

ANA MARÍA GARCÍA CABEZAS

NOVAS FORMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO
DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Engenharia.

São Paulo

2007

ANA MARÍA GARCÍA CABEZAS

NOVAS FORMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO
DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Engenharia.

Área de concentração:
Sistemas Elétricos de Potência

Orientador:
Prof. Dr. Hernán Prieto Schmidt

São Paulo

2007

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de outubro de 2007.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

García Cabezas, Ana María

Novas formulações para o problema de reconfiguração de redes de distribuição de energia elétrica / A.M. García Cabezas. -- ed.rev. --São Paulo, 2007.

127 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas.

1.Redes de distribuição de energia elétrica I.Universidade de de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas II.t.

DEDICATÓRIA

A minha filha Diana

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer especialmente ao meu orientador o Prof. Dr. Hernán Prieto Schmidt pela atenção dispensada, por sua valiosa orientação, supervisão, confiança, paciência e pela oportunidade que me concedeu para o desenvolvimento desta pesquisa, e também por todo o apoio prestado durante estes anos.

A todos que me deram apoio para a realização deste trabalho, em especial:

- Aos meus pais, pelo incentivo e compreensão pela longa ausência;
- Aos meus colegas da pós-graduação, ao pessoal do Anexo, e aos amigos de todos os lugares, que compartilharam comigo as alegrias e dificuldades neste período de trabalho;
- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, pelo apoio financeiro.
- A Frank, pela compreensão, ajuda e apoio em todos os momentos.

RESUMO

A reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica consiste em alterar a topologia das redes através da abertura ou fechamento das chaves de interconexão existentes nos alimentadores de distribuição primários, de forma a otimizar uma determinada função objetivo. Normalmente os objetivos são a minimização de perdas ativas, o isolamento de faltas, o balanceamento de cargas entre alimentadores e/ou a melhoria dos níveis de tensão. Neste trabalho considera-se a minimização da perda ativa total. As dificuldades do problema de reconfiguração de redes de distribuição resultam do tamanho dos sistemas reais, aos quais correspondem um número elevado de variáveis binárias que representam as chaves, e também da relação quadrática existente entre a perda elétrica e a corrente que flui nos elementos da rede.

Este trabalho desenvolve algumas novas formulações para o problema de reconfiguração de redes de distribuição, utilizando Programação Não Linear Inteira Mista. Além disso, demonstra-se que a parte contínua de todas as formulações é convexa, o que garante a unicidade da solução ótima para um dado estado das chaves na rede. Esta propriedade permitiu a utilização do Método de Newton na resolução do problema contínuo, com as seguintes vantagens: impossibilidade de o método identificar mínimos locais em vez do mínimo global procurado, e convergência em apenas uma iteração, proporcionada pela natureza quadrática das formulações.

As formulações desenvolvidas foram implementadas na forma de programas computacionais. O desempenho das formulações é descrito e analisado através de diversos casos de estudo.

ABSTRACT

The reconfiguration of electricity distribution systems is concerned with finding the state of switching and protective devices so as to optimize a given objective function, which is usually defined as minimization of total loss, fault isolation, load balancing among feeders, or improvement of voltage profile. In this work, the objective function is defined as the minimization of total active loss. The main difficulties associated with this problem arise from the high number of binary variables that represent the switching and protective devices, as well as the quadratic relationship between electric loss and currents flowing through the network branches.

This work develops some new formulations for the distribution system reconfiguration problem, which are then solved through mixed-integer nonlinear programming. In addition, it is shown that the continuous part in all formulations is convex, which guarantees the uniqueness of the optimal solution for a given switch profile. This property allows using the Standard Newton Method for solving the continuous part of the problem, with the following advantages: impossibility of the Newton Method identifying a local minimum instead of the desired global minimum, and convergence in just one iteration owing to the quadratic nature of all formulations.

The proposed formulations were implemented as computational programs and their performance was evaluated through various study cases.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Representação das ligações da rede elétrica	20
Figura 3.2 - Função convexa.....	27
Figura 3.3 - Sistema de 3 barras	29
Figura 3.4 - Representação gráfica da Eq. (3.19)	30
Figura 3.5 - Rede elétrica.....	35
Figura 3.6 - Representação gráfica da função perda total.....	36
Figura 3.7 - Vista superior da interseção entre a função perda total e o plano da PLK	37
Figura 3.8 - Vista frontal da interseção entre a função perda total e o plano da PLK.....	37
Figura 3.9 - Árvore de soluções (parcial) da Busca em Profundidade	43
Figura 3.10 - Diagrama de blocos do algoritmo de Busca em Profundidade	45
Figura 3.11 - Árvore binária de soluções.....	52
Figura 3.12 - Diagrama de blocos do algoritmo <i>Branch and Bound</i>	56
Figura 3.13 - Representação da sobrecarga	58
Figura 3.14 - Rede exemplo.....	63
Figura 4.1 - Trecho de rede genérico jk	67
Figura 4.2 - Queda de tensão através de um trecho de rede	68
Figura 5.1 - Rede elétrica Caso 1.....	85
Figura 5.2 - Rede resultante da aplicação da Formulação 2 à rede elétrica do Caso 1.....	87
Figura 5.3 - Rede elétrica para o Caso 2.....	96

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Principais parâmetros - aplicação à Rede Exemplo.....	63
Tabela 3.2 - Resultados para a Rede Exemplo	64
Tabela 5.1 - Dados para a aplicação da Formulação 2 à rede elétrica do Caso 1	86
Tabela 5.2 - Resultados obtidos para a Formulação 2 utilizando Busca em Profundidade	86
Tabela 5.3 - Resultados obtidos para a Formulação 2 no Caso 1 utilizando <i>Branch and Bound</i>	87
Tabela 5.4 - Resultados obtidos para distintas variações das cargas	88
Tabela 5.5 - Dados da aplicação da Formulação 3	88
Tabela 5.6 - Resultados obtidos para a Formulação 3 utilizando Busca em Profundidade.....	89
Tabela 5.7 - Resultados obtidos para a Formulação 3 utilizando <i>Branch and Bound</i>	89
Tabela 5.8 - Restrição de tensão mínima.....	90
Tabela 5.9 - Impacto da restrição de tensão mínima	91
Tabela 5.10 - Resumo das Formulações 1, 2 e 3 utilizando Busca em Profundidade	91
Tabela 5.11 - Resumo das Formulações 1, 2 e 3 utilizando <i>Branch and Bound</i>	92
Tabela 5.12 - Análise do parâmetro K.....	93
Tabela 5.13 - Precisão do modelo de fluxo de potência	94
Tabela 5.14 - Principais dados da rede do Caso 2	95
Tabela 5.15 - Dados de estudo para a rede elétrica do Caso 2	96
Tabela 5.16 - Resultados da otimização para a rede do Caso 2.....	97
Tabela 5.17 - Tempos de processamento no Caso 2.....	97
Tabela 5.18 - Tensões resultantes nas barras de carga	98

SUMÁRIO

RESUMO.....	v
ABSTRACT	vi
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	viii
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Apresentação do problema	1
1.2 Objetivos.....	4
1.3 Organização do documento	5
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1 Introdução	7
2.2 Principais trabalhos publicados	7
2.3 Resumo	17
3 RECONFIGURAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO – FORMULAÇÃO 2	19
3.1 Introdução	19
3.2 Formulação 1: todas as cargas com o mesmo fator de potência.....	20
3.3 Convexidade da formulação original.....	26
3.4 O Método de Newton e sua aplicação a formulações convexas.....	33
3.4.1 Exemplo de aplicação do Método de Newton	35
3.5 Programação Inteira e Inteira Mista	41
3.5.1 Métodos de busca inteira: Busca em Profundidade e <i>Branch</i> <i>and Bound</i>	42
3.5.1.1 Busca em Profundidade	42
3.5.1.2 Algoritmo <i>Branch and Bound</i>	49
3.6 Formulação 2: extensão para cargas com fator de potência individual.....	56
3.7 Exemplo de aplicação da Formulação 2	63

3.8	Resumo	65
4.	RECONFIGURAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO – FORMULAÇÃO 3	67
4.1	Introdução	67
4.2	Cálculo da queda de tensão em redes primárias de Distribuição.....	67
4.3	Formulação 3: inclusão das tensões nas barras.....	69
4.4	Conflito entre restrições.....	74
4.5	Instalação de capacitores	76
4.6	Resumo	82
5	APLICAÇÃO DAS METODOLOGIAS DESENVOLVIDAS	83
5.1	Introdução	83
5.2	Caso 1	84
5.2.1	Aplicação da Formulação 2 à rede elétrica do Caso 1	85
5.2.2	Aplicação da Formulação 3 à rede elétrica do Caso 1	88
5.2.3	Verificação da restrição de tensão mínima.....	89
5.3	Análise do parâmetro K	92
5.4	Precisão do modelo de fluxo de potência	93
5.5	Caso 2	95
5.5.1	Aplicação da Formulação 2 e Formulação 3 à rede elétrica do Caso 2.....	96
5.6	Resumo e discussão	98
6.	CONCLUSÕES	100
6.1	Introdução	100
6.2	Conclusões e contribuições.....	100
6.3	Tópicos para desenvolvimento posterior	102
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	104
	APÊNDICE A	108
	APÊNDICE B.....	113

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do problema

O marco regulatório do setor energético no Brasil impulsiona um mercado altamente competitivo, exigindo que as empresas concessionárias de energia elétrica adotem medidas para aumentar a eficiência, tanto na gestão administrativa como na técnica. Por isso, as empresas do setor estão incentivadas a promover a qualidade do serviço que prestam e a realizar sua função da maneira mais eficiente possível.

A função dos sistemas elétricos de potência consiste em fornecer energia elétrica aos usuários com a qualidade adequada e no instante em que for solicitada. Para desempenhar esta função deve-se produzir a energia e distribuí-la, fornecendo aos consumidores a quantidade de energia demandada em qualquer instante.

Os sistemas de energia elétrica podem ser divididos em três grandes grupos: Geração, Transmissão e Distribuição. A Geração compreende os centros produtores de energia como as usinas hidrelétricas, e tem a função de converter alguma forma de energia em energia elétrica. A Transmissão é responsável pelo transporte da energia elétrica dos centros de produção aos centros consumidores por meio dos circuitos de transmissão. Na Distribuição, circuitos de distribuição levam a energia aos grandes, médios e pequenos consumidores [1].

As redes de distribuição primária, ou redes de média tensão emergem das subestações de distribuição e operam normalmente em configuração radial. Estas redes atendem aos consumidores primários (indústrias de porte médio, conjuntos comerciais, entre outros) e às estações transformadoras que suprem a rede secundária, ou de baixa tensão. As redes

primárias podem ser aéreas ou subterrâneas. Pelo seu menor custo, as primeiras são mais utilizadas.

As redes de distribuição secundária, que geralmente operam em 220V, levam a energia dos transformadores até os circuitos residenciais.

As redes primárias contam com um tronco principal do qual se derivam ramais, que usualmente são protegidos por fusíveis. Dispõem de chaves de seccionamento que operam na condição normal fechadas (chaves normalmente fechadas, NF), e se destinam a isolar blocos de carga para permitir sua manutenção corretiva ou preventiva. Usualmente instalam-se chaves que operam abertas (chaves normalmente abertas, NA), num mesmo circuito ou entre circuitos diferentes. Estas chaves podem ser fechadas em manobras de transferência de carga.

Nas redes de distribuição primárias, as perdas elétricas por efeito Joule se traduzem diretamente em um custo indesejado para o prestador de serviço; custo que não pode ser eliminado, mas é possível diminuir.

Uma técnica amplamente utilizada para reduzir as perdas técnicas nos sistemas de distribuição de energia e otimizar a sua operação, é a reconfiguração dos alimentadores das redes. A reconfiguração consiste na alteração da topologia da rede através de manobras de comutação das chaves de interconexão, mantendo sempre a condição de radialidade do sistema. Desta forma é possível reduzir as perdas ativas nos alimentadores, melhorar o perfil de tensão e aumentar os níveis de confiabilidade, eliminando ou isolando faltas para restaurar o fornecimento de energia. A reconfiguração de redes constitui um aspecto importante no planejamento de sistemas de distribuição, onde se define com que topologia a rede irá operar no futuro dentro do horizonte do planejamento, definido entre cinco e dez anos [2].

Ao alterar o estado de uma chave de interconexão (aberto/fechado), as correntes de carga transferem-se de um alimentador para outro. Dada a existência de um elevado número de chaves nos sistemas reais de distribuição, a quantidade de operações de comutação resulta ser enorme. Para encontrar a topologia ótima é necessário analisar todas as topologias radiais existentes na rede. Desta forma, o problema de reconfiguração de redes de distribuição para minimizar as perdas se torna um problema de otimização não linear inteiro misto, de natureza

combinatória em função do número de topologias possíveis; além do mais, a exigência de radialidade é um fator adicional que complica a resolução deste tipo de problema.

O desenvolvimento de algoritmos computacionais para reduzir perdas na distribuição de energia por meio da reconfiguração da rede é algo extremamente complexo. Para resolução deste tipo de problemas são propostos algoritmos de otimização clássicos, combinatórios, heurísticos e algoritmos que procuram explorar as vantagens da utilização conjunta de algoritmos heurísticos e combinatórios [3-7].

Sendo a reconfiguração de redes de distribuição radiais para redução de perdas um problema de Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM) com função objetivo quadrática, neste trabalho se propõe utilizar o Método de Newton na parte contínua do problema, e os métodos de Busca em Profundidade e *Branch and Bound* na parte inteira do mesmo.

Na modelagem e implementação da metodologia foi levado em conta o fator tempo de processamento, visando a aplicação em tempo real na operação de sistemas de distribuição.

A operação de sistemas de energia elétrica é uma atividade de alta complexidade e responsabilidade. Deve-se tomar decisões de forma rápida e segura, para evitar que um problema afete o fornecimento de energia.

A segurança na operação de sistemas elétricos torna-se a cada dia mais importante dadas as graves conseqüências tanto em termos econômicos quanto sociais que uma interrupção no fornecimento de energia elétrica pode causar. Por outro lado, é cada vez maior a complexidade da operação dos sistemas de energia elétrica, conseqüência do crescimento da demanda de energia, da interligação dos sistemas e da crescente exigência do mercado em termos de melhor qualidade nos serviços prestados pelas empresas de energia elétrica.

1.2 Objetivos

O principal objetivo do presente trabalho consiste em desenvolver uma nova metodologia para resolver o problema de redução da perda total por efeito Joule através da reconfiguração de redes de Distribuição.

Na metodologia desenvolvida é utilizado o Método de Newton especificamente para o cálculo das variáveis contínuas do problema de reconfiguração. Para atender à parte inteira do problema, foram utilizados os métodos matemáticos de Busca em Profundidade e *Branch and Bound*.

O trabalho tem como base a técnica desenvolvida em [8], realizando-se um aprimoramento da mesma [9]. Dita metodologia de reconfiguração de redes foi estendida para permitir que, na formulação do problema, cada uma das cargas fosse representada com seu fator de potência individual e não com um mesmo valor para todas. Esta característica dará maior flexibilidade à metodologia, possibilitando em trabalhos futuros considerar outros objetivos na formulação do problema (por ex. representação de capacitores, inclusão de taps de transformadores e reguladores de tensão), assim como incluir novas restrições. Outra meta proposta neste trabalho consiste em incluir, na função objetivo, uma restrição de carregamento máximo de ligações.

Por último, apresenta-se uma formulação na qual se realiza uma compensação reativa nas barras que tiverem um valor de tensão menor que a tensão mínima estabelecida. Para isto adiciona-se um custo de capacitor na função objetivo, estes capacitores vão ser modelados como variáveis contínuas do problema.

Sabe-se que a principal desvantagem do Método de Newton é a convergência para mínimos locais em caso de funções não-convexas. Este problema não foi observado no trabalho [8], mas não foi estabelecida uma prova analítica de convexidade. Neste trabalho vai-se analisar a convexidade da função objetivo, visando descartar a hipótese que o fato desta função ser sempre convexa para qualquer sistema seja uma casualidade.

1.3 Organização do documento

No presente Capítulo apresentaram-se a introdução ao tema do trabalho desenvolvido e os objetivos a serem alcançados.

