ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO -EPUSP

MARLAN DERLAN SERRA CUTRIM

ANÁLISE LINEAR ESTÁTICA E DINÂMICA DE EDIFÍCIO CONSIDERANDO A INTERAÇÃO SOLO E FUNDAÇÃO RASA OU PROFUNDA

SÃO PAULO - SP 2020

MARLAN DERLAN SERRA CUTRIM

ANÁLISE LINEAR ESTÁTICA E DINÂMICA DE EDIFÍCIO CONSIDERANDO A INTERAÇÃO SOLO E FUNDAÇÃO RASA OU PROFUNDA

Versão corrigida

(Versão original encontra-se na unidade que aloja o Programa de Pós-Graduação)

> Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências. Área de concentração: Engenharia de Estruturas.

> Orientador: Prof. Dr. Valério da Silva Almeida.

SÃO PAULO - SP 2020 Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob reponsabilidade única do autor e com anuência do seu orientador.
São Paulo, de de
Assinatura do autor:
Assinatura do orientador:

Catalogação-na-publicação

Cutrim, Marlan Derlan Serra

Análise linear estática e dinâmica de edifício considerando a interação solo e fundação rasa ou profunda / Marlan Derlan Serra Cutrim; orientador, Valério da Silva Almeida - São Paulo, 2020. 102 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1. Estruturas. 2. Interação solo-estrutura. 3. Edifício 3D 4. Fundação profunda 5. Fundação rasa I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado forças, saúde e sabedoria para encarar as adversidades impostas que surgiram em toda a minha vida.

Aos meus pais e aos meus irmãos pelo apoio, compreensão e amor incondicional ao longo da minha vida, principalmente no decorrer desses últimos dois anos. Sem vocês não seria quem sou hoje.

Ao meu orientador prof. Valério da Silva Almeida pela excelente orientação e ensinamentos. Sua compreensão, nível intelectual, paciência e disponibilidade tornaram esse trabalho possível.

Aos meus grandes amigos da graduação Luís Augusto, Tayson Santos, João Reinaldo e Mário Fonseca, pela parceria, conselhos, conversas e disposição em ajudar.

Aos amigos que fiz no mestrado e espero levar para a vida: Kennedy Leonardo, Estevão Bandeira e Eduardo Ascenso.

Agradeço a todo corpo docente e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotecnia da Escola Politécnica pelo suporte dado e por estarem sempre disponíveis.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Maranhão (FAPEMA) pela concessão da bolsa de mestrado e pelo apoio financeiro para a realização desta pesquisa.

Enfim, todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para conclusão desse trabalho, deixo nessas poucas linhas meu sincero sentimento de agradecimento.

RESUMO

CUTRIM, M. D. S. Análise linear estática e dinâmica de edifício considerando a interação solo e fundação rasa ou profunda. 2020. 102 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – PPGEC, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2020.

O trabalho objetiva a análise estática e dinâmica de edifícios considerando sua interação com o solo, fundações e ações de vento. Para esse fim, aplica-se um modelo numérico para cálculo de coeficientes de reação para simular a interação soloestrutura (ISE) em elementos de fundação rasa e profunda por estacas. Avalia-se a resposta do modelo de ISE associada a cargas de vento obtidas pela norma brasileira NBR 6123/88 e por um modelo numérico advindo da mecânica dos fluidos computacional (Computational Fluid Dynamics - CFD). A influência do solo foi computada considerando-se a hipótese de Winkler, desenvolvida com o uso das equações Mindlin e incorporando o método semi-empírico de Aoki-Velloso (1975), obtendo-se assim os coeficientes de reação vertical. A influência da fundação foi acoplada à superestrutura do edifício que é formulado pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). A resposta do modelo estático de ISE, em relação aos recalques imediatos, foi comparado com formulações numéricas mais sofisticadas baseadas no MEF, no Método dos Elementos de Contorno (MEC) e com ensaios de prova de carga estática em estacas, mostrando que o presente modelo representa adequadamente o problema exposto com a vantagem de ter baixo custo computacional em relação ao MEF/MEC. Desenvolveu-se um modelo dinâmico que acopla as ações de vento simuladas com o modelo CFD com a estrutura-solo-fundação, de modo que se comparam-se as respostas de esforços e deslocamentos desenvolvidos no conjunto edifício-solo-fundação perante às ações de vento obtidas pela NBR 6123/88 e as advindas do modelo CFD. As ações de norma apresentaram respostas conservadoras em relação às obtidas com perfis de vento resultantes do CFD. O perfil de cargas de vento obtido pelo modelo numérico da mecânica dos fluidos mostrou-se semelhante ao perfil de vento obtido pela norma, porém com valores menores. Os resultados obtidos pelo modelo de ISE corroboram a consideração de que uma base deformável gera a redistribuição de esforços, mais proeminente nos primeiros pavimentos do edifício.

Palavras-chave: Interação solo-estrutura, fundações profundas, interação fluidoestrutura, CFD.

ABSTRACT

CUTRIM, M. D. S. Static and dynamic linear analysis of buildings considering shallow or deep foundation interaction. 2020. 102 p. Dissertation (Msc.) – PPGEC, University of São Paulo, São Paulo, 2020.

The work aims at the static and dynamic analysis of buildings considering their interaction with the soil, foundations and wind actions. For this purpose, a numerical model of reaction coefficients is applied to evaluate the soil-structure interaction (SSI) in shallow and deep foundation elements by piles. The response of the SSI model associated with wind loads obtained by the Brazilian standard NBR 6123/88 and by a numerical model derived from computational fluid dynamics (CFD) is evaluated. The SSI model was developed taking into account the Winkler hypothesis, developed using the Mindlin's equations and incorporating the semi-empirical method of Aoki-Velloso (1975), thus obtaining the vertical reaction coefficients. The foundation's influence was coupled to the superstructure based on the Finite Element Method (FEM). The response of the SSI static model, in relation to the immediate settlements developed, was compared to more sophisticated numerical formulations based on the FEM coupled to the Boundary Elements Method (BEM) and to tests of static load proof in piles, showing that the present model adequately represents the problem exposed with the advantage of having low computational cost. A dynamic model was also developed that couples the fluid actions arising from the CFD model with the soil-foundation structure, so that the responses of loads and displacements developed in the buildingsoil-foundation set were compared to the wind actions obtained by NBR 6123/88 and those arising from the CFD model. The norm actions showed conservative responses in relation to those obtained with CFD wind profiles. The wind load profile obtained by the numerical model of fluid mechanics was similar to the wind profile obtained by the standard, but with lower. The results obtained by the SSI model corroborate the view that a deformable base generates the redistribution of loads, more prominent in the first floors of the building.

Keywords: soil-structure interaction, deep foundation, fluid-structure interaction, CFD

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Sistema de referência do indeslocável	18
Figura 2 - Metodologia para consideração do vento	24
Figura 3 - Processo de previsão	
Figura 4 - a) Distribuição de tensão ao longo do fuste; b) tensão na base e	e fuste33
Figura 5 - Capacidade de carga da estaca	
Figura 6 - Forças desenvolvidas no fuste da estaca	
Figura 7 - Modelo de transferência parcial de carga	
Figura 8 - Modelo de transferência total de carga	
Figura 9 – Mecanismo de transferência axial de carga	
Figura 10 - Meio elástico semi-infinito	40
Figura 11 - Recalque em um ponto qualquer do solo	41
Figura 12 - Coeficiente de Reação Vertical	43
Figura 13 - Coeficiente de Reação Horizontal	44
Figura 14 - Elemento triangular tridimensional de placa	46
Figura 15 - Modelo discreto de CRV, CRH e estaca	
Figura 16 - a) Representação dos elementos de estaca com mola, bloco e	pilar; b)
Representação condensada das estacas e molas	50
Figura 17 - Isopletas da velocidade básica V0 (m/s)	52
Figura 18 - Mapa de isopletas proposto	53
Figura 19 - Fluxograma método de Houbolt	58
Figura 20 - Fluxograma representativo da análise dinâmica	64
Figura 21 - Perfis de sondagens	67
Figura 22 – Curva carga x recalque PCE1	68
Figura 23 - Curva carga x recalque PCE2	69
Figura 24 - Curva carga x recalque PCE3	70
Figura 25 - Curva carga x recalque PCE4	70
Figura 26 - Recalque do solo	73
Figura 27 - Planta do edifício	75
Figura 28 - Representação 3D	76
Figura 29 - Deslocamentos devido a carga de pulso do nó com coordenad	as (4,4,6)
	77
Figura 30 - Planta baixa do pavimento tipo	78

Figura 31 - Planta da representação das estacas e da sapata discretizada	.79
Figura 32 - Representação do modelo 3D gerado pelo programa	.80
Figura 33 - Direção da atuação do vento	81
Figura 34 - Perfil de forças de vento obtido (kN)	81
Figura 35 - Cargas de vento atuante no pavimento térreo	82
Figura 36 - Recalques da base dos pilares do térreo (cm)	.83
Figura 37 - Representação dos recalques em corte	.83
Figura 38 - Representação dos eixos locais de pilares e vigas	.84
Figura 39 - Perfil de forças de vento CFD (kN) – regime permanente	.85
Figura 40 - Recalque em centímetros na base dos pilares - vento CFD (regime	
permanente)	.86
Figura 41 – Forças nodais nos nós da estrutura	.88
Figura 42 - Perfis de força obtido com o programa CFD	.89
Figura 43 - Esforço normal em diferentes passos de tempo	.90
Figura 44 - Deslocamentos direção y do nó (10, 0, 30)	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resumo das provas de carga estática	.67
Tabela 2 – Estaca PCE1: sondagem SP-31	.68
Tabela 3 - Estaca PCE2: sondagem SP-37	.68
Tabela 4 - Estacas PCE3 e PCE4: sondagem SP-36	.69
Tabela 5 - Propriedades da estaca	.72
Tabela 6 - Propriedades do solo	.73
Tabela 7 - Esforços na base dos pilares do térreo: edifício engastado	.84
Tabela 8 - Esforços na base dos pilares do térreo: edifício com estacas	.84
Tabela 9 - Momentos fletores na viga V1	.85
Tabela 10 - Esforços na base dos pilares do térreo: edifício engastado + vento CFI	D
	.87
Tabela 11 - Esforços na base dos pilares do térreo: edifício com estacas + vento	
CFD. Entre parênteses são valores com ações de norma	.87
Tabela 12 - Momentos fletores na viga V1 com vento CFD	.87

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CFD	Computational fluid dynamics
СРТ	Cone Penetration Test
CRV	Coeficientes De Reação Vertical
CRH	Coeficientes De Reação Horizontal
DKT	Discrete Kirchhoff Triangle
FF	Free Formulation
IFE	Interações fluido-estrutura
ISE	Interação Solo Estrutura
LES	large-eddy simulation
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEC	Método dos Elementos de Contorno
MEF	Método dos Elementos Finitos
OpenFOAM	Open-source Field Operation And Manipulation (software)
PCE	Prova de Carga Estática
PISO	Pressure-Implicit with Splitting of Operators
PVC	Problemas de Valor de Contorno
RANS	Reynolds Average Navier-Stokes
RAS	Reynolds-averaged simulation
RNG	Renormalization Group
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations
SPT	Standard Penetration Test
URANS	Unsteady Reynolds Average Navier-Stokes

Sumário

1	Introdução	12
1.1	Objetivos	14
1.2	Justificativa	14
1.3	Organização do trabalho	15
2	Revisão Bibliográfica	17
2.1	Interação Solo-Estrutura	17
2.2	INTERAÇÃO FLUIDO ESTRUTURA E VENTO	24
3	Modelo estaca-SOLO	30
3.1	método de capacidade de carga	32
3.2	Modelo de transferência parcial	37
3.3	Modelo de Transferência Total	38
3.4	Coeficientes de reação vertical (CRV)	42
3.5	Coeficientes de reação horizontal (CRH)	43
3.6	massa da estaca e do bloco	45
3.7	Acoplamento da fundação	47
4	Metodologia vento e cfd	51
4.1	Cargas de vento pela norma brasileira Nbr 6123/88	51
4.1.1	Cargas estáticas de vento	.51
4.2	Método de Houbolt	55
4.3	Carga de vento por CFD	60
4.3.1	Modelo de turbulência	.62
4.3.2	Acoplamento CFD-MEF	.63
5	Exemplos numéricos	65
5.1	estaca isolada – análise Experimental	66
5.2	estaca isolada - Análise numérica	72
5.3	edifício simples – análise dinâmica	74
5.4	edifício com 15 pilares – vento por norma	78
5.5	edifício com 15 pilares – vento por CFD permanente	85
5.6	edifício com 15 pilares – vento por CFD transiente	88
6	conclusão	93
6.1	Sugestões de trabalhos futuros	94
referên	cias bibliográficas	96

1 INTRODUÇÃO

Em engenharia civil, uma estrutura corresponde ao conjunto de elementos responsáveis por receber ações do meio que se encontra e transmitir esforços para o solo ou maciço ao qual se apoia. Usualmente, a estrutura recebe as ações nos elementos da superestrutura (lajes, vigas e pilares) que são transmitidas para os elementos da infraestrutura (sapatas, radier, estacas), responsáveis pela distribuição dos esforços para o solo. Por fim, o maciço de solo devolverá reações que manterão a estrutura estável. Apesar da estrutura e do solo trabalharem solidariamente, uma vez que a deformabilidade do solo depende da sua interação com a superestrutura, a prática corrente em escritórios de projeto é avaliar esses grupos separadamente.

Para avaliar o comportamento dos elementos da superestrutura, tem-se o já consolidado Método dos Elementos Finitos (MEF) - versátil em estudos da mecânica das estruturas, para fins de análises estáticas e dinâmicas, lineares ou não – que se tornou ao longo dos anos o método mais utilizado para a solução de problemas da mecânica computacional sob condições impostas, sendo eficiente no grupo de Problemas de Valor de Contorno (PVC) para domínios finitos. Para domínios infinitos ou tridimensionais, o MEF se torna oneroso computacionalmente, visto que todo o domínio precisa ser representado. Nesses casos, o Método dos Elementos de Contorno (MEC) se mostra mais atraente para problemas lineares por representar o problema discretizando apenas o seu contorno e em virtude de características intrínsecas da sua formulação.

No que tange os estudos de elementos de fundação superficial ou profunda, têmse os métodos analíticos ou semi-analíticos, que são ajustados e aplicados geralmente para análises de casos simples ou de elementos isolados. Podem ser ainda compatibilizados com um modelo que represente o meio contínuo, como empregando o MEC ou diretamente mediante o uso das relações de Mindlin, ou de Boussinesq-Cerruti, mas que necessitam de um tratamento matemático mais sofisticado e com um custo computacional alto.

Por outro lado, têm-se os métodos discretos onde o maciço de solos pode ser representado por um sistema de molas equivalentes inseridas nos nós de contato entre a infraestrutura e o solo, conhecido como modelo de Winkler. A vantagem dessa abordagem reside na simplicidade e facilidade na implementação computacional. A dependência de parâmetros obtidos empírica ou semi-empíricamente para definir os coeficientes de reação entre o solo e elemento estrutural é que pode limitar sua aplicação.

As formulações empíricas ou semi-empíricas, estas correlacionadas a ensaios *in situ*, são bastante utilizadas para avaliar o desempenho de fundações. Estimativa de recalques totais ou diferenciais, capacidade de carga, tensão admissível do solo e mecanismo de transferência de carga, são alguns dos fenômenos formulados com base na experiência, observação e ensaios de campo, podendo também ser consideradas na formulação dos modelos de interação.

A evolução computacional e das estruturas, associada a métodos numéricos robustos e confiáveis, permitiu que a modelagem de edifícios contemple a análise dinâmica estrutural. Por meio dessa análise, as simulações podem definir se uma estrutura atende aos limites funcionais apropriados sob um carregamento variável no tempo, como as condições de verificações normativas de conforto, mediante a identificação dos modos de vibração. Estruturas mais esbeltas e sensíveis a fenômenos de instabilidade dinâmica, podem ser então avaliadas quanto ao nível de frequência de vibração, velocidades, aceleração e esforços, levando-se em consideração ações dinâmicas de vento advindas de um modelo numérico ou de ensaios experimentais de túnel de vento.

Além de estudos voltados ao domínio estrutural, atuais linhas de pesquisa vêm sendo desenvolvidas para descrever o efeito de corpos em regime de escoamento sobre estruturas de edifícios, pontes e plataformas *offshore*. Neste sentido, a obtenção de ações dinâmicas, a partir de ferramentas baseadas em mecânica dos fluidos, têm ganhado espaço e credibilidade na modelagem de estruturas. No contexto de edifícios, o vento ainda é considerado pela norma NBR 6123/88 – Forças devidas ao vento em edificações - sob a forma de modelos estáticos simplificados, para formas geometricamente simples e condições topográficas aferidas. Para estruturas irregulares, a própria norma recomenda que a análise para obtenção das cargas de vento seja realizada por modelos mais sofisticados, como modelos reduzidos em túneis de vento.

A tendência, portanto, é viabilizar o acoplamento de diferentes campos de estudos, aproveitando a potencialidade de cada método. Alguns modelos já

desenvolvidos representam bem essa realidade, como modelos conjuntos MEF e MEC para o tratamento da superestrutura e solo, respectivamente, processos interativos que levam em consideração a deformabilidade do solo e a rigidez da estrutura, bem como modelos de obtenção de carregamento de vento sobre edifícios por simulação numérica.

1.1 OBJETIVOS

Desenvolvimento de uma modelo de interação solo-estrutura - ISE (superestrutura + blocos de fundação + estacas + solo) -, com a superestrutura e a infraestrutura modelados via MEF, associado ao método semi-empírico de capacidade de carga desenvolvido por Aoki-Velloso (1975) para simular o comportamento estaca-solo. Busca-se formular o sistema de interação por meio de coeficientes de reação entre o solo e a estrutura.

