

$$\phi_{C,p} = tan^{-1}\left[\left(\frac{A_{C,L}}{A_{C,T}}\right) tan\, \alpha_C\right]. \tag{2.71}$$

Por fim, as componentes nas direções longitudinal ($F_{Cp,L}$) e transversal ($F_{Cp,T}$) e o momento ($M_{CG,Cp}$) são calculadas pelas eqs.(2.72) a (2.74):

$$F_{Cp,L}(\alpha_C) = R_{C,p}(\alpha_C)\ cos\, \phi_{C,p}\ , \tag{2.72}$$

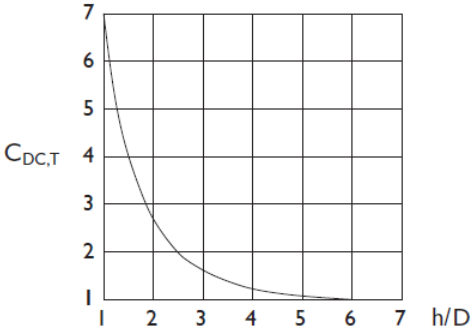
$$F_{Cp,T}(\alpha_C) = R_{C,p}(\alpha_C)\ sen\, \phi_{C,p}\ , \tag{2.73}$$

$$M_{CG,Cp}(\phi) = F_{Cp,T}(\alpha_C)\, e_C(\alpha_C) = F_{Cp,T}(\alpha_C)\, K_{C,e}(\alpha_C)\, LOA\ , \tag{2.74}$$

onde $e_C(\alpha_C)$ é a excentricidade da força de pressão resultante, considerada positiva em direção à proa. A mesma pode ser obtida pelo produto do coeficiente adimensional de excentricidade $K_{C,e}(\alpha_C)$ pelo comprimento total da embarcação (*LOA*). Tal coeficiente depende da direção da incidência da corrente.

O valor do coeficiente de pressão transversal depende principalmente da distância entre a quilha da embarcação e o fundo do mar/canal, que é contabilizada através da relação entre a profundidade da água e o calado do navio (h/D). Devido à grande área projetada lateral submersa do navio, o fluxo de água tende a ser desviado para baixo. Portanto, quanto menor essa distância livre, maior a obstrução ao fluxo e a pressão lateral. A Figura 22 ilustra a sensibilidade deste coeficiente em águas rasas.

Figura 22: Relação entre o coeficiente de pressão de corrente na direção transversal $C_{DC,T}$ e a relação profundidade/calado (h/D).

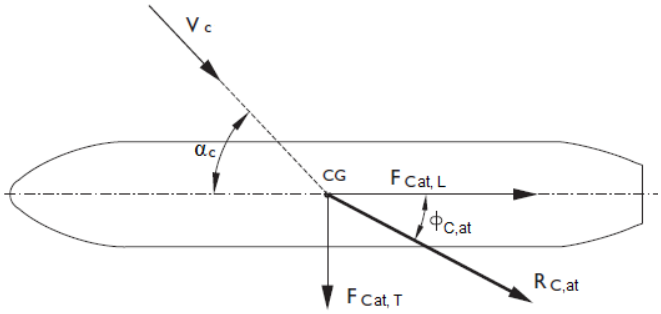


Fonte: ROM 2.0-11 [8].

Já na direção longitudinal, a área projetada transversal submersa é menor e, portanto, a obstrução ao fluxo também. Portanto, o coeficiente de pressão não é tão sensível à relação profundidade da água/calado, sendo influenciado apenas pela geometria da proa da embarcação. O coeficiente de excentricidade, por sua vez, varia de acordo com o ângulo de incidência da corrente. Na falta de dados mais precisos obtidos em modelos físicos, a norma espanhola estima estes coeficientes de modo a estar sempre a favor da segurança.

A parcela correspondente às forças de atrito devido à viscosidade da água pode ser decomposta nas componentes longitudinal e transversal, como ilustrado na Figura 23.

Figura 23: Definição da força de atrito devido à corrente e suas componentes.



Fonte: ROM 2.0-11 [8] (Adaptada).

Como explanado anteriormente, sejam V_C e α_C a velocidade e o ângulo de incidência da corrente. As componentes de atrito nas direção longitudinal ($F_{Cat,L}$) e transversal ($F_{Cat,T}$) são calculadas pelas eqs.(2.75) e (2.76):

$$F_{Cat,L}(\alpha_C) = \frac{\rho_{água}}{2} V_C{}^2 \, C_{fC} \, A_{fC,L} \, cos^2\alpha_C \, , \tag{2.75}$$

$$F_{Cat,T}(\alpha_C) = \frac{\rho_{água}}{2} V_C{}^2 \, C_{fC} \, A_{fC,T} \, sen^2\alpha_C \, , \tag{2.76}$$

onde, $A_{fC,L}$ e $A_{fC,T}$ são as áreas superficiais submersas longitudinal e transversal, respectivamente e C_{fC} é o coeficiente adimensional de atrito que depende do número de Reynolds (Re):

$$C_{fC} = \frac{0.075}{(log_{10} Re - 2)^2}. \tag{2.77}$$

Segundo a norma espanhola, o número de Reynolds em embarcações submetidas a correntes de maré em áreas portuárias normalmente corresponde a situações de escoamento turbulento ($R_e \geq 5000$) e pode ser estimado de acordo com a Eq. (2.78):

$$Re = \frac{V_C \cdot L_{PP} \cdot cos\, \alpha_C}{\upsilon}, \tag{2.78}$$

onde L_{PP} é o comprimento entre perpendiculares da embarcação e υ a viscosidade cinemática da água. O ângulo entre a resultante da força de atrito e o eixo longitudinal da embarcação no sentido de proa para popa é calculado por:

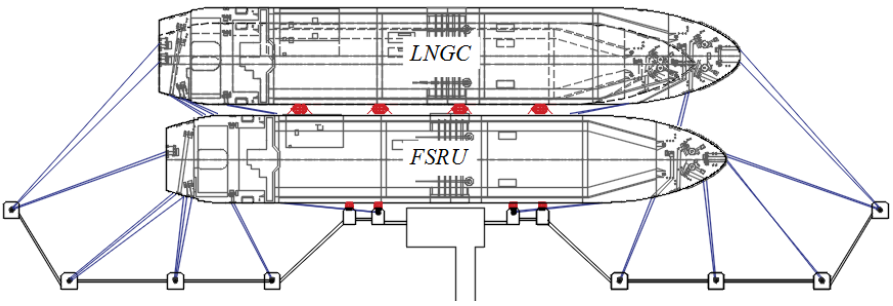
$$\phi_{Cat} = tan^{-1}\left[\left(\frac{A_{fC,T}}{A_{fC,L}}\right) tan^2\, \alpha_C\right]. \tag{2.79}$$

3. ESTUDO DE CASO POR ANÁLISE ESTÁTICA

3.1. Apresentação do caso

As análises estáticas linear e não linear serão feitas em um estudo de caso sobre um terminal de gás natural liquefeito localizado no Porto de Barcarena, Pará. Trata-se de um caso real analisado pela EGT Engenharia em parceria com a Technomar, cujos dados foram disponibilizados por cortesia para a realização desta pesquisa. Como explanado anteriormente, navios metaneiros *LNGC* transportam o gás em sua forma líquida até os terminais receptores. No caso de infraestrutura flutuante, há uma embarcação do tipo *LNGC* denominada *FSRU* que fica permanentemente acostada aos *dolphins* e é responsável por armazenar e regaseificar o *LNG* proveniente dos navios carregados. A operação de descarga é do tipo *side-by-side*, onde o *LNGC* carregado é amarrado lateralmente à *FSRU* e aos *dolphins* mais distantes, como ilustrado pela Figura 24. A transferência do *LNG* se dá através de braços criogênicos flexíveis.

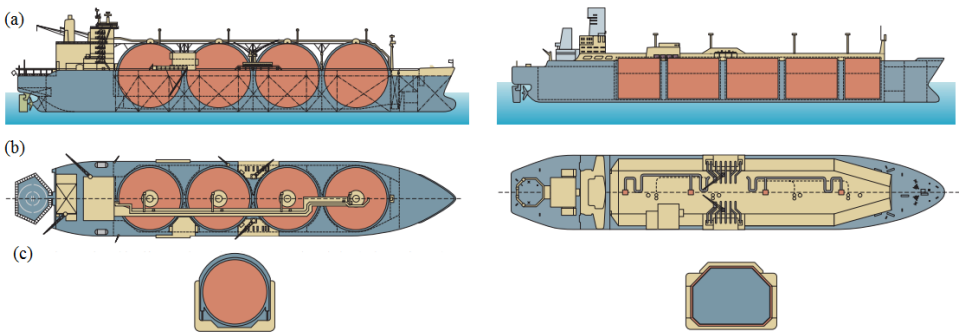
Figura 24: Configuração de amarração do tipo *side-by-side*.



Fonte: EGT Engenharia (Adaptado)

Os navios LNGC são caracterizados de acordo com a forma do tanque de transporte, podendo ser esférico (tipo Moss) ou em membrana, como ilustrado na Figura 25. De acordo com o IGU [4], o segundo tipo é o mais utilizado, compondo 67% da frota ativa mundial no fim de 2018.

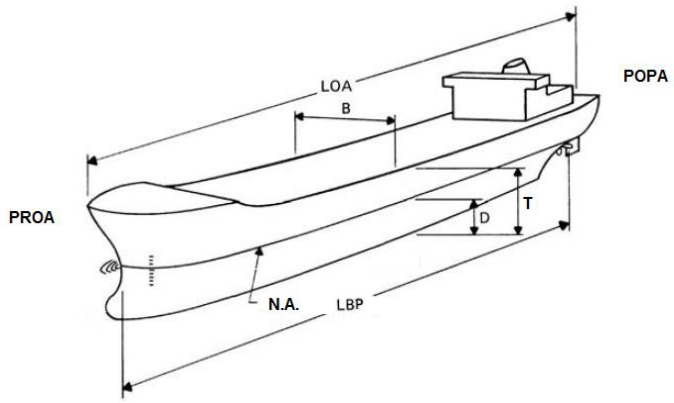
Figura 25:(a) seção longitudinal, (b) planta e (c) seção transversal de navios LNGC com tanque esférico (esq.) ou em membrana (dir.).



Fonte: Granada [5] (Adaptado).

Neste trabalho será considerada a *FSRU* que fica permanentemente acostada e está sujeita a condições ambientais mais severas. Como navio em estudo, adotou-se uma embarcação do tipo membrana com capacidade de 140.000 m³, cujas características representativas foram retiradas da norma ROM 2.0-11 [8] e são detalhadas na Tabela 1 e na Tabela 2, bem como ilustradas na Figura 26.

Figura 26: Dimensões de uma embarcação.



Fonte: Gaythwaite [6] (Adaptada)

Tabela 1: Características Geométricas do Navio em Estudo – Parte 1

Liquefied Natural Gas Carrier– 140.000 m³		
Deslocamento Máximo (Δmax)	105.000	t
Comprimento total (LOA)	279	m
Comprimento entre perpendiculares (LBP)	266	m
Boca (B)	42,6	m
Pontal (T)	26,5	m
Calado Máximo (Dmax)	12,3	m
Calado Mínimo (Dmín)	9,1	m
KG (3) (Plena Carga)	16,3	m
KG (3) (Lastro)	12,9	m

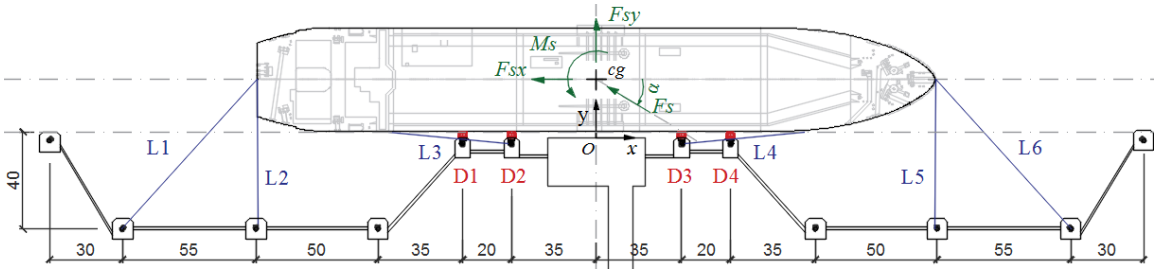
Tabela 2: Características Geométricas do Navio em Estudo – Parte 2

Característica	***Plena Carga***		***Lastro***	
Área Projetada Emersa Longitudinal ($\boldsymbol{A_{V,L}}$)	6.150	m²	6.600	m²
Área Projetada Emersa Transversal ($\boldsymbol{A_{V,T}}$)	1.250	m²	1.300	m²
Área Projetada Submersa Longitudinal ($\boldsymbol{A_{C,L}}$)	3.272	m²	2.391	m²
Área Projetada Submersa Transversal ($\boldsymbol{A_{C,T}}$)	525	m²	383	m²
Área Superficial Submersa Longitudinal ($\mathbf{A}_{\boldsymbol{fC,L}}$)	17.875	m²	16.173	m²
Área Superficial Submersa Transversal ($\mathbf{A}_{\boldsymbol{fC,T}}$)	12.380	m²	12.107	m²

[3] Distância vertical entre o centro de gravidade da embarcação e a quilha (fundo do casco)

A estrutura do terminal é composta por quatro *dolphins* de atracação (que também possuem cabeços para a amarração dos *springs*), seis *dolphins* de amarração, afastados de 40m para trás (na direção transversal à embarcação, sentido terra) em relação à frente de atracação (delimitada pelos painéis das defensas não comprimidas) e dois *dolphins* de amarração alinhados à frente de atracação. A origem O do eixo coordenado encontra-se no eixo de simetria longitudinal da estrutura, alinhado ao centro de gravidade do navio. O *layout* da estrutura encontra-se ilustrado na Figura 27 e, as informações complementares sobre o local, detalhadas na Tabela 3.

Figura 27: Geometria dos dolphins e navio em estudo.



Fonte: Autora.

Tabela 3: Características geométricas da estrutura

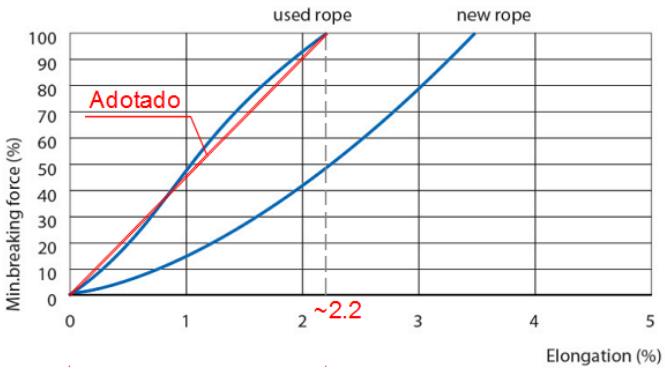
Cota de nível dos dolphins	+8,50	m	Cota de nível leito marinho	-15,00	m
Cota de nível do cabeço	+8,90	m	Maré Astronômica Máxima	+3,70	m
Cota de nível da defensa	+5,80	m	Maré Astronômica Mínima	-0,30	m

O arranjo de cabos ilustrado na Figura 27 foi concebido de maneira a seguir as recomendações da norma espanhola ROM 2.0-11 [8] mencionadas na Seção 1.1: adotou-se uma configuração simplificada e simétrica, com ângulos verticais menores do que 25º e o menor número de cabos possível, sendo dois lançantes, dois traveses e dois *springs*. Segundo Gaythwaite [6], apesar de navios de grande porte usualmente utilizarem de 16 a 18 cabos, optou-se aqui por adotar o menor arranjo possível, mesmo que resulte em cabos de grande diâmetro, apenas a título de investigação dos modelos. A especificação de diâmetros e resistências será feita adiante, após o dimensionamento estático linear.

O cabo utilizado nesta análise é o *Lanko®Force*, da fabricante *Lankhorst Ropes*, cujo material é a fibra sintética de HMPE (*High-Modulus Polyethylene – "Dyneema"*). De acordo com Gaythwaite [6], este material tem sido cada vez mais utilizado pela indústria naval por possuir alta resistência (da mesma ordem de grandeza que o aço) e a vantagem de leveza e flutuabilidade. A carga de ruptura (*Minimum Breaking Load - MBL*) ocorre para um alongamento último ($\varepsilon_{u,cabo}$) de cerca de 2,2%,

considerando um cabo em uso[4]. Como explanado anteriormente, a rigidez será considerada linear com o alongamento, como ilustrado na Figura 28 e estimado pela Eq. (2.37).

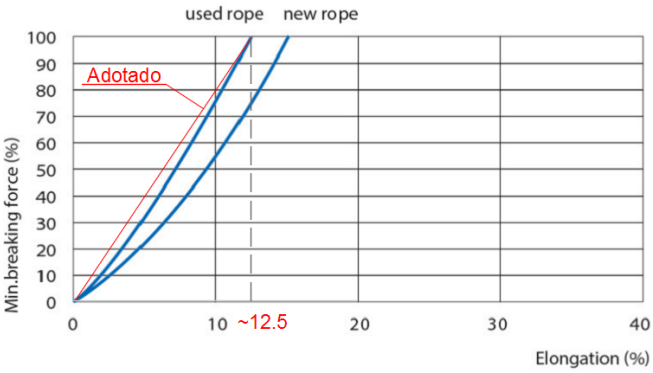
Figura 28: Curva força x deformação do cabo de HMPE ("Dyneema") adotado.



Fonte: Lankhorst Ropes (Adaptado)

As alças utilizadas são do tipo *Euroflex ® Mooring Tails*, também da fabricante *Lankhorst Ropes*. Sua composição é de fibra sintética (poliolefina e poliéster), cujo alongamento último ($\varepsilon_{u,alça}$) é de cerca de 12,5%, considerando um cabo em uso. Nesta análise, a rigidez será considerada linear com o alongamento, como ilustrado na Figura 29 e estimado pela Eq. (2.37).

Figura 29: Curva força x deformação da alça de fibra sintética adotada.



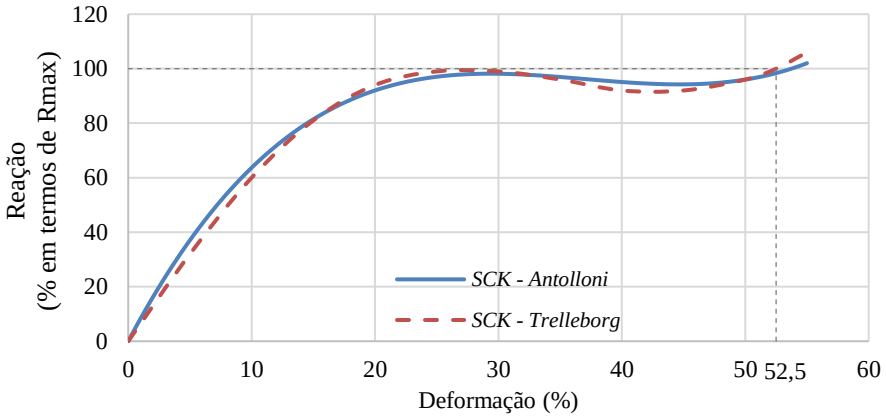
Fonte: Lankhorst Ropes (Adaptado)

A defensa utilizada é do tipo *SCK Cell Fender* da fabricante *Trelleborg*, como a ilustrada na Figura 9 (b), cuja deformação máxima é de 52,5%. Como explanado anteriormente, a força de reação em função da deformação é dada pela equação (2.43). Substituindo os parâmetros fornecidos por Antolloni *et al.* [15] para este tipo de defensa e fabricante, tem-se a Eq. (3.1). A Figura 30 indica as curvas *reação x deformação* fornecida pela fabricante *Trelleborg* e a utilizada neste trabalho. A especificação da reação máxima r_{max} será feita adiante, após o dimensionamento estático linear

[4] Fibras sintéticas se tornam mais rígidas após poucos ciclos de tensão, pois perdem o alongamento aplicado durante o processo de fabricação (Gaythwaite, [3]).

$$r_f = \left[2{,}6\,\delta + 27248\,(0{,}37 - \delta)\left(1 - \frac{50}{\sqrt{2500+4\delta(0.74-\delta)}}\right)\right] r_{max}\,. \qquad (3.1)$$

Figura 30: Curva Reação x Deformação (em termos da Rmáx) da defensa tipo SCK-Cell Fender.



Fonte: Autora.

Tendo como base o arranjo de amarração adotado na Figura 27, mais as informações do navio e do local (Tabela 2 e Tabela 3), levantaram-se as coordenadas das buzinas de amarração do navio, cabeços e defensas que serão utilizados nas análises linear e não linear. As mesmas estão listadas na Tabela 4 e na Tabela 5. A origem do sistema de referência localiza-se na estrutura, alinhada horizontalmente ao centro de gravidade da embarcação, conforme ilustrado na Figura 27. Previamente, foram analisadas as situações em lastro e em plena carga, sendo que a última associada à maré máxima se apresentou mais crítica como será explanado mais adiante. As coordenadas dos cabeços (*bollards*) estão identificadas pelo índice *B*, das buzinas (*chocks*) pelo índice *C*; α é o ângulo do cabo em relação ao eixo *x* e β o ângulo vertical, conforme ilustrado na Figura 10. Por fim, o índice das coordenadas das defensas (*fenders*) é *f*.

Tabela 4: Coordenadas dos cabeços e buzinas do navio onde estão amarrados os cabos.

Cabo	Tipo	X_B (m)	Y_B (m)	Z_B (m)	X_C (m)	Y_C (m)	Z_C (m)	α (º)	β (º)
L1	Lançante	-195,0	-37,5	8,9	-139,5	23,8	17,9	47,8	6,2
L2	Través	-140,0	-37,5	8,9	-139,5	23,8	17,9	89,5	8,4
L3	*Spring*	-35,0	-5,0	8,9	-85,0	2,5	17,9	-8,5	10,1
L4	*Spring*	35,0	-5,0	8,9	85,0	2,5	17,9	8,5	10,1
L5	Través	140,0	-37,5	8,9	139,5	23,8	17,9	-89,5	8,4
L6	Lançante	195,0	-37,5	8,9	139,5	23,8	17,9	-47,8	6,2

Tabela 5: Coordenadas das defensas no alinhamento dos *dolphins*.

Defensa	D1	D2	D3	D4
X_f (m)	-55,0	-35,0	35,0	55,0
Y_f (m)	0,0	0,0	0,0	0,0
Z_f (m)	5,8	5,8	5,8	5,8

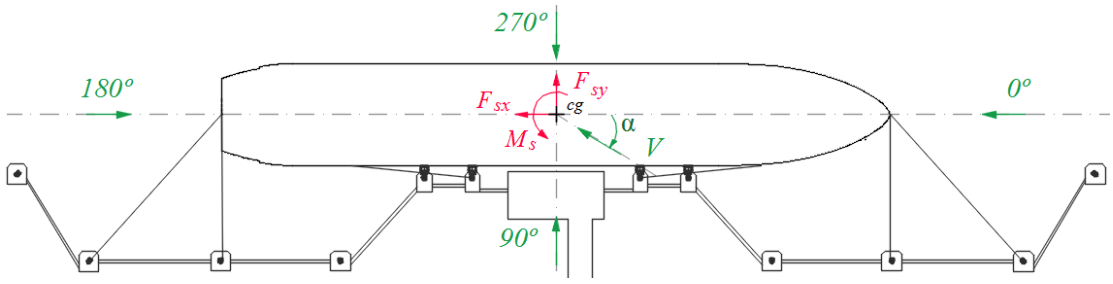
3.2. *Ações ambientais*

As ações ambientais de vento e corrente foram estimadas segundo os critérios recomendados pela OCIMF [7] para grandes embarcações (maiores do que 16.000 t de DWT[5]) ao abrigo de ondas. Em relação ao vento, adota-se uma velocidade média referente a uma rajada de 30s a 10m de altura do nível d'água de 31 m/s (60 nós), com ângulo de incidência em qualquer direção. Tal ação deve ser somado à da corrente. A OCIMF [7] recomenda velocidades de corrente de 1,54 m/s (3 nós) para ângulos de incidência de 0º ou 180º em relação ao eixo longitudinal do navio; 1,03 m/s (2 nós) para ângulos de 10º ou 170º; e 0,5 m/s (0,75 nós) para ângulo de 90º.

Observa-se que a formulação da norma espanhola [8] para o cálculo das forças de vento indica um período de rajada de 60s, conforme já relatado anteriormente, pois esse é o período que a norma considera ser necessário para ultrapassar a inércia do navio e mobilizar a força de arrasto. Entretanto, a OCIMF [7] afirma que esse período varia de 30s a 60s, considerando grandes navios em lastro e em plena carga, respectivamente. A favor da segurança, a OCIMF [7] recomenda adotar 30s para todas as condições de carga, uma vez que quanto menor o período da rajada, maior é a sua velocidade média. Portanto, para manter a consistência dos critérios, a última é adotada neste estudo.

O estudo foi realizado para ações no sentido de afastamento ou de aproximação da embarcação à estrutura. Isto posto, adotou-se a convenção de ângulos indicada na Figura 31, a mesma adotada pela ROM 2.0-11 [8]. Nesta, os ângulos menores do que 180º correspondem ao afastamento e, os maiores, à aproximação.

Figura 31: Convenção adotada para os ângulos de incidência das ações ambientais e ações resultantes no centro de gravidade da embarcação, com base na ROM 2.0-11 [8]



Fonte: Autora.

[5] *DWT – Deadweight tonnage.* Refere-se ao peso total variável que um navio pode transportar, contabilizando desde a carga a ser transportada até o combustível e o lastro.

3.2.1.1. Vento

O procedimento de cálculo adotado encontra-se detalhado na Subseção 2.3.1. Para tal, variou-se o ângulo de incidência do vento (α_v) de 0º a 360º com incrementos de 30º, e utilizaram-se os dados geométricos do navio encontrados na Tabela 1 e na Tabela 2. O valor adotado para o peso específico do ar foi de 1,23 kg/m³. Como mencionado anteriormente, na ausência de modelos físicos e dados precisos, a ROM 2.0-11 [8] estima os coeficientes de arrasto de modo a assegurar a segurança da análise, sendo esses utilizados no presente estudo. Dessa forma, o coeficiente de arrasto na direção longitudinal ($C_{DV,L}$) para embarcações em plena carga com vento de proa é igual a 0,9, e de popa, 0,7. Para grandes embarcações, o coeficiente de arrasto na direção transversal ($C_{DV,T}$) é 1,0. Para o *LNGC* em análise, cuja superestrutura é localizada na popa, o coeficiente de excentricidade (K_{Ve}) em plena carga varia 0 a -0,37. A resultante da força de arrasto de vento (R_V) e suas componentes na direção longitudinal ($F_{V,L}$), transversal ($F_{V,T}$) e momento ($M_{CG,V}$) encontram-se listados na Tabela 6 para as situações de afastamento e na Tabela 7 para as de aproximação.

Tabela 6: Cálculo das forças externas de vento – Situações de Afastamento

α_V [º]	$C_{DV,L}$	$C_{DV,T}$	ϕ_V [º]	K_{Ve}	R_V [kN]	$F_{V,L}$ [kN]	$F_{V,T}$ [kN]	$M_{CG,V}$ [kNm]
0	0,9	1,0	0,0	0,00	664,9	664,9	0,0	0,0
30	0,9	1,0	70,6	-0,10	1853,7	615,6	1748,5	-48784,0
60	0,9	1,0	83,3	-0,12	3149,3	367,0	3127,8	-104718,9
90	0,9	1,0	90,0	-0,16	3634,7	0,0	3634,7	-162254,9
120	0,7	1,0	-83,3	-0,27	-3109,0	-362,4	3087,9	-232608,5
150	0,7	1,0	-70,6	-0,37	-1707,8	-567,1	1610,9	-166288,2
180	0,7	1,0	0,0	0,00	-517,1	-517,1	0,0	0,0

Tabela 7: Cálculo das forças externas de vento – Situações de Aproximação

α_V [º]	$C_{DV,L}$	$C_{DV,T}$	ϕ_V [º]	K_{Ve}	R_V [kN]	$F_{V,L}$ [kN]	$F_{V,T}$ [kN]	$M_{CG,V}$ [kNm]
180	0,7	1,0	0,0	0,00	-517,1	-517,1	0,0	0,0
210	0,7	1,0	70,6	-0,37	-1707,8	-567,1	-1610,9	166288,2
240	0,7	1,0	83,3	-0,27	-3109,0	-362,4	-3087,9	232608,5
270	0,9	1,0	90,0	-0,16	-3634,7	0,0	-3634,7	162254,9
300	0,9	1,0	-83,3	-0,12	3149,3	367,0	-3127,8	104718,9
330	0,9	1,0	-70,6	-0,10	1853,7	615,6	-1748,5	48784,0
360	0,9	1,0	0,0	0,00	664,9	664,9	0,0	0,0

3.2.1.2. Corrente

O procedimento de cálculo adotado encontra-se detalhado na Subseção 2.3.2. Para tal, variou-se o ângulo de incidência (α_c) de 0º, 10º, 90º, 170º, 180º, 190º, 270º, 350º e 360º, e utilizaram-se os dados geométricos do navio encontrados na Tabela 1 e na Tabela 2. O valor adotado para o peso específico da água foi de 1025 kg/m³.

Para as forças de pressão, os coeficientes utilizados são os estimados pela ROM 2.0-11 [8]. De acordo com a OCIMF [7], para navios *LNGC* com comprimento total maior do que 150m, deve-se adotar a relação profundidade da água/calado (h/D) igual a 1,1 para as condições em plena carga e lastro. É por essa razão que a situação de maré máxima torna-se mais crítica, pois os cabos possuem maior ângulo vertical e a mesma relação h/D. Em vista disso, da Figura 22 tem-se que o coeficiente de pressão na direção transversal ($C_{DC,T}$) é igual a 6,0. Na direção longitudinal, considerando a forma da proa como convencional, o valor do coeficiente ($C_{DC,L}$) é 0,6. Como a relação h/D é menor do que 2, este coeficiente deve ser multiplicado por 1,5. Por fim, o coeficiente de excentricidade ($K_{C,e}$) varia de 0 a ±0,17, dependendo do ângulo de incidência. A resultante da força de pressão ($R_{C,p}$) e suas componentes na direção longitudinal ($F_{Cp,L}$), transversal ($F_{Cp,T}$) e momento ($M_{CG,Cp}$) estão listados na Tabela 8, para as situações de afastamento, e na Tabela 9, para as de aproximação.

Tabela 8: Cálculo das forças externas de pressão de corrente – Situações de Afastamento.

α_C [º]	$V_{C,t}$ [m/s]	$C_{DC,L}$	$C_{DC,T}$	$K_{C,e}$	$\phi_{C,p}$ [º]	$R_{C,p}$ [kN]	$F_{Cp,L}$ [kN]	$F_{Cp,T}$ [kN]	$M_{CG,Cp}$ [kNm]
0	1,54	0,9	6,0	0,00	0,0	576,8	576,8	0,0	0,0
10	1,03	0,9	6,0	0,17	47,7	720,1	484,7	532,6	25262,1
90	0,50	0,9	6,0	0,00	90,0	2.515,4	0,0	2.515,4	0,0
170	1,03	0,9	6,0	-0,17	-47,7	-720,1	-484,7	532,6	-25262,1
180	1,54	0,9	6,0	0,00	0,0	-576,8	-576,8	0,0	0,0

Tabela 9: Cálculo das forças externas de pressão de corrente – Situações de Aproximação.

α_C [º]	$V_{C,t}$ [m/s]	$C_{DC,L}$	$C_{DC,T}$	$K_{C,e}$	$\phi_{C,p}$ [º]	$R_{C,p}$ [kN]	$F_{Cp,L}$ [kN]	$F_{Cp,T}$ [kN]	$M_{CG,C}$ [kNm]
180	1,54	0,9	6,0	0,00	0,0	-576,8	-576,8	0,0	0,0
190	1,03	0,9	6,0	-0,17	47,7	-720,1	-484,7	-532,6	25262,1
270	0,50	0,9	6,0	0,00	90,0	-2.515,4	0,0	-2.515,4	0,0
350	1,03	0,9	6,0	0,17	-47,7	720,1	484,7	-532,6	-25262,1
360	1,54	0,9	6,0	0,00	0,0	576,8	576,8	0,0	0,0

As componentes da resultante da força de atrito de corrente nas direções longitudinal ($F_{Cat,L}$) e transversal ($F_{Cat,T}$), bem como o ângulo da resultante ($\phi_{C,at}$) e o coeficiente de atrito (C_{fc}) são indicados na Tabela 10 para as situações de afastamento e na Tabela 11 para as de aproximação. Nota-se que estas forças são muito pequenas quando comparadas às de pressão.

Tabela 10: Cálculo das forças externas de atrito de corrente – Situações de Afastamento

αC [º]	$V_{C,t}$ [m/s]	C_{fc}	$\phi_{C,at}$ [º]	$F_{Cat,L}$ [kN]	$F_{Cat,T}$ [kN]
0	1,54	0,002	0,0	37,54	0,00
10	1,03	0,002	2,6	17,12	0,37
90	0,5	0,001	90,0	0,00	1,17
170	1,03	0,002	-2,6	-17,12	0,37
180	1,54	0,002	0,0	-37,54	0,00

Tabela 11: Cálculo das forças externas de atrito de corrente – Situações de Aproximação

αC [º]	$V_{C,t}$ [m/s]	C_{fc}	$\phi_{C,at}$ [º]	$F_{Cat,L}$ [kN]	$F_{Cat,T}$ [kN]
180	1,54	0,002	0,0	-37,54	0,00
190	1,03	0,002	-2,6	-17,12	-0,37
270	0,5	0,001	90,0	0,00	-1,17
350	1,03	0,002	2,6	17,12	-0,37
360	1,54	0,002	0,0	37,54	0,00

3.2.1.3. Ações Resultantes

As ações de vento e corrente foram combinadas para todos ângulos incidentes listados anteriormente. Na situação de afastamento, os valores extremos das resultantes de forças longitudinais, transversais e momento ocorrem em ângulos de incidência de vento de 0º, 90º e 120º, respectivamente. Os resultados máximos são apresentados fixando-se estes ângulos de vento e variando-se os ângulos de corrente, conforme indicado na Tabela 12. Nesta, $f_{ext,x}$ é a componente da força externa resultante na direção x, $f_{ext,y}$ é a componente na direção y e m_{ext} o momento.

Nas situações de aproximação, os valores máximos das forças longitudinais, transversais e momentos ocorrem para ângulos de incidência de vento de 240º, 270º e 360º, respectivamente. Os resultados máximos são apresentados na Tabela 13.

Tabela 12: Resultantes máximas das ações de vento e corrente – Situações de Afastamento

α_V [º]	α_C [º]	$f_{ext,x}$ [kN]	$f_{ext,y}$ [kN]	m_{ext} [kNm]
0	0	1279	0	0
	10	1167	533	25262
	90	665	2517	0
	170	163	533	-25262
	180	51	0	0
90	0	614	3635	-162255
	10	502	4168	-136993
	90	0	6151	-162255
	170	-502	4168	-187517
	180	-614	3635	-162255
120	0	252	3088	-232608
	10	139	3621	-207346
	90	-362	5604	-232608
	170	-864	3621	-257871
	180	-977	3088	-232608

Tabela 13: Resultantes máximas das ações de vento e corrente – Situações de Aproximação

α_V [º]	α_C [º]	$f_{ext,x}$ [kN]	$f_{ext,y}$ [kN]	m_{ext} [kNm]
240	180	-977	-3088	232608
	190	-864	-3621	257871
	270	-362	-5604	232608
	350	139	-3621	207346
	360	252	-3088	232608
270	180	-614	-3635	162255
	190	-502	-4168	187517
	270	0	-6151	162255
	350	502	-4168	136993
	360	614	-3635	162255
360	180	51	0	0
	190	163	-533	25262
	270	665	-2517	0
	350	1167	-533	-25262
	360	1279	0	0

3.3. Resultados e Discussões – Modelo Estático

3.3.1. Análise Estática Linear

Uma das vantagens das simplificações da análise linear feita pela ROM 2.0-11 [8] é que, exceto no Método 1 explanado na Subseção 2.1.4 com cabos tracionados e defensas comprimidas, o cálculo dos esforços do sistema de amarração não requer informações a respeito das características constitutivas de seus elementos. Assim sendo, torna-se uma ferramenta importante no dimensionamento destes. Isto posto, nesta seção, além da determinação dos esforços do sistema de amarração, será feita a especificação do diâmetro e carga de ruptura dos cabos e reação máxima das defensas. Tais definições serão utilizadas nos demais modelos mais sofisticados.

3.3.1.1. Tração nos Cabos

As trações nos cabos foram calculadas de acordo com o Método 2 da norma espanhola ROM 2.0-11 [8] explicitado na Subseção 2.1.4 para as forças externas extremas no sentido de afastamento da embarcação aos *dolphins*. As mesmas foram apresentadas na Tabela 12. A situação de máxima tração nos *springs* com forças no sentido de aproximação não foi avaliada pois, da Tabela 13, nota-se que as forças longitudinais máximas são iguais às obtidas na Tabela 12. Ressalta-se que, para o equilíbrio das forças longitudinais e do lado da segurança, considerou-se que os deslocamentos são suficientemente grandes para afrouxar um dos *springs*, resultando em apenas um cabo tensionado para resistir às ações externas longitudinais.

Como exposto anteriormente, as velocidades de vento e corrente utilizadas no cálculo das ações são valores médios, conduzindo a esforços no sistema de amarração também médios. Seguindo as recomendações da norma espanhola, a fim de levar em conta o caráter oscilatório dessas ações e identificar as máximas trações, as ações foram majoradas para o cálculo das forças nos cabos. Como explanado anteriormente, o coeficiente de majoração depende das características da embarcação, das próprias ações, do sistema de amarração e da estrutura de acostagem. Devido à experiência de projetos na área portuária acumulada pela EGT Engenharia e, conforme adotado por Barros [14] em seu estudo de caso, optou-se aqui por adotar o coeficiente γ_D = 1,5, pois assume-se que o valor recomendado pela norma ROM 2.0-11 de γ_D = 2,0 é conservador. De qualquer modo, tal valor será verificado adiante na análise dinâmica. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 14, sendo os máximos, destacados.

Como observado por Barros [14], os resultados do modelo linear apresentam, como reflexo das simplificações adotadas, o desacoplamento dos movimentos horizontais. Consequentemente, a somatória das forças nos cabos não satisfaz o equilíbrio para cada caso de carregamento observado.

Tomemos como exemplo o caso de vento e corrente a 0º. Como ações externas temos apenas forças longitudinais. Entretanto, o *spring* não é paralelo ao eixo longitudinal e, de acordo com a Tabela 4, possui um ângulo horizontal de 8,5º. O resultado é uma componente transversal que não é equilibrada por nenhuma outra força. O mesmo ocorre no caso de vento e corrente a 90º. Os lançantes e traveses de proa possuem tração diferente dos de popa. Como eles possuem ângulos horizontais de 47,8º e 89,5º, as componentes longitudinais dos cabos de proa não equilibram as dos cabos de popa. Assim sendo, o equilíbrio global das forças não é satisfeito.

Tabela 14: Tração nos cabos (em kN) para as ações extremas de afastamento com γ_D = 1,5

α_V [º]	**α_C [º]**	*Lançante Popa (**L1**)*	*Través Popa (**L2**)*	*Spring Popa (**L3**)*	*Spring Proa (**L4**)*	*Través Proa (**L5**)*	*Lançante Proa (**L6**)*
0	0	0,0	0,0	**1970,8**	0,0	0,0	0,0
	10	152,9	152,9	1797,4	0,0	310,2	310,2
	90	1093,3	1093,3	1024,3	0,0	1093,3	1093,3
	170	310,2	310,2	251,3	0,0	152,9	152,9
	180	0,0	0,0	77,9	0,0	0,0	0,0
90	0	2084,4	2084,4	946,4	0,0	1073,8	1073,8
	10	2237,3	2237,3	773,1	0,0	1384,0	1384,0
	90	**3177,7**	**3177,7**	0,0	0,0	2167,1	2167,1
	170	2394,7	2394,7	0,0	773,1	1226,7	1226,7
	180	2084,4	2084,4	0,0	946,4	1073,8	1073,8
120	0	2065,9	2065,9	388,2	0,0	617,1	617,1
	10	2218,8	2218,8	214,8	0,0	927,3	927,3
	90	**3159,3**	**3159,3**	0,0	558,2	1710,4	1710,4
	170	2376,2	2376,2	0,0	1331,3	770,0	770,0
	180	2065,9	2065,9	0,0	1504,7	617,1	617,1

Outro ponto a ser levantado é que a formulação linear simplificada não contabiliza a pré-tensão. Entende-se que usualmente a força aplicada depende da resistência do cabo (tipicamente, por volta de 5 a 10% do *MBL*) e, a priori, não temos essa informação. Além de que, a pré-tensão torna a análise mais complexa por incluir as defensas, que sofrem pré-compressão. Talvez coubesse aqui um cálculo iterativo, mas compreende-se que isso vai contra o propósito de um método simplificado.

Apesar das questões aqui levantadas, as simplificações propostas pela norma espanhola procuram manter-se do lado da segurança, de maneira a obter esforços de tração supostamente maiores do que uma análise mais completa pode oferecer. Assim sendo, os resultados aqui obtidos serão discutidos e comparados na subseção a seguir.

A partir dos dados da Tabela 14, tem-se que o máximo esforço de tração nos cabos é de 3178 kN. Esse valor é chamado de carga de trabalho (*Safe Working Load – SWL*). De acordo com a OCIMF

[7], a esse valor deve ser aplicado um fator de segurança (FS) para que se determine a resistência do cabo, ou seja, sua carga de ruptura (*Minimum Breaking Load – MBL*). O fator de segurança depende do material utilizado, sendo recomendado para fibras sintéticas FS = 2,0 e para alças de fibras sintéticas conectadas a cabos de fibras sintéticas FS=2,50. Portanto, para este estudo são necessários cabo e alça com cargas de ruptura iguais ou maiores do que 6356 kN e 7944 kN, respectivamente. Como dito anteriormente, grandes embarcações utilizam de 16 a 18 cabos, o que implica em diâmetros menores e mais fáceis de manusear. Entretanto, também como já dito anteriormente, optou-se aqui por adotar o menor arranjo possível com apenas 6 linhas, a título de investigação dos modelos. Adota-se um cabo do tipo *Lanko®Force* da fabricante *Lankhorst Ropes* de 100mm de diâmetro, que corresponde a um *MBL* = 7078 kN. Já para as alças, não existe diâmetro comercial que atenda aos requisitos de *MBL*. Desta forma, adota-se uma alça fictícia com carga de ruptura equivalente a quatro alças do tipo *Euroflex ® Mooring Tails*, de 96mm de diâmetro com *MBL* = 2321 kN, o que corresponde a um *MBL* equivalente de 9284 kN.

3.3.1.2. Compressão nas Defensas

As compressões nas defensas foram calculadas de acordo com o Método 1 da norma espanhola ROM 2.0-11 [8] explicitado na Subseção 2.1.4. As forças externas extremas são no sentido de aproximação da embarcação à estrutura e foram apresentadas na Tabela 13. Como explanado anteriormente, este método propõe duas abordagens. A primeira, mais realista, leva em conta tanto a contribuição dos traveses quanto das defensas para o equilíbrio. Em contrapartida, seu cálculo utiliza como parâmetros a geometria e o módulo de elasticidade das defensas e cabos. Já a segunda abordagem, mais conservadora, assume que todos os cabos afrouxam e apenas as defensas resistem às ações externas. Nesta, como parâmetro de entrada, é necessário somente a quantidade de defensas comprimidas. Portanto, optou-se por fazer uma pré-verificação pela abordagem mais conservadora para obter os parâmetros de entrada da mais realista, considerando que apenas um través se mantém tracionado devido ao momento resultante. Com o intuito de não superestimar os esforços, o coeficiente de majoração não foi aplicado na abordagem mais conservadora (γ_D = 1,0), mas será aplicado na mais realista (γ_D = 1,5).

Na abordagem conservadora, é necessário saber quais defensas permanecem comprimidas para cada situação de ações analisada. A priori, supôs-se que todas as defensas permaneciam comprimidas. Caso o cálculo da compressão indicasse que havia perda de contato em alguma unidade, repetiu-se o procedimento diminuindo o número de elementos comprimidos até que houvesse coerência entre a hipótese e o resultado. A Tabela 15 apresenta os resultados da análise com as quatro defensas comprimidas para as máximas ações transversais e momentos. Os valores negativos indicam compressão, sendo o máximo destacado. Os positivos indicam perda de contato e estão assinalados em vermelho.

