Universidade de São Paulo–USP Escola Politécnica

## Ronaldo Francisco Ribeiro Pereira

## Proposta de estimador de parâmetros de linhas de transmissão baseado em Filtro de Kalman Estendido

Versão Corrigida

São Paulo 2023

## Ronaldo Francisco Ribeiro Pereira

## Proposta de estimador de parâmetros de linhas de transmissão baseado em Filtro de Kalman Estendido

Versão Corrigida

Tese de doutorado apresentada à Escola Politécnica para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de concentração: Sistemas Elétricos de Potência

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Coelho Marques da Costa Coorientador: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Luisa Helena Bartocci Liboni

Este exemplar foi revisado responsabilidade única do	e corrigido em relação à versão original, sob autor e com a anuência de seu orientador.
São Paulo, <u>24</u> de <u>J</u> a	aneiro de2023
Assinatura do autor: _	Zanalao fra
Assinatura do orientador:	Kundofferener.
	ļ

Catalogação-na-publicação

Pereira, Ronaldo Proposta de estimador

Proposta de estimador de parâmetros de linhas de transmissão baseado em Filtro de Kalman Estendido / R. Pereira -- versão corr. -- São Paulo, 2023. 101 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas.

1.ESTIMAÇÃO NÃO LINEAR 2.Parâmetros de Linhas de Transmissão 3.Filtro de Kalman Estendido 4.Otimização por Enxame de Partículas 5.Estimação de parâmetros I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas II.t.

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, aos meus pais, à minha esposa e ao meu filho, Carlos Eduardo Peixoto Pereira, pois sem eles não seria possível realizar esta caminhada.

## Agradecimentos

A Deus.

À Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

À Universidade Federal do Acre pelo apoio financeiro que me permitiu a conclusão desta pesquisa.

Ao orientador, Prof. Dr. Eduardo Coelho Marques da Costa, pela disposição em ajudar tanto profissionalmente como pessoalmente.

À coorientadora, Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Luisa Helena Bartocci Liboni, pelo acompanhamento pontual e competente.

Ao Prof. Dr. José Humberto Araújo Monteiro, da Universidade Federal do Acre, por tornar possível a realização desta tese.

Aos demais professores que conheci ao longo desta jornada.

À minha companheira, Cíntia Peixoto, por todo apoio e incentivo prestados.

A todos os que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desta pesquisa.

A todos os membros da banca.

## Resumo

Pereira, R. F. R. **Proposta de estimador de parâmetros de linhas de transmissão baseado em Filtro de Kalman Estendido**. 101 p. Tese de doutorado – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2023.

Variações constantes nos perfis de carga, configuração da rede e depreciação dos componentes do sistema elétrico de potência podem afetar significativamente as definições de monitoramento e proteção, estudos como fluxo de potência, análise de estabilidade e despacho econômico. Assim, é necessário estimar os parâmetros reais para sistemas elétricos, principalmente linhas aéreas de transmissão, devido à sua influência dentro do sistema, a fim de obter maior precisão em tais tarefas. Entre os principais estudos e abordagens na literatura técnica estão as estimativas realizadas por meio de medidas fasoriais (PMUs), que são utilizadas neste estudo. Para estimar os parâmetros das linhas de transmissão, é utilizado um método não linear (Filtro de Kalman Estendido - EKF) para obter os estados dos terminais das linhas de transmissão em conjunto com a matriz vetorizada de parâmetros. No entanto, tal abordagem é fortemente afetada pela escolha da inicialização, que geralmente é realizada manualmente e requer muito tempo e esforço. Portanto, aplica-se um método de otimização (otimização por enxame de partículas - PSO) para melhorar a convergência da abordagem EKF, reduzir o tempo de ajuste dos hiper-parâmetros e melhorar os resultados estimados. O método proposto é a primeira aplicação conjunta de EKF e PSO para sistemas de transmissão, apresentando bons resultados para sistemas não transpostos e também em comparação com a aplicação de EKF sem otimização.

**Palavras-chave:** Estimação. Linha de transmissão. Filtro de Kalman Estendido. Otimização por Enxame de Partículas. Parâmetros. Covariância.

## Abstract

Pereira, R. F. R. Extended Kalman Filter-based parameter estimator proposal for transmission lines. 101 p. Ph.D. Thesis – Polytechnic School, University of São Paulo, 2023.

Constant variations in load profiles, network configuration and depreciation of electrical power system components can significantly affect the monitoring and protection definitions and studies such as power flow, stability analysis and economic dispatch. Thus, it is necessary to estimate the real parameters for power systems, especially overhead transmission lines, due to their influence within the system, ir order to obtain greater precision in such tasks. Among the main studies and approaches in the technical literature are the estimations performed through phasor measurements (PMUs), which are used in this study. In order to estimate the parameters of transmission lines, we use a non-linear method (Extended Kalman Filter - EKF) to obtain the states of the transmission line terminals jointly with the vectorized matrix of parameters. However, such approach is strongly affected by the choice of initialization, which is usually performed manually and requires a lot of time and effort. Therefore, we apply an optimization method (Particle Swarm Optimization - PSO) to improve the convergence of the EKF approach, reduce the time for adjusting the hyper-parameters and improve the estimated results. The proposed method is the first joint application of EKF and PSO for transmission systems, it showed good results for non-transposed systems and also in comparison with the application of EKF without optimization.

**Keywords:** Estimation. Transmission Line. Extended Kalman Filter. Particle Swarm Optimization. Parameters. Covariance.

# Lista de ilustrações

Figura 1 –	Topologia para aquisição de fasores	30
Figura 2 $-$	Capacitâncias em um sistema com nf fases	32
Figura 3 –	Circuito $\pi$ para linha curta	33
Figura 4 –	Circuito $\pi$ para linha média	33
Figura 5 –	Circuito $\pi$ equivalente para linha longa	34
Figura 6 –	Circuito $\pi$ , condutância desprezada	34
Figura 7 $-$	Circuito $\pi$ considerado para sistema trifásico	35
Figura 8 –	Representação fasorial no domínio complexo $d-q$	38
Figura 9 –	Processo esquemático da estimação dual	52
Figura 10 –	Parâmetros estimados para Caso 1	79
Figura 11 –	Evolução do traço da matriz de covariância $\Sigma$ para Caso 1	80
Figura 12 –	Parâmetros estimados para Caso 2	82
Figura 13 –	Evolução do traço da matriz de covariância $\Sigma$ para Caso 2	82
Figura 14 –	Parâmetros estimados para Caso 3	83
Figura 15 –	Evolução do traço da matriz de covariância $\Sigma$ para Caso 3	83
Figura 16 –	Parâmetros estimados para Caso 4	84
Figura 17 –	Evolução do traço da matriz de covariância $\Sigma$ para Caso 4	84
Figura 18 –	Comparação para Caso 5	85
Figura 19 –	Linha de transmissão trifásica com parâmetros distribuídos	99

## Lista de tabelas

Tabela 1	_	Algoritmo PSO	55
Tabela 2	_	Algoritmo EKF	67
Tabela 3	_	Algoritmo do Estimador Híbrido PSO-EKF	69
Tabela 4	_	Parâmetros para linha de transmissão de comprimento médio ideal-	
		mente transposta.	72
Tabela 5	—	Parâmetros para linha de transmissão de comprimento médio não trans-	
		posta	74
Tabela 6	—	Parâmetros para linha de transmissão de comprimento longo não trans-	
		posta com eixo de simetria.	75
Tabela 7	_	Erro médio quadrático (Root-Mean-Squared-Error (RMSE)) para o	
		Caso 1	79
Tabela 8	_	Parâmetros para linha de transmissão do sistema de 4-Barras	80
Tabela 9	_	Comparação do RMSE para o Caso 2	81
Tabela 10	—	Erro médio quadrático (RMSE) para o Caso 3	85
Tabela 11	—	Erro médio quadrático (RMSE) para o Caso 4	86
Tabela 12	_	Comparação do erro médio quadrático (RMSE) para o Cas o $5$	86

## Lista de siglas

 ${\bf EKF}$ Filtro de Kalman Estendido ou Extended Kalman Filter

**GPS** Global Positioning System

**JKF** Joint Kalman Filter

KF Kalman Filter

LMS Least Mean Squares

PDF Função Densidade de Probabilidade ou Probability Density Function

PMU Phasor Measurement Unit

**PSO** Particle Swarm Optimization

 $\mathbf{RMSE} \ \textit{Root-Mean-Squared-Error}$ 

Simulink Simulation and model-based design

SCADA Supervisory control and data acquisition

**SNR** Signal Noise Ratio

**UKF** Filtro de Kalman Unscented ou Unscented Kalman Filter

 $\mathbf{WLS} \ \ Weighted \ Least \ Squares$ 

## Sumário

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Justificativa	<b>22</b>
1.2	Objetivo	<b>23</b>
1.3	Estrutura da tese	23
2	ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE LINHAS DE TRANS-	
	MISSÃO	<b>25</b>
2.1	Estado da arte	<b>25</b>
2.2	Phasor Measurement Units - PMUs em Sistemas de Potência .	<b>29</b>
2.3	Modelo de Linha de Transmissão	<b>31</b>
2.3.1	Modelagem de linhas de transmissão por meio de circuito $\pi$ equivalente	31
2.4	Conclusão	39
3	IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS	41
3.1	Filtro de Kalman	41
3.1.1	Algoritmo	42
3.2	Filtro de Kalman para sistemas não-lineares	<b>45</b>
3.2.1	Filtro de Kalman Estendido (Filtro de Kalman Estendido ou <i>Extended</i>	
	Kalman Filter (EKF))	46
3.3	Otimização por Enxame de Partículas ou Particle Swarm Op-	
	$timization (PSO) \ldots \ldots$	53
<b>3.4</b>	Conclusão	55
4	METODOLOGIA	57
4.1	Modelagem do estimador recursivo	57
4.1.1	Configuração do Filtro de Kalman	57
4.1.2	Configuração do observador não-linear	63
4.1.3	Estimador Híbrido PSO-EKF	67

4.2	Modelagem dos sistemas de transmissão	68
4.2.1	Linha de transmissão média totalmente transposta	70
4.2.2	Linha de transmissão média não transposta	72
4.2.3	Linha de transmissão longa não transposta com eixo de simetria	73
4.3	Conclusão	76
5	RESULTADOS	77
5.1	Sistemas utilizados	77
5.2	Estudos de caso	78
5.2.1	Caso 1	79
5.2.2	Caso 2	80
5.2.3	Caso 3	81
5.2.4	Caso 4	84
5.2.5	Caso 5	86
6	CONCLUSÃO	87
REFEF	RÊNCIAS	89
APÊNI	DICE A LINHAS DE TRANSMISSÃO PARA SISTEMAS	
	ELÉTRICOS DE POTÊNCIA	97
A.1	Componentes de uma Linha de Transmissão	97
A.1.1	Estruturas de suporte	97
A.1.2	Condutores e cabos para-raios	97
A.1.3	Isoladores	98
A.1.4	Transposição em linhas de transmissão	98
A.2	Propagação de ondas em linhas de transmissão	99

# Capítulo

## Introdução

Os sistemas de energia estão mudando em ritmo acelerado em todo o mundo em um cenário de rápida evolução das redes inteligentes, onde são encontradas participações cada vez maiores de sistemas de energia renovável baseados em inversores, e novos conceitos de extração de informações com base em medições e processamento de sinais também surgiram(NEYESTANAKI; RANJBAR, 2015; ASPROU; KYRIAKIDES, 2015; RITZMANN et al., 2016). A natureza dinâmica das redes de transmissão e distribuição leva a novas preocupações na operação desses sistemas elétricos, apontando a necessidade de melhorar as capacidades de monitoramento e controle.

Para melhor controle e monitoramento, as medições em sistemas de potência geralmente são obtidas por Unidades de Medição Fasoral (*Phasor Measurement Unit* (PMU)s) e relés digitais de proteção. A literatura recente mostra que PMUs desempenham um papel crucial no monitoramento do sistema elétrico (AL-OTHMAN; EL-NAGGAR; ALSHA-RIDAH, 2016; REN; LEV-ARI; ABUR, 2017). Tais equipamentos podem determinar fasores de tensões e correntes, ou seja, estimar magnitude e fase dos sinais elétricos da rede, e assim, indicar a potência ativa e reativa e a condição de operação da rede, uma vez que diversos equipamentos de medição podem se comunicar entre si, proporcionando medições em diferentes pontos. Além disso, PMUs podem ser utilizadas para determinar fasores harmônicos, que podem causar impactos no sistema de transmissão e distribuição (SOBRINHO et al., 2018). Ainda assim, os fasores devem ser estimados a partir de medições ruidosas (DEOKAR; WAGHMARE, 2014), onde ruídos ambientais podem estar presentes, bem como de equipamentos de medição particulares. O ruído sempre foi uma preocupação em sistemas de energia, pois sua presença impacta na precisão das estimativas e na dinâmica das estimativas. No padrão de medição de sincrofasores, afirma-se que a existência de ruído indesejável na entrada do equipamento de medição causa erros de medição e afeta o rastreamento de fenômenos em sistemas de potência (MARTIN, 2015).

Outra importante tarefa que é amplamente realizada no sistema elétrico é a estimação de parâmetros elétricos para identificar defeitos e perdas técnicas. A estimação de parâmetros de linha também é crucial para determinar esquemas de relés e proteção com base na localização da falta para isolar a linha defeituosa. (COSTA et al., 2013; CABAL-LERO; COSTA; KUROKAWA, 2016). De fato, a estimação de parâmetros de linhas de transmissão foi objeto de um grande número de estudos publicados na literatura correlata, mas este tópico está longe de ser uma tarefa trivial (COSTA; KUROKAWA, 2015; REN; ABUR; LEV-ARI, 2019). Como as diferenças nas medições de tensão e corrente podem indicar mudanças nos parâmetros elétricos de uma linha de transmissão, pode-se estimar tais parâmetros usando estimativas fasoriais precisas de equipamentos de medição. Nesse contexto, estimar parâmetros de sinais senoidais, como magnitude e fase, é crucial. Além disso, é bem conhecido que a estimativa fasorial é a base para estimar outros parâmetros importantes de um sinal, como a frequência fundamental (GUO; LI; LIU, 2012).

Como outros trabalhos sugerem, a maioria dos algoritmos de estimação são baseados no método dos mínimos quadrados (KHALILI; RASTEGARNIA; SANEI, 2015), mas para alcançar um melhor desempenho de estimação, muitos autores têm proposto algoritmos baseados no filtro de Kalman e suas variações (PHAN; HERMANN; WIRA, 2015), PLL (Phase Locked Loop) (ZEČEVIĆ; KRSTAJIĆ; POPOVIĆ, 2016), método Prony (SCHULZE; SCHEGNER; ZIVANOVIC, 2011), métodos iterativos (ASPROU; KYRI-AKIDES, 2015; RITZMANN et al., 2016; NEYESTANAKI; RANJBAR, 2015) e sistemas inteligentes (ZEČEVIĆ; KRSTAJIĆ; POPOVIĆ, 2016; KAMWA; SAMANTARAY; JOOS, 2013; ANDERSON; MOORE, 2012a). Algumas investigações ainda apontam as vantagens e desvantagens de diferentes algoritmos de estimação (KHALILI; RASTEGAR-NIA; SANEI, 2015; DARVISH; WANG, 2015). Muitos desses algoritmos são técnicas baseadas em modelos, como o filtro de Kalman, o método prony e técnicas de resolução não linear como o algoritmo iterativo de Newton.

A literatura técnica sobre estimação de parâmetros de sistemas de transmissão apresenta diversas proposições, pois inicialmente os parâmetros utilizados na prática eram calculados a partir da configuração geométrica e estrutural das torres de transmissão, bem como de seus condutores e cabos guarda. No entanto, este procedimento é impreciso, pois as equações eletromagnéticas utilizam várias aproximações (MONTEIRO et al., 2014), além disso, outros problemas surgem devido a esta abordagem, pois não leva em consideração a idade e oxidação dos feixes, características ambientais e climáticas não uniformes a que estão sujeitas as linhas aéreas. Assim, são necessários métodos precisos e confiáveis para identificação de tais parâmetros elétricos de linhas de transmissão aéreas (AL-OTHMAN; EL-NAGGAR; ALSHARIDAH, 2016; REN; LEV-ARI; ABUR, 2017; LI et al., 2017).

Existem alguns métodos de estimação de parâmetros disponíveis na literatura técnica em que equações dinâmicas são utilizadas para modelar linhas de transmissão. Esses métodos lidam com o problema usando dados do sistema *Supervisory control and data acquisition* (SCADA), unidades de medição fasorial (PMUs) ou registros de faltas de relés de proteção (GEREZ et al., 2022). Dependendo dos dados a serem utilizados, seja no domínio do tempo ou no domínio da frequência, algumas restrições devem ser consideradas, como aplicação em regime permanente ou transitório, influência do ruído, aplicabilidade da dimensão do sistema, entre outras (FELIPE et al., 2021). Além disso, erros, ruídos e outliers podem ser associados às medições. Estes podem ser identificados e corrigidos usando um método de validação de dados apropriado (DHARMAPALA et al., 2020). A estimativa dos parâmetros pode ser realizada no domínio do tempo, porém, usando esta abordagem, a estimação é possível apenas para condições transitórias como uma falta (BENDJABEUR; KOUADRI; MEKHILEF, 2021; SCHULZE; SCHEGNER; ZIVA-NOVIC, 2011; GHIASI; ABEDI; HOSSEINIAN, 2019). Por outro lado, existem propostas interessantes baseadas em métodos de estimação no domínio da frequência usando medidas fasoriais, que podem ser aplicadas em estado estacionário (FU; SONG; SCHUTTER, 2020; KHALILI; ABUR, 2021; LI et al., 2017; ALBUQUERQUE et al., 2021). Para a abordagem no domínio da frequência, uma análise do modelo de ruído considerado é essencial, vários métodos propõem a adição de ruído branco gaussiano, mas atenção especial deve ser dada levando em consideração a magnitude e a fase do ruído para medições disponíveis (RITZMANN et al., 2016; BROWN et al., 2016; WEHENKEL et al., 2020).

Outra questão relevante é a deficiência de classificação, ou ranqueamento da matriz de parâmetros a serem estimados em relação à matriz de observações ou medições, que surge quando uma única varredura é usada para obter as medidas, que para uma única varredura se tem uma quantidade muito maior de parâmetros a serem estimados em relação à quantidade de medições disponíveis. Para lidar com este problema, alguns trabalhos utilizam uma abordagem *multi-scan*, a fim de obter um intervalo que garanta uma matriz bem condicionada. No entanto, isso deteriora a precisão e aplicabilidade de tais técnicas (REN; LEV-ARI; ABUR, 2017). Métodos que levam em conta a dinâmica de sistemas baseados em informações em tempo real e a variação contínua das configurações do sistema, por exemplo, redes inteligentes, são capazes de resolver o problema de estimação de parâmetros de forma mais eficaz (BIAN et al., 2011a; BIAN et al., 2011b). Existem alguns métodos de estimação de parâmetros de linha de transmissão baseados na dinâmica de sistema, que estimam estados e parâmetros por meio do aumento do vetor de estado, técnicas de otimização e restrições aplicadas aos algoritmos (BIAN et al., 2011b; BIAN et al., 2011a; RITZMANN et al., 2017; REN; LEV-ARI; ABUR, 2017; REN; ABUR; LEV-ARI, 2019; GAUTAM; MAJUMDAR; PARTHASARATHY, 2022; PEREIRA et al., 2021; PEREIRA et al., 2022).

O trabalho de Ren, Abur e Lev-Ari (2019) comenta sobre as dificuldades da estimação com o EKF como a sensibilidade às variáveis iniciais e instabilidade com relação à convergência, estas que são melhor obtidas através das restrições aplicadas no estimador proposto nesta tese. O trabalho de Gautam, Majumdar e Parthasarathy (2022) apresenta outro método baseado em EKF o qual utiliza o modelo do telegrafista, apesar da boa contribuição, os autores não deixam claro como são tratados os problemas de sensibilidade às variáveis iniciais e instabilidade com relação à convergência. Dessa forma, existem diversas técnicas de otimização que podem ser adotadas em conjunto com o algoritmo EKF, e.g., deep learning, algoritmos genéticos, método por enxame de partículas. Como o algoritmo do EKF é recursivo, o método *Particle Swarm Optimization* (PSO) é uma boa escolha para tratar de problemas com relação à inicialização e a convergência para linhas não transpostas, visto que é um método que exige pouco esforço computacional.

Vale ressaltar que existem várias aplicações usando o PSO para resolver problemas de sistemas de potência presentes na literatura técnica (ALSAKATI et al., 2021; HU; YANG, 2022; ZHANG et al., 2021; AGRAWAL; KUNDU, 2021; FAISAL; BEIG; THO-MAS, 2020). Embora existam diversas aplicações utilizando métodos heurísticos, mais especificamente, a teoria PSO e Filtragem de Kalman, poucas contribuições são encontradas no problema de estimação de parâmetros de linhas de transmissão. A maior parte das aplicações desta associação é em sistemas mecânicos e motores de indução. Em Ramakoti, Vinay e Jatoth (2009), os autores usam PSO para ajustar matrizes de covariância de ruído para rastreamento de objetos pela abordagem de Filtro de Kalman, esta é uma grande contribuição, pois EKF é severamente afetado pela escolha dos hiper-parâmetros. Nesse sentido, os autores de Patel et al. (2020) propõem um algoritmo de sintonia para garantir condições iniciais consistentes para sistemas descritivos. Uma combinação EKF-PSO é apresentada em Vahidi-Moghaddam et al. (2020), os autores apresentam um observador adaptativo de distúrbios de tempo que é aplicado em um sistema mecânico com estimação de estados e parâmetros. Em Rayyam e Zazi (2018), é apresentada uma abordagem para controle de motores de indução baseada na estimação de estado por EKF e na sintonia de matrizes de covariância pelo método PSO.

Nesta tese, apresenta-se uma nova e completa abordagem para sistemas não transpostos e trata de problemas intrínsecos do EKF, ou seja, o ajuste dos parâmetros iniciais e a convergência instável. Este método leva a uma solução adequada para uma ampla gama de problemas e análises. Dessa forma, propõe-se um método aprimorado aplicado a sistemas não transpostos para estimação de estado e de parâmetros por meio do aumento do vetor de estado e processo de linearização usando o produto de Kronecker e EKF, usando o PSO para ajustar as matrizes de covariância e melhorar a convergência do algoritmo EKF. O PSO e o EKF são aplicados para o estado do parâmetro, que é ponderado entre os dois algoritmos e o ponto de operação obtido.

#### 1.1 Justificativa

Com base nas propostas presentes na literatura técnica para estimação de parâmetros em linhas de transmissão, nota-se que a grande maioria dos métodos existentes não conseguem tratar de forma completa o problema de estimação dos parâmetros de uma linha de transmissão aérea, pois sempre existe alguma restrição para determinada aplicabilidade. Dessa forma, faz-se necessário uma metodologia que permita a estimação direta destes parâmetros a partir de sinais ruidosos obtidos do sistema. Mais especificamente, buscase estimar os parâmetros de linhas de transmissão não transpostas a partir de medições presentes em seus terminais com o intuito de se obter uma resposta precisa que melhore estudos de planejamento e operação em sistemas de potência, os quais são de grande importância para o desenvolvimento econômico sustentável.

### 1.2 Objetivo

O objetivo desta tese é a proposição de método para a estimação de parâmetros e estados de linhas de transmissão. O método utiliza as medições fasoriais dos terminais de um sistema de transmissão para estimação de seus parâmetros a partir da dinâmica do sistema. Assim, se as correntes e tensões nos terminais da linha são medidas com a presença de ruído, é necessário que o estimador seja capaz de realizar a estimação dos parâmetros e das grandezas sem ruído através da metodologia de filtro de Kalman Estendido, realizando o equilíbrio entre sinais medidos, sinais estimados por modelo e pela distribuição das médias e covariâncias destes.

### 1.3 Estrutura da tese

O capítulo 2 contém uma rápida revisão acerca dos sistemas de transmissão, apresentando uma revisão da literatura técnica, bem como o estado da arte em estimação de parâmetros para linhas de transmissão e a teoria base sobre a modelagem de sistemas de transmissão, a qual será necessária para o método proposto nesta tese. O capítulo 3 descreve a teoria do Filtro de Kalman e do Filtro de Kalman Estendido aplicada à estimação de estados e parâmetros, bem como uma breve revisão bibliográfica da teoria do PSO para resolução de problemas não lineares. No capítulo 4, descreve-se a metodologia abordada para as simulações e para o método de estimação proposto, sendo apresentadas as informações detalhadas sobre a abordagem proposta a ser implementada no algoritmo EKF para estimar o vetor de estado aumentado. O capítulo 5 mostra e discute os resultados, a partir da análise dos resultados obtidos. Finalmente, o capítulo 6 contém as conclusões obtidas.