No Capítulo 2 encontram-se os resultados da pesquisa bibliográfica realizada em apoio ao trabalho desenvolvido nesta tese. O estudo bibliográfico mostrou a grande dificuldade do problema elétrico tratado, pela natureza binária do estado das chaves e pela restrição de radialidade das redes de distribuição. Durante esta etapa de pesquisa bibliográfica não foram constatadas publicações onde se abordaram as soluções propostas neste trabalho.

O Capítulo 3 apresenta a metodologia desenvolvida para a resolução do problema de reconfiguração de redes de distribuição através de busca inteira em conjunto com o Método de Newton. Descreve-se a Formulação 2, que é uma versão aprimorada da formulação apresentada em [8] (identificada neste trabalho como Formulação 1), considerando as cargas com seu fator de potência individual. É realizada também a demonstração de forma analítica da convexidade da Formulação 1, que se aplica também às Formulações 2 e 3 (apresentadas no seguinte capítulo). Para finalizar o capítulo apresentam-se as bases metodológicas utilizadas no trabalho: o Método de Newton e os métodos de busca inteira (Busca em Profundidade e *Branch and Bound*).

O Capítulo 4 apresenta a Formulação 3, onde são incluídas as tensões no problema de otimização, e se introduz a instalação de um capacitor nas barras que tiverem uma tensão abaixo da mínima para melhorar o perfil de tensão da rede.

O Capítulo 5 descreve a aplicação da metodologia desenvolvida em duas redes elétricas. São apresentados os resultados obtidos nas Formulações 2 e 3 aplicando em cada uma os métodos de busca inteira (Busca em Profundidade e *Branch and Bound*). Os resultados são comparados com aqueles obtidos através da Formulação 1.

Para finalizar, o Capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho, destacando as principais contribuições do mesmo.

No Apêndice A apresentam-se os dados das redes utilizadas para validar a metodologia, assim como as listas com os resultados completos fornecidos pela ferramenta computacional utilizada.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Introdução

Neste Capítulo apresentam-se os principais trabalhos publicados relacionados ao problema de reconfiguração de redes de distribuição de energia elétrica, fundamentalmente aqueles trabalhos que tiveram como objetivo a redução de perdas técnicas.

O tema da reconfiguração de redes de distribuição tem sido tratado em muitas publicações. Durante a pesquisa bibliográfica constatou-se que nos trabalhos publicados nesta área de pesquisa foram desenvolvidas diferentes metodologias, desde técnicas heurísticas até métodos de inteligência artificial, para encontrar, em uns casos a solução ótima do problema, ou em outros uma solução próxima da ótima.

2.2 Principais trabalhos publicados

O tema de reconfiguração de redes de distribuição para minimização de perdas técnicas foi proposto por primeira vez em 1975 por Merlin e Back [3], quando propõem a minimização de perdas de potência como função objetivo sem incluir restrições de operação (posteriormente, nos anos 1988 e 1990, utilizaram-se as técnicas heurísticas para resolver este problema). Neste trabalho é demonstrado que o problema da determinação da solução de perda mínima em uma rede elétrica equivale ao problema de fluxo de potência clássico (aplicação da primeira e segunda lei de Kirchhoff), quando o valor da impedância das ligações na segunda lei é substituído pela correspondente resistência, desprezando-se a reatância das ligações. A metodologia que Merlin e Back propuseram utiliza um programa convencional de fluxo de potência na determinação da distribuição ótima de correntes em cada configuração analisada.

Parte-se de uma rede em que todas as chaves estão fechadas, e utiliza-se o método *Branch and Bound* para alcançar a solução final (rede radial com perda total mínima).

Em 1988, Civanlar et al. [4] desenvolveram uma expressão analítica para estimar a redução de perdas na ação de abertura e fechamento de um elemento de manobra sem alterar a radialidade do sistema. A técnica utilizada é baseada na troca de ligações (*branch exchange*). Parte-se de uma solução viável, ou seja, a rede operando radialmente, então uma chave é fechada formando uma malha e procura-se a chave que deve ser aberta para manter a radialidade da rede. O processo de busca para determinar qual chave abrir é baseado em regras heurísticas, o que evita a análise de um número excessivamente elevado de operações de abertura e fechamento.

Um ano depois, em 1989, Liu; Lee e Vu [11] desenvolveram dois algoritmos para o problema de reconfiguração da rede. Um deles considera que a carga é uniformemente distribuída nas ligações da rede e o outro considera a carga concentrada nas barras. No primeiro caso, determinam-se os “pontos de corte” de cada ligação a ser aberta através de um processo iterativo. Estes pontos de corte são pontos situados ao longo da ligação e de forma geral não correspondem à localização real da chave na rede. No segundo caso o algoritmo identifica o sinal da variação da perda total, na medida em que a posição do ponto de corte é deslocada de uma barra terminal da ligação em direção à outra. Os algoritmos desenvolvidos foram aplicados a quatro redes de Distribuição com diferentes tamanhos, sendo os resultados obtidos em questão de alguns segundos.

No mesmo ano de 1989, Baran e Wu [5] fizeram uma modificação no método proposto por Civanlar et al. [4]. Neste trabalho o problema de reconfiguração de alimentadores para redução de perdas e balanço de carga é definido como um problema de programação inteira. O trabalho propõe um método de reconfiguração de redes baseado na técnica de troca de ligações, com o objetivo de reduzir perdas e aliviar sobrecargas. A técnica heurística baseia-se na troca de ligações que produz o menor aumento de perda, e assim escolhe-se a configuração descendente da configuração inicial. Todas as configurações descendentes são armazenadas para análise posterior de forma idêntica, gerando desta forma novas configurações

descendentes. A metodologia proposta foi aplicada a uma rede com 37 ligações e 5 chaves NA, mostrando resultados satisfatórios.

Também em 1989, Shirmohammadi e Hong [7] desenvolveram uma técnica heurística para a reconfiguração de redes de distribuição com o objetivo de reduzir as perdas resistivas na linha sob condições normais de operação. O método desenvolvido é baseado na idéia apresentada por Merlin e Back [3]. Na metodologia modificada foram aproveitados os benefícios da técnica de Merlin e Back: convergência para uma solução ótima ou próxima da ótima, e a independência da solução final do estado inicial das chaves. Ao mesmo tempo, evitam as desvantagens do método de Merlin e Back: considerar as cargas puramente ativas e representá-las por fontes de corrente fixas independentemente das mudanças de configuração da rede, não levando em consideração as restrições da mesma, entre outras. Neste trabalho foi aplicado um fluxo de carga que permitiu uma importante redução nos tempos de cálculo computacional. Inicialmente, o algoritmo fecha todas as chaves, em seguida aplica-se o fluxo de potencia para a configurada em malhas/, e as cargas são convertidas em nós injetores de corrente. Posteriormente, assume-se que as chaves fechadas são fontes de corrente reguláveis que podem ser usadas para modificar os fluxos nos ramais, e calcula-se o valor das fontes fictícias de corrente. Com esta informação, a chave com mais baixo valor de corrente é aberta, eliminando um dos laços da rede. As chaves são abertas uma de cada vez até se alcançar uma configuração radial. Os resultados mostram substancial redução nas perdas resistivas e, exceto em casos especiais com um numero muito grande de chaves e ramais, a solução é alcançada em poucos segundos (utilizando um mainframe IBM 3090). Um inconveniente desta metodologia é que a discretização de uma solução ótima de um problema contínuo (por arredondamento) pode conduzir a uma solução não ótima e, no pior dos casos, a uma solução inviável.

Em 1992, Goswami e Basu [6] estenderam o método de Civanlar et al. [4] limitando as operações das chaves dentro de um único laço da rede. Eles apresentaram um algoritmo heurístico para cálculo do fluxo de potencia, baseado no conceito de modelo de fluxo ótimo. A metodologia inicia-se com todas as chaves abertas, e o fechamento de qualquer chave se complementa pela abertura de outra para garantir uma rede radial. Foram implementados três

critérios para determinar a chave a ser fechada: (a) a chave que tiver a tensão máxima será fechada primeiro, (b) a chave com a tensão mínima será fechada primeiro, e (c) seleciona-se uma chave arbitrária. A metodologia desenvolvida foi aplicada à mesma rede do trabalho de Baran e Wu [5], obtendo-se resultados muito próximos dos resultados no trabalho original.

Um ano mais tarde, em 1993, Chen e Cho [12] publicaram um trabalho sobre reconfiguração de redes de Distribuição com o objetivo de reduzir a perda de energia durante um determinado período. Eles valeram-se de uma curva de carga diária definida com 24 pontos (um para cada hora do dia), que utilizou dados medidos em campo durante o período de 1 ano. Foram definidos dois instantes de chaveamento ao longo de um ano: um no início do verão e outro no início do inverno. Para isto, a reconfiguração da rede foi executada em duas etapas: uma de hora em hora durante 1 dia, e outra dependendo das variações sazonais da carga, que foram incorporadas ao problema.

No mesmo ano Hsu e Yi [13], apresentaram um algoritmo heurístico para planejamento de reconfiguração de alimentadores, definido para um período de um ano, aproximadamente. A metodologia proposta considera a coordenação dos dispositivos de proteção, e sua maior vantagem consiste em que os dispositivos de proteção irão operar adequadamente quando se realizar a reconfiguração dos alimentadores em um sistema de operação normal, com objetivo de obter perdas mínimas e cargas balanceadas.

Ainda em 1993, Cherkaoui; Bart e Germond [14] utilizaram em seu trabalho métodos heurísticos para obter uma reconfiguração ótima de redes de Distribuição. No artigo apresentam-se diversas abordagens para operação de chaves: destrutiva (as chaves estão inicialmente todas fechadas e vão sendo abertas uma a uma), construtiva (as chaves são fechadas uma a uma) e troca de ligações. Nos dois primeiros casos impõe-se a condição que o número de ligações condutoras seja igual ao número de nós de carga, para obter uma rede radial. Esta condição, segundo os autores, é necessária mas não suficiente para garantir a radialidade da solução obtida. Já no último caso apresentado no trabalho, adota-se a troca de ligações para garantir a radialidade de todas as soluções geradas. Para este caso, foram desenvolvidas duas estratégias de geração de “configurações vizinhas”, que são configurações

geradas a partir de uma configuração inicial à qual são aplicadas transformações elementares. Dentre as configurações geradas procura-se escolher a que conduza à maior redução da perda total.

Em 1997 Taleski e Rajicic [15] propuseram um método com o objetivo de reduzir a energia perdida (em lugar da potência) em redes de distribuição. O método pode ser usado para obter a configuração de rede com mínima perda de energia ativa durante um período de tempo. A técnica utilizada é conhecida como troca de ligações (ou *branch-exchange*). São analisados pares de alimentadores definidos pelas chaves NA que os interconectam, e são reconfigurados um de cada vez. A reconfiguração é realizada fechando chaves abertas que definem o laço, e abrindo a chave no ramal que produz a máxima economia em perdas de energia. O ramal candidato a ser aberto é selecionado utilizando uma técnica de aproximação similar à encontrada no artigo de Civanlar et al. [4], porém aplicada mais a perdas de energia que a perdas de potência. A ordem na qual os laços são analisados e reconfigurados é determinada por regras heurísticas. A metodologia proposta foi aplicada à mesma rede do trabalho de Baran e Wu [5].

Em 1999 Kagan e Oliveira [16] utilizaram algoritmos genéticos para solucionar o problema de reconfiguração de redes com minimização de perdas. Eles estabeleceram uma codificação para garantir que durante o processo de busca no espaço de soluções, sejam consideradas só as soluções viáveis do ponto de vista topológico (radiais e conexas). O tratamento de objetivos e restrições do problema é realizado com conjuntos de lógica *fuzzy*; desta forma avalia-se a solução que melhor atende ao conjunto de decisão *fuzzy* (agregação das funções de pertinência dos objetivos e restrições), a qual coincide com a definição da função de avaliação do algoritmo genético. Isto permite utilizar no algoritmo genético diferentes operadores de agregação (min, produto, fuzzy-and, etc.) para composição da função de avaliação.

Em 2000 Kashem et al. [17] desenvolveram uma metodologia para determinar as combinações de chaveamento, selecionar o estado das chaves, e encontrar a melhor combinação de chaves para obter as perdas mínimas na rede. Na primeira etapa do algoritmo proposto, são considerados os ramais de ligação e seus dois ramais adjacentes para gerar combinações de

chaveamento e se identifica a melhor combinação. Na segunda etapa se realiza uma busca exaustiva para encontrar qualquer outra combinação que produza uma perda mínima em comparação com a perda obtida na primeira etapa. Na metodologia proposta, considera-se o sistema de distribuição com todos seus ramais simultaneamente, ao invés de determinar as opções de chaveamento laço a laço. Esta técnica normalmente envolve um cálculo matemático muito complicado e grande tempo de processamento computacional devido à natureza combinatória do problema. A metodologia proposta foi aplicada à rede de Baran e Wu [5] e os resultados indicam soluções muito próximas às soluções encontradas no trabalho original. O artigo resume de forma conveniente os resultados obtidos com esta rede por todos os pesquisadores que a utilizaram, o que reforça a importância do trabalho original de Baran e Wu.

Ainda em 2000 Chin e Huang [18] desenvolveram outra variante da técnica de troca de ligações. Apresentaram um método de classificação hierárquica para resolver o problema de reconfiguração de alimentadores de distribuição, com o objetivo de reduzir perdas. O algoritmo procura uma série de limites ou fronteiras e adota um índice de posições para obter uma série de operações de chaveamento. A vantagem da metodologia proposta, segundo os autores, é a simplicidade da escolha da chave a ser aberta para eliminar cada uma das malhas da rede. Esta escolha é baseada em um índice de mérito, que considera a queda de tensão e o fluxo de potência através das chaves candidatas. Além disso, com o intuito de indicar *a priori* o ponto mais adequado para abertura da malha, a metodologia utiliza o conceito de “conjunto de fronteira” (*boundary set*) como sendo a barra de menor tensão na malha, acrescida das duas ligações adjacentes. O artigo descreve a aplicação da metodologia em duas redes distintas, sendo uma delas aquela proposta por Baran e Wu [5], com a qual obtiveram-se resultados equivalentes aos do trabalho original. Os testes mostraram que a técnica proposta é eficiente e computacionalmente robusta, e é adequada para planejamento e operação de sistemas de distribuição.

Em 2003, Brown [19] desenvolveu uma metodologia de reconfiguração de redes para otimizar a confiabilidade dos sistemas de distribuição. Para atingir este objetivo foi utilizado um modelo analítico de predição de confiabilidade, o qual fornece (*i*) o número esperado de

interrupções momentâneas por ano, (ii) o número esperado de interrupções permanentes por ano, e (iii) o número esperado de horas de interrupção por ano. De acordo com o autor, métodos como o recozimento simulado e algoritmos genéticos têm sido empregados com sucesso em problemas de otimização envolvendo confiabilidade, mas no caso das redes de Distribuição ocorrem problemas devido às configurações não-radiais que ambos os métodos normalmente fornecem. A metodologia proposta é baseada no recozimento local, evitando assim os problemas do recozimento simulado e os algoritmos genéticos. São realizadas pequenas mudanças na estrutura radial da rede, fechando chaves normalmente abertas e abrindo a primeira chave fechada a montante da chave que foi aberta. Este processo, referido como “*tie switch shift*”, permite mudanças incrementais na estrutura em árvore, ao contrário da completa reformulação da estrutura para cada mudança de estado da chave.

Nara; Mishima e Satoh [20] publicaram, em 2003, um artigo de revisão bibliográfica no tema de reconfiguração de redes e balanceamento de carga. O artigo cobre o período de 1988 a 2002 e considera somente trabalhos publicados em *IEEE Transactions*. O principal interesse deste artigo é naturalmente a sistematização das 52 referências citadas, além de discutir as principais metodologias propostas no período.

Augugliaro et al. [21] propuseram, ainda em 2003, uma abordagem inovadora do problema de reconfiguração, com o principal foco colocado na implementação prática de algoritmos de controle. A solução proposta permite que um sistema de distribuição com baixo nível de automação migre para uma condição mais sofisticada, com custos relativamente baixos, indicando que a implantação de uma solução deste tipo pode ser mais adequada que uma opção pela automação total do sistema em uma única instância. Em cada nó de carga a metodologia utiliza um controlador local com autonomia suficiente para determinar, dentre todas as ligações que se conectam ao nó de carga, quais devem permanecer abertas e quais devem permanecer fechadas. Na estratégia de controle são consideradas as necessidades de alimentar a carga e de manter a radialidade da rede. Para evitar a ocorrência de ilhas, a metodologia utiliza uma rede neural artificial para decidir qual chave fechar e um algoritmo determinístico para decidir qual chave abrir (esta decisão, baseada no ponto de inversão de fluxo na malha criada pelo fechamento da chave, determina que a chave mais próxima do

ponto de inversão seja aberta, ou seja, apresenta um arredondamento da solução contínua). A metodologia desenvolvida foi aplicada à mesma rede de Civanlar et al. [4].

