

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

FABIO SELLEIO PRADO

**Análise numérica de pilares de concreto de alta resistência cruzando vigas e
lajes com concreto de resistência mais baixa**

São Paulo
2023

FABIO SELLEIO PRADO

Análise numérica de pilares de concreto de alta resistência cruzando vigas e lajes com concreto de resistência mais baixa

Versão Corrigida

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de concentração: Engenharia de Estruturas

Orientadora: Profa. Dra. Leila Cristina Meneghetti Valverdes

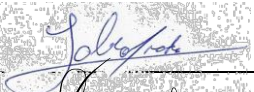
São Paulo


2023

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 27 de janeiro de 2023

Assinatura do autor: 

Assinatura do orientador: 

Catálogo-na-publicação

Prado, Fabio
Análise numérica de pilares de concreto de alta resistência cruzando vigas e lajes com concreto de resistência mais baixa / F. Prado -- versão corr. -- São Paulo, 2023.
236 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.ANÁLISE NÃO LINEAR DE ESTRUTURAS 2.ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO 3.LIGAÇÕES VIGA-PILAR I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

Nome: PRADO, Fabio Selleio

Título: Análise numérica de pilares de concreto de alta resistência cruzando vigas e lajes com concreto de resistência mais baixa

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr. _____
Instituição _____
Julgamento _____

Prof. Dr. _____
Instituição _____
Julgamento _____

Prof. Dr. _____
Instituição _____
Julgamento _____

Prof. Dr. _____
Instituição _____
Julgamento _____

Prof. Dr. _____
Instituição _____
Julgamento _____

AGRADECIMENTOS

À minha orientadora, Profa. Dra. Leila Cristina Meneghetti Valverdes, pela orientação e pelos constantes ensinamentos, tanto técnicos como pessoais.

Ao Prof. Dr. Fernando Rebouças Stucchi pelas discussões técnicas que enriqueceram muito este trabalho.

Agradeço aos meus pais, Ana Lucia e Celso, por sempre estarem ao meu lado, me incentivando, apoiando, escutando e por entenderem a minha ausência em alguns momentos, e por terem contribuído diretamente na realização deste trabalho, ajudando sempre que possível.

À minha esposa, Marta Martinho, que com muito amor, carinho e parceria me ajudou a superar os momentos mais difíceis. Agradeço também a compreensão e a paciência.

Aos amigos Antônio Correia e Pedro Lyra que colaboraram direta ou indiretamente na execução deste trabalho.

À EGT Engenharia e ao Instituto Mauá de Tecnologia pelo apoio dado durante a realização desta tese.

Aos meus amigos e colegas Sander, Gilson, Miranda, Rafael, Marcelo, Jairo, Mateus, Mauro, Arturo, Sawazaki, Thaís, Kalil e Gustavo pelos constantes ensinamentos e incentivos para terminar a tese.

À professora Dra. Cássia Assis, por ter sempre me incentivado a ingressar no Mestrado e no Doutorado e por todos os ensinamentos técnicos e pessoais ao longo dos anos.

Agradeço a toda a minha família por me incentivar a terminar esta pesquisa.

E a todos que colaboraram direta ou indiretamente na execução deste trabalho.

*"Os que se encantam com a prática sem a ciência são como os timoneiros que entram no navio sem timão nem bússola, nunca tendo certeza do seu destino".
(Leonardo da Vinci)*

RESUMO

PRADO, F. S. **Análise numérica de pilares de concreto de alta resistência cruzando vigas e lajes com concreto de resistência mais baixa**. 2023. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2022.

Os métodos construtivos atualmente adotados para edifícios de concreto armado recorrem à estratégia de executar pilares com concreto de alta resistência e o pavimento, formado pelas lajes e vigas, com resistência normal à compressão. Dessa maneira, a região de interseção afeta o desempenho de transferência de carga dos pilares, uma vez que há descontinuidade na resistência à compressão. No caso de pilares internos, as tensões de confinamento oriundas das lajes são expressivas, no entanto, quando o confinamento é dado em apenas duas faces do pilar, como pilares de canto, ou, quando o confinamento é proveniente por vigas mais estreitas que o pilar, a resistência efetiva do pilar pode ser muito próxima do concreto de resistência normal, em razão da insuficiência no confinamento para atingir a resistência à compressão do pilar. A norma brasileira de concreto armado ABNT NBR 6118 (2014) não trata do assunto e normas internacionais somente comentam sobre pilares de canto, borda e interno confinados por lajes lisas, não apresentando recomendações para pilares confinados por vigas mais estreitas que o pilar. Resultados experimentais reportados na literatura de pilares internos, sanduíche e de borda foram analisados em comparação com expressões propostas por pesquisadores e também por expressões recomendadas em normas internacionais. Observou-se que existe uma grande dispersão nos resultados em comparação com as expressões, ressaltando a necessidade da caracterização do comportamento estrutural pilar-pavimento com vistas a determinação das tensões de confinamento nesta região. O comportamento estrutural de pilares-sanduíche e pilares internos confinados por vigas mais estreitas que o pilar e uma laje fina, foram investigados neste trabalho por meio de modelos numéricos não lineares com os seus parâmetros calibrados por ensaios experimentais encontrados na literatura. Através dos modelos numéricos foram determinadas a resistência efetiva dos pilares em função das seguintes variáveis: razão entre as resistências do concreto do pilar e do pavimento, espessura da região com concreto menos resistente, dimensão do pilar e taxa de aço das vigas e dos pilares. Os resultados indicaram a importância da razão entre a espessura do pavimento e a menor dimensão do pilar, a razão entre as resistências do concreto e o carregamento vertical nas vigas, que pode diminuir a resistência efetiva do pilar dependendo da razão entre a altura da viga e a menor largura do pilar. De posse dos resultados numéricos, um conjunto de expressões foi proposto para calcular a resistência à compressão efetiva do pilar-sanduíche e do pilar interno, com e sem carregamento nas vigas. Ao final, foram também propostas expressões simplificadas para estimar a resistência efetiva dos pilares. As expressões propostas apresentaram boa concordância com os resultados experimentais coletados na literatura e os resultados numéricos gerados neste trabalho.

Palavras-chave: Estruturas de concreto. Confinamento. Concreto de alta resistência. Ligação pilar-pavimento.

ABSTRACT

PRADO, F. S. **Numerical analysis of high strength concrete columns crossing beams and slabs with lower strength concrete**. 2023. Thesis (Doctorate in Structural Engineering) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2022.

The construction methods currently adopted for reinforced concrete buildings resort to the strategy of executing columns with high strength concrete and the floor, formed by slabs and beams, with normal compressive strength. In this way, the intersection region affects the load transfer performance of the columns, since there is discontinuity in the compressive strength. In the case of interior columns, the confinement stresses arising from the slabs are significant, however, when the confinement is given in only two faces of the column, such as corner columns, or, when the confinement comes from beams narrower than the column, the effective strength of the column can be very close to normal strength concrete, due to insufficient confinement to reach the compressive strength of the column. The Brazilian code for reinforced concrete ABNT NBR 6118 (2014) does not deal with the subject and international codes only comment on corner, edge and interior columns confined by flat slabs, not presenting recommendations for columns confined by beams narrower than the column. Experimental results reported in the literature for interior, sandwich and edge columns were analyzed in comparison with expressions proposed by researchers and also with expressions recommended in international codes. It was observed that there is a great dispersion in the results in comparison with the expressions, emphasizing the need to characterize the column-floor structural behavior with a view to determining the confinement stresses in this region. The structural behavior of sandwich columns and interior columns confined by beams narrower than the column and a thin slab were investigated in this work using nonlinear numerical models with their parameters calibrated by experimental tests found in the literature. Through the numerical models, the effective strength of the columns was determined according to the following variables: ratio between the resistance of the concrete of the column and the floor, thickness of the region with less resistant concrete, dimension of the column and steel rate of the beams and columns. The results indicated the importance of the ratio between the thickness of the floor and the smallest dimension of the column, the ratio between the concrete strength and the vertical load on the beams, which can decrease the effective resistance of the column depending on the ratio between the height of the beam and the smallest column width. With the numerical results, a set of expressions was proposed to calculate the effective compressive strength of the sandwich column and the interior column, with and without loading on the beams. At the end, simplified expressions were also proposed to estimate the effective strength of the columns. The proposed expressions showed good agreement with the experimental results collected in the literature and the numerical results generated in this work.

Keywords: Concrete structures. Confinement. High strength concrete. Column-floor connection.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ilustração típica de obras com peças que possuem concretos de resistências diferentes.....	24
Figura 2 – Desenho esquemático apresentando o método de execução de “puddling”	26
Figura 3 - Edifício Centro Empresarial Nações Unidas	27
Figura 4 - Edifício E-Tower.....	28
Figura 5 - Concreto de alta resistência pigmentado com a cor vermelha.....	29
Figura 6 - Edifício Leopoldo 1201.....	30
Figura 7 – Fatores de relação entre a resistência do concreto de um corpo de prova cilíndrico e um pilar segundo a norma norueguesa.....	37
Figura 8 - Comparação de resultados entre os ensaios e a Equação (7)	39
Figura 9 - Comparação de resultados entre os ensaios e a equação do Eurocode (2004), considerando o confinamento	40
Figura 10 - Perturbação no prisma de concreto devido à armadura transversal, (a) geometria do espécime; (b) desenvolvimento de fissuras devido à concentração de tensão; (c) influência do diâmetro da barra na intensidade de perturbação.....	41
Figura 11 - Comparação de resultados entre os ensaios e a equação do EUROCODE (2004), considerando o ηf_c (com limitação das deformações).....	42
Figura 12 - Comparação de resultados entre os ensaios e a equação do EUROCODE (2004), considerando o ηf_c e o confinamento (com limitação das deformações)....	43
Figura 13 - Comparação de resultados entre os ensaios e a abordagem plástica considerando o ηf_c e o confinamento (sem limite de deformações)	44
Figura 14 - Relação entre (h/c) e (f_{cef}/f_{cs})	50
Figura 15 - Posições dos pilares no pavimento.....	52
Figura 16 – Resultados experimentais de pilares de canto e sanduíche de Bianchini, Woods e Kesler (1960).....	53
Figura 17 - Pilares confinados por vigas+laje e por laje lisa.....	55
Figura 18 – Deformação do espécime pilar-laje. (a) Aplicada a carga na laje (Ps). (b) Mantida a carga na laje e aplicada a carga no pilar até a ruptura (Pc)	60
Figura 19 – Resultados dos autores para pilares internos	64

Figura 20 - Resultados dos autores para pilares internos em comparação com as curvas resistentes de Ospina e Alexander (1998), Freire (2003) e a norma Australiana AS3600 (2018)	65
Figura 21 - Resultados dos autores para pilares de borda.....	67
Figura 22 - Resultados dos autores para pilares de canto	69
Figura 23 - Ilustração do confinamento dado pelo pavimento	71
Figura 24 - Relação entre resistências e deformações do concreto confinado e não confinado.....	72
Figura 25 - Relação entre a deformação axial e transversal (coeficiente de Poisson)	72
Figura 26 - Comparação de resultados experimentais com a Equação (29) e Equação (30).....	75
Figura 27 - Confinamento dado por estribos em pilares.....	78
Figura 28 - Modelo biela-tirante para representar o confinamento do pilar pela laje.	79
Figura 29 - Confinamento considerando bloco parcialmente carregado	80
Figura 30 – Campo de tensão na intersecção da laje com o pilar. (a) geometria do espécime; (b) campo de tensão no prisma interno; (c) campo de tensão na área em volta do prisma	81
Figura 31 – Distribuição das tensões ao longo da altura do prisma interno (a) linear; (b) bi linear; (c) simplificado; (d) resultantes.....	82
Figura 32 - Distribuição da deformação lateral ao longo do pilar: (a) Pilar sem carga; (b) Pilar carregado com deformações independentes; (c) Pilar carregado considerando a compatibilidade entre as deformações	85
Figura 33 – Distribuição de tensões de tração e compressão ao longo da altura do pilar	86
Figura 34 - Distribuição das tensões laterais na coluna. (a) Razões h/c maiores; (b) Razões h/c menores	87
Figura 35 - Localização dos pontos analisados do pilar, vista em planta	90
Figura 36 - Distribuição de tensões horizontais previstas ao longo da altura do pilar interno	91
Figura 37 - Pilar interno deformado.....	92
Figura 38 - Composição de um elemento cúbico de concreto armado	95
Figura 39 - Modelos genéricos de concreto para estado triaxial de tensão	96
Figura 40 - Critério de Mohr-Coulomb - superfície de ruptura.....	97

Figura 41 - Espaço das tensões de Haigh-Westergaard	99
Figura 42 - Superfície tridimensional de Mohr-Coulomb	100
Figura 43 - Superfície de escoamento de Drucker-Prager	101
Figura 44 - Critério de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager coincidentes ao longo do meridiano de compressão: (a) no espaço das tensões principais; (b) no plano antiesférico	102
Figura 45 - Superfície de escoamento no plano antiesférico, correspondendo a diferentes valores de Kc	103
Figura 46 - Potenciais de fluxo hiperbólicos no plano meridional.....	105
Figura 47 - Superfície de estado plano de tensão para o critério do CDP	106
Figura 48 - Ângulo de dilatância.....	106
Figura 49 – Curva tensão-deformação do concreto à compressão pelo fib Model Code 2010 (2013).....	108
Figura 50 - Curva tensão-deformação do concreto à tração pela ABNT NBR 6118 (2014) e por Hsu e Zhang (1996).....	109
Figura 51 - Curva tensão-deformação para o aço CA-50.....	110
Figura 52 - Curva tensão-deformação para o aço CA-60.....	111
Figura 53 - Pilar-sanduíche analisado (unidades: cm)	116
Figura 54 - Modelo em elementos finitos do pilar-sanduíche	117
Figura 55 - Curva da carga pelo deslocamento vertical no modelo numérico do pilar sanduíche.....	124
Figura 56 - Deslocamento vertical no pilar-sanduíche para o instante 0,7s (m).....	125
Figura 57 - Tensões axiais nas armaduras do pilar (kN/m ²). (a) Armadura longitudinal; (b) Estribos	125
Figura 58 – Distribuição das deformações no pilar: (a) direção vertical 2; (b) Direção horizontal 1; (c) Direção horizontal 3	126
Figura 59 – Distribuição das tensões no pilar-sanduíche (kN/m ²): (a) Direção vertical S22; (b) Direção horizontal S11; (c) Direção horizontal S33	127
Figura 60 - Distribuição de tensão horizontal ao longo da altura do pilar PS-30 e $h/c=3,57$: (a) Tensão na direção 1; (b) Tensões na direção 3.....	127
Figura 61 - Danos à compressão e tração no pilar-sanduíche. (a) Instante inicial do dano à compressão; (b) Dano à compressão no instante final; (c) Dano à tração no instante final	128

Figura 62 - Plano de tensão antiesférico para as tensões principais encontradas no modelo numérico do pilar-sanduíche (MPa).....	129
Figura 63 – Resultados numéricos comparados com as curvas de resistência propostas por outros autores e normas internacionais.....	130
Figura 64 – Resultados numéricos e experimentais comparados com curvas de resistência propostas	131
Figura 65 - Modelo com duas vigas - vista lateral e vista em planta	132
Figura 66 - Modelo em elementos finitos que representa o pilar interno.....	134
Figura 67 - Curva carga pelo deslocamento vertical no modelo numérico com pilar interno	143
Figura 68 - Deslocamento vertical do pilar interno em metros	144
Figura 69 - Tensões nas armaduras do espécime (kN/m ²). (a) Armaduras longitudinais do pilar; (b) Armaduras longitudinais das vigas; (c) Armaduras da laje; (d) Estribos do pilar; (e) Estribos das vigas	145
Figura 70 - Deformações nas armaduras do espécime. (a) Armaduras longitudinais do pilar; (b) Armaduras longitudinais das vigas; (c) Armaduras da laje; (d) Estribos do pilar; (e) Estribos das vigas	146
Figura 71- Distribuição das deformações: (a) Direção vertical 2; (b) Direção horizontal 1; (c) Direção horizontal 3	147
Figura 72 - Espriamento da força vertical, gerando tensões menores no cruzamento com as vigas	148
Figura 73 - Distribuição das tensões no pilar interno (kPa) (a) Direção vertical S22; (b) Direção horizontal S11; (c) Direção horizontal S33.....	149
Figura 74 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 3,57$ na região mais à direita do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3	150
Figura 75 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 3,57$ na região central do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3.....	150
Figura 76 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 3,57$ na região mais à esquerda do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3.....	151

Figura 77 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 2,14$ na região mais à direita do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3	152
Figura 78 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 2,14$ na região central do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3	152
Figura 79 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 2,14$ na região mais à esquerda do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3	152
Figura 80 – Danos de compressão e tração no espécime PI-30 e $h/c=3.57$. (a) Instante inicial do dano à compressão; (b) Dano à compressão no instante da carga máxima ($t=0,18s$) (c) Dano à compressão no instante de estabilização da carga ($t=65s$). (d) Instante inicial do dano à tração; (e) Dano no modelo à tração no instante da carga máxima ($t=18s$) (f) Dano à tração no instante de estabilização da carga ($t=65s$)....	153
Figura 81 – Distribuição de tensão vertical imediatamente acima da laje	154
Figura 82 - Distribuição de deformação vertical imediatamente acima da laje.....	155
Figura 83 - Distribuição das tensões verticais na ligação do pilar com a laje.....	156
Figura 84 – Resultados numéricos comparados com curvas propostas por diversos autores para pilares internos	157
Figura 85 - Modelo com duas vigas e carga na viga - vista lateral e em planta	158
Figura 86 – Modelo numérico com pilar interno com carregamento nas vigas: (a) curva da carga ao longo do passo de tempo; (b) curva da carga pelo deslocamento vertical	161
Figura 87 - Deslocamento vertical do pilar interno carregado na laje (em metros). (a) Deslocamento no instante 1s. (b) Deslocamento no instante 1,26s.....	162
Figura 88 - Deformação nas armaduras das vigas. (a) Deformação no instante 1s; (b) Deformação no instante 1,26s.....	163
Figura 89- Distribuição das deformações: (a) Direção vertical 2; (b) Direção horizontal 1; (c) Direção horizontal 3	164
Figura 90 - Distribuição das tensões no pilar interno com carga na viga (kPa) (a) Direção vertical S22; (b) Direção horizontal S11; (c) Direção horizontal S33	166
Figura 91 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 3,57$ com carga na laje, região mais à direita do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3 .	167

Figura 92 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 3,57$ com carga na laje, região central do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3.....	167
Figura 93 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 3,57$ com carga na laje, região mais à esquerda do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3	168
Figura 94 - Envoltória dos critérios de resistência para o ponto mais crítico do pilar interno - $hc = 3,57$ (MPa). (a) Pilar com carregamento na viga; (b) Pilar interno sem o carregamento nas vigas	169
Figura 95 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 2,14$ com carga na laje, região mais à direita do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3 .	169
Figura 96 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 2,14$ com carga na laje, região central do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3.....	170
Figura 97 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 2,14$ com carga na laje, região mais à esquerda do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3	170
Figura 98 - Envoltória dos critérios de resistência para o ponto mais crítico do pilar interno - $hc = 2,14$ (MPa). (a) Pilar com carregamento na viga; (b) Pilar interno sem o carregamento nas vigas	171
Figura 99 – Danos de compressão e tração no espécime PI-30 com carga nas vigas e $h/c=3.57$. (a) Instante inicial do dano à compressão para o início do carregamento do pilar ($t=1s$); (b) Dano à compressão no instante da carga máxima ($t=1.26s$) (c) Dano à compressão no instante de estabilização da carga ($t=1.78s$). (d) Instante inicial do dano à tração para o início do carregamento do pilar; (e) Dano no modelo à tração no instante da carga máxima ($t=1.26s$) (f) Dano à tração no instante de estabilização da carga ($t=1.78s$).....	172
Figura 100 – Vista em planta das regiões de confinamento - $hc = 3,57$	173
Figura 101 - Caminhamento das cargas na região crítica - $hc = 3,57$. (a) Condição sem carregamento nas vigas; (b) Condição com carregamento nas vigas	173

Figura 102 - Comparação na distribuição de tensões nos pilares com e sem carga nas vigas.....	174
Figura 103 – Parte 1 do fluxograma do modelo de cálculo proposto para pilar sanduíche.....	177
Figura 104 - Parte 2 do fluxograma do modelo de cálculo proposto para pilar sanduíche	178
Figura 105 – Resultados numéricos comparados com o modelo de cálculo proposto	179
Figura 106 – Resultados numéricos e experimentais comparados com o modelo de cálculo proposto	180
Figura 107 - Primeira parte do fluxograma de modelo de cálculo proposto para pilar interno	182
Figura 108 - Segunda parte do fluxograma de modelo de cálculo proposto para pilar interno	183
Figura 109 - Resultados numéricos comparados com o método de cálculo proposto	184
Figura 110 - Primeira parte do fluxograma de modelo de cálculo proposto para pilar interno com carga na viga	187
Figura 111 - Segunda parte do fluxograma de modelo de cálculo proposto para pilar interno com carga na viga	188
Figura 112 - Resultados numéricos comparados com o método de cálculo proposto para pilares internos com carga nas vigas	189
Figura 113 - Resultados numéricos com regressão não linear para pilar-sanduíche. (a) Razão $hc = 0,6$. (b) Razão $hc = 0,71$. (c) Razão $hc = 1,0$. (d) Razão $hc = 1,43$. (e) Razão $hc = 2,14$	191
Figura 114 - Correção de multiplicadores e potências para o pilar-sanduíche. (a) Regressão linear para estimativa do valor do multiplicador A. (b) Regressão de potência para estimativa do valor da potência B.....	192
Figura 115 - Comparação da expressão simplificada com os resultados numéricos dos pilares-sanduíche	193
Figura 116 - Comparação da expressão simplificada com os resultados experimentais de outros autores para pilares-sanduíche	194
Figura 117 - Resultados numéricos com regressão não linear para pilar interno. (a) Razão $hc = 2,14$. (b) Razão $hc = 2,86$. (c) Razão $hc = 3,57$	197

Figura 118 - Correção de multiplicadores e potências para o pilar interno. (a) Regressão linear para estimativa do valor do multiplicador A. (b) Regressão de potência para estimativa do valor da potência B	198
Figura 119 - Comparação da expressão simplificada com os resultados numéricos dos pilares internos	199
Figura 120 - Correção do multiplicador A para pilares com carga nas vigas	201
Figura 121 - Comparação da expressão simplificada com os resultados numéricos dos pilares internos com carga nas vigas	202
Figura 122 - Curva tensão-deformação à compressão aplicado no modelo do corpo de prova cilíndrico	219
Figura 123 - Curva tensão-deformação à tração aplicado no modelo do corpo de prova cilíndrico	220
Figura 124 - Deslocamento do corpo de prova cilíndrico. (a) apoio fixo; (b) apoio móvel	220
Figura 125 - Curva tensão-deformação dos corpos de prova cilíndricos	221
Figura 126 - Deslocamento do corpo de prova cilíndrico: apoio móvel (m).....	222
Figura 127 - Curva tensão-deformação à tração dos corpos de prova cilíndricos ..	222
Figura 128 - Propriedades do concreto utilizado no espécime	224
Figura 129 - Tensões verticais apresentadas no instante antes do modelo perder convergência	226
Figura 130 - Tensão vertical no local de ruptura	226
Figura 131 - Vista lateral das tensões verticais	227
Figura 132 - Tensão principal mínima (σ_3)	227
Figura 133 - Tensão principal intermediária (σ_2)	228
Figura 134 - Tensão principal máxima (σ_1)	228
Figura 135 - Deformação vertical no local de ruptura.....	229
Figura 136 - Vista lateral das deformações verticais	229
Figura 137 – Plano das tensões antiesféricas para as tensões principais do modelo numérico (MPa).....	230
Figura 138 - Distribuição da tensão vertical ao longo da seção (MEF)	231
Figura 139 - Distribuição da deformação ao longo da seção (MEF)	232
Figura 140 - Mesma resistência de concreto para todos os elementos	233
Figura 141 - Tensão vertical ao longo da estrutura	234
Figura 142 - Tensão vertical na região onde houve a ruptura	234

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Testes experimentais de outros autores	45
Tabela 2 – Comparação dos resultados de <i>fccfcs</i> para diferentes resistências do concreto	50
Tabela 3 – Comparação de resultados de pilares circulares e quadrados	55
Tabela 4 - Avaliação das expressões propostas da bibliografia para pilares internos com laje lisa.....	66
Tabela 5 - Avaliação das expressões propostas da bibliografia para pilares de borda com laje lisa.....	68
Tabela 6 - Dados experimentais colhidos na literatura para certificação dos parâmetros	113
Tabela 7 - Dados do modelo em elementos finitos	114
Tabela 8 - Comparação entre os resultados numéricos e experimentais.....	115
Tabela 9 – Resultados dos modelos numéricos do pilar-sanduíche	119
Tabela 10 - Parâmetros para os critérios de resistência	129
Tabela 11 - Resultados dos modelos numéricos que representam o pilar interno ..	136
Tabela 12 - Resultados dos modelos numéricos dos pilares internos com cargas verticais nas vigas	160
Tabela 13 - Comparação da expressão simplificada com as expressões de outros autores para pilares-sanduíche	195
Tabela 14 - Resultados numéricos comparados com expressões propostas para pilares internos	200
Tabela 15 - Resultados numéricos comparados com expressões propostas para pilares internos com carga nas vigas	203
Tabela 16 - Parâmetros utilizados para o cálculo dos critérios de resistência	230
Tabela 17 - Comparação de resultados experimentais e numéricos.....	232

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Resumo com as expressões de diversos autores e normas	47
Quadro 2 – Expressões simplificadas propostas para estimar a resistência à compressão efetiva dos pilares-sanduíche e internos com vigas estreitas e laje fina, com e sem carga nas vigas.....	204
Quadro 3 - Comparação da tensão média do modelo numérico com a tensão de ruptura esperada	235

LISTA DE SÍMBOLOS

f_{ck}	resistência característica do concreto à compressão
f_{cef}	resistência efetiva do conjunto pilar-pavimento à compressão
f_{cd}	resistência de cálculo do concreto à compressão
k_{mod}	fator multiplicador da resistência do concreto
$f_{c,cp}$	resistência do corpo de prova cilíndrico de concreto
$f_{c\ pilar}$	resistência à compressão do concreto do pilar
A_c	área bruta da seção de concreto do pilar
A_s	área das barras de aço longitudinais dentro do pilar
σ_s	tensão atuante na barra de aço
f_y	tensão de escoamento da barra de aço
P_{ef}	carga de resistência efetiva à compressão do conjunto pilar-pavimento
η_{fc}	fator de fragilidade do concreto
σ_2	tensão lateral de confinamento
f_{c3}	resistência à compressão do pilar confinado
f_{cc}	resistência à compressão do pilar quando considerado o conjunto pilar-pavimento
f_{cs}	resistência à compressão do pavimento (laje ou viga) quando considerado o conjunto pilar-pavimento
c	menor largura do pilar
h	altura do concreto de menor resistência, podendo ser a altura da viga ou a espessura da laje quando da inexistência da viga
f_{cc}/f_{cs}	razão entre as resistências do concreto do pilar pelo da laje/viga
h/c	razão entre a altura da laje/viga pela menor dimensão do pilar
ρ	taxa de armadura longitudinal do pilar
σ_{lat}	tensão lateral de confinamento
σ_3	tensão longitudinal do pilar
ε_3	deformação longitudinal do pilar
E_{cc}	módulo de elasticidade do pilar confinado
$\varepsilon_{3,p}$	deformação longitudinal para a carga de pico
γ	razão entre a tensão de confinamento e a resistência uniaxial do concreto à compressão

$f_{ck,c}$	resistência característica à compressão do concreto confinado
ν	coeficiente de Poisson
ν_c	coeficiente de Poisson do concreto
$\varepsilon_{c2,c}$	deformação longitudinal do pilar confinado
$\varepsilon_{cu,2}$	deformação longitudinal última do pilar não confinado
ω_c	taxa de armadura transversal do pilar
s_c	espaçamento entre os estribos do pilar
d_c	altura útil da seção de concreto armado
b_i	distância entre as barras longitudinais do pilar que estejam travadas por estribos
F_{lat}	força lateral confinante
ε_{cc}	deformação longitudinal no concreto de maior resistência do pilar
ε_{cs}	deformação longitudinal no concreto de menor resistência do pilar
$d\varepsilon_{cc}$	deformação transversal no concreto de maior resistência do pilar
$d\varepsilon_{cs}$	deformação transversal no concreto de menor resistência do pilar
$d\sigma_{cc}$	tensão transversal no concreto de maior resistência do pilar
$d\sigma_{cs}$	tensão transversal no concreto de menor resistência do pilar
ε_{c2}	deformação longitudinal do pilar para a qual se inicia o comportamento plástico do concreto
A_{cc}	área da região transversal tracionada do concreto mais resistente do pilar
A_{cs}	área da região transversal comprimida do concreto menos resistente do pilar
N	parâmetro para ajuste da tensão efetiva de acordo com a razão b/c
τ	tensão de cisalhamento
I_1	invariantes do tensor das tensões
J_2	segundo invariante do tensor das tensões antiesféricas
ξ	vetor hidrostático com dimensão até o plano antiesférico analisado
p	vetor perpendicular ao vetor hidrostático até a tensão antiesférica analisada
σ_{t0}	tensão uniaxial de tração à ruptura
\bar{p}	tensão hidrostática ($-I_1/3$)
\bar{q}	tensão equivalente de von Mises ($\sqrt{3 \cdot J_2}$)
β	ângulo de atrito
ψ	ângulo de dilatância
ϵ	excentricidade da superfície do potencial plástico

f_{b0}	resistência à compressão biaxial do concreto
ε_t	deformação de alongamento
ε_{cr}	deformação de formação de fissuras
f_{ctm}	tensão de formação de fissuras
d_c	dano à compressão do concreto
d_t	dano à tração do concreto
ε_c^{in}	deformação inelástica do concreto
ε_t^{ck}	deformação de fissuração do concreto
b	maior largura do pilar
P_{viga}	carga aplicada nas extremidades das vigas

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	23
1.1 JUSTIFICATIVA	26
1.2 OBJETIVOS	31
1.2.1 Objetivo geral	31
1.2.2 Objetivos específicos	31
1.3 ESTRUTURA DA TESE	32
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	34
2.1 RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DE PILARES	35
2.1.1 Resistência do pilar x resistência do corpo de prova	35
2.1.2 Fragilidade do concreto	38
2.2 PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM A RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO EFETIVA DE PILARES	44
2.2.1 Razão h/c	49
2.2.2 Razão entre as resistências do concreto f_{cc}/f_{cs}	50
2.2.3 Posição do pilar na estrutura	52
2.2.4 Seção transversal do pilar	55
2.2.5 Taxa de armadura da laje e fibras	56
2.2.6 Taxa de armadura do pilar	57
2.2.7 Carregamento vertical na laje/viga	58
2.3 RECOMENDAÇÕES DAS NORMAS TÉCNICAS PARA O CÁLCULO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO EFETIVA	60
2.3.1 ACI 318 (2019)	61
2.3.2 CSA.A23.3 (2014)	61
2.3.3 AS 3600 (2018)	62
2.3.4 NZS 3101-1 (2006)	63
2.4 RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO EFETIVA: ANÁLISE DAS EXPRESSÕES RECOMENDADAS NAS NORMAS TÉCNICAS E NA LITERATURA	63
3 CONFINAMENTO	71
3.1 PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM O CONFINAMENTO NA LIGAÇÃO PILAR-PAVIMENTO	78
3.1.1 Pilar-sanduíche	84
3.1.2 Pilar interno cruzado por vigas e laje	89
4 MODELAGEM NUMÉRICA	94
4.1 CRITÉRIO DE MOHR-COULOMB	97

4.2	CRITÉRIO DE DRUCKER-PRAGER	100
4.3	MODELO DE DANO PLÁSTICO (CDP).....	102
4.3.1	Curva tensão-deformação do concreto	107
4.3.2	Curva tensão-deformação do aço	110
4.3.3	Modelo de dano no concreto	111
4.4	CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS DE PLASTICIDADE.....	112
5	MODELAGEM NUMÉRICA DA LIGAÇÃO PILAR-PAVIMENTO.....	116
5.1	PILAR-SANDUÍCHE: MODELO EM ELEMENTOS FINITOS.....	116
5.1.1	Resultados e discussão.....	118
5.2	MODELO EM ELEMENTOS FINITOS - PILAR INTERNO.....	132
5.2.1	Resultados e discussão.....	135
5.3	MODELO EM ELEMENTOS FINITOS - PILAR INTERNO COM CARGA NA VIGA.....	158
5.3.1	Resultados e discussão.....	159
6	MODELO ANALÍTICO PARA DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO EFETIVA DO PILAR	175
6.1	PILAR-SANDUÍCHE.....	176
6.2	PILAR INTERNO.....	180
6.3	PILAR INTERNO COM CARGA NA VIGA	185
7	EXPRESSÃO SIMPLIFICADA	190
7.1	PILAR-SANDUÍCHE.....	190
7.2	PILAR INTERNO.....	196
7.3	PILAR INTERNO COM CARGA NAS VIGAS	200
7.4	EXPRESSÕES SIMPLIFICADAS – QUADRO RESUMO	204
8	CONCLUSÃO.....	205
8.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	211
	REFERÊNCIAS	212
	APÊNDICE A – Modelo numérico de um corpo de prova cilíndrico	219
	APÊNDICE B – Análise numérica de Azevedo (2014)	224
B.1	MODELO NUMÉRICO	224
B.1.1	Resultados numéricos.....	225

1 INTRODUÇÃO

Os avanços tecnológicos no fim da década de 1960, de acordo com Mehta e Monteiro (2008), disponibilizaram aditivos superplastificantes que permitiram reduzir a relação água/cimento do concreto sem prejudicar a sua trabalhabilidade, possibilitando produzir e utilizar o Concreto de Alta Resistência (CAR) em quantidades suficientes para ser empregado em grandes empreendimentos. Ainda, segundo Mehta e Monteiro (2008), além do CAR proporcionar alta resistência à compressão, ele aumenta a durabilidade das estruturas, gera menor custo de manutenção, deixa a estrutura mais rígida com maior módulo de elasticidade e permite que seja possível a estrutura ser mais esbelta.

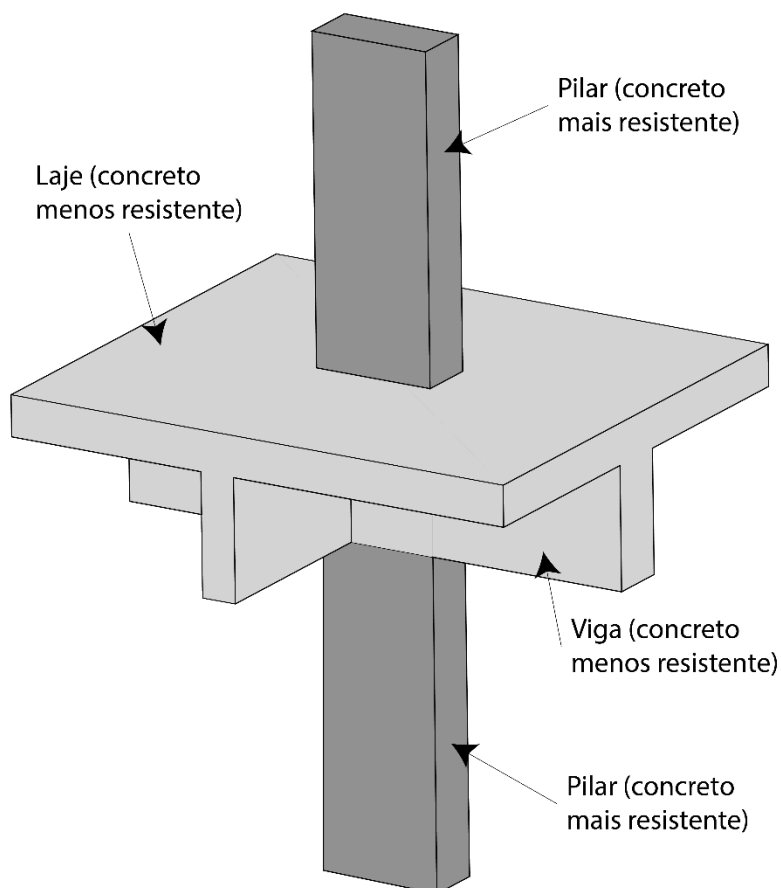
Em edificações, o CAR pode ser aplicado em todos os elementos estruturais, porém, uma das maneiras de aperfeiçoar o seu uso é sua utilização otimizada, por meio de artifícios que possibilitem a diminuição de seu consumo pela correta escolha de seu tipo e local de aplicação. Para tal, pode-se lançar mão do uso da variação da resistência característica à compressão, o f_{ck} , priorizando, por exemplo, a utilização de CAR em elementos estruturais comprimidos, usualmente os pilares. Nesse método, concretos de diferentes resistências são usados na execução dos pilares e dos pavimentos, normalmente formados pelas vigas e lajes.

Em um edifício, quanto maior a altura, maiores serão os esforços solicitantes de compressão nos pilares dos pisos inferiores, tornando imprescindível o aumento da seção transversal, quantidade de armadura ou aumento da resistência do concreto em relação aos pisos superiores, que possuem solicitações menores. Porém, a não ser pelo aumento da durabilidade ou do controle de deslocamentos, a utilização do CAR não possui grande vantagem técnica ou econômica em elementos como vigas e lajes, ao resistirem principalmente aos esforços de flexão. Já, em pilares, os esforços são predominantemente de compressão, dessa forma, a resistência do concreto tem maior eficiência.

Portanto, pensando em otimização e eficiência, a resistência do concreto dos pilares pode ser maior do que a resistência do concreto utilizado em vigas e lajes. Assim, alterações no custo dos materiais são esperados na utilização do método, uma vez que, embora o concreto de maior resistência possua preço mais elevado, haverá redução do volume de concreto dos pilares.

O método mais comum de execução dos edifícios no Brasil segue a sequência de concretagem dos lances dos pilares até o nível do fundo das vigas ou das lajes (no caso de laje lisa) do pavimento superior, sendo que o trecho do pilar no nível do pavimento, entre o fundo e o topo da viga, é concretado com o mesmo material lançado nas vigas e lajes. Para casos em que são adotados concretos de diferentes resistências para pilar, vigas e lajes, há a ocorrência de uma região do pilar onde o concreto tem resistência menor que a prevista em projeto para o restante do pilar. Na Figura 1 pode-se visualizar como ficam as concretagens de peças com resistências do concreto diferentes.

Figura 1 - Ilustração típica de obras com peças que possuem concretos de resistências diferentes



Fonte: o autor

Essa alternativa é de execução mais rápida, fácil e simples, porém ela requer alguns cuidados no dimensionamento do pilar. A região do pilar, que possui resistência menor, deverá ser suficientemente confinada pelo pavimento para que a resistência efetiva do pilar (f_{cef}) seja maior que a solicitante. O estudo desse assunto

foi iniciado por Bianchini, Woods e Kesler (1960), para pilares confinados por lajes lisas ou por vigas com a mesma largura que o pilar, variando a razão entre a resistência do concreto do pilar com a do pavimento. Na sequência, o assunto foi amplamente estudado por Gamble e Klinar (1991); Shu e Hawkins (1992); Kayani (1992) e (2000); Ospina e Alexander (1998); McHang et al. (2000); Tula et al. (2000); Freire (2003); Santos (2004); Ali Shah e Ribakov (2005, 2008 e 2011); Caporrino (2007); Meira (2009); Freire (2013); Azevedo (2014); Urban et al. (2015 e 2018); Shin et al. (2016 e 2017) e Choi et al. (2020, 2021 e 2022), que perceberam que a resistência efetiva do pilar se altera em função de muitas variáveis, sendo as principais:

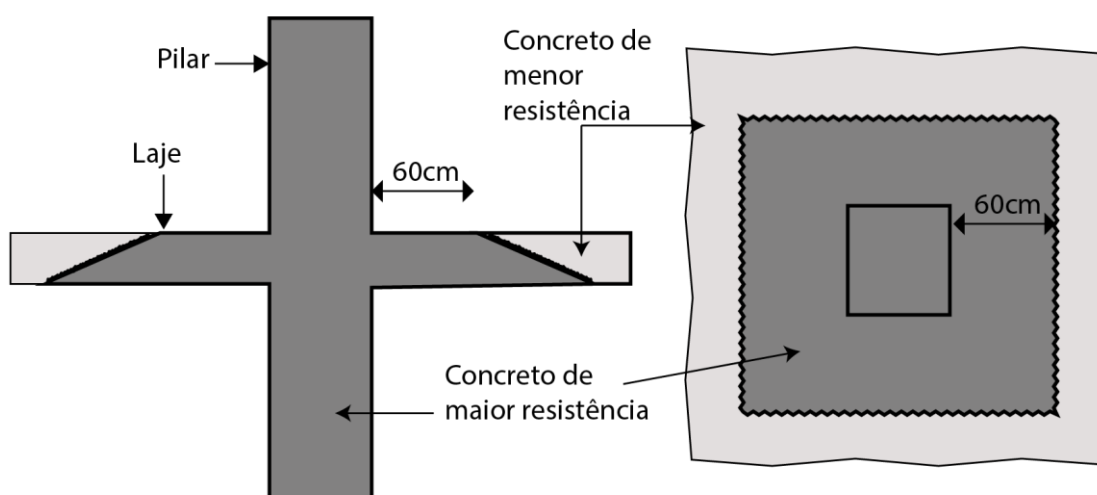
- Razão entre a resistência do concreto do pilar e do pavimento;
- Razão entre a altura da laje e a dimensão do pilar;
- Seção do pilar;
- Taxa de aço no pilar;
- Taxas de aço na laje/viga;
- Se a carga no pilar é excêntrica ou centrada;
- Se a laje possui carregamento;
- Se a laje possui fibras;
- Posição do pilar na estrutura.

Esses diversos autores propuseram expressões, com base nas variáveis citadas, para calcular a resistência efetiva do pilar. Porém, nenhum autor propôs expressões que representassem o caso mais encontrado no Brasil, que é o pilar interceptado por vigas mais estreitas que o próprio pilar e por uma laje fina. Esse método de execução vem sendo empregado em obras de edificações com mais de 20 andares no Brasil, e a norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014) não apresenta nenhuma menção sobre o assunto. Isso impossibilita tanto que engenheiros tenham respaldo jurídico ao utilizar o método quanto a população ter garantia de segurança ao habitar edificações que tenham sido construídas dessa forma. As normas internacionais, que tratam desse assunto, não são específicas ao se referirem ao confinamento do pilar quando as vigas são mais estreitas que ele.

Uma alternativa, para solucionar o problema do pilar possuir um trecho com concreto de menor resistência, é fazer a concretagem com o mesmo concreto do pilar na região da laje em sua volta. Dessa maneira, o pilar possui o mesmo concreto ao

longo da altura e, portanto, não necessita de aumento de resistência devido ao confinamento. Esse método é chamado de *puddling* e pode ser observado na Figura 2. Uma desvantagem desse método é que há maior consumo de Concreto de Alta Resistência, uma vez que ele também será utilizado em uma parte da laje e, segundo Caporrino (2007), podem surgir resultados com qualidades questionáveis por conta da junta seca criada entre o Concreto de Alta Resistência e o concreto de resistência menor. Esse método demanda mais tempo de execução que o método tradicional.

Figura 2 – Desenho esquemático apresentando o método de execução de “*puddling*”



Fonte: o autor

1.1 JUSTIFICATIVA

Este trabalho segue uma linha de pesquisa do PPGEC da Escola Politécnica da USP de pilares de concreto com alta resistência confinados por pavimentos com concreto de resistência comum, iniciada por Santos (2004), e continuada por Caporrino (2007) e Azevedo (2014).

Um motivo relevante para se utilizar elementos estruturais com diferentes resistências à compressão é a viabilidade econômica e arquitetônica que a solução pode oferecer. O concreto de resistência superior ao convencional, ou de alta resistência, já foi implantado em vários edifícios com objetivo diminuir de a seção do pilar sem perder a resistência da estrutura. A utilização de um Concreto de Alta Resistência emprega áreas e volumes menores do que um concreto de resistência mais baixa, gerando diminuição de material utilizado na construção, contribuindo para melhor utilização do espaço, como, por exemplo, obtendo-se mais vagas de garagem.

Muitos prédios estão sendo executados com concretos que possuem resistências diferentes entre as vigas, lajes e pilares. Alguns desses prédios já estão sendo executados no Brasil, mesmo sem uma norma técnica nacional que trate sobre o assunto. São apresentados a seguir três prédios nacionais, já executados com esse procedimento.

- Centro Empresarial Nações Unidas

Segundo Helene (2019), o edifício foi construído em 1997 em São Paulo-SP e possui 176 m de altura. Os pilares foram executados com concreto com resistência de 50 MPa, e as lajes e vigas com 35 MPa. Na Figura 3 é apresentada uma imagem do prédio executado.

Figura 3 - Edifício Centro Empresarial Nações Unidas



Fonte: Google street view (2016)

- E-Tower

Segundo Tecnum (2003), o E-Tower construído em 2005, prédio com 148 m de altura e 39 andares, construído em 2002 (Figura 4), tinha a necessidade de aumentar as vagas de garagem previstas. Com a utilização de concreto de alta resistência de 125 MPa nos pilares, foi possível aumentar em 16 as vagas de garagem

com a diminuição de suas seções transversais. As vigas e as lajes foram executadas com concreto de 40 MPa. A relação entre as resistências do concreto do pilar com a das vigas e das lajes foi de 3,125, sendo essa relação superior à permitida pela norma americana do ACI 318 (2019) que é de 2,5. Foi utilizado o método de *puddling* na execução dessas intersecções entre os pilares e o pavimento.

Figura 4 - Edifício E-Tower



Fonte: Tecnum (2003)

O concreto de alta resistência foi pigmentado com a cor vermelha, para que não houvesse equívoco de concretagem na obra, ver Figura 5.

Figura 5 - Concreto de alta resistência pigmentado com a cor vermelha



Fonte: Tecnum (2003)

- Leopoldo 1201

Segundo Helene (2019), o edifício Leopoldo 1201, construído em 2021, que fica em São Paulo-SP, possui 22 pavimentos, onde os pilares foram executados com concreto de resistência entre 35 e 90 MPa e lajes e vigas variando entre 35 e 50 MPa. Na Figura 6 é apresentada uma imagem da maquete eletrônica do edifício.

Figura 6 - Edifício Leopoldo 1201

Fonte: Nortis (2019)

Santos (2004), Caporrino (2006) e Azevedo (2014), em suas dissertações de mestrado apresentadas à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), analisaram o efeito do confinamento proveniente de lajes lisas em pilares quadrados em diversas situações, assim como pilares retangulares com vigas e lajes esbeltas, tentando se aproximar dos esquemas estruturais no Brasil, onde o confinamento esperado é bem menor do que no caso internacional usual de lajes lisas.

Na ABNT NBR 6118 (2014), esse assunto não é discutido, nem sequer o potencial aumento de resistência do pilar, quando esse está confinado por laje lisa. No caso do uso de vigas e lajes, como ilustrado na Figura 1, os ensaios de Azevedo (2014) mostraram que o método construtivo mais usual no Brasil, quando existe variação da resistência do concreto entre peças estruturais, pode não apresentar a segurança requerida, mesmo que seja utilizada a expressão do ACI 318 (2019), para o cálculo da resistência efetiva do conjunto, porque ela não serve para o caso de vigas e lajes. Além disso, nos ensaios de Azevedo (2014), observou-se que algumas rupturas aconteceram imediatamente acima da laje, de forma inusitada, no concreto

de maior resistência. Esse é um dos motivos que também incentivam a presente pesquisa.

Segundo Muttoni, Ruiz e Moccia (2017), quando utilizados Concretos de Alta Resistência, além de ser levado em consideração o confinamento do pilar na intersecção com o pavimento, é necessário considerar o fator de fragilidade do concreto fornecido pelo MC 2010 (2013), que representa a diferença de resistência de um corpo de prova cilíndrico, submetido a tensões de compressão sem perturbações, com a tensão efetiva do membro estrutural. Esse fator pode ser um bom parâmetro para levar em conta a fragilidade do CAR ou a falta de capacidade de adaptação plástica para redistribuir as tensões nos pontos de perturbação.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral desta Tese é estudar o comportamento estrutural da região de intersecção de pilares de concreto de alta resistência com lajes e vigas de concreto com resistência usual, identificando a distribuição de tensões nessa região e procurando determinar sua resistência efetiva.

1.2.2 Objetivos específicos

Esta pesquisa tem como objetivos específicos:

- Validar parâmetros e características de modelos em elementos finitos não lineares que representem com fidelidade o comportamento experimental de pilares, confinados ou não.
- Avaliar por meio de modelos em elementos finitos a ruptura prematura do resultado experimental de Azevedo (2014) em que o pilar é confinado por duas vigas ortogonais e uma laje.
- Avaliar por meio de modelos em elementos finitos a resistência efetiva de pilares-sanduiche (pilar isolado) e pilares internos, alterando as resistências do concreto do pavimento e do pilar e dimensões das peças estruturais.

- Avaliar a resistência efetiva de dos pilares internos com carregamentos verticais nas vigas e propor um método de cálculo para estimar a tensão resistente efetiva do pilar;
- Propor expressões que sejam adequadas para representar a resistência efetiva de pilares, sanduíche e internos, interseccionados pelo pavimento.

1.3 ESTRUTURA DA TESE

Esta tese está dividida em 8 capítulos, sendo eles descritos a seguir:

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre pilares que possuem concretos com diferentes resistências ao longo da sua altura, sendo concretos convencionais na região onde eles cruzam as vigas e lajes e concretos de alta resistência nas outras regiões. Também é apresentado um parâmetro para considerar o aumento de fragilidade do concreto de maior resistência. São discutidos resultados encontrados na literatura e nas normas técnicas.

No Capítulo 3 é detalhado o comportamento de pilares confinados, dando maior ênfase para pilares confinados pelo pavimento (vigas e laje). É sugerido um equacionamento analítico para representar o confinamento de pilares-sanduíche (isolados) e pilares internos confinados por vigas mais estreitas que o pilar e uma laje fina.

No Capítulo 4 são apresentados os principais modelos de resistência utilizados para simular o comportamento não linear do concreto. Os parâmetros de entrada para a utilização de um modelo de resistência são certificados com a comparação de modelos em elementos finitos não lineares com ensaios experimentais encontrados na literatura.

No Capítulo 5 são descritos modelos numéricos dos pilares-sanduíche, pilares internos confinados por vigas estreitas e uma laje fina com e sem carregamento na viga. Também são apresentados e discutidos os resultados encontrados nesses modelos.

No Capítulo 6, a partir dos resultados dos modelos numéricos e dos resultados experimentais encontrados na literatura, são propostos modelos de cálculo para estimar a resistência à compressão efetiva dos pilares. Os modelos de cálculo são

comparados com resultados dos modelos numéricos e com resultados experimentais de outros autores.

No Capítulo 7, a partir dos resultados dos modelos numéricos e dos resultados experimentais encontrados na literatura, são propostas expressões simplificadas de cálculo para estimar a resistência à compressão efetiva dos pilares. As expressões são comparadas com resultados dos modelos numéricos e com resultados experimentais de outros autores.

No Capítulo 8 são descritas as conclusões obtidas e sugestões para trabalhos futuros.

No Apêndice A são apontados os resultados de um modelo numérico de um corpo de prova cilíndrico de concreto simples para validar o modelo resistente escolhido para o concreto.

No Apêndice B são discutidos, por meio de modelos numéricos, os resultados experimentais de Azevedo (2014).

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Vê-se com frequência a variação da resistência à compressão do concreto entre os elementos que compõem o sistema estrutural de um edifício com multipavimentos. Normalmente, as vigas e lajes são executadas com resistência inferior à usada nos pilares, uma vez que são elementos solicitados essencialmente à flexão. Por facilidade construtiva, o pavimento composto por vigas e lajes formam um estágio de concretagem único, o que leva à criação de intersecção entre os pilares dos pavimentos superior e inferior com resistência menor do concreto, ou seja, igual a resistência à compressão usada nas vigas e lajes.

Segundo o *American Concrete Institute* (ACI 318 2019, baseado nos resultados obtidos por BIANCHINI; WOODS; KESLER, 1960), quando o valor da resistência à compressão do concreto no pilar supera em 40% a resistência à compressão do concreto da laje, há perda na eficiência da resistência do pilar na intersecção com o pavimento. Ainda, nota-se que o ACI 318 (2019) somente cita a intersecção pilar-pavimento para o caso de laje e vigas com largura igual à largura do pilar. A intersecção dos pilares com vigas mais estreitas não é citada no ACI 318 (2019) e em nenhuma outra norma nacional e internacional e não necessariamente se pode seguir as expressões idealizadas para pilares confinados por lajes lisas, como apresentado por Azevedo (2014).

A norma americana do ACI 318 (2019) também sugere que em pilares de borda ou canto devem ser executados o *puddling*, ou utilizar a resistência do concreto menos resistente. Porém, em muitos casos, isso pode ser muito conservador, como mostrado por Shu e Hawkins (1992) e Ospina e Alexander (1998). Além da norma americana, as normas canadense (CSA.A23.3 (2014)), australiana (AS 3600 (2018)) e neozelandesa (NZS 3101-1(2006) definem expressões para o cálculo desse aumento de resistência na intersecção dos pilares com as lajes com concreto menos resistente.

A norma europeia Eurocode (2004) e o fib Model Code 2010 (2013) apresentam uma expressão para a estimativa da resistência do concreto confinado, porém, sendo necessário calcular a tensão lateral confinante. Ambas as recomendações não citam o caso do pilar confinado pelo pavimento e nem fornecem expressões direcionadas para esses casos. Evidencia-se que a norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014) não faz menção sobre o assunto, nem para pilares confinados por lajes lisas.

Diversos autores debruçaram-se sobre esse assunto, onde as principais variáveis estudadas por esses autores foram a razão entre a resistência do concreto do pilar e do pavimento, razão entre a altura da laje e a dimensão do pilar, posição do pilar na estrutura e a laje com carregamento vertical.

2.1 RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DE PILARES

Na avaliação de pilares de concreto armado, podem surgir fatores que afetem a sua resistência além da própria resistência do concreto.

Esses fatores devem ser estudados para o melhor entendimento do que é composta a resistência efetiva de um pilar.

2.1.1 Resistência do pilar x resistência do corpo de prova

A maioria dos autores que estudou ou estuda o problema do confinamento do pilar dado pelo pavimento utilizou a mesma expressão para o cálculo da capacidade resistente do pilar com carga centrada. Essa expressão se origina da Resistência dos Materiais e considera proporcionalmente a resistência do aço e do concreto, respectivamente por suas áreas. Portanto, a força de ruptura do ensaio depende da área de aço no pilar, da tensão de escoamento do aço, da área da seção de concreto e de sua resistência à compressão e de um fator 0,85, explicado a seguir.

Richart e Brown (1934) fizeram estudos em 564 ensaios de pilares, variando diversos fatores, como as dimensões dos espécimes, a duração do ensaio com o pilar carregado, chegando até em um ano, para avaliar os efeitos da fluência e da retração, consideração ou não do cobrimento da armadura para avaliação se ela tem participação efetiva na área comprimida do pilar e a contribuição de uma armadura em espiral no pilar, para avaliar se haveria melhora na resistência efetiva do pilar por confinamento. Dentre esses ensaios, perceberam que a resistência dos pilares comprimidos com carga centrada era menor que os corpos de prova cilíndricos, sendo então encontrada uma relação de resistências de 85%.

Avram et al.. (1981) também fizeram a comparação dos resultados dos corpos de prova cilíndricos com os prismáticos. É sugerido que, quando a altura do corpo de prova for maior ou igual a 4,3 vezes à dimensão da seção, o valor da resistência do

corpo de prova prismático será da ordem de 85% do corpo de prova cilíndrico. Isso se deve a eventuais excentricidades durante o ensaio.

É importante diferenciar o 0,85 encontrado por Richart e Brown (1934) e Avram et al.. (1981) do 0,85, que multiplica o f_{cd} na norma brasileira ABNT NBR6118 (2014), que é o k_{mod} . Fusco (1995) desmembra o k_{mod} do seguinte modo:

$$k_{mod} = k_{mod,1} \cdot k_{mod,2} \cdot k_{mod,3} \quad (1)$$

sendo

$$k_{mod} = 1,2 \cdot 0,95 \cdot 0,75 = 0,85 \quad (2)$$

O coeficiente $k_{mod,1}$ leva em conta o acréscimo de resistência do concreto após 28 dias de idade. O $k_{mod,2}$ estipula que os corpos de prova cilíndricos de 15x30cm possuem resistência superestimada, uma vez que espécimes maiores possuem resistência menor, pois há menor influência do atrito nos pratos da prensa. Em corpos de prova curtos, o atrito com a prensa pode impedir que haja deformação lateral, por Poisson, nessa região, gerando um confinamento que pode aumentar a sua resistência. O coeficiente $k_{mod,3}$ considera o efeito deletério da ação de cargas de longa duração.

No caso dos ensaios realizados em laboratório, quando não for para estudar cargas atuantes de longa duração, normalmente o efeito do ganho de resistência do concreto após 28 dias e o efeito deletério do concreto para ações de longa duração, não devem ser considerados. Assim, deveria ser utilizado somente o $k_{mod,2}$.

Cusson e Paultre (1994) fizeram ensaios em pilares em grande escala com seções de 23,5 x 23,5cm com Concreto de Alta Resistência e com forças centradas para avaliar o comportamento até a ruptura. Nos seus testes, perceberam que a relação entre a resistência do pilar com o corpo de prova cilíndrico de 150 x 300mm variou entre 0,7 para pilares com concreto de maior resistência e 0,85 para pilares com concreto de menor resistência. Cusson e Paultre (1994) sugerem a expressão da norma norueguesa para o cálculo do coeficiente de redução da resistência efetiva do pilar. Segundo Oliveira (2004), a tabela apresentada na Figura 7 estabelece, de acordo com a norma norueguesa, a relação entre as resistências do concreto dos corpos de prova cilíndricos e dos pilares.

Figura 7 – Fatores de relação entre a resistência do concreto de um corpo de prova cilíndrico e um pilar segundo a norma norueguesa

	Concretos									
	C15	C25	C35	C45	C55	C65	C75	C85	C85	C105
Resistência do corpo de prova cilíndrico - $f_{c,cp}$	12	20	28	36	44	54	64	74	84	94
Resistência do concreto na estrutura - $f_{c,pilar}$	11,2	16,8	22,4	28,0	33,6	39,2	44,8	50,4	56,0	61,6
$k_{mod,2} = \frac{f_{c,pilar}}{f_{c,cp}}$	0,93	0,84	0,80	0,78	0,76	0,73	0,70	0,68	0,67	0,66

Fonte: Adaptado de Oliveira (2004, p. 36)

Oliveira (2004) fez uma regressão logarítmica da tabela apresentada na Figura 7 e apresentou a seguinte expressão:

$$k_{mod,2} = -0,1358 \cdot \ln(f_{c,cp}) + 1,2908 \quad (3)$$

O fator de 0,85 também foi utilizado na maioria das publicações anteriores a essa, para calcular a resistência efetiva do conjunto pilar/pavimento, e ele também será considerado neste trabalho, para analisar os resultados experimentais de Shu e Hawkins (1992), Ospina e Alexander (1998), Freire (2003), Azevedo (2014) e Shin et al.. (2016), porém não será utilizado para os resultados numéricos.

Portanto, a força resistente de um pilar de concreto de única resistência ao longo da altura pode ser representada pela seguinte expressão:

$$P = 0,85 \cdot A_c \cdot f_{c,cilindro} + A_s \cdot \sigma_s \quad (4)$$

onde,

A_c – área bruta da seção de concreto

A_s – área das barras de aço longitudinais dentro do pilar

$f_{c,cilindro}$ - resistência à compressão do concreto do corpo de prova cilíndrico

σ_s - tensão atuante na barra de aço, usualmente a tensão de escoamento f_y

No caso de pilar interseccionado por vigas com concreto de menor resistência, no lugar da resistência do concreto do pilar, deverá ser utilizada a resistência efetiva do conjunto. Assim, assumindo que o aço esteja escoando, a expressão pode ser reescrita da seguinte forma:

$$P_{ef} = 0,85 \cdot A_c \cdot f_{cef} + A_s \cdot f_y \quad (5)$$

f_{cef} – resistência efetiva do conjunto pilar-pavimento.

Reescrevendo a expressão para deixar o f_{cef} em evidência:

$$f_{cef} = \frac{P_{ef} - A_s \cdot f_y}{0,85 \cdot A_c} \quad (6)$$

2.1.2 Fragilidade do concreto

Apesar de o concreto de alta resistência permitir que as estruturas sejam mais esbeltas e tenham durabilidade maior, ele apresenta desvantagem estrutural em relação ao concreto de resistência comum, que é de apresentar comportamento mais frágil. Assim, é apresentada uma investigação de Muttoni, Ruiz e Moccia (2017) sobre o tema, que traz informações que podem ser aplicadas aos casos de pilares com concreto de alta resistência, confinados pelo pavimento com concreto de resistência mais baixa.

O procedimento geral de cálculo da capacidade de pilares ensaiados com cargas centradas, utilizando a contribuição do aço, pode ser expresso por:

$$N_R = \sigma_s \cdot A_s + f_c \cdot A_c \quad (7)$$

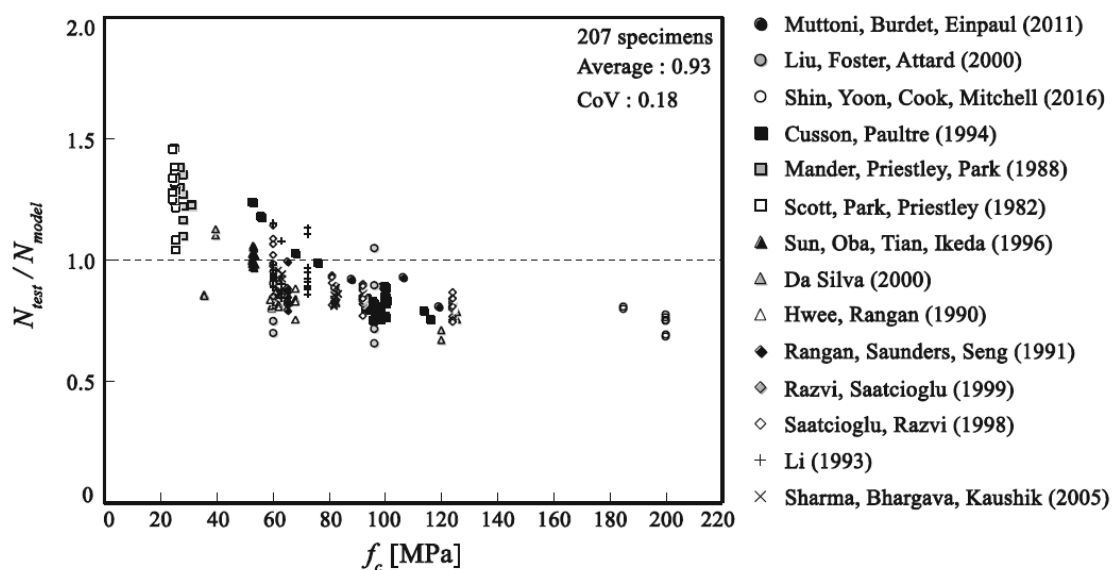
onde:

- σ_s : tensão atuante no aço, usualmente f_y .
- A_s : área da seção transversal das barras de aço.
- f_c : a resistência média à compressão em cilindros de concreto no momento do ensaio.
- A_c : área útil da seção de concreto (descontando a área da barra de aço).

Nota-se que nessa expressão não é utilizado nenhum fator adicional para levar em conta a fragilidade do concreto.

Muttoni, Ruiz e Moccia (2017) compararam a capacidade de carga resistente de 207 espécimes da bibliografia e compararam com os resultados da Equação (7), ver Figura 8. A ordenada é a relação entre a carga de ruptura do ensaio e a carga estimada pela Equação (7). Na abscissa é representada a resistência do concreto.

Figura 8 - Comparação de resultados entre os ensaios e a Equação (7)



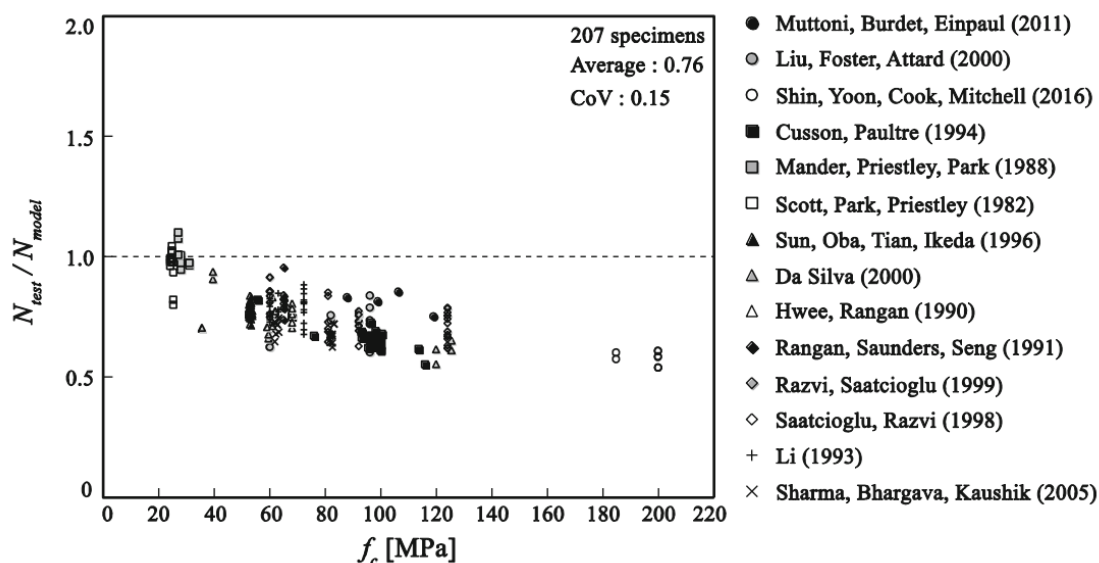
Fonte: Muttoni, Ruiz e Moccia (2017, p. 1237)

Nos resultados mostrados na Figura 8, fica claro que a Equação (7) superestima a capacidade de carga para concretos de alta resistência ($f_c > 50MPa$), não apresentando segurança para essa faixa de resistência de concreto. Para concretos de baixa resistência, ocorre o oposto, ficando a equação utilizada muito conservadora. Claramente esse resultado mostra que a Equação (7) não deveria ser utilizada sem nenhuma modificação para pilares com concreto mais resistentes. Sendo que para esse primeiro ensaio, foi desprezado o efeito do confinamento dos estribos.

Segundo Muttoni, Ruiz e Moccia (2017), o confinamento ainda poderia ser utilizado na Equação (7). Ele melhora a resistência e a ductilidade do concreto, e isso ocorre pois os estribos restringem a deformação transversal dos pilares, gerando um estado triaxial de tensões.

Os resultados dessa nova comparação, agora considerando o confinamento, são apresentados na Figura 9.

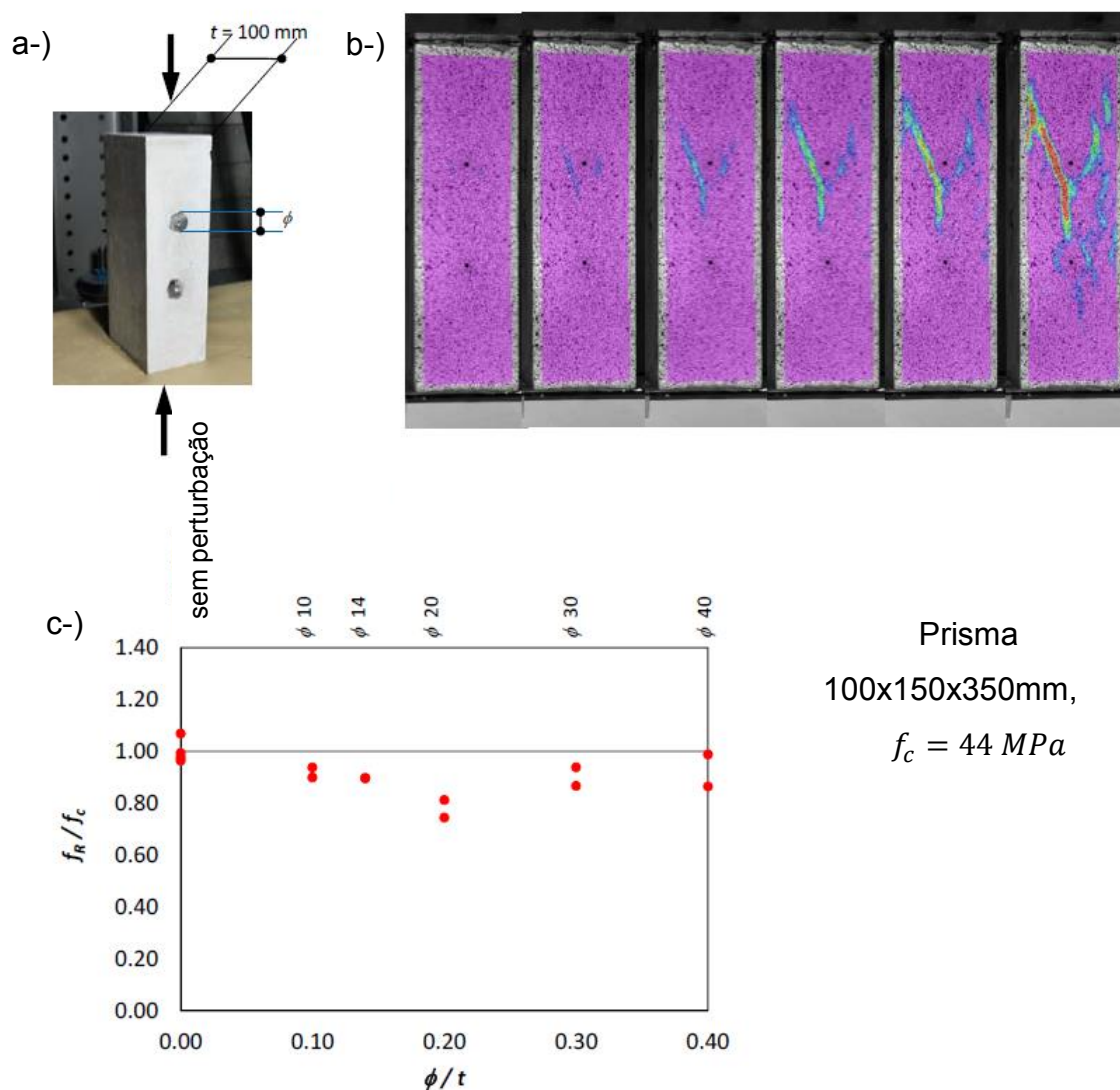
Figura 9 - Comparação de resultados entre os ensaios e a equação do Eurocode (2004), considerando o confinamento



Fonte: Muttoni, Ruiz e Moccia (2017, p. 1238)

Com a consideração do confinamento, os resultados ficaram ainda mais contra a segurança. Somente o concreto de baixa resistência apresentou resultados satisfatórios. De acordo com Muttoni, Ruiz e Moccia (2017), esses resultados mostram a necessidade de se utilizar um coeficiente de fragilidade (η_{fc}) para concretos de alta resistência. Esse fator pode ser encontrado no fib Model Code 2010 (2013), e ele penaliza a resistência do concreto em peças de concreto armado com armadura longitudinal comprimida e com estribos. Com as armaduras, principalmente os estribos, aparecem perturbações com concentração das tensões em volta delas que podem fazer com que a peça tenha a ruptura antes do esperado, assim como apresentado na Figura 10, que representa um prisma carregado axialmente com força de compressão e que mostra essas perturbações devido à presença da armadura transversal.

Figura 10 - Perturbação no prisma de concreto devido à armadura transversal, (a) geometria do espécime; (b) desenvolvimento de fissuras devido à concentração de tensão; (c) influência do diâmetro da barra na intensidade de perturbação



Fonte: Muttoni e Moccia (2018, p. 13)

Muttoni, Ruiz e Moccia (2017), com o resultado dessa concentração de tensões, perceberam que em média a resistência das peças prismáticas com armadura (f_R) tiveram resistência 12% menor que os corpos de prova cilíndricos (f_c). Esse fenômeno ocorreu mesmo com barras de aço de bitolas pequenas.

No caso de corpos de prova cilíndricos, com resistências menores que 30 MPa, essa concentração de tensões pode se redistribuir devido à capacidade de adaptação plástica do concreto; mas, para resistências maiores, a fragilidade do concreto é maior, e o efeito da concentração de tensões passa a ser mais crítico (menor capacidade de adaptação plástica do concreto).

Assim, Muttoni, Ruiz e Moccia (2017) sugeriram utilizar o fator de fragilidade, encontrado no fib Model Code 2010 (2013), nos cálculos de resistência dos pilares ensaiados. A nova equação proposta é:

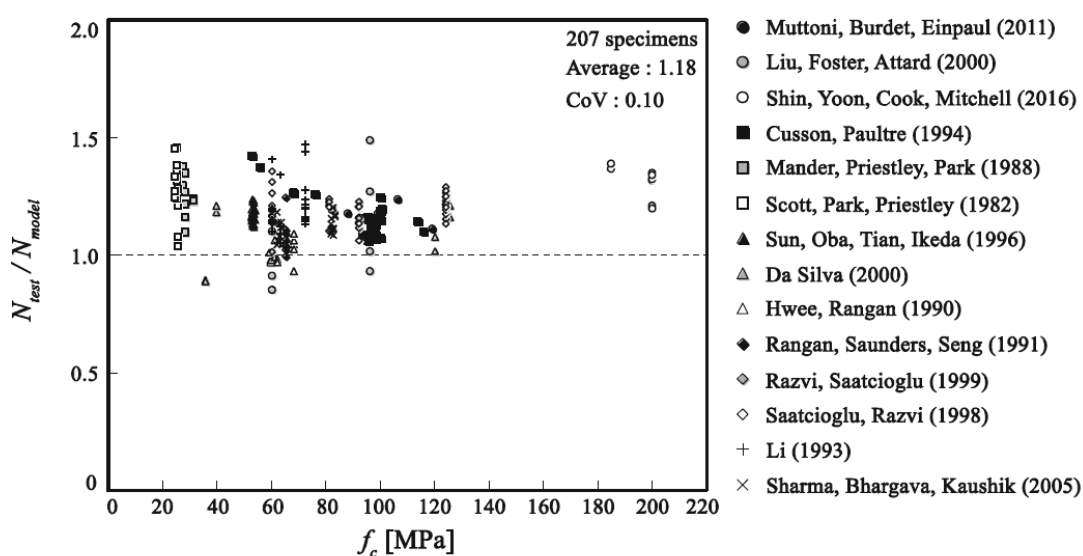
$$N_R = \sigma_S \cdot A_S + \eta_{fc} \cdot f_c \cdot A_c \quad (8)$$

onde η_{fc} é calculado da seguinte forma:

$$\eta_{fc} = \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 1 \text{ onde } f_{ck} \text{ é em MPa} \quad (9)$$

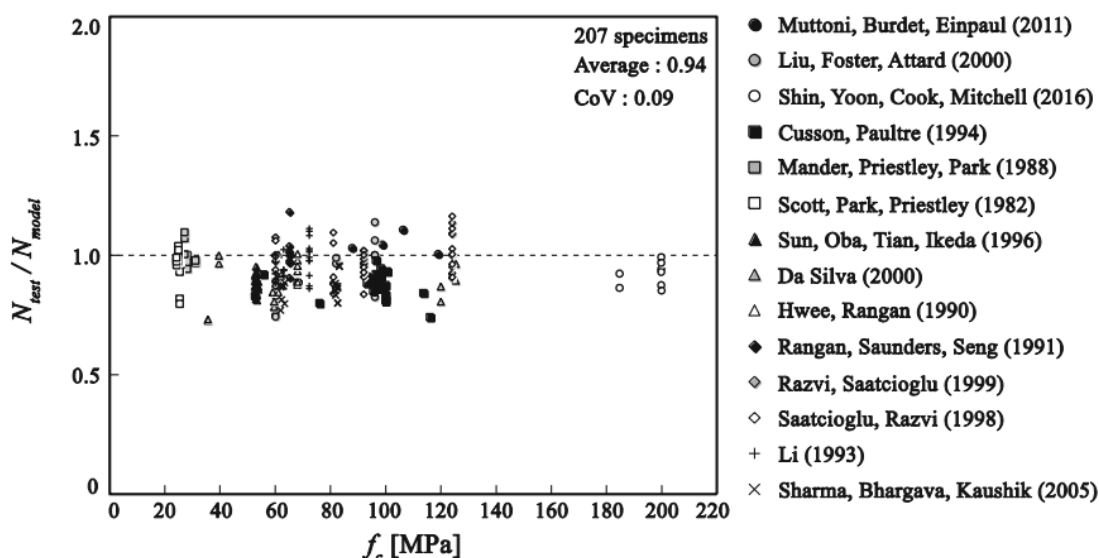
Muttoni, Ruiz e Moccia (2017) recalcularam os resultados apresentados nas Figura 8 e Figura 9 e apresentaram os resultados, considerando o fator de fragilidade do concreto nas Figura 11 e Figura 12 respectivamente.

Figura 11 - Comparação de resultados entre os ensaios e a equação do EUROCODE (2004), considerando o η_{fc} (com limitação das deformações)



Fonte: Muttoni, Ruiz e Moccia (2017, p. 1239)

Figura 12 - Comparação de resultados entre os ensaios e a equação do EUROCODE (2004), considerando o η_{fc} e o confinamento (com limitação das deformações)



Fonte: Muttoni, Ruiz e Moccia (2017, p. 1239)

Os resultados, com a utilização do fator de fragilidade do concreto (η_{fc}), apresentados na Figura 11 e na Figura 12, são bons, porém, quando é considerado o confinamento simultaneamente (Figura 12), o resultado ainda é contra a segurança.

Muttoni, Ruiz e Moccia (2017) sugerem utilizar como critério de resistência para o pilar ensaiado uma análise plástica do conjunto concreto – aço, pensando ser mais próximo da realidade.

Segundo Muttoni, Ruiz e Moccia (2017, p. 1240), de acordo com o critério de resistência de Mohr-Coulomb, para a superfície de escoamento do concreto (com ângulo de atrito de 37°), o aumento de resistência devido ao confinamento lateral é:

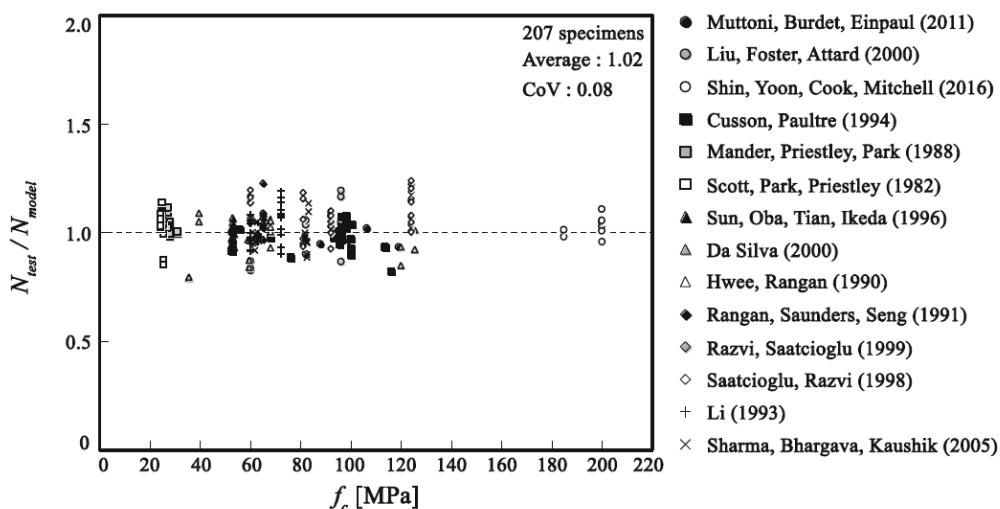
$$f_{c3} = f_c + 4 \cdot |\sigma_2| \quad (10)$$

onde o f_{c3} é a resistência do concreto confinado com uma pressão lateral de σ_2 . Considerando o fator de fragilidade do concreto e o ganho de resistência devido ao confinamento dos estribos, a expressão de força resistente fica:

$$N_R = f_y \cdot A_s + \eta_{fc} \cdot f_c \cdot A_c + 4 \cdot |\sigma_2| \cdot A_c \quad (11)$$

É apresentado, na Figura 13, o resultado da comparação entre os ensaios e a Equação (11).