Em conjunto com esse modelo de interação, deve-se avaliar a resposta estrutural linear estática e dinâmica com cargas estáticas de vento obtidas pela NBR 6123/88 – Forças devidas ao vento em edificações - e por um modelo de fluido dinâmica computacional com o uso de um sistema desenvolvido em C++ de código aberto bastante conhecido, denominado de OpenFOAM (*Open-source Field Operation And Manipulation*).

Destarte, para alcançar o objetivo geral, parte-se dos trabalhos já desenvolvidos de Almeida (2013), Aquino (2008) e Ribeiro (2019), que fizeram suas contribuições na formulação dos elementos da superestrutura de edifícios baseado no MEF e no MEC para elementos de fundação do tipo sapata.

1.2 JUSTIFICATIVA

Abordagens experimentais para o desenvolvimento ou avaliação do projeto de estruturas, tanto para prever o comportamento de elementos de fundação quanto para estimar carregamento dinâmico do vento – via túnel de vento - apesar de necessárias, ainda demandam muito tempo na geração de resultados, alto custo financeiro e são específicos para cada modelo. Soluções analíticas, quando praticáveis, estão restritas

a casos específicos. Neste sentido, a alternativa numérica se sobressai pela generalização de problema, celeridade na obtenção de resultados e as diversas partes do sistema complexo podem ser avaliados em conjunto. Associado a avanços computacionais em constante desenvolvimento, análises numéricas são mais atraentes para aplicações complexas como a ISE e Interações fluido-estrutura (IFE), viabilizado pela flexibilidade na alteração de parâmetros físicos, geométricos e visualização de resultados.

O desenvolvimento de um modelo para simular as fundações em conjunto da superestrutura se dá devido a estudos anteriores comprovarem que a deformação do solo gera redistribuição de esforços nos elementos estruturais, podendo ocasionar esforços diferentes de uma análise convencional com o edifício fixo a base.

Com a análise do sistema edifício-solo em conjunto com as ações advindas de um modelo de numérico CFD, é possível prever e simular o comportamento de um fluido, como o vento em uma estrutura, com maior rapidez na modelagem, na determinação de combinações e na infinidade de leituras que podem ser obtidas nos nós da estrutura, e coeficientes de pressões externas, pressões, tensões, arrasto, velocidade, turbulência e energia podem ser medidas em diversos pontos de interesse, em função do refinamento da malha e do elemento escolhido.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Após a introdução tratada nesse capítulo, o trabalho foi organizado na forma descrita a seguir.

O capítulo 2 aborda a revisão bibliográfica, conceitos introdutórios e estudos relevantes referentes a fundações e a IFE. Apresenta-se um breve histórico do surgimento dos modelos de cálculos, suas restrições e aplicações. Trata-se sucintamente da abordagem sugerida pela norma de vento para obtenção de cargas sobre edifícios, suas principais considerações e simplificações. Aborda-se os estudos relevantes da mecânica dos fluidos, principalmente os voltados a obtenção de cargas dinâmicas em edifícios.

O capítulo 3 introduz o modelo desenvolvido de transferência de cargas que a estaca transmite ao maciço de solo, o método de capacidade de carga de Aoki-Velloso

(1975) utilizado na implementação para simular o comportamento de estacas sob força vertical axial. Por fim, a obtenção dos coeficientes de reação vertical e horizontal pela metodologia proposta.

No capítulo 4 expõe-se o procedimento para obtenção das cargas de vento estáticas sob edificações sugerido pela norma brasileira, a obtenção das cargas dinâmicas de vento obtidas pelo modelo CFD e a implementação numérica desenvolvida para resolver a equação do movimento por integração direta mediante o uso do método implícito de Houbolt.

Os exemplos são tratados no capitulo 5, onde apresentam-se os resultados obtidos pela metodologia escolhida. Eles abrangem comparações com ensaio experimental de prova de carga estática para previsão de recalques, exemplo de edifício fictício para avaliação da resposta dinâmica com o software comercial SAP2000® e exemplos com modelos integrados solo-estrutura na análise linear estática e dinâmica, avaliando-se a redistribuição de esforços em pilares e vigas e recalques das fundações.

No capítulo 6 expõem-se as conclusões finais sobre o trabalho desenvolvido e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, realiza-se inicialmente um resumo de trabalhos anteriores que fizeram suas contribuições para o estado da arte atual no que diz respeito ao estudo da ISE, evidenciando seus efeitos na análise estrutural (deslocamentos, redistribuição de esforços). Os fatores que afetam, em maior ou menor grau, tais resultados (número de andares da edificação, processo construtivo, profundidade da superfície indeformável) dando ênfase a estudos voltados a elementos de fundação profunda por estaca.

Será visto brevemente estudos relacionados ao comportamento dos ventos sobre edificações, mostrando a evolução nos modelos de análise com a incorporação de cargas de vento.

2.1 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

O tema interação solo-estrutura é assunto bastante pertinente há décadas devido às complexidades envolvidas no sistema superestrutura + infraestrutura + maciço de solo, pois apesar de trabalhar em conjunto, na maioria dos casos são estudados de forma desacoplada.

O desacoplamento do sistema simplifica consideravelmente a avaliação do modelo. De um ponto de vista, tem-se o engenheiro especializado em avaliar o comportamento da superestrutura, que em geral supõe apoios indeslocavéis no modelo de cálculo, sem levar em conta os efeitos de deformabilidade do solo. De outro, tem-se o engenheiro geotécnico que, a partir dos dados de reações (horizontais, verticais e momentos) fornecidas pelo engenheiro de estrutura, concebe o modelo de fundação que julga mais adequado, sem considerar efeitos e mudanças na configuração da superestrutura.

A escolha do sistema de referência escolhido pelas duas vertentes de estudo também é diferente. Enquanto na formulação da superestrutura é comum a base indeslocável estar na superfície livre do solo e o eixo global orientado para cima, a subestrutura é avaliada com o eixo global orientado para baixo. Conforme Iwamoto (2000), a escolha mais coerente para a referência seria num ponto abaixo da superfície do solo, onde se consideraria a camada indeslocável como na Figura 1.



Figura 1 - Sistema de referência do indeslocável

Fonte: Iwamoto (2000)

Considerar a ISE num modelo integrado de cálculo pode trazer algumas vantagens. Dentre as mais relevantes constatadas em trabalhos anteriores estão: a redistribuição de esforços, interpretação mais realista de recalques totais e diferenciais e comportamento físico condizente com dados experimentais de prova de carga. Cabe ainda destacar pela importância, os trabalhos pioneiros de Meyerhof (1953), Chameky (1954), Poulos e Davis (1968), Poulos (1971), Aoki e Lopes (1975), Goshy (1978), que identificaram os problemas citados servindo também de base para muitos outros estudos posteriores na área.

O trabalho Meyerhof (1953) aparece em grande parte das referências principais no assunto. No estudo desenvolvido pelo autor, o mesmo constatou que a rigidez da estrutura tem pouca influência nos recalques totais desenvolvidos, mas que o tipo de rigidez da estrutura tem papel importante nos recalques diferenciais e na variação de compressibilidade do solo. Desenvolvendo assim, uma metodologia para estimativa da rigidez de estruturas rígidas fechadas ou abertas com painéis de vedação, com expressões que substituiriam um edifício real por um modelo simplificado de rigidez equivalente. Segundo o estudo em questão, recalques diferenciais são mais difíceis de serem previstos durante a vida útil da estrutura e a sua ocorrência pode alterar significativamente a estabilidade estrutural sob as cargas de utilização.

No estudo de Chameki (1954), foi apresentado um dos primeiros processos iterativos para simular a ISE, calculando as reações de apoio da superestrutura supondo apoios indeslocavéis (engastes) na base, com coeficiente de transferência de carregamento de recalques unitários de cada apoio individualmente. Assim, obtendo os primeiros valores de recalques para as reações de base calculadas previamente, dá-se início ao processo iterativo que leva em consideração o efeito da rigidez estrutural no qual, através da utilização de equações estabelecidas, gera-se um novo grupo de reações de apoio e novos valores de recalques atinjam uma convergência pré-estabelecida. O autor constatou com o estudo que rigidez da estrutura exerce influência nos recalques diferenciais, sendo estes menos proeminentes que os calculados por métodos tradicionais.

Ao longo dos anos, diferentes formulações foram implementadas e alguns modelos foram mais aceitos para tratar o problema da ISE, dentre as quais cabe citar os modelos analíticos, os métodos numéricos dos elementos finitos e de contorno e o de mola equivalente.

Os modelos analíticos partem do tratamento de equações da teoria da elasticidade aplicada ao meio elástico, continuo e homogêneo. Tem pouco uso atualmente, uma vez que sua resolução, quando praticável, é frequentemente limitada a uma certa geometria do elemento de fundação, sistema de carregamento aplicado, ou tipo específico de solo (areia ou argila). Nessa linha, destaca-se a solução fundamental de Mindlin (1936) que permite a determinação do campo de deslocamentos sujeito a cargas estáticas, horizontais e verticais situadas a profundidade arbitrária de um meio semi-infinito e elástico. Previamente, Boussinesq (1885) e Cerruti (1882) formularam casos que podem ser considerados casos particulares da solução de Mindlin.

O método de transformação de integral para obter soluções semi-analíticas para os deslocamentos e as tensões proposta por Burmister (1943, 1945) são trabalhos pioneiros aplicados a meio não-homogêneo para até três camadas e consideração de carga concentrada aplicada na superfície livre do meio. A partir das equações de equilíbrio e compatibilidade, aplicando condições de contorno entre as camadas, o autor obtém uma integral que relaciona funções de Bessel, que deve ser tratada para casos de combinação entre parâmetros físicos das camadas de solo.

O trabalho de Poulos (1967) utiliza as soluções de Burmister para quantificar fatores de influência considerando linhas de carregamento. O procedimento proposto por Burmister foi em seguida generalizado por Chan, Karasudhi e Lee (1974) para casos de carregamentos horizontal e vertical aplicados em um ponto interior do maciço de solo. Cita-se ainda, nessa linha de análise, os trabalhos de Gibson (1967, 1974) e Davies e Barnerjee (1978).

Pela necessidade de se resolver problemas mais gerais, métodos numéricos de domínio e contorno foram formulados e são largamente utilizados para tratar problemas variados, abrangendo vários campos de estudo, inclusive nas ciências biológicas. O MEF ainda se sobressai como método majoritariamente aplicado à solução de problemas de domínio finito da mecânica computacional pela relativa simplicidade de implementação computacional e eficiência obtida nas respostas tanto para problemas lineares, não lineares e dinâmicos. Associado à potência do método, tem-se o avanço tecnológico dos microcomputadores que diminuiu o custo computacional e tempo de processamento na análise de problemas mais complexos. Entretanto, em problemas de domínio infinito como o solo, o método perde eficiência em relação ao armazenamento de dados, resolução do sistema final imposto e tempo de processamento, principalmente em problemas tridimensionais. Citando-se os trabalhos de Ottaviani (1975), Chow e Teh (1991) e Lee (2018) que utilizam o MEF como método de análise voltados a maciços de solo.

O MEC tem-se mostrado mais eficiente para avaliar problemas de domínio infinito ou semi-infinito pois conta com modelagem própria para domínios infinitos, redução significativa de equações e volume de dados (vantagem de reduzir o problema tridimensional a uma análise bidimensional) e inexistência de erros de interpolação no domínio, (CODA, 1993). Entretanto, de acordo este autor o método não apresenta nenhuma característica vantajosa no que se refere a análise de estruturas reticuladas ou cascas, quando comparado ao MEF.

Dessa constatação, surge naturalmente uma vertente de estudo que busca viabilizar o acoplamento dos métodos numéricos aproximados para tratar o problema de ISE, utilizando o MEF na análise da superestrutura (pórtico e cascas) e o MEC para avaliar o comportamento do maciço de solo. Apesar de não ser uma ideia recente, notou-se na revisão que o tema ganhou força nas últimas três décadas.

No trabalho de Almeida (2003), o autor avaliou a resposta da superestrutura apoiada em solo não-homogêneo representado pelo MEC num modelo tridimensional, onde a superestrutura foi modelada com elementos finitos reticulares e elementos laminares para elementos da subestrutura. Posteriormente, Ribeiro (2005) ampliou sua formulação para considerar elementos planos (lajes e paredes).

Almeida F. (2003), também expõe em seu trabalho uma maneira de acoplar MEC/MEF para o estudo da interação dinâmica entre o solo e a estrutura. Valendo-se dos mesmos elementos finitos para superestrutura e elementos de fundação. Nesta linha de pesquisa, cita-se ainda os trabalhos de Messafer e Coates (1989), Mendonça (1997), Silva (2010), Ramos (2013) e Luamba (2018). Porém, o grande desafio da representação numérica computacional na simulação de problemas complexos via MEC/MEF é a expressiva quantidade de dados que deverão ser armazenados e operacionalizados e cuja análise, dependendo do modelo, pode levar dias para a obtenção das respostas, (ALMEIDA, V. 2003).

Tem-se ainda a modelagem que substitui o meio contínuo do maciço de solo por um sistema de molas equivalentes com comportamento elástico linear, o chamado modelo de Winkler (1867). A ideia por trás dessa metodologia baseia-se em coeficientes de reação do solo, onde a rigidez é obtida por uma constante de proporcionalidade entre a pressão aplicada e o deslocamento (recalque) do solo. No caso de fundações por estacas, o elemento é idealizado como um elemento de barra que pode levar ou não em consideração o efeito de sua deformação axial. O modelo foi muito utilizado por ser considerado simples e de fácil implementação computacional. A problemática nessa abordagem está no fato de não avaliar a influência entre os pontos adjacentes, bem como na dificuldade de quantificar corretamente as características do solo, variação da capacidade resistente e tipos do solo. Propriedades estas que, na maioria dos casos, são estimados por ensaios semiempíricos como *Standard Penetration Test* (SPT) ou *Cone Penetration Test* (CPT), que também contam com imprecisões intrínsecas de ensaios de campo. Nessa linha de abordagem, citam-se os trabalhos de Terzaghi (1955), Shukla (1984), e a dissertação de Aquino (2008).

Entretanto, para minimizar a deficiência do modelo de Winkler, há métodos mais refinados que correlacionam a influência dos deslocamentos adjacentes, considerando sua parcela de cisalhamento, que além do parâmetro de rigidez, possui um outro parâmetro que leva em conta essa continuidade. Diversos trabalhos já foram propostos nessa linha, como referência tem-se: Filonenko e Borodich (1940), Hetényi, (1946), Pasternak (1954), Reissner (1958), Vlasov et al. (1960), Kerr (1964) e Loof (1965).

Apesar do modelo de mola equivalente apresentar suas limitações, o mesmo é bastante utilizado, até mesmo para avaliar o comportamento dinâmico das fundações. No estudo de Prendergast e Gavin (2014), os autores afirmam que é uma das maneiras mais comuns de modelar a interação dinâmica solo-estrutura ainda é pelo modelo de Winkler. No trabalho em questão, os autores estimam um coeficiente de rigidez dinâmica inicial para modelar a resposta elástica (pequenas deformações) do sistema solo-estaca, sendo um parâmetro importante na modelagem de grandes deformações que, em se tratando do solo, apresentam comportamento não linear. O trabalhado ainda desenvolveu uma metodologia para quantificar as frequências naturais amortecidas do sistema devido ao solo, informações importantes no dimensionamento de estruturas offshore sujeitas a carregamentos dinâmicos como terremotos, por exemplo. O estudo mostrou por fim que a formulação desenvolvida pode ser útil em projetos de turbinas eólicas, onde o conhecimento adequado da resposta dinâmica das fundações é fator fundamental para operação, segurança e vida útil desse tipo de estrutura.

Publicações que levaram em consideração a ISE com elementos de estaca começam a surgir no final da década de 1960 com Poulos e Davis (1968). No trabalho, os autores desenvolveram soluções analíticas para o problema de uma estaca isolada sob carga axial, em meio semi-infinito, isotrópico e homogêneo, utilizando a solução de Mindlin para o cálculo dos deslocamentos verticais. Posteriormente, a análise foi aplicada a um grupo de estacas para avaliar o efeito de grupo de duas estacas idênticas no nível de recalques desenvolvidos.

Nos anos seguintes, Poulos (1971) ampliou seu estudo sobre estaca utilizando a solução de Mindlin para representar o maciço de solo, discretizando à estaca pelo Método das Diferenças Finitas (MDF) e considerando carregamento horizontal com momento adicional na base. O autor mostrou, a partir do sistema integrado entre a estrutura, fundação e o solo, que a rigidez estrutural tende a contribuir na redução de recalques diferenciais que possam vir a ocorrer de fato.

Sayegh e Tso (1988) propõem uma formulação baseada no MEF em duas etapas: tratando a superestrutura por uma análise elástica linear apoiada em elementos de fundação por estaca tratado como não-linear. O processo iterativo em que a rigidez elástica das estacas, uma vez definida, é armazenada e a rigidez geométrica que depende do carregamento axial aplicado, será reavaliada a cada iteração. Em contraste com a matriz de rigidez da superestrutura, a matriz de rigidez das estacas é não-linear e deve passar pela atualização da matriz de rigidez tangente e do vetor de força residual. Os resultados expostos pelos autores na época demostraram que a aplicação de tal procedimento reduziria significativamente o número de equações não lineares envolvidas no sistema.

Mota (2009) aborda o tema de ISE de estruturas apoiadas em estacas tipo hélice contínua de forma integrada. Essa metodologia numérica diferencia-se dos modelos anteriores pois neste, elimina-se a necessidade de iterações para que o equilíbrio da estrutura seja satisfeito. A superestrutura e infraestrutura em contato com o solo são integrados em um único modelo pelo MEF. Os resultados reafirmam umas das principais características de se levar em consideração o efeito da ISE: a redistribuição de esforços. Enfatizando que a análise considerando apoios indeslocavéis para a superestrutura é uma prática que se afasta do comportamento físico observado, podendo inclusive comprometer a integridade estrutural de alguns elementos.