Também em 2003, Su e Lee [22] propuseram um algoritmo de reconfiguração de redes que utiliza Evolução Diferencial Híbrida Inteira-Mista (*Mixed-Integer Hybrid Differential Evolution* - MIHDE). Esta técnica pertence à classe dos Algoritmos Evolutivos e permite uma modelagem bastante detalhada do problema, na qual são considerados o carregamento máximo das ligações e a máxima queda de tensão nos nós da rede. A metodologia foi aplicada à rede de Civanlar et al. [4] e a uma rede real de Distribuição com 11 circuitos primários, 83 chaves NF e 13 chaves NA. Neste último caso, a solução final foi obtida em aproximadamente 36 segundos de processamento (utilizando um processador com frequência de 266 MHz), um resultado significativamente mais rápido quando comparado a uma outra implementação baseada na técnica de recozimento simulado.

Venkatesh; Ranjan e Gooi [23] publicaram em 2004 um trabalho cujo objetivo é maximizar a folga de carregamento das ligações através da reconfiguração ótima. No início define-se um índice de carregamento, o qual fornece uma estimativa da carga adicional que pode ser extraída de um determinado nó antes que o limite de estabilidade seja alcançado. Posteriormente, desenvolve-se uma metodologia para obter uma configuração de rede que maximize a folga total na mesma. O objetivo consiste em detectar situações de risco do ponto de vista de carregamento da rede e assim evitá-las através de manobras nas chaves.

Ainda em 2004, López et al. [24] publicaram um artigo no qual abordaram o problema de reconfiguração de redes, considerando a variação da carga ao longo do dia. A carga foi representada por curvas diárias de 24 pontos (um ponto a cada hora). A reconfiguração da rede em um determinado instante é obtida através de estratégia construtiva, e a radialidade da rede é garantida fazendo o número de ligações condutoras igual ao número de nós de carga, o que constitui uma condição necessária mas não suficiente). Neste trabalho não se garante de forma absoluta o benefício da reconfiguração da rede em base horária em relação à reconfiguração para uma condição fixa da carga; isto se deve ao elevado número de chaveamentos que precisam ser executados.

Em 2005 Romero et al. [25] propuseram uma nova metodologia baseada no conceito “*path-to-node*”, permitindo que as restrições elétricas e de radialidade da rede sejam formuladas de forma algébrica. O esquema proposto é baseado na identificação preliminar de caminhos alternativos viáveis, conectando cada barra à subestação. Para provar a adequação do esquema, utilizaram o problema de reconfiguração de redes para diminuição de perdas. Foram testadas duas metodologias de solução: uma através da resolução de um problema convencional de programação linear inteira mista, e na outra utilizaram um procedimento heurístico baseado em algoritmos genéticos. No caso da metodologia baseada no problema de programação linear inteira mista, tanto a função objetivo quanto as restrições foram previamente convertidas em funções lineares. Dentre as redes utilizadas nos testes encontra-se a referida no trabalho de Baran e Wu [5].

Gomes et al. [26] publicaram em 2005 um trabalho onde apresentam um algoritmo heurístico de reconfiguração de redes formulado especialmente para sistemas de distribuição radial de grande porte. Diferentemente dos métodos heurísticos que selecionam cada chave candidata para ser aberta através de análise sensitiva das variáveis diretamente associadas à chave, esta metodologia examina a sensibilidade das perdas totais do sistema em relação à topologia resultante da abertura da chave. Como em muitos dos trabalhos pesquisados, o sistema de Baran e Wu [5] foi utilizado nos testes realizados.

Schmidt [8] publicou também em 2005 um trabalho onde desenvolve uma metodologia de reconfiguração de redes de Distribuição para minimizar a perda total através da Programação Não-Linear Inteira Mista. A determinação das variáveis contínuas (distribuição das correntes) é feita através do Método de Newton com Derivadas Segundas, e a determinação das variáveis binárias é feita através do método de Busca em Profundidade. A utilização da Busca em Profundidade permitiu obter soluções sub-ótimas muito próximas da ótima e com um custo computacional muito baixo. Foi utilizado o método *Branch and Bound* em conjunto com o Método de Newton, substituindo a Busca em Profundidade, mas neste caso não foram obtidas soluções definitivas.

Em 2006, Salazar; Gallego e Romero [27] propõem um algoritmo de reconfiguração de redes de distribuição baseado em Redes Neurais Artificiais. Neste caso os autores utilizaram a técnica de *clusterização*, associada a técnicas de validação para reduzir o número de entradas no conjunto de treinamento da rede neural. A metodologia apresentou um desempenho adequado para aplicações em tempo real.

Em 2006, Pereira; Vittori e Da Costa [28] apresentaram um algoritmo de otimização baseado no comportamento de colônias de formigas (*Ant Colony Optimization-ACO*) para resolver o problema de reconfiguração de redes com o objetivo de reduzir perdas e atendendo a restrição de radialidade. Neste método o sistema de distribuição é representado por um diagrama que contém um conjunto de nós e arcos indicando as barras e suas linhas de conexão. O algoritmo utiliza “agentes” que se movem através de nós adjacentes e selecionam as chaves que devem permanecer fechadas para minimizar as perdas de energia no sistema.

Em 2006, Choi [29] publicou um artigo no qual apresentou um algoritmo heurístico para redução de perdas e balanço de carga através da reconfiguração de redes de distribuição. Na metodologia, primeiramente foi construída uma árvore de decisão para representar as operações de chaveamento possíveis, depois aplicou-se uma técnica desenvolvida pelo autor, denominada “Busca pela melhor escolha cíclica”. Este método é baseado na “Busca pela melhor escolha” (*best-first-search*) e tem como vantagem ser mais rápido na obtenção da solução. O método apresentado não garante que a solução obtida seja a solução ótima.

Em 2007, Zhu et al. [30] propõem um método baseado em regras para estudar a reconfiguração de redes de distribuição. Os autores desenvolveram uma metodologia de solução heurística modificada, e utilizaram regras baseadas na experiência em operação de sistemas para selecionar a configuração ótima da rede. O algoritmo determina as ações de chaveamento utilizando o método de troca de ramos (*branch exchange*) para reduzir as perdas na rede.

Neste trabalho de tese, apresenta-se uma metodologia aprimorada para reconfiguração de redes de distribuição de energia elétrica. Foi selecionado o Método de Newton para o cálculo das variáveis contínuas, levando em conta a característica quadrática do problema.

Na metodologia apresentada, cada uma das cargas foi considerada com seu fator de potência individual e não com um mesmo valor para todas. Esta característica permitirá à metodologia uma maior flexibilidade, possibilitando considerar outros objetivos em trabalhos futuros, assim como incluir novas restrições. Também foi incluída na função objetivo a restrição de carregamento máximo de ligações, dando a possibilidade de incluir a restrição de queda de tensão nas ligações da rede.

2.3 Resumo

A pesquisa da literatura técnica associada ao tema de reconfiguração de redes de Distribuição expõe as diferentes técnicas utilizadas na resolução deste problema, principalmente quando se trata de minimizar as perdas técnicas.

Foi visto que as operações de chaveamento em sistemas de distribuição são típicas, e destaca-se a dificuldade de encontrar a solução ótima para problemas deste tipo dada a sua natureza combinatória, a qual é responsável pelo crescimento exponencial do custo computacional em função do número de chaves existentes na rede. Durante várias décadas foram desenvolvidos algoritmos aproximados, com o objetivo de encontrar uma solução aceitável próxima da solução ótima.

No início dos anos 80 foram introduzidos os sistemas especialistas, mas os resultados não foram muito alentadores na tentativa de solucionar problemas complexos.

Na década de 90 as Redes Neurais Artificiais foram revividas na área de inteligência artificial, processo que foi encorajado pelo aumento na capacidade computacional e a velocidade de cálculo que alcançaram os computadores na época.

Outra técnica que atraiu a atenção de muitos pesquisadores da área foram os métodos heurísticos, que se mostraram eficientes na solução de problemas de reconfiguração de redes e na otimização da operação de sistemas elétricos de potência.

No próximo Capítulo, será apresentada a análise de convexidade da função objetivo, assim como uma nova formulação do problema, com o objetivo de utilizar cargas com seus próprios valores individuais de fator de potência.

Capítulo 3

RECONFIGURAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO – FORMULAÇÃO 2

3.1 Introdução

Neste Capítulo serão apresentadas a análise de convexidade de funções matemáticas e a formulação para o problema de reconfiguração de redes elétricas com minimização de perdas, onde foi considerado o fator de potência individual das cargas.

A formulação utilizada como base para realizar a análise de convexidade foi apresentada em [8], e vai ser referida neste trabalho como Formulação 1. Apresenta-se também a Formulação 2, que consiste em uma aprimoração da Formulação 1 (onde todas as cargas estão representadas pelo mesmo fator de potência) para cargas representadas por seus valores originais de fator de potência.

O Método de Newton foi selecionado para determinar a distribuição de correntes em uma rede elétrica de forma que a perda total resulte mínima. Neste capítulo detalha-se este método e sua aplicação ao problema de reconfiguração; inclui-se o cálculo da matriz Hessiana e do vetor gradiente, ambos relativos à função objetivo que se deseja minimizar.

Os métodos de busca inteira *Branch and Bound* e Busca em Profundidade foram utilizados com o objetivo de determinar o valor das variáveis binárias, que descrevem o estado aberto ou fechado das chaves existentes na rede elétrica. Neste capítulo descrevem-se estes métodos e apresenta-se o algoritmo utilizado com abordagens diferenciadas baseadas nas características do problema de reconfiguração de redes de distribuição.

3.2 Formulação 1: todas as cargas com o mesmo fator de potência

A seguir apresenta-se um resumo da Formulação 1, a qual constitui a base para as formulações desenvolvidas neste trabalho.

A figura 3.1 mostra a representação das ligações da rede.

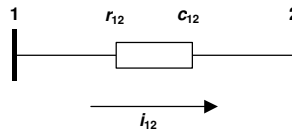


Figura 3.1 - Representação das ligações da rede elétrica

Os símbolos na figura 3.1 estão definidos por:

$i_{12} = \frac{I_{12}}{I_{adm\ cabo}}$ corrente na ligação 1-2, em pu (por unidade) da corrente admissível do cabo existente na ligação;

I_{12} corrente na ligação 1-2 (A);

$I_{adm\ cabo}$ corrente admissível do cabo existente na ligação 1-2 (A);

r_{12} resistência da ligação 1-2 (pu);

$c_{12} = \pm \frac{I_{adm\ cabo}}{I_{base}}$ fator de capacidade da ligação 1-2 (pu);

I_{base} corrente de base do sistema pu (A).

A corrente na ligação 1-2 (i_{12}) foi definida de forma que a seguinte expressão represente adequadamente a restrição de carregamento das ligações. O sinal do fator de capacidade da ligação indica se a corrente está saindo ou entrando dos nós terminais da ligação:

$$-1 \leq i_{12} \leq 1 \quad \text{ou} \quad i_{12}^2 \leq 1 \quad (3.1)$$

A corrente (em pu) que atravessa a ligação 1-2 é dada por:

$$c_{12} \cdot i_{12} = \frac{I_{12}}{I_{base}} \quad (3.2)$$

A perda causada pela corrente i_{12} (em pu) está definida por:

$$r_{12} \cdot (c_{12} \cdot i_{12})^2 = r_{12} \cdot c_{12}^2 \cdot i_{12}^2 \quad (3.3)$$

A perda total (em pu) calcula-se através da Eq. (3.4):

$$P_t = \sum_{jk \in \Omega_L} r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \cdot i_{jk}^2 \quad , \quad (3.4)$$

onde o símbolo Ω_L refere-se ao conjunto de todas as ligações da rede.

A restrição da PLK é dada, para cada nó de carga p , por:

$$\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{jk} + I_p = 0 \quad , \quad (3.5)$$

Na Eq. (3.5) o símbolo Ω_p indica o conjunto de ligações que contém o nó de carga p , e I_p é a corrente injetada na rede pela carga no nó p ($I_p < 0$ para carga), em pu. Nesta formulação considera-se que:

- as cargas estão representadas pelo modelo de corrente constante [31];

- todas as cargas possuem o mesmo fator de potência;
- o ângulo da tensão é o mesmo em todas as barras, portanto, todas as correntes na rede têm o mesmo ângulo e no cálculo de soma de correntes na Eq. (3.5) pode-se considerar apenas a magnitude das mesmas.

Pode-se considerar o ângulo da tensão igual em todas as barras dado que no caso de alimentadores primários de distribuição, a variação do ângulo de tensão nas barras é muito pequena e pode-se ignorar na maioria das situações; os erros decorrentes desta decisão são desprezíveis. A pequena variação do ângulo de tensão nas barras tem origem na característica indutiva das cargas e nos valores de resistência e reatância dos condutores utilizados comumente nos sistemas de distribuição. No Capítulo 4, onde se apresenta a Formulação 3, esta propriedade é discutida em detalhe.

As restrições da Primeira Lei de Kirchhoff (PLK) são incorporadas à função objetivo através do Método das Penalidades Externas [32]. Este método caracteriza-se pela transformação de um problema de otimização com restrições por um problema de otimização sem restrições, mais simples de resolver. A obtenção dessa aproximação é feita através da adição à função objetivo de termos que penalizem a violação das restrições do problema, de forma que o não cumprimento das restrições aumente o valor da função objetivo que se deseja minimizar. Esse termo está associado a um parâmetro K , responsável pela determinação do grau de penalização, e à maneira com que o problema, na forma restrita, se aproxima do problema em sua forma original.

Combinando as Eqs. (3.4) e (3.5) e adicionando os termos de penalização, obtém-se a seguinte função objetivo:

$$\min E(\tilde{i}) = P \cdot \sum_{jk \in \Omega_L} r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \cdot i_{jk}^2 + K \cdot \sum_p \left(\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{jk} + I_p \right)^2, \quad (3.6)$$

onde:

$E(\tilde{i})$ indica a função objetivo a ser minimizada;

\tilde{i} Indica o vetor de correntes (todas as ligações);
 P, K são constantes positivas que permitem ajustar o peso relativo das parcelas de perdas e de restrições da PLK, respectivamente.

Da mesma forma que no caso da PLK, a restrição de capacidade de condução de corrente das ligações é incorporada através do Método das Penalidades Externas. A formulação do problema passa a ser:

$$\min E(\tilde{i}) = P \cdot \sum_{jk \in \Omega_L} r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \cdot i_{jk}^2 + K \cdot \sum_p \left(\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{jk} + I_p \right)^2 + C \cdot \sum_{jk \in \Omega_L} f(i_{jk}), \quad (3.7)$$

em que:

C é uma constante não-negativa para ajuste do peso relativo da restrição de capacidade;
 $f(i_{jk})$ é a função de penalização correspondente à restrição de capacidade:

$$f(i_{jk}) = \begin{cases} (i_{jk} + 1)^2 & \text{se } i_{jk} < -1 \\ 0 & \text{se } -1 \leq i_{jk} \leq +1 \\ (i_{jk} - 1)^2 & \text{se } i_{jk} > +1 \end{cases} \quad (3.8)$$

Da forma como a restrição de capacidade foi introduzida, resulta que a formulação do problema mantém a sua característica quadrática.

O parâmetro P é normalmente fixado no valor 1, já que isoladamente ele não tem nenhum significado. Os parâmetros K e C dependem do valor fixado para P e são determinados experimentalmente através de tentativa e erro. Esta determinação é realizada mediante a verificação dos desvios totais das restrições (PLK e capacidade das ligações) em relação à perda total. Na solução final, os desvios totais das restrições devem ser desprezíveis face à perda total, que é o objetivo principal a ser minimizado.

