

CARLOS EDUARDO DE MORAIS PEREIRA

LOCALIZADORES DIGITAIS DE FALTAS  
EM LINHAS DE TRANSMISSÃO

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São  
Paulo para obtenção do título de  
Mestre em Engenharia

São Paulo  
1999

CARLOS EDUARDO DE MORAIS PEREIRA

LOCALIZADORES DIGITAIS DE FALTAS  
EM LINHAS DE TRANSMISSÃO

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São  
Paulo para obtenção do título de  
Mestre em Engenharia

Área de concentração:  
Sistemas de Potência

Orientador:  
Prof. Dr. Luiz Cera Zanetta Jr.

São Paulo  
1999

À Andrea e Bruno

## AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador **Prof. Dr. Luiz Cera Zanetta Jr.**, pela oportunidade concedida e pela orientação dispensada no decorrer do trabalho.

Aos **Profs. Drs. Eduardo Cesar Senger e José Aquiles Baesso Grimoni** pelas sugestões e comentários apresentados no exame de qualificação.

Ao **Capes** pela bolsa de estudo concedida.

Às demais pessoas que de alguma forma contribuíram para a realização desse trabalho.

# SUMÁRIO

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Símbolos

Resumo

Abstract

1 – Introdução .....	1
1.1 – Objetivo .....	1
1.2 – Motivação .....	1
1.3 - Revisão bibliográfica .....	3
1.3.1 - Método que Utilizam Dados Somente do Terminal Local da Linha .....	4
1.3.2 - Método que Utilizam Dados de Mais de Um Terminal da Linha .....	9
1.4 - Estrutura da dissertação .....	18
2 – Métodos de Localização de Falta .....	19
2.1 - Localização de Falta Utilizando Dados de Dois Terminais da Linha .....	19
2.1.1 - Método Utilizando Modelo de Linha com Quadripólos .....	20
2.1.2 - Método Usando a Matriz de Impedância Série da Linha .....	25
2.2 - Localização de Falta Utilizando Dados de Apenas Um Terminal .....	26
2.2.1 – Método de Takagi 1981 .....	27
2.2.2 – Método de Takagi 1982 .....	31
2.3 – Localização de Falta em Linhas de Três Terminais Usando Quadripólos .....	33
2.3.1 - Utilizando Dados Sincronizados dos Três Terminais .....	33
2.3.2 – Utilizando Dados dos Três Terminais Sem Sincronização .....	35
2.4 – Detecção do Instante de Falta .....	38
2.5 – Identificação do Tipo de Falta .....	39

3 - Processamento Digital dos Sinais de Tensão e Corrente .....	41
3.1 - Filtragem Analógica.....	42
3.2 - Filtragem Digital.....	45
3.2.1 - Filtro Digital Baseado na Transformada Discreta de Fourier .....	47
3.1.2 - Filtro Digital Baseado no Método dos Mínimos Quadrados .....	51
3.2.3 – Filtro Digital Utilizando a Transformada Discreta de Fourier e o Filtro Off-Set.....	57
3.3 - Análise da Eficiência dos Filtros para a Obtenção das Componentes Fundamentais dos Sinais de Tensão e Corrente.....	60
3.3.1 - Metodologia Usada para a Obtenção da Fundamental dos Sinais .....	63
3.3.2 – Desempenho do filtro Digital Baseado na Transformada Discreta de Fourier.....	67
3.3.3 – Desempenho do Filtro Digital Baseado no Método dos Mínimos Quadrados.....	70
3.3.4 – Desempenho do Filtro Digital Usando a Transformada Discreta de Fourier e o Filtro Off-set .....	74
3.3.5 – Comparação do Desempenho dos Filtros Digitais.....	76
3.3.6 – Influência da Variação da Frequência de Amostragem dos Sinais no Desempenho dos Filtros Digitais .....	79
4 - Teste dos Métodos de Localização de Falta.....	82
4.1 – Redes Elétricas Simuladas.....	83
4.1.1 – Linha de Transmissão Utilizada.....	84
4.1.2 – Equivalentes Usados na Rede com Linha de Dois Terminais .....	85
4.1.3 – Equivalentes Usados na Rede com Linha de Três Terminais.....	86
4.2 – Resultados dos Testes Realizados para Linhas de Dois Terminais.....	87
4.2.1 – Influência da Variação da Distância de Falta .....	89
4.2.2 – Influência da Variação da Resistência de Falta .....	91
4.2.3 – Influência da Variação do Tipo de Falta.....	93
4.2.4 – Influência da Variação do Módulo da Impedância do Equivalente no Terminal Local.....	94

4.2.5 – Influência da Variação da Fase da Impedância do Equivalente no Terminal Local .....	96
4.2.6 – Teste do Algoritmo de Sincronização de Dados para Linha de Dois Terminais (Método com Uso de Quadripólos) .....	98
4.3 – Resultados dos Testes Realizados para Linhas de Três Terminais .....	100
4.3.1 – Influência da Variação da Distância de Falta .....	100
4.3.2 – Teste do Algoritmo de Sincronização de Dados .....	101
5 – Conclusões .....	102
Referências bibliográficas .....	105
Apêndice – Glossário .....	109

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Representação de um sistema de localização de falta.....	3
Figura 1.2 – Variação típica da fase de $Z_F$ em função da distância de falta.....	6
Figura 1.3 – Linha de circuito duplo com múltiplos terminais.....	11
Figura 1.4 – Função $G(x)$ .....	12
Figura 1.5 – Linha de transmissão de três terminais.....	14
Figura 2.1 - Representação unifilar da linha de transmissão com falta.....	19
Figura 2.2 - Tensões e correntes numa linha representado por quadripólo.....	20
Figura 2.3 – Representação da falta com componentes superpostas.....	27
Figura 2.4 - Representação unifilar de uma linha de transmissão de três terminais com falta no trecho PT.....	33
Figura 2.5 – Diagrama de blocos do algoritmo de identificação do tipo de falta.....	40
Figura 3.1 - Sistema de aquisição e processamento digital de sinais.....	41
Figura 3.2 - Característica do filtro passa-baixas de Butterworth.....	43
Figura 3.3 - Resposta em frequência do filtro passa-baixas de Butterworth de ordem 3 e frequência de corte 240 Hz.....	44
Figura 3.4 - Resposta em frequência dos filtros seno e cosseno ( $N=8$ , TDF).....	50
Figura 3.5 - Resposta em frequência dos filtros seno e cosseno ( $N=16$ , TDF).....	50
Figura 3.6 – Resposta em frequência dos filtros seno e cosseno (MMQ).....	54
Figura 3.7 – Resposta em frequência dos filtros seno e cosseno (MMQ) em série com filtro passa-baixas digital de Butterworth ( $N=16$ ).....	55
Figura 3.8 – Resposta em frequência do filtros seno e cosseno (MMQ) para $\alpha = 30 \cdot s^{-1}$ , ( $N=8, N=16$ ).....	56
Figura 3.9 – Componente contínua e seu espectro relativo ao intervalo $[0,1]$ ciclo.....	57
Figura 3.10 – Resposta em frequência do filtro off-set para diferentes valores de $m$ .....	58

Figura 3.11 – Resposta em frequência da associação em série dos filtros seno e cosseno (TDF com N=16) com o filtro off-set ( $\alpha = 30 \cdot s^{-1}$ ).....	59
Figura 3.12 - Rede para teste dos algoritmos de filtragem digital .....	60
Figura 3.13 - Tensões no terminal local .....	61
Figura 3.14 - Tensões no terminal remoto.....	62
Figura 3.15 - Correntes no terminal local.....	62
Figura 3.16 - Correntes no terminal remoto .....	63
Figura 3.17 - Efeito da filtragem analógica .....	63
Figura 3.18 – Tensão na fase A do terminal local e saída dos filtros digitais .....	63
Figura 3.19 – Fase da fundamental da tensão na fase A do terminal local .....	65
Figura 3.20 – Sinal de referência e suas componentes senoidal e cossenoidal .....	66
Figura 3.21 – Obtenção da fase da tensão na fase C do terminal local .....	67
Figura 3.22 – Módulo das tensões no terminal local (filtro TDF, N=16).....	68
Figura 3.23 – Módulo das correntes no terminal local (filtro TDF, N=16).....	68
Figura 3.24 – Fase das tensões no terminal local (filtro TDF, N=16).....	69
Figura 3.25 – Fase das correntes no terminal local (filtro TDF, N=16).....	69
Figura 3.26 – Módulo das tensões no terminal local (filtro MMQ, N=16) .....	70
Figura 3.27 – Corrente na fase A do terminal local e seu espectro.....	71
Figura 3.28 – Módulo das tensões no terminal local (filtro MMQ+passa-baixas , N=16)71	71
Figura 3.29 – Módulo das correntes no terminal local (filtro MMQ+passa-baixas , N=16) .....	72
Figura 3.30 – Fase das tensões no terminal local (filtro MMQ+passa-baixas , N=16) ...	73
Figura 3.31 – Fase das correntes no terminal local (filtro MMQ+passa-baixas , N=16).	73
Figura 3.32 – Módulo das tensões no terminal local (filtro TDF+off-set, N=16).....	74
Figura 3.33 – Módulo das correntes no terminal local (filtro TDF+off-set, N=16).....	75

Figura 3.34 – Fase das tensões no terminal local (filtro TDF+off-set, N=16).....	76
Figura 3.35 – Fase das correntes no terminal local (filtro TDF+off-set, N=16).....	77
Figura 3.36 – Módulo da fundamental da corrente na fase C do terminal local (filtros TDF, MMQ+passa-baixas e TDF+off-set, N=16) .....	78
Figura 3.37 – Módulo da fundamental da corrente na fase A do terminal local (N=8,16,32 e 64, filtro TDF).....	79
Figura 3.38 –Módulo da fundamental da corrente na fase A do terminal local (N=8,16,32 e 64, filtro MMQ+passa-baixas) .....	80
Figura 3.39 – Módulo da fundamental da corrente na fase A do terminal local (N=8,16,32 e 64, filtro TDF+off-set).....	81
Figura 4.1 – Metodologia utilizada nos testes .....	82
Figura 4.2 – Rede base para linha com dois terminais.....	83
Figura 4.3 – Rede base para linha com três terminais .....	83
Figura 4.4 – Silhueta de torre da linha de 525 kV .....	84
Figura 4.5 – Distância de falta ao terminal local.....	87
Figura 4.6 – Distância de falta ao terminal local, com aplicação do filtro média.....	88
Figura 4.7 – Influência da distância de falta no erro (linha curta).....	90
Figura 4.8 – Influência da distância de falta no erro (linha longa).....	90
Figura 4.9 – Influência da resistência de falta no erro (linha curta).....	92
Figura 4.10 – Influência da resistência de falta no erro (linha longa).....	92
Figura 4.11 – Influência do módulo da impedância do equivalente no erro (linha curta).....	93
Figura 4.12 – Influência do módulo da impedância do equivalente no erro (linha longa).....	95
Figura 4.13 – Influência da fase da impedância do equivalente no erro (linha curta) .....	97
Figura 4.14 – Influência da fase da impedância do equivalente no erro (linha longa).....	97
Figura 4.15 – Defasagem entre os dados dos terminais .....	98
Figura 4.16 – Gráfico da função $f(\delta)$ .....	99

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Funções normalizadas de Butterworth.....	44
Tabela 3.2 – Valores de regime permanente de tensão e corrente.....	61
Tabela 3.3 – Resultados da filtragem e comparação com os valores de regime permanente .....	77
Tabela 4.1 – Dados adicionais da linha de 525 kV .....	85
Tabela 4.2 – Parâmetros sequenciais da linha de 525 kV.....	85
Tabela 4.3 – Influência da variação da distância de falta.....	89
Tabela 4.4 – Influência da variação da resistência de falta .....	91
Tabela 4.5 – Influência da variação do tipo de falta.....	93
Tabela 4.6 – Influência da variação do módulo do equivalente no terminal local.....	94
Tabela 4.7 – Influência da variação do fase do equivalente no terminal local .....	96
Tabela 4.8 – Influência da defasagem entre os dados do terminal local e remoto .....	99
Tabela 4.9– Influência da variação da distância de falta (linha de três terminais).....	100
Tabela 4.10 – Influência da defasagem entre os dados dos terminais P,Q e R.....	101

## LISTA DE SÍMBOLOS

$r$ : resistência da linha por unidade de comprimento

$x$ : reatância da linha por unidade de comprimento

$c$ : capacitância da linha por unidade de comprimento

$\ell$ : comprimento total da linha de dois terminais

$L$ : terminal local da linha de dois terminais

$R$ : terminal remoto da linha de dois terminais

$m$ : distância de falta em pu do comprimento da linha

$R_F$ : resistência de falta

$V_L$ : tensão no terminal local da linha

$I_L$ : corrente no terminal local da linha

$V_R$ : tensão no terminal remoto da linha

$I_R$ : corrente no terminal remoto da linha

$V_L^f$ : componente superposta da tensão no terminal local (falta-pré-falta)

$I_L^f$ : componente superposta da corrente no terminal local

$I_{FL}^f$ : componente superposta da corrente do ponto de falta ao terminal local

$I_{FR}^f$ : componente superposta da corrente do ponto de falta ao terminal remoto

$\gamma$ : constante de propagação da linha

$A, B, C$  e  $D$ : parâmetros do quadripólo representativo da linha

$Z_c$ : impedância característica da linha

$K$ : fator de distribuição das correntes

$Z_{th}$ : impedância de Thèvenin vista no ponto de falta

$Z_L^s$ : impedância do equivalente no terminal local da linha

$Z_R^s$ : impedância do equivalente no terminal remoto da linha

$Z_L$ : impedância complexa medida no terminal local da linha

$\phi_L$ : ângulo de fase de  $Z_L$

$[V_F]$ : vetor de tensões trifásicas no ponto de falta

$[V_L]$ : vetor de tensões trifásicas no terminal local

$[V_R]$ : vetor de tensões trifásicas no terminal remoto

$[I_L]$ : vetor de correntes trifásicas no terminal local

$[I_R]$ : vetor de correntes trifásicas no terminal remoto

$[Z_{a,b,c}]$ : matriz trifásica de impedâncias série da linha de transmissão

$z_1$ : componente de sequência positiva da impedância série da linha

$z_0$ : componente de sequência zero da impedância série da linha

$z_m$ : impedância mútua entre fases da linha continuamente transposta

$z_p$ : impedância mútua própria da linha continuamente transposta

P: terminal local da linha de três terminais

Q,R: terminais remotos da linha de três terminais

T: ponto de derivação da linha de três terminais

$L_P$ : comprimento do trecho P-T da linha

$L_Q$ : comprimento do trecho Q-T da linha

$L_R$ : comprimento do trecho R-T da linha

$z$ : operador equivalente a 's' de Laplace, para tempo discreto

T: período de amostragem do sinal

$f_a$ : frequência de amostragem dos sinais (Hz)

N: número de amostras do sinal numa janela de um ciclo de 60 Hz

f: frequência genérica

$\omega$  : frequência angular de operação da rede

$\alpha$ : inverso da constante de tempo da componente contínua

k: instante de tempo genérico

Re: parte real de um número complexo

Im: parte imaginária de um número complexo

$Y_c$ : função de transferência do filtro cosseno

$Y_s$ : função de transferência do filtro seno

$y_{sk}$ : saída do filtro seno num instante k

$y_{ck}$ : saída do filtro cosseno num instante k

## RESUMO

Neste trabalho é apresentado um estudo comparativo da eficiência de diferentes algoritmos de localização de falta em linhas de transmissão, que têm a metodologia de cálculo baseada nos valores medidos de tensão e corrente a 60 Hz nos terminais da linha.

É também apresentado um estudo da eficiência da filtragem digital na obtenção desses valores a 60 Hz, considerando-se um filtro digital baseado no método dos mínimos quadrados e outro utilizando a transformada discreta de Fourier, para o qual foi analisada a influência da remoção da componente contínua com um filtro “off-set” (impedância mímica). O estudo permitiu ainda verificar qual procedimento apresenta melhor precisão na obtenção dos valores a 60 Hz.

Quanto aos métodos de localização de faltas, os testes foram baseados em simulações feitas com o programa ATP, que gera um arquivo com dados amostrados de tensão e corrente nos terminais da linha. Esse arquivo é lido por um programa em MATLAB, que realiza a filtragem digital e os cálculos da distância de falta.

Os resultados obtidos permitem verificar a influência da variação das condições de falta na precisão dos métodos, além de indicar o modelamento mais adequado da linha de transmissão, assim como as vantagens e desvantagens da utilização de dados de um ou mais terminais.

## ABSTRACT

In this work a comparative study of the efficiency of different fault location algorithms in transmission lines is presented, using in the calculation the 60 Hz measured values of voltage and the current at the line terminals.

It is also presented a study of the efficiency of digital filtering for the attainment of these 60 Hz values, considering a digital filter based on the least squares method and another one based on the discrete Fourier transform, analyzing the influence of the removal of the continuous component with an “off-set” filter (mimic impedance). The study allowed to verify which procedure presents better accuracy in the attainment of the 60 values Hz.

With reference to the fault location methods, the simulations with the ATP program provides the files with sampled data of voltage and current at the line terminals. These files are read by a MATLAB program, that performs the digital filtering and calculates the fault distance.

The obtained results allow to verify the influence of the fault conditions in the accuracy of the studied methods, indicating also the most adequate modeling of the transmission lines and the advantages and disadvantages of using data of one or more line terminals.

## 1 - Introdução

### 1.1 - Objetivo

O objetivo principal deste trabalho foi o de realizar uma análise comparativa da precisão de algoritmos de localização de falta em linhas de transmissão, baseados na utilização das componentes fundamentais de tensão e corrente nos terminais da linha.

Neste trabalho também foi realizado um estudo de algoritmos de filtragem digital para a obtenção dos fasores a 60 Hz de tensão e corrente nos terminais da linha de transmissão, um deles baseado na transformada discreta de Fourier considerando ou não a pré-filtragem da componente contínua com o filtro “off-set”, e outro baseado no método dos mínimos quadrados.

### 1.2 - Motivação

Um sistema de transmissão de energia tem como meta atender a demanda com qualidade e continuidade no fornecimento, dessa forma, diferentes aspectos são levados em consideração, sendo feitos estudos de estabilidade, fluxo de potência, análise de defeitos, coordenação da proteção, análise do desempenho frente a surtos atmosféricos, etc.

Um sistema de potência está sujeito a eventos de diversas naturezas, tais como perda de estabilidade, níveis de tensão não permitidos, interrupção no fornecimento de energia, etc. Esses problemas geralmente são causados quando algum componente do sistema torna-se indisponível, como por exemplo um gerador, um transformador ou uma linha de transmissão. Essa indisponibilidade pode ser transitória, apenas durante o tempo de atuação da proteção, para eliminação do defeito, ou permanente, quando há avaria no equipamento e não é possível o religamento automático.

No caso de linhas de transmissão, a maioria das faltas (curtos) é transitória, provocados

principalmente por descargas atmosféricas, mas em alguns casos, o defeito pode se tornar permanente, se por exemplo, um isolador for seriamente danificado e perder sua capacidade de isolamento. Faltas também podem ser provocadas pela perda da capacidade de isolamento do ar, causada por poluição ou queimadas. Em alguns casos a falta é causada por queda de torres ou rompimento de condutores.

No caso de defeitos permanentes numa linha de transmissão, é de vital importância o conhecimento da localização do mesmo, para que os reparos sejam feitos o mais rapidamente possível, pois uma linha de transmissão de alta tensão pode ser responsável pelo abastecimento de uma região densamente habitada, e nem sempre é possível evitar cortes no fornecimento, mesmo realizando manobras no sistema. Além disso, uma linha de transmissão pode ter centenas de quilômetros de extensão, e muitas vezes o acesso é difícil, pois é muito comum que o trajeto passe por terrenos acidentados e cobertos por vegetação densa. Dessa forma, a ausência de informação sobre o local da falta pode levar a um atraso muito grande no início dos reparos e no restabelecimento da capacidade de transmissão de energia do sistema.

Mesmo no caso de defeitos não permanentes, a identificação do tipo e da distância de falta é importante para fornecer informações que possam ser úteis por exemplo a estudos de proteção ou desempenho frente a surtos atmosféricos, além de permitir a montagem de uma base histórica sobre a ocorrência de faltas numa linha de transmissão. Em estudos de desempenho de linhas frente a surtos atmosféricos, cujo objetivo pode ser a definição da alocação de pára-raios, o conhecimento das regiões com maior incidência de falta pode ser um subsídio a mais que auxilie nas conclusões dos estudos. No caso de defeitos transitórios frequentes, causados por poluição, queimadas ou incêndios, a informação da localização da falta pode auxiliar de forma que sejam tomadas as providências que se fizerem necessárias conforme o caso.

Como nesse trabalho são estudadas técnicas de localização de falta baseadas em medidas de tensão e corrente em regime permanente (60 Hz), é necessário que se tenha um algoritmo eficiente para a obtenção desses valores, dos quais dependerá a precisão dos algoritmos de localização de falta.

### 1.3 - Revisão Bibliográfica

Da pesquisa bibliográfica realizada para o tema de técnicas de localização de falta, percebe-se que este é um assunto bem estudado até os dias atuais, com um número muito grande de propostas de novas metodologias e de aperfeiçoamento de outras já existentes.

Existem métodos de localização de falta baseados por exemplo no uso de ondas trafegantes [36,37], porém a maioria ainda utiliza fasores de regime permanente, sendo o caso dos métodos apresentados nesse trabalho.

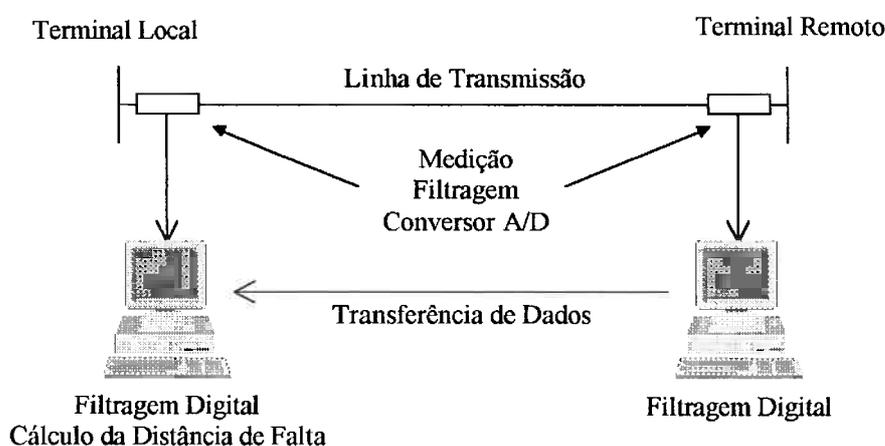


Figura 1.1 – Representação de um sistema de localização de falta

O estudo da bibliografia sugere dois grandes grupos em que podem ser classificados os métodos de localização de falta:

- Métodos que utilizam apenas os dados do terminal local da linha de transmissão
- Métodos que utilizam dados de mais de um terminal da linha de transmissão

Trabalhos publicados na década de 80 buscavam obter o valor da distância de falta baseados nos dados do terminal local, devido ao fato de os sistemas de comunicação não estarem num estágio adiantado de desenvolvimento. Ao longo do tempo, paralelamente ao desenvolvimento dos sistemas de comunicação, foram surgindo novas propostas, em que os cálculos da distância de falta eram realizados usando os dados de ambos os terminais da linha.

Nos métodos que utilizam somente os dados do terminal local, é necessário que se identifique o tipo de falta ocorrida, pois o equacionamento para cada tipo de falta é diferente dos demais. Outro fato observado é que esses métodos geralmente usam os valores pré-falta para minimização de erros provocados por hipóteses simplificadoras que geralmente são adotadas.

Por outro lado, os métodos que consideram os dados de todos os terminais da linha de transmissão (dois terminais em geral), têm o mesmo equacionamento qualquer que seja o tipo de falta, não sendo necessário na maioria dos casos, o uso de valores pré-falta.

### 1.3.1 – Métodos que Utilizam Dados Somente do Terminal Local da Linha

TAKAGI et al. (1981) [8]

O algoritmo é baseado no equacionamento das tensões e correntes na linha com o uso de quadripólos. Para o caso de falta trifásica a método parte da seguinte equação:

$$V_F = R_F \cdot I_F \quad (1.1)$$

Onde:

$$I_F = -(I_{FL}^f + I_{FR}^f) \quad (1.2)$$

Usando quadripólos:

$$V_F = A(d) \cdot V_L - B(d) \cdot I_L \quad (1.3)$$

$$I_{FL}^f = C(d) \cdot V_L^f - D(d) \cdot I_L^f \quad (1.4)$$

A,B,C e D são as constantes do quadripólo representativo da linha de transmissão.