Figura 13 - Comparação de resultados entre os ensaios e a abordagem plástica considerando o η_{fc} e o confinamento (sem limite de deformações)



Fonte: Muttoni, Ruiz e Moccia (2017, p. 1240)

Os resultados da Figura 13 são bem satisfatórios e apresentam uma média de resultados com segurança adequada, sem ser conservador.

Muttoni, Ruiz e Moccia (2017) apresentaram a importância de se considerar um fator de fragilidade para concretos com resistência mais alta, pela sua falta de capacidade de adaptação plástica. Esse fator não é utilizado em nenhuma norma nacional ou internacional para a consideração desses efeitos em pilares. Esse fator de fragilidade pode ajudar no desenvolvimento de expressões que melhor representem o problema do confinamento de pilares com concreto de alta resistência pelo pavimento com concreto de resistência menor.

2.2 PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM A RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO EFETIVA DE PILARES

Bianchini, Woods e Kesler (1960) realizaram a primeira pesquisa experimental para estudar a interação da relação resistência à compressão dos pilares e laje em diferentes condições de confinamento, ou seja, para pilares internos, de borda e de canto. Com base nos resultados, esses autores elaboraram uma expressão para levar em consideração a redução induzida pelo concreto de resistência mais baixa na intersecção da laje com o pilar, no desempenho de transferência de carga dos pilares com concreto de alta resistência. Essa expressão foi incorporada no ACI 318-63 com uma pequena modificação e permaneceu sem alteração até o ACI 318-19.

Mais tarde, Gamble e Klinar (1991); Shu e Hawkins (1992); Kayani (1992) e (2000); Siao (1994); Ospina e Alexander (1998); McHarg et al.. (2000); Tula et al.. (2000); Freire (2003); Santos (2004); Lee e Mendis (2004); Shah et al.. (2005); Shah e Ribakov (2005); Caporrino (2007); Meira (2009); Lee e Yoon (2010); Azevedo (2014); Urban et al.. (2015 e 2018); Shin et al.. (2016 e 2017) e Choi et al.. (2020a, 2020b e 2022) realizaram pesquisas experimentais e analíticas para investigar além dos efeitos da resistência à compressão do concreto do pilar (f_{cc}) e da laje (f_{cs}), outras variáveis intervenientes como a posição do pilar na estrutura, a largura do pilar (c), a espessura da laje (h), a excentricidade da carga no pilar e a taxa da armadura na viga ou laje na resistência à compressão efetiva do pilar (f_{cef}). Os principais resultados de ensaios experimentais encontrados na bibliografia são resumidos na Tabela 1.

Tabela 1 - Testes experimentais de outros autores

Autores	Número de espécimes				f_{cc}/f_{cs}	h/c
	Interior	Borda	Canto	Sanduíche		
Bianchini et al.. (1960)	14	18	9	4	1.11 a 3.17	0.63 e 1.82
Gamble et al.. (1991)	6	6	-	-	2.14 a 6.24	0.5 e 0.7
Shu e Hawkins (1992)	-	-	-	53	1 a 5.6	0.17 a 3
Kayani (1992)	-	2	-	4	2.33 a 4.14	0.7
Siao (1994)	5	-	-	-	1.46 a 2.5	2.5
Ospina e Alexander (1998)	35	10	-	4	2.43 a 6.33	0.3 a 1.43
Tula et al.. (2000)	9	-	-	2	2.05 e 2.15	0.7 e 1.4
McHarg et al.. (2000)	6	-	-	3	2.07 a 2.73	0.67
Freire (2003)	8	-	-	-	1.93 a 2.22	0.33 e 1
Lee e Mendis (2004)	-	-	-	6	2.67 a 4.72	0.3 a 1.15
Santos (2004)	32	-	-	12	1.26 a 2.05	0.3 a 0.93
Shah et al. (2005)	6	-	-	1	2.5 a 2.93	0.6 a 1.2
Caporrino (2007)	3	-	12	3	1.24 a 1.85	0.3 e 0.46
Meira (2009)	12	-	-	-	2.3 a 2.54	6.66
Lee e Yoon (2010)	2	-	-	2	1 a 1.9	0.6
Azevedo (2014)	12	-	-	8	1.4	3.57
Urban e Goldyn (2015)	-	3	3	-	2.59 e 4.92	0.6
Shin et al. (2016)	-	-	-	8	1.23 a 3.91	0.6
Shin et al. (2017)	1	1	1	1	3.91	0.6
Urban e Goldyn (2018)	4	-	-	-	2.68 a 3.52	0.6
Choi et al. (2020)a	-	-	-	5	1 a 1.44	0.5 e 1
Choi et al. (2020)b	4	-	-	3	1 a 1.44	0.5
Choi et al. (2022)b	3	-	-	-	3.58	0.5

Fonte: o autor

As razões f_{cc}/f_{cs} e h/c são parâmetros amplamente estudados como pode ser observado na Tabela 1. Neste trabalho, além desses dois parâmetros, serão estudadas a largura dos pilares, sua posição na estrutura (pilar-sanduiche e pilar interno) e, também, quando as vigas, além do pilar, possuem carregamento vertical.

Os autores Bianchini, Woods e Kesler (1960); Gamble e Klinar (1991); Shu e Hawkins (1992); Kayani (1992) e (2000); Ospina e Alexander (1998); Freire (2003); Lee e Mendis (2004); Shah et al. (2005); Shah e Ribakov (2005); Caporrino (2007); Lee e Yoon (2010 e 2012); Shahid et al. (2015); Ali et al. (2018); Choi et al. (2020a, 2020b, 2021 e 2022) propuseram expressões para estimar a resistência efetiva do concreto para os pilares de canto, de borda e interno. As expressões são apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1 - Resumo com as expressões de diversos autores e normas

Autores ou normas		Pilares internos	Pilares de borda	Pilares de canto/sanduiche
Bianchini, Woods e Kesler (1960)		f_{cc} se $f_{cc} \leq 1,5 \cdot f_{cs}$	f_{cc} se $f_{cc} \leq 1,4 \cdot f_{cs}$	f_{cc} se $f_{cc} \leq 1,4 \cdot f_{cs}$
		$f_{cef} = 0,375 \cdot f_{cs} + 0,75 \cdot f_c$ pilar	f_{cs} se $f_{cc} \geq 1,4 \cdot f_{cs}$	f_{cs} se $f_{cc} \geq 1,4 \cdot f_{cs}$
Shu e Hawkins (1992)	se $f_{cc} \leq 1,4 \cdot f_{cs}$	-	$f_{cef} = f_{cs} + \frac{1}{(0,4 + 2,66 \cdot h/c)} \cdot (f_{cc} - f_{cs})$	
	se $f_{cc} > 1,4 \cdot f_{cs}$	-		
Gamble e Klinar (1991)	se $f_{cc} \leq 1,4 \cdot f_{cs}$	f_{cc}	f_{cc}	-
	se $f_{cc} > 1,4 \cdot f_{cs}$	$f_{cef} = 0,67 \cdot f_{cs} + 0,47 \cdot f_{cc}$	$f_{cef} = 0,85 \cdot f_{cs} + 0,32 \cdot f_{cc}$	
Kayani (1992)	se $f_{cc} \leq 1,4 \cdot f_{cs}$	f_{cc}	f_{cc}	$f_{cef} = 1,8 \cdot \frac{f_{cc} \cdot f_{cs}}{f_{cc} + f_{cs}}$
	se $f_{cc} > 1,4 \cdot f_{cs}$	$f_{cef} = 2,5 \cdot \frac{f_{cc} \cdot f_{cs}}{f_{cc} + f_{cs}}$	$f_{cef} = 2 \cdot \frac{f_{cc} \cdot f_{cs}}{f_{cc} + f_{cs}}$	
Ospina e Alexander (1998)	se $f_{cc} \leq 1,4 \cdot f_{cs}$	f_{cc}	-	-
	se $f_{cc} > 1,4 \cdot f_{cs}$	$f_{cef} = \left(1,4 - \frac{0,35}{h/c}\right) f_{cs} + \frac{0,25}{h/c} f_{cc}$		
Freire (2003)	se $f_{cc} \leq 1,4 \cdot f_{cs}$	f_{cc}	$\frac{f_{cef}}{f_{cs}} = 1 + 0,143 \cdot \left(\frac{f_{cc}}{f_{cs}}\right)^{1,413} \cdot \left(\frac{h}{c}\right)^{-0,652} \leq \frac{f_{cc}}{f_{cs}}$	
	se $f_{cc} > 1,4 \cdot f_{cs}$	$\frac{f_{cef}}{f_{cs}} = 1 + 0,244 \cdot \left(\frac{f_{cc}}{f_{cs}}\right)^{1,125} \cdot \left(\frac{h}{c}\right)^{-0,375} \leq \frac{f_{cc}}{f_{cs}}$		
Lee e Mendis (2004)	Se $f_{cc} \leq 1.1$ a $1.7 \cdot f_{cs}$	-	-	$f_{cef} = \frac{f_{cc} \left(f_{cct} + \frac{h}{4.1c} f_{cs}\right)}{\sqrt{\frac{f_{cc}}{f_{cs}} \left(3.6 - 1.7 \frac{h}{c}\right)} \left(f_{cct} + \frac{h}{4.1c} f_{cs}\right)}$
	se $f_{cc} > 1,4 \cdot f_{cs}$	-		
Shah et al. (2005)	se $f_{cc} \leq 1,4 \cdot f_{cs}$	f_{cc}	-	-
	se $f_{cc} > 1,4 \cdot f_{cs}$	$f_{cef} = 0,35 f_{cc} + 0,384 \left(\frac{\rho + 4,12}{\frac{h}{c} + 1,47}\right) 1,385 f_{cs}$		

Autores		Pilares internos	Pilares de borda	Pilares de canto/sanduiche
Shah e Ribakov (2005)	se $f_{cc} \leq 1,4 f_{cs}$	f_{cc}	-	-
	se $f_{cc} > 1,4 f_{cs}$	$\sqrt[3]{f_{cef}} = 2,14 \frac{\sqrt[3]{f_{cc}} \cdot \sqrt[3]{f_{cs}}}{\sqrt[3]{f_{cc}} + \sqrt[3]{f_{cs}}}$		
Caporrino (2007)	se $f_{cc} \leq 1,4 f_{cs}$	f_{cc}	-	$f_{cef} = 0,76 \cdot f_{cs} + 0,29 \cdot f_{cc}$
	se $f_{cc} > 1,4 f_{cs}$	$f_{cef} = 0,60 \cdot f_{cc} + 0,42 \cdot f_{cs}$	-	
Lee e Yoon (2010 e 2012)	se $f_{cc} \leq 1,4 f_{cs}$	f_{cc}	-	f_{cc}
	se $f_{cc} > 1,4 f_{cs}$	$f_{cef} = 1,107 \left[\frac{0,91}{(h/c)^{0,29}} (f_{cc})^{0,72} (f_{cs})^{0,25} - (0,01 f_s) \right]$		$f_{cef} = \left[\frac{0,91}{(h/c)^{0,29}} (f_{cc})^{0,72} (f_{cs})^{0,25} \right]$
Shahid et al. (2015)	se $f_{cc} > 1,0 f_{cs}$	$f_{cef} = f_{cs} + \frac{\varepsilon_{cs} E_s}{3 + \frac{E_s}{E_c}}$	$f_{cef} = f_{cs} + \frac{\varepsilon_{cs} E_s}{10 + \frac{E_s}{E_c}}$	$f_{cef} = f_{cs} + \frac{\varepsilon_{cs} E_s}{12 + \frac{E_s}{E_c}}$
Ali et al. (2018)	se $f_{cc} \leq 1,4 f_{cs}$	-	-	f_{cc}
	se $f_{cc} > 1,4 f_{cs}$			$f_{cef} = \frac{f_{cc} f_{cs}}{\frac{h}{c} (f_{cc} - f_{cs}) + f_{cs}}$ para $\frac{h}{c} \leq 1$
Choi et al. (2020a, 2021 e 2022)	se $f_{cc} > 1,0 f_{cs}$	$f_{cef} = \left(1 - \left(\frac{c}{L} \right)^{0,001c+0,8} \right) f_{cc} + \left(\frac{c}{L} \right)^{0,001c+0,8} \left(f_{cs} + 4,1 \frac{K}{4,1K + \frac{\sqrt{f_{cc}}}{0,6}} (f_{cc} - f_{cs}) \right)$ para $\begin{cases} K = 1 (c \leq 1,5(h - c_u)) \\ K = \frac{2c}{3(h - c_u)} (c > 1,5(h - c_u)) \end{cases}$	-	$f_{cef} = f_{cs} + 4,1 \frac{K}{4,1K + \frac{\sqrt{f_{cc}}}{0,6}} (f_{cc} - f_{cs})$ para $\begin{cases} K = 1 (c \leq 3h) \\ K = \frac{c}{3h} (c > 3h) \end{cases}$

Fonte: o autor

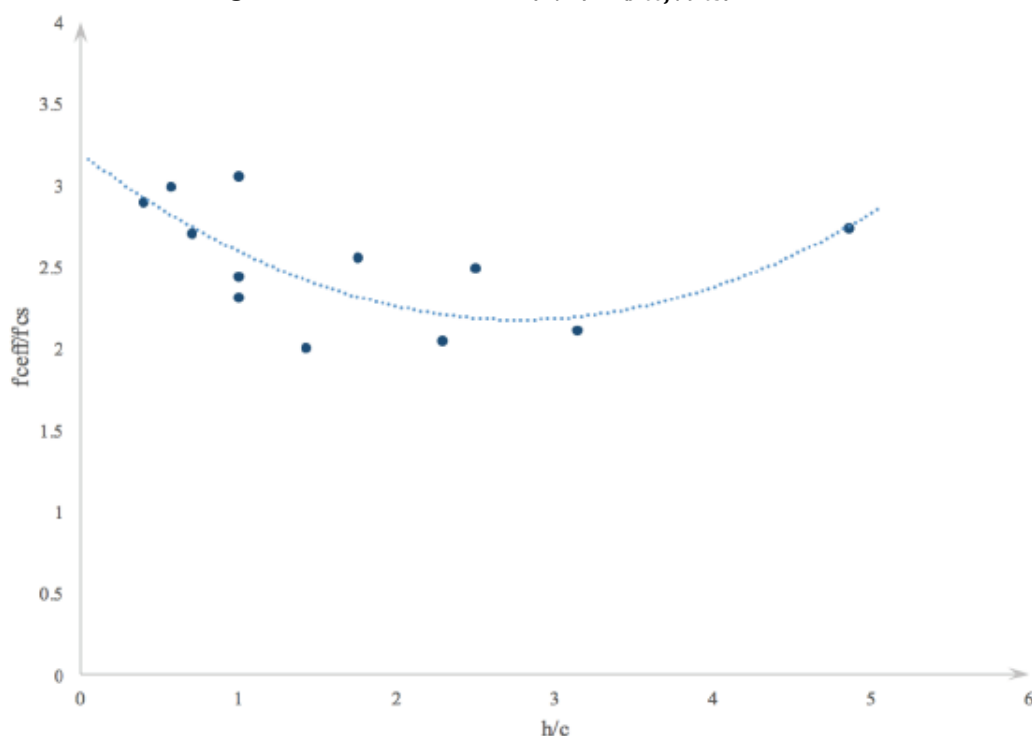
2.2.1 Razão h/c

Bianchini, Woods e Kesler (1960) e Gamble e Klinar (1991) fizeram ensaios experimentais variando a relação entre a espessura da laje e a dimensão da seção transversal do pilar h/c , porém não avaliaram os seus efeitos na resistência efetiva do pilar. Shu e Hawkins (1992) evidenciaram a importância da relação h/c no desempenho de transferência de carga do pilar-sanduíche, em que os resultados dos ensaios experimentais mostraram claramente que quanto menor é a razão h/c , maior é a resistência à compressão efetiva do pilar. Isso ocorre por conta do aumento das tensões horizontais de confinamento, gerando um estado triplo de tensões e aumentando a resistência efetiva do pilar. As mesmas conclusões também foram relatadas por Kayani (1992), Ospina e Alexander (1998), Freire (2003), Lee e Mendis (2004), Caporrino (2007) e Choi et al. (2020a).

Além de estudar seções transversais quadradas para os pilares, Ospina e Alexander (1998) estudaram seções retangulares, onde mostraram que é a menor dimensão da seção transversal do pilar que deve ser usada para avaliar a razão h/c .

Tula et al. (2000) obtiveram, para pilares internos, resultados opostos aos dos autores citados, onde quanto maior a razão h/c , maior a resistência efetiva do pilar. Vale ressaltar que quando a razão h/c foi aumentada nos ensaios experimentais de Tula et al. (2000), a armadura cintando a laje foi aumentada da mesma proporção, que também contribui para o confinamento. Portanto, o aumento de resistência pode ter sido dado pela maior contribuição da armadura em cintar o pilar na região do concreto com menor resistência. De acordo com a Figura 14, adaptada de Xiong (2016), para razões h/c maiores que 4 em pilares internos, pode haver desvios das forças verticais para a região da laje, diminuindo de forma considerável as tensões verticais e aumentando a resistência efetiva do pilar. O trabalho de Tula et al. (2000) teve o valor máximo de h/c igual a 1,4, o que não justifica esse aumento da resistência efetiva.

Figura 14 - Relação entre (h/c) e (f_{cef}/f_{cs})



Fonte: Xiong (2016, p. 75)

2.2.2 Razão entre as resistências do concreto f_{cc}/f_{cs}

Desde os primeiros estudos, começando por Bianchini, Woods e Kesler (1960), a variação da resistência do concreto foi uma das principais variáveis estudadas para determinar a resistência efetiva do pilar, que, inclusive, era a única variável considerada nas primeiras formulações, como pode ser visto na Tabela 1. Com exceção de Azevedo (2014), Shin et al. (2017) e Choi et al. (2022), os demais autores fizeram ensaios experimentais variando a razão entre as resistências do concreto do pilar e a do pavimento (f_{cc}/f_{cs}).

Bianchini, Woods e Kesler (1960) e Ospina e Alexander (1998) perceberam que a variável mais importante para determinar a resistência efetiva do pilar não era a resistência do concreto em si, mas sim, a relação entre a maior e menor resistência do concreto utilizado no pilar. Isso pode ser confirmado observando os ganhos de resistência de pilares internos (confinados por laje lisa) de Bianchini, Woods e Kesler (1960), Ospina e Alexander (1998), Shah e Ribakov (2005) e Urban e Goldyn (2018) apresentados na Tabela 2. Essa comparação foi realizada para a relação $h/c = 0,60$.

Tabela 2 – Comparação dos resultados de f_{cc}/f_{cs} para diferentes resistências do concreto

Autores	Categoria	Espécime	h/c	f_{cc} (MPa)	f_{cs} (MPa)	f_{cef} (MPa)	f_{cc}/f_{cs}	f_{cef}/f_{cs}
Bianchini, Woods e Kesler (1960)	Interno	S7513.0	0.63	43.2	15.9	38.8	2.72	2.45
Shah e Ribakov (2005)	Interno	ICSA-3	0.6	70	28	69	2.5	2.46
Ospina e Alexander (1998)	Interno	B2	0.6	104	42	96.08	2.48	2.29
Ospina e Alexander (1998)	Interno	B4	0.6	113	44	113.99	2.57	2.59
Urban e Goldyn (2018)	Interno	M60/20/1	0.6	72.8	26.9	71.7	2.71	2.67

Fonte: o autor

A Tabela 2 apresenta resultados muito próximos de f_{cef}/f_{cs} , mesmo para valores de f_{cc}/f_{cs} ligeiramente diferentes. Isso comprova que a variável a ser verificada ao longo de ensaios experimentais ou numéricos é a razão f_{cc}/f_{cs} e não as resistências dos concretos em si. Porém, nos casos em que existe a necessidade de uniformização das tensões por adaptação plástica do concreto, os concretos de resistência maior podem romper prematuramente por conta do aumento da fragilidade do concreto.

Bianchini, Woods e Kesler (1960) constataram pelos seus ensaios que para um valor de $f_{cc}/f_{cs} \leq 1,5$ a resistência efetiva do pilar interno é a do concreto mais resistente. Já para os pilares de borda e de canto, o valor passa a ser $f_{cc}/f_{cs} \leq 1,4$. Apesar de Ospina e Alexander (1998) não terem realizado ensaios de pilares com razões $f_{cc}/f_{cs} \leq 2,43$, eles propuseram que para pilares internos e de borda a razão deve ser $f_{cc}/f_{cs} \leq 1,4$ e para pilares de canto $f_{cc}/f_{cs} \leq 1,2$ para que se possa utilizar a resistência integral do concreto mais resistente.

Choi et al. (2020b) mostraram que em pilares-sanduíche com razões $f_{cc}/f_{cs} \leq 1,4$ a resistência efetiva do concreto não é igual à do concreto mais resistente. Para valores de $f_{cc}/f_{cs} = 1,35$, a resistência efetiva ficou 20% abaixo. Para pilares internos, Choi et al. (2020b) obtiveram resultados similares aos de Bianchini, Woods e Kesler (1960) e Ospina e Alexander (1998), ou seja, a resistência à compressão efetiva para pilares com $f_{cc}/f_{cs} = 1,44$ e $f_{cc}/f_{cs} = 1,40$ são maiores que a do concreto mais resistente.

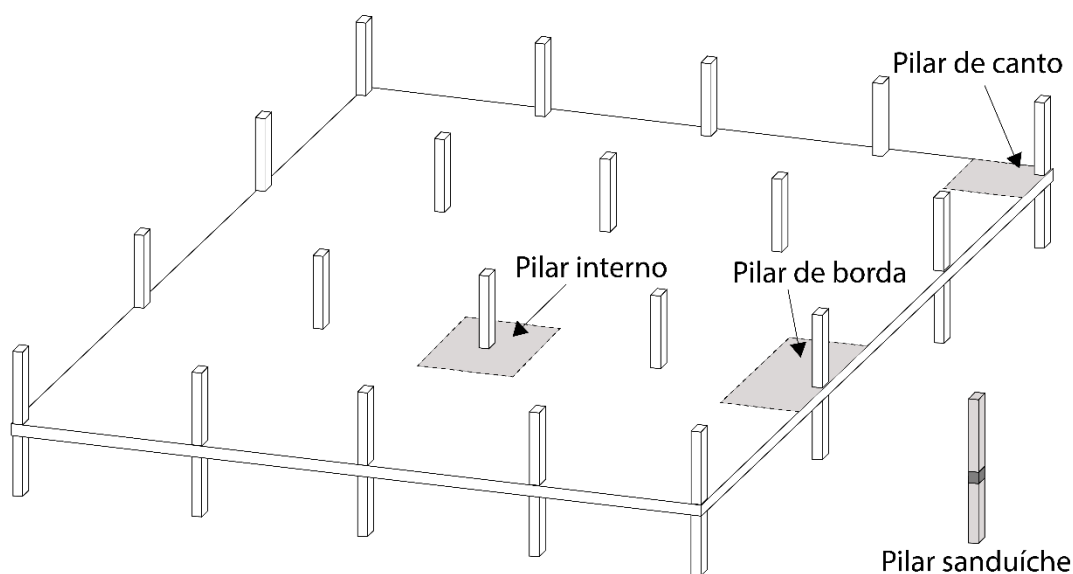
Os pilares de Azevedo (2014), tanto sanduíches, como os internos com vigas mais estreitas que o pilar e uma laje mais fina, mesmo para $f_{cc}/f_{cs} = 1,40$, obtiveram resultados experimentais de resistências efetivas aproximadamente iguais aos da resistência do concreto menos resistente, ficando abaixo do esperado. Para os pilares-sanduíche, isso pode ser explicado por conta da alta razão h/c (aproximadamente de 3,2), onde não houve confinamento lateral. Para os pilares internos, a causa provável foi também a falta de confinamento lateral na região, onde

não existe viga ou laje, tendo um comportamento próximo de um pilar-sanduíche e uma ruptura por conta da baixa capacidade de adaptação plástica do concreto mais resistente. O caso de Azevedo (2014) será apresentado com mais detalhes no Apêndice B.

2.2.3 Posição do pilar na estrutura

Além da variação das resistências do concreto, a variável mais estudada foi a localização do pilar na estrutura: interno, borda, canto da estrutura e pilar isolado, nomeado de pilar-sanduíche quando a resistência do concreto do trecho onde o pilar é cruzado pelo pavimento é mais baixa do que nos outros trechos, como apresentado na Figura 15.

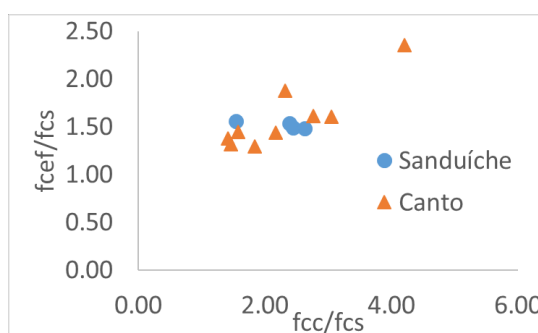
Figura 15 - Posições dos pilares no pavimento



Fonte: o autor

Os resultados experimentais obtidos por Bianchini, Woods e Kesler (1960) não mostraram aumento substancial por confinamento na resistência à compressão efetiva no pilar de canto em relação ao pilar-sanduíche, assim como apresentado na Figura 16.

Figura 16 – Resultados experimentais de pilares de canto e sanduíche de Bianchini, Woods e Kesler (1960)



Fonte: o autor

A partir dos resultados apresentados na Figura 16, a maioria dos autores subsequentes a Bianchini, Woods e Kesler (1960) utilizaram os resultados experimentais de pilares-sanduíche para representar os resultados dos pilares de canto. Shu e Hawkins (1992) foram os autores com maior número de resultados experimentais de pilares-sanduíche, onde eles apresentaram um ganho médio de capacidade resistente de 69% em relação ao concreto de menor resistência do pilar. Caporrino (2007) fez ensaios experimentais de pilares de canto e sanduíches, onde o pilar de canto teve um ganho médio de resistência devido ao confinamento de 16,6% e o pilar-sanduíche de 24,5%. Como foram poucos espécimes de pilar-sanduíche em relação aos pilares de canto, estatisticamente não é conclusivo que o pilar-sanduíche possui uma resistência efetiva maior que o pilar de canto, mas mostra que as resistências são próximas.

De acordo com Urban e Goldyn (2015), alguns projetos de edifícios com laje lisa têm sido elaborados deixando um pequeno trecho de laje em balanço faceando os pilares de canto e de borda. A dimensão desse trecho da laje em balanço e os efeitos no confinamento nos pilares de canto e de borda foram avaliados por Urban e Goldyn (2015) de forma experimental. Para os pilares de borda, foram obtidos um aumento de 24% e 32% na capacidade resistente do pilar para trechos da laje em balanço com comprimento de meia espessura da laje e da espessura total da laje, respectivamente. Para os pilares de canto, os aumentos foram de 30% e 32% na capacidade resistente do pilar, para trechos da laje em balanço com comprimento de meia espessura da laje e da espessura total da laje, respectivamente. Urban e Goldyn (2015) sugerem que quando o pilar de canto e de borda tiverem um trecho em balanço

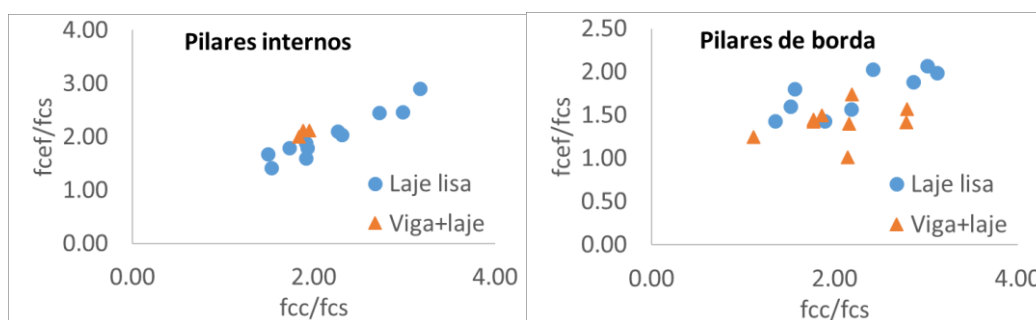
da laje em torno de todo o perímetro do pilar, eles devam ser tratados como pilares internos.

Shin et al. (2017), apesar da pouca quantidade de espécimes (apenas 1 de cada tipo), puderam comparar os resultados de pilares internos, de borda, de canto e sanduíche com concretos de ultra alta resistência (198,8MPa) nos trechos acima e abaixo da laje e um concreto de alta resistência (50,8MPa) na região da laje. Os seus resultados mostraram que o pilar interno resistiu 46% a mais que o pilar de borda. Esse resistiu 5,6% a mais que o pilar de canto e que resistiu 38% a mais que o pilar-sanduíche. Os resultados de Shin et al. (2017) mostraram que o pilar de canto possui um confinamento maior que o pilar-sanduíche, porém, mais testes são necessários, visto que seus resultados conflitaram com os de Bianchini, Woods e Kesler (1960) e Caporrino (2007).

Gamble et al. (1991) focaram seus testes experimentais em pilares internos e de borda e com base em resultados experimentais, diferentes expressões foram propostas para esses dois casos de localização. Testes experimentais para os pilares-sanduíche, ou seja, pilares isolados, além de Shu e Hawkins (1992) foram feitos por Kayani (1992), Ospina e Alexander (1998), Tula et al. (2000), McHarg et al. (2000), Lee e Mendis (2004), Santos (2004), Shah e Ribakov (2005), Shah et al. (2005), Caporrino (2007), Lee e Yoon (2010), Azevedo (2014), Shin et al. (2016 e 2017) e Choi et al. (2020a e 2020b).

Foi unânime entre os autores que o pilar interno apresenta a maior resistência efetiva, por ter os seus 4 lados confinados pela laje. Dentre os autores listados na Tabela 1, somente Bianchini, Woods e Kesler (1960), Meira (2009) e Azevedo (2014) fizeram ensaios de pilares internos e de borda confinados por vigas. Todos os outros autores realizaram somente ensaios em pilares confinados por laje lisa. Bianchini, Woods e Kesler (1960) e Meira (2009) testaram espécimes de pilares internos e de borda confinados por vigas, as quais possuíam a mesma largura do pilar, portanto não existiam trechos sem confinamento na região com concreto de resistência mais baixa. Os resultados foram similares aos dos pilares confinados por lajes lisas, onde os pilares internos que tinham uma laje além das vigas. No caso dos ensaios de Bianchini, Woods e Kesler (1960), apresentaram tensões efetivas ligeiramente maiores que os pilares confinados por laje lisa, como apresentado na Figura 17.

Figura 17 - Pilares confinados por vigas+laje e por laje lisa



Fonte: o autor

Os espécimes de Azevedo (2014) continham vigas mais estreitas que o pilar e uma laje com pouca espessura, assim como apresentado na Figura 1. Os seus resultados não apresentaram um ganho de confinamento, sendo que a tensão efetiva encontrada ficou igual à tensão resistente do concreto de menor resistência (concreto da viga e da laje). Ainda de acordo com Azevedo (2014), os pilares romperam por concentração de tensões na região de concreto de maior resistência imediatamente acima da laje. Esses resultados deram motivação para esta tese, os quais serão analisados e explicados no Apêndice B.

2.2.4 Seção transversal do pilar

Na maioria dos corpos de prova estudados, a seção transversal quadrada de um pilar foi estudada, embora a seção retangular ou circular possam apresentar resultados diferentes.

Tula et al. (2000) testaram pilares internos de seção transversal circular, apesar de os espécimes serem em escala reduzida. Os seus resultados foram comparados na Tabela 3 com os pilares internos de Gamble e Klinar (1991), que possuem as mesmas razões h/c e f_{cc}/f_{cs} .

Tabela 3 – Comparação de resultados de pilares circulares e quadrados

Autores	Categoria	Espécime	h/c	f_{cc}/f_{cs}	f_{cef}/f_{cs}
Gamble e Klinar (1991)	Interno	G	0.7	2.15	1.89
Tula et al. (2000)	Interno	B1	0.7	2.15	1.85

Fonte: o autor

Os resultados apresentados na Tabela 3 mostram que pilares com seção transversal circular ou quadrada possuem a mesma resistência efetiva.

Ospina e Alexander (1998) testaram pilares internos de seção transversal retangular, concluindo que a menor dimensão da seção transversal é a que deve ser usada na razão (h/c), porém os resultados das tensões efetivas dos pilares quadrados superaram os pilares retangulares de 14% a 21%. Apesar de Ospina e Alexander (1998) considerarem as mesmas resistências para o concreto, a mesma espessura de laje e as mesmas taxas de aço, as dimensões dos pilares retangulares não coincidem com os pilares quadrados, gerando razões h/c diferentes (usando a maior ou a menor dimensão do pilar retangular). Portanto, essa diferença de resultado apontada deve ser verificada para espécimes com todos os parâmetros iguais, incluindo a razão h/c .

Lee e Mendis (2004) compararam os resultados dos pilares-sanduiche quadrados e retangulares, usando os mesmos critérios de Ospina e Alexander (1998), onde a razão h/c não foi mantida constante entre os espécimes. Os resultados para pilares-sanduiche retangulares tiveram uma diferença na tensão resistente efetiva de apenas 2% em relação aos pilares quadrados, considerando-se que essa diferença é desprezível. Assume-se que os pilares-sanduiche quadrados e retangulares possuem a mesma tensão resistente efetiva quando o menor valor da dimensão do pilar retangular é usado na razão h/c .

2.2.5 Taxa de armadura da laje e fibras

McHarg et al. (2000) mostraram que, para pilares internos, a armadura da laje pode proporcionar aumento da resistência à compressão efetiva dos pilares. Adicionalmente indicaram que quando as barras de aço da laje estão mais concentradas na região do pilar, maior é a resistência efetiva à compressão do pilar, aproximadamente 10%, mesmo para lajes previamente danificadas por ensaios a punção. No trabalho de Shah et al. (2005), houve aumento de resistência efetiva de 12,5% dos pilares com maior taxa de aço na laje em relação a um dos pilares com taxa menor. Porém, quando foram ensaiados pilares com estribos na região do concreto menos resistente, não houve aumento de resistência efetiva, mesmo para taxas de aço na laje mais elevadas. Assim, de acordo com os resultados de Shah et

al. (2005), é mais eficiente inserir estribos na região de concreto menos resistente do pilar do que aumentar a taxa de aço da laje.

Para os pilares internos com fibra de aço na laje, com aproximadamente 0,5% do volume de concreto, McHarg et al. (2000) obtiveram resistências efetivas entre 15% e 23% maiores que os pilares sem fibra na laje. Quando a fibra foi colocada somente no cobrimento superior da laje acrescido de um diâmetro da armadura, para controle de fissuração (região de tração devido à carga na laje), o ganho de resistência efetiva ficou entre 4% e 7%. Lee e Yoon (2010) utilizaram o mesmo volume e propriedades de fibra de McHarg et al. (2000) em lajes de pilares internos, e o seu ganho de resistência efetiva em relação ao espécime sem fibra foi de 16%, próximo do resultado de McHarg et al. (2000). O pilar-sanduíche de Choi et al. (2020b), com um volume de 1,5% de fibra do volume de concreto, teve aumento de resistência entre 4,5% e 18%, mas não teve aumento de ductilidade em relação aos pilares sem fibra. Shin et al. (2016) também ensaiaram pilares-sanduíche com fibras na região do concreto com menor resistência, com 0,5% do volume de concreto, e obtiveram ganho de 12% de resistência efetiva em relação ao pilar sem fibra.

Os resultados de Caporrino (2007) para pilares de canto variando a taxas de aço da armadura da laje mostraram que quanto maior ela for, maior a resistência efetiva do pilar.

2.2.6 Taxa de armadura do pilar

Shu e Hawkins (1992) estudaram a influência da taxa de armadura longitudinal dos pilares-sanduíche, onde foi notado que houve pouca influência no resultado da tensão efetiva do pilar.

Os pilares-sanduíche de Shin et al. (2015) tiveram a sua taxa de armadura longitudinal variada em apenas 5%, porém, simultaneamente foi variada a taxa de armadura transversal em até 125% e ainda foram feitos 4 tipos diferentes de estribos. Segundo Shin et al. (2015), os pilares com taxas de armadura transversal maior do que a mínima proposta pelo ACI-318 (2019) apresentam um segundo pico de carga após a ruptura do concreto fora do núcleo confinado pelos estribos (cobrimento) e quanto maior a armadura transversal, maiores as tensões laterais confinantes e a sua deformação. Os pilares com estribos fechados tiveram melhor desempenho do que os

pilares que tinham estribos e grampos para impedir a flambagem das armaduras longitudinais.

Em Shin et al. (2016) foram comparados os resultados de pilares-sanduiche com acréscimos de armadura longitudinal no trecho do concreto de menor resistência, ancorando no trecho do concreto de maior resistência e pilares-sanduiche com um trecho de um perfil metálico na região do concreto menos resistente. Ambos os pilares apresentaram uma resistência maior do que o pilar-sanduiche tradicional, onde o pilar com o acréscimo de armadura apresentou um ganho de 39% e o pilar com o perfil metálico 21%.

Com modelos numéricos não lineares, Lee, Yang e Yoon (2008) analisaram pilares internos com um acréscimo de armadura longitudinal na região do concreto de menor resistência e não obtiveram um ganho significativo de resistência em relação ao pilar interno sem esse acréscimo de armadura, mas foi encontrado aumento significativo na ductilidade do pilar, aumentando a deformação última em 16%.

2.2.7 Carregamento vertical na laje/viga

Usualmente, em edifícios, a carga vertical do pavimento é transmitida por meio da laje ou de vigas para o pilar, e esse caminhamento de cargas pode gerar momentos de engastamento desses elementos com o pilar. Normalmente esses momentos tracionam a fibra superior da laje e da viga (momento negativo) e, assim, como demonstrado por Ospina e Alexander (1998), Shah e Ribakov (2005), Meira (2009), Urban et al. (2015), Shin et al. (2017) e Choi et al. (2022), as tensões horizontais de compressão (tensões confinantes) podem ser menores nessa região, o que diminui a resistência efetiva do pilar. Siao (1994) constatou que a flexão de vigas na junção com o pilar não diminuiu a restrição de deformação lateral, e, portanto, a resistência efetiva do pilar ficou a mesma do pilar sem carregamento nas vigas.

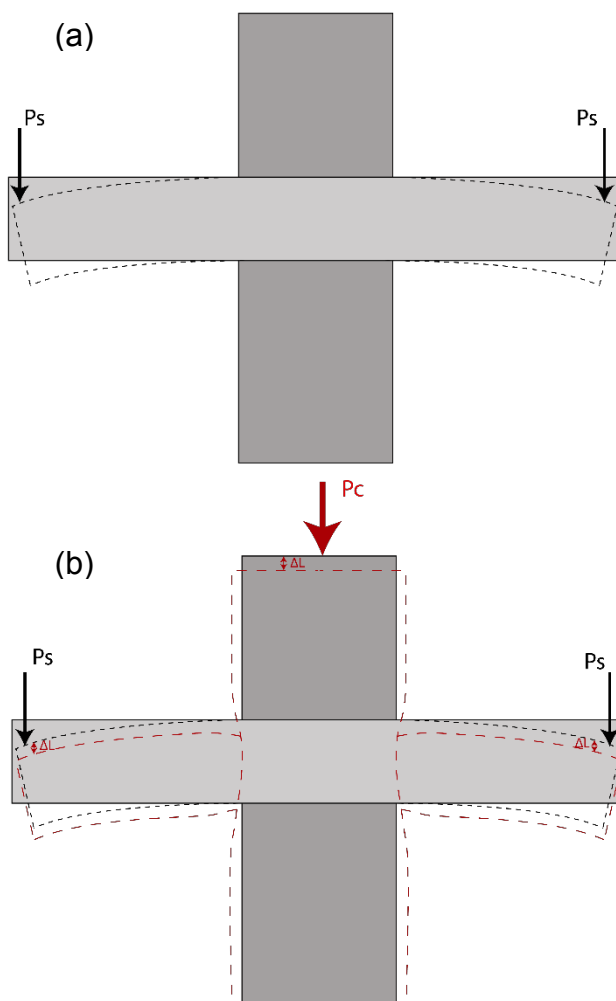
No trabalho de Ospina e Alexander (1998) e Shin et al. (2017), foram ensaiados diferentes níveis de solicitações na laje, gerando deformações na armadura superior da laje de 1‰ a 2‰, resultado semelhante aos obtidos por Urban et al. (2015), onde as deformações foram entre 1,5‰ e 2‰. Nos ensaios experimentais de Shah e Ribakov (2005), a deformação nas armaduras da laje não foram restringidas a um determinado valor. Em Choi et al. (2022), a laje foi carregada para que a deformação nas armaduras fosse de 1‰. A redução da carga de ruptura dos pilares de Ospina e

Alexander (1998) variou entre 7% e 42% para pilares internos e 17% e 21% para pilares de borda. Urban et al. (2015) encontraram reduções de 20% na capacidade resistente do pilar. Shah e Ribakov (2005) e Shin et al. (2017) não fizeram ensaios de pilares sem o carregamento na laje, assim, não foi determinada a redução na resistência devido a esse carregamento. O pilar interno de Choi et al. (2022) com carregamento na viga apresentou redução de apenas 1,7% em relação ao pilar sem carregamento na laje.

Meira (2009) ensaiou pilares internos e de borda com vigas carregadas verticalmente, gerando flexão na ligação com o pilar, e percebeu pouca influência na resistência efetiva do pilar. Os resultados encontrados por Meira (2009) diferem dos de Ospina e Alexander (1998), porque foram considerados estribos no pilar na região que cruza com o pavimento, algo que também não foi feito por Siao (1994), Shah e Ribakov (2005) e Urban et al. (2015).

Na figura de tensão-deformação da armadura superior da laje de Ospina e Alexander (1998) e Urban et al. (2015), é possível observar que após o carregamento da laje ser estabilizado, e dado o início ao carregamento do pilar, o alongamento na armadura possui uma leve diminuição e depois volta a aumentar com o andamento do ensaio. Essa diminuição provavelmente se deve à deformação longitudinal do pilar, que acaba não sendo compensada pelos macacos que estão aplicando carga nas extremidades da laje, diminuindo o carregamento da laje, assim como apresentado na Figura 18. Na Figura 18(a) é apresentada a deformação da estrutura para somente a carga na laje e na Figura 18(b) para a carga na laje mais a carga no pilar. Nota-se que na Figura 18(b) aparece um novo deslocamento vertical na laje (ΔL) devido à deformação do pilar. Esse novo deslocamento deve ser corrigido durante o ensaio para que a laje continue carregada. Somente em Shin et al. (2017) é relatada correção no carregamento da laje, ajuste nas deformações impostas dos macacos, com o aumento de deformação do pilar. Os alongamentos das armaduras da laje do trabalho de Shin et al. (2017) não são reduzidos durante o carregamento do pilar como mostrados em Ospina e Alexander (1998) e Urban et al. (2015).

Figura 18 – Deformação do espécime pilar-laje. (a) Aplicada a carga na laje (P_s). (b) Mantida a carga na laje e aplicada a carga no pilar até a ruptura (P_c)



Fonte: o autor

Os autores Siao (1994), Ospina e Alexander (1998), Urban e Goldyn (2018) e Choi (2022) propuseram expressões para pilares internos confinados por laje com carregamento gravitacional.

2.3 RECOMENDAÇÕES DAS NORMAS TÉCNICAS PARA O CÁLCULO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO EFETIVA

Aqui são apresentadas as expressões encontradas nas normas técnicas internacionais, que calculam uma resistência efetiva para o conjunto pilar/pavimento, quando o pilar tiver um concreto com resistência maior que a das vigas e lajes. A norma brasileira ABNT NBR6118 (2014) não trata desse assunto.

2.3.1 ACI 318 (2019)

Para valores de resistência do concreto do pavimento maiores que 70% da resistência do pilar ($f_{cs} \geq 0,7 \cdot f_{cc}$), é permitido utilizar a resistência do concreto do pilar como resistência do conjunto, tanto para pilares internos, como para pilares de canto e de borda.

Caso a resistência do concreto do pavimento seja menor que 70% da resistência do pilar ($f_{cs} < 0,7 \cdot f_{cc}$), e os quatro lados do pilar estejam confinados por vigas (com mesma largura do pilar) ou lajes, a expressão apresentada pela norma americana ACI 318 (2019) é muito parecida com a de Bianchini, Woods e Kesler (1960) para pilares internos. Essa expressão somente pode ser utilizada quando a resistência do concreto do pilar for menor que 2,5 vezes a resistência do concreto da laje ($f_{cc} < 2,5 \cdot f_{cs}$).

$$f_{cef} = 0,75 \cdot f_{cc} + 0,35 \cdot f_{cs} \quad (12)$$

Para pilares de borda ou de canto com $f_{cs} < 0,7 \cdot f_{cc}$, o ACI 318 (2019) define que se utilize o método de *puddling* ou que se use a menor resistência do concreto do conjunto para o dimensionamento.

2.3.2 CSA.A23.3 (2014)

A norma canadense CSA.A23.3 (2014) apresenta diferentes expressões para pilares internos, pilares de borda e de canto. Sugere também a opção de utilizar o método de *puddling* para a região entre o pavimento e o pilar.

- Pilares internos

$$f_{cef} = 0,25 \cdot f_{cc} + 1,05 \cdot f_{cs} \leq f_{cc} \quad (13)$$

- Pilares de borda

$$f_{cef} = 1,4 \cdot f_{cs} \leq f_{cc} \quad (14)$$

- Pilares de canto

$$f_{cef} = f_{cs} \quad (15)$$

2.3.3 AS 3600 (2018)

A norma australiana AS 3600 (2018) permite, para valores de resistência do concreto do pavimento maiores que 75% da resistência do pilar ($f_{cs} \geq 0,75 \cdot f_{cc}$) e onde exista armadura fazendo a ligação da parte inferior com a superior do pilar, utilizar a resistência do concreto do pilar (f_{cc}) como resistência do conjunto, tanto para pilares internos, como para pilares de canto e de borda.

Caso a resistência do concreto do pavimento seja menor que 75% da resistência do pilar ($f_{cs} < 0,75 \cdot f_{cc}$), a seguinte expressão deverá ser utilizada para calcular a resistência efetiva.

- Pilares internos com 4 lados confinados

$$f_{cef} = \left(1,33 - \frac{0,33}{h/D_c}\right) f_{cs} + \frac{0,25}{h/D_c} f_{cc} \quad (16)$$

respeitando os limites:

$$\min(f_{cc} \text{ ou } 1,33 \cdot f_{cs}) \leq f_{cef} \leq \min(f_{cc} \text{ ou } 2,5 \cdot f_{cs}) \quad (17)$$

onde,

- h = altura total da junta (espessura da laje ou altura da viga).
- D_c = menor dimensão da seção do pilar.
- Os valores de h/D_c não devem ser menores que 0,33.

- Pilares com dois lados opostos confinados (borda)

$$f_{cef} = \left(1,1 - \frac{0,3}{h/D_c}\right) f_{cs} + \frac{0,2}{h/D_c} f_{cs} \quad (18)$$

respeitando os limites:

$$\min(f_{cc} \text{ ou } 1,33 \cdot f_{cs}) \leq f_{cef} \leq \min(f_{cc} \text{ ou } 2,0 \cdot f_{cs}) \quad (19)$$

onde,

- Os valores de h/D_c não devem ser menores que 0,33.

- Pilares com dois lados adjacentes confinados (canto)

$$f_{cef} = 1,33 \cdot f_{cs} \leq f_{cc} \quad (20)$$

2.3.4 NZS 3101-1 (2006)

A norma neozelandesa NZS 3101-1 (2006) determina que, para valores de resistência do concreto do pilar menores que 1,4 vezes da resistência do pavimento ($f_{cc} \leq 1,4 \cdot f_{cs}$), é permitido utilizar a resistência do concreto do pilar como resistência do conjunto, tanto para pilares internos, como para pilares de canto e de borda.

Caso ($f_{cc} > 1,4 \cdot f_{cs}$) a norma NZS 3101-1 (2006) sugere que se utilize o método de *puddling*, ou para pilares de canto e de borda, que se utilize a menor resistência entre os concretos dos pilares ou das lajes. Para pilares internos, é recomendado utilizar a seguinte expressão, que é a mesma do ACI318 (2019):

$$f_{cef} = 0,75 \cdot f_{cc} + 0,35 \cdot f_{cs} \quad (21)$$

Essa expressão somente pode ser utilizada quando a resistência do concreto do pilar for menor que 2,5 vezes a resistência do concreto da laje ($f_{cc} < 2,5 \cdot f_{cs}$).

2.4 RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO EFETIVA: ANÁLISE DAS EXPRESSÕES RECOMENDADAS NAS NORMAS TÉCNICAS E NA LITERATURA

Os autores Gamble e Klinar (1991); Kayani (1992) e (2000); Ospina e Alexander (1998); McHang et al. (2000); Freire (2003); Shah et al. (2005); Shah e Ribakov (2005); Caporrino (2007); Meira (2009); Lee e Yoon (2010); Azevedo (2014); Urban et al. (2015 e 2018); Shin et al. (2016 e 2017) e Choi et al. (2022), por meio da análise dos resultados experimentais, concluíram que a expressão recomendada na norma do ACI 318 (2019) para cálculo da tensão resistente efetiva do pilar, não apresenta segurança para pilares internos confinados por laje ou vigas com a mesma largura do pilar. Nota-se, na Figura 19, que os resultados experimentais dos pilares internos coletados na literatura, bem como as expressões propostas pelos diversos autores, para valores de $f_{cc}/f_{cs} > 1,8$, estão abaixo da curva da expressão do ACI 318 (2019), portanto apresentam falta de segurança. Em contrapartida, a expressão da norma canadense CSA23.13 (2014) apresenta segurança para praticamente todos os resultados experimentais, apresentando resultados conservadores para alguns casos.

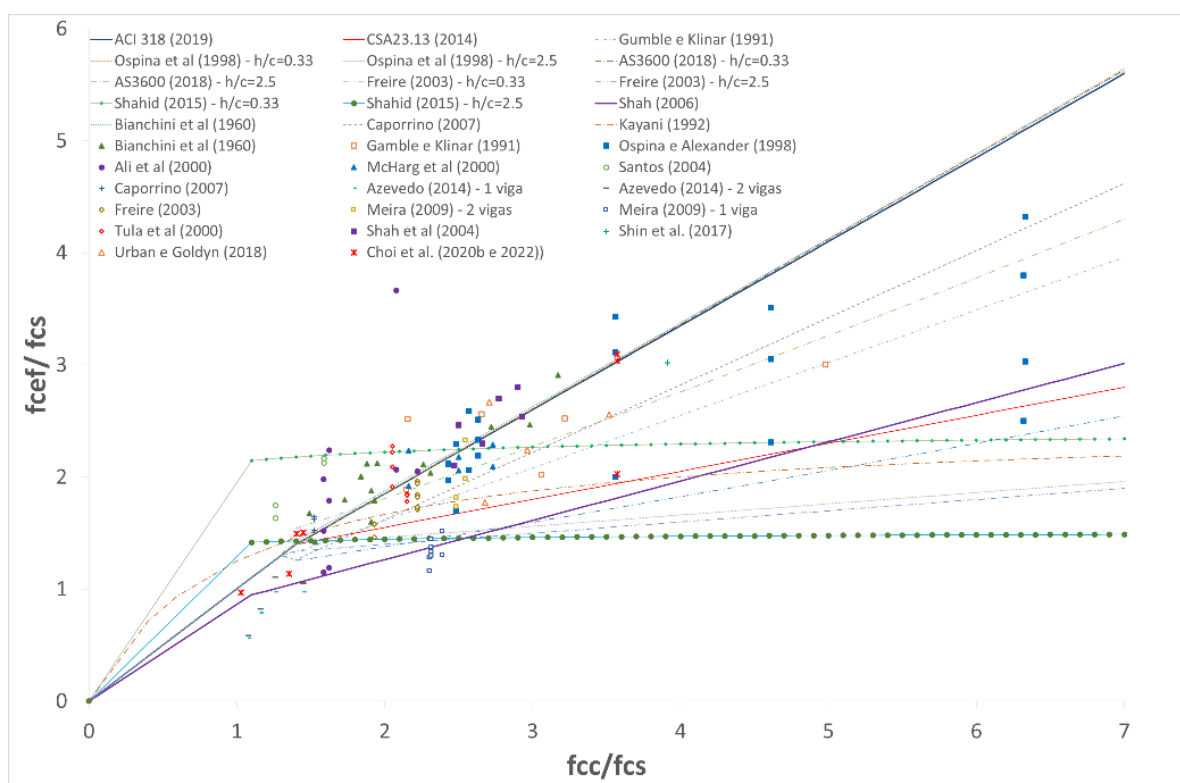
As expressões de Freire (2003), Ospina e Alexander (1998) e da norma australiana AS3600 (2018) variam de acordo com a razão entre a espessura da laje pela menor dimensão do pilar (h/c). Essas curvas foram também inseridas na Figura

20, para as razões $h/c=0,33$ e $h/c=2,5$, pois são os limites impostos por Ospina e Alexander (1998) e AS3600 (2018). A principal vantagem dessas expressões é que conseguem apresentar segurança para razões altas de h/c e não apresentam segurança excessiva para razões baixas de h/c .

A expressão de Gamble e Klinar (1991) atende à grande parte dos resultados experimentais, porém não atendem aos resultados experimentais de Ospina e Alexander (1998) que além, de terem razões h/c maiores que 0,7, possuem carregamento na laje.

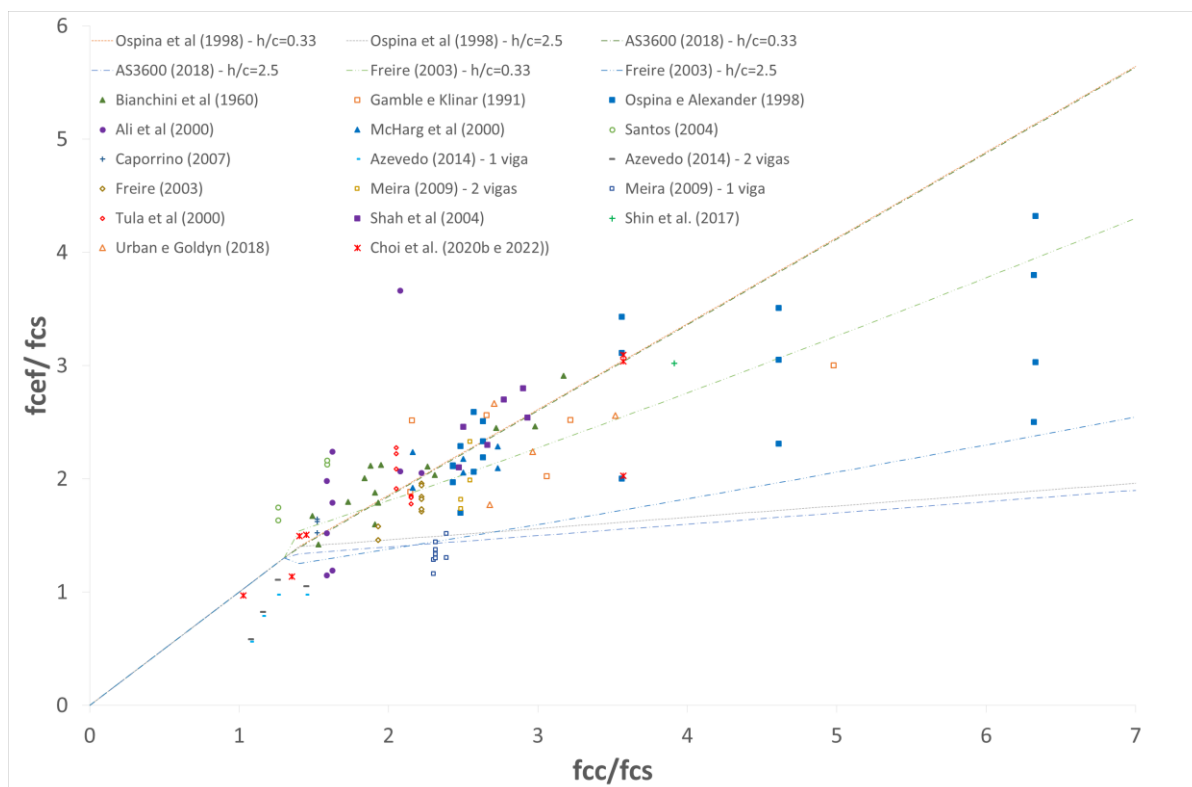
A expressão de Kayani (1992) atende com segurança à grande parte dos resultados experimentais, incluindo as lajes carregadas de Ospina e Alexander (1998).

Figura 19 – Resultados dos autores para pilares internos



Fonte: o autor

Figura 20 - Resultados dos autores para pilares internos em comparação com as curvas resistentes de Ospina e Alexander (1998), Freire (2003) e a norma Australiana AS3600 (2018)



Fonte: o autor

Os resultados experimentais de Azevedo (2014), com a razão de resistência $f_{cc}/f_{cs} \leq 1,4$, não foram atendidos com segurança por nenhuma das expressões da Figura 19. Como o confinamento das vigas não atua sobre todo o perímetro do pilar, o seu comportamento pode não ser bem representado como um pilar interno. Assim, os resultados de Azevedo (2014) também são apresentados na Figura 21, para pilares de borda.

Meira (2009) também apresenta resultados experimentais de pilares confinados por vigas, porém, diferente de Azevedo (2014), com a mesma largura do pilar. Os resultados de Meira (2009), para espécimes com uma viga, também não foram atendidos por nenhuma das expressões para pilares internos. Como esses espécimes não possuem confinamento em todas as faces do pilar, esse caso será tratado como um pilar de borda e será inserido novamente na Figura 21.

Portanto, desprezando os resultados de Azevedo (2014) e os resultados dos espécimes com uma viga de Meira (2009) apresentados na Figura 19, as expressões propostas foram comparadas com os resultados experimentais, onde a média e o

desvio padrão da diferença entre o resultado previsto e o encontrado nos ensaios são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Avaliação das expressões propostas da bibliografia para pilares internos com laje lisa

Expressões propostas	Resultados experimentais	
	Média	Desvio padrão
ACI 319 (2019)	8%	20%
CSA23.13 (2014)	-18%	14%
AS3600 (2018)	-15%	13%
Gamble et al (1991)	-10%	14%
Kayani (1992)	-15%	15%
Ospina e Alexander (1998)	-13%	13%
Freire (2003)	-14%	14%
Shah et al (2005)	-10%	18%
Lee e Yoon (2010)	-8%	18%
Shahid et al. (2015)	-9%	25%
Choi et al (2022)	5%	22%

Fonte: o autor

Observando os dados mostrados na Tabela 4, a expressão proposta pela norma do ACI 318 (2019) possui uma diferença entre os resultados previstos e experimentais baixa, porém, contra a segurança e com um alto desvio padrão. Quanto maior a razão h/c , pior a expressão do ACI 318 (2019) consegue representar os resultados, sendo sempre contra a segurança. A expressão da norma canadense CSA23.13 (2014), apesar de possuir grande diferença entre os valores previstos e os ensaiados, está a favor da segurança. Para razões h/c menores que 1, a norma CSA23.13 (2014) apresenta resultados muito conservadores, chegando no extremo a prever resultados 43% mais baixos que os encontrados nos ensaios.

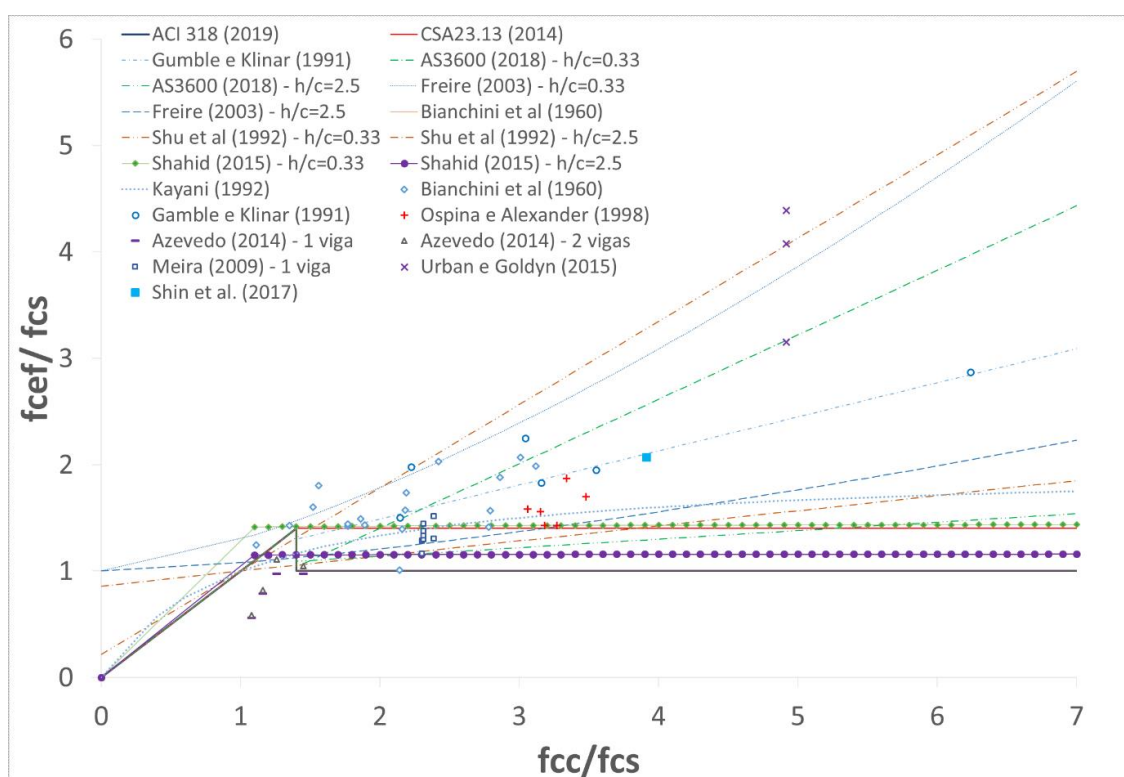
Os resultados da norma australiana AS3600 (2018), Ospina e Alexander (1998), Freire (2003), Shah et al. (2005) e Shahid et al. (2015) apresentam resultados similares. Todos apresentam resultados com desvios padrão baixos, com exceção de Shahid et al. (2015), que apresenta um desvio padrão mais alto. Como as expressões incluem a razão h/c , elas conseguem representar bem os pilares sem ser muito conservadoras para baixas razões h/c e sem ficar contra a segurança para altas razões h/c . As expressões de Lee e Yoon (2010) e Choi et al. (2022) apresentaram a melhor aderência com os resultados experimentais, apesar de possuírem desvio

padrão alto. Por conter a razão h/c em suas expressões, estas não apresentaram resultados excessivamente conservadores e nem contra a segurança. A expressão de Choi et al. (2021 e 2022) é a única que contém o vão da laje em sua composição.

Segundo Choi et al. (2022), quanto maior o vão da laje (L) em relação à menor largura do pilar (c), a tensão efetiva fica mais próxima da resistência à compressão do concreto mais resistente (f_{cc}). Nos casos em que o vão da laje é aproximadamente 20 vezes a menor largura do pilar, a resistência efetiva é a do concreto mais resistente, independentemente das razões h/c e f_{cc}/f_{cs} . Como não foram encontrados na bibliografia ensaios experimentais ou numéricos que comprovem essa relação, para qual a média de c/L dos ensaios experimentais é de 0,23, não foi possível avaliar essa constatação.

Os resultados experimentais para pilares de borda e os previstos pelas expressões de diversos autores são apresentados na Figura 21. Nota-se que a quantidade de pilares ensaiados é muito menor em relação aos pilares internos.

Figura 21 - Resultados dos autores para pilares de borda



Fonte: o autor

Os resultados de Azevedo (2014) continuam não sendo atendidos por nenhuma das expressões da bibliografia, mas os resultados de Meira (2009) com uma

viga são atendidos pelas expressões de Shu e Hawkins (1992), Freire (2003), Shahid (2015), AS3600 (2018) e ACI 318 (2019).

A norma americana do ACI 318 (2019) apresenta um resultado contraditório. Por exemplo, caso seja utilizado um concreto para o pilar com resistência de 50 MPa e um para a laje de 40 MPa ($f_{cc}/f_{cs} = 1,25 \leq 1,43$), de acordo com a norma, a resistência efetiva a ser utilizada é do próprio pilar, portanto 50 MPa. Agora, caso seja alterada a resistência do concreto do pilar para 60 MPa ($f_{cc}/f_{cs} = 1,5 > 1,43$), de acordo com a norma, a resistência efetiva a ser utilizada é a da laje, portanto 40 MPa. A norma canadense CSA23.13 (2014) não apresenta esse resultado contraditório, sendo que para ($f_{cc}/f_{cs} > 1,4$) adota-se como resistência efetiva a resistência do concreto da laje multiplicado por 1,4 ($1,4f_{cs}$).

As expressões propostas foram comparadas com os resultados experimentais dos pilares de borda, onde a média e o desvio padrão da diferença entre o resultado previsto e o encontrado nos ensaios são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 - Avaliação das expressões propostas da bibliografia para pilares de borda com laje lisa

Expressões propostas	Resultados experimentais	
	Média	Desvio padrão
ACI 319 (2019)	-41%	17%
CSA23.13 (2014)	-19%	21%
AS3600 (2018)	-19%	13%
Gamble e Klinar (1991)	-1%	20%
Kayani (1992)	-18%	19%
Shu e Hawkins (1992)	-4%	17%
Freire (2003)	-3%	16%
Shahid et al. (2015)	-24%	18%

Fonte: o autor

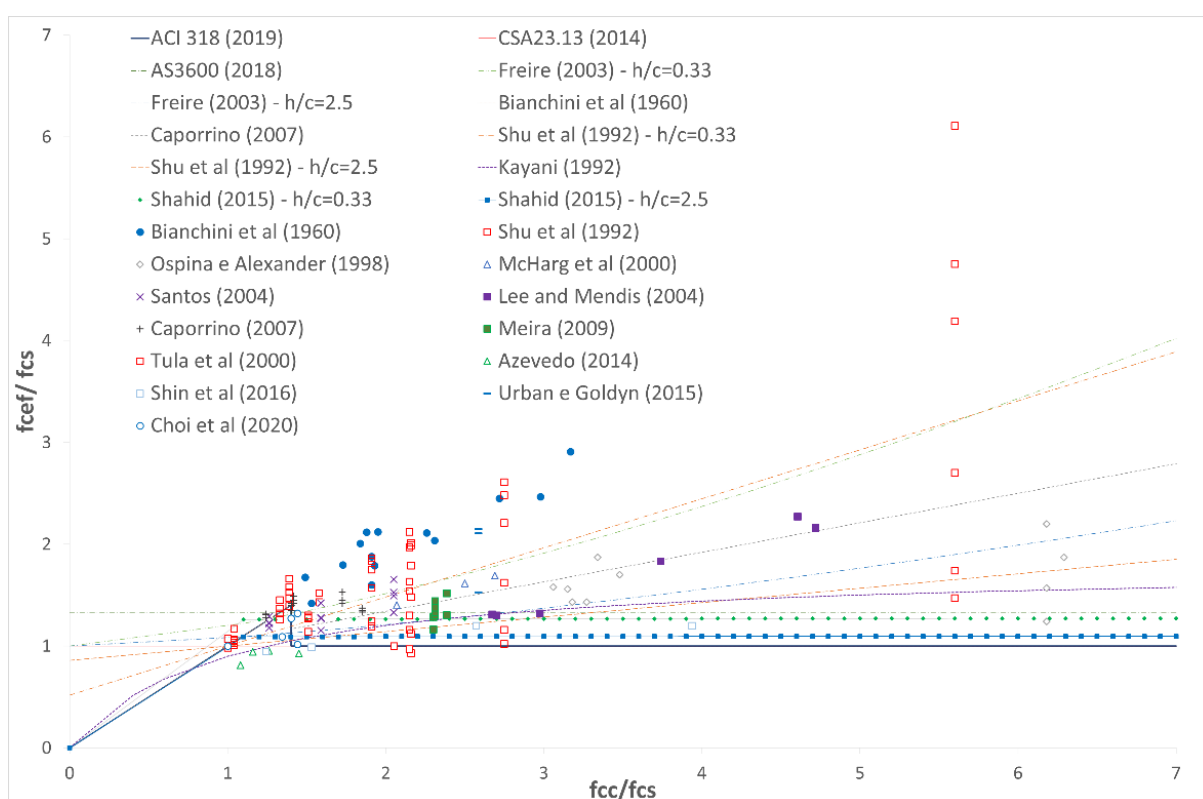
De acordo com a Tabela 5, as expressões que são mais adequadas aos resultados com segurança são as propostas por Freire (2003), Shu e Hawkins (1992) e Gamble e Klinar (1991). Sendo que, com exceção da expressão proposta por Gamble e Klinar (1991), essas expressões além de variarem com a razão entre as resistências do concreto do pilar e da laje, também variam com a razão entre a espessura da laje pela menor dimensão do pilar (h/c). Apesar da expressão de Gamble e Klinar (1991) obter uma diferença média entre as tensões resistentes

previstas e experimentais pequena, ela apresenta resultados contra a segurança para valores de h/c maiores que 0,7. Assim, a expressão com melhor desempenho foi a de Freire (2003). Como existe uma quantidade muito menor de ensaios para pilares de borda, inclusive com carregamento na laje, essas expressões precisam ser certificadas para uma maior quantidade de ensaios.

Os resultados experimentais para pilares de canto e pilares-sanduíche e os previstos pelas expressões de diversos autores são apresentados na Figura 22. Nota-se que a quantidade de pilares ensaiados é maior do que os pilares de borda.

A mesma incoerência encontrada na norma americana ACI 318 (2019) para pilares de borda é encontrada para pilares de canto, apesar do critério estar a favor da segurança.

Figura 22 - Resultados dos autores para pilares de canto



Fonte: o autor

Os únicos resultados, que não são parcialmente atendidos com segurança por nenhuma expressão para pilares de canto e sanduíche, são os de Azevedo (2014), da primeira e segunda séries de espécimes. Os demais resultados são atendidos pela expressão de Shu e Hawkins (1992), Freire (2003) e pelas normas do ACI 318 (2014) e CSA23.13 (2014).

Os valores de resistência dos espécimes de Shu e Hawkins (1992), que possuíam uma razão $h/c = 0,17$, foram extremamente altos. De acordo com Ospina e Alexander (1998), a espessura do concreto de menor resistência desses pilares-sanduíche era de 25,9mm, com a utilização de um agregado graúdo de diâmetro máximo igual a 19mm na concretagem. Como a dimensão do agregado era relativamente grande, para a espessura a ser concretada, possivelmente durante o ensaio do espécime, a carga migrou pelos agregados, fazendo com que esse resistisse mais, deturpando os resultados.

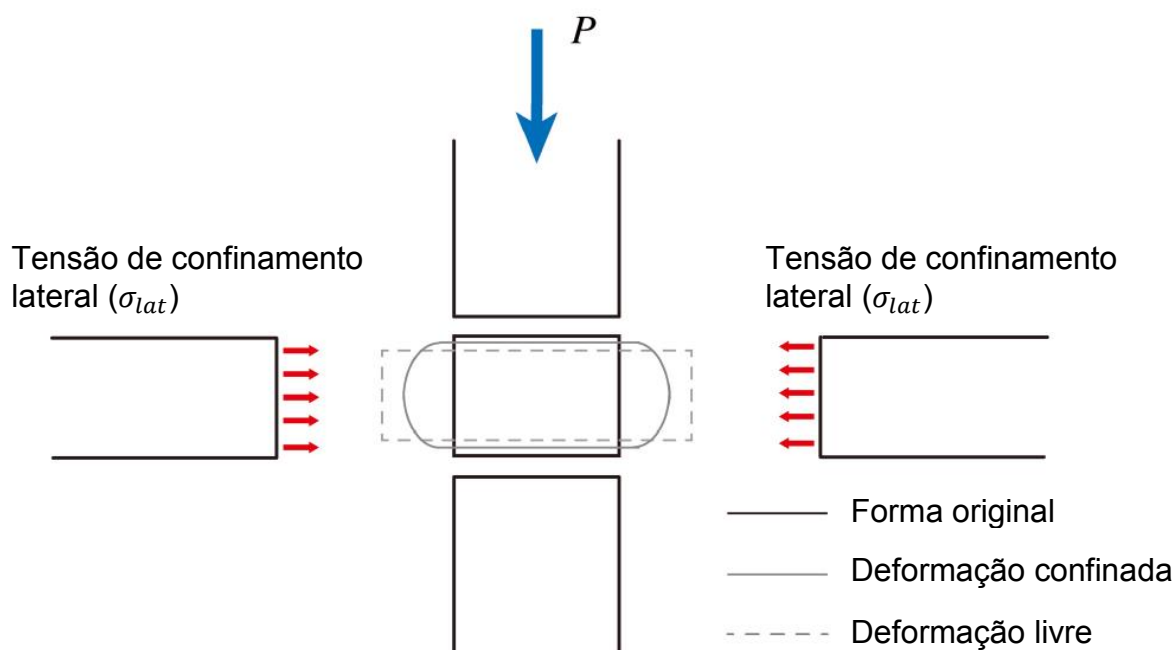
As expressões que melhor representam os resultados experimentais são as de Shu e Hawkins (1992), Kayani (1992), Freire (2003), Shahid (2015) e Choi et al. (2020a). Os resultados dessas expressões para pilares-sanduíche serão mais bem explorados no item 6.3, onde também é considerada a expressão proposta neste trabalho.

Conforme apontado por Choi et al. (2020a), a resistência à compressão efetiva especificada nos códigos de projeto atuais (ACI 318-19; CSA A.23.3-14) não representam os efeitos das muitas variáveis que afetam o desempenho de transferência de carga, como, por exemplo, a razão entre a espessura da laje e a menor dimensão do pilar, além de fornecer uma estimativa conservadora em comparação com os resultados experimentais para os pilares de borda e canto/sanduíche e, no caso da norma americana ACI 318-19, contra a segurança para pilares internos.

3 CONFINAMENTO

As edificações que possuem concretos com diferentes resistências à compressão, para os pilares e para sua intersecção com as lajes ou vigas, necessitam obter um ganho de resistência nessa região, para que o pilar tenha a sua máxima capacidade resistente atingida. Esse aumento de resistência pode ser gerado pelos elementos estruturais que o cercam, que procuram impedir a sua deformação transversal, gerando, assim, um confinamento dessa região do pilar, como é apresentado na Figura 23.

Figura 23 - Ilustração do confinamento dado pelo pavimento



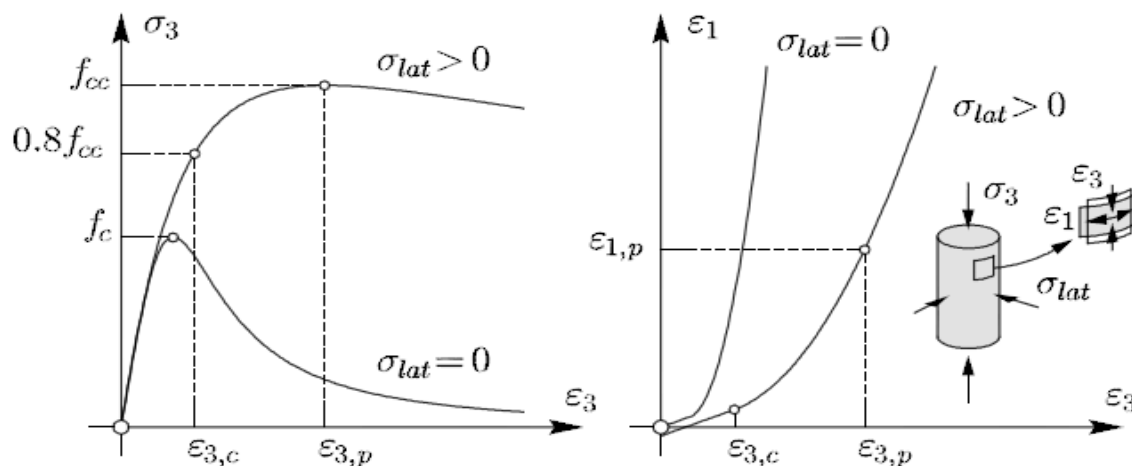
Fonte: Adaptado de Xiong (2016, p. 52)

O confinamento pode ser entendido como a restrição da deformação lateral dada pelo efeito de Poisson, quando um elemento é submetido a cargas axiais. No concreto armado, essa restrição pode ser obtida com a aplicação de pressão ativa contrária (σ_{lat}) à deformação ou, de forma passiva, por meio de armaduras transversais, camisas envolventes, reforços com mantas de fibra de carbono ou, no caso deste trabalho, lajes e vigas que procuram impedir a deformação lateral (Figura 23). Sendo o concreto um material friccional, quando submetido a tensões confinantes, apresenta ganho de resistência e ductilidade.

Na Figura 24, apresenta-se a comparação entre o comportamento do concreto confinado e não confinado para a tensão de ruptura e para a relação entre

deformações axial (ε_3) e transversal (ε_1). Nota-se ganho significativo de resistência e ductilidade no concreto confinado.

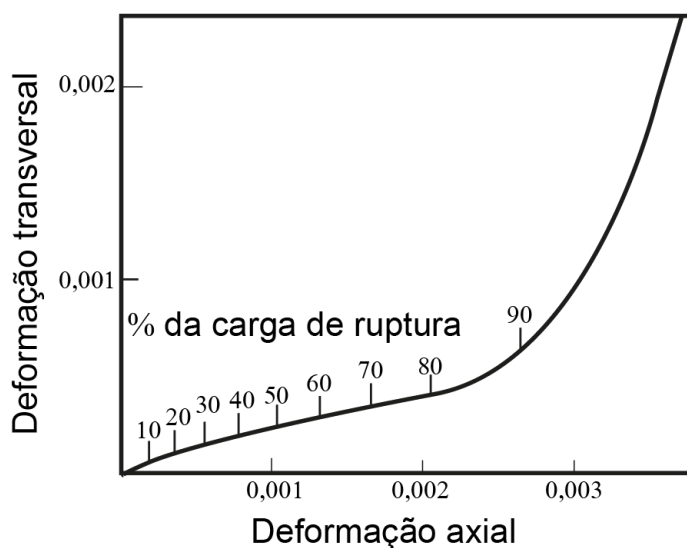
Figura 24 - Relação entre resistências e deformações do concreto confinado e não confinado



Fonte: Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010, p. 860)

O valor do coeficiente de Poisson do concreto sugerido pela ABNT NBR6118 (2014) é de 0,2, porém, segundo Meira (2009), quando a deformação axial do concreto se aproxima de 0,002 (2‰), o valor do coeficiente de Poisson cresce mais rapidamente, como pode ser observado na Figura 25. Isso mostra que o confinamento passivo passa a ser maior para cargas axiais maiores, geralmente acima de 70% da carga de ruptura.