25

# Capítulo 2

# Estimação de Parâmetros de Linhas de Transmissão

Neste capítulo, será realizada uma breve revisão acerca do estado da arte em estimação de parâmetros de linhas de transmissão, bem como importantes considerações que devem ser observadas para a realização da estimação de parâmetros. Para um melhor entendimento acerca da teoria de linhas de transmissão, o Apêndice A apresenta alguns detalhes que não estão presentes neste capítulo. Além disso, será apresentada uma breve revisão sobre a modelagem de sistemas de transmissão para operação em regime permanente, tendo em vista que o foco desse trabalho é a estimação para operação em regime. Dessa forma, tem-se como objetivo a determinação das condições básicas necessárias para a realização do estimador proposto no escopo dessa tese.

#### 2.1 Estado da arte

O desempenho das linhas de transmissão, bem como o transporte de energia elétrica é decisivamente influenciado pelos valores dos parâmetros elétricos, pela geometria e composição dos cabos e pelo ambiente em que a faixa de servidão atravessa ao longo de sua extensão, que acarreta em diferentes valores de resistividade do solo a serem considerados. Os parâmetros principais no projeto de linhas em geral são resistência e indutância longitudinais ou série, capacitância e condutância transversais ou *shunt*. A impedância em série afeta a queda de tensão ao longo das linhas e a estabilidade transitória desta, já a impedância em derivação afeta a corrente e a potência reativa do sistema (PEREIRA, 2019).

A literatura técnica de estimação de parâmetros de linhas de transmissão apresenta diversas proposições sendo que inicialmente os parâmetros utilizados na prática eram calculados a partir da configuração geométrica e estrutural das torres de transmissão, bem como de seus condutores e cabos guarda. No entanto, esse procedimento é impreciso devido fazer uso de várias aproximações. Dentre as quais, podem-se citar condutividade do solo homogênea, resistência do condutor constante, permeabilidade elétrica do ar constante, entre outros. Um fator que pode ser citado é a homogeneidade do solo, Molin e Faulin (2013) apresentou que o solo possui grandes variações devido à umidade e à formação geológica ao longo da linha o que afeta a resistividade a ser considerada. Essas abordagens são passíveis de erros, pois negligenciam eventuais problemas técnicos na linha e características do ambiente. Nesse sentido, diversos métodos de estimação de parâmetros foram propostos ao longo dos últimos dez anos, a fim de substituir tais métodos de cálculo, e determinar os parâmetros elétricos das linhas de transmissão de forma mais precisa e confiável (AL-OTHMAN; EL-NAGGAR; ALSHARIDAH, 2016; REN; LEV-ARI; ABUR, 2017; LI et al., 2017).

Outros procedimentos são os métodos de estimação de parâmetros baseados em medições dos terminais de corrente e tensão, disponíveis na literatura técnica, os quais podem ser aplicados a partir de dados de Sistemas de Supervisão e Aquisição de Dados - SCADA, PMUs, ou mesmo registros de faltas de relés de proteção (oscilografia no domínio do tempo). Teoricamente, a estimação de parâmetros de linhas de transmissão a partir de medições síncronas em ambos os terminais aparenta ser um processo simples e preciso. Entretanto, cada método apresenta desempenho variável dependente de características do sistema tais como: perfil instantâneo de carga e estado de operação (Regime Permanente ou Regime Transitório) (ALBUQUERQUE, 2021).

Interessantes contribuições foram apresentadas ao longo da história, pode-se destacar, e.g., o trabalho de Wilson et al. (1999). Os autores obtiveram os parâmetros ABCD para o quadripolo de uma linha de transmissão por meio de medidas experimentais em um sistema de 525 kV. Outra contribuição interessante é o método de estimação no domínio do tempo, que se baseia em registros de faltas de relés digitais e equações de propagação de ondas, o qual é proposto em Wang e Xu (2015). Em Liao e Kezunovic (2008), o autor apresenta um estimador ótimo que minimiza os impactos de medições não sincronizadas e erros de medição. Em Mousavi-Seyedi, Aminifar e Afsharnia (2014), um algoritmo não linear ponderado de mínimos quadrados é empregado combinando medições PMU e SCADA para sistemas de transmissão multiterminais.

Schulze e Schegner (2009) propõem um método no domínio de fases para identificar parâmetros analisando registros de faltas, usando a técnica *Weighted Least Squares* (WLS) em (SCHULZE; SCHEGNER, 2009) e contando com o método de *Prony* em (SCHULZE; SCHEGNER; ZIVANOVIC, 2011). Um método de Regressão Não-linear de Múltiplas Medições para estimação de parâmetros de linha também está disponível na literatura técnica, porém é restrito para linhas de transmissão de comprimento curto (SHI et al., 2008). Entre os métodos de estimação discutidos até agora, a deficiência de classificação da matriz de medição para estimação dos parâmetros é gerenciada usando medições *multi-scan*, porém é necessário um intervalo que garanta uma matriz de coeficientes bem condicionada e a suposição de variação desprezível dos parâmetros ao longo deste intervalo, que limita a precisão e aplicabilidade das técnicas de estimação com base em medições múltiplas (REN; LEV-ARI; ABUR, 2017). Nesse sentido, foi desenvolvido um método trifásico baseado na técnica de regressão M (*M-estimator*), que é robusto a *ou-tliers* durante o processo de estimação dos parâmetros, ou seja, não necessita separar ou excluir dados ruins antes da estimação. No entanto, este método representa uma abordagem linear que requer a disponibilidade de medições fasoriais síncronas obtidas durante diferentes condições de carregamento, e com valores não nulos significativos de tensão de sequência zero (MILOJEVIĆ et al., 2018).

Os autores de Ritzmann et al. (2016) apresentam um método baseado em medições fasoriais com introdução de erros provenientes de medições de campo, o qual se baseia em aproximações de primeira ordem das séries de Taylor e minimização da função custo para os erros e para os parâmetros, este método é eficaz para linhas de comprimento médio. Em Li et al. (2017), é apresentada uma contribuição baseada em medições múltiplas para aplicação em sistemas não-lineares, o qual é resolvido a partir de uma derivação do método de Newton. A partir dos trabalhos presentes na literatura técnica, percebe-se que o problema de estimação de parâmetros pode ser melhor resolvido por uma abordagem dinâmica, especialmente para redes elétricas modernas onde são necessárias informações em tempo real sobre parâmetros variados (BIAN et al., 2011a; BIAN et al., 2011b). A maioria dos métodos de estimação são desenvolvidos a partir de modelos de caixa branca e cinza, onde o primeiro assume que toda a estrutura teórica do modelo é previamente conhecida, e o segundo combina uma estrutura teórica parcial com dados para completar o modelo. Há também um terceiro tipo de modelo, o modelo caixa-preta, onde nenhuma estrutura de modelo é assumida ou conhecida anteriormente. Nesse contexto, foi desenvolvido um método caixa-preta, baseado em dados de um único terminal, para linhas de transmissão balanceadas e totalmente transpostas. A principal vantagem deste método é a não necessidade de dispositivos de medição, sincronização de dados e dispositivos de comunicação em ambas as extremidades da linha. No entanto, este método exige desacoplamento modal usando Transformada de Clarke, e é restrito apenas ao estado transitório (GHIASI; ABEDI; HOSSEINIAN, 2019).

Existem trabalhos na literatura técnica que abordam o problema de estimação de parâmetros para linhas não idealmente transpostas. Os autores de Milojević et al. (2018) estimam as matrizes dos parâmetros de impedância e de admitância a partir do método dos mínimos quadrados ordinários que possibilita a rejeição de dados incoerentes. Em Ren, Lev-Ari e Abur (2017), o autor desenvolve a estimação dos estados por meio do método dos mínimos quadrados com pesos e depois utiliza o filtro de Kalman para refinar os valores e, consequentemente, estimar os parâmetros. Além disso, o filtro de Kalman foi aplicado para rastreamento recursivo de estados e parâmetros de linha pelos mesmos autores em Ren, Abur e Lev-Ari (2019). Além disso, existem métodos enfatizam abordagens mais completas e realistas do ruído presente nas medições fasoriais, e.g., há uma distinção entre os ruídos abordados para as unidades PMUs e a abordagem para os erros sistemáticos no processo de obtenção da tensão e corrente a partir de transformadores de instrumentação e, também, do ruído presente nos condutores. Dentre esses trabalhos que abordam uma modelagem mais robusta do ruído, podem-se citar os trabalhos de Asprou e Kyriakides (2017), Dobakhshari et al. (2020), Wehenkel et al. (2020). Asprou e Kyriakides (2017) apresenta uma solução baseada no método de Newton para sistemas não-lineares utilizando as medições de tensão, corrente e potência complexa. Dobakhshari et al. (2020), Wehenkel et al. (2020) apresentam variações do método *Least Mean Squares* (LMS) ordinário para sistemas lineares.

Outra técnica precisa e robusta, para estimação de parâmetros e fasores, é o bem estabelecido método estatístico dos mínimos quadrados ou Least Mean Squares (LMS). O método baseado em LMS tem sido amplamente discutido na literatura técnica e mostra-se preciso e robusto, mesmo utilizando medições corrompidas e ruidosas (ALBUQUERQUE et al., 2021). Uma abordagem mais sofisticada é dada pelos métodos de estimação baseados em filtros de Kalman, que também têm sido explorados na literatura técnica, algumas vezes combinados ao LMS, como apresentado anteriormente. Algumas referências aplicaram a teoria do filtro de Kalman para rastrear estados e parâmetros de linha simultaneamente com termos específicos adicionados à inovação na etapa de atualização da equação de medição (BIAN et al., 2011a; BIAN et al., 2011b). Outros métodos de estimação de parâmetros de linhas de transmissão que são baseados em dinâmica de sistemas fazem uso de estimação conjunta de estados e parâmetros, através de aumento de vetores de estado, técnicas de otimização e restrições aplicadas aos algoritmos (RITZMANN et al., 2017; REN; LEV-ARI; ABUR, 2017; REN; ABUR; LEV-ARI, 2019; GAUTAM; MAJUMDAR; PARTHASARATHY, 2022). Vale ressaltar que abordagens que levam em conta a dinâmica dos sistemas baseadas em informações em tempo real e na variação contínua das configurações do sistema são capazes de resolver o problema de estimação de parâmetros de forma mais eficaz (BIAN et al., 2011a; BIAN et al., 2011b).

É imprescindível ressaltar que alguns estudos de caso mostram que os bancos de dados das concessionárias apresentam registros de parâmetros que possuem defasagem que pode chegar a mais de 30 % de diferença do valor real medido em campo. Tal fato degrada consideravelmente a precisão do estimador de estado, sendo que tal situação tem um maior impacto sobre a estimação de estado do que as incertezas ou imprecisões oriunda dos equipamentos (ALBUQUERQUE, 2021; KUSIC; GARRISON, 2004). Em relação à precisão dos parâmetros, uma precisão melhor que 10 % é considerada aceitável para as aplicações de fluxo potência e é almeijada na maioria dos estudos (ALBUQUERQUE, 2021; MILOJEVIĆ et al., 2018).

Considerando as abordagens baseadas em variações do filtro de Kalman, tem-se que o trabalho de Ren, Abur e Lev-Ari (2019) comenta sobre as dificuldades da estimação com o EKF como a sensibilidade às variáveis iniciais e instabilidade com relação à convergência, esta que é melhor obtida através das restrições propostas na presente tese. O trabalho de (GAUTAM; MAJUMDAR; PARTHASARATHY, 2022) apresenta outro método baseado em EKF o qual utiliza o modelo do telegrafista, apesar da boa contribuição, os autores não deixam claro como são tratados os problemas de sensibilidade às variáveis iniciais e instabilidade com relação à convergência. Dessa forma, existem diversas técnicas de otimização que podem ser adotadas em conjunto com o algoritmo EKF, e.g., deep learning, algoritmos genéticos, método por enxame de partículas e entre outros. Por fim, sabe-se que cada metodologia presente na literatura técnica apresenta uma condição específica para a estimação de parâmetros de linhas de transmissão. Na presente tese, têm-se como foco as abordagens baseadas em métodos de filtragem de Kalman e suas variações, mais especificamente o EKF.

## 2.2 Phasor Measurement Units - PMUs em Sistemas de Potência

Os dispositivos PMUs permitem o monitoramento de grandezas fasoriais do sistema elétrico de potência, comumente, grandezas como tensão e corrente que são representadas por suas magnitudes e fases. O funcionamento dessas unidades se baseia a partir de uma fonte sincronizada de tempo comum, normalmente, via Sistema de Posicionamento Global (*Global Positioning System* (GPS)). Dessa forma, os dados são apresentados em tempo real de maneira síncrona para o sistema (ALBUQUERQUE, 2021).

As unidades PMUs podem ser comparadas com a aquisição de dados a partir de Sistemas de Supervisão e Aquisição de Dados (SCADA), sendo que os dispositivos PMUs apresentam superioridade em relação às taxas de amostragem, que permite uma reconstrução mais precisa, bem como variações do sistema são obtidas de forma mais rápida. Isso permite um melhor monitoramento e controle dos índices críticos do sistema (ME-LIOPOULOS et al., 2006). Os dispositivos PMUs possuem diversas funcionalidades, tais como (ALBUQUERQUE, 2021):

- Obtenção de medidas síncronas;
- □ Amplitude de sequência positiva;
- □ Fase das grandezas monitoradas;
- □ Frequência local da rede;
- Taxa de variação local da frequência;
- □ Status de dispositivos seccionadores.

A aplicação de unidades PMUs permite uma precisão de 1  $\mu s$  para o tempo e de 0,1 % no módulo do fasor (MELIOPOULOS et al., 2007). Entretanto, essa qualidade na precisão não é obtida na prática, levando-se em consideração os dados estimados. A precisão dos dados obtidos pode variar devido às tecnologias e às estratégias de obtenção que variam de acordo com o fabricante, que leva a alterações na precisão, em especial, na relação temporal (MELIOPOULOS et al., 2006). Um exemplo de topologia para aquisição de fasores em sistemas elétricos de potência pode ser vista na Figura 1.



Figura 1 – Topologia para aquisição de fasores.

Fonte: Meliopoulos et al. (2006)

A modelagem de dispositivos PMUs é abordada de diversas formas na literatura técnica, sendo que a estratégia mais comum é a adição de um sinal de distribuição normal com média zero e desvio-padrão baseado na amplitude da grandeza amostrada (ALBUQUER-QUE, 2021). Existem diversos valores de desvio-padrão que são abordados na literatura, sendo o mais comum uma abordagem simples de ruído através da adição diretamente nas equações utilizadas no método de estimação com valores de relação sinal-ruído (Signal Noise Ratio (SNR)) de aproximadamente 1 % (SHI et al., 2008; SHI et al., 2011; DAS-GUPTA; SOMAN, 2013; MOUSAVI-SEYEDI; AMINIFAR; AFSHARNIA, 2014; KHAN-DEPARKAR; SOMAN; GAJJAR, 2016; WEHENKEL et al., 2020). Para estudos críticos, uma abordagem é a utilização simplificada, porém com SNR de aproximadamente 15 % (HUANG; SHAO; LI, 2015). Por fim, dentre as principais formas de modelagem das medições obtidas por meio de PMUs, destaca-se, também, uma abordagem mais rigorosa que é a utilização de ruído aditivo no módulo e na fase do fasor antes do cálculo das projeções no eixo real e no eixo imaginário. Para esse tipo de abordagem, valores adequados de SNR são de aproximadamente 0,56 % e valores de fase entre 0,0015 rad e 0,012 rad para realização de simulações realistas (BROWN et al., 2016; ALBUQUERQUE et al., 2021).

Nessa tese, considera-se a abordagem mais simples para modelagem das medições através de PMUs, pois possui maior simplicidade o que confere melhor capacidade de convergência para o método proposto. Uma tentativa de compensação para a aproximação realizada através de uma abordagem mais simples é a utilização de um desvio-padrão maior do que o proposto em Brown et al. (2016), nesse caso, será abordado um valor próximo de 1 % para a SNR em relação ao ruído modelado para o módulo e um valor de 0,008 *rad* para o ruído modelado para a fase.

### 2.3 Modelo de Linha de Transmissão

Nesta seção, são apresentados o modelo de linha de transmissão considerado nessa tese, o equacionamento que será empregado no processo de estimação e os parâmetros do modelo de linha considerado a serem estimados. Além disso, será apresentada a dinâmica considerada para aplicação no estimador proposto, a qual relaciona a corrente e tensão do terminal receptor com a corrente e tensão do terminal emissor. Uma vez que obtermos a formulação completa do modelo de linha de transmissão, o objetivo é, portanto, estimar os sinais livres de ruído e os parâmetros da linha a partir de medições ruidosas.

### 2.3.1 Modelagem de linhas de transmissão por meio de circuito $\pi$ equivalente

Existem diversos modelos para linhas de transmissão, sendo que cada modelagem tem por objetivo a representação da operação da linha para determinada situação. Dessa forma, como o objetivo dessa tese é a estimação de parâmetros para linhas em operação de regime permanente, será abordada a modelagem através de circuito  $\pi$  a qual será corrigida para o circuito  $\pi$  equivalente em linhas longas através das correções hiperbólicas.

#### Parâmetros longitudinais

Os parâmetros longitudinais de uma linha são conhecidos como a impedância longitudinal, que pode ser dividida em resistência e indutância por km. O termo longitudinal pode ser substituído também por série, sendo que esta impedância série está relacionada com a corrente de linha e ao campo magnético produzido (PEREIRA, 2019). Os parâmetros longitudinais ao longo da linha, resistência e indutância, representam fenômenos físicos (eletromagnéticos) envolvidos no processo de transmissão de energia elétrica. A indutância aparece devido à variação do fluxo magnético gerado em uma seção transversal do condutor, decorrente da corrente variante no tempo. A resistência representa as perdas por efeito Joule no condutor (HAYT; BUCK; AKHTAR, 2020; ALBUQUERQUE, 2021).



Figura 2 – Capacitâncias em um sistema com nf fases.

Fonte: Costa (2009).

#### Parâmetros transversais

Para determinação dos parâmetros *shunt*, ou paralelos ou transversais, considera-se o sistema da Figura 2, tal que os nf condutores representam as nf fases de uma linha genérica polifásica. Assim, pode-se obter as equações relacionadas aos elementos capacitivos shunt da linha (PEREIRA, 2019). Os fenômenos eletromagnéticos representados pelos parâmetros *shunt*, capacitância e condutância, são a variação do fluxo elétrico no tempo devido à variação da tensão e as perdas no material dielétrico, respectivamente (HAYT; BUCK; AKHTAR, 2020; ALBUQUERQUE, 2021).

#### Modelo $\pi$ equivalente

As equações que relacionam as tensões e correntes presentes em linhas de transmissão são baseadas nos parâmetros distribuídos que representam os fenômenos citados anteriormente. Dessa forma, será apresentada uma breve revisão com relação aos sistemas de transmissão curto e médio através da utilização de circuito com modelo do tipo  $\pi$ , sendo que para o sistema de comprimento longo será apresentado o modelo equivalente através das correções hiperbólicas. As considerações apresentadas são baseadas em Stevenson (1978), Zanetta (2006), devido à tecnologia empregada na construção de linhas aéreas. A topologia é considerada de forma que linhas curtas possuem comprimento de até 80 km, linhas médias entre 80 km e 240 km, e linhas longas acima de 240 km (STEVENSON, 1978; ALBUQUERQUE, 2021).

Para linhas curtas, os parâmetros *shunt* são pequenos o suficiente que, então, são desprezados sem perdas significativas na precisão da análise de circuito. Dessa forma, pode-se montar um circuito equivalente para os fenômenos envolvidos em uma linha de transmissão, sendo que tais fenômenos eletromagnéticos são representados com conside-

rável precisão a partir do circuito mostrado na Figura 3. Os parâmetros concentrados,  $R \in L$ , presentes na Figura 3 são calculados a partir dos parâmetros distribuídos e do comprimento da linha por meio da relação a seguir (COSTA, 2009; PEREIRA, 2019; ALBUQUERQUE, 2021):

$$R = R'l, \qquad \qquad L = L'l,$$

onde R' é a resistência distribuída por unidade de comprimento, L' é a indutância distribuída por unidade de comprimento e l é o comprimento da linha de transmissão.



Figura 3 – Circuito  $\pi$  para linha curta.

Para linhas médias, a variação do fluxo elétrico no tempo devido à variação da tensão não pode ser desprezada sem perdas significativas. Assim, o modelo deve representar esse fenômeno, bem como a variação do fluxo magnético gerado em uma seção transversal do condutor e a perda por efeito Joule no condutor, isso leva ao circuito apresentado na Figura 4. O efeito da condutância G em cada ramo pode ser desprezado sem perdas significativas para cálculos em sistemas de potência (STEVENSON, 1978).





Para linhas longas, os parâmetros devem ser considerados de forma distribuída ao longo da linha com objetivo de representar a dinâmica de propagação das ondas de tensão e corrente. Entretanto, o modelo pode ser aproximado para a representação em circuito  $\pi$ 

equivalente a partir de correções hiperbólicas que relacionam a impedância característica  $Z_c$  e o vetor de propagação  $\gamma$  (STEVENSON, 1978). O circuito equivalente é apresentado na Figura 5 e a relação entre os termos pode ser vista em (1). O efeito da condutância G em cada ramo também pode ser desprezado sem perdas significativas para cálculos em sistemas de potência (STEVENSON, 1978).

Figura 5 – Circuito $\pi$  equivalente para linha longa.



$$Z_{eq} = Z_c \frac{\operatorname{senh}(\gamma l)}{\gamma l}, \qquad \qquad \frac{Y_{eq}}{2} = \frac{Y_c}{2} \frac{\operatorname{tanh}(\frac{\gamma l}{2})}{\frac{\gamma l}{2}}, \qquad (1)$$

onde  $Z_{eq}$  é a impedância equivalente composta pela resistência série e pela indutância série equivalentes,  $Y_{eq}$  é a admitância equivalente composta pela condutância *shunt* e pela capacitância *shunt* equivalentes,  $Z_c$  é a impedância característica da linha,  $Y_c$  é a admitância característica da linha, l é o comprimento da linha e  $\gamma$  é o vetor de propagação.

#### Equacionamento fasorial

A partir do circuito da Figura 4, pode-se desenvolver o equacionamento fasorial que relaciona as tensões e correntes nos terminais da linha de transmissão com os parâmetros que compõem o modelo. Dessa forma, serão desprezadas as condutâncias *shunt* e serão aplicadas as Leis de Kirchhoff ao circuito.






Figura 7 – Circuito $\pi$  considerado para sistema trifásico.

Fonte: Pereira et al. (2022)

A partir das considerações anteriores, serão consideradas as grandezes apresentadas na Figura 6, sendo que as grandezas no domínio do tempo  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$ , i(t),  $i_1(t) e i_2(t)$  são representadas no domínio da frequência pelos seus respectivos fasores  $\dot{V}_1 e^{j\omega t}$ ,  $\dot{V}_2 e^{j\omega t}$ ,  $\dot{I} e^{j\omega t}$ ,  $\dot{I}_1 e^{j\omega t}$  e  $\dot{I}_2 e^{j\omega t}$ , para simplificar a notação, considera-se a frequência de forma ímplicita para esses fasores. Por fim, ressalta-se que o circuito a ser utilizado para estimação de parâmetros em linhas trifásicas é apresentado na Figura 7 para o qual os parâmetros são matrizes de ordem (nxn) e as correntes e tensões são vetores de ordem (nx1), onde n = 3 para sistemas trifásicos.

Inicialmente, adota-se uma corrente para o ramo série I a qual será relacionada com as correntes dos terminais de entrada e saída da linha de transmissão. Assim, aplicando-se a primeira Lei de Kirchhoff aos nós de entrada e saída, têm-se:

$$\dot{I}_1 = \dot{I} + \frac{j\omega C}{2} \dot{V}_1,\tag{2}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_2 + \frac{j\omega C}{2} \dot{V}_2,\tag{3}$$

onde os fasores de corrente e tensão são vetores de dimensão  $3 \ge 1$ , as impedâncias e as admitâncias são matrizes  $3 \ge 3$  para sistemas trifásicos.

