

1 INTRODUÇÃO

1.1 Dimensionamento e Análise

O cálculo de estruturas de concreto armado, como se sabe, pressupõe duas etapas distintas e intimamente relacionadas, que são o dimensionamento e a análise. Estabelecidas a geometria geral da estrutura e as ações, o dimensionamento fixa as resistências dos materiais, as dimensões das seções transversais dos diferentes elementos estruturais, as correspondentes armaduras e respectivas distribuições, para que sejam atendidos, com a devida segurança, os vários estados limites últimos e de utilização. Com a estrutura assim pronta segue-se a sua análise, etapa na qual são determinadas as solicitações que permitem comprovar as exigências dos mencionados estados limites. Este procedimento pressupõe uma fase inicial de análise e de subsequente pré-dimensionamento. É quase sempre iterativo e em certa medida arbitrário, pois há diferentes dimensionamentos para uma mesma capacidade portante.

Atualmente as normas permitem os seguintes tipos de análise estrutural:

- (1) Análise linear
- (2) Análise linear, seguida de redistribuição limitada
- (3) Análise plástica
- (4) Análise não-linear

Em qualquer uma delas as condições de equilíbrio e de resistência devem ser satisfeitas, e as diferenças entre elas originam-se das leis constitutivas adotadas para os materiais e do eventual preenchimento das condições de compatibilidade.

A análise é definida como não-linear se o comportamento não-linear dos materiais concreto e aço for considerado. A fissuração e a plastificação devem

ser incluídas, e os efeitos de segunda ordem podem estar presentes ou não. As condições de compatibilidade devem ser atendidas. Nesta análise (como nas demais, exceto na primeira) o princípio da superposição de efeitos perde a validade, e nela não basta o conhecimento das dimensões das seções transversais. É preciso conhecer também as respectivas armaduras e suas distribuições ao longo das peças.

A análise é definida como plástica se for atendido pelo menos um dos dois teoremas básicos da Plasticidade: o estático (a favor da segurança) ou o cinemático (contra a segurança). O comportamento material é admitido como rígido-plástico (deformações elásticas desprezadas) ou elastoplástico, com ou sem encruamento. No primeiro modelo constitutivo, associado ao teorema cinemático, a condição de compatibilidade é substituída pela exigência de suficiente ductilidade (que se traduz, nas peças lineares e nas lajes, pela capacidade de rotação plástica), para que a conformação de colapso prevista seja alcançada. Este modelo é aplicado na determinação da capacidade portante de lajes (pela Teoria das Charneiras Plásticas, talvez um dos poucos casos em que as duas fases mencionadas são integradas numa única), na comprovação da capacidade portante de estruturas existentes, sobre as quais há dúvidas quanto à segurança ao colapso, e é muito útil no pré-dimensionamento. A análise plástica com o modelo constitutivo elastoplástico é uma simplificação da análise não-linear que, se atendido o teorema estático, engloba a análise linear, mesmo com redistribuição de solicitações.

Como a plastificação é, em geral, restrita a uma região muito limitada da estrutura, esta pode ser simulada, nas peças lineares, através de uma rótula plástica concentrada na seção crítica. Nas lajes as faixas com plastificação da armadura são concentradas nas linhas (charneiras) de ruptura que definem a conformação de colapso. A demanda de rotação plástica, decorrente da análise, não pode superar a capacidade de rotação plástica da seção crítica correspondente.

A análise é definida como elástica e linear se os materiais forem admitidos como elásticos lineares. Como consequência deste comportamento material o diagrama momento-curvatura é linear (sem qualquer limitação de deformação e de resistência na fase de análise), e por isso as condições de compatibilidade são violadas. Com isso, mesmo respeitando-se as condições de resistência no dimensionamento, a capacidade portante da estrutura pode não se

verificar, se nela não houver suficiente ductilidade (capacidade de rotação plástica) para atingir a distribuição de solicitações prevista. Esta é a razão pela qual atualmente impõem-se, nas estruturas hiperestáticas, limites para a profundidade relativa, x/d , da linha neutra no Estado Limite Último por flexão, com o que se garante implicitamente uma capacidade mínima de rotação plástica das diferentes seções críticas. Nas vigas contínuas e nas vigas pertencentes a pórticos indeslocáveis são impostas as seguintes condições, cf. o MC-90, item 5.4.2:

$$x/d \leq 0,45 \quad f_{ck} \leq 35MPa, \text{ aços de ductilidade alta e muito alta} \quad (1.1)$$

$$x/d \leq 0,35 \quad f_{ck} > 35MPa, \text{ aços de ductilidade alta e muito alta} \quad (1.2)$$

$$x/d \leq 0,25 \quad f_{ck} \leq 80MPa, \text{ aços de ductilidade baixa} \quad (1.3)$$

