

1- INTRODUÇÃO

Para estudo do comportamento não-linear de estruturas de concreto armado é necessário analisar a não-linearidade física do material e a não-linearidade geométrica da estrutura.

O conhecimento da rigidez da peça é de grande importância para determinação da deformabilidade e da estabilidade da estrutura.

A não-linearidade física é usualmente definida a partir das relações momento-normal-curvatura, porém, para uso prático, pode ser mais conveniente usar relações momento-normal-rigidez secante, pois estas relações fornecem diretamente os valores necessários às etapas de análises lineares nas quais são decompostas as análises não-lineares.

França (1991) propôs uma linearização das relações momento-curvatura sob a forma de rigidez secante, com base em parâmetros para caracterização da deformabilidade. Com a linearização da relação momento-curvatura, é possível a construção de ábacos de interação ($M_u - N_u$) nos quais estão também traçadas curvas de rigidez secante adimensional.

França (1991) construiu ábacos para seção transversal retangular com três tipos de disposição de armaduras, porém, para casos com mais valores de d'/h e com outras disposições de armadura é necessário estender a construção destes ábacos para mais valores de d'/h e acrescentar outras disposições de armadura para seção retangular. Existem arranjos que são usuais nas construções atuais e que atendem a NBR 6118:2003, ou seja, seguem as recomendações da norma brasileira no que diz respeito às disposições construtivas, dimensões da seção transversal e taxas máximas e mínimas de armadura sendo, portanto, necessário serem acrescentados ábacos para estas disposições.

Nesse sentido, este trabalho tem por objetivo:

- dar continuidade aos estudos iniciados por França em relação à rigidez de pilares em análises de segunda ordem;
- descrever os processos de substituição das relações momento-normal-curvatura pelas relações momento-normal-rigidez secante;
- construir ábacos para seção transversal retangular, seção retangular vazada, seção circular e seção circular vazada por serem de grande utilização nos projetos;
- demonstrar a aplicabilidade dos ábacos;
- apresentar, por meio de exemplos, os procedimentos necessários para a utilização dos ábacos nos dimensionamentos e verificações;
- comparar, com exemplos, os métodos simplificados adotados pela NBR 6118:2003, tanto o Pilar-Padrão como o Pilar-Padrão Melhorado utilizando a rigidez secante adimensional para consideração da não-linearidade física, com os processos adotados pelo boletim 16 da FIB (1996) e o Eurocode-2 (1992).

Os critérios que devem ser utilizados para analisar a deformabilidade e a estabilidade da estrutura são apresentados no segundo capítulo.

No terceiro capítulo são demonstrados os parâmetros empregados por França (1991) para caracterização da deformabilidade dos pilares.

No quarto capítulo é discutida uma proposta para linearização das relações momento-curvatura e são apresentados os procedimentos para obtenção da rigidez secante adimensional e da construção de ábacos de interação. Os ábacos construídos por França (1991) e os criados para novas seções são expostos, bem como, os processos simplificados da NBR 6118:2003 utilizando rigidez secante adimensional.

Os estudos com mais valores de d'/h e com outras disposições de armadura estão contidos no quinto capítulo, onde são, também, construídos ábacos para seção transversal retangular vazada, seção circular e seção circular vazada, por serem estas seções de grande utilização nos projetos.

No capítulo seis são apresentados exemplos de emprego desses ábacos, que podem ser de grande auxílio e aplicabilidade em problemas de dimensionamento e verificação, tanto em análises feitas com o Método Geral como em análises com o processo do Pilar Padrão e do Pilar Padrão Melhorado. Exemplos de aplicabilidade de utilização destes ábacos para seções retangulares pelo processo do Pilar-Padrão e do Pilar-Padrão Melhorado são apresentados, como também são mostrados métodos simplificados utilizados pela FIB (1996) para cálculo de pilares em análises de segunda ordem e comparados os valores com os adotados pela NBR 6118:2003. As seções retangulares e circulares vazadas são utilizadas principalmente em pontes e viadutos.

Este trabalho mostra a importância das relações momento-normal-rigidez secante de pilares em análises de segunda ordem e sua aplicabilidade.

2- A INSTABILIDADE E DEFORMABILIDADE EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

2.1- Fenômenos de Instabilidade em estruturas

São definidos como fenômenos de instabilidade aqueles casos que exigem consideração da influência das deformações para o cálculo dos esforços solicitantes da estrutura.

Nestes modelos, quando a força F é aplicada excentricamente, como mostrado pela figura 1, resulta na flexão lateral do pilar. Para que haja o equilíbrio, o momento fletor numa seção genérica deve ser igual ao momento externo, dado pela equação abaixo:

$$M_{int} = F(e + y)$$

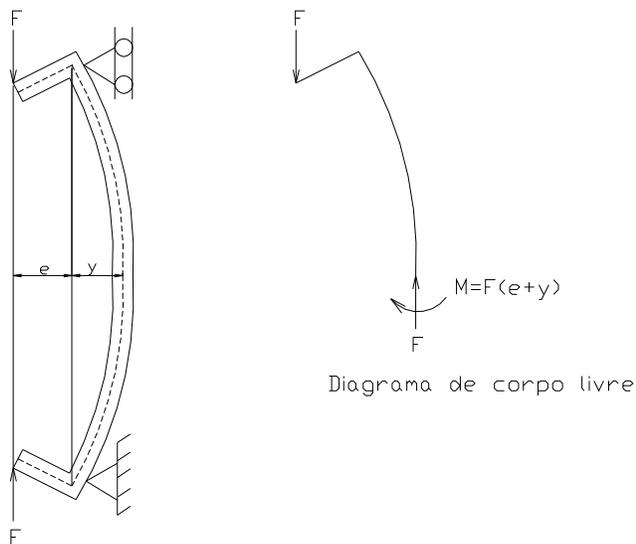


Figura 1 - Pilar solicitado excentricamente

O momento externo aumenta conforme a configuração deformada se altera pelo crescimento dos deslocamentos y até atingir um valor limite. Quando os momentos

externos crescem mais que os momentos internos, o equilíbrio não é mais estabelecido, ocorrendo a ruína da peça.

Na análise da estabilidade da peça, o fenômeno de instabilidade pode ocorrer de duas maneiras:

- instabilidade por bifurcação do equilíbrio
- instabilidade por ponto limite

A ocorrência da bifurcação do equilíbrio consiste no problema de uma barra reta de material elástico linear, sem imperfeições iniciais, submetida à compressão axial centrada, como mostra a figura 2. Este modelo é teórico, pois não ocorre na prática nas estruturas de concreto armado.

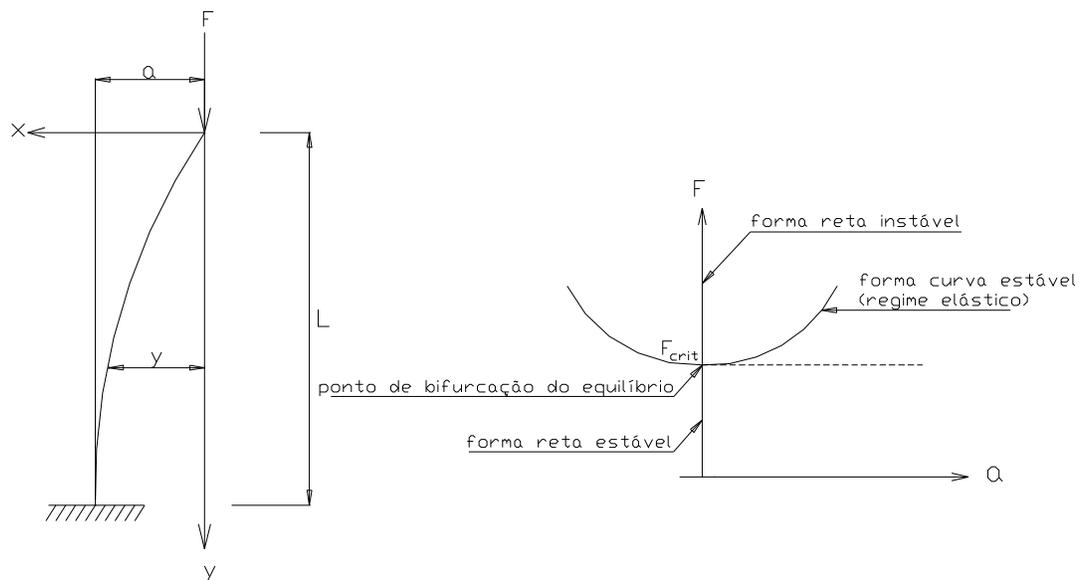


Figura 2 - Bifurcação da trajetória de equilíbrio

Quando a força F atinge um valor crítico F_{crit} a trajetória de equilíbrio se bifurca, e para valores $F > F_{crit}$ o pilar pode assumir duas possíveis posições de equilíbrio: uma posição retilínea instável e outra configuração deformada estável.

O fenômeno descrito acima, que ocorre para uma configuração geométrica próxima da inicial, é o fenômeno de flambagem. A carga crítica, para as condições de contorno mostradas, é a carga de Euler, dada por:

$$F_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{4l^2}$$

Se o pilar for constituído por um material de comportamento não-linear, o ramo para valores $F > F_{crit}$ é decrescente e instável.

O problema do ponto limite, mostrado na figura 3, ocorre nos casos em que um pilar esbelto é carregado excentricamente por uma carga F . Ele atingirá um valor crítico F_{crit} para o qual o momento fletor externo não será equilibrado pelo momento fletor interno da seção transversal crítica. Isto significa que o momento externo cresce mais que o interno. Com isso, caracteriza-se uma situação de instabilidade na flexão composta, na qual a perda de equilíbrio não apresenta bifurcação. Este caso é típico de ocorrer em pilares de concreto armado. A ruína da peça decorre do aumento dos esforços para $F=F_{crit}$, e conseqüentemente a ruptura por esgotamento da capacidade da seção transversal da peça.

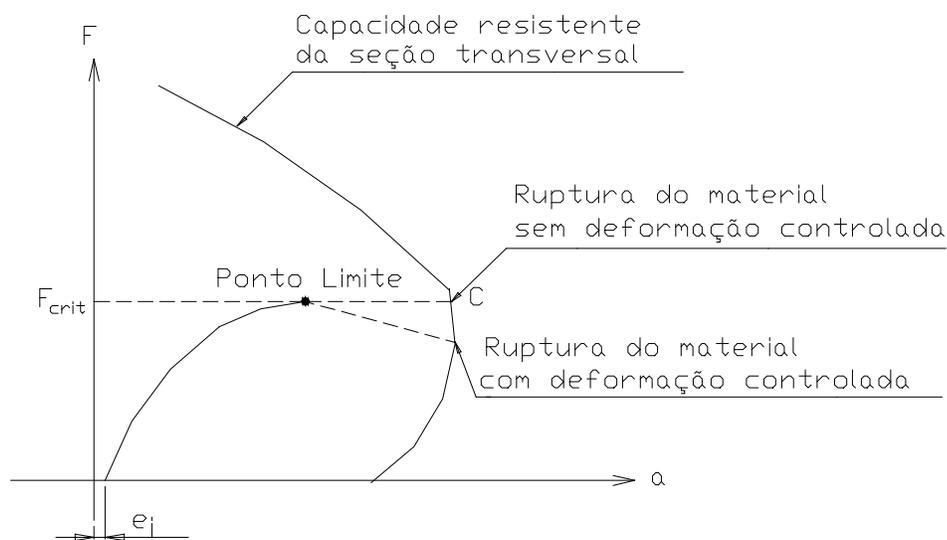


Figura 3 – Ponto limite

Pode-se ilustrar as formas de ruína, ou por ruptura do material ou por instabilidade, por meio do uso de diagramas de interação.

Considerando-se um pilar livre em balanço e traçando as curvas momento fletor – força normal (M - N) para seções transversais de pilares de diferentes índices de esbeltez, submetidos a força normal N, obtém-se o resultado mostrado na figura 4.

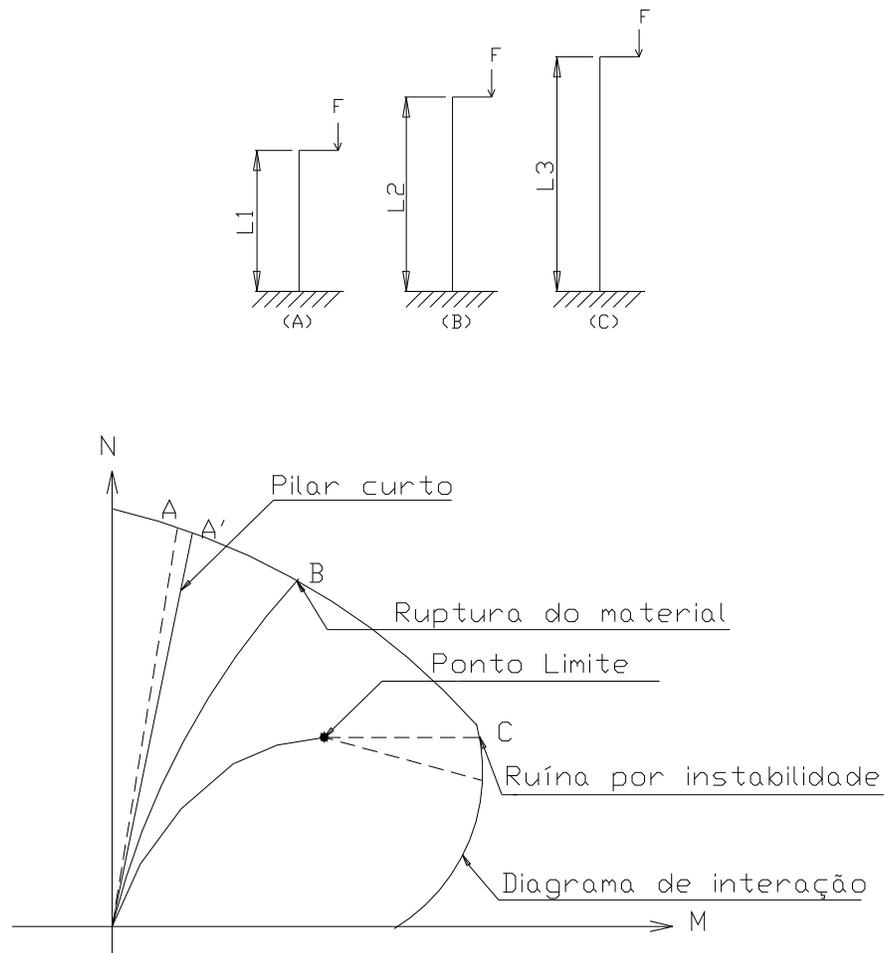


Figura 4 - Ruínas por ruptura do material e por instabilidade

A curva O-A` referente a um pilar curto é praticamente igual a curva O-A que corresponde à situação na qual os efeitos de segunda ordem são desprezados. Para um pilar medianamente esbelto a curva O-B já indica uma redução significativa da carga crítica por motivo das deformações ocorridas. Este pilar atingirá a ruptura

quando a curva momento fletor – força normal ($M - N$) interceptar o diagrama de interação no ponto B. É o caso que ocorre com a maioria dos pilares pertencentes a pórticos contraventados. Se o pilar for muito esbelto, a flecha da configuração fletida assumirá um valor máximo para o qual o valor da derivada $\delta M / \delta N$ tende ao infinito ou se torna negativa. Quando isto acontece, o pilar torna-se instável ocorrendo ruína após atingir o ponto limite. Este fenômeno pode ocorrer com peças contraventadas muito esbeltas ou com pilares esbeltos pertencentes a pórticos de nós deslocáveis.

2.2- A deformabilidade das estruturas de concreto armado

Para se obter uma estrutura de concreto armado estável é importante que se determine quais são as hipóteses básicas para consideração dos cálculos das deformações e esforços solicitantes. Para isso, é necessário levantar questões para definição dos valores dos parâmetros que caracterizam o comportamento reológico dos materiais para estudo da deformabilidade para diferentes estados limites.

Sabe-se que é difícil obter com exatidão a resistência e as outras propriedades mecânicas do concreto, pois estas dependem muito do processo de execução e do controle de qualidade adotado. O processo de execução é muito importante, pois a resistência e as características mecânicas do concreto dependem muito do lançamento, adensamento e cura.

Quando se introduz a segurança para verificação da capacidade portante da peça, ela é feita com base nos valores de cálculo para as resistências nas seções críticas, com isso os valores característicos das resistências são minorados pelo coeficiente γ_c . Este coeficiente é decomposto em três fatores, que são γ_{c1} , γ_{c2} e γ_{c3} . O primeiro leva em consideração a variabilidade da resistência efetiva, transformando a resistência característica num valor extremo, ou seja, com menor probabilidade de ocorrência. O segundo considera as diferenças entre a resistência efetiva do material da estrutura e a resistência convencional, medidas em corpos-de-prova padronizados. O terceiro leva em consideração possíveis imperfeições ou defeitos localizados de concretagem

e também incertezas existentes na determinação dos esforços resistentes em decorrência do método de cálculo utilizado.

Empregando estes valores de cálculo para definição das características reológicas do concreto obtém-se uma deformabilidade excessiva para a estrutura, mas percebe-se que este parâmetro está exagerado, pois a probabilidade de ocorrência destes fenômenos simultaneamente em todas as seções é muito baixa.

França (1991) já levantou esta questão e conclui-se que ela precisa ser resolvida para que se possam obter parâmetros de projeto mais coerentes no que diz respeito a deformabilidade.

Este trabalho utiliza os mesmos parâmetros para consideração das hipóteses básicas para o cálculo das deformações e esforços sugeridos por França (1991) e adotados pela NBR 6118:2003.

3- PARÂMETROS DE PROJETO PARA ANÁLISES NÃO-LINEARES DE SEGUNDA ORDEM EM ESTRUTURAS RETICULADAS DE CONCRETO ARMADO

3.1- Hipóteses Básicas

As hipóteses básicas que serão adotadas para a construção das relações momento-curvatura de barras de concreto armado são as consideradas por França (1991) e que são usualmente admitidas pelas várias normas de projeto estrutural.

Estas hipóteses constituem alguns dos parâmetros que regem as análises não-lineares de segunda ordem. Entende-se por análises não-lineares as análises que levam em conta a não-linearidade física dos materiais e a não-linearidade geométrica das estruturas.

As hipóteses adotadas são:

- As seções transversais ao eixo longitudinal da peça permanecem planas e normais ao eixo deformado até o estado limite último (ELU);
- A variação das deformações nas barras da armadura é igual à variação adjacente das deformações do concreto;
- O Estado Limite Último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos pela NBR 6118:2003 (figura 5);

reta a: tração uniforme;

domínio 1: tração não uniforme, sem compressão;

domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\epsilon_c < 3,5\%$ e com máximo alongamento permitido);

domínio 3: flexão simples ou composta com ruptura a compressão do concreto e com escoamento do aço ($\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$);

domínio 4: flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ($\epsilon_s < \epsilon_{yd}$);

domínio 4 a: flexão composta com armaduras comprimidas;

domínio 5: compressão não uniforme, sem tração;

reta b: compressão uniforme.

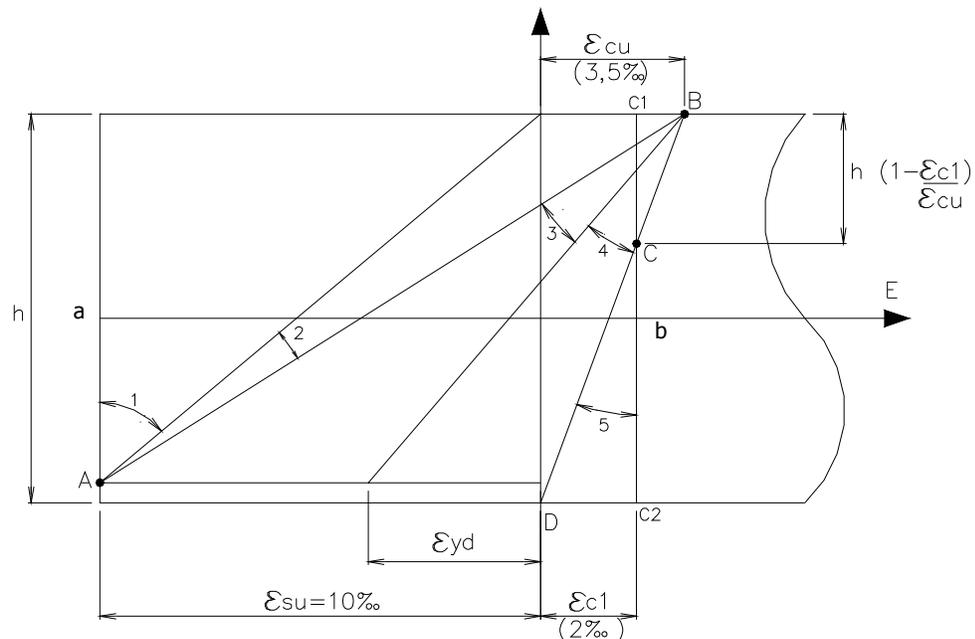


Figura 5 - Domínios de deformações que caracterizam o Estado Limite Último

- As leis constitutivas (salvo o que concerne à fluência) são consideradas independentes do tempo e de carregamentos anteriores;
- A colaboração do concreto à tração entre fissuras é considerada por métodos aproximados. Usualmente ela será desconsiderada no cálculo dos efeitos de segunda ordem;

- Para as relações tensão-deformação dos aços serão adotados os parâmetros dados pela NBR 6118:2003;
- As considerações feitas neste trabalho valem para concretos constituídos de agregados normais, com resistência na faixa de 20 a 50 MPa, ou seja, estão excluídos concretos de alta resistência e concretos com agregados leves

3.2- Diagramas Tensão-Deformação para o Concreto

Admite-se que a relação tensão-deformação do concreto, para carregamentos uniaxiais de curta duração, tenha o aspecto dado pela figura 6.

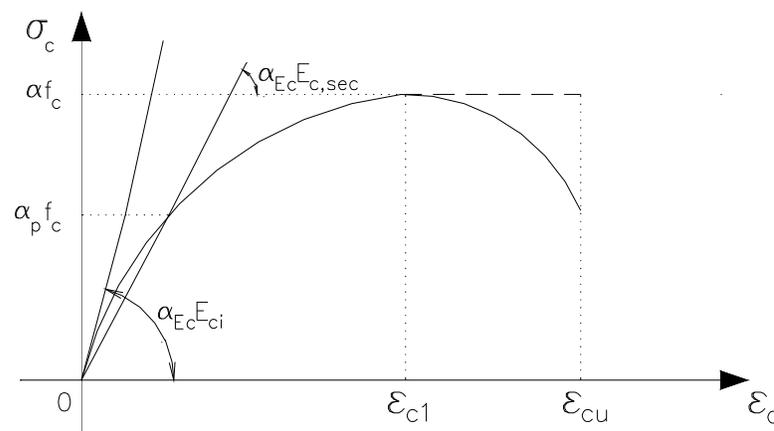


Figura 6 - Diagrama tensão-Deformação para o concreto para cargas de curta duração

Onde:

f_c : resistência do concreto com valor adequado ao tipo de análise efetuada, serviço, ELU, etc. Utiliza-se o valor da resistência correspondente ao quantil estatístico adequado, associado à idade de 28 dias.

α : coeficiente utilizado para considerar os efeitos de carga de longa duração, a resistência na idade do evento em questão e a temperatura do concreto.

α_{Ec} : coeficiente para corrigir o valor do módulo de elasticidade para diferentes idades de carregamento e diferentes temperaturas.

E_{ci} : módulo de elasticidade tangente na origem do diagrama.

$E_{c,sec}$: módulo de elasticidade secante, definido pela tensão $\alpha_p f_c$ para a idade de 28 dias. Usualmente é definido pelo valor secante correspondente a valores de tensão de origem de 0,3 a 0,5 f_c , sendo usado em análises onde se supõe resposta linear do concreto, Estádios I e II fundamentados no Método Clássico.

$E_{c,desc}$: módulo de elasticidade que define o comportamento para descarregamentos.

ϵ_{c1} : deformação correspondente ao pico da tensão de compressão.

ϵ_{cu} : deformação correspondente à ruptura convencional do concreto.

Os valores de f_c , E_{ci} e $E_{c,sec}$ devem ser consistentes com o concreto suposto para o elemento ou segmento em análise, ou seja, valores médios, característicos ou de projeto.

O módulo de elasticidade E_{ci} , a resistência do concreto f_c e o valor da deformação ϵ_{c1} têm variabilidades diferentes e não totalmente correlacionados. O tipo de cura, o agregado ou os aditivos incorporados ao concreto pode afetar mais fortemente o valor do módulo de elasticidade do que a resistência. O Código Modelo 1990 (MC-90) do Comité Européen du Béton (CEB) chega a afirmar que estas variáveis são mutuamente independentes, o que parece ser um certo exagero.

A consideração da deformação lenta para análises de segunda ordem pode ser obtida de maneira aproximada por meio de uma transformação do diagrama da figura 6, multiplicando-se as deformações por $(1 + \phi)$, onde ϕ é o coeficiente de fluência adequado à análise efetuada. O diagrama que é resultado da mesma está mostrado na figura 7.

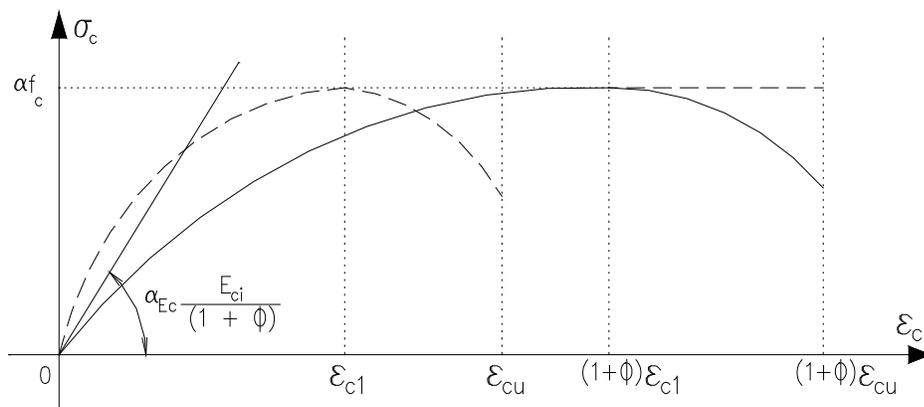


Figura 7 - Diagrama aproximado tensão-deformação do concreto para cargas de longa duração

O Código Modelo MC-90 do CEB adota, para a relação tensão-deformação, uma curva do tipo caracterizado na figura 6. Esse diagrama também é conhecido como diagrama tensão-deformação de Grasser, divulgador dessa proposição.

O Eurocode-2 “Design of Concrete Structures” adota, para o cálculo de esforços e deformações, o mesmo tipo de relação tensão-deformação de Grasser usado pelo MC-90 do CEB, e, para o cálculo dos esforços resistentes últimos, o diagrama parábola-retângulo convencional, admitindo também o uso de diagramas triângulo-retangular e retangular.

3.3- Relações Constitutivas para o Concreto

Neste trabalho, para o cálculo das deformações em análises não-lineares de segunda ordem pelo Método Geral, é adotada a formulação de Grasser para definir o comportamento do concreto, e:

$$\sigma_c = \alpha f_c \frac{K \eta - \eta^2}{1 + (K - 2)\eta} \quad \text{para } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$$

onde:

$$\alpha = 0,85$$

$$f_c = \frac{f_{ck}}{1,08} = \frac{1,40}{1,08} \frac{f_{ck}}{1,4} = 1,30 f_{cd}$$

$$E_{ci} = \frac{10000}{(1 + \phi)} f_c^{1/3} \quad (\text{MPa}) , \text{ este valor deve ser calibrado para fornecer um}$$

módulo secante E_{cs} , correspondente a $0,45f_c$, análogo ao adotado em projetos.

Este valor de projeto quando não se conhece o material é sugerido pela NBR

$$6118:2003 \text{ como } E_{cs} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}}$$

$$K = E_{ci} \frac{\varepsilon_{c1}}{f_c}$$

$$\varepsilon_{c1} = (1 + \phi) 2,2\%$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}$$

$$\varepsilon_{cu} = (1 + \phi) 3,5\%$$

Tem-se que:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad \text{com } \gamma_c = 1,4$$

$$\alpha f_c = 0,85 \cdot 1,30 f_{cd} = 1,1 \cdot f_{cd} , \text{ valor simplificado pela NBR 6118:2003.}$$

Para concretos com f_{ck} menores que 45 MPa, é possível, a favor da segurança, a substituição da curva de Grasser, que também é utilizada pelo CEB, por diagramas do tipo parábola-retângulo tradicional, mas os erros são pequenos mesmo para $f_{ck}=50$ MPa.

São adotadas as definições de domínios da NBR 6118:2003, diagrama tensão-deformação definido pela parábola-retângulo e fator α (Rusch) igual a 0,85 para verificação da capacidade resistente das seções críticas.

Utilizam-se curvas momento-curvatura construídas a partir do diagrama parábola-retângulo, como base para as análises, já que torna-se possível a criação de ábacos adimensionais válidos para diferentes valores de f_{cd} , o que não é viável com o diagrama de Grasser, pois ele tem sua forma modificada para cada valor de f_{cd} , com isso seria necessário traçar ábacos específicos para cada classe de concreto. Os valores de rigidez fornecidos pelo diagrama parábola-retângulo podem, em alguns casos, ser um pouco menores ou maiores que os fornecidos a partir do diagrama de Grasser; entretanto, essa diferença é pequena e será desprezada.

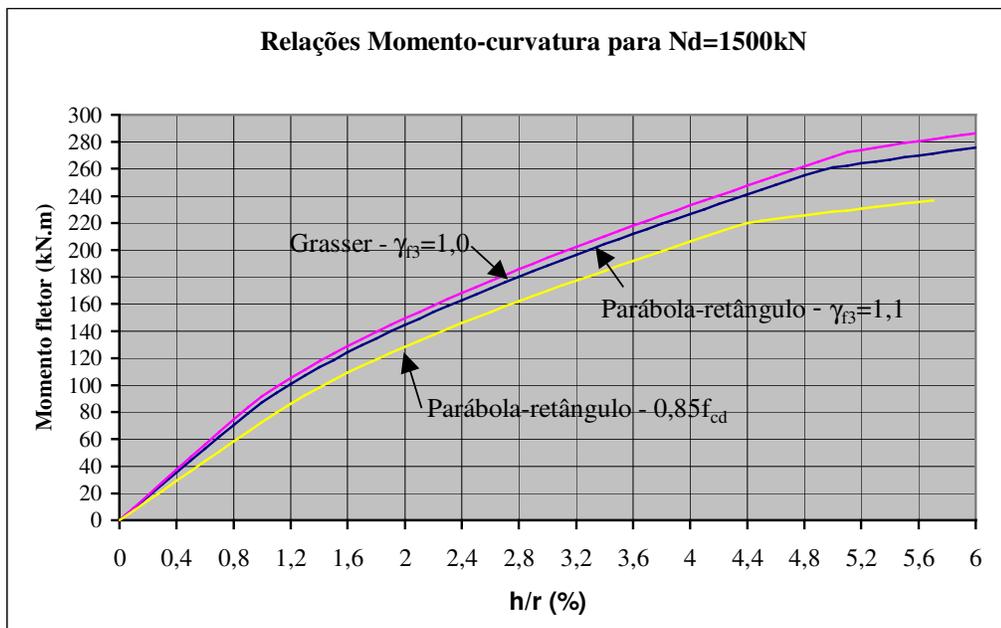


Figura 8 - Comparação do diagrama parábola-retângulo e o de Grasser para $N_d=1500\text{kN}$

3.4- Consideração da Deformação Lenta

Como já foi visto, para se considerar a fluência de maneira aproximada, tem-se que transformar o diagrama tensão-deformação do concreto pelo fator $(1+\phi)$. Este método poderá ser utilizado de dois modos.

O primeiro modo consiste em avaliar os efeitos de segunda ordem por causa da fluência por meio de uma análise de segunda ordem da estrutura carregada com as cargas quase permanentes majoradas de coeficientes apropriados. O valor do coeficiente de fluência corresponde a $\phi(t, t_0)$ adequado à idade da estrutura. Os deslocamentos ou as curvaturas residuais são considerados como valores iniciais existentes na estrutura que é carregada com as combinações últimas adequadas, atuando instantaneamente.

O segundo modo, que é mais prático, consiste em carregar a estrutura com as combinações últimas, levando em conta as relações tensão-deformação dos vários elementos do concreto, afetadas por um coeficiente de fluência equivalente (para todo carregamento) ϕ_{eq} dado por:

$$\phi_{eq} \cong \alpha_N \alpha_M \phi(t, t_0)$$

onde

$\phi(t, t_0)$ coeficiente de fluência para a estrutura na idade t , carregada na idade t_0

α_N fração da força normal que produz fluência

α_M fração do momento fletor de primeira ordem que produz fluência

O MC-90 considera que se os momentos fletores de segunda ordem forem inferiores a 10% dos momentos de primeira ordem, é possível desprezar a consideração da fluência.

3.5-Relações Constitutivas para o Aço

A relação tensão-deformação do aço que é utilizado usualmente nas construções pode ser simplificada conforme diagrama da figura 9.