Tabela 15: Compressão nas defensas (em kN) para as ações extremas de aproximação com γ_D = 1,0 – Hipótese: 4 defensas comprimidas

αV [º]	*αC [º]*	*Defensa (**D1**)*	*Defensa (**D2**)*	*Defensa (**D3**)*	*Defensa (**D4**)*
240	180	-2732.5	-2075.7	223.0	879.8
	190	-3088.5	-2360.4	187.9	916.0
	270	-3487.4	-2830.7	-532.0	124.8
	350	-2696.2	-2110.8	-61.7	523.7
	360	-2732.5	-2075.7	223.0	879.8
270	180	-2350.3	-1892.2	-288.7	169.4
	190	-2706.3	-2176.9	-323.8	205.7
	270	**-3105.2**	-2647.1	-1043.6	-585.5
	350	-2314.0	-1927.2	-573.4	-186.6
	360	-2350.3	-1892.2	-288.7	169.4

Da Tabela 15, nota-se que, exceto para vento a 270º com corrente a 270º e 350º, há perda de contato de defensas. Assim sendo, a hipótese feita a priori de que as quatro defensas permanecem comprimidas não é satisfeita nos demais casos. Isto posto, a compressão máxima ocorre para vento e corrente a 270º, uma vez que o resultado é coerente com a hipótese. Observa-se ainda que, apesar de o esforço máximo ocorrer para vento a 240º e corrente a 270º, este valor não é válido. Portanto, como explanado anteriormente, repete-se a análise para estes casos cuja hipótese foi refutada, considerando que três defensas permanecem comprimidas. Os resultados apresentam-se na Tabela 16.

Tabela 16: Compressão nas defensas (em kN) para as ações extremas de aproximação com γ_D = 1,0 – Hipótese: 3 defensas comprimidas

αV [º]	*αC [º]*	*Defensa (**D1**)*	*Defensa (**D2**)*	*Defensa (**D3**)*	*Defensa (**D4**)*
240	180	-3366.0	-2516.3	457.7	1307.4
	190	-3797.4	-2855.4	441.5	1383.5
	270	**-4204.8**	-3355.1	-381.1	468.6
	350	-3289.9	-2532.5	118.6	876.0
	360	-3366.0	-2516.3	457.7	1307.4
270	180	-2841.5	-2248.8	-174.3	418.4
	190	-3273.0	-2588.0	-190.5	494.5
	360	-2841.5	-2248.8	-174.3	418.4

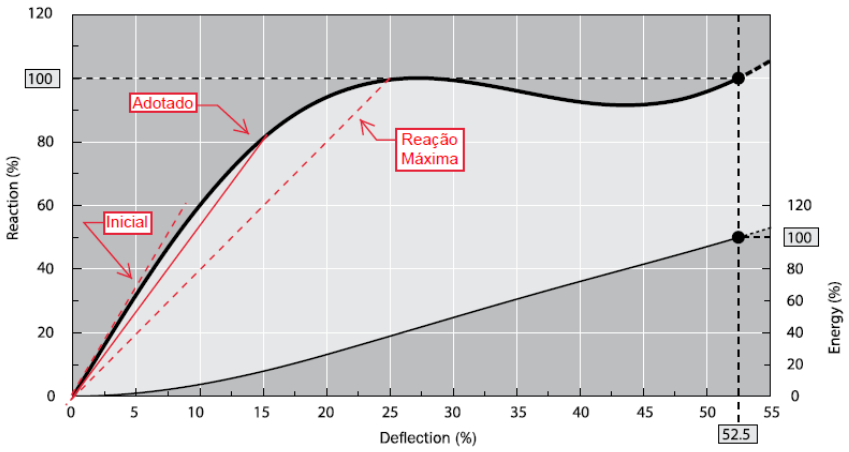
Novamente, a hipótese feita a priori de que três defensas permanecem comprimidas não é satisfeita em todos os casos analisados. Portanto, repete-se o procedimento para os casos cuja hipótese foi refutada, considerando apenas duas defensas comprimidas. O resultado encontra-se na Tabela 17.

Tabela 17: Compressão nas defensas (em kN) para as ações extremas de aproximação com γ_D = 1,0 – Hipótese: 2 defensas comprimidas

αv [º]	*αc [º]*	*Defensa (**D1**)*	*Defensa (**D2**)*	*Defensa (**D3**)*	*Defensa (**D4**)*
240	180	-4554.2	-3459.5	371.7	1466.3
	190	**-5147.6**	-3934.1	313.2	1526.7
	350	-4493.7	-3518.0	-102.9	872.9
	360	-4554.2	-3459.5	371.7	1466.3

A pré-verificação indica como reação máxima 5147,6 kN. Adota-se o modelo *SCK 2500 – E 2.8*, que possui reação máxima de 5175,6 kN e altura do elastômero 2,50m para estimativa do módulo de elasticidade. Como a defensa elastomérica possui rigidez não linear, a mesma será linearizada considerando a rigidez média indicada na Figura 32, com deformação de 15% do elastômero para 80% da reação máxima. Para os cabos, adotam-se as características especificadas na Subseção 3.3.1.1.

Figura 32: Linearização da rigidez da defensa tipo SCK Cell Fender adotada



Fonte: Catálogo Trelleborg (adaptado)

Além do número de cabos tracionados, a formulação mais realista da norma espanhola também tem como parâmetro de entrada a quantidade de defensas comprimidas. De modo equivalente à abordagem anterior, a priori, será feita a hipótese de que não há perda de contato em nenhuma defensa. Caso os resultados indiquem o contrário, repete-se o procedimento de acordo com uma nova hipótese. Por fim, como mencionado anteriormente, nesta abordagem será levado em conta o caráter oscilatório das ações ambientais através de um coeficiente de majoração γ_D = 1,5. Tal valor será verificado na análise dinâmica. Os resultados obtidos estão indicados na Tabela 18.

Tabela 18: Compressão nas defensas (em kN) para as ações extremas de aproximação com γ_D = 1,5 – Hipótese: 4 defensas comprimidas

α_V [º]	α_C [º]	*Defensa (**D1**)*	*Defensa (**D2**)*	*Defensa (**D3**)*	*Defensa (**D4**)*
240	180	-2421.8	-1933.1	-222.7	266.0
	190	-2753.8	-2212.1	-315.9	225.9
	270	**-3300.3**	-2811.6	-1101.2	-612.5
	350	-2461.9	-2026.3	-501.6	-66.0
	360	-2421.8	-1933.1	-222.7	266.0
270	180	-2206.3	-1865.4	-672.3	-331.4
	190	-2538.3	-2144.3	-765.4	-371.5
	270	-3084.7	-2743.8	-1550.7	-1209.9
	350	-2246.4	-1958.6	-951.2	-663.4
	360	-2206.3	-1865.4	-672.3	-331.4

Da Tabela 18, tem-se que a máxima compressão ocorre para vento a 240º e corrente a 270º. Nota-se que a hipótese de que as quatro defensas permanecem comprimidas não é satisfeita em apenas três casos. Portanto, a inclusão do través no cálculo modifica substancialmente a configuração de equilíbrio. Ainda assim, repete-se o procedimento para os casos cuja hipótese foi refutada, considerando três defensas comprimidas. O resultado encontra-se na Tabela 19.

Tabela 19: Compressão nas defensas (em kN) para as ações extremas de aproximação com γ_D = 1,5 – Hipótese: 3 defensas comprimidas

α_V [º]	α_C [º]	*Defensa (**D1**)*	*Defensa (**D2**)*	*Defensa (**D3**)*	*Defensa (**D4**)*
240	180	-3110.0	-2489.9	-319.8	300.3
	190	**-3537.7**	-2850.3	-444.4	243.0
	360	-3110.0	-2489.9	-319.8	300.3

Da Tabela 19, nota-se que a hipótese de três defensas comprimidas é satisfeita em todos os casos. Observa-se ainda que a máxima compressão ocorre para vento a 240º e corrente a 190º, e é maior do que a obtida na Tabela 18. Nesta situação crítica, calcula-se o incremento de força no través tracionado através da Eq. (2.20) e obtém-se 945 kN. Tal valor respeita a especificação de material dos cabos feita na Subseção 3.3.1.1..

Considerando a reação máxima de 3537,7 kN da Tabela 19, a defensa final escolhida é o modelo *SCK 2250 – E 2.1*, que possui reação máxima de 3514,7 kN, máxima energia absorvida de 3472,8 kNm e altura do elastômero 2,25m. Utilizando a rigidez linearizada da Figura 32, repete-se a abordagem mais realista do Método 1 com as novas propriedades, para validação do elemento escolhido. Os resultados são apresentados na Tabela 20.

Tabela 20: Verificação da defensa adotada (em kN) – 3 defensas comprimidas, com γ_D = 1,5

α_V [º]	**α_C [º]**	*Defensa (**D1**)*	*Defensa (**D2**)*	*Defensa (**D3**)*	*Defensa (**D4**)*
240	190	**-3226.3**	-2635.5	-567.4	23.4

Como a reação máxima calculada de 3226,3 kN é menor, mas está próxima da especificada, mantém-se a defensa *SCK 2250 – E 2.1*. O incremento de força no través tracionado é recalculado pela Eq. (2.20), e corresponde a 997 kN. Portanto, os cabos definidos na Subseção 3.3.1.1 suportam essa tração.

De modo similar aos esforços de tração nos cabos (Subseção 3.3.1.1), os resultados do modelo linear para as defensas também refletem as implicações das simplificações adotadas através do desacoplamento dos movimentos horizontais. Consequentemente, o equilíbrio global não é satisfeito.

Segundo o Método 1 e, de modo equivalente ao Método 2, as forças longitudinais externas são equilibradas apenas pelos *springs*. Portanto, são válidas as considerações a respeito do equilíbrio global feitas anteriormente na Subseção 3.3.1.1. O mesmo ocorre para as forças transversais e momentos. Apesar de, no arranjo aqui analisado, o través ser quase perpendicular ao eixo longitudinal (α = 89,5º), a componente longitudinal do cabo, ainda que pequena, não é equilibrada. Logo, o equilíbrio global das forças não é satisfeito.

Outra questão importante é a não consideração da pré-tensão na formulação linear. No caso das defensas, a pré-compressão pode impedir que ocorra a total descompressão e perda de contato com o navio, mudando a configuração analisada. De modo equivalente às ponderações feitas na Subseção 3.3.1.1, entende-se que a pré-tensão traz certa complexidade ao cálculo ao incluir cabos que talvez não afrouxem durante a análise. Mais uma vez, compreende-se que tais proposições vão contra o propósito de um método simplificado.

O procedimento indicado pelo Método 1 considera a rigidez relativa entre seus elementos, contudo é necessário ter alguns parâmetros constitutivos dos materiais utilizados e, em alguns casos, requer algumas iterações até a solução final. De maneira geral, é mais completo, porém mais oneroso, do que o Método 2.

Apesar dos pontos elucidados, reafirma-se que as simplificações propostas pela norma espanhola buscam a segurança, de forma a obter esforços (ao menos supostamente) maiores do que uma análise mais completa pode fornecer. Isto posto, os resultados aqui obtidos serão discutidos e comparados mais adiante com aqueles das análises estática não linear e dinâmica linear.

3.3.2. Análise Estática Não-Linear

Nesta seção, utilizou-se a formulação desenvolvida na Seção 2.2, que foi implementada no programa *Mathematica*. Os dados acerca da geometria, sistema de coordenadas, materiais, dentre outros, encontram-se na Seção 3.1. A especificação dos elementos do sistema de amarração, como explanado anteriormente, foi feita na subseção 3.3.1. Em um primeiro instante, a fim de analisar o sistema em relação à sua posição inicial de equilíbrio, considera-se que não há forças ambientais externas agindo sobre o navio. Portanto, o mesmo encontra-se em repouso na posição ilustrada na Figura 27, a partir da qual é aplicada a pré-tensão inicial. As coordenadas de seu centro de gravidade são (0,00; 23,80; 7,70).

3.3.2.1. Pré-tensão nos cabos

Os cabos de amarração são pré-tensionados a uma força de 10% da *MBL*, o que corresponde a 707,8 kN para a presente análise. O procedimento de cálculo adotado encontra-se detalhado na Subseção 2.2.7. Como explanado anteriormente, após a pré-tensão, o estado de equilíbrio do sistema se altera e todas as análises realizadas nos próximos itens decorrem do estado inicial descrito pelas Tabela 21 e Tabela 23. A primeira indica as reações (R) provenientes dos cabos tensionados e das defensas comprimidas após a pré-tensão, bem como suas projeções nos eixos coordenados *x*, *y* e *z* (R_X, R_Y e R_Z) e os momentos que essas forças geram em torno do eixo *z* (M_{RZ}). A convenção de sinais segue a direção dos eixos coordenados.

Tabela 21 Reações dos cabos e das defensas no navio após a pré-tensão

Elemento	**R [kN]**	**R_X [kN]**	**R_Y [kN]**	**R_Z [kN]**	**M_{RZ} [kNm]**
Lançante L1	707,8	-472,5	-521,4	-76,6	72736,8
Través L2	707,8	-5,7	-700,3	-102,9	97685,8
Spring L3	707,8	689,2	-102,7	-124,1	23406,6
Spring L4	707,8	-689,2	-102,7	-124,1	-23406,6
Través L5	707,8	5,7	-700,3	-102,9	-97685,8
Lançante L6	707,8	472,5	-521,4	-76,6	-72736,8
Defensa D1	662,2	0,0	662,2	0,0	-36418,9
Defensa D2	662,2	0,0	662,2	0,0	-23175,7
Defensa D3	662,2	0,0	662,2	0,0	23175,7
Defensa D4	662,2	0,0	662,2	0,0	36418,9
∑	–	0,0	0,0	–	0,0

Destaca-se, da Tabela 21, que a somatória dos esforços referentes aos graus de liberdade do plano horizontal é igual a zero, o que comprova o equilíbrio do sistema.

Os deslocamentos do centro de gravidade oriundos da pré-tensão estão indicados na Tabela 22, e, a Tabela 23, indica as coordenadas da nova posição de equilíbrio. Como mencionado acima, as coordenadas do *cg* antes da pré-tensão são (0,00; 23,80; 7,70). Portanto, tem-se que o navio se deslocou 5,29 cm da sua posição de repouso na direção *y* e, devido à simetria dos cabos, não houve deslocamento na direção *x*.

Tabela 22: Deslocamentos do centro de gravidade oriundos da pré-tensão

u_{cg} [m]	v_{cg} [m]	θ [10^{-3} rad]
0,000	-0,053	0,000

Tabela 23: Posição do centro de gravidade do navio após a pré-tensão

X_{CG} (m)	**Y_{CG} (m)**	**Z_{CG} (m)**
0,000	23,747	7,700

Ressalta-se que, nas análises realizadas nos próximos itens, os deslocamentos apresentados se dão em relação à posição de equilíbrio após a pré-tensão, indicada na Tabela 23.

3.3.2.2. Tração nos Cabos

Os esforços de tração nos cabos obtidos para as ações críticas resultantes de vento e corrente nas situações de afastamento (listadas na Tabela 12) encontram-se na Tabela 24. De modo a levar em conta o caráter oscilatório das ações ambientais, as mesmas foram majoradas pelo fator de amplificação dinâmica γ_D = 1,5 (mesmo fator utilizado na análise estática linear). Os valores máximos que ocorrem nos traveses, lançantes e *springs* estão realçados.

Como mencionado anteriormente, utilizou-se aqui a formulação do Capítulo 2.2 implementada no programa *Mathematica*. Para cada incremento de carga, foram necessárias em média três iterações para que se atingissem os critérios de convergência pré-estabelecidos na Subseção 2.2.6.

Nota-se que, de forma análoga à análise linear simplificada, os maiores esforços nos *springs* ocorrem para vento e corrente incidentes a 0º, enquanto que os maiores esforços nos traveses ocorrem quando ambos incidem a 90º. Já para os lançantes, a maior tração da análise não linear ocorre para vento a 120º e corrente a 90º, enquanto que na situação crítica da análise linear o vento incide a 90º. Entretanto, salienta-se que a alteração do ângulo de incidência de vento causa mudanças sutis nas trações dos lançantes. Na análise linear, há uma diferença de apenas 0,6% entre vento a 90º e 120º, e na não linear, essa diferença é de 2,6%.

Tabela 24: Tração nos cabos (em kN) para as ações críticas – Situações de Afastamento, com γ_D = 1,5

α_V [º]	α_C [º]	*Lançante Popa (**L1**)*	*Través Popa (**L2**)*	*Spring Popa (**L3**)*	*Spring Proa (**L4**)*	*Través Proa (**L5**)*	*Lançante Proa (**L6**)*
0	0	355,6	751,6	**1480,8**	0,0	665,0	1060,1
	10	390,5	730,1	1373,6	57,1	778,2	1081,3
	90	771,2	1123,1	1163,8	378,6	1058,5	1113,4
	170	724,4	816,9	833,2	597,3	689,4	746,7
	180	694,2	709,3	737,3	678,3	706,3	721,4
90	0	1457,2	2269,8	1454,0	280,5	1047,2	1124,7
	10	1602,0	2444,1	1398,5	428,7	1415,2	1312,4
	90	2399,5	**3513,4**	1313,7	867,0	2356,1	1750,0
	170	1961,0	2578,6	878,1	950,0	1281,8	953,5
	180	1773,3	2212,7	730,4	1004,8	1106,7	809,0
120	0	1520,0	2227,5	1291,7	349,1	532,0	720,4
	10	1665,0	2401,9	1235,7	496,9	900,7	908,1
	90	**2463,0**	3472,0	1149,4	933,6	1843,7	1346,1
	170	2024,1	2536,7	715,0	1018,9	768,2	549,3
	180	1836,3	2170,6	567,5	1074,2	593,0	404,8

Cada situação crítica de tração nos cabos encontra-se detalhada a seguir, da Tabela 25 à Tabela 33. É possível observar as reações (R) de tração nos cabos e compressão nas defensas, bem como suas projeções nos eixos coordenados *x*, *y* e *z* (R_X, R_Y e R_Z) e os momentos que essas forças geram em torno do eixo *z* (M_{RZ}). É interessante notar que a somatória dos esforços no plano horizontal anula o carregamento aplicado, o que indica que o sistema está em equilíbrio. Aponta-se que na convenção de sinais adotada pela ROM 2.0-11 [8] na determinação dos carregamentos estáticos (Seção 3.2), a resultante na direção *x* é positiva no sentido de proa-popa. Contudo, no sistema coordenado adotado no modelo não linear, indicado pela Figura 15, a direção *x* é positiva no sentido de popa-proa. Já a convenção de sinais positivos adotados para as forças na direção *y* e momento em torno de *z* é igual em ambos os modelos. Dessa forma, os carregamentos na direção *x* foram aplicados no modelo não linear com o sinal invertido e assim serão apresentados nas tabelas que seguem nesta subseção (3.3.2).

Na situação de tração máxima dos *springs* ($\alpha_V = \alpha_C$ =0º), tem-se:

Tabela 25: Ações ambientais resultantes para $\alpha_V = \alpha_C$ =0º (γ_D = 1,5)

$f_{ext,x}$ [kN]	$f_{ext,y}$ [kN]	m_{ext} [kNm]
-1918,8	0,0	0,0

Tabela 26: Reações provenientes dos cabos e defensas para $\alpha_V = \alpha_C = 0^o$ (γ_D = 1,5)

Elemento	R [kN]	R_X [kN]	R_Y [kN]	R_Z [kN]	M_{RZ} [kNm]
Lançante L1	355,6	-236,8	-262,4	-38,6	36609,4
Través L2	751,6	-3,5	-743,6	-109,2	103737,8
Spring L3	1480,8	1442,2	-214,1	-258,5	48908,6
Spring L4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Través L5	665,0	7,7	-657,9	-96,7	-91780,3
Lançante L6	1060,1	709,3	-779,5	-114,6	-108736,4
Defensa D1	595,0	0,0	595,0	0,0	-32600,6
Defensa D2	620,5	0,0	620,5	0,0	-21587,1
Defensa D3	708,6	0,0	708,6	0,0	24952,3
Defensa D4	733,5	0,0	733,5	0,0	40496,3
∑	–	1918,8	0,0	–	0,0

Tabela 27: Deslocamentos do centro de gravidade do navio nas direções x e y e rotação em torno do eixo z para $\alpha_V = \alpha_C = 0^o$ (γ_D = 1,5)

u_{cg} [m]	v_{cg} [m]	θ [10^{-3} rad]
-0,212	0,000	-0,108

Ao analisar as máximas trações nos *springs*, nota-se que a obtida pela análise linear simplificada (1970,8 kN) é cerca de 33,1% maior do que a da não linear (1480,8 kN). Tal discrepância pode ser atribuída à simplificação permitida pelo Método 2 da ROM 2.0-11 que, ao assumir que os *springs* são os únicos responsáveis por resistir aos esforços longitudinais, despreza a contribuição dos demais cabos. A Tabela 26 mostra que a contribuição do lançante nesta direção é significativa (709,3 kN, ou 49% da tração no *spring*). Vale lembrar que ambas as análises não consideram o atrito entre a embarcação e a defensa, o que tenderia a reduzir ainda mais essa tração. Outro ponto que merece atenção é o fato de que as defensas permanecem comprimidas, devido à pré-tensão aplicada anteriormente. Em termos qualitativos, os resultados aqui obtidos são coerentes com aqueles encontrados por Barros [14].

Nota-se ainda que o deslocamento na direção *x* altera a geometria dos cabos e, portanto, as suas componentes na direção *y*, o que gera certa rotação. Tal fato indica que há um acoplamento entre os movimentos de *surge* e *yaw*. Como resultado, tem-se trações diferentes nos cabos e pequenas deformações nas defensas, que resultam em alterações nos esforços de compressão. Como última observação, tem-se que a hipótese do modelo linear de que um *spring* afrouxa enquanto o outro resiste sozinho aos esforços longitudinais é validada para o caso de máxima força longitudinal e, consequentemente, máxima tração no *spring*.

A situação de tração máxima dos traveses ($\alpha_V = \alpha_C = 90^o$) encontra-se detalhada da Tabela 28 à Tabela 30.

Tabela 28: Ações ambientais resultantes para $\alpha_V = \alpha_C = 90^o$ (γ_D = 1,5)

$f_{ext,x}$ [kN]	$f_{ext,y}$ [kN]	m_{ext} [kNm]
0,0	9226,9	-243382,2

Tabela 29: Reações provenientes dos cabos e defensas para $\alpha_V = \alpha_C = 90^o$ (γ_D = 1,5)

Elemento	**R [kN]**	**R_X [kN]**	**R_Y [kN]**	**R_Z [kN]**	**M_{RZ} [kNm]**
Lançante L1	2399,5	-1589,3	-1779,2	-257,8	248474,0
Través L2	3513,4	-27,0	-3477,0	-503,8	485042,0
Spring L3	1313,7	1276,3	-210,2	-229,5	44918,7
Spring L4	867,0	-842,8	-135,4	-151,8	-29545,6
Través L5	2356,1	19,5	-2331,4	-339,8	-325222,5
Lançante L6	1750,0	1163,2	-1293,9	-188,6	-180284,5
Defensa D1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Defensa D2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Defensa D3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Defensa D4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$\sum$	–	0,0	-9226,9	–	243382,2

Tabela 30: Deslocamentos do centro de gravidade do navio nas direções x e y e rotação em torno do eixo z para $\alpha_V = \alpha_C = 90^o$ (γ_D = 1,5)

u_{cg} [m]	v_{cg} [m]	θ [10^{-3} rad]
-0,018	0,686	-1,278

Em relação aos esforços nos traveses, o oposto ocorre em relação ao caso anterior. A tração máxima obtida na análise não linear (3513,4 kN) é cerca de 10,6% maior que a da análise linear simplificada (3177,7 kN). Tal diferença se dá pelo fato de que a simplificação proposta pela norma espanhola não leva em conta a rigidez relativa entre os cabos, provocada pelos seus diferentes comprimentos. Da Tabela 29, observa-se, através da componente R_Y, que o traveses recebem cerca de 46,4% de carga a mais do que os lançantes.

Outro ponto a ser destacado é a tração máxima da análise não linear resultar em um fator de segurança FS=2,01 em relação ao *MBL* do cabo escolhido. Este valor ainda respeita as recomendações da OCIMF [7], pois o cabo escolhido na análise linear simplificada tinha certa margem de segurança (FS=2,23). É interessante ressaltar que as simplificações permitidas pela norma espanhola servem apenas para uma primeira estimativa de esforços, sendo indicado uma análise mais completa para o projeto estrutural – aspecto que fica realçado com a presente análise.

Na situação de tração máxima dos lançantes ($\alpha_V = 120^o$ e $\alpha_C = 90^o$), tem-se:

Tabela 31: Ações ambientais resultantes para α_V = 120º e α_C = 90º (γ_D = 1,5)

$f_{ext,x}$ [kN]	$f_{ext,y}$ [kN]	m_{ext} [kNm]
543,5	8406,6	-348912,7

Tabela 32: Reações provenientes dos cabos e defensas para α_V = 120º e α_C = 90º (γ_D = 1,5)

Elemento	**R [kN]**	**R_X [kN]**	**R_Y [kN]**	**R_Z [kN]**	**M_{RZ} [kNm]**
Lançante L1	2463,0	-1632,3	-1825,3	-264,5	255038,6
Través L2	3472,0	-29,5	-3436,0	-498,0	479329,1
Spring L3	1149,4	1116,8	-183,1	-201,0	39191,3
Spring L4	933,6	-907,9	-143,4	-163,4	-31657,2
Través L5	1843,7	13,8	-1824,3	-266,6	-254487,1
Lançante L6	1346,1	895,5	-994,5	-145,3	-138502,0
Defensa D1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Defensa D2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Defensa D3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Defensa D4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
∑	–	-543,5	-8406,6	–	348912,7

Tabela 33: Deslocamentos do centro de gravidade do navio nas direções x e y e rotação em torno do eixo z para α_V = 120º e α_C = 90º (γ_D = 1,5)

u_{cg} [m]	v_{cg} [m]	θ [10^{-3} rad]
0,033	0,600	-1,795

Os aspectos elucidados no caso anterior, acerca da distribuição das forças entre lançantes e traveses devido à rigidez relativa, cabem no atual de forma equivalente. Entretanto, no último, a presença de uma pequena força longitudinal e maior momento faz com que os lançantes sejam mais tracionados para menores forças transversais. Tal cenário reafirma a influência dos lançantes no equilíbrio longitudinal.

De qualquer forma, as simplificações da análise linear acabam superestimando em até 30% as trações nos lançantes ao desprezar a rigidez relativa entre esses e os traveses.

3.3.2.3. Compressão nas Defensas

Os esforços de compressão nas defensas obtidos para as ações críticas resultantes de vento e corrente nas situações de aproximação da embarcação aos *dolphins*, listadas na Tabela 13, encontram-se na Tabela 34. Recorda-se que, para levar em conta o caráter oscilatório das ações ambientais, as mesmas foram majoradas pelo fator de amplificação dinâmica γ_D = 1,5 (mesmo fator utilizado na análise

estática linear). De acordo com a convenção adotada, a compressão é positiva e, caso haja perda de contato com a defensa, seu valor é zero. O maior esforço está destacado.

Como mencionado anteriormente, utilizou-se aqui a formulação do Capítulo 2.2 implementada no programa *Mathematica*. Para cada incremento de carga, foram necessárias em média três iterações para que se atingissem os critérios de convergência pré-estabelecidos na Subseção 2.2.6.

É interessante notar na Tabela 34 que, ao contrário da análise linear simplificada, as quatro defensas permanecem comprimidas para todos os casos de ações analisados. Tal fato pode ser atribuído à pré-tensão, que provoca uma pré-compressão das defensas, e à contribuição dos traveses e lançantes no equilíbrio do momento.

Os esforços nos cabos para as ações analisadas acima apresentam-se na Tabela 35, sendo os máximos valores para cada tipo de cabo assinalados. As trações são positivas e, caso haja afrouxamento, seu valor é nulo.

Tabela 34: Compressão nas defensas (em kN) para as ações críticas – Situações de Aproximação, com γ_D = 1,5

α_V [º]	α_C [º]	*Defensa (**D1**)*	*Defensa (**D2**)*	*Defensa (**D3**)*	*Defensa (**D4**)*
240	180	2432,6	2211,9	1206,7	846,7
	190	2677,7	2455,1	1369,7	961,6
	270	**3144,5**	2994,6	2141,8	1788,7
	350	2394,0	2215,0	1440,3	1173,3
	360	2318,9	2116,2	1229,2	920,9
270	180	2262,1	2111,3	1489,0	1282,7
	190	2523,1	2358,0	1637,6	1387,7
	270	3067,4	2948,3	2359,6	2136,5
	350	2276,1	2163,4	1715,5	1571,5
	360	2194,1	2058,6	1512,1	1334,2
360	180	659,7	660,6	663,7	664,6
	190	901,9	875,1	780,1	752,6
	270	1404,1	1414,3	1449,6	1459,6
	350	688,8	740,5	916,6	965,6
	360	595,0	620,5	708,6	733,5

Da Tabela 35, observa-se que a hipótese feita na análise linear simplificada de que um través afrouxa enquanto o outro permanece tracionado devido ao momento é confirmada nos casos de força transversal e momento máximos (α_V = 240º e 270º). Outro ponto relevante é que a maior tração dos cabos ocorre em um *spring* (1620,9 kN). Uma explicação possível é que a aproximação da embarcação aos *dolphins* tende a afrouxar os cabos e esse efeito é mais significativo nos traveses e lançantes do que

nos *springs.* Ressalta-se ainda que este esforço é maior do que os obtidos nos casos de resultante no sentido de afastamento (1480,8 kN). Tal quadro será discutido adiante no detalhamento das forças.

Tabela 35: Tração nos cabos (em kN) para as ações críticas – Situações de Aproximação, com γ_D = 1,5

α_V [º]	α_C [º]	*Lançante Popa (**L1**)*	*Través Popa (**L2**)*	*Spring Popa (**L3**)*	*Spring Proa (**L4**)*	*Través Proa (**L5**)*	*Lançante Proa (**L6**)*
240	180	410,0	0,0	0,0	**1620,9**	1116,3	576,5
	190	249,5	0,0	0,0	1595,4	**1165,3**	630,4
	270	0,0	0,0	50,2	1117,9	963,6	734,7
	350	87,2	0,0	487,4	800,7	928,6	846,7
	360	62,6	0,0	541,8	765,2	1036,6	942,0
270	180	384,6	0,0	108,2	1184,4	813,4	569,0
	190	230,0	0,0	110,5	1155,0	855,9	619,9
	270	0,0	0,0	351,1	805,5	645,9	655,0
	350	95,2	0,0	781,9	493,5	647,6	791,9
	360	69,6	0,0	834,9	460,2	763,0	891,4
360	180	694,2	709,3	737,3	678,3	706,3	721,4
	190	601,8	605,2	772,0	628,2	716,2	756,1
	270	385,2	492,4	1058,0	280,1	449,8	740,6
	350	399,0	758,0	1408,1	0,0	564,7	959,4
	360	355,6	751,6	1480,8	0,0	665,0	**1060,1**

A situação crítica de compressão na defensa (α_V =240º e α_C = 270º) será detalhada a seguir, da Tabela 36 à Tabela 38.

Tabela 36: Ações ambientais resultantes para α_V =240º e α_C = 270º (γ_D = 1,5)

$f_{ext,x}$ [kN]	$f_{ext,y}$ [kN]	m_{ext} [kNm]
543,5	-8406,6	348912,7

Tabela 37: Valor absoluto da deformação das defensas para α_V =240º e α_C = 270º (γ_D = 1,5)

ε_{D1} [%]	ε_{D2} [%]	ε_{D3} [%]	ε_{D4} [%]
18,5	16,5	9,4	7,4

Tabela 38: Deslocamentos do centro de gravidade do navio nas direções x e y e rotação em torno do eixo z para α_V =240º e α_C = 270º (γ_D = 1,5)

u_{cg} [m]	v_{cg} [m]	θ [10^{-3} rad]
0,073	-0,238	2,272

Tabela 39: Reações provenientes dos cabos e defensas para α_V =240º e α_C = 270º (γ_D = 1,5)

Elemento	R [kN]	R_X [kN]	R_Y [kN]	R_Z [kN]	M_{RZ} [kNm]
Lançante L1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Través L2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Spring L3	50,2	49,0	-6,9	-8,8	1637,6
Spring L4	1117,9	-1088,9	-160,8	-195,5	-36,660,6
Través L5	963,6	6,6	-953,4	-139,9	-132,996,7
Lançante L6	734,7	489,7	-541,9	-79,5	-75,746,1
Defensa D1	3144,5	0,0	3144,5	0,0	-173175,0
Defensa D2	2994,6	0,0	2994,6	0,0	-105027,0
Defensa D3	2141,8	0,0	2141,8	0,0	74805,7
Defensa D4	1788,7	0,0	1788,7	0,0	98249,4
∑	–	-543,5	8406,6	–	-348912,7

Ao analisar os momentos resultantes do tensionamento dos cabos da Tabela 38, podemos notar que, apesar de o *spring* L4 possuir maior tração em valor absoluto, o través L5 e o lançante L6 são os principais responsáveis por equilibrar o momento. Ressalta-se ainda que, apesar de as simplificações da análise linear desprezar a contribuição do lançante, o mesmo possui cerca de 57% da contribuição do través.

Em termos absolutos, a compressão máxima nas defensas da análise linear (3226,3 kN) é próxima da não linear (3114,5 kN), havendo uma discrepância de 2,6%, apesar de as configurações finais de equilíbrio serem distintas (a primeira considera que apenas três defensas permanecem comprimidas enquanto a segunda aponta que não há perda de contato). Observa-se ainda que o caso crítico da análise linear (α_V = 240º e α_C = 190º) não é o mesmo da não-linear (α_V = 240º e α_C = 270º). Tais fatos podem ser explicados pela pré-tensão aplicada nesta última. Da Tabela 21, tem-se que na condição inicial da análise não linear, as defensas são pré-comprimidas com 662,2 kN. Ao observar a primeira iteração do cálculo linear na Tabela 18, se tivesse sido aplicada uma força de -662,2 kN em cada defensa, todas permaneceriam comprimidas durante a análise, já que a "tração máxima" observada é de 266 kN. É importante ressaltar que a consideração de que todos os cabos afrouxam e apenas as defensas equilibram forças transversais e momentos mostrou-se de fato ser muito conservadora neste caso, chegando a ser, sem a aplicação de coeficiente de majoração de γ_D = 1,5, 64% maior do que os demais resultados.

De uma maneira geral, verifica-se da Tabela 37 que a deformação máxima das defensas é de 18,5%, bem abaixo da sua deformação última de 52,5%. Dessa forma, o procedimento adotado neste trabalho não aproveita toda a capacidade de deformação do elemento. Em contrapartida, permitir que as

defensas experimentem maiores deformações implicaria em outra configuração de equilíbrio com deslocamentos bem maiores, já que a reação máxima ocorre para 25% de deformação e a rigidez diminui significativamente para deformações maiores do que esta. Portanto, a defensa adotada atenua os deslocamentos e promove maior estabilidade ao sistema.

A situação crítica de tração no *spring* (α_V =240º e α_C = 180º) está detalhada da Tabela 40 à Tabela 42

Tabela 40: Ações ambientais resultantes para α_V =240º e α_C = 180º (γ_D = 1,5)

$f_{ext,x}$ [kN]	$f_{ext,y}$ [kN]	m_{ext} [kNm]
1465,0	-4631,8	348912,7

Tabela 41: Reações provenientes dos cabos e defensas para α_V =240º e α_C = 180º (γ_D = 1,5)

Elemento	**R [kN]**	**R_X [kN]**	**R_Y [kN]**	**R_Z [kN]**	**M_{RZ} [kNm]**
Lançante L1	410,0	-275,1	-300,7	-44,4	41885,3
Través L2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Spring L3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Spring L4	1620,9	-1578,7	-235,1	-282,8	-53387,8
Través L5	1116,3	5,2	-1104,5	-162,0	-154074,6
Lançante L6	576,5	383,6	-425,9	-62,4	-59497,1
Defensa D1	2432,6	0,0	2432,6	0,0	-134315,0
Defensa D2	2211,9	0,0	2211,9	0,0	-77887,5
Defensa D3	1206,7	0,0	1206,7	0,0	41977,1
Defensa D4	846,7	0,0	846,7	0,0	46386,8
∑	–	-1465,0	4631,8	–	-348912,7

Tabela 42: Deslocamentos do centro de gravidade do navio nas direções x e y e rotação em torno do eixo z para α_V =240º e α_C = 180º (γ_D = 1,5)

u_{cg} [m]	v_{cg} [m]	θ [10^{-3} rad]
0,214	-0,109	1,691

Os deslocamentos u_{cg}, v_{cg} e θ da situação de máxima tração nos *springs* apresentada na Subseção 3.3.2.2 são -0,212 m, 0,000 m e -0,108·10^{-3} rad (Tabela 27). Ao confrontarmos estes valores com os da Tabela 42, temos que o deslocamento longitudinal tem praticamente a mesma magnitude em ambos os casos, todavia a rotação é significativamente maior no último. À vista disso, ao observar as componentes na direção *x* da tração nos cabos (R_X) na Tabela 41, vemos que a contribuição do lançante no equilíbrio da força longitudinal é bem menos significativa (17,4% da tração no *spring*) do que a

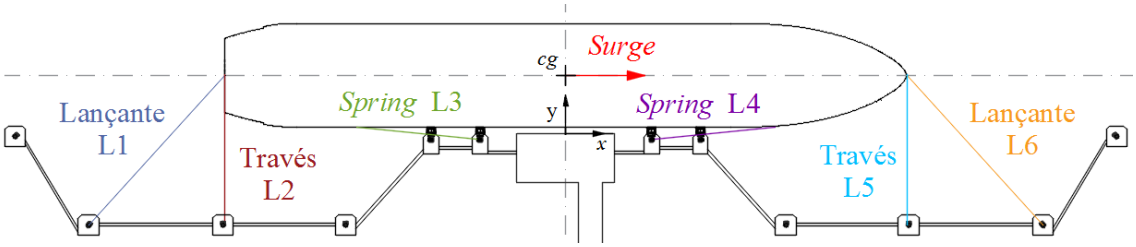
observada na subseção anterior (49% da tração no *spring*). Em termos das forças externas $f_{ext,x}$, $f_{ext,y}$ e m_{ext}, ao compararmos o caso anterior (1918,8 kN, 0 kN e 0 kNm) com a Tabela 40, percebemos que o valor absoluto da força longitudinal nesta última é 76% da primeira. Neste cenário, pode-se inferir que, no caso das resultantes de aproximação, o momento positivo gera uma rotação que altera a geometria e, consequentemente, afrouxa o lançante L1. Assim, a magnitude da tração no mesmo diminui, fazendo com que a sua componente na direção *x* também seja menor. Consequentemente, o *spring* torna-se mais importante no equilíbrio longitudinal. Portanto, para grandes forças longitudinais, a presença do momento pode alterar significativamente a configuração dos cabos e influenciar o resultado esperado. Entretanto, para os níveis de deslocamento observados, a discrepância entre as trações nos dois casos analisados é de apenas 9,5%, e ambos não são os condicionantes no dimensionamento. Por fim, ressalta-se que o esforço no *spring* da análise não linear (1620,9 kN) ainda é 17,8% menor do que o da linear (1970,8 kN).

3.3.2.4. Comportamento do Sistema Segundo Cada Grau de Liberdade

Além dos esforços nos cabos e reações nas defensas, um dos principais objetivos deste trabalho é também analisar o comportamento do sistema de amarração em relação aos deslocamentos do navio. Para tal, adotou-se o mesmo procedimento utilizado por Barros [14] em estudo de caso similar, porém envolvendo outro navio e geometria de amarração levemente distinta, e investigou-se a influência de cada um dos três graus de liberdade no plano horizontal (*surge*, *sway* e *yaw*) separadamente. Mantendo-se dois graus de liberdade iguais a zero, foi imposta uma variação no terceiro de modo a observar a resposta do sistema (somatória das reações no navio) e as implicações das não linearidades implementadas. Essa variação foi imposta de forma incremental, partindo-se do equilíbrio após a pré-tensão (Subseção 3.3.2.1) até o rompimento do primeiro cabo (tração igual ao *Minimum Breaking Load* - *MBL*) ou compressão máxima da defensa (deformação de 52,5%). Assinala-se ainda a carga de trabalho (*Safe Working Load – SWL*) dos cabos, correspondente a 50% da *MBL*, que é a máxima a ser atingida nas condições ambientais apresentadas neste estudo de caso.

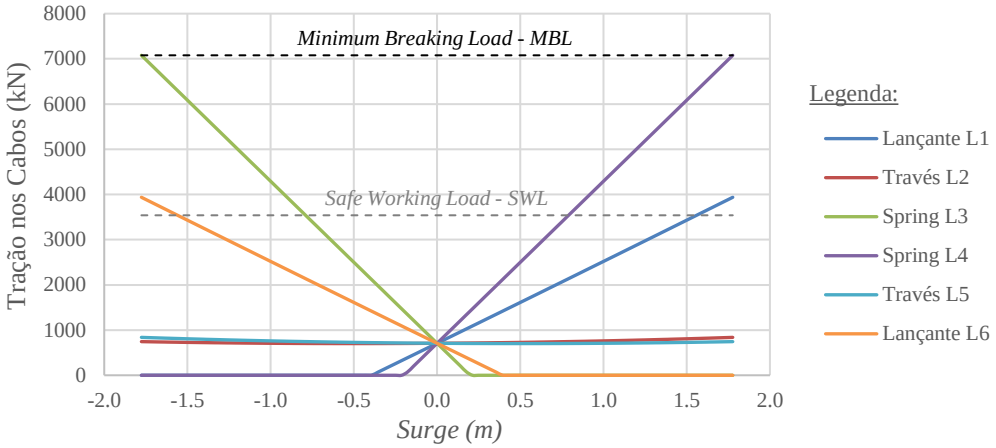
Primeiramente, analisou-se o movimento na direção *x* (*surge*), mantendo-se $v = \theta = 0$, de acordo com a Figura 33. A Figura 34 e a Figura 35 ilustram variação da tração nos cabos e reação nas defensas, respectivamente.

Figura 33: Análise do movimento de *surge*.



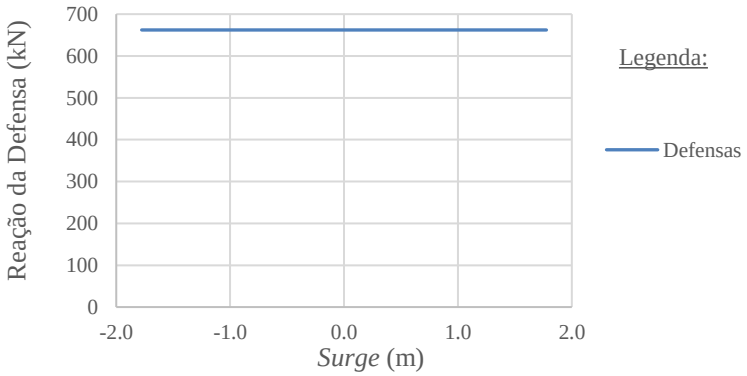
Fonte: Autora.

Figura 34: Tração nos cabos com a variação do *surge* ($v = \theta = 0$).



Fonte: Autora.

Figura 35: Reação nas defensas com a variação do *surge* ($v = \theta = 0$).

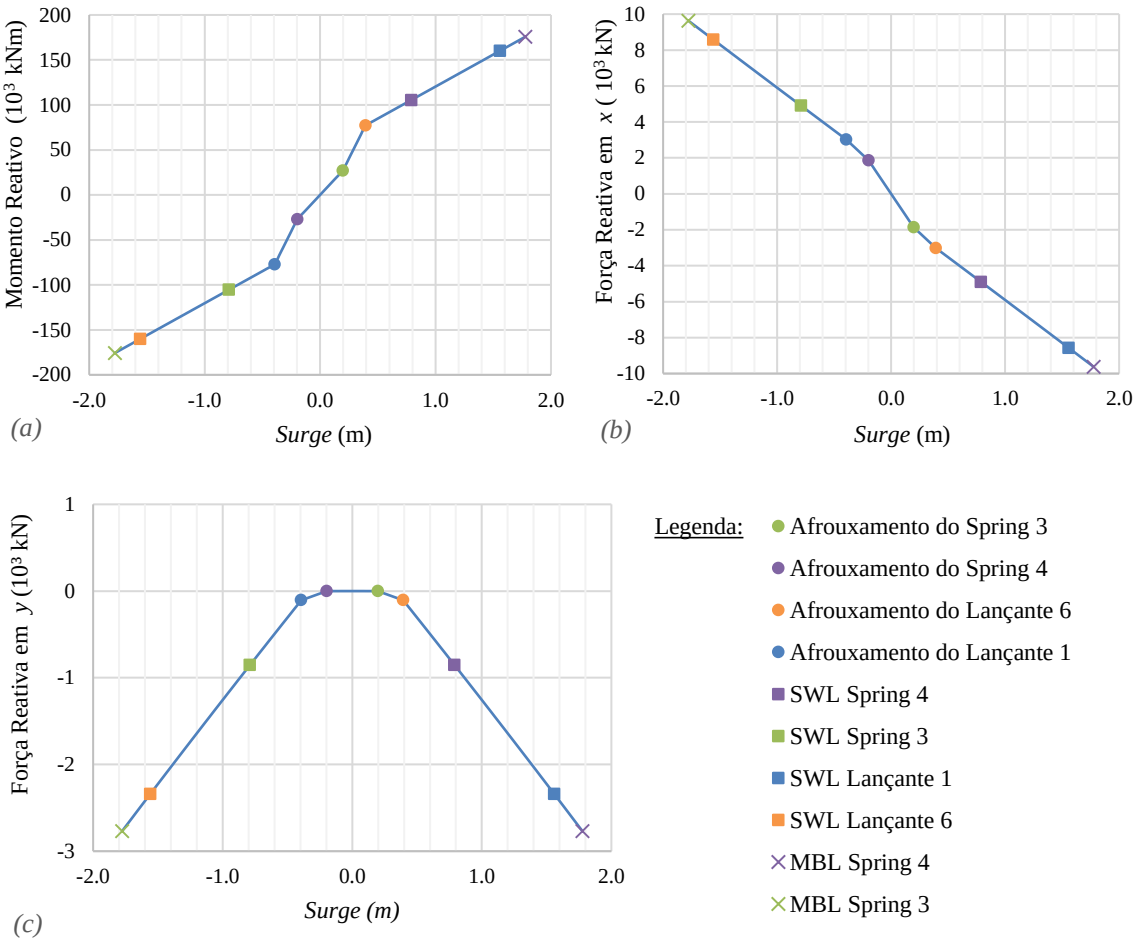


Fonte: Autora.