Ver a classificação dos aços conforme sua ductilidade na Tabela 2.3. Os dois primeiros limites são respectivamente iguais a 0,50 e 0,40 na NB1, 2000, item 14.5.4.3, lembrando-se que esta norma trata de concretos até a Classe 50.

A análise linear, seguida de redistribuição limitada das solicitações, consiste em reduzir nas seções críticas (geralmente nos apoios de continuidade, onde se dão os maiores momentos elásticos, e a influência favorável da força cortante é maior do que no vão) os momentos fletores elásticos, multiplicando-os pelo seguinte coeficiente δ , cf. MC-90, item 5.4.3.2:

$$\delta \geq 0,44 + 1,25 \frac{x}{d} \quad f_{ck} \leq 35MPa, \text{ aços de ductilidade alta e muito alta} \quad (1.4)$$

$$\delta \geq 0,56 + 1,25 \frac{x}{d} \quad f_{ck} > 35MPa, \text{ aços de ductilidade alta e muito alta} \quad (1.5)$$

observando-se os limites:

$0,75 \leq \delta \leq 1$ nas vigas contínuas e nas vigas de pórticos indeslocáveis, para aços de ductilidade alta e muito alta,

$0,90 \leq \delta \leq 1$ nos pórticos deslocáveis, para aços de ductilidade alta e muito alta, e ainda

$$\delta \geq 0,75 + 1,25 \frac{x}{d} \quad f_{ck} \leq 60MPa, \text{ para aços de ductilidade baixa} \quad (1.6)$$

Observe-se que, na análise linear, com ou sem redistribuição, não mais se permite escolher, por economia, x/d na fronteira dos domínios 3 e 4, pois para tal valor (igual a 0,628 para o CA-50) a capacidade de rotação plástica é muito baixa, como se poderá comprovar no Capítulo 5, e não há em absoluto a garantia de que a suposta distribuição de solicitações no ELU seja atingida. Note-se também que, se os limites das Equações (1.1) e (1.2) forem substituídos nas Equações (1.4) e (1.5), respectivamente, obtém-se $\delta = 1$.

A redistribuição em si mesma deve ser entendida como uma questão de projeto relacionada com a análise elástica, porquanto não há redistribuição de solicitações na estrutura, mas distribuição de solicitações conforme alteração da sua rigidez ao longo do processo de carregamento. Obedecidas as condições do coeficiente δ , é arbitrária a escolha de quais momentos das seções críticas serão reduzidos, assim como é arbitrário o valor dessa redução. Feita a redução dos momentos, refaz-se a análise para garantir o equilíbrio. Essas são as condições de ductilidade, que substituem as de compatibilidade, e com isso é dispensável a comprovação da capacidade de rotação plástica. Note-se que o EC-2, item 2.5.3.4.2, não permite redistribuição alguma nos pórticos deslocáveis. A NB1, 2000, permite nesse caso uma redistribuição de até 10%, como o MC-90, e abre, com acerto, a possibilidade de limites maiores, desde que “a estrutura seja calculada mediante o emprego da análise não-linear ou da análise plástica, com a verificação explícita da capacidade de rotação plástica”. Os coeficientes δ das Equações (1.4) a (1.6) decorrem de simulações em estruturas hiperestáticas simples, através da análise não-linear, e são confirmados experimentalmente. Ver Eligehausen e Fabritius (1991). Este coeficiente é associado à capacidade de rotação plástica que por sua

vez é associada à profundidade relativa da LN no ELU por flexão, para facilitar o trabalho do calculista. Quanto maior for a redistribuição de solicitações, menor é o valor de δ e maior deve ser a capacidade de rotação plástica. Note-se, novamente, que na solução elástica ($\delta = 1$) esta capacidade não é nula, embora possa ser pequena. Seu valor, aliás, pode ser determinado com os limites dados nas Equações (1.1) a (1.3) e os gráficos do item 5.9, Fig. 5.30 ou Fig. 5.31. Da mesma forma, também não é nula a demanda de rotação plástica, mesmo que isto não seja apontado na análise elástica.

