

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA POLITÉCNICA

DANIEL MIRANDA DOS SANTOS

**Análise teórica e experimental de blocos sobre estacas:** uma abordagem com  
auxílio de modelos de bielas e tirantes

SÃO PAULO  
2023

DANIEL MIRANDA DOS SANTOS

**Análise teórica e experimental de blocos sobre estacas:** uma abordagem com auxílio de modelos de bielas e tirantes

**Versão Corrigida**

Tese apresentada à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para obtenção  
do título de Doutor em Ciências

Área de concentração:  
Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Eduardo de Moraes  
Barreto Campello

SÃO PAULO

2023

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 15 de janeiro de 2023

Assinatura do autor: Daniel Miranda

Assinatura do orientador: Guilherme Campesato

#### Catálogo-na-publicação

Santos, Daniel Miranda dos

Análise teórica e experimental de blocos sobre estacas: uma abordagem com auxílio de modelos de bielas e tirantes / D. M. Santos -- versão corr. -- São Paulo, 2023.

271 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.Dimensionamento de estruturas 2.Blocos 3.Estruturas de concreto armado 4.Análise experimental de estruturas 5.Segurança estrutural I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

## **DEDICATÓRIA**

À minha esposa Priscila, com amor e gratidão por sua compreensão e apoio durante o período de elaboração deste trabalho.

Aos meus filhos, Gabriel, Letícia e Matheus, com amor.



## **AGRADECIMENTOS**

À minha esposa, Priscila, pelo apoio nos diversos momentos difíceis dessa caminhada.

Aos meus filhos, que sofreram com a ausência do pai em diversos momentos, mas cada um, à sua maneira, contribuiu com essa jornada.

À minha mãe, Célia, pelo amor, carinho e ensinamentos.

À minha sogra, Cátia, pela ajuda e incentivo.

Aos demais membros da família, pelo estímulo, mesmo à distância.

Ao Professor Fernando Stucchi pela oportunidade fornecida, tanto na Escola como no escritório, pelos ensinamentos e orientações que contribuíram para o meu crescimento profissional

Ao Professor Eduardo Campello, que tem sido minha referência dentro da Escola. O término deste trabalho não seria possível sem o seu apoio e orientação.

Ao Rui Jacomini, funcionário do LEM, maestro da campanha experimental, pela assistência.

Aos funcionários do LEM, Antônio Jacomini e Ivan Tassarolo, pela assistência.

À Renata Monte, pela amizade e ajuda imprescindíveis. Um exemplo de profissional dedicada.

Ao Professor Antônio Figueiredo, pela ajuda no desenvolvimento do concreto do pilar e pelas orientações.

Ao Professor Pedro Wellington Teixeira, pela amizade e assistência.

Ao Professor Claudius Barbosa, pela amizade e assistência.

Aos funcionários e alunos do hall tecnológico, que contribuíram para minha pesquisa.

Aos diretores da EGT Engenharia, Kalil Skaf e Marcelo Waimberg, por permitirem o meu afastamento nos momentos mais críticos deste trabalho.

Ao amigo e “cumpadre” Jairo, pela amizade, pelo incentivo e pelas lições de vida que essa amizade me proporciona.

Aos amigos da EGT Engenharia, pelo companheirismo e incentivo.

Ao IBTS (Instituto Brasileiro de Telas Soldadas), pela doação de madeira e aço.

Às empresas: Polimix, pelo concreto doado para a primeira série de ensaios; à Neoprex, pela doação dos elastômeros fretados utilizados nos ensaios; à ArcelorMittal, pelo aço doado.

Ao consórcio Crasa – Ghella – Consbem, pelo aço doado.

## RESUMO

SANTOS, D. M. **Análise teórica e experimental de blocos sobre estacas:** uma abordagem com auxílio de modelos de bielas e tirantes. 2022. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2022.

Os blocos sobre estacas são elementos estruturais de volume cuja função é transferir as forças da estrutura para um conjunto de estacas. Modelos de bielas e tirantes são reconhecidos como o método mais racional de dimensionamento de blocos. No entanto, ainda é usual normas e códigos prescreverem métodos ditos seccionais como se o bloco fosse uma laje. Existem evidências experimentais suficientes que mostram a falta de segurança desses métodos. Os modelos de bielas e tirantes tiveram grande evolução e sucesso para aplicações em elementos planos, mas não obtiveram o mesmo em elementos tridimensionais. Este trabalho tem como objetivos estabelecer critérios consistentes para o dimensionamento de elementos tridimensionais, especialmente blocos sobre estacas, e colaborar com a comissão da NBR 6118 (ABNT, 2014), que não possui regras específicas para dimensionamento de blocos. Um modelo é proposto neste trabalho e sua performance analisada comparando as previsões teóricas com os valores de diversos ensaios experimentais disponíveis. Além disso, a eficiência do modelo proposto é avaliada, baseando-se nesses ensaios e em ensaios experimentais realizados no Laboratório de Estruturas e Materiais (LEM) da Escola Politécnica da USP. Por fim, o modelo proposto é simples, conceitualmente consistente e produz excelentes resultados.

Palavras-chave: Estruturas de concreto. Blocos sobre estacas. Análise experimental, Modelos de bielas e tirantes.

## ABSTRACT

SANTOS, D. M. **Theoretical and experimental analysis of pile caps: an approach by strut-and-tie models.** 2022. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2022.

Pile caps are tridimensional structural elements whose function is to transfer the forces in the column to a set of piles. The approach by strut-and-tie models is generally recognized as the most appropriate for pile-caps design. Nevertheless, it is still common that standards and codes prescribe methods based on sectional analysis, as if pile caps worked like a slab. There is enough experimental evidence showing the lack of safety of these methods. Strut-and-tie models had great evolution and success when applied to plane elements, but the same cannot be said when applied to tridimensional elements. This research has the following objectives: to establish consistent design criteria for tridimensional elements, focusing on pile caps; and to collaborate with NBR 6118 Technical Committee (ABNT, 2014), which doesn't have specific prescriptions for pile caps dimensioning. A model is proposed in this research, and its performance analyzed comparing theoretical predictions with experimental test results from different sources available in the literature. Moreover, the proposed model efficiency was ascertained considering experimental tests results from different sources available in the literature as well as from experimental tests performed at the Structures and Materials Laboratory (LEM) from the Polytechnic School (EPUSP) of University of São Paulo. Finally, the proposed model is simple, conceptually consistent and delivers excellent results.

Keywords: Pile caps. Strut-and-tie models. Design. Reinforced concrete.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Modelo de bielas e tirantes aplicado a blocos sobre estacas .....	20
Figura 2.1 - Ensaios de tração: (a) tração direta, (b) flexão, (c) dupla punção e (d) tração indireta (ou ensaio brasileiro) .....	24
Figura 2.2 - Relação tensão-deformação de um espécime de concreto submetido à compressão uniaxial (ensaio com deformação lateral controlada).....	25
Figura 2.3 - Modos de ruptura em compressão uniaxial: (a) superfície inclinada de ruptura, (b) e (c) ruptura laminar .....	26
Figura 2.4 - Resistência biaxial do concreto: ensaios em concreto de resistência normal (esquerda superior) e concreto de alta resistência (direita inferior).....	27
Figura 2.5 - Relação tensão-deformação em ensaio triaxial e uniaxial de compressão de corpo-de-prova de concreto .....	29
Figura 2.6 - Máquina de ensaio multiaxial (Institute of Concrete Structures – TU Dresden).....	30
Figura 2.7 - Diferentes mecanismos de fratura dependentes do estado de tensões, como mostrado na curva de fratura no intervalo $\sigma_2 > \sigma_1$ e definição dos meridianos .....	30
Figura 2.8 - Representação esquemática da transmissão de forças através de fissuras. (a) representação simplificada da irregularidade da fissura, (b) Formação da área de contato no nível do agregado devido ao deslizamento e (c) tensões na área de contato do agregado .....	34
Figura 2.9 - Engrenamento dos agregados. (a) Tensões e deslocamentos convencionais; (b) ensaio de junta; (c) interação matriz-agregado segundo o modelo de Walraven (1981).....	34
Figura 2.10 - Relação tensão – deformação do aço: (a) real e (b) convencional .....	35
Figura 2.11 - Mecanismo simplificado de ancoragem de barras de aço .....	36
Figura 2.12 - Interação aço-concreto na ancoragem de barras: (a) ensaio de arrancamento; (b) relação entre tensão de aderência e deslizamento.....	38
Figura 2.13 - Descrições das condições de aderência segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) .....	40
Figura 3.1 - Exemplos de regiões D: a) geométricas; b) estáticas e c) geométricas e estáticas .....	47

Figura 3.2 - Campos de tensões descontínuos e modelo de bielas e tirantes resultantes aplicados a viga medianamente esbelta .....	48
Figura 3.3 - Campos de tensões e modelos de bielas e tirantes aplicados a vigas ..	49
Figura 3.4 - Campo de compressões em leque em consolo com carregamento uniforme: (a) variação das tensões de tração no banzo superior e (b) campos de tensões e modelo de treliça equivalente .....	50
Figura 3.5 - Geometria de nós CCC: (a) duas bielas e placa de apoio, (b) três bielas, (c) quatro bielas e (d) equilíbrio similar a (c) com auxílio de uma biela resultante ....	51
Figura 3.6 - Exemplo de zona nodal a partir da intersecção de 4 bielas .....	52
Figura 3.7 - Zona nodal: (a) três bielas, tensões diferentes, (b) Círculos de Mohr correspondente a (a), (c) três bielas, tensões iguais e (d) Círculos de Mohr correspondente a (c) .....	53
Figura 3.8 - Zona nodal: (a) Tensões diferentes, face do nó formando ângulo reto com biela cuja tensão de compressão é máxima; (b) Círculo de Mohr correspondente a (a); (c) Tensões diferentes, face do nó formando ângulo reto com biela cuja tensão de compressão é mínima; (b) Círculo de Mohr correspondente a (c) .....	54
Figura 3.9 - Nó CCC em que as tensões nas bielas são diferentes .....	55
Figura 3.10 - Geometria de nós CCT .....	56
Figura 3.11 - Nó CCT com o tirante ancorado por detrás do nó.....	57
Figura 3.12 - Geometria de nós CTT .....	58
Figura 3.13 - Nomenclatura e geometria dos corpos-de-prova ensaiados por Laughery e Pujol (2015).....	60
Figura 3.14 - Força introduzida em área reduzida: (a) descontinuidade parcial (bloco parcialmente carregado); (b) descontinuidade total (biela em garrafa) .....	61
Figura 3.15 - Mecanismo de ruína para um bloco de concreto simples com carregamento em faixa e longe da borda .....	62
Figura 3.16 - Linhas de ruptura e fórmulas aproximadas para carregamento em faixa .....	63
Figura 3.17 - Ensaio de dupla punção: (a) vista em elevação e (b) vista em planta .	65
Figura 3.18 - Mecanismo de ruptura idealizado: (a) elevação; (b) planta; (c) deslocamentos relativos e (d) critério de ruptura.....	66
Figura 3.19 - Campos de tensão de compressão básicos: (a) prisma, (b) leque e (c) garrafa.....	68

Figura 4.1 - Modelo de bielas para bloco sobre duas, três e quatro estacas conforme Blévo	70
Figura 4.2 - Funcionamento estrutural básico do bloco	75
Figura 4.3 - Modelo de Fusco (1995)	75
Figura 4.4 – Geometria do nó superior e tensões nos planos horizontais	76
Figura 4.5 - Resistência das bielas junto ao pilar	78
Figura 4.6 - Resistência das bielas junto às estacas	79
Figura 4.7 - Forma do bloco sobre 2 estacas, método de Fusco	80
Figura 4.8 - Forma do bloco sobre três estacas, método de Fusco	81
Figura 4.9 - Forma do bloco sobre quatro estacas – método de Fusco	82
Figura 4.10 - Definição das áreas para o cálculo da resistência do concreto em regiões de introdução de cargas concentradas	84
Figura 4.11 - Definição das áreas para o cálculo da resistência do concreto: a) Nó superior e b) nó inferior	85
Figura 4.12 - Modelo de bielas e tirantes proposto	87
Figura 4.13 - Comparação entre o modelo de bielas e tirantes (MBT) e o modelo de Blévo	88
Figura 4.14 - Exemplo de comparação entre o modelo proposto e o modelo de Blévo: a) forma e b) resistência teórica de cálculo prevista por ambos os modelos (dados adotados: $f_{ck} = 25$ MPa, $f_{yk} = 500$ MPa, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$ )	91
Figura 4.15 - Geometria possível pelo método de Fusco	92
Figura 5.1 - Ensaio realizado por Adebar, Kuchma e Collins (1990)	94
Figura 5.2 - Forma dos blocos sobre 2 estacas ensaiados por Blévo	96
Figura 5.3 - Formas dos blocos ensaiados por Mautoni (1971)	97
Figura 5.4 - Dimensões dos blocos ensaiados por Munhoz (2014)	99
Figura 5.5 - Modelo similar ao de consolo aplicado à blocos sobre 2 estacas	108
Figura 5.6 - Ensaio em escala reduzida de Blévo e Frémy (1967) selecionados: a) planta, b) corte transversal, c) e d) armadura disposta lateralmente, e) armadura disposta na linha mediana e f) armaduras combinadas	110
Figura 5.7 - Arranjos de armadura dos ensaios realizados por Blévo para blocos sobre quatro estacas	115
Figura 5.8 - Modelo de bielas e tirantes similar ao aplicado em consolos	120
Figura 6.1- Macaco hidráulico para 400 tf	125
Figura 6.2 - Ligação do pórtico na laje de reação por meio de barras rosqueadas	125

Figura 6.3 - Montagem do teste realizado no p3rtico de ensaio.....	126
Figura 6.4 - Formas dos blocos ensaiados. (a) N1B45 e (b) N2B45 .....	127
Figura 6.5 - Detalhamento da armadura principal dos oito blocos ensaiados .....	129
Figura 6.6 - Bloco concretado no dia 20/08/2019.....	136
Figura 6.7 - Bloco concretado no dia 09/08/2022.....	137
Figura 6.8 - Parte das armaduras do primeiro lote .....	139
Figura 6.9 - Ensaio de tra37o de barra instrumentada realizado em 21/06/2018 ....	140
Figura 6.10 - Armaduras adicionais doadas pelo cons3rcio Crasa – Ghella – Consbem .....	141
Figura 6.11 - Extens3metros doados pelo Departamento de Constru37o Civil da EPUSP .....	142
Figura 6.12 - Extens3metros utilizados nos 4 primeiros ensaios realizados em 2019 .....	143
Figura 6.13 - ADS 2002 da Lynx .....	144
Figura 6.14 - C3lula de carga sendo calibrada na Shimadzu (dia 29/08/2022).....	144
Figura 6.15 - Forma pl3stica.....	145
Figura 6.16 - Pontaletes de Cedrinho.....	146
Figura 6.17 - Formas elaboradas no LEM.....	146
Figura 6.18 - Armadura instrumentada e alojada dentro da forma .....	147
Figura 6.19 - Concretagem dos blocos no dia 20/08/2019.....	148
Figura 6.20 - Concretagem em 09/08/2022.....	149
Figura 6.21 - Esquema geral dos ensaios.....	150
Figura 6.22 - Elast3meros fretados utilizados nos ensaios .....	150
Figura 6.23 - Configura37o de um ensaio com forma tipo N1 .....	151
Figura 6.24 - Configura37o de um ensaio com forma tipo N2 .....	152
Figura 7.1 – Extens3metros utilizados no bloco N1B45A2C .....	153
Figura 7.2 – Curva for3a x tempo do ensaio do bloco N1B45A2C .....	154
Figura 7.3 - Aspecto das fissuras em uma face do bloco N1B45A2C ap3s o ensaio .....	155
Figura 7.4 - Deforma37es espec3ficas medidas pelo extens3metro I1 para o bloco N1B45A2C .....	155
Figura 7.5 - Medidas de deforma37o do extens3metro M3 ao longo do ensaio para o bloco N1B45A2C.....	156



Figura 7.6 - Padrão de fissuração do fundo do bloco após o ensaio para o bloco N1B45A2C .....	157
Figura 7.7 - Deformação-Tempo (extensômetro PS1) para o bloco N1B45A2C.....	158
Figura 7.8 - Extensômetros utilizados no bloco N1B45A1D .....	159
Figura 7.9 - Curva força x tempo do ensaio do bloco N1B45A1D .....	159
Figura 7.10 - Aspecto das fissuras do bloco N1B45A1D após a ruptura.....	160
Figura 7.11 - Curva deformação-tempo do extensômetro I3 (próximo ao gancho da barra mais afastada da estaca) para o bloco N1B45A1D .....	161
Figura 7.12 - Instrumentação da armadura tipo A1D, do bloco N1B45A1D (1,2 x 1,2 x 0,55m) .....	162
Figura 7.13 - Deformações específicas medidas pelo extensômetro I2 para o bloco N1B45A1D .....	162
Figura 7.14 - Medidas de deformação do extensômetro M3 para o bloco N1B45A1D .....	163
Figura 7.15 - Padrão de fissuração do fundo do bloco após o ensaio para o bloco N1B45A1D .....	163
Figura 7.16 - Extensômetros utilizados no bloco N2B45A1D .....	164
Figura 7.17 - Curva força - tempo do ensaio do bloco N2B45A1D.....	165
Figura 7.18 - Padrão de fissuração do bloco N2B45A1D após a ruptura.....	165
Figura 7.19 - Deformação-tempo dos extensômetros I2 e I3 (próximo ao gancho das barras fora da projeção das estacas) para o bloco N2B45A1D.....	166
Figura 7.20 - Padrão de fissuração do fundo do bloco N2B45A1D após o ensaio..	167
Figura 7.21 - Extensômetros utilizados no bloco N2B45A2C .....	167
Figura 7.22 - Curva força - tempo do ensaio do bloco N2B45A2C.....	168
Figura 7.23 - Aspecto do bloco N2B45A2C após a ruptura.....	168
Figura 7.24 - Deformações específicas medidas pelos extensômetros I1 e I2 para o bloco N2B45A2C .....	169
Figura 7.25 - Deformação medidas pelos extensômetros F1 e F2 ao longo do ensaio para o bloco N2B45A2C.....	169
Figura 7.26 - Fissuração adicional ao X em um dos lados e destacamento concreto próximo a duas quinas de uma estaca para o bloco N2B45A2C .....	170
Figura 7.27 - Deformação medidas pelos extensômetros M1, M2, M3 e M4 ao longo do ensaio para o bloco N2B45A2C .....	171
Figura 7.28 - Padrão de fissuração do fundo do bloco N2B45A2C após o ensaio..	171

Figura 7.29 - Extensômetros utilizados no bloco N1B45A1C .....	172
Figura 7.30 - Curva força - tempo do ensaio do bloco N1B45A1C.....	173
Figura 7.31 - Padrão de fissuração do bloco N1B45A1C após a ruptura.....	174
Figura 7.32 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros I1 e I2 (considerando apenas o segundo carregamento) para o bloco N1B45A1C .....	174
Figura 7.33 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros M1, M2, M3 e M4 (considerando apenas o segundo carregamento) para o bloco N1B45A1C.....	175
Figura 7.34 - Extensômetros utilizados no bloco N2B45A1C .....	176
Figura 7.35 - Curva força - tempo do ensaio do bloco N2B45A1C.....	176
Figura 7.36 - Padrão de fissuração do bloco N2B45A1C após a ruptura.....	177
Figura 7.37 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelo extensômetro F2 para o bloco N2B45A1C.....	178
Figura 7.38 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros M1, M2, M3 e M4 (considerando apenas o segundo carregamento) para o bloco N2B45A1C.....	178
Figura 7.39 - Fissuração no fundo do bloco N2B45A1C .....	179
Figura 7.40 - Extensômetros utilizados no bloco N2B45A2Cbis .....	180
Figura 7.41 Curva força - tempo do ensaio do bloco N2B45A1C.....	180
Figura 7.42 - Padrão de fissuração do bloco N2B45A2Cbis após a ruptura .....	181
Figura 7.43 - Montagem do bloco N2B45A2Cbis .....	182
Figura 7.44 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelo extensômetro I2 para o bloco N2B45A2Cbis .....	183
Figura 7.45 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros I1 e I2 para o bloco N2B45A2Cbis.....	183
Figura 7.46 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros M1, M2, M3 e M4 (considerando apenas o segundo carregamento) para o bloco N2B45A2Cbis .....	184
Figura 7.47 - Extensômetros utilizados no bloco N2B45A1C .....	185
Figura 7.48 - Curva força - tempo do ensaio do bloco N1B45A2Cbis .....	185
Figura 7.49 - Aspecto do bloco N1B45A2Cbis após a ruptura .....	186
Figura 7.50 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelo extensômetro F2 para o bloco N1B45A2Cbis .....	187

Figura 7.51 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros M2, M3 e M4 para o bloco N1B45A2Cbis .....	188
Figura 7.52 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros M5, M6, M7 e M8 para o bloco N1B45A2Cbis .....	188
Figura 9.1 - Blocos sobre duas estacas: (a) elevação, (b) planta, considerando <b><i>bp</i></b> < <b><i>ae</i></b> e (b) planta, considerando <b><i>bp</i></b> > <b><i>ae</i></b> .....	194
Figura 9.2 - Blocos sobre tres estacas .....	198
Figura 9.3 - Bloco sobre quatro estacas quadrado.....	201

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Resistência característica à compressão do concreto .....	26
Tabela 2.2 - Resistência de aderência para barras de alta aderência segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) para diversas resistências de concreto. Assumindo $\gamma_c = 1,4$ (unidades em MPa) .....	40
Tabela 2.3 - Razão entre comprimento de ancoragem básico e diâmetro da barra ( $l_b/\phi$ ) dependente da resistência à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e da condição de aderência. Valores para barras de alta aderência .....	41
Tabela 3.1 - Ensaio em elementos de concreto simples realizados por Laughery e Pujol (2015) .....	59
Tabela 3.2 - Resistência de bielas segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) .....	68
Tabela 3.3 - Resistência de nós segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) .....	69
Tabela 5.1 - Ensaio de blocos sobre 2 estacas selecionados de Blévoit e Frémy (1967) .....	97
Tabela 5.2 - Ensaio de blocos sobre 2 estacas selecionados de Mautoni (1971) ...	98
Tabela 5.3 - Ensaio de blocos sobre 2 estacas de Munhoz (2014) .....	100
Tabela 5.4 - Fator de tendência ( $\chi_r$ ) dos modelos de bielas e tirantes em relação os ensaios experimentais de blocos sobre 2 estacas .....	101
Tabela 5.5 - Fator de tendência para cada campanha experimental selecionada de blocos sobre 2 estacas .....	102
Tabela 5.6 - Modos de ruptura previstos pelos modelos de bielas e tirantes para os blocos sobre 2 estacas selecionados .....	103
Tabela 5.7 - Fator de tendência dos modelos de bielas e tirantes em relação os ensaios experimentais de Munhoz (2014) para blocos sobre 2 estacas .....	105
Tabela 5.8 - Fator de tendência do modelo proposto variando o espriamento da força na estaca .....	107
Tabela 5.9 - Fator de tendência dos modelos de Blévoit, modelo proposto e modelo de consolo para todos os ensaios para blocos sobre 2 estacas .....	108
Tabela 5.10 - Ensaio de blocos sobre 3 estacas selecionados de Blévoit e Frémy (1967) .....	111
Tabela 5.11 - Fator de tendência dos modelos de bielas e tirantes em relação os ensaios experimentais de Blévoit e Frémy (1967) para blocos sobre 3 estacas .....	112

Tabela 5.12 - Fator de tendência do modelo proposto variando os parâmetros do nó superior .....	113
Tabela 5.13 - Ensaios de blocos sobre 4 estacas selecionados de Blévoit e Frémy (1967) .....	116
Tabela 5.14 - Ensaios de blocos sobre 4 estacas selecionados de Clarke (1973) e Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998) .....	117
Tabela 5.15 - Fator de tendência dos modelos de bielas e tirantes em relação os ensaios experimentais para blocos sobre quatro estacas .....	118
Tabela 5.16 - Fator de tendência dos modelos de bielas e tirantes por campanha experimental para blocos sobre quatro estacas .....	119
Tabela 5.17 - Fator de tendência para os ensaios de Suzuki et al (1998) ajustando o modelo proposto.....	120
Tabela 5.18 - Fator de tendência substituindo $f_y$ por $f_{st}$ para os ensaios de Suzuki et al (1998) .....	122
Tabela 6.1 - Principais parâmetros concebidos para a campanha experimental ...	128
Tabela 6.2 - Resultados estimados .....	135
Tabela 6.3 - Ensaios de CP nos dias 25/09/2019 e 02/10/2019 .....	137
Tabela 6.4 - Ensaios de CP em 30/08/2022.....	138
Tabela 6.5 - Resistência à compressão do concreto para cada bloco e pilar .....	138
Tabela 6.6 - Propriedades mecânicas do aço de armadura passiva – ensaios do dia 21/06/2018 .....	141
Tabela 6.7 - Propriedades mecânicas do aço de armadura passiva – ensaios do dia 19/07/2022 .....	142
Tabela 8.1 - Parâmetros mais importante e carga de ruptura dos ensaios realizados .....	190
Tabela 8.2 - Fator de tendência para os ensaios realizados.....	191
Tabela 8.3 - Parâmetros estatísticos do fator de tendência sem os blocos com armadura distribuída .....	192
Tabela 8.4 - Parâmetros estatísticos para os ensaios selecionados e os realizados .....	193

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO .....	19
1.1 Considerações iniciais.....	19
1.2 OBJETIVOS .....	21
1.2.1 Objetivo principal.....	21
1.2.2 Objetivos específicos.....	21
1.3 Justificativa.....	21
1.4 Método .....	22
2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS.....	23
2.1 concreto.....	23
2.1.1 Tração uniaxial .....	23
2.1.2 Compressão uniaxial .....	24
2.1.3 Estado biaxial de tensões.....	26
2.1.4 Resistência do concreto sob estado multiaxial de tensões (Model Code 2010) .....	31
2.1.5 Engrenamento dos agregados .....	33
2.2 Aço para armadura.....	35
2.3 Interação entre aço e concreto.....	35
2.3.1 Aderência .....	35
2.3.2 Resistência de aderência e comprimento de ancoragem (ABNT, 2014).....	38
3 ANÁLISE-LIMITE APLICADA AO CONCRETO ESTRUTURAL .....	43
3.1 Considerações iniciais.....	43
3.2 Análise-limite .....	43
3.2.1 Teoremas da análise-limite .....	43
3.3 Aplicações em concreto estrutural .....	44
3.3.1 Armadura e ancoragem.....	44
3.3.2 Resistência efetiva do concreto à compressão .....	44
3.3.3 Modelos de bielas e tirantes e campos de tensões .....	46
3.3.4 Nós.....	50
3.3.5 Resistência efetiva à compressão de bielas (bidimensionais).....	58
3.3.6 Confinamento dado pelo concreto (bielas em garrafa tridimensional).....	64
3.3.7 Resistência de bielas e nós segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014).....	67
4 MODELOS DE BIELAS E TIRANTES APLICADOS A BLOCOS .....	70

4.1 Modelo de Blévat (Blévat; Frémy, 1967) .....	70
4.1.1 Blocos sobre duas estacas.....	71
4.1.2 Blocos sobre três estacas .....	72
4.1.3 Blocos sobre quatro estacas .....	73
4.2 Modelo de Fusco (1995).....	75
4.2.1 Blocos sobre duas estacas.....	80
4.2.2 Blocos sobre três estacas .....	81
4.2.3 Blocos sobre quatro estacas .....	82
4.3 Modelo de Adebar e Zhou (1996).....	83
4.4 Modelo proposto neste trabalho .....	86
4.5 Sobre as diferenças entre os modelos .....	89
5 ENSAIOS EXPERIMENTAIS EXISTENTES E COMPARAÇÕES COM OS MODELOS TEÓRICOS.....	93
5.1 Blocos sobre duas estacas.....	96
5.2 Blocos sobre três estacas .....	110
5.3 Blocos sobre quatro estacas .....	114
6 PROGRAMA EXPERIMENTAL.....	124
6.1 Considerações iniciais.....	124
6.2 Concepção e projeto dos ensaios .....	124
6.2.1 Carga-limite do ensaio.....	124
6.2.2 Parâmetros estudados e blocos ensaiados.....	126
6.2.3 Confirmação dos parâmetros adotados/dimensionamento dos blocos .....	130
6.3 PROPRIEDADE DOS MATERIAIS .....	136
6.3.1 Concreto.....	136
6.3.2 Aço das armaduras .....	139
6.4 Instrumentação.....	142
6.5 Fabricação dos blocos .....	145
6.6 Configuração e montagem dos ensaios .....	149
7 RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	153
7.1 Considerações iniciais.....	153
7.2 Bloco N1B45A2C (24/09/2019) .....	153
7.3 Bloco N1B45A1D (26/09/2019) .....	159
7.4 Bloco N2B45A1D (01/10/2019) .....	164
7.5 Bloco N2B45A2C (03/10/2019) .....	167

7.6 Bloco N1B45A1C (30/08/2022) .....	172
7.7 Bloco N2B45A1C (31/08/2022) .....	175
7.8 Bloco N2B45A2Cbis (01/10/2022).....	179
7.9 Bloco N1B45A2Cbis (02/09/2022).....	184
8 Análise dos resultados .....	189
8.1 Considerações iniciais.....	189
8.2 Resumo do comportamento estrutural dos corpos de prova .....	189
8.3 Fator de tendência dos ensaios realizados .....	190
9 Modelo proposto e recomendações de projeto .....	194
9.1 Blocos sobre duas estacas.....	194
9.2 Blocos sobre três estacas .....	198
9.3 Blocos sobre quatro estacas .....	200
10 CONCLUSÕES .....	204
REFERÊNCIAS.....	208
ANEXO A – Projetos dos ensaios experimentais .....	215
ANEXO B – Previsão teórica dos modelos.....	227
ANEXO C – Curva tensão - deformação das barras de aço .....	233
ANEXO D – Medições obtidas pelo sistema de aquisição de dados.....	237



## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os blocos sobre estacas, em geral, são elementos de volume com taxa de armadura relativamente baixa e nenhuma armadura de cisalhamento. O fato de não possuírem armadura no interior do maciço torna o seu comportamento complexo, pois o seu funcionamento é altamente dependente da resistência à tração do concreto e do confinamento dado pelo grande volume do bloco.

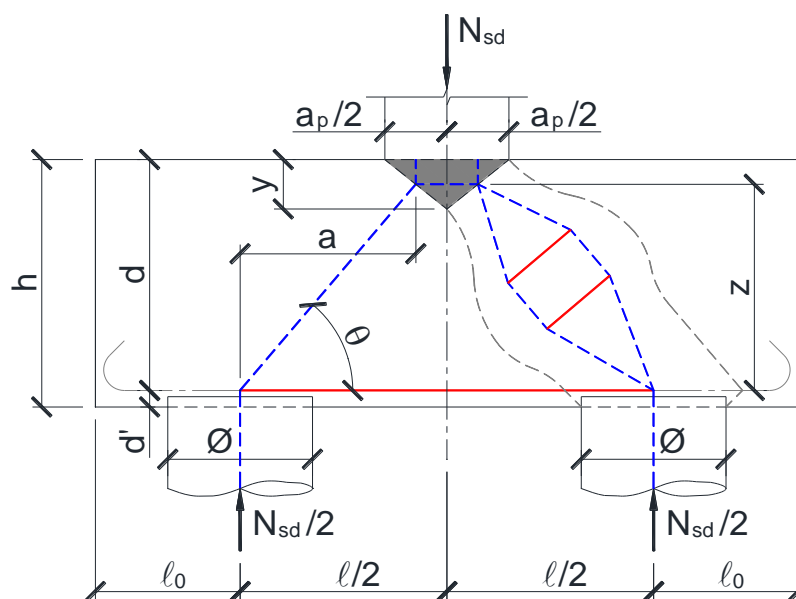
Diversos ensaios experimentais de blocos sobre estacas foram realizados nas últimas cinco décadas. Vários tipos de formas, quantidades de estacas e distribuição de armaduras foram ensaiados. Blévyot e Frémy (1967) ensaiaram 116 blocos com várias características. Foram 59 blocos sobre 4 estacas, 45 blocos sobre três estacas e 12 blocos sobre duas estacas. A maioria dos blocos ensaiados tinha metade da escala (94), entretanto, com o intuito de confirmar os resultados, 22 blocos em verdadeira grandeza foram ensaiados.

Outros ensaios podem ser citados: Clarke (1973) ensaiou 15 blocos sobre quatro estacas; Adebar, Kuchma e Collins (1990) ensaiaram 5 blocos em verdadeira grandeza; Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998, 1999), Suzuki, Otsuki e Tsuchiya (2000) e Suzuki e Otsuki (2002) ensaiaram 94 blocos sobre quatro estacas; Sabnis e Gogate (1984) ensaiaram 9 blocos sobre 4 estacas; e Cao (2009) ensaiou 18 blocos sobre 4 estacas.

Com a grande variedade de ensaios disponíveis na literatura, é possível obter informações importantes. Por exemplo, Blévyot e Frémy (1967), Adebar, Kuchma e Collins (1990), entre outros, reportam que a resistência última foi menor nos blocos com armadura uniformemente distribuída em relação aos blocos com a mesma quantidade total de armadura, mas concentradas sobre as estacas. Essa observação é consistente com os modelos de bielas e tirantes.

Os modelos de bielas e tirantes são ideais para o dimensionamento de blocos. Em blocos onde a distância das estacas em relação ao pilar é relativamente pequena, pode-se assumir que a carga do pilar vai direto para a estaca via a ação de uma biela direta (Figura 1.1).

**Figura 1.1 - Modelo de bielas e tirantes aplicado a blocos sobre estacas**



Fonte: o autor

No caso da ação de biela direta, os campos de compressão tendem a se espalhar, gerando trações transversais. O formato desses campos de compressão é usualmente chamado de biela em garrafa. Em um bloco sobre duas estacas, essas trações devem ser resistidas pelas armaduras verticais (estribos) e horizontais (pele). Um bloco sobre duas estacas com armaduras apenas na face inferior tende a ter um comportamento frágil no Estado-Limite Último (ELU).

Em blocos sobre três ou mais estacas, que possuem comportamento tridimensional complexo, as bielas em garrafas possuem um volume de concreto considerável no seu entorno. Isso produz confinamento da biela e o aumento de sua resistência, o que permite a supressão das armaduras no interior do maciço que são muito inconvenientes para a execução do bloco. O efeito do confinamento do concreto em elementos isolados foi objeto de pesquisa de Adebar e Zhou (1993) e Marti (1989).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece limites de resistência de bielas e nós que são aplicáveis a elementos planos, ou seja, ela não considera o efeito do confinamento. Existe, portanto, uma lacuna a ser resolvida com relação aos elementos tridimensionais que será foco deste trabalho, especialmente os blocos de fundações.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo principal

Apresentar um modelo tridimensional de bielas e tirantes eficiente e consistente para dimensionamento de blocos rígidos sobre estacas.

### 1.2.2 Objetivos específicos

I. Analisar vários modelos de bielas e tirantes disponíveis na literatura e compará-los ao modelo proposto;

II. Efetuar análise comparativa dos resultados teóricos de cada modelo de bielas e tirantes estudado em relação aos diversos resultados de ensaios experimentais;

III. Analisar o comportamento estrutural de blocos sobre 4 estacas por meio de modelos teóricos e de ensaios experimentais elaborados no Laboratório de Estruturas e Materiais (LEM) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP);

IV. Propor um modelo de dimensionamento de blocos rígidos sobre estacas para a comunidade técnica e para auxiliar a revisão da norma de estruturas de concreto (ABNT, 2014).

## 1.3 JUSTIFICATIVA

A principal justificativa deste trabalho é preencher uma lacuna na aplicação de modelos de bielas e tirantes em elementos tridimensionais. Este estudo é focado em blocos sobre estacas, mas os conceitos podem ser estendidos a sapatas e outros elementos tridimensionais. Além disso, existe uma necessidade muito grande de novos ensaios experimentais, pois a maioria dos existentes não utilizou instrumentação para a devida compreensão dos mecanismos de ruptura dos blocos.

## 1.4 MÉTODO

A metodologia empregada consistiu em três etapas: revisão bibliográfica, análise comparativa de resultados teóricos com resultados experimentais de outros pesquisadores, e investigação experimental.

Inicialmente foi realizada uma revisão bibliográfica sobre a aplicação de modelos de bielas e tirantes aos elementos de concreto. A etapa seguinte foi fazer ligação dessa revisão dos conceitos teóricos para a análise dos modelos de bielas e tirantes aplicados a blocos de fundações.

Os modelos de bielas e tirantes selecionados foram aplicados a blocos de fundação ensaiados por outros pesquisadores. O intuito foi analisar a resposta de cada modelo e compará-la ao modelo proposto.

Por fim, uma campanha experimental com 8 blocos de fundação em verdadeira grandeza foi realizada para estudar diversos parâmetros, principalmente aqueles que o modelo proposto difere dos demais modelos.

## 2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

Neste capítulo, as propriedades do concreto de resistência normal e do aço relevantes para o dimensionamento plástico de elementos de concreto são discutidos. O concreto de alta resistência não será discutido, uma vez que não é prática usual aplicar esse tipo de concreto em blocos de fundação.

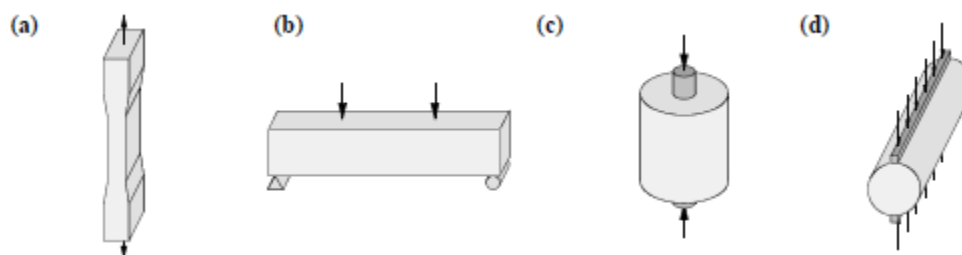
### 2.1 CONCRETO

#### 2.1.1 Tração uniaxial

A resistência à tração do concreto ( $f_t$ ) é relativamente baixa e tem variabilidade relativamente grande. Por essa razão, é comum se desprezar a resistência à tração do concreto no dimensionamento de elementos estruturais. No entanto, em determinadas situações, não é possível negligenciá-la, por exemplo, na determinação de resistência ao cisalhamento de lajes (e vigas) sem estribos e de ancoragens de barras que são altamente dependentes da resistência à tração do concreto. Além disso, o comportamento à tração do concreto é muito importante em análises de estados-limite de serviço como abertura e espaçamento de fissuras, além de tensões e deformações no concreto e no aço.

Existem, basicamente, quatro tipos de ensaios para a determinação da resistência à tração: ensaio de tração direta, ensaio de tração indireta (conhecido como ensaio brasileiro), ensaio de tração na flexão e ensaio de dupla punção (*double-punch*). O ensaio de tração direta raramente é utilizado pela dificuldade em se eliminar as tensões secundárias introduzidas pelo dispositivo que aplica a força no corpo-de-prova. O ensaio mais utilizado é o de tração indireta (ou de tração por compressão diametral) desenvolvido pelo engenheiro brasileiro Lobo Carneiro. Um ensaio pouco utilizado, mas bem interessante, inclusive para blocos de fundações, é o de dupla punção que será discutido mais adiante.

**Figura 2.1 - Ensaio de tração: (a) tração direta, (b) flexão, (c) dupla punção e (d) tração indireta (ou ensaio brasileiro)**



**Fonte: Kaufmann (1998, p. 8)**

Em blocos de fundações, a resistência à tração do concreto tem papel importante, uma vez que a utilização de estribos não é usual. Desprezar qualquer influência da resistência à tração do concreto pode levar a previsões razoavelmente menores do esforço resistente de um bloco, principalmente se as tensões de tração entre fissuras forem significativas, caso de grandes volumes de concreto sem armadura.

Entretanto, de maneira a obter um modelo simples que possa ser empregado facilmente no dimensionamento de blocos, a hipótese básica de modelos de bielas e tirantes e campos de tensões de desprezar a resistência à tração será mantida neste trabalho.

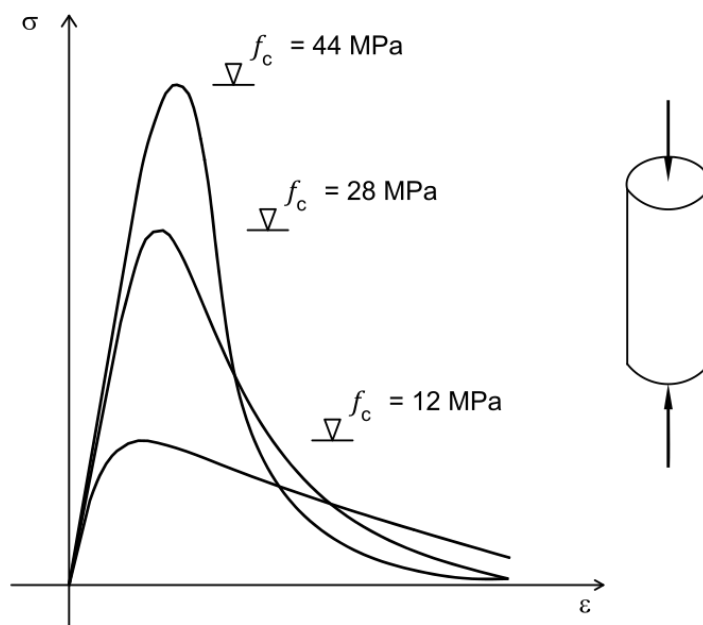
### **2.1.2 Compressão uniaxial**

O diagrama tensão-deformação do concreto em compressão uniaxial é usualmente obtido em corpos-de-prova cilíndricos cuja razão entre altura e diâmetro é 2. No Brasil, o ensaio é realizado de acordo com as normas NBR 5738 (ABNT, 2015) e NBR 5739 (ABNT, 2018), o corpo de prova usual tem 100mm de diâmetro e 200mm de altura. A relação tensão-deformação do concreto para ensaios uniaxiais com deformação controlada é mostrada na Figura 2.2.

É possível observar três regiões distintas (MUTTONI; SCHWARTZ; THÜRLIMANN, 1997 – tradução livre):

Região quase elástica linear: nota-se um comportamento que pode ser considerado como elástico linear, em que a relação entre tensão de compressão e deformação axial é praticamente constante. Os desvios em relação a esse comportamento são, entre outras razões, dependentes da abertura de microfissuras entre o agregado e a matriz de cimento.

**Figura 2.2 - Relação tensão-deformação de um espécime de concreto submetido à compressão uniaxial (ensaio com deformação lateral controlada)**



**Fonte: adaptado de Muttoni; Schwartz; Thürlimann (1997, p. 82)**

Região de endurecimento com grandes deformações laterais: após o início das microfissuras entre agregado e matriz de cimento, fissuras paralelas à direção do carregamento são formadas na matriz de cimento. A tensão axial de compressão e a deformação lateral aumentam mais do que linearmente.

Região de amolecimento com grandes deformações laterais: o concreto sofre um processo de laminação devido à fissuração, sendo que algumas das fissuras resultam em pedaços instáveis. As tensões decrescem com o aumento da deformação.

O comportamento pós-pico do concreto é caracterizado por uma redução da resistência associada ao aumento das deformações, ou seja, pelo amolecimento do concreto, cuja modelagem é difícil e sem consenso.

Embora o ensaio de compressão em cilindro padrão seja largamente utilizado, por vezes, ensaios em cubos são utilizados (ou são reportados na literatura). É usual considerar que a relação média entre a resistência de um cubo de 150mm e a resistência de um cilindro cuja altura é o dobro do diâmetro é igual a 1,2. Essa relação foi obtida por Blévoit e Frémy (1967). Alternativamente, o Model Code 2010 (FIB, 2013) indica equivalência entre as resistências características obtidas pelos cilindros e cubos (Tabela 2.1).

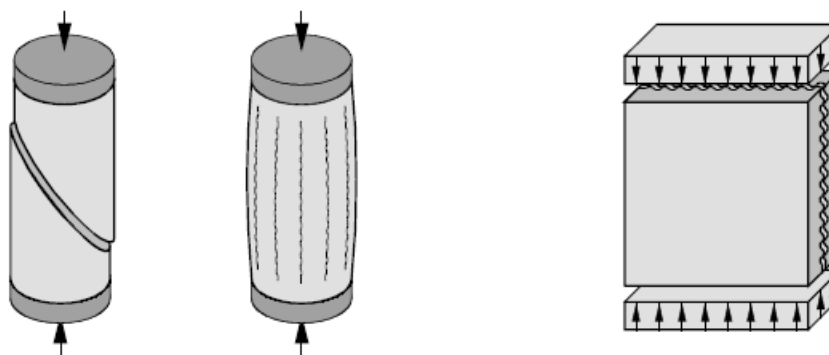
Tabela 2.1 - Resistência característica à compressão do concreto

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
$f_{ck,cilindro}$ (MPa)	20	25	30	35	40	45	50
$f_{ck,cubo}$ (MPa)	25	30	37	45	50	55	60

Fonte: adaptado de Model Code 2010 (FIB, 2013)

Ensaio de compressão uniaxial em elementos de chapa resultam em resistências à compressão da ordem de 10 a 20% menores que as dos ensaios padronizados e, segundo Kaufmann (1998), isso pode ser atribuído aos diferentes modos de ruptura observados nos testes. Enquanto rupturas laminares, isto é, fissuras paralelas à direção da compressão, são comuns em chapas, superfícies de ruína inclinadas são observadas nos corpos-de-prova cilíndricos de concreto (de resistência normal), uma vez que a laminação é contida pelas placas de aplicação do carregamento.

Figura 2.3 - Modos de ruptura em compressão uniaxial: (a) superfície inclinada de ruptura, (b) e (c) ruptura laminar



Fonte: Kaufmann (1998, p. 11)

### 2.1.3 Estado biaxial de tensões

O comportamento do concreto submetido a um estado biaxial de tensões tem sido investigado por diversos pesquisadores. Kupfer, Hubert e Hilsdorf (1969) publicaram os primeiros ensaios confiáveis sobre o comportamento estrutural do concreto submetido ao estado biaxial de tensões. Ensaio anteriores superestimavam

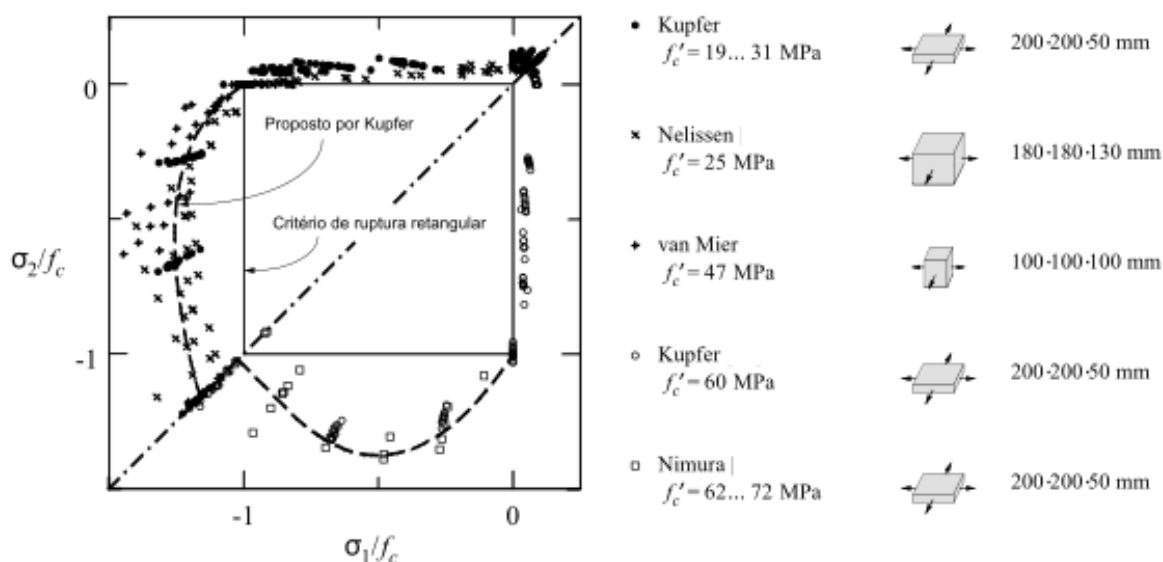


a resistência do concreto, uma vez que o aparato utilizado para o carregamento do corpo-de-prova produzia restrições de deformação no concreto (confinamento).

Kupfer, Hubert e Hilsdorf (1969) ensaiaram 228 chapas de concreto de dimensões 20cm x 20cm x 5cm sob diversas combinações de carregamento e, de modo a reduzir ao máximo o confinamento do aparato de ensaio, utilizaram placas com escovas de aço que eram suficientemente flexíveis para acompanhar as deformações do concreto. Adicionalmente, Kupfer, Hubert e Hilsdorf (1969) ensaiaram 24 chapas com placas metálicas sólidas em que se observou o aumento irreal da resistência do concreto em estado biaxial de tensões. Ensaios realizados posteriormente por outros pesquisadores, com escovas metálicas, confirmaram os resultados de Kupfer, Hubert e Hilsdorf (1969).

Kaufmann (1998) compilou diversos resultados de ensaios conforme Figura 2.4.

**Figura 2.4 - Resistência biaxial do concreto: ensaios em concreto de resistência normal (esquerda superior) e concreto de alta resistência (direita inferior)**



Fonte: adaptado de Kaufmann (1998, p. 13)

Os resultados dos ensaios mostram que a resistência à compressão do concreto aumenta em um estado biaxial de compressão. Para a razão de tensão  $\sigma_1/\sigma_2 = -1/-1$  ( $\sigma_1 \leq \sigma_2$ , compressão negativa) o aumento na resistência, em relação ao ensaio de compressão uniaxial, é da ordem de 16% (KUPFER; HUBERT;

HILSDORF, 1969) a 20% (NELISSEN, 1972). Para a razão  $\sigma_1/\sigma_2 = -1/-0,5$  o aumento foi o maior e é da ordem de 25% a 30%. A resistência à tração do concreto submetido à tração biaxial é praticamente igual à resistência à tração uniaxial. A resistência do concreto em estado biaxial compressão-tração é bem descrita por uma reta.

Dependendo da relação  $\sigma_1/\sigma_2$  das tensões aplicadas, diferentes modos de ruptura são observados. Quando o confinamento é médio a alto (aproximadamente  $0,3 \leq \sigma_2/\sigma_1 \leq 1$ ), ruptura laminar é observada. Ruptura laminar com fissuras paralelas à direção de  $\sigma_1$  ocorre com confinamento baixo ou pequena tração transversal ( $-0,05 \leq \sigma_2/\sigma_1 \leq 0,3$ ) e, por fim, para compressão-tração com altas tensões de tração ou estado biaxial de tração, ocorre modo de ruptura por separação. O modo de ruptura por uma superfície inclinada raramente ocorre quando o confinamento do corpo-de-prova dado pelo mecanismo de aplicação de forças é evitado (KAUFMANN, 1998).

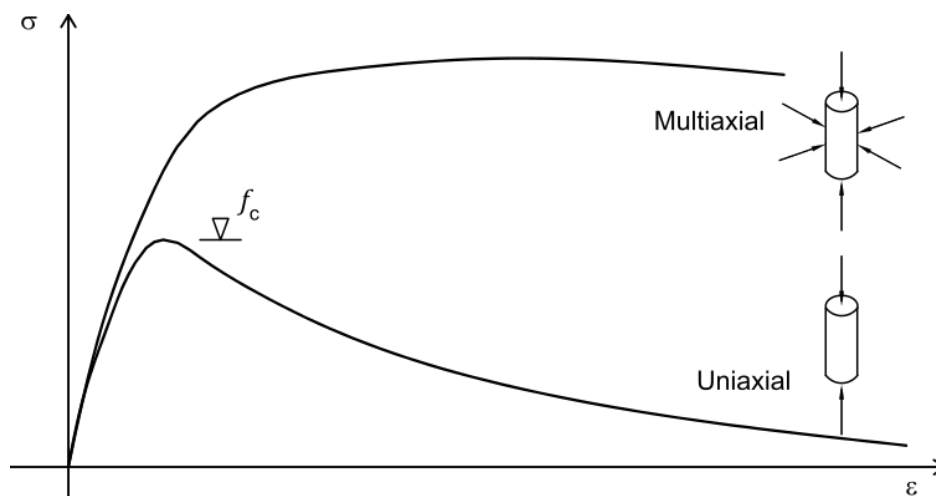
Os resultados dos ensaios mostram, também, que a ductilidade do concreto varia significativamente. A ductilidade à tração é maior sob compressão transversal (NELISSEN, 1972; CHEN, 1982). Além disso, mesmo após a ruptura por tração em elemento com compressão-tração, tensões de compressão paralelas às fissuras ainda podem ser transmitidas. Nesse caso, se a compressão for aumentada, o elemento deverá romper com tensão próxima à da resistência à compressão uniaxial.

Em um estado biaxial compressão-tração, uma pequena tensão de tração em comparação à tensão de compressão produz redução significativa na resistência do elemento de concreto. No caso de pequenas tensões de tração, a ruptura tem forma laminar e, portanto, a resistência à compressão do concreto pode ser reduzida, na presença de tração transversal, mesmo em elementos estruturais com armadura.

#### 2.1.4 Estado triaxial de tensões

Em um estado multiaxial de tensões de compressão, existe aumento da resistência do concreto que pode ser descrito pelo critério de resistência de Mohr-Coulomb. Em um ensaio triaxial com pressão lateral constante (Figura 2.5), é possível perceber que além do ganho de resistência, há uma melhoria significativa na ductilidade do concreto.

**Figura 2.5 - Relação tensão-deformação em ensaio triaxial e uniaxial de compressão de corpo-de-prova de concreto**



Fonte: adaptado de Muttoni; Schwartz; Thurlimann (1997, p. 85)

Segundo Kaufmann (1998), resultados de ensaios (com  $\sigma_1 = \sigma_2$ ) indicam que para compressões laterais moderadas, em torno de  $-\sigma_1 \leq 2 \cdot f_c$ , a resistência triaxial  $f_{c3}$  aumenta aproximadamente 4 vezes em relação à tensão lateral aplicada, ou seja,

$$f_{c3} = f_c - 4 \cdot \sigma_1 \quad (2.1)$$

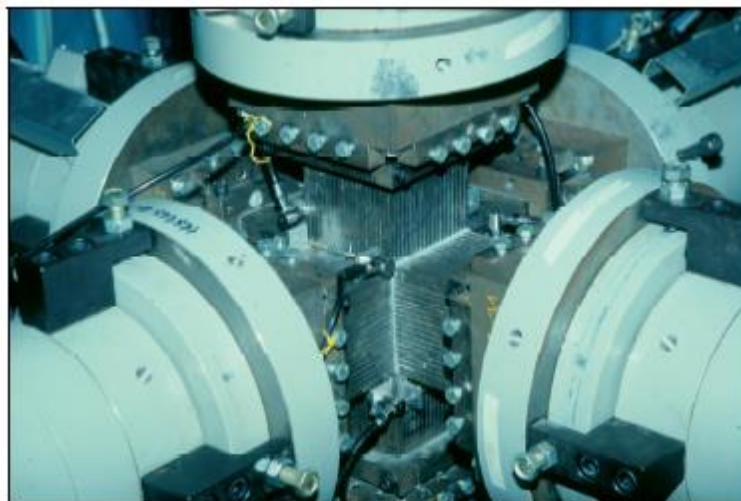
A equação (2.1) é a prescrita pela NBR 6118 (2014).

Ensaio multiaxiais mais recentes, realizados na Alemanha (Figura 2.6), mostram que é possível a utilização de um único critério de resistência para os vários tipos de concreto ensaiados (resistência normal, alta resistência, leve etc.), pois os mesmos mecanismos de fratura podem ser observados, apenas a intensidade e, portanto, o nível de aplicação das forças difere.

A ruptura observada nos ensaios é governada por expansão do concreto associada a uma fissura. Essa expansão pode ocorrer por força externa de tração na direção da deformação ou por uma força externa de compressão transversal a essa expansão (FIB, 2013b). Diferenças importantes no modo de ruptura são observadas dependendo do estado de tensões em que o corpo-de-prova é submetido. A maioria dos ensaios realizados encontra-se nos planos meridianos, em que duas tensões principais são iguais.

No meridiano de compressão, as duas tensões iguais são maiores que a terceira ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ), enquanto no meridiano de tração elas são menores ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ), conforme Figura 2.7.

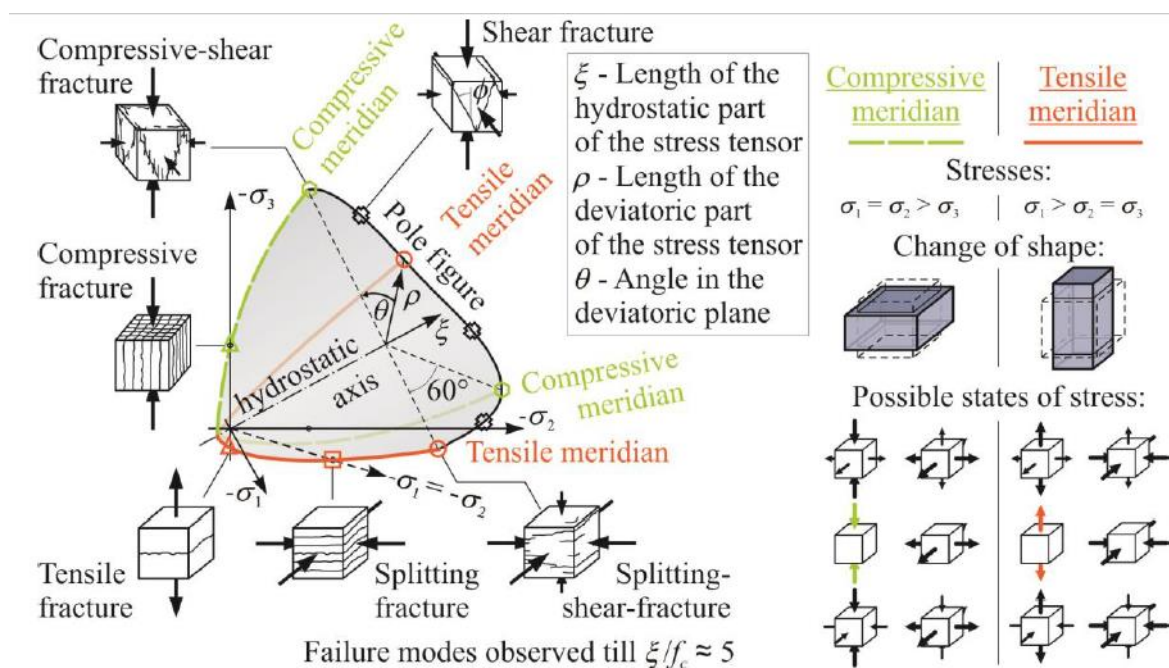
Figura 2.6 - Máquina de ensaio multiaxial (Institute of Concrete Structures – TU Dresden)



Fonte: Speck (2008, p. 57)

No estado de tensões no meridiano de compressão, a forma do corpo-de-prova muda com expansão em duas direções, no entanto, isso ocorre em apenas uma direção no meridiano de tração (FIB, 2013b).

Figura 2.7 - Diferentes mecanismos de fratura dependentes do estado de tensões, como mostrado na curva de fratura no intervalo  $\sigma_2 > \sigma_1$  e definição dos meridianos



Fonte: FIB Bulletin 70 (FIB, 2013b, p. 21)

Independentemente do tipo de concreto, mas dependente do estado de tensões, os seguintes modos de fratura podem ser observados (FIB, 2013b):

- a) fratura de compressão: quando o corpo-de-prova rompe de maneira laminar formando pequenos pilares paralelos à maior tensão de compressão;
- b) fratura laminar: quando o corpo-de-prova rompe de maneira laminar formando pedaços perpendiculares à menor tensão de compressão. Em caso especial de fratura por tração, apenas uma fissura principal se forma perpendicular à maior tensão de tração;
- c) fratura de cisalhamento (com superfícies de fratura inclinadas): em que apenas algumas poucas fissuras se formam, com direção aproximadamente paralela à tensão média principal e inclinação em relação à menor tensão de 20° a 30°;
- d) fratura por esmagamento: em que os poros rompem, a estrutura interna do concreto é destruída e várias fissuras sem orientação específica se formam. A estrutura interna é reorganizada devido à alta tensão de compressão.

#### 2.1.4 Resistência do concreto sob estado multiaxial de tensões (Model Code 2010)

O Model Code 2010 (FIB, 2013a) indica um critério de ruptura de quatro parâmetros e que tem boa concordância com os ensaios experimentais. O critério foi levemente adaptado do critério de ruptura de Ottosen (1997).

O valor característico da resistência sob estado multiaxial de tensões pode ser estimado pelo critério:

$$\alpha \frac{J_2}{f_{ck}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{ck}} + \beta \frac{I_1}{f_{ck}} - 1 \leq 0 \quad (2.2)$$

em que,

$$\lambda = c_1 \cdot \cos \left[ \frac{1}{3} \cdot \arccos(c_2 \cdot \cos 3\theta) \right]$$

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_2^{3/2}}$$

Os parâmetros  $J_2, J_3$  representam os invariantes do tensor antiesférico de tensões e  $I_1$  o primeiro invariante do tensor de tensões:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$J_2 = \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

$$J_3 = (\sigma_1 - \sigma_m)(\sigma_2 - \sigma_m)(\sigma_3 - \sigma_m)$$

$$\sigma_m = \frac{I_1}{3}$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  são as tensões principais.

Esses invariantes são caracterizados pelo estado de tensões considerado.

Os coeficientes  $\alpha, \beta, c_1$  e  $c_2$  são parâmetros do material que dependem da resistência à compressão uniaxial, da resistência à tração uniaxial e outros parâmetros que devem ser calculados como:

$$k = \frac{f_{ctk,inf}}{f_{ck}}$$

$$f_{2c} = \frac{f_{c2ck}}{f_{ck}}$$

$$x = \frac{\sigma_{com}}{f_{ck}}$$

$$y = \frac{\tau_{com}}{f_{ck}}$$

$$h = -\frac{\sqrt{2} \cdot x + y}{\frac{y}{\sqrt{2}} - \frac{1}{3}}$$

$$\alpha = \frac{h \cdot \beta - \sqrt{2}}{y}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{2} - \frac{3y}{k \cdot f_{2c}}}{h - \frac{9y}{f_{2c} - k}}$$

$$\lambda_c = \lambda(\theta = 60^\circ) = \left(1 - \frac{h}{3y}\right) \sqrt{3} \cdot \beta + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot y}$$

$$\lambda_t = \lambda(\theta = 0^\circ) = \left(2\sqrt{3} - \frac{f_{2c} \cdot h}{\sqrt{3} \cdot y}\right) \beta + \frac{\sqrt{3}}{f_{2c}} + \frac{\sqrt{2} \cdot f_{2c}}{\sqrt{3} \cdot y}$$

$$c_1 = \begin{cases} [2 \cdot \cos\theta - 1]\lambda_t + 4 \cdot [1 - \cos\theta]\lambda_c, & \frac{\lambda_c}{\lambda_t} < \frac{1}{2} \\ \frac{\lambda_c}{\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3}\arccos(c_2)\right)}, & \frac{\lambda_c}{\lambda_t} \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$c_2 = \begin{cases} 1, & \frac{\lambda_c}{\lambda_t} < \frac{1}{2} \\ \cos\left\{3 \cdot \arctg\left[\frac{\left(2\frac{\lambda_c}{\lambda_t} - 1\right)}{\sqrt{3}}\right]\right\}, & \frac{\lambda_c}{\lambda_t} \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$f_{c2ck} = \left(1,2 - \frac{f_{ck}}{1000}\right) f_{ck}$$

$$\tau_{com} = \left[185 - 180 \frac{f_{ck}}{100} + 260 \left(\frac{f_{ck}}{100}\right)^2 - 84 \left(\frac{f_{ck}}{100}\right)^3\right]$$

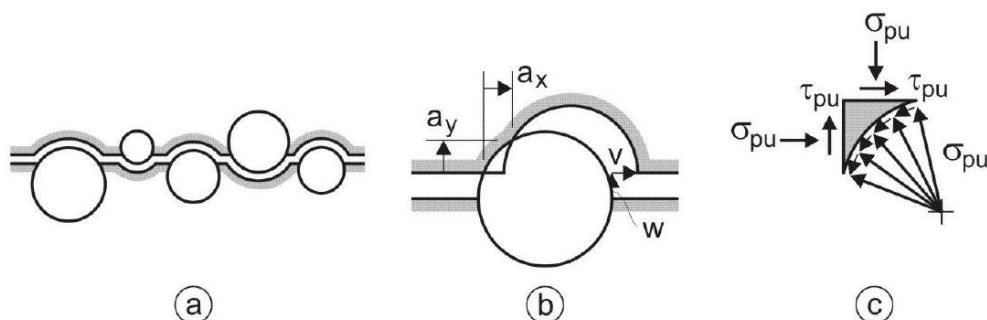
$$\sigma_{com} = -240 \text{ MPa}$$

$f_{ck}$  em Mpa.

### 2.1.5 Engrenamento dos agregados

O engrenamento dos agregados permite ao concreto transmitir forças (ou tensões) pelas fissuras. Em geral, quando uma fissura ocorre, ela atravessa a matriz de cimento e contorna os agregados, conforme Figura 2.8(a). O deslizamento em direção oposta às faces da fissura gera o contato entre o agregado e a matriz de cimento, que esmaga localmente por conta das elevadas tensões que surgem formando uma área de contato (Figura 2.8(b)). Nessa região, tensões normais ( $\sigma_{pu}$ ) e de cisalhamento ( $\tau_{pu}$ ) são desenvolvidas (Walraven, 1981). Ver Figura 2.8(c).

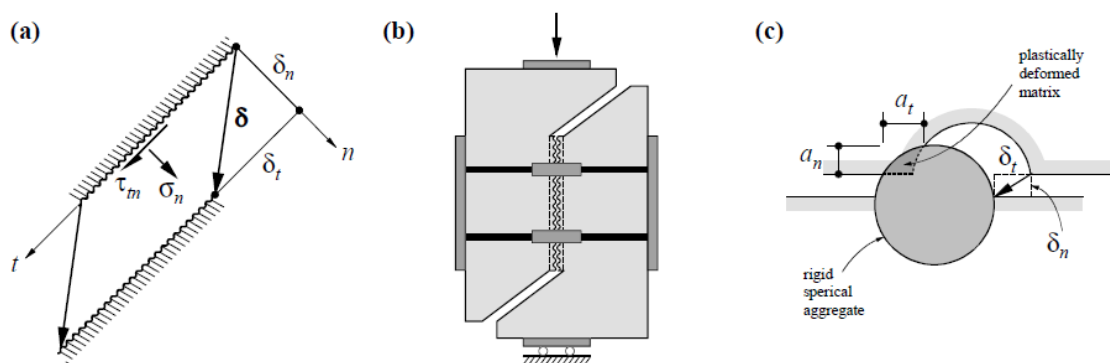
**Figura 2.8 - Representação esquemática da transmissão de forças através de fissuras. (a) representação simplificada da irregularidade da fissura, (b) Formação da área de contato no nível do agregado devido ao deslizamento e (c) tensões na área de contato do agregado**



Fonte: FIB Bulletin 70 (FIB, 2013b, p. 49)

Trabalhos teóricos e experimentais foram desenvolvidos de modo a estabelecer relações entre os deslocamentos da fissura ( $\delta_n$  e  $\delta_t$ ) e as tensões ( $\sigma_n$  e  $\tau_{tn}$ ) de engrenamento dos agregados (Figura 2.9).

**Figura 2.9 - Engrenamento dos agregados. (a) Tensões e deslocamentos convencionais; (b) ensaio de junta; (c) interação matriz-agregado segundo o modelo de Walraven (1981)**



Fonte: Kaufmann (1998, p. 16)

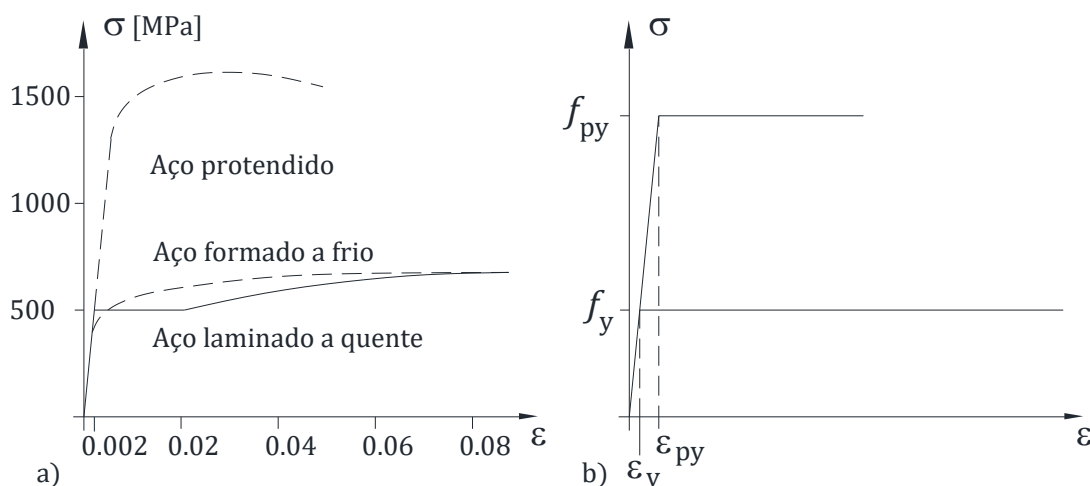
Inicialmente, ensaios foram elaborados de modo a definir a resistência de juntas de ligação em estruturas pré-moldadas, que deram origem à teoria de cisalhamento-atrito. Experimentos mais recentes foram desenvolvidos de modo a estabelecer relações constitutivas para o comportamento das fissuras. Essas relações são importantes para a análise bidimensional de elementos de concreto, mas não são tão importantes em blocos de fundações e, por isso, não serão detalhadas aqui.



## 2.2 AÇO PARA ARMADURA

A relação tensão-deformação dos aços usuais é mostrada na Figura 2.10.

**Figura 2.10 - Relação tensão – deformação do aço: (a) real e (b) convencional**



Fonte: Muttoni; Schwartz; Thurlimann (1997, p. 81)

O diagrama tensão deformação do aço (Figura 2.10(a)) mostra que as deformações plásticas são muito elevadas se comparadas com a deformação de escoamento  $\epsilon_y$  e, por isso, a teoria da plasticidade pode ser empregada em elementos de concreto estrutural. O diagrama elastoplástico perfeito mostrado na Figura 2.10(b) pode ser utilizado.

## 2.3 INTERAÇÃO ENTRE AÇO E CONCRETO

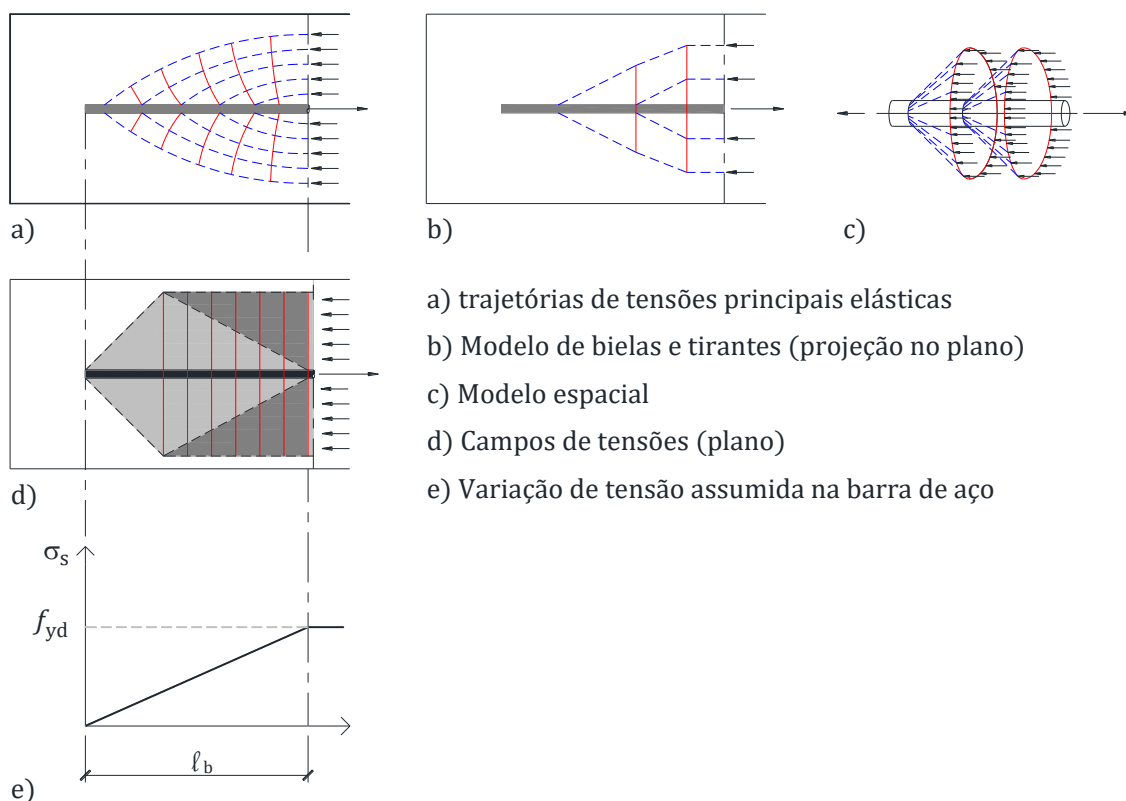
### 2.3.1 Aderência

A aderência é a ação das forças de ligação entre aço e concreto que se opõem ao deslizamento da armadura. Se deslocamentos relativos entre concreto e armadura ocorrem, tensões de aderência são desenvolvidas no contato aço-concreto.

O mecanismo principal de transferência de forças entre barras lisas e o concreto é a adesão entre os materiais. No caso de barra de alta aderência (barras corrugadas), a aderência é primariamente mecânica e dependente das saliências na armadura.

A distribuição de tensões nas regiões de ancoragem e transpasse por aderência é complexa, mas pode ser simplificada por um campo de tensões axissimétrico conforme mostrado na Figura 2.11. Nesse caso, é possível perceber que o desvio das forças de compressão diagonais (*bursting force*) é garantido por um campo de tensões de tração em forma de anel (Santos, 2021).

**Figura 2.11 - Mecanismo simplificado de ancoragem de barras de aço**



Fonte: adaptado de Santos (2021, p. 52)

Os parâmetros mais importantes na determinação da resistência por aderência são:

- comprimento de ancoragem;
- resistência à tração do concreto;
- espaçamento entre barras e cobrimento mínimo, que permitem o desenvolvimento do anel de tração;
- conformação superficial da barra;
- confinamento transversal (a tração transversal tem efeito negativo);
- armadura transversal (costura) ou em espiral (confinamento passivo).

A tensão de aderência é, convencionalmente, descrita como a variação de força ao longo da barra dividida pela área da superfície da barra em que essa variação ocorre (CAIRNS, 2015), e pode ser descrita pela equação:

$$f_b = \frac{\Delta\sigma_s \cdot A_s}{\pi \cdot \varnothing \cdot l_b} \quad (2.3)$$

em que,

$f_b$  é a tensão média de aderência ao longo de  $l_b$ ;

$\Delta\sigma_s$  é a variação de tensão na barra ao longo de  $l_b$ ;

$A_s$  é a área da seção transversal da barra;

$\varnothing$  é o diâmetro da barra;

$l_b$  é o comprimento de aderência (ou ancoragem) onde  $\Delta\sigma_s$  ocorre.

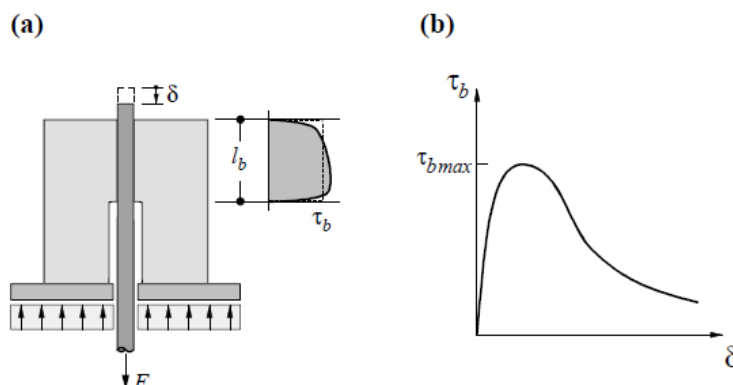
A avaliação da resistência por aderência é complexa e, embora haja, em geral, um consenso sobre os parâmetros que influenciam a resistência por aderência, a quantificação dos efeitos de cada parâmetro varia bastante (FIB, 2014).

Na simplificação expressa pela Eq.(2.3), o mecanismo complexo de transferência de forças entre barra de aço e concreto é substituído por uma tensão uniforme de cisalhamento distribuída em toda a superfície da barra.

A relação entre a tensão de cisalhamento de aderência e o deslizamento da armadura, normalmente, é obtida por meio de um ensaio de arrancamento (Figura 2.12(a)). A tensão de cisalhamento média é obtida dividindo a força na barra ( $F$ ) pela área da superfície de contato, conforme:

$$\tau_b = \frac{F}{\pi \cdot \varnothing \cdot l_b} \quad (2.4)$$

**Figura 2.12 - Interação aço-concreto na ancoragem de barras: (a) ensaio de arrancamento; (b) relação entre tensão de aderência e deslizamento**



Fonte: Kaufmann (1998, p. 21)

A maioria dos ensaios de arrancamento para determinação dos modelos de tensão de aderência versus deslizamento é realizada em comprimentos curtos, tipicamente 5 vezes o diâmetro da barra.

A resistência de aderência pode ser aumentada por características complementares que contribuem com a transferência de forças entre aço e concreto. Essas características incluem, por exemplo, barras transversais soldadas e não soldadas, ganchos ou laços no fim da barra e placa de ancoragem. A avaliação da contribuição de cada mecanismo complementar é muito complexa, uma vez que existem diferenças significativas no comportamento aderência-escorregamento de cada um deles. Além disso, a resistência combinada depende bastante da interação entre o mecanismo complementar e o trecho reto da barra (SANTOS, 2021).

### 2.3.2 Resistência de aderência e comprimento de ancoragem (ABNT, 2014)

A resistência de aderência (item 9.3.2.1 da NBR 6118 – ABNT, 2104) é obtida por:

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} \quad (2.5)$$

em que,

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c;$$

$\eta_1 = 1,0$  para barras lisas;

$\eta_1 = 1,4$  para barras entalhadas;

$\eta_1 = 2,25$  para barras nervuradas;

$\eta_2 = 1,0$  para situações de boa aderência;

$\eta_2 = 0,7$  para situações de má aderência;

$\eta_3 = 1,0$  para  $\varnothing < 32 \text{ mm}$ ;

$\eta_3 = \frac{132-\varnothing}{100}$ , para  $\varnothing \geq 32 \text{ mm}$ ;

$\varnothing$  é o diâmetro da barra, em milímetros.

O valor de  $f_{ctk,inf}$  pode ser avaliado pela expressão:

$$f_{ctk,inf} = 0,7f_{ct,m} \quad (2.6)$$

em que,

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}, f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (2.7)$$

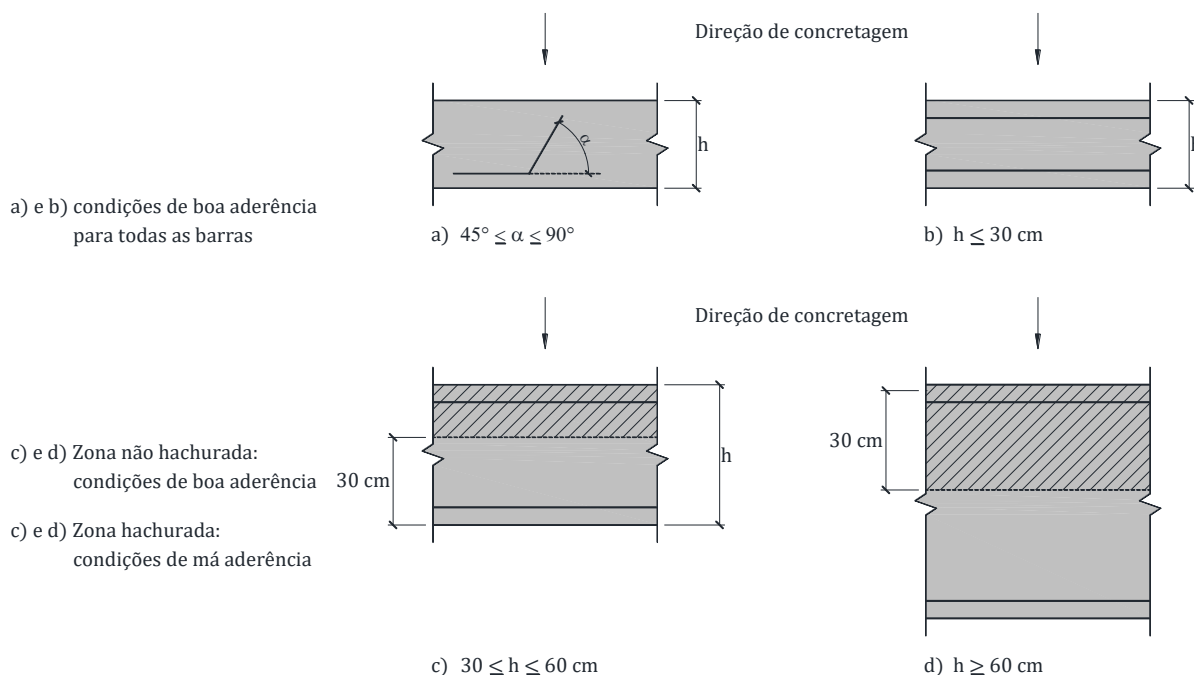
$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}), 50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$$

Sendo  $f_{ck}$  e  $f_{ct,m}$  em MPa.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) considera em seu item 9.3.1, as seguintes situações de boa aderência (Figura 2.13):

- a) todas as barras com inclinação maior que  $45^\circ$  em relação ao eixo horizontal;
- b) todas as barras com inclinação em relação a horizontal menor que  $45^\circ$ , desde que estejam até 30 cm do fundo do elemento concretado ou no mínimo a 30 cm do topo.

**Figura 2.13 - Descrições das condições de aderência segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)**



Fonte: adaptado de EC2 (CEN, 2004, p. 134)

Os valores de resistência de aderência para barras de alta aderência são mostrados na Tabela 2.2.

**Tabela 2.2 - Resistência de aderência para barras de alta aderência segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) para diversas resistências de concreto. Assumindo  $\gamma_c = 1,4$  (unidades em MPa)**

	$f_{ck}$	25	30	35	40	45	50
<b>Condição de aderência</b>	$f_{ct,m}$	2,56	2,90	3,21	3,51	3,80	4,07
	$f_{ctd}$	1,28	1,45	1,60	1,75	1,90	2,04
<b>boa</b>	$f_{bd}$	2,89	3,26	3,61	3,95	4,27	4,58
<b>má</b>	$f_{bd}$	2,02	2,28	2,53	2,76	2,99	3,21

Fonte: o autor

O comprimento de ancoragem básico ( $l_b$ ) é definido como o comprimento mínimo necessário para ancorar uma barra reta imersa no concreto de forma que essa possa desenvolver a tensão de escoamento e é calculado pela equação:

$$l_b = \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}} \quad (2.8)$$

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece o valor mínimo de  $25\phi$  para o comprimento de ancoragem básico. Os comprimentos de ancoragem básicos em função do diâmetro da barra são mostrados na Tabela 2.3.

**Tabela 2.3 - Razão entre comprimento de ancoragem básico e diâmetro da barra ( $l_b/\phi$ ) dependente da resistência à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e da condição de aderência.**

Valores para barras de alta aderência						
$f_{ck}$ (MPa)	25	30	35	40	45	50
Boa aderência	38	34	30	28	26	25
Má aderência	54	48	43	39	36	34

Fonte: o autor

O comprimento de ancoragem necessário é obtido por:

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,mín} \quad (2.9)$$

em que:

$\alpha = 1,0$  para barras sem gancho;

$\alpha = 0,7$  para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho  $\geq 3\phi$

$\alpha = 0,7$  quando houver barras transversais soldadas conforme item 9.4.2.2 da ABNT NBR 6118 (2014);

$\alpha = 0,5$  quando houver barras transversais soldadas e gancho de acordo com as condições anteriores;

$A_{s,calc}$  é a armadura calculada ou necessária;

$A_{s,ef}$  é a armadura efetivamente existente;

$l_b$  é obtido pela equação (2.8);

$l_{b,mín}$  é o comprimento de ancoragem mínimo que segundo a ABNT NBR 6118 (2014) é:

$$l_{b,mín} = \text{máx}(0,3l_b; 10\phi; 100 \text{ mm}) \quad (2.10)$$

O fator de aderência por atrito (efeito benéfico da compressão transversal) não é explicitamente considerado na NBR 6118 (ABNT, 2014). Esse efeito ocorre, por exemplo, na ancoragem de armaduras sobre as estacas.



### 3 ANÁLISE-LIMITE APLICADA AO CONCRETO ESTRUTURAL

#### 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Análises-limite são utilizadas para determinar os carregamentos-limite de sistemas elastoplásticos perfeitos. A análise-limite permite o pré-dimensionamento, o dimensionamento e a verificação da segurança estrutural de sistemas (estruturas) compostos de materiais ou elementos com comportamento elastoplástico.

Nessa abordagem são assumidas a teoria de primeira ordem, ou seja, as deformações, rotações e deslocamentos são pequenos e a ductilidade do material é infinita, ou seja, as deformações plásticas são ilimitadas. No entanto, em estruturas reais, a verificação da capacidade de deformação plástica pode ser necessária por meio de uma análise elastoplástica mais realista.

A seguir, serão discutidos os teoremas cinemático e estático da teoria da plasticidade, mas não será fornecida prova; para mais detalhes, ver Nielsen e Hoang (2011), Marti (2013).

#### 3.2 ANÁLISE-LIMITE

##### 3.2.1 Teoremas da análise-limite

Os teoremas básicos são:

- a) Teorema cinemático: um carregamento  $Q_S$ , que está em equilíbrio com um campo de deslocamentos cinematicamente admissíveis, formando um mecanismo, é igual ou superior ao carregamento-limite  $Q_R$  que leva o sólido ou a estrutura ao colapso.
- b) Teorema estático: um carregamento  $Q_S$ , que gera um campo de tensões estaticamente e plasticamente admissíveis, é igual ou inferior ao carregamento-limite  $Q_R$ .
- c) Teorema da unicidade: um carregamento  $Q_S$ , que produz uma solução completa, ou seja, que produz campo de tensões estaticamente e plasticamente admissíveis, além de um campo de deslocamentos cinematicamente admissíveis, é igual ao carregamento-limite  $Q_R$ .

Um campo de tensões estaticamente admissíveis é aquele que satisfaz as condições de equilíbrio. Um campo de deslocamentos cinematicamente admissíveis é aquele que satisfaz as relações deslocamentos-deformações e condições de contorno cinemáticas. Um campo de tensões plasticamente admissíveis satisfaz os critérios de resistência dos materiais.

Em geral, estabelecer uma solução completa é muito difícil. Os modelos de bielas e tirantes e campos de tensões se baseiam no teorema estático da teoria da plasticidade.

### 3.3 APLICAÇÕES EM CONCRETO ESTRUTURAL

#### 3.3.1 Armadura e ancoragem

A análise-limite aplicada a elementos de concreto assume que as armaduras são tipicamente elastoplásticas perfeitas que resistem apenas a tensões axiais. Além disso, a aderência entre a armadura e o concreto é assumida rígido-plástica, ou seja, é assumido que não existem deslocamentos relativos entre aço e concreto antes do escoamento da armadura. A hipótese de plasticidade perfeita para o aço é uma boa simplificação; no entanto, em relação à aderência, essa hipótese é muito simplificada e válida para análises que desprezam a resistência à tração do concreto (exceto na região de ancoragem), caso de modelos de bielas e tirantes e campos de tensões.

A armadura é assumida como um tirante fino e perfeitamente ancorado e que apenas solicitações normais são possíveis. Em um elemento real, as armaduras podem transmitir tensões de cisalhamento consideráveis por efeito de pino (*dowel action*), além de existirem tensões de tração entre fissuras do concreto (*tension stiffening*), indicando transferência de forças entre concreto e aço não só nas regiões de ancoragem. No entanto, esses efeitos normalmente não influenciam na resistência do elemento e desprezá-los é uma consideração válida e que simplifica muito a análise.

#### 3.3.2 Resistência efetiva do concreto à compressão

Os resultados de ensaios de resistência do concreto se ajustam bem ao critério de ruptura de Coulomb modificado, o que torna discutível a idealização do concreto

como material elastoplástico perfeito, uma vez que o concreto mostra um comportamento frágil e de amolecimento. A princípio, em um material com essas características não se poderia aplicar a análise-limite. No entanto, se a limitada ductilidade do concreto é considerada por um redutor apropriadamente escolhido, a teoria da plasticidade pode, em geral, ser aplicada ao concreto.

A resistência efetiva à compressão do concreto é definida por:

$$f_{c,ef} = v \cdot f_c \quad (3.1)$$

em que:

$v \leq 1$  é chamado de fator de efetividade da resistência à compressão;

$f_c$  é a resistência à compressão uniaxial.

A redução da resistência à compressão do concreto em elementos estruturais tem dois grandes causadores: fissuras e amolecimento do concreto.

Na literatura existem diversas propostas de equacionamento para a determinação da resistência efetiva à compressão que, baseadas em ensaios de diversos elementos submetidos a diferentes tipos de esforços, permitem assumir o concreto como um material idealmente elastoplástico (SANTOS, 2021).

O fator de efetividade é influenciado por diversos fatores, como:

- a) fragilidade do concreto: o concreto não é um material elastoplástico perfeito (conforme assumido ao utilizar análise-limite) e apresenta amolecimento após o pico de resistência;
- b) deformação transversal ao campo de tensões: em membros cuja deformação transversal é devida à tração (alongamento), esse fator reduz a resistência do material, conforme reconhecido por Collins e Vecchio (1986). No caso de confinamento, com deformação transversal devida à compressão (encurtamento), a resistência aumenta;
- c) endurecimento progressivo do concreto: aumento da resistência à compressão devido à hidratação contínua do cimento;
- d) dano interno progressivo por ação de carga mantida; redução da resistência do concreto por formação de microfissuras devido a altas tensões de compressão aplicadas e mantidas ao longo do tempo;

- e) diferenças entre o corpo-de-prova e a estrutura real: diferenças em concretagem, processo de cura e de forma entre o corpo-de-prova e o elemento estrutural;
- f) confinamento produzido pelo concreto simples: fator importante em elementos tridimensionais e que será discutido no item 3.3.6.

Outros fatores também influenciam na resistência do concreto, como, por exemplo, efeitos relacionados à temperatura, carregamento cíclico (fadiga), entre outros.

### **3.3.3 Modelos de bielas e tirantes e campos de tensões**

Por modelo de bielas e tirantes, entende-se uma idealização estrutural na qual a estrutura real é representada por uma treliça equivalente onde se calculam, dadas as ações, os esforços axiais em cada elemento.

Em modelos de bielas e tirantes, as bielas representam os campos de tensões de compressão, e os campos de tensões de tração são representados por uma ou mais camadas de armadura, e os nós são os volumes de concreto em que as forças que agem nas bielas e nos tirantes se encontram e se equilibram.

Os modelos de bielas e tirantes são utilizados há mais de um século, com a treliça clássica de Ritter (1899) e Mörsch (1908). Esse método foi expandido na Universidade de Stuttgart, principalmente por Leonhardt e seus colegas e, depois, foi generalizado por Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987).

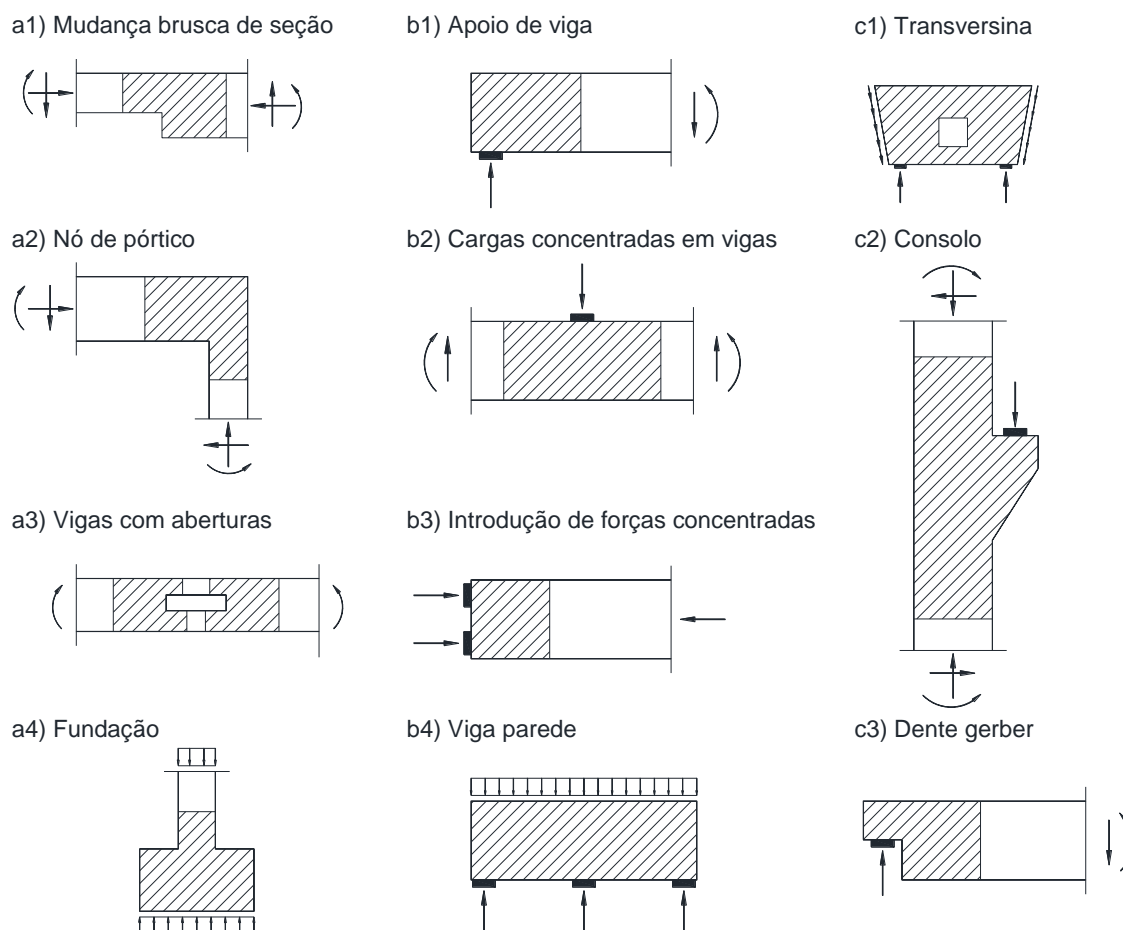
Outros pesquisadores e escolas também estudavam de forma independente o método da treliça (MARTI, 1985a, b) ou o método de campos de tensões descontínuos (MUTTONI; SCHWARTZ; THURLIMANN, 1997). Foi a escola de concreto de Zurique, comandada por Bruno Thürlimann, que desenvolveu a base científica para os modelos de bielas e tirantes e campos de tensões (ver Müller, 1978 e MARTI, 1980).

Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987) separaram a estrutura em regiões de continuidade (regiões B) e regiões de descontinuidade (regiões D).

As regiões B são aquelas em que a hipótese de Bernoulli-Euler de deformação específica distribuída linearmente ao longo da seção transversal é válida. Essas regiões são dimensionadas ou verificadas pelo equilíbrio da seção transversal, ou seja, os esforços internos podem ser determinados por meio de métodos seccionais já consagrados.

As regiões D são aquelas em que as deformações específicas têm distribuição fortemente não linear na seção transversal, e os métodos seccionais não são mais aplicáveis. Exemplos de regiões D dentro de uma estrutura são mostrados na Figura 3.1.

**Figura 3.1 - Exemplos de regiões D: a) geométricas; b) estáticas e c) geométricas e estáticas**



Fonte: adaptado de Schlaich; Schäfer, 2001, p. 343

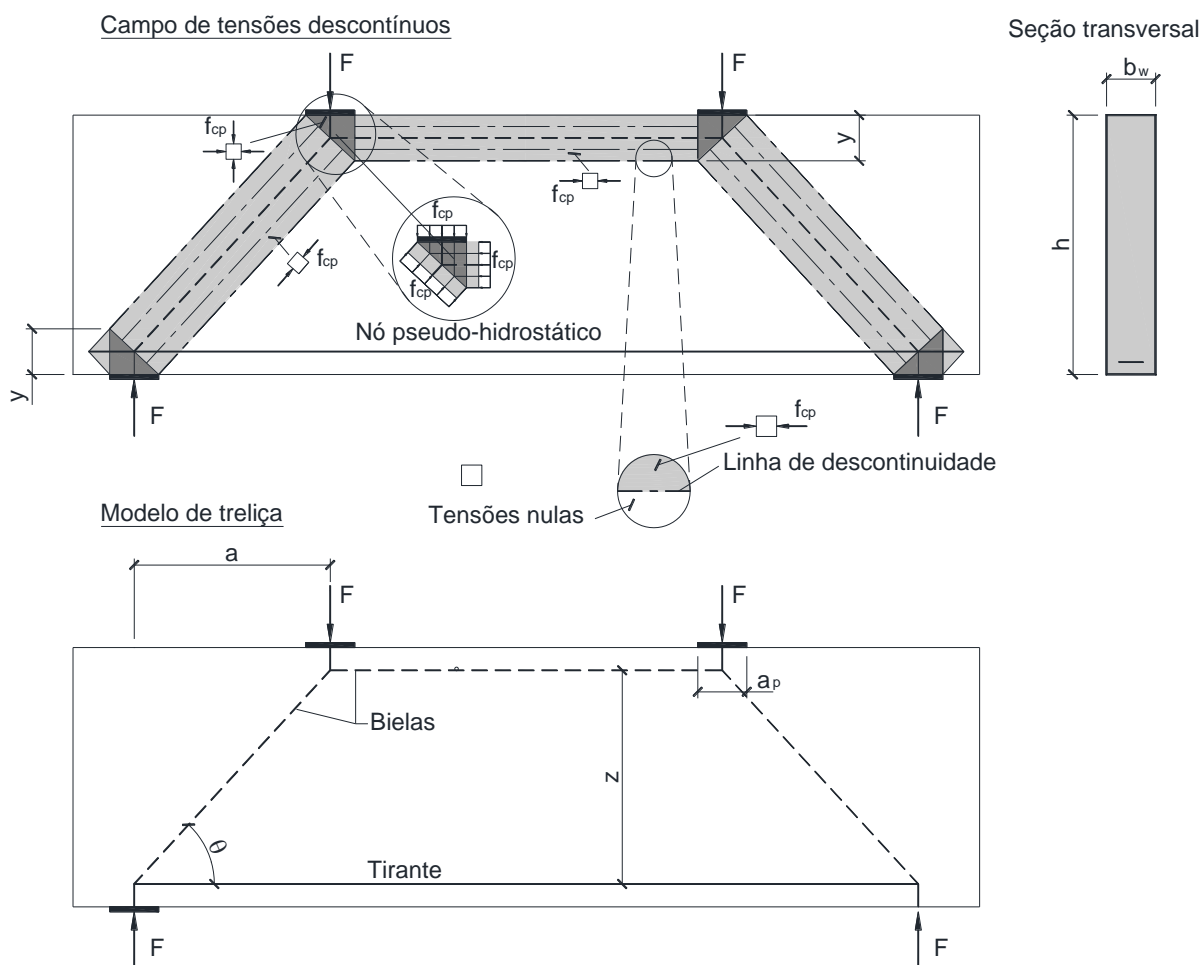
A separação das regiões dentro da estrutura chamou a atenção da comunidade técnica que não tinha um método racional para o dimensionamento e detalhamento das regiões especiais (regiões D).

