

ODINIR KLEIN JÚNIOR

**AVALIAÇÃO DA VARIABILIDADE DOS EFEITOS DE SEGUNDA
ORDEM DE PILARES ESBELTOS DE CONCRETO ARMADO**

SÃO PAULO

2022

ODINIR KLEIN JÚNIOR

**AVALIAÇÃO DA VARIABILIDADE DOS EFEITOS DE SEGUNDA
ORDEM DE PILARES ESBELTOS DE CONCRETO ARMADO**

Versão corrigida

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Doutor em Ciências

Área de concentração:
Engenharia de Estruturas

Orientador:
Prof. Dr. Fernando Rebouças Stucchi

SÃO PAULO

2022

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 11 de Junho de 2022

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Klein Júnior, Odinir

Avaliação da variabilidade dos efeitos de segunda ordem de pilares esbeltos de concreto armado / O. Klein Júnior – versão corr. -- São Paulo, 2022.

247 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.concreto armado 2.pilares 3.análise não linear de estruturas
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

AGRADECIMENTOS

Ao orientador, Prof. Dr. Fernando Rebouças Stucchi, pela orientação atenciosa, troca de experiências e motivação, sempre em busca de elevar o desenvolvimento da Engenharia.

Ao Prof. Dr. Ricardo Leopoldo e Silva França, pelas oportunidades de crescimento oferecidas e incentivo ao aprendizado constante.

Aos colegas do escritório França & Associados Projetos Estruturais, pelo apoio e compreensão durante o desenvolvimento deste trabalho.

À minha família e amigos, pelo apoio e compreensão principalmente nos momentos de ausência quando foram necessários.

RESUMO

KLEIN JÚNIOR, Odinir. **Avaliação da variabilidade dos efeitos de segunda ordem de pilares esbeltos de concreto armado**. 2021. 247 p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, São Paulo, 2021.

A segurança estrutural de pilares de concreto armado precisa ser periodicamente avaliada, por exemplo, por meio de análises de confiabilidade. Essas análises dependem da correta identificação e quantificação das variáveis envolvidas, sendo uma delas o erro dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem. O erro de modelo é avaliado mediante a comparação dos momentos totais teóricos com os experimentais. Para isso, foi organizado um banco de dados com 210 ensaios de pilares esbeltos biapoiados de concreto armado com seção transversal retangular submetidos à flexão normal composta com curvatura simples e excentricidades da força axial iguais em ambas as extremidades, sob carregamento de curta duração. Foram considerados pilares de concreto de resistência normal e de alta resistência. Foram avaliadas diversas combinações entre modelos de amplificação dos momentos (pilar-padrão e diferenças finitas) com curvaturas e rigidezes obtidas de expressões simplificadas ou de diagramas momento-curvatura, sendo algumas dessas combinações previstas nas normas técnicas. Assim, foram obtidos os parâmetros estatísticos do erro dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem de pilares esbeltos de concreto armado. Esses valores preenchem uma lacuna existente até então em relação aos modelos das solicitações utilizados nas análises de confiabilidade. As investigações permitiram ainda verificar o bom desempenho dos modelos da norma ABNT NBR 6118:2014, sobretudo o pilar-padrão com curvatura aproximada e o pilar-padrão com rigidez κ aproximada. As médias da relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ resultaram próximas da unidade com baixos valores de coeficiente de variação. Foram propostos ajustes para o modelo do pilar-padrão com rigidez κ aproximada que proporcionaram melhoria do erro do modelo.

Palavras chave: concreto armado, pilares, análise não linear de estruturas.

ABSTRACT

KLEIN JÚNIOR, Odinir. **Variability assessment of second-order theoretical procedures for slender reinforced concrete columns**. 2021. 247 p. Doctoral thesis – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, São Paulo, 2021.

The structural safety of slender RC columns must be periodically evaluated, e.g., by means of the reliability analysis. Such analysis rely on the proper identification and quantification of the statistical parameters of the involved variables. One of them is the model error of the second order effects. The model error is evaluated based on the comparison between theoretical and experimental total moment values. Therefore, a database was assembled, containing 210 pin-ended slender reinforced concrete columns with rectangular cross section subjected to uniaxial bending with single curvature and equal load eccentricities in both ends, under short-term loads, of normal (NSC) and high strength concrete (HSC). This study combined several moment amplification methods (model column and finite difference method) with nominal curvatures and nominal stiffnesses obtained from simplified equations or from moment-curvature diagrams. Some of the combinations correspond to those provided in the design codes. The statistical parameters of the second order model error were obtained. These values are suitable for reliability analyses. The model column with nominal curvature and dimensionless nominal stiffness κ of the Brazilian code ABNT NBR 6118:2014 showed good agreement between theoretical and experimental results (mean of $M_{\text{test}}/M_{\text{theo}}$ ratio close to unity with relatively low coefficient of variation) for both NSC and HSC. The results of the dimensionless nominal stiffness κ were improved with the adjustments proposed in this study.

Keywords: reinforced concrete, columns, nonlinear structural analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Apresentação gráfica do índice de confiabilidade β (SCHNEIDER, 1997)	35
Figura 2 – Pilares ensaiados por Chang e Ferguson (1963)	38
Figura 3 – Comparação entre as deflexões experimental e teórica do pilar 6 (CHANG e FERGUSON, 1963).....	39
Figura 4 – Pilares ensaiados por Dracos (1982).....	40
Figura 5 – Aspecto do pilar S27 ($\lambda=200$) (a) antes do ensaio e (b) imediatamente antes da falha por instabilidade (DRACOS, 1982).....	42
Figura 6 – Aspecto do pilar S27 ($\lambda=200$) (a) após a falha por instabilidade e (b) deflexão necessária para aparecimento de fissuras (DRACOS, 1982)	43
Figura 7 – Pilares ensaiados por Claeson e Gylltoft (1995), medidas em milímetros	44
Figura 8 – Gráfico força x deflexão no meio do vão para os pilares do grupo B (L=3,0m) (CLAESON e GYLLTOFT, 1998).....	45
Figura 9 – Pilares ensaiados por Kim e Yang (1995).....	46
Figura 10 – Relações tensão-deformação do concreto para (a) compressão e (b) tração (KIM e LEE, 1993)	47
Figura 11 – Pilares ensaiados por Lloyd e Rangan (1996).....	48
Figura 12 – Pilares ensaiados por Kim e Lee (2000)	50
Figura 13 – Elemento de barra e discretização da seção transversal do modelo numérico proposto (KIM e LEE, 2000).....	51
Figura 14 - Translação dos eixos principais de inércia sob (a) flexão normal composta e (b) flexão composta oblíqua (KIM e LEE, 2000)	51
Figura 15 – Pilares ensaiados por Lee e Son (2000)	52
Figura 16 – Deformação máxima do concreto comprimido em função da excentricidade no instante da falha (LEE e SON, 2000)	53
Figura 17 - Desempenho dos modelos analíticos conforme os diagramas tensão-deformação para o concreto comprimido em função da excentricidade no instante da ruína (LEE e SON, 2000).....	54
Figura 18 - Curvas força normal – momento fletor resistente para diversas relações tensão – deformação do concreto comprimido (LEE e SON, 2000)	54
Figura 19 – Pilares ensaiados por Germain e Espion (2005)	55
Figura 20 – Deslocamento axial e lateral do pilar B-1/90-O (GERMAIN e ESPION, 2005)..	56

Figura 21 - Curva força – deflexão com excentricidade acidental (GERMAIN e ESPION, 2005)	57
Figura 22 - Pilares ensaiados por Lima Júnior (2003).....	58
Figura 23 - Apoio de faca (<i>knife bearing</i>) (LIMA JÚNIOR, 2003).....	59
Figura 24 – Pilares ensaiados por Adorno (2004).....	60
Figura 25 - Evolução do perfil de deformações da seção transversal do pilar PCA4-40 (ADORNO, 2004).....	60
Figura 26 - Diagramas momento – curvatura para diversas excentricidades da força axial aplicada (ADORNO, 2004).....	61
Figura 27 - Características geométricas dos pilares ensaiados (DANTAS, 2006).....	62
Figura 28 – Configuração inicial (A) e deslocada (B) dos pilares ensaiados por Dantas (2006).	63
Figura 29 – Pilares ensaiados por Galano e Vignoli (2008): (a) elevação esquemática e (b) detalhe do apoio.....	64
Figura 30 – Deformação última do concreto comprimido em função da excentricidade da força axial (GALANO e VIGNOLI, 2008).....	65
Figura 31 – Esquema típico dos ensaios de Pallarés <i>et al.</i> (2008).....	66
Figura 32 – Definição das excentricidades e pontos de aplicação da força axial dos pilares ensaiados por Pallarés <i>et al.</i> (2008).....	67
Figura 33 - Mapa para classificação da falha de pilares esbeltos para $\beta = 90^\circ$ (PALLARÉS <i>et</i> <i>al.</i> , 2008).....	68
Figura 34 – Aspecto típico dos pilares ensaiados por Melo (2009).....	69
Figura 35 – Esquema do equipamento dos ensaios de Enciso (2010).....	70
Figura 36 – Aspecto do pilar C40 – 3.20 após a ruptura (ENCISO, 2010).....	71
Figura 37 - Cobrimentos efetivos dos pilares ensaiados por Galano e Vignoli (2008).....	74
Figura 38 – Pilar-padrão (FUSCO, 1981).....	77
Figura 39 - Pilar-padrão melhorado (FUSCO, 1981).....	78
Figura 40 – Parcelas do diagrama de momento de primeira ordem (FUSCO, 1981).....	79
Figura 41 – Momento de primeira ordem uniforme equivalente (WESTERBERG, 2002a) ...	82
Figura 42 – Comparação entre pilar-padrão e pilar-padrão melhorado (OLIVEIRA, 2004) ...	85
Figura 43 – Comparação entre M_{max} (ou M_{tot}) calculado pelo modelo simplificado e calculado pelo modelo exato (WESTERBERG, 2002a).....	85
Figura 44 – Momentos de primeira e segunda ordem de elemento sob flexão normal composta (WANG, SALMON e PINCHEIRA, 2007).....	87

Figura 45 – Elemento sob flexão normal composta, sem forças transversais (WANG, SALMON e PINCHEIRA, 2007).....	88
Figura 46 – Comparação entre o C_m teórico e versões simplificadas, para pilares sem forças transversais e com momentos concentrados nas extremidades (WANG, SALMON e PINCHEIRA, 2007)	93
Figura 47 – Modelo de cálculo de pilar em balanço para o método das diferenças finitas	94
Figura 48 - Alguns casos básicos de esforços aplicados em um pilar em balanço e seus respectivos diagramas de momentos fletores de primeira ordem (M_1)	95
Figura 49 - Método das diferenças finitas para pilar biapoiado	97
Figura 50 - Divisão do pilar em balanço em n segmentos iguais	98
Figura 51 – Deformações correspondentes à máxima curvatura (FIB, 2013).....	102
Figura 52 – Representação simplificada do diagrama de interação (FIB, 2013)	103
Figura 53 – Fatores de integração c_i em função do tipo de carregamento e condições de apoio (FIB, 2013)	104
Figura 54 - Curvaturas $1/r$ em função de v , ω e h segundo a ABNT NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1:2004.....	108
Figura 55 - Curvaturas $1/r$ em função de v e h - ABNT NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1:2004 ($K_r=1$)	109
Figura 56 – Comparação entre a rigidez adimensional κ obtida de diagramas momento-curvatura (em azul) e calculada pela expressão aproximada (em vermelho) (OLIVEIRA, 2004)	112
Figura 57 – Solução gráfica do modelo do pilar-padrão com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014 (OLIVEIRA, 2004)	113
Figura 58 – Coeficiente α em função da excentricidade inicial relativa e_0/h (BONET <i>et al.</i> , 2004).....	118
Figura 59 – Diagrama de interação tridimensional de um pilar sob FCO (BONET <i>et al.</i> , 2004)	119
Figura 60 – Domínios do estado-limite último de uma seção transversal da ABNT NBR 6118:2014.....	124
Figura 61 – Definição da rigidez EI secante da ABNT NBR 6118:2014.....	125
Figura 62 – Definições da rigidez EI secante	126
Figura 63 – Diagrama tensão-deformação do aço	128
Figura 64 – Diagrama tensão-deformação do concreto comprimido	128
Figura 65 – Fator η_{fc} para CAR	131

Figura 66 – Definições do pivô C para CRN e CAR	131
Figura 67 – Diagramas momento–curvatura do pilar HSCC1-A-25 (GALANO e VIGNOLI, 2008) com $f_c=113,32$ MPa (linhas tracejadas: possíveis definições da rigidez EI_{sec})	132
Figura 68 – Comparativo entre EI_{sec} (com η_{fc} adaptado do <i>fib</i> Model Code 2010) e EI_{sec} (original), ambas com $\gamma_{sec} = 1,0$ (linha 0-A)	133
Figura 69 - Comparativo entre EI_{sec} (com η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014) e EI_{sec} (original), ambas com $\gamma_{sec} = 1,0$ (linha 0-A)	133
Figura 70 - Comparativo entre EI_{sec} (com η_{fc} adaptado do <i>fib</i> Model Code 2010) e EI_{sec} (original), ambas com $\gamma_{sec} = 1,1$ (linha 0-B)	134
Figura 71 - Comparativo entre EI_{sec} (com η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014) e EI_{sec} (original), ambas com $\gamma_{sec} = 1,1$ (linha 0-B)	134
Figura 72 – Disposição dos transdutores do pilar Ramos-P1-12.5-150 (RAMOS e GIONGO, 2005).....	137
Figura 73 – Deformações no concreto registradas pelos transdutores do pilar Ramos-P1-12.5-150 (RAMOS e GIONGO, 2005).....	137
Figura 74 – Deformações para a força de 1130 kN do pilar Ramos-P1-12.5-150 (RAMOS e GIONGO, 2005).....	138
Figura 75 – Deformações para a força de 1130 kN do pilar Ramos-P1-12.5-150 (linha vermelha) em relação ao diagrama de domínios no ELU (linhas azuis)	138
Figura 76 - $M_{teo} \times M_{test}$ – banco de dados inicial (figuras à esquerda: todos os momentos; figuras à direita: ampliação entre 0 e 14 kNm).....	140
Figura 77 – $M_{teo} \times M_{test}$ – banco de dados inicial (figuras à esquerda: todos os momentos; figuras à direita: ampliação entre 0 e 14 kNm).....	141
Figura 78 – Histogramas do banco de dados dos pilares remanescentes (210 pilares).....	147
Figura 79 –Pilar-padrão ($c = 10$) com curvatura aproximada ABNT NBR 6118:2014♦	150
Figura 80 - Pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada EN 1992-1-1:2004♦.....	150
Figura 81 - Pilar-padrão ($c=8$) com curvatura aproximada EN 1992-1-1:2004♦.....	151
Figura 82 - Pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada EN 1992-1-1:2004 ($K_r=1$)♦	152
Figura 83 - Pilar-padrão ($c=8$) com curvatura aproximada EN 1992-1-1:2004 ($K_r=1$)♦	152
Figura 84 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez κ aproximada ABNT NBR 6118:2014♦	156
Figura 85 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada ABNT NBR 6118:2014	156
Figura 86 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada original EN 1992-1-1:2004 ...	157
Figura 87 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada original EN 1992-1-1:2004♦ ...	157

Figura 88 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada simplificada EN 1992-1-1:2004	158
Figura 89 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada simplificada EN 1992-1-1:2004♦	158
Figura 90 – Rigidez κ aproximada (original e propostas), $\alpha_r=0,7$ apenas para fins ilustrativos	160
Figura 91 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada e $\alpha_r=0,85$ – Proposta 1.....	163
Figura 92 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada e $\alpha_r=0,95$ – Proposta 1.....	163
Figura 93 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada e $\alpha_r=0,85$ – Proposta 2.....	164
Figura 94 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada e $\alpha_r=0,95$ – Proposta 2.....	164
Figura 95 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez aproximada $EI_{\text{eff}}(a)$ ACI 318M-19.....	166
Figura 96 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez aproximada $EI_{\text{eff}}(b)$ ACI 318M-19.....	167
Figura 97 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez aproximada $EI_{\text{eff}}(c)$ ACI 318M-19.....	167
Figura 98 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez aproximada $EI_{\text{eff}}(a)$ ACI 318M-19.....	168
Figura 99 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez aproximada $EI_{\text{eff}}(b)$ ACI 318M-19.....	168
Figura 100 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez aproximada $EI_{\text{eff}}(c)$ ACI 318M-19.....	169
Figura 101 - Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$) com rigidez aproximada $EI_{\text{eff}}(a)$ ACI 318M-19♦.....	169
Figura 102 - Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$) com rigidez aproximada $EI_{\text{eff}}(b)$ ACI 318M-19♦.....	170
Figura 103 - Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$) com rigidez aproximada $EI_{\text{eff}}(c)$ ACI 318M-19♦.....	170
Figura 104 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Mirza (1990) Eq. (131)...	172
Figura 105 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Mirza (1990) Eq. (132)...	172
Figura 106 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Westerberg (2002b) com $1,00.f_c^{0,6}$	174
Figura 107 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada de Westerberg (2002b) com $1,00.f_c^{0,6}$	174
Figura 108 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Bonet <i>et al.</i> (2004).....	176
Figura 109 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada de Bonet <i>et al.</i> (2004).....	176
Figura 110 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Khuntia e Ghosh (2004) .	177
Figura 111 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada de Khuntia e Ghosh (2004) ...	178
Figura 112 - Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$) com rigidez EI aproximada de Khuntia e Ghosh (2004)	178
Figura 113 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Tikka e Mirza (2005).....	180

Figura 114 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Tikka e Mirza (2008) Eq. (151)	180
.....	
Figura 115 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Tikka e Mirza (2008) Eq. (152)	181
.....	
Figura 116 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,0$ – Linha 0-A)	183
Figura 117 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI secante ($\theta_c=1,00$ e $\gamma_{sec}=1,0$ - Linha 0-A) ...	184
Figura 118 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI secante ($\theta_c=1,00$ e $\gamma_{sec}=1,10$ - Linha 0-B)	185
Figura 119 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI secante ($\theta_c=1,10$ e $\gamma_{sec}=1,10$ - Linha 0-B) .	186
Figura 120 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,10$ - Linha 0-B) .	187
Figura 121 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI secante ($\theta_c=0,95$ e $\gamma_{sec}=1,10$) e M_R obtido com $0,85.f_c$ (Linha 0-C).....	188
Figura 122 – Diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=1,00$ e $\gamma_{sec}=1,0$ - Linha 0-A).....	194
Figura 123 - Diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=1,10$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B).....	195
Figura 124 - Diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,80$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B).....	196
Figura 125 - Diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,95$ e $\gamma_{sec}=1,1$) e M_R obtido com $0,85.f_c$ (Linha 0-C).....	197
Figura 126 – M_{test}/M_{teo} em função de f_c - pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014	208
Figura 127 - M_{test}/M_{teo} em função de f_c - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014	208
Figura 128 - M_{test}/M_{teo} em função de f_c - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada da EN 1992-1-1:2004	209
Figura 129 - M_{test}/M_{teo} em função de f_c - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,1$ – Linha 0-B da Figura 62).....	209
Figura 130 – M_{test}/M_{teo} em função de h - pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014	210
Figura 131 - M_{test}/M_{teo} em função de h - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014.....	211
Figura 132 - M_{test}/M_{teo} em função de h - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada da EN 1992-1-1:2004	211
Figura 133 - M_{test}/M_{teo} em função de h - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B da Figura 62).....	212
Figura 134 – M_{test}/M_{teo} em função de λ - pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014	213

Figura 135 - M_{test}/M_{teo} em função de λ - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014.....	213
Figura 136 - M_{test}/M_{teo} em função de λ - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada da EN 1992-1-1:2004	214
Figura 137 - M_{test}/M_{teo} em função de λ - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B da Figura 62).....	214
Figura 138 - M_{test}/M_{teo} em função de ρ - pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014	215
Figura 139 - M_{test}/M_{teo} em função de ρ - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014.....	216
Figura 140 - M_{test}/M_{teo} em função de ρ - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada da EN 1992-1-1:2004	216
Figura 141 - M_{test}/M_{teo} em função de ρ - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B da Figura 62).....	217
Figura 142 - M_{test}/M_{teo} em função de e_1/h - pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014	218
Figura 143 - M_{test}/M_{teo} em função de e_1/h - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014	218
Figura 144 - M_{test}/M_{teo} em função de e_1/h - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada da EN 1992-1-1:2004	219
Figura 145 - M_{test}/M_{teo} em função de e_1/h - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B da Figura 62).....	219
Figura 146 - Histograma e FDP da distribuição normal - pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014	221
Figura 147 - Gráfico quantil-quantil - pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014.....	221
Figura 148 - Histograma e FDP da distribuição normal - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014	222
Figura 149 - Gráfico quantil-quantil - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014.....	222
Figura 150 - Histograma e FDP da distribuição normal - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,10$)	223
Figura 151 - Gráfico quantil-quantil - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,10$)	223

Figura 152 – Histograma e FDP da distribuição normal - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B da Figura 62)	224
Figura 153 – Gráfico quantil-quantil - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B da Figura 62).....	224

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Chang e Ferguson (1963) ..	37
Tabela 2 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Dracos (1982)	40
Tabela 3 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Claeson e Gylltoft (1995) ..	44
Tabela 4 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Kim e Yang (1995)	46
Tabela 5 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Lloyd e Rangan (1996)	48
Tabela 6 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Kim e Lee (2000)	49
Tabela 7 – Resumo das características dos pilares esbeltos ensaiados por Lee e Son (2000) ..	52
Tabela 8 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Germain e Espion (2002) ..	55
Tabela 9 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Lima Júnior (2003)	58
Tabela 10 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Adorno (2004)	59
Tabela 11 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Dantas (2006)	61
Tabela 12 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Galano e Vignoli (2008) ..	64
Tabela 13 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Pallarés <i>et al.</i> (2008)	66
Tabela 14 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Melo (2009)	68
Tabela 15 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Enciso (2010)	70
Tabela 16 – Banco de dados inicial (259 pilares)	72
Tabela 17 – Estudo inicial para validação das referências	142
Tabela 18 – Estudo inicial para validação quanto ao ELU	144
Tabela 19 – Banco de dados dos pilares remanescentes (210 pilares)	146
Tabela 20 – Resultados – Modelos com curvatura aproximada	149
Tabela 21 – Resultados – Método com curvatura aproximada da EN 1992-1-1:2004 com $K_1=1$	151
Tabela 22 – Resultados – Modelos com curvatura aproximada para pilares com $v \geq 0,5$	153
Tabela 23 - Resultados – Métodos com rigidez aproximada – ABNT NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1:2004	154
Tabela 24 – Resultados – rigidez κ aproximada – expressão original e propostas	161
Tabela 25 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – ACI 318M-19	165
Tabela 26 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – Mirza (1990)	171
Tabela 27 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – Westerberg (2002b)	173
Tabela 28 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – Bonet <i>et al.</i> (2004)	175
Tabela 29 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – Khuntia e Ghosh (2004)	177

Tabela 30 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – Tikka e Mirza (2005, 2008).	179
Tabela 31 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,0$ – Linha 0-A).	182
Tabela 32 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,0$ - Linha 0-A) ...	184
Tabela 33 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B) .	185
Tabela 34 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B) ...	186
Tabela 35 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$) e M_R obtido com $0,85.f_c$ (Linha 0-C).....	187
Tabela 36 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,0$ - Linha 0-A) – estudo CAR	190
Tabela 37 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,0$ - Linha 0-A) – estudo CAR	190
Tabela 38 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B) – estudo CAR	191
Tabela 39 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B) – estudo CAR	192
Tabela 40 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$) e M_R obtido com $0,85.f_c$ – (Linha 0-C) - estudo CAR.....	192
Tabela 41 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,0$ – Linha 0-A)	194
Tabela 42 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B).....	195
Tabela 43 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$) e M_R obtido com $0,85.f_c$ (Linha 0-C).....	196
Tabela 44 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,0$ – Linha 0-A) – estudo CAR.....	198
Tabela 45 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B) – estudo CAR.....	198
Tabela 46 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$) e M_R obtido com $0,85.f_c$ (Linha 0-C) – estudo CAR	199
Tabela 47 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez obtida da curva N-M-1/r	200
Tabela 48 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez obtida da curva N-M-1/r - estudo CAR	201
Tabela 49 – Resultados – Métodos com curvatura aproximada - normas técnicas.....	202
Tabela 50 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – normas técnicas	203
Tabela 51 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – propostas alternativas	204
Tabela 52 – Resultados – Métodos com rigidez EI secante	205

Tabela 53 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez obtida da curva N-M-1/r206

LISTA DE SÍMBOLOS

A – área, constante de integração

A_c, A_g – área da seção transversal de concreto

$A_s, A_{st}, A_{s,\emptyset}$ – área da seção transversal das barras da armadura longitudinal

B - constante de integração

C_m – fator que relaciona o diagrama real de momento de primeira ordem a um diagrama uniforme equivalente

CAR – concreto de alta resistência

COV – coeficiente de variação

CRN – concreto de resistência normal

E – módulo de elasticidade

E_c - módulo de elasticidade do concreto

E_{cd} – valor de projeto do módulo de elasticidade do concreto

E_{cm} – módulo de elasticidade médio do concreto, calculado com f_{cm}

E_s - módulo de elasticidade do aço

EI – rigidez à flexão

$EI_{\text{aprox.}}, EI_e$ – rigidez aproximada à flexão

EI_{eff} – rigidez efetiva à flexão

EI_{sec} – rigidez secante à flexão

EI_{viga} – rigidez à flexão de viga

ELU – estado-limite último

F – força normal

F_u – força normal última

FCO – flexão composta oblíqua

FDP – função densidade de probabilidade

FNC – flexão normal composta

G – margem de segurança

I – momento de inércia

I_c, I_{ce} - momento de inércia da seção transversal de concreto

I_g - momento de inércia da seção transversal bruta de concreto

I_s, I_{se}, I_{rs} - momento de inércia das barras de aço em relação ao centroide da seção transversal de concreto

I_{ss} – momento de inércia da seção transversal de perfil metálico

K_1 – coeficiente para garantir a continuidade da função que define a capacidade resistente do pilar quando λ_1 é excedido

K_2, K_r – coeficiente que leva em consideração a redução da curvatura em função do aumento da força axial

K_c – fator que considera os efeitos da fissuração, fluência do concreto etc.

K_s - fator que considera a contribuição da armadura longitudinal

K_ϕ - fator que leva em consideração a fluência

L – comprimento do lance do pilar

M - momento fletor, margem de segurança

$M_{01}, M_{02}, M_A, M_B, M_{1d,A}$ – momento de primeira ordem na extremidade do pilar

M_{0e}, M_{equiv} - momento de primeira ordem uniforme equivalente

M_{1C} – momento de primeira ordem no meio do lance do pilar

M_1 - momento fletor de primeira ordem

M_2 - momento fletor de segunda ordem

M_d, M_u – valor de cálculo do momento fletor

$M_{Ed}, M_{Sd,tot}, M_{d,tot}$ – valor de cálculo do momento solicitante

M_m, M_{max} - momento fletor máximo

M_{Rd} – valor de cálculo do momento resistente

$M_{Sd,1}, M_{0Ed}$ - momento de cálculo solicitante de primeira ordem

M_{teo} – momento total calculado

M_{test} – momento total experimental

M_{tot} – momento solicitante total

N_B, N_{cr} – força crítica de flambagem

N_{bal} – força normal correspondente ao máximo momento resistente da seção transversal

N_d, N_{Ed}, N_{Sd} – força normal solicitante de cálculo

N_{ELU} – força normal experimental correspondente ao ELU

N_{Rd} - força normal resistente de cálculo

N_{teo} – força normal calculada

N_{test}, N_{teste} – força normal experimental

N_{ud} – força normal nominal para compressão centrada

NLF – não linearidade física

NLG - não linearidade geométrica

P – força normal, força concentrada

P_c - força crítica de flambagem

P_o – valor de cálculo da força axial resistente da seção transversal sob compressão centrada

P_u - força normal de cálculo

R – resistência

R_s – módulo do vetor das forças resistente calculadas

R_t – módulo do vetor das forças obtidas experimentalmente

S – sollicitação

X – variáveis básicas de um modelo

Y – resultados de um modelo de cálculo

$1/r$ – curvatura

$1/r_0$ – curvatura básica

$1/r_1, 1/r_{01}$ – parcela da curvatura relativa ao momento de primeira ordem

$1/r_2$ – parcela da curvatura relativa ao momento de segunda ordem

$1/r_{tot}, 1/r_{total}$ – curvatura total

a – deslocamento lateral total do pilar

a_1 – parcela do deslocamento lateral total do pilar relativa ao momento de primeira ordem

a_2 – parcela do deslocamento lateral total do pilar relativa ao momento de segunda ordem

b – comprimento da seção transversal

c – cobrimento, fator de integração que leva em consideração a distribuição de curvaturas ao longo do elemento

c' – distância entre o eixo da armadura e a borda mais próxima

c_0 – coeficiente que depende da forma do diagrama de momento de primeira ordem

d – altura útil da seção transversal, altura ou espessura da seção transversal

d' – distância entre o eixo da armadura e a borda mais próxima

e – excentricidade da força axial

e_0, e_1, e_{01} – excentricidade de primeira ordem

e_2, e_{2d} – excentricidade de segunda ordem

e_a – excentricidade acidental

e_e – excentricidade inicial equivalente

e_{tot} – excentricidade total

f – função, deslocamento lateral total do pilar, flecha

f_c – resistência à compressão do concreto

f_c' – resistência à compressão do concreto especificada

f_{cd} – resistência à compressão de cálculo do concreto
 f_{ck} – resistência à compressão característica do concreto
 f_{cm} – resistência média do concreto
 $f_{c,test}$ – resistência do concreto reportada no ensaio
 f_y – tensão de escoamento do aço
 f_{yd} – tensão de cálculo de escoamento do aço
 f_{yk} – tensão característica de escoamento do aço
 h – altura ou espessura da seção transversal
 k – fator que leva em conta o comprimento efetivo do pilar
 k_1 – fator que depende da resistência do concreto
 k_2 – fator que depende da força axial e índice de esbeltez do elemento
 l, ℓ – comprimento do lance do pilar
 l_0, ℓ_0 – comprimento efetivo ou equivalente do lance do pilar
 l_e, ℓ_e – comprimento efetivo ou equivalente do lance do pilar
 l_u, ℓ_u – comprimento efetivo ou equivalente do lance do pilar
 m – margem de segurança
 n – força normal adimensional
 n_{bal} – força normal adimensional correspondente ao máximo momento resistente da seção transversal
 n_u – força normal adimensional para compressão centrada
 p_f – probabilidade de falha
 q – força uniformemente distribuída
 r – resistência
 r_{teo} – resultados teóricos
 r_{teste} – resultados experimentais
 s – solicitação
 s_w – espaçamento dos estribos
 u – deslocamento axial
 v – deslocamento lateral
 w – deslocamento lateral
 x – posição ao longo do eixo do pilar
 z_s – distância entre as camadas de barras de aço longitudinal

α - fator de rigidez efetiva, relação entre excentricidades adimensionais, coeficiente de correção da forma do diagrama de momento de primeira ordem

α_b – coeficiente que relaciona dois momentos de primeira ordem com valores diferentes nas extremidades do pilar num momento uniforme equivalente

α_e - fator que leva em consideração a intensidade da força normal, a resistência do concreto, o índice de esbeltez e a taxa mecânica da armadura longitudinal

α_{f_c} – multiplicador da resistência do concreto reportada no ensaio

α_p – fator pivô da rigidez efetiva

α_r – fator de redução da rigidez

α_ϕ - fator que leva em consideração a fluência do concreto, o índice de esbeltez e a taxa mecânica da armadura longitudinal

β - índice de confiabilidade, direção da excentricidade total, fator que depende do diagrama de momento de primeira ordem

β_d - fator que leva em consideração a fluência

β_{dns} – relação entre a máxima força axial permanente e a máxima força axial associada à combinação de carregamentos

χ - limite de falha

δ - fator de amplificação do momento

ε - deformação

ε_c – deformação do concreto

ε_{c2} – deformação do concreto correspondente ao pivô C

ε_{cu} – deformação última do concreto

ε_s – deformação do aço

ε_{su} – deformação última do aço

$\varepsilon_{sd}, \varepsilon'_{sd}, \varepsilon_{yd}$ – deformação de projeto do aço

ϕ_{ef}, ϕ_{eff} – coeficiente de fluência

ϕ_{est} – diâmetro da barra dos estribos

ϕ_K – fator de redução da rigidez

ϕ_{long} – diâmetro da barra longitudinal

γ - coeficiente de segurança

γ_c - coeficiente de segurança do concreto

γ_{cE} - coeficiente de segurança do módulo de elasticidade do concreto

γ_f - coeficiente de segurança das solicitações

γ_{f3} – parcela do coeficiente de segurança que trata das aproximações de projeto

γ_m - coeficiente de segurança do material

γ_n – coeficiente adicional de segurança

γ_s - coeficiente de segurança do aço

γ_{sec} – fator que determina o ponto de corte do diagrama momento-curvatura para obtenção da rigidez secante

η - fator de redução da rigidez das armaduras em função do carregamento de longa duração

η_{fc} - fator de ajuste das tensões do diagrama parábola-retângulo para CAR

φ - rotação

κ - rigidez adimensional

κ_{aprox} - rigidez adimensional aproximada

κ_d – curvatura máxima

λ, λ_m - índice de esbeltez

λ_1 - valor limite de esbeltez

λ_g – esbeltez geométrica

μ - média, momento fletor adimensional

ν - força normal adimensional

θ, θ_i – erro do modelo

θ_c – multiplicador das tensões do concreto no diagrama parábola-retângulo

ρ, ρ_g - taxa geométrica da armadura longitudinal

σ - desvio-padrão

ω - taxa mecânica da armadura longitudinal

ξ - parâmetro adimensional para comparação entre forças resistentes e forças obtidas experimentalmente

ζ - parâmetro adimensional para definição de excentricidade

Δ - deslocamento lateral

Δ_0 - deslocamento lateral relativo ao momento de primeira ordem

Δ_1 - deslocamento lateral relativo ao momento de segunda ordem

$\Delta_{máx}$ - deslocamento lateral máximo

Φ - função da distribuição normal de probabilidade

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	28
1.1. OBJETIVOS GERAIS	29
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	29
1.3. JUSTIFICATIVA	30
1.4. METODOLOGIA.....	30
1.5. MATERIAIS E MÉTODOS.....	31
1.5.1. Banco de dados	31
1.5.2. Análises numéricas	31
1.6. ESTRUTURA DO TRABALHO	32
2. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	33
2.1. CONCEITOS BÁSICOS	33
2.2. ERRO DO MODELO.....	35
3. ENSAIOS DE PILARES ESBELTOS DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDOS À FLEXÃO NORMAL COMPOSTA	37
3.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	37
3.2. CHANG E FERGUSON (1963).....	37
3.3. DRACOS (1982)	40
3.4. CLAESON E GYLLTOFT (1995).....	44
3.5. KIM E YANG (1995).....	46
3.6. LLOYD E RANGAN (1996)	48
3.7. KIM E LEE (2000).....	49
3.8. LEE E SON (2000).....	52
3.9. GERMAIN E ESPION (2002)	55
3.10. LIMA JÚNIOR (2003)	58
3.11. ADORNO (2004)	59
3.12. DANTAS (2006)	61
3.13. GALANO E VIGNOLI (2008).....	64
3.14. PALLARÉS <i>et al.</i> (2008)	65
3.15. MELO (2009)	68
3.16. ENCISO (2010)	69
3.17. RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS DOS PILARES SELECIONADOS.....	71
3.18. ERROS DOS ENSAIOS	73
4. MODELOS TEÓRICOS PARA O CÁLCULO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES ESBELTOS DE CONCRETO ARMADO SOB FLEXÃO NORMAL COMPOSTA	76

4.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	76
4.2. MODELOS DE NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA (NLG).....	76
4.2.1. Modelos do pilar-padrão e pilar-padrão melhorado.....	76
4.2.1.1. CEB-FIP Model Code 1990	80
4.2.1.2. EN 1992-1-1:2004	81
4.2.1.3. ABNT NBR 6118:2014	83
4.2.2. Modelo da amplificação do momento	86
4.2.2.1. ACI 318M-19	90
4.2.2.2. Momento inicial uniforme equivalente	92
4.2.3. Método das diferenças finitas	94
4.3. MODELOS DE NÃO LINEARIDADE FÍSICA (NLF).....	99
4.3.1. Método da curvatura aproximada	99
4.3.1.1. Manual de Instabilidade do CEB/FIP	99
4.3.1.2. CEB-FIP Model Code 1990	100
4.3.1.3. <i>fib</i> Model Code 2010	101
4.3.1.4. EN 1992-1-1:2004	105
4.3.1.5. ABNT NBR 6118:2014.....	106
4.3.1.6. EN 1992-1-1:2004 – versão simplificada com $K_r=1$	109
4.3.2. Modelos de rigidez aproximada	110
4.3.2.1. EN 1992-1-1:2004	110
4.3.2.2. ABNT NBR 6118:2014	111
4.3.2.3. ACI 318M-19	114
4.3.2.4. Propostas alternativas para estimativa da rigidez EI	115
4.3.2.4.1. Mirza (1990).....	115
4.3.2.4.2. Westerberg (2002b)	116
4.3.2.4.3. Bonet <i>et al.</i> (2004)	117
4.3.2.4.4. Khuntia e Ghosh (2004)	120
4.3.2.4.5. Tikka e Mirza (2005).....	121
4.3.2.4.6. Tikka e Mirza (2008).....	122
4.3.3. Método da rigidez secante acoplada a diagramas N-M-1/r da ABNT NBR 6118:2014	123
4.3.4. Método geral	126
4.3.5. Modelo mecânico avançado	127
4.4. PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS	127
4.4.1. Propriedades mecânicas do aço.....	127
4.4.2. Propriedades mecânicas do concreto.....	128
4.4.2.1. Proposta de ajuste do diagrama para CAR	129

5. ESTUDOS COMPARATIVOS	135
5.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	135
5.2. CRITÉRIOS DOS CÁLCULOS E ANÁLISES.....	135
5.3. ESTUDOS INICIAIS PARA VALIDAÇÃO DO BANCO DE DADOS	136
5.3.1. Identificação do ELU	136
5.3.2. Validação das referências	139
5.3.3. Validação quanto ao ELU	143
5.3.4. Banco de dados final	145
5.4. ESTUDOS DAS VARIABILIDADES	148
5.4.1. Modelos com curvatura aproximada	149
5.4.2. Modelos com rigidez aproximada	154
5.4.2.1. Modelos com rigidez aproximada das normas ABNT NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1:2004	154
5.4.2.2. Proposta de ajustes do modelo do pilar-padrão com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014.....	159
5.4.2.3. Métodos com rigidez aproximada da norma ACI 318M-19.....	165
5.4.2.4. Rigidez aproximada de Mirza (1990).....	171
5.4.2.5. Rigidez aproximada de Westerberg (2002b)	173
5.4.2.6. Rigidez aproximada de Bonet <i>et al.</i> (2004).....	175
5.4.2.7. Rigidez aproximada de Khuntia e Ghosh (2004)	177
5.4.2.8. Rigidez aproximada de Tikka e Mirza (2005, 2008).....	179
5.4.3. Método do pilar-padrão com rigidez EI secante obtida de diagramas N-M-1/r ..	181
5.4.3.1. Rigidez EI secante obtida de diagramas N-M-1/r com diagrama parábola-retângulo modificado para CAR.....	189
5.4.4. Método das diferenças finitas com rigidez EI secante obtida de diagramas N-M-1/r	193
5.4.4.1. Rigidez EI secante obtida da curva N-M-1/r gerada com o diagrama parábola-retângulo e critérios originais da ANBT NBR 6118:2004	193
5.4.4.2. Rigidez EI secante obtida da curva N-M-1/r gerada com o diagrama parábola-retângulo ajustado para CAR.....	197
5.4.5. Método das diferenças finitas com rigidez obtida da curva N-M-1/r	199
5.4.5.1. Rigidez obtida da curva N-M-1/r gerada com o diagrama parábola-retângulo	200
5.4.5.2. Rigidez obtida da curva N-M-1/r gerada com o diagrama parábola-retângulo ajustado para CAR	201
5.5. RESUMO DOS RESULTADOS	202
5.6. ESTUDOS PARAMÉTRICOS	207
5.6.1. Influência da resistência do concreto	207
5.6.2. Influência da altura da seção transversal	210
5.6.3. Influência do índice de esbeltez	212

5.6.4. Influência da taxa de armadura longitudinal	215
5.6.5. Influência da excentricidade inicial da força axial	217
5.7. TESTES ESTATÍSTICOS	220
6. CONCLUSÕES	226
REFERÊNCIAS	228
ANEXO A – Banco de dados de pilares esbeltos de concreto armado biapoiados sob flexo-compressão normal e curvatura simples	233

1. INTRODUÇÃO

As estruturas de edificações de concreto armado projetadas no Brasil são tradicionalmente mais esbeltas que as construídas em outras partes do mundo. Alguns dos fatores que levam a isso são a baixa intensidade dos ventos, a falta de exigência de robustez das estruturas para resistir a sismos e a busca pela redução de custos utilizando menos materiais.

O crescente uso de concretos cada vez mais resistentes, aliado a processos de cálculo mais precisos executados por computadores cada vez mais potentes tem viabilizado o projeto de estruturas mais esbeltas. No projeto de pilares esbeltos, busca-se o aproveitamento máximo da capacidade resistente dos materiais (aço e concreto). Uma das consequências de uma esbeltez elevada é a maior probabilidade de se atingir um estado-limite de instabilidade.

A segurança de pilares esbeltos de concreto armado é normalmente avaliada por meio de análises de confiabilidade, as quais dependem da identificação e quantificação dos parâmetros estatísticos das variáveis envolvidas. Uma delas são os erros dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem, foco deste trabalho.

A literatura e normas técnicas apresentam diversos modelos, aproximados ou gerais, para o cálculo dos efeitos de segunda ordem de pilares esbeltos de concreto armado. É necessário que tais modelos sejam periodicamente avaliados com base em resultados experimentais. Assim, é possível levar em consideração, por exemplo, avanços na tecnologia dos materiais (concreto e aço mais resistentes, uso de barras não metálicas etc.), bem como melhores técnicas de execução dos ensaios e medição dos dados.

O Manual 123 do CEB-FIP (CEB, 1978) apresenta os parâmetros estatísticos da comparação entre os resultados experimentais e teóricos (modelo do pilar-padrão) de um conjunto de 503 pilares e pórticos esbeltos. Apesar dos bons resultados finais (valor médio da relação $N_{test}/N_{teo} = 1,06$ com desvio-padrão de 13,6%), foram considerados ensaios relativamente antigos, realizados entre 1934 e 1971, utilizando apenas concretos de resistência normal ($f_c \leq 50$ MPa). Como as referências desse estudo são de difícil obtenção (algumas foram compartilhadas apenas por meio de comunicação privada entre os autores), é praticamente impossível reproduzi-lo e checá-lo. Soma-se a isso as dúvidas relativas à execução e obtenção dos resultados dos ensaios, pois mesmo com a ampla disponibilidade de equipamentos modernos para aquisição automática dos dados hoje em dia, os ensaios de pilares esbeltos não são de fácil execução, possuindo diversas particularidades que podem afetar de forma

significativa os resultados obtidos (ADORNO, 2004; DANTAS, 2006; SANTOS, 2009; MELO, 2009).

Diversos trabalhos já compararam os resultados teóricos com os resultados experimentais de pilares esbeltos de concreto armado. No entanto, assim como no Manual 123 do CEB-FIP (CEB, 1978), todas as comparações foram feitas em relação à força axial (N_{test}/N_{teo}), sem avaliação dos momentos totais (M_{test}/M_{teo}), como feito neste trabalho.

Em trabalhos experimentais mais recentes, é frequente a comparação com resultados teóricos obtidos de formulações próprias (MELO, 2009) ou usando modelos de normas técnicas (ADORNO, 2004). No entanto, praticamente todos os estudos comparam os resultados experimentais (ruína) com resultados teóricos formulados para o estado-limite último (ELU), que se baseia em deformações limites convencionais e diagramas tensão-deformação dos materiais definidos para o ELU. Por isso, deve ser investigada a eventual influência desses modelos, visando buscar uma comparação justa entre os modelos teóricos e os resultados experimentais.

1.1. OBJETIVOS GERAIS

São objetivos gerais deste trabalho avaliar a variabilidade dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem de pilares esbeltos de concreto armado.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

São objetivos específicos deste trabalho:

- Avaliar a pertinência de se considerar os limites do ELU convencional para a comparação justa entre resultados numéricos e experimentais;
- Realizar análises numéricas sobre o comportamento de pilares esbeltos de concreto armado, utilizando modelos simplificados e gerais;
- Comparar os resultados obtidos numericamente com os resultados experimentais;
- Avaliar a influência de parâmetros como: resistência do concreto, taxa de armação longitudinal, excentricidades iniciais, esbeltez do pilar, etc.;
- Gerar uma base de dados dos parâmetros estatísticos do erro dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem de forma a permitir análises de confiabilidade mais realistas.

1.3. JUSTIFICATIVA

Devido à função indispensável dos pilares em estruturas de edificações para suportar as forças gravitacionais (peso próprio, cargas permanentes e variáveis) e laterais (sobretudo vento, empuxo e sismos) atuantes nas estruturas, transmitindo-as para as fundações, é fundamental a compreensão precisa da relação entre os esforços solicitantes e resistentes desses elementos. A importância é ressaltada quando se leva em conta as elevadas tensões e a falta de mecanismos resistentes alternativos em caso de falha, o que resultaria em consequências possivelmente catastróficas.

Por isso, é necessário conhecer o índice de confiabilidade β dos pilares esbeltos de concreto armado, quando se aplicam os modelos de cálculo preconizados pelas normas técnicas vigentes. O valor do índice de confiabilidade β_{objetivo} (meta) é função das consequências da ruína do elemento estrutural e do custo relativo das medidas de segurança para um determinado período de referência (50 anos de vida útil da estrutura, por exemplo), conforme a ISO 2394 (ISO, 1998) e o *Probabilistic model code* (JCSS, 2001).

A análise da confiabilidade de pilares esbeltos de concreto armado envolve a identificação e a quantificação dos parâmetros estatísticos das variáveis envolvidas. Uma delas é o erro de modelo dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem, foco deste trabalho.

A variabilidade dos resultados teóricos depende do modelo a ser aplicado. Diferentes abordagens para a consideração da NLG (não linearidade geométrica) e NLF (não linearidade física) conduzem a diferentes resultados. Por isso, é necessário investigar individualmente cada modelo, visando obter os parâmetros estatísticos do erro de cada modelo, para uso nas análises de confiabilidade. Para isso, a comparação entre os resultados teóricos e experimentais precisa ser baseada num banco de dados de resultados experimentais amplo, ou seja, cujas características dos pilares ensaiados cubram a maior faixa de variação possível em relação às características dos pilares usuais reais. Também é desejável que se disponha de ensaios realizados por diversos pesquisadores, visando reduzir ou eliminar a influência de eventuais erros sistemáticos.

1.4. METODOLOGIA

Para atingir os objetivos deste trabalho, propõe-se a seguinte metodologia:

- Revisão bibliográfica (pesquisas anteriores e modelos presentes em normas técnicas nacionais e estrangeiras);
- Organização de banco de dados com características e resultados de ensaios de pilares esbeltos de concreto armado, visando que sejam usados como variáveis de entrada de rotinas computacionais;
- Desenvolvimento de rotinas computacionais (modelos simplificados e gerais), utilizando programas adequados para análises numéricas envolvendo grande volume de dados e cálculos iterativos (por exemplo: o Microsoft Excel® e o GNU Octave);
- Comparação entre resultados numéricos e experimentais;
- Avaliação da variabilidade dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem de pilares esbeltos de concreto armado, visando obter os erros dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem para permitir análises de confiabilidade mais realistas.

1.5. MATERIAIS E MÉTODOS

1.5.1. Banco de dados

A organização do banco de dados dos ensaios de pilares esbeltos envolve o levantamento de todas as características relevantes às análises numéricas: dimensões, resistências dos materiais, quantidade e distribuição das barras de aço na seção transversal, condições de contorno, carregamento axial aplicado e respectivas excentricidades etc. Critérios para a organização e seleção dos dados do banco de dados são apresentados no Capítulo 3 deste trabalho.

1.5.2. Análises numéricas

Os estudos utilizaram rotinas desenvolvidas em programas computacionais adequados para análises numéricas envolvendo grande volume de dados e cálculos iterativos. Neste caso, foi conveniente utilizar o Microsoft Excel® para a organização do banco de dados e o GNU Octave para o processamento e análise dos resultados.

Além de serem programas de uso habitual do autor, aproveita-se a capacidade de comunicação entre eles (leitura e gravação de dados), o que agiliza enormemente a análise de grande volume de dados sob diversas hipóteses.

1.6. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está estruturado em seis capítulos.

O Capítulo 1 apresenta a introdução, os objetivos gerais e específicos, a justificativa, a metodologia e os materiais e métodos utilizados para a obtenção dos resultados.

O Capítulo 2 apresenta um resumo dos conceitos envolvidos em análises de confiabilidade, buscando contextualizar os erros de modelo avaliados neste trabalho.

O Capítulo 3 descreve os ensaios experimentais que serviram de fonte para o banco de dados deste trabalho. São resumidas as faixas de variação das principais características (geométricas, dos materiais e dos carregamentos) dos pilares ensaiados, visando situar o banco de dados em relação às características de pilares usuais reais.

No Capítulo 4 são apresentadas as hipóteses básicas dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem de pilares de concreto apresentados nas principais normas técnicas e outras propostas disponíveis nas referências consultadas. As discussões são divididas entre modelos de NLG (não linearidade geométrica) e NLF (não linearidade física). Em relação aos modelos de NLG, são apresentados os modelos do pilar-padrão e das diferenças finitas, bem como sua forma de apresentação nas principais normas técnicas. No item dedicado aos modelos de NLF, são apresentadas diversas propostas para estimativa da rigidez de pilares de concreto armado presentes nas normas técnicas, assim como alternativas propostas por outros pesquisadores.

O Capítulo 5 apresenta os estudos comparativos entre os resultados numéricos obtidos com os modelos do Capítulo 4 em relação aos resultados experimentais apresentados no Capítulo 3. É avaliado o desempenho de diversas combinações entre os modelos de NLG e NLF, visando obter os parâmetros estatísticos do erro do modelo de cada combinação. São propostos ajustes para alguns modelos da norma brasileira ABNT NBR 6118:2014, visando aproximar os resultados teóricos dos experimentais. A eventual adoção dessas propostas depende de futuras análises de confiabilidade.

As conclusões deste trabalho são apresentadas no Capítulo 6.

2. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

2.1. CONCEITOS BÁSICOS

A confiabilidade estrutural é a probabilidade de um elemento desempenhar sua função por um determinado período de tempo, sob condições definidas. A confiabilidade, ao contrário da segurança, pode ser quantificada por métodos apropriados. A segurança estrutural é um termo qualitativo, podendo ser assegurada mantendo o risco de falhas sob controle por meio de medidas apropriadas, limitando esse risco a níveis aceitos pela sociedade. A segurança estrutural absoluta é impossível de ser atingida, havendo sempre algum risco associado (SCHNEIDER, 1997).

A análise de confiabilidade é um método racional e amplamente aceito para se analisar a segurança de estruturas considerando as diversas incertezas inerentes ao projeto estrutural. Por exemplo, a resistência dos materiais varia conforme as propriedades dos seus elementos constituintes e processos de fabricação. A capacidade resistente dos elementos estruturais varia conforme as características dos materiais, dimensões dos elementos, propriedades geométricas das seções transversais, posição das armaduras, nível de controle da fabricação e forma de atuação dos esforços solicitantes. Os esforços solicitantes decorrem de ações permanentes e variáveis sujeitas a variados níveis de incertezas, somadas às incertezas oriundas dos modelos de cálculo desses esforços. Portanto, é apropriado que todos os dados de entrada, incluindo os próprios modelos teóricos, sejam tratados como variáveis aleatórias.

No entanto, o enorme esforço computacional que seria necessário para tratar os problemas estruturais de uma forma estritamente probabilística impede a utilização desse modelo nos projetos usuais. Por isso, a análise de confiabilidade é normalmente utilizada para calibração de coeficientes parciais de segurança das normas técnicas, os quais superestimam as solicitações e subestimam as resistências, de modo a se obter níveis adequados de segurança nos projetos.

O progresso das pesquisas envolvendo as propriedades dos materiais e o comportamento dos elementos estruturais permitem a organização de bancos de dados experimentais atualizados. Além disso, são desenvolvidos novos procedimentos computacionais que podem ser executados por computadores cada vez mais potentes. Esses avanços viabilizam que os critérios e coeficientes parciais das normas técnicas sejam periodicamente reavaliados, visando

obter estruturas com níveis de segurança adequados e, sempre que possível, mais econômicas (NOGUEIRA, 2006; MAGALHÃES, 2014).

A filosofia dos estados-limites se baseia no equilíbrio entre os esforços solicitantes e os esforços resistentes. Ao longo da vida útil da estrutura, se deseja assegurar que a resistência (ou capacidade de carga da estrutura ou de seus componentes) seja sempre superior às solicitações. Uma função de estado-limite pode ser escrita para cada possível modo de falha, para situações últimas ou de serviço, e é definida de forma geral por (SCHNEIDER, 1997):

$$G = R - S \quad (1)$$

onde:

G é a margem de segurança;

R é a resistência;

S é a solicitação.

A situação de falha ocorre quando $G < 0$. A probabilidade de falha (p_f) é definida por:

$$p_f = P(G < 0) \quad (2)$$

O índice de confiabilidade β pode ser calculado em função da probabilidade de falha:

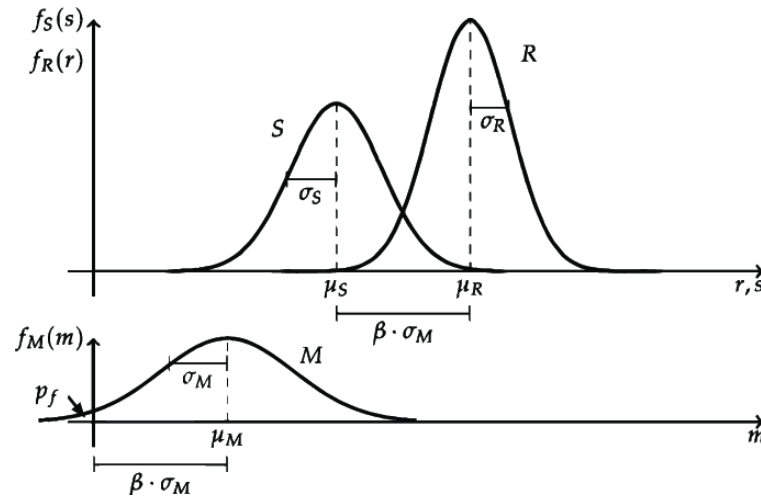
$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f) \quad (3)$$

onde:

Φ^{-1} é a função inversa da distribuição normal de probabilidade.

Os conceitos acima são apresentados graficamente na Figura 1 (onde M é a margem de segurança definida por $M=G=R-S$), por meio das funções densidade de probabilidade da resistência (R), da solicitação (S) e da margem de segurança (M). Na Figura 1, r e s são os valores das resistências e solicitações, $f_R(r)$ e $f_S(s)$ são as funções densidade de probabilidade das resistências e das solicitações, μ_R e μ_S são as médias das resistências e das solicitações, σ_R e σ_S são o desvio-padrão das resistências e das solicitações. Ainda na Figura 1, m é o valor da margem de segurança e $f_M(m)$, μ_M e σ_M são a função densidade de probabilidade, a média e o desvio-padrão da margem de segurança, respectivamente.

Figura 1 – Apresentação gráfica do índice de confiabilidade β (SCHNEIDER, 1997)



O processo de calibração de normas se baseia na avaliação do índice de confiabilidade β para cada componente estrutural, comparando-o a um β_{objetivo} cujo valor depende de diversos fatores como (JCSS, 2001):

- Relação entre os custos totais (custos de construção somados aos custos decorrentes da falha) e os custos de construção;
- Comportamento da falha (dúctil ou frágil);
- Custo relativo para manutenção da segurança ao longo da vida útil;
- Consequências da falha.

2.2. ERRO DO MODELO

Os modelos que representam as solicitações (S) e as resistências (R) dependem de um certo número de variáveis básicas que definem a forma de atuação das ações, as influências ambientais, as propriedades dos materiais e as características geométricas das estruturas.

No entanto, na maioria dos casos, tais modelos são incompletos e possuem algum grau de inexatidão. Isso pode ser resultado de conhecimento insuficiente dos fenômenos envolvidos ou simplificação deliberada dos modelos para aplicação prática mais conveniente. Por isso, os modelos dependem, além das variáveis básicas, de parâmetros que caracterizam cada modelo em si, sendo esses parâmetros considerados também como variáveis básicas (JCSS, 2001). Os modelos de cálculo da resistência (R) e da solicitação (S) podem ser definidos genericamente por:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) \quad (4)$$

onde:

Y representa os resultados do modelo;

f é a função que define o modelo;

X_i são as variáveis básicas;

θ_i são os parâmetros que contém as incertezas do modelo (erro do modelo).

A Eq. (1) pode ser reescrita, introduzindo o erro do modelo da resistência (θ_R) e do modelo da solicitação (θ_S):

$$G = \theta_R \cdot h(R) - \theta_S \cdot f(S) \quad (5)$$

onde: $h(R)$ é a função de resistência e $f(S)$ é a função de solicitação.

Os parâmetros θ_i (erro do modelo) são tratados como variáveis aleatórias, cujas propriedades estatísticas derivam de comparações com resultados experimentais. O erro do modelo é definido pela comparação entre os resultados experimentais e os teóricos:

$$\theta_i = \frac{r_{teste}}{r_{teo}} \quad (6)$$

onde: r_{teste} são os resultados experimentais e r_{teo} são os resultados teóricos.

A partir de θ_i , pode-se obter o histograma e calcular as propriedades estatísticas (por exemplo, a média e o desvio-padrão). Em seguida, o erro do modelo pode ser substituído por uma distribuição de probabilidade adequada (SCHNEIDER, 1997).

Neste trabalho é investigado o erro de modelo da solicitação (θ_S), em relação aos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem de pilares de concreto armado. As avaliações das propriedades estatísticas do erro desses modelos são apresentadas no item 5.4.

3. ENSAIOS DE PILARES ESBELTOS DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDOS À FLEXÃO NORMAL COMPOSTA

3.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Uma premissa fundamental desta pesquisa foi a existência de ensaios de pilares esbeltos de concreto armado, com dimensões as mais próximas possíveis de pilares de edificações reais, cujas características e resultados experimentais estivessem bem documentados, permitindo sua comparação com resultados numéricos.

Os itens a seguir descrevem os trabalhos consultados, cujos resultados experimentais apresentaram potencial para uso nesta pesquisa. O banco de dados dos pilares é apresentado no Anexo A e sua homogeneidade foi avaliada pelo processo de validação descrito no item 5.3. As Tabelas 1 a 15 dos itens a seguir apresentam a faixa de variação das principais características dos pilares: b e h (comprimento e largura da seção transversal), L (comprimento do lance), λ (índice de esbeltez), e_1/h (excentricidade relativa de primeira ordem) f_c (resistência do concreto), d'/h (posição relativa das armaduras) e ρ (taxa geométrica da armadura longitudinal).

Foram considerados apenas ensaios de pilares biapoiados submetidos à flexão normal composta com curvatura simples (curvatura numa única direção), iguais excentricidades da força axial nas extremidades e com carregamento de curta duração. Ensaios desse tipo são os mais amplamente disponíveis na literatura, por serem mais fáceis de serem executados (se comparados a ensaios sob flexão normal oblíqua, com dupla curvatura, com diferentes excentricidades da força axial nas extremidades ou sob carregamento de longa duração), permitindo a organização de um banco de dados mais representativo.

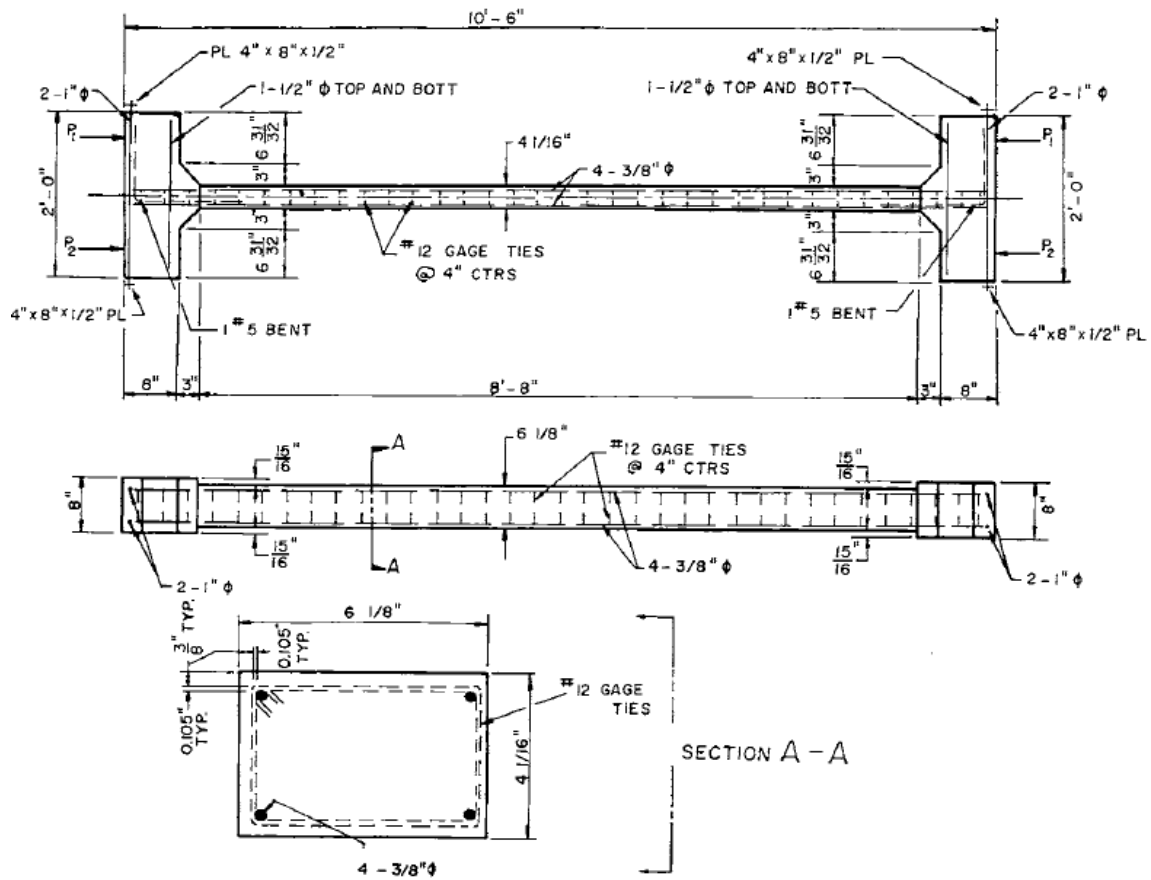
3.2. CHANG E FERGUSON (1963)

Seis exemplares de pilares esbeltos submetidos à flexão normal composta foram ensaiados pelos autores (Tabela 1 e Figura 2). O carregamento aplicado foi de curta duração, portanto sem efeitos de fluência ou retração.

Tabela 1 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Chang e Ferguson (1963)

Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_1/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Chang e Ferguson	1963	6	15,6	10,3	304,8	102,3	0,06-0,39	23,3-35,0	0,16	1,8

Figura 2 – Pilares ensaiados por Chang e Ferguson (1963)



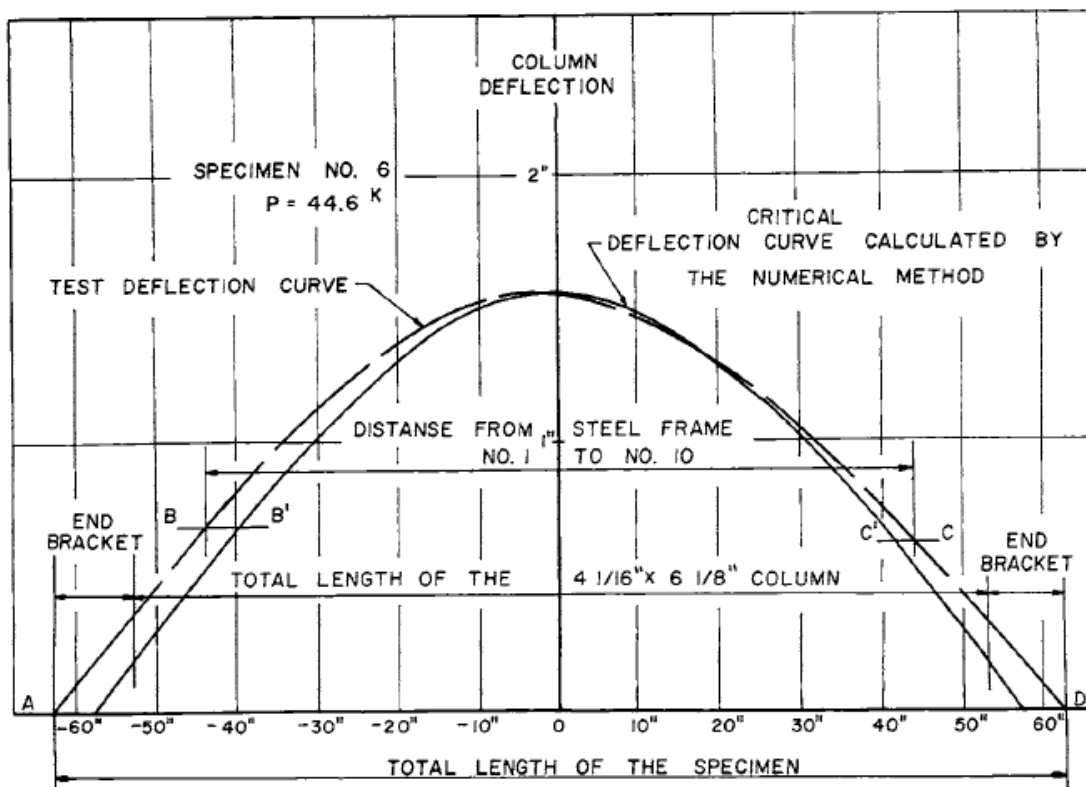
Os pilares foram ensaiados na horizontal, com aplicação das forças nos pontos P_1 e P_2 (Figura 2). Foi aplicada inicialmente uma força centrada ($P=P_1+P_2$). Ao longo do ensaio, a força P_1 foi aumentada gradualmente, com respectiva redução da força P_2 , para simular a força excêntrica mantendo P constante. Para cada passo do carregamento excêntrico, foram registradas as deformações nas armaduras, deflexões laterais e ângulo de rotação de 10 seções ao longo do pilar. Quando a excentricidade da força axial se aproximava dos valores críticos, era possível observar intensa fissuração na região de máximo momento fletor, com escoamento das armaduras longitudinais. Um pequeno incremento na excentricidade resultava em aumento abrupto da deflexão lateral, com falha do pilar.

Os autores utilizaram equações analíticas para o cálculo das relações entre força axial, momento fletor e deflexões de pilares retangulares de concreto armado com armadura simétrica submetidos à flexão normal composta. A deflexão lateral do pilar foi calculada por integração numérica. Foi adotada a relação tensão-deformação de Hognestad para o concreto e o modelo elasto-plástico perfeito para o aço. Foi ignorada a resistência à tração do concreto.

Ao comparar os resultados do modelo numérico adotado (integração numérica) com teorias que assumem forma senoidal para a deflexão do pilar, os autores observaram boa correlação para pilares pouco esbeltos submetidos a carregamentos com grande excentricidade. Por outro lado, observou-se variação significativa entre os modelos para pilares com maior esbelteza e carregamentos centrados ou com pequena excentricidade. Os autores atribuem a diferença à rigidez: nos modelos que assumem forma senoidal para a deflexão do pilar, assume-se rigidez efetiva EI constante ao longo do pilar e igual à rigidez da seção crítica. Isso pode conduzir a resultados excessivamente conservadores. Por outro lado, o modelo numérico adotado considera a rigidez variável ao longo do eixo do pilar, conforme representado pela relação momento-curvatura (CHANG e FERGUSON, 1963).

Observaram-se pequenas diferenças entre as deflexões medidas no ensaio e as deflexões teóricas. As diferenças foram menores no meio do vão e maiores em outros pontos, conforme ilustrado pela Figura 3. Os autores explicaram que a seção transversal crítica estava bastante fissurada, resultando em melhor correlação com a teoria (que ignora a resistência à tração do concreto). De forma geral, a correlação resultou bastante satisfatória, com diferenças inferiores a 5%.

Figura 3 – Comparação entre as deflexões experimental e teórica do pilar 6 (CHANG e FERGUSON, 1963)



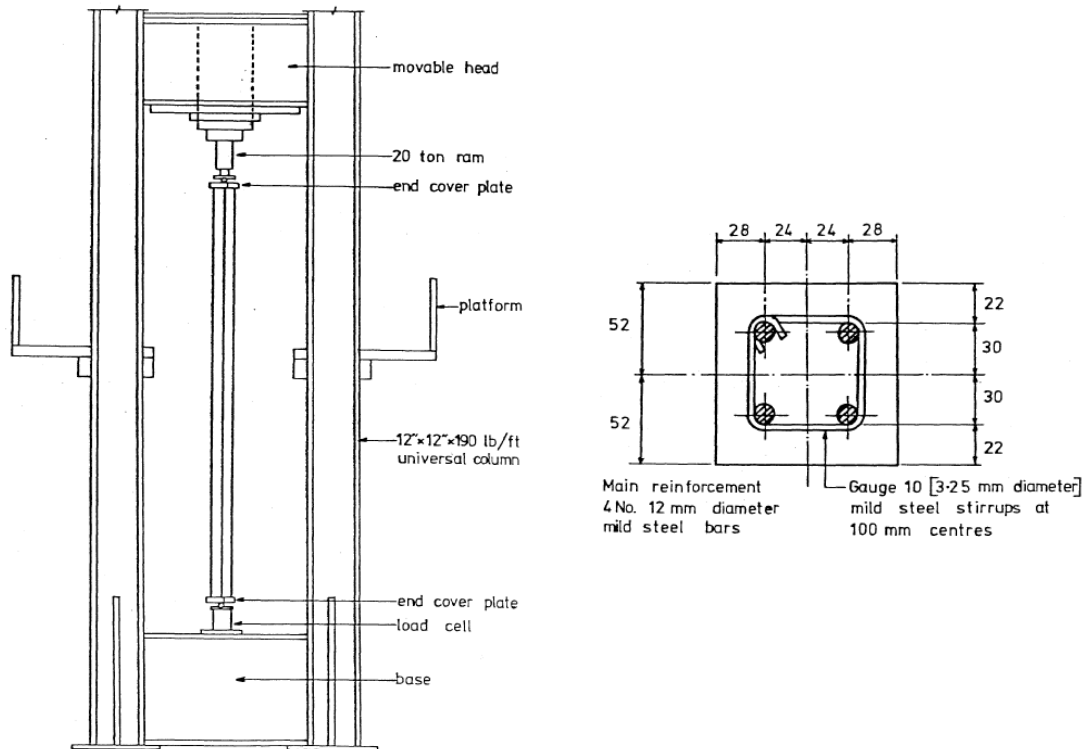
3.3. DRACOS (1982)

Na sua tese de doutorado, o autor ensaiou 40 pilares com grande índice de esbeltez, sendo 36 submetidos a carregamento de curta duração e 4 submetidos a carregamento de longa duração (máximo de 625 dias). Apenas os pilares submetidos a carregamento de curta duração foram selecionados para este estudo (Tabela 2 e Figura 4).

Tabela 2 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Dracos (1982)

Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_1/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Dracos	1982	36	10,0	10,0	300-600	100,0-200,0	0,10-0,15	20,5-40,2	0,26	4,2-4,3

Figura 4 – Pilares ensaiados por Dracos (1982)



O equipamento do ensaio possuía altura livre de 6,50 m. Os pilares ensaiados possuíam seção transversal de 10 cm para atingir os valores do índice de esbeltez desejados. Devido à pequena seção transversal, cuidados especiais foram tomados durante a concretagem e vibração dos pilares. A concretagem foi feita na vertical, para evitar que a rugosidade de uma das faces do pilar pudesse gerar variações na dimensão da seção transversal e potencialmente afetar o resultado do ensaio. Espaçadores metálicos foram soldados nas barras longitudinais, garantindo precisão de ± 2 mm na posição das barras. Além disso, foram medidas as seções transversais,

comprimento efetivo e retilineidade dos pilares após a cura, sendo observados desvios de ± 2 mm que foram considerados suficientemente pequenos e permitindo ignorá-los nos cálculos analíticos (DRACOS, 1982).

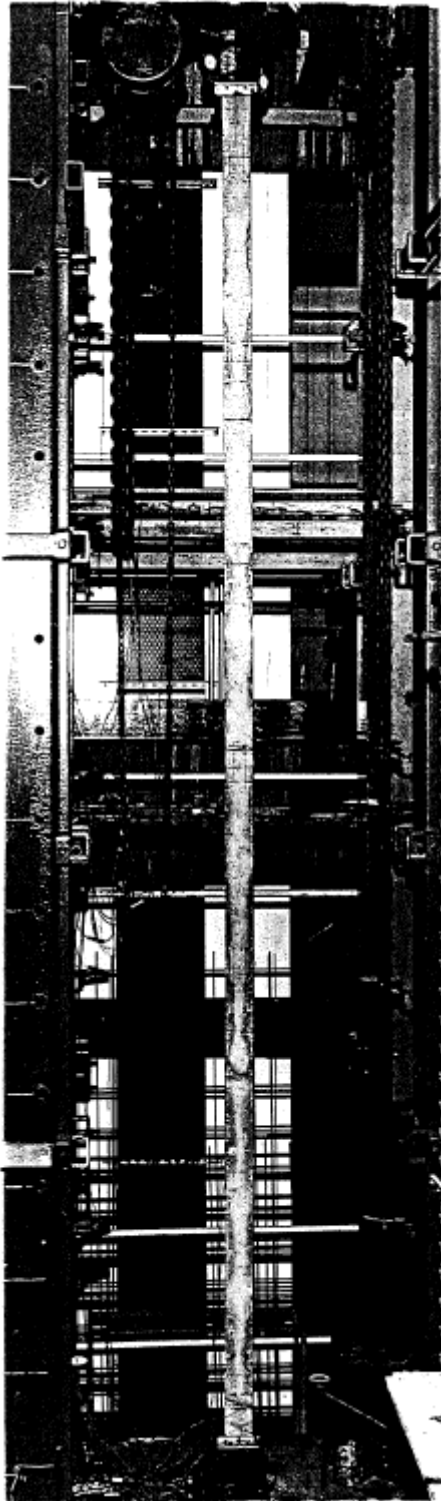
Os 36 pilares submetidos a carregamento de curta duração foram ensaiados 28 dias após a concretagem. A força axial foi aplicada de forma incremental (variando de 10 a 20 passos), com leitura das deformações e deflexões laterais em cada passo. Os defletômetros e extensômetros foram removidos logo antes de aplicar a força máxima esperada, evitando danificá-los.

Os pilares apresentaram falha por instabilidade, com deflexão lateral exagerada e praticamente sem fissuras. As deformações do concreto no instante da falha por instabilidade normalmente foram inferiores a 1 %. Após a falha por instabilidade, a força axial era reduzida por razões de segurança, mas a deflexão continuava aumentando até o aparecimento de fissuras, com posterior ruptura final por compressão do concreto na face côncava do pilar. A Figura 5 e Figura 6 apresentam o aspecto do pilar S27 ($\lambda = 200$) antes e após a falha por instabilidade.

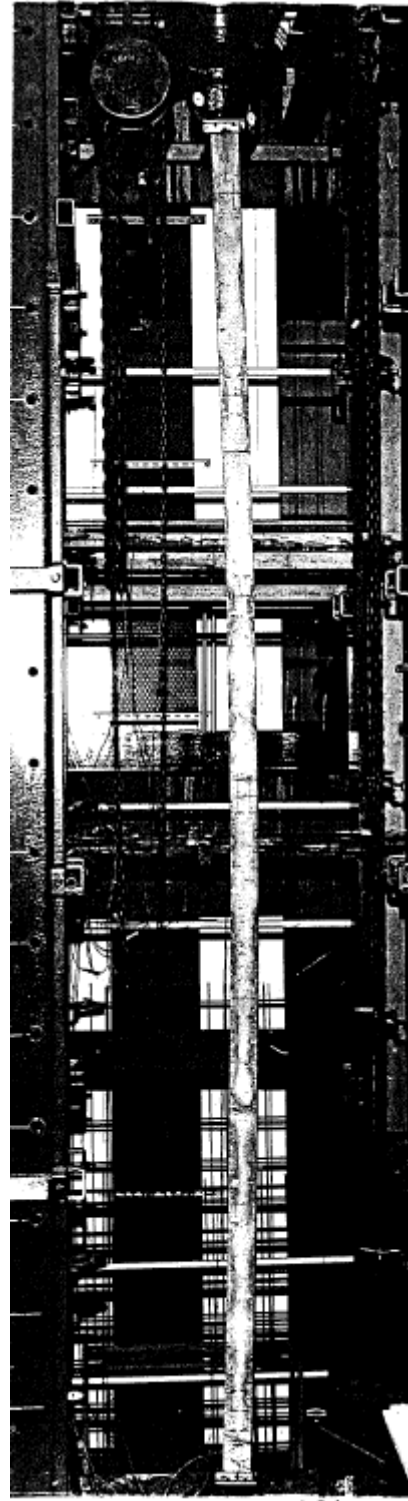
A análise teórica foi baseada em equações baseadas na mecânica clássica (equilíbrio, compatibilidade e relações constitutivas dos materiais), resultando num processo de cálculo iterativo. Foi considerado um diagrama parabólico para a relação tensão-deformação do concreto, ajustado pelo método dos mínimos quadrados em função de resultados experimentais. O diagrama elasto-plástico perfeito do aço possuía uma pequena curva entre os trechos retilíneos do regime elástico e plástico. Foi ignorada a resistência à tração do concreto.

Na comparação entre os resultados teóricos e experimentais, Dracos (1982) identificou que os efeitos da excentricidade acidental do carregamento aplicado são pequenos para grandes excentricidades e significativos para pequenas excentricidades. As deflexões dos pilares foram ligeiramente subestimadas pelo modelo numérico porque a teoria não considera a velocidade de aplicação do carregamento nem a duração do ensaio. De modo geral, as deformações obtidas no modelo numérico se aproximam mais dos resultados experimentais do que as deflexões. Segundo Dracos (1982), os principais fatores dessas diferenças são a excentricidade acidental do carregamento aplicado e as relações constitutivas dos materiais adotadas. Por fim, o autor conclui que a hipótese da seção transversal plana (hipótese de Bernoulli) é razoável para pilares.

Figura 5 – Aspecto do pilar S27 ($\lambda=200$) (a) antes do ensaio e (b) imediatamente antes da falha por instabilidade (DRACOS, 1982)

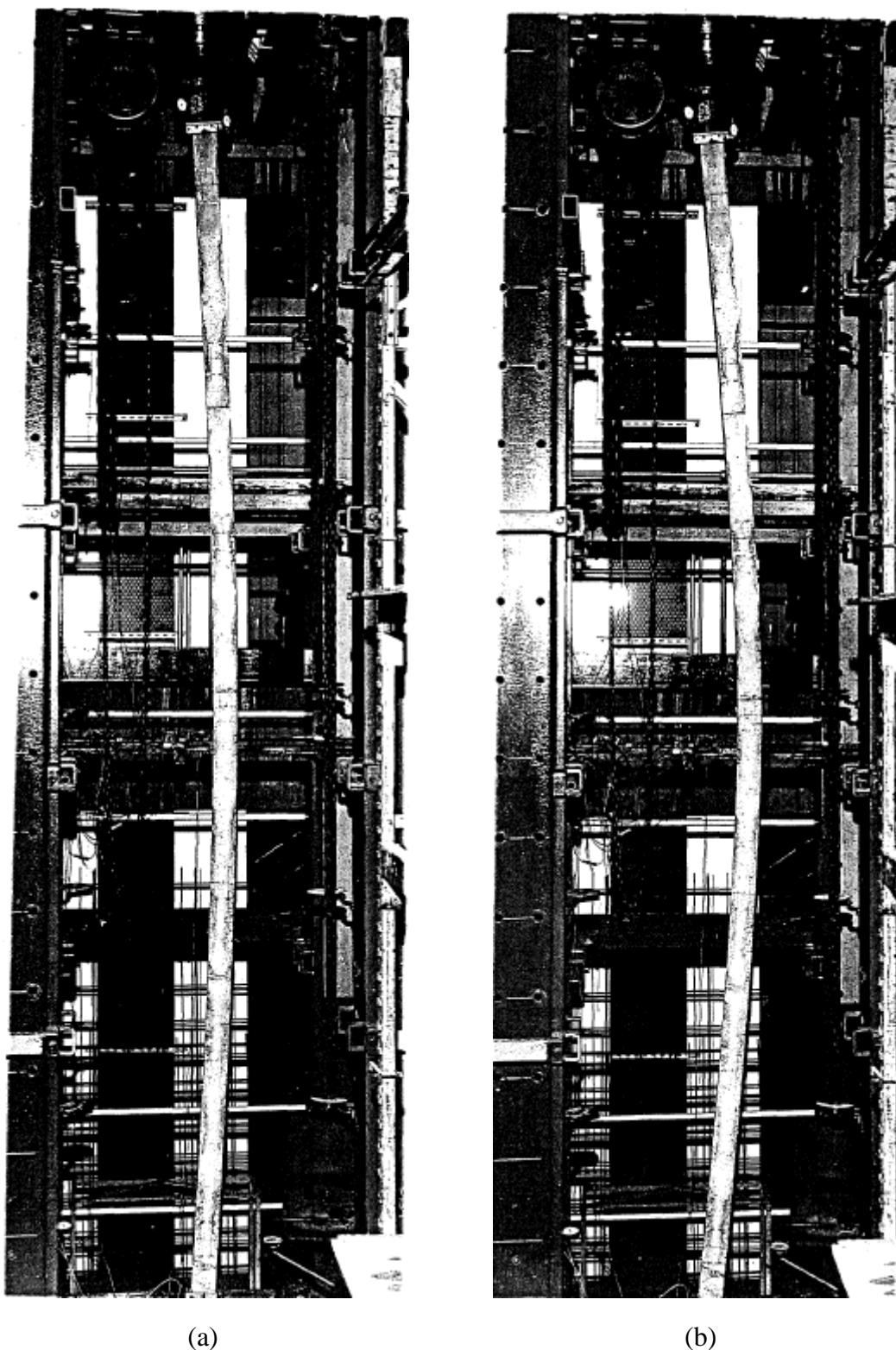


(a)



(b)

Figura 6 – Aspecto do pilar S27 ($\lambda=200$) (a) após a falha por instabilidade e (b) deflexão necessária para aparecimento de fissuras (DRACOS, 1982)



Outra discussão levantada pelo autor foi a relação entre a resistência do concreto em pilares curtos e a resistência obtida por ensaios com corpos de prova cilíndricos. Trabalhos consultados por Dracos (1982) consideraram fatores entre 0,8 e 1,0 para essa relação. Embora

o autor tenha sugerido que esse valor de resistência possa ser elevado, não haveria provas definitivas do contrário. Por fim, foi considerada a resistência do concreto obtida de corpos de prova cilíndricos, sem qualquer correção. É importante ressaltar que tal conclusão se baseou em concretos de resistência normal (Tabela 2).

Os pilares ensaiados por Dracos (1982) não foram considerados no banco de dados final deste trabalho, pelos motivos apresentados no item 5.3.

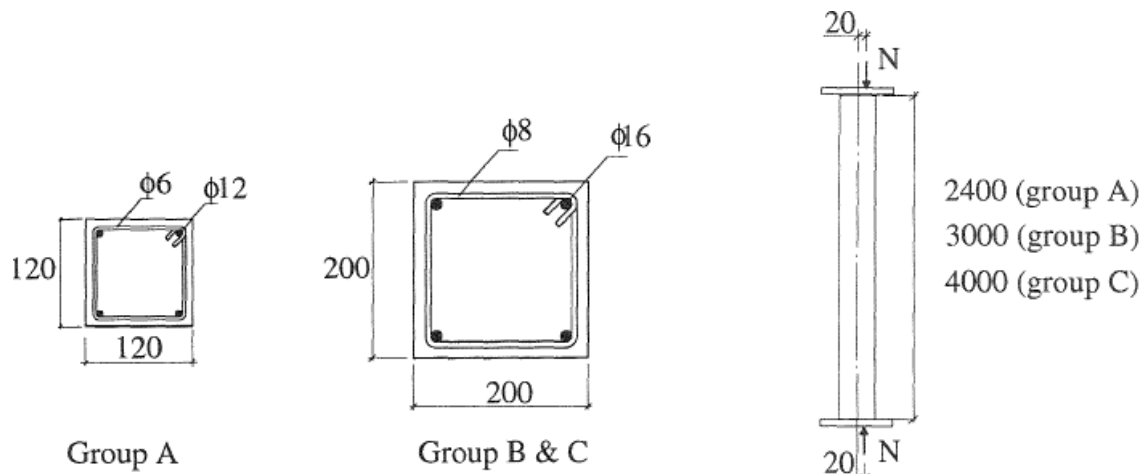
3.4. CLAESON E GYLLTOFT (1995)

Doze pilares esbeltos de concreto armado foram ensaiados neste estudo (Tabela 3 e Figura 7). As variáveis avaliadas foram a resistência do concreto, o espaçamento entre estribos e a esbeltez dos pilares. Metade dos pilares foram feitos com concreto de resistência normal e a outra metade com concreto de alta resistência. As características dos pilares ensaiados foram apresentadas com mais detalhes num trabalho posterior (CLAESON e GYLLTOFT, 1998).

Tabela 3 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Claeson e Gylltoft (1995)

Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_1/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Claeson e Gylltoft	1995	12	12,0-	12,0-	240-	52,0-	0,10-	33,0-	0,15-	2,0-
			20,0	20,0	400	69,3	0,17	93,0	0,22	3,1

Figura 7 – Pilares ensaiados por Claeson e Gylltoft (1995), medidas em milímetros

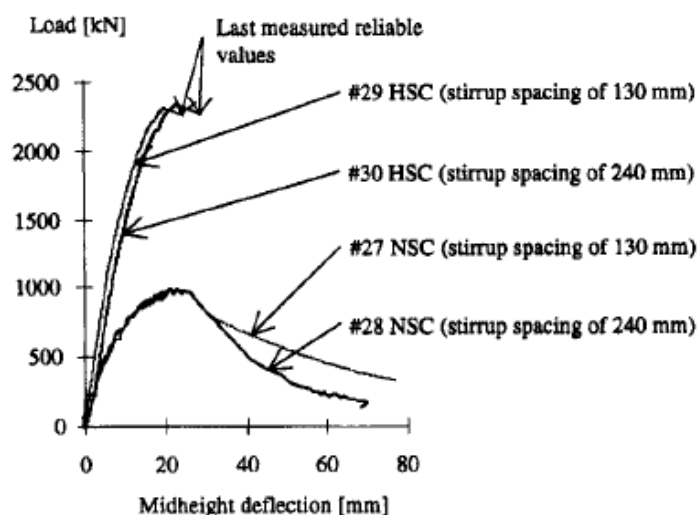


Os pilares foram ensaiados com aumento contínuo da força axial, sem interrupção, com excentricidade constante de 20 mm nas extremidades para todos os exemplares. Os pilares de concreto de resistência normal falharam por compressão excessiva do concreto na face

comprimida, apresentando significativa fissuração na face tracionada. Os pilares de concreto de alta resistência apresentaram poucas fissuras ao longo do ensaio e falha explosiva.

Os autores observaram que a capacidade de carga aumentou com o uso de concreto de alta resistência. Para pilares submetidos a pequenas excentricidades iniciais, não se observou variação da deflexão máxima no meio do vão em função de diferentes resistências do concreto (Figura 8). A justificativa seria que ambos os concretos possuem praticamente a mesma capacidade de deformação (força máxima dividida pelo módulo de elasticidade secante do concreto) (CLAESON e GYLLTOFT, 1998). As diferenças ficam mais evidentes para maiores excentricidades iniciais da força axial.

Figura 8 – Gráfico força x deflexão no meio do vão para os pilares do grupo B (L=3,0m) (CLAESON e GYLLTOFT, 1998)



A armadura longitudinal não atingiu a tensão de escoamento em nenhum dos pilares ensaiados. Se observou maior deformação das barras longitudinais nos pilares com menores espaçamentos entre estribos, para todas as resistências do concreto. O menor espaçamento entre estribos não aumentou a capacidade de carga, mas aumentou a ductilidade. Pilares de concreto de alta resistência necessitam maior quantidade de estribos para ter a mesma ductilidade de pilares de concreto com resistência normal (CLAESON e GYLLTOFT, 1995).

As análises numéricas foram feitas pelos autores com um modelo baseado em mecânica não linear da fratura, implementado no programa ABAQUS®. Foram estudados modelos usando elementos de barra e elementos sólidos. O modelo de barras resultou ligeiramente mais rígido que o modelo com elementos sólidos. Ambos os modelos mostraram boa correlação com os resultados experimentais até o carregamento máximo.

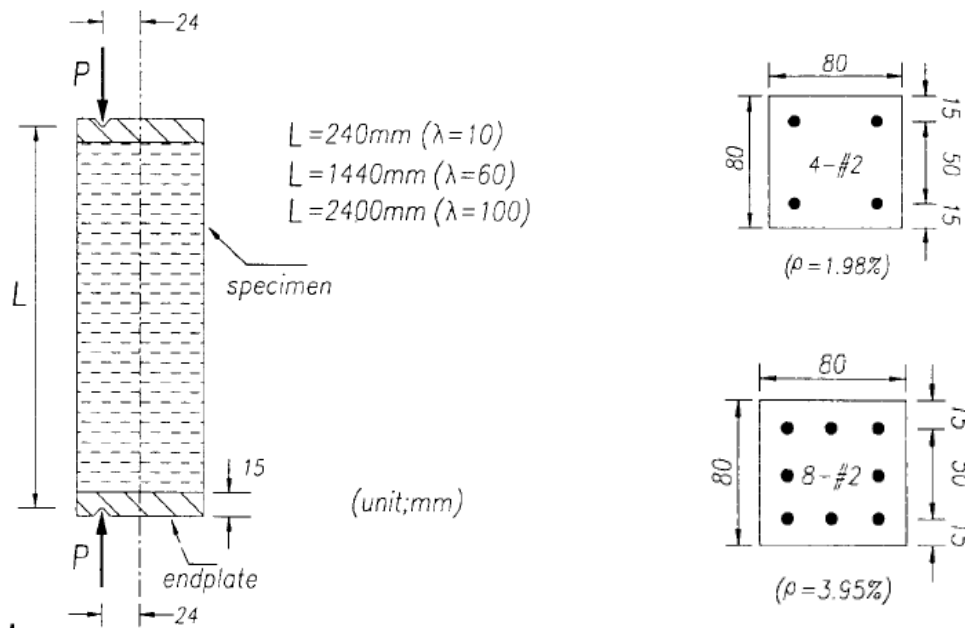
3.5. KIM E YANG (1995)

Os autores ensaiaram 12 pilares curtos e 18 pilares esbeltos (Tabela 4) de concreto armado, visando investigar a influência de parâmetros como a resistência do concreto e a taxa de armadura longitudinal na força última e na relação momento-curvatura, assim como o desempenho de um modelo numérico proposto. Todos os pilares foram submetidos à mesma excentricidade inicial da força axial de 24 mm (Figura 9).