Como as medições que podem ser obtidas a partir de uma linha são as correntes e tensões dos terminais, deve-se obter as relações anteriores somente em função de tais grandezas. Dessa forma, isola-se o termo  $\dot{I}$  para (2) e (3) e somam-se as equações. Rearranjando os termos, têm-se:

$$0 = -\dot{I}_{1} + \frac{j\omega C}{2}\dot{V}_{1} + \dot{I}_{2} + \frac{j\omega C}{2}\dot{V}_{2},$$
$$\dot{I}_{2} = \dot{I}_{1} - \frac{j\omega C}{2}\dot{V}_{1} - \frac{j\omega C}{2}\dot{V}_{2}.$$
(4)

Como o estimador proposto no escopo dessa tese opera com equações reais, deve-se separar a notação fasorial em equações reais para as partes real e imaginária de (4). Dessa forma, comparamos os termos do lado esquerdo da igualdade com os termos do lado direito a partir de suas partes real e imaginária.

$$Re[\dot{I}_2] = Re\left[\dot{I}_1 - \frac{j\omega C}{2}\dot{V}_1 - \frac{j\omega C}{2}\dot{V}_2\right],$$
$$Im[\dot{I}_2] = Im\left[\dot{I}_1 - \frac{j\omega C}{2}\dot{V}_1 - \frac{j\omega C}{2}\dot{V}_2\right].$$

Os fasores podem ser decompostos em parte real e imaginária, a seguinte notação será adotada:

$$\dot{I}_1 = I_{1d} + jI_{1q}, \qquad \dot{V}_1 = V_{1d} + jV_{1q},$$
$$\dot{I}_2 = I_{2d} + jI_{2q}, \qquad \dot{V}_2 = V_{2d} + jV_{2q}.$$

Expandindo (4) em suas partes reais e imaginárias, obtêm-se:

$$I_{2d} = I_{1d} + \frac{\omega C}{2} V_{1q} + \frac{\omega C}{2} V_{2q},$$
(5)

$$I_{2q} = I_{1q} - \frac{\omega C}{2} V_{1d} - \frac{\omega C}{2} V_{2d}.$$

Para o estimador não-linear que será proposto, será utilizado somente a equação referente à parte real do fasor, pois esta representará a equação de medição que será utilizada para estimação tanto dos melhores fasores quanto dos melhores parâmetros através das medições ruidosas. A partir de (5), é possível estimar a capacitância *shunt* do modelo. Com objetivo de estimar os demais parâmetros, deve-se definir uma nova equação que relacione as medições de tensão e corrente. Dessa forma, aplicando-se a Lei de Kirchhoff para malhas ao circuito equivalente considerado:

$$\dot{V}_1 = (R + j\omega L)\dot{I} + \dot{V}_2. \tag{6}$$

A partir de (2) e (3), é possível descrever  $\dot{I}$  de duas formas. Para o método proposto, será utilizado  $\dot{I}$  em função das grandezas de entrada:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 - \frac{j\omega C}{2}\dot{V}_1.$$

Substituindo a relação anterior em (6), obtém-se a tensão do terminal receptor em função das grandezas do terminal emissor:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 - (R + j\omega L) \left( \dot{I}_1 - \frac{j\omega C}{2} \dot{V}_1 \right).$$

Rearranjando os termos, obtém-se:

$$\dot{V}_2 = \left[I_3 + (R+j\omega L)\frac{j\omega C}{2}\right]\dot{V}_1 - (R+j\omega L)\dot{I}_1,$$

onde  $I_3$  é uma matriz identidade de ordem 3.

Da mesma forma como realizado para as equações nodais, deseja-se obter as equações reais para os fasores que é obtido através da comparação entre as partes real e imaginária de ambos os lados da equação. Além disso, a equação de interesse é aquela que representa a parte real da grandeza medida que nesse caso é a tensão do terminal receptor em função dos fasores de tensão e corrente, como explicitado anteriormente. Assim, obtém-se:

$$V_{2d} = (I_3 - \omega RC)V_{1d} - \left(\omega^2 L \frac{C}{2}\right)V_{1q} - RI_{1d} + \omega LI_{1q}.$$
(7)

Dessa forma, a partir de (5) e (7), têm-se as relações reais para obtenção da medição real da tensão no terminal receptor em função dos parâmetros da linha, da tensão do terminal emissor e da corrente do terminal emissor.

#### Formulação do Problema

Nesta seção, será levantada uma apresentação do problema a ser considerado para elaboração do método proposto nesta tese. Considerando as seguintes medições:

$$z_m(t) = z(t) + r(t), \qquad z(t) = \begin{pmatrix} i_{1d}(t) \\ i_{2d}(t) \\ v_{1d}(t) \\ v_{2d}(t) \end{pmatrix}.$$
(8)

Dessa forma, o sinal  $z_m(t)$  é uma versão ruidosa do sinal puramente senoidal z(t), que é representado por um vetor com doze componentes de medição para um sistema trifásico. O sinal vetorial z(t) descreve a parte real  $i_{1d}(t)$ ,  $v_{1d}(t)$ ,  $i_{2d}(t)$ ,  $v_{2d}(t)$  dos fasores rotativos das tensões e correntes de entrada e saída,  $\dot{I}_1 e^{j\omega t}$ ,  $\dot{V}_1 e^{j\omega t}$ ,  $\dot{I}_2 e^{j\omega t}$ , e  $\dot{V}_2 e^{j\omega t}$ , respectivamente. Esses sinais são medições de corrente e tensão nos terminais de entrada e saída da linha, que é modelada por um circuito  $\pi$  para, e.g., estudos de análise de fluxo de potência para condição de regime permanente, como mostrado na Figura 6. O sinal r(t) representa um ruído de medição que é assumido como sendo um ruído branco gaussiano de média zero com covariância:

$$\Sigma_r = E\{r(t)r(t)^T\} > 0, \tag{9}$$

assume-se que r(t) representa ruídos de equipamentos de medição ou devido à interação com o ambiente.

As partes real e imaginária no domínio d-q complexo são mostradas na Figura 8. Assim, todos os fasores podem ser representados instantaneamente pelo vetor dependente do tempo  $z_{dq}(t)$ :

$$z_{dq}(t) = \begin{pmatrix} i_{1d}(t) \\ i_{2d}(t) \\ i_{1q}(t) \\ i_{2q}(t) \\ v_{1d}(t) \\ v_{1d}(t) \\ v_{2d}(t) \\ v_{1q}(t) \\ v_{2q}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 \cos(\omega t + \phi_{i_1}) \\ I_2 \cos(\omega t + \phi_{i_2}) \\ I_1 \sin(\omega t + \phi_{i_1}) \\ I_2 \sin(\omega t + \phi_{i_2}) \\ V_1 \cos(\omega t + \phi_{v_1}) \\ V_2 \cos(\omega t + \phi_{v_2}) \\ V_1 \sin(\omega t + \phi_{v_1}) \\ V_2 \sin(\omega t + \phi_{v_2}) \end{pmatrix},$$
(10)

onde  $\omega = 2\pi f$  é a frequência angular, o subscrito d representa a parte direta ou real, e q indica quadratura ou parte imaginária. Observe que  $\dot{I}_1 e^{j\omega t}$ ,  $\dot{V}_1 e^{j\omega t}$ ,  $\dot{I}_2 e^{j\omega t}$  e  $\dot{V}_2 e^{j\omega t}$  são medidas fasoriais para sistemas trifásicos, portanto,  $z_{dq}(t)$  tem vinte e quatro componentes.

Figura 8 – Representação fasorial no domínio complexo d - q.



A partir do modelo circuito  $\pi$ , (5) e (7) foram obtidas, onde R,  $L \in C$  são matrizes dos parâmetros da linha. Dado que os fasores rotativos  $\dot{V}_2 e^{\omega t} \in \dot{I}_2 e^{\omega t}$  podem ser decompostos em cada instante t separando suas partes reais e imaginárias em quatro novas equações.

Como as medições  $z_m(t)$  consideram apenas as partes reais dos fasores rotativos, podese escrever:

$$z_m(t) = \begin{bmatrix} H_R & . \\ M_R & . \end{bmatrix}_{12x24} z_{dq}(t) + r(t),$$
(11)

onde utilizaremos a notação de "."para representar a concatenação e preenchimento do restante da matriz até a dimensão correta com elementos nulos. Além disso,

$$M_R = \begin{bmatrix} I_3 & . & . & . & . & \omega C & \omega C \\ -R_1 & . & \omega L_1 & . & I_3 - \omega^2 L C & . & -\omega R C & . \end{bmatrix}_{6x24},$$
(12)

е

$$H_R = \begin{bmatrix} I_3 & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & I_3 & \dots \end{bmatrix}_{6x24}.$$
 (13)

A formulação em (11) mostra a característica dinâmica do sistema e relaciona a corrente e tensão do terminal de saída com a corrente e tensão do terminal de entrada. Uma vez que se tem a formulação completa do modelo  $\pi$  da linha de transmissão, o objetivo é, portanto, estimar os sinais livres de ruído e os parâmetros da linha a partir de medições ruidosas adquiridas por dados de sincrofasores. De fato, o procedimento de filtragem tem a intenção de recuperar os sinais sem ruído z(t), do conjunto de medições corrompidas  $z_m(t)$  em (8). Mais especificamente, as amplitudes das grandezas do sistema trifásico  $I_1$ ,  $V_1$ ,  $I_2$ ,  $V_2$  e fases  $\phi_{i_1}$ ,  $\phi_{v_1}$ ,  $\phi_{i_2}$ ,  $\phi_{v_2}$ . Além disso, o procedimento de estimação de parâmetros visa também estimar as matrizes de parâmetros do sistema dinâmico R,  $L \in C$ , que aparecem na matriz  $M_R$  a partir das medições ruidosas  $z_m(t)$ .

Para atingir esse objetivo, será proposto um algoritmo de estimação de parâmetros baseado em observadores. Um observador de estado é um algoritmo que estima recursivamente o estado de um sistema, dado o sinal de medição. Como será elucidado nas próximas seções, esta tarefa é não linear e, portanto, o método do observador EKF é o escolhido. Este, por sua vez, possui alguns problemas os quais serão apresentados e, posteriormente, amenizados a partir de otimização realizada usando o método de otimização por enxame de partículas (PSO).

### 2.4 Conclusão

Neste capítulo, foi apresentado o estado da arte acerca dos métodos de estimação de parâmetros em linhas de transmissão. Dessa forma, tem-se que a estimação pode ser realizada através de medições por oscilográficos, PMUs e registros em sistemas SCADA. Em termos de modelagem, a consideração do ruído possui relevante participação, bem como as condições do sistema seja ela transitória ou de regime e as aproximações que podem ser realizadas, sendo que tais características definem o modelo e o estimador apropriados. As condições para realização da estimação foram tratadas de várias formas na literatura técnica, sendo que a maioria dos estimadores necessita de condições específicas para o sucesso na realização de seu objetivo. Além disso, foram apresentadas as considerações relevantes para a modelagem do problema em ambiente computacional, tendo em vista que não se tem acesso a medições de campo para o estudo da presente tese. Dessa forma, o ruído a ser considerado pode ser de modelagem simples com valores em torno de 1,0 % ou de modelagem completa com valores em torno de 0,5 %, as linhas podem ser representadas por modelos do tipo  $\pi$ , sendo que para linhas longas é necessária a correção pelas relações hiperbólicas entre a impedância característica e o vetor de propagação e, por fim, o equacionamento fasorial pode ser decomposto em funções reais para as partes real e imaginária das grandezas de tensão e corrente dos terminais do modelo.

A presente seção também apresentou a formulação do problema que é a estimação dos estados sem ruído em conjunto dos parâmetros da linha de transmissão a partir de medições ruidosas. Além disso, como a presente tese se destina ao estudo de linhas em operação de regime permanente, isso leva à adoção do modelo de circuito  $\pi$ , bem como a abordagem utiliza as medições dos terminais de entrada e saída do modelo. A escolha deste modelo de representação se deve ao fato de sua simplicidade e boa precisão para representação de linhas em regime permanente. Além disso, deve-se ressaltar que devido à simplicidade do modelo a realização em conjunto com o estimador proposto nesta tese possui melhor convergência e resultados satisfatórios para a operação desejada em linhas de transmissão não idealmente transpostas, tal estimador será apresentado em capítulo posterior.

# Capítulo 3

# Identificação de Sistemas

Os processos físicos podem ser representados de forma aproximada através de modelos matemáticos, das leis físicas envolvidas e das equações construtivas dos elementos que compõem o sistema. As medições obtidas nos sistemas podem ser usadas para estimação de modelos construtivos que representem a relação entrada e saída de determinado processo, podendo ou não estar relacionadas com conhecimento físico sobre o processo. Além disso, as plantas podem ser lineares ou não-lineares com relação as funções entre entrada e saída, bem como podem apresentar relações entre estados passados e futuros.

Neste capítulo, o principal objetivo é apresentar o embasamento teórico acerca dos observadores de Kalman e do otimizador por enxame de partículas que são utilizados para o estimador proposto no escopo dessa tese. Inicialmente, será apresentada uma revisão teórica sobre o modelo tradicional do Filtro de Kalman (*Kalman Filter* (KF)), suas características e particularidades, e sobre o Filtro de Kalman Estendido (EKF) que é utilizado na estimação de parâmetros através do aumento do vetor de estados o que torna o processo um problema não-linear. Por fim, é apresentado o otimizador por enxame de partículas (PSO) que é muito utilizado para estimação de parâmetros e hiper parâmetros a partir de uma função de custo definida para determinado problema, tal otimizador possui diversas aplicações em várias áreas e será utilizado para melhorar a robustez do método.

## 3.1 Filtro de Kalman

Estimadores recursivos são ferramentas capazes de estimar parâmetros de modelos em problemas de identificação de sistemas. Nesta seção, é apresentado um estimador linear de variáveis de estado de um sistema, sendo que a medição direta de todos os estados é uma tarefa difícil em muitas aplicações reais, pois existem ruídos no processo de medição. Além disso, a estimação dos parâmetros de um modelo pode ser realizada através das variações do estimador linear que será apresentado, ou seja, tanto das variáveis de estado como dos parâmetros do sistema podem ser estimadas, entretanto, tal tarefa passa a ser não-linear para a abordagem em questão. Assim, o estimador modificado pode realizar a estimação de estados e a identificação dos parâmetros do sistema a partir de um vetor de estados aumentado como será apresentado em seção posterior. Tal procedimento é útil em situações nas quais é desejável o conhecimento dos parâmetros e das variáveis de estado a partir de um conhecimento prévio com certo grau de incerteza.

A partir da literatura técnica, pode-se distinguir a estimação de estados entre três maneiras distintas: interpolação; filtro e predição (PEREIRA, 2019). Dessa forma, para que se possa fazer uma distinção entre esses termos, é interessante considerar que z(t), apresentado anteriormente, pode ser representado de forma discreta para a representação de espaço de estados. Assim, um sinal discreto  $z_m(k) = z(k) + r(k)$ , sendo z(k) uma parcela ideal sem ruído e r(k) uma parcela de ruído, é medido de forma que todos os valores  $z_m 0, \ldots, z_m(k)$  são conhecidos, onde k é uma simplificação da notação para  $k T_s$ com  $T_s$  sendo o período de amostragem. A partir dessa medição, pode-se inferir para um determinado instante  $k_a$  em relação a um dado instante k como referência que:

- $\Box$  para  $k_a < k$ . Deseja-se estimar os valores apenas do passado dos estados. Este é um problema de *interpolação*.
- $\Box$  para  $k_a = k$ . Estimação de valores do presente. O estimador, nesses casos, é chamado *filtro*.
- $\Box$  para  $k_a > k$ . Quando se necessita dos valores dos estados em instantes futuros, usa-se o termo *predição*.

O filtro de Kalman (KF) é conhecido por filtro, porém é capaz de realizar a estimação de valores dos estados nos instantes presente e futuro, sendo muito utilizado em aplicações mecânicas como o rastreio da posição de partículas ou corpos extensos. Tal procedimento foi proposto pela primeira vez em Kalman (1959), o autor propõe uma nova abordagem para problemas de filtragem e predição em sistemas lineares, os quais podem ser representados no espaço de estados. Como apresentado em Pereira (2019), o KF é definido como um algortimo recursivo ótimo capaz de estimar os estados de um sistema dinâmico linear perturbado por ruído (de processo e de medição) branco e gaussiano, sendo que o algoritmo calcula as estimativas para as variáveis, minimizando o valor esperado da soma quadrática dos resíduos de estimação, que equivale a minimizar a matriz de covariância dos estados, bem como satisfaz as condições algébricas da equação de Ricatti, que será apresentada posteriormente, lhe garantindo uma condição ótima.

#### 3.1.1 Algoritmo

O filtro de Kalman é capaz de estimar os estados para um determinado sistema linear a partir de medições ruidosas de grandezas que representam, normalmente, a entrada e saída desse sistema. O desenvolvimento a seguir se baseia em Anderson e Moore (1979), Aguirre (2004) e Bitencourt (2003). Considerando-se um sistema linear representado conforme (14), deseja-se estimar os valores de um vetor de variáveis aleatórias  $x_{k+1}$  corrompido por ruído aleatório  $w_k$  a partir do seu estado anterior  $x_k$  correlacionado a um vetor de entradas  $u_k$ .

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k,\tag{14}$$

sendo que as matrizes  $A \in B$  são conhecidas a partir das relações matemáticas do modelo considerado e  $w_k$  é representado por um sinal de ruído gaussiano branco de média zero e covariância Q.

A inicialização do algoritmo pode ser realizada a partir da melhor estimativa inicial para o vetor  $x_k$  conforme método matemático menos robusto ou conhecimento a priori do sistema, e será representada por  $\hat{x}_0$ . Entretanto, supõe-se que haja erro entre o valor real de  $x_0$  e o valor estimado  $\hat{x}_0$ , cuja covariância pode ser expressa por:

$$\Sigma_0 = E(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T \approx E[x_0 - \hat{x}_0]^2$$

Na relação anterior, utilizamos o termo aproximado para denotar uma simplificação de notação para o restante desta tese. Entretanto, deve-se ter em mente que  $E(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T$  é a representação correta para a covariância de um vetor. Assim, onde se lê  $E[x_0 - \hat{x}_0]^2$ , deve se ter em mente que é uma simplificação de notação para  $E(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T$ .

De posse das condições iniciais, é possível calcular uma estimativa para a amostra seguinte, que será designada por  $\dot{x}_1$ . De acordo com a equação (14), verifica-se que o valor real desta amostra é:

$$x_1 = Ax_0 + Bu_0 + w_0.$$

Segundo Kalman (1959), a melhor estimativa para  $x_1$  é:

$$\dot{x}_1 = A\hat{x}_0 + Bu_0. \tag{15}$$

A covariância do erro de estimação de  $\dot{x}_1$  é dada conforme (16).

$$\Sigma_1 = E[x_1 - \dot{x}_1]^2. \tag{16}$$

A covariância da estimação  $\dot{x}_1$  é obtida através do desenvolvimento da equação anterior e da não existência de correlação entre  $w \in x$ . Dessa forma, tem-se:

$$\Sigma_1 = A\Sigma_0 A^T + Q.$$

Para um determinado sistema, as equações que representam o estado seguinte dependente do estado atual podem ser representadas pelo desenvolvimento apresentado anteriormente. Além disso, pode-se definir uma relação entre os estados e as medições obtidas para estes a partir de um sistema de medição. As medições podem ser relacionadas ao vetor de variáveis  $x_1$  e ao ruído de medição, conforme apresentado em (17).

$$y_1 = Hx_1 + Du + 1 + v_1, (17)$$

sendo que  $y_1$  é a amostra do sinal medido, H é uma matriz de medição que apresenta as relações entre as medidas puras e os estados, D é uma matriz conhecida para a relação entre o vetor de entradas e as medições, e  $v_1$  é um ruído do tipo branco, cuja covariância é R. Se o valor de  $y_1$  fosse estimado antes de se obter as medições, esse seria:

$$\hat{y}_1 = H\dot{x}_1 + Du_1. \tag{18}$$

De acordo com as equações (15) e (18),  $\dot{x}_1$  e  $\hat{y}_1$  foram obtidos a partir de valores passados, ou seja, obteve-se tais estimativas a partir da dependência de  $\dot{x}_1$  com  $\hat{x}_0$  nesse caso.

Segundo Kalman (1959), a partir da medição  $y_1$ , é possível obter uma nova estimativa para  $x_1$ , utilizando o erro de estimação entre  $y_1$  e  $\hat{y}_1$ :

$$\hat{x}_1 = \dot{x}_1 + K_1(y_1 - \hat{y}_1), \tag{19}$$

sendo que  $K_1$  é a matriz de correção entre a medição ruidosa e a previsão de uma medição pura, ela é denominada como ganho de Kalman para o instante k = 1. O termo  $y_1 - \hat{y}_1$  é conhecido como inovação, o qual representa o erro ao estimar  $y_1$  ou a função custo a ser minimizada para a melhor estimação de um determinado estado, sendo que o erro pode ser proveniente de duas fontes:

- ruído de medição;
- $\Box$  erro ao calcular  $\hat{x}_1$ .

A equação (19) corrige o erro através de um fator ou um peso que é o ganho  $K_1$ , para então adicionar esse fator balanceado à estimativa anterior  $\dot{x}_1$  ou conhecimento a priori, de tal forma que essa estimativa é corrigida. A equação (19) é chamada de *equação de* correção.

O ganho  $K_1$  é calculado a partir da covariância do erro de estimação:

$$E[x_1 - \hat{x}_1]^2 = E[x_1 - \dot{x}_1 - K_1(y_1 - \hat{y}_1)]^2.$$
(20)

Desenvolvendo (20), obtém-se:

$$\hat{\Sigma}_1 = (I - K_1 H) \Sigma_1, \tag{21}$$

sendo que I é uma matriz identidade de mesma ordem que a matriz de covariância  $\Sigma$ .

Para que o erro de estimação seja mínimo, ou seja, mínima função custo de estimação, e  $\hat{x}$  seja um estimativa ótima, é preciso minimizar o valor de  $\hat{\Sigma}_1$  na equação (21). Assim, verifica-se que o ganho de Kalman é dado por:

$$K_1 = \Sigma_1 H^T (H \Sigma_1 H^T + R)^{-1}.$$
 (22)

A partir das relações e considerações apresentadas, pode-se resumir a operação do filtro de Kalman da seguinte maneira:

$$\begin{cases} \dot{x}_{k} = A\hat{x}_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1} \\ \hat{y}_{k} = H\dot{x}_{k} + Du_{k} + v_{k} \\ \Sigma_{k} = A\Sigma_{k-1}A^{T} + Q \\ K_{k} = \Sigma_{k}H^{T}(H\Sigma_{k}H^{T} + R)^{-1} \\ \hat{\Sigma}_{k} = (I - K_{k}H)\Sigma_{k} \\ \hat{x}_{k} = \dot{x}_{k} + K_{k}(y_{k} - \hat{y}_{k}) \end{cases}$$

## 3.2 Filtro de Kalman para sistemas não-lineares

A partir do que foi exposto nas seções anteriores, tem-se que a relação entre os estados de um sistema pode ser representada através de um modelo linear, bem como a melhor estimativa para os estados em um sistema linear pode ser feita através da combinação entre valor obtido com incertezas através de modelo matemático com o valor obtido através de medições para determinado estado. Tal formulação é apresentada para o estimador ótimo KF, onde pressupõe-se que o sistema seja perturbado por ruído branco e gaussiano, de forma que os estados possam ser tratados como variáveis aleatórias gaussianas.

Vale ressaltar que muitos casos práticos apresentam formulações ou condições nãolineares para representação do sistema em estudo, sendo que uma solução ótima poderia ser obtida através de uma descrição completa da Função Densidade de Probabilidade ou *Probability Density Function* (PDF) condicional dos valores estimados a cada iteração (KUSHNER, 1967a; KUSHNER, 1967b). A descrição completa para a PDF exige um estudo de evolução que tende a um número infinito de momentos da distribuição de probabilidade, sendo que uma linearização do processo acaba por ser a alternativa mais viável em contraste com a utilização de um grande número de momentos. Dessa forma, problemas de estimação dessa classe não podem apresentar soluções ótimas, o que leva a estudos que apresentam aproximações do melhor valor a ser estimado.

Nesta seção, será abordado uma extensão do KF para sistemas não-lineares. Entretanto, existem mais extensões conhecidas na literatura técnica. A técnica abordada é conhecida como:

□ Filtro de Kalman Estendido ou *Extended Kalman Filter* (EKF);

Além de realizarem estimação de estados de sistemas não-lineares, os dois algoritmos mencionados também são dotados da capacidade de estimar os parâmetros do modelo. O vetor de estados a ser estimado pode ser composto somente por estados, somente por parâmetros ou por ambos, sendo que os valores estimados possuem precisão de segunda ordem em expansão de séries de Taylor para o EKF e de terceira ordem em expansão de séries de Taylor para o Filtro de Kalman *Unscented* ou *Unscented Kalman Filter* (UKF). A principal diferença entre ambos é na forma como é abordado o processo não-linear seja através de linearização ou transformação de domínio (HAYKIN, 2004).