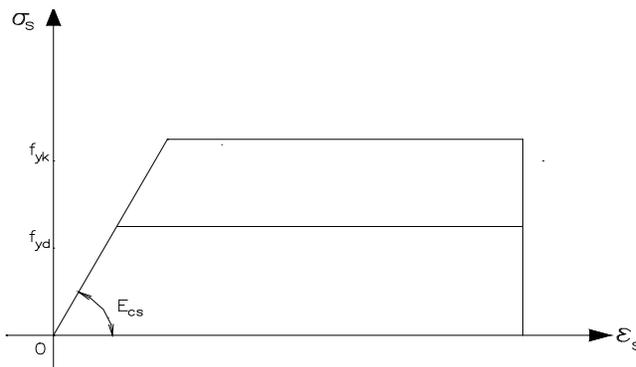


Figura 9 – Diagrama tensão-deformação idealizado para o aço

Essa simplificação é adotada pela NBR 6118:2003, assim como pelo CEB, para os aços tipo A e também para o tipo B. O MC-90 limita a aplicação de suas regras a aços normais com tensões de escoamento características até 500 MPa (CA-50). A NBR 6118:2003 admite para o módulo de elasticidade E_s o valor de 210 GPa.

Já os valores propostos pelo Eurocode (1989) e MC-90 para a tensão máxima a ser consideradas nas análises são:

- Para análise em serviço:

$$f_y = f_{ym.estrutura} \cong f_{yk} \quad E_{sm} = E_s = 200 \text{ GPa}$$

- Para análises não-lineares, com ou sem não-linearidade geométrica, e para análises da capacidade portante das seções críticas:

$$f_y = f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad \text{com } \gamma_s = 1,15$$

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

Por coerência com a postura adotada em relação ao concreto, deveriam ser utilizados valores maiores de f_y , para a avaliação das deformações da estrutura nas análises não-lineares, no entanto, como a influência do uso de f_y com um valor intermediário entre f_{yk} e f_{yd} para estas análises é pequena, considera-se a favor da segurança f_{yd} .

Neste trabalho é adotada a relação tensão-deformação dada pela NBR 6118:2003 para o aço, onde o módulo de elasticidade do aço na região de resposta linear é tomado como constante e de valor igual a 210 GPa. Para o valor de f_y será sempre tomado f_{yk}/γ_s com $\gamma_s=1,15$, seja para o cálculo das deformações e esforços solicitantes, seja para a verificação da capacidade portante das seções críticas.

3.6-Introdução da Segurança nas Ações, para Análises Não-Lineares de Segunda Ordem

As condições analíticas de segurança estabelecem que as resistências de cálculo não devem ser menores que as solicitações de cálculo e devem ser verificadas em relação a todos os estados limites e todos os carregamentos especificados para o tipo de construção considerada, ou seja, em qualquer caso deve ser respeitada a condição:

$$R_d \geq S_d$$

Onde S_d são as solicitações ou efeitos das ações externas sobre a estrutura nos seus valores de cálculo e R_d os esforços resistentes de cálculo determinados a partir dos valores das resistências dos materiais.

A NBR 8681:2003 “Ações e Segurança nas Estruturas” especifica dois formatos para a introdução da segurança, são eles:

Formato I:

$$S_d = S_d (\gamma_{f1} \psi_o \gamma_{f3} \cdot F_k)$$

Formato II:

$$S_d = \gamma_{f3} S(\gamma_{f1} \psi_o \cdot F_k)$$

Sendo:

F_k : ação, força aplicada à estrutura, com seu valor característico ou de referência;

γ_{f1} : coeficiente de majoração das ações, que leva em conta a variabilidade própria de cada ação;

ψ_o : coeficiente de combinação das ações, que leva em conta a probabilidade de atuação de diferentes ações em seus valores máximos;

γ_{f3} : coeficiente de majoração, que leva em conta imperfeições do modelo de cálculo que possam afetar a intensidade dos efeitos estruturais de interesse para a segurança.

O formato I é o tradicionalmente utilizado nas estruturas, entretanto, quando da análise de problemas com não-linearidade física e geométrica, ao se majorarem as ações com o valor total dos coeficientes de segurança γ_f , superestimam-se os efeitos na estrutura. Para corrigir esse fato, foi introduzido o formato II, onde se subdivide o coeficiente de majoração em três parcelas ($\gamma_{f1}, \gamma_{f2}, \gamma_{f3}$), cada qual tratando de uma origem de aleatoriedade.

A norma de ações e segurança (NBR 8681:2003) prescreve de forma clara que nas análises com não-linearidade geométrica deve ser adotado o formato II, tomando-se, para γ_{f3} , um valor superior ou igual a 1,1.

Neste trabalho são adotadas as especificações da norma NBR 8681:2003, ou seja, o formato II, que é semelhante ao da NBR 6118:2003, como modo de introdução da segurança nas ações e nos seus efeitos, dado por:

$$S_d = \gamma_{f3} S(\gamma_{f1} \psi_o \cdot F_k)$$

Adotando-se $\gamma_{f3} = 1,10$, os valores de γ_{f1} são calculados a partir dos valores de γ_f divididos por γ_{f3} .

Para consideração dos efeitos de fluência nos esforços de segunda ordem, são adotados os coeficientes de majoração das cargas quase permanentes dados pelo Eurocode-2, que são:

$$\gamma_f = 1,2 \text{ para estruturas isostáticas}$$

$$\gamma_f = 1,1 \text{ para estruturas hiperestáticas}$$

Portanto, as deformações e solicitações da estrutura são calculadas com uma combinação de carregamento dada por $\frac{\gamma_f}{\gamma_{f3}} \cdot \psi_0 \cdot F_k$ e com curvas momento-curvatura construídas a partir de diagramas tensão-deformação baseados em valores dados por $1,3 \cdot 0,85 f_{cd}$ para o concreto e f_{yd} para o aço. Após esse procedimento, os esforços serão majorados de γ_{f3} e comparados com os esforços resistentes de cálculo obtidos para o diagrama tensão-deformação do concreto elaborados para $0,85 \cdot f_{cd}$ (seção transversal mais solicitada e é condicionante da capacidade portante da peça).

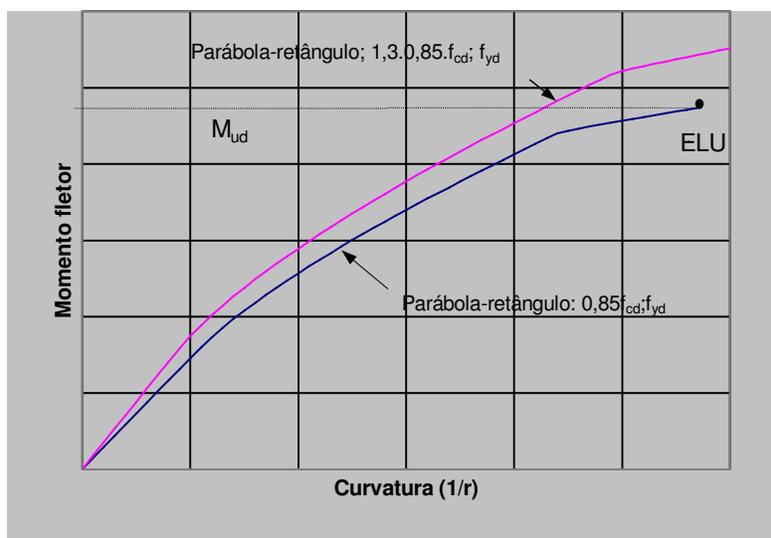


Figura 10 - Diagrama momento-curvatura esquemático

4- UTILIZAÇÃO DE VALORES DE RIGIDEZ SECANTE BASEADOS NA LINEARIZAÇÃO DAS RELAÇÕES MOMENTO-CURVATURA PARA ANÁLISES DE SEGUNDA ORDEM

A utilização da relação momento-curvatura é necessária quando se precisa considerar a não-linearidade física dos materiais. A construção desta relação é feita a partir de parâmetros adequados, nos quais foram mencionados no capítulo anterior.

Na resolução de problemas simples, como colunas isoladas, é possível a utilização direta das curvas momento-curvatura, e usualmente, a consideração da não-linearidade geométrica é feita pelo processo do Pilar Padrão. A literatura com esta abordagem é extensa. (CEB (1990), Santos (1987), Fusco (1986)), utilizando-se, no entanto, relações momento-curvatura construídas a partir de $0,85f_{cd}$.

Para problemas complexos, adota-se o Método Geral, que consiste num processo de solução iterativo, ou seja, em cada etapa é considerada a não-linearidade geométrica do sistema, por meio de matrizes de rigidez com termos não-lineares, ou pelo Processo P- Δ . Com os esforços obtidos no final de cada etapa, são reavaliados os valores de rigidez dos elementos, com o auxílio das relações momento-curvatura. Obtém-se a solução final quando os valores de deslocamento de referência entre uma etapa e outra são aproximadamente iguais. Os valores de rigidez também devem coincidir com os valores obtidos a partir dos esforços iguais.

Na utilização do Método Geral, podem ser fornecidos a partir de valores secantes ou a partir de valores tangentes para a rigidez dos segmentos. Os valores secantes, tomados a partir da origem, são mais usuais, razão pela qual são adotados neste trabalho.

4.1- Definição da rigidez secante adimensional ou relativa

Para a construção de ábacos com validade para várias seções e tipos de concreto, é conveniente adotar valores adimensionais de rigidez.

Para seções retangulares e circulares tem-se:

$$\kappa = \frac{EI_{i,sec}}{A_c h^2 f_{cd}} \text{ para seção cheia}$$

$$\kappa_o = \frac{EI_{i,sec}}{A_c h_o^2 f_{cd}} \text{ para seção vazada}$$

Sendo:

$$EI_{i,sec} = \frac{M_i}{(1/r)_i}$$

Onde:

- M_i valor do momento para o qual a rigidez secante está sendo definida;
- $(1/r)_i$ curvatura correspondente ao momento M_i ;
- h altura da seção na direção do plano de atuação do momento M_i para seção retangular ou o diâmetro para seção circular;
- h_o distância entre o centro de gravidade das armaduras na direção do plano de atuação do momento M_i para seção retangular ou circular;
- $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ valor da resistência de cálculo do concreto à compressão, com $\gamma_c = 1,4$;
- A_c área da seção transversal de concreto.

As definições de outros adimensionais utilizados são:

- força normal adimensional ou relativa

$$v_i = \frac{N_i}{A_c f_{cd}}$$

- momento fletor adimensional

$$\mu = \frac{M_i}{A_c h f_{cd}} = \frac{e_i}{h} v \quad \text{para seção cheia}$$

$$\mu_o = \frac{M_i}{A_c h_o f_{cd}} = \frac{e_i}{h_o} v \quad \text{para seção vazada}$$

- excentricidade relativa, definida quando $N_i \neq 0$

$$\frac{e_i}{h} = \frac{M_i}{h N_i} \quad \text{para seção cheia}$$

$$\frac{e_i}{h_o} = \frac{M_i}{h_o N_i} \quad \text{para seção vazada}$$

- taxa mecânica de armadura

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}$$

A razão para utilização de κ_o e μ_o para seções vazadas é apresentada no quinto capítulo deste trabalho.

4.2- Proposta de linearização das relações momento-curvatura

A proposta de se adotar as relações momento-curvaturas linearizadas nas análises de segunda ordem já vem sendo utilizada há muito tempo, porém, alguns dos processos de linearização propostos não passam pela origem, dificultando assim a sua utilização.

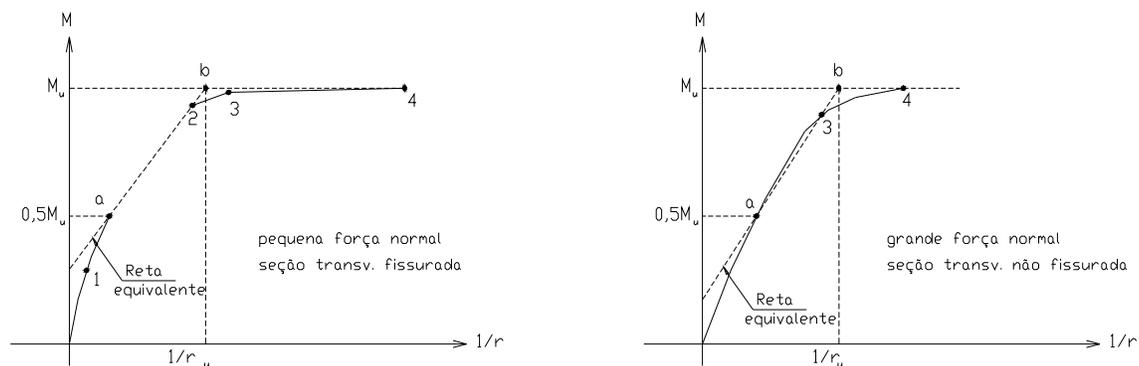


Figura 11 – Linearização proposta por Kordina e Quast (1986)

Hoffmann apud França (1991) adaptou uma proposta feita por Kordina e Quast (1986) para os padrões da NBR 6118:1978; enquanto Molzahn apud França (1991) adaptou-a para os critérios do CEB. Estas adaptações usam como base de linearização diagramas momento-curvatura construídos a partir de valores de cálculo das resistências do concreto $0,85 f_{cd}$ e do aço f_{yd} , diagrama tensão-deformação parábola-retângulo, e não possuem no coeficiente de segurança a subdivisão de γ_{f3} .

França (1991) propôs um processo mais simples de linearização da relação momento-curvatura visando obter um procedimento prático e que contemplasse a utilização de relações constitutivas baseadas nos valores αf_c e f_y descritos no Capítulo 3 e a subdivisão do coeficiente de segurança γ_f .

A linearização proposta por França (1991) toma como base as curvas momento-curvaturas construídas a partir do diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e valores de $\alpha f_c = 0,85 \cdot 1,3 f_{cd}$, $f_y = f_{yd}$ e $\gamma_{f3} = 1,10$. Ela consiste em substituir a relação momento-curvatura por uma reta que liga a origem do diagrama (A) ao ponto (B) correspondente à interseção entre o momento fletor último dividido por γ_{f3} (M_{ud}/γ_{f3}) e a curva momento-curvatura conforme figura 12.

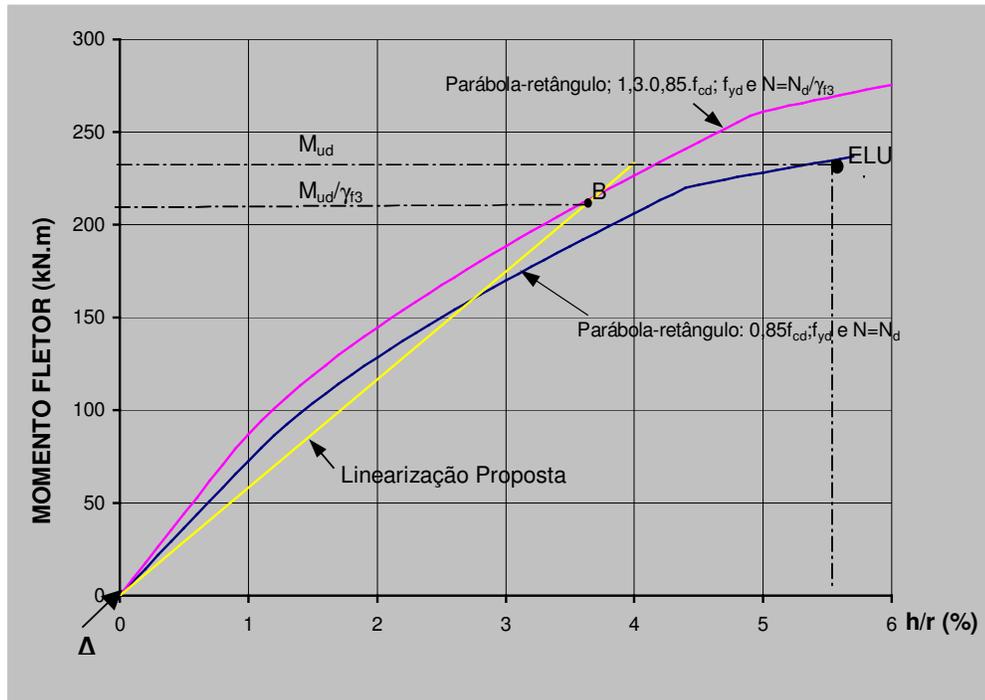


Figura 12 - Linearização Proposta

A rigidez secante dada por essa reta será chamada de EI_{cs} , e o correspondente valor de rigidez secante adimensional κ será dado por:

$$\kappa = \frac{EI_{cs}}{A_c h^2 f_{cd}} = \frac{\frac{M_{ud}}{\gamma_{f3}}}{\frac{1}{r_{cs}}} \frac{1}{A_c h^2 f_{cd}} \quad \text{para seção cheia}$$

$$\kappa_o = \frac{EI_{cs}}{A_c h_o^2 f_{cd}} = \frac{\frac{M_{ud}}{\gamma_{f3}}}{\frac{1}{r_{cs}}} \frac{1}{A_c h_o^2 f_{cd}} \quad \text{para seção vazada}$$

Esse valor de rigidez secante adimensional, único, será adotado para qualquer intensidade de momento fletor, e será calculado para diferentes valores de força normal, taxa e arranjo da armadura.

A razão de adotar o diagrama parábola-retângulo como base e não o diagrama proposto por Grasser, adotado pelo CEB, ocorre pelo fato que é viável a criação de diagramas adimensionais válidos para diferentes valores de f_{cd} , o que não acontece com o diagrama de Grasser, que tem sua forma modificada para cada classe de concreto. Os valores de rigidez obtidos a partir do diagrama parábola-retângulo podem, em algumas ocasiões, ser um pouco maiores ou menores que os obtidos a partir do diagrama de Grasser. Como essa diferença é pequena e usualmente a favor da segurança, será desprezada.

A influência maior do coeficiente γ_{f3} se dá no cálculo do efeito da não-linearidade geométrica.

4.3- Procedimento para obtenção de κ e construção de ábacos de interação para seções retangulares e circulares, cheias e vazadas.

Ábacos com curvas de interação são construídos com a utilização dos valores de rigidez secante adimensional κ e com os procedimentos descritos a seguir.

Dada uma seção transversal retangular, circular cheia ou vazada com arranjo de armadura definido, são construídas curvas de interação dos valores últimos (M_{ud} , N_d) para várias taxas de armadura, como mostra a figura 13.

Para cada conjunto de valores ($A_{s,tot}$, N_d , M_{ud}) é construído o trecho da curva momento-curvatura (com $N = N_d/\gamma_{f3}$, $\alpha f_c = 0,85 \cdot 1,3 f_{cd}$ e f_{yd}), e calculado o valor de $1/r_{cs}$ correspondente a M_{ud}/γ_{f3} e N_d/γ_{f3} , como mostra a figura 14. O valor da rigidez secante adimensional κ é dado pela expressão mostrada anteriormente. Com isso, obtêm-se, para o conjunto de pontos escolhidos, os valores ($A_{s,tot}$, N_d , M_{ud} , κ). Em seguida são necessárias interpolações para se obterem os pares (N_d , M_{ud}) que correspondem a valores inteiros de κ . Unindo-se os pontos com mesmos valores de rigidez secante, obtêm-se as curvas de κ em função de N_d , M_d , como mostra a figura 15.

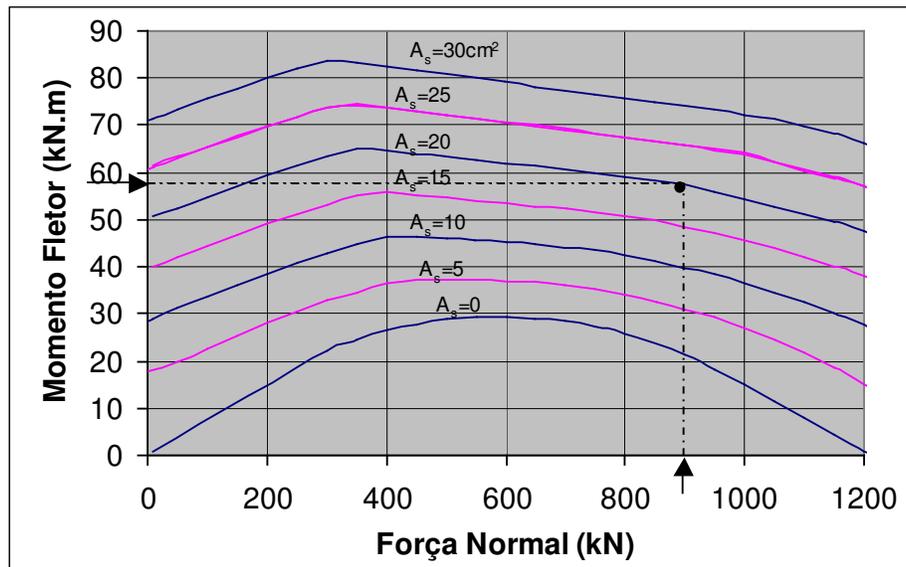


Figura 13 - Curvas de interação dos valores últimos para várias taxas de armadura.

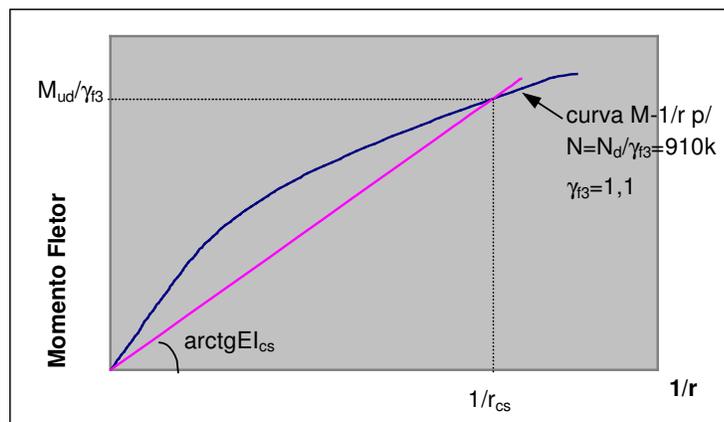


Figura 14 - Processo de obtenção de κ

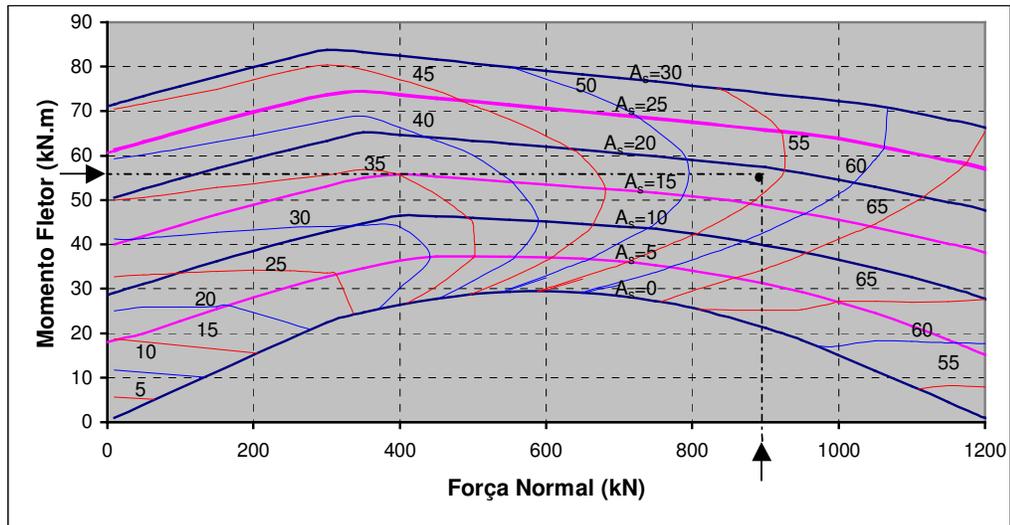


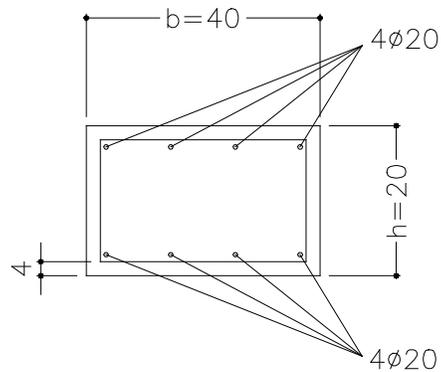
Figura 15 - Curvas de interação e valores de κ correspondentes

As figuras 13, 14 e 15 foram construídas baseadas no seguinte exemplo:

$$f_{ck}=25 \text{ MPa}$$

$$d'=5 \text{ cm}$$

$$N_d=1000 \text{ kN}$$



Nota-se na figura 13 que ao entrar com o valor de $N_d=900 \text{ kN}$ e $M_d=57,5 \text{ kNm}$, obtém $A_s=20 \text{ cm}^2$ e em seguida, com M_d/γ_{f3} e $1/r$ calcula-se o valor da rigidez secante adimensional κ através da figura 14 que, conseqüentemente está apresentado na figura 15, onde encontra-se diretamente $\kappa=54$.

capítulo e, construídos ábacos novos, com o mesmo procedimento e considerações mostradas acima, para as seguintes seções:

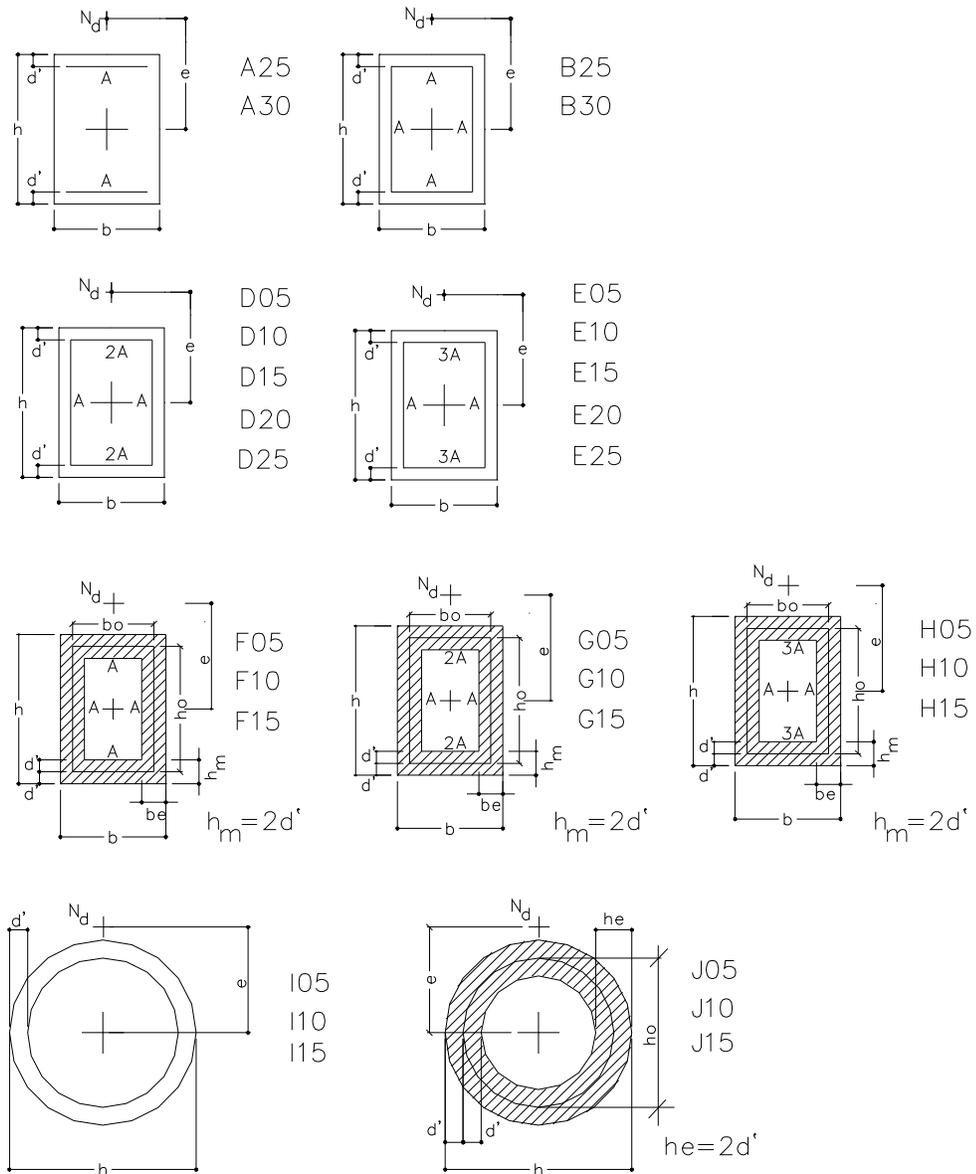


Figura 17 – Arranjos de armadura elaborados no trabalho

e os adimensionais dados por:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}$$

$$\mu = \frac{M_d}{A_c h f_{cd}} = \frac{e \cdot N_d}{A_c h f_{cd}} = \frac{e}{h} \nu \quad \text{para seção cheia}$$

$$\mu_o = \frac{M_d}{A_c h_o f_{cd}} = \frac{e \cdot N_d}{A_c h_o f_{cd}} = \frac{e}{h_o} \nu \quad \text{para seção vazada}$$

$$\omega = \frac{A_{s,tot} f_{yd}}{A_c f_{cd}}$$

$$\kappa = \frac{EI_{cs}}{A_c h^2 f_{cd}} \quad \text{para seção cheia}$$

$$\kappa_o = \frac{EI_{cs}}{A_c h_o^2 f_{cd}} \quad \text{para seção vazada}$$

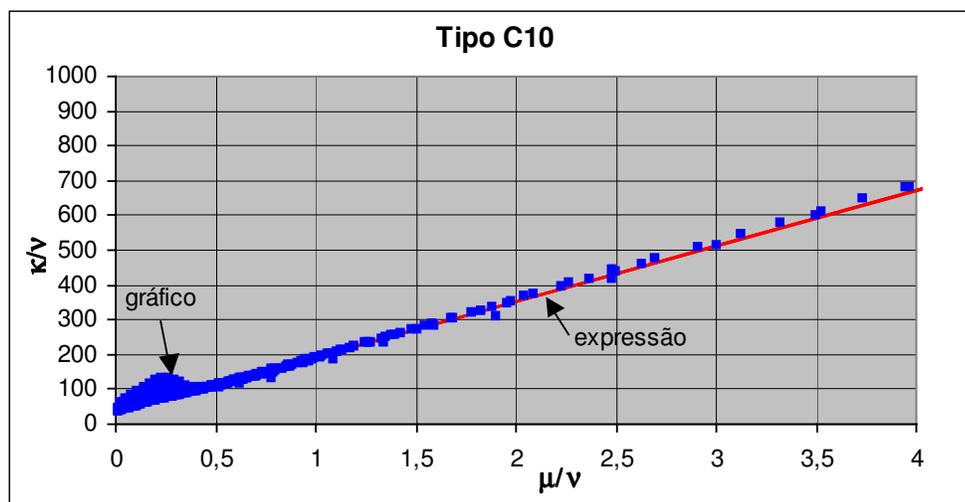
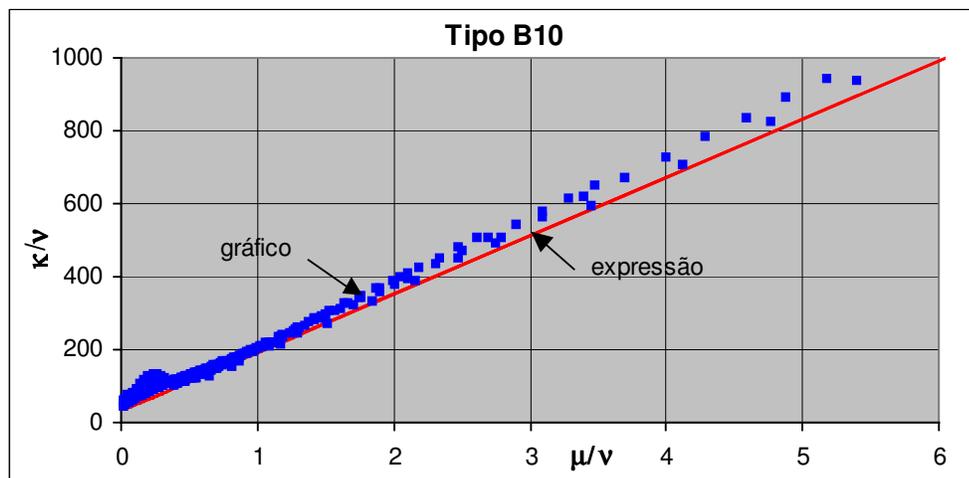
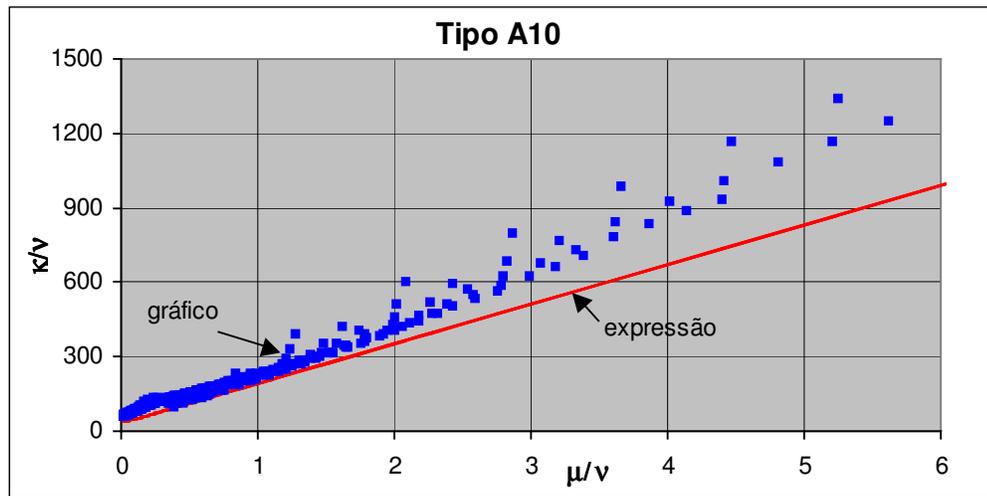
Os ábacos estão contidos no anexo A do trabalho. Para seção vazada, tanto retangular como circular, é utilizada a relação d'/h_o ao invés de d'/h , como é apresentado no quinto capítulo.