De maneira geral, por meio das diversas metodologias empregadas para simular o comportamento da estrutura e o maciço de solo na qual a mesma se apoia, sabe-se que existe o efeito de redistribuição de esforços em elementos da superestrutura. Os efeitos são observados principalmente nos primeiros pavimentos e são mais acentuadas nos pilares. O fluxo de carregamento tende a se redistribuir dos elementos estruturais mais carregados para os menos carregados, podendo causar esmagamento de alguns desses elementos em razão da sobrecarga não quantificada no dimensionamento convencional. Podemos considerar ainda, como modelos importantes que influenciam na análise ISE, estudos voltados aos processos reológicos do solo assim como métodos construtivos da superestrutura, temas frutíferos para novas frentes de pesquisa.

2.2 INTERAÇÃO FLUIDO ESTRUTURA E VENTO

As considerações da ação do vento sobre as estruturas tornaram-se obrigatórias na etapa de projeto devido à magnitude dos efeitos gerados em pontes, torres eólicas e de linhas de transmissão e em edifícios de grande porte, geralmente altos e esbeltos.

A ABNT NBR 6123/88 é atualmente a norma brasileira que dita os procedimentos para consideração de ações estáticas e dinâmicas sobre edificações, que segue basicamente os mesmos procedimentos de outras normas internacionais voltadas para o mesmo propósito. Genericamente, as forças de vento a considerar no dimensionamento estrutural seguem os princípios normativos descritos na Figura 2.



Figura 2 - Metodologia para consideração do vento

Fonte: Griffs et al. (2013), adaptado

O padrão americano ASCE7-10 para consideração de forças de vento é descrito no trabalho de Griffs et al. (2013). O estudo começa com a definição da velocidade básica do vento (considerando uma rajada de 3 segundos), levando a quatro categorias de risco. As categorias são funções do nível de ocupação da estrutura e têm relação direta com o período médio de retorno da velocidade básica de 300, 700 e 1700 anos para as categorias de risco I, II, III/IV, respectivamente. Definida a velocidade do vento, torna-se possível calcular as cargas incorporando fatores de exposição da estrutura, da topografia local de implantação e da direção de atuação dos carregamentos.

Observou-se que apesar das normas de códigos estruturais terem um certo grau de semelhança, similar ao descrito no parágrafo anterior, as mesmas diferem no nível de complexidade nos modelos de cálculo adotados. Algumas das principais diferenças foram apresentadas no trabalho de Lungu, Gelder e Trandafir (2000), estando entre elas:

- A lei matemática que rege o problema de variação da velocidade média do vento (lei exponencial ou logarítmica);
- A velocidade básica do vento;
- A função densidade e espectral para rajadas, sugeridas por von Karman, Solari e Davenport.

A quantidade de normas que utilizam o método de Davenport é significativa, apresentando leves modificações na determinação da resposta dinâmica de estruturas esbeltas sob a ação do vento. O método em questão utiliza um modelo estatístico com linha de influência, onde o vento é decomposto em partes: uma parte média e outra flutuante, de acordo com Merce et al. (2007). A velocidade média dita a resposta dos esforços estáticos apresentado pela estrutura, já os esforços dinâmicos são definidos a partir da velocidade flutuante do vento.

A NBR 6123/88 também adota o método de Davenport, onde a velocidade básica do vento é definida por curvas isopletas geradas de estudos estatísticos, a particularidade da norma está na determinação dos parâmetros que caracterizam a ação estática do vento. Para as cargas dinâmicas, o modelo discreto sugerido pela norma brasileira diz que a vibração da estrutura acontece em torno da posição deformada causada pelas pressões da componente estática do vento. Por fim, a norma brasileira de vento ainda enfatiza que a mesma não se aplica a edifícios de formas, dimensões ou localização fora do comum, nestes casos estudos especiais devem ser realizados para determinar as forças de vento e seus efeitos.

Em complemento ao estudo do fenômeno do escoamento em edificações, o modelo experimental de túneis de vento tem sido utilizado tradicionalmente para definição de parâmetros aeroelásticos e aerodinâmicos e na compreensão do comportamento de estruturas civis sob a ação do vento, segundo Awruch, Braun e Greco (2013). A metodologia de análise mais comum baseia-se na modelagem do edifício e de seu entorno em escala reduzida sobre uma base que rotaciona em 360° com o edifício a ser estudado no centro. Um fluxo de ar escoa pelo túnel e, para cada grau rotação do edifício, medem-se as pressões deste sobre a base. A partir destas leituras, é possível esforços, frequência natural, as formas modais, amortecimento, matriz de rigidez e de massa. A desvantagem nessa abordagem está no alto custo associado ao ensaio e nas dificuldades em capturar certos efeitos, mesmo em um modelo de escala reduzida, conforme relatado por Braun e Awruch (2009), Mendis et al. (2007) e Belloli, Rosa e Zasso (2014).

Com a evolução e versatilidade de aplicações de métodos numéricos associados a uma capacidade crescente de processamento dos microcomputadores, a simulação computacional tem-se tornado uma ferramenta atraente, principalmente no campo de estudos de fluxos de vento. Segundo Awruch, Braun e Greco (2013), os campos de estudo CFD da Dinâmica das Estruturas Computacional, e técnicas de IFE têm sido empregadas para análise aerodinâmica e aeroelástica de diversos ramos da engenharia.

A Engenharia de Vento Computacional é um processo evolutivo na forma de abordagem dos problemas de engenharia de vento. Com tratamento computacional, a análise numérica possibilita a solução para equações de conservação de movimento e de massa que definem o comportamento do fluido em movimento. De acordo com Simiu e Scalan (1996), a principal tarefa da engenharia de vento é fornecer informações da performance estrutural e das condições no entorno da estrutura sob a ação do vento. A engenharia que abrange os estudos relacionados ao vento é dividida em três grandes áreas: avaliação das condições ambientais, determinação das forças induzidas pelo vento sobre as estruturas e resposta estrutural sob a ação do vento, (BRAUN, 2007).

Para análise de condições ambientais provocadas pelo vento, linhas de trabalhos utilizando CFD englobam temas relacionados a climatologia, meteorologia e micrometeorologia. Exemplos usuais são: a avaliação da dispersão de poluentes, conforto térmico em ambientes externos e internos e conforto de pedestres em regiões que contam com prédios de grande porte. Nessa linha de trabalhos, cita-se Van Hooff, Blocken e Tominaga (2017), Ramponi e Blocken (2012) e Bartak et al. (2002).

Nessa abordagem, Blessmann e Riera (1985), mostram em seu estudo experimental o efeito da vizinhança em edifícios altos, indicando que a máxima resposta dinâmica e a carga de vento média aumentam consideravelmente devido à interação entre os edifícios.

A determinação das forças de escoamento que o fluido exerce sobre a estrutura podem ser definidos por ensaios aerodinâmicos. Os resultados desse tipo de análise trazem informações importantes a respeito dos coeficientes de arrasto, sustentação e momento, capazes de fornecer as variações das forças atuantes sobre a estrutura em diferentes direções de incidência do vento durante o tempo de duração da análise. Nessa linha, a análise modal de estruturas proposta por Franco (1995), que separa as parcelas de vento atuando estaticamente, em um período de rajada longa, e outro atuando dinamicamente com rajadas curtas, é um ótimo exemplo de modelo simplificado de cálculo. O método apresenta carregamentos e excitações ocasionadas pelo vento, através da determinação de harmônicos que se correlacionam com o espectro de vento.

Visto que as forças aerodinâmicas são dependentes do tempo, torna-se necessária a implementação de métodos de dinâmica das estruturas para avaliação da resposta estrutural induzida pelo escoamento do fluido. Devido ao intercâmbio entre as forças aerodinâmicas e as forças de inércia, amortecimento e elástica da estrutura, a melhor forma de proceder nesse problema físico é realizar a análise aeroelástica, acoplando o fluido com a estrutura. Com esse tipo de análise é possível obter informações sobre a estabilidade estrutural frente a fenômenos de instabilidade dinâmica (*flutter* em tabuleiros de pontes, por exemplo).

Kwok (1988) demostra a influência da forma das edificações na resposta dinâmica induzida pela ação do vento. Tal estudo constatou que aberturas horizontais, aberturas nos cantos e chanfros causam a redução das respostas longitudinais e transversais ao vento.

Para analisar o desprendimento de vórtices e galope de edifícios altos utilizando um modelo reduzido, Kawai (1993) avaliou os esforços de flexão e torção separadamente utilizando quatro modelos com diferentes seções transversais, evidenciando a influência da forma na resposta da estrutura.

Stathopoulos (1997) faz uma importante revisão do estado da arte mostrando a relevância da simulação computacional para engenharia de vento e sua evolução em quantificar os efeitos do vento em edificações. Segundo o autor, túneis de vento foram importantes na determinação de parâmetros e na compreensão do fenômeno, porém até mesmo esse modelo conta com suas limitações. O autor ressalta que a engenharia aerodinâmica clássica aplicada em problemas de edifícios, aliada a soluções numéricas, tem o potencial de superar essas barreiras de modelos experimentais reduzidos.

O estudo de Tapajós et al. (2016) apresentou os resultados da análise de um edifício com e sem as cargas de vento, revelando os efeitos danosos da não consideração de tais cargas em edificações, mesmo aquelas de pequeno e médio porte. Em tal estudo, foi possível constatar um aumento considerável de esforços nos elementos de fundação, pilares que viriam a ruína e parâmetros de estabilidade global da estrutura bem distintos dos obtidos de uma simples análise feita sem as cargas de vento.

Awruch, Braun e Greco (2013) apresentam um estudo sobre a ação do vento no comportamento aeroelástico e aerodinâmico de duas estruturas civis: uma ponte e um edifício esbelto. No trabalho em questão, o acoplamento fluido-estrutura foi realizado com base nas condições de compatibilidade e de equilíbrio da interface de contato e a integração direta das equações de movimento foi feita com o método implícito de Newmark. Em relação à análise do edifício esbelto, para os nós não coincidentes de ambas as malhas dos domínios (fluido e estrutura), o vetor de cargas que o fluido transmite à estrutura, e às condições cinemáticas que a estrutura repassa ao fluido, são transportadas aos nós das respectivas malhas por meio de um processo de interpolação semelhante ao utilizado no MEF. O modelo numérico apresentado pelos autores conseguiu representar adequadamente o fenômeno de desprendimento de vórtices, causadores de oscilações na direção perpendicular ao sentido do fluxo de escoamento.

A análise em CFD é uma vertente que tem ganhado espaço para o entendimento de fluxos em escoamento, onde é possível prever e simular o comportamento de um fluido sem a necessidade de uma grande instalação como a de um túnel de vento, com maior rapidez na modelagem, na determinação de combinações e na infinidade de leituras que podem ser obtidas nos nós da estrutura, mesmo aquelas que são impossíveis de serem medidas em um modelo físico reduzido.

3 MODELO ESTACA-SOLO

O uso de elementos de fundação profunda é comum no projeto de estruturas, principalmente nas de grande porte. Grandes edificações representam maiores solicitações sobre o solo que por vezes não é capaz de suportar a magnitude desses carregamentos em camadas mais superficiais. Nesses casos, a solução de engenharia mais adotada é a de elementos de fundação profunda. O trabalho de Gusmão Filho (1995) aponta, por exemplo, o crescimento da adoção de elementos de fundações profundas em edificações de múltiplos andares (mais de 10 pavimentos) numa amostragem de 196 edifícios construídos na cidade de Recife – PE, num período de 20 anos. Tal estudo denota que, para edificações com mais de 15 pavimentos, a opção por elementos de fundação profunda supera consideravelmente a solução por elementos fundação superficial (sapatas e radier).

Conforme já destacado, a consideração de problemas de ISE, dentro do modelo de edifício na análise, não é feita de maneira integrada, visto que problemas de geotecnia envolvem diferentes graus de incerteza, sendo estes consideravelmente maiores que os relacionados ao cálculo estrutural. Para esse fim, é comum empregar o MEF ou o MEC como ferramentas para representar tanto o meio contínuo do solo como os elementos de fundação em questão. Entretanto, seu uso se torna proibitivo em virtude do alto número de graus de liberdade gerados, influenciando diretamente no custo computacional final.

Segundo Velloso e Lopes (2011), a abordagem de problemas de fundações deve abranger os conceitos de previsão, riscos calculados e o método observacional. Os autores se valem do trabalho de Lambe (1973) para afirmar que toda decisão é tomada com base numa previsão, que visa atender condições de segurança, funcionalidade e economia do empreendimento. A Figura 3 representa o processo de previsão em geotecnia.

Para determinar as situações de campo, o engenheiro colhe dados da topografia, prospecção do subsolo, condições da vizinhança, ensaios de laboratório e de campo. Em seguida, é valido simplificar a heterogeneidade e variação dos dados obtidos, eliminando dados, tomando médias e estimando condições mais favoráveis para elaborar um modelo.

Figura 3 - Processo de previsão



Fonte: Velloso e Lopes (2011), adaptado

A etapa seguinte diz respeito a determinar o mecanismo ou mecanismos de ruptura e transferência de carga que estarão envolvidos em cada tipo de elemento de fundação. Estipulado o mecanismo, estabelece-se o método de análise e os parâmetros do solo a serem utilizados para então manipular o método e os parâmetros para chegar à previsão. A etapa de manipulação é atualmente facilitada pelos recursos de hardware mais acessíveis. Com cada método escolhido, deve-se realizar uma análise paramétrica que conduzirá à etapa final do processo de previsão, onde a representação ou "retrato" do problema pode ser entendido e processado, (VELLOSO; LOPES, 2011).

Dessa forma, propõe-se nesse capítulo um modelo simplificado sob o ponto de vista da representação física do problema, mas já provado ser eficiente para os níveis de tensões envolvidos. O modelo proposto leva em conta informações de parâmetros calibrados experimentalmente em sua formulação. Dessa forma, descreve-se a seguir o modelo da estaca e do solo empregados e o procedimento de acoplamento com o modelo de edifício.

3.1 MÉTODO DE CAPACIDADE DE CARGA

O modelo de transferência de carga do sistema solo-estaca em um conjunto de estacas próximas se dá de forma complexa e, por vezes, torna-se difícil sua descrição se forem abordadas todas as variáveis envolvidas. Por ser um conjunto hiperestático, devido às condições de contorno, tem-se ainda que as estacas são ligadas à superestrutura por meio de um bloco rígido que pode estar ou não em contato com o solo. Logo, o sistema de transferência de cargas ocorre por meio das interações da superestrutura, do bloco de fundação e do solo que circunda o bloco e à estaca.

Os mecanismos de transferência de carga neste complicado conjunto estão intimamente ligados ao estado de ruptura e da configuração do carregamento aplicado, ou seja, por carga axial (de compressão ou tração), carga horizontal, de torção ou pela combinação destas ações. Estes mecanismos serão mais complexos quanto mais complicado for o sistema de carregamento.

Para estimar a ruptura do sistema existe uma diversidade de métodos, que em geral são fundamentados em correlações semi-empíricas de ensaios e ajustados com provas de carga. Os métodos de Aoki-Velloso (1975), Décourt-Quaresma (1978), e Teixeira (1996), são alguns dos mais utilizados em escritórios pelo Brasil. Para o presente trabalho, optou-se pelo método de Aoki-Velloso (1975) para descrever o mecanismo de transferência de carga e o sistema de ruptura do elemento de fundação.

Tratando apenas uma estaca de comprimento *L*, submetida a uma carga axial *P* aplicada no topo e um diagrama constante de distribuição de carga, tem-se simplificadamente, segundo Aoki-Velloso (1975), duas parcelas a considerar: (I) ao longo do comprimento unitário Δ_l , que gera tensões unitárias de cisalhamento Q_l com o avanço da estaca no maciço de solo (Figura 4a); (II) tensões normais uniformes na base da estaca r_p , representado na Figura 4b.



Figura 4 - a) Distribuição de tensão ao longo do fuste; b) tensão na base e fuste



Considerando que a carga P é aplicada gradativamente no topo da estaca, parcelas de resistência ao longo do fuste são solicitadas até um valor limite. Desse modo, se assume que nos primeiros níveis de carregamento, apenas o atrito lateral do fuste contribua para resistência. A partir de um certo valor de carga aplicada, iniciase a mobilização da resistência de ponta r_p , somente após o fuste atingir sua capacidade máxima de absorver o carregamento.

Se o carregamento *P* continua a ser aplicado até um valor $P_{m\dot{a}x}$, onde também se esgota a capacidade de resistente da ponta, a estaca se deslocaria incessantemente para baixo. Tal condição corresponde a ruptura desse tipo de elemento de fundação e o valor de $P_{m\dot{a}x}$ passa a ser indicado por P_r , que recebe a denominação de capacidade de carga do elemento de fundação por estaca. O valor de P_r corresponde ao valor de resistência que o sistema pode oferecer na condição de ruptura, em termos geotécnicos, (CINTRA e AOKI, 2010). A força absorvida pela ponta P_p é mobilizada para grandes deslocamentos e depende das dimensões da estaca.

A Figura 5 representa as forças atuantes para a dedução da função capacidade de carga (ou carga de ruptura) em estacas, por equilíbrio é possível chegar em (1).

Figura 5 - Capacidade de carga da estaca



Fonte: próprio autor

$$P_r = P_l + P_p \tag{1}$$

Com as parcelas de forças lateral P_l e de ponta P_p na ruptura obtidas, respectivamente por (2) e (3).

$$P_l = U \sum (Q_l \Delta_l) \tag{2}$$

е

$$P_p = r_p A_p \tag{3}$$

Sendo

```
U o perímetro da estaca;
```

 A_p área da base da estaca;

 Δ_l espessura da camada de solo;

 Q_l e r_p são incógnitas geotécnicas do problema.