O EKF é um algoritmo que se caracteriza por ser uma simples extensão do KF para aplicação em sistemas não-lineares. Este algoritmo é o mais conhecido e mais utilizado na maior parte das aplicações por sua simplicidade com relação ao trato das não-linearidades (PEREIRA, 2019). Por outro lado, o UKF é um algoritmo proposto por Julier e Uhlmann (1997), como alternativa para solucionar os problemas apresentados pelo EKF. Divergência de resultados, falta de precisão e maior esforço computacional podem ser citados como alguns desses problemas, que são consequências dos procedimentos de linearização necessários para implementação do EKF. No escopo da presente tese, será abordada a utilização do EKF, tendo em vista que seu esforço computacional e complexidade devido à linearização do processo são reduzidos através da utilização do produto de Kronecker, bem como a divergência de resultados e a falta de precisão são aspectos melhorados com a aplicação do PSO.

#### 3.2.1 Filtro de Kalman Estendido (EKF)

O *Filtro de Kalman Estendido* (EKF) é uma extensão do algoritmo do KF, tal extensão surgiu como uma proposta para aplicação em sistemas não-lineares. O algoritmo se baseia na linearização das funções que representam determinado sistema, gerando uma aproximação linear, a partir da qual se torna possível a aplicação do KF clássico (MOR-RELL, 1997; BISHOP; WELCH et al., 2001). O procedimento apresentado a seguir tem como base a teoria apresentada por Haykin (2004).

Sendo um sistema não-linear discreto que possa ser representado pelo seguinte modelo:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_k, (23)$$

$$y_k = h(x_k, u_k) + v_k, \tag{24}$$

sendo que  $x_k$  é o vetor de estados,  $u_k$  é o vetor de entradas e  $y_k$  o vetor de saídas. Os vetores  $w_k$  e  $v_k$  representam o ruído de processo e o ruído de medição, respectivamente, que são processos aleatórios não-correlacionados e, normalmente, considerados como gaussianos.

As não-linearidades podem estar presentes na dinâmica do processo ou na equação de medição por meio das funções f ou h em (23) e (24), respectivamente (PEREIRA, 2019). Uma aproximação linear de um processo não-linear pode ser gerada a partir das equações (23) e (24). Dessa forma, seja  $x_k^*$  um vetor de referência, a princípio escolhido arbitrariamente. Esse vetor pode ser expresso pela equação (23) sem o termo referente ao ruído  $w_{k-1}$ :

$$x_k^* = f(x_{k-1}^*). (25)$$

A diferença entre  $x_k \in x_k^*$  é definida como:

$$\delta_k = x_k - x_k^*. \tag{26}$$

Substituindo as equações (23) e (25) em (26):

$$\delta_k = f(x_{k-1}) + w_k - f(x_{k-1}^*). \tag{27}$$

È possível obter uma aproximação linear para a equação (27) a partir de uma expansão em série de Taylor de  $f(x_{k-1})$  em torno de  $x_{k-1}^*$ .

$$f(x_{k-1}) \approx f(x_{k-1}^*) + F_{k-1}(x_{k-1} - x_{k-1}^*), \qquad (28)$$

sendo  $F_{k-1}$  a matriz jacobiana dada por (29) para o ponto de operação  $x_{k-1}^*$ .

$$F_{k-1} = \frac{\partial f(x)}{\partial x} \bigg|_{x=x_{k-1}^*}.$$
(29)

Substituindo a equação (28) em (27), obtém-se uma equação de diferenças linear.

$$\delta_k \approx f(x_{k-1}^*) + F_{k-1}(x_{k-1} - x_{k-1}^*) + w_k - f(x_{k-1}^*),$$
  
$$\delta_k = F_{k-1}\delta_{k-1} + w_k.$$

De maneira semelhante, é possível obter uma aproximação linear para a equação (24). O termo não-linear  $h(x_k)$  pode ser aproximado por:

$$h(x_k) \approx h(x_k^*) + H_k(x_k - x_k^*),$$

sendo  $H_k$  a matriz jacobiana dada por (30) para o ponto de operação  $x_k^*$ .

$$H_k = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \bigg|_{x=x_k^*}.$$
(30)

A equação de observação (24) pode então ser expressa como:

$$y_k \approx h(x_k^*) + H_k(x_k - x_k^*) + v_k.$$
 (31)

A partir de (31), obtém-se uma equação linear para a nova variável  $\nu_k$ .

$$\nu_{k} = y_{k} - h(x_{k}^{*}), \\
= h(x_{k}) + v_{k} - h(x_{k}^{*}), \\
\approx H_{k}(x_{k} - x_{k}^{*}) + v_{k},$$

sendo  $\delta_k = x_k - x_k^*$ , tem-se:

$$\nu_k = H_k \delta_k + v_k. \tag{32}$$

As equações geradas por meio dos procedimentos de linearização acima podem ser agrupadas compondo o seguinte modelo linearizado.

$$\begin{cases} \delta_k = F_{k-1}\delta_{k-1} + w_k \\ \nu_k = H_k\delta_k + v_k \end{cases}$$

Para o sistema linearizado, é possível a aplicação das equações do KF padrão, isso permite o cálculo da estimativa para o novo vetor de estados  $\hat{\delta}_k$ . Sendo  $\hat{\delta}_k$  uma estimativa para a diferença entre  $x_k \in x_k^*$ , a estimativa do vetor original  $\hat{x}_k$  é:

$$\hat{x}_k = x_k^* + \hat{\delta}_k.$$

O vetor de referência  $x_k^*$  varia a cada iteração. No primeiro passo, ele é definido como sendo o valor esperado do vetor  $x_0$ . Dessa forma,

$$E[\delta_0] = 0$$

e a primeira estimativa para o vetor x é:

$$\hat{x}_0 = x_0^*.$$

Nas iterações seguintes,  $x_k^*$  deve ser atualizado com a estimativa obtida no passo anterior:  $\hat{x}_{k-1}$ . Por simplificação de notação,  $\hat{x}_k^* = \hat{x}_{k-1} = \hat{x}_k^-$ , onde o sobrescrito (-) indica a etapa de correção baseada nos dados anteriores da etapa de previsão. Assim, conforme apresentado anteriormente, o algoritmo do EKF para um sistema qualquer pode ser expresso conforme apresentado em (33).

$$\begin{cases}
\hat{x}_{0} = E[x_{0}] \\
\Sigma_{0} = E[(x_{0} - \hat{x}_{0})(x_{0} - \hat{x}_{0})^{T}] \\
\hat{x}_{k}^{-} = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k}, w_{k}) \\
\Sigma_{k}^{-} = A_{k-1}\Sigma_{k-1}A_{k-1}^{T} + Q , \\
K_{k} = \Sigma_{k}^{-}H_{k}^{T}(H_{k}\Sigma_{k}^{-}H_{k}^{T} + R)^{-1} \\
\hat{x}_{k} = \hat{x}_{k}^{-} + K_{k}[y_{k} - h(x_{k}^{-}, v_{k})] \\
\Sigma_{k} = (I - K_{k}H_{k})\Sigma_{k}^{-}
\end{cases}$$
(33)

sendo Q a matriz de covariância de processo, R a matriz de covariância das observações,  $\Sigma$  a matriz de covariância dos estados, K a matriz do ganho de Kalman, sendo definidas de maneira similar ao KF padrão, I uma matriz identidade de ordem n e, por fim, as matrizes  $A \in H$  são definidas em (34). O procedimento entre o KF e o EKF é o mesmo, tendo como diferença a linearização do processo e da medição para realização da estimação aproximada de plantas não-lineares. Tal característica confere ao EKF a capacidade de realização da estimação de parâmetros que será apresentada na sequência.

$$A_k \approx \frac{\partial f(x, u_k, w)}{\partial x} \bigg|_{\hat{x}_k} \quad H_k \approx \frac{\partial h(x, v)}{\partial x} \bigg|_{\hat{x}_k}.$$
(34)

#### Estimação de parâmetros - EKF

A partir da seção anterior, foi estabelecido o algoritmo EKF para realização da estimação de estados em sistemas com processos não-lineares, para tal tarefa é necessária a linearização do modelo não-linear, normalmente, através de Jacobianos como apresentado em (33) e (34). Devido ao processo de linearização, as estimativas do EKF não são ótimas como as realizadas pelo KF e além de apresentarem aproximação de segunda ordem para a expansão em séries de Taylor, o método apresenta alguns problemas como dificuldade de convergência e sensibilidade à inicialização dos hiper-parâmetros, tais problemas serão tratados a partir do método que será proposto no próximo capítulo. Vale ressaltar que para o fato de não se ter conhecimento sobre os parâmetros de determinado modelo ou estes variarem ao longo do tempo e seja desejável realizar o acompanhamento de sua variação, então o algoritmo apresentado em (33) não é suficiente para realizar esta tarefa. Assim, o EKF pode ser adaptado para a realização da estimação dos parâmetros ou a identificação do sistema. Dessa forma, o algoritmo de EKF para realização somente da estimação dos parâmetros de determinada planta será apresentado e, em seguida, será apresentado o algoritmo para realização da estimação dual, ou seja, estimação de estados e de parâmetros do sistema, o equacionamento apresentado pode ser encontrado em Haykin (2004) e em Pereira (2019).

É importante ressaltar que o algoritmo do EKF pode ser utilizado para a estimação de parâmetros de determinado sistema desde que hajam dados *limpos*, ou seja, com ausência de ruído para os estados (MATTHEWS, 1990; BRUMBAUGH, 1994; JR, 1994; WENZEL et al., 2006; PEREIRA, 2019). Dessa forma, o problema a ser considerado é o da realização de um mapeamento de aprendizado usando uma função não-linear parametrizada  $h(x_k, \theta)$ . Uma forma de tratar o problema é a partir do fornecimento de um conjunto de treinamento com amostras de entrada conhecida e saída desejada,  $\{x_k, d_k\}$ . O erro ou a diferença entre a estimação e a saída desejada são definidos como  $e_k = d_k - h(x_k, \theta)$ , e o objetivo é a obtenção da solução de parâmetros que minimize tal erro, ou seja, a minimização em relação a  $\theta$  para o erro quadrático esperado. O EKF pode ser usado para estimar os parâmetros escrevendo uma nova representação no espaço de estados, conforme as equações (35) e (36) (PEREIRA, 2019).

$$\theta_{k+1} = \theta_k + r_k,\tag{35}$$

$$d_k = h(x_k, \theta_k) + e_k, \tag{36}$$

onde os parâmetros  $\theta_k$  correspondem, normalmente, a um processo estacionário com matriz de transição de estado igual a uma matriz identidade de ordem n que é igual ao número de parâmetros  $\theta$ , impulsionada pelo ruído de processo  $r_k$ . Vale ressaltar que para a avaliação de um sistema de parâmetros variante no tempo a matriz que acompanha  $\theta_k$  não é mais a identidade, mas a relação que rege a variação dinâmica de  $\theta$ . A saída desejada  $d_k$ corresponde a uma observação não-linear para  $\theta_k$  e para os estados limpos  $x_k$ . O EKF pode então ser aplicado diretamente, com as equações dadas em (37) e (38). Para o caso nãolinear, o EKF corresponde a um método de otimização de Newton modificado (NELSON, 2000).

$$\begin{cases} \hat{\theta}_{0} = E[\theta_{0}] \\ \Sigma_{\theta_{0}} = E[(\theta_{0} - \hat{\theta}_{0})(\theta_{0} - \hat{\theta}_{0})^{T}] \\ \hat{\theta}_{k}^{-} = \hat{\theta}_{k-1} \\ \Sigma_{\theta_{k}}^{-} = \Sigma_{\theta_{k-1}} + Q_{\theta_{k-1}} , \\ K_{k}^{\theta} = \Sigma_{\theta_{k}}^{-} (H_{k}^{\theta})^{T} (H_{k}^{\theta} \Sigma_{\theta_{k}}^{-} (H_{k}^{\theta})^{T} + R)^{-1} \\ \hat{\theta}_{k} = \hat{\theta}_{k}^{-} + K_{k}^{\theta} [d_{k} - h(x_{k-1}, \theta_{k}^{-})] \\ \Sigma_{\theta_{k}} = (I - K_{k}^{\theta} H_{k}^{\theta}) \Sigma_{\theta_{k}}^{-} \end{cases}$$

$$(37)$$

onde  $Q_{\theta}$  é matriz de covariância de processo para os parâmetros, R é matriz de covariância das observações,  $\Sigma_{\theta}$  é a matriz de covariância dos parâmetros,  $K^{\theta}$  é matriz do ganho de Kalman para o filtro de estimação de parâmetros, I é uma matriz identidade de ordem n e, por fim, a matriz  $H^{\theta}$  é definida em (38).

$$H_k^{\theta} \approx \frac{\partial h(x_{k-1}, \theta)^T}{\partial \theta} \bigg|_{\hat{x}_k}.$$
(38)

#### Estimação dual - EKF

Na maioria das aplicações práticas, os estados de um determinado sistema não são disponibilizados sem a presença de ruído, assim, muitas técnicas de estimação de estados são utilizadas como apresentado anteriormente. Dessa forma, a estimação dos parâmetros a partir do algoritmo em (37) não é possível, assim, uma abordagem de estimativa dupla é requerida. Nesta seção, será apresentado o algoritmo dual EKF básico, que combina o filtro de estimação de estados e o filtro de estimação de parâmetros, o algoritmo que combina ambas as estimações através do aumento do vetor de estados será apresentado no capítulo seguinte, sendo que o uso dessa abordagem foi escolhido para melhor compreensão do estimador. De maneira simplificada, a tarefa de estimar o estado e o modelo apenas de observações ruidosas se baseia, essencialmente, em dois EKF que são executados simultaneamente conforme apresentado em Haykin (2004). Para a maneira simplificada, tem-se que a cada passo de tempo, k, um EKF de estados estima o estado usando o modelo atual estimado  $\hat{\theta}_k$  através de outro EKF responsável pela estimação de parâmetros, enquanto o EKF de parâmetros estima os parâmetros usando a estimativa do estado atual  $\hat{x}_k$ . Tal sistema é mostrado esquematicamente na Figura 9. Para simplificar a representação das equações, considera-se o seguinte modelo de espaço de estados (PEREIRA, 2019):

$$x_{k-1} = f(x_k, u_k, \theta) + w_k,$$

$$y_k = h(x_k) + v_k,$$

onde se toma a observação  $y_k$  como sendo parte do vetor de estados. Assim, somente é necessário considerar a estimativa associada a uma única função não-linear f, então h passa a ser uma matriz facilmente determinável, passando a ser representado pela matriz H. As equações do EKF dual para este sistema simplificado são apresentadas conforme (39).

$$\hat{x}_{0} = E[x_{0}]$$

$$\Sigma_{x_{0}} = E[(x_{0} - \hat{x}_{0})(x_{0} - \hat{x}_{0})^{T}]$$

$$\hat{\theta}_{0} = E[\theta_{0}]$$

$$\Sigma_{\theta_{0}} = E[(\theta_{0} - \hat{\theta}_{0})(\theta_{0} - \hat{\theta}_{0})^{T}]$$

$$\hat{\theta}_{k}^{-} = \hat{\theta}_{k-1}$$

$$\Sigma_{\theta_{k}}^{-} = \Sigma_{\theta_{k-1}} + Q_{\theta_{k-1}}$$

$$\hat{x}_{k}^{-} = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k}, \hat{\theta}_{k}^{-}) , \qquad (39)$$

$$\Sigma_{x_{k}}^{-} = A_{k-1}\Sigma_{x_{k-1}}A_{k-1}^{T} + Q_{x}$$

$$K_{k}^{x} = \Sigma_{x_{k}}^{-}H_{k}^{T}(H_{k}\Sigma_{x_{k}}^{-}H_{k}^{T} + R)^{-1}$$

$$\hat{x}_{k} = \hat{x}_{k}^{-} + K_{k}^{x}[y_{k} - H_{k}\hat{x}_{k}^{-}]$$

$$\Sigma_{x_{k}} = (I - K_{k}^{x}H_{k})\Sigma_{x_{k}}^{-}$$

$$K_{k}^{\theta} = \Sigma_{\theta_{k}}^{-}(H_{k}^{\theta})^{T}(H_{k}^{\theta}\Sigma_{\theta_{k}}^{-}(H_{k}^{\theta})^{T} + R)^{-1}$$

$$\hat{\theta}_{k} = \hat{\theta}_{k}^{-} + K_{k}^{\theta}[y_{k} - H_{k}\hat{x}_{k}^{-}]$$

onde:

$$A_{k-1} \approx \left. \frac{\partial f(\hat{x}, u, \hat{\theta}_k^-)}{\partial x} \right|_{\hat{x}_{k-1}} \quad H_k^{\theta} \approx H_k \frac{\partial \hat{x}_k^-}{\partial \theta} \Big|_{\hat{\theta}_k^-}$$





Adaptado de Haykin (2004).

O estimador EKF dual pode parecer uma simples concatenação das equações do filtro de estados com o filtro de parâmetros, porém existe realmente uma modificação necessária a ser realizada que é a linearização  $H_k^{\theta} = H_k \frac{\partial \hat{x}_k^-}{\partial \theta}$  associada ao filtro de parâmetros. Isso se deve ao fato que o filtro de estados, cujos parâmetros estão sendo estimados pelo outro filtro, tem uma arquitetura recorrente, ou seja,  $\hat{x}_k$  é uma função de  $\hat{x}_{k-1}$ , e ambos são funções de  $\theta$ . Assim, a linearização deve ser calculada usando derivações recorrentes, onde  $\frac{\partial f(\hat{x}, u, \hat{\theta})}{\partial \hat{x}_k}$  e  $\frac{\partial \hat{x}_k^-}{\partial \hat{\theta}_k}$  são calculados para  $\hat{\theta}_k$  e contêm linearizações estáticas da função não-linear (HAYKIN, 2004; PEREIRA, 2019).

Como mencionado anteriormente, as aproximações realizadas através da linearização das funções não-lineares torna o EKF incapaz de fornecer uma estimativa ótima para o vetor de estados desejado, sendo estimativa ótima aquela que minimiza o valor esperado da soma quadrática dos resíduos de estimação. Entretanto, a técnica se mostra eficaz em diversas aplicações diferentes envolvendo sistemas não-lineares (MORRELL, 1997). Por outro lado, sabe-se que os procedimentos de linearização das equações podem conduzir a resultados insatisfatórios ou até mesmo à divergência do filtro. Além disso, o cálculo de matrizes jacobianas não é trivial na maior parte das aplicações, o que ocasiona um maior esforço computacional. No entanto, esse será o estimador utilizado para o desenvolvimento do método proposto nessa tese, tais problemas são tratados a partir da aplicação de um eficaz método de otimização que apresenta baixo esforço computacional, sendo que o método proposto nessa tese apresenta robustez e precisão na estimação dos parâmetros de linhas de transmissão em diversas situações. Na seção seguinte, será apresentado o método de otimização por enxame de partículas (PSO) o qual é um método de otimização utilizado para a maximização ou minimização de uma função de custo para parâmetros determinados.

# 3.3 Otimização por Enxame de Partículas ou *Parti*cle Swarm Optimization (PSO)

Nesta seção, será apresentada uma breve explanação sobre o funcionamento do método de otimização por enxame de partículas (PSO), o qual é utilizado em conjunto com a metodologia de estimação de parâmetros para melhorar a convergência do método a partir de otimizações na estimação dos parâmetros e definição das melhores matrizes de covariância Q e R para diminuir o tempo de ajuste, que se torna muito laboroso e intensivo para sistemas mais complexos por ser feito normalmente de forma manual. É importante notar que o PSO é um método de otimização o qual é utilizado para otimizar uma função custo, ou seja, encontrar seus pontos de máximo ou de mínimo dependendo do problema. Para a abordagem proposta nesta tese, o objetivo do algoritmo de otimização será encontrar os pontos que minimizem as funções de custo que, no caso, são as funções de erro da inovação e as funções da covariância  $\Sigma$ .

O método de otimização de enxame de partículas é baseado no comportamento observado na natureza através, por exemplo, de um conjunto de pássaros e cardumes de peixes, está diretamente relacionado a algoritmos genéticos e outras estratégias evolutivas. O conceito e abordagem utilizados neste método permitem o uso de operadores matemáticos simples e de fácil implementação, características que garantem bom desempenho, robustez e baixo esforço computacional (EBERHART; KENNEDY, 1995; RAMAKOTI; VINAY; JATOTH, 2009). A ideia básica do algoritmo PSO é a busca de várias partículas ou soluções possíveis para o melhor valor da matriz de covariâncias e parâmetros do EKF com base em uma função de custo pré-definida. As partículas passam a buscar novas posições a partir do conhecimento da trajetória, posição, velocidades, distância entre a posição atual e a melhor já alcançada, e a distância entre a posição atual e a melhor posição entre todo o enxame para cada partícula, estas são referidas como experiências pessoais e globais. A avaliação é baseada na função de custo em cada iteração (PATEL et al., 2020; VAHIDI-MOGHADDAM et al., 2020).

O funcionamento do algoritmo do PSO é baseado na inicialização dos vetores de posição e velocidade de forma aleatória dentro do espaço de solução para a função custo adotada. As partículas com posição  $\vec{x}_i$  têm suas localizações alteradas pelo vetor de velocidade das partículas  $\vec{v}_i$  para uma próxima posição no espaço, este vetor de velocidade é função da velocidade anterior, do vetor da melhor posição atingida pela partícula,  $p_{best}$ , e do melhor atingido pelo enxame,  $g_{best}$ . Para cada iteração, os vetores de posição e de velocidade são atualizados por:

$$\vec{x}(k+1) = \vec{x}(k) + \vec{v}(k+1),$$
  
$$\vec{v}(k+1) = \iota \vec{v}(k) + c_1 r_1 [p_{best} - \vec{x}(k)] + c_2 r_2 [g_{best} - \vec{x}(k)],$$

onde  $\iota$  é o fator de inércia, que diminui com o número de iterações (FATHI; BEVRANI, 2019),  $c_1 e c_2$  são os coeficientes de aceleração, que representam a tendência de aprendizado de cada partícula e a força de atração para a melhor posição do enxame,  $r_1 e r_2$  são constantes com distribuição uniforme no intervalo [0, 1]. O primeiro termo da equação de velocidade é conhecido como diversificação, o segundo e terceiro termos são conhecidos como intensificação. De acordo com (LEE; EL-SHARKAWI, 2008), para melhorar a diversificação no início do processo evolutivo e a intensificação no final,  $\iota$  é atualizado a cada iteração de acordo com:

$$\iota = \iota_{max} - \frac{\iota_{max} - \iota_{min}}{i_{max}}i$$

onde  $\iota_{max}$  é o fator de inércia máximo,  $\iota_{min}$  é o fator de inércia mínimo,  $i_{max}$  e i são o número máximo de iterações e a iteração atual, respectivamente. Em (YOSHIDA et al., 2000), considera-se apropriado para problemas de sistema de potência  $c_1 = c_2 = 2.0$ ,  $\iota_{max} = 0.9$  e  $\iota_{min} = 0.4$ . O processo do algoritmo PSO está resumido na Tabela 1.

#### Passo 1. Inicialização:

Inicializa-se uma população de partículas

#### Passo 2. Avaliação dos estados:

Para cada partícula em  $\vec{x}$  avalie a função de custo

#### Passo 3. Modificação dos estados das partículas:

Se o custo para  $x_i$  for melhor que para  $p_{best}$ , então  $p_{best} = x_i$ 

Se o melhor  $p_{best}$  for melhor que  $g_{best}$ , então  $g_{best} = p_{best}$ 

#### Passo 4. Atualização de estado:

Atualize o vetor de velocidades  $\vec{v}$ 

Atualize o vetor de posições  $\vec{x}$ 

#### Passo 5. Critério de parada:

Se o limite de erro ou o número máximo de iterações for alcançado

# 3.4 Conclusão

Neste capítulo, foram apresentados os conceitos básicos sobre estimadores recursivos baseados na teoria de filtragem por métodos de Kalman, mais especificamente, o filtro de Kalman padrão e o filtro de Kalman Estendido. Estes conceitos foram apresentados com o intuito de tornar mais clara a estrutura do algoritmo que será desenvolvido e descrito em detalhes no capítulo seguinte. Assim, os estimadores recursivos apresentados podem ser utilizados para estimação de estados em sistemas lineares e não-lineares, sendo que aquelas metodologias que se baseiam em problemas não-lineares podem ser utilizadas para estimação tanto de parâmetros quanto dos estados do sistema.

Conforme apresentado, o EKF é um algoritmo bastante conhecido e difundido, sendo bastante utilizado em problemas com modelos não-lineares através da utilização de linearizações do sistema, estas foram apresentadas através da utilização da matriz Jacobiana nesta tese. Além disso, foi apresentado o método de otimização por enxame de partículas que é muito utilizado em diversas áreas para a maximização ou minimização de uma função custo para determinados parâmetros. Tal método de otimização será implementado em conjunto do estimador EKF constituindo, assim, o método proposto nesta tese para a estimação dos parâmetros em sistemas de transmissão.