Como esperado, observa-se que os cabos mais influentes são os *springs* e os lançantes. Ao mesmo tempo que são mais solicitados em um sentido, são os que sofrem maior afrouxamento no outro. Os traveses mantêm-se tracionados em todo o espectro analisado, sofrendo pouca (ou praticamente nenhuma) alteração. Como não foi considerado o atrito entre defensas e navio, as mesmas mantêm a compressão imposta na pré-tensão e não influenciam a resposta do sistema. A Figura 36 mostra a somatória das forças e momentos resultantes do tensionamento dos cabos e compressão das defensas

sobre o navio com a variação do deslocamento longitudinal. A força está decomposta nas direções x e y.

Figura 36: (a) Momento resultante, (c) componente em x e (b) em y das reações resultantes no cg do navio com a variação do *surge* ($v = \theta = 0$).

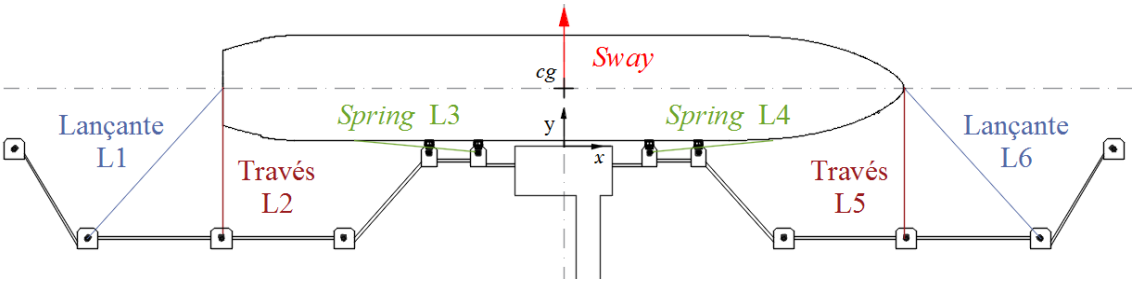


Fonte: Autora.

Nota-se que a não linearidade da resposta neste grau de liberdade se dá pelo afrouxamento dos *springs* e lançantes. Da mesma forma como observado por Barros [14] em seu estudo de caso, observa-se ainda o acoplamento do *surge* com os movimentos de *yaw* e o *sway* através da Figura 36. Tal fato decorre da mudança da geometria dos cabos que, por sua vez, altera as componentes nas direções x e y e, consequentemente, os momentos. Destaca-se ainda que a magnitude do acoplamento entre os movimentos de *surge* e *yaw* é mais significativa do que entre *surge* e *sway*. Este último passa a ser significativo somente após o afrouxamento dos cabos, e pode até ser desprezado para pequenos deslocamentos.

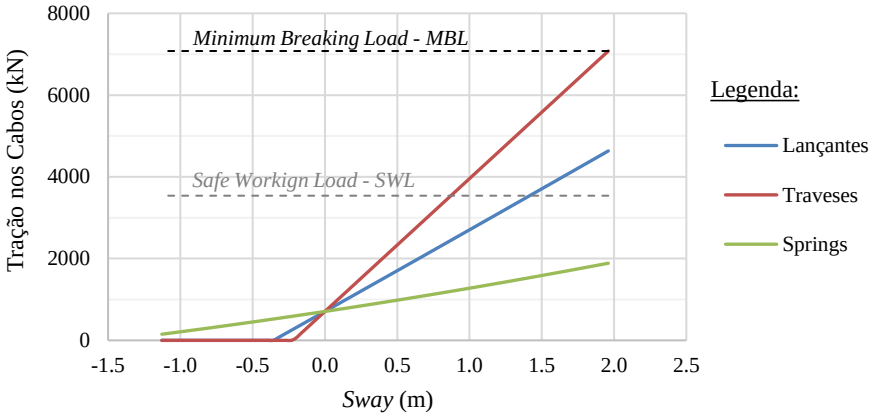
Em um segundo momento, analisou-se o deslocamento na direção y (*sway*) mantendo-se $u = \theta = 0$, como indicado na Figura 37. A Figura 38 e a Figura 39 ilustram a tração nos cabos e reação nas defensas com a variação do *sway*.

Figura 37: Análise do movimento de *sway*.



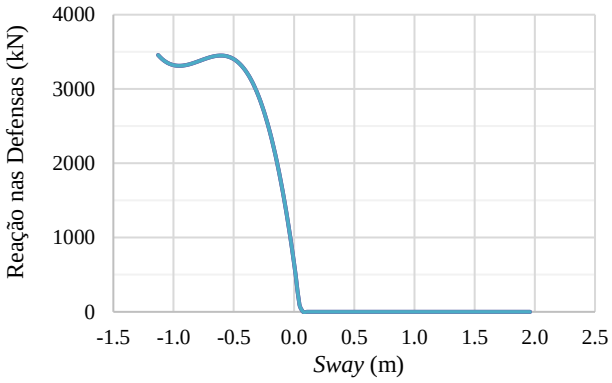
Fonte: Autora.

Figura 38: Tração nos cabos com a variação do *sway* ($u = \theta = 0$).



Fonte: Autora.

Figura 39: Compressão nas defensas com a variação do *sway* ($u = \theta = 0$).



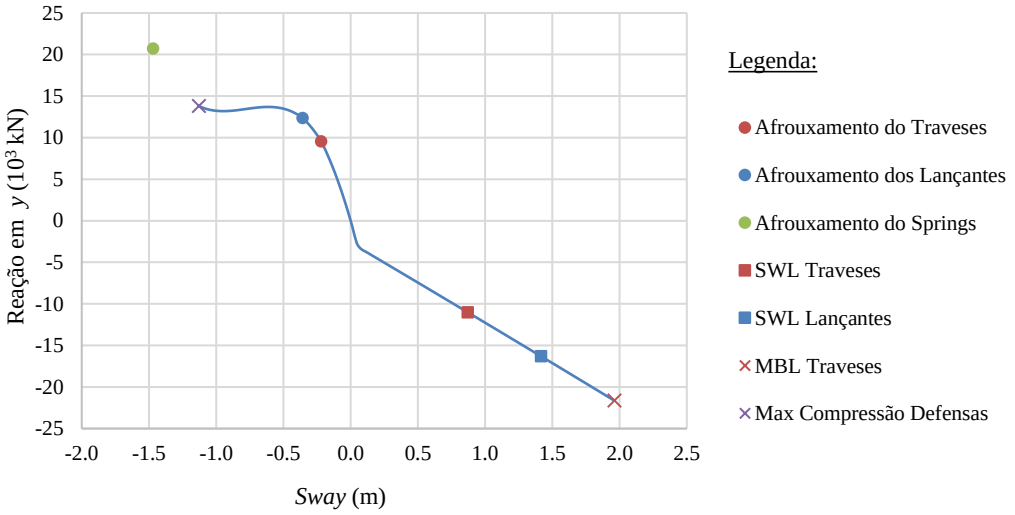
Fonte: Autora.

Devido à simetria do arranjo de amarração, os lançantes, traveses e *springs* de proa têm o mesmo comportamento que os lançantes, traveses e *springs* de popa, respectivamente, em relação aos deslocamentos transversais. Como esperado, observa-se que os traveses e lançantes têm a maior influência na restrição dos movimentos de afastamento do navio, sendo que dentre esses dois os traveses são os que absorvem mais carga e logo são os primeiros cabos a romper. É possível também observar uma pequena contribuição dos *springs*. No movimento de aproximação do navio, exceto os *springs*, todos os cabos são afrouxados e as defensas são responsáveis por sua restrição. Tal fato explica as

trações nos cabos obtidas na análise da compressão da defensa no modelo não linear (Tabela 35). O movimento de aproximação tem influência significativa no afrouxamento dos traveses e lançantes, mas pequena para os *springs*. Portanto, dependendo da direção das ações, esses últimos tornam-se os cabos mais tracionados da análise.

Em razão da simetria do sistema, a somatória das forças na direção *x* e dos momentos resultantes do tensionamento dos cabos e compressão das defensas sobre o navio são iguais a zero e não variam com o *sway*. Isto posto, tem-se um desacoplamento entre o *sway* e os demais movimentos, o *surge* e o *yaw*. Caso o arranjo do sistema de amarração não fosse simétrico, a mudança da geometria dos cabos faria com que as componentes das forças na direção *x* não se anulassem, provocando um deslocamento nesta direção, até atingir o equilíbrio, com consequente rotação e momento. Neste cenário, haveria acoplamento entre os movimentos. Entretanto, para a presente análise, a resposta da componente na direção *y* está ilustrada na Figura 40.

Figura 40: Componente em *y* das reações totais resultantes no cg do navio com a variação do *sway* ($u = \theta = 0$).

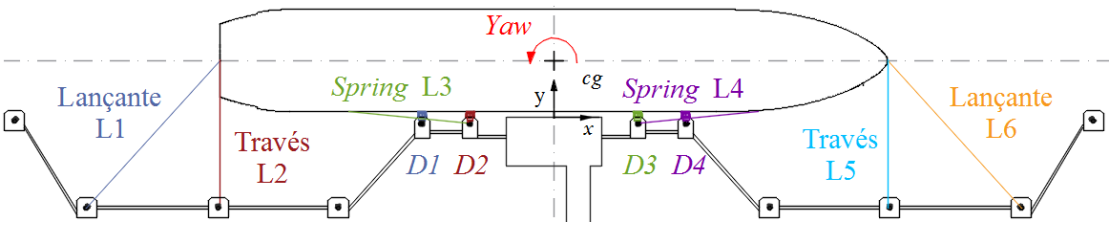


Fonte: Autora.

Da Figura 40, fica evidente a influência da natureza não linear da defensa na resposta do sistema para deslocamentos de aproximação. Para os de afastamento, nota-se uma mudança brusca do comportamento da resposta já no início, devido à perda de contato entre a embarcação e a defensa. Por causa da pré-tensão, essa alteração está ligeiramente deslocada da origem. Fica claro também que, devido à pré-tensão aplicada, os *springs* não afrouxam, já que defensa sofre sua máxima compressão com menores deslocamentos.

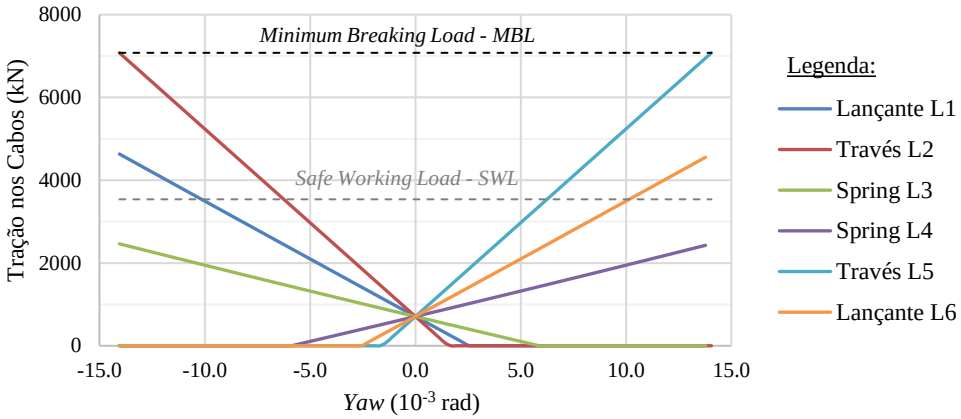
Finalmente, analisou-se a rotação (*yaw*), mantendo-se $u = v = 0$, de acordo com a Figura 41. A Figura 42 e a Figura 43 mostram a tração nos cabos e reação nas defensas com a variação do *yaw*, respectivamente.

Figura 41: Análise do movimento de *yaw*.



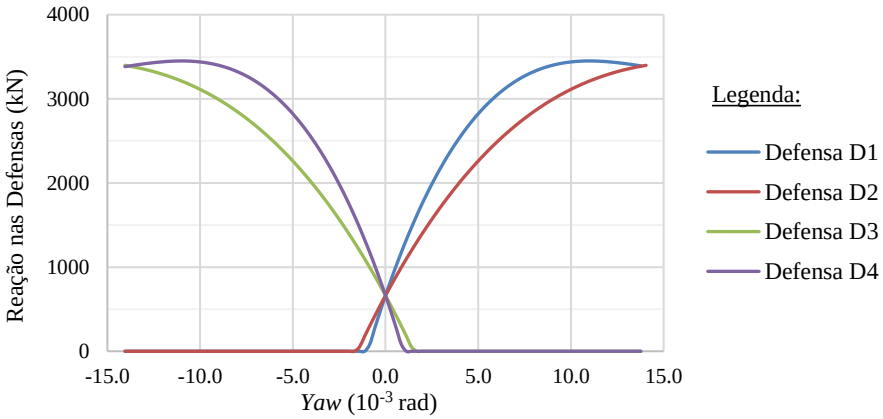
Fonte: Autora.

Figura 42: Tração nos cabos com a variação do *yaw* ($u = v = 0$).



Fonte: Autora.

Figura 43: Reação nas defensas com a variação do *yaw* ($u = v = 0$).

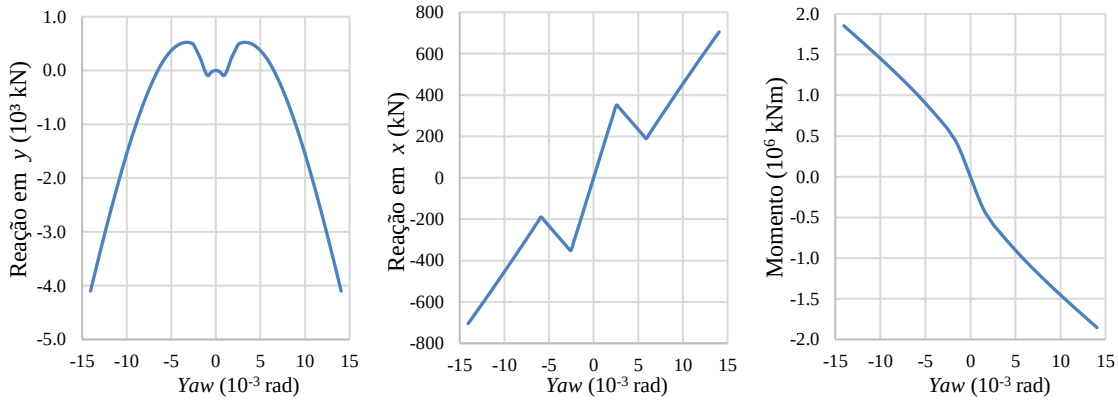


Fonte: Autora.

Da Figura 42, observa-se que todos os elementos contribuem para a restrição do *yaw*. Em relação aos cabos, os traveses possuem maior contribuição, sendo os primeiros a romper, seguidos pela colaboração dos lançantes e então dos *springs*. Em relação às defensas, a contribuição é proporcional à distância do centro de gravidade do navio. Destaca-se que essa contribuição depende da orientação da rotação, pois os traveses e lançantes afrouxam antes que os *springs* e as defensas mais distantes são as primeiras a perderem o contato com a embarcação. A Figura 44 esboça o comportamento das componentes da reação e momento resultantes do tensionamento dos cabos e compressão das defensas

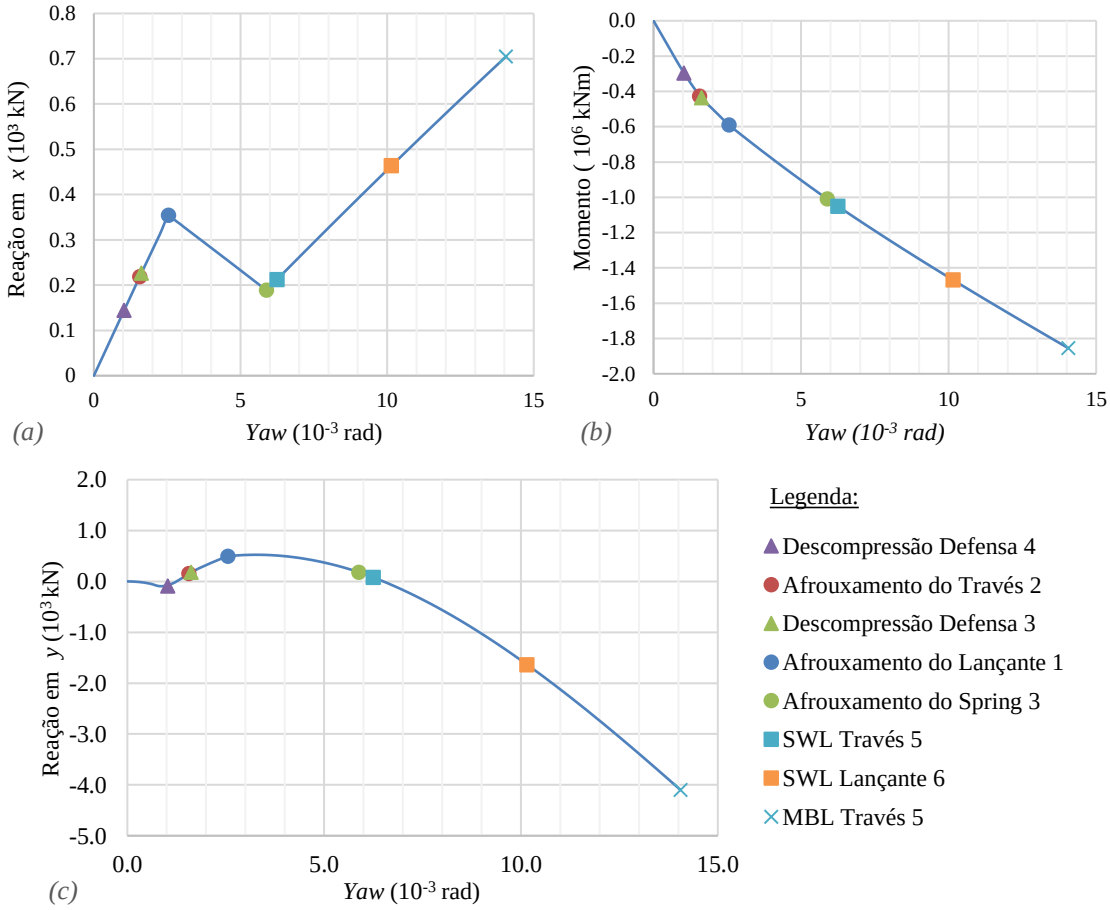
sobre o navio com a variação do *yaw*. Devido à simetria observada, os mesmos encontram-se melhor detalhados na Figura 45.

Figura 44: Componente em *y* (esq.) e em *x* (cent.) das reações e momento resultantes (dir.) no cg do navio com a variação do *yaw* ($u = v = 0$).



Fonte: Autora.

Figura 45: Detalhe do comportamento das componentes (a) em *x*, (c) em *y* das reações resultantes e (b) momento resultante no cg do navio com a variação do *yaw* ($u = v = 0$)



Fonte: Autora

A partir da Figura 45 pode-se observar que a não linearidade da componente da reação na direção *x* se dá pelo afrouxamento dos lançantes e *springs*. O afrouxamento dos demais cabos e a

descompressão da defensa não perturbam a linearidade desta resposta. Em relação ao momento reativo, há uma leve mudança de rigidez para rotações de 0,001 a 0,003 rad, que pode ser explicada pela descompressão das defensas e afrouxamento do través e lançante. Já a componente da reação na direção *y*, apresenta grande não linearidade para rotações entre 0,001 a 0,006 rad. Tanto as descompressões das defensas quanto os afrouxamentos dos cabos são fontes deste comportamento. Verifica-se ainda o acoplamento do *yaw* com os movimentos de *surge* e *sway*, uma vez que a rotação causa o afrouxamento/tensionamento dos cabos e compressão/descompressão das defensas, influenciando diretamente o equilíbrio das componentes nas direções *x* e *y*. Ressalta-se que, para pequenas rotações, o acoplamento entre o *yaw* e o *sway* pode ser desprezado, mas possui crescente magnitude para rotações acima de 0,006 rad.

3.4. Conclusões sobre os Modelos Estáticos

A análise linear simplificada de um navio atracado em *dolphins* é uma abordagem rápida e prática de estimar os esforços máximos nos cabos de amarração e nas defensas. As simplificações consideram que apenas os *springs* são responsáveis por resistir às ações longitudinais, independentemente da direção das ações resultantes. Já os traveses e lançantes resistem igualmente às ações transversais e momentos quando a resultante é no sentido de afastamento da embarcação da estrutura. Caso o sentido seja de aproximação, as defensas e, eventualmente, os traveses são responsáveis por equilibrar essas ações. Outra questão relevante é que a pré-tensão dos cabos não é contabilizada nesta abordagem. Tais simplificações desacoplam os movimentos horizontais e o equilíbrio global não é satisfeito.

A análise não linear do sistema de amarração com resultante das ações no sentido de afastamento do navio indica que os lançantes possuem contribuição significativa na restrição dos deslocamentos longitudinais (*surge*), que chegam a até 50% do valor dos *springs*. Vale lembrar que ambas as análises, linear e não linear, não consideram o atrito entre a embarcação e a defensa, o que tenderia a reduzir a tração. Em relação aos deslocamentos transversais (*sway*) e rotações (*yaw*), a rigidez relativa entre os lançantes e traveses faz com que a distribuição de esforços entre ambos seja significativamente desigual. Os traveses podem receber até 50% a mais de carga do que os lançantes. Tais resultados observados estão compatíveis com a literatura consultada.

A análise não linear do sistema de amarração com resultante das ações no sentido de aproximação do navio mostrou que a compressão máxima da análise linear simplificada é próxima da não linear, havendo uma discrepância de apenas 2,6% entre ambas. Contudo, é importante frisar que as configurações finais de equilíbrio foram distintas: a primeira considera que apenas três defensas permanecem comprimidas, enquanto a segunda aponta que não há perda de contato em nenhum elemento. Uma explicação possível, além do fato de o equilíbrio ser calculado na configuração

deformada, é que a análise não linear contabiliza a pré-tensão dos cabos e a contribuição dos traveses e lançantes no equilíbrio. Outra questão relevante é que a consideração de que todos os cabos afrouxam e apenas as defensas equilibram forças transversais e momentos mostrou-se ser, de fato, muito conservadora no caso analisado (com nível de pré-tensão de 10%), fornecendo valores não majorados 64% maiores do que os demais resultados majorados.

Outro ponto a ser destacado é que, na análise não linear com resultante das ações no sentido de aproximação do navio, a deformação máxima obtida para as defensas é de 18,5%, sendo bem abaixo da sua deformação máxima de 52,5%. Nesta faixa de deformação (menor do que 20%), a rigidez do elastômero apresenta comportamento relativamente linear. Pode-se supor que essa situação contribua para a similaridade entre os resultados das análises linear e não linear. De qualquer maneira, o nível de solicitação imposto neste estudo não utiliza toda a capacidade de deformação do elemento. Entretanto, entende-se que maiores deformações implicariam em outra configuração de equilíbrio com maiores deslocamentos, já que a reação máxima ocorre para 25% de deformação e a rigidez diminui significativamente (e de forma altamente não linear) para taxas maiores do que esta. Portanto, a defensa adotada atenua os deslocamentos e promove maior estabilidade ao sistema.

Em relação aos esforços de tração nos cabos quando a resultante tende a aproximar o navio aos *dolphins, v*erificou-se que a hipótese feita na análise linear simplificada de que um través afrouxa enquanto o outro permanece tracionado devido ao momento foi confirmada na não linear para os casos de força transversal e momento máximos (α_V = 240º e 270º). É interessante observar que a maior tração dos cabos ocorre em um *spring*. A explicação encontrada é que os traveses e lançantes são mais sensíveis à aproximação da embarcação aos *dolphins* do que os *springs*, sendo pois mais suscetíveis ao afrouxamento.

O estudo da relação dos esforços reativos com os deslocamentos no plano horizontal através da análise não linear mostra que o afrouxamento dos cabos perturba a resposta abruptamente, sendo mais evidente para o *surge* e o *yaw*. Já a defensa possui a maior influência no *sway*. Sua natureza não linear afeta diretamente a resposta do sistema para grandes movimentos de aproximação. Já a perda de contato resulta em uma mudança brusca de geometria e rigidez nos movimentos de afastamento. Na investigação do *surge* e do *yaw* é possível identificar o acoplamento entre o os dois modos, sendo que o acoplamento destes com o *sway* pode ser desprezado para pequenos deslocamentos. Entretanto, em situações de grandes deslocamentos, torna-se significativo. Ao analisar apenas o *sway*, tem-se que a simetria do arranjo de amarração desacopla esse modo dos demais, já que as componentes longitudinais e momentos se anulam.

A partir das questões aqui discutidas, tem-se que as simplificações propostas pela norma espanhola de fato resultam do lado da segurança, fornecendo esforços maiores do que uma análise mais completa pode oferecer – pelo menos neste caso considerado.

4. MODELO DINÂMICO

Embarcações acostadas estão sujeitas a ações ambientais de caráter oscilatório (como ventos, ondas e correntes) que podem induzir uma resposta dinâmica do sistema composto pelo navio, cabos, defensas e *dolphins*. Em tal resposta, os deslocamentos do navio oscilam em torno de uma configuração de equilíbrio e, dependendo da faixa de frequência da excitação, podem superar os máximos estimados na análise estática, eventualmente excedendo os limites de tração nos cabos e compressão nas defensas. À vista disto, vê-se necessário um estudo dinâmico para validar a majoração aplicada aos carregamentos nos modelos estáticos, garantindo a segurança da estrutura.

4.1. Considerações Iniciais

Um problema dinâmico é caracterizado pela equação de movimento, que tem como base a segunda Lei de Newton. Segundo Gaythwaite [3], considerando um grau de liberdade qualquer do navio, a mesma pode ser descrita por um sistema massa-mola-amortecedor, através da expressão:

$$(m + a(\omega))\,\ddot{x} + b(\omega)\,\dot{x} + c\,x = F(t)\,, \tag{4.1}$$

onde:

$\ddot{x}, \dot{x}$ e x são a aceleração, velocidade e deslocamento do respectivo grau de liberdade, respectivamente;

m e $a(\omega)$ são a massa e a massa adicional hidrodinâmica do respectivo grau de liberdade, onde ω é a sua frequência de oscilação;

$b(\omega)$ é o coeficiente de amortecimento do respectivo grau de liberdade;

c é a rigidez do sistema em relação ao respectivo grau de liberdade;

$F(t)$ é a força externa (que varia no tempo) segundo o respectivo grau de liberdade.

A aplicação direta da Eq. (4.1) é um pouco complexa. Primeiramente, no caso geral tridimensional, deve-se descrevê-la para cada um dos seis graus de liberdade do navio e, como alguns são acoplados, a resolução das mesmas deve ocorrer simultaneamente. Além disso, no que diz respeito à massa do navio, além da própria massa física, o deslocamento da embarcação causa modificações no campo de pressão da água em seu entorno, cuja resultante tem parcela em fase com aceleração e, portanto, age como um efeito inercial adicional. Este efeito é conhecido como massa adicional hidrodinâmica ($a(\omega)$) que, como se vê da Eq. (4.1), depende da frequência de oscilação (ω) do respectivo grau de liberdade do navio e é diferente para cada um deles. De acordo com Gaythwaite [3],

de forma geral, movimentos de baixa frequência são mais sensíveis a esse fenômeno, resultando em valores maiores de massa adicional. Quanto ao amortecimento ($b(\omega)$), vê-se que o mesmo também é uma função da frequência de oscilação (ω). Segundo o autor, ondas criadas pelo próprio deslocamento da embarcação, conhecido como problema de radiação de ondas, são a principal fonte do amortecimento de movimentos em alta frequência. Já em baixas frequências, o mesmo está associado à força de arrasto no casco do navio e usualmente possui baixo valor. Esses dois coeficientes, $a(\omega)$ e b(ω), são denominados de coeficientes hidrodinâmicos.

A força restauradora do sistema ($c\,x$) depende do grau de liberdade analisado. Para os movimentos horizontais de *surge*, *sway* e *yaw*, está relacionada à rigidez do sistema de amarração, composto por cabos e defensas. Como explanado anteriormente, estes apresentam comportamento não-linear geométrico, dado pelo afrouxamento dos cabos e eventual perda de contato entre navio e defensa(s), e físico, devido à rigidez do elastômero. Já para os demais movimentos de *heave*, *pitch* e *roll*, a restauração está relacionada principalmente às forças hidrostáticas.

Por fim, as ações externas $F(t)$ podem ser ambientais, como ventos, ondas e correntes, ou decorrerem da operação portuária, como embarcações transitando nas proximidades. Conforme exposto por Gaythwaite [3], grandes embarcações amarradas lateralmente possuem longos períodos/baixas frequências naturais para os modos horizontais de *surge*, *sway* e *yaw*. Portanto, ações de baixa frequência, como as produzidas pelo vento e ondas, têm maior influência na resposta dinâmica do sistema. Ainda, de acordo com Alfredini [16], as ondas são as principais responsáveis por causar deslocamentos excessivos. As forças por elas produzidas são denominadas de primeira ordem, as quais possuem o mesmo período que a onda, e de segunda ordem (ou forças de deriva), que possuem períodos maiores. Estas últimas são mais desfavoráveis em grandes navios por aproximarem-se ao período natural do sistema.

Segundo Barros [14], devido ao caráter aleatório das ações ambientais, as mesmas devem ser estudadas com teorias estocásticas, através de análises de espectros que associam a amplitude do fenômeno (como a altura da onda ou velocidade do vento) a uma certa frequência em um dado intervalo de tempo. A partir dos gráficos de densidade espectral de energia, é possível analisar em quais frequências ocorrem as maiores amplitudes, bem como definir sua série temporal.

De modo geral, a formulação da equação de movimento pode ser dividida em três etapas: a determinação dos coeficientes hidrodinâmicos, a definição da rigidez do sistema e a caracterização das ações externas segundo teorias estocásticas. Depois de definidos os parâmetros da equação, a sua resolução pode ser feita no domínio da frequência ou no domínio do tempo.

A resolução da equação de movimento no domínio da frequência implica a linearização da mesma para que, então, seja possível o uso dos métodos clássicos da dinâmica estrutural. É uma forma mais simples e rápida de obter os esforços de amarração, sendo amplamente utilizada. Entretanto, como

visto anteriormente, todos os coeficientes da equação apresentam não linearidades, que podem ser, eventualmente, significativas. Sendo assim, deve-se ter cautela com as considerações feitas na linearização, entendendo as limitações da mesma para que não haja uma interpretação incorreta da situação de equilíbrio, distanciando-se do problema físico real. Ainda, de acordo com Barros [14], há a possibilidade da coexistência de mais de uma solução de equilíbrio ou de o sistema apresentar grande sensibilidade à condição inicial para certas frequências de força de excitação.

A outra alternativa é a solução no domínio do tempo. Mais completa, essa abordagem envolve a integração da equação diferencial em certo período de tempo, variando-se aleatoriamente as ações ambientais e levando em conta as não linearidades do sistema de amarração. Por outro lado, a mesma envolve maior complexidade, maior tempo de análise e demanda computacional, além de tratamento estatístico de seus resultados, o que dificulta um pouco a sua aplicação na prática de projeto estrutural.

Caso a resposta do sistema de amarração seja localmente linear em torno da sua posição de equilíbrio, a linearização do sistema e a análise no domínio da frequência se aproximam suficientemente bem da realidade física do problema. Desta forma, esta abordagem será utilizada neste trabalho a fim de investigar o comportamento geral do sistema. Para tal, e de maneira que os resultados possam ser comparados com os dos modelos estáticos dos capítulos anteriores, será considerada apenas a ação oscilatória de vento e estática de corrente em um modelo plano com três graus de liberdade (*surge*, *sway* e *yaw*). A determinação dos coeficientes hidrodinâmicos será feita com o auxílio do programa *Wamit*®. A linearização da matriz de rigidez se dará de maneira análoga à utilizada por Pesce [17]. A caracterização do sistema será feita através de análise modal. O tratamento das ações ambientais, bem como o cálculo dos deslocamentos resultantes, serão feitas de acordo com teorias estocásticas. Por fim, os deslocamentos máximos serão estimados por teorias estatísticas. Tais metodologias serão detalhadas nos próximos itens.

4.2. Equação de Movimento

Conforme exposto acima, serão considerados apenas os deslocamentos no plano horizontal com três graus de liberdade (*surge*, *sway* e *yaw*). Isto posto, a Eq.(4.1) para um grau de liberdade é então reescrita na em sua forma matricial considerando as coordenadas de interesse pela equação:

$$\left(\boldsymbol{m} + \boldsymbol{a}(\omega)\right) \ddot{\boldsymbol{u}}(t) + \boldsymbol{b}(\omega)\, \dot{\boldsymbol{u}}(t) + \boldsymbol{k}\, \boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{F}(t)\,, \tag{4.2}$$

onde:

$\ddot{\boldsymbol{u}}, \dot{\boldsymbol{u}}$ e $\boldsymbol{u}$ são os vetores aceleração, velocidade e deslocamento dos três graus de liberdade, respectivamente;

$\boldsymbol{m}$ e $\boldsymbol{a}(\omega)$ são as matrizes de massa e a massa adicional hidrodinâmica dos três graus de liberdade, onde ω é a frequência de oscilação dos mesmos;

$\boldsymbol{b}(\omega)$ é a matriz de amortecimento dos três graus de liberdade;

$\boldsymbol{k}$ é a matriz de rigidez do sistema em relação aos três graus de liberdade;

$\boldsymbol{F}(t)$ é o vetor de forças externas (que variam no tempo) aplicadas nos três graus de liberdade.

A metodologia empregada na determinação de tais parâmetros será detalhada nos itens a seguir.

4.2.1. Matriz de Massa

De acordo com Barros [14], as forças inerciais de uma embarcação nos graus de liberdade de *surge* e *sway* correspondem ao volume de água deslocado (Δ) na situação de carga considerada. Já para o momento de inércia (I_{ZZ}) do *yaw*, deve-se levar em conta a distribuição da massa do navio na situação de carga considerada, o que depende das características do mesmo.

De modo similar às análises estáticas, será considerada a situação da *FSRU* em plena carga descrita pela Tabela 1. Como não há dados específicos na norma espanhola a respeito do momento de inércia, será adotado o mesmo de um *LNGC Golar Winter* de capacidade 138.000 m³, cujos dados foram fornecidos pela EGT Engenharia. Dado que ambas embarcações possuem dimensões e características semelhantes, tal medida não acarretará em grandes discrepâncias nos resultados. Para situação de plena carga, tem-se $I_{ZZ} = 5{,}22 \cdot 10^{11}\ kg.m^2$. Portanto, a matriz de massa[6] $\boldsymbol{m}$, em kg e m, é dada por:

$$\boldsymbol{m} = \begin{bmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}05 \cdot 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & 1{,}05 \cdot 10^8 & 0 \\ 0 & 0 & 5{,}22 \cdot 10^{11} \end{bmatrix}$$

4.2.2. Matriz de Rigidez Linearizada

A linearização da rigidez de um sistema com alto grau de não linearidade, como o analisado neste estudo, é de fundamental importância para a consistência das respostas em uma análise no domínio da frequência.

Os tratamentos feitos por Pesce [17] e Pesce *et al*. [18] para cabos submersos em catenária serão aplicados de maneira similar neste trabalho. No primeiro, o autor aponta que o equacionamento do problema dinâmico global pode ser interpretado como perturbações em torno da configuração estática

[6] A rigor, a terminologia mais adequada para $\boldsymbol{m}$ seria "matriz de inércia", visto que inclui não só a massa referente aos graus de liberdade de *surge* e *sway*, como também a inércia à rotação referente ao grau de liberdade de *yaw*. Por simplicidade, contudo, utilizar-se-á o termo "matriz de massa" doravante.

de equilíbrio. Esta última é obtida por meio de uma análise não linear. No segundo, os autores avaliaram e mapearam a rigidez local linearizada de um sistema não linear de amarração em catenária em função de diferentes deslocamentos impostos no plano horizontal.

Como será visto na Subseção 4.2.4 a respeito do comportamento dinâmico do vento, o mesmo possui uma parcela constante e uma flutuante. Dessa forma, o equilíbrio estático se dá sob a ação da primeira, enquanto as oscilações ocorrem devido à segunda. Tendo em vista o sistema de amarração analisado, e conforme será exposto mais adiante, a parcela constante corresponde ao valor médio do vento medido durante um período de 600s (10 minutos), sendo chamada também apenas de "vento médio". Na análise estática apresentada no capítulo anterior, foi adotada uma velocidade de vento de 31 m/s correspondente à média de uma rajada de 30s que, como será demonstrado, está associada a um vento médio de 27,2 m/s, medida em um intervalo de 600s.

Portanto, a definição da rigidez do sistema será feita a partir da posição de equilíbrio obtida na análise estática não linear, sob a ação do vento médio de 600s e corrente. Serão investigadas apenas as situações de máxima tração nos cabos ($\alpha_V = \alpha_C = 90º$) e máxima compressão nas defensas ($\alpha_V = 240º$ e $\alpha_C = 270º$). As forças externas foram calculadas segundo a metodologia de carregamentos estáticos detalhada no Capítulo 2.3. Os resultados referentes à corrente encontram-se na Tabela 8 e na Tabela 10 da Subseção 3.2.1.2. Já as forças do vento de vento médio de 600s e as resultantes totais apresentam-se na Tabela 43 e Tabela 44 abaixo.

Tabela 43: Cálculo das forças externas de vento – Vv = 27,2 m/s

α_V [º]	$C_{DV,L}$	$C_{DV,T}$	ϕ_V [º]	K_{Ve}	R_V [kN]	$F_{V,L}$ [kN]	$F_{V,T}$ [kN]	$M_{CG,V}$ [kNm]
90	0,9	1,0	90,0	-0,16	2798,3	0,0	2798,3	-124914,3
240	0,7	1,0	83,3	-0,27	-2393.5	-279,0	-2377,2	179077,0

Tabela 44: Resultantes críticas das ações de vento e corrente – Vv = 27,2 m/s

α_V [º]	α_C [º]	$f_{ext,x}$ [kN]	$f_{ext,y}$ [kN]	m_{ext} [kNm]
90	**90**	0.0	5314,8	-124914,3
240	**270**	-279,0	-4893,8	179077,0

A partir do modelo estático não linear exposto no Capítulo 2.2, calculou-se a posição de equilíbrio para as duas situações críticas, as quais são listadas na Tabela 45. Nesta, o carregamento externo é aplicado incrementalmente à posição de equilíbrio inicial após a pré-tensão de 10% da *MBL*, indicada pela Tabela 23. Em média, para cada incremento de carga, foram necessárias cerca de três iterações até que se atingisse os critérios de convergência pré-estabelecidos em 2.2.6.

Tabela 45: Posição de equilíbrio para as resultantes críticas – Vv = 27,2 m/s

α_V [º]	α_C [º]	u_{cg} [m]	v_{cg} [m]	θ [10^{-3} rad]
90	**90**	-0,010	0,279	-0,660
240	**270**	0,040	-0,098	0,697

Na situação de máxima compressão das defensas, nota-se que, no equilíbrio, a deformação da defensa é de cerca de 8,4%. Como pode ser observado na Figura 30, a rigidez do elastômero possui comportamento aproximadamente linear para deformações da ordem de até 20%. Assim sendo, a linearização aqui proposta é aplicável ao problema físico estudado.

A rigidez foi calculada a partir da posição de equilíbrio indicada pela Tabela 45, tendo em vista os graus de liberdade no plano horizontal. Para tal, na definição da rigidez ao *surge* (k_{xx}), aplicou-se um pequeno deslocamento δ_x na direção *x*, cujo valor será definido adiante. Da elasticidade linear, a rigidez pode ser calculada por:

$$\delta F_{sx} = k_{xx}\,\delta_x \rightarrow k_{xx} = \frac{\delta F_{sx}}{\delta_x}, \tag{4.3}$$

onde δF_{sx} é a força necessária para provocar o correspondente deslocamento aplicado. Do equilíbrio tem-se que, na direção *x*, esta força é resistida apenas pelas componentes longitudinais dos cabos tracionados, já que o atrito entre as defensas e o navio foi desprezado. Assim, dada a variação de tração $\Delta t_{m,i}$ do cabo *i*, o versor $v_{mx,i}$ na direção *x* e, utilizando a notação adotada anteriormente, a Eq. (4.3) pode ser reescrita por:

$$k_{xx} = \frac{-\sum_{i=1}^{m} \Delta t_{m,i}\, v_{mx,i}}{\delta_x} \tag{4.4}$$

A determinação da rigidez do *sway* (k_{yy}) é feita de maneira análoga. Dado uma pequeno deslocamento δ_y na direção *y*, cujo valor será definido adiante, as componentes transversais dos cabos e as reações das defensas são responsáveis pelo equilíbrio de forças nesta direção. A Eq. (4.5) sintetiza essa relação.

$$k_{yy} = \frac{-\sum_{i=1}^{m} \Delta t_{m,i}\, v_{my,i} - \sum_{j=1}^{n} \Delta r_{f,j}}{\delta_y}. \tag{4.5}$$

Em relação à rigidez ao *yaw* ($k_{\theta\theta}$), uma pequena rotação δ_θ, cujo valor será definido adiante, foi imposta ao sistema. Como consequência, a variação na tração dos cabos e compressão nas defensas resulta em um incremento de momento em torno do centro de gravidade do navio. A rigidez é então determinada pela Eq. (4.6).

$$k_{\theta\theta} = \frac{-\sum_{i=1}^{m} \Delta m_{mz,i} - \sum_{j=1}^{n} \Delta m_{fz,j}}{\delta_\theta}. \tag{4.6}$$

Por fim, o estudo do comportamento do sistema segundo cada grau de liberdade, realizado na Subseção 3.3.2.4, revela o acoplamento entre o *surge* e o *yaw* ($k_{x\theta}$). A rigidez é calculada seguindo o mesmo procedimento: aplicando-se um pequeno deslocamento longitudinal δ_x, a rigidez é dada em termos da somatória de momentos em torno do centro de gravidade, conforme indicado pela Eq. (4.7). Devido à linearidade do sistema, tem-se $k_{x\theta}$= $k_{\theta x}$. Ou seja, caso não haja inconsistências no modelo, ao aplicar uma pequena rotação δ_θ no sistema, a rigidez $k_{\theta x}$ é obtida da variação na somatória das forças longitudinais, como mostrado pela Eq. (4.8).

$$k_{x\theta} = \frac{-\sum_{i=1}^{m} \Delta m_{mz,i} - \sum_{j=1}^{n} \Delta m_{fz,j}}{\delta_x}, \tag{4.7}$$

$$k_{\theta x} = \frac{-\sum_{i=1}^{m} \Delta t_{m,i}\, v_{mx,i}}{\delta_\theta}. \tag{4.8}$$

Outra observação a ser feita é a respeito do acoplamento entre o *sway* e os demais graus de liberdade, o *yaw* ($k_{y\theta}$) e o *surge* (k_{yx}). Do gráfico da investigação do *sway* na Figura 40, a simetria dos cabos e defensas anula a somatória de forças longitudinais e momentos em torno do centro de gravidade. Como resultado, tem-se o desacoplamento dos três graus de liberdade. Entretanto, a investigação dos demais movimentos mostra que, dependendo da magnitude da rotação ou deslocamento longitudinal, há perda da simetria do sistema e as reações não se anulam. Tal fato provoca o acoplamento entre o *sway* e os demais movimentos.