As incógnitas geotécnicas foram inicialmente correlacionadas ao teste CPT de penetração estática, que mede uma resistência de ponta de cone (q_c) e um atrito lateral unitário na luva (f_s) mostradas em (4) e (5), respectivamente.

$$r_p = q_c/F_1 \tag{4}$$

$$Q_l = f_s / F_2 \tag{5}$$

 F_1 e F_2 são fatores de correção que incorporam o efeito escala, ou seja, a diferença de comportamento entre a estaca (protótipo) e cone do CPT (modelo), e a influência do processo construtivo de cada tipo de estaca, (CINTRA e AOKI, 2010). Entretanto, com a substituição do ensaio CPT pelo SPT, os autores recomendam que o valor e resistência de ponta (q_c) seja aproximado por meio de uma correlação com índice de penetração N_{SPT} indicado em (6).

$$q_c = K N_{SPT} \tag{6}$$

Tal correlação permite expressar também o atrito lateral em função do N_{SPT} por (7) e (8):

$$\alpha = \frac{f_s}{q_c} \tag{7}$$

$$f_s = \alpha \ q_c = \alpha \ K \ N_{SPT} \tag{8}$$

Em que α e *K* são coeficientes que dependem do tipo de solo. Reescrevendo as expressões (4) e (5), tem-se (9) e (10).

$$r_p = \frac{q_c}{F_1} = K(z) N_{SPT}(z) / F_1$$
(9)

$$Q_{l}(z) = \frac{f_{s}}{F_{2}} = \frac{\alpha(z)K(z)N_{SPT}(z)}{F_{2}}$$
(10)

e z representa a cota das camadas de solo metro a metro.

Pode-se concluir que a partir do conhecimento do tipo de solo, por meio do relatório de sondagem SPT, é possível obter as parcelas de força lateral e de ponta por (11) e (12).

$$P_p = r_p A_p \tag{11}$$

$$P_l(z) = Q_l(z)U1m \tag{12}$$

A alteração no modelo inicialmente proposto por Aoki-Velloso está na discretização das camadas de solo de modo a se obter forças para cada metro de avanço da estaca como representado pela Figura 6.



Figura 6 - Forças desenvolvidas no fuste e ponta da estaca

Fonte: próprio autor
Quando $P < P_l$ os recalques desenvolvidos são de alguns milímetros e admitese que todas as cargas serão resistidas pelo contato lateral do fuste da estaca e o solo. Portanto, a base da estaca não recebe carregamento. Sob essa ótica, é possível fazer duas hipóteses ou construir dois modelos importantes: o de transferência parcial e total de carga.

3.2 MODELO DE TRANSFERÊNCIA PARCIAL

Admite-se a distribuição parcial da carga à medida que a estaca vai vencendo a resistência lateral máxima ao longo do fuste do atrito com o solo como mostra a Figura 7. Nesse caso, a ponta da estaca não contribui para a resistência do sistema ($P_p = 0$) e a as forças de fuste atuam até o valor *P*.



Figura 7 - Modelo de transferência parcial de carga

Fonte: próprio autor

Existe ainda a possibilidade de que todo o fuste seja mobilizado pela carga P, neste caso, ainda não há contribuição da ponta da estaca na resistência do sistema considerado. A redistribuição da carga se dá como representado pela Figura 8 com $P_p = 0$.



Figura 8 - Modelo de transferência total de carga

Fonte: próprio autor

Para esse modelo, o diagrama de força normal em função da profundidade z da estaca é dado por (13).

$$N(z) = P\left[1 - \frac{P_l(z)}{P_l}\right]$$
(13)

3.3 MODELO DE TRANSFERÊNCIA TOTAL

Como a carga *P* é gradualmente aplicada, as tensões verticais unitárias são totalmente mobilizadas e a reação da base ocorre apenas para $P > P_l$ e *P* menor ou igual a $P_{máx}$ como mostra a Figura 9a) e Figura 9b). A partir da distribuição de tensões unitárias de fuste é possível construir o diagrama de atrito lateral acumulado da Figura 9c). Uma vez definido o diagrama de atrito lateral, a força normal na estaca pode ser obtida, a curva gerada corresponde ao diagrama de mecanismo de transferência. A Figura 9d) representa o mecanismo de transferência, onde a carga aplicada mobiliza todo o fuste e parte da resistência de ponta, sendo menor que a capacidade de carga

da estaca. Neste caso, P_p e as forças normais de fuste podem ser obtidas respectivamente por (14) e (15).

$$P_p = P - P_l \tag{14}$$

$$N(z) = P_l(z) - P_l(z - 1)$$
(15)

Simplificando assim o problema com base no conhecimento do diagrama de transferência, (AOKI, 1979).

Apesar do processo levar em consideração o efeito de grupo de estacas para estimativa de recalques, o diagrama de transferência de carregamento continua o mesmo de uma estaca isolada.



Figura 9 – Mecanismo de transferência axial de carga

Fonte: próprio autor

Uma vez obtidas as forças, pode-se aplicar as equações de Mindlin para obter o deslocamento (recalque) de uma estaca isolada ou de um grupo de estacas de um mesmo bloco. O modelo esquemático definido por Mindlin, que representa o meio elástico semi-infinito, é mostrado na Figura 10.



Fonte: Mindlin (1936), adaptado

O recalque na cota *z*, no ponto *A*, devido as forças normais obtida de acordo com o modelo de transferência escolhido, é dada pela equação (16).

$$r_{z} = \frac{P(1+\nu)}{8\pi E_{sol}(1-\nu)} \left[\frac{3-4\nu}{R_{1}} + \frac{8(1-\nu)^{2} - (3-4\nu)}{R_{2}} + \frac{(z-c)^{2}}{R_{1}^{3}} + \frac{(3-4\nu)(z+c)^{2} - 2cz}{R_{2}^{3}} + \frac{6cz(z+c)^{2}}{R_{2}^{5}}\right]$$
(16)

Sendo

$$R_1 = \sqrt{R^2 + (z - c)^2}$$
$$R_2 = \sqrt{R^2 + (z + c)^2}$$

е

 ν coeficiente de Poisson;

*E*_{sol} módulo de elasticidade/deformabilidade longitudinal do solo;

P carga aplicada no interior do meio continuo (força de fuste e ponta);

A(x, y, z) ponto onde se deseja calcular o recalque r_z .

Definir o módulo de deformabilidade é tarefa bastante complexa e tema de várias discussões mesmo na engenharia contemporânea devido às características intrínsecas do solo. A grande maioria dos estudos ainda leva em consideração o resultado do ensaio SPT para estimar essa grandeza. No presente trabalho, o valor de E_{sol} também será definido de acordo com SPT utilizando o sugerido por Teixeira e Godoy (1996).

Cabe enfatizar que a equação de Mindlin mensura recalques em um ponto qualquer do meio semi-infinito devido a uma força aplicada. Neste caso, o ponto de interesse no cálculo dos recalques é a cota de assentamento da estaca. Entretanto, qualquer outro ponto pode ser considerado, tornando a formulação interessante para se quantificar a influência de um grupo de estacas nos recalques desenvolvidos em um ponto qualquer, Figura 11.



Figura 11 - Recalque em um ponto qualquer do solo

Fonte: Próprio autor

Por fim, cabe citar que as principais simplificações feitas no presente modelo são: a não consideração do efeito de grupo que um conjunto de estacas próximas tem no cálculo dos recalques finais; não se calcula recalques no tempo (apenas imediatos)

além de não se considerar o encurtamento elástico da estaca. Esses fatores influenciam no recalque total final e devem ser implementados em trabalhos futuros.

3.4 COEFICIENTES DE REAÇÃO VERTICAL (CRV)

De posse dos valores de força e recalque no elemento de fundação por estaqueamento, é possível fazer uso da hipótese de Winkler (1867) para considerar a influência do solo junto à fundação. Tal hipótese estabelece que as forças aplicadas sejam proporcionais ao recalque mobilizado, não havendo, portanto, influência entre o ponto de aplicação desta força (ou pressão) com a vizinhança.

Considerando esta hipótese, estabelece-se uma relação discreta entre a estaca e o solo por meio da definição de uma constante (coeficiente) de mola que representará a rigidez do maciço. Introduz-se então o conceito de Coeficiente de Reação Vertical (CRV) que pode ser entendido como a rigidez de contato solo-estaca definidos pelas equações e (17) e (18).

$$k_{v_{Pl(z)}} = Pl(z)/r_z \tag{17}$$

$$k_{v_{Ponta}} = Pp/r_z \tag{18}$$

Os CRV's ao longo da estaca devem ser interpretados fisicamente como um grupo de "molas" equivalentes no comprimento do fuste e na ponta de cada estaca, simulando a distribuição de rigidezes da interação solo-estaca de acordo com o diagrama de transferência de carregamento. O modelo de mola foi representado na Figura 12, cabendo salientar que esses coeficientes de mola são inseridos como uma rigidez adicional na diagonal principal da matriz de rigidez do elemento de estaca, não alterando neste caso características importantes das matrizes desses elementos como esparsidade e simetria.



Figura 12 - Coeficiente de Reação Vertical

Fonte: Próprio autor

3.5 COEFICIENTES DE REAÇÃO HORIZONTAL (CRH)

Outro elemento importante a ser considerado na análise de elementos de fundação por estaca são as ações horizontais. Tietz (1976), observou, após uma séria de experimentos acerca do comportamento de tubulões, que a capacidade resistente destes elementos finda pela perda da resistência do solo na base alargada ou ao longo do comprimento do fuste. Logo, quando um elemento de fundação profunda se desloca horizontalmente dentro do solo devido a uma força horizontal, o maciço responde por meio de uma pressão sobre a área do fuste no sentido contrário a força.

As deformações são então caracterizadas pelo coeficiente de reação horizontal C_Z , que quantifica a resistência do solo, indicado em (19).

$$C_Z = mz \tag{19}$$

m é o coeficiente de proporcionalidade estimado pela natureza do solo;

z profundidade da camada em análise (cota)

O coeficiente de proporcionalidade m, dado em F/L^4 conforme indicado por Tietz (1976) para areias e argila, define a variação do coeficiente de reação horizontal e foi estimado inicialmente para tubulões com diâmetro superior ou igual a 1m, porém a mesma metodologia pode ser aplicada a fundações do tipo estaca. As tabelas foram formuladas levando em consideração o SPT.

A constante de mola de Winkler para esse caso é obtida pelo produto entre o coeficiente de proporcionalidade, comprimento e diâmetro do fuste da estaca, considerando a espessura da camada genérica (Δl) igual a 1m como indicado em (20).

$$k_h = mz D\Delta_l \tag{20}$$

O CRH tem o mesmo significado físico do CRV, ou seja, pode ser interpretado como a rigidez equivalente de uma mola que representa a interação solo-estrutura (Figura 13).



Figura 13 - Coeficiente de Reação Horizontal

Fonte: Próprio autor

3.6 MASSA DA ESTACA E DO BLOCO

Assim como foi contabilizada uma rigidez adicional da estaca, optou-se também por contabilizar uma massa da estaca e do bloco de fundação na matriz de massa da superestrutura.

A massa das estacas foi aquela considerada para elementos de barra, em que os coeficientes da matriz são obtidos a partir das mesmas funções interpoladoras para o cálculo dos coeficientes de rigidez. A matriz obtida dessa forma é então denominada matriz consistente. Uma vez que as matrizes de massa locais de cada elemento da estaca forem definidas, a matriz de massa global da estaca pode ser obtida por superposição de efeitos e compatibilização, processo semelhante para obtenção da matriz de rigidez.

Para a massa dos elementos de sapata/blocos, que são elementos de placa, optou-se por implementar a metodologia de Schwab, Gerstmayr e Meijaard (2007), que apresentaram a formulação para um elemento de placa fina a ser utilizado na análise dinâmica. A formulação desse elemento triangular permite grandes deslocamentos e grandes rotações, mas pequenas e finitas deformações. O elemento foi escolhido pelas similaridades em relação ao elemento DKT clássico.

O elemento possui então 3 nós com 6 graus de liberdade por nó (Figura 14). A configuração do elemento é determinada pela posição de suas coordenadas nodais (r_1, r_2, r_3) em relação ao referencial inercial 0xyz e a obtenção da matriz de massa consistente é baseada no conceito de plano médio elástico, em que a rotações inerciais da seção transversal podem ser desprezadas.





Fonte: Schwab, Gerstmayr e Meijaard (2007)

A função de interpolação cúbica utilizada na formulação e a dedução completa para obtenção dos coeficientes de massa para o elemento podem ser vistas em Schwab, Gerstmayr e Meijaard (2007). Resumidamente, os autores deduzem a matriz de massa a partir da integral de energia cinética em função das coordenadas nodais do elemento para chegar à expressão (21).

$$M = \rho h \int_{A} C^{T} N^{T} N C \, dA = C^{T} W C \tag{21}$$

com ρ sendo a densidade do material, *h* espessura do elemento, *N* são as funções de forma. Os coeficientes da matriz de massa, em coordenadas locais, são definidos em (22).

$$M = \frac{\rho h A}{10080} \begin{bmatrix} 1936 & 208 & 208 & 712 & 76 & 136 & 712 & 136 & 76 \\ 31 & 19 & 136 & 13 & 25 & 76 & 13 & 11 \\ 31 & 76 & 11 & 13 & 136 & 25 & 13 \\ 1936 & 208 & 208 & 712 & 76 & 136 \\ 31 & 19 & 136 & 13 & 25 \\ 31 & 76 & 11 & 13 \\ simetria & 1936 & 208 & 208 \\ & & & & & & & & & & & \\ 1936 & 208 & 208 & 208 \\ & & & & & & & & & & & \\ 31 & 19 & 31 \end{bmatrix}$$
(22)

A matriz de massa local passa pelos mesmos procedimentos de rotação e alocação em uma matriz de massa global da sapata/bloco, assim uma massa adicional será contabilizada na matriz de massa global da estrutura quando a equação do movimento for resolvida.

3.7 ACOPLAMENTO DA FUNDAÇÃO

Uma vez obtidos os coeficientes de mola (horizontal e vertical) e massas da estaca e do bloco, expõe-se nesse item a proposta de acoplamento do conjunto superestrutura + bloco de fundação + estaca.

A superestrutura é modelada por elementos reticulados formulados pela teoria de Euler-Bernoulli e considerando as deformações axiais em teoria de 1ª ordem com material de comportamento elasto-linear. Essas barras representam os elementos de viga, pilares e as estacas do edifício, sem efeito da laje.

Como a estaca é modelada como um elemento de barra 3D com seis graus de liberdade por nó, os coeficientes de mola, uma vez definidos, se inserem na matriz de rigidez desses elementos na diagonal principal como uma rigidez adicional devido ao solo. Em seguida, adotando-se o procedimento de cálculo de condensação estática, a rigidez de cada estaca é adicionada no local de contato correspondente na matriz de rigidez dos blocos. A malha do bloco – também utilizada na malha das sapatas – foi modelada com elementos finitos de casca, de geometria triangular formado pelo acoplamento das formulações de placa, com uso do elemento DKT, a formulação completa pode ser vista em Batoz (1980) e com chapa, utilizando o elemento FF (Free Formulation) desenvolvidos por Bergan e Felippa (1985).

A Figura 15 ilustra o modelo a ser discretizado em MEF, com barras verticais, divididas em *n* elementos de comprimento unitário. O sistema linear que representa o modelo proposto é indicado em (23), onde \overline{K}_{mef} representa a matriz de rigidez que incorpora os coeficientes de mola nas posições dos nós de contato com o solo, U_{mef} é o vetor de deslocamentos globais da estrutura e F_{mef} o vetor de forças externas.





Fonte: Próprio autor

$$\overline{\mathbf{K}}_{\mathrm{mef}} \cdot \mathbf{U}_{\mathrm{mef}} = \mathbf{F}_{\mathrm{mef}} \tag{23}$$

Assim, considerando uma estaca discretizada em n elementos de barra, podese dividir a sua matriz em dois blocos de matrizes. Um sub bloco nomeado com índice 2, onde utiliza-se os nós da estaca que devem ser condensados, nós que não estão em contato com o nó do bloco. O outro bloco é identificado com o índice 1, com referência ao nó em contato com bloco, tem-se então as equações de equilíbrio dividida em sub matrizes e sub vetores como indicado em (24).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11} & \mathbf{k}_{12} \\ \mathbf{k}_{21} & \mathbf{k}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11}\mathbf{U}_1 + \mathbf{k}_{12}\mathbf{U}_2 = \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{k}_{21}\mathbf{U}_1 + \mathbf{k}_{22}\mathbf{U}_2 = \mathbf{F}_2 \end{bmatrix}$$
(24)

Utilizando a segunda linha de (24), tem-se (25).

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{k}_{22}^{-1} \{ \mathbf{F}_2 - \mathbf{k}_{21} \mathbf{U}_1 \}$$
(25)

Substituindo equação (25) na primeira linha do sistema linear da equação (24) e considerando-se que $F_2 = 0$, uma vez que não há cargas externas aplicadas no fuste da estaca, obtém-se (27):

$$[\mathbf{k}_{11} - \mathbf{k}_{12}\mathbf{k}_{22}^{-1}\mathbf{k}_{21}]\mathbf{U}_1 = \mathbf{F}_1$$
(26)

$$\mathbf{k}_{bl} = \left[\mathbf{k}_{11} - \mathbf{k}_{12} \mathbf{k}_{22}^{-1} \mathbf{k}_{21}\right]$$
(27)

 U_1 indica o vetor de incógnitas dos deslocamentos pertencentes aos nós do topo de cada estaca. Desse modo, com a representação de cada estaca pela matriz k_{bl} , equação (29), é imediato somar sua parcela na matriz de rigidez do nó de referência do topo de cada estaca de cada bloco. Assim, o sistema linear da equação (24) é obtido já com a influência das estacas no modelo, conforme visualizado na Figura 16 a) e Figura 16b).



Figura 16 - a) Representação dos elementos de estaca com mola, bloco e pilar; b) Representação condensada das estacas e molas

Fonte: Próprio autor

O processo resumido por (24) a (27) embora tenha um processo de alto custo computacional, que é a inversão da matriz [k], se torna bem interessante no modelo quando análises incrementais e/ou em passos de tempo forem incorporadas no modelo, como o efeito não-linear geométrico do edifício ou na análise dinâmica devido ao acoplamento com as ações aerodinâmicas. Isso porque as alterações das matrizes de rigidez são apenas realizadas nos elementos do edifício, não modificando as parcelas devido a fundação, sendo desnecessário recalcular as matrizes da parcela da fundação-solo, aplicando-se tanto para as sapatas como para o conjunto bloco/estaca ao longo do processo incremental.