1.2 Objetivos

Como se depreende do item anterior, é essencial a consideração da não-linearidade física dos materiais nos diferentes tipos de análise, para que seja estabelecida corretamente a capacidade resistente das estruturas de concreto. O presente trabalho restringe-se a estruturas planas de concreto armado, especificamente a vigas contínuas, pórticos e lajes armadas numa só direção. Nesse contexto procura-se esclarecer problemas relacionados com a deformabilidade e a resistência das mencionadas peças, considerando-se as fontes de não-linearidade física que influem na determinação das solicitações, em especial a fissuração e a plastificação dos materiais. Para efeitos práticos serão determinadas as rigidezes dos elementos estruturais submetidos à flexão composta normal, com força axial de compressão, bem como a respectiva capacidade de rotação plástica. Para conseguir isso é necessária a consideração do enrijecimento da armadura tracionada (*tension stiffening*), pelo efeito da sua aderência ao concreto circundante, não apenas na fase elástica da armadura, mas especialmente na fase plástica. A deformabilidade do banzo tracionado, nas peças dúcteis, é fator essencial na deformabilidade do correspondente elemento estrutural.

Precedendo a parte principal deste trabalho, concentrada nos capítulos 4 e 5, consideram-se no capítulo 2 os comportamentos não-lineares do concreto e do aço, e usam-se conceitos da Mecânica da Fratura. Para o concreto este comportamento é descrito na compressão simples e na tração uniaxial, através do Modelo da Fissura Coesiva, a seguir aplicado na dedução da resistência à tração

na flexão simples. Toma-se como base, na descrição destes três temas, o trabalho de Sigrist (1995). Além disso, são descritos dois critérios de resistência que bastam para as aplicações usuais. São dadas as equações escolhidas para o concreto em flexão, a serem usadas nos capítulos 4 e 5. Para os aços, além de suas equações constitutivas, mostram-se as condições de ductilidade exigidas pelas normas atuais, em particular pela NBR 7480/1996. Comentam-se também as condições de aderência desta norma, associadas ao ensaio de tirante definido pela NBR 7477/1982.

No capítulo 3 examina-se o comportamento conjunto do concreto e da armadura na tração, sob os aspectos de aderência e de fissuração. Mostra-se também a influência dos estribos no espaçamento médio das fissuras. Toma-se como base a lei tensão de aderência-deslizamento do MC-90 para a solução simplificada da equação diferencial do deslizamento, aplicada na fase de formação de fissuras e anterior à plastificação da armadura. Esta mesma lei é posteriormente usada, no capítulo 5, na consideração rigorosa do enrijecimento da armadura tracionada. Mostra-se, ainda, a lei simplificada da tensão da armadura na fissura associada à sua deformação média, também dada no MC-90, deduzindo-a para a fase de fissuração estabilizada e anterior à plastificação da armadura, e complementando-a com o seu último ramo, na fase plastificada da armadura. Esta lei será utilizada nos capítulos 4 e 5, na determinação da rigidez à flexão e da capacidade de rotação plástica pelo método simplificado.

No capítulo 4 são obtidos os diferentes tipos de diagramas momento-curvatura para seções em forma de duplo T assimétrico, com várias camadas de armadura, na flexão composta normal. Através do caso básico da seção retangular em flexão simples, deduz-se o ponto de máximo deste diagrama, a partir do qual se discute o dimensionamento da seção, com a dispensa dos conhecidos domínios de deformação, e a deformabilidade das peças hiperestáticas de concreto armado na ultrapassagem deste ponto. Mostra-se, também, que as curvas de interação na flexo-compressão podem ser obtidas desse ponto de máximo, se a lei constitutiva do concreto possuir um ramo descendente, ao invés de um patamar. Na seqüência, destaca-se a obtenção geral dos vários pontos principais deste diagrama, correspondentes a um dado evento na seção transversal, a saber: o ponto inicial, a fissuração do concreto, o início da plastificação da armadura tracionada, o início da