Dessa forma, as rigidezes acopladas podem ser obtidas de maneira similar aos demais termos cruzados, como indicado da Eq. (4.9) à Eq. (4.12).

$$k_{y\theta} = \frac{-\sum_{i=1}^{m} \Delta \boldsymbol{m}_{mz,i} - \sum_{j=1}^{n} \Delta \boldsymbol{m}_{fz,j}}{\boldsymbol{\delta_y}}, \tag{4.9}$$

$$k_{\theta y} = \frac{-\sum_{i=1}^{m} \Delta \boldsymbol{t}_{m,i}\, \boldsymbol{v}_{my,i} - \sum_{j=1}^{n} \Delta \boldsymbol{r}_{f,j}}{\boldsymbol{\delta_\theta}}. \tag{4.10}$$

$$k_{xy} = \frac{-\sum_{i=1}^{m} \Delta \boldsymbol{t}_{m,i}\, \boldsymbol{v}_{my,i} - \sum_{j=1}^{n} \Delta \boldsymbol{r}_{f,j}}{\boldsymbol{\delta_x}}, \tag{4.11}$$

$$k_{yx} = \frac{-\sum_{i=1}^{m} \Delta t_{m,i}\, v_{mx,i}}{\delta_y}. \tag{4.12}$$

A seguir, detalha-se o cálculo das matrizes de rigidez linearizada para duas situações críticas.

Situação de máxima tração nos cabos (α_V = 90º e α_C = 90º)

Aplicando-se um deslocamento longitudinal de δ_x = 0,01m, tem-se as variações nas reações dos cabos e defensas e na somatória do momento em torno do centro de gravidade da embarcação indicadas na Tabela 46. Nesta, ΔR é a variação total na reação do cabo/defensa, ΔR_X a sua componente na direção *x*, ΔR_Y a sua componente na direção *y* e ΔM_Z a variação de momento. A Tabela 47 indica a rigidezes calculadas de acordo com a formulação exposta. Tal valor de δ_x foi escolhido pois busca-se uma pequena perturbação em torno na configuração de equilíbrio. Assim, em relação às dimensões do navio, adotou-se um deslocamento unitário da ordem de 10^{-2} m.

Tabela 46: Reações dos cabos e defensas para δ_x=0,01m (α_V =90º e α_C = 90º)

Elemento	**ΔR [kN]**	**ΔR_X [kN]**	**ΔR_Y [kN]**	**ΔM_Z [kNm]**
Lançante L1	17,96	-12,05	-13,18	1841,10
Través L2	0,26	-0,32	-0,26	35,75
Spring L3	-35,79	-34,83	5,39	-1198,03
Spring L4	35,80	-34,84	-5,32	-1196,63
Través L5	-0,27	-0,21	0,26	36,56
Lançante L6	-17,99	-12,06	13,21	1841,28
Defensa D1	0,00	0,00	0,00	0,00
Defensa D2	0,00	0,00	0,00	0,00
Defensa D3	0,00	0,00	0,00	0,00
Defensa D4	0,00	0,00	0,00	0,00
- ∑ ΔRi	–	94,30	-0,010	-1359,03

Tabela 47: Rigidez devido a deslocamento longitudinal δ_x=0,01m (α_V =90º e α_C = 90º)

k_{xx} [kN/m]	k_{xy} [kN/m]	$k_{x\theta}$ [kNm/m]
9430	-10	-135903

Aplicando-se um deslocamento transversal de δ_y = 0,01m, tem-se as variações nos esforços indicadas na Tabela 48 e a rigidezes na Tabela 49. De maneira análoga a δ_x, adotou-se deslocamento unitário de mesma ordem de grandeza a fim de simular uma pequena perturbação em torno do equilíbrio.

Tabela 48: Reações dos cabos e das defensas para δ_y=0,01m (α_V =90º e α_C = 90º)

Elemento	ΔR [kN]	ΔR_X [kN]	ΔR_Y [kN]	ΔM_Z [kNm]
Lançante L1	19,94	-13,18	-14,81	2067,45
Través L2	32,49	-0,25	-32,15	4484,95
Spring L3	5,57	5,39	-1,03	202,05
Spring L4	5,50	-5,33	-0,96	-195,69
Través L5	32,48	0,26	-32,14	-4484,04
Lançante L6	19,91	13,21	-14,75	-2056,32
Defensa D1	0,00	0,00	0,00	0,00
Defensa D2	0,00	0,00	0,00	0,00
Defensa D3	0,00	0,00	0,00	0,00
Defensa D4	0,00	0,00	0,00	0,00
- ∑ ΔRi	–	-0,10	95,85	-18,40

Tabela 49: Rigidez devido a deslocamento transversal δ_y=0,01m (α_V =90º e α_C = 90º)

k_{yx} [kN/m]	k_{yy} [kN/m]	$k_{y\theta}$ [kNm/m]
-10	9585	-1840

Aplicando-se uma rotação de δ_θ =1·10^{-5} rad, tem-se as variações nos esforços indicadas na Tabela 50 e a rigidez na Tabela 51. Adotou-se este valor para δ_θ pois, na análise estática não-linear, os deslocamentos observados são da ordem de 10^{-3} m. Isto posto, adotou-se deslocamento unitário de menor ordem de grandeza (10^{-5}) com o intuito de simular uma pequena perturbação em torno da posição de equilíbrio médio.

Tabela 50: Reações dos cabos e das defensas para δ_θ= 1·10^{-5} rad (α_V =90º e α_C = 90º)

Elemento	ΔR [kN]	ΔR_X [kN]	ΔR_Y [kN]	ΔM_Z [kNm]
Lançante L1	-2,78	1,84	2,07	-289,70
Través L2	-4,53	0,04	4,48	-625,67
Spring L3	-1,24	-1,20	0,20	-41,90
Spring L4	1,23	-1,19	-0,20	-41,52
Través L5	4,53	0,04	-4,48	-625,54
Lançante L6	2,78	1,84	-2,06	-287,85
Defensa D1	0,00	0,00	0,00	0,00
Defensa D2	0,00	0,00	0,00	0,00
Defensa D3	0,00	0,00	0,00	0,00
Defensa D4	0,00	0,00	0,00	0,00
- ∑ ΔRi	–	-1,36	-0,02	1912,17

Tabela 51: Rigidez devido à rotação δ_θ= 1·10^{-5} rad (α_V =90º e α_C = 90º)

$k_{\theta x}$ [kN/m]	$k_{\theta y}$ [kN/m]	$k_{\theta\theta}$ [kNm/rad]
-135902	-1639	191216550

Dessa forma, a matriz de rigidez linearizada $\boldsymbol{k}$ dada em kN/m e kNm/m corresponde a:

$$\boldsymbol{k_{90,90}} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{x\theta} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{y\theta} \\ k_{\theta x} & k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9430 & -10 & -135903 \\ -10 & 9585 & -1840 \\ -135902 & -1639 & 191216450 \end{bmatrix}$$

Nota-se que $\boldsymbol{k}$ não é exatamente simétrica, já que $k_{y\theta} \neq k_{\theta y}$. Tal discrepância pode ser atribuída à não linearidade da resposta da reação em *y* com o *yaw* nas imediações da configuração de equilíbrio (-0.660·10^{-3} rad), como indicado pela Figura 45, no estudo do comportamento do sistema (Subseção 3.3.2.4). Contudo, os valores são razoavelmente próximos ($k_{y\theta} \cong k_{\theta y}$) e a matriz pode ser considerada aproximadamente simétrica.

Situação de máxima compressão nas defensas (α_V = 240º e α_C = 270º)

Aplicando-se um deslocamento longitudinal de δ_x = 0,01m, tem-se as variações nas reações dos cabos e defensas e da somatória do momento em torno do centro de gravidade da embarcação indicadas na Tabela 52 e as rigidezes na Tabela 53.

Tabela 52: Reações dos cabos e das defensas para δ_x=0,01m (α_V =240º e α_C = 270º)

Elemento	**ΔR [kN]**	**ΔR_X [kN]**	**ΔR_Y [kN]**	**ΔM_Z [kNm]**
Lançante L1	18,06	-12,11	-13,26	1847,98
Través L2	0,29	-0,01	-0,29	40,0034
Spring L3	-35,84	-34,91	5,08	-1177,82
Spring L4	35,83	-34,90	-5,14	-1178,28
Través L5	-0,24	-0,12	0,24	33,1926
Lançante L6	-18,01	-12,06	13,24	1847,67
Defensa D1	0,05	0,00	0,05	-22,78
Defensa D2	0,06	0,00	0,06	-20,68
Defensa D3	0,07	0,00	0,07	-12,13
Defensa D4	0,07	0,00	0,07	-9,32
- ∑ ΔRi	–	94,12	-0,12	-1347,84

Tabela 53: Rigidez devido a deslocamento longitudinal δ_x=0,01m (α_V =240º e α_C = 270º)

k_{xx} [kN/m]	k_{xy} [kN/m]	$k_{x\theta}$ [kNm/m]
9412	-12	-134784

Aplicando-se um deslocamento transversal de δ_y = -0,01m, tem-se as variações nos esforços indicadas na Tabela 54 e a rigidez na Tabela 55.

Tabela 54: Reações dos cabos e das defensas para δ_y= -0,01m (α_V =240º e α_C = 270º)

Elemento	**ΔR [kN]**	**ΔR_X [kN]**	**ΔR_Y [kN]**	**ΔM_Z [kNm]**
Lançante L1	-19,85	13,26	14,62	-2037,77
Través L2	-32,48	0,28	32,13	-4482,18
Spring L3	-5,23	-5,08	0,82	-178,521
Spring L4	-5,30	5,14	0,93	188,269
Través L5	-32,48	-0,24	32,14	4483,23
Lançante L6	-19,89	-13,24	14,69	2050,76
Defensa D1	76,06	0,00	76,06	-4186,28
Defensa D2	79,68	0,00	79,68	-2792,15
Defensa D3	92,99	0,00	92,99	3251,00
Defensa D4	96,97	0,00	96,97	5329,50
- ∑ ΔRi	–	-0,12	-441,04	-1625,86

Tabela 55: Rigidez devido a deslocamento transversal δ_y= -0,01m (α_V =240º e α_C = 270º)

k_{yx} [kN/m]	k_{yy} [kN/m]	$k_{y\theta}$ [kNm/m]
12	44104	162586

Aplicando-se uma rotação de δ_θ = $1 \cdot 10^{-5}$ rad, tem-se as variações nos esforços indicadas na Tabela 56 e a rigidez na Tabela 57.

Tabela 56: Reações dos cabos e das defensas para δ_θ= $1 \cdot 10^{-5}$ rad (α_V =240º e α_C = 270º)

Elemento	**ΔR [kN]**	**ΔR_X [kN]**	**ΔR_Y [kN]**	**ΔM_Z [kNm]**
Lançante L1	-2,77	1,85	2,04	-284,66
Través L2	-4,53	0,04	4,48	-625,27
Spring L3	-1,21	-1,18	0,18	-39,93
Spring L4	1,21	-1,18	-0,19	-40,42
Través L5	4,53	0,03	-4,48	-625,42
Lançante L6	2,77	1,85	-2,05	-286,71
Defensa D1	4,26	0,00	4,26	-234,23
Defensa D2	2,84	0,00	2,84	-99,48
Defensa D3	-3,30	0,00	-3,30	-115,35
Defensa D4	-5,41	0,00	-5,41	-297,35
- ∑ ΔRi	–	-1,41	1,64	2648,82

Tabela 57: Rigidez devido a rotação δ_θ= 1·10^{-5} rad (α_V =240º e α_C = 270º)

$k_{\theta x}$ [kN/m]	$k_{\theta y}$ [kN/m]	$k_{\theta\theta}$ [kNm/rad]
-141274	163683	264882370

Dessa forma, a matriz de rigidez linearizada $\boldsymbol{k}$ dada em kN/m e kNm/m corresponde a:

$$\boldsymbol{k}_{\mathbf{240,270}} = \begin{bmatrix} 9412 & -12 & -134784 \\ 12 & 44104 & 162586 \\ -141274 & 163683 & 264882370 \end{bmatrix}$$

Mais uma vez, nota-se que $\boldsymbol{k}$ não é exatamente simétrica. Podem ser observadas pequenas discrepâncias em todos os termos acoplados. A discrepância da rigidez cruzada entre o *sway* e o *yaw* ($k_{\theta y}, k_{y\theta}$) pode ser atribuída à não linearidade nas imediações da configuração de equilíbrio (0,697·10^{-3} rad). Há também certa influência do comportamento ligeiramente não linear das defensas neste nível de deformação. Porém, os valores são razoavelmente próximos ($k_{y\theta} \approx k_{\theta y}$). Em relação aos termos cruzados entre o *surge* e o *yaw* ($k_{x\theta}, k_{\theta x}$), a discrepância se dá pela contribuição das defensas. Ao aplicar uma perturbação δ_x em *x*, a somatória de momentos contabiliza a reação nas defensas. Já ao aplicar uma rotação δ_θ, as defensas não contribuem na somatória das forças na direção *x*, uma vez que este estudo despreza o atrito entre essas e o navio. Entretanto, os valores apresentam mesma ordem de grandeza ($k_{x\theta} \approx k_{\theta x}$). Por fim, a diferença entre os termos cruzados de *surge* e *sway* (k_{xy}, k_{yx}) também pode ser atribuída à consideração das defensas. Uma vez que o atrito foi desconsiderado, as defensas contribuem na reação em *y* quando aplicado δ_x, mas não na somatória da reação em *x* quando aplicado δ_y. Contudo, ambos os termos são muito pequenos quando comparados aos demais. Visto que os termos cruzados são razoavelmente próximos, a matriz pode ser considerada aproximadamente simétrica.

4.2.3. Coeficientes Hidrodinâmicos

A determinação dos coeficientes hidrodinâmicos de massa adicional e amortecimento foi feita com base na hidrodinâmica clássica, como a apresentada por Newman [19]. Nesta abordagem, a água é considerada um fluido ideal e irrotacional. Analisa-se a embarcação sob a ação de onda plana progressiva de pequena amplitude e frequência ω, sendo a onda e os movimentos induzidos lineares. O problema consiste na determinação das forças e momentos hidrodinâmicos atuantes sobre o navio, a partir da integração do campo de pressões linear (dado em termos de potenciais de velocidades) na superfície do casco submerso sob certas condições de contorno, como por exemplo: superfície livre, impermeabilidade do fundo, impermeabilidade do casco, etc.

A forças hidrodinâmicas resultantes possuem três componentes: hidrostática, de radiação e de difração. A primeira está relacionada à flutuabilidade da embarcação. A segunda está associada ao

movimento do navio que irradia ondas, cuja propagação é no sentido de afastamento do mesmo. A última componente relaciona-se à interação do escoamento incidente com a embarcação e representa as forças e momentos de excitação induzidos pela ação da onda.

A componente de radiação é um número complexo pois está associada a potenciais de velocidades complexos, denominados potenciais de radiação. Assim, em um contexto de pequenos deslocamentos, a solução do problema de contorno de radiação para cada grau de liberdade possui uma parte real e uma parte imaginária. A parte real resulta em forças hidrodinâmicas inerciais, denominadas coeficientes de massa adicional $a_{ij}(\omega)$. Já a parte imaginária está relacionada a forças de amortecimento potencial, uma vez que as ondas produzidas pelo movimento da embarcação dissipam energia do sistema, denominadas coeficiente de amortecimento de radiação ou potencial $b_{ij}(\omega)$. Ambas dependem da frequência ω da onda incidente, que por sua vez é a mesma frequência do movimento do navio no grau de liberdade analisado. É possível demonstrar que os coeficientes hidrodinâmicos compõem matrizes simétricas ($a_{ij}(\omega) = a_{ji}(\omega)$ e ($b_{ij}(\omega) = b_{ji}(\omega)$).

Como dito anteriormente, a água é considerada um fluido ideal. Entretanto, a viscosidade também contribui no amortecimento. Este pode ser estimado através de ensaios de decaimento em tanques de provas com modelos do casco em escala reduzida. Porém, o amortecimento viscoso é mais importante nos graus de liberdade que não produzem muitas ondas ao oscilar, o que faz com que o amortecimento de radiação seja pequeno. Este é o caso do *roll* em navios. Nos demais casos, é prática corrente assumir um amortecimento viscoso da ordem de 5% do amortecimento potencial.

A determinação dos coeficientes hidrodinâmicos foi feita com o auxílio do programa *WAMIT®*, que foi desenvolvido por pesquisadores do *Massachusetts Institute of Technology (MIT)* para uso acadêmico e, atualmente, comercial. Os dados aqui apresentados foram fornecidos por cortesia da empresa Technomar. Segundo seu manual [20], o programa utiliza uma técnica numérica denominada método de integração de equações de contorno (*Boundary Integral Equation Method – BIEM*), também conhecido como método de painéis. Este é baseado no Teorema de Green e consiste na definição das funções diferenciais potenciais de radiação e difração e na integração das mesmas nas superfícies tridimensionais submersas. Como resultado, tem-se a determinação da pressão do fluido sobre as mesmas, e suas componentes de radiação, difração e hidrostáticas.

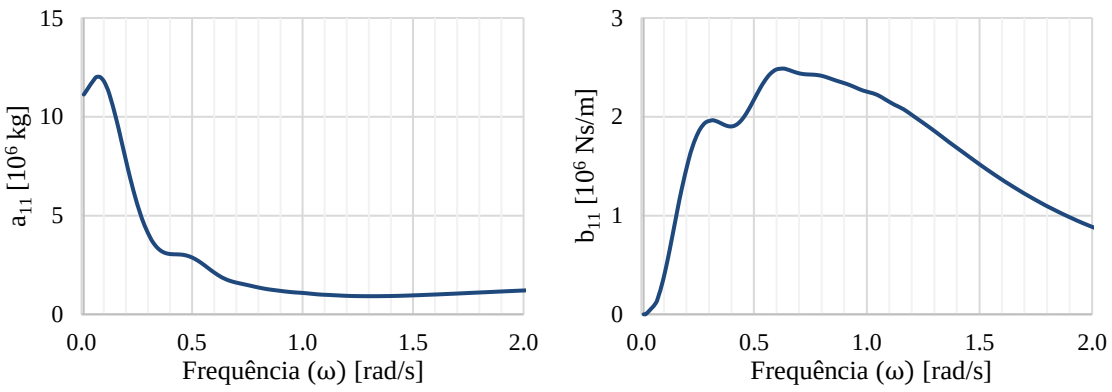
Os coeficientes hidrodinâmicos adotados foram estimados para um navio semelhante ao navio em estudo neste trabalho, cujas características encontram-se listadas na tabela abaixo. Ressalta-se que a ligeira diferença entre as dimensões dos navios e a relação profundidade/calado não afeta de maneira significativa os resultados.

Tabela 58: Dados do navio utilizado para determinação do coeficientes hidrodinâmicos

Dados Navio - Coeficientes Hidrodinâmicos		
Comprimento entre perpendiculares (LBP)	281	m
Boca (B)	43,4	m
Calado Máximo (Dmax)	11,7	m
Profundidade (h)	20,0	m
Profundidade/Calado (h/Dmax)	1,71	

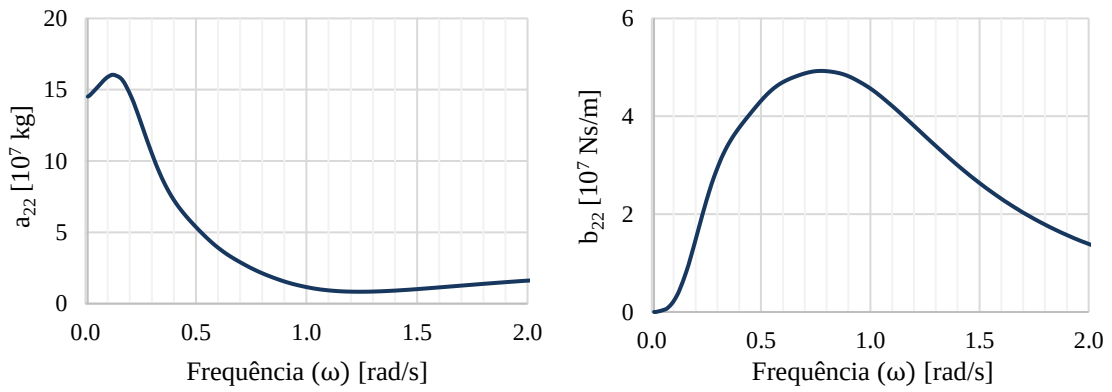
As figuras abaixo apresentam os coeficientes hidrodinâmicos de massa adicional $a_{ij}(\omega)$ e amortecimento total $b_{ij}(\omega)$ obtidos com *WAMIT*®. Ressalta-se que o amortecimento potencial calculado pelo programa foi acrescido de 5% para incorporação dos efeitos viscosos. Os coeficientes são calculados na faixa de frequência de oscilação ω de 0,1 a 2 rad/s. É nesta faixa que a energia das ondas do mar se concentram, em especial das geradas pelo vento. Os movimentos de *surge*, *sway* e *yaw* estão indicados pelos índices 1, 2 e 6, respectivamente.

Figura 46: Coeficientes de massa adicional a_{11} (esq.) e amortecimento b_{11}(dir.) para o movimento de *Surge*.



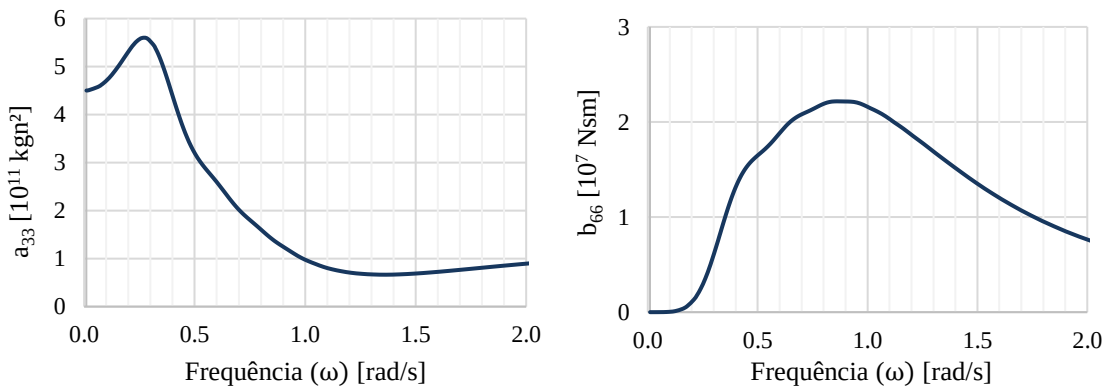
Fonte: Autora.

Figura 47: Coeficientes de massa adicional a_{22} (esq.) e amortecimento b_{22} (dir.) para o movimento de *Sway*.



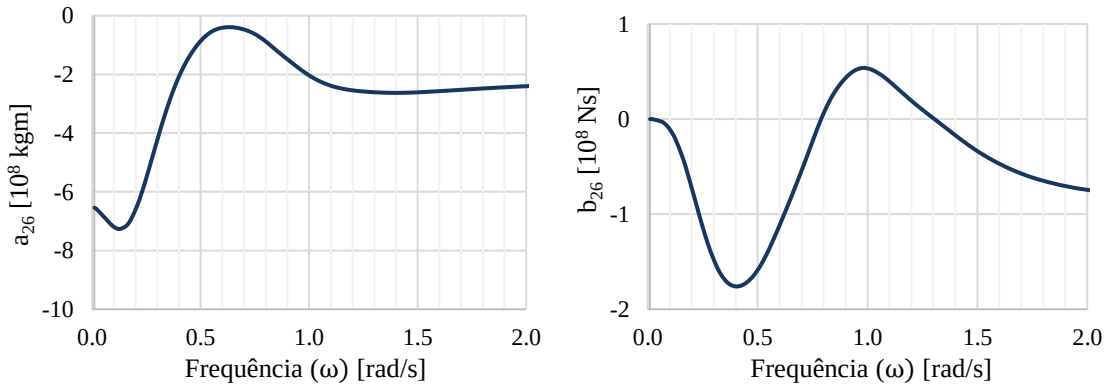
Fonte: Autora.

Figura 48: Coeficientes de massa adicional a_{66} (esq.) e amortecimento b_{66} (dir.) para o movimento de *Yaw*



Fonte: Autora.

Figura 49: Coeficientes de massa adicional a_{26} (esq.) e amortecimento b_{26} (dir.) para os movimentos acoplados de *Sway* e *Yaw*.



Fonte: Autora.

As matrizes de massa adicional $\boldsymbol{a}(\omega)$ e amortecimento total $\boldsymbol{b}(\omega)$ estão relacionadas abaixo. Nestas, é possível notar o acoplamento entre os movimentos de *sway* e *yaw*.

$$\boldsymbol{a}(\omega) = \begin{bmatrix} a_{11}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & a_{22}(\omega) & a_{26}(\omega) \\ 0 & a_{62}(\omega) & a_{66}(\omega) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{b}(\omega) = 1{,}05 \cdot \begin{bmatrix} b_{11}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & b_{22}(\omega) & b_{26}(\omega) \\ 0 & b_{62}(\omega) & b_{66}(\omega) \end{bmatrix}$$

4.2.4. Carregamentos Dinâmicos – Vento

Conforme exposto anteriormente, os carregamentos oscilatórios de baixa frequência que mais afetam a resposta dinâmica de um navio acostado são as ondas e os ventos. Além do mais, usualmente as áreas portuárias são abrigadas no que diz respeito ao mar e o efeito dinâmico do carregamento de vento pode vir a ser mais importante do que o de onda. Neste trabalho, a fim de manter a coerência com a análise estática, será analisado o caráter dinâmico apenas do carregamento de vento, combinado à corrente estática média.

De acordo com Franco [21], a energia cinética do vento, dada em termos de massa (ρ_{ar}) e velocidade média (V_V), transforma-se em energia potencial de pressão ao deparar-se com um obstáculo em sua trajetória. A intensidade da pressão depende da forma do obstáculo (contabilizada pelo coeficiente de arrasto aerodinâmico, C_{DV}) e do ângulo de incidência do vento em relação ao mesmo (α_v). As expressões das forças resultantes nas direções longitudinal ($F_{V,L}$), transversal ($F_{V,T}$) e o momento ($M_{CG,V}$), expostas anteriormente na Subseção 2.3.1 (resultantes estáticas, i.e., médias), repetem-se abaixo:

$$F_{V,L}(\alpha_v) = \left[\frac{\rho_{ar}}{2}\, {V_V}^2\, \frac{C_{DV,L}(\alpha_v)\, A_{V,T}\, cos^2\alpha_v + C_{DV,T}(\alpha_v)\, A_{V,L}\, sen^2\alpha_v}{cos(\phi_V - \alpha_v)}\right] cos\, \phi_V \tag{2.67}$$

$$F_{V,T}(\alpha_v) = \left[\frac{\rho_{ar}}{2}\, {V_V}^2\, \frac{C_{DV,L}(\alpha_v)\, A_{V,T}\, cos^2\alpha_v + C_{DV,T}(\alpha)\, A_{V,L}\, sen^2\alpha_v}{cos(\phi_V - \alpha_v)}\right] sen\, \phi_V \tag{2.68}$$

$$M_{CG,V}(\phi_V) = F_{V,T}(\alpha_v)\, K_{V,e}(\alpha_v)\, LOA \tag{2.69}$$

Sabe-se que o vento é um fenômeno de natureza aleatória. De acordo com Franco [21], a velocidade do vento pode ser dividida em duas parcelas: uma constante, denominada de vento médio, e uma que varia no tempo, denominada rajada ou vento flutuante.

Franco [21] indica que a parcela de vento constante varia exponencialmente com a altitude até atingir seu valor máximo (vento de gradiente), e depende tanto da rugosidade do terreno quanto da sua localização geográfica. Ainda segundo Franco [22], usualmente este valor corresponde a medidas feitas em intervalos de tempo que variam de 10 minutos (600 segundos) a 1 hora (3600 segundos). Já as rajadas e turbulências variam em torno do vento médio para uma determinada altitude. De acordo com o autor, trata-se de um processo aleatório, estacionário, ergódico e com valor médio nulo. Como elucidado anteriormente, a duração da rajada depende do fenômeno a ser analisado. Segundo Gaythwaite [3], no caso de grandes embarcações, são necessárias rajadas de 30 a 60 segundos para ultrapassar a inércia do navio e mobilizar a força de arrasto. A título de comparação, no contexto da engenharia civil, usualmente em análise de pequenos edifícios a rajada considerada tem duração de 3s.

As características da parcela flutuante podem ser descritas por intermédio de parâmetros estatísticos, conforme será detalhado nos próximos subitens.

4.2.4.1. Determinação da Parcela Flutuante

Como mencionado anteriormente, de acordo com Franco [22], a parcela flutuante $v(t)$ consiste em um processo aleatório, estacionário, ergódico, Gaussiano e de média zero. Assim, deve ser tratada por meio de teorias estocásticas.

Ao tratarmos de processos estocásticos, é interessante relembrar alguns parâmetros estatísticos. As Eq. (4.13) a Eq. (4.16) apresentam, respectivamente, o cálculo da média (ou valor esperado), o valor quadrático médio, a variância e o desvio-padrão de um processo contínuo $x(t)$ medido em um período de tempo T.

$$\bar{x} = E[x] = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\, dt\,, \tag{4.13}$$

$$\overline{x^2} = E[x^2] = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x(t)^2\, dt\,, \tag{4.14}$$

$$\sigma^2 = E[(x-\bar{x})^2] = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T \left(x(t) - \overline{x(t)}\right)^2 dt = \overline{x^2} - (\bar{x})^2\,, \tag{4.15}$$

$$\sigma = +\sqrt{\sigma^2}\,. \tag{4.16}$$

Nota-se da Eq. (4.15) que, para um processo de valor médio nulo como a parcela flutuante do vento, a variância é igual ao seu valor quadrático médio.

De acordo com Thomson & Dahleh [23], uma função periódica $x(t)$ de período T pode ser representada por uma soma de funções harmônicas (senos e cossenos) através da seguinte expressão, conhecida como série de Fourier:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\, sen\,(n\omega t) + b_n\, cos\,(n\omega t)\,, \tag{4.17}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\, cos(n\omega t)\, dt\,, \tag{4.18}$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\, sen(n\omega t)\, dt\,, \tag{4.19}$$

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\, dt\,, \tag{4.20}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}\,. \tag{4.21}$$

Nota-se que a Eq. (4.20) representa o valor médio de $x(t)$. A série de Fourier pode ser escrita em termos de uma função exponencial complexa, dada por:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \, e^{in\omega t}, \tag{4.22}$$

$$c_0 = a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\, dt\,, \tag{4.23}$$

$$c_n = \left(\frac{a_n - i\, b_n}{2}\right) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t) e^{-in\omega t}\, dt\,. \tag{4.24}$$

O somatório da Eq. (4.22) envolve termos de frequência negativa e positiva, além do termo constante indicado na Eq. (4.23) que, como visto anteriormente, é o valor médio da função e pode ser tratado separadamente. Nesta notação, c_n representa a amplitude da função harmônica. Como normalmente as medições são feitas em termos de frequências positivas, é de interesse considerar apenas a parte real das equações anteriores. Das propriedades dos números complexos, sabe-se que a componente real pode ser expressa pela metade da soma do próprio número complexo pelo seu conjugado. Portanto, a parte real (Re) da Eq. (4.22) é dada por:

$$x(t) = Re \sum_{n=1}^{\infty} c_n \, e^{in\omega t} = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(c_n \, e^{in\omega t} + {c_n}^* \, e^{-in\omega t}). \tag{4.25}$$

onde ${c_n}^*$ é o conjugado da amplitude complexa. Assim, ao calcular o valor quadrático médio de $x(t)$ de acordo com a Eq. (4.14), tem-se:

$$\overline{x^2} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}(c_n \, e^{in\omega t} + {c_n}^* \, e^{-in\omega t})^2. \tag{4.26}$$

Thomson & Dahleh [23] demonstram que a equação anterior pode ser simplificada por:

$$\overline{x^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} c_n {c_n}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} |c_n|^2. \tag{4.27}$$

Portanto, o valor quadrático médio de uma função periódica é a soma da metade do quadrado do módulo da amplitude de cada componente harmônica que compõe a série de Fourier. Este resultado será avaliado adiante.

Um processo aleatório no tempo possui oscilações de diversas frequências e geralmente são não-periódicas. Entretanto, pode-se interpretar uma função não-periódica como uma função periódica cujo período tende a infinito ($T \to \infty$). Neste caso, a série de Fourier é denominada transformada de Fourier e é expressa pela Eq. (4.28). A dedução dessa operação pode ser encontrada em Meirovitch [24]:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-i\omega t}\, dt\,. \tag{4.28}$$

Define-se a inversa da transformada de Fourier por:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega\,. \tag{4.29}$$

A Eq. (4.29) é análoga à eq. (4.22) para $T \to \infty$. As Eq. (4.28) e Eq. (4.29) são conhecidas como par de transformada de Fourier. Nota-se que a primeira descreve o processo aleatório no domínio da frequência, enquanto a segunda o faz no domínio do tempo.

Segundo Thomson & Dahleh [23], a autocorrelação de um processo aleatório $x(t)$ mede a similaridade da função no instante t com si mesma em um instante $t + \tau$. Para tal, calcula-se a média de $x(t)$ e $x(t + \tau)$. Quanto maior for esse valor, maior é a similaridade entre os instantes. Assim, define-se a função de autocorrelação $R(\tau)$ por:

$$R(t) = E[x(t)x(t+\tau)] = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau)dt \,. \tag{4.30}$$

Em um processo aleatório, estacionário e ergódico, a função de autocorrelação é igual ao valor quadrático médio para $\tau = 0$, como indicado na Eq. (4.31). É possível demonstrar que, caso o valor médio do processo seja nulo, a função de autocorrelação tende a zero para $\tau \to \infty$.

$$R(0) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t)dt = \overline{x^2} \,. \tag{4.31}$$

De acordo com Meirovitch [24], para um processo aleatório, estacionário e ergódico $x(t)$, define-se a função densidade espectral de potência $S(\omega)$, comumente nomeada apenas de espectro de potência, como a transformada de Fourier da função de autocorrelação. Portanto, tem-se o par de transformada de Fourier:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau \,, \tag{4.32}$$

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega \,. \tag{4.33}$$

Para $\tau = 0$, a Eq (4.33) é reescrita por:

$$R(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} S(\omega)d\omega = \overline{x^2} \,. \tag{4.34}$$

Logo, a área sob o gráfico da função densidade espectral de potência dividida por 2π corresponde ao valor quadrático médio da função. Como dito anteriormente, no caso de processos aleatórios com média nula, como é o caso da parcela flutuante do vento, esta área é igual à variância.

Ao compararmos a Eq. (4.34) com a Eq. (4.27), temos:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} S(\omega)d\omega = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} |c_n|^2. \tag{4.35}$$

Assim, a amplitude de cada componente harmônica c_n pode ser calculada a partir do espectro de potência através da equação:

$$c_n = \sqrt{2\frac{1}{2\pi}S(\omega)d\omega}\,. \tag{4.36}$$

Por fim, também é possível calcular a série temporal a partir do espectro de potências na sua forma discreta, como indica a equação:

$$x(t) \cong \sum_{n=1}^{N}\sqrt{2\frac{1}{2\pi}S(\omega_n)\Delta\omega}\; cos(\omega_n t + \phi_n), \tag{4.37}$$

onde ϕ_n é o ângulo de fase e $\Delta\omega$ o intervalo espectral. Este é indeterminado e representa uma componente aleatória, assumindo valores no intervalo $[0,2\pi]$.

Isto posto, a parcela flutuante do vento pode ser calculada a partir do espectro de potências de velocidade do vento, $S_{Vw}(\omega)$, através de uma somatória de um número finito N de componentes harmônicas, como indicado na Eq. (4.38):

$$v(t) \cong \sum_{n=1}^{N}\sqrt{2\,\frac{S_{Vw}(\omega_n)}{2\pi}\,\Delta\omega}\; cos(\omega_n t + \phi_n)\,. \tag{4.38}$$

Assim sendo, a amplitude de cada componente harmônico é obtida da área sob a curva do espectro de potências $S_{Vw}(\omega)$ em um dos N intervalos espectrais $\Delta\omega$ (em rad/s).

4.2.4.2. *Espectro de Potências de Velocidade*

Os espectros de potências de velocidade do vento são formulados através de medições do local de interesse. Os parâmetros de entrada são a velocidade média do vento e dados acerca da região, como a rugosidade do terreno. A Organização Meteorológica Mundial (*WMO – World Meteorological Organization*) [25] recomenda que a velocidade média do vento corresponda ao valor médio de medições feitas em um período 10 minutos. Segundo a organização, este é um período tipicamente longo o suficiente para incorporar a maior parte das flutuações de período curto (turbulência), mas é suficientemente curto para ser considerado como representativo de um vento estacionário.

De acordo com Gaythwaite [3], o espectro de Harris Modificado, que tem como base o de Davenport (desenvolvido para edificações), é indicado na análise de regiões portuárias. Há também o espectro de Ochi-Shin, indicado para locais mais expostos. Feikema e Wichers [26] reuniram os espectros mais importantes para a análise de navios, que serão apresentados a seguir, em termos da frequência em hertz (f) e em rad/s (ω).

Ressalta-se que na formulação dos autores [26] em rad/s (ω), os espectros foram divididos por 2π. Esta normalização facilitará os cálculos subsequentes, uma vez que a variância se dará diretamente pelo cálculo da área do espectro de velocidades de vento, bem como dos demais espectros resultantes (força, deslocamento, etc.). Assim, A variância do espectro normalizado em rad/s é:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega \,. \tag{4.39}$$

A notação utilizada na definição dos espectros é dada por:

- S_{V_w} – Espectro de potência de velocidades do vento [m²/s];
- V_v – Velocidade média do vento (10 min) a 10m acima da superfície d´água [m/s];
- ω – Frequência das oscilações do vento [rad/s];
- f – Frequência das oscilações do vento [Hz];
- C – Coeficiente de arrasto da superfície do mar/terreno (depende do espectro analisado e será indicado adiante).

<u>*Espectro de Davenport*</u>

Em termos de frequência (f) em Hz, o espectro de Davenport é dado por:

$$S_{Vw}(f) = \frac{4 \cdot C \cdot V_v^2}{f} \left(1200 \frac{f}{V_v}\right)^2 / \left[1 + \left(1200 \frac{f}{V_v}\right)^2\right]^{4/3} \,. \tag{4.40}$$

Em termos de frequência (ω) em rad/s, tem-se:

$$f = {}^{\omega}/_{2\pi} \,, \tag{4.41}$$

$$S_{Vw}(\omega) = \frac{916700}{2\pi} \, C \, \omega \, / \left[1 + \left(191 \frac{\omega}{V_v}\right)^2\right]^{4/3} \,, \tag{4.42}$$

com C = 0,002 para mares agitados e C = 0,0015 para mares moderados;

<u>*Espectro de Harris - Det norske Veritas*</u>

Em termos de frequência (f) em Hz, o espectro de Harris é dado por:

$$S_{Vw}(f) = \frac{4 \cdot C \cdot V_v^2}{f} \left(1800 \frac{f}{V_v}\right) / \left[2 + \left(1800 \frac{f}{V_v}\right)^2\right]^{5/6} . \tag{4.43}$$

Para frequência (ω) em rad/s, tem-se:

$$S_{Vw}(\omega) = \frac{7200}{2\pi} \, C \, V_v \, / \left[2 + \left(286 \frac{\omega}{V_v}\right)^{0,15}\right]^{5/6} \,, \tag{4.44}$$

com C = 0,002 para mares agitados e C = 0,0015 para mares moderados.

Espectro de Harris Modificado / Wills

Em termos de frequência (f) em Hz, o espectro de Harris modificar é dado por:

$$S_{Vw}(f) = \frac{4 \cdot C \cdot V_v^{\,2}}{f} \left(1800\ \frac{f}{V_v}\right) A(f) \,/\, \left[2 + \left(1800\ \frac{f}{V_v}\right)^2\right]^{5/6} , \tag{4.45}$$

onde:

$$A(f) = 0{,}51 \left[\frac{\left(2+\left(1800 \cdot \frac{f}{V_v}\right)^2\right)^{5/6}}{\left(1800 \cdot \frac{f}{V_v}\right)^{0{,}15} + \frac{9}{8}\left(1800 \cdot \frac{f}{V_v}\right)}\right]^{5/3} . \tag{4.46}$$

Para frequência (ω) em rad/s, tem-se:

$$S_{Vw}(\omega) = \frac{3672}{2\,\pi}\ C\ V_v \,/\, \left[\left(286{,}5\,\frac{\omega}{V_v}\right)^{0{,}15} + \frac{9}{8}\left(286{,}5\ \frac{\omega}{V_v}\right)\right]^{5/3} , \tag{4.47}$$

com C = 0,003.

Espectro de Ochi-Shin

Em termos de frequência (f) em Hz, o espectro de Ochi-Shin é dado por:

$$S_{Vw}(f) = C\ V_v^{\ 2}\ F_g \,/\, f\ , \tag{4.48}$$

sendo:

$$0 \le f \le 0{,}0003\ V_v\ \rightarrow\ F_g = 583x\ , \tag{4.49}$$

$$0{,}0003\ V_v \le f \le 0{,}01\ V_v \rightarrow\ F_g = \frac{420\ x^{0{,}7}}{[1+x^{0{,}35}]^{11{,}5}}\ , \tag{4.50}$$

$$0{,}01\ V_v \le f \rightarrow\ F_g = \frac{838\ x}{[1+x^{0{,}35}]^{11{,}5}}\ , \tag{4.51}$$

com

$$x = \frac{10\ f}{V_v} . \tag{4.52}$$

Em termos de frequência (ω) em rad/s, tem-se:

$$S_{Vw}(\omega) = C\ V_v^{\ 2}\ F_g \,/\, \omega\ , \tag{4.53}$$

sendo:

$$0 \leq \omega \leq 0{,}001885\, V_v \;\rightarrow\; F_g = 583\, x \;, \tag{4.54}$$

$$0{,}001885\, V_v \leq \omega \leq 0{,}0628\, V_v \rightarrow\; F_g = \frac{420\, x^{0,7}}{[1+x^{0,35}]^{11,5}} \;, \tag{4.55}$$

$$0{,}0628\;\; V_v \leq \omega \rightarrow\; F_g = \frac{838\;\; x}{[1+x^{0,35}]^{11,5}} \;, \tag{4.56}$$

com

$$x = \frac{1{,}592\, \omega}{V_v} \,. \tag{4.57}$$

Por fim, o coeficiente de arrasto da superfície é dado por:

$$C = (750 + 69\;\; V_v)10^{-6} \,. \tag{4.58}$$

Nas análises estáticas (capítulo anterior), adotou-se o vento recomendado pela OCIMF [7] com uma velocidade média de 31 m/s (60 nós) considerando rajada de 30s medida a 10m de altura da superfície d'água. Como explanado anteriormente, os espectros de velocidade de vento são baseados no vento médio medido durante o período de 10 minutos (600s). Na literatura, é possível encontrar algumas fórmulas que permitem converter velocidades em diferentes intervalos de medição. As recomendações da DNV (*Det Norske Veritas*) [27], organização conhecida no meio naval, indicam a seguinte expressão:

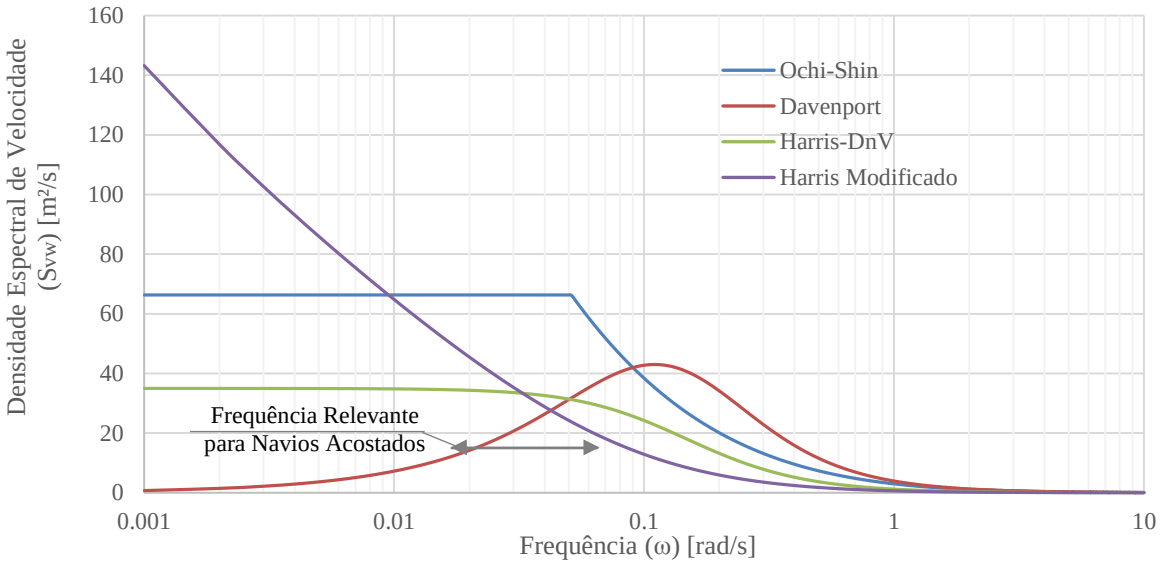
$$V_v(t,z) = V_v(600,z)\left[1 + 0{,}137\, ln\frac{z}{10} - 0{,}047\, ln\frac{t}{600}\right], \tag{4.59}$$

onde *z* indica a altitude acima da superfície do mar e *t* o intervalo de tempo considerado.