Cálculo do vetor gradiente

A formulação dada pela Eq. (3.7) é composta por termos de perdas, da PLK e da restrição de capacidade, cujas contribuições no vetor gradiente serão apresentadas a seguir. A dimensão do vetor gradiente é dada pelo número de ligações da rede elétrica.

a) Termos de perdas

$$\frac{\partial E}{\partial i_{jk}}: \quad g_{jk} += 2P \cdot r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \cdot i_{jk}, \quad (3.9)$$

na expressão anterior o termo g_{jk} indica o elemento jk do vetor gradiente e o símbolo “+=” indica atribuição igual à soma do novo valor com o valor já existente no elemento do vetor.

b) Termos da PLK

$$\frac{\partial E}{\partial i_{jk}}: \quad g_{jk} += 2K \cdot c_{jk} \cdot \left(\sum_{mn \in \Omega_p} c_{mn} \cdot i_{mn} + I_p \right). \quad (3.10)$$

Os termos da PLK são incluídos no vetor gradiente através da execução de uma varredura no conjunto de nós de carga. A parcela entre parênteses na Eq. (3.10) é calculada uma vez só para cada nó de carga p . A contribuição da PLK é calculada para cada uma das ligações jk que têm o nó p como extremidade (o conjunto de índices mn inclui o índice jk).

c) Termos da restrição de capacidade

Em cada iteração verifica-se se existe sobrecarga em alguma ligação. Sendo assim, adiciona-se um termo de penalização na função objetivo. A contribuição destes termos no vetor gradiente é:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial i_{jk}} : \quad g_{jk} &+= 2C \cdot (i_{jk} + 1) \quad , \quad \text{para } i_{jk} < -1 \\ \frac{\partial E}{\partial i_{jk}} : \quad g_{jk} &+= 2C \cdot (i_{jk} - 1) \quad , \quad \text{para } i_{jk} > +1 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Cálculo da matriz Hessiana

Dado que esta formulação é quadrática, os termos da matriz Hessiana são constantes, o que significa que eles não dependem das variáveis de decisão. O número de linhas e colunas da matriz Hessiana é igual ao número de ligações da rede elétrica. A contribuição dos termos de perdas, da PLK e da restrição de capacidade na matriz Hessiana é apresentada a seguir.

a) Termos de perdas

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{jk}^2} : \quad H_{jk,jk} += 2P \cdot r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \quad , \quad (3.12)$$

em que $H_{jk,jk}$ indica o elemento da diagonal jk da matriz Hessiana.

b) Termos da PLK

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{jk}^2} : \quad H_{jk,jk} += 2K \cdot c_{jk}^2 \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{jk} \partial i_{mn}} : \quad H_{jk,mn} += 2K \cdot c_{jk} \cdot c_{mn} \quad , \quad (3.14)$$

em que $H_{jk,mn}$ indica o elemento da linha jk e coluna mn da matriz Hessiana. Para a inclusão da contribuição dos termos da PLK na matriz Hessiana executa-se uma varredura no conjunto de nós de carga. Para cada nó de carga p executa-se uma varredura nas ligações jk que têm o nó p como uma extremidade:

1. Para a ligação jk inclui-se a correspondente contribuição na diagonal jk da matriz (Eq. (3.13));
2. Executa-se uma outra varredura nas ligações mn que têm o nó p como uma extremidade. Para cada ligação $mn \neq jk$ inclui-se a correspondente contribuição no elemento jk,mn da matriz (Eq. (3.14)). Esta contribuição é automaticamente adicionada ao elemento recíproco mn,jk quando os índices jk e mn resultarem intercambiados, mantendo a simetria da matriz Hessiana.

c) Termos da restrição de capacidade

Em cada iteração verifica-se se existe sobrecarga em alguma ligação. Se existe, é adicionado o correspondente termo de penalização na função objetivo. A contribuição destes termos na matriz Hessiana é:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{jk}^2} : H_{jk,jk} += 2C \quad , \quad \text{para } i_{jk} < -1 \quad \text{ou} \quad i_{jk} > +1 . \quad (3.15)$$

Pode-se constatar que os elementos fora da diagonal na matriz Hessiana são gerados exclusivamente pela aplicação da PLK aos nós de carga, os termos de perdas e da restrição de capacidade contribuem somente na diagonal da matriz. A PLK reflete a topologia da rede, desta forma a estrutura da matriz Hessiana também reflete a topologia da rede.

3.3 Convexidade da formulação original

A definição de problema convexo é muito importante em otimização, pois está relacionada com o conceito de mínimo global. Algumas destas propriedades estão demonstradas nas referências [33] [34] [35].

Uma função objetivo $f(x)$ tem um mínimo local em x_0 se existir um intervalo centrado em x_0 tal que $f(x) \geq f(x_0)$ para todo o x deste intervalo onde a função é definida. Se

$f(x) > f(x_0)$ para todo x para o qual a função é definida, então o mínimo além de ser local será um mínimo global.

Muitos métodos de pesquisa só garantem uma aproximação a ótimos globais num dado intervalo quando a função objetivo é unimodal, quer dizer, presume-se que o intervalo de pesquisa contenha um e somente um ponto onde $f(x)$ apresenta um mínimo ou um máximo local. A aplicação de tais métodos não garante que se detectará o ótimo global desejado. Como exceção podem referir-se os problemas de programação matemática com funções convexas ou côncavas. A grande vantagem de um problema ser convexo é que apresenta um mínimo global.

Uma função $f(x)$ é *convexa* sobre um intervalo I (finito ou infinito), se para dois pontos quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a I , e para todo θ tal que $0 \leq \theta \leq 1$, se cumpre que:

$$f(\theta x_1 + \bar{\theta} x_2) \leq \theta f(x_1) + \bar{\theta} f(x_2) \quad (3.16)$$

sendo $\bar{\theta} = 1 - \theta$

A representação gráfica de uma função convexa é mostrada na figura 3.2.

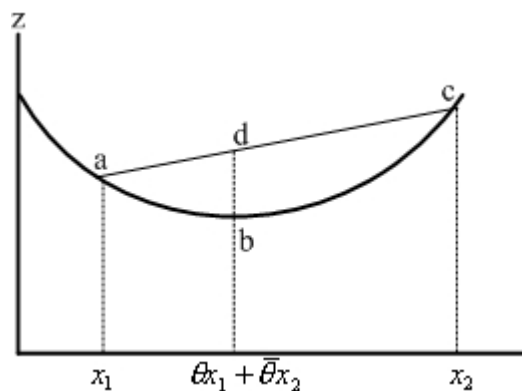


Figura 3.2 - Função convexa

Na figura 3.2:

a: $f(x_1)$

b: $f(\theta x_1 + \bar{\theta} x_2)$

c: $f(x_2)$

d: $\theta f(x_1) + \bar{\theta} f(x_2)$

A interpretação geométrica da definição de convexidade é a seguinte: Considerando o gráfico da função $f(x)$ como função de x , então $x_1, f(x_1)$ e $x_2, f(x_2)$ são dois pontos no gráfico de $f(x)$, e $[\theta x_1 + \bar{\theta} x_2, \theta f(x_1) + \bar{\theta} f(x_2)]$ representam vários pontos no segmento de linha entre estes dois pontos quando $0 \leq \theta \leq 1$. A definição indica que este segmento de linha jaz totalmente sobre ou acima do gráfico da função. Intuitivamente, uma função é convexa se é capaz de "reter" água, ou seja, tem a forma de uma tigela.

Outra definição equivalente de função convexa é que se $f(x)$ é duas vezes diferenciável, então $f(x)$ é convexa se e somente se sua matriz Hessiana é semidefinida positiva para todo x em I . Isto significa que $\nabla^2 f(x) \geq 0$ para todos os valores de x para os quais $f(x)$ está definida. De forma similar, $f(x)$ é *estritamente convexa* quando $\nabla^2 f(x) > 0$, o que significa que a Hessiana é definida positiva.

Como foi visto no teorema a propriedade de convexidade implica que qualquer ótimo local é também o ótimo global. E se uma função é *estritamente convexa* então qualquer solução é única e corresponde ao ótimo global.

Muitas vezes é conveniente verificar a convexidade de uma função determinando se a matriz Hessiana $\nabla^2 f(x)$ é semidefinida positiva para todo x . Uma matriz é semidefinida positiva se todos seus elementos são não negativos.

A convexidade da Formulação 1 vai ser mostrada através do sistema representado na figura 3.3.

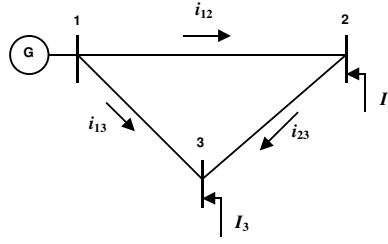


Figura 3.3 - Sistema de 3 barras

Para este caso tem-se a seguinte função objetivo:

$$\begin{aligned}
 P(i_{12}, i_{13}, i_{23}) = & r_{12} c_{12}^2 i_{12}^2 + r_{13} c_{13}^2 i_{13}^2 + r_{23} c_{23}^2 i_{23}^2 \\
 & + K(c_{12} i_{12} + c'_{23} i_{23} + I_2)^2 \\
 & + K(c_{13} i_{13} + c_{23} i_{23} + I_3)^2
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

O sinal do fator de capacidade na Eq.(3.17) deve ser corretamente selecionado para a aplicação da PLK; por exemplo, $c'_{23} = -c_{23}$.

A Eq.(3.17) pode ser reformulada da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 P(i_{12}, i_{13}, i_{23}) = & \left(\sqrt{r_{12}} c_{12} i_{12} + 0 \cdot i_{13} + 0 \cdot i_{23} - 0 \right)^2 \\
 & + \left(0 \cdot i_{12} + \sqrt{r_{13}} c_{13} i_{13} + 0 \cdot i_{23} - 0 \right)^2 \\
 & + \left(0 \cdot i_{12} + 0 \cdot i_{13} + \sqrt{r_{23}} c_{23} i_{23} - 0 \right)^2 \\
 & + \left(\sqrt{K} c_{12} i_{12} + 0 \cdot i_{13} + \sqrt{K} c'_{23} i_{23} - (-\sqrt{K} I_2) \right)^2 \\
 & + \left(0 \cdot i_{12} + \sqrt{K} c_{13} i_{13} + \sqrt{K} c_{23} i_{23} - (-\sqrt{K} I_3) \right)^2
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

em notação matricial tem-se da seguinte forma:

$$P(i_{12}, i_{13}, i_{23}) = \left\| A \cdot \begin{bmatrix} i_{12} \\ i_{13} \\ i_{23} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\sqrt{K} \cdot I_2 \\ -\sqrt{K} \cdot I_3 \end{bmatrix} \right\|^2 = \|w - b\|^2, \tag{3.19}$$

Na Eq. (3.19), o vetor w pode ser visto como uma combinação linear das colunas C_1 , C_2 e C_3 da matriz A :

$$w = A \cdot \begin{bmatrix} i_{12} \\ i_{13} \\ i_{23} \end{bmatrix} = C_1 \cdot i_{12} + C_2 \cdot i_{13} + C_3 \cdot i_{23} \quad (3.20)$$

A matriz A é dada por:

$$A = \begin{bmatrix} \sqrt{r_{12}} c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{r_{13}} c_{13} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{r_{23}} c_{23} \\ \sqrt{K} c_{12} & 0 & \sqrt{K} c'_{23} \\ 0 & \sqrt{K} c_{13} & \sqrt{K} c_{23} \end{bmatrix}_{5 \times 3} \quad (3.21)$$

Portanto, o vetor w jaz no espaço S gerado pelas colunas C_1 , C_2 e C_3 , como está representado na figura 3.4.

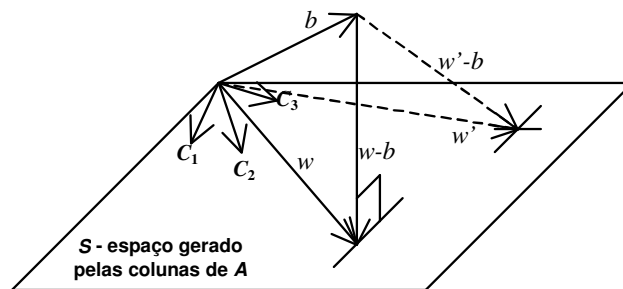


Figura 3.4 – Representação gráfica da Eq. (3.19)

Na figura 3.4 foram representadas duas combinações lineares diferentes (w e w'). O vetor independente b na Eq.(3.19) também foi representado, pode-se notar que o vetor b é uma constante e está fora do espaço S . A função objetivo $P(\cdot)$ pode ser vista como o quadrado da norma do vetor $(w-b)$. Na figura 3.4 se pode observar que a função objetivo terá seu valor mínimo quando o vetor $(w-b)$ for ortogonal ao plano S .

A condição de ortogonalidade é imposta fazendo o produto do vetor $(w-b)$ com cada uma das colunas da matriz A igual a zero:

$$\begin{aligned}\langle w-b, C_1 \rangle &= 0 \\ \langle w-b, C_2 \rangle &= 0 \\ \langle w-b, C_3 \rangle &= 0\end{aligned}\tag{3.22}$$

Assim sendo:

$$\begin{aligned}\langle w-b, C_1 \rangle &= \langle w, C_1 \rangle - \langle b, C_1 \rangle = 0 \\ \langle w, C_2 \rangle - \langle b, C_2 \rangle &= 0 \\ \langle w, C_3 \rangle - \langle b, C_3 \rangle &= 0\end{aligned}\tag{3.23}$$

Reescrevendo:

$$\begin{aligned}\langle w, C_1 \rangle &= \langle b, C_1 \rangle \\ \langle w, C_2 \rangle &= \langle b, C_2 \rangle \\ \langle w, C_3 \rangle &= \langle b, C_3 \rangle\end{aligned}\tag{3.24}$$

Substituindo w , obtém-se seus produtos escalares:

$$\begin{aligned}w &= A \cdot \begin{bmatrix} i_{12} \\ i_{13} \\ i_{23} \end{bmatrix} \\ \therefore \langle w, C_1 \rangle &= \langle C_1, w \rangle = C_1^t \cdot w = C_1^t \cdot A \cdot \begin{bmatrix} i_{12} \\ i_{13} \\ i_{23} \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{3.25}$$

$$\langle w, C_2 \rangle = C_2^t \cdot A \cdot \begin{bmatrix} i_{12} \\ i_{13} \\ i_{23} \end{bmatrix}$$

$$\langle w, C_3 \rangle = C_3^t \cdot A \cdot \begin{bmatrix} i_{12} \\ i_{13} \\ i_{23} \end{bmatrix}$$

Agrupando as expressões na Eq.(3.25) e substituindo na Eq.(3.24) tem-se que:

$$\begin{bmatrix} C_1^t \\ C_2^t \\ C_3^t \end{bmatrix} \cdot A \cdot \begin{bmatrix} i_{12} \\ i_{13} \\ i_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle b, C_1 \rangle \\ \langle b, C_2 \rangle \\ \langle b, C_3 \rangle \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$A^t \cdot A \cdot \begin{bmatrix} i_{12} \\ i_{13} \\ i_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle b, C_1 \rangle \\ \langle b, C_2 \rangle \\ \langle b, C_3 \rangle \end{bmatrix} = A^t \cdot b$$

Finalmente obtém-se:

$$A^t \cdot A \cdot \begin{bmatrix} i_{12} \\ i_{13} \\ i_{23} \end{bmatrix} = A^t \cdot b \quad (3.27)$$

A Eq.(3.27) permite calcular o vetor \tilde{i} mediante a resolução do conjunto de equações lineares. Pode-se notar também que as primeiras três filas da matriz A têm elementos não-zero na diagonal, e, assumindo que todas as resistências e fatores de capacidade sejam estritamente positivos, então se tem que o posto da matriz A é igual a 3, ou seja, o número de ramais na rede. Por esta razão a matriz $A^t \cdot A$ na Eq. (3.27) é não singular, o qual prova que a Formulação 1 é convexa. A propriedade de convexidade é válida também para qualquer rede, devido a que os termos de perdas só contribuem nos elementos da diagonal, como se pode ver nas Eqs. (3.17) e (3.21).

Em lugar de resolver a Eq.(3.27), neste trabalho as correntes nas ligações são calculadas através do Método de Newton aplicado diretamente na função objetivo. Desta forma podem-se incorporar facilmente outras restrições, como a restrição de capacidade das ligações. Ao mesmo tempo, o custo computacional não se incrementa devido a que, como se verá mais adiante, no nosso caso o Método de Newton converge em uma iteração só.