Figura 25 - Relação entre a deformação axial e transversal (coeficiente de Poisson)



Fonte: Adaptado de Allos e Martin (1981, p. 2)

Ainda, segundo Meira (2009), com a fissuração do concreto, o confinamento aumenta a sua resistência à compressão, reduzindo a expansão do concreto fissurado e o aumento da deformação máxima do concreto. Esse confinamento é pouco eficiente para deformações de até 2 ‰, principalmente para confinamentos mais flexíveis como pelos estribos e reforço por encamisamento com fibra de carbono.

De outra parte, quando o confinamento é dado por armaduras transversais, são necessárias grandes deformações laterais para mobilizá-lo, ocasionando, conseqüentemente, um significativo aumento da ductilidade. Esse aumento é muito importante, principalmente quando utilizado concreto de alta resistência.

Segundo Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010), a tensão longitudinal (σ_3) pode ser calculada em função da deformação longitudinal (ε_3) e das condições de confinamento da seguinte forma:

$$\sigma_3 = (\alpha - 1) \frac{\varepsilon_3 E_{cc}}{\alpha - 1 + \left(\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_{3,p}}\right)^\alpha} \quad (22)$$

onde E_{cc} se refere ao módulo de elasticidade confinado, $\varepsilon_{3,p}$ à deformação para a carga de pico e α é calculado pela seguinte expressão:

$$\alpha = \frac{\alpha_c + a\gamma}{\delta + \alpha_c(1 - \delta) + a\gamma} \geq 1 \quad (23)$$

onde:

$$\delta = \frac{f_{cc} E_c}{E_{cc} f_c} \quad (24)$$

$$\alpha_c = 0,5 + \frac{f_c [MPa]}{75} + \frac{(f_c [MPa])^2}{4500} \quad (25)$$

O coeficiente a pode ser ajustado de acordo com os dados experimentais, sendo proposto por Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010) que a seja igual a 40.

Para o cálculo de E_{cc} e $\varepsilon_{3,p}$, Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010) sugerem as seguintes expressões:

$$E_{cc} = \frac{E_c}{1 - 2\nu_c\gamma} \quad (26)$$

$$\varepsilon_{3,p} = \frac{\alpha f_{cc}}{E_{cc}(\alpha - 1)} \quad (27)$$

onde γ é a razão entre a tensão de confinamento (σ_{lat}) e a resistência uniaxial do concreto (f_c):

$$\gamma = \frac{\sigma_{lat}}{f_c} \quad (28)$$

A resistência do concreto confinado f_{cc} pode ser estimada como função da tensão de confinamento. Segundo Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010), uma expressão que tem apresentado bons resultados em ensaios experimentais é a proposta por Farhad e Li (1998) apud Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010):

$$f_{cc} = f_c + \alpha_f f_c^{1-\beta_f} \sigma_{lat}^{\beta_f} \quad (29)$$

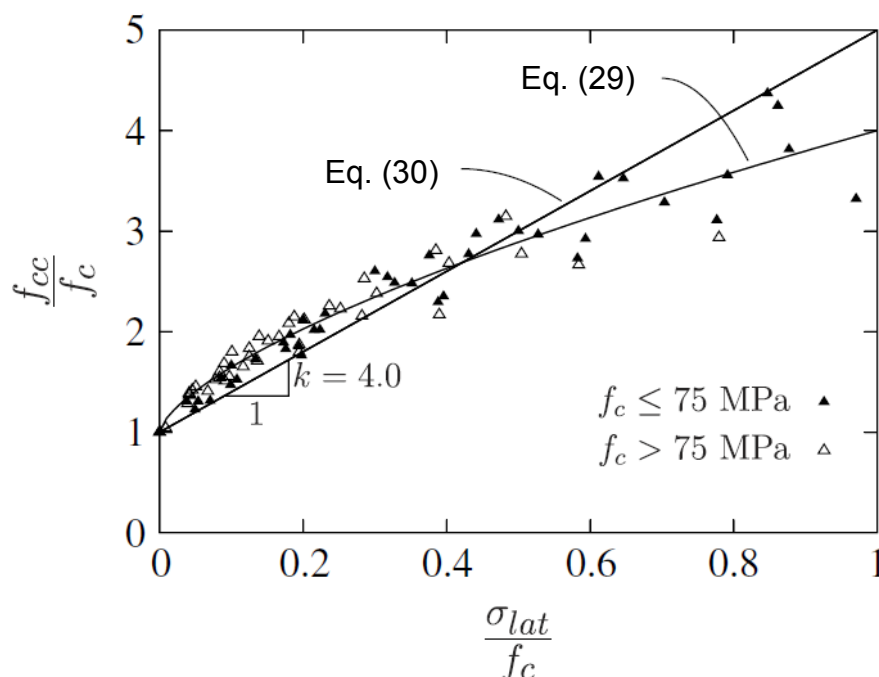
Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010), com base em 41 resultados experimentais, propõem $\alpha_f = 3$ e $\beta_f = 2/3$ (Figura 26). Porém, para tensões confinantes menores que $0,6f_c$ (caso do pilar confinado pelo pavimento), é suficientemente preciso utilizar uma aproximação linear de acordo com os resultados da Figura 26. Por exemplo, pode-se utilizar a teoria da plasticidade, assumindo o critério de Mohr-Coulomb com regra de fluxo associativa e um ângulo de atrito para o concreto de 37° e $k = 4$. Esses valores são próximos dos sugeridos por Richart e Brown (1928).

$$f_{ck,c} = f_{ck} + k\sigma_{lat} \quad (30)$$

Ainda, se na Equação (29) for utilizado $\alpha_f = 4$ e $\beta_f = 1$, a expressão recai na Equação (30).

Na Figura 26 são comparadas a Equação (29) e a Equação (30) com uma série de dados experimentais que demonstram boa aderência.

Figura 26 - Comparação de resultados experimentais com a Equação (29) e Equação (30)



Fonte: Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010, p. 860)

De acordo com Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010), três diferentes regimes podem ser considerados para a expansão lateral do concreto.

- Para tensões axiais moderadas, $\sigma_3 < 0,8f_{cc}$, existe um comportamento elástico simples, com o coeficiente de Poisson do concreto $\nu = \nu_c = 0,2$.
- Para tensões mais altas, $\sigma_3 \geq 0,8f_{cc}$, microfissuras longitudinais aparecem, e o coeficiente de Poisson aumenta. Na tensão de ruptura ($\sigma_3 = f_{cc}$), um valor constante de $\nu = \nu_c = 0,5$ pode ser adotado com uma boa aderência aos resultados experimentais.
- Após a tensão máxima, na fase de amolecimento do concreto (*softening*), as deformações transversais continuam aumentando, assim como o coeficiente de Poisson.

Esse comportamento pode ser descrito com base nas deformações transversais (ε_1) em função das deformações longitudinais (ε_3), assumindo a seguinte regra:

$$\varepsilon_1 = \begin{cases} \nu_c \varepsilon_3 - \frac{\sigma_1}{E_{cc}} (1 - \nu_c) & \text{se } \varepsilon_3 \leq \varepsilon_{3,c} \\ a_\varepsilon \varepsilon_3^2 + b_\varepsilon \varepsilon_3 + c_\varepsilon & \text{se } \varepsilon_3 > \varepsilon_{3,c} \end{cases} \quad (31)$$

onde $\varepsilon_{3,c} = \varepsilon_3$ para $\sigma_3 = 0,8f_{cc}$. Essa expressão considera a existência do regime elástico antes de serem desenvolvidas as primeiras microfissuras, seguido de aumento das deformações transversais.

Os parâmetros $a_\varepsilon, b_\varepsilon, c_\varepsilon$ podem ser determinados impondo as seguintes hipóteses:

- Igualdade das deformações transversais entre os dois regimes para $\varepsilon_{3,c}$.
- Coeficiente de Poisson igual a 0,5 para a deformação lateral na situação de máxima tensão ($\varepsilon_{3,c} = \varepsilon_3$).

Resultando:

$$a_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{1,p} - \varepsilon_{1,c} + \nu_c(\varepsilon_{3,c} - \varepsilon_{3,p})}{(\varepsilon_{3,p} - \varepsilon_{3,c})^2} \quad (32)$$

$$b_\varepsilon = \nu_c - 2a_\varepsilon\varepsilon_{3,c} \quad (33)$$

$$c_\varepsilon = \varepsilon_{1,c} - a_\varepsilon\varepsilon_{3,c}^2 - b_\varepsilon\varepsilon_{3,c} \quad (34)$$

Para o caso de pilares com concreto de alta resistência confinados pelo pavimento com concreto de resistência mais baixa e para o caso de pilares confinados pelos estribos, pode-se utilizar a Equação (30), pois as tensões confinantes são menores que $0,6f_c$. As normas propõem expressões um pouco diferentes, mas que seguem tendo um comportamento linear baseado no critério de Mohr-Coulomb.

O Eurocode (2004) recomenda o uso das seguintes formulações para representar o confinamento no concreto:

$$f_{ck,c} = f_{ck} \left(1 + 5 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) \text{ para } \sigma_2 \leq 0,05f_{ck} \quad (35)$$

$$f_{ck,c} = f_{ck} \left(1,125 + 2,5 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) \text{ para } \sigma_2 > 0,05f_{ck} \quad (36)$$

onde σ_2 é a tensão lateral de confinamento.

O fib Model Code 2010 (2013) recomenda o uso das seguintes expressões para prever o confinamento dado pelas armaduras com a expansão lateral do concreto:

$$f_{ck,c} = f_{ck} \left(1 + 3,5 \left(\frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right)^{\frac{3}{4}} \right) \quad (37)$$

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \left[1 + 5 \left(\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} - 1 \right) \right] \quad (38)$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2} + 0,2 \sigma_2 / f_{ck} \quad (39)$$

onde σ_2 é a tensão de confinamento lateral no estado limite último (ELU), e o seu cálculo para o confinamento gerado pelas armaduras transversais pode ser feito utilizando as seguintes expressões:

$$\sigma_2 = \omega_c \cdot f_{cd} \left(1 + \frac{s_c}{d_c} \right) - \text{seção circular confinada por estribo em espiral} \quad (40)$$

$$\sigma_2 = \omega_c \cdot f_{cd} \left(1 + \frac{s_c}{d_c} \right)^2 - \text{seção circular confinada por estribo circular} \quad (41)$$

onde,

$$\omega_c = \frac{A_{sc} \cdot f_{yd}}{s_c \cdot d_c \cdot f_{cd}} \quad (42)$$

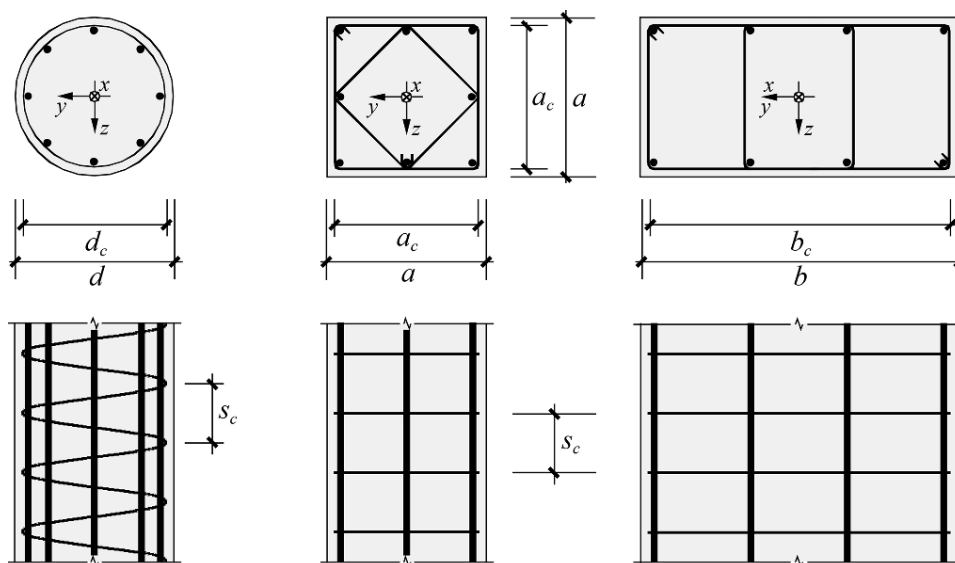
$$\sigma_2 = \omega_c \cdot f_{cd} \left(1 - \frac{s_c}{a_c} \right) \cdot \left(1 - \frac{s_c}{b_c} \right) \cdot \left(1 - \frac{\sum b_i^2 / 6}{a_c \cdot b_c} \right) - \text{seção retangular} \quad (43)$$

onde,

$$\omega_c = \min \left\{ \omega_y = \frac{A_{sy} \cdot f_{yd}}{s_c \cdot a_c \cdot f_{cd}}, \omega_z = \frac{A_{sz} \cdot f_{yd}}{s_c \cdot b_c \cdot f_{cd}} \right\} \quad (44)$$

As incógnitas são apresentadas na Figura 27. O b_i é a distância entre as barras longitudinais do pilar que estejam travadas por estribos, ou por grampos até o centro geométrico do pilar.

Figura 27 - Confinamento dado por estribos em pilares



Fonte: fib Model Code 2010 (2013, p. 203)

É importante ressaltar que o confinamento estudado nesta tese terá a contribuição do pavimento, dos estribos e do concreto de alta resistência acima e abaixo da laje, assim como mostraram os resultados de Shu e Hawkins (1992) e Choi et al. (2018). Portanto, na tentativa de diminuir os efeitos do confinamento dado pelos estribos, será proposto utilizar armadura transversal mínima nos pilares.

3.1 PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM O CONFINAMENTO NA LIGAÇÃO PILAR-PAVIMENTO

Nas ligações usuais de edifícios entre pilares e o pavimento, o pilar, que é submetido à compressão, tende a se deformar transversalmente, por efeito de Poisson, mas é impedido pelas vigas e lajes que o contornam. Esse impedimento irá gerar um confinamento nessa região do pilar.

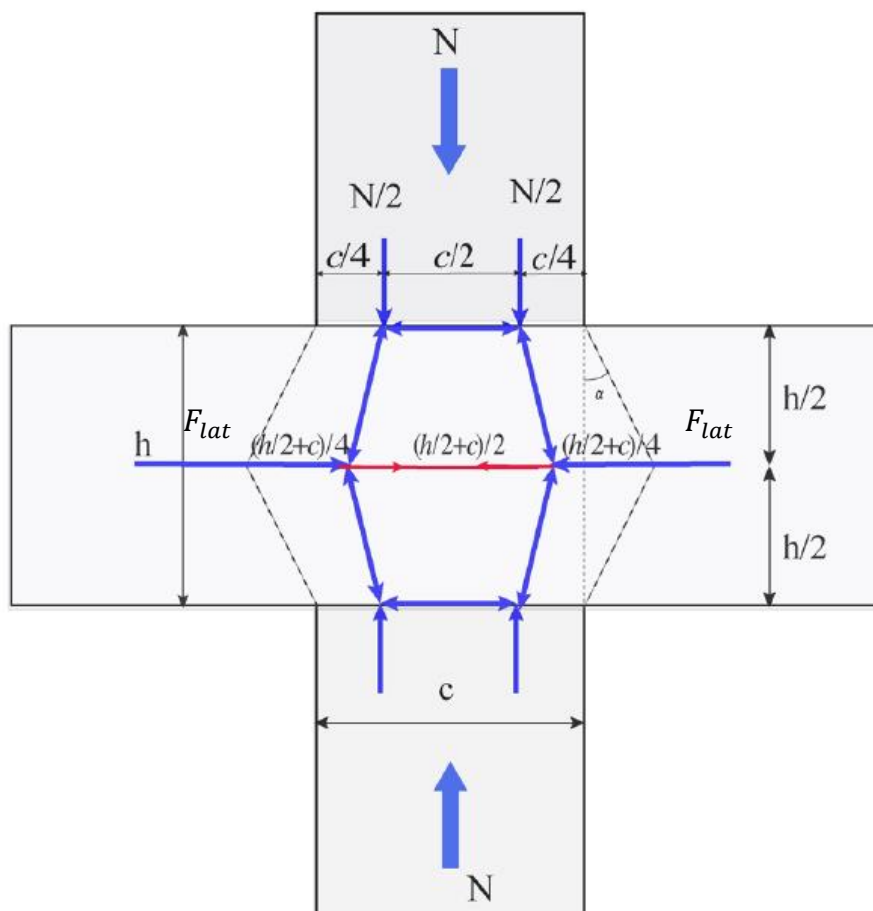
Segundo Freire (2003), a eficiência desse confinamento depende das resistências e das rigidezes dos concretos do pilar, vigas e lajes, assim como as suas respectivas dimensões.

Os pilares de canto e de borda são os que possuem um confinamento menos eficiente, pois não há restrição de deformação transversal em todo o contorno. Outros fatores que podem influenciar o confinamento são as cargas na laje, cargas na viga, as armaduras da laje, viga e pilar, a razão entre a resistência do concreto do pilar e a

resistência do concreto da laje (f_{cc}/f_{cs}) e a razão entre a altura do pavimento (concreto menos resistente) e a menor dimensão da seção do pilar (h/c).

De acordo com Xiong (2016), os modelos biela-tirante podem representar o confinamento do pilar dado pela laje, no caso de um pilar interno, assim como sugere a Figura 28.

Figura 28 - Modelo biela-tirante para representar o confinamento do pilar pela laje

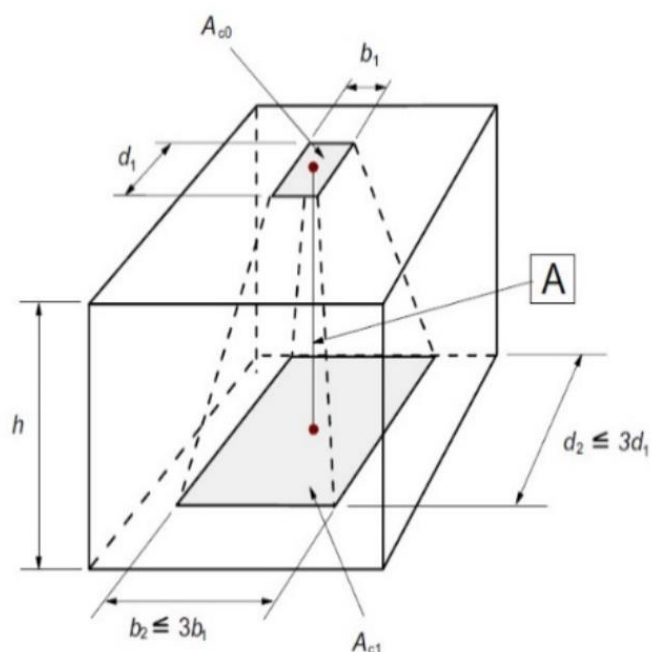


Fonte: Xiong (2016, p. 61)

No modelo apresentado na Figura 28, as linhas azuis representam as bielas, e a linha vermelha representa um tirante. Por esse modelo, é possível calcular a força lateral confinante (F_{lat}), e, a partir dela, calcular a tensão confinante (σ_{lat}). Com a tensão confinante, pode-se utilizar as Equações (30), (35), (36) e (37) para calcular a resistência efetiva do pilar confinado.

Outra proposta de Xiong (2016) é a de calcular a intersecção do pilar com a laje como um bloco parcialmente carregado de acordo com a Figura 29.

Figura 29 - Confinamento considerando bloco parcialmente carregado



Fonte: Xiong (2016, p. 26)

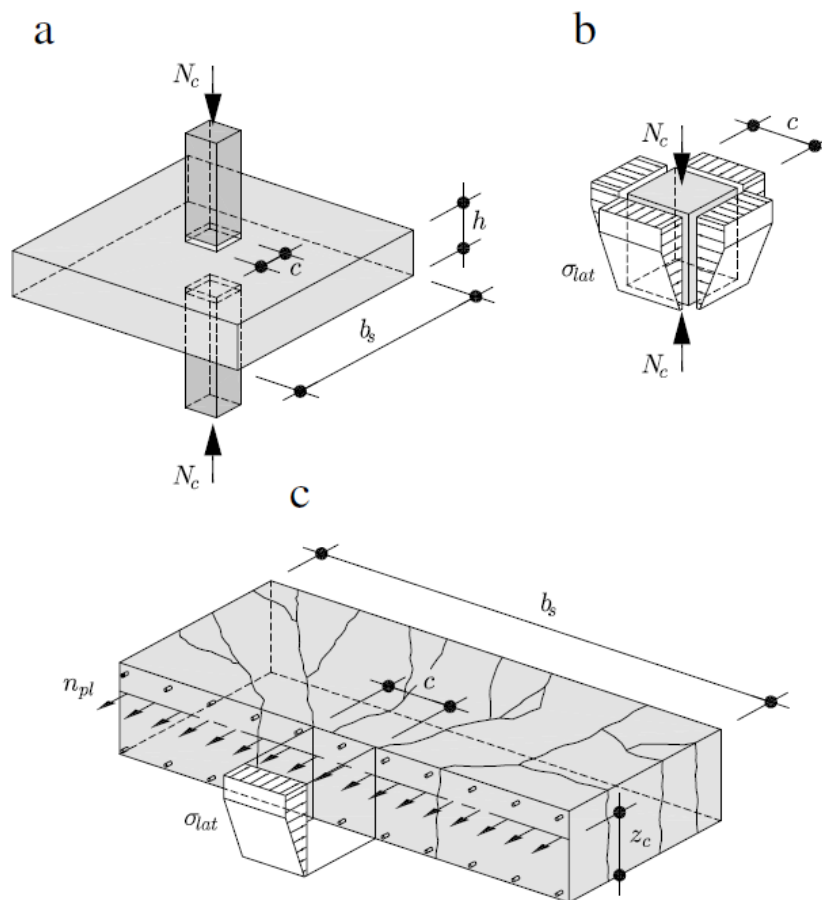
Porém, o bloco parcialmente carregado somente considera as dimensões do pilar e a espessura da laje, desprezando a razão entre a resistência à compressão do concreto do pilar e a da laje, que se mostrou muito importante em todos os ensaios realizados. Xiong (2016, p. 27) propõe utilizar a seguinte expressão:

$$f_{cc} = \sqrt{A_{c1}/A_{c0}} \cdot f_{cs} \leq 3 \cdot f_{cs} \quad (45)$$

onde A_{c1} é a área projetada do pilar no meio da altura da laje e A_{c0} é a área do pilar, assim como mostra a Figura 29.

Outra forma de calcular o pilar confinado pela laje é a apresentada por Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010). É feita uma distribuição não homogênea da tensão confinante ao longo da altura da laje, assim como pode ser observado na Figura 30 (b).

Figura 30 – Campo de tensão na intersecção da laje com o pilar. (a) geometria do espécime; (b) campo de tensão no prisma interno; (c) campo de tensão na área em volta do prisma



Fonte: Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010, p. 859)

Segundo Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010), a máxima tensão de confinamento que a laje pode gerar na intersecção com o pilar pode ser calculada assumindo-se que as barras de aço da laje estejam escoando, e que a contribuição à tração do concreto seja desprezada. Para fins de projeto, a seguinte expressão é proposta:

$$n_{pl} = \omega_t \cdot h \cdot f_c \frac{b_s}{c} \quad (46)$$

onde ω_t é a taxa mecânica total de aço que a laje apresenta (considerando armadura positiva e negativa).

$$\omega_t = \frac{(\rho + \rho') f_y d}{f_c h} \quad (47)$$

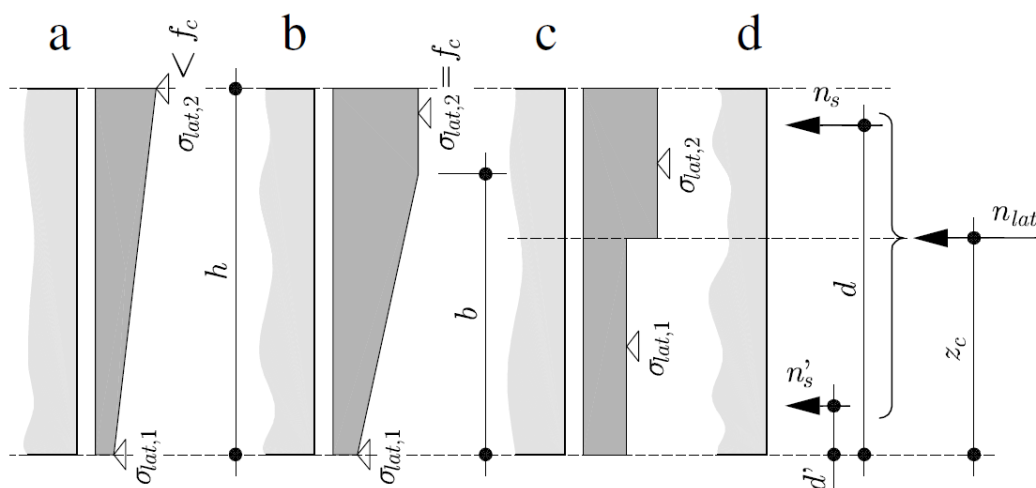
onde ρ e ρ' são as taxas de aço da armadura superior e inferior, respectivamente, d é a altura útil da laje, f_y é a tensão de escoamento do aço, b_s é a largura total da laje e c é a largura do pilar.

A força de confinamento oferecida pela laje está em equilíbrio com a resultante das tensões de confinamento que estão no prisma interno de concreto (região de intersecção do pilar com a laje). Portanto, pelo equilíbrio de forças, tem-se que $n_{pl} = \int_0^h \sigma_{lat} dz$ e pelo equilíbrio de momentos apresenta-se a posição da resultante:

$$z_c = \frac{\rho d + \rho' d'}{\rho + \rho'} \quad (48)$$

Várias distribuições da tensão confinante no prisma interno são possíveis, sendo elas apresentadas na Figura 31. A mais simples corresponde a uma distribuição linear, quando a tensão se mantém menor que a tensão uniaxial resistente do concreto (f_c), Figura 31 (a). Outra possibilidade é distribuição bilinear, com um trecho constante para quando a tensão for igual à f_c , Figura 31 (b). A condição para ambas as distribuições de tensão estarem abaixo da tensão uniaxial resistente do concreto (f_c) é necessária, pois o concreto ao redor do prisma interno não está confinado na direção fora do plano.

Figura 31 – Distribuição das tensões ao longo da altura do prisma interno (a) linear; (b) bi linear; (c) simplificado; (d) resultantes



Fonte: Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010, p. 861)

Assumindo que a tensão no concreto fique abaixo de f_c , a tensão lateral pode ser calculada da seguinte forma:

$$\sigma_{lat,2} = n_{pl} \frac{6z_c - 2h}{h^2} \leq f_c \quad (49)$$

Para os outros casos, a tensão lateral pode ser calculada por:

$$\sigma_{lat,1} = \begin{cases} n_{pl} \frac{4h - 6z_c}{h^2} & \text{de } \sigma_{lat,2} < f_c \\ f_c - \frac{2}{3} \cdot \frac{(f_c h - n_{pl})^2}{\frac{f_c h^2}{2} - n_{pl} z_c} & \text{se } \sigma_{lat,2} = f_c \end{cases} \quad (50)$$

onde o b apresentado na Figura 31 (b) vale:

$$b = 2 \frac{f_c h - n_{pl}}{f_c - \sigma_{lat,1}} \leq h \quad (51)$$

De acordo com Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010), em alguns casos, a tensão lateral de confinamento pode dar valor negativo, utilizando as Equações (49) e (50). Essa solução, sem significado físico, pode ser evitada reduzindo iterativamente o valor da tensão de escoamento do aço da camada mais resistente até que $\sigma_{lat,1} = 0$.

Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010) comparam as expressões propostas com resultados experimentais obtidos de intersecções pilar-pavimento de mesma resistência à compressão. Desse modo, as expressões propostas pelos autores são independentes da razão entre as resistências dos concretos pilar-pavimento. O mesmo procedimento foi adotado por Xiong (2016).

Além disso, no Brasil, o sistema mais utilizado é o mostrado na Figura 1, onde há uma laje fina (cerca de 12cm) e viga em duas direções. Quando existem vigas cruzando a interface entre o pilar e a laje, não há continuidade do material ao redor do pilar, e, portanto, surge um confinamento menor do que o proveniente de lajes planas com espessuras em torno de 20cm a 30cm. O confinamento dado pela intersecção típica brasileira é diferente do apresentado por Guidotti, Muttoni e Ruiz (2010) e por Xiong (2016) e suas expressões não são válidas para esse caso. Porém, as ideias podem ser utilizadas para definir como é o confinamento do pilar na situação típica encontrada no Brasil. Para isso, modelos numéricos irão contribuir para sua concepção.

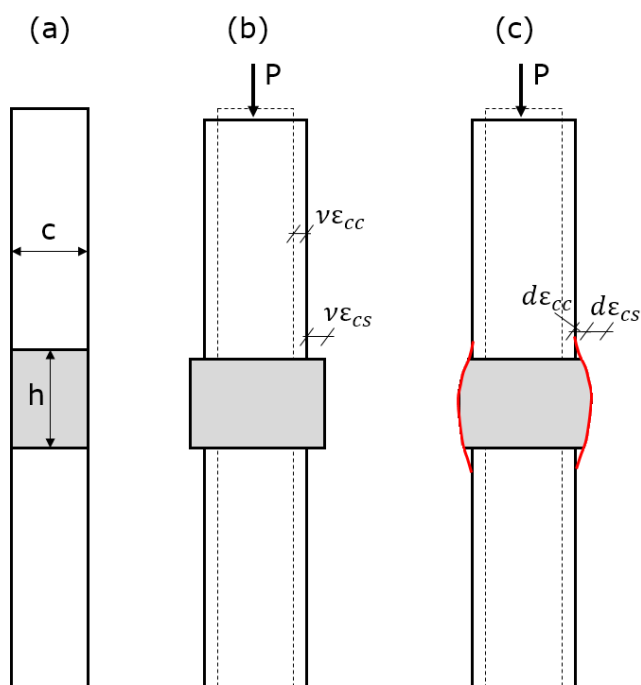
Para um melhor entendimento do confinamento do pilar, é preciso separar a parcela do confinamento dado pelo concreto mais resistente acima e abaixo do concreto menos resistente para depois investigar a parcela do confinamento dado pela laje ou vigas.

3.1.1 Pilar-sanduiche

O confinamento de um pilar isolado com diferentes concretos ao longo de sua altura pode ser dado pela restrição de sua deformação lateral na região de interface entre um concreto mais rígido (acima e abaixo da região da laje) e um concreto menos rígido (região da laje), gerando tensão lateral confinante.

No caso do pilar-sanduiche, essa tensão de confinamento pode variar principalmente de acordo com as dimensões do pilar, espessura da laje e resistência do concreto. Em geral, as tensões laterais são as tensões de confinamento na região de resistência do concreto convencional e podem ser observadas conforme na Figura 32. A Figura 32 (a) mostra o pilar-sanduiche descarregado. Supondo que a parte de concreto de alta resistência do pilar não seja restringida com a resistência normal do concreto (laje/viga), quando uma carga vertical é aplicada no pilar, como é mostrada na Figura 32 (b), a deformação transversal do pilar, em função do coeficiente de Poisson, é diferente em cada parte. O concreto de alta resistência é mais rígido que o concreto de resistência normal, por ter módulo de elasticidade maior, logo, apresenta deformações menores ($\nu\epsilon_{cc} < \nu\epsilon_{cs}$). Em pilares-sanduiche reais, apresentados na Figura 32 (c), as deformações transversais do pilar-sanduiche são restritas entre as diferentes resistências do concreto. Assim, na ligação do concreto de alta resistência com o concreto de resistência normal, há compatibilidade de deformações transversais.

Figura 32 - Distribuição da deformação lateral ao longo do pilar: (a) Pilar sem carga; (b) Pilar carregado com deformações independentes; (c) Pilar carregado considerando a compatibilidade entre as deformações

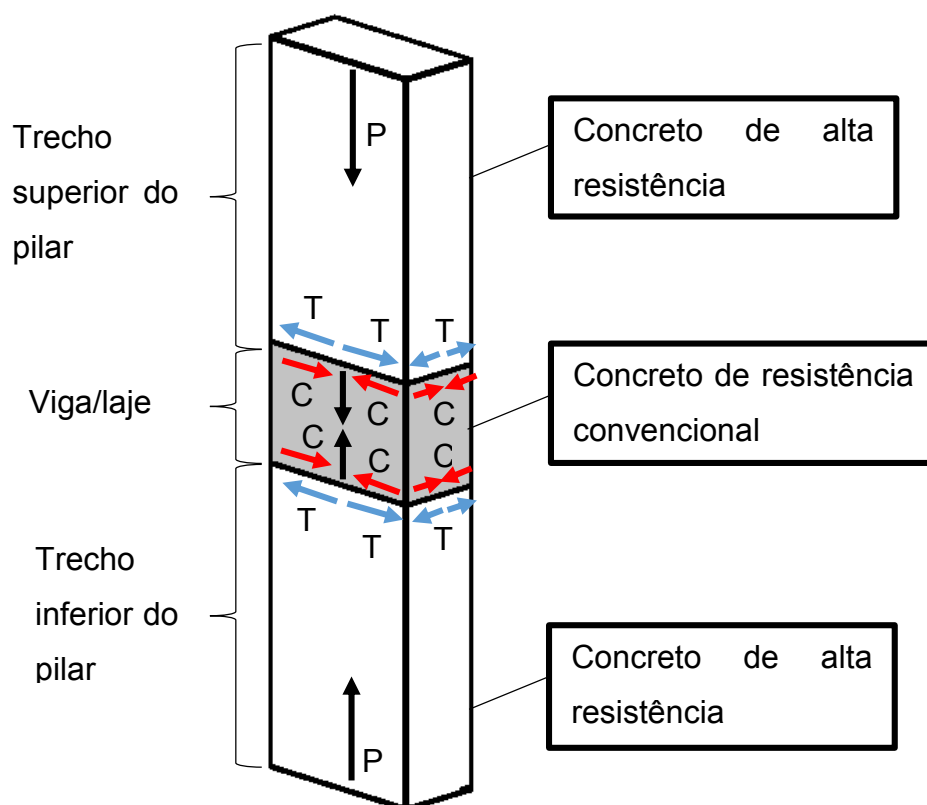


Fonte: o autor

Em que P é a carga axial, c é a menor dimensão da seção do pilar, h é a espessura da viga/laje, v é o coeficiente de Poisson, ϵ_{cc} é a deformação axial do concreto de maior resistência (pilar), ϵ_{cs} é a deformação axial do concreto convencional (laje), $d\epsilon_{cc}$ e $d\epsilon_{cs}$ são as deformações laterais do pilar considerando a compatibilidade entre o pilar e o concreto da laje.

Conforme a Figura 32 (c), devido à compatibilidade de deformações, o concreto de alta resistência restringe o concreto de resistência normal. Portanto, o concreto de resistência normal é confinado na conexão com o concreto de alta resistência. Conseqüentemente, aparecem forças de tração imediatamente acima da conexão de concreto. A partir do equilíbrio das forças horizontais, essas forças de tração (T) são equilibradas por forças de compressão (C), conforme mostrado na Figura 33.

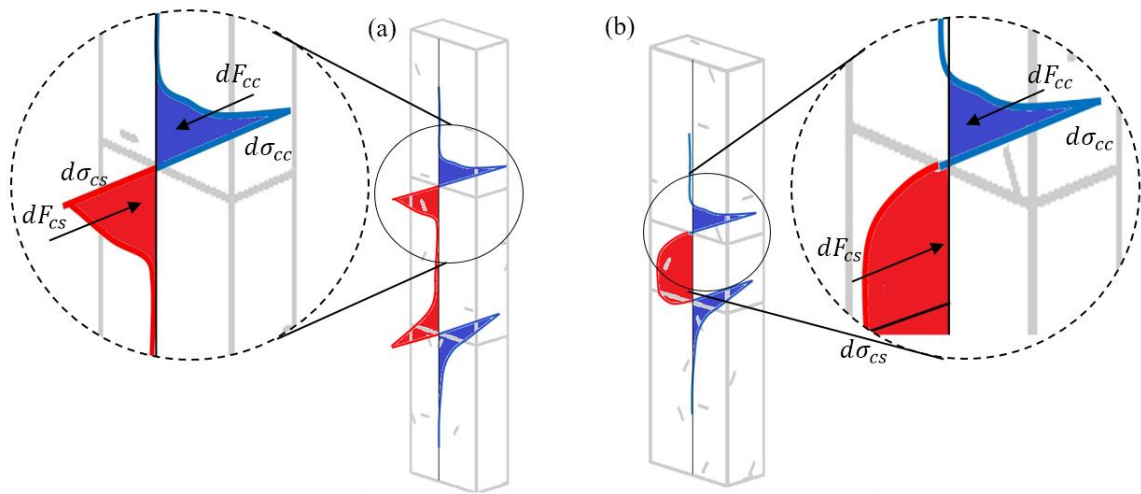
Figura 33 – Distribuição de tensões de tração e compressão ao longo da altura do pilar



Fonte: o autor

A distribuição das tensões laterais é mostrada na Figura 34, que pode ser assumida como parabólica ou linear ao longo do trecho com concreto convencional do pilar (laje/viga) e de concreto de alta resistência, dependendo da relação h/c e do formato do pilar. Foi assumida uma distribuição de tensões laterais, como mostrado na Figura 34 (a) e Figura 34 (b) para maior razão h/c ($h/c > 1$) e menor razão h/c ($h/c < 1$), respectivamente. As forças de compressão e tração serão encontradas integrando essas tensões. Nota-se que não existe uma força de compressão lateral ao longo da região da laje/viga para maiores relações h/c , apenas próximo à conexão com o pilar superior e inferior. Assim, espera-se um aumento mínimo da resistência do pilar nesse caso. Para uma relação h/c menor ($h/c < 1$), existem forças laterais compressivas ao longo de toda a região da laje/viga, portanto essa região é toda confinada e pode gerar aumento da resistência do pilar. A cor vermelha representa as tensões de compressão e a cor azul as tensões de tração.

Figura 34 - Distribuição das tensões laterais na coluna. (a) Razões h/c maiores; (b) Razões h/c menores



Fonte: o autor

A tensão lateral na laje ($d\sigma_{cs}$) e no concreto do pilar ($d\sigma_{cc}$) pode ser calculada por meio da lei de Hooke, usando o módulo de elasticidade da laje e pilar de concreto, E_{cs} e E_{cc} , respectivamente.

$$d\sigma_{cs} = d\varepsilon_{cs}E_{cs} \quad (52)$$

$$d\sigma_{cc} = d\varepsilon_{cc}E_{cc} \quad (53)$$

Aplicando o equilíbrio de forças apresentado na Figura 34, o resultado é:

$$dF_{cc} = dF_{cs} \quad (54)$$

onde

$$dF_{cc} = \int d\sigma_{cc}dA = d\varepsilon_{cc}E_{cc}A_{cc} \quad (55)$$

$$dF_{cs} = \int d\sigma_{cs}dA = d\varepsilon_{cs}E_{cs}A_{cs} \quad (56)$$

Portanto,

$$d\varepsilon_{cc}E_{cc}A_{cc} = d\varepsilon_{cs}E_{cs}A_{cs} \quad (57)$$

A área onde as tensões laterais são aplicadas no pilar é A_{cc} e na laje é A_{cs} . Essas áreas são muito difíceis de determinar analiticamente devido à sua variação de acordo com a dimensão da seção transversal do pilar, espessura da laje e relação de resistências do concreto. Para a determinação dessas áreas, serão utilizados os resultados numéricos de modelos não lineares apresentados no capítulo 6.

A equação de compatibilidade de deformações entre as diferentes resistências do concreto pode ser expressa como:

$$d\varepsilon_{cc} + \nu\varepsilon_{cc} = \nu\varepsilon_{cs} - d\varepsilon_{cs} \quad (58)$$

A partir das equações de equilíbrio e compatibilidade, as deformações e tensões horizontais podem ser determinadas como segue:

$$d\varepsilon_{cc} = \frac{\nu E_{cs} A_{cs} (\varepsilon_{cs} - \varepsilon_{cc})}{E_{cc} A_{cc} + E_{cs} A_{cs}} \quad (59)$$

$$d\varepsilon_{cs} = \frac{\nu E_{cs} A_{cc} (\varepsilon_{cs} - \varepsilon_{cc})}{E_{cc} A_{cc} + E_{cs} A_{cs}} \quad (60)$$

$$d\sigma_{cc} = \frac{\nu E_{cs} E_{cc} A_{cs} (\varepsilon_{cs} - \varepsilon_{cc})}{E_{cc} A_{cc} + E_{cs} A_{cs}} \quad (61)$$

$$d\sigma_{cs} = \frac{\nu E_{cs} E_{cc} A_{cc} (\varepsilon_{cs} - \varepsilon_{cc})}{E_{cc} A_{cc} + E_{cs} A_{cs}} \quad (62)$$

A Equação (30), proposta por Richart e Brown (1934), foi utilizada para estimar o confinamento com o parâmetro $k = 4.1$, que resultou na expressão (63) a seguir.

$$\sigma_{cs,ruptura} = f_{cs} + 4.1d\sigma_{cs} - \sigma_i = 0 \quad (63)$$

Não foi definido um critério de ruptura do concreto por tração, pois foi assumido que as forças de tração serão equilibradas pelos estribos do pilar.

Para avaliar a tensão de confinamento lateral, é necessário prever a deformação longitudinal do pilar. Para isso, utilizou-se a expressão da norma brasileira ABNT NBR6118 (2014) para o concreto de alta resistência a seguir:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{c2} \left(1 - n \sqrt{1 - \frac{\sigma_i}{f_{cc}}} \right) \quad (64)$$

Para o concreto de menor resistência (concreto laje/viga) foi utilizada uma expressão modificada da norma brasileira ABNT NBR6118 (2014), considerando o confinamento. A expressão utilizada por Choi et al. (2018) não considerou o confinamento nessa expressão, resultando em falta de convergência no equilíbrio.

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{c2} \left(1 - n \sqrt{1 - \frac{\sigma_i}{f_{cs} + 4.1d\sigma_{cs}}} \right) \quad (65)$$

onde

$$\varepsilon_{c2} = \begin{cases} 2,0 \text{ ‰ para } (f_{cc} \text{ ou } f_{cs}) \leq 50 \text{ MPa} \\ 2,0 \text{ ‰} + 0,085 \text{ ‰} (f_c - 50)^{0,53} \text{ para } (f_{cc} \text{ ou } f_{cs}) > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (66)$$

$$n = \begin{cases} 2 \text{ para } (f_{cc} \text{ ou } f_{cs}) \leq 50 \text{ MPa} \\ 1,4 + 23,4 \left[\left(\frac{90 - f_c}{100} \right) \right]^4 \text{ para } (f_{cc} \text{ ou } f_{cs}) > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (67)$$

ε_{c2} é a deformação no início das tensões plásticas do concreto.

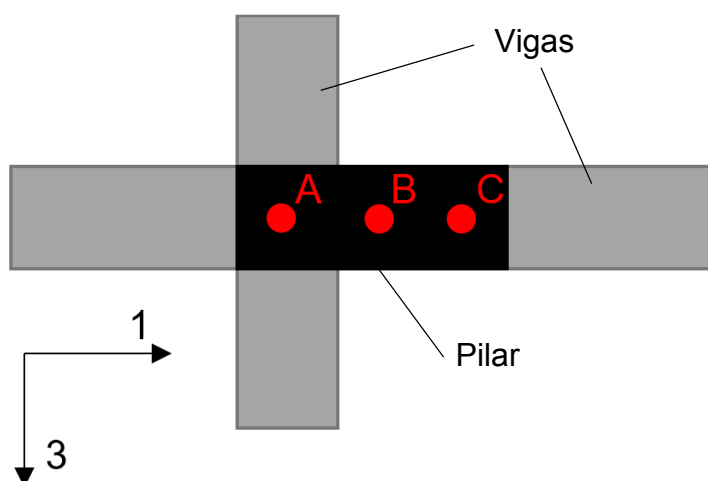
Choi et al. (2018) usaram modelos de elementos finitos elásticos lineares com variação geométrica limitada para encontrar qual comprimento determina as áreas A_{cc} e A_{cs} . Para melhorar os resultados, foram gerados modelos de elementos finitos não lineares variando as dimensões dos pilares, espessura da laje e resistência do concreto. Esses resultados foram validados com os modelos numéricos e com espécimes experimentais encontrados na bibliografia e apresentados no capítulo 6 desta tese.

3.1.2 Pilar interno cruzado por vigas e laje

No caso do pilar interno, a tensão de confinamento pode variar principalmente de acordo com as dimensões do pilar, altura da viga e a razão das resistências do concreto (f_{cc}/f_{cs}), taxa de armadura das vigas e com o carregamento vertical nas vigas.

A tensão de confinamento em um pilar interno confinado por vigas, sendo uma delas mais estreita que o pilar e uma laje fina, terá comportamento diferente dependendo de onde se analisa, pontos A, B e C, assim como apresentado na Figura 35, onde é exibido um pilar interno em planta.

Figura 35 - Localização dos pontos analisados do pilar, vista em planta

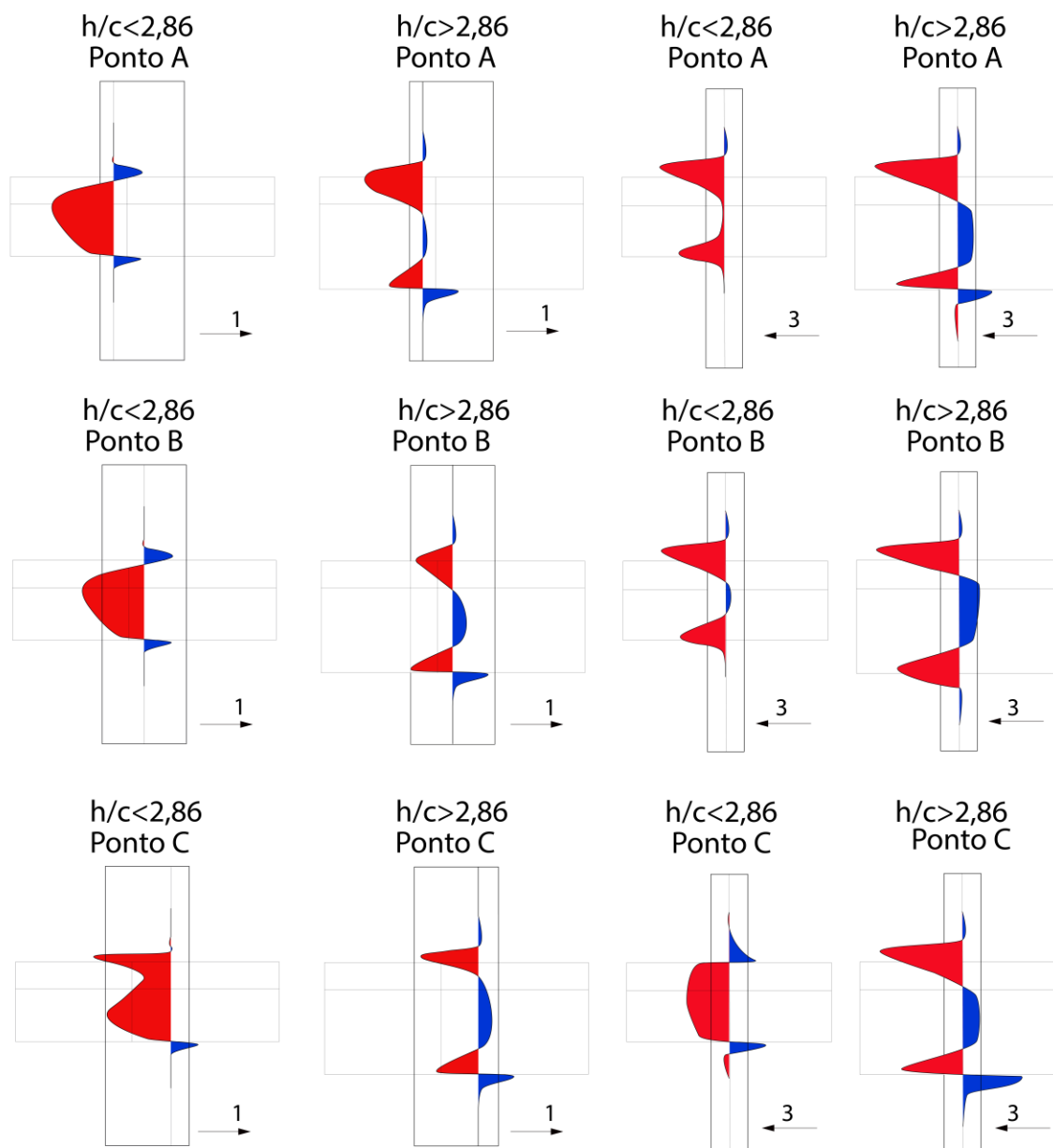


Fonte: o autor

Em geral, no ponto A, são encontradas as maiores tensões confinantes, independentemente da relação h/c e das razões de resistência dos concretos (f_{cc}/f_{cs}). Esse ponto está confinado tanto pela viga na vertical como na horizontal (em planta). Estima-se que o ponto A apresente as maiores tensões confinantes na direção 1 e menores tensões confinantes na direção 3. Dependendo da relação h/c , no meio da altura da viga, a tensão na direção 3 pode ser de tração, não confinando a região. O ponto B na direção 1 pode possuir tensões confinantes menores do que no ponto A e mostra-se mais sensível com a razão h/c , onde para valores maiores de h/c somente são esperadas tensão de compressão na região confinada pela laje. Na direção 3 são esperadas tensões laterais de compressão na região da laje e na região de mudança do concreto menos resistente para o concreto mais resistente, pela compatibilidade de deformações do pilar, da mesma forma que ocorre no pilar-sanduíche. No ponto C, são esperadas tensões confinantes na direção 1, porém, na direção 3, o confinamento será dado em geral pelo mesmo critério do pilar-sanduíche; dependendo das dimensões da seção transversal do pilar, a viga, na direção 3, pode influenciar nesse confinamento. Na Figura 36 são apresentadas de forma qualitativa as distribuições de

tensões esperadas em cada um dos pontos A, B e C. A cor vermelha representa tensões laterais de compressão e a cor azul de tração.

Figura 36 - Distribuição de tensões horizontais previstas ao longo da altura do pilar interno

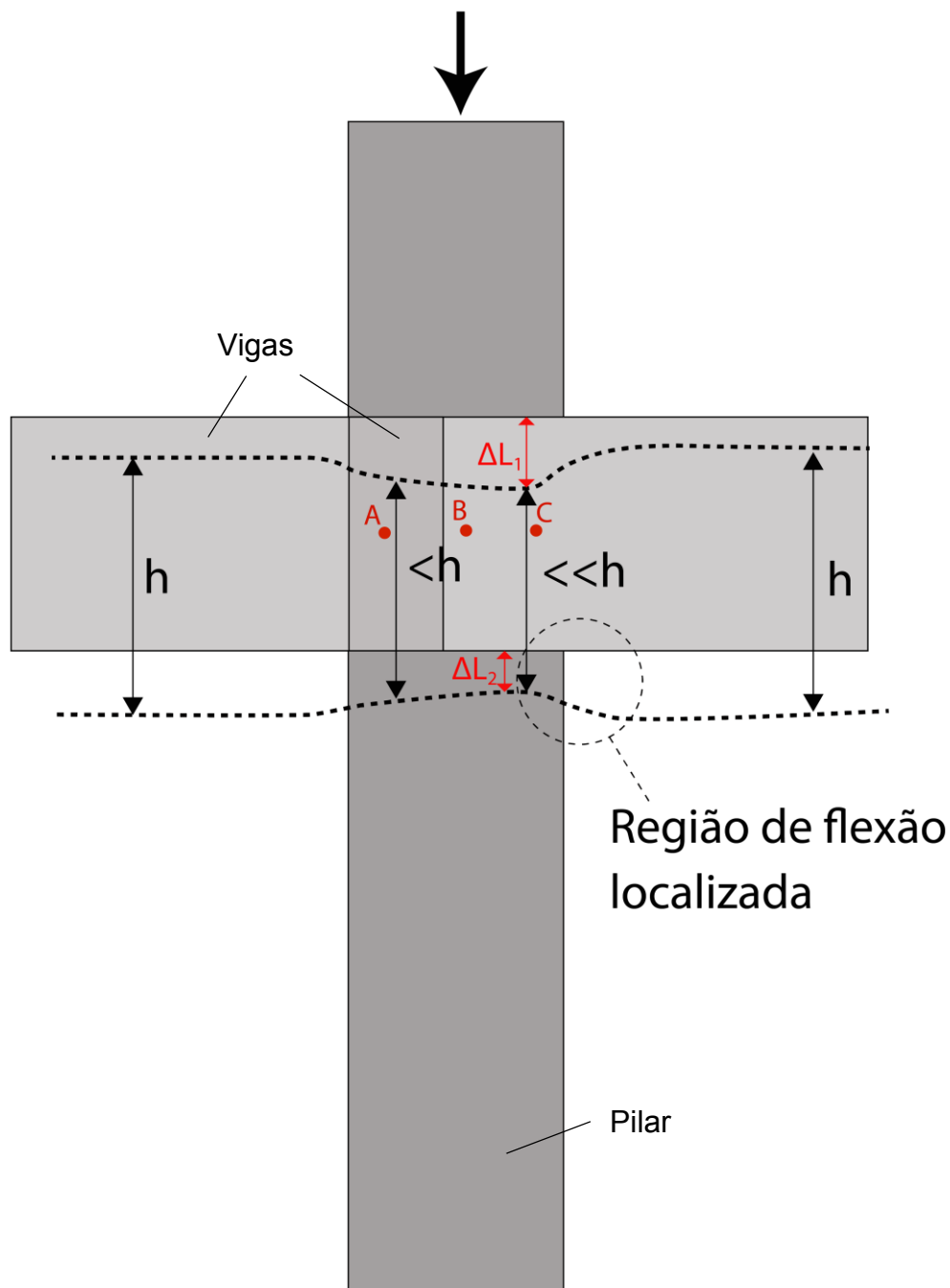


Fonte: o autor

Por conta dessa maior rigidez esperada no ponto A, são esperadas deformações diferentes entre os pontos A, B e C. Assim, é esquematizado na Figura 37 o pilar interno deformado, onde ΔL_1 é $\Delta L_2 + \sigma_2 h / E_{cs}$, sendo σ_2 as tensões verticais e E_{cs} o módulo de elasticidade do concreto das vigas/laje. Nota-se que no ponto C é esperada maior deformação, por ser o trecho menos rígido do pilar (menor confinamento). Essa maior deformação irá gerar diminuição local da altura da viga

($\Delta L_1 > \Delta L_2$), gerando pontos localizados de flexão, principalmente na região inferior da ligação viga-pilar.

Figura 37 - Pilar interno deformado



Fonte: o autor

Apesar de o pilar interno apresentar condições para melhor confinamento do concreto de menor resistência em relação ao pilar-sanduiche, essa região do ponto C está sujeita a receber pouca contribuição do confinamento gerado pelas vigas,

devendo ser o ponto crítico de ruptura do pilar. Essencialmente a região C tem distribuição de tensões laterais similares às do pilar-sanduíche, com o acréscimo de confinamento influenciado pelas vigas. Assim, é proposto que o pilar interno confinado por vigas apresente as mesmas equações de equilíbrio e compatibilidade apresentadas para o pilar-sanduíche, devendo as áreas A_{cc} e A_{cs} serem calculadas por modelos em elementos finitos não lineares de pilares internos confinados por vigas, apresentados no capítulo 7.

Os pilares internos com carregamentos verticais nas vigas podem gerar maior confinamento na região inferior do concreto menos resistente do pilar, o que pode aumentar a sua resistência efetiva. Porém, dependendo da intensidade desse carregamento vertical, a posição de linha neutra da viga pode gerar grandes trechos tracionados, diminuindo o trecho com tensões confinantes e, portanto, obtendo resistências efetivas menores. Essa avaliação será feita por modelos não lineares em elementos finitos com carregamentos nas vigas e no pilar apresentado no capítulo 5.3 desta Tese.

4 MODELAGEM NUMÉRICA

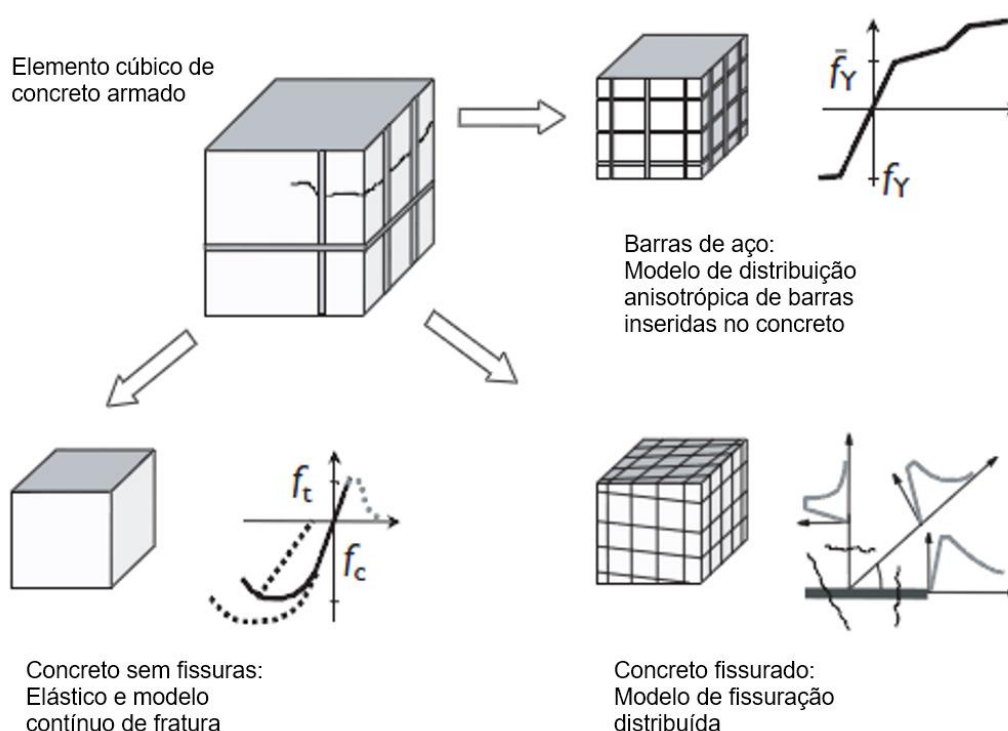
Nos últimos 50 anos, diversos ensaios experimentais das ligações pilar-pavimento foram realizados, conforme relatado no Capítulo 2 da Revisão Bibliográfica. Porém, o estudo do comportamento dessa ligação e, conseqüentemente, da formulação do problema ainda não foi esgotado. Com a evolução da capacidade de processamento dos computadores e a implementação de novos recursos em programas comerciais de elementos finitos, como, por exemplo, teoria da mecânica do dano contínuo, critério de resistência, capacidade de representar as barras de aço trabalhando em conjunto com o concreto por meio de elementos de contato, é cada vez mais interessante representar os ensaios numericamente. Assim, com um custo operacional muito menor, pode-se realizar centenas de ensaios numéricos que ajudem a compreender determinado problema, como, no caso, o confinamento do pilar dado por vigas e laje no nível do pavimento.

Na modelagem em elementos finitos da estrutura é importante representar corretamente o comportamento do concreto armado e suas não linearidades físicas.

Para representar o complexo comportamento do concreto, precisa-se escolher as equações constitutivas que melhor o traduzem. A maioria dos problemas de engenharia podem ser tratados utilizando-se o estado plano de tensões. Os problemas a serem estudados nesta Tese serão problemas em estado tripla de tensões, visto que há necessidade do confinamento também a ser considerado na modelagem.

Segundo Maekawa, Pimanmas e Okamura (2004), um elemento cúbico de concreto armado pode ser dividido de acordo com a Figura 38.

Figura 38 - Composição de um elemento cúbico de concreto armado

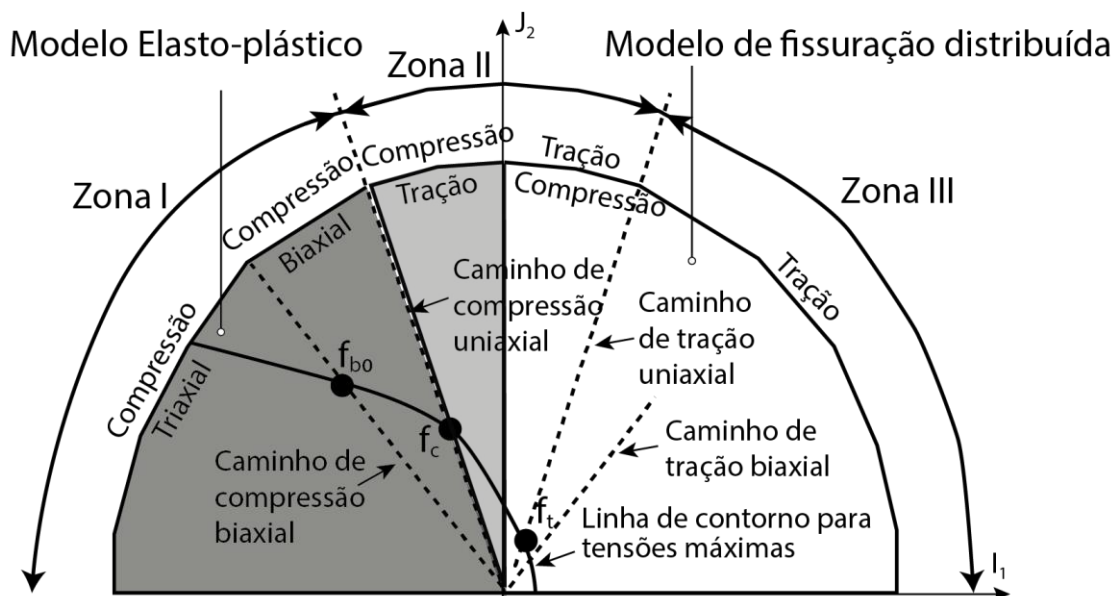


Fonte: Adaptado de Maekawa, Pimanmas e Okamura (2004, p. 125)

Ainda segundo Maekawa, Pimanmas e Okamura (2004), antes do aparecimento das fissuras, deverá ser empregado um modelo elasto-plástico triaxial de tensões e um modelo baseado na mecânica da fratura. Esses conceitos irão considerar a deformação plástica do concreto armado e a perda da capacidade de absorção de energia elástica devido ao dano. O efeito do confinamento será automaticamente considerado.

Para as análises tridimensionais do concreto armado sujeitas a estados arbitrários de tensão, Maekawa, Pimanmas e Okamura (2004) propõem modelos genéricos de concreto para estado triaxial de tensões, ver Figura 39.

Figura 39 - Modelos genéricos de concreto para estado triaxial de tensão



Fonte: Adaptado de Maekawa, Pimanmas e Okamura (2004, p. 127)

Onde:

- Zona I: Concreto totalmente comprimido sem abertura de fissuras
- Zona II: Concreto pode apresentar tração, mas continua sem ter abertura de fissuras
- Zona III: Concreto com abertura de fissuras

O fib Model Code 2010 (2013) sugere que critérios de falha multiaxial para concreto, Rankine, Mohr-Coulomb e Drucker-Prager podem ser escolhidos. Porém, o critério de Rankine não depende de uma tensão confinante, portanto não é válido para o problema descrito neste trabalho.

Segundo Kaminski e Kmiecik (2011), a hipótese de critério de resistência mais utilizada para o concreto é o Drucker-Prager. De acordo com esse critério, a falha é determinada pela não dilatação da energia de deformação, e a superfície limite de escoamento do material no espaço das tensões assume a forma de um cone, como apresentado na Figura 43. A vantagem desse critério em relação ao critério de Mohr-Coulomb é que há menores complicações numéricas pela superfície no plano antisférico ter um comportamento suave (circular). O critério de Mohr-Coulomb possui a forma de um hexágono irregular, dificultando a convergência em modelos numéricos. A desvantagem do critério de Drucker-Prager é de não ser totalmente consistente com o comportamento real do concreto. O programa Abaqus possui um

critério chamado *Concrete Damage Plasticity* (CDP), que é um aprimoramento do critério de Drucker-Prager. Esses três critérios são descritos a seguir.

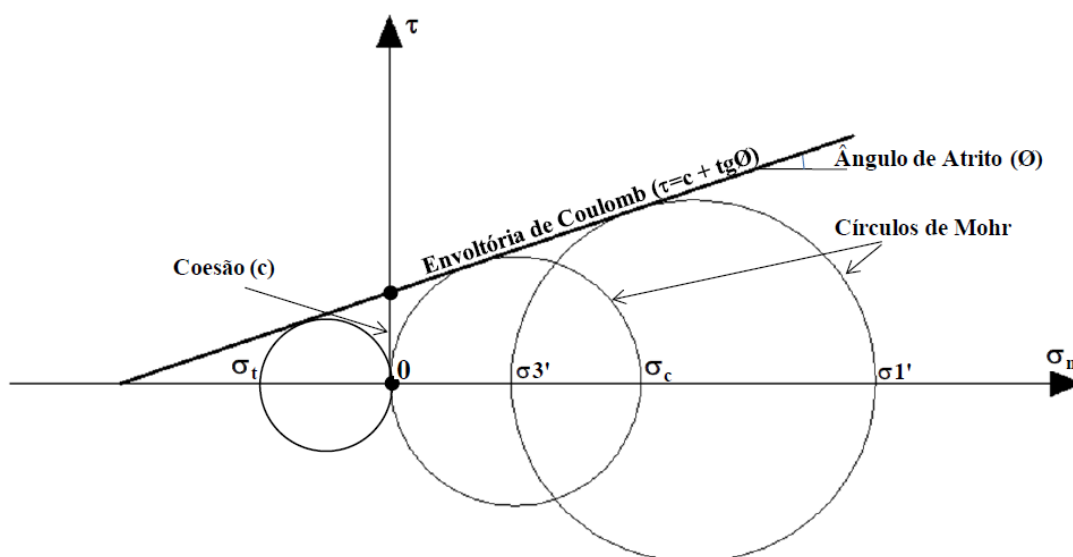
4.1 CRITÉRIO DE MOHR-COULOMB

Segundo Chen e Han (1988), o critério de Mohr-Coulomb foi desenvolvido em 1900. Mas, Coulomb iniciou o seu desenvolvimento em 1773. Esse critério, assim como o de Tresca, admite que a tensão de cisalhamento é o limite para que ocorra a falha do material. No entanto, enquanto o critério de Tresca admite que a tensão de cisalhamento limite é constante, o critério de Mohr-Coulomb considera que essa é dependente da tensão normal, para um ponto no plano, assim como é apresentado na Equação (68).

$$|\tau| = f(\sigma) \quad (68)$$

No estado de tensões, representado graficamente pelo círculo de Mohr da Figura 40, o critério sugere que ocorrerá ruptura, quando o raio do maior círculo tangenciar a função $f(\sigma)$.

Figura 40 - Critério de Mohr-Coulomb - superfície de ruptura



Fonte: Jamal (2013, p. 26)

A forma mais simples de representar os limites da função $f(\sigma)$ é por uma reta. Essa equação da reta, conhecida como equação de Coulomb, é dada por:

$$|\tau| = c + \sigma \cdot \operatorname{tg} \phi \quad (69)$$

onde:

c = fator de coesão, constante determinada experimentalmente;

ϕ = ângulo de atrito interno, também é uma constante determinada experimentalmente.

Quando, em casos especiais, o ângulo de atrito for zero ($\phi = 0$), a Equação (69) se reduz ao critério de Tresca, e a coesão se torna a tensão de escoamento para cisalhamento puro.

Em função das tensões principais, sendo que $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, a Equação (69) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\sigma_1 \cdot \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{2 \cdot c \cdot \cos \phi} - \sigma_3 \cdot \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{2 \cdot c \cdot \cos \phi} = 1 \quad (70)$$

Se for definido que:

$$f_t = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} \quad (71)$$

$$f_c = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \quad (72)$$

onde:

f_t é a resistência à tração simples do material;

f_c é a resistência à compressão simples do material;

Portanto, a Equação (70) pode ser escrita na forma reduzida e apresentada na Equação (73).

$$\sigma_1 \cdot m - \sigma_3 = f_c \quad (73)$$

Sendo que,

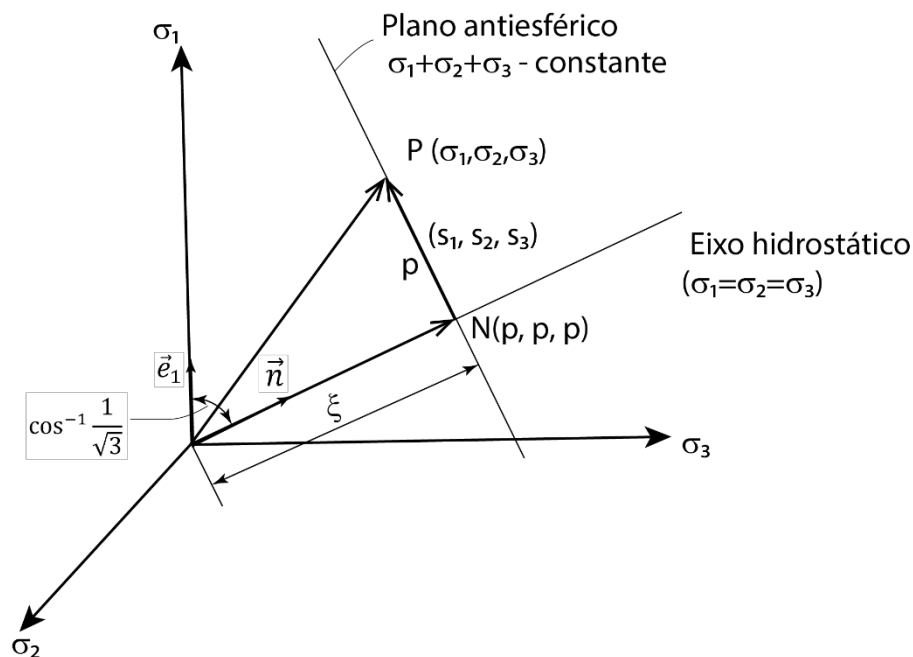
$$m = \frac{f_c}{f_t} = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \text{ para } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad (74)$$

O critério resultante não apresenta sensibilidade para a tensão principal σ_2 , o que pode ser uma fragilidade do critério para alguns casos.

A superfície de falha no espaço de Haigh-Westergaard com eixos $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ são planos que se interseccionam para formar uma pirâmide hexagonal. Assim como

demonstrado por Chen e Han (1988), a construção da superfície de Mohr-Coulomb, no espaço tridimensional de tensões, pode ser efetuada tanto em termo do primeiro invariante do tensor das tensões (I_1) e do segundo invariante do tensor das tensões antiesféricas (J_2), assim como das variáveis p e ξ . O ξ é um vetor hidrostático com dimensão até o plano antiesférico analisado e p é um vetor perpendicular ao vetor ξ até a tensão antiesférica analisada no espaço das tensões de Haigh-Westergaard, que é apresentado na Figura 41.

Figura 41 - Espaço das tensões de Haigh-Westergaard



Fonte: Adaptado de Chen e Han (1988, p. 67)

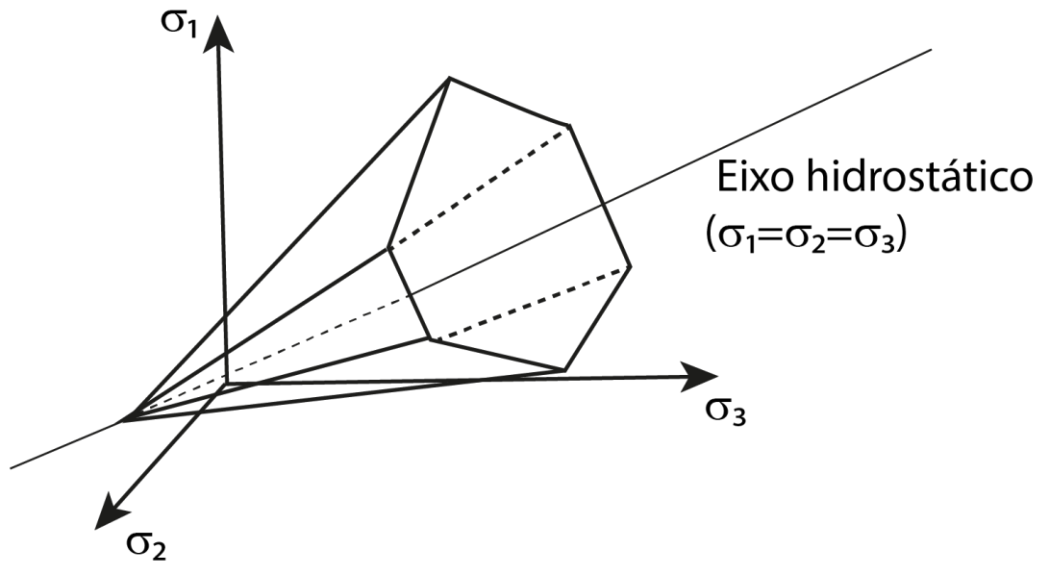
As Equações (75) e (76) apresentam essas relações.

$$f(I_1, J_2, \theta) = \frac{1}{3} I_1 \operatorname{sen} \phi + \sqrt{J_2} \operatorname{sen} \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) + \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \cos \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) \operatorname{sen} \phi - c \cos \phi \quad (75)$$

$$f(\xi, p, \theta) = \sqrt{2} \xi \operatorname{sen} \phi + \sqrt{3} p \operatorname{sen} \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) + p \cos \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) \operatorname{sen} \phi - \sqrt{6} c \cos \phi \quad (76)$$

As Equações (75) e (76) são definidas para $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$, onde $\theta = 0^\circ$ (meridiano de tração) e $\theta = 60^\circ$ (meridiano de compressão). A Figura 42 apresenta a construção de uma superfície de Mohr-Coulomb no espaço tridimensional das tensões.

Figura 42 - Superfície tridimensional de Mohr-Coulomb



Fonte: o autor

4.2 CRITÉRIO DE DRUCKER-PRAGER

De acordo com Chen e Han (1988), o critério de Drucker-Prager é uma simples modificação do critério de von Mises, onde passa a ser considerada a influência do componente da tensão hidrostática de ruptura. As expressões da superfície de falha são dadas pelas Equações (77) e (78).

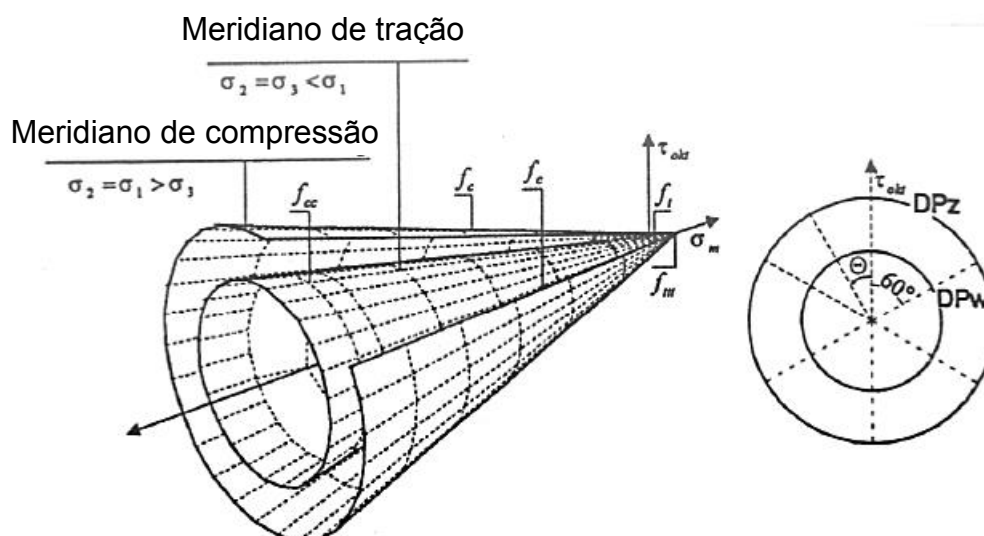
$$f(I_1, J_2) = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (77)$$

$$f(\xi, p) = \sqrt{6}\alpha\xi + p - \sqrt{2}k = 0 \quad (78)$$

onde α e k são constantes do material. Para $\alpha = 0$ a Equação (78) se reduz ao critério de von Mises.

A superfície de falha da Equação (78), no espaço das tensões principais, é um cone circular. Os seus meridianos e sua seção no plano antiesférico são apresentados na Figura 43.

Figura 43 - Superfície de escoamento de Drucker-Prager



Fonte: Adaptado de Kaminski e Kmiecik (2011, p. 624)

Segundo Chen e Han (1988), a forma hexagonal da superfície de falha de Mohr-Coulomb é matematicamente conveniente somente para problemas onde se sabe qual dos seis lados será utilizado. Se essa informação não é previamente conhecida, as arestas do hexágono podem gerar dificuldades e complicações consideráveis em se obter uma solução numérica. O critério de Drucker-Prager pode ser ajustado para ser uma aproximação do critério de Mohr-Coulomb, como, por exemplo, quando ambos os critérios tivessem os seus meridianos de compressão coincidentes, com $\theta = 60^\circ$. As constantes α e k são relacionadas com as constantes c e ϕ na Equação (79).

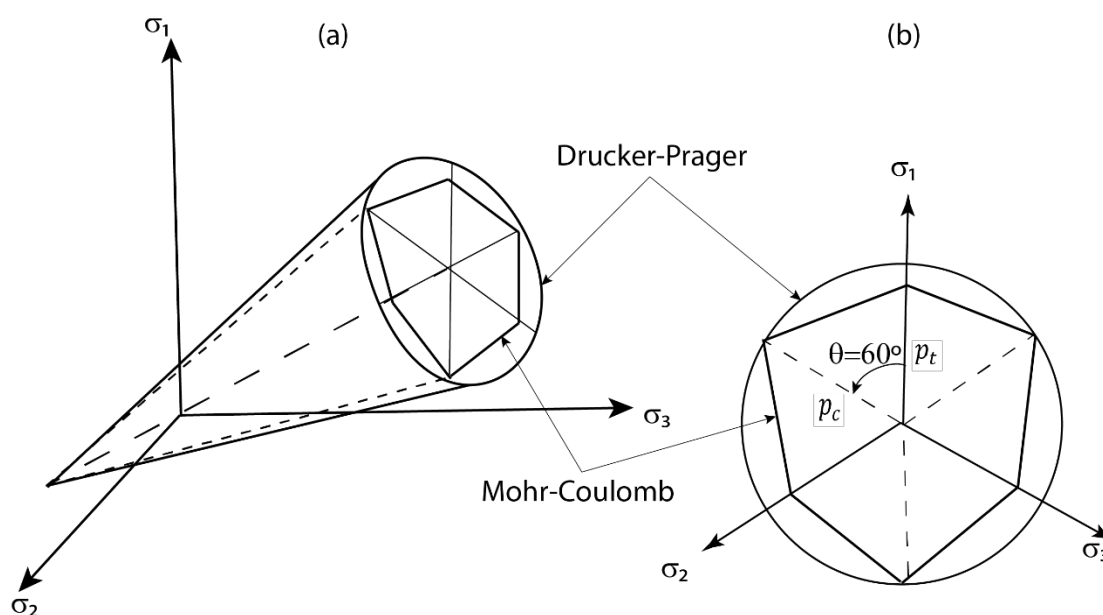
$$\alpha = \frac{2 \operatorname{sen} \phi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \operatorname{sen} \phi)}, \quad k = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \operatorname{sen} \phi)} \quad (79)$$

Para o meridiano de tração, onde $\theta = 0^\circ$, as constantes α e k são relacionadas com as constantes c e ϕ na Equação (80).

$$\alpha = \frac{2 \operatorname{sen} \phi}{\sqrt{3} \cdot (3 + \operatorname{sen} \phi)}, \quad k = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3} \cdot (3 + \operatorname{sen} \phi)} \quad (80)$$

A partir dessas correlações, é possível obter um cone que circunscreva a pirâmide hexagonal de Mohr-Coulomb, como é apresentado na Figura 44.