No sexto capítulo são elaborados exemplos de aplicação com o auxílio desses ábacos e mostrados suas aplicabilidades.

4.4- Expressão aproximada da rigidez adimensional κ

A expressão que apresenta o valor da rigidez adimensional κ aproximada é retirada das curvas de interação adimensionais Momento-Normal-Rigidez Secante. Através dos ábacos construídos monta-se um gráfico de μ/ν em função de κ/ν dos valores encontrados nos ábacos e ao construir uma reta paralela a esses valores com a expressão $\frac{\kappa}{\nu} = 32 \left(1 + 5 \frac{\mu}{\nu} \right)$ nota-se que ela está próxima a esses valores.

A seguir são apresentados alguns gráficos construídos com os arranjos tipo A, B, C, D e E com $d/h=0,10$ como justificativa da expressão apresentada.



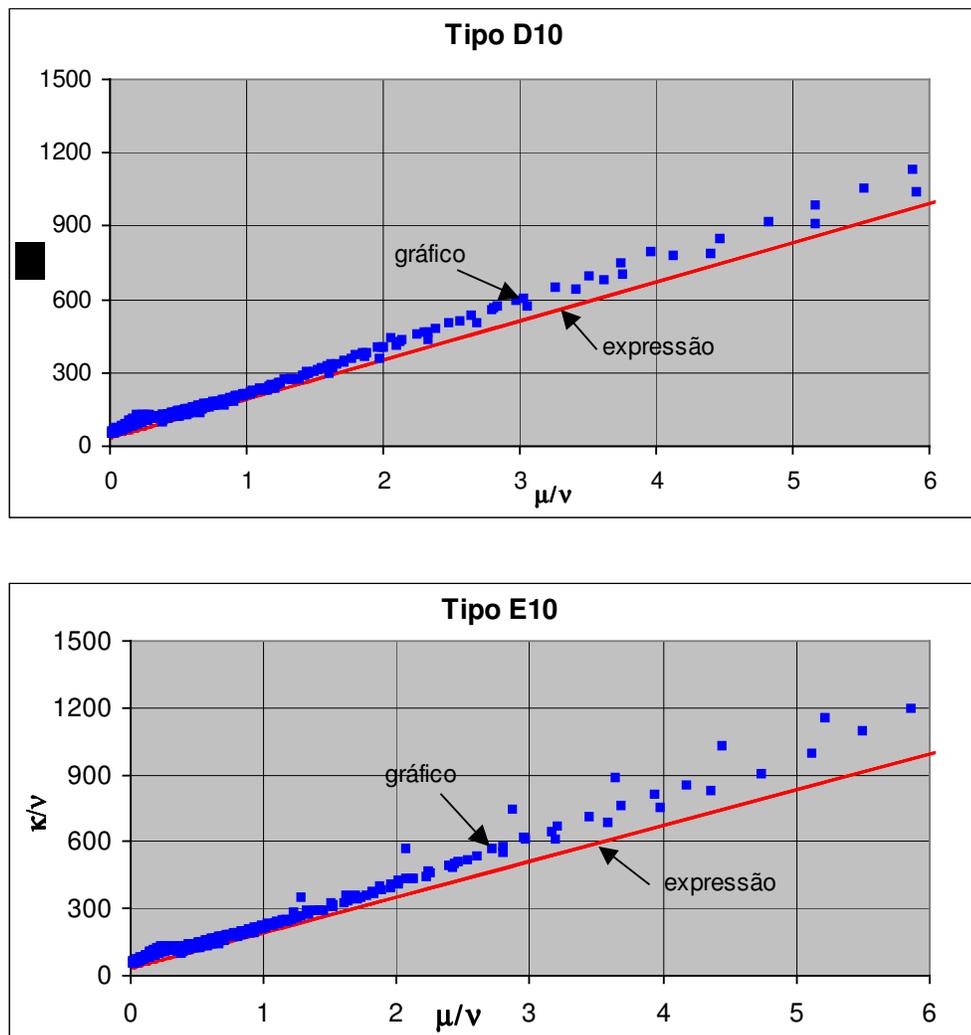


Figura 18 – Gráficos de comparação da rigidez secante κ obtida pelos ábacos e obtidas pela expressão aproximada

Um exemplo de cálculo utilizando este processo e comparando com métodos utilizando os ábacos de rigidez secante construídos neste trabalho é apresentado no capítulo seis.

4.5- Processos Simplificados para solução de pilares isolados utilizando rigidez secante adimensional

A NBR 6118:2003 apresenta processos simplificados utilizando a rigidez secante aproximada para determinação dos esforços locais de segunda ordem por métodos aproximados como o do Pilar-Padrão e do Pilar-Padrão Melhorado, que são apresentados a seguir:

4.4.1- Método do Pilar-Padrão com rigidez κ aproximada da NBR 6118:2003

Este método pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$, seção retangular constante, armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo.

A não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal e a não-linearidade física é considerada por meio de uma expressão aproximada de rigidez.

O momento total máximo no pilar é calculado a partir da majoração do momento de 1ª ordem pela expressão:

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120\kappa / \nu}} \geq M_{1d,A} \text{ ou } M_{1d,min} \text{ (o maior dos dois valores)} \quad (\text{equação A})$$

O valor da rigidez adimensional κ aproximada é:

$$\kappa = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{hN_d} \right) \nu \quad (\text{equação B})$$

onde têm-se os seguintes valores para α_b :

$$- \alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40 \quad \text{para pilares biapoiados sem carga transversal,}$$

onde M_A e M_B são os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar.

- $\alpha_b = 1,0$ para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura

- $\alpha_b = 0,80 + 0,20 \frac{M_C}{M_A} \geq 0,85$ para pilares em balanço, onde M_A é o momento de 1ª ordem no engaste e M_C é o momento de 1ª ordem no meio do pilar

de 1ª ordem no engaste e M_C é o momento de 1ª ordem no meio do pilar

- $\alpha_b = 1,0$ para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo estabelecido na norma.

A solução é dada pelo valor de κ que satisfaz as equações A e B é única.

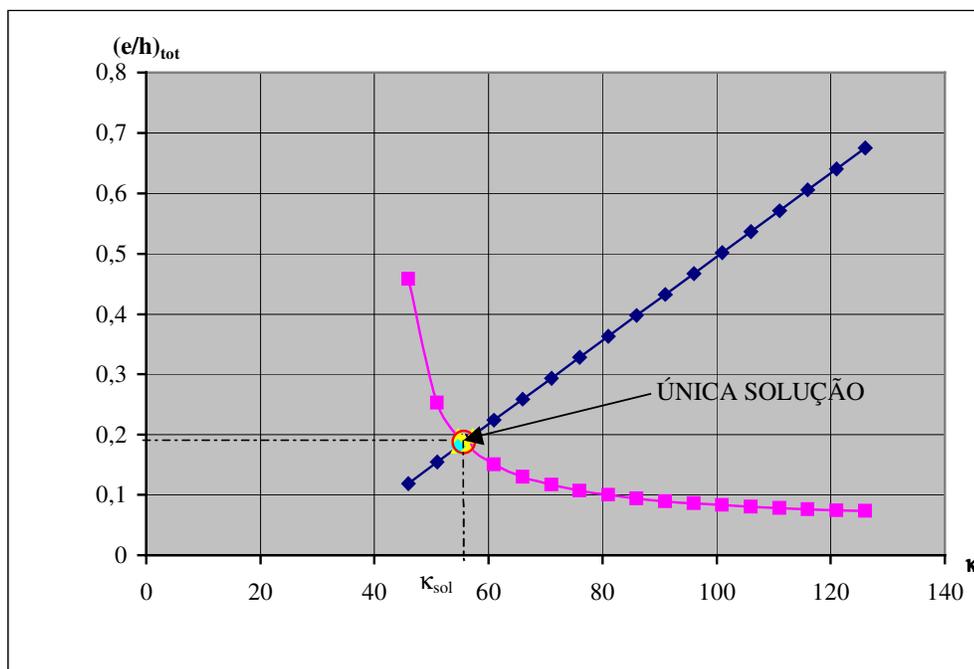


Figura 19 - Solução gráfica da expressão de κ aproximada

Pode-se usar o processo de cálculo iterativo, onde usualmente duas a três iterações são suficientes, mas existem casos onde a convergência fica dificultada, embora a solução exista, sugere-se nestes casos modificar o processo de iteração ou buscar a solução analítica das equações A e B.

O método do Pilar-Padrão também pode ser usado com a rigidez secante κ retirada dos ábacos de interação.

4.4.2- Método do Pilar-Padrão Melhorado com rigidez secante adimensional

O processo, já descrito por França (1991), é válido para pilares de seção e armadura constantes, que tenham um carregamento cujo momento máximo total ocorra na base da coluna, incluindo segunda ordem.

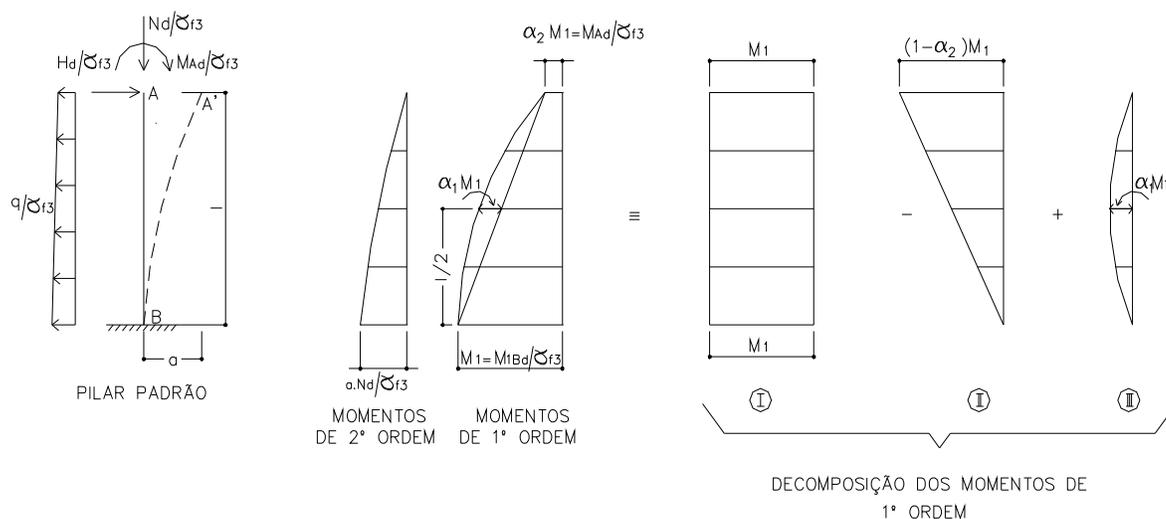


Figura 20 - Pilar-Padrão Melhorado com carregamento de cálculo dividido por γ_{f3}

Neste processo a curvatura na base do pilar é decomposta em uma parcela ($1/r_1$) por causa dos momentos de primeira ordem, e outra parcela ($1/r_2$) em virtude de momentos de segunda ordem. Admite-se a linearização da relação momento-curvatura, ou seja, a mesma rigidez para o cálculo dos deslocamentos de primeira e segunda ordem, conforme figura 21.

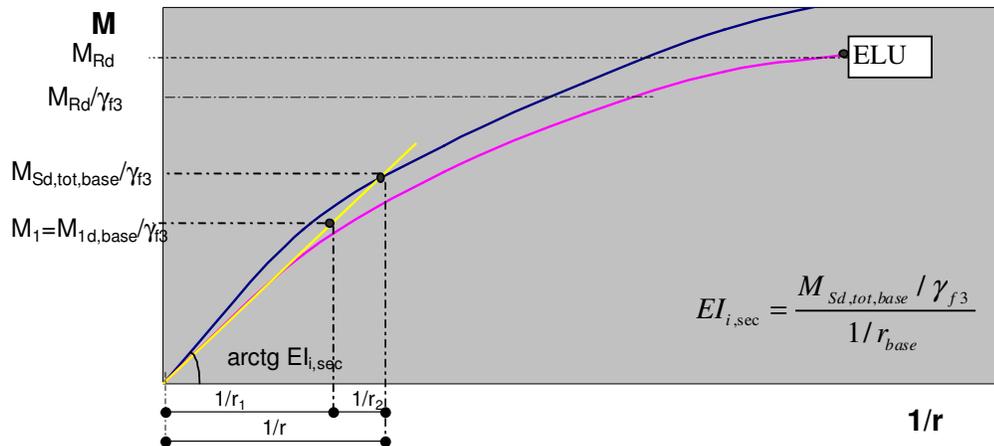


Figura 21 – Relação momento-curvatura

$$\frac{1}{r_{base}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$$

Somente a parcela de deslocamentos de segunda ordem segue uma variação senoidal, com isso o deslocamento total é dado pela soma das parcelas de primeira e segunda ordem.

$$a_{tot} = a_1 + a_2$$

Sendo que:

$$a_2 \cong \frac{1}{10} l_e^2 \frac{1}{r_2} = \frac{1}{10} l_e^2 \frac{M_2}{EI_{i,sec}}$$

O deslocamento de primeira ordem é decomposto em três parcelas, conforme figura 20, que correspondem à contribuição dos diagramas I, II e III de momentos de primeira ordem.

Parcela I

$$a_{1,I} = \frac{M_1}{EI_{i,sec}} \frac{l^2}{2} = 1,25 \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r_1}$$

Parcela II

$$a_{1,II} = (1 - \alpha_2) \frac{M_1}{EI_{i,sec}} \frac{l^2}{6} = -(1 - \alpha_2) \frac{l_e^2}{24} \frac{1}{r_1}$$

Parcela III

$$a_{1,III} = \alpha_1 \frac{M_1}{EI_{i,sec}} \frac{l^2}{3} = \alpha_1 \frac{l_e^2}{12} \frac{1}{r_1}$$

Portanto, o deslocamento total de primeira ordem é:

$$a_1 = (1 - \alpha_c) \frac{l_e^2}{10} \frac{M_1}{EI_{i,sec}} \quad \text{onde:}$$

$$\alpha_c = 1 - \left(1,25 - \frac{1 - \alpha_2}{2,4} + \frac{\alpha_1}{1,2} \right) = \frac{1}{6} - \frac{\alpha_1}{1,2} - \frac{\alpha_2}{2,4}$$

O valor de α_c mostrado acima coincide com o definido no Manual de Instabilidade do CEB (1990).

O deslocamento total é:

$$a_{tot} = a_1 + a_2 = [(1 - \alpha_c)M_1 + M_2] \frac{l_e^2}{10EI_{i,sec}}$$

Como o valor do momento de segunda ordem é:

$$M_2 = \frac{N_d}{\gamma_{f3}} a_{tot}$$

Agrupando as equações tem-se que:

$$M_2 = \frac{(1 - \alpha_c) \alpha_E M_1}{1 - \alpha_E} \quad \text{onde:}$$

$$\alpha_E = \frac{N_d l_e^2}{\gamma_{f3} 10EI_{i,sec}}$$

O momento total na base é dado por:

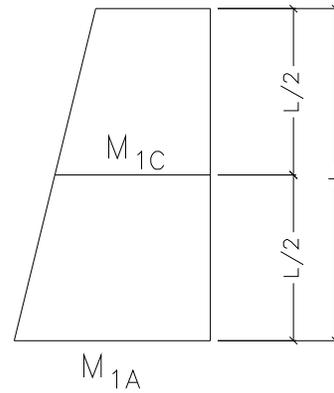
$$M_{d,base,tot} = \gamma_{f3} (M_1 + M_2) = \gamma_{f3} M_1 \left[1 + \frac{(1 - \alpha_c) \alpha_E}{1 - \alpha_E} \right]$$

Que resulta em:

$$M_{d,base,tot} = M_{1d,base} \frac{1 - \alpha_c \alpha_E}{1 - \alpha_E} \quad \text{com}$$

$$\alpha_E = \frac{N_d l_e^2}{10\gamma_{f3} EI_{i,sec}} = \frac{v \left[\frac{l_e^2}{h} \right]^2}{10\gamma_{f3} \kappa}$$

O método do Pilar-Padrão Melhorado é mais exato que o método do Pilar-Padrão, pois ele separa a curvatura do momento de primeira ordem e de segunda ordem, ou seja, importa o formato do diagrama do momento de primeira ordem e, conseqüentemente, o tipo de carregamento. Já o Pilar-Padrão supõe uma deformada senoidal total na barra, o que muitas vezes, pode estar contra a segurança. A figura abaixo apresenta os casos em que o Pilar-Padrão está contra ou a favor da segurança.



Se $M_{1C} < 0,7 M_{1A} \rightarrow$ Pilar-Padrão a favor da segurança

Se $M_{1C} = 0,7 M_{1A} \rightarrow$ Pilar-Padrão = Pilar-Padrão Melhorado

Se $M_{1C} > 0,7 M_{1A} \rightarrow$ Pilar-Padrão contra a segurança

Figura 22 – Verificação do método do Pilar-Padrão

No Capítulo seis também são apresentados exemplos utilizando o processo do Pilar-Padrão melhorado e feitas comparações com outros métodos de cálculo.

5- ESTUDO PARA DEFINIÇÃO DO CONJUNTO DE DIMENSÕES E ARRANJOS DE ARMADURAS DE PILARES UTILIZADOS ATUALMENTE NAS EDIFICAÇÕES

A rigidez de um pilar de concreto armado é função de sua geometria e das variáveis mecânicas dos materiais envolvidos. Para definirem as seções e seus arranjos necessários para serem abrangidos, serão feitos alguns estudos dos casos usuais nos edifícios.

5.1- Estudo das possibilidades de arranjos de armaduras de pilares atendendo a NBR 6118:2003

Este trabalho tem como um dos objetivos aumentar a quantidade de ábacos de momento-normal-rigidez secante elaborados por França (1991), acrescentando-se mais possibilidades de d/h para os arranjos de armadura e criando-se arranjos novos para seções retangulares e circulares, cheias e vazadas.

Considerando-se que existem infinitos arranjos de armaduras que podem ser criados, têm que impor critérios para limitar o estudo. Assim, serão utilizados arranjos de armaduras de pilares que são mais freqüentes nas edificações atuais e que satisfaçam a norma NBR 6118:2003.

Algumas exigências descritas no que diz respeito à disposição construtiva das barras, das dimensões mínimas e máximas das peças, limites das taxas de armaduras, etc., têm que ser respeitadas para atender a NBR 6118:2003. São mostrados os limites de variação das diversas grandezas que influenciam na determinação da geometria do pilar.

5.1.1- Dimensões limites da peça:

Para pilares de seção retangular, a maior dimensão da seção transversal não deve exceder cinco vezes a menor dimensão, ou seja, se isso não acontecer, a peça deve ser analisada como pilar-parede.

A seção transversal não deve apresentar dimensão menor que 19 centímetros, mas em casos especiais, permite-se a consideração de dimensões entre 19cm e 12cm, desde que se multipliquem as ações a serem consideradas no dimensionamento por um coeficiente adicional proposto na Norma. Não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm^2 .

5.1.2- Disposição relativa às armaduras

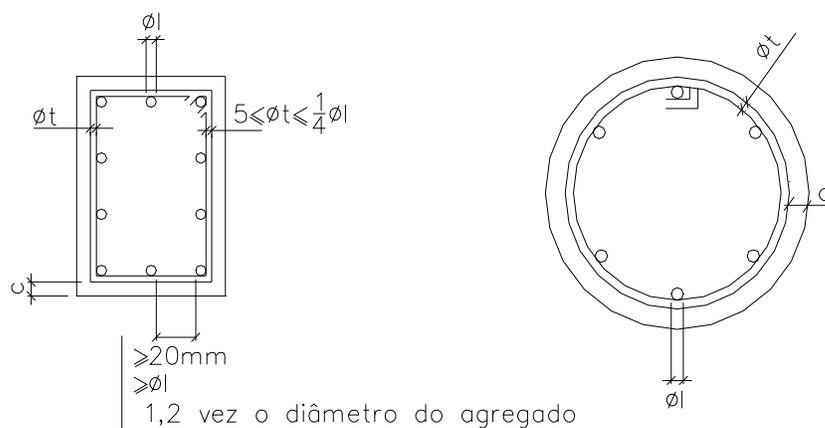


Figura 23 – Disposições das armaduras

- Armaduras longitudinais:

O diâmetro das barras longitudinais não deve ser inferior a 10mm nem superior a 1/8 da menor dimensão transversal.

Elas devem ser dispostas na seção transversal de forma a garantir a adequada resistência do elemento estrutural, portanto, em seções

poligonais devem existir pelo menos uma barra em cada vértice e em seções circulares, no mínimo seis barras distribuídas em seu perímetro.

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medidos no plano da seção transversal e fora da região de emendas, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores: 20mm; o diâmetro da barra, do feixe ou da luva; 1,2 vez o diâmetro máximo do agregado. O espaçamento máximo entre eixos das barras, ou do centro de feixes de barras, deve ser menor ou igual a duas vezes a menor dimensão, sem exceder 400mm.

- Armaduras transversais

O diâmetro dos estribos não deve ser inferior a 5mm nem a ¼ do diâmetro da barra isolada ou do diâmetro equivalente do feixe que constitui a armadura longitudinal.

- Cobrimento

O cobrimento nominal depende da classe de agressividade ambiental, em pilares varia entre 25 e 50mm. Estes cobrimentos estão sempre referidos à superfície da armadura externa, em geral à face externa do estribo.

5.1.3- Valores de taxas de armaduras longitudinais limites

A área de armadura longitudinal mínima deve ser:

$$A_{s,\min} = (0,15N_d / f_{yd}) \geq 0,004A_c$$

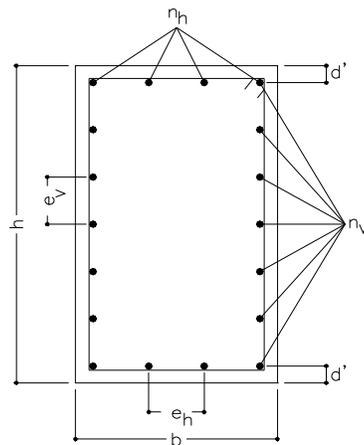
E o valor máximo da área deve ser:

$$A_{s,\max} = 8,0\%A_c$$

A maior área de armadura longitudinal possível deve ter taxa de 8% da seção real, considerando-se inclusive a sobreposição de barras de armadura existente em regiões de emenda.

Dentro desses limites apresentados, construiu-se uma tabela para estudar as diversas possibilidades de disposição das armaduras e das dimensões da seção transversal da peça com a geometria e as condições mostradas abaixo. Esta tabela encontra-se no Anexo B do trabalho.

GEOMETRIA



b = largura

h = altura

c = cobrimento

e_h = espaçamento na direção do lado b

e_v = espaçamento na direção do lado h

d = altura útil

ϕ_t = diâmetro da armadura transversal

ϕ_ℓ = diâmetro da armadura longitudinal

Condições

$2,5\text{cm} \leq c \leq 3,5\text{cm}$ (mais usual)

$10\text{mm} \leq \phi_\ell \leq 1/8$ da menor dimensão

$5\text{mm} \leq \phi_t \leq 1/4\phi_\ell$

$h \geq 12\text{cm}$

$b \leq 5h$

$2\text{cm}, \phi_\ell$ e 1,2 vez o diâmetro do agregado $\leq e_v \leq 30\text{cm}$

$2\text{cm}, \phi_\ell$ e 1,2 vez o diâmetro do agregado $\leq e_h \leq 30\text{cm}$

A expressão para o cálculo de α_s é:

$$\alpha_{b,s} = \frac{(n_v - 1)}{(n_h - 1)} \text{ para o sentido de b}$$

$$\alpha_{h,s} = \frac{(n_h - 1)}{(n_v - 1)} \text{ para o sentido de h}$$

Para taxa de armadura ρ nota-se na tabela que o valor máximo é de 4%, sendo que a Norma admite valores até 8%, porém a maioria dos pilares possui sobreposição de armadura nas emendas, então já está sendo considerada esta sobreposição, diminuindo o valor pela metade.

Nota-se também que para o cobrimento o valor máximo adotado é 3,5cm, pois é o mais usual nas construções atuais devido à classe de agressividade ambiental, ficando entre a classe média e a forte.

5.2- Limites de variação de d'/h necessários para cada tipo de arranjo de seção retangular cheia

Para a construção dos ábacos são necessários alguns parâmetros que caracterizam as curvas momento-curvatura, como a relação d'/h .

Na tabela do Anexo B são apresentados valores para d'/h e d'/b para seções retangulares cheias, significa que quando o pilar está submetido à flexão normal composta com o momento fletor M_d na direção de h é adotado d'/h e $\alpha_{h,s}$. Quando o momento fletor M_d está na direção de b é adotado d'/b e $\alpha_{b,s}$, como mostra a figura 24.

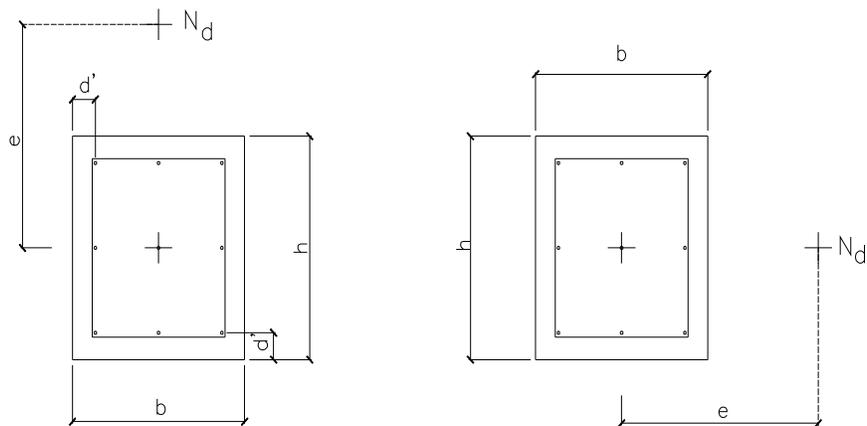
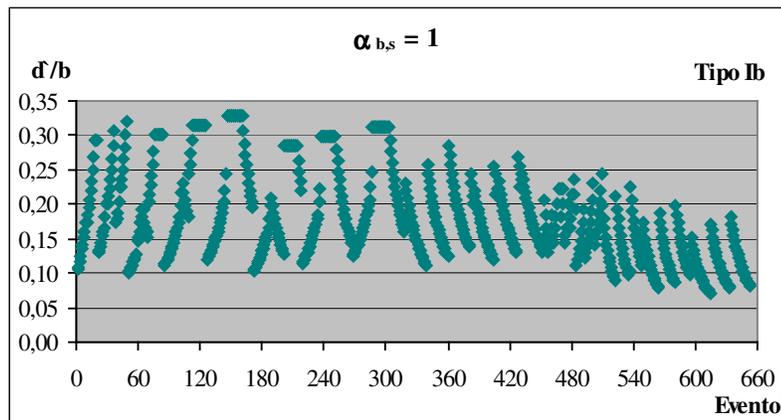
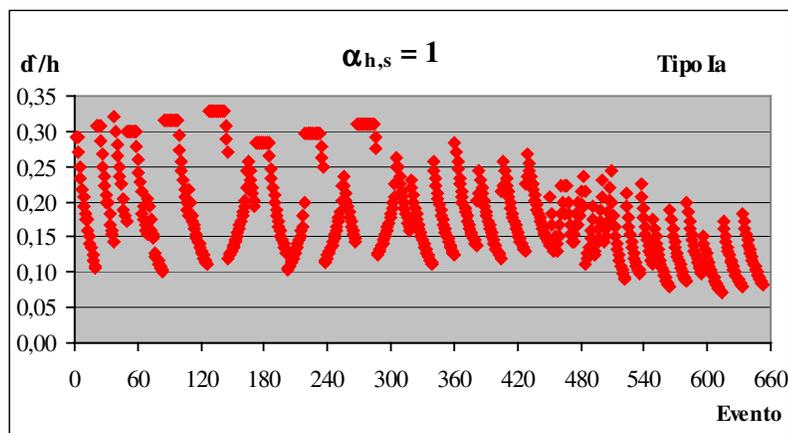
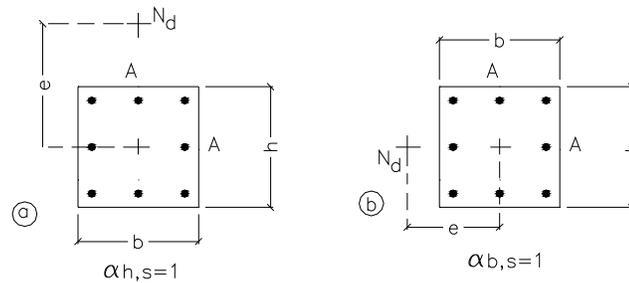


Figura 24 – Consideração de d'/h e d'/b na tabela

Quando França (1991) construiu os ábacos, usou os valores de d'/h correspondentes a 0,05; 0,10; 0,15; 0,20. Porém, para os arranjos A e B, verifica-se na tabela que é necessário acrescentar, também, os valores de d'/h correspondentes a 0,25 e 0,30, pois eles também são usuais nos projetos de pilares. Para o arranjo tipo C, nota-se que não há necessidade, pois não se registraram situações em que eles ultrapassaram 0,20, ou seja, seria desnecessário criar ábacos para este caso. É necessário construir ábacos para outros arranjos, pois também são utilizados com frequência nas construções atuais.

Os limites de variação de d'/h para cada tipo de arranjo são apresentados em forma de gráficos para melhor interpretá-los, nos quais os valores são obtidos na tabela mostrada no Anexo B. São apresentados oito tipos de arranjos que serão posteriormente associados aos arranjos mais usuais, que são os utilizados neste trabalho.

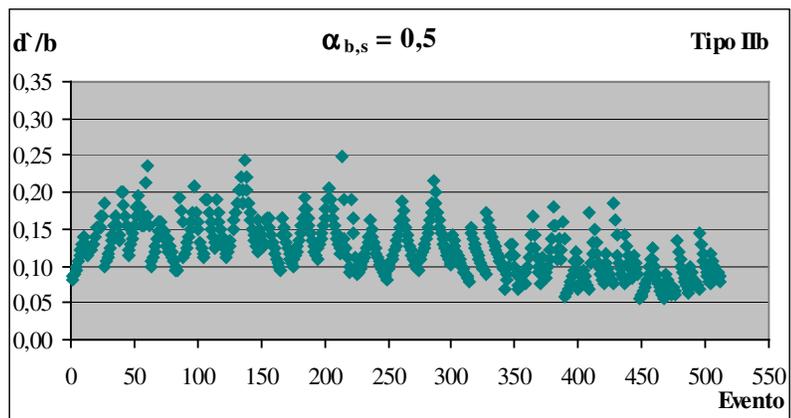
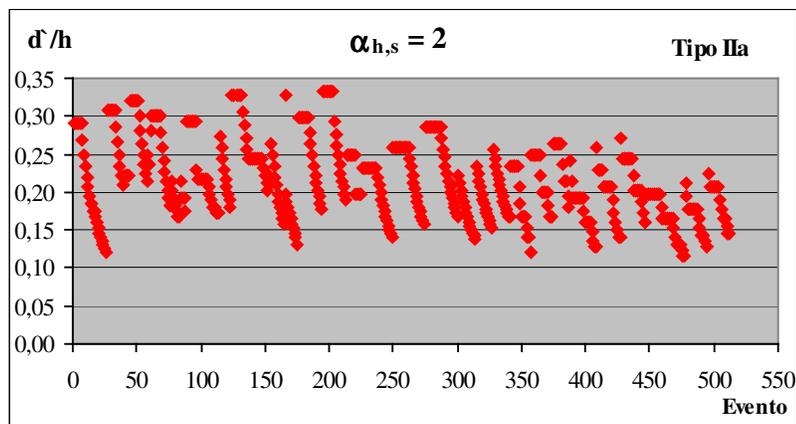
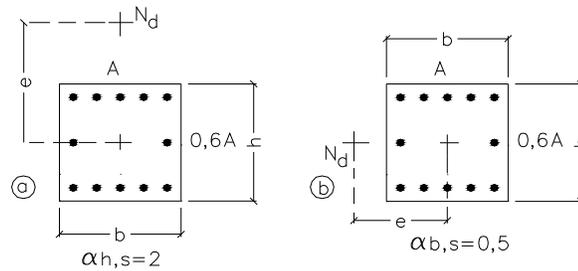
Arranjo tipo I:



Não são mostrados partes dos pontos com valores de d/h menores que 0,10 em todos os gráficos.