Os conceitos básicos de campos de tensões descontínuos podem ser explicados com exemplos simples (Figura 3.2 e Figura 3.3).

A Figura 3.2 mostra uma viga medianamente esbelta de seção retangular de largura  $b$  e altura  $h$  com carga próxima ao apoio. Nesse exemplo, um possível equilíbrio é admitir que as forças  $F$  são desviadas em direção aos apoios, por uma força de compressão no banzo superior e desviadas novamente, de modo a obter o

equilíbrio com a reação vertical por um tirante horizontal inferior. O braço de alavanca entre as forças horizontais depende do campo de tensões escolhido, mas deve ser plasticamente admissível, ou seja, a tensão no banzo superior e nos nós não pode ultrapassar a resistência efetiva do concreto. Além disso, deve-se dispor de armadura suficiente para resistir aos esforços do tirante (banzo inferior).

**Figura 3.2 - Campos de tensões descontínuos e modelo de bielas e tirantes resultantes aplicados a viga medianamente esbelta**



Fonte: adaptado de Santos (2021, p. 25)

Assumindo que bielas e nós têm a mesma resistência efetiva ( $f_{cp}$ ), e que a tensão aplicada pelas placas metálicas superior e inferior (nos pontos de aplicação das forças) é a limite, temos:

$$F \cdot \cot g \theta = b \cdot y \cdot f_{cp} \quad (3.2)$$

$$\cot g \theta = a / (h - y)$$

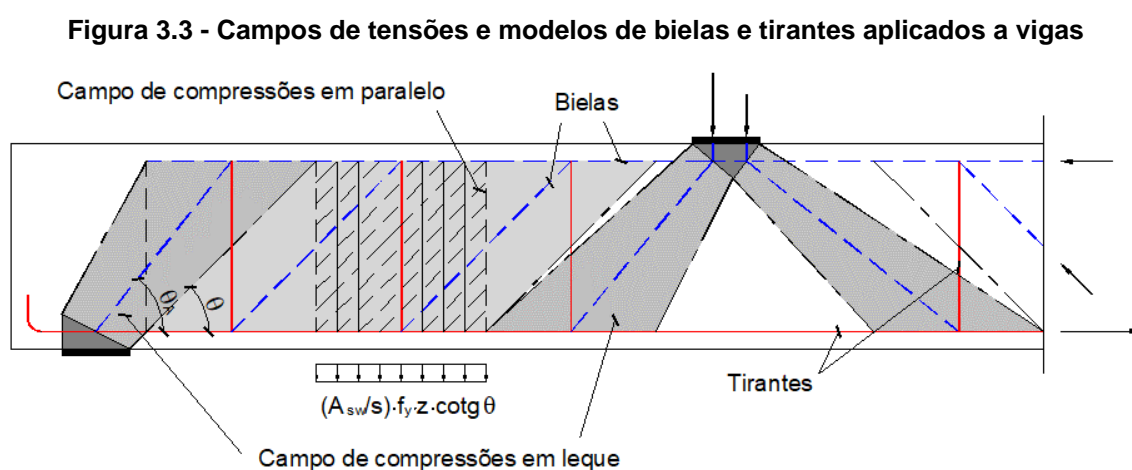
O valor de  $y$  pode ser determinado iterativamente, mas, nesse caso, a raiz válida resultante da equação de 2º grau é:

$$y = \frac{h - \sqrt{h^2 - 4 \cdot a_p \cdot a}}{2} \quad (3.3)$$

em que  $a_p$  é a largura das placas de apoio e de aplicação das cargas.

Os campos de tensões mostrados na Figura 3.2 são chamados descontínuos, pois há descontinuidade de tensões na interface da biela. Nesse exemplo, tem-se campos de compressão em paralelo (ou seja, com bordas paralelas), campo de tração (representado pela armadura) e zonas nodais que são regiões submetidas a tensões biaxiais. Para mais detalhes, ver Santos (2021).

A Figura 3.3 mostra um exemplo de campos de tensões descontínuos em vigas usuais. Os campos de compressão são resistidos pelo concreto e têm formato em leque (nas regiões D) ou em paralelo (nas regiões B), regiões nodais e campos de trações representados pela armadura. Os campos de tensões (assim como os modelos de bielas e tirantes) representam uma solução de equilíbrio para a distribuição dos esforços internos e que respeita os critérios de resistência de cada elemento (armadura, bielas e nós). É importante ressaltar que os campos de tensões descontínuos poderiam ser formados apenas por bielas em leque, mas é conveniente utilizar bielas em paralelo sempre que possível.

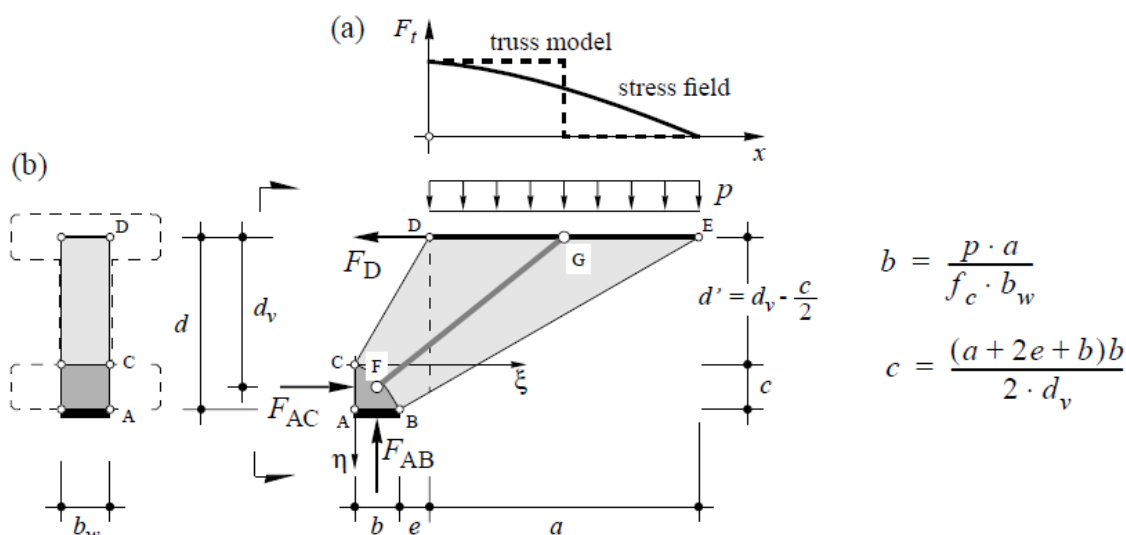


Fonte: o autor

No exemplo da viga (Figura 3.3), as forças nos banzos variam linearmente ao longo de um campo de compressões em paralelo e hiperbolicamente ou

parabolicamente (dependendo do nível de detalhamento dos nós) ao longo de um campo de compressões em leque (Figura 3.4).

**Figura 3.4 - Campo de compressões em leque em consolo com carregamento uniforme: (a) variação das tensões de tração no banzo superior e (b) campos de tensões e modelo de treliça equivalente**



Fonte: Sigrist; Alvarez; Kaufmann (1995, p. 11)

### 3.3.4 Nós

Os nós são fundamentais na verificação da segurança de uma estrutura. Detalhamentos ou verificações inadequados podem reduzir drasticamente a capacidade resistente de um elemento ou estrutura.

Em geral, normas e códigos definem tensões resistentes para nós em estado plano de tensões e problemas tridimensionais costumam ser resolvidos por combinação de modelos planos.

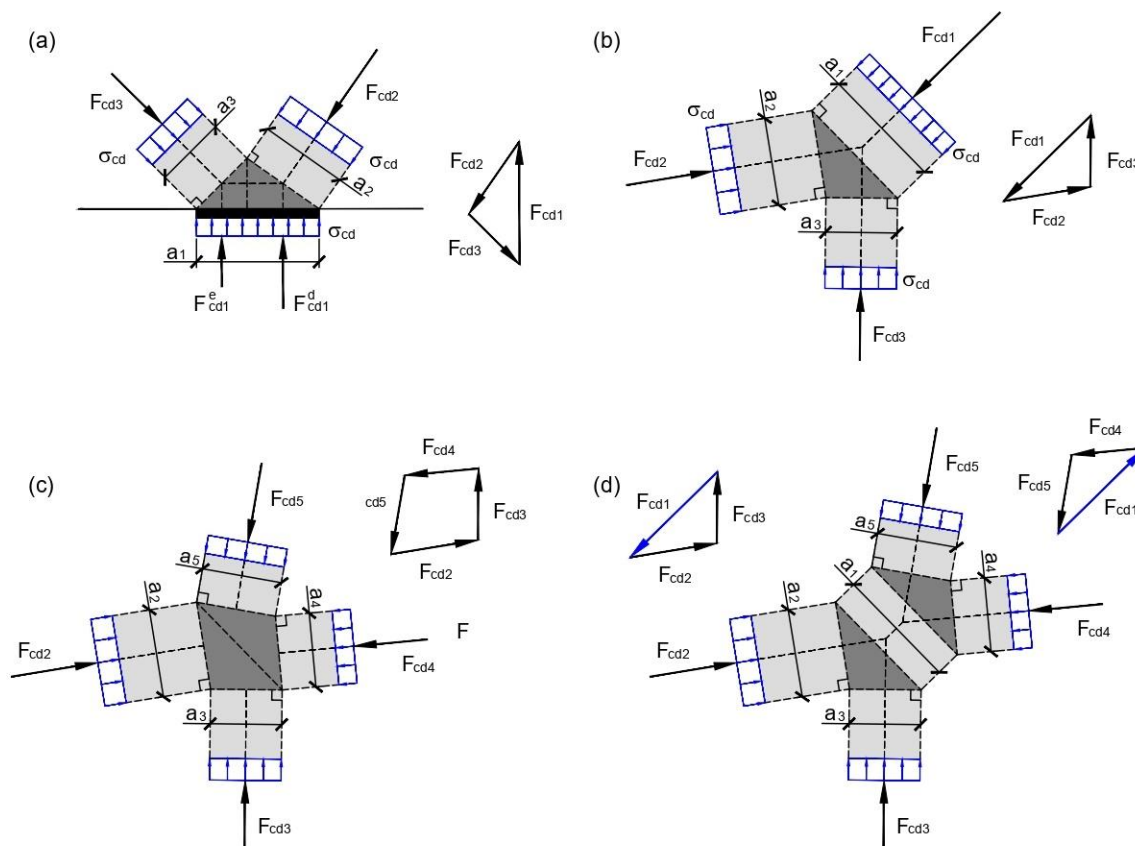
Os nós, no plano, podem ser classificados em quatro categorias.

#### 3.3.4.1 Nós CCC

São aqueles onde apenas forças de compressão são equilibradas. Exemplos: apoio interno de uma viga contínua e quinas de consolos. Ver Figura 3.5.



**Figura 3.5 - Geometria de nós CCC: (a) duas bielas e placa de apoio, (b) três bielas, (c) quatro bielas e (d) equilíbrio similar a (c) com auxílio de uma biela resultante**



Fonte: o autor

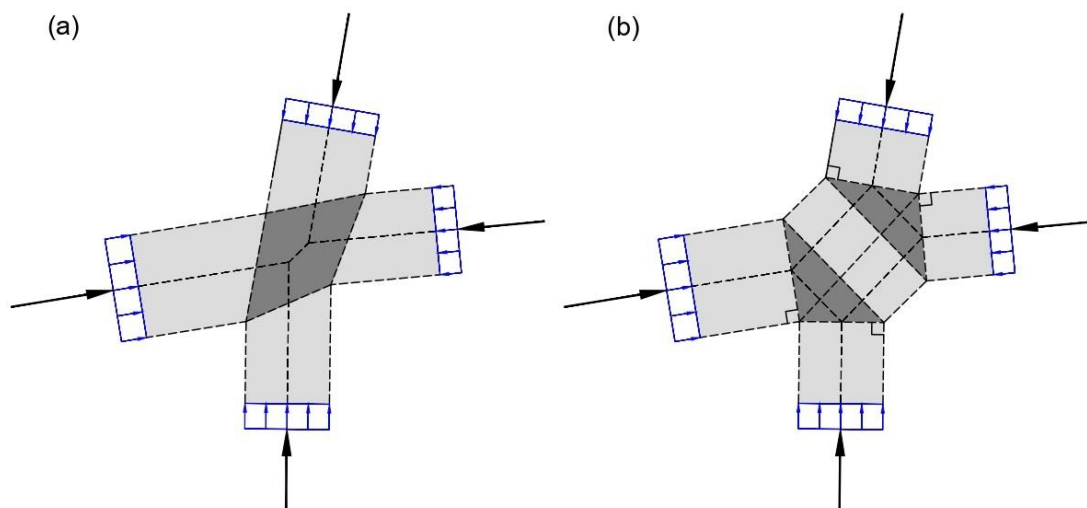
### 3.3.4.1.1 Nó CCC pseudo-hidroestático

A área de intersecção de três bielas cujas tensões são iguais é um triângulo cujos lados são perpendiculares à direção das bielas (Figura 3.5 (a), (b) e (d)). Essa zona nodal é submetida a um estado biaxial de tensões em que as tensões principais são  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{cd}$  e  $\sigma_3 = 0$ . Como a terceira tensão principal é nula, esse tipo de nó é chamado de pseudo-hidroestático. Nesse tipo de nó, basta verificar se a tensão de cálculo de uma biela é menor ou igual à resistência à compressão do nó.

No caso de nó em que mais de três bielas se equilibram, a geometria poligonal do nó pode ser determinada pelas intersecções das bordas das bielas, conforme Figura 3.6 (a). Nesse caso, a determinação do estado de tensões é difícil de obter sem auxílio computacional. No entanto, é possível simplificar a análise substituindo duas bielas que se cruzam por uma biela resultante de tal forma que o polígono da

região nodal é transformado em uma sucessão de triângulos e bielas, conforme Figura 3.6 (b).

**Figura 3.6 - Exemplo de zona nodal a partir da intersecção de 4 bielas**



Fonte: o autor

#### 3.3.4.1.2 Nó CCC com tensões diferentes

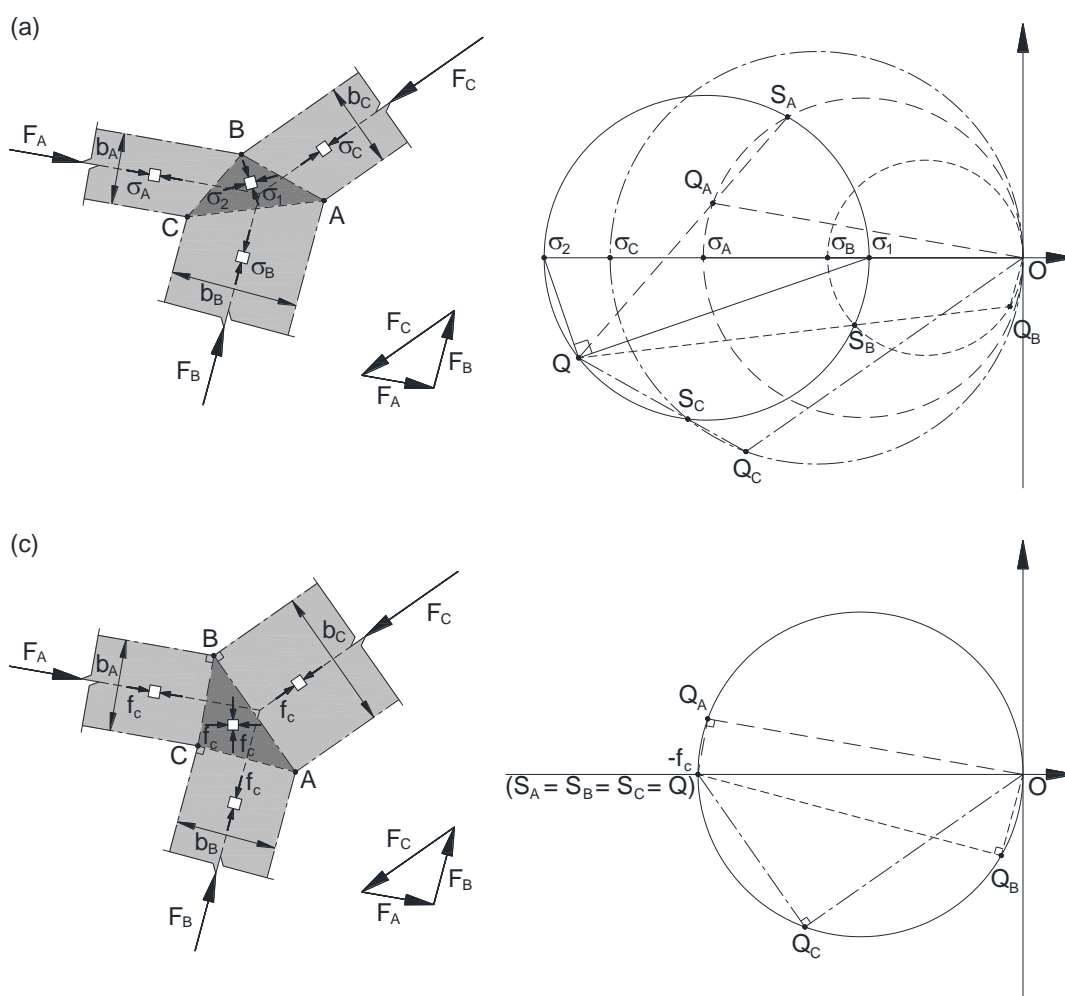
A Figura 3.7 (a) mostra um equilíbrio de forças de três bielas. As forças  $F_A$ ,  $F_B$  e  $F_C$  estão em equilíbrio, ou seja, os três eixos intersectam em apenas um ponto e, portanto, o polígono de forças está fechado. Se as larguras das bielas forem escolhidas de modo a esgotar a resistência de cada uma delas, ou seja, sejam mínimas e produzam tensões iguais, tem-se o nó pseudo-hidroestático, como na Figura 3.5 (b), mas se as larguras forem escolhidas livremente, em geral, as tensões  $\sigma_A$ ,  $\sigma_B$  e  $\sigma_C$  nos campos de tensões uniaxiais são diferentes.

O estado biaxial de tensões da zona nodal triangular, definida pelos pontos de intersecção A, B e C, pode ser determinado graficamente, conforme Marti (1985a), reproduzido em Sigrist, Alvarez e Kaufmann (1995), mostrado na Figura 3.7 e descrito a seguir.

Os polos  $Q_A$ ,  $Q_B$  e  $Q_C$  do círculo de Mohr correspondentes aos campos de tensões uniaxiais são definidos desenhando linhas paralelas aos eixos das bielas a partir da origem O. Os estados de tensões nas faces da zona nodal são definidos pelos pontos  $S_A$ ,  $S_B$  e  $S_C$ , que são obtidos pela intersecção de linhas paralelas às faces BC, CA e AB, a partir dos polos  $Q_A$ ,  $Q_B$  e  $Q_C$  com os círculos de Mohr correspondentes.

Os três pontos  $S_A$ ,  $S_B$  e  $S_C$  definem o círculo de Mohr do estado biaxial de tensões dentro da zona nodal. As linhas  $Q_A S_A$ ,  $Q_B S_B$  e  $Q_C S_C$  devem fazer intersecção com o polo  $Q$  do círculo. A tensão compressiva máxima  $\sigma_2$  dentro da zona nodal será maior que a máxima tensão de compressão dentre as três bielas se o lado adjacente do nó (AB,  $\sigma_C$  na Figura 3.7 (a) e (b)) não for perpendicular ao eixo.

**Figura 3.7 - Zona nodal: (a) três bielas, tensões diferentes, (b) Círculos de Mohr correspondente a (a), (c) três bielas, tensões iguais e (d) Círculos de Mohr correspondente a (c)**



Fonte: adaptado de Sigrist; Alvarez; Kaufmann (1995, p. 22)

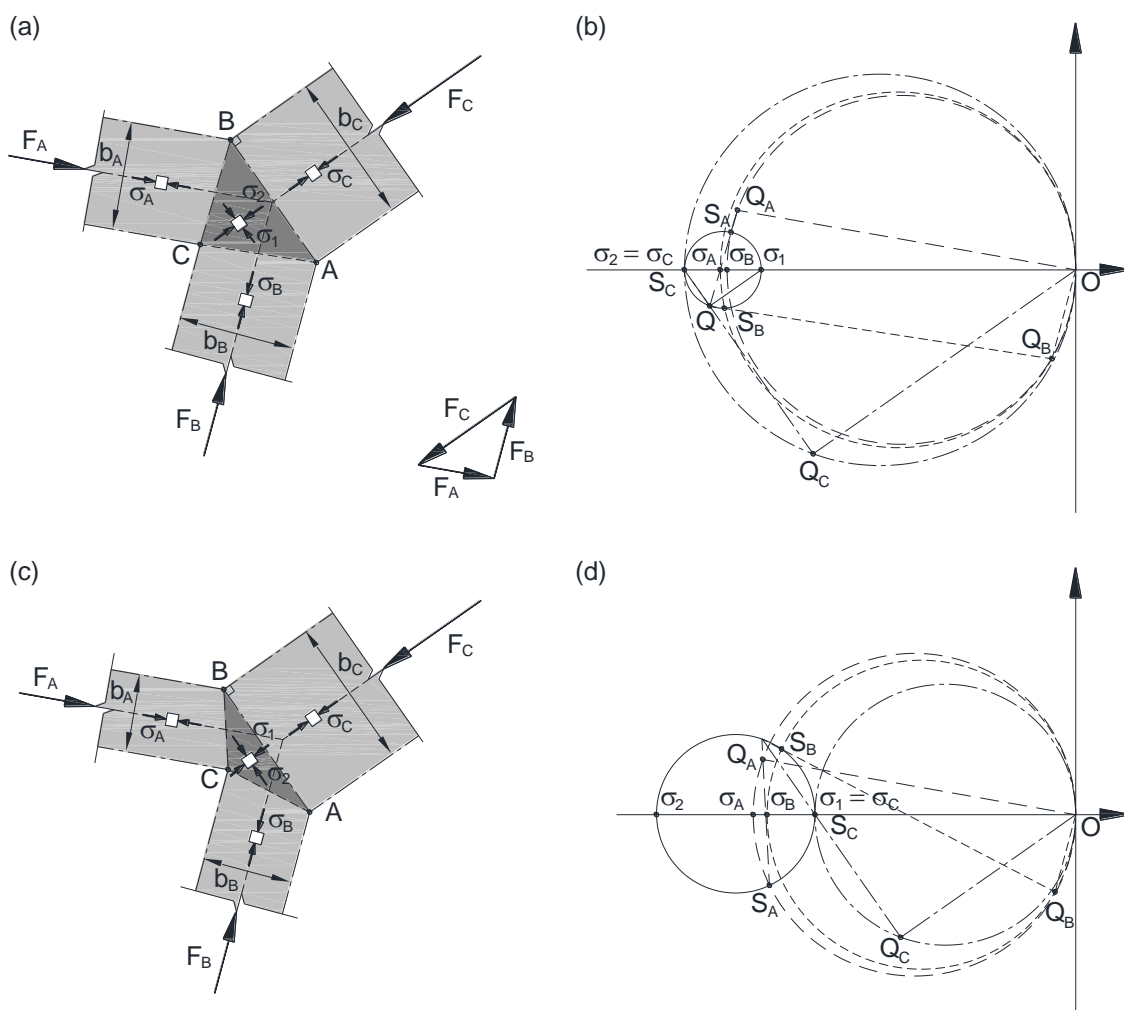
Como mostrado na Figura 3.7 (b), no caso de tensões diferentes nas bielas, é necessário verificar a segurança ao esmagamento, garantindo que as tensões solicitantes de cálculo não sejam maiores que a resistência à compressão efetiva do nó.

Caso as tensões nas três bielas sejam iguais, os círculos de Mohr referentes aos campos de compressão uniaxiais (bielas) são sobrepostos. O polo  $Q$  encontra-se

sobre o círculo correspondente a cada biela (que é único) e, portanto, também representa os pontos de intersecção  $S_A$ ,  $S_B$  e  $S_C$ . Uma vez que todos esses pontos se encontram no mesmo lugar, o estado biaxial de tensões dentro do nó é representado por um ponto e não um círculo, o que implica que, ao menos no plano, tem-se um estado hidrostático (Figura 3.7 (c) e (d)).

Caso o eixo de uma das bielas forme ângulo reto com a face adjacente do nó, a tensão nessa biela será uma tensão principal. Se a tensão de compressão for a menor dentre as três bielas, essa tensão será igual à tensão principal máxima ( $\sigma_1$ , compressão negativa). Se a tensão de compressão for a maior, essa tensão será igual à tensão principal mínima (Figura 3.8).

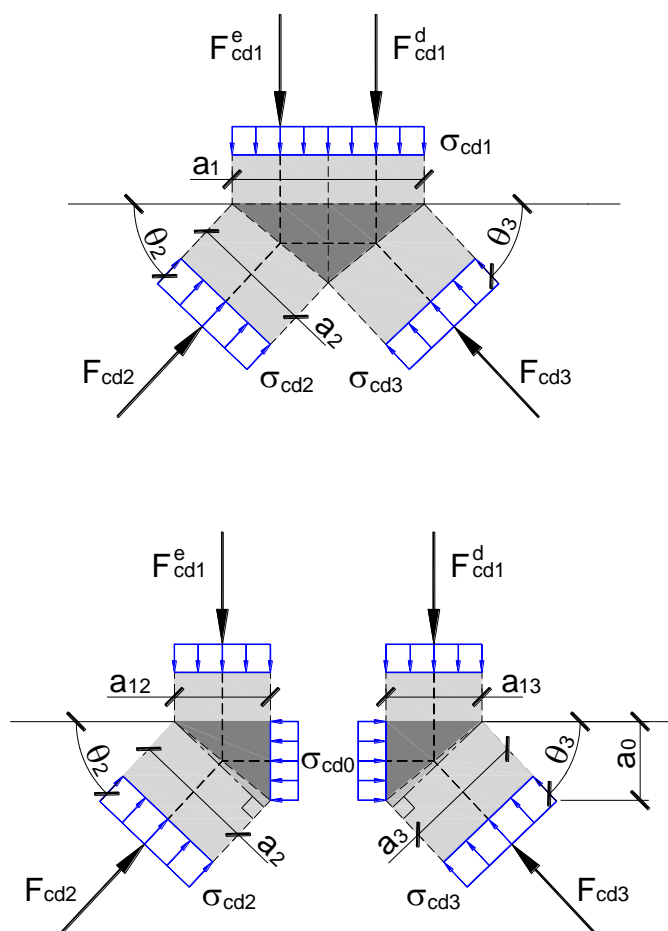
**Figura 3.8 - Zona nodal: (a) Tensões diferentes, face do nó formando ângulo reto com biela cuja tensão de compressão é máxima; (b) Círculo de Mohr correspondente a (a); (c) Tensões diferentes, face do nó formando ângulo reto com biela cuja tensão de compressão é mínima; (b) Círculo de Mohr correspondente a (c)**



Fonte: o autor

O nó CCC mostrado na Figura 3.8 aparece com frequência dentro de uma estrutura. Um exemplo é o apoio intermediário de uma viga contínua. A análise pode ser realizada de forma mais simples, pois uma tensão principal é conhecida, bastando apenas determinar a outra ( $\sigma_{c0}$ ), conforme a Figura 3.9.

Figura 3.9 - Nó CCC em que as tensões nas bielas são diferentes

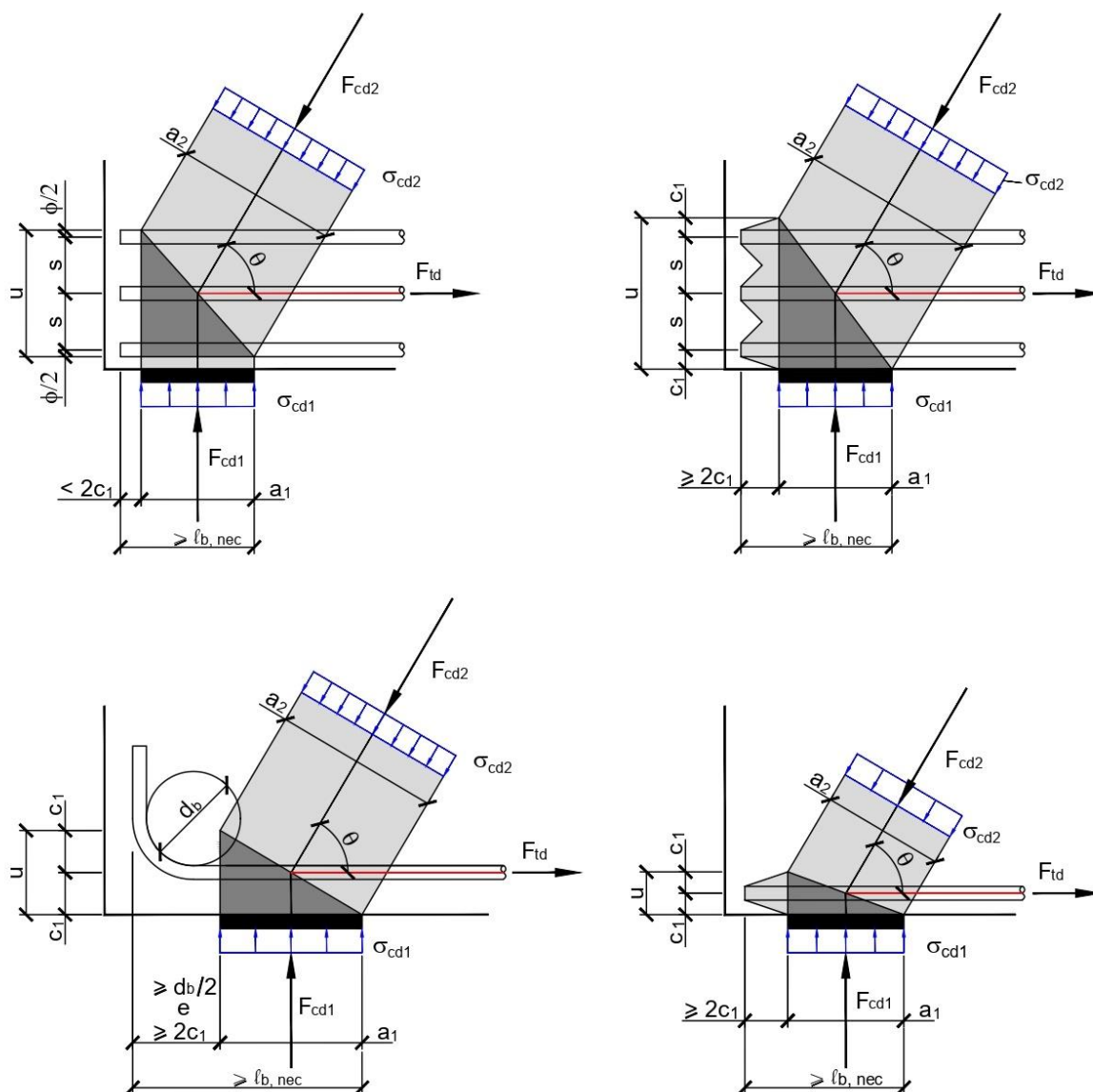


Fonte: adaptado de Santos (2021, p. 46)

### 3.3.4.2 Nós CCT

São aqueles que ancoram barras tracionadas em apenas uma direção. Exemplos: apoio extremo de vigas e região de aplicação da carga direta em consolos. Ver Figura 3.10.

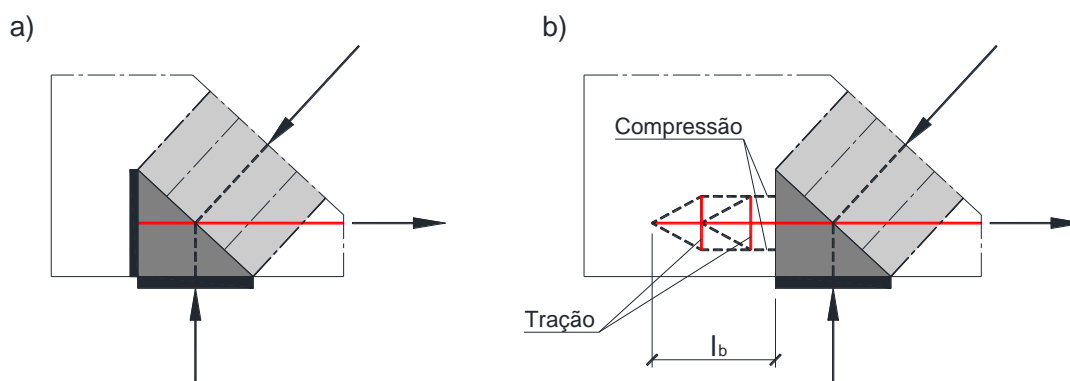
Figura 3.10 - Geometria de nós CCT



Fonte: adaptado de Santos (2021, p. 45)

O nó CCT pode ser tratado da mesma forma que o nó CCC se a transferência das forças de tração da armadura para o concreto for realizada pelas tensões de compressão. O nó compressão-tração ideal com placas de ancoragem (Figura 3.11 (a)) transfere a força de tração da armadura por “detrás” do nó provocando tensões de compressão nessa região. Situação similar ocorre se a armadura for ancorada pela aderência fora da região do nó, como mostra a Figura 3.11 (b).

**Figura 3.11 - Nó CCT com o tirante ancorado por detrás do nó**



Fonte: adaptado de Santos (2021, p. 47)

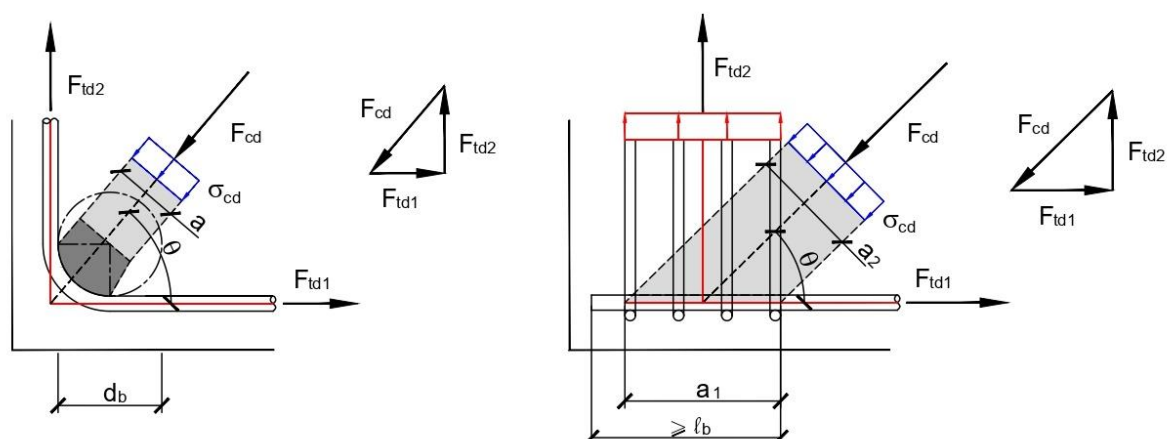
Em um nó CCT usual, a ancoragem da barra ocorre, pelo menos em parte, dentro da zona nodal. Além disso, o detalhamento das barras influi bastante no estado de tensões do nó, o que gera a necessidade de armadura costurando eventuais esforços de tração na transversal (ver SCHÄFER, 2010; SANTOS, 2021). Por conta do complexo estado de tensões de nós compressão-tração, a resistência preconizada por normas e códigos costuma ser inferior em relação aos nós tipo CCC.

A verificação da segurança de nós CCT tem duas etapas que são: verificação em relação ao esmagamento do concreto e a verificação das tensões de cisalhamento (aderência) das barras, muitas vezes substituídas pela verificação do comprimento de ancoragem necessário a partir da face do apoio (ver a Figura 3.10).

### 3.3.4.3 Nós CTT

São aqueles que ancoram barras tracionadas em duas direções. Esse tipo é muito comum em nós de pórticos e consolos submetidos a cargas indiretas. Ver Figura 3.12.

**Figura 3.12 - Geometria de nós CTT**



Fonte: adaptado de Santos (2021, p. 45)

### 3.3.4.4 Nós TTT

São aqueles onde apenas tirantes confluem para o nó. Deve-se prestar especial atenção à ancoragem da armadura; o confinamento do nó, com o auxílio de estribos ou quadros, é recomendado. É desejável evitar a utilização desse tipo de nó.

### 3.3.5 Resistência efetiva à compressão de bielas (bidimensionais)

Várias campanhas experimentais foram realizadas de forma a estabelecer a resistência efetiva de bielas de concreto ou para avaliar os valores preconizados por normas.

Laughery e Pujol (2015) ensaiaram vários protótipos de concreto simples de modo a avaliar a resistência de bielas prismáticas e em formato de garrafa (Tabela 3.1 e Figura 3.13).



Tabela 3.1 - Ensaios em elementos de concreto simples realizados por Laughery e Pujol (2015)

Nome	a cm	b cm	A cm	B cm	H cm	$f_c$ MPa	$F_{ensaio}$ kN	$f_{ensaio}$ MPa	$f_{ensaio}/f_c$ -
Série A									
A 1-1	20,32	20,32	20,32	20,32	60,96	23,58	1120,90	27,15	1,15
A 1-2	20,32	20,32	20,32	20,32	60,96	23,58	1116,45	27,04	1,15
A 1-3	20,32	20,32	20,32	20,32	60,96	23,58	1054,18	25,53	1,08
A 1-4	20,32	20,32	20,32	20,32	60,96	23,58	1152,03	27,90	1,18
A 1-5	20,32	20,32	20,32	20,32	60,96	27,44	1289,92	31,24	1,14
A 1-6	20,32	20,32	20,32	20,32	60,96	27,44	1165,38	28,22	1,03
A 2-1	20,32	20,32	40,64	20,32	60,96	27,44	934,08	22,62	0,82
A 2-2	20,32	20,32	40,64	20,32	60,96	27,44	960,77	23,27	0,85
A 2-3	20,32	20,32	40,64	20,32	60,96	27,44	1098,66	26,61	0,97
A 3-1	20,32	20,32	60,96	20,32	60,96	27,44	942,98	22,84	0,83
A 3-2	20,32	20,32	60,96	20,32	60,96	27,44	1120,90	27,15	0,99
A 3-3	20,32	20,32	60,96	20,32	60,96	27,44	1165,38	28,22	1,03
Série B									
B 1-1	20,32	20,32	20,32	20,32	60,96	29,65	1107,55	26,82	0,90
B 1-2	20,32	20,32	20,32	20,32	60,96	29,65	1063,07	25,75	0,87
B 1-3	20,32	20,32	20,32	20,32	60,96	29,65	1116,45	27,04	0,91
B 3-1	20,32	20,32	60,96	20,32	60,96	29,65	1076,42	26,07	0,88
B 3-2	20,32	20,32	60,96	20,32	60,96	29,65	1063,07	25,75	0,87
B 3-3	20,32	20,32	60,96	20,32	60,96	29,65	1134,24	27,47	0,93
B 1-4	15,24	20,32	15,24	20,32	30,48	29,72	773,95	24,99	0,84
B 1-5	15,24	20,32	15,24	20,32	30,48	29,72	813,98	26,28	0,88
B 1-6	15,24	20,32	15,24	20,32	30,48	29,72	765,06	24,70	0,83
B 2-1	15,24	20,32	30,48	20,32	30,48	29,72	876,26	28,30	0,95
B 2-2	15,24	20,32	30,48	20,32	30,48	29,72	854,02	27,58	0,93
B 2-3	15,24	20,32	30,48	20,32	30,48	29,72	813,98	26,28	0,88
Série C									
C 1-1	20,32	20,32	20,32	20,32	60,96	33,58	1347,74	32,64	0,97
C 1-2	20,32	20,32	20,32	20,32	60,96	33,58	1352,19	32,75	0,98
C 3-1	20,32	20,32	60,96	20,32	60,96	33,58	1183,17	28,65	0,85
C 3-2	20,32	20,32	60,96	20,32	60,96	33,58	1209,86	29,30	0,87
C 3-3	20,32	20,32	60,96	20,32	60,96	34,20	1218,75	29,52	0,86

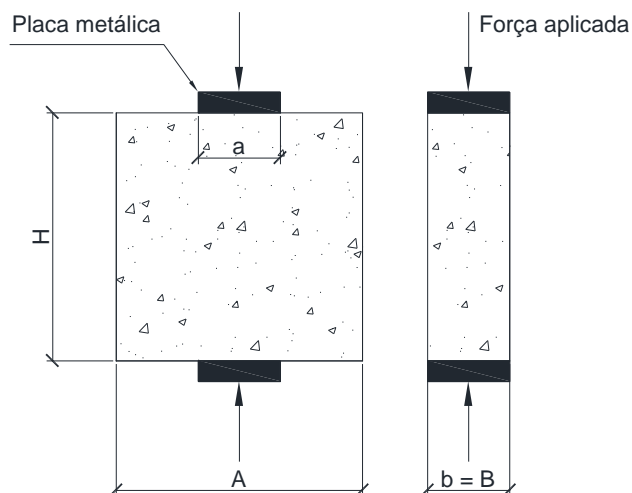
Observações:

$F_{ensaio}$  – força máxima do ensaio;

$$f_{ensaio} = \frac{F_{ensaio}}{a \cdot b}$$

Fonte: o autor

**Figura 3.13 - Nomenclatura e geometria dos corpos-de-prova ensaiados por Laughery e Pujol (2015)**



**Fonte: o autor**

As maiores diferenças entre as séries são os tempos de cura úmida e de armazenamento ao ar livre dos protótipos e a idade do concreto no dia do ensaio. Os corpos-de-prova cilíndricos foram rompidos no mesmo dia que os elementos prismáticos. Para mais detalhes, ver Laughery e Pujol (2015).

### 3.3.5.1 Bielas prismáticas

Os ensaios dos elementos prismáticos de seção quadrada ( $A = a = B = b$  e  $H/A = 3$ ) mostram que a média da razão entre a tensão de ruptura e a resistência à compressão do corpo-de-prova cilíndrico é 1,03 e que o coeficiente de variação é igual a 0,11. Embora o valor médio da resistência do elemento seja próximo da resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), o coeficiente de variação é maior do que o usualmente obtido por meio de corpos-de-prova cilíndricos. Existem duas possíveis explicações para esse aumento da variabilidade: as diferenças em tempo de cura e idade do concreto e eventuais excentricidades da linha de ação da força em relação ao eixo da peça (seja por imperfeições do elemento ou falta de centralidade na aplicação da carga).

Adicionando os protótipos B 1-4, B 1-5 e B 1-6 na análise, a média reduz para 0,99 e o coeficiente de variação aumenta para 0,13. Observar que esses três ensaios de elementos com seção retangular (20,32cm x 15,24cm) obtiveram valores de  $f_{ensaio}/f_c$  relativamente menores em relação aos ensaios de elementos com seção

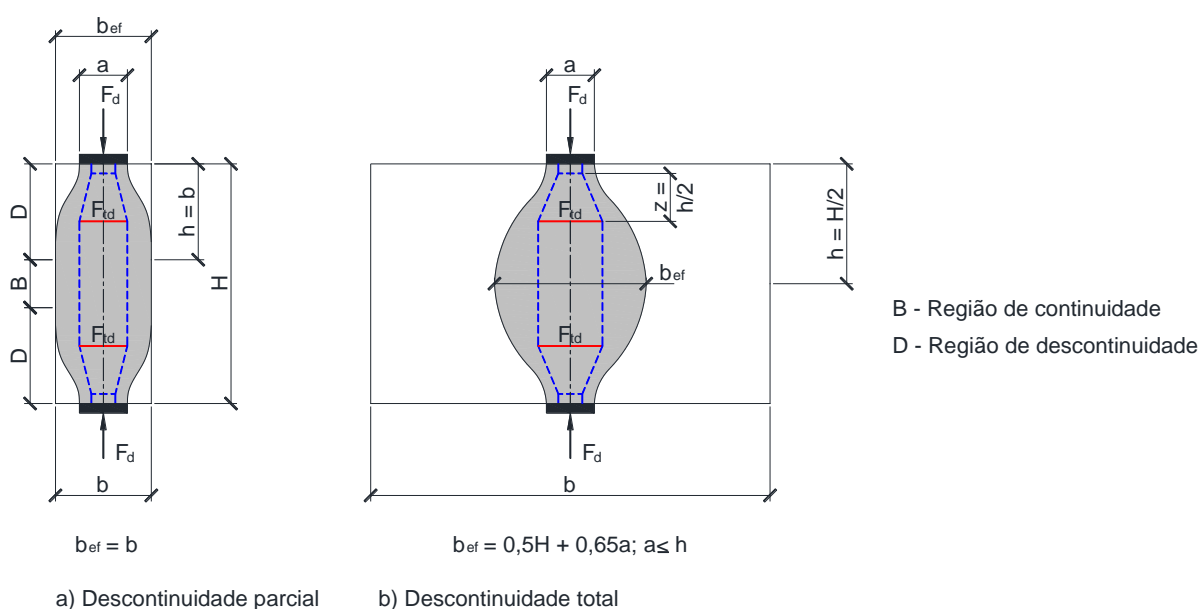
quadrada (20,32cm x 20,32cm). É possível que, ao reduzir um dos lados de 20,32cm para 15,24cm, o elemento tenha se tornado mais sensível às imperfeições.

### 3.3.5.2 Bielas em garrafa (bidimensionais)

Quando a força é aplicada em uma área limitada de um elemento de concreto, as tensões internas de compressão resultantes se espalham até que, a certa distância da área carregada, essas tensões se tornam uniformes (bloco parcialmente carregado) ou ocorre novo confinamento, e a largura máxima do campo de compressões é atingido (biela em garrafa). Ver Figura 3.14. Em ambos os casos, tensões internas de tração surgem e, normalmente, são resistidas por armaduras convenientemente detalhadas.

No caso de elemento sem armadura, a ruptura é frágil e altamente dependente da resistência à tração do concreto, que tem dispersão relativamente alta.

**Figura 3.14 - Força introduzida em área reduzida: (a) descontinuidade parcial (bloco parcialmente carregado); (b) descontinuidade total (biela em garrafa)**



**Fonte: Eurocode 2 (CEN, 2004, p. 108)**

Nielsen e Hoang (2011) apresentam formulações com base no teorema cinemático da teoria da plasticidade, assumindo material com critério de resistência

de Mohr-Coulomb modificado. Apenas como exemplo, se a carga estiver longe da borda do elemento, a força resistente é dada por (NIELSEN; HOANG, 2011):

$$P = \frac{2a}{\sin\beta\cos(\beta + \varphi)} \left[ \frac{1 - \sin\varphi}{2} f_c + \sin(\beta + \varphi) \left( \frac{h}{a} \sin\beta - \cos\beta \right) f_t \right] \quad (3.4)$$

em que,

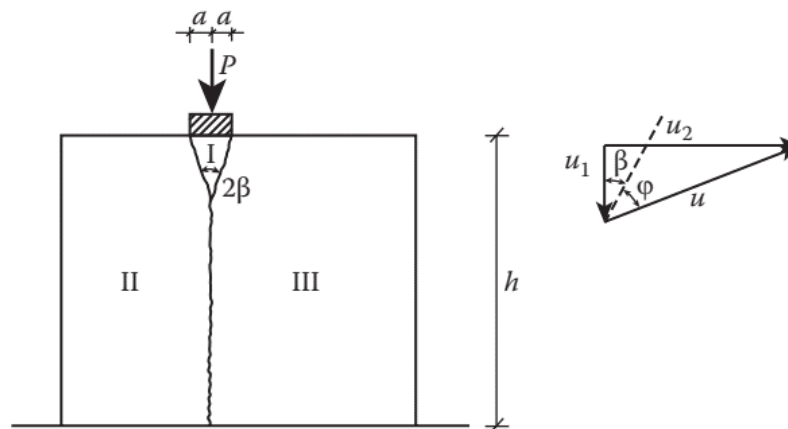
$$\cotg\beta = \tg\varphi + \frac{1}{\cos\varphi} \sqrt{1 + \frac{\frac{h}{a} \cos\varphi}{\frac{f_c}{f_t} \frac{1 - \sin\varphi}{2} - \sin\varphi}} \quad (3.5)$$

se  $\cotg\beta \leq h/a$ , a força-limite pode ser escrita como:

$$P = 2af_t \left[ \frac{h}{a} \tg(2\beta + \varphi) - 1 \right] \quad (3.6)$$

em que os parâmetros geométricos são fornecidos na Figura 3.15 e  $\varphi$  é o coeficiente de atrito interno do concreto (usualmente assumido  $37^\circ$ ).

**Figura 3.15 - Mecanismo de ruína para um bloco de concreto simples com carregamento em faixa e longe da borda**



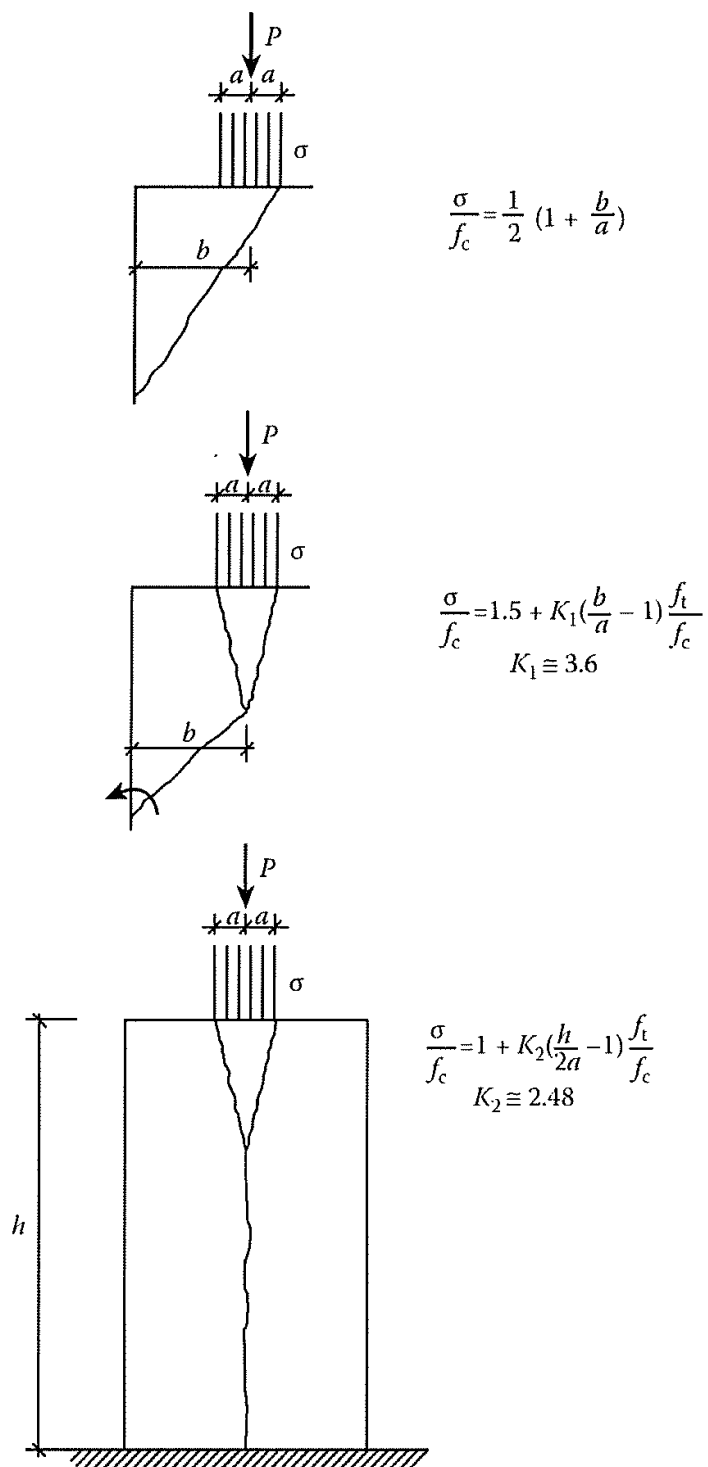
Fonte: Nielsen; Hoang (2011, p. 181)

Entretanto, outros modos de ruptura são possíveis, tornando as soluções teóricas muito complexas para serem utilizadas na prática.

De modo a contornar a complexidade da formulação via teorema cinemático, Nielsen e Hoang (2011) apresentam formulações aproximadas, conforme a Figura

3.16. No entanto, nota-se que a relação entre a tensão aplicada e a resistência do concreto é sempre maior que 1, o que não adere adequadamente aos ensaios experimentais.

Figura 3.16 - Linhas de ruptura e fórmulas aproximadas para carregamento em faixa



Fonte: Nielsen; Hoang (2011, p. 191)

Os ensaios de Laughery e Pujol (2015), que têm largura do elemento ( $A$ ) maior que a largura do carregamento ( $a$ ), mostram média da relação entre a tensão de ruptura e a resistência à compressão do concreto de 0,90. Esse resultado difere das equações obtidas via teorema cinemático. No entanto, a NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece que, para elementos planos, deve-se aplicar o fator de efetividade do concreto ( $\alpha_{v2}$ ), calculando o fator de tendência ( $\chi$ ) pela expressão (3.7), tem-se média 1,02 e coeficiente de variação de 6,48%.

$$\chi = \frac{f_{ensaio}}{\alpha_{v2} f_c} \quad (3.7)$$

Esse resultado é importante, pois indica que, em blocos sobre duas estacas, a resistência do concreto na região nodal não deve ser diferente dos valores obtidos para elementos planos. Adicionalmente, de modo a evitar uma ruptura prematura e frágil, deve-se dispor de armaduras secundárias que minimizam o efeito escala e fornecem ductilidade ao bloco.

### 3.3.6 Confinamento dado pelo concreto (bielas em garrafa tridimensional)

Em elementos tridimensionais, as tensões de tração transversais resultantes do espraiamento das tensões de compressão, quando a força é aplicada em uma área reduzida, são usualmente resistidas pelo próprio concreto simples. O posicionamento de barras imersas em grande volume de concreto é uma tarefa difícil e que torna a execução do elemento muito lenta, por isso, evita-se ao máximo a utilização de estribos no interior de blocos sobre estacas e sapatas.

De modo a estudar a resistência de uma biela em garrafa tridimensional, pode-se recorrer ao ensaio de dupla punção que foi originalmente elaborado como alternativa ao ensaio de tração indireta (compressão diametral).

Segundo Chen (1970), o sucesso da aplicação da teoria da plasticidade para o problema do ensaio de compressão diametral possibilitou uma alternativa para a determinação da resistência à tração do concreto.

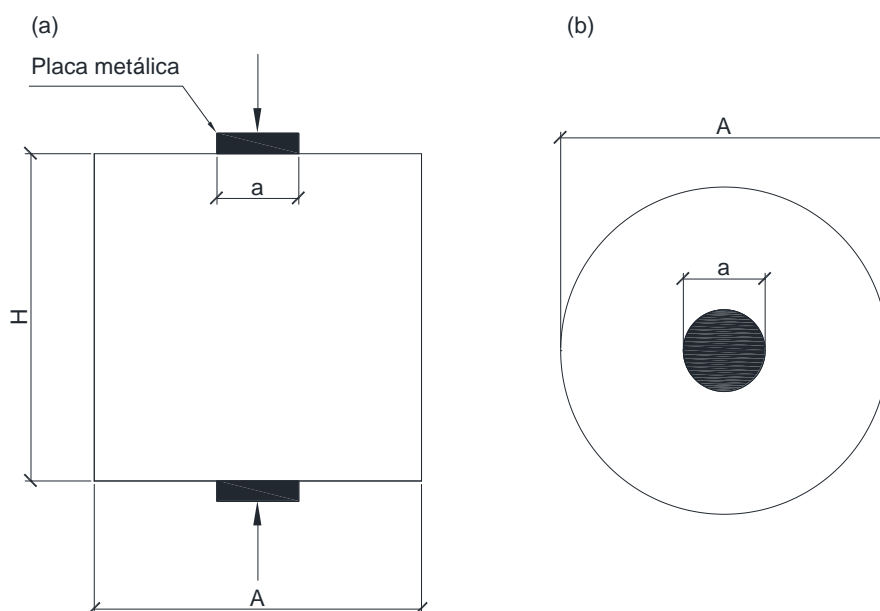
No ensaio de dupla punção, um cilindro de concreto é posicionado verticalmente e comprimido por duas chapas circulares localizadas de forma centrada

no topo e na base do elemento (Figura 3.17). Para a determinação da resistência à tração, Chen (1970) recomenda as seguintes proporções:

$$H = A = 4a \quad (3.8)$$

Chen (1970) elaborou uma análise-limite utilizando o teorema do limite superior para estimar a carga de ruptura. Ele assumiu o critério de resistência de Mohr-Coulomb modificado.

**Figura 3.17 - Ensaio de dupla punção: (a) vista em elevação e (b) vista em planta**



Fonte: o autor

O modo de ruína idealizado da Figura 3.18 foi obtido por Chen (1970), em que  $\varphi$  e  $2\alpha$  são o ângulo de atrito interno do concreto e o ângulo de abertura dos dois pedaços cônicos, respectivamente. É assumido o deslizamento dos fragmentos cônicos em relação a pedaços de concreto, e que a ruína ocorre por separação nas superfícies de fissura mostradas na Figura 3.18. A partir do campo de deslocamentos idealizados e de acordo com o teorema cinemático, em que o trabalho das forças externas é igual ao trabalho interno dissipado, têm-se:

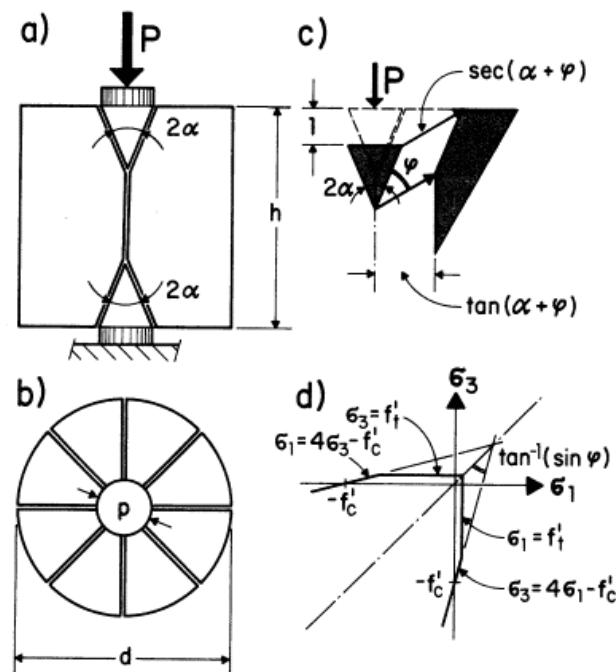
$$2P = \tau_{int,c} + \tau_{int,t} \quad (3.9)$$

em que  $\tau_{int,c}$  e  $\tau_{int,t}$  são a energia dissipada pelo deslizamento ao longo da superfície cônica e a pela separação ao longo das fissuras radiais, respectivamente, calculados por:

$$\tau_{int,c} = \frac{\pi a^2 (1 - \text{sen}\varphi)}{4 \cdot \text{sen}\alpha \cdot \cos(\alpha + \varphi)} f_c \quad (3.10)$$

$$\tau_{int,t} = \left( aH - \frac{a^2}{2 \cdot \text{tg}\alpha} \right) \text{tg}(\alpha + \varphi) \pi f_t$$

Figura 3.18 - Mecanismo de ruptura idealizado: (a) elevação; (b) planta; (c) deslocamentos relativos e (d) critério de ruptura



Fonte: Marti (1989, p. 598)

O ângulo  $\alpha$  é um grau de liberdade e tem seu valor mínimo quando é satisfeita a condição  $\partial P / \partial \alpha = 0$ , que resulta:

$$\cot \alpha = \text{tg} \varphi + \frac{1}{\cos \varphi} \sqrt{1 + \frac{4AHf_t \cdot \cos \varphi}{a^2 [f_c (1 - \text{sen} \varphi) - 2f_t \text{sen} \varphi]}} \quad (3.11)$$

Marti (1989) observa que  $\alpha$  não pode ser menor do que  $\arctg(a/H)$ . Se isso ocorrer, a equação (3.11) deve ser substituída por:



$$\cot\alpha = \frac{H}{a} \quad (3.12)$$

Chen (1973), após assumir valores típicos para a relação entre as resistências à compressão e à tração e de ângulo de atrito interno do concreto, além de comparar seus resultados com ensaios experimentais, propôs a seguinte relação para a resistência à tração:

$$f_t = \frac{4P}{\pi(2,4 \cdot A \cdot H - a^2)} \quad (3.13)$$

válida para  $A/a \leq 5$  ou  $H/A \leq 5$ . Se um ou os dois limites não forem atendidos, eles devem ser tomados iguais a 5.

Os limites assumidos por Chen (1973) para os parâmetros geométricos indicam um limite superior para a resistência à tração e, portanto, um limite para a carga de ruptura  $P$ .

Marti (1989) realizou 42 ensaios de dupla punção para estudar o efeito de escala nesse tipo de ensaio. A análise-limite assume a mesma força-limite para cilindros de proporções geométricas similares e mesmo concreto, independentemente do tamanho. Por outro lado, a mecânica da fratura clássica assume que a força é inversamente proporcional a  $\sqrt{A}$ . No entanto, ensaios experimentais mostram que o fator de escala real se encontra em valores intermediários.

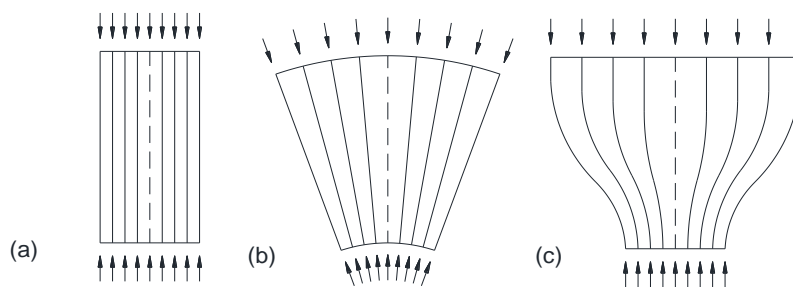
Para elementos pequenos, a análise-limite mostra bons resultados, enquanto para espécimes grandes a mecânica da fratura linear prevalece. No caso de tamanhos intermediários, uma transição suave entre as teorias é observada.

Adebar e Zhou (1993) ensaiaram diversos cilindros para estudar as bielas em garrafa tridimensionais e propuseram limites de resistência à compressão da biela visando ao dimensionamento de blocos sobre estacas. Esses limites serão discutidos mais adiante.

### 3.3.7 Resistência de bielas e nós segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)

Existem três tipos de configurações de bielas: prismáticas (Figura 3.19 (a)), em leque (Figura 3.19 (b)) e em formato de garrafa (Figura 3.19 (c)).

Figura 3.19 - Campos de tensão de compressão básicos: (a) prisma, (b) leque e (c) garrafa

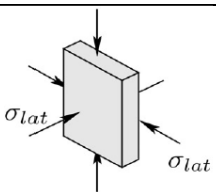
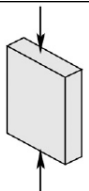
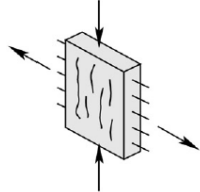
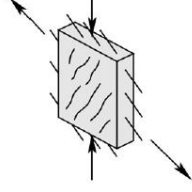


Fonte: o autor

A verificação da segurança das bielas é realizada limitando a tensão principal máxima de compressão à resistência efetiva do concreto, que é fortemente influenciada pelas deformações laterais impostas à biela.

A Tabela 3.2 mostra os valores de resistência de bielas assumidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

Tabela 3.2 - Resistência de bielas segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)

Tipo de solicitação	Notação	Resistência
Biela confinada ativa ou passivamente		$0,85 \cdot \alpha_{v2} \frac{(f_{ck} + 4\sigma_1)}{\gamma_c} \leq 3,3f_{cd1}$
Biela sem fissuras em compressão uniaxial		$f_{cd1}$ $0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$
Bielas fissuradas com tração ortogonal		$f_{cd2}$ $0,6 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$
Biela fissuradas com tração diagonal		$f_{cd2}$ $0,6 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$

$$\alpha_{v2} = 1 - f_{ck}/250, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa.}$$

Fonte: o autor

A Tabela 3.3 mostra os valores de resistência de nós assumidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

**Tabela 3.3 - Resistência de nós segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)**

<b>Tipo de nó</b>	<b>Notação</b>	<b>Resistência</b>
<b>CCC</b>	$f_{cd1}$	$0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$
<b>CCT</b>	$f_{cd3}$	$0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$
<b>CTT</b>	$f_{cd2}$	$0,60 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$

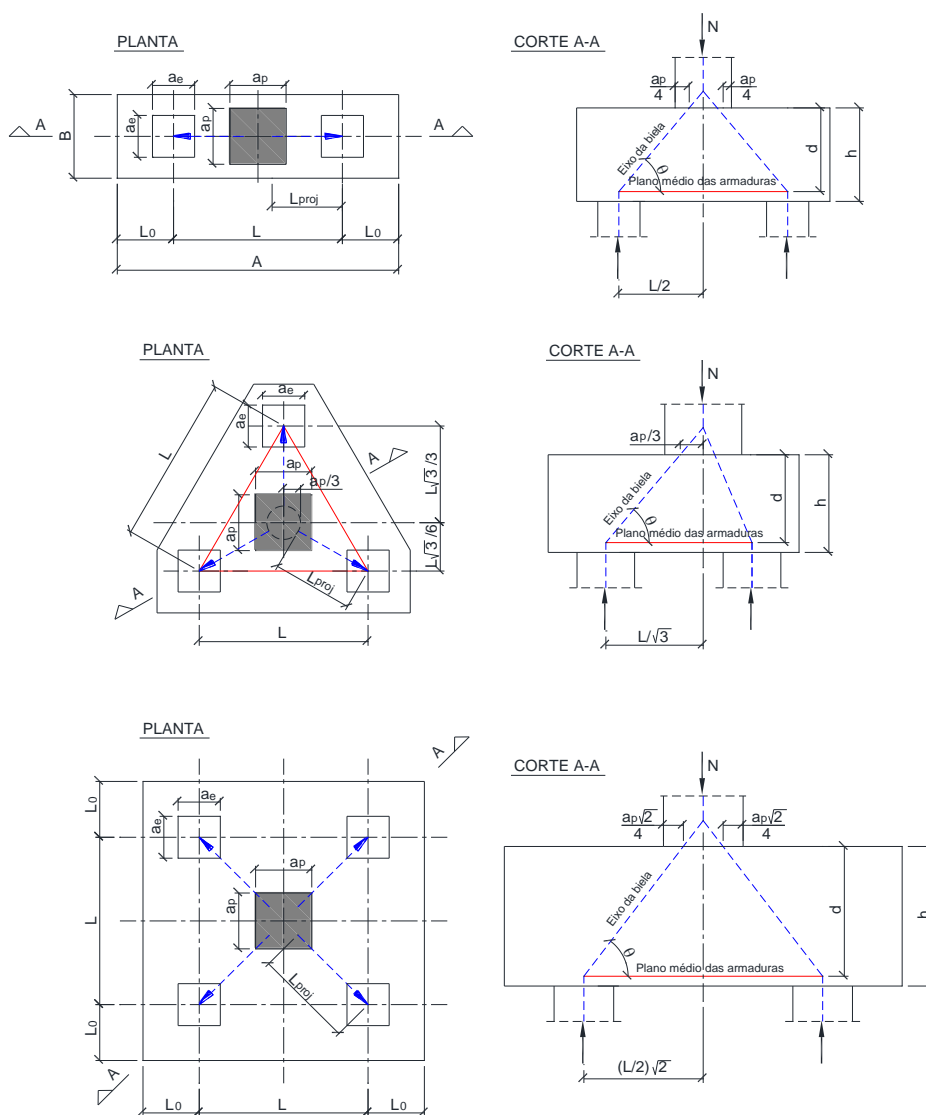
**Fonte: o autor**

## 4 MODELOS DE BIELAS E TIRANTES APLICADOS A BLOCOS

### 4.1 MODELO DE BLEVOT (BLEVOT; FREMY, 1967)

Bléivot e Frémy (1967) apresentam um modelo de bielas e tirantes simplificado conforme a Figura 4.1.

Figura 4.1 - Modelo de bielas para bloco sobre duas, três e quatro estacas conforme Bléivot



Fonte: o autor

Nesse modelo, a projeção vertical da biela é a altura útil do bloco ( $d$ ), e a projeção horizontal ( $L_{proj}$ ) é a distância do centro do quinhão de carga até o eixo da estaca. A tração no plano médio das armaduras é determinada por:

$$F_{td} = N_{sd,estaca} \cdot \cotg\theta \quad (4.1)$$

em que:

$$\cotg\theta = \frac{L_{proj}}{d} \quad (4.2)$$

#### 4.1.1 Blocos sobre duas estacas

Conforme a geometria da Figura 4.1 (a), o ângulo de inclinação da biela é determinado por:

$$\theta = \arctg\left(\frac{d}{\frac{L}{2} - \frac{a_p}{4}}\right) \quad (4.3)$$

Blévoit e Frémy (1967) propuseram a seguinte verificação da segurança em relação ao esmagamento:

$$\frac{N}{2 \cdot A_e \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq 0,6 \cdot \sigma_{28} \quad (4.4)$$

$$\frac{N}{A_p \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq 0,6 \cdot \sigma_{28} \quad (4.5)$$

em que,

$A_e$  – área da estaca;

$A_p$  – área do pilar;

$\theta$  – ângulo de inclinação da biela;

$\sigma_{28}$  – resistência à compressão medida em corpo de prova cilíndrico ( $h = 2\phi$ ).

A verificação da segurança, conforme as equações (4.4) e (4.5), tem como base o método das tensões admissíveis. De modo a utilizar o formato de segurança atual, pelo método dos estados-limite, o método francês (PAILLÉ, 2013) indica as seguintes inequações:

$$\sigma_{cd,e}^{bie} = \frac{N_{sd,e}}{A_e \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq 0,9 \cdot f_{ck} = 1,35 \cdot f_{cd} \quad (4.6)$$

$$\sigma_{cd,p}^{bie} = \frac{N_{sd,p}}{A_p \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq 0,9 \cdot f_{ck} = 1,35 \cdot f_{cd} \quad (4.7)$$

em que,

$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_b$  – resistência de cálculo à compressão do concreto;

$\gamma_b = 1,5$  – coeficiente parcial de segurança de resistência do concreto;

$\sigma_{cd,e}^{bie}$  – tensão na biela na região da estaca;

$\sigma_{cd,p}^{bie}$  – tensão na biela na região da base do pilar;

$N_{sd,e}$  – esforço normal de cálculo nas estacas;

$N_{sd,p}$  – esforço normal de cálculo no pilar;

Segundo Blévtot e Frémy (1967), os limites de aplicabilidade do método de bielas simplificado (método de BLÉVOT) são:

$$40^\circ < \theta < 55^\circ \quad (4.8)$$

sendo recomendável:  $\theta \geq 45^\circ$ .

Ao comparar a equação (4.1) com os resultados de ensaios experimentais de blocos sobre duas estacas e aos modelos mais refinados de Frémy, Blévtot propôs aumentar em 15% a armadura calculada pelo método simplificado. Com isso, a armadura inferior necessária é determinada por:

$$A_s = \frac{1,15 \cdot N_{sd,e} \cdot \cotg\theta}{f_{yd}} \quad (4.9)$$

#### 4.1.2 Blocos sobre três estacas

Conforme a geometria da Figura 4.1(b), o ângulo de inclinação da biela é determinado por:

$$\theta = \arctg\left(\frac{d}{\frac{L \cdot \sqrt{3}}{3} - \frac{a_p}{3}}\right) = \arctg\left(\frac{3 \cdot d}{L \cdot \sqrt{3} - a_p}\right) \quad (4.10)$$

A segurança em relação ao esmagamento (BLÉVOT; FRÉMY, 1967) é verificada pelas inequações:

$$\frac{N}{3 \cdot A_e \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq 0,75 \cdot \sigma_{28} \quad (4.11)$$

$$\frac{N}{A_p \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq 0,75 \cdot \sigma_{28} \quad (4.12)$$

O método francês (PAILLÉ, 2013) altera o formato de segurança e indica as seguintes inequações:

$$\sigma_{cd,e}^{bie} = \frac{N_{sd,estaca}}{A_{est} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq 1,15 \cdot f_{ck} = 1,725 \cdot f_{cd} \quad (4.13)$$

$$\sigma_{cd,p}^{bie} = \frac{N_{sd,p}}{A_p \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq 1,15 \cdot f_{ck} = 1,725 \cdot f_{cd} \quad (4.14)$$

As armaduras inferiores necessárias são determinadas por:

$$\begin{aligned} A_{sM} &= \frac{(1 - \gamma) \cdot N_{sd,e} \cdot \text{cotg}\theta}{f_{yd}} = \frac{(1 - \gamma) \cdot N_{sd,e}}{3 \cdot d \cdot f_{yd}} (L \cdot \sqrt{3} - a_p) \\ A_{sL} &= \frac{\gamma \cdot N_{sd,e} \cdot \text{cotg}\theta}{2 \cdot \cos 30^\circ \cdot f_{yd}} = \frac{\gamma \cdot N_{sd,e} \cdot \text{cotg}\theta}{\sqrt{3} \cdot f_{yd}} \\ A_{sL} &= \frac{\gamma \cdot N_{sd,e}}{3 \cdot d \cdot f_{yd}} \left( L - \frac{a_p}{\sqrt{3}} \right) \end{aligned} \quad (4.15)$$

em que,

$A_{sM}$  – armadura na direção mediana do triângulo formado pelos eixos das estacas;

$A_{sL}$  – armadura sobre as estacas, na direção paralela às faces do bloco;

$$2/3 \leq \gamma \leq 4/5.$$

#### 4.1.3 Blocos sobre quatro estacas

Conforme a geometria da Figura 4.1(c), o ângulo de inclinação da biela é determinado por:

$$\theta = \operatorname{arctg} \left[ \frac{d}{\left(\frac{L}{2} - \frac{a_p}{4}\right) \cdot \sqrt{2}} \right] \quad (4.16)$$

A verificação da segurança em relação ao esmagamento do método original é realizada pelas inequações:

$$\frac{N}{4 \cdot A_e \cdot \operatorname{sen}^2(\theta)} \leq 0,9 \cdot \sigma_{28} \quad (4.17)$$

$$\frac{N}{A_p \cdot \operatorname{sen}^2(\theta)} \leq 0,9 \cdot \sigma_{28} \quad (4.18)$$

A verificação da segurança em relação ao esmagamento, segundo o método francês (PAILLÉ, 2013), é realizado por:

$$\sigma_{cd,est}^{bie} = \frac{N_{sd,e}}{A_e \cdot \operatorname{sen}^2(\theta)} \leq 1,35 \cdot f_{ck} = 2,025 \cdot f_{cd} \quad (4.19)$$

$$\sigma_{cd,pilar}^{bie} = \frac{N_{sd,p}}{A_p \cdot \operatorname{sen}^2(\theta)} \leq 1,35 \cdot f_{ck} = 2,025 \cdot f_{cd} \quad (4.20)$$

As armaduras inferiores necessárias são determinadas por:

$$\begin{aligned} A_{sD} &= \frac{(1 - \delta) \cdot N_{sd,e} \cdot \operatorname{cotg}\theta}{f_{yd}} = \frac{(1 - \delta) \cdot N_{sd,e}}{d \cdot f_{yd}} \left(\frac{L}{2} + \frac{a_p}{4}\right) \cdot \sqrt{2} \\ A_{sL} &= \frac{\delta \cdot N_{sd,e} \cdot \operatorname{cotg}\theta \cdot \cos 45^\circ}{f_{yd}} = \frac{\delta \cdot N_{sd,e}}{d \cdot f_{yd}} \cdot \left(\frac{L}{2} + \frac{a_p}{4}\right) \end{aligned} \quad (4.21)$$

em que,

$A_{sD}$  – armadura na direção diagonal;

$A_{sL}$  – armadura sobre as estacas, na direção paralela às faces do bloco;

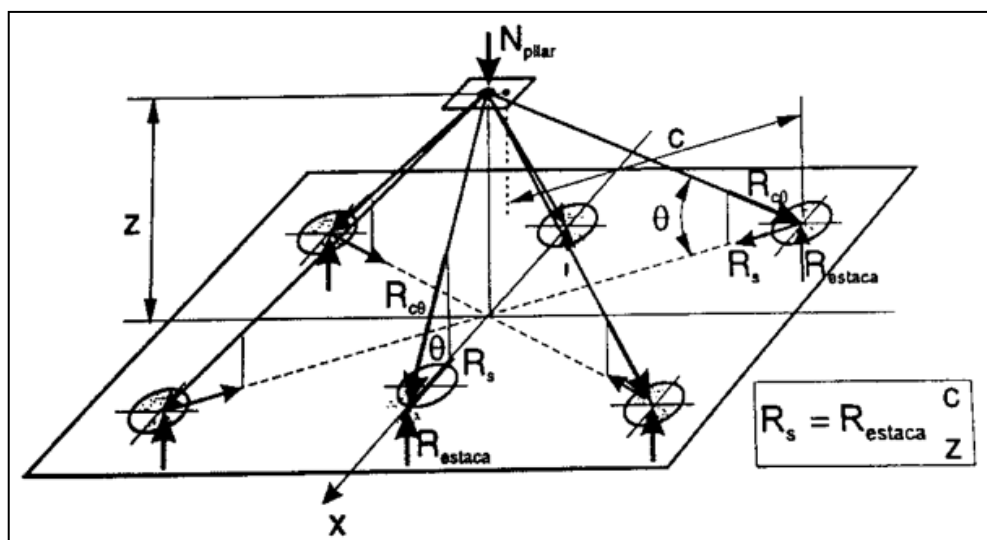
$$2/3 \leq \delta \leq 4/5.$$



## 4.2 MODELO DE FUSCO (1995)

O modelo proposto por Fusco (1995) é baseado em modelos de bielas e tirantes (Figura 4.2) e, em princípio, assemelha-se ao modelo de Blévoit.

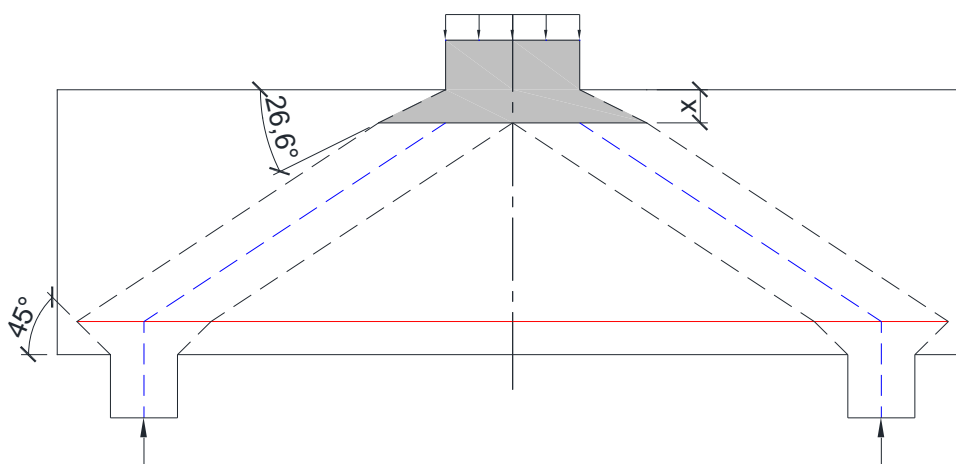
Figura 4.2 - Funcionamento estrutural básico do bloco



Fonte: Fusco (1995, p. 343)

O modelo de Fusco (1995) altera a forma dos campos de tensões em relação ao modelo de Blévoit, conforme a Figura 4.3.

Figura 4.3 - Modelo de Fusco (1995)



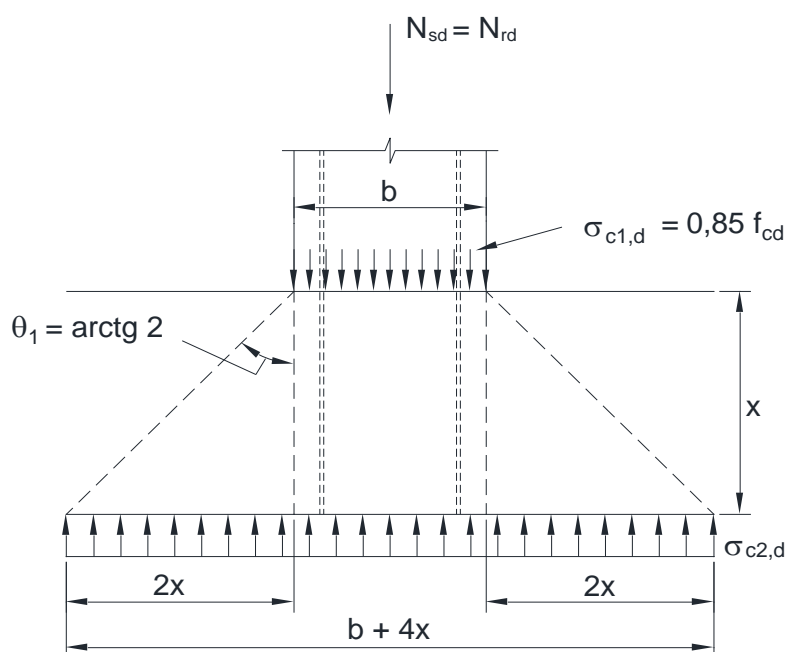
Fonte: o autor

No caso do nó comprimido abaixo da base do pilar, o modelo assume um espriamento de carga com abertura  $\theta_1 = 63,4^\circ$  (conforme a Figura 4.4). Em relação

ao nó sobre a estaca, é adotado um espraio de carga com abertura de  $45^\circ$ . Uma vez determinadas as áreas ampliadas, o modelo de Fusco é equivalente ao modelo de Blévtot com dimensões adaptadas.

Adicionalmente, Fusco (1995) assume que o esforço solicitante no pilar é igual ao esforço resistente da base do pilar, ignorando que o pilar pode ter reserva de resistência. No cálculo do esforço resistente da seção da base do pilar, considera-se que não há confinamento (seção logo acima do bloco) e que há a contribuição da armadura do pilar.

**Figura 4.4 – Geometria do nó superior e tensões nos planos horizontais**



**Fonte: adaptado de Fusco (1995, p. 344)**

A profundidade  $x$  é determinada igualando a tensão na biela ao limite de resistência assumido igual a  $f_{cd}$ . A determinação da tensão na biela na região do nó superior é realizada da mesma forma que Blévtot, substituindo a área do pilar pela área ampliada e a altura útil do bloco  $d$  por  $d - x$ , ou seja, o modelo de Fusco torna-se equivalente ao modelo de Blévtot, assumindo um pilar fictício ampliado e a altura do bloco reduzida pela profundidade  $x$ .

A área ampliada (área do pilar fictício) é determinada por:

$$\sigma_{cd,p}^{bie} = \frac{N_{sd,p}}{A_{p,amp} \cdot \text{sen}^2(\theta)} = f_{cd} \quad (4.22)$$

em que,

$$A_{p,amp} = (a_p + 4x)(b_p + 4x),$$

$a_p$  e  $b_p$  são os lados do pilar.

Fusco (1995) admite ângulos de inclinação das bielas ( $\theta$ ) até o limite inferior de  $26,6^\circ$  ( $\arctg 1/2$ ), embora recomende, por segurança, o limite mínimo de  $33,7^\circ$  ( $\arctg 2/3$ ). No caso da verificação da segurança das bielas comprimidas, a favor da segurança, o limite inferior de  $26,6^\circ$  é assumido, ou seja:

$$\sigma_{cd,p}^{bie} = \frac{N_{sd,p}}{A_{p,amp} \cdot \text{sen}^2(26,6^\circ)} = f_{cd} \quad (4.23)$$

De modo a simplificar a formulação, Fusco (1995) determina a profundidade  $x$  por meio da tensão vertical reorganizando a equação (4.23):

$$\begin{aligned} \frac{N_{sd,p}}{A_{p,amp}} &= \text{sen}^2(26,6^\circ) \cdot f_{cd} \\ \sigma_{c2d} = \frac{N_{sd,p}}{A_{p,amp}} &= \frac{N_{sd,p}}{(a + 4x)(b + 4x)} = 0,2f_{cd} \end{aligned} \quad (4.24)$$

A segurança ao esmagamento da biela é verificada determinando a profundidade  $x$  pela equação (4.24) e garantindo ângulos de inclinação de biela maiores que  $\arctg 2/3$  (valor recomendado).

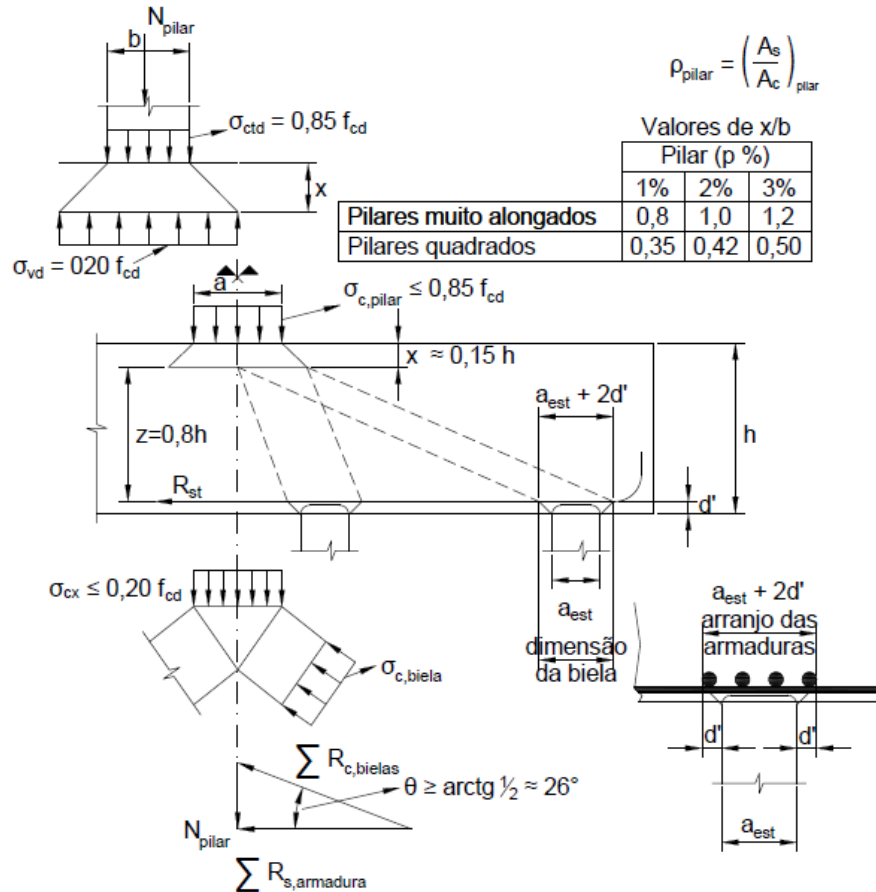
Segundo Fusco (1995), a resistência à compressão do nó comprimido igual a  $f_{cd}$  é amplamente a favor da segurança por se tratar de uma carga aplicada em área reduzida e confinada.

O método de Fusco assume que a armadura do pilar auxilia o concreto na transmissão dos esforços ao bloco e, com isso, considera que “a transferência de esforços das armaduras dos pilares para o concreto, em comprimentos de aderência da ordem de 10 a 15 diâmetros das barras dessas armaduras, é perfeitamente realizável” (FUSCO, 1995, p. 345).

De forma a simplificar a determinação da profundidade em que a tensão vertical é  $0,2f_{cd}$ , Fusco (1995) definiu em tabela alguns valores de  $x$  em função da

porcentagem de armadura longitudinal do pilar (assumindo  $f_y = 500 \text{ MPa}$ ), conforme ilustrado na Figura 4.5.

**Figura 4.5 - Resistência das bielas junto ao pilar**



Fonte: adaptado de Fusco (1995, p. 346)

Junto ao fundo do bloco (Figura 4.6), a tensão nas bielas é função da tensão atuante na seção transversal das estacas projetada e ampliada até o nível das armaduras, onde ocorre o equilíbrio da biela.

Fusco (1995) admitiu que a relação entre o diâmetro (ou lado) da estaca  $a_e$  e a distância  $d'$  (medida entre o fundo do bloco e o nível das armaduras) é aproximadamente:

$$d' \cong 0,20 a_e \quad (4.25)$$

O diâmetro (ou lado)  $a_{e,amp}$  da seção ampliada da estaca corresponde a:

$$a_{e,amp} = a_e + 2d' \approx 1,4 a_e \quad (4.26)$$

Uma vez que a tensão na biela diagonal é limitada em  $\sigma_{cd,e}^{bie} \leq f_{cd}$ , a máxima tensão vertical junto ao nó inferior (assumindo, novamente, o ângulo limite  $\arctg 1/2$ ) se limita a:

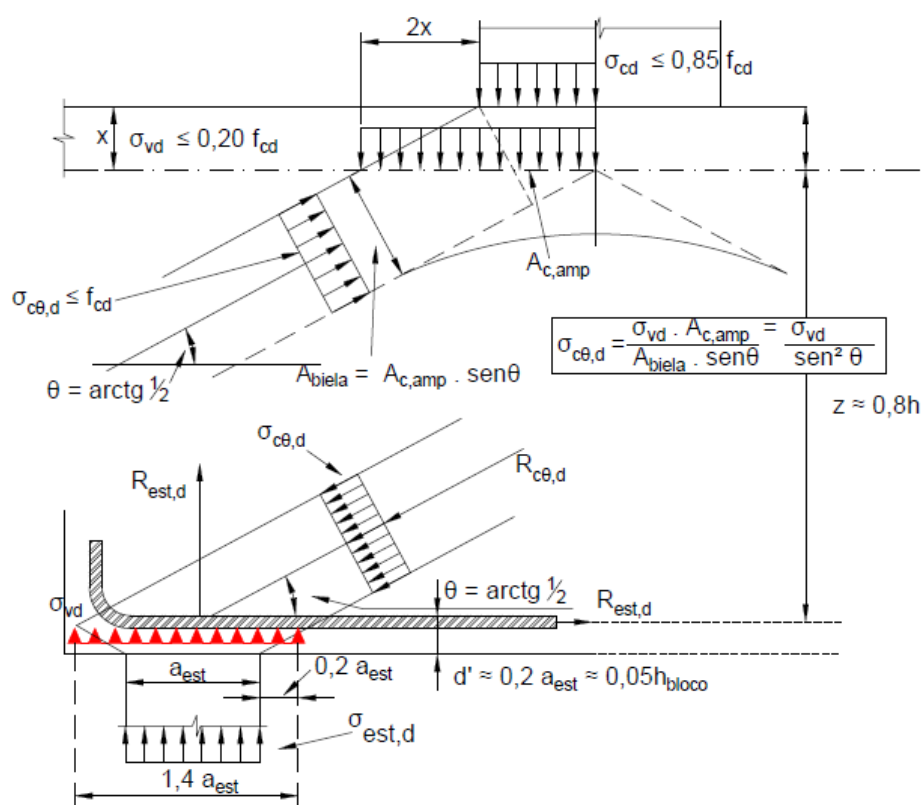
$$\sigma_{cv,d,e} = \frac{N_{sd}}{n_e \cdot A_{e,amp}} \leq 0,20 f_{cd} \quad (4.27)$$

em que:

$n_e$  é a quantidade de estacas existente no bloco de fundação;

$A_{e,amp}$  é a área ampliada sobre a estaca.

**Figura 4.6 - Resistência das bielas junto às estacas**



Fonte: adaptado de Fusco (1995, p. 347)

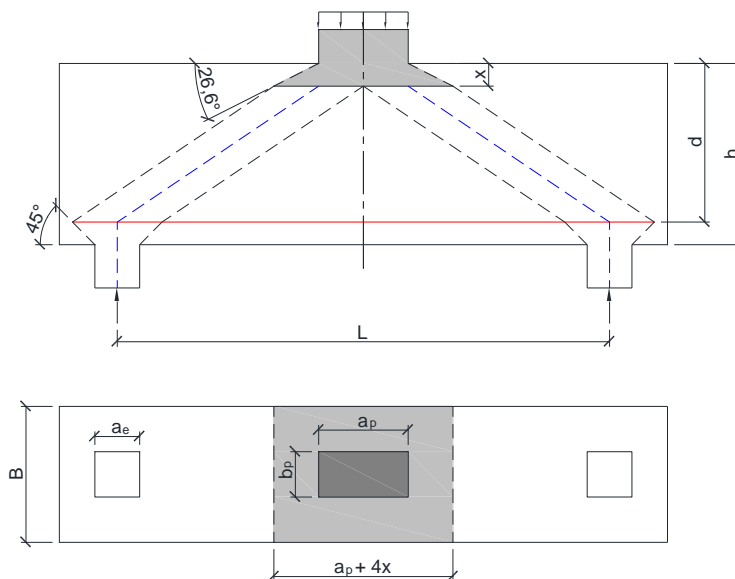
O grande diferencial do modelo de Fusco em relação ao método de Blévoit é o fato do artifício de ampliar ficticiamente a área do pilar fornecer tensões atuantes menores e permitir que os limites de nós e bielas de diversos códigos e normas possam ser aplicados.

A determinação das armaduras é realizada de forma análoga ao modelo de Blévoit e mostrada a seguir.

### 4.2.1 Blocos sobre duas estacas

As expressões que seguem são baseadas na forma do bloco sobre 2 estacas mostrada na Figura 4.7. Além disso, considerou-se a solicitação de cálculo é igual à resistência de cálculo do pilar, sem folga.

Figura 4.7 - Forma do bloco sobre 2 estacas, método de Fusco



Fonte: o autor

A profundidade  $x$  é determinada pela equação (4.24), que é uma equação do segundo grau cuja raiz de interesse é:

$$x = \frac{\sqrt{(a_p + b_p)^2 - 4 \cdot (a_p \cdot b_p - 5 \cdot N_{sd,p} / f_{cd})} - (a_p + b_p)}{8} \quad (4.28)$$

A equação (4.28) é válida desde que  $x$  seja menor que  $0,25 \cdot (B - b_p)$ , pois existe o limite geométrico da largura do bloco ( $B$ ) para o espriamento da carga na direção transversal. Caso o valor de  $x$  seja maior, as equações (4.24) e (4.28) se tornam:

$$\frac{N_{sd,p}}{(a_p + 4x) \cdot B} = 0,2f_{cd} \quad (4.29)$$

$$x = \frac{5 \cdot N_{sd,p}}{B \cdot f_{cd}} - a_p$$

O ângulo de inclinação da biela é dado por:

$$\theta = \arctg \left[ \frac{d - x}{\frac{L}{2} - \left( \frac{a_p}{4} + x \right)} \right] \quad (4.30)$$

Com a definição do ângulo  $\theta$ , verifica-se a segurança ao esmagamento da biela no nó sobre a estaca pela inequação:

$$\sigma_{cv,d,est} = \frac{N_{sd,e}}{A_{e,amp}} \leq 0,20 f_{cd} \quad (4.31)$$

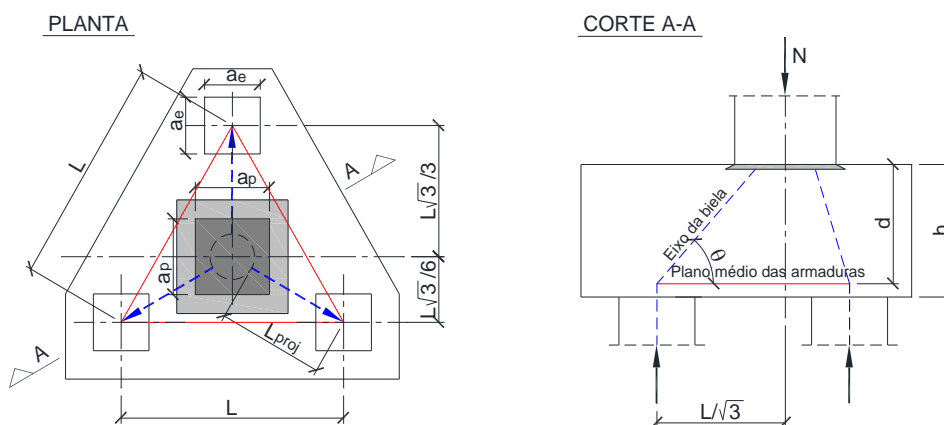
Se a inequação (4.31) for satisfeita, calcula-se a armadura necessária:

$$A_s = \frac{N_{sd,e} \cdot \cotg \theta}{f_{yd}} \quad (4.32)$$

## 4.2.2 Blocos sobre três estacas

As expressões a seguir são baseadas na forma do bloco sobre três estacas mostrada na Figura 4.8.