Tabela 4 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Kim e Yang (1995)

Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_i/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Kim e Yang	1995	18	8,0	8,0	144-240	62,4-103,9	0,30	25,5-86,2	0,19	2,0-4,0

Figura 9 – Pilares ensaiados por Kim e Yang (1995)



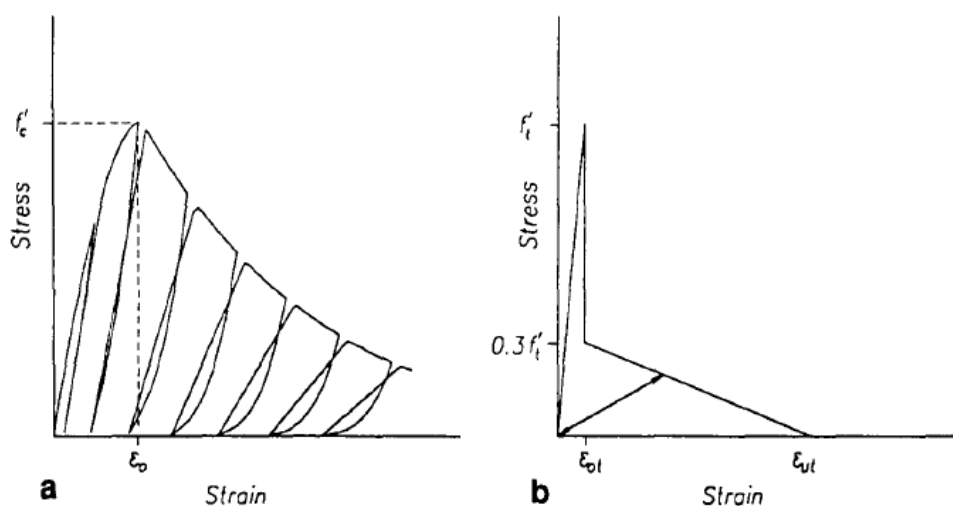
Os pilares curtos ($\lambda = 10$) falharam por compressão excessiva do concreto. Os pilares esbeltos ($\lambda = 62,4$ e $\lambda = 103,9$) falharam por deformação excessiva do aço na face tracionada do pilar, devido às grandes deflexões laterais do pilar. As deformações do aço resultaram próximas dos valores correspondentes ao escoamento.

Para as análises numéricas, foi utilizado um modelo de elementos finitos, onde a seção transversal do pilar foi discretizada em camadas. Foi assumida a hipótese da seção transversal plana (hipótese de Bernoulli), com a força axial aplicada no centroide da seção transversal íntegra, bem como foram desconsideradas as deformações devidas ao esforço cortante. Para o

cálculo das deflexões do pilar, a solução não linear foi obtida pelo método iterativo direto (algoritmo com rigidez secante iterativa). Os pilares foram calculados utilizando controle de deslocamentos, de modo a analisar o comportamento pós-pico.

Foi utilizada a relação constitutiva do concreto proposta por Kim e Lee (1993). A relação tensão-deformação do concreto sob compressão (Figura 10(a)) inclui efeitos do confinamento e o histórico de carregamento e descarregamento. Foi considerada a resistência à tração do concreto (Figura 10(b)) e foi ignorado o efeito da fluência, uma vez que os ensaios foram de curta duração.

Figura 10 – Relações tensão-deformação do concreto para (a) compressão e (b) tração (KIM e LEE, 1993)



A comparação entre os resultados teóricos e experimentais de Kim e Lee (1993) mostrou que a capacidade última de pilares esbeltos dependeu mais da rigidez à flexão do que da rigidez axial. Por isso, o uso de concretos de alta resistência em pilares esbeltos foi menos efetivo do que em pilares curtos, quando se analisou o incremento da capacidade resistente em função da resistência do concreto. Quando se aumenta a taxa de aço longitudinal, o aumento relativo da capacidade resistente é maior em pilares esbeltos de concreto de alta resistência do que em pilares curtos de concreto de resistência normal. Em pilares com $\lambda = 100$ e $\rho = 2,00\%$, o momento fletor máximo se situou próximo à fronteira do diagrama resistente da seção transversal (esforço normal – momento fletor) para pilares de concreto de resistência normal. Por outro lado, pilares de concreto de alta resistência (mantidas as demais características) apresentaram momento fletor máximo afastado da fronteira do diagrama resistente da seção transversal. Por isso, Kim e Yang (1995) concluíram que pilares esbeltos de concreto de alta

resistência estão mais sujeitos a falhas por instabilidade do que pilares esbeltos de concreto de resistência normal. O mesmo comportamento foi observado para pilares com $\rho = 4,00\%$.

Por fim, foi avaliado o modelo da amplificação de momentos da norma ACI 318-89. Os autores verificaram que o modelo poderia ser contra a segurança para pilares muito esbeltos, devendo ser feita correção na rigidez dos pilares de concreto de alta resistência.

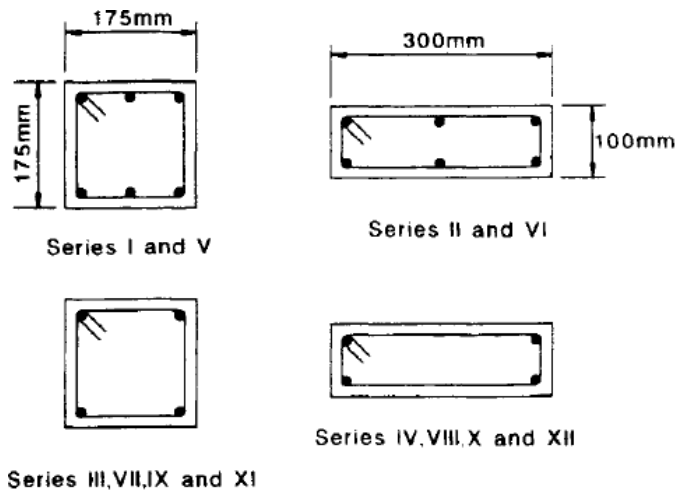
3.6. LLOYD E RANGAN (1996)

O programa de ensaios teve por objetivo avaliar o comportamento de pilares esbeltos de concreto de alta resistência. Foram ensaiados 36 pilares, cujas variáveis foram as dimensões da seção transversal, excentricidade do carregamento, taxa de armadura longitudinal e resistência do concreto (Tabela 5 e Figura 11).

Tabela 5 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Lloyd e Rangan (1996)

Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_1/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Lloyd e Rangan	1996	36	17,8- 30,5	10,2- 17,8	167,6	32,7- 57,2	0,08- 0,39	58,0- 97,2	0,14- 0,24	1,4- 2,1

Figura 11 – Pilares ensaiados por Lloyd e Rangan (1996)



O modo de falha dos pilares com carregamento de grande excentricidade foi por compressão e conseqüente destacamento do cobrimento de concreto na face comprimida. Pilares com carregamento de pequena excentricidade falharam de modo brusco, semelhante a rupturas por esforço cortante. Os estribos desses pilares foram insuficientes para garantir a ductilidade, resultando em ruptura explosiva do cobrimento e flambagem das barras

longitudinais de aço na seção crítica. Esse tipo de ruptura ocorreu para todas as resistências do concreto avaliadas (58,0 a 97,2 MPa). Para pilares com carregamento com grande excentricidade, os estribos foram suficientes para prevenir a flambagem das barras de aço longitudinais na região comprimida.

Ao se analisar as curvas força–deflexão lateral, observou-se que os pilares com carregamento de pequena excentricidade apresentaram pouca ou nenhuma deflexão adicional após a aplicação da força axial máxima (trecho descendente da curva força-deflexão lateral). Os pilares com maiores excentricidades da força axial apresentaram maior deflexão no instante da força axial máxima.

As análises numéricas consideraram deflexão do pilar com forma senoidal. Foi assumida a hipótese da seção transversal plana (hipótese de Bernoulli) no cálculo dos diagramas momento-curvatura. Foi adotada a relação tensão-deformação parabólica para o concreto, ignorando a resistência à tração do concreto, e o modelo elasto-plástico perfeito para o aço. Os cálculos seguiram um processo iterativo em função de passos de carregamento, buscando o equilíbrio entre esforços internos e externos por meio da posição da linha neutra mais adequada. Os autores concluíram ser adequada a hipótese da forma senoidal para as deflexões do pilar até a força axial máxima. Por outro lado, a mesma hipótese se mostrou inadequada para reproduzir o comportamento pós-pico.

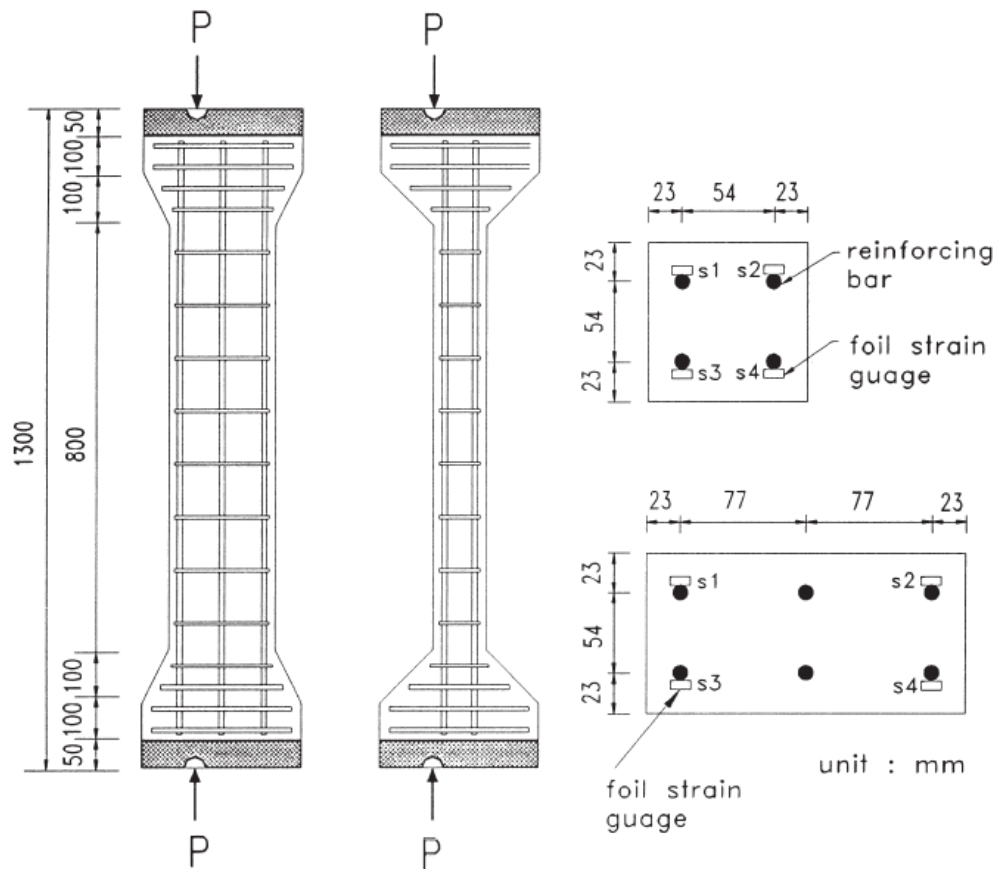
3.7. KIM E LEE (2000)

Os autores ensaiaram 16 pilares esbeltos de concreto armado, sendo 4 pilares submetidos à flexão normal composta (Tabela 6 e Figura 12) e 12 pilares submetidos à flexão composta oblíqua, visando validar um modelo numérico proposto no mesmo trabalho.

Tabela 6 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Kim e Lee (2000)

Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_1/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Kim e Lee	2000	4	10,0-20,0	10,0	120,0	41,6	0,40	27,0	0,23	2,1-2,8

Figura 12 – Pilares ensaiados por Kim e Lee (2000)



Todos os pilares apresentaram falha por compressão do concreto na face comprimida, com a região da falha localizada no meio do vão, na maioria dos casos.

Kim e Lee (2000) propuseram um elemento finito de barra, com a seção transversal discretizada em fibras (Figura 13), que considera a translação e rotação dos eixos principais de inércia da seção transversal devido à fissuração do concreto (Figura 14). Para o caso de flexão normal composta, uma força normal aplicada no centroide da parte da seção transversal íntegra (não fissurada) pode influenciar na curvatura e no momento fletor. Assim, as deflexões nas direções dos eixos principais são influenciadas pelos momentos fletores em torno de ambos os eixos principais de inércia (acoplamento). Na formulação do elemento finito, foi considerada a hipótese da seção transversal permanecer plana após a deformação (hipótese de Bernoulli), as deformações devido ao esforço cortante foram ignoradas e foi assumida a hipótese de pequenas deformações, mas com possibilidade de grandes deslocamentos.

Figura 13 – Elemento de barra e discretização da seção transversal do modelo numérico proposto (KIM e LEE, 2000)

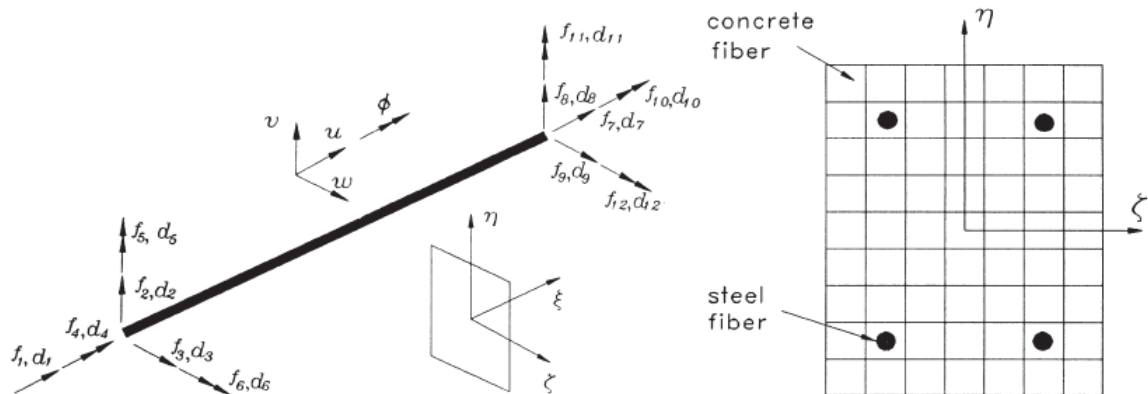
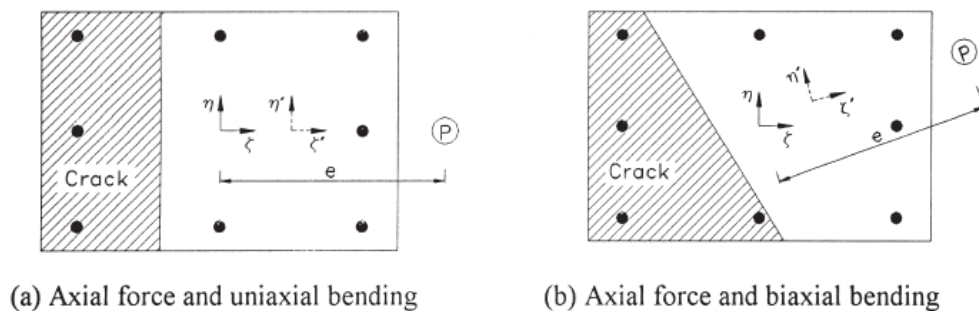


Figura 14 - Translação dos eixos principais de inércia sob (a) flexão normal composta e (b) flexão composta oblíqua (KIM e LEE, 2000)



Foi utilizada uma relação constitutiva do concreto sob compressão proposta por Fafiti e Shah¹, a qual considera os efeitos do confinamento. Foi considerada a resistência à tração do concreto por meio do modelo de Vebo e Ghali². O modelo de Ottor e Naaman³ foi utilizado para levar em conta o histórico do carregamento.

A comparação com os resultados experimentais mostrou que o modelo teórico proposto forneceu boas estimativas para o diagrama força normal – deflexão lateral. Os autores também verificaram que o modelo da norma ACI 318-95 se mostrou a favor da segurança para os casos de flexão normal composta e flexão composta oblíqua.

¹ FAFITIS, A., SHAH, S. P. Predictions of ultimate behavior of confined columns subjected to large deformations. **ACI Journal**, 82(4), 423-433, 1985.

² VEBO, A., GHALI, A. Moment-curvature relationship of reinforced concrete slabs. **Journal of the Structural Division, ASCE**, 113(3), 515-531, 1997.

³ OTTOR, D. E., NAAMAN, A. E. Model for response of concrete to random compressive loads. **Journal of Structural Engineering, ASCE**, 115(11), 2794-2809, 1989.

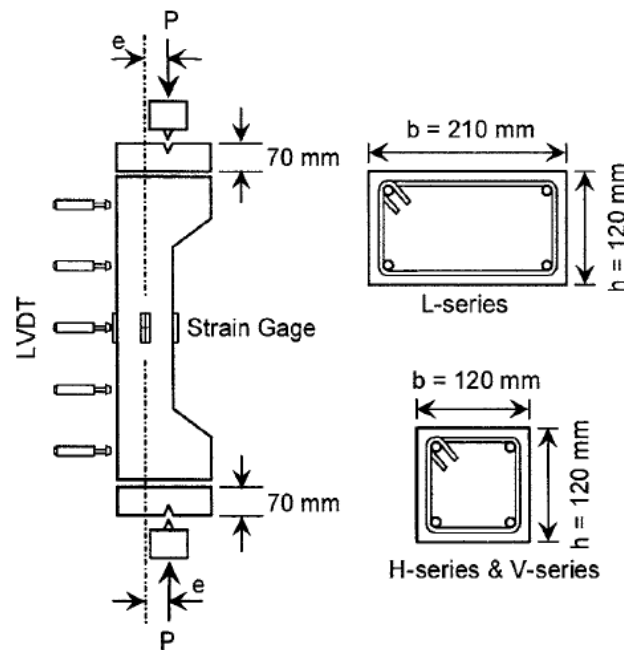
3.8. LEE E SON (2000)

Lee e Son (2000) ensaiaram 32 pilares, sendo 12 curtos e 20 esbeltos (Tabela 7 e Figura 15), visando investigar os critérios de projeto da norma ACI 318-95 para pilares esbeltos de concreto armado. As principais variáveis consideradas foram a resistência do concreto, taxa de armadura longitudinal, excentricidade do carregamento e índice de esbeltez.

Tabela 7 – Resumo das características dos pilares esbeltos ensaiados por Lee e Son (2000)

Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_t/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Lee e Son	2000	20	12,0-21,0	12,0	138-210	39,8-60,6	0,17-0,54	34,9-93,2	0,13-0,17	1,1-5,5

Figura 15 – Pilares ensaiados por Lee e Son (2000)

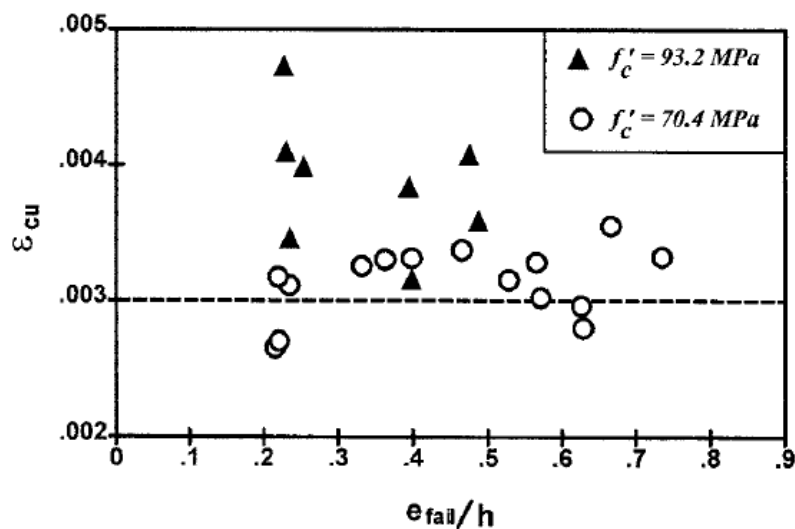


Os ensaios mostraram falha mais dúctil para pilares com maiores índices de esbeltez. Os pilares de concreto de resistência normal apresentaram falha por compressão do concreto na face mais comprimida. Os pilares de concreto de alta resistência apresentaram destacamento do concreto de cobrimento das armaduras (*spalling*), sendo a zona afetada pelo fenômeno maior em função de maiores resistências do concreto e maiores taxas de armadura.

Foram medidas deformações máximas de compressão do concreto variando de 2,65 ‰ a 3,55 ‰ nos pilares com $f'_c = 70,4$ MPa e variando de 3,16 ‰ a 4,73 ‰ nos pilares com $f'_c = 93,2$ MPa (Figura 16). Não se observa, no entanto, uma tendência definida entre o valor

das deformações em função da excentricidade do pilar no instante da falha. Lee e Son (2000) destacam que as deformações medidas foram inesperadamente elevadas.

Figura 16 – Deformação máxima do concreto comprimido em função da excentricidade no instante da falha (LEE e SON, 2000)



Os autores discutem também o limite para as deformações últimas do concreto comprimido a serem consideradas em projeto. As deformações da fibra mais comprimida em elementos sob flexão simples variaram de 2,5 % a 8,0 %, mas se situaram geralmente entre 3,0 % e 4,0 % para concretos com resistência à compressão de 10 a 55 MPa. Para elementos sob compressão centrada, a deformação se situou entre 1,5 % e 2,0 %. Portanto, pilares submetidos à flexão composta teriam deformações máximas com valores intermediários entre os extremos apresentados (flexão simples e compressão centrada). Lee e Son (2000) sugerem uma deformação limite de 3,0 % para projeto de pilares de concreto de alta resistência. Wang *et al.*⁴ propuseram anteriormente que as deformações limites variassem linearmente em função do nível de força normal.

As análises numéricas consideraram três diferentes diagramas tensão-deformação para o concreto comprimido: retangular equivalente, trapezoidal equivalente (ambos da norma ACI 318-95) e retangular modificado⁵. Foi verificado que o diagrama retangular equivalente da norma ACI 318-95 resultou contra a segurança, sobretudo para concretos de alta resistência (Figura 17). As curvas força normal – momento fletor resistente resultam próximas na região

⁴ WANG, Q., ZHAO, G., LIN, L. Effect of axial load ratio and stirrups volume ratio on ductility of high-strength concrete columns. **Proceedings of the ACI International Conference, SP-149**, 433-448, 1994.

⁵ IBRAHIM, H. H., MACGREGOR, J. G. Modification of the ACI rectangular stress block for high-strength concrete. **ACI Structural Journal**, 94(1), 40-48, 1997.

controlada pela flexão (pequenos valores de P/P_0), mas as diferenças se tornam significativas em regiões controladas pela compressão. A Figura 18 ilustra essas diferenças, bem como a insegurança detectada pelos autores quando se considera o diagrama retangular equivalente para as tensões no concreto.

Figura 17 - Desempenho dos modelos analíticos conforme os diagramas tensão-deformação para o concreto comprimido em função da excentricidade no instante da ruína (LEE e SON, 2000)

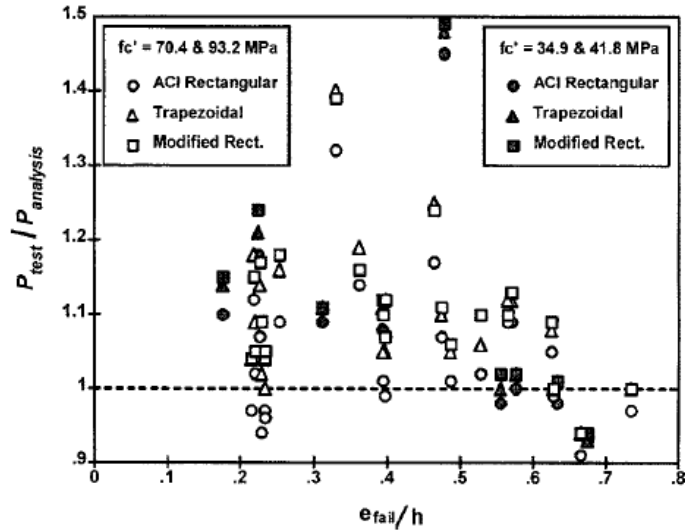
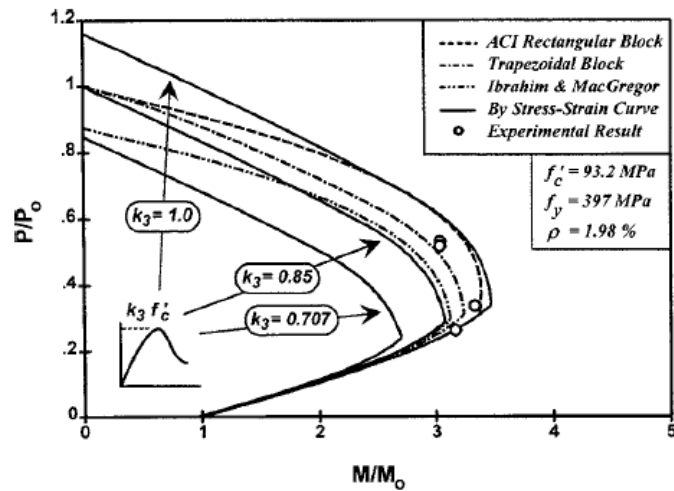


Figura 18 - Curvas força normal – momento fletor resistente para diversas relações tensão – deformação do concreto comprimido (LEE e SON, 2000)



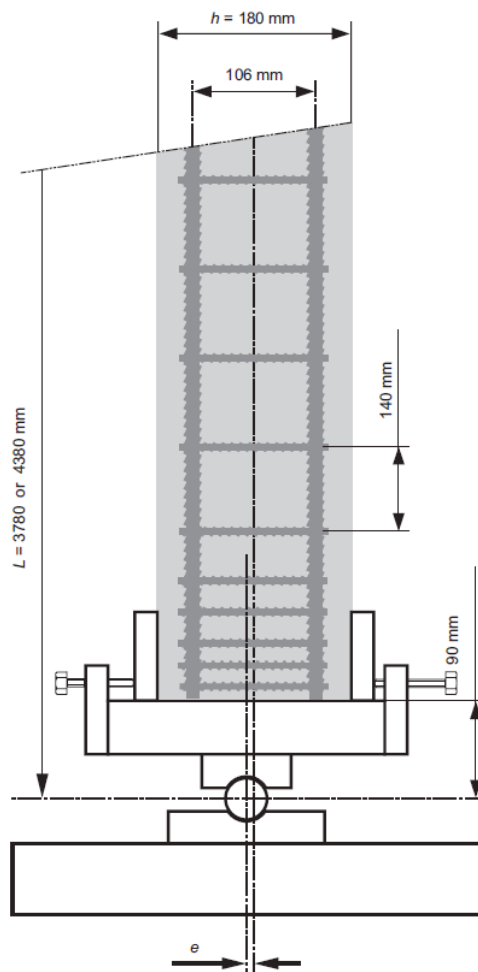
3.9. GERMAIN E ESPION (2002)

Visando melhor compreender o comportamento de pilares de concreto de alta resistência e contribuir com a validação consistente de modelos teóricos, Germain e Espion (2002) ensaiaram 12 exemplares (Tabela 8 e Figura 19) para avaliar a capacidade resistente e a ductilidade de pilares biapoiados submetidos à flexão normal composta, com carregamento de curta duração. As principais variáveis foram o índice de esbeltez e a excentricidade do carregamento. Os mesmos ensaios foram utilizados também para estudos posteriores, divulgados em outra publicação (GERMAIN e ESPION, 2005).

Tabela 8 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Germain e Espion (2002)

Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_i/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Germain e Espion	2002	12	18,0	18,0	378-438	72,7-84,3	0,01-0,11	80,0-97,8	0,20	1,4

Figura 19 – Pilares ensaiados por Germain e Espion (2005)

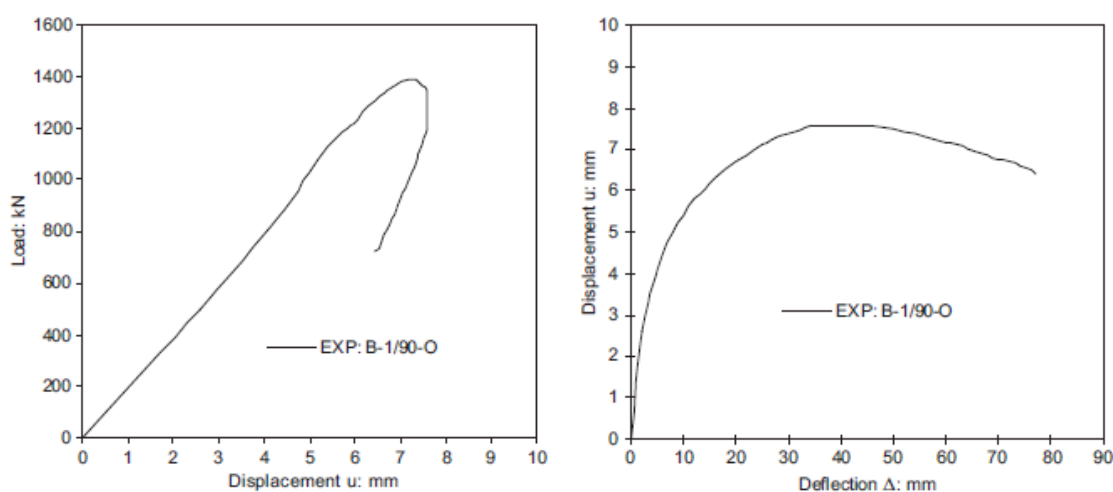


Germain e Espion (2002) alertaram para alguns problemas de pesquisas anteriores. Muitos ensaios foram realizados com pilares com pequenas dimensões da seção transversal (inferior a 12 cm), não sendo classificados como “pilares” por diversas normas técnicas. Isso faz com que os resultados pudessem ser bastante afetados por variações na excentricidade do carregamento aplicado ou posicionamento das armaduras. Outro desejo foi realizar ensaios que mostrassem o comportamento pós-pico dos pilares, visando avaliar sua ductilidade. Isso porque, segundo os autores, para análises de estabilidade de pórticos, a ductilidade dos pilares e a capacidade de resistir a grandes rotações das extremidades seriam provavelmente mais importantes do que a avaliação precisa da capacidade resistente.

Os ensaios foram realizados com controle das deflexões laterais do pilar, de modo que fosse possível capturar o comportamento pós-pico. Todos os pilares falharam por instabilidade. No instante de aplicação da força de pico, nenhuma deterioração do material era visível (fissuras na face tracionada, esmagamento do concreto na face comprimida, escoamento das armaduras), sendo tal comportamento inédito até então para pilares de concreto de alta resistência (GERMAIN e ESPION, 2005). O concreto da face comprimida só apresentou esmagamento sob carregamento inferior ao pico, mas com deflexão lateral variando de 1,5 a 3 vezes a deflexão observada no pico. A maioria das deformações últimas medidas foram superiores a 3,5 ‰, atingindo até 3,8 ‰.

A Figura 20 mostra o comportamento do deslocamento axial e transversal de um dos pilares ensaiados. Segundo os autores, tais curvas eram inéditas para pilares esbeltos na época de sua publicação.

Figura 20 – Deslocamento axial e lateral do pilar B-1/90-O (GERMAIN e ESPION, 2005)

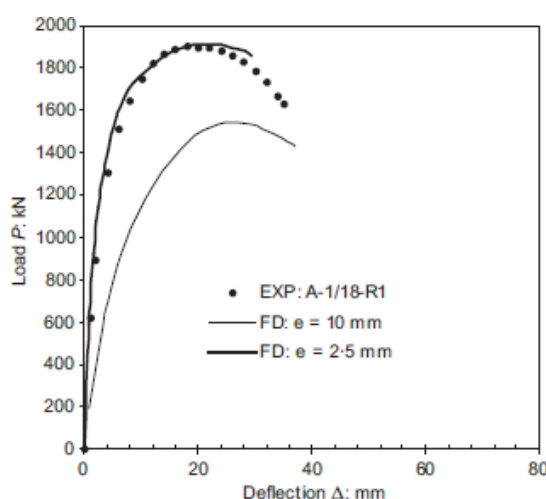


No modelo numérico foi assumida a hipótese da seção transversal permanecer plana após a deformação (hipótese de Bernoulli). Foi utilizada a relação constitutiva do concreto sob compressão, conforme a FIB⁶. Foi ignorada a resistência à tração do concreto bem como os efeitos do descarregamento. Segundo Bažant *et al.*⁷, essa simplificação, que afeta apenas as fibras do concreto próximas ao ponto médio da seção transversal submetidas a pequenas deformações e tensões, tem pequena influência no comportamento geral do pilar.

A modelagem do lance do pilar foi feita utilizando dois modelos: diferenças finitas e pilar-padrão (CEB, 1978). Ambos os modelos permitem que se encontre configurações de equilíbrio após a força máxima, permitindo também que se obtenha a curva força – deflexão lateral pós-pico. Germain e Espion (2002) observaram que o método das diferenças finitas impede a convergência se o equilíbrio implica que a máxima curvatura do pilar (no meio do vão) corresponde a um ponto no trecho descendente do diagrama momento – curvatura. Sendo assim, o mesmo critério de parada foi adotado para o modelo do pilar-padrão.

Foi testada a influência da excentricidade accidental nos resultados, sendo observada melhora significativa das previsões numéricas, sobretudo para pilares submetidos a carregamentos de pequena excentricidade. A Figura 21 ilustra essa constatação para um dos pilares ensaiados. Os autores ressaltam a importância de considerar nos cálculos as excentricidades accidentais, que são inevitáveis mesmo no caso de ensaios preparados cuidadosamente.

Figura 21 - Curva força – deflexão com excentricidade accidental (GERMAIN e ESPION, 2005)



⁶ FIB – FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Structural Concrete textbook on behaviour, design and performance. Updated knowledge of the CEB-FIP Model Code 1990.** V. 1. Suíça. 29-30, 1999.

⁷ BAŽANT, Z., CEDOLIN, L., TABBARA, M. R. New method of analysis for slender columns. **ACI Structural Journal**, 86(4), 391-401, 1991.

Os pilares ensaiados por Germain e Espion (2002) não foram considerados no banco de dados final deste trabalho, pelos motivos apresentados no item 5.3.

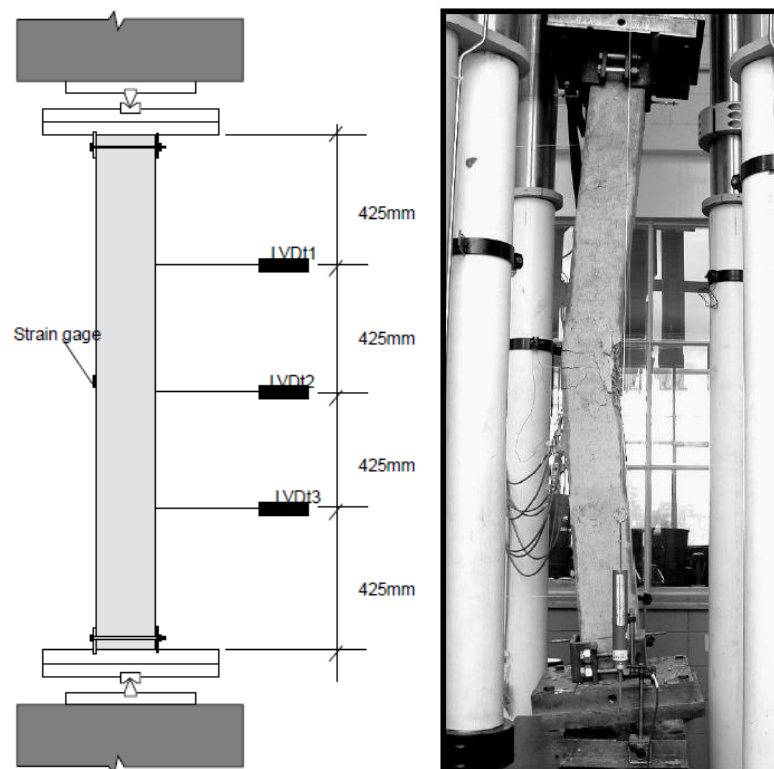
3.10. LIMA JÚNIOR (2003)

Lima Júnior (2003) ensaiou, numa das fases de seu programa experimental, 15 pilares sob flexão normal composta (Tabela 9 e Figura 22).

Tabela 9 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Lima Júnior (2003)

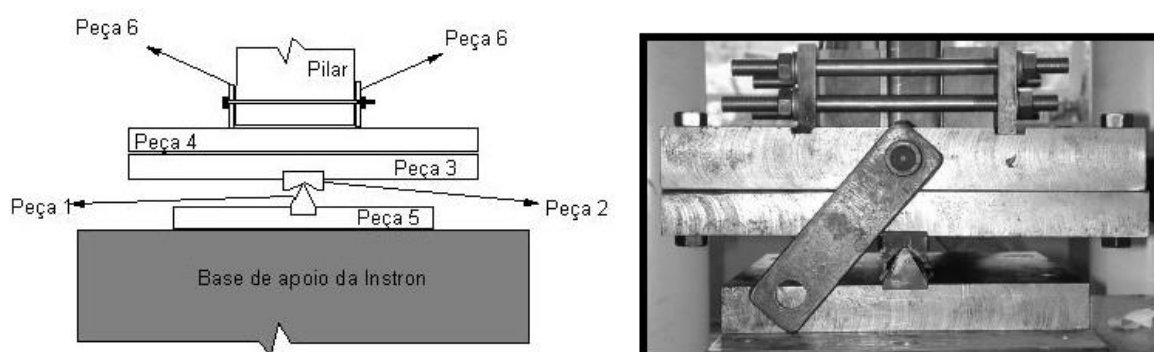
Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_i/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Lima Júnior	2003	15	15,0	15,0	170,0	39,3	0,07-0,20	39,2-66,4	0,15	2,1

Figura 22 - Pilares ensaiados por Lima Júnior (2003)



Após pesquisa de ensaios anteriores de pilares submetidos à compressão excêntrica, o autor adotou a metodologia utilizada por Lloyd e Rangan (1996). Nas extremidades dos pilares foram utilizadas rótulas denominadas “apoio de faca” (*knife bearings*) (Figura 23), que podem ser construídos com razoável facilidade e garantem a aplicação precisa do carregamento excêntrico com livre rotação das extremidades dos pilares.

Figura 23 - Apoio de faca (knife bearing) (LIMA JÚNIOR, 2003)



Os ensaios visaram capturar o comportamento pós-pico dos pilares, utilizando equipamento com controle de deslocamento. O ensaio era interrompido quando a deflexão lateral atingia 100 mm, sendo esta deflexão observada apenas após o carregamento máximo do pilar. Lima Júnior (2003) destacou o excelente desempenho do sistema de apoio dos pilares. Os deslocamentos medidos pelos LVDT 1 e 3 (Figura 22) resultaram praticamente iguais, mostrando boa uniformidade na aplicação do carregamento excêntrico.

A ruptura de todos os pilares ensaiados ocorreu por esmagamento do concreto na face comprimida, com flambagem das barras de aço longitudinais na mesma face.

3.11. ADORNO (2004)

O programa experimental de pilares de concreto armado submetidos à flexão normal composta teve por objetivo gerar dados para validação do modelo numérico desenvolvido por Mello (2003)⁸. A formulação proposta tira proveito das condições físicas do problema, viabilizando uma solução analítica das equações não lineares que regem as condições de equilíbrio e de resistência da seção transversal, com a utilização do diagrama retangular equivalente de tensões de compressão do concreto.

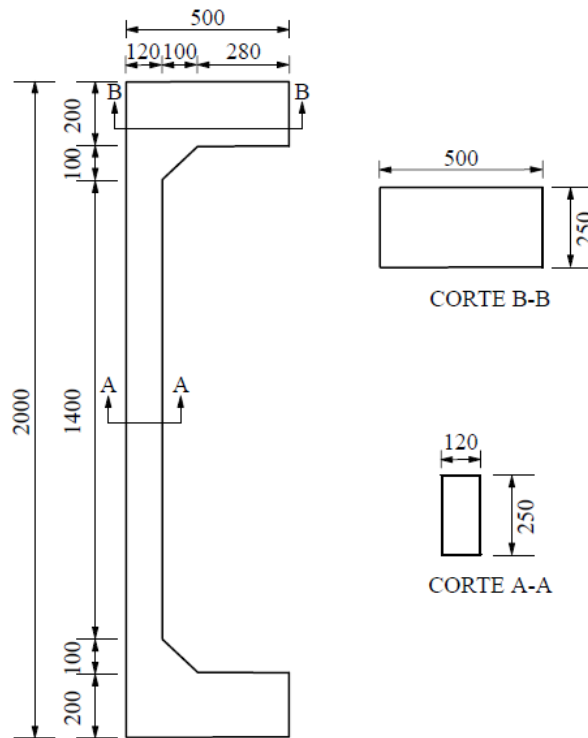
Seis pilares ensaiados se mostraram adequados para compor o banco de dados deste trabalho (Tabela 10 e Figura 24).

Tabela 10 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Adorno (2004)

Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_i/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Adorno	2004	6	25,0	12,0	200,0	57,7	0,13-0,25	38,8-42,1	0,29	1,0

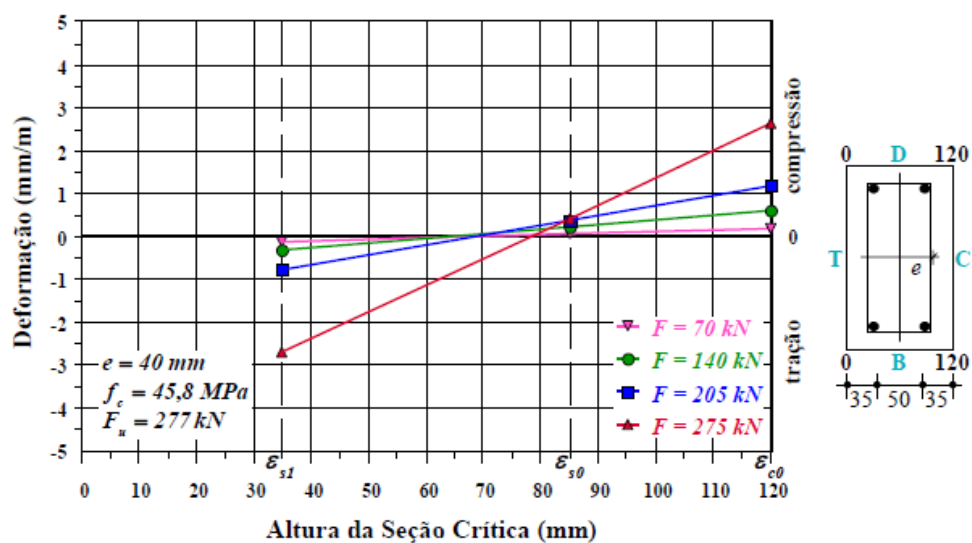
⁸ MELLO, E. L. **Concreto armado: resistência limite à flexão composta normal e oblíqua**. 1. ed., Brasília: Editora Universidade de Brasília: FINATEC, 2003. 224 p.

Figura 24 – Pilares ensaiados por Adorno (2004)



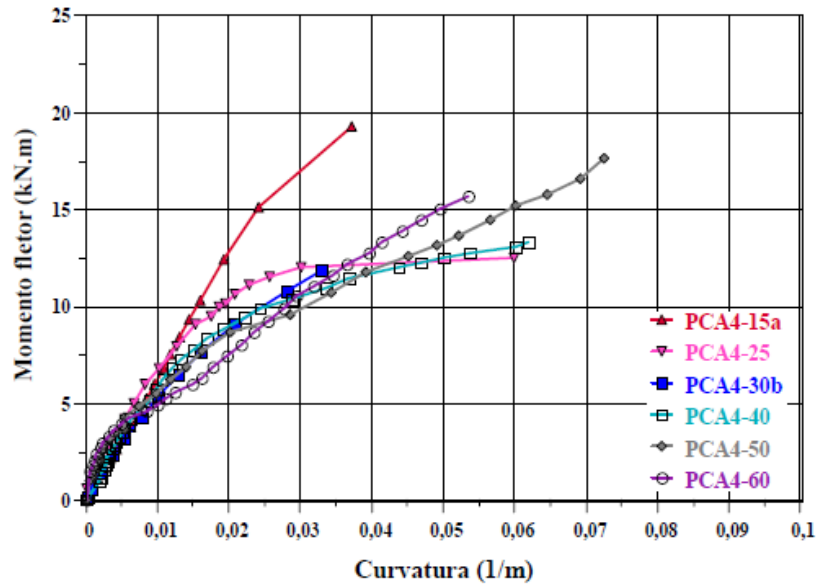
Os dados dos ensaios foram extensivamente coletados e registrados, sobretudo as deformações por meio de extensômetros. Isso permitiu, por exemplo, que a pesquisadora constataste experimentalmente a hipótese de Bernoulli de que as seções permanecem planas após as deformações. Um exemplo é mostrado na Figura 25.

Figura 25 - Evolução do perfil de deformações da seção transversal do pilar PCA4-40 (ADORNO, 2004)



Os diagramas momento–curvatura experimentais também foram registrados por Adorno (2004) conforme mostra a Figura 26.

Figura 26 - Diagramas momento – curvatura para diversas excentricidades da força axial aplicada (ADORNO, 2004)



Nas comparações entre os resultados experimentais e teóricos considerando a formulação desenvolvida por Mello (2003), a pesquisadora encontrou diferenças significativas.

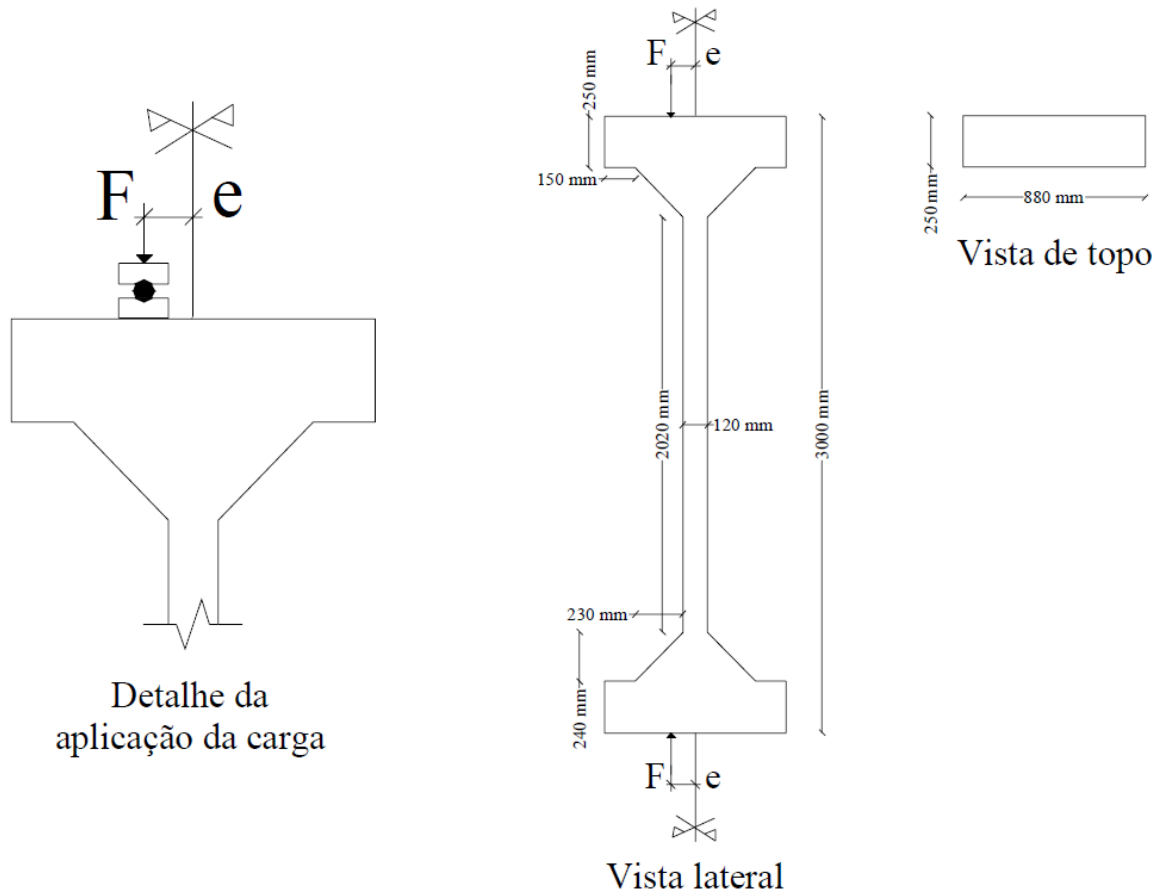
3.12. DANTAS (2006)

As características dos pilares ensaiados por Dantas (2006) são resumidas na Tabela 11 e Figura 27.

Tabela 11 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Dantas (2006)

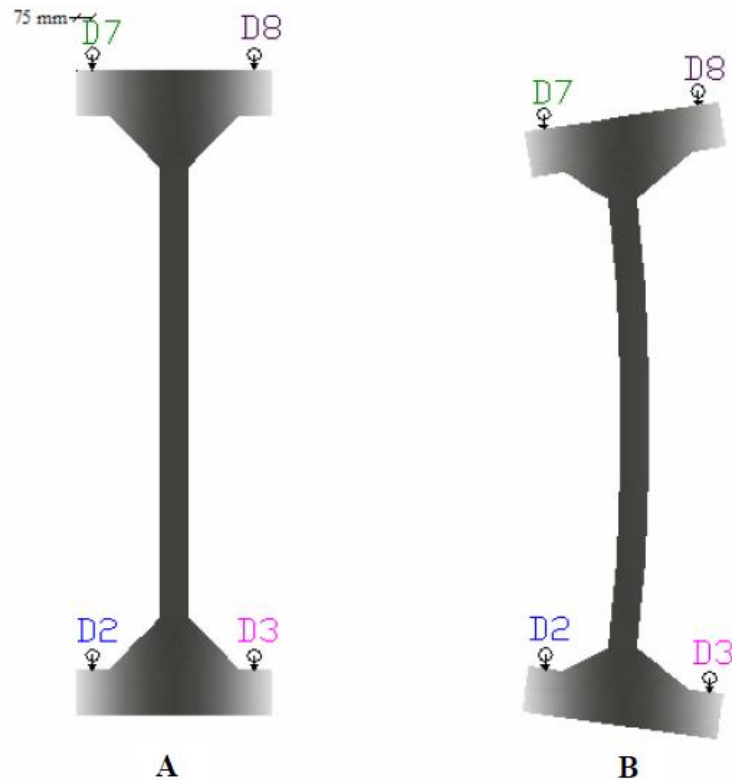
Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_i/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Dantas	2006	5	25,0	12,0	300,0	86,6	0,13-0,50	33,9-37,6	0,29	1,6

Figura 27 - Características geométricas dos pilares ensaiados (DANTAS, 2006)



Todos os pilares apresentaram ruptura por compressão do concreto na face comprimida, aproximadamente no meio do vão. Assim como feito por Adorno (2004), os dados dos ensaios foram extensivamente coletados por meio de extensômetros e defletômetros. Dantas (2006) registra, inclusive, deslocamentos na base do pórtico durante a aplicação do carregamento, devido à acomodação do sistema de fixação do pórtico na placa de reação. O autor registra ainda as rotações nas extremidades dos pilares. Tal medição foi viabilizada pela adoção de balanços simétricos (Figura 28).

Figura 28 – Configuração inicial (A) e deslocada (B) dos pilares ensaiados por Dantas (2006).



O autor fez uma extensa comparação entre os resultados experimentais com os valores teóricos calculados pelo programa CACODI (Campo de Compressão Diagonal) desenvolvido pelo professor Yosiaki Nagato em sua tese de Doutorado⁹. Foram analisadas, para sucessivos passos de carregamento, as flechas, as deformações no aço e no concreto, a força no instante da fissuração e a força de ruptura. Observou-se boa correspondência entre os resultados teóricos e experimentais, sendo as diferenças devidas provavelmente a erros de medição ou excentricidades construtivas.

A excentricidade do carregamento, única variável dos ensaios, mostrou ter grande influência sobre a capacidade resistente dos pilares. A força última do pilar com excentricidade relativa $e/h = 0,5$ correspondeu a aproximadamente 12% da força última do pilar submetido a carregamento centrado. O índice de esbeltez também mostrou grande influência na força de ruptura. Ao comparar com resultados de outros ensaios, Dantas (2006) relatou que a força última de pilares com 3,0 m de altura resultou de 30 a 38% inferior à força última de pilares com 2,0 m de altura com as demais características semelhantes.

⁹ NAGATO, Y.. **Resistência ao esforço cortante combinado com compressão e flexão de peças de concreto armado com seção transversal circular**. Tese (Doutorado). COPPE/UFRJ, 1987.

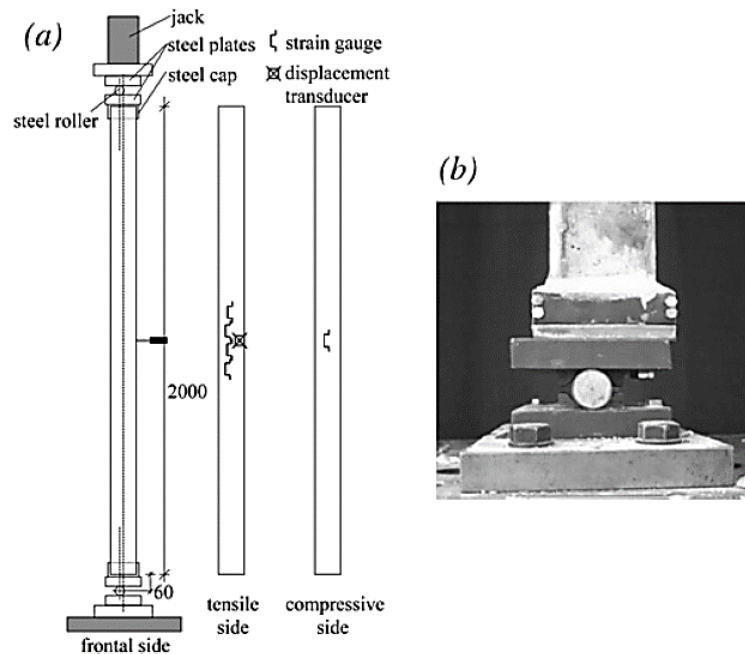
3.13. GALANO E VIGNOLI (2008)

Os autores ensaiaram 60 pilares de concreto armado, sendo 12 de concreto de resistência normal e 48 de concreto de alta resistência. Foram utilizados o processo convencional de vibração e também concreto autoadensável. As principais variáveis dos ensaios foram a resistência do concreto, a taxa de armadura longitudinal, o espaçamento entre estribos e a excentricidade da força axial. Os ensaios visaram avaliar a influência das variáveis na força máxima suportada e na ductilidade. As características dos pilares ensaiados são resumidas na Tabela 12 e Figura 29.

Tabela 12 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Galano e Vignoli (2008)

Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_1/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Galano e Vignoli	2008	60	10,0	10,0	212,0	73,4	0,06-0,30	40,2-113,3	0,20	2,0-4,5

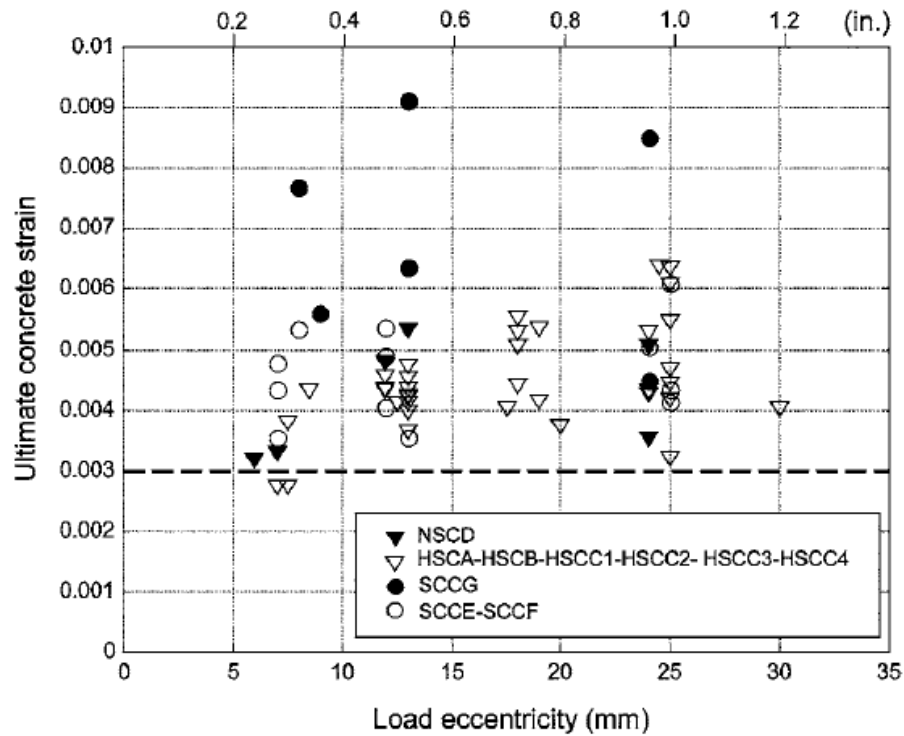
Figura 29 – Pilares ensaiados por Galano e Vignoli (2008): (a) elevação esquemática e (b) detalhe do apoio.



Os pilares foram ensaiados com controle dos deslocamentos, para capturar o comportamento pós-pico e viabilizar a avaliação da ductilidade. Todos os pilares apresentaram ruína caracterizada por esmagamento do concreto na face mais comprimida, aproximadamente no meio do vão, com destacamento (*spalling*) do concreto do cobrimento. Dos 60 pilares ensaiados, 58 apresentaram deformações últimas do concreto comprimido superiores a 3,0 %

(Figura 30). Os autores afirmaram que, por isso, o valor de $\epsilon_{cu}=3,0\%$ seria adequado para fins de projeto.

Figura 30 – Deformação última do concreto comprimido em função da excentricidade da força axial (GALANO e VIGNOLI, 2008)



Os pilares executados com concreto autoadensável (CRN e CAR) apresentaram menor capacidade resistente que pilares de concreto vibrado de forma convencional. Segundo os autores, isso se deve ao menor módulo de elasticidade do concreto autoadensável. As diferenças são mais evidentes para pequenas excentricidades da força axial inicial.

Galano e Vignoli (2008) discutem a influência das pequenas dimensões da seção transversal (*scaling effects*) nos resultados dos ensaios. Segundo os autores, a influência é mínima no ramo ascendente da curva força-deslocamento, portanto haveria pouca influência na capacidade resistente dos pilares. Por outro lado, a influência é significativa no ramo descendente (pós-pico), o que influencia na avaliação da ductilidade.

3.14. PALLARÉS *et al.* (2008)

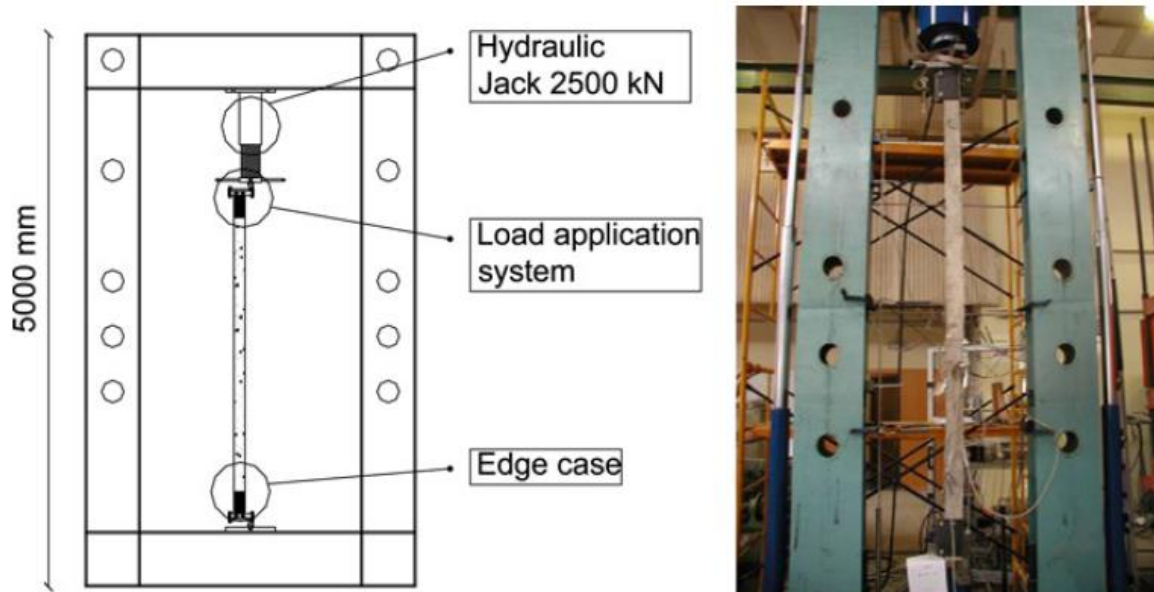
Com o objetivo de gerar mais dados para validação de modelos numéricos e melhorar a compreensão sobre o comportamento de pilares esbeltos de concreto armado de alta resistência,

os autores ensaiaram 56 exemplares submetidos à flexão composta normal e oblíqua. Desses, 8 pilares puderam ser incorporados ao banco de dados deste trabalho (Tabela 13). O aspecto geral dos ensaios é mostrado na Figura 31.

Tabela 13 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Pallarés *et al.* (2008)

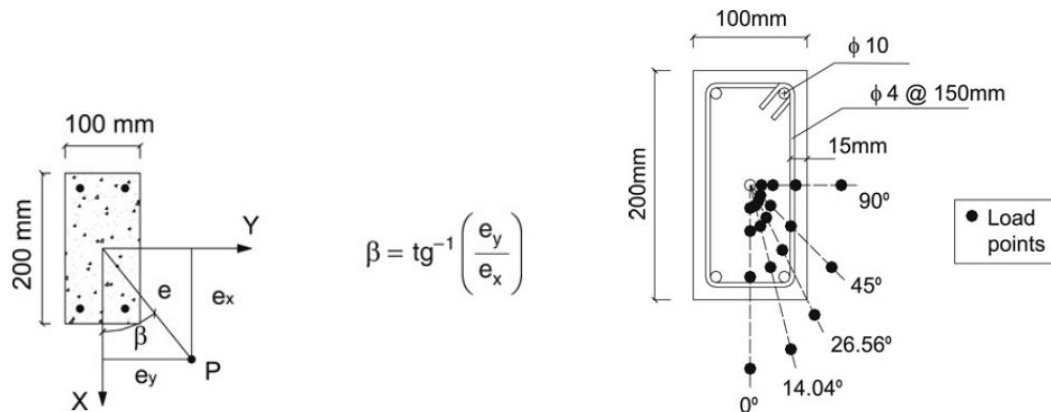
Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_1/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Pallarés <i>et al.</i>	2008	8	20,0	10,0	100-300	34,6-103,9	0,10-0,80	77,6-88,0	0,20	1,6

Figura 31 – Esquema típico dos ensaios de Pallarés *et al.* (2008)



As principais variáveis do ensaio foram a excentricidade da força axial, o ângulo de aplicação da força em relação à seção transversal (Figura 32) e o índice de esbeltez.

Figura 32 – Definição das excentricidades e pontos de aplicação da força axial dos pilares ensaiados por Pallarés *et al.* (2008)



Os pilares ensaiados apresentaram falhas por instabilidade ou por esgotamento da resistência dos materiais. Os autores avaliaram a dificuldade de caracterizar o tipo de falha de pilares de concreto armado, sendo esta agravada no caso de flexão composta oblíqua. Diferentes critérios de falha podem ser aplicados: avaliação dos esforços solicitantes na seção crítica em relação a diagramas de interação N_R - M_R , critério baseado em força normal crítica e critério baseado em deformações dos materiais são algumas das possibilidades.

Na tentativa de contribuir para a caracterização dos modos de falha, os autores propuseram “mapas” para a classificação da falha de pilares esbeltos, em função de algumas propriedades:

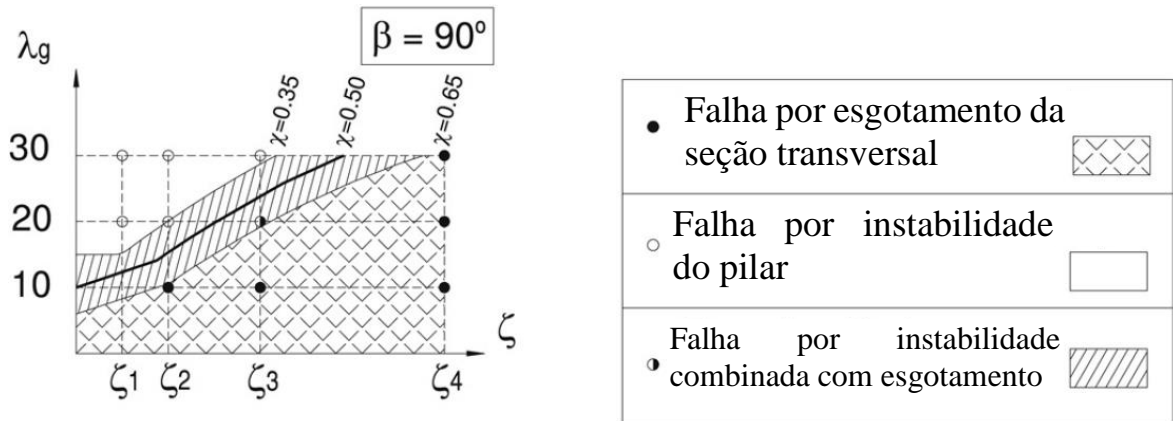
- Esbeltez $\lambda_g = L/b$;
- Excentricidades adimensionais e_y/b e e_x/h ;
- Relação entre as excentricidades adimensionais $\alpha = (e_y/b)/(e_x/h)$;
- Direção da excentricidade total β , conforme a Figura 32;
- Parâmetro adimensional ζ , com valores adotados de 0,1, 0,2, 0,4 e 0,8, o qual define a excentricidade total e aplicada no pilar:

$$e = \zeta \sqrt{\frac{h^2 \cdot \left[1 + \left(\alpha \cdot \frac{b}{h} \right)^2 \right]}{1 + \alpha^2}} \quad (7)$$

Um exemplo desses mapas é mostrado na Figura 33. A partir do mapa, é possível classificar o tipo de falha esperada para um determinado pilar. Para auxiliar nessa classificação, foram definidas linhas de isofalhas (χ), variando de zero (falha apenas por instabilidade) a um (falha apenas por esgotamento da seção transversal). Os autores traçaram linhas para $\chi = 0,35$,

$\chi = 0,50$ e $\chi = 0,65$, para melhor definir as fronteiras de cada tipo de falha. Entre $\chi = 0,35$ e $\chi = 0,65$, o tipo de falha não pode ser claramente classificado.

Figura 33 - Mapa para classificação da falha de pilares esbeltos para $\beta = 90^\circ$ (PALLARÉS *et al.*, 2008)



Ao analisar os resultados dos ensaios, os autores concluíram que pilares sob carregamento com pequena excentricidade apresentaram grande variação de resultados (força última) para diferentes índices de esbeltez. Por outro lado, para carregamentos com grande excentricidade, a força axial última se mostrou praticamente independente do índice de esbeltez.

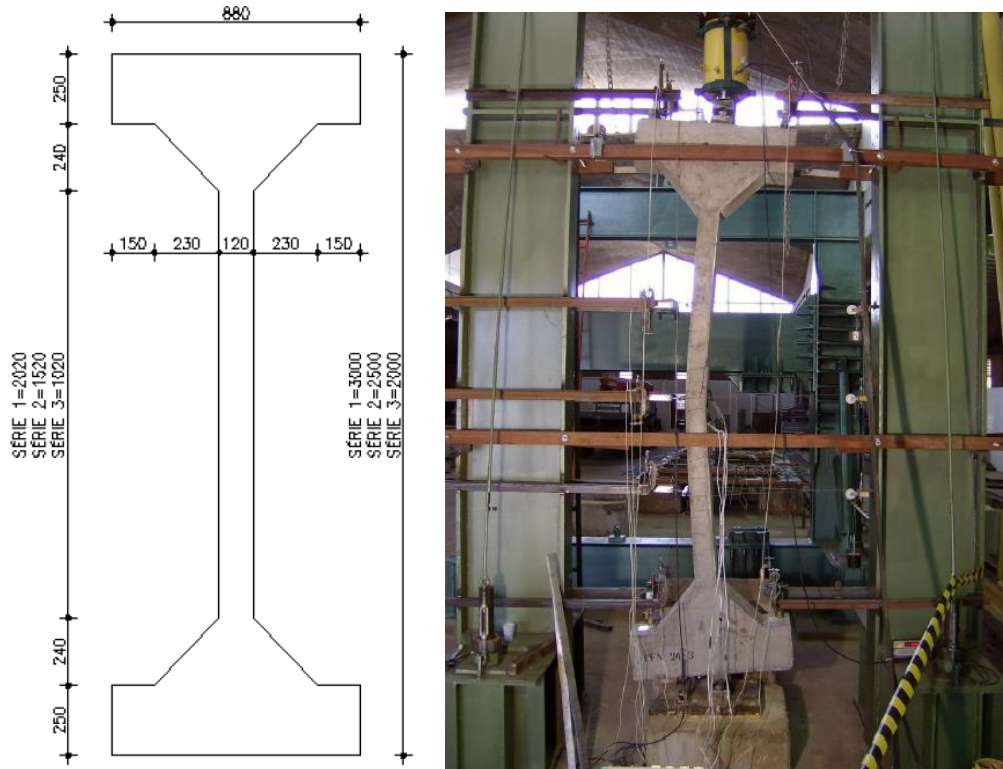
3.15. MELO (2009)

Melo (2009) realizou um estudo experimental e numérico de 24 pilares biapoiados submetidos à flexo-compressão normal. Desses, 17 pilares puderam ser incorporados ao banco de dados (Tabela 14 e Figura 34). A principal variável estudada foi a excentricidade da força axial. Os estudos de Melo (2009) complementam estudos anteriores de Adorno (2004) e Dantas (2006).

Tabela 14 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Melo (2009)

Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e ₁ /h	f _c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Melo	2009	17	25,0	12,0	200-300	57,7-86,6	0,05-0,50	37,2-45,8	0,29	1,6

Figura 34 – Aspecto típico dos pilares ensaiados por Melo (2009)



Assim como nos trabalhos anteriores da mesma linha de pesquisa, os pilares ensaiados tiveram suas características e resultados extensivamente registrados. A maioria dos pilares falhou por flexo-compressão com grande excentricidade, com esmagamento do concreto na face comprimida e escoamento das armaduras na face tracionada.

As análises numéricas foram análogas às feitas por Dantas (2006) usando o programa CACODI, conforme explicado no item 3.12. O autor reportou bons resultados na comparação entre a força de ruína experimental e a calculada pelo programa. Além disso, Melo (2009) testou também alguns modelos normativos para estimar a força de ruína dos pilares ensaiados. Os melhores resultados em relação à força de ruína foram obtidos com os modelos do pilar-padrão com curvatura aproximada e pilar-padrão com rigidez κ aproximada, ambos da ABNT NBR6118:2003 vigente à época da pesquisa.

3.16. ENCISO (2010)

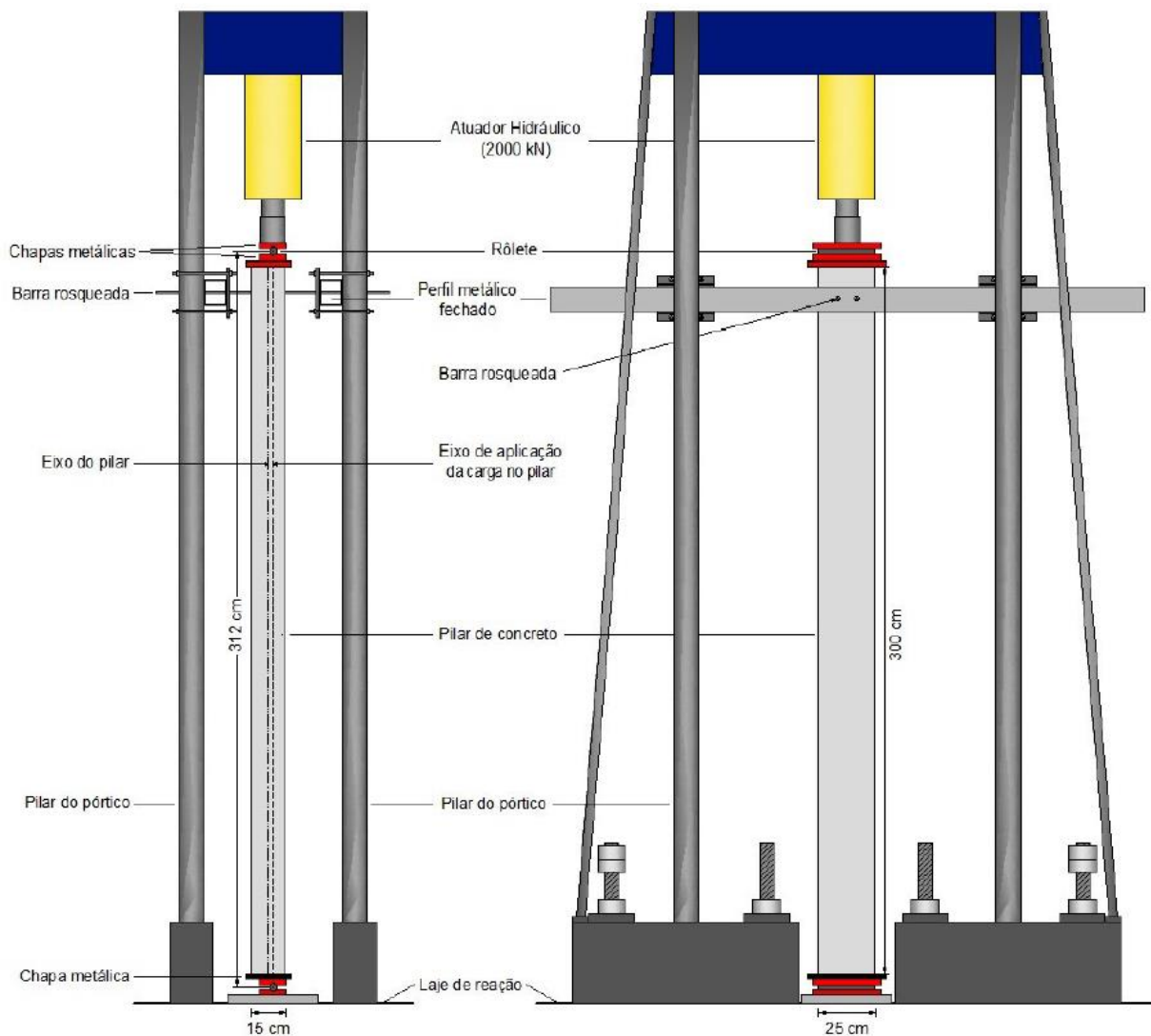
Visando melhor compreender o comportamento de pilares de concreto de alta resistência, Enciso (2010) ensaiou 8 pilares, sendo 4 de CRN e 4 de CAR. Infelizmente, devido a erros de medição durante os ensaios, os 4 pilares de CAR não foram incorporados ao banco

de dados deste trabalho. Os 4 pilares de CRN remanescentes puderam ser incorporados e suas características são resumidas na Tabela 15. O esquema do equipamento do ensaio é mostrado na Figura 35.

Tabela 15 – Resumo das características dos pilares ensaiados por Enciso (2010)

Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_1/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Enciso	2010	4	25,0	15,0	300,0	69,3	0,13	46,9-53,6	0,13-0,15	1,2-4,3

Figura 35 – Esquema do equipamento dos ensaios de Enciso (2010)



A medição das deformações indicou que a seção crítica permaneceu inteiramente comprimida até aproximadamente 70% da força última. A partir desse valor, uma das faces passou a ser tracionada devido ao aumento do deslocamento lateral de segunda ordem. Em todos os pilares, a ruptura ocorreu por esmagamento do concreto na face comprimida com

posterior flambagem das barras de aço no trecho entre os estribos. A Figura 36 mostra o aspecto de um dos pilares após a ruptura.

Figura 36 – Aspecto do pilar C40 – 3.20 após a ruptura (ENCISO, 2010)



Ao avaliar as deformações medidas no ensaio, Enciso (2010) comprovou experimentalmente, assim como Adorno (2004), ser razoável a hipótese de Bernoulli, na qual a seção transversal permanece plana após as deformações.

A pesquisadora comparou ainda os efeitos de segunda ordem medidos nos ensaios com as estimativas dos modelos da ABNT NBR 6118:2003, obtendo bons resultados com os modelos do pilar-padrão com curvatura aproximada e pilar-padrão com rigidez κ aproximada. No entanto, não foi feita nenhuma análise estatística mais detalhada.

3.17. RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS DOS PILARES SELECIONADOS

Com base nas referências apresentadas nos itens anteriores, foi montado um banco de dados de ensaios de pilares biapoiados submetidos à flexão normal composta com curvatura simples. O banco de dados inicial contém 259 exemplares e é apresentado no Anexo A. Foram

registradas as características geométricas e dos materiais, força axial, excentricidade inicial da força axial e excentricidade total máxima.

Foram descartados os exemplares com dados insuficientes, ensaios com momentos flettores aplicados na direção da maior inércia e pilares curtos, ou seja, cuja esbelteza fosse inferior ao critério da ABNT NBR 6118:2014 para dispensa da análise dos efeitos locais de 2ª ordem ($\lambda < \lambda_1$).

A resistência à compressão do concreto foi relacionada à corpos de prova cilíndricos de tamanho padrão (15 cm de diâmetro e 30 cm de altura). Para ensaios que utilizaram corpos de prova cilíndricos com 10 cm de diâmetro e 20 cm de altura, admitiu-se que a resistência do concreto é a mesma que a obtida com corpos de prova padrão (MEHTA e MONTEIRO, 2014). Para ensaios cuja resistência do concreto foi medida com corpos de prova cúbicos (GALANO E VIGNOLI, 2008; PALLARÉS *et al.*, 2008), foram utilizados fatores de conversão da resistência informados pelos autores, os quais são apresentados na Tabela A 1.

Todos os ensaios foram realizados com carregamentos de curta duração (sem efeitos da fluência dos materiais) e resultaram na ruína do pilar, com ruptura da seção transversal mais solicitada, localizada usualmente no meio do vão no caso de pilares biapoiados.

A Tabela 16 resume as principais características dos pilares selecionados para as investigações iniciais desta pesquisa. É importante ressaltar que este banco de dados inicial foi ajustado em função do processo de validação apresentado no item 5.3.

Tabela 16 – Banco de dados inicial (259 pilares)

Referência	Ano	núm.	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_1/h	f_c (MPa)	d'/h	ρ (%)
Chang e Ferguson	1963	6	15,6	10,3	304,8	102,3	0,06-0,39	23,3-35,0	0,16	1,8
Dracos	1982	36	10,0	10,0	300-600	100,0-200,0	0,10-0,15	20,5-40,2	0,26	4,2-4,3
Claeson e Gylltoft	1995	12	12,0-20,0	12,0-20,0	240-400	52,0-69,3	0,10-0,17	33,0-93,0	0,15-0,22	2,0-3,1
Kim e Yang	1995	18	8,0	8,0	144-240	62,4-103,9	0,30	25,5-86,2	0,19	2,0-4,0
Lloyd e Rangan	1996	36	17,8-30,5	10,2-17,8	167,6	32,7-57,2	0,08-0,39	58,0-97,2	0,14-0,24	1,4-2,1
Kim e Lee	2000	4	10,0-20,0	10,0	120,0	41,6	0,40	27,0	0,23	2,1-2,8
Lee e Son	2000	20	12,0-21,0	12,0	138-210	39,8-60,6	0,17-0,54	34,9-93,2	0,13-0,17	1,1-5,5
Germain e Espion	2002	12	18,0	18,0	378-438	72,7-84,3	0,01-0,11	80,0-97,8	0,20	1,4
Lima Júnior	2003	15	15,0	15,0	170,0	39,3	0,07-0,20	39,2-66,4	0,15	2,1
Adorno	2004	6	25,0	12,0	200,0	57,7	0,13-0,25	38,8-42,1	0,29	1,0
Dantas	2006	5	25,0	12,0	300,0	86,6	0,13-0,50	33,9-37,6	0,29	1,6
Galano e Vignoli	2008	60	10,0	10,0	212,0	73,4	0,06-0,30	40,2-113,3	0,20	2,0-4,5
Pallarés <i>et al.</i>	2008	8	20,0	10,0	100-300	34,6-103,9	0,10-0,80	77,6-88,0	0,20	1,6
Melo	2009	17	25,0	12,0	200-300	57,7-86,6	0,05-0,50	37,2-45,8	0,29	1,6
Enciso	2010	4	25,0	15,0	300,0	69,3	0,13	46,9-53,6	0,13-0,15	1,2-4,3
TOTAL		259	8,0-30,5	8,0-20,0	100-600	32,7-200,0	0,01-0,80	20,5-113,3	0,13-0,29	1,0-5,5

3.18. ERROS DOS ENSAIOS

Uma parte da variabilidade observada na comparação entre os resultados teóricos e experimentais tem origem nas imprecisões dos ensaios, como será brevemente discutido a seguir. Outras parcelas da variabilidade decorrem da inexatidão dos modelos teóricos, como já discutido no item 2.2, e também da variabilidade intrínseca da resistência dos materiais, especialmente do concreto.

Muitas vezes é necessário construir pilares com pequenas dimensões da seção transversal devido às limitações dos equipamentos disponíveis nos laboratórios. Menores dimensões da seção transversal viabilizam ensaios de pilares com índices de esbeltez mais elevados que podem ser ensaiados em estruturas de reação com dimensões modestas. De fato, 90% dos pilares analisados neste estudo possuíam comprimento inferior a 3,0 m. Além disso, seções transversais menores reduzem a intensidade do carregamento aplicado. No entanto, tais dimensões reduzidas implicam que qualquer desvio construtivo (variação nas dimensões da seção transversal, posicionamento das armaduras etc.) assumam maior importância relativa, se comparado à de pilares mais robustos.

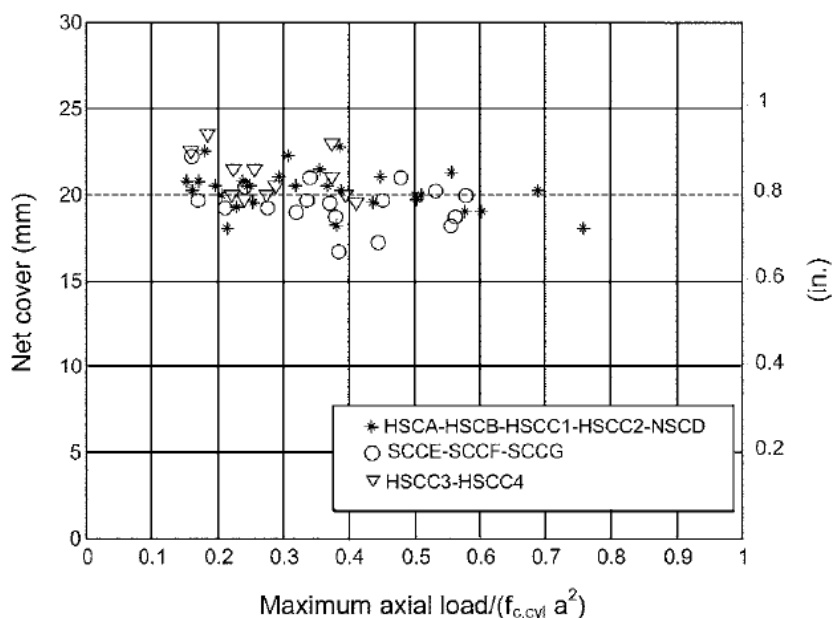
Poucas referências medem, ou sequer reportam, a existência de desvios construtivos. Lima Júnior (2003) relatou variação na seção transversal de pilares devido à reutilização das formas de madeira. Também reportou presença de vazios por problemas de vibração do concreto, mas que puderam ser preenchidos com resina epóxi com a mesma resistência do concreto.

Os desvios da posição das armaduras foram reportados por apenas uma das referências consultadas neste trabalho (GALANO e VIGNOLI, 2008). Os autores mediram os cobrimentos efetivos de pilares com seção transversal de 10 cm x 10 cm. O cobrimento nominal de 15 mm variou de 16,75 mm a 23,5 mm (Figura 37), podendo essa variação ser significativa para pilares com dimensões reduzidas da seção transversal.

Já foram realizados estudos teóricos sobre o impacto dos desvios construtivos na segurança de pilares com dimensões reduzidas da seção transversal (STUCCHI e SANTOS, 2010). Concluiu-se que os coeficientes de ponderação dos carregamentos atuantes e das resistências, em pilares com pequena espessura da seção transversal, eram insuficientes para garantir índices de confiabilidade adequados. Esse estudo serviu de base para que a norma ABNT NBR 6118:2014 restringisse a menor dimensão da seção transversal de pilares em 14 cm e que, para pilares com menor dimensão inferior a 19 cm, seja aplicado um fator adicional de majoração de esforços γ_n . Assim tratou-se com muito cuidado os pilares com alguma

dimensão menor que 14 cm e casos duvidosos foram retirados do banco de dados, conforme apresentado no item 5.3.

Figura 37 - Cobrimentos efetivos dos pilares ensaiados por Galano e Vignoli (2008)



Outra preocupação é relativa ao modo de aplicação da força axial para gerar as excentricidades iniciais desejadas, garantindo ao mesmo tempo o funcionamento das vinculações nos apoios (usualmente rótulas). Algumas referências reportaram problemas nas vinculações do modelo experimental, onde as rótulas não funcionaram adequadamente e geraram restrições parciais à rotação das extremidades do pilar (LIMA, 1997). Como as restrições não foram previstas e nem controladas, não é possível realizar comparações confiáveis com modelos teóricos. Casos assim ressaltam a importância da seleção criteriosa dos pilares a serem considerados em estudos comparativos, como o realizado neste trabalho. As soluções têm sido aprimoradas em cada pesquisa, com base nas conclusões e aprendizado de ensaios anteriores (ADORNO, 2004; DANTAS, 2006; SANTOS, 2009; MELO, 2009).

A leitura dos dados dos ensaios (intensidade dos carregamentos, deformações e deflexões) também pode ser uma fonte de erros. Extensômetros utilizados para a medição das deformações do aço e do concreto necessitam de instalação cuidadosa. A leitura dos extensômetros é prejudicada na fase próxima à ruína dos pilares, por exemplo, após o início da fissuração ou esmagamento do concreto. Os defletômetros, geralmente utilizados para medição das deflexões laterais dos pilares, também possuem limitações. Nos ensaios de pilares esbeltos podem ocorrer deflexões laterais superiores ao curso dos defletômetros. Isso exige o uso de

dispositivos complementares, como réguas, por exemplo. A deflexão medida pelos defletômetros e réguas, para um mesmo carregamento, pode apresentar diferenças significativas, da ordem de até 20%, sobretudo para pequenas deflexões (DANTAS, 2006).

4. MODELOS TEÓRICOS PARA O CÁLCULO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES ESBELTOS DE CONCRETO ARMADO SOB FLEXÃO NORMAL COMPOSTA

4.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Este capítulo apresenta os modelos teóricos para o cálculo dos efeitos de segunda ordem de pilares de concreto armado disponíveis em normas técnicas e na literatura. São analisados modelos gerais e simplificados, considerando os deslocamentos num único plano (pilares sob flexão normal composta - FNC).

Os modelos aqui apresentados visam calcular os efeitos de segunda ordem de pilares na configuração final de convergência, se houver convergência teórica segundo o modelo em questão. A instabilidade teórica pode ocorrer, por exemplo, quando a força normal excede a força crítica de flambagem (nos modelos que envolvem o pilar-padrão) ou quando não ocorre a convergência para uma dada tolerância entre iterações (no método das diferenças finitas).

Não é objetivo deste trabalho avaliar modelos mais abrangentes, por exemplo, modelos que simulam o comportamento do pilar para carregamento incremental e com potencial de detectar o instante de ocorrência de instabilidades.

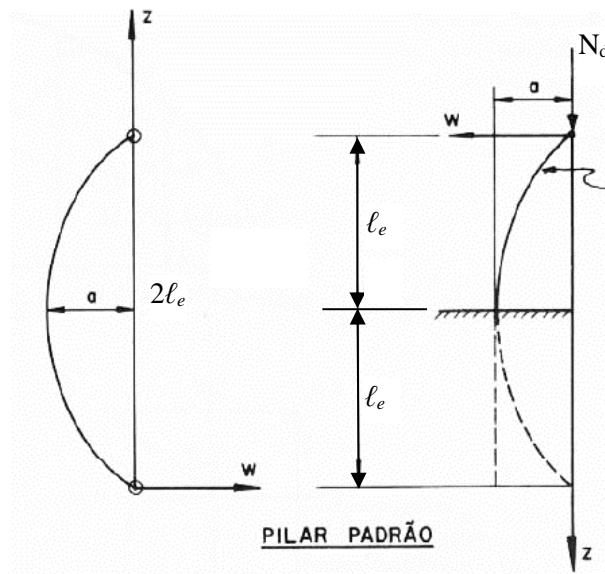
4.2. MODELOS DE NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA (NLG)

4.2.1. Modelos do pilar-padrão e pilar-padrão melhorado

O modelo do pilar-padrão foi desenvolvido originalmente para um pilar engastado na base e livre no topo, submetido à curvatura simples, com seção e armaduras constantes. A precisão do deslocamento calculado depende, em grande medida, da distribuição de momentos de primeira ordem (CEB, 1978). A distribuição de momentos de primeira ordem é levada em consideração por um fator de correção, apresentado adiante neste capítulo.

A Figura 38 ilustra o modelo do pilar-padrão.