Figura 44 - Critério de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager coincidentes ao longo do meridiano de compressão: (a) no espaço das tensões principais; (b) no plano antiesférico

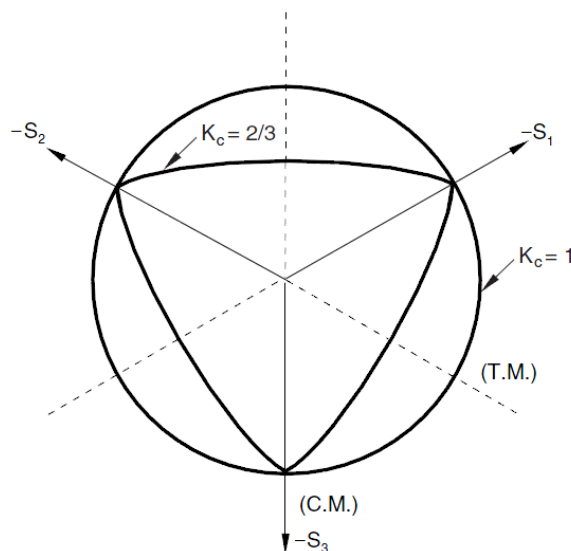


Fonte: Adaptado de Chen e Han (1988, p. 96)

4.3 MODELO DE DANO PLÁSTICO (CDP)

Para simular a ligação pilar-pavimento proposta neste trabalho e analisar as tensões correspondentes, foi utilizado o programa ABAQUS 6.14. O critério de resistência aplicado ao concreto foi o do modelo *Concrete Damage Plasticity (CDP)*. Esse modelo é uma extensão criada por Lubliner et al. (1988) e Lee e Fenves (1998), do critério de resistência de Drucker e Prager (1952). Essa extensão permite que os meridianos sejam linhas curvas, mais precisamente hipérbolas, isso é, que a superfície de escoamento no plano antiesférico não seja circular, governada pelo parâmetro K_c , e que possam ser utilizadas leis de fluxo não associativas, como pode ser visto na Figura 45.

Figura 45 - Superfície de escoamento no plano antiesférico, correspondendo a diferentes valores de K_c



Fonte: Kaminski e Kmiecik (2011, p. 624)

De acordo com López-Almansa (2014), esse modelo pode ser considerado como um dos melhores para representar o complexo comportamento inelástico do concreto, utilizando conceitos de dano elástico isotrópico em combinação com a plasticidade isotrópica na tração e na compressão. O potencial de fluxo (G) utilizado para determinar as direções das deformações plásticas é o do modelo de função hiperbólica de Drucker-Prager apresentado na Equação (81).

$$G = \sqrt{(\epsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi \quad (81)$$

onde σ_{t0} é a tensão uniaxial de tração à ruptura, \bar{p} é a tensão hidrostática ($-I_1/3$), \bar{q} é a tensão equivalente de von Mises ($\sqrt{3 \cdot J_2}$), ψ é o ângulo de dilatância e ϵ é a excentricidade da superfície do potencial plástico.

De acordo com López-Almansa (2014), o modelo do dano plástico utiliza uma condição de escoamento com base na função F proposta por Lubliner et al. (1989) e modificada por Lee e Fenves (1998), para considerar as diferentes evoluções da força sob tração e compressão, sendo expressa na Equação (82):

$$F = \frac{1}{1 - \alpha} (\bar{q} - 3\alpha \bar{p} + \beta (\bar{\epsilon}^{pl}) \langle \bar{\sigma}_{max} \rangle - \gamma \langle -\bar{\sigma}_{max} \rangle - \bar{\sigma}_c \bar{\epsilon}_c^{pl}) = 0 \quad (82)$$

onde,

$$\alpha = \frac{\sigma_{b0}/\sigma_{c0} - 1}{2(\sigma_{b0}/\sigma_{c0}) - 1}; 0 \leq \alpha \leq 0,5; \beta = \frac{\bar{\sigma}_c(\bar{\epsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\bar{\epsilon}_t^{pl})}(1 - \alpha) - (1 + \alpha); \gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1} \quad (83)$$

O $\bar{\sigma}_{max}$ é a tensão principal efetiva com maior valor e $\langle \cdot \rangle$ representa uma função singularidade ($\langle x \rangle = 0,5 \cdot (|x| + x)$), $\bar{\sigma}_c$ e $\bar{\sigma}_t$ são as tensões efetivas de compressão e tração, respectivamente. Para o caso de tensões triaxiais de compressão ($\sigma_{max} < 0$), a Equação (82) pode ser simplificada em função das variáveis ξ e p , para os meridianos de tração e compressão das seguintes formas:

$$(2\gamma + 3)p\sqrt{1,5} + (\gamma + 3\alpha)\xi\sqrt{3} = (1 - \alpha)f_{c0} - \text{Meridiano de tração} \quad (84)$$

$$(\gamma + 3)p\sqrt{1,5} + (\gamma + 3\alpha)\xi\sqrt{3} = (1 - \alpha)f_c - \text{Meridiano de compressão} \quad (85)$$

É visto que no modelo do “Concrete Damage Plasticity” há dependência do concreto de quatro parâmetros, sendo eles ($K_c, \psi, \sigma_{b0}/\sigma_{c0}$ e ϵ). O parâmetro K_c é interpretado como uma razão das distâncias entre o eixo hidrostático e, respectivamente, o meridiano de compressão e o meridiano de tração na seção transversal antiesférica. Para um dado I_1 (primeiro invariante do tensor das tensões de Cauchy), o parâmetro K_c é dado por:

$$K_c = \frac{(\sqrt{J_2})_{TM}}{(\sqrt{J_2})_{CM}} \quad (86)$$

onde:

$(\sqrt{J_2})_{TM}$ é a raiz quadrada do segundo invariante da parte antiesférica do tensor das tensões no meridiano de tração;

$(\sqrt{J_2})_{CM}$ é a raiz quadrada do segundo invariante da parte antiesférica do tensor das tensões no meridiano de compressão;

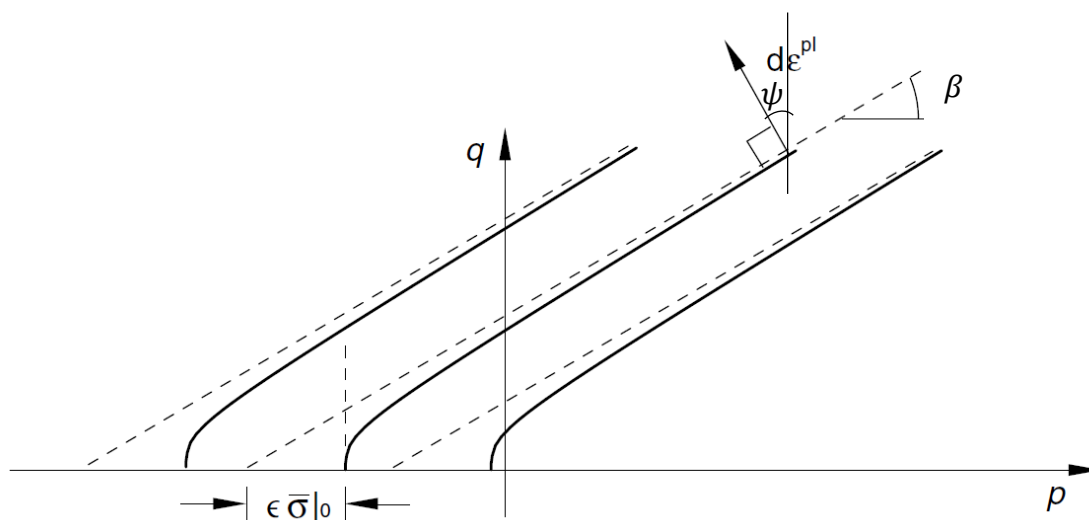
Essa proporção é sempre maior que 0,5 e, quando assume o valor de 1, a seção transversal antiesférica da superfície de falha se torna um círculo (como na hipótese clássica de DRUCKER; PRAGER, 1952). Majewski (2003) apud Kaminski e Kmiecik (2011) relata que, de acordo com os resultados experimentais, esse valor de K_c para a tensão normal média igual a zero equivale a 0,6 e aumenta lentamente com a diminuição da tensão média. O modelo *CDP* recomenda assumir $K_c = 2/3$. Essa

forma é semelhante ao critério de resistência formulado por William e Warnke (1975) (uma combinação de três elipses mutuamente tangentes).

Kaminski e Kmiecik (2011) sugerem que as linhas meridionais são curvas e não retas como o critério de Drucker-Prager sugere. No entanto, no modelo *CDP*, a superfície do potencial plástico no plano meridional assume a forma de uma hipérbole.

A excentricidade do potencial de fluxo (ϵ) é um parâmetro numérico de valor pequeno que define a taxa na qual o potencial de fluxo hiperbólico se aproxima de sua assíntota. Em outras palavras, é a distância entre o vértice da hipérbole e a intersecção das assíntotas dessa hipérbole com a abscissa, sendo que esse parâmetro pode ser observado na Figura 46. A excentricidade dos parâmetros pode ser calculada como uma razão entre a resistência à tração e a resistência à compressão. O modelo *CDP* recomenda assumir $\epsilon = 0,1$. Esse valor ajuda a obter uma convergência numérica mais rápida. Quando $\epsilon = 0$, a superfície no plano meridional se torna uma linha reta, que é a hipótese clássica de Drucker-Prager.

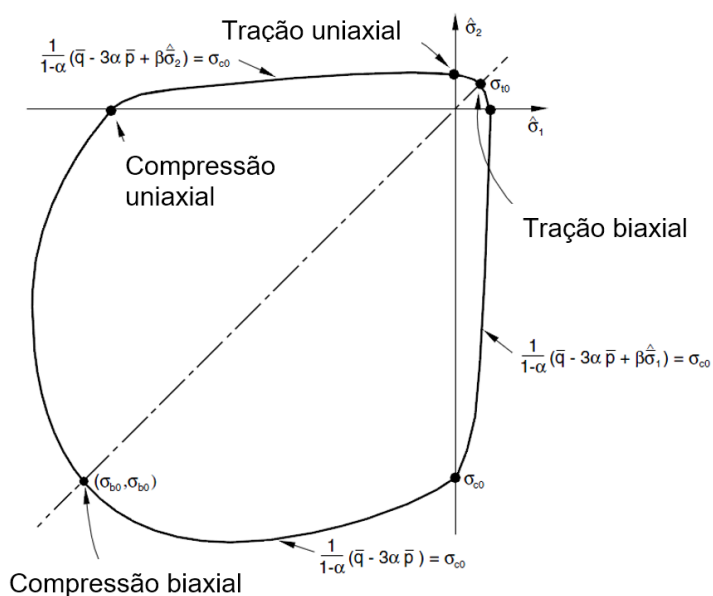
Figura 46 - Potenciais de fluxo hiperbólicos no plano meridional



Fonte: Manual do Abaqus (2010, p. 4.4.2-10)

Outro parâmetro que descreve o estado do material é o ponto em que o concreto sofre falha sob compressão biaxial, sendo que σ_{b0}/σ_{c0} (f_{b0}/f_{c0}) é uma razão entre a resistência no estado biaxial e a resistência no estado uniaxial. Após a aproximação com a equação elíptica, a resistência à compressão biaxial uniforme f_{b0} é igual a $1,16248 f_{c0}$, como pode ser observada na Figura 47. O manual do usuário do Abaqus (2010) e Kaminski e Kmiecik (2011) sugeriram que seja utilizado σ_{b0}/σ_{c0} (f_{b0}/f_{c0}) = 1,16.

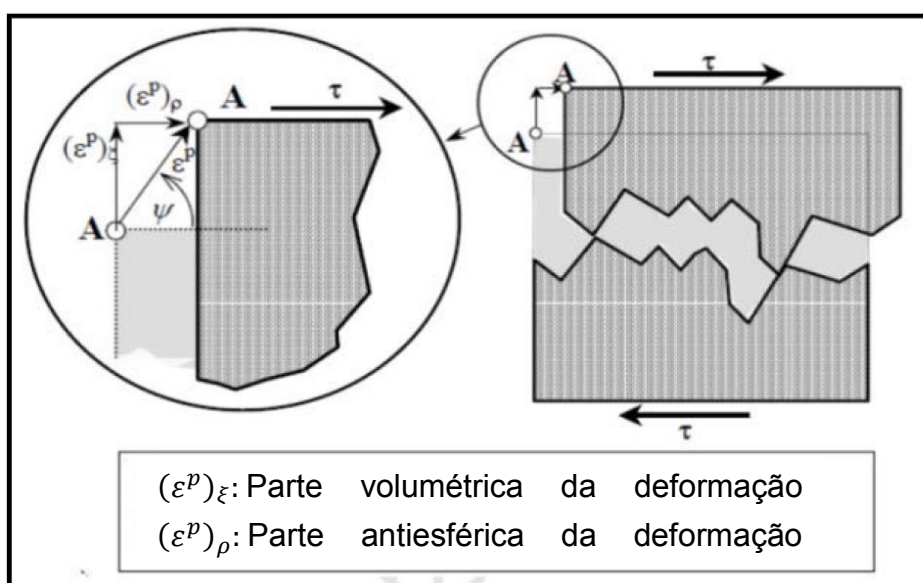
Figura 47 - Superfície de estado plano de tensão para o critério do CDP



Fonte: Adaptado de Kaminski e Kmiecik (2011, p. 626)

O último parâmetro caracterizando o desempenho do concreto em um estado multiaxial de tensão é o ângulo de dilatância (ψ). A dilatância está correlacionada com o aumento de volume inelástico devido ao aumento das tensões antiesféricas, ou em relação à distorção, como pode ser observado na Figura 48.

Figura 48 - Ângulo de dilatância



Fonte: López-Almansa (2014, p. 6)

Considerando que o modelo de resistência, com uma curva meridional hiperbólica seja associativa, fisicamente o ângulo de atrito será igual ao ângulo de

dilatância. Segundo Kaminski e Kmiecik (2011) e Malm (2009), usualmente em simulações é assumido $\beta = \psi = 30^\circ$ até 40° .

Como o concreto tem um comportamento de amolecimento (*softening*) e uma perda de rigidez que podem levar os modelos a terem grandes dificuldades de convergência numérica, na análise implícita, uma técnica de regularização visco-plástica foi adicionada ao *CDP*, para permitir que as tensões ultrapassem o limite da superfície de escoamento do material. Para isso, o parâmetro de viscosidade (μ) deverá ser diferente de zero. É recomendado que esse valor seja o menor possível para não haver interferência nos resultados.

Segundo Kaminski e Kmiecik (2011), os valores sugeridos para uma análise utilizando o CDP são:

- Ângulo de atrito/dilatância ($\beta = \psi$): 36°
- Excentricidade (ϵ): 0,1
- f_{b0}/f_{c0} : 1,16
- K_c : 0,667
- Parâmetro de viscosidade (μ): 0,0005

O modelo relatado neste capítulo será utilizado na modelagem numérica em elementos finitos de espécimes de pilares com Concreto de Alta Resistência confinados por vigas e lajes com concreto de menor resistência. Uma vez validados, os modelos numéricos possibilitam fazer mais testes em menos tempo e menor custo que os modelos experimentais. Como uma primeira validação dos parâmetros e do programa utilizado, é apresentada no Apêndice A a modelagem do ensaio de compressão em um corpo de prova cilíndrico de 15x30cm.

4.3.1 Curva tensão-deformação do concreto

Além de adotar os parâmetros do modelo CDP listados anteriormente (item 4.3) para representar o comportamento plástico do concreto, sua curva tensão-deformação também é definida para um ensaio uniaxial para diferentes resistências do concreto. A curva tensão-deformação adotada é aquela sugerida pelo fib Model Code 2010 (2013); a seguir são mostrados na Figura 49 os valores para as diferentes resistências do concreto à compressão.

$$\sigma_c = f_{cm} \left(\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \right) \text{ para } |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c,lim}| \quad (87)$$

onde:

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1};$$

$$k = E_{ci} / E_{c1};$$

σ_c é a tensão de compressão do concreto;

ε_{c1} é a deformação na tensão compressiva máxima;

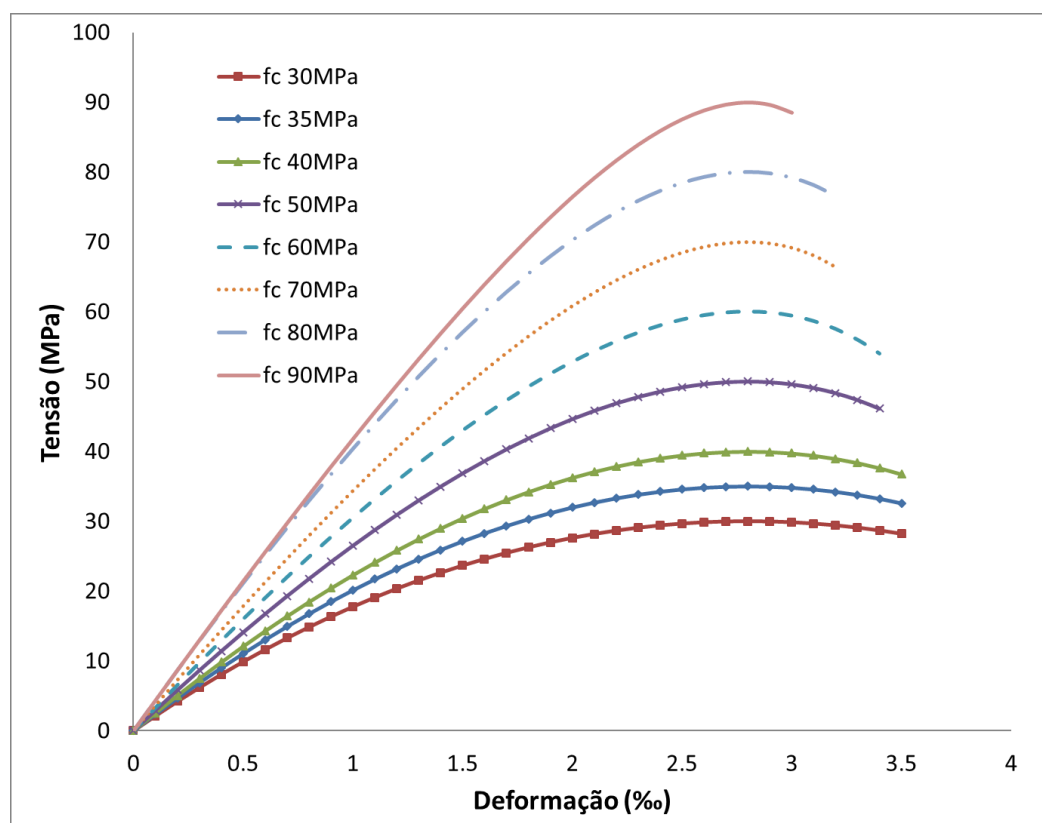
ε_c é a deformação para uma tensão compressiva;

E_{c1} é o módulo de elasticidade secante desde a origem até o pico da tensão compressiva;

E_{ci} é o módulo de elasticidade tangente da origem;

$\varepsilon_{c,lim}$ é a deformação limite no concreto.

Figura 49 – Curva tensão-deformação do concreto à compressão pelo fib Model Code 2010 (2013)



Fonte: o autor

Para a construção da curva tensão-deformação do concreto tracionado, apresentada na Figura 50, para $\varepsilon_t \leq \varepsilon_{cr}$ foram utilizados os parâmetros da curva bilinear conforme ABNT NBR 6118 (2014).

$$\begin{cases} \sigma_t = E_c \varepsilon_t & \text{para } \sigma_t < 0.9 f_{ctm} \\ \sigma_t = f_{ctm} & \text{para } \varepsilon_{cr} = 0.15 \text{ ‰} \end{cases} \quad (88)$$

Para $\varepsilon_t > \varepsilon_{cr}$, a relação proposta por Hsu e Zhang (1996) foi aplicada.

$$\sigma_t = f_{ctm} \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_t} \right)^{0.4} \quad \text{para } \varepsilon_t > 0.15 \text{ ‰} \quad (89)$$

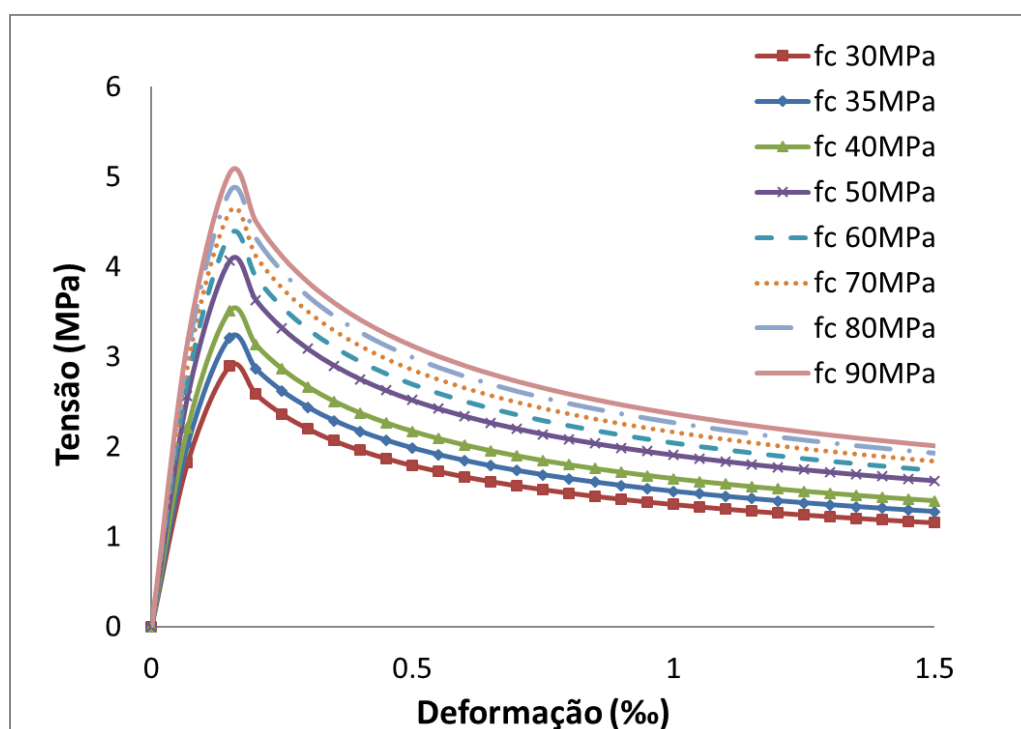
onde:

ε_t = deformação de alongamento;

ε_{cr} = deformação de formação de fissuras = 0.15 ‰;

f_{ctm} = tensão de formação de fissuras = $\begin{cases} 0.3 f_{ck}^{2/3} \rightarrow f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2.12 \ln(1 + 0.11 f_{ck}) \rightarrow f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases}$

Figura 50 - Curva tensão-deformação do concreto à tração pela ABNT NBR 6118 (2014) e por Hsu e Zhang (1996)



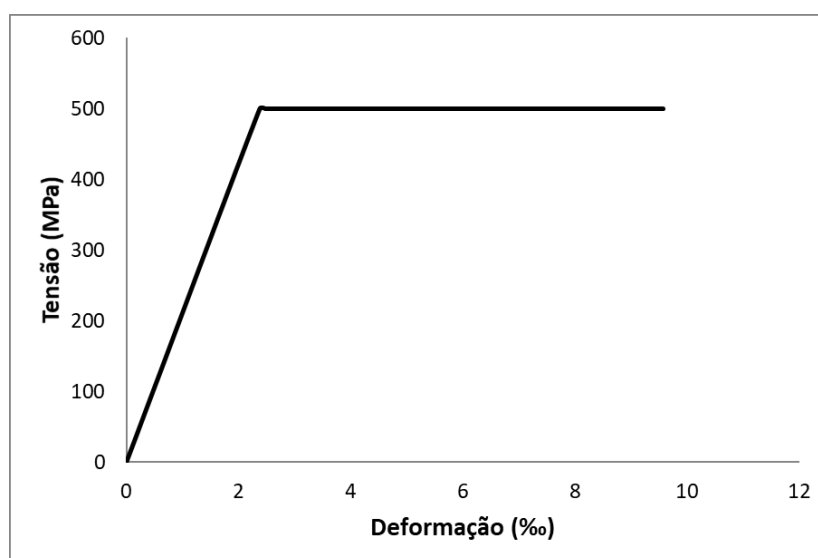
Fonte: o autor

De acordo com o fib Model Code 2010 (2013), o coeficiente de Poisson do concreto pode ser adotada como 0,2, portanto, esse valor foi assumido para todos os modelos numéricos.

4.3.2 Curva tensão-deformação do aço

Para as barras de aço, o comportamento elastoplástico foi assumido. Para a construção da curva tensão-deformação, foi utilizada a ABNT NBR 6118 (2014) como base. As barras de aço consideradas são do tipo CA-50, tendo uma tensão de escoamento de 500 MPa e um Módulo de Young de 210 GPa. Portanto, a curva tensão-deformação é mostrada na Figura 51.

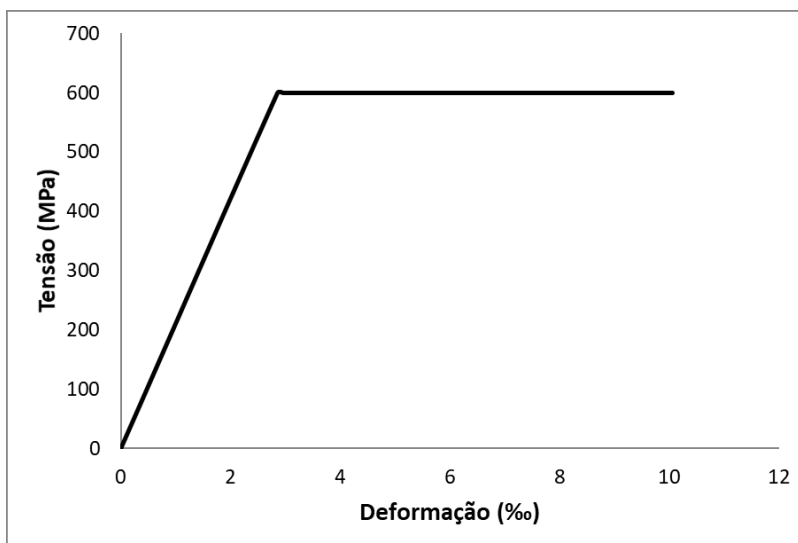
Figura 51 - Curva tensão-deformação para o aço CA-50



Fonte: o autor

As barras de aço que possuem diâmetros menores que 6,3mm são do tipo CA-60, onde a tensão de escoamento é de 600 MPa e o módulo de Young de 210 GPa. A curva tensão-deformação é apresentada na Figura 52.

Figura 52 - Curva tensão-deformação para o aço CA-60



Fonte: o autor

4.3.3 Modelo de dano no concreto

Um modelo de dano para o concreto foi considerado tanto para o comportamento à compressão quanto à tração.

A evolução do dano à compressão (d_c) é diretamente relacionada com a deformação plástica do concreto. De acordo com Birtel et al. (2006), a deformação plástica é determinada em função da deformação inelástica do concreto (ε_c^{in}), utilizando uma constante b_c que possui valores entre 0 e 1. A deformação inelástica (ε_c^{in}) e a deformação de fissuração (ε_t^{ck}) são definidas como a deformação total menos a deformação elástica do material sem dano. A expressão que representa o dano à compressão é dada por:

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c E_0^{-1}}{\varepsilon_c^{pl} (1/b_c - 1) + \sigma_c E_0^{-1}} \quad (90)$$

A deformação plástica à compressão do concreto é dada pela seguinte expressão:

$$\varepsilon_c^{pl} = \varepsilon_c^{in} - \frac{d_c}{(1 - d_c)} \frac{\sigma_c}{E_0} \quad (91)$$

A expressão do dano à tração (d_t) é similar à da compressão, onde a deformação plástica depende do parâmetro experimental b_t , que varia entre 0 e 1

(BIRTEL et al., 2006) e é dependente da deformação de fissuração do concreto (ε_t^{ck}). A expressão do dano à tração é dada por:

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t E_0^{-1}}{\varepsilon_t^{pl} (1/b_t - 1) + \sigma_t E_0^{-1}} \quad (92)$$

A deformação plástica à tração do concreto é dada pela seguinte expressão:

$$\varepsilon_t^{pl} = \varepsilon_t^{ck} - \frac{d_t}{(1 - d_t)} \frac{\sigma_t}{E_0} \quad (93)$$

onde σ_c e σ_t são as tensões à compressão e à tração, respectivamente, e E_0 é o módulo de elasticidade do concreto.

Para este trabalho, os valores adotados para os parâmetros b_c e b_t são 0,7 e 0,1, respectivamente, encontrados experimentalmente por Birtel et al. (2006). Apesar do trabalho de Birtel et al. (2006) utilizar cargas cíclicas, e este trabalho não, o dano é importante para avaliar onde ele se inicia no pilar, tanto à tração quanto à compressão e avaliar a configuração final dele na peça estrutural.

Além de ter uma importante função qualitativa na avaliação dos pilares, o dano também pode alterar o comportamento pós-crítico dos pilares, alterando a distribuição das tensões nesse regime.

4.4 CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS DE PLASTICIDADE

Resultados experimentais relatados por Shu e Hawkins (1992), Ospina e Alexander (1998), Freire (2003), Azevedo (2014) e Shin et al. (2016) foram usados para validar os parâmetros de entrada nos modelos numéricos. É uma avaliação muito importante para certificar se o modelo numérico desenvolvido representa com precisão um ensaio experimental de pilar com diferentes resistências do concreto ao longo da altura.

Shu e Hawkins foram os primeiros a investigar experimentalmente o pilar-sanduíche, assim, foram usados três de seus resultados experimentais nessa certificação. Foram utilizados também um resultado experimental de pilar confinado por laje, sem carga adicional da laje, de Ospina e Alexander (1998), e um resultado experimental de pilar interno confinado por laje do trabalho de Freire (2003). Azevedo

(2014) foi o único autor a realizar ensaios experimentais de pilares confinados por vigas mais estreitas que a largura do pilar e com uma laje mais fina que a altura das vigas. Assim, foi utilizado um dos seus resultados experimentais para colaborar na certificação dos parâmetros numéricos. A fim de verificar os parâmetros para concretos de ultra alta resistência, foram utilizados os resultados experimentais de Shin et al. (2015). Os dados dos espécimes escolhidos para a certificação são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 - Dados experimentais colhidos na literatura para certificação dos parâmetros

Posição do pilar	Autor	Modelo experimental	f_{cc} (MPa)	f_{cs} (MPa)	f_{cc}/f_{cs}	c.pilar (cm)	b.pilar (cm)	h.viga (cm)	b.viga (cm)	h.laje (cm)	h/c	ρ_{pilar}	ρ_{viga}	ρ_{laje}	$P_{rup, Experimental}$ (kN)	f_{cef} (MPa)	f_{cef}/f_{cs}
	Azevedo (2014)	PI5035	52	37	1.4	4.4	14.0	14.0	3.2	2.3	3.2	1.36%	0.63%	0.24%	210.0	27.6	0.7
Pilares internos	Ospina e Alexander (1998)	PI - B4	113	44	2.6	25.0	25.0			15.0	0.6	1.28%		0.47%	6298.0	96.6	2.2
	Freire (2003)	PI5035	82.1	37.0	2.2	15.0	15.0			5.0	0.3			0.40%	1232.5	48.4	1.3
										10.0	0.7	1.42%	0.40%	1395.0	55.7	1.5	
15.0										1.0		0.27%	1310.0	51.8	1.4		
Pilares sanduíches	Shin et al. (2015)	PS10050	130.7	50.8	2.6										3296.1	60.8	1.2
		PS20050			3.9										3299.0	60.9	1.2
		PS200100	200	130.7	1.5	22.0	22.0	13.2			0.6	1.65%			6540.9	129.0	1.0
		PS200140		161	1.2										7651.1	152.3	0.9
	Shu e Hawkins (1992)	PS4731	47.57	31.44	1.5			30.5			2.0				909.7	33.5	1.1
	PS5024	50.81	23.65	2.1	15.2	15.2	15.2			1.0	1.22%			845.2	30.6	1.3	
	PS4818	48.47	18	2.7			7.6			0.5				911.9	33.6	1.9	

Fonte: o autor

Modelos numéricos não lineares idênticos ao experimental foram desenvolvidos no ABAQUS V6.14, utilizando o Modelo CDP para representar o concreto.

Os parâmetros de configuração do modelo CDP sugeridos por Kaminski e Kmiecik (2011) foram validados comparando resultados experimentais e numéricos. Os parâmetros de configuração finais usados nos experimentos numéricos, usando o CDP e seus resultados, são mostrados na Tabela 7. As curvas tensão-deformação adotadas para o concreto e para o aço são as mesmas apresentadas nos itens 4.3.1 e 4.3.2, apenas adaptando para as resistências de cada espécime da literatura.

Tabela 7 - Dados do modelo em elementos finitos

Autor	Modelo numérico (ABAQUS)	f_{cc} (MPa)	f_{cs} (MPa)	K_c	f_{b0}/f_{c0}	ϵ	β	μ	Tamanho do elemento (mm)	Tipo de elemento (pilar)	Tipo de elemento (viga/laje)	$P_{rup,ABAQUS}$ (kN)	f_{cef} (MPa)	f_{cef}/f_{cs}
Azevedo (2014)	PI5035	52	37	0.67	1.16	0.1	36°	5E-04	20	C3D8R	C3D8	215.2	28.5	0.77
Ospina e Alexander (1998)	PI - B4	113	44	0.67	1.16	0.1	36°	5E-04	20	C3D8R	C3D8	6081.2	93.1	2.12
Freire (2003)	PI5035	82.1	37.00	0.67	1.16	0.1	36°	5E-04	20	C3D8R	C3D8	1324.7	52.5	1.42
											C3D8	1420.8	56.8	1.54
											C3D8	1515.0	61.1	1.65
Shin e Mitchell (2015)	PS10050A	130.7	50.8	0.67	1.16	0.1	36°	5E-04	20	C3D8R	-	3216.5	59.2	1.16
	PS20050A	200	50.8									3216.5	59.2	1.16
	PS200100A	200	130.7									6684.8	132.0	1.01
	PS200140A	200	161									8401.8	168.1	1.04
Shu e Hawkins (1992)	PS4731A	47.6	31.4	0.67	1.16	0.1	36°	5E-04	20	C3D8R	-	911.4	33.5	1.07
	PS5024A	50.8	23.7									781.9	27.9	1.18
	PS4818A	48.5	18									776.3	27.6	1.54

Fonte: o autor

A tensão efetiva da coluna foi calculada usando a expressão proposta no ACI 318-19 (2019) da seguinte forma:

$$f_{cef} = \frac{P_{rup} - f_y \cdot A_s}{\alpha \cdot (A_g - A_s)} \quad (94)$$

onde f_{cef} é a tensão efetiva na coluna; $P_{rup,ABAQUS}$ é a carga de ruptura encontrada nos modelos numéricos; $P_{rup,exp}$ é a carga de ruptura encontrada nas amostras experimentais; f_y é a tensão de escoamento das barras de aço; A_s é a área das barras da armadura longitudinal de aço do pilar; A_g é a área bruta da seção transversal da coluna; α é um parâmetro para contabilizar a excentricidade acidental recomendada como 0,85 pelo ACI 318-19 (2019). O parâmetro α foi considerado igual a 1, pois a excentricidade acidental não existe nos modelos numéricos.

Para todos os modelos o incremento de tempo inicial para a solução Newton-Raphson foi de 10^{-5} , e o incremento de tempo mínimo necessário foi de 10^{-6} . Esses pequenos passos contribuem para a convergência do modelo. Todos os modelos também foram carregados através de deslocamentos impostos na extremidade superior do pilar e sua ruptura foi determinada pela análise da curva da reação de apoio pelo tempo de processamento do modelo, na qual foi utilizado o máximo valor de reação apresentado.

Os resultados numéricos para a carga de ruptura obtidos mostram boa concordância com os experimentais (Ver Tabela 8). Uma análise detalhada das deformações e distribuição de tensões foi realizada na comparação com o resultado experimental de Azevedo (2014), apresentada no Apêndice B.

Tabela 8 - Comparação entre os resultados numéricos e experimentais

P_{rup} (kN) (ABAQUS)	P_{rup} (kN) (EXPERIMENTAL)	$P_{ABAQUS}/P_{EXPERIMENTAL}$
215.24	210	0.98
6081.2	6298	1.04
1324.65	1232.5	0.93
1420.78	1395	0.98
1515	1310	0.86
3216.5	3296.1	1.02
3216.5	3299	1.03
6684.77	6540.9	0.98
8401.79	7651.1	0.91
911.425	909.66	1.00
781.888	845.16	1.08
776.267	911.88	1.17

Fonte: o autor

A média da diferença entre os resultados experimentais e numéricos foi de 0,15% e a variância foi de 0,6%. Considerando que existe uma variabilidade natural na composição do concreto transferida para os resultados experimentais, essa diferença é insignificante. Isso mostra que o modelo numérico representa bem o protótipo experimental e pode ser usado para extrapolar para outras dimensões de pilar e relações de resistência do concreto.

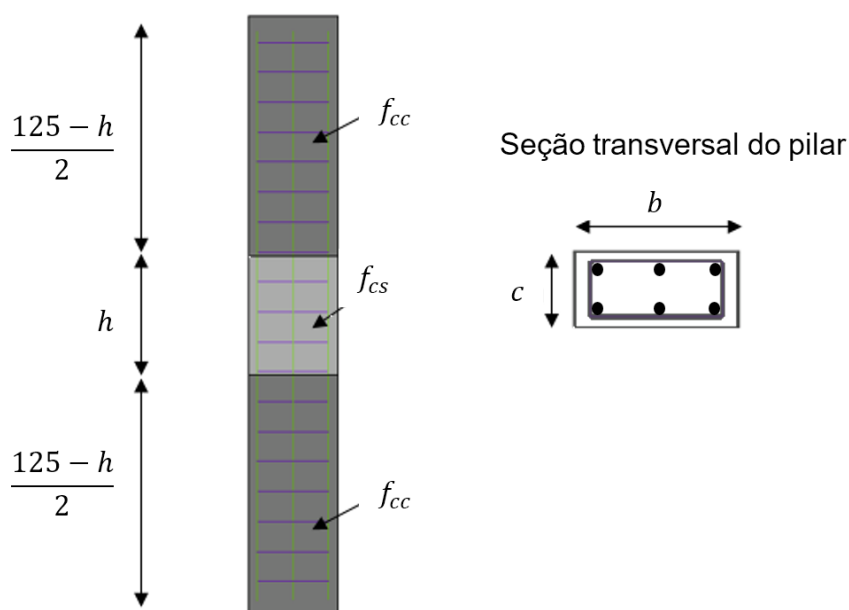
5 MODELAGEM NUMÉRICA DA LIGAÇÃO PILAR-PAVIMENTO

Neste capítulo são desenvolvidos e discutidos os resultados dos modelos numéricos dos pilares-sanduíche e pilares internos confinados por vigas estreitas e uma laje fina com e sem carregamento nas suas vigas.

5.1 PILAR-SANDUÍCHE: MODELO EM ELEMENTOS FINITOS

Simulações numéricas de pilares-sanduíche de concreto foram desenvolvidas utilizando o software ABAQUS 6.14 baseado no método dos elementos finitos. O modelo consiste em um pilar retangular de concreto tipo sanduíche, no qual a parte superior e a parte inferior são compostas por concreto de alta resistência e a parte intermediária é composta por concreto de resistência normal, variando a seção transversal e a altura (Figura 53).

Figura 53 - Pilar-sanduíche analisado (unidades: cm)



Fonte: o autor

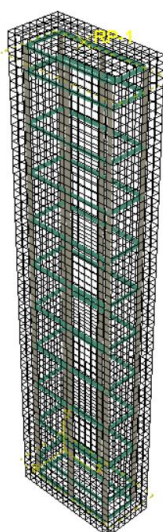
Foram feitos quatro tipos principais de modelos numéricos. O Modelo “R” é o modelo de referência, onde as resistências de concreto da laje e pilar são as mesmas, e a seção transversal do pilar retangular tem as dimensões de 14x30cm. O Modelo “PS-30” é um pilar-sanduíche retangular com as mesmas dimensões do modelo de

referência, mas a relação entre a resistência do concreto do pilar e da laje varia de 1,16 a 3. A espessura da laje também variou, com a razão entre a espessura da laje e a menor dimensão do pilar (h/c) variando de 0,6 a 5. O modelo “PS-45” é um pilar-sanduiche com seção transversal retangular de 14x45cm, variando as mesmas razões de resistências do concreto do modelo “PS-30”. A relação entre a espessura da laje e a menor dimensão do pilar (h/c) variou entre 0,71 e 3,57. O modelo “PS-60” difere desse último apenas na dimensão da seção transversal do pilar, que é de 14x60cm. Resumindo, as variáveis estudadas e suas variações são: b de 30cm a 60cm; c igual a 14cm; f_{cc} de 30MPa a 90MPa; f_{cs} de 30MPa a 35 MPa e h de 8,4cm a 70cm.

De acordo com a norma brasileira de concreto (ABNT NBR 6118: 2014), o diâmetro da barra longitudinal de pilares não deve ser inferior a 10mm. Nesse caso, foram adotadas 3 barras de cada lado das faces maiores do pilar, totalizando 6 barras de 10mm na seção transversal. Foram adotados estribos de 5mm de diâmetro a cada 120mm, respeitando as armaduras e espaçamentos mínimos recomendados.

Um modelo 3D foi elaborado utilizando 6615 elementos sólidos com função de forma linear e um único ponto de integração (C3D8R). Cada elemento sólido é um cubo com lados iguais de 2cm. Também foram utilizados 138 elementos de treliça com função de forma linear para representar as barras da armadura de aço (T3D2). A Figura 54 mostra o modelo simulado. Além disso, nesse modelo, o aço e o concreto foram simulados considerando o comportamento não linear por meio de sua plasticidade.

Figura 54 - Modelo em elementos finitos do pilar-sanduiche



Fonte: o autor

Um ponto de referência foi criado na extremidade superior do pilar para aplicar o deslocamento. Esse ponto de referência foi acoplado aos nós superiores da coluna usando um *Multiple Point Constraint (MPC)*. Na direção vertical, foi adicionado um deslocamento, incrementado ao longo do tempo de processamento de forma linear, partindo de zero a 3mm. Foi considerado que as barras de aço são imersas no concreto por meio de modelo incorporado, simulando o comportamento do concreto armado. Nenhuma lei de deslizamento foi considerada, porque esse efeito não foi encontrado nos estudos experimentais de pesquisadores anteriores, como por exemplo Bianchini et al. (1960), Shu e Hawkins (1992), Ospina e Alexander (1998), Shin et al. (2016 e 2017) e Choi et al. (2020 e 2022), não sendo relevante para este estudo.

O incremento de tempo inicial para a solução Newton-Raphson foi de 10^{-5} , e o incremento de tempo mínimo necessário foi de 10^{-6} . Esses pequenos passos contribuem para a convergência do modelo.

É importante escolher corretamente o modelo constitutivo mais adequado para representar o comportamento não linear complexo do concreto. Enquanto a maioria dos problemas de engenharia podem ser tratados como um estado de tensão bidimensional (plano) típico, o pilar confinado é um estado de tensão tripla, uma vez que as deformações transversais e seu efeito também devem ser considerados em ambas as direções para uma coluna de seção transversal retangular, para exemplo.

Neste trabalho, foi utilizado o Modelo de Dano Plástico (CDP) para representar o comportamento não linear do concreto e seu efeito de confinamento nas colunas sanduíche. Foram utilizados os mesmos parâmetros certificados no item 4.4.

5.1.1 Resultados e discussão

Os resultados do experimento numérico em termos de carga de ruptura, tensão de compressão uniaxial, tensão efetiva e relação tensão efetiva-menor resistência estão resumidos na Tabela 9. A resistência à compressão efetiva (f_{cef}) dos modelos numéricos foi calculada de acordo com a Equação (94).

A carga de ruptura foi determinada por carga x tempo de processamento, onde foi analisado qual era o pico de carga.

Tabela 9 – Resultados dos modelos numéricos do pilar-sanduiche

Modelo ID (ABAQUS)	Concreto (MPa)			Pilar		Espessura laje		P_{rup} (kN)	f_{cef} (MPa)	f_{cef}/f_{cs}	
	f_{cc}	f_{cs}	f_{cc}/f_{cs}	b (cm)	c (cm)	h (cm)	h/c				
R	PS3030	30	30			-	-	1489.88	30.10	1.00	
	PS3535	35	35			-	-	1718.62	35.61	1.02	
	PS4040	40	40			-	-	1928.63	40.67	1.02	
	PS5050	50	50	1	14	30	-	2349.17	50.80	1.02	
	PS6060	60	60			-	-	2740.07	60.21	1.00	
	PS7070	70	70			-	-	3080.76	68.42	0.98	
	PS8080	80	80			-	-	3430.78	76.85	0.96	
	PS9090	90	90			-	-	3778.26	85.22	0.95	
PS-30	PS3530	35	30	1.17				1459.89	29.38	0.98	
	PS4030	40	30	1.33				1461.11	29.41	0.98	
	PS4035	40	35	1.14				1668.03	34.39	0.98	
	PS5030	50	30	1.67				1468.66	29.59	0.99	
	PS5035	50	35	1.43				1647.91	33.91	0.97	
	PS6030	60	30	2.00				1468.74	29.59	0.99	
	PS6035	60	35	1.71	14	30	70	5.00	1673.71	34.53	0.99
	PS7030	70	30	2.33				1468.56	29.59	0.99	
	PS7035	70	35	2.00				1673.14	34.52	0.99	
	PS8030	80	30	2.67				1463.55	29.47	0.98	
	PS8035	80	35	2.29				1674.37	34.55	0.99	
	PS9030	90	30	3.00				1469.44	29.61	0.99	
	PS9035	90	35	2.57				1674.87	34.56	0.99	
PS-30	PS3530	35	30	1.17				1471.14	29.65	0.99	
	PS4030	40	30	1.33				1479.30	29.85	0.99	
	PS4035	40	35	1.14				1678.46	34.64	0.99	
	PS5030	50	30	1.67				1484.44	29.97	1.00	
	PS5035	50	35	1.43				1689.64	34.91	1.00	
	PS6030	60	30	2.00				1484.56	29.97	1.00	
	PS6035	60	35	1.71	14	30	60	4.29	1686.33	34.83	1.00
	PS7030	70	30	2.33				1488.00	30.06	1.00	
	PS7035	70	35	2.00				1693.31	35.00	1.00	
	PS8030	80	30	2.67				1490.12	30.11	1.00	
	PS8035	80	35	2.29				1688.62	34.89	1.00	
	PS9030	90	30	3.00				1489.58	30.10	1.00	
	PS9035	90	35	2.57				1698.89	35.14	1.00	

Modelo ID (ABAQUS)	Concreto (MPa)			Pilar		Espessura laje		P_{rup} (kN)	f_{cef} (MPa)	f_{cef}/f_{cs}	
	f_{cc}	f_{cs}	f_{cc}/f_{cs}	b (cm)	c (cm)	h (cm)	h/c				
PS-30	PS3530	35	30	1.17				1511.33	30.62	1.02	
	PS4030	40	30	1.33				1515.79	30.73	1.02	
	PS4035	40	35	1.14				1757.73	36.55	1.04	
	PS5030	50	30	1.67				1517.59	30.77	1.03	
	PS5035	50	35	1.43				1757.73	36.55	1.04	
	PS6030	60	30	2.00				1517.56	30.77	1.03	
	PS6035	60	35	1.71	14	30	50	3.57	1764.69	36.72	1.05
	PS7030	70	30	2.33				1535.96	31.21	1.04	
	PS7035	70	35	2.00				1752.95	36.44	1.04	
	PS8030	80	30	2.67				1537.59	31.25	1.04	
	PS8035	80	35	2.29				1753.25	36.45	1.04	
	PS9030	90	30	3.00				1539.83	31.31	1.04	
PS9035	90	35	2.57				1769.24	36.83	1.05		
PS-30	PS3530	35	30	1.17				1490.91	30.13	1.00	
	PS4030	40	30	1.33				1478.88	29.84	0.99	
	PS4035	40	35	1.14				1700.51	35.18	1.01	
	PS5030	50	30	1.67				1506.69	30.51	1.02	
	PS5035	50	35	1.43				1743.52	36.21	1.03	
	PS6030	60	30	2.00				1481.62	29.90	1.00	
	PS6035	60	35	1.71	14	30	40	2.86	1715.55	35.54	1.02
	PS7030	70	30	2.33				1544.26	31.41	1.05	
	PS7035	70	35	2.00				1755.46	36.50	1.04	
	PS8030	80	30	2.67				1548.14	31.51	1.05	
	PS8035	80	35	2.29				1759.71	36.60	1.05	
	PS9030	90	30	3.00				1540.30	31.32	1.04	
PS9035	90	35	2.57				1753.31	36.45	1.04		
PS-30	PS3530	35	30	1.17				1505.81	30.49	1.02	
	PS4030	40	30	1.33				1540.92	31.33	1.04	
	PS4035	40	35	1.14				1720.13	35.65	1.02	
	PS5030	50	30	1.67				1541.37	31.34	1.04	
	PS5035	50	35	1.43				1799.70	37.57	1.07	
	PS6030	60	30	2.00				1556.51	31.71	1.06	
	PS6035	60	35	1.71	14	30	30	2.14	1754.13	36.47	1.04
	PS7030	70	30	2.33				1564.74	31.91	1.06	
	PS7035	70	35	2.00				1784.45	37.20	1.06	
	PS8030	80	30	2.67				1563.39	31.87	1.06	
	PS8035	80	35	2.29				1780.85	37.11	1.06	
	PS9030	90	30	3.00				1588.69	32.48	1.08	

Modelo ID (ABAQUS)	Concreto (MPa)			Pilar		Espessura laje				P_{rup} (kN)	f_{cef} (MPa)	f_{cef}/f_{cs}
	f_{cc}	f_{cs}	f_{cc}/f_{cs}	b (cm)	c (cm)	h (cm)	h/c					
PS-30	PS3530	35	30	1.17						1537.39	31.25	1.04
	PS4030	40	30	1.33						1543.28	31.39	1.05
	PS4035	40	35	1.14						1750.54	36.38	1.04
	PS5030	50	30	1.67						1588.94	32.49	1.08
	PS5035	50	35	1.43						1818.26	38.01	1.09
	PS6030	60	30	2.00						1570.51	32.05	1.07
	PS6035	60	35	1.71	14	30	20	1.43		1806.62	37.73	1.08
	PS7030	70	30	2.33						1604.61	32.87	1.10
	PS7035	70	35	2.00						1819.02	38.03	1.09
	PS8030	80	30	2.67						1618.88	33.21	1.11
	PS8035	80	35	2.29						1832.76	38.36	1.10
	PS9030	90	30	3.00						1619.75	33.23	1.11
	PS9035	90	35	2.57						1824.21	38.16	1.09
PS-30	PS3530	35	30	1.17						1584.94	32.39	1.08
	PS4030	40	30	1.33						1640.84	33.74	1.12
	PS4035	40	35	1.14						1799.85	37.57	1.07
	PS5030	50	30	1.67						1710.38	35.41	1.18
	PS5035	50	35	1.43						1888.38	39.70	1.13
	PS6030	60	30	2.00						1724.38	35.75	1.19
	PS6035	60	35	1.71	14	30	14	1.00		1933.52	40.79	1.17
	PS7030	70	30	2.33						1746.13	36.27	1.21
	PS7035	70	35	2.00						1942.79	41.01	1.17
	PS8030	80	30	2.67						1755.22	36.49	1.22
	PS8035	80	35	2.29						1967.38	41.60	1.19
	PS9030	90	30	3.00						1743.37	36.21	1.21
	PS9035	90	35	2.57						1990.85	42.17	1.20
PS-30	PS3530	35	30	1.17						1602.36	32.81	1.09
	PS4030	40	30	1.33						1696.08	35.07	1.17
	PS4035	40	35	1.14						1812.87	37.88	1.08
	PS5030	50	30	1.67						1816.51	37.97	1.27
	PS5035	50	35	1.43						1981.21	41.94	1.20
	PS6030	60	30	2.00						1852.40	38.83	1.29
	PS6035	60	35	1.71	14	30	10	0.71		2018.14	42.83	1.22
	PS7030	70	30	2.33						1904.59	40.09	1.34
	PS7035	70	35	2.00						2085.80	44.46	1.27
	PS8030	80	30	2.67						1957.29	41.36	1.38
	PS8035	80	35	2.29						2141.98	45.81	1.31
	PS9030	90	30	3.00						1998.61	42.36	1.41

Modelo ID (ABAQUS)	Concreto (MPa)			Pilar		Espessura laje		P_{rup} (kN)	f_{cef} (MPa)	f_{cef}/f_{cs}	
	f_{cc}	f_{cs}	f_{cc}/f_{cs}	b (cm)	c (cm)	h (cm)	h/c				
PS-30	PS3530	35	30	1.17				1613.57	33.08	1.10	
	PS4030	40	30	1.33				1717.46	35.58	1.19	
	PS4035	40	35	1.14				1820.19	38.06	1.09	
	PS5030	50	30	1.67				1867.00	39.19	1.31	
	PS5035	50	35	1.43				2015.20	42.76	1.22	
	PS6030	60	30	2.00				1932.12	40.75	1.36	
	PS6035	60	35	1.71	14	30	8.4	0.60	2088.18	44.51	1.27
	PS7030	70	30	2.33					1986.79	42.07	1.40
	PS7035	70	35	2.00					2149.22	45.98	1.31
	PS8030	80	30	2.67					2047.23	43.53	1.45
	PS8035	80	35	2.29					2211.19	47.48	1.36
	PS9030	90	30	3.00					2109.62	45.03	1.50
PS9035	90	35	2.57					2269.87	48.89	1.40	
PS-45	PS3530	35	30	1.17				2332.63	31.67	1.06	
	PS4030	40	30	1.33				2341.60	31.82	1.06	
	PS4035	40	35	1.14				2644.93	36.69	1.05	
	PS5030	50	30	1.67				2356.43	32.06	1.07	
	PS5035	50	35	1.43				2671.12	37.11	1.06	
	PS6030	60	30	2.00				2356.02	32.05	1.07	
	PS6035	60	35	1.71	14	45	50	3.57	2662.68	36.97	1.06
	PS7030	70	30	2.33					2363.02	32.16	1.07
	PS7035	70	35	2.00					2677.40	37.21	1.06
	PS8030	80	30	2.67					2366.62	32.22	1.07
	PS8035	80	35	2.29					2679.74	37.25	1.06
	PS9030	90	30	3.00					2372.77	32.32	1.08
PS9035	90	35	2.57					2683.40	37.31	1.07	
PS-45	PS3530	35	30	1.17				2514.86	34.60	1.15	
	PS4030	40	30	1.33				2664.62	37.00	1.23	
	PS4035	40	35	1.14				2833.42	39.71	1.13	
	PS5030	50	30	1.67				2859.72	40.14	1.34	
	PS5035	50	35	1.43				3093.30	43.89	1.25	
	PS6030	60	30	2.00				2938.03	41.39	1.38	
	PS6035	60	35	1.71	14	45	10	0.71	3189.94	45.44	1.30
	PS7030	70	30	2.33					2983.16	42.12	1.40
	PS7035	70	35	2.00					3249.01	46.39	1.33
	PS8030	80	30	2.67					3066.76	43.46	1.45
	PS8035	80	35	2.29					3335.04	47.77	1.36
	PS9030	90	30	3.00					3141.44	44.66	1.49

Modelo ID (ABAQUS)	Concreto (MPa)			Pilar		Espessura laje			P_{rup} (kN)	f_{cef} (MPa)	f_{cef}/f_{cs}
	f_{cc}	f_{cs}	f_{cc}/f_{cs}	b (cm)	c (cm)	h (cm)	h/c				
PS-60	PS3530	35	30	1.17					2917.62	32.06	1.07
	PS4030	40	30	1.33					2933.57	32.25	1.08
	PS4035	40	35	1.14					3342.89	37.15	1.06
	PS5030	50	30	1.67					2963.84	32.61	1.09
	PS5035	50	35	1.43					3378.67	37.58	1.07
	PS6030	60	30	2.00					2963.77	32.61	1.09
	PS6035	60	35	1.71	14	60	50	3.57	3381.87	37.62	1.07
	PS7030	70	30	2.33					2974.04	32.74	1.09
	PS7035	70	35	2.00					3389.85	37.71	1.08
	PS8030	80	30	2.67					2984.46	32.86	1.10
	PS8035	80	35	2.29					3398.57	37.82	1.08
	PS9030	90	30	3.00					2992.13	32.95	1.10
	PS9035	90	35	2.57					3415.32	38.02	1.09
PS-60	PS3530	35	30	1.17					3159.65	34.96	1.17
	PS4030	40	30	1.33					3374.37	37.53	1.25
	PS4035	40	35	1.14					3585.78	40.06	1.14
	PS5030	50	30	1.67					3652.21	40.86	1.36
	PS5035	50	35	1.43					3959.97	44.54	1.27
	PS6030	60	30	2.00					3773.13	42.30	1.41
	PS6035	60	35	1.71	14	60	10	0.71	4105.73	46.29	1.32
	PS7030	70	30	2.33					3852.49	43.25	1.44
	PS7035	70	35	2.00					4199.33	47.41	1.35
	PS8030	80	30	2.67					3965.55	44.61	1.49
	PS8035	80	35	2.29					4325.36	48.91	1.40
	PS9030	90	30	3.00					4072.72	45.89	1.53
	PS9035	90	35	2.57					4439.33	50.28	1.44

Fonte: o autor

Os modelos de referência (Modelo R) apresentaram boa concordância com os valores esperados até a resistência do concreto de 70MPa. Acima dessa resistência, houve uma diferença de cerca de 5% entre os resultados numéricos e esperados. Quanto maior a resistência do concreto, mais frágil ele é, e isso pode gerar a diferença nos resultados. No entanto, essa diferença é insignificante nessas análises.

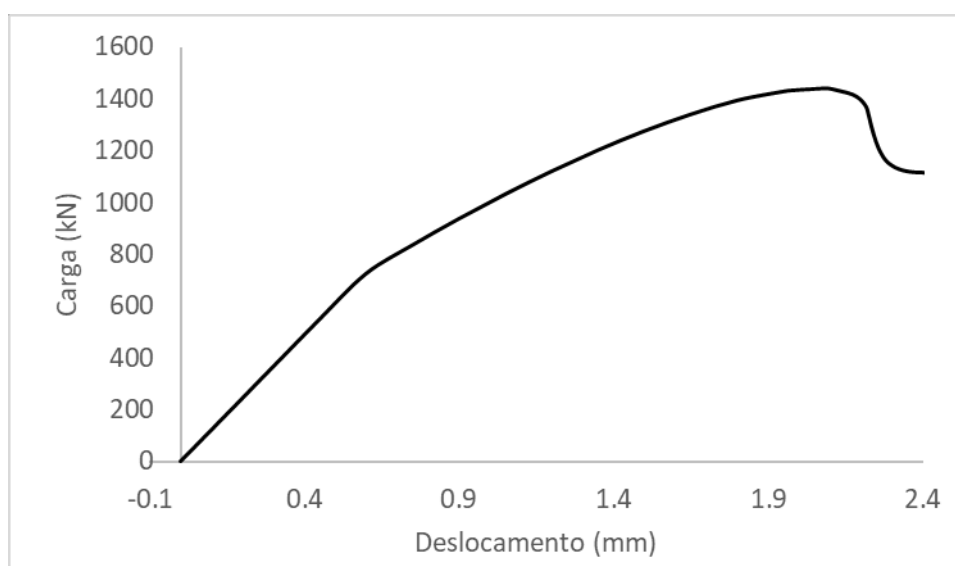
A resistência à compressão efetiva encontrada nos pilares com relação h/c maior que 3,57 foi igual a (f_{cs}), evidenciando que não existe confinamento. Porém, a resistência à compressão efetiva foi aumentada em no máximo 10% quando a relação h/c variou entre 1,43 e 3,57. Tensões de confinamento mais significativas foram encontradas para a razão h/c abaixo de 1,43. A tensão compressiva efetiva foi elevada em 53% no modelo PS9030.

Analisando o efeito da mudança da maior dimensão da seção transversal do concreto de 45cm para 60cm, observou-se um pequeno aumento na resistência à compressão efetiva, variando de 2% a 8%, respectivamente.

A relação de resistência do concreto mostrou-se fator importante na resistência efetiva do pilar. Quanto maior a relação de resistência do concreto, maior a tensão de confinamento; em outras palavras, maior foi a resistência efetiva. Observou-se que, para razões de resistência do concreto iguais (f_{cc}/f_{cs}), a razão de resistência efetiva pela resistência do concreto da laje (f_{cef}/f_{cs}) também é aproximadamente igual. Portanto, a relação de resistência do concreto é mais significativa para a relação f_{cef}/f_{cs} do que a própria resistência do concreto.

Como existem muitos resultados, optou-se por ilustrar o resultado da coluna com ID Modelo PS-30 - PS6030 - $h/c = 3.57$. É apresentado na Figura 55 o aumento da carga em função do deslocamento até a ruptura, onde pode-se observar que o pico de carga foi aproximadamente em 2mm e o modelo numérico apresentará comportamento pós-pico.

Figura 55 - Curva da carga pelo deslocamento vertical no modelo numérico do pilar sanduíche

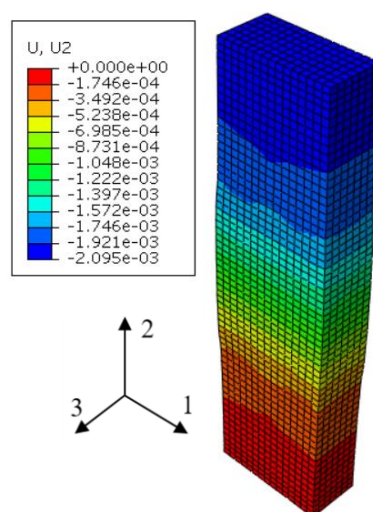


Fonte: o autor

Todos os resultados apresentados a seguir são para a carga máxima apresentada na Figura 55.

O deslocamento vertical máximo encontrado no pilar para o instante de carga máxima é de 2,095mm, apresentado na Figura 56.

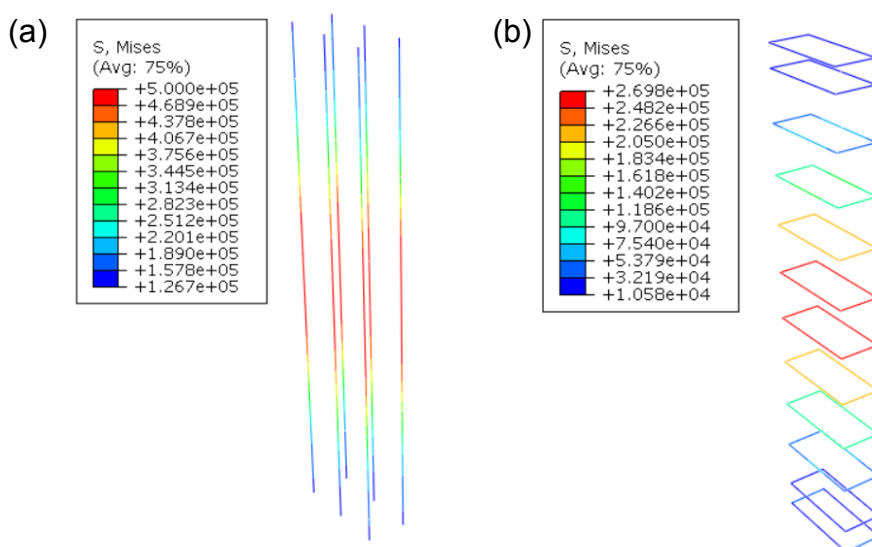
Figura 56 - Deslocamento vertical no pilar-sanduiche para o instante 0,7s (m)



Fonte: o autor

Para o cálculo das tensões efetivas apresentadas na Tabela 9, foi considerado que a armadura longitudinal do pilar está escoando, assim, apresentam-se na Figura 57(a) as tensões nas armaduras longitudinais, comprovando que a armadura escoou na região do concreto menos resistente. Na Figura 57(b) apresentam-se as tensões nos estribos, onde se observa um aumento substancial de tensão na região do concreto menos resistente, porém essa armadura não está escoando. Isso mostra que o estribo colaborou sutilmente no confinamento do pilar, o que era esperado.

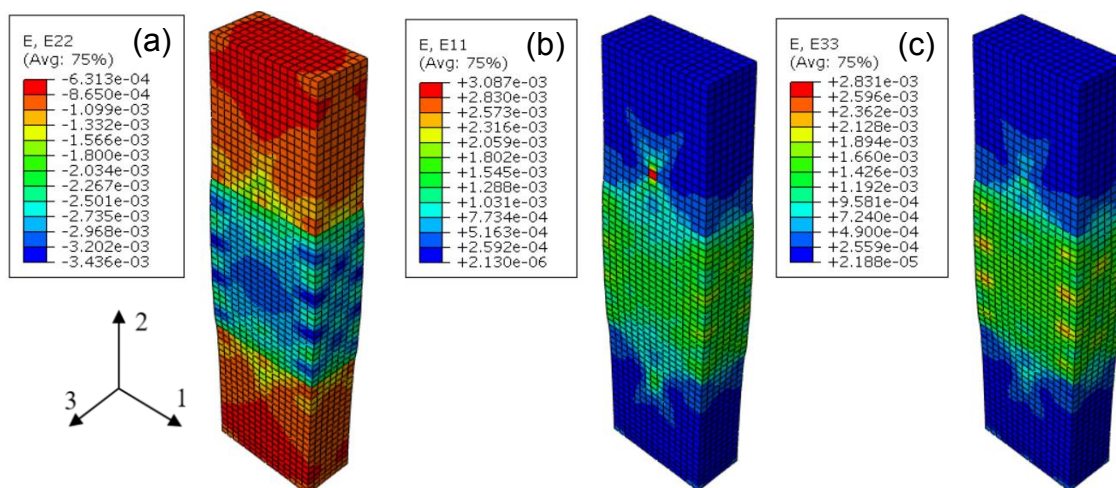
Figura 57 - Tensões axiais nas armaduras do pilar (kN/m²). (a) Armadura longitudinal; (b) Estribos



Fonte: o autor

São apresentadas na Figura 58 as deformações do modelo numérico para o concreto. Nessa imagem é possível observar que a deformação do pilar é semelhante à prevista na Figura 32(c).

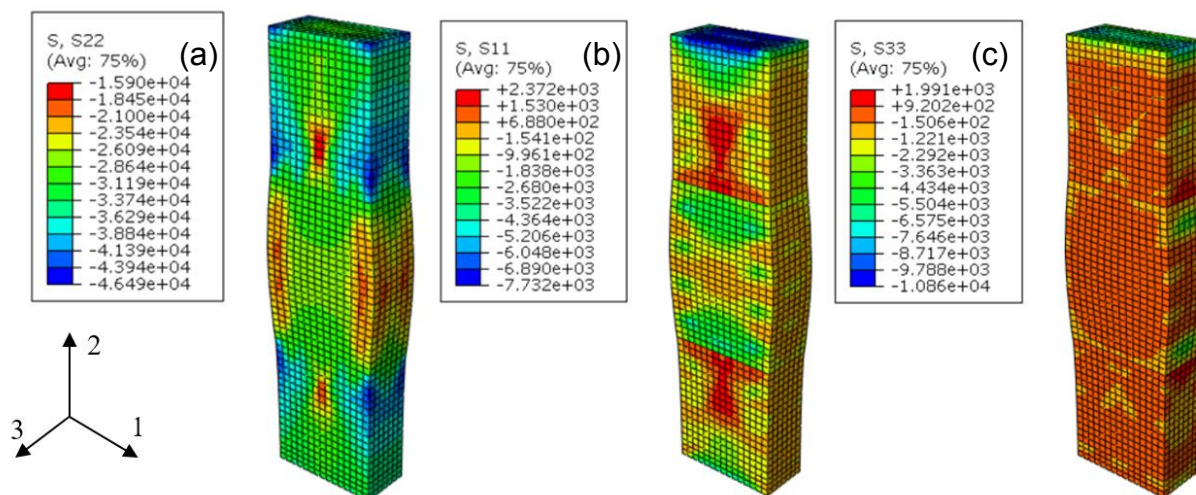
Figura 58 – Distribuição das deformações no pilar: (a) direção vertical 2; (b) Direção horizontal 1; (c) Direção horizontal 3



Fonte: o autor

O comportamento de confinamento do pilar-sanduíche pode ser entendido analisando a distribuição das tensões verticais e laterais um instante antes da ruptura. Observando a distribuição de tensões S22, apresentada na Figura 59, verifica-se que as tensões verticais máximas estão localizadas nos cantos imediatamente acima e abaixo da laje. As tensões laterais dadas pelo efeito de Poisson foram previamente esboçadas na Figura 33 e na Figura 34 e podem ser observadas na distribuição S11 e S33 (Figura 59b e Figura 59c).

Figura 59 – Distribuição das tensões no pilar-sanduiche (kN/m²): (a) Direção vertical S22; (b) Direção horizontal S11; (c) Direção horizontal S33

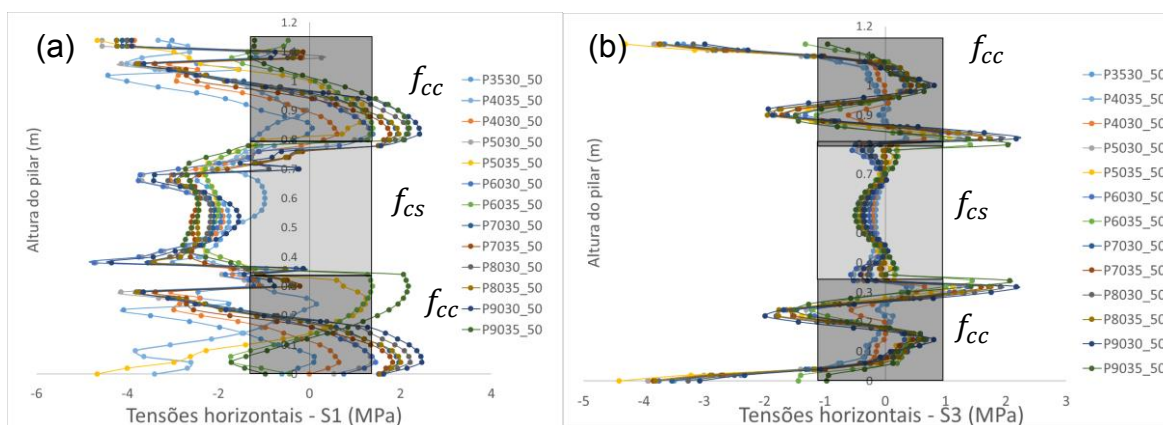


Fonte: o autor

A distribuição das tensões laterais no eixo do pilar para as diferentes relações de resistência do concreto e para $h/c = 3.57$ é mostrada na Figura 60. As tensões laterais maiores foram encontradas na direção S11 em todos os modelos simulados, que é a direção da maior dimensão da seção transversal do pilar.

Para avaliar o confinamento do pilar, deve-se utilizar a menor tensão horizontal apresentada no pilar, portanto, as tensões na direção 3 que regem o confinamento. Esse achado está de acordo com Ospina e Alexander (1998) e com a norma de concreto armado australiano AS 3600 (2018), que recomendou o uso da menor dimensão do pilar como parâmetro c .

Figura 60 - Distribuição de tensão horizontal ao longo da altura do pilar PS-30 e $h/c=3,57$: (a) Tensão na direção 1; (b) Tensões na direção 3

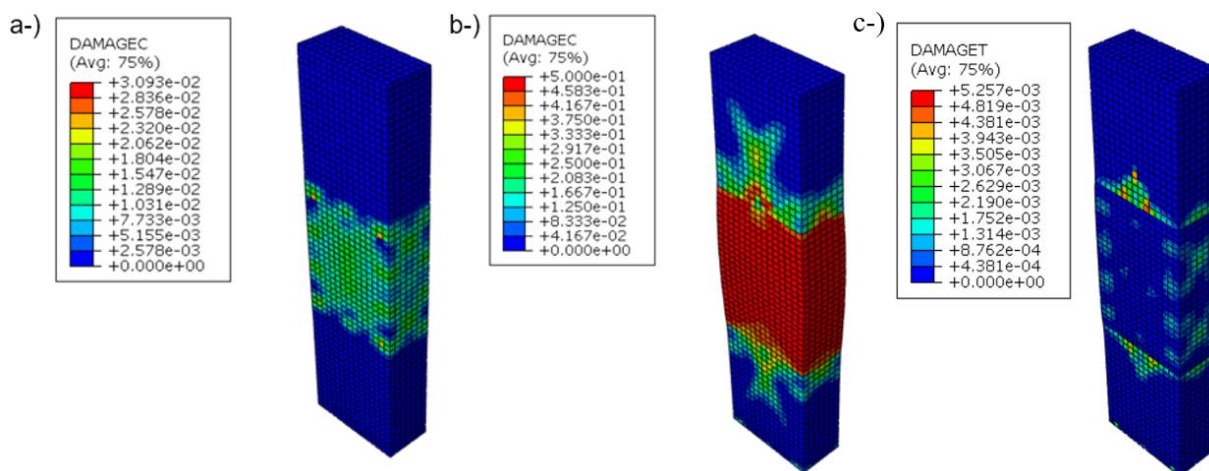


Fonte: o autor

Quando a relação de resistência do concreto (f_{cc}/f_{cs}) é menor que 1,33 e a relação h/c é maior que 1, as tensões laterais são baixas e o confinamento pode ser desprezado. Portanto, para h/c menor que 1, mesmo para relações de resistência do concreto abaixo de 1,33, as tensões laterais são grandes o suficiente para haver confinamento no pilar.

A evolução do dano em experimentos numéricos do pilar-sanduiche é ilustrada na Figura 61. Nota-se que o dano compressivo começa na região do concreto de menor resistência f_{cs} (laje) se espalhando para o concreto de alta resistência, região f_{cc} , no instante final. O dano por tração está localizado como esperado, acima e abaixo do concreto de resistência inferior, na região f_{cc} , como indicado na Figura 61c. O mesmo comportamento foi percebido por Shu e Hawkins (1992), Ospina e Alexander (1998) e Choi et al. (2020) em testes experimentais.

Figura 61 - Danos à compressão e tração no pilar-sanduiche. (a) Instante inicial do dano à compressão; (b) Dano à compressão no instante final; (c) Dano à tração no instante final



Fonte: o autor

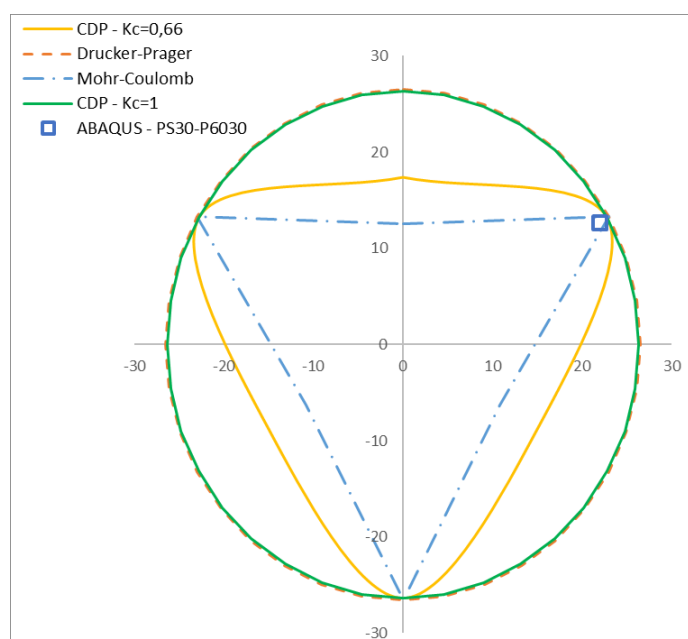
O plano das tensões antiesféricas usando as tensões principais ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$), atuando exatamente na região central do pilar (meia altura e no centro da seção transversal), foi comparado com as superfícies plásticas de Mohr-Coulomb, Drucker-Critérios de Prager e CDP. Os parâmetros dos critérios de resistência usados são mostrados na Tabela 10 e os seus planos de resistência na Figura 62.

Tabela 10 - Parâmetros para os critérios de resistência

Critério de falha	ϕ or ψ (ângulo de atrito/dilatação)(°)	c (coesão) (MPa)	f_c (MPa)	K_c	f_{b0}/f_{c0}	Tensões principais		
						σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_3 (MPa)
Mohr-Coulomb		7.6	30	-	-			
Drucker-Prager	36			-	-	-0.36	-1.61	-32
CDP				0.66 e 1.0	1.16			

Fonte: o autor

Figura 62 - Plano de tensão antiesférico para as tensões principais encontradas no modelo numérico do pilar-sanduíche (MPa)

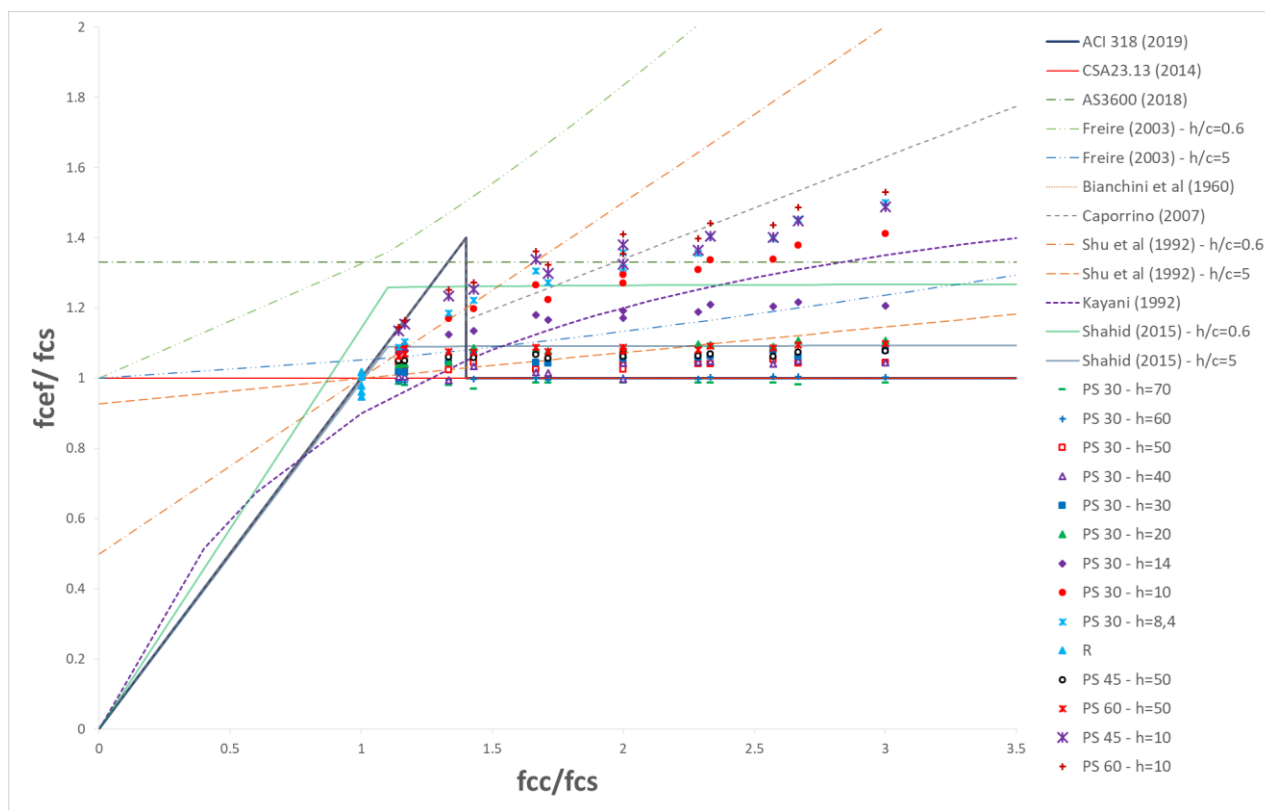


Fonte: o autor

As tensões antiesféricas atuando no modelo estão na intersecção dos diferentes critérios de falha analisados. Portanto, qualquer aumento na tensão antiesférica pode causar a ruptura da coluna verificada nesse exemplo. Para esse caso específico, não houve diferença na superfície plástica entre os critérios adotados para a comparação.