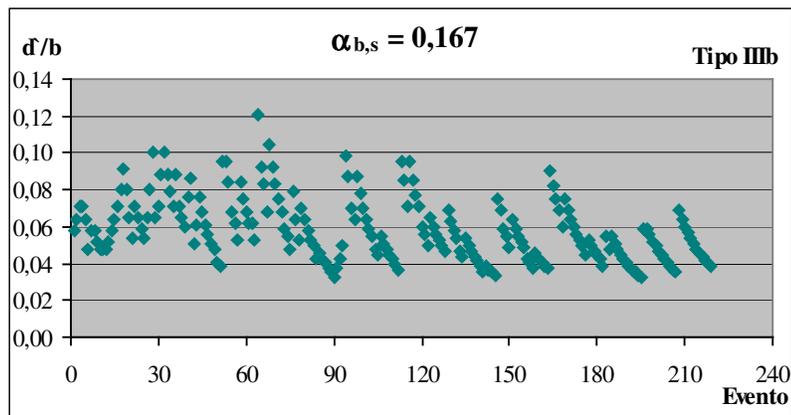
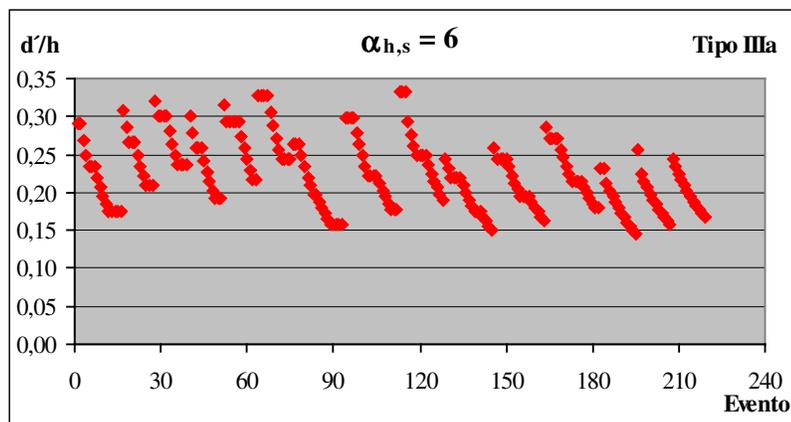
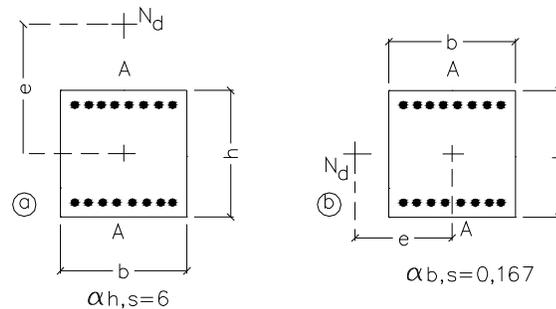
Neste tipo de arranjo, nota-se que há uma faixa significativa de valores de d/h maiores que 0,20, ou seja, são necessários também ábacos para valores de d/h igual a 0,25 e 0,30. Para valores maiores que 0,30 a possibilidade de ocorrência é pequena, então não serão considerados.

Arranjo tipo II:



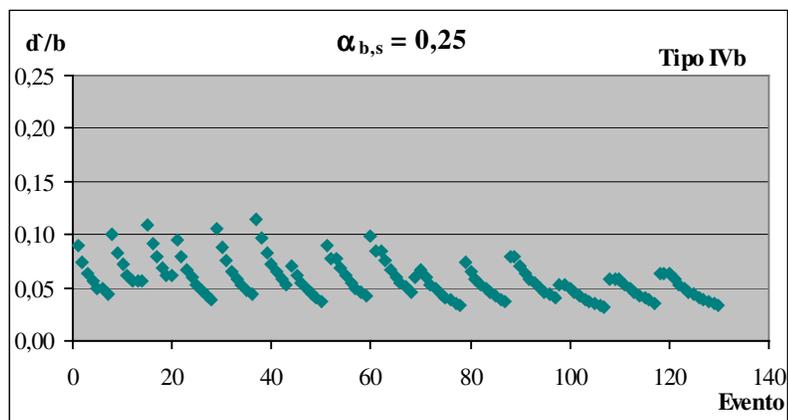
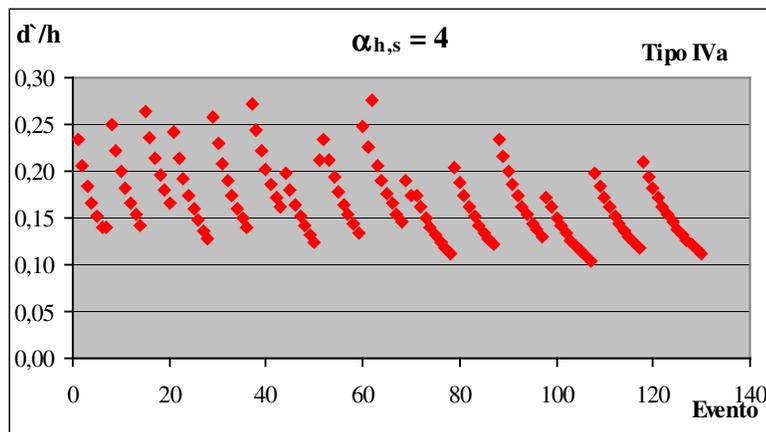
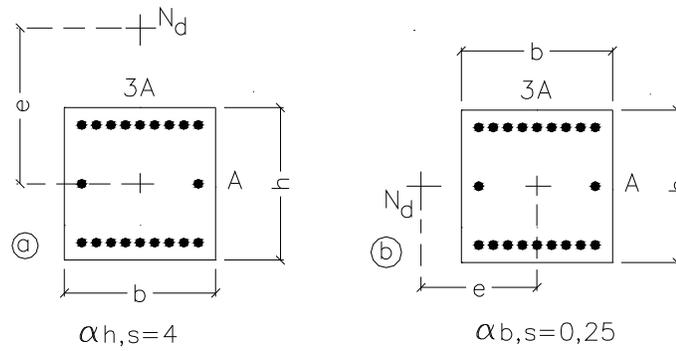
Neste tipo de arranjo, nota-se que há uma faixa significativa de valores de d'/h maiores que 0,20 para $\alpha_{h,s}=2$, ou seja, são necessários também ábacos para valores de d'/h iguais a 0,25 e 0,30. Para valores maiores que 0,30 a possibilidade de ocorrência é pequena, então não serão montados. Já para $\alpha_{b,s}=0,5$, ocorrem poucos casos de d'/b maiores que 0,20 e também serão desprezados, ou seja, são necessários apenas ábacos para valores até 0,20.

Arranjo tipo III:



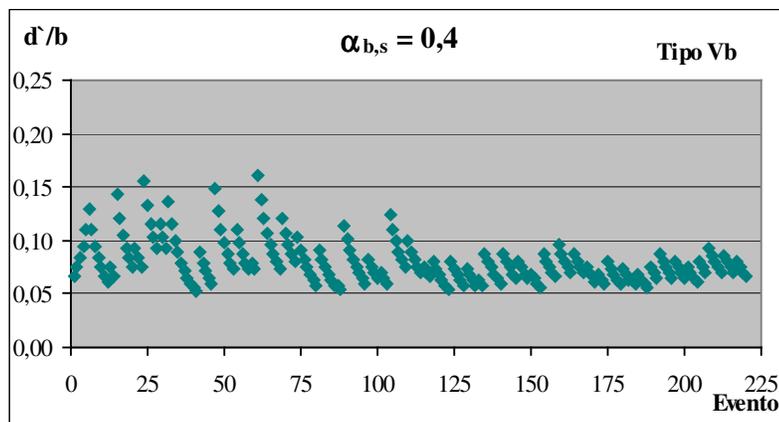
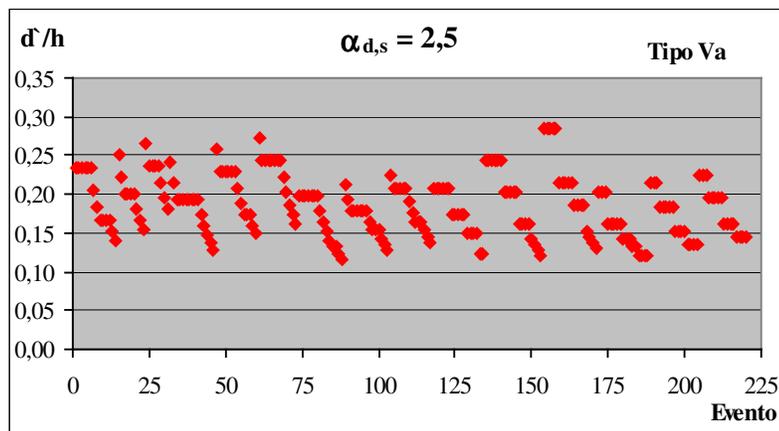
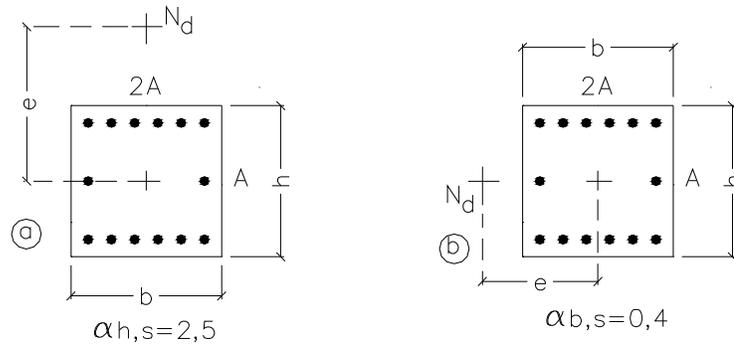
Neste tipo de arranjo, nota-se que há uma faixa significativa de valores de d'/h maiores que 0,20 para $\alpha_{h,s}=6$, ou seja, são necessários também ábacos para valores de d'/h iguais a 0,25 e 0,30. Para valores maiores que 0,30 a possibilidade de ocorrência é pequena, então não serão montados. Já para $\alpha_{b,s}=0,167$, ocorrem poucos casos de d'/b maiores que 0,15, ou seja, seria possível construir ábacos até 0,15, mas como França (1991) considerou o valor de 0,20, então será incluso também neste trabalho.

Arranjo tipo IV:



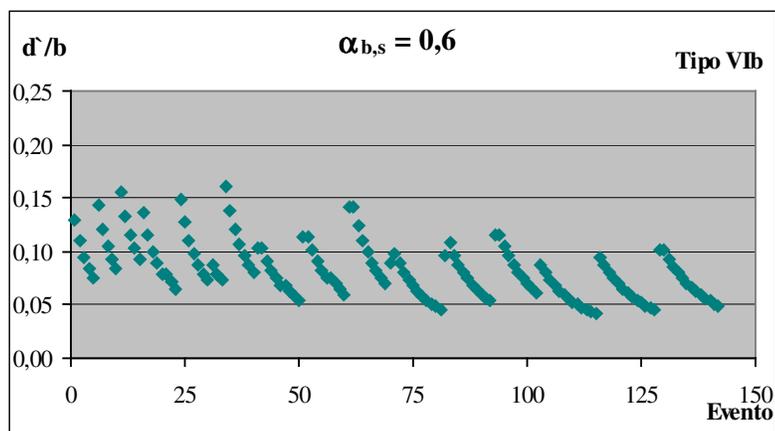
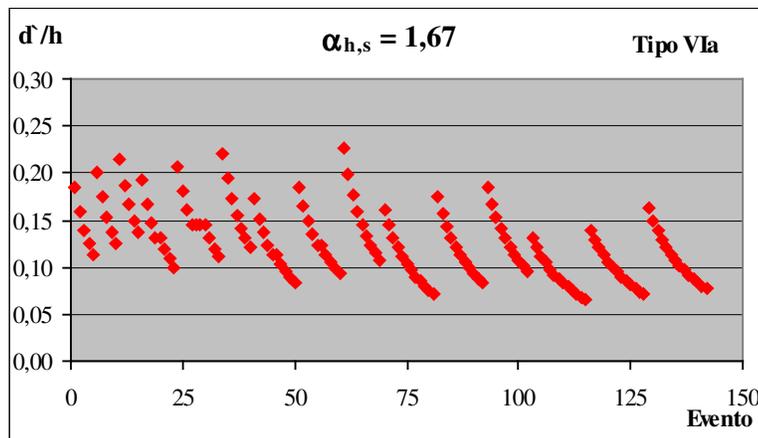
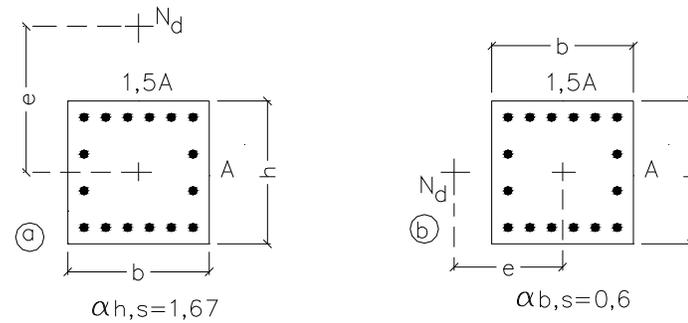
Neste tipo de arranjo, nota-se que há poucos valores de d/h maiores que 0,25 para $\alpha_{h,s}=4$, ou seja, são necessários ábacos para valores de d/h até 0,25. Para $\alpha_{b,s}=0,25$ ocorrem poucos casos de valores de d/b maiores que 0,10, ou seja, para este caso não são necessários ábacos para valores maiores que 0,10.

Arranjo tipo V:



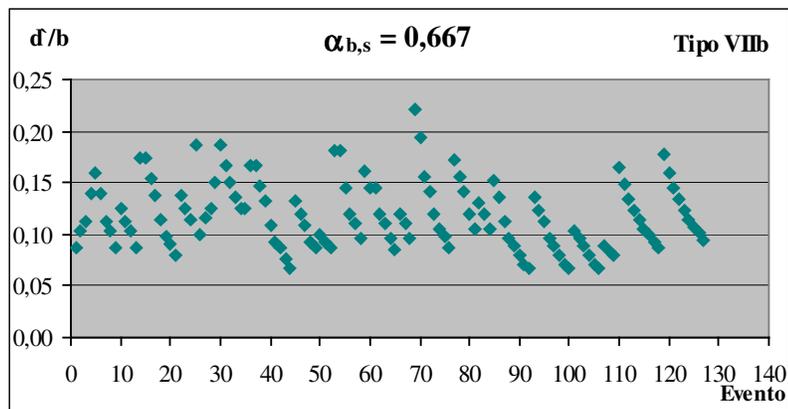
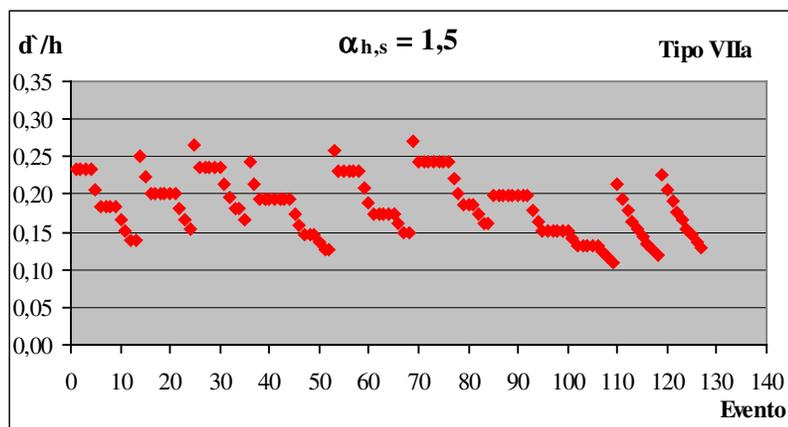
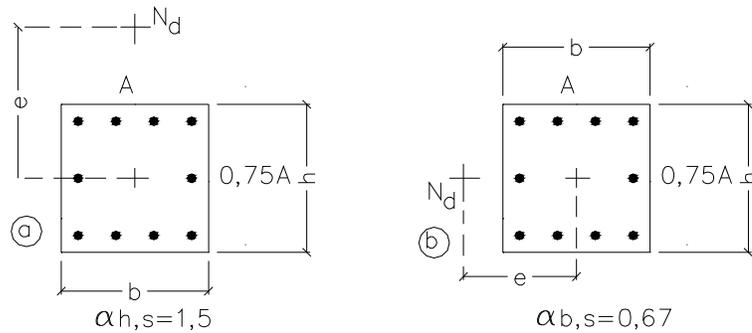
Neste tipo de arranjo, nota-se que há poucos valores de d/h maiores que 0,25 para $\alpha_{h,s}=2,5$, ou seja, são necessários ábacos para valores de d/h até 0,25. Para $\alpha_{b,s}=0,40$ ocorrem poucos casos de valores de d/b maiores que 0,15, ou seja, para este caso não são necessários ábacos para valores maiores que 0,15.

Arranjo tipo VI:



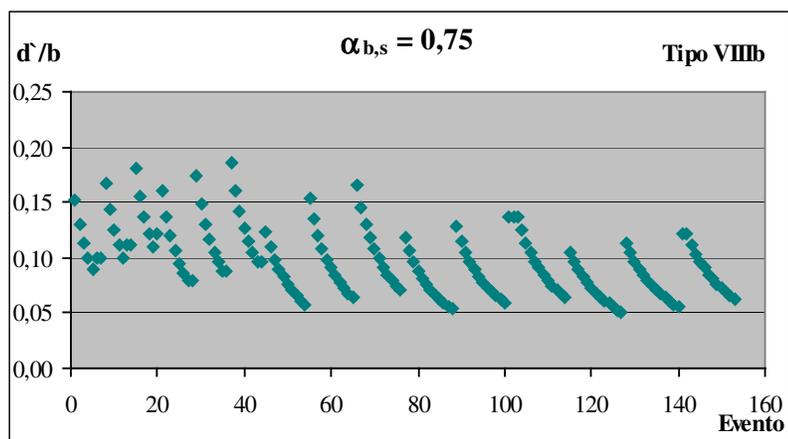
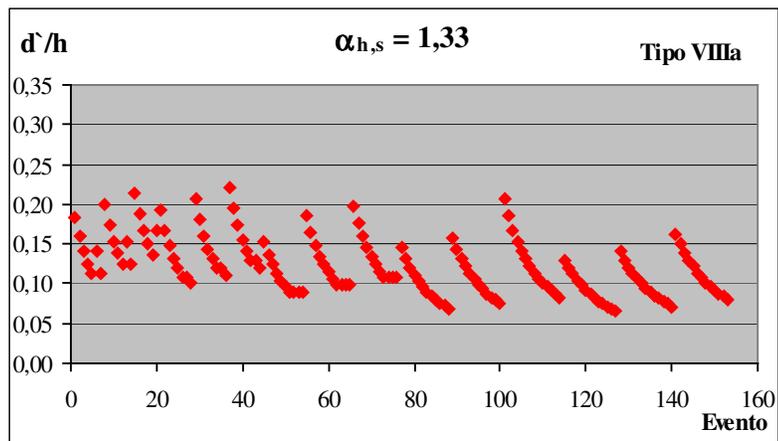
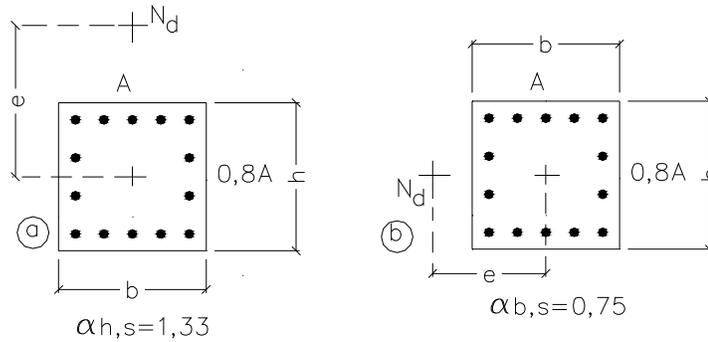
Neste tipo de arranjo, nota-se que há poucos valores de d/h maiores que 0,20 para $\alpha_{h,s} = 1,67$, ou seja, são necessários ábacos para valores de d/h até 0,20. Para $\alpha_{b,s} = 0,6$ ocorrem poucos casos de valores de d/b maiores que 0,15, ou seja, para este caso não são necessários ábacos para valores maiores que 0,15.

Arranjo tipo VII:



Neste tipo de arranjo, nota-se que há poucos valores de d'/h maiores que 0,25 para $\alpha_{h,s}=1,5$, ou seja, são necessários ábacos para valores de d'/h até 0,25. Para $\alpha_{b,s}=0,67$ são necessários ábacos para d'/b até 0,20, pois são pequenos os casos de valores maiores.

Arranjo tipo VIII:



Neste tipo de arranjo, nota-se que são necessários ábacos para valores de d'/h até 0,20 para $\alpha_{d,s} = 1,33$ e para $\alpha_{b,s} = 0,75$.

Em virtude dos gráficos anteriores e com um estudo dos possíveis arranjos, é mostrada a seguir uma tabela incluindo os oito tipos de arranjos apresentados associados a cada tipo de arranjo escolhido no trabalho, para construção dos novos ábacos e são definidos, para cada caso, quais os valores correspondentes de d'/h que devem ser adotados.

Tabela 1- Associação dos arranjos

Arranjo Tipo:	Associado ao tipo:	Arranjo Tipo:	Associado ao tipo:
Ia	B	Ib	B
IIa	$\approx D$	IIb	$\approx C$
IIIa	A	IIIb	C
IVa	E	IVb	$\approx C$
Va	D	Vb	$\approx C$
VIa	$\approx D$	VIb	$\approx C$
VIIa	$\approx D$	VIIb	$\approx C$
VIIIa	$\approx D$	VIIIb	$\approx C$

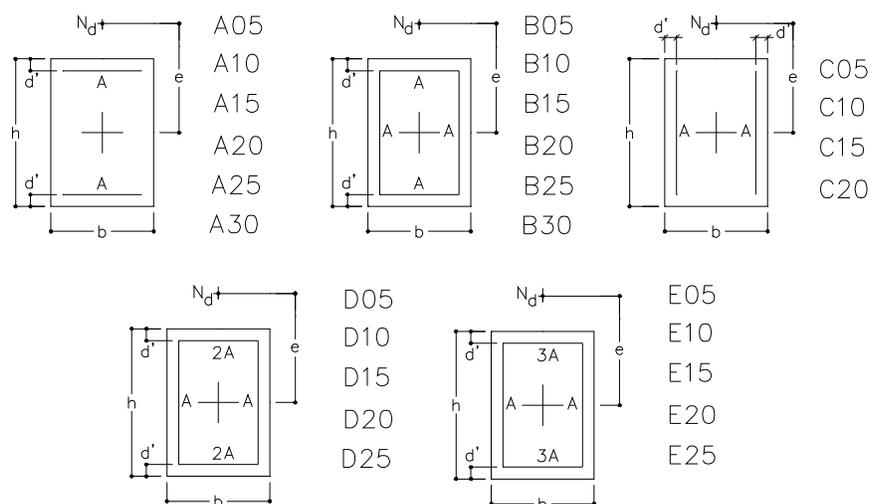


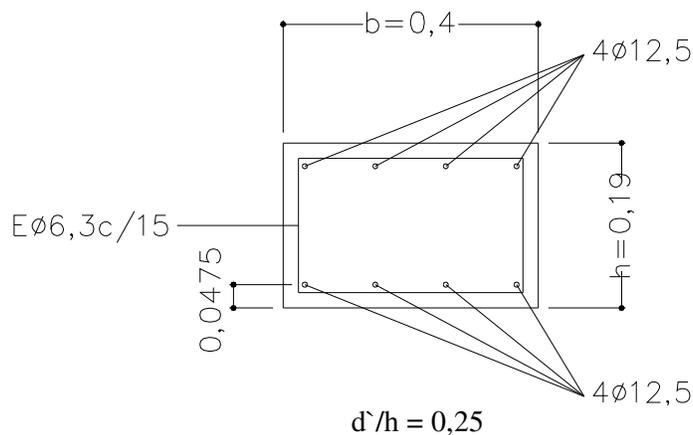
Figura 25 – Arranjos definidos para seção retangular cheia

Nota-se que o arranjo tipo C é complementar do arranjo tipo A, pois num pilar com esta distribuição de armadura utiliza-se para momentos em uma direção o ábaco para o tipo A e na outra direção o tipo C. Já o arranjo tipo B é complementar dele mesmo, já que possui a mesma distribuição de armadura nos dois sentidos. Entretanto para os arranjos tipo D e tipo E não está sendo adotado um arranjo exatamente complementar, então é conveniente utilizar o arranjo tipo C, pois fica com a resistência a favor da segurança, já que é adotado como se as barras dos extremos fossem colocadas como armaduras laterais.

A importância da relação de d'/h para determinação do dimensionamento dos pilares é grande, pois influencia bastante na capacidade resistente da peça. Apresenta-se, a seguir, um exemplo para enfatizar a importância da relação de d'/h .

Ao se verificar um pilar com a relação $d'/h=0,25$, nota-se que a utilização do ábaco inadequado resulta em erro significativo, como mostra o exemplo abaixo.

Desenho esquemático:



$$b=0,40\text{m}$$

$$h=0,19\text{m}$$

$$f_{ck}=25\text{MPa}$$

$$f_{yk}=500\text{MPa}$$

$$N_d=300\text{kN}$$

$$M_{dy}=30\text{kN.m}$$

$$e_{tot}=0,146\text{m}$$

Dimensionamento:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} = \frac{300}{0,40 \times 0,19 \times 25000 / 1,4} = 0,22$$

$$\mu = \frac{e}{h} \nu = \frac{0,146}{0,19} \times 0,22 = 0,17$$

Considerando o ábaco de Montoya (1978) pode-se notar que, para este tipo de arranjo, tem-se $d'/h = 0,15$ como sendo mais próximo de 0,25. Utilizando estes valores de ν e μ , obtém-se uma taxa de armadura $\omega = 0,26$, que corresponde a uma área de aço igual a $8,11 \text{ cm}^2$, ou seja, colocar-se-iam 8 barras de $\phi = 12,5 \text{ mm}$, que corresponde a 10 cm^2 de área. Entretanto, o valor de d'/h não corresponde ao verdadeiro que é 0,25. Portanto, ao construir-se um ábaco para este valor de d'/h , obtém-se uma taxa de armadura $\omega = 0,38$, que corresponde a uma área de $11,9 \text{ cm}^2$, 47% maior que a encontrada com a utilização errada do outro ábaco.

Com isso conclui-se que a utilização do ábaco correspondente a relação d'/h errada, chega-se a valores de armaduras insuficientes às necessárias. Este exemplo mostra a importância de se criar mais ábacos para d'/h diferentes.

O projetista estrutural quando não possui um ábaco correspondente a sua necessidade, deveria usar um artifício para correção do valor de ω (taxa de armadura), o que nem sempre ocorre, pois a literatura não alerta para a necessidade da correção dos valores encontrados nos ábacos existentes.

Uma expressão aproximada possível para correção do valor de ω é:

$$\omega_{ef} = \omega_{\text{ábaco}} \frac{(0,5 - d'/h_{\text{ábaco}})}{(0,5 - d'/h_{\text{real}})}$$

Ao aplicar-se esta correção no exemplo, tem-se:

$$\omega_{ef} = 0,26 \times \frac{(0,5 - 0,15)}{(0,5 - 0,25)} = 0,364$$

A diferença do valor obtido acima para o encontrado no ábaco correto é apenas 5% inferior, sendo um bom artifício para ser usado quando não se possui o ábaco ideal ou, quando o valor encontrado para d'/h está entre dois valores existentes em ábacos, como: se $d'/h=0,17$, ou utiliza-se o ábaco para $d'/h=0,15$ e faz-se a correção por meio da fórmula acima, ou então fica-se acima da segurança, utilizando-se $d'/h=0,20$.

5.3- Limites de variação de d'/h_0 necessários para cada tipo de arranjo de seção retangular vazada

No caso da seção retangular vazada, para limitar a quantidade de ábacos a serem construídos realiza-se um estudo da sua seção transversal, pois a espessura das paredes h_e e b_e geralmente não têm as mesmas dimensões, com isso seria necessário criar ábacos para cada tipo de variação entre b_e e h_e , que seria inviável e sem praticidade.

Primeiramente imagina-se uma seção com valores diferentes de b_e e h_e , à distância entre as armaduras sendo b_0 e h_0 como mostra a figura abaixo.

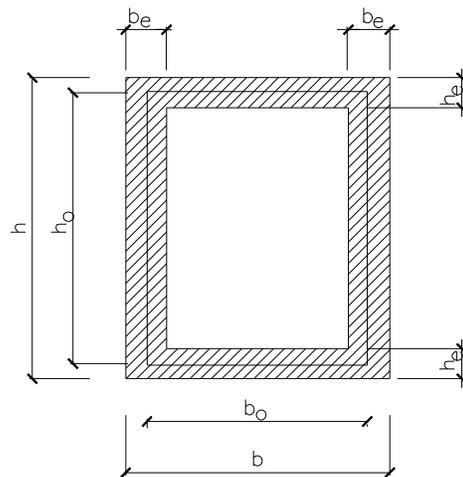


Figura 26: Seção retangular vazada

Adotando-se uma espessura média entre as paredes de maneira a manter a mesma área de concreto e a mesma distância das armaduras b_0 e h_0 em relação ao centro de

gravidade da seção, a resistência da peça não tem variação significativa. Portanto, ao utilizar-se uma seção equivalente com a espessura média, como mostra a figura 27, diminui-se a quantidade de ábacos a serem construídos e torna-se mais prático a utilização dos mesmos.

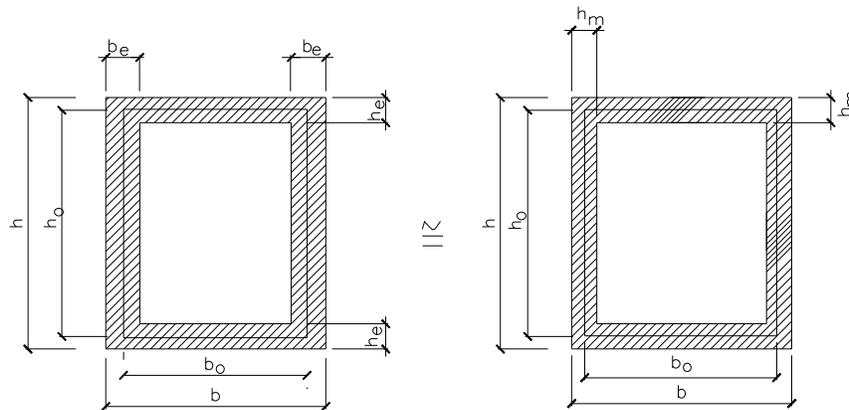


Figura 27: Seção retangular vazada adotando a espessura média.

A seguir apresentam-se dois exemplos de comparação da seção real da peça e da seção equivalente com espessura média para demonstrar a suposta igualdade. Para construção dos exemplos utiliza-se a literatura de Santos (1987) para criação de um programa computacional para comparação das seções.

O primeiro exemplo apresenta uma seção com as seguintes características:

- taxa de armadura: $\rho = 0,5\%$
- distribuição da armadura igual nas quatro faces
- resistência do concreto: $f_{ck} = 20\text{MPa}$
- resistência do aço: $f_{yk} = 500\text{MPa}$

Os dimensionais utilizados para construção dos gráficos são:

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad ; \quad \mu_o = \frac{M_d}{A_c h_o f_{cd}} \quad e \quad \omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}$$

Para os casos A, B, C, D, E e F adota-se a seção real e para os casos A', B', C', D', E' e F a seção equivalente média, como mostra a figura 28.