Figura 38 – Pilar-padrão (FUSCO, 1981)



A hipótese básica do modelo do pilar-padrão é assumir uma forma senoidal para a linha elástica (Figura 38):

$$w = a \cdot \text{sen} \frac{\pi}{l_e} z \quad (8)$$

onde: w é a deflexão lateral, a é a deflexão lateral da extremidade livre do pilar, l_e é o comprimento efetivo do pilar e z é a posição do longo do lance.

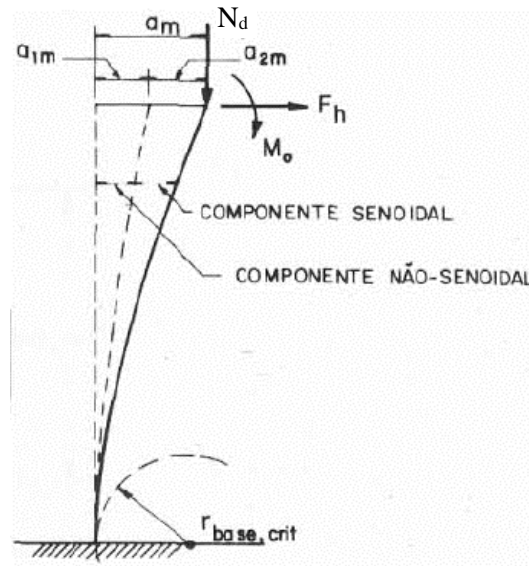
Assim, a deflexão lateral da extremidade livre do pilar é representada por:

$$a = \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \quad (9)$$

onde: $1/r$ representa a curvatura na base do pilar sob ação do momento total. Essa equação apresenta resultado exato quando os deslocamentos laterais do pilar seguem uma linha senoidal e com $\pi^2 \approx 10$. A Eq. (9) é também a amplitude do primeiro termo da expansão em série de Fourier da equação da linha elástica (CEB, 1978).

O modelo do pilar-padrão melhorado do Manual de Instabilidade do CEB/FIP (CEB, 1978) é apresentado com detalhes por Fusco (1981), França (1991) e Oliveira (2004). A Figura 39 ilustra o modelo do pilar-padrão melhorado.

Figura 39 - Pilar-padrão melhorado (FUSCO, 1981)



As hipóteses básicas são:

- A curvatura total da base do pilar ($1/r_{total}$) é composta pela parcela devida ao momento de primeira ordem ($1/r_1$) e outra parcela devida ao momento de segunda ordem ($1/r_2$):

$$\frac{1}{r_{total}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad (10)$$

- Admite-se a mesma rigidez para o cálculo dos deslocamentos de primeira e segunda ordem.
- O deslocamento lateral total do topo é composto pela soma das parcelas de primeira e segunda ordem:

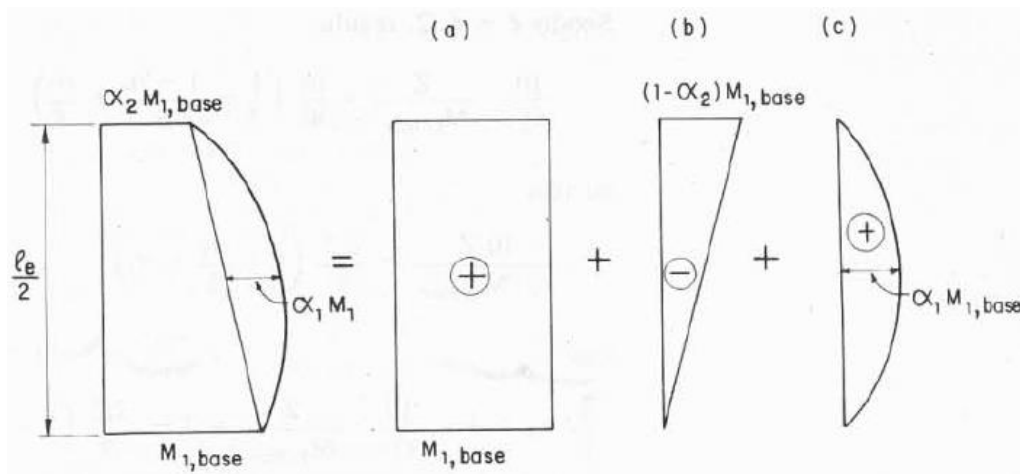
$$a_{tot} = a_1 + a_2 \quad (11)$$

- Somente a parcela de deslocamentos de segunda ordem segue uma variação senoidal, portanto:

$$a_2 \cong \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r_2} = \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{M_2}{EI_{sec}} \quad (12)$$

A parcela do deslocamento lateral devida ao momento de primeira ordem (a_1) é composta por três parcelas, correspondentes às contribuições dos diagramas (a), (b) e (c) da Figura 40.

Figura 40 – Parcelas do diagrama de momento de primeira ordem (FUSCO, 1981)



A expressão que define a_1 é demonstrada por França (1991), sendo equivalente à expressão do Manual de Instabilidade do CEB/FIP (CEB, 1978):

$$a_1 = (1 - \alpha_c) \cdot \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{M_1}{EI_{sec}} \quad (13)$$

$$\alpha_c = 1 - \left(1,25 - \frac{1 - \alpha_2}{2,4} + \frac{\alpha_1}{1,2} \right) = \frac{1}{6} - \frac{\alpha_1}{1,2} - \frac{\alpha_2}{2,4} \quad (14)$$

Os coeficientes α_1 e α_2 são obtidos dos diagramas de momento de primeira ordem (Figura 40). O coeficiente α_c tem a função de corrigir o deslocamento a_1 em função do diagrama de momento de primeira ordem.

O deslocamento total no topo do pilar é dado por:

$$a_{tot} = a_1 + a_2 = \left[(1 - \alpha_c) M_1 + M_2 \right] \cdot \frac{\ell_e^2}{10 \cdot EI_{sec}} \quad (15)$$

O momento total na base do pilar é dado por:

$$M_{tot} = M_1 \left(\frac{1 - \alpha_c \alpha_E}{1 - \alpha_E} \right) \quad (16)$$

$$\alpha_E = \frac{N_d \ell_e^2}{10 EI_{sec}} \quad (17)$$

A Eq. (16) com $\alpha_c = 0$ representa o resultado fornecido pelo pilar-padrão simples (FRANÇA, 1991).

4.2.1.1. CEB-FIP Model Code 1990

O CEB-FIP Model Code 1990 (CEB, 1993) apresenta o deslocamento de segunda ordem da seguinte forma:

$$e_2 = 0,1.K_1.\ell^2.(4/r_{tot} + 1/r_{01}) \quad (18)$$

$$e_2 = 0,1.K_1.\ell^2.(4 + e_{01}/e_{tot}).1/r_{tot} \quad (19)$$

O deslocamento total é dado por:

$$e_{tot} = e_0 + e_a + e_2 \quad (20)$$

O termo e_0 é a excentricidade de primeira ordem:

$$e_0 = \frac{M_{Sd,1}}{N_d} \quad (21)$$

Assumindo a excentricidade acidental e_a nula e $K_1=1$, tem-se:

$$e_{tot} = \frac{M_{Sd,1}}{N_d} + \frac{\ell^2}{10} \left(4 + \frac{e_{01}}{e_{tot}} \right) \cdot \frac{1}{r_{tot}} \quad (22)$$

A curvatura total é dada por:

$$\frac{1}{r_{tot}} = \frac{M_{tot}}{EI} \quad (23)$$

Inserindo as Eqs. (23) e (21) na Eq. (22) e multiplicando por N_d :

$$M_{tot} = M_{Sd,1} + N_d \cdot \frac{\ell^2}{10} \cdot \left(4 + \frac{M_{Sd,1}}{M_{tot}} \right) \cdot \frac{M_{tot}}{EI} \quad (24)$$

$$M_{tot} = M_{Sd,1} + \frac{N_d}{10} \cdot \frac{\ell^2}{EI} \cdot (4.M_{tot} + M_{Sd,1}) \quad (25)$$

Considerando um pilar biapoado com $\ell = \ell_e/2$ e inserindo a Eq. (17):

$$M_{tot} = M_{Sd,1} + \alpha_E (M_{tot} + 0,25.M_{Sd,1}) \quad (26)$$

$$M_{tot}(1 - \alpha_E) = M_{Sd,1}(1 + 0,25.\alpha_E) \quad (27)$$

$$M_{tot} = M_{Sd,1} \frac{1 + 0,25.\alpha_E}{1 - \alpha_E} \quad (28)$$

Comparando a Eq. (28) com a Eq. (16), é possível concluir que o CEB-FIP Model Code 1990 (CEB, 1993) considera $\alpha_c = -0,25$, conforme constatado anteriormente por França (1991).

O termo $\alpha_c = -0,25$ resulta de um diagrama de momentos de primeira ordem uniforme (apenas parcela I da Figura 40), ou seja, com $\alpha_1 = 0$ e $\alpha_2 = 1$.

Para pilares biapoiados com seção transversal e armadura longitudinal constantes, submetidos a momentos de primeira ordem variando linearmente ao longo do comprimento e $|e_{02}| > |e_{01}|$, é possível adotar uma excentricidade inicial equivalente calculada por:

$$e_e = 0,6.e_{02} + 0,4.e_{01} \quad (29)$$

Essa excentricidade equivalente define um momento de primeira ordem $M_{Sd,1}$ constante, mantendo válida a Eq. (28).

4.2.1.2. EN 1992-1-1:2004

A norma EN 1992-1-1:2004 apresenta a seguinte equação para o cálculo do momento total:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \left[1 + \frac{\beta}{\left(N_B / N_{Ed} \right) - 1} \right] \quad (30)$$

onde:

- M_{0Ed} é o momento de primeira ordem;
- β é um fator que depende dos diagramas de momentos de primeira ordem;
- N_{Ed} é a força axial de cálculo;
- N_B é a força crítica de flambagem, calculada com a rigidez aproximada:

$$N_B = \frac{\pi^2 EI}{\ell_e^2} \quad (31)$$

Para pilares com seção transversal e força axial constantes, o momento de segunda ordem pode ser assumido como tendo forma senoidal. Assim, o fator β é definido por:

$$\beta = \frac{\pi^2}{c_0} \quad (32)$$

O coeficiente c_0 depende da forma do diagrama de momento de primeira ordem:

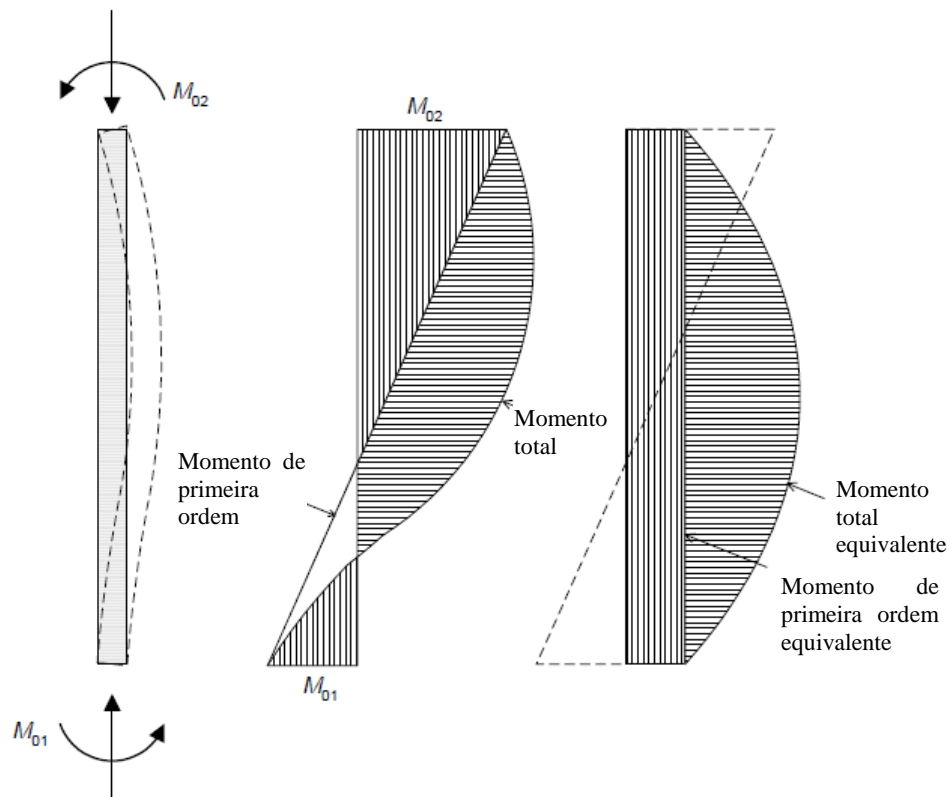
- $c_0 = 8$ para diagrama uniforme;
- $c_0 = 9,6$ para diagrama parabólico;
- $c_0 = 12$ para diagrama triangular simétrico.

Para pilares sem carregamento transversal e com momento de primeira ordem variando linearmente ao longo do comprimento (Figura 41), é possível adotar um momento de primeira ordem uniforme equivalente de:

$$M_{0e} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02} \quad (33)$$

M_{01} e M_{02} possuem o mesmo sinal caso tracionem a mesma face do pilar. Caso contrário, possuem sinais diferentes. Além disso, $|M_{02}| \geq |M_{01}|$. Essa definição é análoga à do CEB-FIP Model Code 1990 (CEB, 1993).

Figura 41 – Momento de primeira ordem uniforme equivalente (WESTERBERG, 2002a)



Ao se adotar o momento de primeira ordem uniforme equivalente M_{0e} , deve-se considerar $c_0 = 8$ na Eq. (32). O valor de $c_0 = 8$ se aplica também a pilares submetidos à dupla curvatura, desde que seja adotado o momento de primeira ordem uniforme M_{0e} . No entanto, é importante ressaltar que, em certos casos, dependendo da esbelteza e da intensidade da força axial, os momentos das extremidades do pilar podem ser superiores ao momento fletor total calculado a partir do momento de primeira ordem uniforme M_{0e} (CEN, 2004).

Apenas para pilares onde não se aplicam as condições anteriores (por exemplo: com seção transversal variável e/ou com carregamento transversal), a EN 1992-1-1:2004 sugere

adotar $\beta = 1$ como uma simplificação razoável. A Eq. (30) assume então a seguinte forma simplificada:

$$M_{Ed} = \frac{M_{0Ed}}{1 - (N_{Ed}/N_B)} \quad (34)$$

A Eq. (30) pode ser escrita na forma:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \cdot \left[\frac{1 + (\beta - 1)(N_{Ed}/N_B)}{1 - (N_{Ed}/N_B)} \right] \quad (35)$$

Para um pilar com momento de primeira ordem constante ($c_0 = 8$):

$$(\beta - 1) = (\pi^2/8 - 1) \cong 0,25 \quad (36)$$

Ou seja, para um pilar com momento de primeira ordem constante, a Eq. (35) resulta equivalente às Equações (16) e (28) com $\alpha_c = -0,25$, em concordância com a observação de França (1991) e recomendação do CEB-FIP Model Code 1990 (CEB, 1993).

4.2.1.3. ABNT NBR 6118:2014

A norma ABNT NBR 6118:2014 apresenta a seguinte expressão para o cálculo do momento total máximo no pilar:

$$M_{Sd,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \kappa/\nu}} \geq M_{1d,A} \quad (37)$$

onde:

- $M_{1d,A}$ é o maior valor absoluto do momento de primeira ordem ao longo do pilar;
- α_b é o coeficiente que transforma momentos de primeira ordem com valores diferentes nas extremidades do pilar num momento constante ao longo do pilar;
- λ é o índice de esbeltez, conforme Eq. (38);
- κ é a rigidez adimensional, conforme Eq. (39);
- ν é a força normal adimensional, conforme Eq. (40).

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (38)$$

$$\kappa = \frac{EI}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad (39)$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (40)$$

O coeficiente α_b é definido por:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40 \quad (41)$$

M_A e M_B são momentos de primeira ordem nas extremidades do pilar, onde M_A é o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado. M_B possui sinal positivo se tracionar a mesma face que M_A , e sinal negativo caso contrário. N_d de compressão tem sinal positivo.

A expressão da ABNT NBR 6118:2014 (Eq. (37)) é idêntica à expressão da EN 1992-1-1:2004 (Eq. (30)) para um pilar com seção retangular, $\beta = 1$ e a consideração de $(E)_{sec}$ da ABNT NBR 6118:2014. Portanto, a expressão da norma brasileira é baseada no modelo do pilar-padrão simples, sem consideração da forma do diagrama de momento de primeira ordem.

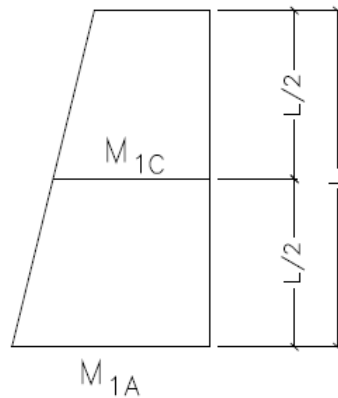
É possível observar que a expressão da ABNT NBR 6118:2014 já considera a possibilidade do momento total $M_{Sd,tot}$, calculado pela amplificação do momento equivalente constante ($\alpha_b \cdot M_{1d,A}$), resultar inferior ao maior momento absoluto numa das extremidades do pilar ($M_{1d,A}$).

A Eq. (42) insere o fator β na expressão original da ABNT NBR 6118:2014, permitindo considerar o diagrama de momento de primeira ordem de forma análoga à da norma EN 1992-1-1:2004.

$$M_{Sd,tot} = \alpha_b M_{1d,A} \left[\frac{1 + (\beta - 1) \left(\frac{\lambda^2}{120 \kappa / \nu} \right)}{1 - \left(\frac{\lambda^2}{120 \kappa / \nu} \right)} \right] \geq M_{1d,A} \quad (42)$$

O fato do modelo do pilar-padrão assumir uma deformada senoidal total no pilar pode conduzir a resultados contra a segurança em relação ao modelo do pilar-padrão melhorado, em certos casos. Oliveira (2004) apresenta a comparação entre os modelos, indicando as situações onde o pilar-padrão está contra ou a favor da segurança (Figura 42).

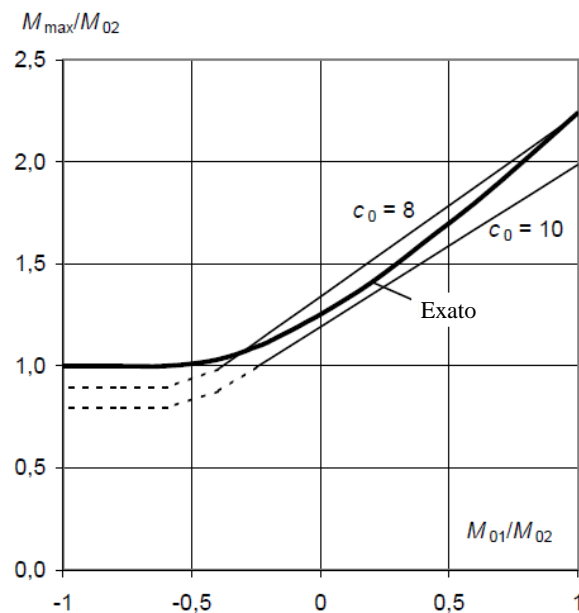
Figura 42 – Comparação entre pilar-padrão e pilar-padrão melhorado (OLIVEIRA, 2004)



- Se $M_{1C} < 0,7 M_{1A} \rightarrow$ Pilar-Padrão a favor da segurança
 Se $M_{1C} = 0,7 M_{1A} \rightarrow$ Pilar-Padrão = Pilar-Padrão Melhorado
 Se $M_{1C} > 0,7 M_{1A} \rightarrow$ Pilar-Padrão contra a segurança

Westerberg (2002a) avaliou a influência do fator c_0 (Eq. (32)) no cálculo de M_{tot} para um pilar biapoiado, sem carregamento transversal, submetido a diferentes momentos nas extremidades (Figura 41), com excentricidade inicial igual a $M_{02}/(N \cdot h) = 0,1$ (M_{02} é o maior momento absoluto na extremidade do pilar) e $N/N_B = 0,5$ (N_B conforme Eq. (31)). A comparação dos resultados obtidos usando o modelo simplificado (Eq. (30)) com o modelo exato (denominado pelo autor) é apresentada na Figura 43.

Figura 43 – Comparação entre M_{max} (ou M_{tot}) calculado pelo modelo simplificado e calculado pelo modelo exato (WESTERBERG, 2002a)



É possível observar na Figura 43 que a solução do modelo exato se situa entre os resultados do modelo simplificado com $c_0 = 8$ e $c_0 = 10$. A maior diferença ocorre para $M_{01}/M_{02} = 1$, ou seja, para momentos iguais nas extremidades e que tracionam a mesma face do pilar. Nesse caso, o resultado do modelo simplificado com $c_0 = 8$ é idêntico ao modelo exato.

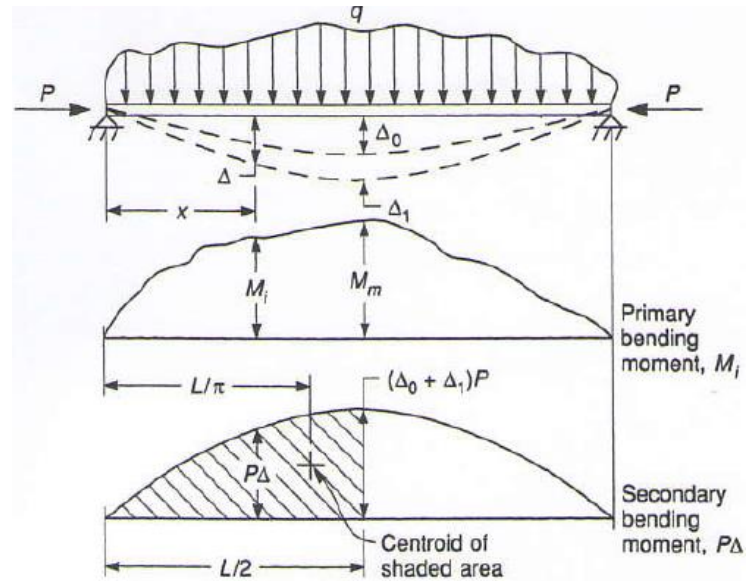
Todos os pilares deste estudo foram submetidos a momentos iguais nas extremidades, tracionando a mesma face do pilar. Portanto, pertencem ao caso $M_{1C} > 0,7.M_{1A}$ (Figura 42). Isso somado às constatações de Westerberg (2002a), evidencia-se a necessidade de se considerar a forma do diagrama de momento de primeira ordem na expressão da ABNT NBR 6118:2014 por meio da Eq. (42) apresentada anteriormente. Essa proposta é avaliada nos estudos apresentados no Capítulo 5.

4.2.2. Modelo da amplificação do momento

Esse modelo é, na prática, igual ao modelo do pilar-padrão, sendo desenvolvido por outros caminhos conforme se apresenta a seguir.

O modelo da amplificação do momento considera que a deflexão $\Delta_{\text{máx}}$ é composta pela deflexão Δ_0 devido ao momento de primeira ordem somada à deflexão Δ_1 devida ao momento de segunda ordem. Assim como no modelo do pilar-padrão melhorado, assume-se que apenas o diagrama de momento de segunda ordem possui forma senoidal (Figura 44), o que corresponde praticamente à solução exata para pilares biapoiados cujas deflexões de primeira e segunda ordem possuem valor máximo no meio do vão (WANG, SALMON e PINCHEIRA, 2007).

Figura 44 – Momentos de primeira e segunda ordem de elemento sob flexão normal composta (WANG, SALMON e PINCHEIRA, 2007)



A deflexão Δ_1 no meio do vão pode ser calculada pelo método dos momentos de área. Seu valor corresponde ao momento de área do diagrama $M/(EI)$ do momento de segunda ordem entre o apoio e o meio do vão (área hachurada da Figura 44), calculado em torno do apoio:

$$\Delta_1 = \frac{P}{EI} (\Delta_0 + \Delta_1) \left(\frac{L}{2} \right) \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \left(\frac{L}{\pi} \right) = (\Delta_0 + \Delta_1) \cdot \frac{PL^2}{\pi^2 EI} \quad (43)$$

Isolando Δ_1 :

$$\Delta_1 = \Delta_0 \cdot \left[\frac{PL^2 / (\pi^2 EI)}{1 - PL^2 / (\pi^2 EI)} \right] = \Delta_0 \cdot \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) \quad (44)$$

$$\alpha = \frac{PL^2}{\pi^2 EI} \quad (45)$$

É oportuno constatar que α da Eq. (45) possui a mesma definição de α_E da Eq. (17), sendo também igual ao fator N_{Ed}/N_B da Eq. (34).

Como $\Delta_{m\acute{a}x} = \Delta_0 + \Delta_1$, é possível escrever:

$$\Delta_{m\acute{a}x} = \Delta_0 + \Delta_1 = \Delta_0 + \Delta_0 \cdot \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) = \frac{\Delta_0}{1 - \alpha} \quad (46)$$

A Eq. (46) corresponde ao modelo do pilar-padrão simples, já apresentado nos itens anteriores.

O momento fletor máximo, incluindo o momento de segunda ordem, é:

$$M_{m\acute{a}x} = M_m + P\Delta_{m\acute{a}x} \quad (47)$$

Onde M_m é o valor máximo do momento de primeira ordem (Figura 44).

Definindo δ como o fator de amplificação do momento:

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \alpha} \quad (48)$$

$$C_m = 1 + \left(\frac{\pi^2 EI \Delta_0}{M_m L^2} - 1 \right) \cdot \alpha \quad (49)$$

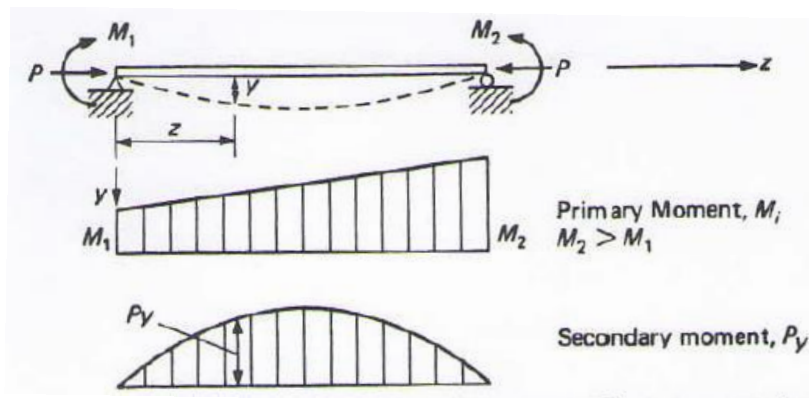
Inserindo a Eq. (48) e a Eq. (49) na Eq. (47):

$$M_{m\acute{a}x} = M_m \left(\frac{C_m}{1 - \alpha} \right) = M_m \cdot \delta \quad (50)$$

Para um elemento submetido à flexão normal composta, sem forças transversais, com momentos iguais nas extremidades (Figura 45), o fator C_m possui o valor aproximado de (WANG, SALMON e PINCHEIRA, 2007):

$$C_m = 1 + 0,2\alpha \quad (51)$$

Figura 45 – Elemento sob flexão normal composta, sem forças transversais (WANG, SALMON e PINCHEIRA, 2007)



Inserindo C_m da Eq. (51) na Eq. (50):

$$M_{m\acute{a}x} = M_m \left(\frac{1 - 0,2\alpha}{1 - \alpha} \right) \quad (52)$$

Comparando a Eq. (52) com a Eq. (28), seria possível afirmar que os autores propõem $\alpha_c = -0,20$ no modelo da amplificação do momento (para o caso específico da Figura 45), ou seja, um valor inferior ao $\alpha_c = -0,25$ do CEB-FIP Model Code 1990 (CEB, 1993).

Aparentemente, houve pequeno equívoco dos autores na apresentação da Eq. (51), como será discutido adiante.

Para o caso da Figura 45, Wang, Salmon e Pincheira (2007) apresentam a solução exata da equação diferencial da linha elástica. Assim, o momento $M_{m\acute{a}x}$ é definido por:

$$M_{m\acute{a}x} = M_2 \cdot \sqrt{\frac{1 - 2(M_1/M_2) \cdot \cos \lambda L + (M_1/M_2)^2}{\text{sen}^2 \lambda L}} \quad (53)$$

O momento máximo pode ser o próprio M_2 do apoio (Figura 45) ou então o valor calculado com a Eq. (53), variando em função da relação M_1/M_2 e do valor de α da Eq. (45). A avaliação da capacidade resistente de um pilar envolveria, nesse caso, saber se o momento máximo ocorre ao longo do vão e, caso positivo, a que distância. Para eliminar essa necessidade, é possível adotar o conceito de momento uniforme equivalente. Fazendo $M_1 = M_2 = M_{equiv}$:

$$M_{m\acute{a}x} = M_{equiv} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (1 - \cos \lambda L)}{\text{sen}^2 \lambda L}} \quad (54)$$

Igualando a Eq. (54) com a Eq. (53):

$$M_{equiv} = M_2 \cdot \sqrt{\frac{(M_1/M_2)^2 - 2(M_1/M_2) \cdot \cos \lambda L + 1}{2 \cdot (1 - \cos \lambda L)}} \quad (55)$$

Para o caso de momento uniforme equivalente ($M_1 = M_2 = M_{equiv}$):

$$\Delta_0 = \frac{M_{equiv} \cdot L^2}{8EI} \quad (56)$$

$$M_m = M_{equiv} \quad (57)$$

$$C_m = 1 + \left[\left(\frac{\pi^2 EI}{L^2} \right) \cdot \frac{M_{equiv} \cdot L^2}{8EI \cdot M_{equiv}} - 1 \right] \cdot \alpha \approx 1 \quad (58)$$

A simplificação da Eq. (58) parece inadequada, pois (com $\pi^2 \cong 10$):

$$C_m = 1 + \left[\frac{\pi^2}{8} - 1 \right] \cdot \alpha \cong 1 + 0,25\alpha \quad (59)$$

A Eq. (59) mostra também um possível truncamento da parcela $0,25\alpha$ na Eq. (51).

Inserindo C_m da Eq. (59) na Eq. (50):

$$M_{m\acute{a}x} = M_m \left(\frac{1 - 0,25\alpha}{1 - \alpha} \right) \quad (60)$$

Dessa forma, a Eq. (60) se torna idêntica à Eq. (28) e condizente com a recomendação do CEB-FIP Model Code 1990 (CEB, 1993). Fica evidente também que a dedução do modelo da amplificação do momento resulta nas mesmas expressões do modelo do pilar-padrão.

Considerando a simplificação da Eq. (58), se obtém uma expressão equivalente ao pilar-padrão simples (WANG, SALMON e PINCHEIRA, 2007):

$$M_{máx} = M_{equiv} \left(\frac{1}{1-\alpha} \right) \quad (61)$$

4.2.2.1. ACI 318M-19

A norma ACI 318M-19 (ACI, 2019) considera o modelo da amplificação do momento para o cálculo do momento de segunda ordem de pilares de concreto armado. O momento M_c a ser considerado no dimensionamento desses pilares corresponde ao momento de primeira ordem amplificado pelos efeitos da curvatura do elemento:

$$M_c = \delta \cdot M_2 \quad (62)$$

onde M_2 é o momento de primeira ordem (segundo a notação da ACI 318M-19).

Como forma de prevenir falhas por instabilidade, a norma ACI 318M-19 orienta que o momento total M_c não pode exceder $1,4 \cdot M_2$.

O fator de amplificação δ é definido por:

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75 \cdot P_c}} \geq 1,0 \quad (63)$$

onde:

P_u é a força normal de cálculo;

P_c é força crítica de flambagem calculada por:

$$P_c = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{(k \ell_u)^2} \quad (64)$$

onde:

ℓ_u é o comprimento efetivo do pilar;

k é o fator que leva em conta o comprimento efetivo do pilar, e seu valor varia de 0,5 a 1,0 em função das condições de apoio. A norma ACI 318M-19 recomenda considerar $k = 1,0$;

EI_{eff} é a rigidez efetiva.

Para pilares sem forças transversais, o momento uniforme equivalente é definido pelo fator C_m :

$$C_m = 0,6 - 0,4 \frac{M_1}{M_2} \quad (65)$$

M_1 e M_2 são os momentos aplicados nas extremidades do pilar. A Eq. (65) possui sinal trocado em relação às Eqs. (33) e (41) porque a norma ACI 318M-19 adota a regra da mão direita. Portanto, a relação M_1/M_2 tem sinal negativo caso M_1 e M_2 tracionem a mesma face do pilar (curvatura simples), e sinal positivo caso contrário.

O fator 0,75 presente na Eq. (63) é o fator de redução de rigidez ϕ_K . Esse fator leva em consideração a probabilidade de ocorrer baixa resistência do concreto em um pilar esbelto isolado (ACI, 2019). Seu valor tem origem nos estudos de Mirza, Lee e Morgan (1987). Com base em análises de confiabilidade, os autores propuseram um fator de redução de rigidez ϕ_K com valor de 0,70 a 0,75 para o cálculo da amplificação de momentos de pilares submetidos à curvatura simples e carregamento de curta duração.

Como demonstrado anteriormente, o modelo da amplificação do momento é equivalente ao modelo do pilar-padrão. O modelo da norma ACI 318M-19 corresponde ao pilar-padrão simples, que não considera a forma do diagrama de momento de primeira ordem (por meio do fator β da Eq. (35)). Por outro lado, é introduzido o fator de redução de rigidez ϕ_K , cujo efeito poderia, em tese, compensar a consideração do fator β . Essa possibilidade é investigada no item 5.4.2.3.

O modelo da norma ACI 318M-19 é equivalente ao modelo da EN 1992-1-1:2004 com $\beta=1$ e acrescentando o fator de redução de rigidez ϕ_K no cálculo de N_B . Reproduzindo as Eqs. (34) e (31):

$$M_{Ed} = \frac{M_{0Ed}}{1 - (N_{Ed}/N_B)} \quad (66)$$

$$N_B = \frac{\phi_K \cdot \pi^2 EI}{\ell_e^2} \quad (67)$$

4.2.2.2. Momento inicial uniforme equivalente

Discute-se neste item as origens da formulação do momento inicial uniforme equivalente, baseado nas explicações de Wang, Salmon e Pincheira (2007).

Inserindo a Eq. (55) na Eq. (61):

$$M_{m\acute{a}x} = M_2 \cdot \left(\frac{C_m}{1 - \alpha} \right) \quad (68)$$

$$C_m = \sqrt{\frac{(M_1/M_2)^2 - 2(M_1/M_2) \cdot \cos \lambda L + 1}{2 \cdot (1 - \cos \lambda L)}} \quad (69)$$

Comparando a Eq. (68) com a Eq. (61), é possível considerar $C_m M_2$ como o momento uniforme equivalente ao longo do vão.

Para elementos sem forças transversais, a expressão de C_m que representa o momento uniforme equivalente é:

$$C_m = 0,60 + 0,4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0,4 \quad (70)$$

Essa expressão é a mesma já apresentada anteriormente (Eqs. (29), (33) e (41)).

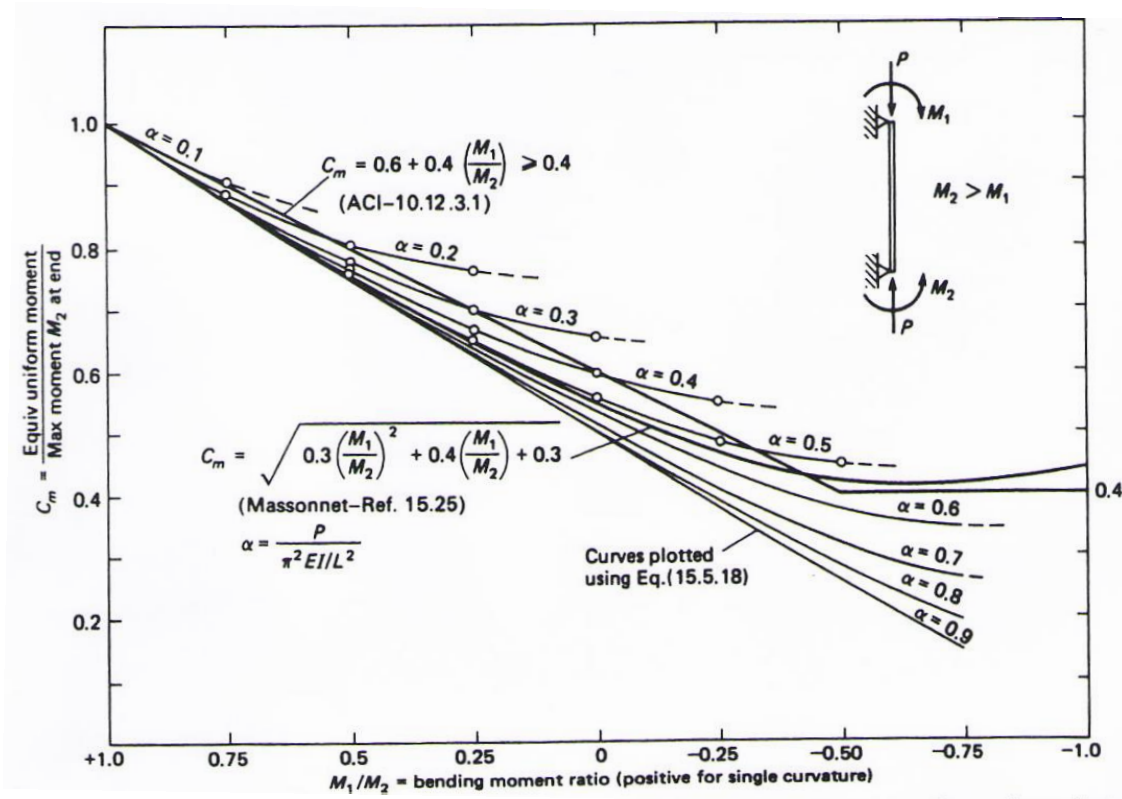
Massonet¹⁰ (1959, *apud* WANG, SALMON e PINCHEIRA, 2007) propôs a seguinte expressão para o cálculo de C_m :

$$C_m = \sqrt{0,3(M_1/M_2)^2 + 0,4(M_1/M_2) + 0,3} \quad (71)$$

A Figura 46 apresenta a comparação do fator C_m calculado com a Eq. (69) e com as versões simplificadas das Eqs. (70) e (71).

¹⁰ MASSONNET, Charles. Stability considerations in the design of steel columns. **Journal of the Structural Division**, ASCE, v. 85, n. 7, p. 75-112, 1959.

Figura 46 – Comparação entre o C_m teórico e versões simplificadas, para pilares sem forças transversais e com momentos concentrados nas extremidades (WANG, SALMON e PINCHEIRA, 2007)



Para um dado valor de α , as curvas da Figura 46 terminam quando o momento M_2 na extremidade do pilar supera o momento amplificado. As linhas retas definidas pela Eq. (70) ficam praticamente junto ao limite superior das curvas teóricas para qualquer relação M_1/M_2 , representando uma aproximação simples e bastante razoável (WANG, SALMON e PINCHEIRA, 2007).

MacGregor *et al.* (1970) explicam que as derivações originais de C_m levaram em conta a flambagem no plano de curvatura e também a flambagem lateral com torção. Austin¹¹ (1961, *apud* MACGREGOR *et al.*, 1970) e Galambos¹² (1961, *apud* MACGREGOR *et al.*, 1970) mostraram que, se a flambagem lateral com torção não for um problema, o limite inferior de 0,4 não seria necessário. O Manual do AISC (AISC, 2001) explica que, nas situações em que C_m possui valor igual ou inferior a 0,4, o momento de primeira ordem na extremidade supera o momento amplificado e, portanto, a limitação de 0,4 não possuiria efeito prático. Por outro lado, MacGregor *et al.* (1970) afirmam que, embora a flambagem lateral com torção não seja um

¹¹ AUSTIN, W. J. Strength and design of metal beam-columns. **Proceedings**, ASCE, v. 87, n. 4, p. 1-34, 1961.

¹² GALAMBOS, T. V. Discussion of "Strength and Design of Metal Beam-Columns". **Proceedings**, ASCE, v. 87, n. 8, p. 241-247, 1961.

problema para pilares de concreto armado, o limite deveria ser mantido para cobrir incertezas quando a relação M_1/M_2 fica entre -0,5 e -1,0. Tal incerteza é devida ao modo de falha de elementos com tal relação M_1/M_2 , que se caracteriza por uma transição súbita entre dupla curvatura e curvatura simples (WANG, SALMON e PINCHEIRA, 2007).

O CEB-FIP Model Code 1990 (CEB, 1993) e o ACI 318M-19 não possuem limite inferior para a excentricidade inicial (ou momento inicial) uniforme equivalente. O *fib* Model Code 2010 (FIB, 2013) não orienta a forma de tratar pilares submetidos a diferentes momentos nas extremidades, nem apresenta uma expressão para o momento inicial uniforme equivalente. Por sua vez, a EN 1992-1-1:2004 e a ABNT NBR 6118:2014 ainda preservam esse limite inferior.

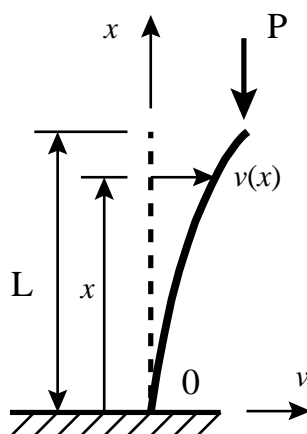
Considerando a alegação de MacGregor *et al.* (1970), somada à explicação de Wang, Salmon e Pincheira (2007), torna-se prudente manter o limite inferior de 0,4 na expressão do momento inicial uniforme equivalente das normas técnicas, ao menos até que estudos mais aprofundados comprovem a possibilidade segura de eliminá-lo.

4.2.3. Método das diferenças finitas

Os deslocamentos transversais de um pilar submetido à flexão normal composta podem ser obtidos pelo método das diferenças finitas, por meio do cálculo das rotações e deslocamentos ao longo do pilar utilizando integração numérica em iterações sucessivas. Reproduz-se a seguir as etapas de cálculo apresentadas pelo autor na sua dissertação de mestrado (KLEIN JÚNIOR, 2011).

Considere-se um pilar em balanço, engastado na base e livre no topo, submetido à flexão normal composta (Figura 47).

Figura 47 – Modelo de cálculo de pilar em balanço para o método das diferenças finitas



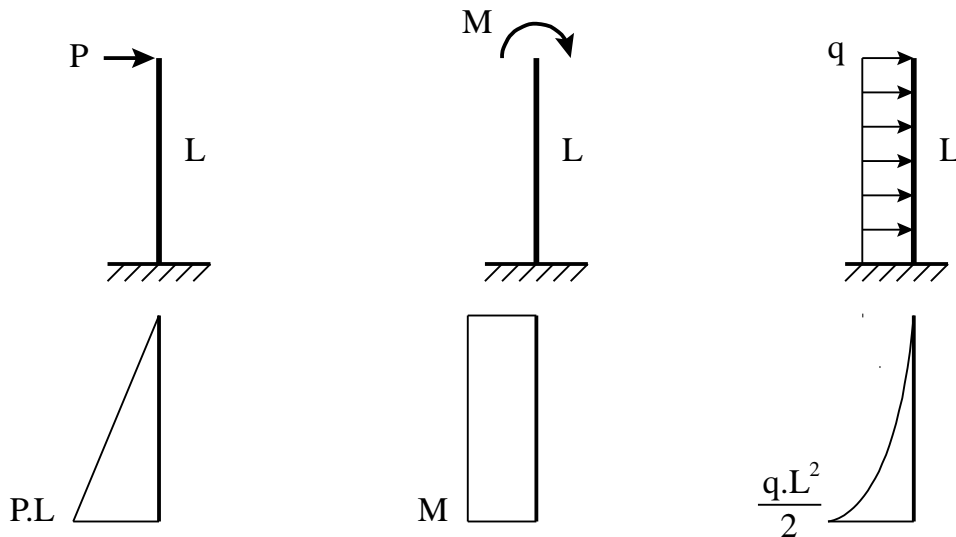
O equilíbrio do pilar na posição deformada é expresso pela Eq. (72):

$$M(x) = M_1(x) + P \cdot [v(L) - v(x)] \quad (72)$$

onde: $v(x)$ é a deflexão lateral ao longo do pilar e $v(L)$ é a deflexão lateral da extremidade livre do pilar.

A parcela $M_1(x)$ é a equação do diagrama de momentos fletores de primeira ordem ao longo do pilar. Esse diagrama pode ter qualquer forma e pode ter origem em esforços aplicados ao longo do pilar (alguns casos básicos são apresentados na Figura 48), excentricidade inicial da força P ou quaisquer combinações dessas situações.

Figura 48 - Alguns casos básicos de esforços aplicados em um pilar em balanço e seus respectivos diagramas de momentos fletores de primeira ordem (M_1)



De acordo com a Geometria Diferencial, a curvatura ao longo do eixo x é expressa pela Eq. (73):

$$\frac{1}{r}(x) = \pm \frac{v''(x)}{\left[1 + (v'(x))^2\right]^{3/2}} \quad (73)$$

Para pilares de concreto armado, admite-se a hipótese de haver somente pequenas rotações e pequenos deslocamentos. Portanto, a parcela $(v'(x))^2$ é muito pequena se comparada à unidade, o que resulta na aproximação expressa pela Eq. (74):

$$\frac{1}{r}(x) \cong -v''(x) \quad (74)$$

As rotações $v'(x)$ ao longo do eixo da barra são obtidas integrando-se a Eq. (74), conforme mostra a Eq. (75):

$$\int v''(x)dx = v'(x) + A \quad (75)$$

Inserindo a Eq. (74) na Eq. (75), se obtém a seguinte relação:

$$v'(x) + A = \varphi(x) + A = \int_0^L \left[\frac{1}{r}(x) \right] dx \quad (76)$$

Os deslocamentos $v(x)$ ao longo do pilar são finalmente obtidos integrando-se a Eq. (76) conforme mostra a Eq. (77):

$$\int [v'(x) + A]dx = \int [\varphi(x) + A]dx = v(x) + Ax + B \quad (77)$$

As condições de contorno de um pilar em balanço implicam em rotação e deslocamentos nulos na extremidade engastada, condição expressa pelas Eqs. (78) e (79):

$$v'(0) = 0 \quad (78)$$

$$v(0) = 0 \quad (79)$$

Dessa forma, as constantes de integração A e B da Eq. (77) são anuladas.

As curvas $v(x)$ de pilares em balanço ou biapoiados possuem a mesma forma, pois dependem unicamente do diagrama de momentos fletores ao longo do pilar. Sendo assim, para calcular um pilar biapoiado basta modificar as condições de contorno e aplicá-las à Eq. (77). As seguintes condições de contorno são válidas para um pilar biapoiado:

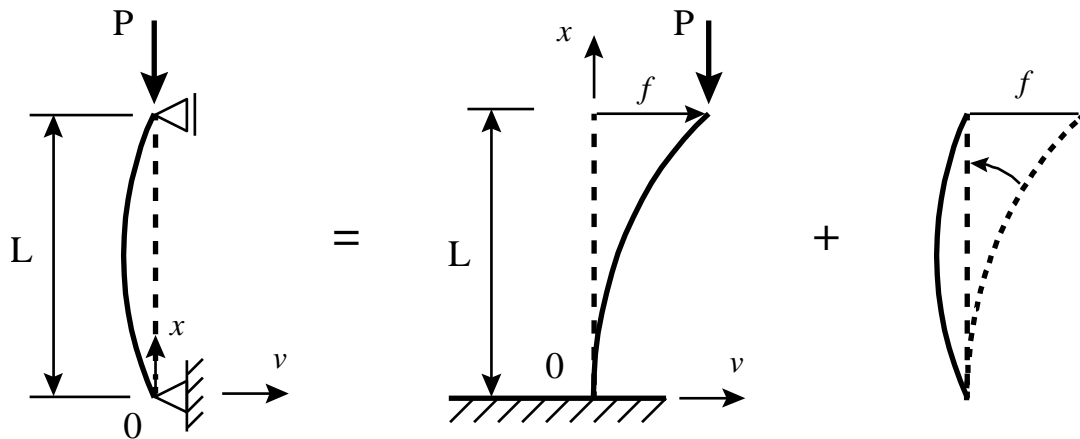
$$v'(0) \neq 0 \quad (80)$$

$$v'(L) \neq 0 \quad (81)$$

$$v(0) = v(L) = 0 \quad (82)$$

Para aplicar as condições de contorno acima, é oportuno avaliar a questão de maneira mais prática. Conforme mencionado, a curva $v(x)$ depende unicamente do diagrama de momentos fletores, assim o pilar pode ser calculado considerando o modelo em balanço e, ao final do processo, aplica-se uma rotação de corpo rígido de modo a respeitar as condições de contorno (Figura 49).

Figura 49 - Método das diferenças finitas para pilar biapoiado

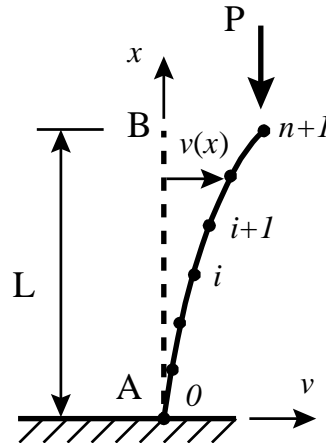


Considerando f o deslocamento na extremidade livre do pilar em balanço, a constante de integração A da Eq. (77) assume o valor mostrado na Eq. (83). A constante de integração B da Eq. (77) é imediatamente anulada quando se considera a Eq. (82).

$$A = \frac{f}{L} \quad (83)$$

Para programação computacional do método anteriormente descrito, é conveniente dividir o pilar em diversos segmentos. Todos os dados de cada etapa (momentos fletores, curvaturas, rotações e deslocamentos) são calculados somente nas extremidades de cada segmento (nós). A Figura 50 exemplifica um pilar em balanço dividido em n segmentos iguais.

Figura 50 - Divisão do pilar em balanço em n segmentos iguais



Todas as integrais apresentadas anteriormente podem então ser calculadas numericamente para cada nó do pilar. Adotando, por exemplo, a integração pelo método dos trapézios, as integrais das Eqs. (76) e (77) resultam conforme segue (Eq. (84) a (86)):

$$\varphi_{i+1} = v'_{i+1} = v'_i + \left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_{i+1}} \right) \cdot \frac{\Delta l}{2} \quad (84)$$

$$v_{i+1} = v_i + (\varphi_i + \varphi_{i+1}) \cdot \frac{\Delta l}{2} \quad (85)$$

$$\Delta l = \frac{L}{n} \quad (86)$$

Lembra-se que as equações acima servem para o cálculo de um pilar em balanço. Para um pilar biapoiado deve-se efetuar a correção apresentada anteriormente.

Uma vez obtidos os valores dos deslocamentos $v(x)$ ao longo do pilar, o diagrama de momentos fletores deve ser atualizado utilizando a Eq. (72). O processo de cálculo descrito anteriormente deve ser repetido sucessivamente até a ocorrência de uma das seguintes situações:

- convergência dos deslocamentos calculados, ou seja, a variação dos deslocamentos transversais de cada ponto entre uma iteração e outra é inferior a uma certa tolerância (dado de entrada);
- o número máximo de iterações (dado de entrada) é atingido sem que se verifique a condição de convergência. Neste caso, considera-se que houve falha do pilar por instabilidade;

- c) em casos de dimensionamento: um ou mais pontos do pilar apresentam valor de momento fletor em módulo superior ao máximo momento fletor suportado pela seção transversal naquele ponto (falha por esgotamento da capacidade resistente da seção transversal). Esse momento corresponde ao pico do diagrama momento-curvatura.

O número de divisões do lance do pilar pode influenciar nos resultados do método das diferenças finitas. Segundo avaliações anteriores (DRACOS, 1982; KIM e LEE, 2000), o número mínimo de divisões dos pilares varia de 7 a 12, para que sejam obtidos resultados confiáveis. Um breve estudo de convergência realizado ao longo da implementação dos algoritmos deste trabalho concluiu que 10 divisões são suficientes para se obter resultados confiáveis, sem necessidade de um maior número de divisões.

4.3. MODELOS DE NÃO LINEARIDADE FÍSICA (NLF)

A forma de abordagem da não linearidade física (NLF) desempenha papel fundamental no desempenho dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem. Usualmente, a NLF pode ser considerada por meio de estimativas da curvatura na seção crítica, estimativas da rigidez EI ou consideração direta das relações constitutivas não lineares dos materiais em modelos avançados ou por meio da construção de diagramas momento-curvatura. Os itens a seguir detalham essas diversas possibilidades.

4.3.1. Método da curvatura aproximada

4.3.1.1. Manual de Instabilidade do CEB/FIP

O Manual de Instabilidade do CEB/FIP (CEB, 1978) indica que, para o modelo da curvatura aproximada, o momento total é dado por:

$$M_{tot} = M_1 + M_2 \quad (87)$$

onde:

M_1 é o momento de primeira ordem devido aos carregamentos externos e excentricidades adicionais;

M_2 é o momento adicional de segunda ordem devido à força axial.

O momento de segunda ordem M_2 para um pilar biapoado é calculado utilizando o modelo do pilar-padrão:

$$M_2 = N \frac{\ell^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \quad (88)$$

A curvatura na seção crítica é estimada pelas seguintes expressões:

$$\frac{1}{r} = \frac{(0,0035 + f_y/E_s)}{h} \quad \text{para } \nu \leq 0,5 \quad (89)$$

$$\frac{1}{r} = \frac{(0,0035 + f_y/E_s)}{2 \cdot \nu \cdot h} \quad \text{para } \nu > 0,5 \quad (90)$$

Essas expressões foram definidas a partir da comparação entre a capacidade axial de pilares segundo resultados teóricos e experimentais (CEB, 1978). Além disso, o Manual de Instabilidade do CEB/FIP informa que os resultados dessa aproximação podem ficar contra a segurança se comparados ao método geral. Por isso, sugere a consideração de um coeficiente $\gamma_n = 1,2$ que multiplica γ_m no cálculo das resistências de projeto dos materiais.

A grande vantagem das Equações (89) e (90) é que são independentes do conhecimento prévio das armaduras, portanto bastante apropriadas para etapas preliminares de projeto.

4.3.1.2. CEB-FIP Model Code 1990

O CEB-FIP Model Code 1990 (CEB, 1993) apresenta uma expressão para o cálculo da curvatura total $1/r_{tot}$ de um pilar com seção transversal retangular e armadura simétrica distribuída em duas camadas em faces opostas:

$$\frac{1}{r_{tot}} = \frac{2 \cdot K_2 \cdot \varepsilon_{yd}}{z_s} \quad (91)$$

onde:

ε_{yd} é a deformação de projeto do aço (f_{yd}/E_s);

z_s é a distância entre as camadas de barras de aço, podendo ser aproximada por $z_s = 0,9 \cdot d$ para uma seção transversal retangular com armadura simétrica distribuída em duas camadas em faces opostas;

K_2 é um coeficiente que leva em consideração a redução da curvatura em função do aumento da força axial, sendo definido por:

$$K_2 = \frac{(N_{ud} - N_{sd})}{(N_{ud} - N_{bal})} \leq 1 \quad (92)$$

onde:

N_{ud} é a capacidade resistente da seção transversal sob compressão uniforme:

$$N_{ud} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot A_c + f_{yd} \cdot A_s \quad (93)$$

N_{sd} é a força normal de cálculo;

N_{bal} é força normal correspondente ao máximo momento resistente da seção transversal.

Para uma seção transversal retangular com armadura simétrica, pode ser adotado o valor de $0,4 \cdot f_{cd} \cdot A_c$.

Será sempre a favor da segurança adotar $K_2 = 1$ (CEB, 1993).

A Eq. (91) deve ser usada em conjunto com as Equações (18) e (19). Portanto, o modelo do CEB-FIP Model Code 1990 (CEB, 1993) permite considerar a forma do diagrama de momento de primeira ordem no seu modelo de curvatura aproximada.

4.3.1.3. *fib* Model Code 2010

O *fib* Model Code 2010 (FIB, 2013) define a excentricidade de segunda ordem por:

$$e_{2d} = \kappa_d \frac{\ell_0^2}{c} \quad (94)$$

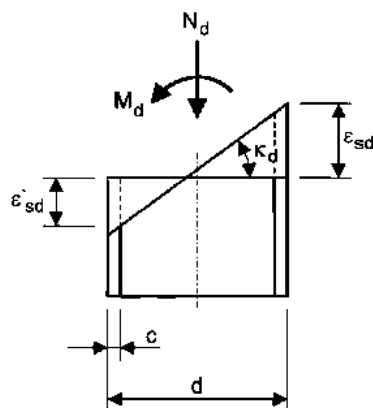
onde:

c é um fator de integração que leva em conta a distribuição de curvaturas ao longo do elemento;

κ_d é a máxima curvatura, calculada pela seguinte expressão:

$$\kappa_d = \frac{\varepsilon_{sd} - \varepsilon'_{sd}}{d - c'} \quad (95)$$

Figura 51 – Deformações correspondentes à máxima curvatura (FIB, 2013)



Para o Nível I de aproximação, o fator c de integração assume o valor:

$$c = \pi^2 \cong 10 \quad (96)$$

A máxima curvatura pode ser calculada considerando o escoamento simultâneo de ambas as camadas de aço:

$$\varepsilon_{sd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \varepsilon_{yd} \text{ e } \varepsilon'_{sd} = -\frac{f_{yd}}{E_s} = -\varepsilon_{yd} \quad (97)$$

Assim, a Eq. (95) assume a forma:

$$\kappa_d = \frac{2 \cdot \varepsilon_{yd}}{d - c'} \quad (98)$$

O Nível II de aproximação do *fib* Model Code 2010 (FIB, 2013) propõe uma expressão mais precisa para o cálculo da curvatura de projeto:

$$\kappa_d = \left(\frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \right) \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45 \cdot d} \quad (99)$$

onde:

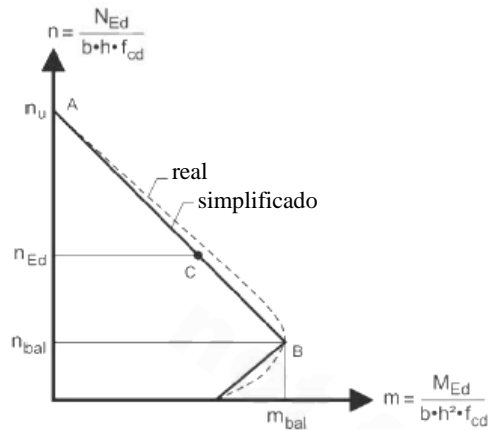
$$n_u = 1 + \omega;$$

$$n = N_{Ed} / (A_c \cdot f_{cd});$$

n_{bal} é o valor de n correspondente ao máximo momento resistente da seção transversal, podendo ser adotado $\approx 0,4$.

A Eq. (99) leva em consideração a redução da curvatura em função do aumento da força axial, da mesma forma que o coeficiente K_2 do CEB-FIP Model Code 1990 (CEB, 1993) apresentado na Eq. (92). O *fib* Model Code 2010 (FIB, 2013) explica que essa expressão é baseada na interpolação do diagrama de interação mostrado na Figura 52.

Figura 52 – Representação simplificada do diagrama de interação (FIB, 2013)



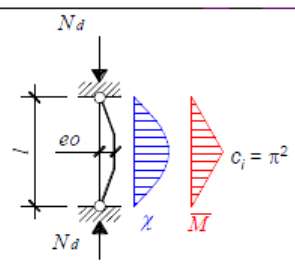
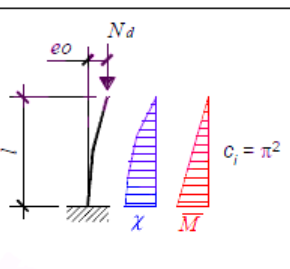
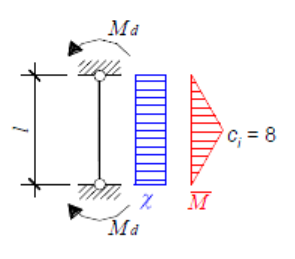
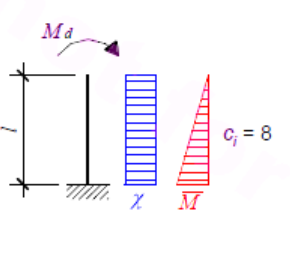
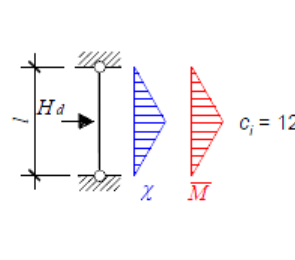
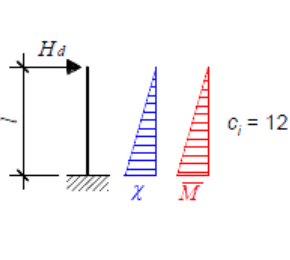
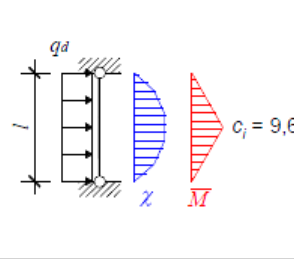
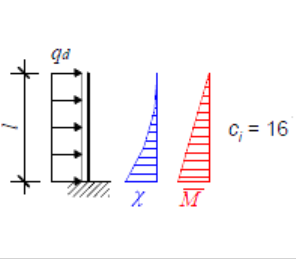
A Eq. (99) representa a interpolação entre os pontos A (onde a curvatura é nula, com $\kappa_d = 0$) e o ponto B (onde as armaduras escoam em ambas as faces do pilar, com $\kappa_d = \varepsilon_{yd}/0,45d$).

O Nível III de aproximação do *fib* Model Code 2010 (FIB, 2013) apresenta a opção de se avaliar de forma mais precisa o fator de integração c da Eq. (94). Vários fatores de integração c_i para cada ação podem ser levados em consideração de acordo com a expressão:

$$c = \pi^2 \cdot \frac{N}{N_{cr}} + \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{c_i}} \cdot \left(1 - \frac{N}{N_{cr}} \right) \quad (100)$$

Os fatores de integração c_i são apresentados na Figura 53.

Figura 53 – Fatores de integração c_i em função do tipo de carregamento e condições de apoio (FIB, 2013)

	Double-hinged column	Free cantilever column
Significant second order effects	 <p>$c_i = \pi^2$</p>	 <p>$c_i = \pi^2$</p>
Moment at column ends	 <p>$c_i = 8$</p>	 <p>$c_i = 8$</p>
Horizontal point loading	 <p>$c_i = 12$</p>	 <p>$c_i = 12$</p>
Horizontal distributed loading	 <p>$c_i = 9.6$</p>	 <p>$c_i = 16$</p>

O Nível IV de aproximação do *fib* Model Code 2010 (FIB, 2013) corresponde a calcular os efeitos de segunda ordem de maneira refinada por meio de análise não linear considerando o comportamento não linear do concreto sob compressão, considerando também fissuração, fluência e retração, escoamento das armaduras e outros efeitos não lineares sujeitos a variações ao longo do tempo e conforme o estado de sollicitação.

4.3.1.4. EN 1992-1-1:2004

A EN 1992-1-1:2004 (CEN, 2004) define o momento total como:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \quad (101)$$

onde:

M_{0Ed} é o momento de primeira ordem, incluindo imperfeições;

M_2 é o momento de segunda ordem.

Para pilares sem carregamento transversal e com momento de primeira ordem variando linearmente ao longo do comprimento (Figura 41), é possível adotar um momento de primeira ordem uniforme equivalente conforme a Eq. (33) apresentada anteriormente.

O momento de segunda ordem é definido como (CEN, 2004):

$$M_2 = N_{Ed} \cdot e_2 = N_{Ed} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\ell_0^2}{c} \quad (102)$$

A expressão do EN 1992-1-1:2004 corresponde ao Nível I de aproximação do *fib* Model Code 2010 (FIB, 2013). Considera também com uma simplificação do Nível II de aproximação, onde a distância entre as armaduras corresponde a 0,9d.

A EN 1992-1-1:2004 permite considerar $c = 10$ ($\approx \pi^2$) para pilares com seção transversal constante. Para um diagrama de momento de primeira ordem constante, um valor mais baixo deve ser considerado (sendo 8 o valor limite inferior, correspondente ao momento total constante). A EN 1992-1-1:2004 enfatiza que o fator c da Eq. (102) é diferente do fator c_0 da Eq. (32). Isso porque o fator c depende da distribuição de curvaturas totais, enquanto c_0 depende da distribuição de curvaturas devidas ao momento de primeira ordem apenas (CEN, 2004). A recomendação da FIP (FIB, 1999), por sua vez, recomenda adotar $c = 8$ para diagrama de momento de primeira ordem constante, sem qualquer ressalva.

A distribuição de curvaturas totais de um pilar submetido a diagrama de momento de primeira ordem constante resulta da contribuição do diagrama uniforme (parcela I da Figura 40) somada à contribuição do diagrama senoidal (parcela III da Figura 40). Por isso, o valor de c da Eq. (102) possui algum valor entre 8 e 10, conforme ilustrado na Figura 43. Isso permite concluir que é sempre a favor da segurança utilizar $c = 8$ na Eq. (102) para pilares submetidos a diagramas de momento de primeira ordem constantes. Por outro lado, dependendo do quão conservadoras sejam as estimativas de curvatura de cada norma, a consideração de $c = 8$ na Eq. (102) pode resultar excessivamente a favor da segurança. Essa possibilidade é investigada com mais detalhes no Capítulo 5.

Para pilares com seção transversal simétrica (incluindo a distribuição de armaduras), a EN 1992-1-1:2004 apresenta a seguinte expressão para estimativa da curvatura:

$$\frac{1}{r} = K_r \cdot K_\phi \cdot \frac{1}{r_0} \quad (103)$$

K_r é um fator de correção que leva em consideração a redução da curvatura em função do aumento da força axial:

$$K_r = \frac{(n_u - n)}{(n_u - n_{bal})} \leq 1 \quad (104)$$

Os fatores n_u , n e n_{bal} possuem as mesmas definições do *fib* Model Code 2010 (FIB, 2013), conforme Eq. (99).

O fator K_ϕ da Eq. (103) é um fator que leva em consideração a fluência.

A curvatura básica $1/r_0$ é definida por:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45 \cdot d} \quad (105)$$

É importante esclarecer que d é definido como a altura útil da seção transversal na EN 1992-1-1:2004, sendo igual à altura útil da ABNT NBR 6118:2014. Por outro lado, d das Equações (98) e (99) do *fib* Model Code 2010 (FIB, 2013) é a altura total da seção transversal, conforme a Figura 51.

Ao se adotar $K_\phi=1$ (ou seja, sem contribuição da fluência), a Eq. (103) assume forma idêntica ao fator κ_d do *fib* Model Code 2010 (FIB, 2013), apresentado na Eq. (99). Permanecem válidas as observações feitas anteriormente.

4.3.1.5. ABNT NBR 6118:2014

A norma ABNT NBR 6118:2014 (ABNT, 2014) apresenta a seguinte expressão para o cálculo do momento total de pilares com seção transversal constante e armadura simétrica pelo modelo da curvatura aproximada:

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \quad (106)$$

Assim como previsto pela EN 1992-1-1:2004 (CEN, 2004), admite-se considerar um momento de primeira ordem uniforme equivalente, definido pela primeira parcela da Eq. (106). A parcela correspondente ao momento de segunda ordem é idêntica à EN 1992-1-1:2004 com $c=10$ (Eq. (102)).

A curvatura na seção crítica é estimada pela expressão aproximada:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (107)$$

Onde v é a força normal adimensional já definida na Eq. (40).

A expressão da ABNT NBR 6118:2014 é uma simplificação do EN 1992-1-1:2004, conforme se apresenta a seguir.

Da Eq. (97) tem-se:

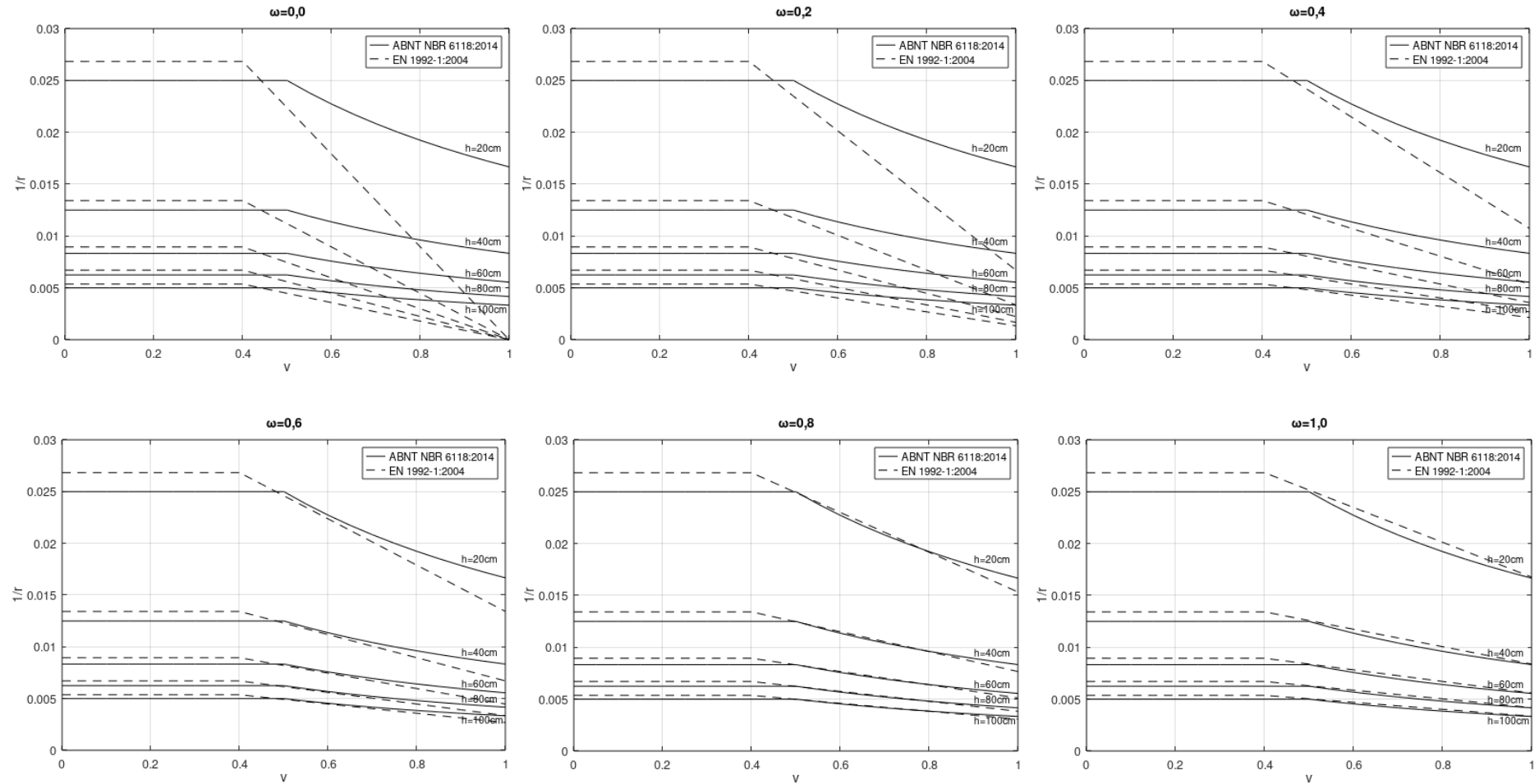
$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{(f_{yk}/\gamma_s)}{E_s} = \frac{(500/1,15)}{210.000} = 0,00207 \quad (108)$$

Utilizando a expressão da EN 1992-1-1:2004 para estimativa da curvatura e considerando $d = 0,9h$:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45 \cdot d} = \frac{0,00207}{0,45 \cdot 0,9 \cdot h} \cong \frac{0,005}{h} \quad (109)$$

A Figura 54 apresenta a comparação entre as curvaturas $1/r$ calculadas segundo a ABNT NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1:2004, para valores usuais de ω e h . É possível observar que a expressão da EN 1992-1-1:2004 resulta em curvaturas maiores que a ABNT NBR 6118:2014 para v inferior a 0,5 e qualquer valor de ω . A diferença entre as expressões é maior para menores valores de h . A expressão da EN 1992-1-1:2004 resulta em curvaturas menores que a ABNT NBR 6118:2014 para $v > 0,5$ e $\omega \leq 0,6$. Os resultados são praticamente coincidentes para $v > 0,5$ e $\omega \geq 0,8$.

Figura 54 - Curvaturas $1/r$ em função de v , ω e h segundo a ABNT NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1:2004



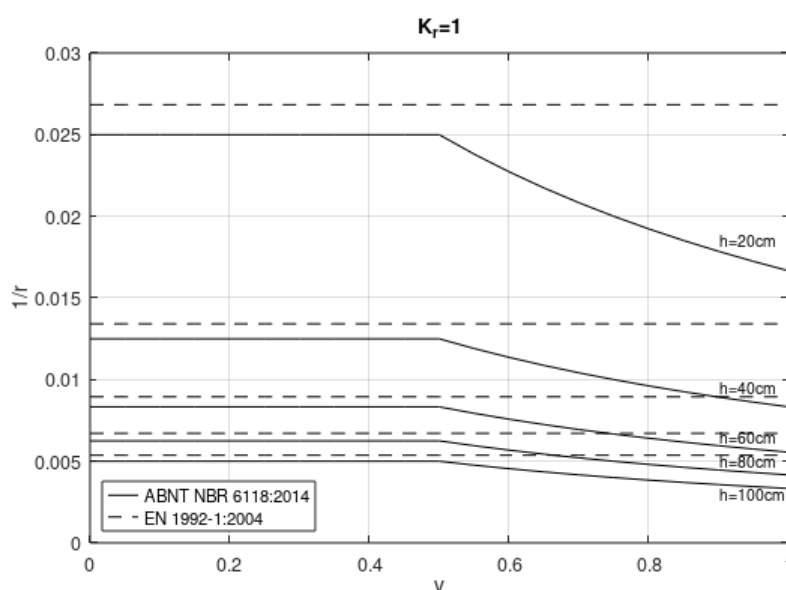
4.3.1.6. EN 1992-1-1:2004 – versão simplificada com $K_r=1$

A expressão da ABNT NBR 6118:2014 depende de v e h (Eq. (106)), enquanto a expressão completa da EN 1992-1-1:2004 depende de h , v e ω (Eq. (103)). É possível eliminar a dependência de v e ω (correspondente à influência da força axial e das armaduras) na formulação da EN 1992-1-1:2004 assumindo $K_r = 1$, ou seja, com a mesma simplificação do fator K_2 do CEB-FIP Model Code 1990 (CEB, 1993). A EN 1992-1-1:2004 não apresenta explicitamente essa simplificação, mas apenas limita o resultado de K_r ao valor máximo de 1,0.

A Figura 55 apresenta a comparação entre as curvaturas $1/r$ calculadas segundo a ABNT NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1:2004 com a simplificação de $K_r = 1$. A versão simplificada da expressão da EN 1992-1-1:2004 resulta em curvaturas maiores que a expressão original para $v > 0,4$ e conduz, portanto, a maiores momentos de segunda ordem. Essa constatação é coerente com o CEB-FIP Model Code 1990 (CEB, 1993), que afirma que a consideração de $K_2 = 1$ é sempre a favor da segurança. Além disso, a versão simplificada da expressão EN 1992-1-1:2004 resulta em curvaturas maiores que a expressão da ABNT NBR 6118:2014 em todos os casos.

Do ponto de vista físico, o aumento da tensão axial aumenta a rigidez EI do pilar, o que reduz a curvatura total. Portanto, a simplificação da expressão da EN 1992-1-1:2004 com $K_r = 1$ pode levar a resultados excessivamente a favor da segurança, sobretudo para $v \geq 0,5$. Os efeitos da simplificação de $K_r = 1$ são investigados com mais detalhes no Capítulo 5.

Figura 55 - Curvaturas $1/r$ em função de v e h - ABNT NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1:2004 ($K_r=1$)



4.3.2. Modelos de rigidez aproximada

4.3.2.1. EN 1992-1-1:2004

A norma EN 1992-1-1:2004 apresenta o seguinte modelo para o cálculo da rigidez aproximada de elementos esbeltos comprimidos com seção transversal qualquer (CEN, 2004), para uso em conjunto com a Eq. (30):

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s \quad (110)$$

onde:

E_{cd} é valor de projeto do módulo de elasticidade do concreto;

E_s é valor de projeto do módulo de elasticidade do aço;

I_c é o momento de inércia da seção transversal de concreto;

I_s é o momento de inércia das barras de aço em relação ao centroide da seção transversal de concreto;

K_c é o fator que considera os efeitos da fissuração, fluência do concreto etc.;

K_s é o fator que considera a contribuição das armaduras.

Para elementos com $\rho \geq 0,002$:

$$\begin{aligned} K_s &= 1 \\ K_c &= k_1 \cdot k_2 / (1 + \phi_{ef}) \end{aligned} \quad (111)$$

onde:

ρ é a taxa geométrica de aço (A_s/A_c);

A_s é o somatório da área da seção transversal das barras de aço;

A_c é a área da seção transversal de concreto;

ϕ_{ef} é o coeficiente de fluência;

k_1 é um fator que depende da resistência do concreto:

$$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20} \text{ (MPa)} \quad (112)$$

k_2 é um fator que depende da força axial e índice de esbeltez do elemento:

$$k_2 = n \cdot \frac{\lambda}{170} \leq 0,20 \quad (113)$$

onde:

n é a força normal adimensional, com a mesma definição de v da Eq. (40);

λ é o índice de esbeltez.

Se o índice de esbeltez λ não for definido, k_2 pode ser calculado por (CEN, 2004):

$$k_2 = n.0,30 \leq 0,20 \quad (114)$$

A simplificação acima corresponde a adotar $\lambda = 51$.

Como uma alternativa, desde que $\rho \geq 0,01$, a EN 1992-1-1:2004 propõe a seguinte simplificação:

$$\begin{aligned} K_s &= 0 \\ K_c &= 0,30 / (1 + 0,5 \cdot \phi_{ef}) \end{aligned} \quad (115)$$

O módulo de elasticidade do concreto é calculado pelas expressões:

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} \quad (116)$$

$$E_{cm} = 22 \cdot [(f_{cm} / 10)]^{0,3} \text{ (MPa)} \quad (117)$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ (MPa)} \quad (118)$$

Para as avaliações deste trabalho, adotou-se $f_{cm} = f_c$, onde f_c é a resistência do concreto reportada em cada ensaio. Adotou-se ainda $\gamma_{cE} = 1,0$, sendo que a EN 1992-1-1:2004 sugere $\gamma_{cE} = 1,2$ em situação de projeto.

Adotou-se o valor do módulo de elasticidade do aço (E_s) reportado em cada ensaio e, quando não reportado, o valor de 200 GPa recomendado pela EN 1992-1-1:2004.

4.3.2.2. ABNT NBR 6118:2014

Segundo a norma ABNT NBR 6118:2014 (ABNT, 2014), o modelo pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$ com seção transversal retangular constante e armadura simétrica e constante ao longo do seu eixo.

A rigidez adimensional κ é calculada pela expressão aproximada (ABNT, 2014):

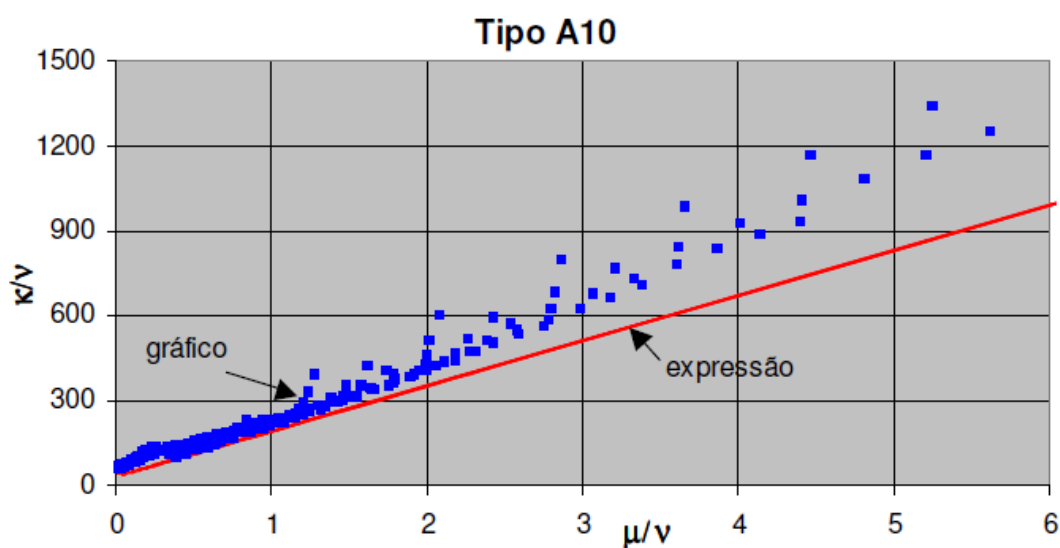
$$\kappa_{approx} = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{hN_d} \right) \nu \quad (119)$$

A Eq. (119) é utilizada em conjunto com a Eq. (37) (pilar-padrão). A força axial adimensional ν é definida pela Eq. (40). A rigidez adimensional κ é definida pela Eq. (39).

Em um processo de dimensionamento, a ABNT NBR 6118:2014 orienta adotar $M_{Rd,tot} = M_{Sd,tot}$. Em um processo de verificação, onde a armadura é conhecida, $M_{Rd,tot}$ é o momento resistente calculado com essa armadura e com $N_d = N_{Sd} = N_{Rd}$ (ABNT, 2014).

Oliveira (2004) comparou a rigidez adimensional κ obtida de diagramas momento-curvatura com a obtida pela expressão aproximada (Eq. (119)). Um exemplo é mostrado na Figura 56, para um pilar retangular com armaduras em duas camadas em faces opostas do pilar e $d'/h = 0,10$. É possível observar que a expressão aproximada subestima a rigidez, a favor da segurança.

Figura 56 – Comparação entre a rigidez adimensional κ obtida de diagramas momento-curvatura (em azul) e calculada pela expressão aproximada (em vermelho) (OLIVEIRA, 2004)

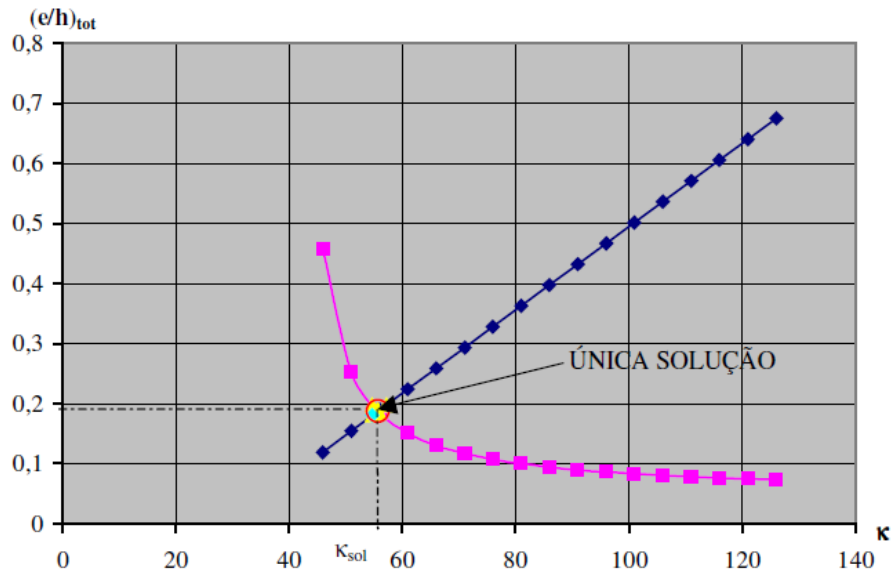


Oliveira (2004) demonstra graficamente que o valor de κ que satisfaz simultaneamente a Eq. (37) e a Eq. (119) é único. Para exemplificar, é necessário isolar κ da Eq. (37):

$$\kappa = \frac{M_{Sd,tot} \cdot \lambda^2 \cdot v}{120 \cdot (M_{Sd,tot} - \alpha_b \cdot M_{1d,A})} \quad (120)$$

A Figura 57 ilustra a solução gráfica do modelo do pilar-padrão com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014, com base nas Equações (119) e (120).

Figura 57 – Solução gráfica do modelo do pilar-padrão com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014 (OLIVEIRA, 2004)



A solução analítica de κ é dada pelas seguintes equações (ABNT, 2014):

$$A.M_{Sd,tot}^2 + B.M_{Sd,tot} + C = 0, \text{ onde } \begin{cases} A = 5.h \\ B = h^2 N_d - \frac{N_d \cdot \ell_e^2}{320} - 5.h \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \\ C = -N_d \cdot h^2 \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \end{cases} \quad (121)$$

$$M_{Sd,tot} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4.A.C}}{2.A} \quad (122)$$

Ao se considerar a influência do fator β , como mostrado na Eq. (42), o termo C da Eq. (121) assume a forma:

$$C = -N_d \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \cdot \left(h^2 + \frac{(\beta - 1) \cdot \ell_e^2}{320} \right) \quad (123)$$

Por fim, para facilitar a comparação da ABNT NBR 6118:2014 com outras referências, é possível definir a rigidez EI aproximada a partir das Equações (39) e (119):

$$EI_{aprox} = (32.N_d + 160e_{tot}/h)h^2 \quad (124)$$

É importante lembrar que a Eq. (124) é válida, segundo a ABNT NBR 6118:2014, para pilares com $\lambda \leq 90$ com seção transversal retangular constante e armadura simétrica e constante ao longo do seu eixo.

4.3.2.3. ACI 318M-19

A norma ACI 318M-19 apresenta três possibilidades para estimativa da rigidez EI de pilares:

$$(a) (EI)_{eff} = \frac{0,4 \cdot E_c I_c}{1 + \beta_{dns}} \quad (125)$$

$$(b) (EI)_{eff} = \frac{(0,2 \cdot E_c I_c + E_s I_s)}{1 + \beta_{dns}} \quad (126)$$

$$(c) (EI)_{eff} = \frac{E_c I}{1 + \beta_{dns}} \quad (127)$$

onde:

E_c é valor de projeto do módulo de elasticidade do concreto;

E_s é valor de projeto do módulo de elasticidade do aço;

I_c é o momento de inércia da seção transversal de concreto;

I_s é o momento de inércia das barras de aço em relação ao centroide da seção transversal de concreto;

β_{dns} é a relação entre a máxima força axial permanente e a máxima força axial associada à combinação de carregamentos.

Os numeradores das três expressões representam a rigidez para carregamento de curta duração. A divisão por $(1 + \beta_{dns})$ visa levar em consideração os efeitos do carregamento de longa duração (ACI, 2019).

A norma ACI 318M-19 esclarece que a expressão (b) foi deduzida para pequenas excentricidades e força axial com elevada intensidade. A expressão (a) é uma aproximação da expressão (b), sendo por isso menos precisa. A expressão (c) apresenta maior precisão que (a) e (b), com I dado por (ACI, 2019):

$$0,35 \cdot I_g \leq \left(0,80 + 25 \cdot \frac{A_{st}}{A_g} \right) \left(1 - \frac{M_u}{P_u \cdot h} - 0,5 \cdot \frac{P_u}{P_o} \right) \leq 0,875 \cdot I_g \quad (128)$$

onde:

I_g é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

A_{st} é o somatório da área da seção transversal das barras de aço (armadura passiva);

A_g é a área da seção transversal de concreto;

h é a altura da seção transversal;

M_u é o valor de cálculo do momento fletor;

P_u é o valor de cálculo da força axial;

P_o é o valor de cálculo da força axial resistente da seção transversal sob compressão centrada:

$$P_o = 0,85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + f_y \cdot A_{st} \quad (129)$$

Para comparações com resultados de experimentais sob carregamento de curta duração, o denominador $(1 + \beta_{dns})$ das expressões de $(EI)_{eff}$ foi adotado com valor igual a 1,0 e o fator 0,85 da Eq. (129) foi igualmente adotado com valor unitário.

4.3.2.4. Propostas alternativas para estimativa da rigidez EI

4.3.2.4.1. Mirza (1990)

Mirza (1990) avaliou a influência de diversas variáveis na rigidez de pilares de concreto armado, visando propor novas expressões para o cálculo da rigidez EI aproximada, mais precisas que as da norma ACI 318-89. Os estudos se basearam em análises de regressão linear, identificando as variáveis independentes e calculando combinações entre elas que resultassem no mínimo erro e no máximo coeficiente de correlação. Por fim, Mirza (1990) comparou os resultados da expressão aproximada com a rigidez obtida de diagramas momento-curvatura de aproximadamente 9500 pilares (teóricos), definidos em função de faixas de variação dos principais parâmetros observados em pilares convencionais (resistência do concreto, resistência do aço, comprimento do lance, excentricidade da força axial e taxa de armadura longitudinal).

A expressão proposta por Mirza (1990) é:

$$EI = \frac{\alpha \cdot E_c \cdot I_g + E_s \cdot I_{se}}{(1 + \beta_d)} \quad (130)$$

O parâmetro α é definido por duas expressões:

$$\alpha = [0,27 + 0,003 \cdot (\ell/h) - 0,3(e/h)] \geq 0 \quad (131)$$

$$\alpha = [0,30 - 0,3 \cdot (e/h)] \geq 0 \quad (132)$$

onde:

E_c é o módulo de elasticidade do concreto;

I_g é o momento de inércia da seção transversal bruta de concreto;

E_s é o módulo de elasticidade do aço;

I_{se} é o momento de inércia das barras de aço na seção transversal;

ℓ é o comprimento efetivo do pilar;

h é a altura da seção transversal;

e é a excentricidade do da força axial.

A Eq. (132) é uma simplificação da Eq. (131). As duas expressões apresentam o mesmo resultado para $\ell/h = 10$. Mirza (1990) não manifesta preferência ou restrições entre as expressões, informando apenas que ambas apresentaram COV aproximadamente 50% inferior que a expressão da norma ACI 318-89.

A validação foi feita para pilares com seção transversal retangular, submetidos a curvatura simples e carregamento de curta duração. A expressão aproximada está sujeita ainda aos limites de $f_c' \leq 41,4$ MPa, $\rho \geq 0,01$, $\ell/h \leq 30$ e $e/h \geq 0,1$.

4.3.2.4.2. Westerberg (2002b)

Em estudos relacionados à calibração dos modelos simplificados apresentados no *FIP Recommendations* 1996 (FIB, 1999), Westerberg (2002b) propôs a seguinte expressão para o cálculo da rigidez EI aproximada de pilares de concreto armado:

$$EI = \alpha_\varphi \cdot \alpha_e \cdot E_c \cdot I_c + E_s \cdot I_s \quad (133)$$

onde:

E_c é o módulo de elasticidade do concreto;

I_c é o momento de inércia da seção transversal bruta de concreto;

E_s é o módulo de elasticidade do aço;

I_s é o momento de inércia das barras de aço na seção transversal.