O procedimento de condensação é então efetuado mais uma vez para condensar agora a parcela de rigidez da sapata/bloco junto ao nó de contato na base dos pilares. Dessa forma, a base dos pilares passa a se apoiar em uma base flexível.

4 ANÁLISE DO EFEITO DO VENTO

Neste capítulo, descreve-se os procedimentos prescritos pela norma NBR 6123/88 para a obtenção de forças estáticas de vento em edificações. Apresenta-se o trabalho de Beck e Corrêa (2012), que propõem em seu estudo uma atualização das velocidades básicas de vento para todas as regiões do Brasil, com base num banco de dados atualizado de medições feitas por estações meteorológicas.

Além disso, aborda-se a metodologia para obtenção das forças de vento pela ferramenta de mecânica dos fluidos OpenFOAM e como foi realizado seu acoplamento simplificado ao edifício modelado com o MEF.

4.1 CARGAS DE VENTO PELA NORMA BRASILEIRA NBR 6123/88

Atualmente a NBR 6123/88 dita as regras para consideração de forças devido à ação do vento no cálculo de edificações, abrangendo tanto ações estáticas quanto dinâmicas para casos especiais. Neste item do trabalho, descreve-se suscintamente o procedimento sugerido por norma e que está contemplado nesse trabalho.

4.1.1 Cargas estáticas de vento

Para a consideração de forças estáticas, é preciso definir inicialmente a velocidade básica de vento V_0 que varia de acordo com a região do país e é obtida pelo mapa de isopletas reproduzido na Figura 17. De acordo com a norma, o valor de V_0 para a confecção do mapa considera uma rajada de 3,0 s, a 10 m acima do terreno, em campo aberto e plano, tomando o valor máximo com período de retorno de 50 anos.

O mapa foi elaborado pelo trabalho pioneiro de Padaratz (1977), que dispôs de um banco de dados com velocidades máximas de vento num período de apenas 25 anos, de 1950 a 1975, de 49 estações de medição instaladas em aeroportos brasileiros da época. Nota-se uma grande faixa hachurada na Figura 17, onde a velocidade básica de vento foi homogeneizada devido ao limitado banco de informações disponíveis na região.



Figura 17 - Isopletas da velocidade básica V₀ (m/s)

Fonte: ABNT NBR 6123/88 – Forças devido ao vento em edificações

Outro ponto relevante, também relacionado ao limitado banco de dados utilizado por Padartz, é que o autor utilizou a distribuição de Frechet, mais conservadora, mas que se adequava melhor ao conjunto de informações disponíveis na época.

Tais limitações supracitadas do modelo inicial da norma, associada a um banco de dados mais robusto obtido ao longo dos anos, estimulou o trabalho de Beck e Corrêa (2012) a proporem um novo mapa com velocidades básicas de vento para o Brasil.

Os dados foram ajustados no referido trabalho pela distribuição de Gumbel, menos conservadora que a de Frechet, com 62 anos de informações coletadas de 104 estações de medição. Os autores utilizam também um modelo de regressão não linear e testes de aderência para sugerir o mapa da Figura 18.



Figura 18 - Mapa de isopletas proposto

Fonte: Beck e Corrêa (2012)

Os autores salientam que as principais diferenças entre o modelo de norma e do proposto está no significativo aumento da velocidade básica no centro, norte e nordeste do país, atribuída principalmente ao conjunto de dados atuais disponíveis. Nas regiões sul e sudeste do Brasil, nota-se uma queda nas velocidades em relação a norma, que está relacionado tanto ao modelo Gumbel quanto ao conjunto de informações novas utilizadas.

Seguindo com o procedimento prescrito por norma para a definição das cargas de vento, uma vez definida a velocidade básica, definem-se os fatores S_1 , S_2 e S_3 , relacionados a topografia, rugosidade do terreno e estatístico, respectivamente.

O fator topográfico S_1 define três categorias: terrenos planos ou fracamente acidentados, taludes e morros e vales profundos, onde a formulação para cada caso pode ser consultada em norma.

O fator S_2 , relativo à rugosidade do terreno e as dimensões da edificação, permite definir categorias de I a V e três classes (A, B e C) que são importantes nos procedimentos seguintes na definição das forças devido ao vento. A expressão que define S_2 é reproduzida em (28).

$$S_2 = bF_r \left(\frac{z}{10}\right)^p \tag{28}$$

Sendo F_r (fator de rajada), b e p são valores tabelados em função da categoria e da classe da edificação e podem ser consultados tabelados na NBR 6123/88 e z representa a altura acima do nível do terreno. A referida norma também indica vários valores de S_2 em função de z e das categorias e classes supracitadas.

O fator estatístico S_3 considera o nível de segurança da edificação requerido e o período de vida útil da edificação (geralmente de 50 anos). Considera a probabilidade que velocidade básica do vento se iguale ou exceda, nesse período, 63% dos casos. A NBR 6123/88 indica valores mínimos de S_3 .

Definida a velocidade básica e os três fatores necessários, é possível obter a velocidade característica V_k indicada em (29) em m/s.

$$V_k = V_0 S_1 S_2 S_3 \tag{29}$$

Isto permite determinar a pressão dinâmica pela expressão (30) dada em N/m².

$$q = 0.613 V_k^2 \tag{30}$$

Um último coeficiente, dependente da geometria da edificação e da direção de incidência do vento, ainda precisa ser definido para se obter as forças estáticas de vento, o coeficiente de arrasto C_a . Para o presente estudo, define-se esse coeficiente para edificações correntes com seção constante ou levemente variável sob vento de

baixa turbulência. Para esse caso, o coeficiente de arrasto pode ser obtido com dimensões em planta da edificação e da altura total acima do terreno por meio da NBR 6123/88. Por fim, a componente força global estática de vento por pavimento, é dado conforme a função (31).

$$F_a = qA_eC_a \tag{31}$$

Em que A_e é área frontal efetiva da edificação, estrutura ou elemento estrutural. De modo geral, uma força global é obtida pela expressão (31) que correlaciona um coeficiente de força, caracterizado em cada direção (C_x ou C_y) e uma área de referência, também especificada em cada caso.

4.2 MÉTODO DE HOUBOLT

A equação de movimento de um corpo, obtida pelo equilíbrio de forças elásticas, de inércia, amortecimento e forças externas variáveis no tempo que se deseja resolver é dada pela expressão:

$$[K]{U_n} + [C]{\dot{U}_n} + [M]{\ddot{U}_n} = {F_n}$$
(32)

K representa a matriz de rigidez global da estrutura, *M* a matriz de massa global da estrutura e *C* a matriz de amortecimento. Representa-se também na equação (32) a reposta dinâmica estrutural pelos vetores U_n , \dot{U}_n , e \ddot{U}_n de deslocamentos, velocidades e acelerações, respectivamente. A equação (32) representa uma equação diferencial ordinária de segunda ordem. Para carregamentos quaisquer, com condições iniciais genéricas e com vários graus de liberdade, sua solução é muito custosa, e na maioria das aplicações de engenharia, impossível. Para casos particulares, o uso das transformadas de Fourier e da Integração de Duhamel pode ser um caminho suficiente para o cálculo, entretanto, tais procedimentos não são flexíveis.

Por outro lado, o uso de modelos baseados em discretizações da estrutura em várias partes, com a geração de diversas possibilidades de graus de liberdade e divisão do tempo em passos discretos, tem sido um caminho eficiente e escalável para

propósitos genéricos, tanto para problemas com uma grande quantidade de graus de liberdade quanto para a inserção de formulações não lineares. Assim, o uso dos métodos de superposição modal para análise linear ou o uso da integração direta, via aproximações em passos de tempo, são procedimentos mais adequados para sua solução, haja vista que são mais flexíveis quando usados em conjunto com um método de análise de corpos deformáveis, como o MEF.

A aplicação da integração direta para a resolução da equação (32) mostrou-se o melhor caminho para aplicações genéricas, principalmente em problemas nãolineares. Utilizando o método de integração explícita, os deslocamentos e suas variações são calculados no tempo $(t + \Delta t)$, mediante apenas o uso de valores de deslocamentos do tempo (t) e $(t - \Delta t)$, de modo que a equação de equilíbrio é resolvida no tempo (t). Nessa hipótese, encontra-se o método mais tradicional denominado de Diferenças Centrais.

Outra possível abordagem é mediante a aproximação – por diversas leis aproximativas – das velocidades e acelerações em termos de deslocamentos nos tempos $(t - \Delta t)$, (t), e $(t + \Delta t)$, reescrevendo-as na equação de equilíbrio (32) no tempo $(t + \Delta t)$, chegando a um sistema linear que contém mais informações nos diversos passos de tempo. Tal procedimento, de modo geral, possibilita passos de tempo maiores, entretanto, sua resolução é mais custosa em termos de operações em ponto flutuante e no armazenamento de matrizes para resolver o sistema em cada passo de tempo. Essa abordagem é denominada de método de integração implícita, e diversos modos de aproximar os campos de deslocamentos e suas derivadas existem na literatura, como Houbolt, Wilson θ , Newmark β , dentre outros. Por fim, a escolha do procedimento numérico deve levar em consideração: o grau de convergência para solução exata com o decréscimo de Δt ; ser estável na presença de erros numéricos e contar com um certo grau de precisão (os erros numéricos cometidos devem estar dentro de um limite aceitável), (CHOPRA, 1995).

No presente projeto, decidiu-se usar o método de Houbolt (1950), que é um método numérico incondicionalmente estável, o que significa que sua estabilidade e precisão independente do passo de tempo adotado. Ele utiliza aproximação cúbica do campo de velocidade e aceleração de modo a se obter essas componentes no tempo n + 1 indicados em (33) e (34).

$$\dot{U}_{n+1} = \frac{1}{6\Delta t} \left[11 \cdot U_{n+1} - 18 \cdot U_n + 9 \cdot U_{n-1} - 2 \cdot U_{n-2} \right]$$
(33)

$$\ddot{U}_{n+1} = \frac{1}{\Delta t^2} \left[2 \cdot U_{n+1} - 5 \cdot U_n + 4 \cdot U_{n-1} - U_{n-2} \right]$$
(34)

Substituindo (33) e (34) em (32), agrupando o termos comuns de modo que se isole U_{n+1} , chega-se a (35).

$$\left[\frac{11C}{6\Delta t} + \frac{2M}{\Delta t^2} + K\right] \cdot U_{n+1} = F_{n+1} + \left[\frac{3C}{\Delta t} + \frac{5M}{\Delta t^2}\right] \cdot U_n - \left[\frac{1,5C}{\Delta t} + \frac{4M}{\Delta t^2}\right] \cdot U_{n-1} + \left[\frac{C}{3\Delta t} + \frac{M}{\Delta t^2}\right] \cdot U_{n-2}$$
(35)

A equação pode ser simplificadamente representada por (36).

$$\left[\widehat{K}\right] \cdot U_{n+1} = F_{n+1} + [R_3] \cdot U_n - [R_4] \cdot U_{n-1} + [R_5] \cdot U_{n-2}$$
(36)

com

$$\left[\widehat{K}\right] = \left[\frac{11C}{6\Delta t} + \frac{2M}{\Delta t^2} + K\right]$$
(37)

$$[R_3] = \left[\frac{3C}{\Delta t} + \frac{5M}{\Delta t^2}\right] \tag{38}$$

$$[R_4] = \left[\frac{1,5C}{\Delta t} + \frac{4M}{\Delta t^2}\right] \tag{39}$$

$$[R_5] = \left[\frac{C}{3\Delta t} + \frac{M}{\Delta t^2}\right] \tag{40}$$

Com uma última simplificação, chega-se ao sistema linear desejado na forma (41).

$$\left[\widehat{K}\right] \cdot U_{n+1} = \widehat{F}_{n+1} \tag{41}$$

De modo que \hat{F}_{n+1} é escrita em (42).

$$\hat{F}_{n+1} = F_{n+1} + [R_3] \cdot U_n - [R_4] \cdot U_{n-1} + [R_5] \cdot U_{n-2}$$
(42)

Devido à aproximação adotada no método, são necessários, na primeira iteração n = 0, o cálculo $U_{-1} e U_{-2}$ que gera a necessidade do cálculo dos deslocamentos em n = 1, não sendo isso possível pelo método de Houbolt. O artifício usado é calcular os deslocamentos, nos passos n = 0 e n = 1, pelo método de diferenças centrais que associado com o valor obtido de $Ü_0$ de aceleração inicial servem de valores iniciais no processo iterativo, tornando o método de Houbolt dependente de outro método na primeira iteração (Figura 19).





Fonte: Filho (2020), adaptado

Bottura (1997) afirma que a o método de Houbolt foi bastante utilizado em programas comerciais baseado em elementos finitos por contar com o aniquilamento assintótico, que elimina respostas referentes a frequências elevadas no primeiro passo, o que permite estabilizar numericamente o cálculo de problemas com alto grau de não-linearidade. Por oferecer aproximação cúbica, o método reduz a ordem dos erros cometidos, além da vantagem de ser um método incondicionalmente estável.

Para o amortecimento, alguns mecanismos de dissipação incluem o atrito em conexões metálicas, atrito entre elementos estruturais e não estruturais, dissipação oferecida pelo maciço de solo no qual o elemento estrutural se apoia, entre outros. Como resultado, descrever o amortecimento nem sempre é tarefa simples, porém, o presente trabalho considera que o amortecimento representado por C em (32) é do tipo proporcional, para o qual as propriedades de ortogonalidade possam ser estendidas à matriz de amortecimento. Para que o amortecimento seja proporcional, basta que que C seja definido como uma combinação linear de K e M. Rayleigh mostrou que essa matriz poderia ser escrita na forma:

$$[C] = a_0[M] + a_1[K]$$
(43)

Os coeficientes $a_0 e a_1$ podem ser determinados experimentalmente ou calculados em função das duas primeiras frequências naturais ($\omega_1 e \omega_2$) da estrutura.

$$\begin{cases} a_1 \\ a_0 \end{cases} = 2 \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \begin{bmatrix} -1/\omega_2 & 1/\omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 \end{bmatrix} \begin{cases} \xi_1 \\ \xi_2 \end{cases}$$
(44)

em que ξ correspondem as taxas de amortecimento modal. Para estruturas essa taxa de amortecimento apresenta valores menores que 20%.

4.3 CARGA DE VENTO POR CFD

A simulação por CFD é capaz de prever o comportamento do escoamento de qualquer fluxo através de tubulações e canais ao redor de determinados corpos a partir de condições de contorno preestabelecidas. O principal objetivo de simulações CFD é a redução de ensaios experimentais para explorar fenômenos difíceis de serem estudados em laboratório, (FORTUNA, 2012).

Ferramentas de modelagem por CFD usualmente abrangem dois domínios distintos que devem se correlacionar de alguma forma no modelo matemático adequado: o domínio da estrutura e do fluido.

No presente trabalho é empregado o software de código aberto OpenFOAM (2019), que é uma das diversas ferramentas possíveis para modelagem de CFD. OpenFoam (2019) - acrônimo para *Open Source Field Operation and Manipulation* - é o mais conhecido, mais usado nas universidades e indústria, muito preciso, permite análise de fluidos compressíveis e incompressíveis, tem muitas funções e métodos específicos inclusos, há uma comunidade de usuários muito ativa na internet para troca de experiências, não possui custo de licença, inclui um gerador de malha poliédrica não estruturada e principalmente permite a integração com outros problemas físicos.

Atualmente, o OpenFOAM (2019) conta com uma vasta biblioteca para o tratamento de fenômenos de escoamento que estão em constante desenvolvimento, permitindo ao usuário modificar, implementar ou criar condições de contorno e modelos de turbulência. O software ainda dispõe de vários modelos de turbulência do tipo RAS (*Reynolds-averaged simulation*) e LES (*large-eddy simulation*). Na sequência, descreve-se sucintamente o trabalho desenvolvido por Agnelo (2020).

A biblioteca de soluções do OpenFOAM contempla, dentre outros *solvers*, as opções: simpleFOAM, que utiliza o método de acoplamento pressão-velocidade SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*), recomendado para escoamento estacionário, incompressível e turbulento; pisoFOAM e pimpleFOAM, utilizados para escoamentos transientes, incompressíveis e turbulentos em que o primeiro se vale do método PISO (*Pressure-Implicit with Splitting of Operators*) para o

acoplamento pressão-velocidade e o segundo adota o método PIMPLE para esse acoplamento, sendo uma junção dos métodos SIMPLE e PISO.

Dessa forma, utilizando o método PISO, o acoplamento entre pressão e velocidade torna-se possível. No trabalho supracitado de Agnelo (2020), considerase as leis da dinâmica dos fluidos de conservação de massa e de momento dadas pelas equações (45) e (46), para escoamentos incompressíveis, transientes e isotérmicos de fluidos em escoamento. Simplificadamente, para duas dimensões e um campo de deslocamentos de um fluido newtoniano, têm-se as equações (45) a (47) governantes da dinâmica dos fluidos para conservação de massa e de momento. Elas permitem determinar os campos de velocidade e pressão do fluido em escoamento:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{45}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial (uv)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$
(46)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial (uv)}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$
(47)

u e *v* são as componentes de velocidade, ρ a massa específica, *t* o tempo, *p* é a pressão e μ é a viscosidade cinemática do fluido. No campo de estudo de fluxos de vento, as simplificações acima adotadas são amplamente utilizadas na literatura.

Nota-se que nas expressões da dinâmica dos fluidos não há uma expressão que represente a pressão variando ao longo do tempo, logo faz-se uso da equação de Poisson para o cálculo da pressão, fazendo a conexão entre a equação de continuidade e a da conservação de momento. Deve-se, portanto, realizar as derivadas parciais de (46) e (47) em relação à x e y, respectivamente para chegar a:

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) = -\frac{\partial D}{\partial t} - \frac{\partial^2 u^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v^2}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2 (uv)}{\partial x \partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \right)$$
(48)

D é a divergência, soma das derivadas das componentes segundo os eixos considerados.