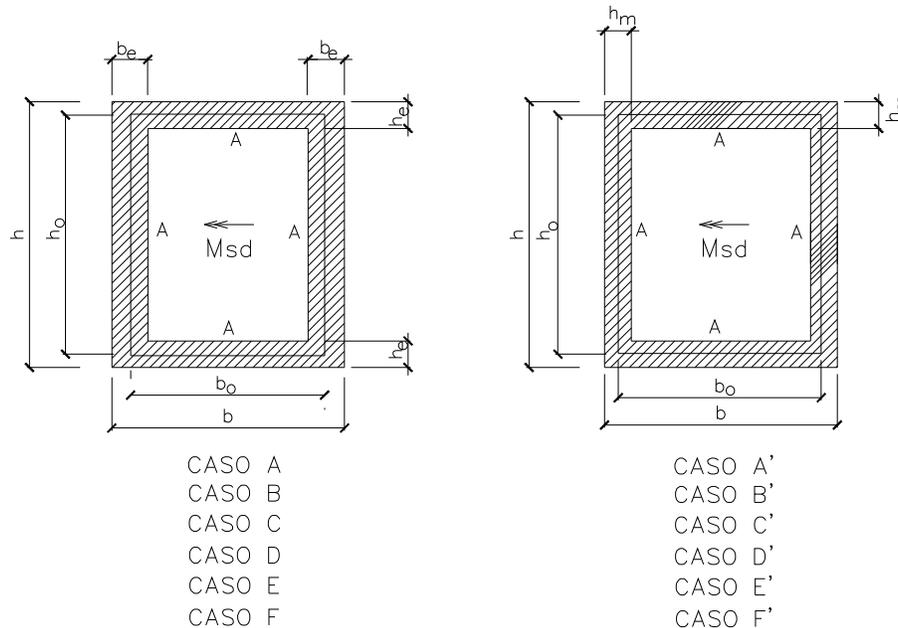


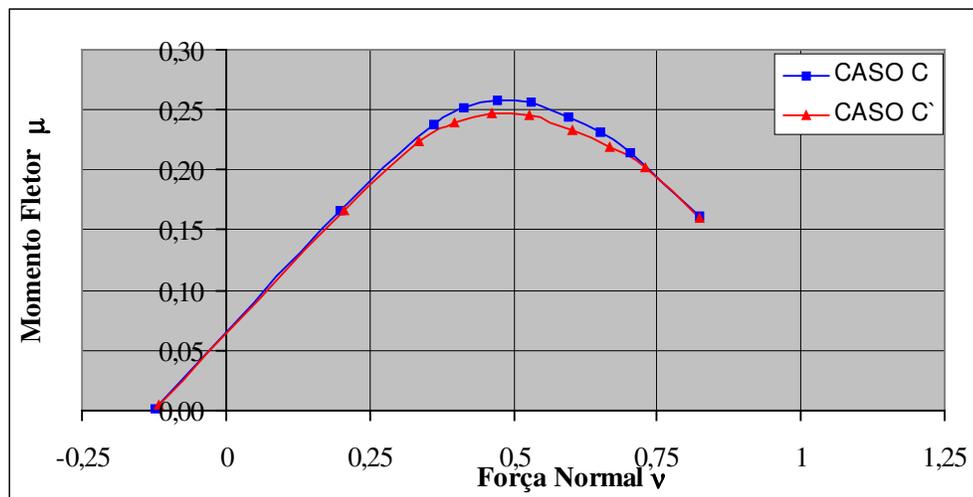
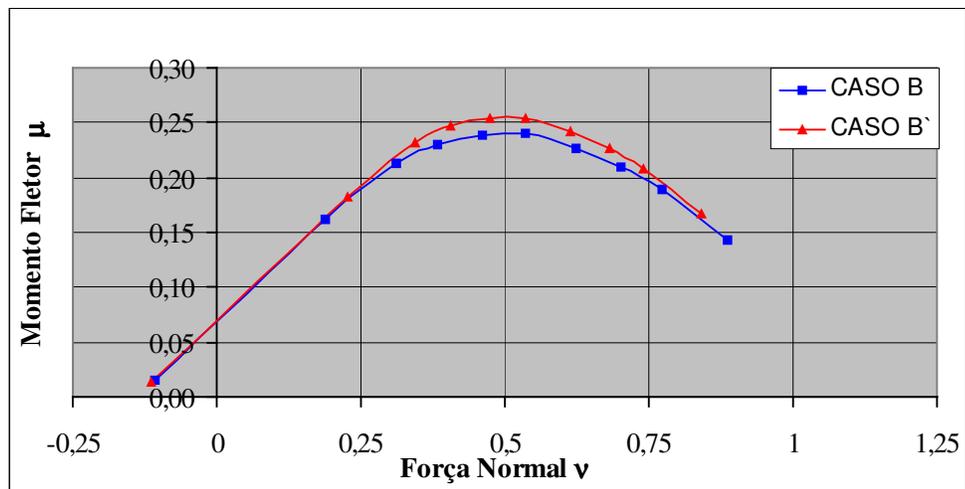
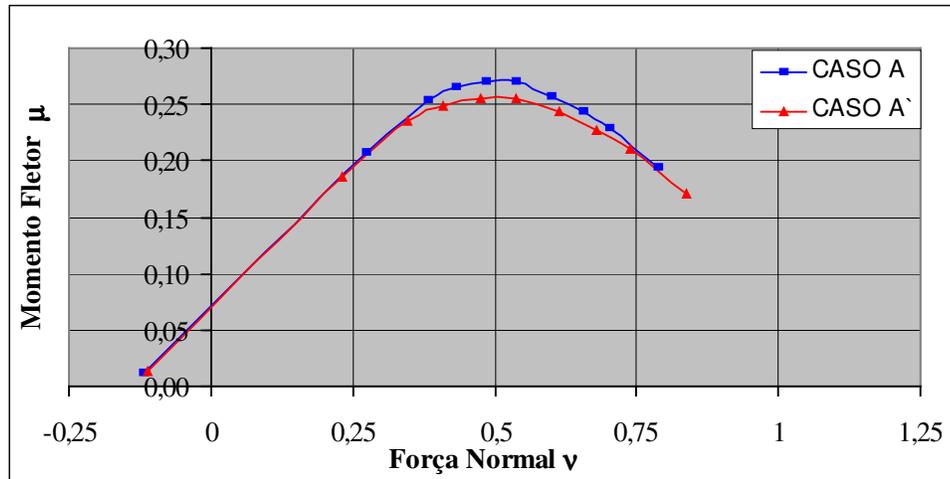
Figura 28: Comparação entre a seção real (A, B, C, D, E e F) e a seção equivalente (A', B', C', D', E' e F')

Os casos são os representados abaixo:

CASO A	CASO A'	CASO B	CASO B'	CASO C	CASO C'
$h=100$ cm	$h=98,5$ cm	$h=100$ cm	$h=101,5$ cm	$h=100$ cm	$h=98$ cm
$h_e=7$ cm	$h_m=5,5$ cm	$h_e=4$ cm	$h_m=5,5$ cm	$h_e=12$ cm	$h_m=10$ cm
$b=100$ cm	$b=101,5$ cm	$b=100$ cm	$b=98,5$ cm	$b=100$ cm	$b=102$ cm
$b_e=4$ cm	$h_m=5,5$ cm	$b_e=7$ cm	$h_m=5,5$ cm	$b_e=8$ cm	$h_m=10$ cm
$d'=3,5$ cm	$d'=2,75$ cm	$d'=2$ cm	$d'=2,75$ cm	$d'=6$ cm	$d'=5$ cm
$d'/h=0,035$	$d'/h=0,028$	$d'/h=0,02$	$d'/h=0,027$	$d'/h=0,06$	$d'/h=0,051$
$h_o=93$ cm	$h_o=93$ cm	$h_o=96$ cm	$h_o=96$ cm	$h_o=88$ cm	$h_o=88$ cm
$h_e/h_o=0,075$	$h_m/h_o=0,06$	$h_e/h_o=0,04$	$h_m/h_o=0,057$	$h_e/h_o=0,14$	$h_m/h_o=0,11$

CASO D	CASO D'	CASO E	CASO E'	CASO F	CASO F'
$h=100$ cm	$h=102$ cm	$h=100$ cm	$h=95,3$ cm	$h=100$ cm	$h=105,3$ cm
$h_e=8$ cm	$h_m=10$ cm	$h_e=20$ cm	$h_m=15,3$ cm	$h_e=10$ cm	$h_m=15,3$ cm
$b=100$ cm	$b=98$ cm	$b=100$ cm	$b=105,3$ cm	$b=100$ cm	$b=95,3$ cm
$b_e=12$ cm	$h_m=10$ cm	$b_e=10$ cm	$h_m=15,3$ cm	$b_e=20$ cm	$h_m=15,3$ cm
$d'=4$ cm	$d'=5$ cm	$d'=10$ cm	$d'=7,65$ cm	$d'=5$ cm	$d'=7,65$ cm
$d'/h=0,04$	$d'/h=0,05$	$d'/h=0,10$	$d'/h=0,08$	$d'/h=0,05$	$d'/h=0,07$
$h_o=92$ cm	$h_o=92$ cm	$h_o=80$ cm	$h_o=80$ cm	$h_o=90$ cm	$h_o=90$ cm
$h_e/h_o=0,09$	$h_m/h_o=0,11$	$h_e/h_o=0,25$	$h_m/h_o=0,20$	$h_e/h_o=0,11$	$h_m/h_o=0,17$

Através de gráficos de interação Força Normal – Momento Fletor é apresentado a comparação da seção real e da seção equivalente para cada caso.



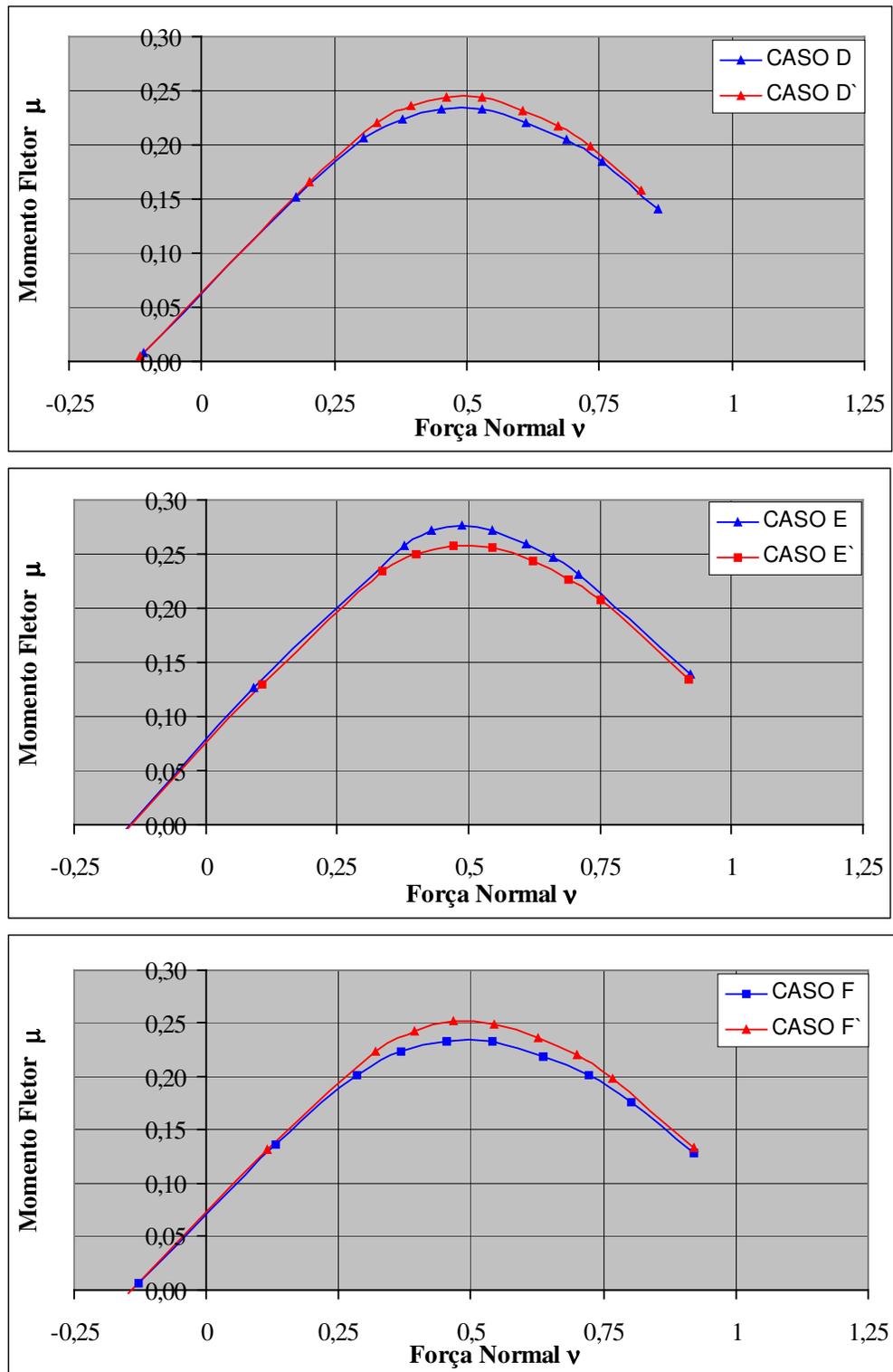
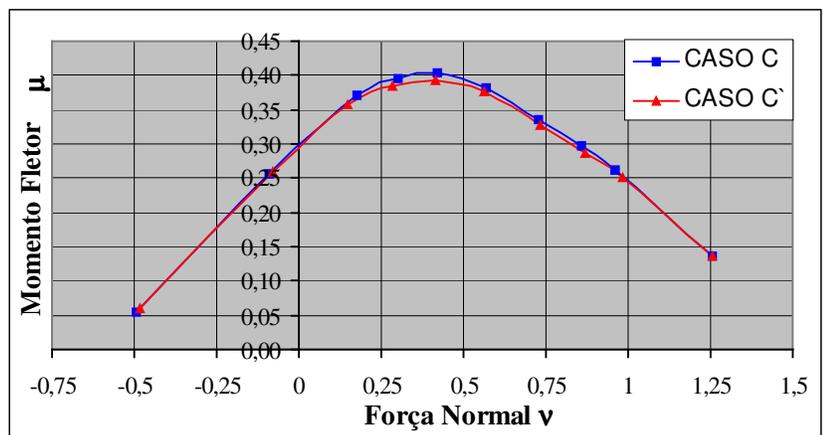
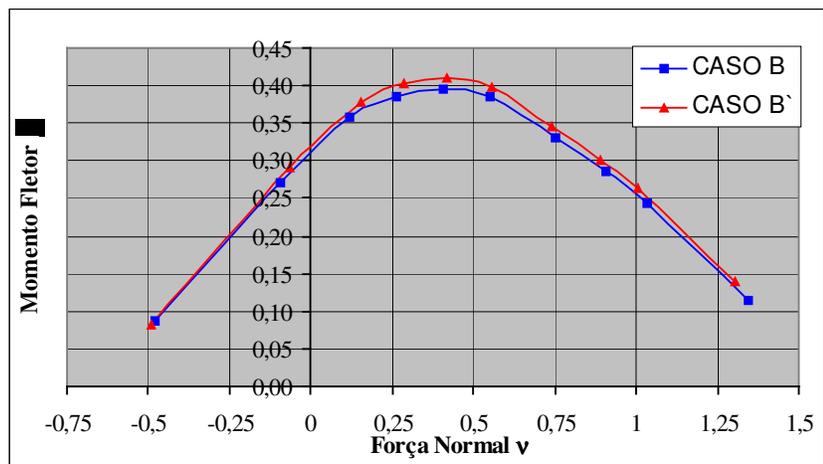
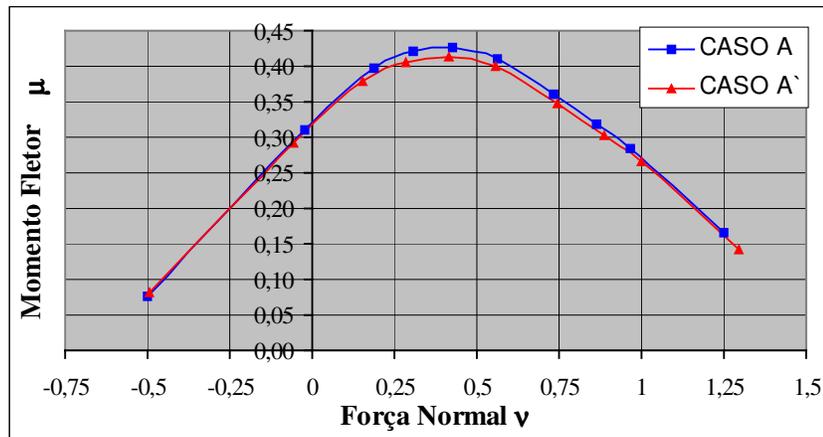


Figura 29 - Casos de comparação das seções para $\rho = 0,5\%$

O segundo exemplo apresenta as características geométricas iguais ao do primeiro, mas com uma taxa de armadura $\rho = 2\%$, por ser uma taxa bastante usual nos projetos estruturais. São utilizados os mesmos casos para comparação das seções e construídos os gráficos, que estão apresentados abaixo.



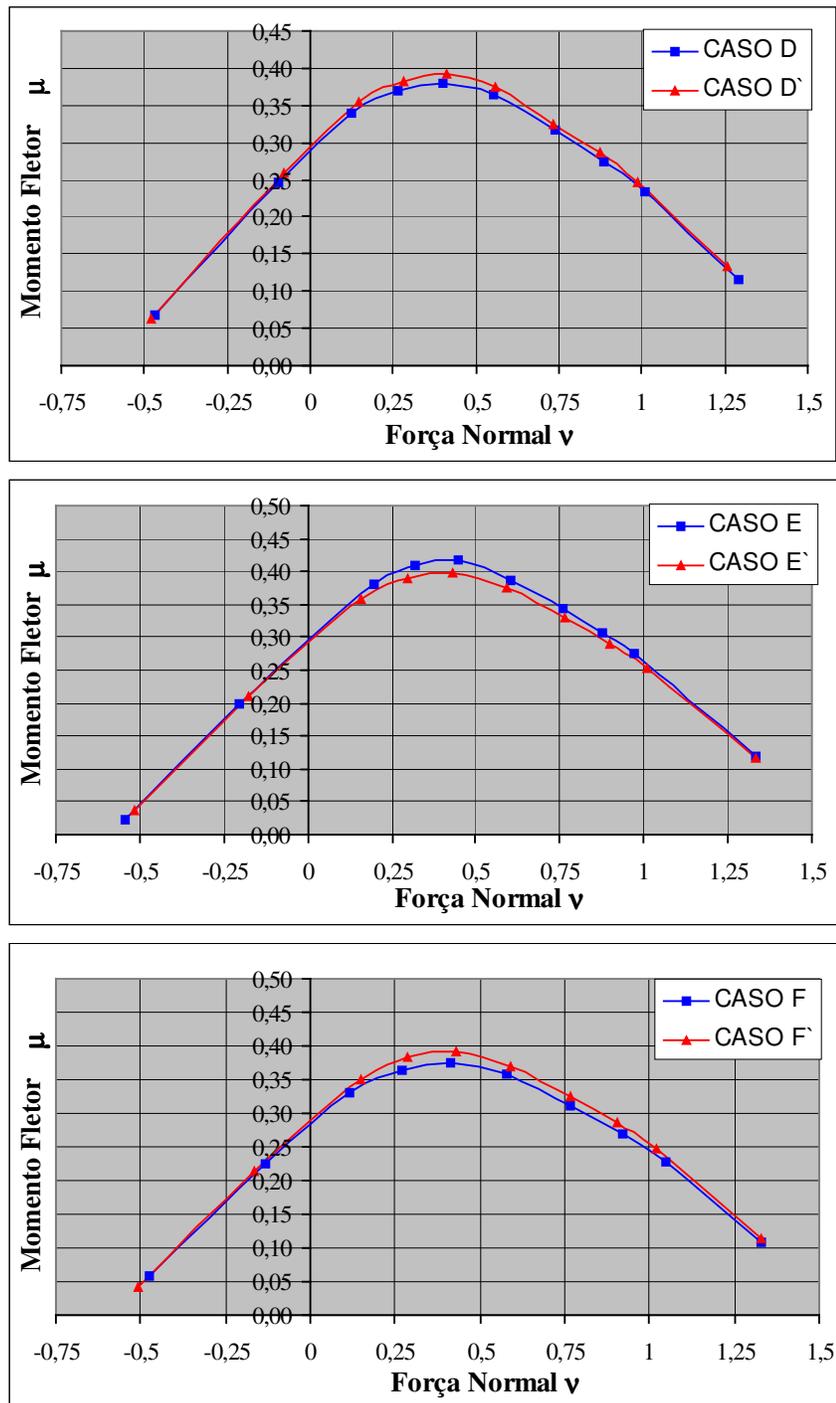


Figura 30 - Casos de comparação das seções para $\rho = 2\%$

Através destes exemplos e dos gráficos é possível observar que para os casos A, C e E o momento máximo para seção equivalente é menor do que para seção real, isto ocorre devido a espessura “ h_e ” ser maior do que a espessura “ h_m ”, mas a diferença é muito pequena e pode ser desprezada. Já nos casos B, D e F ocorre o inverso, pois “ h_e ” é menor que “ h_m ”, portanto tem um momento menor, mas também pode ser desprezada.

Nota-se também que para $\rho = 2\%$ as diferenças são menores do que para $\rho = 0,5\%$, pois como não houve mudança na posição da armadura em relação ao centro de gravidade, a sua parcela de resistência manteve a mesma. Pode-se concluir que quanto maior a taxa de armadura, menor é a diferença entre a seção real e a seção equivalente, pois a parcela de contribuição da armadura na resistência aumenta em relação ao concreto que se mantém a mesma, diminuindo a diferença entre as seções.

Os adimensionais utilizados para seção retangular vazada não são os mesmos que para seção cheia, como já foi mostrado nos exemplos acima. Como a distância entre as bordas mais externas da peça não é a mesma para seção real e para equivalente, é mais adequado utilizar a distância entre os centro de gravidade das armaduras nas faces a serem consideradas, pois são iguais tanto na seção real como na equivalente.

Portanto troca-se “ h ” por “ h_o ” nos adimensionais μ , ω e κ :

$$\mu_o = \frac{M_d}{A_c h_o f_{cd}} \quad \omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \quad \kappa_o = \frac{EI_{cs}}{A_c h_o^2 f_{cd}}$$

Como os pilares de seção retangular vazada são muito utilizados em pontes, foram consultados profissionais especializados neste tipo de construção para obter informações sobre os tipos de arranjos e as dimensões dos pilares mais usados nas construções atuais. Os arranjos definidos para a construção dos ábacos são os mostrados na figura 31.

No trabalho não serão utilizadas as relações d'/h e h_e/h para seção retangular vazada, mas sim as relações d'/h_o e h_m/h_o . Isto se justifica devido à utilização da seção equivalente na construção dos ábacos, para definição dos valores de d'/h_o e h_m/h_o partiu-se dos seguintes valores:

- como usualmente o valor de “h” varia entre 5,0 a 7,0 m e “h_e” varia entre 0,30 a 0,40 m, chega-se a conclusão que “h_o” varia entre 4,60 a 6,70m.
- como usualmente o valor de “b” varia entre 1,5 a 3,0 m e “b_e” varia entre 0,20 a 0,30 m, chega-se a conclusão que “b_o” varia entre 1,2 a 2,8 m.
- com os valores mencionados acima chega-se a conclusão que “h_m” pode ser no mínimo 0,20 m e no máximo 0,35 m.

Através desses dados pode-se concluir que:

$$d'/h_o \leq 0,15 \quad e \quad h_m/h_o \leq 0,30$$

Portanto são construídos ábacos para d'/h_o igual a 0,05, 0,10 e 0,15 e conseqüentemente h_m/h_o de 0,10, 0,20 e 0,30, para valores de fluência igual a 0,0 e 1,0.

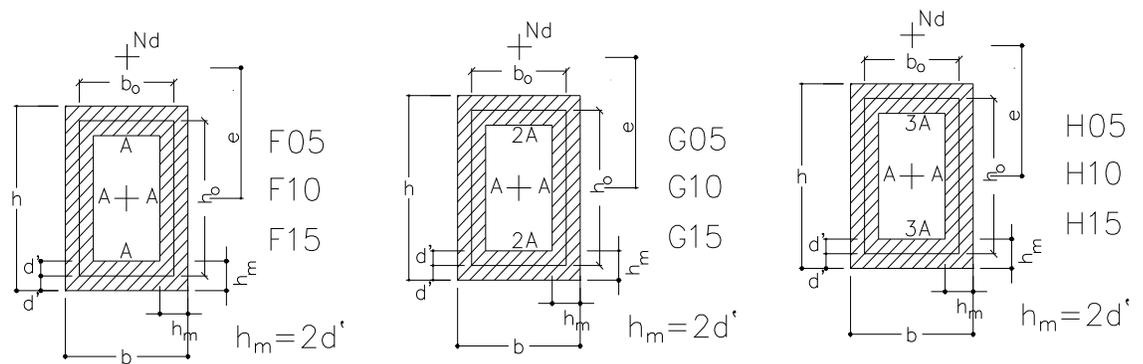


Figura 31 - Arranjos para seção retangular vazada

É muito usual utilizar-se duas camadas de armadura em cada face do pilar, porém não há necessidade de criar ábacos para tal, pois equivale a adotar-se uma só camada no centro de gravidade das outras duas, como mostra a figura 32. O exemplo a seguir confirma a igualdade.

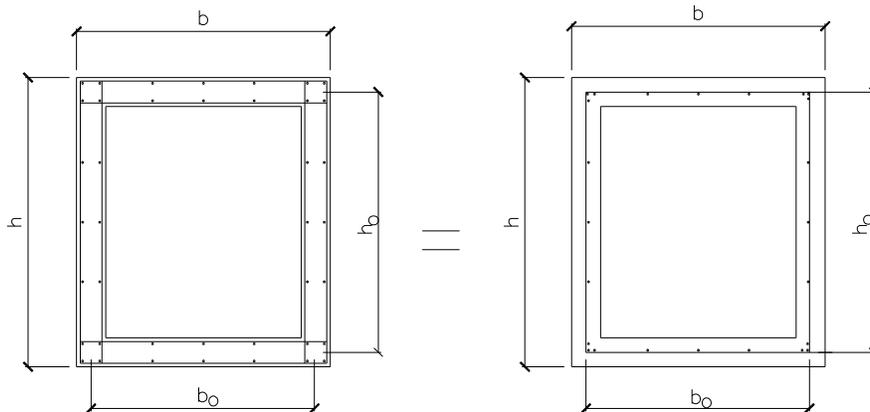


Figura 32 - Disposição da armadura em camadas

Seja um pilar de seção retangular vazada com área de concreto $A_c=5100 \text{ cm}^2$ e área de aço $A_s=45 \text{ cm}^2$, onde há várias formas de dispor as barras de aço. Neste exemplo são apresentados dois tipos, um com uma camada de armadura por face e outro com duas camadas por face, mantendo o centro de gravidade das barras, como mostra a figura abaixo.

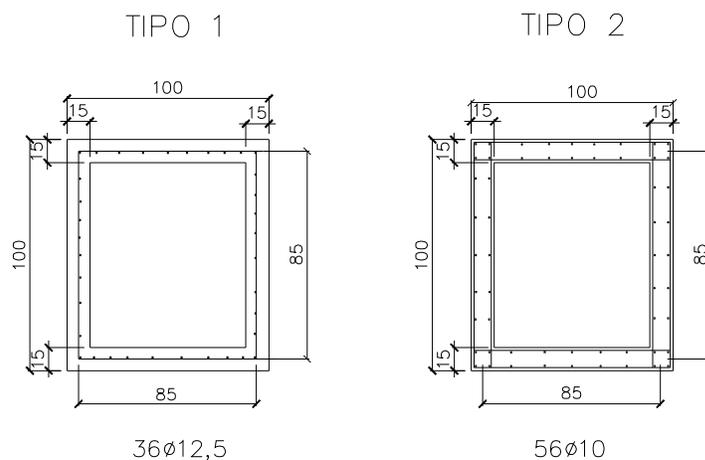


Figura 33 - Disposição das barras de aço de duas maneiras

Nota-se no gráfico da figura 34 que a resistência do pilar é igual nos dois tipos de disposição. Portanto, ao confirmar-se esta igualdade, não há necessidade de criar ábacos com armadura dupla em cada face.

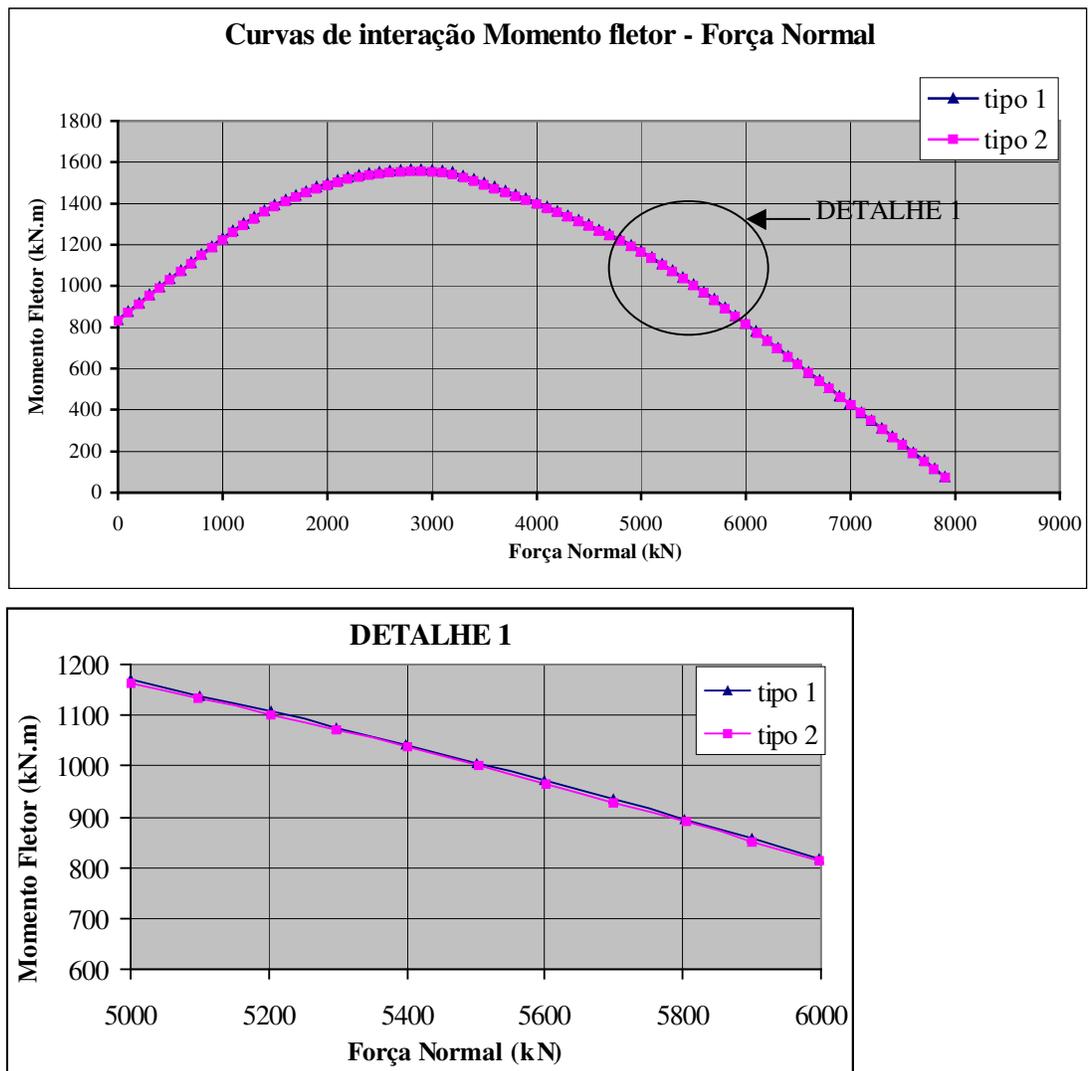


Figura 34 - Comparação da resistência da peça para dois tipos de disposição das barras de aço.

É apresentada a seguir uma comparação entre um ábaco construído por Montoya (1978) e o construído neste trabalho, porém deixando os dois com os mesmos adimensionais, ou seja, foi utilizado o adimensional usado por Montoya (1978), para confirmar a validade dos mesmos.

5.4- Limites de variação de d'/h necessários para cada tipo de arranjo de seção circular

A seção circular cheia é bastante utilizada em peças pré-moldadas e em fundações profundas, como tubulões e estacas, já a seção vazada ultimamente está sendo usada em torres de telefonia.

Ao pesquisar-se quais são os valores de d'/h mais freqüentes chega-se à conclusão que não ultrapassa de 0,10, o que é similar ao encontrado nos ábacos de Montoya (1978) e de Santos (1987). No trabalho são apresentados valores de 0,05, 0,10 e 0,15, pois como os valores dos cobrimentos das armaduras são maiores na NBR 6118:2003, é necessário construir também ábacos para $d'/h=0,15$. Na seção vazada é adotado o valor de d'/h_0 , similar a seção retangular vazada. Para consideração da fluência são adotados os valores de 0,0 e 1,0.

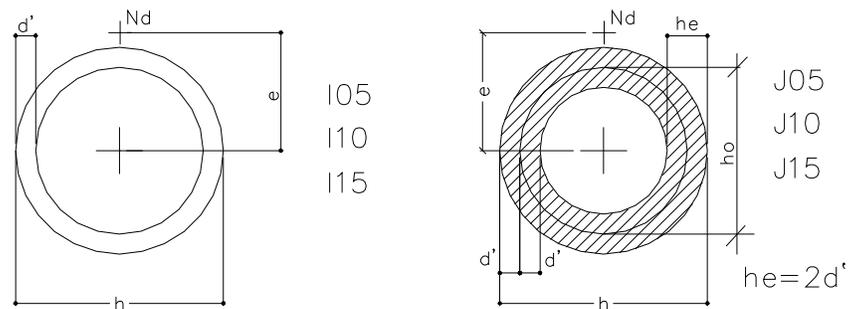


Figura 35 - Seção circular cheia e vazada.

Seguindo o mesmo conceito da seção retangular vazada, sabe-se que não há necessidade de se criar ábacos para seção circular vazada com armadura dupla, pois pode ser adotada a igualdade apresentada na figura 36.

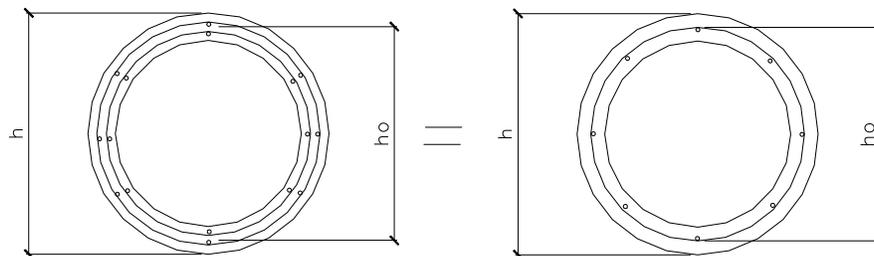


Figura 36 - Disposição da armadura em camadas para seção circular

Para confirmação da validade dos ábacos de seção circular apresenta-se, na figura 37, uma comparação entre as curvas do ábaco de Montoya (1978) e do construído no trabalho conforme procedimento descrito no capítulo quatro. Estas curvas de interação força normal - momento fletor são referentes a uma seção circular cheia com $d'/h=0,05$.