# Capítulo 4

# Metodologia

Conforme visto nos capítulos anteriores, as linhas de transmissão podem ser modeladas através de circuitos do tipo  $\pi$  ou  $\pi$  equivalente para linhas longas, os quais permitem estudos em condições de regime permanente. Além disso, foi levantado um problema comum aos sistemas de potência que é a determinação dos estados da rede, bem como a determinação dos parâmetros reais dos sistemas de transmissão. Para solução de tal problema, foi apresentada a teoria básica dos estimadores que compõe o método proposto neste documento. Por fim, esta tese tem como objetivo a identificação de sistemas de transmissão, ou seja, a estimação de seus parâmetros aplicando um modelo de regime permanente para um determinado estimador, neste caso um modelo de circuito  $\pi$  com estimador recursivo, assim, descreve-se a formulação em detalhes para a determinação de um estimador híbrido capaz de realizar a estimação dos parâmetros de linhas de transmissão sejam elas transpostas ou não, bem como são apresentados os critérios adotados para simular os sistemas de transmissão.

## 4.1 Modelagem do estimador recursivo

Nesta seção, será descrito o processo da modelagem matemática necessária para implementação do algoritmo proposto nessa tese, bem como todo o desenvolvimento é apresentado em detalhes, tendo como objetivo a estimação de parâmetros em linhas de transmissão aéreas. Inicialmente, será apresentado o desenvolvimento para o KF, em seguida, será desenvolvido o equacionamento para o EKF com vetor de estados aumentado. Por fim, será apresentado o algoritmo para a abordagem híbrida entre PSO e EKF.

#### 4.1.1 Configuração do Filtro de Kalman

Nesta seção, serão apresentadas as equações básicas associadas ao filtro de Kalman padrão e ao problema em linhas de transmissão que servem como base para o desenvolvimento do método proposto nessa tese. Considere a representação no espaço de estados de um sinal para um sistema dinâmico em tempo discreto:

$$x_{k+1} = A x_k + w_k, (40)$$

$$y_k = H x_k + D v_k, \tag{41}$$

onde  $x_k \in \mathbb{R}^n$  representa o *estado* do sistema,  $y_k \in \mathbb{R}^p$  representa um sinal *medido*,  $w_k \in \mathbb{R}^n$  representa um *ruído de processo*,  $v_k \in \mathbb{R}^p$  representa um *ruído de medição*,  $w_k$  e  $v_k$  são ruído *Gaussiano* branco.

Um observador de estado, ou filtro, é um algoritmo que estima recursivamente o estado  $x_k$ , dada a medida  $y_k$ , conforme apresentado anteriormente. O sinal  $w_k$  representa um ruído de processo e o vetor  $v_k$  representa um ruído de medição. Consideram-se as seguintes matrizes de covariância:

$$E\{w_k w_k^T\} = Q \succeq 0, \qquad E\{w_k v_k^T\} = 0, \qquad E\{v_k v_k^T\} = P \succ 0,$$

onde  $w_k \in v_k$  são ruídos independentes ou não-correlacionados.

O filtro é por si só um sistema dinâmico (ANDERSON; MOORE, 2012b), dado pelas equações variantes no tempo discreto:

$$\hat{x}_{k+1} = A \, \hat{x}_k + K_k \, (y_k - \hat{y}_k), \quad \hat{x}_0 = \hat{x}_0$$

$$\hat{y}_k = H \, \hat{x}_k,$$

$$e_k = x_k - \hat{x}_k,$$
(42)

e produz um sinal  $\hat{x}_k$ , que é a estimativa do estado,  $x_k$ , no instante de tempo k, onde  $K_k$ é o ganho do filtro e  $e_k$  é o erro de estimação.

A matriz de covariância do erro de estimação é

$$E\{e_k e_k^T\} = \Sigma_k.$$

O filtro de Kalman é um *estimador de estado ótimo*, que dado um estado inicial  $x_0$ com média x(0) e covariância  $\Sigma_0 = \Sigma(0) \succ 0$ , o ganho ótimo do filtro, ou seja o ganho de Kalman,  $K_k$ , e a matriz de covariância do erro,  $\Sigma_k$ , satisfazem as equações recursivas:

$$K_k = A\Sigma_k H^T \left( R + H\Sigma_k H^T \right)^{-1}, \tag{43}$$

$$\Sigma_{k+1} = A\Sigma_k A^T + Q - K_k \left( R + H\Sigma_k H^T \right) K_k^T, \tag{44}$$

onde

$$R = DPD^T \succ 0, \tag{45}$$

é a matriz de covariância do vetor de ruído  $D v_k$ :

$$E\{(y_k - \hat{y}_k)(y_k - \hat{y}_k)^T\} = H E\{e_k e_k^T\} H^T + D E\{v_k v_k^T\} D^T = H\Sigma_k H^T + R \succ 0.$$
(46)

Sob algumas suposições técnicas adicionais que (A, H) sejam observáveis e (A, Q)sejam controláveis, a covariância do erro de previsão de estado converge para um valor de estado estacionário,  $\Sigma = \lim_{k\to\infty} \Sigma_k$ , que deve satisfazer a equação algébrica de Ricatti:

$$\Sigma = A\Sigma A^T + Q - A\Sigma H^T \left( R + H\Sigma H^T \right)^{-1} H\Sigma A^T,$$

não importando o valor inicial  $\Sigma_0$  da covariância de erro.

Para configurar um KF para estimar a amplitude e as fases do sinal sem ruído z(t), que fora apresentado anteriormente, representa-se este sinal usando uma representação no espaço de estados na forma de um *sistema dinâmico de tempo discreto*. Portanto, o estado  $x_k$  do filtro de Kalman deve corresponder a uma versão uniformemente amostrada dos sinais sem ruído de tempo contínuo no domínio d - q complexo  $z_{dq}(t)$  (LIBONI; SILVA; OLIVEIRA, 2017; LIBONI; OLIVEIRA; SILVA, 2017). Isto é:

$$\begin{pmatrix} x_{1(k)} \\ x_{2(k)} \\ x_{3(k)} \\ x_{4(k)} \end{pmatrix} = x_k = z_{dq(kT_s)} = \begin{pmatrix} i_{1dq(kT_s)} \\ v_{1dq(kT_s)} \\ i_{2dq(kT_s)} \\ v_{2dq(kT_s)} \end{pmatrix},$$
(47)

onde  $T_s$  é o período de amostragem que é constante. Então, a equação do sistema dinâmico, ou seja, a equação do processo, deve ser representada por:

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F \end{bmatrix} x_k + w_k,$$
(48)

onde F é uma matriz de rotação dada como segue

$$F = R_{\omega}(\theta), \qquad \qquad R_{\omega}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad \theta = \omega T_s.$$

Pode-se notar que o estado  $x_k$  corresponde às partes real e imaginária dos fasores de tensão e corrente obtidos dos terminais da linha de transmissão. Essas partes real e imaginária mudam com o tempo, por causa da rotação do fasor. O vetor  $w_k$ , associado ao ruído no vetor de estado, geralmente é construído intuitivamente para capturar dinâmicas não modeladas e incertezas de parâmetros, representa um ruído branco gaussiano que torna todo o sistema um processo aleatório com covariância:

$$E\{w(t)w(t)^T\} = Q = \epsilon I,$$

onde I é a matriz identidade e  $\epsilon > 0$  representa o inverso da relação sinal-ruído na equação dinâmica do processo (ANDERSON; MOORE, 2012b).

O estimador KF ótimo é obtido combinando a equação recursiva (48) com a versão de tempo discreto da equação de medição ruidosa (49), ou seja:

$$z_{m(k)} = z_k + r_k. ag{49}$$

Portanto, a versão amostrada,  $z_{m(k)}$ , da medição ruidosa  $z_m(t)$  em (8) é considerada a adição do sinal amostrado sem ruído  $z_k$  e o sinal discreto de ruído gaussiano branco  $r_k$ .

Fazendo  $y_k = z_k \text{ em } (41)$  e usando (47), pode-se expressar:

$$y_k = z_{m(k)} = Hx_k + r_k, (50)$$

que é a equação de medição.

Em resumo, as equações básicas para a implementação do algoritmo de Kalman são a equação de processo dada por (48) e a equação de medição ruidosa dada por (50), onde o estado  $x_k$  em (40) deve assumir  $z_{dq(k)}$  e as medições  $y_k$  em (41) devem assumir  $z_{m(k)}$ . No entanto, como será abordado na próxima seção, a equação de medição pode ser aprimorada para incorporar informações do modelo de linha de transmissão.

#### Equação de medição

A filtragem de ruído pode ser melhorada a partir da consideração de algum conhecimento sobre o sistema de transmissão, o que também permitirá contabilizar o modelo elétrico da linha de transmissão juntamente com o comportamento dinâmico dos fasores, o qual fora apresentado anteriormente. As equações a seguir são derivadas do modelo  $\pi$ na Figura 4, onde R é a matriz de resistência série,  $L_1$  é a matriz de indutância série, Gé a matriz de condutância shunt, C é a matriz de capacitância shunt:

$$\dot{V}_2 = \left[1 + (R_1 + j\omega L_1)(\frac{G}{2} + j\omega \frac{C}{2})\right]\dot{V}_1 - (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1,$$
$$\dot{I}_2 = \left[1 + (R_1 + j\omega L_1)(\frac{G}{2} + j\omega \frac{C}{2})\right]\dot{I}_1 + \left[-2(\frac{G}{2} + j\omega \frac{C}{2}) - (R_1 + j\omega L_1)(\frac{G}{2} + j\omega \frac{C}{2})^2\right]\dot{V}_1.$$

Dado que um fasor pode ser decomposto no plano complexo d - q em cada instante de tempo k, separando-se as partes real e imaginária para as equações dos terminais de uma linha de transmissão, obtidas anteriormente, têm-se quatro novas equações reais que podem ser representadas matricialmente como:

$$\begin{pmatrix} i_{2dq(k)} \\ v_{2dq(k)} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} i_{1dq(k)} \\ v_{1dq(k)} \end{pmatrix},$$
(51)

onde

$$M = \begin{bmatrix} a & -b & c & -d \\ b & a & d & c \\ -R_1 & \omega L_1 & a & -b \\ -\omega L_1 & -R_1 & b & a \end{bmatrix}$$

e os elementos de Msão definidos como funções dos parâmetros da linha de transmissão

$$a = \frac{1}{2}(2 + R_1G - \omega^2 L_1C)$$
  

$$b = \frac{\omega}{2}(R_1C + L_1G)$$
  

$$c = -\frac{1}{4}(G^2R_1 + \omega^2C^2R_1) + \frac{1}{2}(\omega^2L_1CG) - G$$
  

$$d = \omega \left[-\frac{1}{2}(GCR_1) - \frac{1}{4}(L_1G^2) + \frac{1}{4}(\omega^2L_1C^2) - C\right]$$

Usando a definição em (47), pode-se descrever a Equação (51) na abordagem de espaço de estados como

$$\begin{pmatrix} x_{3(k)} \\ x_{4(k)} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x_{1(k)} \\ x_{2(k)} \end{pmatrix},$$

pode-se definir:

$$M_{R} = \begin{bmatrix} M_{R_{1}} & M_{R_{2}} \\ M_{R_{3}} & M_{R_{4}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -b & c & -d \\ \hline -R_{1} & \omega L_{1} & a & -b \end{bmatrix},$$

a equação de medição discreta com ruído pode ser descrita como:

$$y_k = \begin{bmatrix} H_p & .\\ M_R & . \end{bmatrix} x_k, \tag{52}$$

onde  $H_p$  é uma matriz similar a  $H_R$  em (13), sendo que  $H_p$  é formada por matrizes identidades para os primeiros estados de tensão e corrente referentes ao terminal de referência, nesse caso o terminal emissor.

Observa-se que, neste caso, (52) incorpora informações do modelo de linha de transmissão. A partir de agora, juntamente com a representação recursiva no espaço de estados do processo em (48), a nova equação de medição ruidosa dada por (52) será usada para produzir um estimador de Kalman ótimo para a magnitude e fases dos sinais elétricos. No entanto, também pretende-se estimar as matrizes de parâmetros, portanto, o vetor de estado  $x_k$  deve ser aumentado com o vetor de parâmetros  $\theta_k$  que é uma vetorização da combinação entre as matrizes de parâmetros,

$$x_{aug(k)} = \begin{pmatrix} x_k \\ \theta_k \end{pmatrix}, \qquad \qquad \theta_k = \begin{pmatrix} 1 \\ vec(I_3 - \omega^2 L_1 C)_k \\ vec(-\omega R_1 C)_k \\ vec(R_1)_k \\ vec(\omega L_1)_k \\ vec(\omega C)_k \end{pmatrix},$$

Nota-se que  $\theta_k$  é um vetor composto pelos elementos da matriz  $M_R$ . Um questionamento natural que pode surgir é se é possível aumentar esse vetor somente com os parâmetros puros, essa questão ficará clara quando for discorrido sobre a não linearidade desse sistema em discussão posterior. No entanto, fica claro que estimando  $\theta_k$ , naturalmente as estimativas de  $R_1$ ,  $L_1$  e C são garantidas. Após definir o estado, que se deseja estimar, podem-se aplicar as equações do KF. A equação do sistema dinâmico, ou seja, a equação do processo, é representada por

$$x_{aug(k+1)} = A \, x_{aug(k)} + w_k, \tag{53}$$

$$A = \begin{bmatrix} F & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & F & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & F & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & F & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & I_{43} \end{bmatrix}_{67x67},$$
(54)

onde  $I_{43}$  é uma matriz identidade 43x43 que está relacionada com os parâmetros do sistema e F é uma matriz de rotação definida anteriormente. Vale ressaltar que A é uma matriz bloco diagonal formada por blocos de matriz F em sua diagonal principal.

Pode-se notar que os primeiros vinte e quatro estados  $x_{1(k)} \cdots x_{24(k)}$  correspondem às partes real e imaginária dos fasores dos terminais de tensão e corrente da linha de transmissão trifásica e a cada incremento de passo no tempo, essas partes reais e imaginárias são giradas pela matriz F com velocidade  $\omega$  por causa da rotação do fasor. Os estados  $x_{25(k)} \cdots x_{67(k)}$  são os parâmetros de  $M_R$ , que devem ser fixados ao longo do tempo e, portanto, são multiplicados pela matriz identidade a cada iteração recursiva.

A equação de medição do filtro de Kalman para o sistema discretizado passa a ser considerada como:

$$z_{m(k)} = z_k + r_k.$$

Considerando  $y_k = z_{m(k)}$  em (41) e usando (47), obtém-se:

$$y_k = z_{m(k)} = \begin{bmatrix} H_R & . \\ M_R & . \end{bmatrix}_{12x61} x_{aug(k)} + r_k,$$

que é a equação de medição para o sistema com vetor de estados aumentado. Nota-se que a dimensão da matriz de medição anterior é para um vetor de 61 componentes, isso é válido para casos de linhas com simétria para as matrizes de parâmetros, onde os parâmetros próprios são iguais entre si, assim como os mútuos obedecem essa mesma relação entre si. Do contrário, a dimensão da matriz é 12x67.

É necessário lembrar que  $H_R$  é uma matriz fixa dada por (13) e  $M_R$  é dada por (12) e depende dos parâmetros de  $\theta_k$ . Portanto, a partir de agora, como o estado  $x_k$  foi aumentado para  $x_{aug(k)}$ , deve-se indicar explicitamente que  $M_R$  é dependente de  $\theta_k$ , ou seja, será usada a notação  $M_R(\theta_k)$ . Dessa forma, a equação de medição a ser usada na formulação do filtro de Kalman é a seguinte:

$$y_k = \begin{bmatrix} H_R & .\\ M_R(\theta_k) & . \end{bmatrix}_{12x61} \begin{bmatrix} x_k\\ \theta_k \end{bmatrix} + r_k,$$
(55)

Contudo, deve-se observar que ao aumentar o vetor de estado, a equação de medida se torna não linear, pois  $M_R(\theta_k)$  depende do estado  $x_{aug(k)}$ , mais especificamente de  $\theta_k$ . Portanto, as equações para o observador linear não são mais válidas e um observador não linear é necessário para realizar a tarefa de estimação.

#### 4.1.2 Configuração do observador não-linear

O Filtro de Kalman Estendido é um dos muitos observadores não lineares que usa técnicas de linearização para prever o estado do sistema, o qual fora apresentado no capítulo anterior. As modificações que esse observador não linear resulta para um problema de estimação em linhas de transmissão são apresentadas de forma detalhada nesta seção. Considerando o sistema dinâmico de tempo discreto e não linear:

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k,$$
$$y_k = g(x_k) + v_k,$$

onde f(.) e g(.) são funções não lineares para o processo de estado e o processo de medição.

Observadores não lineares podem processar o sistema linearizando a operação dinâmica. Isso pode ser alcançado por tratamentos matemáticos como matrizes Jacobianas ou Hessianas para as funções dinâmicas do sistema em torno de um par de pontos de operação  $(x_{op(k)}, y_{op(k)})$  (HAYKIN, 2004) :

$$\tilde{A} = \frac{\partial f(x)}{\partial x} \bigg|_{x_{op(k)}}, \qquad \qquad \tilde{H} = \frac{\partial g(x)}{\partial x} \bigg|_{x_{op(k)}},$$

E, portanto, o sistema agora pode ser escrito em termos de novas variáveis linearizadas  $\tilde{x}_k \in \tilde{y}_k$ :

$$\tilde{x}_{k+1} = \tilde{A}\tilde{x}_k + w_k,$$
  
$$\tilde{y}_k = \tilde{H}\tilde{x}_k + Dv_k,$$

onde  $\tilde{x}_k = (x_k - x_{op(k)})$  e  $\tilde{y}_k = (y_k - y_{op(k)})$ . Assim, pode-se formular o observador EKF como uma aproximação de um filtro linear:

$$\hat{\tilde{x}}_{k+1} = \tilde{A}\,\hat{\tilde{x}}_k + K_k\,(\tilde{y}_k - \hat{\tilde{y}}_k), \quad \hat{\tilde{x}}_0 = \hat{\tilde{x}}(0)$$
$$\hat{\tilde{y}}_k = \tilde{H}\,\hat{\tilde{x}}_k,$$
$$\tilde{e}_k = \hat{\tilde{x}}_k - \tilde{x}_k,$$

Este observador não linear também produz um sinal  $\hat{\tilde{x}}_k$ , que é a estimativa do estado,  $\tilde{x}_k$  é o estado no instante de tempo k, e  $\tilde{e}_k$  é o erro de estimação. O ganho de Kalman e a covariância atualizada são

$$\tilde{K}_k = \tilde{A} \Sigma_k \tilde{H}^T \left( \Sigma_r + \tilde{H} \Sigma_k \tilde{H}^T \right)^{-1},$$

$$\tilde{\Sigma}_{k+1} = \tilde{A}\tilde{\Sigma}_k\tilde{A}^T + Q - K_k\left(\Sigma_r + \tilde{H}\tilde{\Sigma}_k\tilde{H}^T\right)K_k^T,$$

onde  $\Sigma_r$  é mesma que fora apresentada em (9).

Nota-se que as equações recursivas do filtro são as mesmas da versão linear mas usando as matrizes linearizadas  $\tilde{A} \in \tilde{H}$  em relação às novas variáveis  $\tilde{x}_k \in \tilde{y}_k$ , que representam a diferença entre as variáveis originais e um ponto de operação. Portanto, uma vez encontrada a estimativa  $\hat{x}_k$  é fácil encontrar a estimativa  $\hat{x}_k$ :

$$\hat{x}_k = \hat{\tilde{x}}_k + x_{op(k)} \tag{56}$$

e  $x_{op(k)}$  é o ponto de operação atualizado recursivamente para cada nova estimativa.

Nesta aplicação, a equação do processo da linha de transmissão em (53) é linear, pois  $F \in I$  são fixos e independentes de  $x_{aug(k)}$ . Portanto, considera-se  $\tilde{A} = A$  na equação do processo de Kalman e a equação do processo linearizada seria dada por

$$\tilde{x}_{aug(k+1)} = A\tilde{x}_{aug(k)} + I_{61}w_k \tag{57}$$

No entanto, a equação de medição em (55) é não linear e, assim, deve-se obter uma equação de medição linearizada. Chamando a primeira linha em (55) como  $y_{1(k)}$ :

$$y_{1(k)} = \begin{bmatrix} H_R & . \end{bmatrix} x_{aug(k)} + r_{1(k)}$$
 (58)

e dado que  $H_R$  é independente do vetor de estado, sua linearização é direta:

$$\tilde{y}_{1(k)} = \begin{bmatrix} H_R & . \end{bmatrix} \tilde{x}_{aug(k)} + r_{1(k)}$$
(59)

Chamando a relação da segunda linha da equação de medição (55) como  $y_{2(k)}$ :

$$y_{2(k)} = \begin{bmatrix} M_R(\theta_k) & . \end{bmatrix} x_{aug(k)} + r_{2(k)}$$
 (60)

Calculando  $\frac{\partial y_{2(k)}}{\partial x_{aug(k)}}$ , obtém-se:

$$\frac{\partial y_{2(k)}}{\partial x_{aug(k)}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_{2(k)}}{\partial x_k} & \frac{\partial y_{2(k)}}{\partial \theta_k} \end{bmatrix}$$
(61)

O primeiro termo desta derivada é muito simples:

$$\frac{\partial y_{2(k)}}{\partial x_k} = \begin{bmatrix} M_R(\theta_k) & . \end{bmatrix}$$
(62)

Para calcular o segundo termo, considera-se o fato de que é possível construir uma relação linear entre  $M_R(\theta_k)$  e  $x_{aug(k)}$  por meio de vetorização, assim:

$$\operatorname{vec}\left[M_{R}(\theta_{k}) \quad .\right] = N \, x_{aug(k)} = N \begin{bmatrix} x_{k} \\ \theta_{k} \end{bmatrix}$$
(63)

Agora, pode-se responder a pergunta sobre como aumentar o vetor de estado com os parâmetros da matriz  $M_R(\theta_k)$ . Então, é possível construir uma relação linear entre a matriz e o vetor de estados aumentado que é importante durante a linearização. Além disso, será utilizada a seguinte relação:

$$d\operatorname{vec}(y_{2(k)}) = d\operatorname{vec}\left(\begin{bmatrix} M_{R}(\theta_{k}) & .\end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k} \\ \theta_{k} \end{bmatrix}\right) = d\operatorname{vec}\left(I \begin{bmatrix} M_{R}(\theta_{k}) & .\end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k} \\ \theta_{k} \end{bmatrix}\right) \quad (64)$$

onde d vec é o diferencial de um operador de vetorização em relação a variável  $\theta_k$  o qual foi definido para encurtar a notação. Agora dada a identidade, que é melhor detalhada em in (MAGNUS; NEUDECKER, 2019),

$$d\operatorname{vec}(VJT) = T^T \otimes V d\operatorname{vec}(J).$$
(65)

Assim, o Jacobiano de uma multiplicação de matrizes entre a matriz V, o vetor J e a matriz T é dado pelo produto de Kronecker  $\otimes$  entre  $T^T$  e V. Dessa forma, obtém-se:

$$d\operatorname{vec}(y_{2(k)}) = \left( \begin{bmatrix} x_k \\ \theta_k \end{bmatrix}^T \otimes I \right) d\operatorname{vec} \begin{bmatrix} M_R(\theta_k) & . \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} x_k \\ \theta_k \end{bmatrix}^T \otimes I N \right) d\operatorname{vec} \begin{bmatrix} x_k \\ \theta_k \end{bmatrix} \quad (66)$$

Ao analisar a equação (66), conclui-se que esta derivada se torna muito simples, assim:

$$\frac{\partial y_{2(k)}}{\partial \theta_k} = \left( x_{aug(k)}^T \otimes I N \right) \tag{67}$$

Finalmente, a versão linearizada da equação de medição é:

$$\tilde{y}_k = \begin{bmatrix} H_R & .\\ M_{R(k)} & (x_{aug(k)}^T \otimes I)N \end{bmatrix}_{12x61} \tilde{x}_{aug(k)} + r_k,$$
(68)

onde N é uma matriz de ajuste dimensional para  $x_{aug(k)}$ , composta por elementos nulos e elementos unitários.