O fator α_φ leva em conta a fluência do concreto, o índice de esbeltez e a taxa mecânica da armadura longitudinal, sendo definido por:

$$\alpha_\varphi = 1 - 0,8 \cdot \varphi_{eff} \cdot \left(1 - \frac{\lambda_m}{200} \right) \cdot \omega^{0,25} \quad (134)$$

onde:

φ_{eff} é o coeficiente de fluência;

λ_m é o índice de esbeltez;

ω é a taxa mecânica da armadura longitudinal na seção transversal.

O fator α_e leva em conta a intensidade da força normal, a resistência do concreto, o índice de esbeltez e a taxa mecânica da armadura longitudinal, sendo definido por:

$$\alpha_e = 0,08 \cdot \nu \cdot f_c^{0,6} \cdot e^{\frac{\lambda_m - 2,0}{100}} \leq (1 + \omega) - \nu \quad (135)$$

onde:

ν é a força normal adimensional;

f_c é a resistência do concreto;

ν é a força normal adimensional.

Westerberg (2002b) informa que os resultados utilizando a Eq. (133) apresentaram boa concordância quando comparados aos resultados do método geral.

4.3.2.4.3. Bonet *et al.* (2004)

Os autores propuseram a seguinte expressão para estimativa da rigidez de pilares de concreto armado submetidos à FNC com carregamento de curta duração:

$$EI = \alpha \cdot \frac{E_c}{1 + \varphi_{eff}} \cdot I_{ce} + \frac{E_s}{1 + \eta} \cdot I_{se} \quad (136)$$

onde:

α é o fator de rigidez efetiva;

I_{ce} é o momento de inércia da seção transversal bruta de concreto;

E_s é o módulo de elasticidade do aço;

I_{se} é o momento de inércia das barras de aço na seção transversal.

O módulo de elasticidade do concreto é definido por:

$$E_c = 8500 \cdot \sqrt[3]{f_{cm}} \quad (137)$$

Onde f_{cm} é a resistência média do concreto em MPa.

Bonet *et al.* (2004) ajustaram o fator de rigidez efetiva α da Eq. (136) utilizando regressão linear com base em resultados numéricos obtidos pelo método geral (com elementos finitos). A Figura 58 apresenta a variação de α_{NS} (obtido de simulações numéricas utilizando o

método geral) em função da excentricidade inicial relativa e_0/h , para alguns valores de esbeltez geométrica $\lambda_g = \ell/h$.

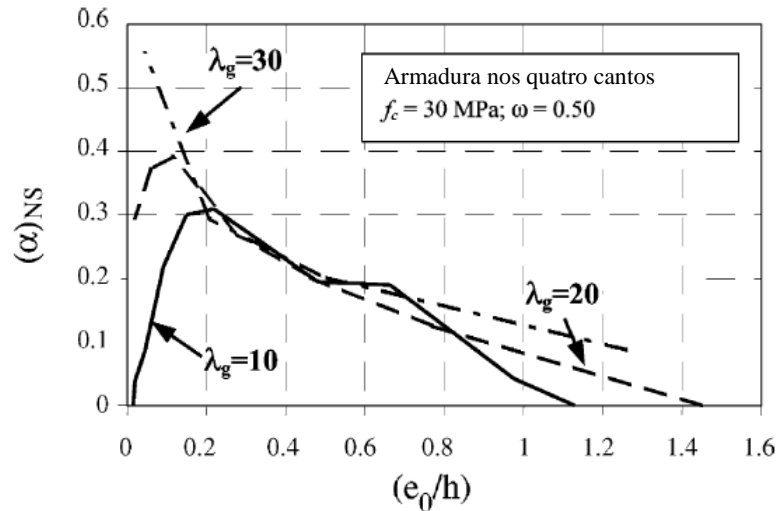


Figura 58 – Coeficiente α em função da excentricidade inicial relativa e_0/h (BONET *et al.*, 2004)

As curvas da Figura 58 mostram que α independe de λ_g para $e_0/h = 0,2$. Para $e_0/h < 0,2$, o fator α é fortemente dependente de λ_g e pode ser aproximado por retas cuja inclinação depende de λ_g . Para $e_0/h > 0,2$, o fator α pode ser aproximado por uma única reta para qualquer valor de λ_g . A partir dessas observações, Bonet *et al.* (2004) propuseram as seguintes expressões:

$$\alpha = \left(-0,14 \cdot \frac{\ell}{h} + 2,5 - 0,35 \cdot \varphi_{eff} \right) \cdot (e/h - 0,2) + \alpha_p \geq 0,1 \quad \text{para } e/h < 0,2$$

$$\alpha = \alpha_p \cdot (1,2 - e/h) \geq 0,1 \quad \text{para } e/h \geq 0,2$$
(138)

onde:

ℓ é o comprimento efetivo do pilar;

h é a altura da seção transversal;

φ_{eff} é o coeficiente de fluência;

e é a excentricidade da força axial.

O fator α_p corresponde ao ponto $e/h = 0,2$ e foi denominado pelos autores como “fator pivô da rigidez efetiva”, sendo definido por:

$$\alpha_p = \left(\frac{f_c}{200} + 0,12 \right)$$
(139)

onde: f_c é a resistência do concreto em MPa.

Por fim, η é o fator de redução da rigidez das armaduras em função do carregamento de longa duração:

$$\eta = 1,9 \cdot \varphi_{eff} \cdot \exp\left(-0,1 \cdot \frac{\ell}{h}\right) \quad (140)$$

Bonet *et al.* (2004) validaram a proposta de rigidez EI comparando-a com os resultados de 371 ensaios de pilares com seção transversal retangular, submetidos à FNC ou FCO, sob carregamento de curta ou longa duração, feitos com concretos de resistência normal e alta resistência. O parâmetro de comparação utilizado foi:

$$\xi = \frac{R_s}{R_t} \quad (141)$$

onde:

R_s é o módulo do vetor das forças resistentes calculadas;

R_t é o módulo do vetor das forças obtidas no experimento.

O módulo do vetor das forças é definido por:

$$R = \sqrt{N_d^2 + \left(\frac{M_{dx}}{h}\right)^2 + \left(\frac{M_{dy}}{b}\right)^2} \quad (142)$$

As componentes do vetor das forças se baseia no diagrama de interação mostrado na Figura 59.

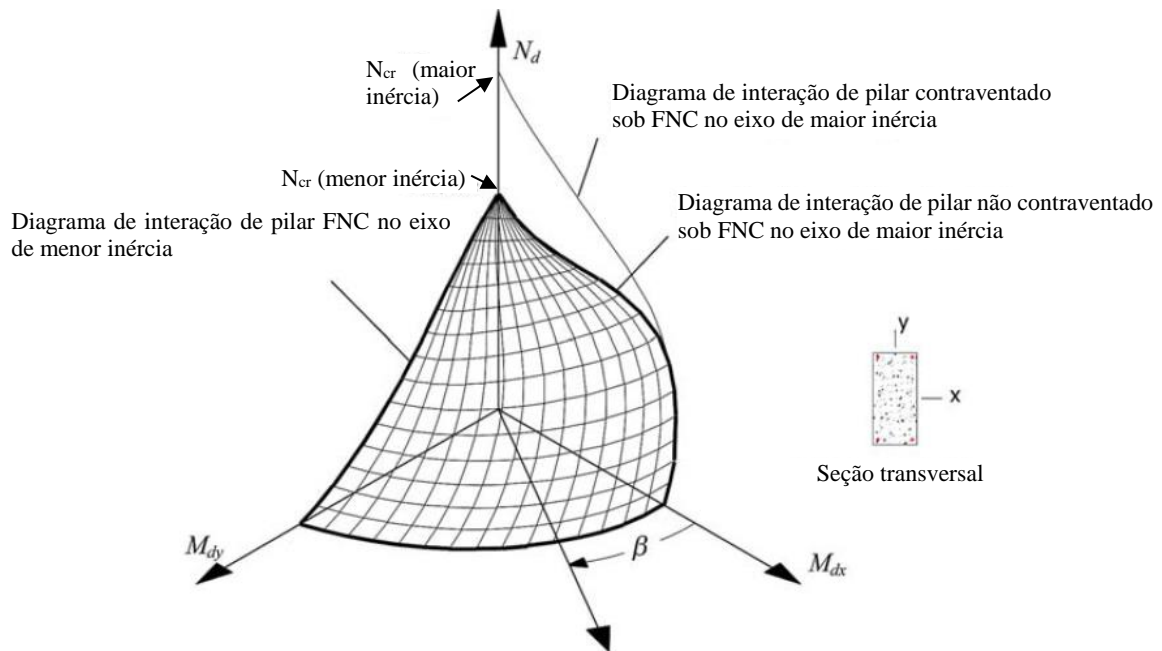


Figura 59 – Diagrama de interação tridimensional de um pilar sob FCO (BONET *et al.*, 2004)

O estudo comparativo dos autores mostrou também melhor desempenho da expressão proposta do que as expressões das normas ACI 318-02 e EN 1992-1-1:2004.

4.3.2.4.4. Khuntia e Ghosh (2004)

A partir de análises paramétricas dos principais fatores que afetam a rigidez de vigas e pilares, os autores propuseram a seguinte expressão para o cálculo da rigidez EI aproximada de pilares de concreto armado:

$$EI_e = E_c I_g \cdot (0,80 + 25 \cdot \rho_g) \left(1 - \frac{e}{h} - 0,5 \cdot \frac{P_u}{P_o} \right) \quad (143)$$

$$EI_{viga} \leq EI_e \leq E_c I_g$$

onde:

E_c é o módulo de elasticidade do concreto conforme a ACI 318-02;

I_g é o momento de inércia da seção transversal bruta de concreto;

ρ_g é a taxa geométrica da armadura longitudinal;

e é a excentricidade da força axial;

h é a altura da seção transversal;

P_u é a força normal atuante no pilar;

P_o é a força normal resistente para carregamento centrado.

Para o cálculo de pilares cuja combinação de forças atuantes (N,M) estejam próximas dos limites do diagrama de interação, os autores identificaram que a seguinte aproximação seria razoável:

$$\frac{P_u}{P_o} + \frac{e}{h} = 0,7 \quad (144)$$

Assim, a Eq. (143) pode ser simplificada para:

$$EI_e = E_c I_g \cdot (0,80 + 25 \cdot \rho_g) \left(0,30 + 0,5 \cdot \frac{P_u}{P_o} \right) \quad (145)$$

$$EI_{min} \leq EI_e \leq E_c I_{max}$$

A força normal resistente para carregamento centrado é:

$$P_o = 0,85 \cdot f_c' \cdot (A_g - A_{st}) + f_y \cdot A_{st} \quad (146)$$

onde:

f_c' é a resistência do concreto;

A_g é a área total da seção transversal;

A_{st} é a área da seção transversal da armadura longitudinal;

f_y é a resistência do aço.

Para comparações com resultados experimentais de pilares submetidos a carregamento de curta duração, o fator 0,85 da Eq. (146) deve ser alterado para 1,00.

Os momentos de inércia limites (mínimo e máximo) da Eq. (145) são os definidos pela norma ACI 318M-19, para pilares de concreto armado:

$$I_{min} = 0,35.I_g \quad (147)$$

$$I_{max} = 0,875.I_g \quad (148)$$

4.3.2.4.5. Tikka e Mirza (2005)

Baseado em estudos prévios, os autores identificaram que as expressões para o cálculo da rigidez EI aproximada de pilares de concreto armado da norma ACI 318-02 apresentavam grande variabilidade, podendo ainda levar a resultados contra a segurança para pilares com grande excentricidade da força axial. Uma expressão alternativa foi proposta, a partir de regressão linear com base em resultados teóricos de 11.000 pilares calculados pelo método geral com diversas configurações de armaduras, resistências do concreto, cobrimentos, índices de esbelte e excentricidades iniciais da força axial. A expressão proposta é definida por:

$$EI = \frac{\alpha_c \cdot E_c \cdot I_g}{(1 + \beta_d)} + 0,8 \cdot E_s \cdot I_{rs} \quad (149)$$

$$\alpha_c = \left[0,47 - 3,5 \cdot \frac{e}{h} \cdot \left(\frac{1}{1 + \beta \cdot e/h} \right) + 0,003 \cdot \frac{\ell}{h} \right] \geq 0$$

onde:

E_c é o módulo de elasticidade do concreto;

I_g é o momento de inércia da seção transversal bruta de concreto;

E_s é o módulo de elasticidade do aço;

I_{rs} é o momento de inércia das barras de aço na seção transversal;

β_d é o coeficiente de fluência;

e é a excentricidade do da força axial;

h é a altura da seção transversal;

ℓ é o comprimento efetivo do pilar.

O fator β deve ser adotado $\beta = 7,0$ para $\rho \leq 2\%$ e $\beta = 8,0$ para $\rho > 2\%$. A relação e/h deve ser adotada com valor mínimo de $e/h = 0,1$.

O módulo de elasticidade do concreto é definido por:

$$E_c = 4700 \cdot \sqrt{f_c'} \quad (150)$$

Onde f_c' é a resistência do concreto em MPa.

Segundo os autores, a Eq. (149) está sujeita às seguintes limitações: $e/h \geq 0,1$, $\ell/h \leq 30$, $\rho \geq 1\%$ e $f_c' \leq 55$ MPa.

4.3.2.4.6. Tikka e Mirza (2008)

De forma análoga às análises feitas em relação à norma ACI 318-02 (item 4.3.2.4.5), os autores analisaram e propuseram uma expressão alternativa para o cálculo da rigidez EI aproximada de pilares de concreto armado à da norma canadense CSA A23.3. Nesse estudo foram incluídos também pilares mistos (concreto armado com perfil metálico embutido). Foram propostas duas expressões alternativas, a partir de regressão linear com base em resultados teóricos de 27.000 pilares calculados pelo método geral com diversas configurações de armaduras, resistências do concreto, cobrimentos, índices de esbeltez, excentricidades iniciais da força axial e modelos de perfis metálicos. A primeira expressão proposta é definida por:

$$EI = \frac{\alpha_c \cdot E_c \cdot (I_g - I_{ss} - I_{rs})}{(1 + \beta_d)} + 0,85 \cdot E_s \cdot (I_{ss} + I_{rs})$$

$$\alpha_c = \left[0,48 - 3,5 \cdot \frac{e}{h} \cdot \left(\frac{1}{1 + \beta \cdot e/h} \right) + 0,002 \cdot \frac{\ell}{h} \right] \geq 0 \quad (151)$$

onde:

E_c é o módulo de elasticidade do concreto;

I_g é o momento de inércia da seção transversal bruta de concreto;

E_s é o módulo de elasticidade do aço;

I_{ss} é o momento de inércia do perfil metálico;

I_{rs} é o momento de inércia das barras de aço na seção transversal;

β_d é o coeficiente de fluência;

e é a excentricidade do da força axial;

h é a altura da seção transversal;

ℓ é o comprimento efetivo do pilar.

Na Eq. (151) o fator β deve ser adotado $\beta = 7,0$ para $\rho \leq 2\%$, $\beta = 8,0$ para $\rho > 2\%$ e $\beta = 9,0$ para pilares mistos. A relação e/h deve ser adotada com valor mínimo de $e/h = 0,1$.

A segunda expressão proposta é definida por:

$$EI = \frac{\alpha_c \cdot E_c \cdot (I_g - I_{ss})}{(1 + \beta_d)} + 0,8 \cdot E_s \cdot (I_{ss} + I_{rs})$$

$$\alpha_c = \left[0,47 - 3,5 \cdot \frac{e}{h} \cdot \left(\frac{1}{1 + \beta \cdot e/h} \right) + 0,003 \cdot \frac{\ell}{h} \right] \geq 0$$
(152)

Na Eq. (152) o fator β deve ser adotado $\beta = 7,0$ para $\rho \leq 2\%$, $\beta = 8,0$ para $\rho > 2\%$ e $\beta = 9,5$ para pilares mistos. A relação e/h deve ser adotada com valor mínimo de $e/h = 0,1$. Na prática a Eq. (152) deriva da Eq. (149), apenas com a introdução de I_{ss} para o caso de pilar misto.

O módulo de elasticidade do concreto é definido por:

$$E_c = 4500 \cdot \sqrt{f'_c}$$
(153)

Segundo os autores, ambas as expressões propostas estão sujeitas às seguintes limitações: $e/h \geq 0,1$, $\ell/h \leq 30$, $\rho_{ss} \geq 4\%$, $\rho_{rs} \geq 1\%$ e $f'_c \leq 55$ MPa.

4.3.3. Método da rigidez secante acoplada a diagramas N-M-1/r da ABNT NBR 6118:2014

Os cálculos da relação momento-curvatura da seção transversal de pilares devem considerar as seguintes hipóteses:

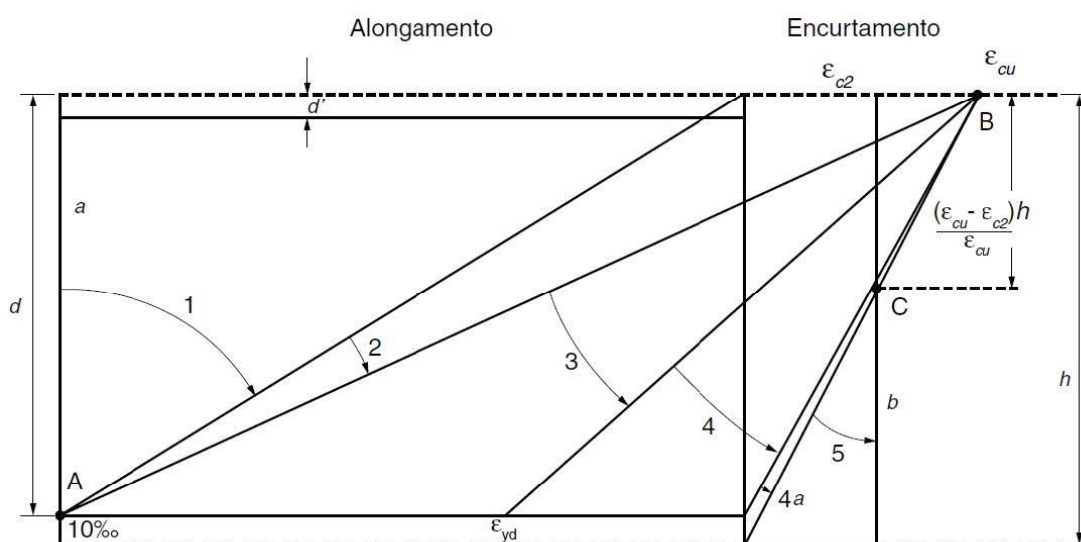
- a) As seções transversais permanecem planas após a deformação (hipótese de Bernoulli);
- b) Há perfeita aderência entre o aço e o concreto, ou seja, a deformação das barras de aço é igual à deformação do concreto adjacente;
- c) As deformações devidas ao esforço cortante são desprezadas;
- d) A relação constitutiva do aço é considerada segundo o diagrama elasto-plástico perfeito (item 4.4.1);
- e) A relação constitutiva do concreto é considerada conforme o diagrama parábola-retângulo (item 4.4.2);
- f) A resistência à tração do concreto é desprezada;

g) O máximo momento do diagrama momento-curvatura respeita os limites dos domínios de deformações no estado-limite último (ELU) de uma seção transversal (Figura 60);

h) Não foram considerados carregamentos de longa duração e efeitos da fluência.

A hipótese da seção transversal permanecer plana após a deformação (hipótese de Bernoulli) já foi comprovada experimentalmente para pilares de concreto armado (IBRAHIM E MACGREGOR, 1996, ADORNO, 2004; DANTAS, 2006).

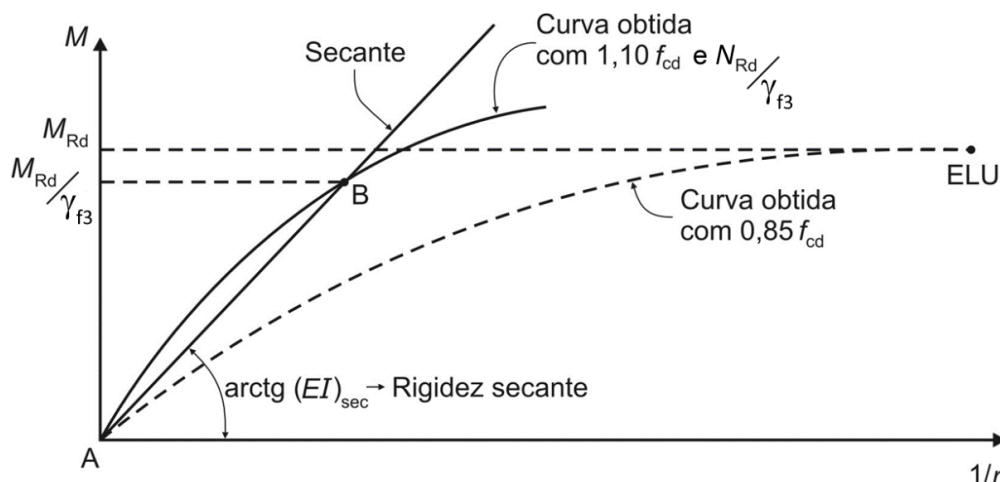
Figura 60 – Domínios do estado-limite último de uma seção transversal da ABNT NBR 6118:2014



Os diagramas momento-curvatura foram calculados utilizando o processo apresentado por França (1984).

A rigidez EI_{sec} (EI_{sec}) é definida na norma ABNT NBR 6118:2014 conforme mostra a Figura 61.

Figura 61 – Definição da rigidez EI secante da ABNT NBR 6118:2014



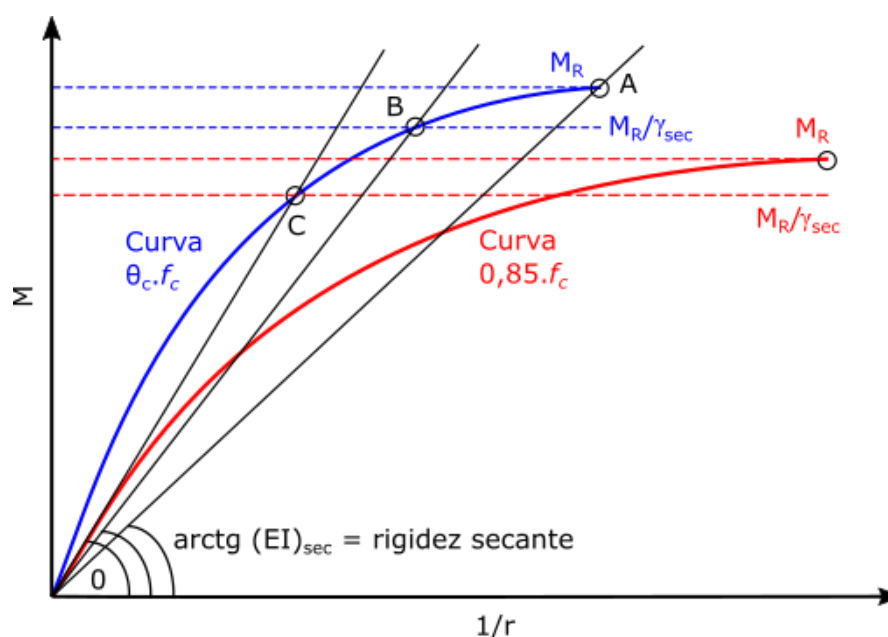
A definição de EI_{sec} da ABNT NBR 6118:2014, por envolver conceitos de segurança, como o coeficiente γ_{f3} , e também conceitos relacionados aos efeitos do carregamento de longa duração (fator 0,85 que multiplica f_{cd}), não se mostra imediatamente adequada para comparação com resultados experimentais. Por isso, outras possibilidades de definição de EI_{sec} foram testadas neste estudo, representadas pelas linhas (Figura 62):

- Linha 0-A: rigidez EI_{sec} definida pelo máximo valor do diagrama momento-curvatura calculado com $\theta_c \cdot f_c$;
- Linha 0-B: rigidez EI_{sec} definida pelo máximo valor do diagrama momento-curvatura calculado com $\theta_c \cdot f_c$ dividido por γ_{sec} ;
- Linha 0-C: rigidez EI_{sec} definida pelo máximo valor do diagrama momento-curvatura calculado com $0,85 \cdot f_c$ dividido por γ_{sec} .

A rigidez EI_{sec} é sempre calculada pela curva azul (calculada com $\theta_c \cdot f_c$) da Figura 62. A curva calculada com $0,85 \cdot f_c$ tem a única função de fornecer mais um possível ponto de corte da curva calculada com $\theta_c \cdot f_c$, semelhante ao critério da ABNT NBR 6118:2014. O fator θ_c que multiplica as tensões do concreto tem a única função de possibilitar o cálculo de diversas rigidezes EI_{sec} para as investigações deste trabalho. M_R é o momento máximo do diagrama momento-curvatura, definido em função das deformações limites do ELU (Figura 60).

Nas linhas 0-B e 0-C adotou-se $\gamma_{sec} = 1,10$. Esse valor é apenas um critério para definição de EI_{sec} e não está relacionado ao fator γ_{f3} .

Figura 62 – Definições da rigidez EI secante



4.3.4. Método geral

Segundo definição da ABNT NBR 6118:2014, o método geral consiste na análise não linear de segunda ordem efetuada com discretização adequada da barra. Deve ser considerada a relação momento-curvatura real aplicada em cada seção, juntamente com a não linearidade geométrica de forma não aproximada.

A EN 1992-1-1:2004 permite a utilização de análise não linear (primeira e segunda ordem) para os estados limites último (ELU) e de serviço (ELS), devendo ser garantidas as condições de equilíbrio e compatibilidade. Devem ser consideradas relações constitutivas não lineares adequadas para os materiais. No ELU, deve ser verificada a capacidade resistente das seções críticas, levando em conta as possíveis incertezas. Para estruturas submetidas majoritariamente a forças estáticas é possível considerar a atuação monotônica das forças, ou seja, ignorando os efeitos das etapas anteriores do carregamento. A norma EN 1992-1-1:2004 faz uma ressalva importante: para análises da segurança das estruturas no ELU é necessário considerar características dos materiais que resultem em estimativas realísticas da rigidez, mas que levem em consideração as incertezas relacionadas à falha. É necessário considerar, também, formatos de segurança válidos para esse fim.

A norma ACI 318M-19 permite utilizar análises inelásticas e também com elementos finitos, apresentando as mesmas exigências da EN 1992-1-1:2004. A norma ACI 318M-19

exige ainda a demonstração de que os resultados da análise inelástica apresentam substancial concordância com resultados experimentais.

O ponto em comum entre as definições das normas é a exigência da verificação das condições de equilíbrio e compatibilidade na configuração deformada. Apenas a norma ACI 318M-19 exige a demonstração de que os resultados teóricos apresentam substancial concordância com os resultados experimentais.

Por fim, é importante ressaltar que o método geral como definido na norma ABNT NBR 6118:2014 é adequado para fins de projeto e permite detectar o ponto de instabilidade do pilar.

4.3.5. Modelo mecânico avançado

Para as investigações realizadas neste trabalho, foi implementado um modelo mecânico avançado derivado do método geral da ABNT NBR 6118:2014. O modelo associa o método das diferenças finitas (apresentado no item 4.2.3) com a leitura das rotações $1/r$ diretamente do diagrama N-M- $1/r$ calculado com as premissas apresentadas no item 4.3.3.

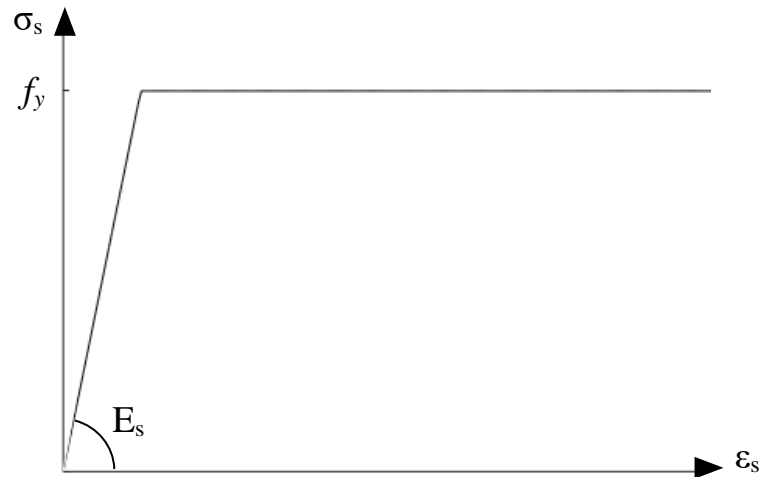
A construção do diagrama N-M- $1/r$ considerou a tensão do concreto f_c reportada em cada ensaio, utilizando o diagrama parábola-retângulo conforme descrito no item 4.4.2 adiante. Foi considerada ainda uma única força normal N, conforme reportada em cada ensaio, para a construção do diagrama N-M- $1/r$ e também para uso no método das diferenças finitas. Não foi realizado estudo com força normal incremental.

4.4. PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS

4.4.1. Propriedades mecânicas do aço

Foi adotado o diagrama tensão-deformação elasto-plástico perfeito para representar a relação constitutiva das barras de aço (Figura 63). Os valores da tensão de escoamento f_y e do módulo de elasticidade E_s foram considerados conforme os resultados dos ensaios. Quando não reportado nos ensaios, adotou-se o valor de 210 GPa para o módulo de elasticidade do aço, conforme a ABNT NBR 6118:2014.

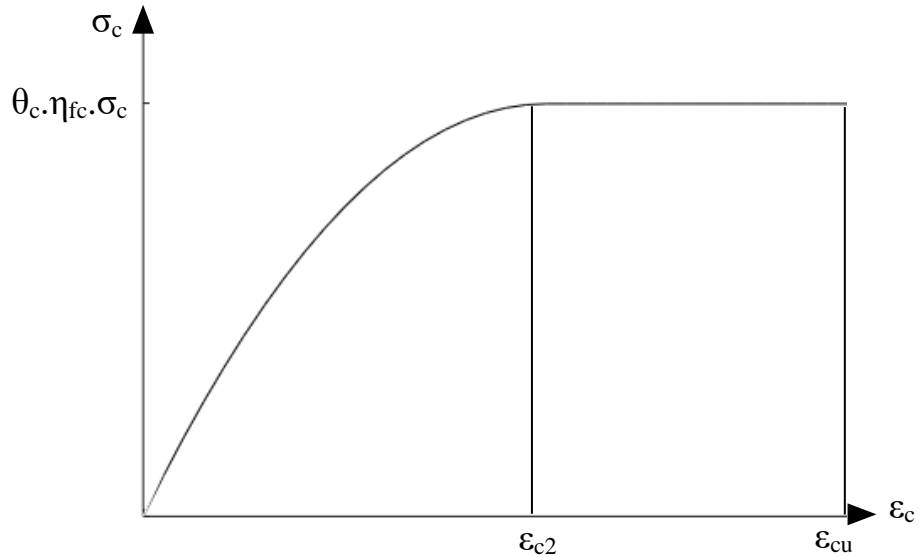
Figura 63 – Diagrama tensão-deformação do aço



4.4.2. Propriedades mecânicas do concreto

Foi utilizado o diagrama parábola-retângulo proposto pela ABNT NBR 6118:2014 para representar o comportamento do concreto comprimido (Figura 64).

Figura 64 – Diagrama tensão-deformação do concreto comprimido



O trecho parabólico do diagrama é definido por:

$$\sigma_c = f_c \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (154)$$

A resistência do concreto (f_c) foi considerada com o valor reportado em cada ensaio.

Os demais parâmetros do diagrama são definidos pela ABNT NBR 6118:2014:

- Para CRN ($f_c \leq 50$ MPa):

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} \quad (155)$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰} \quad (156)$$

$$n = 2 \quad (157)$$

- Para CAR ($f_c > 50$ MPa):

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰}(f_c - 50)^{0,53} \quad (158)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot [(90 - f_c)/100]^4 \quad (159)$$

$$n = 1,4 + 23,4 \cdot [(90 - f_c)/100]^4 \quad (160)$$

O fator θ_c da Figura 64 multiplica as tensões, ajustando o diagrama parábola-retângulo unicamente para a geração de diversos diagramas momento-curvatura visando obter diferentes rigidezes EI_{sec} (item 4.3.3) ou utilizando as curvaturas diretamente (item 5.4.5). O fator θ_c é apenas um fator de ajuste e não está relacionado aos efeitos do carregamento de longa duração.

O fator η_{fc} tem a função de ajustar a tensão do CAR também unicamente para fins de investigações relacionadas à rigidez dos pilares, conforme se explica no item a seguir.

4.4.2.1. Proposta de ajuste do diagrama para CAR

Muttoni, Ruiz e Moccia (2018), a partir da comparação de resultados experimentais de pilares curtos submetidos à compressão centrada e excêntrica com os resultados do modelo teórico da EN 1992-1-1:2004, detectaram que a norma superestima a capacidade resistente de pilares de CAR. Para corrigir esse problema, os autores propuseram:

- Alterar a definição do pivô C, fixando $\varepsilon_{c2} = 2\text{‰}$ para CAR, assim como já feito para CRN;
- Modificar a tensão do diagrama parábola-retângulo para CAR por meio do fator η_{fc} definido no *fib* Model Code 2010 (FIB, 2013) para o cálculo de forças resistentes de cisalhamento, para levar em consideração o comportamento mais frágil de concretos com $f_c > 30$ MPa (*brittleness effect*):

$$\eta_{fc} = \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 1,0 \quad (161)$$

As propostas acima resultaram em melhores valores da relação $N_{\text{teste}}/N_{\text{teórico}}$, com médias mais próximas da unidade e menor coeficiente de variação se comparados aos modelos da norma europeia (MUTTONI, RUIZ e MOCCIA, 2018).

Visando padronizar a resistência que diferencia CRN e CAR ao valor de 50 MPa para todas as expressões anteriores, é necessário alterar a Eq. (161) para:

$$\eta_{fc} = \left(\frac{50}{f_c} \right)^{1/3} \leq 1,0 \quad (162)$$

A norma ABNT NBR 6118:2014 apresenta um modificador das tensões de concretos de classes C50 até C90, válido apenas para o diagrama retangular simplificado:

$$\alpha_c = 0,85 \cdot [1,0 - (f_{ck} - 50)/200] \quad (163)$$

Para comparações com ensaios de curta duração, o termo 0,85 da Eq. (163) deve ser adotado com valor unitário.

Considerando-se as propostas apresentadas anteriormente, é possível definir os seguintes cenários para análise dos efeitos de segunda ordem de pilares esbeltos de CAR:

- Alterar o pivô C para $\varepsilon_{c2} = 2\%$;
- Em conjunto com a alteração do pivô C, modificar as tensões do CAR:
 - Fator adaptado do *fib* Model Code 2010:

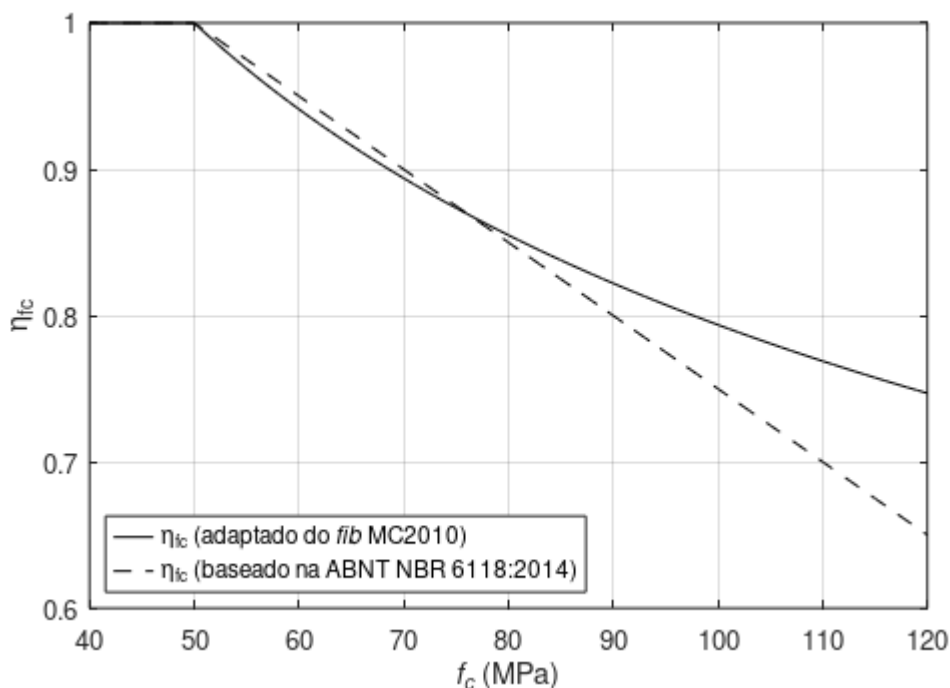
$$\eta_{fc} = \left(\frac{50}{f_c} \right)^{1/3} \leq 1,0 \quad (164)$$

- Fator da ABNT NBR 6118:2014 para diagrama retangular simplificado:

$$\eta_{fc} = [1,0 - (f_c - 50)/200] \leq 1,0 \quad (165)$$

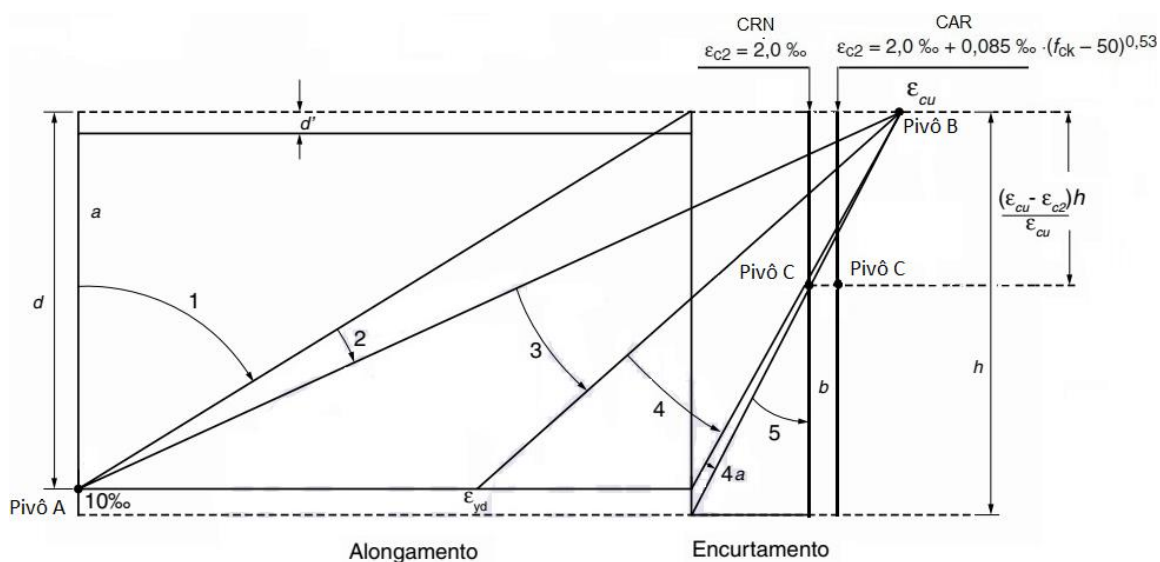
O fator η_{fc} das expressões anteriores tem a função de modificar as tensões do CAR e não está relacionado ao conceito de fragilidade.

A Figura 65 apresenta as propostas de η_{fc} em função da resistência do concreto. É possível verificar que o valor de η_{fc} é muito semelhante para resistências variando de 50 MPa a 80 MPa. Para $f_c > 80$ MPa, o fator η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014 é mais conservador.

Figura 65 – Fator η_{fc} para CAR

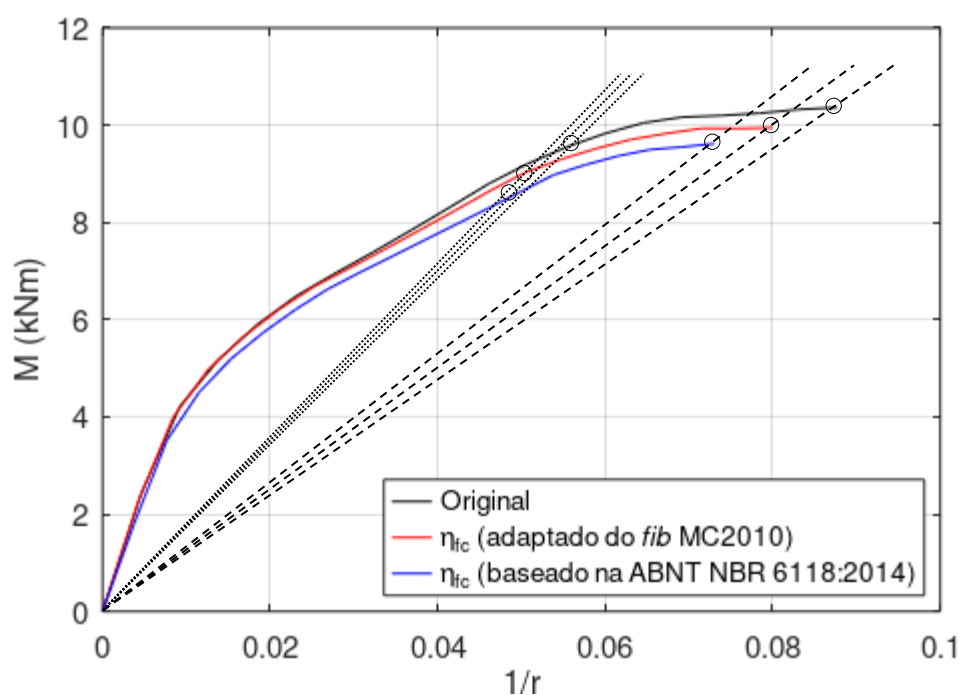
A Figura 66 apresenta as definições do pivô C para CRN e CAR.

Figura 66 – Definições do pivô C para CRN e CAR



A Figura 67 apresenta um exemplo de diagramas momento-curvatura sob influência de η_{fc} . É possível observar que, mesmo neste caso ($f_c = 113,32$ MPa) que sofre maior influência de η_{fc} , os valores da rigidez secante pouco se modificam. As diferenças são menores quando se considera a definição dada pela linha 0-B da Figura 62.

Figura 67 – Diagramas momento–curvatura do pilar HSCC1-A-25 (GALANO e VIGNOLI, 2008) com $f_c=113,32$ MPa (linhas tracejadas: possíveis definições da rigidez EI_{sec})



As figuras a seguir mostram o comparativo de EI_{sec} calculados com η_{fc} em relação a EI_{sec} original, ou seja, sem consideração de η_{fc} . É possível observar que a relação entre rigidezes se situa majoritariamente na faixa de 0,95 a 1,05, com tendência de aumento da relação $EI_{sec-mod}/EI_{sec-original}$ em função do aumento de f_c , sobretudo quando η_{fc} se baseia na ABNT NBR 6118:2014.

Figura 68 – Comparativo entre EI_{sec} (com η_{fc} adaptado do *fib* Model Code 2010) e EI_{sec} (original), ambas com $\gamma_{sec} = 1,0$ (linha 0-A)

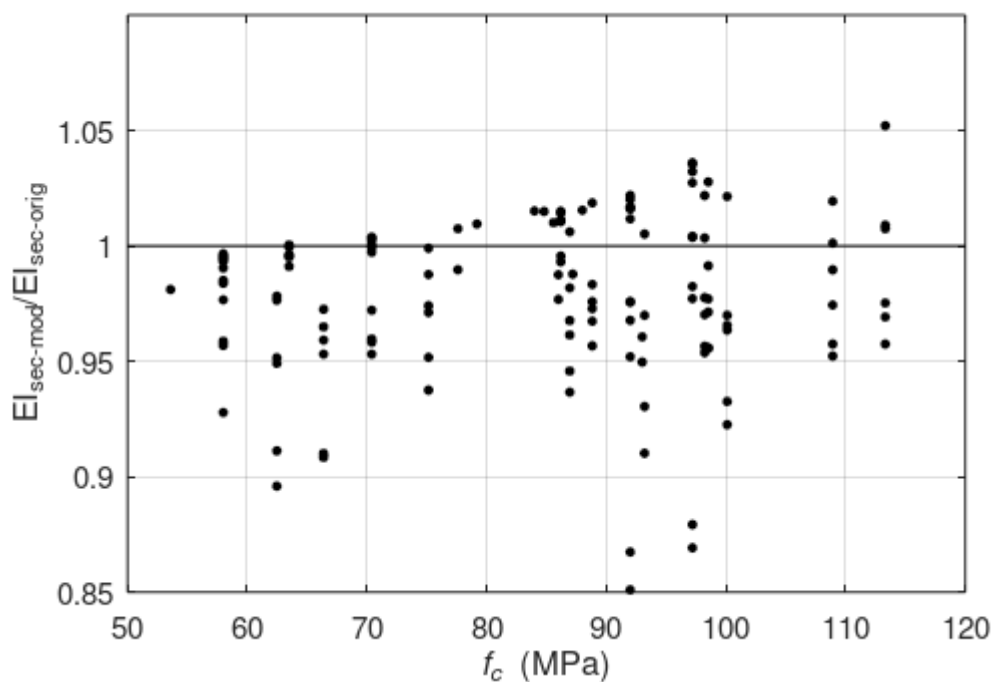
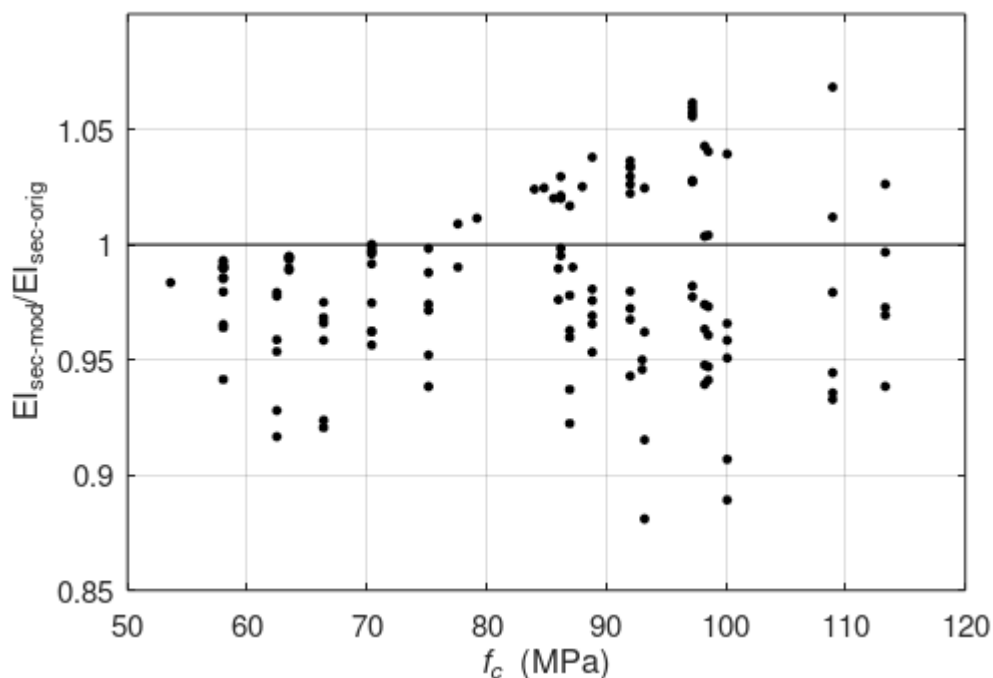


Figura 69 - Comparativo entre EI_{sec} (com η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014) e EI_{sec} (original), ambas com $\gamma_{sec} = 1,0$ (linha 0-A)



Quando as rigidezes são obtidas pela linha 0-B da Figura 62, as relações entre rigidezes EI_{sec} resultam conforme as figuras a seguir. Nesse cenário, as relações entre rigidezes se situam majoritariamente na faixa 1,0 a 1,05, sem tendência definida em função de f_c .

Figura 70 - Comparativo entre EI_{sec} (com η_{fc} adaptado do *fib* Model Code 2010) e EI_{sec} (original), ambas com $\gamma_{sec} = 1,1$ (linha 0-B)

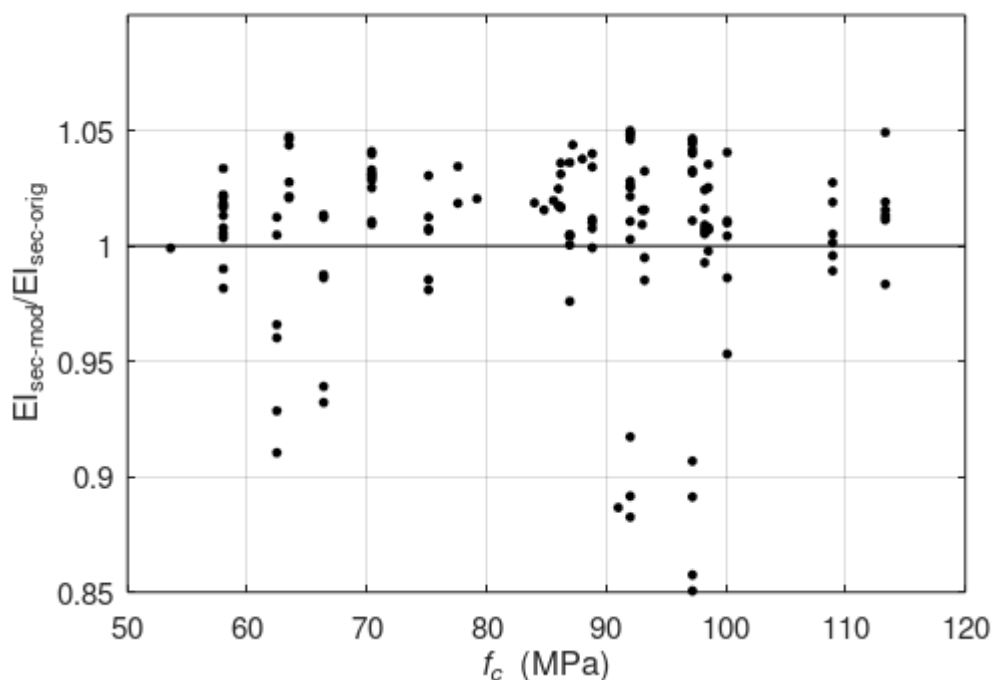
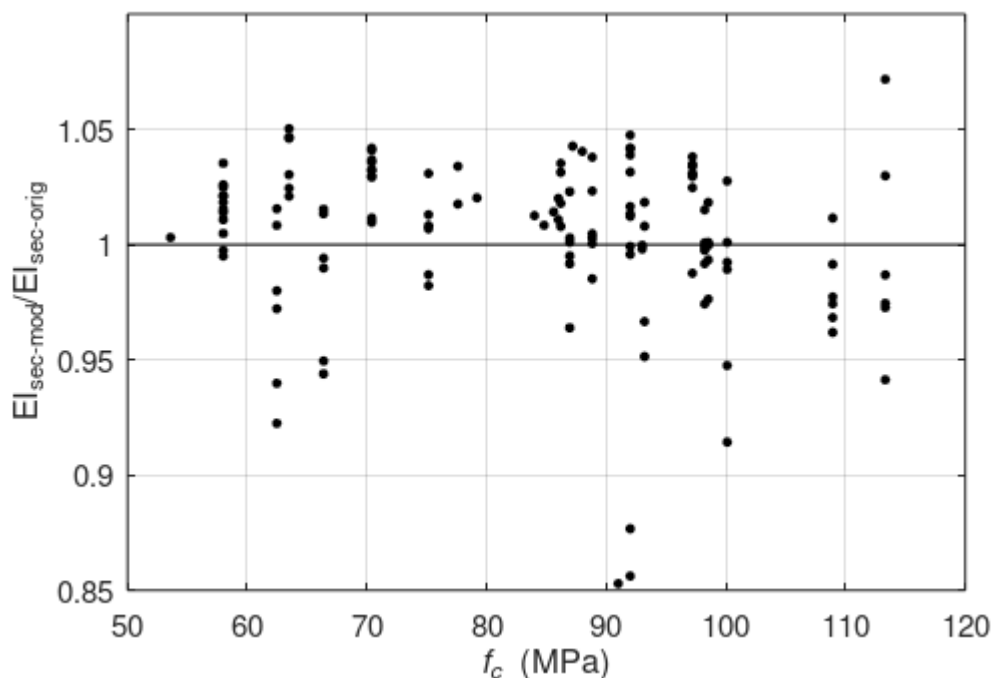


Figura 71 - Comparativo entre EI_{sec} (com η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014) e EI_{sec} (original), ambas com $\gamma_{sec} = 1,1$ (linha 0-B)



A influência das propostas de η_{fc} em conjunto com o ajuste do pivô C no erro dos modelos dos efeitos de segunda ordem de pilares de CAR é avaliada no item 5.4. É importante ressaltar que as implicações dessas propostas na capacidade resistente e na confiabilidade dos pilares de CAR devem ser avaliadas em outros estudos.

5. ESTUDOS COMPARATIVOS

5.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Diversos trabalhos já compararam os resultados teóricos com os resultados experimentais de pilares esbeltos de concreto armado (CEN, 1978; DRACOS, 1982; KIM E YANG, 1995; LLOYD E RANGAN, 1996; CLAESON E GYLLTOFT, 1998; KIM E LEE, 2000; LEE E SON, 2000; GERMAIN E ESPION, 2002; LIMA JÚNIOR, 2003; ADORNO, 2004; DANTAS, 2006; GALANO E VIGNOLI, 2008; MELO, 2009; ARAÚJO, 2011; BONET *et al.*, 2011), entre outros.

No entanto, todas as comparações foram feitas em a relação à força axial ($N_{\text{test}}/N_{\text{teo}}$), sem avaliação dos momentos totais ($M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$), como feito neste trabalho. As comparações envolvendo a força axial, de maneira geral, podem apresentar indícios do bom desempenho dos modelos avaliados. Por outro lado, análises de confiabilidade necessitam uma separação clara entre os modelos solicitante e resistente, cada qual com seus valores do erro do modelo.

Por isso, os estudos comparativos deste trabalho visam avaliar o erro dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem de pilares, para avaliar o seu desempenho e também permitir análises de confiabilidade mais realistas.

5.2. CRITÉRIOS DOS CÁLCULOS E ANÁLISES

Como as análises são baseadas em comparações com resultados de ensaios, foram considerados alguns critérios para os cálculos:

- a resistência dos materiais foi considerada com os valores reportados nos ensaios;
- não foram considerados fatores relacionados à fluência ou a carregamento de longa duração. Por exemplo: em diagramas tensão-deformação ou modelos de cálculo que consideram a resistência do concreto como $0,85.f_{cd}$, foi considerado $1,00.f_c$ neste estudo;
- não foram considerados quaisquer coeficientes de segurança, ou seja, os coeficientes indicados nas normas foram adotados com valor unitário;
- a força normal foi aplicada com o valor total conforme reportado nos ensaios. Não foi realizado estudo incremental.

Os modelos identificados pelo símbolo \blacklozenge foram aplicados conforme definidos nas normas técnicas, mas com os critérios listados acima.

Todas as análises deste capítulo foram baseadas na comparação entre o momento fletor solicitante máximo M_{test} medido no ensaio (multiplicação do esforço normal máximo pela deflexão lateral correspondente) e o momento fletor máximo calculado M_{teo} . Para cada pilar ensaiado, foi calculada a relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ e os parâmetros estatísticos dessas relações: média (m), desvio-padrão (SD) e coeficiente de variação (COV). Por razões de concisão na apresentação dos resultados, apenas a média e o COV são mostrados nas tabelas deste capítulo.

Como o objetivo deste estudo é avaliar o erro dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem, foram considerados todos os resultados numericamente estáveis, ou seja, para os quais foi possível calcular M_{teo} . Não foi feita qualquer avaliação a respeito do momento resistente da seção transversal, o que deve ser avaliado nas análises de confiabilidade.

Todas as afirmações a respeito da segurança dizem respeito exclusivamente ao valor da relação entre momentos solicitantes $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$. Os casos com $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}} \leq 1,0$ são considerados “seguros”, ou seja, o momento teórico é superior ao momento medido no ensaio. Os casos com $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}} > 1,0$ são considerados “inseguros”, significando que o modelo teórico não foi capaz de prever o valor observado no ensaio.

5.3. ESTUDOS INICIAIS PARA VALIDAÇÃO DO BANCO DE DADOS

5.3.1. Identificação do ELU

Uma comparação justa entre resultados experimentais e numéricos no ELU deve considerar as mesmas deformações limites. No entanto, praticamente nenhuma referência identifica o ponto no qual o pilar atingiu o ELU (especialmente em relação às deformações limites), reportando apenas a força normal no instante da ruína. O processo descrito a seguir visa avaliar as deformações da seção transversal crítica, compará-las aos limites do ELU convencional e sugerir eventuais correções da força normal.

São apresentados a seguir os passos para identificar as deformações na seção crítica no instante do ELU e a correspondente força normal. Foi adotado como exemplo um pilar curto ensaiado por Ramos e Giongo (2005), não utilizado nesta pesquisa, mas cujos resultados ilustram com mais clareza o processo de identificação do ELU e a correção da força normal.

Para o pilar adotado como exemplo, foram registradas as deformações do concreto nas faces do pilar, registradas por meio de transdutores. A disposição dos transdutores é mostrada na Figura 72 e o gráfico das deformações é apresentado na Figura 73.

Figura 72 – Disposição dos transdutores do pilar Ramos-P1-12.5-150 (RAMOS e GIONGO, 2005)

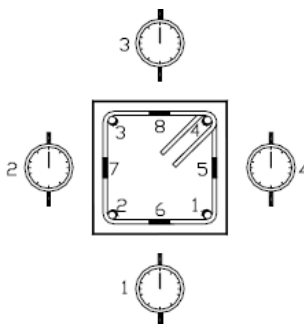
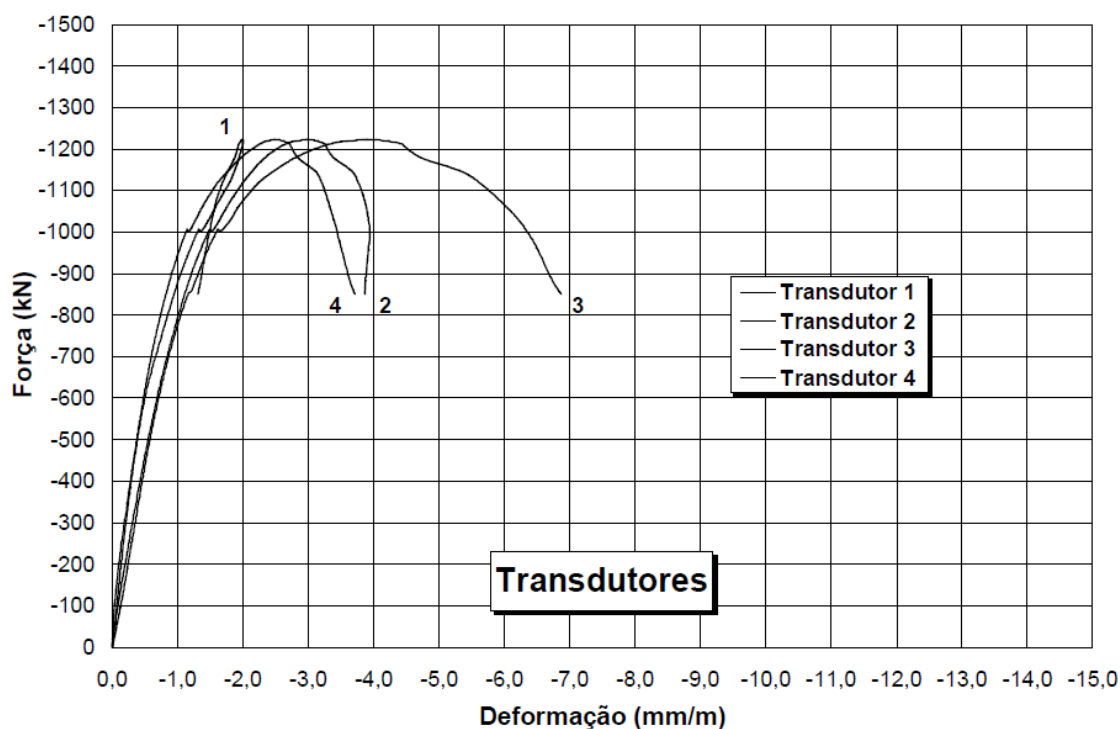


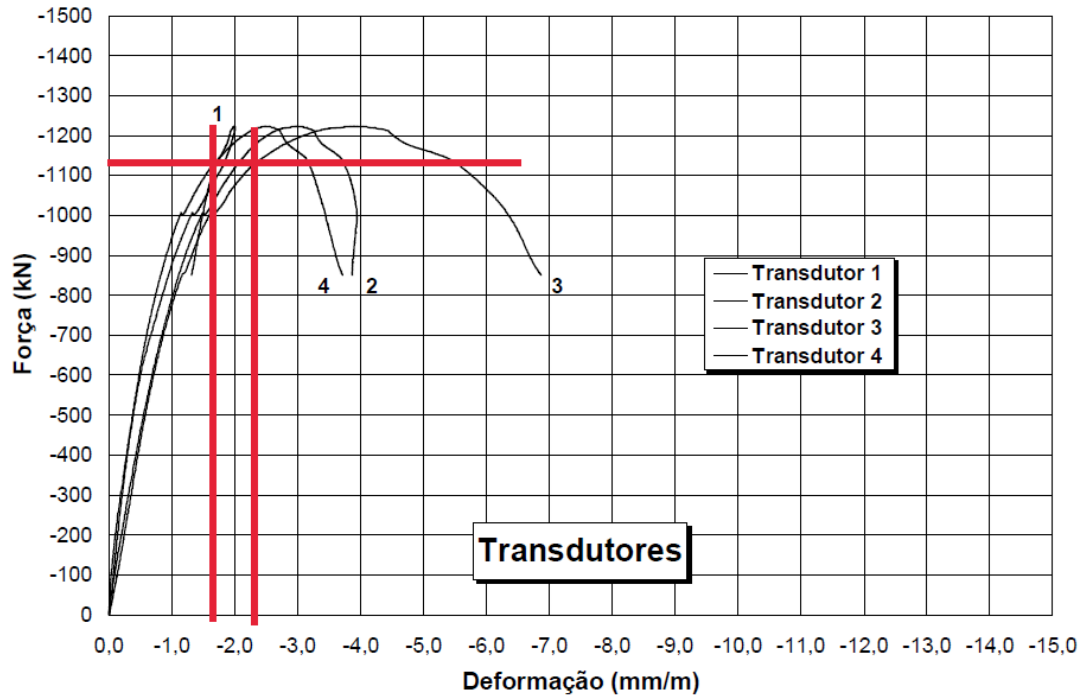
Figura 73 – Deformações no concreto registradas pelos transdutores do pilar Ramos-P1-12.5-150 (RAMOS e GIONGO, 2005)



A força última reportada pelos autores foi de 1223 kN. Ao plotar as deformações das faces opostas do pilar no diagrama de deformações no ELU da ABNT NBR 6118:2014 (Figura 60), verifica-se que a configuração da seção transversal ultrapassa os limites do diagrama.

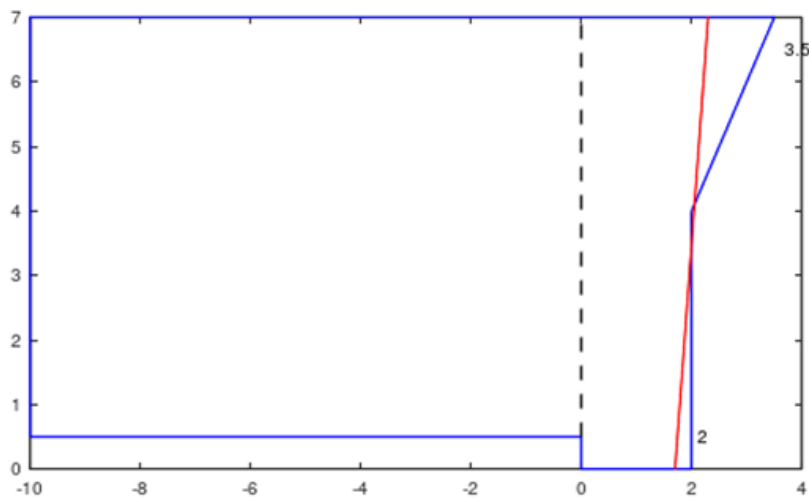
Por tentativas, escolheu-se a força de 1130 kN e respectivas deformações para serem analisadas, conforme mostra a Figura 74.

Figura 74 – Deformações para a força de 1130 kN do pilar Ramos-P1-12.5-150 (RAMOS e GIONGO, 2005)



Para a força de 1130 kN, os valores de deformação mínima e máxima são 1,7‰ e 2,3‰. Essas deformações foram plotadas no diagrama de domínios no ELU correspondente ao concreto de $f_c = 27,06$ MPa (reportado para o pilar Ramos-P1-12.5-150) conforme mostra a Figura 75.

Figura 75 – Deformações para a força de 1130 kN do pilar Ramos-P1-12.5-150 (linha vermelha) em relação ao diagrama de domínios no ELU (linhas azuis)



Verifica-se na Figura 75 que a seção transversal deformada sob força de 1130 kN está totalmente dentro do diagrama de domínios no ELU e tangenciando o pivô C. Assim, conclui-se que 1130 kN é a força normal para a qual o pilar Ramos-P1-12.5-150 atinge o ELU. Esse processo implica em corrigir também o deslocamento lateral do pilar, para o valor correspondente à mesma força normal.

Neste trabalho, todos os pilares foram analisados quanto ao ELU, verificando a necessidade de eventual correção da força normal e respectivo deslocamento lateral do pilar. A análise está registrada na coluna Tipo ELU da Tabela A 2 do Anexo A, segundo os números:

1 – ELU analisado: ensaios com todos os diagramas disponíveis, possibilitando avaliação do ELU e eventual correção da força normal;

2 – ELU não analisado: ensaios que reportam apenas a força normal última, mas sem registro das deformações, impossibilitando qualquer avaliação do ELU;

3 – ELU ultrapassado: ensaios que reportam a força normal última e as respectivas deformações, mas sem diagramas das deformações, impossibilitando correções.

A força normal só foi corrigida caso diferisse mais do que 5% entre o valor reportado (ruína) e o valor analisado (ELU convencional). Essa tolerância se deve aos possíveis erros de medição (conforme discutido no item 3.18) e também ao fato do diagrama força normal x deslocamento lateral possuir pequena inclinação próximo à carga última, resultando em praticamente um mesmo valor de deslocamento para pequenas variações da força normal.

Dos 259 pilares do banco de dados inicial (Tabela A 1):

1 – ELU analisado: 109 pilares (apenas 1 precisou ter a força normal corrigida);

2 – ELU não analisado: 149 pilares;

3 – ELU ultrapassado: 1 pilar.

5.3.2. Validação das referências

O primeiro estudo visou avaliar a consistência dos resultados entre as diversas referências que compõem o banco de dados. Foram calculados os momentos totais utilizando os modelos cujas médias da relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ se mostraram mais próximas da unidade. Os resultados foram plotados em diagramas apresentados a seguir (Figura 76 e Figura 77).

Em todas as figuras se destacam os grupos correspondentes aos ensaios de Dracos (1982) e Germain e Espion (2002). É possível observar que esses grupos diferem de forma consistente de todas as demais referências. Os resultados dos momentos teóricos (M_{teo}) são sempre significativamente superiores aos momentos medidos nos ensaios (M_{test}).

Figura 76 - $M_{teo} \times M_{test}$ – banco de dados inicial (figuras à esquerda: todos os momentos; figuras à direita: ampliação entre 0 e 14 kNm)

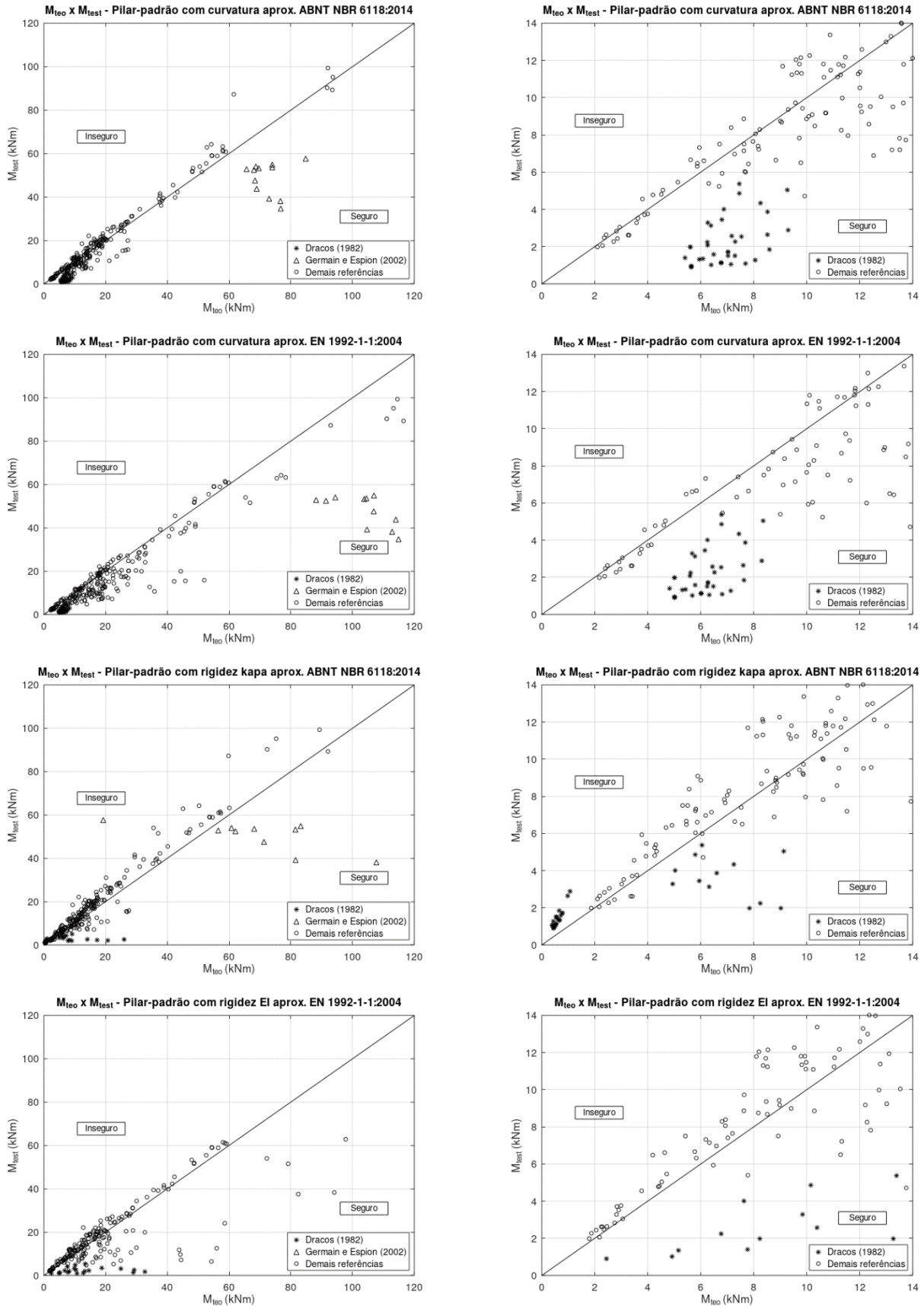
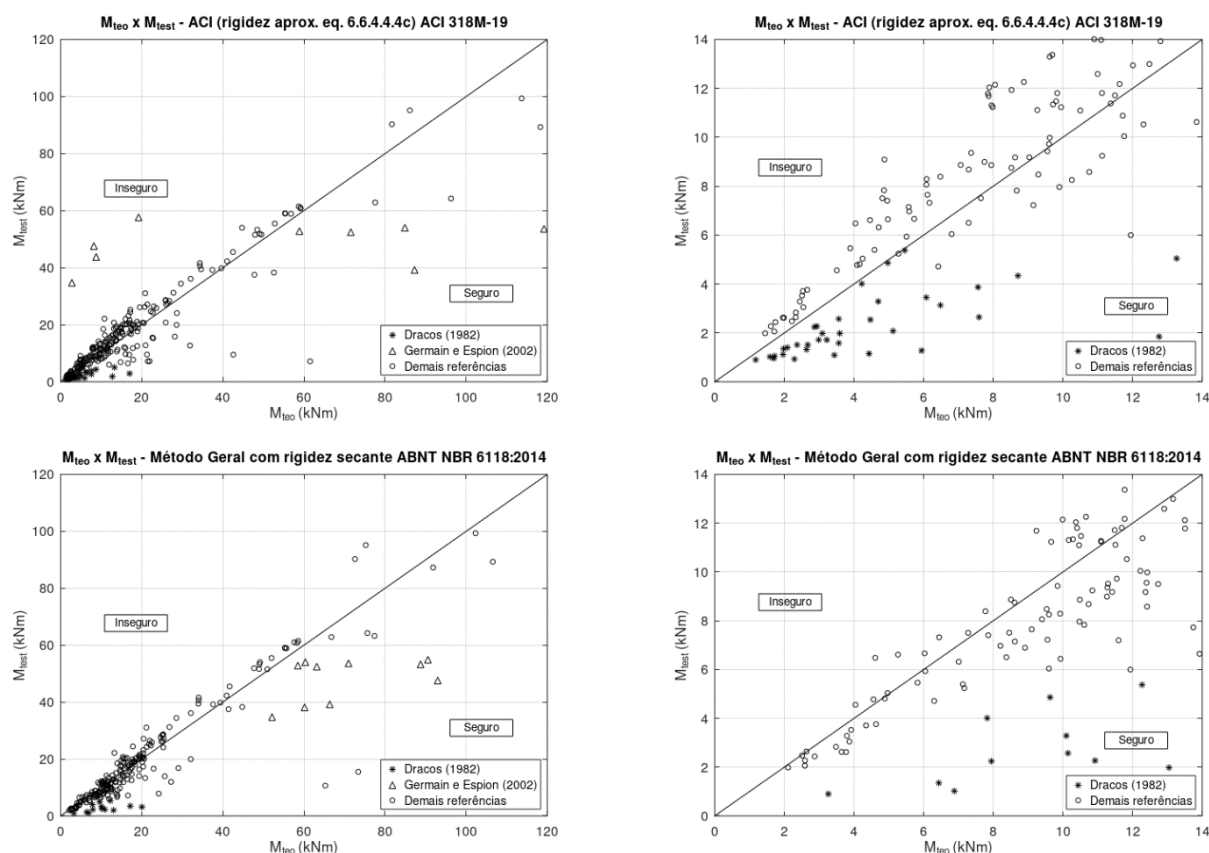


Figura 77 – $M_{teo} \times M_{test}$ – banco de dados inicial (figuras à esquerda: todos os momentos; figuras à direita: ampliação entre 0 e 14 kNm)



Na sua pesquisa, Dracos (1982) ensaiou pilares muito esbeltos ($\lambda = 100$, $\lambda = 133$, $\lambda = 166$ e $\lambda = 200$), onde os mesmos falharam por instabilidade, apresentando valores muito pequenos de momento fletor total. Os pilares possuíam pequena seção transversal (10 cm x 10 cm, não permitido pelas normas técnicas) com comprimentos de até 6,0 m ($\lambda = 200$, não usual nas edificações). A pequena seção transversal aumenta a probabilidade de desvios construtivos, conforme discutido no item 3.18. Além disso, a época da realização da pesquisa permite levantar dúvidas quanto à precisão da aquisição dos dados do ensaio, devido aos equipamentos disponíveis naquele momento. Os pilares de Dracos (1982) eram os únicos com $\lambda > 105$ no banco de dados inicial, e por isso seria inadequado tirar conclusões, considerando os objetivos desta pesquisa, para pilares muito esbeltos baseado nos ensaios de um único autor. Considerando todos os motivos anteriores, decidiu-se retirar todos os exemplares de Dracos (1982) do banco de dados inicial.

Os pilares ensaiados por Germain e Espion (2002) possuíam seção transversal de 18 cm x 18 cm e relações e/h muito pequenas (inferiores a 0,10), com excentricidades da força axial variando entre 5 e 20 mm. Ensaios com excentricidades muito pequenas, em situações

próximas de força centrada, podem resultar em elevadas tensões axiais que enrijecem o pilar à flexão, reduzindo os deslocamentos laterais. Isso pode ser agravado pelos erros construtivos, que podem gerar excentricidades acidentais que reduzem ainda mais a já pequena excentricidade da força axial, como foi de fato constatado pelas análises dos autores. Devido às características desses pilares, em conjunto com as dúvidas levantadas pelos pesquisadores, decidiu-se retirar esses exemplares do banco de dados inicial.

Os 36 pilares de Dracos (1982) e os 12 pilares de Germain e Espion (2002) representam 18,5% do número de exemplares do banco de dados inicial de 259 pilares. Após sua remoção, o banco de dados permaneceu com 211 exemplares de 13 referências, o que pode ser considerado bastante adequado para o prosseguimento das investigações.

A Tabela 17 apresenta os parâmetros estatísticos da relação M_{test}/M_{teo} dos estudos iniciais, para o banco de dados inicial (todas as referências) e após a exclusão dos ensaios de Dracos (1982) e Germain e Espion (2002). O segundo grupo apresentou ligeira melhoria das médias, que se aproximaram da unidade, e redução significativa do COV, indicando menor dispersão dos resultados.

Tabela 17 – Estudo inicial para validação das referências

	Método		Norma	M_{test}/M_{teo}		
	NLG	NLF		np	Média	COV
Todas as referências	Pilar-padrão	Curvatura aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.2)	259	0,88	0,33
	Pilar-padrão	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1 (item 5.8.8)	259	0,76	0,36
	Pilar-padrão	Rigidez aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.3)	259	1,17	0,42
	Pilar-padrão	Rigidez aproximada	EN 1992-1-1 (item 5.8.7)	218	0,91	0,41
	Amplificação de momentos	Rigidez aproximada (eq. 6.6.4.4.4c)	ACI 318M-19 (item 6.6.4.5)	259	1,09	0,82
	Diferenças finitas	Rigidez secante	ABNT NBR 6118:2014 (item 15.8.3.2)	231	0,91	0,30
Sem Dracos (1982) e sem Germain e Espion (2002)	Pilar-padrão	Curvatura aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.2)	211	0,99	0,18
	Pilar-padrão	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1 (item 5.8.8)	211	0,84	0,26
	Pilar-padrão	Rigidez aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.3)	211	1,13	0,21
	Pilar-padrão	Rigidez aproximada	EN 1992-1-1 (item 5.8.7)	196	0,98	0,31
	Amplificação de momentos	Rigidez aproximada (eq. 6.6.4.4.4c)	ACI 318M-19 (item 6.6.4.5)	211	1,10	0,27
	Diferenças finitas	Rigidez secante	ABNT NBR 6118:2014 (item 15.8.3.2)	208	0,96	0,23

5.3.3. Validação quanto ao ELU

Conforme discutido na Introdução deste trabalho, uma comparação justa entre os modelos teóricos e os resultados experimentais envolve relacioná-los aos mesmos limites de deformação do ELU convencional.

Durante a montagem do banco de dados inicial se verificou que muitas referências reportaram a força normal máxima do ensaio sem nenhum registro das deformações, impossibilitando qualquer análise do ELU ou eventuais correções. O descarte automático desses ensaios significaria grande perda de informações. Por isso, foi verificado se os resultados desses pilares diferiam muito em relação àqueles onde o ELU pôde ser devidamente analisado.

A Tabela 18 apresenta os parâmetros estatísticos da relação M_{test}/M_{teo} para os grupos descritos no item 5.3.1, já considerando exclusão das referências citadas no item 5.3.2:

1 – ELU analisado: ensaios com todos os diagramas disponíveis, possibilitando avaliação do ELU e eventual correção da força normal;

2 – ELU não analisado: ensaios que reportam apenas a força normal última, mas sem registro das deformações, impossibilitando qualquer avaliação do ELU;

3 – ELU ultrapassado: ensaios que reportam a força normal última e as respectivas deformações, mas sem diagramas das deformações, impossibilitando correções.

Tabela 18 – Estudo inicial para validação quanto ao ELU

Método		Norma	Grupo	M_{test}/M_{teo}											
				$f_c \leq 50 \text{ MPa}$						$f_c > 50 \text{ MPa}$					
NLG	NLF			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
				np	Média	COV	np	Média	COV	np	Média	COV	np	Média	COV
Pilar-padrão	Curvatura aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.2)	Todos os pilares	64	1,00	0,20	10	0,94	0,12	125	1,00	0,17	12	0,86	0,18
			1-ELU analisado	33	0,98	0,24	4	0,97	0,06	20	1,07	0,05	12	0,86	0,18
			2-ELU não analisado	31	1,02	0,15	6	0,92	0,15	104	0,99	0,19	0	0,00	0,00
			3-ELU ultrapassado	0	0,00	0,00	0	0,00	0,00	1	1,06	0,00	0	0,00	0,00
Pilar-padrão	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1 (item 5.8.8)	Todos os pilares	64	0,78	0,30	10	0,97	0,12	125	0,87	0,24	12	0,78	0,23
			1-ELU analisado	33	0,73	0,33	4	0,94	0,06	20	0,90	0,16	12	0,78	0,23
			2-ELU não analisado	31	0,84	0,26	6	1,00	0,15	104	0,86	0,26	0	0,00	0,00
			3-ELU ultrapassado	0	0,00	0,00	0	0,00	0,00	1	1,03	0,00	0	0,00	0,00
Pilar-padrão	Rigidez aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.3)	Todos os pilares	64	1,11	0,21	10	0,99	0,16	125	1,04	0,21	12	0,76	0,36
			1-ELU analisado	33	1,03	0,24	4	0,98	0,11	20	1,14	0,08	12	0,76	0,36
			2-ELU não analisado	31	1,19	0,15	6	0,99	0,19	104	1,02	0,23	0	0,00	0,00
			3-ELU ultrapassado	0	0,00	0,00	0	0,00	0,00	1	1,05	0,00	0	0,00	0,00
Pilar-padrão	Rigidez aproximada	EN 1992-1-1 (item 5.8.7)	Todos os pilares	58	0,86	0,31	8	0,91	0,45	119	0,91	0,34	11	1,07	0,21
			1-ELU analisado	28	0,90	0,28	4	0,90	0,07	19	1,02	0,08	11	1,07	0,21
			2-ELU não analisado	30	0,83	0,34	4	0,93	0,68	99	0,89	0,37	0	0,00	0,00
			3-ELU ultrapassado	0	0,00	0,00	0	0,00	0,00	1	1,07	0,00	0	0,00	0,00
Amplificação de momentos	Rigidez aproximada (eq. 6.6.4.4.4c)	ACI 318M-19 (item 6.6.4.5)	Todos os pilares	64	1,09	0,24	10	1,44	0,15	125	1,06	0,29	12	1,25	0,26
			1-ELU analisado	33	1,09	0,25	4	1,25	0,07	20	1,10	0,22	12	1,25	0,26
			2-ELU não analisado	31	1,09	0,22	6	1,57	0,11	104	1,05	0,30	0	0,00	0,00
			3-ELU ultrapassado	0	0,00	0,00	0	0,00	0,00	1	1,05	0,00	0	0,00	0,00
Diferenças finitas	Rigidez secante	ABNT NBR 6118:2014 (item 15.8.3.2)	Todos os pilares	63	0,88	0,29	10	0,88	0,31	125	1,01	0,19	10	0,82	0,08
			1-ELU analisado	32	0,79	0,36	4	0,83	0,09	20	1,10	0,10	10	0,82	0,08
			2-ELU não analisado	31	0,98	0,19	6	0,91	0,40	104	0,99	0,20	0	0,00	0,00
			3-ELU ultrapassado	0	0,00	0,00	0	0,00	0,00	1	1,03	0,00	0	0,00	0,00

É possível verificar na Tabela 18:

- $f_c \leq 50$ MPa e $\lambda \leq 90$: a média é semelhante entre os grupos 1 e 2, com valor maior no grupo 2 na maioria dos modelos. O COV é menor no grupo 2 na maioria dos modelos.
- $f_c \leq 50$ MPa e $\lambda > 90$: a média é semelhante entre os grupos 1 e 2, com valor maior no grupo 2 na maioria dos modelos. O COV é maior no grupo 2 na maioria dos modelos. Obs.: se trata de um pequeno grupo de 10 pilares e $\lambda_{\text{máx}} = 105$.
- $f_c > 50$ MPa e $\lambda \leq 90$: a média do grupo 2 é menor (mais a favor da segurança) do que no grupo 1, para todos os modelos. O COV é maior no grupo 2, com ordem de grandeza semelhante aos pilares com $f_c \leq 50$ MPa.
- $f_c > 50$ MPa e $\lambda > 90$: neste caso, todos os pilares tiveram seu ELU analisado. As médias são menores (mais a favor da segurança) que nos pilares com $f_c \leq 50$ MPa, na maioria dos modelos. O COV é maior que nos pilares com $f_c \leq 50$ MPa, na maioria dos modelos. Obs.: se trata de um pequeno grupo de 12 pilares e $\lambda_{\text{máx}} = 103,9$.

A média da relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ do grupo 2 (ELU não analisado) resultou muito parecida, ou até mesmo mais a favor da segurança, do que no grupo 1 (ELU analisado). O COV tem ordem de grandeza semelhante entre os grupos. Por isso, decidiu-se manter os pilares do grupo 2 no banco de dados, sem necessidade de correções.

Além disso, o grupo 2 é composto por 104 pilares (49% do banco de dados de 211 pilares) com $f_c > 50$ MPa e $\lambda \leq 90$, o que representaria grande perda de informações caso esse grupo fosse excluído do banco de dados.

O grupo 3 (ELU ultrapassado) possui um único pilar (exemplar $\lambda_{10_a\infty_z4}$ de Pallarés *et al.* (2008)), que pode ser excluído do banco de dados sem maiores preocupações.

5.3.4. Banco de dados final

Após as validações dos itens 5.3.2 e 5.3.3, foram removidos do banco de dados inicial:

- Todos os exemplares de Dracos (1982) – 36 pilares
- Todos os exemplares de Germain e Espion (2002) – 12 pilares
- Pilar $\lambda_{10_a\infty_z4}$ de Pallarés *et al.* (2008)

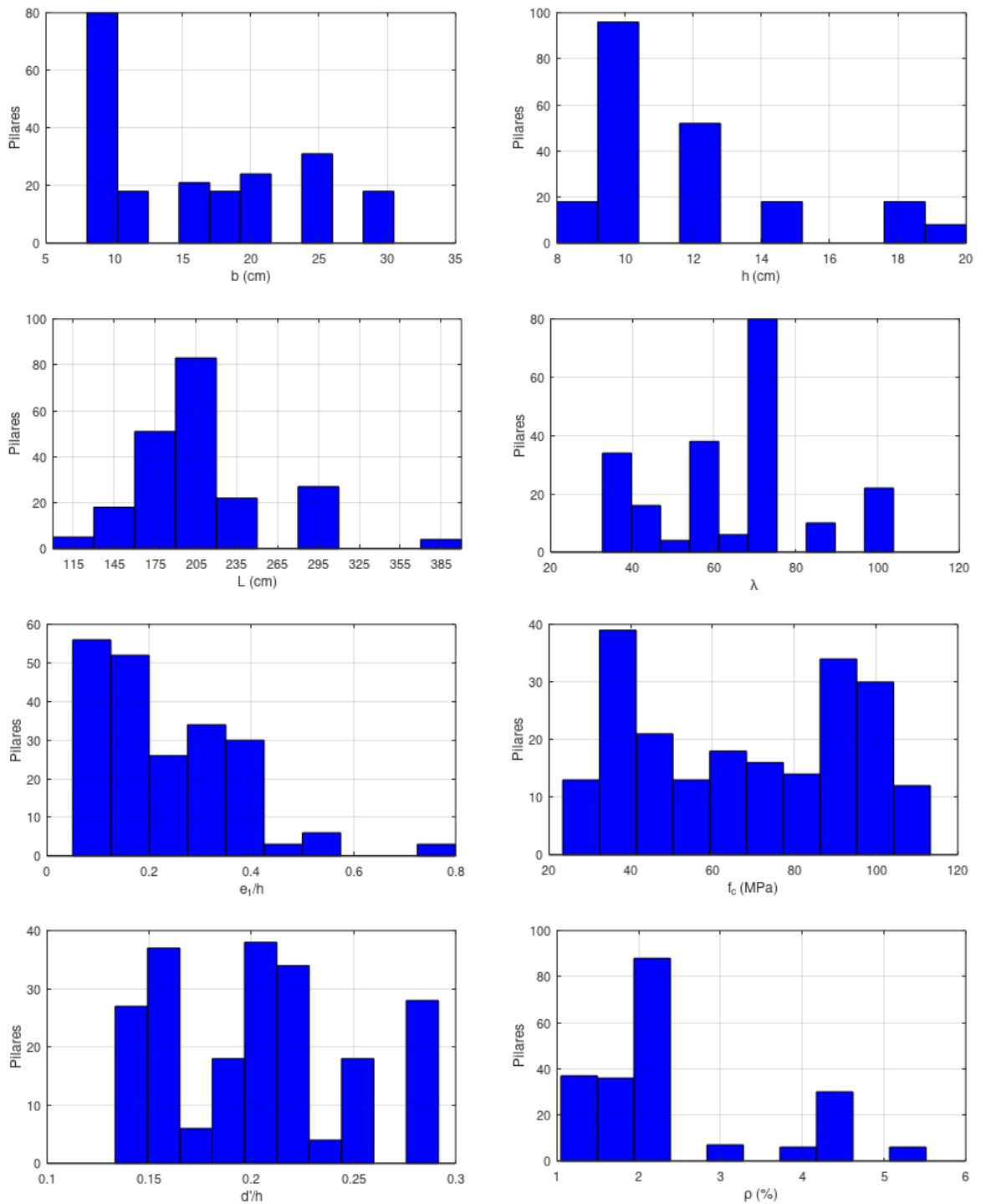
Os 49 pilares removidos correspondem a 19% do banco de dados inicial.

A Tabela 19 e Figura 78 resumem as características dos 210 pilares remanescentes no banco de dados.