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \tag{49}$$

A partir da equação (48) é possível obter os dados de pressão ao longo do tempo de análise considerada. As pressões que são aplicadas na superfície do sólido que representa o edifício, são identificadas e convertidas em forças nodais e aplicadas no modelo do edifício deformável. Deve-se ressaltar que, no ambiente CFD, o domínio da estrutura foi considerado como um sólido de corpo rígido, modelado com elementos volumétricos. Uma análise em CFD deve ser constituída ainda do domínio de atuação de fluido (malha do fluido), das condições de contorno e das propriedades do fluido (viscosidade, massa especifica, etc.), dados definidos em Agnelo (2020) e transcritos no capítulo dos exemplos numéricos.

4.3.1 Modelo de turbulência

O modelo de turbulência desempenha papel importante na simulação CFD devido às particularidades de cada fenômeno a ser tratado. Os modelos se aplicam para altos valores do número de Reynolds (superiores a 2.400) e não existe um modelo de turbulência único capaz de tratar todas as condições de escoamento e geometrias possíveis. Calcular médias é utilizado em diversos casos, o que gera simplificações representativas nas equações que governam o escoamento sob regime turbulento, porém modelos são necessários para representar escoamentos não resolvíveis, (CHEN, 1997).

A literatura corrente descreve vários modelos de turbulência, dentre os mais comuns para modelagem cabe citar: o modelo RANS (*Reynolds Average Navier-Stokes*), o URANS (*Unsteady Reynolds Average Navier-Stokes*), o já citado LES e ainda os híbridos RANS/LES (HRLES). A escolha deve ser avaliada de modo que o modelo numérico adotado seja condizente com o problema físico observado. Assim, o trabalho de Hou e Zou (2005) mostrou que, para superfícies que possuem curvas e cantos, o modelo de turbulência RNG (*Renormalization Group*) $\kappa - \varepsilon$ é mais adequado para se obter convergentes se comparado ao modelo de turbulência $\kappa - \varepsilon$ padrão. Dessa forma, o modelo de turbulência base deste trabalho é baseado em Agnelo

(2020), que utiliza o modelo $\kappa - \varepsilon$ padrão, onde descreve-se todas as premissas e formulações adotadas na modelagem CFD.

4.3.2 Acoplamento CFD-MEF

Com a análise realizada no modelo de CFD, as pressões, que variam com o tempo, de contato com o sólido rígido são transformadas em forças e são então concentradas nos nós do edifício deformável simulado por elementos finitos e tem seu comportamento observado no *time history*. Ambas as metodologias se utilizam de uma maneira própria de ler as pressões que atuam nas faces de contato do edifício, em uma determinada área de ação e transladar para os nós de estudo (um concentra nos nós centrais do hexaédrico do ambiente CFD, outro nos nós do topo de pilares do MEF).

No modelo proposto, o elemento rígido da análise CFD serve para simular o edifício de modo a gerar o histórico das pressões em cada instante de tempo, para que a outra simulação integre essas pressões nas áreas de ação e concentre nos nós dos edifícios de barras, em cada passo de tempo idêntico.

A integração entre o programa CFD e o MEF é feita através de uma rotina que:

- Lê o histórico de pressões em cada ponto nodal do modelo gerado na malha do programa de CFD;
- Pressões são transformadas em forças atuantes nos nós de cada pilar, pela sua área de influência no modelo do edifício;
- Com as forças obtidas para cada nó, e para cada intervalo de tempo, somamse as cargas estáticas do edifício;
- Pelo método de Houbolt, calculam-se os deslocamentos, velocidades, acelerações e esforços nodais;

 No intervalo de tempo seguinte, atualizam-se os deslocamentos, velocidades e acelerações do passo anterior e incorporam-se as pressões desse passo atual e prosseguindo a integração direta da equação de movimento.

Dessa forma, desenvolveu-se um modelo computacional que acoplou a simulação de CFD com o MEF de uma forma dita fraca, uma vez que a posição do edifício não é atualizada, devido ao processo de deformação ao longo do tempo. Essa atualização de sua forma influencia na determinação das pressões de ataque aerodinâmicas dos passos posteriores. Entretanto, devido a pequenos deslocamentos que ocorrem no edifício, desprezou-se esse efeito na presente formulação. A Figura 20 apresenta-se sucintamente o que fora realizado.



Figura 20 - Fluxograma representativo da análise dinâmica

Fonte: Filho (2020), adaptado

5 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Com base no que foi descrito nos capítulos anteriores, vários modelos foram ensaiados numericamente mediante o uso de códigos computacionais próprios. Várias implementações computacionais foram desenvolvidas no presente trabalho e inseridas no código já existente, destacando: (i) formulação das estacas com os procedimentos de transferência de carga para a obtenção das molas verticais e horizontais; (ii) inserção do modelo de estacas via processo de condensação estática no sistema do edifício; (iii) matriz de massa consistente da membrana e placa; (iv) matriz de amortecimento de Rayleigh das estacas e da membrana e placa; (v) rotinas de acoplamento das pressões advindas do modelo de CFD e do MEF.

Neste capítulo apresentam-se exemplos que contemplam os efeitos das formulações desenvolvidas. Inicialmente, aplicações isoladas das estacas para validar o modelo, comparando com respostas experimentais e numéricas existentes. Assim, o modelo numérico de ISE foi comparado com ensaios de campo de prova de carga, já no segundo exemplo, comparou-se a resposta da metodologia proposta com os métodos numéricos do MEF e do MEC.

Depois, avaliam-se as respostas no edifício já com o acoplamento das fundações rasas e profundas, no campo da mecânica estática e dinâmica, com o uso desse último das ações advindas dos modelos de CFD.

Na sequência, em um exemplo analisa-se e compara-se a resposta de uma carga de pulso obtida pelo software comercial SAP2000® e o método proposto no trabalho. Considerou-se neste exemplo um pequeno edifício fictício engastado na base e com elementos de fundação rasa por sapata. No quarto e quinto exemplos, buscou-se avaliar o conjunto completo de cargas estáticas e dinâmicas, elementos de fundação rasa e profunda, em que o foco da análise foi voltado a interpretar os recalques nas bases dos pilares do pavimento térreo e a redistribuição de esforços nos elementos estruturais de vigas e pilares. Para o sexto exemplo, utiliza-se os dados de cargas do modelo CFD na análise dinâmica para avaliar o esforço normal em alguns pilares selecionados e o deslocamento de topo final do edifício.

5.1 ESTACA ISOLADA – ANÁLISE EXPERIMENTAL

Neste exemplo realiza-se uma análise comparativa entre os níveis de recalques obtidos no modelo numérico proposto com dados experimentais de Prova de Carga Estática (PCE).

Atualmente os ensaios de prova de carga são os mais recomendados para avaliar o desempenho de estacas em situação de serviço. Dessa forma, dados relativos aos materiais, execução e conservação são de suma importância para realização do ensaio. A norma prescreve a realização do ensaio é a NBR 12131 – Estacas Prova de carga estática - Método de ensaio de 2006.

O teste consiste em estágios de carregamento por uma célula de carga e um sistema de estacas de reação. Para cada estágio de carga, são realizadas leituras dos recalques desenvolvidos. Após o último estágio de carregamento, a estaca é então descarregada também em estágios e os recalques finais são medidos.

Os ensaios de PCE e SPT foram realizados no empreendimento Plaza Shopping na cidade de Carapicuíba – SP, onde 518 estacas do tipo hélice continua foram projetadas para as fundações. Desse total, 4 estacas passaram pelo o ensaio de prova de carga. Os dados dos ensaios foram cedidos pela empresa Projeto, Gestão e Consultoria em Engenharia Ltda. (PGC) e elaborados pelo engenheiro civil Claudius Souza Barbosa.

Os parâmetros do solo foram definidos a partir do método de Aoki-Velloso (1975), considerando o ensaio SPT mais próximo de cada estaca ensaiada. A distância medida entre PCE1 e o ensaio SPT mais próximo (SP-31) foi de 13,5 m. Já a sondagem a percussão SP-36 foi o mais próximo das estacas ensaiadas PCE3 e PCE4, cujas distâncias medidas foram de 29,0m e 44,0m, respectivamente. A sondagem SP-37 foi o mais próximo do ensaio PCE2, com distância de apenas 10,0m. Os perfis de sondagem a percussão utilizadas nesse exemplo foram indicadas na Figura 21.



As características geométricas das estacas ensaiadas bem como a carga de projeto estão indicadas na Tabela 1.

19,0

7

9

20,0

Ensaio	Diâmetro (cm)	Carga de Projeto (kN)	Comprimento (m)
PCE1	70,0	1600,0	20,0
PCE2	70,0	1200,0	21,0
PCE3	70,0	1750,0	19,0
PCE4	80,0	2300,0	23,0

Tabela 1 - Resumo das provas de carga estática

Além dos parâmetros geométricos, adotou-se os fatores de correção $F_1 = 2$ e $F_2 = 4$ correspondente a estacas do tipo hélice continua. Como propriedades do material, um módulo de elasticidade de $E_{est} = 2,5 \times 10^7$ kN/m², coeficiente de Poisson $\nu = 0.2$ e massa especifica $\rho = 25$ kN/m³. A Tabela 2 mostra os dados do solo



utilizados no modelo numérico referente a sondagem à percussão SP-31. A curva carga-recalque da Figura 22 mostra o resultado obtido.

Camada	Espessura (m)	Classificação	K (MPa)	α (%)
1	2,0 a 13,6	Silte argiloso med. Compacto	0,45	2,8
2	13,6 a 20,0	Silte arenoso med. Compacto	0,55	2,2

Tabela 2 – Estaca PCE1: sondagem SP-31





Os dados da Tabela 3 foram utilizados na análise do modelo numérico correspondente a sondagem SP-37. A Figura 23 mostra a curva obtida.

Camada	Espessura (m)	Classificação	K (MPa)	α (%)
1	0,6 a 2,9	Silte argiloso mole	0,23	3,4
2	2,9 a 22,0	Silte arenoso pouco compacto	0,55	2,2

Tabela	3 -	Estaca	PCE2:	sondagem	SP-37
labela	J –	Lotava		Sondagem	01-07



A sondagem SP-36 serviu de base para classificação dos coeficientes K e α da Tabela 4. As Figura 24 e Figura 25 mostram os resultados das curvas obtidas entre o modelo experimental e numérico.

Camada	Espessura (m)	Classificação	K (MPa)	α (%)
1	1,6 a 10,6	Silte arenoso pouco compacto	0,55	2,2
2	10,0 a 17,0	Silte arenoso med. Compacto	0,55	2,2

Γabela 4 - Estacas PCE3 e PCE4: sondagem S	P-36
--------------------------------------------	------



A tendência das curvas obtidas pelo modelo numérico mostra boa concordância com os dados experimentais. A melhor aderência entre curvas foi observada no gráfico de PCE2 para cargas pequenas, que apresentou a menor distância em relação ao ensaio SPT. O fator proximidade pode ter sido relevante no resultado, o erro relativo no último nível de carregamento entre a resposta numérica e a experimental foi de apenas 18%. A mesma observação pode ser aplicada aos resultados de PCE4 que estava 44,0m de distância do ensaio SP-36, no último nível de carregamento a diferença relativa entre o ensaio e o modelo numérico proposto foi de -51%. Nas demais comparações do modelo numérico com o experimental de PCE1 e PCE3, o erro relativo entre os modelos foi de -17% e -15%, respectivamente. Valores dentro do esperado tendo em vista a grande variabilidade do solo e a distância entre os ensaios.

Sabe-se que nos ensaios de prova de carga utiliza-se coeficiente de segurança 2 no projeto. No projeto em questão, utilizou-se um fator de segurança de 1,6 para o ensaio, ou seja, mesmo com todas as combinações de carregamentos majorados da superestrutura para se obter os esforços finais nas fundações, a carga do ensaio foi 60% acima do valor real esperado. Nota-se, portanto, que dentro dos valores de carga de projeto adotada no ensaio experimental, as curvas obtidas pelo modelo numérico apresentam resultados conservadores e boas tendências de curvas em todos os gráficos.

Para valores acima da carga de projeto, observou-se um salto abrupto nas curvas carga recalque do modelo numérico proposto com gráficos de PCE2, PCE3 e PCE4 do modelo experimental. Nos pontos onde ocorrem a descontinuidade, a resistência P_l passa a ser menor que carga aplicada P, após a descontinuidade, o gráfico passa a ter comportamento linear. Essa linearidade ocorre devido ao modelo de transferência adotado, quando o fuste não oferece mais capacidade resistente, a ponta da estaca passa a contribuir com a resistência, que por hipótese, apresenta distribuição linear.

Esse exemplo demonstra que o modelo numérico desenvolvido apresenta uma certa concordância com os resultados experimentais. Notou-se que a maior sensibilidade do modelo numérico está relacionada à definição dos parâmetros do solo: módulo de elasticidade e dos fatores do método de Aoki e Velloso de cada camada. Os dados empregados no presente exemplo são obtidos por correlações com SPT e tipo de solo indicados na literatura corrente, entretanto, o ideal seria realizar ensaios *in situ* para medir esses valores de maneira mais precisa, o que deve diminuir a diferença relativa entre os processos.

Uma reanálise pode ser feita a partir do modelo numérico presente, de modo a calibrar esses valores do solo para que a curva numérica se aproxime da curva experimental. Com isso, é possível avaliar nessa obra as respostas do conjunto estrutura-fundação-solo de maneira mais real, com a introdução dos parâmetros de CRV e CRH obtidos pela presente formulação e calibrados com dados experimentais e acoplá-los no modelo que contemple a estrutura e as estacas, conforme desenvolvido nesse trabalho.

5.2 ESTACA ISOLADA - ANÁLISE NUMÉRICA

O exemplo compara a presente formulação com os modelos numéricos do MEF e MEC, desenvolvidos por Ottaviani (1975) e Almeida V. (2003), respectivamente. Ambas as formulações foram propostas para avaliar as respostas em deslocamentos e tensões de contado entra a estaca e o solo. No trabalho de Ottaviani (1975), o solo foi discretizado em milhares de elementos finitos tridimensionais, que ocasionou um custo computacional expressivo. Em Almeida V. (2003), é formulado o problema soloestaca com o acoplamento MEC-MEC no espaço tridimensional permitindo a estratificação do solo, e que também levou a um custo computacional muito elevado devido às características das matrizes do MEC de não serem esparsas.

O modelo proposto consiste de uma estaca única carregada axialmente em solo homogêneo, com distancia ao indeslocável *H* infinita. As propriedades geométricas e físicas da estaca são reproduzidas na Tabela 5. Considerou-se os parâmetros $F_1 e F_2$ de uma estaca tipo hélice continua e para o solo tem-se uma camada considerada homogênea de N_{SPT} constante. Os parâmetros *K* e α são referentes a um solo do tipo argila, sendo expostos Tabela 6.

Os trabalhos avaliam os efeitos da consideração de diferentes profundidades da camada considerada indeslocável e como o parâmetro $\lambda = E_{est}/E_{sol}$ pode influenciar os recalques em cada caso. As respostas em deslocamentos no MEF e no MEC são obtidas por meio de um escalar de referência δ^0 , que depende do módulo de elasticidade ($E_{est} = E_p$), do diâmetro da estaca (D), do deslocamento δ , que corresponde ao recalque cálculo do pelo presente trabalho e da carga *P* aplicada.

Tabela 5 - Propriedades da estaca

	D=Diâmetro (cm)	Comprimento (m)	F_1	F_2	$E_p = E_{est}$ (MPa)
--	-----------------	-----------------	-------	-------	-----------------------
100,0	40,0	2,0	4,0	2,0.10 ²	
-------	------	-----	-----	---------------------	

Tabela 6 - Propriedades do Solo						
Camada K (MPa) α (%) Poisson (ν)						
1	0,2	6,0	0,45			

Os resultados da análise representadas na Figura 26, $E_{est} = E_p$, mostram que para altas relações de λ , com o E_{sol} baixo, a presente formulação apresenta resultados mais discrepantes que os obtidos por Almeida V. (2003), para a camada infinita. Nesse caso, a diferença entre o presente trabalho e para H/L infinito de Almeida V. (2003) e H/L igual a 4 de Ottaviani (1975) para $\lambda = 2000$, foram de 20% e 22%, respectivamente.





A comparação com as respostas de Ottaviani (1975) foi realizada para se ter uma referência com respeito ao uso do MEF 3D. Em seu trabalho, não é apresentada a resposta para a camada infinita. No presente trabalho não é possível simular a camada finita, para simular esse comportamento, tem-se que aplicar o procedimento proposto por Streibrenner (1934) que considera uma diferença em recalques entre o ponto de aplicação e camada do indeslocável, o que não fora implementado.

Em face das diferenças destacadas entre a presente formulação e os resultados obtidos por experimento e com os modelos numéricos, consideram-se as respostas do modelo de molas adequadas para avaliar exemplos mais complexos, uma vez que a inserção de outras formulações, como a consideração da não-linearidade física ou geométrica ou os efeito dinâmicos não deve afetar o custo computacional de forma relevante, como deve acontecer para as formulações do MEF ou do MEC.

5.3 EDIFÍCIO SIMPLES – ANÁLISE DINÂMICA

Este exemplo busca comparar o histórico da resposta dinâmica em deslocamentos entre o modelo computacional desenvolvido e o software comercial SAP2000®, com a consideração de elementos de fundação do tipo sapata. Comparase o resultado da análise transiente, que utiliza o método implícito de Houbolt na resolução do problema, com o programa ora citado, que resolve o mesmo caso pelo método de superposição modal. A matriz de amortecimento é a de Rayleigh com a consideração de um fator de 2% sobre a matriz de rigidez. Para a presente formulação, o passo de tempo foi definido como $\Delta t = 2/\max(\omega)$, sendo ω é a maior frequência natural calculada da estrutura. Esse valor foi escolhido por ser ótimo para convergência no passo inicial necessário para diferença centrada, conforme descrito na literatura. O valor de Δt para este exemplo foi de 3,7 × 10⁻⁴ s.