As suposições técnicas que garantem a convergência da covariância do erro independentemente do valor inicial  $\Sigma_0$  da covariância do erro para o Filtro de Kalman não são válidas para o estimador do Filtro de Kalman Estendido, como apresentado no capítulo anterior. Assim, as convergências dependem dos valores iniciais de operação do sistema devido ao processo de linearização realizado nas funções dinâmicas (REN; ABUR; LEV-ARI, 2019). Para restringir a evolução do erro de estimação dos parâmetros, são aplicadas restrições ao algoritmo, tais como: restringir o aumento do viés acima de um limite estabelecido e restringir o aumento ou a diminuição os parâmetros além dos limites com base na estimativa inicial. Tais restrições permitem uma melhoria na convergência do algoritmo, pois evitam que o estado do parâmetro convirja para pontos operacionais indesejáveis em relação à estimativa inicial, que é baseada em métodos estimadores mais simples de estimação de parâmetros ou histórico da concessionária elétrica. O algoritmo EKF para linhas de transmissão modelados em circuito  $\pi$  é apresentado de forma resumida na Tabela 2, que inclui as restrições implementadas para estimação de parâmetros. **Passo 1. Inicialização:** Inicializam-se  $\hat{x}_0 = E[x_0], \Sigma_{k|k} = \Sigma_0, Q_0 \in R_0$ Passo 2. Previsão dos estados: (i) Cálculo da matriz Jacobiana:  $\begin{bmatrix} H_R & . \\ M_R(k) & (x_{aug}^T(k) \otimes I)N \end{bmatrix}$ (ii) Cálculo do estado:  $\hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_{k|k})$ (iii) Cálculo da covariância de erro de previsão:  $\Sigma_{k+1|k} = \tilde{A}_k \Sigma_{k|k} \tilde{A}_k^T + Q_k$ , onde:  $\tilde{A}_k = \begin{vmatrix} H_R & . \end{vmatrix}$ Passo 3. Atualização de medição: (i) Cálculo do Ganho de Kalman:  $K_{k+1} = \Sigma_{k+1} H_k^T \mathbf{S}^{-1}$ , onde:  $H_k = \begin{bmatrix} M_R(k) & (x_{aug}^T(k) \otimes I)N \end{bmatrix}$  $S = H_k \Sigma_{k+1|k} H_k^T + R_k$ (ii) Atualização do estado estimado:  $\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1}(z_k - H_k(\hat{x}_{k+1|k}))$ (iii) Cálculo da matriz de covariância:  $\Sigma_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1}H_k)\Sigma_{k+1|k}$ (iv) Cálculo do viés para parâmetro:  $\sigma = |\hat{\theta}_{k+1|k+1} - \hat{\theta}_{k+1|k}|$ (v) Atualização do parâmetro: Se  $\epsilon \leq \sigma$  ou  $\alpha \theta_0 \leq \hat{\theta}_{k+1|k+1}$  ou  $\hat{\theta}_{k+1|k+1} \leq \beta \theta_0$ :  $\hat{\theta}_{k+1|k+1} = \hat{\theta}_{k+1|k}$  $\Sigma_{k+1|k+1}^{\theta} = \Sigma_{k+1|k}^{\theta}$ senão:  $\hat{\theta}_{k+1|k+1} = \hat{\theta}_{k+1|k+1}$  $\Sigma_{k+1|k+1}^{\theta} = \Sigma_{k+1|k+1}^{\theta}$  $\alpha \in \beta$  são limites para os parâmetros baseados no estado inicial.

#### 4.1.3 Estimador Híbrido PSO-EKF

Nesta seção, será apresentado os procedimentos para realização dos ajustes e da estimação para o método desta tese que é um estimador Híbrido PSO-EKF. Além disso, o processo do algoritmo EKF combinado com PSO é detalhado a partir da modificação do algoritmo apresentado na Tabela 2, a fim de melhorar a convergência e o processo de estimação de parâmetros, especialmente para linhas não totalmente transpostas. O método baseado proposto é caracterizado por um processo de estimação híbrido, no qual a Otimização de Enxame de Partículas - PSO é aplicada para definir os valores iniciais para o algoritmo iterativo e, em seguida, otimizar as matrizes de covariância  $Q \in R$ , bem como os parâmetros estimados são ponderados entre a estimação realizada pelo PSO e a realizada pelo EKF até certo período de tempo, reduzindo o espaço de busca.

O primeiro objetivo é a otimização dos hiper-parâmetros  $Q \in R$  através da abordagem com PSO. Para isso, deve-se definir as funções custo para ajuste das populações de partículas para ambas as matrizes de covariância. Dessa forma, deve-se começar pela matriz de covariância de medição R, pois a função custo para matriz Q é dependente da covariância de medição. Para o ajuste do hiper-parâmetro R, deve-se utilizar o PSO com os hiper-parâmetros,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $\iota_{max}$ ,  $\iota_{min}$ , apresentados anteriormente, bem como com restrições em cima dos valores para as populações, cujos limites inferiores remetem a matriz de identidade e os limites superiores aos valores adotados de incerteza máxima dos instrumentos de medição. Por fim, a função custo é definida para a estimação corrigida pelo ganho Kalman, sendo que os valores utilizados para esta etapa são os valores dos pontos de operação adotados para a estimativa inicial dos estados.

Em seguida, deve-se ajustar a matriz de covariância Q a partir do algoritmo do PSO. Para isso, utilizam-se os mesmos hiper-parâmetros,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $\iota_{max}$ ,  $\iota_{min}$ , apresentados anteriormente, bem como restrições com limites inferiores muito pequenos, porém diferentes de valor nulo, e limites superiores que remetem a matriz de identidade. A função custo é definida pela atualização da matriz de covariância  $\Sigma$  a partir dos pontos de operação para os valores de estimativa inicial. Finalmente, implementa-se o algoritmo do PSO dentro do algoritmo EKF apresentado na Tabela 2, o objetivo dessa abordagem é a estimação mais rápida e eficiente dos parâmetros estimados. O método é realizado a partir da realização do algoritmo EKF e antes da atualização dos estados para uma nova iteração, é realizada a otimização do vetor de parâmetros com o método PSO. Os hiper-parâmetros do PSO são os mesmos apresentados anteriormente, sendo os limites estabelecidos como os mesmos para o EKF. Os novos parâmetros são uma ponderação entre os valores estimados pelo EKF e pelo PSO. Vale ressaltar que o algoritmo PSO só é utilizado dentro dos 10 primeiros ciclos da onda de frequência  $\omega$ , pois seu intuito é melhorar a eficiência final do EKF com menor esforço computacional. Este processo está resumido na Tabela 3.

### 4.2 Modelagem dos sistemas de transmissão

Nesta seção, apresenta-se uma linha de transmissão de comprimento médio totalmente transposta baseada no modelo  $\pi$  apresentado na Figura 4, cujos parâmetros serão estima-

Tabela 3 – Algoritmo do Estimador Híbrido PSO-EKF

**Passo 1. Inicialização:** Inicializam-se  $\hat{x}_0 = E[x_0], \Sigma_{k|k} = \Sigma_0$ 

(i) Otimização através PSO para R

(ii) Otimização através PSO para Q

Passo 2. Previsão dos estados:

(i) Cálculo da matriz Jacobiana:  $\begin{bmatrix} H_R & . \\ M_R(k) & (x_{aug}^T(k) \otimes I)N \end{bmatrix}$ 

(ii) Cálculo do estado:  $\hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_{k|k})$ 

(iii) Cálculo da covariância de erro de previsão:

$$\Sigma_{k+1|k} = \tilde{A}_k \Sigma_{k|k} \tilde{A}_k^T + Q_k, \text{ onde:} \\ \tilde{A}_k = \begin{bmatrix} H_R & . \end{bmatrix}$$

#### Passo 3. Atualização de medição:

(i) Cálculo do Ganho de Kalman: K<sub>k+1</sub> = Σ<sub>k+1</sub>H<sub>k</sub><sup>T</sup>S<sup>-1</sup>, onde: H<sub>k</sub> = [M<sub>R</sub>(k) (x<sup>T</sup><sub>aug</sub>(k) ⊗ I)N] S = H<sub>k</sub>Σ<sub>k+1|k</sub>H<sub>k</sub><sup>T</sup> + R<sub>k</sub>

(ii) Atualização do estado estimado:

 $\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1}(z_k - H_k(\hat{x}_{k+1|k}))$ 

(iii) Cálculo da matriz de covariância:

 $\Sigma_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1}H_k)\Sigma_{k+1|k}$ 

(iv) Otimização através PSO para  $\theta_{ekf|k+1|k+1}$  que retorna  $\theta_{PSO}$ :

Se  $t \leq 10$  ciclos de onda:  $\theta_{k+1|k+1} = \text{weighed}(\theta_{ekf|k+1|k+1}, \theta_{PSO})$ 

senão:  $\theta_{k+1|k+1} = \theta_{ekf|k+1|k+1}$ 

(v) Cálculo do viés para parâmetro:

$$\sigma = \left|\hat{\theta}_{k+1|k+1} - \hat{\theta}_{k+1|k}\right|$$

(vi) Atualização do parâmetro:

Se 
$$\epsilon \leq \sigma$$
 or  $\alpha \theta_0 \leq \hat{\theta}_{k+1|k+1}$  or  $\hat{\theta}_{k+1|k+1} \leq \beta \theta_0$ :

$$\theta_{k+1|k+1} = \theta_{k+1|k}$$

$$\Sigma_{k+1|k+1}^{\theta} = \Sigma_{k+1|k}^{\theta}$$

senão:

$$\hat{\theta}_{k+1|k+1} = \hat{\theta}_{k+1|k+1}$$
$$\Sigma^{\theta}_{k+1|k+1} = \Sigma^{\theta}_{k+1|k+1}$$

 $\alpha \in \beta$  são limites para os parâmetros baseados no estado inicial.

dos através do método EKF sem aplicação do PSO. Em seguida, são simulados sistemas não totalmente transpostos para os quais a estimação é realizada a partir do EKF com a utilização do PSO. Considerando a aplicação do método híbrido PSO-EKF, os sistemas simulados são uma linha de transmissão não transposta de comprimento médio e uma linha de comprimento longo não transposta com eixo de simetria. Os parâmetros de impedância e admitância, utilizados para modelagem e simulação dos sinais de corrente e tensão, são então considerados como valores de referência para determinar os erros de estimação. Todos os valores adotados para os sistemas de transmissão foram obtidos da ferramenta computacional disponível na biblioteca de potência Simulink (Powergui). Assim, os parâmetros foram calculados a partir da geometria e características estruturais de sistemas de transmissão reais e os parâmetros considerados reais foram aqueles calculados pela ferramenta computacional. Todas as simulações e filtragem foram implementadas usando MATLAB.

As simulações dos sistemas de transmissão propostos foram realizadas no programa de simulação e desenvolvimento de modelos Simulation and model-based design (Simulink), onde se considerou um passo de cálculo de  $\Delta t = \frac{1}{5} ms$ . A escolha do passo de simulação ou passo de cálculo se deve à obtenção de uma maior quantidade de amostras, entretanto, um passo dessa magnitude não é necessário para se obter uma boa precisão para o método proposto, podendo ser utilizado um passo menor desde que sejam satisfeitas as condições de Nyquist. Os modelos adotados para obtenção dos dados são descritos a seguir.

#### 4.2.1 Linha de transmissão média totalmente transposta

Conforme visto no Capítulo 2, pode-se aproximar o comportamento de uma linha de transmissão para operação em regime permanente através de modelo no domínio do tempo, mais especificamente, o modelo de circuito  $\pi$ . Nesta seção, será apresentado o modelo utilizado e seus dados de entrada para representação na ferramenta computacional Simulink. O sistema apresentado nesta seção é baseado na Figura 4, onde os parâmetros da linha são desconhecidos na prática. Na simulação, os parâmetros verdadeiros são adotados dos dados da Tabela 4. As covariâncias dos ruídos foram baseadas na imprecisão dos dispositivos reais de medição e na precisão do modelo adotado para a condição de regime permanente. De fato, o ruído de medição adotado está na faixa de 1,0 % do valor máximo para cada variável de estado. As covariâncias dos ruídos e a estimativa inicial, as quais foram obtidas através de ajuste manual, são apresentadas a seguir.
Covariância de ruído de medição:

$$\Sigma_r = \begin{pmatrix} 0.34 & . & . & . & . \\ . & 0.34 & . & . & . \\ . & . & \ddots & . & . \\ . & . & . & 1155 & . \\ . & . & . & . & 1155 \end{pmatrix}_{12x12}$$

Covariância do processo:

$$\epsilon = \begin{pmatrix} 10^{-8} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \dots & 10^{-8} & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & 10^{-32} \end{pmatrix}_{61x61}$$

Média do estado inicial:

$$x_0 = \begin{bmatrix} 1000 & \dots & 1000 & \theta_0^T \end{bmatrix}_{61x1}^T$$

onde  $\theta_0$  é o valor real dos parâmetros com um intervalo de incerteza de até 30% baseado no trabalho de Kusic e Garrison (2004).

Covariância de erro inicial:

$$\Sigma_{0} = \begin{pmatrix} 10^{-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \ddots & \dots & 10^{-1} & \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & 10^{-3} \end{pmatrix}_{61x61}$$

O objetivo de se utilizar este modelo simples é a validação do método de estimação para qualquer modelo ou conjunto de modelos dado um conjunto de medições ruidosas obtidas de um sistema de transmissão operando em regime permanente. Nesta tese, a modelagem do sistema de transmissão no Simulink é realizada através da utilização de *toolbox* específica para modelagem de sistemas de transmissão trifásicos, onde são adicionados os parâmetros obtidos através da biblioteca Powergui, neste caso são utilizados os dados da Tabela 4. Vale ressaltar que o modelo trabalha com a propagação das ondas de tensão e corrente através da linha de transmissão no domínio do tempo, baseado na representação dos parâmetros distribuídos para o comprimento da linha de transmissão.

Os valores adotados na Tabela 4 foram escolhidos de forma arbitrária, sendo o valor da tensão um dos níveis mais baixos dentro do escopo de sistemas de transmissão. No

Parâmetro	Valor
Tensão Nominal $(kV)$	230
Frequência Nominal (Hz)	60
Resistência série própria por km - $r_s~(\Omega/km)$	0.089
Resistência série mútua por km - $r_m (\Omega/km)$	0.081
Indutância série própria por km - $l_s \ (mH/km)$	1.63
Indutância série mútua por km - $l_m (mH/km)$	0.80
Capacitância Shunt própria por km - $c_s (nF/km)$	11.45
Capacitância Shunt mútua por km - $c_m (nF/km)$	2.24
Comprimento da linha $(km)$	80
Carga resistiva - $R$	$1.6 \ \Omega$
Carga indutiva - $L$	$116 \ mH$
Passo de simulação - $T_s$	$\frac{1}{5}$ ms

Tabela 4 – Parâmetros para linha de transmissão de comprimento médio idealmente transposta.

entanto, os parâmetros da linha são valores próximos ao comumente encontrado para sistemas reais, sendo o comprimento adotado equivalente a uma linha de transmissão média. Por fim, a carga adotada é um circuito do tipo *RL*, ou seja, uma carga resistivaindutiva, isto se deve ao objetivo de simular uma linha com uma condição mais próxima daquelas que são encontradas na prática, porém é necessário ressaltar que a aplicação do método apresentado no escopo deste documento pode ser feita para qualquer tipo de carga aplicada ao terminal receptor do sistema de transmissão, porém se deve analisar e modificar a forma de inicialização do algoritmo, pois como explicado anteriormente, o método é sensível à inicialização devido às linearizações aplicadas ao processo. Tal fato leva a um ajuste demorado e laboroso que é feito de forma manual, tal consideração é extremamente aperfeiçoada com a aplicação do método híbrido, pois o PSO determina a maior parte dos melhores elementos das matrizes de inicialização. Como parte final do processo de obtenção das medições de corrente e tensão dos terminais do sistema de transmissão, realiza-se a aplicação de ruído aleatório gaussiano branco com desvio padrão de magnitude variável com valor próximo de 1 % das amplitudes das variáveis medidas.

### 4.2.2 Linha de transmissão média não transposta

Nesta seção, será apresentado o sistema baseado na Figura 4, onde os parâmetros da linha são desconhecidos na prática e caracterizam uma linha não transposta. Na simulação, os parâmetros verdadeiros são adotados dos dados da Tabela 5. Novamente, as covariâncias dos ruídos foram baseadas na imprecisão dos dispositivos reais de medição e na precisão do modelo adotado para a condição de regime permanente. De fato, o ruído de medição adotado está na faixa de 1,0 % do valor máximo para cada variável de estado. A estimativa inicial é apresentada a seguir.

Média do estado inicial:

$$x_0 = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & \theta_0^T \end{bmatrix}_{67x1}^T,$$

onde  $\theta_0$  é o valor real dos parâmetros com um intervalo de incerteza de até 30% baseado no trabalho de Kusic e Garrison (2004).

Covariância de erro inicial:

$$\Sigma_{0} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \ddots & \dots & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & 10^{-2} \end{pmatrix}_{67x67}$$

A partir dos dados anteriores, percebe-se que não são informados os dados para as matrizes  $R \in Q$ , tais covariâncias são definidas através da utilização do PSO, conforme algoritmo apresentado na Tabela 3. Da mesma forma como para o sistema anterior, a modelagem da linha de transmissão no Simulink é realizada através da utilização de *toolbox* específica para modelagem de sistemas de transmissão trifásicos, onde são adicionados os parâmetros obtidos através da biblioteca Powergui através da alteração das configurações de disposição dos condutores nas torres, neste caso são utilizados os dados da Tabela 5.

Novamente, os parâmetros da linha são valores próximos ao comumente encontrado para sistemas reais, sendo o comprimento adotado equivalente a uma linha de transmissão média. Por fim, a carga adotada é um circuito do tipo *RL*, ou seja, uma carga resistivaindutiva, isto novamente se deve ao objetivo de simular uma linha com uma condição mais próxima daquelas que são encontradas na prática. Por fim, o ajuste da estimativa inicial pode ser feito de forma manual ou a partir de um estimador simples, essa etapa demanda pouco esforço visto que o PSO realiza a determinação da maior parte dos melhores elementos das matrizes de inicialização. Como parte final do processo de obtenção das medições de corrente e tensão dos terminais do sistema de transmissão, realiza-se a aplicação de ruído aleatório gaussiano branco com desvio padrão de magnitude variável com valor próximo de 1 % das amplitudes das variáveis medidas.

# 4.2.3 Linha de transmissão longa não transposta com eixo de simetria

Nesta seção, será apresentado o sistema baseado na Figura 5, onde os parâmetros da linha são desconhecidos na prática e caracterizam uma linha não transposta com a presença de eixo de simetria, este fato permite a determinação de matrizes de parâmetros que são simétricas. Na simulação, os parâmetros verdadeiros são adotados dos dados

Parâmetro	Valor
Tensão Nominal $(kV)$	230
Frequência Nominal (Hz)	60
Resistência série própria por km - $r_{11}$ ( $\Omega/km$ )	0.093668
Resistência série própria por km - $r_{22}$ $(\Omega/km)$	0.091432
Resistência série própria por km - $r_{33}$ $(\Omega/km)$	0.085432
Resistência série mútua por km - $r_{12}$ $(\Omega/km)$	0.081258
Resistência série mútua por km - $r_{13}$ $(\Omega/km)$	0.077856
Resistência série mútua por km - $r_{23}$ $(\Omega/km)$	0.076957
Indutância série própria por km - $l_{11}$ $(mH/km)$	1.6202
Indutância série própria por km - $l_{22}$ $(mH/km)$	1.6230
Indutância série própria por km - $l_{33}$ $(mH/km)$	1.6312
Indutância série mútua por km - $l_{12}$ $(mH/km)$	0.79933
Indutância série mútua por km - $l_{13} \ (mH/km)$	0.66512
Indutância série mútua por km - $l_{23}$ $(mH/km)$	0.80499
Capacitância Shunt própria por km - $c_{11}$ $(nF/km)$	11.627
Capacitância Shunt própria por km - $c_{22}$ $(nF/km)$	11.962
Capacitância Shunt própria por km - $c_{33}$ $(nF/km)$	11.361
Capacitância Shunt mútua por km - $c_{12}$ $(nF/km)$	2.2002
Capacitância Shunt mútua por km - $c_{13}$ $(nF/km)$	0.6856
Capacitância Shunt mútua por km - $c_{23}$ $(nF/km)$	2.3429
Comprimento da linha $(km)$	80
Carga resistiva - $R$	$1.6 \ \Omega$
Carga indutiva - $L$	$116 \ mH$
Passo de simulação - $T_s$	$rac{1}{5}$ ms

Tabela 5 – Parâmetros para linha de transmissão de comprimento médio não transposta.

da Tabela 6. Novamente, as covariâncias dos ruídos foram baseadas na imprecisão dos dispositivos reais de medição e na precisão do modelo adotado para a condição de regime permanente. De fato, o ruído de medição adotado está na faixa de 1,0 % do valor máximo para cada variável de estado. A estimativa inicial é apresentada a seguir.

Média do estado inicial:

$$x_0 = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & \theta_0^T \end{bmatrix}_{67x1}^T,$$

onde  $\theta_0$  é o valor real dos parâmetros com um intervalo de incerteza de até 30 % baseado no trabalho de Kusic e Garrison (2004).

Covariância de erro inicial:

$$\Sigma_{0} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \ddots & \dots & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & 10^{-4} \end{pmatrix}_{67x67}$$

A determinação dos dados para as matrizes  $R \in Q$  é realizada a partir da utilização do PSO, conforme algoritmo apresentado na Tabela 3. Da mesma forma como para os sistemas anteriores, a modelagem da linha de transmissão no Simulink é realizada através da utilização de *toolbox* específica para modelagem de sistemas de transmissão trifásicos, onde são adicionados os parâmetros obtidos através da biblioteca Powergui através da alteração das configurações de disposição dos condutores nas torres, neste caso são utilizados os dados da Tabela 6.

Parâmetro	Valor
Tensão Nominal $(kV)$	500
Frequência Nominal (Hz)	60
Resistência série própria por km - $r_{11}$ $(\Omega/km)$	0.1071
Resistência série própria por km - $r_{22}$ $(\Omega/km)$	0.0950
Resistência série própria por km - $r_{33}$ $(\Omega/km)$	0.1071
Resistência série mútua por km - $r_{12}$ $(\Omega/km)$	0.0973
Resistência série mútua por km - $r_{13}$ $(\Omega/km)$	0.0950
Resistência série mútua por km - $r_{23}$ $(\Omega/km)$	0.0973
Indutância série própria por km - $l_{11}$ $(mH/km)$	1.5767
Indutância série própria por km - $l_{22}$ $(mH/km)$	1.5708
Indutância série própria por km - $l_{33}$ $(mH/km)$	1.5767
Indutância série mútua por km - $l_{12}$ $(mH/km)$	0.7516
Indutância série mútua por km - $l_{13}$ $(mH/km)$	0.6163
Indutância série mútua por km - $l_{23}$ $(mH/km)$	0.7516
Capacitância Shunt própria por km - $c_{11} (nF/km)$	11.661
Capacitância Shunt própria por km - $c_{22}$ $(nF/km)$	12.117
Capacitância Shunt própria por km - $c_{33}$ $(nF/km)$	11.661
Capacitância Shunt mútua por km - $c_{12}$ $(nF/km)$	2.1268
Capacitância Shunt mútua por km - $c_{13}$ $(nF/km)$	0.5836
Capacitância Shunt mútua por km - $c_{23}$ $(nF/km)$	2.1268
Comprimento da linha $(km)$	240
Carga resistiva - $R$	$1.6 \ \Omega$
Carga indutiva - $L$	116~mH
Passo de simulação - $T_s$	$\frac{1}{5}$ ms

Tabela 6 – Parâmetros para linha de transmissão de comprimento longo não transposta com eixo de simetria.

Novamente, os parâmetros da linha são valores próximos ao comumente encontrado para sistemas reais, sendo o comprimento adotado equivalente a uma linha de transmissão longa. Por fim, a carga adotada é um circuito do tipo *RL*, ou seja, uma carga resistivaindutiva, isto novamente se deve ao objetivo de simular uma linha com uma condição mais próxima daquelas que são encontradas na prática. Por fim, o ajuste da estimativa inicial pode ser feito de forma manual ou a partir de um estimador simples, essa etapa demanda pouco esforço visto que o PSO realiza a determinação da maior parte dos melhores elementos das matrizes de inicialização. Como parte final do processo de obtenção das medições de corrente e tensão dos terminais do sistema de transmissão, realiza-se a aplicação de ruído aleatório gaussiano branco com desvio padrão de magnitude variável com valor próximo de 1 % das amplitudes das variáveis medidas.

### 4.3 Conclusão

Neste capítulo foi descrita toda metodologia na qual se embasa a presente tese, sendo que foi apresentado todo o desenvolvimento da formulação do equacionamento a ser utilizado para estimação de parâmetros em linhas de transmissão. Além disso, foi apresentada a metodologia adotada para simulação dos sistemas de potência adotados para obtenção das medições ruidosas. Assim, o procedimento leva em consideração a realização de medições de tensões e correntes dos terminais de entrada e saída dos sistemas de transmissão, nas quais se aplica ruído aleatório gaussiano branco de ordem de 1 % dos valores adotados para as grandezas em questão.