**Figura 4.8 - Forma do bloco sobre três estacas, método de Fusco**



Fonte: o autor

A profundidade  $x$  é determinada pela equação (4.24) ou (4.28), no caso de pilar quadrado, tem-se:

$$x = \frac{\sqrt{5 \cdot N_{sd,p} / f_{cd}} - a_p}{4} \quad (4.33)$$

O ângulo de inclinação da biela (considerando o pilar quadrado) é dado por:

$$\theta = \arctg \left[ \frac{3 \cdot (d - x)}{L \cdot \sqrt{3} - (a_p + 4x)} \right] \quad (4.34)$$

As armaduras necessárias são obtidas pelas expressões:

$$A_{sM} = \frac{N_{sd,e} \cdot \cotg\theta}{f_{yd}} = \frac{N_{sd,e}}{3 \cdot (d - x) \cdot f_{yd}} [L \cdot \sqrt{3} - (a_p + 4x)] \quad (4.35)$$

ou

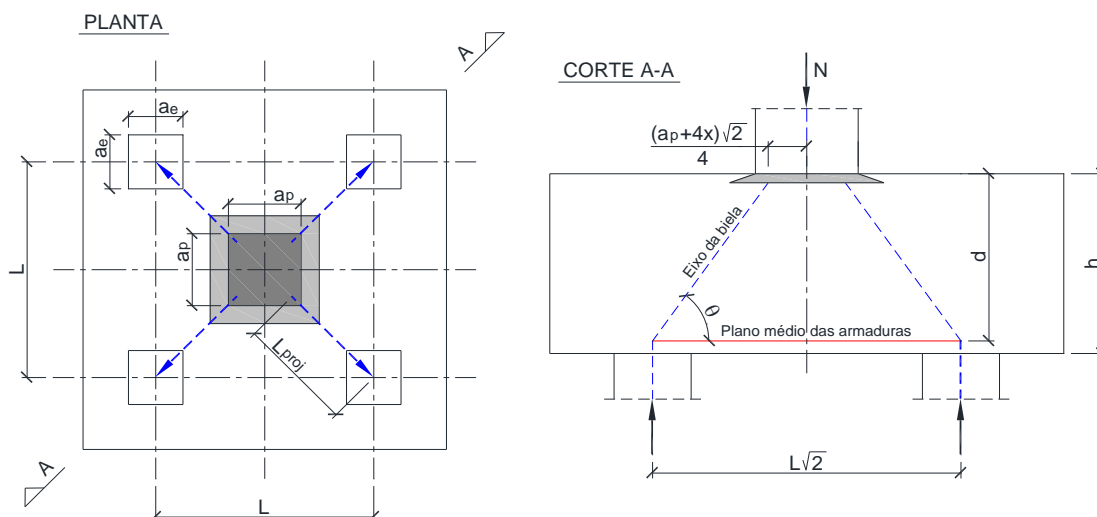
$$A_{sL} = \frac{N_{sd,e} \cdot \cotg\theta}{2 \cdot \cos 30^\circ \cdot f_{yd}} = \frac{N_{sd,e}}{3 \cdot (d - x) \cdot f_{yd}} \left( L - \frac{a_p + 4x}{\sqrt{3}} \right) \quad (4.36)$$

Fusco (1995) não define um detalhamento específico para blocos sobre 3 estacas, embora pareça indicar que as armaduras principais devam ser dispostas lateralmente, sobre as estacas.

#### 4.2.3 Blocos sobre quatro estacas

As expressões a seguir são baseadas na forma do bloco sobre quatro estacas mostrada na Figura 4.9.

**Figura 4.9 - Forma do bloco sobre quatro estacas – método de Fusco**



Fonte: o autor



A profundidade  $x$  é determinada pela equação (4.24) ou (4.28). O ângulo de inclinação da biela (considerando o pilar quadrado) é dado por:

$$\theta = \arctg \left[ \frac{d - x}{\left( \frac{L}{2} - \frac{a_p + 4x}{4} \right) \cdot \sqrt{2}} \right] \quad (4.37)$$

As armaduras necessárias são obtidas pelas expressões:

$$A_{sD} = \frac{N_{sd,e} \cdot \cotg\theta}{f_{yd}} = \frac{N_{sd,e}}{(d - x) \cdot f_{yd}} \left[ \frac{L}{2} - \frac{(a_p + 4x)}{4} \right] \cdot \sqrt{2} \quad (4.38)$$

ou

$$A_{sL} = \frac{N_{sd,e} \cdot \cotg\theta \cdot \cos 45^\circ}{f_{yd}} = \frac{N_{sd,e}}{(d - x) \cdot f_{yd}} \left[ \frac{L}{2} - \frac{(a_p + 4x)}{4} \right] \quad (4.39)$$

Fusco (1995) não define um detalhamento específico para blocos sobre quatro estacas.

#### 4.3 MODELO DE ADEBAR E ZHOU (1996)

O modelo proposto por Adebar e Zhou (1993 e 1996) baseia-se em estudos analíticos e experimentais de bielas comprimidas de concreto sem armadura (item 3.3.6). Os pesquisadores definiram um limite-máximo de resistência para a biela em garrafa tridimensional em blocos de fundações. As tensões máximas nas zonas nodais devem ser limitadas a:

$$f_{c,bie} = f'_c + 6\alpha\beta\sqrt{f'_c} \quad (4.40)$$

em que,

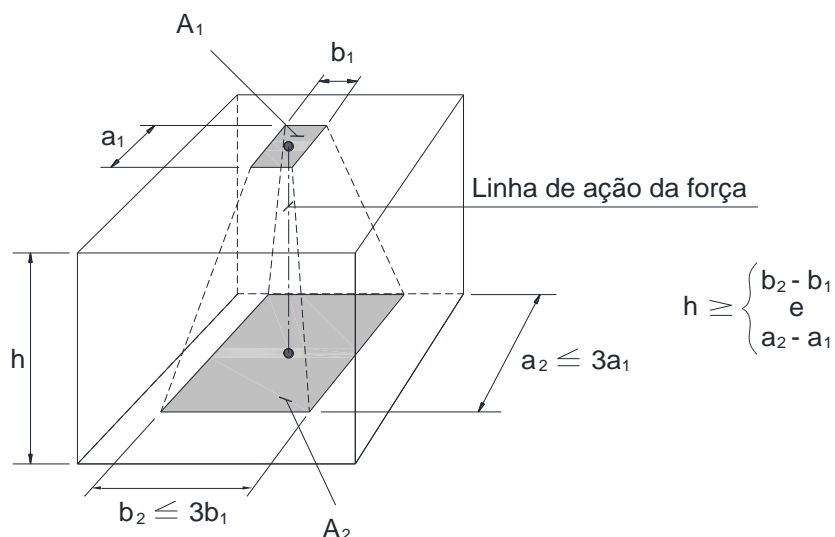
$f'_c$  – resistência à compressão do concreto especificada em projeto, conforme a norma ACI 318 (2019);

$$\alpha = \frac{1}{3} \cdot \left( \sqrt{A_2/A_1} - 1 \right) \leq 1,0 \quad (4.41)$$

$$\beta = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{h_s}{b_s} - 1 \right) \leq 1,0 \quad (4.42)$$

O parâmetro  $\alpha$  considera o confinamento da biela. A relação  $A_2/A_1$  é similar à relação  $A_{c1}/A_{c0}$  da ABNT NBR 6118 (2014), item 21.2.1, para cálculo da resistência à força de compressão em área reduzida.  $A_1$  é a área carregada (do pilar ou da estaca) e  $A_2$  é a maior área de mesma forma e mesmo centro de gravidade que  $A_1$ , inscrita na área de suporte (Figura 4.10).

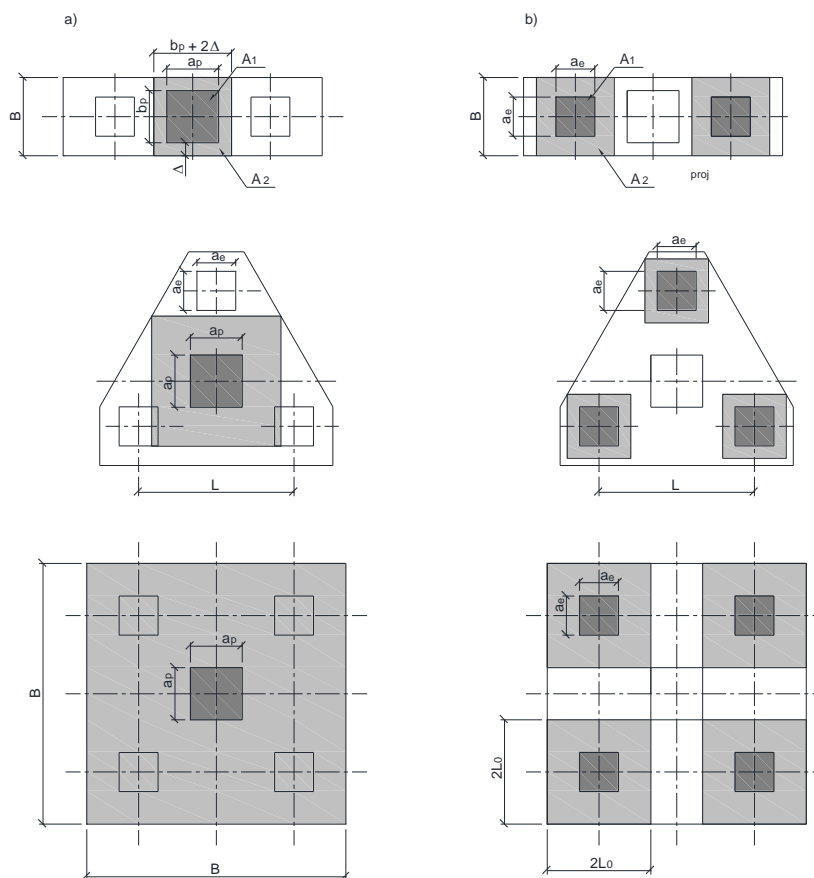
**Figura 4.10 - Definição das áreas para o cálculo da resistência do concreto em regiões de introdução de cargas concentradas**



Fonte: adaptado de Eurocode 2 (CEN, 2004, p. 111)

A Figura 4.11 indica as áreas  $A_1$  e  $A_2$  para o dimensionamento de blocos sobre 2, 3 e 4 estacas, desde que seja respeitada a inclinação (2H:1V) mostrada na Figura 4.10.

**Figura 4.11 - Definição das áreas para o cálculo da resistência do concreto: a) Nó superior e b) nó inferior**



**Fonte: o autor**

O parâmetro  $\beta$  considera a geometria da biela. Segundo Adebar e Zhou (1996), de maneira a calcular a resistência do bloco em relação ao esmagamento da biela, quando existem duas ou mais bielas se encontrando no nó comprimido abaixo do pilar, a relação  $h_s/b_s$  pode ser aproximada por:

$$\frac{h_s}{b_s} \approx \frac{2d}{a_p} \quad (4.43)$$

em que  $d$  é a altura útil do bloco e  $a_p$  é a largura ou diâmetro do pilar.

Na verificação do nó sobre a estaca, a relação  $h_s/b_s$  pode ser aproximada (ADEBAR; ZHOU, 1996) por:

$$\frac{h_s}{b_s} \approx \frac{d}{a_e} \quad (4.44)$$

em que  $a_e$  é o diâmetro ou largura da estaca.

Os pesquisadores deixam claro que a abordagem proposta tem por objetivo o dimensionamento de blocos altos e não deve ser aplicada em blocos esbeltos. Eles reconhecem que é difícil separar as duas situações e que alguns blocos podem ter comportamento intermediário.

A metodologia proposta por Adebar e Zhou (1993 e 1996) não é clara quanto ao braço de alavanca a ser usado no cálculo da armadura. No entanto, a tese de Zhou (1994), que originou os artigos, propõe dois modelos possíveis. O modelo dito simplificado separa a resistência em relação ao esmagamento da biela e a resistência por flexão (ruptura da armadura). O último é o método clássico de Blévoit, ou seja, a determinação da armadura é realizada assumindo o braço de alavanca igual à altura útil.

#### 4.4 MODELO PROPOSTO NESTE TRABALHO

O modelo foi inicialmente proposto pelo autor (SANTOS, 2013) e publicado, em sua primeira versão, no livro de comentários sobre a NBR 6118:2014 (IBRACON, 2015) por Santos et al (2015). Além disso, comparações entre o modelo proposto originalmente e ensaios experimentais foram realizadas por Santos, Carvalho e Stucchi (2019) e Carvalho (2018).

A ideia básica do modelo é mesclar o modelo simplificado de Blévoit com o conceito de “abertura de carga” do modelo de Fusco e determinar a região nodal de modo mais consistente.

A necessidade de um novo modelo surgiu com a revisão da norma de projeto de estruturas de concreto NBR 6118 (ABNT, 2014), em que foram estabelecidos parâmetros de resistência de nós e bielas para elementos planos que são inferiores aos valores adotados no método de Blévoit. Embora esses parâmetros não tenham sido estabelecidos para elementos tridimensionais, existia o receio por parte dos engenheiros de estruturas de que o método de Blévoit, muito utilizado no Brasil, não pudesse mais ser aplicado após a publicação da NBR 6118 (ABNT, 2014).

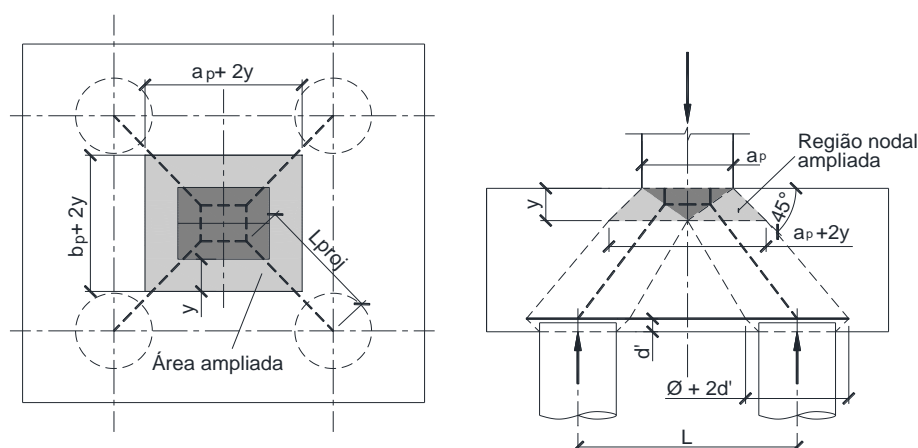
A alternativa imediata seria a utilização do modelo de bielas e tirantes de Fusco (1995), pois alarga a área da biela ao utilizar o conceito da área ampliada. No entanto, esse método mantém a incompatibilidade entre os campos de tensões e o modelo de bielas e tirantes resultante. O modelo de bielas e tirantes de Fusco (1995) assume

que o banzo superior comprimido se localiza na face inferior do nó e não no eixo (metade da altura do nó).

O modelo ora proposto estabelece a compatibilidade entre os campos de tensões e o modelo de bielas e tirantes resultante, mantendo apenas a simplificação do cálculo das tensões nas bielas por meio da área ampliada de Fusco (1995) e, com isso, permite adotar os limites de resistência de nós e bielas da NBR 6118 (ABNT, 2014) sem onerar o projeto estrutural das fundações (blocos e sapatas).

O modelo proposto assume que o pilar é submetido a esforços que esgotam a sua resistência e, com isso, o desvio das bielas diagonais ocorre dentro do bloco, conforme a Figura 4.12.

**Figura 4.12 - Modelo de bielas e tirantes proposto**



**Fonte: Santos; Carvalho; Stucchi (2019, p. 838)**

A região nodal superior é de difícil análise por se tratar de elemento tridimensional. A geometria do nó e a determinação da área da biela pode ser uma tarefa bem complexa. De modo a contornar esse problema, utiliza-se a grande vantagem do método de Blévoit, que é a simplicidade no cálculo das tensões de compressão ao assumir que a área da biela é determinada por:

$$A_{bie} \approx A_h \cdot \text{sen}\theta \quad (4.45)$$

em que:

$\theta$  é a inclinação da biela;

$A_h$  é a área no plano horizontal em que os campos de tensões das bielas se encontram. No caso do bloco da Figura 4.12,  $A_h = (a_p + 2y)(a_p + 2y)/4$ .

O modelo de Bléivot considera que  $A_n$  é a  $n$ ésima parte da área do pilar, e o modelo de Fusco assume a  $n$ ésima parte da área ampliada, assim como o modelo proposto, sendo  $n$  o número de estacas. No entanto, é importante ressaltar que o modelo proposto utiliza o artifício da área ampliada apenas para a determinação da tensão na biela diagonal.

A área ampliada ( $A_{p,amp}$ ) é definida aqui de forma ligeiramente diferente do método de Fusco, pois adota, simplificada, abertura de  $45^\circ$ . No caso do cálculo do nó sobre a estaca, o modelo proposto adota a mesma abertura de  $45^\circ$  que o modelo de Fusco (1995). Com isso, a verificação da segurança em relação ao esmagamento da biela é realizada pelas inequações:

$$\sigma_{cd,e}^{bie} = \frac{N_{sd,e}}{A_{e,amp} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq f_{cd3} \quad (4.46)$$

$$\sigma_{cd,p}^{bie} = \frac{N_{sd,p}}{A_{p,amp} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq f_{cd1} \quad (4.47)$$

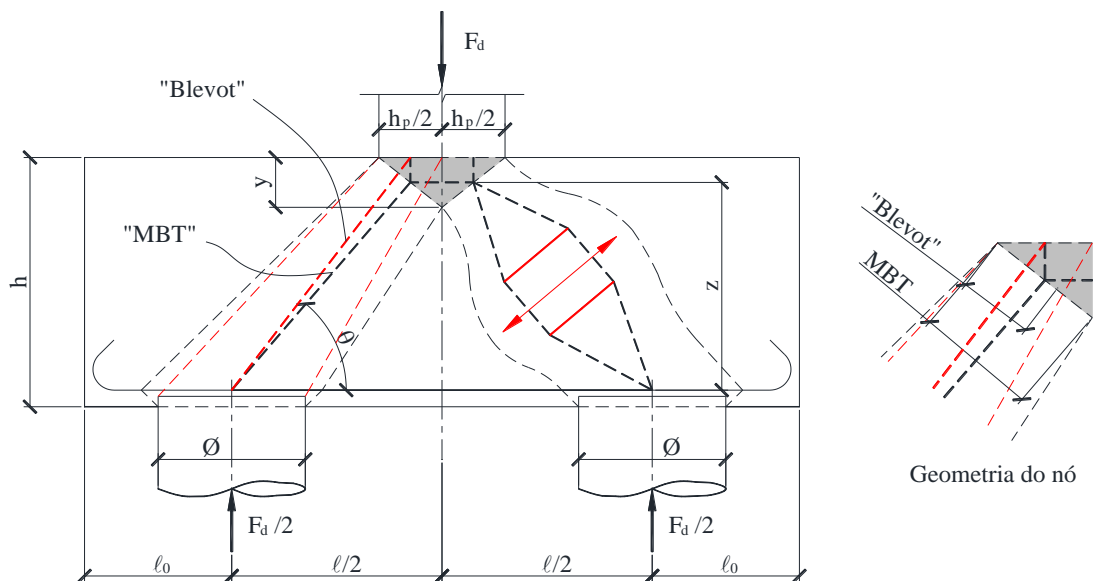
em que,

$$f_{cd1} = 0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd};$$

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd};$$

$$\alpha_{v2} = 1 - f_{ck}/250, f_{ck} \text{ em MPa.}$$

Figura 4.13 - Comparação entre o modelo de bielas e tirantes (MBT) e o modelo de Bléivot



Fonte: Santos; Carvalho; Stucchi (2019, p. 839)

A resistência do nó sob o pilar foi adotada, a favor da segurança, como o valor definido no item 22.1 da NBR 6118 (2014) para o nó CCC, independentemente da quantidade de estacas. Os nós sobre as estacas são considerados como CCT.

O método consiste em determinar a profundidade do nó comprimido sob o pilar de forma iterativa, buscando o limite de resistência da biela. O roteiro de cálculo é mostrado a seguir:

- I. adota-se  $y$  (por exemplo:  $y = 0,2d$ );
- II. determina-se a inclinação da biela (desejável  $\theta \geq 45^\circ$ );
- III. verificam-se as tensões de compressão no nó sob o pilar;
- IV. caso a tensão no nó superior não seja igual ao limite de resistência, busca-se  $y$  iterativamente até que a tensão solicitante seja igual à tensão resistente;
- V. determinam-se a inclinação da biela e as armaduras principais sobre as estacas;
- VI. verifica-se a ancoragem das barras principais;
- VII. verificam-se as tensões de compressão no nó sobre as estacas;
- VIII. determinam-se armaduras de distribuição, pele e demais armaduras secundárias que sejam necessárias.

#### 4.5 SOBRE AS DIFERENÇAS ENTRE OS MODELOS

O modelo de Blévoit tem três limites para a determinação do esforço resistente de um bloco. Esses limites são bem definidos e independentes, uma vez que a inclinação da biela é definida apenas por parâmetros geométricos. Um limite é dado pela resistência do aço e os outros dois pela resistência da biela. A segurança em relação ao esmagamento da biela é verificada pelas tensões calculadas junto ao pilar e das tensões junto às estacas. Se a verificação mais crítica for pela resistência da biela, apenas o aumento da resistência do concreto ou a mudança na geometria do bloco (altura, por exemplo) é permitida.

No modelo proposto, a força resistente do bloco é determinada pelo menor valor entre dois valores críticos: o primeiro obtido pela combinação entre o escoamento da armadura e o limite de resistência do nó superior e o segundo pela combinação das resistências dos nós superior e inferior.

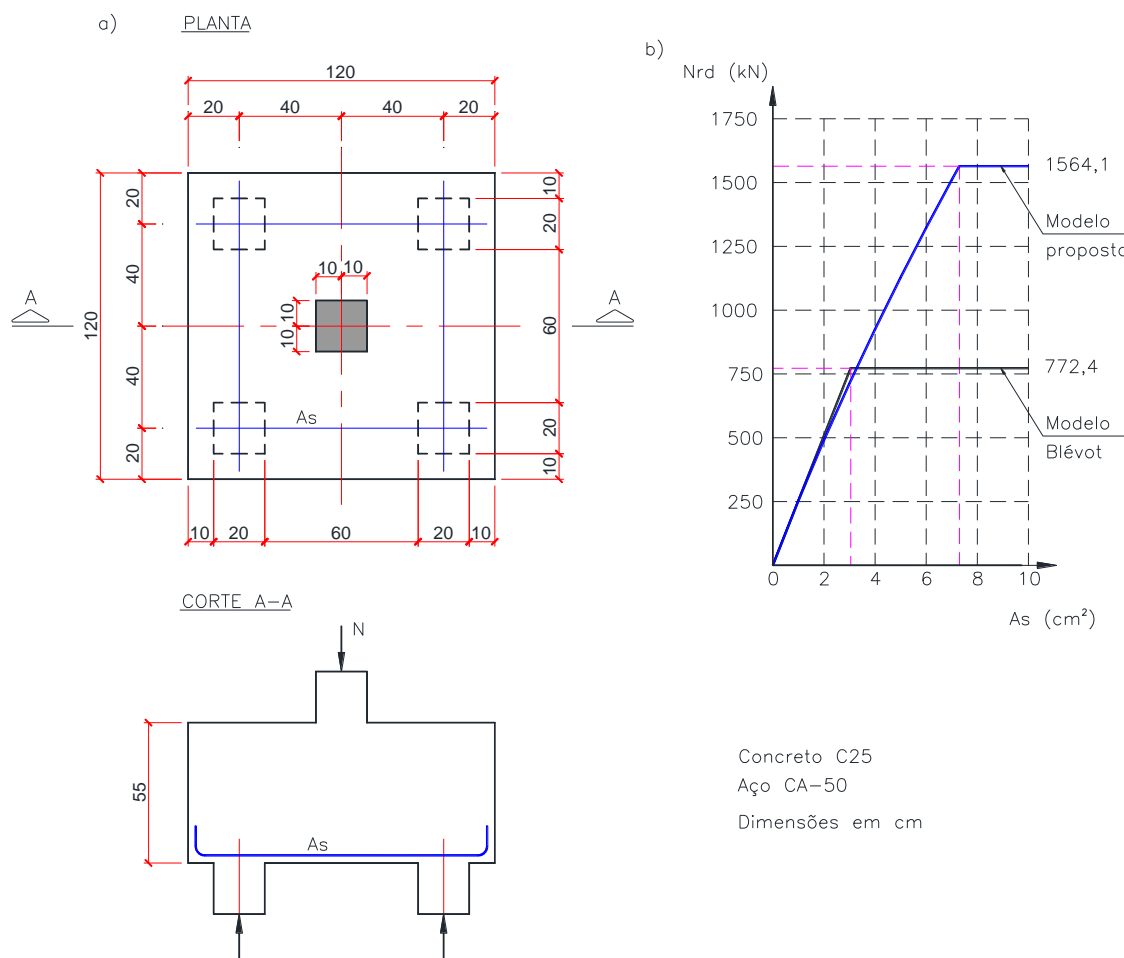
Uma comparação entre as resistências teóricas fornecidas pelos dois modelos é mostrada na Figura 4.14. Para taxas de armadura pequenas, os dois modelos fornecem valores de capacidade resistente bem próximos.

No modelo de Blévoit, a força resistente do bloco aumenta linearmente até que a resistência da biela (região da estaca ou do pilar) seja limitante. No modelo proposto, o esforço resistente do bloco aumenta de forma ligeiramente não linear, uma vez que o aumento da armadura provoca o aumento da profundidade da linha neutra ( $y$ ) e, conseqüentemente, a diminuição do ângulo da biela. O esforço resistente (plástico) limite do bloco é atingido quando se esgotam as resistências do aço e do concreto do nó superior.

O comportamento previsto pelo modelo proposto é similar ao de uma viga à flexão, em que se determina a profundidade da linha neutra de forma que o concreto e a armadura estejam no limite da resistência de ambos. Assim como na teoria de flexão, deve-se controlar a profundidade da linha neutra de forma a permitir o escoamento das armaduras e, portanto, certa ductilidade.



**Figura 4.14 - Exemplo de comparação entre o modelo proposto e o modelo de Blévoit: a) forma e b) resistência teórica de cálculo prevista por ambos os modelos (dados adotados:  $f_{ck} = 25$  MPa,  $f_{yk} = 500$  MPa,  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ )**



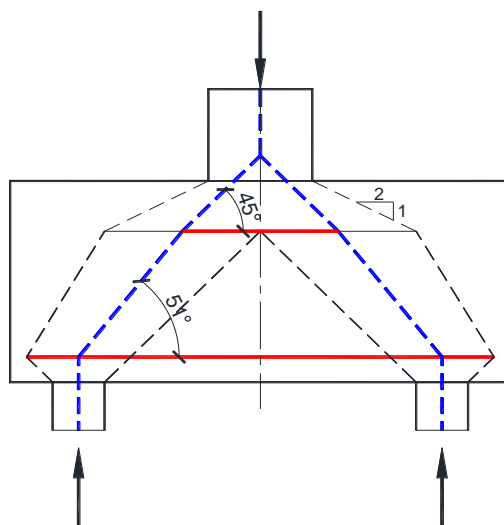
Fonte: o autor

Essa diferença entre os métodos é muito importante, pois, devido às baixas taxas de armadura dos blocos, aumentar a resistência do concreto ou a geometria do bloco pode ser antieconômico.

O método de Fusco também considera que a resistência do nó superior depende da armadura. No entanto, como a abertura de carga é grande, esse método permite que o ângulo de inclinação da biela seja maior que o determinado pelo método de Blévoit, o que produziria uma geometria de bielas e tirantes irrealistas, com esforços de tração na região superior do bloco (Figura 4.15).

O modelo de Fusco foi idealizado para ângulos de bielas próximos de  $\arctg 2/3$ . De modo a corrigir a geometria mostrada na Figura 4.15, o ângulo de espraio poderia ser modificado, no entanto, as comparações com os ensaios serão realizadas com as prescrições originais de Fusco (1995).

Figura 4.15 - Geometria possível pelo método de Fusco



Fonte: Santos; Carvalho; Stucchi (2019, p. 840)

## 5 ENSAIOS EXPERIMENTAIS EXISTENTES E COMPARAÇÕES COM OS MODELOS TEÓRICOS

Neste capítulo, diversos ensaios experimentais de blocos sobre estacas existentes na literatura técnica serão comparados com os modelos teóricos discutidos anteriormente.

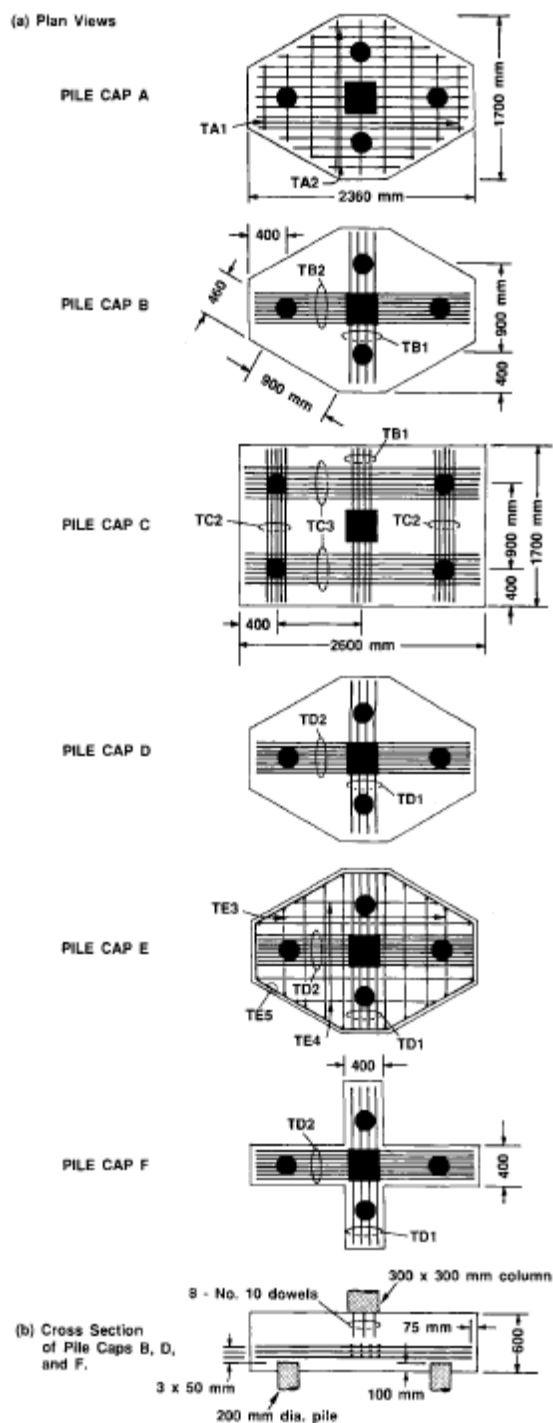
Os ensaios mais conhecidos no Brasil são os realizados por Blévo e Frémy (1967) que ensaiaram 116 blocos com diferentes características: 59 blocos sobre 4 estacas, 45 blocos sobre três estacas e 12 blocos sobre duas estacas. Desses 116 blocos, 94 blocos eram em escala reduzida e 22 em verdadeira grandeza.

Os resultados dos ensaios de Blévo e Frémy (1967) mostram que os blocos com armadura uniformemente distribuída têm menor esforço resistente que um bloco similar com armaduras concentradas sobre as estacas (no caso de blocos sobre quatro estacas, eles obtiveram 20% menos resistência). Essa constatação, reproduzida por outros pesquisadores (CLARKE, 1973; SUZUKI et al, 1998), mostra a eficácia de modelos de bielas e tirantes em relação ao modelo de flexão (CEB-FIP BULLETIN 73, 1970), uma vez que sugere que as trações na região inferior (das armaduras) se concentram nos alinhamentos das estacas, quando não há armadura vertical (estribos).

Clarke (1973) ensaiou 15 blocos sobre quatro estacas. O arranjo das armaduras e a ancoragem das barras foram os principais parâmetros estudados. Adebar, Kuchma e Collins (1990) ensaiaram 5 blocos sobre 4 estacas e 1 sobre 6 estacas, conforme Figura 5.1. No dimensionamento dos protótipos, os pesquisadores assumiram que a força aplicada ao pilar seria distribuída igualmente entre as estacas, mas as medições durante os ensaios mostraram que as reações eram maiores nas estacas mais próximas e menores nas estacas mais distantes do pilar. Por conta disso, esses ensaios não serão comparados com os modelos teóricos.

Embora a hipótese de reações iguais nas estacas não tenha se confirmado, esses ensaios foram instrumentados e alguns resultados são valiosos para o estudo do comportamento de blocos sobre estacas.

Figura 5.1 - Ensaios realizados por Adebar, Kuchma e Collins (1990)



Fonte: Adebar; Kuchma; Collins (1990, p. 83)

Adebar, Kuchma e Collins (1990) mediram as tensões longitudinais na superfície superior do bloco, fora da região do pilar. O objetivo era verificar se o bloco poderia ser dimensionado pela teoria de flexão, ou seja, aplicando a análise seccional como em vigas, em que a largura inteira do bloco estaria submetida à compressão

uniforme. As deformações medidas mostraram que mesmo o bloco estando submetido a um nível de carga capaz de escoar as armaduras, as tensões de compressão da superfície superior se mantiveram relativamente baixas. Além disso, as deformações medidas não eram uniformes ao longo da largura, indicando que as tensões de compressão devido ao momento fletor foram resistidas, principalmente, pela parte central do bloco. Essa conclusão é bem interessante, pois esse comportamento é previsto pelos modelos de bielas e tirantes aplicados a blocos sobre estacas em que as tensões de compressão se concentram em um nó sob o pilar.

Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998; 1999), Suzuki, Otsuki e Tsuchiya (2000) e Suzuki e Otsuki (2002) ensaiaram 94 blocos sobre quatro estacas. A maioria desses ensaios tinha arranjo com armadura uniformemente distribuída, apesar da confirmação de que os blocos com armadura concentrada sobre as estacas têm resistências superiores.

Cao (2009) ensaiou 18 blocos sobre 4 estacas com pilares retangulares, sendo um dos lados com a mesma dimensão da largura do bloco. Os ensaios utilizaram o arranjo de armadura uniformemente distribuída.

Diversos ensaios de blocos sobre 2 e 3 estacas foram realizados na Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, sob a orientação do Prof. José Samuel Giongo (MUNHOZ, 2014; BARROS, 2013; MIGUEL, 2000, entre outros).

Uma dificuldade encontrada em alguns ensaios experimentais é a falta de dados completos, principalmente em relação à forma do bloco, em que a distância entre a estaca e a borda do bloco muitas vezes não é reportada. A comparação dos métodos que usam o conceito de área ampliada da estaca com os resultados experimentais será realizada, quando necessário, estimando por meio de fotos as dimensões faltantes.

Um parâmetro que parece influenciar bastante nas previsões de carga resistente pelo método é a relação entre a carga de ruptura do bloco e a resistência teórica do pilar sem o auxílio de armadura, definido por:

$$v = \frac{N_{ensaio}}{A_p \cdot f_c} \quad (5.1)$$

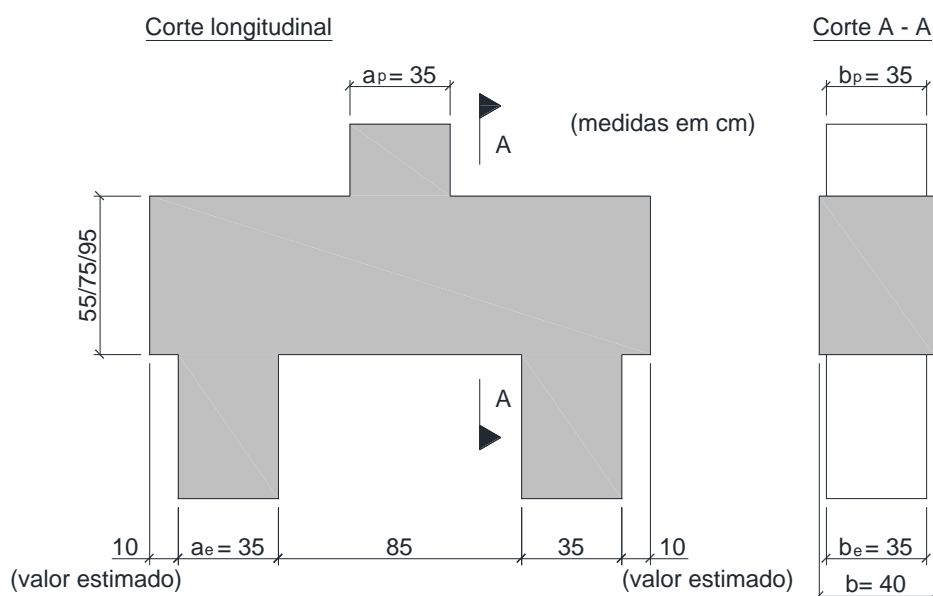
## 5.1 BLOCOS SOBRE DUAS ESTACAS

Os ensaios selecionados para comparação com os modelos discutidos anteriormente são mostrados nas Tabelas 5.1 a 5.4.

Com relação à Blévoit e Frémy (1967), somente os ensaios em verdadeira grandeza (Figura 5.2) de Blévoit e Frémy (1967) foram selecionados, pois não foi possível determinar todos os parâmetros necessários para analisar os ensaios em escala reduzida. A ruptura de 4 blocos dos 6 ensaios sobre 2 estacas foi reportada como ruptura por esmagamento da biela de concreto na parte superior. Os pesquisadores reportaram a ruptura do protótipo 2N1<sup>bis</sup> como sendo por esmagamento da biela e por ancoragem insuficiente de uma extremidade. O espécime 2N3 rompeu por esmagamento do concreto na parte superior e inferior.

A ruptura por esmagamento na parte superior do bloco, sem que essa tenha sido reportada como brusca, sugere que a armadura principal escoou antes dessa ruptura. O protótipo 2N1<sup>bis</sup> que rompeu por deficiência de ancoragem poderia ser descartado; no entanto, houve o esmagamento da biela, sugerindo a possibilidade do escoamento da armadura. A ruptura por esmagamento da biela na parte superior e inferior pode significar que a biela rompeu antes do escoamento da armadura. Como os ensaios não foram instrumentados, essa é uma dificuldade em usar o banco de dados de Blévoit e Frémy (1967).

**Figura 5.2 - Forma dos blocos sobre 2 estacas ensaiados por Blévoit**



Fonte: o autor

Tabela 5.1 - Ensaio de blocos sobre 2 estacas selecionados de Blévoet e Frémy (1967)

Nome	L <sup>(1)</sup> (cm)	d <sup>(2)</sup> (cm)	a <sub>p</sub> <sup>(3)</sup> (cm)	a <sub>e</sub> <sup>(4)</sup> (cm)	A <sub>s</sub> <sup>(5)</sup> (cm <sup>2</sup> )	b <sup>(6)</sup> (cm)	f <sub>y</sub> <sup>(7)</sup> (MPa)	f <sub>c</sub> <sup>(8)</sup> (MPa)	F <sub>ensaio</sub> <sup>(9)</sup> (kN)
2N1	120	49,5	35	35	48,25	40	232,3	23,55	2100
2N1 <sup>bis</sup>	120	49,5	35	35	40,21	40	468,8	44,0	3250
2N2	120	70,3	35	35	48,25	40	239,8	27,8	3000
2N2 <sup>bis</sup>	120	69,3	35	35	40,21	40	473,8	45,5	5200
2N3	120	89,4	35	35	48,25	40	292,7	32,7	4500
2N3 <sup>bis</sup>	120	89,2	35	35	40,21	40	469,6	47,0	6000

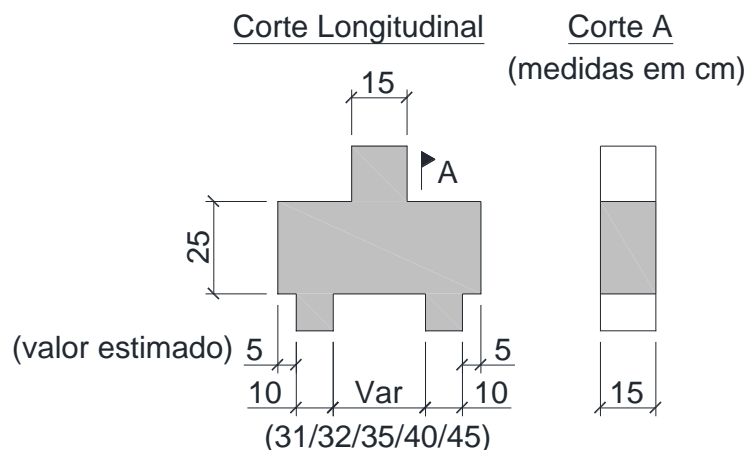
Fonte: Blévoet; Frémy (1967)

- (1) Distância entre estacas.
- (2) Altura útil.
- (3) Lado do pilar quadrado.
- (4) Lado da estaca quadrada.
- (5) Armadura sobre as estacas.
- (6) Largura do bloco.
- (7) Tensão de escoamento do aço.
- (8) Resistência à compressão do concreto.
- (9) Carga de ruptura do ensaio

Fonte: o autor

Os Ensaio de Mautoni (1971); Moody et al (1954) e Morrow e Viest (1957), resumidos na Tabela 5.2, estudaram a ruptura por esmagamento da biela (usualmente definida como por cisalhamento), ou seja, a armadura longitudinal era excessiva. Além disso, todos os ensaios tinham apenas armadura inferior entre as estacas ou apoios. A armadura longitudinal dos pilares, nos ensaios de Mautoni (1971), era composta de 6 barras de 5mm (CA-24A), ou seja, a taxa mecânica era pequena.

Figura 5.3 - Formas dos blocos ensaiados por Mautoni (1971)



Fonte: o autor

Tabela 5.2 - Ensaios de blocos sobre 2 estacas selecionados de Mautoni (1971)

Nome	L <sup>(1)</sup> (cm)	d <sup>(2)</sup> (cm)	a <sub>p</sub> <sup>(3)</sup> (cm)	a <sub>e</sub> <sup>(4)</sup> (cm)	A <sub>s</sub> <sup>(5)</sup> (cm <sup>2</sup> )	b <sup>(6)</sup> (cm)	f <sub>y</sub> <sup>(7)</sup> (MPa)	f <sub>c</sub> <sup>(8)</sup> (MPa)	F <sub>ensaio</sub> <sup>(9)</sup> (kN)
<b>Mautoni (1971)</b>									
B1-1	31	23	15	10	6,25	15	720	21,5	520
B2-1	31	23	15	10	6,25	15	720	21,5	550
B1-2	32	23	15	10	7,50	15	720	15,0	350
B2-2	32	23	15	10	7,50	15	720	15,0	370
B1-A	32	23	15	10	7,50	15	720	32,3	800
B2-A	32	23	15	10	7,50	15	720	32,3	810
B1-B	32	20	15	10	6,25	15	720	32,0	780
B2-B	32	20	15	10	6,25	15	720	32,0	700
B1-4A	32	20	15	10	7,50	15	720	29,5	620
B2-4A	32	20	15	10	7,50	15	720	29,5	640
B1-4B	32	20	15	10	6,25	15	720	27,8	630
B2-4B	32	20	15	10	6,25	15	720	27,8	630
B1-4C	32	20	15	10	7,50	15	720	22,2	490
B2-4C	32	20	15	10	7,50	15	720	22,2	450
D1	35	21	15	10	5,60	15	690	22,9	510
D2	35	21	15	10	5,60	15	690	22,9	510
F1	40	20	15	10	5,60	15	690	23,6	500
F2	40	20	15	10	5,60	15	690	23,6	440
E1	45	20	15	10	5,60	15	690	19,5	380
G1	45	20	15	10	5,60	15	690	24,3	480
<b>Morrow e Viest (1957)</b>									
B14-B2	107	37	36x30	10	20,54	30	474	14,9	750
E2	107	37	36 x 30	10	6,33	30	474	12,9	570
A4	107	36	36 x 30	10	27,00	30	433	23,0	1040
B4	107	37	36 x 30	10	20,54	30	411	26,8	1020
E4	107	37	36 x 30	10	13,76	30	430	29,4	1040
A6	107	36	36 x 30	10	41,36	30	456	46,3	1830
B6	107	37	36 x 30	10	20,54	30	462	47,6	1590
<b>Moody et al (1954)</b>									
III-24a	162	54	20x18	20x18	26,44	18	320	18,6	600
III-24b	162	54	20x18	20x18	26,44	18	320	21,5	620
III-25a	162	54	20x18	20x18	33,63	18	320	25,4	540
III-25b	162	54	20x18	20x18	33,63	18	320	18,0	590
III-26a	162	54	20x18	20x18	41,31	18	307	22,6	860
III-26b	162	54	20x18	20x18	41,31	18	307	21,5	810
III-27a	162	54	20x18	20x18	26,44	18	320	22,3	710
III-27b	162	54	20x18	20x18	26,44	18	320	23,9	720
III-28a	162	54	20x18	20x18	33,63	18	320	24,3	620
III-28b	162	54	20x18	20x18	33,63	18	320	23,4	690
III-29a	162	54	20x18	20x18	41,31	18	307	22,7	790
III-29b	162	54	20x18	20x18	41,31	18	307	26,1	890

Fonte: Blévoit; Frémy (1967); Mautoni (1971)

(1) Distância entre estacas.

(2) Altura útil.

(3) Lado do pilar.

(4) Dimensão da estaca ou apoio na direção longitudinal.



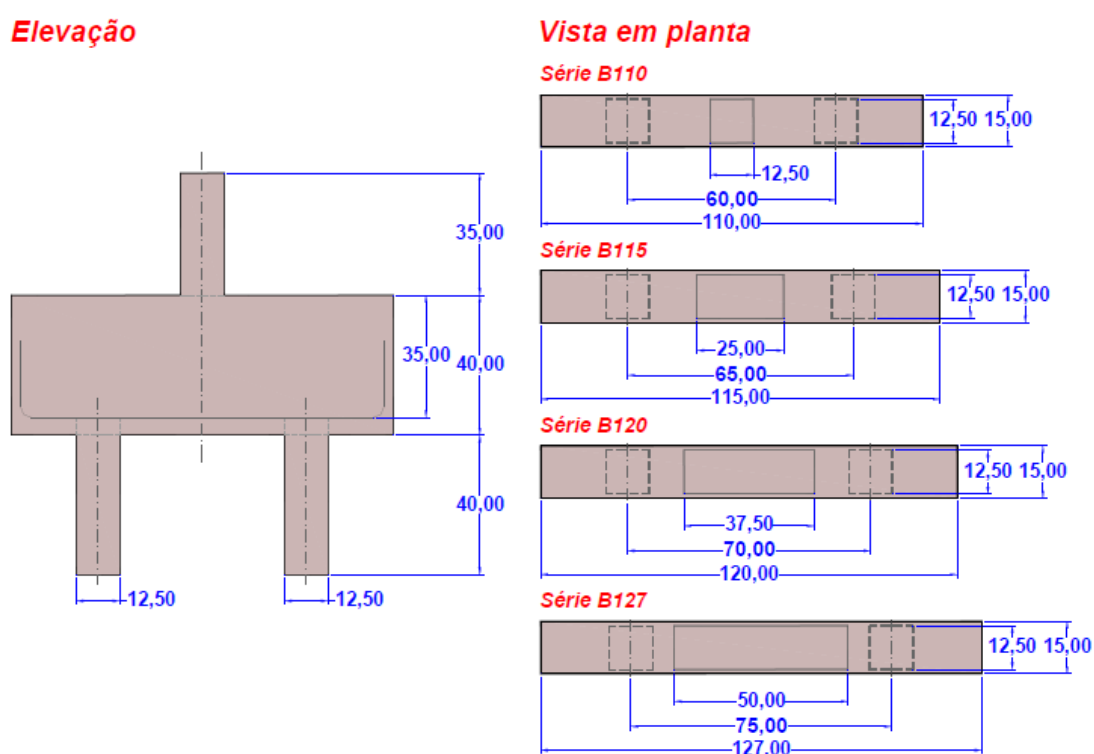
- (5) Armadura sobre as estacas.
- (6) Largura do bloco, do pilar e da estaca.
- (7) Tensão de escoamento do aço.
- (8) Resistência à compressão do concreto.
- (9) Carga de ruptura do ensaio.

Fonte: o autor

A maior dificuldade na análise do esforço resistente dos blocos selecionados é a definição da área ampliada da estaca, pois nem sempre a distância da face da estaca até a borda do bloco é informada e, muitas vezes, seu valor foi estimado pelas fotografias. No caso dos ensaios realizados por Mautoni (1971), a abertura de carga até o nível da armadura foi limitada a 2cm na direção longitudinal. Na direção transversal, o limitante é a largura do bloco.

Um conjunto de ensaios bem interessante foi realizado por Munhoz (2014). O objetivo principal da pesquisa era estudar a influência da seção geométrica de pilares e da taxa de armadura no comportamento do bloco. A elaboração dos protótipos e da instrumentação foi orientada pelo método de Fusco (1995). As geometrias dos 12 blocos (3 por série) são mostradas na Figura 5.4.

Figura 5.4 - Dimensões dos blocos ensaiados por Munhoz (2014)



Fonte: Munhoz (2014, p. 85)

Os dados dos ensaios e a carga de ruptura de cada bloco são mostrados na Tabela 5.3.

**Tabela 5.3 - Ensaios de blocos sobre 2 estacas de Munhoz (2014)**

Nome	L <sup>(1)</sup> (cm)	d <sup>(2)</sup> (cm)	a <sub>p</sub> <sup>(3)</sup> (cm)	a <sub>e</sub> <sup>(4)</sup> (cm)	A <sub>s</sub> <sup>(5)</sup> (cm <sup>2</sup> )	b <sup>(6)</sup> (cm)	f <sub>y</sub> <sup>(7)</sup> (MPa)	f <sub>c</sub> <sup>(8)</sup> (MPa)	F <sub>ensaio</sub> <sup>(9)</sup> (kN)
B110P125R1	60	33,7	12,5	12,5	5,0	15	558,4	32,76	-
B110P125R25	60	33,7	12,5	12,5	5,0	15	558,4	32,76	577,08
B110P125R4	60	33,7	12,5	12,5	5,0	15	558,4	32,76	590,73
B115P250R1	65	33,7	25	12,5	5,0	15	558,4	32,76	712,68
B115P250R25	65	33,7	25	12,5	5,0	15	558,4	32,76	735,42
B115P250R4	65	33,7	25	12,5	5,0	15	558,4	32,76	763,64
B120P375R1	70	32,7	37,5	12,5	7,5	15	558,4	32,76	850,78
B120P375R25	70	32,7	37,5	12,5	7,5	15	558,4	32,76	807,13
B120P375R4	70	32,7	37,5	12,5	7,5	15	558,4	34,96	924,26
B127P500R1	75	32,1	50	12,5	10	15	578	34,96	1028,30
B127P500R25	75	32,1	50	12,5	10	15	578	34,96	979,88
B127P500R4	75	32,1	50	12,5	10	15	578	34,96	969,35

Fonte: Munhoz (2014)

- (1) Distância entre estacas.
- (2) Altura útil.
- (3) Dimensão do pilar na direção longitudinal.
- (4) Lado da estaca quadrada.
- (5) Armadura sobre as estacas.
- (6) Largura do bloco.
- (7) Tensão de escoamento do aço.
- (8) Resistência à compressão do concreto.
- (9) Carga de ruptura do ensaio

**Observações:** As larguras de estacas e pilares de todos os blocos são iguais a 12,5 cm; Os valores da altura útil (d) foram calculados através dos desenhos de forma e armadura; Os valores de resistência do concreto foram separados por grupos de blocos através das datas reportadas para os ensaios dos blocos e dos cilindros; O corpo de prova B110P125R1 rompeu no pilar e não será utilizado;

Fonte: o autor

O nome do espécime incorpora dados importantes, por exemplo, B110P250R25 significa bloco com 110 cm de comprimento, pilar com 250 mm de lado e R25 e a taxa de armadura do pilar de 2,5%. Nos ensaios, 3 taxas de armadura foram utilizadas, 1%, 2,5% e 4%.

A Tabela 5.4 mostra a relação entre a carga de ruptura de todos os ensaios acima descritos e o valor teórico obtido pelos modelos discutidos anteriormente. Essa relação é denominada fator de tendência ( $\chi_r$ ). Os ensaios de Munhoz (2014) serão analisados separadamente.

Tabela 5.4 - Fator de tendência ( $\chi_r$ ) dos modelos de bielas e tirantes em relação os ensaios experimentais de blocos sobre 2 estacas

Ref.	Nome	F <sub>ensaio</sub> (kN)	F <sub>ensaio</sub> / F <sub>teórico</sub>				
			Blévyot	Fusco	Adebar e Zhou	M. proposto Abertura 45°	M. proposto Abertura $\theta^{(1)}$
Blévyot e Frémy (1967)	2N1	2100	1,12	0,98	1,10	1,07	1,05
	2N1 <sup>bis</sup>	3250	1,03	0,90	1,00	0,98	0,97
	2N2	3000	1,09	1,17	1,18	0,99	1,01
	2N2 <sup>bis</sup>	5200	1,16	1,24	1,26	1,08	1,10
	2N3	4500	1,05	1,49	1,48	0,97	1,00
	2N3 <sup>bis</sup>	6000	1,05	1,38	1,39	0,97	1,00
	B1-1	520	0,82	2,45	1,52	0,98	1,01
	B2-1	550	0,87	2,59	1,61	1,03	1,07
	B1-2	350	0,81	2,36	1,47	0,94	0,97
	B2-2	370	0,85	2,50	1,55	0,99	1,03
Mautoni (1971)	B1-A	800	0,86	2,51	1,56	1,07	1,11
	B2-A	810	0,87	2,54	1,58	1,09	1,13
	B1-B	780	0,90	2,47	1,53	1,15	1,19
	B2-B	700	0,81	2,21	1,38	1,04	1,07
	B1-4A	620	0,78	2,13	1,32	0,98	1,02
	B2-4A	640	0,81	2,20	1,37	1,02	1,05
	B1-4B	630	0,84	2,29	1,43	1,05	1,09
	B2-4B	630	0,84	2,29	1,43	1,05	1,09
	B1-4C	490	0,82	2,23	1,39	1,00	1,03
	B2-4C	450	0,75	2,05	1,28	0,92	0,95
Morrow e Viest (1957)	D1	510	0,86	2,25	1,40	1,05	1,08
	D2	510	0,86	2,25	1,40	1,05	1,08
	F1	500	0,95	2,14	1,33	1,20	1,21
	F2	440	0,84	1,89	1,17	1,06	1,07
	E1	380	0,99	1,97	1,23	1,25	1,24
	G1	480	1,00	2,00	1,24	1,29	1,29
	B14-B2	750	1,25	2,55	1,19	1,37	1,38
	E2	570	1,31	2,24	1,28	1,19	1,20
	A4	1040	1,16	2,29	1,07	1,21	1,22
	B4	1020	0,94	1,93	0,90	1,09	1,10
Moody et al. (1954)	E4	1040	1,22	1,79	1,16	1,02	1,04
	A6	1830	1,01	2,00	0,93	1,18	1,19
	B6	1590	1,16	1,69	1,11	1,05	1,06
	III-24a	600	1,62	1,36	1,27	1,31	1,17
	III-24b	620	1,45	1,22	1,13	1,19	1,06
	III-25a	540	1,07	0,90	0,84	0,89	0,80
	III-25b	590	1,65	1,38	1,29	1,33	1,19
	III-6a	860	1,91	1,60	1,50	1,57	1,41
	III-26b	810	1,89	1,59	1,48	1,55	1,39
	III-27a	710	1,60	1,34	1,25	1,31	1,18
III-27b	720	1,51	1,27	1,19	1,25	1,12	
III-28a	620	1,28	1,08	1,00	1,06	0,95	
III-28b	690	1,48	1,24	1,16	1,22	1,10	
III-29a	790	1,75	1,47	1,37	1,44	1,29	
III-29b	890	1,71	1,44	1,34	1,43	1,28	
Média			1,12	1,84	1,29	1,13	1,11
Desvio padrão			0,33	0,52	0,19	0,17	0,12
Coeficiente de variação (%)			29,25	28,01	14,68	14,68	11,21

(1) Ângulo de espraiamento da carga igual ao ângulo da biela

Fonte: o autor

Com base nos resultados da Tabela 5.4, nota-se que os métodos são adequados para o dimensionamento de blocos sobre 2 estacas. O modelo proposto tem boa precisão com média do fator de tendência um pouco acima da unidade e pequena variabilidade com coeficiente de variação da ordem de 15%. O modelo de Blévoit aparenta certo conservadorismo e grande coeficiente de variação; no entanto, quando se separa a análise por campanha experimental (Tabela 5.5), nota-se a boa aderência do modelo de Blévoit.

**Tabela 5.5 - Fator de tendência para cada campanha experimental selecionada de blocos sobre 2 estacas**

Referência dos ensaios	Parâmetros estatísticos	$\chi_r = F_{ensaio}/F_{teórico}$				
		Blévoit	Fusco	Adebar e Zhou	M. proposto Abertura 45°	M. proposto Abertura $\theta^{(1)}$
Blévoit e Frémy (1967)	Média	1,08	1,20	1,23	1,01	1,02
	Desvio padrão	0,05	0,23	0,18	0,05	0,05
	cv (%)	4,62	18,92	14,37	4,93	4,46
Mautoni (1971)	Média	0,86	2,27	1,41	1,06	1,09
	Desvio padrão	0,06	0,2	0,12	0,10	0,09
	cv (%)	7,42	8,85	8,85	9,16	8,01
Morrow e Viest (1957)	Média	1,15	2,07	1,09	1,16	1,17
	Desvio padrão	0,13	0,30	0,14	0,12	0,12
	cv (%)	11,41	14,65	12,51	10,08	9,85
Moody et al (1954)	Média	1,58	1,32	1,24	1,30	1,16
	Desvio padrão	0,24	0,20	0,19	0,20	0,18
	cv (%)	15,33	15,33	15,33	15,07	15,07

(1) Ângulo de espraiamento da carga igual ao ângulo da biela

**Fonte: o autor**

O conservadorismo mostrado pelo método de Blévoit (e em menor grau do método proposto) em relação aos ensaios de Morrow e Viest (1957) pode ser explicado pelo valor de  $\nu$  pequeno (média de 0,38). Análise similar em relação aos blocos sobre 4 estacas pode ser vista em Santos, Carvalho e Stucchi (2019). No caso de Moody et al (1954) o valor médio de  $\nu$  não é tão pequeno (0,87), mas os ângulos de inclinação da biela são da ordem de 35°. Quando o ângulo  $\theta$  é pequeno, os métodos perdem precisão, principalmente se tratando de ruptura por cisalhamento.

O modelo de Fusco é bastante conservador quando o limite é a tensão na estaca. Na análise da área ampliada considerou-se a largura ampliada como sendo 1,4 vezes o lado da estaca. No entanto, limitou-se à geometria disponível. Em relação

à previsão do modo de ruptura (Tabela 5.6), pode-se afirmar que todos os modelos mostram boa aderência ao modo de ruptura reportado pelo pesquisador.

**Tabela 5.6 - Modos de ruptura previstos pelos modelos de bielas e tirantes para os blocos sobre 2 estacas selecionados**

Ref.	Nome	Blévote	Fusco	Adebar e Zhou	M. proposto Abertura 45°	M. proposto Abertura $\theta$
Blévote e Frémy (1967)	<b>2N1</b>	armadura	arm./pilar	armadura	arm./pilar	arm./pilar
	<b>2N1<sup>bis</sup></b>	armadura	arm./pilar	armadura	arm./pilar	arm./pilar
	<b>2N2</b>	armadura	estaca/pilar	Pilar	arm./pilar	arm./pilar
	<b>2N2<sup>bis</sup></b>	armadura	estaca/pilar	Pilar	arm./pilar	arm./pilar
	<b>2N3</b>	armadura	estaca/pilar	Pilar	arm./pilar	arm./pilar
	<b>2N3<sup>bis</sup></b>	armadura	estaca/pilar	Pilar	arm./pilar	arm./pilar
Mautoni (1971)	<b>B1-1</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B2-1</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B1-2</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B2-2</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B1-A</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B2-A</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B1-B</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B2-B</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B1-4A</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B2-4A</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B1-4B</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B2-4B</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B1-4C</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B2-4C</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>D1</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>D2</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>F1</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
<b>F2</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar	
<b>E1</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar	
<b>G1</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar	
Morrow e Viest (1957)	<b>B14-B2</b>	estaca	estaca/pilar	Estaca	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>E2</b>	armadura	estaca/pilar	armadura	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>A4</b>	estaca	estaca/pilar	Estaca	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B4</b>	estaca	estaca/pilar	Estaca	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>E4</b>	armadura	estaca/pilar	armadura	arm./pilar	arm./pilar
	<b>A6</b>	estaca	estaca/pilar	Estaca	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>B6</b>	armadura	estaca/pilar	armadura	estaca/pilar	estaca/pilar
Moody et al. (1954)	<b>III-24a</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>III-24b</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>III-25a</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>III-25b</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>III-6a</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>III-26b</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>III-27a</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>III-27b</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>III-28a</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
	<b>III-28b</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar
<b>III-29a</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar	
<b>III-29b</b>	pilar	estaca/pilar	Pilar	estaca/pilar	estaca/pilar	

Fonte: o autor

As rupturas dos protótipos de Blévyot e Frémy (1967) podem ser interpretadas como por flexão, ou seja, esmagamento do concreto no nó superior após o escoamento da armadura, ou pela biela, sem escoamento do aço. Além disso, verificando a resistência desses blocos por flexão de uma seção retangular (usando a largura do bloco) a média de  $\chi_r$  é 1,03 e o coeficiente de variação (cv) é 5,71%, indicando que o modo de ruptura por flexão provavelmente prevaleceu ou era iminente.

No caso dos ensaios de Mautoni (1971), os modelos definiram corretamente o modo de ruptura (ruptura por cisalhamento). Não é razoável que modelos de bielas e tirantes (modelos elastoplásticos) consigam prever com precisão o local de ruptura ao longo da biela, pois a necessária capacidade de deformação plástica de elementos em que a armadura não escoou é questionável. Com isso, independente da ruptura ser definida como “ pilar”, “ estaca” ou “ estaca/pilar”, entende-se que a ruptura é pelo esmagamento da biela (comumente chamado de modo de ruptura por cisalhamento).

É interessante observar que os modelos de bielas e tirantes mostram previsões excelentes com coeficiente de variação da ordem de 5% quando o modo de ruptura é por flexão (escoamento da armadura), mas quando o modo de ruptura é pela biela comprimida sem escoamento da armadura, o coeficiente de variação aumenta para aproximadamente 10% (Tabela 5.5). O primeiro modo de ruptura é mais sensível à resistência à tração do aço e em menor grau à resistência à compressão do concreto. Já no modo de ruptura por cisalhamento (ou pela biela), a sensibilidade é maior em relação à resistência à tração do concreto que tem uma variabilidade maior, logo, esses resultados são esperados.

No caso da campanha experimental de Munhoz (2014), algumas observações prévias são importantes. Os ensaios foram realizados durante duas semanas e com o concreto de uma única betonada. Para cada série de ensaios (B110, B115, B120 e B127), a resistência à compressão do concreto pode ser assumida como constante (foram poucos dias entre os ensaios de uma série). O único parâmetro alterado dentro de uma série foi a taxa de armadura do pilar.

O modelo de Fusco (1995) é o único em relação aos métodos discutidos neste trabalho que assume a influência da taxa de armadura, uma vez que o dimensionamento do bloco é realizado adotando o esforço normal no pilar igual ao seu esforço resistente, ou seja,  $N_{sd} = N_{rd}$ . No entanto, essa hipótese não foi assumida na determinação da carga teórica do protótipo, pois a capacidade resistente dos

blocos ensaiados geralmente é menor que o esforço normal resistente do pilar, uma vez que os pesquisadores buscam evitar a ruptura do espécime pelo pilar.

A análise pelo modelo de Fusco poderia considerar o efeito da armadura no cálculo da profundidade  $x$ , assumindo que seu valor não pode ser menor do que 10 ou 15 vezes o diâmetro da barra longitudinal do pilar, mas não é garantido que a barra longitudinal do pilar irá escoar e nem sempre o detalhamento do pilar é reportado na literatura.

Uma vez que a taxa de armadura do pilar é a única mudança dentro de uma série, e que seus valores não são pequenos (1%, 2,5% e 4%), as diferenças entre as cargas de ruptura reproduzidas na Tabela 5.3 introduz uma importante variabilidade na análise. Essa é a razão para se separar a avaliação desses ensaios.

**Tabela 5.7 - Fator de tendência dos modelos de bielas e tirantes em relação os ensaios experimentais de Munhoz (2014) para blocos sobre 2 estacas**

Nome	F <sub>ensaio</sub>		F <sub>ensaio</sub> / F <sub>teórico</sub>		
	(kN)	Blévit	Fusco	Adebar e Zhou	Modelo proposto
<b>B110P125R25</b>	577,08	1,12	1,43	1,55	0,92
<b>B110P125R4</b>	590,73	1,15	1,46	1,59	0,94
<b>B115P250R1</b>	712,68	1,14	1,76	1,09	1,01
<b>B115P250R25</b>	735,42	1,18	1,82	1,12	1,04
<b>B115P250R4</b>	763,64	1,23	1,89	1,16	1,08
<b>B120P375R1</b>	850,78	0,92	2,10	1,16	0,81
<b>B120P375R25</b>	807,13	0,87	1,99	1,10	0,77
<b>B120P375R4</b>	924,26	0,99	2,28	1,26	0,88
<b>B127P500R1</b>	1028,30	0,92	2,38	1,32	0,75
<b>B127P500R25</b>	979,88	0,87	2,27	1,26	0,72
<b>B127P500R4</b>	969,35	0,87	2,24	1,25	0,71
Média		1,02	1,97	1,26	0,88
Desvio padrão		0,14	0,33	0,17	0,13
Coeficiente de variação (%)		13,77	16,72	13,52	15,11

**Observação:** Modelo proposto original com ângulo de espraçamento das forças da estaca e do pilar igual a 45°

**Fonte: o autor**

A Tabela 5.7 mostra que, exceto pelo modelo proposto, as médias do fator de tendência são maiores que 1. O modelo de Fusco mantém o conservadorismo visto

nos outros conjuntos de ensaios. O modelo de Abebar e Zhou manteve-se um pouco conservador; interessante observar que mantendo frequentemente o coeficiente de variação da ordem de 15%. O modelo de Blévtot mostra bons resultados, e o modelo proposto aparenta estar contra a segurança. No entanto, como os ensaios foram instrumentados, é possível analisar esses resultados com mais profundidade e entender o problema, pois nos conjuntos anteriores o modelo proposto mostrou o melhor desempenho.

A partir dos resultados do modelo proposto mostrados na Tabela 5.7, nota-se que os 5 primeiros blocos tiveram ótima previsão e apresentaram ruptura da biela após o escoamento da armadura (ou com tensões próximas da tensão de escoamento). No caso do modelo de Blévtot, houve certo conservadorismo. No entanto, a previsão dos blocos que romperam por cisalhamento não manteve o padrão em relação aos resultados obtidos para os ensaios de Blévtot e Frémy (1967) e Mautoni (1971).

A primeira hipótese para explicar as discrepâncias é que o espraçamento de carga (1H:1V), a partir do fundo do bloco, em um espécime com embutimento da estaca de 5cm, não seja adequada. O Eurocode 2 (CEN, 2004) recomenda que o espraçamento seja realizado a partir do topo da estaca. Com isso, uma análise sem área ampliada (assumindo armadura encostada na estaca pré-moldada) foi realizada, e o resultado ficou muito conservador (ver Tabela 5.8). Além disso, mais duas tentativas foram feitas uma com abertura mais conservadora (2H:1V), o que produziu uma boa média (0,97) com coeficiente de variação de apenas 6,96% e outra com a recomendação do EC2 (EN 1992-1-1, 2004), ou seja, espraçamento de 45° a partir do topo da estaca. Esse último produziu o melhor resultado (média de 1,03 e cv de 6,24%).

A análise, pelo menos para blocos sobre 2 estacas, parece mostrar que a área ampliada do pilar deve ser realizada a partir do topo da estaca e com abertura 1:1. No entanto, mais ensaios são necessários para analisar adequadamente o nó inferior. Não há significância estatística, pois apenas 5 blocos romperam pela biela e, ressalta-se, a altura útil foi estimada. Além disso, Munhoz (2014) reporta que em praticamente todos os ensaios as reações nas estacas não dividiram igualmente a força aplicada no pilar, fato que foi desconsiderado na análise.



**Tabela 5.8 - Fator de tendência do modelo proposto variando o espraio da força na estaca**

Identificação	$\nu$ (-)	$F_{\text{ensaio}} / F_{\text{teórico}}$			M. proposto A partir do topo da estaca (1:1)
		M. proposto Abertura 1:1 (fundo do bloco)	M. proposto Sem área ampliada	M. proposto Abertura 2H:1V	
<b>B110P125R25</b>	1,13	0,92	1,30	0,93	0,95
<b>B110P125R4</b>	1,15	0,94	1,33	0,95	0,97
<b>B115P250R1</b>	0,70	1,01	1,44	1,01	1,05
<b>B115P250R25</b>	0,72	1,04	1,48	1,04	1,08
<b>B115P250R4</b>	0,75	1,08	1,54	1,08	1,12
<b>B120P375R1</b>	0,55	0,81	1,58	0,93	1,04
<b>B120P375R25</b>	0,53	0,77	1,49	0,88	0,99
<b>B120P375R4</b>	0,60	0,88	1,71	1,01	1,13
<b>B127P500R1</b>	0,47	0,75	1,65	0,94	1,03
<b>B127P500R25</b>	0,45	0,72	1,57	0,90	0,98
<b>B127P500R4</b>	0,44	0,71	1,55	0,89	0,97
Média		0,88	1,51	0,96	1,03
Desvio padrão		0,14	0,12	0,07	0,06
Coeficiente de variação (%)		15,11%	8,21%	6,96%	6,24%

Em todos os casos, o espraio na parte superior com ângulo de inclinação  $\theta$

**Fonte: o autor**

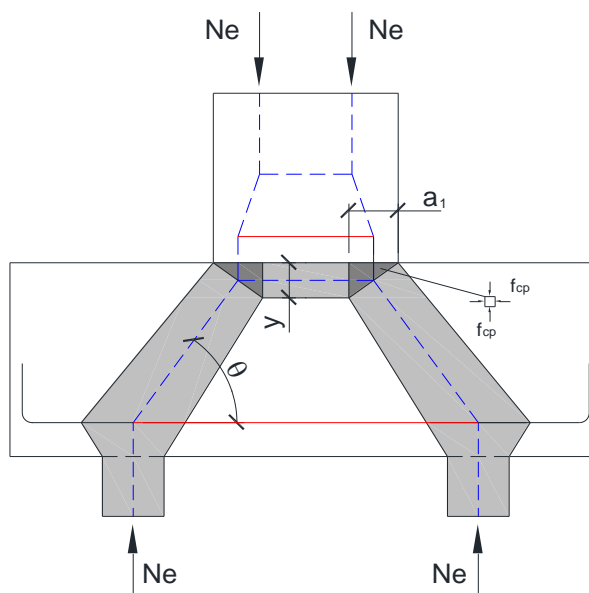
Embora os resultados sejam promissores, e o modelo proposto tenha mostrado segurança e baixo coeficiente de variação, muitos ensaios com valores de  $\nu$  pequenos parecem aumentar a variabilidade. Isso ocorre, pois, a resultante da força normal na estaca encontra-se a um quarto da largura do pilar; no entanto, se existe folga da tensão atuante em relação à resistência do concreto, essa resultante pode se concentrar mais nas extremidades dos pilares, reduzindo o braço de alavanca horizontal e, conseqüentemente, aumentando o ângulo  $\theta$ . Conclusão similar pode ser obtida quando a armadura do pilar é importante.

O modelo proposto assumindo espraio da força normal no pilar com declividade igual ao da biela tem bons resultados, mesmo no caso da resistência do pilar razoavelmente maior que a resistência do bloco, mas é comum o valor de  $y$  resultar negativo, o que pode ser razoável matematicamente, mas não o é fisicamente.

De modo a checar se a consideração de valores negativos de  $y$  (para previsão de força resistente do bloco) é adequada, os blocos selecionados anteriormente foram comparados com o modelo de bielas e tirantes usado em consolos (Figura 5.5), como

proposto por Santos e Stucchi (2013) e Santos (2021). Os resultados são mostrados na Tabela 5.9.

**Figura 5.5 - Modelo similar ao de consolo aplicado à blocos sobre 2 estacas**



Fonte: o autor

**Tabela 5.9 - Fator de tendência dos modelos de Bléivot, modelo proposto e modelo de consolo para todos os ensaios para blocos sobre 2 estacas**

Nome	$F_{\text{ensaio}}$ (kN)	Bléivot	$F_{\text{ensaio}} / F_{\text{teórico}}$	
			M. proposto Abertura $\theta$	Modelo de consolo
2N1	2100	1,12	1,05	1,02
2N1 <sup>bis</sup>	3250	1,03	0,97	0,94
2N2	3000	1,09	1,01	0,98
2N2 <sup>bis</sup>	5200	1,16	1,10	1,06
2N3	4500	1,07	1,00	0,97
2N3 <sup>bis</sup>	6000	1,05	1,00	0,97
B1-1	520	0,97	1,01	1,01
B2-1	550	1,02	1,07	1,07
B1-2	350	0,95	0,97	0,97
B2-2	370	1,01	1,03	1,03
B1-A	800	1,01	1,11	1,11
B2-A	810	1,02	1,13	1,13
B1-B	780	1,06	1,19	1,19
B2-B	700	0,95	1,07	1,07
B1-4A	620	0,92	1,02	1,02
B2-4A	640	0,95	1,05	1,05
B1-4B	630	0,99	1,09	1,09
B2-4B	630	0,99	1,09	1,09
B1-4C	490	0,96	1,03	1,03

<b>B2-4C</b>	450	0,88	0,95	0,95
<b>D1</b>	510	1,01	1,08	1,08
<b>D2</b>	510	1,01	1,08	1,08
<b>F1</b>	500	1,12	1,21	1,21
<b>F2</b>	440	0,98	1,07	1,07
<b>E1</b>	380	1,16	1,24	1,24
<b>G1</b>	480	1,18	1,29	1,29
<b>B14-B2</b>	750	1,47	1,38	1,38
<b>E2</b>	570	1,31	1,20	1,20
<b>A4</b>	1040	1,36	1,22	1,22
<b>B4</b>	1020	1,11	1,10	1,10
<b>E4</b>	1040	1,22	1,04	1,03
<b>A6</b>	1830	1,19	1,19	1,19
<b>B6</b>	1590	1,16	1,06	1,06
<b>III-24a</b>	600	1,91	1,17	1,17
<b>III-24b</b>	620	1,71	1,06	1,06
<b>III-25a</b>	540	1,26	0,80	0,80
<b>III-25b</b>	590	1,94	1,19	1,19
<b>III-6a</b>	860	2,25	1,41	1,41
<b>III-26b</b>	810	2,23	1,39	1,39
<b>III-27a</b>	710	1,88	1,18	1,18
<b>III-27b</b>	720	1,78	1,12	1,12
<b>III-28a</b>	620	1,51	0,95	0,95
<b>III-28b</b>	690	1,74	1,10	1,10
<b>III-29a</b>	790	2,06	1,29	1,29
<b>III-29b</b>	890	2,02	1,28	1,28
<b>B110P125R25</b>	577	1,12	0,95	0,95
<b>B110P125R4</b>	591	1,15	0,97	0,97
<b>B115P250R1</b>	713	1,14	1,05	1,06
<b>B115P250R25</b>	735	1,18	1,08	1,09
<b>B115P250R4</b>	764	1,23	1,12	1,13
<b>B120P375R1</b>	851	0,92	1,04	1,05
<b>B120P375R25</b>	807	0,87	0,99	1,00
<b>B120P375R4</b>	924	0,99	1,13	1,14
Média		1,25	1,09	1,09
Desvio padrão		0,36	0,12	0,12
cv (%)		29,09	10,92	11,08

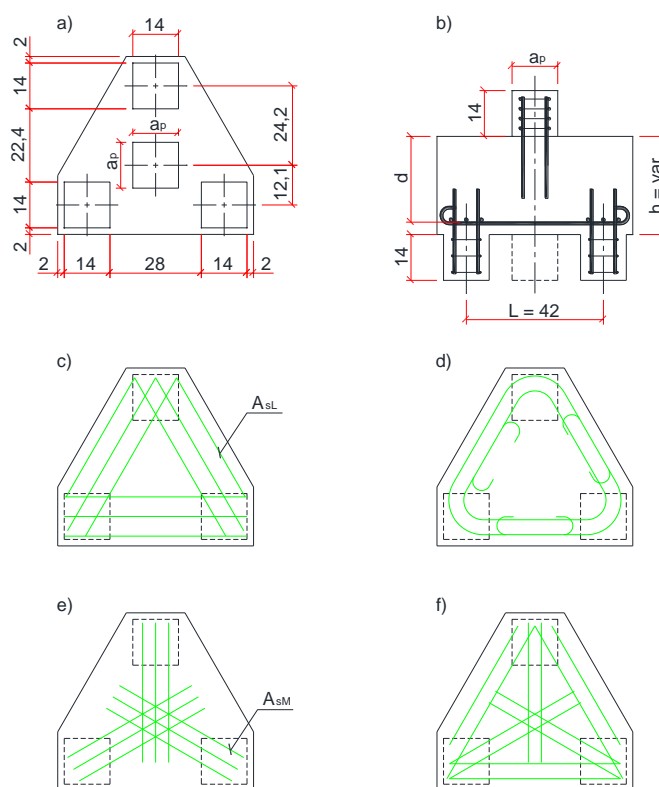
Fonte: o autor

O excelente resultado do modelo proposto (Tabela 5.9), com média do fator de tendência de 1,09 e cv de 10,92, evidencia a sua segurança para o caso de blocos sobre duas estacas, mesmo assumindo valores negativos de  $y$ . A única sugestão em relação ao modelo originalmente proposto é que o espriamento da força na estaca seja a partir do topo da estaca e não do fundo do bloco.

## 5.2 BLOCOS SOBRE TRÊS ESTACAS

Blévyot e Frémy (1967) ensaiaram 45 blocos de três estacas, 37 em escala reduzida (Figura 5.6) e 8 em verdadeira grandeza. Os resultados desses ensaios mostraram que a armadura em malha (uniformemente distribuída) é inadequada para blocos sobre três estacas, servindo apenas para melhorar o controle de fissuração do bloco.

**Figura 5.6 - Ensaio em escala reduzida de Blévyot e Frémy (1967) selecionados: a) planta, b) corte transversal, c) e d) armadura disposta lateralmente, e) armadura disposta na linha mediana e f) armaduras combinadas**



Fonte: o autor

Os ensaios que misturam armadura lateral sobre as estacas ou a armadura na linha mediana com malha adicional não foram selecionados, pois a armadura fora da região da estaca não faz parte dos modelos de bielas e tirantes analisados neste trabalho, que assume biela direta.

A Tabela 5.10 apresenta os dados dos ensaios de blocos sobre três estacas de Blévyot e Frémy (1967) que foram selecionados.

Tabela 5.10 - Ensaios de blocos sobre 3 estacas selecionados de Blévoet e Frémy (1967)

Nome	L <sup>(1)</sup> (cm)	d <sup>(2)</sup> (cm)	a <sub>p</sub> <sup>(3)</sup> (cm)	a <sub>est</sub> <sup>(4)</sup> (cm)	A <sub>sL</sub> <sup>(5)</sup> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>sM</sub> <sup>(6)</sup> (cm <sup>2</sup> )	f <sub>yL</sub> <sup>(7)</sup> (MPa)	f <sub>yM</sub> <sup>(8)</sup> (MPa)	f <sub>c</sub> <sup>(9)</sup> (MPa)	F <sub>ensaio</sub> <sup>(10)</sup> (tf)
3N1	120	44,74	45	35	24,13	12,57	252	277	45,55	4200,0
3N1 <sup>bis</sup>	120	48,61	45	35	19,63	6,28	445	447	45,35	5000,0
3N3	120	70,18	45	35	20,99	12,57	281,48 <sup>a</sup>	291	46,3	6200,0
3N3 <sup>bis</sup>	120	73,60	45	35	19,63	6,28	436	456	40,9	6800,0
4,1	42	17,40	15	14	2,36	-	439	-	34,7	572,5
4,2	42	15,47	15	14	2,36	-	435,7	-	35,6	570,0
4,3	42	17,35	15	14	1,57	1,01	446	419,5	37,1	567,5
6,2	42	27,00	15	14	3,39	-	481,3	-	32,5	1120,0
7N,3	42	16,60	15	14	2,36	-	471,5	-	22	595,0
8,1	42	23,10	15	14	2,58	-	344	-	23,2	587,5
8bis,1	42	23,10	15	14	2,58	-	448,73	-	29,5	750,0
13,a	42	19,49	15	14	4,52	-	322,3	-	46,3	750,0
13,c	42	19,81	15	14	3,14	-	458	-	34,7	692,5
13,d	42	19,72	15	14	3,14	-	457	-	35,6	640,0
13,g	42	20,51	15	14	1,57	1,57	458	458	32,5	630,0
14,a	42	27,73	15	14	4,52	-	317	-	25	1067,5
14,d	42	27,01	15	14	3,14	-	465	-	23,8	802,5
14,f	42	26,64	15	14	2,26	2,26	324	324	23,2	850,0
14,g	42	27,40	15	14	1,57	1,57	471,3	471,3	23,2	852,5
14,h	42	27,91	15	14	1,57	1,57	496	496	27,5	817,5

Fonte: Blévoet e Frémy (1967)

- (1) Distância entre estacas.
- (2) Altura útil equivalente.
- (3) Lado do pilar quadrado.
- (4) Lado da estaca quadrada.
- (5) Armadura lateral sobre duas estacas (Figura 5.6).
- (6) Armadura na linha mediana (Figura 5.6).
- (7) Tensão de escoamento do aço referente à armadura lateral.
- (8) Tensão de escoamento do aço referente à armadura na linha mediana.
- (9) Resistência à compressão do concreto.
- (10) Carga de ruptura do ensaio.

Observações sobre ensaios descartados:

- Os blocos 7N,1 e 7N,2 resultam em ângulos de inclinação da biela menor que 30°;
- As descrições das rupturas dos blocos 13b e 13f indicam problema de ancoragem da armadura;
- Todos os blocos com comprimento de ancoragem disponível menor que 15φ foram descartados;
- Ensaio com armadura de distribuição não foram considerados.

Fonte: o autor

O fator de tendência de cada modelo de biela e tirante é mostrado da Tabela 5.11.

**Tabela 5.11 - Fator de tendência dos modelos de bielas e tirantes em relação os ensaios experimentais de Blévet e Frémy (1967) para blocos sobre 3 estacas**

Nome	F <sub>ensaio</sub> (kN)	F <sub>ensaio</sub> / F <sub>teórico</sub>			M. proposto $f_{cp} = f_c^{(1)}$
		Blévet	Fusco	Adebar e Zhou	
<b>3N1</b>	4200,0	1,25	1,32	1,25	1,27
<b>3N1<sup>bis</sup></b>	5000,0	1,07	1,18	1,07	1,12
<b>3N3</b>	6200,0	1,18	1,28	1,18	1,19
<b>3N3<sup>bis</sup></b>	6800,0	0,97	1,10	0,97	1,01
<b>4,1</b>	572,5	1,21	1,36	1,21	1,28
<b>4,2</b>	570,0	1,36	1,51	1,36	1,46
<b>4,3</b>	567,5	1,32	1,45	1,32	1,37
<b>6,1</b>	1140,0	0,91	1,69	1,07	0,96
<b>6,2</b>	1120,0	1,14	1,91	1,48	1,06
<b>6,3</b>	1180,0	1,14	1,79	1,45	1,23
<b>6,3bis</b>	957,5	0,93	2,12	1,33	1,05
<b>7N,3</b>	595,0	1,41	1,51	1,36	1,43
<b>7N,4</b>	647,5	1,82	2,02	1,77	1,70
<b>7N,5</b>	900,0	1,27	2,09	1,55	1,08
<b>7N,6</b>	1050,0	1,48	2,44	1,81	1,26
<b>8,1</b>	587,5	1,09	1,40	1,11	1,16
<b>8,2</b>	440,0	0,83	1,05	0,84	0,89
<b>8,3</b>	450,0	0,91	1,04	0,91	0,95
<b>8bis,1</b>	750,0	1,07	1,41	1,15	1,15
<b>8bis,2</b>	542,5	0,76	1,03	0,85	0,82
<b>8bis,3</b>	682,5	0,98	1,28	1,07	1,07
<b>13,a</b>	750,0	1,00	1,17	1,00	1,09
<b>13,c</b>	692,5	0,92	1,08	0,92	1,00
<b>13,d</b>	640,0	0,86	1,00	0,86	0,93
<b>13,e</b>	667,5	1,12	1,27	1,12	1,18
<b>13,g</b>	630,0	1,03	1,17	1,03	1,09
<b>13,h</b>	451,0	0,83	1,04	0,90	0,88
<b>14,a</b>	1067,5	0,97	1,86	1,17	1,03
<b>14,b</b>	902,5	0,94	1,54	1,21	0,98
<b>14,d</b>	802,5	0,77	1,29	1,01	0,83
<b>14,e</b>	902,5	1,13	1,72	1,32	1,21
<b>14,f</b>	850,0	1,05	1,70	1,29	1,13
<b>14,g</b>	852,5	1,04	1,75	1,30	1,09
<b>14,h</b>	817,5	0,92	1,57	1,17	0,97
Média		1,08	1,40	1,16	1,11
Desvio padrão		0,16	0,25	0,16	0,15
cv (%)		15,05	18,04	13,78	13,87

(1) Resistência do nó superior eliminando o coeficiente de efetividade  $\alpha_{v2}$

Fonte: o autor

O modelo proposto mostra bom resultado para blocos sobre 3 estacas com a segunda menor média do fator de tendência e menor desvio padrão.

O modelo foi originalmente proposto em 2013, a partir de uma necessidade da comunidade técnica por conta da revisão da norma NBR 6118, e foi sugerido utilizar os mesmos limites de resistência para blocos de qualquer tamanho. No entanto, os ensaios de dupla punção realizados mostram que, em geral, a tensão resistente de compressão aumenta com o confinamento dado pelo concreto.

No caso de blocos sobre três estacas, o próprio Blénot já havia notado a tensão resistente maior em relação aos blocos sobre duas estacas. Logo, uma análise variando a resistência do nó superior foi realizada (Tabela 5.12).

**Tabela 5.12 - Fator de tendência do modelo proposto variando os parâmetros do nó superior**

Nome	F <sub>ensaio</sub> / F <sub>teórico</sub>				
	$f_{cp} = f_c^{(1)}$	$f_{cp} = 1,25f_c^{(1)}$	$f_{cp} = 3f_c^{(1)}$	$f_{cp} = 1,25f_c^{(2)}$	$f_{cp} = 3f_c^{(2)}$
<b>3N1</b>	1,23	1,20	1,12	1,19	1,11
<b>3N1<sup>bis</sup></b>	1,09	1,06	0,98	1,05	0,97
<b>3N3</b>	1,17	1,16	1,10	1,13	1,05
<b>3N3<sup>bis</sup></b>	0,99	0,98	0,92	0,97	0,89
<b>4,1</b>	1,26	1,22	1,13	1,21	1,11
<b>4,2</b>	1,42	1,38	1,26	1,36	1,25
<b>4,3</b>	1,34	1,31	1,22	1,30	1,20
<b>6,2</b>	1,05	1,02	0,95	1,04	0,94
<b>7N,3</b>	1,40	1,34	1,19	1,32	1,18
<b>8,1</b>	1,15	1,12	1,05	1,13	1,03
<b>8bis,1</b>	1,13	1,10	1,03	1,10	1,01
<b>13,a</b>	1,06	1,03	0,96	1,03	0,94
<b>13,c</b>	0,98	0,95	0,88	0,95	0,87
<b>13,d</b>	0,91	0,89	0,82	0,88	0,81
<b>13,g</b>	1,07	1,04	0,97	1,03	0,95
<b>14,a</b>	1,01	0,99	0,93	0,99	0,89
<b>14,d</b>	0,82	0,80	0,76	0,81	0,74
<b>14,f</b>	1,11	1,09	1,02	1,10	1,00
<b>14,g</b>	1,08	1,05	0,99	1,07	0,97
<b>14,h</b>	0,96	0,94	0,89	0,95	0,87
Média	1,11	1,08	1,01	1,08	0,99
Desvio padrão	0,15	0,15	0,13	0,14	0,13
cv (%)	13,87	13,51	12,75	12,95	13,19

(1) Modelo proposto com espraiamento de 45°;

(2) Modelo proposto considerando pilar circular equivalente em área e espraiamento com ângulo  $\theta$ ;  $f_{cp}$  é a resistência do nó comprimido abaixo do pilar.

**Fonte: o autor**

O aumento da resistência do nó superior tem influência maior na média do fator de tendência do que no desvio padrão. Uma vez que o coeficiente de variação é da ordem de 13%, o ideal é manter certo conservadorismo na média. Além disso,

aumentar exageradamente a resistência à compressão do nó superior reduz muito o valor mínimo do fator de tendência. Sugere-se aumentar em 25% a resistência do nó superior, ou seja, deve-se limitar a tensão de cálculo no nó superior por meio da inequação:

$$\sigma_{cd,pilar}^{bie} = \frac{F_{d,pilar}}{A_{amp,pilar} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq 1,05f_{cd} \quad (5.2)$$

O conjunto de ensaios de Blévet não permite analisar adequadamente a resistência do nó inferior, uma vez que a maioria dos ensaios tem a ruptura prevista por flexão. Uma mudança na resistência do nó inferior associada ao modelo proposto necessita de comprovação por mais ensaios.

### 5.3 BLOCOS SOBRE QUATRO ESTACAS

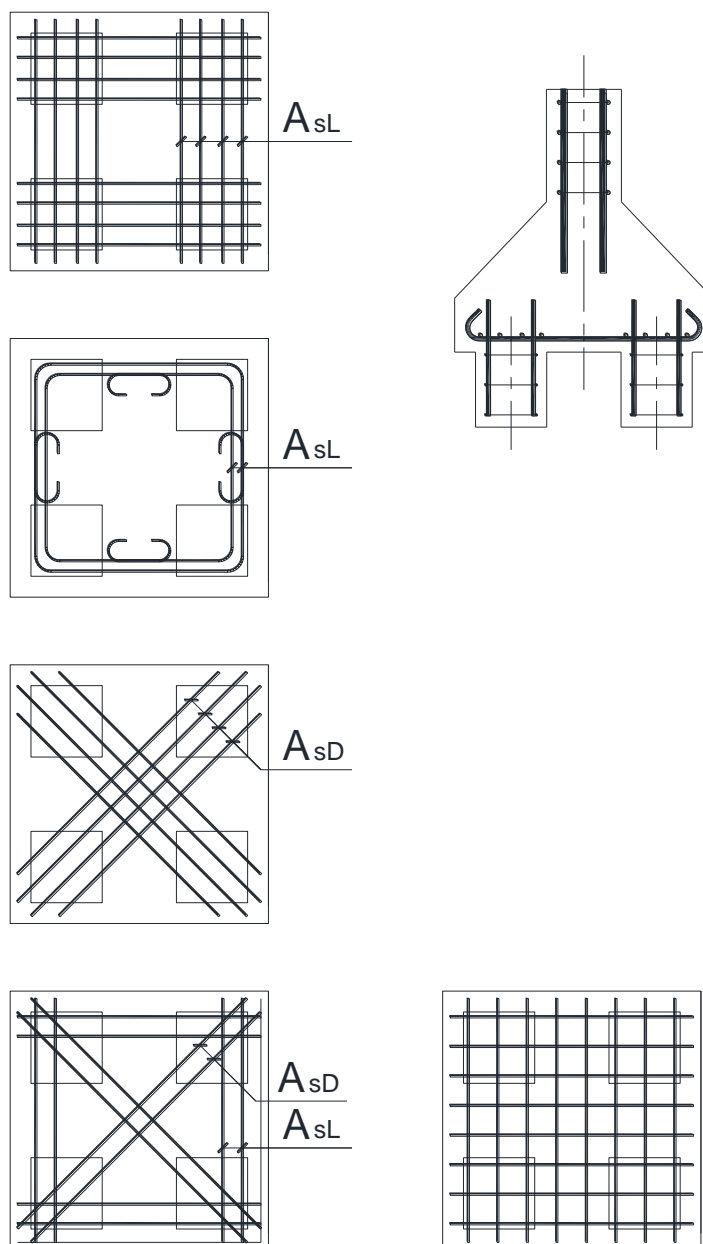
Os modelos de Blévet, Fusco e o originalmente proposto foram analisados e comparados com ensaios de blocos sobre 4 estacas em Santos, Carvalho e Stucchi (2019). Neste item, foi incluída também a comparação com o modelo de Adebar e Zhou (1996). Adicionalmente, os resultados para o modelo proposto foram atualizados, dado que permitir valores negativos de  $y$  se mostrou matematicamente razoável, conforme discutido mais adiante.

Blévet e Frémy (1967) ensaiaram 59 blocos de quatro estacas, 51 em escala reduzida (Figura 5.6) e 8 em verdadeira grandeza. A Figura 5.7 mostra os diversos arranjos de armadura que foram ensaiados por esses pesquisadores.

Clarke (1973) ensaiou 15 blocos sobre 4 estacas em verdadeira grandeza. Os protótipos tinham dois arranjos de armadura: distribuídos uniformemente ou concentrados sobre as estacas. Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998) também ensaiaram blocos com os mesmos arranjos de armadura. Foram 28 blocos, 10 deles com armaduras concentradas sobre as estacas.



**Figura 5.7 - Arranjos de armadura dos ensaios realizados por Blévtot para blocos sobre quatro estacas**



Fonte: adaptado de Blévtot; Frémy (1967, p. 252)

A Tabela 5.13 e a Tabela 5.14 mostram as principais características dos ensaios analisados. Todos os ensaios selecionados têm armadura concentrada sobre as estacas e ângulos de bielas, segundo o modelo de Blévtot, acima de  $33^\circ$ .

Tabela 5.13 - Ensaios de blocos sobre 4 estacas selecionados de Blévet e Frémy (1967)

Nome	L <sup>(1)</sup> (cm)	d <sup>(2)</sup> (cm)	a <sub>p</sub> <sup>(3)</sup> (cm)	a <sub>est</sub> <sup>(4)</sup> (cm)	A <sub>sL</sub> <sup>(5)</sup> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>sD</sub> <sup>(6)</sup> (cm <sup>2</sup> )	f <sub>yL</sub> <sup>(7)</sup> (MPa)	f <sub>yD</sub> <sup>(8)</sup> (MPa)	f <sub>c</sub> <sup>(9)</sup> (MPa)	F <sub>ensaio</sub> <sup>(10)</sup> (kN)
<b>4N2</b>	120	64,95	50	35	24,13	19,63	278,5	300,3	37,10	6580,0
<b>4N2<sup>bis</sup></b>	120	66,36	50	35	15,00	12,84	498,8	474,5	34,15	7390,0
<b>4N4</b>	120	91,07	50	35	19,63	19,63	291,4	291,4	35,35	7530,0
<b>4N4<sup>bis</sup></b>	120	91,95	50	35	12,84	12,84	486,4	486,4	42,30	8750,0
<b>2,2</b>	42	27,65	15	14	-	4,52	-	355,0	32,82	810,0
<b>2,3</b>	42	26,94	15	14	1,57	2,25	290,5	333,5	31,60	740,0
<b>3,1</b>	42	18,08	15	14	2,01	-	469,0	-	32,10	475,0
<b>1A,3</b>	42	27,00	15	14	1,83	1,83	523,0	523,0	36,60	1185,0

Fonte: Blévet e Frémy (1967)

- (1) Distância entre estacas.
- (2) Altura útil equivalente.
- (3) Lado do pilar quadrado.
- (4) Lado da estaca quadrada.
- (5) Armadura lateral sobre duas estacas.
- (6) Armadura diagonal sobre duas estacas
- (7) Tensão de escoamento do aço referente à armadura lateral.
- (8) Tensão de escoamento do aço referente à armadura diagonal.
- (9) Resistência à compressão do concreto.
- (10) Carga de ruptura do ensaio.

Fonte: o autor

**Tabela 5.14 - Ensaios de blocos sobre 4 estacas selecionados de Clarke (1973) e Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998)**

<b>Nome</b>	<b>L<sup>(1)</sup> (cm)</b>	<b>d<sup>(2)</sup> (cm)</b>	<b>a<sub>p</sub><sup>(3)</sup> (cm)</b>	<b>a<sub>e</sub><sup>(4)</sup> (cm)</b>	<b>A<sub>sL</sub><sup>(5)</sup> (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>f<sub>yL</sub><sup>(6)</sup> (MPa)</b>	<b>f<sub>c</sub><sup>(7)</sup> (MPa)</b>	<b>F<sub>ensaio</sub><sup>(8)</sup> (kN)</b>
<b>Clarke (1973)</b>								
<b>A2</b>	60	40	20	20	5,00	410	27,2	1420
<b>A3</b>	60	40	20	20	4,95	410	30,4	1340
<b>A5</b>	60	40	20	20	5,00	410	26,6	1400
<b>A6</b>	60	40	20	20	4,95	410	25,8	1230
<b>A8</b>	60	40	20	20	5,00	410	27,2	1510
<b>Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998)</b>								
<b>BPC-20-1</b>	54	15	30	15	2,85	413	21,9	519
<b>BPC-20-2</b>	54	15	30	15	2,85	413	19,9	529
<b>BPC-25-1</b>	54	20	30	15	3,57	413	18,9	818
<b>BPC-25-2</b>	54	20	30	15	3,57	413	22,0	813
<b>BPC-20-30-1</b>	50	15	30	15	2,14	405	29,8	500
<b>BPC-20-30-2</b>	50	15	30	15	2,14	405	29,8	495
<b>BPC-30-30-1</b>	50	25	30	15	2,85	405	28,9	1039
<b>BPC-30-30-2</b>	50	25	30	15	2,85	405	30,9	1029
<b>BP-30-25-1</b>	50	25	25	15	2,85	405	29,1	853
<b>BPC-30-25-2</b>	50	25	25	15	2,85	405	29,2	872

**Fonte: Clarke (1973) e Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998)**

- (1) Distância entre estacas.
- (2) Altura útil.
- (3) Lado do pilar quadrado.
- (4) Diâmetro das estacas.
- (5) Armadura lateral sobre duas estacas.
- (6) Tensão de escoamento do aço referente à armadura lateral.
- (7) Resistência à compressão do concreto.
- (8) Carga de ruptura do ensaio.

**Fonte: o autor**

O fator de tendência dos modelos de bielas e tirantes são mostrados na Tabela 5.15. O modelo proposto tem a segunda menor média e o menor coeficiente de variação, mostrando que o modelo prevê bem vários tipos de blocos sobre quatro estacas, mostrando-se de aplicação bastante geral.

Tabela 5.15 - Fator de tendência dos modelos de bielas e tirantes em relação os ensaios experimentais para blocos sobre quatro estacas

Ref.	Nome	F <sub>ensaio</sub> (kN)	F <sub>ensaio</sub> / F <sub>teórico</sub>			M. proposto $f_{cp} = f_c$
			Bléivot	Fusco	Adebar e Zhou	
Bléivot e Frémy (1967)	4N2	6580,0	1,10	1,04	1,10	1,14
	4N2 <sup>bis</sup>	7390,0	1,12	1,03	1,12	1,18
	4N4	7530,0	1,01	0,85	1,01	1,03
	4N4 <sup>bis</sup>	8750,0	1,06	0,91	1,06	1,07
	2,2	810,0	1,11	0,99	1,11	1,16
	2,3	740,0	1,20	1,09	1,20	1,24
	3,1	475,0	1,20	1,19	1,20	1,27
	1A,3	1185,0	1,16	0,99	1,33	1,24
Clarke (1973)	A2	1420	1,08	0,94	1,08	1,15
	A3	1340	1,03	0,92	1,03	1,08
	A5	1400	1,07	0,92	1,07	1,13
	A6	1230	0,95	0,82	0,95	1,01
	A8	1510	1,15	1,00	1,15	1,22
Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998)	BPC-20-1	519	1,43	1,43	1,43	1,35
	BPC-20-2	529	1,46	1,46	1,46	1,41
	BPC-25-1	818	1,35	1,35	1,35	1,36
	BPC-25-2	813	1,35	1,34	1,35	1,32
	BPC-20-30-1	500	1,68	1,68	1,68	1,41
	BPC-20-30-2	495	1,67	1,67	1,67	1,40
	BPC-30-30-1	1039	1,57	1,57	1,57	1,45
	BPC-30-30-2	1029	1,56	1,56	1,56	1,43
	BPC-30-25-1	853	1,38	1,36	1,38	1,33
	BPC-30-25-2	872	1,42	1,39	1,42	1,36
	Média		1,27	1,20	1,27	1,25
	Desvio padrão		0,22	0,28	0,22	0,14
	cv (%)		17,70	23,34	17,28	11,19

**Observações:** Santos, Carvalho e Stucchi (2019) propuseram eliminar o fator de efetividade da resistência do nó superior, por isso, não foi realizada a análise com o valor da norma, conforme modelo proposto original.