Os resultados numéricos obtidos neste estudo foram comparados com a resistência à compressão efetiva calculada por meio das expressões propostas por Bianchini, Woods e Kesler (1960), Shu e Hawkins (1992), Kayani (1992), Freire (2003), Caporrino (2007) e Shahid (2015) (Figura 63). Na Figura 63 também foram traçadas as curvas das normas de projeto para resistência à compressão efetiva recomendada no ACI 318-19 (2019), CSA23.13 (2014) e AS3600 (2018).

Figura 63 – Resultados numéricos comparados com as curvas de resistência propostas por outros autores e normas internacionais

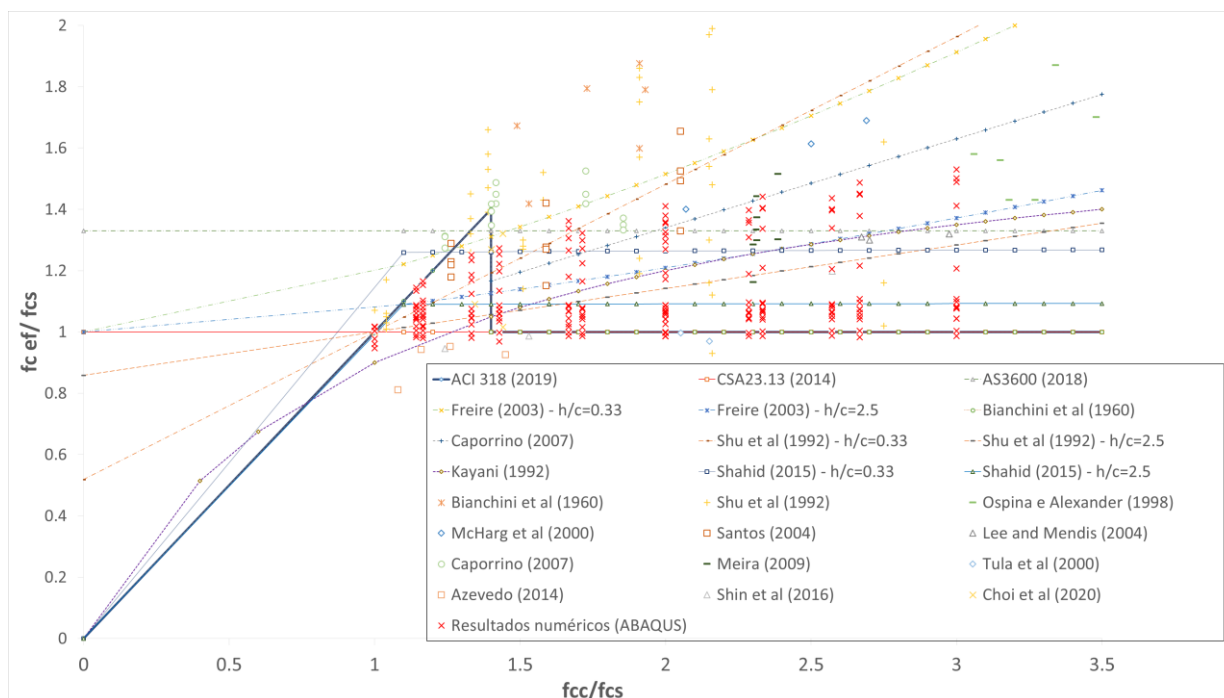


Fonte: o autor

Os resultados apresentados na Figura 63 mostram a importância de se considerar a relação h/c , pois ela leva a resultados diferentes. Para a razão h/c abaixo de 0,71, os resultados numéricos podem ser bem representados pelas curvas de resistência propostas de Shu et al. (1992), Kayani (1992), Ospina e Alexander (1998), Shahid (2015). As normas ACI 318-19 (2019) e CSA23.13 (2014) apresentam resultados conservadores para razões de $f_{cc}/f_{cs} > 1,4$.

Os resultados numéricos foram colocados junto com os resultados experimentais de Bianchini, Woods e Kesler (1960); Gamble e Klinar (1991); Shu e Hawkins (1992); Ospina e Alexander (1998); McHang et al. (2000); Tula et al. (2000); Santos (2004); Lee e Mendis (2004); Caporrino (2007); Meira (2009); Azevedo (2014); Shin et al. (2016) e Choi et al. (2020) apresentados na Figura 64.

Figura 64 – Resultados numéricos e experimentais comparados com curvas de resistência propostas



Os únicos resultados, que não foram atendidos por nenhuma expressão para pilares-sanduíche, são os resultados de Azevedo (2014). Todos os demais resultados são atendidos com segurança pelas expressões de Shu e Hawkins (1992), Freire (2003), Shahid (2015) e pelas normas do ACI 318-19 (2019) e CSA23.13 (2014).

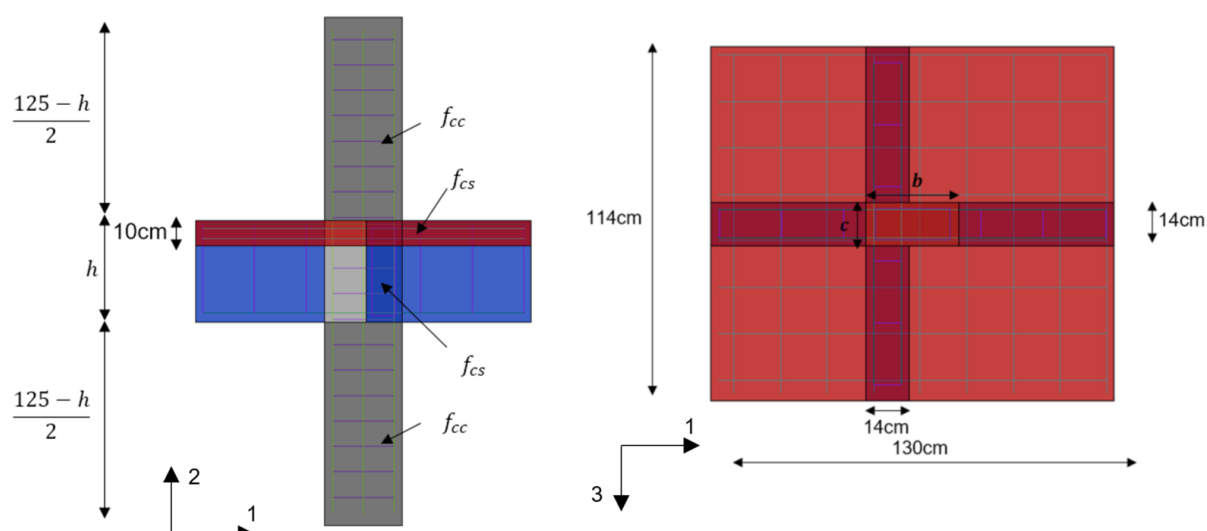
A expressão que mais se ajusta aos ensaios com segurança varia de acordo com a relação entre a espessura da laje e a menor largura do pilar (h/c). Para uma razão (h/c) maior que 1,4, a única expressão que atende a todos os casos é a da norma canadense (CSA23.13 (2014)). Para valores de (h/c) abaixo de 1,4, as expressões de Kayani (1992) e Shahid (2015) são as que melhor os descrevem.

Para uma melhor estimativa da resistência efetiva nos pilares-sanduíche é proposto um método de cálculo baseado nas expressões analíticas apresentadas no item 3.2 com os resultados dos modelos numéricos.

5.2 MODELO EM ELEMENTOS FINITOS - PILAR INTERNO

Assim como as simulações numéricas dos pilares-sanduíche, os pilares confinados por vigas e uma laje fina de concreto foram desenvolvidos utilizando o software ABAQUS V6.14 baseado no método dos elementos finitos. O modelo consiste em um pilar retangular de concreto, no qual a parte superior e a parte inferior são compostas por concreto de alta resistência e a parte intermediária por vigas cruzadas e pela laje em concreto de resistência normal. Na direção 3 as vigas são mais estreitas que o pilar, cuja largura é de 14cm, mesma largura da viga na direção 1. A laje possui 10cm de altura em todos os modelos estudados, porém foram variadas a altura das vigas, a maior dimensão do pilar e a resistência do concreto. Uma imagem típica do modelo estudado é apresentada na Figura 65.

Figura 65 - Modelo com duas vigas - vista lateral e vista em planta



Fonte: o autor

Foram simulados quatro tipos principais de modelos numéricos para o pilar interno. O Modelo “PI-30” é um pilar interno retangular de 14x30cm com a razão entre a resistência do concreto do pilar e da laje variando entre 1,16 e 3. A razão entre a altura da viga e a menor dimensão do pilar (h/c) varia de 0,6 a 5. O modelo “PI-45” é um pilar interno com seção transversal retangular de 14x45cm e possui a mesma variação de resistência do concreto do modelo “PI-30”. A razão entre a altura da viga e a menor dimensão do pilar (h/c) foi de 2,14 e 3,57. O modelo “PI-60” difere desse último apenas na dimensão da seção transversal do pilar, que é 14x60cm. Resumindo, as variáveis estudadas e sua variação são: b de 30cm a 60cm; c , fixo e igual a 14cm;

f_{cc} de 30MPa a 90MPa; f_{cs} de 30MPa e 35 MPa e h de 30cm a 70cm. Também foram variadas as taxas de aço do pilar e das vigas.

De acordo com a norma brasileira de concreto ABNT NBR 6118 (2014), o diâmetro da barra longitudinal do pilar não deve ser inferior a 10mm. Nesse caso, foram adotadas 3 barras de cada lado das faces maiores do pilar, totalizando 6 barras de 10mm na seção transversal, apresentado uma taxa de aço de 1,14% para o PI-30. Essa mesma armadura representa uma taxa de 0,76% e 0,57% para os pilares PI-45 e PI-60, respectivamente. Para que os resultados dos pilares PI-45 e PI-60 pudessem ser comparados com os resultados do PI-30, foram também criados modelos PI-45 e PI-60 com taxas de aço no pilar de 1,14%. Foram adotados estribos de 5mm de diâmetro a cada 120mm, respeitando as armaduras e espaçamentos mínimos recomendados pela norma brasileira, com o objetivo de os estribos gerarem pouca interferência nos resultados do confinamento.

A armadura mínima à flexão para vigas, de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), varia de acordo com a resistência do concreto, sendo 0,15% e 0,164% para os concretos com resistências de 30MPa e 35MPa, respectivamente. De forma a atender a esse requisito, foram adotadas 2 barras na parte superior e inferior das vigas com diâmetro de 10mm. Foi realizada uma análise paramétrica da armadura das vigas, variando a sua taxa entre modelos, assim, ela foi variada entre 0,46% e 1,19%, considerando as armaduras superiores e inferiores. Para os estribos, de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), a armadura mínima para vigas com largura de 14cm é de $1,8\text{cm}^2/\text{m}$. Portanto, foram adotadas armaduras de $2\text{cm}^2/\text{m}$, representadas por estribos com diâmetro de 5mm espaçados a cada 20cm.

Para a laje, foi considerada uma taxa de armadura constante de 0,21%, que é representada por barras de diâmetro de 6,3mm a cada 15cm de espaçamento. Foram consideradas armaduras na face superior e inferior da laje.

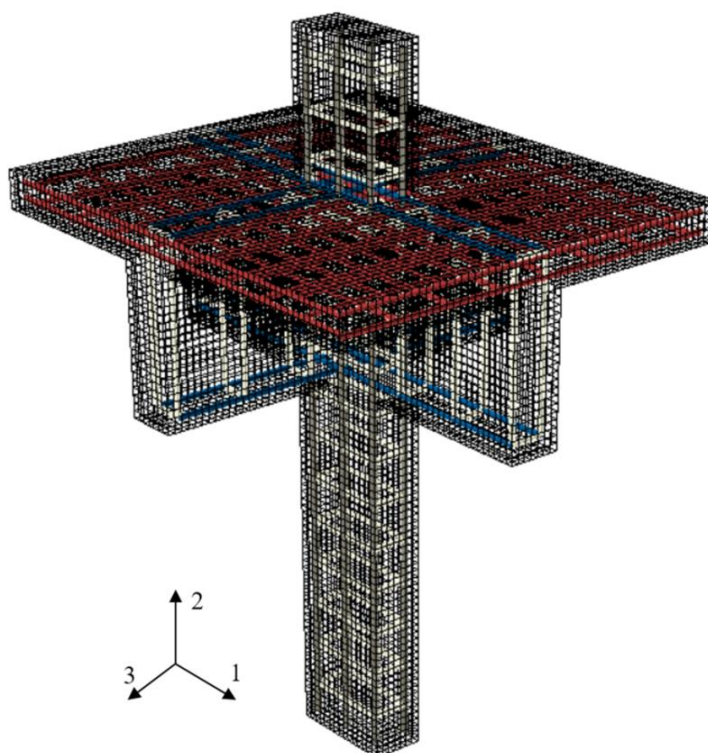
Todas as barras de aço foram consideradas como sendo de CA-50 ($f_y = 500\text{MPa}$) com exceção da barra de 5mm de diâmetro, que foi considerada de CA-60 ($f_y = 600\text{MPa}$).

O modelo 3D do pilar interno foi elaborado utilizando aproximadamente (varia ligeiramente entre os modelos) 27975 elementos sólidos com função de forma linear e um único ponto de integração (C3D8R) e 14000 elementos sólidos com 8 pontos de integração (C3D8) para representar as vigas e a laje, onde cada elemento sólido é um cubo com lados iguais de 2cm. Foram escolhidos os elementos C3D8 para as vigas

e lajes, pois, nos pontos de flexão localizada quando utilizados os elementos com integração reduzida alguns elementos individuais da viga apresentaram deformações com características do efeito *hourglass*¹. Para diminuir ou resolver o *hourglass*, a discretização do modelo poderia ser aumentada ou os elementos de integração reduzida (1 ponto de integração) substituídos por elementos com 8 pontos de integração, sendo a última opção foi escolhida para este trabalho. Essa alteração nos tipos dos elementos das vigas e laje aumentou em aproximadamente 50% o tempo de processamento dos modelos. Também foram utilizados 2984 elementos de treliça com função linear para representar as barras da armadura de aço (T3D2).

A Figura 66 mostra um dos modelos simulados. Além disso, nesse modelo, assim como no pilar-sanduiche, o aço e o concreto foram simulados considerando o comportamento não linear por meio de sua plasticidade.

Figura 66 - Modelo em elementos finitos que representa o pilar interno



Fonte: o autor

Um ponto de referência foi criado na extremidade superior da coluna para aplicar o carregamento e um na extremidade inferior onde foi considerado um apoio

¹ Elementos com integração reduzida submetidos à flexão podem sofrer deslocamentos sem produzir deformações ou tensões.

com restrição na direção vertical. Esses pontos de referência foram acoplados aos nós superiores e inferiores do pilar usando um *Multiple Point Constraint (MPC)*. Não foi considerada nenhuma restrição de deslocamento nas vigas.

Na direção vertical, foi adicionado um deslocamento, incrementado ao longo do tempo de processamento de forma linear, partindo de zero a 3mm. Foi considerado que as barras de aço são imersas no concreto por meio de uma interface embutida, simulando o comportamento do concreto armado. Nenhuma lei de deslizamento foi considerada, porque esse efeito não foi encontrado de forma significativa nos estudos experimentais de pesquisadores anteriores, como, por exemplo, Bianchini et al. (1960), Shu e Hawkins (1992), Ospina e Alexander (1998), Azevedo (2014), Shin et al. (2016 e 2017) e Choi et al. (2020).

O incremento de tempo inicial para a solução de Newton-Raphson foi de 10^{-5} e o incremento de tempo mínimo necessário foi de 10^{-6} . Esses pequenos passos contribuem para a convergência do modelo.

5.2.1 Resultados e discussão

Os resultados dos modelos numéricos em termos de carga de ruptura, tensão de compressão uniaxial, tensão efetiva e relação tensão efetiva-menor resistência (f_{cef}/f_{cs}) estão resumidos na Tabela 11. A resistência à compressão efetiva (f_{cef}) dos modelos numéricos foi calculada de acordo com a expressão do ACI 318-19 (2019), dada na Equação (94).

A carga de ruptura foi determinada por carga x tempo de processamento, onde foi analisado o pico de carga.

Tabela 11 - Resultados dos modelos numéricos que representam o pilar interno

Modelo ID (ABAQUS)	Concreto		f_{cc}/f_{cs}	h_{pilar} (cm)	h_{viga} (cm)	h/c	ρ_{pilar} (%)	ρ_{viga} (%)	P_{rup} (kN)	f_{cef} (MPa)	f_{cef}/f_{cs}
	f_{cc} (MPa)	f_{cs} (MPa)									
PI3030	30	30	1.00						1550.4	31.6	1.1
PI3530	35	30	1.17						1765.2	36.7	1.2
PI3535	35	35	1.00						1765.2	36.7	1.0
PI4035	40	35	1.14						1979.6	41.9	1.2
P4030	40	30	1.33						1977.3	41.8	1.4
PI5030	50	30	1.67						2225.8	47.8	1.6
PI5035	50	35	1.43						2371.4	51.3	1.5
PI6035	60	35	1.71	30	30	2.14	1.14	1.19	2479.2	53.9	1.5
PI6030	60	30	2.00						2231.7	48.0	1.6
PI7035	70	35	2.00						2524.8	55.0	1.6
PI7030	70	30	2.33						2288.4	49.3	1.6
PI8035	80	35	2.29						2531.0	55.2	1.6
PI8030	80	30	2.67						2303.4	49.7	1.7
PI9035	90	35	2.57						2576.0	56.3	1.6
PI9030	90	30	3.00						2322.1	50.1	1.7
PI3030	30	30	1.00						1550.4	31.6	1.1
PI3530	35	30	1.17						1764.5	36.7	1.2
PI3535	35	35	1.00						1765.1	36.7	1.0
PI4035	40	35	1.14						1979.0	41.9	1.2
P4030	40	30	1.33						1973.0	41.7	1.4
PI5030	50	30	1.67						2124.1	45.4	1.5
PI5035	50	35	1.43						2276.7	49.1	1.4
PI6035	60	35	1.71	30	30	2.14	1.143	0.714	2344.7	50.7	1.4
PI6030	60	30	2.00						2192.3	47.0	1.6
PI7035	70	35	2.00						2372.7	51.4	1.5
PI7030	70	30	2.33						2166.1	46.4	1.5
PI8035	80	35	2.29						2393.1	51.9	1.5
PI8030	80	30	2.67						2189.0	46.9	1.6
PI9035	90	35	2.57						2411.6	52.3	1.5
PI9030	90	30	3.00						2248.3	48.4	1.6

Modelo ID (ABAQUS)	Concreto		f_{cc}/f_{cs}	h_{pilar} (cm)	h_{viga} (cm)	h/c	ρ_{pilar} (%)	ρ_{viga} (%)	P_{rup} (kN)	f_{cef} (MPa)	f_{cef}/f_{cs}					
	f_{cc} (MPa)	f_{cs} (MPa)														
PI-30	PI3030	30	30	1.00					1554.7	31.7	1.1					
	PI3530	35	30	1.17					1761.7	36.6	1.2					
	PI3535	35	35	1.00					1769.9	36.8	1.1					
	PI4035	40	35	1.14					1951.3	41.2	1.2					
	P4030	40	30	1.33					1847.0	38.7	1.3					
	PI5030	50	30	1.67					1948.4	41.1	1.4					
	PI5035	50	35	1.43	30	40	2.86	1.143	0.714	2073.4	44.2	1.3				
	PI6035	60	35	1.71						2099.3	44.8	1.3				
	PI6030	60	30	2.00						1945.9	41.1	1.4				
	PI7035	70	35	2.00						2118.9	45.3	1.3				
	PI7030	70	30	2.33						1987.0	42.1	1.4				
	PI8035	80	35	2.29						2150.8	46.0	1.3				
	PI8030	80	30	2.67						2003.6	42.5	1.4				
	PI9035	90	35	2.57						2179.1	46.7	1.3				
	PI9030	90	30	3.00						2048.4	43.6	1.5				
	PI-30	PI3030	30	30						1.00					1555.4	31.7
PI3530		35	30	1.17										1765.8	36.7	1.2
PI3535		35	35	1.00										1770.4	36.9	1.1
PI4035		40	35	1.14										1978.3	41.9	1.2
P4030		40	30	1.33										1926.2	40.6	1.4
PI5030		50	30	1.67										1979.8	41.9	1.4
PI5035		50	35	1.43						30	40	2.86	1.143	0.893	2137.6	45.7
PI6035		60	35	1.71	2157.5	46.2	1.3									
PI6030		60	30	2.00	2011.0	42.7	1.4									
PI7035		70	35	2.00	2198.1	47.2	1.3									
PI7030		70	30	2.33	2023.6	43.0	1.4									
PI8035		80	35	2.29	2237.3	48.1	1.4									
PI8030		80	30	2.67	2058.0	43.8	1.5									
PI9035		90	35	2.57	2216.2	47.6	1.4									
PI9030		90	30	3.00	2079.2	44.3	1.5									
PI-30		PI3030	30	30	1.00										1514.8	30.7
	PI3530	35	30	1.17					1576.1						32.2	1.1
	PI3535	35	35	1.00					1621.3						33.3	1.0
	PI4035	40	35	1.14					1724.2						35.7	1.0
	PI4030	40	30	1.33					1601.6						32.8	1.1
	PI5035	50	35	1.43					1828.3						38.3	1.1
	PI5030	50	30	1.67	30	50	3.57	1.143	0.457						1718.7	35.6
	PI6035	60	35	1.71						1836.0	38.4	1.1				
	PI6030	60	30	2.00						1687.3	34.9	1.2				
	PI7035	70	35	2.00						1850.5	38.8	1.1				
	PI7030	70	30	2.33						1712.6	35.5	1.2				
	PI8035	80	35	2.29						1857.3	39.0	1.1				
	PI8030	80	30	2.67						1776.7	37.0	1.2				
	PI9035	90	35	2.57						1936.1	40.8	1.2				
	PI9030	90	30	3.00						1792.1	37.4	1.2				

Modelo ID (ABAQUS)	Concreto		f_{cc}/f_{cs}	h_{pilar} (cm)	h_{viga} (cm)	h/c	ρ_{pilar} (%)	ρ_{viga} (%)	P_{rup} (kN)	f_{cef} (MPa)	f_{cef}/f_{cs}	
	f_{cc} (MPa)	f_{cs} (MPa)										
PI-30	PI3030	30	30	1.00					1547.9	31.5	1.1	
	PI3530	35	30	1.17					1650.9	34.0	1.1	
	PI3535	35	35	1.00					1737.4	36.1	1.0	
	PI4035	40	35	1.14					1805.1	37.7	1.1	
	P4030	40	30	1.33					1717.3	35.6	1.2	
	PI5030	50	30	1.67					1758.7	36.6	1.2	
	PI5035	50	35	1.43	30	50	3.57	1.143	0.714	1863.5	39.1	1.1
	PI6035	60	35	1.71						1901.2	40.0	1.1
	PI6030	60	30	2.00						1763.3	36.7	1.2
	PI7035	70	35	2.00						1917.5	40.4	1.2
	PI7030	70	30	2.33						1776.8	37.0	1.2
	PI8035	80	35	2.29						1950.3	41.2	1.2
	PI8030	80	30	2.67						1833.1	38.4	1.3
	PI9035	90	35	2.57						1947.9	41.1	1.2
	PI9030	90	30	3.00						1842.9	38.6	1.3
	PI-30	PI3030	30	30	1.00					1559.8	31.8	1.1
PI3530		35	30	1.17					1677.5	34.6	1.2	
PI3535		35	35	1.00					1768.0	36.8	1.1	
PI4035		40	35	1.14					1839.6	38.5	1.1	
PI4030		40	30	1.33					1794.5	37.4	1.2	
PI5035		50	35	1.43					1961.8	41.5	1.2	
PI5030		50	30	1.67					1940.7	41.0	1.4	
PI6035		60	35	1.71	30	50	3.57	1.143	1.143	2055.8	43.7	1.2
PI6030		60	30	2.00						1867.2	39.2	1.3
PI7035		70	35	2.00						2013.5	42.7	1.2
PI7030		70	30	2.33						1914.6	40.3	1.3
PI8035		80	35	2.29						2051.1	43.6	1.2
PI8030		80	30	2.67						1969.6	41.7	1.4
PI9035		90	35	2.57						2086.6	44.5	1.3
PI9030		90	30	3.00						1918.3	40.4	1.3
PI-30		PI3030	30	30	1.00					1433.5	28.7	1.0
	PI3530	35	30	1.17					1490.8	30.1	1.0	
	PI3535	35	35	1.00					1583.8	32.4	0.9	
	PI4035	40	35	1.14					1643.8	33.8	1.0	
	P4030	40	30	1.33					1559.0	31.8	1.1	
	PI5030	50	30	1.67					1641.1	33.7	1.1	
	PI5035	50	35	1.43					1728.4	35.8	1.0	
	PI6035	60	35	1.71	30	60	4.29	1.143	0.595	1717.5	35.6	1.0
	PI6030	60	30	2.00						1632.4	33.5	1.1
	PI7035	70	35	2.00						1735.4	36.0	1.0
	PI7030	70	30	2.33						1660.5	34.2	1.1
	PI8035	80	35	2.29						1814.1	37.9	1.1
	PI8030	80	30	2.67						1697.5	35.1	1.2
	PI9035	90	35	2.57						1850.1	38.8	1.1
	PI9030	90	30	3.00						1719.0	35.6	1.2

Modelo ID (ABAQUS)	Concreto			f_{cc}/f_{cs}	h_{pilar} (cm)	h_{viga} (cm)	h/c	ρ_{pilar} (%)	ρ_{viga} (%)	P_{rup} (kN)	f_{cef} (MPa)	f_{cef}/f_{cs}
	f_{cc} (MPa)	f_{cs} (MPa)	f_{cc}/f_{cs}									
PI-30	PI3030	30	30	1.00						1463.3	29.5	1.0
	PI3530	35	30	1.17						1518.8	30.8	1.0
	PI3535	35	35	1.00						1616.0	33.1	0.9
	PI4035	40	35	1.14						1658.6	34.2	1.0
	P4030	40	30	1.33						1584.8	32.4	1.1
	PI5030	50	30	1.67						1679.0	34.7	1.2
	PI5035	50	35	1.43						1745.9	36.3	1.0
	PI6035	60	35	1.71	30	60	4.29	1.143	0.714	1771.0	36.9	1.1
	PI6030	60	30	2.00						1674.8	34.6	1.2
	PI7035	70	35	2.00						1798.9	37.5	1.1
	PI7030	70	30	2.33						1685.8	34.8	1.2
	PI8035	80	35	2.29						1815.4	37.9	1.1
	PI8030	80	30	2.67						1698.3	35.1	1.2
	PI9035	90	35	2.57						1862.1	39.1	1.1
	PI9030	90	30	3.00						1765.1	36.7	1.2
	PI-30	PI3030	30	30	1.00						1397.0	27.9
PI3530		35	30	1.17						1463.4	29.5	1.0
PI3535		35	35	1.00						1512.6	30.7	0.9
PI4035		40	35	1.14						1616.6	33.2	0.9
P4030		40	30	1.33						1492.3	30.2	1.0
PI5030		50	30	1.67						1590.0	32.5	1.1
PI5035		50	35	1.43						1680.4	34.7	1.0
PI6035		60	35	1.71	30	70	5.00	1.143	0.714	1694.7	35.0	1.0
PI6030		60	30	2.00						1568.8	32.0	1.1
PI7035		70	35	2.00						1676.3	34.6	1.0
PI7030		70	30	2.33						1594.4	32.6	1.1
PI8035		80	35	2.29						1726.6	35.8	1.0
PI8030		80	30	2.67						1631.1	33.5	1.1
PI9035		90	35	2.57						1775.3	37.0	1.1
PI9030		90	30	3.00						1640.3	33.7	1.1
PI-30		PI3030	30	30	1.00						1375.0	27.3
	PI3530	35	30	1.17						1430.6	28.7	1.0
	PI3535	35	35	1.00						1505.1	30.5	0.9
	PI4035	40	35	1.14						1552.3	31.6	0.9
	P4030	40	30	1.33						1471.6	29.7	1.0
	PI5030	50	30	1.67						1544.8	31.4	1.0
	PI5035	50	35	1.43						1642.2	33.8	1.0
	PI6035	60	35	1.71	30	70	5.00	1.143	0.51	1645.9	33.9	1.0
	PI6030	60	30	2.00						1544.1	31.4	1.0
	PI7035	70	35	2.00						1690.9	34.9	1.0
	PI7030	70	30	2.33						1581.2	32.3	1.1
	PI8035	80	35	2.29						1714.2	35.5	1.0
	PI8030	80	30	2.67						1592.5	32.6	1.1
	PI9035	90	35	2.57						1732.9	36.0	1.0
	PI9030	90	30	3.00						1600.1	32.8	1.1

Modelo ID (ABAQUS)	Concreto		f_{cc}/f_{cs}	h_{pilar} (cm)	h_{viga} (cm)	h/c	ρ_{pilar} (%)	ρ_{viga} (%)	P_{rup} (kN)	f_{cef} (MPa)	f_{cef}/f_{cs}	
	f_{cc} (MPa)	f_{cs} (MPa)										
PI-45	PI3030	30	30	1.00					2219.1	29.9	1.0	
	PI3530	35	30	1.17					2443.3	33.5	1.1	
	PI3535	35	35	1.00					2559.2	35.3	1.0	
	PI4035	40	35	1.14					2878.6	40.4	1.2	
	PI4030	40	30	1.33					2451.4	33.6	1.1	
	PI5030	50	30	1.67					2618.8	36.3	1.2	
	PI5035	50	35	1.43	45	30	2.14	1.143	0.714	2861.0	40.2	1.1
	PI6035	60	35	1.71						2952.1	41.6	1.2
	PI6030	60	30	2.00						2607.9	36.1	1.2
	PI7035	70	35	2.00						3236.5	46.2	1.3
	PI7030	70	30	2.33						2710.9	37.7	1.3
	PI8035	80	35	2.29						3059.5	43.3	1.2
	PI8030	80	30	2.67						2895.9	40.7	1.4
	PI9035	90	35	2.57						3299.9	47.2	1.3
	PI9030	90	30	3.00						2807.8	39.3	1.3
PI-45	PI3030	30	30	1.00					2045.6	28.9	1.0	
	PI3530	35	30	1.17					2156.1	30.6	1.0	
	PI3535	35	35	1.00					2251.5	32.2	0.9	
	PI4035	40	35	1.14					2375.3	34.2	1.0	
	P4030	40	30	1.33					2207.9	31.5	1.0	
	PI5030	50	30	1.67					2262.6	32.4	1.1	
	PI5035	50	35	1.43					2486.1	35.9	1.0	
	PI6035	60	35	1.71	45	50	3.57	0.762	0.714	2439.4	35.2	1.0
	PI6030	60	30	2.00						2286.4	32.7	1.1
	PI7035	70	35	2.00						2442.4	35.2	1.0
	PI7030	70	30	2.33						2266.6	32.4	1.1
	PI8035	80	35	2.29						2517.8	36.4	1.0
	PI8030	80	30	2.67						2282.1	32.7	1.1
	PI9035	90	35	2.57						2548.1	36.9	1.1
	PI9030	90	30	3.00						2323.3	33.3	1.1
PI-45	PI3030	30	30	1.00					2128.9	28.4	0.9	
	PI3530	35	30	1.17					2250.8	30.4	1.0	
	PI3535	35	35	1.00					2345.6	31.9	0.9	
	PI4035	40	35	1.14					2422.2	33.1	0.9	
	P4030	40	30	1.33					2237.5	30.1	1.0	
	PI5030	50	30	1.67					2301.8	31.2	1.0	
	PI5035	50	35	1.43					2479.5	34.0	1.0	
	PI6035	60	35	1.71	45	50	3.57	1.143	0.714	2499.2	34.3	1.0
	PI6030	60	30	2.00						2282.1	30.9	1.0
	PI7035	70	35	2.00						2488.3	34.2	1.0
	PI7030	70	30	2.33						2343.3	31.8	1.1
	PI8035	80	35	2.29						2544.0	35.1	1.0
	PI8030	80	30	2.67						2362.3	32.2	1.1
	PI9035	90	35	2.57						2605.9	36.1	1.0
	PI9030	90	30	3.00						2376.8	32.4	1.1

Modelo ID (ABAQUS)	Concreto		f_{cc}/f_{cs}	h_{pilar} (cm)	h_{viga} (cm)	h/c	ρ_{pilar} (%)	ρ_{viga} (%)	P_{rup} (kN)	f_{cef} (MPa)	f_{cef}/f_{cs}
	f_{cc} (MPa)	f_{cs} (MPa)									
PI3030	30	30	1.00						2982.2	30.1	1.0
PI3530	35	30	1.17						3366.7	34.8	1.2
PI3535	35	35	1.00						3453.4	35.8	1.0
PI4035	40	35	1.14						3803.5	40.0	1.1
PI4030	40	30	1.33						3523.5	36.7	1.2
PI5030	50	30	1.67						3432.3	35.6	1.2
PI5035	50	35	1.43	60	30	2.14	1.143	0.714	4083.1	43.4	1.2
PI6035	60	35	1.71						4162.8	44.3	1.3
PI6030	60	30	2.00						3658.1	38.3	1.3
PI7035	70	35	2.00						4197.4	44.8	1.3
PI7030	70	30	2.33						3683.0	38.6	1.3
PI8035	80	35	2.29						4227.4	45.1	1.3
PI8030	80	30	2.67						3709.7	38.9	1.3
PI9035	90	35	2.57						4246.3	45.4	1.3
PI9030	90	30	3.00						3634.2	38.0	1.3
PI3030	30	30	1.00						2698.2	29.4	1.0
PI3530	35	30	1.17						2792.7	30.6	1.0
PI3535	35	35	1.00						2961.5	32.6	0.9
PI4035	40	35	1.14						3033.2	33.4	1.0
P4030	40	30	1.33						2804.5	30.7	1.0
PI5030	50	30	1.67						2890.3	31.7	1.1
PI5035	50	35	1.43	60	50	3.57	0.571	0.714	3181.9	35.2	1.0
PI6035	60	35	1.71						3114.7	34.4	1.0
PI6030	60	30	2.00						2886.2	31.7	1.1
PI7035	70	35	2.00						3145.9	34.8	1.0
PI7030	70	30	2.33						2919.0	32.1	1.1
PI8035	80	35	2.29						3188.9	35.3	1.0
PI8030	80	30	2.67						2937.3	32.3	1.1
PI9035	90	35	2.57						3216.6	35.6	1.0
PI9030	90	30	3.00						2956.6	32.5	1.1
PI3030	30	30	1.00						2789.7	27.8	0.9
PI3530	35	30	1.17						2864.3	28.7	1.0
PI3535	35	35	1.00						3113.4	31.7	0.9
PI4035	40	35	1.14						3141.0	32.0	0.9
PI4030	40	30	1.33						2931.1	29.5	1.0
PI5030	50	30	1.67						3023.9	30.6	1.0
PI5035	50	35	1.43	60	50	3.57	1.143	0.714	3236.4	33.2	0.9
PI6035	60	35	1.71						3297.7	33.9	1.0
PI6030	60	30	2.00						3008.4	30.4	1.0
PI7035	70	35	2.00						3251.8	33.4	1.0
PI7030	70	30	2.33						3038.0	30.8	1.0
PI8035	80	35	2.29						3289.5	33.8	1.0
PI8030	80	30	2.67						3038.5	30.8	1.0
PI9035	90	35	2.57						3320.1	34.2	1.0
PI9030	90	30	3.00						3071.8	31.2	1.0

Fonte: o autor

Os modelos numéricos PI-30 com a relação h/c de 2,14 e 2,86 apresentaram ganhos de resistência de até 70% na região pilar-pavimento formada pelo concreto de mais baixa resistência (f_{cs}) devido ao confinamento. Para as razões f_{cc}/f_{cs} de 1,17, 1,14, 1,33 e 1,43 a resistência à compressão efetiva apresentou resultados ligeiramente maiores que os da maior resistência do pilar (f_{cc}). Portanto, para esses valores de razão h/c e relação de resistências f_{cc}/f_{cs} de até 1,4, pode ser utilizada a maior resistência do pilar para o seu dimensionamento. Esse resultado fica de acordo com a norma americana ACI 318 (2019).

Os resultados dos pilares com relação h/c de 3,57 e 4,29 tiveram ganhos de resistência modestos. Para nenhuma razão f_{cc}/f_{cs} a resistência efetiva ficou igual ou maior que a maior resistência do pilar (f_{cc}). O maior ganho de resistência ficou em 40%, sendo para o espécime com uma maior taxa de armadura nas vigas.

A resistência à compressão efetiva encontrada nos pilares com relação h/c de 5 foi igual a f_{cs} , com exceção das razões entre as resistências dos concretos (f_{cc}/f_{cs}) de 2,33, 2,67 e 3, que, apesar de pequeno, apresentou ganho de resistência de aproximadamente 10%. O confinamento para essa razão h/c é muito pequeno, chegando a ser desprezível. Os pilares com $f_{cc} = f_{cs}$ (PI3030 e PI3535) tiveram suas resistências efetivas um pouco menores que 1 para essa razão h/c . Isso aconteceu devido a concentrações de tensões na região de intersecção entre o pilar e as vigas/laje. Com maior taxa de aço na viga, a tensão efetiva ficou mais próxima de 1.

Analisando a variação da taxa de armadura das vigas, para um aumento aproximado de 150% em relação ao modelo com menor taxa (0,46%), o ganho máximo de resistência no pilar foi de aproximadamente 16%. Na média, essa variação ficou menor que 10%, não sendo um dos principais fatores na contribuição da resistência do pilar.

Os pilares com aumento de seção PI-45 e PI-60 tiveram redução na resistência à compressão efetiva em relação ao PI-30 de aproximadamente 20%. Os pilares continuaram apresentando maiores resistências efetivas para menores razões h/c e maiores razões f_{cc}/f_{cs} .

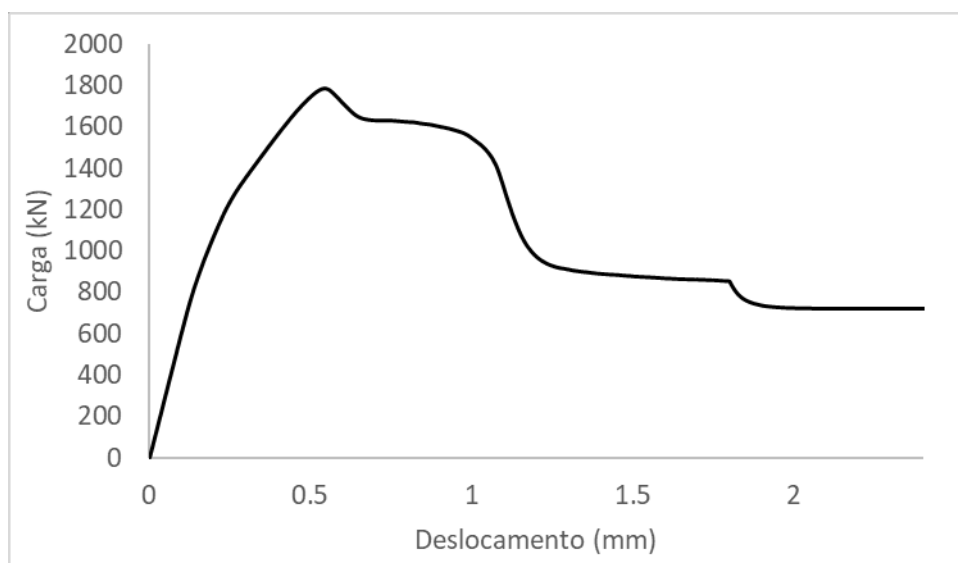
Assim como o pilar-sanduíche, a relação de resistência do concreto mostrou-se fator importante na resistência efetiva do pilar. Quanto maior a relação de resistência do concreto, maior a tensão de confinamento; em outras palavras, maior foi a sua contribuição para a resistência efetiva. Observou-se que, para relações de

resistência do concreto iguais (f_{cc}/f_{cs}), a relação de resistência efetiva (f_{cef}/f_{cs}) também é aproximadamente igual. Portanto, a relação de resistência do concreto é mais significativa para a relação f_{cef}/f_{cs} do que a própria resistência do concreto.

Os espécimes com concreto de resistência de 35MPa na região das vigas e laje tiveram um ganho de resistência relativamente inferior aos espécimes com concreto de resistência de 30MPa. Como o concreto de 35MPa é mais frágil que o concreto de 30MPa, ele apresentou menor capacidade de adaptação plástica, rompendo prematuramente, fenômeno não encontrado nos pilares-sanduiche, pois nesses pilares a necessidade de adaptação plástica do concreto foi menor. Apesar da diferença entre as resistências à compressão do concreto ser de apenas 16,7%, a Equação (9) de Muttoni, Ruiz e Moccia (2017) não penaliza o concreto com resistência à compressão de 30MPa, mas penaliza com o aumento da fragilidade, o concreto com resistência à compressão de 35MPa em 5%. Utilizando essa correção, os valores de f_{cef}/f_{cs} passam a ser aproximadamente os mesmos para a mesma razão (f_{cc}/f_{cs}).

Como existem muitos resultados, optou-se pelo resultado do pilar com ID Modelo PI-30-V50 - $h/c = 3.57$, $f_{cc}/f_{cs} = 2$ e $\rho_{viga} = 0,714\%$. É apresentado na Figura 67 o aumento da carga em função do deslocamento até a ruptura, onde se pode observar que o pico de carga foi aproximadamente com deslocamento vertical de 0,55mm, e o modelo numérico apresentará comportamento pós-pico.

Figura 67 - Curva carga pelo deslocamento vertical no modelo numérico com pilar interno

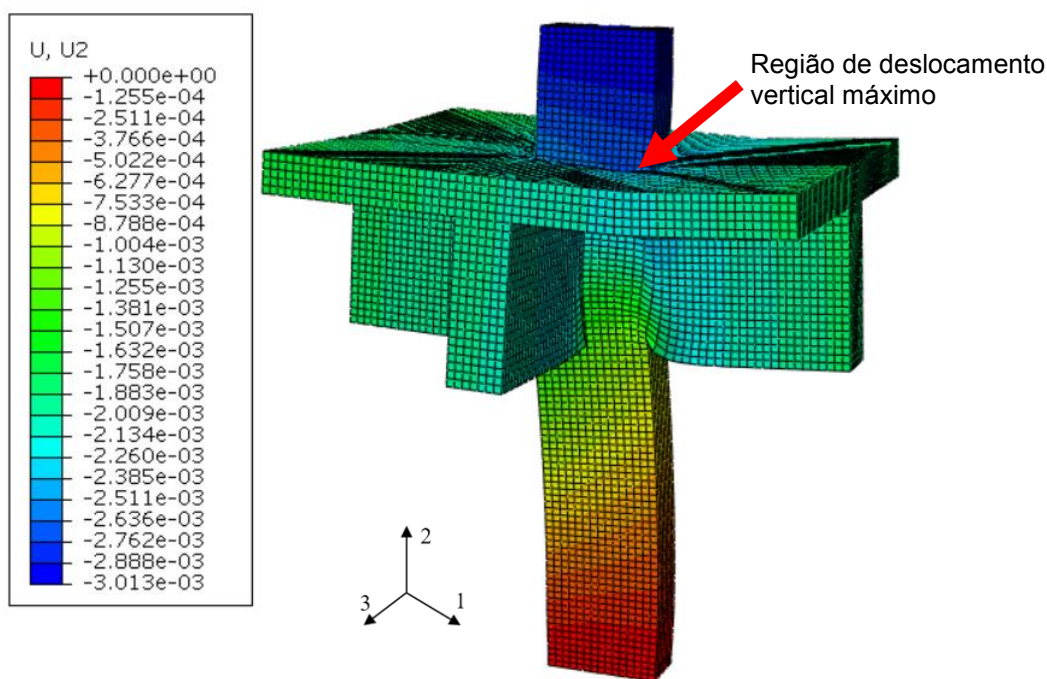


Fonte: o autor

Todos os resultados apresentados a seguir são para a carga máxima apresentada na Figura 67.

O deslocamento vertical no instante final do comportamento pós crítico do pilar interno é visualizado na Figura 68. O padrão de deslocamento encontrado está de acordo com as características dos deslocamentos previstos na Figura 37. Os maiores deslocamentos verticais foram verificados na ligação superior pilar-pavimento, ou seja, na ligação com o concreto mais resistente acima da laje, região indicada pela seta. Essa região fica acima da região de menor confinamento, conseqüentemente, é menos rígida, por conta da inexistência de uma das vigas.

Figura 68 - Deslocamento vertical do pilar interno em metros

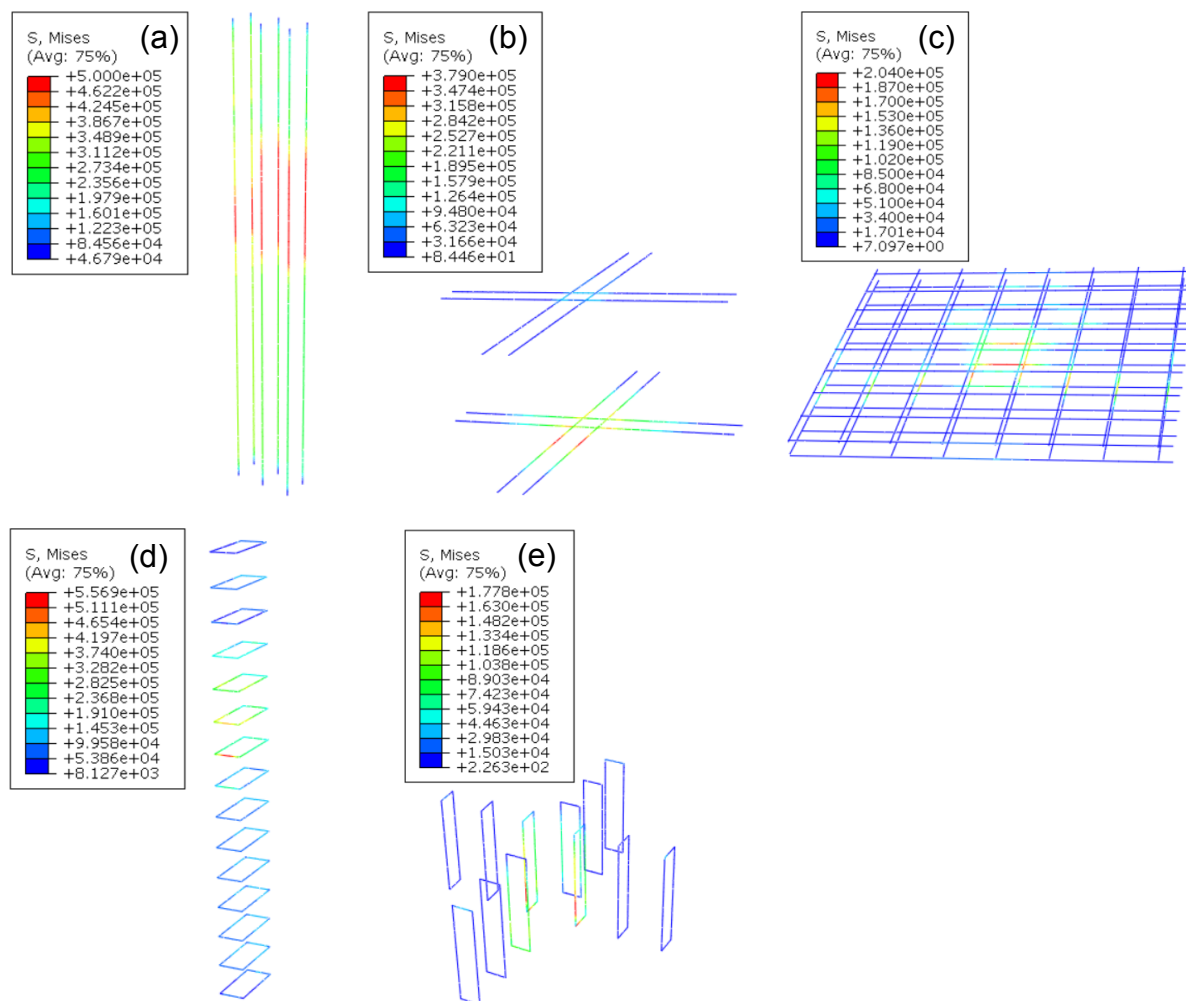


Fonte: o autor

São avaliadas as tensões e as deformações nas armaduras do pilar, das vigas e da laje. Na Figura 69 são apresentadas as tensões nas armaduras longitudinais do pilar (a), das vigas (b), da laje (c) e as tensões nos estribos do pilar (d) e das vigas (e) no instante de carga máxima. Assim, como já esperado, as armaduras longitudinais do pilar estão escoando na região do concreto de menor resistência e num comprimento maior do lado menos confinado. As armaduras inferiores das vigas apresentaram maiores tensões, não chegando na tensão de escoamento, na região de ligação com o pilar. Essas tensões maiores na armadura inferior da viga são por

conta de compatibilidade de deformações entre o concreto mais resistente (mais rígido) e o concreto menos resistente (menos rígido), assim como foi previsto na Figura 37. As armaduras da laje também apresentaram tensões por compatibilidade das deformações, porém menos expressivas do que nas vigas. Os estribos do pilar que cruzam a região de concreto menos resistente apresentaram altas tensões de tração, principalmente o estribo próximo da face inferior da viga. Como as vigas não contribuem de forma eficiente para o confinamento do pilar, nessa região o estribo funcionou como elemento confinante do pilar. Como nesses modelos as vigas não receberam carregamentos verticais, os seus estribos apresentaram tensões baixas.

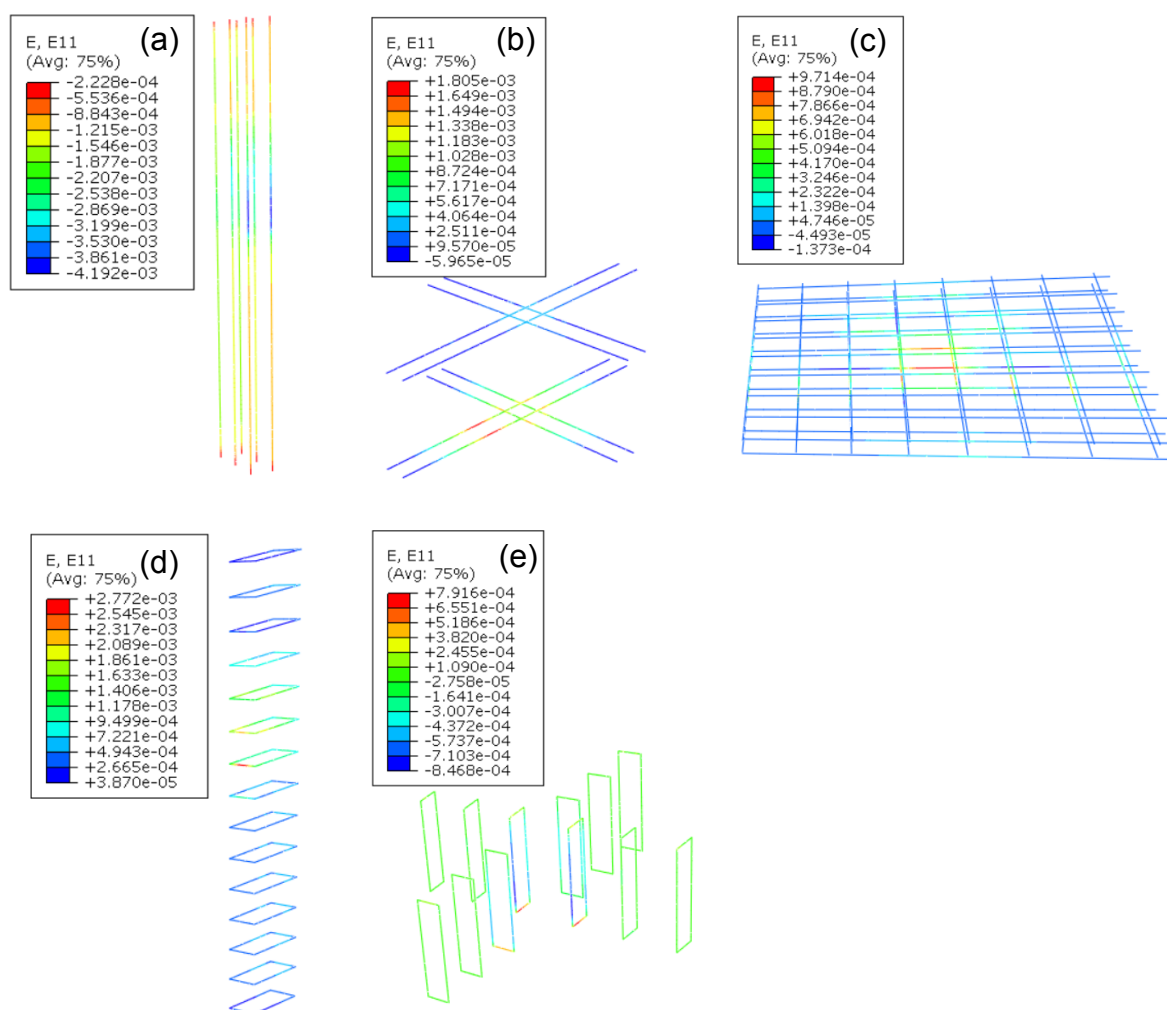
Figura 69 - Tensões nas armaduras do espécime (kN/m²). (a) Armaduras longitudinais do pilar; (b) Armaduras longitudinais das vigas; (c) Armaduras da laje; (d) Estribos do pilar; (e) Estribos das vigas



Fonte: o autor

São apresentadas na Figura 70 as deformações nas armaduras no instante de carga máxima. A única armadura que alcançou a tensão de escoamento foi a do pilar. Nota-se pelas deformações nas armaduras do pilar que houve uma deformação aproximadamente 53% maior nas armaduras longitudinais do lado menos confinado (região sem o confinamento da viga transversal ao pilar).

Figura 70 - Deformações nas armaduras do espécime. (a) Armaduras longitudinais do pilar; (b) Armaduras longitudinais das vigas; (c) Armaduras da laje; (d) Estribos do pilar; (e) Estribos das vigas

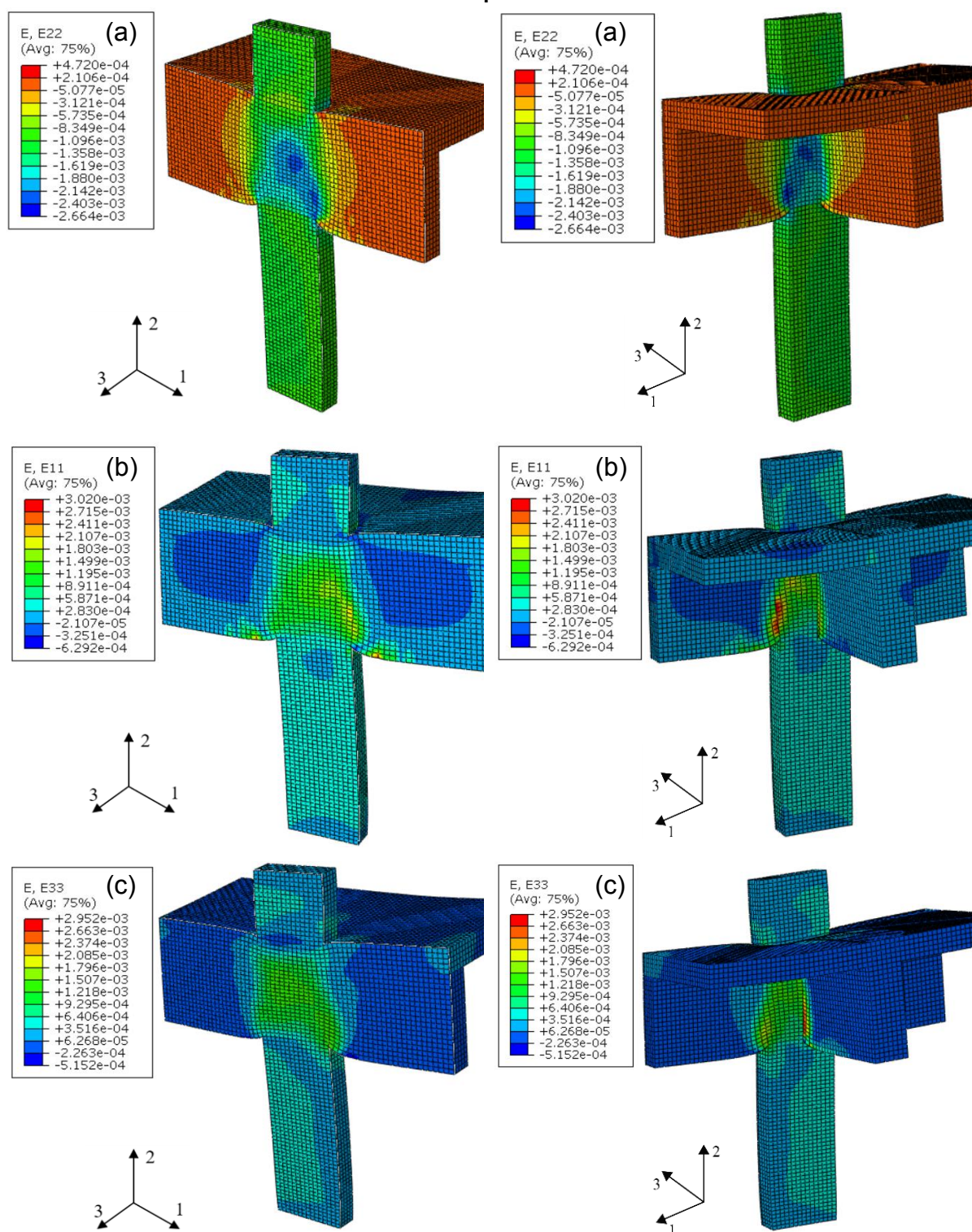


Fonte: o autor

São apresentadas na Figura 71 as deformações no concreto no instante de carga máxima. Nesta imagem é possível observar que a deformação do pilar é semelhante à prevista na Figura 37. Cada resultado foi apresentado por duas vistas distintas, uma onde o pilar foi cortado ao meio na direção 3 e outra onde é apresentada

a parte de trás da primeira. Com isso, é possível observar o resultado interno e superficial do pilar.

Figura 71- Distribuição das deformações: (a) Direção vertical 2; (b) Direção horizontal 1; (c) Direção horizontal 3

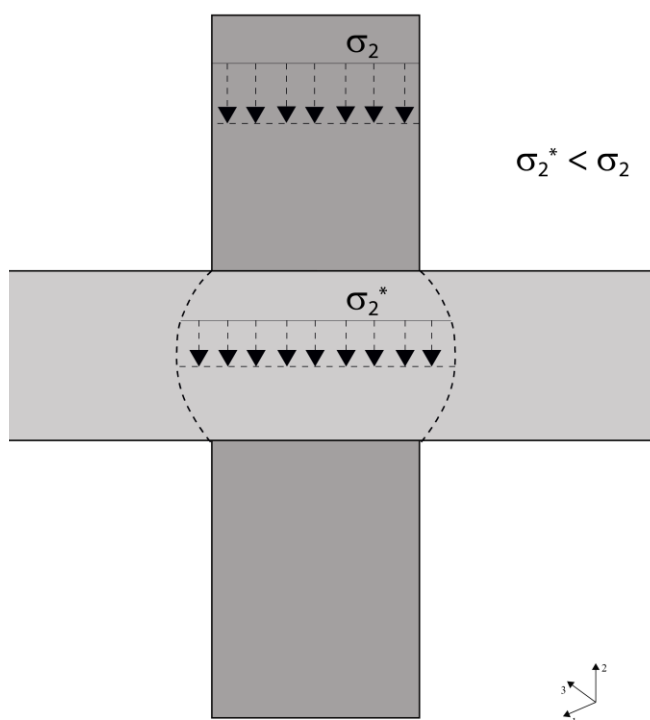


Fonte: o autor

Observa-se pela Figura 71 que existem deformações maiores na região onde o pilar não está inteiramente confinado pelas vigas. Essa região é menos rígida que a região confinada pela viga e ainda possui menor resistência, devido à falta de confinamento, aumentando também as deformações plásticas do concreto nessa região.

O comportamento de confinamento do pilar interno pode ser entendido analisando a distribuição das tensões verticais e laterais. As máximas tensões verticais podem ser observadas na Figura 73a imediatamente acima das vigas e nos cantos do pilar. Na região onde o pilar é cruzado pelas vigas, existe diminuição da tensão vertical, o que fica mais claro na Figura 76a. Existe espraio da força vertical para as vigas nessas regiões, diminuindo de forma considerável as tensões verticais na região, assim como indicado na Figura 72.

Figura 72 - Espraio da força vertical, gerando tensões menores no cruzamento com as vigas

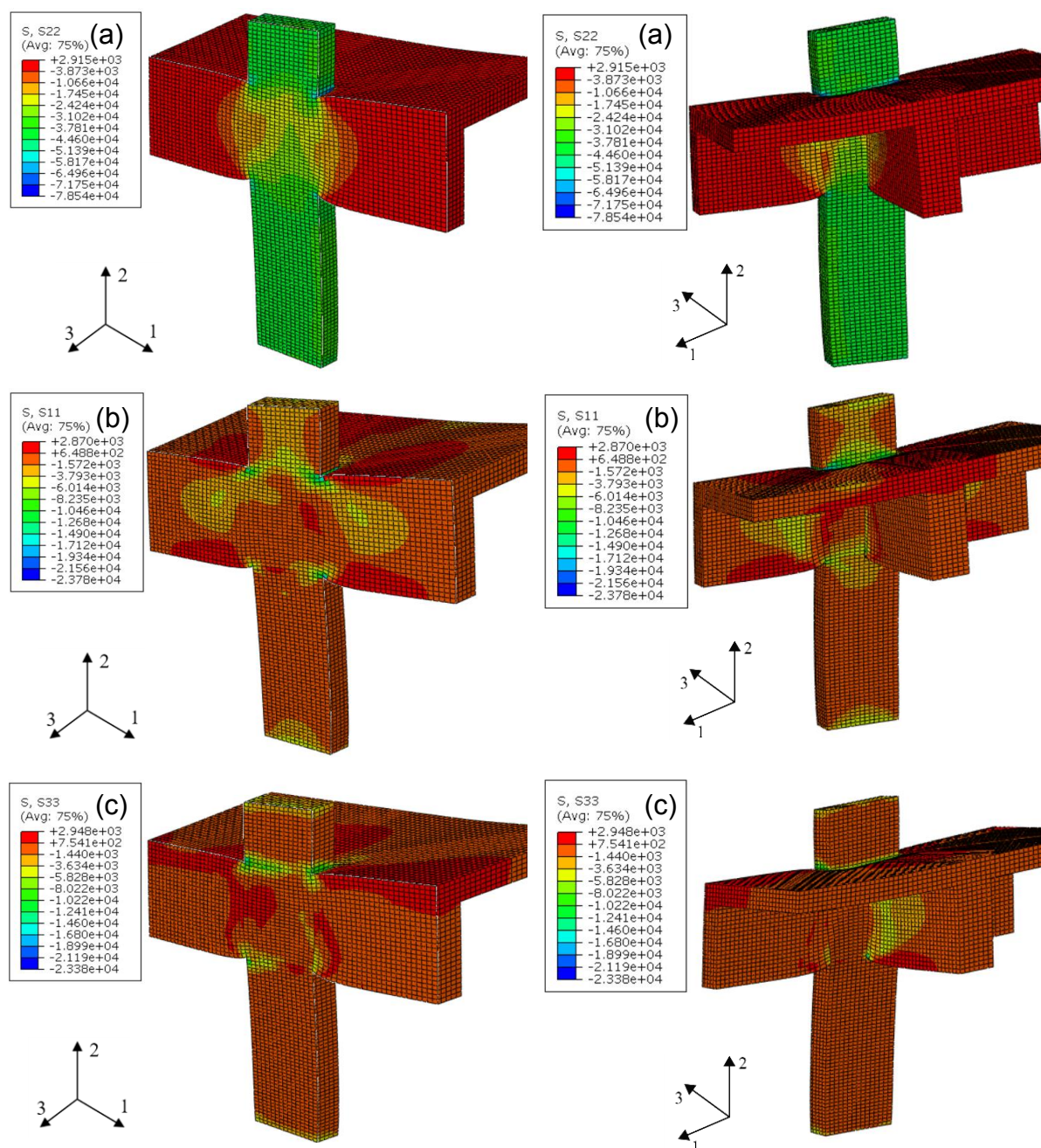


Fonte: o autor

As tensões laterais dadas pelo efeito de Poisson foram previamente esboçadas na Figura 36 e podem ser observadas na distribuição S11 e S33 (Figura 73b e Figura 73c). Nota-se uma tensão horizontal maior na região das vigas, que também fica mais claro na Figura 74. Cada resultado foi apresentado por duas vistas distintas, uma onde

o pilar foi cortado ao meio na direção 3 e outra onde é apresentada a parte de trás da primeira. Com isso, é possível observar o resultado interno e superficial do pilar.

Figura 73 - Distribuição das tensões no pilar interno (kPa) (a) Direção vertical S22; (b) Direção horizontal S11; (c) Direção horizontal S33



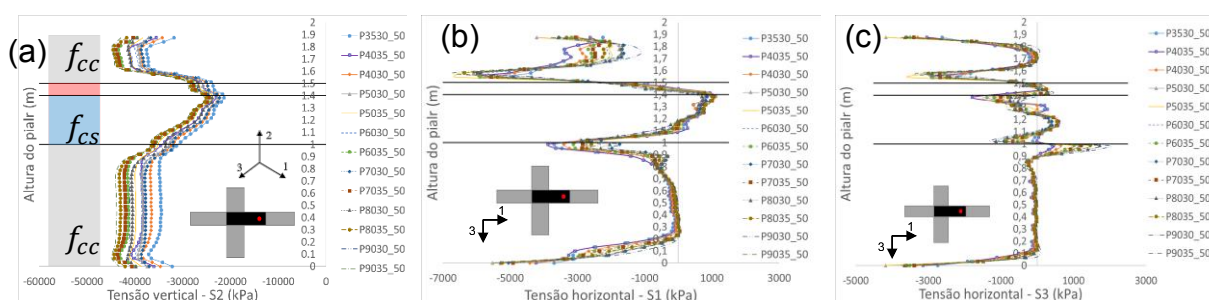
Fonte: o autor

A distribuição das tensões laterais para as diferentes relações de resistência do concreto (f_{cc}/f_{cs}) e para $h/c = 3.57$ é mostrada nas Figura 74, Figura 75 e Figura 76, apresentando na primeira coluna as tensões verticais – S22, na segunda coluna as tensões horizontais na direção 1 – S11 (paralela à maior dimensão do pilar) e na

terceira coluna as tensões horizontais na direção 3 – S33. Na Figura 74 foram avaliadas a região do pilar oposta à viga transversal (região mais à direita do pilar), na Figura 75 a região central do pilar e na Figura 76 a região onde cruza a viga transversal (região mais à esquerda do pilar). As maiores tensões laterais foram encontradas na direção S11 em todos os modelos simulados, que é a direção da maior dimensão da seção transversal do pilar, Figura 74b, Figura 75b e Figura 76b.

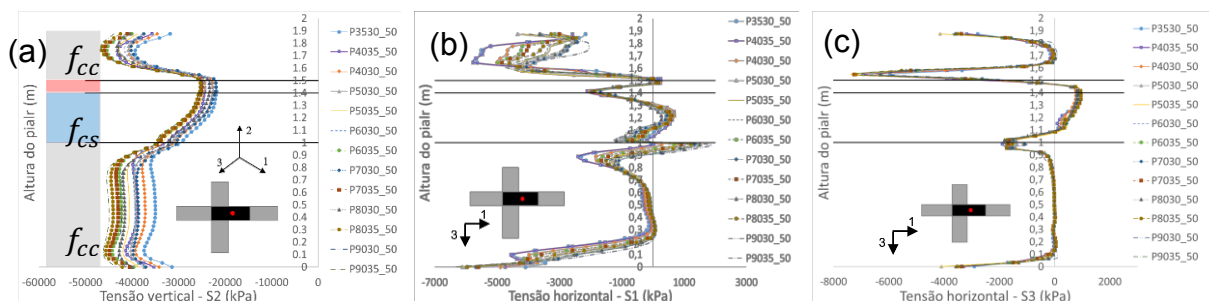
Para avaliar o confinamento do pilar, deve-se utilizar a menor tensão horizontal, portanto, as tensões na direção 3 são as que conduzem o confinamento. Essa hipótese está de acordo com Ospina e Alexander (1998) e a norma de estruturas em concreto armado australiana AS 3600 (2018) que recomendou o uso da menor dimensão do pilar como parâmetro c .

Figura 74 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 3,57$ na região mais à direita do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3



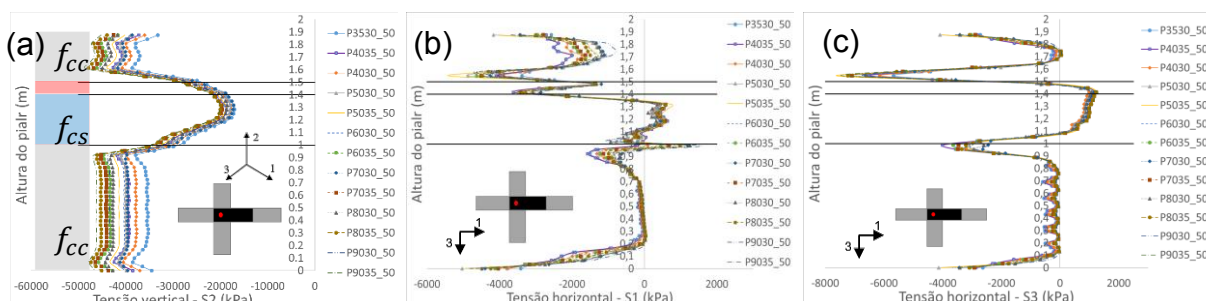
Fonte: o autor

Figura 75 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 3,57$ na região central do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3



Fonte: o autor

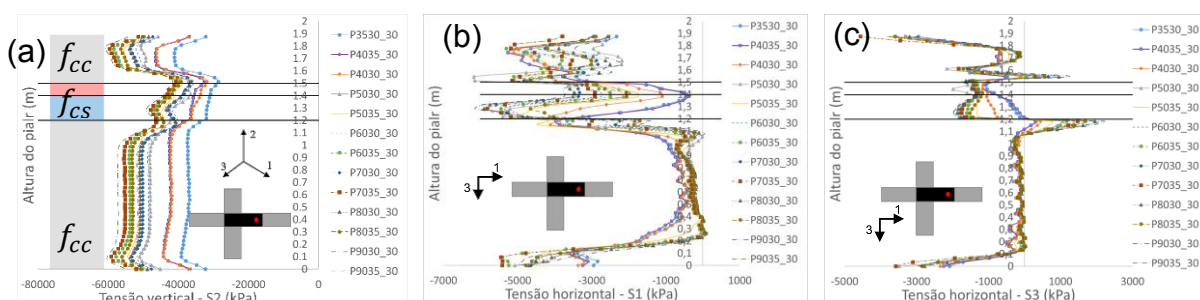
Figura 76 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 3,57$ na região mais à esquerda do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3



Fonte: o autor

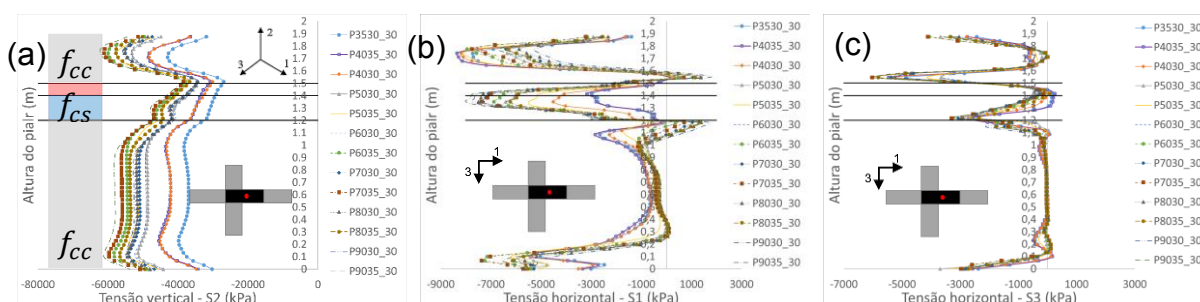
As distribuições de tensões são muito similares, mesmo variando a razão de resistências do concreto (f_{cc}/f_{cs}), sendo que quanto maior a razão (f_{cc}/f_{cs}), maiores são as tensões horizontais. Nota-se que imediatamente acima da laje, surgem tensões horizontais mais altas, principalmente na região apresentada na Figura 76c, o que pode levar a altas concentrações de tensões principais, gerando a ruptura do concreto por excesso de compressão, fenômeno que ocorreu nos modelos experimentais de Azevedo (2014). Para as razões h/c maiores e iguais a 3,57 não foram encontradas tensões confinantes significativas, devendo o seu ligeiro aumento de resistência ter sido devido ao espriamento das tensões verticais nas vigas e, por consequência, a diminuição da tensão vertical na região do concreto menos resistente. Ver Figura 74a, Figura 75a e Figura 76a. Para as razões h/c de 2,14 e 2,85 aparecem tensões horizontais confinantes na região do concreto menos resistente. Na Figura 77, Figura 78 e Figura 79 é apresentado o resultado para h/c de 2,14. Somando-se ao fato do espriamento das forças verticais ao longo da altura da viga, porém menos significativos quando as vigas são menores (Figura 77a, Figura 78a e Figura 79a), esses pilares apresentaram maiores ganhos de resistência efetiva. Esse ganho de resistência decorre do aumento significativo das tensões confinantes na região de concreto menos resistente, principalmente na direção 1, e podem ser visualizados nas Figura 77b, Figura 78b e Figura 79b. Esses pilares com h/c menores também apresentaram concentração de tensões de compressão na região imediatamente acima da laje, podendo gerar rupturas prematuras do concreto nessa região. Ver Figura 78c e Figura 79c.

Figura 77 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 2, 14$ na região mais à direita do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3



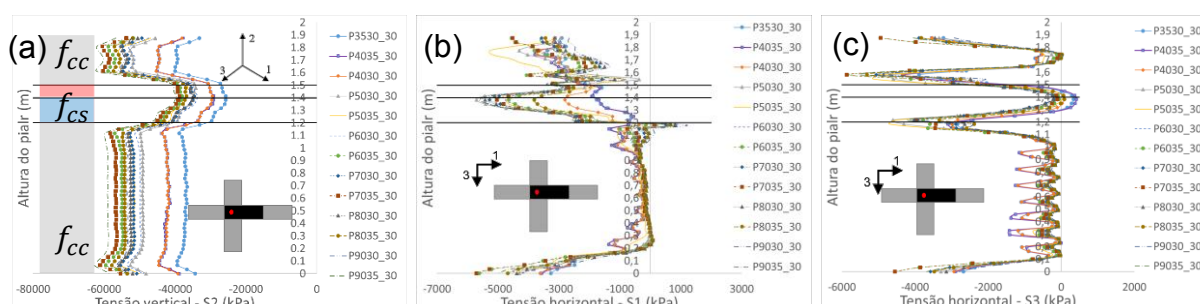
Fonte: o autor

Figura 78 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 2, 14$ na região central do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3



Fonte: o autor

Figura 79 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 2, 14$ na região mais à esquerda do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3

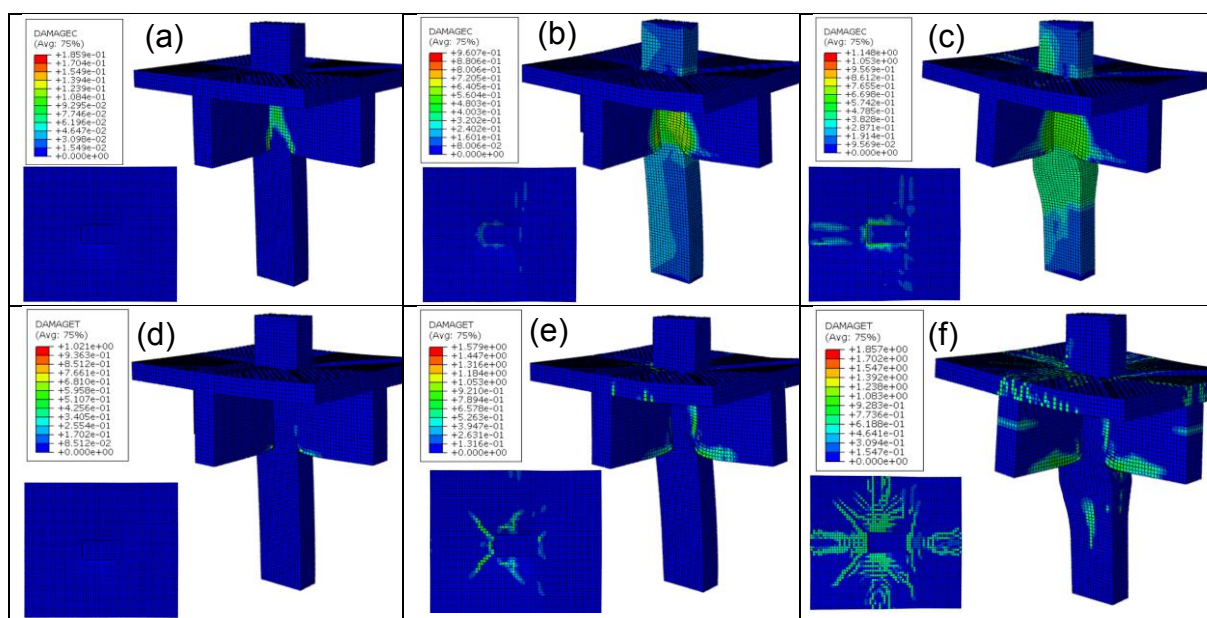


Fonte: o autor

A falha nos experimentos numéricos de pilar interno é ilustrada na Figura 80. Nota-se que o dano compressivo começa na região do concreto menos resistente (f_{cs}) na região sem o confinamento das vigas. Evolui de forma inclinada até a face inferior da viga e depois da região inteira sofrer a adaptação plástica, migra para os trechos de concreto mais resistente (f_{cc}). O dano à tração (abertura de fissuras) mantém-se

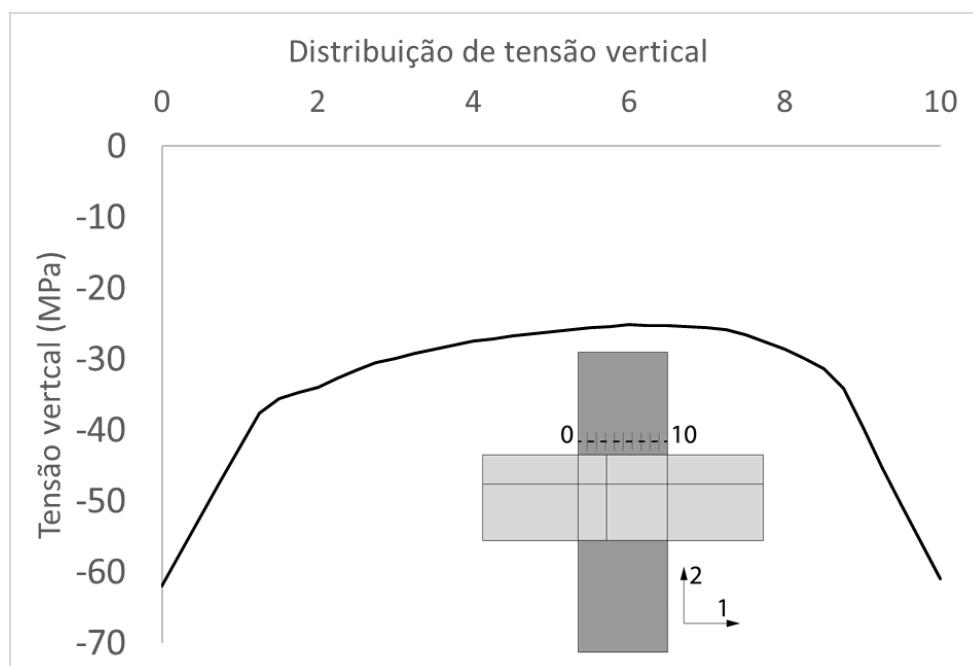
na face inferior das vigas até o fim do processamento, assim como esperado pela compatibilidade de deformações apresentada na Figura 37. Observa-se também que começam a surgir muitas fissuras na laje, ramificadas a partir dos cantos do pilar. O mesmo comportamento das fissuras nas lajes foi percebido por Bianchini, Woods e Kesler (1960), Gamble e Klinar (1991), Ospina e Alexander (1998) e Freire (2003) para pilares confinados por lajes lisas.