Com relação aos estimadores recursivos, foram descritas as premissas para implementação de um estimador EKF, sendo apresentado em detalhes todo o equacionamento e desenvolvimento para formulação de um estimador baseado no EKF para sistemas de transmissão e o mesmo estimador é melhorado a partir da abordagem híbrida com o método de otimização PSO. Portanto, para inicialização e implementação do método híbrido PSO-EKF são necessárias as estimativas iniciais para o vetor de estados e para a covariância de processo  $\Sigma_0$ . Por fim, o algoritmo do método PSO-EKF fora apresentado em detalhes através da Tabela 3, sendo que tal algoritmo melhora a precisão e diminui o tempo gasto com o ajuste manual dos hiper-parâmetros, isso será evidenciado no próximo capítulo.

# Capítulo 5

## Resultados

Neste capítulo, apresentam-se os resultados acerca do desempenho dos estimadores propostos anteriormente, os quais se baseiam no estimador recursivo EKF para estimação dos estados (correntes e tensões) e dos parâmetros de uma linha de transmissão, sendo que o estimador baseado na utilização do EKF em conjunto com o PSO é apresentado com o objetivo de melhorar o desempenho e a aplicação para estimação dos parâmetros. Para o estimador baseado no EKF, os resultados apresentados são baseados em uma linha de transmissão transposta de comprimento médio e em uma comparação de desempenho com configuração de sistema baseada em Bian et al. (2011b). Para o estimador híbrido proposto baseado na metodologia PSO-EKF, são considerados um sistema não transposto de comprimento médio, um sistema não transposto de comprimento longo com presença de eixo de simetria e uma comparação para o sistema médio transposto com relação ao método anterior. Todos os algoritmos foram implementados em ambiente computacional do MATLAB, sendo que os sistemas de potência foram implementados em ambiente Simulink. Todos os valores adotados para os sistemas de transmissão foram obtidos da ferramenta computacional disponível na biblioteca de potência do Simulink (Powergui). Assim, os parâmetros foram calculados a partir da geometria e características estruturais de sistemas de transmissão reais e os parâmetros considerados reais foram aqueles calculados pela ferramenta computacional.

### 5.1 Sistemas utilizados

Os sistemas propostos possuem geometria baseada em sistemas reais, assim, os parâmetros utilizados apresentam valores próximos aos encontrados em sistemas reais, sendo o modelo aplicado bastante utilizado na representação de sistemas de transmissão para condição de regime. Para avaliação do método adotado, são simulados e apresentados os resultados de cinco casos distintos. Com isto, apresentam-se os resultados obtidos das seguintes formas:

- □ Caso 1: Simulação em regime permanente de linha de transmissão transposta de comprimento médio de 230 kV;
- □ Caso 2: Simulação em regime permanente de sistema de transmissão transposto de comprimento curto apresentado em Bian et al. (2011b).
- □ Caso 3: Simulação em regime permanente de linha de transmissão não transposta de comprimento médio de 230 kV;
- □ Caso 4: Simulação em regime permanente de linha de transmissão não-transposta com presença eixo de simetria, sendo uma linha de comprimento longo de 500 kV;
- □ Caso 5: Comparação para o caso 1 entre os métodos EKF e PSO-EKF.

O principal objetivo é analisar o desempenho do estimador para parâmetros desconhecidos e medidas de PMUs, ou seja, analisar os parâmetros estimados pelo Filtro de Kalman Estendido e pelo método híbrido. Nesta tese, é apresentado uma melhoria para o estimador EKF em linhas aumentando o vetor de estado e incrementando o algoritmo com PSO conforme apresentado anteriormente, para que seja possível realizar estimações conjuntas de estados e parâmetros com base em medições ruidosas para sistemas nãotranspostos. Para avaliar os resultados numericamente, é usado o erro quadrático médio (RMSE):

$$RMSE^{(i)} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{m} |\hat{p}_{k}^{(i)} - p_{actual,k}^{(i)}|^{2}}{m}}$$

Por fim, os parâmetros para simulação do sistema de potência e para o estimador foram apresentados no capítulo anterior.

## 5.2 Estudos de caso

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos nas simulações, sendo realizada uma análise comparativa dos valores estimados em relação aos valores reais calculados. O sistema se encontra desenergizado para  $t \leq 0$ , sendo energizado e analisado para o seu regime permanente a partir de um passo de simulação  $\Delta t = \frac{1}{5} ms$ . Vale ressaltar que a resposta transitória inicial devido a energização do sistema é descartada, pois a resposta em regime permanente é a situação de interesse principal, sendo utilizada para, e.g., o estudo de fluxo de carga. Então, é interessante saber como se comportam os parâmetros para a situação de regime, de forma a se realizar um planejamento do sistema de transmissão de forma mais eficiente para realização de um carregamento próximo ao valor ótimo.

### 5.2.1 Caso 1

Esta simulação é baseada no sistema simplificado da Figura 4, onde os parâmetros da linha são desconhecidos. Na simulação, os parâmetros verdadeiros são adotados dos dados da Tabela 4. As covariâncias dos ruídos foram baseadas na imprecisão dos dispositivos reais de medição e na precisão do modelo adotado para a condição de regime permanente. De fato, o ruído de medição adotado está na faixa de 1,0% do valor máximo para cada variável de estado.

Como se pode observar, os parâmetros estimados para o sistema têm RMSE abaixo de um limite de  $\pm 10$  % com base nos valores reais dos parâmetros conforme mostrado na Tabela 7 e na Figura 10, portanto, a estimativa é aceitável para uso em sistemas de energia com base nos limites apresentados em Milojević et al. (2018).

Tabela 7 – Erro médio quadrático (RMSE) para o Caso 1

	RMSE $(\%)$
$R_s$	0.30
$R_m$	0.70
$L_s$	2.19
$L_m$	1.70

Figura 10 – Parâmetros estimados para Caso 1.



O desempenho do estimador é avaliado pelo cálculo do traço da matriz de covariância de erro  $\Sigma(k)$ , sendo que o traço da matriz de covariâncias é um dos principais meios de avaliação dos métodos de estimação, pois permite analisar a que distância os valores estimados estão da média ou primeiro momento estatístico (LIBONI; OLIVEIRA; SILVA, 2020). Conforme mostrado na Figura 11, o estimador atingiu seu valor mínimo para as condições iniciais apresentadas anteriormente, o valor da covariância de estado apresenta o comportamento esperado para regime estacionário. Portanto, a estimativa de parâmetros usando o filtro de Kalman Estendido pode ser usada em estudos de demanda de energia e projeto de esquemas de proteção para monitoramento e controle aprimorados de sistemas de transmissão, por exemplo, melhorando parâmetros para estudos de fluxo de potência. Na Figura 10, pode-se observar a evolução do processo de estimação dos parâmetros do sistema de transmissão.





### 5.2.2 Caso 2

A simulação do presente caso é baseada no sistema de potência de 4 barras apresentado em Bian et al. (2011b). Os autores apresentaram uma abordagem baseada na evolução conjunta do erro de estimação para o estado acoplado a um conjunto de parâmetros, portanto, os estados do sistema e os parâmetros são estimados conjuntamente por duas configurações diferentes de Filtros de Kalman acoplados por um algoritmo de evolução de erros. Os parâmetros verdadeiros são adotados dos dados na Tabela 8, a condutância e a capacitância de derivação são desprezadas.

Tabela 8 – Parâmetros para linha de transmissão do sistema de 4-Barras.

Parâmetro	Valor
Resistência série por km - $r (\Omega/km)$	0.0183
Indutância série por km - $l (mH/km)$	0.1462

O objetivo para o caso 2 é analisar os parâmetros estimados pelo Filtro de Kalman Estendido e comparar com os resultados apresentados em Bian et al. (2011b). Assim, investiga-se e analisa-se a estimação dos parâmetros avaliando o RMSE conforme apresentado anteriormente. O segundo passo é comparar os parâmetros estimados pela abordagem do Filtro de Kalman Estendido com os parâmetros estimados em (BIAN et al., 2011b) pela abordagem conjunta do Filtro de Kalman (*Joint Kalman Filter* (JKF)).

Como se pode observar, os parâmetros estimados possuem RMSE abaixo de um limiar de  $\pm 10$  % conforme mostrado na Tabela 9, portanto, a estimativa é aceitável para uso em sistemas de energia. Além disso, a Tabela 9 apresenta a comparação com os resultados de (BIAN et al., 2011b), é possível observar que a abordagem EKF apresentou melhor estimativa para resistência em série, mas maior porcentagem de erro para indutância em série, essas diferenças podem ser justificadas pelo uso do EKF com matriz de rotação em detrimento de duas configurações diferentes de Filtro de Kalman acoplados por um método de evolução de erros. É importante notar que os autores apresentaram uma comparação de sua abordagem com uma abordagem EKF aprimorada e uma abordagem ideal, porém em sua comparação eles não consideraram a presente abordagem de matriz de rotação na equação de estado e, portanto, a equação de medição é diferente o que justifica a comparação.

Tabela 9 – Comparação do RMSE para o Caso 2

	EKF	JKF
R	1.49%	3.55%
L	2.16%	0.74%

Em seguida, avalia-se o desempenho do estimador analisando o traço da matriz de covariância de erro  $\Sigma(k)$ , como se pode esperar do valor de covariância de estado estado estacionário mostrado na Figura 13, o estimador atingiu seu valor mínimo para as condições iniciais apresentadas anteriormente. Na Figura 12, pode-se observar a evolução do processo de estimação dos parâmetros do sistema de transmissão.

### 5.2.3 Caso 3

Para o caso 3, o circuito  $\pi$  na Figura 4 é usado para as simulações das medições, e os parâmetros conhecidos são assumidos com um erro na faixa de 0 a 30% dos valores reais dos dados de Serviços da concessionária. Essa faixa de erro é baseada na literatura técnica estabelecida em (KUSIC; GARRISON, 2004). Nesta abordagem, uma linha de transmissão não transposta de comprimento médio, sem plano transversalmente simétrico, é considerada para simulação e estimação de parâmetros. As estimativas iniciais da matriz de covariância e do vetor de estado foram apresentados no capítulo anterior. O ruído adotado é do tipo Gaussiano branco baseado em um valor aproximado de 1,0% do valor máximo de cada variável, que foi somado às medidas no domínio do tempo.

Novamente, o erro de estimação é calculado pela fórmula do erro quadrático médio (RMSE). Os valores nominais para a linha de transmissão são mostrados na Tabela 5.



Figura 12 – Parâmetros estimados para Caso 2.

Figura 13 – Evolução do traço da matriz de covariância  $\Sigma$  para Caso 2.



A Tabela 10 mostra valores RMSE muito baixos calculados durante o processo de estimação usando o algoritmo proposto, os quais estão na faixa limite de  $\pm 10\%$ , conforme recomendado na literatura técnica (MILOJEVIĆ et al., 2018). A Figura 14 mostra dois resultados obtidos a partir do algoritmo de estimação, pode-se notar que o processo de estimação apresenta uma rápida convergência para o valor do parâmetro estimado, devido ao baixo tempo de estabelecimento. Além disso, não foram observados valores extremos



Figura 14 – Parâmetros estimados para Caso 3.

Figura 15 – Evolução do traço da matriz de covariância  $\Sigma$  para Caso 3.



de *overshoot*. O traço da matriz de covariância é mostrado na Figura 15, na qual se observa uma baixa variação dos valores estimados.



Figura 16 – Parâmetros estimados para Caso 4.

Figura 17 – Evolução do traço da matriz de covariância  $\Sigma$  para Caso 4.



### 5.2.4 Caso 4

Para o caso 4, um sistema não transposto é representado pelo circuito equivalente da Figura 5, no qual os parâmetros conhecidos são assumidos com um erro de 0 até 30% do valor real dos dados das concessionárias (KUSIC; GARRISON, 2004). O sistema é uma linha de transmissão não transposta de comprimento longo caracterizada por um plano de simetria vertical para a configuração geométrica das torres e condutores. As estimativas



Figura 18 – Comparação para Caso 5.

(b) Indutância série própria  ${\cal L}_s$ 

Tabela 10 – Erro médio quadrático (RMSE) para o Caso 3

	RMSE (%)		$\mathbf{RMSE}(\%)$		RMSE $(\%)$
$R_{11}$	3.60	$L_{11}$	0.80	$C_{11}$	0.91
$R_{22}$	2.20	$L_{22}$	1.30	$C_{22}$	0.74
$R_{33}$	0.49	$L_{33}$	1.22	$C_{33}$	1.06
$R_{12}$	4.63	$L_{12}$	1.01	$C_{12}$	0.82
$R_{13}$	2.07	$L_{13}$	1.14	$C_{13}$	1.12
$R_{23}$	1.66	$L_{23}$	2.02	$C_{23}$	0.97

iniciais da matriz de covariância e do vetor de estado foram apresentadas no capítulo anterior. O ruído adotado é do tipo Gaussiano branco de aproximadamente 1,0% do valor máximo de cada variável, que foi somado às medidas no domínio do tempo. Os valores nominais para a linha de transmissão são mostrados na Tabela 6.

Os parâmetros estimados pelo algoritmo são apresentados na Tabela 11, os erros de estimação estão dentro dos limites de  $\pm 10$  %, portanto, os parâmetros estimados são aceitáveis para aplicações em sistemas elétricos (MILOJEVIĆ et al., 2018). Pode-se notar que parâmetros equivalentes possuem erros de mesma magnitude. Na Figura 16, são apresentadas duas amostras de resultados obtidos, pode-se notar que o algoritmo já havia apresentado convergência rápida, através do baixo tempo de estabelecimento, que é novamente mostrado para o sistema de comprimento longo e não foram observados valores extremos de *overshoot*. Pode-se notar que a indutância estimada fornece um valor de impedância inicial de, aproximadamente, 125  $\Omega$  que oscila antes de se estabelecer no valor convergente de aproximadamente 142  $\Omega$ . Por fim, o traço da matriz de covariâncias é mostrado na Figura 17, na qual se observa uma baixa variação dos valores estimados e que o estimador atingiu seu valor mínimo.

	RMSE $(\%)$		RMSE $(\%)$		$\mathbf{RMSE}(\%)$
$R_{11}$	2.14	$L_{11}$	1.52	$C_{11}$	0.79
$R_{22}$	1.00	$L_{22}$	1.30	$C_{22}$	0.46
$R_{33}$	2.14	$L_{33}$	1.52	$C_{33}$	0.79
$R_{12}$	2.83	$L_{12}$	1.97	$C_{12}$	1.21
$R_{13}$	3.68	$L_{13}$	1.24	$C_{13}$	1.44
$R_{23}$	2.83	$L_{23}$	1.97	$C_{23}$	1.21

Tabela 11 – Erro médio quadrático (RMSE) para o Caso 4

### 5.2.5 Caso 5

Para o caso 5, os parâmetros elétricos de uma linha de transmissão transposta de comprimento médio são estimados usando o método proposto baseado em EKF com PSO, e o método convencional baseado apenas em EKF, a fim de avaliar a precisão e o tempo de convergência. O mesmo sistema abordado no caso 1 é comparado com a solução obtida pelo método híbrido proposto, considerando os parâmetros de inicialização semelhantes para o vetor de estado e a matriz de covariância  $\Sigma_0$ .

A comparação entre os erros dos parâmetros estimados é apresentada na Tabela 12, pode-se notar que a abordagem híbrida proposta melhorou a precisão na estimação. Na Figura 18, duas amostras de resultados obtidos são apresentadas e comparadas, pode-se notar que o algoritmo PSO-EKF apresentou convergência mais rápida, através do menor tempo de estabelecimento e menores valores de *overshoot*. Finalmente, tem-se que a diferença no tempo de simulação é cerca de 4 vezes maior do que a abordagem original, uma vez que o tempo de simulação para EKF-PSO foi de 240 segundos.

Tabela 12 – Comparação do erro médio quadrático (RMSE) para o Caso 5

	EKF	PSO-EKF
$R_s$	0.30~%	0.13~%
$R_m$	0.70~%	0.62~%
$L_s$	2.19~%	1.76~%
$L_m$	1.70~%	1.01~%

# Capítulo 6

## Conclusão

A partir da revisão bibliográfica realizada nesta tese, apresentam-se as considerações mais relevantes que devem ser abordadas para a estimação de parâmetros em linhas de transmissão tais como modelo a ser utilizado para o sistema, ruído adotado para as medições, condições de operação e as características do estimador adotado. Além disso, foram apresentados o estimador EKF e o método de otimização PSO que formam a base metodológica do estimador proposto na presente tese. Na metodologia, é apresentado em detalhes a formulação e o desenvolvimento matemático do estimador híbrido PSO-EKF que tem por base a utilização do PSO para determinação dos hiper-parâmetros e a estimação ponderada até dez ciclos de onda entre o PSO e o EKF para o vetor de estados aumentado.

Os resultados obtidos com o método EKF proposto têm implicações significativas, uma vez que a maioria dos trabalhos na literatura utiliza o Mínimo Quadrado LMS ou métodos não recursivos para a obtenção desses parâmetros, e a precisão dessas técnicas de regressão depende da aquisição de dados múltiplos. Por outro lado, a filtragem de Kalman Estendida leva em consideração a característica dinâmica do sistema, bem como as medidas reais recursivamente. Além disso, as estimações obtidas mostram que a abordagem do EKF sem aplicação do PSO, baseada no modelo  $\pi$  equivalente para uma linha de transmissão de médio comprimento, leva a uma estimativa eficiente que se mostrou robusta e precisa, com baixos valores de erro percentual. O modelo  $\pi$  usado para representar o sistema de transmissão foi discretizado e então o EKF foi implantado para estimar a amplitude e fase de tensão e corrente em ambas as extremidades da linha, e a partir daí estimar os parâmetros do sistema através do aumento do vetor de estado. A abordagem EKF foi então aplicada em um sistema diferente, e comparada com os resultados obtidos de outro método de estimação baseado no filtro de Kalman: abordagem do filtro de Kalman conjunto JKF. Os resultados obtidos com o método proposto, que é um método baseado em modelos não lineares, mostram-se mais precisos do que o método JKF em determinadas circunstâncias. Além disso, este método é aplicável a grandes sistemas, desde que a linha de transmissão seja modelada pelo modelo  $\pi$  equivalente usando as correções hiperbólicas.

Para melhoria do método EKF, é proposta a implementação conjunta com o PSO, representando o método proposto nesta tese. Assim, o método de estimação proposto pode ser aplicado a linhas não transpostas, sendo que o ajuste de matrizes de covariâncias pelo algoritmo PSO foi apresentado para melhorar o tempo despendido no ajuste manual desses hiper-parâmetros o que é uma tarefa difícil e trabalhosa. Dessa forma, o algoritmo PSO também foi implementado para melhorar a convergência da estimação de parâmetros, onde foi aplicado quando o tempo é igual ou inferior a 10 ciclos de onda. Esses fatos levam a estimação a apresentar uma maior precisão e melhor convergência. Os resultados obtidos nas simulações mostraram a importância do algoritmo PSO na acurácia e na convergência da abordagem original do estimador EKF para sistemas de transmissão. Dentre os resultados obtidos, notou-se que o algoritmo apresentou bom desempenho, rápida convergência e acurácia melhorada em relação ao método original. Vale ressaltar que o método original já havia apresentado boa acurácia, que foi notavelmente melhorada com a inclusão do PSO, porém, houve um aumento no esforço computacional, o que já estava previsto e não representa um problema crítico.

# Referências

AGRAWAL, S.; KUNDU, P. A unified optimal power flow modeling for vsc-hvdc converter: a novel methodology for optimal installation based on average loadability index. COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering, Emerald Publishing Limited, 2021.

AGUIRRE, L. A. Introdução à identificação de sistemas–Técnicas lineares e nãolineares aplicadas a sistemas reais. [S.l.]: Editora UFMG, 2004.

AL-OTHMAN, A. K.; EL-NAGGAR, K. M.; ALSHARIDAH, M. E. On-line estimation of transmission line parameters using synchronized measurements. **Electric Power Components and Systems**, Taylor & Francis, v. 44, n. 2, p. 233–239, 2016.

ALBUQUERQUE, F. P. et al. Estimation of transmission line parameters by using two least-squares methods. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Wiley Online Library, v. 15, n. 3, p. 568–575, 2021.

ALBUQUERQUE, F. P. d. Estimação dos parâmetros de linhas de transmissão por meio de técnicas de identificação de sistemas. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2021.

ALSAKATI, A. A. et al. Particle swarm optimization for tuning power system stabilizer towards transient stability improvement in power system network. In: IEEE. **2021 IEEE International Conference on Artificial Intelligence in Engineering and Technology (IICAIET)**. [S.l.], 2021. p. 1–6.

ANDERSON, B. D.; MOORE, J. B. Optimal filtering. **Englewood Cliffs**, v. 21, p. 22–95, 1979.

\_\_\_\_\_. **Optimal filtering**. [S.l.]: Courier Corporation, 2012.

ANDERSON, B. D. O.; MOORE, J. B. **Optimal Filtering**. [S.l.]: Dover Publications, 2012. (Dover Books on Elect. Eng.). ISBN 9780486136899.

ASPROU, M.; KYRIAKIDES, E. Estimation of transmission line parameters using pmu measurements. In: IEEE. 2015 IEEE Power & Energy Society General Meeting. [S.l.], 2015. p. 1–5.

\_\_\_\_\_. Identification and estimation of erroneous transmission line parameters using pmu measurements. **IEEE transactions on power delivery**, IEEE, v. 32, n. 6, p. 2510–2519, 2017.

AZEVEDO, W. V. d. S. et al. Avaliação da estabilidade transitória considerando os efeitos de acoplamento e transposição entre linhas de transmissão de cálculo do tce. Universidade Federal de Campina Grande, 2008.

BENDJABEUR, A.; KOUADRI, A.; MEKHILEF, S. Transmission line fault location by solving line differential equations. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 192, p. 106912, 2021.

BIAN, X. et al. Joint estimation of state and parameter with synchrophasors—part i: State tracking. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 26, n. 3, p. 1196–1208, 2011.

\_\_\_\_\_. Joint estimation of state and parameter with synchrophasors—part ii: Parameter tracking. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 26, n. 3, p. 1209–1220, 2011.

BISHOP, G.; WELCH, G. et al. An introduction to the kalman filter. **Proc of SIG-GRAPH, Course**, v. 8, n. 27599-3175, p. 59, 2001.

BITENCOURT, H. J. Métodos de estimaão recursiva, baseados no filtro de kalman, aplicados a sistemas não-lineares. UFMG, 2003.

BROWN, M. et al. Characterizing and quantifying noise in pmu data. In: IEEE. 2016 IEEE Power and Energy Society General Meeting (PESGM). [S.l.], 2016. p. 1–5.

BRUMBAUGH, R. W. Aircraft model for the aiaa controls design challenge. Journal of guidance, control, and dynamics, v. 17, n. 4, p. 747–752, 1994.

CABALLERO, P. T.; COSTA, E. C. M.; KUROKAWA, S. Frequency-dependent line model in the time domain for simulation of fast and impulsive transients. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Elsevier, v. 80, p. 179–189, 2016.

COSTA, E. C. M.; KUROKAWA, S. Estimation of transmission line parameters using multiple methods. **IET Generation, Transmission & Distribution**, IET, v. 9, n. 16, p. 2617–2624, 2015.

COSTA, E. C. M. d. Um modelo para condutores múltiplos considerando a distribuição da corrente nos subcondutores. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2009.

COSTA, E. C. M. D. et al. Digital filtering of oscillations intrinsic to transmission line modeling based on lumped parameters. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Elsevier, v. 44, n. 1, p. 908–915, 2013.

DARVISH, H.; WANG, X. Synchronization of unbalanced three phase voltages with nonlinear estimation. In: IEEE. 2015 IEEE Power & Energy Society Innovative Smart Grid Technologies Conference (ISGT). [S.l.], 2015. p. 1–5.

DASGUPTA, K.; SOMAN, S. Line parameter estimation using phasor measurements by the total least squares approach. In: IEEE. **2013 IEEE Power & Energy Society General Meeting**. [S.l.], 2013. p. 1–5.

DEOKAR, S.; WAGHMARE, L. Integrated dwt-fft approach for detection and classification of power quality disturbances. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Elsevier, v. 61, p. 594–605, 2014.

DHARMAPALA, K. D. et al. Machine learning based real-time monitoring of long-term voltage stability using voltage stability indices. **IEEE Access**, IEEE, v. 8, p. 222544–222555, 2020.