Tabela 19 – Banco de dados dos pilares remanescentes (210 pilares)

Referência	Ano	n°	b (cm)	h (cm)	L (cm)	λ	e_1/h	f_c (MPa)	d^2/h	ρ (%)
Chang e Ferguson	1963	6	15,6	10,3	304,8	102,3	0,06-0,39	23,3-35,0	0,16	1,8
Claeson e Gylltoft	1995	12	12,0-20,0	12,0-20,0	240-400	52,0-69,3	0,10-0,17	33,0-93,0	0,16-0,23	2,0-3,1
Kim e Yang	1995	18	8,0	8,0	144-240	62,4-103,9	0,30	25,5-86,2	0,19	2,0-4,0
Lloyd e Rangan	1996	36	17,8-30,5	10,2-17,8	167,6	32,7-57,2	0,08-0,39	58,0-97,2	0,14-0,25	1,4-2,1
Kim e Lee	2000	4	10,0-20,0	10,0	120,0	41,6	0,40	27,0	0,23	2,1-2,8
Lee e Son	2000	20	12,0-21,0	12,0	138-210	39,8-60,6	0,17-0,54	34,9-93,2	0,13-0,18	1,1-5,5
Lima Júnior	2003	15	15,0	15,0	170,0	39,3	0,07-0,20	39,2-66,4	0,15	2,1
Adorno	2004	6	25,0	12,0	200,0	57,7	0,13-0,25	38,8-42,1	0,29	1,0
Dantas	2006	5	25,0	12,0	300,0	86,6	0,13-0,50	33,9-37,6	0,29	1,6
Galano e Vignoli	2008	60	10,0	10,0	212,0	73,4	0,06-0,30	40,2-113,3	0,20-0,22	2,0-4,5
Pallarés <i>et al.</i>	2008	7	20,0	10,0	100-300	34,6-103,9	0,20-0,80	77,6-88,0	0,20	1,6
Melo	2009	17	25,0	12,0	200-300	57,7-86,6	0,05-0,50	37,2-45,8	0,29	1,6
Enciso	2010	4	25,0	15,0	300,0	69,3	0,13	46,9-53,6	0,13-0,15	1,2-4,3
TOTAL		210	8,0-30,5	8,0-20,0	100-400	32,7-103,9	0,05-0,80	23,3-113,3	0,13-0,29	1,0-5,5

Figura 78 – Histogramas do banco de dados dos pilares remanescentes (210 pilares)



5.4. ESTUDOS DAS VARIABILIDADES

Os modelos teóricos apresentados no Capítulo 4 foram aplicados ao banco de dados final, com posterior análise dos parâmetros estatísticos da relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ segundo as considerações feitas no item 5.2.

Os resultados são agrupados para pilares de concreto de resistência normal (CRN) com $f_c \leq 50$ MPa (74 pilares) e concreto de alta resistência (CAR) com $f_c > 50$ MPa (136 pilares). A norma ABNT NBR 6118:2014 limita a aplicação do modelo do pilar-padrão com curvatura aproximada e do modelo do pilar-padrão com rigidez κ aproximada a pilares com índice de esbeltez $\lambda \leq 90$. Por isso, por questão de formalidade, foi mantida a mesma divisão de grupos para pilares com $\lambda \leq 90$ (189 pilares) e $\lambda > 90$ (21 pilares). O pequeno número de pilares com $\lambda > 90$, somado ao fato do máximo λ do banco de dados ser igual a 103,9, impede qualquer avaliação mais ampla a respeito do desempenho dos modelos para pilares muito esbeltos.

Como já informado anteriormente, todas as afirmações a respeito da segurança dizem respeito exclusivamente ao valor da relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$, que reflete a aderência entre os modelos teóricos e os resultados experimentais. Os casos com $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}} \leq 1,0$ são considerados “seguros”, ou seja, o momento teórico é superior ao momento medido no ensaio. Os casos com $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}} > 1,0$ são considerados “inseguros”, significando que o modelo teórico não foi capaz de prever o valor observado no ensaio. As discussões a seguir não implicam diretamente nas mesmas conclusões a respeito dos critérios de segurança das normas técnicas ou confiabilidade estrutural, os quais devem ser avaliados por estudos específicos.

Foram excluídos das análises os pilares que se mostraram numericamente instáveis:

- Método do pilar-padrão: quando a força aplicada é superior à força crítica de flambagem;
- Método das diferenças finitas, quando se verifica uma das seguintes condições:
 - Foi ultrapassado o número máximo de iterações sem atingir a convergência, ou seja, as diferenças entre os deslocamentos transversais de iterações sucessivas são superiores à tolerância adotada;
 - Um ou mais nós do pilar apresenta momento fletor superior ao máximo valor do diagrama momento-curvatura, apenas quando a curvatura é lida diretamente do diagrama.

Os modelos identificados pelo símbolo \blacklozenge são derivados das normas técnicas, mas com critérios descritos no item 5.2.

5.4.1. Modelos com curvatura aproximada

A Tabela 20 apresenta os resultados da relação M_{test}/M_{teo} considerando os modelos com curvatura aproximada (item 4.3.1).

Tabela 20 – Resultados – Modelos com curvatura aproximada

NLG	NLF	Referência	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Pilar-padrão (c=10)	Curvatura aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.2)♦	210	0,99	0,18	74	0,99	0,19	64	1,00	0,20	10	0,94	0,12	136	0,99	0,17	125	1,00	0,17	11	0,89	0,14
Pilar-padrão (c=10)	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.8)♦	210	0,88	0,25	74	0,86	0,27	64	0,84	0,29	10	0,98	0,12	136	0,90	0,23	125	0,90	0,23	11	0,81	0,16
Pilar-padrão (c=8)	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.8)♦	210	0,79	0,28	74	0,76	0,30	64	0,75	0,32	10	0,84	0,14	136	0,81	0,26	125	0,82	0,27	11	0,71	0,17

O modelo da ABNT NBR 6118:2014 apresentou excelentes resultados, com médias da relação M_{test}/M_{teo} muito próximas de 1,0. O coeficiente de variação apresentou valor máximo igual a 0,20, o que é normal para ensaios de flexão normal composta, conforme já detectado em outros estudos (CALIXTO, SOUZA e MAIA, 2012). O modelo da EN 1992-1-1:2004 se apresentou mais a favor da segurança, com médias da relação M_{test}/M_{teo} inferiores a 1,0. Os coeficientes de variação são maiores que o modelo da ABNT NBR 6118:2014 para todas as faixas de f_c e λ .

Ambos os modelos apresentaram bons resultados, a favor da segurança, para os 21 pilares com $\lambda > 90$ (lembrando que $\lambda_{m\acute{a}x} = 103,9$ no banco de dados deste estudo).

Foi testada ainda a influência do fator c presente na formulação da EN 1992-1-1:2004 (Eq. (102)) e no Nível III de aproximação do *fib* Model Code 2010. Os resultados da Tabela 20 mostram que a consideração de c = 8 resultou mais a favor da segurança que c = 10, como era esperado. Por outro lado, tanto os resultados da ABNT NBR 6118:2014 quanto os da EN 1992-1-1:2004 apresentaram médias da relação M_{test}/M_{teo} iguais ou inferiores a 1,0 mesmo com c = 10. Isso permite concluir que as expressões para estimativa da rigidez aproximada de ambas as normas são suficientemente conservadoras, não parecendo necessário, nesse caso, considerar c com valores inferiores a 10.

Os resultados da Tabela 20 são apresentados nas figuras a seguir.

Figura 79 –Pilar-padrão ($c = 10$) com curvatura aproximada ABNT NBR 6118:2014♦

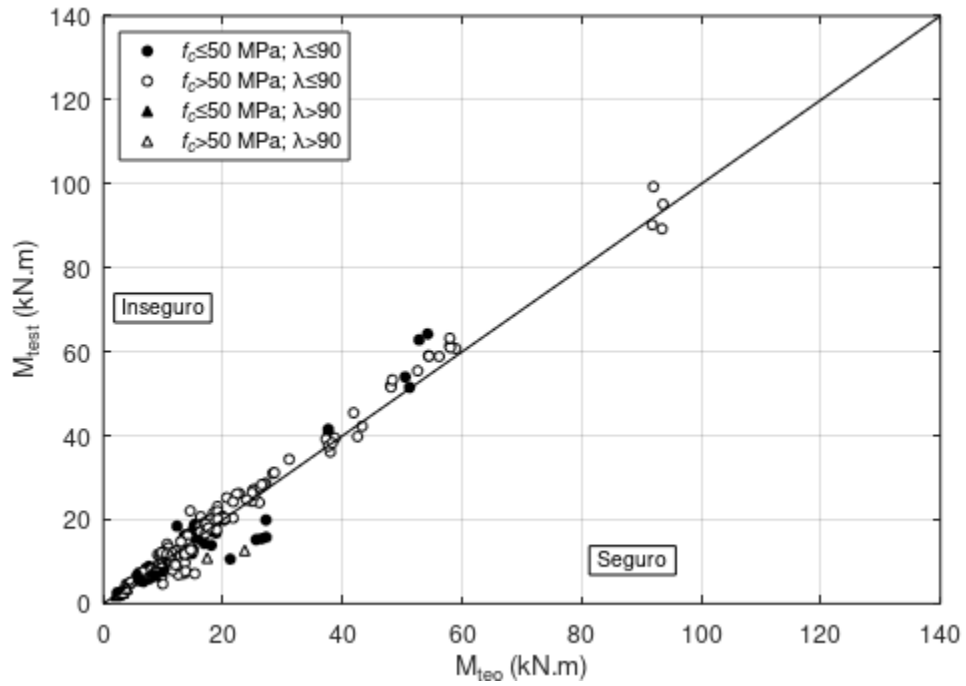


Figura 80 - Pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada EN 1992-1-1:2004♦

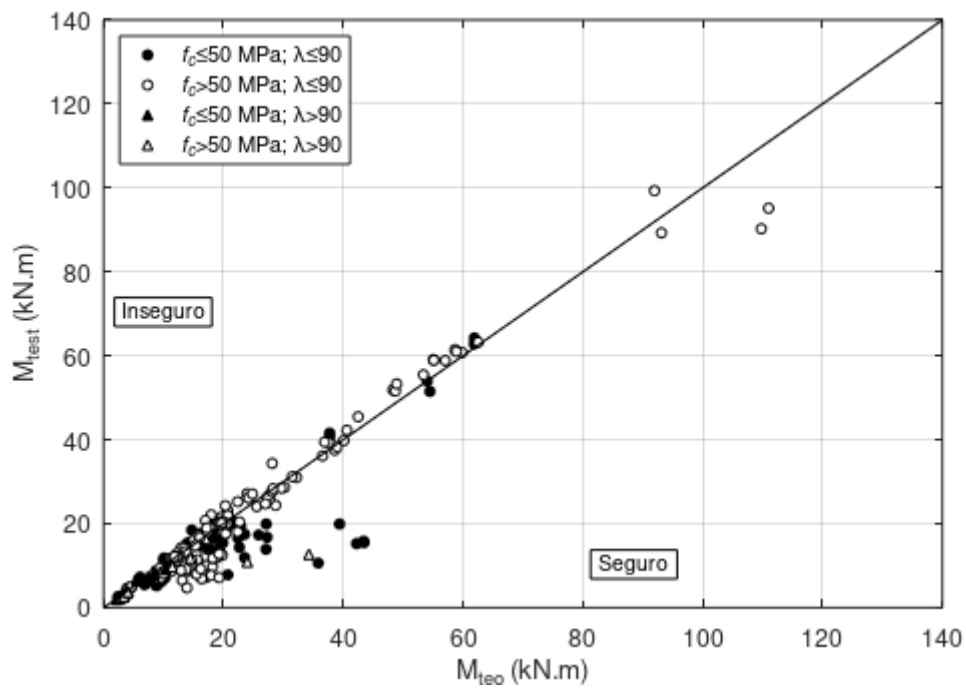
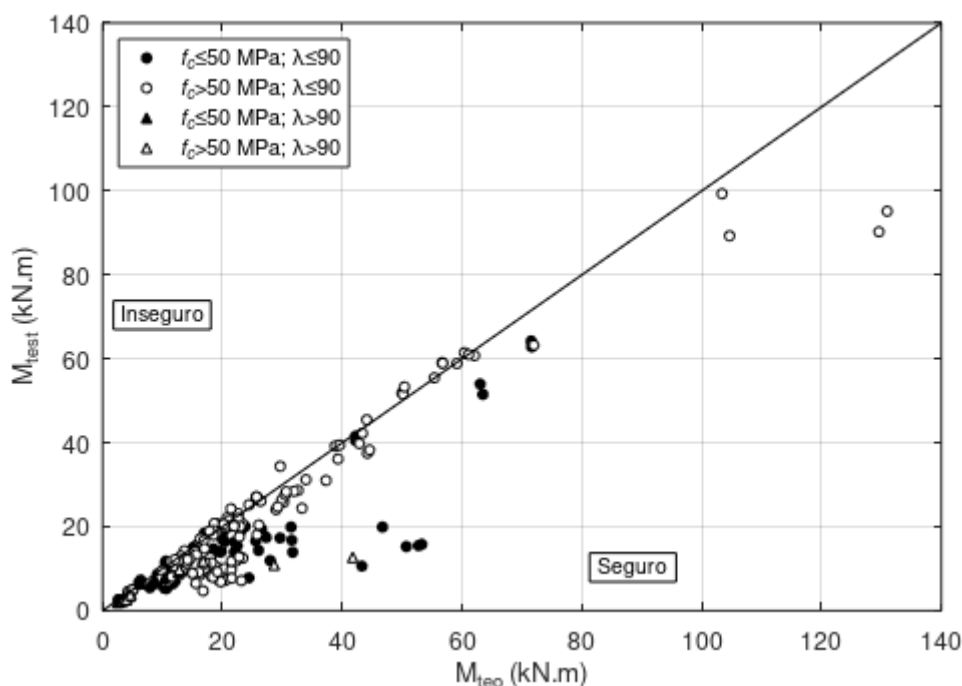


Figura 81 - Pilar-padrão (c=8) com curvatura aproximada EN 1992-1-1:2004♦



A Tabela 21 apresenta os resultados da relação M_{test}/M_{teo} considerando o modelo com curvatura aproximada da EN 1992-1-1:2004 com a simplificação de $K_r=1$, conforme discutido no item 4.3.1.6.

Tabela 21 – Resultados – Método com curvatura aproximada da EN 1992-1-1:2004 com $K_r=1$

NLG	NLF	Referência	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50 \text{ MPa}$						$f_c > 50 \text{ MPa}$											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Pilar-padrão (c=10)	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.8)♦	210	0,88	0,25	74	0,86	0,27	64	0,84	0,29	10	0,98	0,12	136	0,90	0,23	125	0,90	0,23	11	0,81	0,16
Pilar-padrão (c=8)	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.8)♦	210	0,79	0,28	74	0,76	0,30	64	0,75	0,32	10	0,84	0,14	136	0,81	0,26	125	0,82	0,27	11	0,71	0,17
Pilar-padrão (c=10)	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.8) $K_r=1$ ♦	210	0,84	0,26	74	0,81	0,28	64	0,78	0,30	10	0,97	0,12	136	0,86	0,24	125	0,87	0,24	11	0,81	0,16
Pilar-padrão (c=8)	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.8) $K_r=1$ ♦	210	0,75	0,29	74	0,71	0,31	64	0,70	0,33	10	0,84	0,15	136	0,78	0,27	125	0,78	0,28	11	0,71	0,17

Os resultados da Tabela 21 com a simplificação de $K_r=1$ resultaram sempre mais seguros (menores médias da relação M_{test}/M_{teo}) do que adotando a expressão original de K_r , em conformidade com a afirmação do CEB-FIP Model Code 1990 (CEB, 1993). Os resultados da EN 1992-1-1:2004 com a expressão original de K_r já se apresentaram suficientemente seguros, com médias da relação M_{test}/M_{teo} sempre inferiores a 1,0. Por outro lado, a simplificação de $K_r=1$ tem a vantagem de eliminar a dependência de v e ω , viabilizando cálculos preliminares sem a necessidade de se conhecer a armação longitudinal.

Os resultados da Tabela 21 são apresentados nas figuras a seguir.

Figura 82 - Pilar-padrão (c=10) com curvatura aproximada EN 1992-1-1:2004 ($K_r=1$)♦

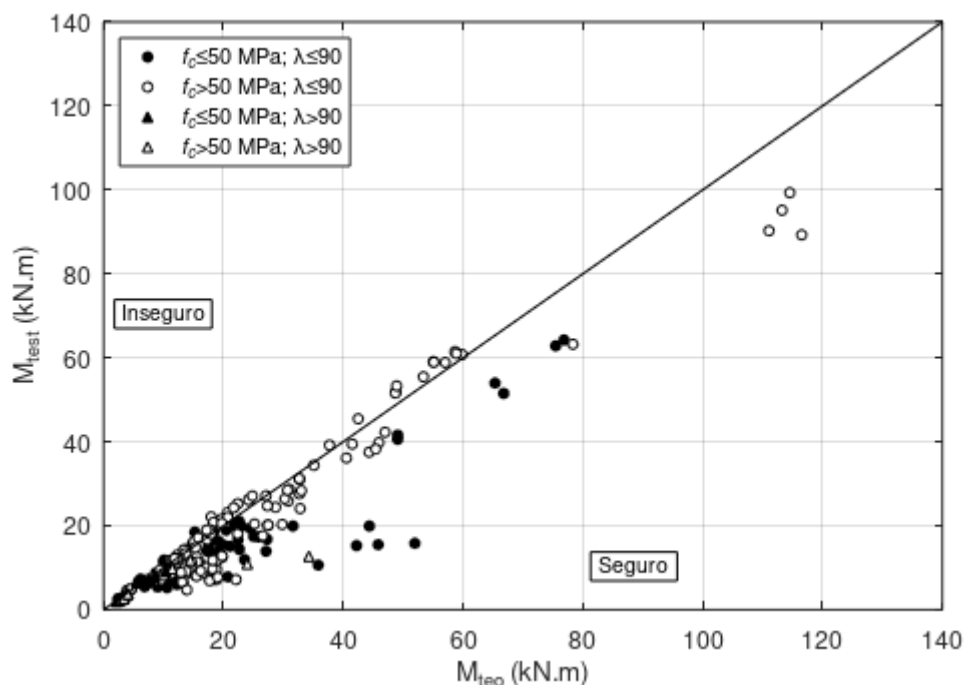
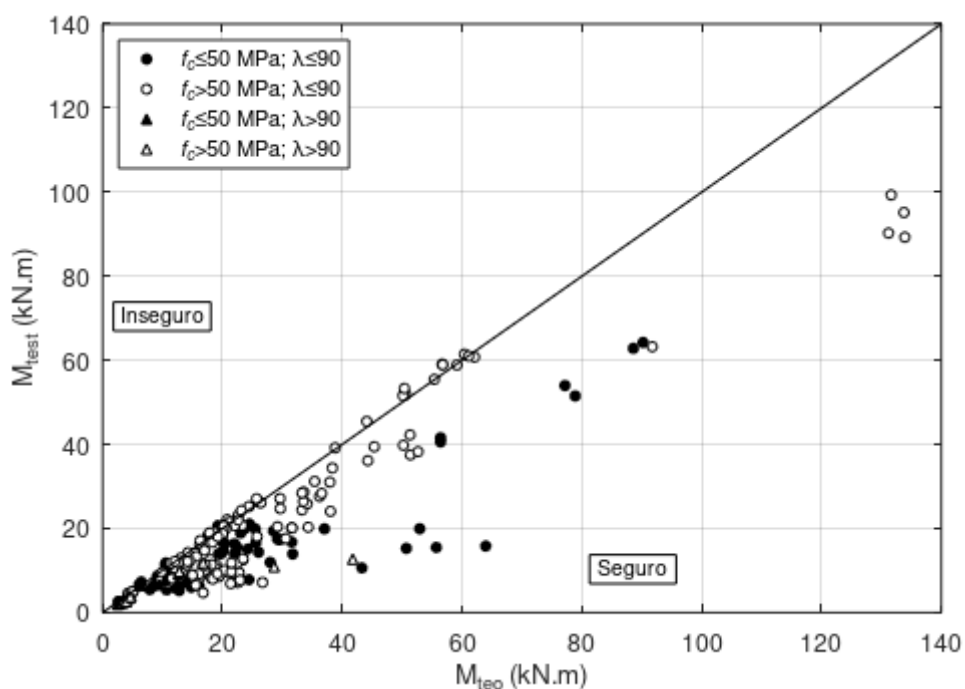


Figura 83 - Pilar-padrão (c=8) com curvatura aproximada EN 1992-1-1:2004 ($K_r=1$)♦



A Tabela 22 apresenta os resultados da relação M_{test}/M_{teo} dos modelos com curvatura aproximada apenas para pilares com $v \geq 0,5$, considerando $c = 10$ em todos os casos, visando

avaliar os efeitos das diferentes expressões para estimativas da curvatura conforme mostrado na Figura 54.

Tabela 22 – Resultados – Modelos com curvatura aproximada para pilares com $v \geq 0,5$

NLG	NLF	Referência	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos	$f_c \leq 50 \text{ MPa}$									$f_c > 50 \text{ MPa}$										
				Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$				
				np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV		
Pilar-padrão (c=10)	Curvatura aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.2)♦	52	0,96	0,18	22	0,98	0,19	22	0,98	0,19	0,00	0,00	0,00	30	0,95	0,18	30	0,95	0,18	0,00	0,00	0,00
Pilar-padrão (c=10)	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.8)♦	52	0,90	0,25	22	0,86	0,27	22	0,86	0,27	0,00	0,00	0,00	30	0,94	0,23	30	0,94	0,23	0,00	0,00	0,00
Pilar-padrão (c=10)	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.8) $K_r=1$	52	0,76	0,26	22	0,71	0,26	22	0,71	0,26	0,00	0,00	0,00	30	0,80	0,26	30	0,80	0,26	0,00	0,00	0,00

Os resultados dos 52 pilares com $v \geq 0,5$ da Tabela 22, quando comparados ao grupo original de 210 pilares, apresentaram pequena variação quando se utilizou a formulação proposta pelas normas ABNT NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1:2004, as quais consideram a influência de v na estimativa da curvatura aproximada. Por outro lado, a simplificação de $K_r = 1$ apresentou resultados significativamente mais seguros para o grupo pilares com $v \geq 0,5$, como era esperado a partir das discussões do item 4.3.1.6.

5.4.2. Modelos com rigidez aproximada

5.4.2.1. Modelos com rigidez aproximada das normas ABNT NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1:2004

A Tabela 23 apresenta os resultados da relação M_{test}/M_{teo} dos modelos com rigidez aproximada das normas ABNT NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1:2004, conforme apresentados nos itens 4.3.2.1 e 4.3.2.2.

Tabela 23 - Resultados – Métodos com rigidez aproximada – ABNT NBR 6118:2014 e EN 1992-1-1:2004

NLG	NLF	Referência	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Pilar-padrão ($c_0=10$)	Rigidez κ aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.3)♦	210	1,09	0,17	73	1,08	0,17	63	1,09	0,18	10	0,98	0,08	137	1,10	0,16	125	1,12	0,15	12	0,87	0,16
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez κ aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.3)	210	1,03	0,17	73	1,02	0,17	63	1,03	0,18	10	0,93	0,08	137	1,04	0,16	125	1,06	0,15	12	0,82	0,16
Pilar-padrão ($c_0=10$)	Rigidez EI aprox. original	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.7)	191	1,01	0,27	63	0,99	0,24	56	0,97	0,24	7	1,16	0,20	128	1,01	0,29	117	1,00	0,30	11	1,17	0,20
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox. original	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.7)♦	187	0,93	0,27	62	0,91	0,25	55	0,90	0,25	7	1,03	0,23	125	0,95	0,28	114	0,94	0,29	11	1,06	0,22
Pilar-padrão ($c_0=10$)	Rigidez EI aprox. simplif.	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.7)	135	0,80	0,32	49	0,89	0,28	44	0,90	0,26	5	0,81	0,44	86	0,76	0,33	78	0,77	0,32	8	0,61	0,46
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox. simplif.	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.7)♦	132	0,74	0,33	49	0,80	0,31	44	0,81	0,29	5	0,70	0,47	83	0,70	0,34	77	0,71	0,34	6	0,63	0,35

Segundo os resultados da Tabela 23, o modelo com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014 apresentou menores dispersões (COV) que o modelo da EN 1992-1-1:2004, em todos os cenários. Por outro lado, o modelo da norma brasileira apresentou médias da relação M_{test}/M_{teo} superiores 1,0 (contra a segurança) para pilares com $\lambda \leq 90$, sendo verificadas maiores médias para pilares com CAR ($f_c > 50$ MPa). Apenas os pilares com $\lambda > 90$ apresentaram resultados adequados, com médias da relação M_{test}/M_{teo} inferiores a 1,0 e pequeno COV.

A consideração de $c_0=8$ na expressão do pilar-padrão, utilizando a modificação proposta na Eq. (123), em conjunto com a rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014 resultou em médias da relação M_{test}/M_{teo} mais próximas dos resultados experimentais (valores mais próximos da unidade), com variação muito pequena do COV. No entanto, a melhoria não foi suficiente para que as médias dos pilares com $\lambda \leq 90$ resultassem inferiores a 1,0. Essas constatações sugerem que: (a) seja adotado na ABNT NBR 6118:2014 o mesmo critério da EN 1992-1-1:2004 em relação ao c_0 , ou seja, levando em conta a forma do diagrama de

momento de primeira ordem e (b) seja avaliada uma possível superestimação da rigidez pela norma brasileira. Uma proposta de modificação da expressão da rigidez κ aproximada é apresentada no item a seguir. Ambas as modificações precisam ser validadas por meio de estudos de confiabilidade antes da sua efetiva adoção na norma brasileira.

Os resultados também mostraram um potencial de uso do modelo da norma brasileira com pilar-padrão com $c_0 = 8$ para pilares com $\lambda > 90$. No entanto, são necessários mais estudos para tal, os quais dependem da disponibilidade de banco de dados experimentais adequados.

Os resultados do modelo do pilar-padrão com rigidez aproximada da EN 1992-1-1:2004 se mostraram a favor da segurança (médias da relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ iguais ou inferiores a 1,0) para pilares com $\lambda \leq 90$. Por outro lado, o modelo resultou ligeiramente contra a segurança para pilares com $\lambda > 90$. Como se trata de um grupo muito pequeno de pilares, análises mais conclusivas dependem da disponibilidade de um maior número de resultados de ensaios, que permitam organizar um banco de dados adequado.

A formulação simplificada para estimativa da rigidez da EN 1992-1-1:2004, segundo a Eq. (115), pôde ser aplicada a todo o banco de dados, pois $\rho \geq 0,01$ em todos os casos. A versão simplificada resultou mais segura que a expressão original da rigidez aproximada. Houve ligeiro aumento dos valores do COV, que já eram elevados se comparados aos resultados da ABNT NBR 6118:2014.

Por fim, é possível observar que aproximadamente 10% dos pilares do banco de dados original apresentaram instabilidade numérica (força normal aplicada superior à força crítica) para o modelo com rigidez aproximada da EN 1992-1-1:2004 usando a formulação original, enquanto aproximadamente 35% dos pilares apresentaram instabilidade numérica quando a formulação simplificada foi usada.

Os resultados da Tabela 23 são apresentados nas figuras a seguir.

Figura 84 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez κ aproximada ABNT NBR 6118:2014

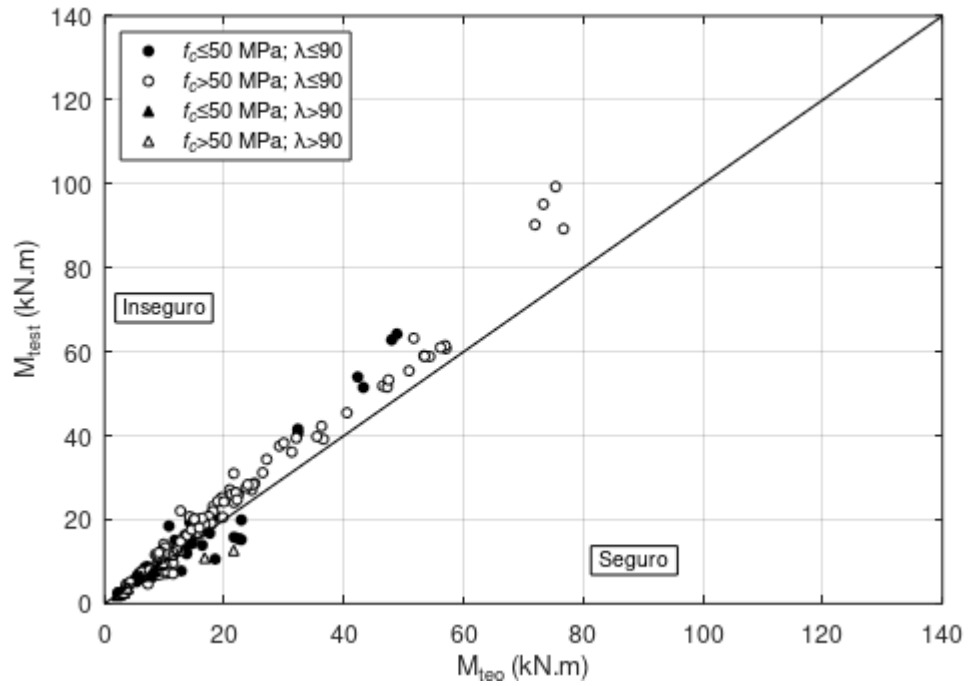


Figura 85 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada ABNT NBR 6118:2014

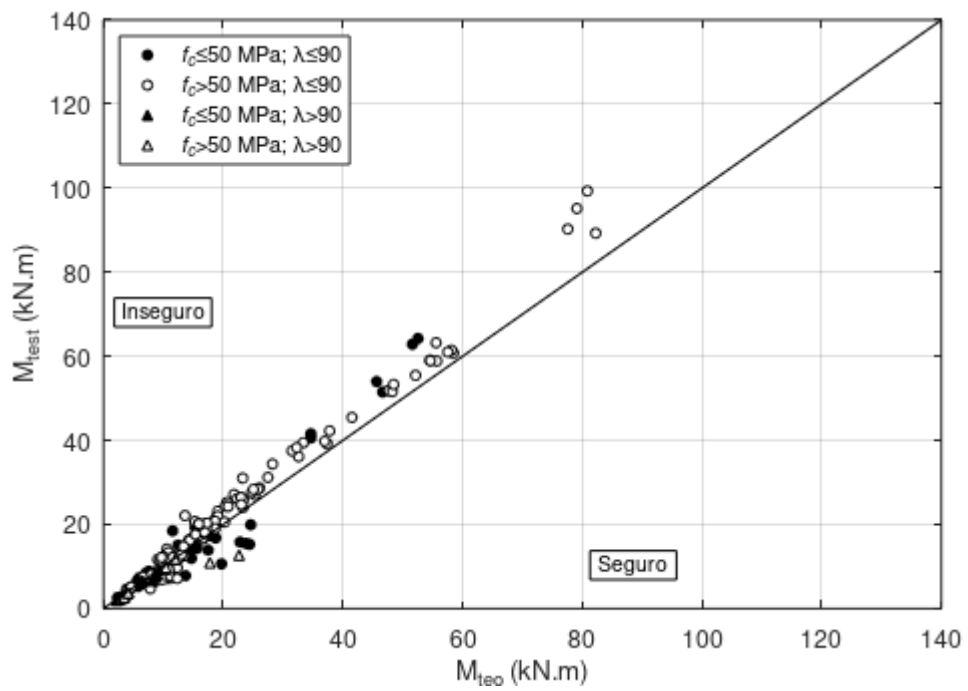


Figura 86 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada original EN 1992-1-1:2004

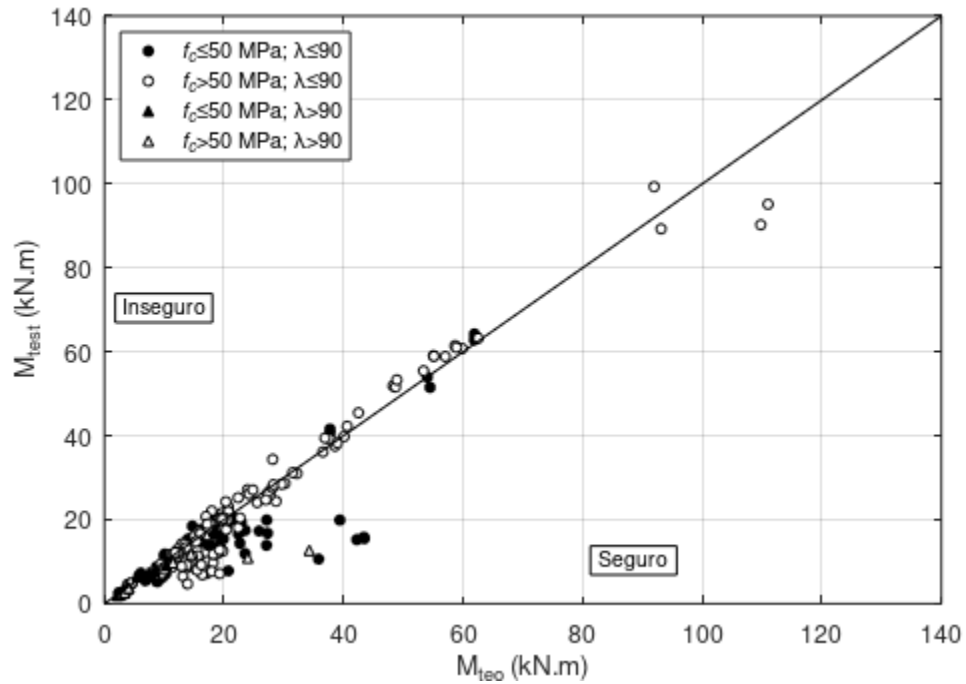


Figura 87 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada original EN 1992-1-1:2004♦

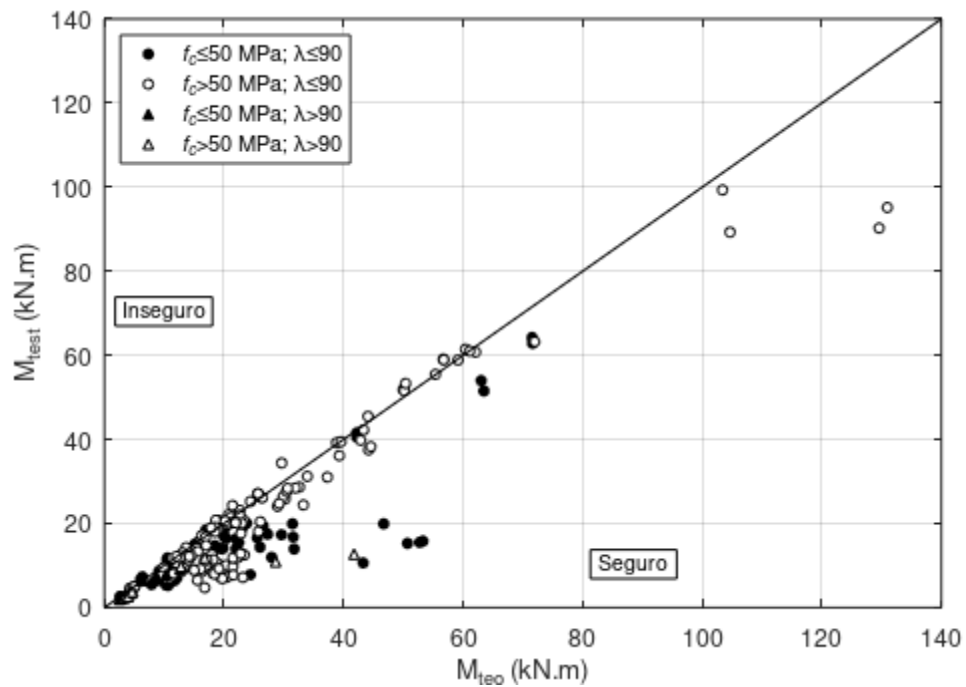


Figura 88 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada simplificada EN 1992-1-1:2004

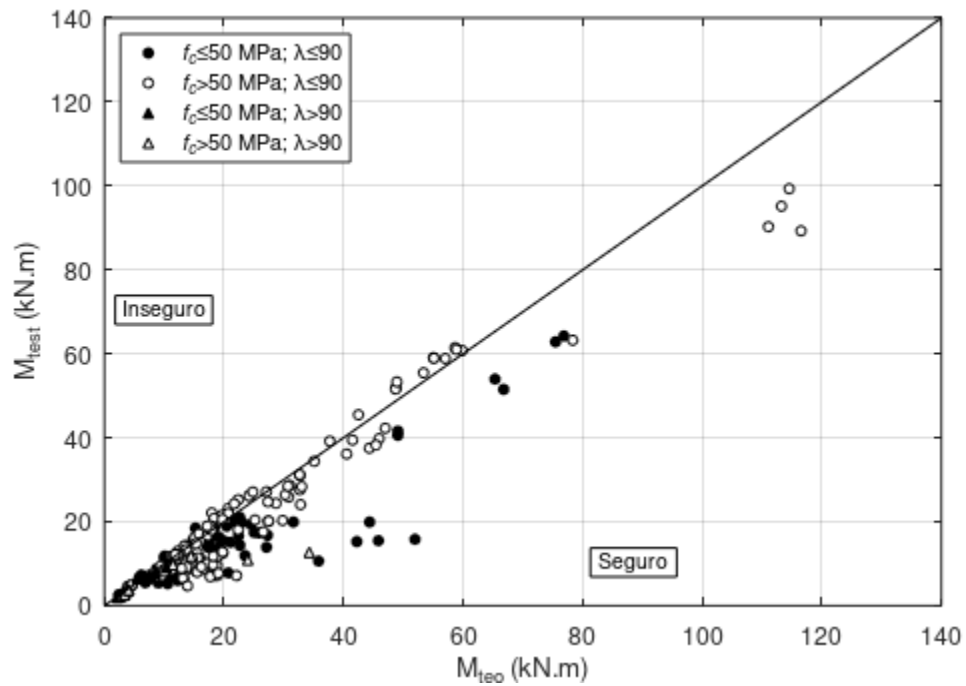
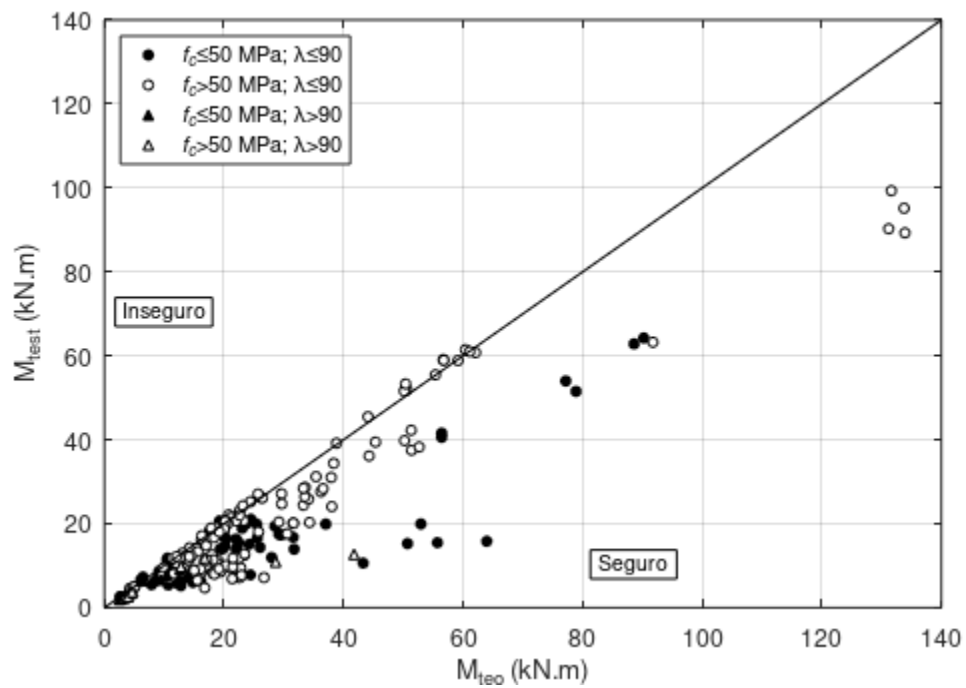


Figura 89 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada simplificada EN 1992-1-1:2004♦



5.4.2.2. Proposta de ajustes do modelo do pilar-padrão com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014

A partir dos resultados apresentados no item anterior, propõe-se considerar a forma do diagrama de momento de primeira ordem na expressão da ABNT NBR 6118:2014 por meio do fator β , de maneira análoga à EN 1992-1-1:2004.

Por conveniência, reproduz-se a seguir as expressões modificadas da ABNT NBR 6118:2014 já apresentadas no item 4.3.2.2.

$$M_{Sd,tot} = \alpha_b M_{1d,A} \left[\frac{1 + (\beta - 1) \left(\frac{\lambda^2}{120 \kappa / \nu} \right)}{1 - \left(\frac{\lambda^2}{120 \kappa / \nu} \right)} \right] \geq M_{1d,A} \quad (166)$$

$$A.M_{Sd,tot}^2 + B.M_{Sd,tot} + C = 0, \text{ onde } \begin{cases} A = 5.h \\ B = h^2 N_d - \frac{N_d \cdot \ell_e^2}{320} - 5.h \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \\ C = -N_d \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \cdot \left(h^2 + \frac{(\beta - 1) \cdot \ell_e^2}{320} \right) \end{cases} \quad (167)$$

$$M_{Sd,tot} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4.A.C}}{2.A} \quad (168)$$

$$\beta = \frac{\pi^2}{c_0} \quad (169)$$

Além disso, os resultados apresentados no item anterior sugeriram uma possível superestimação da rigidez pela norma brasileira. Por isso, foram avaliadas duas propostas de ajuste da formulação da rigidez κ aproximada.

A primeira proposta envolve multiplicar a expressão original da rigidez κ aproximada por um fator de redução da rigidez denominado α_r . A expressão da ABNT NBR 6118:2014 é modificada conforme segue:

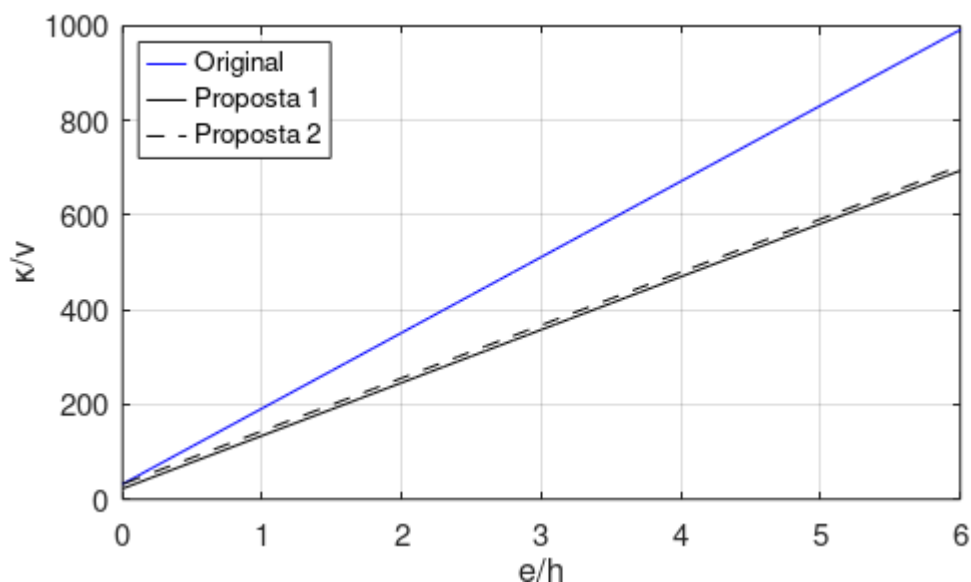
$$\text{Proposta 1: } \kappa_{approx} = \alpha_r \cdot 32 \left(1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{h N_d} \right) \nu \quad (170)$$

A segunda proposta modifica apenas a inclinação da reta definida pela expressão original da rigidez κ aproximada:

$$\text{Proposta 2: } \kappa_{\text{aprox}} = 32 \left(1 + \alpha_r \cdot 5 \frac{M_{Rd,tot}}{hN_d} \right) V \quad (171)$$

O valor mais adequado do fator α_r pode ser avaliado por tentativas. Isso é possível, neste caso, pois se trata de uma proposta de modificação de uma expressão já simplificada, em conjunto com a facilidade e rapidez de processamento do banco de dados deste estudo. A Figura 90 apresenta a comparação das diferentes propostas com a expressão original da rigidez κ aproximada. É possível observar que as propostas apresentam, na prática, valores muito semelhantes de κ . A Proposta 1 resulta em κ ligeiramente inferior à Proposta 2.

Figura 90 – Rigidez κ aproximada (original e propostas), $\alpha_r=0,7$ apenas para fins ilustrativos



A Tabela 24 apresenta a comparação dos resultados da expressão original da rigidez κ aproximada com as propostas deste trabalho, com $c_0 = 8$.

Tabela 24 – Resultados – rigidez κ aproximada – expressão original e propostas

NLG	NLF	Referência	M_{test}/M_{teo}																							
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa									$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$					
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez κ aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.3)	210	1,03	0,17	73	1,02	0,17	63	1,03	0,18	10	0,93	0,08	137	1,04	0,16	125	1,06	0,15	12	0,82	0,16			
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aproximada Proposta 1	Eq. (170) e $\alpha_r=0,75$	210	0,89	0,20	73	0,86	0,21	63	0,88	0,21	10	0,74	0,12	137	0,90	0,20	125	0,92	0,18	12	0,67	0,18			
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aproximada Proposta 1	Eq. (170) e $\alpha_r=0,80$	210	0,92	0,19	73	0,90	0,20	63	0,92	0,20	10	0,78	0,11	137	0,93	0,19	125	0,95	0,17	12	0,70	0,18			
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aproximada Proposta 1	Eq. (170) e $\alpha_r=0,85$	210	0,95	0,19	73	0,93	0,19	63	0,95	0,19	10	0,82	0,10	137	0,96	0,18	125	0,98	0,17	12	0,73	0,17			
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aproximada Proposta 1	Eq. (170) e $\alpha_r=0,90$	210	0,98	0,18	73	0,96	0,19	63	0,98	0,19	10	0,85	0,09	137	0,99	0,17	125	1,01	0,16	12	0,76	0,17			
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aproximada Proposta 1	Eq. (170) e $\alpha_r=0,95$	210	1,00	0,17	73	0,99	0,18	63	1,00	0,18	10	0,89	0,08	137	1,01	0,17	125	1,03	0,15	12	0,79	0,16			
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aproximada Proposta 2	Eq.(171) e $\alpha_r=0,75$	210	0,94	0,19	73	0,92	0,20	63	0,94	0,20	10	0,78	0,10	137	0,95	0,19	125	0,98	0,17	12	0,70	0,17			
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aproximada Proposta 2	Eq.(171) e $\alpha_r=0,80$	210	0,96	0,19	73	0,94	0,19	63	0,96	0,19	10	0,81	0,09	137	0,97	0,18	125	1,00	0,16	12	0,72	0,17			
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aproximada Proposta 2	Eq.(171) e $\alpha_r=0,85$	210	0,98	0,18	73	0,96	0,19	63	0,98	0,19	10	0,84	0,09	137	0,99	0,18	125	1,01	0,16	12	0,75	0,17			
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aproximada Proposta 2	Eq.(171) e $\alpha_r=0,90$	210	1,00	0,18	73	0,98	0,18	63	1,00	0,19	10	0,87	0,08	137	1,01	0,17	125	1,03	0,16	12	0,77	0,16			
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aproximada Proposta 2	Eq.(171) e $\alpha_r=0,95$	210	1,01	0,17	73	1,00	0,18	63	1,01	0,18	10	0,90	0,08	137	1,02	0,17	125	1,04	0,15	12	0,79	0,16			

Focando a análise no grupo de pilares com $\lambda \leq 90$, correspondente ao campo de validade desse modelo conforme a ABNT NBR 6118:2014, podem ser obtidas as seguintes conclusões baseadas na Tabela 24:

- Proposta 1: as médias se situam mais próximas da unidade para $\alpha_r = 0,95$ (CRN) e $\alpha_r = 0,85$ (CAR);
- Proposta 2: as médias se situam mais próximas da unidade para $\alpha_r = 0,95$ (CRN) e $\alpha_r = 0,80$ (CAR). No entanto, seria aceitável assumir $\alpha_r = 0,85$ (CAR), assim como na Proposta 1.

Como a rigidez κ aproximada da Proposta 1 é ligeiramente inferior à Proposta 2 (Figura 90), as médias relacionadas à Proposta 1 resultaram também ligeiramente inferiores que à Proposta 2, como era esperado. O COV é muito parecido nas duas propostas, portanto ambas seriam viáveis. As conclusões são as mesmas caso se considere os pilares com $\lambda > 90$ deste estudo.

As propostas de ajuste da expressão da rigidez κ aproximada são resumidas a seguir. Os fatores A, B e C são usados com a Eq. (168). A Proposta 2 é que introduz menos modificações nas formulações atuais, afetando apenas as parcelas A e B da Eq. (167).

Proposta 1:

$$\kappa_{aprox} = \alpha_r \cdot 32 \left(1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{hN_d} \right) \nu \quad (172)$$

$$\begin{aligned} \alpha_r &= 0,95 \text{ para } f_c \leq 50 \text{ MPa} \\ \alpha_r &= 0,85 \text{ para } f_c > 50 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (173)$$

$$\begin{aligned} A &= \alpha_r \cdot 5 \cdot h \\ B &= \alpha_r \cdot h^2 N_d - \frac{N_d \cdot \ell_e^2}{320} - \alpha_r \cdot 5 \cdot h \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \\ C &= -N_d \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \cdot \left(\alpha_r \cdot h^2 + \frac{(\beta-1) \cdot \ell_e^2}{320} \right) \end{aligned} \quad (174)$$

Proposta 2:

$$\kappa_{aprox} = 32 \left(1 + \alpha_r \cdot 5 \frac{M_{Rd,tot}}{hN_d} \right) \nu \quad (175)$$

$$\begin{aligned} \alpha_r &= 0,95 \text{ para } f_c \leq 50 \text{ MPa} \\ \alpha_r &= 0,85 \text{ para } f_c > 50 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (176)$$

$$\begin{aligned} A &= \alpha_r \cdot 5 \cdot h \\ B &= h^2 N_d - \frac{N_d \cdot \ell_e^2}{320} - \alpha_r \cdot 5 \cdot h \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \\ C &= -N_d \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \cdot \left(h^2 + \frac{(\beta-1) \cdot \ell_e^2}{320} \right) \end{aligned} \quad (177)$$

É importante lembrar que ambas as propostas precisam ser validadas por meio de estudos de confiabilidade antes da efetiva adoção na norma brasileira.

As figuras a seguir apresentam os resultados das Propostas 1 e 2 que se mostraram mais viáveis (médias mais próximas da unidade).

Figura 91 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada e $\alpha_r=0,85$ – Proposta 1

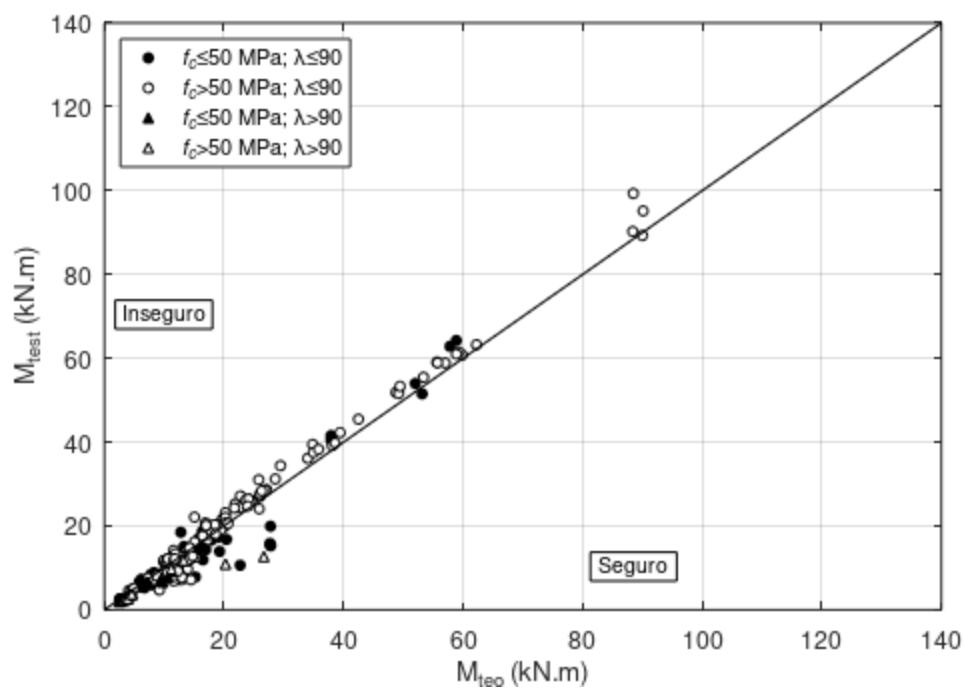


Figura 92 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada e $\alpha_r=0,95$ – Proposta 1

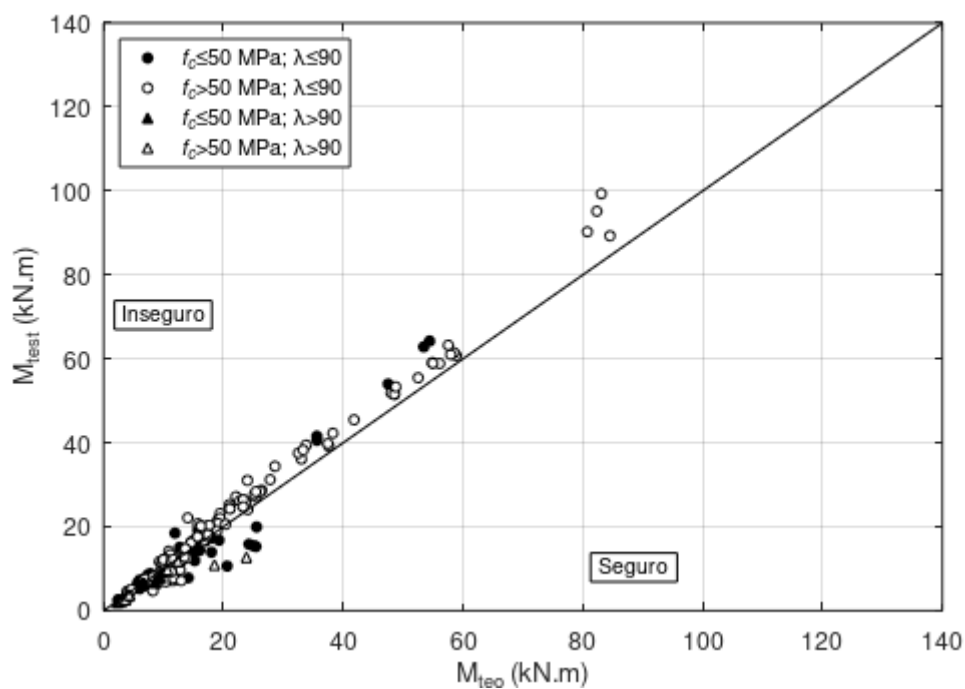


Figura 93 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada e $\alpha_r=0,85$ – Proposta 2

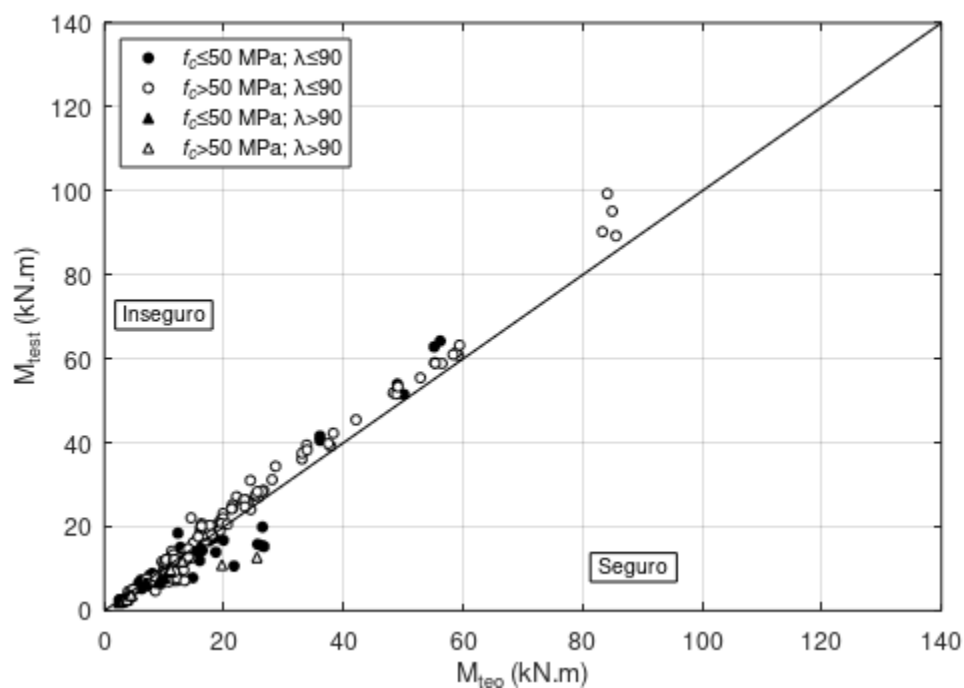
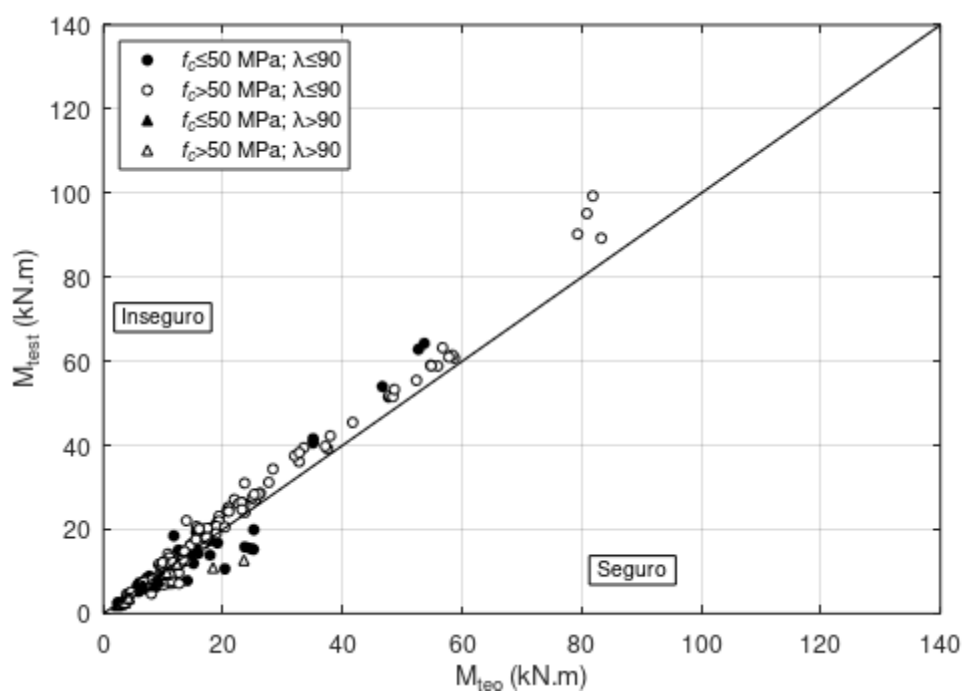


Figura 94 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada e $\alpha_r=0,95$ – Proposta 2



5.4.2.3. Métodos com rigidez aproximada da norma ACI 318M-19

A Tabela 25 apresenta os resultados da relação M_{test}/M_{teo} dos modelos com rigidez aproximada da norma ACI 318M-19, conforme apresentado no item 4.3.2.3, em conjunto com as expressões para NLG do item 4.2.2.1.

Tabela 25 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – ACI 318M-19

NLG	NLF	Referência	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV
Pilar-padrão ($\phi_K=1,00$ ou $c_0=10$)	EI,eff (a) (Eq. 6.6.4.4.4a)	ACI 318M-19 (item 6.6)	162	0,92	0,28	54	0,96	0,27	47	0,98	0,23	7	0,80	0,51	108	0,90	0,29	97	0,90	0,28	11	0,89	0,31
Pilar-padrão ($\phi_K=1,00$ ou $c_0=10$)	EI,eff (b) (Eq. 6.6.4.4.4b)	ACI 318M-19 (item 6.6)	147	0,83	0,26	53	0,80	0,33	46	0,79	0,33	7	0,89	0,31	94	0,84	0,23	84	0,85	0,23	10	0,74	0,19
Pilar-padrão ($\phi_K=1,00$ ou $c_0=10$)	EI,eff (c) (Eq. 6.6.4.4.4c)	ACI 318M-19 (item 6.6)	210	1,32	0,23	74	1,41	0,26	64	1,32	0,15	10	1,98	0,30	136	1,28	0,20	125	1,26	0,20	11	1,53	0,12
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI,eff (a) (Eq. 6.6.4.4.4a)	ACI 318M-19 (item 6.6)	157	0,86	0,27	53	0,88	0,28	47	0,90	0,25	6	0,77	0,46	104	0,84	0,27	94	0,84	0,28	10	0,84	0,22
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI,eff (b) (Eq. 6.6.4.4.4b)	ACI 318M-19 (item 6.6)	145	0,75	0,28	51	0,74	0,32	44	0,73	0,32	7	0,78	0,34	94	0,76	0,26	84	0,77	0,25	10	0,64	0,22
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI,eff (c) (Eq. 6.6.4.4.4c)	ACI 318M-19 (item 6.6)	210	1,23	0,22	74	1,30	0,24	64	1,23	0,16	10	1,79	0,27	136	1,20	0,21	125	1,18	0,20	11	1,43	0,12
Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$)	EI,eff (a) (Eq. 6.6.4.4.4a)	ACI 318M-19 (item 6.6)♦	134	0,78	0,32	45	0,82	0,30	42	0,82	0,30	3	0,77	0,46	89	0,76	0,32	81	0,78	0,31	8	0,64	0,42
Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$)	EI,eff (b) (Eq. 6.6.4.4.4b)	ACI 318M-19 (item 6.6)♦	113	0,68	0,33	38	0,67	0,36	35	0,67	0,36	3	0,73	0,45	75	0,69	0,32	71	0,70	0,31	4	0,47	0,59
Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$)	EI,eff (c) (Eq. 6.6.4.4.4c)	ACI 318M-19 (item 6.6)♦	207	1,11	0,25	74	1,14	0,25	64	1,09	0,24	10	1,44	0,15	133	1,10	0,25	122	1,08	0,25	11	1,32	0,14

As três primeiras linhas da Tabela 25 avaliam as três expressões de rigidez aproximada do ACI 318M-19 associadas ao modelo do pilar-padrão simples, correspondente a adotar $c_0 = 10$ na Eq. (32) ou $\phi_K = 1$ na Eq. (67). A consideração de $\phi_K = 1$ (ou seja, o pilar-padrão simples) para comparação com resultados experimentais já foi utilizada por outros pesquisadores (KIM e YANG, 1995; BONET *et al.*, 2011). Para as rigidezes EI,eff(a) e EI,eff(b) da norma ACI 318M-19, as médias da relação M_{test}/M_{teo} resultaram sempre inferiores 1,0 (a favor da segurança). As dispersões são elevadas, mas com valores semelhantes aos modelos com rigidez aproximada da EN 1992-1-1:2004. A rigidez EI,eff(c) resultou significativamente contra a segurança em todos os cenários, mas com pequena dispersão.

Quando se considera o pilar-padrão com $c_0 = 8$, de modo a levar em consideração a forma do diagrama de momento de primeira ordem, as médias da relação M_{test}/M_{teo} se reduzem, ficando mais a favor da segurança. No entanto, isso não foi suficiente para que o modelo com rigidez EI,eff(c) resultasse a favor da segurança. É possível concluir que a expressão de EI,eff(c) superestima significativamente a rigidez dos pilares.

É interessante observar que a rigidez $EI_{\text{eff(a)}}$ associada ao pilar-padrão com $c_0 = 8$ apresentou resultados muito próximos aos obtidos com a rigidez EI aproximada da EN 1992-1-1:2004, sobretudo para pilares com $f_c \leq 50$ MPa e $\lambda \leq 90$. O fato a ressaltar é que a rigidez $EI_{\text{eff(a)}}$ é calculada de forma muito mais simplificada que a rigidez EI da EN 1992-1-1:2004. Para pilares com CAR ($f_c > 50$ MPa), a rigidez $EI_{\text{eff(a)}}$ resulta em valores significativamente a favor da segurança.

Por fim, as três últimas linhas da Tabela 25 avaliam a expressão de amplificação do momento da ACI 318M-19, a qual considera um fator de redução de rigidez ϕ_K conforme explicado no item 4.2.2.1. A consideração de $\phi_K = 0,75$ conforme proposto na ACI 318M-19 conduziu a resultados excessivamente a favor da segurança para as rigidezes $EI_{\text{eff(a)}}$ e $EI_{\text{eff(b)}}$. Além disso, não foi suficiente para garantir resultados a favor da segurança com a rigidez $EI_{\text{eff(c)}}$. Em todos os casos, as dispersões (COV) resultaram maiores do que as do modelo do pilar-padrão com $c_0 = 8$. Em relação às diferentes abordagens da NLG, os resultados deste estudo mostraram que o modelo do pilar-padrão com $c_0 = 8$ conduziu a resultados teóricos mais coerentes com os resultados experimentais do que o modelo do pilar-padrão com $\phi_K = 0,75$.

Os resultados da Tabela 25 são apresentados nas figuras a seguir.

Figura 95 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez aproximada $EI_{\text{eff(a)}}$ ACI 318M-19

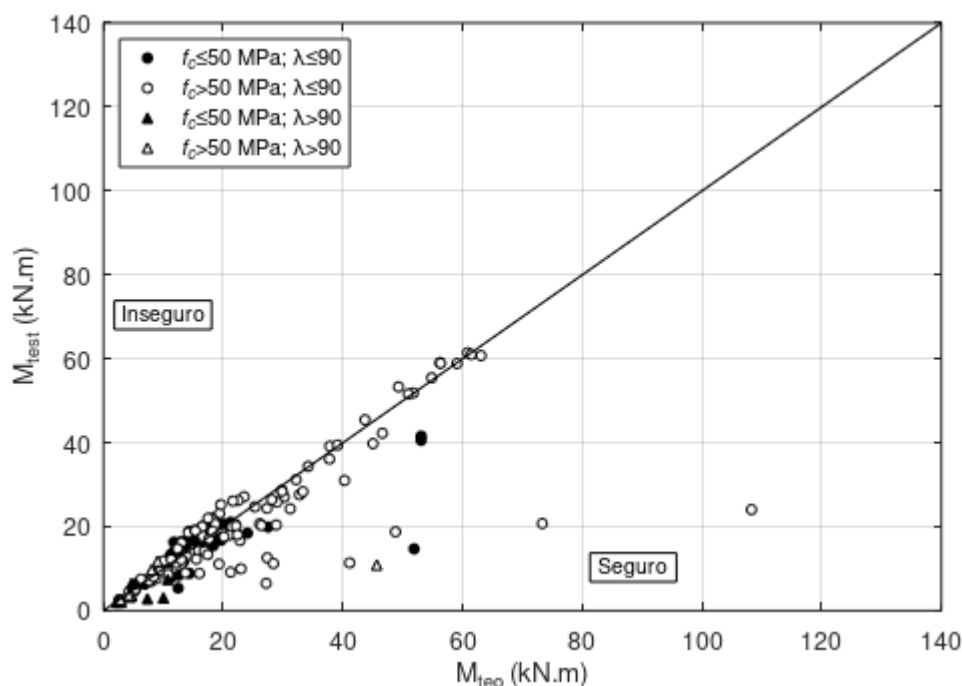


Figura 96 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez aproximada $EI_{eff}(b)$ ACI 318M-19

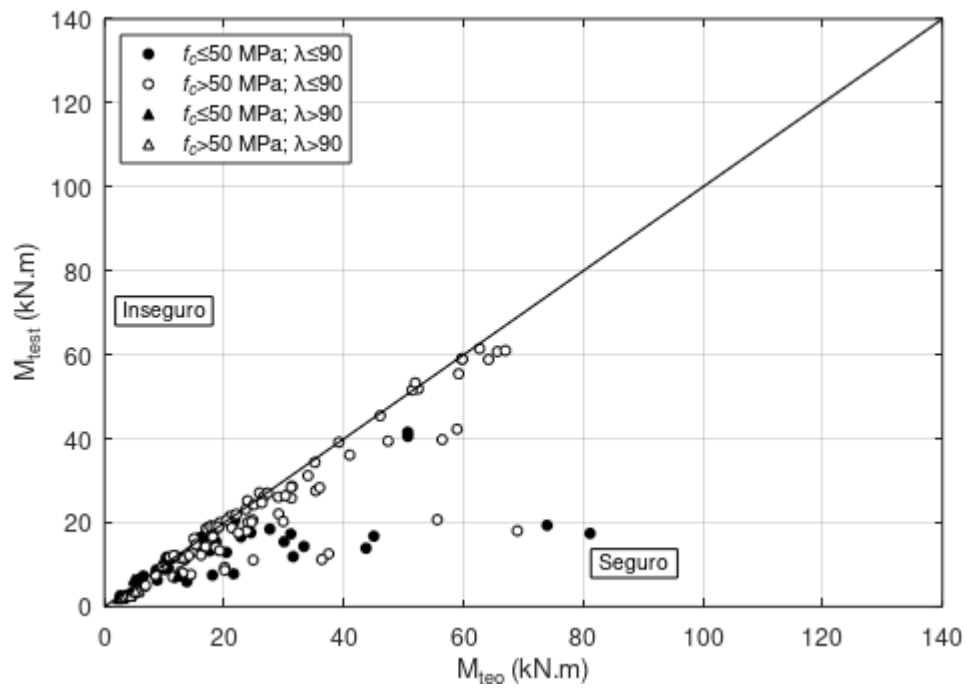


Figura 97 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez aproximada $EI_{eff}(c)$ ACI 318M-19

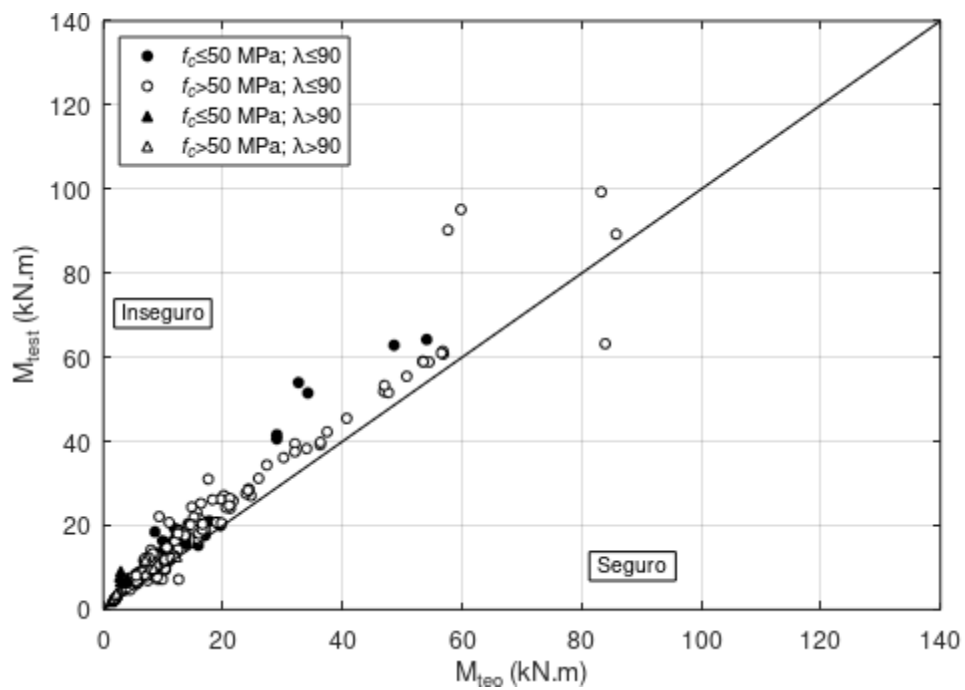


Figura 98 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez aproximada $EI_{eff}(a)$ ACI 318M-19

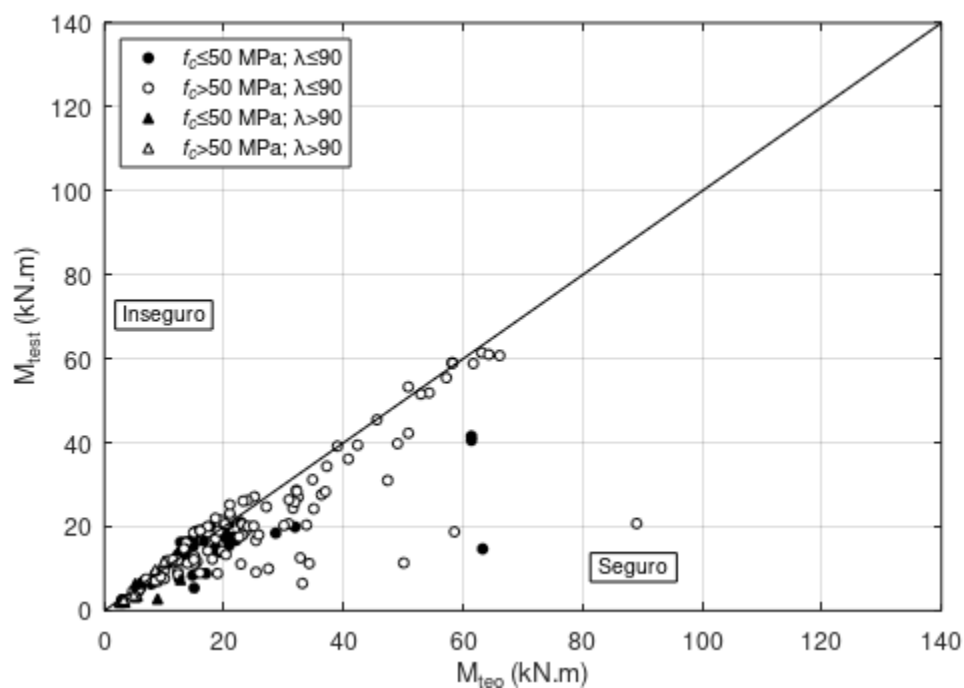


Figura 99 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez aproximada $EI_{eff}(b)$ ACI 318M-19

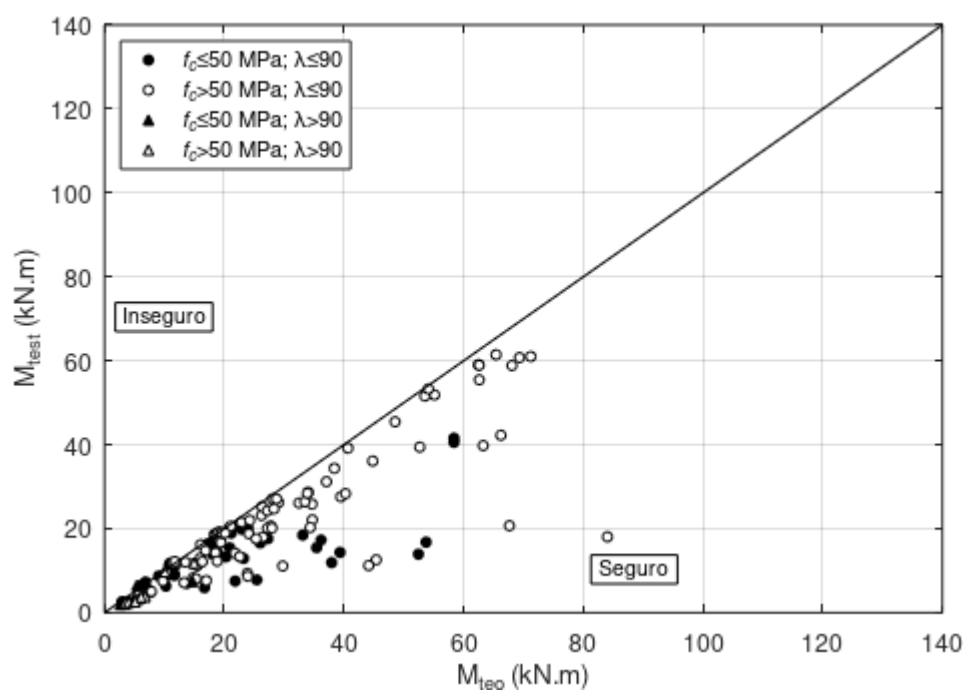


Figura 100 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez aproximada $EI_{\text{eff}}(c)$ ACI 318M-19

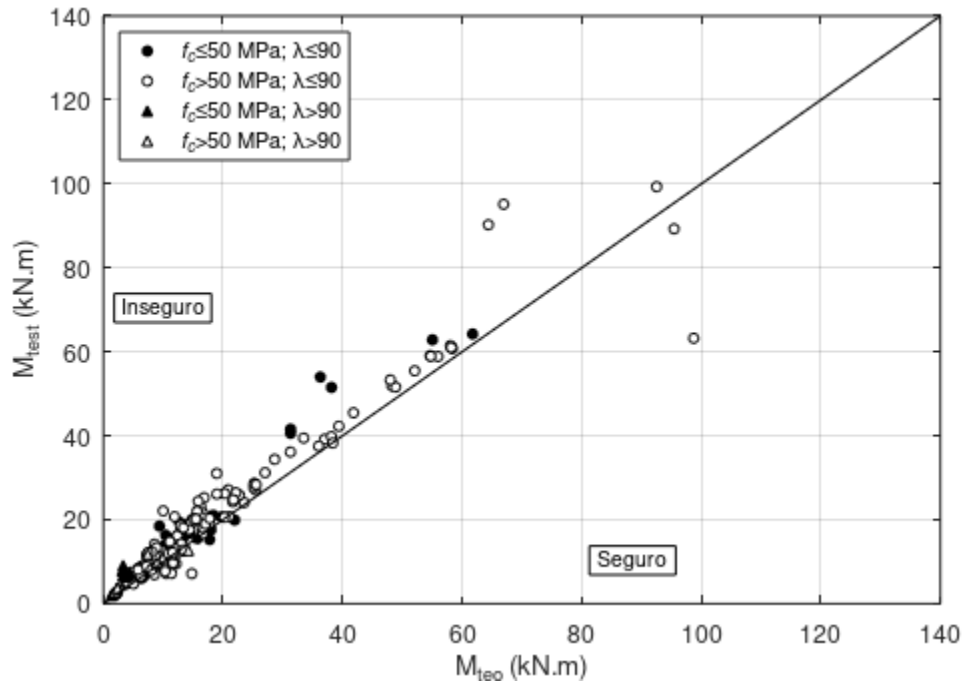


Figura 101 - Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$) com rigidez aproximada $EI_{\text{eff}}(a)$ ACI 318M-19♦

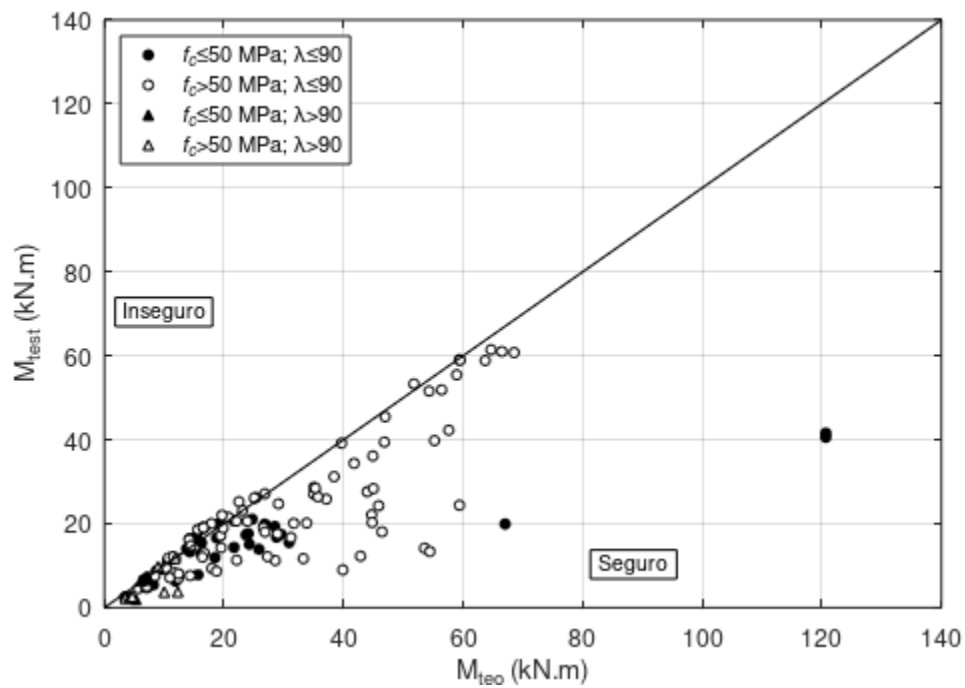


Figura 102 - Pilar-padrão ($\phi_k=0,75$) com rigidez aproximada $EI_{eff}(b)$ ACI 318M-19♦

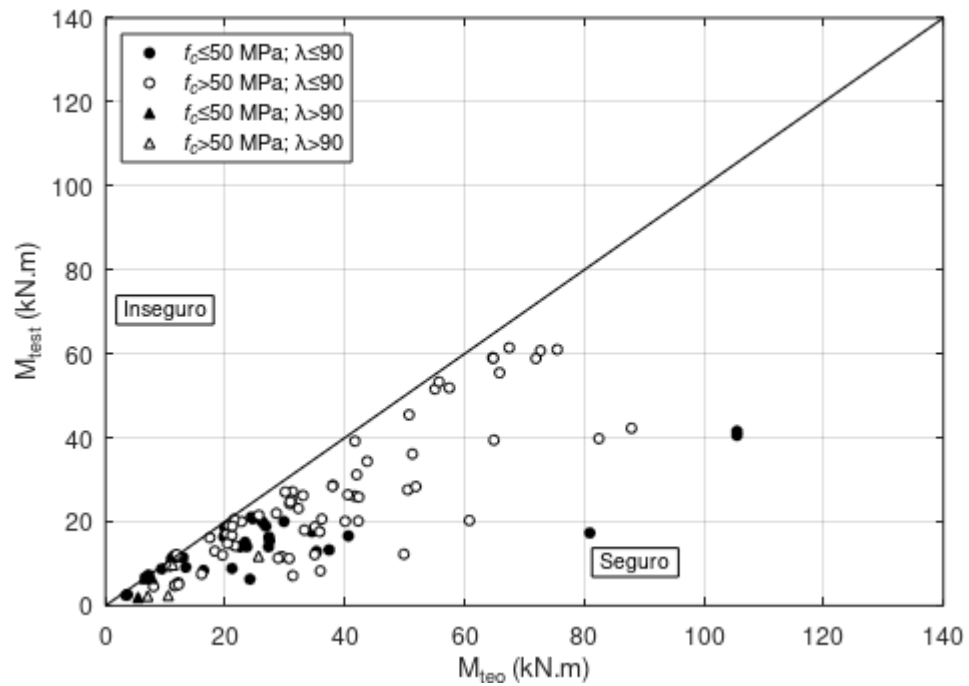
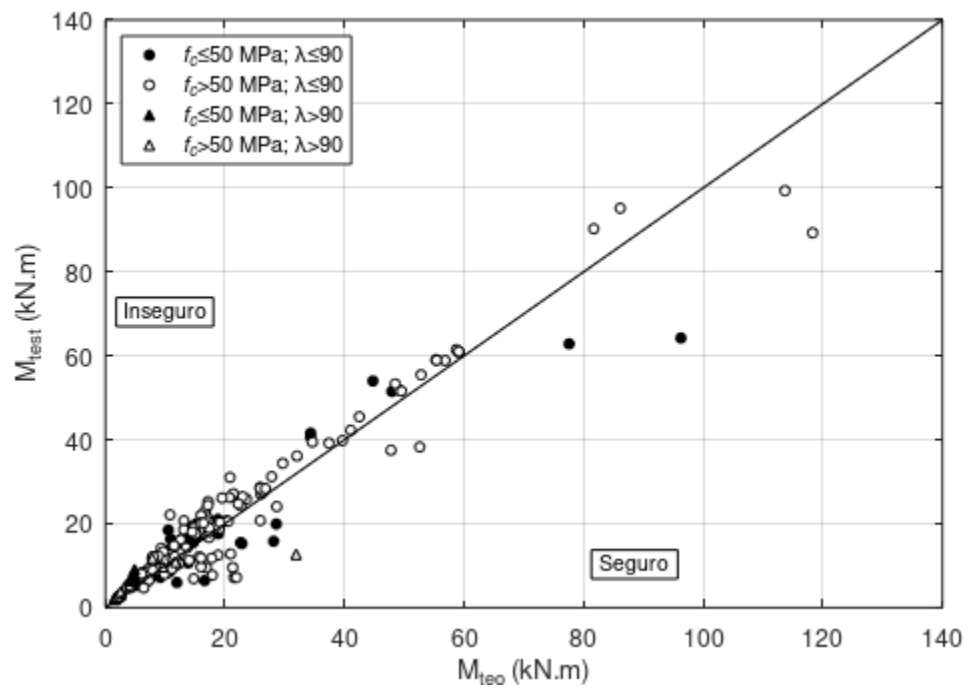


Figura 103 - Pilar-padrão ($\phi_k=0,75$) com rigidez aproximada $EI_{eff}(c)$ ACI 318M-19♦



5.4.2.4. Rigidez aproximada de Mirza (1990)

A Tabela 26 apresenta os resultados das propostas de Mirza (1990) para o cálculo de EI (item 4.3.2.4.1).

Tabela 26 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – Mirza (1990)

NLG	NLF	Referência	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos	$f_c \leq 50$ MPa									$f_c > 50$ MPa										
				$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$							
				np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV		
Pilar-padrão ($\phi_K=1,00$ ou $c_0=10$)	Rigidez EI aprox. - Eq. (131)	Mirza (1990)	173	0,88	0,26	63	0,89	0,25	55	0,86	0,24	8	1,05	0,24	110	0,87	0,26	100	0,86	0,27	10	0,94	0,08
Pilar-padrão ($\phi_K=1,00$ ou $c_0=10$)	Rigidez EI aprox. - Eq. (132)	Mirza (1990)	165	0,83	0,27	60	0,82	0,27	53	0,81	0,27	7	0,93	0,23	105	0,83	0,27	95	0,84	0,27	10	0,71	0,13
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox. - Eq. (131)	Mirza (1990)	169	0,80	0,26	61	0,81	0,25	54	0,79	0,25	7	0,98	0,19	108	0,80	0,26	98	0,80	0,27	10	0,82	0,08
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox. - Eq. (132)	Mirza (1990)	161	0,76	0,27	60	0,73	0,30	53	0,72	0,30	7	0,81	0,25	101	0,77	0,25	91	0,79	0,25	10	0,61	0,13
Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$)	Rigidez EI aprox. - Eq. (131)	Mirza (1990)	141	0,70	0,28	51	0,67	0,34	44	0,67	0,33	7	0,67	0,42	90	0,72	0,25	80	0,75	0,23	10	0,54	0,14
Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$)	Rigidez EI aprox. - Eq. (132)	Mirza (1990)	123	0,68	0,32	42	0,65	0,35	38	0,65	0,34	4	0,60	0,51	81	0,69	0,31	77	0,71	0,27	4	0,30	0,23

As propostas de EI de Mirza (1990) resultaram em médias da relação M_{test}/M_{teo} inferiores a 1,0 (a favor da segurança) em praticamente todos os cenários, mas com dispersões superiores aos modelos com $EI_{eff}(c)$ da ACI 318M-19. A Eq. (132) de Mirza (1990), por ser uma simplificação da Eq. (131), conduziu a resultados mais a favor da segurança (menores médias de M_{test}/M_{teo}) e com COV ligeiramente menores que a Eq. (131).

Como as expressões propostas por Mirza (1990) resultam em rigidezes razoavelmente baixas, o modelo do pilar-padrão simples conduziu a resultados a favor da segurança em praticamente todos os casos (exceto para pilares com $f_c < 50$ MPa e $\lambda > 90$), não se mostrando necessário considerar a forma do diagrama do momento de primeira ordem ($c_0 = 8$) ou redução adicional da rigidez ($\phi_K = 0,75$).

Como apresentado no item 4.3.2.4.1, Mirza (1990) alerta que a expressão aproximada está sujeita aos limites de $f'_c \leq 41,4$ MPa, $\rho \geq 0,01$, $l/h \leq 30$ e $e/h \geq 0,1$. Os pilares do banco de dados deste trabalho (item 5.3.4) respeitam boa parte desses limites, exceto pela resistência do concreto. Mesmo assim, os resultados da Tabela 26 para $f_c > 50$ MPa são muito parecidos com os resultados do grupo com $f_c \leq 50$ MPa.

As figuras a seguir mostram os resultados da Tabela 26 para $c = 10$, os quais apresentaram médias mais próximas da unidade.