Após algumas manipulações algébricas chega-se a:

$$\frac{A(d) \cdot V_L - B(d) \cdot I_L}{C(d) \cdot V_L^f - D(d) \cdot I_L^f} = -R_F \cdot (1 + K(d)) \quad (1.5)$$

Quando são consideradas as hipóteses:

- $R_F$  é puramente resistiva
- A relação  $K(d)$  é um número real

Esta segunda hipótese só é válida se os equivalentes nos terminais da linha de transmissão forem puramente indutivos e a linha sem perdas, o que em determinados casos pode ser uma boa aproximação.

Finalmente a distância de falta pode ser obtida resolvendo-se a equação a seguir por algum método numérico.

$$\text{Im} \left( \frac{\cosh(\gamma \cdot d) \cdot V_L - Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot d) \cdot I_L}{\frac{1}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma \cdot d) \cdot V_L^f - \cosh(\gamma \cdot d) \cdot I_L^f} \right) = 0 \quad (1.6)$$

TAKAGI et al. (1982) [9]

Este método parte do mesmo equacionamento do apresentado anteriormente por TAKAGI (1981) [8], mas é direcionado de forma a se chegar na seguinte equação:

$$V_L - I_L \cdot Z_c \cdot \tanh(\gamma \cdot d) = R_F \cdot K \cdot \left( V_L^f \cdot \frac{\tanh(\gamma \cdot d)}{Z_c} - I_L^f \right) \quad (1.7)$$

Nesse caso as aproximações consideradas são:

- $\tanh(\gamma \cdot d) = \gamma \cdot d$
- $V_L^f \cdot \frac{\tanh(\gamma \cdot d)}{Z_c} \ll I_L^f$

Considerando-se essas hipóteses, e novamente admitindo que a resistência de falta seja puramente resistiva e que não haja diferença entre as fases das correntes de falta isolada na linha (em falta – pré-falta), os valores  $R_F$  e  $K$  são números reais.

Dessa forma é possível chegar a uma expressão em que a distância de falta pode ser obtida por uma fórmula direta, sem a necessidade de cálculos iterativos.

$$d = \frac{\text{Im}(V_L \cdot I_L^{f*})}{\text{Im}(I_L \cdot I_L^{f*} \cdot Z_c \cdot \gamma)} \quad (1.8)$$

O símbolo \* indica número complexo conjugado.

JONHS, MOORE e WHITTARD (1995) [20]

Apresentaram uma nova proposta para o cálculo da distância de falta com uso somente dos dados do terminal local, o método utiliza componentes superpostos de tensão e corrente.

A equação básica utilizada é:

$$Z_f = \frac{(E_f - V_L + I_L \cdot m \cdot Z_L) \cdot ((1-m) \cdot Z_L + Z_R^s)}{V_L - I_L \cdot (Z_L + Z_R^s)} \quad (1.9)$$

Onde:

$$E_f = -(V_L^{pf} - m \cdot Z_L \cdot I_L^{pf})$$

O gráfico da expressão (1.9) possui o seguinte aspecto:

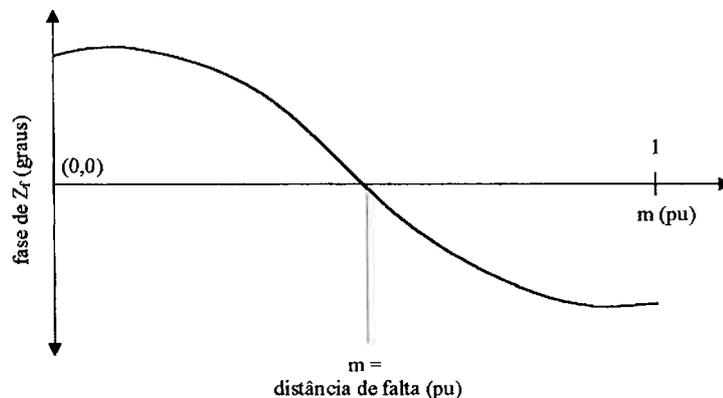


Figura 1.2 – Variação típica da fase de  $Z_f$  em função da distância de falta

Um dos objetivos do método é apresentar insensibilidade às condições de operação da rede, e para os testes realizados, considerando uma linha de 400 kV com 100 km, a precisão obtida foi bastante satisfatória.

NOVOSEL, BACHMAN, HART, YI HU e SAHA (1996) [26]

Apresentam um método para localização de falta em linhas de transmissão equipadas com compensação série (capacitores equipados com gap e pára-raios), usando métodos determinísticos e redes neurais artificiais, para permitir a consideração da não linearidade dos capacitores.

O algoritmo utiliza apenas os dados do terminal local, e para testes realizados, utilizando simulações feitas com o ATP, foi verificado que o erro na obtenção da distância de falta pode chegar a 35% do comprimento da linha.

JEYASURYA e RAHMAN (1991) [10]

Esse trabalho apresenta um estudo comparativo de cinco algoritmos de localização de falta para linhas de transmissão de dois terminais, três deles utilizando apenas os dados do terminal local. Os testes foram baseados em simulações feitas em laboratório, para um modelo de linha de 400 kV que utilizava seis células  $\pi$ , sendo que as medidas de tensão e corrente eram transmitidas ao microprocessador que realizava os cálculos da distância de falta.

Os algoritmos utilizados foram os seguintes:

#### Algoritmo 1

Corresponde ao algoritmo proposto por TAKAGI (1982) [9].

Algoritmo 2

A impedância complexa medida no terminal local pode ser expressa por:

$$Z_L = m \cdot Z_c + \frac{R_F}{K} \cdot \frac{I_L - I_L^{pf}}{I_L \cdot e^{j\phi}} \quad (1.10)$$

$m$ : relação entre a distância de falta e o comprimento da linha

$K$ : fator de distribuição das correntes

$\phi$ : fase de  $K$

Se (1.10) é reescrita para a parte real e imaginária separadamente, as seguintes relações são obtidas:

$$m \cdot R_c = R_L - \frac{R_F}{K} \cdot a \quad (1.11)$$

$$m \cdot X_c = X_L - \frac{R_F}{K} \cdot b \quad (1.12)$$

Onde:

$$a + j \cdot b = \frac{I_L - I_L^{pf}}{I_L \cdot e^{j\phi}}$$

Considerando que o ângulo de fase  $\phi_L$  de  $Z_L$  e  $\phi$  são conhecidos, a distância de falta pode ser dada por:

$$d = \frac{\ell}{X_c} \cdot \left( X_L - \frac{R_L \cdot \tan(\phi_L) - X_L}{\frac{a}{b} \cdot \tan(\phi_L) - 1} \right) \quad (1.13)$$

$\ell$ : comprimento da linha de transmissão

Algoritmo 3

Este algoritmo utiliza apenas os valores de tensão e corrente medidos localmente, e

requer o conhecimento do valor dos equivalentes de curto-circuito nos terminais local e remoto. O algoritmo consiste em se resolver a seguinte equação quadrática para se obter a distância de falta em pu do comprimento da linha:

$$m^2 - m \cdot K_1 + K_2 - K_3 \cdot R_F = 0 \quad (1.14)$$

$$K_1 = \frac{V_L}{I_L \cdot Z_c} + 1 + \frac{Z_L^s}{Z_L} \quad (1.15)$$

$$K_2 = \frac{V_L}{I_L \cdot Z_c} \cdot \left( 1 + \frac{Z_L^s}{Z_L} \right) \quad (1.16)$$

$$K_3 = \frac{I_L - I_L^{pf}}{I_L \cdot Z_c} \cdot \left( 1 + \frac{Z_L^s + Z_R^s}{Z_L} \right) \quad (1.17)$$

Sendo  $Z_L^s$  e  $Z_R^s$  são os equivalentes nos terminais local e remoto da linha, e  $Z_c$  a impedância série total da linha.

A equação complexa (1.13) pode ser dividida em parte real e imaginária, permitindo eliminar-se a variável  $R_F$ , para se obter o valor de  $m$  e da distância de falta.

Os outros dois métodos apresentados (algoritmos 4 e 5) utilizam os dados de ambos os terminais da linha.

### 1.3.2 – Métodos que Utilizam Dados de Mais de Um Terminal da Linha

#### Algoritmo 4

Esse algoritmo usa apenas as fases das medidas de impedância realizadas por ambos os terminais da linha ( $Z_A$  e  $Z_B$ ), e a distância de falta é obtida resolvendo-se a equação quadrática:

$$Q \cdot m^2 + S \cdot m + T = 0 \quad (1.18)$$

$$Q = f_1(Z_L, \theta_\alpha) \quad (1.19)$$

$$S = f_2(Z_A, Z_B, \theta_c, \theta_\alpha, Q) \quad (1.20)$$

$$T = f_3(Z_A, Z_B, Z_L, \theta_c, \theta_\alpha) \quad (1.21)$$

$$\theta_\alpha = \angle(Z_A + Z_B - Z_L)$$

### Algoritmo 5

Este método utiliza os valores calculados de impedância e corrente para ambos os terminais da linha. E a distância de falta em pu é obtida da seguinte equação:

$$m = \frac{k_1^2 \cdot (X_L - X_B) - X_A}{(k_1^2 - 1) \cdot X_L} \quad (1.22)$$

Onde:

$$k_1 = I_B / I_A$$

Os símbolos X correspondem à parte reativa de valores de impedância indicados por Z.

Para simulação de falta fase-terra, dupla-fase e trifásica a 155 km do terminal local, para uma linha de 194 km, os erros máximos obtidos foram os seguintes:

algoritmo	erro máximo
1	1.8
2	-1.5
3	-4.5
4	-2.4
5	-2.2

LAWRENCE, CABEZA e HOCHBERG (1992) [11]

O objetivo dos estudos apresentados é o desenvolvimento e implantação de um localizador digital de faltas para uma linha de 230 kV, com circuito duplo. Foram desenvolvidos modelos para a linha de transmissão e realizadas simulação no ATP.

O algoritmo proposto leva em conta a existência de diferentes trechos da linha, quanto a transposição. O primeiro passo é identificar em qual trecho da linha ocorreu a falta, em seguida é calculada a distância da falta ao início do trecho de transposição identificado.

O equacionamento das tensões e correntes é feito utilizando-se matrizes de impedância série e de capacitância, nas quais são feitas correções segundo o método dos quadripólos. São obtidas equações complexas que podem ser resolvidas separando as partes real e imaginária das mesmas, fornecendo os valores da distância de falta e da resistência de falta.

GIRGIS e FALLON (1992) [12]

O cálculo da distância de falta é feito através do equacionamento considerando a matriz de impedância série da linha de transmissão, desprezando o efeito da capacitância da linha. Os valores de tensão e corrente são obtidos de registradores digitais de falta, ou seja, os cálculos não são realizados “on line”. O algoritmo foi testado para registros de falta uma rede de 115 kV, o trabalho discute a conversão dos dados do registrador digital de faltas para o formato usado no programa de computador que realiza os cálculos da distância de falta. A obtenção dos fasores de 60 Hz é feita com o uso de filtro de Kalman, que utiliza conceitos estatísticos [1].

NAGASAWA et al. (1992) [13]

Apresenta um algoritmo para localização de falta em linhas de transmissão com a seguinte configuração:

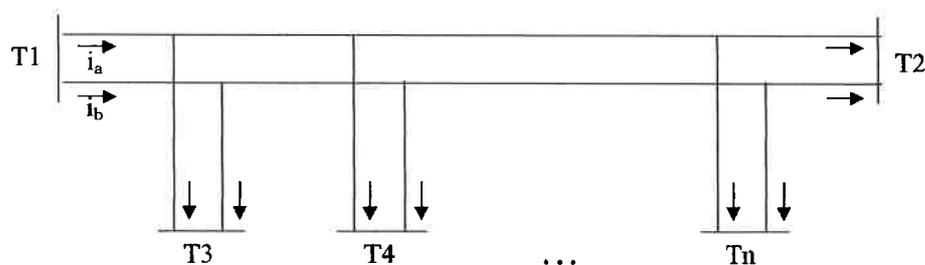


Figura 1.3 – Linha de circuito duplo com múltiplos terminais

O algoritmo usa valores de corrente medidos nos dois circuitos em todos os terminais da linha, não sendo utilizadas medidas de tensão. O equacionamento é baseado nas diferenças entre as correntes nos circuitos em paralelo, em cada terminal  $\Delta_1 = i_a - i_b$ , etc., e não necessita de sincronização temporal entre os dados dos múltiplos terminais. O método prevê a ocorrência de falta envolvendo os dois circuitos, mas no mesmo ponto da linha. Os testes foram feitos usando dados obtidos de simulações no ATP.

RANJBAR,SHIRANI e FATHI (1992) [14]

O algoritmo é baseado na avaliação da seguinte função:

$$G(x) = \frac{2}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} |V_x(t)| dt \quad (1.23)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 < 1 \text{ ciclo}$$

A integral (1.23) é calculada pelo método trapezoidal para um determinado conjunto de valores de  $x$ , tal como  $[0, \Delta x, 2 \cdot \Delta x, \dots, \ell]$ , onde a ordem de grandeza de  $\Delta x$  é a distância média entre duas torres consecutivas da linha de transmissão. A função  $V_x(t)$  corresponde à tensão num ponto  $x$  linha ao longo do tempo.

O gráfico da função  $G(x)$  possui o seguinte aspecto:

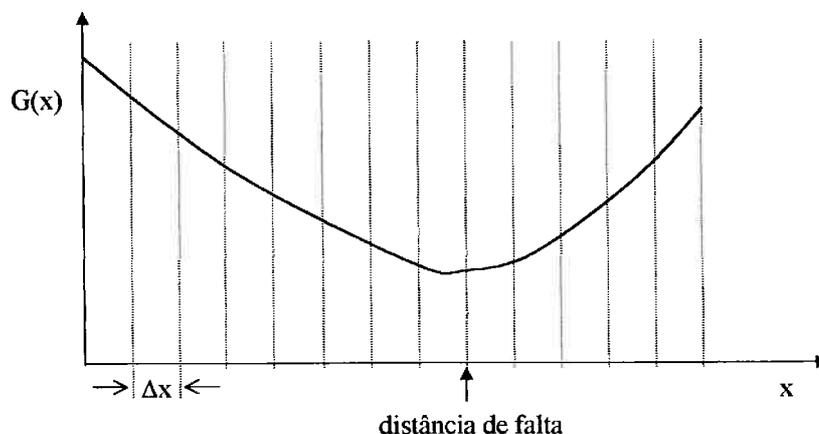


Figura 1.4 – Função  $G(x)$

A distância de falta corresponde ao ponto de mínimo da função  $G(x)$ , e o erro máximo cometido é dado por  $\Delta x/2$ . O método adota um modelo de linha de transmissão que considera parâmetros distribuídos, considerando a capacitância da linha e correções hiperbólicas.

GIRGIS, HART e PETERSON (1992) [15]

A distância de falta é obtida a partir do equacionamento dos vetores trifásicos de tensão e corrente com o uso da matriz trifásica de impedância série da linha, sendo desprezado o efeito da capacitância, que é uma aproximação boa apenas para linhas curtas.

O método considera linhas de dois ou três terminais, e pode ser aplicado mesmo no caso de não haver sincronização dos dados dos terminais. Para o caso de linhas de dois terminais com dados sincronizados tem-se:

$$[V_F] = [V_L] - d \cdot [Z_{a,b,c}] \cdot [I_L] \quad (1.24)$$

$$[V_F] = [V_R] - (\ell - d) \cdot [Z_{a,b,c}] \cdot [I_R] \quad (1.25)$$

Das duas equações acima:

$$[V_L] - [V_R] + \ell \cdot [Z_{a,b,c}] \cdot [I_R] = d \cdot [Z_{a,b,c}] \cdot ([I_L] + [I_R]) \quad (1.26)$$

$$\text{Ou } L = d \cdot F \quad (1.27)$$

Onde:

$$L = [V_L] - [V_R] + [Z_{a,b,c}] \cdot [I_R] \cdot \ell$$

$$F = [Z_{a,b,c}] \cdot ([I_L] + [I_R])$$

O valor da incógnita  $d$  na expressão (1.27) é obtido com o uso do método dos mínimos quadrados:

$$d = (\bar{F}^T \cdot F)^{-1} \cdot \bar{F}^T \cdot L \quad (1.28)$$

Onde  $\bar{F}^T$  é a transposta da matriz  $F$  com os elementos conjugados.

A metodologia apresentada estende-se a linhas de três terminais e permite a utilização de dados não sincronizados.

AGGARWAL, COURY, JOHNS e KALAM (1993) [18]

O método foi desenvolvido para o cálculo da distância de falta em linhas de transmissão de três terminais, o equacionamento utiliza a teoria dos quadripólos aplicada a um modelo que representa a linha com parâmetros distribuídos.

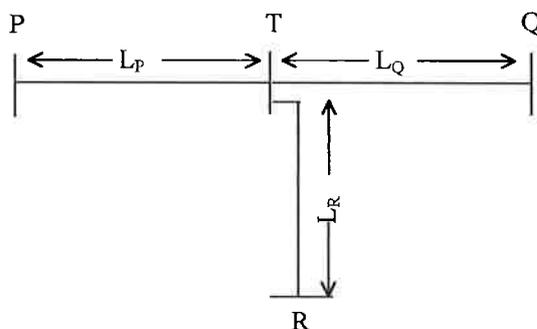


Figura 1.5 – Linha de transmissão de três terminais

A equação fundamental do método para o caso de falta no trecho PT é:

$$d = a \tanh\left(\frac{D}{C}\right) \cdot \frac{1}{\gamma} \quad (1.29)$$

Onde:

$$A = \cosh(\gamma \cdot L_Q) \cdot V_Q - Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot L_Q) \cdot I_Q$$

$$B = -\cosh(\gamma \cdot L_Q) \cdot I_Q - \frac{1}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma \cdot L_Q) \cdot V_Q - \cosh(\gamma \cdot L_R) \cdot I_R - \frac{1}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma \cdot L_Q) \cdot V_Q$$

$$C = -Z_c \cdot I_P + A \cdot \sinh(\gamma \cdot L_P) + Z_c \cdot B \cdot \cosh(\gamma \cdot L_P)$$

$$D = -V_P + A \cdot \cosh(\gamma \cdot L_P) + Z_c \cdot B \cdot \sinh(\gamma \cdot L_P)$$

Os valores de tensão, corrente, impedância característica e constante de propagação correspondem a alguma das componentes modais ou simétricas, preferencialmente o modo 1 ou sequência positiva.

ABE, OTSUZUKY, EMURA e TAKEUCHI (1995) [21]

Apresenta um método para localização de falta em linhas de circuito simples com múltiplos terminais. Um dos objetivos do trabalho é dispensar a sincronização dos dados dos terminais para simplificar a implementação.

O método utiliza equacionamento com matrizes trifásicas de impedância da linha, sem a consideração da capacitância. A metodologia visa reduzir a rede original a uma linha de dois terminais. As equações são resolvidas com o uso de aproximações que permitam considerar como números reais os dois membros da equação utilizada no método.

NOVOSEL, HART, UDREN e SAHA (1995) [22]; NOVOSEL, HART, UDREN e GARITTY (1996) [25]

Os trabalhos apresentam métodos baseados no equacionamento com matrizes trifásicas da linha. Por serem métodos “off-line”, não requerem sincronização dos dados nos terminais, de forma a permitir a comunicação desses dados por um canal de comunicação simples, permitindo até mesmo a utilização de modem.

KEZUNOVIC e PERUNICIC (1996) [23]

O algoritmo proposto foi testado para o caso de linha de 161 kV com 100 km de comprimento, tendo sido obtidos resultados precisos. O método faz a sincronização dos dados via GPS “Global Positioning System” [16,19,37], e modela as tensões e correntes na linha através de equações diferenciais tais como:

$$\begin{aligned}\Delta I(t) &= I_L(t) + I_R(t) \\ \Delta V(t) &= V_L(t) - V_R(t) + \ell \cdot \left( R \cdot I_R(t) + L \cdot \frac{dI_R(t)}{dt} \right)\end{aligned}\quad (1.30)$$

O equacionamento leva a um sistema que possui apenas como incógnita a distância de falta, que é obtida com o uso do método dos mínimos quadrados.

ZAMORA e MINAMBRES (1996) [24]

A obtenção da distância de falta é feita utilizando apenas valores de tensão em ambos os terminais da linha. São considerados no equacionamento componentes superpostos de tensão e corrente para melhoria da precisão do algoritmo, que parte da seguinte equação:

$$V_F = Z_{th} \cdot I_F \quad (1.31)$$

O valor de  $Z_{th}$  é obtido considerando uma rede que contém a linha, que é representada pelo modelo  $\pi$  nominal ou corrigido, os equivalentes de curto circuito nos terminais e a impedância de transferência.

O equacionamento mostra a definição de um fator de distância  $K_v$ , a partir do qual é obtida a distância de falta, através da consulta a uma curva  $K_v \times m$  ( $m$ =distância de falta em pu). Para os testes apresentados, o erro máximo obtido foi de 2% do comprimento da linha.

HONG e COLWELL (1997) [27]

O algoritmo apresentado utiliza dados sincronizados dos dois terminais da linha e faz uso de matrizes de impedância trifásicas, sendo a distância de falta obtida a partir de:

$$d = \frac{[V_L] - [V_R] + [Z_L] \cdot [I_R] \cdot \ell}{[Z_L] \cdot ([I_L] + [I_R])} \quad (1.32)$$

JOHNS, A. T.; JAMALI, S. (1990) [35]

A distância de falta, no caso monofásico é dada por:

$$d = \frac{a \tanh(-B / A)}{\gamma} \quad (1.33)$$

Onde:

$$A = Z_c \cdot \cosh(\gamma \cdot \ell) \cdot I_R - \sinh(\gamma \cdot \ell) \cdot V_R + Z_c \cdot I_L$$

$$B = \cosh(\gamma \cdot \ell) \cdot V_R - Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot \ell) \cdot V_R + V_L$$

$V_R$ : tensão no terminal local

$I_R$ : corrente no terminal local

Para o caso trifásico, incluindo linhas de circuito duplo, é feita uma generalização, utilizando os A,B,C e D em forma de matriz e fazendo a decomposição das equações em componentes modais.

#### 1.4 - Estrutura da Dissertação

A dissertação está estruturada da seguinte forma:

Neste capítulo 1 encontram-se a introdução e a revisão bibliográfica.

No capítulo 2, apresentam-se em detalhes os métodos de localização de falta testados neste trabalho.

No capítulo 3, são comentados alguns aspectos referentes ao processamento digital de sinais, e é feita uma análise comparativa do desempenho do filtro digital baseado na transformada discreta de Fourier e do filtro digital modelado com base no método dos mínimos quadrados.

O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos nas simulações, para a avaliação do desempenho dos diferentes algoritmos de localização de falta estudados no capítulo 2, mostrando a influência da variação de diferentes parâmetros no valor calculado da distância de falta, tal como resistência de falta, distância de falta, tipo de falta, equivalentes nos terminais da linha de transmissão, etc.

As conclusões do trabalho encontram-se no capítulo 5.

## 2 - Métodos de Localização de Falta

Este capítulo apresenta em detalhes a metodologia de alguns dos métodos utilizados de localização de falta em linhas de transmissão, que utilizam dados de regime permanente. Os métodos que apresentam maior precisão, conforme será visto no capítulo 4, são aqueles baseados na representação a linha de transmissão com quadripólos, considerando a linha com parâmetros distribuídos e levando em consideração a capacitância da linha e a influência do comprimento.

Neste capítulo serão apresentados três métodos de localização de falta para linhas de dois terminais, um deles utilizando somente os dados do terminal local, e os demais utilizando os dados de dois terminais. Será mostrado também um método para linhas de transmissão de três terminais.

Nos algoritmos mostrados nesse capítulo, os valores de tensão e corrente bem como os parâmetros da linha são decompostos em componentes modais [32], podendo ser usadas as componentes simétricas.

### 2.1 - Localização de Falta Utilizando Dados de Dois Terminais da Linha

Para a localização da falta em uma linha de transmissão de dois terminais, alguns dos métodos necessitam que estejam disponíveis os valores de tensão e corrente das três fases dos dois terminais da linha. Geralmente, é necessário que os dados dos dois terminais estejam sincronizados, porém existem métodos em que não é necessária essa sincronização.