Fonte: o autor

O conservadorismo mostrado por todos os modelos (a menor média do fator de tendência é 1,20) deve-se aos corpos-de-prova da campanha experimental de Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998) em que os blocos rompem por flexão para uma carga no pilar relativamente baixa. O valor máximo de  $\nu$  é de 0,48, o valor mínimo é de 0,18. Essa conclusão fica mais nítida quando se separa a análise por campanha experimental conforme a Tabela 5.16.

**Tabela 5.16 - Fator de tendência dos modelos de bielas e tirantes por campanha experimental para blocos sobre quatro estacas**

Referência dos ensaios	Parâmetros estatísticos	$\chi_r = F_{ensaio}/F_{teórico}$			M. proposto $f_{cp} = f_c$
		Blévote	Fusco	Adebar e Zhou	
Blévote e Frémy (1967)	Média	1,12	1,01	1,12	1,17
	Desvio padrão	0,07	0,11	0,07	0,09
	cv (%)	6,00	10,54	6,00	7,39
Clarke (1973)	Média	1,06	0,92	1,06	1,12
	Desvio padrão	0,07	0,07	0,07	0,08
	cv (%)	7,07	7,22	7,07	7,06
Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998)	Média	1,49	1,48	1,49	1,38
	Desvio padrão	0,12	0,13	0,12	0,04
	cv (%)	8,40	8,73	8,18	3,14

**Observações:** Os fatores de tendência do modelo proposto diferem dos valores apresentados por Santos, Carvalho e Stucchi (2019), uma vez que foi permitido valores negativos de  $\chi_r$ ; Em relação ao conjunto de dados diferentes de Santos et al (2019), descartou-se os blocos em que o comprimento de ancoragem disponível era menor que 15 vezes o diâmetro da barra. Modelo proposto considerando espraiamento com ângulo de 45°

**Fonte: o autor**

A partir das comparações mostradas na Tabela 5.16, percebe-se que o modelo proposto tem a menor dispersão. Isso ocorre pois houve melhoria significativa em relação aos ensaios de Suzuki et al (1998) quando se compara com os resultados de Santos, Carvalho e Stucchi (2019). A razão disso é o aumento do braço de alavanca, pois os valores de  $\chi_r$  resultaram negativos.

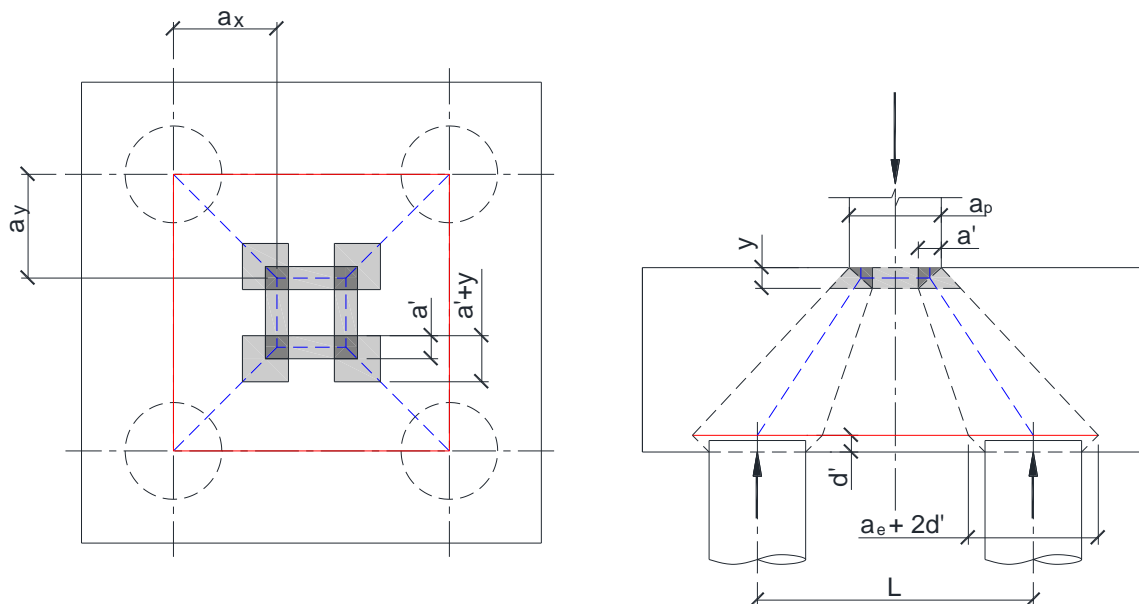
Os coeficientes de variação (cv) resultaram elevados, embora muito devido ao conjunto de dados de Suzuki et al (1998), o que mostra a complexidade do problema. Park et al (2008) e Adebar e Zhou (1996) compararam alguns ensaios experimentais com métodos baseados em modelos de bielas e tirantes e na analogia de laje (método baseado na teoria de flexão e cisalhamento) e, mesmo com cv relativamente alto, os modelos de bielas e tirantes se mostraram mais confiáveis.

Os ensaios de Suzuki et al (1998) têm uma particularidade que é a baixa tensão vertical no pilar. Nessa condição, em que as tensões nas bielas são baixas, os modelos de Fusco (1995) e Adebar e Zhou (1996) resultam iguais ao Blévote.

Uma vez que, mesmo permitindo a concentração das tensões nas bordas dos pilares, os resultados ainda exibem médias altas para os ensaios de Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998), dois testes foram realizados: o primeiro foi usar o modelo de consolo (Figura 5.8) e buscar o valor de resistência do nó superior que melhore esses

resultados, e o segundo foi substituir tensão de escoamento pelo limite de resistência ( $f_{st}$ ).

**Figura 5.8 - Modelo de bielas e tirantes similar ao aplicado em consolos**



Fonte: o autor

A Tabela 5.17 mostra os resultados das tentativas de melhoria na previsão. Os modelos em que a resistência do nó superior foi aumentada exibem melhora, mas mantêm o conservadorismo com médias de 1,23 e 1,17. Esse resultado mostra que o problema não se refere à tensão de compressão do concreto que, para ruptura por flexão, tem menor influência. A alternativa foi usar o limite de resistência do aço, o que mostrou excelente resultado com média de 1,01 e coeficiente de variação de apenas 3,77%.

**Tabela 5.17 - Fator de tendência para os ensaios de Suzuki et al (1998) ajustando o modelo proposto**

Referência dos ensaios	Parâmetros estatísticos	$\chi_r = F_{ensaio}/F_{teórico}$			
		M. proposto $f_{cp} = f_c$	M. proposto $f_{cp} = 3f_c$	M. proposto similar ao de consolo $f_{cp} = 3f_c$	M. proposto $f_{cp} = f_c$ $\sigma_s = f_{st}$
Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998)	Média	1,38	1,23	1,17	1,01
	Desvio padrão	0,04	0,07	0,03	0,04
	cv (%)	3,14	5,74	2,89	3,77

Fonte: o autor

Esse resultado mostra que a escolha do conjunto de ensaios experimentais é muito importante, ainda mais se tratando de ensaios sem extensômetros para medir deformações das barras de aço. Incluir os ensaios de Suzuki et al (1998), assumindo que o limite de resistência do bloco está associado à tensão de escoamento da barra, produz coeficientes de variação artificialmente elevados.

Esse resultado torna ainda mais importante a campanha experimental realizada neste trabalho, e indica a necessidade de ensaios adicionais em futuras pesquisas.

De modo a considerar o confinamento dado pelo concreto, buscou-se aumentar o valor da resistência do nó superior. Os testes realizados para as campanhas experimentais de Blévoit e Frémy (1967) e Clarke (1973) mostram que o maior impacto é na média do fator de tendência, tendo pouco efeito na dispersão dos resultados. Isso não é surpresa, dado que a ruptura desses ensaios foi por flexão.

O valor adotado foi 50% maior que o proposto por Santos, Carvalho e Stucchi (2019), resultando em:

$$\sigma_{cd,pilar}^{bie} = \frac{F_{d,pilar}}{A_{amp,pilar} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq 1,27 f_{cd} \quad (5.3)$$

Assumindo o limite da equação (5.3) e substituindo  $f_y$  por  $f_{st}$  para os ensaios de Suzuki et al (1998), tem-se os resultados da Tabela 5.18.

Tabela 5.18 - Fator de tendência substituindo  $f_y$  por  $f_{st}$  para os ensaios de Suzuki et al (1998)

Nome	F <sub>ensaio</sub>		F <sub>ensaio</sub> / F <sub>teórico</sub>		M. proposto $f_{cp} = 1,5f_c$
	(kN)	Blévot	Fusco	Adebar e Zhou	
4N2	6580,0	1,10	1,04	1,10	1,09
4N2 <sup>bis</sup>	7390,0	1,12	1,03	1,12	1,13
4N4	7530,0	1,01	0,85	1,01	1,00
4N4 <sup>bis</sup>	8750,0	1,06	0,91	1,06	1,05
2,2	810,0	1,11	0,99	1,11	1,13
2,3	740,0	1,20	1,09	1,20	1,20
3,1	475,0	1,20	1,19	1,20	1,21
1A,3	1185,0	1,16	0,99	1,33	1,20
A2	1420	1,08	0,94	1,08	1,11
A3	1340	1,03	0,92	1,03	1,05
A5	1400	1,07	0,92	1,07	1,10
A6	1230	0,95	0,82	0,95	0,97
A8	1510	1,15	1,00	1,15	1,18
BPC-20-1	519	0,98	0,98	0,98	1,03
BPC-20-2	529	0,99	0,99	0,99	1,09
BPC-25-1	818	0,92	0,92	0,92	1,02
BPC-25-2	813	0,92	0,92	0,92	0,97
BPC-20-30-1	500	1,15	1,15	1,15	1,03
BPC-20-30-2	495	1,14	1,14	1,14	1,02
BPC-30-30-1	1039	1,08	1,07	1,08	1,03
BPC-30-30-2	1029	1,07	1,07	1,07	1,01
BPC-30-25-1	853	0,95	0,93	0,95	0,95
BPC-30-25-2	872	0,97	0,95	0,97	0,97
Média		1,06	0,99	1,07	1,07
Desvio padrão		0,09	0,10	0,10	0,08
cv (%)		8,29	9,67	9,61	7,34

**Observações:**

Para todos os modelos, a tensão de escoamento dos últimos 10 ensaios foi substituída pelo limite de resistência do aço.

Para o modelo proposto, nos 10 últimos ensaios não foi considerado o aumento de 50% da tensão resistente do concreto. Para o nível de deformação necessário para atingir o limite de resistência do aço, a fissuração é muito elevada e o confinamento é discutível.

Fonte: o autor

O modelo proposto obteve excelentes resultados com a menor dispersão. Teoricamente se poderia aumentar ainda mais a resistência do nó superior, mas optou-se por limitar o aumento em 50%, que é a relação entre as resistências dos nós superiores em blocos sobre 4 e 2 estacas pelo modelo de Blévot (2,1/1,4). Essa precaução foi tomada por conta do reduzido número de blocos sobre 4 estacas que romperam por cisalhamento.



Embora o modelo proposto e o modelo de Blévoit não mostrem diferenças significativas em termos de fator de tendência, os ensaios experimentais realizados neste trabalho mostrarão a grande vantagem de utilizar o modelo proposto.

## 6 PROGRAMA EXPERIMENTAL

### 6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo apresenta-se a série de oito ensaios experimentais de blocos sobre quatro estacas, em escala real, realizados no Laboratório de Estruturas e Materiais (LEM) do Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica da Escola Politécnica da USP.

Esses ensaios tiveram como objetivo complementar a análise realizada no capítulo anterior, uma vez que algumas características adicionais são estudadas. Além disso, existem poucos ensaios de blocos em que as armaduras foram concentradas sobre as estacas e foram instrumentadas com extensômetros.

O dimensionamento dos protótipos foi realizado com base nas previsões teóricas do modelo de Blévoit e do modelo proposto original (com os limites de resistência da NBR 6118). Os parâmetros mais importantes analisados pela campanha experimental foram a distância entre as estacas, o efeito de escala, a taxa de armadura e a influência da armadura do pilar.

Os detalhes dos ensaios experimentais são descritos a seguir. Os desenhos de forma e armação dos blocos encontram-se no Anexo A.

### 6.2 CONCEPÇÃO E PROJETO DOS ENSAIOS

#### 6.2.1 Carga-limite do ensaio

O Laboratório de Estruturas e Materiais (LEM) dispõe de um cilindro hidráulico para 4000 kN da Enerpac, mostrado na Figura 6.1. Isso impõe o primeiro limite ao dimensionamento dos blocos. O segundo limite foi imposto pelo pórtico de ensaio, pois o LEM tem dois quadros de aço autoportantes de grande capacidade, mas não seria possível usá-los fechados, de modo a apoiar as estacas e aplicar a carga no pilar sem adaptações.

A solução, já utilizada em pesquisas anteriores do LEM, foi apoiar o pórtico na laje de reação do laboratório e utilizar barras rosqueadas de modo a permitir tração na ligação pórtico-laje de reação (Figura 6.2).

**Figura 6.1- Macaco hidráulico para 400 tf**



**Fonte: o autor**

Em dezembro de 2017, foi realizado um teste no pórtico de ensaio, e quando a célula de carga indicava 2100 kN (aproximadamente 210 tf) de força aplicada na estrutura de reação (Figura 6.3), os deslocamentos na ligação da base do pilar com a laje de reação aumentaram significativamente, havendo descolamento importante entre as partes. Nesse momento, o teste foi interrompido.

O valor de 2100 kN foi assumido como sendo o limite para a concepção dos protótipos e, por prudência, a máxima força estimada pelo modelo de Blévtot ou pelo modelo proposto foi adotada igual a 1500 kN (fator de ponderação de 1,4).

**Figura 6.2 - Ligação do pórtico na laje de reação por meio de barras rosqueadas**



**Fonte: o autor**

**Figura 6.3 - Montagem do teste realizado no p3rtico de ensaio**

Fonte: o autor

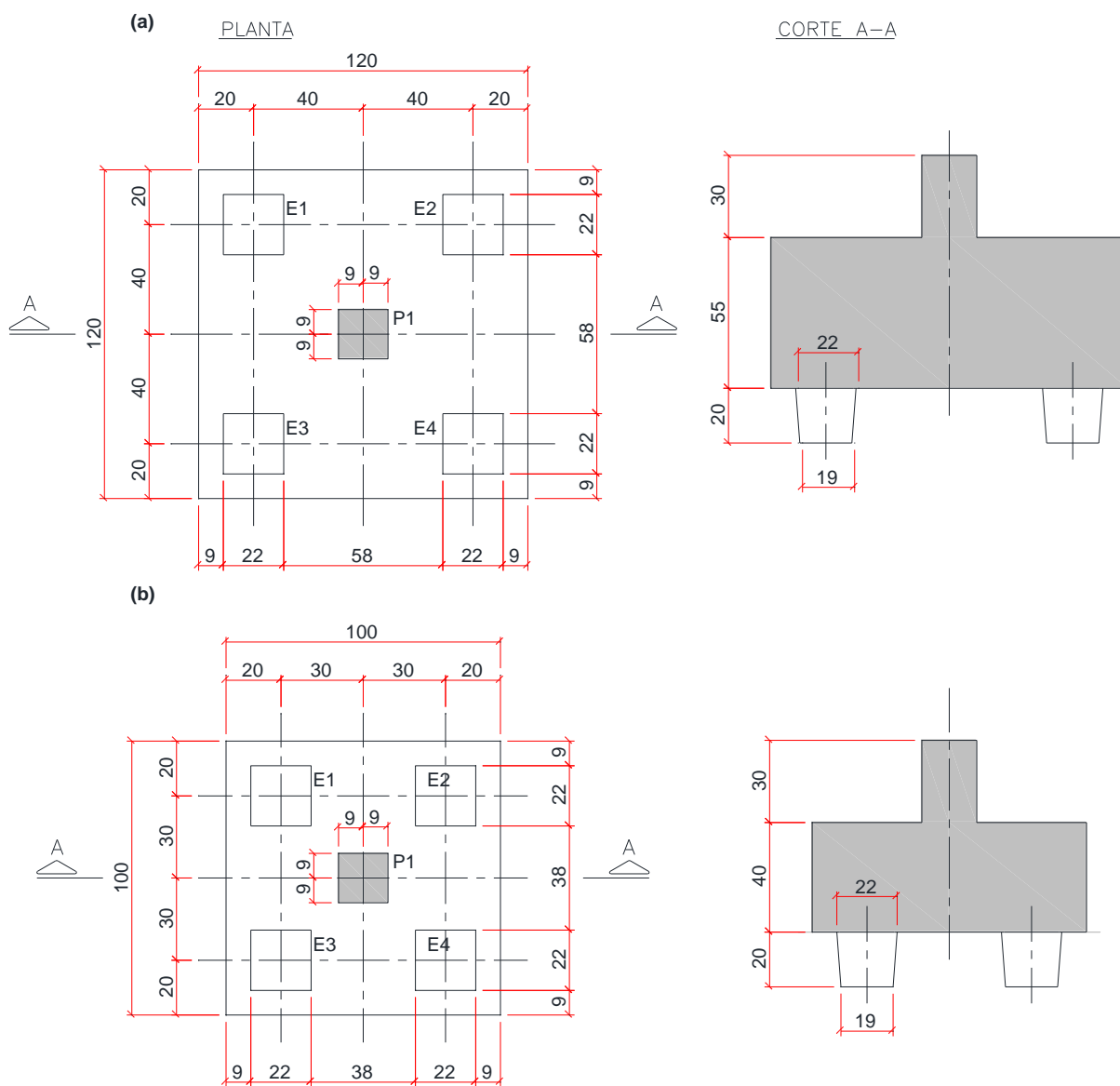
### 6.2.2 Parâmetros estudados e blocos ensaiados

A escolha dos parâmetros principais a serem analisados teve forte influência nas diferenças entre os métodos, principalmente entre o modelo clássico de Bléivot e o modelo de bielas e tirantes proposto. Essas diferenças foram discutidas no item 4.5.

Segundo a Figura 4.14, para uma taxa de armadura leve a moderada, os dois modelos obtêm valores teóricos de força resistente parecidos, enquanto para taxas elevadas de armadura, o modelo proposto prevê força razoavelmente maior que o modelo de Bléivot. Com isso, duas taxas de armadura foram utilizadas, uma em que as previsões são muito parecidas e outra em que elas são razoavelmente distintas.

Com relação à geometria, optou-se por elaborar formas de tamanhos distintos (Figura 6.4) de modo a avaliar um possível efeito escala. A forma maior (Figura 6.4 (a)) foi nomeada N1B45 que significa forma número 1, biela pelo modelo de Bléivot com inclinação de aproximadamente 45°. A forma menor (Figura 6.4 (b)) foi nomeada N2B45 que significa forma número 2 e inclinação da biela aproximadamente igual a 45°.

**Figura 6.4 - Formas dos blocos ensaiados. (a) N1B45 e (b) N2B45**



Fonte: o autor

Conforme discutido anteriormente, duas taxas de armadura foram utilizadas. Uma composta de barras de 10mm de diâmetro (chamada de A1, armadura tipo 1) e outra mais pesada com barras de 12,5mm de diâmetro (chamada A2, armadura tipo 2), que é em torno de 56% maior do que a primeira em área.

Além disso, a armadura tipo 1 foi disposta de duas formas: armadura concentrada sobre as estacas (tipo A1C) e armadura uniformemente distribuída (tipo A1D).

A Tabela 6.1 mostra as principais informações dos 8 blocos ensaiados.

Tabela 6.1 - Principais parâmetros concebidos para a campanha experimental

Nome	L <sup>(1)</sup> (cm)	h <sup>(2)</sup> (cm)	a <sub>p</sub> <sup>(3)</sup> (cm)	a <sub>est</sub> <sup>(4)</sup> (cm)	Armadura do bloco	A <sub>s</sub> <sup>(5)</sup> (cm <sup>2</sup> )	Armadura do pilar	A <sub>s,p</sub> <sup>(6)</sup> (cm <sup>2</sup> )
N1B45A1C	80	55	18	22	2x2x4φ10	3,14	4 φ 16	8,04
N1B45A1D	80	55	18	22	2x8 φ 10	3,14	4 φ 16	8,04
N1B45A2C	80	55	18	22	2x2x4 φ 12,5	4,91	8 φ 16	16,09
N2B45A1C	60	40	18	22	2x2x4 φ 10	3,14	4 φ 16	8,04
N2B45A1D	60	40	18	22	2x8 φ 10	3,14	4 φ 16	8,04
N2B45A2C	60	40	18	22	2x2x4 φ 12,5	4,91	8 φ 16	16,09
N1B45A2Cbis	80	55	18	22	2x2x4 φ 12,5	4,91	-	-
N2B45A2Cbis	60	40	18	22	2x2x4 φ 12,5	4,91	-	-

**Dados adicionais:** Concreto do bloco: C25 ( $f_{ck} \geq 25 \text{ MPa}$ ); Aço CA-50 ( $f_{yk} \geq 500 \text{ MPa}$ ) e concreto do pilar: C45 ( $f_{ck} \geq 45 \text{ MPa}$ )

- (1) Distância entre estacas;
- (2) Altura do bloco;
- (3) Lado do pilar quadrado ou da chapa de aço;
- (4) Lado das estacas no contato com o bloco;
- (5) Armadura lateral sobre duas estacas (ou metade da armadura em uma direção);
- (6) Armadura do pilar.

Fonte: o autor

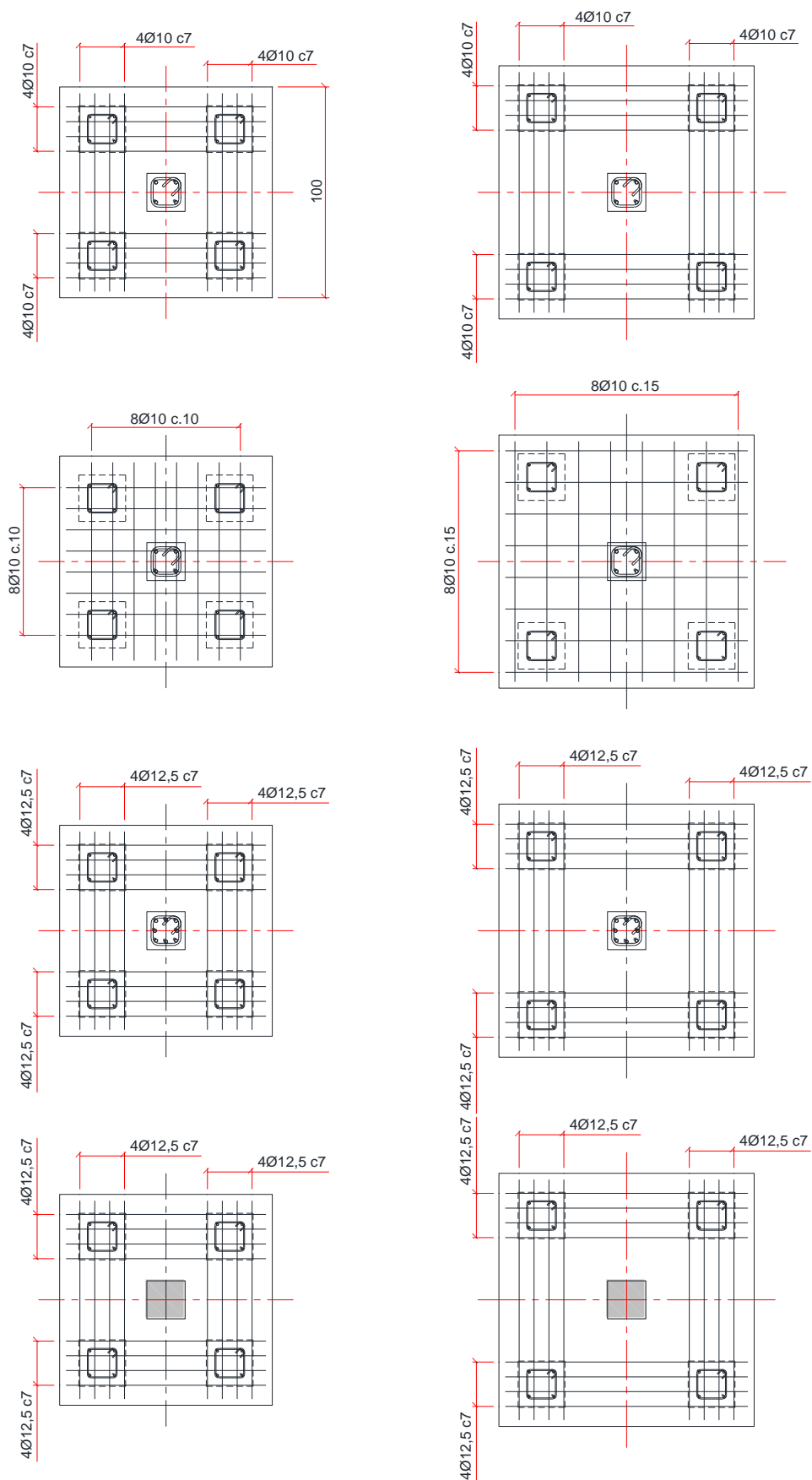
De modo a agilizar a elaboração dos protótipos, foram produzidas quatro formas, duas de cada tamanho, conforme Figura 6.4.

Os blocos do tipo N1 e N2 diferem no espaçamento entre as estacas e na altura do bloco. A escolha por duas formas com distâncias entre estacas diferentes, mas ângulos de inclinação de bielas semelhantes, tem o intuito de verificar a seguinte prescrição da NBR 6118 (ABNT, 2014): “se o espaçamento entre estacas for maior que 3 vezes o diâmetro da estaca, deve ser prevista armadura de suspensão para a parcela de carga a ser equilibrada”. Os modelos de bielas e tirantes aplicados a blocos rígidos não preveem essa armadura de suspensão, pois a carga do pilar caminha diretamente para as estacas, e o peso do bloco entre estacas não é suficiente para exigir armaduras verticais. Essa situação ocorre nos blocos tipo N1. Essa situação ocorre nos blocos tipo N1.

Além disso, as duas geometrias foram ensaiadas tanto com armaduras concentradas quanto distribuídas. A ideia foi avaliar a influência da distância entre estacas na redução da capacidade resistente do bloco quando a armadura é disposta de forma ineficiente.

O detalhamento das armaduras dos oito blocos é mostrado na Figura 6.5.

Figura 6.5 - Detalhamento da armadura principal dos oito blocos ensaiados



Fonte: o autor

### 6.2.3 Confirmação dos parâmetros adotados/dimensionamento dos blocos

As previsões teóricas que nortearam o dimensionamento dos blocos assumiram concreto classe C25 ( $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ ), exceto nos pilares. De modo a tentar garantir a ruptura no bloco, o concreto do pilar foi especificado com resistência maior. Como o volume de concreto a ser dosado para o pilar era pequeno, foi desenvolvido um traço no próprio laboratório (LEM) com resistência equivalente ao concreto classe C45 ( $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$ ).

Assumindo-se um coeficiente de variação ( $\sigma_{fc}$ ) da ordem de 10%, tem-se a média da resistência do concreto dos blocos e das estacas estimado por:

$$f_{ck} = \mu_{fc} - 1,645 \cdot \sigma_{fc} = (1 - 1,645 \cdot 0,1)\mu_{fc}$$

$$\mu_{fc} = \frac{25}{0,835} \cong 30 \text{ MPa} \quad (6.1)$$

O aço para armadura escolhido foi o CA-50, que é o mais utilizado no Brasil. A tensão de escoamento característica é igual a 500 MPa e o valor médio, assumindo coeficiente de variação da ordem de 5%, é estimado por:

$$f_{yk} = \mu_{fy} - 1,645 \cdot \sigma_{fy} = (1 - 1,645 \cdot 0,05)\mu_{fy}$$

$$\mu_{fy} = \frac{25}{0,918} \cong 545 \text{ MPa} \quad (6.2)$$

As equações (6.1) e (6.2) assumem que os valores característicos equivalem aos quantis de 5% em uma distribuição normal.

As expressões para a determinação da força resistente teórica de cada modelo discutido no item 4 são mostradas no Anexo B. Como o dimensionamento foi baseado no modelo clássico de Blévet e no modelo proposto, apenas os cálculos por esses modelos serão detalhados a seguir.

#### 6.2.3.1 Forma N1, armadura A1, Modelo de Blévet

O ângulo da biela, segundo Blévet, é dado por:



$$\operatorname{tg}\theta_{Blévo} = \frac{d}{\left(\frac{L}{2} - \frac{a_p}{4}\right)\sqrt{2}} = \frac{51}{50,2} = 1,016 \Rightarrow \theta_{Blévo} = 45,45^\circ \quad (6.3)$$

A força média resistente de tração na projeção da biela é:

$$F_y = A_s f_y = 3,14 \cdot \sqrt{2} \cdot 54,5 = 242,01 \text{ kN} \quad (6.4)$$

A força resistente do bloco devido ao escoamento da armadura é:

$$N_y = 4F_y \operatorname{tg}\theta_{Blévo} = 4 \cdot 242,01 \cdot 1,016 = 983,55 \text{ kN} \quad (6.5)$$

A força resistente do bloco devido ao esmagamento do concreto abaixo do pilar é:

$$N_{cp} = A_p \operatorname{sen}^2 \theta_{Blévo} \frac{2,1f_c}{0,85} = 18^2 \cdot \operatorname{sen}^2 45,45^\circ \cdot 7,41 = 1219,57 \text{ kN} \quad (6.6)$$

A força resistente do bloco devido ao esmagamento do concreto sobre a estaca é:

$$N_{ce} = 4A_e \operatorname{sen}^2 \theta_{Blévo} \frac{2,1f_c}{0,85} = 4 \cdot 22^2 \cdot \operatorname{sen}^2 45,45^\circ \cdot 7,41 = 7287,28 \text{ kN} \quad (6.7)$$

A força resistente teórica é dada pelo menor valor, dentre os três modos de ruptura, logo:

$$N_{teórico} = N_y = 983,55 \text{ kN} \quad (6.8)$$

### 6.2.3.2 Forma N1, armadura A1, modelo proposto

Assumindo  $y = 5 \text{ cm}$ , a inclinação da biela é igual a:

$$\operatorname{tg}\theta_{proposto} = \frac{51 - 2,5}{50,2} = 0,966 \Rightarrow \theta_{proposto} = 44,01^\circ \quad (6.9)$$

e a área ampliada é determinada por:

$$A_{amp,pilar} = (a_p + 2y)^2 = (18 + 2 \cdot 5)^2 = 784 \text{ cm}^2 \quad (6.10)$$

Com isso, as forças resistentes teóricas do bloco pelo critério de escoamento da armadura e pelo esmagamento do concreto no nó superior são:

$$\begin{aligned} N_{cp} &= A_{amp,pilar} \cdot \text{sen}^2(\theta_{proposto}) \cdot f_c = 784 \cdot \text{sen}^2(44,01^\circ) \cdot 3 = 1135,39 \text{ kN} \\ N_y &= 4F_y \cdot \text{tg}\theta_{proposto} = 4 \cdot 242,01 \cdot 0,966 = 935,17 \text{ kN} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Como os valores são diferentes, o valor de  $y$  deve ser ajustado até que  $N_{cp}$  seja igual a  $N_y$ , o que é obtido com  $y = 3,7 \text{ cm}$ , com isso:

$$\begin{aligned} \text{tg}\theta_{proposto} &= \frac{51 - 1,85}{50,2} = 0,979 \Rightarrow \theta_{proposto} = 44,40^\circ \\ A_{amp,pilar} &= (18 + 2 \cdot 3,70)^2 = 645,16 \text{ cm}^2 \\ N_{cp} &= 645,16 \cdot \text{sen}^2(44,40^\circ) \cdot 3 \cong 947,47 \text{ kN} \\ N_y &= 4 \cdot 242,01 \cdot 0,979 \cong 947,71 \text{ kN} \\ N_y &\cong N_{cp} \rightarrow \text{condição satisfeita} \end{aligned} \quad (6.12)$$

Checando a tensão no concreto sobre a estaca, tem-se:

$$\begin{aligned} A_{amp,estaca} &= (a_e + 2 \cdot d')^2 = (22 + 2 \cdot 4)^2 = 900 \text{ cm}^2 \\ \sigma_{ce} &= \frac{N_y}{4A_{amp,est} \cdot \text{sen}^2(\theta_{prop})} = \frac{947}{4 \cdot 900 \cdot \text{sen}^2(44,40^\circ)} = 0,54 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \\ \sigma_{ce} &= 5,40 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (6.13)$$

A tensão-limite do nó inferior é dada por:

$$f_{ce} = 0,72 \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) \frac{f_c}{0,85} = 0,72 \left(1 - \frac{30}{250}\right) \frac{30}{0,85} = 22,36 \text{ MPa} \quad (6.14)$$

Como  $\sigma_{ce} < f_{ce}$ , a força resistente teórica é dada por  $N_{cp}$  ou  $N_y$ , que são iguais nessa situação, ou seja:

$$N_{teórico} = N_y = 947,71 \text{ kN} \quad (6.15)$$

A previsão teórica do modelo de Blévoit é 3,8% maior que a do modelo proposto. Confirma-se, então, a pequena diferença entre os modelos para a armadura do tipo A1.

### 6.2.3.3 Forma N1, armadura A2, Modelo de Blévoit

O ângulo da biela, segundo Blévoit, é dado por:

$$tg\theta_{Blévoit} = \frac{d}{\left(\frac{L}{2} - \frac{a_p}{4}\right)\sqrt{2}} = \frac{50,75}{50,2} = 1,011 \Rightarrow \theta_{Blévoit} = 45,31^\circ \quad (6.16)$$

A força média resistente de tração na projeção da biela é:

$$F_y = A_s f_y = 4,91 \cdot 54,5 = 378,36 \text{ kN} \quad (6.17)$$

A força resistente do bloco devido ao escoamento da armadura é:

$$N_y = 4F_y tg\theta_{Blévoit} = 4 \cdot 378,36 \cdot 1,011 = 1530,09 \text{ kN} \quad (6.18)$$

A força resistente do bloco devido ao esmagamento do concreto abaixo do pilar é:

$$N_{cp} = A_p \text{sen}^2\theta_{Blévoit} \cdot \frac{2,1f_c}{0,85} = 18^2 \cdot \text{sen}^2 45,31^\circ \cdot 7,41 = 1213,41 \text{ kN} \quad (6.19)$$

A força resistente do bloco devido ao esmagamento do concreto sobre a estaca é:

$$N_{ce} = 4A_e \text{sen}^2 \theta_{Blévol} \cdot \frac{2,1f_c}{0,85} = 4 \cdot 22^2 \cdot \text{sen}^2 45,31^\circ \cdot 7,41 = 7250,5 \text{ kN} \quad (6.20)$$

A força resistente teórica é dada pelo menor valor, dentre os três modos de ruptura, logo:

$$N_{teórico} = N_{cp} = 1213,41 \text{ kN} \quad (6.21)$$

### 6.2.3.4 Forma N1, armadura A2, modelo proposto

O valor de  $y$  que iguala  $N_{cp}$  e  $N_y$  é  $6,9 \text{ cm}$ , com isso:

$$\begin{aligned} \text{tg} \theta_{proposto} &= \frac{50,75 - 1,85}{50,2} = 0,942 \Rightarrow \theta_{proposto} = 43,30^\circ \\ A_{amp,pilar} &= (18 + 2 \cdot 6,90)^2 = 1011,24 \text{ cm}^2 \\ N_{cp} &= 1011,24 \cdot \text{sen}^2(44,40^\circ) \cdot 3 \cong 1426,71 \text{ kN} \\ N_y &= 4 \cdot 378,36 \cdot 0,942 \cong 1425,66 \text{ kN} \\ N_y &\cong N_{cp} \rightarrow \text{condição satisfeita} \end{aligned} \quad (6.22)$$

Checando a tensão no concreto sobre a estaca, tem-se:

$$\begin{aligned} A_{amp,estaca} &= (a_e + 2 \cdot d')^2 = (22 + 2 \cdot 4)^2 = 900 \text{ cm}^2 \\ \sigma_{ce} &= \frac{N_{cp}}{4A_{amp,est} \cdot \text{sen}^2(\theta_{prop})} = \frac{1426,71}{4 \cdot 900 \cdot \text{sen}^2(44,39^\circ)} = 0,84 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \\ &= 8,40 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (6.23)$$

A tensão-limite do nó inferior é dada por:

$$f_{ce} = 0,72 \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) \frac{f_c}{0,85} = 0,72 \left(1 - \frac{30}{250}\right) \frac{30}{0,85} = 22,36 \text{ MPa} \quad (6.24)$$

Como  $\sigma_{ce} < f_{ce}$ , a força resistente teórica é dada por  $N_{cp}$  ou  $N_y$ , que são iguais nessa situação, ou seja:

$$N_{teórico} = N_{cp} = 1426,71 \text{ kN} \quad (6.25)$$

A previsão teórica do modelo de Blévoit é 15% menor que a do modelo proposto. Confirma-se, então, a importante diferença entre os modelos para a armadura do tipo A2, i. e., para blocos com taxa elevada de armadura.

### 6.2.3.5 Resultados estimados para os blocos da campanha experimental

Os resultados estimados estão resumidos na Tabela 6.2.

**Tabela 6.2 - Resultados estimados**

Nome	L <sup>(1)</sup> (cm)	d <sup>(2)</sup> (cm)	a <sub>p</sub> <sup>(3)</sup> (cm)	A <sub>sL</sub> <sup>(4)</sup> (cm <sup>2</sup> )	f <sub>yL</sub> <sup>(5)</sup> (MPa)	f <sub>c</sub> <sup>(6)</sup> (MPa)	F <sub>Blévoit</sub> <sup>(7)</sup> (kN)	F <sub>Santos</sub> <sup>(8)</sup> (kN)
N1B45A1C	80	51,00	18	3,14	545	30	983,39	947,69
N1B45A1D	80	51,00	18	3,14	545	30	-	-
N1B45A2C	80	50,75	18	4,91	545	30	1213,68	1426,20
N2B45A1C	60	36,00	18	3,14	545	30	966,38	916,57
N2B45A1D	60	36,00	18	3,14	545	30	-	-
N2B45A2C	60	35,75	18	4,91	545	30	1190,26	1355,14
N1B45A2Cbis	80	50,75	18	4,91	545	30	1213,68	1426,20
N2B45A2Cbis	60	35,75	18	4,91	545	30	1190,26	1355,14

(1) Distância entre estacas;

(2) Altura útil;

(3) Lado do pilar quadrado;

(4) Armadura lateral sobre duas estacas (ou metade da armadura em uma direção);

(5) Estimativa da tensão média de escoamento do aço da armadura;

(6) Estimativa da resistência média à compressão do concreto;

(7) Previsão teórica pelo modelo de Blévoit;

(8) Previsão teórica pelo modelo proposto.

Fonte: o autor

## 6.3 PROPRIEDADE DOS MATERIAIS

### 6.3.1 Concreto

O grande volume necessário para moldagem dos blocos foi determinante para a decisão de solicitar o concreto de resistência normal direto de uma central dosadora. O concreto solicitado foi o C25 com abatimento 8cm +/- 1cm.

A concretagem dos quatro primeiros blocos ocorreu no dia 20/08/2019 (Figura 6.6). A concretagem dos pilares aconteceu dois dias depois. O concreto da primeira concretagem foi doado pela empresa Polimix.

**Figura 6.6 - Bloco concretado no dia 20/08/2019**



**Fonte: o autor**

Em 26/09/2019, foram rompidos dois corpos de prova cilíndricos de cada concreto, o que serviu de parâmetro para os dois primeiros ensaios de blocos realizados nos dias 25/09 e 27/09/2019. Em 02/10/2019, foram rompidos mais quatro corpos de prova que serviram de parâmetro para os ensaios realizados nos dias 01/10 e 03/10/2019. Os resultados são mostrados na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 - Ensaio de CP nos dias 25/09/2019 e 02/10/2019

CP	D (mm)	H (mm)	H/D -	Fator de correção	F <sub>ensaio</sub> N	f <sub>c</sub> MPa
<b>Concreto do bloco (dia 26/09/2019)</b>						
1	100,60	197,30	1,96	1,00	248937	31,33
2	100,70	198,40	1,97	1,00	259326	32,54
<b>Concreto do pilar (dia 26/09/2019)</b>						
1	101,20	193,40	1,91	0,993	423307	52,31
2	100,80	193,80	1,92	0,994	429124	53,44
<b>Concreto do bloco (dia 02/10/2019)</b>						
1	100,00	197,60	1,98	1,00	257421	32,71
2	100,20	198,00	1,98	1,00	255658	32,55
<b>Concreto do pilar (dia 02/10/2019)</b>						
1	101,10	193,40	1,94	1,00	426840	53,86
2	100,80	193,80	1,94	1,00	401997	50,68

**Obs:** para relação h/D menor que 1,94, deve-se multiplicar a força F por um fator de correção conforme a ABNT NBR5739 (2018).

Fonte: o autor

A concretagem dos últimos quatro blocos ocorreu no dia 09/08/2022 (Figura 6.7), e a concretagem dos pilares aconteceu três dias depois (dia 12/08/2022).

Figura 6.7 - Bloco concretado no dia 09/08/2022



Fonte: o autor

Após a concretagem de 2 blocos, o caminhão betoneira entupiu. A situação foi rapidamente resolvida, mas o concreto começou a sair com fluidez muito mais elevada. Com a suspeita de que água adicional tenha sido misturada, rapidamente

foram retirados mais corpos de prova cilíndricos e, assim, pôde-se caracterizar adequadamente a resistência dos últimos 2 blocos. O concreto dos últimos blocos moldados foi denominado de “aguado” para diferenciação.

As resistências à compressão dos corpos de prova cilíndricos são mostradas na Tabela 6.4. A diferença de até 10 MPa entre os concretos da mesma betonada mostra a decisão acertada de moldar novos cilindros.

**Tabela 6.4 - Ensaio de CP em 30/08/2022**

CP	D (mm)	H (mm)	H/D -	Fator de correção	F <sub>ensaio</sub> N	f <sub>c</sub> MPa
<b>Concreto do pilar (18 dias)</b>						
1	100,75	197,10	1,96	1,00	412287	51,72
2	100,40	197,00	1,96	1,00	396897	50,13
<b>Concreto do bloco (21 dias)</b>						
1	100,25	196,50	1,96	1,00	316574	40,11
2	100,00	198,75	1,99	1,00	294227	37,46
<b>Concreto “aguado” do bloco (21 dias)</b>						
1	99,75	198,90	1,98	1,00	242076	30,98
2	100,50	196,50	1,98	1,00	241780	30,48

**Obs:** para relação h/D menor que 1,94, deve-se multiplicar a força F por um fator de correção conforme a ABNT NBR5739 (2018).

Fonte: o autor

A resistência à compressão do concreto, que foi assumida para cada bloco, é mostrada na Tabela 6.5.

**Tabela 6.5 - Resistência à compressão do concreto para cada bloco e pilar**

Bloco	Data do ensaio	Idade do bloco	Idade do CP	f <sub>c, bloco</sub> MPa	Idade do pilar	Idade do CP	f <sub>c, pilar</sub> MPa
N1B45A1C	30/08/2022	21	21	38,78	18	18	50,92
N1B45A1D	26/09/2019	37	36	31,94	35	34	52,88
N1B45A2C	24/09/2019	35	36	31,94	33	34	52,88
N2B45A1C	31/08/2022	22	21	32,63	19	18	50,92
N2B45A1D	01/10/2019	42	43	32,63	40	41	53,86
N2B45A2C	03/10/2019	44	43	30,73	42	41	53,86
N1B45A2Cbis	02/09/2022	24	21	30,73	-	-	-
N2B45A2Cbis	01/09/2022	23	21	38,78	-	-	-

**Observação:** Idade do concreto em dias

Fonte: o autor



### 6.3.2 Aço das armaduras

Foram utilizadas barras de aço CA-50. As barras foram compradas pelo IBTS (Instituto Brasileiro de Telas Soldadas) já cortadas e dobradas e doadas ao laboratório. Foi solicitado à empresa que vendeu o aço que todas as barras fossem do mesmo fabricante e do mesmo lote. No entanto, as armaduras entregues tinham muitas barras diferentes. Embora a maioria tenha sido fabricada pela ArcelorMittal, dos oito conjuntos de armação, apenas cinco estavam dentro do especificado. Com isso, a escolha dos quatro primeiros ensaios foi praticamente imposta pelos conjuntos possíveis de serem aproveitados (Figura 6.8).

**Figura 6.8 - Parte das armaduras do primeiro lote**



**Fonte: o autor**

Dentro do conjunto de barras não aproveitadas, todas as barras de 16mm que seriam utilizadas como armadura longitudinal do pilar tiveram de ser trocadas. Novas barras foram gentilmente doadas pela ArcelorMittal para substituir o aço que estava

fora da especificação, tanto do pilar quanto do bloco. No entanto, os ensaios de caracterização desse aço, com a marca CA-50S, mostraram que elas não tinham patamar de escoamento, inviabilizando a sua utilização na armadura principal do bloco.

No caso dos pilares, o dimensionamento (definição da resistência do concreto e da taxa de armadura) foi realizado de modo que a ruptura do protótipo ocorresse no bloco. Por isso, decidiu-se que a falta de patamar de escoamento das barras de 16mm não seria um problema, uma vez que a expectativa é que não houvesse plastificação dessas barras durante os ensaios.

Os ensaios (Figura 6.9) para determinação da relação tensão-deformação do aço foram realizados em 21/08/2018.

**Figura 6.9 - Ensaio de tração de barra instrumentada realizado em 21/06/2018**



**Fonte: o autor**

As principais propriedades mecânicas das barras provenientes do primeiro lote são mostradas na Tabela 6.6. A descrição completa dos ensaios encontra-se no Anexo C. Por um problema na determinação do valor de engenharia para aquisição dos dados de deformação das barras, os ensaios das barras do primeiro lote precisaram ser refeitos.

Tabela 6.6 - Propriedades mecânicas do aço de armadura passiva – ensaios do dia 21/06/2018

Corpo-de-prova	Elemento utilizado	$\phi$ (mm)	$f_y$ MPa	$f_{st}$ MPa
N1B45A1D/ N2B45A1D/ N1B45A1C	Bloco	10	553,8	677,1
N1B45A2C/ N2B45A2C/ N1B45A2Cbis	Bloco	12,5	517,1	644,7
Barra CA50S	Pilar	16	Ver nota	780,0

**Observações:**  
 $\phi$  - diâmetro da barra;  $f_y$  – tensão de escoamento e  $f_{st}$  – limite de resistência;  
**Nota:** A tensão de escoamento convencional para barras sem patamar bem definido não foi determinada.

Fonte: o autor

Após um hiato devido à pandemia, os ensaios foram retomados, e um terceiro lote de barras para completar os conjuntos de armadura foi doado pelo consórcio Crasa – Ghella – Consbem (Figura 6.10).

Figura 6.10 - Armaduras adicionais doadas pelo consórcio Crasa – Ghella – Consbem



Fonte: o autor

As principais propriedades mecânicas das barras adicionais utilizadas nos ensaios subsequentes são mostradas na Tabela 6.7. A descrição completa dos ensaios encontra-se no Anexo C.

**Tabela 6.7 - Propriedades mecânicas do aço de armadura passiva – ensaios do dia 19/07/2022**

Corpo-de-prova	Elemento utilizado	$\phi$ (mm)	$f_y$ MPa	$f_{st}$ MPa
N2B45A1C	Bloco	10	617,26	746,7
N1B45A2Cbis/ N2B45A2Cbis	Bloco	12,5	578,6	644,7

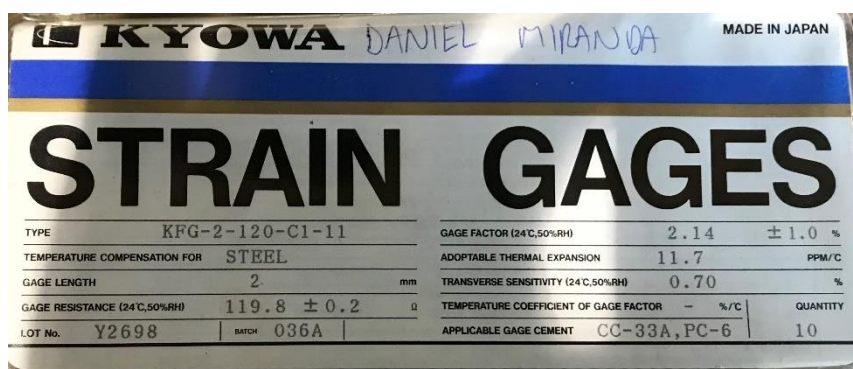
$\phi$  - diâmetro da barra;  $f_y$  – tensão de escoamento e  $f_{st}$  – limite de resistência.

Fonte: o autor

## 6.4 INSTRUMENTAÇÃO

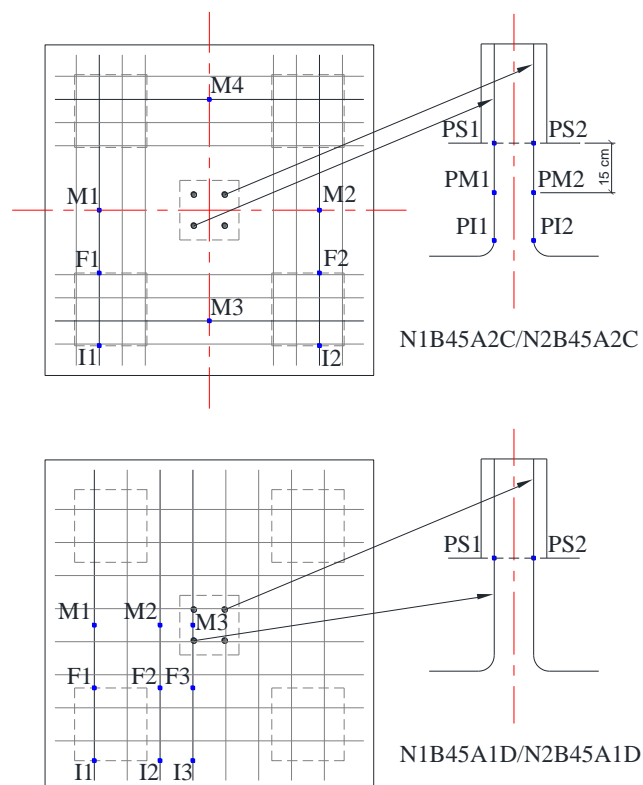
A análise do comportamento dos blocos requer a instrumentação das armaduras e a aquisição dos dados durante os ensaios. A posição de cada extensômetro do tipo KFG-2-120-C1-11 (Figura 6.11) e a quantidade utilizada nos protótipos com armaduras dispostas de forma concentrada e distribuída são mostradas esquematicamente na Figura 6.12.

**Figura 6.11 - Extensômetros doados pelo Departamento de Construção Civil da EPUSP**



Fonte: o autor

Figura 6.12 - Extensômetros utilizados nos 4 primeiros ensaios realizados em 2019

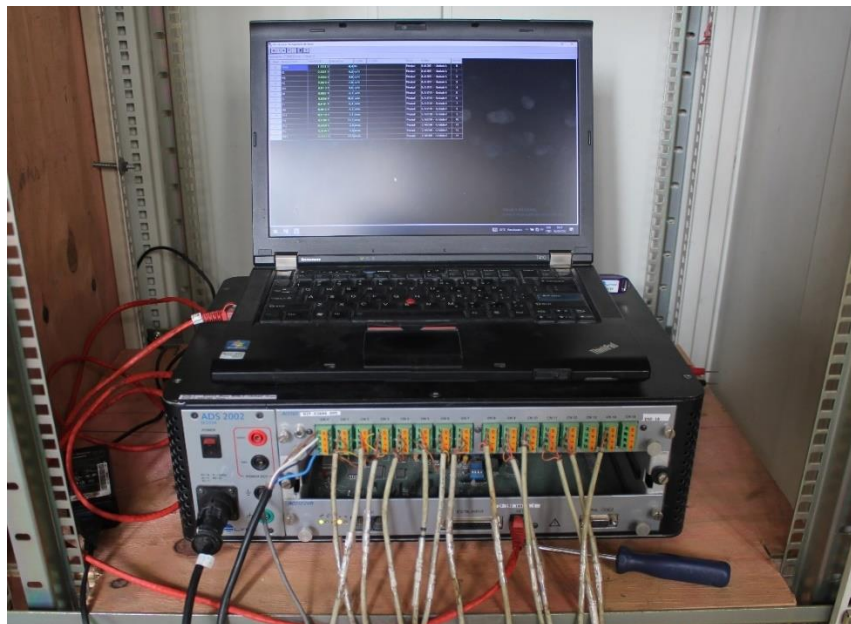


Fonte: o autor

O sistema de aquisição de dados utilizado foi o ADS2002 da Lynx (Figura 6.13). Para a medição da força aplicada pelo atuador, utilizou-se célula de carga para 5000 kN (Figura 6.14) que foi calibrada na máquina Shimadzu, pertencente ao Departamento de Construção Civil da EPUSP. Como o tempo decorrido entre os conjuntos de 4 ensaios foi muito grande, a calibração precisou ser realizada duas vezes, sempre um dia antes do primeiro ensaio de cada série.



**Figura 6.13 - ADS 2002 da Lynx**



**Fonte: o autor**

**Figura 6.14 - Célula de carga sendo calibrada na Shimadzu (dia 29/08/2022)**



**Fonte: o autor**

A fissuração superficial foi acompanhada, mas os valores de abertura dessas fissuras não foram medidos, pois em blocos sobre 4 estacas, as faces são regiões de tensões relativamente baixas.

Nos últimos quatro ensaios, conforme afirmado anteriormente, foi necessário completar a armadura. O bloco N1B45A1C utilizou as barras recebidas no primeiro lote, cujas propriedades encontram-se na Tabela 6.6. No entanto, o bloco N1B45A2Cbis utilizou, na armadura principal, metade das barras provenientes do primeiro lote e metade das barras vindas do terceiro lote. Por fim, os blocos N2B45A1C e N2B45A2Cbis usaram as barras do terceiro lote. O segundo lote foi aproveitado apenas nas barras longitudinais dos pilares.

## 6.5 FABRICAÇÃO DOS BLOCOS

A fabricação dos protótipos foi realizada no LEM (Laboratório de Estruturas e Materiais) do Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica da Escola Politécnica da USP. O processo teve início com o recebimento da forma plástica (Figura 6.15) e dos pontalotes de cedrinho (Figura 6.16) no dia 31/05/2017. A madeira foi doada pelo Instituto Brasileiro de Telas Soldadas (IBTS).

Na sequência foram recebidas as barras de aço, doadas pelo IBTS, além dos elastômeros fretados de apoio das estacas, doados pela Neoprex.

**Figura 6.15 - Forma plástica**



**Fonte: o autor**

**Figura 6.16 - Pontaletes de Cedrinho**

Fonte: o autor

O aço, conforme já dito, não veio integralmente na especificação solicitada, sendo necessário o descarte de diversas barras. De qualquer modo, as que foram mantidas permitiram a execução de quatro conjuntos de armaduras (um deles mostrado na Figura 6.18), para as quatro formas elaboradas (Figura 6.17).

**Figura 6.17 - Formas elaboradas no LEM**

Fonte: o autor



Os passos seguintes foram: instrumentação das barras de aço (Figura 6.18), em que os extensômetros foram gentilmente cedidos pelo Departamento de Construção Civil (PCC).

**Figura 6.18 - Armadura instrumentada e alojada dentro da forma**



**Fonte: o autor**

Em paralelo, procedeu-se com a montagem do pórtico de ensaio e a elaboração de um traço para o concreto dos pilares com resistência acima de 45 MPa e “slump” alto, pois a taxa de armadura de dois pilares é igual a 5%.

No segundo semestre de 2018, finalmente, foi possível obter o concreto desejado, embora tenha sido apenas na segunda tentativa. Foi necessário utilizar cimento do tipo CPV-ARI, areia rosa e superplastificante (ADVA). A areia rosa foi de difícil obtenção na quantidade necessária. A areia média e o agregado graúdo (brita de origem basáltica) utilizados faziam parte do estoque do LEM, ou seja, material que havia sobrado de pesquisas anteriores.

Em 20/08/2019, finalmente, foi realizada a concretagem dos blocos e dois dias depois a concretagem dos pilares.

**Figura 6.19 - Concretagem dos blocos no dia 20/08/2019**



**Fonte: o autor**

Por problemas diversos, principalmente em função da pandemia, houve um hiato nas atividades, e os trabalhos foram retomados em julho de 2022. Em 09/08/2022, finalmente, os 4 últimos blocos foram concretados (Figura 6.20), com a ajuda de funcionários gentilmente cedidos pela empresa JEENE.

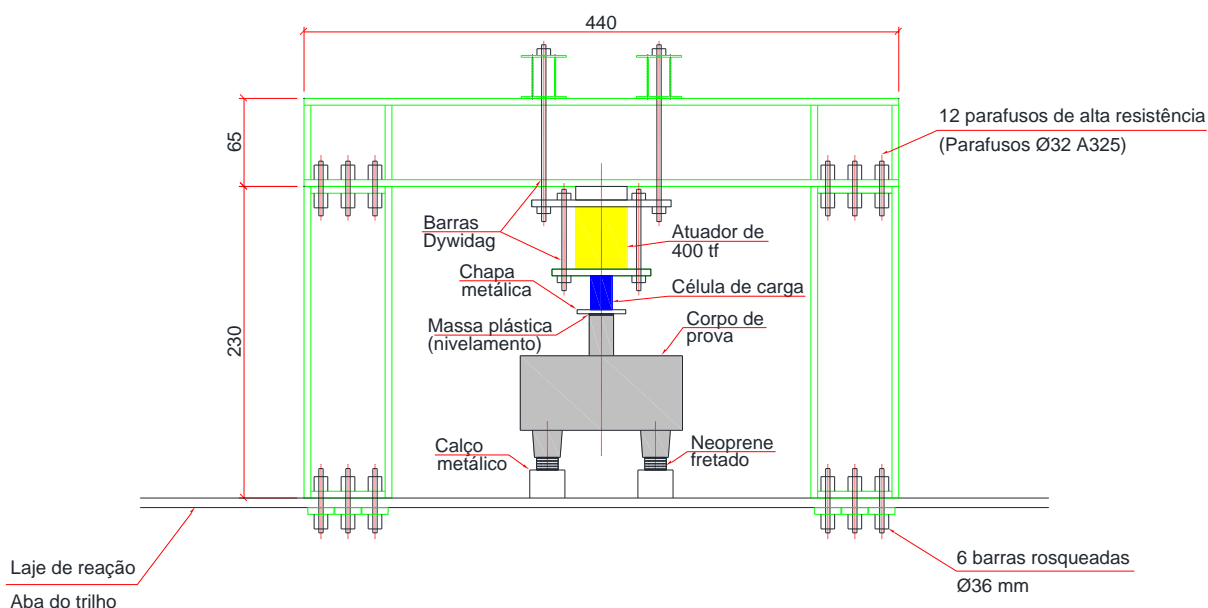
**Figura 6.20 - Concretagem em 09/08/2022**

Fonte: o autor

## 6.6 CONFIGURAÇÃO E MONTAGEM DOS ENSAIOS

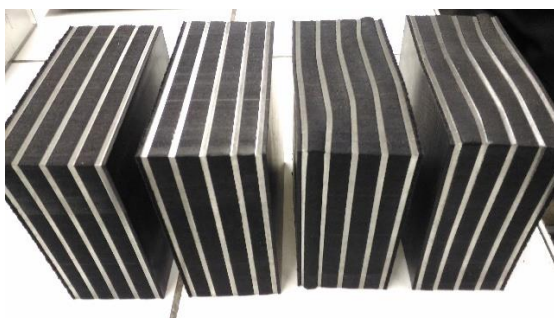
A montagem dos ensaios é mostrada esquematicamente na Figura 6.21. No apoio de cada estaca foram utilizados elastômeros fretados (Figura 6.22) doados pela Neoprex. Essa configuração de ensaio foi utilizada por Blévoit e Frémy (1967) com sucesso. A ideia é que a estaca não seja submetida a momentos fletores importantes.

**Figura 6.21 - Esquema geral dos ensaios**



Fonte: o autor

**Figura 6.22 - Elastômeros fretados utilizados nos ensaios**



Fonte: o autor

Para o adequado nivelamento entre a chapa metálica utilizada para distribuir a carga vinda da célula de carga e o pilar, utilizou-se uma camada bem fina de massa plástica. Após a aplicação da massa, uma pequena carga foi mantida no atuador até o completo endurecimento do produto.

A chapa metálica da Figura 6.21 serve, também, de restrição de deformação, produzindo um confinamento no topo do pilar que ajuda a evitar a ruptura do seu cobrimento.

Outra medida importante foi detalhar a armadura longitudinal do pilar sem cobrimento. O objetivo foi distribuir a carga entre o concreto e o aço mais rapidamente, para que não houvesse perturbação de tensões na base do pilar.



A Figura 6.23 mostra a configuração de um ensaio em um bloco N1 e a Figura 6.24 mostra a configuração de um ensaio em um bloco N2.

**Figura 6.23 - Configuração de um ensaio com forma tipo N1**



**Fonte: o autor**

**Figura 6.24 - Configuração de um ensaio com forma tipo N2**



**Fonte: o autor**

## 7 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

### 7.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os resultados da campanha experimental realizada são descritos neste capítulo. As características de cada ensaio e os seus resultados serão apresentados em ordem cronológica de execução. Os protótipos foram ensaiados em dois conjuntos de 4 blocos, o primeiro ensaiado em 2019 e o segundo em 2022. No total serão descritos os resultados de 8 blocos.

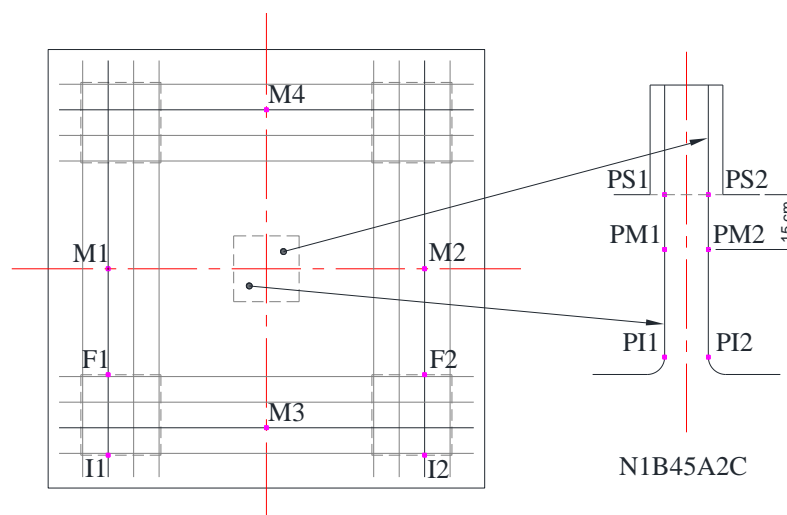
As medições realizadas em todos os ensaios encontram-se no Anexo D.

### 7.2 BLOCO N1B45A2C (24/09/2019)

As barras de aço utilizadas na armadura principal do bloco têm diâmetro de 12,5mm e é proveniente do primeiro lote. A tensão de escoamento média é igual a 517,08 MPa, e o limite de resistência médio é igual a 644,7 MPa. A deformação específica de escoamento é da ordem de 2,8 ‰.

A instrumentação do bloco é mostrada na Figura 7.1.

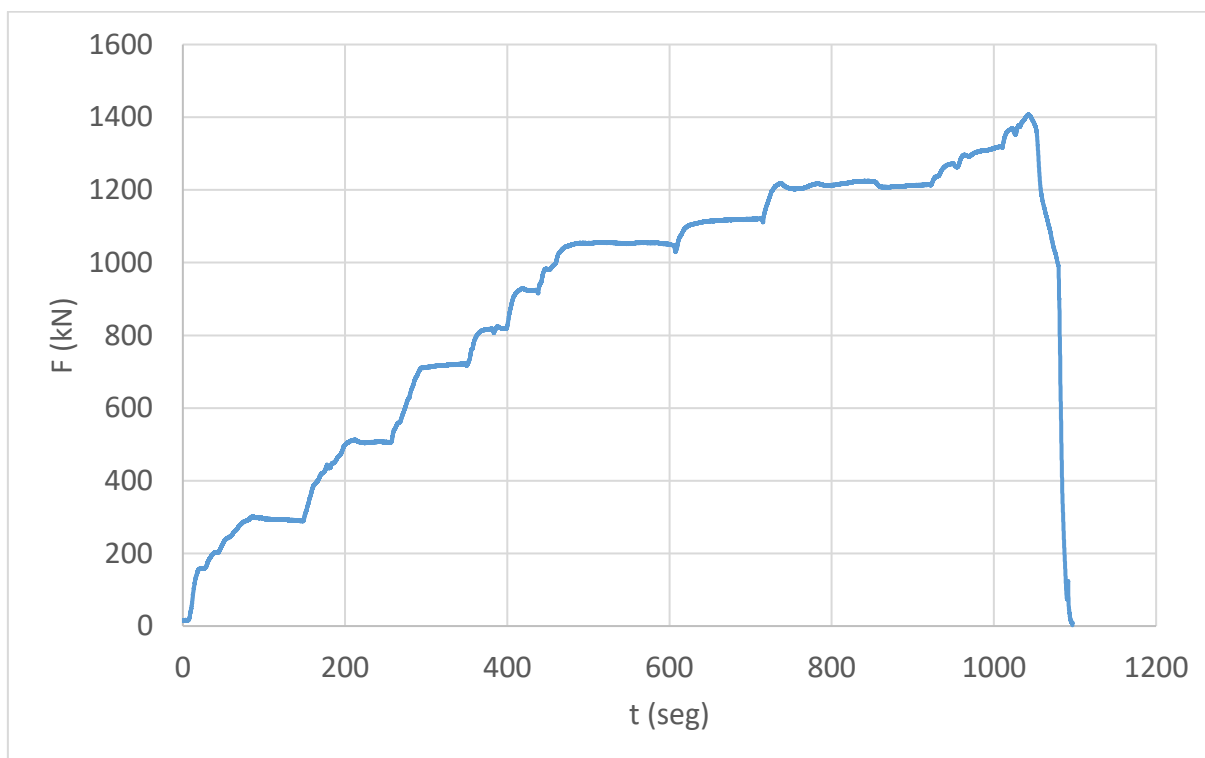
**Figura 7.1 – Extensômetros utilizados no bloco N1B45A2C**



Fonte: o autor

O carregamento foi aplicado gradualmente de forma manual com alguns patamares de carga para avaliação das fissuras. O carregamento ao longo do tempo é mostrado na Figura 7.2. O ensaio durou cerca de 18 min.

**Figura 7.2 – Curva força x tempo do ensaio do bloco N1B45A2C**



**Fonte: o autor**

A carga máxima do ensaio foi 1406,72 kN. O corpo de prova após a ruptura é mostrado na Figura 7.3.

As primeiras fissuras visíveis foram notadas com uma força de aproximadamente 920 kN. Antes da fissuração do bloco, as deformações nas armaduras principais eram muito pequenas.



**Figura 7.3 - Aspecto das fissuras em uma face do bloco N1B45A2C após o ensaio**

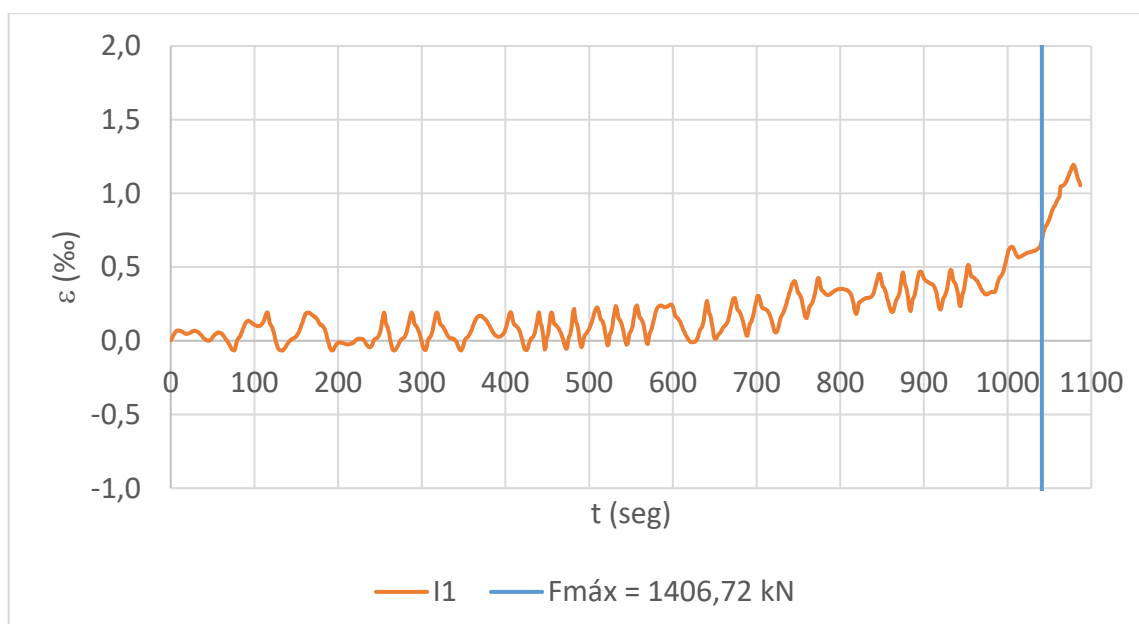


Fonte: o autor

Não houve ruptura nas ancoragens das barras, uma vez que a deformação específica medida no extensômetro I1 (Figura 7.4), quando a célula de carga registrava a máxima força, era de 0,72 ‰ (em torno de 26% da deformação de escoamento).

Os extensômetros I2 e M4 não funcionaram adequadamente, e os resultados foram descartados.

**Figura 7.4 - Deformações específicas medidas pelo extensômetro I1 para o bloco N1B45A2C**



Fonte: o autor

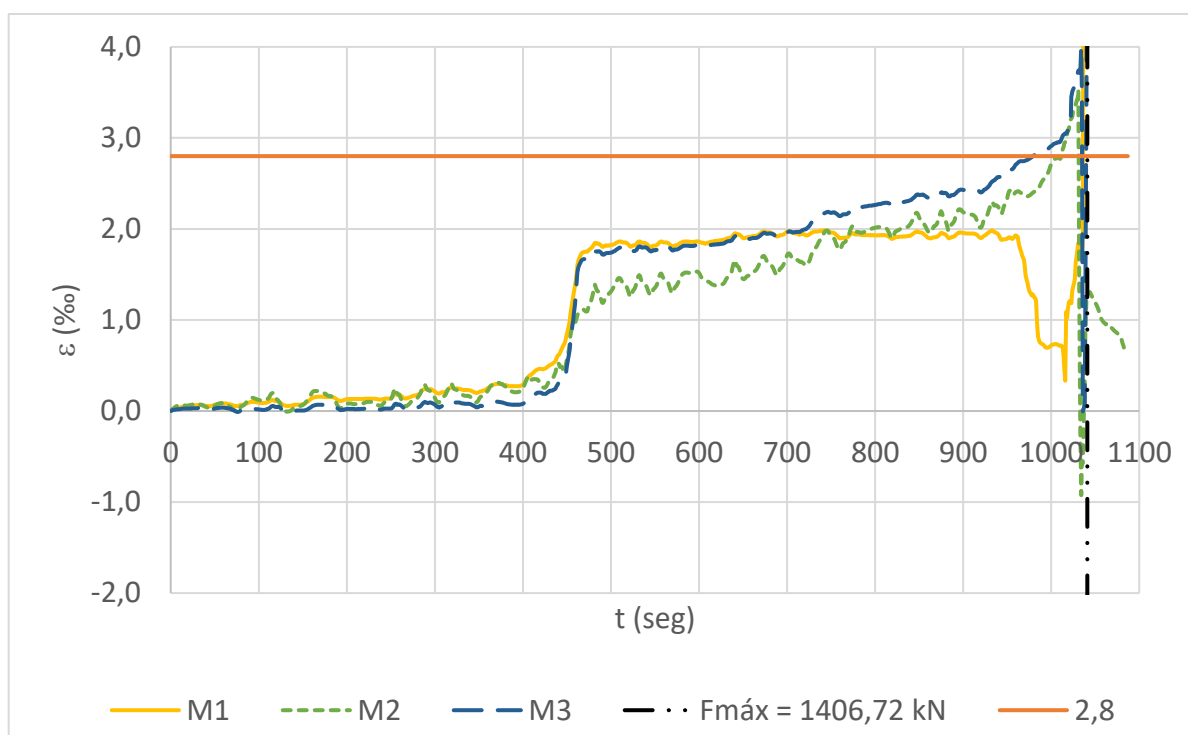
Quando a carga atingiu aproximadamente 980 kN, todos os extensômetros, exceto o I1, começaram a medir grandes deformações que foram estabilizadas em mais ou menos 30 segundos. Isso pode ter ocorrido pela propagação e estabilização das primeiras fissuras.

A primeira barra a escoar foi a que tinha o extensômetro M3 (Figura 7.5), o que ocorreu para uma força de 1300 kN. A barra que tinha o extensômetro M2 escoou na sequência (força de 1340 kN), e o extensômetro M1 indicou escoamento em 1390 kN. Com isso, pode-se inferir que todas as barras escoam quando a carga se aproximava do valor-limite (valor máximo registrado) do bloco.

Os valores do extensômetro F2 foram erráticos (ver Anexo D) e não puderam ser aproveitados.

Para uma força de 1390 kN, próximo da ruptura, os extensômetros M1, M2 e M3 (Figura 7.5) reduziram bastante suas medidas de deformação. Após um período de ajuste, os valores cresceram novamente. Especula-se que, nesse momento, uma fissura crítica ocorreu gerando temporariamente uma flexão localizada.

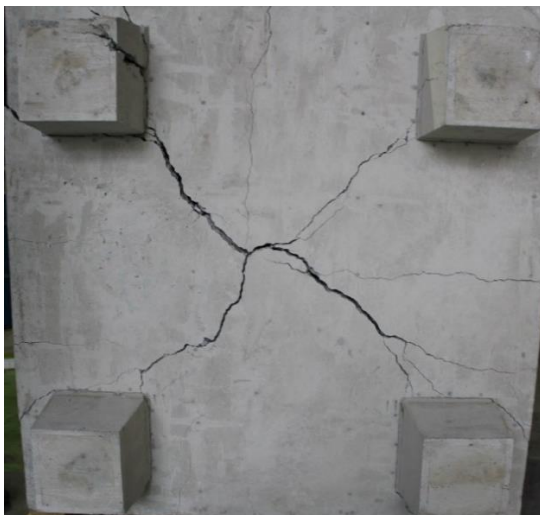
**Figura 7.5 - Medidas de deformação do extensômetro M3 ao longo do ensaio para o bloco N1B45A2C**



Fonte: o autor

O padrão de fissuração do fundo do bloco N1B45A2C é mostrado na Figura 7.6. Percebe-se o que será recorrente nos blocos com armadura concentrada: um formato de X ligando as estacas.

**Figura 7.6 - Padrão de fissuração do fundo do bloco após o ensaio para o bloco N1B45A2C**

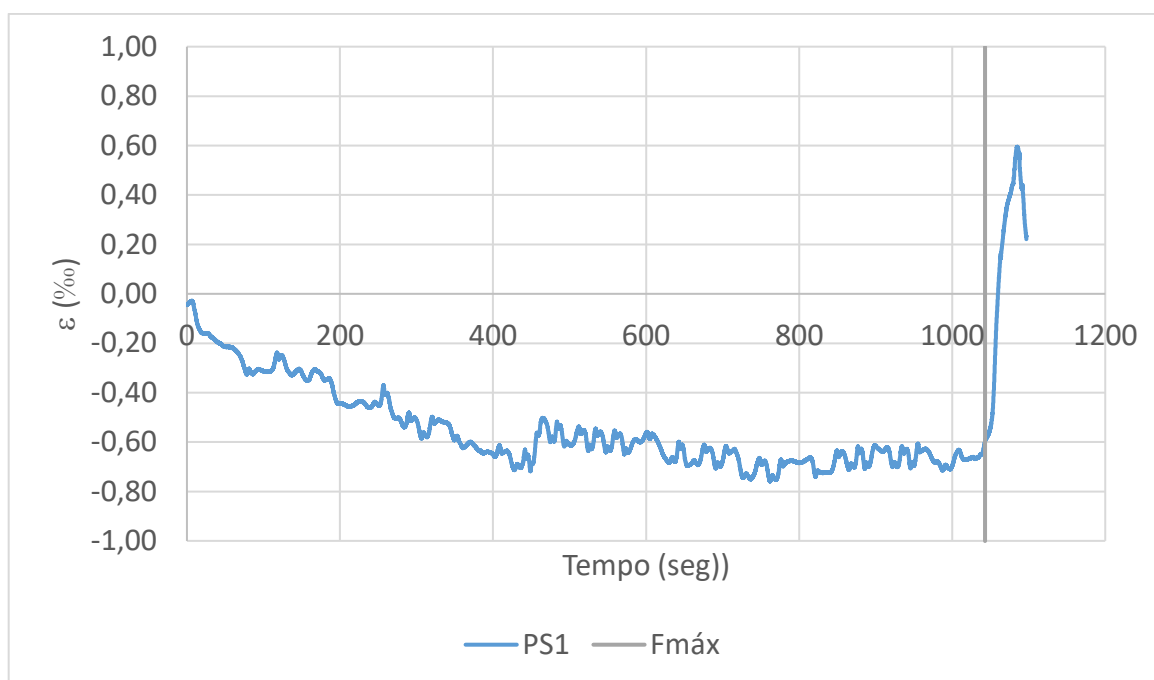


**Fonte: o autor**

O padrão de fissuração dos blocos com armadura concentrada sobre as estacas evidencia a necessidade de armadura de distribuição (mínima) entre as estacas. Essa armadura, que não é o foco deste trabalho, tem função de controlar melhor a fissuração.

Com relação às deformações específicas das barras do pilar (que têm 16 mm de diâmetro), o máximo encurtamento medido foi de 0,76‰ (extensômetro PS1, Figura 7.7).

**Figura 7.7 - Deformação-Tempo (extensômetro PS1) para o bloco N1B45A2C**



Fonte: o autor

Os extensômetros PM1 e PI2 não mostraram medidas significativas de deformação. O PM1 corrobora com a hipótese de Fusco (1995) de que a força na armadura é transferida ao concreto em trechos curtos (10 a  $15\phi$ ), mas é importante frisar que as barras do pilar estavam pouco solicitadas. O PI2 mostra que não há problema em se usar gancho na armadura comprimida dentro do bloco, algo que pode ser concluído dos ensaios experimentais de Munhoz (2014).

O extensômetro PI1 mostrou deformação pequena até 1010 kN, depois falhou e virou alongamento bem acima do início de escoamento. Provavelmente, rompeu a ligação com a barra.

PS2 não teve bom comportamento, variando muito com carga mantida e foi descartado.

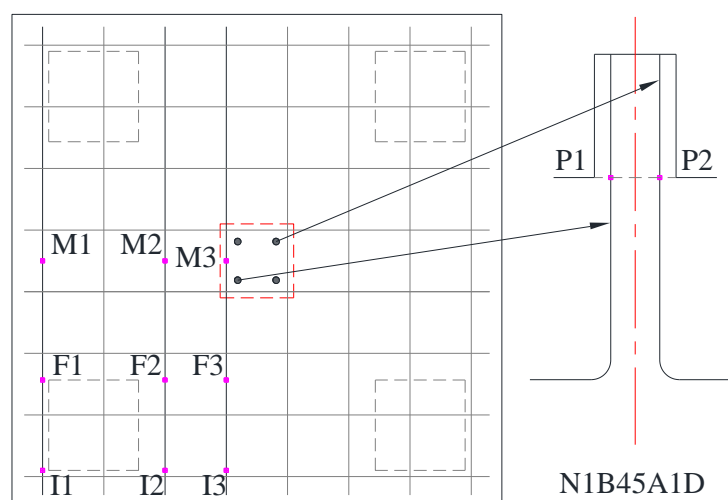
PM2 mostrou uma oscilação relativamente grande nas medidas, mas a linha média estava parecida com a curva medida por PS1, embora com valores inferiores. A partir de 1200 kN, as deformações mudaram de sinal, o que provavelmente indica falha de medição.

### 7.3 BLOCO N1B45A1D (26/09/2019)

A armadura principal tem diâmetro de 10mm e é proveniente do primeiro lote. A tensão de escoamento média é igual a 553,76 MPa, e o limite de resistência médio é igual a 677,07 MPa. A deformação específica de escoamento é da ordem de 3,05‰.

A instrumentação do bloco é mostrada na Figura 7.8.

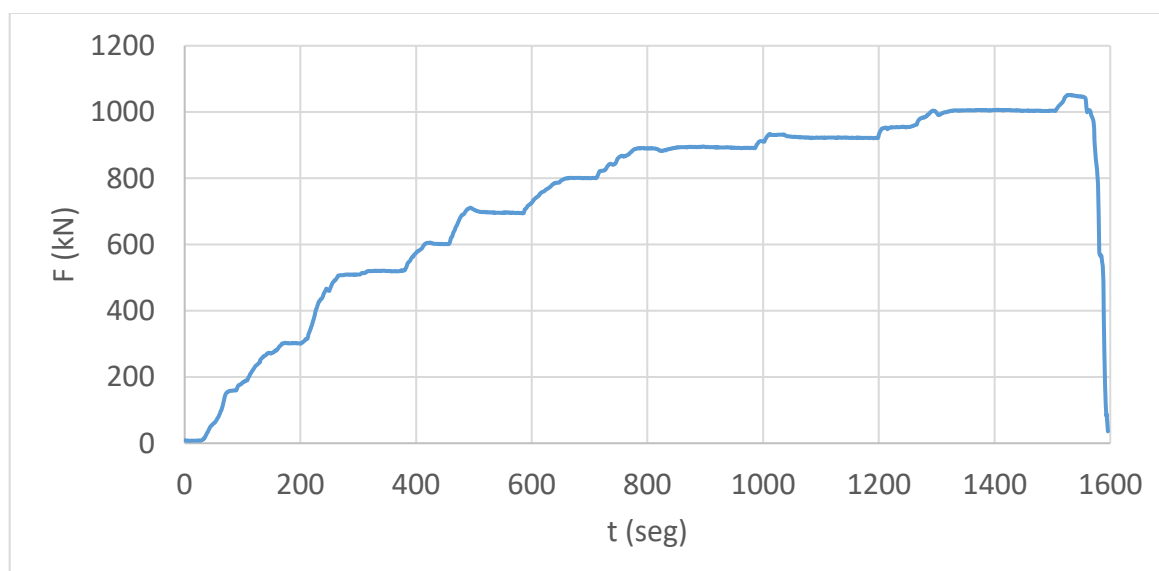
**Figura 7.8 - Extensômetros utilizados no bloco N1B45A1D**



Fonte: o autor

O carregamento ao longo do tempo é mostrado na Figura 7.9. O ensaio durou cerca de 26 min.

**Figura 7.9 - Curva força x tempo do ensaio do bloco N1B45A1D**



Fonte: o autor

A carga máxima do ensaio foi 1051,22 kN. O corpo de prova após a ruptura é mostrado na Figura 7.10

**Figura 7.10 - Aspecto das fissuras do bloco N1B45A1D após a ruptura**



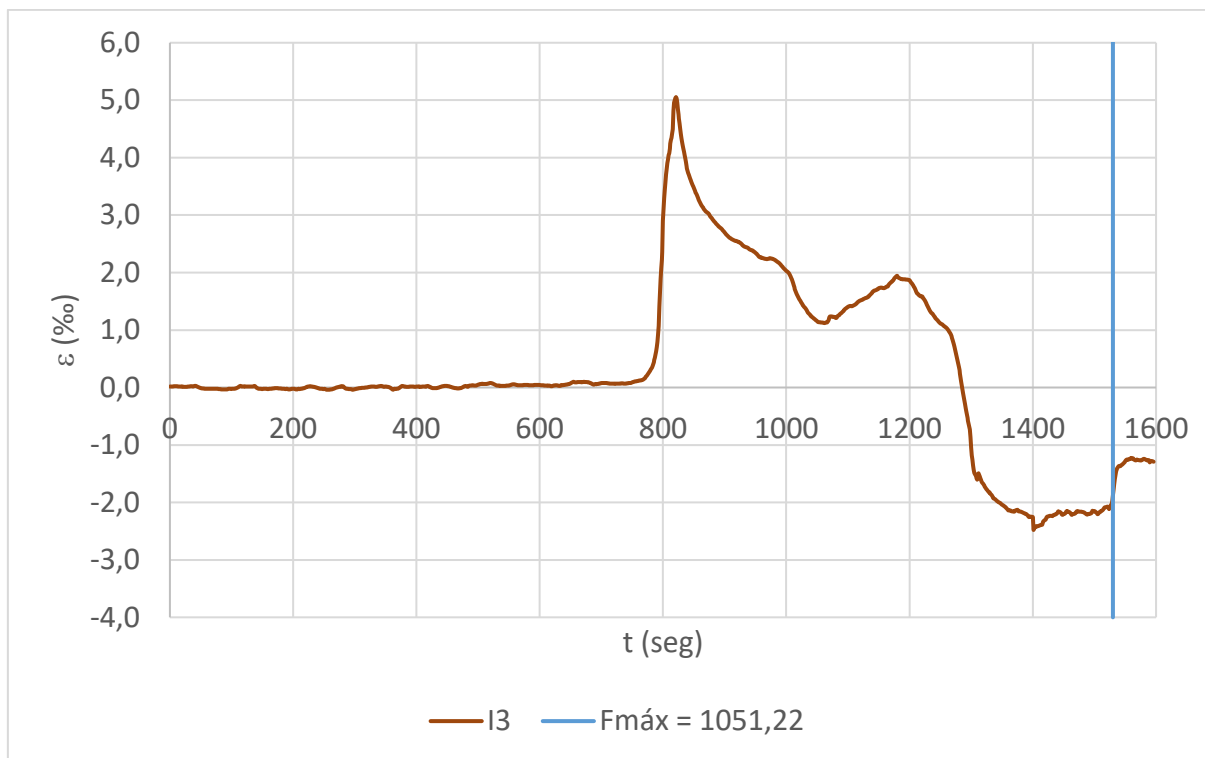
**Fonte: o autor**

Ao se analisar o padrão de fissuração após o ensaio, percebe-se que os lados inclinados do triângulo que se forma buscam os ganchos das barras dispostas fora da projeção das estacas. Essas fissuras no bloco anterior se formavam na direção das estacas (vide Figura 7.3).

O extensômetro M2 não funcionou adequadamente e foi descartado.

As primeiras fissuras visíveis ocorreram quando a força atingiu 890 kN. Novamente, enquanto o bloco não havia fissurado, as deformações nas armaduras principais do bloco eram muito pequenas. No entanto, após a fissuração, a deformação medida em I3 subiu drasticamente (Figura 7.11).

**Figura 7.11 - Curva deformação-tempo do extensômetro I3 (próximo ao gancho da barra mais afastada da estaca) para o bloco N1B45A1D**



Fonte: o autor

Ainda no patamar de 890 kN de força, com a propagação da fissuração interna, a deformação em I3 diminui e todas as outras aumentam, exceto pelos valores medidos por I1. I2 que indicou aumento das deformações, mas de modo mais discreto.

A região do gancho da barra mais afastada absorveu muita carga de forma abrupta, o que pode ter danificado a ligação entre o extensômetro e a barra, pois as deformações medidas por I3 resultaram de encurtamento para a carga de ruptura. Outra possibilidade é ter ocorrido flexão localizada, mas o extensômetro não estava na região inferior (foi posicionado na lateral (Figura 7.12)), o que não permite confirmar essa conclusão.

Quando a carga atingiu 1000 kN, começou uma redistribuição dos esforços internos, e o extensômetro I2 (Figura 7.13) mostrou um grande aumento de deformação. Essa redistribuição ocorreu por fissuração do concreto e não por plastificação do aço. Imediatamente, após a carga máxima, I2 mostra um abrupto aumento da deformação indicando, possivelmente, problemas de aderência entre o concreto e o aço, ou seja, houve ruptura na região de ancoragem das barras que estavam fora da projeção das estacas.

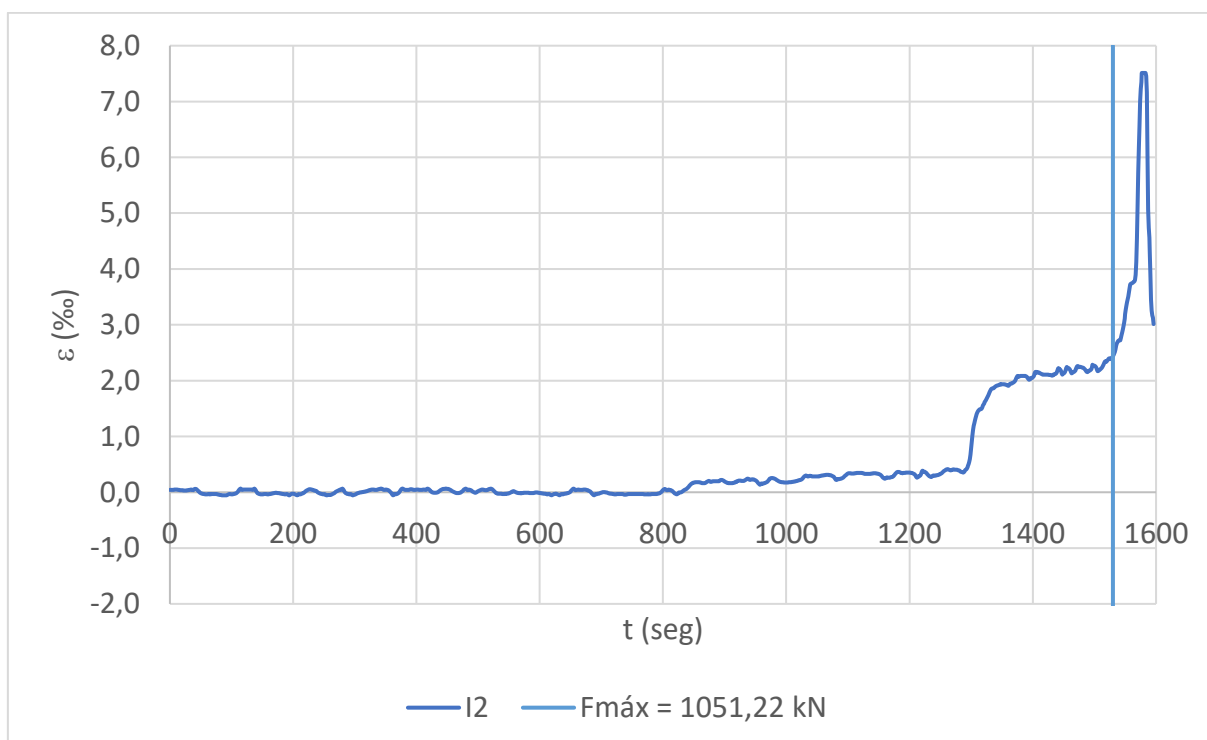
Figura 7.12 - Instrumentação da armadura tipo A1D, do bloco N1B45A1D (1,2 x 1,2 x 0,55m)



Fonte: o autor

Em contrapartida, o extensômetro I1, próximo à estaca, não mostrou deformações importantes.

Figura 7.13 - Deformações específicas medidas pelo extensômetro I2 para o bloco N1B45A1D

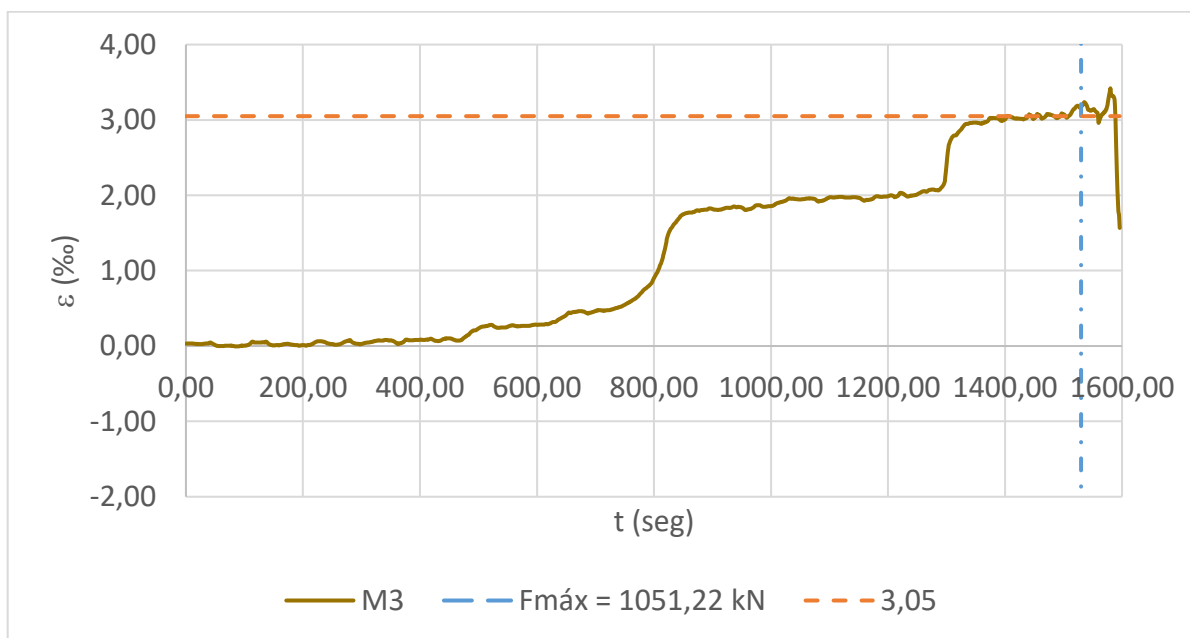


Fonte: o autor



No momento em que a carga atinge o valor máximo registrado, apenas o extensômetro M3 (Figura 7.14) indica escoamento da armadura. Pode-se dizer que a ruptura foi por insuficiência na ancoragem das barras.

**Figura 7.14 - Medidas de deformação do extensômetro M3 para o bloco N1B45A1D**



Fonte: o autor

O padrão de fissuração do fundo do bloco é mostrado na Figura 7.15.

**Figura 7.15 - Padrão de fissuração do fundo do bloco após o ensaio para o bloco N1B45A1D**



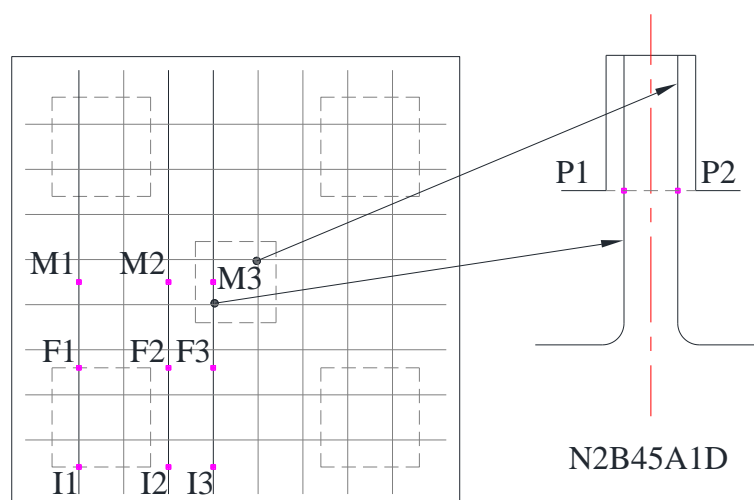
Fonte: o autor

Com relação às deformações específicas das barras do pilar, o máximo encurtamento medido foi de 0,88‰, no extensômetro P1.

#### 7.4 BLOCO N2B45A1D (01/10/2019)

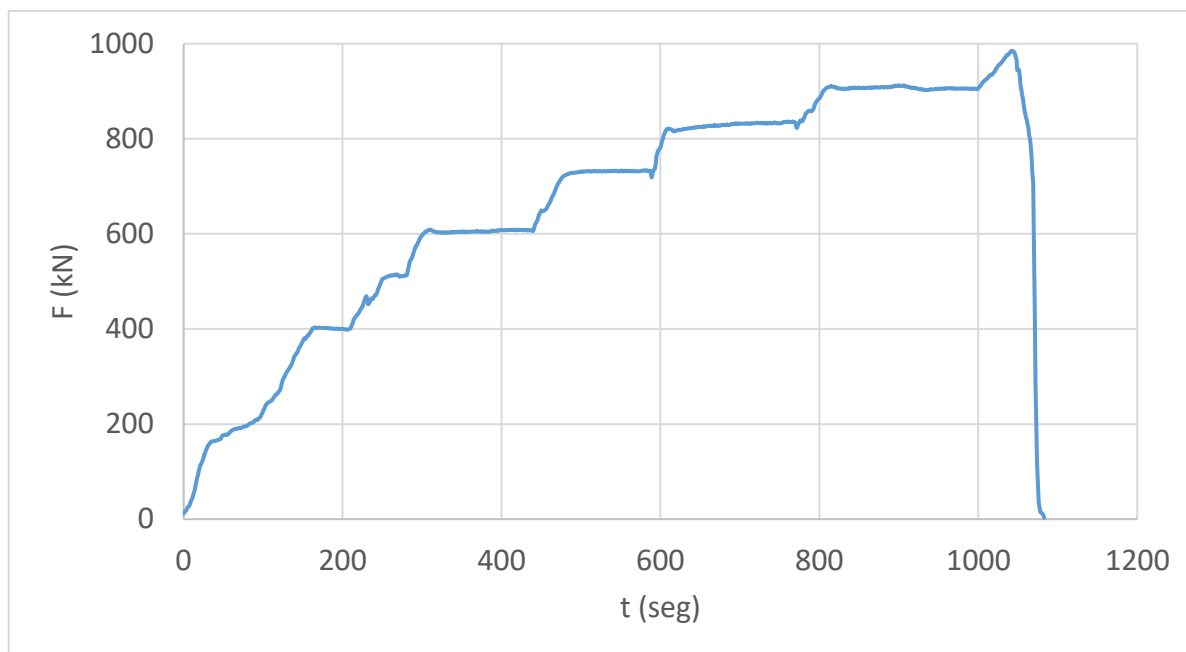
O aço utilizado na armadura principal é o mesmo do bloco anterior. A instrumentação do bloco é mostrada na Figura 7.16.

**Figura 7.16 - Extensômetros utilizados no bloco N2B45A1D**



Fonte: o autor

O carregamento ao longo do tempo é mostrado na Figura 7.17. O ensaio durou cerca de 18 min.