Desse modo, a partir da velocidade média de rajada de 30s a 10m, pode-se obter a velocidade média do vento para um período de 600s a 10m, ou vento médio, o que resulta em 27,2 m/s. As curvas dos espectros acima detalhados em rad/s, para este valor de vento médio, encontram-se ilustradas na Figura 50.

Como mencionado anteriormente, o espectro de Davenport foi desenvolvido para aplicações em edifícios. Nota-se da Figura 50 que, para baixas frequências, a sua energia é muito menor do que nos demais espectros avaliados. Segundo Feikema e Wichers [26], tal fato se dá devido à presença de obstáculos relativamente altos em terra, que acaba dissipando a energia. Observa-se ainda que, para a faixa de frequências relevante para navios acostados indicada pelos autores [26], o espectro de Ochi-Shin é o que apresenta maior densidade de potência espectral entre os analisados. Dessa forma, as análises com o modelo dinâmico serão feitas com base no mesmo.

Figura 50: Densidades espectrais de velocidade de vento segundo Ochi-Shin, Davenport, Harris-DnV e Harris Modificado, considerando vento médio de Vv = 27,2 m/s (600s).



Fonte: Autora.

4.3. *Análise no Domínio da Frequência*

4.3.1. *Espectro de Forças*

A partir das formulações expostas nos itens anteriores e, de acordo Feikema e Wichers [26], a velocidade total do vento $V_v(\mathrm{t})$, composta pela parcela constante V_v e flutuante $v(t)$, é descrita pela Eq. (4.60):

$$V_v(t) = V_v + v(t) = V_v + \sum_{n=1}^{N} \sqrt{2S_{Vw}(\omega_n)\Delta\omega} \;\; cos(\omega_n t + \; \phi_n). \qquad (4.60)$$

Ressalta-se que os espectros de potência de velocidade definidos na Subseção 4.2.4.2 em rad/s estão normalizados por 2π. Por esse motivo, a formulação da Eq. (4.60) difere da Eq. (4.38). As demais deduções feitas neste trabalho também consideram os espectros normalizados.

Como a velocidade do vento é um processo aleatório, estacionário, ergódico e Gaussiano, as forças de arrasto decorrentes também o são. Dada uma série temporal das velocidades do vento, as forças correspondentes podem ser calculadas através da substituição da Eq. (4.60) nas eqs. (2.67) a (2.69), de acordo com o ângulo de incidência analisado. Exceto às particularidades de cada formulação, a força de arrasto devido ao vento, $F_V(t)$, pode ser reescrita, de maneira geral e a título de simplificação dos próximos procedimentos matemáticos, pela Eq. (4.61):

$$F_v(t) = \frac{\rho_{ar}}{2}\left(V_v + v(t)\right)^2 C_{DV}\, A\, f(\alpha_V), \tag{4.61}$$

onde C_{DV} é o coeficiente de arrasto, A a área da superfície considerada, α_V o ângulo de incidência e $f(\alpha_V)$ é a função seno ou cosseno, dependendo da direção analisada (transversal ou longitudinal). Ressalta-se que, para cada caso de α_V, deve-se utilizar as equações expostas na Subseção 2.3.1, a partir das considerações apresentadas a seguir.

Segundo Feikema e Wichers [26], desenvolvendo a Eq. (4.61) tem-se:

$$F_v(t) = \frac{\rho_{ar}}{2} C_{DV}\, A\, f(\alpha_V)\left({V_v}^2 + 2\, V_v\, v(t) + v(t)^2\right) \rightarrow$$
$$F_v(t) = \frac{\rho_{ar}}{2} C_{DV}\, A\, f(\alpha_V){V_v}^2 + 2\, \frac{\rho_{ar}}{2} C_{DV}\, A f(\alpha_V) \frac{{V_v}^2}{V_v} v(t) + \frac{\rho_{ar}}{2} C_{DV}\, A\, f(\alpha_V) \frac{{V_v}^2}{{V_v}^2}\, v(t)^2. \tag{4.62}$$

As três parcelas da Eq. (4.62) podem ser reescritos pelas eqs. (4.63) a (4.65):

$$\bar{f}_{V1}(t) = \frac{\rho_{ar}}{2} C_{DV}\, A\, f(\alpha_V)\, {V_v}^2 = \bar{f}_{V1}\,, \tag{4.63}$$

$$f_{V2}(t) = \; 2\, \frac{\rho_{ar}}{2} C_{DV}\, A\, f(\alpha_V)\, \frac{{V_v}^2}{V_v} v(t) \rightarrow f_{v2}(t) = \frac{2\, \bar{f}_{V1}}{V_v} v(t)\,, \tag{4.64}$$

$$f_{V3}(t) = \frac{\rho_{ar}}{2} C_{DV}\, A\, f(\alpha_V) \frac{{V_v}^2}{{V_v}^2}\, v(t)^2 \rightarrow f_{V3}(t) = \frac{\bar{f}_{V1}}{{V_v}^2}\, v(t)^2. \tag{4.65}$$

De acordo Feikema e Wichers [26], o primeiro termo $\bar{f}_{V1}$ é a parcela relacionada ao vento constante (médio) e independe do tempo.

Já o segundo termo, $f_{v2}\,(t)$, é uma força de vento oscilatória linear com as frequências correspondentes ao espectro de potência de vento e com valor médio igual a zero. Como indicado pelos autores [26] e explicitado por Barros [14], $f_{v2}\,(t)$ pode ser escrito em termos da função densidade espectral de potência de forças $S_{F_{V_2}}(\omega)$ normalizada por 2π:

$$f_{v2}(t) = \; \sum_{n=1}^{N} \sqrt{2\, S_{F_{V_2}}(\omega_n)\, \Delta\omega}\; cos(\omega_n t + \; \phi_n). \tag{4.66}$$

Substituindo $f_{v2}\,(t)$ na Eq. (4.64) e considerando $v(t)$ dado pela somatória finita indicada pela Eq. (4.60), tem-se a relação da Eq. (4.67). Desta, obtém-se o espectro de potência de forças de $S_{FV2}(\omega)$ normalizada por 2π, dado pela (4.68):

$$\sum_{n=1}^{N} \sqrt{2S_{F_{V_2}}(\omega_n)\Delta\omega}\; cos(\omega_n t + \phi_n) = \frac{2\, \bar{f}_{V1}}{V_v} \sum_{n=1}^{N} \sqrt{2S_{VW}(\omega_n)\Delta\omega}\, cos(\omega_n t + \phi_n), \tag{4.67}$$

$$S_{F_{V_2}}(\omega) = \left(\frac{2\, \bar{f}_{V1}}{V_v}\right)^2 S_{VW}(\omega), \tag{4.68}$$

Por fim, da Eq. (4.65) vê-se que o terceiro termo, $f_{V3}(t)$, possui componentes de ordem quadrática. Segundo Feikema e Wichers [26], este termo é composto por uma parte média e uma oscilatória, cujas frequências são dadas pela soma e diferença das frequências das rajadas: $(\omega_i - \omega_j)$ e $(\omega_i + \omega_j)$. As componentes com frequência soma possuem faixa de frequência mais elevada, sendo menos importantes que as componentes de frequência diferença que, por estarem em uma faixa de frequência menor, têm maior influência sobre grandes embarcações. A dedução de ambas as partes pode ser feita a partir de uma analogia à teoria de forças de deriva de ondas e encontra-se de forma resumida no trabalho de Feikema e Wichers [26], e detalhada no de Barros [14]. Neste estudo, apresenta-se apenas a formulação final.

A parcela média ($\bar{f}_{V3}$) de baixa frequência resultante do terceiro termo corresponde ao valor quadrático médio da velocidade do vento, como indica na Eq. (4.69):

$$\bar{f}_{V3} = \left[\int_0^\infty S_{Vw}(\omega)d\omega\right]\frac{\bar{f}_{V1}}{{V_v}^2} = m_0\frac{\bar{f}_{V1}}{{V_v}^2}, \tag{4.69}$$

onde m_0 corresponde ao momento espectral de ordem zero e é igual à área do espectro de potências.

A parcela oscilatória $f_{v3}(t)$ de baixa frequência resultante do termo tem, como valor aproximado, o espectro de potência de forças ($S_{F_{V_3}}$) descrito pela Eq. (4.71):

$$f_{v3}(t) = \sum_{n=1}^{N}\sqrt{2\, S_{F_{V_3}}(\mu_n)\,\Delta\mu}\;\; cos(\mu_n t + \phi_n). \tag{4.70}$$

$$S_{F_{V_3}}(\mu) = 8\int_0^\infty \left(\frac{\bar{f}_{V1}}{{V_v}^2}\right)^2 S_{Vw}(\omega)\, S_{Vw}(\omega+\mu)\, d\omega, \tag{4.71}$$

onde $\mu = \omega_i - \omega_j$.

A partir das formulações apresentadas tem-se a parcela média total ($\bar{f}_V$), a função de densidade espectral de potência de forças de vento total ($S_{Fw}(\mu)$) para uma frequência μ em rad/s e a parcela flutuante total ($f_v(t)$) dadas pelas eqs. (4.72) a (4.74), respectivamente:

$$\bar{f}_V = \bar{f}_{V1} + \bar{f}_{V3} = \bar{f}_{V1} + m_0\frac{\bar{f}_{V1}}{{V_v}^2}, \tag{4.72}$$

$$S_{Fw}(\mu) = \left(\frac{2\,\bar{f}_{V1}}{V_v}\right)^2 S_{Vw}(\mu) + 8\int_0^\infty \left(\frac{\bar{f}_{V1}}{{V_v}^2}\right)^2 S_{Vw}(\omega)\, S_{Vw}(\omega+\mu)\, d\omega\,, \tag{4.73}$$

$$f_v(t) = \sum_{n=1}^{N}\sqrt{2\, S_{Fw}(\mu_n)\,\Delta\omega}\;\; cos(\mu_n t + \phi_n)\,. \tag{4.74}$$

Segundo Barros [14], as eqs. (4.72) à (4.74) podem ser escritas através de uma soma finita por:

$$\bar{f}_V = \bar{f}_{V1} + \frac{\bar{f}_{V1}}{{V_v}^2}\sum_{j=0}^{N} S_{Vw}(\omega_j)\;\Delta\omega\;,. \tag{4.75}$$

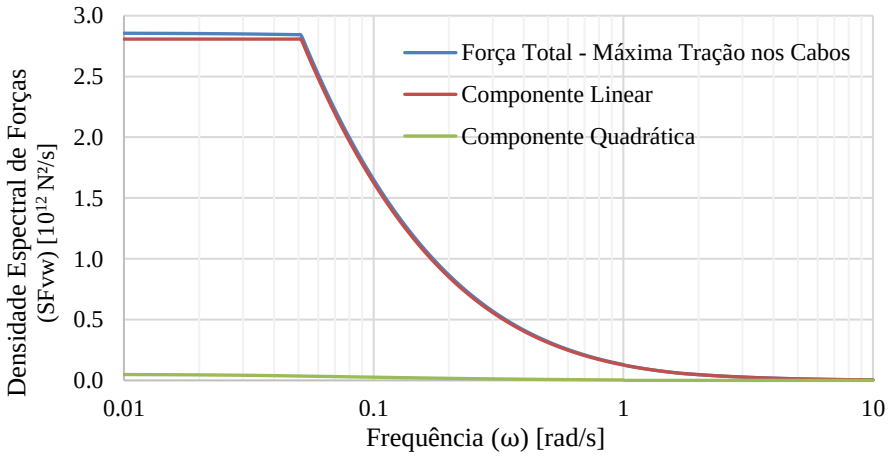
$$S_{Fw}(\omega_i) = \left(\frac{2\,\bar{f}_{V1}}{V_v}\right)^2 S_{Vw}(\omega_i) + 8\left(\frac{\bar{f}_{V1}}{V_v{}^2}\right)^2 \sum_{j=0}^{N} S_{Vw}(\omega_j)\, S_{Vw}(\omega_{i+j})\, \Delta\omega, \tag{4.76}$$

$$f_v(t) = \sum_{i=1}^{N} \sqrt{2\, S_{Fw}(\omega_i)\, \Delta\omega}\; cos(\omega_i t + \phi_i)\,. \tag{4.77}$$

com $0 \leq i, j \leq N$ e $S_{Vw}(\omega_{i+j}) = 0$, se $i + j > N$

A partir da formulação exposta, determinaram-se as parcelas média e oscilatória do vento nas situações críticas de máxima tração nos cabos e compressão nas defensas. A força $\bar{f}_{V1}$ presente nas equações representa a força e momento estáticos calculados de acordo com os procedimentos da Seção 2.3 para o vento médio (600s), conforme a Subseção 4.2.2. A título de exemplo, da Tabela 43, tem-se que as forças resultantes na direção transversal são, respectivamente, 2798,3kN e -2377,2kN, considerando o vento médio de 600 s de 27,2 m/s. Os espectros de potência de força foram calculados a partir do de potências de velocidade de Ochi-Shin e estão ilustrados na Figura 51 e na Figura 52. Nessas, apresentam-se separadamente a contribuição da parcela linear, fruto do segundo termo, e da parcela quadrática, obtida do terceiro termo. A discretização adotada foi de $\Delta\omega$ = 0,01 rad/s, contemplando a faixa de frequências de interesse de 0,01 a 10 rad/s, que resulta em N=1000.

Figura 51: Espectro de potência de forças de vento na situação de máxima tração dos cabos, com velocidade média de $V_{v,600}$=27,2 m/s e força estática de $F_{V,T}$= 2798,3 kN.

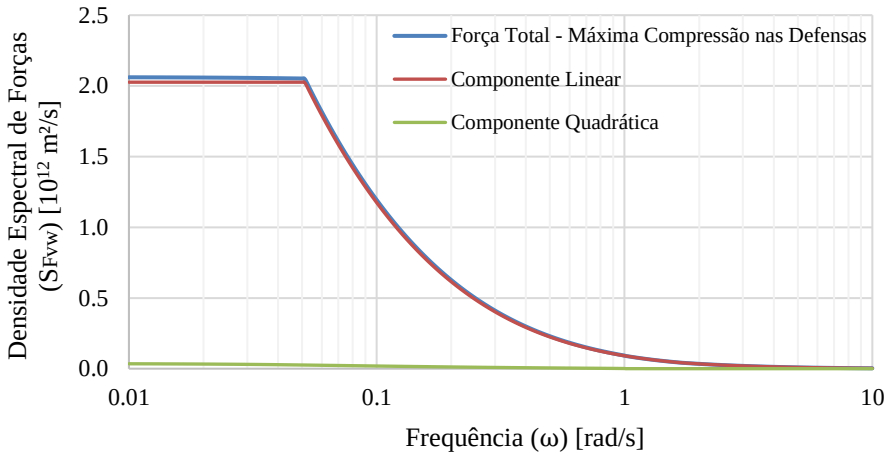


Fonte: Autora.

A componente média foi calculada de acordo com a Eq. (4.75). Em relação à contribuição do termo quadrático, adotou-se a mesma discretização da componente variável:

$$\bar{f}_{VT,90} = \mathrm{F}_{V,T} + \frac{\mathrm{F}_{V,T}}{V_v{}^2} \sum_{j=0}^{N} S_{Vw}(\omega_j)\, \Delta\omega = 2798{,}3 + \frac{2798{,}3}{27{,}2^2}\, 18{,}16 = 2867{,}0\; kN\;. \tag{4.78}$$

Figura 52: Espectro de potência de forças de vento na situação de máxima compressão das defensas, com velocidade média de $V_{v,600}$=27,2 m/s e força estática de $F_{V,T}$=2377,2 kN.



Fonte: Autora

A componente média corresponde a:

$$\bar{f}_{VT,240} = 2377{,}2 + \frac{2377{,}2}{27{,}2^2}\, 13{,}8 = 2421{,}6\ kN\ . \tag{4.79}$$

Observa-se nos espectros de força acima que, para os casos analisados, a componente quadrática é muito menor do que a linear, correspondendo a cerca de 3% do valor total. Tal resultado condiz com os obtidos por Barros [14] em caso similar. Em relação à parcela média, tem-se que a contribuição da componente quadrática também é muito pequena, sendo da ordem de 3% do valor total. À vista disso, este termo será desprezado no presente estudo.

4.3.2. Espectro de Deslocamento

A partir do espectro de potência de forças de vento definido na Eq.(4.68), é possível calcular os de deslocamento nos graus de liberdade de interesse. Sob as premissas de as forças serem um processo aleatório, estacionário, ergódico e Gaussiano e o sistema sob o qual atuam ser linear, Wirsching, Paez e Ortiz [28] apontam duas abordagens possíveis: o método direto e o método modal. O primeiro prevê uma solução estacionária exata e direta, mas não é muito prático em problemas com muitos graus de liberdade devido à alta demanda computacional. Já o segundo possui solução aproximada e menor demanda computacional, sendo muito utilizado em grandes sistemas estruturais. Neste trabalho, será utilizado o primeiro.

Analisando a equação geral de movimento de um sistema com n graus de liberdade em sua forma matricial indicada abaixo. Neste caso, $\ddot{\boldsymbol{x}}$, $\dot{\boldsymbol{x}}$ e $\boldsymbol{x}$ são os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento contendo os n graus de liberdade. As matrizes $\boldsymbol{m}, \boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{c}$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez. Por fim, $\boldsymbol{F}(t)$ é o vetor de forças externas.

$$\boldsymbol{m}\,\ddot{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{b}\,\dot{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{c}\,\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{F}(t)\,, \tag{4.80}$$

Assumindo que a força externa seja harmônica, pode-se escrevê-la na forma exponencial por:

$$\boldsymbol{F}(t) = \boldsymbol{F_0}\, e^{i\omega t}\,. \tag{4.81}$$

Os elementos do vetor $\boldsymbol{F_0}$ são constantes e complexos, pois normalmente possuem alguma fase. Assumindo que deslocamento no regime estacionário possui a mesma frequência da força, mas, em geral, fora de fase, o mesmo pode ser definido na forma de:

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}e^{i\omega t+\phi} = \boldsymbol{x_0}\, e^{i\omega t}\,. \tag{4.82}$$

Neste caso, o vetor $\boldsymbol{x_0}$ é o deslocamento complexo que possui a informação da fase. Os vetores velocidade e aceleração são dados por:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = i\omega\, \boldsymbol{x_0}\, e^{i\omega t}, \tag{4.83}$$

$$\ddot{\boldsymbol{x}}(t) = -\omega^2\, \boldsymbol{x_0}\, e^{i\omega t}\,. \tag{4.84}$$

Substituindo as eqs. (4.81) a (4.84) na equação de movimento (4.80), tem-se:

$$-\omega^2\, \boldsymbol{m}\boldsymbol{x_0}e^{i\omega t} + i\omega\, \boldsymbol{b}\boldsymbol{x_0}\, e^{i\omega t} + \boldsymbol{c}\, \boldsymbol{x_0}\, e^{i\omega t} = \boldsymbol{F_0}\, e^{i\omega t}, \tag{4.85}$$

$$(-\omega^2\, \boldsymbol{m} + i\omega\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}\,)\, \boldsymbol{x_0}\, e^{i\omega t} = \boldsymbol{F_0}\, e^{i\omega t}, \tag{4.86}$$

$$(-\omega^2\, \boldsymbol{m} + i\omega\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}\,)\, \boldsymbol{x_0} = \boldsymbol{F_0}\,, \tag{4.87}$$

$$\boldsymbol{Z}(\omega)\, \boldsymbol{x_0} = \boldsymbol{F_0}\,, \tag{4.88}$$

onde $\boldsymbol{Z}(\omega)$ é chamada de matriz de impedância. O deslocamento complexo é então dado por:

$$\boldsymbol{x_0} = \boldsymbol{Z}(\omega)^{-1}\boldsymbol{F_0} = \boldsymbol{H}(\omega)\boldsymbol{F_0}\,, \tag{4.89}$$

onde $\boldsymbol{H}(\omega)$ é denominada matriz de função de resposta em frequência complexa ou função de transferência. Ela indica a relação entre o deslocamento complexo e a força de excitação complexa. A Eq.(4.90) explicita o seu cálculo:

$$\boldsymbol{H}(\omega) = (-\omega^2\, \boldsymbol{m} + i\omega\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}\,)^{-1}\,. \tag{4.90}$$

No caso de fenômenos aleatórios, busca-se determinar a matriz de funções de densidade espectral de potência de deslocamento. Para tal, Wirsching, Paez e Ortiz [28] descrevem os vetores deslocamento $\boldsymbol{x}(t)$ e força externa $\boldsymbol{F}(t)$ no domínio da frequência ($\boldsymbol{x}(\omega)$ e $\boldsymbol{F}(\omega)$, respectivamente) através de transformadas de Fourier. Para um sistema de n graus de liberdade, tem-se:

$$\boldsymbol{x}(\omega) = \{x_1(\omega), x_2(\omega), \dots, x_n(\omega)\}, \tag{4.91}$$

$$\boldsymbol{F}(\omega) = \{F_1(\omega), F_2(\omega), \dots, F_n(\omega)\}, \tag{4.92}$$

sendo $x_i(\omega)$ e $F_j(\omega)$ as transformadas de Fourier de $x_i(t)$ e $F_j(t)$, respectivamente.

Neste sistema, o deslocamento de cada grau de liberdade é influenciado não somente pela força aplicada segundo o mesmo, como também por todas as forças aplicadas no sistema. Assim sendo, é possível definir as matrizes de funções de densidade espectrais de potência de deslocamento $\boldsymbol{S_X}(\omega)$ e força $\boldsymbol{S_F}(\omega)$ por:

$$\boldsymbol{S_X}(\omega) = \begin{bmatrix} S_{X1} & \dots & S_{X1Xn} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{XnX1} & \dots & S_{Xn} \end{bmatrix} \tag{4.93}$$

$$\boldsymbol{S_F}(\omega) = \begin{bmatrix} S_{F1} & \dots & S_{F1Fn} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{FnF1} & \dots & S_{Fn} \end{bmatrix}. \tag{4.94}$$

Os termos fora da diagonal principal correspondem às funções de densidade espectral de potência cruzadas. Enquanto as funções de densidade espectral são reais, as cruzadas são complexas.

Os deslocamentos $x_i(\omega)$ e $x_j(\omega)$ e as forças $F_i(\omega)$ e $F_j(\omega)$ descritas no domínio da frequência são números complexos. Wirsching, Paez e Ortiz [28] demonstram que as respectivas funções de densidade espectral cruzadas dessas grandezas ($S_{XiXj}(\omega)$ e $S_{FiFj}(\omega)$) podem ser escritas pela média do produto do primeiro pelo conjugado do segundo (indicado pelo índice *), multiplicados por uma constante C. As eq. (4.95) e (4.96) resumem esta proposição:

$$S_{XiXj}(\omega) = CE[x_{\boldsymbol{i}} x_{\boldsymbol{j}}^*] \tag{4.95}$$

$$S_{FiFj}(\omega) = CE[F_{\boldsymbol{i}} F_{\boldsymbol{j}}^*]. \tag{4.96}$$

Wirsching, Paez e Ortiz [28] demonstram que os vetores de resposta e de força de excitação no domínio da frequência estão relacionadas pela matriz de função de resposta em frequência através da Eq.(4.97):

$$\boldsymbol{X}(\omega) = \boldsymbol{H}(\omega)\boldsymbol{F}(\omega). \tag{4.97}$$

Multiplicando ambos os termos por seus conjugados complexos transpostos, tem-se:

$$\boldsymbol{X}(\omega)\boldsymbol{X}^*(\omega)^T = \boldsymbol{H}(\omega)\boldsymbol{F}(\omega)\boldsymbol{F}^*(\omega)^T\boldsymbol{H}^*(\omega)^T. \tag{4.98}$$

Calcula-se então o valor médio de ambos os lados e multiplica-se por uma constante C:

$$CE[\boldsymbol{X}(\omega)\boldsymbol{X}^*(\omega)^T] = \boldsymbol{H}(\omega)CE[\boldsymbol{F}(\omega)\boldsymbol{F}^*(\omega)^T]\boldsymbol{H}^*(\omega)^T. \tag{4.99}$$

Comparando as eqs. (4.95) e (4.96) com a Eq.(4.99), conclui-se que a matriz de funções de densidade espectral de deslocamento $\boldsymbol{S_X}(\omega)$ pode ser escrita por:

$$\boldsymbol{S_X}(\omega) = \boldsymbol{H}(\omega)\boldsymbol{S_F}(\omega)\boldsymbol{H}^*(\omega)^T. \tag{4.100}$$

Os elementos da diagonal dessa matriz são os espectros de potência de deslocamento de cada grau de liberdade analisado e são, portanto, reais. Já os termos fora da diagonal são os espectros de potência de deslocamento cruzados, sendo, dessa forma, complexos. Conforme explicitado por Wirsching, Paez e Ortiz [28], o valor quadrático médio do deslocamento de um grau de liberdade i é dado pela integral do seu respectivo espectro de potência:

$$\overline{x_i^2} = E[x_i^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{Xi}(\omega)\, d\omega, \tag{4.101}$$

Como visto anteriormente, caso o valor médio do processo aleatório seja nulo, o valor quadrático médio é igual à variância.

Aplicando a teoria acima exposta ao estudo de caso analisado, a equação de movimento do navio atracado em sua forma matricial foi definida na Eq. (4.2) e repete-se abaixo:

$$\big(\boldsymbol{m} + \boldsymbol{a}(\omega)\big)\,\ddot{\boldsymbol{u}}(t) + \boldsymbol{b}(\omega)\,\dot{\boldsymbol{u}}(t) + \boldsymbol{k}\,\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{F}(t)\,, \tag{4.2}$$

Como a solução da equação de movimento será feita no domínio da frequência, deve-se definir a matriz de funções de resposta em frequência $\boldsymbol{H}(\omega)$:

$$\boldsymbol{H}(\omega) = (-\omega^2[\boldsymbol{m} + \boldsymbol{a}(\omega)] + i\omega\,[\boldsymbol{b}(\omega)] + [\boldsymbol{k}])^{-1}\,. \tag{4.102}$$

A parcela flutuante do vento é definida através da matriz dos espectros de potências de forças $\boldsymbol{S_{Fw}}(\omega)$:

$$\boldsymbol{S_{Fw}}(\omega) = \begin{bmatrix} S_{Fwx}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & S_{Fwy}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & S_{Mw}(\omega) \end{bmatrix} \tag{4.103}$$

onde $S_{Fwx}(\omega), S_{Fwy}(\omega)$ e $S_{Mw}(\omega)$ são os espectros de potências de força de vento na direção longitudinal, transversal e momento, respectivamente. Os mesmos são calculados de acordo com a formulação explanada na Subseção 4.3.1.

A matriz dos espectros de deslocamento seria então calculada pela Eq. (4.100). Contudo, como as matrizes de massa adicional e amortecimento variam com a frequência da oscilação, que é a mesma frequência da força externa de vento, a matriz de funções de resposta também variam. Isto posto, analisou-se separadamente cada frequência ω_i: calculou-se a matriz função de resposta $\boldsymbol{H}(\omega_i)$, a matriz dos espectros de forças de vento $\boldsymbol{S_{Fw}}(\omega_i)$ e a dos espectros de deslocamentos $\boldsymbol{S_u}(\omega_i)$, conforme indicado nas eqs. (4.104) a (4.106):

$$\boldsymbol{H}(\omega_i) = (-\omega_i{}^2[\boldsymbol{m} + \boldsymbol{a}(\omega_i)] + i\omega_i\,[\boldsymbol{b}(\omega_i)] + [\boldsymbol{k}])^{-1}\,, \tag{4.104}$$

$$\boldsymbol{S_{Fw}}(\omega_i) = \begin{bmatrix} S_{Fwx}(\omega_i) & 0 & 0 \\ 0 & S_{Fwy}(\omega_i) & 0 \\ 0 & 0 & S_{Mw}(\omega_i) \end{bmatrix} \quad e \tag{4.105}$$

$$\boldsymbol{S_u}(\omega_i) = \boldsymbol{H}(\omega_i)\boldsymbol{S_{Fw}}(\omega_i)\boldsymbol{H}^*(\omega_i)^T = \begin{bmatrix} S_{xx}(\omega_i) & S_{xy}(\omega_i) & S_{x\theta}(\omega_i) \\ S_{yx}(\omega_i) & S_{yy}(\omega_i) & S_{y\theta}(\omega_i) \\ S_{\theta x}(\omega_i) & S_{\theta y}(\omega_i) & S_{\theta\theta}(\omega_i) \end{bmatrix}. \tag{4.106}$$

Observa-se que a matriz dos espectros de deslocamentos foi definida como $\boldsymbol{S_X}(\omega)$ pois referia-se à equação geral (Eq. (4.80)) em termos do vetor deslocamento o $\boldsymbol{x}(t)$. Assim, como a equação de movimento do estudo de caso analisado (Eq. (4.1)) foi definida em termos do vetor $\boldsymbol{u}(t)$, optou-se por alterar a notação para $\boldsymbol{S_u}(\omega)$.

A diagonal principal da matriz $\boldsymbol{S_u}(\omega_i)$ corresponde aos espectros de deslocamentos em *surge* $S_{xx}(\omega_i)$, em *sway* $S_{yy}(\omega_i)$ e em *yaw* $S_{\theta\theta}(\omega_i)$ para cada ω_i. Analisou-se a faixa de frequência de 0,01 a 10 rad/s, pois esta corresponde à faixa de frequências do espectro de vento de Ochi-Shin, discretizada em intervalos de $\Delta\omega$ = 0,01 rad/s. Como resultado, tem-se os gráficos dos espectros de deslocamento nos graus de liberdade de interesse. A partir desses, é possível estimar o valor quadrático médio de cada um, de acordo com a Eq. (4.101).

Visto que os deslocamentos devidos à parcela flutuante do vento também são processos aleatórios, estacionários, ergódicos, Gaussianos e com média nula, o valor quadrático médio é igual à variância, cuja raiz quadrada positiva corresponde ao desvio-padrão dos deslocamentos dinâmicos em *surge*, *sway* e *yaw* (σ_x, σ_y e σ_θ).

Do espectro de potências de deslocamento, é possível calcular o espectro de amplitudes através da relação da Eq. (4.36) e explicitada abaixo na forma discreta. Nesta, para cada frequência ω_i, obtém-se a amplitude $c_n(\omega_i)$ para cada grau de liberdade de interesse:

$$c_n(\omega) = \sqrt{2\, S(\omega)\, \Delta\omega}\,. \tag{4.107}$$

A vantagem do espectro de amplitudes em relação ao espectro de potências de deslocamento é que a magnitude do segundo representa a grandeza ao quadrado. Tal fato pode distorcer um pouco a interpretação dos resultados. Já o primeiro possui a mesma unidade do deslocamento, o que facilita a sua análise.

4.3.3. Deslocamento Máximo

O deslocamento dinâmico advém da parcela flutuante do vento, que é um processo aleatório. Assim, o primeiro segue as mesmas propriedades estocásticas e só pode ser estimado em termos estatísticos. Até o momento, foi apresentado o cálculo do desvio-padrão do mesmo através dos espectros de potência. Contudo, estamos interessados em estimar os máximos deslocamentos que resultam nos máximos esforços de tração nos cabos e compressão das defensas.

Neste cenário, Davenport [29][30] sugere expressões para estimar o máximo valor instantâneo de uma função aleatória e estacionária que ocorre em amostras de determinada duração, como o deslocamento devido à componente flutuante do vento. Visto que, segundo a *WMO* [25], a velocidade do vento médio é definida em um período de 10 minutos, a amostra de interesse tem a mesma duração. O objetivo do autor [29][30] é relacionar o máximo valor instantâneo provável de deslocamento que ocorre no período da amostra, com os espectros de potência e teorias estatísticas. Para tal, é interessante relembrar os conceitos indicados a seguir.

Um processo aleatório com distribuição de probabilidade gaussiana pode ser classificado como de banda estreita (*narrow-band*) ou de banda larga (*wide-band*). Conforme Meirovitch [24], o primeiro é caracterizado por uma função de densidade espectral de potência pontiaguda, o que significa que as amplitudes significativas se concentram em uma pequena faixa de frequência em torno do pico. Já o segundo, possui amplitudes significativas em uma extensa faixa de frequências, resultando em um espectro mais alargado.

De acordo com Wirsching, Paez e Ortiz [28], a distribuição dos picos (valores máximos) de um processo aleatório com distribuição de probabilidade gaussiana de banda estreita, será uma distribuição de Rayleigh. Todavia, segundo Davenport [29][30], não estamos interessados na distribuição de picos, e sim no maior pico. Isto posto, seja uma variável aleatória $f(t)$ com distribuição de probabilidade gaussiana de banda estreita e seu valor de pico f_{pico}, que também é uma variável aleatória, mas possui distribuição de Rayleigh. Conforme demonstram os primeiros autores [28], a distribuição de valores extremos de uma variável aleatória com distribuição de Rayleigh, considerando um grande número de ciclos, tem como valor médio $\bar{f}_{pico}$ aproximado por:

$$\bar{f}_{pico} = \sigma_f \left(\sqrt{2\ \ln(\upsilon T)} + \frac{\gamma}{\sqrt{2\ \ln(\upsilon T)}} \right) , \tag{4.108}$$

onde γ é a constante de Euler ($\gamma = -\int_0^\infty e^{-x} \ln x\, dx \cong 0{,}5772$), σ_f é o desvio-padrão do processo aleatório $f(t)$, T é o período da amostra e υ é a frequência de cruzamentos de zero ascendentes em Hz, ou seja, a frequência com que o processo aleatório $f(t)$ cruza o eixo das abscissas (é igual a zero) com inclinação positiva. Davenport [29] define o termo entre parênteses como fator de pico g.

No domínio da frequência, o valor de υ é estimado em termos da densidade espectral de potência do processo aleatório $f(t)$ em rad/s $S_f(\omega)$ por:

$$\upsilon = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\int_0^\infty \omega^2\, S_f(\omega)\, d\omega}{\int_0^\infty S_f(\omega)\, d\omega}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} , \tag{4.109}$$

sendo m_2 e m_0 denominados momentos espectrais de ordem dois e zero, respectivamente.

Segundo Davenport [30], quanto maior o número de ciclos (υT), mais estreita é a distribuição de picos e o seu valor médio torna-se mais representativo da amostra. Portanto, é suficiente admitir valor médio dos extremos ($\bar{f}_{pico}$) como sendo o maior pico e desprezar a sua variabilidade. O autor [29] define o valor máximo f_{max} da variável aleatória analisada $f(t)$ como:

$$f_{max} = \bar{f} + g\sigma_f , \tag{4.110}$$

onde $\bar{f}$ é o valor médio.

Se o processo aleatório Gaussiano possuir banda larga, como aparenta ser o caso do espectro de vento de Ochi-Shin, sua distribuição de picos segue a distribuição Gaussiana. Entretanto, Wirsching, Paez e Ortiz [28] afirmam que, para propósitos de dimensionamento, considerar que ela segue uma distribuição de Rayleigh está a favor da segurança e é muito utilizado na prática. Isto se dá devido ao fato de a curva de probabilidade de Rayleigh ser deslocada para direita em relação à Gaussiana. Então, a probabilidade de um pico ser maior do que determinado valor é maior quando calculado pela distribuição de Rayleigh do que pela Gaussiana.

Os conceitos expostos foram aplicados ao estudo de caso com o objetivo de estimar os deslocamentos máximos. Calculou-se o fator de pico para os três graus de liberdade de *surge*, *sway* e *yaw* (g_x, g_y e g_θ) através do equacionamento:

$$g_x = \sqrt{2\ \ln(\upsilon_x T)} + \frac{0.57722}{\sqrt{2\ \ln(\upsilon_x T)}} , \tag{4.111}$$

$$g_y = \sqrt{2\ \ln(\upsilon_y T)} + \frac{0.57722}{\sqrt{2\ \ln(\upsilon_y T)}} , \tag{4.112}$$

$$g_\theta = \sqrt{2\ \ln(\upsilon_\theta T)} + \frac{0.57722}{\sqrt{2\ \ln(\upsilon_\theta T)}}\,. \tag{4.113}$$

Como mencionado anteriormente, já que o vento médio corresponde a um período de medição de 10 minutos, pressupõe-se que o tempo T também. As frequências de zero ascendentes de *surge*, *sway* e *yaw* (υ_x, υ_y e υ_θ) foram calculadas a partir dos respectivos espectros de deslocamentos ($S_{xx}(\omega)$, $S_{yy}(\omega)$ e $S_{\theta\theta}(\omega)$), obtidos conforme a Subseção 4.3.2, de acordo com a formulação abaixo.

$$\upsilon_x = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\int_0^\infty \omega^2\ \mathrm{S_{xx}}(\omega)\ d\omega}{\int_0^\infty \mathrm{S_{xx}}(\omega)\ d\omega}}\,, \tag{4.114}$$

$$\upsilon_y = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\int_0^\infty \omega^2\ \mathrm{S}_{yy}(\omega)\ d\omega}{\int_0^\infty \mathrm{S_{yy}}(\omega)\ d\omega}}, \tag{4.115}$$

$$\upsilon_\theta = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\int_0^\infty \omega^2\ \mathrm{S}_{\theta\theta}(\omega)\ d\omega}{\int_0^\infty \mathrm{S}_{\theta\theta}(\omega)\ d\omega}}. \tag{4.116}$$

Por fim, estimaram-se os valores máximos dos deslocamentos em *surge*, *sway* e *yaw* no centro de gravidade do navio ($u_{cg,max}$, $v_{cg,max}$ e θ_{max}) pelas equações:

$$u_{cg,max} = \overline{u_{cg}} + g_x\sigma_x\ , \tag{4.117}$$

$$v_{cg,max} = \overline{v_{cg}} + g_y\sigma_y\ , \tag{4.118}$$

$$\theta_{max} = \bar{\theta} + g_\theta\sigma_\theta\ , \tag{4.119}$$

sendo $\overline{u_{cg}}$, $\overline{v_{cg}}$ e $\bar{\theta}$ os deslocamentos e rotação médios devidos à parcela constante do vento e à corrente média, indicados na Subseção 4.2.2, e σ_x, σ_y e σ_θ os desvios-padrão calculados a partir dos espectros de deslocamento, conforme a Subseção 4.3.2.

De posse dos deslocamentos máximos, calcularam-se os esforços de trações nos cabos e compressão nas defensas utilizando o modelo estático não linear definido na Seção 2.2. Como a análise foi feita no domínio da frequência, as fases entre os deslocamentos são perdidas. A favor da segurança, os deslocamentos máximos foram combinados de modo a se obter a situação crítica dos esforços.

4.3.4. Análise Modal

A análise modal determina as frequências e períodos naturais de um sistema dinâmico. Entretanto, o sistema em estudo possui massa variável com a frequência de oscilação do navio, que é igual à de excitação em regime estacionário, o que afeta diretamente o cálculo dessas grandezas. Com o

intuito de caracterizar o sistema e investigar a influência da massa adicional sobre o mesmo, avaliaram-se essas grandezas em uma faixa de frequência de 0,1 a 2,0 rad/s discretizada em $\Delta\omega = 0{,}01$ rad/s. Para cada frequência forçada ω_i, calculou-se a matriz de massa adicional $\boldsymbol{a}(\omega_i)$ de acordo com a Subseção 4.2.3 e, dadas as matrizes de massa $\boldsymbol{m}$ e rigidez $\boldsymbol{k}$ conforme as Subseções 4.2.1 e 4.2.2, foi feita a análise modal. Foram avaliadas tanto as frequências e períodos naturais, quanto os modos de vibração para os casos de máxima tração nos cabos e compressão nas defensas. Os resultados serão apresentados na forma de gráficos e figuras.

O cálculo da análise modal é simples. Aplicando a teoria explanada em Mazzilli *et al.* [31], as frequências naturais (ω_n) e seus respectivos modos de vibração do sistema em estudo correspondem às raízes dos autovalores e aos autovetores da matriz $\boldsymbol{A}$, definida como:

$$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{m} + \boldsymbol{a}(\omega)]^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{k}. \tag{4.120}$$

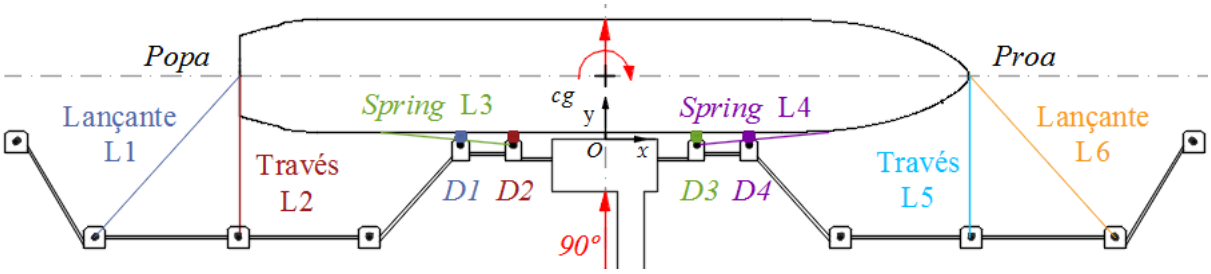
O sistema de equações que define os autovetores é indeterminado. Assim sendo, deve-se arbitrar o valor de um dos graus de liberdades, geralmente unitário, e os demais serão dados em função deste (serão proporcionais).

5. ESTUDO DE CASO POR ANÁLISE DINÂMICA

5.1. *Situação de Máxima Tração nos Cabos (α_V = 90º e α_C = 90º)*

A título de recapitulação, a figura abaixo ilustra a situação de máxima tração nos cabos. Indica-se, além do ângulo de atuação das ações ambientais, a direção das resultantes no centro de gravidade da embarcação.

Figura 53:Situação de máxima tração do navio em estudo.

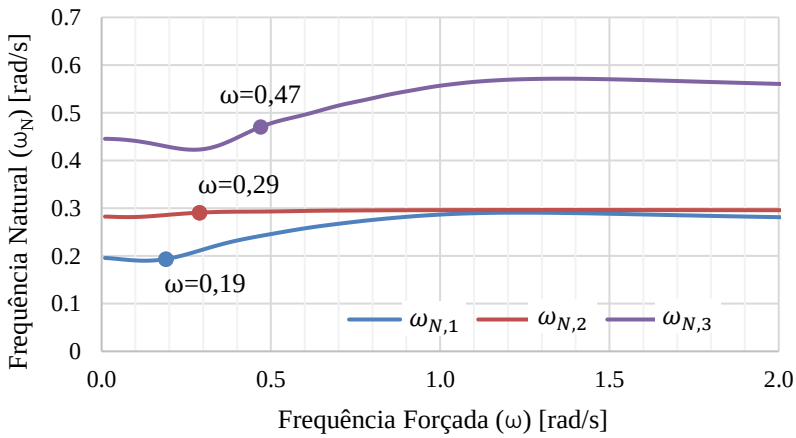


Fonte: Autora.

5.1.1. *Caracterização do Sistema*

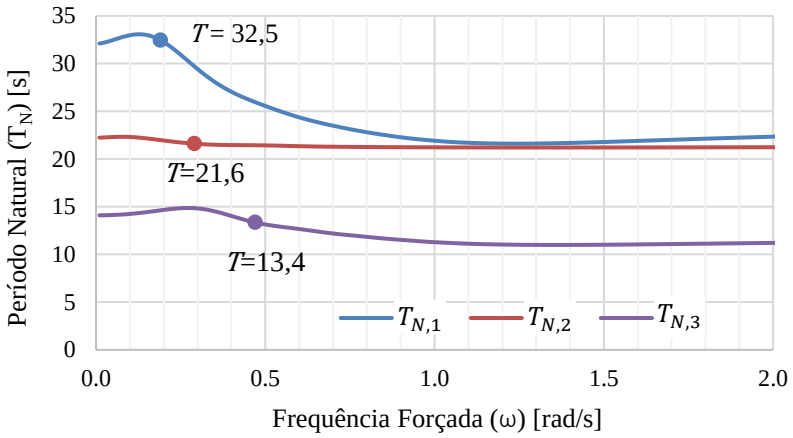
As frequências (ω_N) e períodos (T_N) naturais apresentam-se na Figura 54 e na Figura 55. Nessas, indicam-se também as frequências forçadas (ω) que coincidem com as naturais, o que sugere uma condição de ressonância.

Figura 54: Variação das frequências naturais de acordo com a frequência oscilatória



Fonte: Autora.