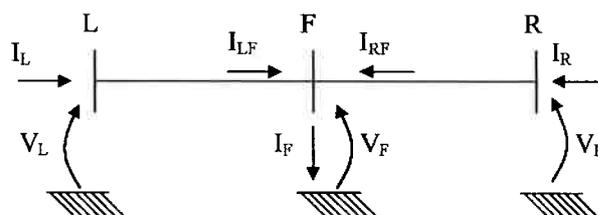


Figura 2.1 - Representação unifilar da linha de transmissão com falta

### 2.1.1 - Método Utilizando Modelo de Linha com Quadripólos

O método [35] apresentado a seguir faz o equacionamento das tensões e correntes na linha de transmissão com o uso de quadripólos.

Para uma linha de transmissão, o quadripólo correspondente pode ser representado da seguinte forma:

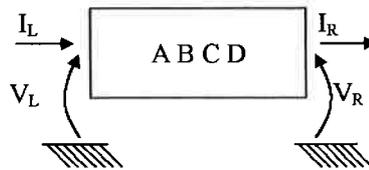


Figura 2.2 - Tensões e correntes numa linha representado por quadripólo

Na Figura 2.2 tem-se: 
$$\begin{bmatrix} V_L \\ I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Em (2.1) tem-se:

$$\begin{aligned} A &= \cosh(\gamma \cdot \ell) \\ B &= Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot \ell) \\ C &= \frac{1}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma \cdot \ell) \\ D &= A \end{aligned} \quad (2.2)$$

Onde:

$$\begin{aligned} Z_c &= \sqrt{\frac{z}{y}} \\ \gamma &= \sqrt{z \cdot y} \\ z &= r + j \cdot x \\ y &= j \cdot \omega \cdot c \end{aligned} \quad (2.3)$$

A equação (2.1) deve ser utilizada separadamente para cada um dos modos de propagação [32], podendo ser usada a decomposição em componentes simétricas das tensões e correntes, assim como as constantes A,B,C e D da linha.

Quanto à obtenção da distância de falta, a estratégia é calcular o valor de  $V_F$  em função dos dados do terminal local,  $V_L$  e  $I_L$ , e também em função dos dados do terminal remoto,  $V_R$  e  $I_R$ , para algum dos modos de propagação.

Tomando-se como base a Figura 2.1, com os dados do terminal local pode-se obter a tensão no ponto de falta:

$$\begin{bmatrix} V_F \\ -I_{LF} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_L \\ -I_R \end{bmatrix} \Rightarrow V_F = A \cdot V_L - B \cdot I_L \quad (2.4)$$

Em (2.4) A e B correspondem a:

$$\begin{aligned} A &= \cosh(\gamma \cdot d) \\ B &= Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot d) \end{aligned}$$

De modo que de (2.4) resulta:

$$V_F = \cosh(\gamma \cdot d) \cdot V_L - Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot d) \cdot I_L \quad (2.5)$$

A tensão no ponto de falta também pode ser calculada utilizando-se os dados do terminal remoto de forma análoga a (2.4)

$$\begin{bmatrix} V_F \\ -I_{RF} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_R \\ -I_R \end{bmatrix} \Rightarrow V_F = A \cdot V_R - B \cdot I_R \quad (2.6)$$

Nesse caso:

$$\begin{aligned} A &= \cosh(\gamma \cdot (\ell - d)) \\ B &= Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot (\ell - d)) \end{aligned}$$

De forma que (2.6) resulta em:

$$V_F = \cosh(\gamma \cdot (\ell - d)) \cdot V_R - Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot (\ell - d)) \cdot I_R \quad (2.7)$$

Comparando (2.5) e (2.7) tem-se:

$$\cosh(\gamma \cdot d) \cdot V_L - Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot d) \cdot I_L = \cosh(\gamma \cdot (\ell - d)) \cdot V_R - Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot (\ell - d)) \cdot I_R \quad (2.8)$$

Na equação acima pode-se constatar que não aparece nenhum termo relacionado à impedância de falta, sendo a única incógnita o valor da distância de falta. Outro fato a ser observado é que não é necessário conhecer o tipo de falta que ocorreu na linha de transmissão, trifásica, fase-terra, etc., mas apenas os valores medidos de tensão e corrente nos terminais local e remoto.

A incógnita  $d$  na equação (2.8) pode ser isolada, para se obter uma expressão para o cálculo da distância de falta. Isso é possível utilizando-se as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned} \sinh(x + y) &= \sinh(x) \cdot \cosh(y) + \cosh(x) \cdot \sinh(y) \\ \cosh(x + y) &= \sinh(x) \cdot \sinh(y) + \cosh(x) \cdot \cosh(y) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Aplicando essas propriedades aos termos do tipo  $[\cosh(\ell - d)]$ , e após algumas simplificações, obtém-se a seguinte expressão para o cálculo da distância de falta:

$$d = a \tanh \left( \frac{V_L - V_R \cdot \cosh(\gamma \cdot \ell) + Z_c \cdot I_R \cdot \sinh(\gamma \cdot \ell)}{Z_c \cdot I_L - V_R \cdot \sinh(\gamma \cdot \ell) + Z_c \cdot I_R \cdot \cosh(\gamma \cdot \ell)} \right) \cdot \frac{1}{\gamma} \quad (2.10)$$

Na equação (2.10) os valores  $V_L$ ,  $V_R$ ,  $I_L$ ,  $I_R$ , são os fasores das componentes fundamentais de algum modo de propagação [32], sendo mais indicado usar o modo 1, pois esse modo está presente em todos os tipos de falta. A impedância característica da linha e sua constante de propagação,  $Z_c$  e  $\gamma$ , correspondem ao mesmo modo de propagação considerados para as tensões e correntes. A razão de se preferir o uso do modo 1, pode ser entendida considerando o caso de uma falta trifásica, para a qual não existem componentes de modo 2 e 0, sendo impossível o cálculo a distância de falta.

Outro fato a ser destacado é que nesse método não é necessário que se conheçam os valores pré-falta de tensão e corrente, mas apenas os valores medidos na condição de linha com falta, simplificando a implementação do sistema localizador de falta.

### Algoritmo de sincronização dos dados

A necessidade de sincronização das medidas nos dois terminais é um fator que aumenta a complexidade do localizador de falta, pois implica na necessidade de um canal de comunicação entre os terminais com velocidade de transmissão muito alta, e imune a interferências que possam distorcer as informações transmitidas. A comunicação de

dados pode ser feita via rádio, satélite ou modem. Outro meio de transmissão de dados entre pontos remotos da rede é através do uso de fibra óptica no interior dos cabos guarda da linha [16], que além de alta velocidade de transmissão, devido à natureza do processo, é imune à interferências eletromagnéticas. Esse sistema de comunicação tem como maior risco de indisponibilização o caso de rompimento do cabo guarda no qual se encontra o cabo óptico.

Uma das tecnologias utilizadas atualmente para a sincronização dos dados é o GPS (“global positioning system”) [16,19,37], no qual um sinal de referência de tempo, transmitido via satélite, fica disponível nos diversos pontos de uma rede elétrica, permitindo que os sinais sejam sincronizados considerando qualquer esquema de comunicação de dados entre os terminais da linha. Em cada terminal, para cada amostra dos sinais, poderia ser armazenado o tempo real em que ela foi obtida, utilizando a referência de tempo obtida do GPS, de forma que um atraso na chegada dos dados do terminal remoto ao terminal local, poderia ser corrigido verificando-se os instantes em que as amostras foram obtidas.

Tendo em vista essa complexidade adicional, foi proposto um aperfeiçoamento do método, para que não houvesse a necessidade de sincronização temporal dos dados dos dois terminais. A sincronização é exigida apenas entre os dados do mesmo terminal, ou seja, as tensões e correntes das três fases de cada terminal devem possuir a mesma referência de tempo.

A falta de sincronismo entre os dados dos terminais pode ser causada por diferenças no tempo de obtenção das amostras (influência do hardware) e tempo de transmissão dos sinais entre os terminais. Mesmo no caso da utilização de registros de falta a sincronização baseada em comparar os instantes de ocorrência não seria válida pois o tempo de propagação do ponto de falta até os terminais pode não ser igual.

Para considerar a não sincronização dos dados nos terminais, introduz-se uma nova incógnita  $\delta$  que representa o ângulo de defasagem entre as medidas dos terminais.

Dessa forma considera-se:

$$\begin{aligned} V_R^{\text{real}} &= V_R^{\text{medido}} \cdot e^{j\delta} \\ I_R^{\text{real}} &= I_R^{\text{medido}} \cdot e^{j\delta} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Onde  $\delta$  é o ângulo de defasagem (para os fasores a 60 Hz) entre os dados do terminal local e do terminal remoto.

Assim, a equação que fornece a distância de falta será:

$$d = a \tanh \left( \frac{V_L - V_R \cdot e^{j\delta} \cdot \cosh(\gamma \cdot \ell) + Z_c \cdot I_R \cdot e^{j\delta} \cdot \sinh(\gamma \cdot \ell)}{Z_c \cdot I_L - V_R \cdot e^{j\delta} \cdot \sinh(\gamma \cdot \ell) + Z_c \cdot I_R \cdot e^{j\delta} \cdot \cosh(\gamma \cdot \ell)} \right) \cdot \frac{1}{\gamma} \quad (2.12)$$

Como a distância de falta é um número real, pode-se considerar:

$$f(\delta) = \text{Im} \left[ a \tanh \left( \frac{V_L - V_R \cdot e^{j\delta} \cdot \cosh(\gamma \cdot \ell) + Z_c \cdot I_R \cdot e^{j\delta} \cdot \sinh(\gamma \cdot \ell)}{Z_c \cdot I_L - V_R \cdot e^{j\delta} \cdot \sinh(\gamma \cdot \ell) + Z_c \cdot I_R \cdot e^{j\delta} \cdot \cosh(\gamma \cdot \ell)} \right) \cdot \frac{1}{\gamma} \right] = 0 \quad (2.13)$$

A única incógnita da equação acima é  $\delta$ , e pode ser obtida pelo método de Newton-Raphson que tem o seguinte equacionamento considerando-se a incógnita  $\delta$ :

$$\delta_n = \delta_{n-1} - \frac{f(\delta_{n-1})}{f'(\delta_{n-1})}$$

n: número da iteração.

A derivada  $f'(\delta_{n-1})$  não é calculada analiticamente, mas numericamente pela definição:

$$f'(\delta_{n-1}) = \frac{f(\delta_{n-1} + \Delta\delta) - f(\delta_{n-1})}{\Delta\delta}$$

Desse modo, as aproximações do valor de  $\delta$  são:

$$\delta_n = \delta_{n-1} - \frac{f(\delta_{n-1}) \cdot \Delta\delta}{f(\delta_{n-1} + \Delta\delta) - f(\delta_{n-1})} \quad (2.14)$$

Esse método foi testado obtendo-se resultados precisos de  $\delta$  para um número máximo de iterações igual a 30 e  $\Delta\delta = 10^{-5}$ .

O procedimento para obter a localização de falta utilizando dados não sincronizados dos dois terminais é resumidamente o seguinte:

- Obtém-se os fasores  $V_L, I_L$  do terminal local e  $V_R, I_R$  do terminal remoto
- Calcula-se o valor de  $\delta$  usando-se (2.14)
- Calcula-se a distância de falta usando-se (2.12)

### 2.1.2 - Método Usando a Matriz de Impedância Série da Linha

A referência [15] descreve um método de localização de falta baseado no equacionamento das tensões e correntes na condição de falta, utilizando a matriz de impedância série da linha de transmissão.

O método supõe que os dados do terminal local e do terminal remoto estejam sincronizados. As equações básicas são:

$$[V_F] = [V_L] - d \cdot [Z_{a,b,c}] \cdot [I_L] \quad (2.15)$$

$$[V_F] = [V_R] - (\ell - d) \cdot [Z_{a,b,c}] \cdot [I_R] \quad (2.16)$$

$$[Z_{a,b,c}] = \begin{bmatrix} z_p & z_m & z_m \\ z_m & z_p & z_m \\ z_m & z_m & z_p \end{bmatrix} \quad z_m = \frac{z_0 - z_1}{3} \quad z_p = z_1 + z_m$$

$z_1, z_0$  : impedância série de sequência positiva e zero por unidade de comprimento

De (2.15) e (2.16), igualando  $V_F$  tem-se:

$$[V_L] - d \cdot [Z_{a,b,c}] \cdot [I_L] = [V_R] - (\ell - d) \cdot [Z_{a,b,c}] \cdot [I_R] \quad (2.17)$$

Que pode ser reescrita como:

$$[V_L] - [V_R] + \ell \cdot [Z_{a,b,c}] \cdot [I_R] = d \cdot [Z_{a,b,c}] \cdot ([I_L] + [I_R]) \quad (2.18)$$

Ou  $L = d \cdot F$

Onde:

$$L = [V_L] - [V_R] + [Z_{a,b,c}] \cdot [I_R] \cdot \ell \quad (2.19)$$

$$F = [Z_{a,b,c}] \cdot ([I_L] + [I_R]) \quad (2.20)$$

A equação (2.18) representa um sistema de três equações e apenas uma incógnita. Por isso o valor de  $d$  é estimado usando-se o método dos mínimos quadrados da seguinte maneira:

$$d = (\bar{F}^T \cdot F)^{-1} \cdot \bar{F}^T \cdot L \quad (2.21)$$

$\bar{F}$  : matriz  $F$  com os elementos conjugados

A desvantagem desse método é que não são levadas em consideração a capacitância da linha nem as correções hiperbólicas, comprometendo a precisão dos resultados para linhas de transmissão longas.

## 2.2 - Localização de Falta Utilizando Dados de Apenas um Terminal

Os métodos de localização de falta que utilizam apenas os dados do terminal local de uma linha de transmissão, utilizam hipóteses simplificadoras para permitir um equacionamento da distância de falta sem utilizar os dados do terminal remoto. Além disso, alguns métodos utilizam os dados da condição pré-falta da rede para minimizar o erro causado por algumas hipóteses consideradas, o que será melhor explicado posteriormente.

## 2.2.1 – Método de Takagi (1981)

A seguir será mostrado o equacionamento do método [8], para o caso de linha de transmissão trifásica, considerando as tensões e correntes e demais parâmetros como sendo de sequência positiva.

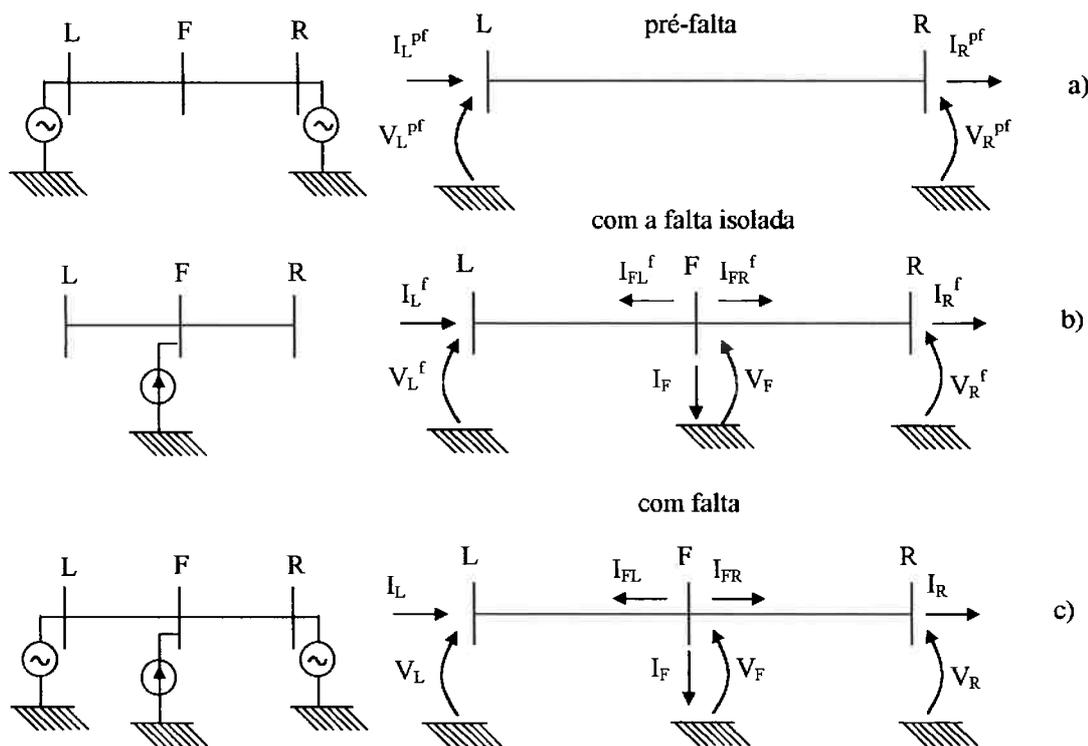


Figura 2.3 – Representação da falta com componentes superpostas

Da Figura 2.3 b) tem-se:

$$V_F = R_F \cdot I_F \quad (2.22)$$

$$I_F = -(I_{FL}^f + I_{FR}^f) \quad (2.23)$$

Define-se:

$$K(d) = \frac{I_{FR}^f}{I_{FL}^f} \quad (2.24)$$

Usando (2.23) em (2.22) chega-se a:

$$I_F = -K(d) \cdot I_{FL}^f - I_{FL}^f \quad (2.25)$$

A equação (2.25) aplicada em (2.22) fornece:

$$V_F = -R_F \cdot I_{FL}^f \cdot (1 + K(d)) \quad (2.26)$$

Como os valores  $V_F$  e  $I_{FL}^f$  não são conhecidos, pode-se determiná-los usando-se os dados do terminal local, com a representação através de quadripólos:

$$V_F = A(d) \cdot V_L - B(d) \cdot I_L \quad (2.27)$$

$$I_{FL}^f = C(d) \cdot V_L - D(d) \cdot I_L \quad (2.28)$$

$$A(d) = \cosh(\gamma \cdot d)$$

$$B(d) = Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot d)$$

$$C(d) = \frac{1}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma \cdot d)$$

$$D(d) = A(d)$$

Usando-se (2.27) e (2.28) em (2.26) tem-se:

$$A(d) \cdot V_L - B(d) \cdot I_L = -R_F \cdot (C(d) \cdot V_L - D(d) \cdot I_L) \cdot (1 + K(d)) \quad (2.29)$$

Que pode ser escrita da forma:

$$\frac{A(d) \cdot V_L - B(d) \cdot I_L}{C(d) \cdot V_L - D(d) \cdot I_L} = -R_F \cdot (1 + K(d)) \quad (2.30)$$

Para a equação (2.30) são consideradas as seguintes hipóteses:

- $R_F$  é puramente resistiva
- A relação  $K(d)$  é um número real

A segunda hipótese só é válida se os equivalentes nos terminais da linha de transmissão forem puramente indutivos e a linha considerada sem perdas.

Neste trabalho foi verificado numericamente, para o caso de curto trifásico numa linha típica de 765 kV, que quando os equivalentes nos terminais da linha de transmissão são

indutivos, a parte imaginária de  $K(d)$  é pequena se comparada à parte real. Quando os equivalentes passam a conter parte real, a parte imaginária de  $K(d)$  passa a crescer, deixando a segunda das hipóteses acima menos consistente, comprometendo a precisão do valor calculado da distância de falta.

Considerando-se as duas hipóteses anteriores, a equação (2.30) só possuiria parte real, sendo válida a seguinte equação:

$$\text{Im}\left(\frac{A(d) \cdot V_L - B(d) \cdot I_L}{C(d) \cdot V_L^f - D(d) \cdot I_L^f}\right) = 0 \quad (2.31)$$

A equação (2.31) pode ser resolvida para a obtenção de  $d$  utilizando-se algum método iterativo como por exemplo o de Newton-Raphson.

A equação (2.31) é aplicada para o caso de falta trifásica. Para outros tipos de falta, o equacionamento é semelhante.

No caso de falta fase-terra o equacionamento análogo ao da equação (2.22) é:

$$V_F^0 + V_F^1 + V_F^2 = 3 \cdot R_F \cdot I_F^1 \quad (2.32)$$

$$I_F^1 = -\left(I_{FL}^1 + I_{FR}^1\right) \quad (2.33)$$

Os índices 0, 1 e 2 indicam os valores de sequência zero, positiva e negativa.

A equação (2.32) é obtida por inspeção do circuito equivalente para o cálculo da falta fase-terra [2].

Em seguida introduz-se o seguinte fator, referente à sequência positiva:

$$K^1(d) = \frac{I_{FR}^1}{I_{FL}^1} \quad (2.34)$$

Considerando-se esse fator em (2.32) obtém-se:

$$V_F^0 + V_F^1 + V_F^2 = -3 \cdot R_F \cdot I_{LF}^1 \cdot (1 + K^1(d)) \quad (2.35)$$

Em (2.35) tem-se recorrendo ao modelo com quadripólos:

$$V_F^m = A^m(d) \cdot V_L^m - B^m(d) \cdot I_L^m \quad (2.36)$$

$m = 0,1,2$  : indica as componentes sequenciais

Em (2.35) tem-se:

$$I_{LF}^{1f} = C^1(d) \cdot V_L^{1f} - D^1(d) \cdot I_L^{1f} \quad (2.37)$$

Com as equações (2.35) e (2.37), usando as mesmas hipóteses consideradas no caso trifásico tem-se:

$$\text{Im} \left( \frac{V_F^0 + V_F^1 + V_F^2}{C^1(d) \cdot V_L^{1f} - D^1(d) \cdot I_L^{1f}} \right) = 0 \quad (2.38)$$

Para o caso de falta dupla fase o procedimento é análogo ao anterior, partindo da seguinte equação:

$$V_F^1 - V_F^2 = R_F \cdot I_F^1 \quad (2.39)$$

A equação para a obtenção da distância de falta é:

$$\text{Im} \left( \frac{V_F^1 - V_F^2}{C^1(d) \cdot V_L^{1f} - D^1(d) \cdot I_L^{1f}} \right) = 0 \quad (2.40)$$

Finalmente, para falta dupla fase-terra tem-se:

$$V_F^1 - V_F^0 = -3 \cdot R_F \cdot I_F^0 \quad (2.41)$$

$$\text{Im} \left( \frac{V_F^1 - V_F^0}{C^0(d) \cdot V_L^{0f} - D^0(d) \cdot I_L^{0f}} \right) = 0 \quad (2.42)$$

Nesse método, pode-se verificar que é importante armazenar adequadamente os valores pré-falta das tensões e correntes. Também é necessário saber qual o tipo de falta ocorreu, pois o equacionamento é diferente para cada tipo de falta.

### 2.2.2 – Método de Takagi (1982)

Esse método [9] parte do mesmo equacionamento do método apresentado anteriormente, mas difere um pouco nas aproximações utilizadas, e tem por objetivo permitir que a distância de falta seja dada por uma fórmula direta, sem a necessidade de cálculos iterativos.

$$V_F = R_F \cdot I_F \quad (2.44)$$

A corrente de falta pode ser dada em função da corrente que vem do terminal local:

$$I_F = K \cdot I_{LF}^f \quad (2.45)$$

Pelas relações de tensão e corrente num quadripólo tem-se:

$$V_F = A(d) \cdot V_L - B(d) \cdot I_L \quad (2.46)$$

$$I_{LF}^f = C(d) \cdot V_L^f - D(d) \cdot I_L^f \quad (2.47)$$

Substituindo-se A, B, C e D por suas expressões e considerando (2.45), (2.46) e (2.47) em (2.44) chega-se a:

$$V_L \cdot \cosh(\gamma \cdot d) - I_L \cdot Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot d) = R_F \cdot K \cdot \left( V_L^f \cdot \frac{\sinh(\gamma \cdot d)}{Z_c} - I_L^f \cdot \cosh(\gamma \cdot d) \right) \quad (2.48)$$

Dividindo a expressão acima por  $\cosh(\gamma \cdot d)$  obtém-se:

$$V_L - I_L \cdot Z_c \cdot \tanh(\gamma \cdot d) = R_F \cdot K \cdot \left( V_L^f \cdot \frac{\tanh(\gamma \cdot d)}{Z_c} - I_L^f \right) \quad (2.49)$$

Realizam-se as seguintes aproximações:

$$\tanh(\gamma \cdot d) = \gamma \cdot d$$

$$V_L^f \cdot \frac{\tanh(\gamma \cdot d)}{Z_c} \ll I_L^f$$

Que consideradas em (2.49) levam a:

$$V_L - I_L \cdot Z_c \cdot \gamma \cdot d = R_F \cdot K \cdot I_L^f \quad (2.50)$$

Passando-se  $I_L^f$  para o primeiro membro chega-se a:

$$\frac{V_L - I_L \cdot Z_c \cdot \gamma \cdot d}{I_L^f} = R_F \cdot K \quad (2.51)$$

Novamente considerando que a resistência de falta seja puramente resistiva e que não haja diferença entre as fases das componentes superpostas das correntes de falta linha, os valores  $R_F$  e  $K$  são números reais. Assim pode-se igualar a zero a parte imaginária do primeiro membro de (2.51) :

$$\text{Im}\left(\frac{V_L - I_L \cdot Z_c \cdot \gamma \cdot d}{I_L^f}\right) = 0 \quad (2.52)$$

Em (2.52) multiplicando-se o numerador e o denominador desta expressão por  $I_L^{f*}$  (o símbolo \* indica complexo conjugado) chega-se a:

$$\text{Im}(V_L \cdot I_L^{f*} - I_L \cdot I_L^{f*} \cdot Z_c \cdot \gamma \cdot d) = 0 \quad (2.53)$$

Resultando a expressão da distância de falta:

$$d = \frac{\text{Im}(V_L \cdot I_L^{f*})}{\text{Im}(I_L \cdot I_L^{f*} \cdot Z_c \cdot \gamma)} \quad (2.54)$$

## 2.3 – Localização de Falta em Linhas de Três Terminais Usando Quadripólos

Numa linha de transmissão de três terminais há uma derivação (ponto T da Figura 2.5) da qual não se têm disponíveis as informações de tensão e corrente. Nesse tipo de linha de transmissão, operações como proteção e localização de falta [18] podem ser feitas usando-se apenas as medidas dos terminais (P,Q e R na Figura 2.4).