**Figura 7.17 - Curva força - tempo do ensaio do bloco N2B45A1D**

Fonte: o autor

A carga máxima do ensaio foi 985,37 kN. O padrão de fissuração do corpo de prova após a ruptura é mostrado na Figura 7.18. Novamente, as fissuras que formam o triângulo da Figura 7.18 atravessam os ganchos das barras dispostas fora da projeção das estacas.

**Figura 7.18 - Padrão de fissuração do bloco N2B45A1D após a ruptura**

Fonte: o autor

Uma observação importante é que a expectativa era de que, por efeito escala, o bloco menor obtivesse maior força-limite. O concreto do bloco menor tinha maior resistência no momento do ensaio, mas a diferença era muito pequena, menor que a razão entre as cargas de ensaio dos blocos N1 e N2 com armadura distribuída (A1D).

As primeiras fissuras ocorreram com uma força de 600 kN. Infelizmente o sinal do extensômetro I3 oscilou bastante. Isso prejudica um pouco a comparação com o bloco anterior. No entanto, a partir da fissuração (visível) do bloco, o sinal parece ter estabilizado (Figura 7.19).

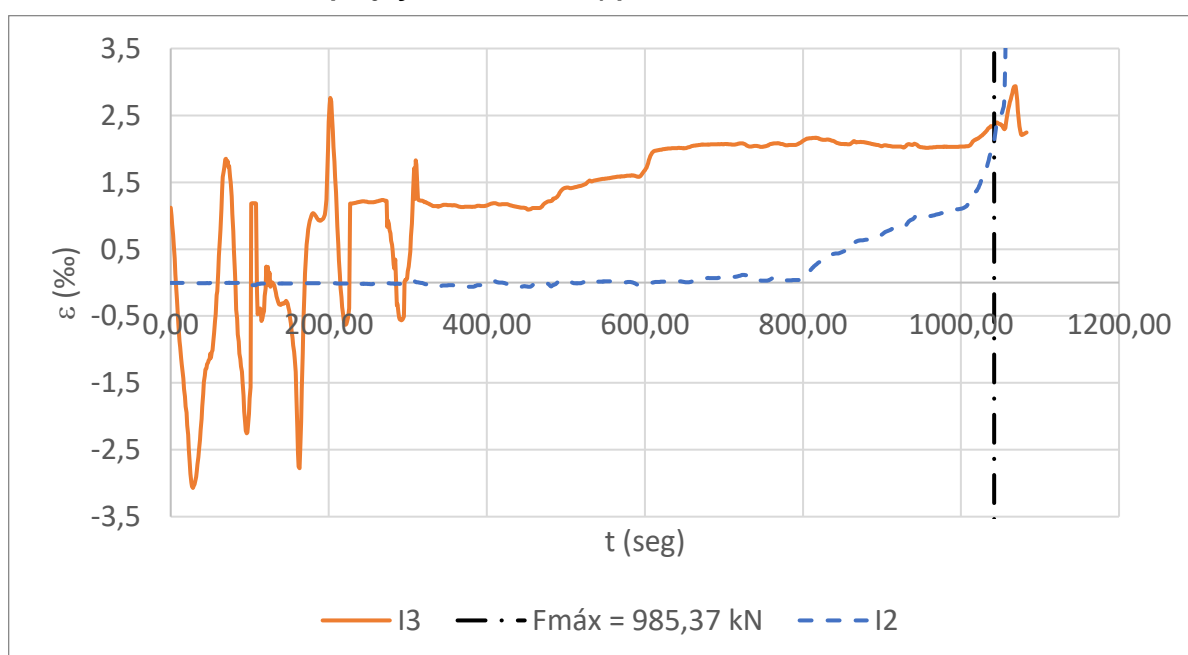
Embora o sinal do I3 não seja confiável, é interessante notar que as deformações medidas por I2 (Figura 7.19) têm características parecidas com as medidas pelo I2 do bloco anterior.

As medidas dos extensômetros mostram um comportamento complexo, já observado em modelagens numéricas (Ver MELÉNDEZ; MIGUEL; PALLARÉS, 2016).

Novamente, a ruptura parece ter ocorrido por insuficiência de ancoragem, associada à ruptura da biela sem o escoamento das barras ou com poucas barras escoando.

O padrão de fissuração do fundo do bloco é mostrado na Figura 7.20.

**Figura 7.19 - Deformação-tempo dos extensômetros I2 e I3 (próximo ao gancho das barras fora da projeção das estacas) para o bloco N2B45A1D**



Fonte: o autor

**Figura 7.20 - Padrão de fissuração do fundo do bloco N2B45A1D após o ensaio**



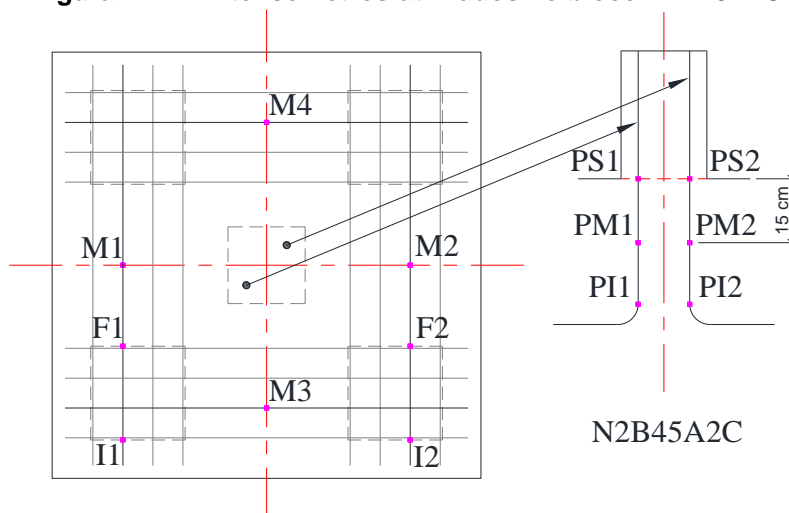
**Fonte: o autor**

Com relação às deformações específicas das barras do pilar, o máximo encurtamento medido foi de 0,88‰, medido pelo extensômetro P1.

#### 7.5 BLOCO N2B45A2C (03/10/2019)

O aço utilizado na armadura principal é o mesmo do bloco N1B45A2C (primeiro bloco ensaiado). A instrumentação das barras é mostrada na Figura 7.21.

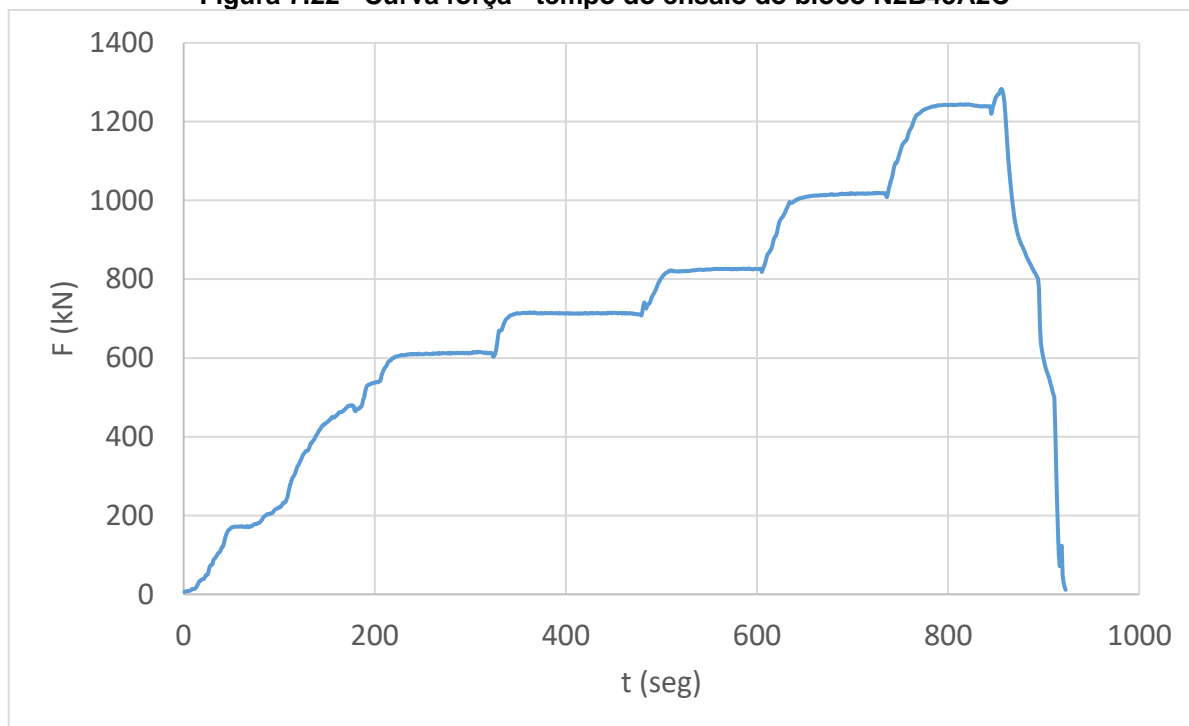
**Figura 7.21 - Extensômetros utilizados no bloco N2B45A2C**



**Fonte: o autor**

O carregamento ao longo do tempo é mostrado na Figura 7.22. O ensaio durou cerca de 15 min.

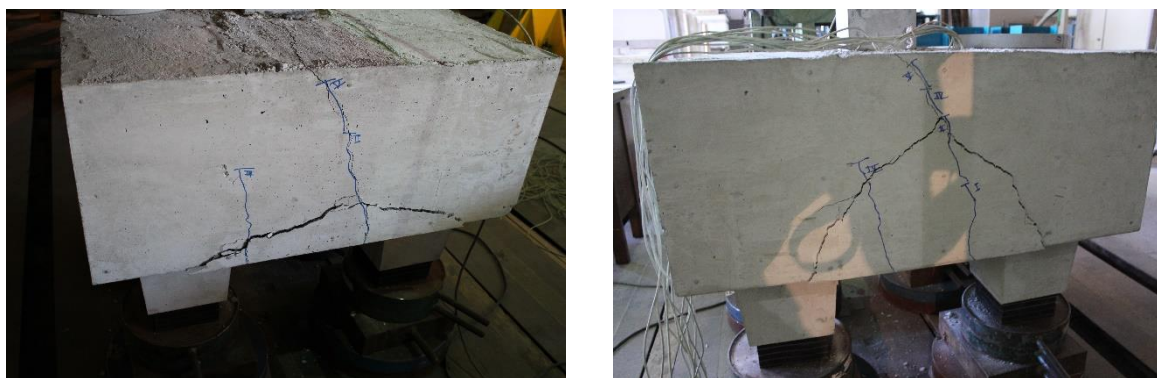
**Figura 7.22 - Curva força - tempo do ensaio do bloco N2B45A2C**



Fonte: o autor

A carga máxima do ensaio foi 1282,99 kN. Fotos de duas faces do corpo de prova após a ruptura são mostradas na Figura 7.23.

**Figura 7.23 - Aspecto do bloco N2B45A2C após a ruptura**

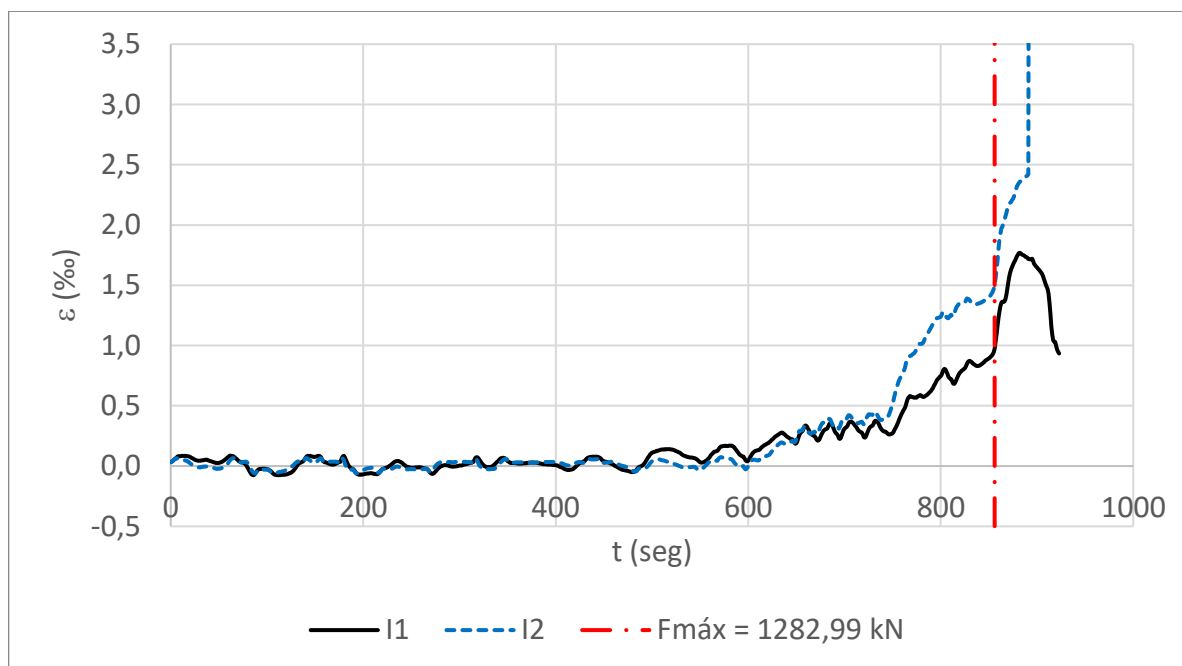


Fonte: o autor

As primeiras fissuras tornaram-se visíveis com uma força de 600 kN (similar ao bloco N2B45A1D). As deformações nas armaduras principais, mais uma vez, eram muito pequenas enquanto o bloco não fissurava.

Diferentemente do bloco maior (N1B45A2C), os extensômetros I1 e I2 mostraram medidas elevadas de deformação (Figura 7.24).

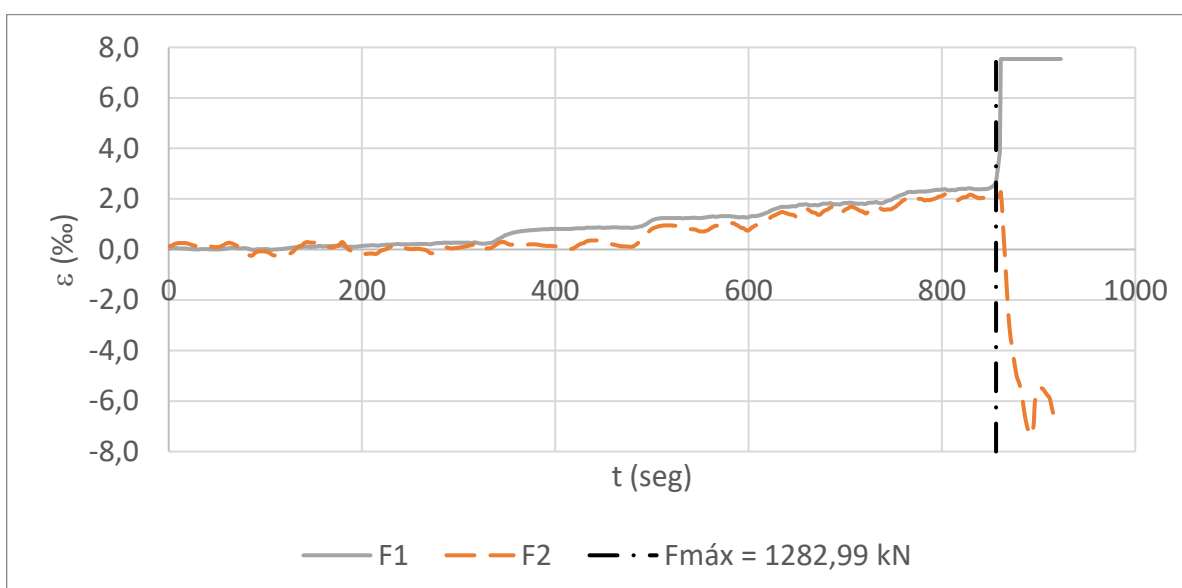
**Figura 7.24 - Deformações específicas medidas pelos extensômetros I1 e I2 para o bloco N2B45A2C**



Fonte: o autor

Os extensômetros de início de ancoragem F1 e F2 (Figura 7.25) começaram a indicar um aumento das deformações para força entre 670 kN e 730 kN.

**Figura 7.25 - Deformação medidas pelos extensômetros F1 e F2 ao longo do ensaio para o bloco N2B45A2C**



Fonte: o autor

O comportamento brusco dos extensômetros I2, F1 e F2 pode indicar problemas de ancoragem próximo à carga máxima. Isso pode ter ocorrido por excentricidade de carregamento, e os indícios dessa falta de centralidade são: um pequeno pedaço de uma das quinas do pilar (cobrimento) rompeu; a fissuração do fundo do bloco mostra uma fissuração excessiva de um dos lados; e ocorre o destacamento de dois pedaços de concreto nos cantos de uma estaca (Figura 7.26).

**Figura 7.26 - Fissuração adicional ao X em um dos lados e destacamento concreto próximo a duas quinas de uma estaca para o bloco N2B45A2C**

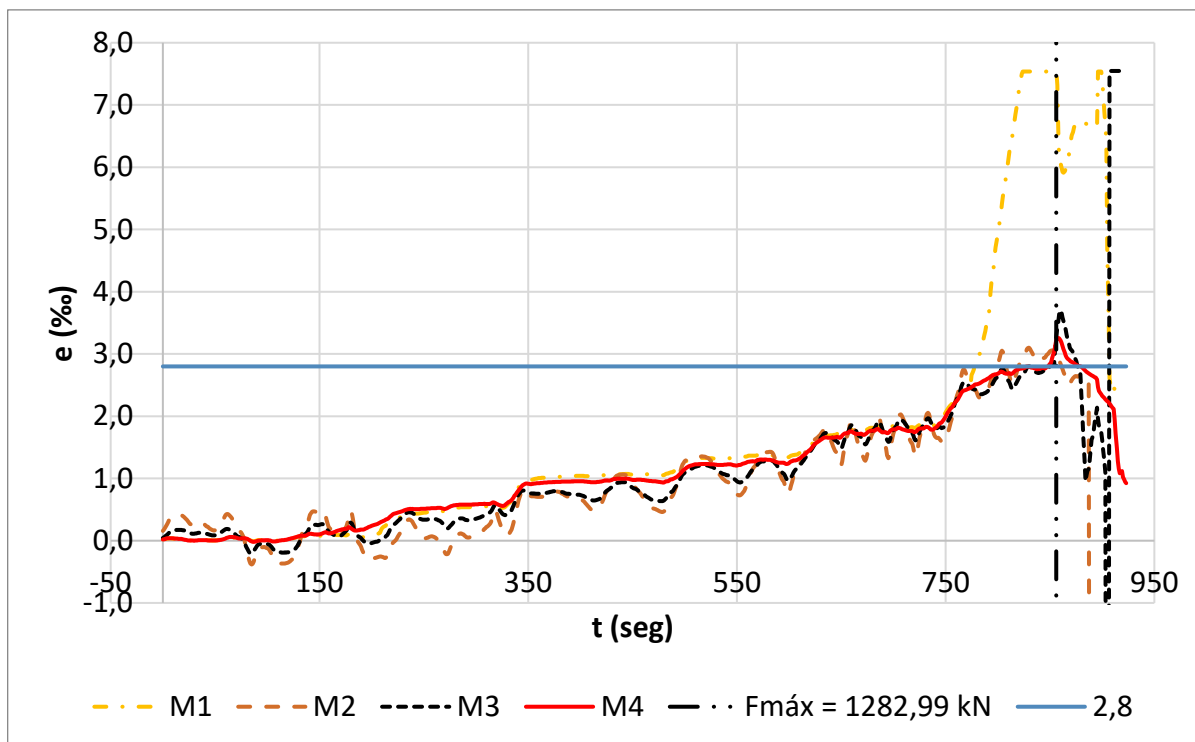


Fonte: o autor

De qualquer modo, M1, M2, M3 e M4 indicaram o escoamento das armaduras (Figura 7.27).



**Figura 7.27 - Deformação medidas pelos extensômetros M1, M2, M3 e M4 ao longo do ensaio para o bloco N2B45A2C**



Fonte: o autor

O padrão de fissuração do fundo do bloco é mostrado na Figura 7.28.

**Figura 7.28 - Padrão de fissuração do fundo do bloco N2B45A2C após o ensaio**



Fonte: o autor

Com relação às deformações específicas das barras do pilar, PI2 e PM2 apresentaram defeito após a concretagem, enquanto PI1 e PM1 mostraram oscilações

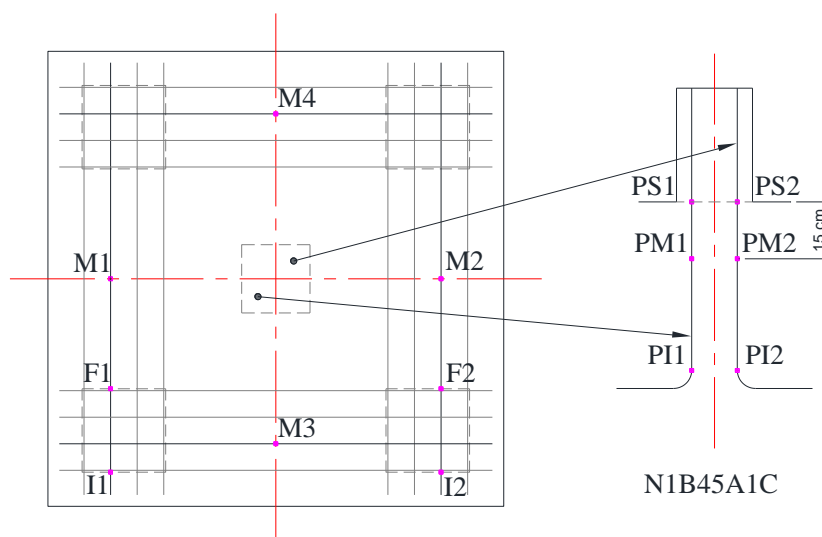
importantes e foram descartados. Entre o PS1 e o PS2, o máximo encurtamento medido foi de 0,56 ‰

#### 7.6 BLOCO N1B45A1C (30/08/2022)

O aço utilizado na armadura principal do bloco tem diâmetro de 10mm e é proveniente do primeiro lote. A tensão de escoamento média é igual a 517,08 MPa, e o limite de resistência médio é igual a 644,7 MPa. A deformação específica de escoamento é da ordem de 2,8 ‰.

A instrumentação do bloco é mostrada na Figura 7.29.

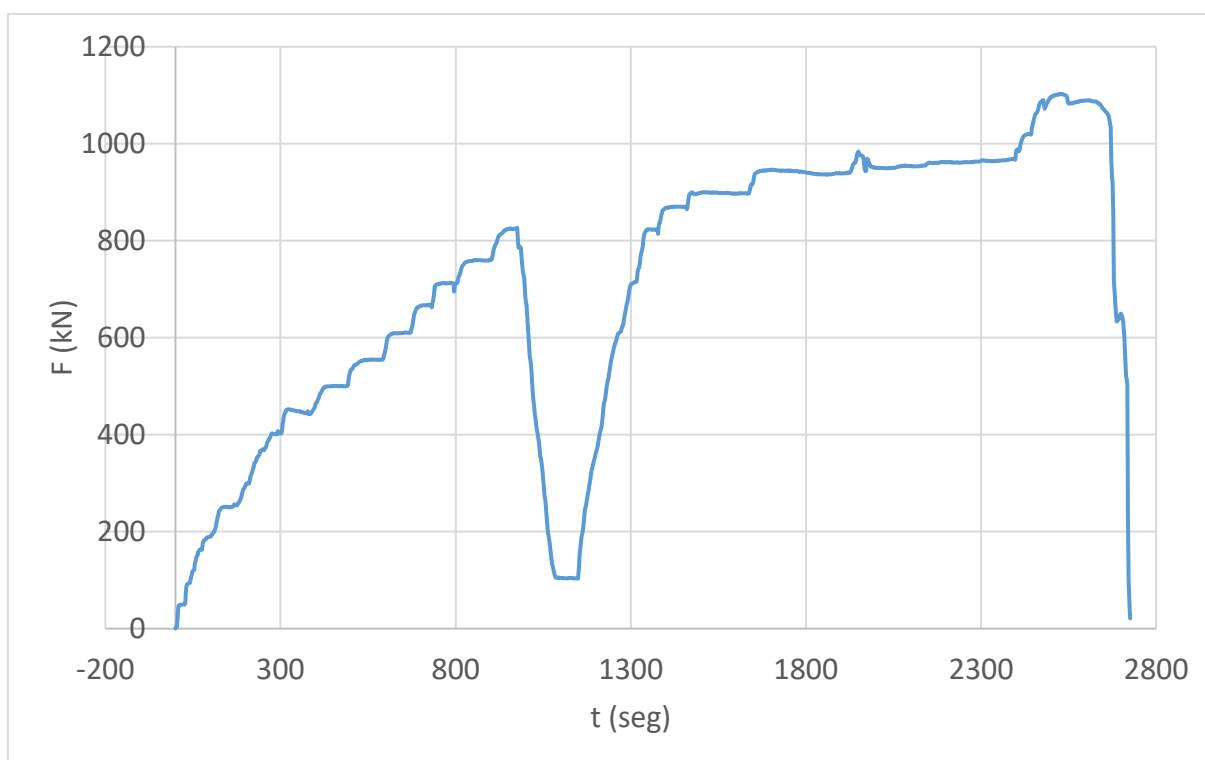
**Figura 7.29 - Extensômetros utilizados no bloco N1B45A1C**



**Fonte: o autor**

O carregamento ao longo do tempo é mostrado na Figura 7.30. O ensaio durou cerca de 45 min.

**Figura 7.30 - Curva força - tempo do ensaio do bloco N1B45A1C**



**Fonte: o autor**

A expectativa era de ruptura entre 900 kN e 1000 kN. Após 16 minutos de ensaio sem aparecerem fissuras e com a carga em aproximadamente 830 kN, houve um descarregamento para uma força de 100 kN. O receio era que o bloco pudesse fissurar e imediatamente romper de modo frágil (a preocupação era com a segurança de todos os envolvidos no ensaio).

O descarregamento foi uma tentativa de que fissuras/danos internos pudessem ser amplificados com novo carregamento, mas ao aumentar a força novamente até 830kN, nada de diferente ocorreu nos extensômetros e nenhuma fissura se tornou visível. No fim, a carga foi sendo aumentada suavemente até que as primeiras fissuras ocorreram para uma força de 980 kN. A fissuração ocorreu relativamente perto da ruptura, mas tranquilizou os envolvidos, pois era a certeza de que o bloco não romperia de forma explosiva.

A carga máxima do ensaio foi de 1102,76 kN. O padrão de fissuração de uma das faces do bloco, após a ruptura, é mostrado na Figura 7.31.

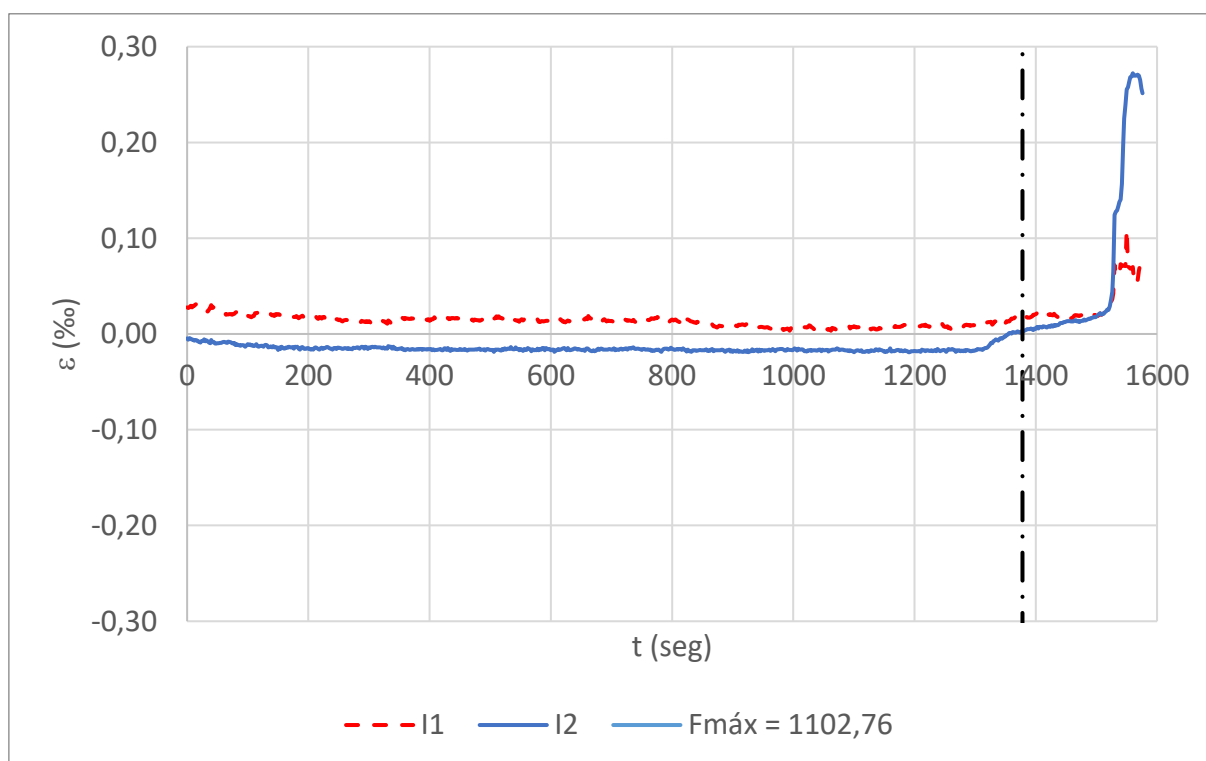
**Figura 7.31 - Padrão de fissuração do bloco N1B45A1C após a ruptura**



Fonte: o autor

Não houve ruptura da aderência entre o aço e o concreto na região dos apoios, uma vez que as deformações específicas medidas por I1 e I2 (Figura 7.32), quando a célula de carga registrava o maior valor, eram desprezíveis.

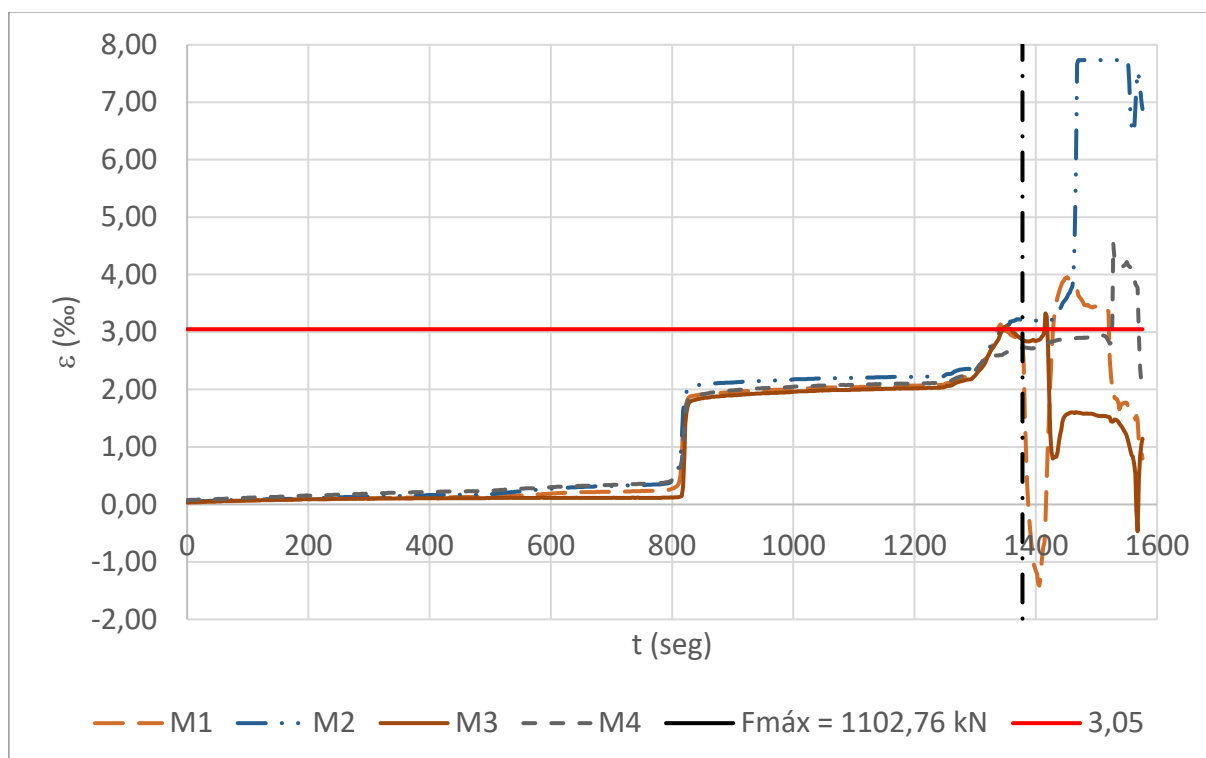
**Figura 7.32 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros I1 e I2 (considerando apenas o segundo carregamento) para o bloco N1B45A1C**



Fonte: o autor

F1 e F2 indicaram um incremento brusco na medição, mas as deformações estabilizaram abaixo da deformação de escoamento (ver Anexo D). Os extensômetros no meio das barras mostraram um aumento rápido da deformação com a fissuração e o escoamento de 3 das 4 barras para a carga máxima (Figura 7.33).

**Figura 7.33 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros M1, M2, M3 e M4 (considerando apenas o segundo carregamento) para o bloco N1B45A1C**



Fonte: o autor

Com relação às deformações específicas das barras do pilar, PI1 e PI2 não indicaram deformações importantes, enquanto que PM1 chegou a 0,33 ‰ na ruptura e o máximo encurtamento medido foi de 0,81‰ (extensômetro PS2).

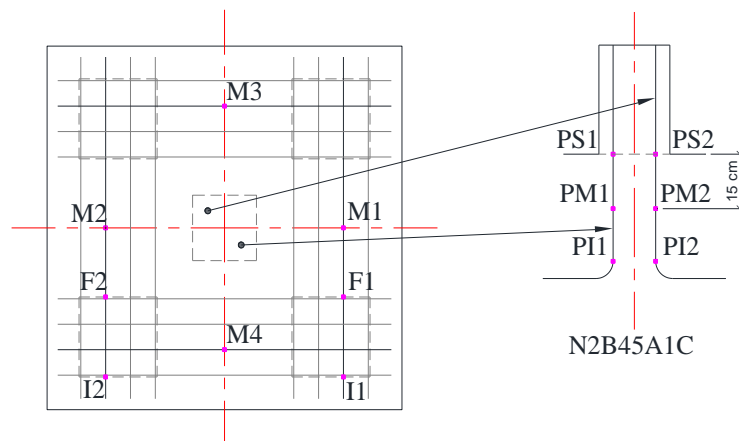
Pode-se dizer que a ruptura foi por flexão.

#### 7.7 BLOCO N2B45A1C (31/08/2022)

O aço utilizado na armadura principal do bloco tem diâmetro de 10mm e é proveniente do terceiro lote. A tensão de escoamento média é igual a 617,3 MPa, e o limite de resistência médio é igual a 746,7 MPa. A deformação específica de escoamento é da ordem de 3,4 ‰.

A instrumentação do bloco é mostrada na Figura 7.34.

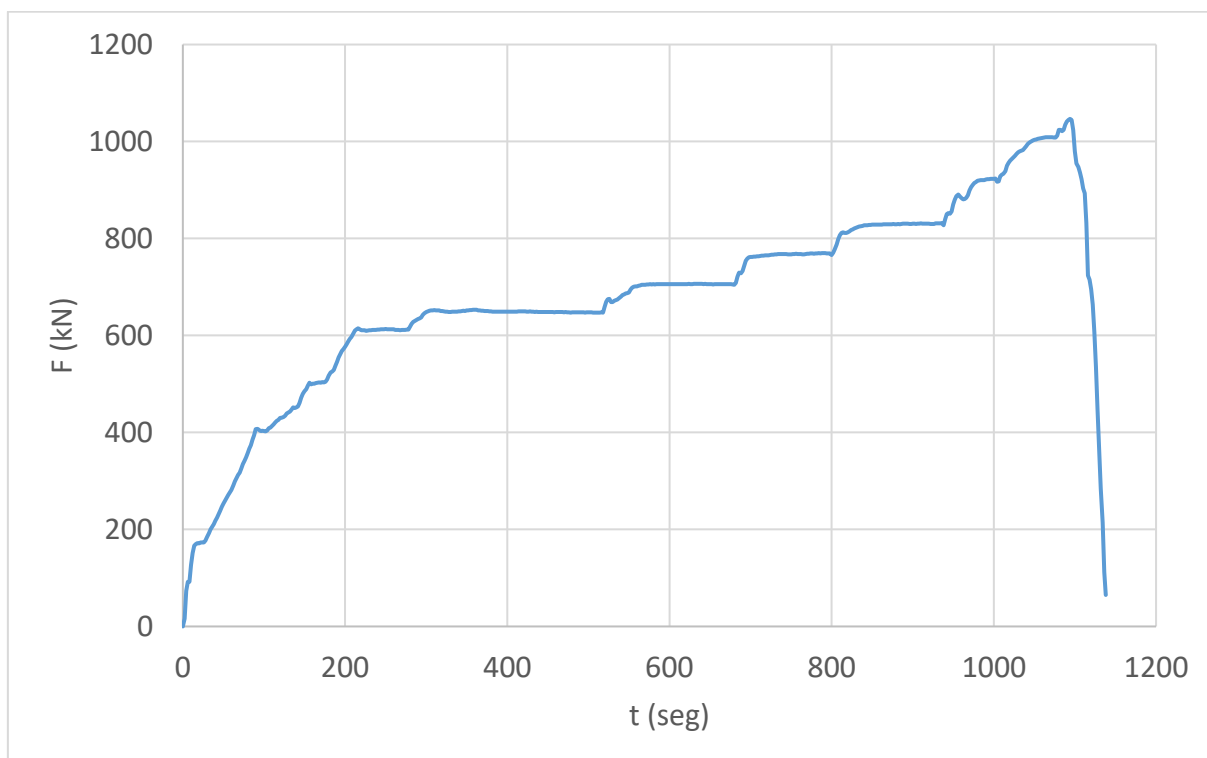
**Figura 7.34 - Extensômetros utilizados no bloco N2B45A1C**



Fonte: o autor

O carregamento ao longo do tempo é mostrado na Figura 7.35. O ensaio durou cerca de 19 min.

**Figura 7.35 - Curva força - tempo do ensaio do bloco N2B45A1C**



Fonte: o autor

A carga máxima do ensaio foi 1046,71 kN e, em relação à carga máxima do bloco N1B45A1C, nota-se que o bloco menor tem menos resistência, mesmo com a tensão de escoamento maior do aço. O padrão de fissuração do corpo de prova após a ruptura é mostrado na Figura 7.36.

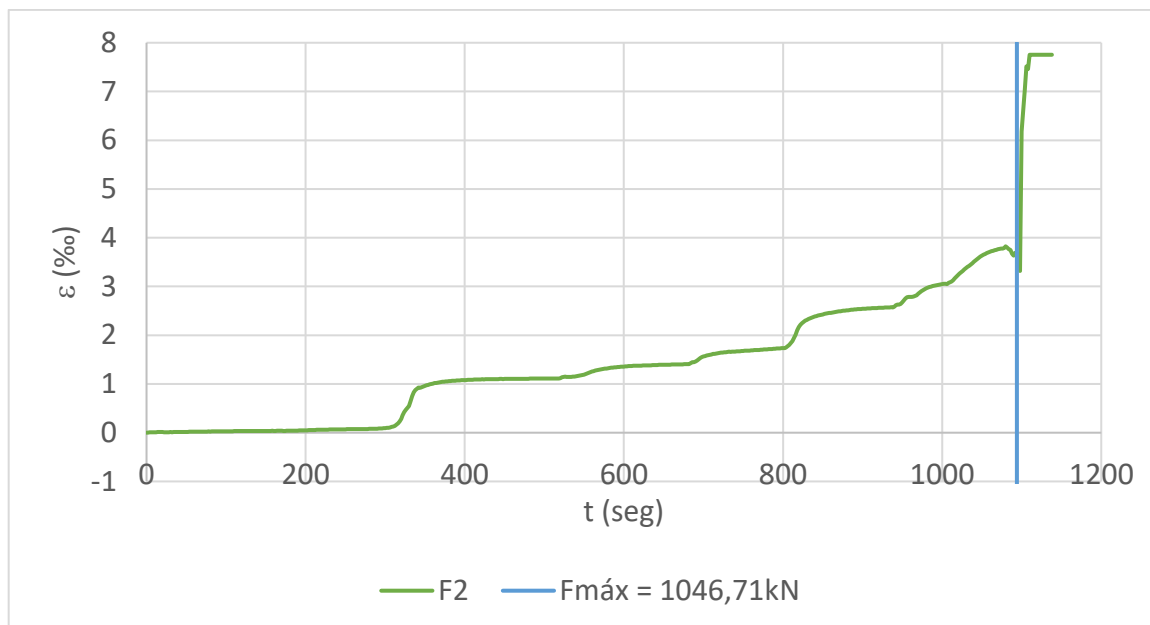
**Figura 7.36 - Padrão de fissuração do bloco N2B45A1C após a ruptura**



Fonte: o autor

Não houve ruptura na região de ancoragem das barras, uma vez que as deformações específicas medidas por I1 e I2 foram pequenas até a carga de ruptura. F1 também indicou deformações pequenas, enquanto F2 (Figura 7.37) indicou o escoamento da barra, provavelmente devido à fissura mostrada na Figura 7.36, alinhada com a face da estaca.

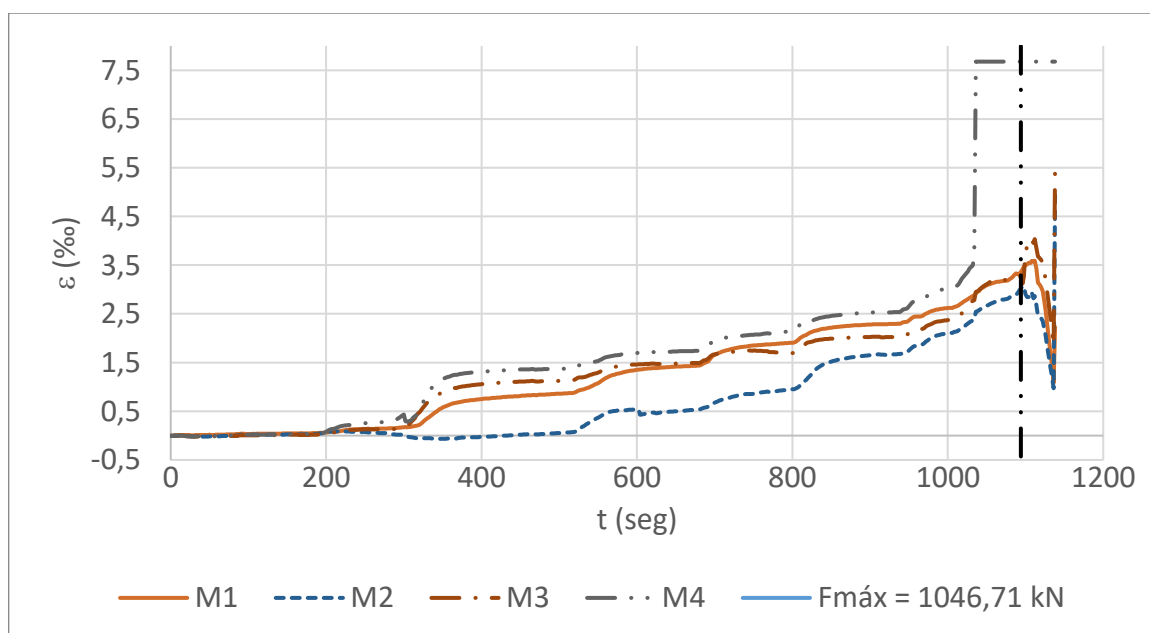
**Figura 7.37 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelo extensômetro F2 para o bloco N2B45A1C**



Fonte: o autor

As deformações medidas pelos extensômetros posicionados no meio das barras são mostrados na Figura 7.38. Para a carga máxima, as armaduras estavam escoando ou na iminência de escoar.

**Figura 7.38 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros M1, M2, M3 e M4 (considerando apenas o segundo carregamento) para o bloco N2B45A1C**



Fonte: o autor



Os extensômetros do pilar mostraram deformações pequenas, sendo o maior encurtamento igual a 0,80 ‰ na ruptura.

O aspecto das fissuras no fundo do bloco é mostrado na Figura 7.39.

**Figura 7.39 - Fissuração no fundo do bloco N2B45A1C**



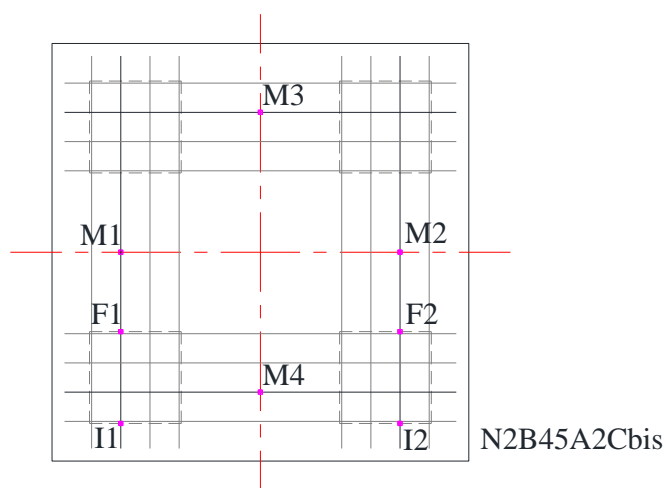
**Fonte: o autor**

#### 7.8 BLOCO N2B45A2CBIS (01/10/2022)

As armaduras principais de diâmetro igual a 12,5mm são provenientes do terceiro lote. A tensão de escoamento e o limite de resistência médios são iguais a 578,6 MPa e 644,7 MPa, respectivamente. A deformação de escoamento é da ordem de 3,2 ‰.

A instrumentação do bloco é mostrada na Figura 7.40.

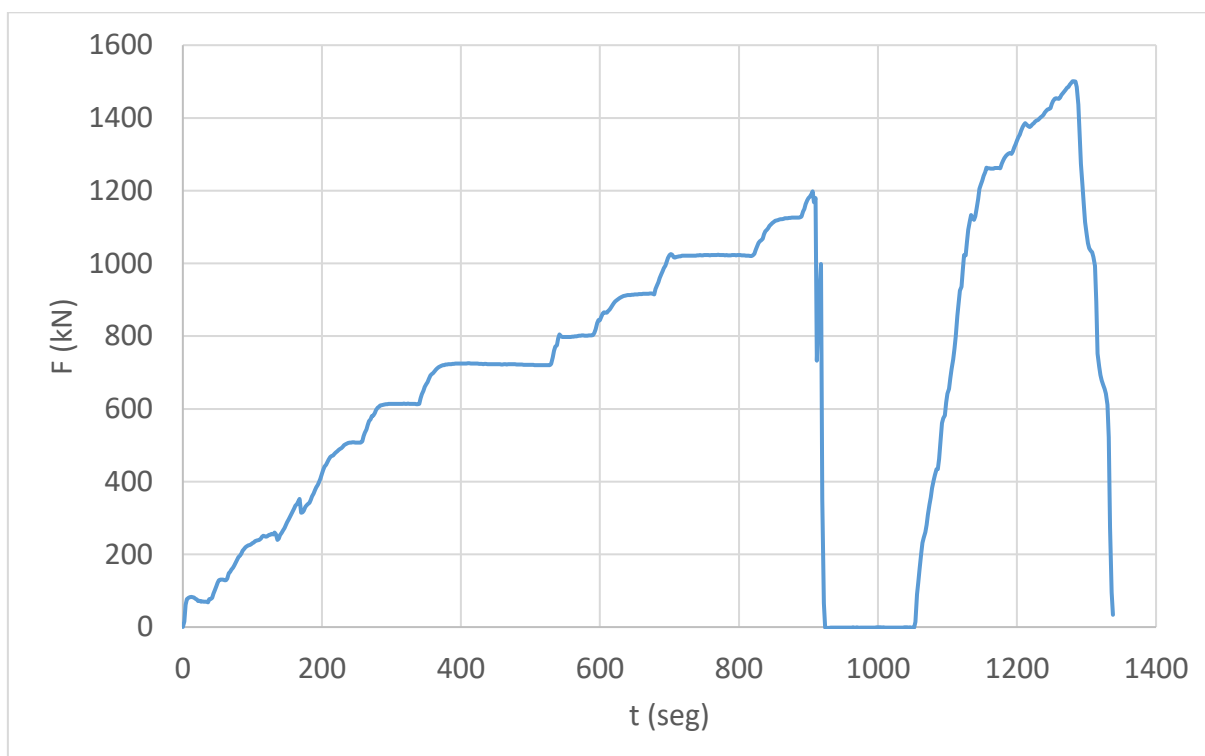
**Figura 7.40 - Extensômetros utilizados no bloco N2B45A2Cbis**



Fonte: o autor

O carregamento ao longo do tempo é mostrado na Figura 7.41. O ensaio durou cerca de 22 min.

**Figura 7.41 Curva força - tempo do ensaio do bloco N2B45A1C**



Fonte: o autor

A carga máxima registrada foi 1500,80 kN. No entanto, um pequeno susto aconteceu durante o ensaio que necessitou de descarregamento total do corpo de

prova. No primeiro carregamento, quando o ADS marcava a força de 1189,90 kN, houve um barulho forte e uma redução natural do carregamento pelo atuador, o que aparentou ser a ruptura do bloco.

Após a inspeção do bloco, percebeu-se que não houve ruptura e foi decidido levar o ensaio até o fim sem pausas para analisar as fissuras. O corpo de prova respondeu bem, e a carga de ruptura foi mais ou menos a esperada. A ruptura foi diferente dos padrões mostrados nos blocos anteriores, pois uma estaca tinha sinais de ruptura (Figura 7.42), e a chapa do elastômero de apoio empenou.

**Figura 7.42 - Padrão de fissuração do bloco N2B45A2Cbis após a ruptura**



**Fonte: o autor**

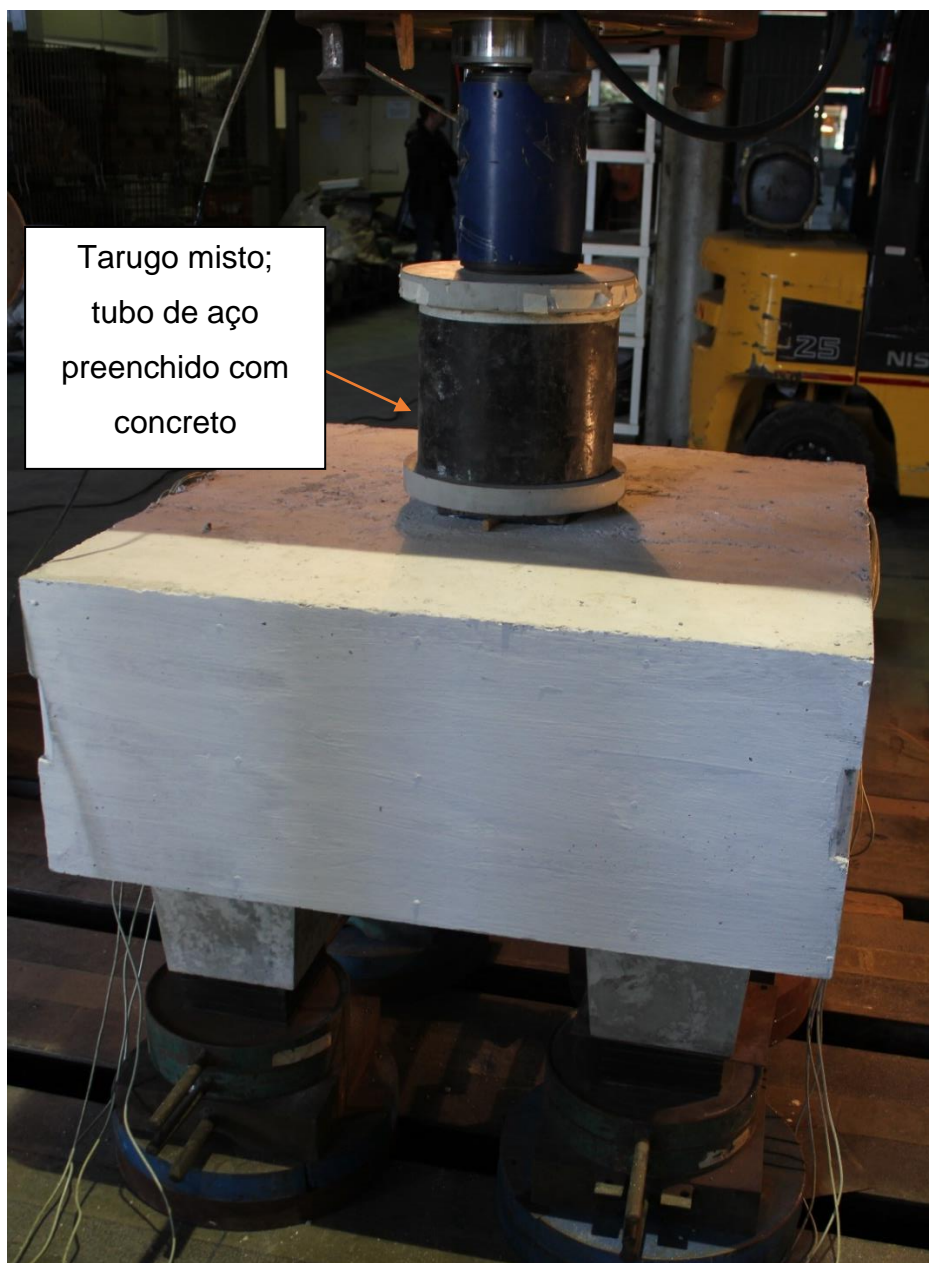
A filmagem que foi realizada para todos os blocos (que visualiza apenas uma das faces), mostra que no momento do barulho, o bloco sofreu um impacto forte e, provavelmente, não rompeu imediatamente por conta da absorção da energia desse impacto pelos elastômeros fretados.

A hipótese mais provável é que o tarugo misto (Figura 7.43) usado na montagem do ensaio, formado por tubo de aço bem espesso e preenchido com concreto, tenha sido a causa do ocorrido. A aplicação da carga teria rompido a aderência entre concreto e aço, e o cilindro interno se movimentou, causando o impacto.

Como será visto nos resultados das medições, esse impacto pode ter reduzido a força de ruptura, mas não parece que o efeito foi muito grande, pois apenas um dos extensômetros foi perdido.

Se o impacto reduziu a carga de ruptura do bloco, o efeito mais provável é o aumento dos danos internos com possível aumento da fissuração do concreto e consequente redução do confinamento da biela tridimensional.

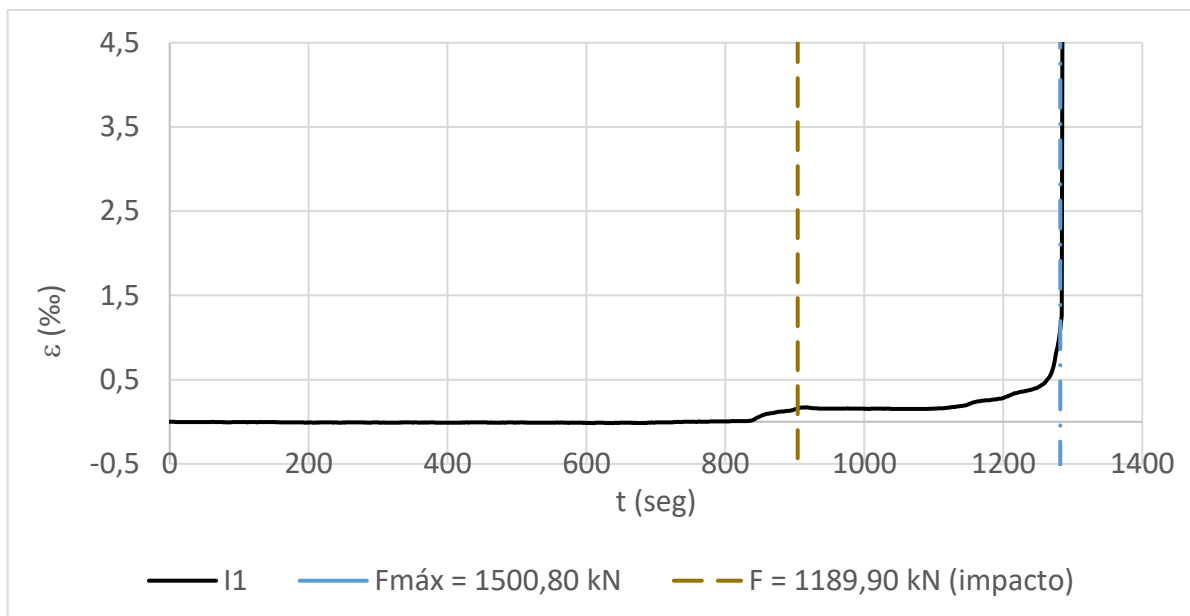
**Figura 7.43 - Montagem do bloco N2B45A2Cbis**



Fonte: o autor

Não houve ruptura na ancoragem das barras, até a ruptura do concreto, uma vez que as deformações específicas medidas por I1 e I2 foram pequenas até a carga máxima registrada. No entanto, com a ruptura, I2 (Figura 7.44) mostrou um aumento abrupto das deformações.

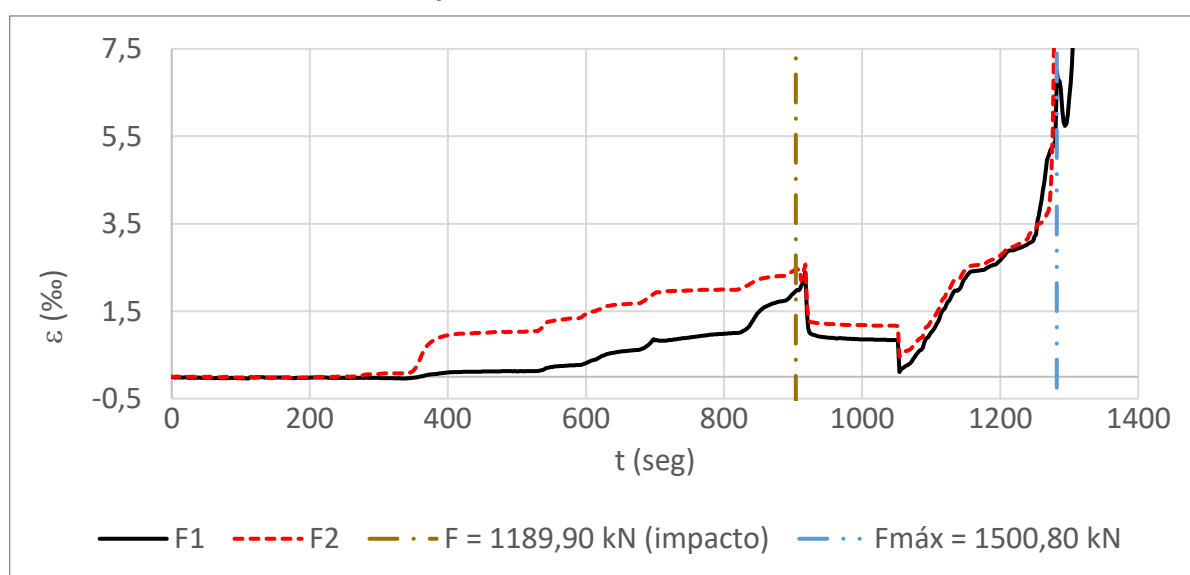
**Figura 7.44 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelo extensômetro I2 para o bloco N2B45A2Cbis**



Fonte: o autor

Os extensômetros F1 e F2, aparentemente, não apresentaram problemas após o impacto. A carga foi retirada rapidamente e, embora as deformações não tenham reduzido rapidamente, elas tiveram um decréscimo considerável (Figura 7.45). F1 e F2 indicam o escoamento das barras no momento da ruptura.

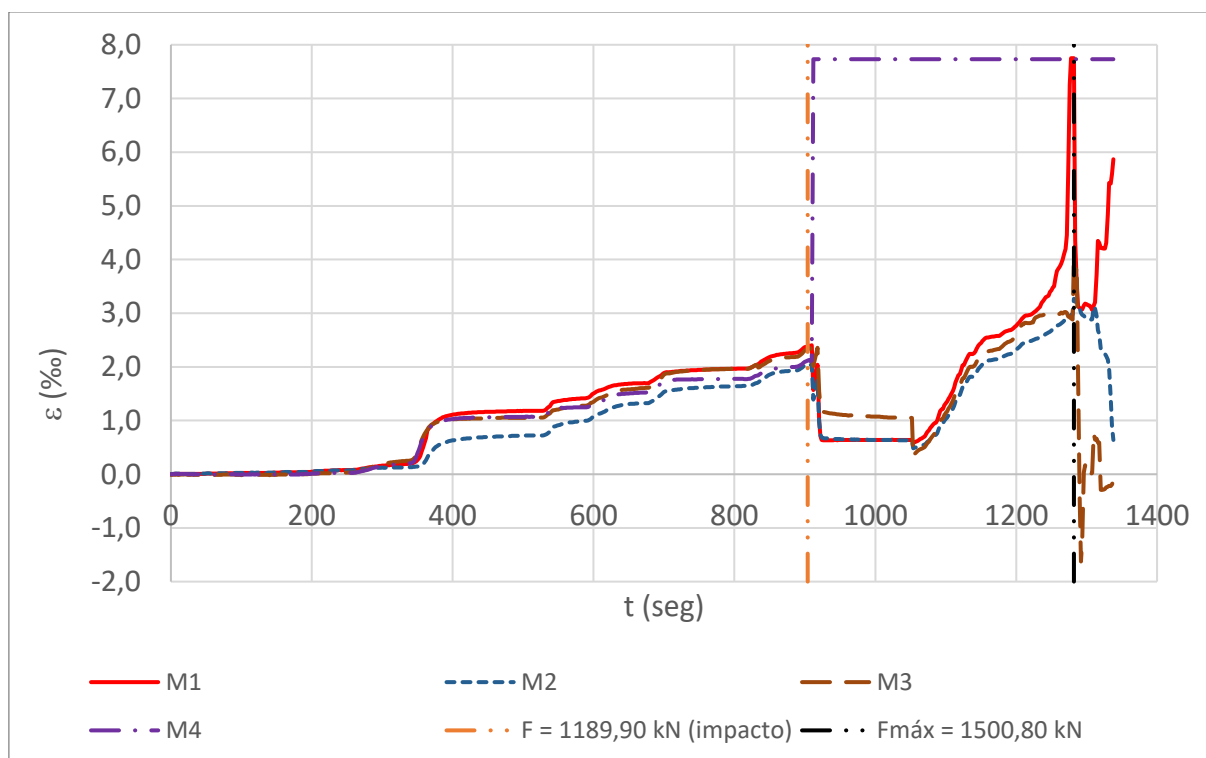
**Figura 7.45 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros I1 e I2 para o bloco N2B45A2Cbis**



Fonte: o autor

O impacto danificou o extensômetro M4. A medição aumentou bruscamente para o limite programado (7,73 ‰). No entanto, os outros extensômetros de meio de barra continuaram funcionando, conforme Figura 7.46 (para mais detalhes, ver Anexo D).

**Figura 7.46 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros M1, M2, M3 e M4 (considerando apenas o segundo carregamento) para o bloco N2B45A2Cbis**



Fonte: o autor

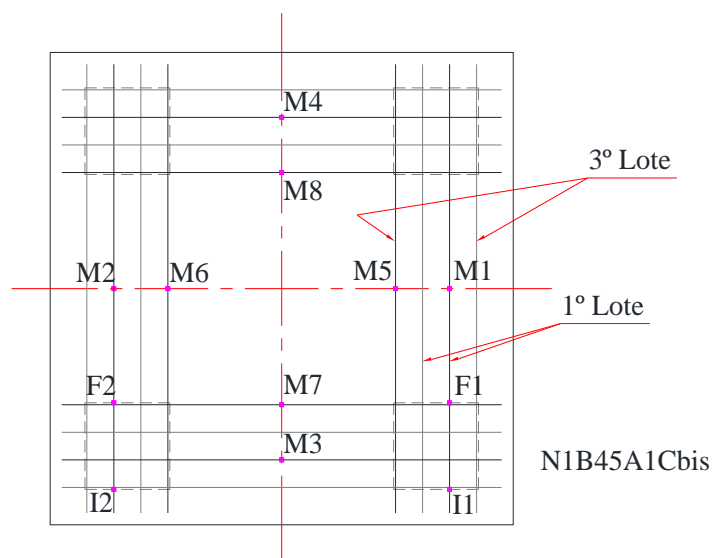
Todas as armaduras escoam, ou seja, a ruptura foi por flexão ou ruptura da biela depois do escoamento da armadura.

### 7.9 BLOCO N1B45A2CBIS (02/09/2022)

A armadura principal do bloco mesclou barras do primeiro e do terceiro lote. De modo a ter simetria no tirante e no bloco, duas barras de cada lote foram utilizadas nos alinhamentos das estacas.

A instrumentação e a identificação das barras são mostradas na Figura 7.47.

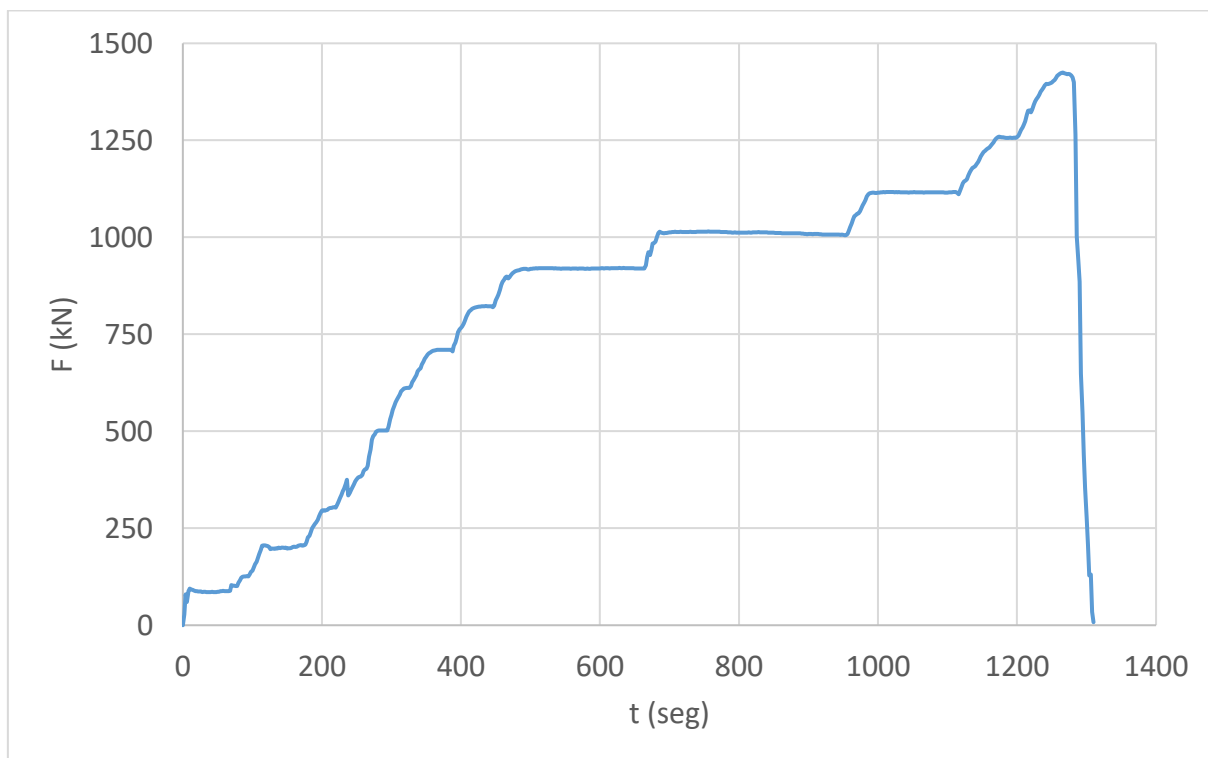
**Figura 7.47 - Extensômetros utilizados no bloco N2B45A1C**



Fonte: o autor

O carregamento ao longo do tempo é mostrado na Figura 7.48. O ensaio durou cerca de 22 min.

**Figura 7.48 - Curva força - tempo do ensaio do bloco N1B45A2Cbis**



Fonte: o autor



A carga máxima obtida foi 1424,76 kN. Dessa vez, o bloco maior teve menos resistência, embora a previsão também fosse que o bloco maior teria menos capacidade (valores menores da resistência à compressão do concreto e da tensão de escoamento do aço).

As primeiras fissuras foram observadas quando a carga atingiu 900kN. O padrão de fissuração do bloco após a ruptura é mostrado na Figura 7.49.

**Figura 7.49 - Aspecto do bloco N1B45A2Cbis após a ruptura**

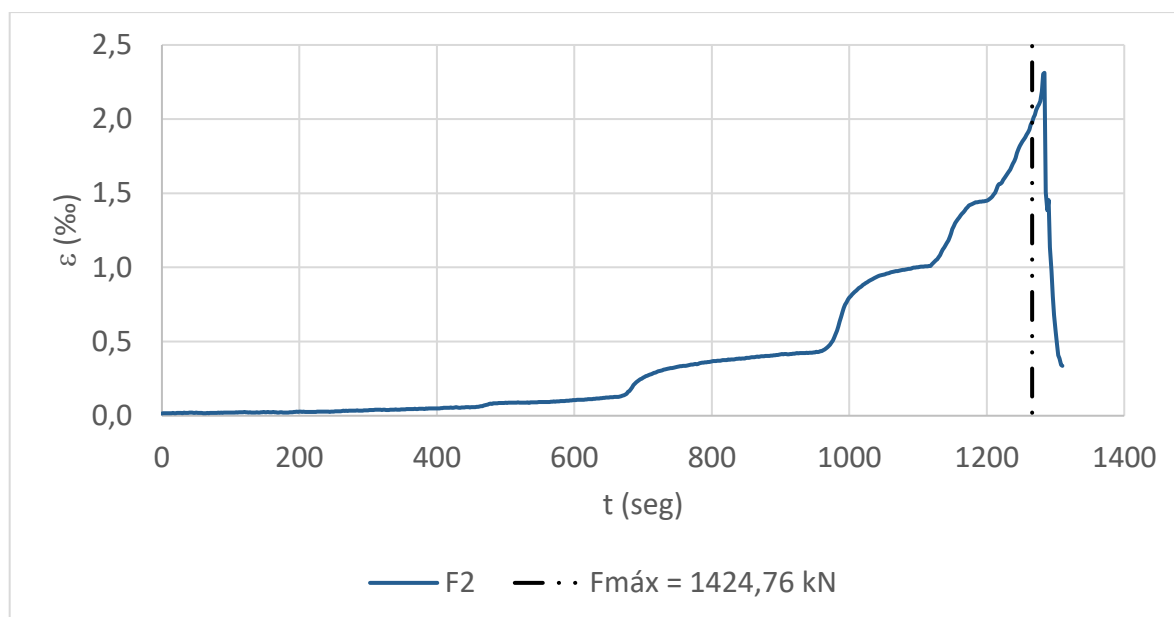


**Fonte: o autor**

De maneira similar à maioria dos blocos com armadura concentrada, as deformações específicas de I1 e I2 foram pequenas. A deformação indicada por F1 aumentou com a carga até 2 ‰, e depois disso, o extensômetro aparentou ter problema com o sinal, pois o alongamento em F1 virou encurtamento. Talvez esse extensômetro tenha ficado dentro do nó sobre a estaca e não suportou as altas tensões. As medidas de F2 são mostradas na Figura 7.50. A deformação aumenta bastante quando a carga chega em 970 kN, até o valor de 1,98 ‰ na ruptura (abaixo de  $\epsilon_y$ ).



**Figura 7.50 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelo extensômetro F2 para o bloco N1B45A2Cbis**

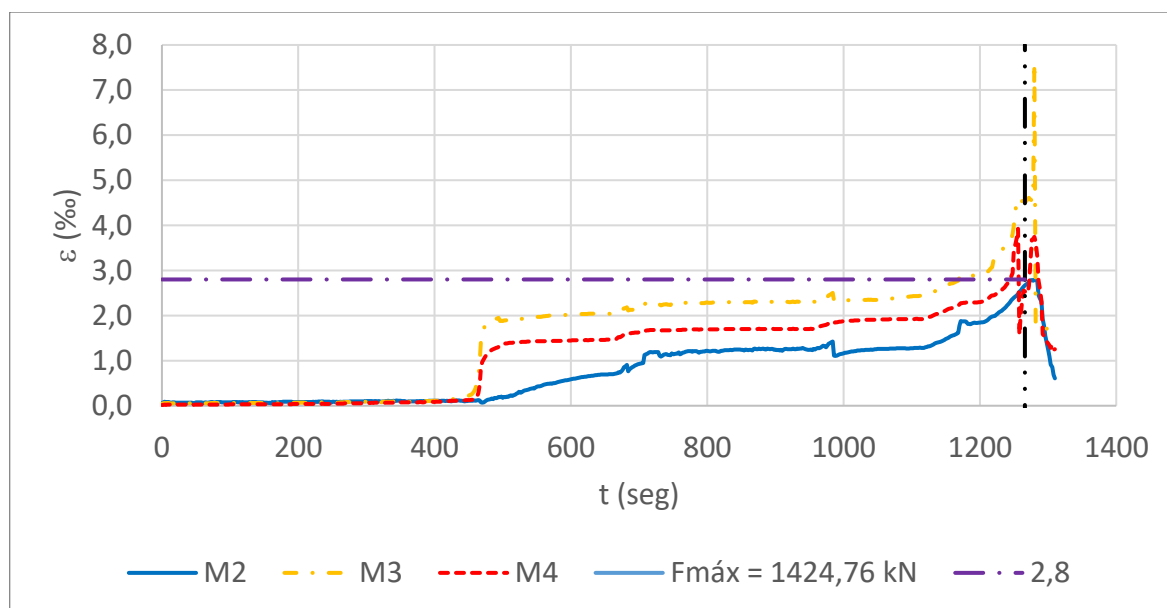


Fonte: o autor

O extensômetro M1 foi descartado, pois as medidas foram muito erráticas. M6 começou o ensaio funcionando bem, mas com a carga de 1250 kN, falhou. As medidas de deformação no meio das barras do 1º lote são mostradas na Figura 7.51, enquanto nas barras do 3º lote são mostradas na

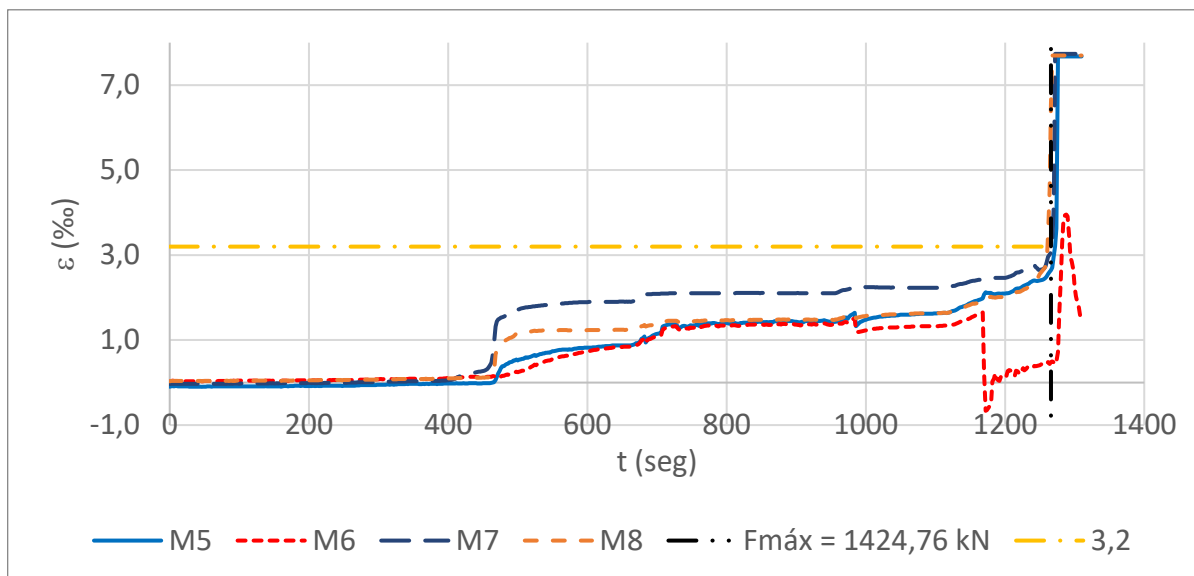
Figura 7.52. As barras do lote 1 escoaram e redistribuíram os esforços. Nem todas as barras do 3º lote escoaram, mas estavam próximas do escoamento no momento da ruptura.

**Figura 7.51 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros M2, M3 e M4 para o bloco N1B45A2Cbis**



Fonte: o autor

**Figura 7.52 - Deformações específicas medidas ao longo do ensaio pelos extensômetros M5, M6, M7 e M8 para o bloco N1B45A2Cbis**



Fonte: o autor

## 8 ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 8.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo é realizada a análise dos resultados experimentais e a comparação da carga de ruptura desses ensaios com os modelos discutidos no capítulo 4, assim como foi feito no capítulo 5.

### 8.2 RESUMO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DOS CORPOS DE PROVA

Em geral, os corpos de prova romperam por flexão. Na maioria dos ensaios, os extensômetros mostraram o escoamento das barras. Os blocos com armadura distribuída mostraram um comportamento complexo e aparentemente houve problemas nas ancoragens das barras fora da projeção da estaca, o que é condizente com modelos de bielas e tirantes sem a consideração de armaduras verticais.

O bloco N2B45A2C mostrou problemas para a redistribuição dos esforços quando as barras começaram a escoar. Isso pode ser concluído pela ruptura na ancoragem, conforme medições de deformações próximas ao gancho, após o pico de carga. Além disso, foi o único bloco com suspeita de excentricidade de carga relevante.

Os blocos menores, em geral, obtiveram forças-limite menores do que os blocos maiores, o que não era esperado, uma vez que os ensaios de Marti (1989) de punção dupla em cilindros indica a importância do efeito escala em dimensões grandes.

O bloco N2B45A2Cbis foi o único dos blocos menores que obteve força-limite maior do que o seu similar em escala maior (N1B45A2Cbis). No entanto, a força de escoamento de um tirante entre duas estacas e a resistência à compressão do concreto eram maiores no bloco menor, o que resulta em previsão menor para o bloco maior, ou seja, esse resultado era esperado.

As primeiras fissuras visíveis ocorreram para níveis de carga mais altos no caso de blocos maiores (tipo N1) em relação aos blocos menores (tipo N2). No caso de taxa de armadura menor (tipo A1), principalmente com armadura distribuída, a ruptura frágil foi uma preocupação durante os ensaios.

No bloco N1B45A1C, cuja resistência à compressão do concreto era próxima de 40 MPa, a força de fissuração foi 980 kN e a de ruptura 1102,76 kN (apenas 12% maior). Isso explica o aumento brusco de deformações medidos nos diversos extensômetros. Esses “saltos” não ocorreram da mesma forma nos blocos menores.

Os ensaios mostraram, pelo menos para essa campanha experimental, que os blocos sobre estacas sem armadura vertical têm limitada capacidade de redistribuição devido à plastificação do aço.

A recomendação da NBR 6118 (ABNT, 2014), de que seriam necessárias armaduras de suspensão quando a distância entre estacas for maior do que três vezes o seu diâmetro, não parece adequada. Os blocos do tipo N1 mostraram desempenho satisfatório mesmo sem estribos.

### 8.3 FATOR DE TENDÊNCIA DOS ENSAIOS REALIZADOS

A Tabela 8.1 mostra as principais características dos ensaios realizados.

**Tabela 8.1 - Parâmetros mais importante e carga de ruptura dos ensaios realizados**

Nome	L <sup>(1)</sup> (cm)	d <sup>(2)</sup> (cm)	a <sub>p</sub> <sup>(3)</sup> (cm)	a <sub>p</sub> <sup>(4)</sup> (cm)	A <sub>s</sub> <sup>(5)</sup> (cm <sup>2</sup> )	f <sub>y</sub> <sup>(6)</sup> (MPa)	f <sub>c</sub> <sup>(7)</sup> (MPa)	F <sub>ensaio</sub> <sup>(8)</sup> (kN)
<b>N1B45A1C</b>	80	51	18	22	3,14	553,8	38,78	1102,8
<b>N1B45A1D</b>	80	51	18	22	3,14	553,8	31,94	1051,2
<b>N1B45A2C</b>	80	51	18	22	4,91	517,1	31,94	1406,7
<b>N1B45A2Cbis</b>	80	51	18	22	2,455 2,455	517,08 533,4	30,73	1424,8
<b>N2B45A1C</b>	60	36	18	22	3,14	617,3	30,73	1046,7
<b>N2B45A1D</b>	60	36	18	22	3,14	553,8	32,63	985,4
<b>N2B45A2C</b>	60	36	18	22	4,91	517,1	32,63	1283,0
<b>N2B45A2Cbis</b>	60	36	18	22	4,91	533,4	38,78	1500,8

(1) Distância entre estacas.

(2) Altura útil.

(3) Lado do pilar quadrado ou da chapa metálica.

(4) Lado das estacas.

(5) Armadura sobre duas estacas.

(6) Tensão de escoamento do aço.

(7) Resistência à compressão do concreto.

(8) Carga de ruptura do ensaio.

Fonte: o autor

O fator de tendência para cada bloco é mostrado na Tabela 8.2. Em relação à Tabela 8.1, os blocos foram reorganizados para separar em dois grupos, função do tipo de armadura (A1 ou A2).

**Tabela 8.2 - Fator de tendência para os ensaios realizados**

Bloco	F <sub>ensaio</sub>		F <sub>ensaio</sub> / F <sub>teórico</sub>		M. proposto $f_{cp} = 1,5f_c$
	(kN)	Blévote	Fusco	Adebar e Zhou	
N1B45A1C	1102,8	1,10	1,06	1,10	1,11
N1B45A1D	1051,2	1,05	1,00	1,05	1,06
N2B45A1C	1046,7	0,96	0,88	0,96	0,98
N2B45A1D	985,4	1,00	0,94	1,00	1,02
N1B45A2C	1406,7	1,08	0,90	0,96	1,00
N1B45A2Cbis	1424,8	1,14	0,85	0,92	0,96
N2B45A2C	1283,0	0,98	0,81	0,89	0,94
N2B45A2Cbis	1500,8	0,97	0,85	0,94	0,97
Média		1,04	0,91	0,98	1,00
Desvio padrão		0,07	0,09	0,07	0,06
cv (%)		6,59	9,39	7,17	5,64

**Observação:** Os blocos com armaduras distribuídas foram calculados da mesma forma que os blocos com armaduras concentradas. Apenas para avaliação da eficiência.

Fonte: o autor

As previsões teóricas para os blocos com armadura tipo A1, como projetado, levaram a resultados muito parecidos para os modelos de Blévote e o proposto. Os blocos do tipo A2 foram projetados para mostrar a diferença entre os modelos, o que pode ser observado.

Os fatores de tendência do modelo proposto para os blocos N1B45A2C e N1B45A2Cbis são mais próximos da unidade do que os do modelo de Blévote. Isso mostra que um dos objetivos deste trabalho foi atingido.

Os fatores de tendência do bloco N2B45A2Cbis resultaram iguais para os dois modelos de referência, pois o concreto recebido tinha bem mais resistência do que o valor solicitado. A resistência à compressão para esse ensaio resultou 38,78 MPa, o que fez a previsão do modelo de Blévote aumentar e ser limitada pelo escoamento da armadura.

Os blocos N2B45A2C e N2B45A2Cbis deveriam ter o mesmo comportamento, no entanto, o corpo de prova N2B45A2C, conforme já dito, rompeu antes do esperado

com perda de ancoragem após a plastificação, e não mostrou praticamente nenhuma capacidade de redistribuição plástica.

De modo a ser coerente com as análises realizadas no capítulo 5, as previsões para os blocos com armadura distribuída foram descartadas, e os parâmetros estatísticos do fator de tendência sem os blocos N1B45A1D e N2B45A1D são mostrados na Tabela 8.3

**Tabela 8.3 - Parâmetros estatísticos do fator de tendência sem os blocos com armadura distribuída**

Parâmetros estatísticos	$F_{\text{ensaio}} / F_{\text{teórico}}$			
	Blévote	Fusco	Adebar e Zhou	M. proposto $f_{cp} = 1,5f_c$
Média	1,04	0,89	0,96	0,99
Desvio padrão	0,08	0,09	0,07	0,06
cv (%)	7,61	10,00	7,62	6,01

Fonte: o autor

O modelo proposto tem a média do fator de tendência mais próxima da unidade e o menor desvio padrão, além de menor coeficiente de variação. O modelo de Blévote e Frémy (1967) e o modelo de Adebar e Zhou (1996) mostram bons resultados para esse conjunto de ensaios, e o modelo de Fusco (1995), limitando a tensão na biela, aparenta ser contra a segurança. Se a limitação fosse pela tensão vertical, como discutido em Santos, Carvalho e Stucchi (2019), o coeficiente de segurança seria elevado.

Os blocos com armadura distribuída não mostraram deficiência exagerada, mas 2 blocos são insuficientes para obter conclusões mais robustas, como Blévote e Frémy (1967) e Clarke (1973). No entanto, pode-se afirmar a complexidade na análise do comportamento estrutural desses blocos.

A Tabela 8.4 mostra os parâmetros do fator de tendência juntando os ensaios realizados neste trabalho com os dos ensaios de Blévote e Frémy (1967) e Clarke (1973).

**Tabela 8.4 - Parâmetros estatísticos para os ensaios selecionados e os realizados**

Nome	$F_{\text{ensaio}}$		$F_{\text{ensaio}} / F_{\text{teórico}}$		
	(kN)	Blévo	Fusco	Adebar e Zhou	M. proposto
4N2	6580,0	1,10	1,04	1,10	1,14
4N2 <sup>bis</sup>	7390,0	1,12	1,03	1,12	1,18
4N4	7530,0	1,01	0,85	1,01	1,03
4N4 <sup>bis</sup>	8750,0	1,06	0,91	1,06	1,07
2,2	810,0	1,11	0,99	1,11	1,16
2,3	740,0	1,20	1,09	1,20	1,24
3,1	475,0	1,20	1,19	1,20	1,27
1A,3	1185,0	1,16	0,99	1,33	1,24
A2	1420	1,08	0,94	1,08	1,15
A3	1340	1,03	0,92	1,03	1,08
A5	1400	1,07	0,92	1,07	1,13
A6	1230	0,95	0,82	0,95	1,01
A8	1510	1,15	1,00	1,15	1,22
N1B45A1C	1102,8	1,10	1,06	1,10	1,11
N2B45A1C	1046,7	0,96	0,88	0,96	0,98
N1B45A2C	1406,7	1,08	0,90	0,96	1,00
N1B45A2Cbis	1424,8	1,14	0,85	0,92	0,96
N2B45A2C	1283,0	0,98	0,81	0,89	0,94
N2B45A2Cbis	1500,8	0,97	0,85	0,94	0,97
Média		1,08	0,95	1,06	1,07
Desvio padrão		0,08	0,10	0,11	0,09
cv (%)		7,10	10,56	10,37	8,12

**Observações:** Todos esses ensaios romperam por flexão ou estavam na iminência de escoar as armaduras.

**Fonte:** o autor

Os resultados do modelo proposto mostram a sua simplicidade, consistência e grande aplicabilidade. Embora o modelo de Blévo também tenha valores muito bons pelos valores obtidos na Tabela 8.4, mostrou-se que, para taxas elevadas de armadura, esse modelo pode ser relativamente conservador.

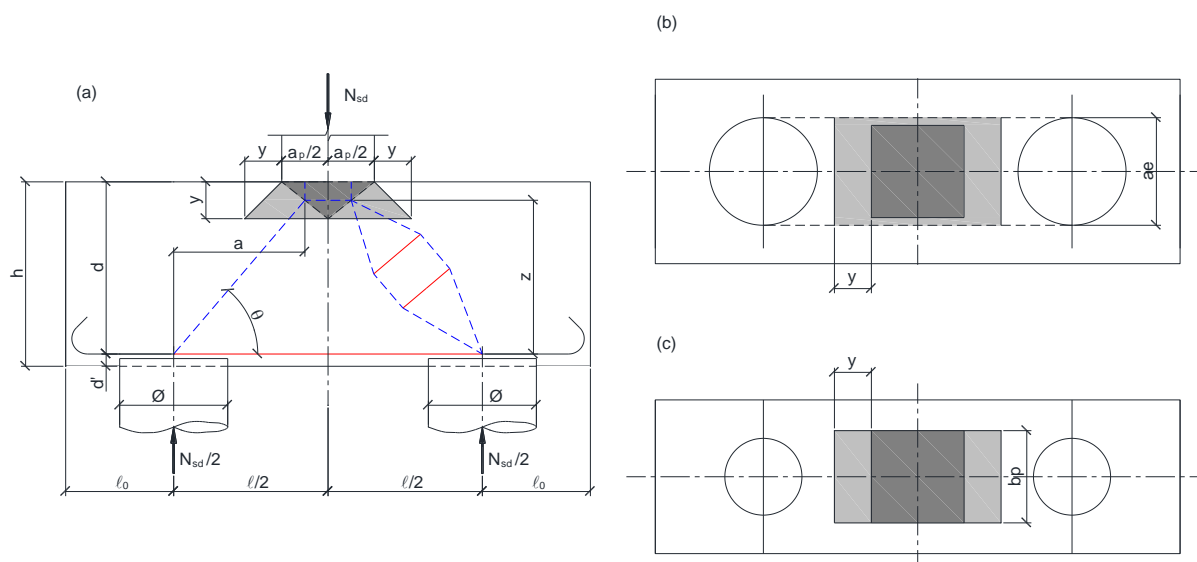
## 9 MODELO PROPOSTO E RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

O passo a passo para o dimensionamento de blocos rígidos sobre estacas é o foco deste capítulo. Além disso, algumas recomendações baseadas nas análises realizadas nos capítulos anteriores são fornecidas.

### 9.1 BLOCOS SOBRE DUAS ESTACAS

Dada a geometria mostrada na Figura 9.1, os passos de dimensionamento são:

**Figura 9.1 - Blocos sobre duas estacas: (a) elevação, (b) planta, considerando  $b_p < a_e$  e (b) planta, considerando  $b_p > a_e$**



Fonte: o autor

a) Adotar  $y$ . Um bom valor inicial é:

$$y = d - \sqrt{d - \frac{N_{sd} \cdot a}{b \cdot f_{cd1}}}$$

em que,

$$a = \frac{l}{2} - \frac{a_p}{4},$$

$$b = \max(b_p; a_e).$$



Sugere-se não espraiair a força além da largura da estaca, de modo a evitar tração importante na direção paralela à largura do bloco. Caso se utilize a largura do bloco (desde que  $y \geq (B - b_p)/2$ ), prever estribos fechados na região do espraçamento.

b) Determinar a inclinação da biela e verificar a tensão no nó superior:

Inclinação da biela:

$$z = d - 0,5y,$$

$$\theta = \text{atan}(z/a).$$

Tensão de compressão no nó superior:

$$\sigma_{cd,p}^{bie} = \frac{N_{sd,p}}{A_{p,amp} \text{sen}^2(\theta)},$$

em que

$$A_{p,amp} = (a_p + 2y)(b_{amp}),$$

$$b_{amp} = \text{mín}(b_p + 2y; b).$$

Se a tensão  $\sigma_{cd,p}^{bie} = 0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$ , então o valor de  $y$  está determinado; senão, achar  $y$  iterativamente até que:

$$\sigma_{cd,p}^{bie} = 0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}.$$

c) Verificar dois limites para  $y$ :

O primeiro limite está associado a capacidade de deformação plástica:

$$y \leq 0,4d.$$

O segundo limite é geométrico: a largura ampliada não deve ser maior que:

$$(a_p + 2y) \leq L + a_e \Rightarrow y \leq \frac{L + a_e - a_p}{2}$$

Embora não seja um limite obrigatório, é prudente limitar o valor de  $y$  em:

$$y \geq 0.$$

- d) Determinar a força de tração e a armadura necessária, e verificar a ancoragem:

Força de tração no tirante:

$$F_{td} = \frac{N_{sd}}{2} \cot \theta,$$

em que

$$\cot \theta = a/z.$$

Armadura necessária:

$$A_s = \frac{F_{td}}{f_{yd}}.$$

Verificar a adequada ancoragem pela inequação:

$$l_{b,nec} \leq l_{b,disp},$$

$l_{b,disp} = l_0 - c$ , para seção circular e,

$l_{b,disp} = l_0 + a_e/2 - c$ , para seção retangular;

$c$  é o cobrimento da armadura.

- e) Verificam-se as tensões no nó inferior pela inequação:

$$\sigma_{cd,e}^{bie} = \frac{N_{sd,e}}{A_{e,amp} \cdot \sin^2(\theta)} \leq f_{cd3},$$

em que

$$A_{e,amp} = \frac{\pi[a_e + (d' - l_e)]^2}{4}, \text{ para estaca circular;}$$

$$A_{e,amp} = [a_e + (d' - l_e)]^2, \text{ para estaca quadrada;}$$

$l_e$  é o comprimento de embutimento da estaca, cujo valor recomendado é 5 cm;

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd};$$

$$\alpha_{v2} = 1 - f_{ck}/250, f_{ck} \text{ em MPa.}$$

Caso a tensão solicitante de cálculo seja maior do que a tensão resistente de cálculo, deve-se mudar o detalhamento das armaduras (p. ex., colocar as armaduras em camadas) ou a geometria do bloco ou a resistência à compressão do concreto.

- f) Determinam-se as armaduras secundárias, conforme Santos (2021), usando o cálculo da tração transversal em biela em garrafa do Eurocode 2 (CEN, 2004), ver Figura 3.14:

Largura média da biela

$$a_{e,bie} = [a_e + (d' - l_e)] \text{sen}\theta,$$

$$a_{p,bie} = \frac{a_p}{2} \cdot \text{sen}\theta + y \cdot \text{cos}\theta,$$

$$a_{bie} = 0,5 \cdot (a_{e,bie} + a_{p,bie}).$$

Força de tração ortogonal ao eixo da biela:

$$F_{twd} = 0,25 \cdot F_{cwd} \left(1 - 1,4 \frac{a_{bie}}{z} \text{sen}\theta\right),$$

em que

$$F_{cwd} = \frac{F_d}{2 \cdot \text{sen}\theta},$$

$$F_{wvd} = 2 \cdot F_{twd} \cdot \text{cos}\theta \rightarrow A_{sv} = F_{wvd}/f_{ywd},$$

$$F_{whd} = 2 \cdot F_{twd} \cdot \text{sen}\theta \rightarrow A_{sh} = F_{whd}/f_{ywd}.$$

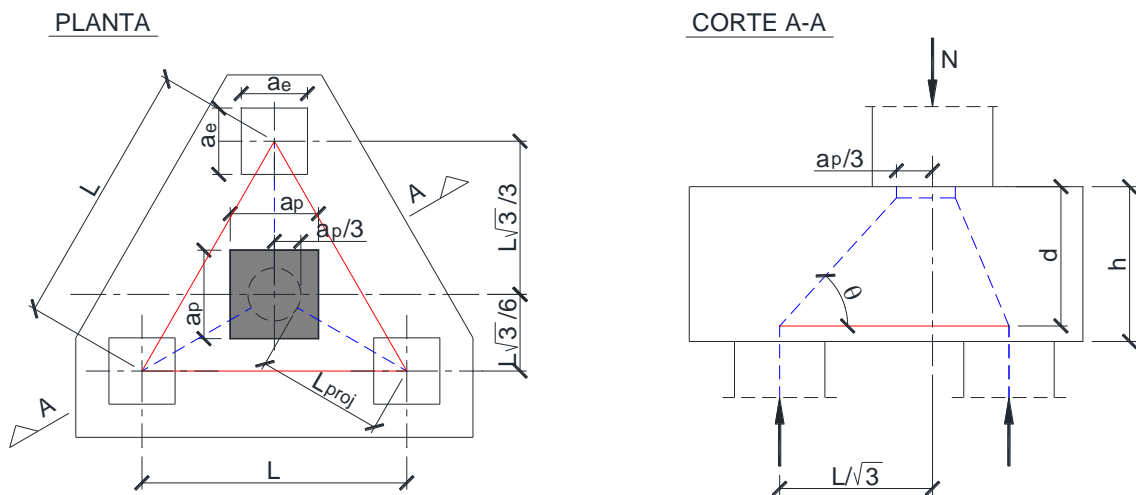
$A_{sv}$  é a armadura vertical necessária;

$A_{sh}$  é a armadura horizontal necessária.

## 9.2 BLOCOS SOBRE TRÊS ESTACAS

Dada a geometria mostrada na Figura 9.2/Figura 9.1, os passos de dimensionamento são:

**Figura 9.2 - Blocos sobre tres estacas**



Fonte: o autor

- Adotar um valor inicial para  $y$ , por exemplo,  $y = 0,2d$ :
- Determinar a inclinação da biela e verificar a tensão no nó superior:

$$z = d - 0,5y,$$

$$\theta = \text{atan}(z/L_{proj}).$$

Tensão de compressão no nó superior:

$$\sigma_{cd,p}^{bie} = \frac{N_{sd,p}}{A_{p,amp} \text{sen}^2(\theta)},$$

em que

$$A_{p,amp} = (a_p + 2y)^2.$$

Se a tensão  $\sigma_{cd,p}^{bie} = 1,05f_{cd}$ , então o valor de  $y$  está determinado; senão, determinar  $y$  iterativamente até que:

$$\sigma_{cd,p}^{bie} = 1,05f_{cd}$$

c) Verificar dois limites para  $y$ :

O primeiro limite está associado a capacidade de deformação plástica:

$$y \leq 0,4d.$$

O segundo limite é geométrico: a área ampliada deve estar circunscrita, em planta, ao polígono do bloco.