Figura 55: Variação dos períodos naturais de acordo com a frequência oscilatória

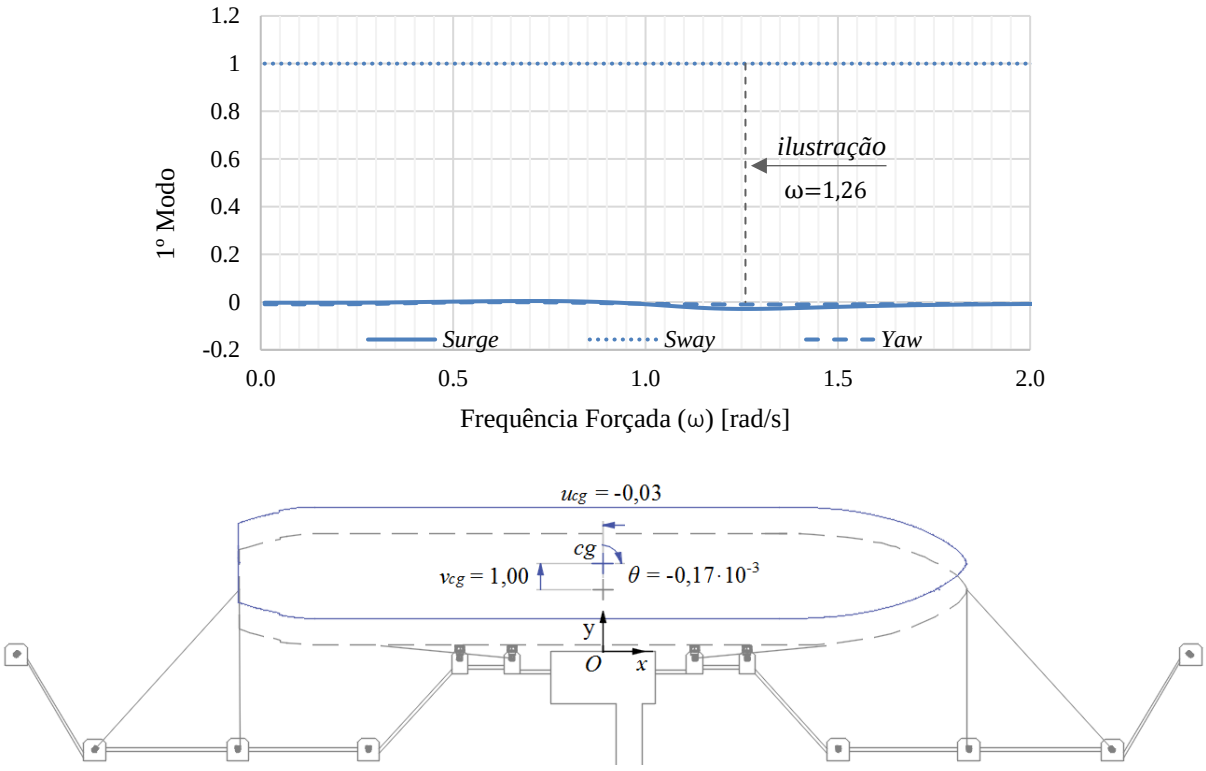


Fonte: Autora.

Ao avaliar a variação da massa adicional com a frequência de oscilação em *surge*, *sway* e *yaw* da Figura 46 à Figura 49 na Subseção 4.2.3, nota-se que em baixas frequências o seu valor é alto, mas decai rapidamente com o aumento da frequência e, a partir de 1,0 rad/s, seu valor é praticamente constante. Das figuras acima, nota-se comportamento similar nos primeiro e terceiro modos. A diminuição da massa adicional leva ao aumento da frequência natural (e, consequentemente, diminuição do período). A partir de 1,0 rad/s essas grandezas permanecem aproximadamente constantes. Já o segundo modo parece não sofrer tanta influência da massa adicional e se mantém estável na faixa de oscilação avaliada.

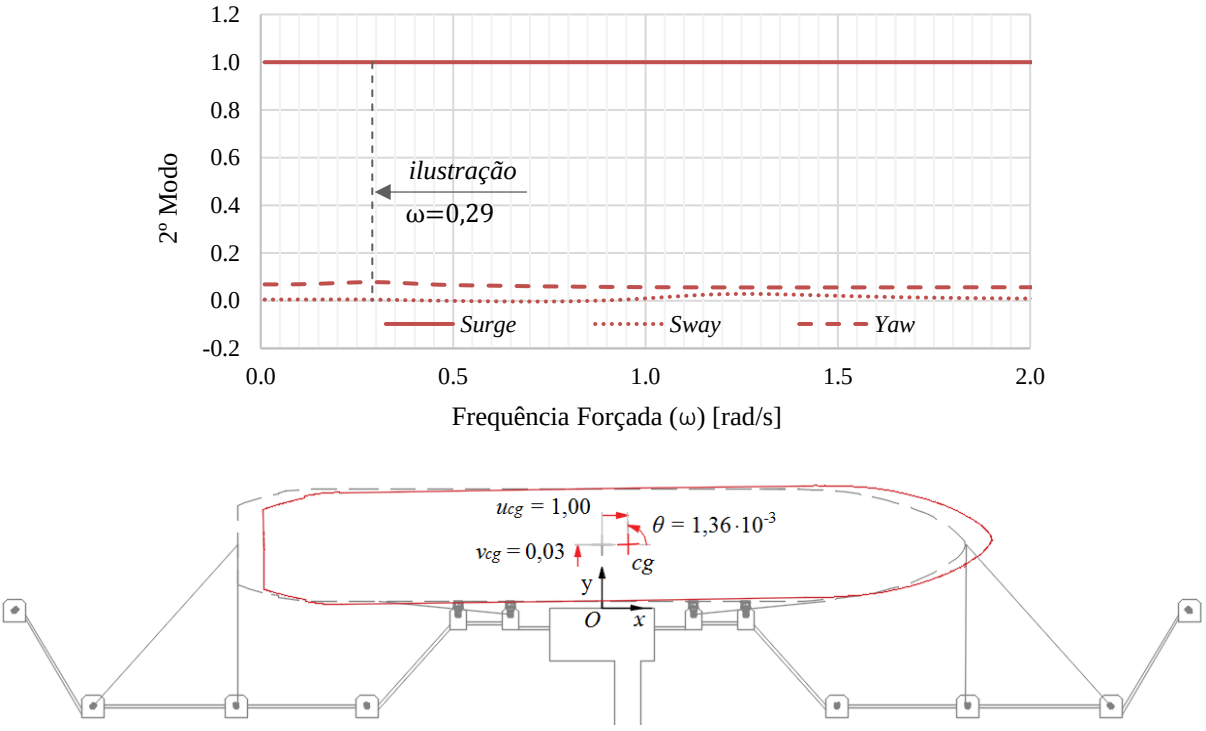
As caracterizações dos modos de vibrar apresentam-se da Figura 56 à Figura 58. Visto que na análise modal deve-se arbitrar o valor de um grau de liberdade e os demais serão dados em função deste, adotou-se, para cada modo, que o valor máximo fosse unitário. Entretanto, como as unidades do *surge* e *sway* são dadas em metro e do *yaw* em radianos, o último possui uma escala muito menor do que a dos demais quando demonstrados em gráficos. Apesar de os modos de vibrar não apresentarem unidade e, na tentativa de contornar essa discrepância, alterou-se a unidade do *yaw* de radianos para graus. Ou seja, multiplicou-se a componente do autovetor referente a este grau de liberdade por $180/\pi$. Já nas figuras, aumentou-se a escala dos deslocamentos para facilitar a visualização. A proporção entre os mesmos foi preservada. Nestas, o *yaw* não foi modificado, mantendo o valor resultante da análise modal.

Figura 56: Variação do 1º Modo com a frequência oscilatória (sup.) e imagem ilustrativa (inf.).



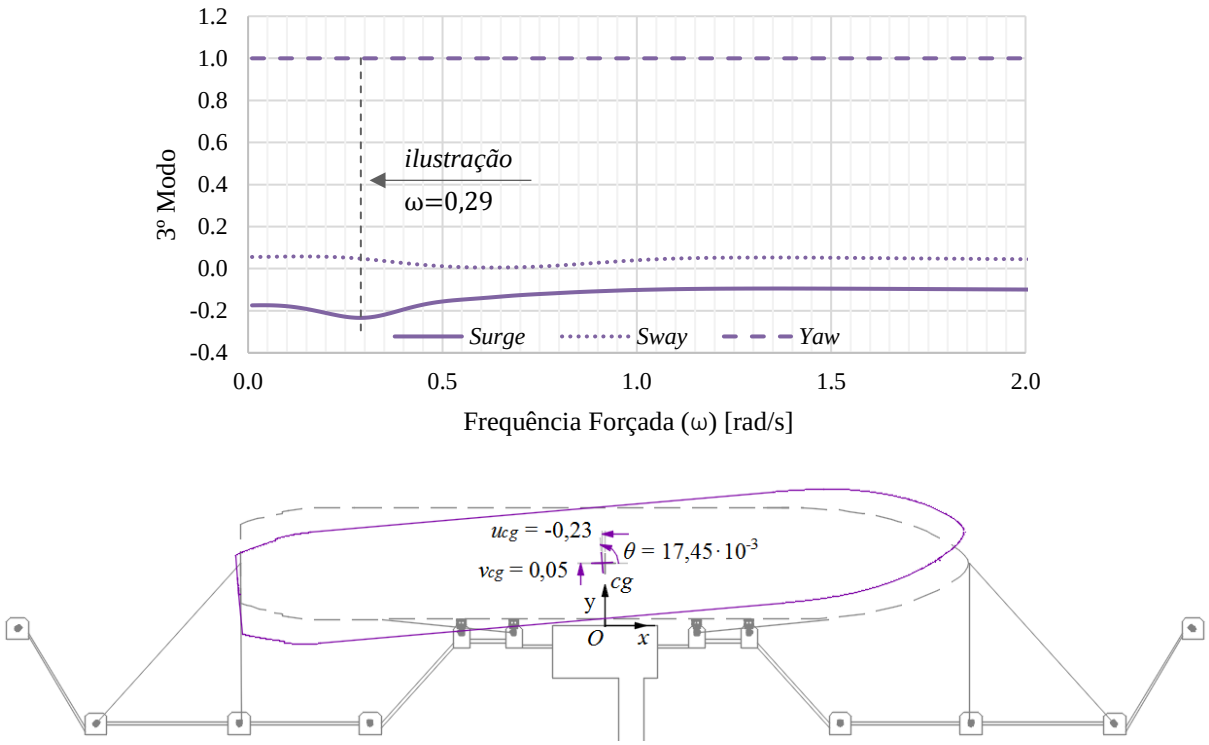
Fonte: Autora.

Figura 57: Variação do 2º Modo com a frequência oscilatória (sup.) e imagem ilustrativa (inf.).



Fonte: Autora

Figura 58: Variação do 3º Modo com a frequência oscilatória (sup.) e imagem ilustrativa (inf.).



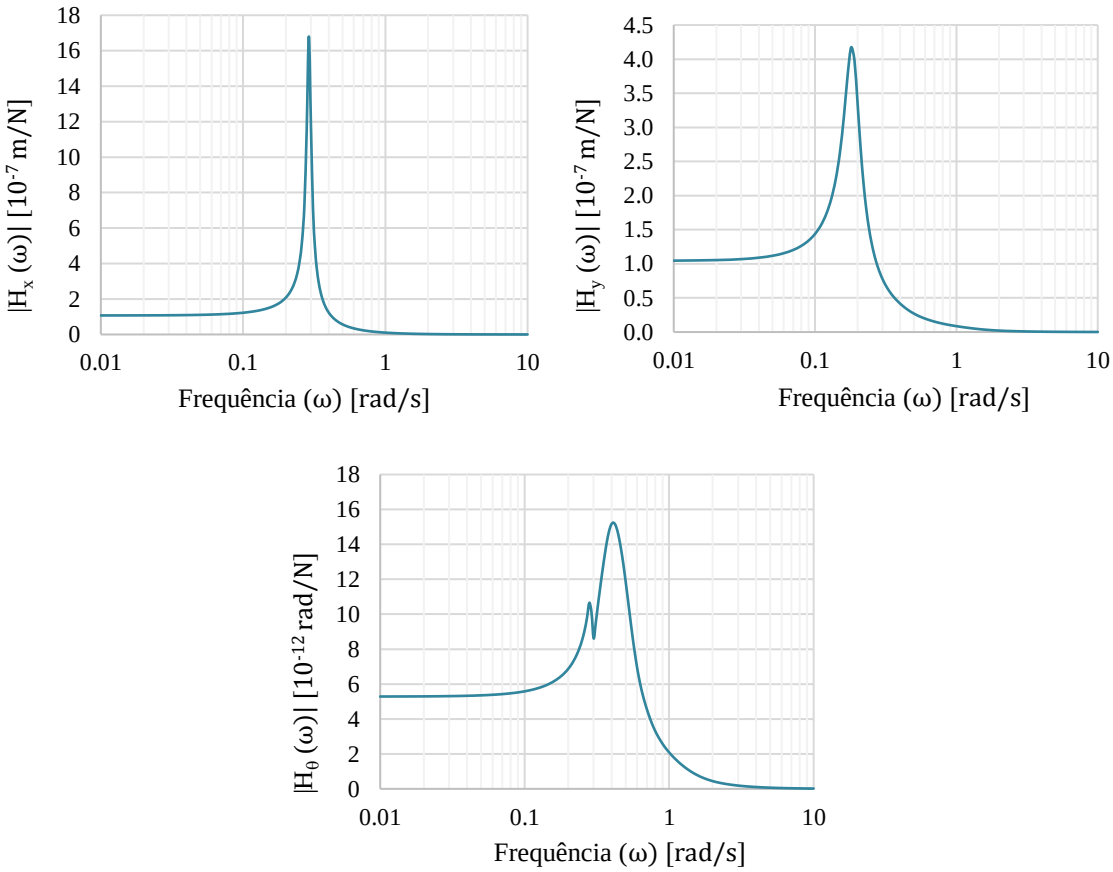
Fonte: Autora.

Uma avaliação das figuras acima permite observar que, no primeiro modo, o movimento dominante é o de *sway*. Em relação ao segundo modo, o *surge* é dominante e há certa influência do *yaw*. Por fim, nota-se que, no terceiro modo, o *yaw* é dominante e possui certa influência do *surge*, principalmente em frequências mais baixas. É interessante ressaltar que, de maneira geral, os modos de vibração são bem-comportados e não sofrem tanta influência da variação da massa adicional.

5.1.2. Funções de Resposta

Os gráficos a seguir ilustram os módulos das funções de resposta nas coordenadas de *surge*, *sway* e *yaw*. Devido à similaridade com os espectros de potências, os mesmos serão discutidos adiante.

Figura 59: Módulo da função de resposta em *surge* (sup. esq.) *sway* (sup. dir.) e *yaw* (inf.).

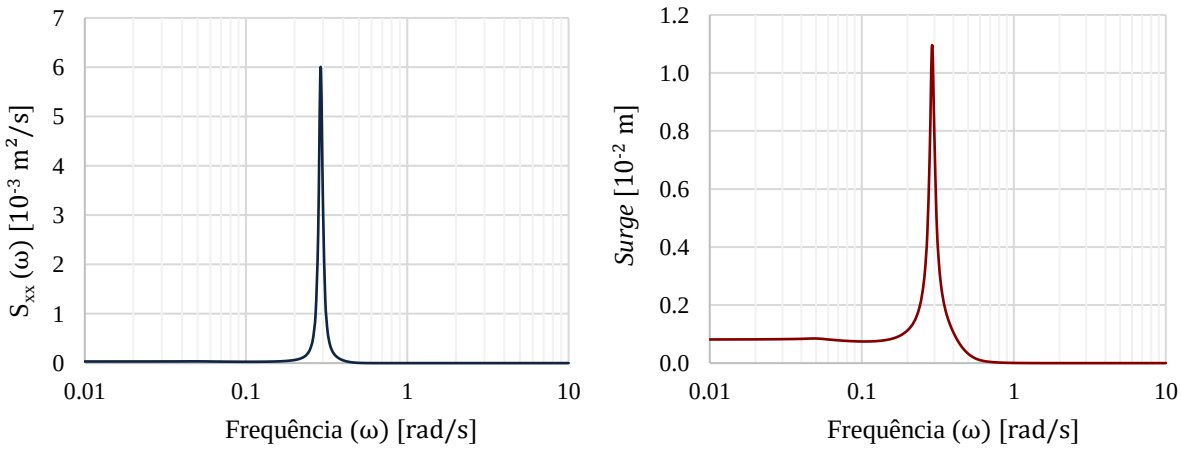


Fonte: Autora.

5.1.3. *Espectros de Potência de Deslocamento e Amplitudes*

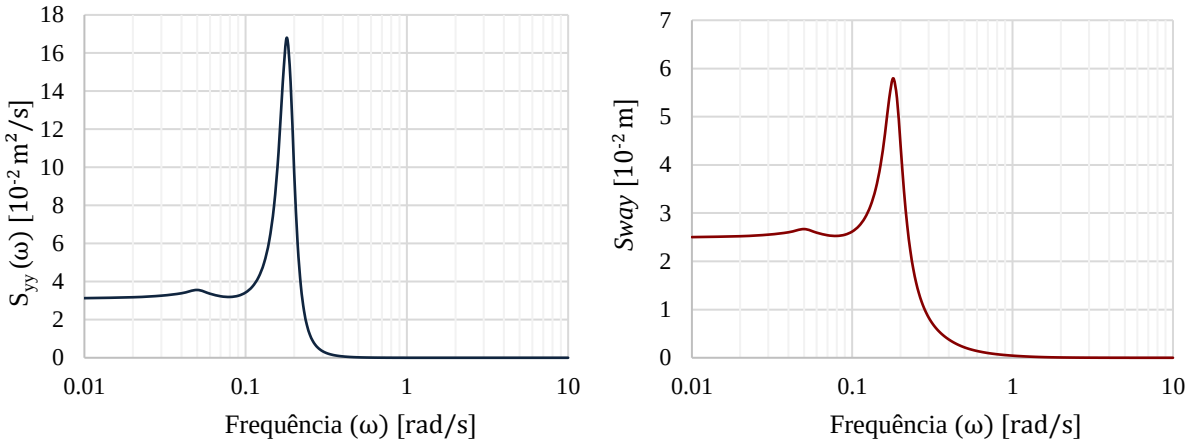
Os gráficos a seguir ilustram os espectros módulos das funções de resposta nas coordenadas de *surge*, *sway* e *yaw*.

Figura 60: Espectro de potência (esq.) e de amplitude (dir.) de deslocamento em *surge*.



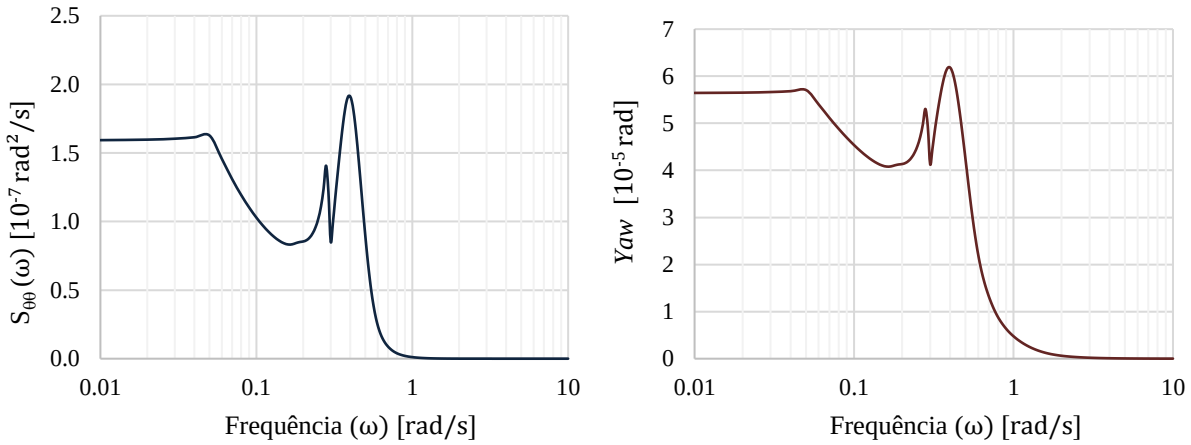
Fonte: Autora.

Figura 61: Espectro de potência (esq.) e de amplitude (dir.) de deslocamento em *sway*.



Fonte: Autora.

Figura 62: Espectro de potência (esq.) e de amplitudes (dir.) de deslocamento em *yaw*.



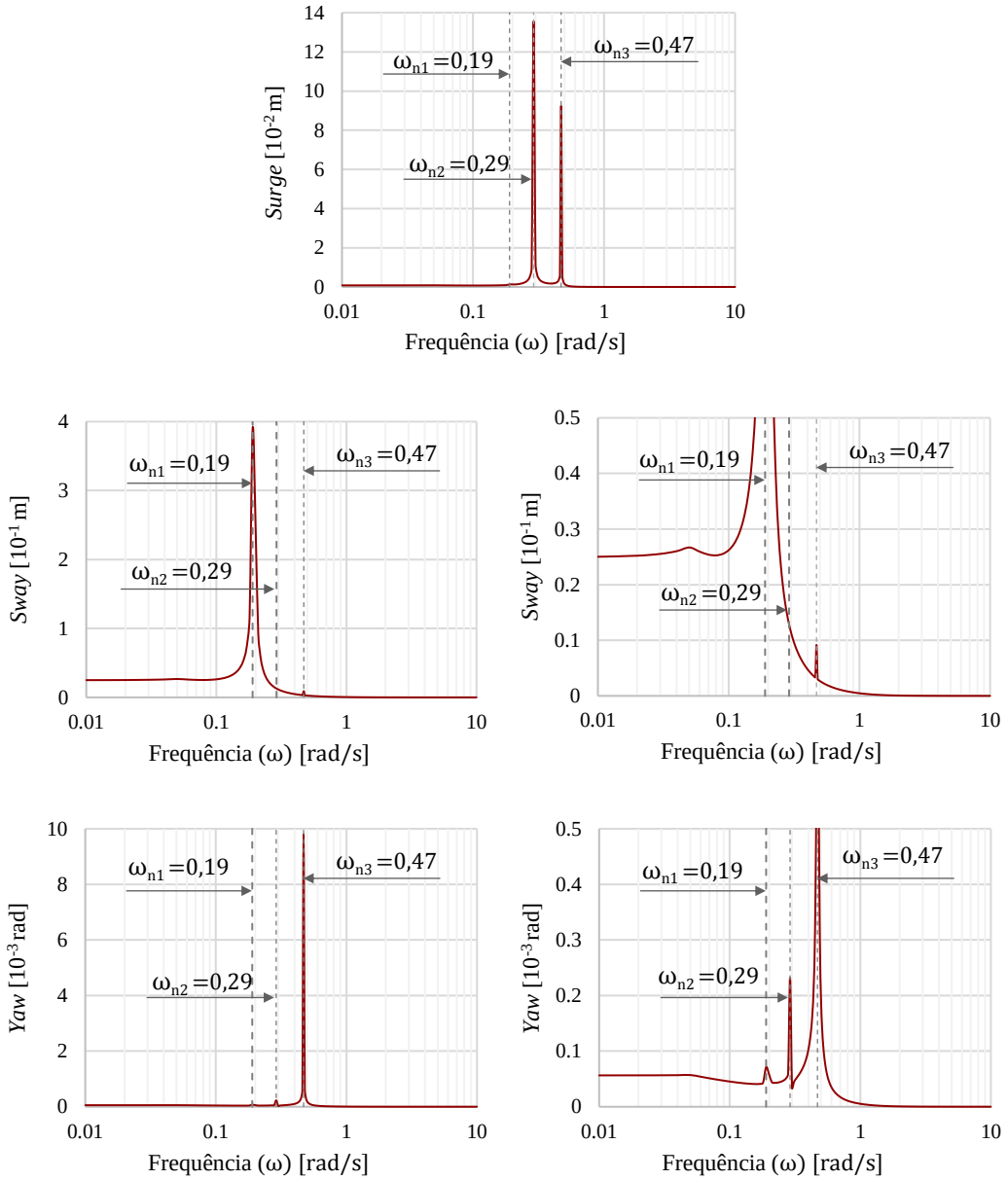
Fonte: Autora.

Ao analisarmos os espectros de potência e de amplitude dos deslocamentos, notamos a faixa de frequência em que a resposta do sistema é aproximadamente estática, ou seja, o deslocamento é proporcional ao espectro de força aplicado que, por sua vez, é proporcional ao de velocidade do vento. É possível identificar também a faixa de frequência que se aproxima à frequência natural do sistema e provoca uma resposta ressonante, com grandes amplificações dos deslocamentos. Estes picos de deslocamentos também coincidem com os observados nos espectros de resposta em frequência.

Em relação ao *surge*, observa-se um pico em 0,29 rad/s, que coincide com a frequência natural do 2º modo, onde o surge é dominante, e acorda com a condição de ressonância explicitada na Figura 54. Quanto ao *sway*, o pico ocorre em 0,19 rad/s, o que condiz com a frequência ressonante do 1º modo, onde esse grau de liberdade é o mais importante. Já o *yaw* possui dois picos, um menor em 0,29 rad/s e outro maior próximo de 0,40 rad/s. Conforme visto anteriormente, o 2º modo possui certa influência do *yaw*, o que justifica o menor pico. Entretanto, é no 3º modo que este grau de liberdade é mais importante,

cuja frequência ressonante é 0,47 rad/s, um pouco maior do que o pico observado. Deve-se ressaltar que a energia do espectro de Ochi-Shin se concentra em frequências mais baixas, o que induz a ocorrência dos menores modos. Além do mais, o amortecimento atinge seus valores máximos entre 0,5 a 1,0 rad/s. Portanto, supõe-se que esses fatores tenham deslocado ligeiramente o pico da frequência ressonante do 3º modo. A fim de validar estas hipóteses e, a título de exemplo, calculou-se os espectros de amplitude sem o amortecimento, como ilustrado na figura abaixo. Devido à diferente ordem de grandeza dos picos em *sway* e *yaw*, ambos são apresentados em diferentes escalas.

Figura 63: Espectro de amplitude de deslocamento sem amortecimento em *surge* (sup.), *sway* (cent.) e *yaw* (inf.).



Fonte: Autora.

Ao analisar a Figura 63, vê-se nitidamente os picos nas frequências naturais ressonantes apontadas na Figura 54. Observa-se ressonância do 1º modo em *sway* e ligeiramente em *yaw*, do 2º

modo em *surge* e em *yaw* e, no 3º modo, em *surge*, *yaw* e ligeiramente em *sway*. Tais resultados estão de acordo com os apresentados da Figura 56 à Figura 58.

5.1.4. Deslocamentos e Esforços

A Tabela 59 resume os deslocamentos médios ($\bar{u}$) devidos à corrente média e ao vento médio, o desvio padrão do deslocamento dinâmico (σ) devido à parcela flutuante do vento, o fator de pico (g) considerando uma amostra de 10 min (600s), o deslocamento dinâmico máximo (u_d) e o máximo total (u_{max}), que corresponde à combinação de tração máxima nos cabos.

Tabela 59: Resumo dos deslocamentos.

	$\bar{u}$	σ	g	u_d	u_{max}
u_{cg} [m]	-0,010	± 0,014	2,80	± 0,039	0,028
v_{cg} [m]	0,279	± 0,121	2,60	± 0,315	0,594
θ [10^{-3} rad]	-0,660	± 0,266	2,87	± 0,763	-1,423

Os deslocamentos máximos totais (u_{max}) da Tabela 59 foram impostos no modelo estático não linear e os esforços máximos no sistema de amarração foram obtidos. A máxima tração nos cabos, bem como as compressões nas defensas, para o deslocamento médio e o máximo estão resumidas nas tabelas abaixo. Apresenta-se também o coeficiente de amplificação dinâmica para cada caso.

Tabela 60: Resumo das máximas trações nos cabos [*kN*].

α_V [º]	α_C [º]	*Desloc.*	*Lançante Popa (**L1**)*	*Través Popa (**L2**)*	*Spring Popa (**L3**)*	*Spring Proa (**L4**)*	*Través Proa (**L5**)*	*Lançante Proa (**L6**)*
90	90	$\bar{u}$	1429	**1912**	975	744	1314	1096
		u_{max}	2339	**3282**	1114	961	1991	1444
		γ_D	1,64	**1,72**	1,14	1,29	1,51	1,32

Tabela 61: Esforços de compressão nas defensas [*kN*].

α_V [º]	α_C [º]	*Deslocamento*	*Defensa (**D1**)*	*Defensa (**D2**)*	*Defensa (**D3**)*	*Defensa (**D4**)*
90	90	$\bar{u}$	0	0	0	0
		u_{max}	0	0	0	0
		γ_D	0	0	0	0

Dos deslocamentos máximos é possível observar que a hipótese de pequenos deslocamentos é mantida, logo o modelo não linear pode ser utilizado. Ao compararmos os esforços de amarração, vemos que não há indícios de mudança de rigidez do sistema, nenhum cabo afrouxa e o navio já havia perdido o contato com as defensas na situação de deslocamento médio. A verificação da matriz de rigidez será feita adiante.

A análise das tabelas acima mostra que os esforços médios tiveram uma amplificação de até γ_D = 1,72 devido à componente dinâmica do vento. Esse coeficiente é maior do que o adotado nas análises estáticas (γ_D = 1,5). Os esforços máximos de tração observados nas mesmas foram de 3177,7kN na linear simplificada e 3513,4kN na não linear. Verifica-se que a simplificação da norma espanhola resulta em uma tração 3% menor do que a análise dinâmica, enquanto a do modelo não linear é 7% maior. Em termos de dimensionamento, essa discrepância é muito pequena e todos os valores possuem um fator de segurança maior do que 2,0 em relação à carga de ruptura do cabo (*MBL*). Além do mais, como explanado anteriormente, a análise dinâmica foi feita no domínio da frequência. À vista disso, as fases entre os deslocamentos foram perdidas e supôs-se que os máximos podem ocorrer no mesmo instante de tempo e na forma mais desfavorável possível. Portanto, para efeito de esforços extremos, considera-se que o coeficiente de amplificação dinâmica de γ_D = 1,5 é adequado no estudo de caso analisado.

5.1.5. Avaliação da Rigidez

A análise no domínio da frequência exige que a rigidez do sistema seja linear. Isto posto, a mesma foi recalculada para a situação de deslocamento dinâmico máximo de acordo com o procedimento indicado na Subseção 4.2.2. Comparou-se então a matriz de rigidez final ($\boldsymbol{k_{f,90-90}}$), calculada na posição de deslocamento máximo, com a inicial ($\boldsymbol{k_{i,90-90}}$), calculada no deslocamento médio. A matriz $\Delta\boldsymbol{k}$ indica a diferença em porcentagem entre ambas.

$$\boldsymbol{k_{i,90-90}} = \begin{bmatrix} 9430 & -10 & -135903 \\ -10 & 9585 & -1840 \\ -135902 & -1638 & 1.9128 \cdot 10^8 \end{bmatrix}, \tag{5.1}$$

$$\boldsymbol{k_{f,90-90}} = \begin{bmatrix} 9445 & -19 & -131457 \\ -19 & 9627 & -3278 \\ -131477 & -2863 & 1.9205 \cdot 10^8 \end{bmatrix}, \tag{5.2}$$

$$\Delta\boldsymbol{k}[\%] = \begin{bmatrix} +0.2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & +0.4 & \cdot \\ \cdot & \cdot & +0.4 \end{bmatrix}. \tag{5.3}$$

Nota-se que, a rigidez da diagonal principal, que se refere aos deslocamentos de interesse, praticamente não muda em relação à situação de deslocamento médio. Observa-se um leve aumento dos mesmos devido ao alongamento dos cabos. Entretanto, os termos acoplados podem sofrer grande variação. Recalculou-se o problema utilizando a rigidez final a fim de comparar as mudanças nos deslocamentos e esforços máximos. Os resultados apresentam-se nas tabelas a seguir.

Tabela 62: Deslocamentos máximos nas rigidezes final e inicial

Rigidez	u_{cg} [m]	v_{cg} [m]	θ [10^{-3} rad]
$\boldsymbol{k_{i,90-90}}$	0.028	0.594	-1.423
$\boldsymbol{k_{f,90-90}}$	0.027	0.592	-1.419
Δ [%]	-5.2	-0.3	-0.2

Tabela 63: Esforços de tração nos cabos.

α_V [º]	α_C [º]	*Rigidez*	*Lançante Popa (**L1**)*	*Través Popa (**L2**)*	*Spring Popa (**L3**)*	*Spring Proa (**L4**)*	*Través Proa (**L5**)*	*Lançante Proa (**L6**)*
90	90	$k_{i,90-90}$	2338.4	**3281.8**	1113.8	961.1	1991.2	1444.1
		$k_{f,90-90}$	2331.7	**3275.0**	1117.7	955.3	1987.4	1444.4
		Δ [%]	-0.3	-0.2	0.4	-0.6	-0.2	0.0

Tabela 64: Esforços de compressão nas defensas.

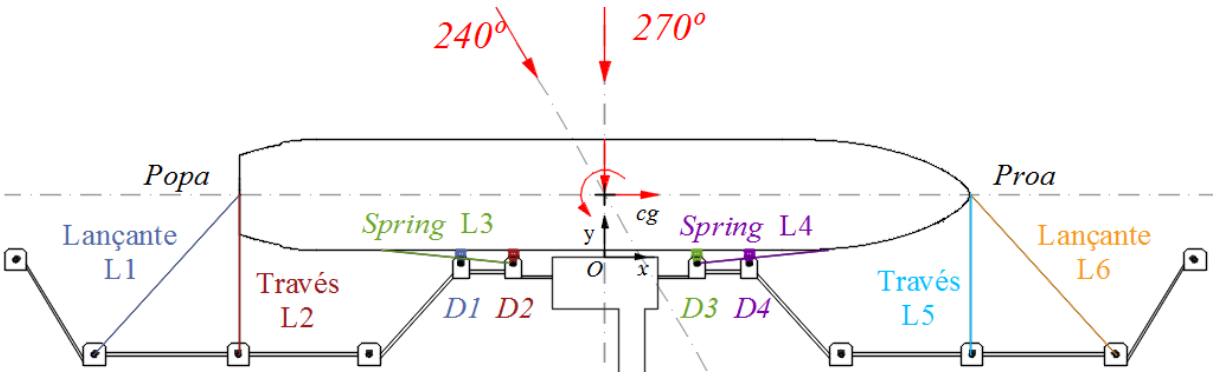
α_V [º]	α_C [º]	*Rigidez*	*Defensa (**D1**)*	*Defensa (**D2**)*	*Defensa (**D3**)*	*Defensa (**D4**)*
240	270	$k_{i,90-90}$	0	0	0	0
		$k_{f,90-90}$	0	0	0	0
		Δ [%]	0	0	0	0

Ao observarmos as tabelas anteriores vemos que, exceto o deslocamento de *surge*, a diferença nos demais deslocamentos e esforços são menores do que 1%. Como o primeiro é muito pequeno, a diferença de 1mm entre as análises causa uma variação de 5,2% do mesmo. Portanto, neste caso de máxima tração nos cabos, a hipótese de que a rigidez do sistema é localmente linear é válida.

5.2. Situação de Máxima Compressão nas Defensas (α_V = 240º e α_C = 270º)

A título de recapitulação, a figura abaixo ilustra a situação de máxima compressão nas defensas. Indica-se, além do ângulo de atuação das ações ambientais, a direção das resultantes no centro de gravidade da embarcação.

Figura 64: Situação de máxima compressão das defensas do navio em estudo.

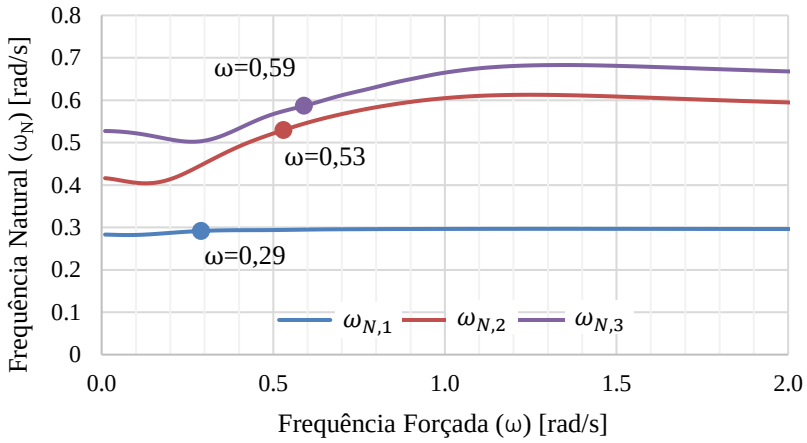


Fonte: Autora.

5.2.1. *Caracterização do Sistema*

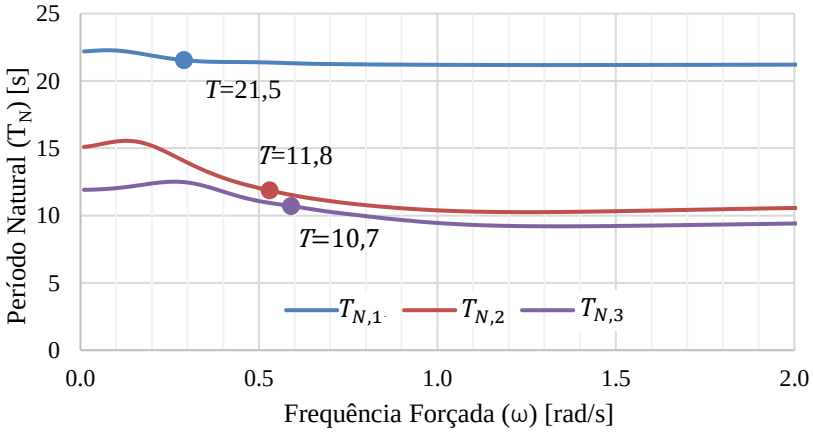
As frequências (ω_N) e períodos (T_N) naturais apresentam-se na Figura 65 e na Figura 66. Nestas, indicam-se também as frequências forçadas (ω) que coincidem com as naturais, o que sugere uma condição de ressonância.

Figura 65: Variação das frequências naturais de acordo com a frequência oscilatória



Fonte: Autora.

Figura 66: Variação dos períodos naturais de acordo com a frequência oscilatória



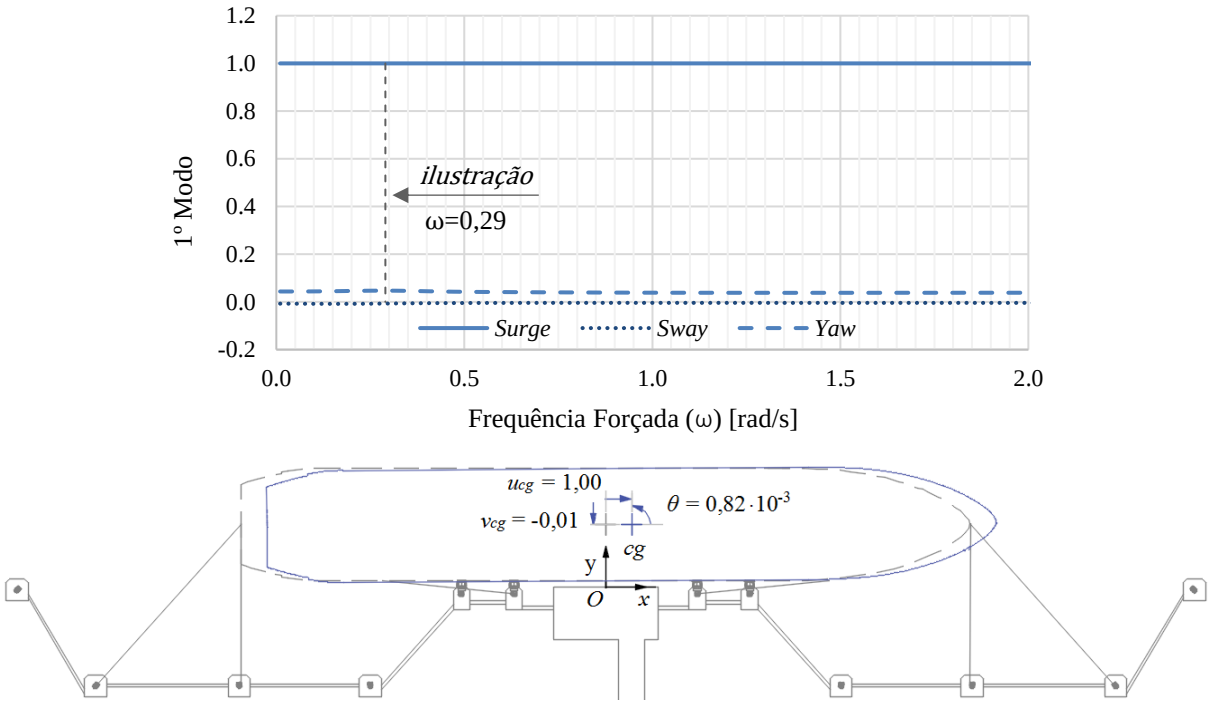
Fonte: Autora.

De maneira análoga ao caso de máxima tração nos cabos, a diminuição da massa adicional leva ao aumento da frequência natural (e, consequentemente, diminuição do período) nos segundo e terceiro modos. A partir de 1,0 rad/s, o coeficiente hidrodinâmico é praticamente constante e as características naturais também. Já o primeiro modo parece não sofrer tanta influência da massa adicional e se mantém estável na faixa de oscilação avaliada.

Da Subseção 4.2.2, nota-se que a situação de máxima compressão nas defensas possui maior rigidez do que a de tração nos cabos. Como era de se esperar, as frequências naturais do primeiro são maiores do que a do segundo.

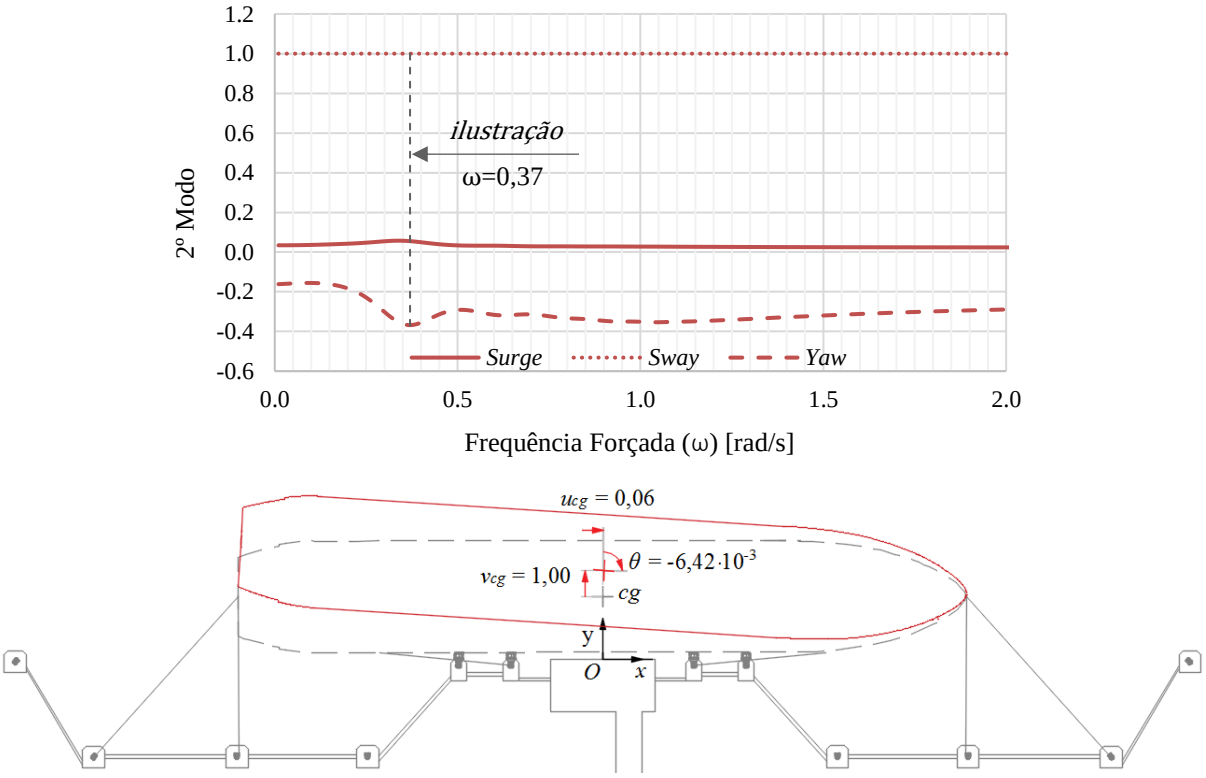
As caracterizações dos modos de vibrar apresentam-se da Figura 67 a Figura 69. Da mesma forma que para o caso de máxima tração nos cabos, para cada modo arbitrou-se valor unitário para o grau de liberdade com maior deslocamento. Os demais serão dados em função deste. Como explanado anteriormente, alterou-se a unidade do *yaw* de radianos para graus nos gráficos, multiplicando a componente do autovetor referente a este grau de liberdade por $180/\pi$. Nas figuras, a escala dos deslocamentos foi aumentada para facilitar a visualização, mas a proporção entre os mesmos foi preservada. Nestas, o *yaw* não foi modificado e é apresentado o valor resultante da análise modal.