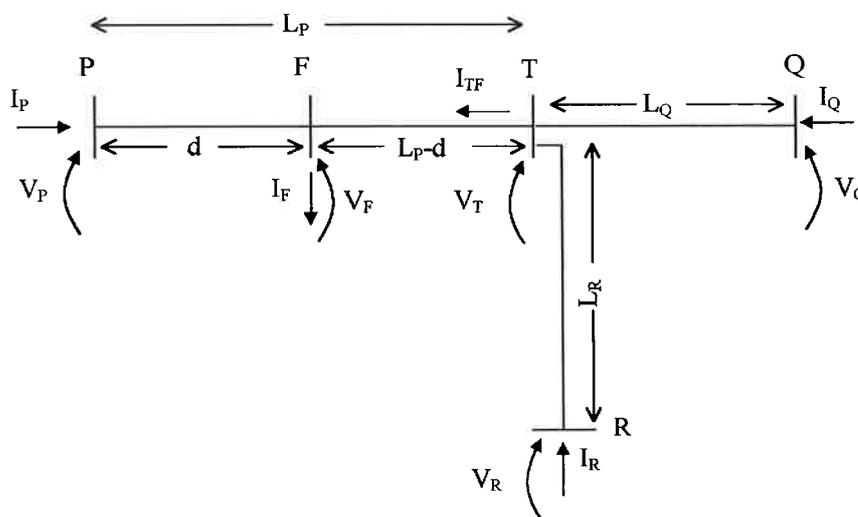


Figura 2.4 - Representação unifilar de uma linha de transmissão de três terminais com falta no trecho PT

### 2.3.1 – Utilizando Dados Sincronizados dos Três Terminais

Com o intuito de simplificar a apresentação do equacionamento, será considerado que os três trechos da linha de transmissão possuem os mesmos parâmetros por unidade de comprimento. Dessa forma os valores de A, B e C dos quadripólos utilizados são função apenas da distância, pois os valores de  $\gamma$  e  $Z_c$  são constantes. Caso não se verifique essa hipótese, o método permanece válido, porém com o equacionamento menos genérico e mais extenso, devido a um maior número de variáveis.

Nesse método, considera-se as variáveis como sendo de sequência positiva ou modo 1. Sendo assim, supondo-se que a falta esteja no trecho PT e utilizando-se quadripólos, a tensão no ponto de falta pode ser dada por:

$$V_F = A(d) \cdot V_P - B(d) \cdot I_P \quad (2.55)$$

$$V_F = A(L_P - d) \cdot V_T - B(L_P - d) \cdot I_{TP} \quad (2.56)$$

A tensão  $V_T$  pode ser obtida com os dados do terminal R ou Q, e para o primeiro caso tem-se:

$$V_T = A(L_R) \cdot V_R - B(L_R) \cdot I_R \quad (2.57)$$

A corrente  $I_{TP}$ , conforme a Figura 2.5, é obtida por:

$$I_{TP} = -C(L_Q) \cdot V_Q + A(L_Q) \cdot I_Q - C(L_R) \cdot V_R + A(L_R) \cdot I_R \quad (2.58)$$

De (2.55) e (2.56) tem-se:

$$A(d) \cdot V_P - B(d) \cdot I_P = A(L_P - d) \cdot V_T - B(L_P - d) \cdot I_{TP} \quad (2.59)$$

A equação acima, incluindo-se as expressões para A e B, é matematicamente idêntica à equação (2.8) (item 2.1.1) que fornece a distância de falta usando dados dos dois terminais e método dos quadripólos. Assim, a incógnita  $d$  é dada por:

$$d = a \tanh \left( \frac{V_P - V_T \cdot \cosh(\gamma \cdot L_P) + Z_c \cdot I_{TP} \cdot \sinh(\gamma \cdot L_P)}{Z_c \cdot I_P - V_T \cdot \sinh(\gamma \cdot L_P) + Z_c \cdot I_{TP} \cdot \cosh(\gamma \cdot L_P)} \right) \cdot \frac{1}{\gamma} \quad (2.60)$$

Devendo-se calcular os valores  $V_T$  e  $I_{TP}$  por (2.57) e (2.58)

A equação (2.60) fornece a distância da falta no caso desta ocorrer no trecho PT. Para os outros casos o equacionamento seria análogo, trocando-se apenas as variáveis. Uma forma de se identificar o trecho em que ocorreu a falta calcular a tensão  $V_T$  em função da tensão e corrente em cada um dos três terminais da linha de:

$$\begin{aligned} V_T &= A(L_P) \cdot V_P - B(L_P) \cdot I_P \\ V_T &= A(L_Q) \cdot V_Q - B(L_Q) \cdot I_Q \\ V_T &= A(L_R) \cdot V_R - B(L_R) \cdot I_R \end{aligned} \quad (2.61)$$

O valor calculado para a tensão  $V_T$  que for diferente das demais indica o trecho em que ocorreu a falta.

A equação (2.60) independe do tipo de falta que ocorreu e não considera a resistência de arco. Podendo ser resolvida para algum dos modos de propagação, sendo mais recomendável usar o modo 1 ou sequência direta, pois é a componente que ocorre em qualquer tipo de falta.

Esse método pode ser aplicado a linhas de transmissão com mais de três terminais, casos em que o equacionamento básico seria o mesmo que (2.60), as alterações ficariam em (2.58) que conteria mais termos e (2.61) que conteria mais do que três equações para se identificar o trecho com falta.

### 2.3.2 – Utilizando Dados dos Três Terminais Sem Sincronização

É possível a utilização desse método mesmo para o caso de não haver sincronização entre os dados dos três terminais da linha, o que simplifica os requisitos de comunicação do sistema localizador de falta. Permitindo um processamento pós-falta que use equipamentos de comunicação mais simples. A informação trocada entre os terminais poderia conter simplesmente os valores de módulo e fase das fundamentais das tensões e correntes. A sincronização é necessária apenas entre as tensões e correntes de cada terminal.

Uma maneira de verificar o trecho com falta, mesmo para o caso de não haver sincronização dos dados, é verificar o valor do módulo dos valores de  $V_T$  obtidos com (2.61). O trecho com falta seria o correspondente ao valor calculado diferente dos demais.

Da mesma forma que para o equacionamento da distância de falta, supõe-se que a falta ocorreu no trecho PT, dessa forma será considerada como referência para as fases os valores do terminal P. Nesse caso as tensões e correntes nos terminais Q e R podem ser equacionados da seguinte forma:

$$V_Q^{\text{real}} = V_Q^{\text{medido}} \cdot e^{j\epsilon} \quad I_Q^{\text{real}} = I_Q^{\text{medido}} \cdot e^{j\epsilon} \quad (2.62)$$

$$V_R^{\text{real}} = V_R^{\text{medido}} \cdot e^{j\delta} \quad I_R^{\text{real}} = I_R^{\text{medido}} \cdot e^{j\delta} \quad (2.63)$$

A defasagem entre os dados dos terminais Q e R pode ser obtida equacionando-se a tensão  $V_T$ :

$$\begin{aligned} V_T &= A(L_Q) \cdot V_Q \cdot e^{j\varepsilon} - B(L_Q) \cdot I_Q \cdot e^{j\varepsilon} \\ V_T &= A(L_R) \cdot V_R \cdot e^{j\delta} - B(L_R) \cdot I_R \cdot e^{j\delta} \end{aligned} \quad (2.64)$$

Da equação anterior:

$$A(L_Q) \cdot V_Q \cdot e^{j\varepsilon} - B(L_Q) \cdot I_Q \cdot e^{j\varepsilon} = A(L_R) \cdot V_R \cdot e^{j\delta} - B(L_R) \cdot I_R \cdot e^{j\delta} \quad (2.65)$$

Multiplicando-se os dois lados da equação por  $e^{-j\varepsilon}$  e agrupando as exponenciais chega-se a:

$$A(L_Q) \cdot V_Q - B(L_Q) \cdot I_Q = A(L_R) \cdot V_R \cdot e^{j(\delta-\varepsilon)} - B(L_R) \cdot I_R \cdot e^{j(\delta-\varepsilon)} \quad (2.66)$$

Define-se a variável:

$$\phi = \delta - \varepsilon \quad (2.67)$$

Que é a defasagem entre os dados dos terminais Q e R.

Considerando (2.72) em (2.71) e expandindo-se as constantes A e B e obtém-se:

$$\phi = -j \cdot \ln \left( \frac{\cosh(\gamma \cdot L_Q) \cdot V_Q - Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot L_Q) \cdot I_Q}{\cosh(\gamma \cdot L_R) \cdot V_R - Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot L_R) \cdot I_R} \right) \quad (2.68)$$

Em seguida deve-se calcular a incógnita  $\varepsilon$ .

$$V_T = A(L_Q) \cdot V_Q \cdot e^{j\varepsilon} - B(L_Q) \cdot I_Q \cdot e^{j\varepsilon} \quad (2.69)$$

$$I_{TP} = -C(L_Q) \cdot V_Q \cdot e^{j\varepsilon} + A(L_Q) \cdot I_Q \cdot e^{j\varepsilon} - C(L_R) \cdot V_R \cdot e^{j(\varepsilon+\phi)} + A(L_R) \cdot I_R \cdot e^{j(\varepsilon+\phi)} \quad (2.70)$$

Como a distância de falta deve ser um número real, o valor de  $\varepsilon$  pode ser calculado a partir de (2.60) resolvendo-se:

$$\text{Im} \left[ a \tanh \left( \frac{V_P - V_T \cdot \cosh(\gamma \cdot L_P) + Z_c \cdot I_{TP} \cdot \sinh(\gamma \cdot L_P)}{Z_c \cdot I_P - V_T \cdot \sinh(\gamma \cdot L_P) + Z_c \cdot I_{TP} \cdot \cosh(\gamma \cdot L_P)} \right) \cdot \frac{1}{\gamma} \right] = 0 \quad (2.71)$$

A equação acima pode ser resolvida pelo método de Newton-Raphson, calculando-se numericamente o valor da derivada, já que a obtenção analítica da derivada da expressão acima é de obtenção muito trabalhosa.

Tendo sido calculados os valores de  $\varepsilon$  de  $\phi$ , já é possível calcular o valor de  $\delta$ , corrigindo-se em seguida os fasores de tensão e corrente para obter a sincronização dos dados. Em seguida aplica-se a fórmula (2.60) para a obtenção da distância de falta.

A defasagem entre os dados dos terminais P,Q e R também pode ser obtida considerando a tensão no ponto T calculada através das relações de quadripólos, usando-se valores pré-falta.

A tensão no ponto T pode ser obtida de três formas:

$$\begin{aligned} V_T^{pf} &= A(L_p) \cdot V_p^{pf} - B(L_p) \cdot I_p^{pf} \\ V_T^{pf} &= A(L_Q) \cdot V_Q^{pf} \cdot e^{j\varepsilon} - B(L_Q) \cdot I_Q^{pf} \cdot e^{j\varepsilon} \\ V_T^{pf} &= A(L_R) \cdot V_R^{pf} \cdot e^{j\delta} - B(L_R) \cdot I_R^{pf} \cdot e^{j\delta} \end{aligned} \quad (2.72)$$

Considerando P como sendo o terminal local, comparando-se os valores de  $V_T$  obtidos dos terminais P,Q e P,R pode-se obter diretamente a defasagem entre os dados dos terminais da linha, através das expressões:

$$\varepsilon = -j \cdot \ln \left( \frac{\cosh(\gamma \cdot L_Q) \cdot V_Q - Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot L_Q) \cdot I_Q}{\cosh(\gamma \cdot L_p) \cdot V_p - Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot L_p) \cdot I_p} \right) \quad (2.73)$$

$$\delta = -j \cdot \ln \left( \frac{\cosh(\gamma \cdot L_R) \cdot V_R - Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot L_R) \cdot I_R}{\cosh(\gamma \cdot L_p) \cdot V_p - Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot L_p) \cdot I_p} \right) \quad (2.74)$$

## 2.4 – Detecção do Instante de Falta

É importante a detecção do instante de falta, pois um localizador de falta só precisa realizar os cálculos da distância de falta, utilizando os dados de entradas que tem disponíveis, apenas quando realmente ocorre uma falta.

Como no caso de relés digitais, num localizador digital de faltas, a filtragem digital das tensões e correntes nos terminais da linha de transmissão e a monitoração dos valores obtidos é feita continuamente, dessa forma, assim que é detectada uma falta, iniciam-se os cálculos para a obtenção da distância de falta.

A detecção do instante de falta pode ser feita usando-se o princípio de relés de impedância [1] ou sobrecorrente [6], assunto com vasta bibliografia. Neste trabalho a detecção do instante de falta foi baseada no princípio do relé de sobrecorrente, utilizando-se os dados do terminal local. Uma falta é detectada quando o módulo da componente de 60 Hz, da corrente em uma das fases do terminal da linha, ultrapassa um valor pré-definido. A corrente mínima para verificação da existência de falta depende do valor de corrente pré-falta, que por sua vez depende da condição de carregamento da linha, carga leve, pesada, etc.

## 2.5 – Identificação do Tipo de falta

A identificação do tipo de falta ocorrido na linha de transmissão, só é necessária para métodos que utilizam dados de apenas um terminal, nos quais o equacionamento para a obtenção da distância de falta não é o mesmo para todos os tipos de falta.

Como neste trabalho foram vistos métodos de localização de falta, baseados nos dados de um só terminal, apenas para linhas de transmissão de dois terminais, será apresentado um método de detecção do tipo de falta que foi testado apenas para esse tipo de linha.

Na bibliografia disponível existem vários métodos para a classificação do tipo de falta, entre eles o apresentado na referência [1]. Entretanto foi proposto um método baseado na comparação de valores sequenciais e de fase das correntes em um único terminal, descrito pelo diagrama mostrado a seguir.

A pior condição para teste do algoritmo descrito, é o caso de linha longa com falta no terminal oposto ao que usa as correntes para a identificação da falta. Foi para essa situação que se definiram os valores adequados das constantes  $\epsilon$  e  $\delta$ . Foram escolhidos os valores  $\epsilon=0.2$  usado para verificação da corrente de sequência positiva, e  $\delta=0.5$  usado para a comparação das correntes de fase. A constante  $\epsilon_0=0.05$ , usada para verificação da corrente de sequência zero, foi definida apenas para prevenção à possíveis erros numéricos, pois nas simulações realizadas com faltas trifásicas e faltas dupla-fase, as componentes obtidas de sequência zero da corrente eram praticamente nulas, podendo ser utilizado um valor ainda menor para  $\epsilon_0$ .

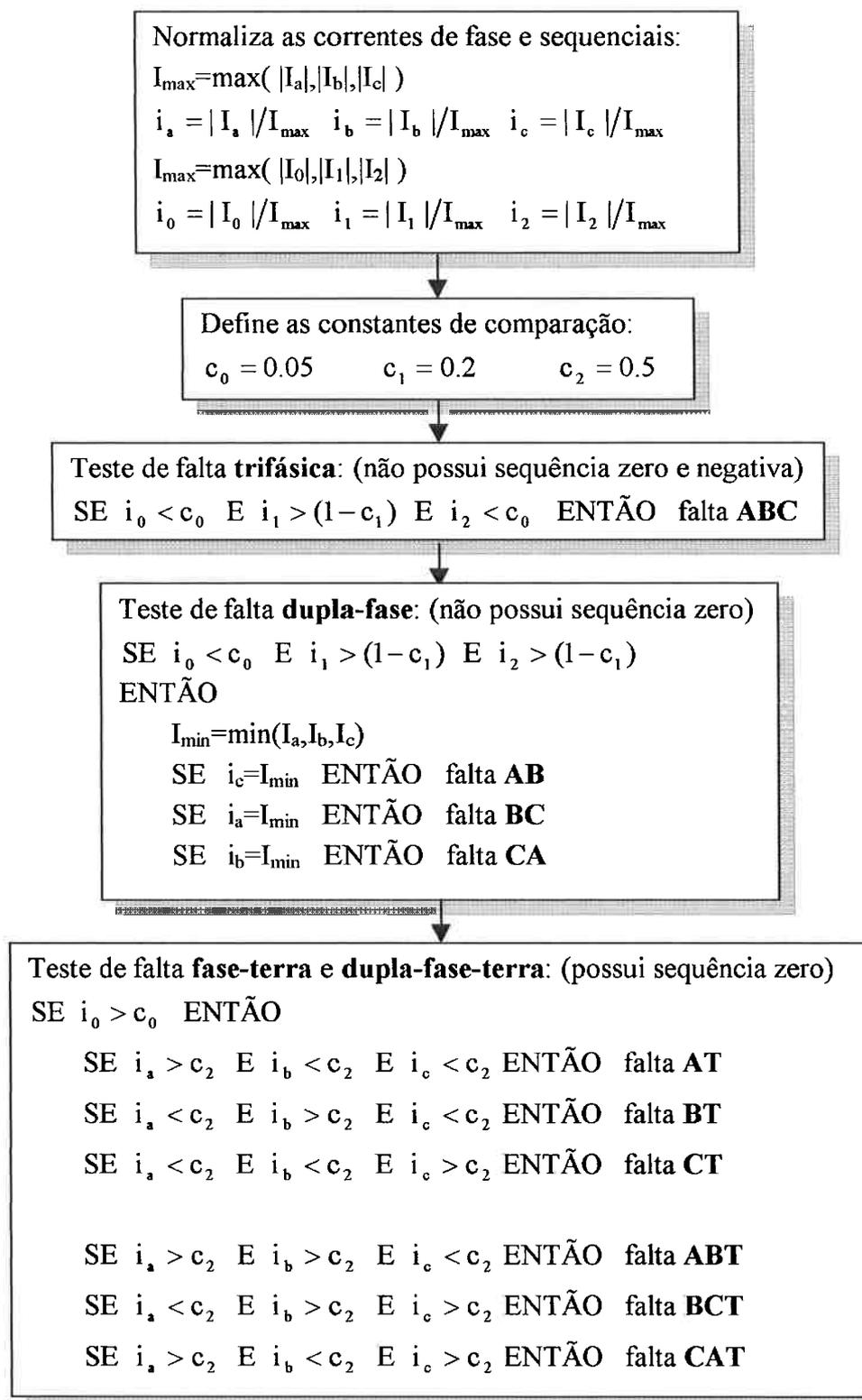


Figura 2.5 – Diagrama de blocos do algoritmo de identificação do tipo de falta

### 3 - Processamento Digital dos Sinais de Tensão e Corrente

Neste trabalho, são estudados métodos de localização de falta que usam valores de regime permanente de tensão e corrente nos terminais da linha de transmissão, para o cálculo da distância de falta. Nos primeiros ciclos após a ocorrência de uma falta (período transitório), as tensões e correntes medidas podem apresentar uma grande quantidade de harmônicas, devido às reflexões nos terminais da linha.

Pelo fato de a proteção atuar poucos ciclos após a ocorrência da falta, quando as componentes transitórias ainda não foram atenuadas, é necessário que o algoritmo de localização de falta possa obter os valores fundamentais (60 Hz) a partir de formas de onda distorcidas.

A obtenção dos valores de tensão e corrente a 60 Hz [1,6] é esquematizada a seguir:

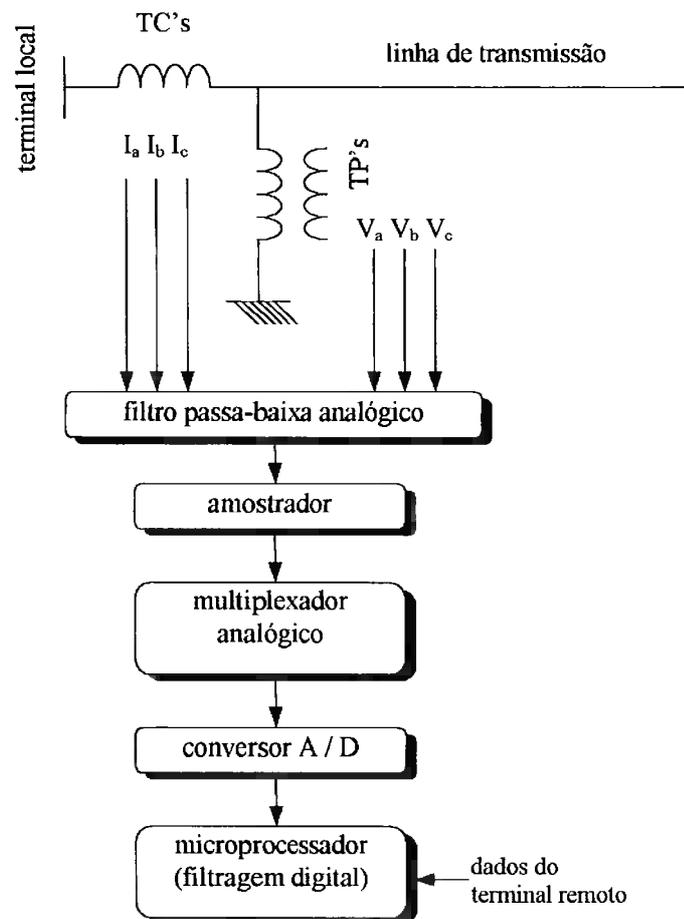


Figura 3.1 - Sistema de aquisição e processamento digital de sinais

A figura 3.1 mostra as várias etapas para a obtenção dos fasores a 60 Hz que serão utilizados na obtenção da distância de falta. O primeiro passo é garantir a blindagem e proteção do sistema de aquisição dos dados contra surtos eletromagnéticos. As tensões e correntes tem seus valores ajustados aos padrões de grandezas digitais através de transformadores de potencial e de corrente. Em seguida essas medidas passam por um filtro passa-baixas para evitar erro de “aliasing” na amostragem. O próximo passo é realizar a amostragem dos sinais para permitir o processamento digital. Nessa etapa utilizam-se circuitos “sample-hold” (amostrador), multiplexador analógico e conversor analógico-digital [1,6].

Os dados amostrados, podendo incluir dados de outros terminais da linha de transmissão, são então utilizados pelo microprocessador para a realização da filtragem digital, que fornece os fasores a 60 Hz.

### 3.1 - Filtragem Analógica

Como os algoritmos de proteção digital de sistemas de potência trabalham com dados amostrados de tensão e de corrente, é necessário que a amostragem seja realizada adequadamente. Sabe-se que um dos problemas que podem ocorrer na amostragem é o erro de “aliasing” [4], que pode ser exemplificado da seguinte maneira. Suponha-se que uma determinada forma de onda esteja sendo amostrada a uma taxa de 8 amostras por ciclo de 60 Hz. Pelo teorema da amostragem, é possível reproduzir uma onda que contenha até a quarta harmônica em relação à harmônica fundamental de 60 Hz. Pode-se verificar que as amostras da 7ª harmônica coincidem com as amostras da fundamental, comprometendo a reprodução posterior da onda. O efeito também pode ser observado no espectro da onda onde se vê a superposição das harmônicas [4].

Nesse trabalho busca-se identificar as componentes fundamentais, não sendo necessário reproduzir exatamente as formas de onda originais, sendo tolerada uma certa taxa de “aliasing”, apenas não permitindo que alguma harmônica se sobreponha à fundamental durante a amostragem.

Para o exemplo em questão, uma providência a ser tomada é garantir que o sinal a ser amostrado não contenha harmônicas superiores a 360 Hz (6ª harmônica). Uma forma de adequação a essa restrição é passar os sinais de saída dos transformadores de potencial e transformadores de corrente por um filtro passa-baixas. Nesse trabalho será utilizado o filtro passa-baixas de Butterworth, com a ordem e frequência de corte dependendo da frequência de amostragem utilizada em cada caso.