O modelo de edifício é constituído de quatro pilares, oito vigas e dois pavimentos, com pé direito de 3m. Os dados geométricos dos elementos estruturais de vigas e pilares estão indicados na Figura 27 com todas as medidas em centímetros. Para esses elementos adotou-se como propriedade do material uma massa específica de $\rho = 25$ kN/m³, módulo de elasticidade de $E_{edi} = 23,9$ GPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$.

Para os elementos de fundação adotou-se uma sapata por pilar com dimensões da base de $2,0 \times 2,5$ m e altura de 0,8m. As propriedades do material de massa

específica, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson são os mesmos adotados nos elementos de vigas e pilares.

A sapata foi discretizada em elementos finitos de casca, de geometria triangular formado pelo acoplamento das formulações de placa com o uso do elemento DKT, Batoz (1980), e com chapa, com o uso do elemento FF, Bergan e Felippa (1985), como representado na Figura 28.



Figura 27 - Planta do edifício

Para validação do modelo com software de análise SAP2000®, utilizou-se uma carga de pulso com duração de 0,01s na direção global de 200 kN nos quatro nós do topo como indicado na Figura 28. Não existem cargas adicionais estáticas verticais sobre vigas e não foram consideradas cargas estáticas de vento na horizontal. O nó avaliado em todas as análises corresponde ao de coordenadas (4,4,6) na direção *y*.





Sob as condições citadas, a Figura 29 mostra em deslocamentos a resposta dinâmica do nó nas condições:

- Modelo A: Edifício engastado;
- Modelo B: Edifício com sapatas ligadas a molas verticais no valor de 1000 kN/m e molas horizontais de 33% das molas verticais;
- Modelo C: Edifício com sapatas ligadas a molas verticais no valor de 100 kN/m e molas horizontais de 33% das molas verticais.



Figura 29 - Deslocamentos devido a carga de pulso do nó com coordenadas (4,4,6)

A partir dos dados da Figura 29 é possível observar que o modelo de edifício engastado e resolvido pelo modelo gera uma resposta muito próxima ao do programa comercial de comparação. A resposta do SAP2000® em 5s foi de $1,5 \times 10^{-2}$ m, dos modelos A e B obtidos pela formulação foram de $0,2 \times 10^{-2}$ m e $1,1 \times 10^{-2}$ m, respectivamente. Já o modelo C, apresentou o valor de $4,5 \times 10^{-2}$ m no tempo de 5s, demonstrando a coerência do modelo numérico implementado e validando o resultado obtido.

O segundo ponto importante a ser observado é que, para o modelo B, simulando um elemento de apoio muito rígido, a resposta do problema tende para a solução engastada demonstrando que a formulação para as fundações está coerente. Por outro lado, quando existe uma certa flexibilização da região de assente, representada pelo modelo C de menor rigidez, a amplitude dos deslocamentos iniciais é maior e o tempo de convergência para o estado estacionário também se altera, ocorrendo apenas para tempos maiores de análise.

5.4 EDIFÍCIO COM 15 PILARES – VENTO POR NORMA

Para este exemplo, buscou-se obter respostas em deslocamentos (ou recalques da base dos pilares) e esforços de um edifício fictício sob ação estática de vento obtido pela NBR 6123/88 nas seguintes condições: engastado na base e outro com a consideração do efeito de ISE com elementos de fundação por estacas.

O edifício em questão conta com 10 pavimentos e pé direito de 3,0m, cujas dimensões finais são 10x20x30m. Adotou-se 15 pilares com dimensão de 19x100cm e 22 vigas por pavimento com dimensões de 19x60cm. A representação em planta do edifício com a disposição de pilares e vigas é mostrado na Figura 30.



Figura 30 - Planta baixa do pavimento tipo

Considerou-se para este exemplo as seguintes propriedades do material para pilares e vigas: módulo de elasticidade $E_{edi} = 2.8 \times 10^7$ kN/m², que corresponde a um concreto com f_{ck} de 25 MPa, massa específica $\rho = 25.0$ kN/m³ e coeficiente de Poisson $\nu = 0.2$.

Cada pilar conta com uma sapata com dimensões de 2,0mx2,5m e 0,8 m de altura, o domínio foi discretizado em elementos finitos de casca, de geometria triangular formado pelo acoplamento das formulações de placa, com uso do elemento DKT e com chapa, utilizando o elemento FF. O módulo de elasticidade, massa específica e coeficiente do Poisson são os mesmos adotados para os elementos de pilares e vigas.

Considerou-se também 30 estacas (duas por pilar) com diâmetro de 0,40 m e comprimento de 8,0 m. Esses elementos foram modelados como elementos de barra. Para o material, adotou-se um módulo de elasticidade $E_{est} = 2,5 \times 10^7$ kN/m², que corresponde a um concreto com f_{ck} de 20 MPa, massa específica kN/m³ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$. A Figura 31 mostra a as dimensões em metros da sapata e da estaca em planta utilizadas no neste exemplo, bem como a discretização da sapata.





Para o solo, adotou-se uma única camada, homogênea com $N_{SPT} = 5$ constante em toda a espessura até 12m.

A representação dos elementos gerados pelo presente modelo computacional desenvolvido é representada na Figura 32.



Figura 32 - Representação do modelo 3D gerado pelo programa

As ações consideradas nesse exemplo correspondem a cargas estáticas constantemente distribuídas sobre todas as vigas com valor de 10 kN/m e ações estáticas de vento obtidas conforme preconiza a NBR 6123/88.

O vento atua a zero grau na direção como representado na Figura 33 (sem escala) com velocidade básica $V_0 = 40,0$ m/s, fator topográfico $S_1 = 1,0$ para terreno plano ou fracamente acidentado e estatístico $S_3 = 1,0$ tabelado para edificações como hotéis e residências. O fator S_2 considera o efeito combinado da rugosidade do terreno

se encaixando na Categoria-IV da norma, das dimensões da edificação entrando na Classe-B e da variação da velocidade do vento com a altura acima do terreno definido a partir da categoria e da classe estabelecidas.



Figura 33 - Direção de atuação do vento

O coeficiente de arrasto para atuação do vento nessa direção fica definido por $C_a = 1,34$ sendo possível representar um perfil de vento em função da altura do edifício representado na Figura 34. As forças por pavimento estão indicadas em kN.



Figura 34 - Perfil de forças de vento obtido (kN)

As forças do perfil de vento obtido são então distribuídas igualmente nos nós do topo dos pilares de cada lance do pavimento. Um exemplo de como a carga atua no pavimento térreo pode ser vista na Figura 35 para a resultante de 40,5 kN.



Figura 35 - Cargas de vento atuante no pavimento térreo

Com base na formulação desenvolvida e implementada, inicialmente analisouse o modelo descrito em regime estático sob as ações de cargas verticais distribuídas sobre todas as vigas e as de cargas horizontais de vento.

A influência do solo fora avaliada conforme o modelo apresentado no item 3 dessa dissertação, de modo que as rigidezes no plano horizontal foram tomadas com descrito no item 3.5.

Assim, o recalque da base dos pilares do pavimento térreo obtido foi representado em planta na forma de faixas de recalque como mostra a Figura 36 e em corte na Figura 37, com todas as unidades em cm. O maior recalque foi observado no pilar 9 mais carregado da ordem 1,5 cm.



Figura 36 - Recalques da base dos pilares do térreo (cm)

Figura 37 - Representação dos recalques em corte



Para avaliar a redistribuição dos esforços normais e momentos fletores, escolheu-se os pilares P1, P8 e P9. Os momentos fletores foram considerados em torno dos eixos locais y e z para pilares e em torno do eixo y para a viga V1. A Figura 38 indica o sistema de eixo considerado para cada tipo de elemento.





As Tabela 7 e 8 mostram os valores dos esforços na base dos pilares do térreo no sentido de atuação para o edifício engastado e com efeito da ISE respectivamente, o fluxo de carga mostra que os pilares menos carregados de canto, ou de extremidade, recebem uma parcela maior de esforço normal e que existe um alivio desse mesmo esforço nos pilares centrais mais carregados.

Γabela 7 - Esforços na	base dos pilares do	térreo: edifício engastado
------------------------	---------------------	----------------------------

Pilar	Normal (kN)	Momento My (kN.m)	Momento Mz (kN.m)
P1	342,9	2,1	120,0
P8	951,8	0	136,7
P9	957,9	0	131,4

Tabela 8 - Esforços na base dos pilares do térreo: edifício com estacas

Pilar	Normal (kN)	Momento My (kN.m)	Momento Mz (kN.m)
P1	439,3	1,1	30,3
P8	774,2	0	34,6
P9	1031,1	0	30,4

Para a viga V1 do primeiro pavimento, o momento fletor foi avaliado nas extremidades da viga e valor de momento máximo no vão como mostra a Tabela 9. O

modelo de edifício com estacas, mostrou que a viga em questão recebe muito mais esforço de momento fletor, o que pode afetar diretamente no seu dimensionamento.

Viga	Edifício engastado			Edifício com estacas		
	Momento My (kN.m)			Momento Mz (kN.m)		
V1	Nó inicial	Nó final	Máx. no vão	Nó inicial	Nó final	Máx. no vão
	29,9	69,7	31,2	95,0	127,0	95,0

Tabela 9 - Momentos fletores na viga V1

5.5 EDIFÍCIO COM 15 PILARES – VENTO POR CFD PERMANENTE

Neste exemplo será apresentado o mesmo modelo de edifício para superestrutura e elementos de fundação tratado no item 5.4, mas dessa vez com a consideração de um perfil de forças de vento advindas do modelo CFD.

A direção de atuação das cargas foi considerada como indicado na Figura 33, foram consideradas ações estáticas horizontais constantemente distribuídas sobre todas as vigas com valor de 10 kN/m. O perfil de vento obtido com o modelo CFD, para o tempo já no regime permanente, pode ser visto na Figura 39.



Figura 39 - Perfil de forças de vento CFD (kN) - regime permanente

Nota-se que o perfil de vento obtido com a ferramenta CFD apresenta a mesma tendência de curva do perfil de vento obtido com a norma NBR 6123/88, porém as cargas mostradas na Figura 39 são bem menores em comparação ao modelo de norma. A maior diferença entre carregamentos foi obtida no último pavimento do edifício, onde o carregamento tem uma redução acentuada.

O esquema de distribuição dessas cargas segue o mesmo princípio do item 5.4, onde a resultante do pavimento é então distribuída igualmente nos nós do topo de cada pilar como mostrado na Figura 35.

O recalque da base dos pilares do pavimento térreo obtido nesse caso foi representado em planta na forma de faixas de recalque como mostra a Figura 40. Apresentando a mesmas faixas de recalques semelhantes ao exemplo 5.4 porém menores que o mostrados na Figura 36. O maior recalque foi observado no pilar P9 de 1,36cm.



Figura 40 - Recalque em centímetros na base dos pilares - vento CFD (regime permanente)

As Tabela 10 e Tabela 11 mostram os valores dos esforços na base dos pilares do térreo no sentido de atuação para o edifício engastado e com efeito da ISE, respectivamente. Na Tabela 11, os valores entre parênteses indicam os valores obtidos para o modelo com estaca e ações advindas da norma, mostrando boa concordância.

Pilar	Normal (kN)	Momento My (kN.m)	Momento Mz (kN.m)
P1	383,5	2,1	97,2
P8	951,8	0,0	111,7
P9	917,3	0,0	108,5

Tabela 10 - Esforços na base dos pilares do térreo: edifício engastado + vento CFD

Tabela 11 - Esforços na base dos pilares do térreo: edifício com estacas + vento CFD. Entre parênteses são valores com ações de norma

Pilar	Normal (kN)	Momento My (kN.m)	Momento Mz (kN.m)
P1	532,5 (439,3)	1,4	25,5 (30,3)
P8	757,1 (774,2)	0,0	31,1 (34,6)
P9	993,6 (1031,1)	0,0	28,3 (30,4)

Nos pilares analisados, nota-se que o pilar P9 e P8 apresentam um alívio de esforço normal quando considerado sob uma base deformável. O pilar P1 de canto passa a receber uma parcela de carregamento maior devido à redistribuição de esforços. O momento fletor M_y considerando o edifício com estacas foi menor que o para o edifício engastado para o pilar P1, nos pilares P8 e P9 não houve mudança no valor do momento entre os dois modelos. Em relação ao momento M_z , os esforços encontrados foram bem menores para o edifício com efeito de ISE.

Para a análise dos momentos em vigas, a Tabela 12 mostra os esforços atuante na viga V1 do edifício. Analisando localmente, os esforços na viga considerada foram bem maiores para o edifício com estacas do que para o edifício engastado. Esse acréscimo de esforço foi observado principalmente nos primeiros pavimentos.

Viga	Edifício engastado			Edifício com estacas		
	Momento My (kN.m)			Momento Mz (kN.m)		
V1	Nó inicial	Nó final	Máx. no vão	Nó inicial	Nó final	Máx. no vão
	20,2	60,3	24,1	63,6	96,9	63,6

Tabela 12 - Momentos fletores na viga V1 com vento CFD

5.6 EDIFÍCIO COM 15 PILARES – VENTO POR CFD TRANSIENTE

Neste exemplo será avaliado o mesmo modelo de edifício para superestrutura e elementos de fundação tratado no item 5.4, porém com a consideração dos históricos das ações vento advindas do modelo CFD.

Ao longo do tempo de análise no programa CFD foi possível obter os perfis de cargas em cada passo de tempo e realizou-se no modelo do edifício com estacas a análise dinâmica com os dados de carga aplicadas a barlavento e a sota-vento em todos os nós dos pilares dessas regiões do edifício como indicado na Figura 41. Cabe salientar que não há cargas atuantes nas faces laterais do edifício ou nos pilares internos.



Figura 41 – Forças nodais nos nós da estrutura

O tempo de duração da análise para esse exemplo foi de 30,0s, com passo de tempo de 0,25s e os resultados em esforços levam em consideração cada iteração dentro do intervalo de tempo ora indicado.

A Figura 42 representa alguns perfis de forças, em diferentes tempos, para os pilares P1, P7 e P9 indicados na Figura 30, mostrando bem que, nos primeiros estágios de análise, os perfis ainda apresentam resultados instáveis com forças na direção *y* negativa, notada principalemente no pilar P1 de canto. Esse valores negativos são comuns em análise dinamica CFD, conhecidos por valores espúrios.





Finalizada a análise dinâmica, foi possível obter o esforço normal e momento fletor em todos os elementos estruturais. Por praticidade, escolhemos apenas três pilares para representar o comportamento dos esforços normal, em diferentes passos de tempo e na base dos pilares ligado a fundação, sendo eles os pilares P1, P7 e P9.

A partir da Figura 43 é possível observar que esforço tem valores bem elevados nos primeiros tempos da análise, convergindo para valores mais moderados no final.

Isso ocorre principalmente devido à instabilidade das ações de vento que, como já foi dito, apresenta valores espúrios inicialmente.





Por fim, representa-se o histórico de deslocamentos, na direção y de incidência do vento, do nó de coordenadas (10, 0, 30) no topo do edifício indicado Figura 44 para os seguintes modelos:

- Modelo A: cargas de vento obtido pela norma, análise estática e edifício engastado;
- Modelo 1A: cargas de vento obtido pela norma, análise estática e edifício com estacas;
- Modelo B: cargas de vento obtido pelo CFD, análise estática e edifício engastado;

- Modelo 1B: cargas de vento obtido pelo CFD, análise estática e edifício com estacas;
- Modelo C: cargas de vento obtida pelo CFD, análise dinâmica e edifício engastado;
- Modelo 1C: cargas de vento obtida pelo CFD, análise dinâmica e edifício com estacas.



Figura 44 - Deslocamentos direção y do nó (10, 0, 30)

A Figura 44 indica que o maior deslocamento de topo ocorre para o modelo 1C de análise dinâmica com estacas e cargas CFD. O menor valor obtido para o mesmo ponto foi apresentado para o modelo 1B estático com estacas e cargas de vento advindas do programa CFD.

O deslocamento do ponto considerado para o perfil de vento obtido por norma foi maior do que o valor obtido pelo perfil de vento do modelo CFD, apresentando uma diferença relativa de 23%. Apesar das curvas do perfil de vento mostrarem a mesma tendência, as cargas de vento por CFD nos últimos pavimentos apresentaram valores consideravelmente menores do que o perfil de norma.

Considerando o edifício engastado, o menor deslocamento foi obtido na análise estática e dinâmica com cargas CFD e a diferença entre os modelos B e C foi menor que 1%. O maior deslocamento foi o do modelo A, com análise puramente estática, apresentando um valor de 1,35cm no nó considerado. Conclui-se que o perfil de cargas de vento na análise estática obtido pela norma de vento pode ser bem conservador, gerando deslocamentos maiores do que a análise dinâmica por CFD.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou um método eficiente e simplificado para calcular recalques em elementos de fundação profunda por estaca, o qual foi útil para quantificar a influência do conjunto bloco, estaca e solo discretizado por molas equivalentes. Com base no método de Aoki-Velloso e Tietz foi possível fazer hipóteses sobre o modelo de transferência de carga que a estaca transmite ao solo e estimar parâmetros relativos ao solo. O modelo de Winkler mostra-se interessante pois a abordagem do problema de ISE por meio de mola equivalente tem baixo custo computacional e é de fácil implementação computacional.

No campo experimental, em consequência da resposta obtida pela presente formulação, conclui-se que o modelo de Winkler associado ao método de capacidade de carga de Aoki-Velloso com utilização da equação de Mindlin é aplicável. Se comparado ao MEC e ao MEF, o modelo se mostra muito eficiente, reduzindo consideravelmente o tempo de análise para considerações do sistema solo-estrutura. Os resultados obtidos e comparados com os métodos numéricos sofisticados de cálculo foram úteis para avaliar o desempenho da metodologia escolhida. Assim, foi possível realizar o acoplamento das fundações ao edifício baseado em MEF sem que se o tempo de processamento fosse alterado significativamente.