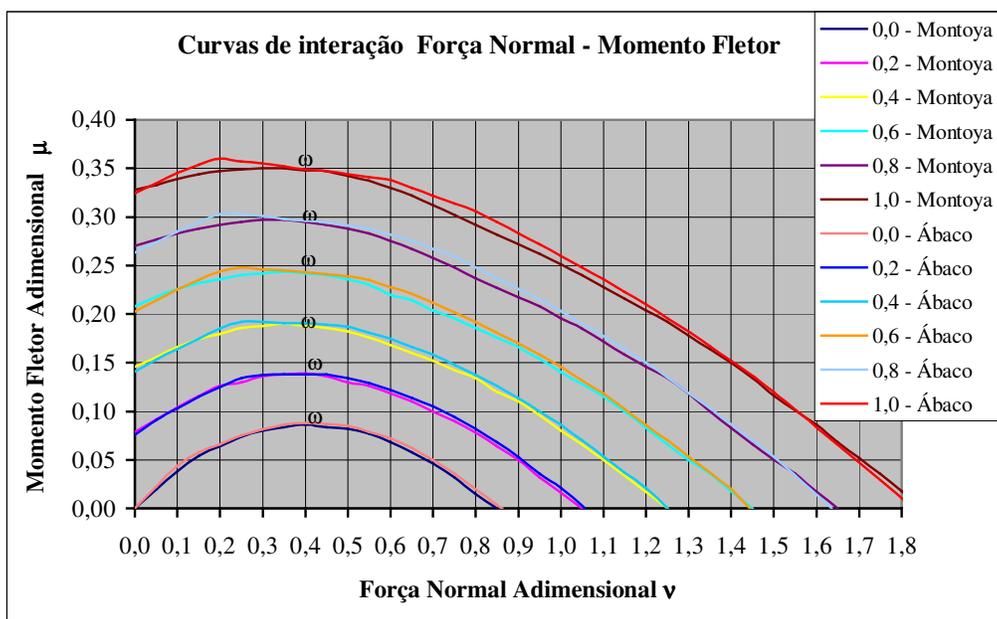


Figura 37 - Comparação de curvas de interação Força Normal – Momento Fletor

Nota-se que para valores baixos de taxa de armadura ω as curvas de Montoya (1978) e as construídas neste trabalho estão próximas, já para valores altos de taxa de armadura ω as curvas não coincidem, isto acontece porque no gráfico de Montoya (1978) o valor do escoamento do aço (f_{yk}) está entre 400 a 500MPa, então a curva fica abaixo da construída neste trabalho, que usa exatamente o valor de 500MPa, tornando a armadura mais resistente e conseqüentemente, fornecendo maior valor de momento fletor. Além disso, a distribuição da armadura disposta no pilar é feita somente com seis barras, para estar a favor da segurança, com isso conforme são dispostas estas seis barras ocorre uma pequena variação na curva. Apesar das curvas não coincidirem devido aos motivos descritos acima, os resultados tem uma diferença abaixo de 5% e a favor da segurança.

5.5- Escolha dos arranjos genéricos para construção dos ábacos

Para construção dos ábacos, precisa-se definir qual disposição de armadura deve ser escolhida para que não haja necessidade de se criar muitos ábacos para arranjos parecidos. Com isso escolhe-se um arranjo genérico que atenda a diversas disposições de arranjos reais.

Apresenta-se primeiramente um exemplo de como escolher um arranjo genérico para um tipo de disposição de armadura para seção retangular.

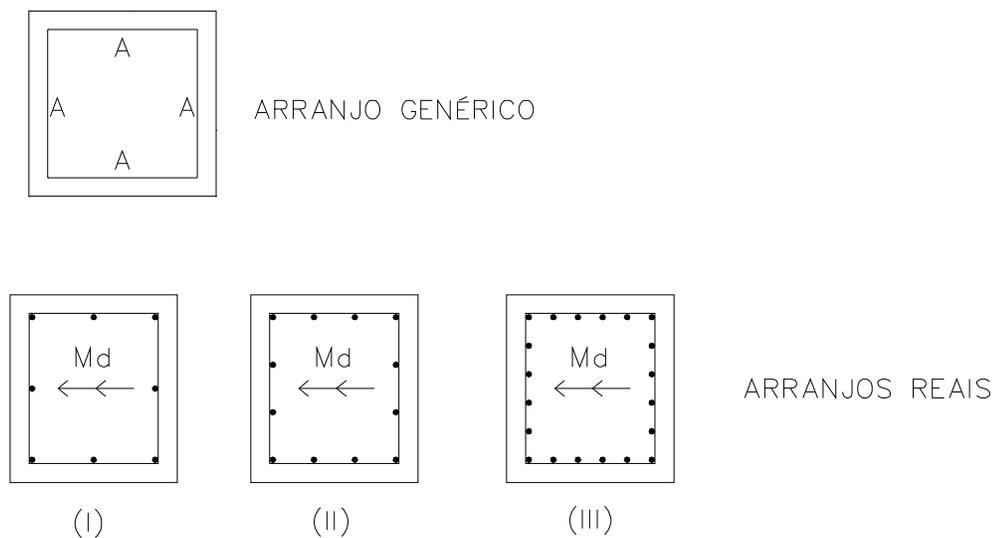


Figura 38 – Disposições das barras de aço para mesma taxa de armadura

A figura acima mostra três disposições diferentes para a mesma peça e mesma área de aço (A_s), ou seja, estas três disposições de arranjos reais correspondem ao arranjo genérico do tipo B, porém elas não possuem a mesma capacidade resistente.

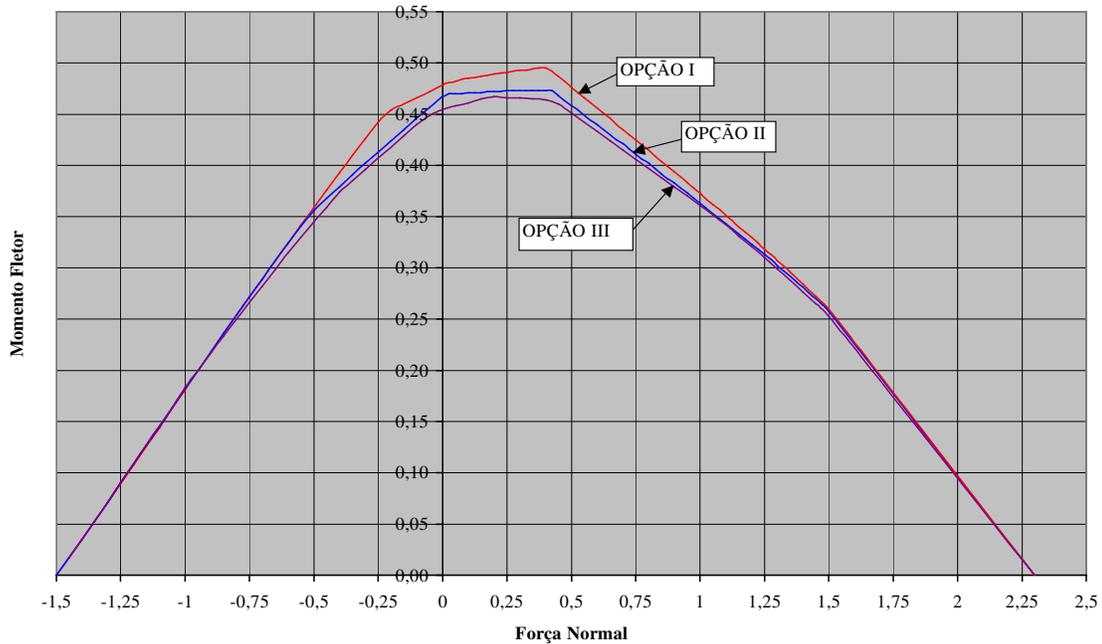


Figura 39 – Curvas de interação Força Normal – Momento Fletor resistentes para os arranjos reais

Percebe-se que a distribuição (I) possui uma capacidade resistente maior que a (II) e a (III). Nota-se que quanto mais distribuída for a armadura, o momento resistente é menor.

A distribuição (III) será utilizada para construção dos ábacos para este tipo de arranjo, pois ela apresenta capacidade resistente menor, ou seja, se utilizar uma disposição com menor quantidade de barras, está sempre a favor da segurança.

A escolha dos arranjos genéricos para construção dos ábacos deve contemplar todas as possíveis distribuições de armadura.

Para seção circular, tanto a cheia quanto a vazada, necessita-se escolher quantas barras são colocadas e em quantas seções será discretizada a poligonal que define o concreto, para que se fique a favor da segurança.

Para definir como dispor as barras de aço para uma mesma taxa de armadura é necessário fazer o mesmo estudo que foi apresentado anteriormente para seção retangular, ou seja, são apresentadas várias possibilidades de disposição das barras, e posteriormente é analisada a resistência para cada caso, como mostram as figuras abaixo.

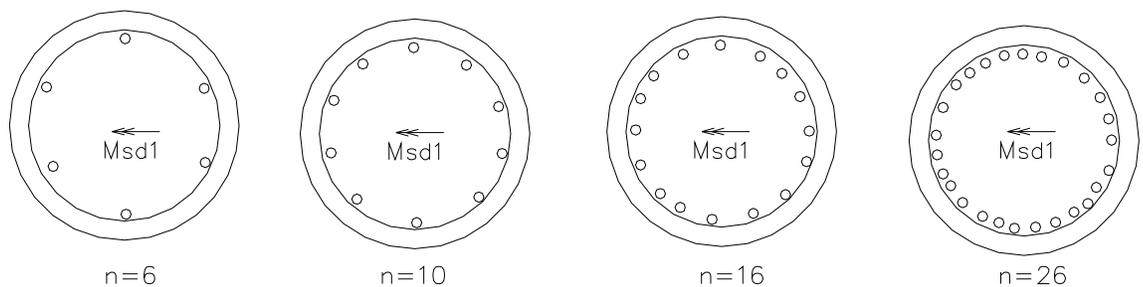


Figura 40 - Disposições das barras de aço para seção circular

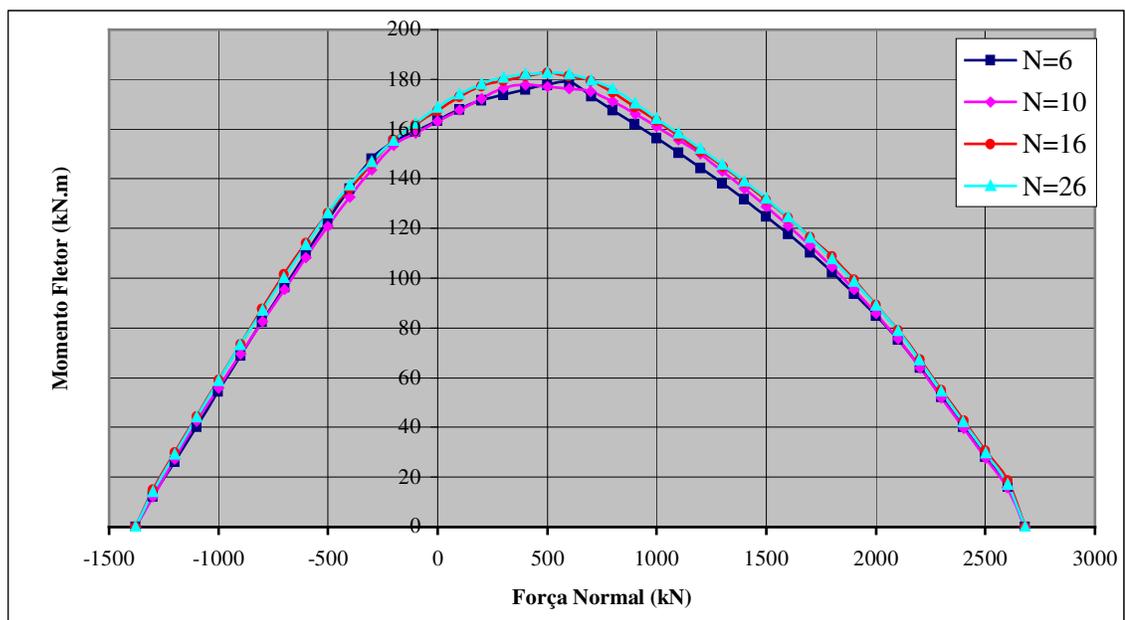


Figura 41 - Curvas de interação Força Normal - Momento Fletor resistentes para diversas disposições das barras, utilizando diâmetros equivalentes, e mesma taxa de armadura ($\rho=2,55\%$) para seção circular de 40 cm de diâmetro.

Nota-se que ao comparar a quantidade de barras de aço para uma mesma taxa de armadura, percebe-se que a disposição com menor quantidade de barras tem uma resistência menor, como é o caso de se colocar 6 barras ao invés de 26. Portanto, para construção dos ábacos é utilizada a menor quantidade de barras. Como a NBR 6118:2003 exige que tenha no mínimo seis barras para seção circular, então é adotada esta quantidade para criação dos ábacos adimensionais.

Além das disposições das barras, é necessário adotar em quantos pontos serão discretizadas a seção circular, pois quanto melhor se discretizar a poligonal, mais próxima é a seção da real e, conseqüentemente, mais resistente. Portanto para criação dos ábacos é adotada uma divisão de no mínimo 30 pontos, como mostra a figura 42.

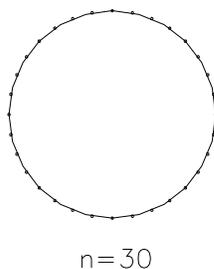


Figura 42 – Discretização da seção circular em poligonal

6- APLICABILIDADE A PROBLEMAS COM FLEXÃO NORMAL COMPOSTA

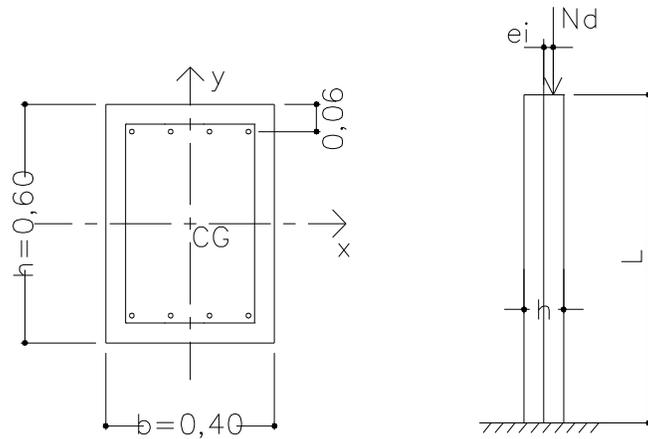
Neste capítulo são apresentados alguns exemplos de aplicação a problemas com flexão normal composta.

Pretende-se mostrar o potencial da idéia da utilização da rigidez secante adimensional para consideração da não-linearidade física, tanto em problemas simples, como pilares isolados, utilizando o processo do Pilar-Padrão e do Pilar-Padrão Melhorado, como em casos mais complexos, como pórticos, utilizando o processo P- Δ e os ábacos de interação adimensionais momento-normal-rigidez-secante.

Mostram-se exemplos utilizando métodos simplificados do boletim 16 da FIB e do Eurocode-2 e a comparação destes métodos com os adotados pela NBR 6118:2003. Apresenta-se também um exemplo comparando o método geral e o método aproximado para consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado.

6.1- EXEMPLO 1 – Comparação do exemplo mostrado no boletim 16 da FIB com a NBR 6118:2003

Um pilar em balanço, engastado em sua base, com as seguintes características



Seção transversal:

Vista Lateral:

$$b=0,40\text{m} ; h=0,60\text{m} ; l_0=6,0\text{m}$$

$$e_i=0,12\text{m (excentricidade inicial, incluindo as imperfeições)}$$

$$\lambda_x=69,2$$

$$d'/h = 0,10$$

Cargas:

- Combinação para o Estado Limite Último:

$$N_d=1600\text{kN}$$

$$M_d=1600 \times 0,12 = 192\text{kN.m}$$

Para consideração da fluência é adotado primeiramente o valor igual a 0,0.

Parâmetros dos Materiais:

- concreto: $f_{ck}=35$ MPa
- aço: $f_{yk}=500$ MPa

6.1.1-Métodos de Cálculo adotados pela FIB – boletim 16

A FIB possui três métodos para o cálculo de pilares: o método geral, o método simplificado baseado na rigidez e o método simplificado baseado na curvatura.

Neste exemplo, o qual foi feito no boletim 16 da FIB (1996), adota-se o método simplificado baseado na rigidez, onde o momento de segunda ordem é determinado por uma linearização da relação momento-curvatura.

Parâmetros:

- Concreto: $f_{cd}=f_{ck}/1,5=23,3$ MPa

$$E_{cm}=35\text{MPa} ; E_{cd}=3,5/1,5=23,3 \text{ GPa}$$

$$f_{ctk,min}=0,7 \times 3,2=2,2\text{MPa}$$

- Aço: $f_{yd}=500/1,15=435\text{MPa}$

$$E_{sd}=E_{sk}=200\text{GPa}$$

A rigidez é obtida pela seguinte expressão:

$$EI = \alpha_{\phi} \alpha_e E_c I_c + E_s I_s$$

Onde:

$$E_c I_c = 23300 \times 0,4 \times 0,6^3 / 12 = 168 \text{ MNm}^2$$

$$E_s I_s = 200000 \times A_s \times \left[\frac{0,6}{2} - 0,06 \right]^2 = 11520 \times A_s \text{ MNm}^2 \text{ (com } A_s \text{ em m}^2\text{)}$$

$$A_s = \omega A_c \cdot 0,85 f_{cd} / f_{yd} = \omega \times 0,4 \times 0,6 \times 19,8 / 435 = 0,0109 \omega$$

Portanto, tem-se:

$$E_s I_s = 11520 \times 0,0109 \omega = 126 \omega$$

Nota-se que a rigidez está em função de ω , ou seja, este processo é iterativo, tem-se que fazer várias iterações até obter o valor de ω .

A força normal relativa ν_o , calculada a partir de $0,85 f_{cd}$, é dada por:

$$\nu_o = \frac{N_d}{A_c \cdot 0,85 f_{cd}} = \frac{1,6}{0,4 \times 0,6 \times 0,85 \times 23,3} = 0,336$$

1ª iteração

Primeiramente adota-se $\omega=0,1$:

Consideração da fluência: $\alpha_\varphi = 1 - 0,8\varphi(1 - \lambda/200)\omega^{0,25} = 1,0$

$$\alpha_e = 0,08 \nu_o (0,85 f_{cd})^{0,6} e^{\lambda/100 - 2\omega} = 0,264$$

Portanto, o valor da rigidez é:

$$EI = 0,706 \times 0,264 \times 168 + 126 \times 0,1 = 56,95 \text{ MNm}^2$$

A carga crítica correspondente a esta rigidez é:

$$N_{cr} = \pi^2 EI / l_o^2 = 3,90 \text{ MN}$$

O momento total é dado pela seguinte expressão:

$$M_{sd} = M_o \left[1 + \frac{\beta}{N_{cr} / N_{sd} - 1} \right]$$

onde:

M_o = momento de primeira ordem

β = fator que depende da distribuição do momento de 1ª ordem

N_{sd} = carga axial

N_{cr} = carga crítica

Tem-se que $\beta = \pi^2 / c_o$, onde:

- $c_o = 8$ se o momento for constante;
- $c_o = 9,6$ se a distribuição do momento for parabólica;
- $c_o = 12$ se for uma distribuição triangular ao longo da barra.

Como, neste caso, o momento é constante, tem-se $c_o = 8$.

Portanto $\beta = \pi^2 / 8 = 1,234$.

Calculando o momento pela expressão mostrada acima tem-se:

$$M_{sd} = 356,57 \text{ kN.m}$$

O momento resistente para $\omega = 0,1$ é, de acordo com a figura abaixo:

$$M_{Rd} = 308 + 1142 \times 0,1 = 422 \text{ kN.m} > M_{sd}$$

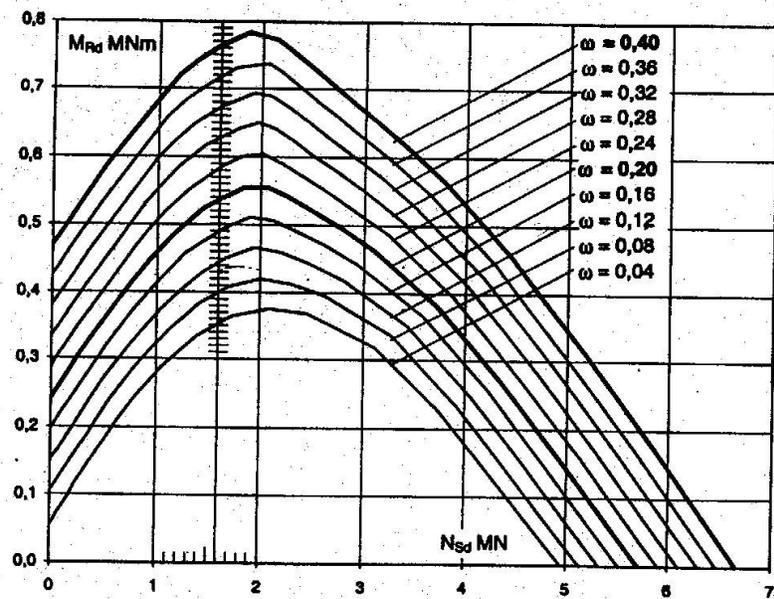


Figura 43 – Curva de interação momento-normal para $f_{ck}=35\text{MPa}$, seção retangular constante e $d'/h=0,10$

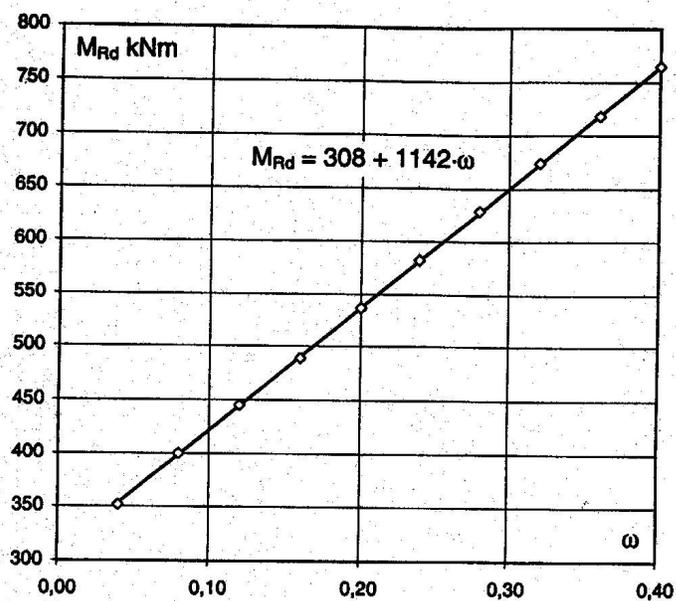


Figura 44 – Momento resistente M_{Rd} no ELU em função da taxa de armadura ω para $N_d = 1600 \text{ kN}$

Como o momento resistente é maior que o momento solicitante, fazem outras iterações, chegando-se em:

$$M_{sd} = M_{Rd} = 357 \text{ kN.m para } \omega=0,043 \text{ que resulta em } A_s=5,5\text{cm}^2.$$

O valor da rigidez é $EI = 56,95\text{MN.m}^2$ e calculando a rigidez secante adimensional, tem-se:

$$\kappa = \frac{EI}{A_c h^2 f_{cd}} = \frac{5695}{0,4 \times 0,6 \times 0,6^2 \times 3500 / 1,5} = 28,25$$

Pode-se notar que este método de cálculo é uma variante do processo do Pilar-Padrão Melhorado, conforme apresentado no quarto capítulo.

A justificativa pode ser vista a seguir.

Processo da FIB

Considerando:

$$M_{sd} = M_o \left[1 + \frac{\beta}{N_{cr} / N_{sd} - 1} \right]$$

Sendo que $N_{cr} / N_{sd} = 1 / \alpha_E$ e substituindo na expressão acima tem-se:

$$M_{sd} = M_o \left[1 + \frac{\beta}{\frac{1 - \alpha_E}{\alpha_E}} \right] = M_o \left[\frac{1 + (\beta - 1)\alpha_E}{1 - \alpha_E} \right]$$

Nota-se também que $(\beta - 1) \cong -\alpha_c$:

- quando o momento for constante $(\beta - 1) = 0,234$ e $\alpha_c = -0,25$
- quando a distribuição do momento for parabólica $(\beta - 1) = 0,028$

- quando a distribuição do momento for triangular $(\beta-1) = -0,178$ e $\alpha_c = 0,167$

Portanto:

$$M_{sd} = M_o \left[\frac{1 + (\beta - 1)\alpha_E}{1 - \alpha_E} \right] \cong M_o \left[\frac{1 - \alpha_c \alpha_E}{1 - \alpha_E} \right] \Rightarrow \underline{\text{Pilar-Padrão Melhorado}}$$

6.1.2-Métodos de cálculo adotado pela NBR 6118:2003

Para comparar o método adotado pela FIB e o adotado pela NBR 6118:2003 tem-se que fazer algumas adaptações, pois os parâmetros utilizados são diferentes.

A norma brasileira adota $\gamma_c=1,4$, enquanto que o CEB adota $\gamma_c=1,5$, com isso para poder comparar os resultados tem-se que utilizar valores iguais, portanto é adotado o valor igual ao do CEB. São apresentados os cálculos pelo processo do Pilar-Padrão com rigidez κ aproximada e pelo processo do Pilar-Padrão Melhorado com rigidez κ aproximada.

6.1.2.1- Processo do Pilar-Padrão com rigidez κ aproximada

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \frac{\kappa}{\nu}}}$$

sendo:

$$\nu = \frac{1600}{40 \times 60 \times \frac{3,5}{1,5}} = 0,286$$

Como o pilar está em balanço, tem-se que:

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20 \times \frac{192}{192} = 1,0$$

Para o valor da rigidez é utilizada a seguinte expressão aproximada:

$$\kappa = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{hN_d} \right) \nu$$

Como já foi mostrado no Capítulo 4 que este processo é iterativo, são feitas iterações até que o valor encontrado seja próximo ao calculado na iteração anterior. Portanto, tem-se:

1ª iteração:

$$\kappa_1 = 32 \left(1 + 5 \frac{192}{0,6 \times 1600} \right) 0,286 = 18,3$$

$$M_{d,tot} = \frac{1 \times 192}{1 - \frac{69,2^2}{120 \frac{18,3}{0,286}}} = 510 \text{ kN.m}$$

2ª iteração:

$$\kappa_2 = 32 \left(1 + 5 \frac{510}{0,6 \times 1600} \right) 0,286 = 33,5$$

$$M_{d,tot} = \frac{1 \times 192}{1 - \frac{69,2^2}{120 \frac{33,5}{0,286}}} = 291,3 \text{ kN.m}$$

3ª iteração:

$$\kappa_3 = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} = 25,9$$

$$M_{d,tot} = \frac{1 \times 192}{1 - \frac{69,2^2}{120 \frac{25,9}{0,286}}} = 343,4 \text{ kN.m}$$

4ª iteração:

$$\kappa_4 = 32 \left(1 + 5 \frac{343,4}{0,6 \times 1600} \right) 0,286 = 25,5$$

$$M_{d,tot} = \frac{1 \times 192}{1 - \frac{69,2^2}{120 \frac{25,5}{0,286}}} = 347,3 \text{ kN.m}$$

Portanto $M_{d,tot} = 347,3 \text{ kN.m}$

Logo:

$$\mu = \frac{34730}{40 \times 60^2 \times \frac{3,5}{1,5}} = 0,103$$

Utilizando o ábaco de iteração da figura 43 da FIB, cuja regra de construção coincide com a NBR 6118:2003, com os seguintes valores:

$N_{sd} = 1600 \text{ kN}$ e $M_{sd} = 347,3 \text{ kN.m}$, obtém-se:

$\omega = 0,04$, portanto:

$$A_s = \frac{\omega A_c 0,85 f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,04 \times 40 \times 60 \times 0,85 \times 3,5 / 1,5}{50 / 1,15} = 4,4 \text{ cm}^2$$

6.1.2.2- Processo do Pilar-Padrão Melhorado com rigidez κ aproximada:

Sendo:

$$\nu = 0,286$$

$$\alpha_E = \frac{\lambda^2}{120\kappa/\nu} = \frac{69,2^2}{120\kappa/0,286} = 11,4/\kappa$$

$$\alpha_3 = \frac{M_C}{M_A} = \frac{192}{192} = 1,0$$

$$\alpha_c = \frac{10}{12}(0,7 - \alpha_3) = -0,25$$

$$\mu_{tot} = \mu_1 \frac{1 - \alpha_E \alpha_c}{1 - \alpha_E} = \mu_1 \frac{1 - (11,4/\kappa) \times (-0,25)}{1 - 11,4/\kappa} = \mu_1 \frac{\kappa + 2,85}{\kappa - 11,4}$$

onde:

$$\mu_1 = \frac{M_{1d}}{bh^2 f_{cd}}$$

Para a rigidez tem-se a seguinte expressão:

$$\kappa = 32 \left(1 + 5 \frac{\mu_1}{\nu} \right) \nu$$

Como este processo, também, é iterativo, tem-se

1ª iteração:

$$\mu_1 = \frac{19200}{40 \times 60^2 \times 3,5/1,5} = 0,0571$$

$$\kappa_1 = 32 \left(1 + 5 \frac{0,0571}{0,286} \right) 0,286 = 18,3$$

$$\mu_{tot1} = \mu_1 \frac{\kappa + 2,85}{\kappa - 11,4} = 0,0571 \frac{18,3 + 2,85}{18,3 - 11,4} = 0,175$$

2ª iteração:

$$\kappa_2 = 32 \left(1 + 5 \frac{0,175}{0,286} \right) 0,286 = 37,15$$

$$\kappa_2^* = \frac{\kappa_2 + \kappa_1}{2} = 27,73$$

$$\mu_{tot2} = 0,0571 \frac{27,73 + 2,85}{27,73 - 11,4} = 0,107$$

3ª iteração:

$$\kappa_3 = 32 \left(1 + 5 \frac{0,107}{0,286} \right) 0,286 = 26,27$$

$$\kappa_3^* = \frac{\kappa_3 + \kappa_2^*}{2} = 27$$

$$\mu_{tot3} = 0,0571 \frac{27 + 2,85}{27 - 11,4} = 0,109$$

Utilizando o ábaco de iteração da figura 43 da FIB, cuja regra de construção coincide com a NBR 6118:2003, com os seguintes valores:

$$N_{sd} = 1600kN \text{ e } M_{sd} = 366,24kN.m, \text{ obtém-se } \omega=0,05, \text{ tem-se:}$$

$$A_s = \frac{\omega A_c 0,85 f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,05 \times 40 \times 60 \times 0,85 \times 3,5 / 1,5}{50 / 1,15} = 5,50cm^2 \text{ e}$$

$$M_{d,tot} = \mu_{tot} h A_c f_{cd} = 0,109 \times 60 \times 40 \times 60 \times 3,5 / 1,5 = 36624kN.cm$$

Portanto:

$$M_{d,tot} = 366,24kN.m$$

Seguem abaixo a tabela comparativa dos valores encontrados:

Tabela 2 – Resultados obtidos pelo método da FIB, pelo processo do Pilar-Padrão e do Pilar-Padrão Melhorado e rigidez κ aproximada

Método de cálculo	Momento fletor total	Armadura necessária	Rigidez Secante Adimensional
FIB	356,57 kN.m	5,50 cm ²	$\kappa = 28,25$
Pilar-Padrão	347 kN.m	4,40 cm ²	$\kappa = 25,50$
Pilar-Padrão Melhorado	366,24 kN.m	5,50 cm ²	$\kappa = 27,00$

Nota-se que os valores encontrados sofrem uma variação muito pequena, ou seja, ela pode ser desprezada. Conforme foi demonstrado anteriormente, o processo do Pilar-Padrão Melhorado é similar ao da FIB o que é confirmado através deste exemplo. Para a não-linearidade física, o processo apresentado pela NBR 6118:2003 considera uma aproximação de $\kappa/v = \mu/v$ e curvas linearizadas construídas a partir do diagrama tensão-deformação baseados em valores dados por $1,3.0,85f_{cd}$ para o concreto, como foi apresentado no quarto capítulo. Mesmo assim os valores de rigidez encontrados são muito próximos ao da FIB, o que confirma a possibilidade de se adotar a linearização da relação momento-curvatura.

6.2- EXEMPLO 2 - Comparação do Método do Eurocode 2 utilizando Dinamogramas e o do Processo do Pilar Padrão Melhorado

6.2.1- Método do Eurocode 2 utilizando dinamogramas

O método de cálculo utilizando este tipo de ábaco foi desenvolvido por Haro (1994) e foi publicado por Quast e Haro em 1994. Ele é utilizado para dimensionar pilares a flexão normal composta, principalmente para pilares esbeltos, onde há necessidade de uma análise de segunda ordem rigorosa (sem simplificações).

A preparação deste tipo de ábaco é baseada na força normal adimensional $V_{Rd} = N_{Rd} / (A_c \cdot f_{cd})$, no índice de esbeltez efetivo e num padrão de distribuição do momento de 1ª ordem. A idéia fundamental é obter uma relação linear entre V_{Rd} e a taxa de armadura ω para valores constantes da relação l_0/h e e_1/h como mostra a figura 45.