Embora não seja um limite obrigatório, é prudente limitar o valor de  $y$  em:

$$y \geq 0.$$

d) Determinar a força de tração e a armadura necessária, e verificar a ancoragem:

Força de tração no tirante:

$$F_{td} = \frac{N_{sd}}{3\sqrt{3}} \cotg\theta,$$

em que

$$\cotg\theta = L_{proj}/z.$$

Armadura necessária:

$$A_s = \frac{F_{td}}{f_{yd}}.$$

Verificar a adequada ancoragem pela inequação:

$$l_{b,nec} \leq l_{b,disp},$$

$l_{b,disp} = l_0 - c$ , para seção circular e,

$l_{b,disp} = l_0 + a_e/2 - c$ , para seção retangular;

$c$  é o cobrimento da armadura.

e) Verificar as tensões no nó inferior pela inequação:

$$\sigma_{cd,e}^{bie} = \frac{N_{sd,e}}{A_{e,amp} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq f_{cd3},$$

em que

$$A_{e,amp} = \frac{\pi[a_e + (d' - l_e)]^2}{4}, \text{ para estaca circular};$$

$$A_{e,amp} = [a_e + (d' - l_e)]^2, \text{ para estaca quadrada};$$

$l_e$  é o comprimento de embutimento da estaca, cujo valor recomendado é 5 cm;

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd};$$

$$\alpha_{v2} = 1 - f_{ck}/250, f_{ck} \text{ em MPa.}$$

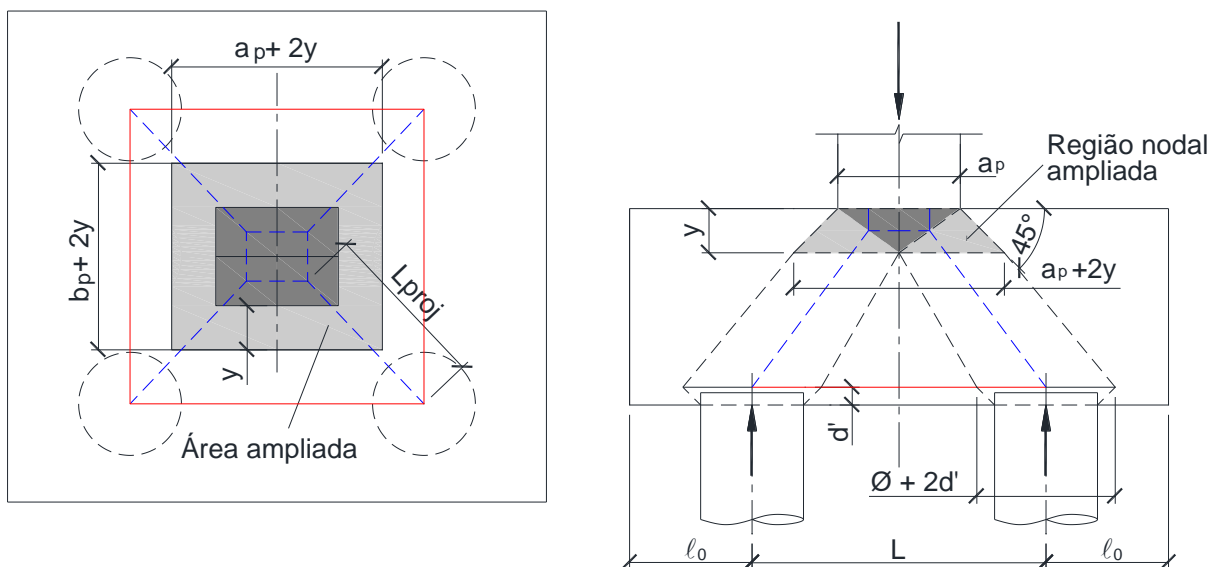
Caso a tensão solicitante de cálculo seja maior do que a tensão resistente de cálculo, deve-se mudar o detalhamento das armaduras (p. ex., colocar as armaduras em camadas) ou a geometria do bloco ou a resistência à compressão do concreto.

As armaduras secundárias para blocos sobre três estacas não foram o foco deste trabalho, e ficam como sugestão para futuras pesquisas.

### 9.3 BLOCOS SOBRE QUATRO ESTACAS

Dada a geometria do bloco quadrado mostrada na Figura 9.3, os passos de dimensionamento são:

**Figura 9.3 - Bloco sobre quatro estacas quadrado**



Fonte: o autor

- Adotar um valor inicial para  $y$ , por exemplo,  $y = 0,2d$
- Determinar a inclinação da biela e verificar a tensão no nó superior:

Inclinação da biela:

$$z = d - 0,5y,$$

$$\theta = \text{atan}(z/L_{proj}).$$

Tensão de compressão no nó superior:

$$\sigma_{cd,p}^{bie} = \frac{N_{sd,p}}{A_{p,amp} \text{sen}^2(\theta)},$$

em que

$$A_{p,amp} = (a_p + 2y)^2.$$

Se a tensão  $\sigma_{cd,p}^{bie} = 1,27f_{cd}$ , então o valor de  $y$  está determinado; senão, determinar  $y$  iterativamente até que:

$$\sigma_{cd,p}^{bie} = 1,27f_{cd}$$

c) Verificar dois limites para  $y$ :

O primeiro limite está associado a capacidade de deformação plástica:

$$y \leq 0,4d.$$

O segundo limite é geométrico: a largura ampliada não deve ser maior que:

$$(a_p + 2y) \leq L + a_e \Rightarrow y \leq \frac{L+a_e-a_p}{2}.$$

Embora não seja um limite obrigatório, é prudente limitar o valor de  $y$  em:

$$y \geq 0.$$

d) Determinar a força de tração e a armadura necessária, e verificar a ancoragem:

Força de tração no tirante:

$$F_{td} = \frac{N_{sd}}{2\sqrt{2}} \cotg\theta,$$

em que

$$\cotg\theta = L_{proj}/z.$$

Armadura necessária:

$$A_{sx} = A_{sy} = \frac{F_{td}}{f_{yd}}.$$



Verificar a adequada ancoragem pela inequação:

$$l_{b,nec} \leq l_{b,disp}$$

$l_{b,disp} = l_0 - c$ , para seção circular e,

$l_{b,disp} = l_0 + a_e/2 - c$ , para seção retangular;

$c$  é o cobrimento da armadura.

e) Verificar as tensões no nó inferior pela inequação:

$$\sigma_{cd,e}^{bie} = \frac{N_{sd,e}}{A_{e,amp} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq f_{cd3}$$

em que,

$$A_{e,amp} = \frac{\pi[a_e + 2d']^2}{4}, \text{ para estaca circular};$$

$$A_{e,amp} = [a_e + 2d']^2, \text{ para estaca quadrada};$$

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd};$$

$$\alpha_{v2} = 1 - f_{ck}/250, f_{ck} \text{ em MPa.}$$

Caso a tensão solicitante de cálculo seja maior do que a tensão resistente de cálculo, deve-se mudar o detalhamento das armaduras (p. ex., colocar as armaduras em camadas), a geometria do bloco ou a resistência à compressão do concreto. Para blocos sobre quatro ou mais estacas, em que existem armaduras importantes nas duas direções, o espraiamento da força na estaca pode ser realizado a partir do fundo do bloco, mas deve-se garantir que a distância entre a face da estaca e a face do bloco seja maior que:

$$l_0 - a_e \geq 2d' + c$$

As armaduras secundárias para blocos sobre quatro ou mais estacas não foram o foco deste trabalho, e ficam como sugestão para futuras pesquisas.

## 10 CONCLUSÕES

O objetivo principal desta tese foi atingido, uma vez que um modelo de bielas e tirantes aplicado a blocos sobre estacas que é simples e consistente foi proposto.

Inicialmente, o modelo priorizava a utilização dos limites de resistências de nós prescritos pela NBR 6118 (ABNT, 2014) para elementos planos. No entanto, comparando-se a proposta original (SANTOS; CARVALHO; STUCCHI, 2019) com o modelo clássico de Blévoit e com resultados experimentais existentes na literatura, ficou claro que esses limites poderiam ser melhorados, visando à economia sem prejuízos à segurança estrutural.

Além disso, diversos estudos sobre resistência de bielas tridimensionais (MARTI, 1989; ADEBAR; ZHOU, 1993) mostram que os valores das tensões aplicadas podem ser mais elevados em comparação aos elementos planos.

O modo mais seguro de determinar se uma teoria ou modelo é adequado para utilização em projetos é comparar, sempre que possível, os seus resultados teóricos com os resultados experimentais. No entanto, não foi descartada a enorme experiência que a engenharia brasileira acumulou utilizando o modelo de Blévoit, que foi o modelo de referência para as comparações do capítulo 5.

O modelo de Blévoit, que foi baseado em extensa campanha experimental, também indica que existe algum nível de confinamento nos blocos de fundações e utiliza limites de resistência de nós razoavelmente superiores aos da NBR6118 (ABNT, 2014).

As comparações do modelo proposto originalmente com outros modelos e com os resultados experimentais já mostraram uma excelente aderência da proposta.

O modelo clássico de Blévoit é muito bom, especialmente quando a ruptura do bloco é por flexão. No entanto, em relação aos fundamentos da teoria da plasticidade (que é a base dos modelos de bielas e tirantes), existem inconsistências conceituais que necessitavam ser corrigidas.

Por um lado, um modelo de bielas e tirantes com uma definição coerente da geometria do nó superior era necessário, pois é sempre melhor, para a compreensão dos fenômenos envolvidos, quando o empirismo associado a essas inconsistências é reduzido. Por outro lado, o modelo proposto, para substituir o modelo clássico utilizado por muitos anos no Brasil, precisava mais do que consistência teórica, pois o impacto direto dessa substituição é o aumento de armadura nas obras, mesmo que pequeno.

Com isso, foi realizada uma análise acerca das semelhanças e das diferenças entre os dois modelos e foi realizada uma campanha experimental para mostrar a potencialidade do modelo proposto.

As principais conclusões deste trabalho são:

- O modelo de Blévoit mostra resultados excelentes quando a ruptura ocorre por flexão, ou seja, quando as armaduras escoam, mas não tem o mesmo desempenho quando os blocos rompem por cisalhamento (ruptura da biela sem escoamento das armaduras).
- O modelo proposto obteve os melhores resultados nas comparações com os ensaios experimentais de blocos sobre duas estacas, inclusive quando a ruptura foi por cisalhamento.
- O modelo proposto, em relação aos blocos sobre três estacas, não teve o mesmo desempenho que nos blocos de duas ou quatro estacas, embora os resultados ainda sejam muito bons. Uma das possíveis causas é que as comparações foram realizadas apenas para os ensaios de Blévoit e Frémy (1967). Esses ensaios foram realizados nas décadas de 50 e 60 e utilizaram diversos tipos de barras. Além de tipos de aço diferentes, com e sem patamar de escoamento, também existiam barras lisas, corrugadas, com ganchos, sem ganchos, entre outras diferenças. Como não houve instrumentação das barras, é natural que a dispersão seja maior para esse conjunto de ensaios.
- Os coeficientes de variação dos fatores de tendência, para os ensaios de blocos sobre quatro estacas, resultaram relativamente altos para todos os modelos. Após uma análise mais detalhada, em que as campanhas experimentais foram separadas, notou-se que os ensaios de Susuki, Otsuki e Tsubata (1998) não poderiam ser misturados aos outros.
- Os ensaios realizados por Susuki, Otsuki e Tsubata (1998), por terem tensões de compressão baixas, permitiram a ruptura das barras de aço. Como os modelos de bielas e tirantes limitam a tensão no aço ao limite de escoamento, as previsões estavam sempre muito abaixo dos valores experimentais, o que artificialmente aumentava a média e o coeficiente de variação do fator de tendência.
- Os ensaios de Munhoz (2014) indicaram que o espraio da força nas estacas talvez tenha que ser feito a partir do topo da estaca e não a partir da

base do bloco. A recomendação é que em blocos sobre duas estacas esse espraçamento seja realizado a partir do topo da estaca, uma vez que só existe armadura principal em uma direção.

- Analisando apenas os ensaios de Susuki, Otsuki e Tsubata (1998), o modelo proposto indica resultados bastante acurados, com coeficiente de variação menor do que 4%. De modo a melhorar a acurácia, substituiu-se a tensão de escoamento pelo limite de resistência, e a previsão de todos os modelos foram boas, mas o modelo proposto manteve o coeficiente de variação bastante reduzido.
- A campanha experimental realizada neste trabalho mostrou que as inconsistências do modelo clássico de Blévoit em relação à geometria do nó superior podem resultar em um dimensionamento antieconômico para taxas de armaduras elevadas.
- As medições das deformações específicas nas barras mostraram que os blocos de fundações sem armadura vertical (ou costurando a biela tridimensional) têm capacidade de deformação plástica limitada, uma vez que nem sempre os extensômetros indicaram o escoamento de todas as barras instrumentadas. No entanto, o bom desempenho dos modelos clássico e proposto mostram que as armaduras verticais podem ser eliminadas em blocos rígidos sobre três ou mais estacas com segurança.
- O modelo proposto tem excelente aderência em relação aos ensaios experimentais que romperam por flexão. Em relação aos ensaios que romperam por cisalhamento, os coeficientes de variação aumentam, mas isso é normal, pois esse tipo de ruptura depende da resistência à tração do concreto que é uma variável aleatória com coeficiente de variação naturalmente mais alto que a resistência à compressão do concreto ou a tensão de escoamento do aço.

As sugestões para trabalhos futuros são:

- Estudar o efeito das armaduras secundárias entre estacas na capacidade resistente, no controle de fissuração e na capacidade de redistribuição plástica do bloco.

- Analisar, experimentalmente, o efeito de possível armadura de pele em todo o perímetro e ao longo da altura do bloco. O objetivo é avaliar possível confinamento dado ao concreto e, portanto, melhoria na ductilidade do bloco.
- Realizar análise experimental de blocos com geometrias diferentes, buscando diferentes inclinações da biela tridimensional.
- Realizar modelagem numérica dos blocos ensaiados de modo a compreender melhor o mecanismo de ruptura.
- Modelagem numérica e experimental de blocos submetidos à flexocompressão composta normal e oblíqua.
- Realizar ensaios de blocos sobre três estacas.
- Reproduzir os ensaios com o concreto da estaca pré-moldada e com embutimento, de modo a avaliar a zona nodal sobre a estaca.

## REFERÊNCIAS

ADEBAR, P.; KUCHMA, D. COLLINS, M. P. Strut-and-tie models for design of pile caps: an experimental study. **ACI Journal**, v. 87, n. 1, p. 81-91, 1990.

ADEBAR, P.; ZHOU, Z. Bearing strength of compressive struts confined by plain concrete. **ACI Journal**, v. 90, n. 5, p. 534-541, 1993.

ADEBAR, P.; ZHOU, Z. Design of deep pile caps by strut-and-tie models. **ACI Journal**, v. 93, n. 4, p. 1-12, 1996.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-19** – Building code requirements for structural concrete and commentary, Farmington Hills, USA, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR5738**: Concreto – Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova. Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR5739**: Concreto – Ensaio de compressão de corpos de prova. Rio de Janeiro, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

BARROS, F. S. Análise numérica e experimental de blocos de concreto armado sobre duas estacas com cálice externo, parcialmente embutido e embutido utilizado na ligação pilar-fundação. 2013. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2013.

BLÉVOT, J.; FRÉMY, R. Semelles sur pieux. **Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics.**, Paris, v. 20, n. 230, p. 223-294, 1967.

BOSC, J. L. **Dimensionnement des constructions selon l'eurocode 2 à l'aide des modèles bielles et tirants**: Principes et applications. Paris: Presses de L'école Nationale des Ponts et Chaussées, 2008. 194 p.

CAIRNS, J. Bond and anchorage of embedded steel reinforcement in fib Model Code 2010. **Structural Concrete**, v. 16, n. 1, p. 45-55, 2015.

CARVALHO, M. L. **Análise de confiabilidade de modelos de capacidade resistente de blocos de fundação**. 2018. Dissertação (Mestrado em Estruturas) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

CAO, J. **The shear behavior of the reinforced concrete four-pile caps**. 2009. PhD Thesis - University of Southampton, United Kingdom, 2009.

CLARKE, J. L. Behavior and design of pile caps with four piles. **Cement and concrete association**, London, 19 p. (Technical Report, n. 42.489), 1973.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Recommandations particulières au calcul et à l'exécution des semelles de fondation. **Bulletin d'Information**, Paris, n. 73, 1970.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model code 1990**. CEB Bulletin 213/214, Thomas UK: Telford Ltd, 1993.

CHEN, W. F. **Plasticity in reinforced concrete**. New York: McGraw-Hill, 1982. 474p.

CHEN, W. F. Double punch test for tensile strength of concrete. **ACI Journal**, v. 67, n. 12, p. 993-995, 1970.

CHEN, W. F. Double punch test for tensile strength of concrete, July 1973. **Fritz Laboratory Reports**, paper 433, 1973.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings**. EN 1992-1-1, Brussels, 2004.

FUSCO, P. B. **Técnicas de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: Pini, 1995, 379 p.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **fib Model code for concrete structures 2010**. Lausanne, Switzerland, 2013a.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON – *fib*. Code-type models for concrete behaviour. **FIB Bulletin**, n. 70, 2013b.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON – *fib*. Bond and anchorage of embedded Steel reinforcement in Fib Model Code. **FIB Bulletin**, n. 72, 2014.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE. **FIP Recommendations**: Practical design of structural concrete. London: SETO, 1999.

HOBBS, N. B.; STEIN, O. An investigation into the stress distribution in pile caps with some notes on design. **Proceedings of the Institution of Civil engineers**, v. 57, p. 559-628, 1957.

KAUFMANN, W. Strength and deformations of structural concrete subjected to in-plane shear and normal forces. 1998. PhD Thesis - Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, 1998.

KUPFER, H.; HILSDORF, H. K.; RUSCH, H. Behavior of concrete under biaxial stresses. **ACI Journal**, v. 66, n. 8, p. 656-666, 1969.

LAUGHERY, L.; PUJOL, S. Compressive strength of unreinforced struts. **ACI Structural Journal**, v. 112, n. 5, p. 617-623, 2015.

MARTI, P. **Zur Plastischen Berechnung von Stahlbeton. 1980**. PhD Thesis - Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, 1980.

MARTI, P. Basic tools of reinforced concrete beam design. **ACI Journal**, v. 82, n. 1, p. 46-56, 1985a.



MARTI, P. Truss Models in Detailing. **Concrete International: Design and Construction**, v. 7, n. 12, p. 66-73, 1985b.

MARTI, P. Basic tools of reinforced concrete beam design. **ACI Journal**, v. 82, n. 1, p. 46-56, 1985a.

MARTI, P. Size effect in double-punch tests on concrete cylinders. **ACI Journal**, v. 86, n. 6, p.597-601, 1989.

MARTI, P. **Theory of structures**. Berlin: Ernst & Sohn, 2013, 679 p.

MAUTONI, M. **Blocos sobre dois apoios**. 1972. Tese (Doutorado) - Grêmio Politécnico, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1972.

MELÉNDEZ, C.; MIGUEL, P. F.; PALLARÉS, L. A simplified approach for the ultimate limit state analysis of three-dimensional reinforced concrete elements. **Engineering Structures**, v. 123, p. 330-340, 2016.

MIGUEL, G. M. **Análise experimental e numérica de blocos sobre três estacas**. 2000. Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP.

MOODY, K. G.; VIEST, I. M.; ELSTNER, R. C.; HOGNESTAD, E. Shear strength of reinforced concrete beams. Part I – tests of simple beams. **ACI Journal**, v. 51, n. 12, p. 317-332, 1954.

MORROW, J.; VIEST, I. M. Shear strength of reinforced concrete frame members without web reinforcement. **ACI Journal**, v. 53, n. 3, p. 833-869, 1957.

MÖRSCH, E. **Der Eisenbetonbau – Seine Theorie und Anwendung**. Stuttgart: Verlag von Konrad Wittwer, 1908.

MÜLLER, P. **Plastische Berechnung von Stahlbetonscheiben und -balken.** 1978. PhD Thesis - Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, 1978.

MUNHOZ, F. S. Análise experimental e numérica de blocos rígidos sobre duas estacas com pilares de seções quadradas e retangulares e diferentes taxas de armadura. 2014. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2014.

MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J.; THÜRLIMANN B. **Design of concrete structures with stress fields.** Basel: Birkhäuser, 1997. 143p.

NELISSEN, L. J. M. Biaxial testing of normal concrete. **Heron**, v. 18, n. 1, Delft University of Technology, 90 p., 1972.

NIELSEN, M. P.; HOANG, L. C. **Limit analysis and concrete plasticity.** 3rd ed. Boca Raton: Taylor & Francis, 2011, 796 p.

OTTOSEN, N. S. A failure criterion for concrete. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 103, p. 527-535, 1977.

PAILLÉ, J.-M. **Calcul des structures en béton.** 2ème ed. Paris: Afnor et Groupe Eyrolles, 2013, 717 p.

PARK, J., KUCHMA, D. e SOUZA, R. Strength predictions of pile caps by a strut-and-tie model approach. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 35, n. 12, p.1399-1413, 2008.

Ritter, W. Die Bauweise Hennebique. **Schweizerische Bauzeitung**, v. 17, p. 41-43, p. 49-52, p. 59-61, 1899.

SABNIS, G. M.; GOGATE, A. B. Investigation of thick slab (Pile cap) behavior. **ACI Journal**, v. 81, n. 5, p. 35-39, 1984.

SANTOS, D. M. **Projeto de estruturas de concreto com auxílio de modelos de bielas e tirantes**. Curso de extensão. Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural. São Paulo, 2013. Notas de aulas.

SANTOS, D. M.; STUCCHI, F. R. Dimensionamento de consolos de concreto com o auxílio de modelos de bielas e tirantes – Parte I: Fundamentos. **Revista Técnica**, São Paulo: Pini, v. 192, 2013a.

SANTOS, D. M.; STUCCHI, F. R. Dimensionamento de consolos de concreto com o auxílio de modelos de bielas e tirantes – Parte II: Prescrições normativas, detalhamento e aplicações. **Revista Técnica**, São Paulo: Pini, n. 193, 2013b.

SANTOS, D. M.; MARQUESI, M. L.; STUCCHI, F. R. Dimensionamento de blocos de fundações sobre 2 e 4 estacas. In: **ABNT NBR 6118:2014 comentários e exemplos de aplicação**. IBRACON, p. 455-478, São Paulo, 2015.

SANTOS, D. M.; CARVALHO, M. L.; STUCCHI, F. R. Design of deep pile caps by strut-and-tie models. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 12, n. 4, p. 832-857, 2019.

SANTOS, D. M. **Projeto estrutural por bielas e tirantes**. São Paulo: Oficina de Textos, 2021, 128p.

SCHÄFER, K. Nodes. In: **Structural Concrete** – Textbook on behavior, design and performance, 2. ed, v.2. FIB Buletltin, n. 52, p. 281-300, 2010.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K. Konstruieren im stahlbeton. **Beton Kalender**, Teil II. Berlin: Ernst & Sohn, p. 311-492, 2001.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. **The Structural Engineer**, v. 69, n. 6, p.113-125, 1991.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.; JENNEWEIN, M. Toward a consistent design of structural concrete. **PCI Journal**, v. 32, n. 3; p. 75-150, 1987.

SIGRIST, V.; ALVAREZ, M.; KAUFMANN, W. (1995). Shear and flexure in structural concrete beams. **Comité Euro-International du Béton**, CEB Bulletin d'information, n. 223, p. 7-49.

SPECK, K. Beton unter mehraxialer Beanspruchung - Ein Materialgesetz für Hochleistungsbetone unter Kurzzeitbelastung. 2008. PhD Thesis - University of Southampton, Technische Universität Dresden, Germany, 2008.

SUZUKI, K.; OTSUKI, K.; TSUBATA, T. Influence of bar arrangement on ultimate strength of four pile caps. **Transactions of the Japan Concrete Institute**, v. 20, p. 195-202, 1998.

SUZUKI, K.; OTSUKI, K.; TSUBATA, T. Experimental Study on Four-Pile Caps with Taper. **Transactions of the Japan Concrete Institute**, v. 21, p. 327-334, 1999.

SUZUKI, K.; OTSUKI, K.; TSUHIYA, T. Influence of Edge Distance on Failure Mechanism of Pile Caps. **Transactions of the Japan Concrete Institute**, v. 22, p. 361-366, 2000.

SUZUKI, K., and OTSUKI, K. Experimental Study on Corner Shear Failure of Pile Caps. **Transactions of the Japan Concrete Institute**, v. 23, 2002.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. **ACI Journal**, v. 83, n. 2, p. 219-231, 1986.

WALRAVEN, J. C. Fundamental analysis of aggregate interlock. **Journal of Structural Division**, ASCE, v. 107, n. 11, p. 2245-2270, 1981.

ZHOU, Z. **Shear design of pile caps and other members without transverse reinforcement**. 1994. PhD Thesis – The University of British Columbia, Vancouver, 1994.

**ANEXO A – PROJETOS DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS**

Figura A.1 – Forma do bloco N1B45

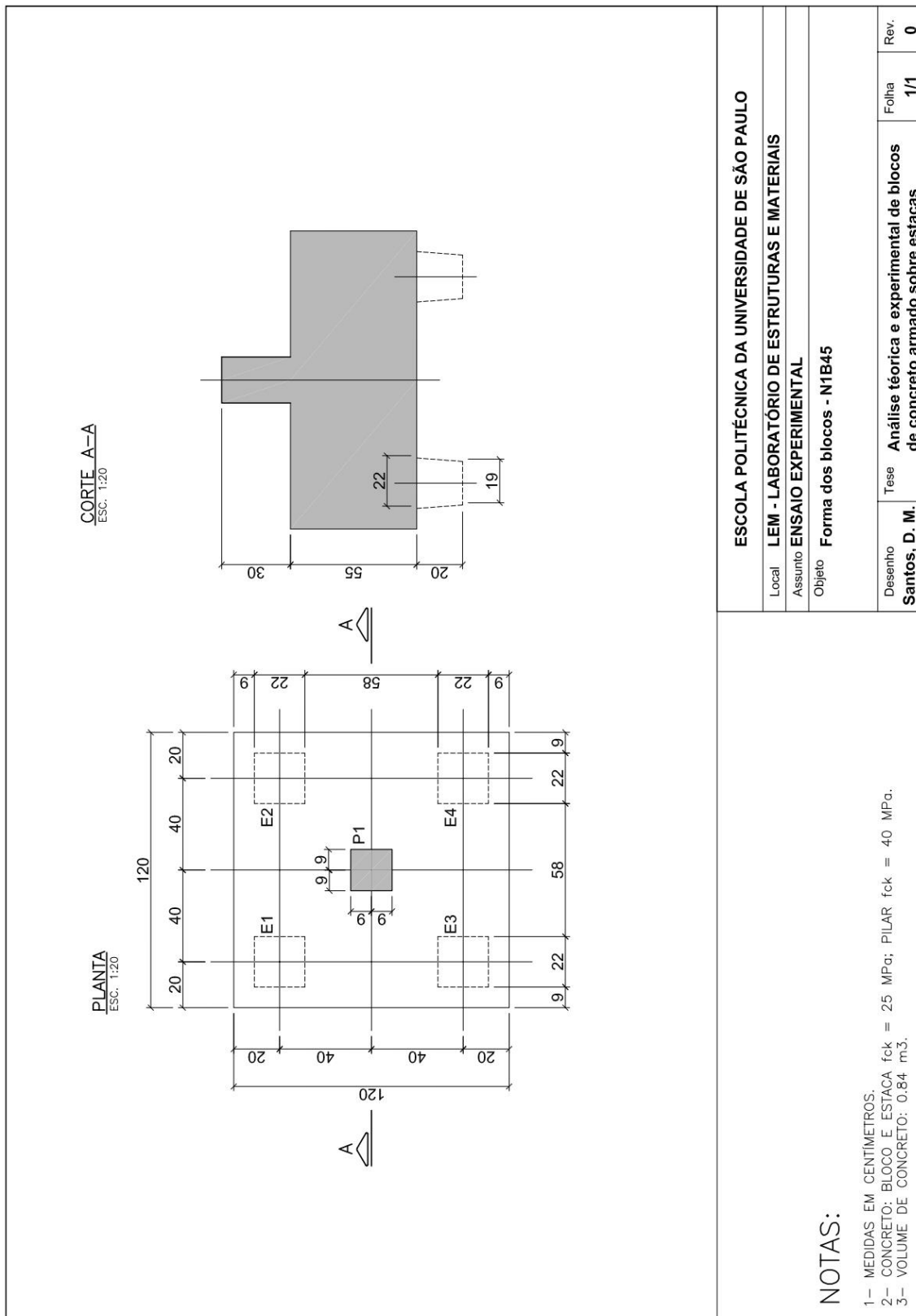


Figura A.2 – Forma do bloco N1B45bis

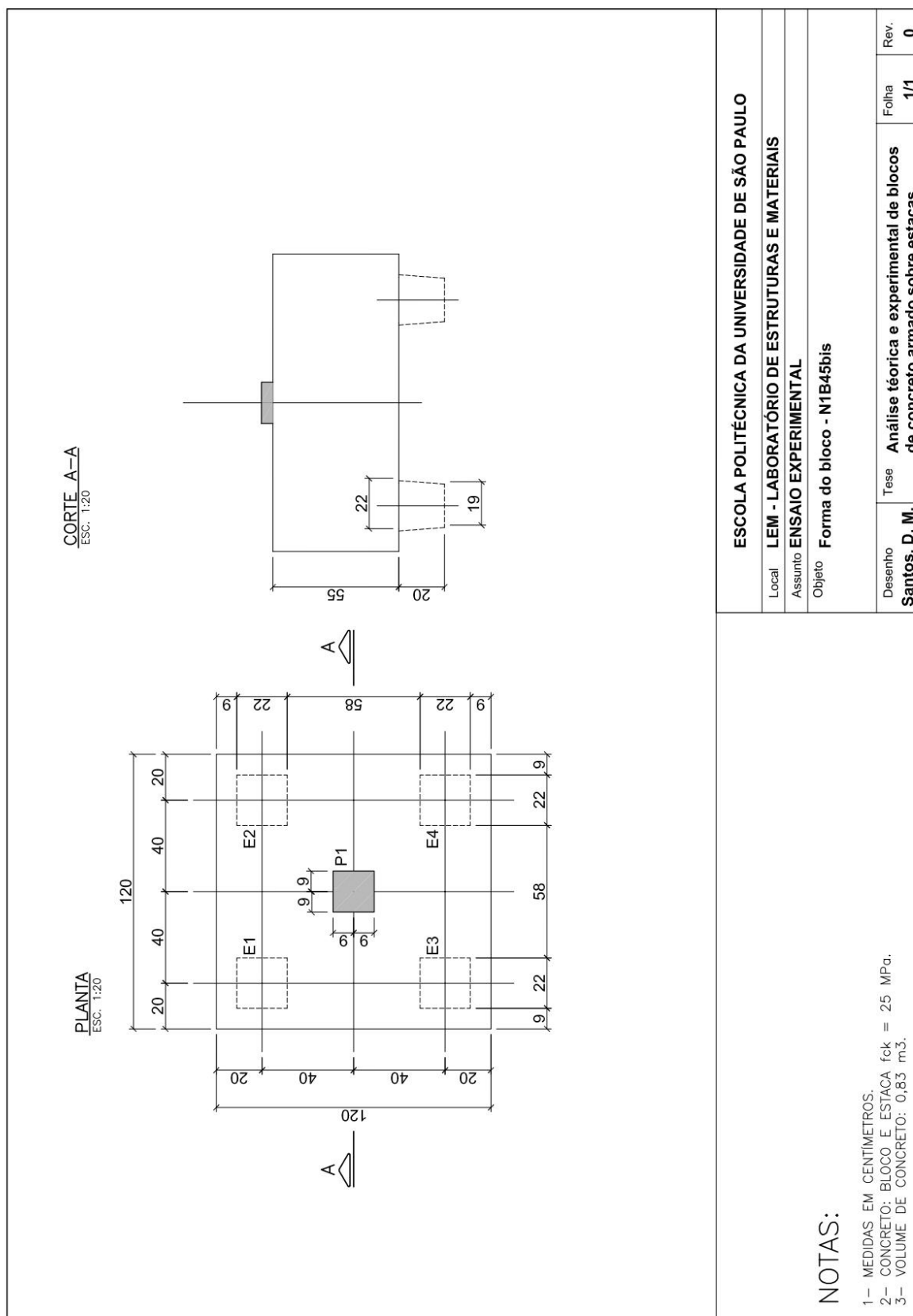


Figura A.3 – Forma do bloco N2B45

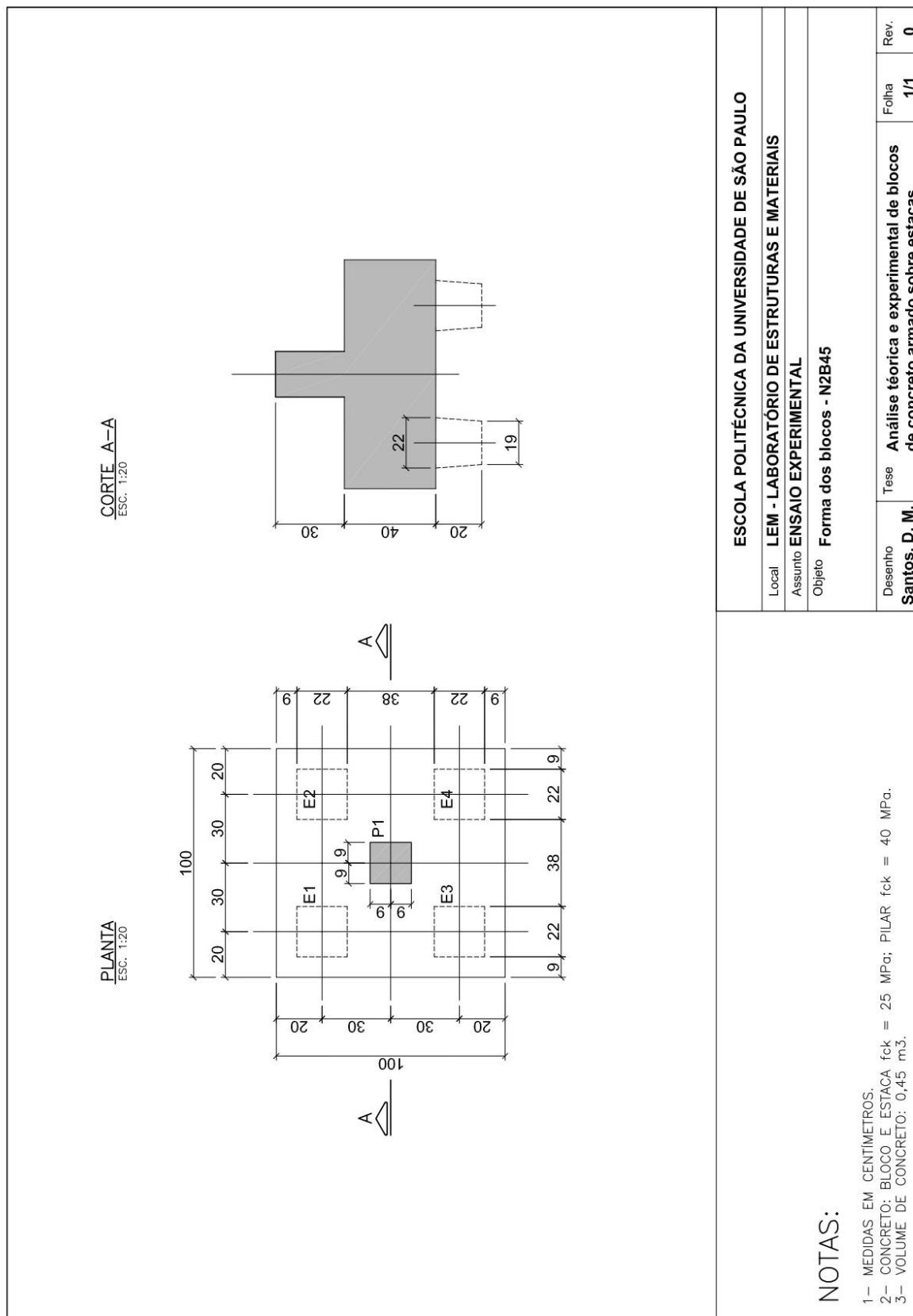


Figura A.4 – Forma do bloco N2B45bis

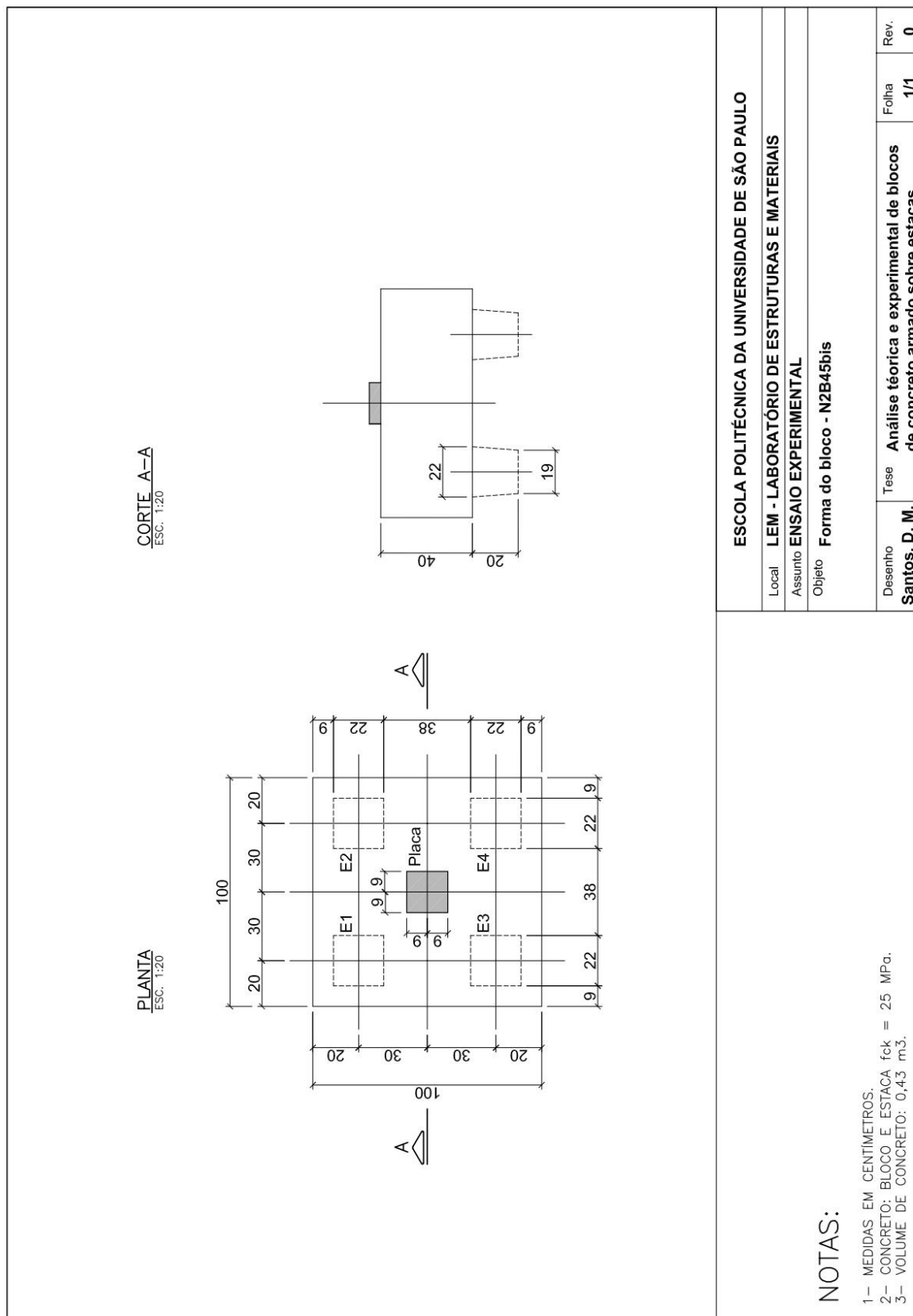
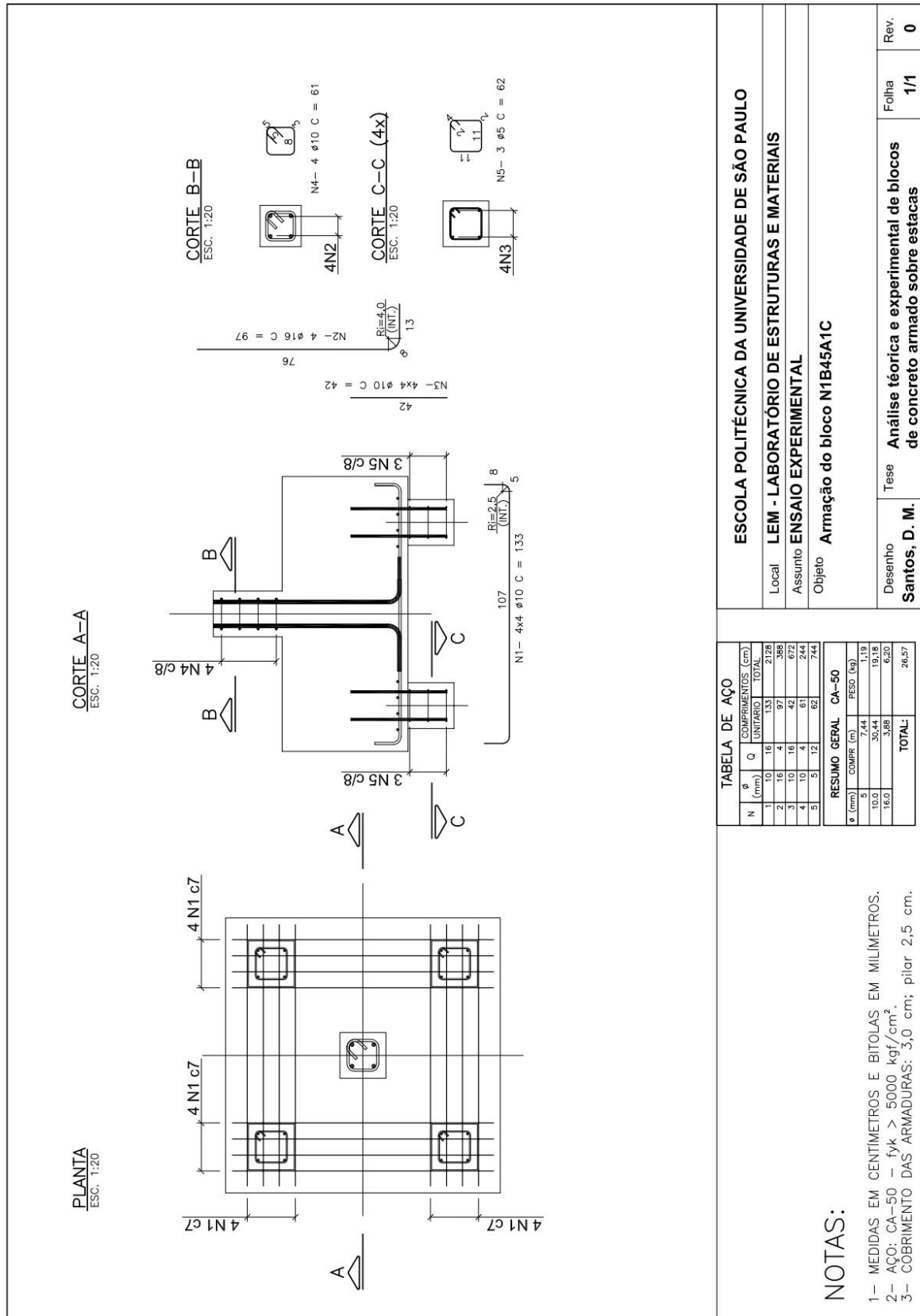




Figura A.5 – Armação do bloco N1B45A1C



**TABELA DE AÇO**

N	ø (mm)	Q	COMPRIMENTOS (cm)	TOTAL
1	10	16	133	2128
2	16	4	97	388
3	10	16	42	672
4	10	4	61	244
5	5	12	62	744

**RESUMO GERAL CA-50**

ø (mm)	COMPR. (m)	PESO (kg)
10,0	30,44	10,18
16,0	3,98	6,20
<b>TOTAL:</b>		<b>26,57</b>

**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**LEM - LABORATÓRIO DE ESTRUTURAS E MATERIAIS**  
**ENSAIO EXPERIMENTAL**  
**Armação do bloco N1B45A1C**

Local: **LEM - LABORATÓRIO DE ESTRUTURAS E MATERIAIS**  
 Assunto: **ENSAIO EXPERIMENTAL**  
 Objeto: **Armação do bloco N1B45A1C**

Desenho: **Santos, D. M.**      Tese: **Análise teórica e experimental de blocos de concreto armado sobre estacas**      Folha: **1/1**      Rev.: **0**

- NOTAS:**
- 1- MEDIDAS EM CENTÍMETROS E BITOLAS EM MILÍMETROS.
  - 2- AÇO: CA-50 -  $f_{yk} > 5000 \text{ kgf/cm}^2$ .
  - 3- COBRIMENTO DAS ARMADURAS: 3,0 cm; pilar 2,5 cm.

Figura A.6 – Armação do bloco N1B45A1D

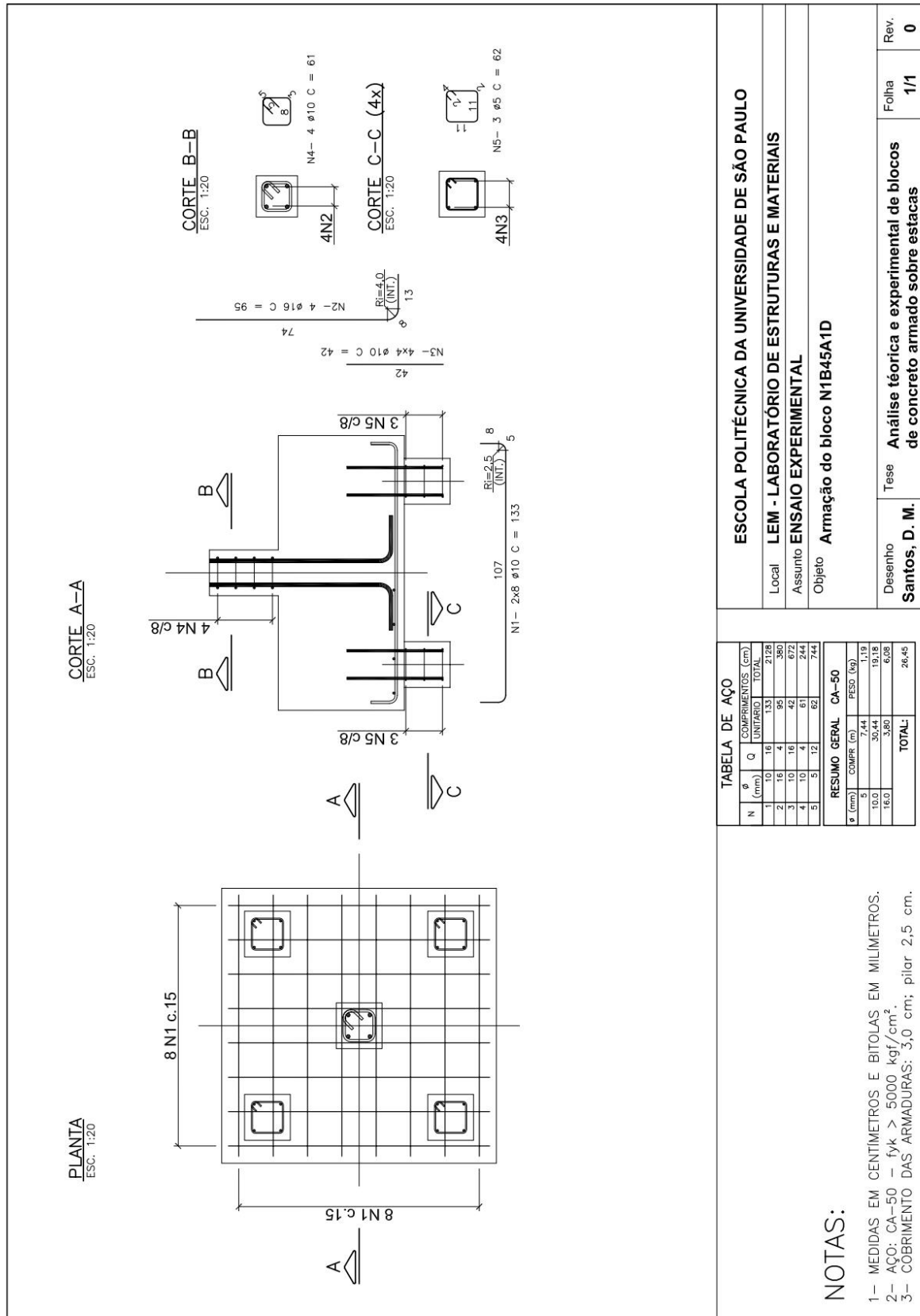


Figura A.7 – Armação do bloco N1B45A2C

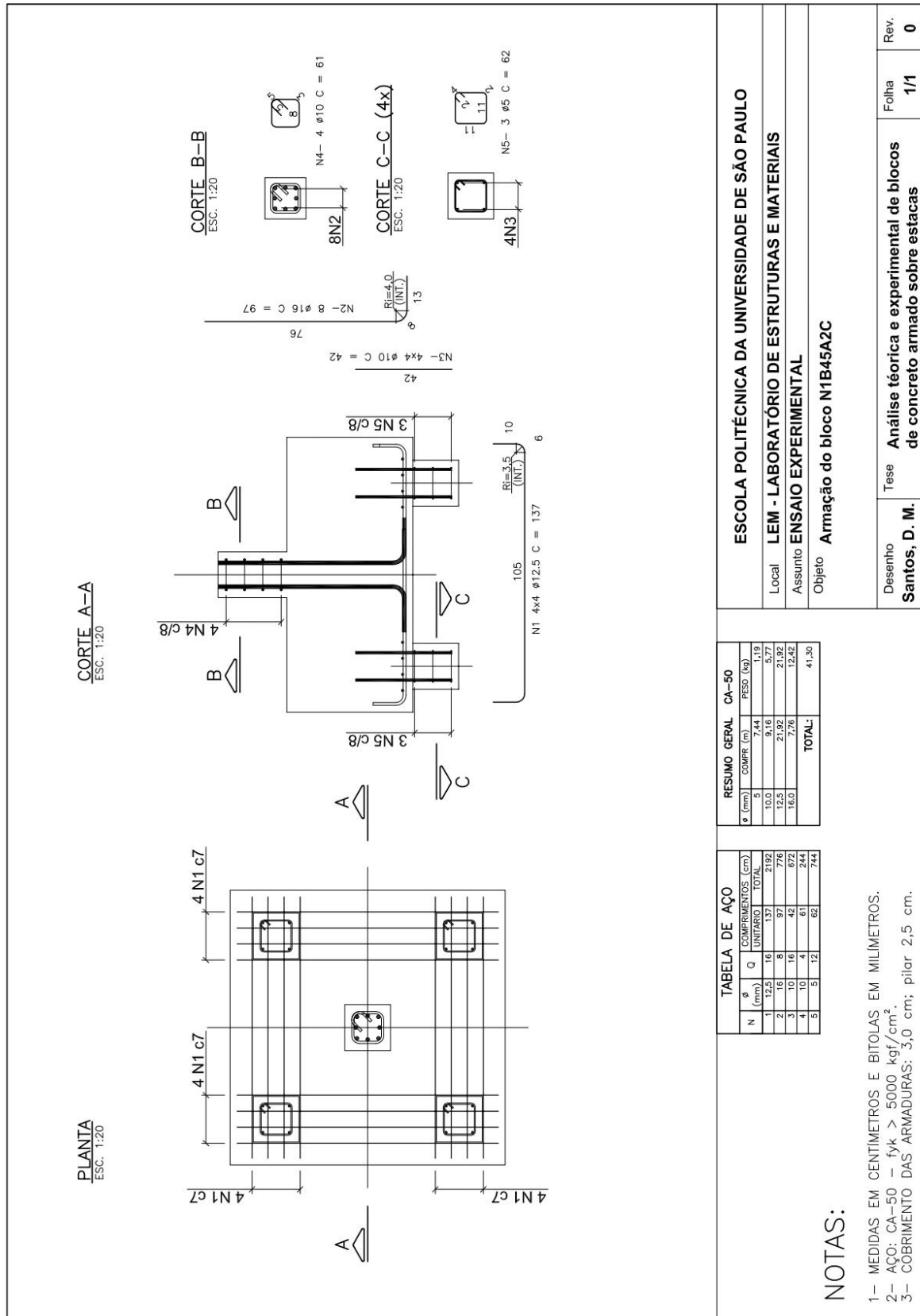


Figura A.8 – Armação do bloco N1B45A2Cbis

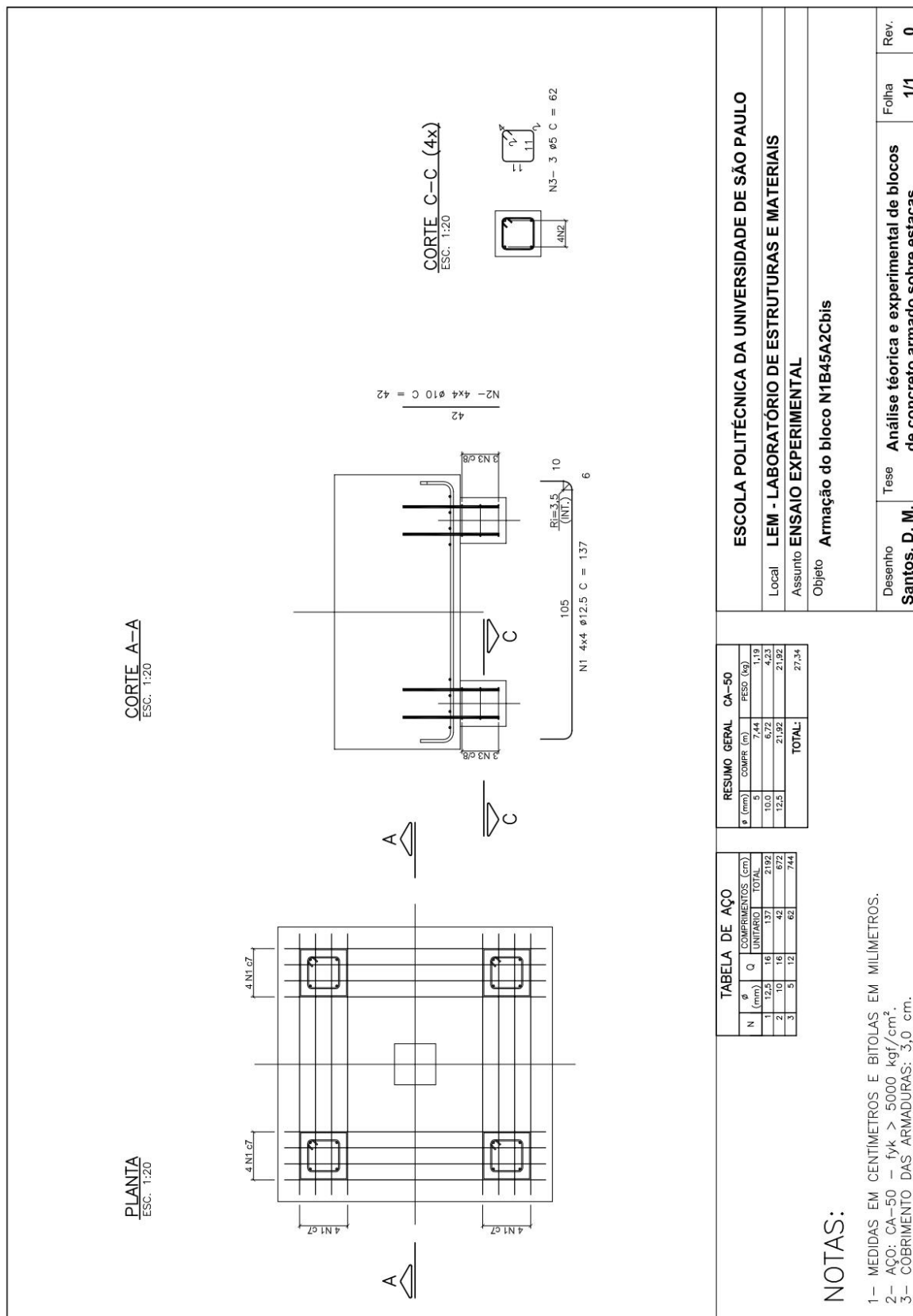


Figura A.9 – Armação do bloco N2B45A1C

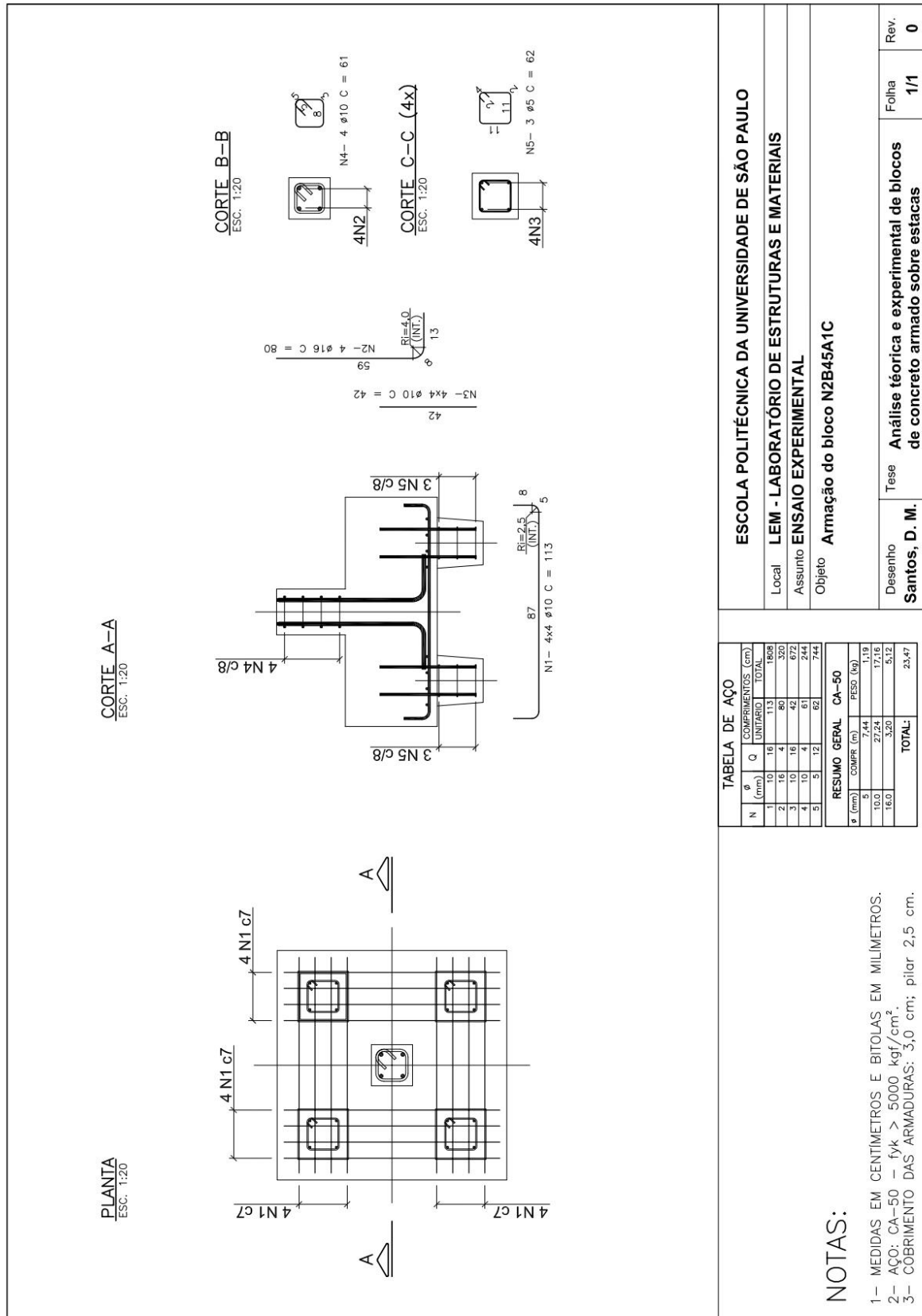


Figura A.10 – Armação do bloco N2B45A1D

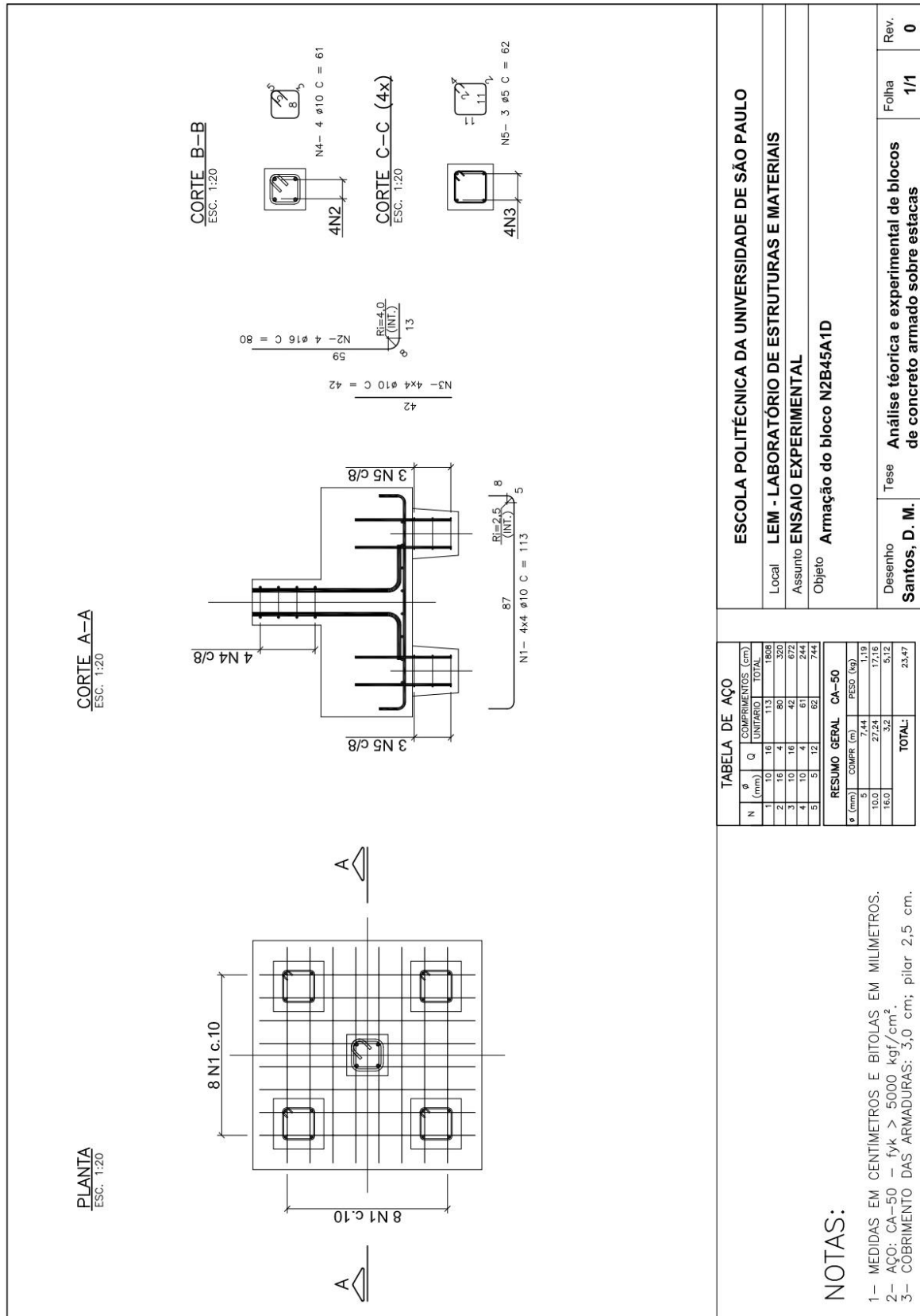


Figura A.11 – Armação do bloco N2B45A2C

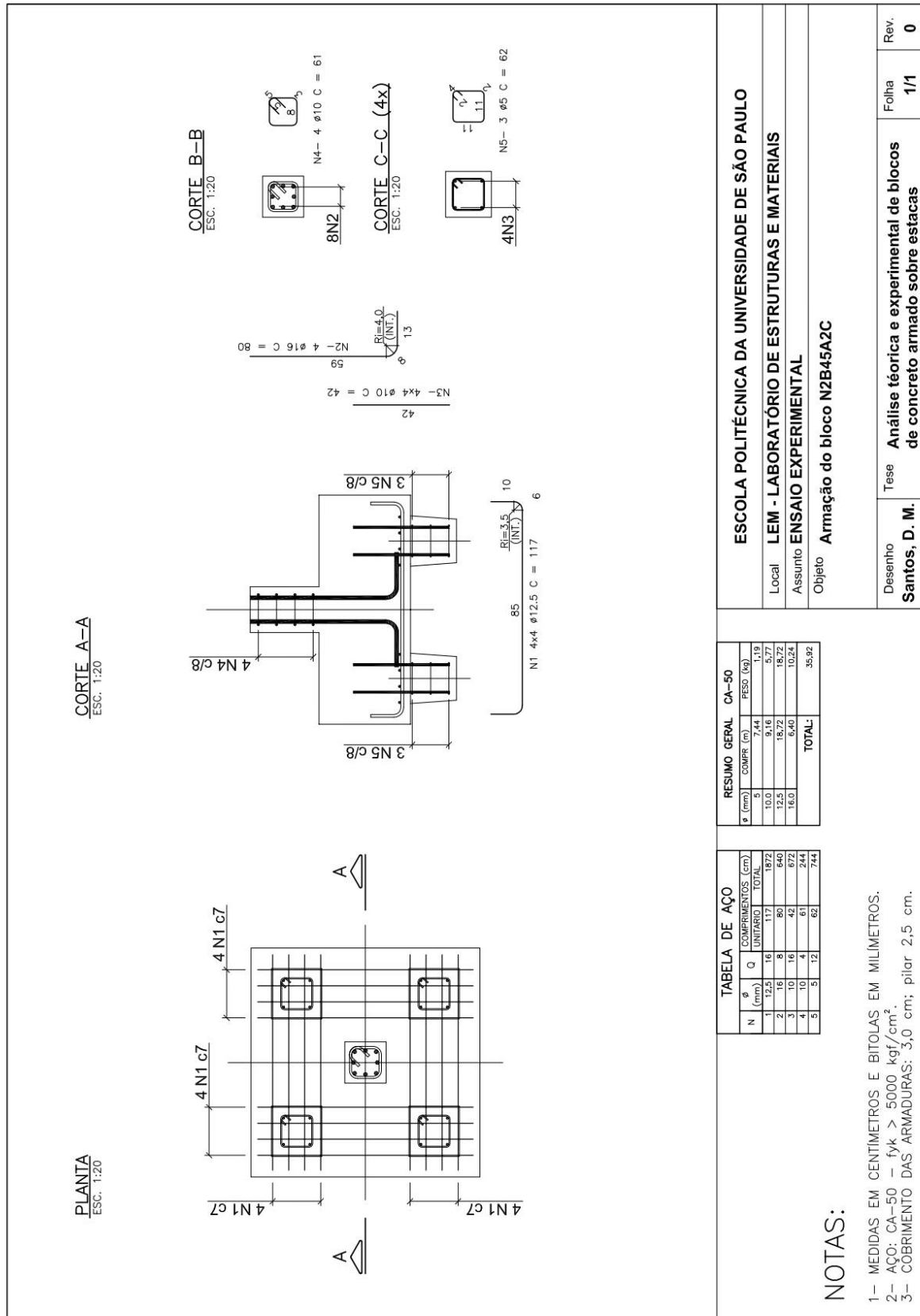
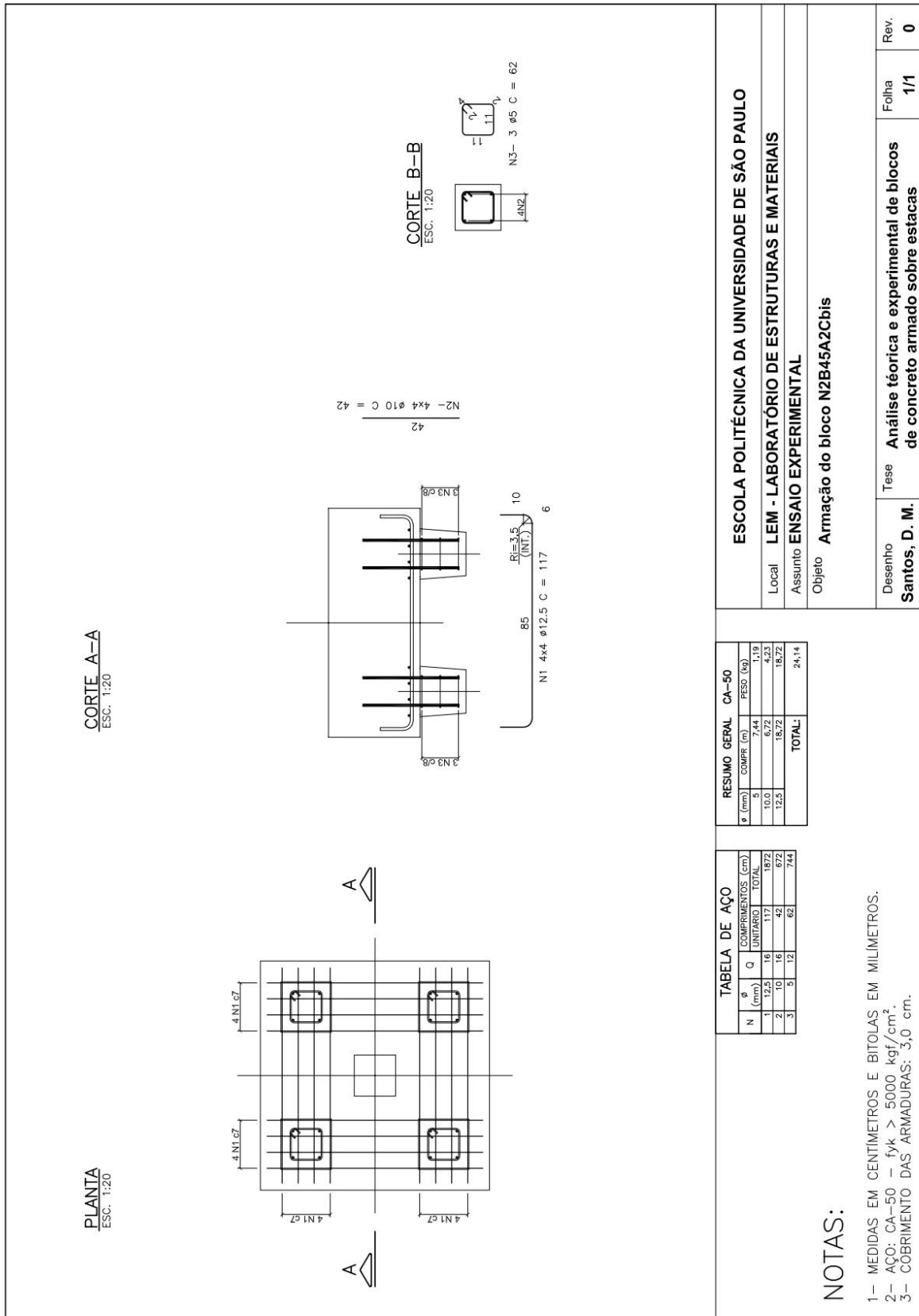


Figura A.12 – Armação do bloco N2B45A2Cbis



**TABELA DE AÇO**

N	ø (mm)	Q	COMPRIMENTOS (cm)	PESO (kg)
			UNITARIO	TOTAL
1	12,5	16	117	187,2
2	10	16	42	67,2
3	5	12	62	74,4
			<b>TOTAL:</b>	<b>328,8</b>

**RESUMO GERAL CA-50**

ø (mm)	COMPR. (m)	PESO (kg)	
5	7,44	1,19	
10,0	6,72	4,23	
12,5	18,72	18,72	
		<b>TOTAL:</b>	<b>24,14</b>

**NOTAS:**

- 1- MEDIDAS EM CENTIMETROS E BITOLAS EM MILIMETROS.
- 2- AÇO: CA-50 – fyk > 5000 kgf/cm<sup>2</sup>.
- 3- COBRIMENTO DAS ARMADURAS: 3,0 cm.

<b>ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO</b>			
<b>LEM - LABORATÓRIO DE ESTRUTURAS E MATERIAIS</b>			
<b>Assunto ENSAIO EXPERIMENTAL</b>			
<b>Objeto Armação do bloco N2B45A2Cbis</b>			
Desenho	Tese	Folha	Rev.
<b>Santos, D. M.</b>	<b>Análise teórica e experimental de blocos de concreto armado sobre estacas</b>	<b>1/1</b>	<b>0</b>



## ANEXO B – PREVISÃO TEÓRICA DOS MODELOS

### B.1 Modelo de Blévtot (Blévtot e Frémy, 1967)

O dimensionamento de blocos via modelo de Blévtot tem de respeitar as três hipóteses a seguir:

- i. Armadura escoando:

$$A_{sD} = \frac{(1 - \delta)N_{sd,e} \cot \theta}{f_{yd}} = \frac{(1 - \delta)N_{sd,e}}{d f_{yd}} \left( \frac{L}{2} + \frac{a_p}{4} \right) \cdot \sqrt{2}$$

$$A_{sL} = \frac{\delta N_{sd,e} \cot \theta \cos 45^\circ}{f_{yd}} = \frac{\delta N_{sd,e}}{d f_{yd}} \cdot \left( \frac{L}{2} + \frac{a_p}{4} \right)$$

em que,

$A_{sD}$  – armadura na direção diagonal;

$A_{sL}$  – armadura sobre as estacas;

$$2/3 \leq \delta \leq 4/5;$$

$$\tan \theta = \frac{d}{\left( \frac{L}{2} - \frac{a_p}{4} \right) \sqrt{2}}$$

- ii. Segurança em relação ao esmagamento da biela, critério de resistência do nó superior:

$$\sigma_{cd,bie}^{pilar} = \frac{N_{sd,p}}{A_p \sin^2 \theta} \leq 2,1 f_{cd}$$

- iii. Segurança em relação ao esmagamento da biela, critério de resistência do nó inferior:

$$\sigma_{cd,bie}^{estaca} = \frac{N_{sd,e}}{A_e \sin^2 \theta} \leq 2,1 f_{cd}$$

Essas três equações estão ligadas a dois modos de ruptura: ruptura (ou escoamento) das armaduras e esmagamento da biela de concreto. Esse último se verifica em duas regiões distintas, sobre a estaca e sob o pilar.

A comparação com os ensaios é feita sem coeficientes parciais (ou de ponderação). A força resistente prevista para o bloco é o menor valor entre:

$$N_y = 4(A_{sL}f_y \cdot \sqrt{2} + A_{sD}f_y) \cdot \operatorname{tg}\theta \text{ (referente ao escoamento da armadura)}$$

$$N_{cp} = A_p \operatorname{sen}^2\theta \cdot 2,1f_c \text{ (referente ao esmagamento da biela, região sob o pilar)}$$

$$N_{ce} = 4A_e \operatorname{sen}^2\theta \cdot 2,1f_c \text{ (referente ao esmagamento da biela, região sobre a estaca)}$$

## B.2 Modelo de Fusco (1995)

O dimensionamento de blocos via modelo de Fusco tem que respeitar as duas hipóteses a seguir:

- i. Armadura escoando (associada a tensão-limite no nó superior):

$$A_{sL} = \frac{N_{sd,e} \cdot \operatorname{cotg}\theta}{\sqrt{2} \cdot f_{yd}}$$

em que,

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{d - x}{\left(\frac{L}{2} - \frac{(a_p + 4x)}{4}\right)\sqrt{2}} = \frac{(d - x)\sqrt{2}}{L - (a_p + 4x)/2}$$

$$\frac{N_{sd,p}}{A_{p,amp}} = 0,2f_{cd}$$

$x$  é determinado iterativamente até que a tensão vertical seja igual a 20% da resistência de cálculo do concreto. No caso de dimensionamento, a equação resultante é de 2º grau, cuja solução válida é de fácil obtenção, podendo-se eliminar a iteratividade.

- ii. Segurança em relação ao esmagamento da biela, critério de resistência do nó inferior:

$$\frac{N_{sd,e}}{A_{e,amp}} \leq 0,2f_{cd}$$

No modelo de Fusco, o ângulo da biela depende da profundidade  $x$ . Portanto, a comparação com os ensaios é feita assumindo o escoamento das armaduras em associação com o esgotamento da resistência do nó superior, sendo o valor de  $x$  determinado de forma iterativa adotando a igualdade:

$$N_y = N_{cp} \Rightarrow 4 \cdot (A_{sL}f_y \cdot \sqrt{2} + A_{sD}f_y) \cdot tg\theta = A_{p,amp} \cdot 0,2 \cdot f_c$$

Logo, a força-limite no pilar de ruptura por flexão é:

$$N_y = 4 \cdot (A_{sL}f_y \cdot \sqrt{2} + A_{sD}f_y) \cdot tg\theta \text{ (referente ao escoamento da armadura)}$$

Se a armadura não escoar, a ruptura ocorre pelo limite de resistência do nó sobre a estaca (associado ao esgotamento da resistência do nó superior), em que o valor de  $x$  é dado por:

$$N_{ce} = N_{cp} \Rightarrow 4A_{e,amp} \cdot 0,2f_c = A_{p,amp} \cdot 0,2f_c$$

que resulta em,

$$A_{p,amp} = 4A_{e,amp}$$

Assumindo pilar e estacas quadrados, tem-se:

$$(a_p + 4x)^2 = (1,4a_e)^2$$

logo,

$$x = \frac{1,4a_e - a_p}{4}$$

No modelo de Fusco, o limite de resistência do nó inferior não depende do ângulo da biela, uma vez que é assumido  $tg\theta = 0,5$  para as verificações de segurança do nó, com isso, a previsão pela ruptura da biela é simplesmente:

$$N_{ce} = A_{e,amp} \cdot 0,2f_c \text{ (referente ao esmagamento da biela)}$$

### B.3 Modelo de Adebar e Zhou (1996)

O modelo proposto por Adebar e Zhou (1993 e 1996), assim como o modelo de Blévyot, define a inclinação da biela de modo puramente geométrico. Para o modo de ruptura por flexão, o limite de força é o mesmo do modelo de Blévyot, ou seja:

$$N_y = 4 \cdot (A_{sL}f_y \cdot \sqrt{2} + A_{sD}f_y) \cdot tg\theta \text{ (referente ao escoamento da armadura);}$$

No caso de ruptura por cisalhamento (ou da biela em garrafa tridimensional), têm-se os seguintes limites:

$$N_{ce} = 4A_e f_b \text{ (referente ao esmagamento da biela, região sobre a estaca)}$$

$$N_{cp} = A_p f_b \text{ (referente ao esmagamento da biela, região sob o pilar)}$$

em que,

$$f_b = f_c + 6\alpha\beta\sqrt{f_c}$$

$$\alpha = \frac{1}{3} \cdot \left( \sqrt{A_2/A_1} - 1 \right) \leq 1,0$$

$$\beta = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{h_s}{b_s} - 1 \right) \leq 1,0$$

$$\frac{h_s}{b_s} \approx \left( \frac{2d}{a_p} + \frac{d}{a_e} \right) / 2$$

$$\sqrt{A_2/A_1} = \left( \frac{B}{a_p} + \frac{2L_0}{a_e} \right) / 2$$

$B$  é o lado do bloco quadrado, ou o menor lado;

$L_0$  é a distância do eixo da estaca até a face do bloco.

#### B.4 Modelo Proposto

O dimensionamento de blocos via modelo proposto tem que respeitar as três hipóteses a seguir:

- i. Armadura escoando (associada a tensão-limite no nó superior):

$$A_{sL} = \frac{N_{sd,e} \cot \theta}{\sqrt{2} \cdot f_{yd}}$$

em que,

$$tg \theta = \frac{d - y/2}{\left(\frac{L}{2} - \frac{a_p}{4}\right) \sqrt{2}}$$

$$\frac{N_{sd,p}}{A_{p,amp} \sin^2 \theta} = 1,27 f_{cd}$$

$y$  é determinado iterativamente até que  $\sigma_{cd,p}^{bie} = 1,27 f_{cd}$ .

- ii. Segurança em relação ao esmagamento da biela, critério de resistência do nó inferior:

$$\frac{N_{sd,e}}{A_{e,amp} \sin^2 \theta} \leq 0,72 \alpha_{v2} f_{cd}$$

em que,

$$\alpha_{v2} = 1 - f_{ck}/250, f_{ck} \text{ em MPa.}$$

- iii. Limitação da profundidade  $y$ :

$$y \leq 0,4d$$

Com isso, tem-se três estados-limite possíveis que são:

A força-limite do ensaio é determinada pelo menor valor entre as equações a seguir:

$$N_y = 4 \cdot (A_{sL} \cdot f_y \cdot \sqrt{2} + A_{sD} \cdot f_y) \cdot tg \theta \text{ (referente ao escoamento da armadura);}$$

em que:

$$N_y = N_{cp} \Rightarrow 4 \cdot (A_{sL} \cdot f_y \cdot \sqrt{2} + A_{sD} \cdot f_y) \cdot \operatorname{tg}\theta = A_{p,amp} \cdot \operatorname{sen}^2\theta \cdot 1,27f_c$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{d - y/2}{\left(\frac{L}{2} - \frac{a_p}{4}\right)\sqrt{2}}$$

$$N_{ce} = 4A_{e,amp}\operatorname{sen}^2\theta \cdot 0,72\alpha_{v2}f_c \text{ (referente ao esmagamento da biela);}$$

em que:

$$N_{ce} = N_{cp} \Rightarrow 4A_{e,amp}\operatorname{sen}^2\theta \cdot 0,72\alpha_{v2}f_c = A_{p,amp}\operatorname{sen}^2\theta \cdot 1,27f_c$$

$$4A_{e,amp} \cdot 0,72\alpha_{v2} = 1,27A_{p,amp}$$

$$A_{p,amp} \cong 2,26\alpha_{v2}A_{e,amp}$$

Assumindo pilar quadrado:

$$y_e = \frac{\sqrt{2,26\alpha_{v2}A_{e,amp} - a_p}}{2}$$

$$\operatorname{tg}\theta_e = \frac{d - y_e/2}{\left(\frac{L}{2} - \frac{a_p}{4}\right)\sqrt{2}}$$

$$N_{cp} = 1,27A_{p,amp}\operatorname{sen}^2\theta f_c \text{ (referente à limitação da altura do nó superior);}$$

em que,

$$y_p = 0,4d$$

$$\operatorname{tg}\theta_p = \frac{0,8d}{\left(\frac{L}{2} - \frac{a_p}{4}\right)\sqrt{2}}$$

Em todas as comparações, o valor de  $f_c$  foi dividido por 0,85, exceto o modelo de Adebar e Zhou (1996), em que  $f_b$  foi dividido por 0,85 e não o valor de  $f_c$ .

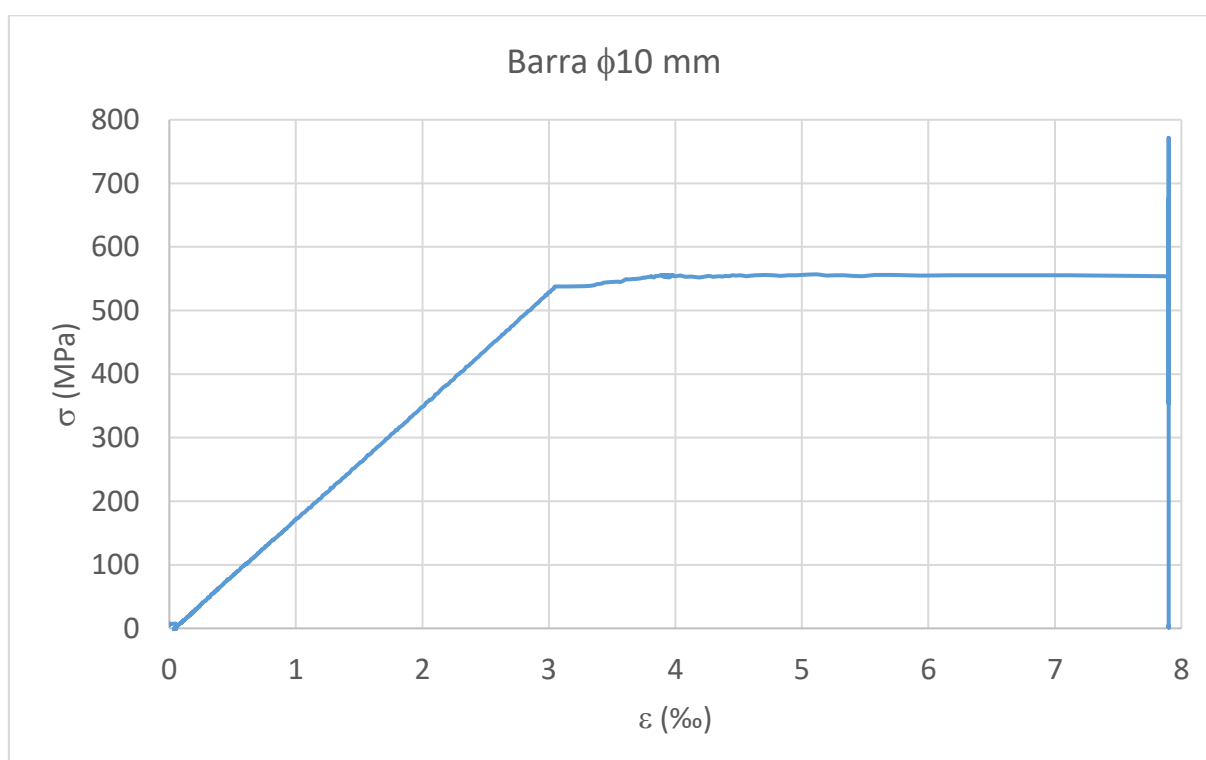
## ANEXO C – CURVA TENSÃO - DEFORMAÇÃO DAS BARRAS DE AÇO

As curvas tensão-deformação dos aços ensaiados para caracterização de suas propriedades são mostradas a seguir.

- Barras do primeiro lote:

Foram ensaiadas duas barras de 10 mm, mas em uma delas o extensômetro falhou.

Figura C.1 – Curva tensão-deformação



Foram ensaiadas duas barras de 12,5 mm.

Figura C.2 – Curva tensão-deformação

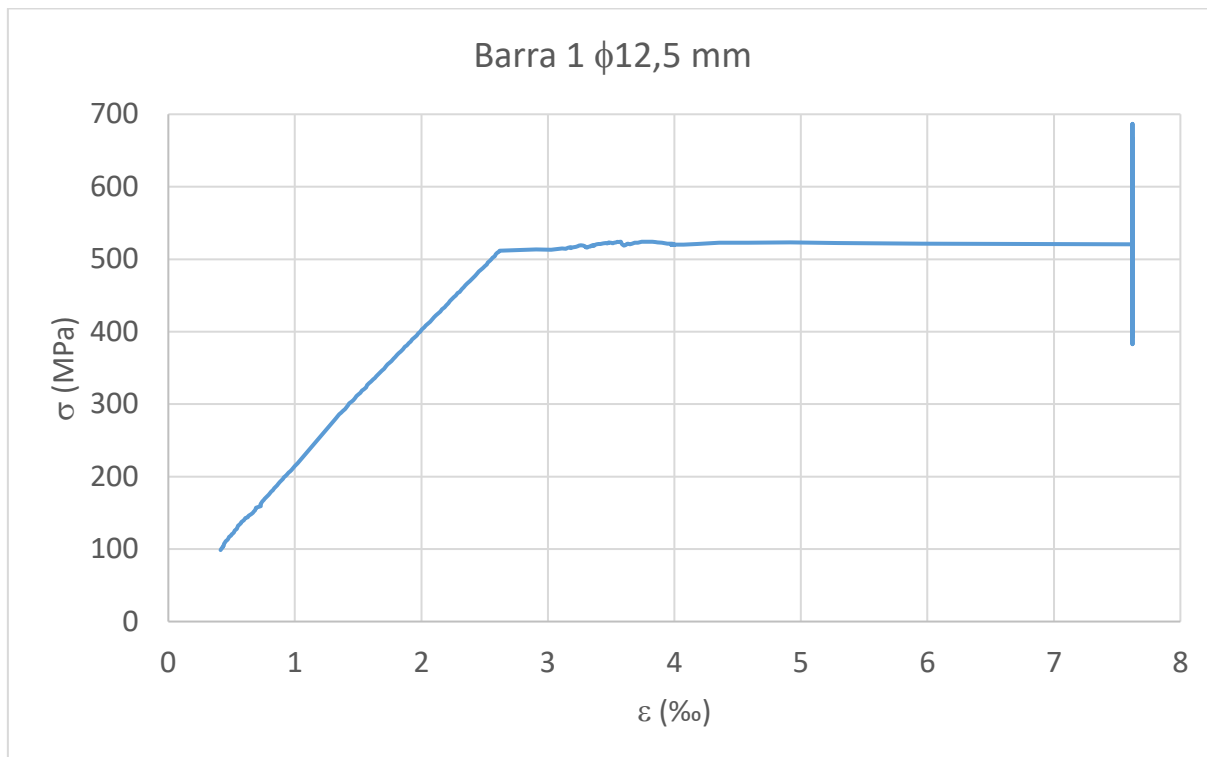
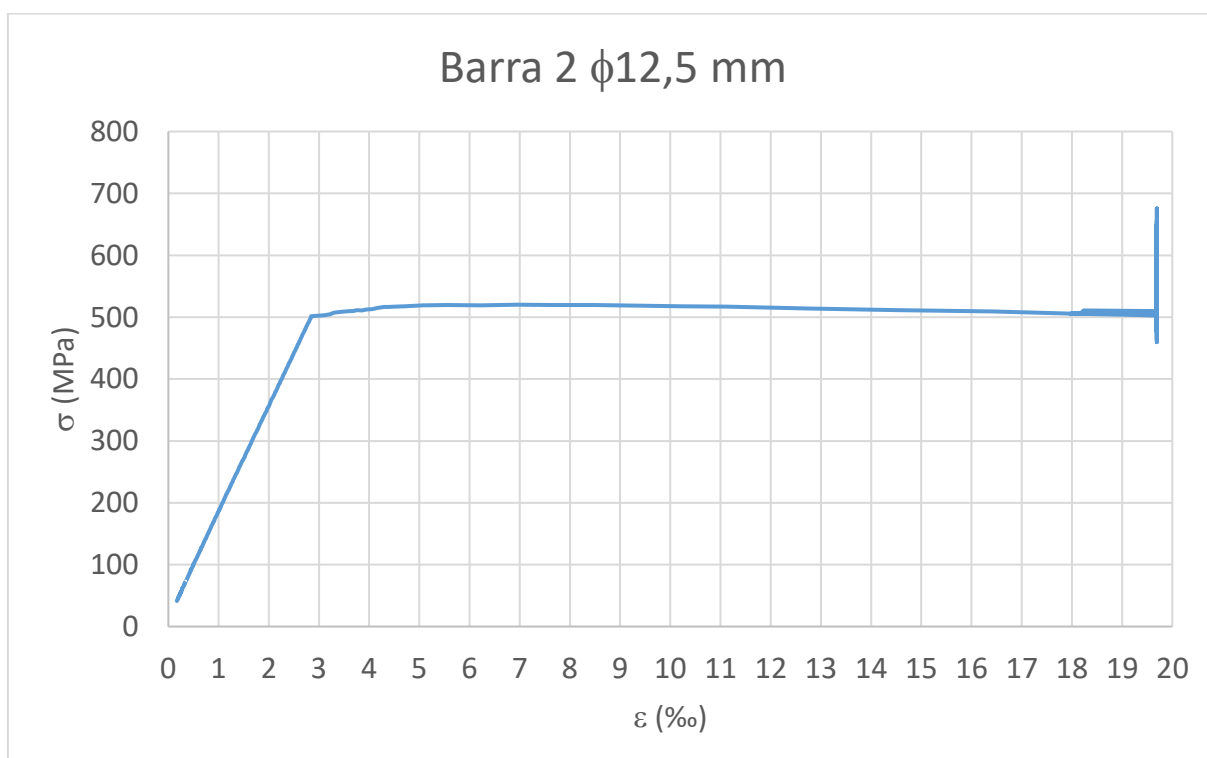


Figura C.3 – Curva tensão-deformação

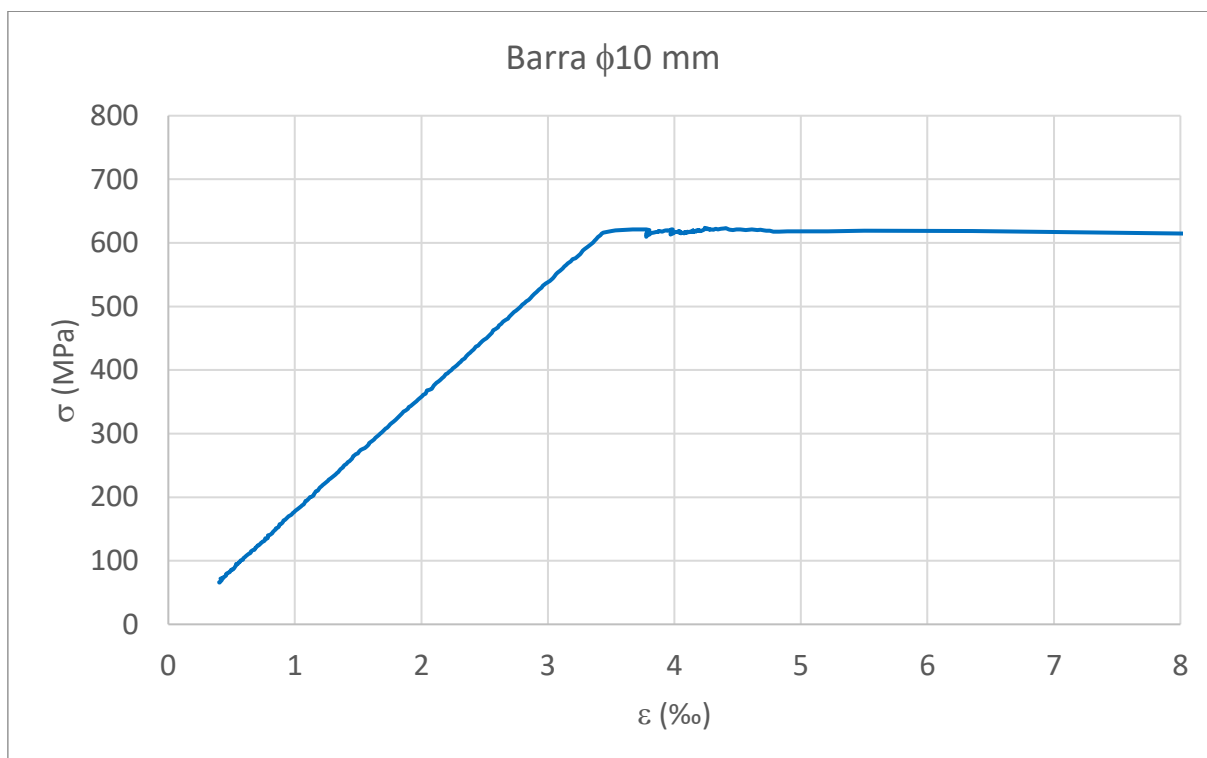




- Barras do terceiro lote:

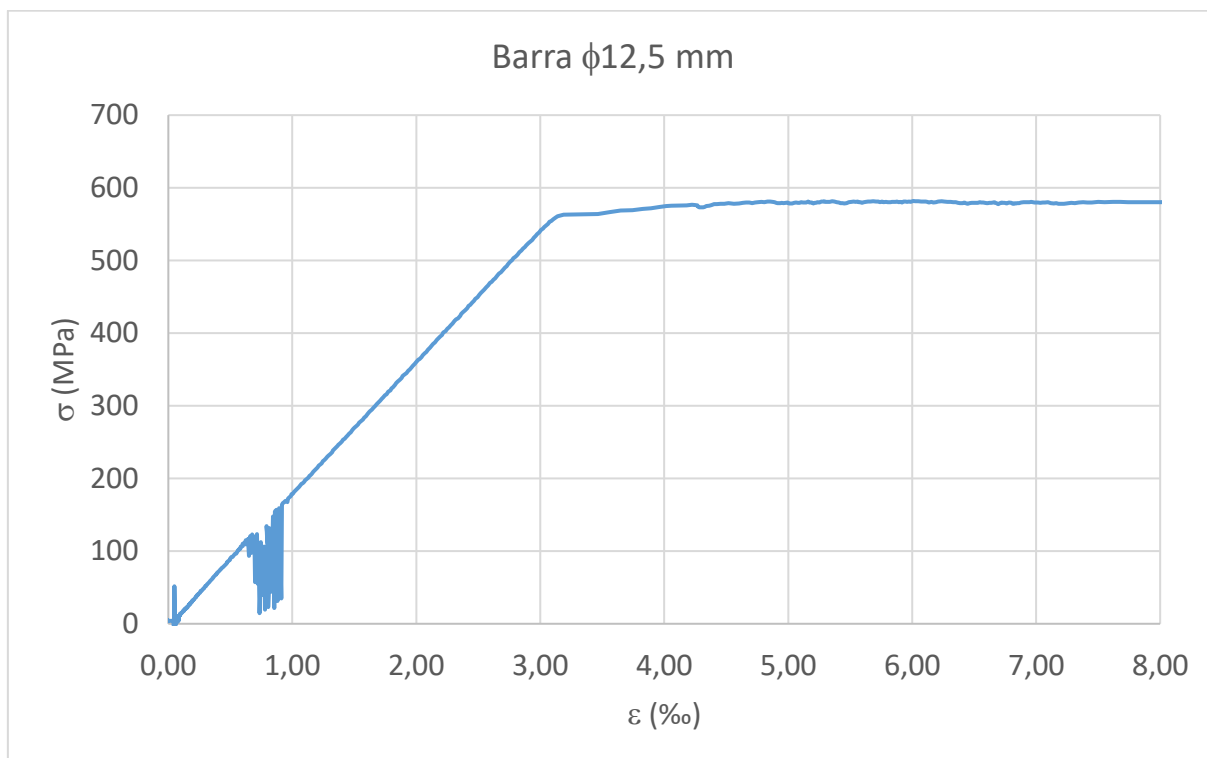
Foram ensaiadas duas barras de 10 mm, mas em uma delas o extensômetro falhou.

Figura C.4 – Curva tensão-deformação



Foram ensaiadas duas barras de 12,5 mm, mas em uma delas o extensômetro falhou.

Figura C.5 – Curva tensão-deformação



## ANEXO D – MEDIÇÕES OBTIDAS PELO SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS

Os resultados das medições são mostrados por ensaio em ordem cronológica de execução, assim como no corpo da tese.