A consideração de cargas de vento em edifício foi avaliada com base no recomendado por norma e pelo software aberto OpenFOAM da mecânica dos fluidos, mostrando que a consideração de cargas estáticas equivalentes de vento pode apresentar valores consideravelmente maiores do que cargas dinâmicas pelo modelo CFD. O perfil de cargas de vento obtido pelo CFD mostra que ferramentas da mecânica dos fluidos podem representar problemas de escoamento, podendo ser confiavelmente empregadas para obter parâmetros e coeficientes de velocidade, arrasto e sustentação em edifícios, mesmo de geometria irregular.

O acoplamento fraco, onde a deformada do edifício ao longo do tempo não é atualizada no modelo CFD, se mostrou um caminho promissor para considerar efeitos de cargas dinâmicas em edifícios. Os deslocamentos e esforços gerados pelo programa podem ser ainda mais realistas se incorporado na análise a rigidez das lajes, modificando as respostas finais.

A metodologia de obter pressões externamente pelo OpenFOAM e condensar essas informações em código próprio também otimizou o tempo de análise requerido em todo o processo. Com isso, o modelo de ISE simplificado, juntamente com o modelo de fluido também simplificado, é possível que o edifício contemple fenômenos que demandem mais tempo de análise, como análise não linear e a consideração de outros elementos estruturais ao conjunto de edifício baseado em MEF.

Para problemas clássicos de ISE, vários métodos são sugeridos na literatura corrente, como o numéricos MEC e MEF, Series de Fourier, mola equivalente, que apresentam bons resultados com respostas semi-analíticas e modelos experimentais, entretanto, o presente trabalho seguiu essa linha de abordagem, usando as molas equivalentes, associando as equações analíticas de Mindlin com expressões advindas de um modelo experimental, Aoki-Velloso. Mesmo com as desvantagens dos modelos baseados na hipótese de Winkler, seu uso mostrou-se suficiente para os problemas estudados nesse trabalho, tanto para as aplicações isoladas entre solo-estaca como nos modelos mais complexos, que incorporaram a interação fluido-estrutura-solo.

6.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Para a formulação da interação solo-estrutura, sugere-se incorporar ao código um modelo de camada finita para cálculo dos recalques finais de elementos de fundação por estaca, podendo reduzir o erro relativo, que comparado aos métodos numéricos do MEC, MEF e experimental ficaram em torno de 20%. Recomenda-se desenvolver um algoritmo de acordo com o procedimento proposto por Streibrenner (1934), para camadas estratificadas com propriedades distintas e a prescrição da cota do indeslocável que considera uma diferença em recalques entre o ponto de aplicação e a camada do indeslocável.

Uma retroanálise pode ser feita a partir do modelo numérico presente, de modo que se possa propor novos parâmetros do solo, fazendo com que a curva cargarecalque numérica se aproxime da curva experimental e incorporar isso no modelo de interação posteriormente. Sugere-se ainda que novos trabalhos possam considerar o efeito de grupo de estacas de um mesmo bloco de coroamento, além de avaliar o efeito da deformação do material que constitui a estaca, causas que influenciam diretamente o valor de recalque final na base dos pilares.

A Implementação de elementos planos de lajes para superestrutura pode alterar os valores de deslocamentos e esforços devido a cargas horizontais. Isso aliado à análise dinâmica pode melhorar o modelo de edifício.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 6123: Forças devido ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, 1988. 66 p.

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 12131: Estacas – Prova de carga estática – Método do ensaio**. Rio de Janeiro, 2006. 08 p.

AGNELO, D. P. Aplicações de CFD para cálculo das pressões dinâmicas em edificações. 111 p. Dissertação (Mestrado). PPGEC, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2020.

ALMEIDA, V. S. Análise da interação solo não-homogêneo/estrutura via acoplamento MEC/MEF. São Carlos. 192p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2003.

ALMEIDA, F. P. A. Aplicação do acoplamento entre o MEC e o MEF para o estudo da interação dinâmica elastoplástica entre o solo e estruturas. 285p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2003.

AOKI, N. **Considerações sobre projeto e execução de fundações profundas.** Belo Horizonte: Sociedade Mineira de Engenharia, 1979.

AOKI, N.; VELLOSO, D. A. An approximate method to estimate the bearing capacity of piles. 5th Pan- American Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, v. 1, p. 367–376, 1975.

AOKI, N.; LOPES, F. R. Estimating stresses and settlements due to deep foundation by the Theory of Elasticity. 5th Pan- American Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, v. 1, p. 377–386, 1975.

AQUINO, R. D. Análise não-linear geométrica de edifícios 3D considerando a deformabilidade do solo. 82 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2008.

AWRUCH, A. M.; BRAUN, A. L.; GRECO, M. Engenharia do vento computacional e suas aplicações na engenharia civil. Análise aerodinâmica e aeroelástica. Revista Internacional de Metodos Numericos para Calculo y Diseno en Ingenieria, v. 31, n. 1, p. 55–64, 2013.

BARTAK, M. et al. **Integrating CFD and building simulation**. Building and Environment, v. 37, n. 8–9, p. 865–871, 2002.

BATOZ, J. L. **A study of three–node triangular plate bending elements**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 15, p. 1771-1812, 1980.

BECK, A. T. e CORRÊA, M. R. S. **Proposta de atualização das velocidades basicas do vento no Brasil**. Téchne, v. 184, p. 64-67, São Paulo, 2012.

BELLOLI, M.; ROSA, L.; ZASSO, A. Wind loads on a high slender tower: Numerical and experimental comparison. Structure Engineering, v. 68, pp. 24-32, 2014.

BERGAN, P. G. e FELIPPA, C. A. **A triangular membrane element with rotational degrees of freedom**. Comp. Meths. in Appl. Mech. Eng., v.50, p.25-69, 1985.

BLESSMANN, J.; RIERA, J. D. **Wind Excitation of Neighbouring Tall Buildings**. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v. 18, p. 91–103, 1985.

BOTTURA, H. M. **Uma família de algoritmos hermitianos para integração direta das equações de dinâmica das estruturas**. São Carlos. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1997.

BOUSSINESQ, J. Applications des potenciels à l'etude de l'equilibre et du moviment des solides. Gualtier-villars, Paris, 1885.

BRAUN, A. L. **Simulação Numérica Na Engenharia Do Vento Incluindo Efeitos De Interação Fluido-Estrutura**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, p. 300, 2007.

BRAUN, A. L; AWRUCH, A. M. Aerodynamic and aeroelastic analyses on the **CAARC standard tall building model using numerical simulation**. Computers and Structures, v. 87, pp. 564-581, 2009.

BURMISTER, D. M. The general theory of stresses and displacements in layered systems I. Journal of Applied Physics, v.16, p.89-96. 1943.

BURMISTER, D. M. The general theory of stresses and displacements in layered systems III. Journal of Applied Physics, v.16, p.296-302. 1945.

CERRUTI, V. Mem. Fis. Mat. Acc. Lincei, Roma, 1882.

CHAMEKI, S. **Consideração da Rigidez da estrutura no cálculo dos recalques da fundação**. Anais do I Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos, v. 1, p. 35–80, 1954.

CHAN, K. S.; KARASUDHI, P.; LEE, S.L. Force at a point in the interior of a layered elastic half-space. Int. J. Solids Structs., v. 10, p. 1179- 1199. 1974.

CHEN, C. J. Fundamentals of turbulence modeling. [S.I.]: CRC Press, 1997.

CHOPRA, A. K. Dynamics of structure: Theory and applications to earthquake engineering. Prentice hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995.

CHOW, Y. K.; TEH, C.I. **Pile-cap-pile-group interaction in nonhomogeneous soil**. Journal of Geotechnical Engineering, v. 117, n. 11, p. 1655-1668. 1991.

CINTRA, J. C. A.; AOKI, N. **Fundação por estacas: projeto geotécnico**. 1. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2010.

CODA, H. B. Análise tridimensional transiente de estruturas pela combinação entre o método dos elementos de contorno e o método dos elementos finitos.

São Carlos. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1993.

DAVIES, T.G.; BANERJEE, P.K. The displacement field due to a point load at the interface of a two-layer elastic half-space. Géotechnique, v. 28, n.1, p. 43-56. 1978.

DÉCOURT, L. E QUARESMA, A. R. **Capacidade de carga de estacas a partir de valores de SPT**. Anais do 6° COMBRASEF, Rio de Janeiro, vol. 1, p. 45-53, 1978.

FILHO, C. E. A. O. **Comportamento de edifícios sob ações dinâmicas de vento: comparação entre análise CFD e método do vento sintético**. 111 P. PPGEC, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2020.

FILONENKO-BORODICH, M.M. **Some approximate theories of elastic foundation**. Uchenyie Zapiski Moskovskogo Gosudarstuennogo Universiteta Mekhanika, Moscow, 46, pp.3-18 (in Russian), 1940.

FORTUNA, A. O. Técnicas computacionais aplicada a mecânica dos fluidos: conceitos básicos e aplicações. 2. ed. São Paulo: Edusp, 2012.

FRANCO, M. Global and Local instability of concret tall buildingsSimposium On Space Structure. Milan, May Proceedings, 1995.

GIBSON, R. E. Some results concerning displacements and stresses in a nonhomogeneous elastic half-space. Géotechnique, v. 17, p. 587-567. 1967.

GIBSON, R. E. The analytical method in soil mechanics. Géotechnique, v. 24, p. 115-140. 1974.

GOSHY, B. **Soil-foundation-structure interaction**. Journal of the Structure Division, ASCE. Vol. 104, n°ST5, p. 749-761, 1978.

GRIFFS, L. at. al. **A framework for performance-based wind engineering**. Advances in hurricane engineering. p. 12, 2013.

GUSMÃO FILHO, J. A. **Contribuição à prática de fundações: a experiência do Recife**. Tese para concurso de Professor Titular. Escola de Engenharia de Pernambuco / Universidade Federal de Pernambuco, 1995.

HETÉNYI, M. Beams on elastic foundation. The University of Michigan Press, Ann Arbor, 1946.

HOU, Q.; ZOU, Z. Comparison between standard and renormalization group $k - \epsilon$ models in numerical simulation of swirling flow tundish. ISIJ International, v. 45, n. 3, p. 325-330, 2005.

HOUBOLT, J. C. A recurrence matrix solution for the dynamic response of elastic aircraft. Journal of Aer. Sci, vol. 17 p. 540-550, 1950.

IWAMOTO, R. K. Alguns aspectos dos efeitos da interação solo-estrutura em edifícios de múltiplos andares com fundação profunda. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2000.

KAWAI, H. Bending and torsional vibration of tall buildings in strong wind. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v. 50, n. C, p. 281–288,

1993.

KERR, A.D. Elastic and viscoelastic foundation models, J. Appl. Mech., 31, pp.491-498, 1964.

KWOK, K. C. S. Effects of building shape on wind-induced response of tall building. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v. 28, p. 381–390, 1988.

JONES, R., XENOPHONTOS, J. **The Vlasov foundation model**. Int. J. Mech. Sci., 19, pp.317-323, 1977.

LAMBE, T. W. **Prediction in soil engineering**. Geotechnique, v. 23, n° 2, p. 149-202, 1973.

LEE, J. H. Nonlinear soil-structure interaction analysis in poroelastic soil using mid-point integrated finite elements and perfectly matched discrete layers. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 108, p.160-176, 2018.

LOOF, H.W. The theory of the coupled spring foundation as applied to the investigation of structures supported on soil. Heron, Delft, 3, pp.29-49, 1965.

LUAMBA, E. S. Análise da Interação Casca plana - Estaca - Solo via acoplamento **MEC/MEF tridimensional e suas aplicações**. 2018. 153 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

LUNGU, D.; GELDER, P.; TRANDAFIR, R. Comparative study of Eurocode 1, ISO and ASCE procedures for calculating wind loads, p. 11, 2000.

MACEDO, S. . São Paulo, paisagem e habitação verticalizada - os espaços livres como elementos do desenho urbano. [s.l.] Sao Paulo, 1987.

MENDIS, P. at. al. **Wind Loading on Tall Buildings**. EJSE Special Issue: Loading on Structures, 2007.

MENDONÇA, A. V. Análise da interação placa-estaca-solo via combinação do Método dos Elementos Finitos com o Método dos Elementos de Contorno. 151p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

MERCE, R. et al. Análise de torres metálicas submetidas à ação do vento: um estudo comparativo. Revista Sul-americana de Engenharia Estrutural, v. 4, p. 61-81, 2007.

MESSAFER, T; COATES, L. E. An application of FEM/BEM coupling to foundation analysis. Advances in Boundary Methods. Eds. C.A. Brebbia & Connor, Computational Mechanics Publications: Southampton and Boston, p.211-221. 1989.

MEYERHOF, G. G. Some recent foundation research and its application to design. Structure Engineering, v. 31, pp.151-167, Londres, 1953.

MINDLIN, R. D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid. J. Physics, v.7, p. 195-202, 1936.

MOTA, M. M. C. Interação solo-estrutura em edifícios com fundação profunda: método numérico e resultados observados no campo. 2009. 222 p. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2009.

MOURA, A. R. L. U. Análise tridimensional de interação solo-estrutura em edifícios. Solos e Rochas, v. 22, n°02, Agosto, p. 87-100, 1999.

OPENFOAM: **The open source CFD toolbox (2019)**. https://www.OpenFoam.com/. Acesso em: 08 abril. 2019.

OTTAVIANI, M. Three-dimensional finite element analysis of vertically loaded pile groups. Géotechnique, v. 25, n.2, p. 159-174. 1975.

PADARATZ, I. J. Velocidade básica do vento no Brasil. 101 p. Tese de doutorado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS., Porto Alegre, 1977.

PASTERNAK, P.L. On a new method of analysis of an elastic foundation by means of two foundation constants. Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi po Stroitelstuve i Arkhitekture, Moscow (in Russian), 1954.

POULOS, H.G. Stresses and displacements in an elastic layer underlain by rough rigid base. Géotechnique, v.17, p. 378-410. 1967.

POULOS, H. G; DAVIS, H. G. The Settlement Behavior of Single Axially Loaded Incompressible Piles and Piers. GEOTECHNIQUE, v. 18, p. 351–371, 1968.

POULOS, H. G. **Behavior of Laterally Loaded Piles II-Piles Groups**. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, v. 97, p. 733–751, 1971.

PRENDERGAST, L. J; GAVIN, K. A comparison of initial stiffness formulations for small-strain soil–pile dynamic Winkler modelling. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, v. 81, pp. 27-41, 2014.

RAMOS, A. P. F. Análise da interação estaca-solo-superestrutura com o acoplamento MEC-MEF. 2013. 193 f. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

RAMPONI, R.; BLOCKEN, B. **CFD simulation of cross-ventilation for a generic isolated building: Impact of computational parameters**. Building and Environment, v. 53, p. 34–48, 2012.

REISSNER, E. **A note on deflections of plates on a viscoelastic foundation**, J. Appl. Mech., ASME, 25, pp.144-145, 1958.

RIBEIRO, M. R. R. **Aplicação da teoria de confiabilidade na análise estrutural de edifícios considerando a interação solo-estrutura.** 2019. 120 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – PPGEC, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

RIBEIRO, D. B. **Análise da Interação Solo-Estrutura via Acoplamento MEC-MEF**. 121p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

SAYEGH, A. F.; TSO, F. K. Analysis of linear structures on nonlinear pile foundations. Computers and Structures, v. 29, n. 4, p. 633–643, 1988.

SCHWAB, A. L.; GERSTMAYR, J.; MEIJAARD, J. P. Comparison of threedimensional flexible thin plate elements for multibody dynamic analysis: finite element formulation and absolute nodal coordinate formulation. Proceedings of International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering, n. 4, p. 12, Las Vegas, Nevada, 2007.

SHUKLA, S. N. **A Simplified Method for Design of Mats on Elastic Foundations**. ACI Structural Journal, pp.469-475. 1984.

SILVA, W. Q. Análise não linear geométrica do acoplamento solo-estrutura através da combinação MEC-MEF. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2010.

SIMIU, E.; SCALAN, R. H. Wind Effects on Structures: Fundamentals and Applications to Design. 3. ed. [s.l.] John Wiley & Sons, 1996.

SOUZA, M. A. A. A identidade da metrópole: a verticalização de São PauloEdusp. São Paulo, Edusp,1994.

STATHOPOULOS, T. Computational wind engineering: Past achievements and future challenges. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v. 67–68, p. 509–532, 1997.

STEINBRENNER, W. Tafeln sur Setzungsberechung. Die Strasse, v. 1, p.121,1934.

TAPAJÓS, L. S. et al. **Efeito do vento no dimensionamento de edifícios de concreto armado**. Revista IBRACON de estruturas e materiais, v. 9, n. 6, p. 883–910, 2016.

TEIXEIRA, A. H. **Projeto e execução de fundações**. SEFE III. Terceiro seminário de engenharia de fundações especiais e geotecnia, v. 1, São Paulo, p. 33-50, 1996.

TEIXEIRA, A. T.; GODOY, N. S. **Análise, projeto e execução de fundação rasas. Fundação: teoria e prática,** hachich et al. (eds), Ed. Pini Ltda., São Paulo, cap. 7, p. 227-264, 1996

TERZAGHI, K. **Evaluation of coefficient of subgrade reaction**. Géotechnique, vol. 5, n°. 4, p. 297-326, 1955.

TIETZ, W. **Fundações profundas sobre Tubulões.** Estrutura: Revista técnica das construções engenharia e arquitetura, 1976.

VAN HOOFF, T.; BLOCKEN, B.; TOMINAGA, Y. On the accuracy of CFD simulation of cross-ventilation flows for a generic isolated building: Comparasion of RANS, LES and experiments. Elsevier, Building and Environment, 2017.

VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. Fundações: critérios de projeto, investigação do subsolo, fundações superficiais, fundações profundas. 1. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2011.

WINKLER, E. Die Lehre von Elastizität und Festigkeit. Prague, p. 182, 1867.