Uma metodologia de projeto desse filtro é descrita a seguir [5]:

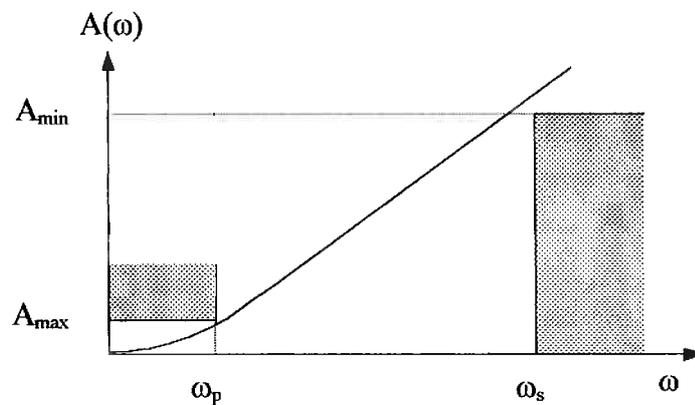


Figura 3.2 - Característica do filtro passa-baixas de Butterworth

1)  $|A(\omega = 0)| = 1$

2) Para frequências altas o ganho pode ser aproximado por:

$$|A(\omega)| \cong \varepsilon \left( \frac{\omega}{\omega_s} \right)^n$$

3) Na frequência  $\omega_p$  tem-se:  $|A(\omega_p)| = (1 + \varepsilon^2)^{1/2} = A_{\max}$

De onde se obtém:

$$\varepsilon = (A_{\max}^2 - 1)^{1/2} \tag{3.1}$$

4) Na frequência  $\omega_s$  tem-se:

$$|A(\omega_s)| = (1 + \varepsilon^2 \cdot (\omega_s / \omega_p)^{2n})^{1/2} = A_{\min}$$

Sendo a ordem do filtro:

$$n = \frac{\ln(\epsilon^{-2} \cdot (A_{\min}^2 - 1))}{2 \cdot \ln(\omega_s / \omega_p)} \quad (3.2)$$

As funções de transferência da atenuação dos filtros passa-baixas de Butterworth podem ser obtidas usando-se a tabela a seguir [6]:

	$A(s')$
1	$s^2+1$
2	$s^2+1.414s^2+1$
3	$(s^2+s^2+1)(s^2+1)$
4	$(s^2+0.76537s^2+1)(s^2+1.8477s^2+1)$
5	$(s^2+0.61083s^2+1)(s^2+1.61803s^2+1)(s^2+1)$

Tabela 3.1 - Funções normalizadas de Butterworth

A desnormalização é feita usando-se a mudança de variável:  $s' = \frac{\epsilon^{1/n}}{\omega_p} \cdot s$  (3.3)

Neste trabalho os filtros analógicos foram definidos utilizando-se funções pré-definidas do programa MatLab, que utilizam como dados de entrada a ordem do filtro ( $n$ ) e a frequência de corte, e consideram  $A_{\min} = \sqrt{2}$ , de modo que  $\epsilon=1$  em (3.3).

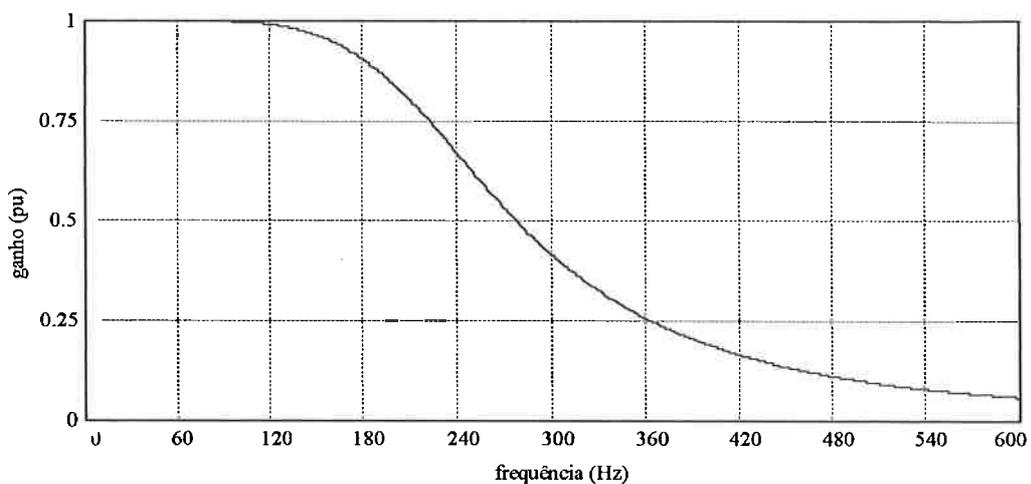


Figura 3.3 - Resposta em frequência do filtro passa-baixas de Butterworth de ordem 3 e frequência de corte 240 Hz

A filtragem analógica pode ser descrita da seguinte forma:

$$Y(s) = G(s) \cdot X(s) \quad (3.4)$$

$$G(s) = \frac{a_1 + a_2 \cdot s + \dots + a_n \cdot s^n}{b_1 + b_2 \cdot s + \dots + b_m \cdot s^m} \quad (3.5)$$

Onde:

$Y(s)$ : transformada de Laplace da saída do filtro analógico

$X(s)$ : transformada de Laplace da entrada

$G(s)$ : Função de transferência do filtro analógico

Na prática, a filtragem analógica de um sinal é feita passando-se o sinal de entrada por um circuito que tenha a mesma função ganho do filtro obtido teoricamente. A função ganho pode ser realizada fisicamente através de circuitos RLC (filtros passivos) ou de amplificadores operacionais associados a uma rede RC (filtros ativos).

### 3.2 - Filtragem Digital

Analogamente à filtragem analógica, a filtragem digital [3,4,5] pode ser descrita por:

$$Y(z) = G(z) \cdot X(z) \quad (3.6)$$

$$G(z) = \frac{a_1 + a_2 \cdot z^{-1} + \dots + a_n \cdot z^{-n}}{b_1 + b_2 \cdot z^{-1} + \dots + b_m \cdot z^{-m}} \quad (3.7)$$

Onde:

$Y(z)$ : transformada Z da saída do filtro analógico

$X(z)$ : transformada Z da entrada

$G(z)$ : Função de transferência do filtro digital

Na filtragem digital, que é realizada no sistema de tempo discreto, usa-se a variável  $z$  ao invés de  $s$ , utilizando-se amostras de valores do tempo contínuo a uma taxa de amostragem constante.

Dada uma sequência no tempo:

$$X=[x_0, x_1, x_2, \dots, x_k]$$

A transformada  $Z$  correspondente a essa sequência é:

$$X(z) = x_k \cdot z^0 + x_{k-1} \cdot z^{-1} + x_{k-2} \cdot z^{-2} + \dots + x_2 \cdot z^{-(k-2)} + x_1 \cdot z^{-(k-1)} + x_0 \cdot z^{-k} \quad (3.8)$$

Pode-se verificar que o termo  $z^0$  se relaciona com a amostra  $x_k$ , o termo  $z^{-1}$  relaciona-se com a amostra  $x_{k-1}$ , e assim por diante. Dessa forma pode-se intuir o significado da variável  $z$ , que indica uma defasagem no tempo correspondente ao período de amostragem.

A variável  $z$  é definida formalmente como:

$$z = e^{sT} \quad (3.9)$$

$$T = 1/f_a \quad (3.10)$$

Onde  $f_a$  é a frequência de amostragem em Hz

Considerando (3.7) e a sequência de dados  $X$ , citada anteriormente, a filtragem digital é realizada numericamente da seguinte forma:

$$y_k = a_1 \cdot x_k + a_2 \cdot x_{k-1} + \dots + a_n \cdot x_{k-n} - b_2 \cdot y_{k-1} - b_3 \cdot y_{k-2} - \dots - b_m \cdot y_{k-m} \quad (3.11)$$

Tal como nos sistemas de tempo contínuo, pode ser determinada a resposta em frequência de um filtro digital. Nos sistemas de tempo contínuo esta resposta é obtida fazendo-se  $s = j \cdot \omega$ , e calculando-se o valor do módulo do ganho para uma faixa de valores de  $\omega$ . Analogamente, para sistemas de tempo discreto, substitui-se  $z$  por  $e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{f}{f_a}}$ .

### 3.2.1 - Filtro Digital Baseado na Transformada Discreta de Fourier

O sistema de processamento digital de sinais trabalha com valores amostrados de tensão e corrente com a presença harmônicas. Uma das formas de se obterem os valores fundamentais (60 Hz), é através do uso da transformada discreta de Fourier [3,29]. Que é usada para a obtenção das componentes espectrais do sinal.

Os coeficientes da transformada discreta de Fourier são dados por:

$$F_h = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-j h \left( \frac{2\pi}{N} \right) n} \quad (3.12)$$

$F_h$ : coeficiente correspondente à h-ésima harmônica

$x_n$ : n-ésima amostra do sinal na janela de dados (1 ciclo de 60 Hz)

$N$ : número de amostras do sinal por janela de dados

Para a fundamental ( $h=1$ ) tem-se:

$$F_1 = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-j \left( \frac{2\pi}{N} \right) n} \quad (3.13)$$

Expandindo a somatória (3.13) chega-se a:

$$F_1 = x_0 \cdot e^{-j \left( \frac{2\pi}{N} \right) 0} + x_1 \cdot e^{-j \left( \frac{2\pi}{N} \right) 1} + \dots + x_n \cdot e^{-j \left( \frac{2\pi}{N} \right) n} + x_{N-1} \cdot e^{-j \left( \frac{2\pi}{N} \right) (N-1)} \quad (3.14)$$

Como o coeficiente  $F_1$  precisa de  $N$  dados para ser calculado (correspondendo a uma janela de dados), pode-se representar a sequência de uma janela por:

$$x = [x_{k-(N-1)} \quad \dots \quad x_{k-n} \quad \dots \quad x_k] \quad (3.15)$$

Dessa forma:

$$F_1 = x_k \cdot e^{-j \left( \frac{2\pi}{N} \right) (N-1)} + x_{k-1} \cdot e^{-j \left( \frac{2\pi}{N} \right) (N-2)} + \dots + x_{k-n} \cdot e^{-j \left( \frac{2\pi}{N} \right) (N-1-n)} + x_{k-(N-1)} \cdot e^{-j \left( \frac{2\pi}{N} \right) 0} \quad (3.16)$$

Que pode ser colocado na forma compacta:

$$F_1 = \sum_{n=0}^{N-1} x_{k-n} \cdot e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)(N-1-n)} \quad (3.17)$$

O módulo da fundamental é dado por:

$$M = \frac{2}{N} \cdot |F_1| \quad (3.18)$$

Sabendo-se que:

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \cdot \sin(\theta) \quad (3.19)$$

Pode-se decompor (3.17) em parte real e imaginária:

$$\text{Re}(F_1) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{k-n} \cdot \cos\left(\left(\frac{2 \cdot \pi}{N}\right) \cdot (1 - N + n)\right) \quad (3.20)$$

$$\text{Im}(F_1) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{k-n} \cdot \sin\left(\left(\frac{2 \cdot \pi}{N}\right) \cdot (1 - N + n)\right) \quad (3.21)$$

Levando-se em conta (3.18), a partir das equações (3.20) e (3.21) podem ser definidos procedimentos de filtragem digital, cujas funções de transferência em z são as seguintes:

$$Y_c(z) = \frac{2}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \cos\left(\left(\frac{2 \cdot \pi}{N}\right) \cdot (1 - N + n)\right) \cdot z^{-n} \quad (3.22)$$

$$Y_s(z) = \frac{2}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \sin\left(\left(\frac{2 \cdot \pi}{N}\right) \cdot (1 - N + n)\right) \cdot z^{-n} \quad (3.23)$$

Nas funções  $Y_c(z)$  e  $Y_s(z)$  (denominadas filtro cosseno e filtro seno [6]) podem ser identificados os coeficientes dos polinômios em z:

$$Y_{c_n} = \frac{2}{N} \cdot \cos\left(\left(\frac{2 \cdot \pi}{N}\right) \cdot (1 - N + n)\right) \quad (3.24)$$

$$Y_{s_n} = \frac{2}{N} \cdot \sin\left(\left(\frac{2 \cdot \pi}{N}\right) \cdot (1 - N + n)\right) \quad (3.25)$$

Lembrando que  $n=[0,1,\dots,N-1]$

Desse ponto em diante, será usada a denominação filtro cosseno e filtro seno, para os filtros digitais definidos pelas funções  $Y_c(z)$  e  $Y_s(z)$ .

Para a sequência de valores amostrados dada por (3.15), após a aplicação dos filtros  $Y_c$  e  $Y_s$  obtém-se as seguintes sequências:

$y_c$ : saída do filtro digital  $Y_c$  para a entrada  $x$

$y_s$ : saída do filtro digital  $Y_s$  para a entrada  $x$

O módulo da fundamental no instante correspondente à amostra  $k$  do sinal de entrada  $x$  pode ser dado por:

$$M_k = \sqrt{y_{ck}^2 + y_{sk}^2} \quad (3.26)$$

A fase da fundamental no instante  $k$  será:

$$\Phi_k = \arctan\left(\frac{y_{sk}}{y_{ck}}\right) \quad (3.27)$$

As respostas em frequência dos filtros cosseno e seno ( $Y_c$  e  $Y_s$ ) são obtidas usando-se:

$$|Y_c(f)| = \left| \sum_{n=0}^{N-1} Y_{cn} \cdot e^{-jn \cdot 2\pi \frac{f}{f_a}} \right| \quad (3.28)$$

$$|Y_s(f)| = \left| \sum_{n=0}^{N-1} Y_{sn} \cdot e^{-jn \cdot 2\pi \frac{f}{f_a}} \right| \quad (3.29)$$

Pode-se verificar que a resposta em frequência, que será mostrada a seguir, é uma função periódica com período igual à frequência de amostragem.

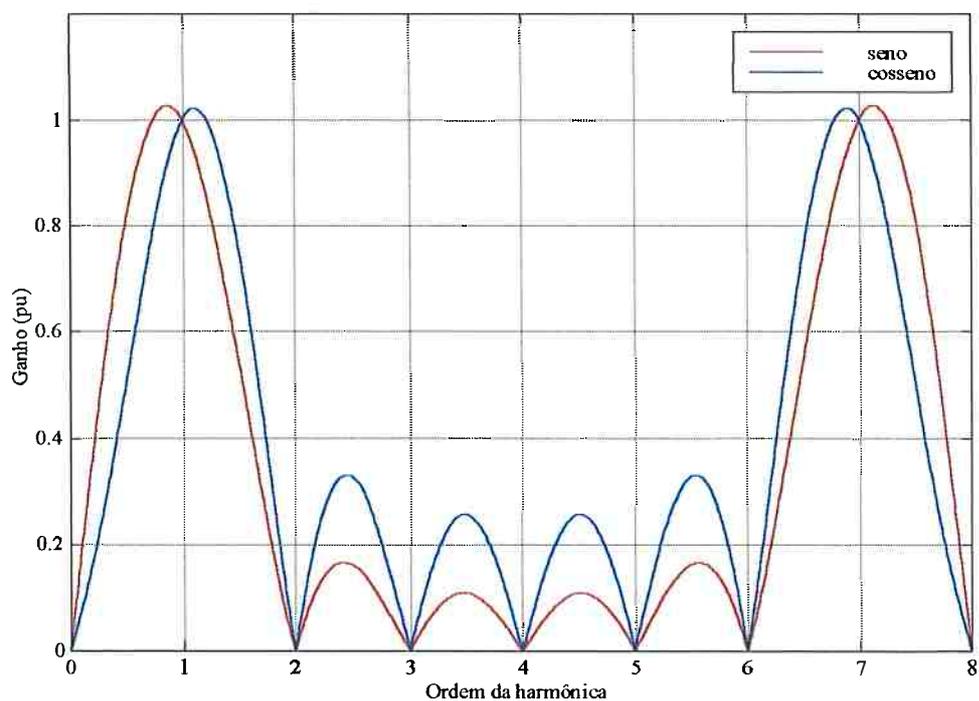


Figura 3.4 - Resposta em frequência dos filtros seno e cosseno (N=8, TDF)

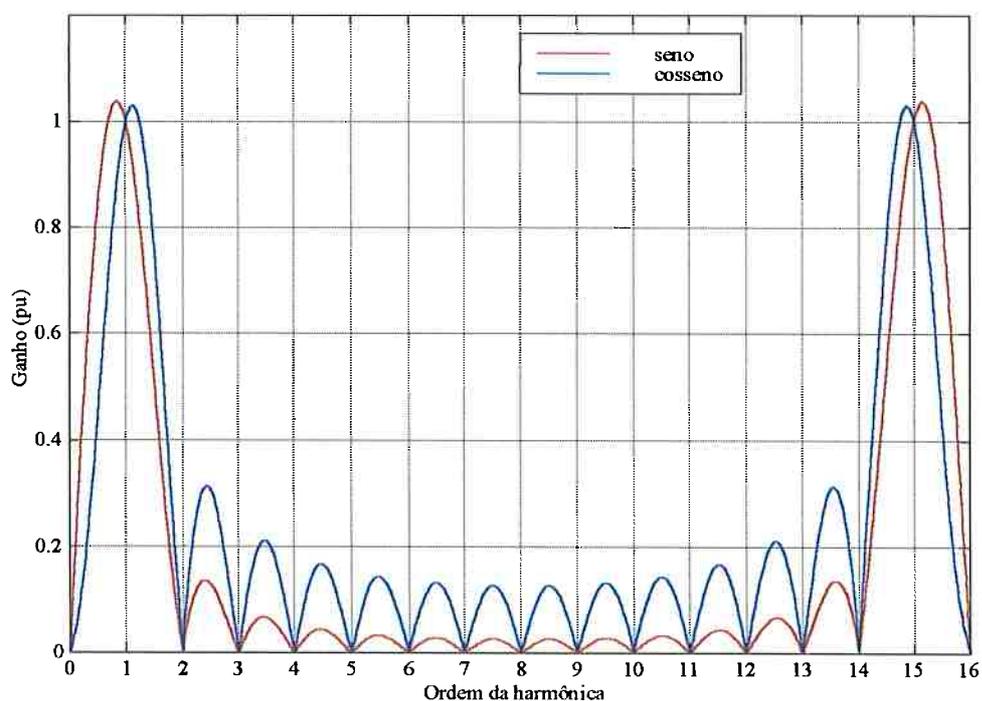


Figura 3.5 - Resposta em frequência dos filtros seno e cosseno (N=16, TDF)

Nas figuras 3.4 e 3.5 pode-se verificar que a resposta em frequência apresenta ganho unitário para a fundamental e atenuação total para as outras harmônicas.

### 3.2.2 - Filtro Digital Baseado no Método dos Mínimos Quadrados

A componente contínua presente nos sinais de tensão e corrente nos primeiros instantes após a falta, pode comprometer a precisão na estimação das componentes de 60 Hz. Uma das propostas vistas na literatura, para contornar esse problema, é remover a componente contínua do sinal com o uso de um filtro digital denominado filtro impedância mímica [28], a principal desvantagem desse método é a necessidade de que seja conhecida a constante de decaimento da componente contínua.

Um procedimento que pode ser usado para a obtenção das componentes fundamentais é a utilização de um filtro digital baseado no método dos mínimos quadrados [30,31], cuja metodologia consiste em representar as formas de onda de tensão e corrente por funções pré-definidas, permitindo inclusive a representação da componente exponencial, de modo que esta não influencie na obtenção da fundamental.

A primeira etapa do desenvolvimento de um filtro digital baseado no método dos mínimos quadrados é definir a função aproximadora da forma de onda de entrada.

Uma das possibilidades é aproximar a onda com transitórios por uma função do tipo:

$$f(t) = A \cdot e^{-\alpha t} + a_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + a_2 \cdot \sin(\omega \cdot t) + a_3 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + a_4 \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) + \dots$$

Onde:  $A$ ,  $\alpha$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ , etc. são os coeficientes a serem calculados para a aproximação, sendo que os coeficientes de interesse são  $a_1$  e  $a_2$ , que permitem a obtenção da componente de 60 Hz do sinal de entrada.

Uma das ressalvas a essa proposta é a necessidade do conhecimento prévio da constante  $\alpha$  (que indica o decaimento da componente exponencial) pois o método dos mínimos quadrados só pode ser usado para a obtenção de coeficientes que multipliquem funções, não podendo fazer parte da mesma, como é o caso da função  $A \cdot e^{-\alpha t}$  em relação ao parâmetro  $\alpha$ . A constante  $\alpha$  pode ser estimada conhecendo-se a distância da falta a algum terminal da linha, o que não é um dado, mas o objetivo do algoritmo.

Uma alternativa existente é a aproximação da função  $A \cdot e^{-\alpha \cdot t}$  em um determinado intervalo, por uma reta, parábola ou algum outro polinômio. Fazendo a expansão em séries de Taylor ou decompondo a exponencial em série, se forem considerados os dois primeiros elementos, estará sendo feita a aproximação por uma reta, da forma  $a+b \cdot t$ .

Assim sendo, a função aproximadora das ondas de tensão e corrente será:

$$f(t) = a_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + a_2 \cdot \sin(\omega \cdot t) + a_3 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + a_4 \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) + \dots \\ + a_{N-3} \cdot \cos((N/2 - 1) \cdot \omega \cdot t) + a_{N-2} \cdot \sin((N/2 - 1) \cdot \omega \cdot t) + a_{N-1} + a_N \cdot t \quad (3.30)$$

Para  $N$  amostras por ciclo de 60 Hz, a harmônica máxima da função aproximadora será  $N/2 - 1$ , pois o número de dados da janela não pode ser maior que o número de coeficientes a serem aproximados.

A estimação linear baseada no método dos mínimos quadrados é realizada da seguinte forma:

$$A = M^{-1} \cdot C \quad (3.31)$$

Sendo:

$$M = F^T \cdot F \quad (3.32)$$

$$C = F^T \cdot L \quad (3.33)$$

Onde:

$$F = \begin{bmatrix} f_1(t_1) & \dots & f_n(t_1) & \dots & f_N(t_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(t_n) & \dots & f_n(t_n) & \dots & f_N(t_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(t_N) & \dots & f_n(t_N) & \dots & f_N(t_N) \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$L = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Em (3.31)  $A$  é o vetor que contém os coeficientes da função aproximadora. Em (3.34),  $f_1, f_2, f_n$  são as componentes da função aproximadora ( $\cos(\omega.t)$ ,  $\sin(\omega.t)$ ,  $\cos(3.\omega.t)$ , etc.). O índice  $n$  assume os valores  $[1,2,\dots,N]$ , sendo  $N$  o número de amostras da janela de dados. Em (3.35),  $x_1, x_2$ , etc., são os valores amostrados da onda com componentes transitórios, contidos numa janela de dados.

Para realizar esse processo como filtragem digital a idéia é generalizar o cálculo de  $A$  para uma janela de dados qualquer, e obter os coeficientes correspondentes à fundamental.

De (3.31) e (3.33) obtém-se:

$$A = (F^T \cdot F)^{-1} \cdot F^T \cdot L \quad (3.36)$$

Sendo  $L$  um vetor genérico de valores medidos, o vetor  $A$  de coeficientes para qualquer vetor  $L$  pode ser calculado conforme descrito a seguir:

$$A = D \cdot L \quad (3.37)$$

Onde:

$$D = (F^T \cdot F)^{-1} \cdot F^T \quad (3.38)$$

Considerando:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{N-1} \\ a_N \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} d_{1,1} & \dots & d_{1,N-1} & d_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ d_{N-1,1} & \dots & d_{N-1,N-1} & d_{N-1,N} \\ d_{N,1} & \dots & d_{N,N-1} & d_{N,N} \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} x_{k-N+1} \\ \vdots \\ x_{k-1} \\ x_k \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Os coeficientes  $a_1$  e  $a_2$ , correspondentes às funções  $\cos(\omega.t)$  e  $\sin(\omega.t)$ , podem ser obtidos da seguinte forma:

$$a_1 = x_k \cdot d_{1,N} + x_{k-1} \cdot d_{1,N-1} + \dots + x_{k-N+1} \cdot d_{1,1}$$

$$a_2 = x_k \cdot d_{2,N} + x_{k-1} \cdot d_{2,N-1} + \dots + x_{k-N+1} \cdot d_{2,1}$$

O que pode ser visto como um procedimento de filtragem digital, sendo definidos então os filtros digitais cosseno e seno dados por:

$$Y_c(z) = d_{1,N} + d_{1,N-1} \cdot z^{-1} + \dots + d_{1,1} \cdot z^{-N+1} \quad (3.40)$$

$$Y_s(z) = d_{2,N} + d_{2,N-1} \cdot z^{-1} + \dots + d_{2,1} \cdot z^{-N+1} \quad (3.41)$$

De onde se pode verificar que os coeficientes do polinômio em  $z$  são correspondentes à primeira e segunda linhas da matriz  $D$  com a sequência de colunas invertida

Para um determinado instante correspondente à amostra  $k$  do sinal de entrada, as saídas dos filtros  $Y_c$  e  $Y_s$  são denominados respectivamente de  $y_c$  e  $y_s$ . Sendo que o módulo e a fase da fundamental do sinal num instante  $k$  são dados por:

$$M_k = \sqrt{y_{ck}^2 + y_{sk}^2} \quad (3.42)$$

$$\Phi_k = \arctan\left(\frac{y_{sk}}{y_{ck}}\right) \quad (3.43)$$

Considerando-se a aproximação do sinal segundo a expressão (3.30), foram obtidas as seguintes respostas em frequência, para diferentes frequências de amostragem.