“plastificação” do concreto (usualmente admitida a partir da deformação correspondente à tensão de pico da curva tensão-deformação), os seus pontos de máximo e último, correspondente a uma deformação limite num dos dois materiais. Este diagrama, para efeito de aplicação na análise estrutural, é linearizado entre estes pontos principais. Disso decorrem leis lineares momento-curvatura (média) por segmento e, por conseqüência, as rigidezes à flexão correspondentes, conforme o intervalo da curvatura (média). Essas rigidezes são determinadas tanto para vigas quanto para pilares. Obtém-se também, de forma mais geral, a rigidez tangente na origem do diagrama momento-curvatura, muito útil em pilares esbeltos. Além disso, tiram-se deste diagrama as grandezas a serem usadas na determinação da capacidade de rotação plástica. Este capítulo é, portanto, essencial para o que segue.

No capítulo 5 determina-se a capacidade de rotação plástica dos elementos unidimensionais mencionados, através de dois métodos diferentes quanto à forma de consideração do enrijecimento da armadura tracionada. Adota-se o modelo da viga equivalente e consideram-se as diferentes fontes de influência nessa capacidade, a saber: a qualidade da aderência, a força cortante, o espaçamento médio das fissuras, o diâmetro da armadura tracionada, a esbeltez da peça, a resistência do concreto e sua deformação limite, as resistências e deformações últimas do aço (suas características de ductilidade), a armadura dupla, a força normal de compressão, bem como o confinamento do concreto em pilares fortemente comprimidos. Mostra-se, também, como se deve proceder para determinar essa capacidade nos casos de assimetria da viga equivalente e nas vigas pertencentes a pórticos, para as quais é mais correto pressupor rótulas plásticas na interface viga-pilar. No presente capítulo 5, como no anterior, são feitas comparações com resultados experimentais. Concluindo o capítulo 5, descreve-se como são determinadas as curvas da capacidade de rotação plástica, em função da profundidade da LN na flexão simples, encontradas nas normas atuais, e propõe-se a curva correspondente do aço CA-50, para uso em projeto.

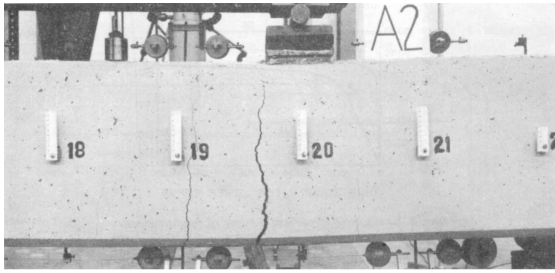
No capítulo 6 resumem-se as principais conclusões encontradas neste trabalho, e indicam-se os pontos que exigem subsequente desenvolvimento.

1.3 Hipóteses Adotadas e Limitações do Presente Trabalho

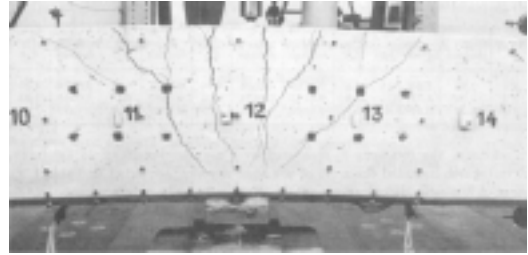
Sabendo-se que os objetivos propostos não são tarefa fácil, mesmo restritos a elementos unidimensionais, uma vez que englobam múltiplas influências, é forçoso limitar o trabalho. As limitações decorrem do seguinte:

- (1) Consideram-se só os carregamentos monotonicamente crescentes, e excluem-se as ações dinâmicas e cíclicas.
- (2) A fluência do concreto é desconsiderada.
- (3) Os efeitos de segunda ordem não são considerados.
- (4) A influência da força cortante na rigidez da peça é desconsiderada, mas é levada em conta na determinação da capacidade de rotação plástica, a partir da fissuração diagonal, quando então essa influência passa a ter papel relevante. Ver na Fig. 1.1 a classificação das rótulas plásticas, cf. Bachmann (1970). Quanto às leis de deformabilidade do concreto estrutural sob solicitações múltiplas, vale repetir a observação de Levi et al. (1995): “O único caso verdadeiramente bem conhecido (da lei de deformabilidade) é o da combinação de momento e de força normal”. A deformabilidade do concreto armado sob solicitações múltiplas vem sendo, atualmente, bastante pesquisada. Em particular, na combinação de tensões normais e tangenciais oriundas da flexão e da força cortante ou do momento torçor, podem-se destacar, no Brasil, os trabalhos de Schulz (1988) e de Stucchi (1991).
- (5) Não se considera a influência favorável dos estribos no confinamento da zona comprimida das seções transversais, exceto na aplicação a pilares cintados.
- (6) Consideram-se concretos até a Classe 50, como na NB1, 2000.