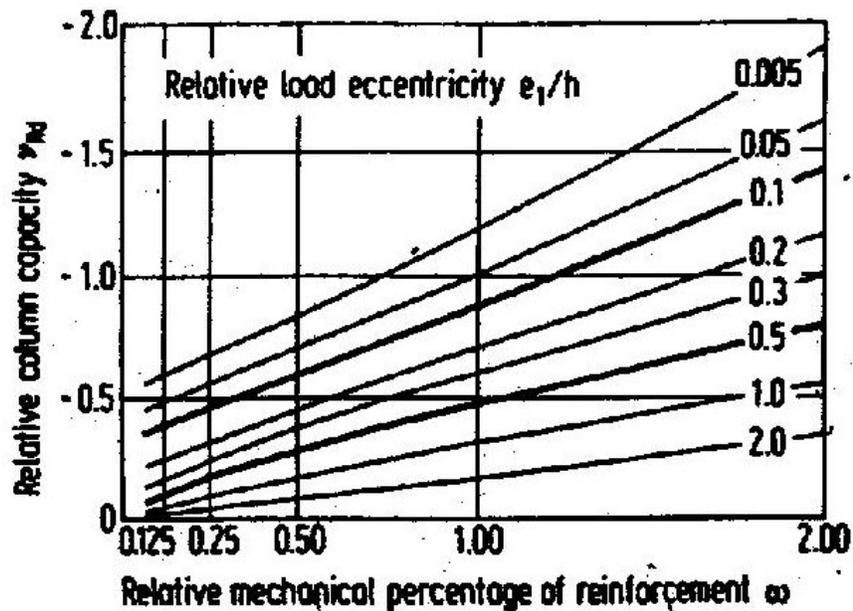


Figura 45 - Para $l_0/h=20$, seção transversal retangular com armadura distribuída nos dois lados opostos com $d'/h = 0,10$ e concreto com $f_{ck} = 45\text{MPa}$

Para a utilização deste ábaco, é necessário traçar uma reta ligando dois pontos do gráfico, que são obtidos para e_1/h e l_0/h . Para obter o momento total M_{sd} , basta ver o ponto de intersecção entre a reta que une os dois gráficos e a reta onde $l_0/h=0$, onde se obtém e_{tot}/h .

Este tipo de ábaco apresenta a desvantagem de ser específico para cada tipo de carregamento (diagrama de momento uniforme ou diagrama triangular) e depender também do tipo de apoio do pilar (engastado ou bi-apoiado), havendo a necessidade da construção de muitos ábacos. Os ábacos aqui construídos, a partir da linearização da relação momento-curvatura, são mais gerais e em conjunto com o processo do Pilar-Padrão, Pilar-Padrão Melhorado ou processo P- Δ para problemas mais complexos, servem para qualquer situação de carregamento.

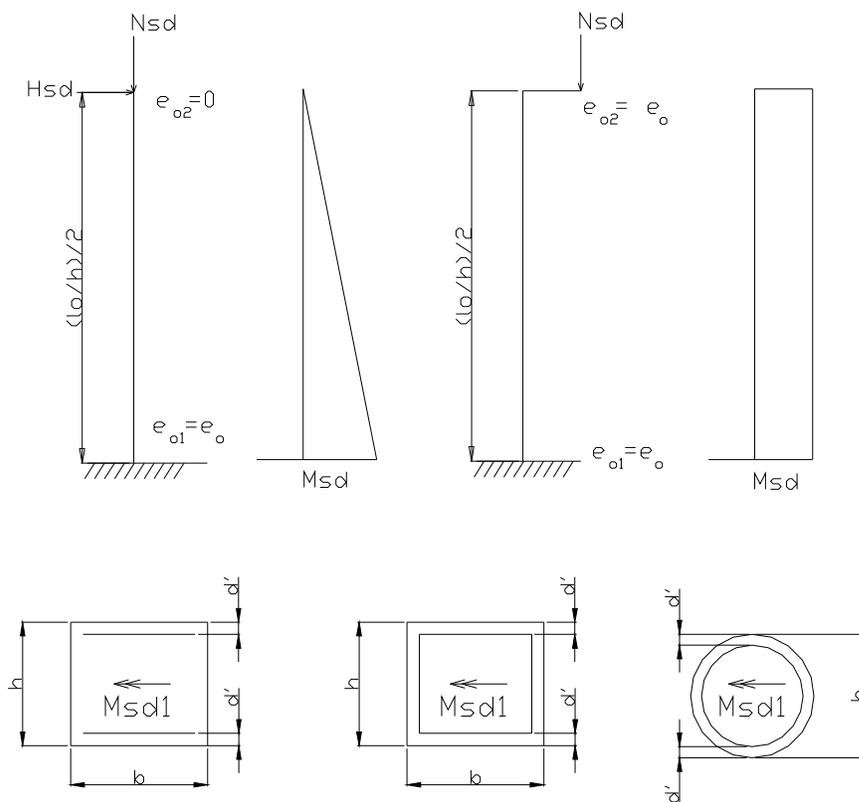
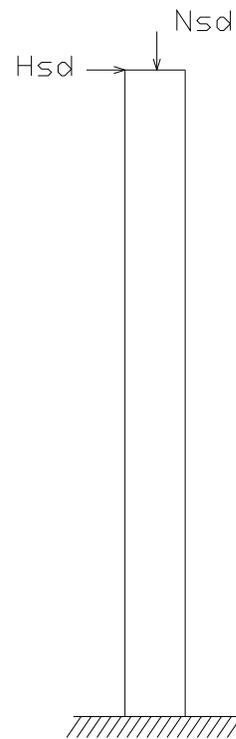
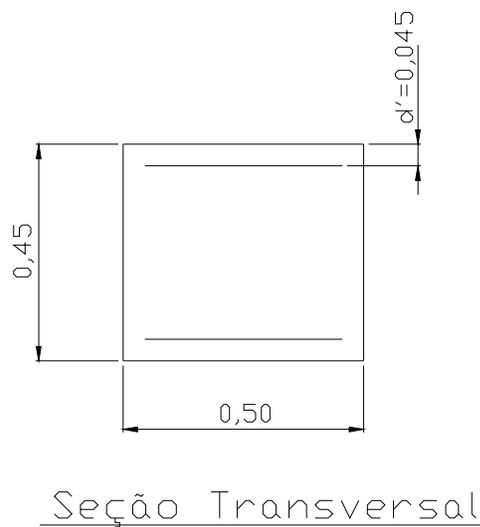


Figura 46 – Tipos de carregamento e arranjos adotados para construção dos dinamogramas

Apresenta-se a seguir um exemplo de utilização do dinamograma.

Um pilar de dimensões 0,50m x 0,45m, com altura de 4,5m, em balanço, perfeitamente engastado na base, com as seguintes características:



Concreto: $f_{ck}=25 \text{ MPa}$ $\gamma_c=1,5$

$$f_{cd} = 25/1,5 = 16,67 \text{ MPa}$$

Aço: $f_{yk}=500 \text{ MPa}$ $\gamma_s=1,15$

$$f_{yd} = 500 / 1,15 = 435 \text{ MPa}$$

Dimensões: $b=50 \text{ cm}$ $h=45 \text{ cm}$

$$d'=4,5 \text{ cm} \quad d'/h=0,10$$

$$l_e/h = 2 \times 4,50/0,45 = 20$$

$$\lambda=69,2$$

Carregamento: $N_{Sd}=1745\text{kN}$

$$H_{Sd}=61,1\text{kN}$$

Portanto, tem-se:

$$v_{sd} = \frac{N_{sd}}{A_c f_{cd}} = \frac{1745}{50 \times 45 \times 2,5 / 1,5} = 0,465$$

$$e_1/h = (61,1/1745 + 1/200) \times 450/45 = 0,4$$

Entrando no dinamograma apresentado na figura 47 com os valores de $v_{sd} = 0,465$ e $e_1/h = 0,4$, obtém-se:

$$\omega=0,48$$

Como: $A_s = \omega A_c f_{cd} / f_{yd}$, tem-se:

$$A_s=41,4\text{cm}^2$$

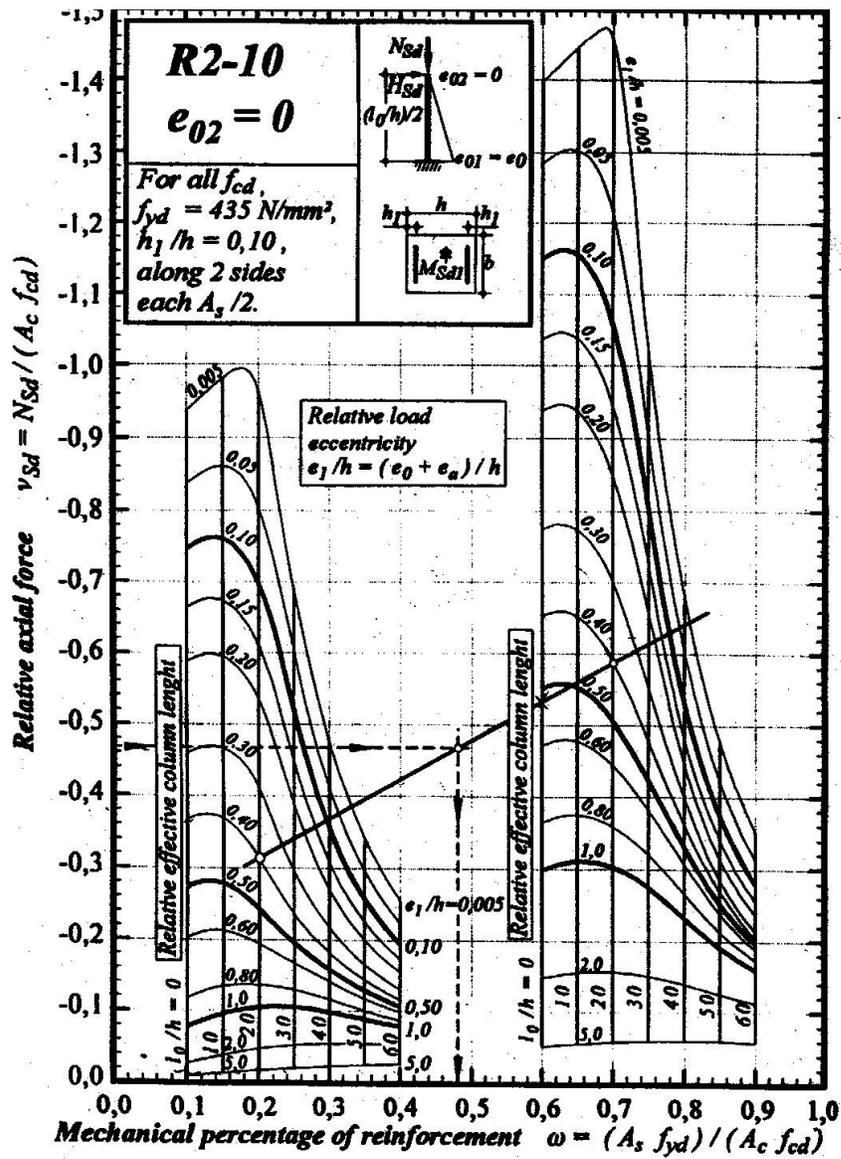


Figura 47 - Dinamograma para pilar em balanço, com seção retangular constante e força concentrada no topo.

Para se obter a excentricidade total e , conseqüentemente, o momento total por meio do dinamograma, basta unir os pontos $(e_1/h, l_0/h)$ dos dois lados do ábaco e ler o valor em $l_0/h=0$. Neste exemplo obtém-se:

$$e/h = e_1/h + e_2/h = 0,52$$

Portanto:

$$e_{\text{tot}} = 0,234 \text{ m}$$

$$M_{\text{sd}} = 0,234 \times 1745 = 408,3 \text{ kN.m}$$

6.2.2- Processo do Pilar-Padrão Melhorado com κ do ábaco

Para comparar os dois métodos é preciso utilizar os mesmos parâmetros dos materiais, portanto será adotado $\gamma_c=1,5$ para o concreto. O mesmo exemplo acima será calculado pelo processo do Pilar-Padrão Melhorado conforme foi exposto no quarto capítulo, considerando $\gamma_{F3}=1,1$.

O momento fletor de primeira ordem total é:

$$M_{1d} = 61,1 \times 4,5 = 275 \text{ kNm}$$

A força normal adimensional e o momento fletor de primeira ordem adimensional têm por valor:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} = \frac{1745}{0,5 \times 0,45 \times 25000 / 1,5} = 0,465$$

$$\mu_1 = \frac{275}{0,5 \times 0,45^2 \times 25000 / 1,5} = 0,163$$

Para o cálculo do parâmetro α_c do Pilar-Padrão Melhorado são necessários:

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = 0$$

logo:

$$\alpha_c = \frac{1}{6} - \frac{\alpha_1}{1,2} - \frac{\alpha_2}{2,4} = 0,166$$

O valor do momento total é dado por:

$$\mu_{tot} = \mu_1 \frac{1 - \alpha_c \alpha_E}{1 - \alpha_E} = 0,163 \times \frac{1 - 0,166 \times \frac{16,91}{\kappa}}{1 - \frac{16,91}{\kappa}}$$

onde

$$\alpha_E = \frac{v(l_e/h)^2}{\gamma_{f3} 10 \kappa} = \frac{0,465 \times (4,5 \times 2 / 0,45)^2}{1,1 \times 10 \times \kappa} = \frac{16,91}{\kappa}$$

Para primeira avaliação do valor de κ , usa-se o Ábaco A10, pois $d'/h = 0,10$, com os valores:

$$v = 0,465 \text{ e } \mu_{tot} > 0,163$$

Obtém-se:

$$\kappa = 55 \text{ (correspondente a } \mu_{tot} \cong 0,170)$$

Com este valor de κ , tem-se:

$$\mu_{tot} = 0,163 \times \frac{1 - 0,166 \times \frac{16,91}{55}}{1 - \frac{16,91}{55}} = 0,223$$

Voltando ao ábaco com:

$$v = 0,465 \text{ e } \mu_{tot} > 0,223$$

Obtém-se:

$$\kappa = 60 \text{ (correspondente a } \mu_{tot} \cong 0,225)$$

Com este valor de κ , tem-se:

$$\mu_{tot} = 0,163 \times \frac{1 - 0,166 \times \frac{16,91}{60}}{1 - \frac{16,91}{60}} = 0,216$$

Portanto os valores adotados são $\kappa = 60$ e $\mu_{tot} = 0,225$, que correspondem a $\omega = 0,33$, para o qual é necessária uma armadura de:

$$A_s = \omega \frac{A_c f_{cd}}{f_{yd}} = 0,33 \times \frac{0,5 \times 0,45 \times 25000 / 1,5}{43,5}$$

$$A_s = 28,50 \text{ cm}^2$$

E o momento fletor total é:

$$M_{d,tot,base} = M_{ld} \frac{1 - \alpha_c \alpha_E}{1 - \alpha_E}$$

$$M_{d,tot,base} = 275 \times \frac{1 - 0,166 \times \frac{16,91}{60}}{1 - \frac{16,91}{60}} = 365 \text{ kN.m}$$

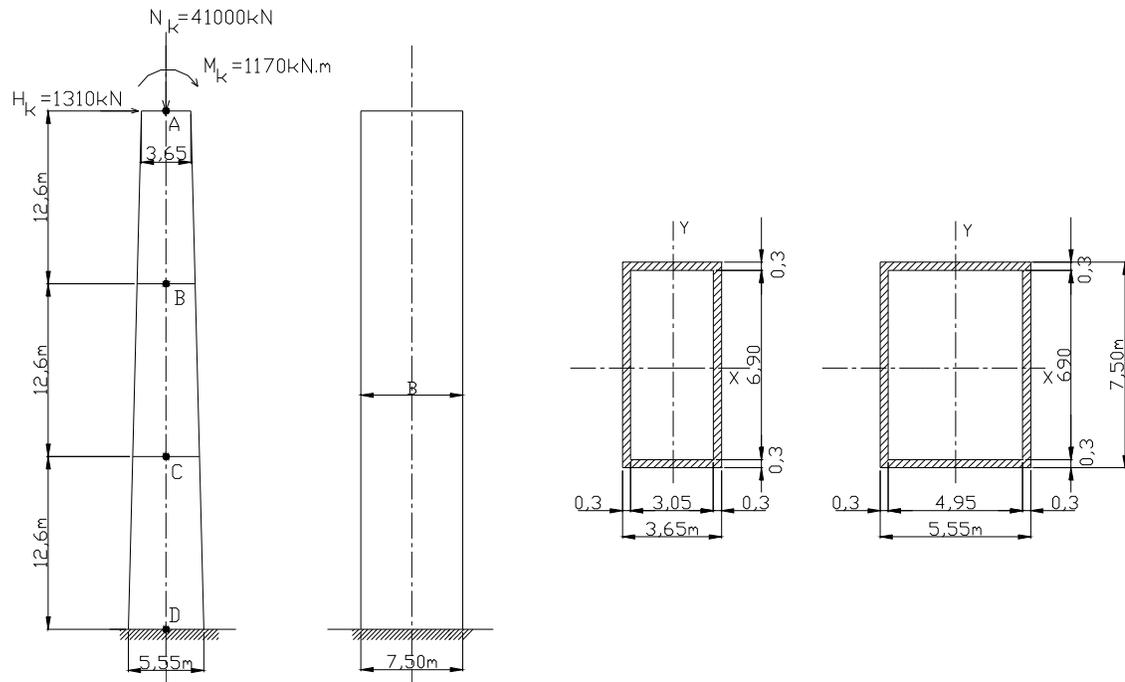
Pela tabela abaixo conclui-se que os valores obtidos pelo Eurocode-2 são maiores que os do Pilar-Padrão Melhorado, provavelmente isto ocorrem porque o valor da rigidez considerada por Haro(1994) é mais conservativa que a adotada pela NBR 6118:2003 e também não se utilizam nestes dinamogramas a formatação de segurança com $\gamma_{f3} \neq 1,0$.

Tabela 3 – Resultados obtidos pelo método do Eurocode 2 e pelo processo do Pilar- Padrão Melhorado

Método de cálculo	Momento fletor total	Armadura necessária
Eurocode 2 - Dinamograma	408,3 kN.m	41,4 cm ²
Pilar-Padrão Melhorado c/ κ dos ábacos	365 kN.m	28,50 cm ²

6.3- EXEMPLO 3 – Pilar com seção retangular vazada

Um pilar com inércia variável ao longo do comprimento, engastado na base e com extremidade superior livre, de uma ponte, submetido a flexão normal composta com instabilidade no plano longitudinal com as seguintes características:



Vistas

Seções transversais

Materiais:

Concreto: $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$

Aço: CA-50 $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

Carregamentos:

$N_k = 41000 \text{ kN}$

$H_k = 1310 \text{ kN}$

$M_k = 1170 \text{ kN.m}$

O pilar será dividido em três trechos: AB, BC e CD. Cada trecho tem 12,60 m de comprimento com as seguintes armaduras:

- trecho AB: ϕ 16 mm c/ 20 na face externa e ϕ 12,5 mm c/ 20 na face interna
- trecho BC: ϕ 16 mm c/ 20 na face externa e ϕ 16 mm c/ 20 na face interna
- trecho CD: ϕ 20 mm c/ 20 na face externa e ϕ 16 mm c/ 20 na face interna

Cada trecho possui as seguintes características geométricas:

TRECHO AB:

Seção transversal:

$$b = 7,50 \text{ m}$$

$$h_{\text{médio}} = 3,97 \text{ m}$$

$$h_o = 3,67 \text{ m}$$

$$h_m = 0,30 \text{ m}$$

$$\text{Área} = 6,522 \text{ m}^2$$

$$\text{Inércia} = 17,1 \text{ m}^4$$

Armadura:

$$A_s = 112 \times (1,25 + 2,0) = 364 \text{ cm}^2$$

TRECHO BC:

Seção transversal:

$$b = 7,50 \text{ m}$$

$$h_{\text{médio}} = 4,61 \text{ m}$$

$$h_o = 4,31 \text{ m}$$

$$h_m = 0,30 \text{ m}$$

$$\text{Área} = 6,906 \text{ m}^2$$

$$\text{Inércia} = 24,16 \text{ m}^4$$

Armadura:

$$A_s = 118 \times (2,0 + 2,0) = 472 \text{ cm}^2$$

TRECHO CD:*Seção transversal:*

$$b = 7,50 \text{ m}$$

$$h_{\text{médio}} = 5,24 \text{ m}$$

$$h_o = 4,94 \text{ m}$$

$$h_m = 0,30 \text{ m}$$

$$\text{Área} = 7,284 \text{ m}^2$$

$$\text{Inércia} = 32,48 \text{ m}^4$$

Armadura:

$$A_s = 124 \times (2,0 + 3,15) = 639 \text{ cm}^2$$

A não-linearidade física é considerada por meio do ábaco de interação adimensional Momento-Normal-Rigidez Secante e a não-linearidade geométrica é considerada pelo processo P-Δ.

Para calcular a não-linearidade geométrica com o valor exato da rigidez do pilar em cada seção, primeiramente será encontrado o valor de κ_o em cada trecho.

TRECHO AB:

A força normal adimensional é dada por:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} = \frac{1,4 \times 41000}{6,522 \times 20000 / 1,4} = 0,616$$

A taxa de armadura é obtida pela expressão:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} = \frac{364 \times 50 / 1,15}{6,522 \times 20000 / 1,4} = 0,165$$

Como $d/h_o = 0,04$ considera-se o ábaco G05F0 e obtém-se a rigidez adimensional:

$$\kappa_o = 145$$

Ou seja:

$$EI_{cs} = \kappa_o \times A_c \times h_o^2 \times f_{cd} = 145 \times 6,522 \times 3,67^2 \times 20000/1,4 = 181962915 kNm^2$$

TRECHO BC:

A força normal adimensional é dada por:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} = \frac{1,4 \times 41000}{6,906 \times 20000/1,4} = 0,581$$

A taxa de armadura é obtida pela expressão:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} = \frac{472 \times 50/1,15}{6,906 \times 20000/1,4} = 0,208$$

Como $d/h_o=0,038$ usa-se o ábaco G05F0 e obtém-se a rigidez adimensional:

$$\kappa_o = 142$$

Ou seja:

$$EI_{cs} = \kappa_o \times A_c \times h_o^2 \times f_{cd} = 142 \times 6,906 \times 4,31^2 \times 20000/1,4 = 260238423 kNm^2$$

TRECHO CD:

A força normal adimensional é dada por:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} = \frac{1,4 \times 41000}{7,284 \times 20000/1,4} = 0,552$$

A taxa de armadura é obtida pela expressão:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} = \frac{639 \times 50/1,15}{7,284 \times 20000/1,4} = 0,267$$

Como $d/h_o=0,03$ usa-se o o ábaco G05F0 e obtém-se a rigidez adimensional:

$$\kappa_o = 130$$

Ou seja:

$$EI_{cs} = \kappa_o \times A_c \times h_o^2 \times f_{cd} = 130 \times 7,284 \times 4,94^2 \times 20000 / 1,4 = 330117956 \text{ kNm}^2$$

Com estes valores de rigidez secante é calculado, pelo processo P- Δ , a não-linearidade geométrica, conforme esquema e tabela abaixo:

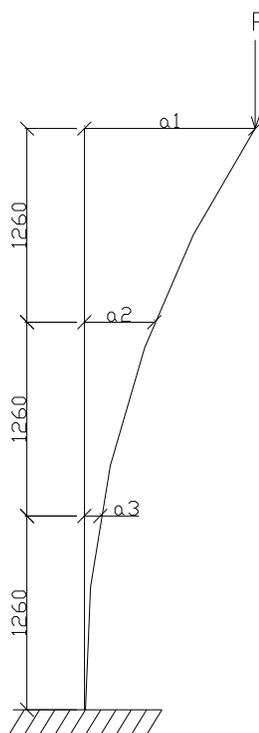


Figura 48 – Desenho esquemático do processo P- Δ

Tabela 4 – Método iterativo P- Δ

Iteração	ΔH_1 (kN)	ΔH_2 (kN)	ΔH_3 (kN)	a_1 (m)	a_2 (m)	a_3 (m)	Δa_1 (m)	Δa_2 (m)	Δa_3 (m)	H_1 (kN)	H_2 (kN)	H_3 (kN)
0				0,186	0,090	0,027	0,096	0,063	0,027	437,3	287,0	123,0
1	437,3	-150,3	-164,0	0,212	0,099	0,027	0,113	0,072	0,027	514,8	328,0	123,0
2	514,8	-186,8	-205,0	0,217	0,101	0,027	0,116	0,074	0,027	528,4	337,1	123,0
3	528,4	-191,3	-214,1	0,218	0,101	0,027	0,117	0,074	0,027	337,1	337,1	123,0
4	533,0	-195,6	-214,1	0,218	0,101	0,027						

Os esforços finais nos pontos A, B, C e D são:

$$M_{d,A} = 1170 \times 1,4 = 1638 \text{ kN.m}$$

$$M_{d,B} = (1170 + 1310 \times 12,60 + 41000 \times (0,218 - 0,101)) \times 1,4 = 31462 \text{ kN.m}$$

$$M_{d,C} = (1170 + 1310 \times 25,20 + 41000 \times (0,218 - 0,027)) \times 1,4 = 58818 \text{ kN.m}$$

$$M_{d,D} = (1170 + 1310 \times 37,80 + 41000 \times 0,218) \times 1,4 = 83476 \text{ kN.m}$$

Com estes valores de esforços o pilar é novamente dimensionado para verificação da armadura. Portanto, tem-se:

TRECHO AB:

A força normal adimensional é dada por:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} = \frac{1,4 \times 41000}{6,522 \times 20000 / 1,4} = 0,616$$

O momento fletor adimensional é obtido pela expressão:

$$\mu_o = \frac{M_d}{A_c h_o f_{cd}} = \frac{31462}{6,522 \times 3,67 \times 20000 / 1,4} = 0,092$$

Com o ábaco G05F0, obtém-se $\omega=0,02$, resultando em uma armadura $A_s=42,88\text{cm}^2$ menor que a armadura existente ($A_s=364\text{cm}^2$), portanto para este trecho o pilar está dimensionado corretamente.

TRECHO BC:

A força normal adimensional é dada por:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} = \frac{1,4 \times 41000}{6,906 \times 20000 / 1,4} = 0,581$$

O momento fletor adimensional é obtido pela expressão:

$$\mu_o = \frac{M_d}{A_c h_o f_{cd}} = \frac{58818}{6,906 \times 4,31 \times 20000 / 1,4} = 0,138$$

Considerando o ábaco G05F0, obtém-se $\omega=0,05$, resultando em uma armadura $A_s=113,5\text{cm}^2$ menor que a armadura existente ($A_s=472\text{cm}^2$), portanto para este trecho o pilar também está dimensionado corretamente.

TRECHO CD:

A força normal adimensional é dada por:

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} = \frac{1,4 \times 41000}{7,284 \times 20000 / 1,4} = 0,552$$

O momento fletor adimensional é obtido pela expressão:

$$\mu_o = \frac{M_d}{A_c \times h_o \times f_{cd}} = \frac{83476}{7,284 \times 4,94 \times 20000 / 1,4} = 0,162$$

Com o ábaco G05F0, obtém-se $\omega=0,10$, resultando em uma armadura $A_s=239,3\text{cm}^2$ menor que a armadura existente ($A_s=639\text{cm}^2$), portanto o pilar está dimensionado corretamente.

6.4- EXEMPLO 4 - Comparação entre o Método Geral e o Método Aproximado para consideração da não-linearidade física dos materiais

Método Geral

A consideração da não-linearidade física dos materiais pelo método geral é realizada tomando valores exatos da relação momento-curvatura para rigidez dos segmentos que constituem a peça.

A solução de problemas simples, como colunas isoladas, pode ser feita por um processo iterativo, como é o caso do método geral com integração direta da linha elástica e consideração da não-linearidade geométrica de forma iterativa, onde em cada etapa se integram as curvaturas e rotações para obtenção dos deslocamentos.

O exemplo mostrado a seguir apresenta a verificação de um pilar com seção variável, engastado no apoio e livre na extremidade, onde é feita uma discretização da coluna em dez segmentos para aplicação do método geral com as armaduras conhecidas.

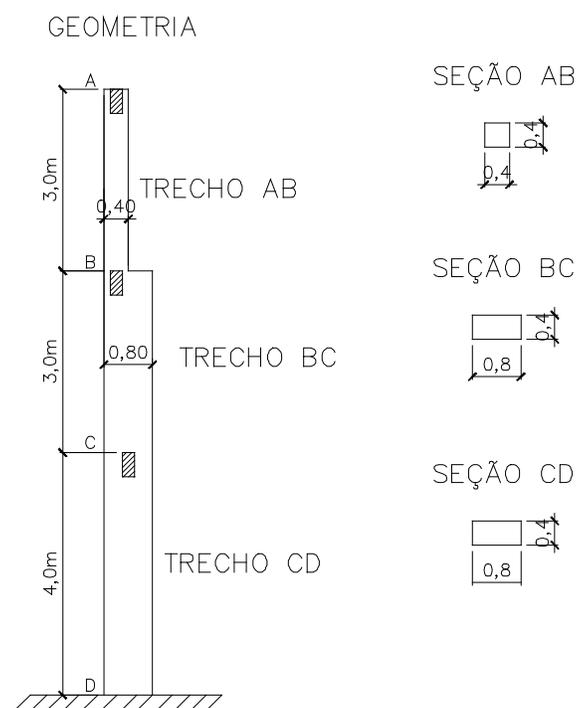


Figura 49 – Geometria da peça

Característica dos materiais:

Concreto: $f_{ck}=20$ MPa

Aço: $f_{yk}=500$ MPa

As armaduras estão dispostas por trecho, ou seja, para cada trecho tem uma armadura diferente como mostra a figura 50, pois seria um exagero colocar a mesma armadura ao longo de todo o pilar.

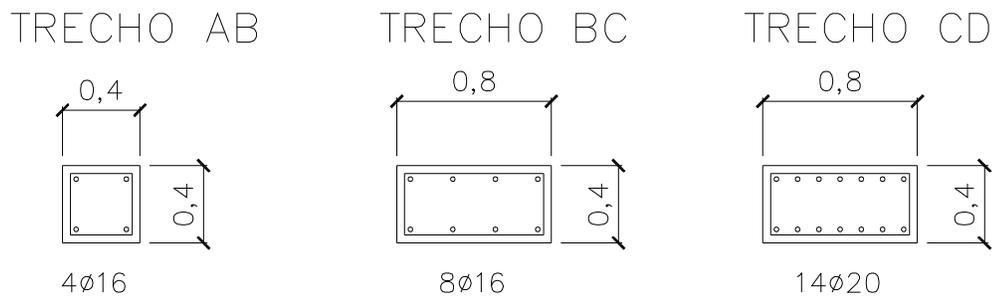


Figura 50 - Armaduras para cada trecho do pilar

Com isso a verificação do pilar é realizada para cada trecho separadamente. Se existisse a mesma armadura ao longo do pilar e se a seção fosse constante, a verificação seria feita uma única vez para o esforço máximo, que não é o caso nesse exemplo.

Os carregamentos são dados por:

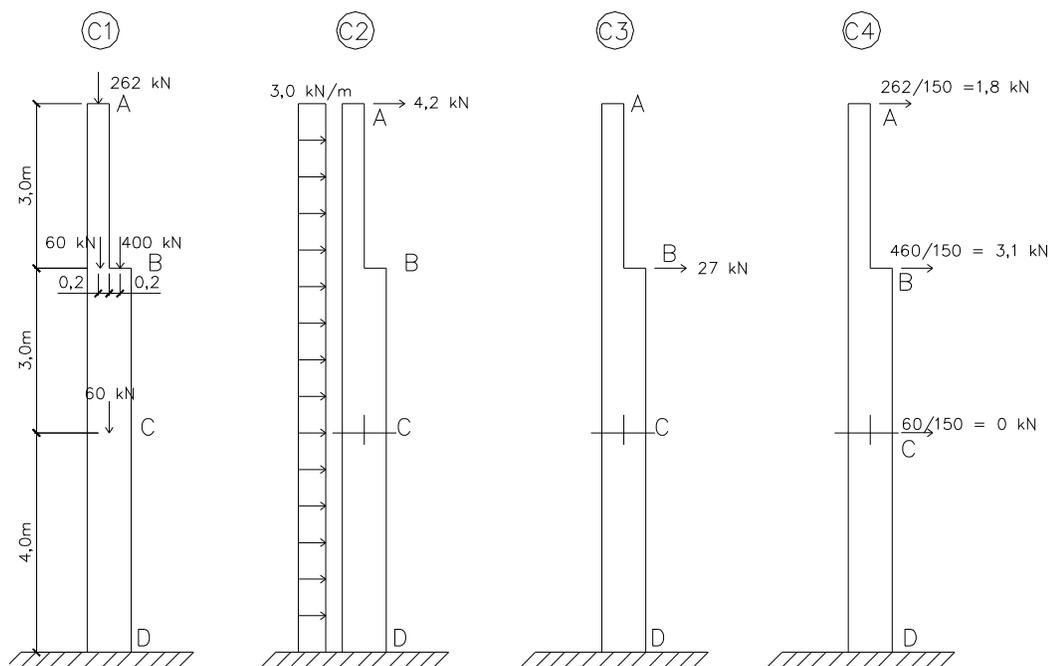


Figura 51 – Tipos de carregamentos na estrutura

O carregamento “C1” está relacionado com o peso próprio da estrutura e com a carga vertical da ponte rolante, o carregamento “C2” leva em consideração o efeito do vento, o carregamento “C3” considera o esforço horizontal da ponte rolante, ou seja, o efeito da frenagem e o carregamento “C4” a inclinação acidental do pilar. As cargas estão em valores característicos, portanto não estão multiplicados pelo coeficiente γ_f .

A combinação mais desfavorável para o estudo dos esforços para verificação do pilar, de acordo com a NBR 6118:2003, é:

$$F_d = (C1 + C2 + \psi_o C3 + \psi_o C4) \times \gamma_f$$

Considerando o vento como a principal ação variável e utilizando $\psi_o=0,6$ para frenagem e $\psi_o=1,0$ para inclinação acidental, obtém-se os valores representados na figura abaixo com o respectivo diagrama de momento fletor para efeito de 1ª ordem. Segundo a interpretação da versão final da NBR 6118:2003, poderia ser utilizado somente o vento ou os efeitos da inclinação vertical, o que causar maior momento fletor na base do pilar.