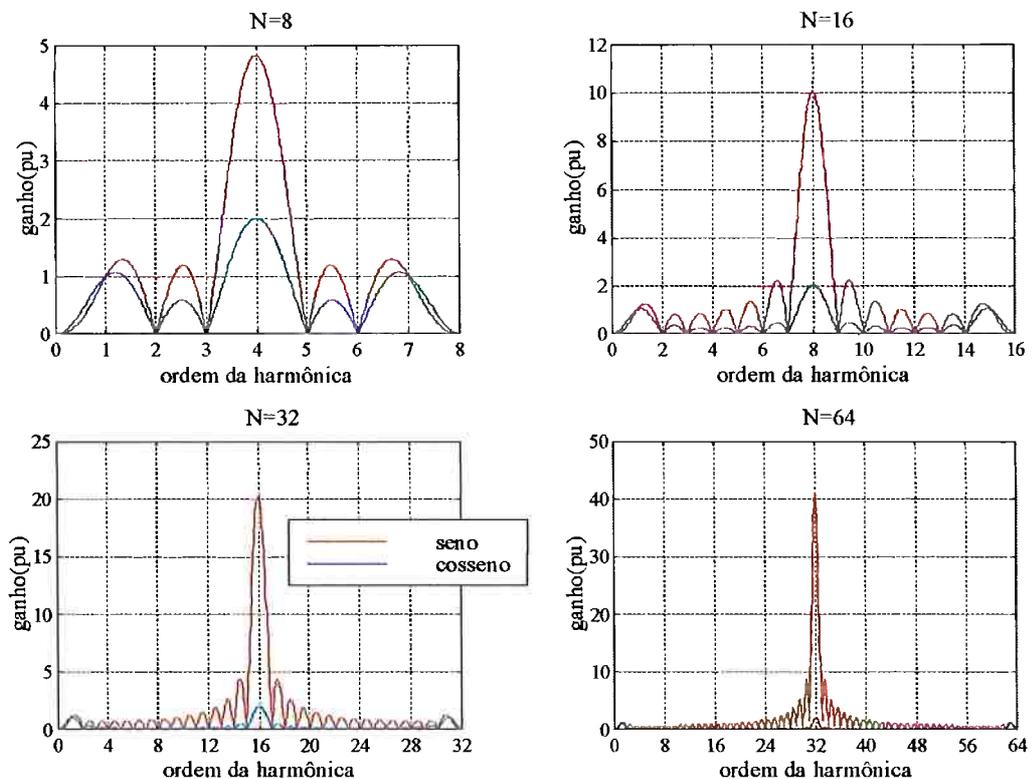


Figura 3.6 – Resposta em frequência dos filtros seno e cosseno (MMQ)

Na figura 3.6 pode-se verificar que o ganho para a fundamental é unitário, mas para as harmônicas correspondentes à metade da frequência de amostragem, há um ganho muito alto, um fato indesejável, que pode comprometer a resposta do filtro caso essas harmônicas estejam presentes no sinal amostrado.

Uma proposta para solucionar o problema da ganho alto em  $fa/2$  é associar o filtro digital MMQ a um filtro passa baixa digital. Utilizando um filtro de Butterworth de ordem 3 e frequência de corte de 180 Hz, chegou-se ao resultado apresentado na figura (3.7).

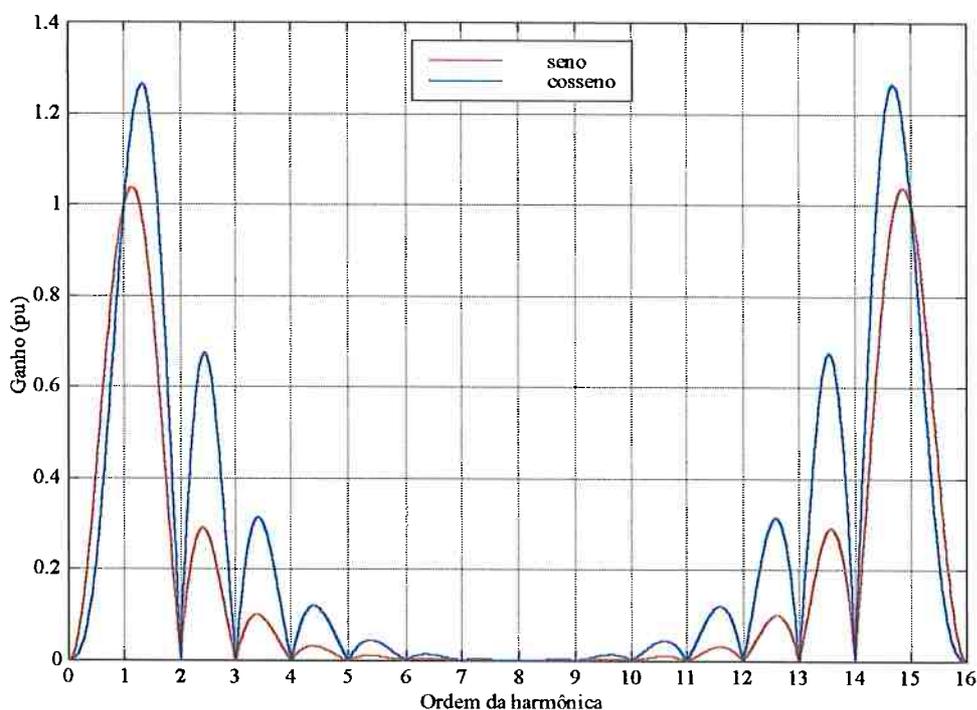


Figura 3.7 – Resposta em frequência dos filtros seno e cosseno (MMQ) em série com filtro passa-baixas digital de Butterworth (N=16)

Considere-se a aproximação do sinal com funções do tipo mostrado a seguir, em que a constante de tempo da componente contínua é conhecida a priori.

$$f(t) = a_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + a_2 \cdot \sin(\omega \cdot t) + a_3 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + a_4 \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) + \dots \\ + a_{N-3} \cdot \cos((N/2 - 1) \cdot \omega \cdot t) + a_{N-2} \cdot \sin((N/2 - 1) \cdot \omega \cdot t) + a_{N-1} \cdot e^{-\alpha t}$$

Nesse caso, as respostas em frequência obtidas para os filtros seno e cosseno, para  $N=8$  e  $N=16$ , considerando  $\alpha = 30 \cdot s^{-1}$  são as seguintes:

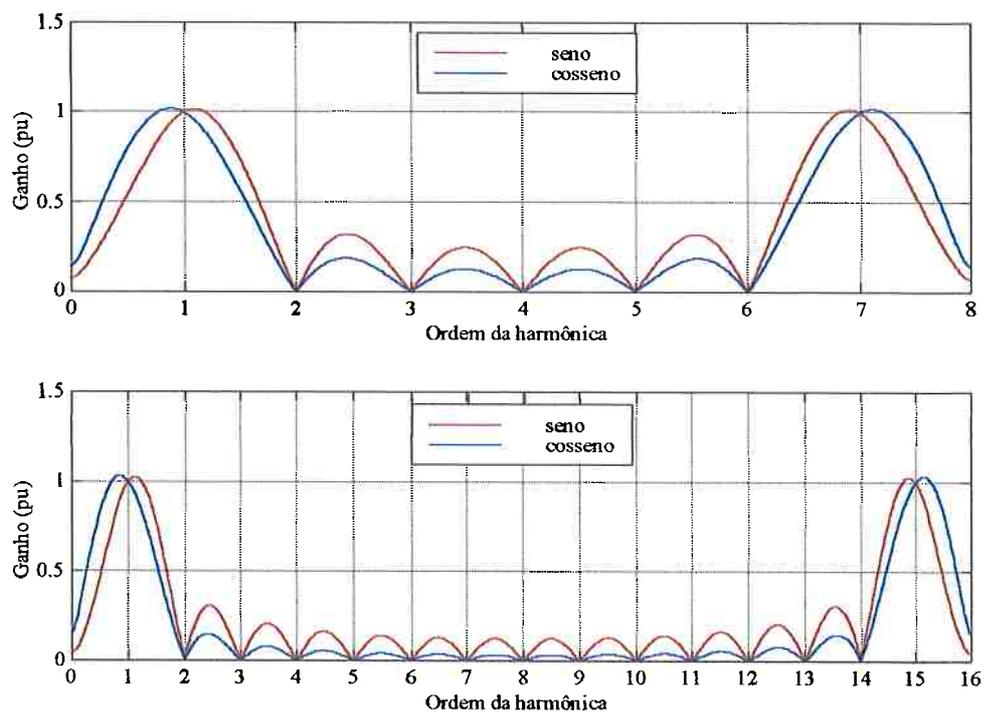


Figura 3.8 – Resposta em frequência do filtros seno e cosseno (MMQ) para  $\alpha = 30 \cdot s^{-1}$ ,  
( $N=8, N=16$ )

Pode-se verificar que a resposta em frequência apresenta um aspecto semelhante ao do caso do filtro obtido a partir da TDF, mas apresenta um pequeno ganho para a harmônica de ordem 0. Foi verificado que o desempenho do filtro só é satisfatório quando o valor de  $\alpha$  real é próximo do valor considerado na implementação do filtro.

### 3.2.3 – Filtro Digital Utilizando a Transformada Discreta de Fourier e o Filtro Off-Set

Essa metodologia foi utilizada nos trabalhos das referências [28] e [34], e consiste em associar em série com os filtros seno e cosseno, um filtro digital destinado à remoção da componente contínua, denominado impedância mímica ou off-set, para minimizar os erros devido à presença da mesma, conforme é mostrado a seguir.

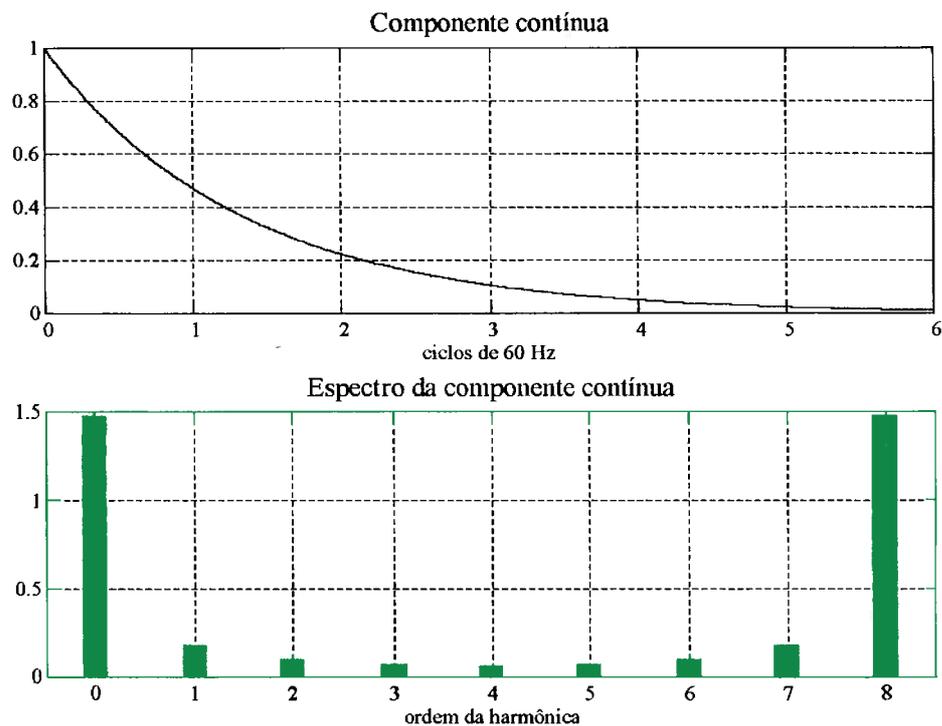


Figura 3.9 – Componente contínua e seu espectro relativo ao intervalo [0,1] ciclo

A componente contínua do gráfico acima possui a equação  $e^{-45t}$ , onde o valor 45 corresponde a uma estimativa do inverso da constante de tempo da componente contínua das correntes de curto. A filtragem digital usando a TDF assume sinais periódicos, nesse caso com período igual a um ciclo de 60 Hz. Apesar da componente contínua não ser um sinal periódico, o procedimento de filtragem digital assume que a mesma seja periódica, dessa forma, calculando-se as componentes harmônicas, usando-se a TDF, com  $N=8$  e a janela de dados sendo o intervalo [0,1] ciclo, seria obtida uma componente fundamental de valor aproximadamente igual a 0.2, que seria acrescentado a componente fundamental extraída do sinal com harmônicas. Como o valor da componente contínua diminui ao longo do tempo e após alguns ciclos sua influência passa a ser bem reduzida.

O equacionamento do filtro off-set é o seguinte:

$$a = e^{\alpha \cdot T} \quad (3.44)$$

$$T = \frac{1}{60 \cdot N} \quad (3.45)$$

$$G = \frac{1}{\sqrt{a^2 - 2 \cdot a \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{m}{N} + 1\right)}} \quad (3.46)$$

Onde:

$m$ : intervalo entre as amostras utilizadas pelo filtro

$\alpha$ : inverso da constante de tempo da componente contínua

A função de transferência do filtro off-set é dada por:

$$Y(z) = G \cdot (a \cdot z^0 - z^{-m}) \quad (3.47)$$

Ou seja, num instante  $k$ , a saída do filtro será:

$$y_k = G \cdot (a \cdot x_k - x_{k-m}) \quad (3.48)$$

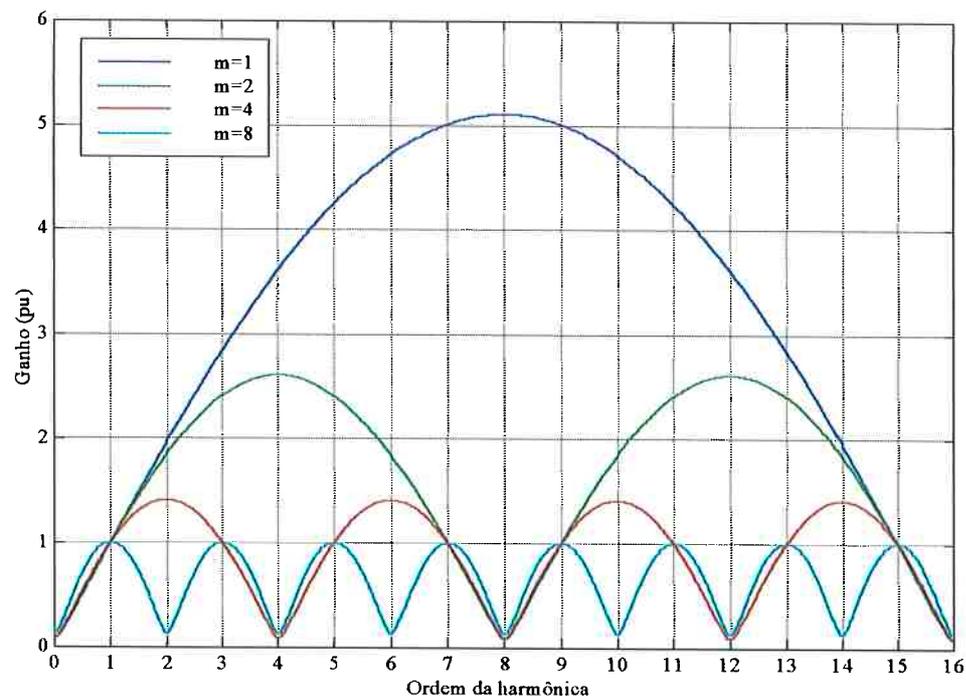


Figura 3.10 – Resposta em frequência do filtro off-set para diferentes valores de  $m$

O filtro off-set gera um atraso na resposta correspondente a  $m$  amostras, mas quanto menor o valor de  $m$ , maior é o ganho do filtro off-set, prejudicando a resposta em frequência da associação. Para  $N=16$  o valor  $m=4$  é o que leva a uma melhor relação entre atraso adicional e influência na resposta em frequência.

A resposta em frequência da associação dos filtros seno e cosseno obtidos a partir da TDF com o filtro off-set tem o seguinte aspecto:

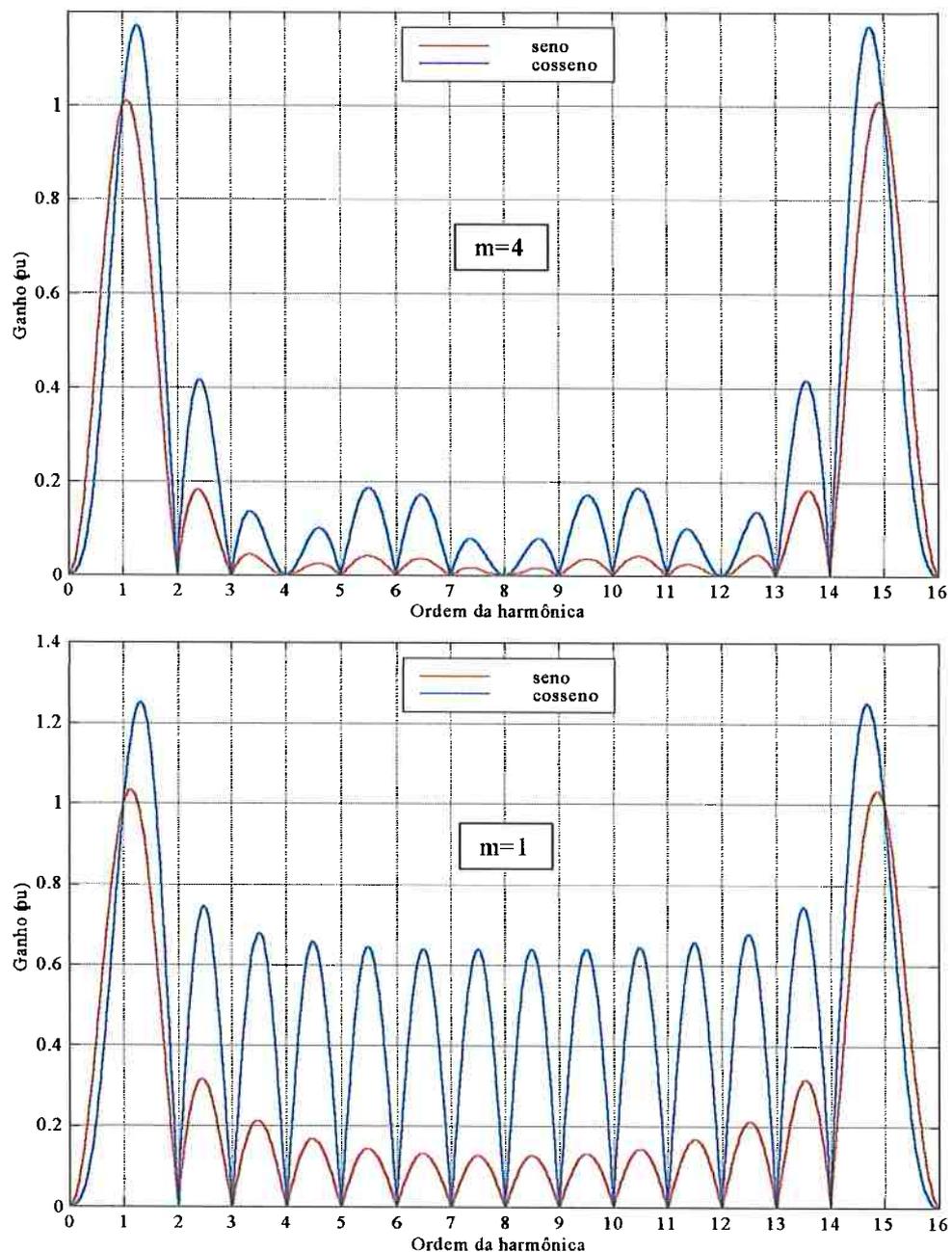


Figura 3.11 – Resposta em frequência da associação em série dos filtros seno e cosseno (TDF com  $N=16$ ) com o filtro off-set ( $\alpha = 30 \cdot s^{-1}$ )

### 3.3 - Análise da Eficiência dos Filtros para a Obtenção das Componentes Fundamentais dos Sinais de Tensão e Corrente

Métodos de localização de falta baseados em valores fundamentais de tensão e corrente, necessitam de sistemas de tratamento de sinais e filtros digitais precisos, sendo importante conhecer o comportamento dos filtros digitais em condições transitórias. A metodologia adotada para a verificação da eficiência dos dois tipos de filtro digital propostos nesse trabalho é a seguinte:

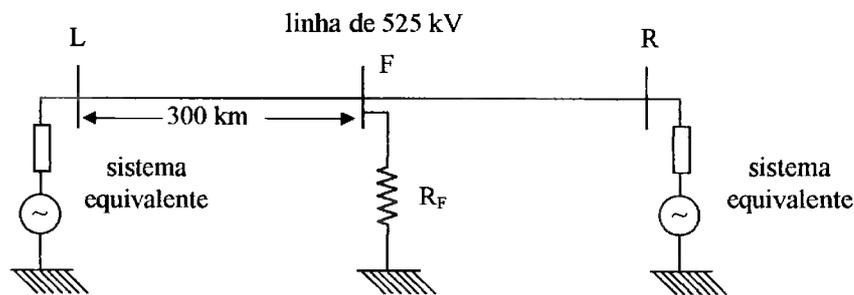


Figura 3.12 - Rede para teste dos algoritmos de filtragem digital

- Realiza-se simulação da falta para a obtenção dos fasores de regime permanente
- Simula-se a falta para a obtenção das formas de onda antes e depois da ocorrência da falta, (regime transitório)
- Utilizando-se as ondas de regime transitório, realiza-se a filtragem digital para a obtenção dos fasores fundamentais
- Faz-se a comparação dos fasores obtidos na simulação de regime permanente com os fasores obtidos através da filtragem digital

As simulações são feitas pelo programa ATP, considerando-se:

- comprimento da linha de transmissão: 400 km
- característica da falta:
  - falta trifásica a 300 km de L
  - resistência de falta: 10  $\Omega$
  - instante de falta: 2 ciclos após o início da simulação

Os demais dados utilizados na rede da figura 3.9 encontram-se detalhados no capítulo 4.