Figura 67: Variação do 1º Modo com a frequência oscilatória (sup.) e imagem ilustrativa (inf.).



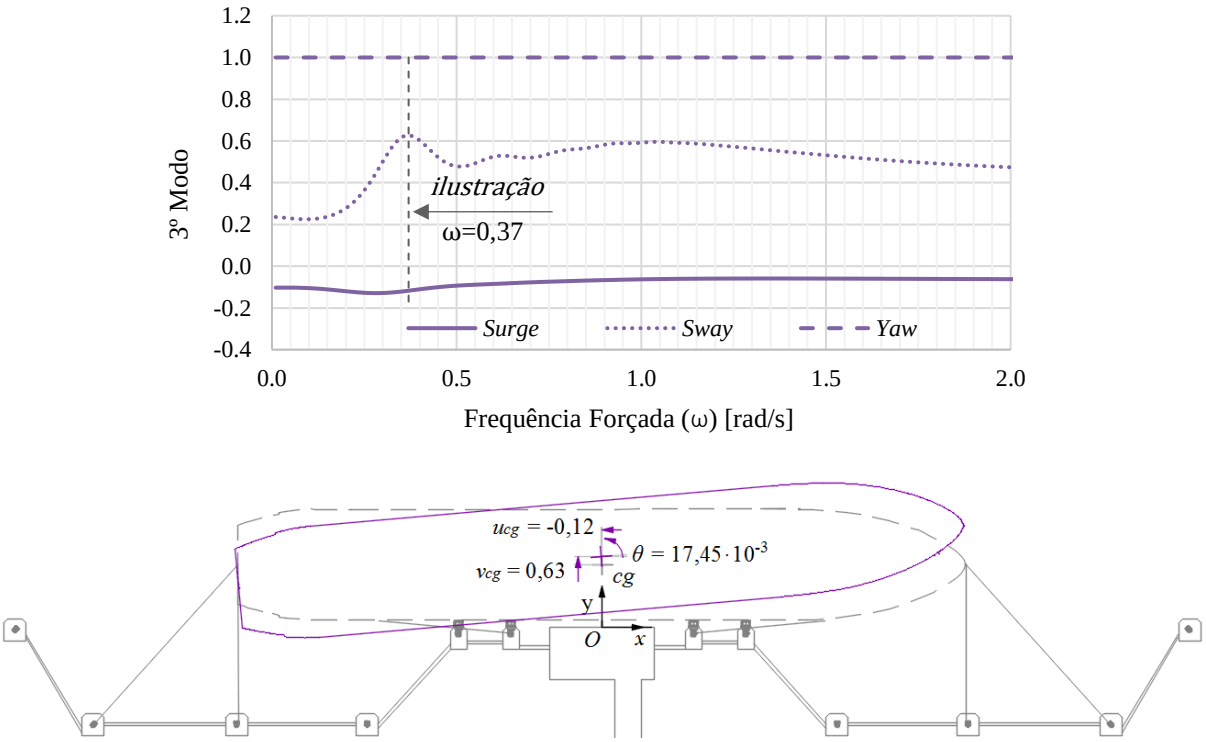
Fonte: Autora.

Figura 68: Variação do 2º Modo com a frequência oscilatória (sup.) e imagem ilustrativa (inf.).



Fonte: Autora.

Figura 69: Variação do 3º Modo com a frequência oscilatória (sup.) e imagem ilustrativa (inf.).



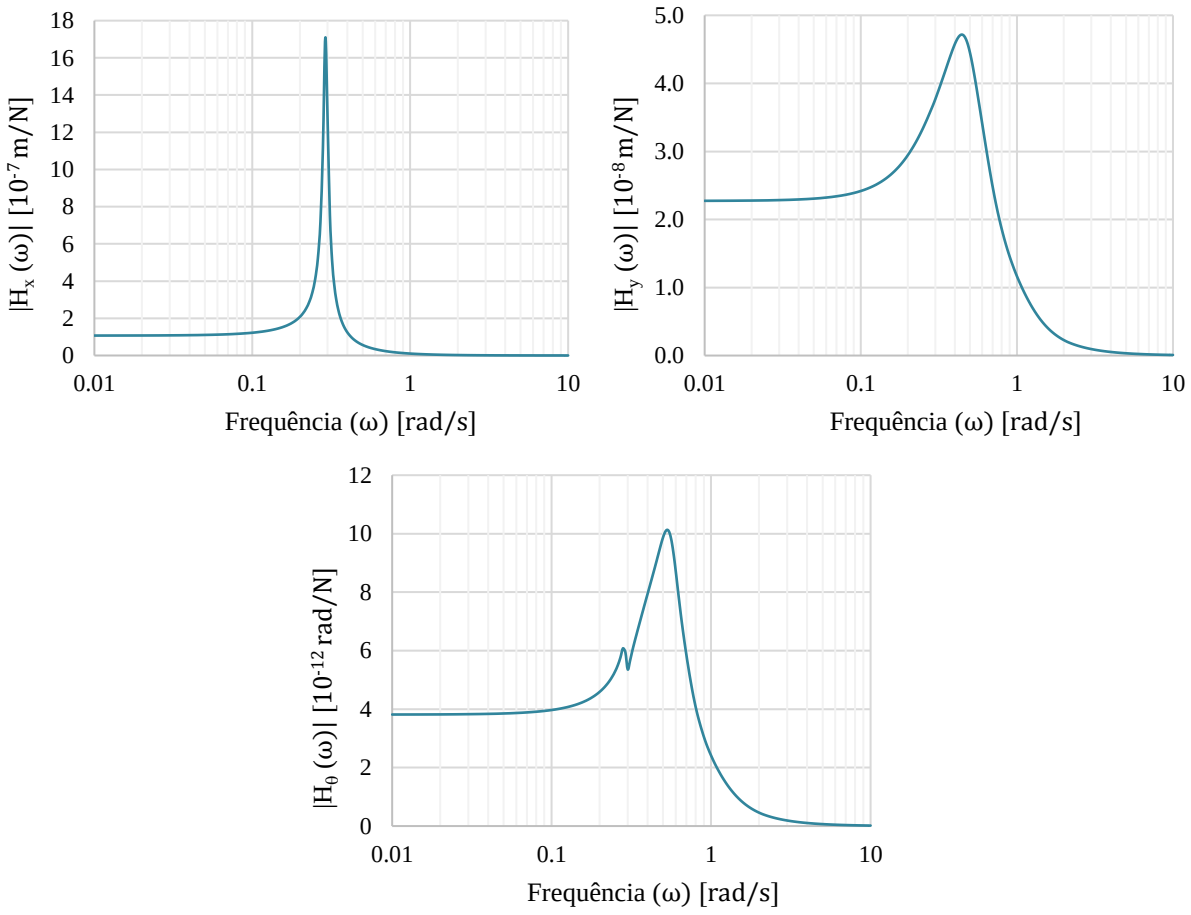
Fonte: Autora.

Uma análise inicial das figuras acima mostra que, para o primeiro modo, o movimento dominante é o de *surge* e há uma leve contribuição do *yaw*. Em relação ao segundo modo, o *sway* é dominante, o *yaw* possui valores importantes, principalmente acima de 0,37 rad/s, e o *surge* possui leve contribuição. No terceiro modo, nota-se a importância do movimento *yaw* e grande contribuição do *sway*, que se intensificam a partir de 0,37 rad/s. Há ainda uma pequena influência do *surge* para baixas frequências. É interessante destacar que, de maneira geral, os modos de vibração são bem-comportados. Porém, nota-se certa influência da variação da massa adicional no segundo e terceiro modos. Nestes, de modo similar ao coeficiente hidrodinâmico, há certa inconstância para frequências menores de 1,0 rad/s, tornando-se aproximadamente estável em frequências maiores.

5.2.2. Funções de Resposta

Os gráficos a seguir ilustram os módulos das funções de resposta nas coordenadas de *surge*, *sway* e *yaw*. Devido à semelhança com os espectros, os gráficos serão discutidos adiante.

Figura 70: Módulo da função de resposta em *surge* (sup. esq.) *sway* (sup. dir.) e *yaw* (inf.).

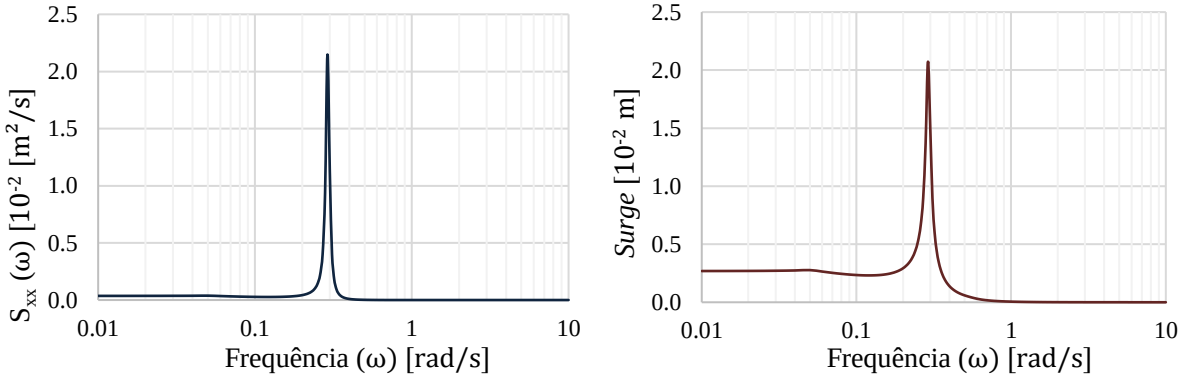


Fonte: Autora

5.2.3. *Espectros de Potência de Deslocamento e Amplitudes*

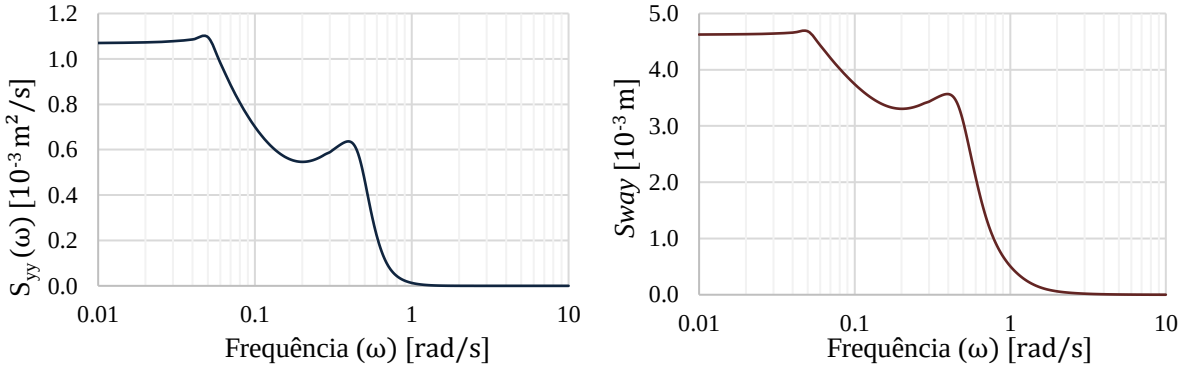
Os gráficos a seguir ilustram os espectros módulos das funções de resposta nas coordenadas de *surge*, *sway* e *yaw*.

Figura 71: Espectro de potência (esq.) e de amplitudes (dir.) de deslocamento em *surge*.



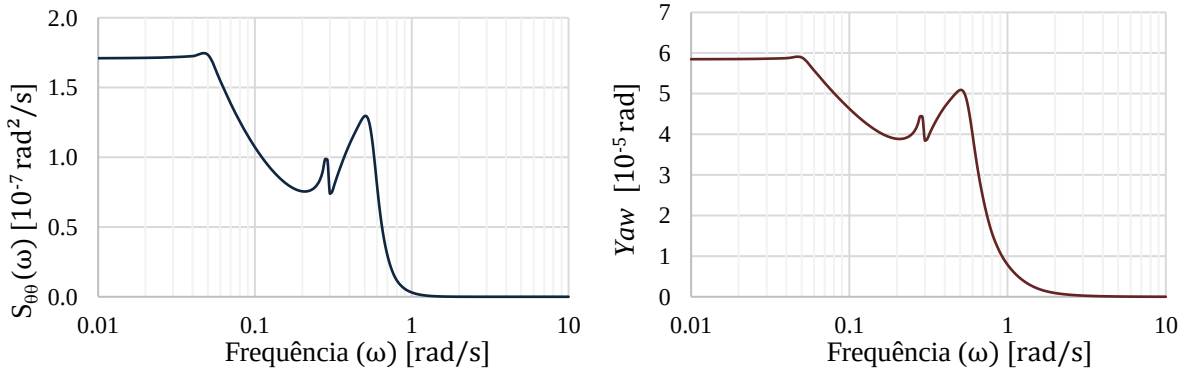
Fonte: Autora.

Figura 72: Espectro de potência (esq.) e de amplitudes (dir.) de deslocamento em *sway*.



Fonte: Autora.

Figura 73: Espectro de potência (sup.) e de amplitudes (inf.) de deslocamento em *yaw*.

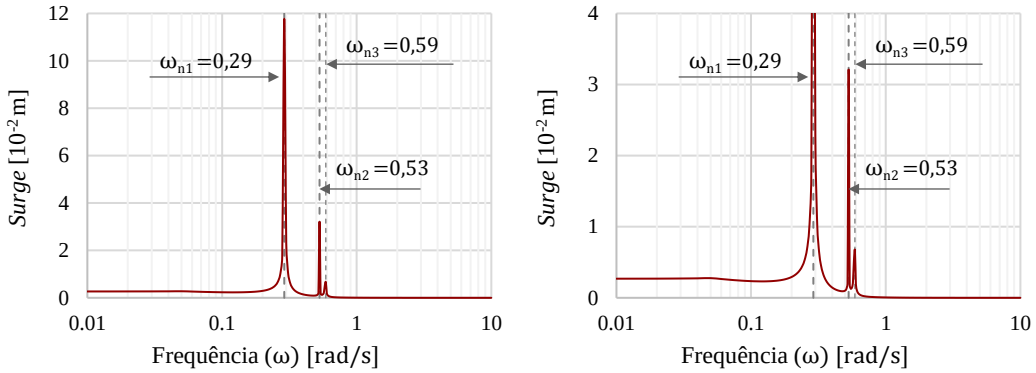


Fonte: Autora.

Novamente, dos espectros de potência e de amplitude dos deslocamentos é possível notar a faixa de frequência em que a resposta do sistema é aproximadamente estática, com deslocamento proporcional ao espectro de força aplicado, e a faixa em que a frequência de excitação aproxima-se à frequência natural do sistema. Neste caso tem-se uma resposta ressonante, com grandes amplificações dos deslocamentos. Os picos de deslocamentos também coincidem com os observados nos espectros de resposta em frequência.

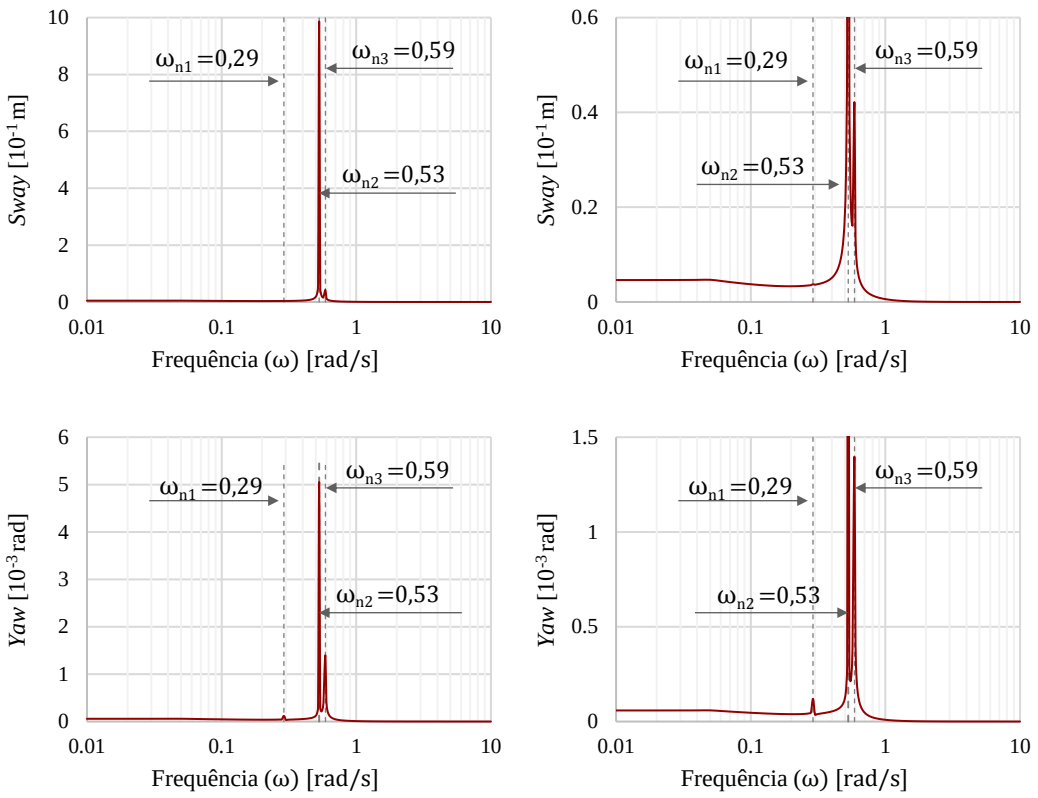
No que concerne o *surge*, observa-se um pico em 0,29 rad/s, que coincide com a frequência natural do 1º modo e concorda com a condição de ressonância explicitada na Figura 65. Neste modo, o *surge* é dominante. Em relação ao *yaw*, observam-se dois picos: um menor em 0,29 rad/s, e outro maior próximo de 0,53 rad/s. Conforme visto anteriormente, o 1º modo possui pequena influência do *yaw*, como indicado na Figura 67, o que justifica o menor pico. Já a frequência de 0,53 rad/s coincide com a ressonante do 2º modo, cuja influência do *yaw* é maior que no 1º, o que esclarece o maior pico. Entretanto, este grau de liberdade é mais importante no 3º modo, cuja frequência ressonante é de 0,59 rad/s. Como enfatizado anteriormente, a energia do espectro de Ochi-Shin se concentra em frequências mais baixas, o que induz a ocorrência dos primeiros modos. Além do mais, o amortecimento atinge seus valores máximos entre 0,5 a 1,0 rad/s. Assim sendo, não é possível observar significativa amplificação de deslocamentos na terceira frequência natural. Por fim, no que diz respeito ao *sway*, vê-se um pequeno pico próximo à 0,40 rad/s. Este grau de liberdade é mais importante no 2º modo, cuja frequência ressonante é 0,53 rad/s. Uma hipótese é que os fatores supracitados deslocaram ligeiramente o pico da frequência ressonante do 2º modo para esquerda, como é de se esperar em sistemas com grande amortecimento. A fim de validar estas hipóteses e, a título de exemplo, calculou-se os espectros de amplitude sem o amortecimento, como ilustrado nas figuras abaixo. Devido à diferente ordem de grandeza dos picos, os mesmos são apresentados em diferentes escalas.

Figura 74: Espectro de amplitude de deslocamento sem amortecimento em *surge*.



Fonte: Autora.

Figura 75: Espectro de amplitude de deslocamento sem amortecimento em *sway* (sup.) e *yaw* (inf.).



Fonte: Autora.

Ao analisar a Figura 74 e a Figura 75, vê-se nitidamente os picos nas frequências naturais ressonantes apontadas na Figura 65. Observa-se ressonância do 1º modo em *surge* e ligeiramente em *yaw*, do 2º modo em *sway* e *yaw*, com pequeno pico em *surge*, e, por fim, no 3º modo, em *sway*, *yaw* e ligeiramente em *surge*. Tais resultados estão de acordo com os apresentados da Figura 67 à Figura 69.

5.2.4. Deslocamentos e Esforços

A Tabela 65 resume os deslocamentos médios ($\bar{u}$) devidos à corrente média e ao vento médio, o desvio padrão do deslocamento dinâmico (σ) devido à parcela flutuante do vento, o fator de pico (g) considerando uma amostra de 10 min (600s), o deslocamento dinâmico máximo (u_d) e o máximo total (u_{max}), que corresponde à combinação de deslocamentos dinâmicos que resulta na máxima compressão nas defensas.

Tabela 65: Resumo dos deslocamentos.

	$\bar{u}$	σ	g	u_d	u_{max}
u_{cg} [m]	0,040	± 0,026	2,79	± 0,073	0,113
v_{cg} [m]	-0,098	± 0,020	2,88	± 0,057	-0,155
θ [10^{-3} rad]	0,697	± 0,270	2,93	± 0,791	1,488

Os deslocamentos máximos totais (u_{max}) da Tabela 65 foram impostos no modelo estático não linear e os esforços máximos no sistema de amarração foram obtidos. A máxima tração nos cabos, bem como as compressões nas defensas, para o deslocamento médio e o máximo estão resumidas nas tabelas abaixo. Apresenta-se também o coeficiente de amplificação dinâmica para cada caso.

Tabela 66: Resumo das máximas trações nos cabos [*kN*].

α_V [º]	α_C [º]	*Desloc.*	*Lançante Popa (**L1**)*	*Través Popa (**L2**)*	*Spring Popa (**L3**)*	*Spring Proa (**L4**)*	*Través Proa (**L5**)*	*Lançante Proa (**L6**)*
240	270	$\bar{u}$	391,3	73,3	427,6	**883,7**	702,6	633,0
		u_{max}	191,6	0,0	41,6	**1210,8**	874,6	608,2
		γ_D	0,49	0,00	0,10	**1,37**	1,24	0,96

Tabela 67: Esforços de compressão nas defensas [*kN*].

α_V [º]	α_C [º]	*Deslocamento*	*Defensa (**D1**)*	*Defensa (**D2**)*	*Defensa (**D3**)*	*Defensa (**D4**)*
240	270	$\bar{u}$	**1980,9**	1870,6	1443,2	1308,9
		u_{max}	**2634,2**	2465,8	1708,2	1439,4
		γ_D	**1,33**	1,32	1,18	1,10

Ao compararmos os esforços de amarração, vemos que o deslocamento dinâmico máximo afrouxa o través de popa. Tal fato é um forte indício de mudança da rigidez do sistema. A mesma deve ser avaliada antes da discussão dos resultados.

5.2.5. Avaliação da Rigidez

Visto que o deslocamento dinâmico máximo afrouxou o través de popa, recalculou-se a rigidez do sistema segundo o procedimento indicado na Subseção 4.2.2. Comparou-se então a matriz de rigidez final ($\boldsymbol{k}_{f,240-270}$), calculada na posição de deslocamento máximo, com a inicial ($\boldsymbol{k}_{i,240-270}$), calculada para o deslocamento médio. A matriz $\Delta\boldsymbol{k}$ indica a diferença em porcentagem entre ambas.

$$\boldsymbol{k}_{i,240-270} = \begin{bmatrix} 9412 & -12 & -134784 \\ 12 & 44104 & 162586 \\ -141274 & 163683 & 2.6488 \cdot 10^8 \end{bmatrix}, \tag{5.4}$$

$$\boldsymbol{k}_{f,240-270} = \begin{bmatrix} 9416 & -49 & -129760 \\ -5 & 36228 & 771204 \\ -137576 & 767486 & 1.9013 \cdot 10^8 \end{bmatrix}, \tag{5.5}$$

$$\Delta\boldsymbol{k}[\%] = \begin{bmatrix} -0,1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & -17,9 & \cdot \\ \cdot & \cdot & -28,2 \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

Nota-se que a rigidez da diagonal principal, que se refere aos deslocamentos de interesse, sofre grande alteração em *surge* e *yaw*. Isto ocorre, pois, a aproximação do navio à estrutura diminui a tensão

e até afrouxa os cabos. Portanto, na situação de deslocamento dinâmico máximo, a rigidez em relação à situação de forças médias é alterada. A hipótese de que o sistema é localmente linear não é válida.

Para contornar o problema, propõe-se aqui um cálculo iterativo: determina-se a posição de deslocamento dinâmico máximo e, nesta, recalcula-se a matriz de rigidez. Repete-se todo o procedimento e, considerando a rigidez final do passo anterior, define-se o deslocamento dinâmico máximo a partir da posição de deslocamento médio. Esta abordagem está a favor da segurança pois assumimos que a rigidez do sistema em seu equilíbrio médio é menor devido ao afrouxamento dos cabos. Como critério de convergência, adota-se que a diferença de deslocamento em *sway* entre duas iterações seja menor que 0,1mm (10^{-4} m) pois, nesta situação, observou-se que a discrepância nos componentes da matriz de rigidez, tração e compressão máximas era menor do que 1%.

5.3. Situação de Máxima Compressão nas Defensas – Reavaliação do Sistema

Após 9 iterações, o modelo convergiu e atingiu-se a condição de deslocamento imposta. As tabelas abaixo resumem os esforços, deslocamentos e rigidez para cada iteração

Tabela 68: Esforços de trações nos cabos para cada iteração [*kN*].

Iteração	*Lançante Popa (**L1**)*	*Través Popa (**L2**)*	*Spring Popa (**L3**)*	*Spring Proa (**L4**)*	*Través Proa (**L5**)*	*Lançante Proa (**L6**)*
1	191,6	0,0	41,6	**1210,8**	874,6	608,2
2	68,1	0,0	0,0	**1318,6**	984,2	640,2
3	202,2	0,0	0,0	**1734,8**	1024,0	464,5
4	193,6	0,0	0,0	**1766,5**	1030,0	454,0
5	190,0	0,0	0,0	**1779,6**	1032,2	449,5
6	188,4	0,0	0,0	**1785,2**	1033,2	447,6
7	187,8	0,0	0,0	**1787,6**	1033,6	446,8
8	187,5	0,0	0,0	**1788,7**	1033,8	446,4
9	187,3	0,0	0,0	**1789,2**	1033,9	446,2

Tabela 69: Esforços de compressão nas defensas para cada iteração [*kN*].

Iteração	*Defensa (**D1**)*	*Defensa (**D2**)*	*Defensa (**D3**)*	*Defensa (**D4**)*
1	**2634,3**	2465,8	1708,2	1439,4
2	**2856,3**	2675,7	1784,8	1447,2
3	**2942,5**	2761,7	1829,0	1465,1
4	**2972,0**	2792,8	1855,3	1486,0
5	**2984,0**	2805,6	1866,5	1495,1
6	**2989,1**	2811,1	1871,3	1499,1
7	**2991,3**	2813,5	1873,4	1500,8
8	**2992,3**	2814,5	1874,3	1501,5
9	**2992,7**	2815,0	1874,7	1501,9

Tabela 70: Deslocamentos do centro de gravidade para cada iteração.

Iteração	u_{cg} [m]	v_{cg} [m]	θ [10^{-3} rad]
1	0.11299	-0.15535	1.48759
2	0.13266	-0.17857	1.89681
3	0.24467	-0.18960	2.06766
4	0.25258	-0.19447	2.11600
5	0.25588	-0.19653	2.13587
6	0.25728	-0.19741	2.14442
7	0.25789	-0.19780	2.14814
8	0.25816	-0.19797	2.14976
9	0.25827	-0.19804	2.15048

Tabela 71: Componentes da matriz de rigidez para cada iteração.

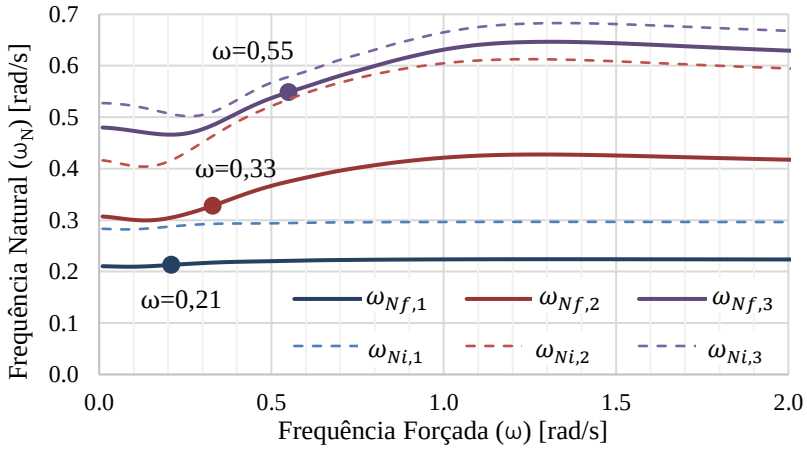
Iteração	*K11*	*K12*	*K13*	*K21*	*K22*	*K23*	*K31*	*K32*	*K33*
1	9412	-12	-134784	12	44104	162585	-141275	163684	$2.649 \cdot 10^8$
2	9416	-49	-129760	-5	36228	771204	-137576	767486	$1.901 \cdot 10^8$
3	5925	447	-247032	499	34068	861914	-254547	856897	$1.818 \cdot 10^8$
4	5927	447	-246319	502	33097	887834	-253905	882387	$1.797 \cdot 10^8$
5	5928	447	-246234	502	32664	894179	-253881	888612	$1.788 \cdot 10^8$
6	5928	447	-246198	502	32481	896699	-253871	891083	$1.784 \cdot 10^8$
7	5928	447	-246183	502	32403	897774	-253867	892137	$1.782 \cdot 10^8$
8	5928	447	-246176	502	32369	898240	-253866	892594	$1.781 \cdot 10^8$
9	5928	447	-246173	502	32354	898444	-253865	892794	$1.781 \cdot 10^8$

Das tabelas acima nota-se que, ao final da primeira iteração, o través de popa afrouxa. Como consequência, tem-se uma grande alteração na rigidez. Já ao final do segundo passo, há o afrouxamento do *spring* de popa, o que implica em mais uma grande redução da rigidez. A partir da terceira iteração, mais nenhum cabo afrouxa e não há perda de contato entre o navio e as defensas. Isto posto, a rigidez do sistema sofre pequenas reduções devido à não linear da defensa e à redução das tensões nos cabos, até atingir o critério de convergência imposto.

5.3.1. Caracterização do Sistema

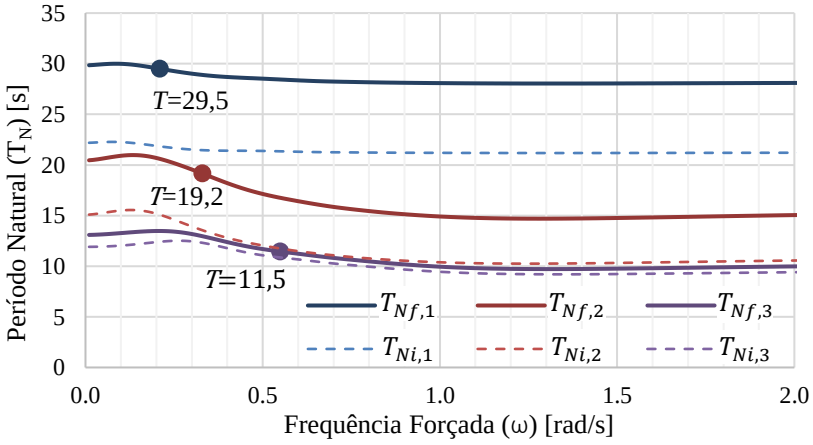
As frequências (ω_N) e períodos (T_N) naturais para a rigidez na iteração final (linha contínua, índice f) e inicial (linha tracejada, índice i) apresentam-se na Figura 76 e na Figura 77. Nessas, indicam-se também as frequências forçadas (ω) que coincidem com as naturais, o que sugere uma condição de ressonância.

Figura 76: Variação das frequências naturais de acordo com a frequência oscilatória



Fonte: Autora.

Figura 77: Variação dos períodos naturais de acordo com a frequência oscilatória



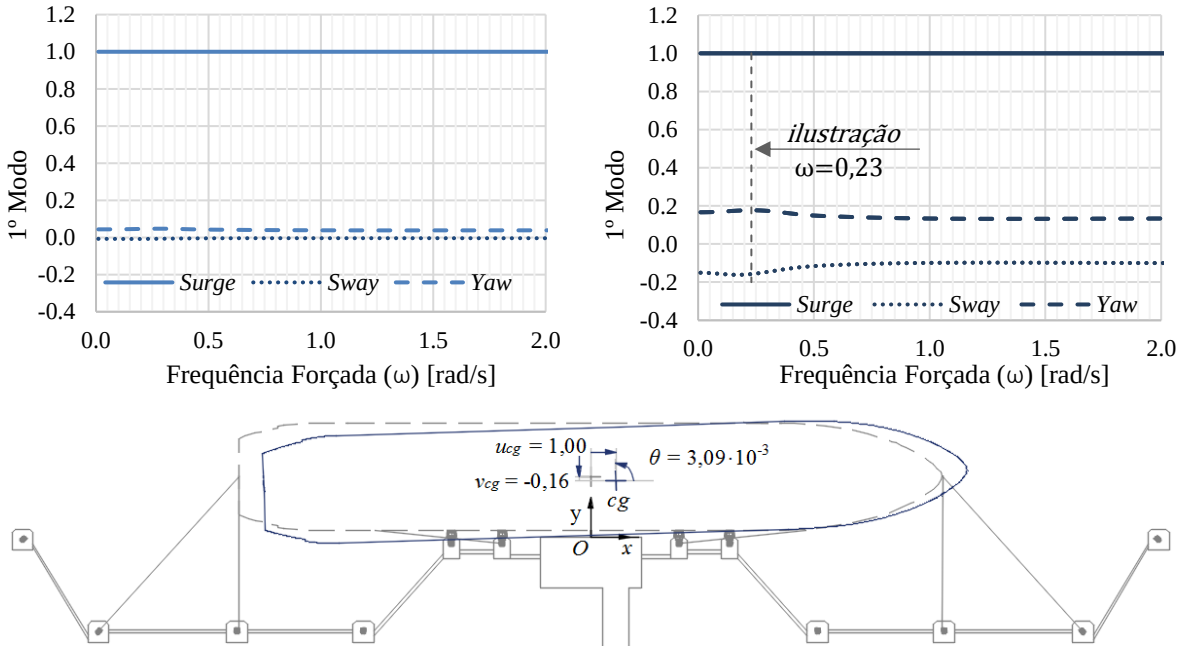
Fonte: Autora.

Ao analisar os gráficos acima, vê-se que, como esperado, as frequências naturais na iteração final são menores do que na iteração inicial. Isto ocorre, pois, a esta grandeza é proporcional à rigidez do sistema, que diminui com o afrouxamento dos cabos. Nota-se ainda que o primeiro e o segundo modos são bem mais sensíveis à mudança de rigidez do que o terceiro. O primeiro sofre uma redução de cerca de 7 rad/s e o terceiro de 4 rad/s. Já para o segundo, essa discrepância varia de 10 rad/s em frequências de excitação mais baixas para até 20 rad/s em frequências de excitação a partir de 0,5 rad/s. De maneira análoga aos demais casos, a diminuição da massa adicional leva ao aumento da frequência natural (e, consequentemente, diminuição do período) nos segundo e terceiro modos. A partir de 1,0 rad/s, o coeficiente hidrodinâmico é praticamente constante e as características naturais também. O primeiro modo continua a não ser tão influenciado pela massa adicional e se mantém estável na faixa de oscilação avaliada.

As frequências que sugerem ressonância variam de 0,29 para 0,21 rad/s no primeiro modo, 0,53 para 0,33 rad/s no segundo modo e 0,59 para 0,55 rad/s no terceiro modo, considerando a rigidez inicial e final das iterações. É importante destacar que o comportamento real do sistema oscilará entre esses dois limites e as características naturais mudam conforme os deslocamentos afrouxam os cabos.

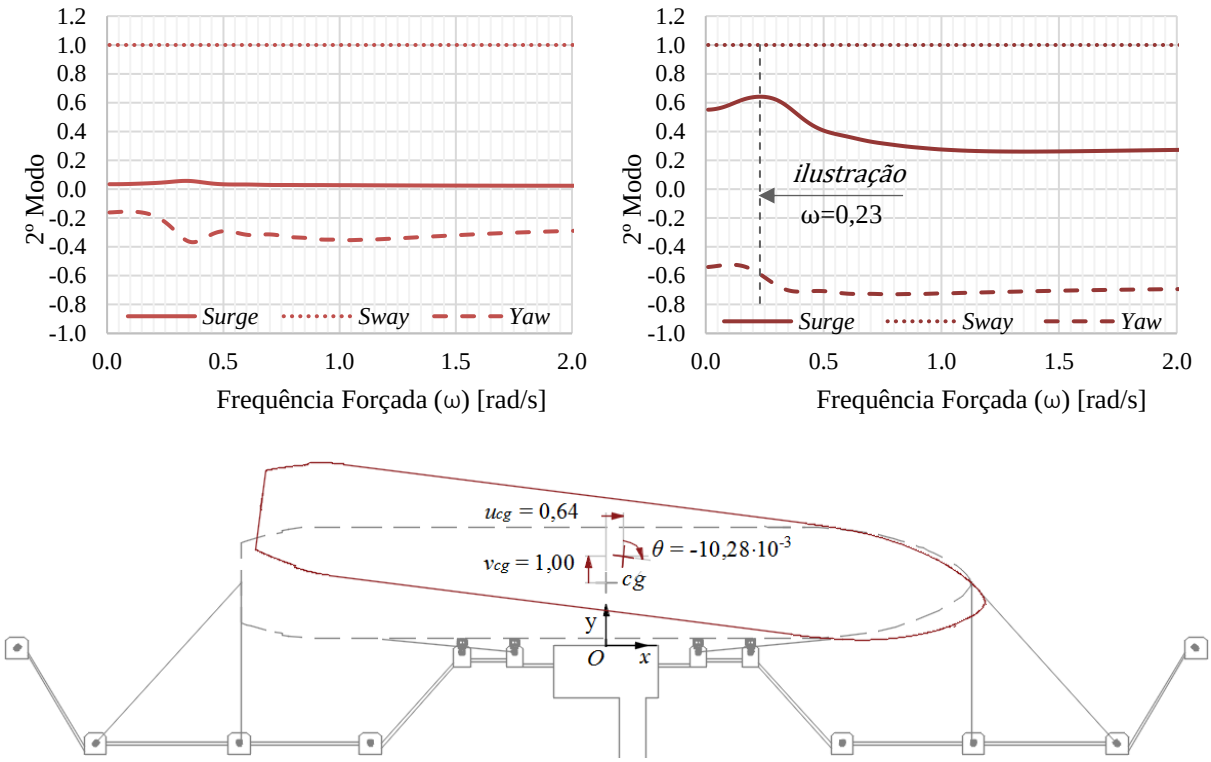
As caracterizações dos modos de vibrar da iteração final estão ilustradas da Figura 78 à Figura 80. A título de comparação, apresentam-se novamente os gráficos da iteração inicial. Da mesma forma que para os demais casos, para cada modo arbitrou-se valor unitário para o grau de liberdade com maior deslocamento. Os demais serão dados em função deste. Como explanado anteriormente, alterou-se a unidade do *yaw* de radianos para graus nos gráficos, multiplicando a componente do autovetor referente a este grau de liberdade por $180/\pi$. Nas figuras, a escala dos deslocamentos foi aumentada para facilitar a visualização, mas a proporção entre os mesmos foi preservada. Nestas, o *yaw* não foi modificado e é apresentado o valor resultante da análise modal.

Figura 78: Variação do 1º Modo com a frequência oscilatória inicial (sup. esq.) e final (sup. dir.) e imagem ilustrativa (inf.).



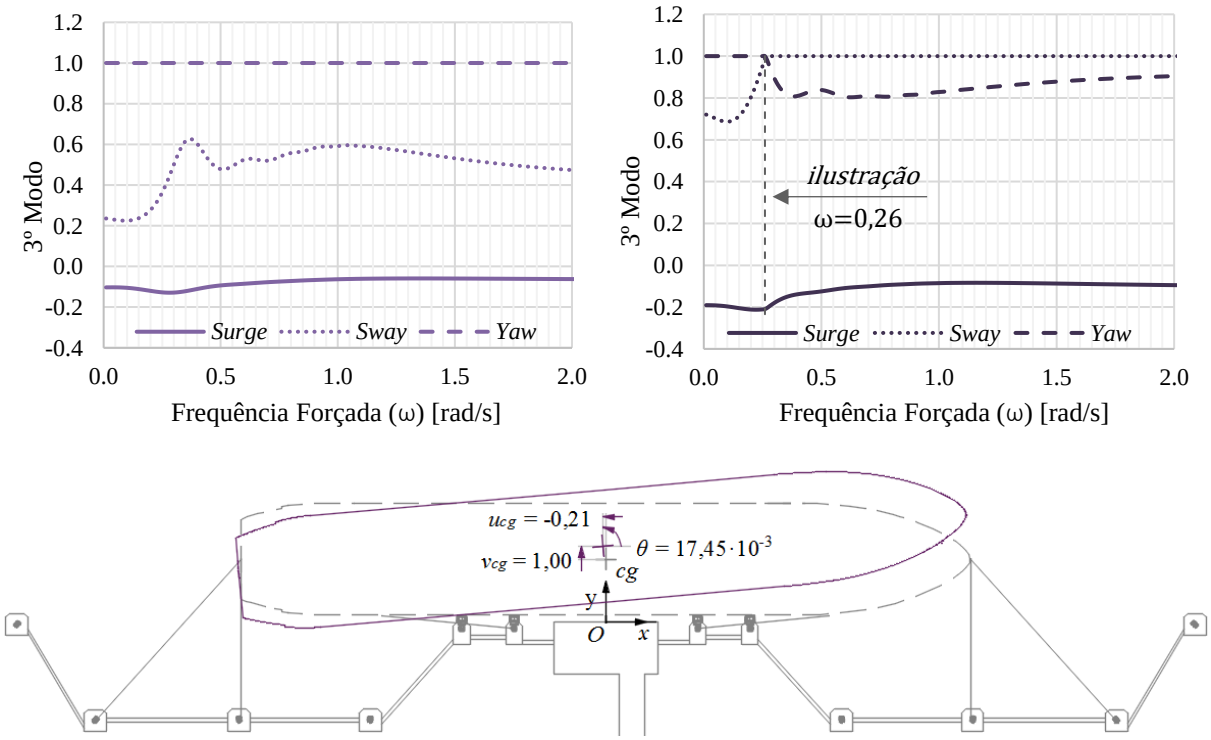
Fonte: Autora.

Figura 79: Variação do 2º Modo com a frequência oscilatória inicial (sup. esq.) e final (sup. dir.) e imagem ilustrativa (inf.).



Fonte: Autora.

Figura 80: Variação do 3º Modo com a frequência oscilatória inicial (sup. esq.) e final (sup. dir.) e imagem ilustrativa (inf.).



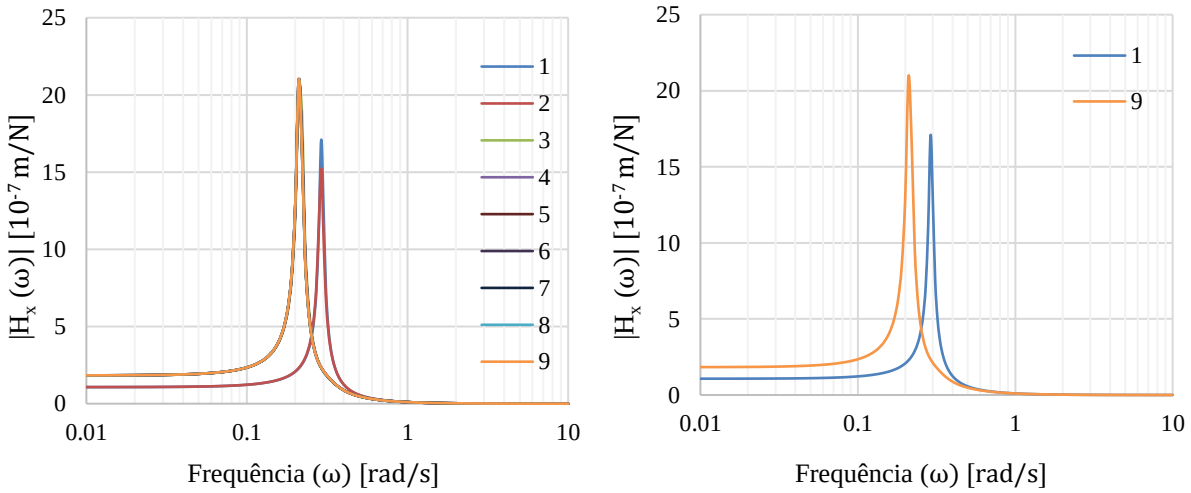
Fonte: Autora.