Adotam-se, em geral e onde possível, as propriedades mecânicas médias dos materiais. É de se notar que nas normas tais propriedades só estão definidas para o concreto. Para os aços há falta de dados referentes a essas propriedades médias, como salientado por Levi et al., *ibidem*. Conforme o EC-2,



(a) Rótula plástica de flexão



(b) Rótula plástica de flexão e de força cortante

Fig. 1.1: Classificação das rótulas plásticas, cf. Bachmann (1970).

Anexo 2, A2.1, P(3), as deformações e, por conseqüência, a distribuição das solicitações na estrutura devem ser calculadas com base nos valores médios das propriedades dos materiais (p. ex., f_{cm} , f_{ctm} , E_{cm} , etc.). No entanto, deverão considerar-se os valores de cálculo dessas propriedades em zonas críticas, nas quais a resistência última deve ser calculada com base no disposto em 4.3.1 (do EC-2), item que se refere ao dimensionamento no ELU por solicitações normais. Este ponto no MC-90, item 5.4.1.4, salvo melhor interpretação, dá margem a confusão, pois este código diz que “atingido o escoamento (da armadura tracionada) nas regiões críticas, devem-se usar os valores de cálculo das propriedades dos materiais *tanto na análise quanto na determinação da resistência*”. Na verdade, os valores de cálculo das resistências devem ser admitidos somente no dimensionamento e não na análise, conforme explicado na Fig. 5.29 do capítulo 5. Essa diferenciação está claramente apontada na NB1, 2000, Anexo C. Tal procedimento, relacionado com o formato de segurança atualmente vigente nessas três normas, implica *postular* a existência *simultânea* de rótulas plásticas em todas as seções críticas da estrutura, cujas armaduras tracionadas tenham atingido a resistência de cálculo, f_{yd} . Equivale, também, à situação análoga nas lajes, para as quais são admitidas resistências de cálculo *ao longo de todo o comprimento das charneiras plásticas*. Esta questão relativa à segurança das estruturas de concreto é matéria controversa, e não será discutida aqui. Ver os trabalhos correspondentes nos Boletins do CEB de números 229 (1995) e 239 (1997). Note-se, ainda, que o procedimento permitido pela NBR

8681 na análise não-linear com efeito de segunda ordem, no qual se desdobra o coeficiente de ponderação das ações γ_f em seus três coeficientes parciais, realizando-se a análise até o nível das ações $\gamma_{f1}\gamma_{f2}F_k$, e fazendo-se em seguida o dimensionamento com a solicitação $S_d = \gamma_{f3}S(\gamma_{f1}\gamma_{f2}F_k)$, sendo $\gamma_{f3} = 1,1$, praticamente faz desaparecer as rótulas plásticas. Isso inviabiliza a consideração dessas rótulas e a possibilidade de redistribuição das solicitações nos pórticos planos decorrente da plastificação da armadura, uma vez que o momento do início do escoamento da armadura e o momento último pouco diferem entre si, e tais pórticos inevitavelmente têm pilares (pelo menos mediamente) esbeltos. Ver Levi et al., *ibidem*.

Na configuração de colapso de estruturas aporticadas procura-se sempre preservar os pilares, pois esses elementos estruturais têm pouca ou nenhuma ductilidade e exibem ruptura frágil, a menos que sejam cintados ou que apresentem suficiente escoamento da armadura tracionada. Com isso, em geral não se permite que os pilares tenham deformações anelásticas, mesmo no ELU com as ações majoradas, e delega-se às vigas a função de dissipar energia, através das rótulas plásticas, com o que a estrutura pode ser considerada dúctil. Esse é o modelo de “colunas fortes, vigas fracas” (*strong-columns weak-beams*), cf. Heyman (1971).