A simulação para regime permanente forneceu os seguintes fasores de tensão e corrente no terminal local e no terminal remoto da linha de transmissão:

	terminal local (L)						terminal remoto (R)					
	tensões (kV)			correntes (A)			tensões (kV)			correntes (A)		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
módulo	365.3	365.3	365.3	3.352	3.352	3.352	246.6	246.6	246.6	6.57	6.57	6.57
fase (graus)	-2.0	-122.0	118.0	-69.7	170.3	50.3	-12.2	-132.3	107.7	-73.1	166.9	46.9

Tabela 3.2 – Valores de regime permanente de tensão e corrente

Os sinais de tensão e corrente, obtidos através da simulação no ATP, nos terminais local e remoto da linha de transmissão são os seguintes:

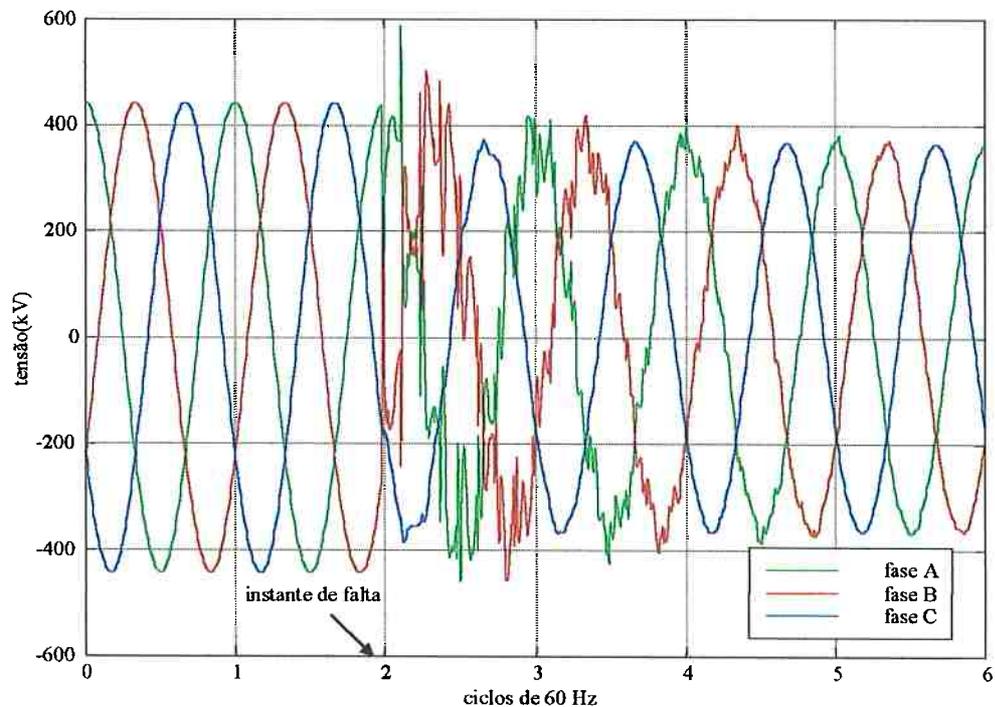


Figura 3.13 - Tensões no terminal local

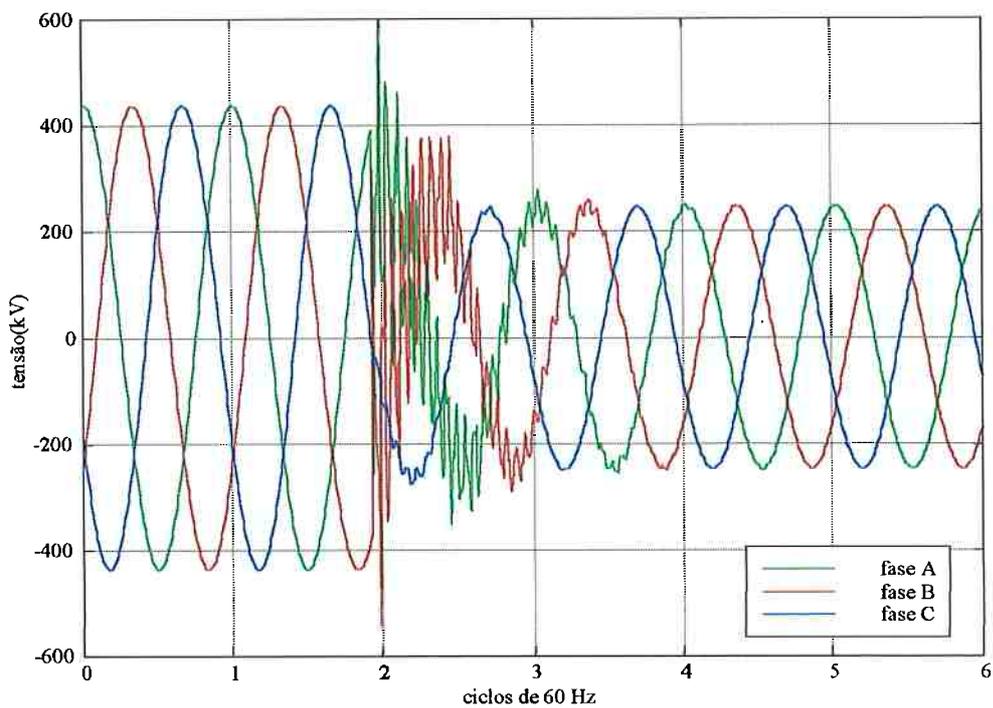


Figura 3.14 - Tensões no terminal remoto

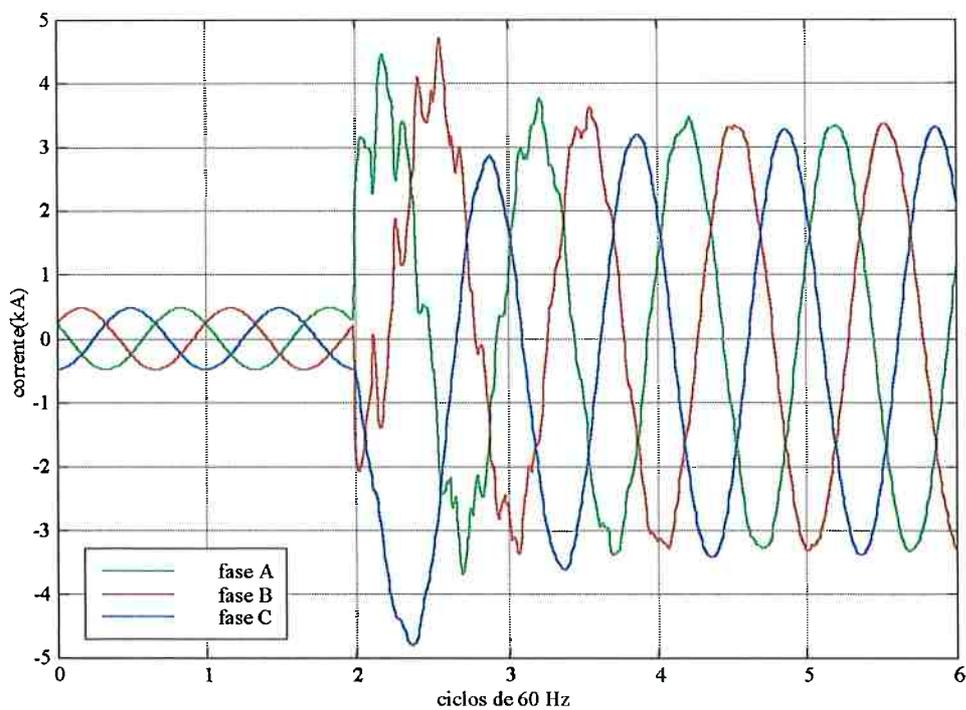


Figura 3.15 - Correntes no terminal local

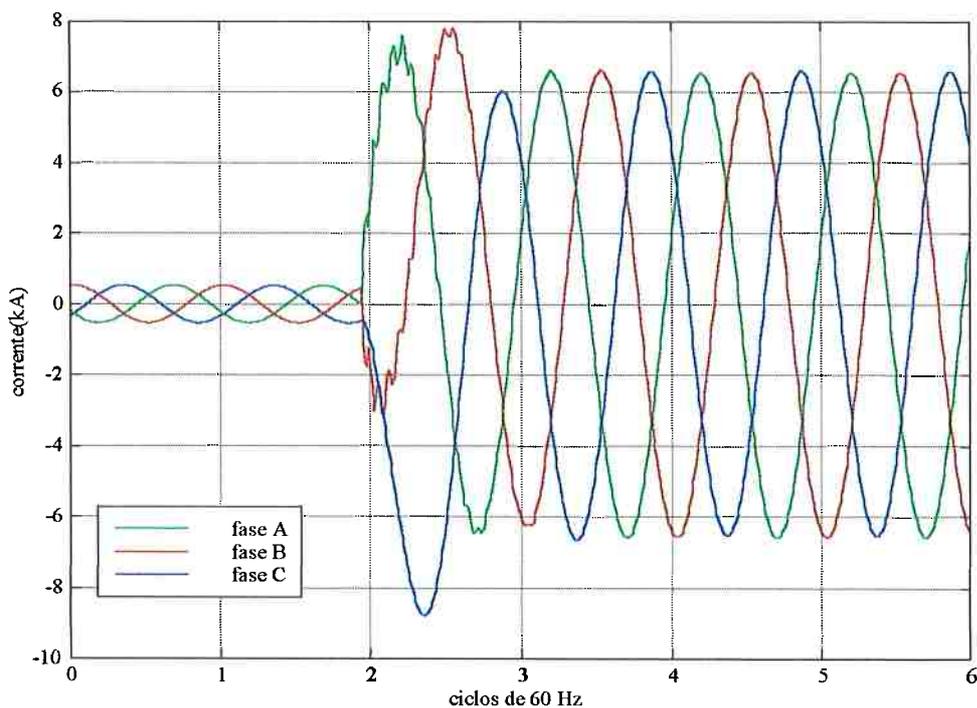


Figura 3.16 - Correntes no terminal remoto

### 3.3.1 - Metodologia Usada para a Obtenção da Fundamental dos Sinais

Antes de passar pelos filtros digitais os sinais passam por um filtro analógico passa baixa de Butterworth. O efeito da filtragem analógica é mostrado a seguir:

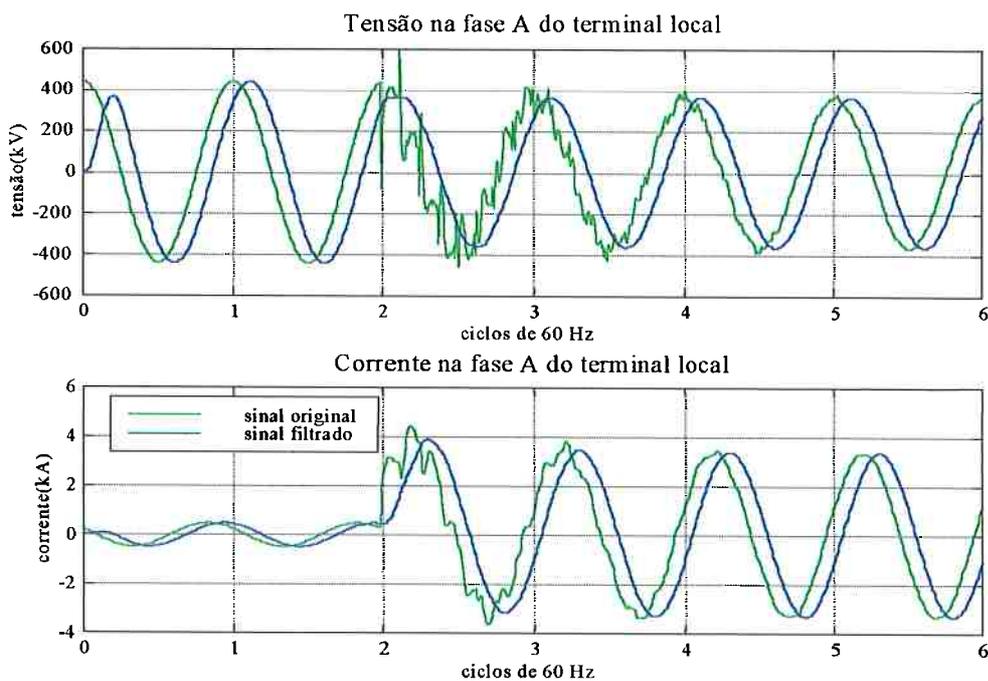


Figura 3.17 - Efeito da filtragem analógica

Da figura 3.17 pode-se ver que o efeito da filtragem analógica é a atenuação das harmônicas e um atraso no sinal. Sabe-se que quanto maior a ordem do filtro [6] e menor a sua frequência de corte, maior será o atraso. Sabe-se também que fisicamente, quanto maior a ordem do filtro mais complexa será sua implementação, assim, a escolha do filtro deve ser feita de forma a minimizar o custo e o atraso, mas garantindo que o filtro seja suficiente para evitar erro de “aliasing” na amostragem.

A filtragem digital é realizada por dois filtros distintos, seno e cosseno, e as saídas desses filtros são usadas para a obtenção do módulo e da fase das tensões e correntes.

O gráfico a seguir foi obtido utilizando-se o filtro digital baseado na transformada discreta de Fourier com frequência de amostragem de 16 amostras por ciclo de 60 Hz, apresentando o sinal original de tensão na fase A, as componentes senoidal e cossenoidal da fundamental, e o valor de pico da fundamental (módulo).

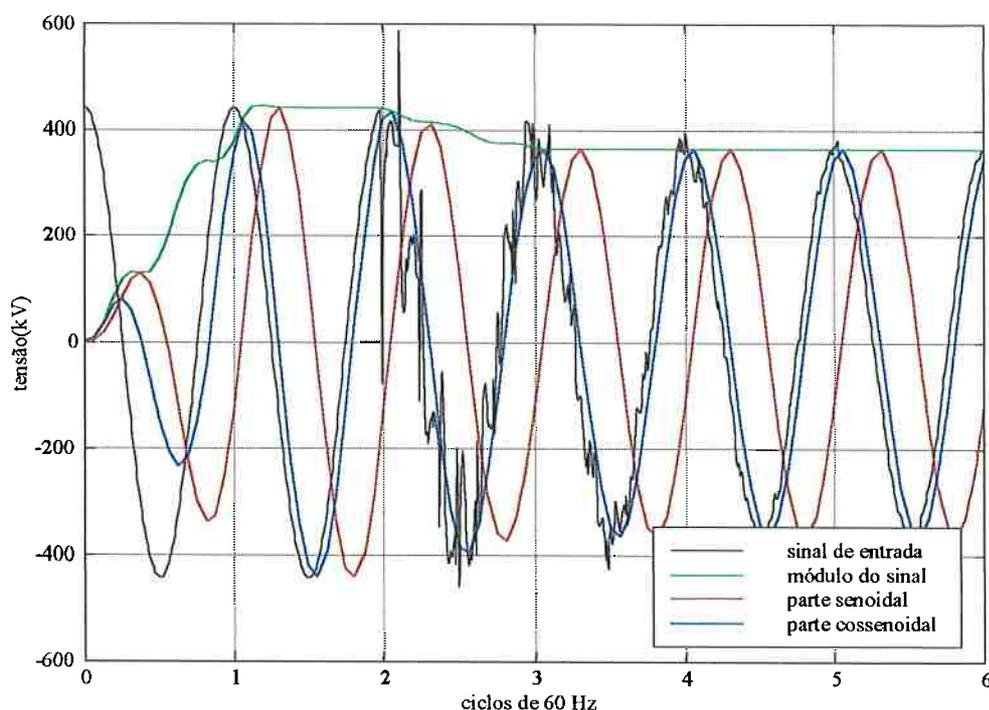


Figura 3.18 – Tensão na fase A do terminal local e saída dos filtros digitais

Na figura 3.18 pode-se verificar que a linha verde corresponde ao valor de pico da fundamental da tensão, nas condições pré-falta e com falta. Vale observar que o tempo de resposta do algoritmo de filtragem digital é pouco maior que um ciclo de 60 Hz, pois é necessário o preenchimento de uma janela de dados de 1 ciclo, e além disso existe o atraso causado pela filtragem analógica.

Os valores do módulo para cada instante de tempo foram obtidos conforme (3.26):

$$M_k = \sqrt{y_{ck}^2 + y_{sk}^2}$$

$M_k$  : módulo da fundamental para cada instante de tempo (k)

$y_{sk}$  : valor da componente senoidal do sinal para cada instante de tempo (k)

$y_{ck}$  : valor da componente cossenoidal do sinal para cada instante de tempo (k)

Conforme a equação (3.27), as fases para cada instante de tempo são dadas por:

$$\Phi_k = \arctan\left(\frac{y_{sk}}{y_{ck}}\right)$$

Graficamente os valores da fase são:

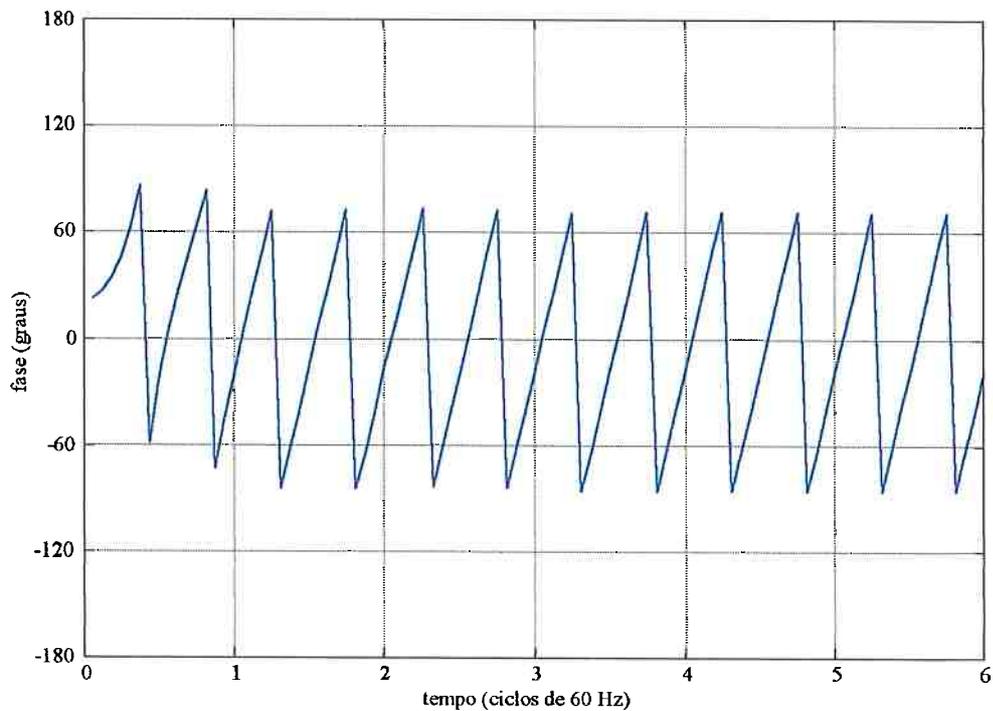


Figura 3.19 – Fase da fundamental da tensão na fase A do terminal local

Como se pode observar, o valor obtido para a fase varia ao longo do tempo, de forma aproximadamente linear, diferentemente do que ocorre para o módulo. Isso ocorre porque a janela de dados se desloca e para cada uma dessas janelas a referência para a fase é diferente. Uma solução para fazer com que a fase obtida pela filtragem digital tenda a se estabilizar em um valor constante ao longo do tempo, para que possa ser melhor visualizada é adotar alguma referência para a fase.

Para efeito de visualização dos sinais ao longo do tempo, o algoritmo de filtragem digital gera internamente um sinal senoidal de referência na mesma frequência da fundamental (60 Hz). Assim como os dados de tensão e corrente, esse sinal passa pelo filtro passa baixas, é amostrado e em seguida passa pelos filtros senos e cosseno, com seu módulo e fase calculados. A filtragem digital é feita simultaneamente para as três fases das tensões e correntes nos dois terminais da linha de transmissão assim como para o sinal de referência, que é apresentado a seguir:

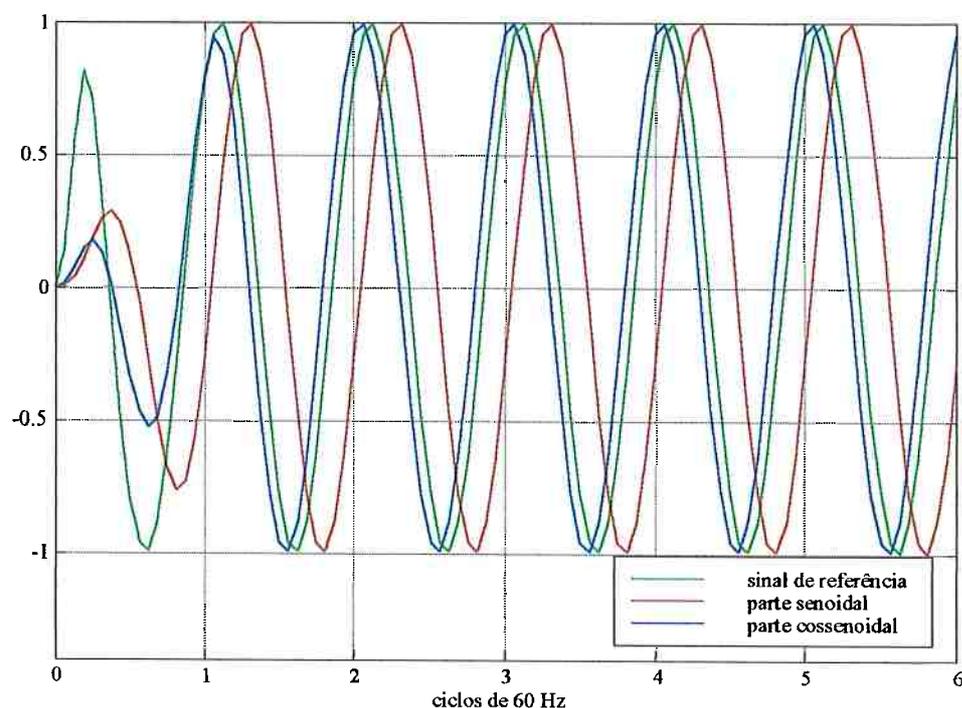


Figura 3.20 – Sinal de referência e suas componentes senoidal e cossenoidal

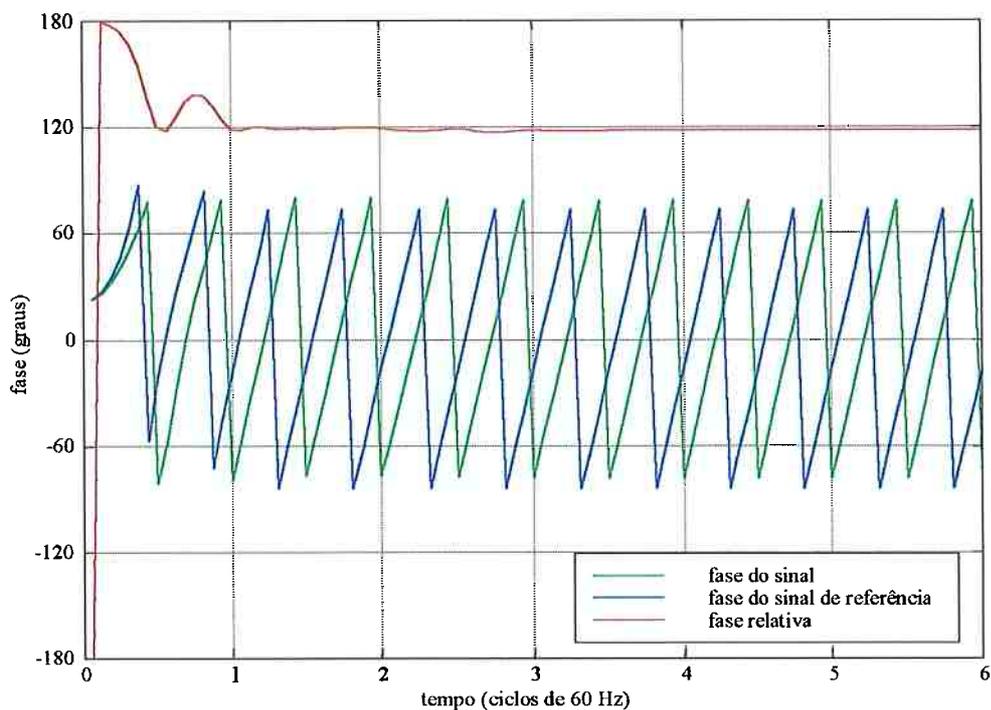


Figura 3.21 – Obtenção da fase da tensão na fase C do terminal local

A figura 3.21 apresenta a diferença entre a fase do sinal e a fase do sinal de referência. Para se obter um valor contínuo para a fase, os valores obtidos foram ajustados para que os ângulos estivessem no intervalo  $[-180^{\circ}, 180^{\circ}]$ .

### 3.3.2 – Desempenho do Filtro Digital Baseado na Transformada Discreta de Fourier

Como as formas de onda das tensões e correntes são semelhantes nos terminais local e remoto, diferindo basicamente nas amplitudes (figuras 3.13 a 3.16), foram usadas para testar a eficiência dos filtros digitais as tensões e correntes nas três fases do terminal local.