3.4 O Método de Newton e sua aplicação a formulações convexas

A resolução de equações não lineares consiste em determinar os valores x que tornam nulo o valor da função f , ou seja, resolver a equação $f(x) = 0$.

O Método de Newton é um dos melhores métodos de resolução de $f(x) = 0$. Neste caso, a solução é calculada por meio da reta tangente à curva de $f(x)$. O zero da reta tangente é então a estimativa do valor de x^* .

Este método baseia-se na ajustagem aproximada de uma função quadrática a $f(x)$, utilizado para isso as derivadas parciais de primeira e segunda ordem. Neste caso a função objetivo em um determinado ponto é substituída por uma função aproximadora quadrática, e esta função aproximadora é minimizada exatamente.

Considerando a expansão em série de Taylor no ponto x_0 :

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0) \cdot f'_{x_0} + \frac{1}{2} \cdot (x - x_0)^2 \cdot f''_{x_0} + \dots, \quad (3.28)$$

em que os sobrescritos ' e '' indicam as derivadas primeira e segunda da função em relação a x , respectivamente. A equação da reta tangente é dada pelos primeiros dois membros da Série de Taylor, assim, a função aproximadora quadrática, $g(x)$, é obtida a partir de $f(x)$ desprezando-se os termos de ordem superior a 2:

$$g(x) = f(x_0) + (x - x_0) \cdot f'_{x_0} + \frac{1}{2} \cdot (x - x_0)^2 \cdot f''_{x_0}. \quad (3.29)$$

O objetivo é determinar um valor para x tal que o valor da função aproximadora resulte mínimo (em vez do valor da função original). Isto é obtido derivando-se a função aproximadora em relação a x e igualando o resultado a zero:

$$\frac{d}{dx} g(x) = f'_{x_0} + (x - x_0) \cdot f''_{x_0} = 0. \quad (3.30)$$

Da Eq. (3.30) resulta finalmente a correção d procurada (minimização exata da função aproximadora):

$$d = x - x_0 = -\frac{f'_{x_0}}{f''_{x_0}}. \quad (3.31)$$

A generalização da Eq. (3.31) para uma função escalar $E(\tilde{x})$ com n variáveis independentes conduz a:

$$\tilde{d}^{(k)} = \tilde{x}^{(k)} - \tilde{x}_0 = -[\nabla^2 E(\tilde{x}^{(k)})]^{-1} \cdot \nabla E(\tilde{x}^{(k)}), \quad (3.32)$$

em que $\nabla^2 E(\tilde{x}^{(k)})$ indica a **matriz Hessiana** da função objetivo no passo k :

$$\nabla^2 E(\tilde{x}^{(k)}) = \nabla(\nabla E(\tilde{x}^{(k)}))^t = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 E}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial x_2 \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 E}{\partial x_n \partial x_1} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 E}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 E}{\partial x_n \partial x_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 E}{\partial x_1 \partial x_n} & \frac{\partial^2 E}{\partial x_2 \partial x_n} & \cdots & \frac{\partial^2 E}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

A convergência do algoritmo de Newton depende de:

- a função $f(x)$ seja duas vezes diferenciável;
- que a matriz Hessiana seja inversível;
- que a matriz Hessiana seja definida positiva para que se possa garantir uma direção de descida [36].

O método de Newton apresenta convergência quadrática para pontos próximos do mínimo. Tratando-se de uma função quadrática, a aproximação quadrática será exata (neste caso a função aproximadora coincide com a função objetivo original, e a minimização exata da função aproximadora é a própria minimização exata da função original), e o método convergirá num passo só [34].

3.4.1 Exemplo de aplicação do Método de Newton

A figura 3.5 representa uma rede elétrica simples, com dois nós de geração e um nó de carga. O objetivo é determinar as correntes i_1 e i_2 que tornam mínima a soma das perdas nas ligações 1-3 e 2-3. Na figura 3.5 as correntes i_1 e i_2 e as resistências r_1 e r_2 são representadas através de valores por-unidade (pu) [31].

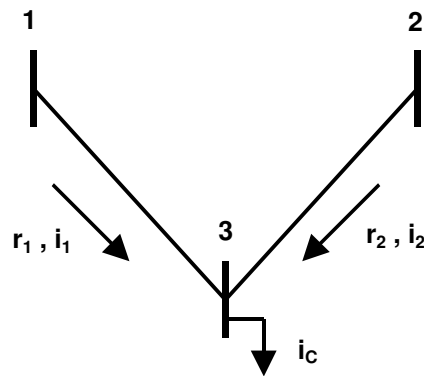


Figura 3.5 - Rede elétrica

Para a rede da figura 3.5 a perda total em pu é dada através da Eq.(3.34):

$$p(i_1, i_2) = r_1 \cdot i_1^2 + r_2 \cdot i_2^2, \quad (3.34)$$

A Eq.(3.35) é obtida pela aplicação da PLK ao nó 3:

$$i_1 + i_2 = i_c, \quad (3.35)$$

o termo i_c representa a corrente de carga em pu, cujo valor é conhecido e fixo.

A partir da Eq. (3.35) pode-se expressar a corrente i_2 em função de i_1 e i_c ; substituindo o resultado na Eq. (3.34) obtém-se a expressão da perda total em função da única variável i_1 :

$$p(i_1) = (r_1 + r_2) \cdot i_1^2 - (2 \cdot r_2 \cdot i_c) \cdot i_1 + (r_2 \cdot i_c^2). \quad (3.36)$$

Pode-se observar que a Eq.(3.36) apresenta característica quadrática em i_1 . O valor da perda mínima é dado por:

$$P_{\min} = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} \cdot i_C^2, \quad (3.37)$$

o qual ocorre para:

$$i_1 = \frac{r_2}{r_1 + r_2} \cdot i_C \quad \text{e} \quad i_2 = i_C - i_1 = \frac{r_1}{r_1 + r_2} \cdot i_C. \quad (3.38)$$

Graficamente a Eq. (3.34) representa um parabolóide de rotação quando $r_1 = r_2$. Normalmente $r_1 \neq r_2$, isto ocasionará uma distorção na superfície em dependência do valor relativo das resistências. A figura 3.6 mostra a representação gráfica da função perda total (Eq.(3.34)) para o caso particular em que $i_C = 10$.

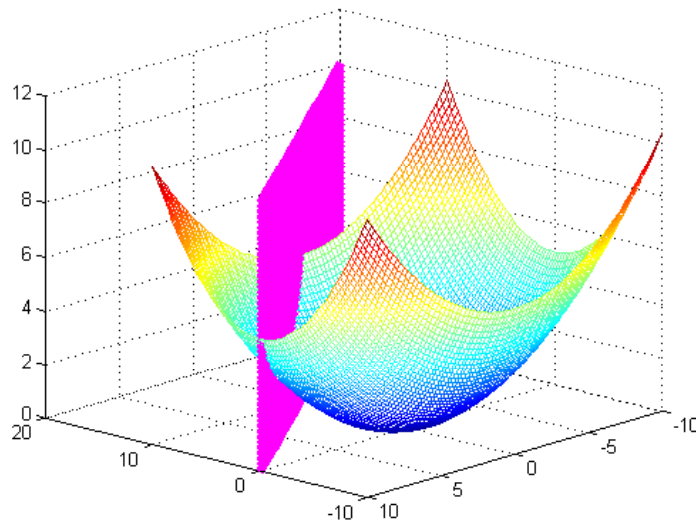


Figura 3.6 – Representação gráfica da função perda total

Na figura 3.6, o plano que corta o parabolóide está representando a restrição da PLK (Eq. (3.35)). A interseção entre a função perda total e o plano da Primeira Lei de Kirchhoff

corresponde à parábola que representa a Eq.(3.36), como se pode observar nas figuras 3.7 e 3.8.

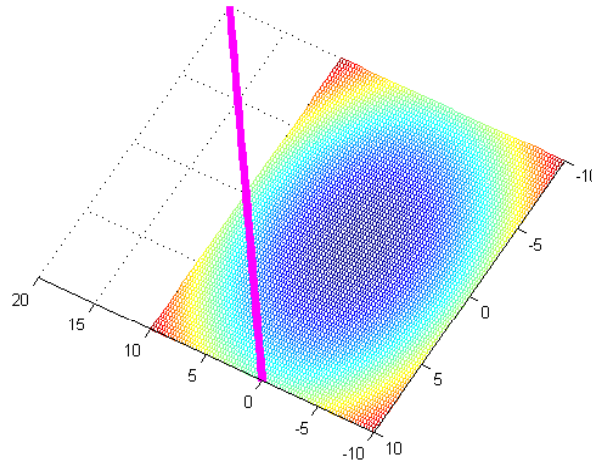


Figura 3.7 – Vista superior da interseção entre a função perda total e o plano da PLK

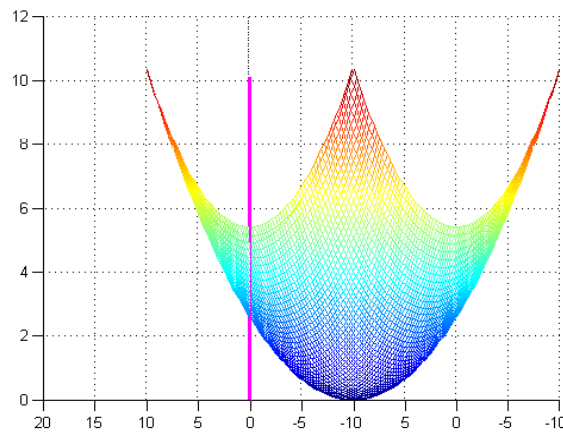


Figura 3.8 – Vista frontal da interseção entre a função perda total e o plano da PLK

A incorporação da PLK na função perda total gerou, neste caso, uma função quadrática de uma variável, cujo valor mínimo é único e de fácil determinação. Em redes reais de distribuição vai existir um número bem maior de variáveis, e uma equação da PLK para cada nó de carga da rede. Nestes casos não é possível reduzir o problema a uma função quadrática de uma variável. Mas, como será visto mais adiante neste capítulo, a convexidade da função objetivo conduz à existência de um único valor mínimo da função perda total.

Lembrando que as restrições da PLK são incorporadas à função objetivo através do Método das Penalidades Externas [32], e combinando as Eqs. (3.34) e (3.35), obtém-se a seguinte função objetivo a ser minimizada:

$$p(i_1, i_2) = r_1 \cdot i_1^2 + r_2 \cdot i_2^2 + K(i_1 + i_2 - i_c)^2, \quad (3.39)$$

em que K é uma constante positiva, usualmente de valor relativamente elevado.

Na Eq.(3.39) o termo da PLK foi elevado ao quadrado para que o desvio da PLK contribuísse sempre com sinal positivo na função a ser minimizada, e também para preservar a natureza quadrática da função objetivo, que é uma característica muito importante na aplicação do Método de Newton. Desta forma o menor valor possível para o termo de penalização é zero, condição que equivale ao cumprimento da PLK.

A seguir será abordada a aplicação do Método de Newton à formulação dada pela Eq.(3.39). Supõe-se que os valores iniciais para as correntes i_1 e i_2 são conhecidos e são dados por:

$$i_1^{(0)} \quad e \quad i_2^{(0)},$$

em que o superescrito (0) indica valor na iteração 0 (inicial). Neste caso, o vetor gradiente da função objetivo (3.39) será dado por:

$$\nabla p^{(0)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p}{\partial i_1} \\ \frac{\partial p}{\partial i_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2r_1 i_1^{(0)} + 2K(i_1^{(0)} + i_2^{(0)} - i_c) \\ 2r_2 i_2^{(0)} + 2K(i_1^{(0)} + i_2^{(0)} - i_c) \end{bmatrix}, \quad (3.40)$$

e a matriz Hessiana será dada por:

$$\nabla^2 p = \nabla[\nabla p]^t = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 p}{\partial i_1^2} & \frac{\partial^2 p}{\partial i_2 \partial i_1} \\ \frac{\partial^2 p}{\partial i_1 \partial i_2} & \frac{\partial^2 p}{\partial i_2^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2r_1 + 2K & 2K \\ 2K & 2r_2 + 2K \end{bmatrix}. \quad (3.41)$$

Note-se que a matriz Hessiana resultou constante (independente das variáveis de decisão i_1 e i_2). Esta propriedade decorre da formulação ser quadrática, e está relacionada com a propriedade já mencionada de o Método de Newton convergir em apenas uma iteração no caso de formulações quadráticas.

A atualização das variáveis i_1 e i_2 na iteração atual (0) é obtida através das correções especificadas pelo Método de Newton (Eq. (3.32)):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta i_1^{(0)} \\ \Delta i_2^{(0)} \end{bmatrix} &= -[\nabla^2 p]^{-1} \cdot \nabla p^{(0)} \\ &= -\frac{1}{2(r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K)} \cdot \begin{bmatrix} r_2 + K & -K \\ -K & r_1 + K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2r_1 i_1^{(0)} + 2K(i_1^{(0)} + i_2^{(0)} - i_C) \\ 2r_2 i_2^{(0)} + 2K(i_1^{(0)} + i_2^{(0)} - i_C) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

o resultado final é o seguinte:

$$\begin{bmatrix} \Delta i_1^{(0)} \\ \Delta i_2^{(0)} \end{bmatrix} = -\frac{1}{r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K} \cdot \begin{bmatrix} r_2 (r_1 i_1^{(0)} - K i_C) + (r_1 + r_2) K i_1^{(0)} \\ r_1 (r_2 i_2^{(0)} - K i_C) + (r_1 + r_2) K i_2^{(0)} \end{bmatrix}. \quad (3.42)$$

O novo valor das variáveis (na iteração 1) é finalmente obtido através de:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} i_1^{(1)} \\ i_2^{(1)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} i_1^{(0)} \\ i_2^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta i_1^{(0)} \\ \Delta i_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1^{(0)} \\ i_2^{(0)} \end{bmatrix} - \frac{1}{r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K} \cdot \begin{bmatrix} r_2 (r_1 i_1^{(0)} - K i_c) + (r_1 + r_2) K i_1^{(0)} \\ r_1 (r_2 i_2^{(0)} - K i_c) + (r_1 + r_2) K i_2^{(0)} \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K} \cdot \begin{bmatrix} i_1^{(0)} \cdot (r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K) - r_2 (r_1 i_1^{(0)} - K i_c) - (r_1 + r_2) K i_1^{(0)} \\ i_2^{(0)} \cdot (r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K) - r_1 (r_2 i_2^{(0)} - K i_c) - (r_1 + r_2) K i_2^{(0)} \end{bmatrix} \quad (3.43) \\
&= \frac{1}{r_1 r_2 + r_1 K + r_2 K} \cdot \begin{bmatrix} r_2 i_c K \\ r_1 i_c K \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Através da Eq. (3.43) pode concluir-se que o valor das correntes na iteração 1 não depende do valor que tinham na iteração anterior, o que significa que a convergência ocorre em uma iteração sem importar o valor inicial adotado.

Fazendo com que o valor de K tenda a infinito a solução será:

$$\begin{bmatrix} i_1^{(1)} \\ i_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r_2}{r_1 + r_2} i_c \\ \frac{r_1}{r_1 + r_2} i_c \end{bmatrix}, \quad (3.44)$$

que é a mesma solução obtida anteriormente através da Eq.(3.38).

A operação tender o valor do parâmetro K a infinito é necessária para que a restrição da PLK seja satisfeita na solução final, para conseguir isto o termo de penalização deve resultar nulo. Por outro lado, devido aos erros de truncamento inerentes aos computadores digitais, as operações numéricas envolvendo valores com ordens de grandeza muito distintas conduzem a soluções numéricas espúrias. Na prática é preciso restringir o parâmetro K a um valor máximo, o qual pode ser facilmente obtido através de algumas tentativas e assegurando que o desvio da restrição da PLK seja suficientemente pequeno em relação ao valor da função objetivo completa.

3.5 Programação Inteira e Inteira Mista

Um problema de Programação Inteira (PI) é um caso particular de problema de otimização, no qual as variáveis assumem somente valores inteiros. Um problema de Programação Inteira Mista é outro caso particular da PI no qual só uma parte das variáveis se restringe a valores inteiros. Às vezes, as variáveis do problema estão restritas apenas a dois valores, zero e um, neste caso trata-se de um subconjunto deste tipo de problemas conhecido como programação binária.

Da mesma forma que os problemas de otimização que utilizam variáveis reais, os problemas de otimização com variáveis inteiras podem ser lineares ou não lineares, dependendo da função objetivo e das suas restrições.