Figura 80 – Danos de compressão e tração no espécime PI-30 e $h/c=3.57$. (a) Instante inicial do dano à compressão; (b) Dano à compressão no instante da carga máxima ($t=0,18s$) (c) Dano à compressão no instante de estabilização da carga ($t=65s$). (d) Instante inicial do dano à tração; (e) Dano no modelo à tração no instante da carga máxima ($t=18s$) (f) Dano à tração no instante de estabilização da carga ($t=65s$)



Fonte: o autor

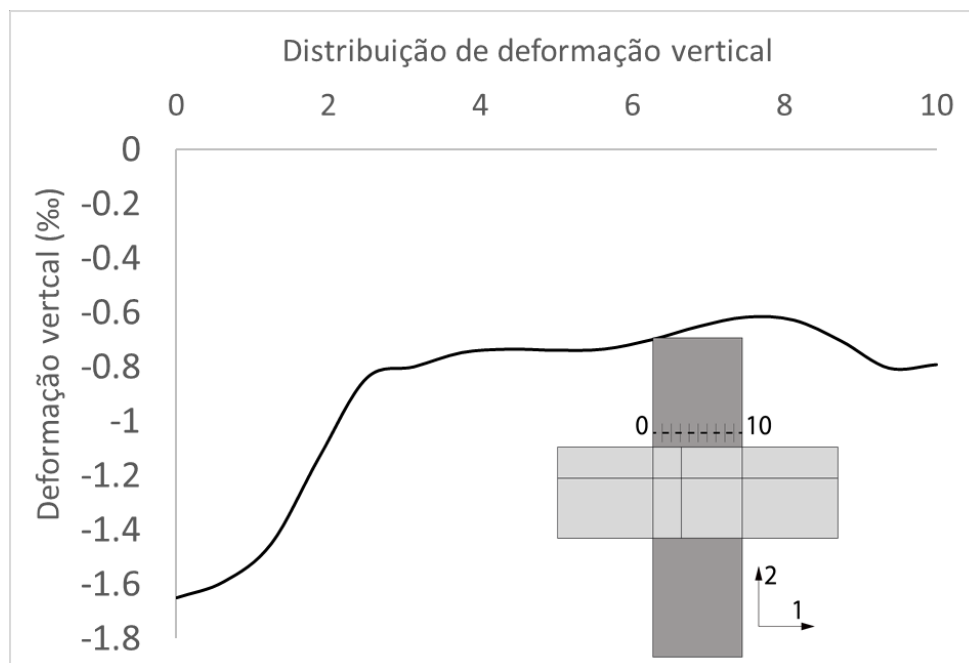
Analisando a distribuição das tensões verticais, notam-se valores significativamente maiores nos cantos do pilar. Representando a largura do pilar por um eixo abscissa com intervalos de 0 a 10 na região imediatamente acima da laje, como na Figura 81, é possível identificar as tensões de compressão mais altas nos cantos, com valores da ordem de 60MPa. Por esses cantos serem mais rígidos, as forças migraram para essa região, criando pontos de concentração de tensão. Essa distribuição aconteceu para todos os modelos. Porém, os resultados apresentados são para o mesmo modelo com ID Modelo PI-30-V50 - $h/c = 3.57$, $f_{cc}/f_{cs} = 2$ e $\rho_{viga} = 0,714\%$.

Figura 81 – Distribuição de tensão vertical imediatamente acima da laje

Fonte: o autor

Na Figura 82 são apresentadas as deformações verticais imediatamente acima da laje para o mesmo modelo numérico em que foram analisadas as tensões na Figura 81. Nota-se que o pico de tensão no ponto 10 não corresponde a um pico de deformação, pois a região abaixo do ponto 10 (região de concreto menos resistente) é menos rígida, deformando mais, assim como apresentado na Figura 71, região onde foram encontrados deslocamentos maiores, assim como pode ser visualizado na Figura 68 e como previsto na Figura 37.

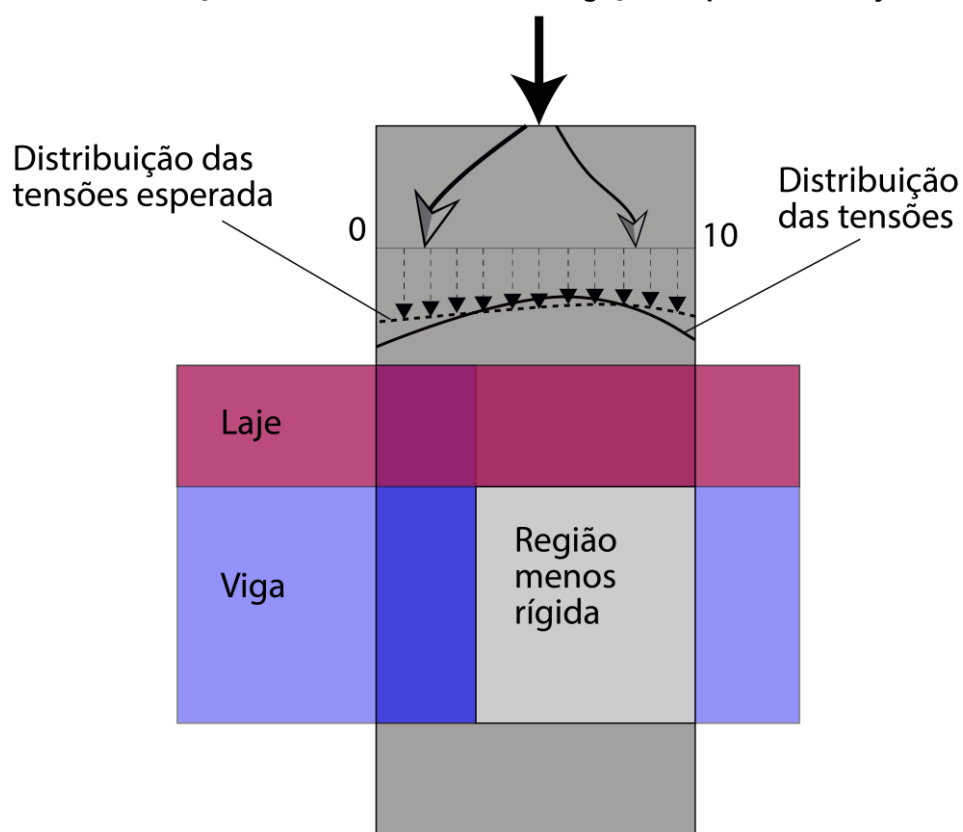
Figura 82 - Distribuição de deformação vertical imediatamente acima da laje



Fonte: o autor

Era esperada uma adaptação plástica das tensões e que elas ficassem mais homogêneas ao longo da seção, como indicado na Figura 83, mas isso não ocorreu, por conta da maior fragilidade do concreto de alta resistência, $f_{cc}/f_{cs} = 2$. Essa concentração da tensão vertical nos cantos do pilar, pode gerar uma ruptura prematura na região imediatamente acima da laje, no concreto de maior resistência (f_{cc}), assim como ocorreu nos ensaios de Azevedo (2014). Nos modelos numéricos, apesar de apresentarem um dano à compressão nessa região do canto do pilar (Figura 80), os maiores danos ocorreram na região onde o pilar não está confinado por nenhuma viga (região menos rígida).

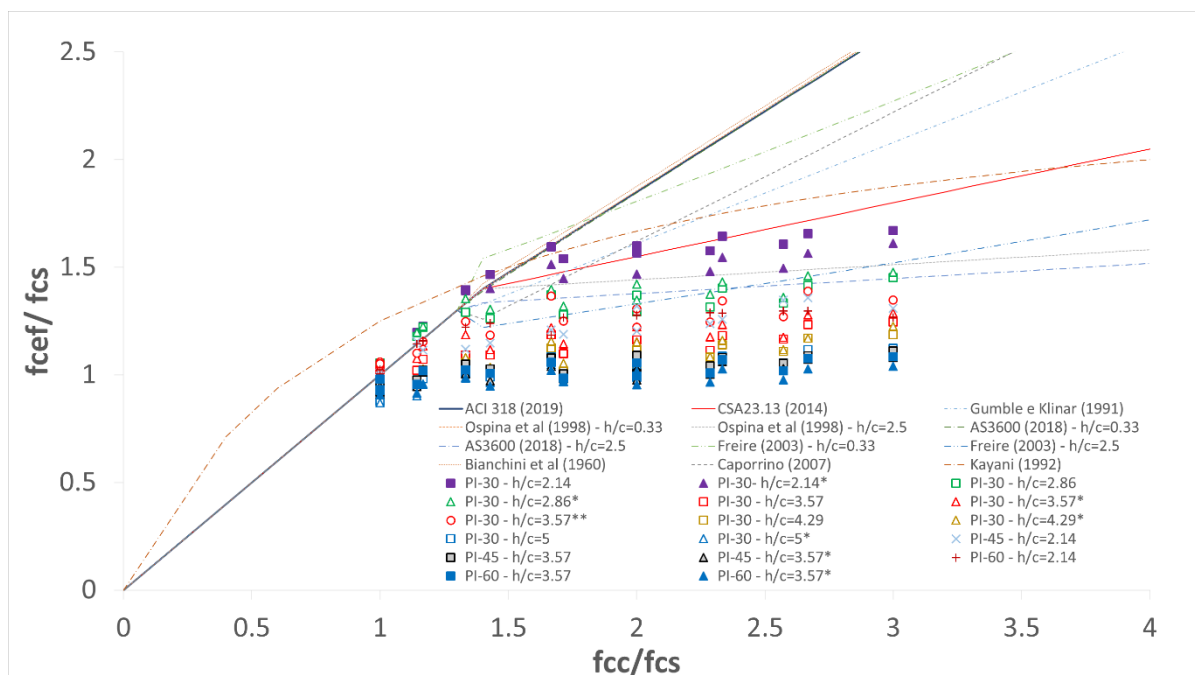
Figura 83 - Distribuição das tensões verticais na ligação do pilar com a laje



Fonte: o autor

Os resultados numéricos obtidos foram comparados com a resistência à compressão efetiva calculada por meio das expressões propostas por Bianchini et al. (1960), Gumble e Klinar (1991), Kayani (1992), Freire (2003), Caporrino (2007), ver Figura 84. Na Figura 84 também foram traçadas as curvas das normas de projeto para resistência à compressão efetiva recomendada no ACI 318-19 (2019), CSA23.13 (2014) e AS3600 (2018).

Figura 84 – Resultados numéricos comparados com curvas propostas por diversos autores para pilares internos



Fonte: o autor

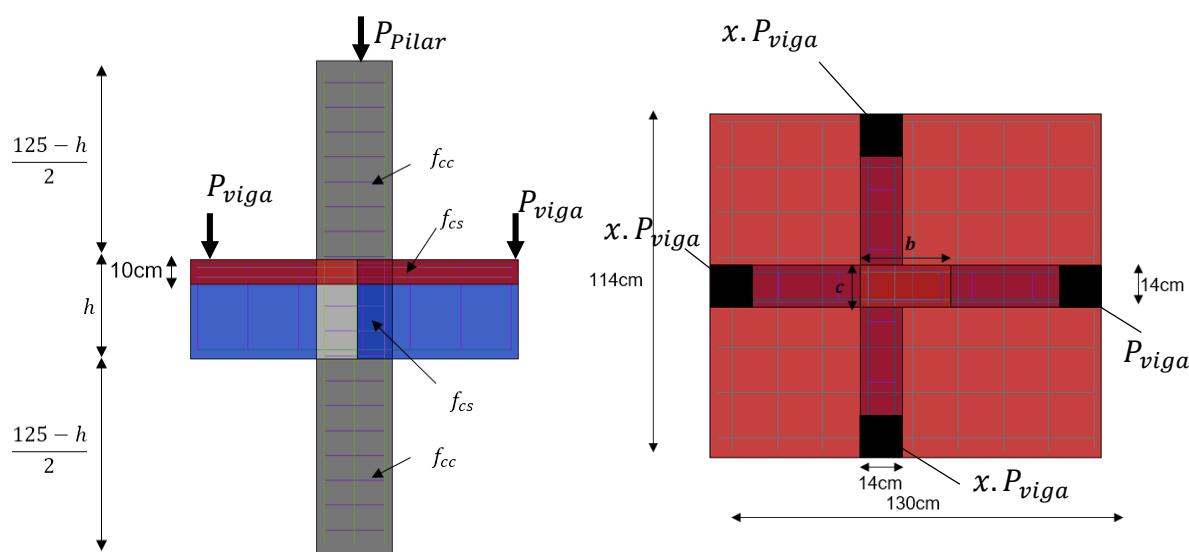
Os resultados apresentados na Figura 84 mostram a importância de se considerar a relação h/c , pois ela leva a resultados diferentes. Para a razão h/c abaixo ou igual a 2,86, os resultados numéricos podem ser bem representados pelas curvas de resistência propostas por Kayani (1992), Ospina e Alexander (1998), Freire (2003) e pela norma australiana AS3600 (2018). Mas, para razão h/c acima de 2,86, nenhuma das curvas representou com segurança os resultados numéricos apresentados. Como as curvas de resistência apresentadas são baseadas em ensaios de pilares internos com laje lisa, onde o confinamento é gerado em toda a região do concreto menos resistente, já era esperado que elas não representassem com segurança e adequadamente os pilares internos confinados por vigas e uma laje de pouca espessura em função das diferenças entre os sistemas estruturais adotados. Esse resultado mostra a importância de se terem expressões específicas para esse sistema estrutural em normas técnicas, inclusive na norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014), que não menciona o assunto, nem para pilares com laje lisa.

Para uma melhor estimativa da resistência efetiva dos pilares internos é proposto um método de cálculo no item 6.2 baseado nas expressões analíticas apresentadas no item 3.1.1 com os resultados dos modelos numéricos confinados por vigas e laje.

5.3 MODELO EM ELEMENTOS FINITOS - PILAR INTERNO COM CARGA NA VIGA

Assim como as simulações numéricas dos pilares confinados por vigas e uma laje fina de concreto, foram selecionados os modelos PI30- $h/c = 3,57$, com as características apresentadas na Tabela 12, e adicionados carregamentos verticais nas extremidades das vigas para simular o carregamento do pavimento na ligação viga-pilar. A posição desse carregamento é apresentada na Figura 85.

Figura 85 - Modelo com duas vigas e carga na viga - vista lateral e em planta



Fonte: o autor

O valor do carregamento P_{viga} foi definido para que a deformação na armadura superior da viga tivesse 2‰ que, segundo Ospina e Alexander (1998), são valores típicos de deformação em serviço das armaduras para o carregamento permanente e acidental, respectivamente.

Para o nível de carregamento da laje estabelecido, a única variável analisada no modelo foi a razão entre as resistências do concreto do pilar pelo concreto do pavimento (f_{cc}/f_{cs}).

Todas as propriedades do modelo numérico foram mantidas em relação ao modelo do pilar interno, apresentado no Item 5.2, com a exceção da adição do carregamento na viga.

Primeiramente foi aplicado um deslocamento imposto na extremidade da viga que, de forma linear, foi incrementado ao longo do tempo de processamento até que fosse atingida a deformação de 2‰ na armadura superior. Como as distâncias entre

os pontos de aplicação do deslocamento imposto e o centro de gravidade do pilar são diferentes, como apresentados na Figura 85, para que fosse mantida a compressão centrada no pilar (livre de flexão), foi encontrado um fator multiplicador (x) que encontrasse o equilíbrio de momentos:

$$x \cdot P_{laje} \cdot 2,0,08 + x \cdot P_{laje} \cdot 0,65 = P_{laje} \cdot 0,65 \quad (95)$$

$$x = 0,8 \quad (96)$$

Portanto, o deslocamento variou linearmente de zero a 5mm em um dos pontos de aplicação e de zero a 4mm nos outros três pontos de aplicação, como indicado na Figura 85.

Posteriormente, na extremidade superior do pilar, foi adicionado um deslocamento, incrementado ao longo do tempo de processamento de forma linear, partindo de zero a 3mm. Esse deslocamento imposto no pilar também altera os deslocamentos das vigas, assim como indicado na Figura 18, que precisam ser corrigidos, ou então a carga na viga seria aliviada conforme o pilar fosse carregado. De acordo com a Figura 68, os deslocamentos máximos na parte superior da laje são de aproximadamente 1,25mm, valor que pode variar com a rigidez do concreto. Assim, de forma simplificada, foi considerado que o deslocamento aplicado nas vigas fosse incrementado em 25% ao longo do carregamento do pilar. Com essa correção, não são esperadas mudanças bruscas de força no pilar ao longo do tempo de processamento.

O incremento de tempo inicial para a solução de Newton-Raphson foi de 10^{-5} e o incremento de tempo mínimo necessário foi de 10^{-6} .

5.3.1 Resultados e discussão

Os resultados dos modelos numéricos em termos de carga de ruptura, tensão de compressão uniaxial, tensão efetiva e relação tensão efetiva-menor resistência (f_{cef}/f_{cs}) estão resumidos na Tabela 12. A resistência à compressão efetiva (f_{cef}) dos modelos numéricos foi calculada de acordo com a expressão dada na Equação (94).

A carga de ruptura foi determinada por carga x tempo de processamento, onde foi analisado o pico de carga.

Tabela 12 - Resultados dos modelos numéricos dos pilares internos com cargas verticais nas vigas

Modelo ID (ABAQUS)	Concreto			$h_{\text{ pilar}}$ (cm)	$h_{\text{ viga}}$ (cm)	h/c	$\rho_{\text{ pilar}}$ (%)	$\rho_{\text{ viga}}$ (%)	$P_{\text{ viga}}$ (kN)	$P_{\text{ rup}}$ (kN)	$f_{\text{ cef}}$ (MPa)	$f_{\text{ cef}}/f_{\text{ cs}}$
	$f_{\text{ cc}}$ (MPa)	$f_{\text{ cs}}$ (MPa)	$f_{\text{ cc}}/f_{\text{ cs}}$									
PI3030	30	30	1,00						442	1309,8	25,8	0,86
PI3530	35	30	1,17						442	1433,9	28,8	0,96
PI3535	35	35	1,00						509	1494,0	30,2	0,86
PI4035	40	35	1,14						514	1769,5	36,8	1,05
P4030	40	30	1,33						447	1519,6	30,8	1,03
PI5030	50	30	1,67						449	1630,9	33,5	1,12
PI5035	50	35	1,43						510	1746,6	36,3	1,04
PI6035	60	35	1,71	30	30	2,14	1,14	1,19	515	1852,3	38,8	1,11
PI6030	60	30	2,00						449	1715,1	35,5	1,18
PI7035	70	35	2,00						514	1940,7	41,0	1,17
PI7030	70	30	2,33						445	1769,5	36,8	1,23
PI8035	80	35	2,29						537	2039,6	43,3	1,24
PI8030	80	30	2,67						469	1847,8	38,7	1,29
PI9035	90	35	2,57						526	2067,1	44,0	1,26
PI9030	90	30	3,00						450	1861,7	39,1	1,30
PI3030	30	30	1,00						750	1390,8	27,7	0,92
PI3530	35	30	1,17						755	1549,0	31,5	1,05
PI3535	35	35	1,00						820	1581,1	32,3	0,92
PI4035	40	35	1,14						824	1714,9	35,5	1,01
P4030	40	30	1,33						767	1633,3	33,6	1,12
PI5030	50	30	1,67						761	1754,8	36,5	1,22
PI5035	50	35	1,43						834	1853,0	38,8	1,11
PI6035	60	35	1,71	30	50	3,57	1,14	0,71	840	1958,2	41,4	1,18
PI6030	60	30	2,00						760	1841,0	38,6	1,29
PI7035	70	35	2,00						829	2042,3	43,4	1,24
PI7030	70	30	2,33						758	1885,5	39,6	1,32
PI8035	80	35	2,29						861	2132,9	45,6	1,30
PI8030	80	30	2,67						759	1938,1	40,9	1,36
PI9035	90	35	2,57						863	2144,9	45,9	1,31
PI9030	90	30	3,00						770	1963,9	41,5	1,38

Fonte: o autor

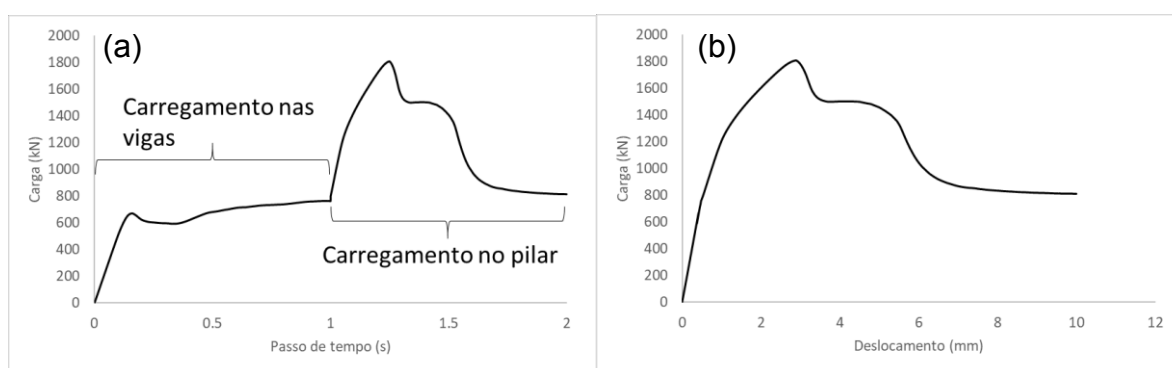
São apresentadas na Tabela 12 as cargas aplicadas nas extremidades das vigas ($P_{\text{ viga}}$), as quais geraram uma deformação de 2‰ em sua armadura superior. Essa carga apresentou uma diferença média de 15% para $h/c = 2,14$ e 10% para $h/c = 3,57$, quando o concreto na viga era de 30MPa ou de 35MPa, sendo sempre maior para o concreto mais resistente. A carga aplicada nas vigas do modelo $h/c = 3,57$ foram aproximadamente 66% maiores que as cargas aplicadas no modelo $h/c = 2,14$, assim como esperado, sendo principalmente influenciados pelo aumento de altura da própria viga.

Os resultados mostraram que as cargas nas vigas tiveram pouca influência na carga de ruptura do pilar com $h/c = 3,57$, como esperado. Para valores menores de f_{cef}/f_{cs} , os resultados foram contra a segurança, diminuindo a carga última do pilar em aproximadamente 10%, e para valores maiores de f_{cef}/f_{cs} , a carga última do pilar aumentou em aproximadamente 10%. Os pilares com $h/c = 2,14$ tiveram uma redução média de 21% na carga de ruptura dos pilares em relação aos pilares sem carregamento nas vigas. As maiores reduções foram para os pilares com razões de resistência do concreto entre 1,33 e 1,71, chegando a 27% de redução. Essas reduções encontradas estão de acordo com o encontrado em Ospina e Alexander (1998) e Urban et al. (2015), apesar dos seus espécimes serem confinados por lajes lisas, diferentes dos apresentados neste trabalho.

Como existem muitos resultados, optou-se pelo resultado da coluna com ID Modelo PI-30-V50 - $h/c = 3.57$, $f_{cc}/f_{cs} = 2$ e $\rho_{viga} = 0,714\%$. É apresentado na Figura 86 o aumento da carga em função do passo de tempo até a falha, onde se pode observar um primeiro trecho onde a viga foi carregada, gerando um trecho longo de deformação até que se chegasse nos 2‰ na armadura superior, e depois a carga é aplicada no pilar até o seu pico, que ocorreu aproximadamente no instante 1,26s.. O modelo numérico apresenta comportamento pós-pico.

Para esse modelo, a carga máxima aplicada nas vigas foi de 760kN e a carga máxima resistente do pilar foi de 1807kN, representando 42% da carga no pilar, um valor relativamente alto para o carregamento das vigas.

Figura 86 – Modelo numérico com pilar interno com carregamento nas vigas: (a) curva da carga ao longo do passo de tempo; (b) curva da carga pelo deslocamento vertical

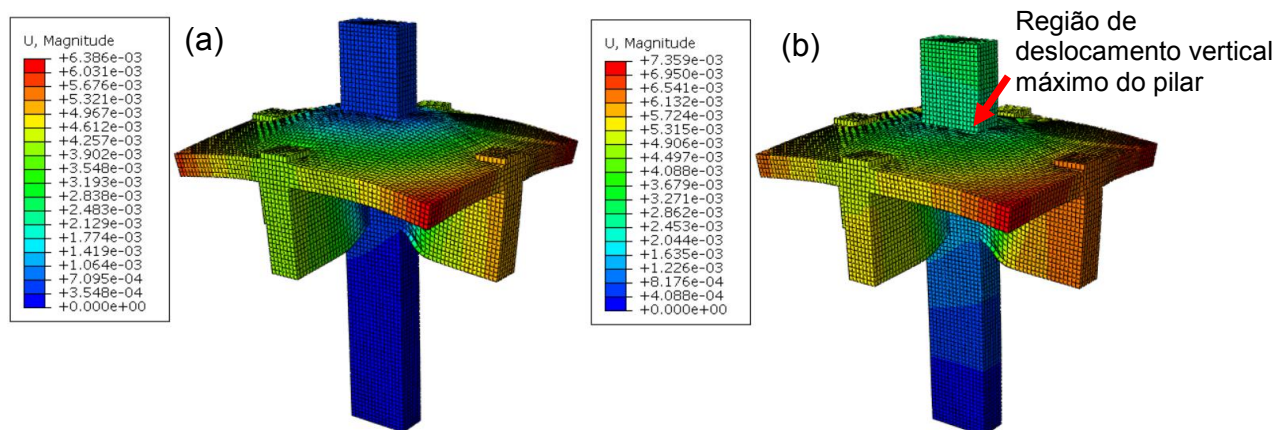


Fonte: o autor

Todos os resultados apresentados a seguir são para a carga máxima nas vigas, instante 1s, e para a carga máxima resistente do pilar, instante 1,26s, apresentadas na Figura 86.

O deslocamento vertical do pilar interno com carregamento nas vigas é visualizado na Figura 87a para o instante 1s, e na Figura 87b para o instante 1,26s. Os deslocamentos encontrados estão de acordo com as características dos deslocamentos previstos na Figura 37, onde os maiores deslocamentos verticais do pilar são na região do pilar com concreto mais resistente acima da laje na região indicada pela seta. Essa região fica acima de onde o confinamento é menor e menos rígida, por conta da inexistência de uma das vigas. O maior deslocamento vertical do espécime foi na extremidade da laje.

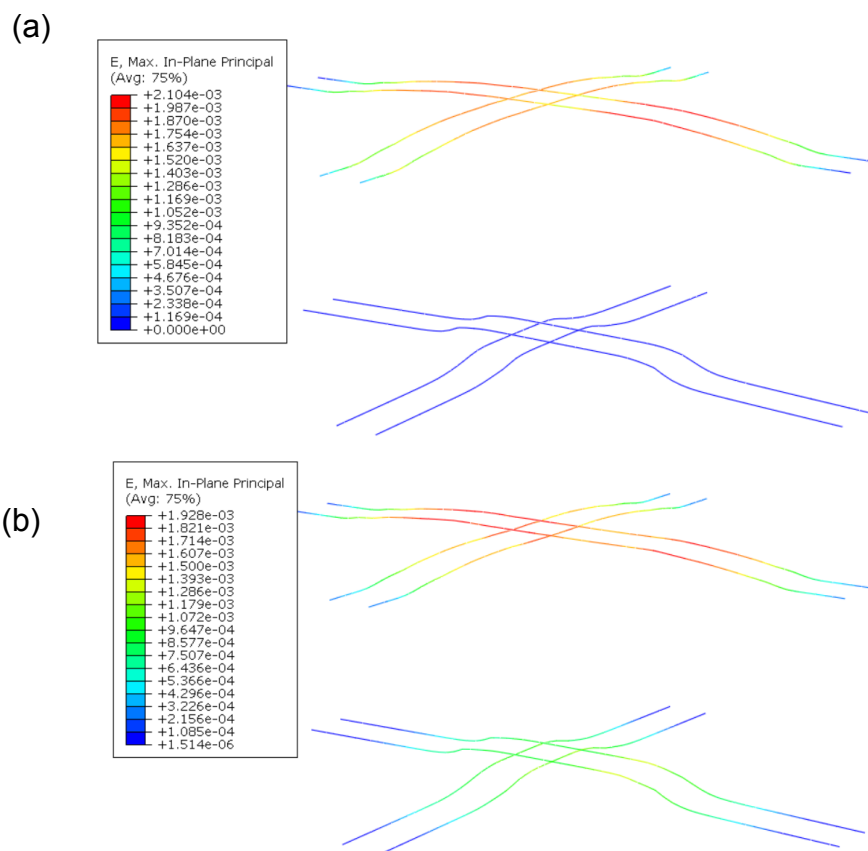
Figura 87 - Deslocamento vertical do pilar interno carregado na laje (em metros). (a) Deslocamento no instante 1s. (b) Deslocamento no instante 1,26s



Fonte: o autor

São apresentadas na Figura 88 as deformações na armadura das vigas do modelo numérico para o instante 1s e 1,26s. As deformações nas barras superiores das vigas tiveram uma diminuição pouco significativa ao longo do carregamento do pilar, aproximadamente 9%.

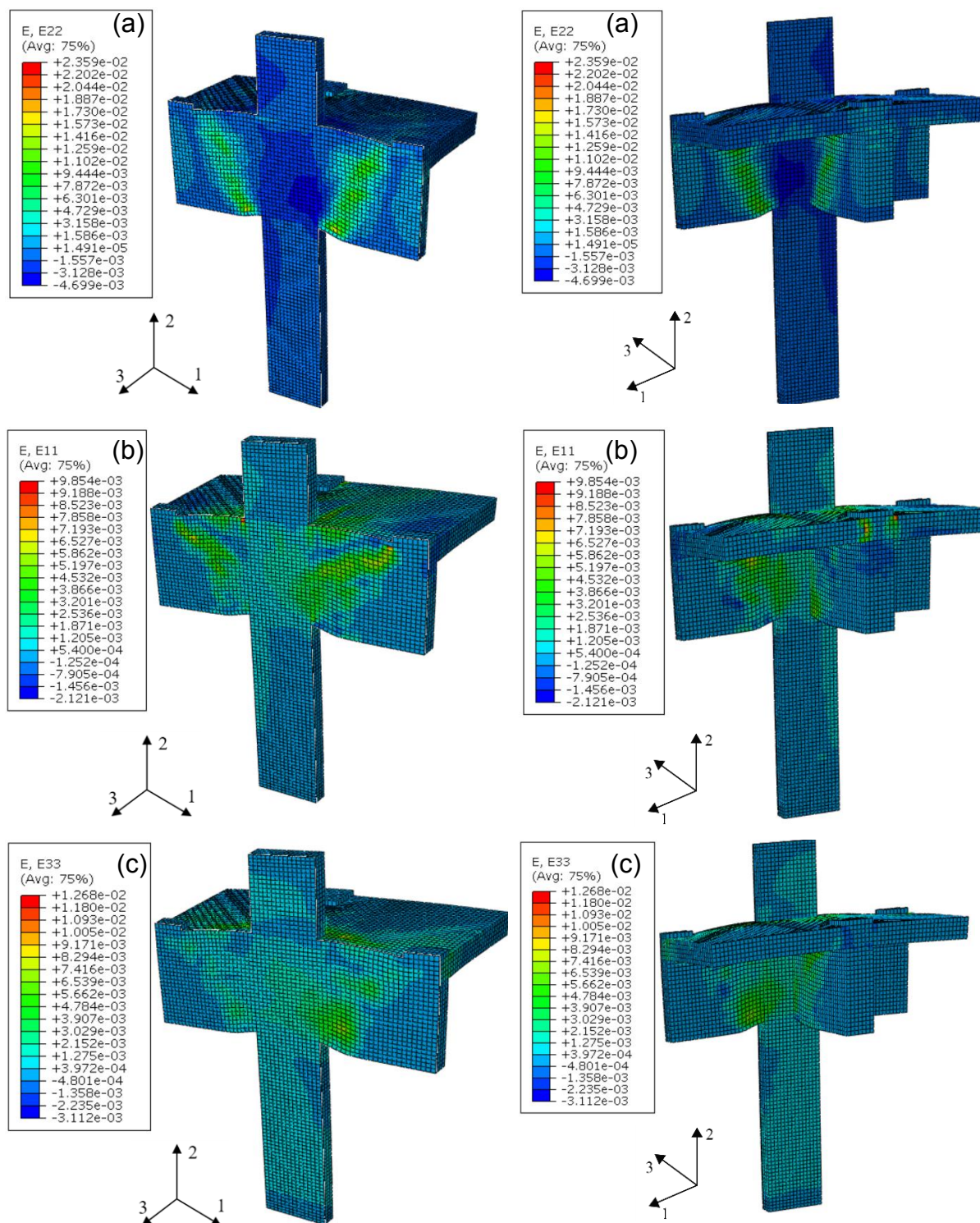
Figura 88 - Deformação nas armaduras das vigas. (a) Deformação no instante 1s; (b) Deformação no instante 1,26s



Fonte: o autor

A distribuição das deformações ao longo da altura do pilar para o instante 86s é apresentada na Figura 89. Cada resultado foi apresentado por duas vistas distintas, uma onde o pilar foi cortado ao meio na direção 3 e outra onde é apresentada a parte de trás da primeira. Com isso, é possível observar o resultado interno e superficial do pilar.

Figura 89- Distribuição das deformações: (a) Direção vertical 2; (b) Direção horizontal 1; (c) Direção horizontal 3



Fonte: o autor

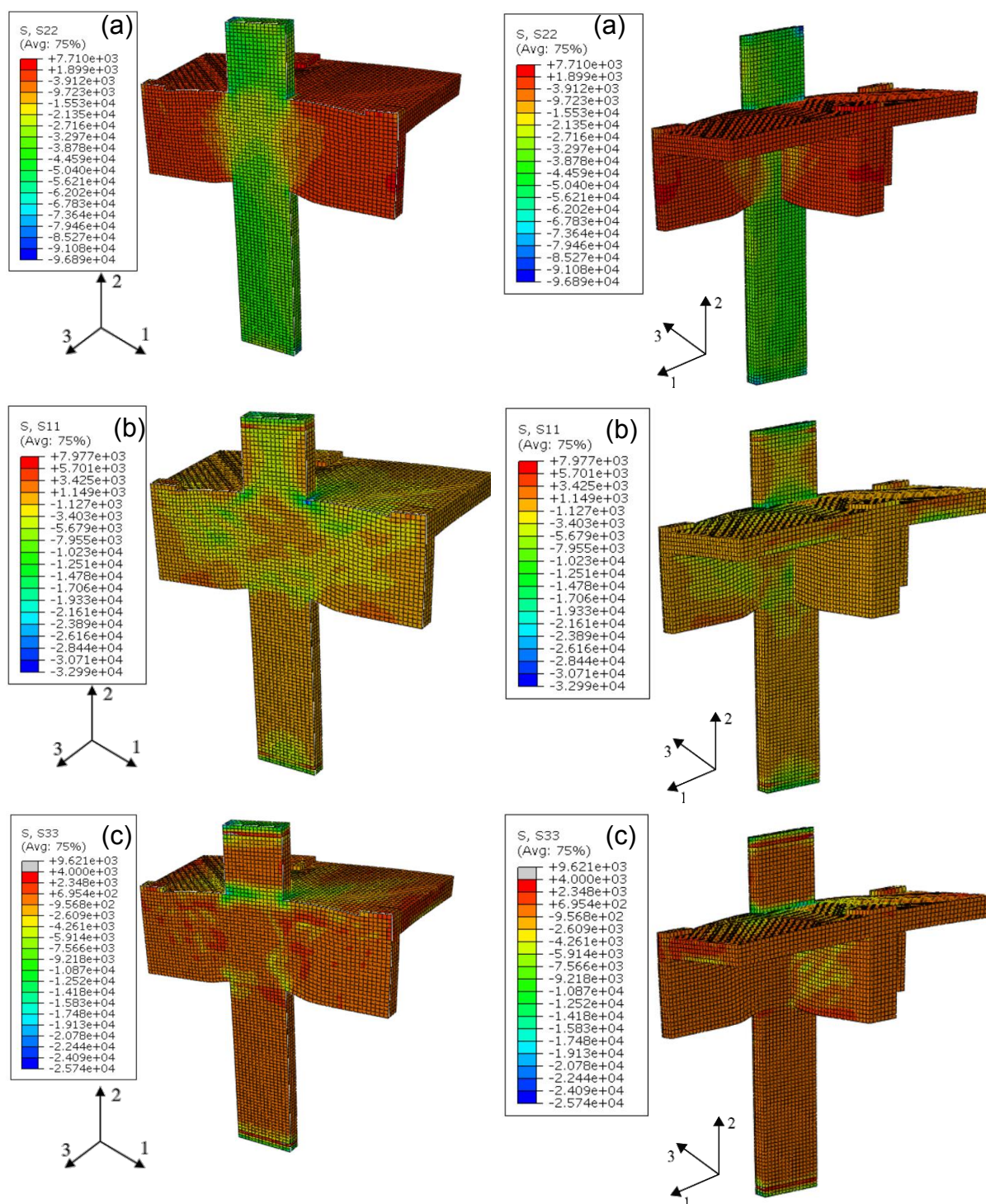
Observa-se pela Figura 89 que existem deformações maiores na região onde o pilar não está inteiramente confinado pelas vigas. Essa região é menos rígida que a região confinada pela viga e ainda possui a menor resistência devido à falta de

confinamento, aumentando também as deformações plásticas do concreto nessa região. Em comparação com os resultados do pilar sem o carregamento nas vigas (Ver Figura 71), as deformações aumentaram de forma considerável no pilar com o carregamento nas vigas, chegando ao dobro do valor em alguns pontos. Esse aumento de deformação era esperado por conta da flexão introduzida nas vigas, gerando tensões de tração nas armaduras superiores e aumentando a compressão na região inferior da viga.

Para melhor compreensão do comportamento do pilar com carregamento nas vigas, foram analisadas as distribuições das tensões verticais e laterais ao longo da altura do pilar. A distribuição de tensões no pilar interno com carregamento nas vigas é similar à do pilar interno sem o carregamento da viga. Assim como no pilar sem carregamento nas vigas, as máximas tensões verticais podem ser observadas na Figura 90 imediatamente acima das vigas e nos cantos do pilar. Na região onde o pilar é cruzado pelas vigas, existe diminuição da tensão vertical, que fica mais claro na Figura 72, Figura 91a, Figura 92a e na Figura 93a. Existe um espraiamento da carga vertical para as vigas nessas regiões, diminuindo de forma considerável as tensões verticais na região. Nota-se uma tensão horizontal maior na região das vigas, esse detalhe fica mais claro na Figura 91b, Figura 92b e na Figura 93b.

Cada resultado foi apresentado por duas vistas distintas, uma onde o pilar foi cortado ao meio na direção 3 e outra onde é apresentada a parte de trás da primeira. Com isso, é possível observar o resultado interno e superficial do pilar.

Figura 90 - Distribuição das tensões no pilar interno com carga na viga (kPa) (a) Direção vertical S22; (b) Direção horizontal S11; (c) Direção horizontal S33



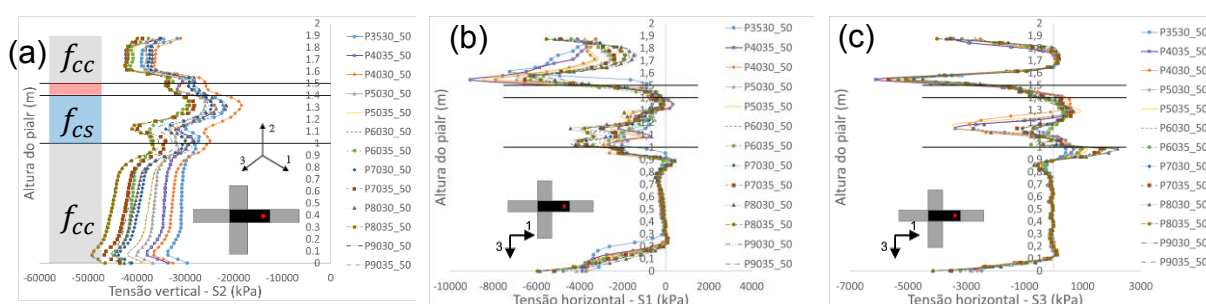
Fonte: o autor

A distribuição das tensões para as diferentes relações de resistência do concreto (f_{cc}/f_{cs}), para $h/c = 3.57$ e para os pilares com carregamento vertical nas vigas, é mostrada na Figura 91, apresentando na primeira coluna as tensões verticais – S22, na segunda coluna as tensões horizontais na direção 1 – S11 (paralela à maior

dimensão do pilar) e na terceira coluna as tensões horizontais na direção 3 – S33. Em cada linha da Figura 91 foram avaliadas regiões diferentes do pilar, sendo elas indicadas por uma imagem em planta do pilar com um ponto vermelho, indicando a região analisada.

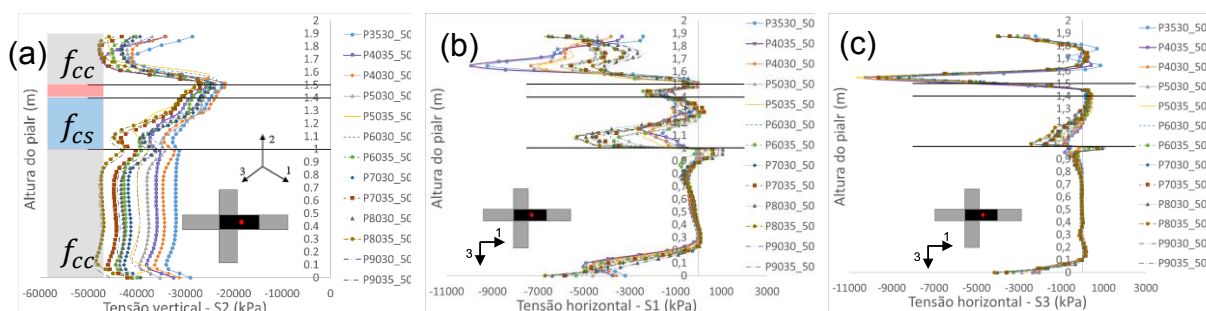
Para avaliar o confinamento do pilar, deve-se utilizar a menor tensão horizontal, portanto, as tensões na direção 3 (S33) são as que conduzem o confinamento. Sendo assim, são apresentados, Figura 91, Figura 92 e Figura 93, os resultados das tensões verticais e horizontais nesses espécimes, sendo para a região oposta à viga transversal (mais à direita do pilar), para a região central do pilar e para a região da viga transversal (mais à esquerda do pilar), respectivamente.

Figura 91 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 3,57$ com carga na laje, região mais à direita do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3



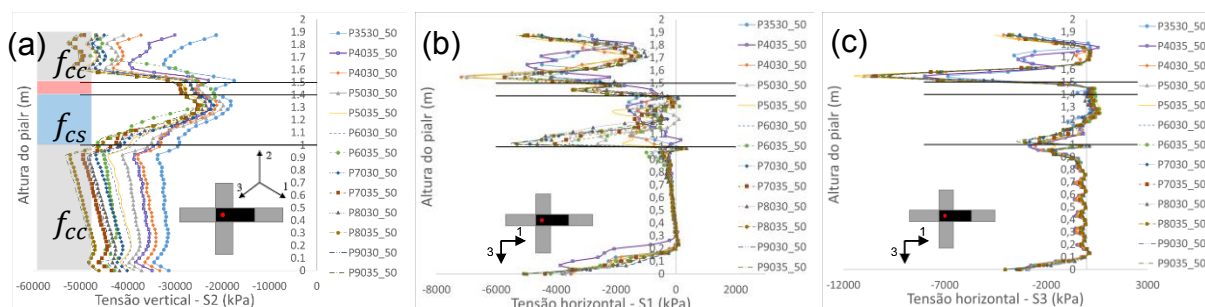
Fonte: o autor

Figura 92 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 3,57$ com carga na laje, região central do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3



Fonte: o autor

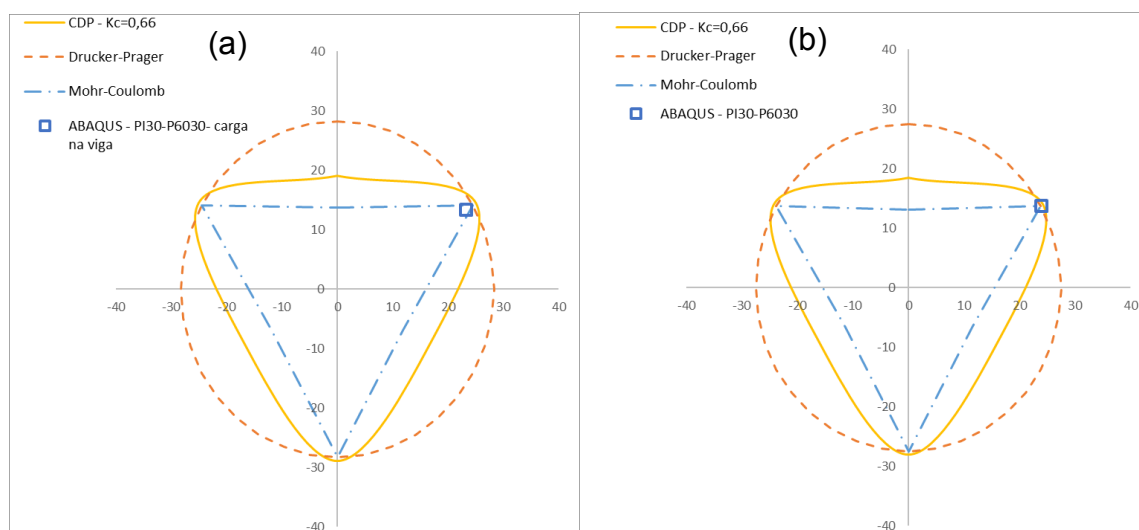
Figura 93 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 3,57$ com carga na laje, região mais à esquerda do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3



Fonte: o autor

Assim como no espécime sem o carregamento nas vigas, as distribuições de tensões são muito similares, mesmo variando a razão de resistências do concreto (f_{cc}/f_{cs}), sendo que quanto maior a razão (f_{cc}/f_{cs}), maiores são as tensões horizontais. Nota-se que imediatamente acima da laje são apresentadas tensões horizontais maiores que as apresentadas no espécime sem o carregamento nas vigas, principalmente na região apresentada na Figura 93c, o que pode levar a altas concentrações de tensões, gerando a ruptura do concreto por excesso de compressão. Em comparação às distribuições de tensões do pilar sem carregamento nas vigas, Figura 74, não foram encontradas diferenças significativas nas tensões verticais, porém, as tensões horizontais S11 e S33 apresentaram diferenças significativas em algumas regiões. De forma geral, as tensões de tração na região do concreto de menor resistência diminuíram nos pilares com as vigas carregadas, o que fica mais evidente na região apresentada na Figura 91b e na Figura 91c. Por essa ser a região onde são encontrados os maiores danos à compressão, observados na Figura 99, esse aumento das tensões confinantes gerou aumento de resistência do concreto, o que gerou maior resistência para o pilar com carregamento na viga, comprovado na Figura 94 pela envoltória dos critérios de resistência.

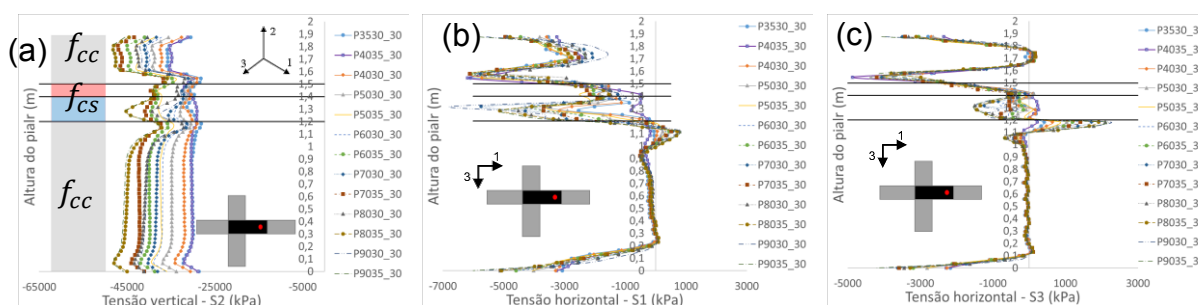
Figura 94 - Envoltória dos critérios de resistência para o ponto mais crítico do pilar interno - $h/c = 3,57$ (MPa). (a) Pilar com carregamento na viga; (b) Pilar interno sem o carregamento nas vigas



Fonte: o autor

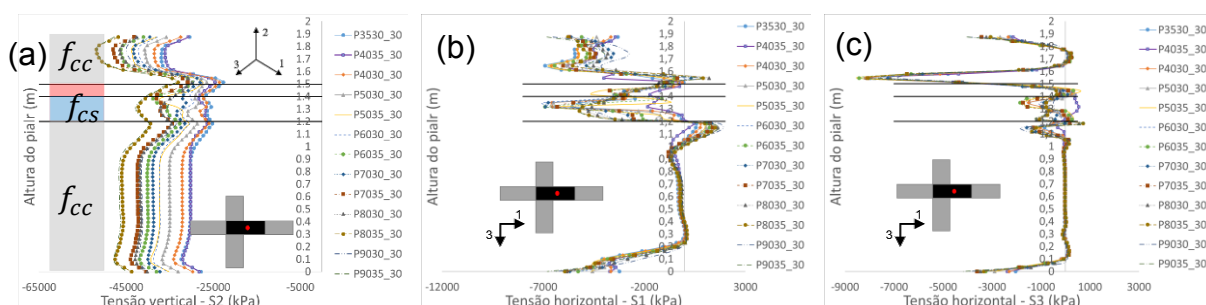
No entanto, as melhorias da resistência do concreto nessa mesma região não foram encontradas nos pilares internos PI30 – $h/c = 2,14$ com carga na laje. Sendo assim, são apresentados (Figura 95, Figura 96 e Figura 97) os resultados das tensões verticais e horizontais nesses espécimes, sendo para a região oposta à viga transversal (mais à direita do pilar), para a região central do pilar e para a região da viga transversal (mais à esquerda do pilar), respectivamente.

Figura 95 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 2,14$ com carga na laje, região mais à direita do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3



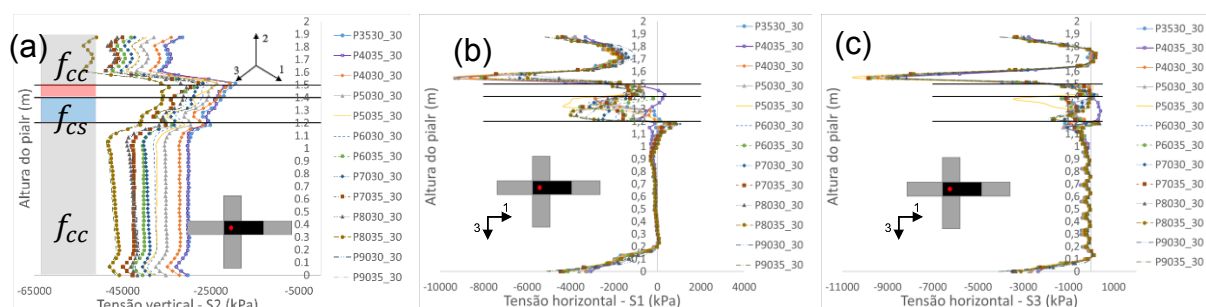
Fonte: o autor

Figura 96 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 2,14$ com carga na laje, região central do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3



Fonte: o autor

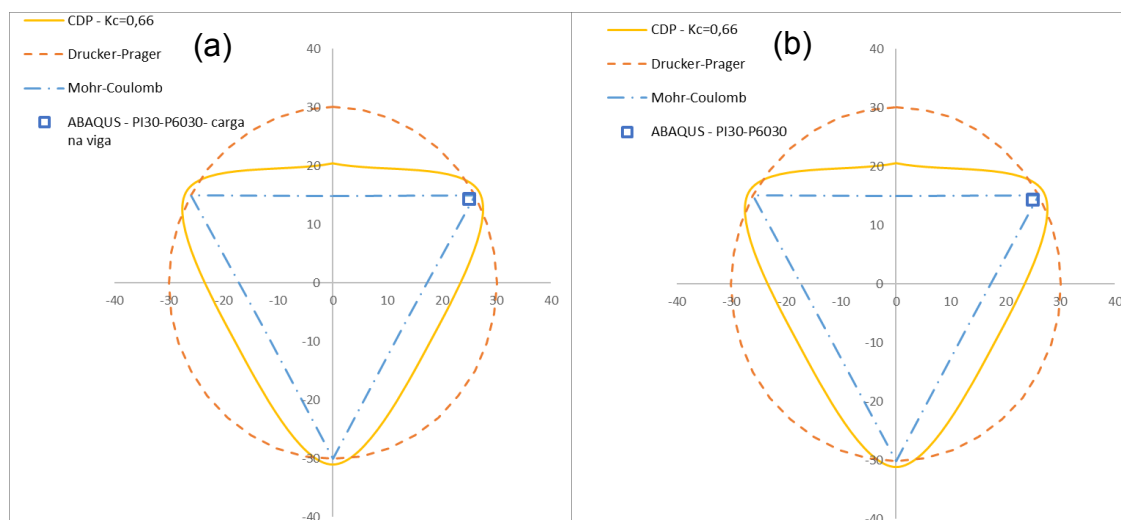
Figura 97 - Distribuição das tensões ao longo da altura para os pilares internos PI-30 e $h/c = 2,14$ com carga na laje, região mais à esquerda do pilar. (a) Tensão vertical na direção 2; (b) Tensão horizontal na direção 1; (c) Tensão horizontal na direção 3



Fonte: o autor

Nota-se na Figura 95, Figura 96 e Figura 97 que as distribuições das tensões horizontais são bem diferentes das apresentadas na Figura 77, Figura 78 e Figura 79 (pilar sem o carregamento nas vigas). Houve aumento expressivo nas tensões horizontais imediatamente acima da região de concreto menos resistente e apesar de existir aumento nas tensões de compressão na região apresentada na Figura 95b, houve diminuição nas tensões de compressão na Figura 95c e Figura 97b, que é a região mais afetada pelo carregamento vertical das vigas e também são as regiões que apresentaram maiores danos. Para uma mesma tensão vertical, é apresentada na Figura 98 uma envoltória de critérios de resistência do ponto mais crítico do pilar, com e sem carregamento na laje.

Figura 98 - Envoltória dos critérios de resistência para o ponto mais crítico do pilar interno - $h/c = 2,14$ (MPa). (a) Pilar com carregamento na viga; (b) Pilar interno sem o carregamento nas vigas



Fonte: o autor

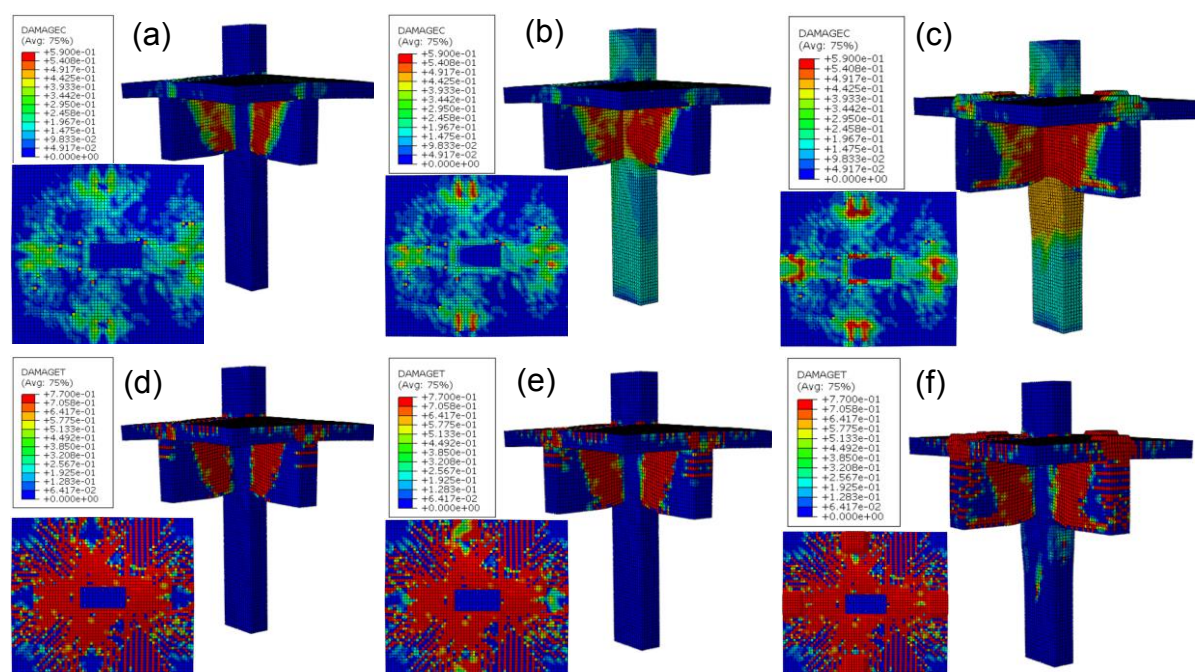
Para uma mesma tensão vertical, o modelo com carregamento nas vigas está mais próximo da ruptura do que o modelo sem o carregamento nas vigas. Isso aconteceu nos modelos com $h/c = 2,14$, pois as tensões de compressão à meia altura da viga diminuíram de forma considerável em relação aos espécimes sem o carregamento nas vigas. Portanto, regiões que antes apresentavam ganho de resistência devido ao confinamento deixaram de ter esse ganho e passaram a ter uma ruptura precoce.

O dano em espécimes numéricos de pilar interno com carregamento vertical nas vigas é ilustrado na Figura 99. O dano de tração na primeira etapa de processamento (carga aplicada nas vigas) ocorre predominantemente na região superior da laje, como indicado na Figura 99d. O dano à compressão surge ao final da primeira fase, onde as bielas de compressão devidas à flexão da viga danificam o concreto. Nessa etapa, não surgem danos no pilar.

Na segunda etapa do processamento, onde o pilar passa a ser carregado, nota-se, similarmente ao pilar sem as cargas nas vigas, que o dano compressivo começa na região do concreto menos resistente (f_{cs}) na região sem o confinamento das vigas. Ele evolui de forma inclinada até a face inferior da viga e depois da região inteira sofrer a adaptação plástica, o dano migra para os trechos de concreto mais resistente (f_{cc}), assim como indicado na Figura 99b. O dano à tração (abertura de fissuras) se mantém

na face inferior das vigas até o fim do processamento, assim como esperado pela compatibilidade de deformações apresentada na Figura 37, mas também aumentam as fissuras na laje.

Figura 99 – Danos de compressão e tração no espécime PI-30 com carga nas vigas e $h/c=3.57$. (a) Instante inicial do dano à compressão para o início do carregamento do pilar ($t=1s$); (b) Dano à compressão no instante da carga máxima ($t=1.26s$) (c) Dano à compressão no instante de estabilização da carga ($t=1.78s$). (d) Instante inicial do dano à tração para o início do carregamento do pilar; (e) Dano no modelo à tração no instante da carga máxima ($t=1.26s$) (f) Dano à tração no instante de estabilização da carga ($t=1.78s$)



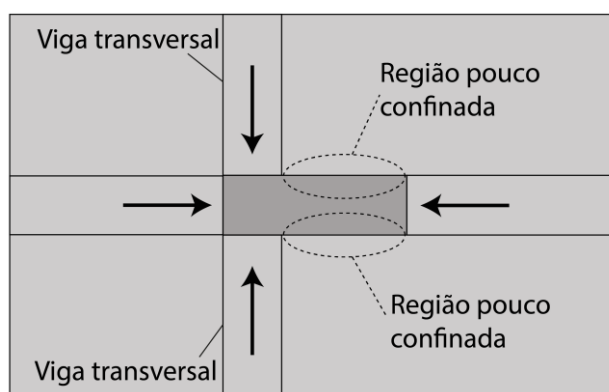
Fonte: o autor

Os resultados das distribuições das tensões verticais não tiveram mudanças significativas em comparação com o pilar interno sem o carregamento nas vigas, porém, as tensões horizontais apresentaram mudanças significativas, principalmente na região inferior do trecho do pilar para $h/c = 3,57$ e na altura inteira para $h/c = 2,14$ na região com concreto de menor resistência.

Para o pilar com $h/c = 3,57$ sem considerar a flexão das vigas, a região inferior do trecho com concreto de menor resistência possuía pouco confinamento, assim como apresentado na Figura 101a, pois é uma região onde existe pouca influência do confinamento gerado pela viga transversal, assim como apresentado na Figura 100. Por conta da flexão das vigas, essa região passou a ser mais comprimida e apresentou maiores tensões confinantes, apresentados na Figura 101b, o que acabou

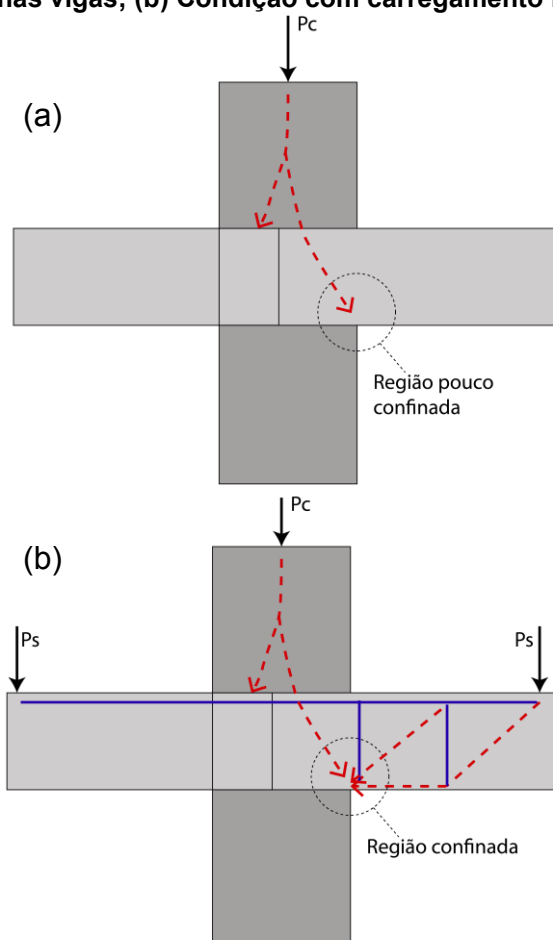
aumentando a sua resistência e, por consequência, a resistência efetiva do pilar. Na Figura 101 é apresentado um modelo do caminhamento de cargas que descreve o que ocorreu nessa região e pode ser comparado com as tensões horizontais apresentadas na Figura 91b.

Figura 100 – Vista em planta das regiões de confinamento - $h/c = 3,57$



Fonte: o autor

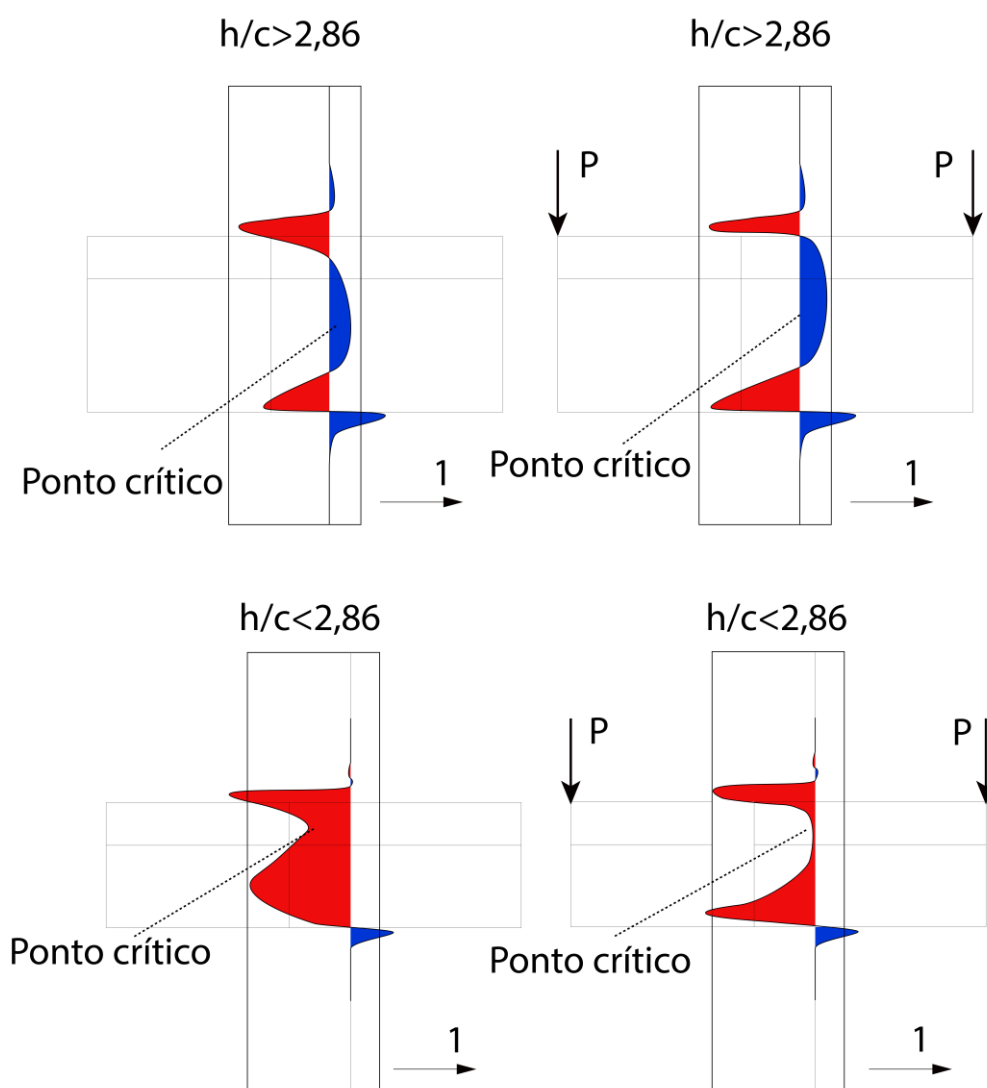
Figura 101 - Caminhamento das cargas na região crítica - $h/c = 3,57$. (a) Condição sem carregamento nas vigas; (b) Condição com carregamento nas vigas



Fonte: o autor

Para o pilar com $h/c = 2,14$, sem considerar a flexão das vigas, a região de concreto de menor resistência possuía tensões de compressão, principalmente na direção 1, ao longo de toda a sua altura (Ver Figura 77b, Figura 78b e Figura 79b). Já com a flexão das vigas tracionando-a na região superior (momento negativo), as tensões na direção 1 diminuíram de forma significativa, diminuindo também o confinamento e a carga de ruptura dos pilares. Isso não ocorreu com os pilares $h/c = 3,57$ pois, nesse caso, já possuíam baixas tensões horizontais nessas regiões, não alterando de forma significativa o confinamento quando foi considerada a flexão das vigas. É apresentada na Figura 102 uma ilustração comparando os resultados dos pilares para $h/c < 2,86$ e $h/c > 2,86$.

Figura 102 - Comparação na distribuição de tensões nos pilares com e sem carga nas vigas



Fonte: o autor

6 MODELO ANALÍTICO PARA DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO EFETIVA DO PILAR

As expressões propostas são baseadas na estimativa numérica das áreas A_{cc} e A_{cs} através dos resultados dos modelos numéricos apresentados no Capítulo 5, onde as tensões laterais são aplicadas para se calcular a tensão compressiva efetiva. É proposto um conjunto de diferentes expressões para calcular as áreas A_{cc} e A_{cs} em função da espessura da laje/viga (h) e das dimensões do pilar (b, c). Essas expressões foram baseadas nas distribuições de tensões apresentadas nas Figura 34 e Figura 36. Foi adotada uma distribuição de tensões laterais parabólicas no concreto de alta resistência e uma distribuição linear no concreto de baixa resistência.

Observando os modelos em elementos finitos, percebeu-se que ambos os parâmetros (b, c) que definem a seção transversal dos pilares são relevantes para estimar as áreas A_{cs} e A_{cc} . Quanto menor for a espessura da laje, maior será a tensão de confinamento, portanto, maior deve ser o A_{cc} e menor o A_{cs} . Para pilares sanduíche onde a relação é $h/c > 4$ e pilares internos com $h/c > 5$ não há tensão de confinamento no meio da espessura da laje/viga, portanto, não há ganho de resistência significativo no pilar. Para pilares com maiores razões b/c , foram verificadas menores tensões de confinamento, então, foi criado um parâmetro N para ajustar os resultados de acordo com essas dimensões dos pilares.

O primeiro passo é escolher o parâmetro N em função da razão b/c . Após considerar a razão h/c , as áreas A_{cc} e A_{cs} são estimadas. A tensão compressiva efetiva é calculada iterativamente supondo um valor inicial para σ_i para calcular a tensão lateral inicial na laje ($d\sigma_{cs,i}$). Além disso, as deformações longitudinais no pilar (ε_{cc}) e laje (ε_{cs}) são calculadas usando as Equações (63) e (64), respectivamente. Esses valores de deformações são substituídos na Equação (62) para calcular a tensão lateral na laje ($d\sigma_{cs}$) e então comparados com a tensão lateral inicial da Equação (63). Os processos iterativos são interrompidos quando a convergência é alcançada. O valor final de σ_i será $\sigma_i = f_{cef} \leq f_{cc}$. Esses processamentos numéricos consideraram $\alpha = 1$, portanto, se α for diferente (o ACI-318 (2019) considera 0,85), $\sigma_i = f_{cef} / \alpha$.

6.1 PILAR-SANDUÍCHE

As expressões apresentadas a seguir mostram as expressões mais adequadas aos resultados dos pilares sanduíche.

$$\text{para } \frac{h}{c} \leq 0,3 \text{ tem - se } \begin{cases} A_{cs} = hc/4N \\ A_{cc} = Nc^2/1,5 \end{cases} \quad (97)$$

$$\text{para } 0,3 < \frac{h}{c} < 0,6 \text{ tem - se } \begin{cases} A_{cs} = hc/2N \\ A_{cc} = Nc^2/4 \end{cases} \quad (98)$$

$$\text{para } 0,6 \leq \frac{h}{c} \leq 1 \text{ tem - se } \begin{cases} A_{cs} = hc/1,5N \\ A_{cc} = Nc^2/8 \end{cases} \quad (99)$$

$$\text{para } 1 < \frac{h}{c} \leq 2 \text{ tem - se } \begin{cases} A_{cs} = hc/1,5N \\ A_{cc} = Nc^2/16 \end{cases} \quad (100)$$

$$\text{para } 2 < \frac{h}{c} \leq 4 \text{ tem - se } \begin{cases} A_{cs} = 1,2c^2/N \\ A_{cc} = Nc^2/20 \end{cases} \quad (101)$$

$$\text{para } \frac{h}{c} > 4 \text{ portanto } d\sigma_{cs} = 0 \text{ deve ser usado} \quad (102)$$

onde:

$$\text{para } \frac{b}{c} \leq 2,5 \rightarrow N = 1 \quad (103)$$

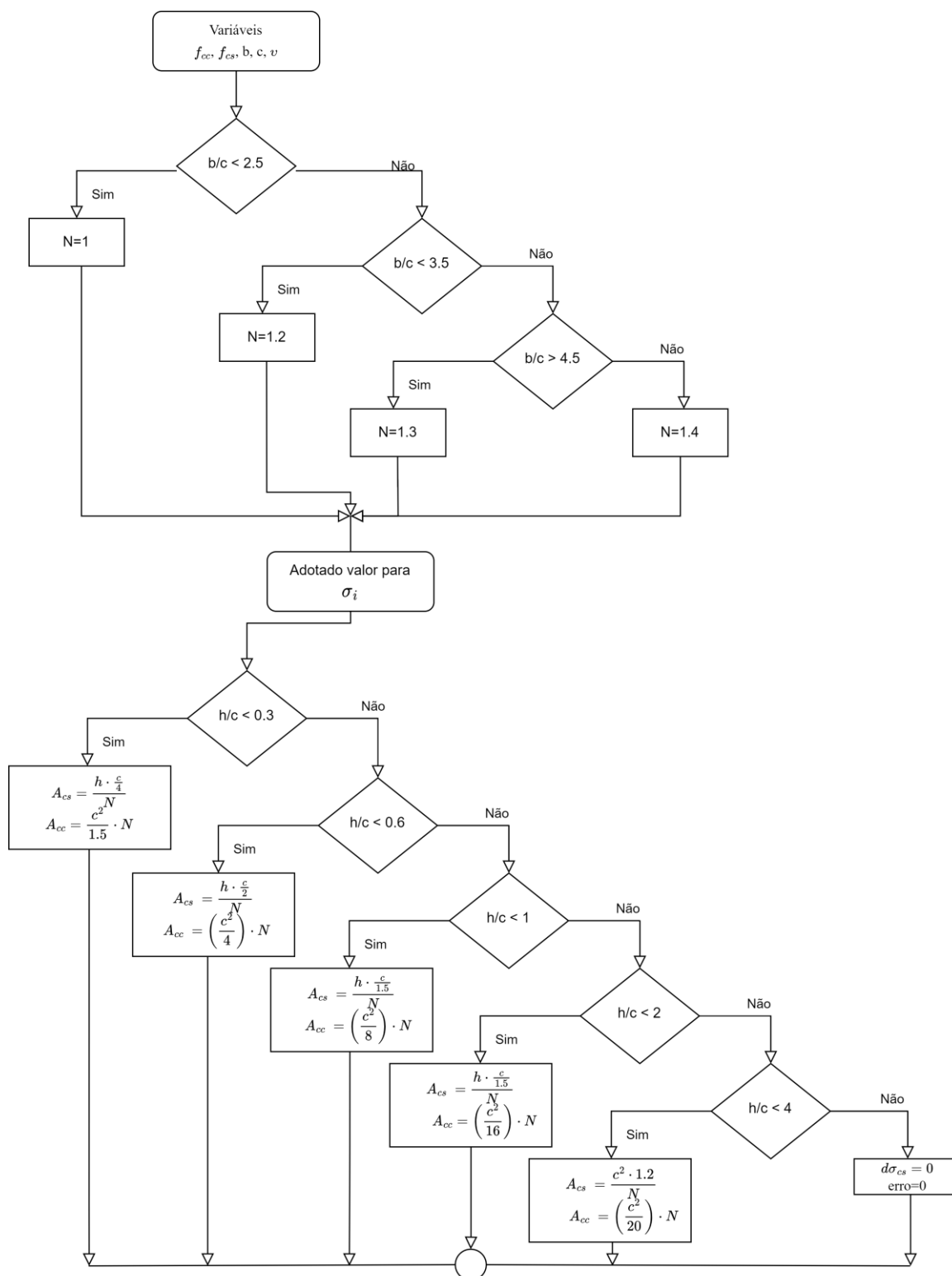
$$\text{para } 2,5 < \frac{b}{c} \leq 3,5 \rightarrow N = 1,2 \quad (104)$$

$$\text{para } 3,5 < \frac{b}{c} \leq 4,5 \rightarrow N = 1,3 \quad (105)$$

$$\text{para } \frac{b}{c} > 4,5 \rightarrow N = 1,4 \quad (106)$$

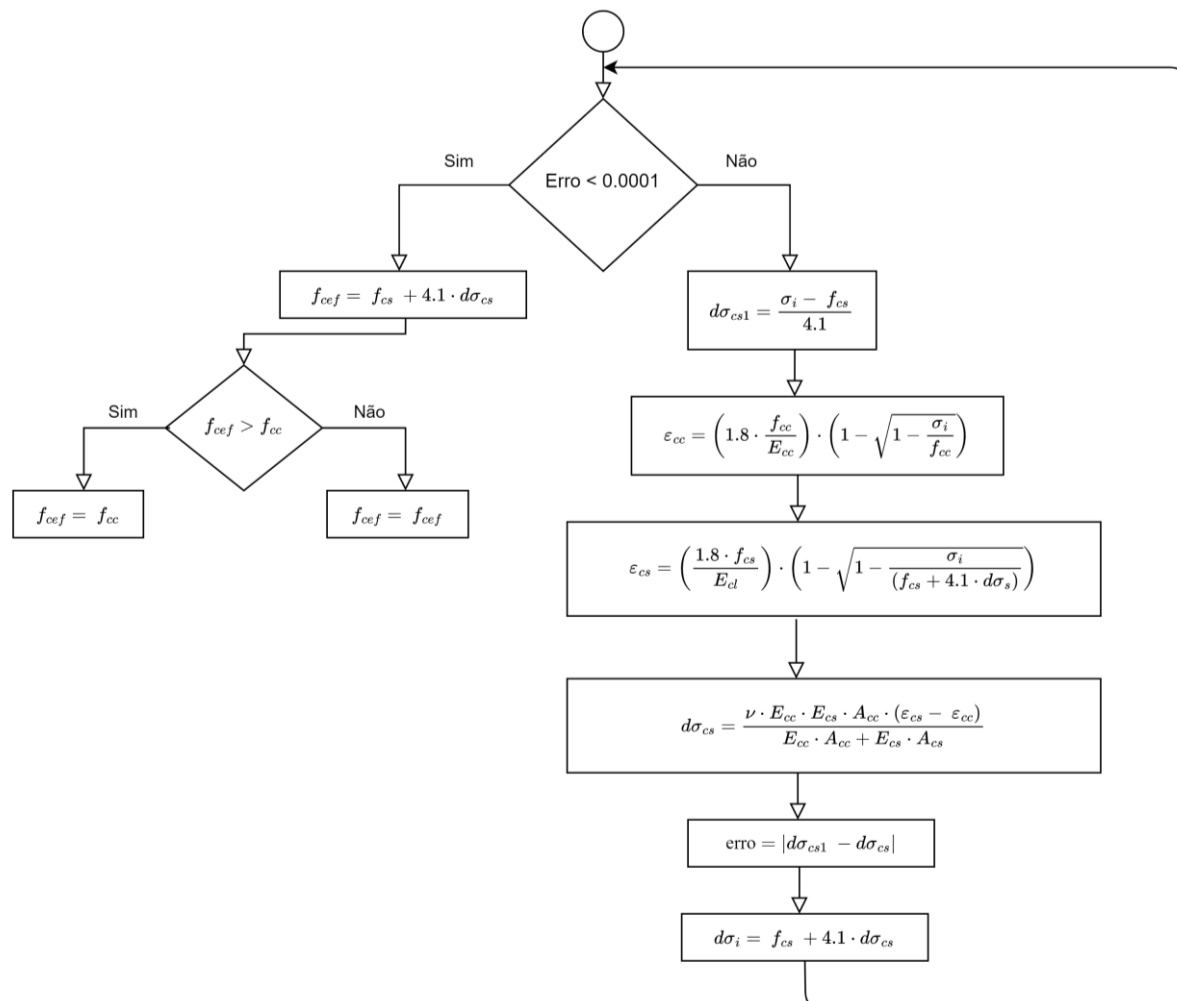
Um fluxograma do método de cálculo é apresentado na Figura 103 e na Figura 104.