- **Ensaio do bloco N1B45A2C**

Figura D.1 – Curva deformação - tempo

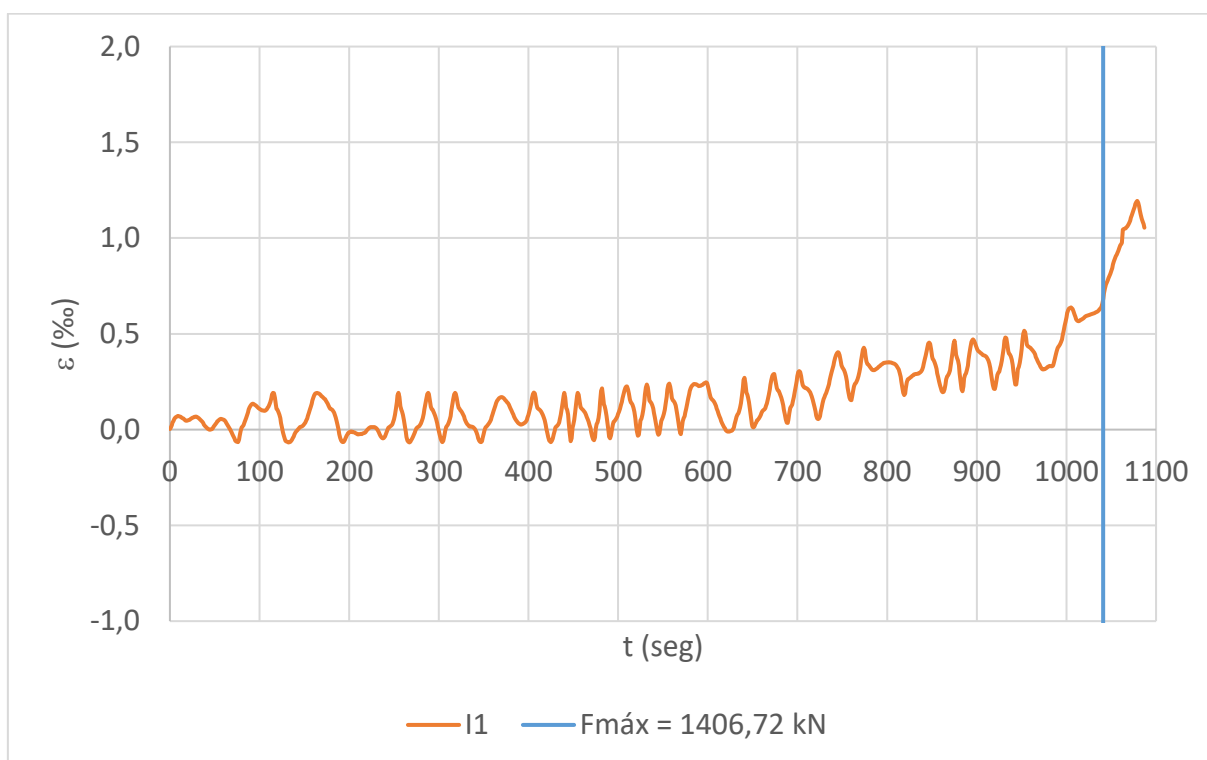


Figura D.2 – Curva deformação - tempo

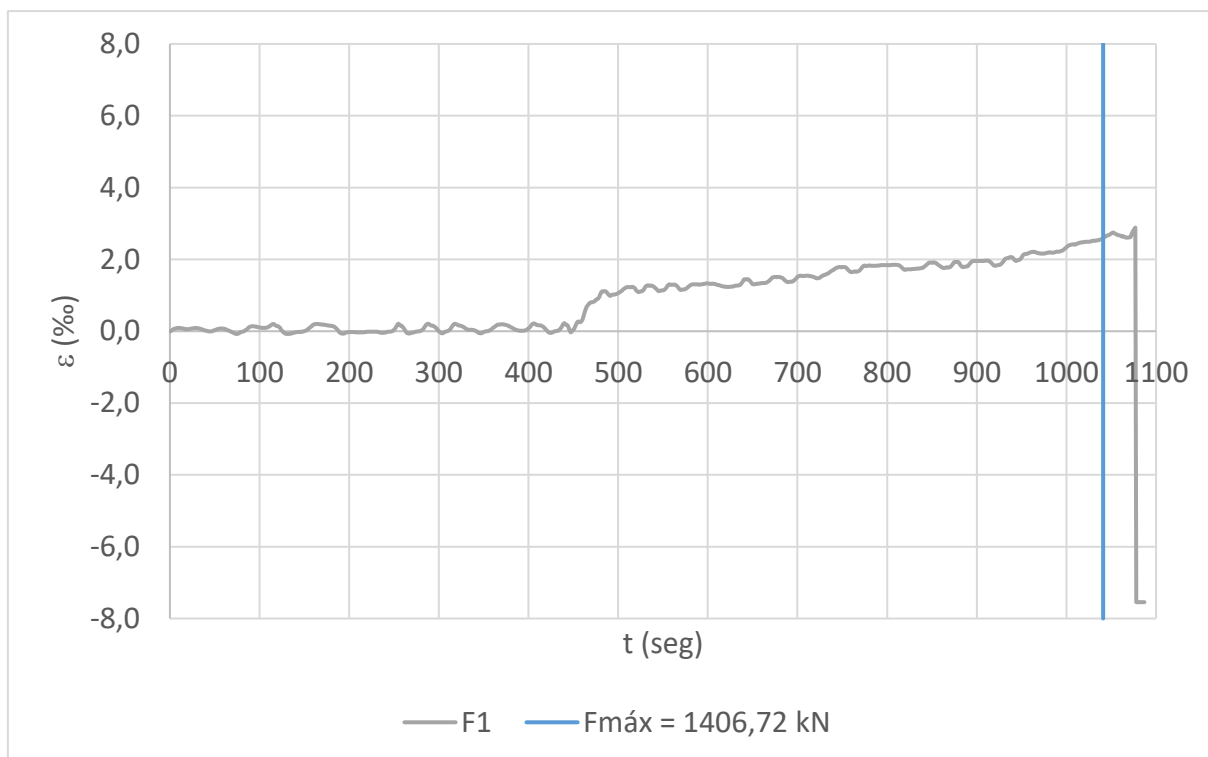


Figura D.3 – Curva deformação - tempo

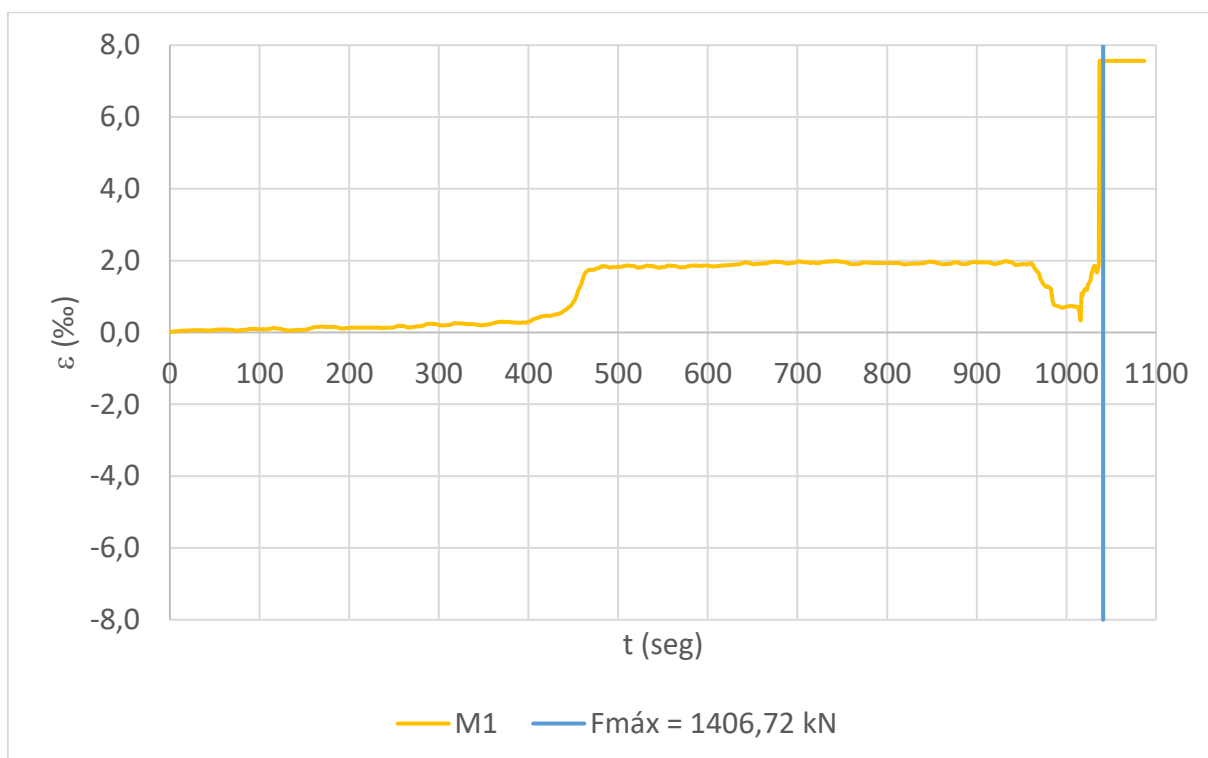


Figura D.4 – Curva deformação - tempo

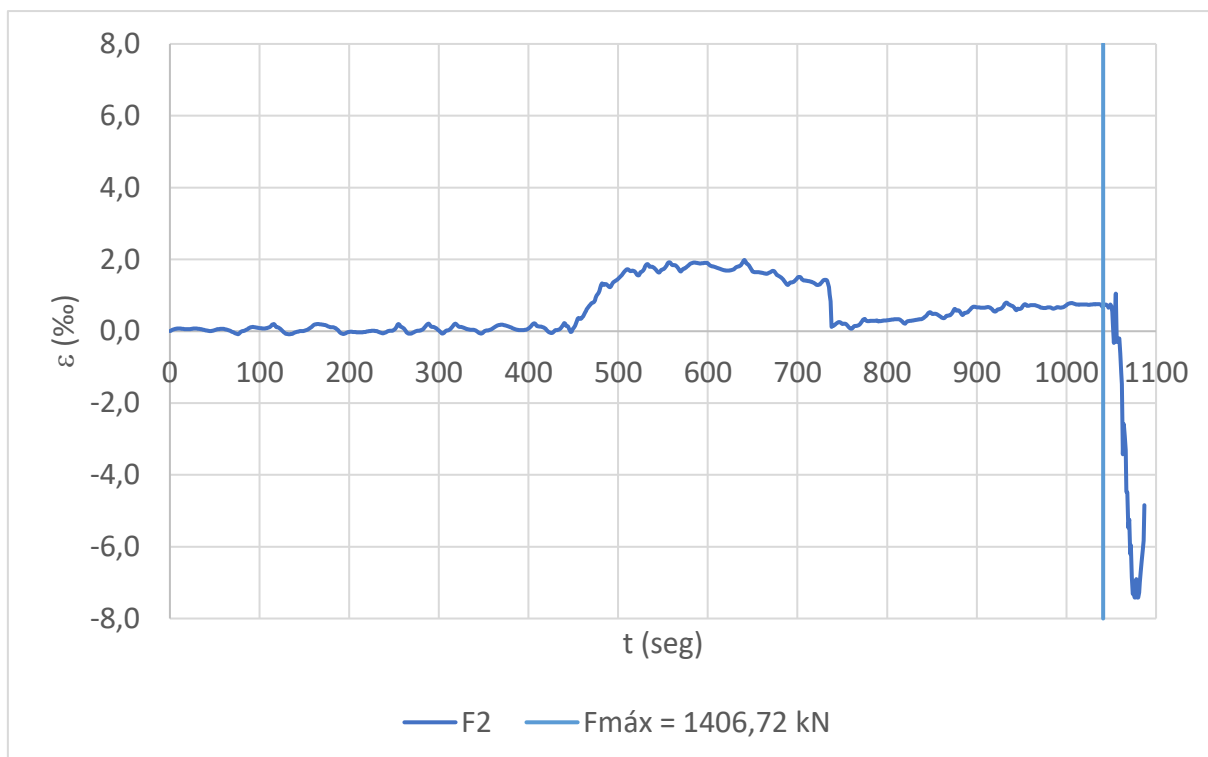


Figura D.5 – Curva deformação - tempo

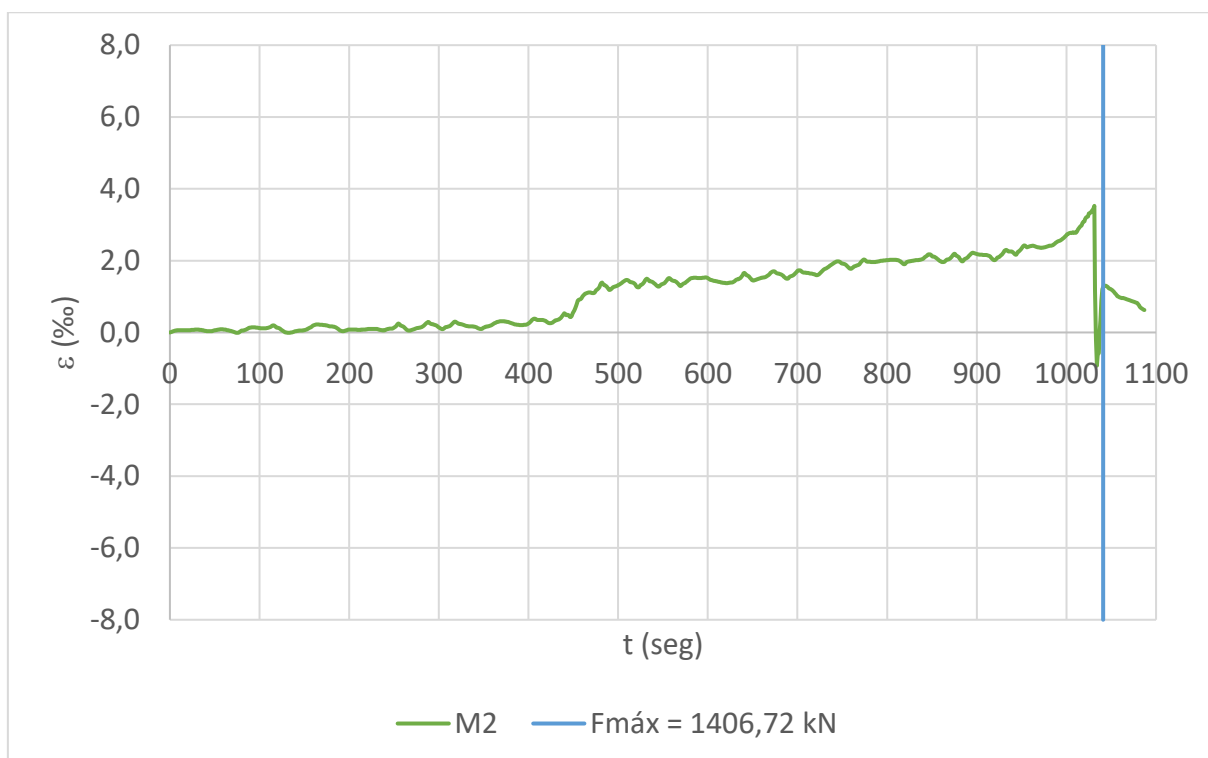
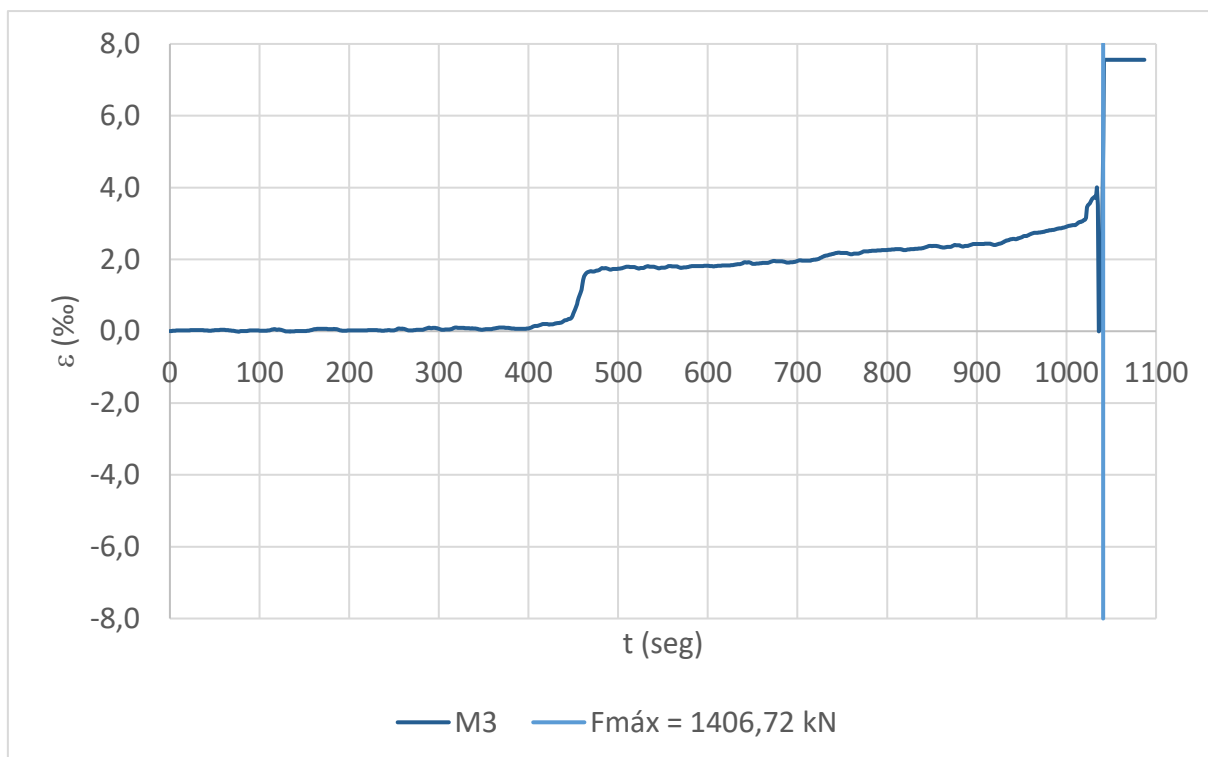


Figura D.6 – Curva deformação - tempo



- **Ensaio do bloco N1B45A1D**

Figura D.7 – Curva deformação - tempo

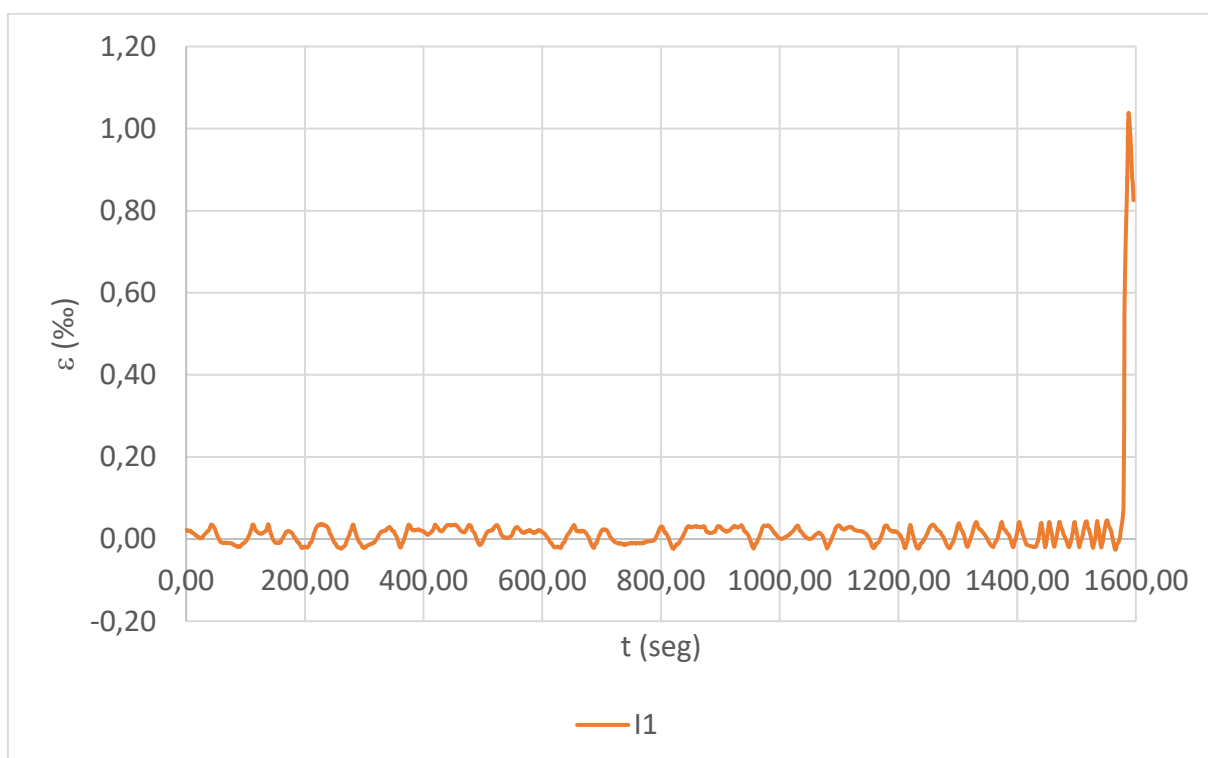


Figura D.8 – Curva deformação – tempo



Figura D.9 – Curva deformação - tempo

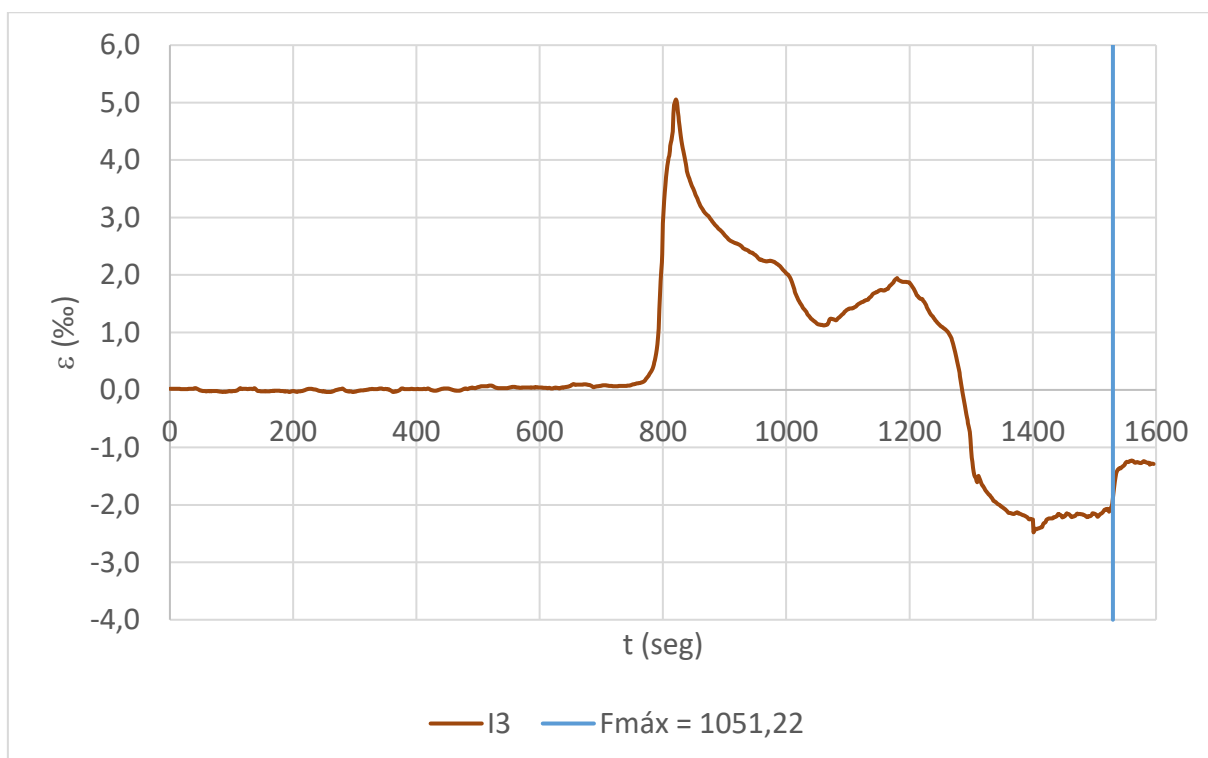


Figura D.10 – Curva deformação - tempo

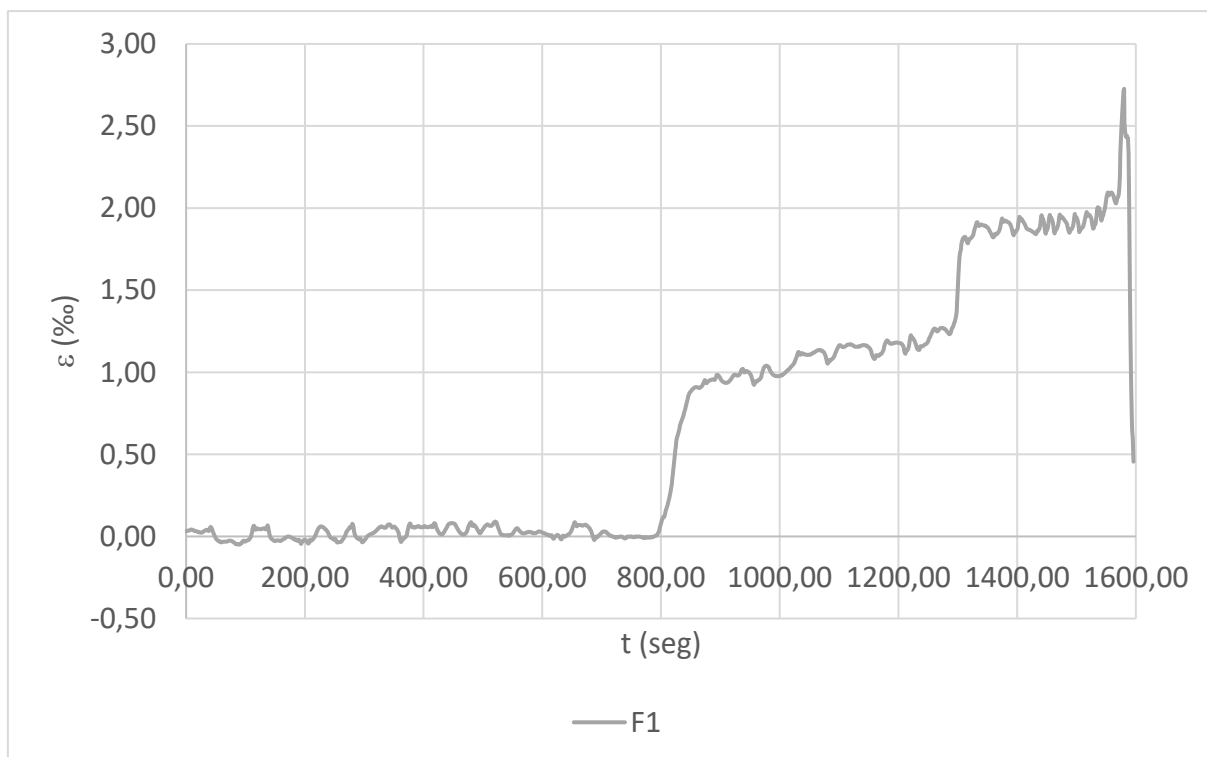


Figura D.11 – Curva deformação - tempo

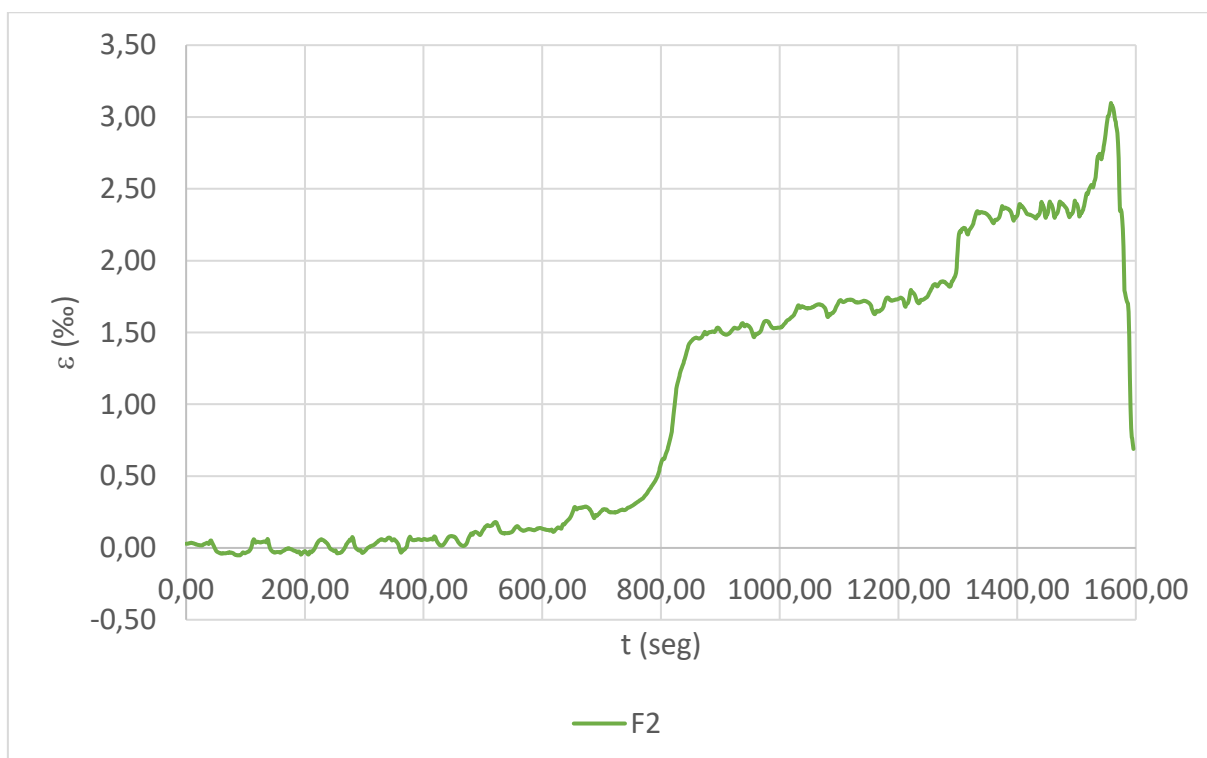




Figura D.12 – Curva deformação – tempo

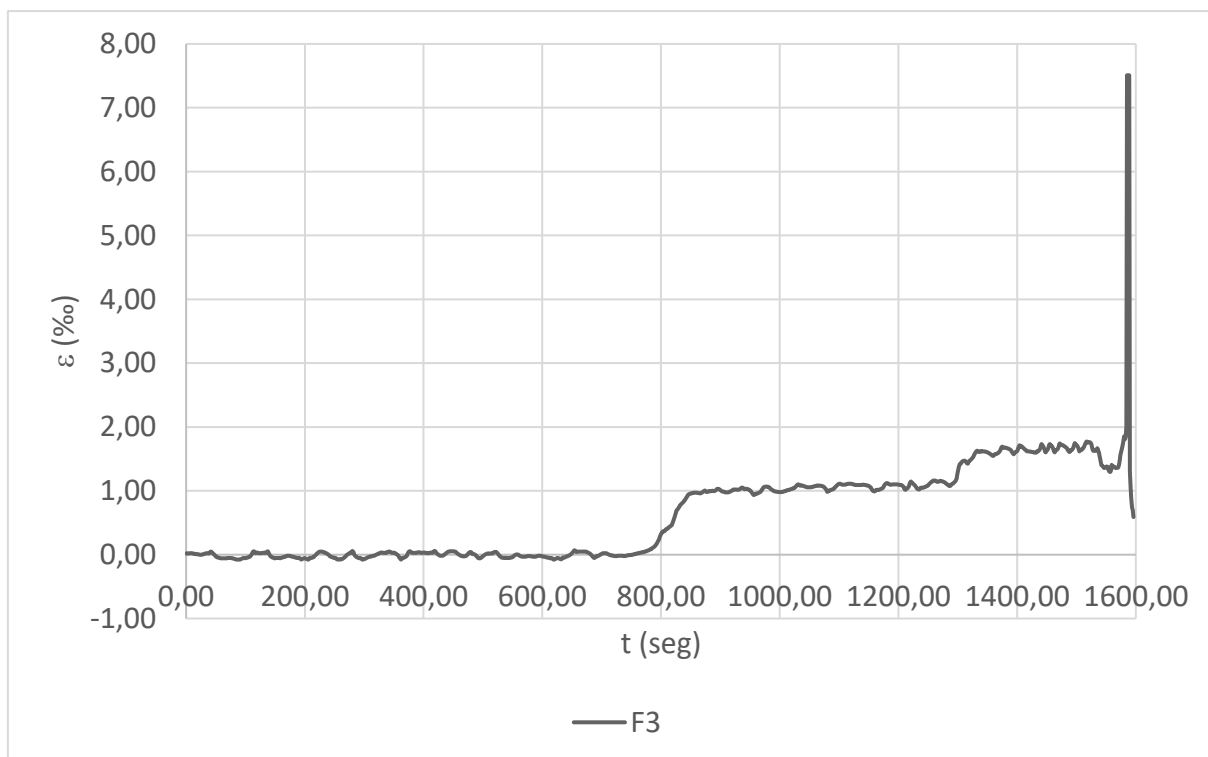


Figura D.13 – Curva deformação – tempo

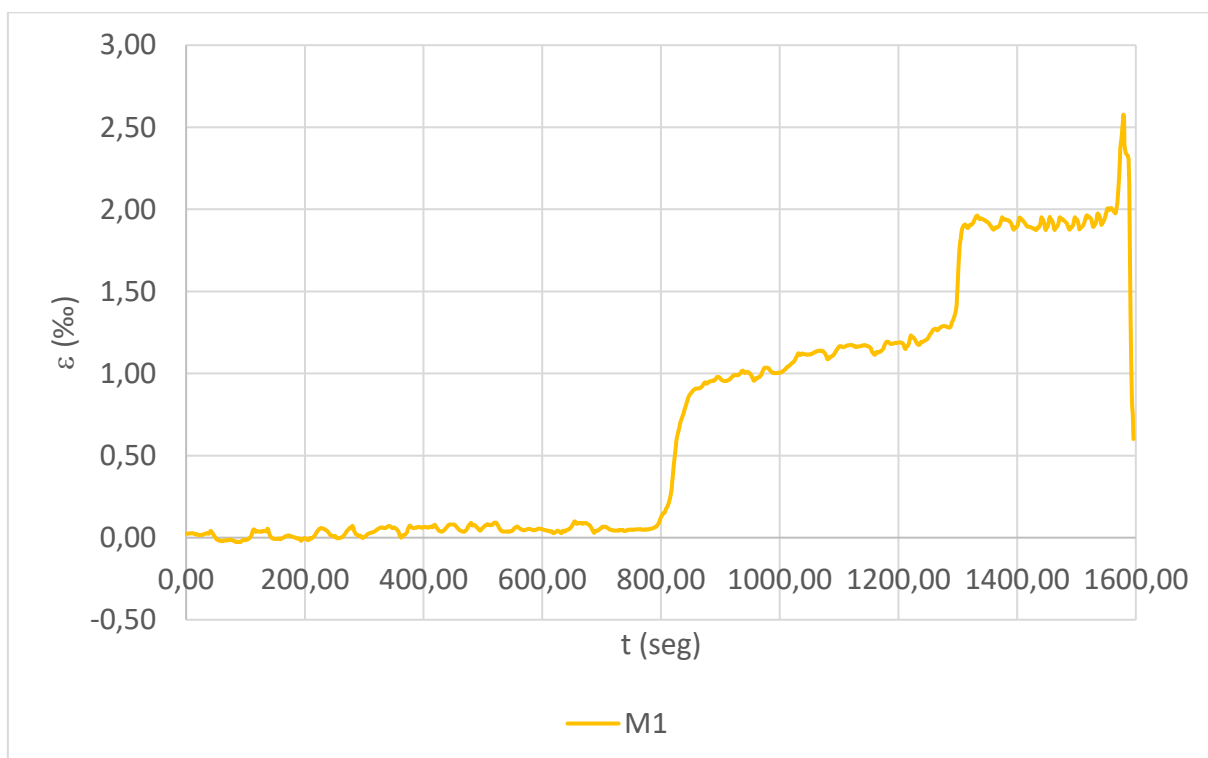


Figura D.14 – Curva deformação - tempo

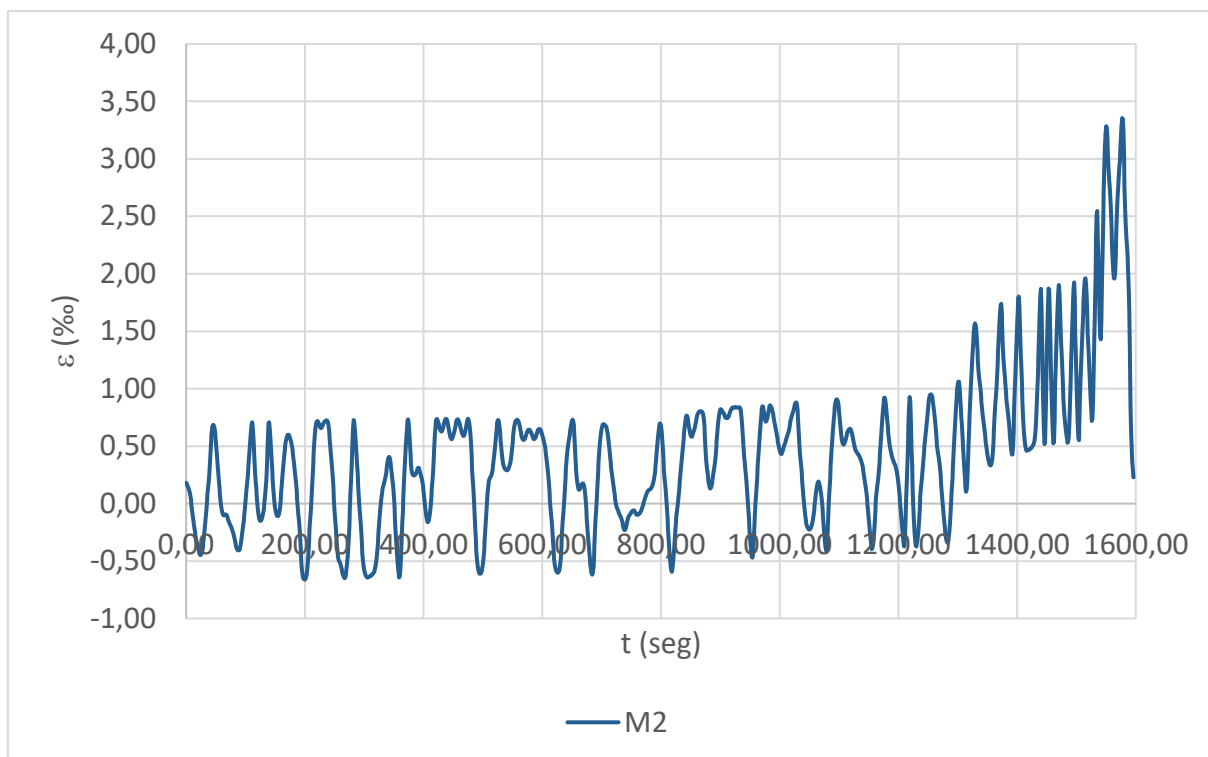
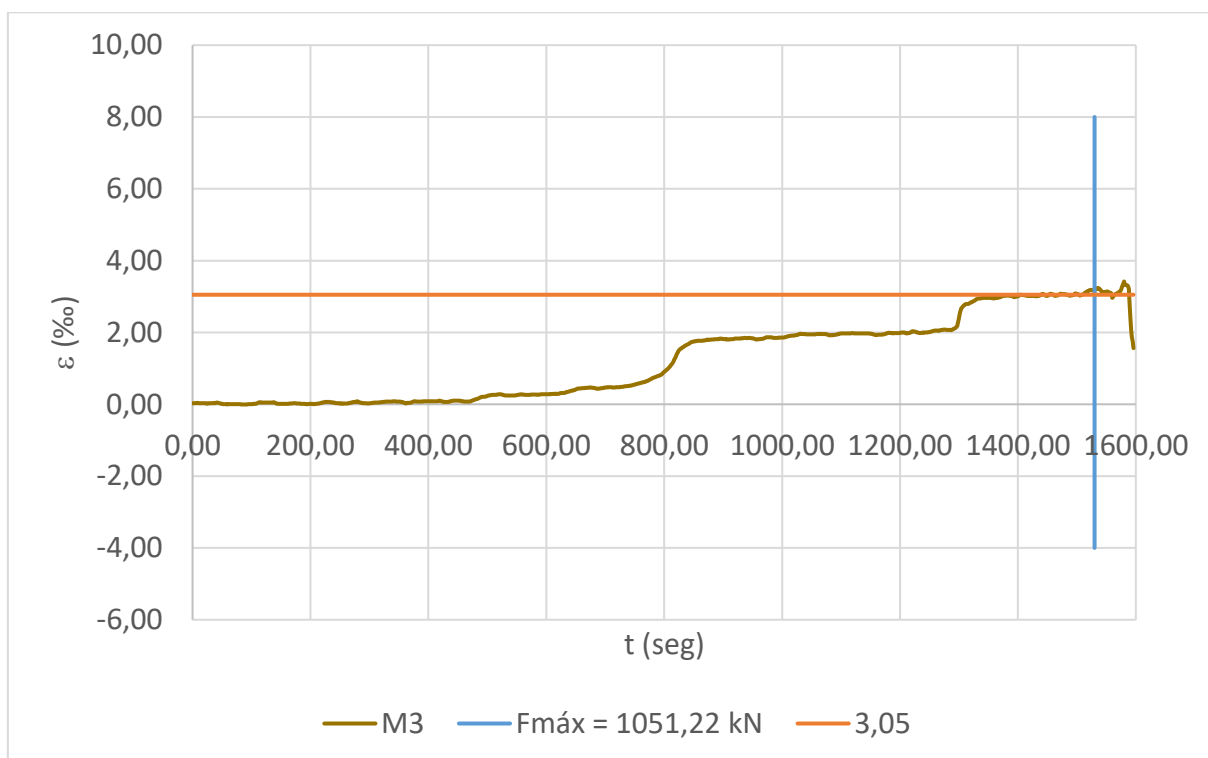


Figura D.15 – Curva deformação – tempo



- Ensaio do bloco N2B45A1D

Figura D.16 – Curva deformação - tempo

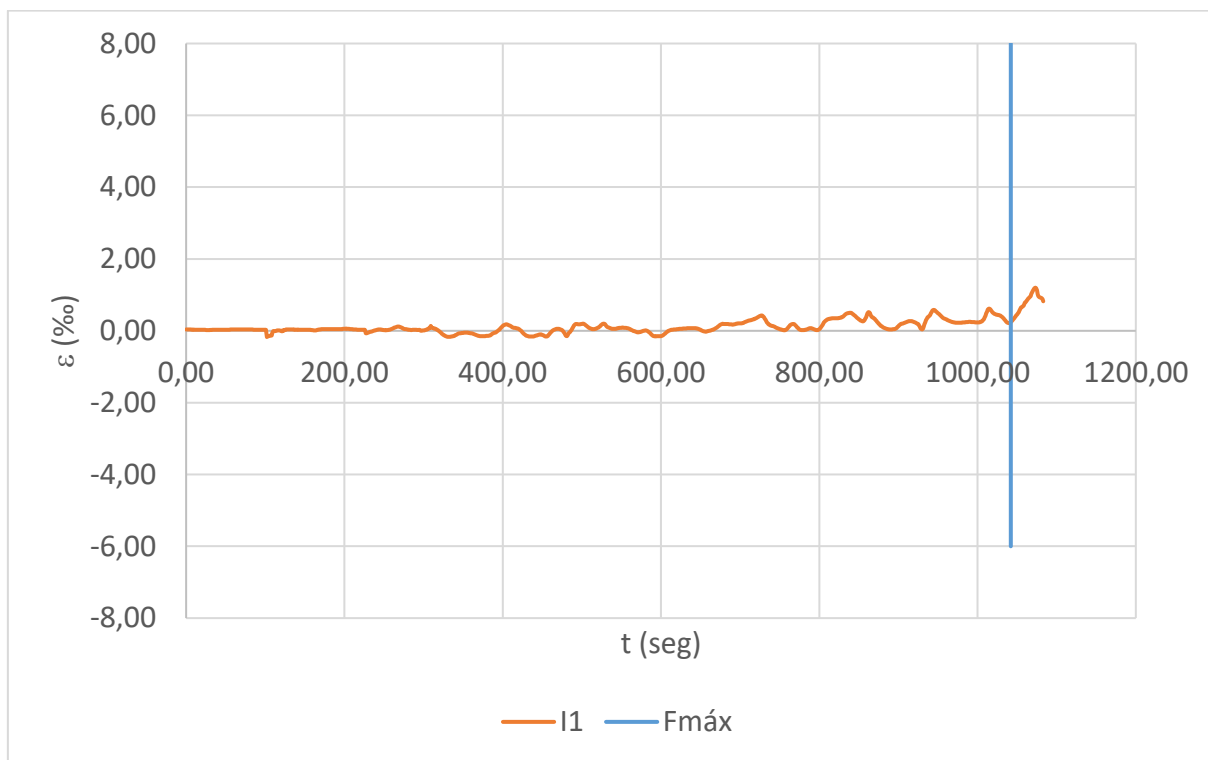


Figura D.17 – Curva deformação – tempo

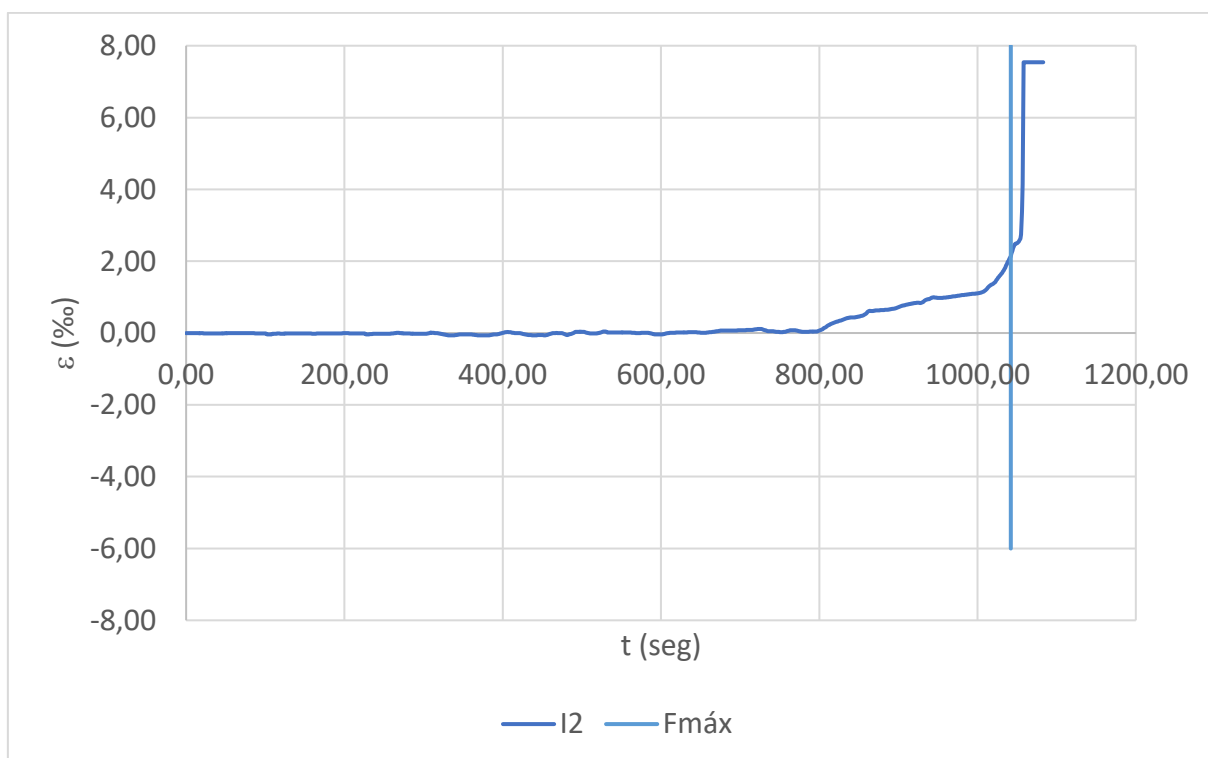


Figura D.18 – Curva deformação - tempo

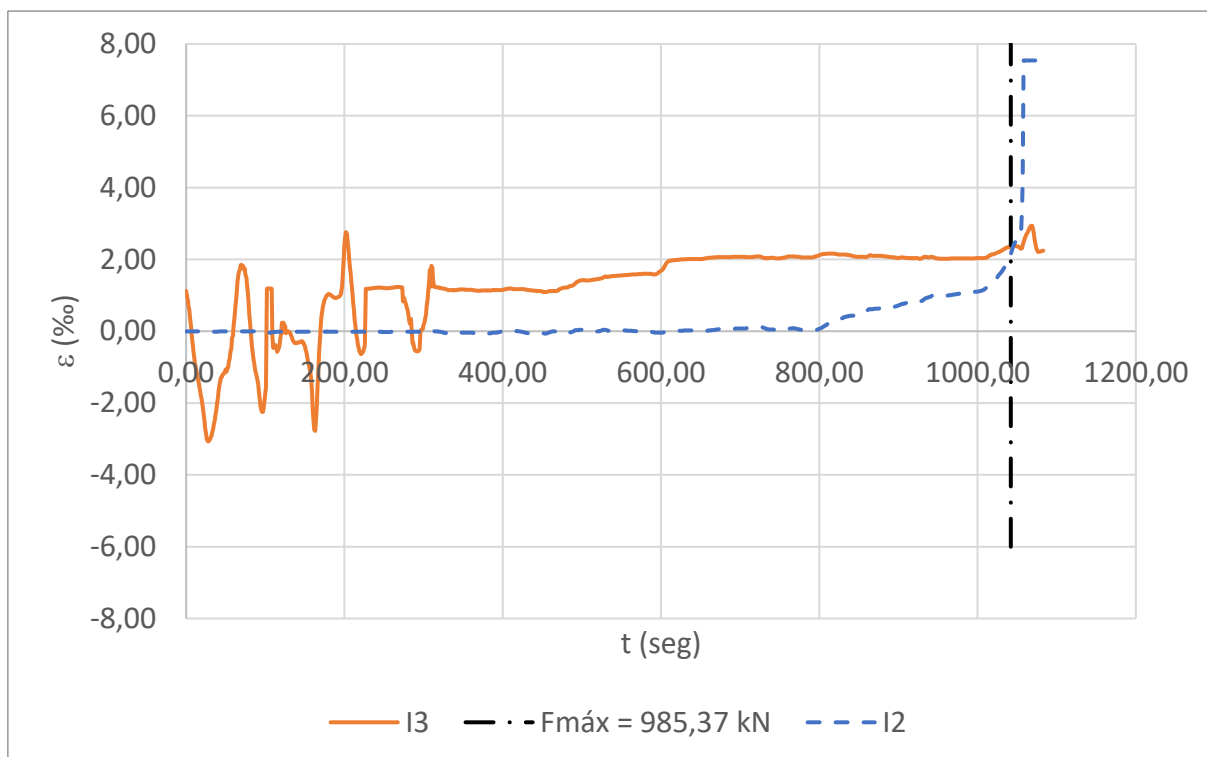


Figura D.19 – Curva deformação - tempo

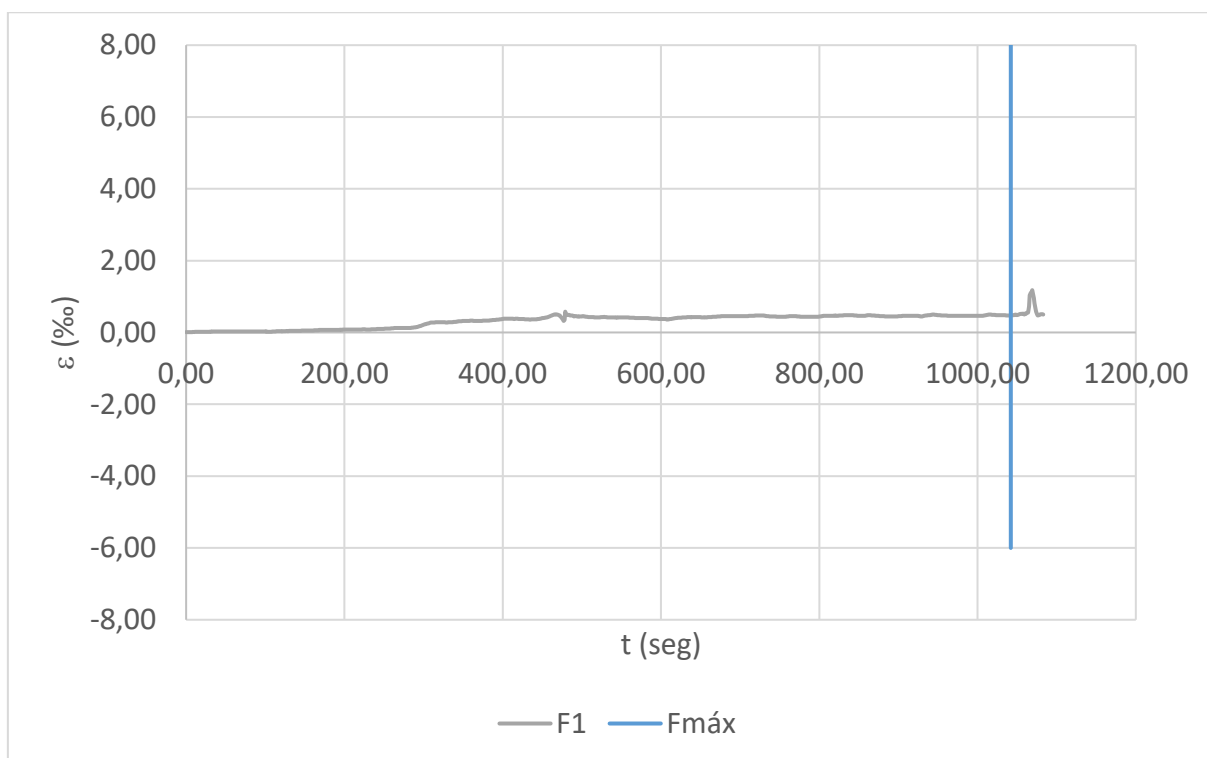


Figura D.20 – Curva deformação - tempo

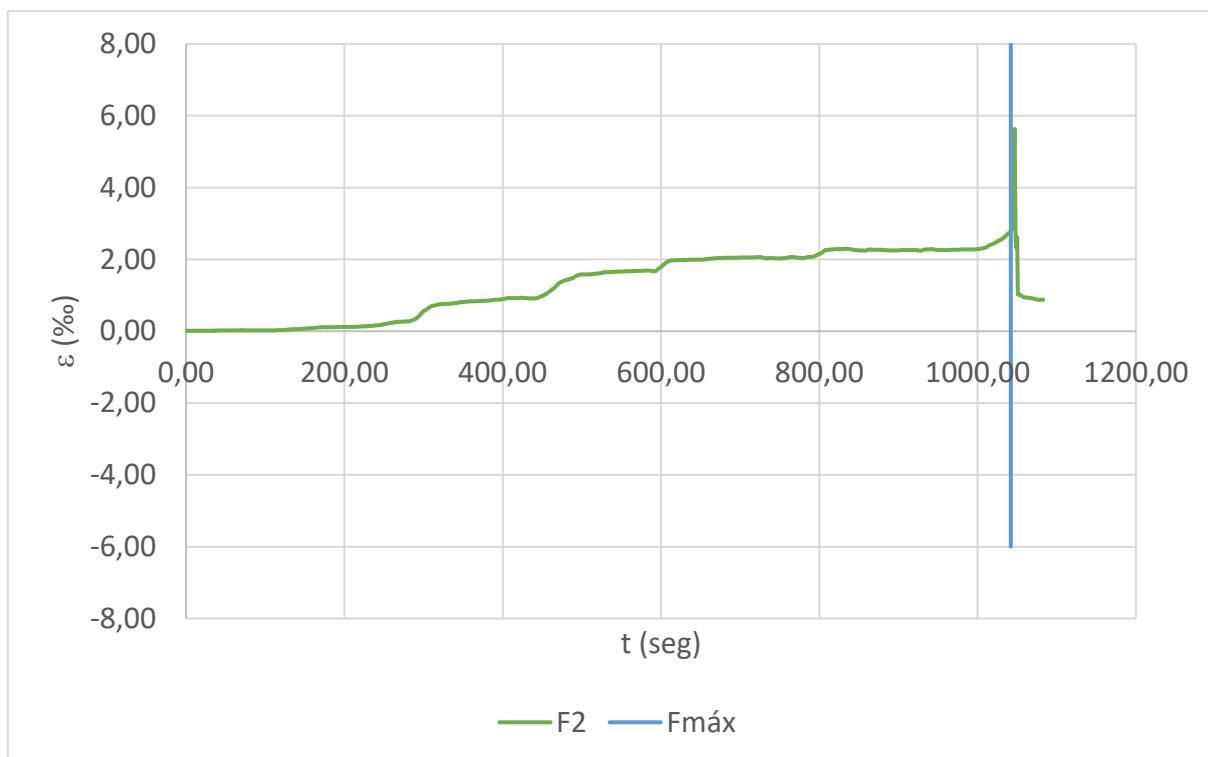


Figura D.21 – Curva deformação - tempo

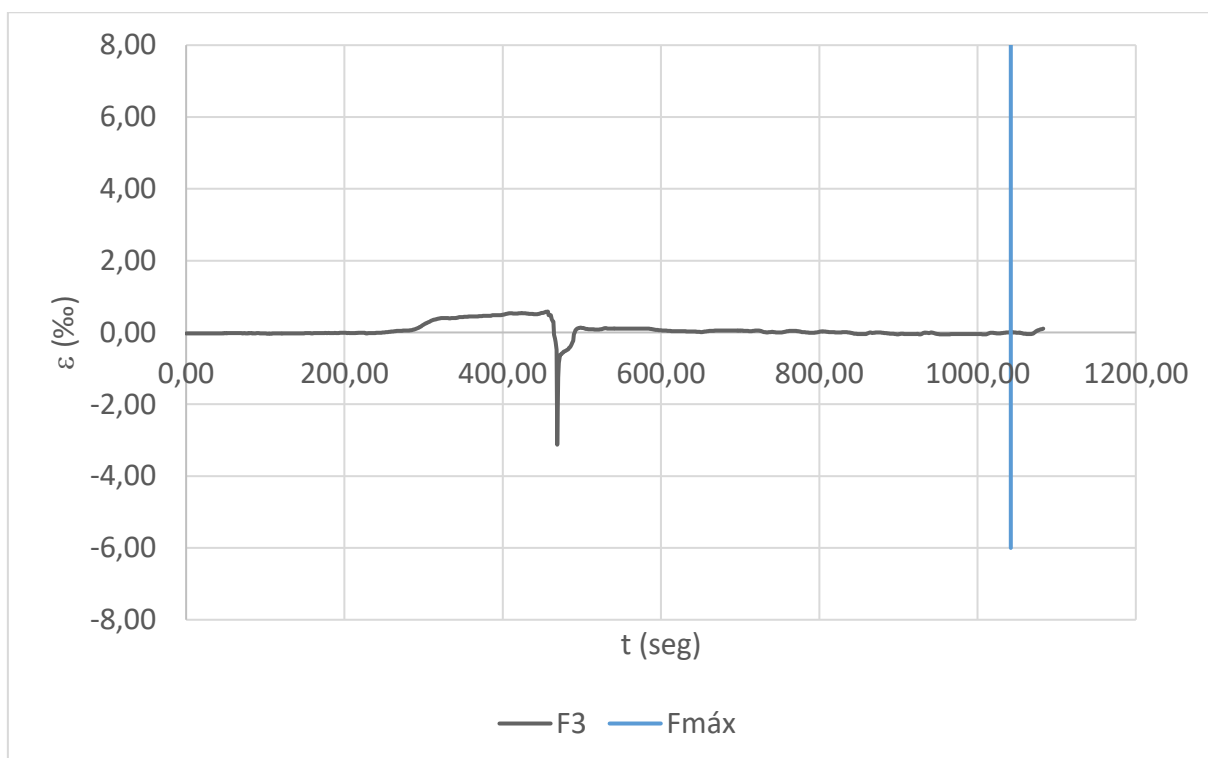


Figura D.22 – Curva deformação - tempo

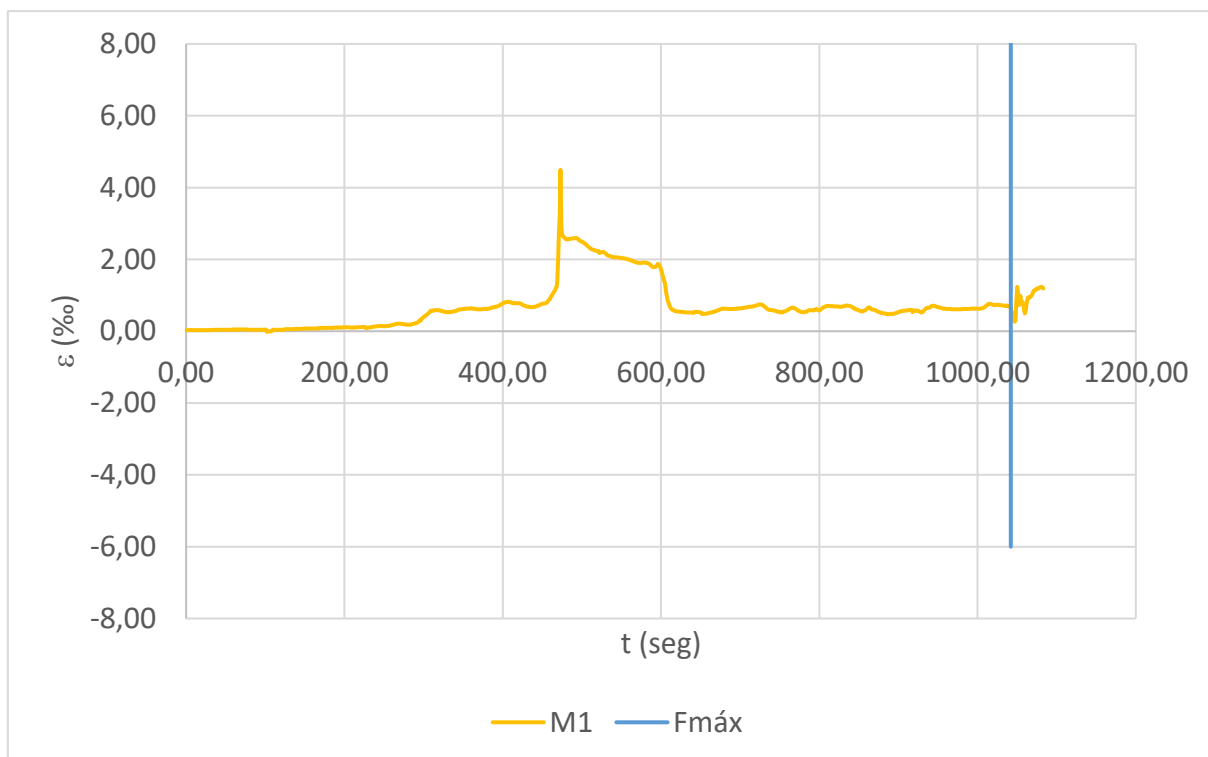


Figura D.23 – Curva deformação - tempo

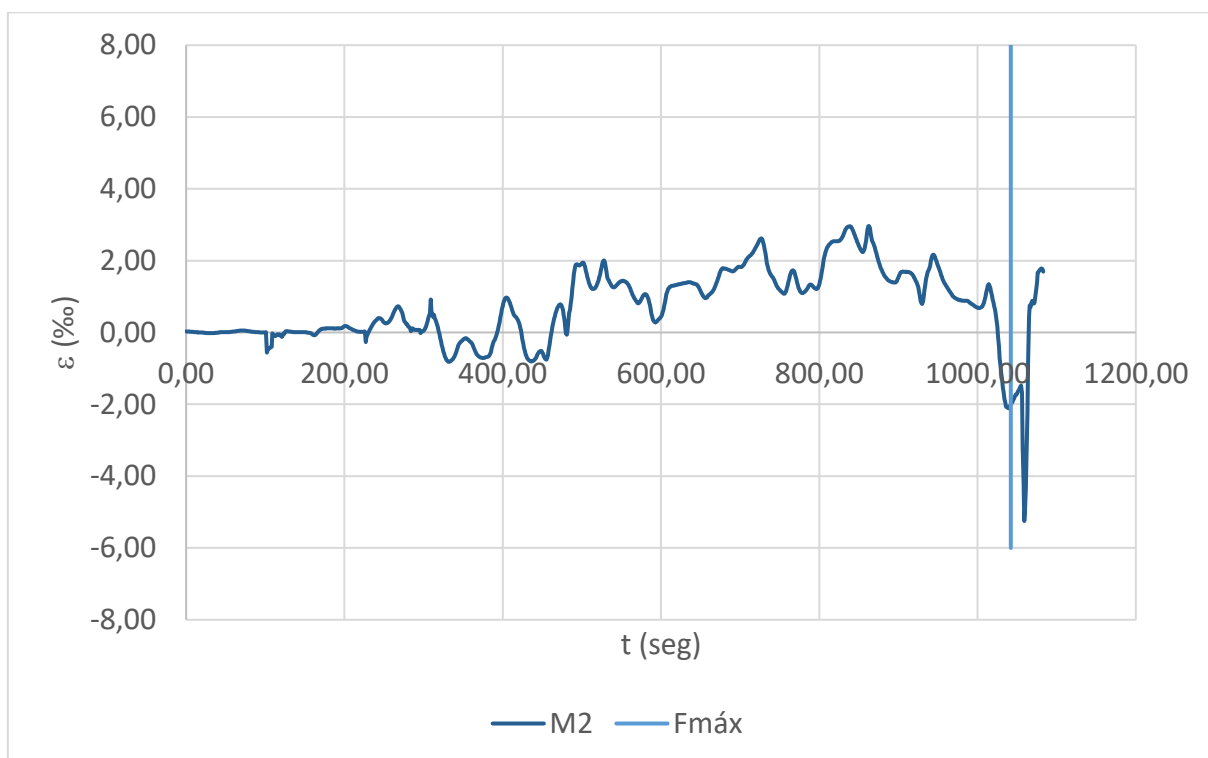
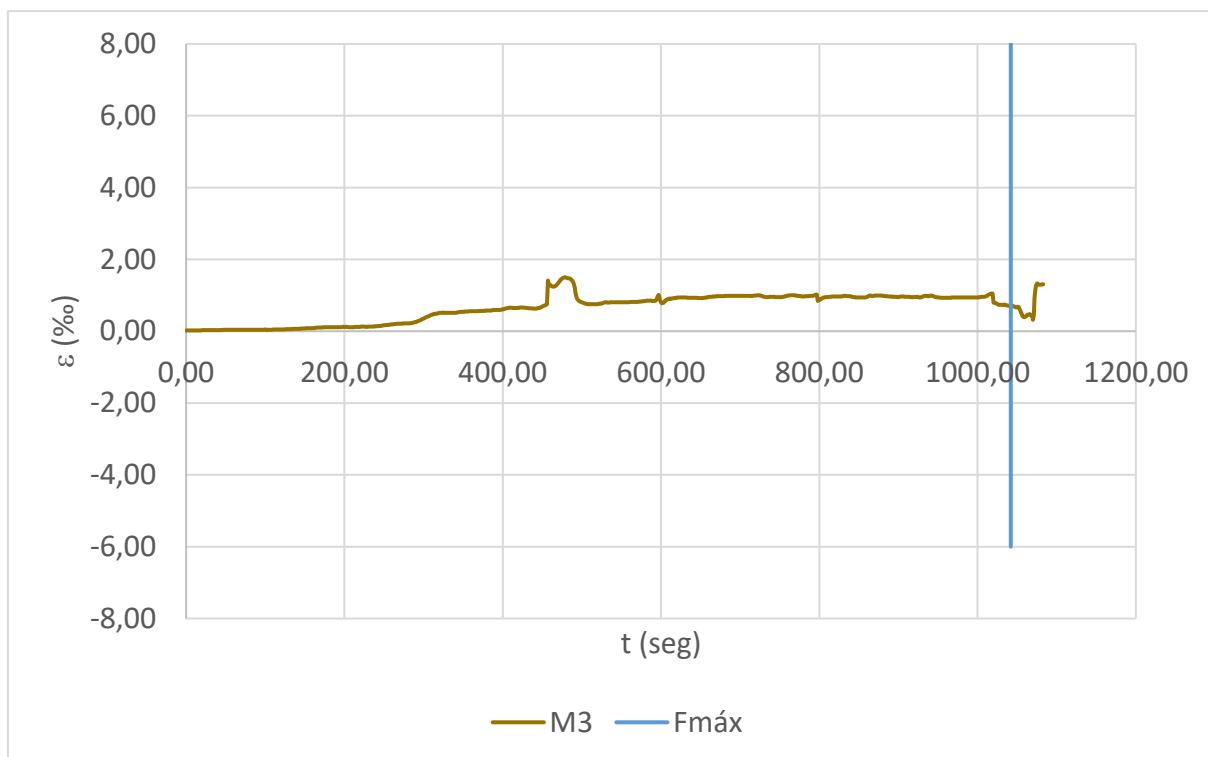


Figura D.24 – Curva deformação - tempo



- **Ensaio do bloco N2B45A2C**

Figura D.25 – Curva deformação - tempo

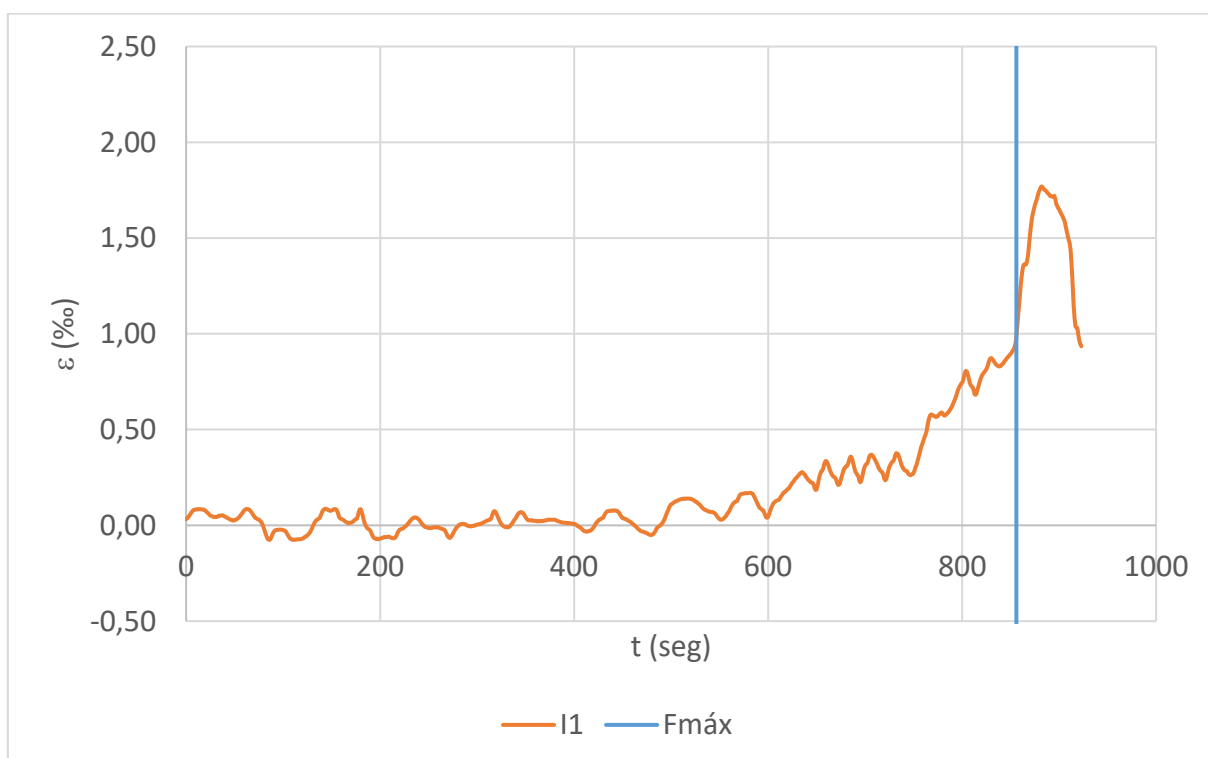


Figura D.26 – Curva deformação – tempo

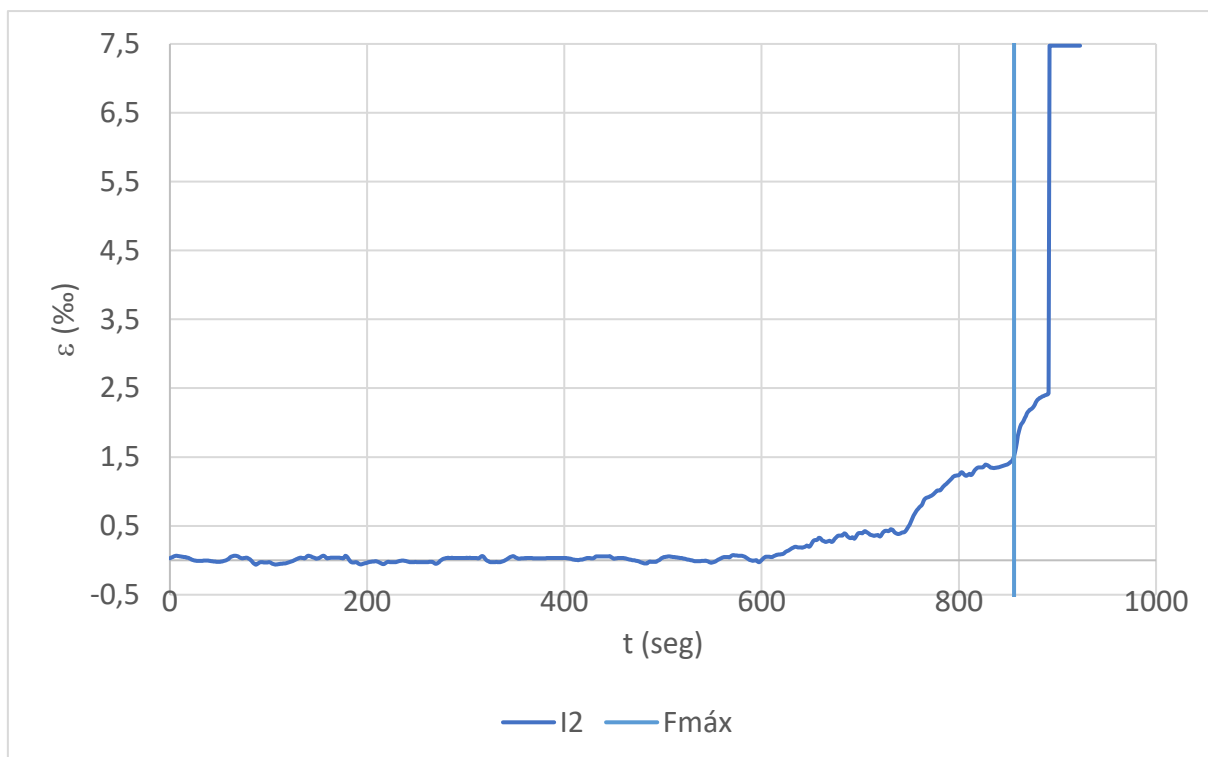


Figura D.27 – Curva deformação - tempo

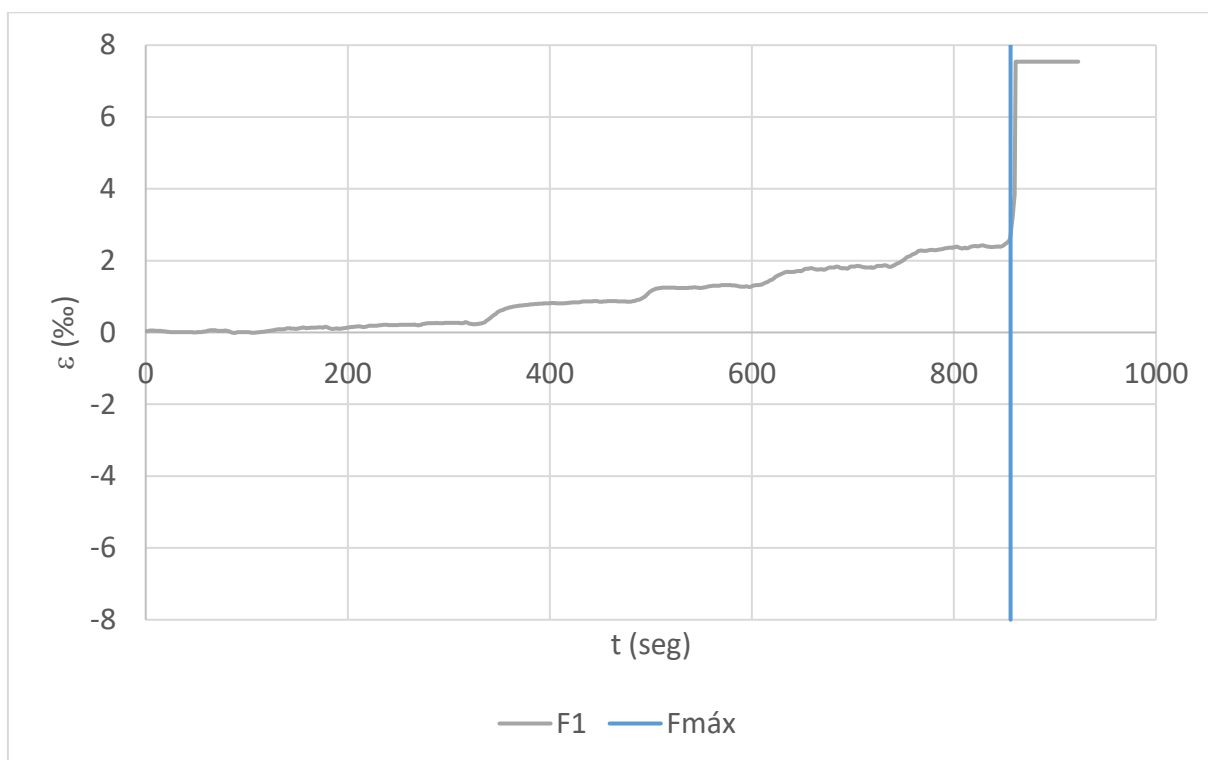




Figura D.28 – Curva deformação - tempo

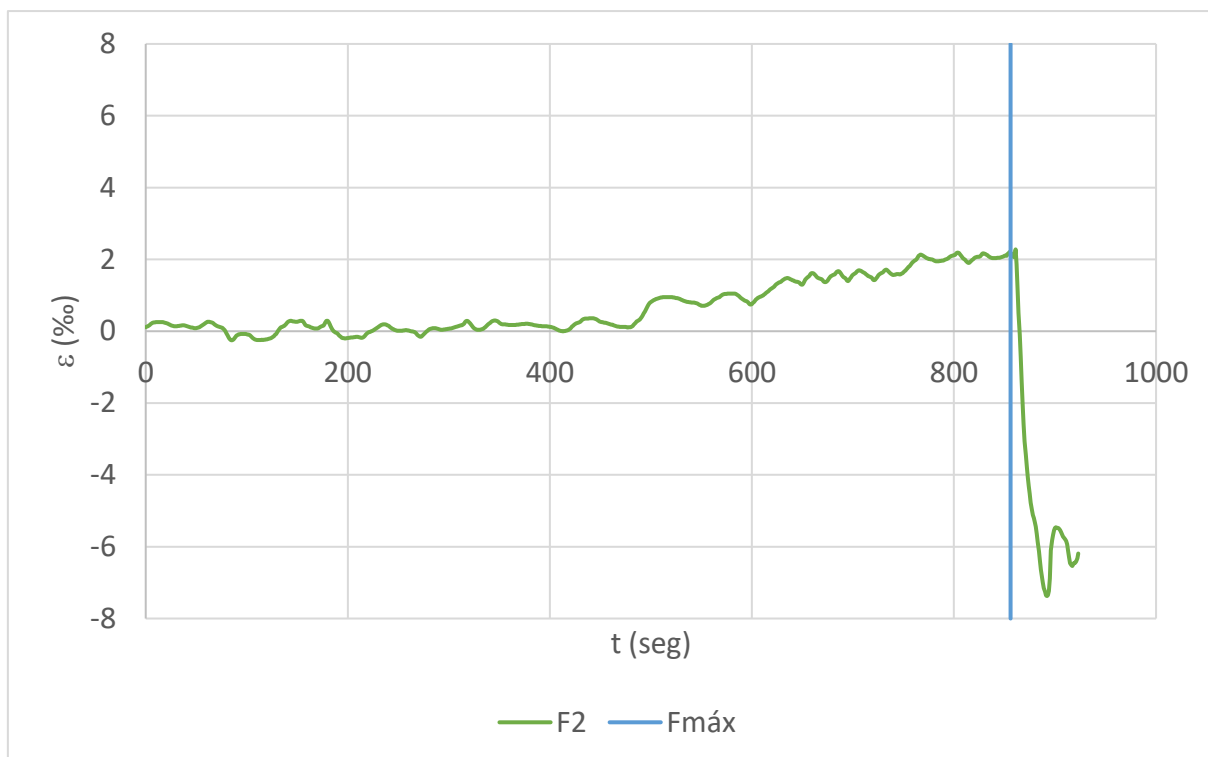


Figura D.29 – Curva deformação - tempo

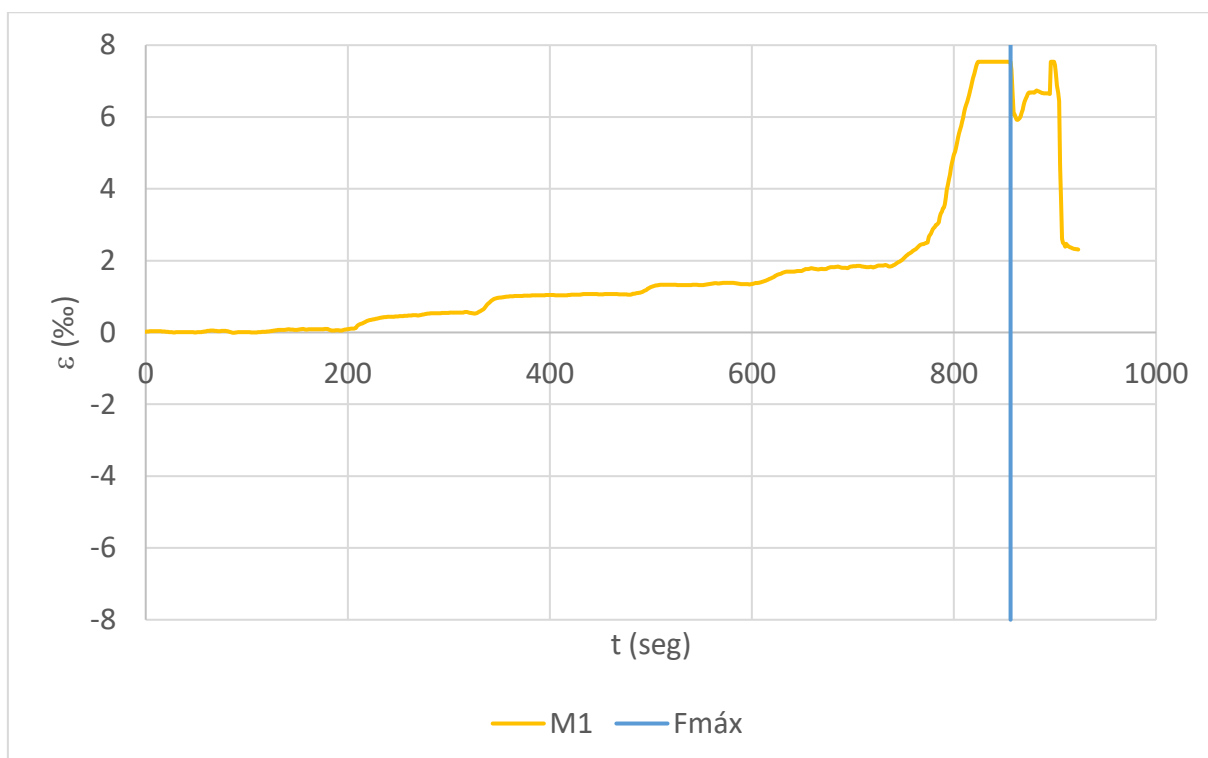


Figura D.30 – Curva deformação - tempo

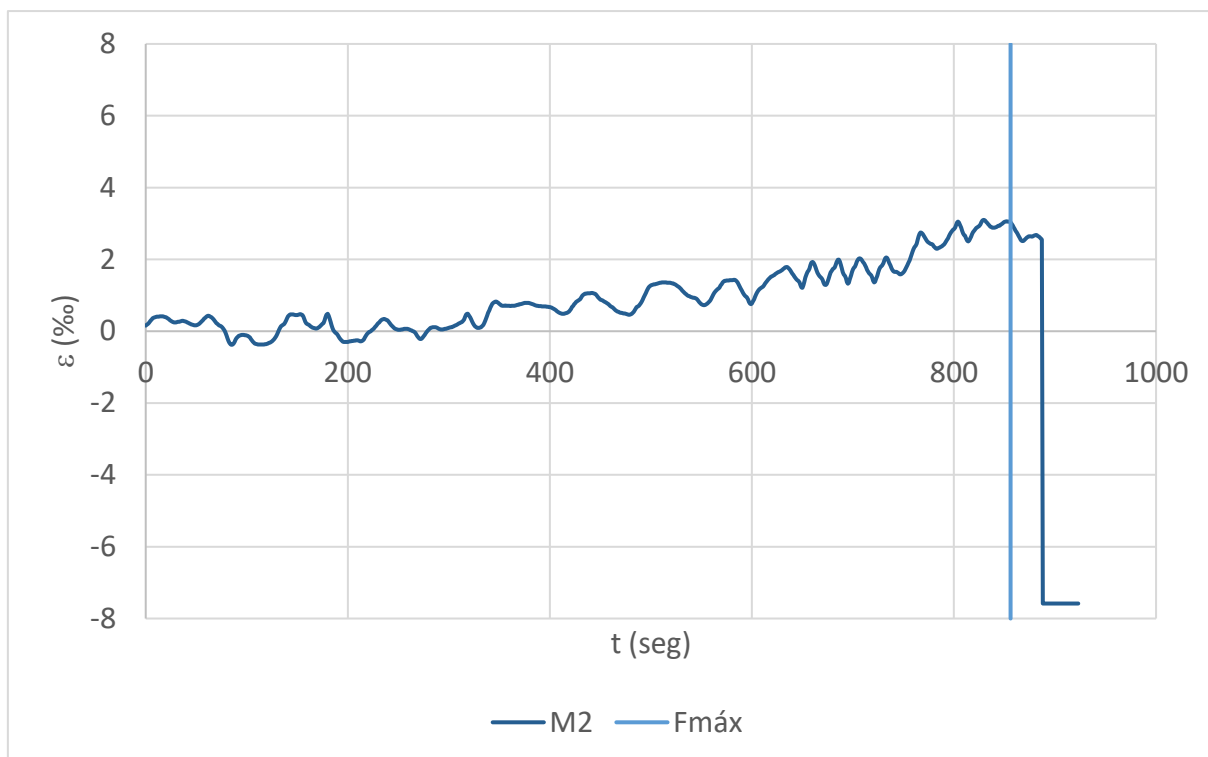


Figura D.31 – Curva deformação - tempo

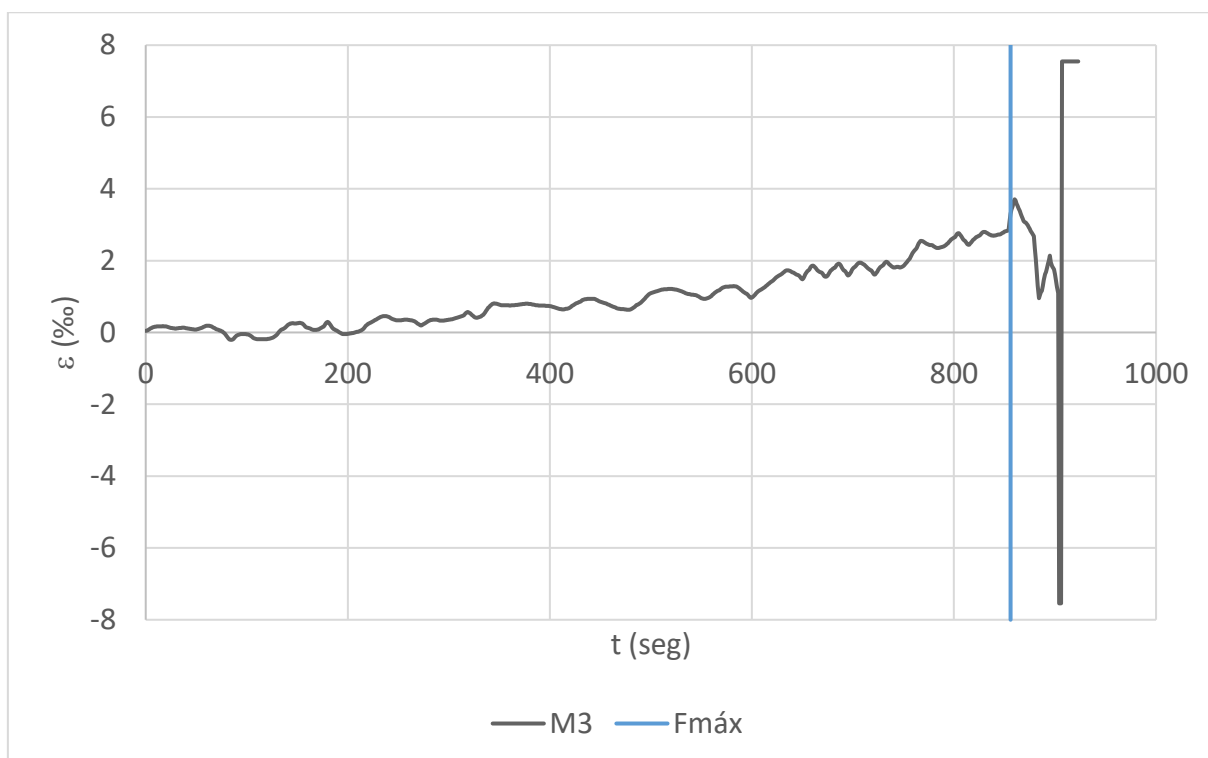
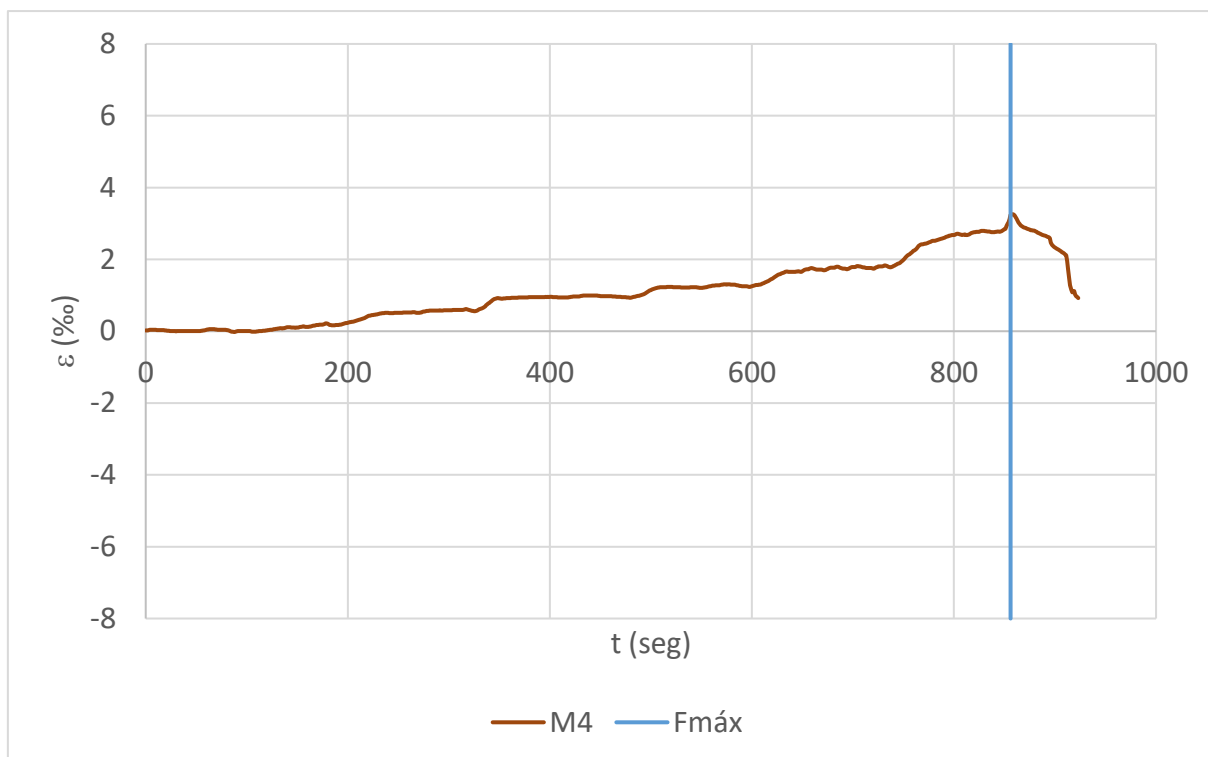