A otimização inteira se destaca por apresentar uma quantidade significativa de abordagens, geralmente especializadas em dependência da sua aplicação. Estas abordagens podem dividir-se em dois grupos com características diferentes:

- Otimização clássica: Quando se trata de problemas convexos existe a garantia de que a solução obtida é ótima. Por exemplo: enumeração total, *branch and bound* e enumeração implícita.
- Otimização heurística: Permite obter soluções perto da ótima, mas não se garante a solução ótima. Utiliza-se em problemas nos quais os métodos de otimização clássica podem falhar devido geralmente a um elevado número de variáveis inteiras ou à complexidade da função objetivo e das restrições.

A programação inteira e a programação inteira mista apresentam importantes diferenças teóricas em relação à programação linear, mesmo considerando apenas os problemas com a função objetivo e as restrições:

- Programação Linear: Existem condições necessárias e suficientes de optimalidade para testar se uma dada solução viável é uma solução ótima ou não. Estas condições de

otimalidade têm sido utilizadas para desenvolver métodos algébricos para resolver problemas de programação linear, como, por exemplo, o *simplex*.

- Programação Inteira e Programação Inteira Mista: Não existem condições de otimalidade conhecidas para testar se uma solução viável é a ótima. A não ser comparando de forma explícita ou implícita esta solução com cada uma das soluções viáveis do problema. Por este motivo os problemas de otimização inteiros são resolvidos utilizando métodos de enumeração que buscam a solução ótima dentro do conjunto de soluções viáveis.

3.5.1 Métodos de busca inteira: Busca em Profundidade e *Branch and Bound*

As redes de distribuição de energia elétrica operam tipicamente em configuração radial, assim, no processo de reconfiguração deve-se garantir esta característica. Na metodologia implementada, a diferença das restrições da PLK e de carregamento das ligações, a restrição de radialidade não foi incorporada no Método de Newton. Esta restrição foi considerada através da interferência direta na abertura de chaves utilizando métodos de busca inteira.

Neste trabalho o desafio da busca inteira consiste em obter uma solução ótima (aquela que minimize as perdas) que mantenha a configuração radial das redes, o que significa que não podem existir nós desconexos.

A Busca em Profundidade e o Método *Branch and Bound* [35, 36, 37] foram os métodos de busca inteira utilizados na parte inteira do problema de reconfiguração de redes de distribuição. Estes métodos foram adaptados às condições do problema de reconfiguração e mostraram ótimos resultados em trabalhos anteriores [8].

3.5.1.1 Busca em Profundidade

As redes de distribuição podem ser modeladas como uma árvore, onde cada nó da rede de distribuição se corresponde com um nó na árvore, e cada linha entre os nós da rede é um arco

na árvore. O Método de Busca em Profundidade é utilizado para percorrer uma árvore de soluções como a que se mostra na figura 3.9.

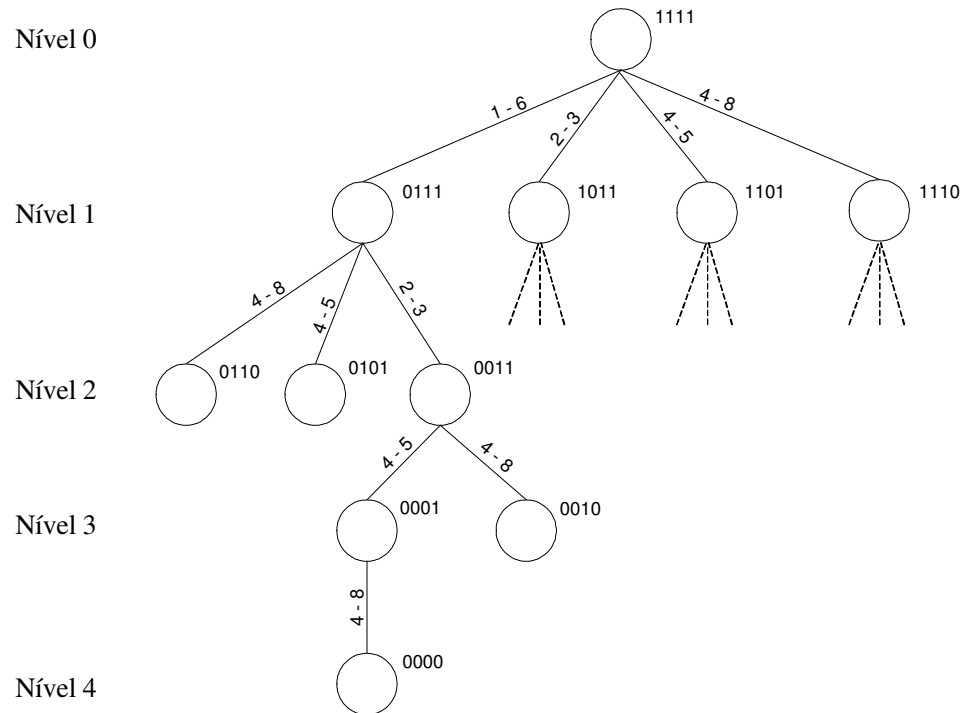


Figura 3.9 - Árvore de soluções (parcial) da Busca em Profundidade

Na árvore da figura 3.9 as soluções estão representadas pelos círculos, o número na parte superior direita dos círculos indica o estado das chaves (aberta = 0, fechada = 1). O algoritmo se inicia com todas as chaves da rede fechadas (estado = 1), obtendo-se uma rede malhada e uma solução única correspondente ao nível 0 na árvore. A passagem para outro nível é dada pela abertura de uma chave, que está indicada na linha que une duas soluções; assim, no caso da rede de exemplo com 4 chaves, tem-se 4 soluções no nível 1, obtidas pela abertura das chaves 1-6, 2-3, 4-5, e 4-8. A partir do nó raiz, neste caso o nível 0, em cada nível é gerado um nó sucessor dado pela abertura de uma chave. As chaves são abertas uma a uma até que a solução do problema seja alcançada, ou seja, até obter uma rede radial conexa. Após cada abertura de chave determina-se a distribuição de correntes que minimiza a perda total. Para cada chave candidata a ser aberta, calcula-se o aumento na perda total que sua abertura poderia causar. Cria-se uma lista de chaves candidatas ordenadas em ordem crescente deste aumento.

Esta lista é percorrida até encontrar uma chave que, em caso de ser aberta, não cause uma rede desconexa. Então esta chave é aberta de forma definitiva e o processo se inicia para encontrar outra chave a ser aberta.

Uma vez encontrada uma configuração radial a busca de soluções é concluída, por este motivo a solução obtida pode não ser a solução ótima, pois existem soluções em outros níveis que não foram consideradas.

O procedimento basicamente consiste em:

Passo 1. Inicialmente todas as chaves são fechadas.

Passo 2. Executa-se um teste de parada que consiste em que, se existe uma quantidade de chaves fechadas, equivalente ao número necessário de chaves fechadas para se obter uma rede radial, o procedimento termina e a configuração atual da rede fornece a solução desejada.

Passo3. O Método de Newton aplica-se à formulação (3.7) para determinar a distribuição de correntes que minimiza a perda total.

Passo 4. Escolhe-se uma (ou a próxima) chave a ser aberta, segundo um critério que se vai explicar mais adiante.

Passo 5. Verifica-se se a abertura da chave escolhida conduz a uma rede com nós desconexos, se a resposta é afirmativa retorna-se ao passo anterior para escolher outra chave; caso contrário, o procedimento continua.

Passo 6. O estado da chave escolhida no Passo 4 muda de “fechada” para “aberta”.

Passo 7. Retorna-se ao Passo 2.

A figura 3.10 mostra o diagrama de blocos correspondente ao algoritmo de Busca em Profundidade. No diagrama o termo *ncf* refere-se ao número necessário de chaves fechadas para se obter uma rede radial.

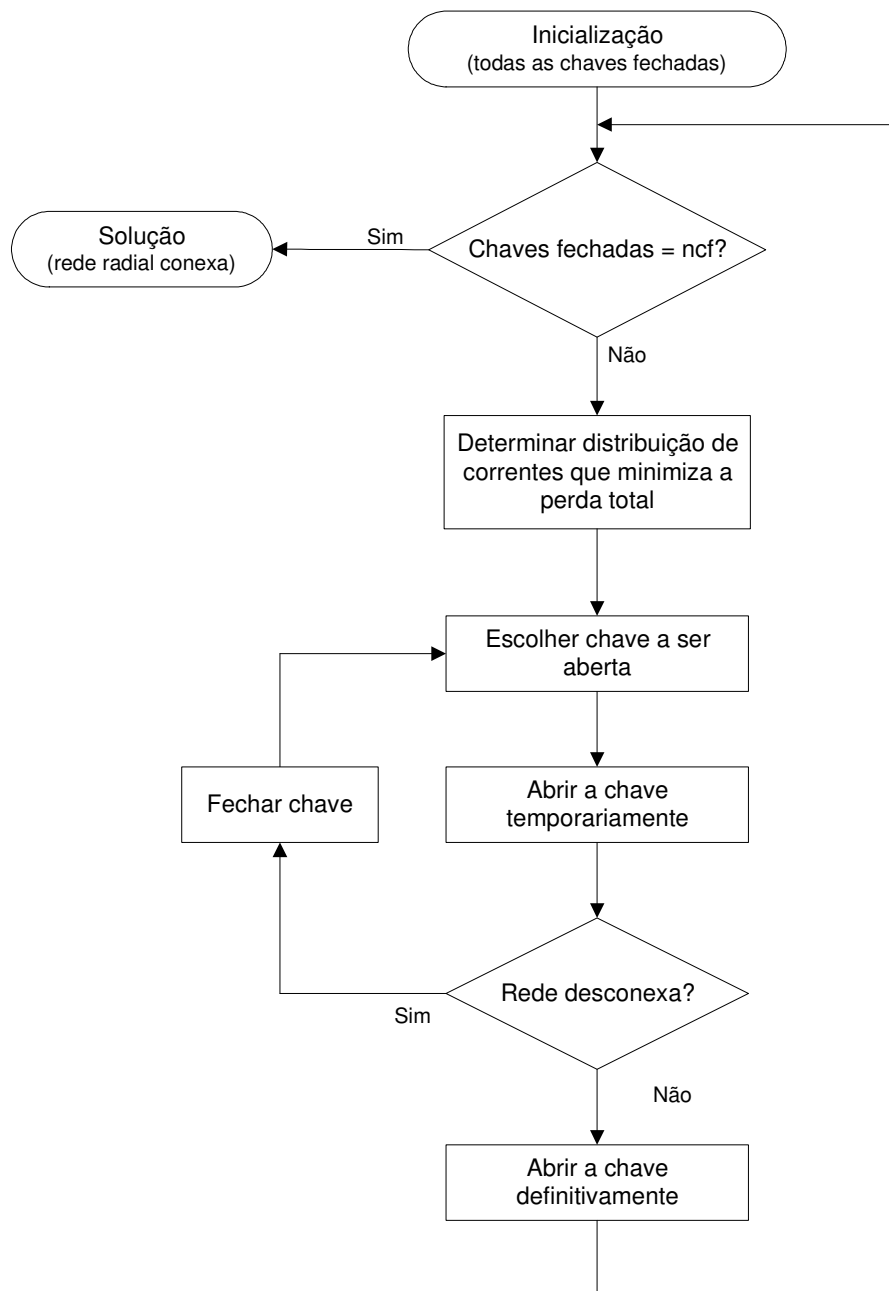


Figura 3.10 – Diagrama de blocos do algoritmo de Busca em Profundidade

O termo n_{CF} no diagrama de blocos da figura anterior, refere-se ao número necessário de chaves fechadas para se obter uma rede radial. O valor n_{CF} obtém-se a partir de:

$$n_{CF} = n_C - n_{jk} \quad (3.45)$$

Esta expressão (Eq.(3.45)) origina-se da propriedade da rede radial de possuir n_c ligações condutoras se tiver uma quantidade n_c de nós de carga, para garantir a radialidade da rede. O termo n_{jk} indica o número de ligações sem chave.

O número de chaves fechadas (n_{CF}) constitui um valor necessário mas não suficiente para se obter uma rede radial conexa [8]. Por isso, para garantir a radialidade da rede, em cada passo verifica-se se a abertura da chave escolhida conduz a uma rede desconexa ou não. Desta forma, ao fim do procedimento obtém-se uma configuração de rede radial e conexa.

A decisão de qual chave abrir, no Passo 4 do procedimento, está baseada no incremento de perda que ocasionaria a abertura de uma chave candidata. Para estimar este incremento de perda foram utilizados dois métodos, denominados Método A e Método B.

Método A de Busca em Profundidade

Neste método, o critério para selecionar a chave a ser aberta consiste em escolher a chave que produz o menor aumento na função objetivo, sabendo que a perda total em uma rede na qual foi aberta uma chave é sempre maior ou igual à perda total na rede antes de abrir a chave.

O processo para estimar o aumento na perda total que a abertura de uma chave irá causar, começa a partir da solução na configuração atual, a variação da função objetivo aproxima-se pela sua expansão em série de Taylor, considerando somente os termos de primeira e segunda ordem.

A seguir apresenta-se esta aproximação:

$$E(\tilde{i} + \Delta\tilde{i}) = E(\tilde{i}) + (\Delta\tilde{i}^t \cdot \nabla E) + \left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\tilde{i}^t \cdot \nabla^2 E \cdot \Delta\tilde{i} \right) , \quad (3.46)$$

em que:

- \tilde{i} é o vetor de correntes (pu) (todas as ligações sem chave e todas as ligações com chave fechada);
- $\Delta\tilde{i}$ é vetor de variação de correntes (pu), resultante da abertura da chave mn (pu);
- $E(\tilde{i})$ é o valor atual da função objetivo (pu);
- $E(\tilde{i} + \Delta\tilde{i})$ é o valor da função objetivo após a abertura da chave mn (pu);
- ∇E é o gradiente da função objetivo na solução atual;
- $\nabla^2 E$ é a matriz Hessiana da função objetivo.

No cálculo do vetor de variação de correntes resultante da abertura de uma chave mn ($\Delta\tilde{i}$), considera-se que apenas a corrente na ligação mn teve seu valor alterado. Neste procedimento serão desprezadas as correntes nas outras ligações, assim como também serão desprezadas outras variações que acontecem na rede após a abertura de uma chave, portanto este cálculo não é exato.

O vetor $\Delta\tilde{i}$ é dado por:

$$\Delta i_{mn} = 0 - i_{mn} = -i_{mn} \quad , \quad (3.47)$$

Sendo $\Delta\tilde{i}$ um vetor com todos os elementos nulos exceto o correspondente à ligação mn . O termo i_{mn} representa o valor inicial da corrente na ligação mn (com a chave ainda fechada) e “0” é o valor final da corrente nessa ligação (após a abertura da chave).

Substituindo a Eq.(3.47) na Eq.(3.46) obtém-se a expressão da variação na função objetivo, causada pela abertura da chave mn :

$$\begin{aligned}
E(\tilde{i} + \Delta\tilde{i}) - E(\tilde{i}) &= (\Delta\tilde{i}^t \cdot \nabla E) + \left(\frac{1}{2} \Delta\tilde{i}^t \cdot \nabla^2 E \cdot \Delta\tilde{i} \right) = [0 \cdots -i_{mn} \cdots 0] \cdot \begin{bmatrix} * \\ \cdots \\ G_{mn} \\ \cdots \\ * \end{bmatrix} \\
&+ \frac{1}{2} \cdot [0 \cdots -i_{mn} \cdots 0] \cdot \begin{bmatrix} * & \cdots & * & \cdots & * \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ * & \cdots & H_{mn,mn} & \cdots & * \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ * & \cdots & * & \cdots & * \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \cdots \\ -i_{mn} \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} \\
&= (-i_{mn} \cdot G_{mn}) + \left(\frac{1}{2} i_{mn}^2 \cdot H_{mn,mn} \right),
\end{aligned} \tag{3.48}$$

onde:

G_{mn} é o elemento mn do vetor gradiente na solução atual;

$H_{mn,mn}$ é o elemento da diagonal mn da matriz Hessiana.