No primeiro modo, ao compararmos as alterações que ocorrem com a redução da rigidez, notamos que o *surge* permanece dominante, entretanto vê-se um acréscimo significativo da contribuição do *sway* e do *yaw*. No primeiro, seu valor máximo passa de -0,01 a -0,16 e, no último, de $0{,}82 \cdot 10^{-3}$ a $3{,}09 \cdot 10^{-3}$. Em relação ao segundo modo, o *sway* ainda é o mais importante, mas o *surge* e o *yaw* aumentam expressivamente. Seus valores máximos vão de 0,06 para 0,64 e $-6{,}42 \cdot 10^{-3}$ para $-12{,}73 \cdot 10^{-3}$. Por fim, no terceiro modo, há uma grande intensificação do *sway* que o torna tão importante quanto o *yaw*, sendo o último dominante até 0,26 rad/s, e o outro, dominante acima desta frequência de oscilação. Observa-se ainda um pequeno aumento da influência do *surge* para baixas frequências. É interessante destacar que, de maneira geral, a redução da rigidez fez com que os modos de vibração ficassem mais heterogêneos, com contribuição de todos os graus de liberdade, principalmente no segundo e terceiro. Outra vez, os modos são bem-comportados, porém, percebe-se certa influência da variação da massa adicional, havendo certa inconstância para frequências menores de 1,0 rad/s e, a partir desta, há certa estabilidade.

5.3.2. Funções de Resposta

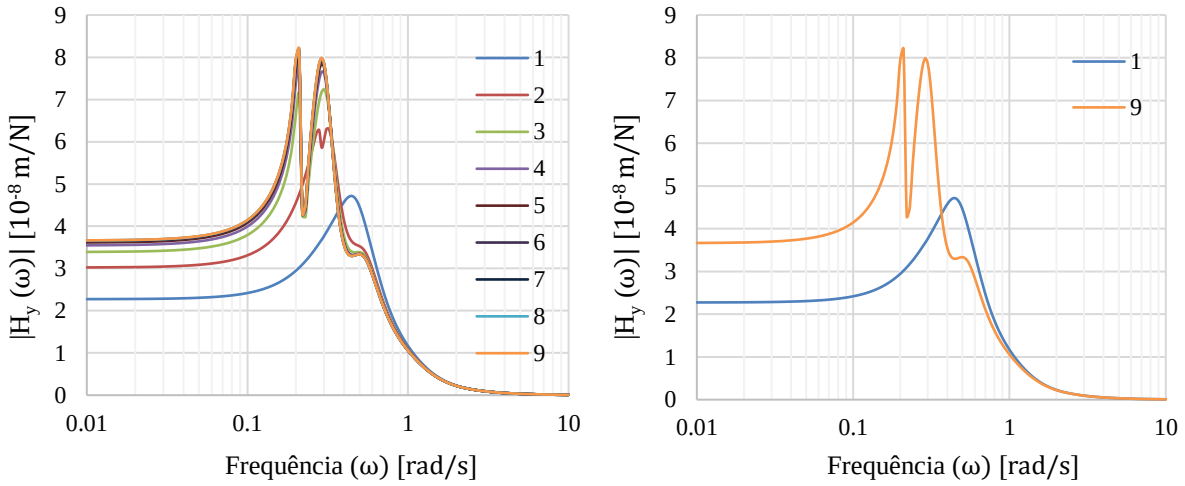
Os gráficos a seguir ilustram os módulos das funções de resposta nas coordenadas de *surge*, *sway* e *yaw* para cada iteração, e imediatamente ao lado, a fim de facilitar a interpretação dos resultados, apenas na inicial/final. Devido à similaridade com os espectros, os gráficos serão discutidos adiante.

Figura 81: Módulo da função de resposta em *surge* para as nove iterações (esq.) e inicial/final (dir.).



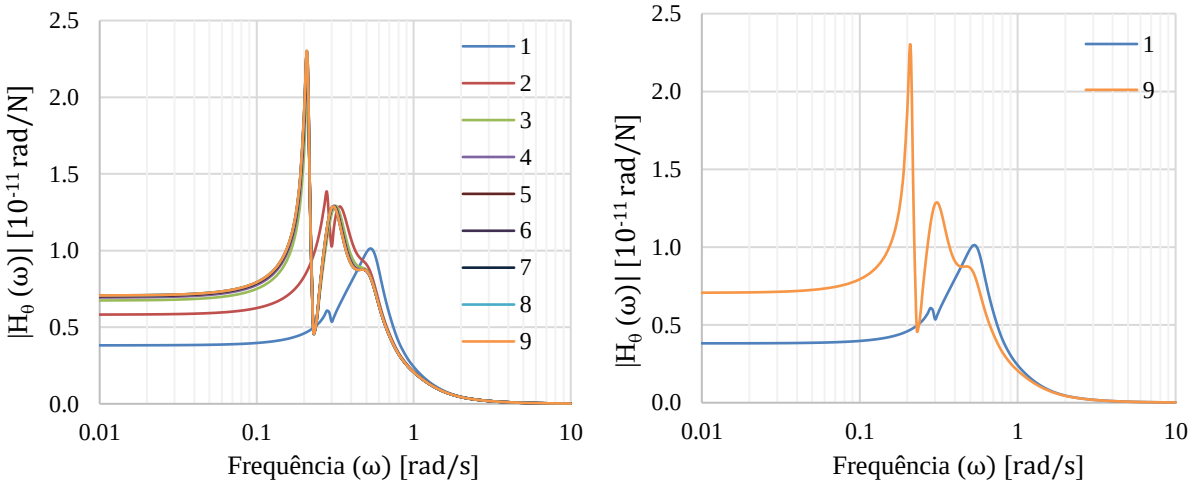
Fonte: Autora.

Figura 82: Módulo da função de resposta em *sway* para as nove iterações (esq.) e inicial/final (dir.).



Fonte: Autora.

Figura 83: Módulo da função de resposta em *yaw* para as nove iterações (esq.) e inicial/final (dir.).

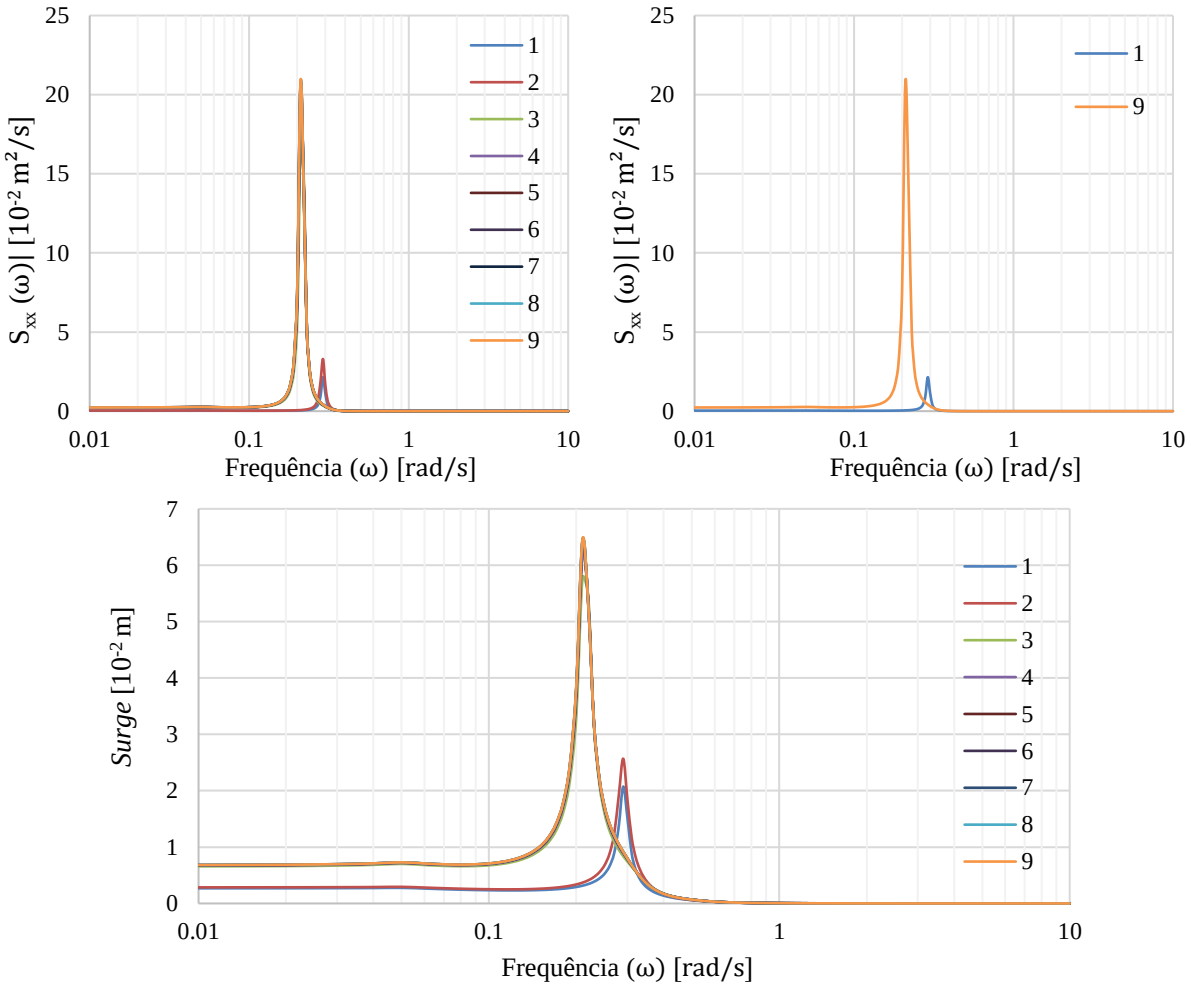


Fonte: Autora

5.3.3. *Espectros de Potência de Deslocamento e Amplitudes*

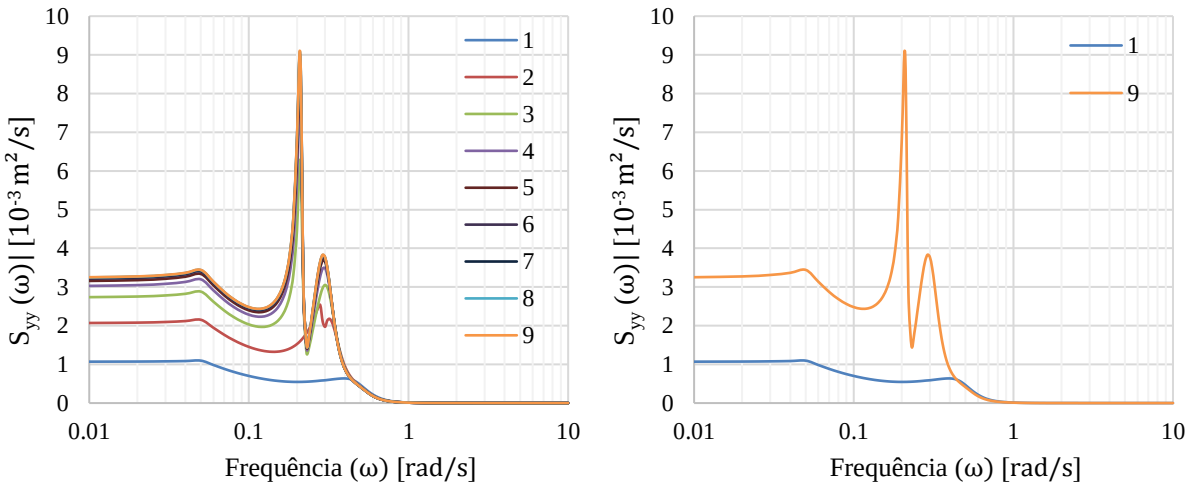
Os gráficos a seguir ilustram os espectros módulos das funções de resposta nas coordenadas de *surge*, *sway* e *yaw* para cada iteração e, imediatamente ao lado, a fim de facilitar a interpretação dos resultados, apenas as iterações inicial/final.

Figura 84: Espectro de potência de deslocamento para as nove iterações (sup. esq.) e inicial/final (sup. dir.) e espectro de amplitudes (inf.) em *surge*.



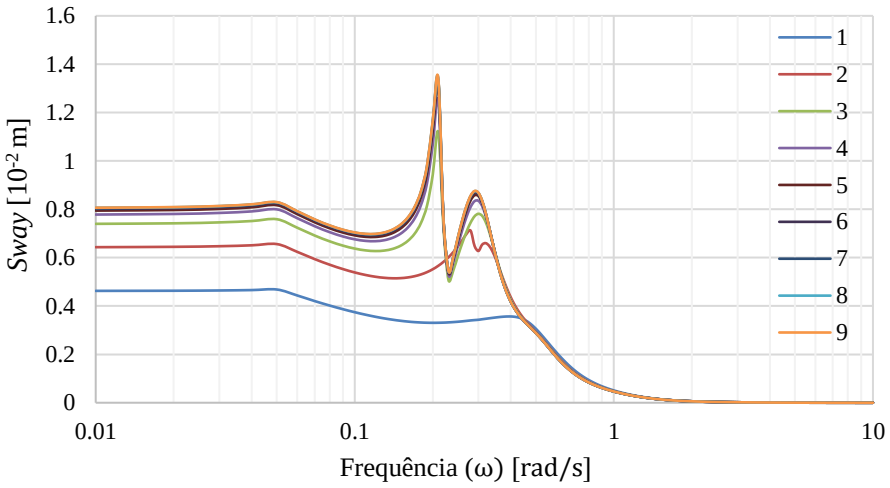
Fonte: Autora.

Figura 85: Espectro de potência de deslocamento para as nove iterações (esq.) e inicial/final (dir.) em *sway*.



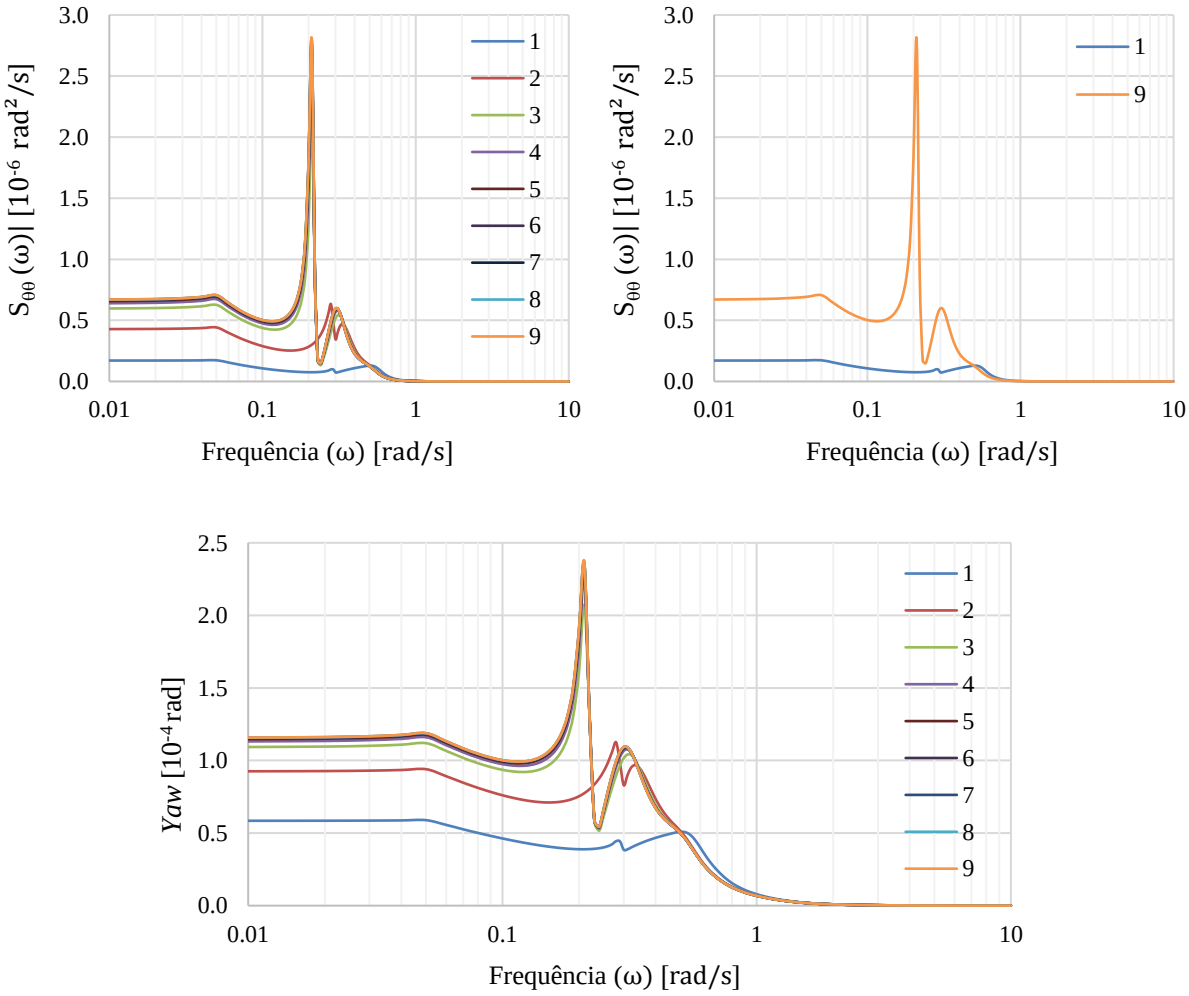
Fonte: Autora

Figura 86:Espectro de amplitudes para as nove iterações em *sway*.



Fonte: Autora.

Figura 87: Espectro de potência de deslocamento para as nove iterações (sup. esq.) e inicial/final (sup. dir.) e espectro de amplitudes (inf.) em *yaw*.



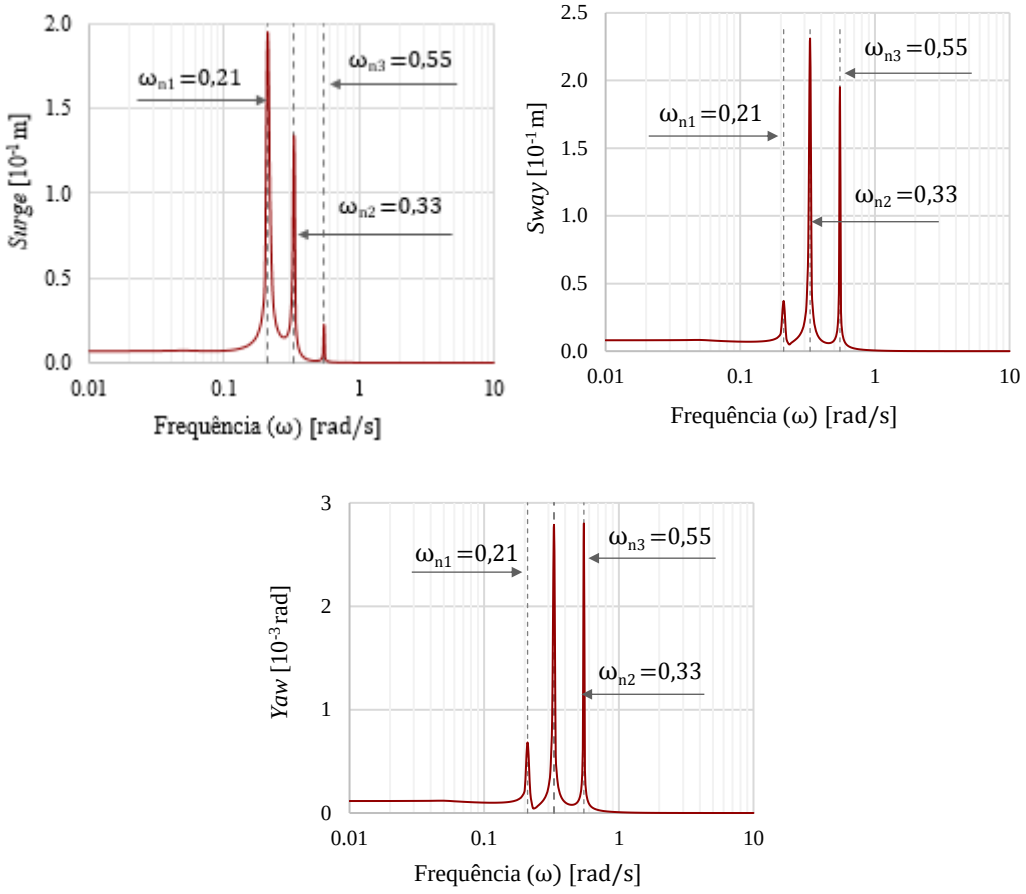
Fonte: Autora.

Ao avaliar os espectros de potência e de amplitude dos deslocamentos em *surge*, observa-se que o afrouxamento do través ao final da 1ª iteração diminui um pouco a rigidez nesse grau de liberdade, aumentando ligeiramente o pico. Já o afrouxamento do *spring* ao final da 2ª iteração, reduz muito a rigidez nessa direção, causando uma elevação significativa do valor máximo. Em relação ao *yaw*, tanto o afrouxamento do través ao final da 1ª iteração, quanto o afrouxamento do *spring* ao final da 2ª, causam grande redução na rigidez e aumento dos picos, acentuando o formato dos espectros. Isto posto, conclui-se que os cabos possuem grande influência na restrição da rotação devido à distância do seu ponto de amarração (buzina) ao centro de gravidade da embarcação. Por fim, o *sway* é tão influenciado pelo afrouxamento do través, quanto pelo do *spring*. Apesar de o segundo restringir principalmente os movimentos na direção longitudinal, acredita-se que a redução da rigidez esteja relacionada ao acoplamento do *sway* com o *yaw*. Observa-se ainda que, além da amplificação dos máximos, há uma completa alteração no formato dos espectros. De forma geral, a partir da 3ª iteração, a rigidez varia pouco e não provoca mudanças bruscas nos espectros de respostas. É interessante notar ainda que, para os três graus de liberdade, a frequência em que ocorrem os valores de pico também diminuem. Tal fato reflete a queda das frequências naturais que, por sua vez, condiz com a perda da rigidez.

Novamente, é possível notar a faixa de frequência em que a resposta do sistema é aproximadamente estática, com deslocamento proporcional ao espectro de força aplicado, e a faixa em que a frequência é ressonante, com grandes amplificações dos deslocamentos. Os picos de deslocamentos também coincidem com os observados nos espectros de resposta em frequência.

Ao observarmos o *surge*, vemos um pico em 0,21 rad/s, que corresponde à frequência ressonante do 1º modo, onde este movimento é o mais importante. A respeito do *sway*, observam-se dois picos: um maior em 0,21 rad/s e outro menor próximo de 0,30 rad/s. O primeiro coincide com a frequência ressonante do 1º modo, que possui certa influência do *sway*, como indicado na Figura 78. Já o segundo, está próxima à ressonante do 2º modo, que é dominado pelo próprio deslocamento transversal. Por fim, no que concerne ao *yaw*, vê-se um grande pico em 0,21 rad/s, que coincide com a frequência ressonante do 1º modo, onde o *yaw* possui certa influência. Há ainda outro menor, próximo a 0,30 rad/s, que se aproxima da frequência ressonante do 2º modo, cuja influência do *yaw* é grande. Apesar de o 3º modo possuir deslocamentos importantes em *yaw* e *sway*, sua frequência ressonante é alta (0,55 rad/s) quando comparada às demais. Como explanado anteriormente, de maneira geral, a redução da rigidez tornou os modos mais heterogêneos, havendo contribuições significativas de todos os graus de liberdade em cada um. Este fato, alinhado à concentração de energia em baixas frequências do espectro de Ochi-Shin e ao aumento do amortecimento com a frequência de excitação, induz os efeitos ressonantes a ocorrerem nos modos mais baixos. A fim de validar estas hipóteses e, a título de exemplo, calculou-se os espectros de amplitude sem o amortecimento, como ilustrado na figura abaixo.

Figura 88: Espectro de amplitude de deslocamento sem amortecimento em *surge* (sup. esq.), *sway* (sup. dir.) e *yaw* (inf.).



Fonte: Autora.

Ao analisar a Figura 88, vê-se nitidamente os picos nas frequências naturais ressonantes apontadas na Figura 76. Como os modos são mais heterogêneos, observa-se os picos ressonantes dos 3 modos em todos os graus de liberdade. Tais resultados estão de acordo com os apresentados da Figura 78 à Figura 80.

5.3.4. Deslocamentos e Esforços

A Tabela 72 resume os deslocamentos médios ($\bar{u}$) devidos à corrente média e à parcela média do vento, o desvio padrão do deslocamento dinâmico (σ) devido à parcela flutuante do vento, o fator de pico (g) considerando uma amostra de 10 min (600s), o deslocamento dinâmico máximo (u_d) e o máximo total (u_{max}), que corresponde à combinação de máxima compressão nas defensas na última iteração de rigidez.

Tabela 72: Resumo dos deslocamentos.

	$\bar{u}$	σ	g	u_d	u_{max}
u_{cg} [m]	0,040	± 0,081	2,69	± 0,218	0,258
v_{cg} [m]	-0,098	± 0,036	2,77	± 0,100	-0,198
θ [10^{-3} rad]	0,697	± 0,523	2,78	± 1,454	2,150

A máxima tração nos cabos, bem como as compressões nas defensas, para o deslocamento médio e o máximo estão resumidas nas tabelas abaixo. Apresenta-se também o coeficiente de amplificação dinâmica para cada caso.

Tabela 73: Resumo das máximas trações nos cabos.

α_V [º]	***α_C [º]***	*Desloc.*	*Lançante Popa (**L1**)*	*Través Popa (**L2**)*	*Spring Popa (**L3**)*	*Spring Proa (**L4**)*	*Través Proa (**L5**)*	*Lançante Proa (**L6**)*
240	270	$\bar{u}$	391,3	73,3	427,6	**883,7**	702,6	633,0
		u_{max}	187,3	0,0	0,0	**1789,2**	1033,9	446,2
		γ_D	0,48	0,00	0,00	**2,02**	1,47	0,70

Tabela 74: Esforços de compressão nas defensas.

α_V [º]	***α_C [º]***	*Deslocamento*	*Defensa (**D1**)*	*Defensa (**D2**)*	*Defensa (**D3**)*	*Defensa (**D4**)*
240	270	$\bar{u}$	**1980,9**	1870,6	1443,2	1308,9
		u_{max}	**2992,7**	2815,0	1874,7	1501,9
		γ_D	**1,51**	1,50	1,30	1,15

Dos deslocamentos máximos é possível observar que a hipótese de pequenos deslocamentos é mantida, logo o modelo não linear pode ser utilizado. Em relação à tração nos cabos, nota-se que, apesar de ocorrer uma amplificação de γ_D = 2,02 devido à componente dinâmica do vento, seu valor máximo é bem menor que o observado na análise dinâmica da situação de máxima tração nos cabos (3282 kN). Portanto, o coeficiente de amplificação dinâmica pode ser desprezado.

No que diz respeito à compressão das defensas, a análise das tabelas acima mostra que os esforços médios tiveram uma amplificação de γ_D = 1,51 devido à componente dinâmica do vento. Esse coeficiente é praticamente igual ao adotado nas análises estáticas (γ_D = 1,5). Entretanto, os esforços máximos de compressão observados nessas últimas foram de 3226,3kN na linear simplificada e 3144,5kN na não linear. Verifica-se que a simplificação da norma espanhola resulta em uma compressão 8% maior do que a análise dinâmica, enquanto a do modelo não linear é 5% maior. Em termos de dimensionamento, essa discrepância é muito pequena. Contudo, é importante observar que as configurações finais de equilíbrio das três análises são distintas. Como explanado anteriormente, na estática linear, três defensas permanecem comprimidas, o que pode ser explicado pela ausência de pré-tensão dos cabos. Na estática não-linear e na dinâmica linear, todas as defensas permanecem comprimidas. Contudo, na primeira o lançante e o través de popa afrouxam, enquanto na segunda o

lançante e o *spring* de popa afrouxam. Uma possível explicação é o fato de a análise dinâmica ter sido realizada no domínio da frequência. Dessa forma, perdem-se as fases entre os deslocamentos e supôs-se que os máximos podem ocorrer no mesmo instante de tempo e na forma mais desfavorável possível. Nesse aspecto, a análise não linear é mais confiável, uma vez que o carregamento é aplicado incrementalmente a partir da posição pré-tensionada de equilíbrio. Destaca-se ainda que a análise iterativa evidenciou a influência do afrouxamento dos cabos na rigidez do sistema e, consequentemente, no deslocamento. Tal ocorrência comprova a instabilidade e inconstância do sistema. Todavia, como explanado, o esforço máximo de compressão não difere tanto entre os modelos.

Outro ponto a ser enfatizado é que a hipótese de rigidez localmente linear não foi satisfeita, o que levou à redução da mesma de forma conservadora. Conclui-se que o coeficiente de amplificação dinâmica de γ_D = 1,5 é adequado no estudo de caso analisado. Aponta-se, uma solução no domínio do tempo deve contabilizar, passo a passo, a influência das não linearidades no deslocamento e esforços finais, resultando em uma situação mais próxima da realidade.

5.4. Conclusões sobre o Modelo Dinâmico

A premissa principal para a resolução de um modelo dinâmico no domínio da frequência é que a rigidez do sistema seja linear. Isto posto, calculou-se o deslocamento médio devido às componentes médias (e estáticas) de vento e corrente. A partir do equilíbrio, supôs-se que a rigidez fosse localmente linear, ou seja, os deslocamentos dinâmicos máximos devidos à componente flutuante do vento não alterariam a mesma. Esta hipótese é válida para o caso de máxima tração nos cabos, onde nenhuma defensa é comprimida e todos os cabos permanecem tracionados quando no cômputo do esforço máximo. Já no cenário de máxima compressão das defensas, a hipótese não é satisfeita. O deslocamento máximo afrouxa os cabos. Uma vez que o intuito é estimar os máximos esforços, propôs-se utilizar a rigidez final no cálculo do deslocamento máximo, como se no equilíbrio médio os cabos já estivessem afrouxados. Esta proposição está a favor da segurança e espera-se que os esforços estimados sejam maiores que os reais.

A massa adicional possui valores altos em baixas frequências de oscilação e decai rapidamente com o aumento desta, tornando-se praticamente constante a partir de 1,0 rad/s. As características naturais referentes aos movimentos de *sway* e *yaw* seguem comportamento similar: a diminuição da massa adicional leva ao aumento das frequências naturais (e, consequentemente, diminuição do período). A partir de 1,0 rad/s essas grandezas permanecem aproximadamente constantes. Já as relacionadas ao *surge* parecem não sofrer tanta influência deste coeficiente hidrodinâmico e se mantém estáveis na faixa de oscilação avaliada. Quanto à influência da rigidez, como esperado, as frequências naturais diminuem com a mesma, sendo menores nos casos de máxima tração nos cabos e compressão nas defensas com os cabos afrouxados, e maiores quando o último possui todos os cabos tracionados. É importante destacar

que, no cenário de compressão das defensas, as frequências naturais reais do sistema oscilarão entre esses dois limites, conforme ocorre o afrouxamento.

Em relação aos modos de vibração, no cenário de máxima tração nos cabos, os mesmos possuem comportamento estável e não sofrem tanta influência da variação da massa adicional. Além do mais, cada modo é governado por um grau de liberdade. Já os casos de máxima compressão nas defensas demonstraram características similares ao coeficiente hidrodinâmico. Há certa inconstância para frequências menores de 1,0 rad/s, que se tornam aproximadamente estáveis com o aumento desta. Ademais, na situação onde todos os cabos estão tracionados, cada modo é regido por um grau de liberdade. Com o afrouxamento dos cabos, os modos tornam-se mais heterogêneos e recebem a contribuição de todos os deslocamentos. Novamente, ressalta-se que o comportamento real do sistema oscilará entre esses dois limites de rigidez e a resposta do mesmo acompanha as mudanças graduais desta.

Ao avaliarmos os espectros da função de resposta e os de potência e de amplitude dos deslocamentos, é possível identificar a faixa de frequência que se aproxima à frequência natural do sistema e provoca uma resposta ressonante, com grandes amplificações dos deslocamentos. Pode-se reconhecer também a faixa em que a resposta do sistema é aproximadamente estática, ou seja, o deslocamento é proporcional ao espectro de força aplicado que, por sua vez, é proporcional ao de velocidade do vento de Ochi-Shin. No caso de máxima tração nos cabos, os picos estão bem definidos e estão relacionados às três frequências ressonantes. Já no cenário de máxima compressão das defensas com todos os cabos tracionados, como a rigidez do sistema é maior, as frequências naturais também o são. Desta forma, observa-se uma tendência das frequências ressonantes ocorrem nos modos mais baixos. Tal fato pode ser atribuído à concentração de energia em baixas frequências do espectro de Ochi-Shin, que resulta em maiores forças nesta faixa, e ao aumento do amortecimento com a frequência de excitação. Quando os cabos afrouxam e, como explanado anteriormente, os modos se tornam mais heterogêneos com contribuições significativas de todos os graus de liberdade em cada um. Neste cenário, e aliado às hipóteses supracitadas, também é observada a indução dos efeitos ressonantes nos primeiros modos.

Finalmente, no que concerne os esforços máximos de tração, os esforços médios tiveram uma amplificação de γ_D = 1,72 devido à componente dinâmica do vento. Esse coeficiente é um pouco maior do que o adotado nas análises estáticas (γ_D = 1,50). Entretanto, em termos de dimensionamento, a discrepância entre os esforços máximos de tração observados é muito pequena e todos os valores possuem um fator de segurança maior do que 2,0 em relação à carga de ruptura do cabo (*MBL*). Além do mais, como a análise dinâmica foi feita no domínio da frequência, as fases entre os deslocamentos foram perdidas e supôs-se que os máximos poderiam ocorrer no mesmo instante de tempo e na forma

mais desfavorável possível. Portanto, considera-se que o coeficiente de amplificação dinâmica de γ_D = 1,50 é adequado no estudo de caso analisado.

No que se refere à compressão das defensas, os esforços médios tiveram uma amplificação de γ_D = 1,51 devido à componente dinâmica do vento. Esse coeficiente é praticamente igual ao adotado nas análises estáticas (γ_D = 1,50). Em termos de dimensionamento, a discrepância é muito pequena, menor do que 10%. Destaca-se, contudo, que as configurações finais de equilíbrio das três análises são distintas, sendo a da estática linear simplificada com três defensas comprimidas e as demais com todas. Tal fato pode ser explicado pela pré-tensão dos cabos. Na análise estática não-linear o lançante e o través de popa afrouxam, enquanto na dinâmica linear o mesmo ocorre para o lançante e o *spring* de popa. Uma possível explicação é dada pela análise dinâmica ser realizada no domínio da frequência. Assim, as fases entre os deslocamentos foi perdida e supôs-se que os máximos ocorreriam no mesmo instante de tempo e na forma mais desfavorável possível. Nesse aspecto, a análise não linear é mais confiável, uma vez que o carregamento é aplicado incrementalmente a partir da posição de equilíbrio após a pré-tensão. É interessante ressaltar que a análise dinâmica iterativa evidenciou a influência do afrouxamento dos cabos na rigidez do sistema e, consequentemente, no comportamento do mesmo e deslocamento final. Tal ocorrência comprova a instabilidade e inconstância do sistema. Isto posto, seria conveniente a realização de uma análise no domínio do tempo para validar efetivamente o modelo no domínio da frequência proposto. O primeiro, contudo, está no estado da arte da análise dinâmica de sistemas de amarração de navios, por meio de, por exemplo, dos métodos de painéis no domínio do tempo (*Time Domain Panel Method*). Todavia, como explanado, o esforço máximo de compressão não difere tanto entre os modelos analisados e considera-se o coeficiente de amplificação dinâmica de γ_D = 1,50 é adequado no estudo de caso analisado.

É fundamental salientar a importância da adequada escolha do coeficiente de amplificação dinâmica das análises estáticas. Esta viabiliza o uso tanto da metodologia simplificada da norma espanhola ROM [8], quanto da metodologia ligeiramente mais elaborada (porém ainda simples) da análise estática não linear no dimensionamento de sistemas de amarração e das estruturas portuárias que os abrigam. Neste cenário, a abordagem dinâmica no domínio da frequência é capaz de validar ou refutar o valor adotado. À vista disso, esta última, apesar de suas limitações, é uma ferramenta poderosa e extremamente valiosa cuja aplicação é relativamente simples, quando comparada a uma análise dinâmica no domínio do tempo, e extremamente valiosa na prática de dimensionamento estrutural de estruturas portuárias.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho desenvolvido resulta em discussões interessantes no campo das análises estática e dinâmica do sistema de amarração de navios. O modelo linear proposto pela norma ROM 2.0-11 [8] é um método simples e rápido e, desde que o coeficiente de amplificação dinâmica seja adotado adequadamente, apresenta resultados confiáveis em termos de esforços máximos. Já o modelo não linear apresentado na Seção 2.2, baseado no modelo de Barros [14], reproduz o problema físico de maneira mais realista e pode evidenciar particularidades imperceptíveis ao modelo linear. A confiabilidade de seu resultado, contudo, também está sujeita ao coeficiente de amplificação dinâmica adequado. Já a análise dinâmica linear no domínio da frequência apresenta algumas limitações, como a hipótese de que o sistema seja linear em sua condição de equilíbrio médio, e dificuldades, como o cálculo prévio do equilíbrio médio e o tratamento das ações por teorias estocásticas. Entretanto, ela é de extrema importância pois é capaz de validar ou refutar o coeficiente dinâmico adotado na análise estática, além de melhor caracterizar o sistema e identificar a faixa de frequências que oferecem maior risco ao mesmo. Por fim, nos casos em que o sistema não é localmente linear, foi feita uma proposição de cálculo a favor da segurança, mas que precisaria ser validada por uma análise dinâmica mais completa no domínio do tempo. É interessante observar ainda que, o modelo dinâmico aqui proposto necessita dos modelos estáticos. O linear simplificado permite a especificação das características constitutivas dos elementos do sistema de amarração, enquanto o não-linear é responsável por calcular tanto a posição de equilíbrio médio, quanto os esforços no deslocamento dinâmico máximo.

Neste cenário, propõem-se algumas questões a serem avaliadas em trabalhos futuros, como a da ação dinâmica conjunta de onda e vento, ou mesmo a ação de outros espectros de vento que podem ter frequências excitantes mais próximas às naturais. Podem ser exploradas ainda a rigidez do sistema, realizando um mapeamento da mesma e das respectivas frequências naturais, conforme a atuação dos carregamentos médios em diversas direções. É necessário ainda explorar outros estudos de caso, com navios de diferentes portes e, consequentemente, diferentes rigidezes, ou mesmo em diferentes profundidades, uma vez que esse parâmetro afeta diretamente a determinação dos coeficientes hidrodinâmicos. Ou até casos com mais de uma embarcação acostada, como é o caso das operações do tipo *side-by-side* em termais de gás natural liquefeito (*LNG)* citadas neste trabalho. Outra questão interessante é a implementação do atrito entre as defensas e o navio, para a avaliação de sua influência nos resultados. Por fim, também fica como proposta de trabalho futuro uma análise completa no domínio do tempo que considere a variação dos coeficientes hidrodinâmicos com a frequência de excitação e a mudança de rigidez do sistema de acordo com o deslocamento do navio, que ratifique a análise dinâmica no domínio da frequência aqui proposta, principalmente quando o sistema não é localmente linear.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] MINISTÉRIO DA INFRAESTRUTURA – Dados de Transportes – Bancos de Informações de Transportes – Infraestrutura – Portos. Disponível em: http://www.infraestrutura.gov.br/component/content/article/63-bit/5110-bitpublic.html#infraporto. Acesso em 11 de fevereiro. 2020.

[2] ALFREDINI, P. **Obras e Gestão de Portos e Costas – A técnica aliada ao enfoque logístico e ambiental**. 1ª Ed, São Paulo, 2005. 688

[3] GAYTHWAITE, J.W. (Ed.). **Mooring of Ships to Piers and Wharves**. American Society of Civil Engineers. Estados Unidos, 2014.

[4] IGU. **World LNG Report - 2019 Edition**. International Gas Union, [S.l.], 2019. Disponível em: <www.igu.org>.

[5] GRANADA, L. J. S. **Logística de transporte de gás natural no Pré-Sal brasileiro: Modelo de otimização**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2017.

[6] GAYTHWAITE, J. W. **Design of Marine Facilities for the Berthing, Mooring, and Repair of Vessels**. 2nd ed. Virginia, USA: ASCE Press, 2004. 564 p.

[7] OCIMF. **Marine equipment guidelines**, 3rd ed. Witherby Seamanship Int. Livingston, UK, 2008

[8] Recomendaciones de Obras Marítimas. **Recomendaciones para el Proyecto y Ejecución en Obras de Atraque y Amarre (ROM 2.0-11**). Espanha, Junho 2012.

[9] TSINKER, G. P. **Port Engineering: Planning, Construction, Maintenance, and Security**. New Jersey, USA: John Wiley & Sons Inc, 2004. 564 p.

[10] ABNT **NBR9782:1987 – Ações em Estruturas Portuárias, Marítimas ou Fluviais**. Rio de Janeiro, 1987 – CANCELADA em 2015.

[11] British Standard. BS 6349:2014 – **Maritime Works. Code of Practice for Design of Fendering and Mooring Systems**. UK, Junho 2014

[12] PIANC – Permanent International Association of Navigation Congresses. **Guidelines for the Design of Fender Systems**. 2002;

[13] HARO, B. G. **Influência da Massa Adicional Hidrodinâmica na Análise Vibracional Global Vertical de um Navio Graneleiro**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro /COPPE. Rio de Janeiro, 2012.

[14] BARROS, P. **Dinâmica de Navios Atracados em Bacias Portuárias**. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2018.

[15] ANTOLLONI, G; CARBONARI, S.; GARA, F.; LORENZONI, C.; MANCINELLI, A. **Simple Physical Models to Simulate the Behavior of Buckling-Type Marine Fenders**. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 143(1):04016014, 2017.

[16] ALFREDINI, P. **Modelação Física do Comportamento de Navios Atracados na Otimização do Arranjo Geral de Obras Portuárias**. Tese de livre docência. Escola Politécnica. Universidade de São Paulo. São Paulo, 1991.

[17] PESCE, C. P. **Mecânica de Cabos e Tubos Submersos Lançados em "Catenária": uma Abordagem Analítica e Experimental**. Tese de livre docência. Escola Politécnica. Universidade de São Paulo. São Paulo, 1997.

[18] PESCE, C. P.; AMARAL, G. A.; FRANZINI, G. R. **Mooring System Stiffness: A General Analytical Formulation With an Application to Floating Offshore Wind Turbines.** *Proceedings of the ASME 2018 1st International Offshore Wind Technical Conference*. ASME 2018 1st International Offshore Wind Technical Conference. San Francisco, California, USA. November 4–7, 2018.

[19] NEWMAN, J. N. **Marine Hydrodinamics**. The M.I.T. Press, Cambridge MA/USA, 1977.

[20] WAMIT, Inc. **WAMIT® User Manual – Version 7.4**. WAMIT Incorporated and Massachusetts Institute of Technology, Chesnut Hill MA/USA, 2020. Disponível em: https://www.wamit.com/manual.html. Acesso em: 30 maio 2021.

[21] FRANCO, M. **O "Vento Sintético" e a Análise Dinâmica das Estruturas de Grande Altura no Domínio de Tempo**. [S.l: s.n.], 2003.

[22] FRANCO, M. **Direct Along Wind Dynamic Analysis of Tall Structures**. Boletim Técnico da Escola Politécnica, Universidade de São Paulo: EPUSP, 1993. 22 p.

[23] THOMSON, W. T. & DAHLEH, M. D. **Theory of Vibrations with Applications**. 5th ed., New Jersey, Printice Hall, 1997. 534pp.

[24] MEIROVITCH, L. **Fundamentals of Vibrations**. 1st ed., Singapore, McGraw Hill Book Co., 2001.

[25] WMO – World Meteorological Organization. **Guidelines For Converting Between Various Wind Averaging Periods In Tropical Cyclone Conditions.** Suíça, 2010.

[26] FEIKEMA, G. J.; WICHERS, J. E. W. **The effect of wind spectra on the low frequency motions of a moored tanker in survival conditions**. Offshore Technology Conference Nº. 6605, Houston, 1991.

[27] DNV – DERT NORSKE VERITAS. **Recommended Practice Det Norske Veritas Dnv-Rp-C205 - Environmental Conditions and Environmental Loads**. Oslo, 2010.

[28] WIRSCHING P. H., PAEZ, T. H., ORTIZ K. **Random Vibrations: Theory and Practice**. New York: Dover Publications, 2006.

[29] DAVENPORT, A. G. **The Application of Statistical Concepts to the Wind Loading of Structures**. Proc., Inst. of Civil Eng. (U.K.), 19, 449-472, 1961.

[30] DAVENPORT, A. G. **Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Function with Application to Gust Loading**. Proc., Inst. of Civil Eng. (U.K.), 28, 187-196, 1964.

[31] MAZZILLI, C. E. N.; ANDRÉ, J. C.; BUCALÉM, M. L.; CIFÚ, S. **Lições em Mecânica das Estruturas: Dinâmica**. São Paulo: Blucher, 2016.