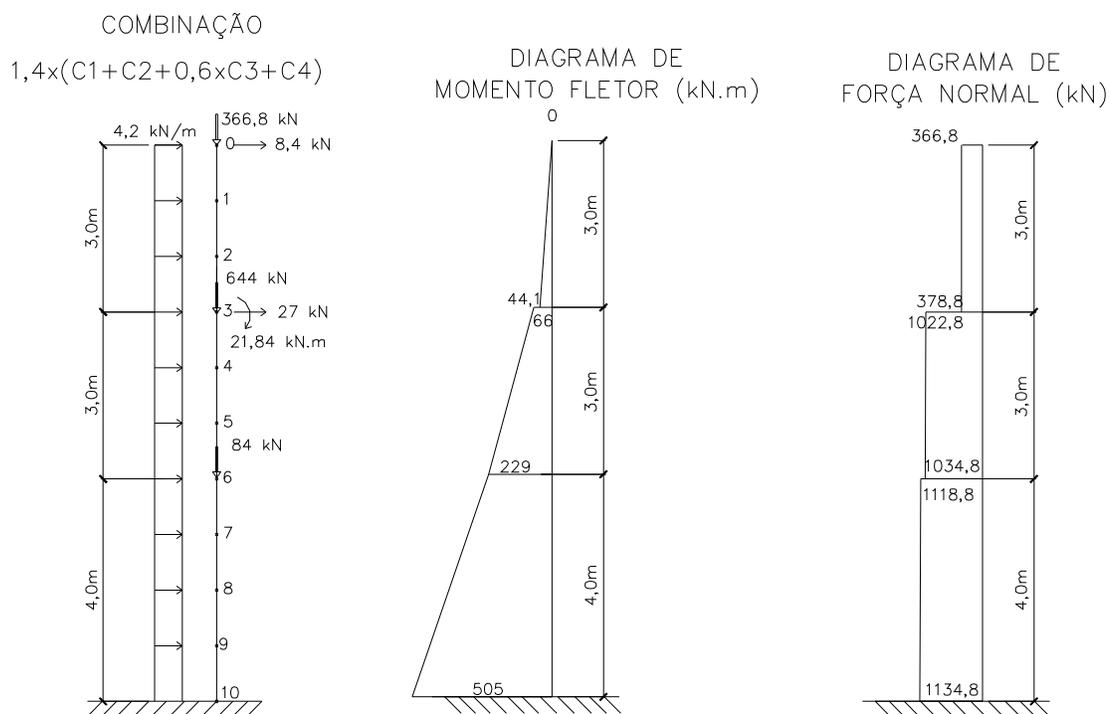


Figura 52 – Combinação dos carregamentos e diagramas dos esforços

Com o pilar discretizado em 10 pontos é realizado o processo de integração numérica com o auxílio de um programa computacional para obtenção da relação momento-curvatura para cada trecho de acordo com sua seção, força normal e armadura, como mostra a figura abaixo.

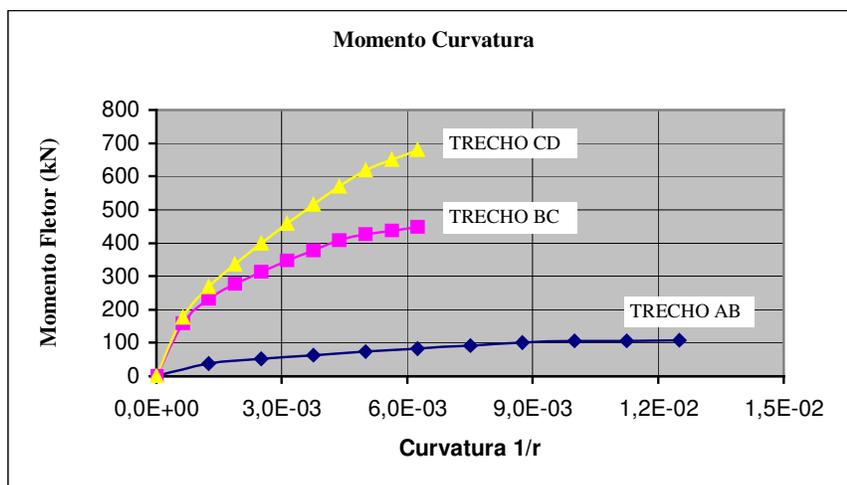


Figura 53 - Relação momento-curvatura para as três diferentes seções do pilar

O cálculo dos valores das curvaturas relativas $(1/r)_i$, das rotações φ_i , e dos deslocamentos f_i é obtido em cada iteração j do processo por:

Iteração j

$$\varphi_{11} = 0 \qquad f_{11} = 0 \qquad \text{engaste na base}$$

$$\varphi_i = \varphi_{i+1} + \left(\frac{1}{r}\right)_{i+1} \times \Delta l + \left[\left(\frac{1}{r}\right)_i - \left(\frac{1}{r}\right)_{i+1} \right] \times \frac{\Delta l}{2}$$

$$f_i = f_{i+1} + \varphi_{i+1} \Delta l + (\varphi_i - \varphi_{i+1}) \times \frac{\Delta l}{2}$$

Os momentos fletores são obtidos pela expressão:

$$M_{i, \text{iteração } j} \cong M_{1i} + N \times e_{i, \text{iteração } j-1}$$

onde $e_i = (f_o - f_i)_{\text{iteração } j-1}$. Sendo:

$M_{i, \text{iteração } j}$ momento fletor total em cada seção i , na iteração j ;

$M_{1,i}$ momento fletor de primeira ordem, dividido por γ_{f3} , na seção i ;

N força normal de cálculo dividido por γ_{f3} ;

$e_{i, \text{iteração } j-1}$ excentricidade da força normal N em relação a seção i , calculada com base nos deslocamentos da iteração $j-1$

Os valores das curvaturas relativas $(1/r)_i$ são obtidos a partir dos valores de M_i , usando-se as relações momento-curvatura obtidas anteriormente. Para a primeira iteração do processo, supõe-se que os momentos totais sejam os de primeira ordem, ou seja, $e_i=0$. A solução é obtida quando os valores de uma iteração não diferem dos da iteração anterior além de uma tolerância desejada. Estes valores são factíveis se os momentos e a força normal obtidos do processo e posteriormente majorados de γ_{f3} , forem menores ou iguais aos valores últimos a que a seção e a armadura consideradas resistirem.

Esse processo foi automatizado com o auxílio de uma planilha eletrônica, conforme é mostrado abaixo.

iteração	0,00	0,0000	0,000	3,36E-16	0,0182	0,1192	29760
3	1,00	0,0167	16,632	5,59E-04	0,0179	0,1012	29760
	2,00	0,0329	37,265	1,26E-03	0,0170	0,0838	29684
	3,00	0,0476	61,558	3,54E-03	0,0146	0,0680	17411
	3,01	0,0477	83,508	3,28E-04	0,0146	0,0679	254240
	4,00	0,0610	146,995	5,78E-04	0,0141	0,0537	254240
	5,00	0,0738	214,286	1,10E-03	0,0133	0,0400	194254
	6,00	0,0855	284,626	2,01E-03	0,0117	0,0275	141301
	6,01	0,0857	284,737	1,40E-03	0,0117	0,0274	202921
	7,01	0,0958	358,604	2,09E-03	0,0099	0,0166	171414
	8,01	0,1040	434,517	2,87E-03	0,0075	0,0079	151360
	9,01	0,1096	511,662	3,71E-03	0,0042	0,0021	137918
10,01	0,1115	589,165	4,62E-03	0,0000	0,0000	127476	

iteração	0,00	0,0000	0,000	3,36E-16	0,0188	0,1229	29760
50	1,00	0,0187	17,351	5,83E-04	0,0185	0,1042	29760
	2,00	0,0367	38,670	1,37E-03	0,0176	0,0861	28189
	3,00	0,0530	63,538	3,76E-03	0,0150	0,0699	16911
	3,01	0,0531	85,493	3,36E-04	0,0150	0,0697	254240
	4,00	0,0677	150,304	5,91E-04	0,0145	0,0551	254240
	5,00	0,0818	218,873	1,14E-03	0,0136	0,0410	191536
	6,00	0,0946	290,342	2,11E-03	0,0120	0,0282	137528
	6,01	0,0948	290,464	1,45E-03	0,0120	0,0281	199633
	7,01	0,1059	365,331	2,16E-03	0,0102	0,0170	169189
	8,01	0,1148	442,011	2,95E-03	0,0076	0,0081	149841
	9,01	0,1207	519,645	3,80E-03	0,0043	0,0021	136752
10,01	0,1229	597,318	4,73E-03	0,0000	0,0000	126413	

Com o método geral chega-se nos seguintes momentos fletores finais:

PONTO	Md (kN.m)
0	0
1	17,35
2	38,67
3	63,54 / 85,49
4	150,30
5	218,87
6	290,34
7	365,33
8	442,01
9	519,65
10	597,318

Com os valores finais dos esforços é feita a verificação do pilar para cada trecho.

Trecho AB (pontos 0 a 3)

$$N_d = 378,8 \text{ kN}$$

$$\nu = \frac{378,8}{0,16 \times 20000 / 1,4} = 0,166$$

$$A_{s,\text{existente}} = 8 \text{ cm}^2, \text{ portanto } \omega_{\text{existente}} = \frac{8 \times 50 / 1,15}{0,16 \times 20000 / 1,4} = 0,152$$

$M_{d,\text{máx}} = 63,54 \text{ kN.m}$, onde tem-se:

$$\mu = \frac{63,54}{0,16 \times 0,4 \times 20000 / 1,4} = 0,069$$

Usando o ábaco B10F0 tem-se $\omega = 0,02$

Portanto a taxa de armadura existente é maior que a necessária. Mas como já foi adotada a armadura mínima, não se pode diminuir a quantidade de barras de aço.

Trecho BC (pontos 3 a 6)

$$N_d = 1034,8 \text{ kN}$$

$$\nu = \frac{1034,8}{0,32 \times 20000 / 1,4} = 0,226$$

$$A_{s,\text{existente}} = 16 \text{ cm}^2, \text{ portanto } \omega_{\text{existente}} = \frac{16 \times 50 / 1,15}{0,32 \times 20000 / 1,4} = 0,152$$

$M_{d,\text{máx}} = 290,34 \text{ kN.m}$, onde tem-se:

$$\mu = \frac{290,34}{0,32 \times 0,8 \times 20000 / 1,4} = 0,08$$

Usando o ábaco C05F0 tem-se $\omega = 0,04$

Portanto a taxa de armadura existente é maior que a necessária. Mas como também já foi adotada a armadura mínima, não se pode diminuir a quantidade de barras de aço.

Trecho CD (pontos 6 a 10)

$$N_d = 1134,8 \text{ kN}$$

$$v = \frac{1134,8}{0,32 \times 20000 / 1,4} = 0,248$$

$$A_{s,\text{existente}} = 44,1 \text{ cm}^2, \text{ portanto } \omega_{\text{existente}} = \frac{44,1 \times 50 / 1,15}{0,32 \times 20000 / 1,4} = 0,420$$

$M_{d,\text{máx}} = 597,32 \text{ kN.m}$, onde tem-se:

$$\mu = \frac{597,32}{0,32 \times 0,8 \times 20000 / 1,4} = 0,163$$

Usando o ábaco C05F0 tem-se $\omega = 0,3$

Portanto a taxa de armadura existente é maior que a necessária. Conclui-se com a verificação que o pilar está dimensionado corretamente.

Método Aproximado

A consideração da não-linearidade física dos materiais pelo método aproximado é feita tomando valores aproximados a partir da linearização da relação momento-curvatura para rigidez dos segmentos que constituem a peça para cada iteração, a partir da armadura existente, conforme apresentado no quarto capítulo do trabalho.

Para comparação dos métodos, geral e aproximado, é apresentada a solução do exemplo mostrado anteriormente utilizando a rigidez κ para consideração da não-linearidade física e o processo P- Δ para não-linearidade geométrica da peça.

O processo P- Δ desenvolve-se por aproximações sucessivas. Na 1ª etapa faz-se uma análise linear de 1ª ordem, calculando-se os deslocamentos horizontais a_i em diferentes pontos da peça, como mostra a figura abaixo.

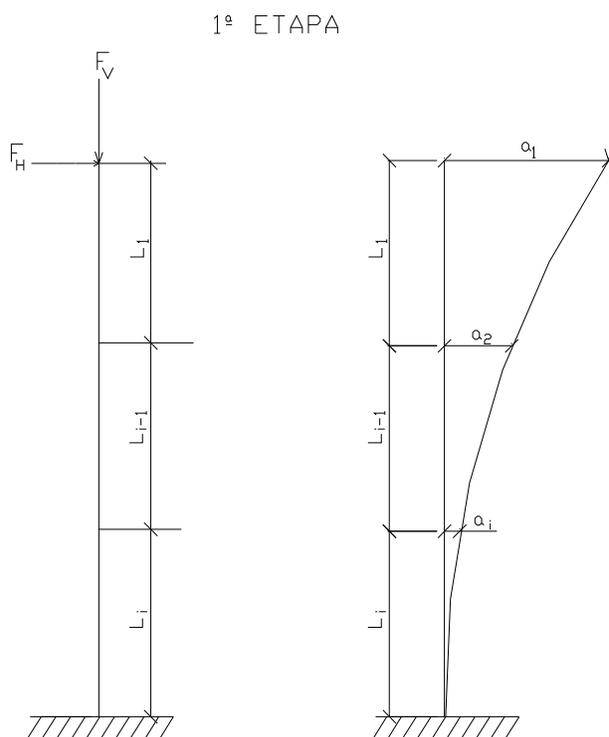


Figura 54 – Primeira etapa do processo P- Δ

Na 2ª etapa são considerados os efeitos dos deslocamentos horizontais calculados na etapa anterior. Todavia, ao invés das barras serem consideradas com deformações

iniciais, admite-se novamente a configuração inicial, substituindo-se o efeito de 2ª ordem por um efeito de 1ª ordem equivalente. Para isso, na 2ª etapa são consideradas forças horizontais suplementares, como mostra a figura abaixo.

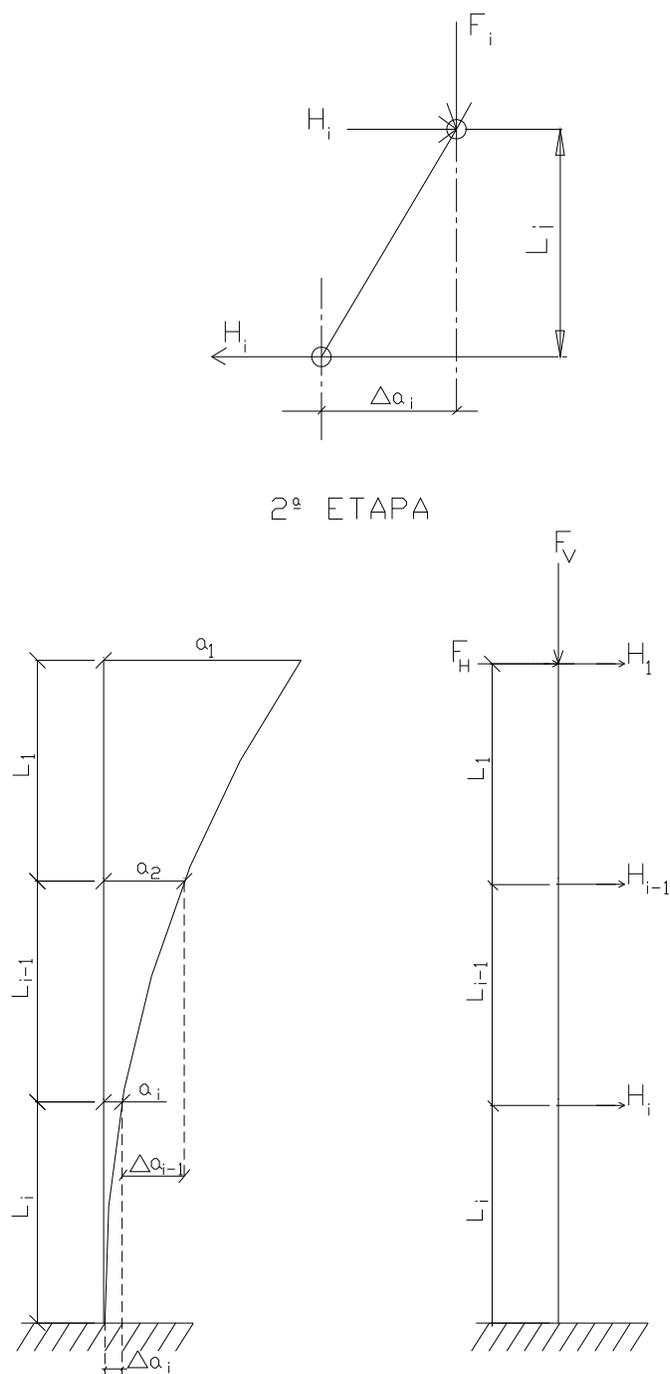


Figura 55 – Segunda etapa do processo P- Δ

Com:

$$H_i = \frac{\Delta a_i}{l_i} \sum_{j=1}^i F_j - \frac{\Delta a_{i-1}}{l_{i-1}} \sum_{j=1}^{i-1} F_j$$

onde:

$$\Delta a_{i-1} = a_{i-1} - a_i$$

$$\Delta a_i = a_i - a_{i+1}$$

Calculam-se novamente os deslocamentos horizontais, repetindo-se o processo quantas vezes for necessário. A peça é considerada estável quando os deslocamentos a_i e as forças fictícias H_i convergirem para valores finitos, ou seja, entre uma etapa e outra os valores não sofrem mais alteração.

Primeiramente calcula-se a rigidez para cada trecho do pilar com a armadura existente para depois se aplicar o processo P- Δ .

Trecho AB (pontos 0 a 3)

$$N_d = 378,8 \text{ kN}$$

$$\nu = \frac{378,8}{0,16 \times 20000 / 1,4} = 0,166$$

$$A_s = 8 \text{ cm}^2, \text{ portanto } \omega_{\text{existente}} = \frac{8 \times 50 / 1,15}{0,16 \times 20000 / 1,4} = 0,152$$

Usando o ábaco B10F0 do anexo A tem-se: $\kappa = 25$

Resultando:

$$EI_{cs,AB} = \kappa \times A_c \times h^2 \times f_{cd} = 25 \times 0,16 \times 0,4^2 \times 20000 / 1,4 = 9143 \text{ kNm}^2$$

Trecho BC (pontos 3 a 6)

$$N_d = 1034,8 \text{ kN}$$

$$\nu = \frac{1034,8}{0,32 \times 20000 / 1,4} = 0,226$$

$$A_s = 16 \text{ cm}^2, \text{ portanto } \omega_{\text{existente}} = \frac{16 \times 50 / 1,15}{0,32 \times 20000 / 1,4} = 0,152$$

Usando o ábaco C05F0 do anexo A tem-se: $\kappa = 28$

Resultando:

$$EI_{cs,BC} = 28 \times 0,32 \times 0,8^2 \times 20000 / 1,4 = 81920 \text{ kNm}^2$$

Trecho CD (pontos 6 a 10)

$$N_d = 1134,8 \text{ kN}$$

$$\nu = \frac{1134,8}{0,32 \times 20000 / 1,4} = 0,248$$

$$A_s = 44,1 \text{ cm}^2, \text{ portanto } \omega_{\text{existente}} = \frac{44,1 \times 50 / 1,15}{0,32 \times 20000 / 1,4} = 0,420$$

Usando o ábaco C05F0 tem-se: $\kappa = 40$

Resultando:

$$EI_{cs,CD} = 40 \times 0,32 \times 0,8^2 \times 20000 / 1,4 = 117029 \text{ kNm}^2$$

Com estes valores de rigidez calcula-se o P- Δ conforme tabela abaixo com:

$$EI_{cs,AB} = 9143 \text{ kN.m}^2$$

$$EI_{cs,BC} = 81920 \text{ kN.m}^2$$

$$EI_{cs,CD} = 117029 \text{ kN.m}^2$$

Tabela 6 – Processo P-Δ

Iteração	a ₁ (m)	a ₂ (m)	a ₃ (m)	a ₄ (m)	a ₅ (m)	a ₆ (m)	a ₇ (m)	a ₈ (m)	a ₉ (m)	a ₁₀ (m)
0	0,141	0,117	0,095	0,075	0,058	0,042	0,028	0,017	0,008	0,002
1	0,183	0,151	0,12	0,094	0,072	0,052	0,035	0,021	0,01	0,003
2	0,195	0,16	0,127	0,099	0,076	0,055	0,037	0,022	0,01	0,003
3	0,199	0,163	0,129	0,101	0,077	0,056	0,037	0,022	0,01	0,003
4	0,201	0,164	0,13	0,102	0,078	0,056	0,037	0,022	0,01	0,003
5	0,201	0,164	0,13	0,102	0,078	0,056	0,037	0,022	0,01	0,003

Os momentos fletores finais são:

PONTO	Md (kN.m)
0	0
1	21
2	51
3	80/102
4	177
5	253
6	331
7	409
8	489
9	568
10	647

Com os valores finais dos esforços faz-se a verificação do pilar para cada trecho.

Trecho AB (pontos 0 a 3)

$M_{d,máx} = 82\text{kN.m}$, onde tem-se:

$$\mu = \frac{80}{0,16 \times 0,4 \times 20000 / 1,4} = 0,088$$

Como $\nu = 0,166$ e usando o ábaco B10F0, novamente tem-se:

$$\omega = 0,08 < \omega = 0,152$$

Portanto a taxa de armadura existente é maior que a necessária. Mas como já foi adotada a armadura mínima, não se pode diminuir a quantidade de barras de aço.

Trecho BC (pontos 3 a 6)

$M_{d,máx} = 331 \text{ kN.m}$, onde tem-se:

$$\mu = \frac{331}{0,32 \times 0,8 \times 20000 / 1,4} = 0,09$$

Como $\nu = 0,226$ e usando o ábaco C05F0 novamente tem-se:

$$\omega = 0,08 < \omega = 0,152$$

Portanto a taxa de armadura existente é maior que a necessária. Mas como também já foi adotada a armadura mínima, não se pode diminuir a quantidade de barras de aço.

Trecho CD (pontos 6 a 10)

$M_{d,máx} = 647 \text{ kN.m}$, onde tem-se:

$$\mu = \frac{647}{0,32 \times 0,8 \times 20000 / 1,4} = 0,177$$

Como $\nu = 0,248$ e usando o ábaco C05F0 tem-se:

$$\omega = 0,38 < \omega = 0,420$$

Portanto a taxa de armadura existente é maior que a necessária. Conclui-se com a verificação que o pilar está dimensionado corretamente.

Comparando os valores dos momentos fletores finais pelo método geral e pelo método aproximado tem-se:

Tabela 7 – Comparação entre o método geral e o método aproximado

PONTO	MÉTODO GERAL (kN.m)	MÉTODO APROXIMADO (kN.m)
0	0	0
1	17,4	21
2	38,7	51
3	63,5 / 85,5	80 / 102
4	150,3	177
5	218,9	253
6	290,4	331
7	365,3	409
8	442,0	489
9	519,6	568
10	597,3	647

Nota-se que pelo método aproximado obtém-se valores maiores tanto nos esforços como no deslocamento total. Isto ocorre devido a rigidez da peça obtida pela rigidez secante adimensional κ fornece valores menores que a calculada pelo método exato, resultando assim em esforços finais maiores.

O gráfico abaixo apresenta uma comparação entre os valores de rigidez utilizada em cada método para justificar a diferença entre os resultados.

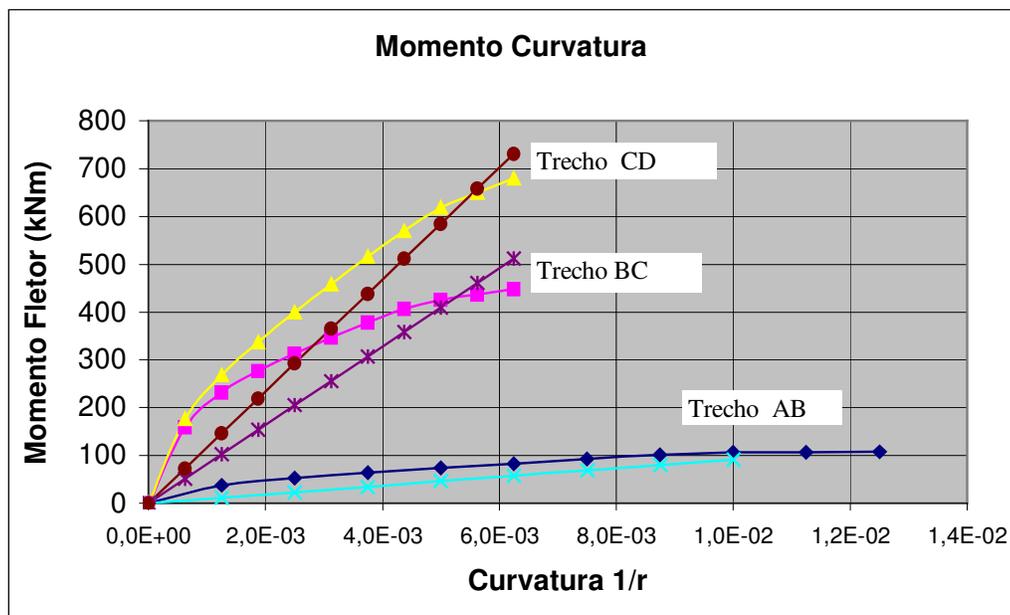


Figura 56 - Comparação entre os dois métodos para rigidez do pilar em cada trecho

Nota-se que com a linearização da relação momento-curvatura tem-se valores baixos de rigidez secante para valores pequenos de momento fletor, com isso resulta em deslocamentos e esforços altos nas análises de segunda ordem. No trecho AB pelo método geral chega-se num valor de rigidez $EI=16911\text{kNm}^2$, enquanto que no método aproximado tem-se $EI=9143\text{kNm}^2$, ou seja, bem inferior. Isto também acontece no trecho BC, o valor pelo método geral é $EI=137528\text{kNm}^2$, enquanto que no método aproximado tem-se $EI=81920\text{kNm}^2$. Já no trecho CD, como os esforços são mais altos, os valores de rigidez são muito próximos, pois pelo método geral tem-se $EI=126413\text{kNm}^2$ e no aproximado tem-se $EI=117029\text{kNm}^2$.

Conclui-se que o método aproximado é prático e está a favor da segurança. Nota-se também que quanto mais a reta de linearização da relação momento-curvatura se aproxima da curva real, mais semelhante é o resultado entre os dois métodos, pois correspondem a valores muito próximos de rigidez.

7- CONCLUSÃO

A adoção da linearização da relação momento-curvatura permite a construção de ábacos de interação momento-normal-rigidez secante para seções retangulares e circulares, tanto cheia como vazada, tornando prático e de grande auxílio nas atividades de projeto, pois fornece diretamente a rigidez secante da peça, além da capacidade portante para um determinado arranjo e valor de armadura, tornando assim mais conveniente para caracterizar a não-linearidade física da peça.

Através dos estudos apresentados no quinto capítulo a respeito dos arranjos de armadura e dos limites de variação de d/h , conclui-se que há necessidade de se aumentar os ábacos construídos por França (1991) para seção retangular cheia, acrescentando mais valores de d/h para os arranjos do tipo A e B e também de se criar ábacos para mais tipos de arranjos, que são bastante usuais nas construções atuais. É importante acrescentar que a utilização do ábaco correto correspondente ao valor de d/h é fundamental no dimensionamento e na verificação da peça. Para os pilares de seção retangular vazada, conclui-se que não há necessidade de utilizar valores de d/h_0 maiores que 0,15 e que ao adotar uma espessura média h_m no dimensionamento e na verificação é equivalente a adotar as espessuras reais b_e e h_e para uma mesma área de concreto, desde que se mantenha a distância das barras em relação ao centro de gravidade da peça. Conclui-se também que se pode utilizar os ábacos de seção retangular e circular vazada quando há duas camadas de armadura, pois é correspondente a se ter uma única camada no centro de gravidade das mesmas, como é apresentado no trabalho.

Ao comparar o método simplificado adotado pelo boletim 16 da FIB com o processo do Pilar-Padrão e do Pilar-Padrão Melhorado da NBR 6118:2003, nota-se que os resultados encontrados são próximos, principalmente o do Pilar-Padrão Melhorado, ou seja, é uma ferramenta prática e de grande auxílio na prática.

Ao comparar o método do Eurocode 2 utilizando dinamogramas com o processo do Pilar-Padrão Melhorado utilizando os ábacos de interação adimensionais momento-

normal-rigidez secante nota-se que o Eurocode é mais conservativo em termos de rigidez que a NBR 6118:2003. Percebe-se que os ábacos construídos a partir da linearização da relação momento-curvatura possuem mais vantagens, pois são mais gerais e servem para qualquer situação de carregamento e condições de vínculo dos pilares.

Conclui-se, assim, que a utilização da rigidez secante adimensional para consideração da não-linearidade física dos pilares é uma ferramenta de grande potencial e, em conjunto com os processos do Pilar-Padrão, Pilar-Padrão Melhorado ou P- Δ , fornecem resultados excelentes.

Sugere-se dar continuidade à pesquisa estudando processos aproximados que permitam analisar os efeitos de segunda ordem em separado, segundo os planos principais, para pilares com flexão oblíqua composta.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-89**. Building code requirements for reinforced structural concrete. Michigan: 1989.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2003**. Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro: 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681:2003**. Ações e Segurança nas Estruturas. Rio de Janeiro: 2003.

CEB-FIP. - COMITE EUROPÉEN DU BETÓN. - Fédération Internationale de la Précontrainte. **Model Code 1990 (MC-90)**. Paris: Bulletin D` Information n°. 195, 196, 198, 1990.

CEB – FIP. **Structural analysis**. Paris: Bulletin D`Information n°. 153, vol. I, 1982.

CEB – FIP. **Structural analysis**. Paris: Bulletin D`Information n°. 154, vol. II, 1982.

EUROCODE 2. **Design of Concrete Structures**. Commission of the European Communities, 1989.

FIB, **Technical report Design Examples for the 1996 FIP recommendations Pratical design of structural concrete** Paris:CEB – FIP. Bulletin 16 n. 121-154, 1996.

FRANÇA, R. L. S. **Relações momento-curvatura em peças de concreto armado submetidas à flexão oblíqua composta**. Dissertação (Mestrado em Estrutura) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo (EPUSP). São Paulo: 1984.

FRANÇA, R. L. S. **Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado**. 1991. Tese (Doutorado em Estrutura) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo (EPUSP). São Paulo: 1991.

FRANÇA, R. L. S. Exemplo de Cálculo do Esforço de Segunda Ordem Global em Um Edifício de Concreto Armado. In **Colóquio Anual sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado**. IBRACON reunião anual de 1985 São Paulo: junho, 1985.

FRANÇA, R. L. S.; PINHEIRO, S. P. Um Programa para Análise Não-Linear Geométrica em Microcomputadores. In: **Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto**, São Paulo. Adendo aos anais. São Paulo: 1989.

FUSCO, P. B. **Estruturas de Concreto – Solicitações Normais**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois, 1986.

GMBH, L. B. **Concrete Structures Euro-Design Handbook**. 1994

HARO, C. E. **Métodos linearizados e diretos para dimensionamento de pilares de concreto armado** – Comparações pelo Eurocode 2 (norma européia). Dissertação (de parâmetros de modelo), TU Hamurg-Harburg, 1994.

HARO, C. E; QUAST, U. **Recursos modernos para dimensionamento de pilares segundo o Eurocode 2 (norma européia)**. - Obras em concreto e concreto armado 89. H. 8.: p. 209 –216, 1994.

HOFFMANN, J. R. Pilares esbeltos de concreto armado – um método aproximado. In: **Colóquio Anual sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado**. IBRACON reunião anual de 1985 São Paulo: junho, 1985.

KORDINA, E. K.; QUAST, U. **Dimensionamento de Peças Esbeltas** – Verificação da Segurança com Flambagem. cap. L-II do Beton-Kalender, 1986.

LEONHARDT, F. **Construções de Concreto**. Vol. 4. Rio de Janeiro: Editora Interciência., 1979.

MACGREGOR, J. G. Conceitos modernos sobre projeto de estruturas de concreto armado. **CA_01/84**, Rio de Janeiro: PUCRJ, Departamento de Engenharia civil. Coletânea de artigos, 1984.

MACGREGOR, J. G.; LAI, SHU MING A., Geometric nonlinearities in unbredced multistory Frames. In: **Journal of Structured Engineering**, vol. 109, nº. 11, nov. 1983

MACGREGOR, J. G.; LAI, SHU MING A., Geometric nonlinearities in Nonsway Frames. In: **Journal of Structured Engineering**, vol. 109, nº. 12, dez. 1983

MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A.G.; CABRE, F. M. **Ábacos para el cálculo de secciones en el estado último de agotamiento** – Hormigón armado. Barcelona: Editorial Gustavo Gili, 1978.

OLIVEIRA, R. M. **Contribuição ao estudo da rigidez de vigas de concreto armado em análises de 2ª ordem**. Dissertação (Mestrado em Estrutura)- Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo: 2000.

PENNER, E. **Avaliação da rigidez dos pilares de Concreto Armado para verificação da estabilidade de pórticos**. Tese (Mestrado em Estrutura) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo (EPUSP). São Paulo: 1997.

SANTOS, L. M. **Estado limite último de instabilidade**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo: 1987.

WALTHER, R. Abaques pour le dimensionnement des sections en béton armé. Ecole Polytechnique Federale de Lausanne