Figura 104 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Mirza (1990) Eq. (131)

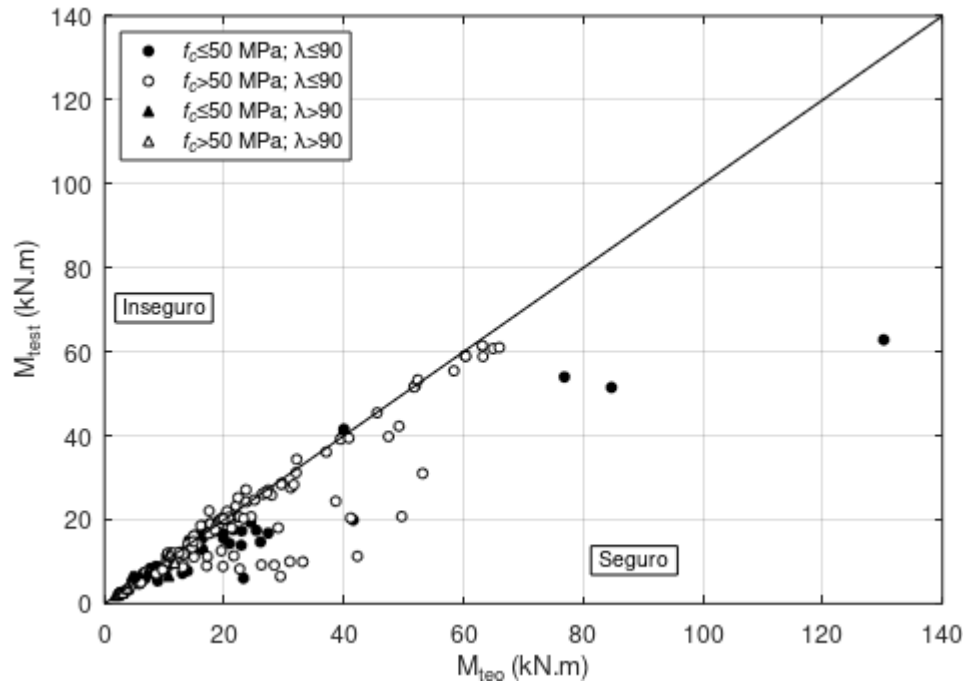
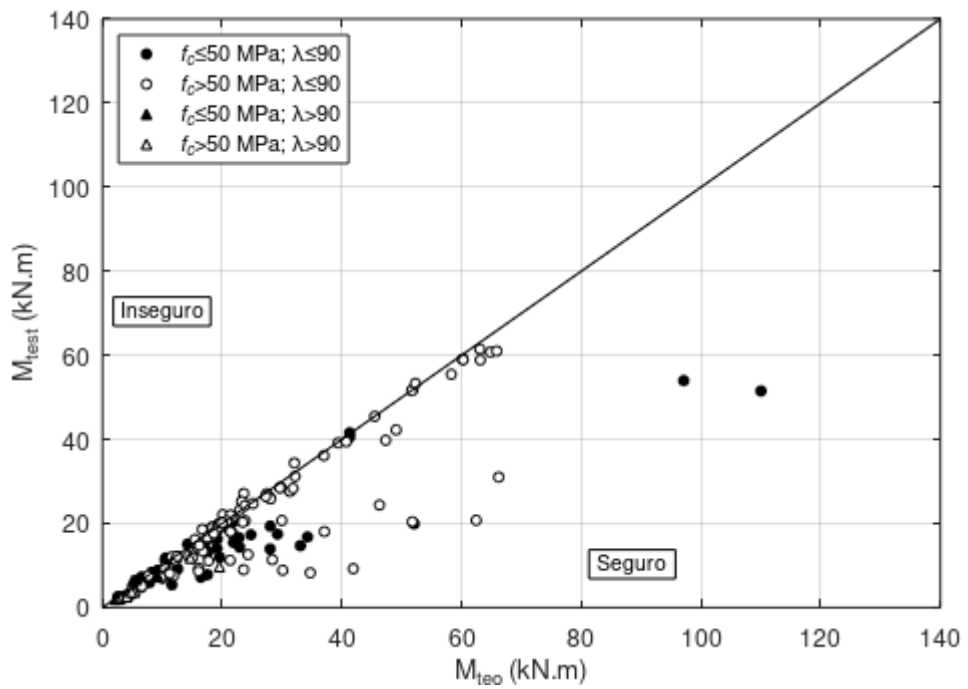


Figura 105 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Mirza (1990) Eq. (132)



5.4.2.5. Rigidez aproximada de Westerberg (2002b)

A Tabela 27 apresenta os resultados para a proposta de Westerberg (2002b) para o cálculo de EI (item 4.3.2.4.2). Em sua pesquisa, Westerberg (2002b) utilizou $0,85.f_c^{0,6}$ contido dentro do termo α_e . O fator 0,85, neste caso, não é o fator para levar em consideração os efeitos do carregamento de longa duração, mas sim um fator de ajuste da própria expressão da rigidez EI aproximada. Para fins comparativos, os estudos da Tabela 27 foram feitos também com $1,00.f_c^{0,6}$.

Tabela 27 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – Westerberg (2002b)

NLG	NLF	Referência	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Pilar-padrão ($c_0=10$)	Rigidez EI aprox.. ($1,00.f_c^{0,6}$)	Westerberg (2002b)	210	1,03	0,24	74	1,01	0,32	64	0,96	0,26	10	1,28	0,43	136	1,04	0,18	125	1,05	0,18	11	0,86	0,12
Pilar-padrão ($c_0=10$)	Rigidez EI aprox.. ($0,85.f_c^{0,6}$)	Westerberg (2002b)	210	0,97	0,25	74	0,93	0,33	64	0,89	0,30	10	1,14	0,39	136	0,99	0,20	125	1,01	0,19	11	0,77	0,14
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox.. ($1,00.f_c^{0,6}$)	Westerberg (2002b)	210	0,93	0,25	74	0,90	0,32	64	0,87	0,28	10	1,11	0,43	136	0,95	0,20	125	0,96	0,19	11	0,75	0,12
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox.. ($0,85.f_c^{0,6}$)	Westerberg (2002b)	210	0,88	0,27	74	0,82	0,34	64	0,80	0,32	10	0,98	0,39	136	0,90	0,22	125	0,92	0,20	11	0,67	0,14

A proposta de Westerberg (2002b) com $1,00.f_c^{0,6}$ apresentou resultados muito próximos ao modelo da rigidez aproximada da EN 1992-1-1:2004 para pilares com $f_c \leq 50$ MPa e $\lambda \leq 90$. A proposta apresentou desempenho superior ao modelo da EN 1992-1-1:2004 para pilares com $f_c > 50$ MPa e $\lambda \leq 90$, com média da relação M_{test}/M_{teo} ligeiramente a favor da segurança e pequena dispersão (COV) se comparada a outros modelos.

Para pilares com $\lambda > 90$, a proposta de Westerberg (2002b) se mostrou a favor da segurança apenas com $0,85.f_c^{0,6}$ e $c_0 = 8$ para $f_c \leq 50$ MPa e significativamente a favor da segurança para $f_c > 50$ MPa.

A consideração de $0,85.f_c^{0,6}$ não se mostrou necessária quando $c_0 = 8$. Os resultados com $1,00.f_c^{0,6}$ se mostraram a favor da segurança e com menores dispersões que $0,85.f_c^{0,6}$.

As figuras a seguir mostram os resultados da Tabela 27 para $1,00.f_c^{0,6}$.

Figura 106 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Westerberg (2002b) com $1,00f_c^{0,6}$

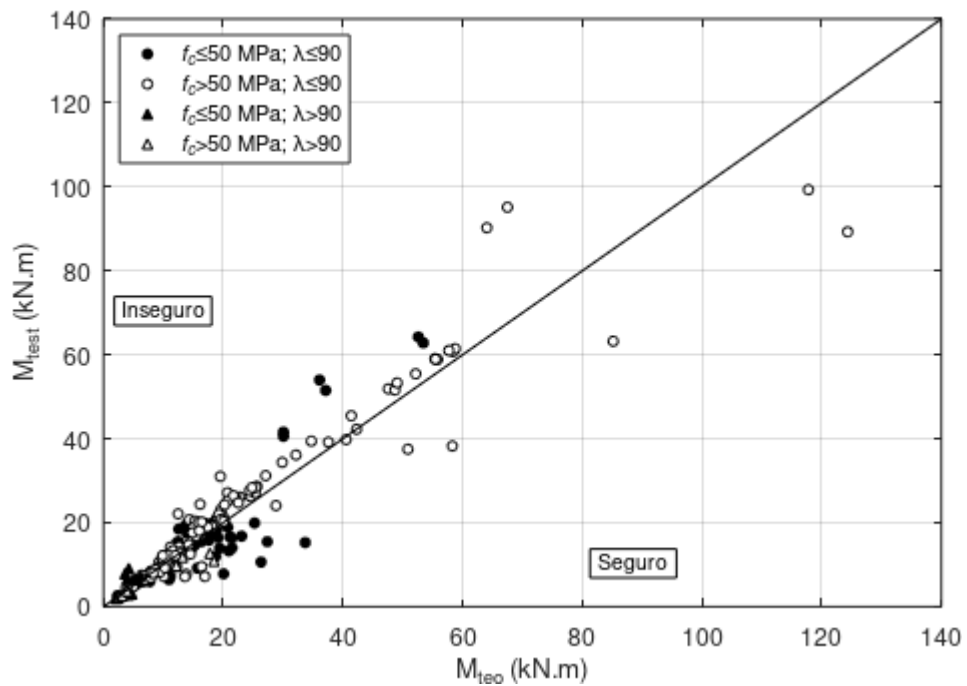
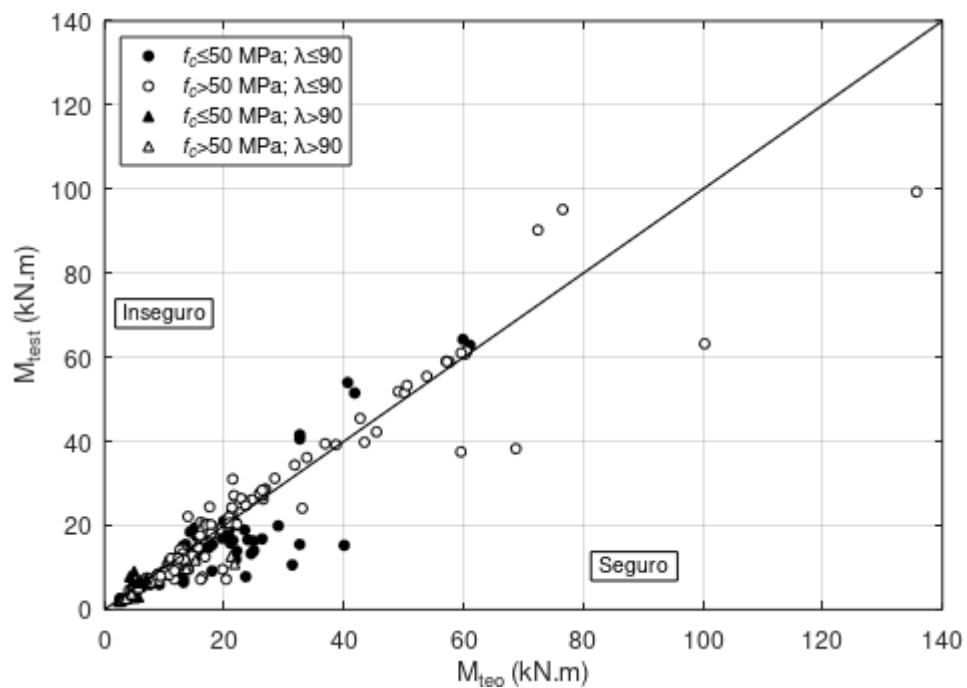


Figura 107 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada de Westerberg (2002b) com $1,00f_c^{0,6}$



5.4.2.6. Rigidez aproximada de Bonet *et al.* (2004)

A Tabela 28 apresenta os resultados para os estudos das propostas de Bonet *et al.* (2004) para o cálculo de EI (item 4.3.2.4.3). Foi utilizado E_c informado pelos autores.

Tabela 28 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – Bonet *et al.* (2004)

NLG	NLF	Referência	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos	$f_c \leq 50$ MPa									$f_c > 50$ MPa										
				Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$				
				np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV		
Pilar-padrão ($c_0=10$)	Rigidez EI aproximada	Bonet <i>et al.</i> (2004)	203	1,03	0,27	69	0,97	0,31	59	0,91	0,24	10	1,29	0,36	134	1,06	0,25	123	1,05	0,25	11	1,17	0,17
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aproximada	Bonet <i>et al.</i> (2004)	202	0,94	0,28	69	0,86	0,31	59	0,82	0,27	10	1,12	0,35	133	0,98	0,25	122	0,97	0,26	11	1,06	0,18

A proposta de Bonet *et al.* (2004) se mostrou ligeiramente mais a favor da segurança que a proposta de Westerberg (2002b), mas com maiores dispersões. Em outras palavras, a proposta de Westerberg (2002b) com $c_0 = 8$ apresentou melhor concordância com os resultados experimentais do que a proposta de Bonet *et al.* (2004) com $c_0 = 8$ para o banco de dados deste estudo, sobretudo para pilares com $\lambda \leq 90$.

A rigidez calculada segundo a norma EN 1992-1-1:2004 apresentou melhor desempenho para pilares com $f_c \leq 50$ MPa, enquanto a proposta de Bonet *et al.* (2004) apresentou melhor desempenho para pilares com $f_c > 50$ MPa.

Os resultados se mostraram contra a segurança (média de M_{test}/M_{teo} superior a 1,0) para pilares com $\lambda > 90$. No entanto, se trata de uma amostra com apenas 21 pilares, sendo necessários estudos baseados num banco de dados mais amplo que possibilitem obter conclusões mais assertivas.

As figuras a seguir apresentam os resultados da Tabela 28.

Figura 108 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Bonet *et al.* (2004)

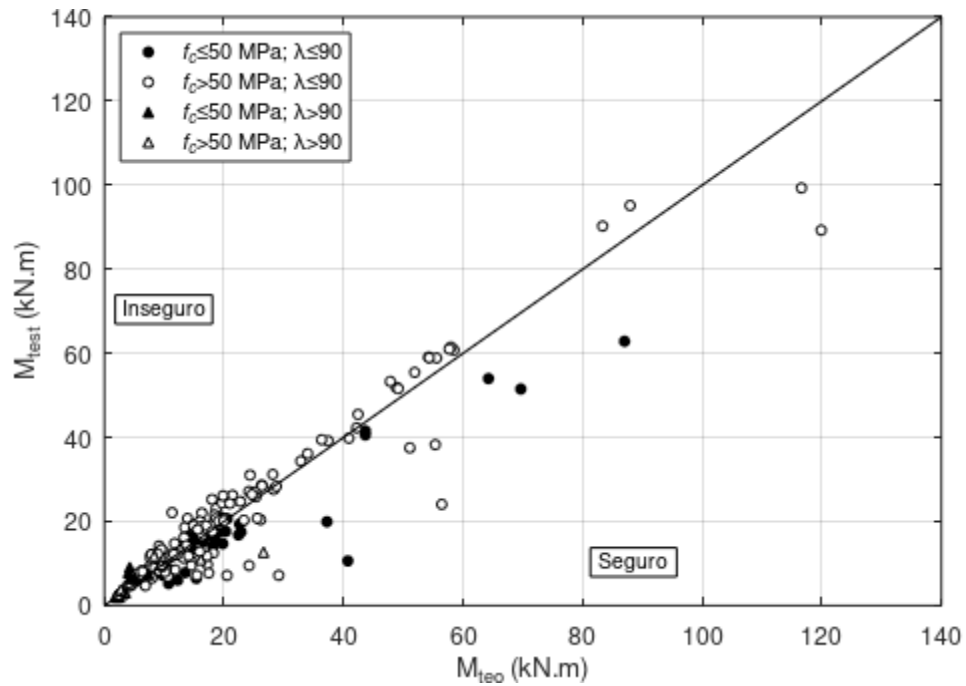
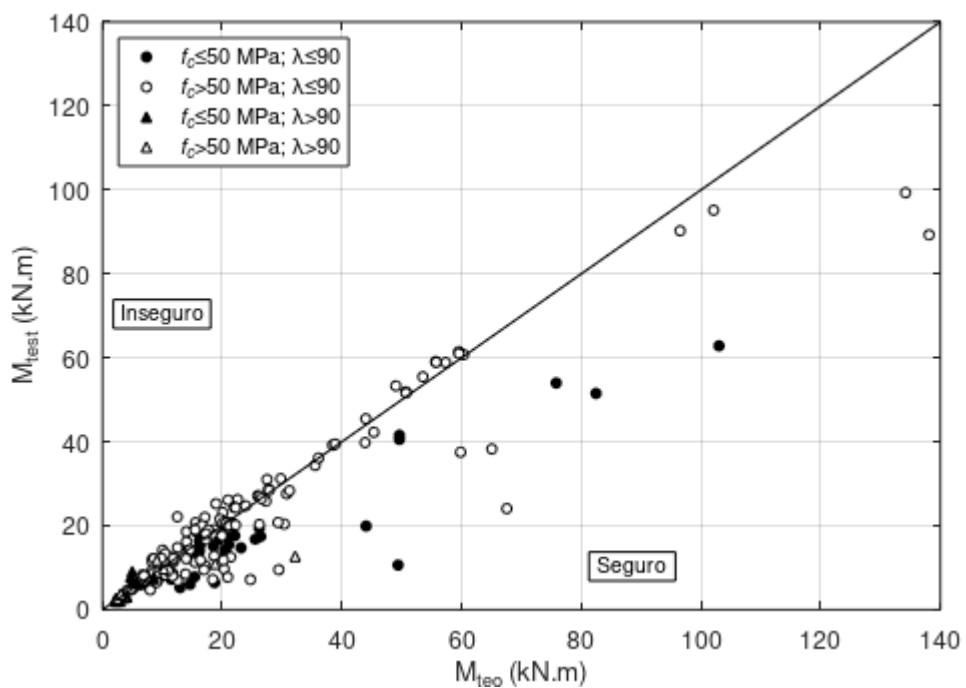


Figura 109 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada de Bonet *et al.* (2004)



5.4.2.7. Rigidez aproximada de Khuntia e Ghosh (2004)

A simplificação para a formulação do ACI proposta Khuntia e Ghosh (2004) (descrita no item 4.3.2.4.4) resultou nos valores apresentados na Tabela 29.

Tabela 29 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – Khuntia e Ghosh (2004)

NLG	NLF	Referência	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos		$\lambda \leq 90$		$\lambda > 90$		Todos		$\lambda \leq 90$		$\lambda > 90$							
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Pilar-padrão ($\phi_K=1,00$ ou $c_0=10$)	Rigidez EI aproximada	Khuntia e Ghosh (2004)	210	1,14	0,22	74	1,16	0,21	64	1,16	0,22	10	1,18	0,15	136	1,13	0,23	125	1,12	0,23	11	1,17	0,24
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aproximada	Khuntia e Ghosh (2004)	209	1,05	0,23	73	1,07	0,21	63	1,08	0,21	10	1,03	0,18	136	1,04	0,24	125	1,04	0,24	11	1,06	0,25
Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$)	Rigidez EI aproximada	Khuntia e Ghosh (2004)	190	0,95	0,26	66	0,95	0,25	59	0,96	0,25	7	0,85	0,26	124	0,96	0,27	114	0,96	0,27	10	0,94	0,16

As médias da relação M_{test}/M_{teo} da proposta de Khuntia e Ghosh (2004) resultaram contra a segurança quando associadas ao pilar-padrão com $c_0 = 10$ ou $c_0 = 8$, em todos os cenários. Por outro lado, a proposta apresentou médias muito próximas da unidade, e ligeiramente a favor da segurança, quando associada ao pilar-padrão e $\phi_K = 0,75$. Os resultados se mostraram melhores que os da rigidez $EI_{eff}(c)$ da norma ACI 318M-19, mantendo praticamente os mesmos valores do COV.

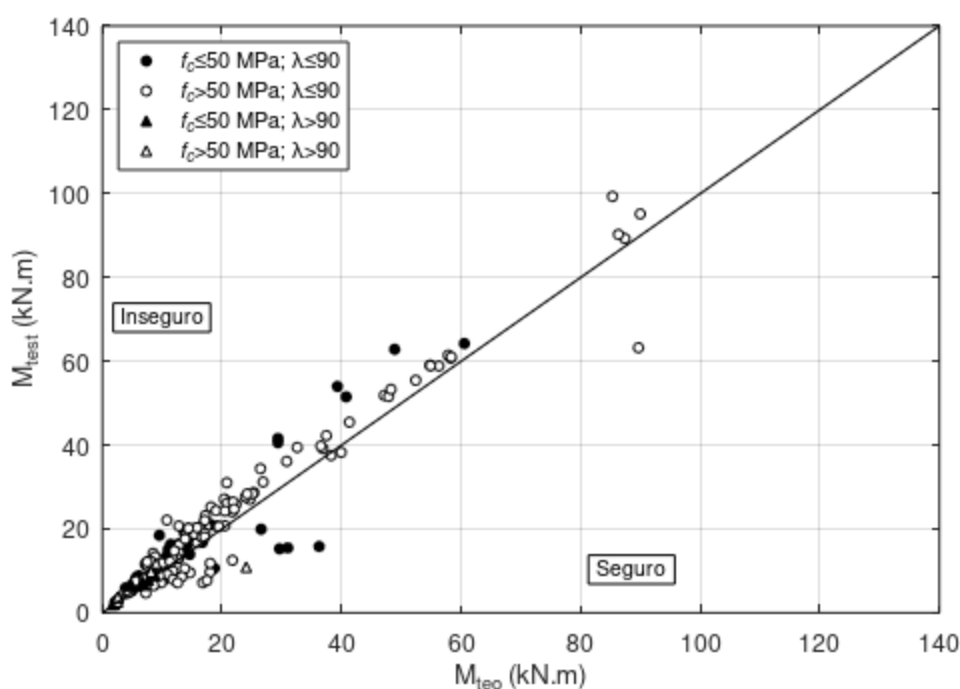
Figura 110 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Khuntia e Ghosh (2004)

Figura 111 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada de Khuntia e Ghosh (2004)

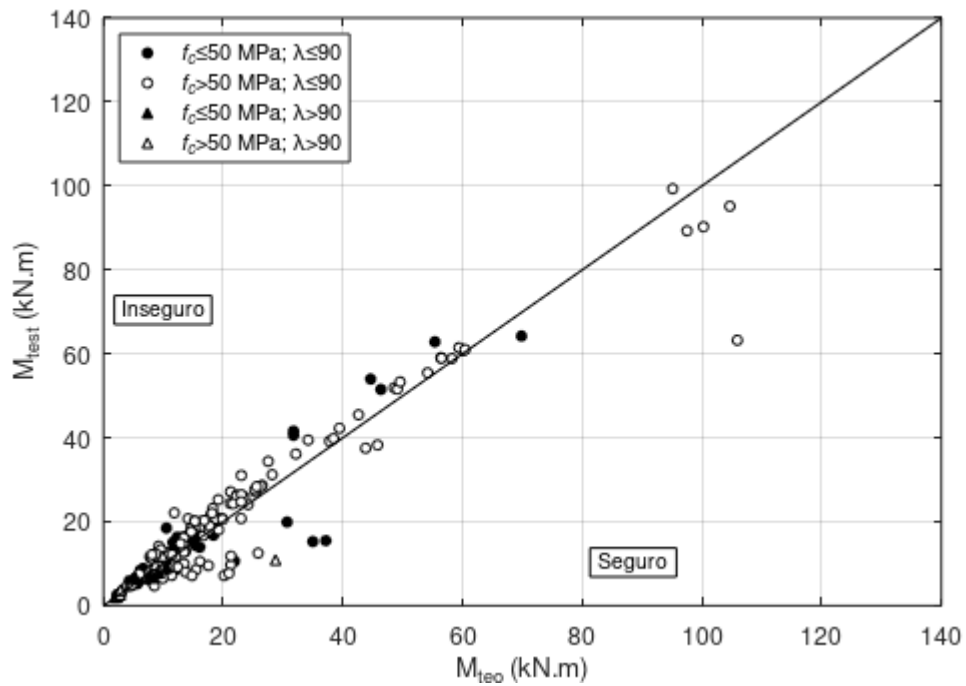
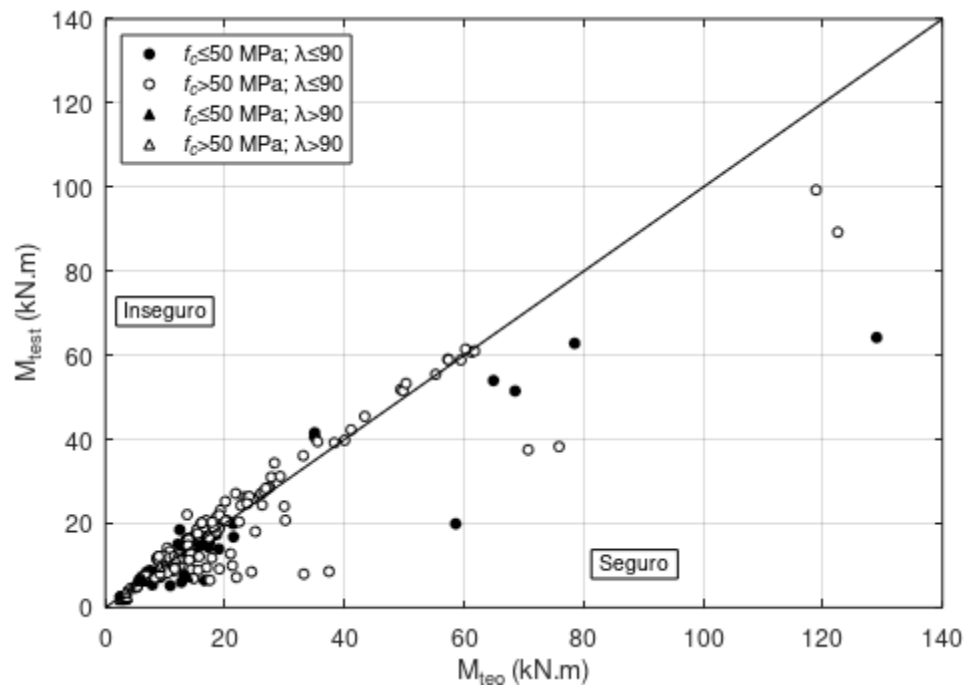


Figura 112 - Pilar-padrão ($\phi_k=0,75$) com rigidez EI aproximada de Khuntia e Ghosh (2004)



5.4.2.8. Rigidez aproximada de Tikka e Mirza (2005, 2008)

A Tabela 30 apresenta os resultados para os estudos das propostas de Tikka e Mirza (2005, 2008) para o cálculo de EI (itens 4.3.2.4.5 e 4.3.2.4.6).

Tabela 30 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – Tikka e Mirza (2005, 2008)

NLG	NLF	Referência	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50 \text{ MPa}$						$f_c > 50 \text{ MPa}$											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Pilar-padrão ($\phi_K=1,00$ ou $c_0=10$)	Rigidez EI aproximada	Tikka e Mirza (2005)	169	0,77	0,28	60	0,77	0,26	53	0,76	0,26	7	0,84	0,25	109	0,78	0,29	99	0,78	0,30	10	0,73	0,10
Pilar-padrão ($\phi_K=1,00$ ou $c_0=10$)	Rigidez EI aprox. Eq. (151)	Tikka e Mirza (2008)	159	0,75	0,27	59	0,71	0,30	52	0,71	0,30	7	0,75	0,30	100	0,77	0,25	90	0,79	0,25	10	0,60	0,13
Pilar-padrão ($\phi_K=1,00$ ou $c_0=10$)	Rigidez EI aprox. Eq. (152)	Tikka e Mirza (2008)	163	0,76	0,27	59	0,74	0,27	52	0,74	0,27	7	0,80	0,27	104	0,77	0,26	94	0,78	0,27	10	0,69	0,11
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aproximada	Tikka e Mirza (2005)	163	0,71	0,27	59	0,69	0,27	52	0,68	0,27	7	0,73	0,27	104	0,72	0,26	94	0,73	0,27	10	0,63	0,11
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox. Eq. (151)	Tikka e Mirza (2008)	158	0,67	0,30	59	0,63	0,33	52	0,63	0,34	7	0,64	0,33	99	0,69	0,27	89	0,71	0,26	10	0,51	0,15
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox. Eq. (152)	Tikka e Mirza (2008)	159	0,69	0,27	59	0,66	0,30	52	0,65	0,30	7	0,69	0,30	100	0,71	0,25	90	0,73	0,25	10	0,59	0,12
Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$)	Rigidez EI aproximada	Tikka e Mirza (2005)	121	0,61	0,35	42	0,56	0,40	39	0,56	0,40	3	0,58	0,48	79	0,64	0,32	75	0,65	0,30	4	0,36	0,41
Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$)	Rigidez EI aprox. Eq. (151)	Tikka e Mirza (2008)	105	0,62	0,34	34	0,58	0,38	32	0,57	0,39	2	0,63	0,16	71	0,64	0,31	70	0,64	0,31	1	0,44	0,00
Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$)	Rigidez EI aprox. Eq. (152)	Tikka e Mirza (2008)	112	0,61	0,34	37	0,57	0,39	35	0,56	0,40	2	0,70	0,15	75	0,63	0,32	72	0,64	0,31	3	0,34	0,52

As médias da relação M_{test}/M_{teo} resultaram significativamente a favor da segurança em todos os cenários.

A proposta de Tikka e Mirza (2008) com a Eq. (151) resultou mais a favor da segurança que Tikka e Mirza (2005), mas com maiores dispersões em praticamente todos os casos.

A única diferença entre a rigidez EI de Tikka e Mirza (2005) e a rigidez EI da Eq. (152) é o valor do módulo de elasticidade do concreto, o qual possui menor valor na segunda expressão, como pode ser visto na comparação entre a Eq. (150) e a Eq. (153). Assim, a rigidez da Eq. (152) resultou ligeiramente mais a favor da segurança que a proposta de Tikka e Mirza (2005), com COV apresentando ligeiro aumento para $f_c \leq 50 \text{ MPa}$ e ligeira diminuição para $f_c > 50 \text{ MPa}$.

Para o banco de dados deste estudo, as propostas de Tikka e Mirza (2005, 2008) apresentaram desempenho inferior se comparado a todas as demais propostas alternativas para o cálculo da rigidez EI aproximada.

As figuras a seguir mostram os resultados da Tabela 30 com $c_0 = 10$.

Figura 113 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Tikka e Mirza (2005)

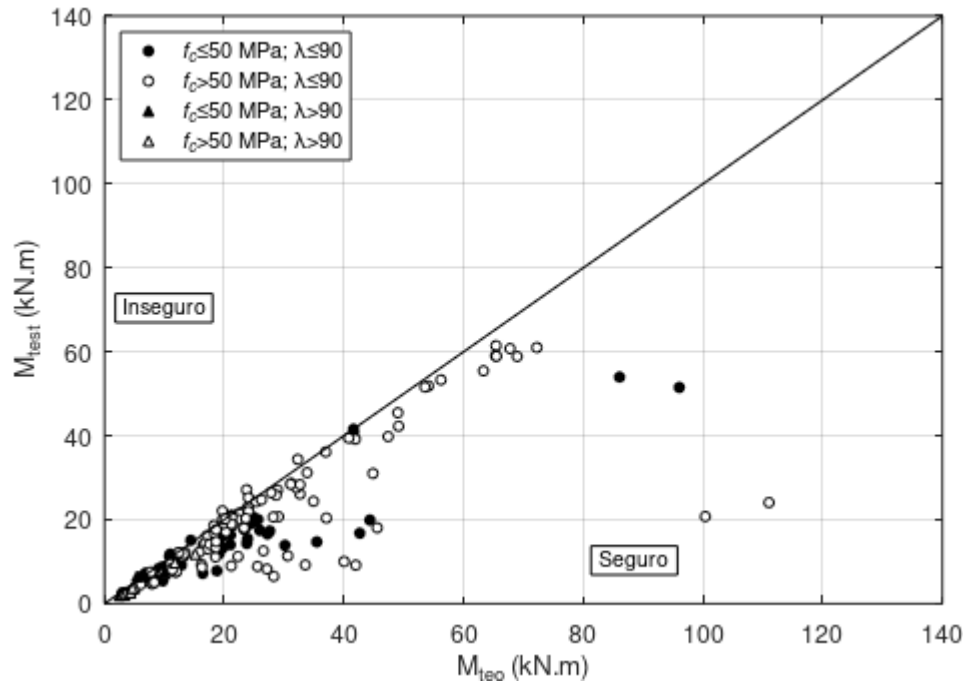


Figura 114 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Tikka e Mirza (2008) Eq. (151)

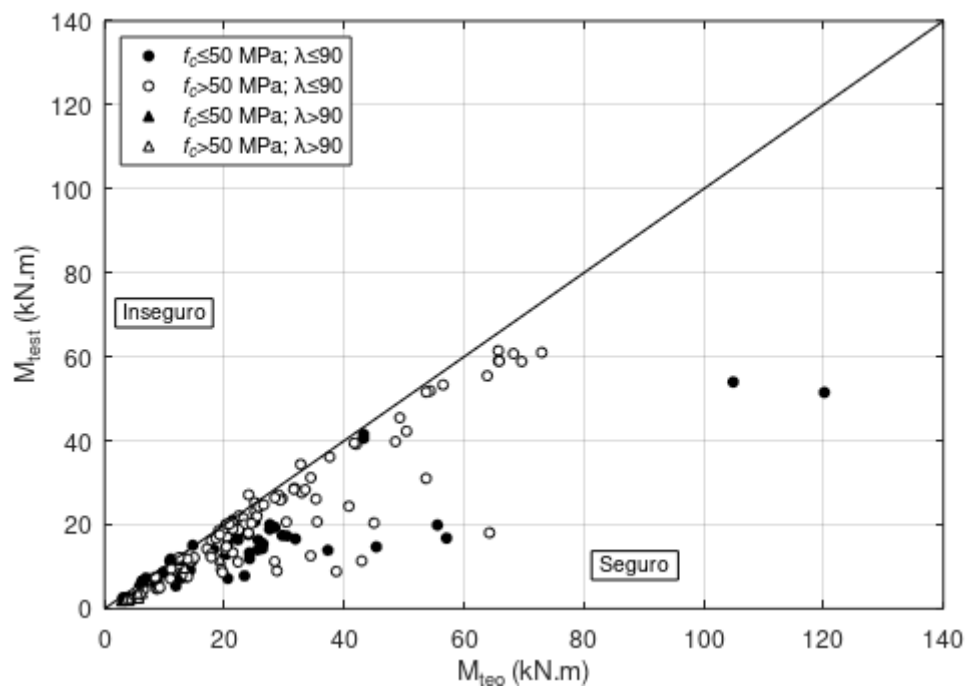
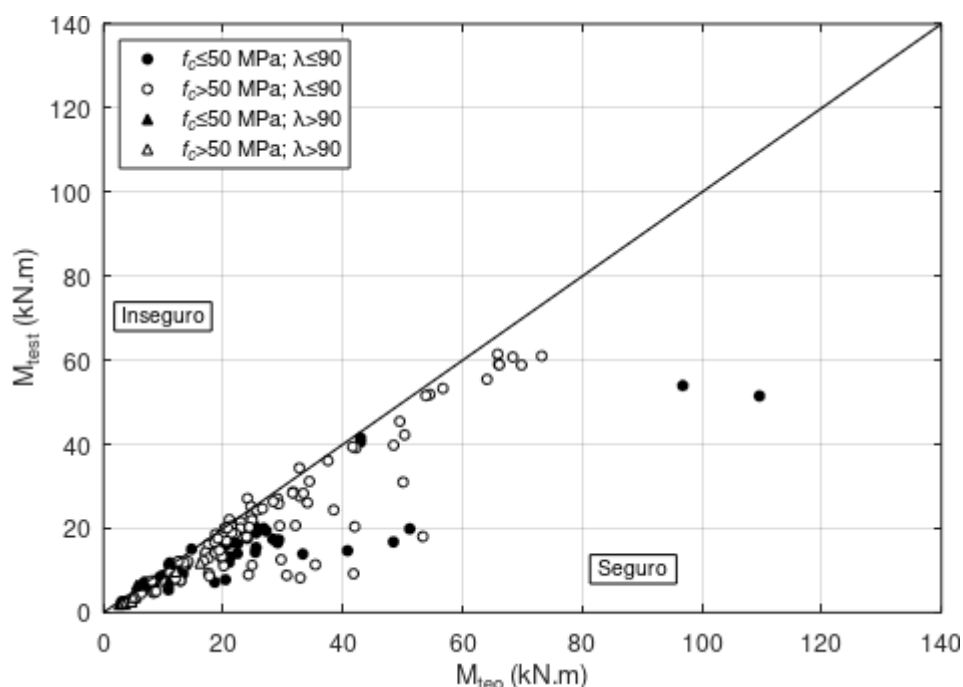


Figura 115 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI aproximada de Tikka e Mirza (2008) Eq. (152)



5.4.3. Método do pilar-padrão com rigidez EI secante obtida de diagramas N-M-1/r

Conforme apresentado no item 4.3.3, a ABNT NBR 6118:2014 sugere a linearização da curva N-M-1/r para obtenção da rigidez secante EI a ser usada com modelos aproximados de NLG. A mesma norma indica que o ponto de corte do diagrama calculado com $1,10.f_{cd}$ corresponda a M_{Rd}/γ_{f3} , com $\gamma_{f3} = 1,10$ e M_{Rd} obtido da curva calculada com $0,85.f_{cd}$. A linearização viabiliza o desacoplamento de análises de flexão composta oblíqua, separando-o em duas análises independentes segundo as direções principais da seção transversal (FRANÇA, 1991).

Os valores de tensões do concreto para obtenção das curvas N-M-1/r embutem o conceito de que seria mais realista assumir valores mais próximos aos médios para a resistência do concreto no cálculo da deformabilidade, com posterior verificação das seções críticas considerando a resistência característica do concreto (f_{ck}). França (1991) discute esse conceito com maiores detalhes.

Neste trabalho foram avaliadas diversas tensões do concreto para a construção dos diagramas N-M-1/r para obtenção da rigidez secante EI, associadas a diferentes possibilidades para o ponto de corte do diagrama. Foi considerado o diagrama parábola-retângulo para o concreto (item 4.4.2). O módulo de elasticidade do aço (E_s) foi considerado conforme reportado

nos ensaios, sendo adotado 210 GPa caso seu valor não tenha sido reportado. O intuito dessas análises é investigar o desempenho das diferentes abordagens em relação aos resultados experimentais.

É importante ainda lembrar alguns pontos fundamentais para as análises a seguir:

- O fator θ_c que multiplica as tensões do concreto (item 4.4.2) tem como única função ajustar o diagrama parábola-retângulo para obtenção de outras rigidezes EI_{sec} . Seu valor não está relacionado aos efeitos do carregamento de longa duração;
- O coeficiente γ_{sec} tem como única função definir o ponto de corte do diagrama N-M-1/r para o cálculo da rigidez EI secante (EI_{sec}), como mostrado no item 4.3.3. Nos diversos estudos a seguir, as linhas 0-A, 0-B e 0-C são aquelas mostradas na Figura 62.

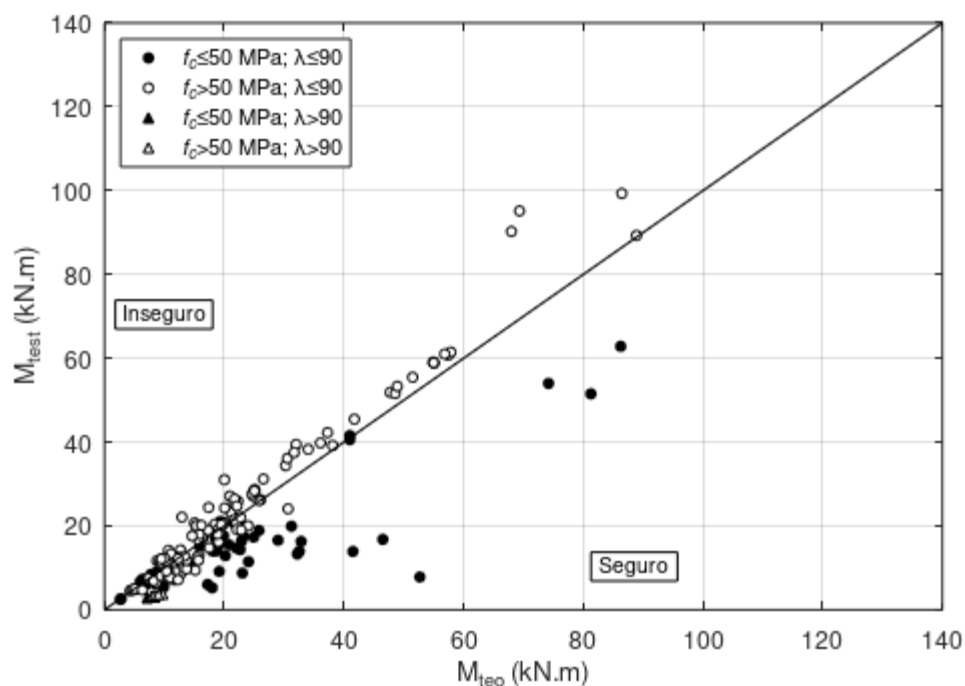
ESTUDO 1 – pilar-padrão ($c_0 = 10$) e rigidez EI_{sec} calculada pelo momento máximo do diagrama momento-curvatura ($\gamma_{sec} = 1,0$ – Linha 0-A)

Os resultados da Tabela 31 se mostraram muito a favor da segurança e com elevada dispersão para CRN. Por outro lado, os resultados se mostraram adequados para CAR com a utilização de diagrama momento-curvatura construído com $\theta_c=0,85$ (Figura 116).

Tabela 31 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,0$ – Linha 0-A)

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,75$	183	0,89	0,29	54	0,72	0,33	52	0,73	0,32	2	0,43	0,03	129	0,96	0,25	124	0,98	0,21	5	0,39	0,33
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,80$	183	0,91	0,28	55	0,74	0,33	53	0,75	0,31	2	0,40	0,05	128	0,98	0,22	124	1,00	0,20	4	0,43	0,03
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,85$	186	0,91	0,29	57	0,74	0,35	55	0,75	0,34	2	0,38	0,06	129	0,99	0,23	125	1,01	0,20	4	0,41	0,04
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,90$	187	0,92	0,29	58	0,75	0,36	56	0,76	0,34	2	0,36	0,07	129	1,00	0,23	125	1,02	0,20	4	0,38	0,05
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,95$	187	0,93	0,30	58	0,76	0,36	56	0,77	0,34	2	0,35	0,07	129	1,00	0,24	125	1,02	0,21	4	0,35	0,05
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,00$	187	0,93	0,30	58	0,76	0,36	56	0,78	0,34	2	0,32	0,06	129	1,00	0,25	125	1,03	0,21	4	0,34	0,05
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,05$	187	0,93	0,31	58	0,77	0,37	56	0,78	0,35	2	0,30	0,08	129	1,00	0,26	125	1,03	0,22	4	0,32	0,04
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,10$	186	0,93	0,31	57	0,78	0,37	56	0,79	0,36	1	0,30	0,00	129	1,00	0,26	125	1,03	0,23	4	0,29	0,12

Figura 116 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,0$ – Linha 0-A)

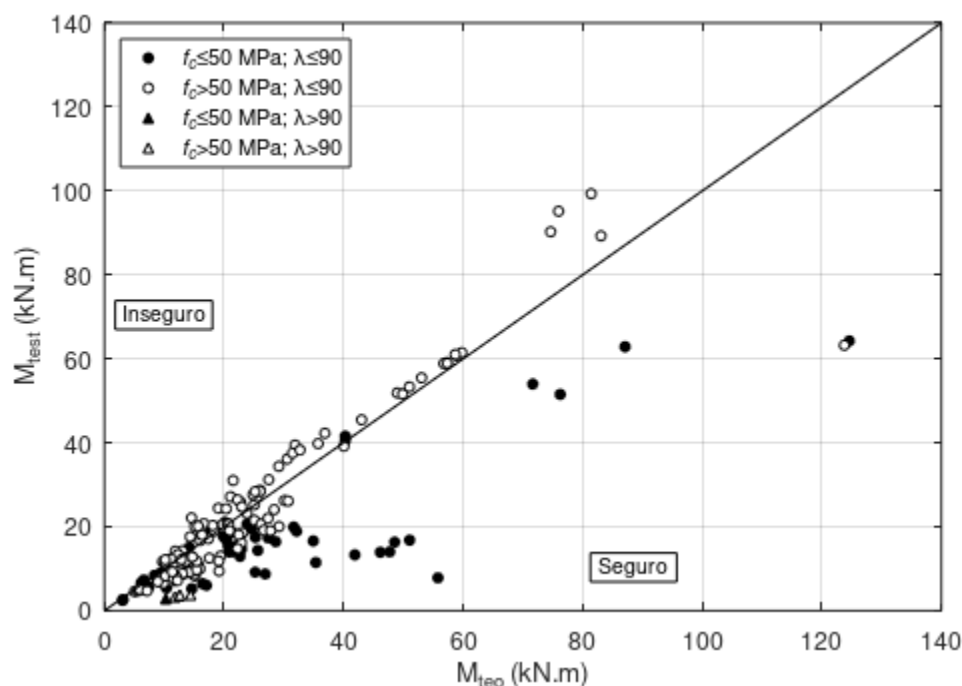


ESTUDO 2 – pilar-padrão ($c_0 = 8$) e rigidez EI_{sec} calculada pelo momento máximo do diagrama momento-curvatura ($\gamma_{sec} = 1,0$ – Linha 0-A)

Os resultados da Tabela 32 se mostraram muito a favor da segurança e com elevada dispersão para CRN. Os resultados se mostraram adequados para CAR para todos os valores de θ_c considerados para a construção do diagrama momento-curvatura. A Figura 117 apresenta os resultados com $\theta_c = 1,00$, que apresentou médias para CAR mais próximas da unidade, sendo praticamente idêntica às médias com $\theta_c = 1,05$ e $\theta_c = 1,10$.

Tabela 32 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,0$ - Linha 0-A)

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,75$	182	0,80	0,31	54	0,63	0,36	52	0,64	0,35	2	0,36	0,03	128	0,88	0,26	124	0,89	0,23	4	0,37	0,03
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,80$	183	0,82	0,30	55	0,65	0,36	53	0,66	0,35	2	0,33	0,05	128	0,89	0,25	124	0,91	0,22	4	0,36	0,03
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,85$	184	0,83	0,30	55	0,67	0,35	53	0,68	0,34	2	0,31	0,06	129	0,90	0,25	125	0,92	0,22	4	0,34	0,04
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,90$	186	0,84	0,31	57	0,67	0,38	55	0,68	0,36	2	0,30	0,07	129	0,91	0,25	125	0,93	0,22	4	0,31	0,05
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,95$	187	0,84	0,32	58	0,67	0,39	56	0,69	0,37	2	0,29	0,07	129	0,91	0,26	125	0,93	0,23	4	0,29	0,05
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,00$	186	0,84	0,32	57	0,68	0,38	56	0,69	0,37	1	0,28	0,00	129	0,92	0,27	125	0,94	0,23	4	0,28	0,05
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,05$	186	0,85	0,33	57	0,69	0,39	56	0,70	0,38	1	0,26	0,00	129	0,92	0,28	125	0,94	0,24	4	0,26	0,04
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,10$	183	0,86	0,32	56	0,70	0,38	56	0,70	0,38	0	0,00	0,00	127	0,93	0,27	125	0,94	0,25	2	0,27	0,00

Figura 117 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI secante ($\theta_c=1,00$ e $\gamma_{sec}=1,0$ - Linha 0-A)

ESTUDO 3 – pilar-padrão ($c_0 = 10$) e rigidez EI_{sec} calculada pelo momento máximo do diagrama momento-curvatura dividido por 1,1 ($\gamma_{sec} = 1,1$ - Linha 0-B)

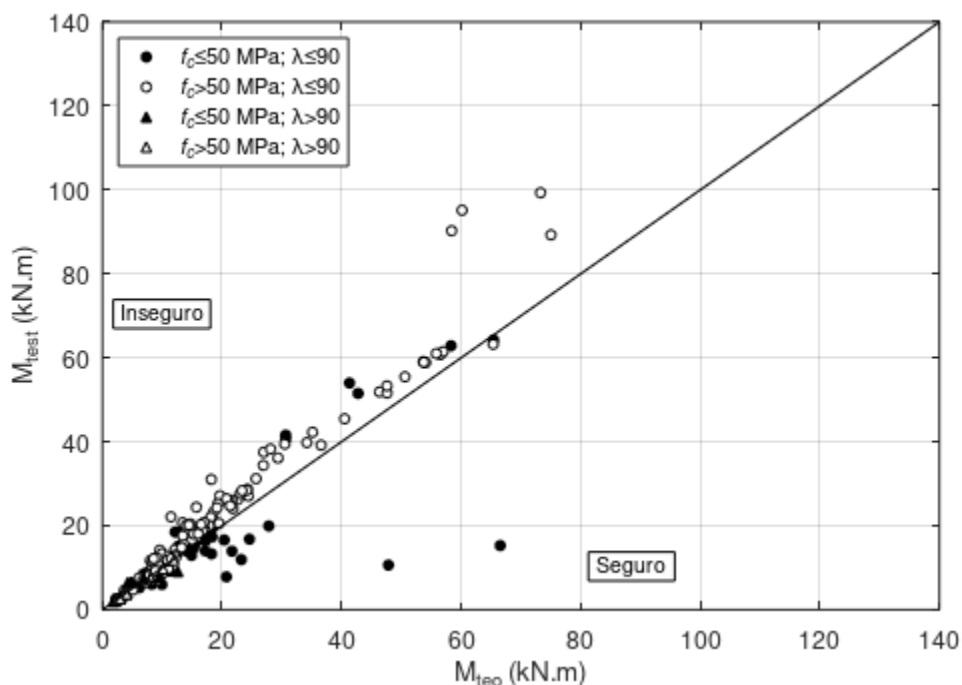
A mudança do ponto de corte do diagrama momento-curvatura resultou em maiores rigidezes EI_{sec} , como era esperado. Por isso, os resultados da Tabela 33 apresentam maiores médias que os da Tabela 31, porém com menores dispersões.

Os resultados da Tabela 33 se mostraram adequados para CRN quando considerado $\theta_c = 1,00$ (Figura 118). Para CAR, os resultados são contra a segurança para todos os valores de θ_c .

Tabela 33 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B)

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,75$	199	1,01	0,22	65	0,90	0,27	58	0,89	0,27	7	0,99	0,24	134	1,06	0,18	124	1,07	0,18	10	0,90	0,07
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,80$	200	1,03	0,21	65	0,94	0,24	58	0,93	0,25	7	1,02	0,22	135	1,08	0,18	125	1,09	0,18	10	0,92	0,05
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$	200	1,06	0,19	65	0,97	0,23	58	0,96	0,23	7	1,05	0,21	135	1,10	0,16	125	1,11	0,16	10	0,94	0,06
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,90$	201	1,08	0,19	66	0,98	0,24	59	0,97	0,24	7	1,08	0,21	135	1,12	0,16	125	1,13	0,16	10	0,96	0,07
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,95$	202	1,09	0,20	67	1,00	0,25	60	0,98	0,25	7	1,11	0,20	135	1,14	0,16	125	1,15	0,16	10	0,97	0,05
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,00$	205	1,10	0,20	70	1,00	0,26	61	0,99	0,26	9	1,06	0,24	135	1,15	0,16	125	1,16	0,15	10	0,96	0,07
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,05$	208	1,10	0,21	72	1,01	0,26	62	1,00	0,27	10	1,07	0,23	136	1,15	0,17	125	1,17	0,15	11	0,89	0,26
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,10$	208	1,11	0,21	72	1,03	0,26	62	1,01	0,27	10	1,13	0,19	136	1,16	0,18	125	1,18	0,15	11	0,88	0,25

Figura 118 - Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez EI secante ($\theta_c=1,00$ e $\gamma_{sec}=1,10$ - Linha 0-B)



ESTUDO 4 – pilar-padrão ($c_0 = 8$) e rigidez EI_{sec} calculada pelo momento máximo do diagrama momento-curvatura dividido por 1,1 ($\gamma_{sec} = 1,1$ - Linha 0-B)

Quando se considera $c_0 = 8$, os resultados da Tabela 34 se mostraram adequados para CRN com $\theta_c = 1,10$ (Figura 119) e para CAR com $\theta_c = 0,85$ (Figura 120). As dispersões são sempre inferiores às apresentadas na Tabela 32.

Tabela 34 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B)

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$		$\lambda > 90$		Todos			$\lambda \leq 90$		$\lambda > 90$					
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,75$	198	0,92	0,24	64	0,82	0,28	57	0,81	0,28	7	0,86	0,27	134	0,97	0,20	124	0,98	0,20	10	0,78	0,07
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,80$	200	0,94	0,22	65	0,84	0,27	58	0,84	0,27	7	0,90	0,25	135	0,99	0,19	125	1,00	0,19	10	0,81	0,06
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$	200	0,97	0,21	65	0,87	0,25	58	0,86	0,26	7	0,92	0,24	135	1,01	0,18	125	1,03	0,17	10	0,83	0,06
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,90$	201	0,98	0,21	66	0,89	0,26	59	0,88	0,26	7	0,95	0,23	135	1,03	0,17	125	1,05	0,17	10	0,85	0,07
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,95$	201	1,00	0,20	66	0,91	0,24	59	0,90	0,25	7	0,98	0,23	135	1,05	0,17	125	1,06	0,16	10	0,86	0,05
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,00$	204	1,01	0,21	69	0,91	0,27	61	0,90	0,28	8	0,97	0,25	135	1,06	0,17	125	1,07	0,16	10	0,85	0,07
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,05$	205	1,02	0,21	70	0,92	0,27	61	0,92	0,27	9	0,96	0,26	135	1,07	0,17	125	1,09	0,16	10	0,84	0,08
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,10$	205	1,03	0,20	70	0,95	0,24	60	0,95	0,24	10	0,98	0,23	135	1,07	0,17	125	1,09	0,16	10	0,83	0,08

Figura 119 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI secante ($\theta_c=1,10$ e $\gamma_{sec}=1,10$ - Linha 0-B)

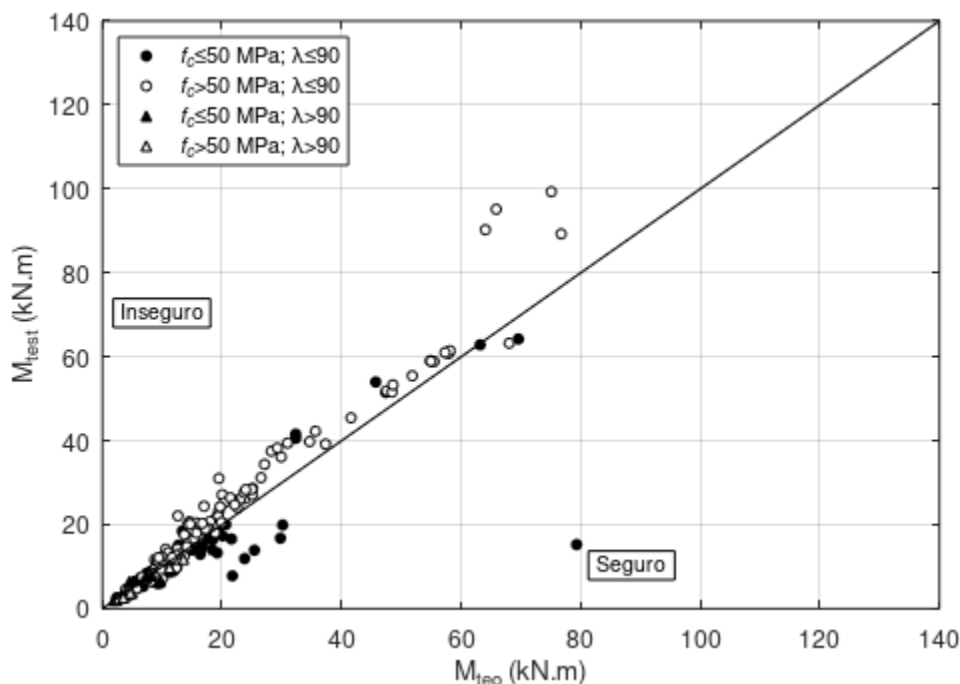
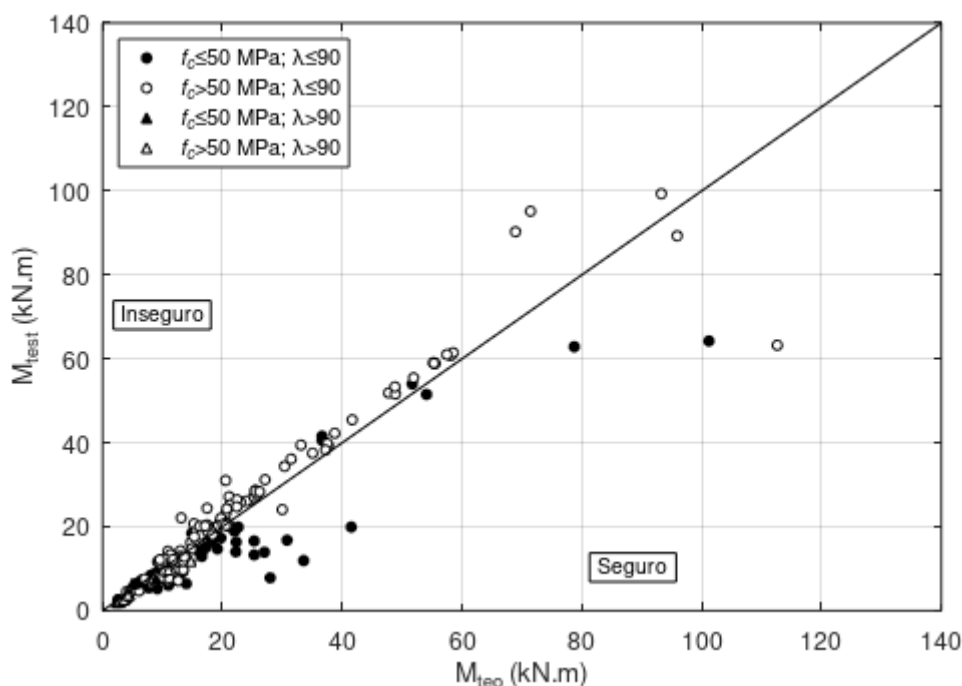


Figura 120 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,10$ - Linha 0-B)



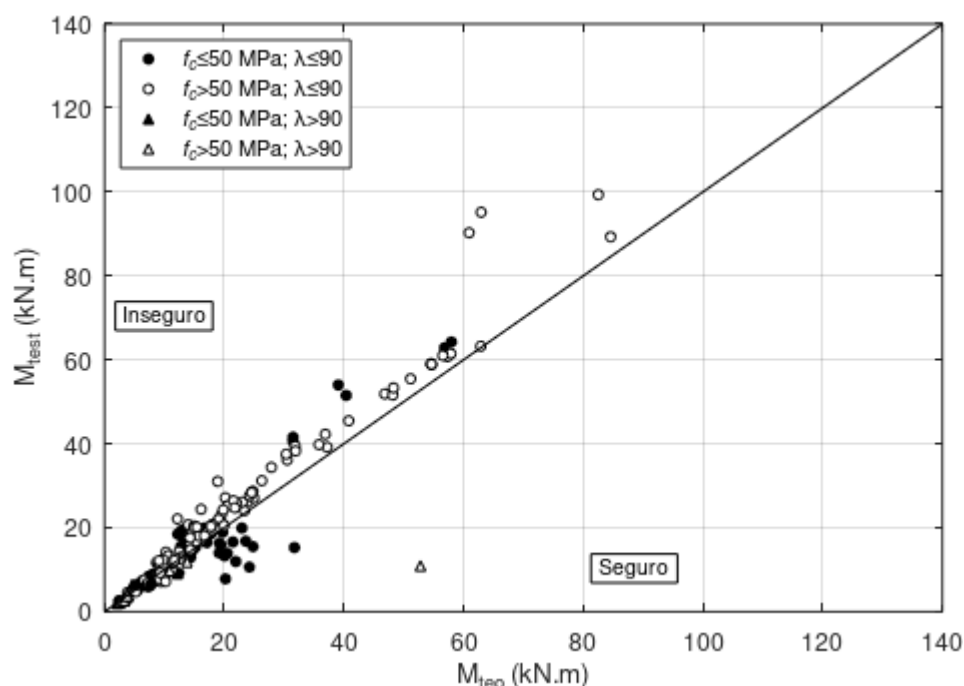
ESTUDO 5 – pilar-padrão ($c_0 = 8$) e rigidez EI_{sec} definida por M_R obtido com $0,85.f_c$ e dividido por 1,1 ($\gamma_{sec} = 1,1$ - Linha 0-C)

A definição do ponto de corte do diagrama momento-curvatura segundo a norma ABNT NBR6118:2014 (ponto definido por $M_R/1,1$, sendo M_R o momento máximo do diagrama calculado com $\theta_c = 0,85$ - Linha 0-C) resultou em ligeira redução do COV em todos os cenários. Os resultados da Tabela 35 se mostraram adequados para CRN com $\theta_c = 0,95$ (Figura 121) e para CAR com $\theta_c = 0,85$ (Figura 120 apresentada anteriormente).

Tabela 35 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$) e M_R obtido com $0,85.f_c$ (Linha 0-C)

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos	$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa													
				Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$				
				np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV		
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$	200	0,97	0,21	65	0,87	0,25	58	0,86	0,26	7	0,92	0,24	135	1,01	0,18	125	1,03	0,17	10	0,83	0,06
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,90$	206	1,01	0,21	71	0,92	0,26	62	0,92	0,27	9	0,91	0,25	135	1,06	0,16	125	1,07	0,16	10	0,87	0,06
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,95$	209	1,05	0,20	73	0,99	0,23	63	0,99	0,23	10	0,97	0,20	136	1,09	0,17	125	1,11	0,15	11	0,83	0,26
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,00$	209	1,10	0,18	73	1,06	0,21	63	1,06	0,22	10	1,07	0,17	136	1,12	0,17	125	1,14	0,15	11	0,87	0,25
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,05$	210	1,13	0,19	73	1,12	0,21	63	1,12	0,22	10	1,16	0,17	137	1,14	0,18	125	1,17	0,15	12	0,85	0,30
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,10$	210	1,17	0,19	73	1,17	0,21	63	1,16	0,22	10	1,24	0,20	137	1,17	0,17	125	1,19	0,15	12	0,87	0,28

Figura 121 - Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI secante ($\theta_c=0,95$ e $\gamma_{sec}=1,10$) e M_R obtido com $0,85f_c$ (Linha 0-C)



Para manter a coerência com as discussões feitas no item 4.2.1.3 a respeito da consideração da forma do diagrama de momento de primeira ordem na expressão do pilar-padrão, as análises a seguir priorizam os resultados obtidos com $c_0 = 8$.

A rigidez EI_{sec} calculada com $\gamma_{sec} = 1,0$ (Linha 0-A), ou seja, pelo ponto do máximo momento do diagrama momento-curvatura, conduziu a resultados com COV bastante elevados em comparação com outros modelos.

As rigidezes EI_{sec} calculadas com $\gamma_{sec} = 1,1$ apresentaram COV da mesma ordem de grandeza tanto para M_R obtido do mesmo diagrama momento-curvatura (Linha 0-B) quanto para M_R obtido de diagrama momento-curvatura calculado com $\theta_c = 0,85$ (Linha 0-C), com ligeira vantagem para o último caso (menores COV). Os cenários que apresentaram médias da relação M_{test}/M_{teo} mais próximos da unidade foram:

- 1) Pilar-padrão ($c_0 = 8$) com EI_{sec} definido por M_R/γ_{sec} , com $\gamma_{sec} = 1,1$ e M_R obtido do mesmo diagrama momento curvatura (Linha 0-B) calculado com as tensões do concreto multiplicadas por:
 - a) $\theta_c = 1,10$ para CRN
 - b) $\theta_c = 0,85$ para CAR

- 2) Pilar-padrão ($c_0 = 8$) com EI_{sec} definido por M_R/γ_{sec} , com $\gamma_{sec} = 1,1$ e M_R obtido de diagrama momento-curvatura calculado com $\theta_c = 0,85$ (Linha 0-C). EI_{sec} é obtido de diagrama momento curvatura calculado com as tensões do concreto multiplicadas por:
- $\theta_c = 0,95$ para CRN
 - $\theta_c = 0,85$ para CAR

Esses possíveis cenários podem ser melhor avaliados em estudos futuros, por meio de análises de confiabilidade. O cenário 1 (Linha 0-B) tem a vantagem de permitir o cálculo da rigidez EI_{sec} com base num único diagrama momento-curvatura.

5.4.3.1. Rigidez EI secante obtida de diagramas N-M-1/r com diagrama parábola-retângulo modificado para CAR

Os estudos a seguir avaliam a influência do fator η_{fc} no erro dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem de pilares de CAR, baseado nas explicações do item 4.4.2.1. É importante ressaltar que as implicações da consideração de η_{fc} na capacidade resistente e na confiabilidade dos pilares de CAR devem ser avaliadas em outros estudos.

É importante ainda lembrar alguns pontos fundamentais para as análises a seguir:

- O fator θ_c que multiplica as tensões do concreto (item 4.4.2) tem como única função ajustar diagrama parábola-retângulo para obtenção de outras rigidezes EI_{sec} . Seu valor não está relacionado aos efeitos do carregamento de longa duração;
- O coeficiente γ_{sec} tem como única função definir o ponto de corte do diagrama N-M-1/r para o cálculo da rigidez EI secante (EI_{sec}), como mostrado no item 4.3.3. Nos diversos estudos a seguir, as linhas 0-A, 0-B e 0-C são aquelas mostradas na Figura 62.

ESTUDO 1-CAR – pilar-padrão ($c_0 = 10$) e rigidez EI_{sec} calculada pelo momento máximo do diagrama momento-curvatura ($\gamma_{sec} = 1,0$ - Linha 0-A)

Os resultados da Tabela 36 resultaram idênticos aos da Tabela 31. São também idênticos para ambas as propostas de η_{fc} .

Os resultados se mostraram adequados para CAR com o diagrama momento-curvatura construído com $\theta_c = 0,85$.

Tabela 36 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,0$ - Linha 0-A) – estudo CAR

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																	
			CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} adaptado do <i>fib</i> Model Code 2010									CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014								
			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,75$	129	0,96	0,25	124	0,98	0,21	5	0,39	0,33	129	0,96	0,25	124	0,98	0,21	5	0,39	0,33
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,80$	128	0,98	0,22	124	1,00	0,20	4	0,43	0,03	128	0,98	0,22	124	1,00	0,20	4	0,43	0,03
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,85$	129	0,99	0,23	125	1,01	0,20	4	0,41	0,04	129	0,99	0,23	125	1,01	0,20	4	0,41	0,04
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,90$	129	1,00	0,23	125	1,02	0,20	4	0,38	0,05	129	1,00	0,23	125	1,02	0,20	4	0,38	0,05
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,95$	129	1,00	0,24	125	1,02	0,21	4	0,35	0,05	129	1,00	0,24	125	1,02	0,21	4	0,35	0,05
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,00$	129	1,00	0,25	125	1,03	0,21	4	0,34	0,05	129	1,00	0,25	125	1,03	0,21	4	0,34	0,05
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,05$	129	1,00	0,26	125	1,03	0,22	4	0,32	0,04	129	1,00	0,26	125	1,03	0,22	4	0,32	0,04
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,10$	129	1,00	0,26	125	1,03	0,23	4	0,29	0,12	129	1,00	0,26	125	1,03	0,23	4	0,29	0,12

ESTUDO 2-CAR – pilar-padrão ($c_0 = 8$) e rigidez EI_{sec} calculada pelo momento máximo do diagrama momento-curvatura ($\gamma_{sec} = 1,0$ - Linha 0-A)

Os resultados da Tabela 37 resultaram idênticos aos da Tabela 32. São também idênticos para ambas as propostas de η_{fc} .

Os resultados se mostraram adequados para CAR para todos os valores de θ_c considerados para a construção do diagrama momento-curvatura.

Tabela 37 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,0$ - Linha 0-A) – estudo CAR

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																	
			CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} adaptado do <i>fib</i> Model Code 2010									CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014								
			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,75$	128	0,88	0,26	124	0,89	0,23	4	0,37	0,03	128	0,88	0,26	124	0,89	0,23	4	0,37	0,03
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,80$	128	0,89	0,25	124	0,91	0,22	4	0,36	0,03	128	0,89	0,25	124	0,91	0,22	4	0,36	0,03
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,85$	129	0,90	0,25	125	0,92	0,22	4	0,34	0,04	129	0,90	0,25	125	0,92	0,22	4	0,34	0,04
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,90$	129	0,91	0,25	125	0,93	0,22	4	0,31	0,05	129	0,91	0,25	125	0,93	0,22	4	0,31	0,05
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,95$	129	0,91	0,26	125	0,93	0,23	4	0,29	0,05	129	0,91	0,26	125	0,93	0,23	4	0,29	0,05
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,00$	129	0,92	0,27	125	0,94	0,23	4	0,28	0,05	129	0,92	0,27	125	0,94	0,23	4	0,28	0,05
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,05$	129	0,92	0,28	125	0,94	0,24	4	0,26	0,04	129	0,92	0,28	125	0,94	0,24	4	0,26	0,04
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,10$	127	0,93	0,27	125	0,94	0,25	2	0,27	0,00	127	0,93	0,27	125	0,94	0,25	2	0,27	0,00

ESTUDO 3-CAR – pilar-padrão ($c_0 = 10$) e rigidez EI_{sec} calculada pelo momento máximo do diagrama momento-curvatura dividido por 1,1 ($\gamma_{sec} = 1,1$ - Linha 0-B)

Os resultados da Tabela 38 resultaram idênticos aos da Tabela 33. São também idênticos para ambas as propostas de η_{fc} .

Os resultados para CAR permaneceram contra a segurança para todos os valores de θ_c .

Tabela 38 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=10$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B) – estudo CAR

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																	
			CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} adaptado do <i>fib</i> Model Code 2010									CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014								
			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,75$	134	1,06	0,18	124	1,07	0,18	10	0,90	0,07	134	1,06	0,18	124	1,07	0,18	10	0,90	0,07
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,80$	135	1,08	0,18	125	1,09	0,18	10	0,92	0,05	135	1,08	0,18	125	1,09	0,18	10	0,92	0,05
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$	135	1,10	0,16	125	1,11	0,16	10	0,94	0,06	135	1,10	0,16	125	1,11	0,16	10	0,94	0,06
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,90$	135	1,12	0,16	125	1,13	0,16	10	0,96	0,07	135	1,12	0,16	125	1,13	0,16	10	0,96	0,07
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,95$	135	1,14	0,16	125	1,15	0,16	10	0,97	0,05	135	1,14	0,16	125	1,15	0,16	10	0,97	0,05
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,00$	135	1,15	0,16	125	1,16	0,15	10	0,96	0,07	135	1,15	0,16	125	1,16	0,15	10	0,96	0,07
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,05$	136	1,15	0,17	125	1,17	0,15	11	0,89	0,26	136	1,15	0,17	125	1,17	0,15	11	0,89	0,26
Pilar-padrão ($c_0=10$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,10$	136	1,16	0,18	125	1,18	0,15	11	0,88	0,25	136	1,16	0,18	125	1,18	0,15	11	0,88	0,25

ESTUDO 4-CAR – pilar-padrão ($c_0 = 8$) e rigidez EI_{sec} calculada pelo momento máximo do diagrama momento-curvatura dividido por 1,1 ($\gamma_{sec} = 1,1$ - Linha 0-B)

Os resultados da Tabela 39 resultaram idênticos aos da Tabela 34. São também idênticos para ambas as propostas de η_{fc} .

Os resultados se mostraram adequados para CAR com o diagrama momento-curvatura construído com $\theta_c = 0,85$.

Tabela 39 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B) – estudo CAR

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																	
			CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} adaptado do <i>fib</i> Model Code 2010									CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014								
			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,75$	134	0,97	0,20	124	0,98	0,20	10	0,78	0,07	134	0,97	0,20	124	0,98	0,20	10	0,78	0,07
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,80$	135	0,99	0,19	125	1,00	0,19	10	0,81	0,06	135	0,99	0,19	125	1,00	0,19	10	0,81	0,06
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$	135	1,01	0,18	125	1,03	0,17	10	0,83	0,06	135	1,01	0,18	125	1,03	0,17	10	0,83	0,06
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,90$	135	1,03	0,17	125	1,05	0,17	10	0,85	0,07	135	1,03	0,17	125	1,05	0,17	10	0,85	0,07
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,95$	135	1,05	0,17	125	1,06	0,16	10	0,86	0,05	135	1,05	0,17	125	1,06	0,16	10	0,86	0,05
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,00$	135	1,06	0,17	125	1,07	0,16	10	0,85	0,07	135	1,06	0,17	125	1,07	0,16	10	0,85	0,07
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,05$	135	1,07	0,17	125	1,09	0,16	10	0,84	0,08	135	1,07	0,17	125	1,09	0,16	10	0,84	0,08
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,10$	135	1,07	0,17	125	1,09	0,16	10	0,83	0,08	135	1,07	0,17	125	1,09	0,16	10	0,83	0,08

ESTUDO 5-CAR – pilar-padrão ($c_0 = 8$) e rigidez EI_{sec} definida por M_R obtido com $0,85.f_c$ e dividido por 1,1 ($\gamma_{sec} = 1,1$ - Linha 0-C)

Os resultados da Tabela 40 resultaram idênticos aos da Tabela 35. São também idênticos para ambas as propostas de η_{fc} .

Os resultados se mostraram adequados para CAR com o diagrama momento-curvatura construído com $\theta_c = 0,85$.

Tabela 40 – Resultados – Pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$) e M_R obtido com $0,85.f_c$ – (Linha 0-C) - estudo CAR

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																	
			CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} adaptado do <i>fib</i> Model Code 2010									CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014								
			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$	135	1,01	0,18	125	1,03	0,17	10	0,83	0,06	135	1,01	0,18	125	1,03	0,17	10	0,83	0,06
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,90$	135	1,06	0,16	125	1,07	0,16	10	0,87	0,06	135	1,06	0,16	125	1,07	0,16	10	0,87	0,06
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,95$	136	1,09	0,17	125	1,11	0,15	11	0,83	0,26	136	1,09	0,17	125	1,11	0,15	11	0,83	0,26
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,00$	136	1,12	0,17	125	1,14	0,15	11	0,87	0,25	136	1,12	0,17	125	1,14	0,15	11	0,87	0,25
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,05$	137	1,14	0,18	125	1,17	0,15	12	0,85	0,30	137	1,14	0,18	125	1,17	0,15	12	0,85	0,30
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,10$	137	1,17	0,17	125	1,19	0,15	12	0,87	0,28	137	1,17	0,17	125	1,19	0,15	12	0,87	0,28

5.4.4. Método das diferenças finitas com rigidez EI secante obtida de diagramas N-M-1/r

Apresenta-se a seguir uma sequência de estudos análogos aos realizados no item 5.4.3. A NLG é considerada usando o método das diferenças finitas, conforme exposto no item 4.2.3.

É importante ainda lembrar alguns pontos fundamentais para as análises a seguir:

- O fator θ_c que multiplica as tensões do concreto (item 4.4.2) tem como única função ajustar diagrama parábola-retângulo para obtenção de outras rigidezes EI_{sec} . Seu valor não está relacionado aos efeitos do carregamento de longa duração;
- O coeficiente γ_{sec} tem como única função definir o ponto de corte do diagrama N-M-1/r para o cálculo da rigidez EI secante (EI_{sec}), como mostrado no item 4.3.3. Nos diversos estudos a seguir, as linhas 0-A, 0-B e 0-C são aquelas mostradas na Figura 62.

5.4.4.1. Rigidez EI secante obtida da curva N-M-1/r gerada com o diagrama parábola-retângulo e critérios originais da ANBT NBR 6118:2004

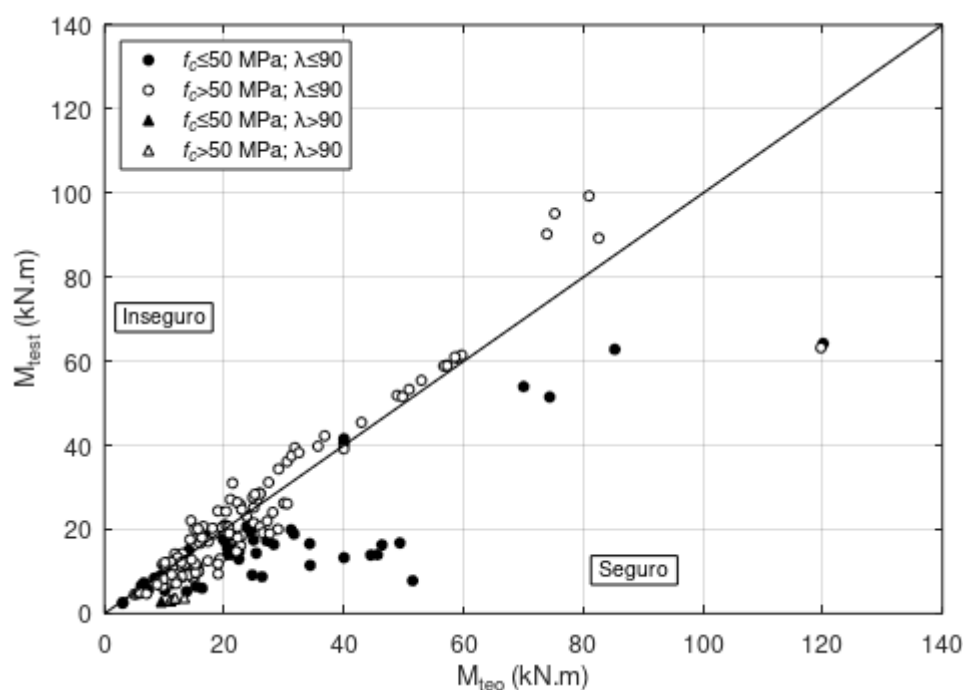
Os resultados da Tabela 41 se mostraram muito a favor da segurança e com elevada dispersão para CRN, sendo muito parecidos com os do modelo do pilar-padrão com $c_0 = 8$ e mesma rigidez EI secante.

Os resultados se mostraram adequados para CAR para todos os valores de θ_c considerados para a construção do diagrama momento-curvatura.

A Figura 122 apresenta os resultados com $\theta_c = 1,00$, que apresentou médias mais próximas da unidade para CAR, sendo praticamente idêntica às médias para a faixa de $\theta_c = 0,90$ a $\theta_c = 1,10$.

Tabela 41 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,0$ – Linha 0-A)

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,75$	185	0,80	0,32	56	0,63	0,38	54	0,63	0,38	2	0,38	0,03	129	0,88	0,26	124	0,90	0,23	5	0,34	0,32
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,80$	187	0,82	0,32	58	0,63	0,39	56	0,65	0,38	2	0,35	0,04	129	0,90	0,25	125	0,91	0,23	4	0,38	0,03
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,85$	187	0,83	0,31	58	0,66	0,38	56	0,67	0,37	2	0,34	0,06	129	0,91	0,25	125	0,93	0,22	4	0,36	0,04
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,90$	188	0,84	0,32	59	0,66	0,39	57	0,67	0,38	2	0,32	0,06	129	0,92	0,25	125	0,94	0,22	4	0,33	0,05
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,95$	187	0,85	0,31	58	0,68	0,38	56	0,70	0,36	2	0,31	0,06	129	0,92	0,25	125	0,94	0,22	4	0,31	0,05
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,00$	187	0,85	0,32	58	0,69	0,38	56	0,70	0,36	2	0,29	0,05	129	0,92	0,26	125	0,94	0,23	4	0,30	0,04
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,05$	188	0,85	0,33	59	0,68	0,40	57	0,70	0,38	2	0,27	0,07	129	0,92	0,27	125	0,94	0,24	4	0,28	0,04
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,10$	188	0,85	0,34	59	0,68	0,41	57	0,70	0,39	2	0,25	0,09	129	0,92	0,28	125	0,94	0,25	4	0,26	0,11

Figura 122 – Diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=1,00$ e $\gamma_{sec}=1,0$ - Linha 0-A)

Quando se considera $\gamma_{sec} = 1,1$ (Linha 0-B), os resultados da Tabela 42 apresentaram médias mais próximas da unidade para CRN com $\theta_c = 1,10$ (Figura 123) e para CAR com $\theta_c = 0,80$ (Figura 124). As dispersões são sempre inferiores às apresentadas na Tabela 41. Novamente, os resultados foram muito parecidos com os do modelo do pilar-padrão com $c_0 = 8$ e mesma rigidez EI secante, sendo que o pilar-padrão apresentou COV ligeiramente menor para CRN.

Tabela 42 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B)

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,75$	200	0,92	0,24	65	0,82	0,28	58	0,81	0,29	7	0,88	0,26	135	0,97	0,21	125	0,98	0,21	10	0,79	0,07
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,80$	202	0,94	0,24	67	0,83	0,30	60	0,82	0,31	7	0,91	0,25	135	1,00	0,19	125	1,01	0,19	10	0,82	0,06
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$	204	0,96	0,24	69	0,84	0,32	61	0,84	0,31	8	0,86	0,35	135	1,02	0,18	125	1,03	0,17	10	0,84	0,06
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,90$	207	0,97	0,25	71	0,85	0,33	62	0,85	0,32	9	0,83	0,40	136	1,03	0,19	125	1,05	0,17	11	0,79	0,28
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,95$	208	0,99	0,24	72	0,87	0,31	62	0,87	0,30	10	0,84	0,36	136	1,05	0,18	125	1,07	0,16	11	0,80	0,27
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,00$	208	1,00	0,23	72	0,90	0,29	62	0,90	0,29	10	0,90	0,30	136	1,06	0,18	125	1,08	0,16	11	0,79	0,27
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,05$	209	1,01	0,23	73	0,91	0,29	63	0,90	0,30	10	0,96	0,24	136	1,07	0,18	125	1,09	0,16	11	0,79	0,26
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,10$	209	1,02	0,23	73	0,93	0,28	63	0,92	0,29	10	1,01	0,21	136	1,07	0,18	125	1,10	0,16	11	0,78	0,25

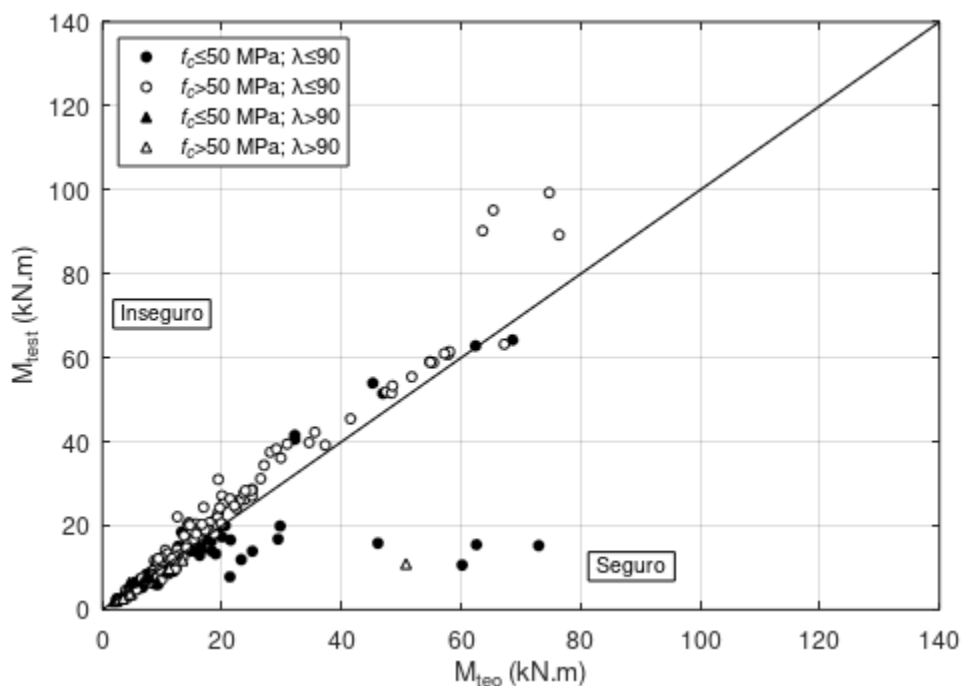
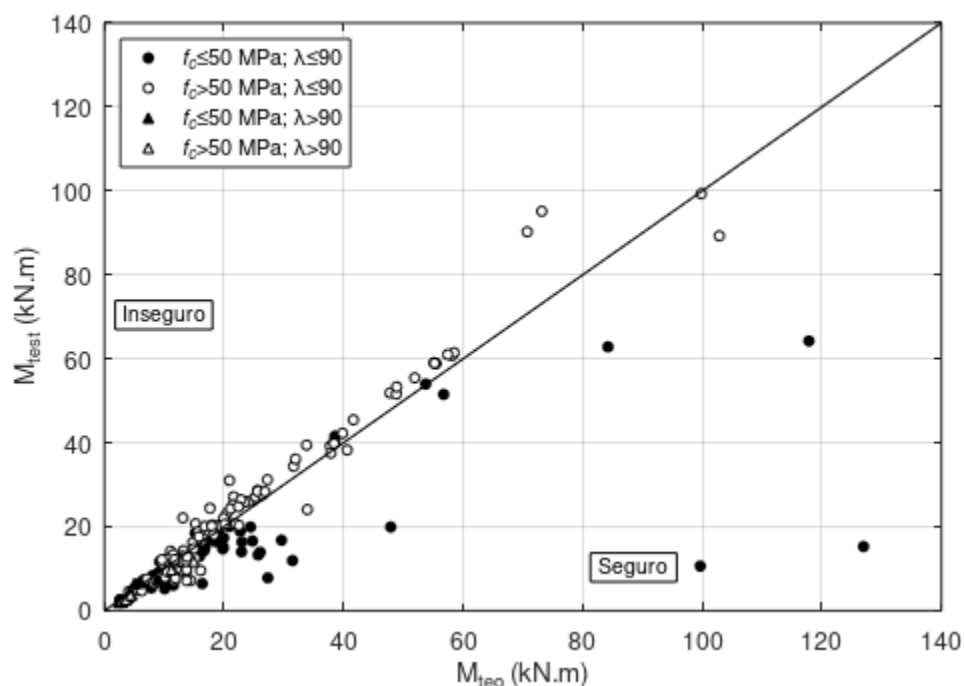
Figura 123 - Diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=1,10$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B)

Figura 124 - Diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,80$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B)

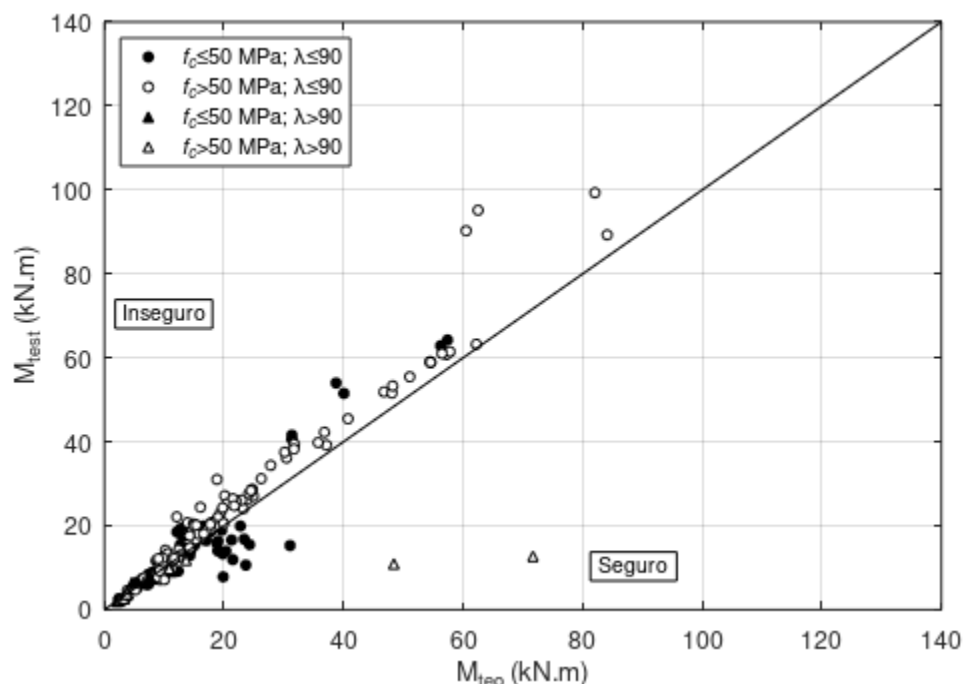


Novamente, os resultados da Tabela 43 foram muito parecidos com os do modelo do pilar-padrão com $c_0 = 8$ e mesma rigidez EI secante (Tabela 35). As médias resultaram mais próximas da unidade para CRN com $\theta_c = 0,95$ (Figura 125) e para CAR com $\theta_c = 0,85$ (Figura 124 apresentada anteriormente).

Tabela 43 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$) e M_R obtido com $0,85.f_c$ (Linha 0-C)

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$					
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$	204	0,96	0,24	69	0,84	0,32	61	0,84	0,31	8	0,86	0,35	135	1,02	0,18	125	1,03	0,17	10	0,84	0,06
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,90$	209	1,01	0,22	73	0,91	0,27	63	0,92	0,27	10	0,88	0,27	136	1,06	0,18	125	1,08	0,16	11	0,81	0,27
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,95$	210	1,06	0,20	73	1,00	0,22	63	1,00	0,23	10	0,99	0,19	137	1,09	0,18	125	1,11	0,15	12	0,79	0,36
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,00$	210	1,10	0,19	73	1,07	0,21	63	1,07	0,22	10	1,09	0,16	137	1,12	0,18	125	1,15	0,15	12	0,83	0,32
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,05$	210	1,14	0,19	73	1,13	0,21	63	1,12	0,21	10	1,18	0,18	137	1,15	0,17	125	1,17	0,15	12	0,86	0,29
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,10$	210	1,18	0,19	73	1,18	0,21	63	1,17	0,22	10	1,26	0,20	137	1,17	0,17	125	1,20	0,15	12	0,88	0,27

Figura 125 - Diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,95$ e $\gamma_{sec}=1,1$) e M_R obtido com $0,85.f_c$ (Linha 0-C)



Os resultados obtidos pelo método das diferenças finitas foram muito parecidos com os do pilar-padrão com $c_0 = 8$, para a mesma rigidez EI secante. Isso corrobora a necessidade de se considerar $c_0 = 8$ no modelo do pilar-padrão, de forma a levar em consideração a forma do diagrama de momento de primeira ordem.

5.4.4.2. Rigidez EI secante obtida da curva N-M-1/r gerada com o diagrama parábola-retângulo ajustado para CAR

Assim como feito no item 5.4.3.1, foi avaliada a influência do fator η_{fc} no erro dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem de pilares de CAR, baseado nas explicações do item 4.4.2.1. A NLG, neste caso, considerou o método das diferenças finitas (item 4.2.3).

É importante lembrar que as implicações da consideração de η_{fc} na capacidade resistente e na confiabilidade dos pilares de CAR devem ser avaliadas em outros estudos.

Os resultados da Tabela 44 são idênticos aos da Tabela 41. São também idênticos para ambas as propostas de η_{fc} .

Tabela 44 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,0$ – Linha 0-A) – estudo CAR

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																	
			CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} adaptado do <i>fib</i> Model Code 2010									CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014								
			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,75$	129	0,88	0,26	124	0,90	0,23	5	0,34	0,32	129	0,88	0,26	124	0,90	0,23	5	0,34	0,32
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,80$	129	0,90	0,25	125	0,91	0,23	4	0,38	0,03	129	0,90	0,25	125	0,91	0,23	4	0,38	0,03
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,85$	129	0,91	0,25	125	0,93	0,22	4	0,36	0,04	129	0,91	0,25	125	0,93	0,22	4	0,36	0,04
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,90$	129	0,92	0,25	125	0,94	0,22	4	0,33	0,05	129	0,92	0,25	125	0,94	0,22	4	0,33	0,05
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=0,95$	129	0,92	0,25	125	0,94	0,22	4	0,31	0,05	129	0,92	0,25	125	0,94	0,22	4	0,31	0,05
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,00$	129	0,92	0,26	125	0,94	0,23	4	0,30	0,04	129	0,92	0,26	125	0,94	0,23	4	0,30	0,04
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,05$	129	0,92	0,27	125	0,94	0,24	4	0,28	0,04	129	0,92	0,27	125	0,94	0,24	4	0,28	0,04
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,10$	129	0,92	0,28	125	0,94	0,25	4	0,26	0,11	129	0,92	0,28	125	0,94	0,25	4	0,26	0,11

Apenas ao se considerar $\gamma_{sec} = 1,1$ (Linha 0-B) em conjunto com o método das diferenças finitas, é possível observar ligeira variação dos resultados da Tabela 45 em relação à Tabela 42 para CAR. Para $\theta_c \leq 1,0$, as médias para CAR com η_{fc} adaptado do *fib* Model Code 2010 resultaram ligeiramente menores que as médias da Tabela 42, com pequeno aumento do COV. O fator η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014 conduziu a médias mais conservadoras que o fator η_{fc} adaptado do *fib* Model Code 2010, como já era esperado em função das observações feitas no item 4.4.2.1. Considerando o grupo completo de pilares de CAR, é possível observar que $\theta_c = 0,85$ conduziu a médias mais próximas da unidade.