Figura 103 – Parte 1 do fluxograma do modelo de cálculo proposto para pilar sanduíche



Fonte: o autor

Figura 104 - Parte 2 do fluxograma do modelo de cálculo proposto para pilar sanduíche



Fonte: o autor

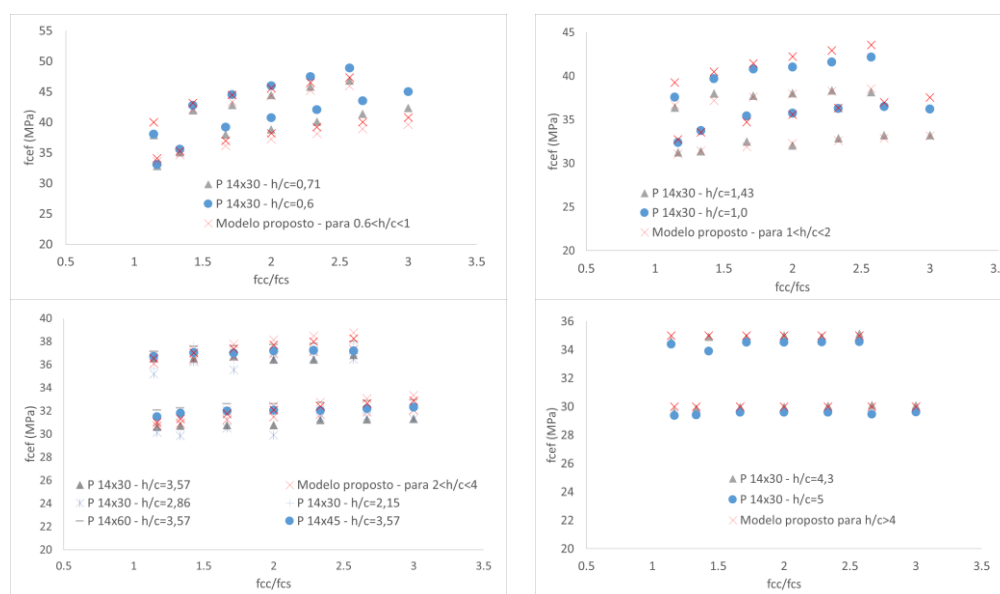
As resistências à compressão efetiva obtidas com os modelos numéricos foram comparadas com os resultados das expressões e apresentadas na Figura 105. Em todos os casos, os resultados das expressões propostas concordam com os modelos numéricos dos pilares, uma vez que esses modelos foram utilizados para calibrar as áreas A_{cc} e A_{cs} . O erro médio máximo encontrado foi de 2,4% com desvio padrão de 5%.

As expressões também foram testadas contra os resultados experimentais de Shu e Hawkins (1992), Ospina e Alexander (1998), Lee e Mendis (2004) e Choi et al. (2020) apresentadas na Figura 106.

Os resultados das expressões propostas apresentaram boa concordância com os resultados de Ospina e Alexander (1998) e Lee e Mendis (2004). O erro médio foi de 2% para ambos os conjuntos de pilares testados dos autores citados. Comparando-

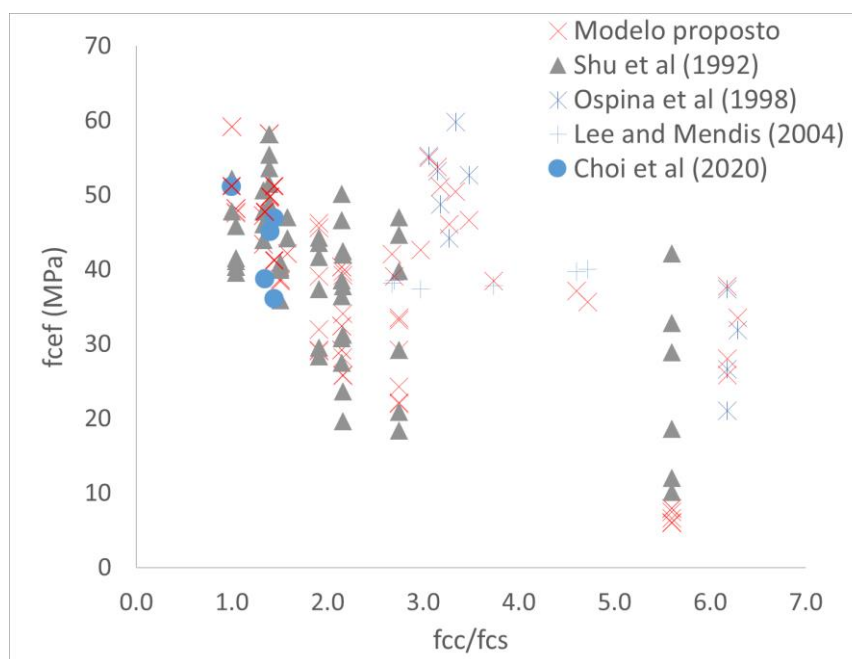
se com Shu e Hawkins (1992), o erro médio foi de 7%. Porém, quando a relação de resistências do concreto aumentou para 5,6, o erro foi considerável, chegando a 86%. Isso mostra que a expressão proposta não representou bem as razões de resistência do concreto acima de 5 para os ensaios experimentais de Shu e Hawkins (1992), mas representou bem os resultados de Ospina e Alexander (1998) e Lee e Mendis (2004), mesmo para razões de resistência do concreto acima de 6. A expressão proposta apresenta erro médio de 11% com os resultados experimentais de Choi et al. (2020). Considerando a média de erro com Shu e Hawkins (1992), Ospina e Alexander (1998), Lee e Mendis (2004) e Choi et al. (2020), o valor é de 3,7% e o seu desvio padrão é de 22%. Os resultados mostram que o modelo pode prever melhor a resistência efetiva à compressão dos pilares para maiores razões de resistência do concreto, mas com o limite de $f_{cc}/f_{cs} = 5$.

Figura 105 – Resultados numéricos comparados com o modelo de cálculo proposto



Fonte: o autor

Figura 106 – Resultados numéricos e experimentais comparados com o modelo de cálculo proposto



Fonte: o autor

6.2 PILAR INTERNO

As expressões apresentadas a seguir mostram as expressões mais adequadas aos resultados dos pilares internos sem carregamento vertical nas vigas.

$$\text{para } \frac{h}{c} \leq 2,5 \rightarrow \begin{cases} A_{cs} = hc/3,5N \\ A_{cc} = Nc^2/1,6 \end{cases} \quad (107)$$

$$\text{para } 2,5 < \frac{h}{c} < 3 \rightarrow \begin{cases} A_{cs} = hc/3N \\ A_{cc} = Nc^2/2,2 \end{cases} \quad (108)$$

$$\text{para } 3 \leq \frac{h}{c} \leq 4 \rightarrow \begin{cases} A_{cs} = hc/2,4N \\ A_{cc} = Nc^2/3 \end{cases} \quad (109)$$

$$\text{para } 4 < \frac{h}{c} \leq 4,5 \rightarrow \begin{cases} A_{cs} = hc/2,4N \\ A_{cc} = Nc^2/4 \end{cases} \quad (110)$$

$$\text{para } 4 < \frac{h}{c} \leq 5 \rightarrow \begin{cases} A_{cs} = hc/1,8N \\ A_{cc} = Nc^2/5 \end{cases} \quad (111)$$

$$\text{para } \frac{h}{c} > 5 \rightarrow d\sigma_{cs} = 0 \text{ deve ser usado} \quad (112)$$

onde:

$$\text{para } \frac{b}{c} \leq 2,5 \rightarrow N = 1 \quad (113)$$

$$\text{para } 2,5 < \frac{b}{c} \leq 3,5 \rightarrow N = 0,5 \quad (114)$$

$$\text{para } 3,5 < \frac{b}{c} \leq 4,5 \rightarrow N = 0,3 \quad (115)$$

$$\text{para } \frac{b}{c} > 4,5 \rightarrow N = 0,35 \quad (116)$$

Percebeu-se que o método de cálculo apresentava maiores divergências de resultados quando o concreto de mais baixa resistência (f_{cs}) era o de 35MPa. Essas divergências são atribuídas à menor capacidade de adaptação plástica do concreto, sendo assim, para corrigir essa divergência, foi considerado no método de cálculo o fator de fragilidade proposto por Muttoni, Ruiz e Moccia (2017) e apresentado na Equação (9).

Um fluxograma do método de cálculo é apresentado na Figura 107 e na Figura 108.

Figura 107 - Primeira parte do fluxograma de modelo de cálculo proposto para pilar interno

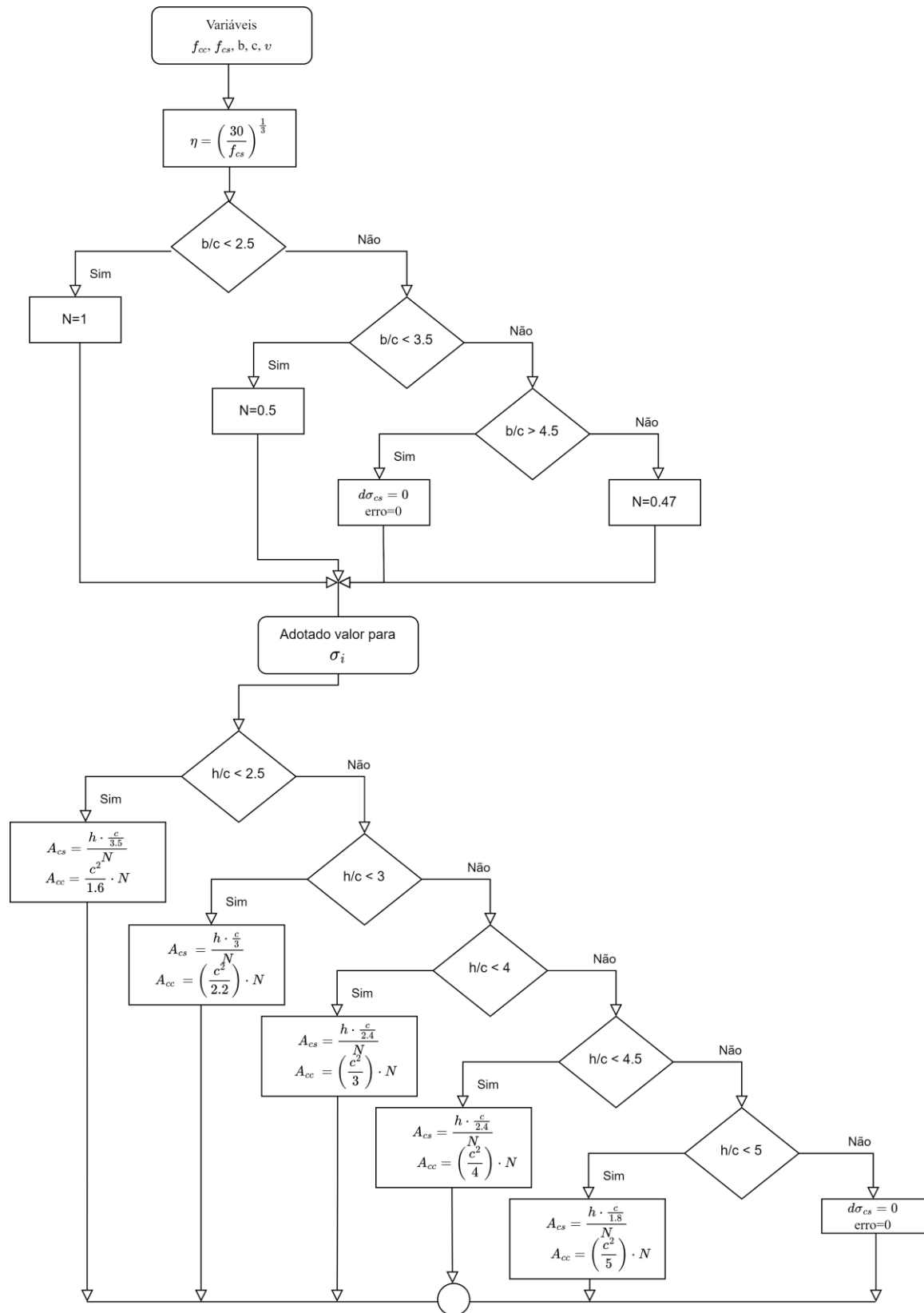
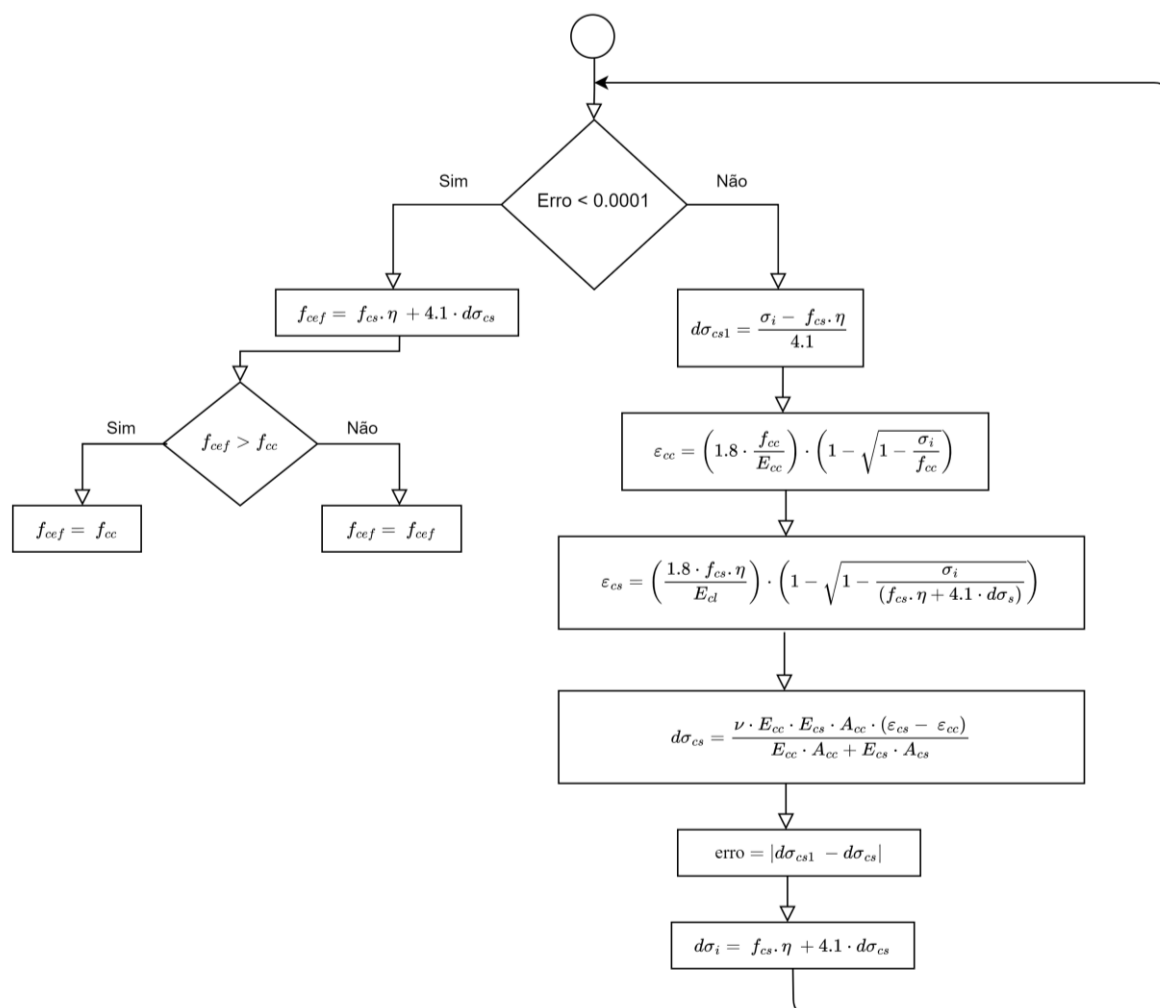


Figura 108 - Segunda parte do fluxograma de modelo de cálculo proposto para pilar interno

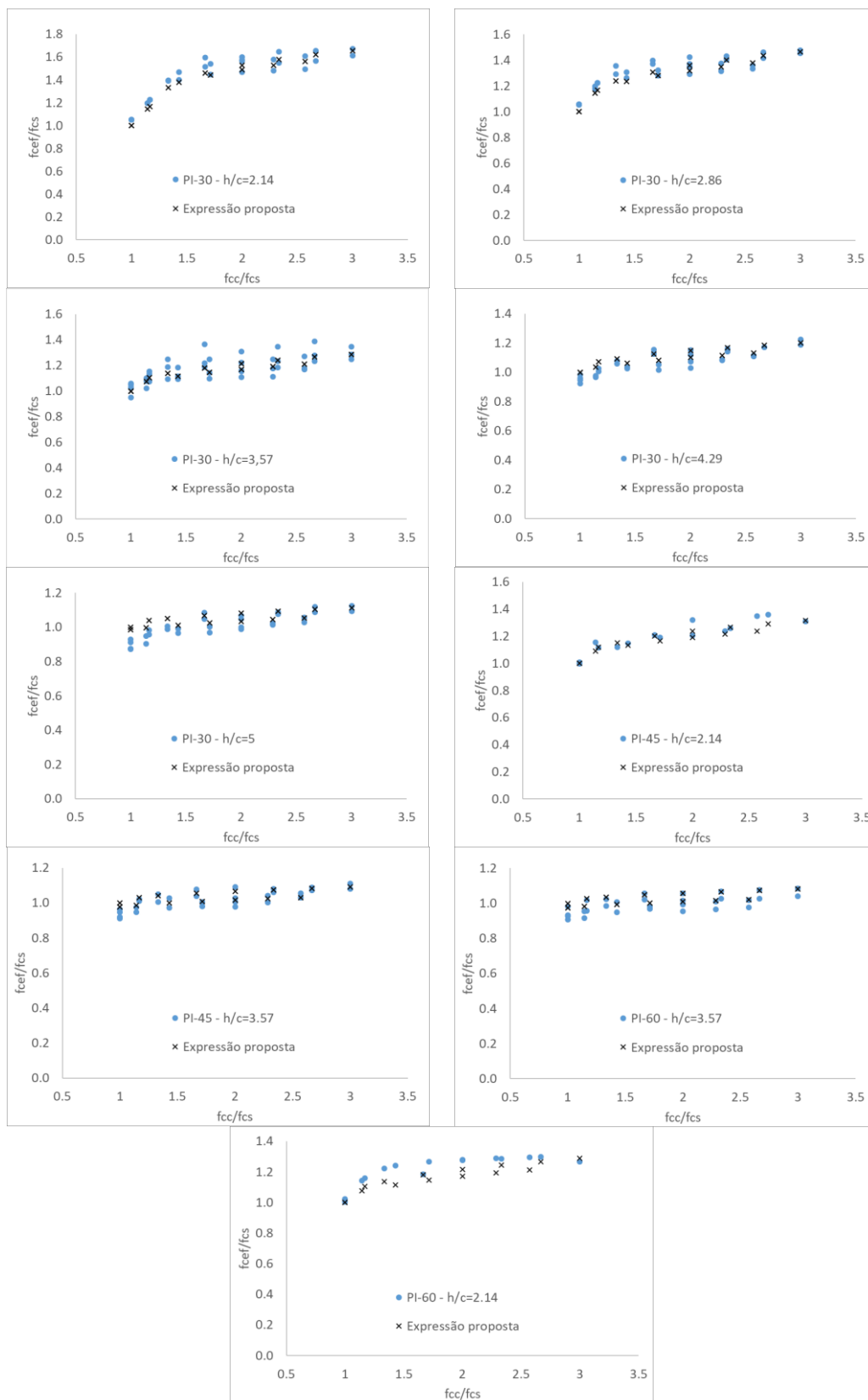


Fonte: o autor

As resistências à compressão efetiva obtidas com os modelos numéricos foram comparadas com os resultados do método de cálculo proposto e são apresentadas na Figura 109. Em todos os casos, os resultados das expressões propostas concordam com os modelos numéricos dos pilares, uma vez que foram utilizados para calibrar as áreas A_{cc} e A_{cs} . O erro médio encontrado foi de 0,1% com desvio padrão de 4,5%. Os resultados numéricos que tiveram a maior diferença com o modelo de cálculo proposto foram para o PI-60 – $h/c=2,14$, onde o erro médio ficou em 4,7% com um desvio padrão de 3,5%. Mesmo para esse resultado, o modelo de cálculo proposto representou bem os resultados numéricos.

Os resultados numéricos em comparação com o modelo de cálculo proposto para cada faixa de h/c são apresentados na Figura 109.

Figura 109 - Resultados numéricos comparados com o método de cálculo proposto



Fonte: o autor

O resultado da expressão proposta foi comparado com o único resultado experimental encontrado na literatura para pilares internos confinados por vigas (uma delas com largura menor que o pilar) e uma laje fina realizados por Azevedo (2014), onde a diferença de resultado ficou em apenas 7%, mostrando que o método proposto possui boa precisão em prever a tensão efetiva de pilares internos com vigas mais estreitas que o pilar e uma laje fina.

6.3 PILAR INTERNO COM CARGA NA VIGA

O modelo de cálculo para os pilares internos com cargas nas vigas é o mesmo do pilar sem carga na viga, com a exceção de um fator multiplicador para pilares com $h/c < 3,57$ para ajustar aos resultados dos modelos numéricos.

As expressões modificadas são apresentadas a seguir:

$$\text{para } \frac{h}{c} \leq 2,5 \rightarrow \begin{cases} A_{cs} = hc/2N \\ A_{cc} = Nc^2/6 \end{cases} \quad (117)$$

$$\text{para } 2,5 < \frac{h}{c} < 3 \rightarrow \begin{cases} A_{cs} = hc/2N \\ A_{cc} = Nc^2/3 \end{cases} \quad (118)$$

$$\text{para } 3 \leq \frac{h}{c} \leq 4 \rightarrow \begin{cases} A_{cs} = hc/2,4N \\ A_{cc} = Nc^2/3 \end{cases} \quad (119)$$

$$\text{para } 4 < \frac{h}{c} \leq 4,5 \rightarrow \begin{cases} A_{cs} = hc/2,4N \\ A_{cc} = Nc^2/4 \end{cases} \quad (120)$$

$$\text{para } 4 < \frac{h}{c} \leq 5 \rightarrow \begin{cases} A_{cs} = hc/1,8N \\ A_{cc} = Nc^2/5 \end{cases} \quad (121)$$

$$\text{para } \frac{h}{c} > 5 \rightarrow d\sigma_{cs} = 0 \text{ deve ser usado} \quad (122)$$

onde:

$$\text{para } \frac{b}{c} \leq 2,5 \rightarrow N = 1 \quad (123)$$

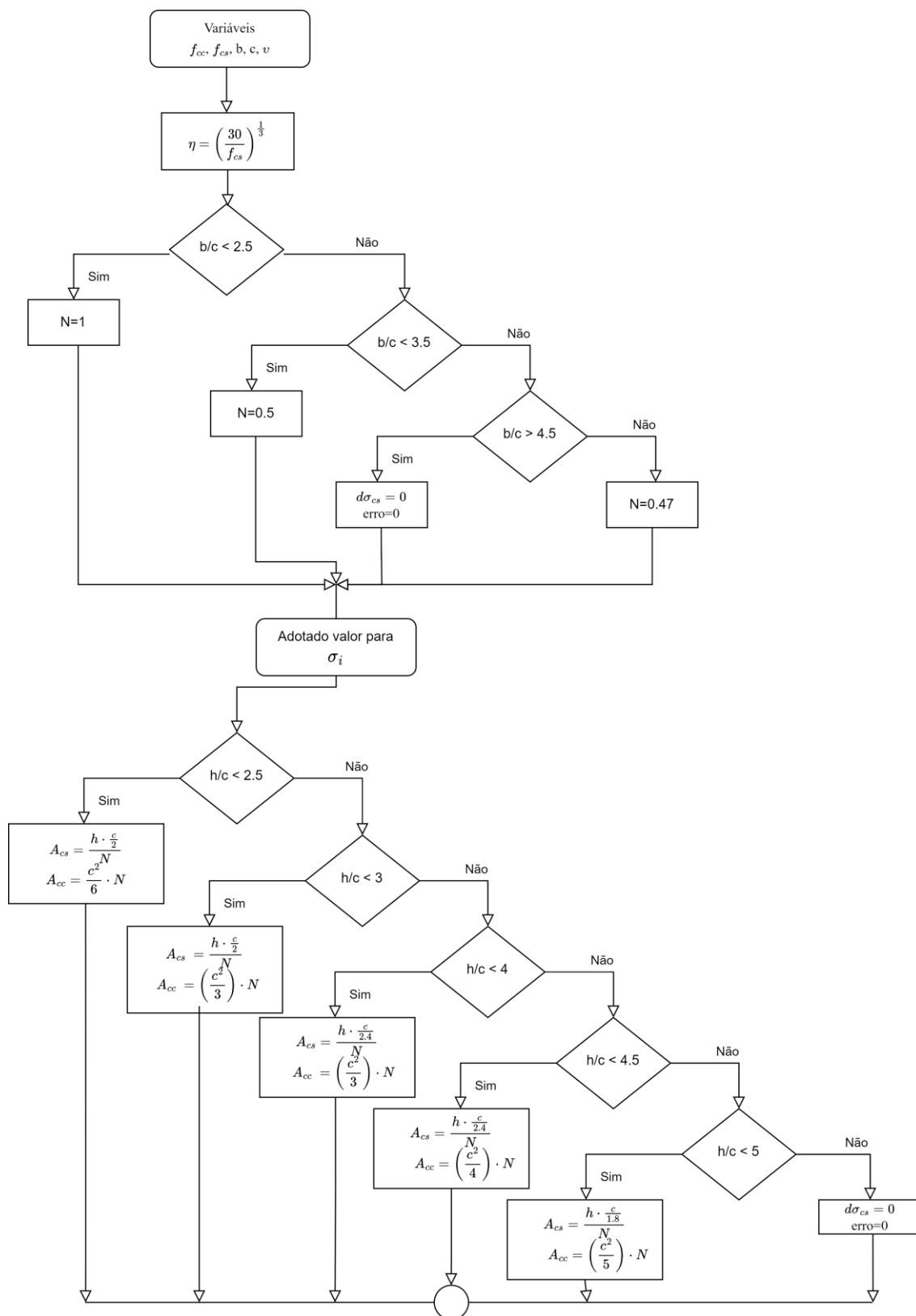
$$\text{para } 2,5 < \frac{b}{c} \leq 3,5 \rightarrow N = 0,5 \quad (124)$$

$$\text{para } 3,5 < \frac{b}{c} \leq 4,5 \rightarrow N = 0,3 \quad (125)$$

$$\text{para } \frac{b}{c} > 4,5 \rightarrow N = 0,35 \quad (126)$$

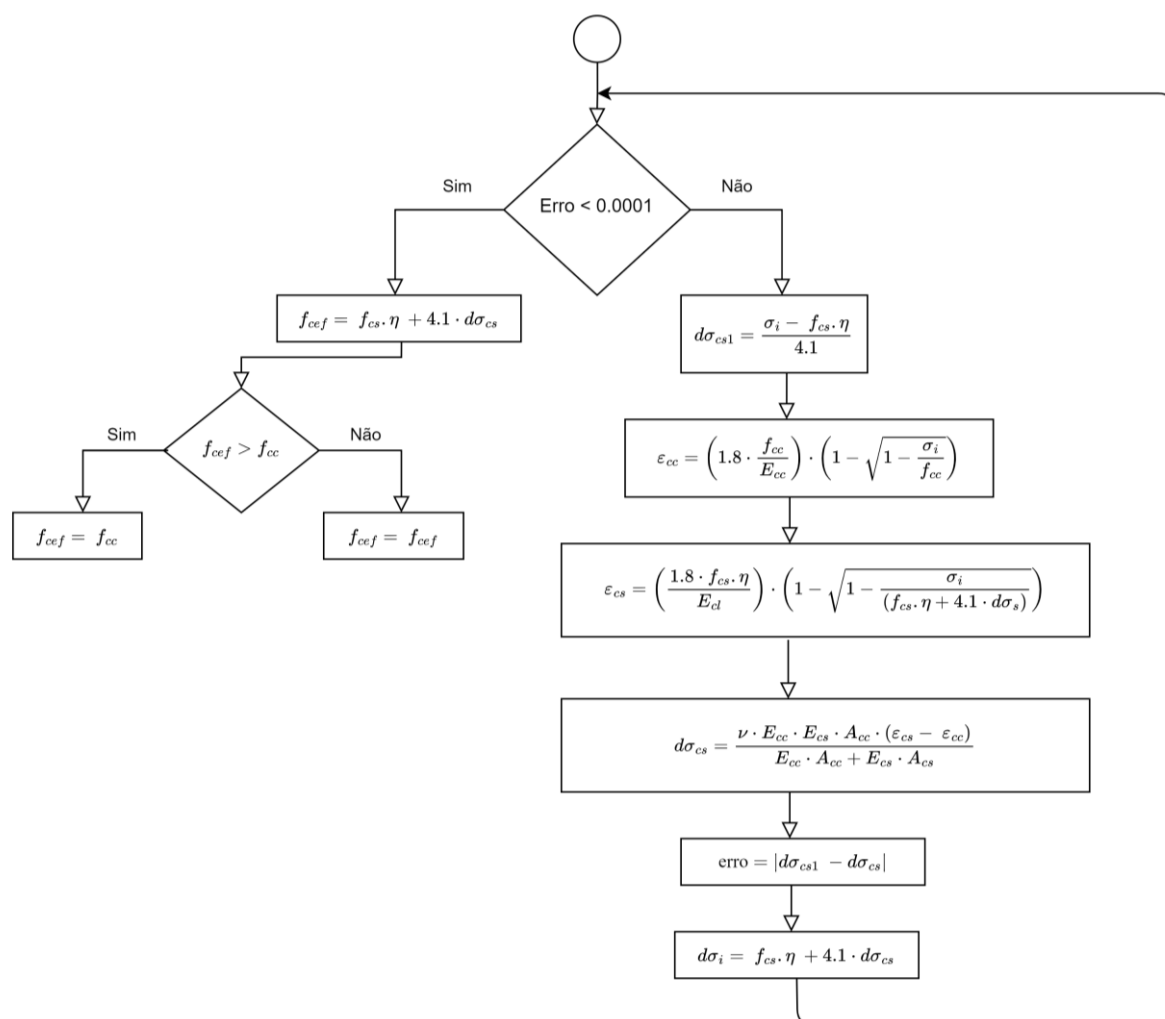
O fluxograma atualizado do método de cálculo, já considerando as vigas carregadas, é apresentado na Figura 110 e na Figura 111.

Figura 110 - Primeira parte do fluxograma de modelo de cálculo proposto para pilar interno com carga na viga



Fonte: o autor

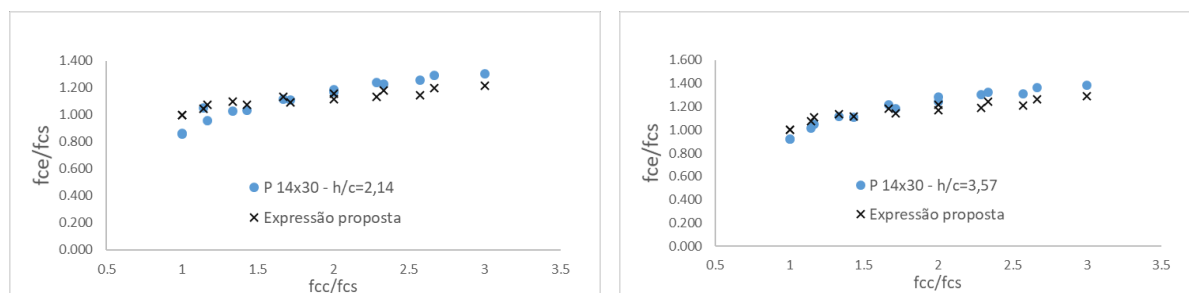
Figura 111 - Segunda parte do fluxograma de modelo de cálculo proposto para pilar interno com carga na viga



Fonte: o autor

As resistências à compressão efetiva obtidas com os modelos numéricos com carregamento nas vigas foram comparadas com os resultados do método de cálculo proposto e são apresentadas na Figura 112. Em todos os casos, os resultados das expressões propostas concordam com os modelos numéricos dos pilares, uma vez que foram utilizadas áreas A_{cc} e A_{cs} para a calibração. O erro médio encontrado foi de 0,4% com desvio padrão de 7,4%. Os resultados numéricos que tiveram a maior diferença com o modelo de cálculo proposto foram para o PI-30 – $h/c = 2,14$ e f_{cc}/f_{cs} entre 1 e 1,2 onde o erro médio ficou em 14,9% com um desvio padrão de 2,2%. Apesar desses resultados apresentarem diferenças maiores, o modelo de cálculo proposto representou bem os resultados numéricos.

Figura 112 - Resultados numéricos comparados com o método de cálculo proposto para pilares internos com carga nas vigas



Fonte: o autor

Como usualmente as vigas estarão carregadas, a metodologia proposta nesse item é a que deve ser utilizada para prever a carga de ruptura dos pilares.

7 EXPRESSÃO SIMPLIFICADA

Os resultados das expressões propostas no Capítulo 6 apresentaram ótimos resultados, porém, o seu cálculo é complexo, exigindo programação computacional e tempo de implementação. Uma expressão mais simples para o cálculo da resistência efetiva do concreto é necessária para atender às demandas de projeto e que possa ser inserida em normas técnicas.

Um método comum e amplamente utilizado de encontrar uma expressão simples é a Regressão Linear Simples. Ela descreve a relação linear entre duas variáveis. Porém, no caso do confinamento dos pilares, essa análise seria simplista demais, pois existem duas variáveis preponderantes que ditam a sua resistência à compressão efetiva, sendo estas as razões f_{cc}/f_{cs} e h/c . Assim, foi necessário utilizar um modelo de regressão não linear.

Primeiramente é assumido que a função que representa os resultados será a mesma para todas as razões f_{cc}/f_{cs} e h/c . Dessa forma, é possível criar regressões para essas constantes. É possível observar nos resultados apresentados nas Figura 113 e Figura 117 que não aparecem valores espúrios. Isso acontece porque os resultados numéricos apresentam baixa variabilidade, não apresentando imperfeições geométricas ou físicas, encontradas em espécimes de laboratório.

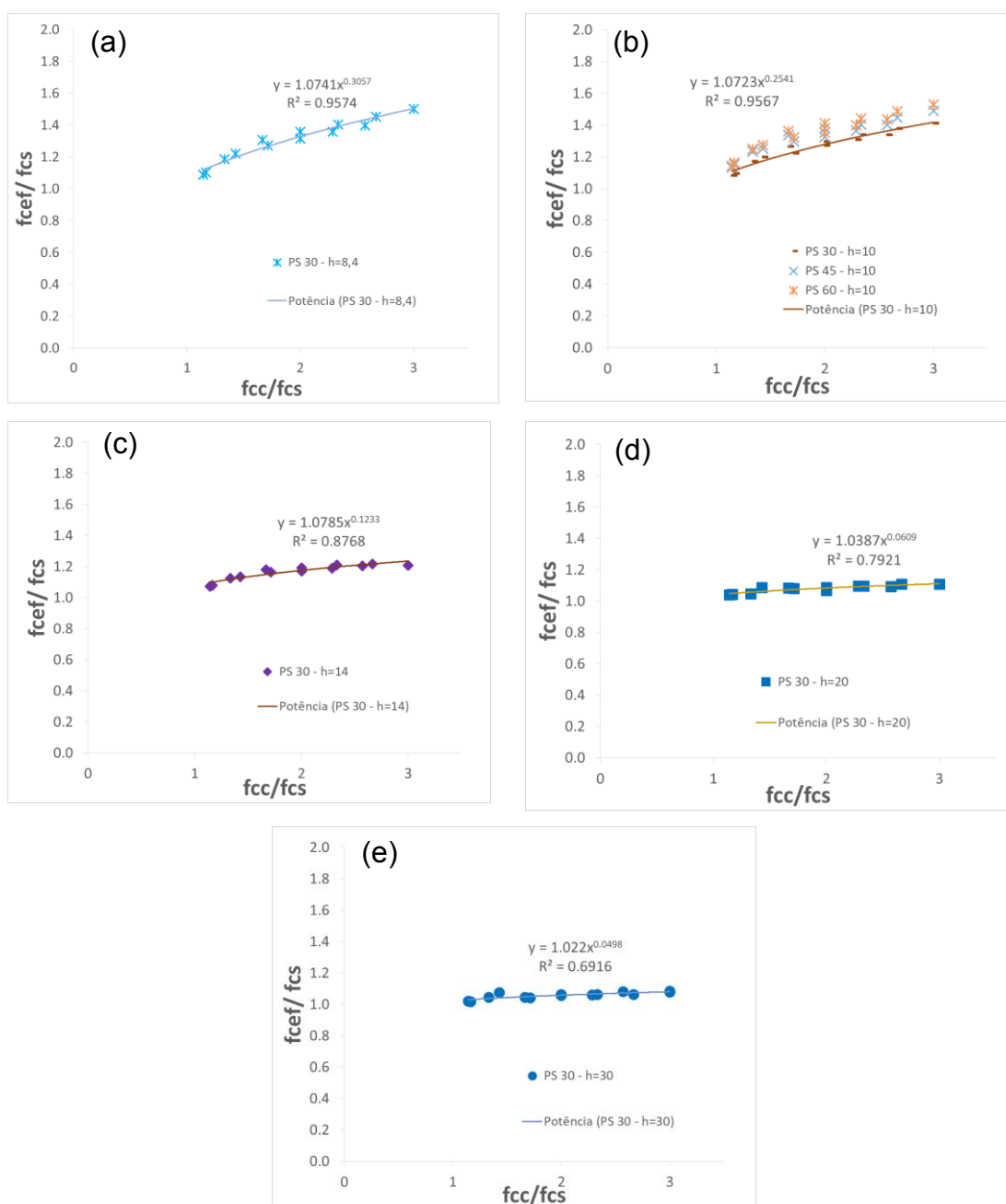
As curvas de regressão foram estimadas com auxílio do programa Excel.

7.1 PILAR-SANDUÍCHE

Pelos resultados numéricos dos pilares-sanduíche, foram realizadas regressões não lineares para se chegar em uma expressão simplificada. Como apresentado anteriormente, as duas variáveis que possuem maior influência sobre os resultados são a razão entre as resistências do concreto f_{cc}/f_{cs} e a razão entre a espessura da laje pela menor dimensão do pilar h/c , portanto, foi definido que somente essas variáveis serão utilizadas na expressão simplificada de cálculo.

Os resultados numéricos são apresentados na Figura 113 e foram separados pela razão h/c . Para $h/c \geq 2,86$ não foram realizadas as regressões, pois o ganho de resistência dado pelo confinamento foi muito baixo, devendo ser utilizada a resistência do concreto menos resistente no cálculo da resistência efetiva ($f_{cef} = f_{cs}$).

Figura 113 - Resultados numéricos com regressão não linear para pilar-sanduiche. (a) Razão $h/c = 0,6$. (b) Razão $h/c = 0,71$. (c) Razão $h/c = 1,0$. (d) Razão $h/c = 1,43$. (e) Razão $h/c = 2,14$



Fonte: o autor

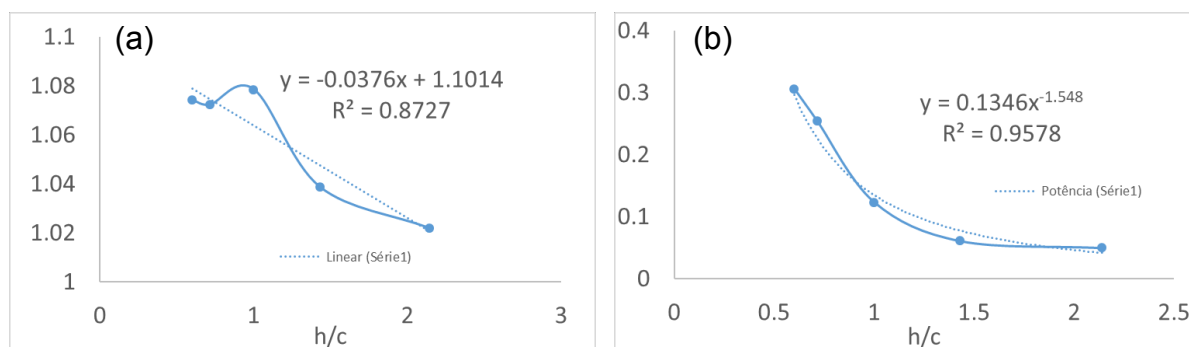
A função que melhor representou os resultados, apresentando os valores de R^2 mais próximos de 1, foi a potência, dada por:

$$\frac{f_{cef}}{f_{cs}} = A \cdot \left(\frac{f_{cc}}{f_{cs}}\right)^B \quad (127)$$

Cada resultado obteve valores de potência (B) e multiplicadores (A) diferentes. Assim, foram geradas duas novas regressões para transformar os valores constantes

encontrados em expressões em função da variável h/c . Os resultados dos multiplicadores variaram entre 1.074 e 1.022 e foram transformados em uma função linear. Os resultados das potências variaram entre 0,306 e 0,049 e foram transformados em uma função de potência. Como auxílio para serem criadas as regressões, foi utilizado o esquema apresentado na Figura 114.

Figura 114 - Correção de multiplicadores e potências para o pilar-sanduiche. (a) Regressão linear para estimativa do valor do multiplicador A. (b) Regressão de potência para estimativa do valor da potência B



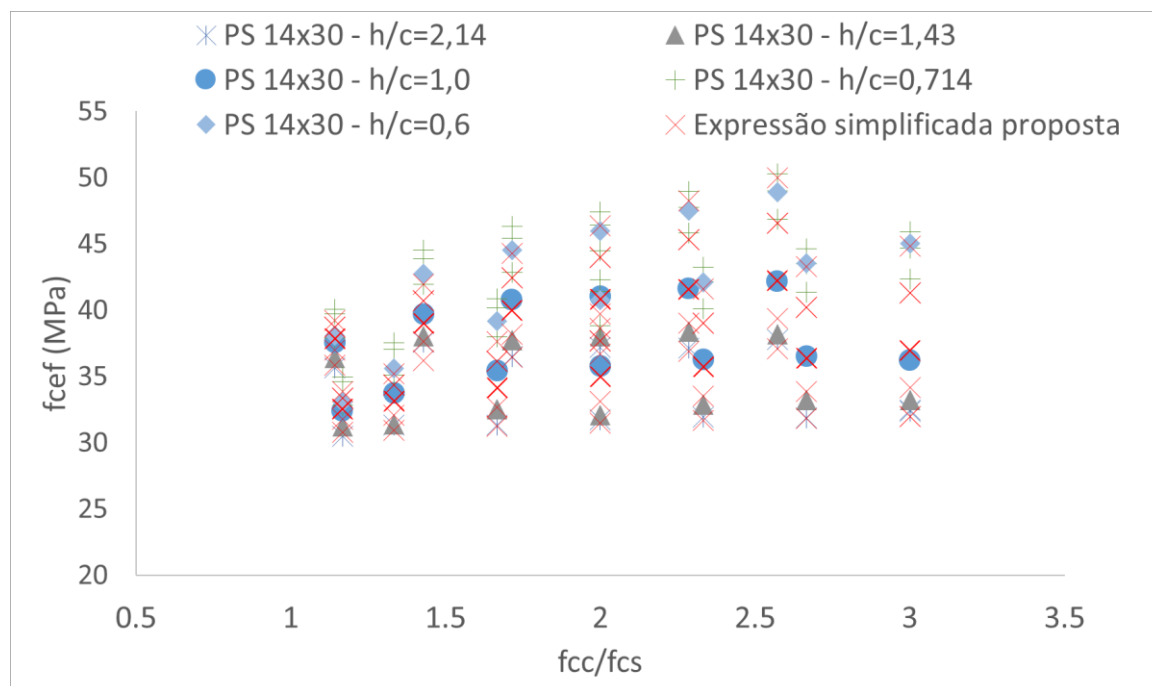
Fonte: o autor

Substituindo os resultados encontrados na Figura 114 na Equação (127), tem-se:

$$\frac{f_{cef}}{f_{cs}} = \left(-0,038 \cdot \left(\frac{h}{c} \right) + 1,1 \right) \cdot \left(\frac{f_{cc}}{f_{cs}} \right)^{0,135} \cdot \left(\frac{h}{c} \right)^{-1,55} \quad (128)$$

Na Figura 115 é apresentada a comparação dos resultados da expressão simplificada (Equação (128)) com os resultados dos modelos numéricos. A expressão proposta mostrou boa aderência com os resultados numéricos, apresentando erro médio de 2,2% e desvio padrão de 3,7%.

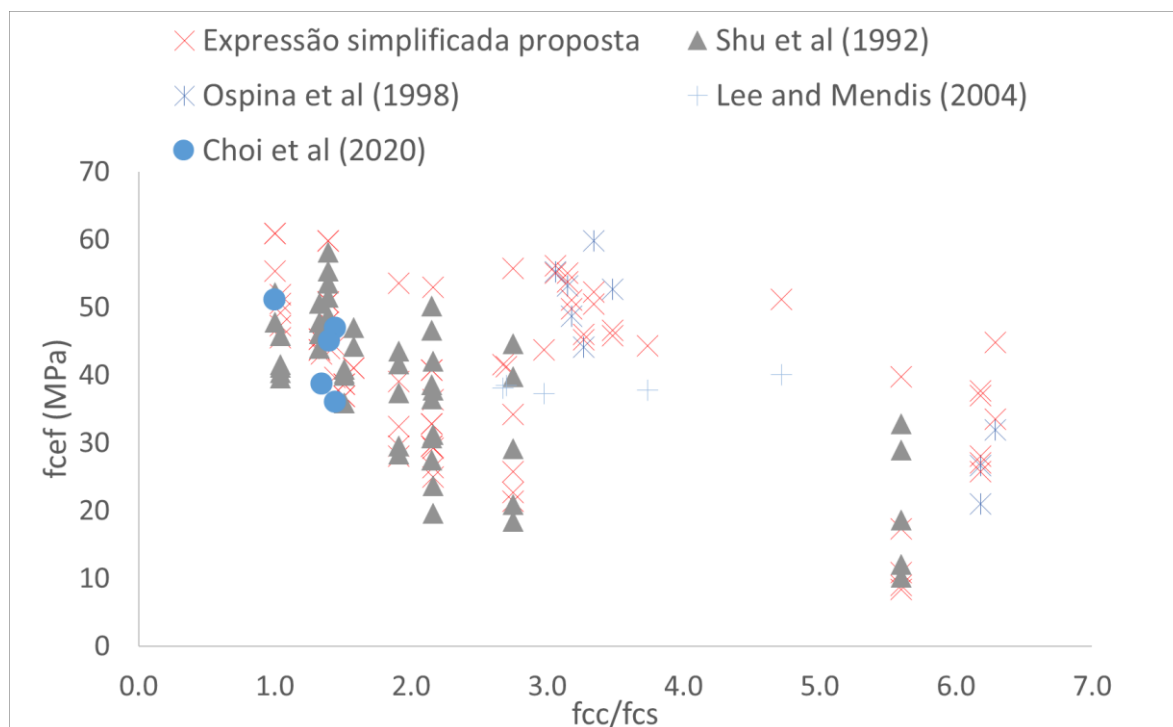
Figura 115 - Comparação da expressão simplificada com os resultados numéricos dos pilares-sanduíche



Fonte: o autor

A expressão proposta também é comparada com os resultados experimentais de Shu et al. (1992), Ospina e Alexander (1998), Lee e Mendis (2004) e Choi et al. (2020), sendo apresentada na Figura 116. Foram excluídos da comparação os resultados dos pilares com $h/c \leq 0,3$ por serem considerados pouco representativos dos pilares encontrados em projetos estruturais de edifícios multipavimentos e, nesse caso, a expressão proposta não é certificada.

Figura 116 - Comparação da expressão simplificada com os resultados experimentais de outros autores para pilares-sanduíche



Fonte: o autor

O erro médio e o desvio padrão entre a expressão proposta e os resultados de Shu et al. (1992), Ospina e Alexander (1998), Lee e Mendis (2004) e Choi et al. (2020), foi respectivamente de 2,95% e 19,5%, 6,6% e 16,5%, 13% e 6% e 3,7% e 7,4%. O erro médio e o desvio padrão para todos os resultados são 3,9% e 23,5%. A expressão proposta teve boa aderência com os resultados experimentais, apesar do desvio padrão ter valores mais elevados.

São apresentadas na Tabela 13 as médias e os desvios padrão das expressões propostas pelas normas ACI 318 (2019), CSA.A23.13 (2014) e AS3600 (2018) e pelos autores Kayani (1992), Shu e Hawking (1992), Ospina e Alexander (1998), Freire (2003), Lee e Mendis (2004), Lee e Yoon (2010), Shahid (2015), Ali et al. (2018) e Choi et al. (2020a) em comparação aos resultados experimentais citados na Tabela 1 e os resultados numéricos do item 5.1, englobando as razões h/c de 0,6 a 2,14.

Tabela 13 - Comparação da expressão simplificada com as expressões de outros autores para pilares-sanduiche

	Resultados experimentais		Resultados numéricos		Todos os resultados	
	Média	Desvio padrão	Média	Desvio padrão	Média	Desvio padrão
Expressão simplificada	-3.9%	23.5%	-2.3%	3.8%	-3.2%	17.4%
ACI 318 (2019)	-25.7%	20.0%	-12.5%	15.1%	-19.6%	19.0%
CSA.A23.3 (2014)	-29.0%	16.9%	-17.0%	9.4%	-23.4%	15.1%
AS3600 (2018)	-7.9%	20.4%	8.0%	11.3%	-0.5%	18.5%
Shu e Hawkins (1992)	7.9%	31.3%	9.7%	11.5%	8.7%	24.2%
Kayani (1992)	-17.0%	17.5%	-3.8%	11.2%	-10.9%	16.3%
Ospina e Alexander (1998)	19.4%	28.7%	28.0%	10.5%	23.4%	22.6%
Freire (2003)	12.9%	29.5%	15.1%	8.6%	13.9%	22.4%
Lee e Mendis (2004)	47.0%	41.4%	59.2%	18.0%	52.3%	33.7%
Lee e Yoon (2010)	10.1%	32.4%	9.2%	18.7%	9.7%	26.9%
Shahid (2015)	-9.2%	17.6%	0.0%	8.8%	-4.9%	14.9%
Ali et al. (2018)	-19.4%	18.9%	-16.3%	10.4%	-18.0%	15.6%
Choi et al. (2020b)	-17.9%	13.6%	-9.6%	6.5%	-14.0%	11.6%

Fonte: o autor

A expressão simplificada apresenta o menor erro em relação aos resultados experimentais e o segundo menor para os resultados numéricos. Para todo o conjunto de resultados experimentais da literatura, a expressão simplificada apresenta a melhor aderência, com exceção da expressão recomendada pela norma australiana AS3600 (2018). Nota-se, na Tabela 13, que a diferença entre os resultados obtidos com a norma AS3600 (2018) é de -8% para os resultados experimentais e 8% para os resultados numéricos. Essa variação, de -8% para +8%, colaborou para se ter valor muito pequeno para todo o conjunto de resultados. Para valores de h/c maiores que 1, a expressão é contra a segurança e para valores menores que 0,6 e f_{cc}/f_{cs} maiores que 2, a expressão é conservadora. A expressão proposta pela norma americana e canadense, ACI 318 (2019) e CSA.A23.3 (2014), respectivamente, atendem com

segurança aos resultados, porém são conservadoras. Ambas chegam a prever resultados 57% menores que os encontrados nos ensaios.

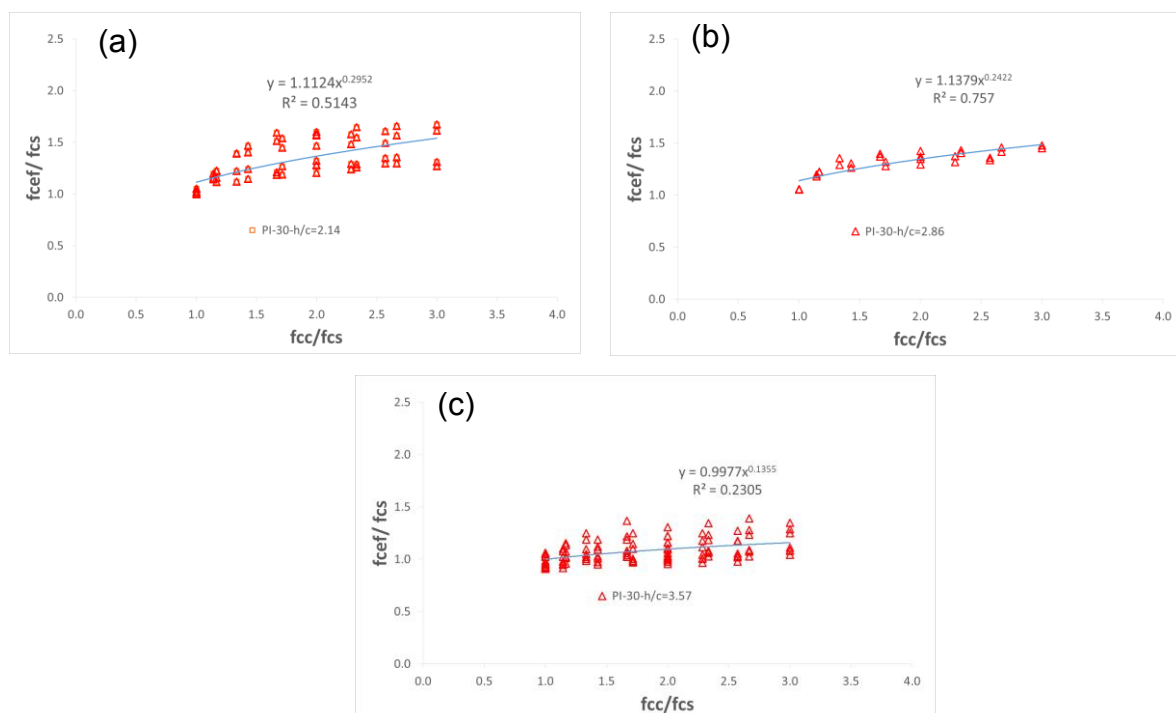
Shu e Hawkins (1992), Kayani (1992), Freire (2003), Lee e Yoon (2010), Shahid (2015) e Choi et al. (2020b) obtiveram bons resultados com suas expressões, conseguindo prever de forma satisfatória as tensões efetivas dos pilares-sanduíche. Porém, avaliando em conjunto a média e o desvio padrão, a expressão simplificada proposta nesta tese é a que conseguiu apresentar um erro médio pequeno junto com um desvio padrão razoável, sendo mais precisa que as outras expressões.

7.2 PILAR INTERNO

Pelos resultados numéricos dos pilares internos confinados por vigas e uma laje fina, foram realizadas regressões não lineares para se chegar em uma expressão simplificada. Como apresentado anteriormente, as duas variáveis que possuem maior influência sobre os resultados são a razão entre as resistências do concreto f_{cc}/f_{cs} e a razão entre a espessura da laje pela menor dimensão do pilar h/c , portanto, foi definido que somente essas variáveis serão utilizadas na expressão simplificada de cálculo.

Os resultados numéricos são apresentados na Figura 117 e foram separados pela razão h/c . Para $h/c > 3,57$ não foram realizadas as regressões, pois o ganho de resistência dado pelo confinamento foi muito baixo, devendo ser utilizada a resistência do concreto menos resistente no cálculo da resistência efetiva ($f_{cef} = f_{cs}$).

Figura 117 - Resultados numéricos com regressão não linear para pilar interno. (a) Razão $h/c = 2,14$. (b) Razão $h/c = 2,86$. (c) Razão $h/c = 3,57$



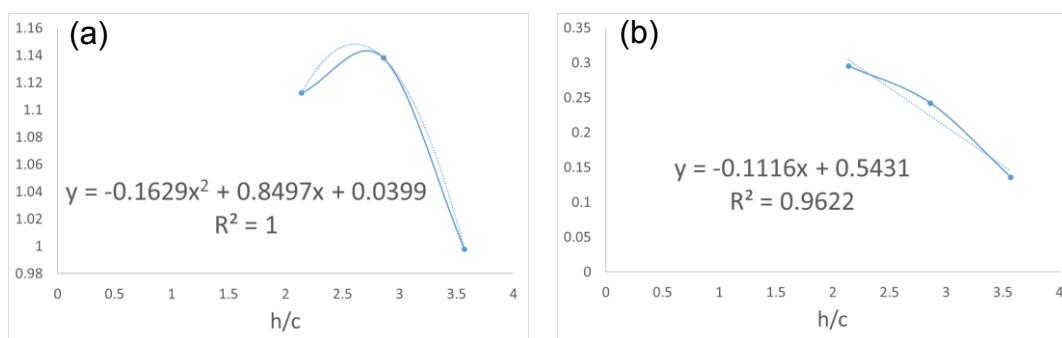
Fonte: o autor

A função que melhor representou os resultados foi a potencial, dada por:

$$\frac{f_{cef}}{f_{cs}} = A \cdot \left(\frac{f_{cc}}{f_{cs}}\right)^B \quad (129)$$

Cada razão h/c obteve valores de potência (B) e multiplicadores (A) diferentes. Assim, foram gerados dois novos esquemas para transformar os valores constantes (A e B) em expressões em função da variável h/c . Os resultados dos multiplicadores variaram entre 0,9977 e 1,1379 e foram transformados em uma função de potência. Os resultados das potências variaram entre 0,1355 e 0,2952 e foram transformados em uma função linear. Na Figura 118 são apresentados os esquemas gerados para serem criadas essas regressões.

Figura 118 - Correção de multiplicadores e potências para o pilar interno. (a) Regressão linear para estimativa do valor do multiplicador A. (b) Regressão de potência para estimativa do valor da potência B



Fonte: o autor

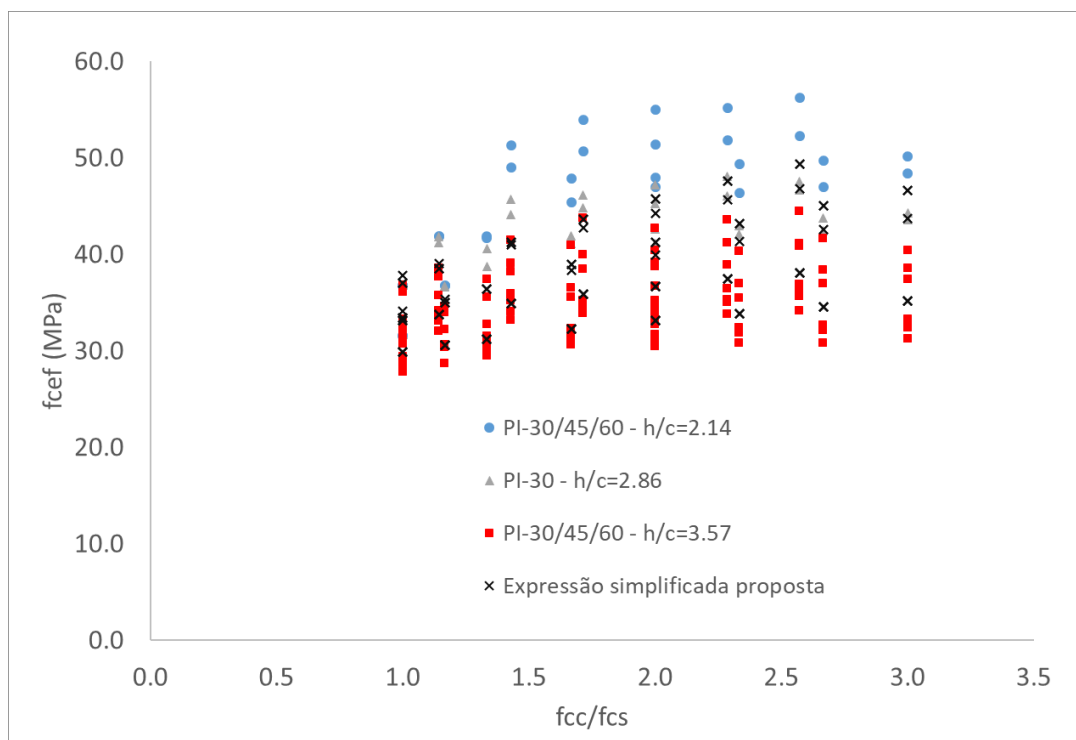
Substituindo os resultados encontrados na Figura 118 na Equação (129), tem-se:

$$\frac{f_{cef}}{f_{cs}} = \eta_{fc} \cdot \left(-0,163 \cdot \left(\frac{h}{c} \right)^2 + 0,85 \cdot \left(\frac{h}{c} \right) + 0,04 \right) \cdot \left(\frac{f_{cc}}{f_{cs}} \right)^{(-0,11 \cdot \frac{h}{c} + 0,54)} \quad (130)$$

onde η_{fc} (fator de fragilidade) é apresentado na Equação (9).

Na Figura 119 é apresentada a comparação dos resultados da expressão simplificada, Equação (130), com os resultados dos modelos numéricos. A expressão proposta mostrou boa aderência com os resultados numéricos, apresentando erro médio de 3% e desvio padrão de 9%. A expressão simplificada apresentou maiores erros para a razão $h/c = 2,14$, da ordem de 9%, porém de forma conservadora prevê resultados menores do que os encontrados nos modelos. Para os resultados da razão $h/c = 3,57$ dos pilares com seção transversal de 14x45cm e 14x60cm, a expressão proposta apresenta erro médio na ordem de 5%, porém, acima que os resultados encontrados nos modelos. Por ser um erro pequeno, o ajuste de segurança será dado pelos fatores de segurança dos materiais.

Figura 119 - Comparação da expressão simplificada com os resultados numéricos dos pilares internos



Fonte: o autor

A expressão proposta também é comparada com o resultado experimental de Azevedo (2014), onde o erro foi de apenas 2%.

A expressão proposta é a única encontrada na bibliografia para pilares internos confinados por vigas, sendo uma delas mais estreita que o pilar, e por uma laje fina. Mesmo assim, os resultados numéricos e a expressão proposta foram comparados na Tabela 14 com resultados previstos pelas expressões encontradas nas normas ACI 318 (2019), CSA23.13 (2014) e AS3600 (2018) e as sugeridas pelos autores Gamble e Klinar (1991), Kayani (1992), Ospina e Alexander (1998), Freire (2003), Shah et al. (2005), Lee e Yoon (2010), Shahid et al. (2015) e Choi et al. (2022) para laje lisa.

Tabela 14 - Resultados numéricos comparados com expressões propostas para pilares internos

Expressões para cálculo de f_{cef}	Resultados numéricos	
	Erro médio	Desvio padrão
Expressão proposta	-3%	9%
ACI 319 (2019)	49%	38%
CSA23.13 (2014)	33%	18%
AS3600 (2018)	21%	15%
Gamble et al. (1991)	34%	25%
Kayani (1992)	38%	20%
Ospina e Alexander (1998)	27%	16%
Freire (2003)	15%	13%
Shah et al. (2005)	-4%	16%
Lee e Yoon (2010)	-15%	18%
Shahid et al. (2015)	21%	14%
Choi et al. (2022)	49%	43%

Fonte: o autor

O resultado de Shah et al. (2005) previu a tensão efetiva dos pilares com erro médio de -4%, mesmo tendo sido desenvolvida para pilares internos confinados apenas por laje lisa. As expressões das normas e dos demais autores apresentados na Tabela 14 não representam adequadamente os pilares internos confinados por vigas mais estreitas que o pilar e por uma laje fina. A expressão proposta foi a que apresentou melhor aderência aos resultados e apresentou um erro médio a favor da segurança.

7.3 PILAR INTERNO COM CARGA NAS VIGAS

As expressões obtidas por regressão não linear para os pilares internos foram modificadas para se adequarem aos pilares internos com carregamentos nas vigas.

As expressões para pilares internos com $h/c = 2,14$ são multiplicadas por um fator igual a 0,8, que representa o quanto houve de redução de resistência nos pilares com carregamento nas vigas. Os pilares $h/c = 3,57$ tiveram um ganho de resistência para f_{cc}/f_{cs} maior que 2, assim, para compensar esse ganho, a expressão foi multiplicada por 1,06 para esses pilares. Para os pilares com $h/c = 2,86$ foi realizada

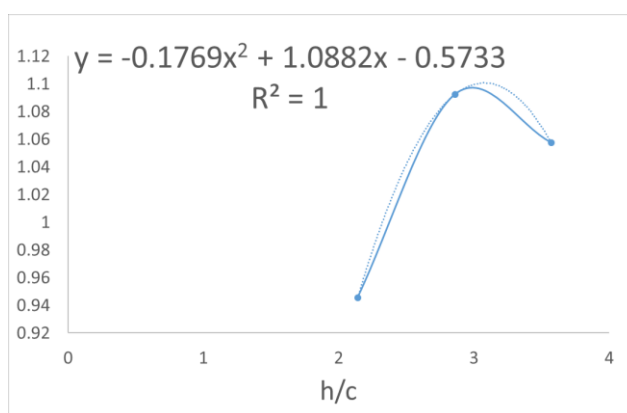
uma projeção linear de redução da resistência dos pilares, sendo 1,06 para $h/c = 3,57$ e 0,85 para $h/c = 2,14$, gerando um fator de redução de 0,96.

De acordo com os resultados encontrados no item 7.2, a função que melhor representou os resultados foi a potencial, dada por:

$$\frac{f_{cef}}{f_{cs}} = A \cdot \left(\frac{f_{cc}}{f_{cs}}\right)^B \quad (131)$$

Cada resultado obteve valores de potência (B) e multiplicadores (A) diferentes. Assim, foram gerados dois novos esquemas para transformar os valores constantes encontrados em expressões em função da variável h/c . Os resultados dos multiplicadores (A) variaram entre 0,89 e 1.058 e foram transformados em uma função de potência. Os resultados das potências (B) não foram modificadas em relação aos pilares sem carregamentos nas vigas. Na Figura 120 é apresentado o esquema gerado para ser criada essa regressão.

Figura 120 - Correção do multiplicador A para pilares com carga nas vigas



Fonte: o autor

A expressão para estimar a resistência efetiva do pilar interno com carregamento nas vigas é dada por:

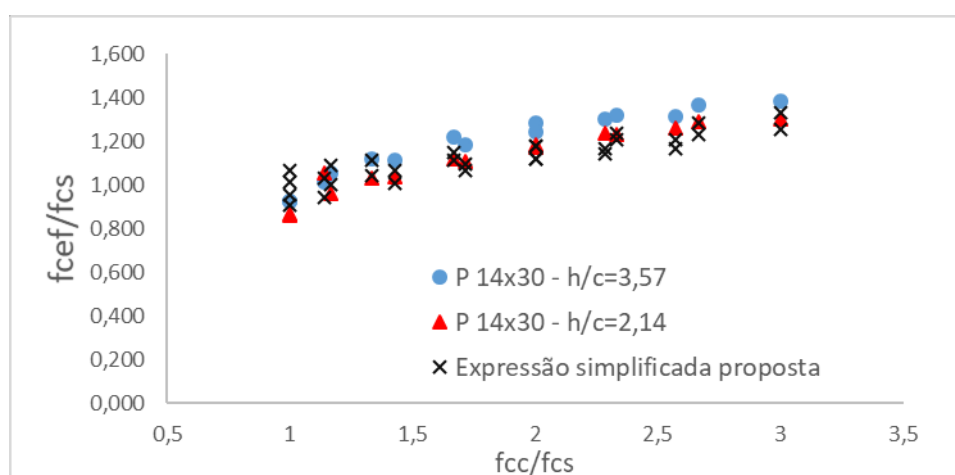
$$\frac{f_{cef}}{f_{cs}} = \eta_{fc} \cdot \left(-0,177 \cdot \left(\frac{h}{c}\right)^2 + 1,09 \cdot \left(\frac{h}{c}\right) - 0,57 \right) \cdot \left(\frac{f_{cc}}{f_{cs}}\right)^{\left(-0,11 \cdot \frac{h}{c} + 0,54\right)} \quad (132)$$

onde η_{fc} (fator de fragilidade) é apresentado na Equação (9).

Na Figura 121 é apresentada a comparação dos resultados da expressão simplificada (Equação (132)) com os resultados dos modelos numéricos com

carregamento na viga. A expressão proposta mostrou boa aderência com os resultados numéricos, apresentando erro médio de 2% e desvio padrão de 6,9%. A expressão simplificada apresentou maiores erros para a razão $h/c = 3,57$, da ordem de 4%, porém de forma conservadora (prevê resultados menores do que os encontrados nos modelos).

Figura 121 - Comparação da expressão simplificada com os resultados numéricos dos pilares internos com carga nas vigas



Fonte: o autor

A expressão proposta é a única encontrada na bibliografia para pilares internos confinados por vigas, sendo uma delas mais estreita que o pilar, e por uma laje fina com carregamento vertical nas vigas. Mesmo assim, os resultados numéricos e a expressão proposta foram comparados na Tabela 15 com resultados previstos pelas expressões encontradas nas normas ACI 318 (2019), CSA23.13 (2014) e AS3600 (2018) e as sugeridas pelos autores Gamble e Klinar (1991), Kayani (1992), Ospina e Alexander (1998), Freire (2003), Shah et al. (2005), Lee e Yoon (2010), Shahid et al. (2015) e Choi et al. (2022) para laje lisa.

Tabela 15 - Resultados numéricos comparados com expressões propostas para pilares internos com carga nas vigas

Expressões para cálculo de f_{cef}	Resultados numéricos sem carga nas vigas		Resultados numéricos com carga nas vigas		Todos os resultados numéricos	
	Erro médio	Desvio padrão	Média	Desvio padrão	Média	Desvio padrão
Expressão proposta	-3%	9%	-2%	7%	-3%	9%
ACI 319 (2019)	49%	38%	47%	24%	49%	36%
CSA23.13 (2014)	33%	18%	32%	8%	33%	17%
AS3600 (2018)	21%	15%	21%	13%	21%	15%
Gamble et al. (1991)	34%	25%	32%	11%	33%	24%
Kayani (1992)	38%	20%	37%	6%	38%	19%
Ospina e Alexander (1998)	27%	16%	27%	13%	27%	16%
Freire (2003)	15%	13%	17%	9%	15%	13%
Shah et al. (2005)	-4%	16%	1,0%	13%	-3%	16%
Lee e Yoon (2010)	-15%	18%	-11%	15%	-15%	18%
Shahid et al. (2015)	21%	14%	25%	18%	22%	14%
Choi et al. (2022)	49%	43%	46%	30%	49%	42%

Fonte: o autor

Os resultados de Shah et al. (2005) estimaram a tensão efetiva dos pilares com boa precisão, mesmo com a expressão tendo sido desenvolvida para pilares internos confinados por laje lisa. Apesar de a expressão proposta por Shah et al. (2005) apresentar, para os pilares com carregamento nas vigas, um erro médio menor que a expressão proposta, o seu desvio padrão foi aproximadamente 85% maior que a expressão proposta nesta tese. Os resultados das expressões das normas e dos demais autores apresentados na Tabela 15 não representam adequadamente os pilares internos confinados por vigas mais estreitas que o pilar e por uma laje fina. A expressão proposta nesta tese foi a que demonstrou a melhor aderência com todos os resultados numéricos.

7.4 EXPRESSÕES SIMPLIFICADAS – QUADRO RESUMO

De forma a facilitar a comparação entre as expressões simplificadas sugeridas neste trabalho, para estimar a resistência à compressão efetiva dos pilares, é apresentado no Quadro 2 um resumo com elas. São apresentadas expressões para pilares internos com e sem carregamento nas vigas, gerando uma envoltória de situações encontradas em edificações.

Quadro 2 – Expressões simplificadas propostas para estimar a resistência à compressão efetiva dos pilares-sanduiche e internos com vigas estreitas e laje fina, com e sem carga nas vigas

Resistência à compressão efetiva: Pilar-sanduiche	$\frac{f_{cef}}{f_{cs}} = \left(-0,038 \cdot \left(\frac{h}{c}\right) + 1,1 \right) \cdot \left(\frac{f_{cc}}{f_{cs}}\right)^{0,135 \cdot \left(\frac{h}{c}\right)^{-1,55}}$
Resistência à compressão efetiva: Pilar interno sem carga na viga	$\frac{f_{cef}}{f_{cs}} = \eta_{fc} \cdot \left(-0,163 \cdot \left(\frac{h}{c}\right)^2 + 0,85 \cdot \left(\frac{h}{c}\right) + 0,04 \right) \cdot \left(\frac{f_{cc}}{f_{cs}}\right)^{\left(-0,11 \cdot \frac{h}{c} + 0,54\right)}$
Resistência à compressão efetiva: Pilar interno com carga na viga	$\frac{f_{cef}}{f_{cs}} = \eta_{fc} \cdot \left(-0,177 \cdot \left(\frac{h}{c}\right)^2 + 1,09 \cdot \left(\frac{h}{c}\right) - 0,57 \right) \cdot \left(\frac{f_{cc}}{f_{cs}}\right)^{\left(-0,11 \cdot \frac{h}{c} + 0,54\right)}$

Fonte: o autor

8 CONCLUSÃO

Nesta tese foi estudado o comportamento da ligação pilar-pavimento, quando os pilares apresentam resistência à compressão superior à do pavimento. As tipologias do sistema estrutural do pavimento estudadas foram as compostas por lajes lisas (pilares-sanduíche), pilares interseccionados por vigas nas duas direções e por uma laje fina com e sem carregamento nas vigas, produzindo três diferentes modelos de ligação pilar-pavimento. Em cada modelo foram estudadas variáveis não identificadas em artigos publicados, por meio de modelos não lineares de elementos finitos, avaliando-se o comportamento estrutural da ligação em termos de carga de ruptura, tensões e deformações.

Os parâmetros adotados para a formulação dos modelos numéricos foram calibrados comparando-se os resultados obtidos numericamente com os resultados experimentais de outros autores, coletados na literatura. Os resultados numéricos tiveram excelente aderência com os resultados experimentais, obtendo uma diferença média entre os resultados experimentais e numéricos de apenas 0,6%. O modelo numérico calibrado permitiu a elaboração e análise das diferentes configurações de ligação pilar-pavimento, variando-se as suas dimensões e as resistências do concreto.

A motivação para a realização desse estudo advém dos resultados experimentais de Azevedo (2014), que observou a ruptura em um local inesperado no pilar interno. A ruptura ocorreu nos cantos do pilar, logo acima da laje, na região com concreto de maior resistência. Analisando e comparando a ruptura dos modelos em escala reduzida, testados em laboratório com as distribuições de tensões fornecidas pelo modelo numérico desenvolvido nesta tese, observou-se coerência. Os modelos numéricos desenvolvidos para os pilares internos apresentaram concentração de tensões no mesmo local dos pilares de Azevedo, o que explica as rupturas observadas em laboratório. O estado de tensão nesse ponto estava sobre a curva de plastificação do ELU, para o critério do *CDP*.

De acordo com o observado nos ensaios de Azevedo (2014) e nos modelos numéricos, o que gerou as rupturas não previstas inicialmente nos modelos reduzidos testados em laboratório foi a presença de uma geometria assimétrica e rigidez desigual, gerando distribuição de tensões desuniforme em um concreto com pouca capacidade de adaptação plástica, o que não permitiu a uniformização das tensões ao longo da seção. O que se esperava, na ruptura dos modelos reduzidos

experimentais, era uma capacidade de adaptação plástica que dissipasse a concentração de tensões nos cantos dos pilares, em favor da distribuição mais uniforme das tensões em toda a seção. Como o concreto de alta resistência é mais frágil que o concreto de resistência normal (resistência à compressão menor que 40MPa), essa distribuição de tensão não ocorreu.

Na região da ligação pilar-pavimento em que existem vigas interceptando o pilar, observa-se o espraiamento da força vertical o que leva ao aumento da seção transversal nesta região e, conseqüentemente, reduzindo as tensões e proporcionando significativo confinamento. Portanto, além das tensões reduzidas, essa região terá uma deformação menor. Pôde-se observar nos modelos numéricos que a tensão nas seções dos pilares que atravessam as vigas e a laje não é constante, sendo maior nos cantos. A parte superior do pilar se apoia sobre a região de intersecção com a laje, onde o concreto é o de menor resistência e rigidez. Porém, nas extremidades dessa região, a presença da viga gera um maior confinamento, aumentando a resistência e a rigidez local. À medida que as cargas migram para as regiões mais rígidas, ou seja, para os cantos do pilar, e como não há capacidade de adaptação plástica para devolver essa concentração de carga para o interior do pilar, o canto do pilar rompe.

a. Pilares internos com laje lisa

As expressões disponíveis na literatura para determinação da resistência à compressão efetiva do pilar foram avaliadas em comparação com os resultados experimentais. A equação recomendada na norma americana do ACI 318 (2019) apresenta resultados contra a segurança, não sendo indicada para prever a resistência à compressão efetiva desses pilares. A norma canadense CSA23.13 (2014) apresentou resultados seguros, porém por não conter na sua expressão a razão h/c , parâmetro muito importante na previsão da resistência à compressão efetiva dos pilares, conduziu a resultados muito conservadores. A norma australiana AS3600 (2018), além de apresentar resultados seguros, consegue prever com maior precisão a resistência à compressão efetiva dos pilares internos. Além das expressões das normas, as expressões de Lee e Yoon (2010) e Choi et al. (2022) foram as que

apresentaram melhor aderência na estimativa da resistência à compressão efetiva dos pilares.

b. Pilares de borda com laje lisa

Fazendo-se uma avaliação dos resultados encontrados na bibliografia para pilares de borda com laje lisa, a norma americana ACI 318 (2019), embora contraditória, apresenta resultados a favor da segurança, porém com uma diferença entre a resistência à compressão efetiva prevista e experimental muito grande, com um erro médio de 41%. As normas canadense e australiana, CSA23.13 (2014) e AS3600 (2018), respectivamente, também apresentam resultados seguros, com diferenças médias menores do que a encontrada no ACI 318 (2019), de aproximadamente 19%. A expressão encontrada na bibliografia que consegue prever melhor a resistência à compressão efetiva dos pilares de borda com laje lisa é a de Freire (2003), a qual além de obter um erro pequeno, apresenta o segundo menor desvio padrão (ficando atrás apenas da norma australiana).

c. Pilares de canto e sanduíches

Ficou claro, pelos resultados experimentais de Bianchini, Woods e Kesler (1960), que os pilares de canto possuem aproximadamente as mesmas resistências à compressão efetiva que os pilares-sanduíche. A partir dessa constatação, os pilares de canto foram estudados por meio de modelos numéricos não lineares em elementos finitos calibrados para pilares-sanduíche, aumentando a amostra encontrada na bibliografia em 140%. Com essa maior quantidade amostral de espécimes (experimentais mais os numéricos), foi possível propor um método analítico mais preciso para prever a resistência à compressão efetiva dos pilares. Foram estabelecidas equações para determinação da resistência à compressão efetiva do pilar para as três configurações de ligação pilar-pavimento estudadas. Além do modelo analítico, foi desenvolvida uma expressão simplificada pela regressão não linear dos resultados para estimar a resistência à compressão efetiva do pilar para cada uma das configurações estudadas. Ambos os procedimentos de cálculo tiveram boa aderência com os resultados numéricos obtidos neste trabalho e os experimentais coletados na literatura.

No caso do pilar-sanduiche, os resultados numéricos e experimentais em comparação com os previstos pelo método analítico apresentaram um erro médio de 2,4% e 3,7%, respectivamente. Para a expressão simplificada, obtida por regressão não linear, o erro médio para os resultados numéricos e experimentais foram 2,3% e 3,9%, respectivamente.

As análises das tensões horizontais mostraram que, para o pilar de seção transversal retangular, a dimensão c deve ser a menor dimensão da seção na razão h/c , onde, quanto menor é a razão, maior é a resistência à compressão efetiva do pilar. Além disso, nota-se que a razão b/c teve pequena influência na carga de ruptura dos pilares.