Figura D.32 – Curva deformação - tempo



- Ensaio N1B45A1C

Figura D.33 – Curva deformação - tempo

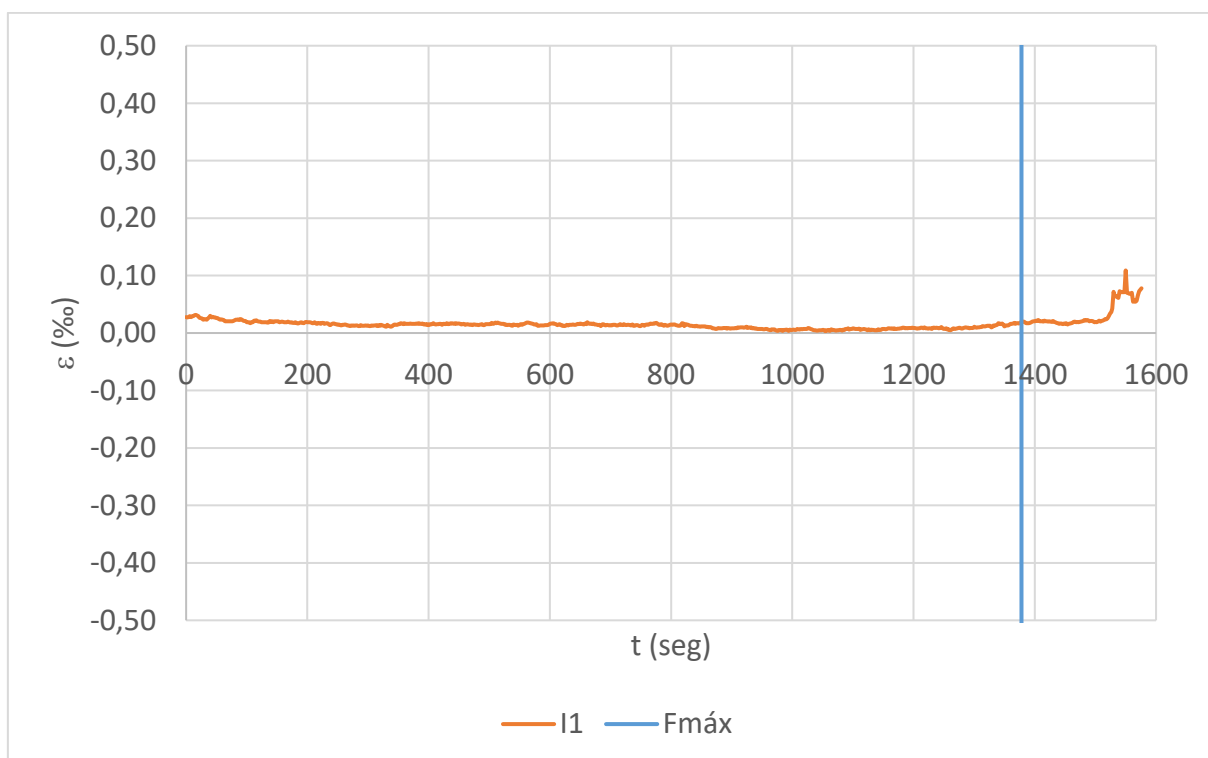


Figura D.34 – Curva deformação - tempo

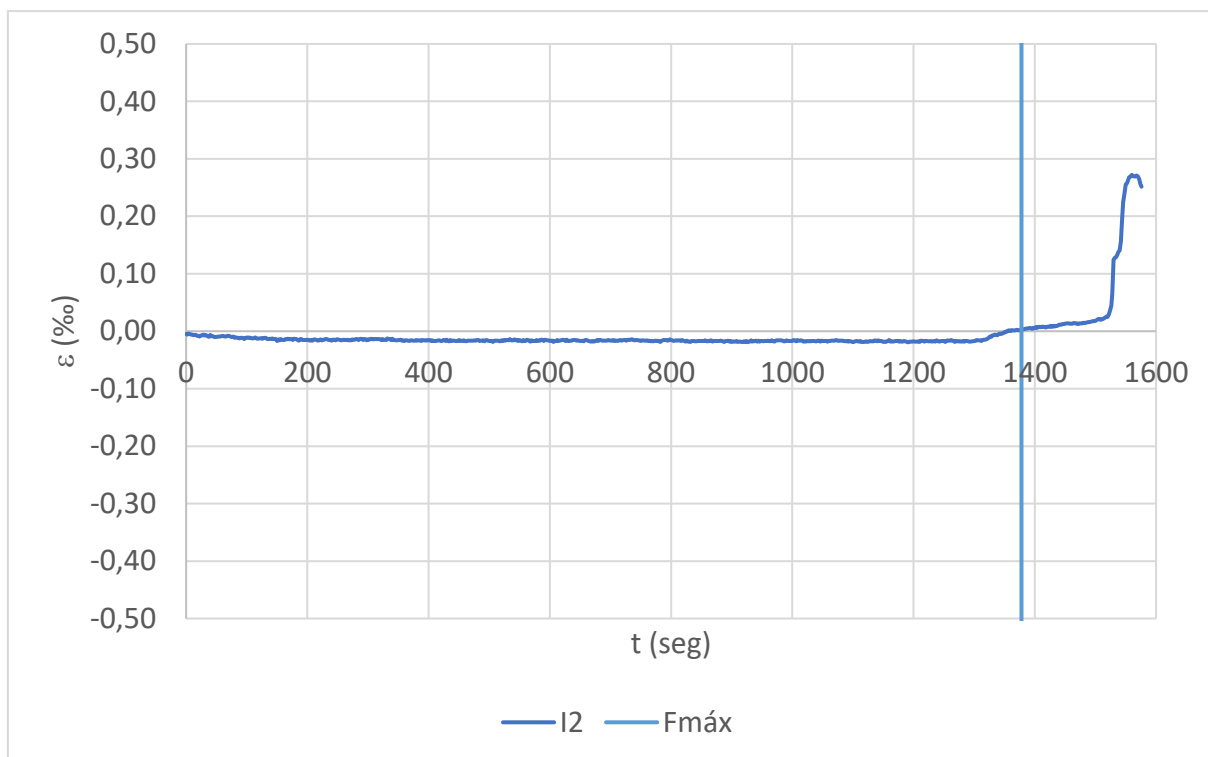


Figura D.35 – Curva deformação - tempo

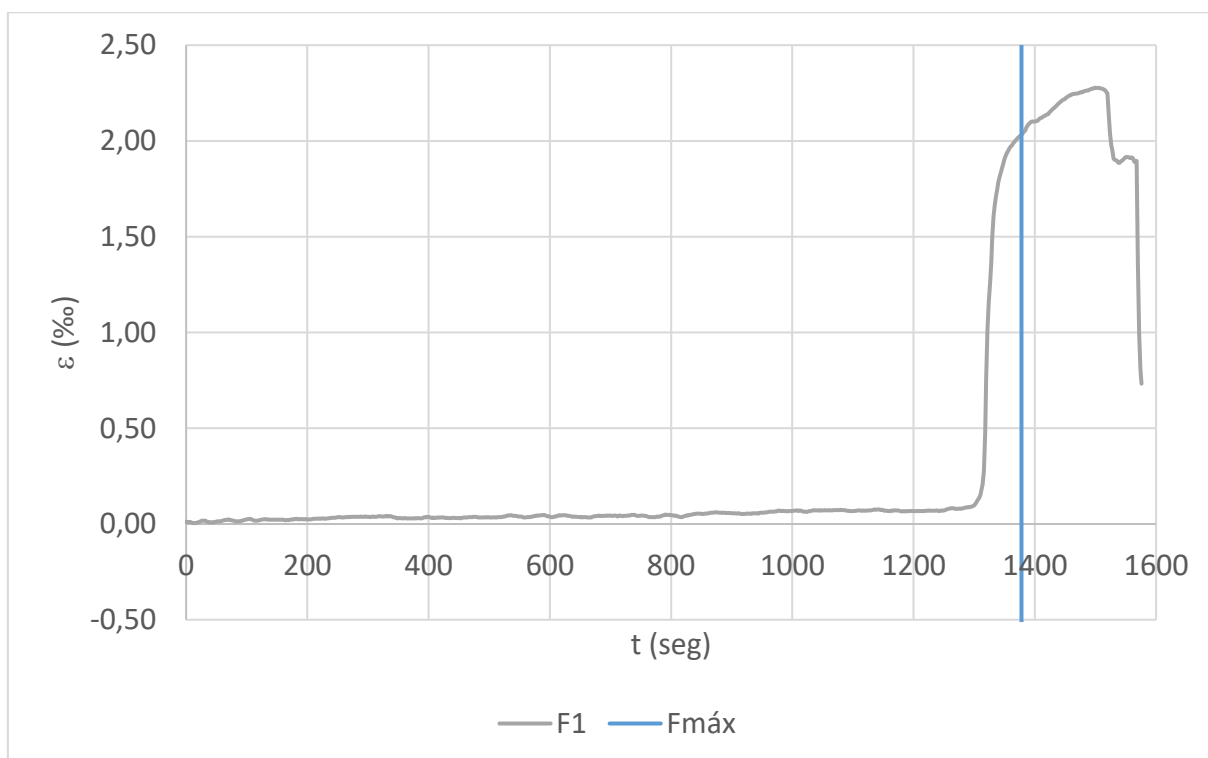


Figura D.36 – Curva deformação - tempo

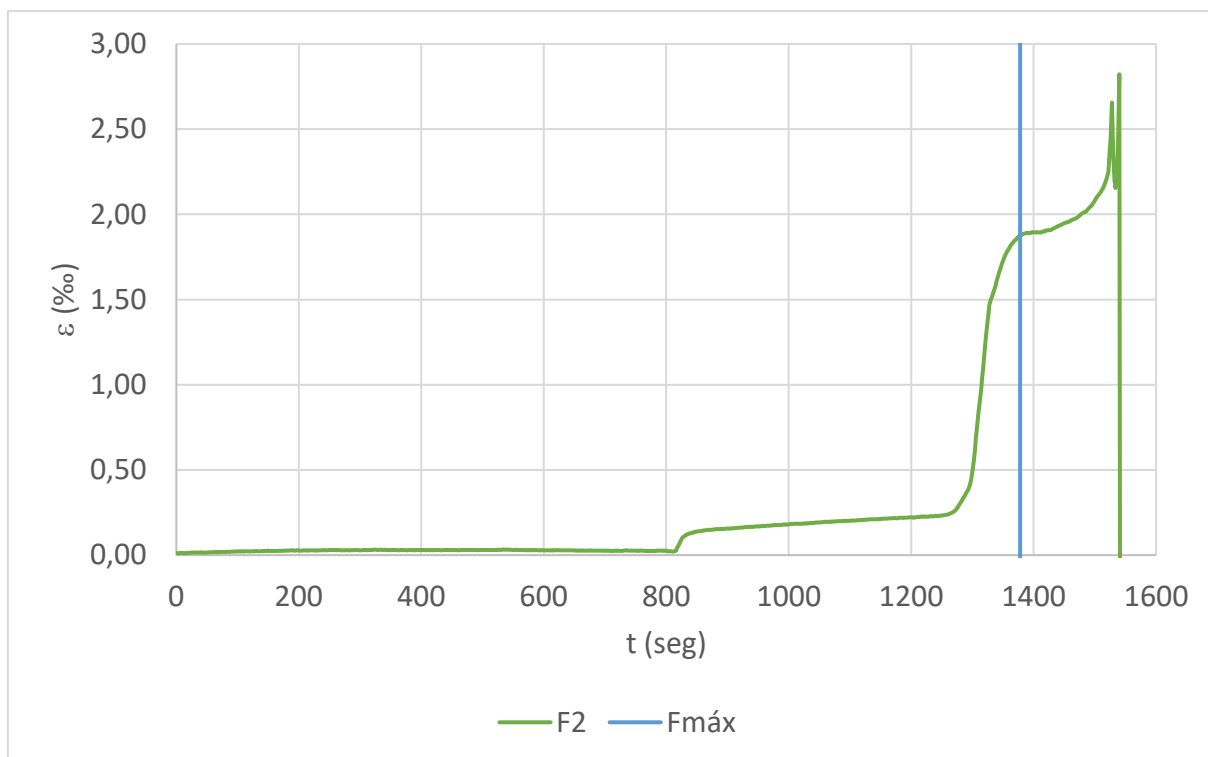


Figura D.37 – Curva deformação - tempo

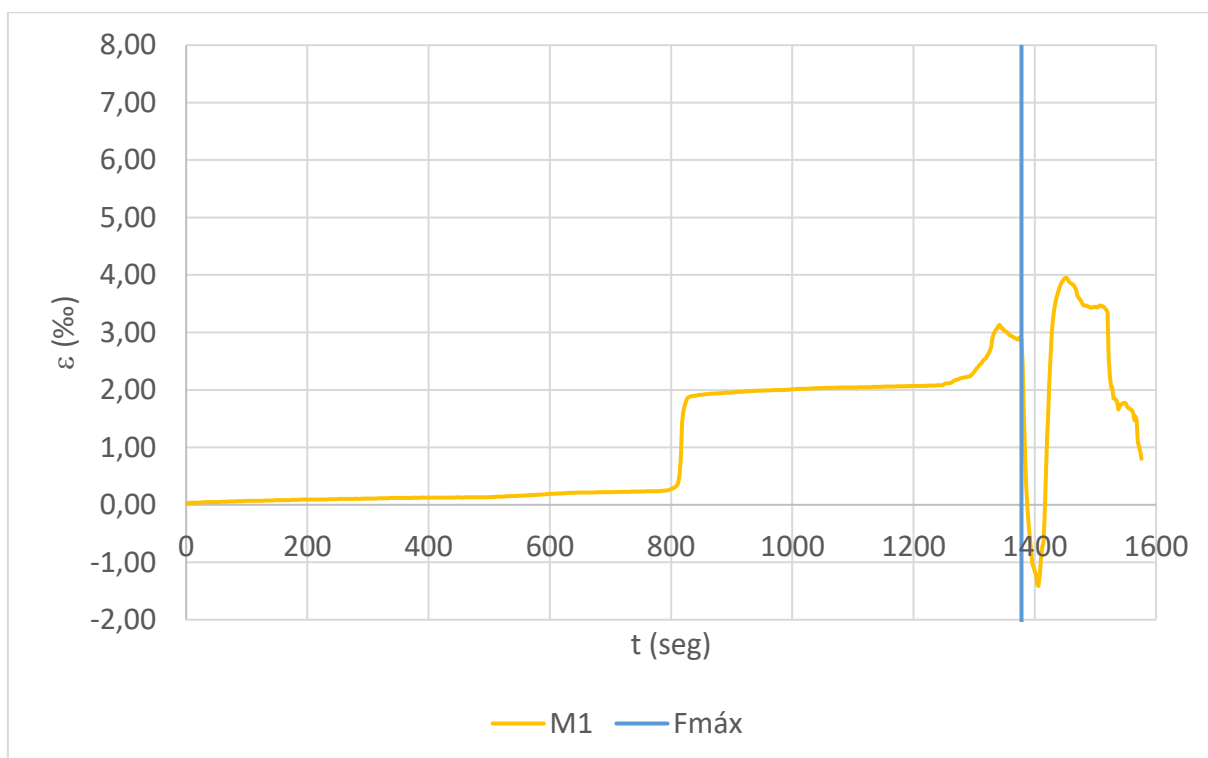


Figura D.38 – Curva deformação - tempo

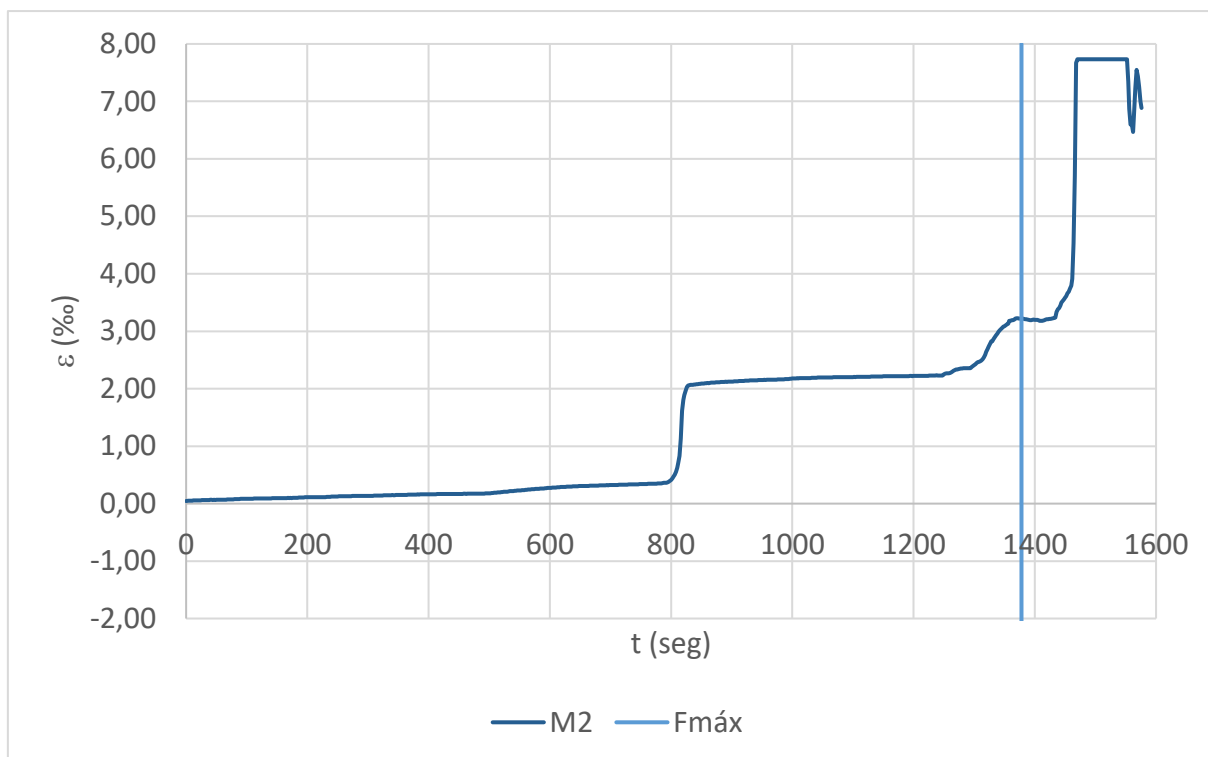


Figura D.39 – Curva deformação - tempo

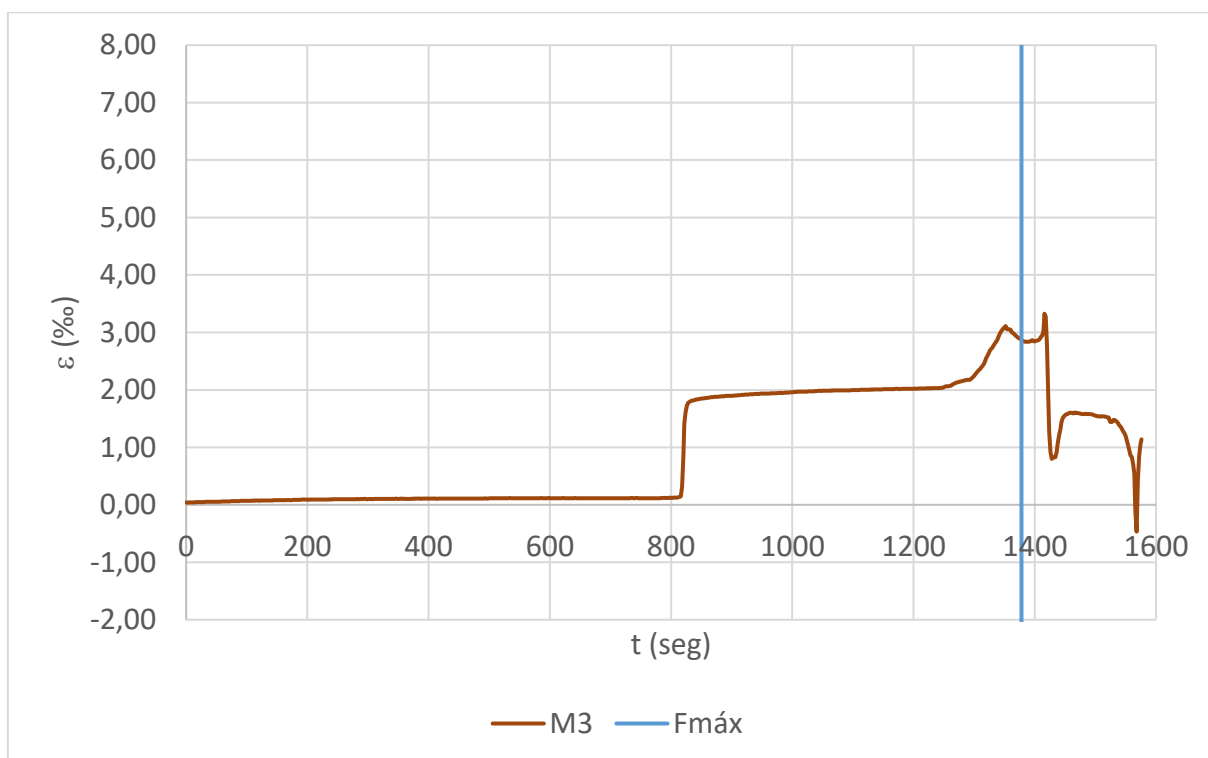
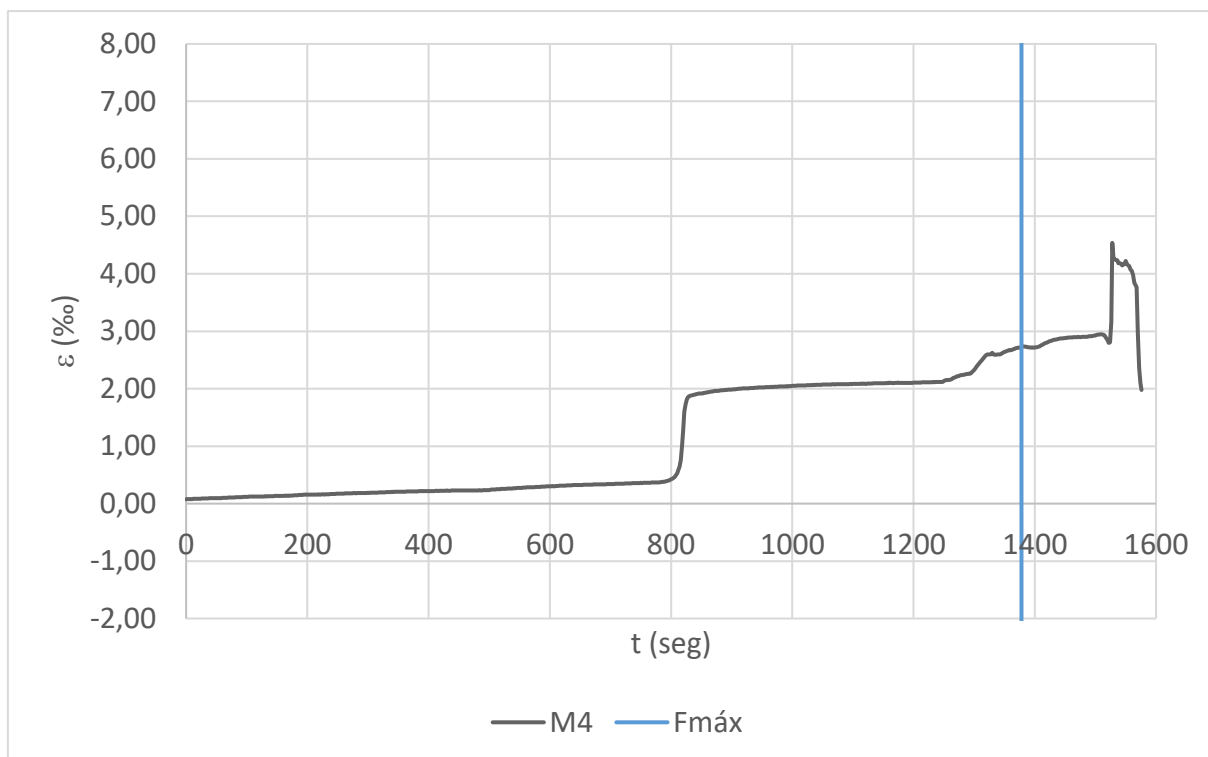


Figura D.40 – Curva deformação - tempo



- **Ensaio do bloco N2B45A1C**

Figura D.41 – Curva deformação - tempo

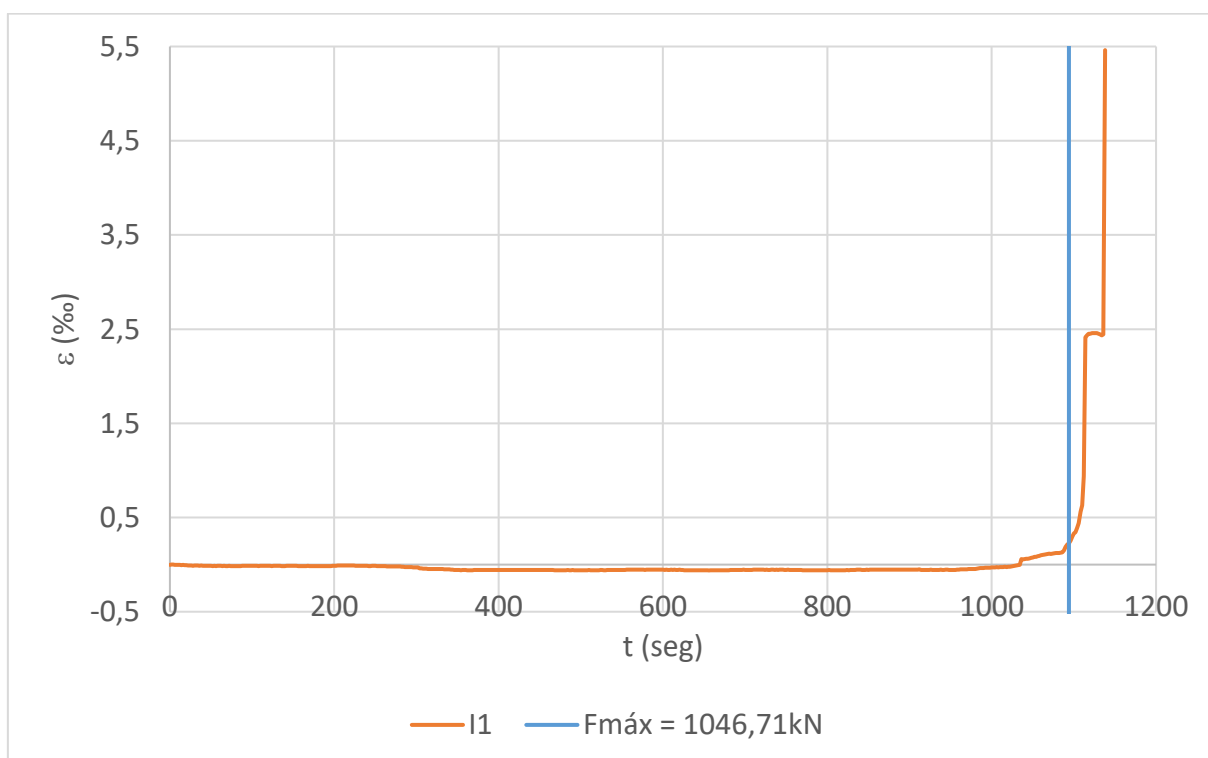


Figura D.42 – Curva deformação - tempo

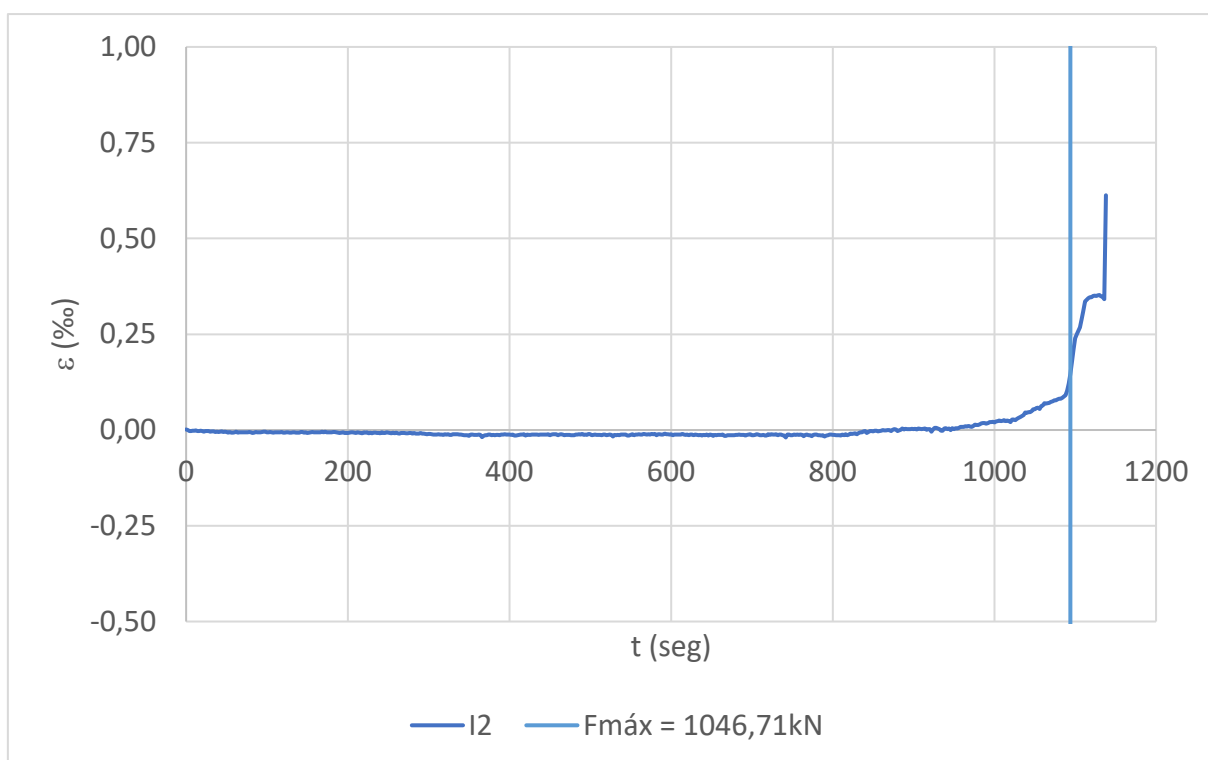


Figura D.43 – Curva deformação - tempo

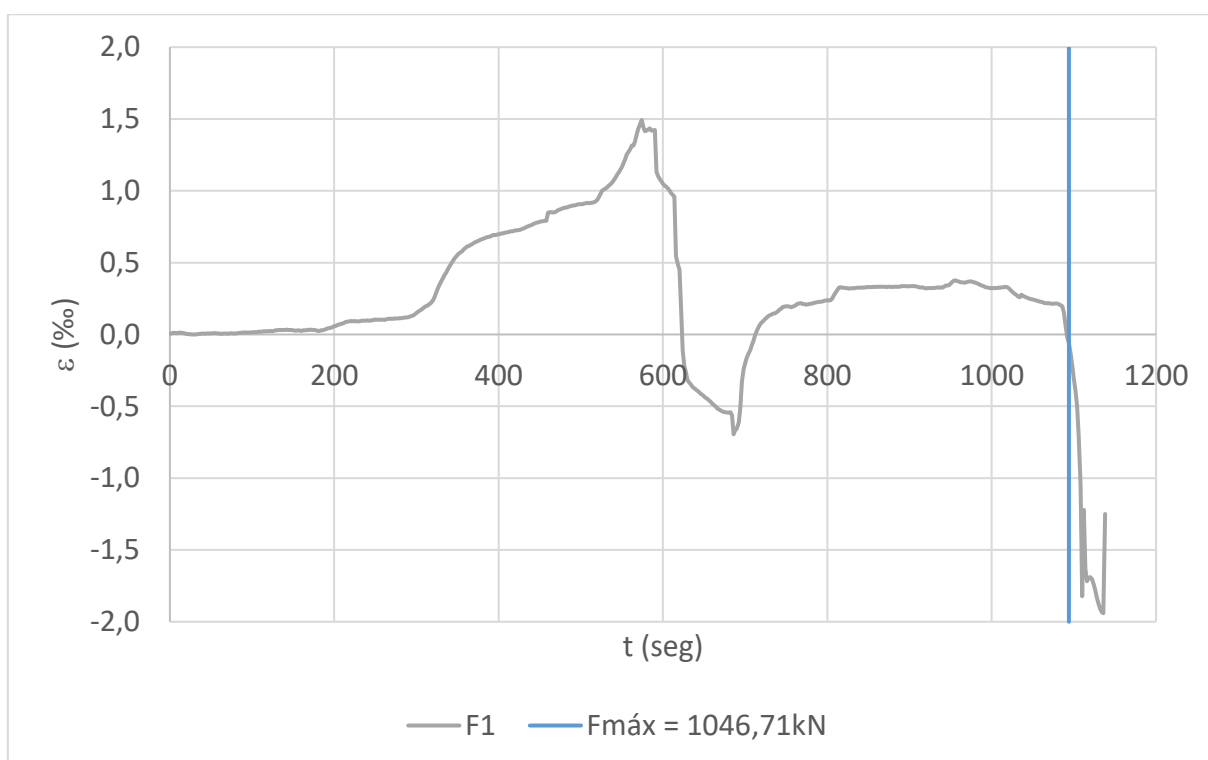




Figura D.44 – Curva deformação - tempo

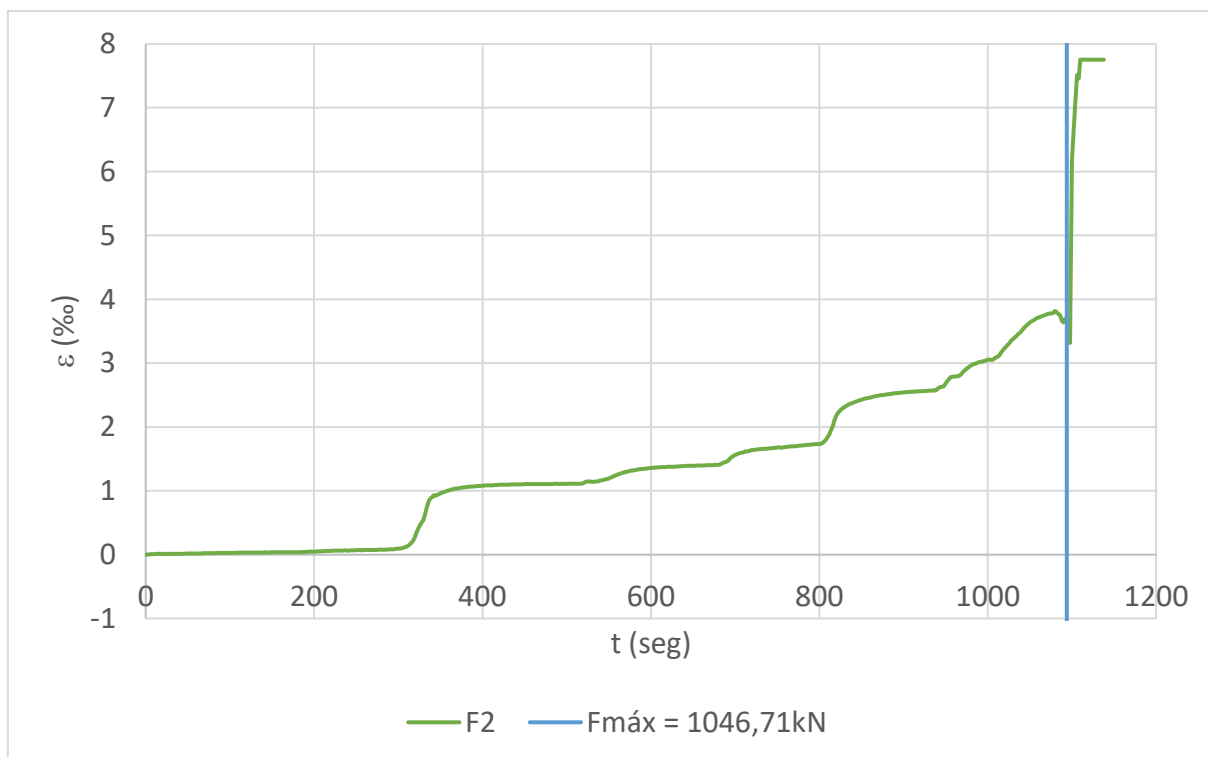


Figura D.45 – Curva deformação - tempo

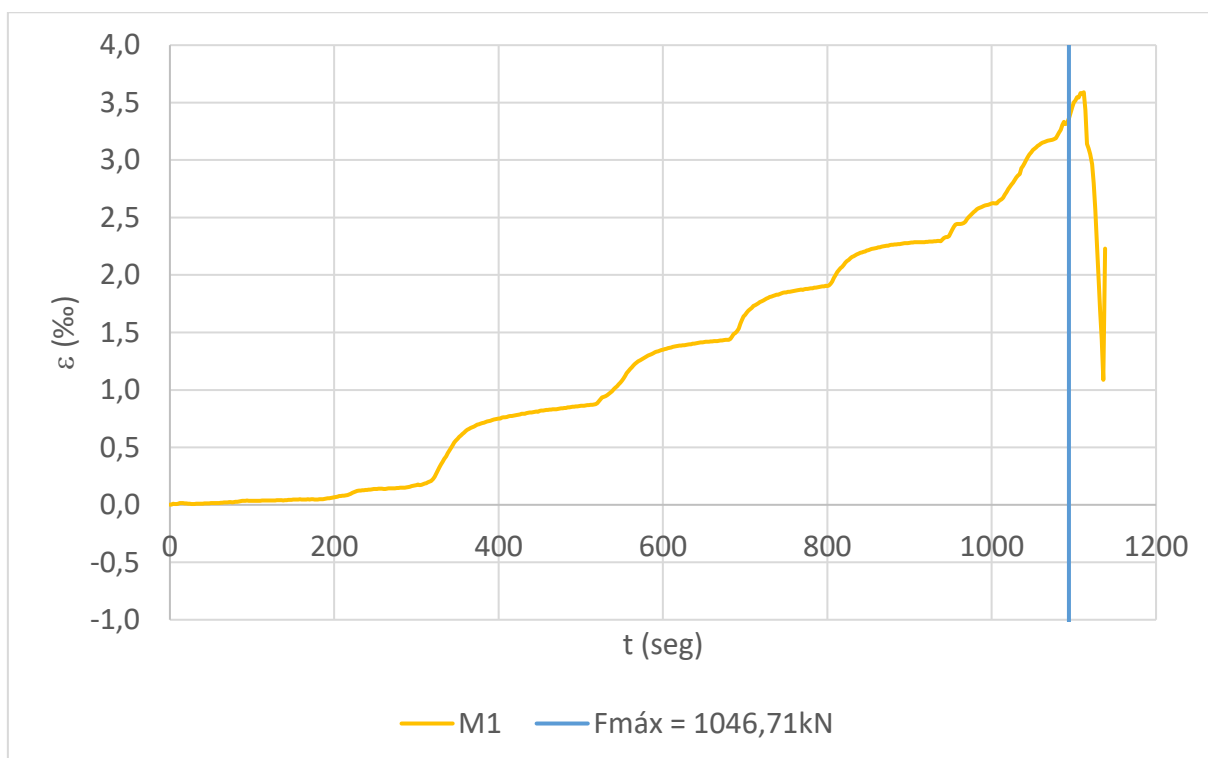


Figura D.46 – Curva deformação - tempo

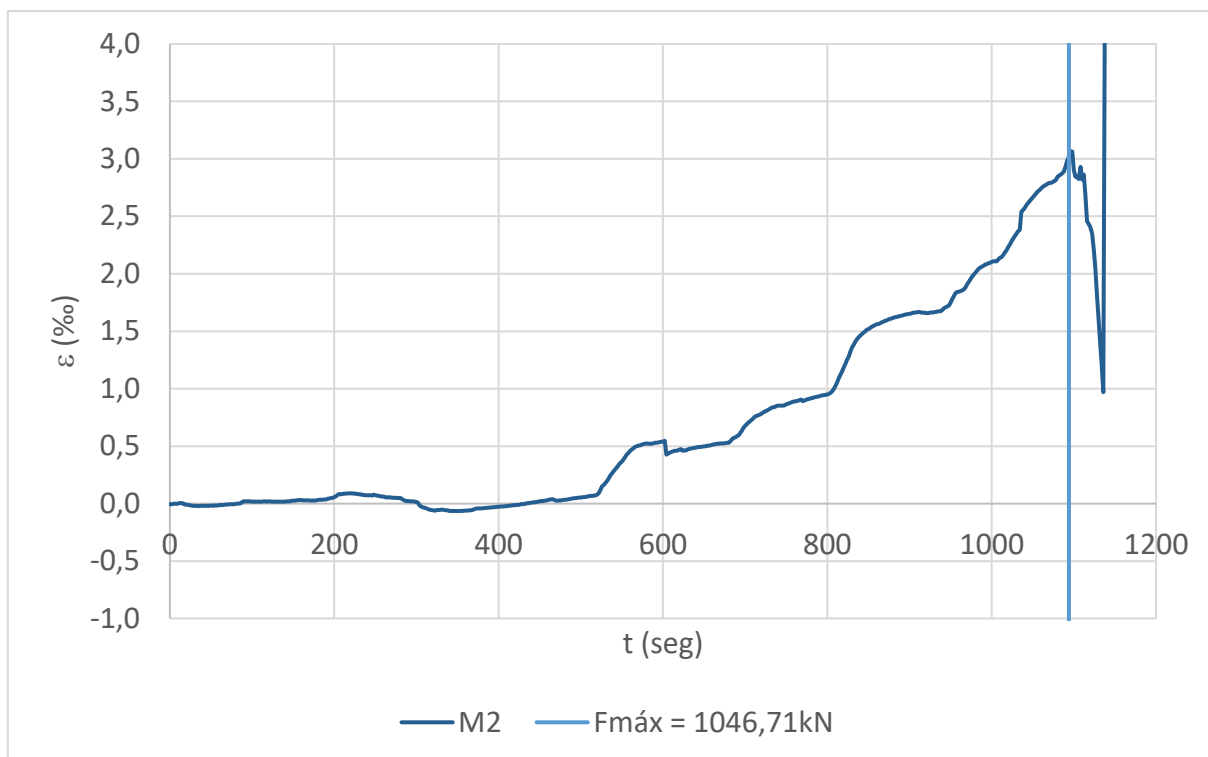


Figura D.47 – Curva deformação - tempo

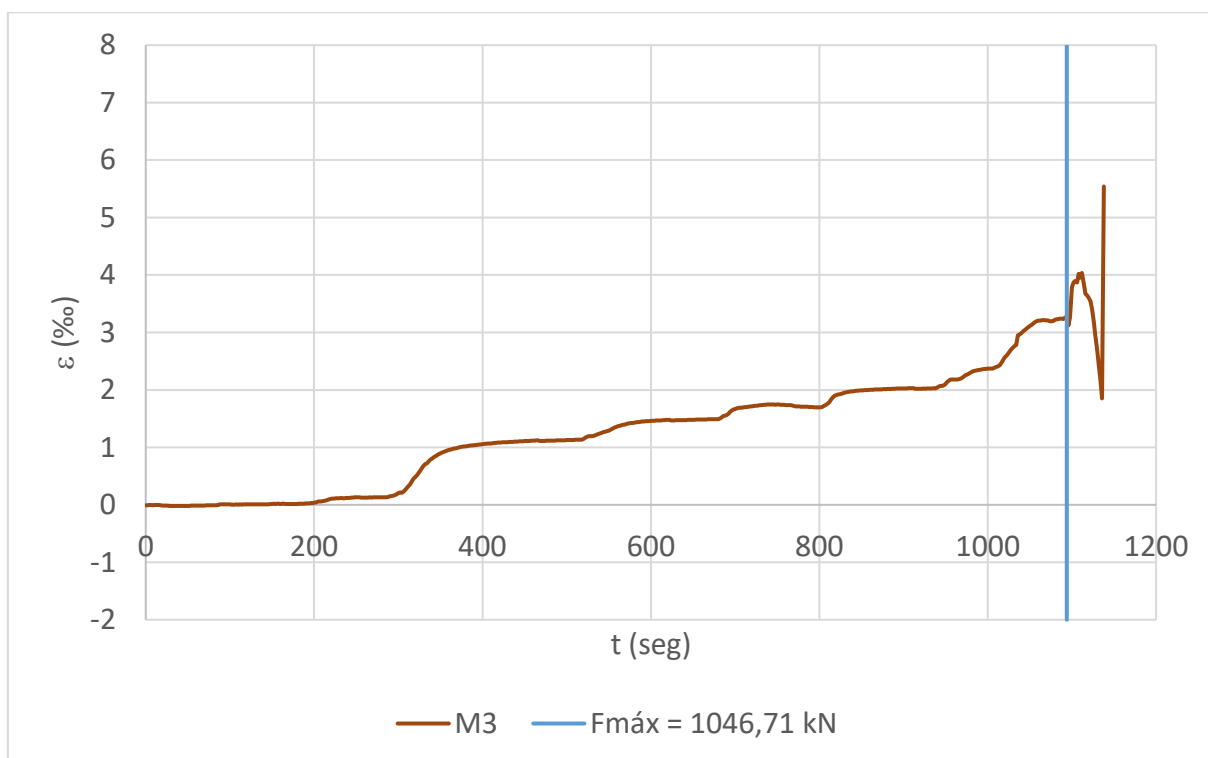
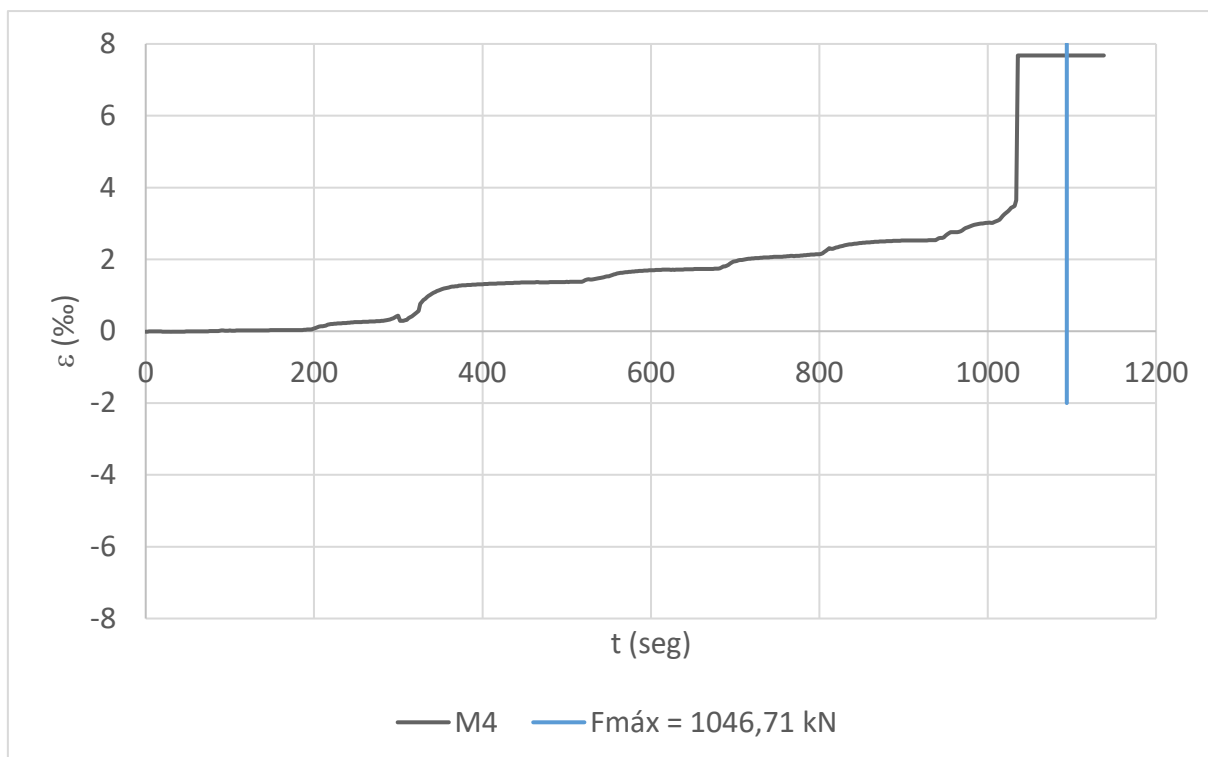


Figura D.48 – Curva deformação - tempo



- **Ensaio do bloco N2B45A2Cbis**

Figura D.49 – Curva deformação - tempo

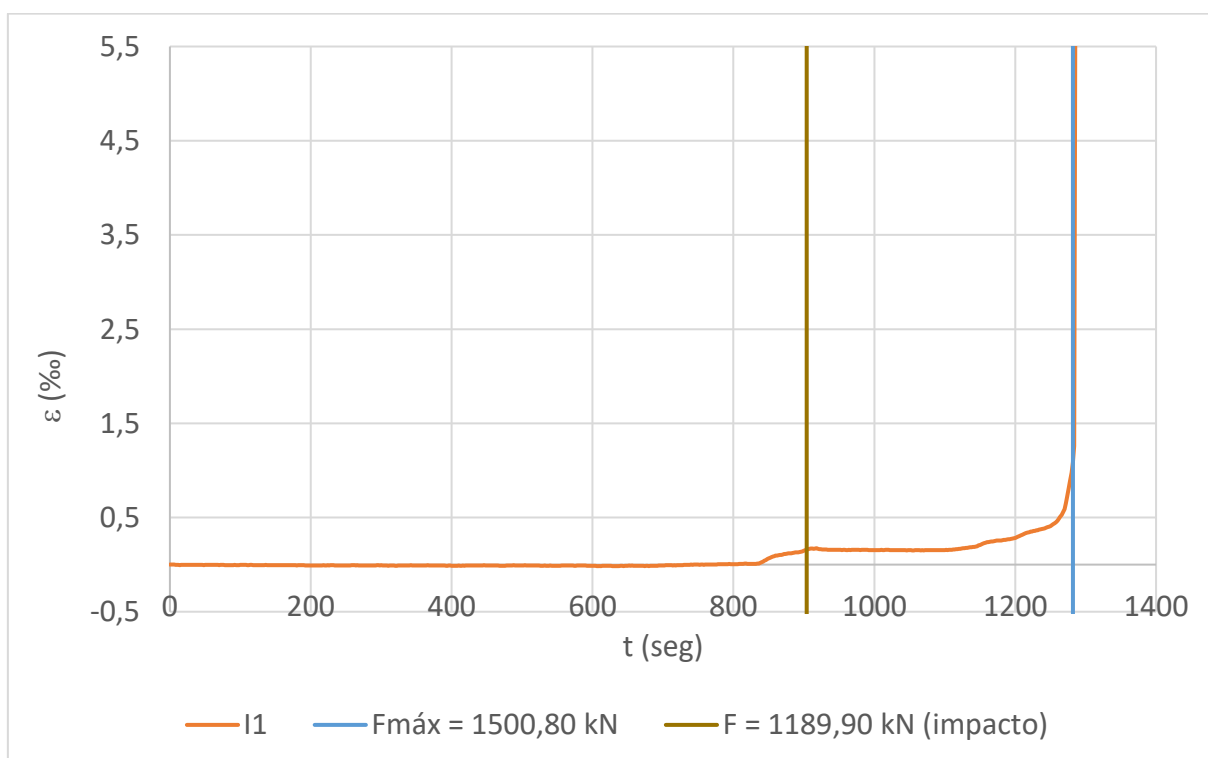


Figura D.50 – Curva deformação – tempo

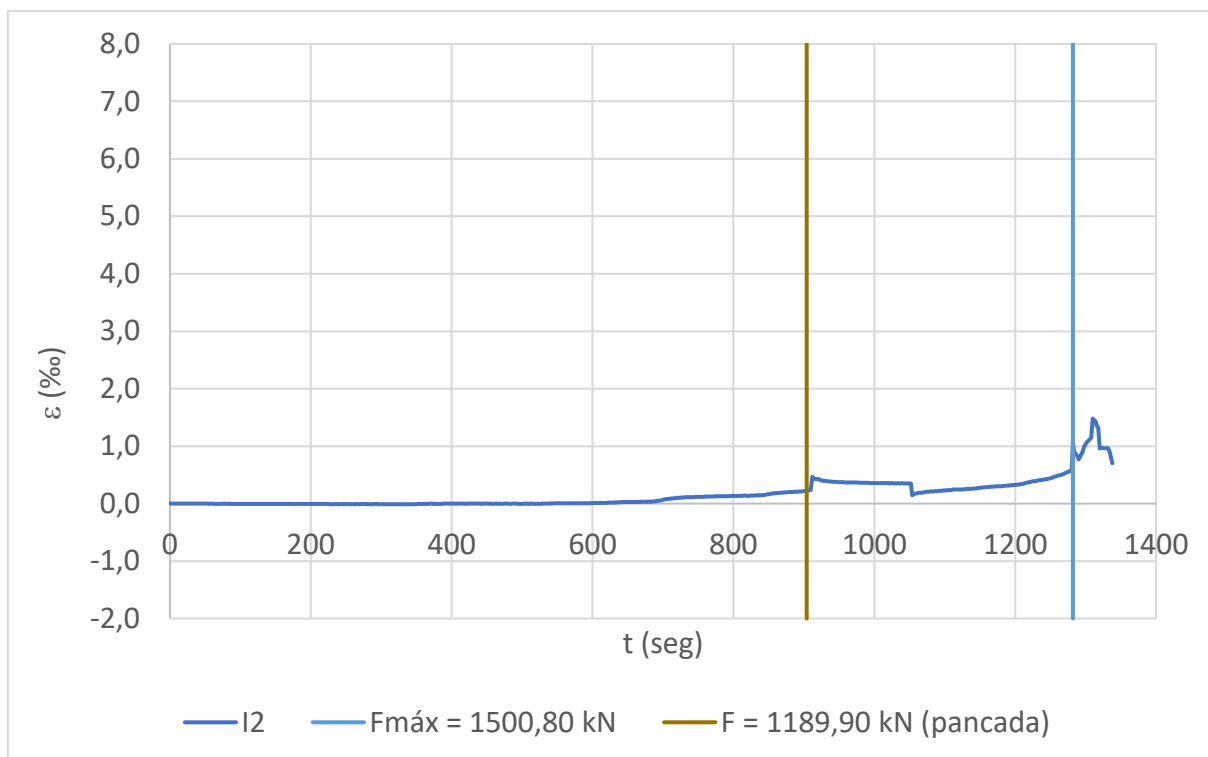


Figura D.51 – Curva deformação - tempo

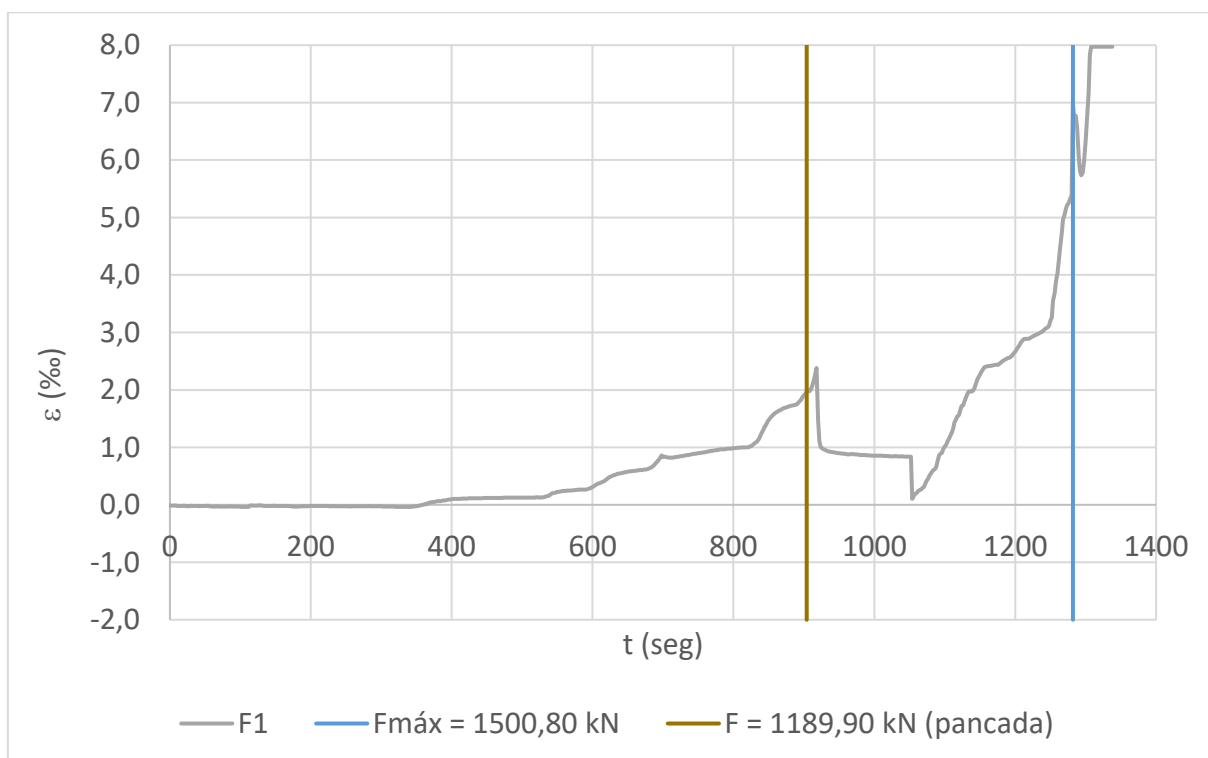


Figura D.52 – Curva deformação - tempo

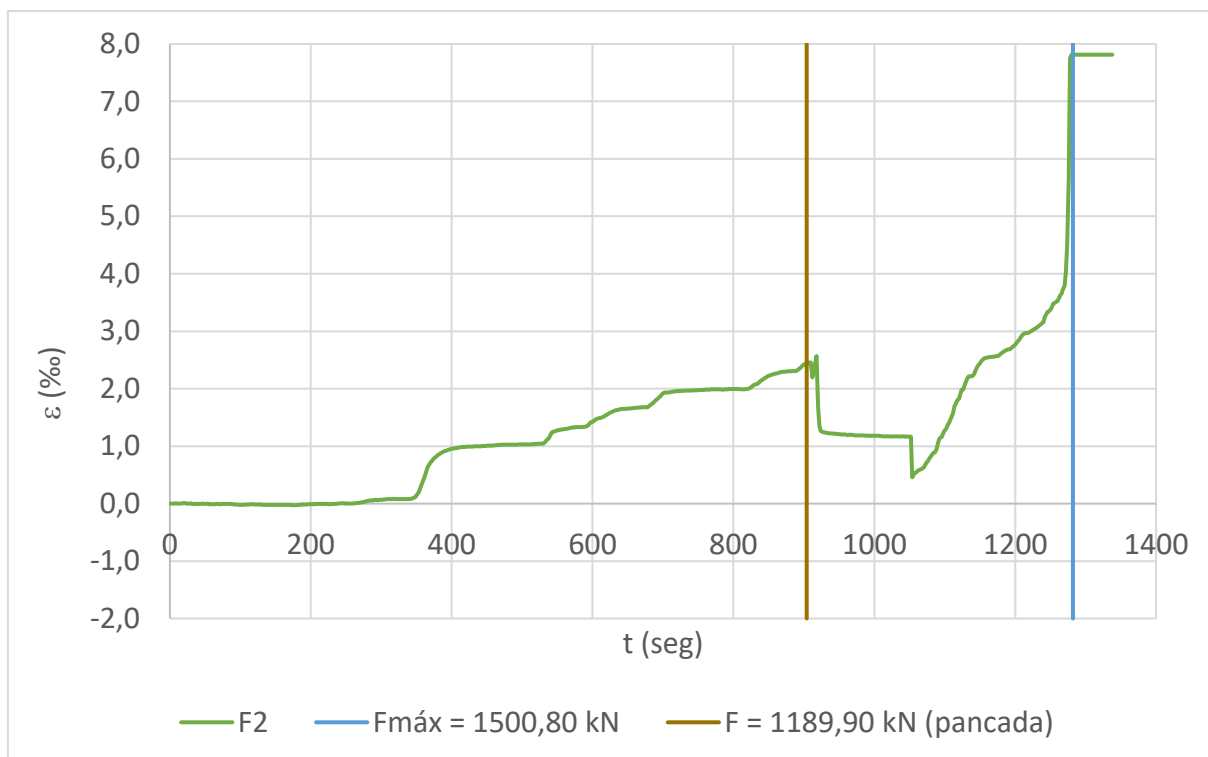


Figura D.53 – Curva deformação - tempo

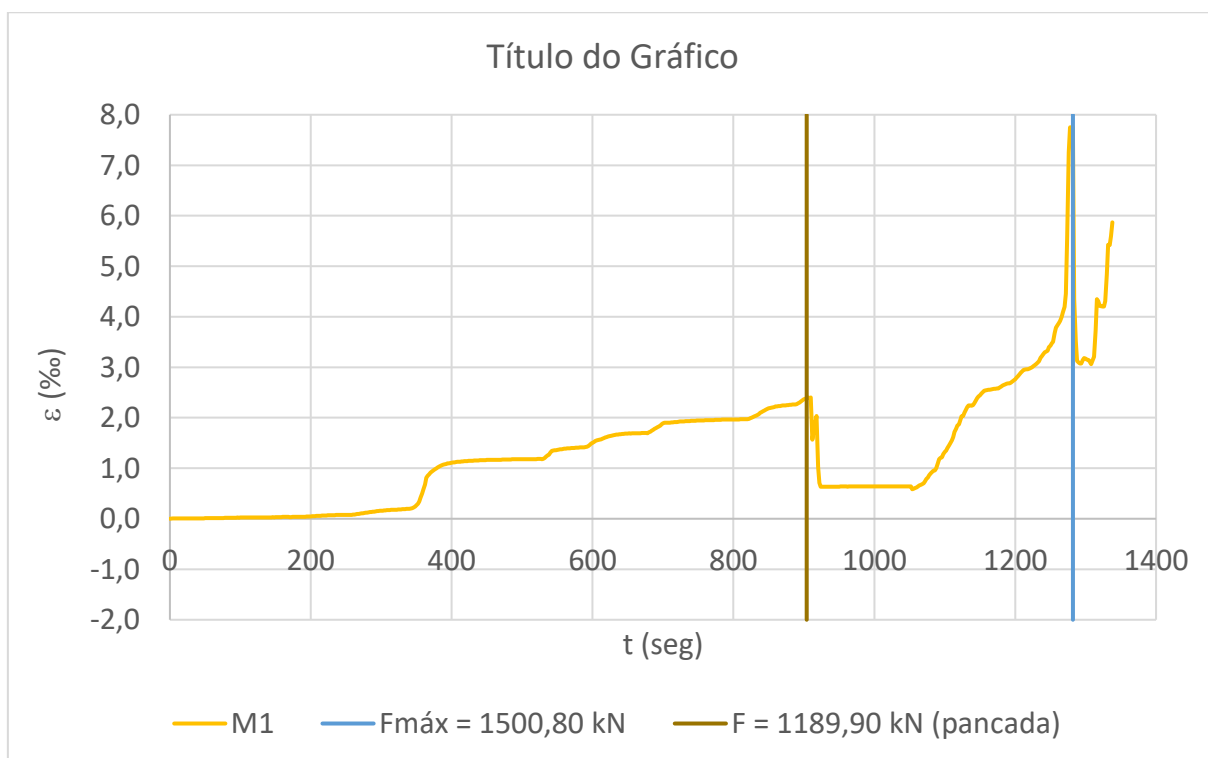


Figura D.54 – Curva deformação - tempo

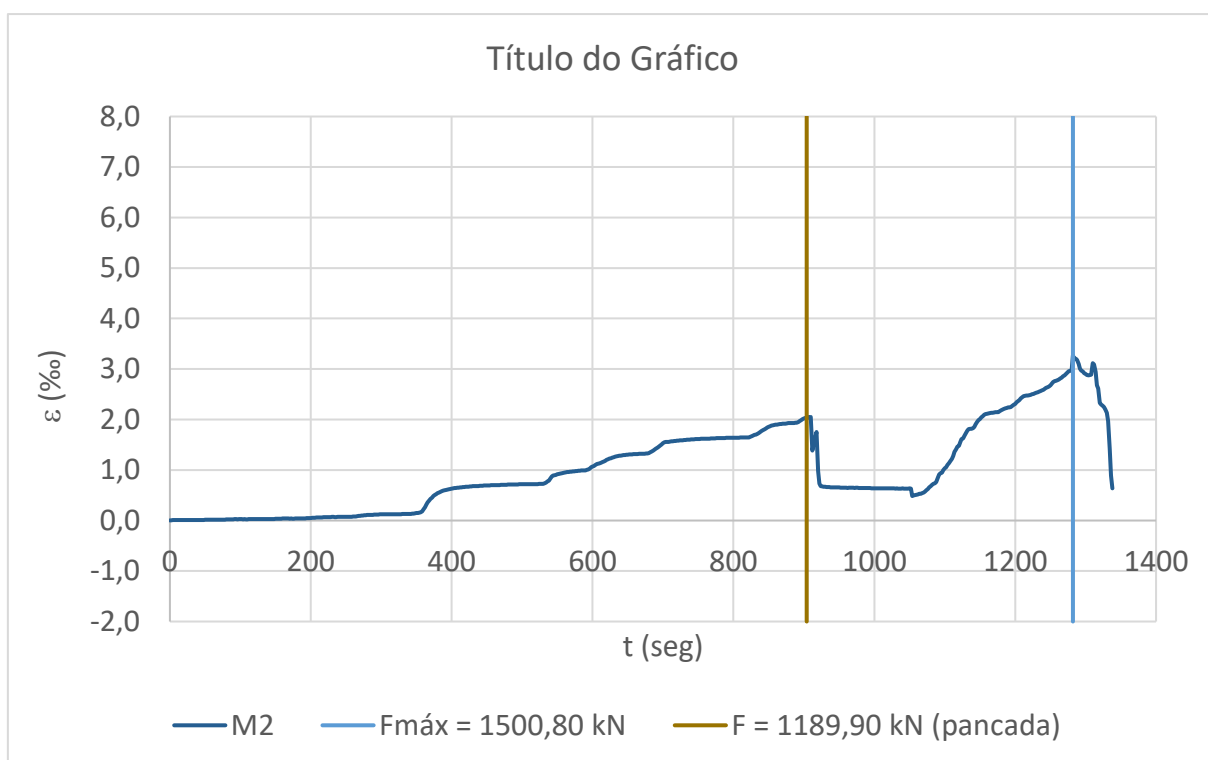


Figura D.55 – Curva deformação - tempo

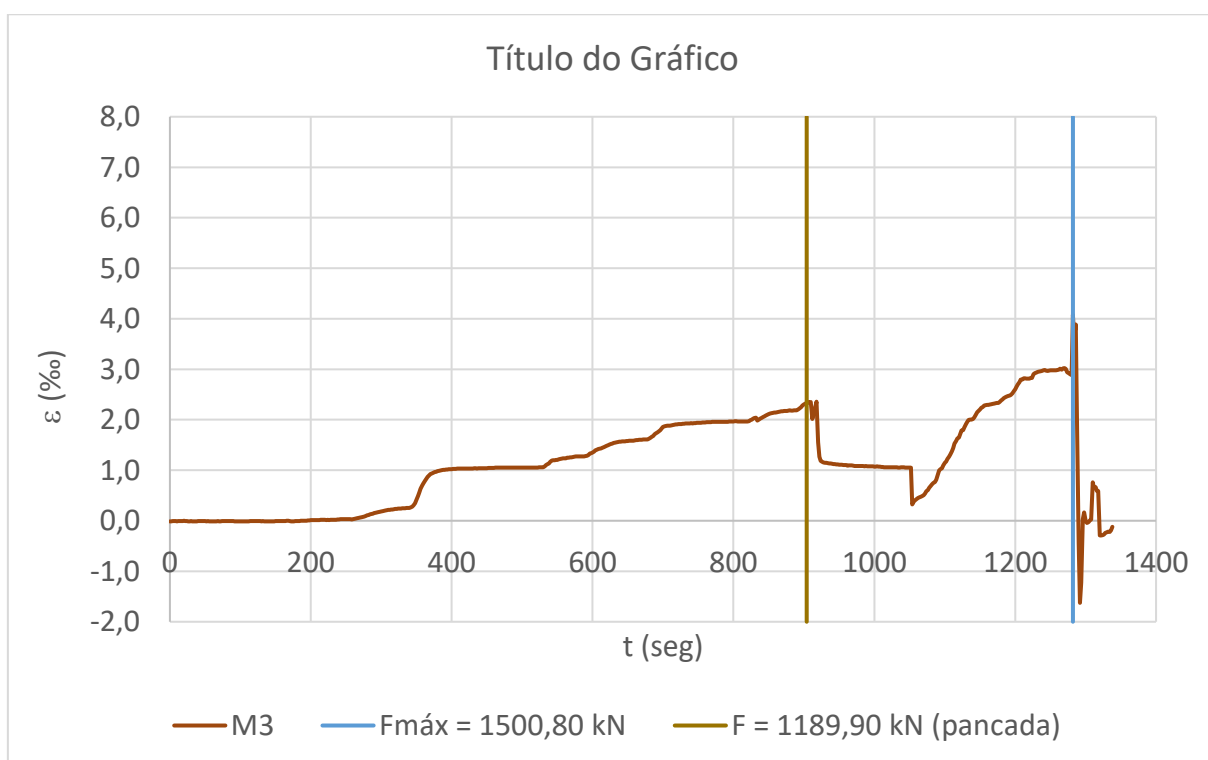
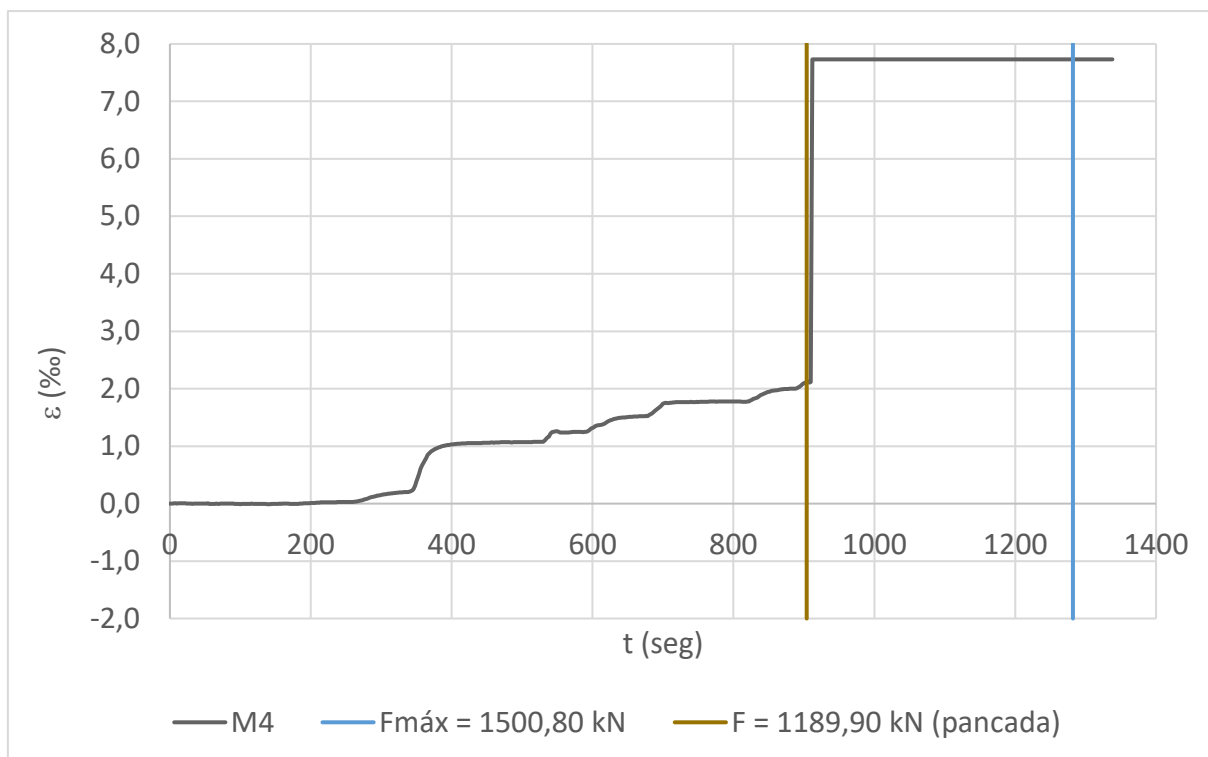


Figura D.56 – Curva deformação - tempo



- **Ensaio do bloco N1B45A2Cbis**

Figura D.57 – Curva deformação - tempo

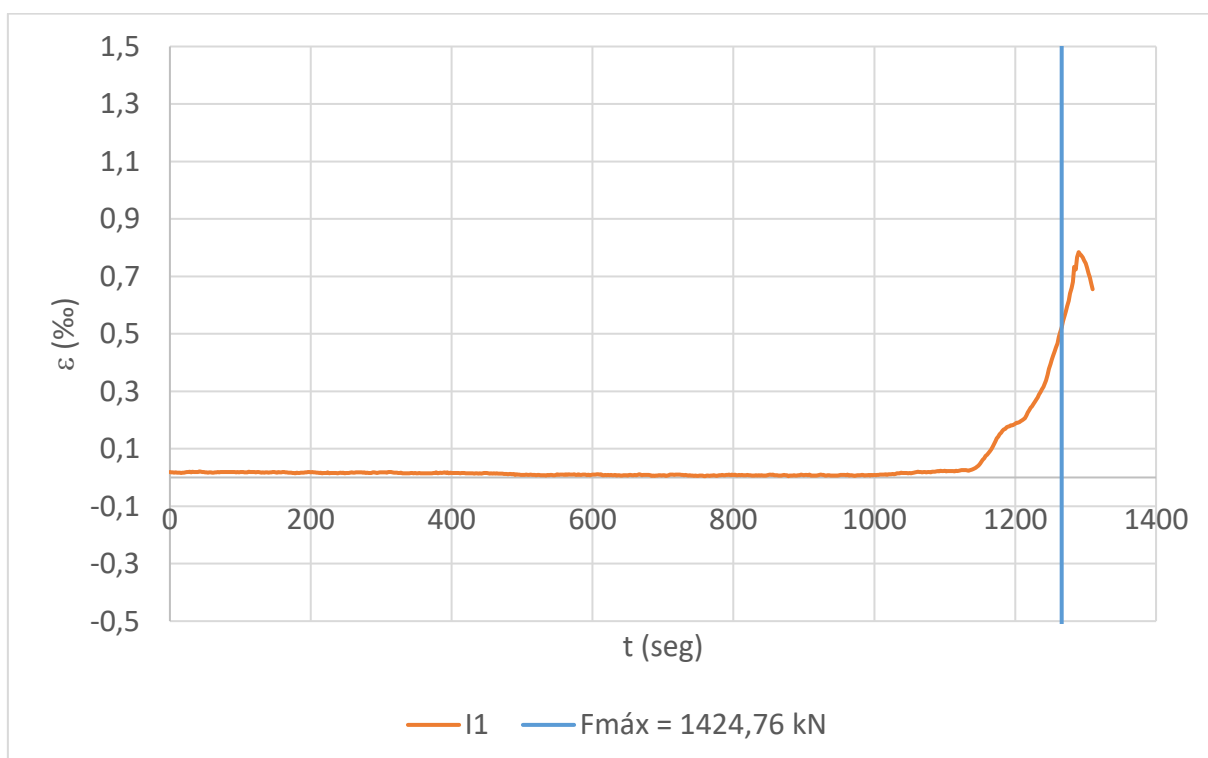


Figura D.58 – Curva deformação - tempo

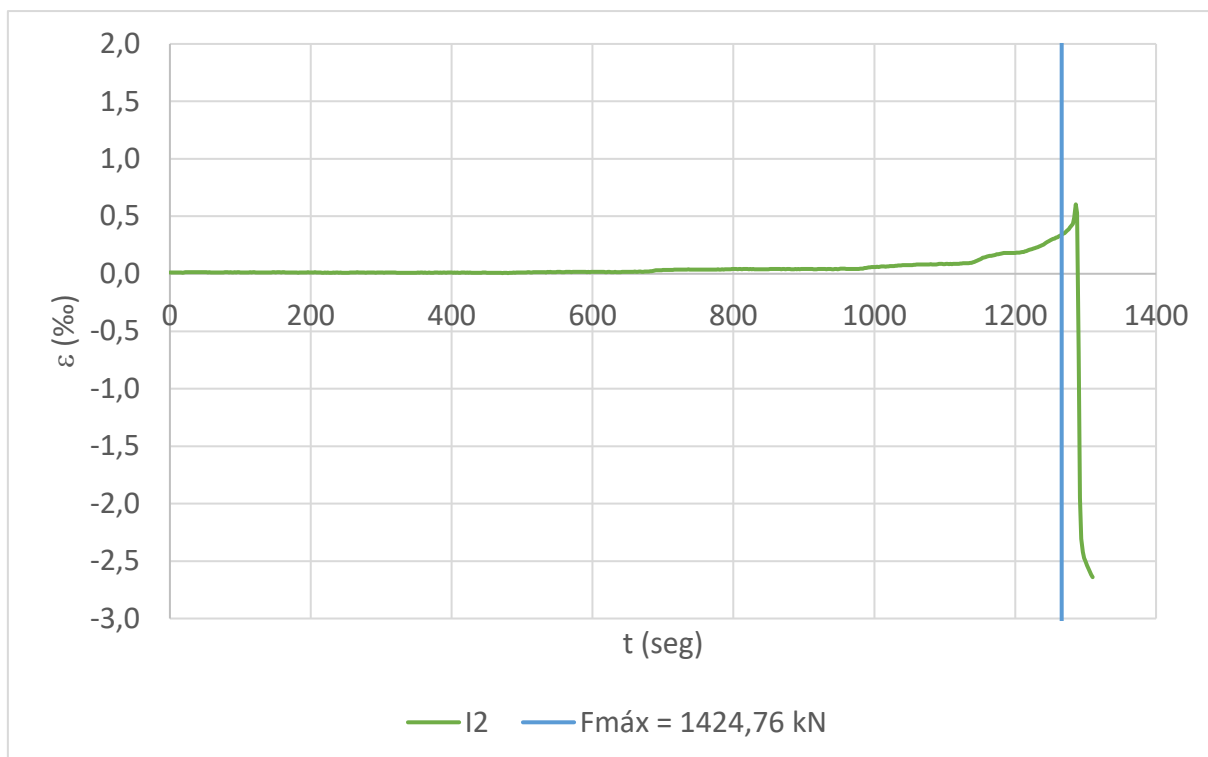


Figura D.59 – Curva deformação - tempo

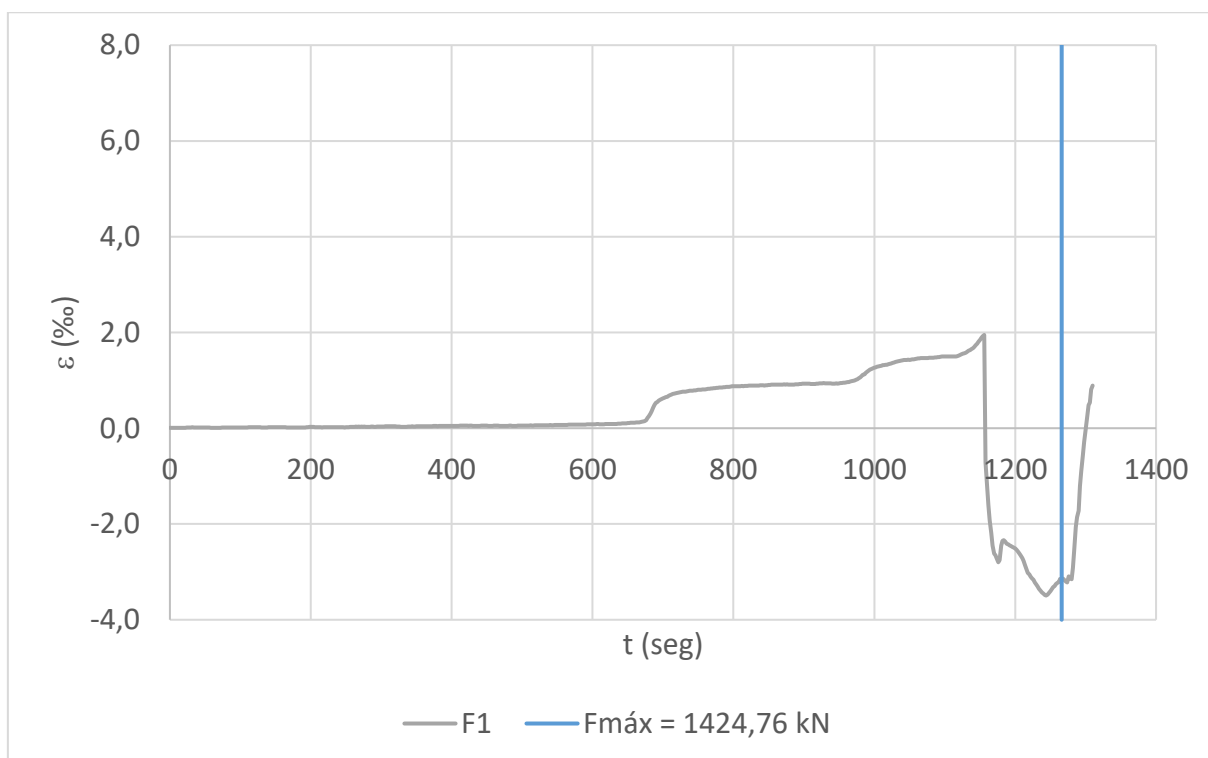




Figura D.60 – Curva deformação - tempo

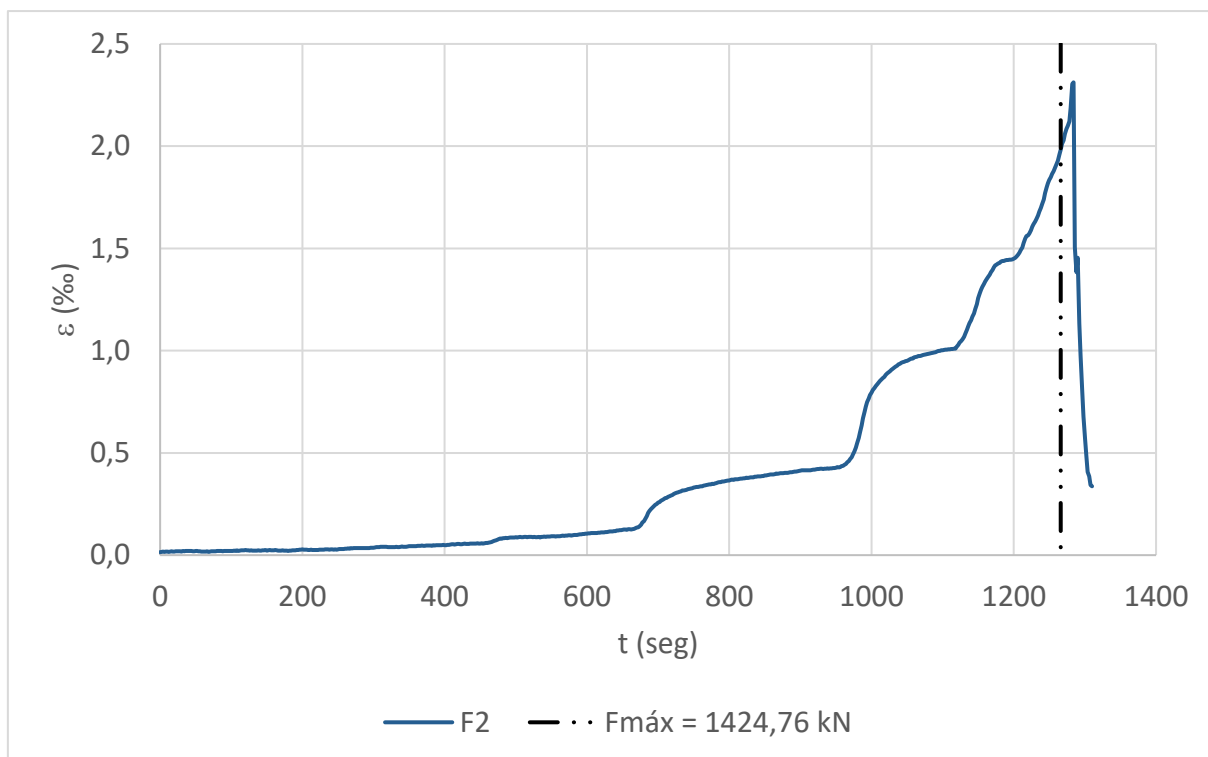


Figura D.61 – Curva deformação - tempo

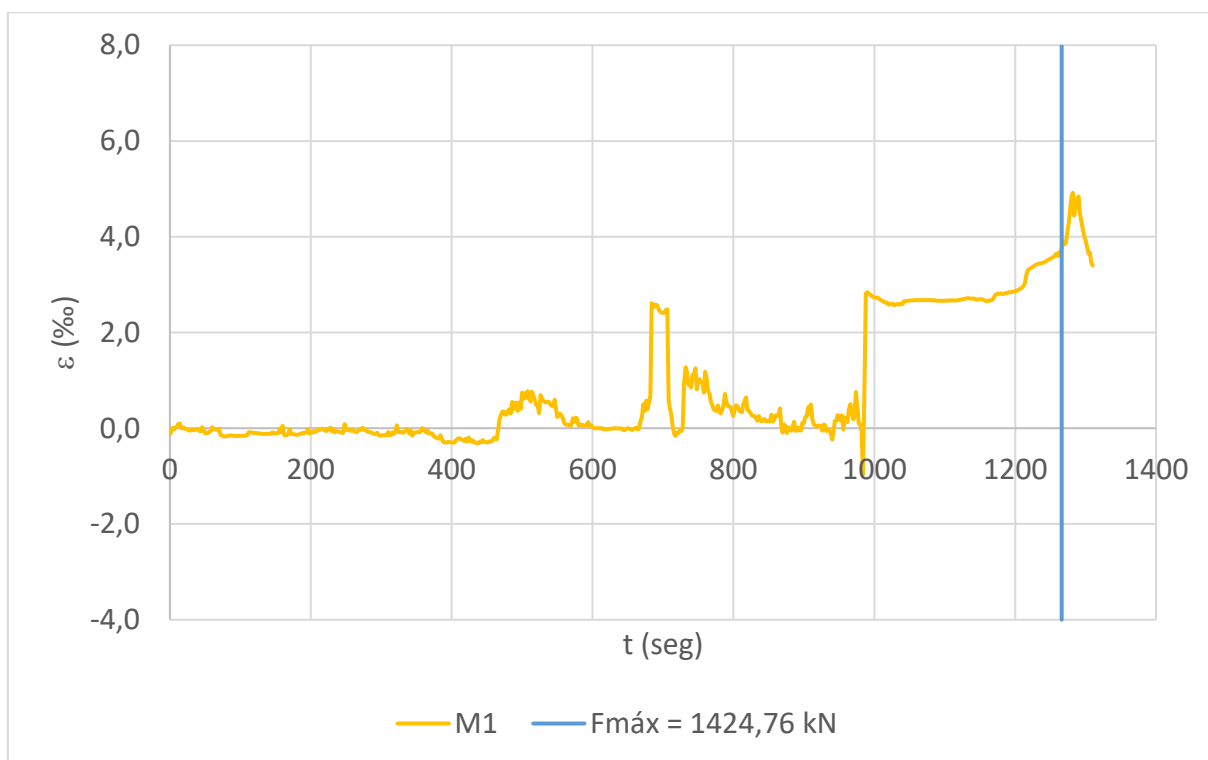


Figura D.62 – Curva deformação - tempo

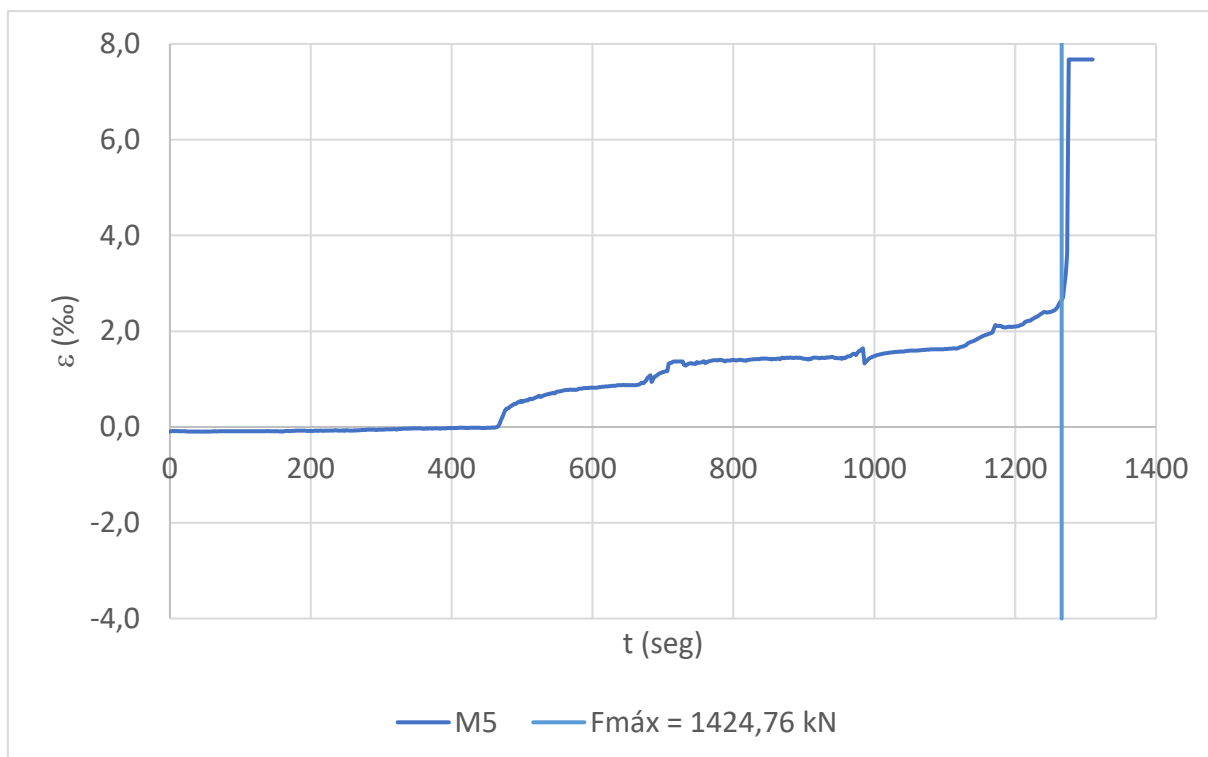


Figura D.63 – Curva deformação - tempo

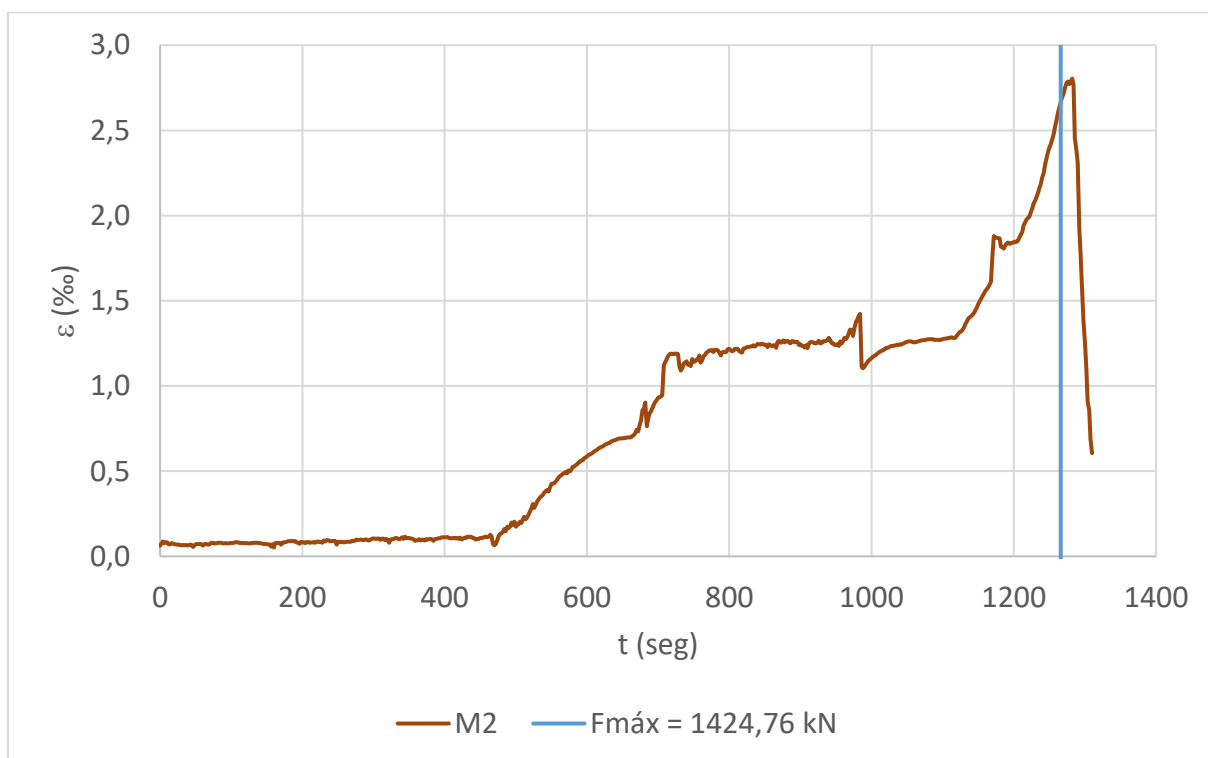


Figura D.64 – Curva deformação - tempo

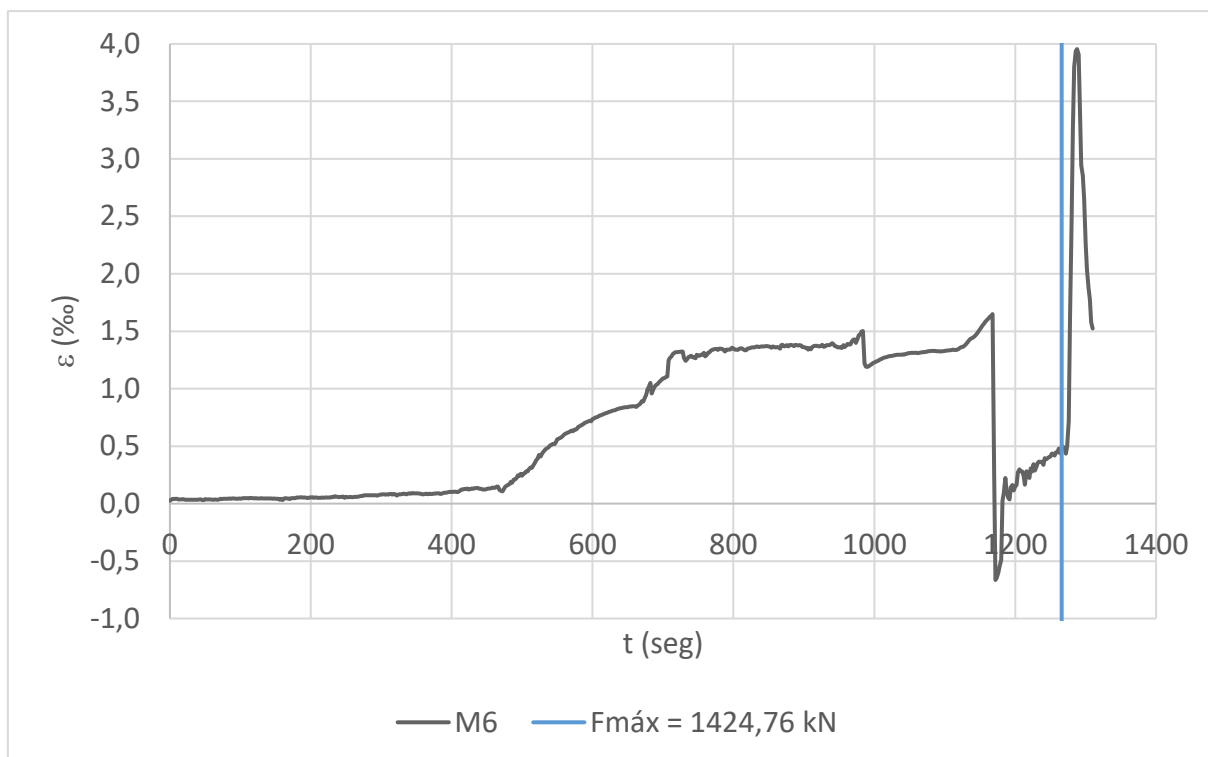


Figura D.65 – Curva deformação - tempo

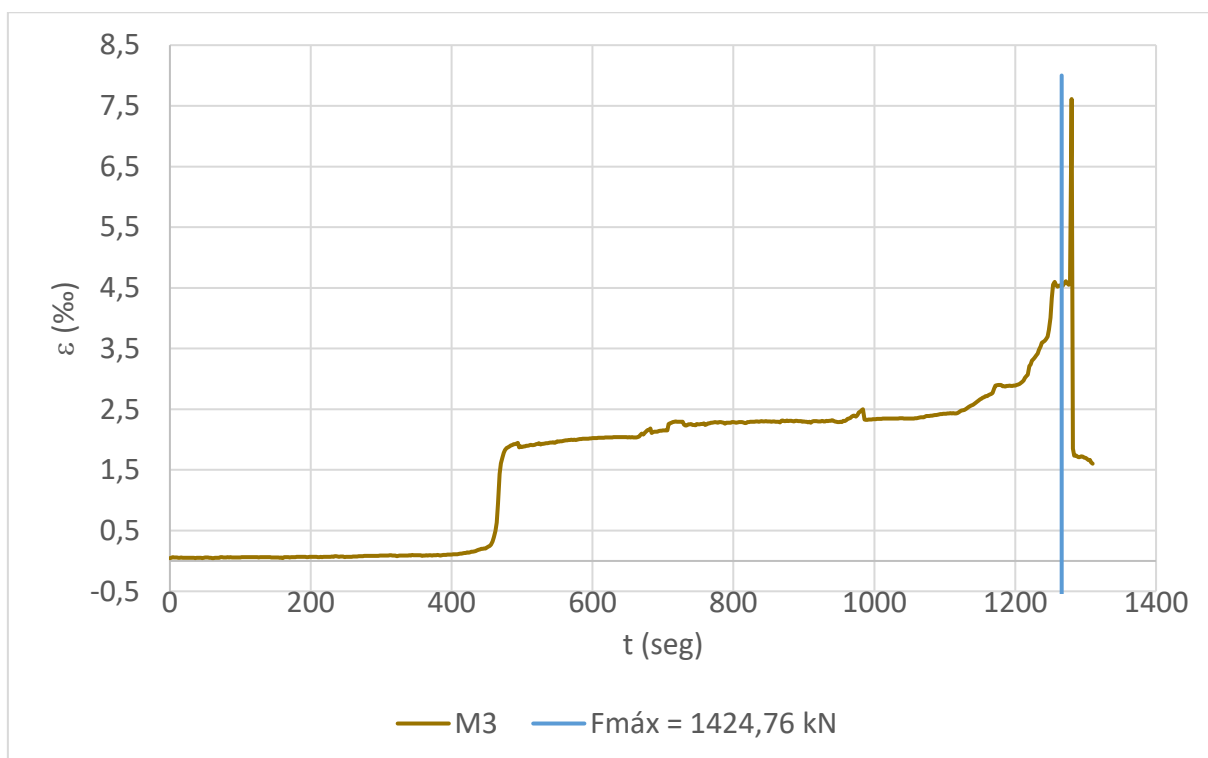


Figura D.66 – Curva deformação - tempo

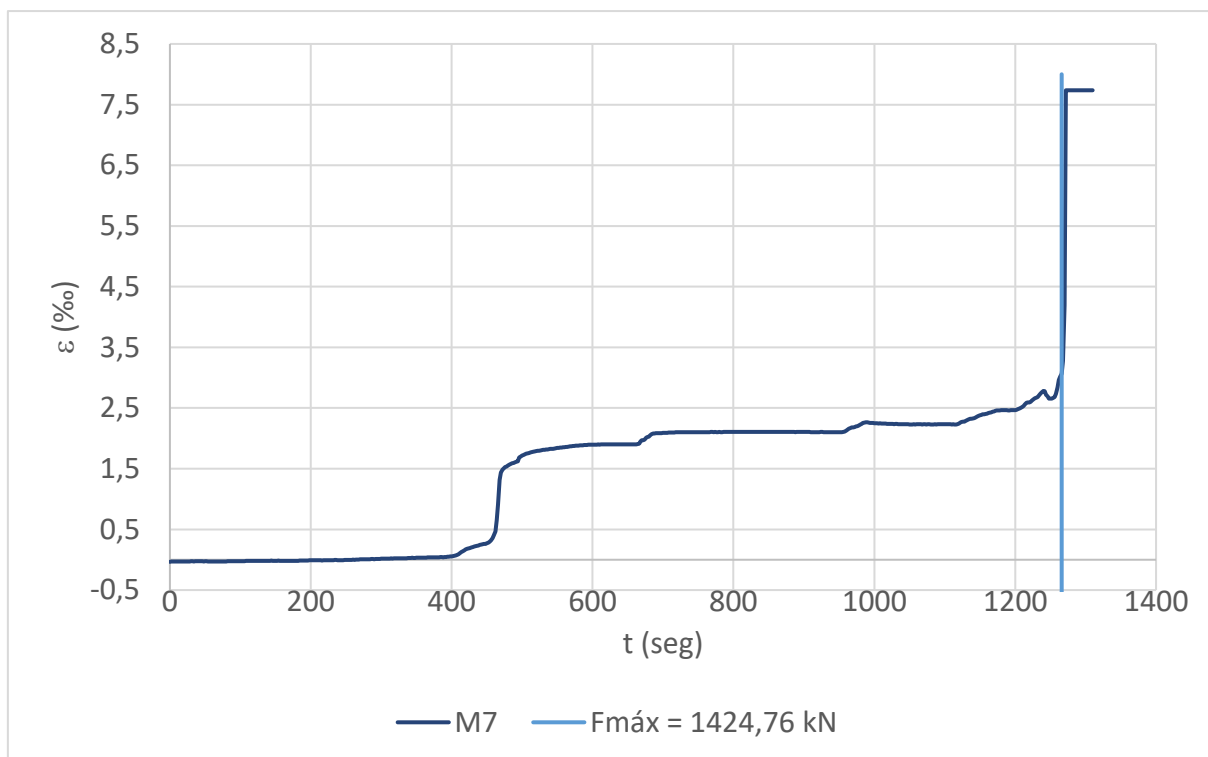


Figura D.67 – Curva deformação - tempo

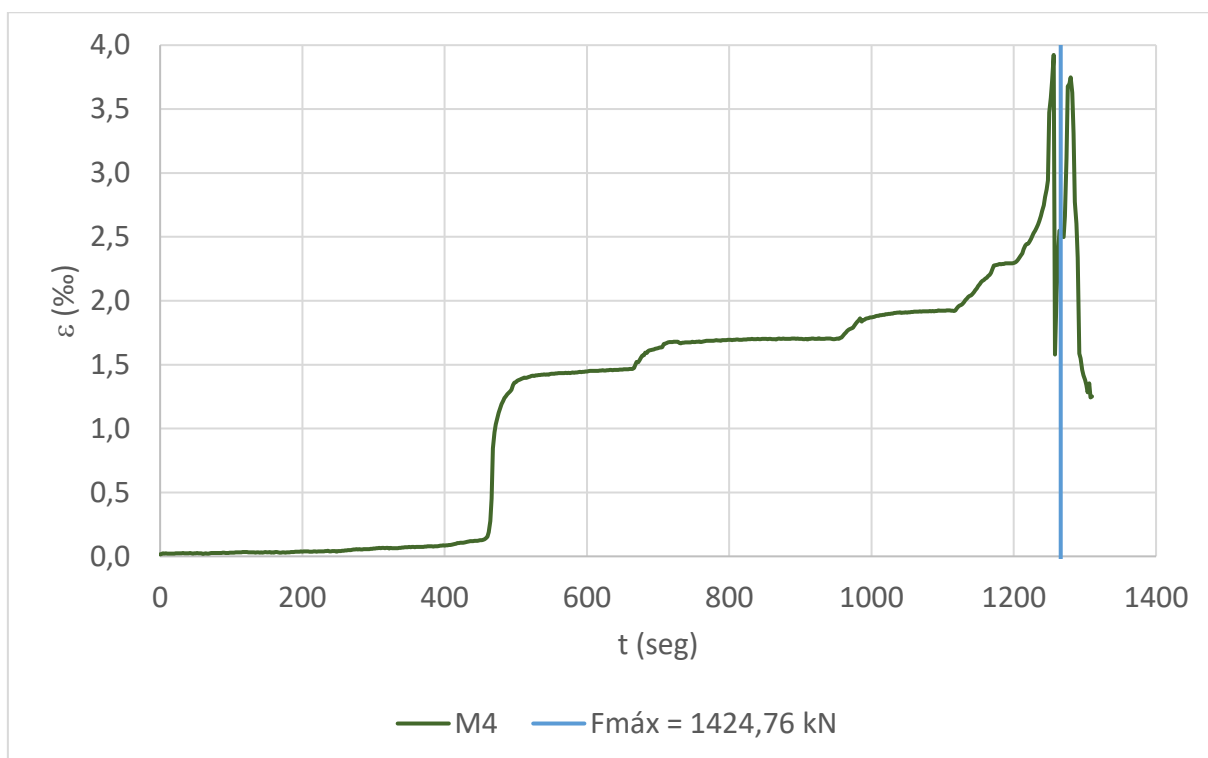


Figura D.68 – Curva deformação - tempo