Tabela 45 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B) – estudo CAR

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																	
			CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} adaptado do <i>fib</i> Model Code 2010									CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014								
			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,75$	134	0,95	0,25	124	0,96	0,25	10	0,82	0,07	134	0,94	0,28	124	0,95	0,28	10	0,81	0,07
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,80$	135	0,98	0,21	125	0,99	0,21	10	0,84	0,06	135	0,96	0,23	125	0,97	0,23	10	0,84	0,07
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$	136	1,00	0,20	125	1,02	0,19	11	0,80	0,28	136	0,99	0,21	125	1,01	0,20	11	0,80	0,28
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,90$	136	1,03	0,19	125	1,04	0,17	11	0,82	0,27	136	1,02	0,19	125	1,03	0,18	11	0,82	0,27
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,95$	136	1,05	0,18	125	1,07	0,16	11	0,84	0,27	136	1,04	0,18	125	1,06	0,17	11	0,84	0,27
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,00$	136	1,06	0,17	125	1,08	0,16	11	0,85	0,26	136	1,06	0,18	125	1,07	0,16	11	0,85	0,26
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,05$	136	1,08	0,17	125	1,10	0,16	11	0,84	0,25	136	1,07	0,17	125	1,09	0,16	11	0,85	0,25
Diferenças finitas	El sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,10$	136	1,09	0,17	125	1,11	0,15	11	0,83	0,24	136	1,08	0,18	125	1,10	0,16	11	0,83	0,24

Assim como observado no caso anterior, a consideração de $\gamma_{sec} = 1,1$ com M_R obtido da curva com $0,85.f_c$ (Linha 0-C), em conjunto com o método das diferenças finitas, resultou em ligeira variação das médias e COV da Tabela 46 em relação à Tabela 43. Os melhores resultados, com médias mais próximas da unidade, foram observados para $\theta_c = 0,85$. Nesse mesmo caso, a média com η_{fc} adaptado do *fib* Model Code 2010 resultou ligeiramente menor que a média da Tabela 43, com pequeno aumento do COV. O fator η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014 conduziu a média mais conservadora que o fator η_{fc} adaptado do *fib* Model Code 2010, assim como observado anteriormente.

Tabela 46 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez secante ($\gamma_{sec}=1,1$) e M_R obtido com $0,85.f_c$ (Linha 0-C) – estudo CAR

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																	
			CAR ($f_c > 50$ MPa)									CAR ($f_c > 50$ MPa)								
			η_{fc} adaptado do <i>fib</i> Model Code 2010									η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014								
			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$	136	1,00	0,20	125	1,02	0,19	11	0,80	0,28	136	0,99	0,21	125	1,01	0,20	11	0,80	0,28
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,90$	137	1,06	0,19	125	1,08	0,16	12	0,78	0,36	137	1,05	0,20	125	1,07	0,16	12	0,78	0,36
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,95$	137	1,10	0,18	125	1,13	0,15	12	0,82	0,32	137	1,09	0,18	125	1,12	0,15	12	0,82	0,32
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,00$	137	1,14	0,17	125	1,17	0,15	12	0,86	0,28	137	1,13	0,17	125	1,16	0,15	12	0,86	0,28
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,05$	137	1,17	0,17	125	1,20	0,15	12	0,89	0,25	137	1,16	0,17	125	1,19	0,15	12	0,89	0,25
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,10$	137	1,20	0,17	125	1,23	0,15	12	0,92	0,23	137	1,19	0,17	125	1,22	0,15	12	0,92	0,23

5.4.5. Método das diferenças finitas com rigidez obtida da curva N-M-1/r

Nos estudos apresentados a seguir, a curvatura utilizada no método das diferenças finitas é lida diretamente dos diagramas momento-curvatura, para cada nó do pilar discretizado em função do momento atuante no nó. Este modelo mecânico avançado, assim denominado para uso neste trabalho, foi explicado no item 4.3.5 e deriva do método geral.

Foram excluídos das análises os pilares que se mostraram numericamente instáveis, ou seja, que apresentaram uma das condições a seguir:

- Foi ultrapassado o número máximo de iterações sem atingir a convergência, ou seja, as diferenças entre os deslocamentos transversais de iterações sucessivas são superiores à tolerância adotada;

- Um ou mais nós do pilar apresenta momento fletor superior ao máximo valor do diagrama momento-curvatura.

5.4.5.1. Rigidez obtida da curva N-M-1/r gerada com o diagrama parábola-retângulo

Esta análise foi realizada com o modelo mecânico avançado descrito no item 4.3.5.

A leitura das curvaturas diretamente dos diagramas momento-curvatura, sem linearização, conduziu a médias contra a segurança (superiores a 1,0) em praticamente todos os cenários (Tabela 47). Além disso, muitos pilares apresentaram instabilidade numérica (não convergiram), sobretudo para menores valores de θ_c . Isso ocorreu, em muitos casos, devido à elevada força axial, já próxima do esgotamento da capacidade resistente da seção transversal, que levou a momentos superiores ao máximo momento do diagrama momento-curvatura.

Tabela 47 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez obtida da curva N-M-1/r

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50 \text{ MPa}$						$f_c > 50 \text{ MPa}$											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=0,75$	54	1,09	0,38	19	1,13	0,53	13	0,91	0,39	6	1,61	0,48	35	1,08	0,26	30	1,11	0,26	5	0,86	0,12
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=0,80$	85	1,15	0,32	24	1,23	0,46	18	1,02	0,24	6	1,83	0,44	61	1,12	0,23	56	1,13	0,23	5	0,95	0,06
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=0,85$	118	1,18	0,31	38	1,22	0,45	30	1,07	0,29	8	1,79	0,47	80	1,15	0,20	71	1,18	0,20	9	0,98	0,09
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=0,90$	131	1,25	0,28	41	1,38	0,37	34	1,25	0,22	7	2,05	0,42	90	1,19	0,19	82	1,21	0,18	8	0,99	0,18
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=0,95$	155	1,27	0,28	52	1,38	0,36	44	1,27	0,21	8	2,00	0,47	103	1,21	0,19	95	1,23	0,18	8	1,03	0,21
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=1,00$	173	1,29	0,28	55	1,43	0,36	46	1,32	0,21	9	1,98	0,50	118	1,23	0,19	109	1,24	0,19	9	1,10	0,13
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=1,05$	190	1,30	0,29	63	1,41	0,38	53	1,31	0,24	10	1,95	0,53	127	1,25	0,19	116	1,27	0,18	11	1,02	0,27
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=1,10$	200	1,33	0,29	70	1,42	0,39	60	1,32	0,26	10	2,03	0,52	130	1,29	0,18	120	1,30	0,18	10	1,16	0,18

Destaca-se que o número de pilares remanescentes (colunas np da Tabela 47) é significativamente menor se comparado aos demais modelos deste trabalho. A exclusão de muitos pilares de uma análise pode distorcer os resultados, por isso os números da Tabela 47 devem ser vistos com cautela.

O método das diferenças finitas com leitura das curvaturas diretamente dos diagramas momento-curvatura apresentou resultados contra a segurança e com desempenho inferior a diversos modelos simplificados. Tal desempenho pode ser explicado, em parte, pela aplicação da força normal reportada no ensaio na sua totalidade, sem processo incremental. As forças

normais dos pilares do banco de dados deste trabalho são elevadas, levando muitos pilares a apresentar instabilidade numérica, sem resultado convergente. Melhores resultados podem ser obtidos com aplicação incremental da força normal, mas já fora do escopo deste trabalho.

5.4.5.2. Rigidez obtida da curva N-M-1/r gerada com o diagrama parábola-retângulo ajustado para CAR

Esta análise foi realizada com o modelo mecânico avançado descrito no item 4.3.5.

A proposta de ajuste do pivô C e tensão do diagrama parábola-retângulo do concreto (item 4.4.2.1) resultou em maior número de pilares com instabilidade numérica, principalmente por levar a momentos superiores ao máximo momento do diagrama momento-curvatura. O número de pilares (coluna np) de cada linha da Tabela 48 é significativamente menor que na Tabela 47, o que distorceu os resultados, que se mostraram mais contra a segurança (maiores médias) do que os da Tabela 47. Tal conclusão é o oposto do observado nos modelos com rigidez EI secante (linearizada), nos quais se observou que a consideração de η_{fc} conduziu a resultados ligeiramente mais a favor da segurança, como já era esperado em função das observações feitas no item 4.4.2.1.

Tabela 48 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez obtida da curva N-M-1/r - estudo CAR

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																	
			CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} adaptado do <i>fib</i> Model Code 2010									CAR ($f_c > 50$ MPa) η_{fc} baseado na ABNT NBR 6118:2014								
			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=0,75$	31	1,06	0,27	23	1,14	0,25	8	0,83	0,15	28	1,01	0,34	23	1,08	0,31	5	0,73	0,32
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=0,80$	41	1,14	0,26	33	1,19	0,26	8	0,92	0,09	39	1,12	0,25	31	1,16	0,25	8	0,96	0,12
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=0,85$	56	1,17	0,20	47	1,20	0,21	9	1,02	0,07	50	1,15	0,21	42	1,18	0,22	8	1,03	0,07
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=0,90$	75	1,20	0,20	67	1,23	0,19	8	1,00	0,25	67	1,16	0,24	57	1,20	0,20	10	0,93	0,38
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=0,95$	87	1,23	0,21	78	1,25	0,20	9	1,07	0,18	79	1,21	0,22	72	1,22	0,23	7	1,11	0,19
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=1,00$	105	1,26	0,18	95	1,27	0,18	10	1,12	0,13	96	1,24	0,18	87	1,26	0,18	9	1,12	0,16
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=1,05$	118	1,27	0,18	109	1,28	0,19	9	1,21	0,12	108	1,26	0,18	98	1,27	0,18	10	1,17	0,15
Diferenças finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=1,10$	124	1,30	0,19	113	1,31	0,18	11	1,18	0,21	121	1,28	0,19	110	1,29	0,18	11	1,19	0,20

5.5. RESUMO DOS RESULTADOS

Resumem-se a seguir os parâmetros estatísticos do erro dos modelos de cálculo dos efeitos de segunda ordem de pilares de concreto armado apresentados nos itens anteriores.

Os resultados são válidos para pilares de concreto armado biapoiados submetidos à flexão normal composta, com diagrama de momento de primeira ordem uniforme e excentricidades da força axial iguais em ambas as extremidades. As características geométricas e dos materiais dos pilares do banco de dados deste trabalho são apresentadas no item 5.3.4.

Os modelos identificados pelo símbolo \blacklozenge foram aplicados conforme definidos nas normas técnicas, mas com os critérios apresentados no item 5.2.

a) Métodos com curvatura aproximada

A partir dos resultados da Tabela 49 é possível concluir:

- O modelo do pilar-padrão com curvatura aproximada da norma ABNT NBR 6118:2014 apresentou melhores resultados que os da norma europeia. As médias resultaram mais próximas da unidade, com menores COV;
- As curvaturas aproximadas de todos os modelos se mostraram suficientemente conservadoras, permitindo adotar o pilar-padrão com $c = 10$, sem necessidade de considerar $c = 8$ (item 4.3.1.4).

Tabela 49 – Resultados – Métodos com curvatura aproximada - normas técnicas

NLG	NLF	Referência	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV
Pilar-padrão (c=10)	Curvatura aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.2) \blacklozenge	210	0,99	0,18	74	0,99	0,19	64	1,00	0,20	10	0,94	0,12	136	0,99	0,17	125	1,00	0,17	11	0,89	0,14
Pilar-padrão (c=10)	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.8) \blacklozenge	210	0,88	0,25	74	0,86	0,27	64	0,84	0,29	10	0,98	0,12	136	0,90	0,23	125	0,90	0,23	11	0,81	0,16
Pilar-padrão (c=8)	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.8) \blacklozenge	210	0,79	0,28	74	0,76	0,30	64	0,75	0,32	10	0,84	0,14	136	0,81	0,26	125	0,82	0,27	11	0,71	0,17
Pilar-padrão (c=10)	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.8) Kr=1 \blacklozenge	210	0,84	0,26	74	0,81	0,28	64	0,78	0,30	10	0,97	0,12	136	0,86	0,24	125	0,87	0,24	11	0,81	0,16
Pilar-padrão (c=8)	Curvatura aproximada	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.8) Kr=1 \blacklozenge	210	0,75	0,29	74	0,71	0,31	64	0,70	0,33	10	0,84	0,15	136	0,78	0,27	125	0,78	0,28	11	0,71	0,17

b) Métodos com rigidez aproximada – normas técnicas

A partir dos resultados da Tabela 50 é possível concluir:

- O modelo do pilar-padrão com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014 apresentou o menor COV para o grupo de 210 pilares, com valores muito semelhantes para CRN e CAR. No entanto, as médias são ligeiramente contra a segurança;
- O modelo do pilar-padrão com rigidez EI aproximada da EN 1992-1-1:2004 apresentou melhores resultados para a sua versão original, sem a simplificação permitida para pilares com $\rho \geq 0,01$ (item 4.3.2.1);
- As rigidezes da norma ACI 318M-19 apresentaram elevada dispersão dos resultados em praticamente todos os cenários. Curiosamente, a rigidez $EI_{\text{eff}}(a)$ apresentou bons resultados com pilar-padrão com $c_0=10$, com valores semelhantes aos obtidos com a rigidez EI aproximada da EN 1992-1-1:2004 com pilar-padrão com $c_0=8$. A norma ACI 318M-19 informa que a rigidez $EI_{\text{eff}}(a)$ seria menos precisa que a rigidez $EI_{\text{eff}}(b)$, o que não se observou nos resultados da Tabela 50;
- A rigidez $EI_{\text{eff}}(c)$ da norma ACI 318M-19 se mostrou consistentemente contra a segurança, mesmo quando associada ao pilar-padrão com o redutor de rigidez $\phi_K = 0,75$.

Tabela 50 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – normas técnicas

NLG	NLF	Referência	$M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$																				
			Todos			$f_c \leq 50 \text{ MPa}$						$f_c > 50 \text{ MPa}$											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Pilar-padrão ($c_0=10$)	Rigidez κ aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.3)♦	210	1,09	0,17	73	1,08	0,17	63	1,09	0,18	10	0,98	0,08	137	1,10	0,16	125	1,12	0,15	12	0,87	0,16
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez κ aproximada	ABNT NBR 6118:2014 (item 18.5.3.3.3)	210	1,03	0,17	73	1,02	0,17	63	1,03	0,18	10	0,93	0,08	137	1,04	0,16	125	1,06	0,15	12	0,82	0,16
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox. original	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.7)♦	187	0,93	0,27	62	0,91	0,25	55	0,90	0,25	7	1,03	0,23	125	0,95	0,28	114	0,94	0,29	11	1,06	0,22
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox. simplif.	EN 1992-1-1:2004 (item 5.8.7)♦	132	0,74	0,33	49	0,80	0,31	44	0,81	0,29	5	0,70	0,47	83	0,70	0,34	77	0,71	0,34	6	0,63	0,35
Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$)	$EI_{\text{eff}}(a)$ (Eq. 6.6.4.4.4a)	ACI 318M-19 (item 6.6)♦	134	0,78	0,32	45	0,82	0,30	42	0,82	0,30	3	0,77	0,46	89	0,76	0,32	81	0,78	0,31	8	0,64	0,42
Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$)	$EI_{\text{eff}}(b)$ (Eq. 6.6.4.4.4b)	ACI 318M-19 (item 6.6)♦	113	0,68	0,33	38	0,67	0,36	35	0,67	0,36	3	0,73	0,45	75	0,69	0,32	71	0,70	0,31	4	0,47	0,59
Pilar-padrão ($\phi_K=0,75$)	$EI_{\text{eff}}(c)$ (Eq. 6.6.4.4.4c)	ACI 318M-19 (item 6.6)♦	207	1,11	0,25	74	1,14	0,25	64	1,09	0,24	10	1,44	0,15	133	1,10	0,25	122	1,08	0,25	11	1,32	0,14
Pilar-padrão ($\phi_K=1,00$ ou $c_0=10$)	$EI_{\text{eff}}(a)$ (Eq. 6.6.4.4.4a)	ACI 318M-19 (item 6.6)	162	0,92	0,28	54	0,96	0,27	47	0,98	0,23	7	0,80	0,51	108	0,90	0,29	97	0,90	0,28	11	0,89	0,31
Pilar-padrão ($\phi_K=1,00$ ou $c_0=10$)	$EI_{\text{eff}}(b)$ (Eq. 6.6.4.4.4b)	ACI 318M-19 (item 6.6)	147	0,83	0,26	53	0,80	0,33	46	0,79	0,33	7	0,89	0,31	94	0,84	0,23	84	0,85	0,23	10	0,74	0,19
Pilar-padrão ($\phi_K=1,00$ ou $c_0=10$)	$EI_{\text{eff}}(c)$ (Eq. 6.6.4.4.4c)	ACI 318M-19 (item 6.6)	210	1,32	0,23	74	1,41	0,26	64	1,32	0,15	10	1,98	0,30	136	1,28	0,20	125	1,26	0,20	11	1,53	0,12

c) Métodos com rigidez aproximada – propostas alternativas

As propostas alternativas para rigidez EI aproximada são apresentadas na Tabela 51 apenas para $c_0 = 8$, pelos motivos discutidos nos itens 4.2.2, 5.4.2.1 e 5.4.4.

- As propostas de ajuste da rigidez κ aproximada para CRN e CAR apresentadas no item 5.4.2.2 resultaram em médias mais próximas da unidade, com praticamente os mesmos valores de COV em relação à formulação original da ABNT NBR 6118:2014;
- As demais propostas para o cálculo da rigidez EI aproximada apresentaram desempenho inferior ou no máximo equivalente aos modelos das normas técnicas. As médias resultaram excessivamente a favor da segurança na maioria dos casos, exceto para a proposta de Khuntia e Ghosh (2004) que resultou contra a segurança;
- A proposta de Westerberg (2002b) apresentou bons resultados para CAR, porém com desempenho ligeiramente inferior às propostas de ajuste da rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014.

Tabela 51 – Resultados – Métodos com rigidez aproximada – propostas alternativas

NLG	NLF	Referência	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aprox.. Proposta 1	Eq. (170) e $\alpha_r=0,85$	210	0,95	0,19	73	0,93	0,19	63	0,95	0,19	10	0,82	0,10	137	0,96	0,18	125	0,98	0,17	12	0,73	0,17
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aprox.. Proposta 1	Eq. (170) e $\alpha_r=0,95$	210	1,00	0,17	73	0,99	0,18	63	1,00	0,18	10	0,89	0,08	137	1,01	0,17	125	1,03	0,15	12	0,79	0,16
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aprox.. Proposta 2	Eq.(171) e $\alpha_r=0,85$	210	0,98	0,18	73	0,96	0,19	63	0,98	0,19	10	0,84	0,09	137	0,99	0,18	125	1,01	0,16	12	0,75	0,17
Pilar-padrão ($c_0=8$)	κ aprox.. Proposta 2	Eq.(171) e $\alpha_r=0,95$	210	1,01	0,17	73	1,00	0,18	63	1,01	0,18	10	0,90	0,08	137	1,02	0,17	125	1,04	0,15	12	0,79	0,16
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox. - Eq. (131)	Mirza (1990)	169	0,80	0,26	61	0,81	0,25	54	0,79	0,25	7	0,98	0,19	108	0,80	0,26	98	0,80	0,27	10	0,82	0,08
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox. - Eq. (132)	Mirza (1990)	161	0,76	0,27	60	0,73	0,30	53	0,72	0,30	7	0,81	0,25	101	0,77	0,25	91	0,79	0,25	10	0,61	0,13
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox.. (1,00, $f_c^{0,6}$)	Westerberg (2002b)	210	0,93	0,25	74	0,90	0,32	64	0,87	0,28	10	1,11	0,43	136	0,95	0,20	125	0,96	0,19	11	0,75	0,12
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aproximada	Bonet <i>et al.</i> (2004)	202	0,94	0,28	69	0,86	0,31	59	0,82	0,27	10	1,12	0,35	133	0,98	0,25	122	0,97	0,26	11	1,06	0,18
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aproximada	Khuntia e Ghosh (2004)	209	1,05	0,23	73	1,07	0,21	63	1,08	0,21	10	1,03	0,18	136	1,04	0,24	125	1,04	0,24	11	1,06	0,25
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aproximada	Tikka e Mirza (2005)	163	0,71	0,27	59	0,69	0,27	52	0,68	0,27	7	0,73	0,27	104	0,72	0,26	94	0,73	0,27	10	0,63	0,11
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox. Eq. (151)	Tikka e Mirza (2008)	158	0,67	0,30	59	0,63	0,33	52	0,63	0,34	7	0,64	0,33	99	0,69	0,27	89	0,71	0,26	10	0,51	0,15
Pilar-padrão ($c_0=8$)	Rigidez EI aprox. Eq. (152)	Tikka e Mirza (2008)	159	0,69	0,27	59	0,66	0,30	52	0,65	0,30	7	0,69	0,30	100	0,71	0,25	90	0,73	0,25	10	0,59	0,12

d) Métodos com rigidez EI secante

As diferentes estimativas para a rigidez EI secante são apresentadas na Tabela 52 apenas para $c_0 = 8$, pelos motivos discutidos nos itens 4.2.2, 5.4.2.1 e 5.4.4. As linhas 0-A, 0-B e 0-C mencionadas a seguir se referem àquelas da Figura 62.

- Os resultados com $\gamma_{sec} = 1,0$ (Linha 0-A) apresentaram elevada dispersão (COV) quando comparados aos resultados com $\gamma_{sec} = 1,1$ (Linhas 0-B e 0-C), independentemente do modelo de NLG.
- A consideração de $\gamma_{sec} = 1,1$ (Linha 0-B) com o pilar-padrão apresentou melhores resultados para CRN com $\theta_c = 1,10$ e para CAR com $\theta_c = 0,85$;
- A consideração de $\gamma_{sec} = 1,1$ com M_R obtido da curva calculada com $0,85.f_c$ (Linha 0-C, critério análogo à ABNT NBR 6118:2014) apresentou melhores resultados para CRN com $\theta_c = 0,95$ e para CAR com $\theta_c = 0,85$;
- O método das diferenças finitas apresentou resultados muito parecidos com o pilar-padrão ($c_0 = 8$) quando se considera as mesmas rigidezes EI_{sec} ;
- O ajuste do pivô C e a consideração de η_{fc} para CAR (conforme discutido no item 4.4.2.1) não modificou os resultados obtidos com o pilar-padrão. Se observou pequena variação dos resultados nos pilares calculados pelo método das diferenças finitas.

Tabela 52 – Resultados – Métodos com rigidez EI secante

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$			Todos			$\lambda \leq 90$			$\lambda > 90$		
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,00$ (M_R) $\theta_c=1,00$ (curva)	186	0,84	0,32	57	0,68	0,38	56	0,69	0,37	1	0,28	0,00	129	0,92	0,27	125	0,94	0,23	4	0,28	0,05
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$ (M_R) $\theta_c=0,85$ (curva)	200	0,97	0,21	65	0,87	0,25	58	0,86	0,26	7	0,92	0,24	135	1,01	0,18	125	1,03	0,17	10	0,83	0,06
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,10$ (M_R) $\theta_c=1,10$ (curva)	205	1,03	0,20	70	0,95	0,24	60	0,95	0,24	10	0,98	0,23	135	1,07	0,17	125	1,09	0,16	10	0,83	0,08
Pilar-padrão ($c_0=8$)	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$ (M_R) $\theta_c=0,95$ (curva)	209	1,05	0,20	73	0,99	0,23	63	0,99	0,23	10	0,97	0,20	136	1,09	0,17	125	1,11	0,15	11	0,83	0,26
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,00$	187	0,85	0,32	58	0,69	0,38	56	0,70	0,36	2	0,29	0,05	129	0,92	0,26	125	0,94	0,23	4	0,30	0,04
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$	204	0,96	0,24	69	0,84	0,32	61	0,84	0,31	8	0,86	0,35	135	1,02	0,18	125	1,03	0,17	10	0,84	0,06
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=1,10$	209	1,02	0,23	73	0,93	0,28	63	0,92	0,29	10	1,01	0,21	136	1,07	0,18	125	1,10	0,16	11	0,78	0,25
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,0$	$\theta_c=1,00$ η_{fc} (MC 2010 ou NBR 6118)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	129	0,92	0,26	125	0,94	0,23	4	0,30	0,04
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$ η_{fc} (MC 2010)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	136	1,00	0,20	125	1,02	0,19	11	0,80	0,28
Diferenças finitas	EI sec. $\gamma_{sec}=1,1$	$\theta_c=0,85$ η_{fc} (NBR 6118)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	136	0,99	0,21	125	1,01	0,20	11	0,80	0,28

e) Método das diferenças finitas com rigidez obtida da curva N-M-1/r

A partir dos resultados da Tabela 53 é possível concluir:

- O método das diferenças finitas com curvaturas lidas diretamente dos diagramas momento-curvatura (modelo mecânico avançado) resultou em médias contra a segurança (superiores a 1,0) em praticamente todos os cenários;
- A redução da rigidez por meio do fator θ_c para redução da tensão do diagrama parábola-retângulo não foi suficiente para que as médias resultassem a favor da segurança (menores ou iguais a 1,0);
- Muitos pilares apresentaram instabilidade numérica (não convergiram), sobretudo para menores valores de θ_c . Isso ocorreu, em muitos casos, devido à elevada força axial, já próxima do esgotamento da capacidade resistente da seção transversal, que levou a momentos superiores ao máximo momento do diagrama momento-curvatura;
- O ajuste do pivô C e a consideração de η_{fc} para CAR (conforme discutido no item 4.4.2.1) resultou em maior número de pilares numericamente instáveis. As médias resultaram contra a segurança (superiores a 1,0) em praticamente todos os casos.

Tabela 53 – Resultados – Diferenças finitas com rigidez obtida da curva N-M-1/r

NLG	NLF	Tensão conc.	M_{test}/M_{teo}																				
			Todos			$f_c \leq 50$ MPa						$f_c > 50$ MPa											
						Todos			$\lambda \leq 90$		$\lambda > 90$		Todos			$\lambda \leq 90$		$\lambda > 90$					
			np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV	np	Méd	COV			
Dif. finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=0,75$	54	1,09	0,38	19	1,13	0,53	13	0,91	0,39	6	1,61	0,48	35	1,08	0,26	30	1,11	0,26	5	0,86	0,12
Dif. finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=1,00$	173	1,29	0,28	55	1,43	0,36	46	1,32	0,21	9	1,98	0,50	118	1,23	0,19	109	1,24	0,19	9	1,10	0,13
Dif. finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=0,75$ η_{fc} (MC 2010)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	31	1,06	0,27	23	1,14	0,25	8	0,83	0,15
Dif. finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=0,75$ η_{fc} (NBR 6118)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	28	1,01	0,34	23	1,08	0,31	5	0,73	0,32
Dif. finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=1,00$ η_{fc} (MC 2010)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	105	1,26	0,18	95	1,27	0,18	10	1,12	0,13
Dif. finitas	Curva N-M-1/r	$\theta_c=1,00$ η_{fc} (NBR 6118)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	96	1,24	0,18	87	1,26	0,18	9	1,12	0,16

5.6. ESTUDOS PARAMÉTRICOS

Foram realizados alguns estudos paramétricos para avaliação da influência das principais variáveis na relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$. As variáveis avaliadas foram: resistência do concreto, altura da seção transversal, índice de esbeltez, taxa de armadura longitudinal e excentricidade inicial da força axial.

Os estudos foram feitos para alguns modelos com diferentes abordagens para NLG e NLF, que apresentaram bom desempenho nas análises do item 5.4:

- Pilar-padrão ($c = 10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014;
- Pilar-padrão ($c_0 = 8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014;
- Pilar-padrão ($c_0 = 8$) com rigidez aproximada da EN 1992-1-1:2004;
- Diferenças finitas com rigidez EI_{sec} ($\theta_c = 0,85$ e $\gamma_{\text{sec}} = 1,1$ – Linha 0-B da Figura 62).

A linha tracejada nos gráficos representa a regressão linear dos resultados.

5.6.1. Influência da resistência do concreto

As figuras a seguir apresentam a relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função da resistência do concreto.

Os modelos com curvatura aproximada e rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014 praticamente não variam em função de f_c , ou seja, é muito pequena a influência de f_c contido na força normal adimensional v desses modelos. Mesmo o formato de rigidez EI da norma EN 1992-1-1:2004 apresentou comportamento semelhante, com pequena influência de f_c . Por outro lado, o modelo com rigidez EI_{sec} apresentou maior variação em função de f_c . Os resultados da relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ são progressivamente menos a favor da segurança com o aumento de f_c .

Figura 126 – $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função de f_c - pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014

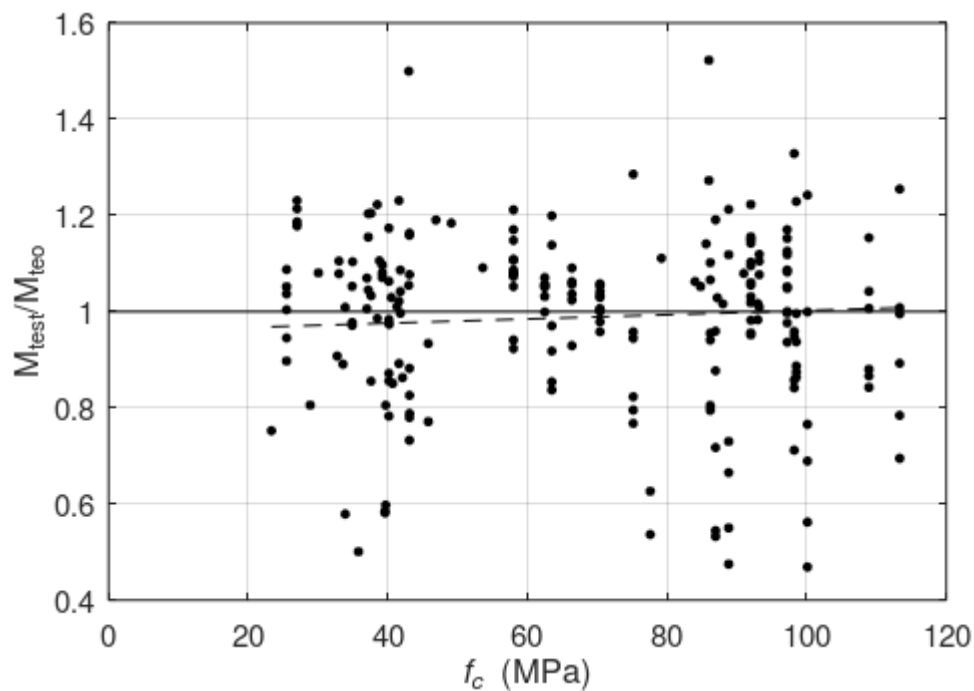


Figura 127 - $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função de f_c - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014

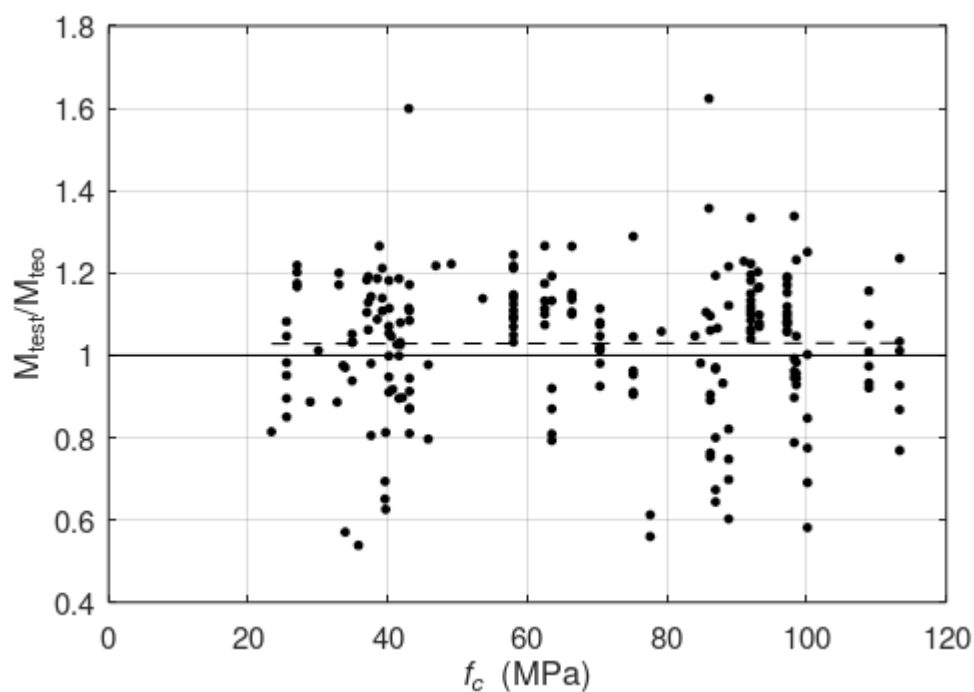


Figura 128 - $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função de f_c - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada da EN 1992-1-1:2004

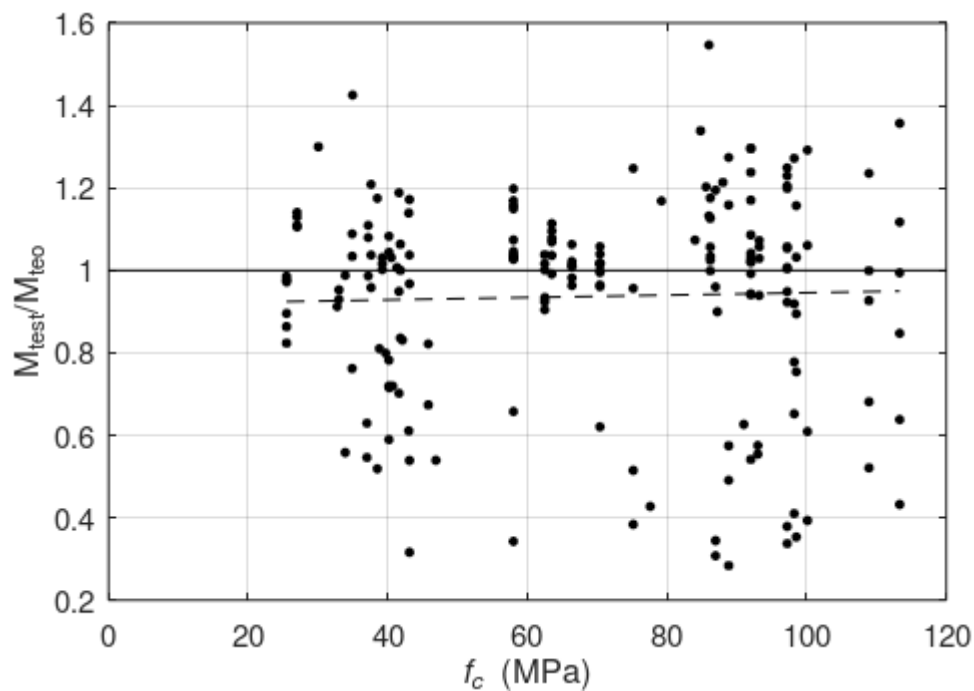
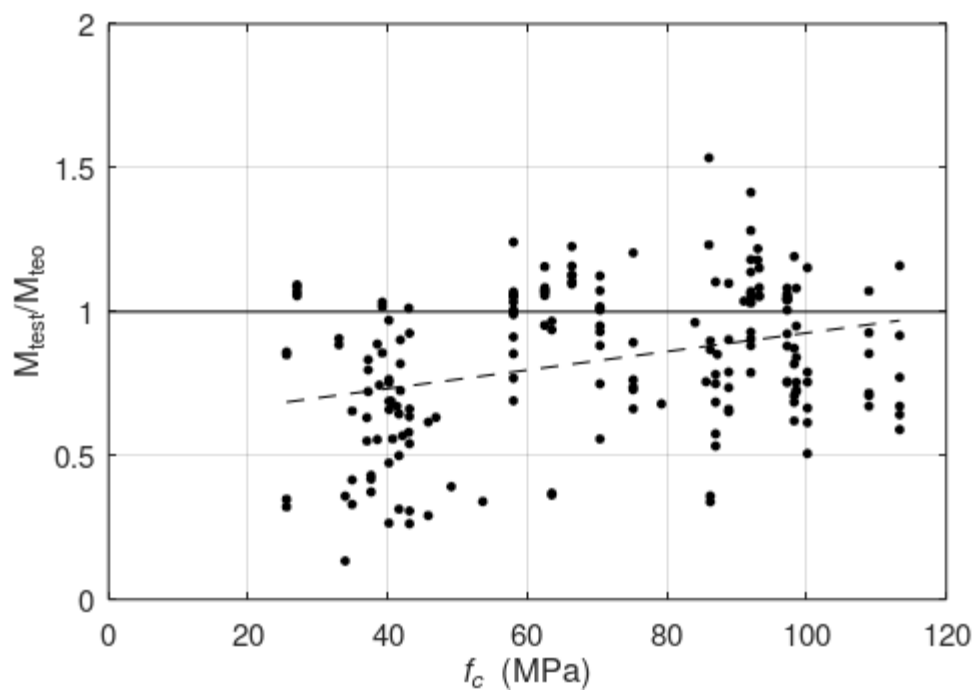


Figura 129 - $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função de f_c - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{\text{sec}}=1,1$ - Linha 0-B da Figura 62)



5.6.2. Influência da altura da seção transversal

As figuras a seguir apresentam a relação M_{test}/M_{teo} em função da altura da seção transversal.

Os modelos com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014 e rigidez aproximada EI da EN 1992-1-1:2004 apresentaram menor variação em função de h.

Os modelos com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014 e rigidez EI_{sec} apresentaram maior variação em função de h. O modelo com rigidez EI_{sec} apresentou resultados majoritariamente a favor da segurança. Já o modelo com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014 apresentou resultados contra a segurança ($M_{test}/M_{teo} > 1$) para $h \geq 12$ cm. Embora esse modelo tenha apresentado bons resultados de forma geral, sugere-se investigar a influência de h com mais detalhes em estudos futuros.

Figura 130 – M_{test}/M_{teo} em função de h - pilar-padrão (c=10) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014

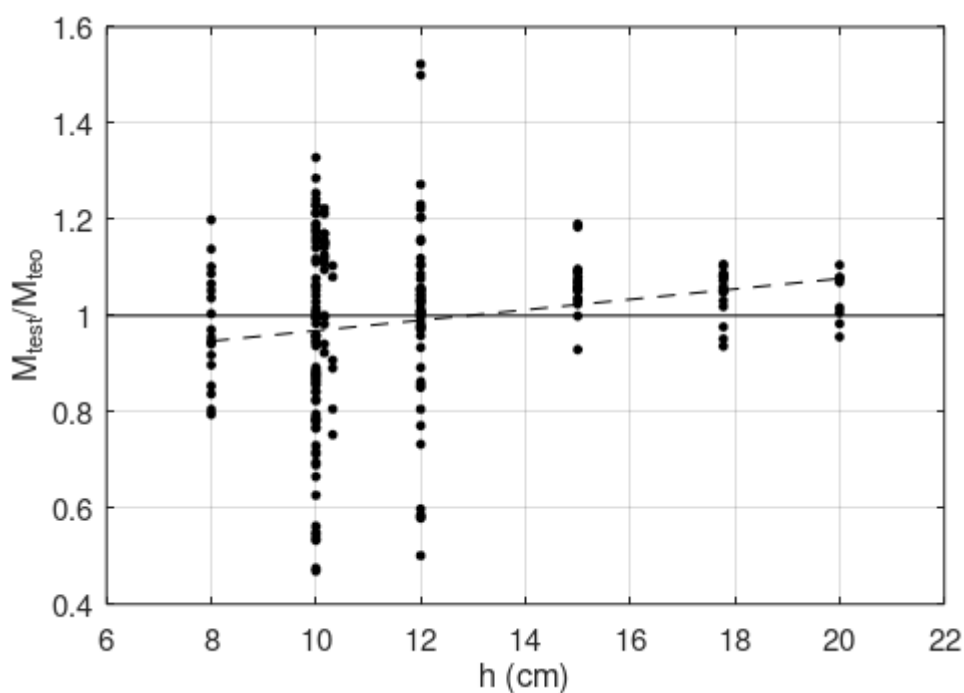


Figura 131 - M_{test}/M_{teo} em função de h - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014

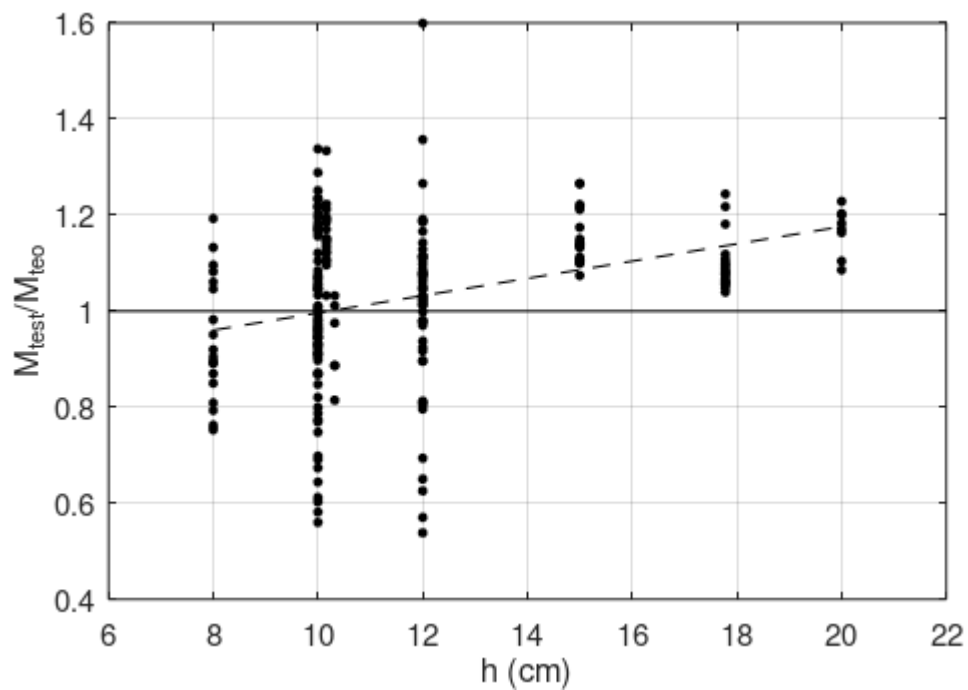


Figura 132 - M_{test}/M_{teo} em função de h - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada da EN 1992-1-1:2004

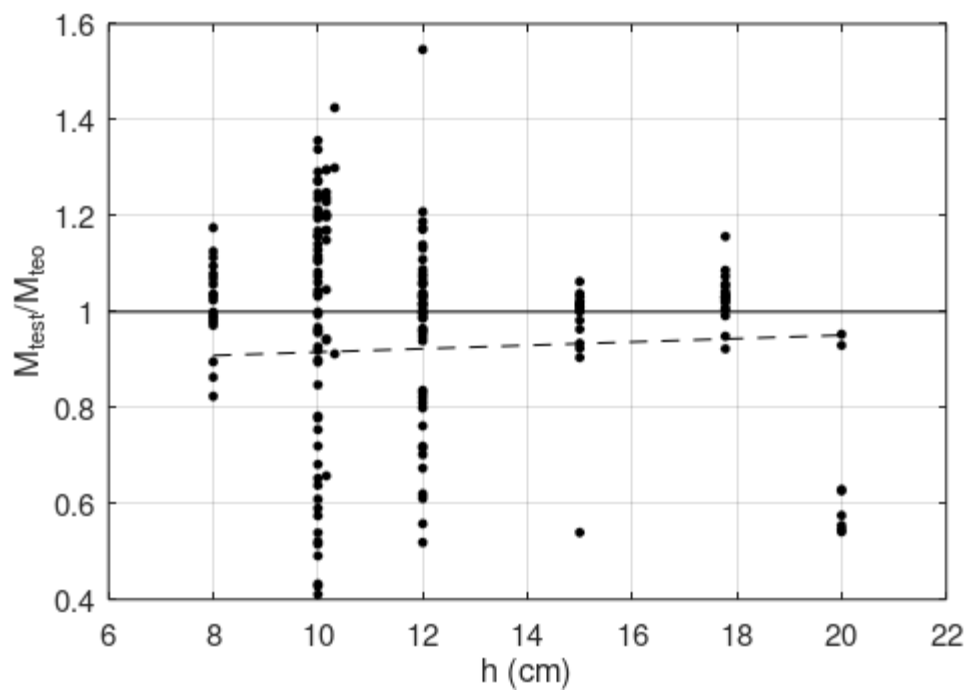
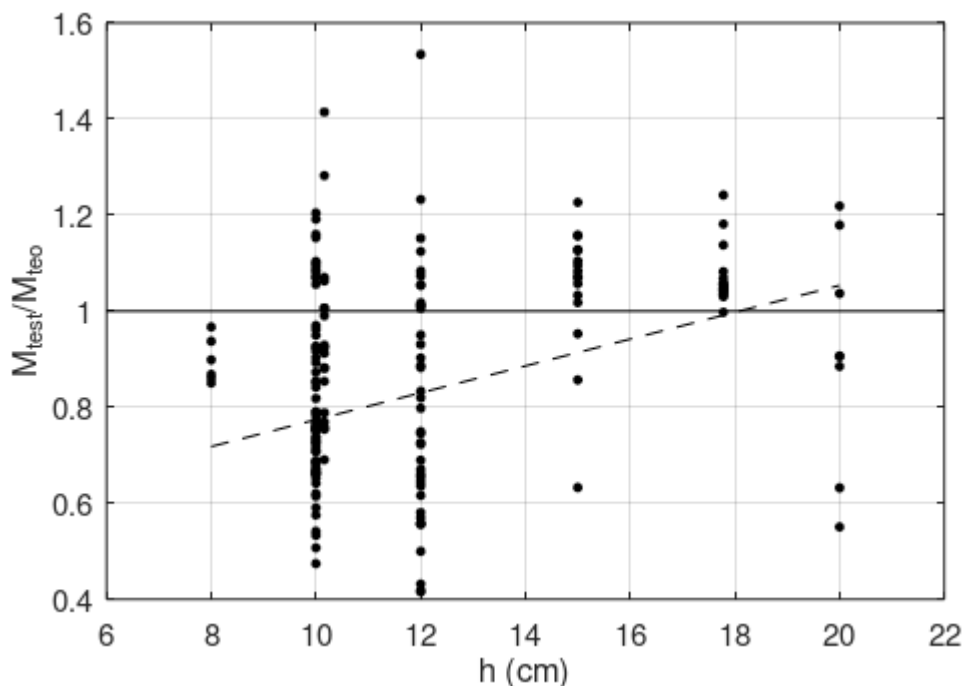


Figura 133 - M_{test}/M_{teo} em função de h - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B da Figura 62)



5.6.3. Influência do índice de esbeltez

As figuras a seguir apresentam a relação M_{test}/M_{teo} em função do índice de esbeltez (λ).

Todos os modelos analisados apresentaram a mesma tendência, ou seja, menos a favor da segurança em função do aumento de λ . Os resultados com rigidez aproximada EI da EN 1992-1-1:2004 foram menos influenciados pelo índice de esbeltez. Os modelos com curvatura aproximada e rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014 apresentaram maior influência de λ , mas com linha de tendência ainda pouco inclinada.

Os pontos do gráfico do modelo com rigidez EI_{sec} mostram aparente tendência da relação M_{test}/M_{teo} ser mais segura em função do aumento de λ . No entanto, a linha de regressão linear mostra o oposto, com provável influência de alguns resultados extremos. Mesmo assim, a maioria dos resultados ainda ficou dentro da mesma faixa de valores dos outros modelos.

Figura 134 – $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função de λ - pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014

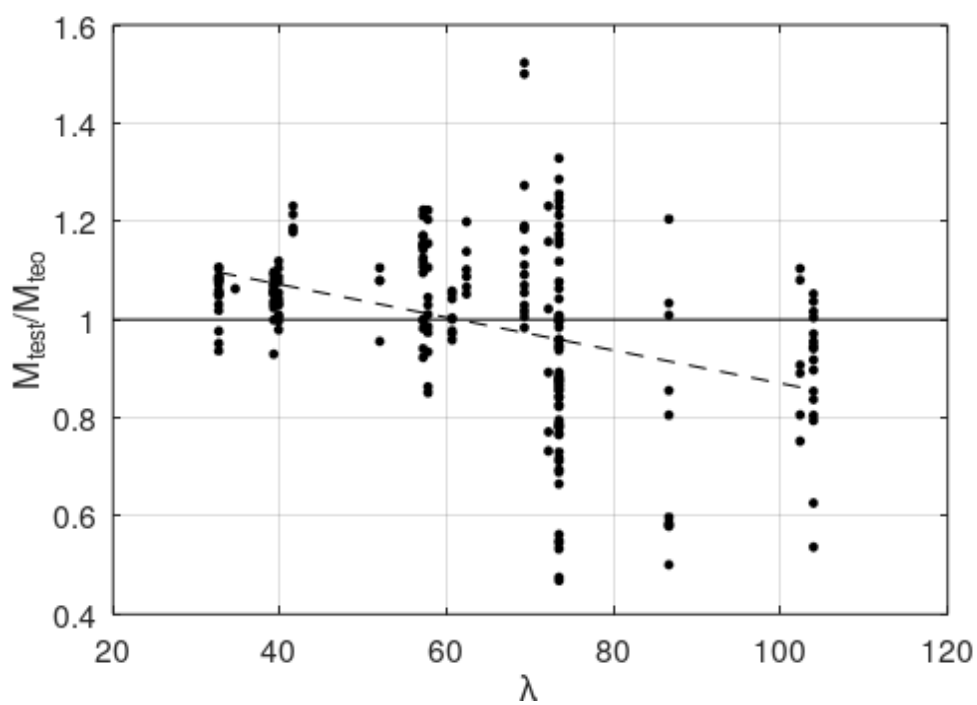


Figura 135 - $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função de λ - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014

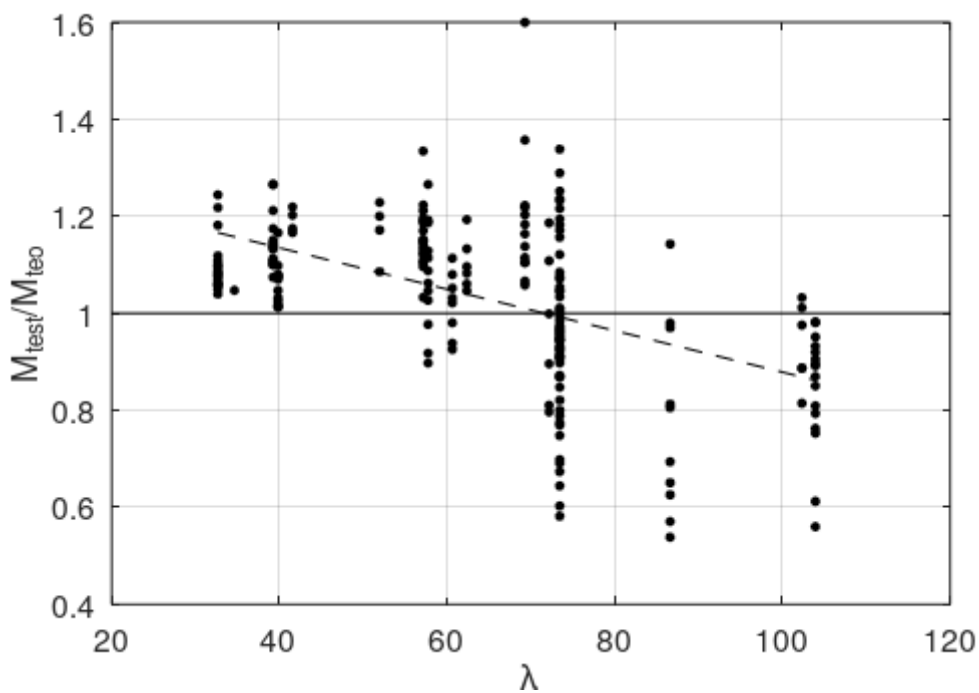


Figura 136 - M_{test}/M_{teo} em função de λ - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada da EN 1992-1-1:2004

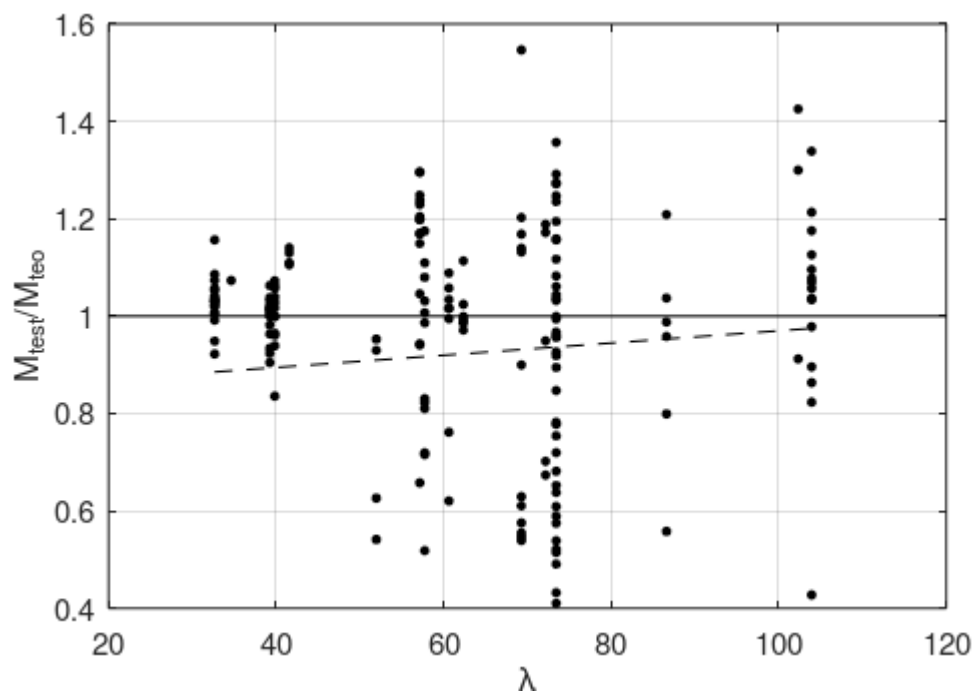
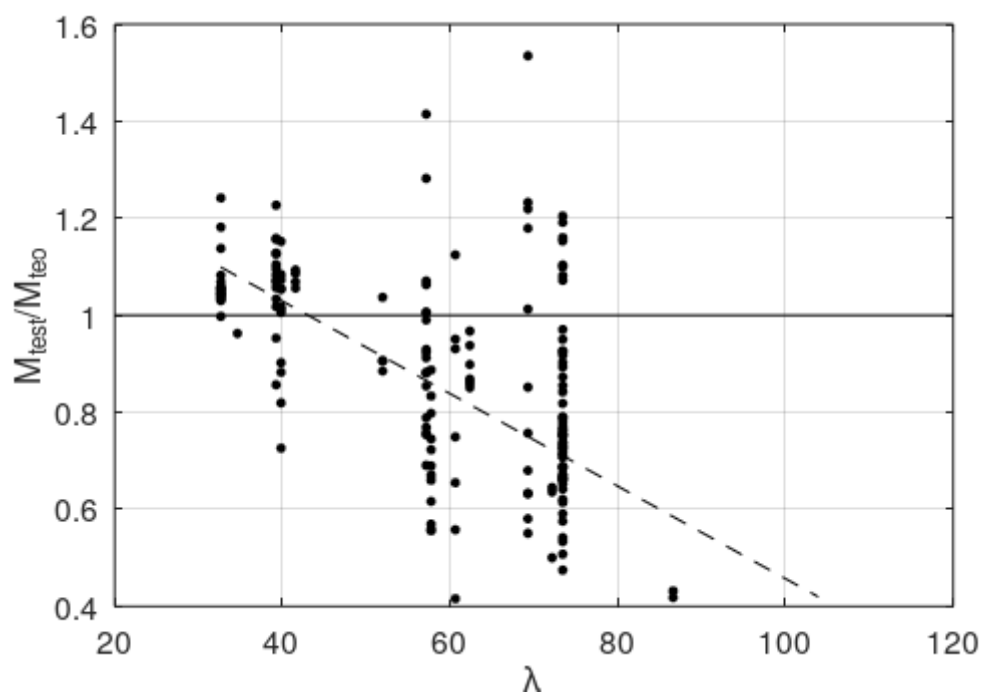


Figura 137 - M_{test}/M_{teo} em função de λ - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B da Figura 62)



5.6.4. Influência da taxa de armadura longitudinal

As figuras a seguir apresentam a relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função da taxa de armadura longitudinal (ρ).

Todos os modelos analisados apresentaram variação muito pequena de $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função da taxa de armadura longitudinal. Apenas o método das diferenças finitas com rigidez EI secante apresentou maior variação, ainda assim pequena. A relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ se mostrou menos a favor da segurança em função do aumento de ρ . Isso pode ser explicado pelo aumento da rigidez dos pilares para maiores taxas de armadura longitudinal, em função do maior módulo de elasticidade do aço em relação ao módulo de elasticidade do concreto.

Figura 138 – $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função de ρ - pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014

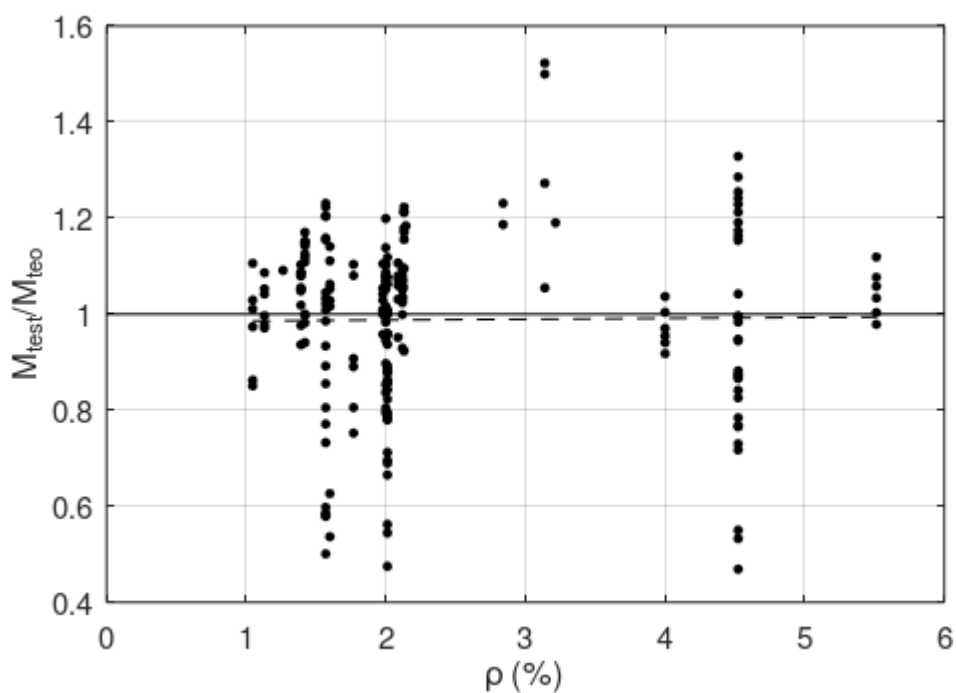


Figura 139 - M_{test}/M_{teo} em função de ρ - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014

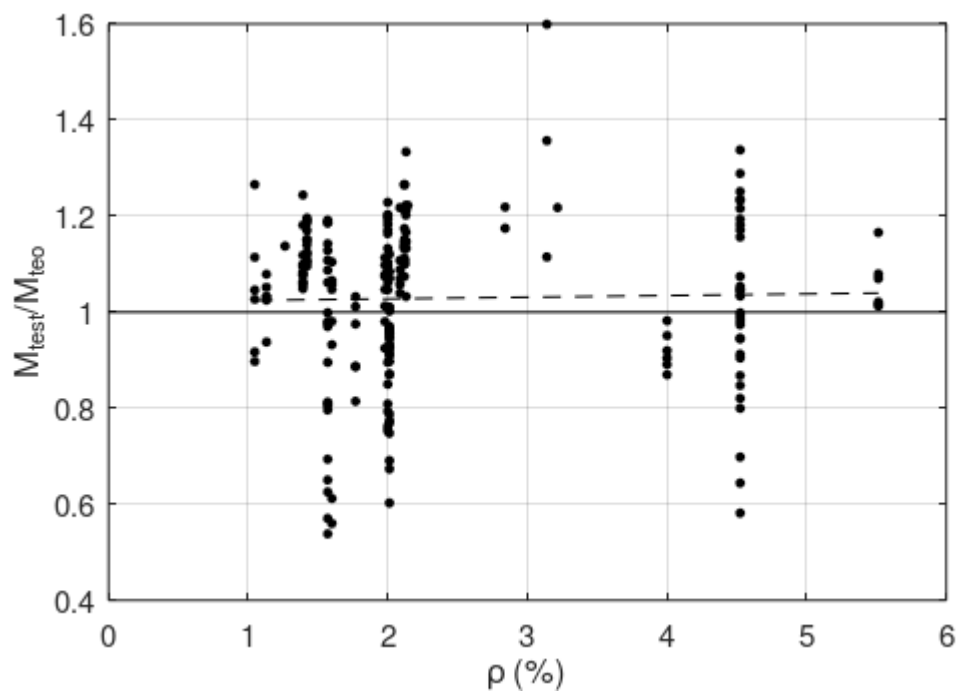


Figura 140 - M_{test}/M_{teo} em função de ρ - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada da EN 1992-1-1:2004

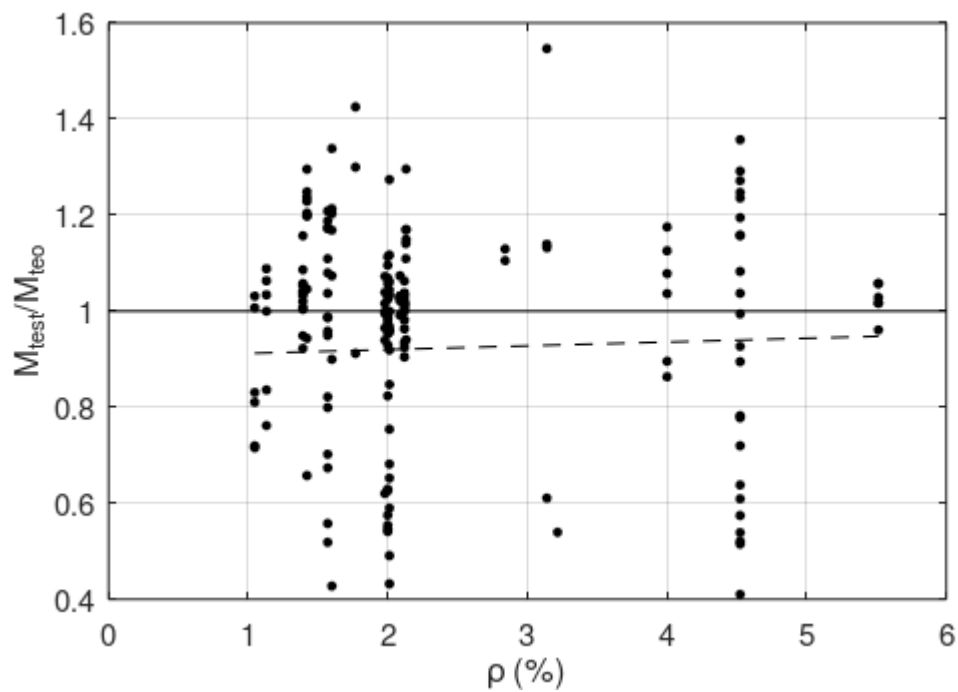
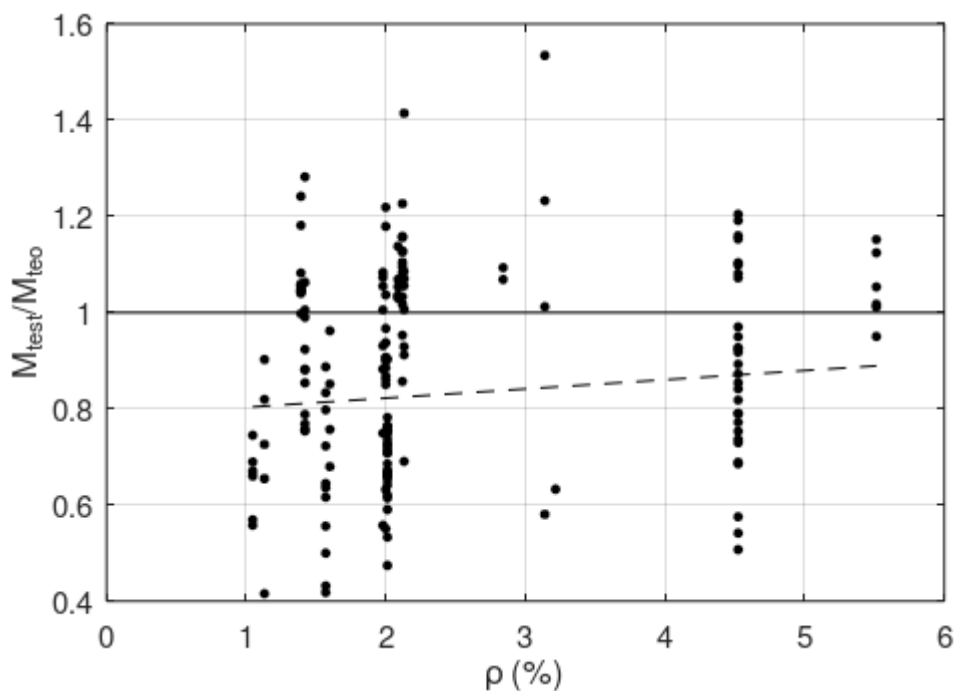


Figura 141 - $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função de ρ - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{\text{sec}}=1,1$ - Linha 0-B da Figura 62)



5.6.5. Influência da excentricidade inicial da força axial

As figuras a seguir apresentam a relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função da excentricidade inicial da força axial.

Todos os modelos analisados apresentaram a mesma tendência, ou seja, menos a favor da segurança em função do aumento de e_1/h . É possível notar também a diminuição da dispersão dos resultados em função do aumento de e_1/h .

De forma geral, os modelos apresentaram dispersão razoavelmente uniforme em torno de $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}} = 1$ para diversos valores de e_1/h , exceto o modelo com rigidez aproximada EI da EN 1992-1-1:2004 que apresentou mudança de tendência entre $e_1/h < 0,2$ e $e_1/h > 0,2$.

Figura 142 – M_{test}/M_{teo} em função de e_1/h - pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014

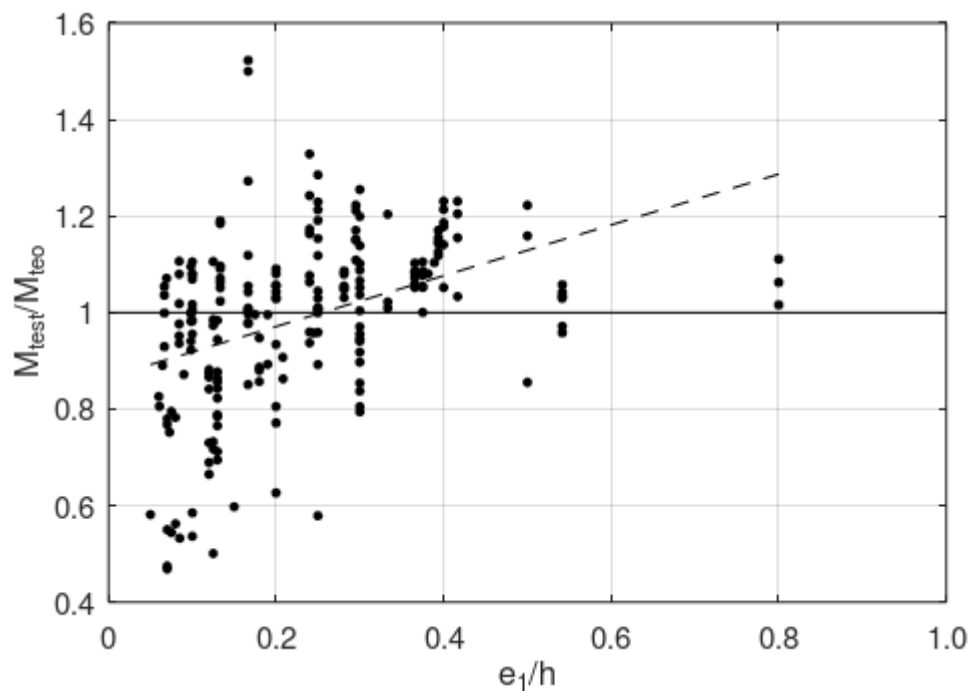


Figura 143 - M_{test}/M_{teo} em função de e_1/h - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014

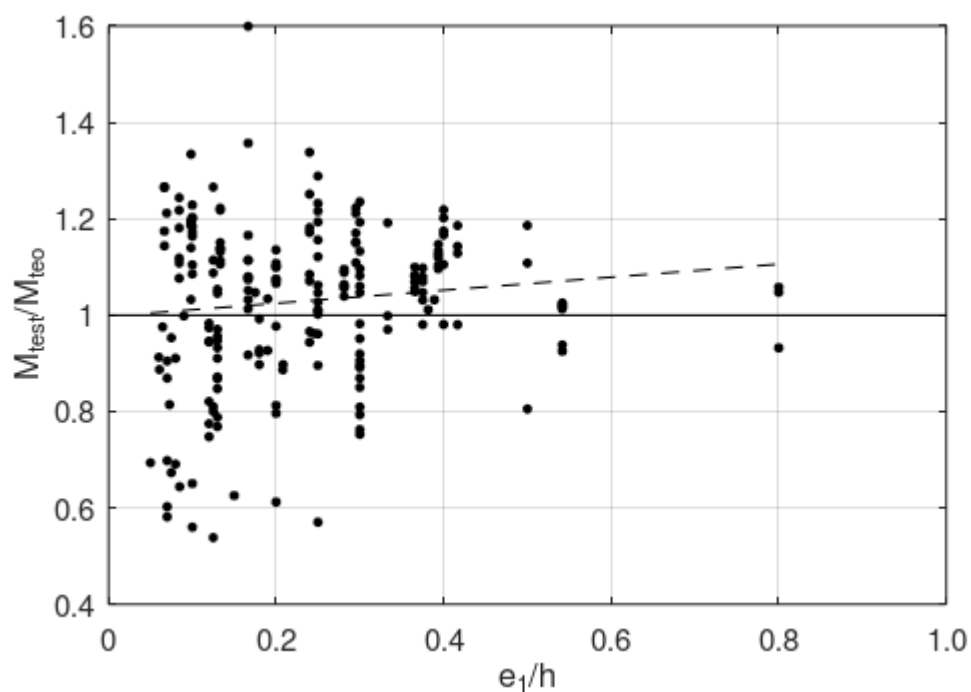


Figura 144 - $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função de e_1/h - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI aproximada da EN 1992-1-1:2004

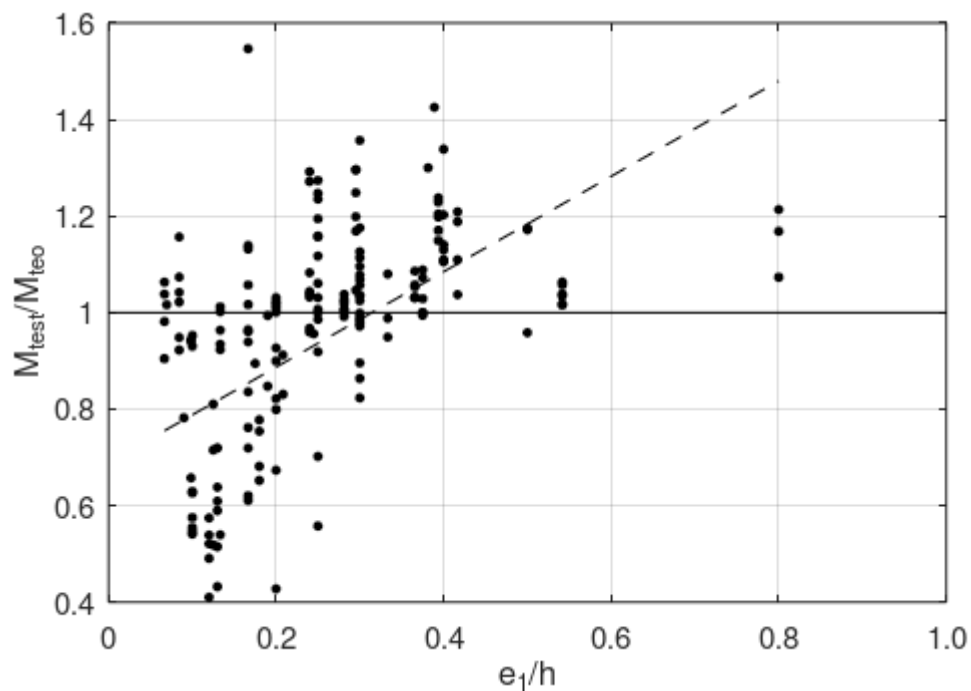
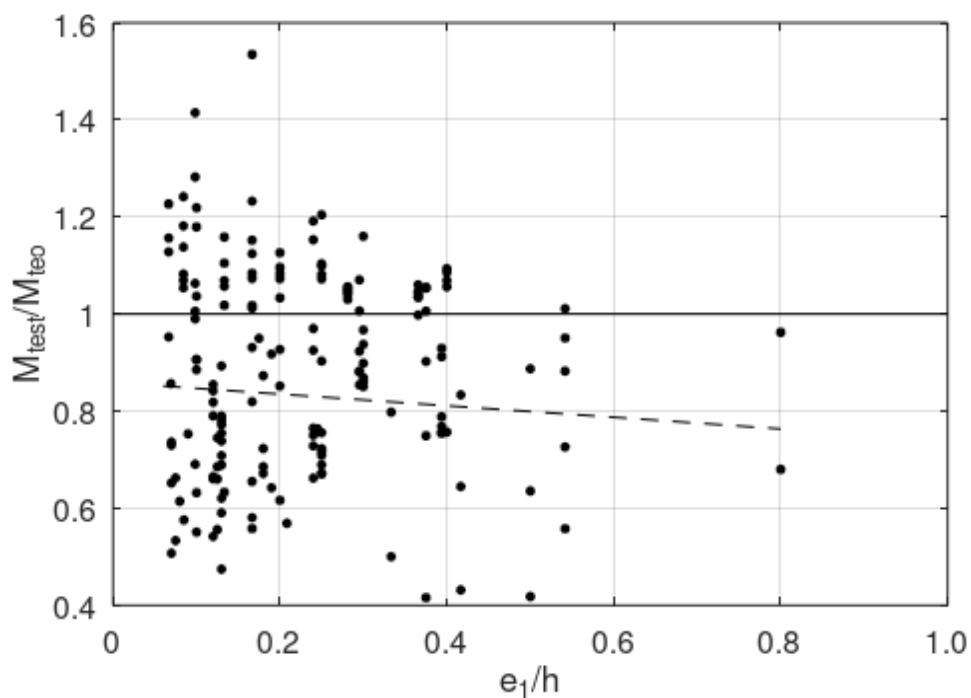


Figura 145 - $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ em função de e_1/h - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{\text{sec}}=1,1$ - Linha 0-B da Figura 62)



5.7. TESTES ESTATÍSTICOS

Além dos parâmetros estatísticos (média e COV), é necessário avaliar a distribuição de probabilidades mais adequada para o erro do modelo a ser usada nas análises de confiabilidade. Devido às dificuldades e incertezas presentes nos ensaios de pilares esbeltos sob flexão normal composta, é esperada (e foi observada) significativa dispersão dos resultados. Mesmo testes desenvolvidos para grandes amostras (por exemplo, o teste de Shapiro-Wilk) podem facilmente rejeitar a hipótese de que os resultados provêm de uma distribuição normal, como de fato ocorreu para as relações $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ deste trabalho. Por isso, para fins práticos, pode ser mais conveniente avaliar qualitativamente a tendência dos resultados e buscar compreender se os mesmos são compatíveis com a distribuição normal de probabilidades.

Foi avaliada a compatibilidade com a distribuição normal de probabilidades de alguns modelos com diferentes abordagens para NLG e NLF:

- Pilar-padrão ($c = 10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014;
- Pilar-padrão ($c_0 = 8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014;
- Pilar-padrão ($c_0 = 8$) com rigidez EI secante ($\theta_c = 0,85$ e $\gamma_{\text{sec}} = 1,10$ - Linha 0-B da Figura 62);
- Diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c = 0,85$ e $\gamma_{\text{sec}} = 1,10$ - Linha 0-B da Figura 62).

As figuras a seguir mostram os histogramas sobrepostos com a função densidade de probabilidade (FDP) da distribuição normal para os modelos citados. São apresentados também os gráficos quantil-quantil para os mesmos modelos.

Figura 146 – Histograma e FDP da distribuição normal - pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014

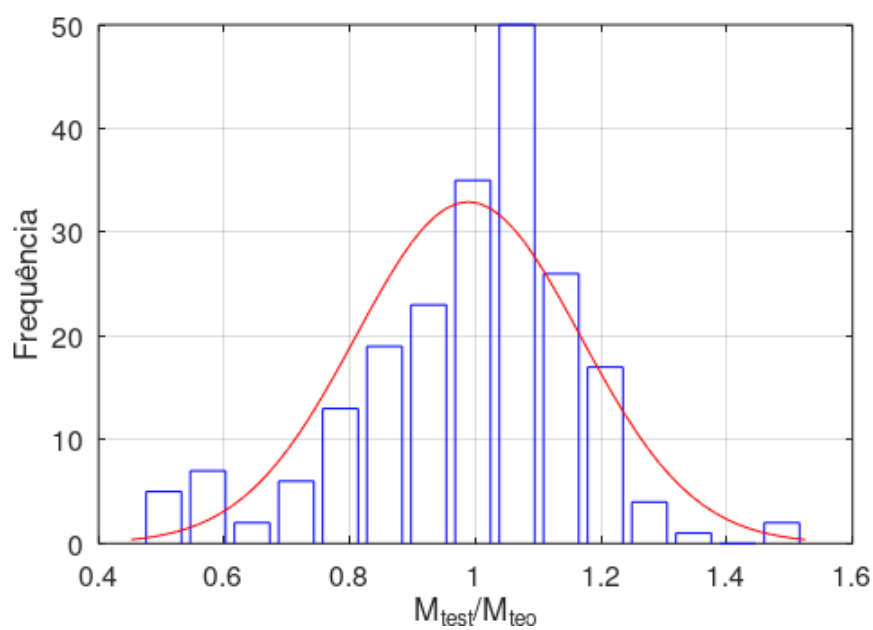


Figura 147 – Gráfico quantil-quantil - pilar-padrão ($c=10$) com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2014

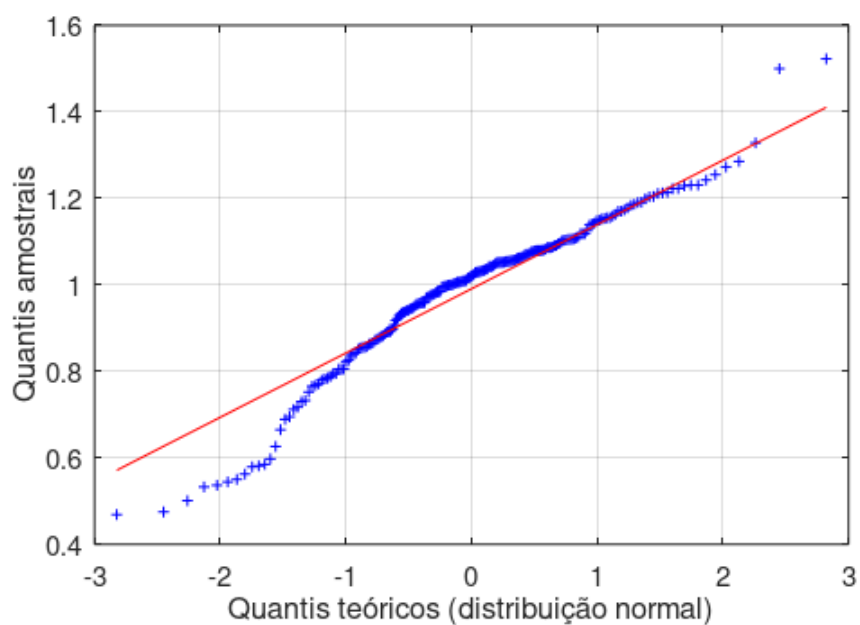


Figura 148 – Histograma e FDP da distribuição normal - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014

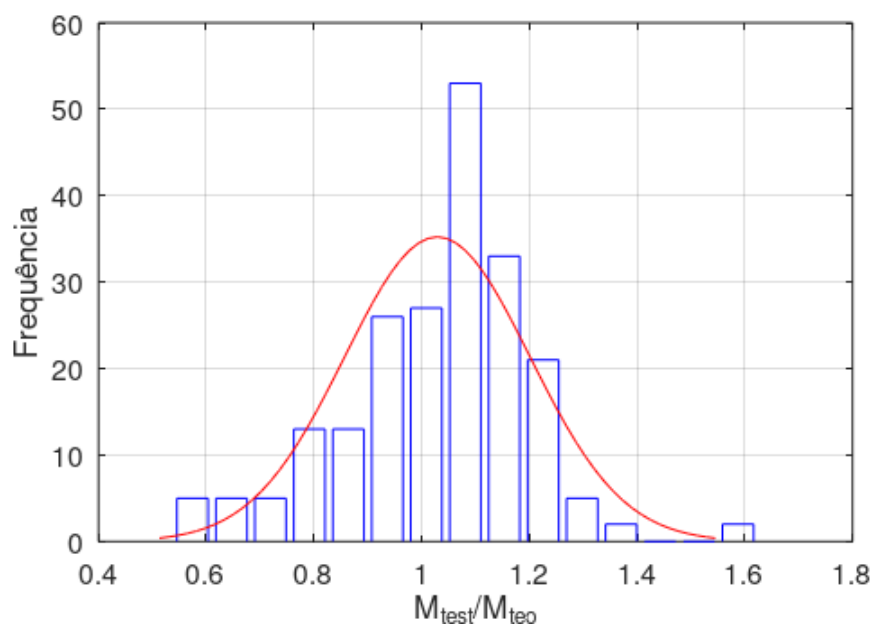


Figura 149 – Gráfico quantil-quantil - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014

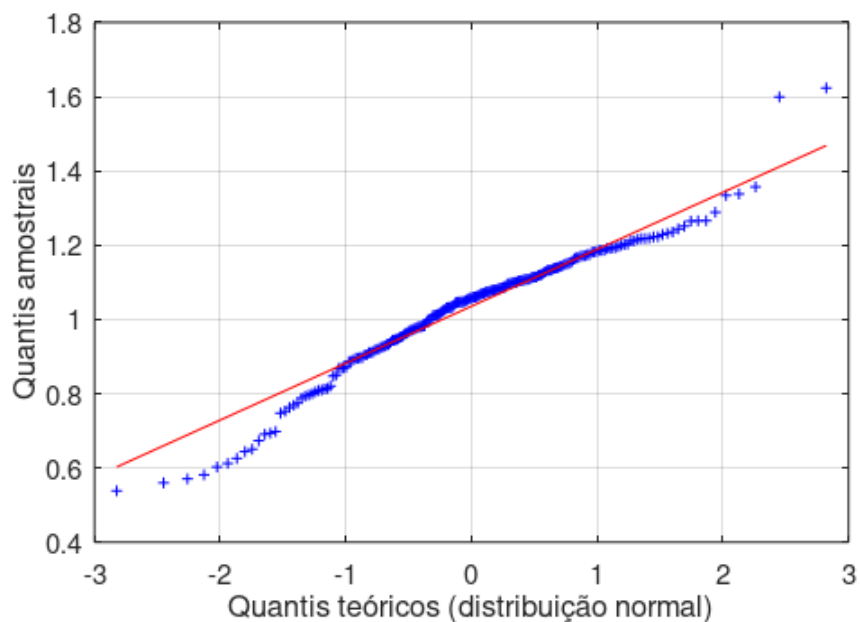


Figura 150 – Histograma e FDP da distribuição normal - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,10$)

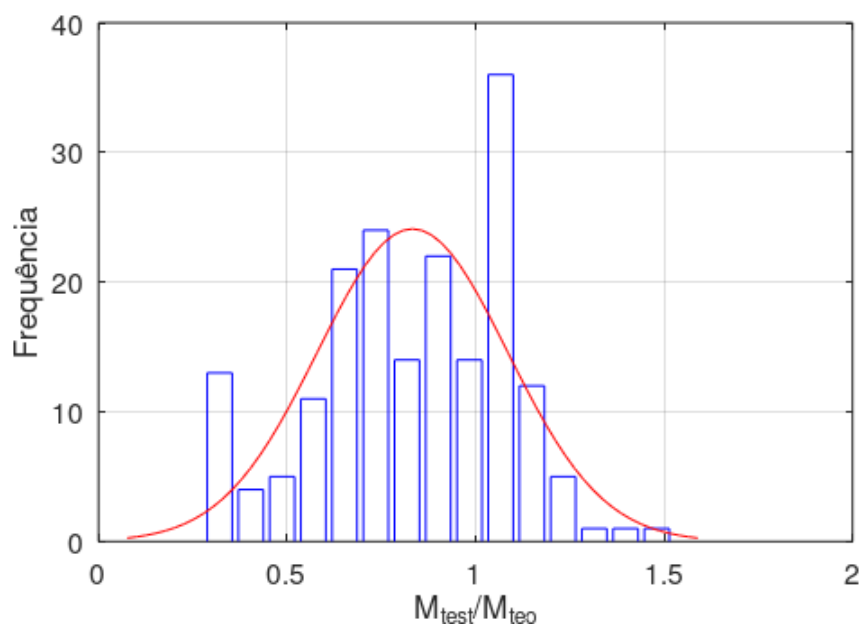


Figura 151 – Gráfico quantil-quantil - pilar-padrão ($c_0=8$) com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,10$)

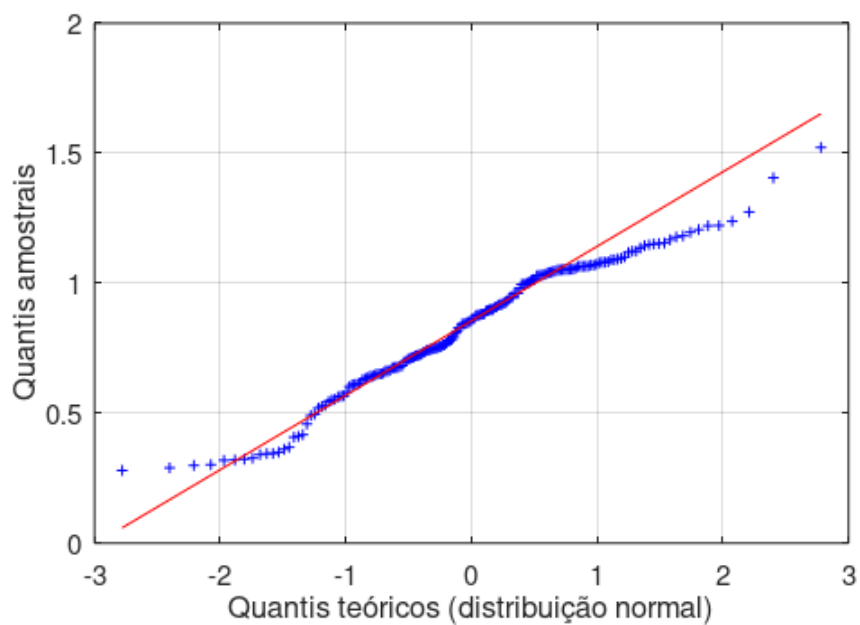


Figura 152 – Histograma e FDP da distribuição normal - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B da Figura 62)

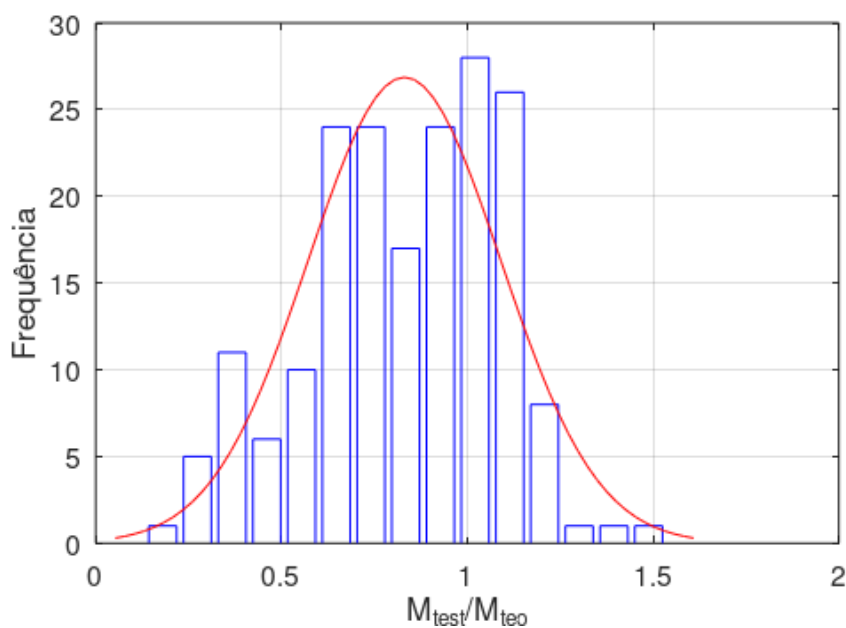
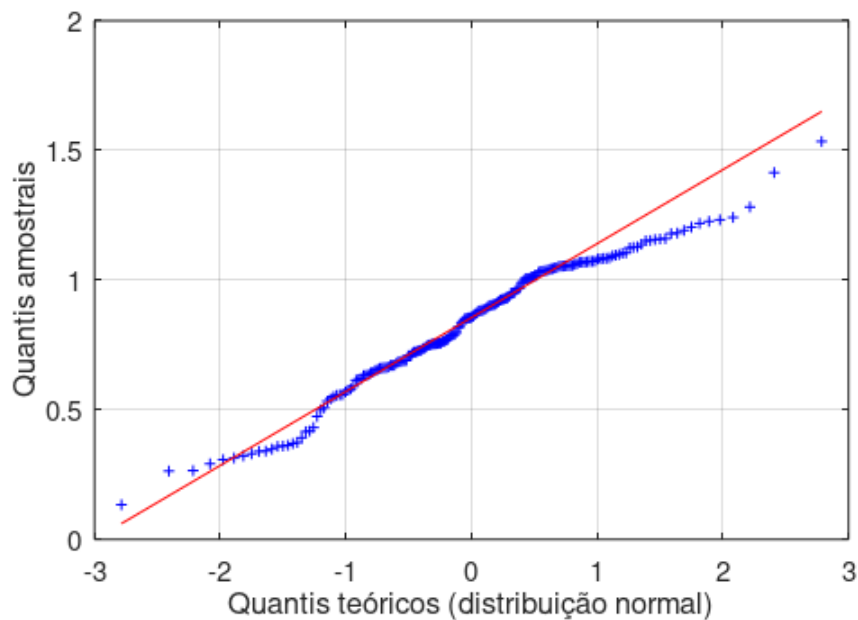


Figura 153 – Gráfico quantil-quantil - diferenças finitas com rigidez EI secante ($\theta_c=0,85$ e $\gamma_{sec}=1,1$ - Linha 0-B da Figura 62)



Tanto a análise dos histogramas sobrepostos com a função densidade de probabilidade da distribuição normal quanto a análise dos gráficos quantil-quantil permitem concluir que é razoável assumir que o erro dos modelos é compatível com a distribuição normal.