Na Eq.(3.48) o termo G_{mn} é igual a zero, devido a que em qualquer solução fornecida através da aplicação do Método de Newton em funções convexas, o vetor gradiente é sempre nulo porque a solução corresponde ao mínimo global da função. Então:

$$E(\tilde{i} + \Delta\tilde{i}) - E(\tilde{i}) = \frac{1}{2} i_{mn}^2 \cdot H_{mn,mn} \tag{3.49}$$

A variação na função objetivo, causada pela abertura de uma chave (dada pela equação 3.48), calcula-se para todas as chaves que ainda se encontram fechadas no passo atual (chaves candidatas a serem abertas). Logo depois as chaves candidatas são ordenadas em ordem crescente da variação calculada. Procura-se abrir a primeira chave na lista de chaves ordenadas, verifica-se que ela não cause uma rede desconexa; caso isso ocorra, abandona-se essa chave e seleciona-se a próxima na lista, até que seja encontrada uma chave cuja abertura não cause uma rede desconexa (como explicado no Passo 5 do procedimento).

No Método A de Busca em Profundidade, como foi visto, a estimação do aumento na perda total é um procedimento aproximado, porém, tem a vantagem de ser rápido. Neste trabalho foi utilizado um segundo método para estimar o incremento na perda total que uma chave candidata poderia causar, denominado Método B.

Método B de Busca em Profundidade

Neste método, as chaves são ordenadas em uma lista da mesma forma que no Método A, primeiro as de menor incremento na perda total. Começando pela primeira, as chaves vão se abrindo uma de cada vez. Quando se abre temporariamente uma chave, procede-se a obter a variação de correntes na rede e a variação na função objetivo, resultantes da abertura da chave, esta variação é determinada através de cálculo exato de fluxo de potência mediante aplicação do Método de Newton à função objetivo (3.7). Obtém-se então um valor exato do aumento na perda ocasionado pela abertura da chave. Este valor é resultado da diferença entre a perda total da configuração com uma chave temporariamente aberta e a perda total da configuração inicial da rede com todas as chaves fechadas. A chave cuja abertura cause o menor aumento nas perdas mantendo a rede conexa, é selecionada para ser aberta de forma permanente [8].

Com o algoritmo de Busca em Profundidade utilizado neste trabalho não se pode garantir que a solução obtida seja a solução ótima do problema, porém, permite obter soluções sub-ótimas de alta qualidade. Isto se deve a que só se consideram informações locais do nível atual para determinar qual chave abrir, não se consideram soluções pendentes em outros níveis. A vantagem deste método é seu baixo custo computacional.

3.5.1.2 Algoritmo *Branch and Bound*

Em um problema de programação inteira o espaço de soluções pode ser considerado finito, o que significa que existe um número limitado de soluções viáveis. Para otimizar um problema desse tipo o mais simples a fazer seria enumerar todas essas soluções e escolher a melhor entre elas. No entanto, no caso de problemas reais, o número de soluções a ser considerado é

extremamente elevado, demandando tempos de processamento não aptos para a maioria das aplicações [35].

O algoritmo *branch-and-bound* tem sido um dos mais utilizadas para encontrar a solução ótima de problemas de otimização. Trata-se de um algoritmo exato de enumeração implícita, é um método que embora não teste todas as soluções possíveis, garante a otimalidade da solução obtida. Para isso os algoritmos *branch-and-bound* percorrem o espaço de soluções através de árvores de enumeração. Estes algoritmos solucionam um problema de otimização realizando operações de ramificação que dividem um problema em dois subproblemas similares. Cada subproblema (ou nó) trabalha com uma diferente parte do espaço de solução. A solução dos subproblemas, também, inclui operações de ramificação. Assim, o algoritmo induz a uma árvore de enumeração, onde os nós representam os problemas candidatos e os ramos representam as novas restrições que devem ser consideradas. Através dessa árvore enumeram-se todas as soluções inteiras da região viável do problema, para garantir que sejam encontradas todas as soluções ótimas. O cálculo de limites para o valor da solução ótima é uma parte fundamental de um algoritmo *branch-and-bound*, já que os limites são necessários para restringir o crescimento da árvore.

O algoritmo básico é composto de duas operações principais:

- *Branching*: consiste em dividir o problema principal em subproblemas menores com o objetivo de facilitar a análise. Desta forma elimina soluções inviáveis sem comprometer a integridade do espaço de soluções.
- *Bounding*: consiste em eliminar soluções de qualidade baixa mediante comparações com limites inferiores e superiores.

Em um problema de minimização, por exemplo, o limite superior é um valor conhecido da função objetivo. Não é um valor ótimo, mas tem que ser viável. O limite serve de parâmetro para avaliar soluções, assim, são descartadas aquelas soluções que forneçam valores superiores ao limite superior, por tratar-se de soluções piores do que a solução atual conhecida. O limite inferior, por outra parte, é um valor estimado da função objetivo tendo

como base uma solução parcial. Nestes casos, o limite inferior é menor ou igual do que o valor da função objetivo dado que seu cálculo é baseado em um subconjunto da solução, enquanto que no cálculo da função objetivo considera-se o conjunto completo de soluções. Desta forma é possível eliminar soluções que tenham limites inferiores piores do que os limites superiores atuais.

A seleção de qual nó escolher para a ramificação (*branching*) é de vital importância para a eficiência do algoritmo. As regras mais utilizadas para o processo de ramificação são a busca em amplitude (*breadth-first-search*) e a busca em profundidade (*depth-first-search*).

No método de busca em amplitude a partir do nó raiz são gerados todos seus nós sucessores, este processo se repete para todos os nós sucessores até que a aplicação de uma regra resulte num estado que corresponda à solução do problema.

No método de busca em profundidade, em contraposição, a partir do nó raiz, em cada nível é gerado um único nó sucessor. A árvore é percorrida por um único caminho até que seja alcançada a solução do problema ou até que o caminho seja interrompido. O caminho é interrompido quando se alcança um nó terminal (nó que constitui a solução do problema e que não possui sucessores), quando um nó representa um retorno a um estado anterior, ou quando se alcança um estado considerado pior. Em qualquer destes casos é realizado um procedimento de retrocesso (*backtrack*).

Neste trabalho foi utilizado o Método *Branch and Bound* em conjunto com o Método de Newton adaptado para o problema de reconfiguração de redes elétricas com minimização de perdas [8]. O algoritmo de busca gera uma árvore binária de soluções e o percurso na árvore soluções é realizado por busca em profundidade com retrocesso. Este retrocesso na árvore de soluções permite pesquisar outros ramos que poderiam conduzir à solução ótima do problema, a diferença dos Métodos A e B mostrados anteriormente, onde a busca é interrompida quando é identificada a primeira solução radial.

Para ilustrar o Método *Branch and Bound*, mostra-se um exemplo de árvore binária de soluções (parcial) na figura 3.11.

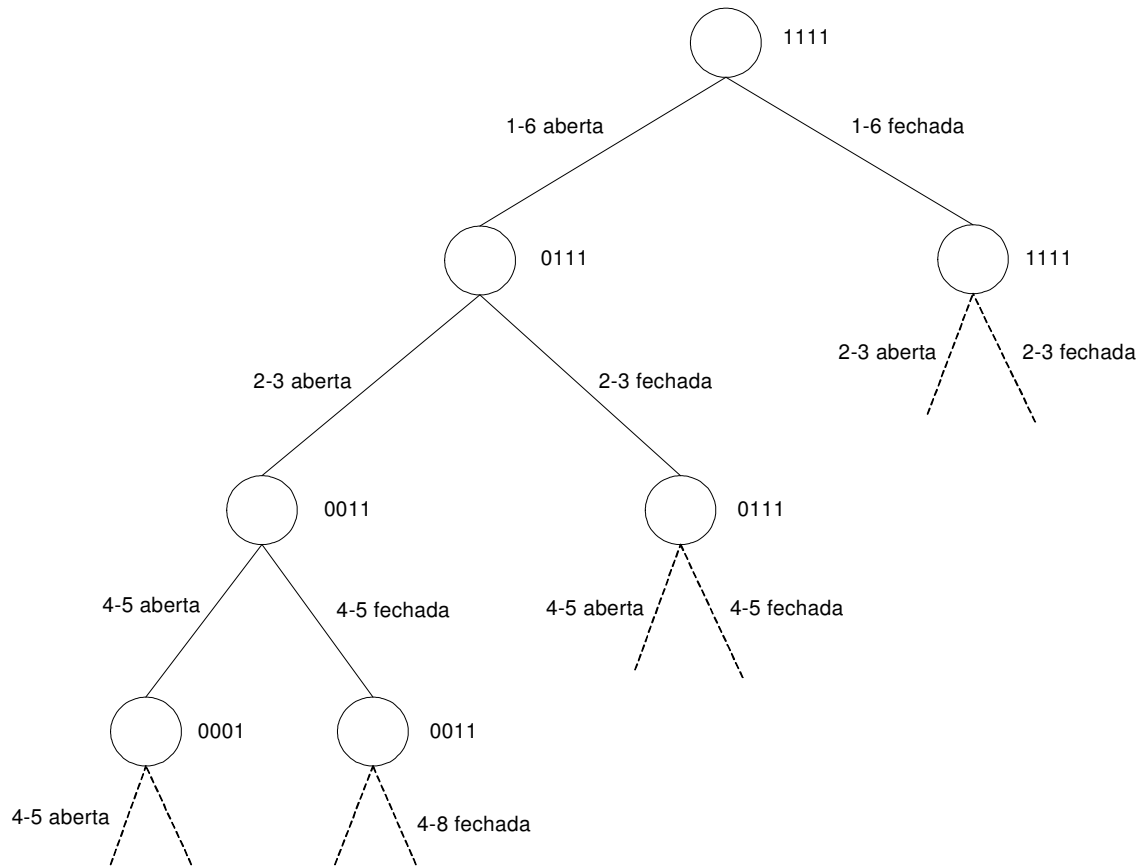


Figura 3.11 – Árvore binária de soluções

Na árvore da figura 3.11 as soluções estão representadas pelos círculos, o número na parte superior direita dos círculos indica o estado em que se encontravam as chaves quando foi gerada essa solução (aberta = 0, fechada = 1), e na linha que une dois círculos (soluções) indica-se a mudança de estado das chaves.

No estado inicial do algoritmo *Branch and Bound* todas as chaves da rede elétrica estão fechadas, o que corresponde a um valor igual a 1 para todas as variáveis binárias (estados das chaves); para este estado se obtém uma solução inicial. O valor inicial da perda total da

melhor solução radial é fixado em um valor suficientemente grande (por ex. 10^{20}), maior que o maior valor possível entre todas as soluções do problema.

O procedimento continua com a execução dos seguintes passos de forma iterativa:

Passo1: Escolhe-se uma (ou a próxima) chave para ser aberta.

O critério para realizar esta escolha é o mesmo utilizado na Busca em profundidade, se seleciona a chave cuja abertura cause o menor aumento na perda total em relação à perda total da solução atual.

Passo 2: Ramificação da solução atual

A solução atual é ramificada (*branch*), gerando duas soluções filhas. Uma com a chave escolhida em estado aberto (“0”) e outra com a chave em estado fechado (“1”). Esta última solução é idêntica à solução atual (pai dela).

A solução gerada pela chave aberta é submetida à seguinte análise:

- Verifica-se se a configuração da rede resultante é conexa. Se não for, descarta-se a solução filha por ser inviável;
- Se a rede resultante é conexa, calcula-se a perda total da solução filha utilizando o Método de Newton;
- Cria-se uma lista com as chaves que permaneceram fechadas na solução filha. Elas são ordenadas em ordem crescente do aumento na perda total que sua abertura irá causar.

Este passo gera uma ou duas soluções filhas para cada solução analisada. As soluções geradas são armazenadas em uma lista de soluções pendentes, e serão analisadas em iterações futuras.

Passo 3: Obtenção do valor de limite inferior de perda total para as soluções filhas

Neste passo calcula-se um limite inferior para cada uma das duas soluções filha. Este valor é maior que a perda total de qualquer solução que descenda dela. Desta forma, o limite inferior para a perda total da solução filha é o próprio valor de sua perda total. O limite inferior de cada solução é usado para descartar soluções a priori.

Passo 4: Testes de descarte de soluções e de atualização da melhor solução radial.

São executados os seguintes testes de descarte de soluções, e de atualização da melhor solução radial.

Teste T1 - Teste de descarte de solução filha e suas descendentes:

Se o limite inferior da perda total da solução filha é maior ou igual à perda total da melhor solução radial atual, então a solução filha é descartada (uma solução descartada não se volta a considerar). As soluções descendentes da solução filha também são descartadas, visto que qualquer uma delas terá um valor de perda total igual ou superior ao da melhor solução radial atual; portanto, nenhuma delas é a solução ótima.

Teste T3 – Teste de atualização da melhor solução radial:

Se a solução filha é radial e sua perda total é menor que a perda total da melhor solução radial atual, então a melhor solução radial atual é atualizada e passa a ser agora a solução filha. Com a redução da perda total na melhor solução radial, é possível descartar soluções pendentes. Por tal motivo o teste T1 é reaplicado a todas as soluções pendentes.

Passo 5: Execução do Retrocesso

Uma vez identificada uma solução radial é efetuado um retrocesso e se retorna à solução anterior já analisada. Se nesta solução existe outra chave livre para ser aberta, inicia-se uma nova busca em profundidade. As chaves disponíveis são aquelas que ainda se encontram fechadas em uma solução determinada.

As condições para decidir executar um retrocesso são as seguintes:

- O Teste T1 descarta uma solução não radial porque sua perda total é maior que a perda total da melhor solução radial atual (a melhor solução radial encontrada até agora), ou
- A solução já é radial (não se podem abrir mais chaves porque deixaria barras desconexas), ou
- A solução não tem chaves livres para abrir.

O conceito de “chave livre” é extremamente importante nesta implementação do algoritmo *Branch and Bound*, ele está associado às chaves que permanecem fechadas em uma determinada solução. Na solução inicial todas as chaves estão fechadas e o atributo “livre” de cada chave está ligado. Para gerar soluções filhas da solução atual, seleciona-se a primeira chave livre da lista de chaves candidatas (ordenadas em ordem ascendente segundo o incremento da perda que sua abertura causará). Se existir uma chave livre, ela é aberta e se gera uma solução filha.

Na figura 3.12 apresenta-se o diagrama em blocos do algoritmo *Branch and Bound* com ramificação por busca em profundidade com retrocesso.

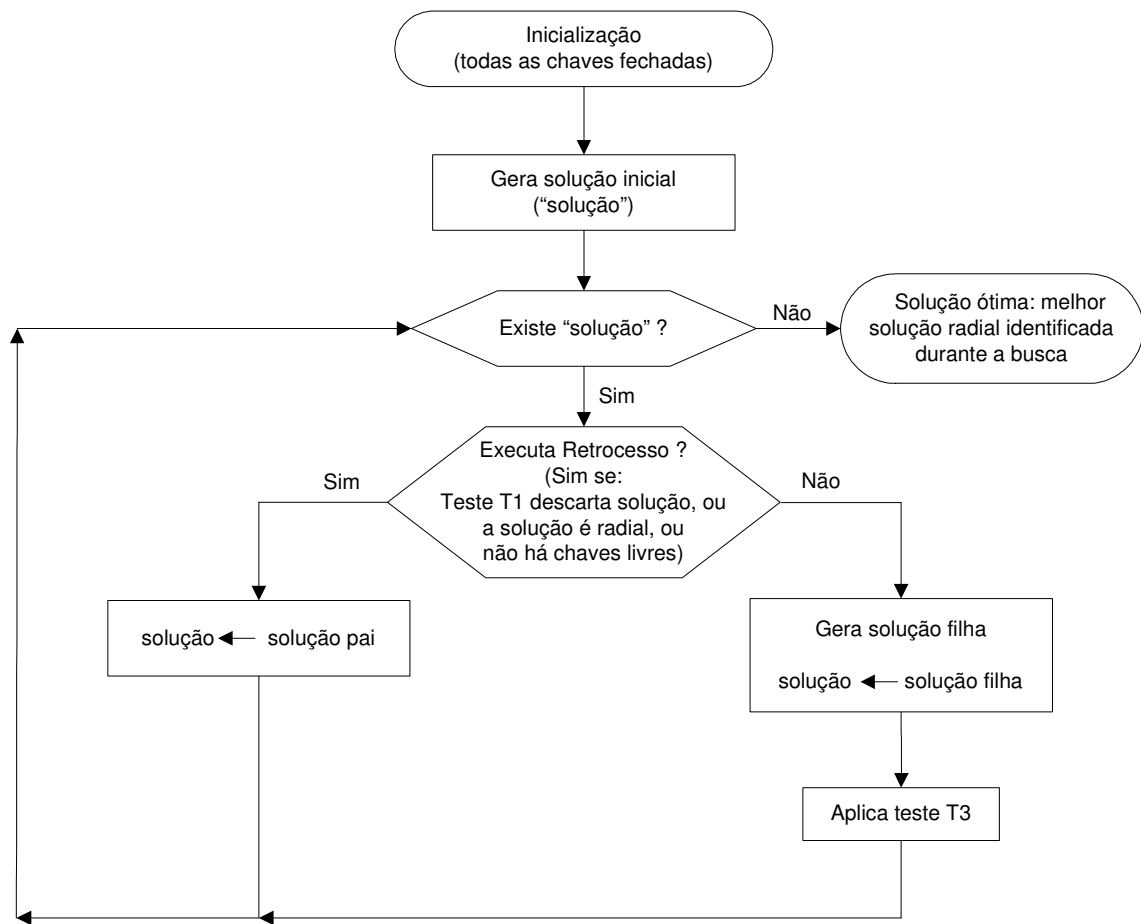


Figura 3.12 – Diagrama de blocos do algoritmo Branch and Bound

3.6 Formulação 2: extensão para cargas com fator de potência individual

Nesta formulação é incorporado um fator de potência específico para cada carga, e não se utiliza mais um único valor para todas as cargas como na Formulação 1.