As tensões confinantes diminuem de forma considerável quando $h/c > 4$, por isso sugere-se para esses casos que o confinamento seja descartado, ficando a resistência à compressão efetiva dos pilares igual à calculada para a menor resistência do concreto usada na ligação pilar-pavimento.

O melhor desempenho do pilar-sanduiche, em termos de contribuição das tensões confinantes na resistência à compressão efetiva, foi obtido para a relação $h/c < 1.43$.

Os resultados também mostraram que a razão entre as resistências do concreto f_{cc}/f_{cs} é um dos parâmetros mais importantes para se determinar a resistência à compressão efetiva em comparação com a resistência do concreto em si.

d. Pilares internos interseccionados por vigas estreitas e por lajes finas

Os resultados numéricos obtidos para os pilares confinados por vigas mais estreitas que o pilar e por uma laje fina mostraram melhor desempenho em relação aos pilares-sanduiche, mesmo que o confinamento não seja integral nos quatro lados. A média de ganho de resistência em relação ao pilar-sanduiche foi de 13,7%. Para a razão $h/c = 5$ o ganho médio foi de 3%, para $h/c = 4,28$ foi de 8,1%, para $h/c = 3,57$ foi de 15,1%, para $h/c = 2,86$ foi 32,4% e para $h/c = 2,14$ foi de 43,9%. Esses resultados mostram que, quanto menor a razão h/c , melhor foi o desempenho do confinamento do pilar interno com vigas mais estreitas em relação ao pilar-sanduiche. Também foi demonstrado que as vigas, apesar de não confinarem toda a região de

concreto menos resistente, exercem um papel importante para o ganho de resistência à compressão efetiva do pilar. Ainda, ficou comprovada a necessidade de expressões de cálculo específicas para esses pilares.

A estimativa da resistência à compressão efetiva dos pilares confinados por vigas estreitas e por uma laje fina por meio dos métodos propostos nesta tese apresentaram um erro para o método analítico de 0,1% e 7% em comparação com os resultados experimentais e numéricos, respectivamente. Na expressão simplificada, o erro foi de 3% e 2% considerando os resultados experimentais e numéricos, respectivamente. As expressões das normas americana ACI 318 (2019), canadense CSA23.13 (2014) e australiana AS3600 (2018) não conseguiram prever de forma satisfatória a resistência à compressão efetiva para esses pilares, sendo, inclusive, contra a segurança. A expressão de Shah et al. (2005) para pilares confinados por lajes lisas previu satisfatoriamente a resistência à compressão efetiva de pilares confinados por vigas estreitas por uma laje fina. Porém, a expressão proposta nesta tese é a que apresentou menor variação em termos de erro médio e desvio padrão.

Analisando a variação da taxa de armadura das vigas, verificou-se que com um aumento de 150%, o ganho máximo de resistência no pilar foi de aproximadamente 16%. Na média, essa variação ficou menor que 10%, não sendo um dos principais fatores na contribuição da resistência à compressão efetiva do pilar, apesar de ser significativa.

Para a razão $h/c \leq 2,86$ e para $f_{cc}/f_{cs} \leq 1,4$ pode ser considerado o concreto de maior resistência como a tensão de resistência efetiva do pilar. O ganho médio de resistência para $f_{cc}/f_{cs} > 1,4$ nesses casos foi de 60% em relação ao f_{cs} .

Os resultados dos pilares com relação $h/c > 3,57$ tiveram ganhos de resistência modestos. Em nenhuma razão f_{cc}/f_{cs} a resistência à compressão efetiva ficou igual ou maior que a maior resistência do pilar (f_{cc}). O maior ganho de resistência em relação ao f_{cs} foi de 40%, encontrado no modelo com maior taxa de armadura nas vigas.

A resistência à compressão efetiva encontrada nos pilares com relação h/c de 5 foi igual a (f_{cs}), com exceção das razões entre as resistências dos concretos (f_{cc}/f_{cs}) de 2,33, 2,67 e 3, que, apesar de pequeno, apresentou ganho de resistência de aproximadamente 10%.

Assim como para o pilar-sanduíche, a relação de resistência do concreto mostrou-se um fator importante na resistência à compressão efetiva do pilar confinado

por vigas estreitas e uma laje fina. Quanto maior a relação de resistência do concreto, maior a tensão de confinamento; em outras palavras, maior a resistência à compressão efetiva.

Os espécimes com concreto de resistência de 35MPa na região das vigas e laje tiveram um ganho de resistência relativamente inferior aos espécimes com concreto de resistência de 30MPa. Como o concreto de 35MPa é um pouco mais frágil que o concreto de 30MPa, ele apresentou menor capacidade de adaptação plástica, rompendo ligeiramente de modo prematuro. Apesar da diferença entre as resistências à compressão do concreto ser pequena, a expressão que estima a fragilidade do concreto proposta por Muttoni, Ruiz e Moccia (2017) não penaliza o concreto com resistência à compressão de 30MPa, mas penaliza o concreto com resistência à compressão de 35MPa em 5%. Utilizando essa correção, os valores de f_{cef}/f_{cs} passam a ser aproximadamente os mesmos para a mesma razão (f_{cc}/f_{cs}). Esses resultados mostraram a importância de considerar essa expressão de fragilidade no cálculo de pilares com resistências à compressão acima de 30MPa.

e. Pilares internos interseccionados por vigas estreitas e por lajes finas com carregamento nas vigas

As equações propostas para estimativa da resistência efetiva à compressão da configuração de ligação pilar-pavimento confinado por vigas estreitas e laje fina com carga nas vigas apresentaram erro de 0,4% para o método mais complexo e 3% para a expressão simplificada. As expressões das normas americana ACI 318 (2019), canadense CSA23.13 (2014) e australiana AS3600 (2018) também não conseguiram prever de forma satisfatória a resistência à compressão efetiva para esses pilares, sendo, inclusive, contra a segurança. Apesar de a expressão proposta por Shah et al. (2005) apresentar, para os pilares com carregamento nas vigas, um erro médio menor que a expressão proposta, o seu desvio padrão foi aproximadamente 85% maior. Portanto, a expressão proposta se mostra mais adequada.

Os resultados mostraram que as cargas nas vigas tiveram pouca influência na carga de ruptura do pilar com $h/c = 3,57$. Para valores menores de f_{cc}/f_{cs} os resultados foram contra a segurança, diminuindo a carga última do pilar em aproximadamente 10%, e para valores maiores de f_{cc}/f_{cs} a carga última do pilar aumentou em aproximadamente 10%. Isso aconteceu por conta do aumento das

tensões confinantes na região inferior das vigas, aumentando a resistência do concreto e, por consequência, a resistência à compressão efetiva.

Os pilares com $h/c = 2,14$ tiveram uma redução média de 21% na carga de ruptura dos pilares em relação aos pilares sem carregamento nas vigas. As maiores reduções foram para os pilares com razões de resistência do concreto entre 1,33 e 1,71, chegando a 27% de redução. Como a deformação na armadura da viga foi mantida em 2‰, mesmo a viga tendo uma altura menor, a posição da linha neutra foi modificada, aumentando o trecho tracionado. Por conta das restrições das deformações laterais pelo concreto mais resistente acima e abaixo do concreto da região de ligação do pavimento (concreto menos resistente), para essa razão $h/c = 2,14$ todo o trecho de concreto menos resistente estaria confinado (sem a carga na viga), assim, com a mudança da linha neutra, trechos bastante comprimidos deixariam de ser, diminuindo o confinamento e, por consequência, a tensão efetiva do pilar.

8.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Na sequência deste trabalho, vislumbra-se a pesquisa dos seguintes aspectos:

- Realização de ensaios experimentais de pilares internos com vigas estreitas e por laje fina em escala real.
- Realização de ensaios experimentais e numéricos de pilares de borda com vigas estreitas e por uma laje fina.
- Realização de ensaios experimentais de pilares com carregamentos nas vigas.
- Realização de modelos numéricos com diferentes taxas de estribos, tanto nas vigas, quanto no pilar.
- Realização de ensaios numéricos de pilares-sanduíche, de borda e internos com carregamento excêntrico.
- Estudo da adição de fibras no concreto para avaliar se o aumento de adaptação plástica é suficiente para melhorar o desempenho do pilar.
- Avaliação do confinamento em pilares-parede.
- Avaliação de pilares internos confinados por laje lisa protendida.

REFERÊNCIAS

ABAQUS 6.14. **Abaqus/Cae user's manual**. Providence, EUA: Simulia, 2014.

ALLOS, A.E.; MARTIN, L.H. **Factors affecting Poisson's ratio for concrete**. Buildings and Environment, v. 16, n. 1, p. 1-9, 1981.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-14: building code requirements for reinforced concrete and commentary**. Farmington Hills, Mich., 2014.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-19: building code requirements for reinforced concrete and commentary**. Farmington Hills, Mich., 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR-5739: concreto - ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR-7222: concreto e argamassa - determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 1983.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR-8522: concreto - determinação do módulo estático de elasticidade à compressão**. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR-6118: projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

AUSTRALIAN STANDARDS. **AS 3600: Concrete Structures**. Sydney, 2018.

AVRAM, C. et al. **Concrete Strength and Strains**, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Oxford, New York, 1981.

AZEVEDO, P.R. **Confinamento dado por vigas e lajes a pilares feitos com concretos de diferentes resistências ao longo da altura**. 2014. 167 p. Dissertação (Mestrado). Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

BIANCHINI, A. C.; WOODS, R. E.; E. KESLER, C. E. **Effect of floor concrete strength on column strength**. ACI Structural Journal. v. 31, n. 11, p. 1149-1169, 1960.

BIRTEL, V.; MARK, P., BOCHUM R. **Parameterized Finite Element Modelling of RC Beam Shear Failure**. ABAQUS User's Conference, p. 95-108, 2006.

BONO, G.F.F. **Modelos constitutivos para análise tridimensional de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2008. 125 p. Tese (Doutorado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. **CSA A23.3-14: design of concrete structures**. Mississauga, Ontario, 2014.

CAPORRINO, C.F. **Confinamento dado por lajes e vigas melhorando a resistência do pilar que as cruza**. 2007. 125 p. Dissertação (Mestrado). Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

CAPORRINO, C.F.; SANTOS, A.S.; STUCCHI, F.R. **Confinamento dado por lajes e vigas melhorando a resistência do pilar que as cruza**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 50, Salvador. Anais... Salvador, p.1-19, 2008.

CARRAZEDO, R.; HANAI, J.B.; TAKEUTI, A.R. **Um estudo teórico-experimental sobre pilares de concretos encamisados por polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC) submetidos à compressão axial**. Trabalho apresentado nas Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural, 2002, Brasília. 27-31 mai. 2002. Não publicado.

CARRAZEDO, R. **Mecanismos de confinamento em pilares de concreto encamisados com polímeros reforçados com fibras submetidos à flexo-compressão**. 2005. 267 p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

CHOI, S. H; LEE, D.H.; HWANG, J-H; OH, J-Y; KIM, K. S.; KIM, S-H. **Effective compressive strengths of corner and exterior concrete columns intersected by slabs with different compressive strengths**. Archives of Civil and Mechanical Engineering, v. 18, n. 3, p. 731-741, 2018.

CHOI, S. H; HWANG, J-H; HAN, S-J; CHO, H-C.; KIM, J-H; KIM, K. S. **Simplified Effective Compressive Strengths of Columns with Intervening Floor Slabs**. International Journal of Concrete Structures and Materials, v. 14, n. 1, 2020a.

CHOI, S. H; HWANG, J-H; HAN, S-J; KANG, H.; LEE, J-Y; KIM, K. S. **Failure characteristics of columns intersected by slabs with different compressive strengths**. Structural Engineering and Mechanics, v. 74, n. 3, p. 435-443, 2020b.

CHOI, S. H; HEO, I; KIM, J-H; JEONG, H.; LEE, S-H; KIM, K. S. **Effect of slab gravity load on slab-column connection with different compressive strengths**. Journal of Building Engineering, v. 45, 103647, p. 1-17, 2021.

CHOI, S. H.; LEE, D.; KIM, K. S. **Effective Compressive Strength of Reinforced Concrete Columns with Intervening Floor Slab**. ACI Structural Journal, v. 119, n. 1, p. 183-198, 2022.

CHEN, W.F.; HAN, D.J. **Plasticity for Structural Engineers**. New York: Springer-Verlag, 1988.

CUSSON, D.; PAULTRE, P.: **High-strength concrete columns confined by rectangular ties**. ASCE J. Struct. Eng., v. 120, n. 3, p. 783-804, 1994.

DRUCKER, D. C.; PRAGER, W. **Soil mechanics and plastic analysis or limit design**. Brown university, v. 10, n. 2, p. 157-165, 1951.

EUROCODE 2 - General rules of concrete structures. **Part 1-1: General rules and rules for buildings**. European Committee for Standardization (CEN) 259 p., Bruxelas, 2004.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **fib Model Code for Concrete Structures 2010**. Ernst and Sohn., Berlim, p. 432, 2013.

FREIRE, L. **Resistência de pilares de concreto de alta resistência interceptados por elementos de concreto de menor resistência**. 2003. 119 p. Dissertação (Mestrado) – COPPE, Universidade federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro 2003.

FUSCO, P.B. **Resistência do concreto comprimido**. In: REUNIÃO DO INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO, Anais da revista, Brasília: Reibrac, p. 467-483, 1993.

FUSCO, P.B. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: Pini, v. 7, p. 382, 1995.

GAMBLE, W.L.; KLINAR, J.D. **Tests of high-strength concrete columns with intervening floor slabs**. ASCE: Journal of Structural Engineer, v. 5, n. 117, p. 1462-1476, 1991.

GUERRA, M.B.B.F. **Modelos de concepção para estruturas em concreto armado com comportamento não-linear pelo método de bielas e tirantes e otimização topológica**. 2017. 183 p. Tese (Doutorado) – UFMG, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

GUIDOTTI, R.; MUTTONI, A.; RUIZ, M.F. **Crushing and flexural strength of slab-column joints**. Elsevier: Engineering Structures, p. 855-867, 2010.

HELENE. P. **Concreto estrutural para edifícios altos**. São Paulo, 2019. Disponível em: http://site.abece.com.br/images/5_PAULO_HELENE.pdf
<http://www.p.feb.unesp.br/pbastos/c.especiais/E-Tower.pdf>. Acesso em: 08 nov. 2019.

HSU, T T. C.; ZHANG, LI-XIN. **Tension Stiffening in Reinforced Concrete Membrane Elements**. Structural Journal, v. 93, n.1, p. 108-115, 1996.

JAMAL, F.G. **Análise numérica tridimensional de túneis considerando não-linearidade do suporte de concreto projetado reforçado com aço**. 2013. 228 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

JEONG, H.; CHOI, S-H; HAN, S-J.; KIM, J. H.; LEE, S-H.; KIM, K. S. **Explainable models to estimate the effective compressive strength of slab-column joints using genetic programming**. Structural Concrete, v. 22, n. 6, p. 3491-3509, 2021.

- KAMINSKI, M.; KMIĘCIK, P. **Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration**. Archives of civil and mechanical engineering, v. 11, n. 3, p. 623-636, 2011.
- KAYANI, M.K.R. **Load transfer from high strength concrete columns through lower strength concrete slabs**. Tese (Doutorado). University of Illinois, Urbana, Illinois, 1992.
- LEE, J.; FENVES, G.L. **Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures**, Journal of engineering mechanics, v. 124, n. 8, p. 892-900, 1998.
- LEE, S. C.; MENDIS, P. **Behavior of High-Strength Concrete Corner Columns Intersected by Weaker Slabs with Different Thicknesses**. ACI Structural Journal, v. 101, n. 1, p. 11-18, 2004.
- LEE, J. H.; YANG, J. -M.; YOON, Y. -S., **Strategic slab-column joint details for improved transmission of HSC column loads**, Magazine of Concrete Research, v. 60, n. 2, p. 85-91, 2008.
- LEE, J. H.; YOON, Y. S. **Prediction of strength of interior HSC column- NSC slab joints**. Magazine of Concrete Research, v. 62, n. 7, p. 507–518, 2010.
- LÓPES-ALMANSA, F.; ALFARAH, B.; OLLER, S. **Numerical simulation of RC frame testing with damaged plasticity model. Comparison with simplified models**. Second European conference on earthquake engineering and seismology, Istanbul, p. 1-12, 2014.
- LUBLINER, J. et al. **A plastic-damage model for concrete**, Int. J. Solids Structures, v. 25, n. 3, p. 299-326, 1989.
- MAEKAWA, A.; PIMANMAS, A.; OKAMURA, H.; **Nonlinear mechanics of reinforced concrete**. Taylor and Francis Group, 2004.
- MALM, R. **Predicting shear type crack initiation and growth in concrete with nonlinear finite element method**. Tese (Doutorado) – Royal Institute of Technology (KTH), Estocolmo, 2009.
- MARTINS, A. R. **Técnicas experimentais para aplicação de modelos de microconcreto**. 1990. 150 p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1990.
- MCHARG, P.J.; Cook W. D.; Mitchell D.; Y. S. Yoon. **Improved transmission of high-strength concrete column loads through normal strength concrete slabs**. ACI Structural Journal, n. 97-S18, p. 149-157, 2000a.
- MCHARG, P.J.; Cook W. D.; Mitchell D.; Y. S. Yoon. **Benefits of concentrate slab reinforcement and steel fibers on performance of slab-columns connections**. ACI Structural Journal, n. 97-S24, p. 225-235, 2000b.

MEIRA, M. **Estudo experimental de ligações pilares-vigas de concreto de diferentes resistências**. 2009. 267 p. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. **Concreto: microestrutura, propriedades e materiais**. São Paulo: Pini, 2008.

MOREIRA, C.P. **Resistência à compressão de elementos de concreto confinado**. 2002. 194 p. Dissertação (Mestrado) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.

MUTTONI, A.; RUIZ, M.F.; MOCCIA, F. **Efficiency factors for plastic design in concrete: influence of brittleness in compression**. High Tech Concrete: Where Technology and Engineering Meet, p. 1234-1242, 2017.

MUTTONI, A; MOCCIA, F. **Effective strength in structural members, Part 1**, Test Report, EPFL-IBETON, draft, 2018.

NORTIS. **Leopoldo 1201**. São Paulo, 2019. Disponível em: <https://www.nortisinc.com.br/empreendimento/leopoldo>. Acesso em: 08 nov. 2019.

NYHUS, B.S. **Consistent Practical Design of Concrete Structures**. In: FIB SYMPOSIUM TEL-AVIV 2013 – FIB Achievement Award for Young Engineers in memory of Bruno Thurlimann. **Apresentação**, Tel-Aviv, 2013.

NZS 3101-1 (2006) **Concrete structures standard - The design of concrete structures**. Standards New Zealand, Wellington, 2006.

OLIVEIRA, W.L.A. **Análise teórica e experimental de pilares de concreto armado sob ação de força centrada com resistência média à compressão do concreto de 40MPa**. 2004. 213 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

OSPINA, C.E.; ALEXANDER, S.D.B. **Transmission of interior concrete column loads through floors**. ASCE: Journal of Structural Engineering, v. 124, n. 6, p. 602-610, 1998.

PASQUELI, P.R.Z. **Análise limite de estruturas através de uma formulação em elasticidade não-linear**. 2008. 102 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Porto Alegre, 2008.

PRAGER, W.; DRUCKER, D.C., **Soil mechanics and plastic analysis or limit design**, Q. Appi Math, v.10, n. 2, p. 157-165, 1952.

RICHART, F.E.; BROWN, R.L. **An Investigation of Reinforced Columns**. University of Illinois Engineering Experiment Station Bulletin n. 267. University of Illinois, Urbana, 91 p., 1934.

SANTOS, A.P.S. **Análise do confinamento dado por lajes em pilares com concretos de diferentes resistências ao longo da altura**. 2004. 110 p.

Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

SHAH, A. A.; RIBAKOV, Y. **Experimental and analytical study of flat-plate floor confinement**. Elsevier: Materials and Design, p. 655-669, 2004.

SHAH, A. A.; DIETZ, J.; TUE, N. V.; KOENIG, G. **Experimental Investigation of Column-Slab Joints**. ACI Struct J. n. 102, p. 103-113, 2005.

SHAH, A. A.; RIBAKOV, Y. **Using mechanics of materials approach for calculating interior slab-column joints strength**. Elsevier: Materials and Design. p. 1145-1158, 2008.

SHAH, A. A.; RIBAKOV, Y. **Estimation of RC slab-column joints effective strength using neural networks**. Latin American Journal of Solids and Structures. p. 393-411, 2011.

SHAHID, I.; FAROOQ, S. H.; QURESHI, N. A.; KAYANI, K. R.; MUMTAZ, H. **Effective Concrete Strength within Slab- Column Joint**. v. 7, n. 3, p. 965-972, 2015.

SHIN, H. O.; YOON, Y. S.; COOK, W. D.; MITCHELL, D. **Effect of Confinement on the Axial Load Response of Ultrahigh-Strength Concrete Columns**. Journal of Structural Engineering, v. 141, n. 6, 04014151, p. 1-12, 2015.

SHIN, H. O.; YOON, Y. S.; COOK, W. D.; MITCHELL, D. **Enhancing the performance of UHSC columns intersected by weaker slabs**. Engineering Structures, v. 127, p. 359-373, 2016.

SHIN, H. O.; YOON, Y. S.; MITCHELL, D. **Axial load transfer in non-slender ultra-high-strength concrete columns through normal-strength concrete floor slabs**. Engineering Structures, v. 136, p. 466-480, 2017.

SHU, C.; HAWKINS, N.M. **Behavior of columns continuous through concrete floors**, ACI Structural Journal, v. 89, n. 4, 1992, p. 405-414.

TAMBUSAY, A.; SUPROBO, P.; AMIRUDDIN, **A Finite element analysis on the behavior of slab-column connections using PVA-ECC material**. Jurnal Teknologi, v. 79:5, n. 6, p. 23-32, 2017.

TECNUM. **Concreto de alto desempenho**. São Paulo, 2003. Disponível em: <http://www.p.feb.unesp.br/pbastos/c.especiais/E-Tower.pdf>. Acesso em: 08 nov. 2019.

TULA, L.; HELENE, P.; DIAZ, N.; BORTOLUCCI, A. **Resistência à compressão do concreto confinado**. Congresso Brasileiro do Concreto, Fortaleza. Anais. Ibracon, Fortaleza, ago. 2000.

URBAN, T. S.; GOŁDYN, M. M. **Behaviour of eccentrically loaded high- strength concrete columns intersected by lower-strength concrete slabs**. Structural Concrete, 16(4), p. 480-495, 2015.

URBAN, T.; GOŁDYN, M. **The Concept of Determining the Effective Strength of Joint Concrete in the Analysis of Interior and Edge Columns Intersected by Weaker Slab Concrete High tech concrete**. Where technology and engineering meet! High Tech Concrete: Proceedings of the 2017 fib Symposium, v. 2001, n. 2004, p. 998-1005, 2017.

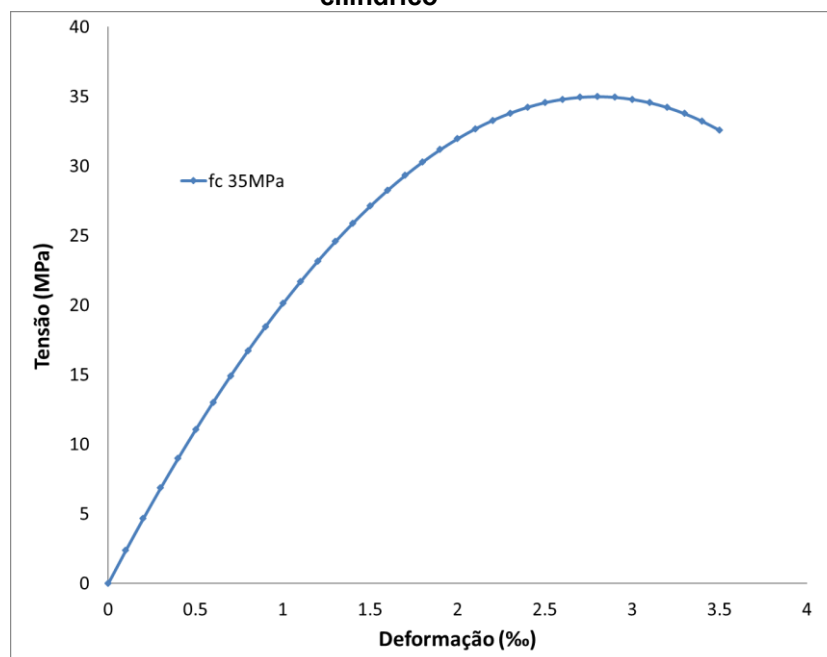
VIAPIANA, L.G. **Influência do confinamento na resistência e ductilidade de pilares curtos de concreto de ultra alta resistência submetidos à compressão centrada**. 2016. 267 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.

XIONG, Z. **Connections between high-strength concrete columns and normal-strength concrete floors**. Dissertação (Mestrado). Delft University of Technology, Delft, 2016.

APÊNDICE A – Modelo numérico de um corpo de prova cilíndrico

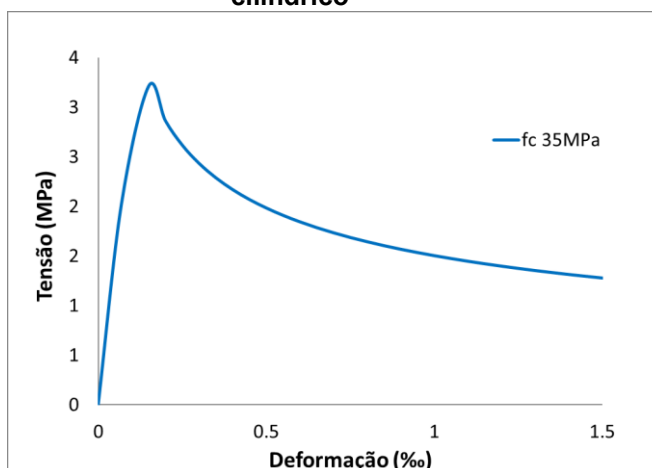
Foi elaborado um modelo em elementos finitos, utilizando o programa ABAQUS, de um corpo de prova cilíndrico de concreto com resistência de 35MPa e com as dimensões de 15x30cm. Foram utilizados os parâmetros sugeridos por Kaminski e Kmiecik (2011), no Capítulo 4, porém com $f_{b0}/f_{c0} = 1$ e a curva tensão-deformação à compressão do concreto é apresentada na Figura 122 e a tração é apresentada na Figura 123. Esse modelo verifica se os parâmetros estão adequados para o concreto, apresentando uma curva tensão-deformação compatível, e se o critério de considerar que a falta de convergência do modelo por alta taxa de deformação é representativa de sua ruptura.

Figura 122 - Curva tensão-deformação à compressão aplicado no modelo do corpo de prova cilíndrico



Fonte: o autor

Figura 123 - Curva tensão-deformação à tração aplicado no modelo do corpo de prova cilíndrico



Fonte: o autor

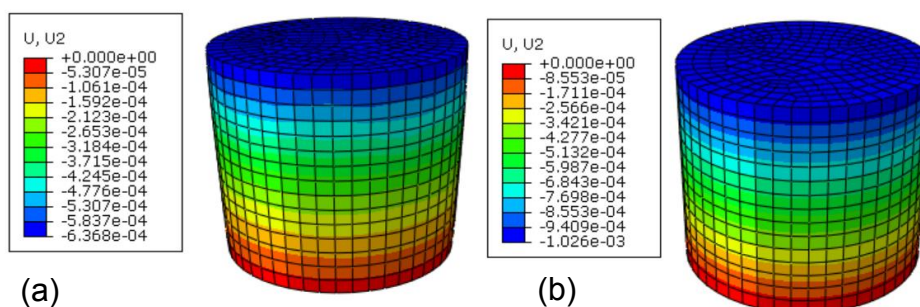
Foram utilizados 4704 nós e 4035 elementos sólidos C3D8R com 1 ponto de integração de Gauss com função de forma linear. Os elementos sólidos têm em média 2cm de comprimento.

Foi aplicado um deslocamento imposto na superfície superior do modelo, variando de 0 até 2cm, até que ele perdesse convergência, apresentando uma mensagem em que a taxa de deformação de um elemento estivesse muito alta (acima de 1000).

Para a condição de contorno, foram feitos dois testes, um com a translação bloqueada em todas as direções na superfície inferior do cilindro e o outro para que somente estivesse bloqueada a direção vertical (eixo axial do cilindro). O primeiro teste foi para simular de forma simplificada o atrito do corpo de prova com a prensa e o segundo para considerar sem atrito.

São apresentados na Figura 124 os deslocamentos verticais dos dois modelos para uma força de compressão.

Figura 124 - Deslocamento do corpo de prova cilíndrico. (a) apoio fixo; (b) apoio móvel

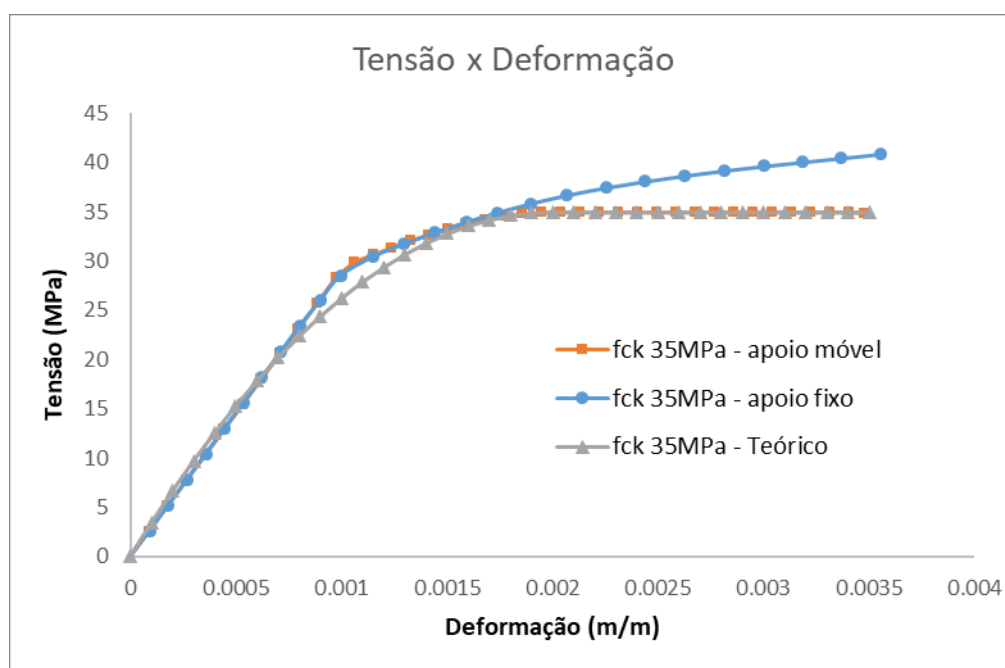


Fonte: o autor

Os deslocamentos verticais dos modelos resultam um pouco diferentes, pois o modelo com apoio móvel deslocou mais, provavelmente por não ter sido gerado o confinamento pelo atrito da prensa.

Para melhor comparação, foi montado um esquema tensão-deformação dos dois modelos e do esquema teórico (Ver Figura 125).

Figura 125 - Curva tensão-deformação dos corpos de prova cilíndricos



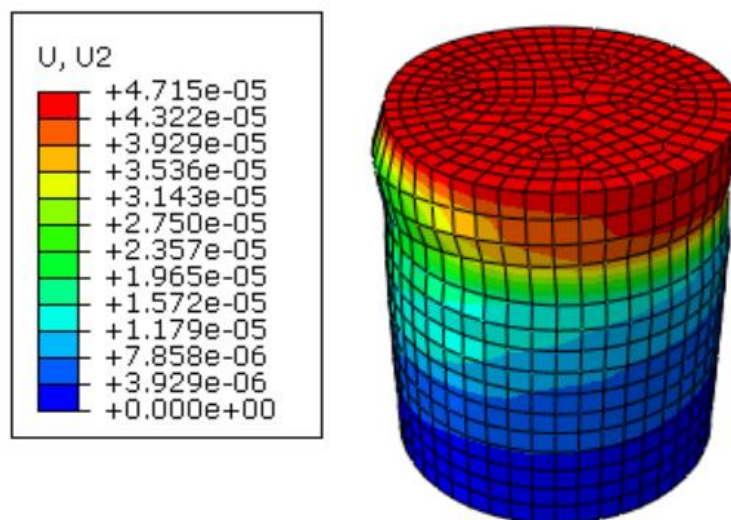
Fonte: o autor

Nota-se pela Figura 125 que os resultados tiveram boa aderência; somente o início da fase plástica do modelo não coincidiu perfeitamente com o teórico.

A Figura 125 também apresenta uma diferença entre os resultados do modelo com apoio fixo e móvel. Isso acontece, pois, o modelo com apoio fixo gera um confinamento pela restrição da deformação lateral por efeito de Poisson, e o modelo com apoio móvel não tem esse confinamento. Portanto, o corpo de prova com restrição lateral obteve resistência maior, o que era esperado. A tensão lateral confinante é de 1,4 MPa, portanto, 4% de f_c . Aplicando a Equação (35), a resistência esperada do corpo de prova é de 42 MPa, muito próxima do encontrado no modelo numérico com apoio fixo.

São apresentados na Figura 126 os deslocamentos verticais do modelo tracionado.

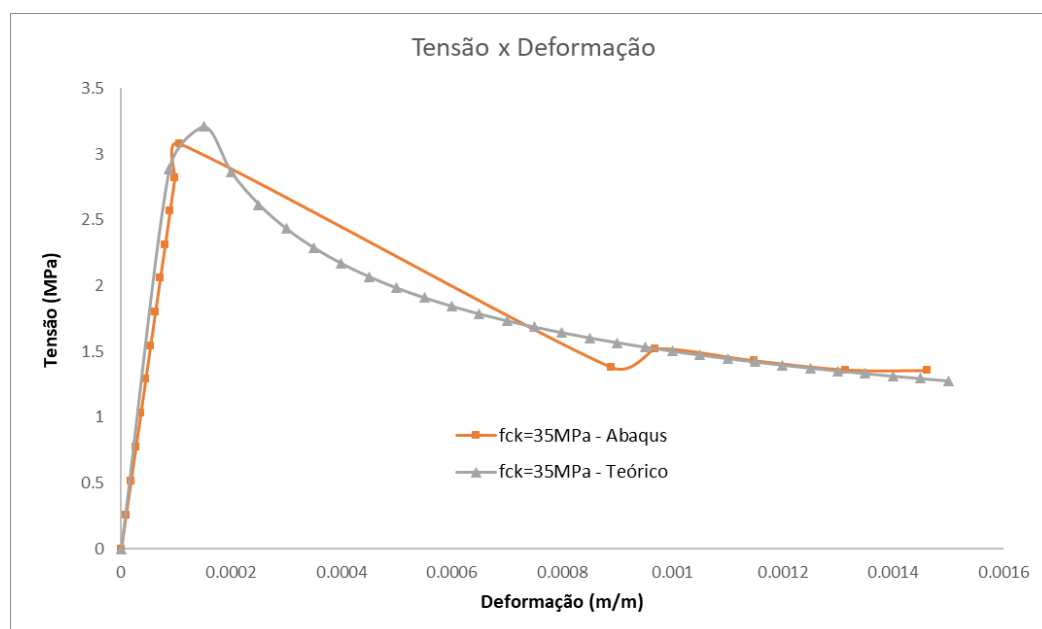
Figura 126 - Deslocamento do corpo de prova cilíndrico: apoio móvel (m)



Fonte: o autor

É apresentado na Figura 127 um esquema com a curva tensão-deformação teórica do concreto à tração em comparação com o resultado do modelo numérico.

Figura 127 - Curva tensão-deformação à tração dos corpos de prova cilíndricos



Fonte: o autor

Os resultados do modelo à tração não apresentaram uma aderência muito boa com a curva teórica do concreto para o trecho pós-crítico. Porém, a tensão crítica de

abertura de fissura ficou muito próxima da tensão teórica. Portanto, para avaliar a ruptura do corpo de prova, o modelo se mostrou plenamente capaz.

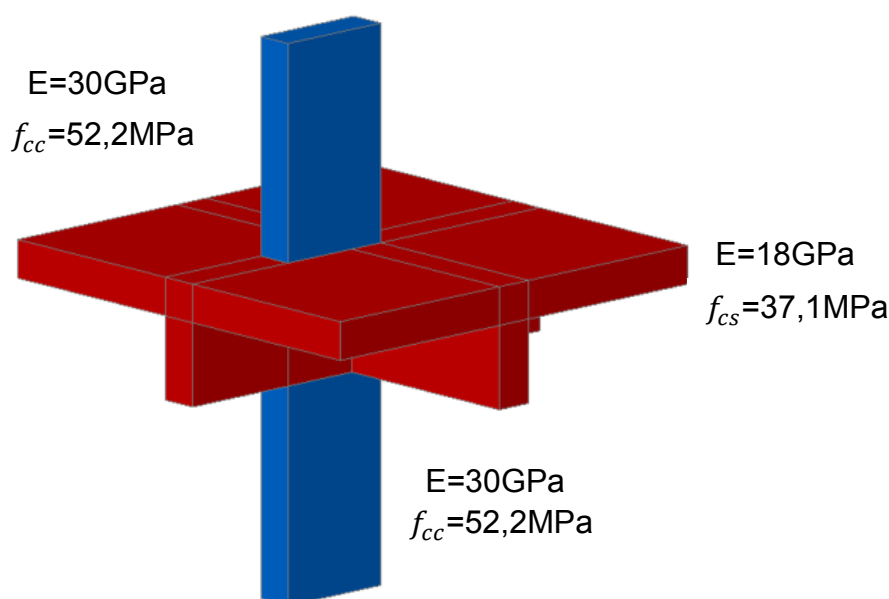
Esses resultados mostram que o modelo é capaz de representar as não linearidades do concreto, de representar um estado triaxial de tensões, com a consideração do ganho de resistência devido às tensões confinantes e que a falta de convergência, quando representada por alta taxa de deformação de um elemento, têm representado bem a situação de ruptura.

APÊNDICE B – Análise numérica de Azevedo (2014)

B.1 MODELO NUMÉRICO

Foi desenvolvido um modelo em elementos finitos que representa o modelo mais confinado (tipo 2) da série 4 dos ensaios de Azevedo (2014). O software utilizado para modelar esse espécime foi o Abaqus, capaz de representar as não linearidades do concreto e mundialmente utilizado para análises não lineares, estáticas e dinâmicas. Para representar os danos e a plasticidade do concreto, foi utilizado o *Concrete Damage Plasticity (CDP)*. Os dados de entrada utilizados para o modelo foram os propostos por Kaminski e Kmiecik (2011) e apresentados no Capítulo 4. A resistência do concreto e o módulo de elasticidade aplicados ao modelo são os apresentados na Figura 128.

Figura 128 - Propriedades do concreto utilizado no espécime



Fonte: o autor

Também foram modeladas as barras de aço no interior do concreto. As barras de aço foram consideradas incorporadas dentro do concreto, onde a sua discretização não necessariamente coincide com a dos elementos sólidos que representam o concreto, possibilitando que o modelo possua menor número de graus de liberdade e tenha um processamento mais rápido. É possível aplicar uma função de aderência entre a barra de aço e o concreto, porém, como o escorregamento entre a barra e o

concreto para esse tipo de solicitação em pilares não é importante, foi considerado um vínculo perfeito entre a barra de aço e o concreto.

Os elementos usados para representar as barras de aço foram o T3D2, que é um elemento linear de treliça 3D de 2 nós, com função de forma linear. Para representar os elementos de concreto, foi utilizado o C3D8R, que é um elemento hexaédrico com 8 nós com integração reduzida, possuindo somente 1 ponto de integração de Gauss, com função de forma linear. O modelo possui 8602 nós, 5419 elementos sólidos e 772 elementos de treliça.

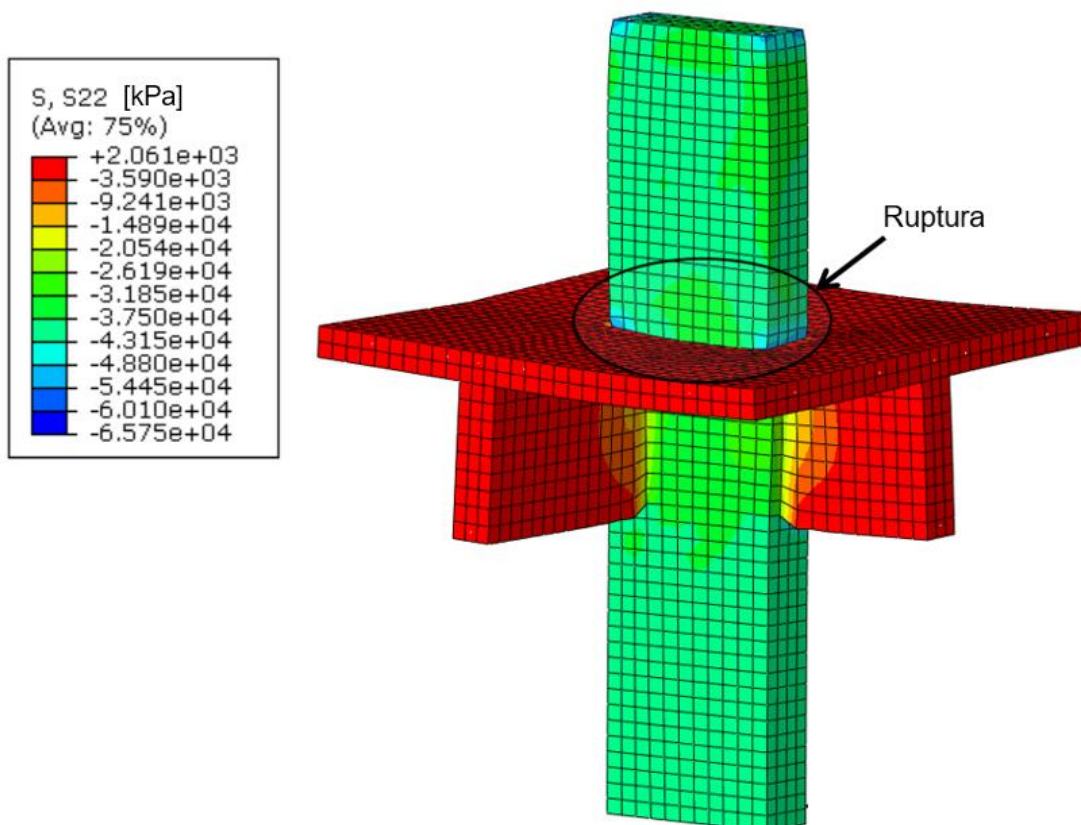
Foi considerado um apoio fixo na base do pilar e para carregar o modelo, foi aplicado um deslocamento no topo do pilar variando linearmente de 0 a 2mm. Dessa forma, é possível analisar o que está acontecendo durante o teste e o seu resultado pós-crítico. Quando o modelo de elementos finitos perde convergência, por alta taxa de deformação em um elemento, foi interpretado que ocorreu uma ruptura.

B.1.1 Resultados numéricos

Os resultados apresentados pelos modelos em elementos finitos são analisados em tensões e deformações. A partir dessas análises, é possível comparar com os resultados obtidos nos ensaios experimentais de Azevedo (2014). Da Figura 129 à Figura 134, é possível ver os resultados das análises, onde as tensões apresentadas na legenda estão em kPa e compressão é negativo e tração positivo.

A Figura 129 apresenta as tensões verticais no espécime no instante antes da ruptura.

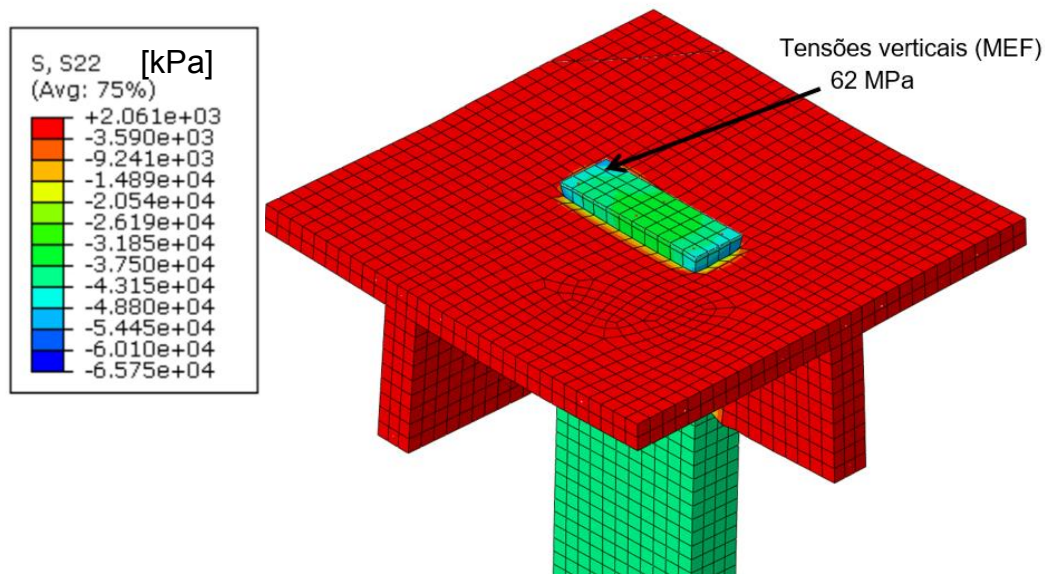
Figura 129 - Tensões verticais apresentadas no instante antes do modelo perder convergência



Fonte: o autor

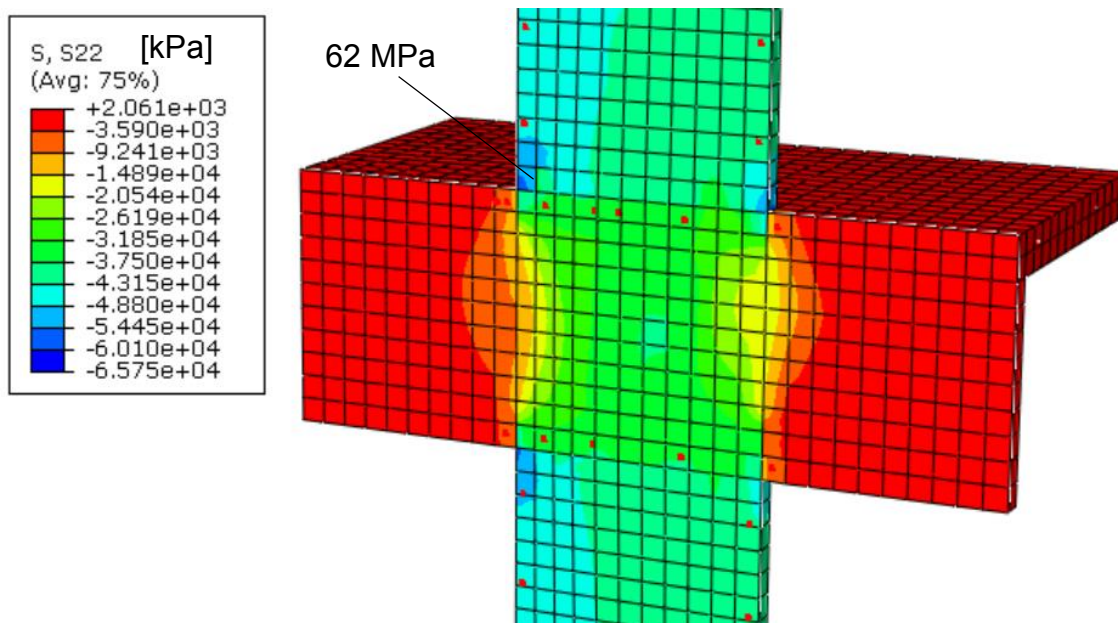
A carga de ruptura do modelo foi de 2150kN, onde para esse instante foi notada concentração de tensão na região do pilar imediatamente acima da laje, onde houve a ruptura, sendo mais bem observada na Figura 130 e na Figura 131.

Figura 130 - Tensão vertical no local de ruptura



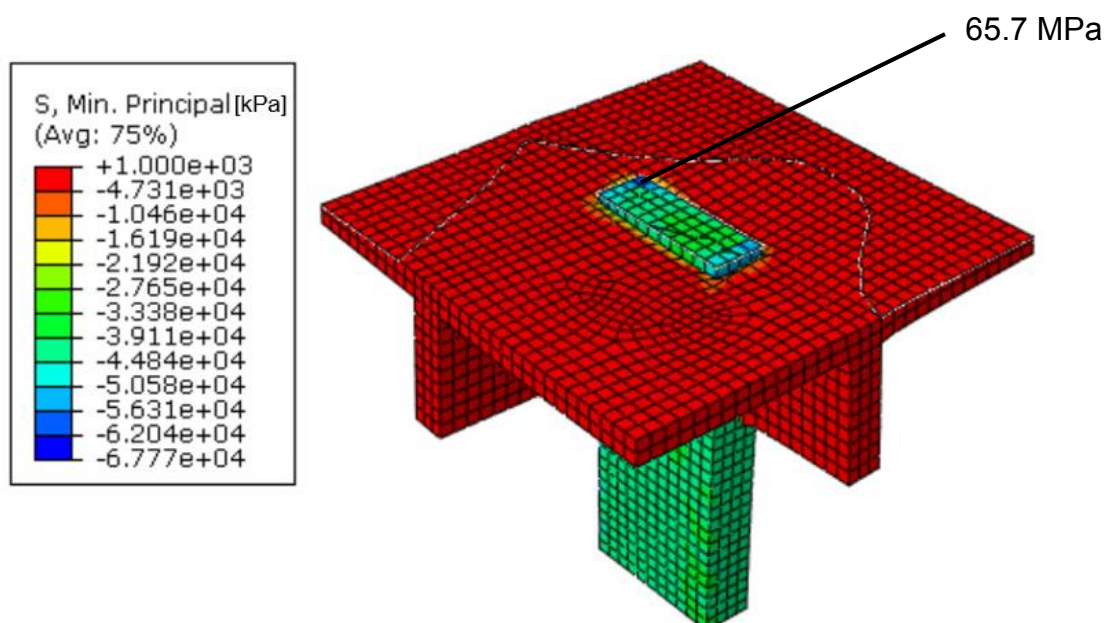
Fonte: o autor

Figura 131 - Vista lateral das tensões verticais



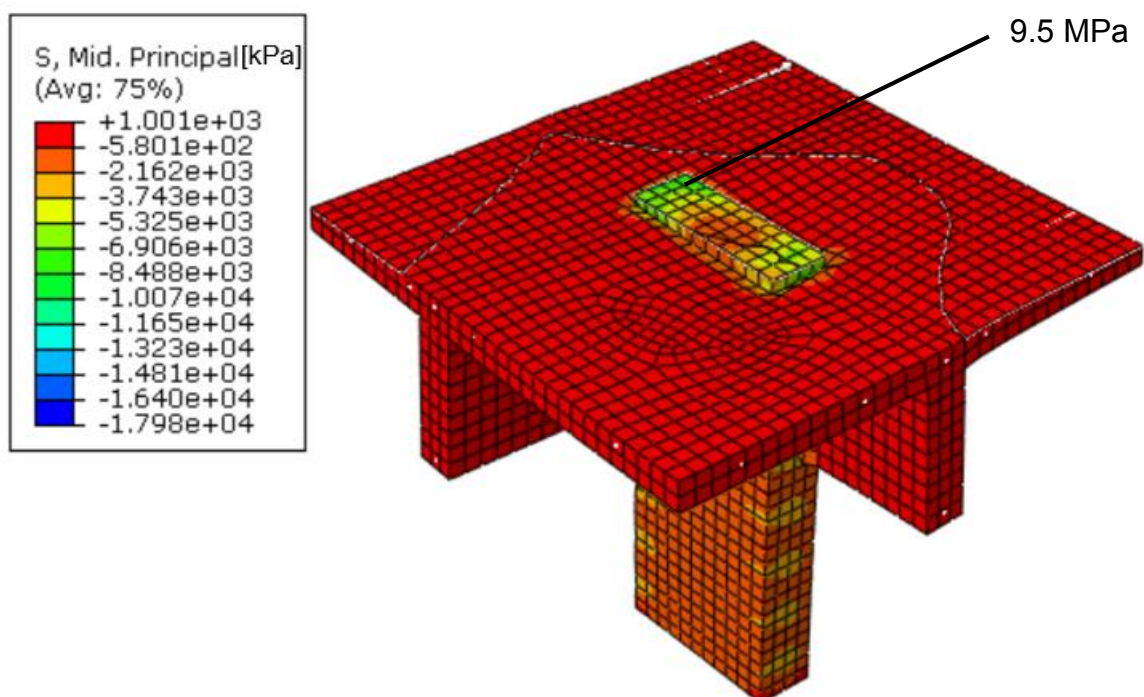
Fonte: o autor

Para verificar se houve a ruptura nessa região no modelo numérico, foram avaliadas as tensões principais do modelo. A tensão principal mínima σ_3 é apresentada na Figura 132, a tensão principal intermediária σ_2 é apresentada na Figura 133 e a tensão principal máxima σ_1 é apresentada na Figura 134.

Figura 132 - Tensão principal mínima (σ_3)

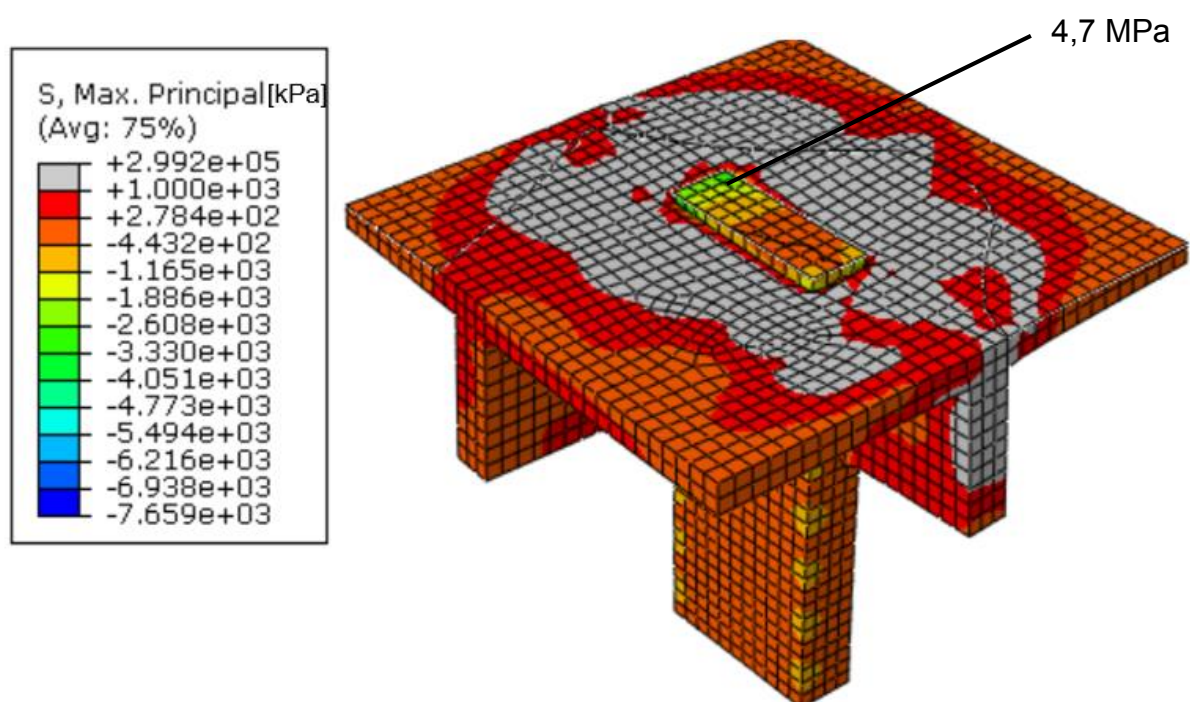
Fonte: o autor

Figura 133 - Tensão principal intermediária (σ_2)



Fonte: o autor

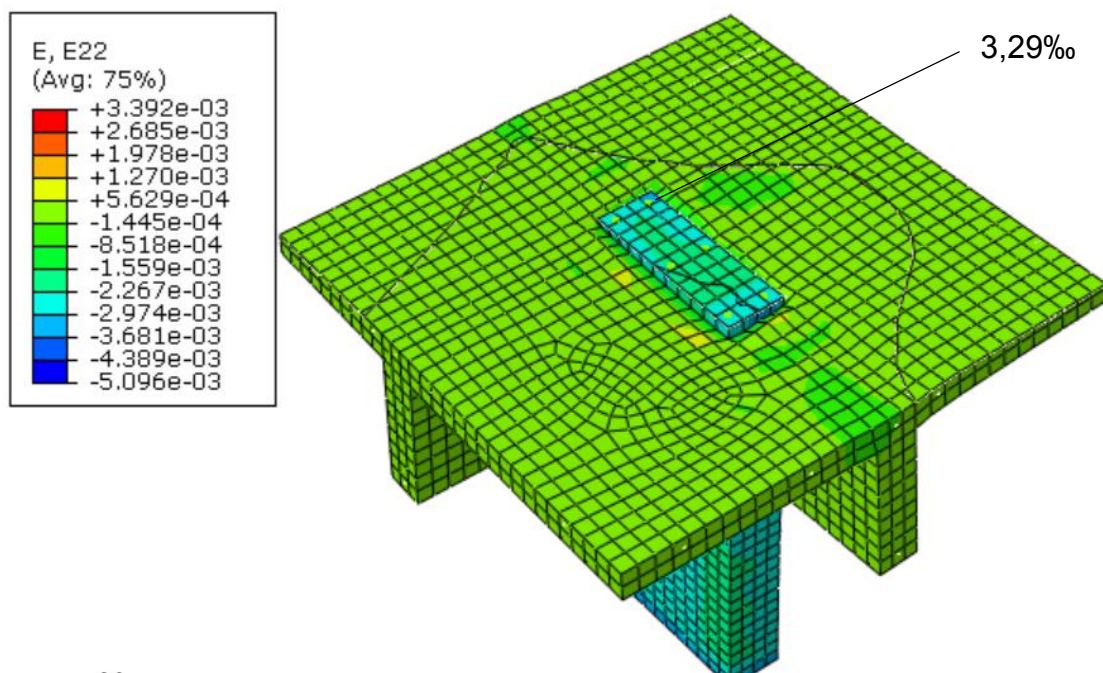
Figura 134 - Tensão principal máxima (σ_1)



Fonte: o autor

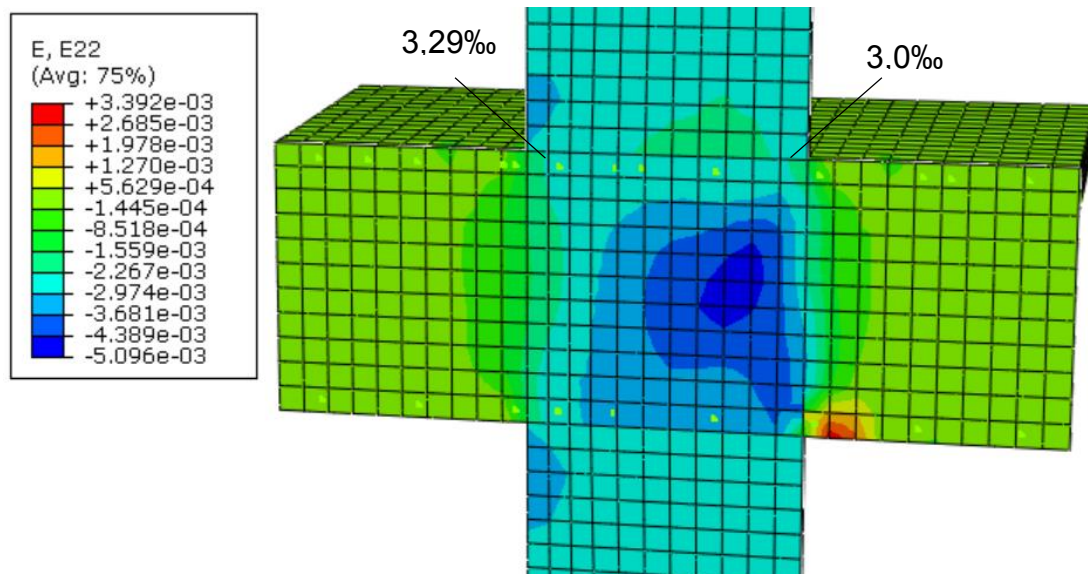
Para melhor avaliação do comportamento do modelo numérico em relação aos resultados experimentais, foram avaliadas as deformações nas mesmas regiões onde estavam instalados os *strain gages* nos espécimes de Azevedo (2014). As deformações verticais são apresentadas na Figura 135 e em uma vista lateral na Figura 136.

Figura 135 - Deformação vertical no local de ruptura



Fonte: o autor

Figura 136 - Vista lateral das deformações verticais



Fonte: o autor

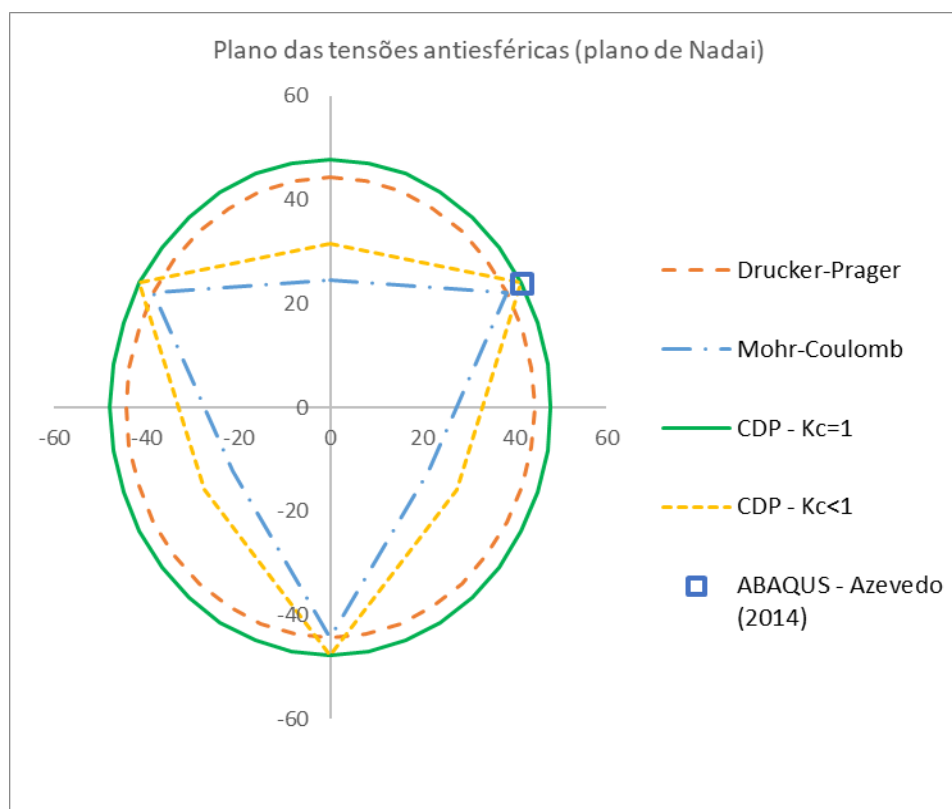
Para avaliar se a região do pilar imediatamente acima da laje, apresentada com altas tensões, está realmente atingindo o regime plástico, foi analisado o plano das tensões antiesféricas para essas tensões principais ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) atuantes e comparadas com os critérios de Mohr-Coulomb, Drucker-Prager e *CDP* (critério utilizado pelo Abaqus). Os valores dos parâmetros utilizados são apresentados no Tabela 16 e a comparação dos critérios é apresentada na Figura 137.

Tabela 16 - Parâmetros utilizados para o cálculo dos critérios de resistência

Critério de resistência	Φ (ângulo de atrito)(°)	c (coesão) (MPa)	f_c (MPa)	K_c	f_{b0}/f_{c0}	Tensões principais		
						σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_3 (MPa)
Mohr-Coulomb		13.25		-	-			
Drucker-Prager	36		52	-	-	-4.7	-9.5	-65.7
CDP		-		0.66 e 1.0	1.16			

Fonte: o autor

Figura 137 – Plano das tensões antiesféricas para as tensões principais do modelo numérico (MPa)

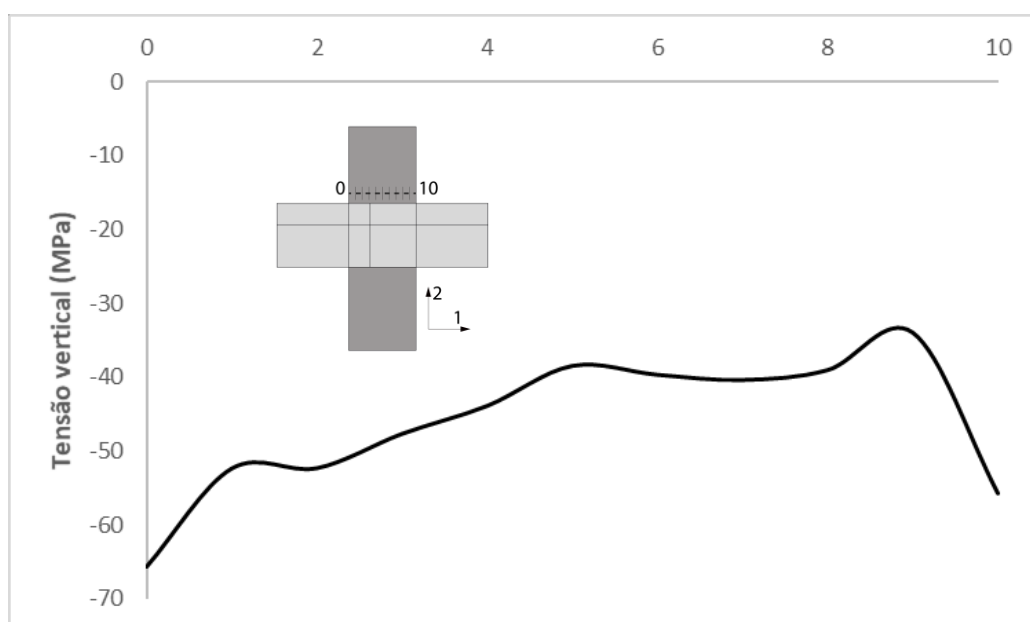


Fonte: o autor

A tensão antiesférica atuante do modelo está na superfície de plastificação do critério utilizado pelo Abaqus, o *Concrete Damage Plasticity (CDP)*. Portanto, a região do pilar imediatamente acima da laje, com suas tensões principais, está no limite da ruptura e qualquer acréscimo de tensão antiesférica pode gerar a plastificação da região ou a sua ruptura. Esse resultado está coerente com o que houve no modelo numérico e experimental de Azevedo (2014), visto que no instante de carregamento imediatamente após esse, houve a ruptura e a perda de convergência do modelo numérico. Os critérios de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager apresentaram um pouco menos capacidade resistente para essas tensões atuantes.

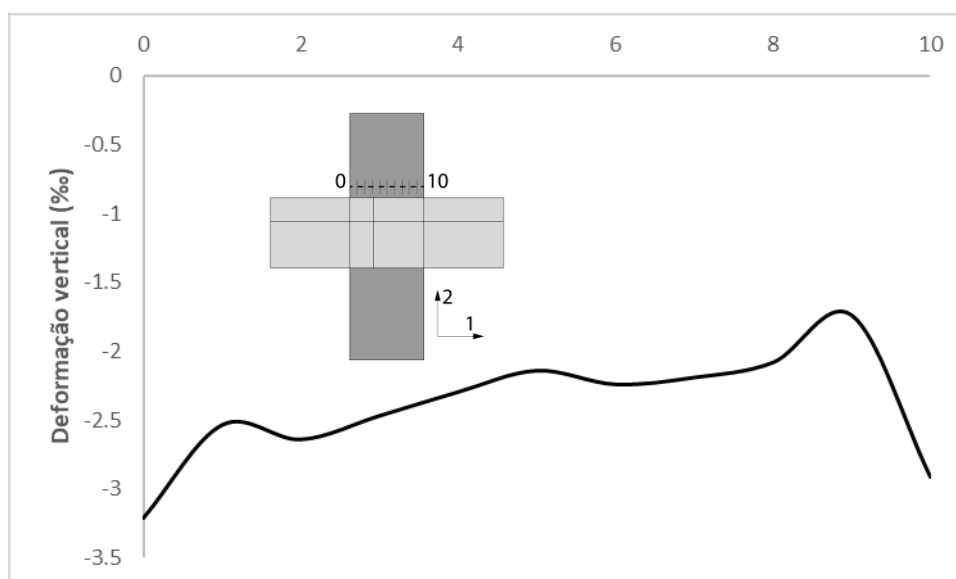
Foi elaborado um esquema, Figura 138, para mostrar a distribuição das tensões ao longo da seção transversal na região que houve a ruptura do espécime no canto do pilar (abscissa 0 do esquema apresentado na Figura 138). Esse esquema mostra claramente que houve um pico de tensão nos cantos da seção, gerando também altas deformações nesses pontos, apresentadas no esquema na Figura 139. Ocorreram altas tensões nessas regiões por elas se apoiarem em zonas mais rígidas do nó, pois são as regiões mais confinadas pelas vigas, especialmente na abscissa 0 do esquema, onde o pilar é cruzado por duas vigas.

Figura 138 - Distribuição da tensão vertical ao longo da seção (MEF)



Fonte: o autor

Figura 139 - Distribuição da deformação ao longo da seção (MEF)



Fonte: o autor

Pelos cantos do pilar, representados pelas abscissas 0 e 10 na Figura 138, serem mais rígidos, as forças migraram para essa região, fazendo com que houvesse concentração de tensões. Era esperada uma adaptação plástica das tensões e que elas ficassem mais homogêneas ao longo da seção, mas isso não ocorreu, pela maior fragilidade do concreto de alta resistência, assim como apresentado na Figura 83, explicando a ruptura encontrada por Azevedo (2014).

Os resultados da análise de elementos finitos apresentaram boa concordância com os testes experimentais, como pode ser visto na Tabela 17.

Tabela 17 - Comparação de resultados experimentais e numéricos

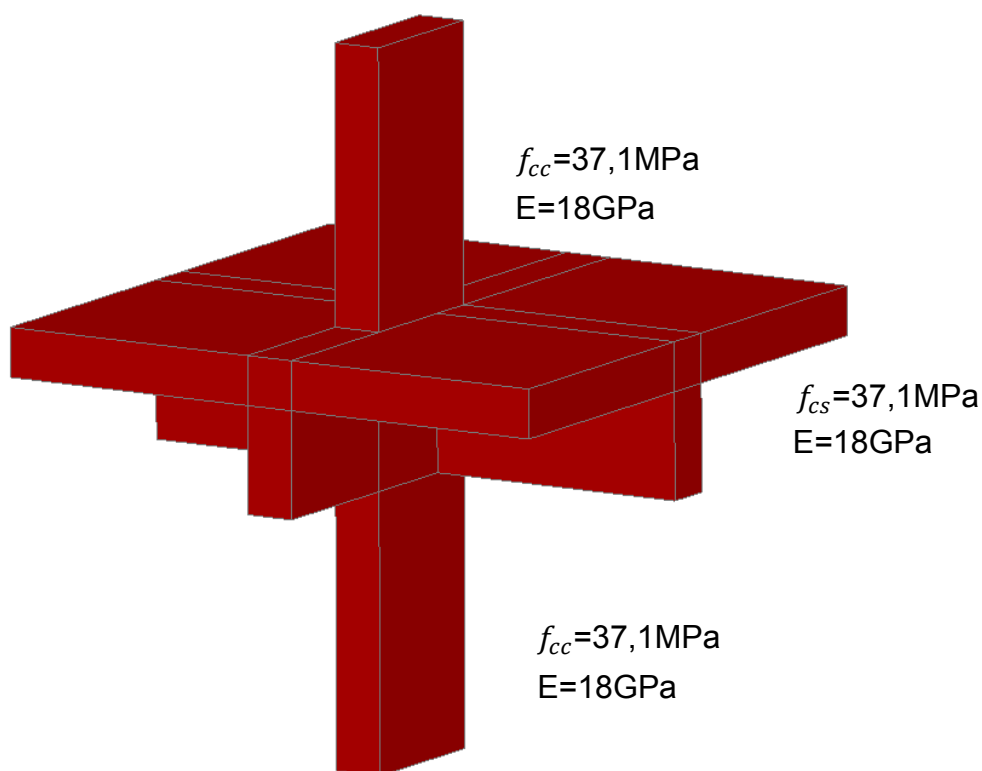
	Força de ruptura (kN)	Deformação E1 (‰)	Deformação E2 (‰)	Deformação E3 (‰)	Deformação E4 (‰)
ABAQUS	2150	3,29	3,29	3	3
Experimental	2100	3,23	3,23	3,24	3,23
Diferença (%)	2,4	1,9	1,9	-7,4	-7,1

Fonte: o autor

A diferença entre os resultados numéricos e experimentais foi pequena, tanto para a tensão de ruptura como para as deformações. Os resultados numéricos corroboram com os resultados experimentais de Azevedo (2014).

Como a ruptura ocorreu imediatamente acima da laje com tensão menor que a resistência do concreto, o que não era esperado, foi elaborado um novo modelo, considerando a mesma resistência do concreto para o pilar e o pavimento. Dessa forma, o confinamento do concreto não é importante para garantir a resistência do conjunto, como era nas análises anteriores, e com isso avaliar se a tensão de ruptura também será abaixo do esperado. As propriedades do concreto utilizado são apresentadas na Figura 140. Os elementos utilizados, quantidades de nós e parâmetros foram mantidos os mesmos do modelo com a variação da resistência do concreto.

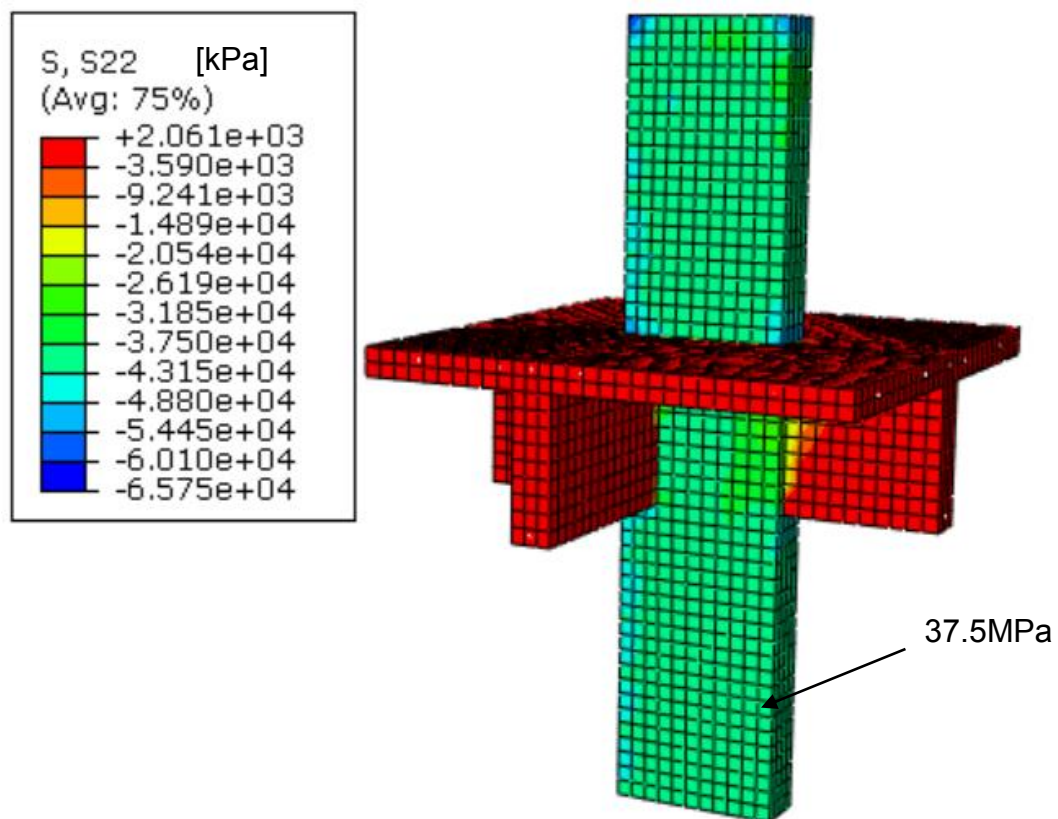
Figura 140 - Mesma resistência de concreto para todos os elementos



Fonte: o autor

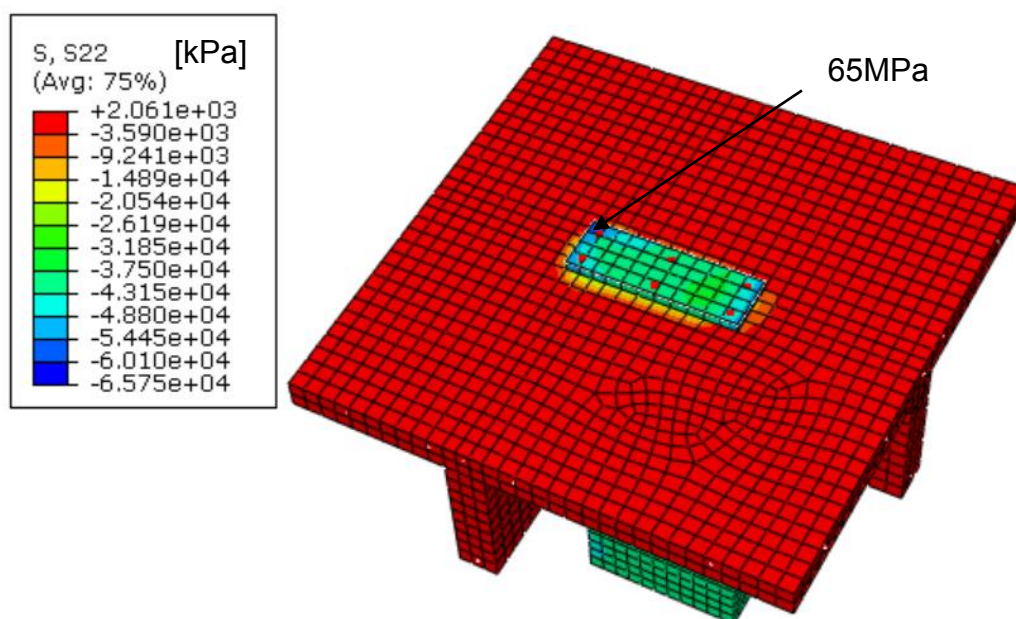
Os resultados das tensões verticais no modelo numérico são apresentados na Figura 141. Também são apresentadas na Figura 142 as tensões verticais na região onde houve a ruptura nos ensaios de Azevedo (2014).

Figura 141 - Tensão vertical ao longo da estrutura



Fonte: o autor

Figura 142 - Tensão vertical na região onde houve a ruptura



Fonte: o autor

Esses resultados mostram que, quando o confinamento não é necessário, a ruptura continua acima da laje, como esperado para esse caso, pois agora a região menos resistente é a região que não está confinada pela laje e vigas. A tensão média de ruptura na coluna é muito próxima da resistência do concreto, como pode ser visto na Quadro 3, que era o resultado esperado para esse modelo. Esse resultado mostra que, quando o espécime possui concreto de alta resistência no pilar e concreto de mais baixa resistência na laje e vigas, podem aparecer concentrações de tensões nos cantos do pilar pela possível falta de adaptação plástica do concreto de alta resistência, que faz com que o espécime tenha ruptura prematura.

Quadro 3 - Comparação da tensão média do modelo numérico com a tensão de ruptura esperada

	Tensão de ruptura (MPa)
MEF	37,5
Resistência do concreto	37,1
Diferença (%)	1,1

Fonte: o autor

As expressões propostas nos Capítulos 6 e 7 mostraram boa aderência com os resultados experimentais de Azevedo (2014) e ajudam a explicar a sua ruptura prematura.