Nos gráficos quantil-quantil se observou boa aderência dos resultados no trecho central entre quantis teóricos -1 e 1, ou seja, dentro da faixa que contém aproximadamente 68% dos resultados. Os desvios das caudas dos gráficos quantil-quantil podem indicar a presença de *outliers*, o que pode ser avaliado com mais cuidado em outros estudos.

6. CONCLUSÕES

Os parâmetros estatísticos do erro de modelos dos efeitos de segunda ordem de pilares esbeltos de concreto armado foram obtidos neste trabalho, para diversas possíveis combinações de modelos de NLG e NLF. Esses valores preenchem uma lacuna existente até então em relação aos modelos das solicitações utilizados nas análises de confiabilidade.

A organização criteriosa do banco de dados foi imprescindível para a realização dos estudos deste trabalho. É sempre desejável considerar o maior número possível de fontes, visando reduzir a probabilidade de erros sistemáticos dos ensaios. É preciso avaliar a documentação e os relatos da execução de cada ensaio, visando eliminar aqueles que apresentaram erros de execução ou informações insuficientes.

A comparação justa entre resultados teóricos e experimentais precisa considerar sempre uma mesma referência. No caso deste trabalho, foram adotadas as deformações limites do ELU convencional, que são números absolutos não atrelados a quaisquer outras suposições.

O modelo mecânico avançado utilizado neste trabalho, derivado do método geral da ABNT NBR 6118:2014, não apresentou bom desempenho. Muitos pilares apresentaram instabilidade numérica (não atingiram a convergência ou os momentos ultrapassaram o máximo do diagrama momento-curvatura), principalmente porque as forças normais reportadas nos ensaios são elevadas, já próximas do limite de esgotamento do pilar. Por isso, um número significativo de pilares foi excluído das análises, o que pode ter distorcido os resultados.

Os estudos envolvendo os modelos de NLG mostraram os bons resultados apresentados pelo modelo do pilar-padrão, desde que seja considerada a forma do diagrama de primeira ordem. Essa consideração pode ser feita por meio do parâmetro β derivado do pilar-padrão melhorado.

Os modelos da norma ABNT NBR 6118:2014, sobretudo o pilar-padrão com curvatura aproximada e pilar-padrão com rigidez κ aproximada, apresentaram bom desempenho em relação aos resultados experimentais. As médias da relação $M_{\text{test}}/M_{\text{teo}}$ resultaram próximas da unidade com baixos valores de COV. As propostas de ajustes para o modelo do pilar-padrão com rigidez κ aproximada melhoraram os resultados do erro do modelo. Tais propostas precisam, no entanto, ser validadas futuramente por meio de análise de confiabilidade para efetiva adoção na norma.

6.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A avaliação da segurança estrutural por meio de análises de confiabilidade exige reavaliações periódicas, levando em consideração os novos materiais, os avanços nas técnicas de execução dos ensaios, os novos modelos de cálculo, entre outras possibilidades. Por isso, a realização de ensaios em laboratório é uma necessidade constante, tanto para reavaliação periódica de modelos já validados quanto para avaliação de outras possibilidades. Todas as avaliações sugeridas a seguir só podem ser realizadas mediante a disponibilidade de resultados experimentais adequados.

As avaliações deste trabalho devem ser estendidas para pilares esbeltos sob outras condições de apoio e carregamentos:

- Pilares biapoiados sob flexão normal composta com diferentes excentricidades da força axial nas extremidades, com curvatura simples ou dupla, para avaliação do fator α_b ou C_m ;
- Pilares com outras seções transversais (circular, em L etc.);
- Pilares em balanço;
- Pilares com carregamento lateral, concentrado ou uniformemente distribuído;
- Pilares muito esbeltos ($\lambda > 100$).

A influência da altura da seção transversal (h) no desempenho da rigidez κ aproximada da ABNT NBR 6118:2014 precisa ser avaliada com mais detalhes.

É preciso reconhecer as dificuldades técnicas e os custos envolvidos nos ensaios de laboratório. Por isso, uma possível solução seria o desenvolvimento de modelos computacionais para se gerar um banco de dados de resultados a ser usado nas análises de confiabilidade e validações de outros modelos teóricos. Esse modelo precisa ser capaz de reproduzir as diversas etapas do ensaio real, por exemplo, simular com fidelidade a curva força axial-deslocamento lateral. É imprescindível que o modelo seja rigorosamente validado baseado nos resultados experimentais já disponíveis.

REFERÊNCIAS

- ABNT. **NBR 6118 - Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento**. ABNT (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS). Rio de Janeiro. 2014.
- ACI. **ACI 318M-19 - Building code requirements for structural concrete and commentary**. American Concrete Institute. Michigan, Estados Unidos. 2019.
- ADORNO, Ana Lúcia Carrijo. **Análise teórica e experimental de pilares em concreto simples e armado sob flexo-compressão reta**. 399 p. Tese (Doutorado). Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Brasília. 2004.
- AISC. **Manual of Steel Construction, Load and Resistante Factor Design**. 3. ed. Chicago: American Institute of Steel Construction, 2001.
- BONET, J. L. *et al.* Biaxial bending moment magnifier method. **Engineering Structures**, v. 26, p. 2007-2019, 2004.
- BONET, J. L.; ROMERO, M. L.; MIGUEL, P. F. Effective flexural stiffness of slender reinforced concrete columns under axial forces and biaxial bending. **Engineering Structures**, v. 33, p. 881-893, 2011.
- CALIXTO, J. M.; SOUZA, T. H.; MAIA, E. V. Design of slender reinforced concrete rectangular columns subjected to eccentric loads by approximate methods. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, Vol. 5, Nº 4, 2012. p. 548-554.
- CEB. Comité Euro-International du Béton. **CEB-FIP Manual of buckling and instability**, Nº 123. Lancaster, England, 1978.
- CEB. Comité Euro-International du Béton. **CEB-FIP Model Code 1990 - design code**, Thomas Telford, Suíça, 1993.
- CEN. **Eurocode 2: design of concrete structures - part 1: general rules and rules for buildings**. EN 1992-1-1. CEN (European Committee for Standardization). Bruxelas, Bélgica. 2004.
- CHANG, Wen F.; FERGUSON, Phil M. Long hinged reinforced concrete columns. **Journal of the American Concrete Institute**, v. 60, n. 1, p. 1-25, Janeiro 1963.
- CLAESON, C.; GYLLTOFT, K. Reinforced normal and high strength concrete columns – fracture mechanics and experiments. **Proceedings FRAMCOS-2**, 1995. p. 1209-1218.
- CLAESON, Christina; GYLLTOFT, Kent. Slender high-strength concrete columns subjected to eccentric loading. **Journal of Structural Engineering**, v. 124, n. 3, p. 233-240, 1998.

- DANTAS, Alexon Braga. **Estudo de pilares de concreto armado submetidos à flexão composta reta**. 180 p. Dissertação (Mestrado). Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Brasília. 2006.
- DRACOS, Andreas. **Long slender reinforced concrete columns**. Tese (Doutorado) - University of Bradford, Inglaterra, p. 240. 1982.
- ENCISO, Roxana Olarte. **Comportamento de pilares esbeltos de concreto de alta resistência sujeitos à flexão composta reta**. 88 f. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Rio de Janeiro. 2010.
- FIB. Fédération Internationale du Béton. **FIP Recommendation (1996) - Practical design of structural concrete**, Londres: SETO, 1999.
- FIB. Fédération Internationale du Béton. **Fib Model Code for concrete structures 2010**, Alemanha: Wiley, 2013.
- FRANÇA, Ricardo L. S. **Relações momento-curvatura em peças de concreto armado submetidas à flexão oblíqua composta**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 1984.
- FRANÇA, Ricardo L. S. **Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 1991.
- FUSCO, Péricles B. **Estruturas de concreto - solicitações normais e estados limites últimos - teoria e aplicações**. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.
- GALANO, L.; VIGNOLI, A. Strength and ductility of HSC and SCC slender columns subjected to short-term eccentric load. **ACI Structural Journal**, 105(3), 2008. p. 259-269.
- GERMAIN, Olivier; ESPION, Bernard. Buckling of slender high strength reinforced concrete columns. **6th International Symposium on high strength / high performance concrete**, Bruxelas, Bélgica, p. 247-262, 2002.
- GERMAIN, Olivier; ESPION, Bernard. Slender high-strength RC columns under eccentric compression. **Magazine of concrete research**, 57(6), 2005. p. 361-370.
- IBRAHIM, Hisham H. H.; MACGREGOR, James G. Tests of eccentrically loaded high-strength concrete columns. **ACI Structural Journal**, v. 93, n. 5, p. 585-593, Setembro-Outubro 1996.
- ISO. International Organization for Standardization. **ISO 2394 - General principles on reliability for structures**, Genebra, 1998.

- JCSS. Joint Committee on Structural Safety. **Probabilistic model code**, 2001. Disponível em: <https://www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code/>. Acesso em: 22 Setembro 2020.
- KHUNTIA, Madhu; GHOSH, S. K. Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: analytical approach. **ACI Structural Journal**, v. 101, n. 3, p. 351-363, Maio-Junho 2004.
- KIM, J. K.; LEE, S. S. Failure behavior of reinforced concrete frames by the combined layered and nonlayered method. **Computer Structures**, 48(5), 1993. p. 819-825.
- KIM, J. K.; LEE, S. S. The behaviour of reinforced concrete columns subjected to axial force and biaxial bending. **Engineering Structures**, 23, 2000. p. 1518–1528.
- KIM, J. K.; YANG, J. K. Buckling behaviour of slender high-strength concrete columns. **Engineering Structures**, 17, 1995. p. 39-51.
- KLEIN JÚNIOR, Odinir. **Pilares de concreto armado em situação de incêndio submetidos à flexão normal composta**. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2011.
- LEE, J. H.; SON, H. S. Failure and strength of high-strength concrete columns subjected to eccentric loads. **ACI Structural Journal**, 97(1), 2000. p. 75-85.
- LIMA JÚNIOR, Humberto Correia. **Avaliação da ductilidade de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão reta com e sem adição de fibras metálicas**. 324 p. Tese (Doutorado). Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 2003.
- LIMA, Flávio Barboza. **Pilares de concreto de alto desempenho: fundamentos e experimentação**. 170 p. Tese (Doutorado). Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 1997.
- LLOYD, N. A.; RANGAN, B. V. Studies on high-strength concrete columns under eccentric compression. **ACI Structural Journal**, 93(6), 1996. p. 631-638.
- MACGREGOR, James G.; BREEN, John E.; PFRANG, Edward O. Design of slender concrete columns. **ACI Journal**, Janeiro 1970. 6-28.
- MAGALHÃES, Fábio C. **A problemática dos concretos não conformes e sua influência na confiabilidade de pilares de concreto armado**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2014.
- MEHTA, Kumar; MONTEIRO, Paulo J. M. **Concreto - Microestrutura, propriedades e materiais**. 2. ed. São Paulo: IBRACON, 2014.

- MELO, Carlos Eduardo Luna. **Análise experimental e numérica de pilares birrotulados de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal**. 415 p. Tese (Doutorado). Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Brasília. 2009.
- MIRZA, S. A. Flexural stiffness of rectangular reinforced concrete columns. **ACI Structural Journal**, v. 87, n. 4, 1990.
- MIRZA, S. A.; LEE, P. M.; MORGAN, D. L. ACI stability resistance factor for RC columns. **Journal of structural engineering**, v. 113, n. 9, p. 1963-1976, Setembro 1987.
- MUTTONI, Aurelio; RUIZ, Miguel F.; MOCCIA, Francesco. **PT-SC2-T1 D3BG - Background documents to prEN 1992-1-1 - Background document to clause 5.1.7(1) - Strength reduction factor for concrete in compression**. Lausanne, Suíça: [S.n.], 2018.
- NOGUEIRA, Henrique A. T. **Avaliação da confiabilidade de pilares curtos em concreto armado projetados segundo a NBR 6118:2003**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2006.
- OLIVEIRA, Patrícia H. A. S. **Processo aproximado para consideração da não-linearidade física de pilares de concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2004.
- PALLARÉS, L. *et al.* Experimental research on high strength concrete slender columns subjected to compression and biaxial bending forces. **Engineering Structures**, 30, 2008. p. 1879-1894.
- RAMOS, R. F.; GIONGO, J. S. Pilares de concreto armado sob ação centrada com resistência do concreto de 25 MPa. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, v. 7, n. 27. São Carlos, 2005. p. 59-92.
- SANTOS, Galileu Silva. **Análise experimental e numérica de pilares de concreto armado submetidos à flexão composta reta**. 218 p. Dissertação (Mestrado). Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Brasília. 2009.
- SCHNEIDER, Jörg. **Introduction to safety and reliability of structures**. Zurique, Suíça: IABSE, 1997.
- STUCCHI, F. R.; SANTOS, S. H. Evaluation of the safety criteria of brazilian standard NBR 6118 based on reliability analyses. **Joint IABSE fib Conference: Codes in Structural Engineering**, Dubrovnik, 2010.
- TIKKA, Timo K.; MIRZA, S. A. Nonlinear EI equation for slender reinforced concrete columns. **ACI Structural Journal**, v. 102, n. 6, 2005.

TIKKA, Timo K.; MIRZA, S. A. Effective flexural stiffness of slender structural concrete columns. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 35, p. 384-399, 2008.

WANG, Chu-Kia; SALMON, Charles G.; PINCHEIRA, José A. **Reinforced concrete design**. 7. ed. Estados Unidos: John Wiley & Sons, 2007.

WESTERBERG, Bo. **Second order effects - Background to chapters 5.8, 5.9 and Annex H in EN 1992-1-1**. Estocolmo: [S.n.], 2002a.

WESTERBERG, Bo. Slender column with uniaxial bending. **fib Bulletin 16: Design examples for the 1996 FIP Recommendations 'Practical design of concrete structures'**, Lausanne, Suíça, p. 121-141, Janeiro 2002b.

ANEXO A – Banco de dados de pilares esbeltos de concreto armado biapoiados sob flexo-compressão normal e curvatura simples

Tabela A 1 – Banco de dados de pilares esbeltos de concreto armado biapoiados sob flexo-compressão normal e curvatura simples - características geométricas e dos materiais

Referência	Ano	Rótulo	Seção transv.		L (cm)	e ₁ (mm)	e ₁ /h	λ	Materiais				c (cm)	d' (cm)	Armaduras						
			b (cm)	h (cm)					f _{c, test} (MPa)	α _f f _c	f _c (MPa)	f _y (MPa)			E _s (MPa)	φ, long (mm)	φ, est (mm)	s _w (cm)	As, φ (cm ²)	As, tot (cm ²)	ρ
Chang e Ferguson	1963	1	15,6	10,3	304,8	7,52	0,073	102,3	23,34	1	23,3	336	206842	0,952	1,695	9,525	2,667	10,16	0,710	2,84	1,77%
Chang e Ferguson	1963	2	15,6	10,3	304,8	40,13	0,389	102,3	34,96	1	35,0	336	206842	0,952	1,695	9,525	2,667	10,16	0,710	2,84	1,77%
Chang e Ferguson	1963	3	15,6	10,3	304,8	6,27	0,061	102,3	28,89	1	28,9	336	206842	0,952	1,695	9,525	2,667	10,16	0,710	2,84	1,77%
Chang e Ferguson	1963	4	15,6	10,3	304,8	39,37	0,382	102,3	30,06	1	30,1	336	206842	0,952	1,695	9,525	2,667	10,16	0,710	2,84	1,77%
Chang e Ferguson	1963	5	15,6	10,3	304,8	21,46	0,208	102,3	32,75	1	32,8	336	206842	0,952	1,695	9,525	2,667	10,16	0,710	2,84	1,77%
Chang e Ferguson	1963	6	15,6	10,3	304,8	6,65	0,064	102,3	33,58	1	33,6	396	206842	0,952	1,695	9,525	2,667	10,16	0,710	2,84	1,77%
Dracos *	1982	S1	10,4	10,4	300,0	9,98	0,096	99,9	37,85	1	37,9	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S2	10,4	10,4	300,0	14,98	0,144	99,9	39,93	1	39,9	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S3	10,4	10,4	300,0	9,98	0,096	99,9	32,68	1	32,7	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S4	10,4	10,4	300,0	14,98	0,144	99,9	35,81	1	35,8	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S5	10,4	10,4	300,0	9,98	0,096	99,9	36,87	1	36,9	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S6	10,4	10,4	300,0	14,98	0,144	99,9	37,85	1	37,9	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S7	10,4	10,4	400,0	14,98	0,144	133,2	32,4	1	32,4	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S8	10,4	10,4	400,0	9,98	0,096	133,2	36,79	1	36,8	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S9	10,4	10,4	400,0	14,98	0,144	133,2	39,16	1	39,2	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S10	10,4	10,4	400,0	9,98	0,096	133,2	40,25	1	40,3	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S11	10,4	10,4	400,0	14,98	0,144	133,2	37,16	1	37,2	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S12	10,4	10,4	400,0	9,98	0,096	133,2	37,89	1	37,9	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S13	10,4	10,4	500,0	14,98	0,144	166,5	33,11	1	33,1	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S14	10,4	10,4	500,0	9,98	0,096	166,5	32,49	1	32,5	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S15	10,4	10,4	500,0	9,98	0,096	166,5	34,37	1	34,4	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S16	10,4	10,4	500,0	14,98	0,144	166,5	33,4	1	33,4	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S17	10,4	10,4	500,0	9,98	0,096	166,5	38,18	1	38,2	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S18	10,4	10,4	500,0	14,98	0,144	166,5	35,12	1	35,1	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S19	10,4	10,4	600,0	9,98	0,096	199,9	33,22	1	33,2	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S20	10,4	10,4	600,0	14,98	0,144	199,9	36,28	1	36,3	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S21	10,4	10,4	600,0	9,98	0,096	199,9	33,68	1	33,7	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S22	10,4	10,4	600,0	14,98	0,144	199,9	34,68	1	34,7	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S23	10,4	10,4	600,0	9,98	0,096	199,9	37,45	1	37,5	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S24	10,4	10,4	600,0	14,98	0,144	199,9	36,94	1	36,9	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S25	10,4	10,4	600,0	14,98	0,144	199,9	24,72	1	24,7	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S26	10,4	10,4	600,0	14,98	0,144	199,9	24,51	1	24,5	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S27	10,4	10,4	600,0	14,98	0,144	199,9	20,51	1	20,5	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S28	10,4	10,4	500,0	14,98	0,144	166,5	24,43	1	24,4	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S29	10,4	10,4	500,0	14,98	0,144	166,5	22,35	1	22,4	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S30	10,4	10,4	500,0	14,98	0,144	166,5	25,66	1	25,7	289	200000	1,875	2,8	12	3,25	10	1,130	4,52	4,18%
Dracos *	1982	S31	10,2	10,2	400,0	14,99	0,147	135,8	23,59	1	23,6	289	200000	1,775	2,7	12	3,25	10	1,130	4,52	4,34%
Dracos *	1982	S32	10,2	10,2	400,0	14,99	0,147	135,8	21,76	1	21,8	289	200000	1,775	2,7	12	3,25	10	1,130	4,52	4,34%

continua

continuação

Referência	Ano	Rótulo	Seção transv.		L (cm)	e ₁ (mm)	e ₁ /h	λ	Materiais					c (cm)	d' (cm)	Armaduras					
			b (cm)	h (cm)					f _{c, test} (MPa)	α _f f _c	f _c (MPa)	f _y (MPa)	E _s (MPa)			ø, long (mm)	ø, est (mm)	s _w (cm)	As, ø (cm ²)	As, tot (cm ²)	ρ
Dracos *	1982	S33	10,2	10,2	400,0	14,99	0,147	135,8	24,32	1	24,3	289	200000	1,775	2,7	12	3,25	10	1,130	4,52	4,34%
Dracos *	1982	S34	10,2	10,2	300,0	14,99	0,147	101,9	27,7	1	27,7	289	200000	1,775	2,7	12	3,25	10	1,130	4,52	4,34%
Dracos *	1982	S35	10,2	10,2	300,0	14,99	0,147	101,9	27,59	1	27,6	289	200000	1,775	2,7	12	3,25	10	1,130	4,52	4,34%
Dracos *	1982	S36	10,2	10,2	300,0	14,99	0,147	101,9	22,27	1	22,3	289	200000	1,775	2,7	12	3,25	10	1,130	4,52	4,34%
Claeson e Gylltoft	1995	1	12,0	12,0	240,0	20,00	0,167	69,3	43	1	43,0	500	200000	1,5	2,7	12	6	10	1,130	4,52	3,14%
Claeson e Gylltoft	1995	2	12,0	12,0	240,0	20,00	0,167	69,3	43	1	43,0	500	200000	1,5	2,7	12	6	18	1,130	4,52	3,14%
Claeson e Gylltoft	1995	3	12,0	12,0	240,0	20,00	0,167	69,3	86	1	86,0	500	200000	1,5	2,7	12	6	10	1,130	4,52	3,14%
Claeson e Gylltoft	1995	4	12,0	12,0	240,0	20,00	0,167	69,3	86	1	86,0	500	200000	1,5	2,7	12	6	18	1,130	4,52	3,14%
Claeson e Gylltoft	1995	5	20,0	20,0	300,0	20,00	0,100	52,0	33	1	33,0	500	200000	1,5	3,1	16	8	13	2,000	8,00	2,00%
Claeson e Gylltoft	1995	6	20,0	20,0	300,0	20,00	0,100	52,0	33	1	33,0	500	200000	1,5	3,1	16	8	24	2,000	8,00	2,00%
Claeson e Gylltoft	1995	7	20,0	20,0	300,0	20,00	0,100	52,0	91	1	91,0	500	200000	1,5	3,1	16	8	13	2,000	8,00	2,00%
Claeson e Gylltoft	1995	8	20,0	20,0	300,0	20,00	0,100	52,0	92	1	92,0	500	200000	1,5	3,1	16	8	24	2,000	8,00	2,00%
Claeson e Gylltoft	1995	9	20,0	20,0	400,0	20,00	0,100	69,3	37	1	37,0	500	200000	1,5	3,1	16	8	13	2,000	8,00	2,00%
Claeson e Gylltoft	1995	10	20,0	20,0	400,0	20,00	0,100	69,3	37	1	37,0	500	200000	1,5	3,1	16	8	24	2,000	8,00	2,00%
Claeson e Gylltoft	1995	11	20,0	20,0	400,0	20,00	0,100	69,3	93	1	93,0	500	200000	1,5	3,1	16	8	13	2,000	8,00	2,00%
Claeson e Gylltoft	1995	12	20,0	20,0	400,0	20,00	0,100	69,3	93	1	93,0	500	200000	1,5	3,1	16	8	24	2,000	8,00	2,00%
Kim e Yang	1995	60L2-1	8,0	8,0	144,0	24,00	0,300	62,4	25,5	1	25,5	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	1,28	2,00%
Kim e Yang	1995	60L2-2	8,0	8,0	144,0	24,00	0,300	62,4	25,5	1	25,5	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	1,28	2,00%
Kim e Yang	1995	100L2-1	8,0	8,0	240,0	24,00	0,300	103,9	25,5	1	25,5	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	1,28	2,00%
Kim e Yang	1995	100L2-2	8,0	8,0	240,0	24,00	0,300	103,9	25,5	1	25,5	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	1,28	2,00%
Kim e Yang	1995	100L4-1	8,0	8,0	240,0	24,00	0,300	103,9	25,5	1	25,5	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	2,56	4,00%
Kim e Yang	1995	100L4-2	8,0	8,0	240,0	24,00	0,300	103,9	25,5	1	25,5	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	2,56	4,00%
Kim e Yang	1995	60M2-1	8,0	8,0	144,0	24,00	0,300	62,4	63,5	1	63,5	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	1,28	2,00%
Kim e Yang	1995	60M2-2	8,0	8,0	144,0	24,00	0,300	62,4	63,5	1	63,5	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	1,28	2,00%
Kim e Yang	1995	100M2-1	8,0	8,0	240,0	24,00	0,300	103,9	63,5	1	63,5	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	1,28	2,00%
Kim e Yang	1995	100M2-2	8,0	8,0	240,0	24,00	0,300	103,9	63,5	1	63,5	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	1,28	2,00%
Kim e Yang	1995	100M4-1	8,0	8,0	240,0	24,00	0,300	103,9	63,5	1	63,5	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	2,56	4,00%
Kim e Yang	1995	100M4-2	8,0	8,0	240,0	24,00	0,300	103,9	63,5	1	63,5	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	2,56	4,00%
Kim e Yang	1995	60H2-1	8,0	8,0	144,0	24,00	0,300	62,4	86,2	1	86,2	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	1,28	2,00%
Kim e Yang	1995	60H2-2	8,0	8,0	144,0	24,00	0,300	62,4	86,2	1	86,2	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	1,28	2,00%
Kim e Yang	1995	100H2-1	8,0	8,0	240,0	24,00	0,300	103,9	86,2	1	86,2	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	1,28	2,00%
Kim e Yang	1995	100H2-2	8,0	8,0	240,0	24,00	0,300	103,9	86,2	1	86,2	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	1,28	2,00%
Kim e Yang	1995	100H4-1	8,0	8,0	240,0	24,00	0,300	103,9	86,2	1	86,2	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	2,56	4,00%
Kim e Yang	1995	100H4-2	8,0	8,0	240,0	24,00	0,300	103,9	86,2	1	86,2	387	200000	0,88	1,5	6,4	3	6	0,320	2,56	4,00%
Lloyd e Rangan	1996	IA	17,8	17,8	167,6	15,00	0,084	32,7	58	1	58,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	6,60	2,09%
Lloyd e Rangan	1996	IB	17,8	17,8	167,6	50,00	0,281	32,7	58	1	58,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	6,60	2,09%
Lloyd e Rangan	1996	IC	17,8	17,8	167,6	65,00	0,366	32,7	58	1	58,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	6,60	2,09%
Lloyd e Rangan	1996	IIA	30,5	10,2	167,6	10,00	0,098	57,2	58	1	58,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	6,60	2,13%
Lloyd e Rangan	1996	IIB	30,5	10,2	167,6	30,00	0,295	57,2	58	1	58,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	6,60	2,13%
Lloyd e Rangan	1996	IIC	30,5	10,2	167,6	40,00	0,394	57,2	58	1	58,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	6,60	2,13%
Lloyd e Rangan	1996	IIIA	17,8	17,8	167,6	15,00	0,084	32,7	58	1	58,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,39%

continua

continuação

Referência	Ano	Rótulo	Seção transv.		L (cm)	e ₁ (mm)	e ₁ /h	λ	Materiais					c (cm)	d' (cm)	Armaduras					
			b (cm)	h (cm)					f _{c, test} (MPa)	α _f f _c	f _c (MPa)	f _y (MPa)	E _s (MPa)			ø, long (mm)	ø, est (mm)	s _w (cm)	As, ø (cm ²)	As, tot (cm ²)	ρ
Lloyd e Rangan	1996	IIIB	17,8	17,8	167,6	50,00	0,281	32,7	58	1	58,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,39%
Lloyd e Rangan	1996	IIIC	17,8	17,8	167,6	65,00	0,366	32,7	58	1	58,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,39%
Lloyd e Rangan	1996	IVA	30,5	10,2	167,6	10,00	0,098	57,2	58	1	58,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,42%
Lloyd e Rangan	1996	IVB	30,5	10,2	167,6	30,00	0,295	57,2	58	1	58,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,42%
Lloyd e Rangan	1996	IVC	30,5	10,2	167,6	40,00	0,394	57,2	58	1	58,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,42%
Lloyd e Rangan	1996	VA	17,8	17,8	167,6	15,00	0,084	32,7	92	1	92,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	6,60	2,09%
Lloyd e Rangan	1996	VB	17,8	17,8	167,6	50,00	0,281	32,7	92	1	92,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	6,60	2,09%
Lloyd e Rangan	1996	VC	17,8	17,8	167,6	65,00	0,366	32,7	92	1	92,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	6,60	2,09%
Lloyd e Rangan	1996	VIA	30,5	10,2	167,6	10,00	0,098	57,2	92	1	92,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	6,60	2,13%
Lloyd e Rangan	1996	VIB	30,5	10,2	167,6	30,00	0,295	57,2	92	1	92,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	6,60	2,13%
Lloyd e Rangan	1996	VIC	30,5	10,2	167,6	40,00	0,394	57,2	92	1	92,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	6,60	2,13%
Lloyd e Rangan	1996	VIIA	17,8	17,8	167,6	15,00	0,084	32,7	92	1	92,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,39%
Lloyd e Rangan	1996	VIIIB	17,8	17,8	167,6	50,00	0,281	32,7	92	1	92,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,39%
Lloyd e Rangan	1996	VIIIC	17,8	17,8	167,6	65,00	0,366	32,7	92	1	92,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,39%
Lloyd e Rangan	1996	VIIIA	30,5	10,2	167,6	10,00	0,098	57,2	92	1	92,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,42%
Lloyd e Rangan	1996	VIIIB	30,5	10,2	167,6	30,00	0,295	57,2	92	1	92,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,42%
Lloyd e Rangan	1996	VIIIC	30,5	10,2	167,6	40,00	0,394	57,2	92	1	92,0	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,42%
Lloyd e Rangan	1996	IXA	17,8	17,8	167,6	15,00	0,084	32,7	97,2	1	97,2	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,39%
Lloyd e Rangan	1996	IXB	17,8	17,8	167,6	50,00	0,281	32,7	97,2	1	97,2	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,39%
Lloyd e Rangan	1996	IXC	17,8	17,8	167,6	65,00	0,366	32,7	97,2	1	97,2	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,39%
Lloyd e Rangan	1996	XA	30,5	10,2	167,6	10,00	0,098	57,2	97,2	1	97,2	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,42%
Lloyd e Rangan	1996	XB	30,5	10,2	167,6	30,00	0,295	57,2	97,2	1	97,2	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,42%
Lloyd e Rangan	1996	XC	30,5	10,2	167,6	40,00	0,394	57,2	97,2	1	97,2	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,42%
Lloyd e Rangan	1996	XIA	17,8	17,8	167,6	15,00	0,084	32,7	97,2	1	97,2	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,39%
Lloyd e Rangan	1996	XIB	17,8	17,8	167,6	50,00	0,281	32,7	97,2	1	97,2	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,39%
Lloyd e Rangan	1996	XIC	17,8	17,8	167,6	65,00	0,366	32,7	97,2	1	97,2	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,39%
Lloyd e Rangan	1996	XIIA	30,5	10,2	167,6	10,00	0,098	57,2	97,2	1	97,2	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,42%
Lloyd e Rangan	1996	XIIB	30,5	10,2	167,6	30,00	0,295	57,2	97,2	1	97,2	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,42%
Lloyd e Rangan	1996	XIIC	30,5	10,2	167,6	40,00	0,394	57,2	97,2	1	97,2	430	200000	1,5	2,5	12	4	6	1,100	4,40	1,42%
Kim e Lee	2000	RS0-1	20,0	10,0	120,0	40,00	0,400	41,6	27	1	27,0	436	200000	1,355	2,3	9,5	4,7	10	0,710	4,26	2,13%
Kim e Lee	2000	RS0-2	20,0	10,0	120,0	40,00	0,400	41,6	27	1	27,0	436	200000	1,355	2,3	9,5	4,7	10	0,710	4,26	2,13%
Kim e Lee	2000	SS0-1	10,0	10,0	120,0	40,00	0,400	41,6	27	1	27,0	436	200000	1,355	2,3	9,5	4,7	10	0,710	2,84	2,84%
Kim e Lee	2000	SS0-2	10,0	10,0	120,0	40,00	0,400	41,6	27	1	27,0	436	200000	1,355	2,3	9,5	4,7	10	0,710	2,84	2,84%
Lee e Son	2000	LM-1	21,0	12,0	138,0	20,00	0,167	39,8	41,8	1	41,8	319	200000	1	2,1	10	6	6	0,713	2,85	1,13%
Lee e Son	2000	LM-2	21,0	12,0	138,0	45,00	0,375	39,8	41,8	1	41,8	319	200000	1	2,1	10	6	6	0,713	2,85	1,13%
Lee e Son	2000	LM-3	21,0	12,0	138,0	65,00	0,542	39,8	41,8	1	41,8	319	200000	1	2,1	10	6	6	0,713	2,85	1,13%
Lee e Son	2000	LL-1	21,0	12,0	210,0	20,00	0,167	60,6	34,9	1	34,9	319	200000	1	2,1	10	6	6	0,713	2,85	1,13%
Lee e Son	2000	LL-2	21,0	12,0	210,0	45,00	0,375	60,6	34,9	1	34,9	319	200000	1	2,1	10	6	6	0,713	2,85	1,13%
Lee e Son	2000	LL-3	21,0	12,0	210,0	65,00	0,542	60,6	34,9	1	34,9	319	200000	1	2,1	10	6	6	0,713	2,85	1,13%
Lee e Son	2000	HM-1	12,0	12,0	138,0	20,00	0,167	39,8	70,4	1	70,4	319	200000	0,5	1,6	10	6	4	0,713	2,85	1,98%
Lee e Son	2000	HM-2	12,0	12,0	138,0	45,00	0,375	39,8	70,4	1	70,4	319	200000	0,5	1,6	10	6	4	0,713	2,85	1,98%

continua

continuação

Referência	Ano	Rótulo	Seção transv.		L (cm)	e ₁ (mm)	e ₁ /h	λ	Materiais					c (cm)	d' (cm)	Armaduras					
			b (cm)	h (cm)					f _{c,rest} (MPa)	α _{f_c}	f _c (MPa)	f _y (MPa)	E _s (MPa)			ø,long (mm)	ø,est (mm)	s _w (cm)	As,ø (cm ²)	As,tot (cm ²)	ρ
Lee e Son	2000	HM-3	12,0	12,0	138,0	65,00	0,542	39,8	70,4	1	70,4	319	200000	0,5	1,6	10	6	4	0,713	2,85	1,98%
Lee e Son	2000	HL-1	12,0	12,0	210,0	20,00	0,167	60,6	70,4	1	70,4	319	200000	0,5	1,6	10	6	4	0,713	2,85	1,98%
Lee e Son	2000	HL-2	12,0	12,0	210,0	45,00	0,375	60,6	70,4	1	70,4	319	200000	0,5	1,6	10	6	4	0,713	2,85	1,98%
Lee e Son	2000	HL-3	12,0	12,0	210,0	65,00	0,542	60,6	70,4	1	70,4	319	200000	0,5	1,6	10	6	4	0,713	2,85	1,98%
Lee e Son	2000	HM-1A	12,0	12,0	138,0	20,00	0,167	39,8	70,4	1	70,4	348	200000	0,5	1,9	16	6	4	1,985	7,94	5,51%
Lee e Son	2000	HM-3A	12,0	12,0	138,0	65,00	0,542	39,8	70,4	1	70,4	348	200000	0,5	1,9	16	6	4	1,985	7,94	5,51%
Lee e Son	2000	HL-1A	12,0	12,0	210,0	20,00	0,167	60,6	70,4	1	70,4	348	200000	0,5	1,9	16	6	4	1,985	7,94	5,51%
Lee e Son	2000	HL-3A	12,0	12,0	210,0	65,00	0,542	60,6	70,4	1	70,4	348	200000	0,5	1,9	16	6	4	1,985	7,94	5,51%
Lee e Son	2000	VM-1	12,0	12,0	138,0	20,00	0,167	39,8	93,2	1	93,2	397	200000	0,5	1,6	10	6	4	0,713	2,85	1,98%
Lee e Son	2000	VM-2	12,0	12,0	138,0	45,00	0,375	39,8	93,2	1	93,2	397	200000	0,5	1,6	10	6	4	0,713	2,85	1,98%
Lee e Son	2000	VM-1A	12,0	12,0	138,0	20,00	0,167	39,8	93,2	1	93,2	348	200000	0,5	1,9	16	6	4	1,985	7,94	5,51%
Lee e Son	2000	VM-2A	12,0	12,0	138,0	45,00	0,375	39,8	93,2	1	93,2	348	200000	0,5	1,9	16	6	4	1,985	7,94	5,51%
Germain e Espion *	2002	A-1/36-R	18,0	18,0	378,0	5,00	0,028	72,7	82,6	1	82,6	542	200000	2,3	3,7	12	8	14	1,131	4,52	1,40%
Germain e Espion *	2002	A-1/36-O	18,0	18,0	378,0	5,00	0,028	72,7	87,1	1	87,1	542	200000	2,3	3,7	12	8	14	1,131	4,52	1,40%
Germain e Espion *	2002	A-1/18-R1	18,0	18,0	378,0	10,00	0,056	72,7	89,5	1	89,5	542	200000	2,5	3,7	12	6	14	1,131	4,52	1,40%
Germain e Espion *	2002	A-1/18-Q	18,0	18,0	378,0	10,00	0,056	72,7	88,8	1	88,8	542	200000	2,3	3,7	12	8	14	1,131	4,52	1,40%
Germain e Espion *	2002	A-1/18-O	18,0	18,0	378,0	10,00	0,056	72,7	94,3	1	94,3	542	200000	2,5	3,7	12	6	14	1,131	4,52	1,40%
Germain e Espion *	2002	A-1/18-R2	18,0	18,0	378,0	10,00	0,056	72,7	80	1	80,0	542	200000	2,3	3,7	12	8	14	1,131	4,52	1,40%
Germain e Espion *	2002	A-1/12-O	18,0	18,0	378,0	15,00	0,083	72,7	86,7	1	86,7	542	200000	2,5	3,7	12	6	14	1,131	4,52	1,40%
Germain e Espion *	2002	A-1/9-R	18,0	18,0	378,0	20,00	0,111	72,7	92,5	1	92,5	542	200000	2,5	3,7	12	6	14	1,131	4,52	1,40%
Germain e Espion *	2002	A-1/9-O	18,0	18,0	378,0	20,00	0,111	72,7	97,8	1	97,8	542	200000	2,5	3,7	12	6	14	1,131	4,52	1,40%
Germain e Espion *	2002	B-1/90-O	18,0	18,0	438,0	2,00	0,011	84,3	90,4	1	90,4	542	200000	2,5	3,7	12	6	14	1,131	4,52	1,40%
Germain e Espion *	2002	B-1/36-O	18,0	18,0	438,0	5,00	0,028	84,3	94,6	1	94,6	542	200000	2,5	3,7	12	6	14	1,131	4,52	1,40%
Germain e Espion *	2002	B-1/18-O	18,0	18,0	438,0	10,00	0,056	84,3	91,6	1	91,6	542	200000	2,5	3,7	12	6	14	1,131	4,52	1,40%
Lima Júnior	2003	P140	15,0	15,0	170,0	10,40	0,069	39,3	39,21	1	39,2	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	15	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P240	15,0	15,0	170,0	20,00	0,133	39,3	39,21	1	39,2	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	15	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P340	15,0	15,0	170,0	30,00	0,200	39,3	39,21	1	39,2	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	15	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P160150	15,0	15,0	170,0	10,00	0,067	39,3	66,38	1	66,4	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	15	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P260150	15,0	15,0	170,0	20,00	0,133	39,3	66,38	1	66,4	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	15	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P360150	15,0	15,0	170,0	30,00	0,200	39,3	66,38	1	66,4	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	15	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P16050	15,0	15,0	170,0	10,00	0,067	39,3	66,38	1	66,4	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	5	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P26050	15,0	15,0	170,0	20,00	0,133	39,3	66,38	1	66,4	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	5	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P36050	15,0	15,0	170,0	30,00	0,200	39,3	66,38	1	66,4	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	5	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P1601505	15,0	15,0	170,0	10,00	0,067	39,3	62,48	1	62,5	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	15	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P3601505	15,0	15,0	170,0	20,00	0,133	39,3	62,48	1	62,5	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	15	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P3601505	15,0	15,0	170,0	30,00	0,200	39,3	62,48	1	62,5	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	15	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P160505	15,0	15,0	170,0	10,00	0,067	39,3	62,48	1	62,5	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	5	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P260505	15,0	15,0	170,0	20,00	0,133	39,3	62,48	1	62,5	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	5	1,192	4,77	2,12%
Lima Júnior	2003	P360505	15,0	15,0	170,0	30,00	0,200	39,3	62,48	1	62,5	597,5	197750	1	2,255	12,5	6,3	5	1,192	4,77	2,12%

continua

continuação

Referência	Ano	Rótulo	Seção transv.		L (cm)	e ₁ (mm)	e ₁ /h	λ	Materiais				c (cm)	d' (cm)	Armaduras						
			b (cm)	h (cm)					f _{c, test} (MPa)	α _{f_c}	f _c (MPa)	f _y (MPa)			E _s (MPa)	ø, long (mm)	ø, est (mm)	s _w (cm)	As, ø (cm ²)	As, tot (cm ²)	ρ
Adorno	2004	PCA4-15a	25,0	12,0	200,0	15,00	0,125	57,7	38,8	1	38,8	594	212200	2,5	3,5	10	5	10	0,785	3,14	1,05%
Adorno	2004	PCA4-15b	25,0	12,0	200,0	15,00	0,125	57,7	40,2	1	40,2	594	212200	2,5	3,5	10	5	10	0,785	3,14	1,05%
Adorno	2004	PCA4-20	25,0	12,0	200,0	20,00	0,167	57,7	40,7	1	40,7	594	212200	2,5	3,5	10	5	10	0,785	3,14	1,05%
Adorno	2004	PCA4-25	25,0	12,0	200,0	25,00	0,208	57,7	42,1	1	42,1	594	212200	2,5	3,5	10	5	10	0,785	3,14	1,05%
Adorno	2004	PCA4-30a	25,0	12,0	200,0	30,00	0,250	57,7	40,5	1	40,5	594	212200	2,5	3,5	10	5	10	0,785	3,14	1,05%
Adorno	2004	PCA4-30b	25,0	12,0	200,0	30,00	0,250	57,7	41,3	1	41,3	594	212200	2,5	3,5	10	5	10	0,785	3,14	1,05%
Dantas	2006	PFN15-3	25,0	12,0	300,0	15,00	0,125	86,6	35,8	1	35,8	592	189000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Dantas	2006	PFN30-3	25,0	12,0	300,0	30,00	0,250	86,6	33,9	1	33,9	592	189000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Dantas	2006	PFN40-3	25,0	12,0	300,0	40,00	0,333	86,6	33,9	1	33,9	592	189000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Dantas	2006	PFN50-3	25,0	12,0	300,0	50,00	0,417	86,6	37,6	1	37,6	592	189000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Dantas	2006	PFN60-3	25,0	12,0	300,0	60,00	0,500	86,6	37,6	1	37,6	592	189000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Galano e Vignoli	2008	HSCA-A-25	10,0	10,0	212,0	24,50	0,245	73,4	75,15	1	75,2	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCA-A-13	10,0	10,0	212,0	13,00	0,130	73,4	75,15	1	75,2	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCA-A-8	10,0	10,0	212,0	7,50	0,075	73,4	75,15	1	75,2	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCA-B-25	10,0	10,0	212,0	25,00	0,250	73,4	75,15	1	75,2	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCA-B-13	10,0	10,0	212,0	13,00	0,130	73,4	75,15	1	75,2	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCA-B-8	10,0	10,0	212,0	7,00	0,070	73,4	75,15	1	75,2	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCB-A-25	10,0	10,0	212,0	24,00	0,240	73,4	86,95	1	87,0	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCB-A-13	10,0	10,0	212,0	13,00	0,130	73,4	86,95	1	87,0	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCB-A-8	10,0	10,0	212,0	7,50	0,075	73,4	86,95	1	87,0	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCB-B-25	10,0	10,0	212,0	25,00	0,250	73,4	86,95	1	87,0	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCB-B-13	10,0	10,0	212,0	12,50	0,125	73,4	86,95	1	87,0	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCB-B-8	10,0	10,0	212,0	8,50	0,085	73,4	86,95	1	87,0	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCC1-A-25	10,0	10,0	212,0	25,00	0,250	73,4	113,32	1	113,3	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCC1-A-20	10,0	10,0	212,0	19,00	0,190	73,4	113,32	1	113,3	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCC1-A-13	10,0	10,0	212,0	13,00	0,130	73,4	113,32	1	113,3	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCC1-B-30	10,0	10,0	212,0	30,00	0,300	73,4	113,32	1	113,3	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCC1-B-20	10,0	10,0	212,0	19,00	0,190	73,4	113,32	1	113,3	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCC1-B-13	10,0	10,0	212,0	13,00	0,130	73,4	113,32	1	113,3	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCC2-A-25	10,0	10,0	212,0	25,00	0,250	73,4	131,23	0,83	108,9	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCC2-A-18	10,0	10,0	212,0	18,00	0,180	73,4	131,23	0,83	108,9	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCC2-A-13	10,0	10,0	212,0	13,00	0,130	73,4	131,23	0,83	108,9	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCC2-B-25	10,0	10,0	212,0	25,00	0,250	73,4	131,23	0,83	108,9	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCC2-B-18	10,0	10,0	212,0	20,00	0,200	73,4	131,23	0,83	108,9	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCC2-B-13	10,0	10,0	212,0	12,00	0,120	73,4	131,23	0,83	108,9	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCC3-C-25	10,0	10,0	212,0	25,00	0,250	73,4	118,34	0,83	98,2	549,3	200000	1	2	8	6	4	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCC3-C-18	10,0	10,0	212,0	18,00	0,180	73,4	118,34	0,83	98,2	549,3	200000	1	2	8	6	4	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCC3-C-13	10,0	10,0	212,0	13,00	0,130	73,4	118,34	0,83	98,2	549,3	200000	1	2	8	6	4	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCC3-D-25	10,0	10,0	212,0	24,00	0,240	73,4	118,34	0,83	98,2	541,3	200000	1	2,2	12	6	4	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCC3-D-18	10,0	10,0	212,0	18,00	0,180	73,4	118,34	0,83	98,2	541,3	200000	1	2,2	12	6	4	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCC3-D-13	10,0	10,0	212,0	12,00	0,120	73,4	118,34	0,83	98,2	541,3	200000	1	2,2	12	6	4	1,131	4,52	4,52%

continua

continuação

Referência	Ano	Rótulo	Seção transv.		L (cm)	e ₁ (mm)	e ₁ /h	λ	Materiais				c (cm)	d' (cm)	Armaduras						
			b (cm)	h (cm)					f _{c,rest} (MPa)	α _{f_c}	f _c (MPa)	f _y (MPa)			E _s (MPa)	ø,long (mm)	ø,est (mm)	s _w (cm)	As,ø (cm ²)	As,tot (cm ²)	ρ
Galano e Vignoli	2008	HSCC4-C-25	10,0	10,0	212,0	24,00	0,240	73,4	118,7	0,83	98,5	549,3	200000	1	2	8	6	4	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCC4-C-18	10,0	10,0	212,0	18,00	0,180	73,4	118,7	0,83	98,5	549,3	200000	1	2	8	6	4	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCC4-C-13	10,0	10,0	212,0	13,00	0,130	73,4	118,7	0,83	98,5	549,3	200000	1	2	8	6	4	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	HSCC4-D-25	10,0	10,0	212,0	25,00	0,250	73,4	118,7	0,83	98,5	541,3	200000	1	2,2	12	6	4	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCC4-D-18	10,0	10,0	212,0	17,50	0,175	73,4	118,7	0,83	98,5	541,3	200000	1	2,2	12	6	4	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	HSCC4-D-13	10,0	10,0	212,0	12,00	0,120	73,4	118,7	0,83	98,5	541,3	200000	1	2,2	12	6	4	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	NSCD-A-25	10,0	10,0	212,0	24,00	0,240	73,4	43,11	1	43,1	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	NSCD-A-13	10,0	10,0	212,0	13,00	0,130	73,4	43,11	1	43,1	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	NSCD-A-8	10,0	10,0	212,0	7,00	0,070	73,4	43,11	1	43,1	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	NSCD-B-25	10,0	10,0	212,0	24,00	0,240	73,4	43,11	1	43,1	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	NSCD-B-13	10,0	10,0	212,0	12,00	0,120	73,4	43,11	1	43,1	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	NSCD-B-8	10,0	10,0	212,0	6,00	0,060	73,4	43,11	1	43,1	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	SCCE-A-25	10,0	10,0	212,0	25,00	0,250	73,4	88,83	1	88,8	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	SCCE-A-13	10,0	10,0	212,0	12,00	0,120	73,4	88,83	1	88,8	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	SCCE-A-8	10,0	10,0	212,0	7,00	0,070	73,4	88,83	1	88,8	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	SCCE-B-25	10,0	10,0	212,0	25,00	0,250	73,4	88,83	1	88,8	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	SCCE-B-13	10,0	10,0	212,0	12,00	0,120	73,4	88,83	1	88,8	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	SCCE-B-8	10,0	10,0	212,0	7,00	0,070	73,4	88,83	1	88,8	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	SCCF-A-25	10,0	10,0	212,0	25,00	0,250	73,4	100,11	1	100,1	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	SCCF-A-13	10,0	10,0	212,0	12,00	0,120	73,4	100,11	1	100,1	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	SCCF-A-8	10,0	10,0	212,0	8,00	0,080	73,4	100,11	1	100,1	549,3	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	SCCF-B-25	10,0	10,0	212,0	24,00	0,240	73,4	100,11	1	100,1	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	SCCF-B-13	10,0	10,0	212,0	13,00	0,130	73,4	100,11	1	100,1	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	SCCF-B-8	10,0	10,0	212,0	7,00	0,070	73,4	100,11	1	100,1	541,3	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	SCCG-A-25	10,0	10,0	212,0	24,00	0,240	73,4	48,38	0,83	40,2	603,9	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	SCCG-A-13	10,0	10,0	212,0	13,00	0,130	73,4	48,38	0,83	40,2	603,9	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	SCCG-A-8	10,0	10,0	212,0	8,00	0,080	73,4	48,38	0,83	40,2	603,9	200000	1	2	8	6	8	0,503	2,01	2,01%
Galano e Vignoli	2008	SCCG-B-25	10,0	10,0	212,0	24,00	0,240	73,4	48,38	0,83	40,2	555,1	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	SCCG-B-13	10,0	10,0	212,0	13,00	0,130	73,4	48,38	0,83	40,2	555,1	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Galano e Vignoli	2008	SCCG-B-8	10,0	10,0	212,0	9,00	0,090	73,4	48,38	0,83	40,2	555,1	200000	1	2,2	12	6	8	1,131	4,52	4,52%
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ30 α∞ ζ1	20,0	10,0	300,0	10,00	0,100	103,9	97	0,8	77,6	558	200000	1,1	2	10	4	15	0,800	3,20	1,60%
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ30 α∞ ζ2	20,0	10,0	300,0	20,00	0,200	103,9	97	0,8	77,6	558	200000	1,1	2	10	4	15	0,800	3,20	1,60%
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ30 α∞ ζ3	20,0	10,0	300,0	40,00	0,400	103,9	106	0,8	84,8	558	200000	1,1	2	10	4	15	0,800	3,20	1,60%
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ30 α∞ ζ4	20,0	10,0	300,0	80,00	0,800	103,9	110	0,8	88,0	558	200000	1,1	2	10	4	15	0,800	3,20	1,60%
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ20 α∞ ζ2	20,0	10,0	200,0	20,00	0,200	69,3	109	0,8	87,2	558	200000	1,1	2	10	4	15	0,800	3,20	1,60%
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ20 α∞ ζ3	20,0	10,0	200,0	40,00	0,400	69,3	107	0,8	85,6	558	200000	1,1	2	10	4	15	0,800	3,20	1,60%
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ20 α∞ ζ4	20,0	10,0	200,0	80,00	0,800	69,3	99	0,8	79,2	558	200000	1,1	2	10	4	15	0,800	3,20	1,60%
Pallarés <i>et al</i> *	2008	λ10 α∞ ζ4	20,0	10,0	100,0	80,00	0,800	34,6	105	0,8	84,0	558	200000	1,1	2	10	4	15	0,800	3,20	1,60%

continua

conclusão

Referência	Ano	Rótulo	Seção transv.		L (cm)	e ₁ (mm)	e ₁ /h	λ	Materiais				c (cm)	d' (cm)	Armaduras					ρ	
			b (cm)	h (cm)					f _{c, test} (MPa)	α _{f_c}	f _c (MPa)	f _y (MPa)			E _s (MPa)	ø, long (mm)	ø, est (mm)	s _w (cm)	As, ø (cm ²)		As, tot (cm ²)
Melo	2009	PFN-6-3	25,0	12,0	300,0	6,00	0,050	86,6	39,6	1	39,6	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-12-3	25,0	12,0	300,0	12,00	0,100	86,6	39,6	1	39,6	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-18-3	25,0	12,0	300,0	18,00	0,150	86,6	39,7	1	39,7	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-24-3	25,0	12,0	300,0	24,00	0,200	86,6	39,7	1	39,7	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-50-3	25,0	12,0	300,0	50,00	0,417	86,6	37,6	1	37,6	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-15-25	25,0	12,0	250,0	15,00	0,125	72,2	43,1	1	43,1	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-24-25	25,0	12,0	250,0	24,00	0,200	72,2	45,8	1	45,8	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-30-25	25,0	12,0	250,0	30,00	0,250	72,2	41,6	1	41,6	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-40-25	25,0	12,0	250,0	40,00	0,333	72,2	41,6	1	41,6	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-50-25	25,0	12,0	250,0	50,00	0,417	72,2	41,6	1	41,6	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-60-25	25,0	12,0	250,0	60,00	0,500	72,2	43,1	1	43,1	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-15-2	25,0	12,0	200,0	15,00	0,125	57,7	38,5	1	38,5	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-24-2	25,0	12,0	200,0	24,00	0,200	57,7	45,8	1	45,8	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-30-2	25,0	12,0	200,0	30,00	0,250	57,7	37,2	1	37,2	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-40-2	25,0	12,0	200,0	40,00	0,333	57,7	37,2	1	37,2	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-50-2	25,0	12,0	200,0	50,00	0,417	57,7	37,2	1	37,2	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Melo	2009	PFN-60-2	25,0	12,0	200,0	60,00	0,500	57,7	38,5	1	38,5	595	190000	2,5	3,5	10	5	10	0,785	4,71	1,57%
Enciso	2010	C40-1.3	25,0	15,0	300,0	20,00	0,133	69,3	53,6	1	53,6	539,1	190946	1	2	10	5	15	0,790	4,74	1,26%
Enciso	2010	C40-2.1	25,0	15,0	300,0	20,00	0,133	69,3	49,1	1	49,1	546,9	188071	1	2,3	16	5	15	2,010	8,04	2,14%
Enciso	2010	C40-3.2	25,0	15,0	300,0	20,00	0,133	69,3	46,9	1	46,9	546,9	188071	1	2,3	16	5	15	2,010	12,06	3,22%
Enciso	2010	C40-4.3	25,0	15,0	300,0	20,00	0,133	69,3	48,7	1	48,7	546,9	188071	1	2,3	16	5	15	2,010	16,08	4,29%

* Exemplos excluídos das análises, conforme validação do item 5.3

Tabela A 2 – Banco de dados de pilares esbeltos de concreto armado biapoiados sob flexo-compressão normal e curvatura simples – resultados dos ensaios

Referência	Ano	Rótulo	Forças normais		Tipo ELU†	Deslocamentos laterais				Momentos totais	
			N, teste (kN)	N, ELU (kN)		v, teste (mm)	v, ELU (mm)	e ₁ +v, teste (mm)	e ₁ +v, ELU (mm)	M, teste (kNm)	M, ELU (kNm)
Chang e Fergunson	1963	1	168,14	168,14	2	32,00	32,00	39,52	39,52	6,65	6,65
Chang e Fergunson	1963	2	68,95	68,95	2	53,85	53,85	93,98	93,98	6,48	6,48
Chang e Fergunson	1963	3	189,49	189,49	2	35,05	35,05	41,33	41,33	7,83	7,83
Chang e Fergunson	1963	4	72,51	72,51	2	51,82	51,82	91,19	91,19	6,61	6,61
Chang e Fergunson	1963	5	122,77	122,77	2	38,86	38,86	60,33	60,33	7,41	7,41
Chang e Fergunson	1963	6	197,50	197,50	2	39,37	39,37	46,02	46,02	9,09	9,09
Dracos *	1982	S1	160,00	160,00	1	14,20	14,20	24,18	24,18	3,87	3,87
Dracos *	1982	S2	128,00	128,00	1	23,00	23,00	37,98	37,98	4,86	4,86
Dracos *	1982	S3	155,00	155,00	1	18,00	18,00	27,98	27,98	4,34	4,34
Dracos *	1982	S4	128,00	128,00	1	27,00	27,00	41,98	41,98	5,37	5,37
Dracos *	1982	S5	174,00	174,00	1	19,00	19,00	28,98	28,98	5,04	5,04
Dracos *	1982	S6	118,00	118,00	1	19,00	19,00	33,98	33,98	4,01	4,01
Dracos *	1982	S7	68,00	68,00	1	18,00	18,00	32,98	32,98	2,24	2,24
Dracos *	1982	S8	98,00	98,00	1	17,00	17,00	26,98	26,98	2,64	2,64
Dracos *	1982	S9	78,00	78,00	1	18,00	18,00	32,98	32,98	2,57	2,57
Dracos *	1982	S10	84,00	84,00	1	17,00	17,00	26,98	26,98	2,27	2,27
Dracos *	1982	S11	82,00	82,00	1	16,00	16,00	30,98	30,98	2,54	2,54
Dracos *	1982	S12	107,00	107,00	1	17,00	17,00	26,98	26,98	2,89	2,89
Dracos *	1982	S13	45,00	45,00	1	15,00	15,00	29,98	29,98	1,35	1,35
Dracos *	1982	S14	54,00	54,00	1	18,00	18,00	27,98	27,98	1,51	1,51
Dracos *	1982	S15	66,00	66,00	1	18,00	18,00	27,98	27,98	1,85	1,85
Dracos *	1982	S16	52,00	52,00	1	18,00	18,00	32,98	32,98	1,71	1,71
Dracos *	1982	S17	56,00	56,00	1	17,00	17,00	26,98	26,98	1,51	1,51
Dracos *	1982	S18	52,00	52,00	1	18,00	18,00	32,98	32,98	1,71	1,71
Dracos *	1982	S19	44,00	44,00	1	19,00	19,00	28,98	28,98	1,28	1,28
Dracos *	1982	S20	36,00	36,00	1	16,00	16,00	30,98	30,98	1,12	1,12
Dracos *	1982	S21	42,00	42,00	1	16,00	16,00	25,98	25,98	1,09	1,09
Dracos *	1982	S22	30,00	30,00	1	15,00	15,00	29,98	29,98	0,90	0,90
Dracos *	1982	S23	39,00	39,00	1	17,00	17,00	26,98	26,98	1,05	1,05
Dracos *	1982	S24	34,00	34,00	1	15,00	15,00	29,98	29,98	1,02	1,02
Dracos *	1982	S25	36,00	36,00	1	17,00	17,00	31,98	31,98	1,15	1,15
Dracos *	1982	S26	30,00	30,00	1	17,00	17,00	31,98	31,98	0,96	0,96
Dracos *	1982	S27	30,00	30,00	1	16,00	16,00	30,98	30,98	0,93	0,93
Dracos *	1982	S28	44,00	44,00	1	15,00	15,00	29,98	29,98	1,32	1,32
Dracos *	1982	S29	40,00	40,00	1	20,00	20,00	34,98	34,98	1,40	1,40
Dracos *	1982	S30	48,00	48,00	1	18,00	18,00	32,98	32,98	1,58	1,58
Dracos *	1982	S31	67,00	67,00	1	16,00	16,00	30,99	30,99	2,08	2,08
Dracos *	1982	S32	60,00	60,00	1	18,00	18,00	32,99	32,99	1,98	1,98
Dracos *	1982	S33	60,00	60,00	1	18,00	18,00	32,99	32,99	1,98	1,98

continua

continuação

Referência	Ano	Rótulo	Forças normais		Tipo ELU†	Deslocamentos laterais				Momentos totais	
			N, teste (kN)	N, ELU (kN)		v, teste (mm)	v, ELU (mm)	e ₁ +v, teste (mm)	e ₁ +v, ELU (mm)	M, teste (kNm)	M, ELU (kNm)
Dracos *	1982	S34	115,00	115,00	1	15,00	15,00	29,99	29,99	3,45	3,45
Dracos *	1982	S35	106,00	106,00	1	16,00	16,00	30,99	30,99	3,29	3,29
Dracos *	1982	S36	108,00	108,00	1	14,00	14,00	28,99	28,99	3,13	3,13
Claeson e Gylltoft	1995	1	320,00	320,00	2	26,00	26,00	46,00	46,00	14,72	14,72
Claeson e Gylltoft	1995	2	280,00	280,00	2	46,00	46,00	66,00	66,00	18,48	18,48
Claeson e Gylltoft	1995	3	370,00	370,00	2	36,00	36,00	56,00	56,00	20,72	20,72
Claeson e Gylltoft	1995	4	330,00	330,00	2	47,00	47,00	67,00	67,00	22,11	22,11
Claeson e Gylltoft	1995	5	990,00	990,00	2	22,00	22,00	42,00	42,00	41,58	41,58
Claeson e Gylltoft	1995	6	990,00	990,00	2	21,00	21,00	41,00	41,00	40,59	40,59
Claeson e Gylltoft	1995	7	2310,00	2310,00	2	23,00	23,00	43,00	43,00	99,33	99,33
Claeson e Gylltoft	1995	8	2350,00	2350,00	2	18,00	18,00	38,00	38,00	89,30	89,30
Claeson e Gylltoft	1995	9	900,00	900,00	2	40,00	40,00	60,00	60,00	54,00	54,00
Claeson e Gylltoft	1995	10	920,00	920,00	2	36,00	36,00	56,00	56,00	51,52	51,52
Claeson e Gylltoft	1995	11	1530,00	1530,00	2	39,00	39,00	59,00	59,00	90,27	90,27
Claeson e Gylltoft	1995	12	1560,00	1560,00	2	41,00	41,00	61,00	61,00	95,16	95,16
Kim e Yang	1995	60L2-1	63,70	63,70	1	14,88	14,88	38,88	38,88	2,48	2,48
Kim e Yang	1995	60L2-2	65,70	65,70	1	16,20	16,20	40,20	40,20	2,64	2,64
Kim e Yang	1995	100L2-1	38,20	38,20	1	29,84	29,84	53,84	53,84	2,06	2,06
Kim e Yang	1995	100L2-2	35,00	35,00	1	32,72	32,72	56,72	56,72	1,99	1,99
Kim e Yang	1995	100L4-1	49,00	49,00	1	38,20	38,20	62,20	62,20	3,05	3,05
Kim e Yang	1995	100L4-2	47,00	47,00	1	36,24	36,24	60,24	60,24	2,83	2,83
Kim e Yang	1995	60M2-1	102,80	102,80	1	20,32	20,32	44,32	44,32	4,56	4,56
Kim e Yang	1995	60M2-2	113,50	113,50	1	18,08	18,08	42,08	42,08	4,78	4,78
Kim e Yang	1995	100M2-1	45,20	45,20	1	26,24	26,24	50,24	50,24	2,27	2,27
Kim e Yang	1995	100M2-2	47,60	47,60	1	27,24	27,24	51,24	51,24	2,44	2,44
Kim e Yang	1995	100M4-1	59,60	59,60	1	31,08	31,08	55,08	55,08	3,28	3,28
Kim e Yang	1995	100M4-2	60,50	60,50	1	34,24	34,24	58,24	58,24	3,52	3,52
Kim e Yang	1995	60H2-1	122,10	122,10	1	15,40	15,40	39,40	39,40	4,81	4,81
Kim e Yang	1995	60H2-2	123,70	123,70	1	16,72	16,72	40,72	40,72	5,04	5,04
Kim e Yang	1995	100H2-1	54,30	54,30	1	24,30	24,30	48,30	48,30	2,62	2,62
Kim e Yang	1995	100H2-2	54,90	54,90	1	23,68	23,68	47,68	47,68	2,62	2,62
Kim e Yang	1995	100H4-1	66,60	66,60	1	32,44	32,44	56,44	56,44	3,76	3,76
Kim e Yang	1995	100H4-2	64,70	64,70	1	33,32	33,32	57,32	57,32	3,71	3,71
Lloyd e Rangan	1996	IA	1476,00	1476,00	2	8,30	8,30	23,30	23,30	34,39	34,39
Lloyd e Rangan	1996	IB	830,00	830,00	2	12,50	12,50	62,50	62,50	51,88	51,88
Lloyd e Rangan	1996	IC	660,00	660,00	2	13,20	13,20	78,20	78,20	51,61	51,61
Lloyd e Rangan	1996	IIA	1192,00	1192,00	2	10,20	10,20	20,20	20,20	24,08	24,08
Lloyd e Rangan	1996	IIB	436,00	436,00	2	23,10	23,10	53,10	53,10	23,15	23,15
Lloyd e Rangan	1996	IIC	342,00	342,00	2	23,00	23,00	63,00	63,00	21,55	21,55

continua

continuação

Referência	Ano	Rótulo	Forças normais		Tipo ELU†	Deslocamentos laterais				Momentos totais	
			N, teste (kN)	N, ELU (kN)		v, teste (mm)	v, ELU (mm)	e ₁ +v, teste (mm)	e ₁ +v, ELU (mm)	M, teste (kNm)	M, ELU (kNm)
Lloyd e Rangan	1996	IIIA	1140,00	1140,00	2	8,80	8,80	23,80	23,80	27,13	27,13
Lloyd e Rangan	1996	IIIB	723,00	723,00	2	12,90	12,90	62,90	62,90	45,48	45,48
Lloyd e Rangan	1996	IIIC	511,00	511,00	2	11,70	11,70	76,70	76,70	39,19	39,19
Lloyd e Rangan	1996	IVA	915,00	915,00	2	12,30	12,30	22,30	22,30	20,40	20,40
Lloyd e Rangan	1996	IVB	425,00	425,00	2	18,60	18,60	48,60	48,60	20,66	20,66
Lloyd e Rangan	1996	IVC	262,00	262,00	2	21,80	21,80	61,80	61,80	16,19	16,19
Lloyd e Rangan	1996	VA	1704,00	1704,00	2	6,20	6,20	21,20	21,20	36,12	36,12
Lloyd e Rangan	1996	VB	1018,00	1018,00	2	9,70	9,70	59,70	59,70	60,77	60,77
Lloyd e Rangan	1996	VC	795,00	795,00	2	12,30	12,30	77,30	77,30	61,45	61,45
Lloyd e Rangan	1996	VIA	1189,00	1189,00	2	16,10	16,10	26,10	26,10	31,03	31,03
Lloyd e Rangan	1996	VIB	471,00	471,00	2	23,60	23,60	53,60	53,60	25,25	25,25
Lloyd e Rangan	1996	VIC	422,00	422,00	2	22,20	22,20	62,20	62,20	26,25	26,25
Lloyd e Rangan	1996	VIIA	1745,00	1745,00	2	7,60	7,60	22,60	22,60	39,44	39,44
Lloyd e Rangan	1996	VIIIB	908,00	908,00	2	11,10	11,10	61,10	61,10	55,48	55,48
Lloyd e Rangan	1996	VIIIC	663,00	663,00	2	15,40	15,40	80,40	80,40	53,31	53,31
Lloyd e Rangan	1996	VIIIA	1043,00	1043,00	2	13,40	13,40	23,40	23,40	24,41	24,41
Lloyd e Rangan	1996	VIIIB	369,00	369,00	2	20,40	20,40	50,40	50,40	18,60	18,60
Lloyd e Rangan	1996	VIIIC	312,00	312,00	2	21,50	21,50	61,50	61,50	19,19	19,19
Lloyd e Rangan	1996	IXA	1975,00	1975,00	2	6,40	6,40	21,40	21,40	42,27	42,27
Lloyd e Rangan	1996	IXB	1002,00	1002,00	2	10,90	10,90	60,90	60,90	61,02	61,02
Lloyd e Rangan	1996	IXC	746,00	746,00	2	14,20	14,20	79,20	79,20	59,08	59,08
Lloyd e Rangan	1996	XA	1610,00	1610,00	2	13,30	13,30	23,30	23,30	37,51	37,51
Lloyd e Rangan	1996	XB	436,00	436,00	2	20,50	20,50	50,50	50,50	22,02	22,02
Lloyd e Rangan	1996	XC	333,00	333,00	2	20,20	20,20	60,20	60,20	20,05	20,05
Lloyd e Rangan	1996	XIA	1932,00	1932,00	2	5,60	5,60	20,60	20,60	39,80	39,80
Lloyd e Rangan	1996	XIB	970,00	970,00	2	10,70	10,70	60,70	60,70	58,88	58,88
Lloyd e Rangan	1996	XIC	747,00	747,00	2	13,90	13,90	78,90	78,90	58,94	58,94
Lloyd e Rangan	1996	XIIA	1650,00	1650,00	2	13,20	13,20	23,20	23,20	38,28	38,28
Lloyd e Rangan	1996	XIIB	509,00	509,00	2	21,30	21,30	51,30	51,30	26,11	26,11
Lloyd e Rangan	1996	XIIC	314,00	314,00	2	20,60	20,60	60,60	60,60	19,03	19,03
Kim e Lee	2000	RS0-1	204,00	204,00	1	15,60	15,60	55,60	55,60	11,34	11,34
Kim e Lee	2000	RS0-2	206,00	206,00	2	17,30	17,30	57,30	57,30	11,80	11,80
Kim e Lee	2000	SS0-1	119,00	119,00	1	16,00	16,00	56,00	56,00	6,66	6,66
Kim e Lee	2000	SS0-2	126,00	126,00	2	18,10	18,10	58,10	58,10	7,32	7,32
Lee e Son	2000	LM-1	653,00	653,00	2	7,00	7,00	27,00	27,00	17,63	17,63
Lee e Son	2000	LM-2	360,00	360,00	2	12,50	12,50	57,50	57,50	20,70	20,70
Lee e Son	2000	LM-3	146,00	146,00	2	11,00	11,00	76,00	76,00	11,10	11,10
Lee e Son	2000	LL-1	413,00	413,00	2	17,50	17,50	37,50	37,50	15,49	15,49
Lee e Son	2000	LL-2	172,00	172,00	2	21,70	21,70	66,70	66,70	11,47	11,47

continua

continuação

Referência	Ano	Rótulo	Forças normais		Tipo ELU†	Deslocamentos laterais				Momentos totais	
			N, teste (kN)	N, ELU (kN)		v, teste (mm)	v, ELU (mm)	e ₁ +v, teste (mm)	e ₁ +v, ELU (mm)	M, teste (kNm)	M, ELU (kNm)
Lee e Son	2000	LL-3	108,00	108,00	2	16,00	16,00	81,00	81,00	8,75	8,75
Lee e Son	2000	HM-1	508,00	508,00	2	8,10	8,10	28,10	28,10	14,27	14,27
Lee e Son	2000	HM-2	307,00	307,00	2	10,80	10,80	55,80	55,80	17,13	17,13
Lee e Son	2000	HM-3	156,00	156,00	2	10,10	10,10	75,10	75,10	11,72	11,72
Lee e Son	2000	HL-1	523,00	523,00	2	19,70	19,70	39,70	39,70	20,76	20,76
Lee e Son	2000	HL-2	205,00	205,00	2	18,40	18,40	63,40	63,40	13,00	13,00
Lee e Son	2000	HL-3	118,00	118,00	2	14,90	14,90	79,90	79,90	9,43	9,43
Lee e Son	2000	HM-1A	631,00	631,00	2	6,50	6,50	26,50	26,50	16,72	16,72
Lee e Son	2000	HM-3A	273,00	273,00	2	10,40	10,40	75,40	75,40	20,58	20,58
Lee e Son	2000	HL-1A	488,00	488,00	2	18,50	18,50	38,50	38,50	18,79	18,79
Lee e Son	2000	HL-3A	216,00	216,00	2	23,20	23,20	88,20	88,20	19,05	19,05
Lee e Son	2000	VM-1	639,00	639,00	2	8,20	8,20	28,20	28,20	18,02	18,02
Lee e Son	2000	VM-2	324,00	324,00	2	13,50	13,50	58,50	58,50	18,95	18,95
Lee e Son	2000	VM-1A	796,00	796,00	2	10,50	10,50	30,50	30,50	24,28	24,28
Lee e Son	2000	VM-2A	475,00	475,00	2	12,00	12,00	57,00	57,00	27,08	27,08
Germain e Espion *	2002	A-1/36-R	1750,00	1750,00	1	20,00	20,00	25,00	25,00	43,75	43,75
Germain e Espion *	2002	A-1/36-O	1640,00	1640,00	1	24,00	24,00	29,00	29,00	47,56	47,56
Germain e Espion *	2002	A-1/18-R1	1922,00	1922,00	2	20,00	20,00	30,00	30,00	57,66	57,66
Germain e Espion *	2002	A-1/18-Q	1524,00	1524,00	1	26,00	26,00	36,00	36,00	54,86	54,86
Germain e Espion *	2002	A-1/18-O	1489,00	1489,00	2	26,00	26,00	36,00	36,00	53,60	53,60
Germain e Espion *	2002	A-1/18-R2	1479,00	1479,00	1	26,00	26,00	36,00	36,00	53,24	53,24
Germain e Espion *	2002	A-1/12-O	1256,00	1256,00	2	28,00	28,00	43,00	43,00	54,01	54,01
Germain e Espion *	2002	A-1/9-R	1140,00	1140,00	2	26,00	26,00	46,00	46,00	52,44	52,44
Germain e Espion *	2002	A-1/9-O	1100,00	1100,00	2	28,00	28,00	48,00	48,00	52,80	52,80
Germain e Espion *	2002	B-1/90-O	1388,00	1388,00	2	23,00	23,00	25,00	25,00	34,70	34,70
Germain e Espion *	2002	B-1/36-O	1315,00	1315,00	2	24,00	24,00	29,00	29,00	38,14	38,14
Germain e Espion *	2002	B-1/18-O	1153,00	1153,00	2	24,00	24,00	34,00	34,00	39,20	39,20
Lima Júnior	2003	P140	823,00	823,00	2	7,94	7,94	18,34	18,34	15,09	15,09
Lima Júnior	2003	P240	653,00	653,00	2	10,45	10,45	30,45	30,45	19,89	19,89
Lima Júnior	2003	P340	500,00	500,00	2	12,16	12,16	42,16	42,16	21,08	21,08
Lima Júnior	2003	P160150	1053,00	1053,00	1	6,73	6,73	16,73	16,73	17,61	17,61
Lima Júnior	2003	P260150	875,00	875,00	1	9,56	9,56	29,56	29,56	25,87	25,87
Lima Júnior	2003	P360150	722,00	722,00	1	13,22	13,22	43,22	43,22	31,21	31,21
Lima Júnior	2003	P16050	1087,00	1087,00	1	8,49	8,49	18,49	18,49	20,10	20,10
Lima Júnior	2003	P26050	859,00	859,00	1	10,76	10,76	30,76	30,76	26,43	26,43
Lima Júnior	2003	P36050	685,00	685,00	1	11,86	11,86	41,86	41,86	28,68	28,68
Lima Júnior	2003	P1601505	1182,00	1182,00	1	7,17	7,17	17,17	17,17	20,29	20,29
Lima Júnior	2003	P2601505	928,00	928,00	1	9,75	9,75	29,75	29,75	27,61	27,61
Lima Júnior	2003	P3601505	679,00	679,00	1	11,88	11,88	41,88	41,88	28,44	28,44

continua

continuação

Referência	Ano	Rótulo	Forças normais		Tipo ELU†	Deslocamentos laterais				Momentos totais	
			N, teste (kN)	N, ELU (kN)		v, teste (mm)	v, ELU (mm)	e ₁ +v, teste (mm)	e ₁ +v, ELU (mm)	M, teste (kNm)	M, ELU (kNm)
Lima Júnior	2003	P160505	1089,00	1089,00	1	8,51	8,51	18,51	18,51	20,16	20,16
Lima Júnior	2003	P260505	937,00	937,00	1	10,26	10,26	30,26	30,26	28,36	28,36
Lima Júnior	2003	P360505	605,00	605,00	1	10,88	10,88	40,88	40,88	24,73	24,73
Adorno	2004	PCA4-15a	553,00	553,00	1	20,02	20,02	35,02	35,02	19,37	19,37
Adorno	2004	PCA4-15b	566,00	566,00	2	15,83	15,83	30,83	30,83	17,45	17,45
Adorno	2004	PCA4-20	460,00	460,00	2	11,20	11,20	31,20	31,20	14,35	14,35
Adorno	2004	PCA4-25	360,00	360,00	1	10,95	10,95	35,95	35,95	12,94	12,94
Adorno	2004	PCA4-30a	291,00	291,00	1	18,04	18,04	48,04	48,04	13,98	13,98
Adorno	2004	PCA4-30b	298,00	298,00	1	17,15	17,15	47,15	47,15	14,05	14,05
Dantas	2006	PFN15-3	404,00	404,00	1	11,30	11,30	26,30	26,30	10,63	10,63
Dantas	2006	PFN30-3	200,00	200,00	1	9,10	9,10	39,10	39,10	7,82	7,82
Dantas	2006	PFN40-3	170,00	170,00	1	38,20	38,20	78,20	78,20	13,29	13,29
Dantas	2006	PFN50-3	155,00	155,00	1	55,40	55,40	105,40	105,40	16,34	16,34
Dantas	2006	PFN60-3	110,00	110,00	1	23,40	23,40	83,40	83,40	9,17	9,17
Galano e Vignoli	2008	HSCA-A-25	154,92	154,92	2	20,49	20,49	44,99	44,99	6,97	6,97
Galano e Vignoli	2008	HSCA-A-13	290,48	290,48	2	16,19	16,19	29,19	29,19	8,48	8,48
Galano e Vignoli	2008	HSCA-A-8	417,40	417,40	2	15,40	15,40	22,90	22,90	9,56	9,56
Galano e Vignoli	2008	HSCA-B-25	191,50	191,50	2	36,03	36,03	61,03	61,03	11,69	11,69
Galano e Vignoli	2008	HSCA-B-13	336,56	336,56	2	20,50	20,50	33,50	33,50	11,27	11,27
Galano e Vignoli	2008	HSCA-B-8	452,87	452,87	2	14,02	14,02	21,02	21,02	9,52	9,52
Galano e Vignoli	2008	HSCB-A-25	171,52	171,52	2	20,59	20,59	44,59	44,59	7,65	7,65
Galano e Vignoli	2008	HSCB-A-13	338,32	338,32	2	18,11	18,11	31,11	31,11	10,53	10,53
Galano e Vignoli	2008	HSCB-A-8	444,70	444,70	2	8,68	8,68	16,18	16,18	7,20	7,20
Galano e Vignoli	2008	HSCB-B-25	198,75	198,75	2	31,53	31,53	56,53	56,53	11,24	11,24
Galano e Vignoli	2008	HSCB-B-13	378,86	378,86	2	12,59	12,59	25,09	25,09	9,51	9,51
Galano e Vignoli	2008	HSCB-B-8	437,13	437,13	2	7,97	7,97	16,47	16,47	7,20	7,20
Galano e Vignoli	2008	HSCC1-A-25	173,22	173,22	2	22,86	22,86	47,86	47,86	8,29	8,29
Galano e Vignoli	2008	HSCC1-A-20	242,89	242,89	2	18,02	18,02	37,02	37,02	8,99	8,99
Galano e Vignoli	2008	HSCC1-A-13	348,07	348,07	2	11,65	11,65	24,65	24,65	8,58	8,58
Galano e Vignoli	2008	HSCC1-B-30	182,83	182,83	2	35,85	35,85	65,85	65,85	12,04	12,04
Galano e Vignoli	2008	HSCC1-B-20	269,15	269,15	2	22,29	22,29	41,29	41,29	11,11	11,11
Galano e Vignoli	2008	HSCC1-B-13	361,02	361,02	2	14,82	14,82	27,82	27,82	10,04	10,04
Galano e Vignoli	2008	HSCC2-A-25	195,89	195,89	2	22,79	22,79	47,79	47,79	9,36	9,36
Galano e Vignoli	2008	HSCC2-A-18	280,21	280,21	2	17,62	17,62	35,62	35,62	9,98	9,98
Galano e Vignoli	2008	HSCC2-A-13	419,02	419,02	2	16,89	16,89	29,89	29,89	12,52	12,52
Galano e Vignoli	2008	HSCC2-B-25	206,48	206,48	2	29,76	29,76	54,76	54,76	11,31	11,31
Galano e Vignoli	2008	HSCC2-B-18	284,39	284,39	2	24,27	24,27	44,27	44,27	12,59	12,59
Galano e Vignoli	2008	HSCC2-B-13	405,99	405,99	2	17,86	17,86	29,86	29,86	12,12	12,12
Galano e Vignoli	2008	HSCC3-C-25	190,72	190,72	2	20,52	20,52	45,52	45,52	8,68	8,68

continua

continuação

Referência	Ano	Rótulo	Forças normais		Tipo ELU†	Deslocamentos laterais				Momentos totais	
			N, teste (kN)	N, ELU (kN)		v, teste (mm)	v, ELU (mm)	e ₁ +v, teste (mm)	e ₁ +v, ELU (mm)	M, teste (kNm)	M, ELU (kNm)
Galano e Vignoli	2008	HSCC3-C-18	264,54	264,54	2	16,70	16,70	34,70	34,70	9,18	9,18
Galano e Vignoli	2008	HSCC3-C-13	384,63	384,63	2	12,26	12,26	25,26	25,26	9,72	9,72
Galano e Vignoli	2008	HSCC3-D-25	229,43	229,43	2	37,74	37,74	61,74	61,74	14,17	14,17
Galano e Vignoli	2008	HSCC3-D-18	296,69	296,69	2	20,36	20,36	38,36	38,36	11,38	11,38
Galano e Vignoli	2008	HSCC3-D-13	406,16	406,16	2	17,01	17,01	29,01	29,01	11,78	11,78
Galano e Vignoli	2008	HSCC4-C-25	164,08	164,08	2	19,56	19,56	43,56	43,56	7,15	7,15
Galano e Vignoli	2008	HSCC4-C-18	246,83	246,83	2	17,90	17,90	35,90	35,90	8,86	8,86
Galano e Vignoli	2008	HSCC4-C-13	384,90	384,90	2	17,64	17,64	30,64	30,64	11,79	11,79
Galano e Vignoli	2008	HSCC4-D-25	229,16	229,16	2	33,35	33,35	58,35	58,35	13,37	13,37
Galano e Vignoli	2008	HSCC4-D-18	282,12	282,12	2	22,31	22,31	39,81	39,81	11,23	11,23
Galano e Vignoli	2008	HSCC4-D-13	424,07	424,07	2	18,15	18,15	30,15	30,15	12,79	12,79
Galano e Vignoli	2008	NSCD-A-25	126,24	126,24	2	26,05	26,05	50,05	50,05	6,32	6,32
Galano e Vignoli	2008	NSCD-A-13	216,14	216,14	2	14,94	14,94	27,94	27,94	6,04	6,04
Galano e Vignoli	2008	NSCD-A-8	296,95	296,95	2	13,20	13,20	20,20	20,20	6,00	6,00
Galano e Vignoli	2008	NSCD-B-25	164,02	164,02	2	30,06	30,06	54,06	54,06	8,87	8,87
Galano e Vignoli	2008	NSCD-B-13	249,39	249,39	2	16,96	16,96	28,96	28,96	7,22	7,22
Galano e Vignoli	2008	NSCD-B-8	326,78	326,78	2	13,71	13,71	19,71	19,71	6,44	6,44
Galano e Vignoli	2008	SCCE-A-25	141,37	141,37	2	28,09	28,09	53,09	53,09	7,51	7,51
Galano e Vignoli	2008	SCCE-A-13	283,65	283,65	2	10,93	10,93	22,93	22,93	6,50	6,50
Galano e Vignoli	2008	SCCE-A-8	336,67	336,67	2	7,00	7,00	14,00	14,00	4,71	4,71
Galano e Vignoli	2008	SCCE-B-25	212,97	212,97	2	32,57	32,57	57,57	57,57	12,26	12,26
Galano e Vignoli	2008	SCCE-B-13	327,88	327,88	2	13,17	13,17	25,17	25,17	8,25	8,25
Galano e Vignoli	2008	SCCE-B-8	424,90	424,90	2	9,22	9,22	16,22	16,22	6,89	6,89
Galano e Vignoli	2008	SCCF-A-25	169,92	169,92	2	22,45	22,45	47,45	47,45	8,06	8,06
Galano e Vignoli	2008	SCCF-A-13	335,21	335,21	2	11,76	11,76	23,76	23,76	7,96	7,96
Galano e Vignoli	2008	SCCF-A-8	450,88	450,88	2	9,14	9,14	17,14	17,14	7,73	7,73
Galano e Vignoli	2008	SCCF-B-25	210,39	210,39	2	33,74	33,74	57,74	57,74	12,15	12,15
Galano e Vignoli	2008	SCCF-B-13	340,23	340,23	2	14,16	14,16	27,16	27,16	9,24	9,24
Galano e Vignoli	2008	SCCF-B-8	530,64	530,64	2	6,51	6,51	13,51	13,51	7,17	7,17
Galano e Vignoli	2008	SCCG-A-25	110,55	110,55	2	25,41	25,41	49,41	49,41	5,46	5,46
Galano e Vignoli	2008	SCCG-A-13	177,64	177,64	2	17,36	17,36	30,36	30,36	5,39	5,39
Galano e Vignoli	2008	SCCG-A-8	231,90	231,90	2	14,59	14,59	22,59	22,59	5,24	5,24
Galano e Vignoli	2008	SCCG-B-25	153,84	153,84	2	30,53	30,53	54,53	54,53	8,39	8,39
Galano e Vignoli	2008	SCCG-B-13	222,37	222,37	2	20,77	20,77	33,77	33,77	7,51	7,51
Galano e Vignoli	2008	SCCG-B-8	225,72	225,72	2	17,29	17,29	26,29	26,29	5,93	5,93

continua

conclusão

Referência	Ano	Rótulo	Forças normais		Tipo ELU†	Deslocamentos laterais				Momentos totais	
			N, teste (kN)	N, ELU (kN)		v, teste (mm)	v, ELU (mm)	e ₁ +v, teste (mm)	e ₁ +v, ELU (mm)	M, teste (kNm)	M, ELU (kNm)
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ30 α∞ ζ1	429,71	429,71	1	19,52	19,52	29,52	29,52	12,69	12,69
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ30 α∞ ζ2	267,26	267,26	1	20,72	20,72	40,72	40,72	10,88	10,88
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ30 α∞ ζ3	131,80	131,80	1	49,44	49,44	89,44	89,44	11,79	11,79
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ30 α∞ ζ4	76,57	76,57	1	47,01	47,01	127,01	127,01	9,73	9,73
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ20 α∞ ζ2	439,06	439,06	1	21,15	21,15	41,15	41,15	18,07	18,07
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ20 α∞ ζ3	216,14	216,14	1	28,45	28,45	68,45	68,45	14,79	14,79
Pallarés <i>et al</i>	2008	λ20 α∞ ζ4	106,29	106,29	1	31,09	31,09	111,09	111,09	11,81	11,81
Pallarés <i>et al</i> *	2008	λ10 α∞ ζ4	134,80	134,80	3	10,33	10,33	90,33	90,33	12,18	12,18
Melo	2009	PFN-6-3	652,00	652,00	1	18,28	18,28	24,28	24,28	15,83	15,83
Melo	2009	PFN-12-3	535,00	535,00	1	16,96	16,96	28,96	28,96	15,49	15,49
Melo	2009	PFN-18-3	460,50	460,50	1	15,17	15,17	33,17	33,17	15,27	15,27
Melo	2009	PFN-24-3	241,00	241,00	1	25,53	25,53	49,53	49,53	11,94	11,94
Melo	2009	PFN-50-3	155,00	155,00	1	40,41	40,41	90,41	90,41	14,01	14,01
Melo	2009	PFN-15-25	670,40	670,40	1	14,72	14,72	29,72	29,72	19,92	19,92
Melo	2009	PFN-24-25	360,80	360,80	1	14,60	14,60	38,60	38,60	13,93	13,93
Melo	2009	PFN-30-25	336,00	336,00	1	72,59	20,00	102,59	50,00	34,47	16,80
Melo	2009	PFN-40-25	246,00	246,00	1	27,49	27,49	67,49	67,49	16,60	16,60
Melo	2009	PFN-50-25	202,20	202,20	1	43,60	43,60	93,60	93,60	18,93	18,93
Melo	2009	PFN-60-25	164,80	164,80	1	39,71	39,71	99,71	99,71	16,43	16,43
Melo	2009	PFN-15-2	662,00	662,00	1	15,09	15,09	30,09	30,09	19,92	19,92
Melo	2009	PFN-24-2	456,00	456,00	1	13,98	13,98	37,98	37,98	17,32	17,32
Melo	2009	PFN-30-2	317,00	317,00	1	18,76	18,76	48,76	48,76	15,46	15,46
Melo	2009	PFN-40-2	294,00	294,00	1	28,21	28,21	68,21	68,21	20,05	20,05
Melo	2009	PFN-50-2	232,00	220,00	1	31,70	27,00	81,70	77,00	18,95	16,94
Melo	2009	PFN-60-2	198,40	198,40	1	33,73	33,73	93,73	93,73	18,60	18,60
Enciso	2010	C40-1.3	1235,00	1235,00	1	31,20	31,20	51,20	51,20	63,23	63,23
Enciso	2010	C40-2.1	1168,00	1168,00	1	35,00	35,00	55,00	55,00	64,24	64,24
Enciso	2010	C40-3.2	1147,00	1147,00	1	34,80	34,80	54,80	54,80	62,86	62,86
Enciso	2010	C40-4.3	1412,00	1412,00	1	41,80	41,80	61,80	61,80	87,26	87,26

†Tipo ELU: 1 - ELU analisado; 2 - ELU não analisado; 3 – ELU ultrapassado. Ver item 5.3.

* Exemplos excluídos das análises, conforme validação do item 5.3