Neste caso as correntes nas ligações estão representadas na forma complexa, como se mostra na Eq.(3.50):

$$i_{jk} = i_{r,jk} + j\tilde{i}_{i,jk} \quad (3.50)$$

onde $i_{r,jk}$ e $i_{i,jk}$ são as componentes real e imaginária da corrente em um trecho, respectivamente.

Assume-se que o ângulo das tensões de barra tem valor zero, igual ao caso anterior. Deste modo, continuando o desenvolvimento a partir da Eq. (3.4), a perda total é dada por:

$$P_t = \sum_{jk \in \Omega_L} r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \cdot (i_{r,jk}^2 + i_{i,jk}^2) \quad (3.51)$$

Os termos correspondentes à PLK são:

$$\sum_p \left(\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{r,jk} + I_{p,r} \right)^2 = 0 \quad (\text{Parte real}) \quad (3.52)$$

$$\sum_p \left(\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{i,jk} + I_{p,i} \right)^2 = 0 \quad (\text{Parte imaginária}) \quad (3.53)$$

A função de penalização é dada por:

$$K \cdot \sum_p \left(\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{r,jk} + I_{p,r} \right)^2 + K \cdot \sum_p \left(\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{i,jk} + I_{p,i} \right)^2 \quad (3.54)$$

No cálculo das iterações verifica-se se houve sobrecarga em alguma ligação. Se for assim, é adicionado um termo de penalização na função objetivo.

A figura 3.13 mostra a representação gráfica da sobrecarga:

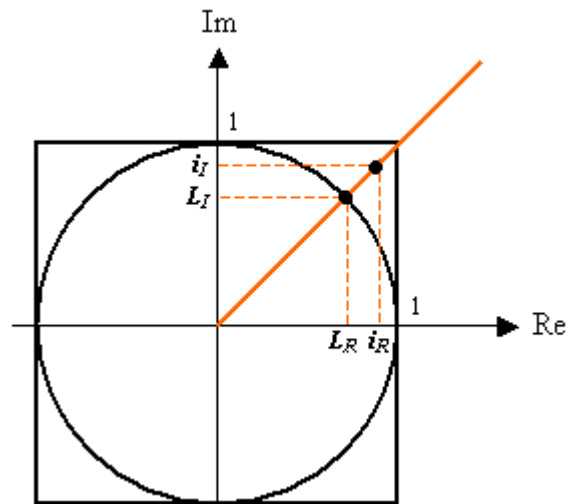


Figura 3.13- Representação da sobrecarga

Na figura 3.13 tem-se que o trecho está em sobrecarga, pois a magnitude da corrente é:

$$i_M = \sqrt{i_R^2 + i_I^2} > 1 \quad (3.55)$$

Uma alternativa para eliminar esta sobrecarga consiste em reduzir as componentes da corrente i_I e i_R de acordo com:

$$\sqrt{L_R^2 + L_I^2} = 1, \quad (3.56)$$

em que:

$$L_R = \frac{i_R}{\sqrt{i_r^2 + i_I^2}} \quad \text{e} \quad L_I = \frac{i_I}{\sqrt{i_r^2 + i_I^2}} \quad (3.57)$$

Desta forma resulta que as partes real e imaginária da corrente no trecho são reduzidas na mesma proporção.

O termo de penalização a ser adicionado na função objetivo é:

$$K_c \cdot \sum_{jk \in \Omega_L} f(i_{r,jk}, i_{i,jk}), \quad (3.58)$$

onde:

K_c é uma constante não-negativa para ajuste do peso relativo da restrição de capacidade;
 $f(i_{r,jk}, i_{i,jk})$ é a função de penalização correspondente à restrição de capacidade definida por:

$$f(i_{r,jk}, i_{i,jk}) = [(i_{r,jk} - L_R)^2 + (i_{i,jk} - L_I)^2] \quad (3.59)$$

Combinando as equações anteriores, obtém-se a seguinte função objetivo:

$$\begin{aligned} \min E(\tilde{i}) = & \sum_{jk \in \Omega_L} r_{jk} \cdot c^2_{jk} \cdot (i^2_{r,jk} + i^2_{i,jk}) + K_I \cdot \sum_p \left(\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{r,jk} + I_{p,r} \right)^2 \\ & + K_I \cdot \sum_p \left(\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{i,jk} + I_{p,i} \right)^2 \\ & + K_c \cdot \sum_{jk \in \Omega_L} f(i_{r,jk}, i_{i,jk}) \end{aligned} \quad (3.60)$$

Nesta equação (Eq.(3.60)), no cálculo da perda total são consideradas as componentes real e imaginária da corrente em cada ligação jk , assim como as restrições da PLK e de capacidade de condução de corrente.

A aplicação do Método de Newton à função objetivo (Eq.(3.60)) conduz à seguinte regra de atualização de variáveis:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_r \\ \Delta I_i \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} G_r \\ G_i \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

em que:

$$\Delta I_r = \tilde{i}_r^{(1)} - \tilde{i}_r^{(0)}$$

$\Delta I_i = \tilde{i}_i^{(1)} - \tilde{i}_i^{(0)}$, sendo $\tilde{i}_r^{(0)}$ e $i_i^{(0)}$ os vetores que contém a parte real e imaginária das correntes na iteração 0, respectivamente.

A sub-matriz $[H_I]$ representa a matriz Hessiana e está constituída pelas derivadas parciais de segunda ordem da função objetivo em relação às correntes das ligações da rede elétrica.

G_r e G_i são os vetores gradientes, constituídos pelas derivadas da função objetivo com respeito às partes real e imaginária, respectivamente, de cada uma das correntes das ligações da rede.

Deve-se notar que a sub-matriz $[H_I]$ na Eq.(3.61) é exatamente a mesma matriz da Formulação 1. Como a Eq.(3.61) representa dois sistemas de equações independentes, a matriz $[H_I]$ pode ser montada e faturada uma vez só sempre que se calcule esta expressão (Eq.(3.61)). Esta característica permite reduzir tempo e esforço computacional, sendo de muita utilidade no caso de redes de distribuição de grande porte, e para aplicações em tempo real no caso da operação de sistemas de distribuição.

A seguir apresenta-se a contribuição dos termos de perdas, da PLK e da restrição de capacidade no cálculo da matriz Hessiana.

a) Termos de perdas.

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{r,jk}^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial i_{i,jk}^2} = 2 r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \quad (3.62)$$

b) Termos da PLK

Parte real

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{r,jk}^2} = 2 K_I \cdot c_{jk}^2 \quad (\text{elementos da diagonal}) \quad (3.63)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{r,jk} \partial i_{r,mn}} = 2 K_I \cdot c_{jk} \cdot c_{mn} \quad (\text{elementos fora da diagonal}) \quad (3.64)$$

Parte imaginária

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{i,jk}^2} = 2 K_I \cdot c_{jk}^2 \quad (\text{elementos da diagonal}) \quad (3.65)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{i,jk} \partial i_{i,mn}} = 2 K_I \cdot c_{jk} \cdot c_{mn} \quad (\text{elementos fora da diagonal}) \quad (3.66)$$

Para a inclusão da contribuição dos termos da PLK na matriz Hessiana executa-se uma varredura nos nós de carga. Para cada nó de carga p :

- Realiza-se uma varredura nas ligações jk que têm o nó p como uma extremidade e incluem-se os elementos na diagonal jk .
- Realiza-se uma varredura nas ligações mn que têm o nó p como uma extremidade. Para cada ligação $mn \neq jk$ inclui-se a contribuição no elemento fora da diagonal.

c) Termos da restrição de capacidade

$$\frac{\partial^2 E}{\partial i_{r,jk}^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial i_{i,jk}^2} = 2 K_c \quad (3.67)$$

O vetor gradiente é um vetor coluna constituído pelas derivadas parciais da função objetivo em relação a cada uma das componentes, real e imaginária, da corrente. A seguir se apresenta a contribuição dos termos de perdas, da PLK e da restrição de capacidade no cálculo do vetor gradiente:

a) Termos de perdas

$$\frac{\partial E}{\partial i_{r,jk}}: g_{jk} += 2 \cdot r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \cdot i_{r,jk} \quad (\text{Parte real}) \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial E}{\partial i_{i,jk}}: g_{jk} += 2 \cdot r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \cdot i_{i,jk} \quad (\text{Parte imaginária}) \quad (3.69)$$

b) Termos da PLK

$$E = K_I \cdot \sum_p \left(\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{r,jk} + I_{p,r} \right)^2 \quad (\text{parte real}) \quad (3.70)$$

$$\frac{\partial E}{\partial i_{r,jk}}: g_{jk} += 2K_I \cdot c_{jk} \cdot \left(\sum_{mn \in \Omega_p} c_{mn} \cdot i_{r,mn} + I_{p,r} \right) \quad (3.71)$$

$$E = K_I \cdot \sum_p \left(\sum_{jk \in \Omega_p} c_{jk} \cdot i_{i,jk} + I_{p,i} \right)^2 \quad (\text{parte imaginária}) \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial E}{\partial i_{i,jk}}: g_{jk} += 2K_I \cdot c_{jk} \cdot \left(\sum_{mn \in \Omega_p} c_{mn} \cdot i_{i,mn} + I_{p,i} \right) \quad (3.73)$$

Para a inclusão dos termos da PLK no vetor gradiente é realizada uma varredura nos nós de carga (p). Em cada nó de carga a parcela entre parênteses é calculada uma vez só. A contribuição da PLK indicada pelas Eqs. 3.71 e 3.73 é calculada para cada ligação jk que tenha o nó p como extremidade (o índice mn inclui o índice jk).

c) Termos da restrição de capacidade

$$\frac{\partial E}{\partial i_R} = 2K_c \cdot (i_R - L_R) \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial E}{\partial i_l} = 2K_c \cdot (i_l - L_l), \quad (3.75)$$

3.7 Exemplo de aplicação da Formulação 2

A figura 3.14 mostra a rede elétrica que será utilizada para exemplificar o procedimento descrito nos subitens precedentes. Parte-se de uma condição inicial com todas as chaves fechadas sem possibilidade de manobra, obtendo-se uma rede em malha. Os dados de nós, ligações e cabos desta rede exemplo encontram-se no Apêndice A.

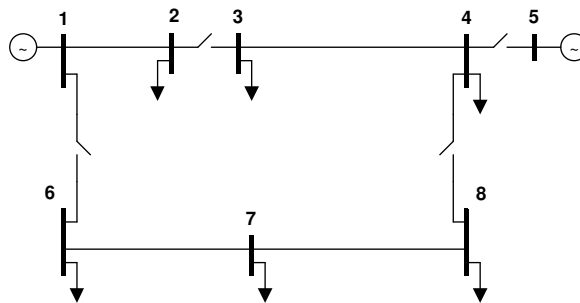


Figura 3.14 - Rede exemplo

Este problema foi resolvido através da formulação (3.7), utilizando-se, para os principais parâmetros, os valores indicados na seguinte tabela.

Tabela 3.1- Principais parâmetros - aplicação à Rede exemplo

Parâmetro	Valor
Tolerância do método de Newton (pu)	10^{-16}
Constante P	1
Constante K	10^6
Constante C	0
Potência de base (MVA)	100

A Tabela 3.2 apresenta os resultados obtidos pela aplicação do Método de Newton.

Tabela 3.2 - Resultados para a Rede exemplo

Ligação	Corrente	
	Módulo (A)	Ângulo (°)
1 - 2	80.159	- 34.36
1 - 6	106.859	- 37.06
3 - 4	- 5.723	149.87
2 - 3	39.543	- 34.2
6 - 7	28.545	- 37.9
4 - 5	- 113.742	143.31
7 - 8	- 8.701	141.01
4 - 8	71.451	- 37.13
Perda total (kW)	15.426	
Desvio total da PLK (pu)	3.3919e-11	
Desvio total da restrição de capacidade (pu)	0	
Valor da função objetivo (pu)	1.5426e-4	
Menor autovalor da matriz Hessiana	2.8058e-3	

Pode-se notar que neste caso o desvio total da restrição de capacidade é nulo, indicando que não houve nenhuma ligação com sobrecarga (o que também pode ser verificado comparando-se as correntes calculadas com as correspondentes capacidades).

Para obter os resultados da Tabela 3.2 o valor do parâmetro K foi fixado através de um processo de tentativa e erro, fazendo com que o desvio total da PLK resultasse muito pequeno em relação à função objetivo. Desta forma o Método das Penalidades Externas impõe que as restrições do problema sejam cumpridas.

O menor autovalor da matriz Hessiana resultou positivo, indicando que as funções minimizadas são convexas e, portanto, não apresentam mínimos locais. Desta forma, o valor calculado da perda total é o valor mínimo global procurado. O processo convergiu em uma iteração para uma tolerância muito pequena, igual ou superior a 10^{-12} pu para as correntes.

3.8 Resumo

Neste capítulo foi apresentada, inicialmente, a base metodológica utilizada neste trabalho para a resolução do problema de reconfiguração de redes de distribuição. Em seguida apresentou-se o desenvolvimento para a Formulação 2, na qual as cargas foram representadas com seu fator de potência individual.

A função objetivo a ser minimizada está representada pela perda total no sistema. As variáveis independentes representam o estado aberto ou fechado das chaves, o fluxo de corrente elétrica nas ligações da rede e a tensão nas barras. Sendo as primeiras variáveis binárias e as duas restantes variáveis contínuas. Entre as perdas e a corrente existe uma relação quadrática, o que define este caso como um problema de otimização não linear inteira mista; problema com alto grau de dificuldade, não só devido a seu comportamento não linear, também porque o número de soluções possíveis cresce exponencialmente com a quantidade de chaves no sistema.

Na determinação do estado das variáveis inteiras (estado aberto ou fechado das chaves existentes na rede), foram utilizados dois métodos de busca inteira: a Busca em Profundidade (com as variantes Método A e Método B), e o Método *Branch and Bound*. Como foi explicado, o mecanismo de busca em profundidade interrompe a pesquisa de soluções quando identifica a primeira solução radial, podendo descartar de forma errada o ramo que leva à solução ótima. Esta limitação foi superada pelo Método *Branch and Bound* com ramificação por busca em profundidade com retrocesso.

Na parte contínua do problema de reconfiguração de redes de distribuição calcula-se a distribuição de correntes na rede para uma configuração determinada de forma que a perda

total resulte mínima. A solução do problema contínuo é obtida através do Método de Newton, o qual apresenta a particularidade de convergir em uma única iteração quando se trata de funções quadráticas, como é o caso da perda.

Ainda neste Capítulo foi apresentada a análise de convexidade para a Formulação 1, e provou-se que esta propriedade é válida para qualquer rede. Por esta razão a matriz Hessiana resultou sempre definida positiva em todos os exemplos apresentados em [8]. Isto garante que seja encontrada a solução ótima global do problema dada a inexistência de mínimos locais.

No próximo capítulo será apresentada a Formulação 3 do problema de reconfiguração de redes de distribuição, onde se incorpora a restrição de queda de tensão na função objetivo.