DOBAKHSHARI, A. S. et al. Online non-iterative estimation of transmission line and transformer parameters by scada data. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 36, n. 3, p. 2632–2641, 2020.

EBERHART, R.; KENNEDY, J. Particle swarm optimization. In: CITESEER. Proceedings of the IEEE international conference on neural networks. [S.l.], 1995. v. 4, p. 1942–1948.

FAISAL, S. F.; BEIG, A. R.; THOMAS, S. Time domain particle swarm optimization of pi controllers for bidirectional vsc hvdc light system. **Energies**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 13, n. 4, p. 866, 2020.

FATHI, M.; BEVRANI, H. **Optimization in electrical engineering**. [S.l.]: Springer, 2019.

FELIPE, P. et al. Nonlinear analysis on transmission line parameters estimation from noisy phasorial measurements. **IEEE Access**, IEEE, 2021.

FU, J.; SONG, G.; SCHUTTER, B. D. Influence of measurement uncertainty on parameter estimation and fault location for transmission lines. **IEEE Transactions on Automation Science and Engineering**, IEEE, v. 18, n. 1, p. 337–345, 2020.

GAUTAM, A. K.; MAJUMDAR, S.; PARTHASARATHY, H. State and parameter estimation of non-uniform transmission line using kronecker product based modeling. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, 2022.

GEREZ, C. et al. Estimation of the frequency-dependent parameters of transmission lines by using synchronized measurements. **IEEE Access**, IEEE, 2022.

GHIASI, S. M. S.; ABEDI, M.; HOSSEINIAN, S. H. Mutually coupled transmission line parameter estimation and voltage profile calculation using one terminal data sampling and virtual black-box. **IEEE Access**, IEEE, v. 7, p. 106805–106812, 2019.

GUO, Y.; LI, K.; LIU, X. Fault diagnosis for power system transmission line based on pca and svms. In: SPRINGER. International Conference on Intelligent Computing for Sustainable Energy and Environment. [S.l.], 2012. p. 524–532.

HAYKIN, S. Kalman filtering and neural networks. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004. v. 47.

HAYT, W. H.; BUCK, J. A.; AKHTAR, M. J. Engineering Electromagnetics (SIE). [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2020.

HU, Z.; YANG, G. Simulation control model of synchronous motor based on pso algorithm optimization in power system. **Energy Reports**, Elsevier, v. 8, p. 1044–1054, 2022.

HUANG, Q.; SHAO, L.; LI, N. Dynamic detection of transmission line outages using hidden markov models. **IEEE Transactions on power systems**, IEEE, v. 31, n. 3, p. 2026–2033, 2015.

### JR, J. P. D. Development of a Nonlinear Simulation for the McDonnell Douglas F-15 Eagle with a Longitudinal TECS Control-Law. [S.l.], 1994.

JULIER, S. J.; UHLMANN, J. K. New extension of the kalman filter to nonlinear systems. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICS AND PHOTONICS. Signal processing, sensor fusion, and target recognition VI. [S.l.], 1997. v. 3068, p. 182–194.

KALMAN, R. On the general theory of control systems. **IRE Transactions on Auto**matic Control, v. 4, n. 3, p. 110–110, 1959.

KAMWA, I.; SAMANTARAY, S.; JOOS, G. Wide frequency range adaptive phasor and frequency pmu algorithms. **IEEE Transactions on Smart Grid**, IEEE, v. 5, n. 2, p. 569–579, 2013.

KHALILI, A.; RASTEGARNIA, A.; SANEI, S. Robust frequency estimation in threephase power systems using correntropy-based adaptive filter. **IET Science, Measurement & Technology**, IET, v. 9, n. 8, p. 928–935, 2015.

KHALILI, R.; ABUR, A. Transmission line parameter error identification and estimation in three-phase networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, 2021.

KHANDEPARKAR, K. V.; SOMAN, S. A.; GAJJAR, G. Detection and correction of systematic errors in instrument transformers along with line parameter estimation using pmu data. **IEEE transactions on power systems**, IEEE, v. 32, n. 4, p. 3089–3098, 2016.

KUSHNER, H. Approximations to optimal nonlinear filters. **IEEE Transactions on Automatic Control**, IEEE, v. 12, n. 5, p. 546–556, 1967.

KUSHNER, H. J. Dynamical equations for optimal nonlinear filtering. Journal of Differential Equations, Academic Press, v. 3, n. 2, p. 179–190, 1967.

KUSIC, G.; GARRISON, D. Measurement of transmission line parameters from scada data. In: IEEE. **IEEE PES Power Systems Conference and Exposition, 2004**. [S.l.], 2004. p. 440–445.

LEE, K. Y.; EL-SHARKAWI, M. A. Modern heuristic optimization techniques: theory and applications to power systems. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008. v. 39.

LI, C. et al. Measurement-based transmission line parameter estimation with adaptive data selection scheme. **IEEE Transactions on Smart Grid**, IEEE, v. 9, n. 6, p. 5764–5773, 2017.

LIAO, Y.; KEZUNOVIC, M. Online optimal transmission line parameter estimation for relaying applications. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 24, n. 1, p. 96–102, 2008.

LIBONI, L. H.; OLIVEIRA, M. C. de; SILVA, I. N. da. Optimal kalman estimation of symmetrical sequence components. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, IEEE, v. 69, n. 11, p. 8844–8852, 2020.

LIBONI, L. H. B.; OLIVEIRA, M. C. de; SILVA, I. N. da. On the problem of optimal estimation of balanced and symmetric three-phase signals. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Elsevier, v. 91, p. 155–165, 2017.

LIBONI, L. H. B.; SILVA, I. N. da; OLIVEIRA, M. C. de. Best modeling practices for optimal estimation of balanced and symmetric three-phase signals. In: IEEE. **2017 IEEE Power & Energy Society General Meeting**. [S.l.], 2017. p. 1–5.

MAGNUS, J. R.; NEUDECKER, H. Matrix differential calculus with applications in statistics and econometrics. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2019.

MARTIN, K. E. Synchrophasor measurements under the ieee standard c37. 118.1-2011 with amendment c37. 118.1 a. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 30, n. 3, p. 1514–1522, 2015.

MATTHEWS, M. A state-space approach to adaptive nonlinear filtering using recurrent neural networks. In: **Proceedings IASTED Internat. Symp. Artificial Intelligence Application and Neural Networks**. [S.l.: s.n.], 1990. p. 197–200.

MELIOPOULOS, A. et al. Synchrophasor measurement accuracy characterization. North American SynchroPhasor Initiative Performance & Standards Task Team (Consortium for Electric Reliability Technology Solutions), v. 10, 2007.

MELIOPOULOS, A. S. et al. Gps-synchronized data acquisition: Technology assessment and research issues. In: IEEE. Proceedings of the 39th Annual Hawaii International Conference on System Sciences (HICSS'06). [S.l.], 2006. v. 10, p. 244c–244c.

MILOJEVIĆ, V. et al. Utilization of pmu measurements for three-phase line parameter estimation in power systems. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, IEEE, v. 67, n. 10, p. 2453–2462, 2018.

MOLIN, J. P.; FAULIN, G. D. C. Spatial and temporal variability of soil electrical conductivity related to soil moisture. **Scientia Agricola**, SciELO Brasil, v. 70, n. 1, p. 01–05, 2013.

MONTEIRO, J. H. A. et al. Simplified skin-effect formulation for power transmission lines. **IET Science, Measurement & Technology**, IET, v. 8, n. 2, p. 47–53, 2014.

MORRELL, D. Extended kalman filter. EEE 581-Spring, 1997.

MOUSAVI-SEYEDI, S. S.; AMINIFAR, F.; AFSHARNIA, S. Parameter estimation of multiterminal transmission lines using joint pmu and scada data. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 30, n. 3, p. 1077–1085, 2014.

NELSON, A. T. Nonlinear estimation and modeling of noisy time-series by dual kalman filtering methods. 2000.

NEYESTANAKI, M. K.; RANJBAR, A. An adaptive pmu-based wide area backup protection scheme for power transmission lines. **IEEE Transactions on Smart Grid**, IEEE, v. 6, n. 3, p. 1550–1559, 2015.

PATEL, T. et al. State estimation of nonlinear descriptor systems using particle swarm optimization based extended kalman filter. In: IEEE. **2020 European Control Conference (ECC)**. [S.1.], 2020. p. 991–996.

PEREIRA, R. F. et al. Phasor estimation in power transmission lines by using the kalman filter. **Electrical Engineering**, Springer, p. 1–10, 2021.

PEREIRA, R. F. R. Estimação de parâmetros de linhas de transmissão por meio de técnicas de identificação de sistemas. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2019.

PEREIRA, R. F. R. et al. Impedance parameters estimation of transmission lines by an extended kalman filter-based algorithm. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, IEEE, v. 71, p. 1–10, 2022.

PHAN, A. T.; HERMANN, G.; WIRA, P. Kalman filtering with a new state-space model for three-phase systems: application to the identification of symmetrical components. In: IEEE. 2015 IEEE International Conference on Evolving and Adaptive Intelligent Systems (EAIS). [S.l.], 2015. p. 1–6.

P.MOURA, A.; F.MOURA, A. A.; ROCHA, E. P. d. Engenharia de sistemas de potência: transmissão de energia elétrica em corrente alternada. [S.l.]: Edições UFC, 2019.

RAMAKOTI, N.; VINAY, A.; JATOTH, R. K. Particle swarm optimization aided kalman filter for object tracking. In: IEEE. **2009 International Conference on Advances in Computing, Control, and Telecommunication Technologies**. [S.l.], 2009. p. 531–533.

RAYYAM, M.; ZAZI, M. Particle swarm optimization of a non-linear kalman filter for sensorles control of induction motors. In: IEEE. **2018 7th International Conference on Renewable Energy Research and Applications (ICRERA)**. [S.l.], 2018. p. 1016–1020.

REN, P.; ABUR, A.; LEV-ARI, H. Tracking transmission line parameters in power grids observed by pmus. In: IEEE. **2019 IEEE Milan PowerTech**. [S.I.], 2019. p. 1–6.

REN, P.; LEV-ARI, H.; ABUR, A. Tracking three-phase untransposed transmission line parameters using synchronized measurements. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 33, n. 4, p. 4155–4163, 2017.

RITZMANN, D. et al. A novel approach to noninvasive measurement of overhead line impedance parameters. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, IEEE, v. 66, n. 6, p. 1155–1163, 2017.

\_\_\_\_\_. A method for accurate transmission line impedance parameter estimation. **IEEE Transactions on instrumentation and measurement**, IEEE, v. 65, n. 10, p. 2204–2213, 2016.

SCHULZE, R.; SCHEGNER, P. Parameter identification of unsymmetrical transmission lines. In: IEEE. **2009 IEEE Bucharest PowerTech**. [S.l.], 2009. p. 1–7.

SCHULZE, R.; SCHEGNER, P.; ZIVANOVIC, R. Parameter identification of unsymmetrical transmission lines using fault records obtained from protective relays. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 26, n. 2, p. 1265–1272, 2011.

SHI, D. et al. Transmission line parameter identification using pmu measurements. **European Transactions on Electrical Power**, Wiley Online Library, v. 21, n. 4, p. 1574–1588, 2011.

\_\_\_\_\_. Identification of short transmission-line parameters from synchrophasor measurements. In: IEEE. 2008 40th North American Power Symposium. [S.l.], 2008. p. 1–8.

SOBRINHO, A. S. F. et al. Proposal of a fuzzy-based pmu for detection and classification of disturbances in power distribution networks. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Elsevier, v. 94, p. 27–40, 2018.

STEVENSON, W. Elementos de análise de sistemas de potência. McGraw Hill, 1978. Disponível em: <a href="https://books.google.com.br/books?id=cvGIHAAACAAJ">https://books.google.com.br/books?id=cvGIHAAACAAJ</a>.

VAHIDI-MOGHADDAM, A. et al. Adaptive prescribed-time disturbance observer using nonsingular terminal sliding mode control: Extended kalman filter and particle swarm optimization. **arXiv preprint arXiv:2012.01026**, 2020.

WANG, Y.; XU, W. Algorithms and field experiences for estimating transmission line parameters based on fault record data. **IET Generation, Transmission & Distribution**, IET, v. 9, n. 13, p. 1773–1781, 2015.

WEHENKEL, A. et al. Parameter estimation of three-phase untransposed short transmission lines from synchrophasor measurements. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, IEEE, v. 69, n. 9, p. 6143–6154, 2020.

WENZEL, T. A. et al. Dual extended kalman filter for vehicle state and parameter estimation. Vehicle System Dynamics, Taylor & Francis, v. 44, n. 2, p. 153–171, 2006.

WILSON, R. E. et al. Calculation of transmission line parameters from synchronized measurements. **Electric Machines & Power Systems**, Taylor & Francis, v. 27, n. 12, p. 1269–1278, 1999.

YOSHIDA, H. et al. A particle swarm optimization for reactive power and voltage control considering voltage security assessment. **IEEE Transactions on power systems**, IEEE, v. 15, n. 4, p. 1232–1239, 2000.

ZANETTA, L. Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência Vol. 52. EDUSP, 2003. ISBN 9788531407550. Disponível em: <a href="https://books.google.com.br/books?id=jKuWXtthG-EC">https://books.google.com.br/books?id=jKuWXtthG-EC</a>.

\_\_\_\_\_. Fundamentos de Sistemas Elétricos de Pôtencia. Editora Livraria da Física, 2006. ISBN 9788588325418. Disponível em: <a href="https://books.google.com.br/books?id=Nyep7l\\_kBFkC>">https://books.google.com.br/books?id=Nyep7l\\_kBFkC></a>.

ZEČEVIĆ, Ž.; KRSTAJIĆ, B.; POPOVIĆ, T. Improved frequency estimation in unbalanced three-phase power system using coupled orthogonal constant modulus algorithm. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 32, n. 4, p. 1809–1816, 2016.

ZHANG, J. et al. Parameter identification of hvdc transmission system model based on intelligent optimization algorithm. In: IEEE. **2021 IEEE 11th Annual International Conference on CYBER Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems (CYBER)**. [S.l.], 2021. p. 643–647.



# Linhas de Transmissão para Sistemas Elétricos de Potência

Nesta seção, apresenta-se a teoria de linhas de transmissão para sistemas elétricos de potência, em especial para transmissão em corrente alternada, que permite chegar ao modelo e equacionamento apresentado no capítulo 2. A estrutura se baseia em um conhecimento mais introdutório até um conhecimento mais detalhado acerca da modelagem. Todo o desenvolvimento desta seção se baseia nos livros apresentados em Zanetta (2006), P.Moura, F.Moura e Rocha (2019), Azevedo et al. (2008) e Zanetta (2003).

### A.1 Componentes de uma Linha de Transmissão

Os principais componentes de uma linha de transmissão são: estruturas de suporte, condutores, para-raios, isoladores e ferragens.

### A.1.1 Estruturas de suporte

As estruturas de linhas de transmissão suportam os condutores utilizados para a transmissão de energia elétrica a partir de fontes de geração até os consumidores, suportam mecanicamente os esforços transmitidos pelos isoladores e pelos condutores. São utilizadas estruturas em concreto, metálicas com perfis de aço galvanizado ou postes de aço. A escolha dos tipos de estruturas a serem utilizados em uma linha de transmissão depende de vários fatores, e.g., espaçamento máximo e mínimo entre fases; configuração dos isoladores; ângulo de proteção do cabo para-raios; distâncias elétricas mínimas entre os pares energizados e as torres; flecha dos condutores; número de circuitos e altura de segurança.

### A.1.2 Condutores e cabos para-raios

Em uma linha de transmissão, existem os condutores que pertencem às fases do sistema trifásico (ou n-fásico) e os cabos para-raios que servem de proteção para o sistema de

transmissão.

### Condutores

Os condutores em aplicações de transmissão de energia elétrica são constituídos por conjunto de cabos, sendo que os cabos são condutores formados por uma série de fios mais finos, encordoados em uma ou mais camadas, e podem ser compostos por fios de mesmo material (cabos homogêneos) e por fios de matérias diferentes (cabos heterogêneos) ou ainda por fios de aço revestidos de cobre (copperweld) ou alumínio (alumoweld). Os tipos de cabos são:

- Alumínio com alma de aço (CAA ACSR), que é um cabo de alumínio com reforço interno de fios de aço (alma);
- □ Cabos ALPAC são cabos de alumínio com alma de aço liso (a seção dos fios é trapezoidal);
- □ Cabos CAA expandidos de cobre e alumínio-aço têm entre os fios de aço e os fios de alumínio uma camada de enchimento com material não metálico.

#### Cabos para-raios

Descargas elétricas de grandes intensidades, geralmente, danificam as superfícies dos isoladores, reduzindo sua eficiência, podendo haver formação de arco elétrico entre o condutor e a estrutura. Para interceptar as descargas de origem atmosférica e descarregálas sobre a terra, usam-se os cabos para-raios. Quando ocorre uma descarga atmosférica nos cabos para-raios haverá um escoamento de corrente nos dois sentidos. Essas correntes chegam nas estruturas parcialmente e são escoadas para a terra. Assim, os isoladores ficam submetidos a uma tensão menor, pois os condutores não são atingidos diretamente e sofrerão apenas uma indução de tensão devido à corrente nos cabos para-raios.

### A.1.3 Isoladores

As funções dos isoladores são de evitar a passagem de corrente do condutor ao suporte e sustentar mecanicamente os cabos. Os materiais de fabricação usados são a porcelana vitrificada e o vidro temperado. Ambos têm desempenho equivalente em relação à resistência mecânica e durabilidade. Os isoladores ainda se dividem em tipos: pino e disco.

### A.1.4 Transposição em linhas de transmissão

Em um sistema de potência, a linha de transmissão não deveria agregar desequilíbrio ao sistema, mas isto acontece devido à geometria da linha, já que as distâncias entre as fases e a terra e entre as fases nunca serão exatamente as mesmas; consequentemente, haverá desbalanços no fluxo de potência. O desequilíbrio provocado pela transmissão é observado nos terminais da linha em termos de tensão e corrente na frequência fundamental. Portanto, a transposição em linhas de transmissão é um método utilizado para diminuir o desequilíbrio, a frequência fundamental entre as tensões e correntes de fase vistas dos terminais da linha em análise supondo balanceamento no início da linha, e consiste na mudança nas posições das fases, ou seja, mudam-se as posições físicas dos condutores de fase. Desta forma é possível minimizar o desequilíbrio causado pela linha.

## A.2 Propagação de ondas em linhas de transmissão

O fenômeno físico a ser estudado em linhas de transmissão é a propagação de ondas de corrente e tensão de um terminal a outro ao longo da linha. Para a modelagem e equacionamento desse fenômeno, deve-se ter em mente o circuito da Figura 19.

Figura 19 – Linha de transmissão trifásica com parâmetros distribuídos.



Adaptado de Zanetta (2006)

Considerando as variações de tensões ao longo do eixo x:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{aa} & r_{ab} & r_{ac} \\ r_{ba} & r_{bb} & r_{bc} \\ r_{ca} & r_{cb} & r_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} l_{aa} & l_{ab} & l_{ac} \\ l_{ba} & l_{bb} & l_{bc} \\ l_{ca} & l_{cb} & l_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} l_{ab} & l_{ab} & l_{ac} \\ l_{ab} & l_{ab} & l_{ac} \\ l_{ab} & l_{ab} & l_{ab} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{ab} & l_{ab} \\ i_{b} \\ i_{c} \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} l_{ab} & l_{ab} & l_{ac} \\ l_{ab} & l_{ab} & l_{ab} \\ l_{ab} & l_{ab} & l_{ab} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{ab} & l_{ab} \\ i_{ab} & l_{ab} & l_{ab} \\ l_{ab} & l_{ab} & l_{ab} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{ab} & l_{ab} \\ i_{ab} & l_{ab} & l_{ab} \\ l_{ab} & l_{ab} & l_{ab} \\ l_{ab} & l_{ab} & l_{ab} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{ab} & l_{ab} \\ i_{ab} & l_{ab} & l_{ab} \\ l_{ab} & l_{ab} & l_{ab} & l_{ab} \\ l_{ab} & l_{ab} & l_{ab} & l_{ab} \\ l_{ab} & l_{ab} & l_{ab$$

Para as variações de corrente ao longo de x, desprezando as condutâncias, escrevemos para a fase a:

$$-\frac{\partial}{\partial x}i_a = \frac{\partial}{\partial t}[c_{ta}v_a + c_{ab}(v_a - v_b) + c_{ac}(v_a - v_c)],$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}i_a = \frac{\partial}{\partial t}[c_{aa}v_a - c_{ab}v_b - c_{ac}v_c].$$

Sendo:

$$c_{aa} = c_{ta} + c_{ab} + c_{ac}$$
$$c_{bb} = c_{tb} + c_{ba} + c_{bc} ,$$
$$c_{cc} = c_{tc} + c_{cb} + c_{ca}$$

repetindo o procedimento para as fases  $b \in c$ , montamos a equação com a matriz de capacitâncias:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} c_{aa} & -c_{ab} & -c_{ac} \\ -c_{ba} & c_{bb} & -c_{bc} \\ -c_{ca} & -c_{cb} & c_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix}.$$

A matriz de admitâncias (composta pelos elementos  $c_{ii}$ , *i* variando de *a* a *c*) é simétrica e os termos da diagonal são dados pela soma dos elementos conectados aos nós.

Adotaremos a notação indicada a seguir:

□ Vetores de tensão e corrente:

$$v = \begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix}, \qquad \qquad i = \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix}.$$

□ Matrizes de parâmetros por unidade de comprimento:

$$R_{f} = \begin{pmatrix} r_{aa} & r_{ab} & r_{ac} \\ r_{ba} & r_{bb} & r_{bc} \\ r_{ca} & r_{cb} & r_{cc} \end{pmatrix}, \quad L_{f} = \begin{pmatrix} l_{aa} & l_{ab} & l_{ac} \\ l_{ba} & l_{bb} & l_{bc} \\ l_{ca} & l_{cb} & l_{cc} \end{pmatrix}, \quad C_{f} = \begin{pmatrix} c_{aa} & -c_{ab} & -c_{ac} \\ -c_{ba} & c_{bb} & -c_{bc} \\ -c_{ca} & -c_{cb} & c_{cc} \end{pmatrix}.$$

Para simplificação do problema, será utilizada a análise no domínio da frequência a partir da utilização da transformada de Laplace. Assim,

$$Z_f(s) = R_f + sL_f,$$
$$Y_f(s) = sC_f,$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}v(x,s) = Z_f(s)i(x,s),\tag{69}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}i(x,s) = Y_f(s)v(x,s).$$
(70)

Vale ressaltar que  $Z_f(s)$  é a matriz de impedâncias série. Derivando (69) em relação ao comprimento x e usando (70), tem-se:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}v(x,s) = Z_f(s)Y_f(s)v(x,s).$$
(71)

Analogamente,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}i(x,s) = Y_f(s)Z_f(s)i(x,s).$$
(72)

Assim, têm-se em (71) e (71) as equações que representam a propagação de ondas em linhas de transmissão, onde há a presença de uma onda transmitida e uma onda refletida. Os demais modelos adotados na literatura técnica partem do mesmo raciocínio desse caso mais geral, apresentando simplificações ou estudos menos amplos, e.g., a análise fasorial para uma frequência fixa com as leis de circuitos elétricos (apresentada no capítulo 2) ou modelos que consideram sistemas equivalentes para o terminal emissor e o terminal receptor considerando o que é transmitido e o que é refletido. Por fim, o caso mais geral é quando as matrizes de parâmetros são cheias, simétricas e não balanceadas levando a produtos  $Z_f(s)Y_f(s) \in Y_f(s)Z_f(s)$  diferentes entre si. Tal situação ocorre quando não há transposição da linha, ou seja, as fases não são alternadas entre si ao longo do comprimento da linha. A situação de transposição simplifica o estudo de linhas através da contribuição de forma simétrica para a influência dos campos sobre as fases, levando a matrizes de parâmetros cheias, simétricas e balanceadas em que os produtos  $Z_f(s)Y_f(s) \in Y_f(s)Z_f(s)$ são iguais entre si. Outra forma de análise do sistema de transmissão é a partir da transformação modal do sistema em modos de propagação, em que o equacionamento obtido anteriormente passa por uma nova transformação de domínio a partir da aplicação de uma matriz trasnformada, sendo que a matriz de Clarke é a comumente utilizada para este fim através do produto das matrizes de parâmetros pela matriz de Clarke e pela inversa da transposta da matriz de transformação modal, obtendo-se comumente nmodos de propagação para o caso mais geral (Linhas sem transposição). Além dessas formas de análise do sistema de transmissão, tem-se a consideração de sistemas ideais e sem perdas, a qual não é interessante do ponto de vista de precisão, entretanto é adotado para simplificação de análise e aproximação de resultados.