#### **Obtenção do módulo da fundamental dos sinais**

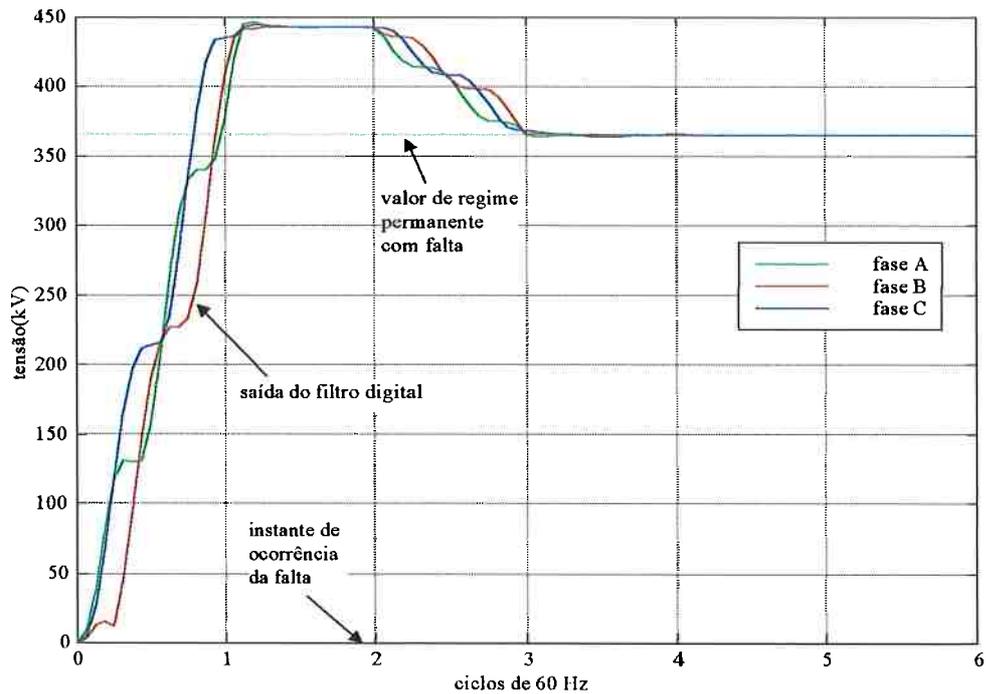


Figura 3.22 – Módulo das tensões no terminal local (filtro TDF, N=16)

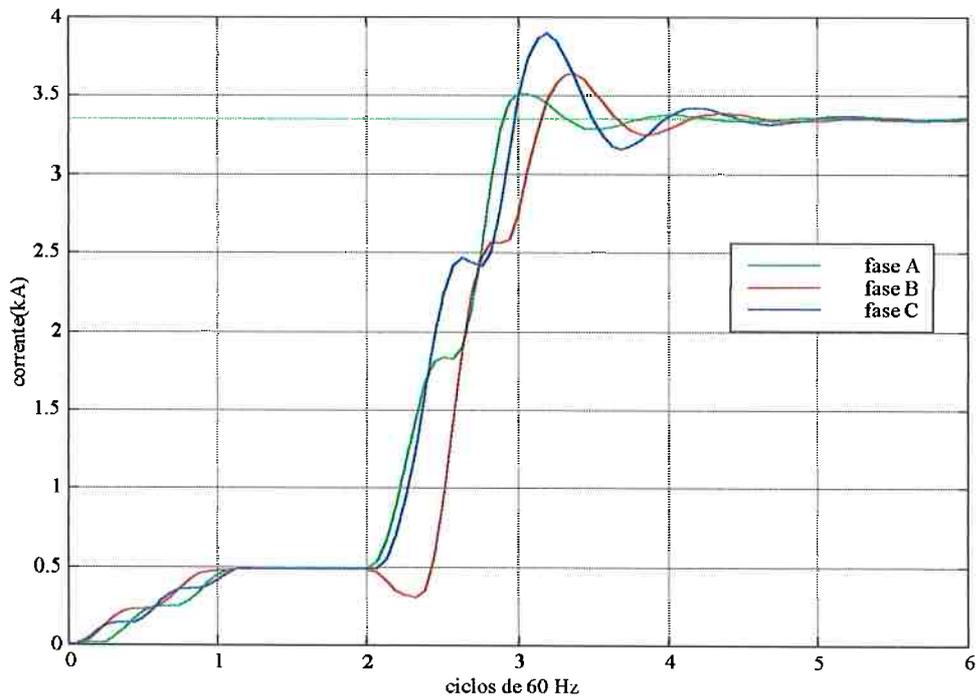


Figura 3.23 – Módulo das correntes no terminal local (filtro TDF, N=16)

Das figuras 3.22 e 3.23 pode-se verificar que para os sinais de tensão a saída do filtro digital converge rapidamente para o valor de regime permanente, enquanto que para as correntes a convergência é mais lenta, devido à influência da componente contínua, conforme descrito no item 3.2.3.

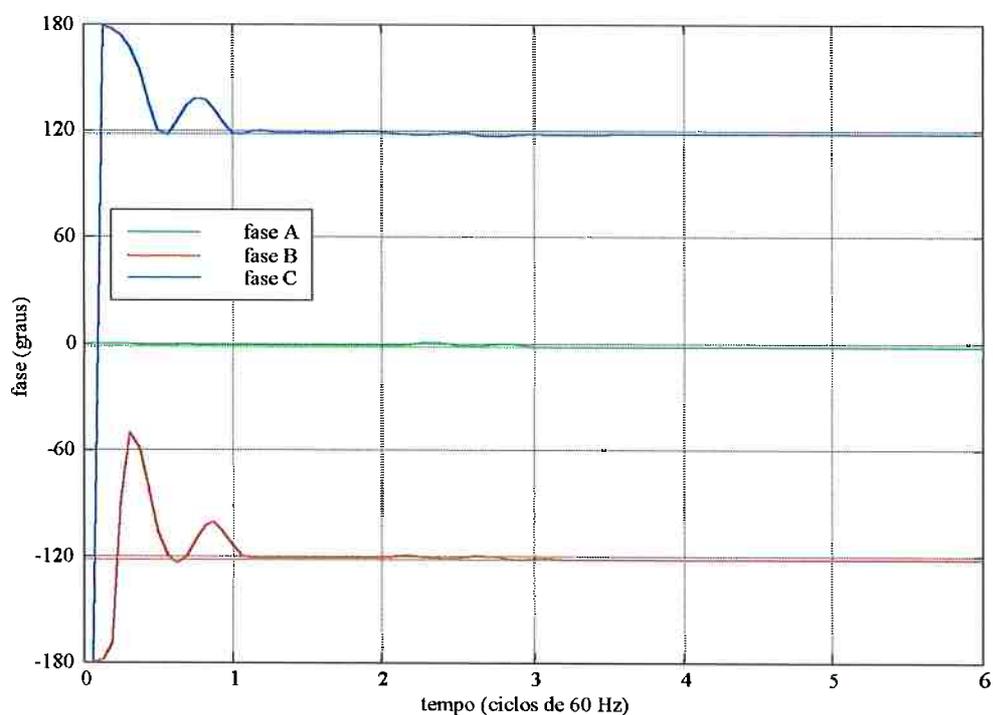
**Obtenção da fase da fundamental dos sinais**

Figura 3.24 – Fase das tensões no terminal local (filtro TDF, N=16)

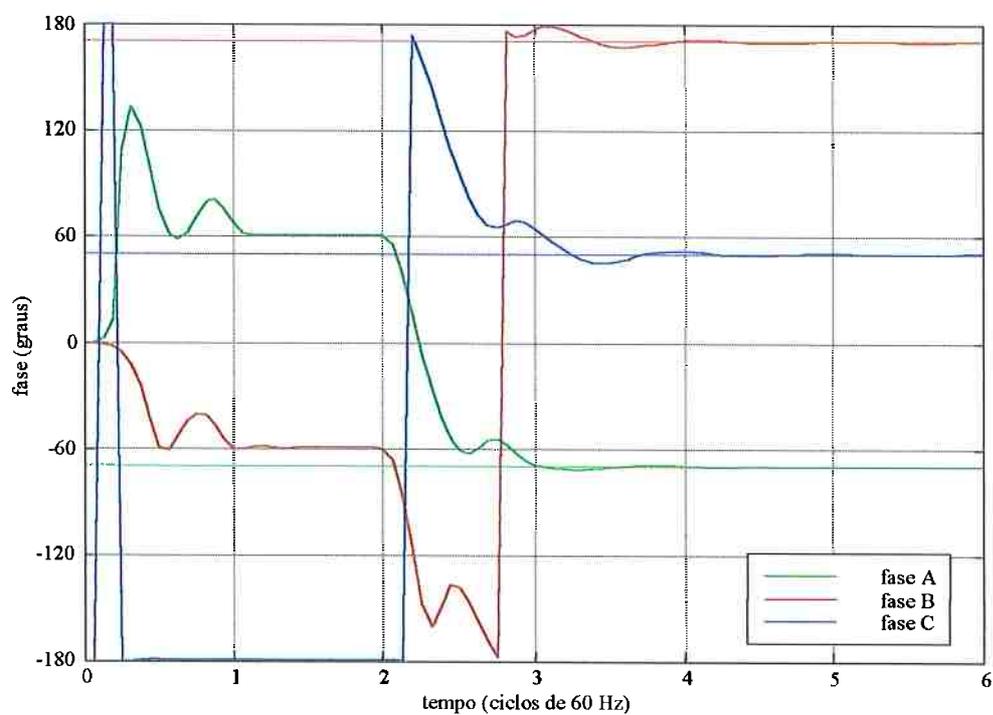


Figura 3.25 – Fase das correntes no terminal local (filtro TDF, N=16)

Das figuras 3.24 e 3.25 pode-se verificar que as fases das correntes convergiram para o valor de regime permanente na condição de falta obtida na simulação com o ATP.

### 3.3.3 – Desempenho do Filtro Digital Baseado no Método dos Mínimos Quadrados

#### Obtenção do módulo da fundamental dos sinais

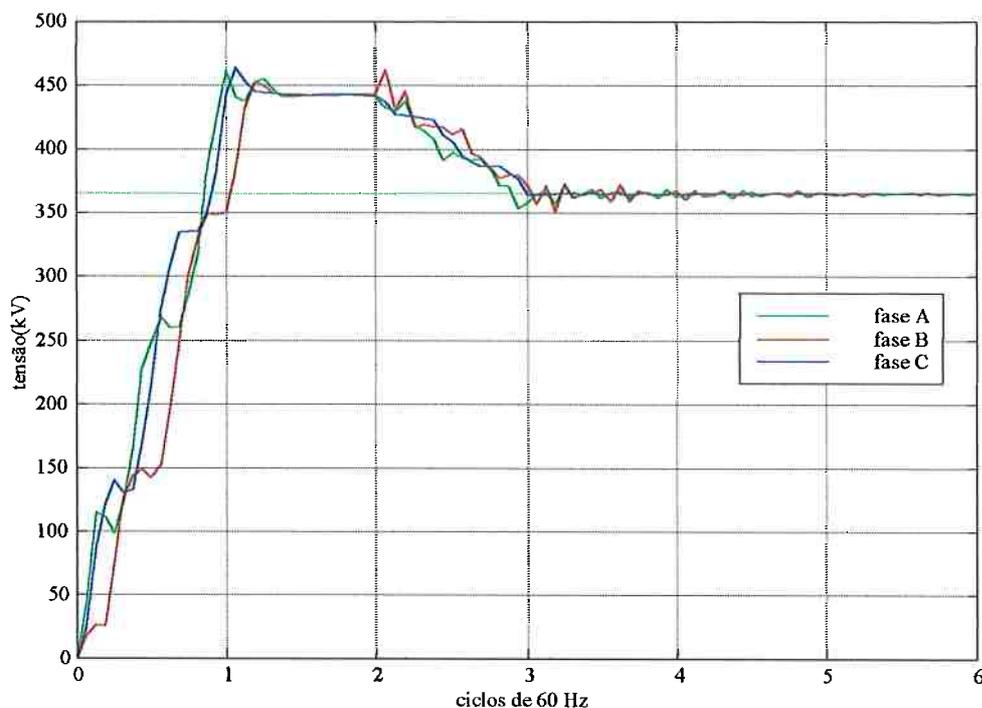


Figura 3.26 – Módulo das tensões no terminal local (filtro MMQ, N=16)

Na Figura 3.26, verifica-se que existe uma pequena oscilação no valor do módulo, que pode estar sendo causada pelo alto ganho apresentado pelo filtro digital para a 8ª harmônica (vide figura 3.6). Tomando-se o espectro da corrente na fase A do terminal local para uma janela de dados que contém o primeiro ciclo após a ocorrência da falta, confirma-se a presença da 8ª harmônica, conforme a figura a seguir.

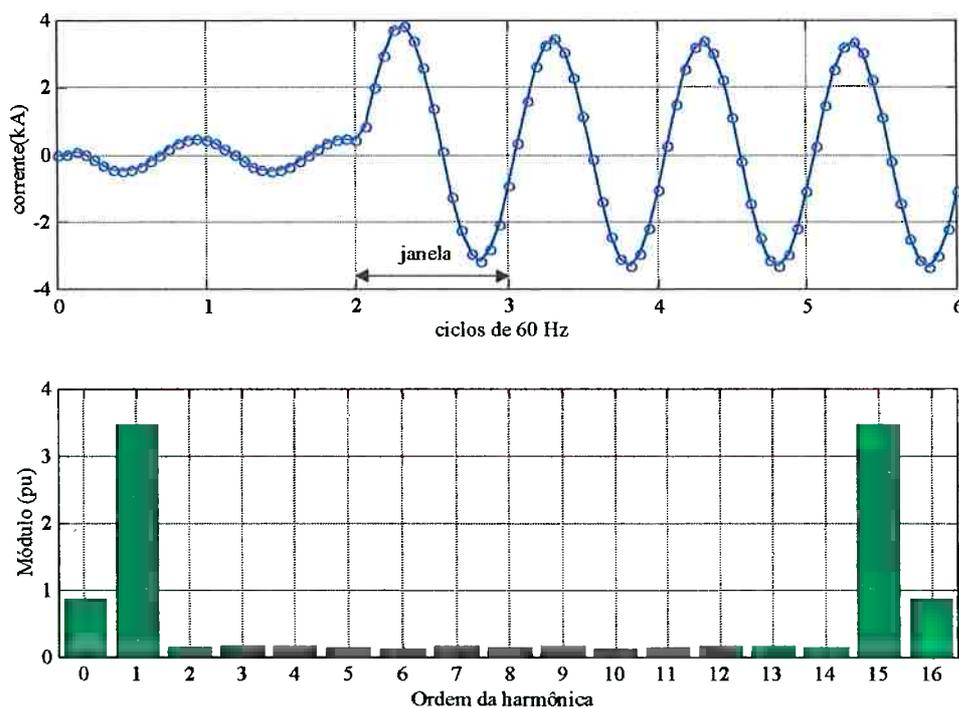


Figura 3.27 –Corrente na fase A do terminal local e seu espectro

Considerando-se a associação em série com o filtro passa-baixas digital descrito no item 3.2.3, que apresenta ganho nulo nas harmônicas correspondentes a  $f_a/2$  (figura 3.7), a oscilação foi minimizada, conforme mostra a figura a seguir.

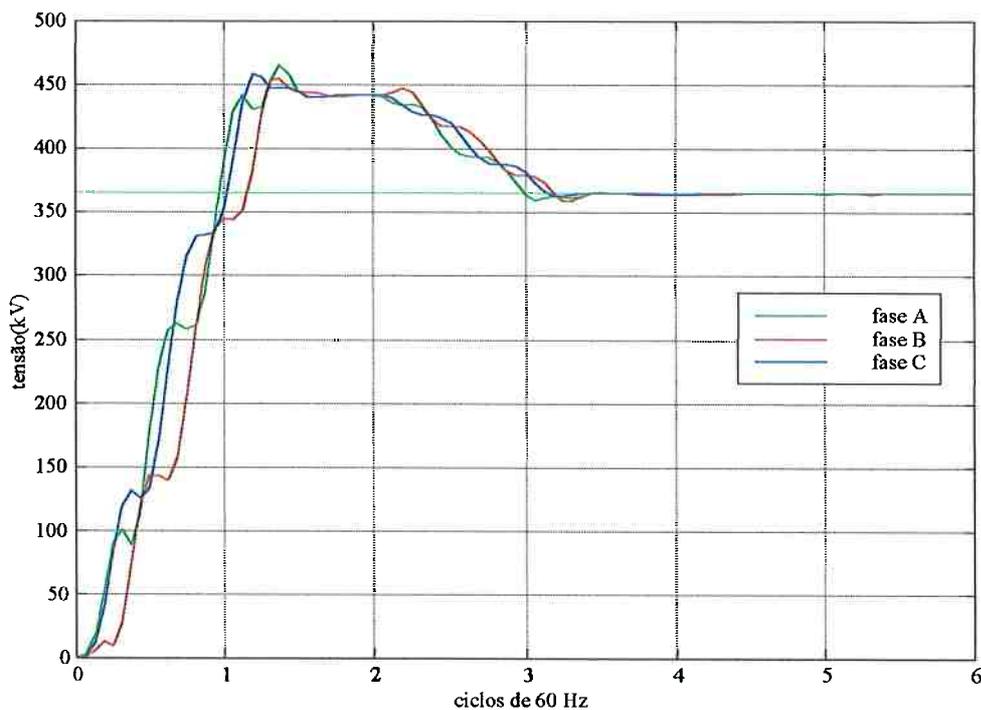


Figura 3.28 – Módulo das tensões no terminal local (filtro MMQ+passa-baixas , N=16)

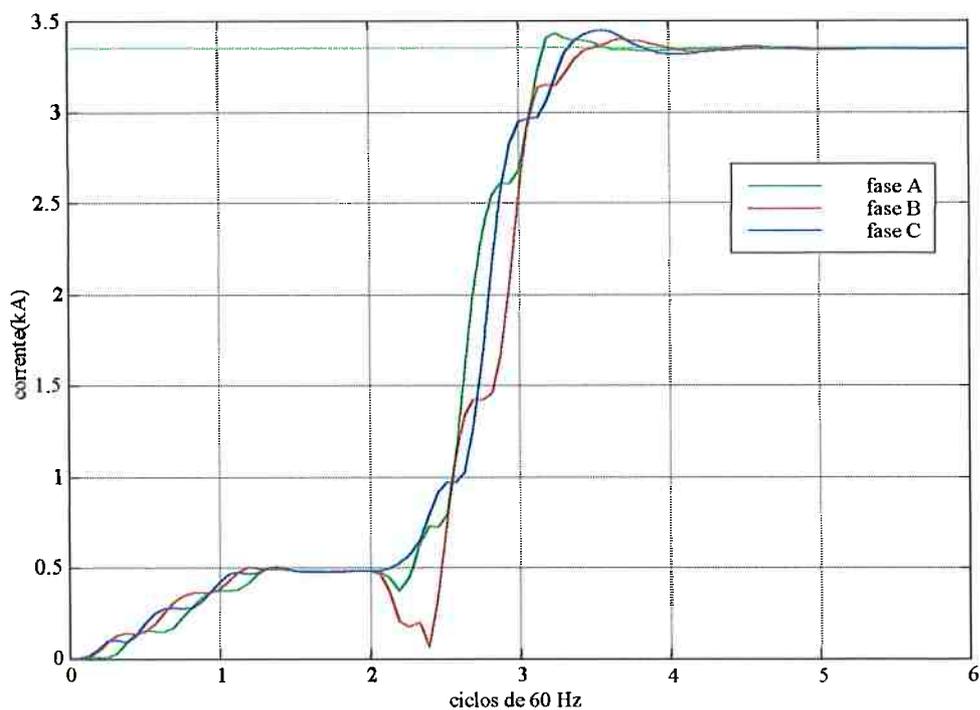


Figura 3.29 – Módulo das correntes no terminal local (filtro MMQ+passa-baixas ,  
N=16)

Pode-se verificar que os valores convergem para o resultado da simulação no ATP, e quanto à componente contínua nas correntes (figuras 3.27 e 3.28), nota-se que a influência é menor do que no caso da filtragem baseada na transformada discreta de Fourier.

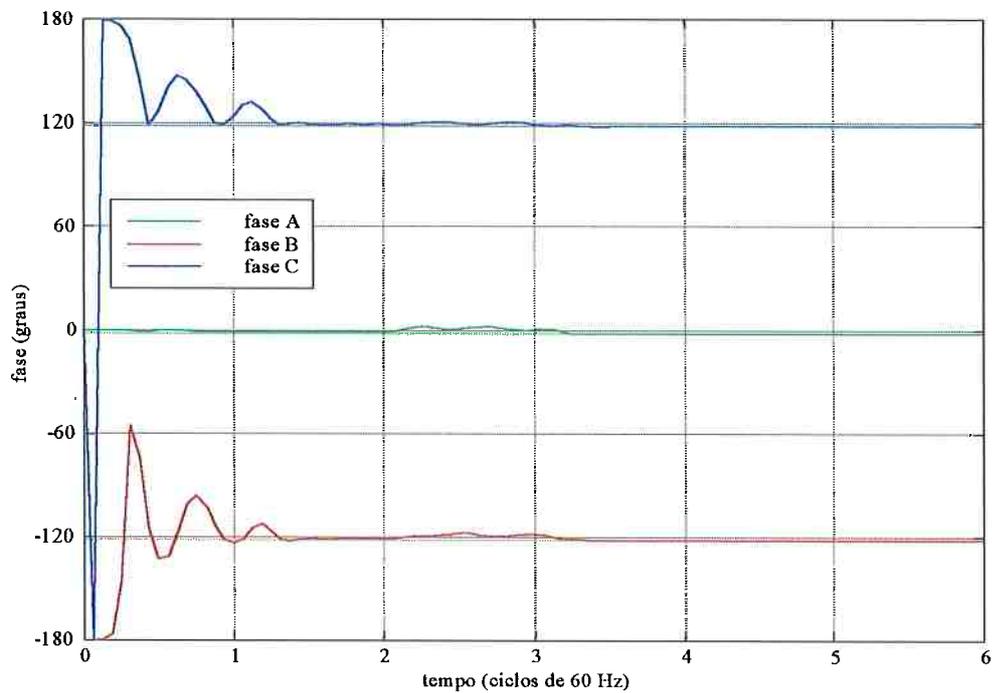
**Obtenção da fase da fundamental dos sinais:**

Figura 3.30 – Fase das tensões no terminal local (filtro MMQ+passa-baixas , N=16)

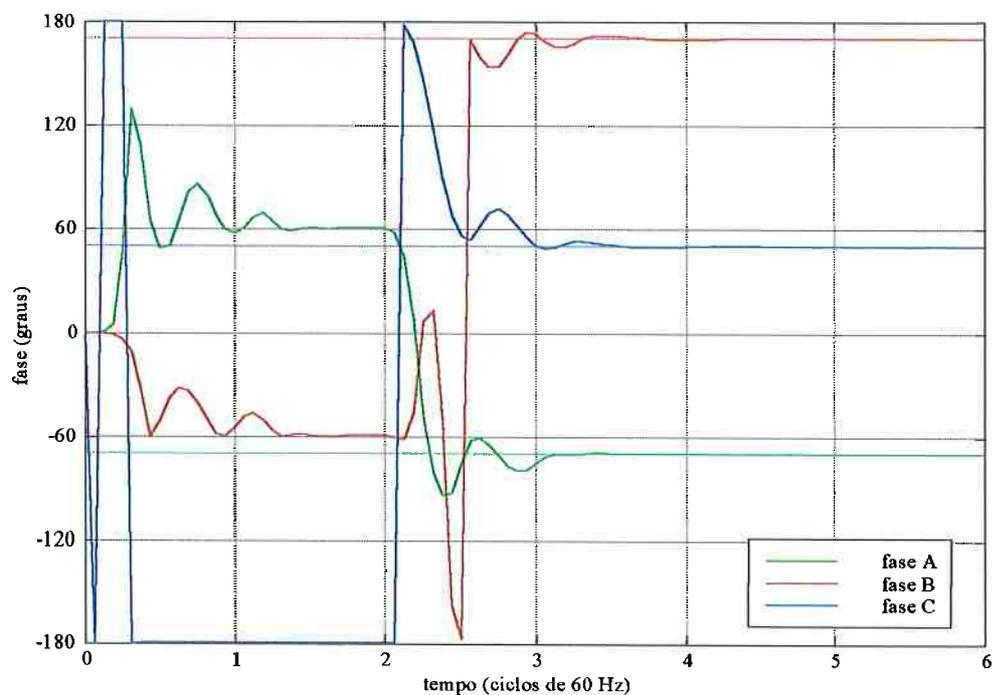


Figura 3.31 – Fase das correntes no terminal local (filtro MMQ+passa-baixas , N=16)

Das figuras 3.28 a 3.31, pode-se verificar que o filtro digital baseado no método dos mínimos quadrados, tem um desempenho satisfatório para a obtenção das fase da fundamental dos sinais de tensão e corrente nos terminais da linha de transmissão.

### 3.3.4 – Desempenho do Filtro Digital Usando a Transformada Discreta de Fourier e o Filtro Off-set

Conforme descrição anterior, esta formulação consiste na associação do filtro baseado na transformada discreta de Fourier, com  $N=16$ , em série com o filtro off-set usando  $\alpha = 30 \cdot s^{-1}$  e  $m=4$ .

#### Obtenção do módulo da fundamental dos sinais

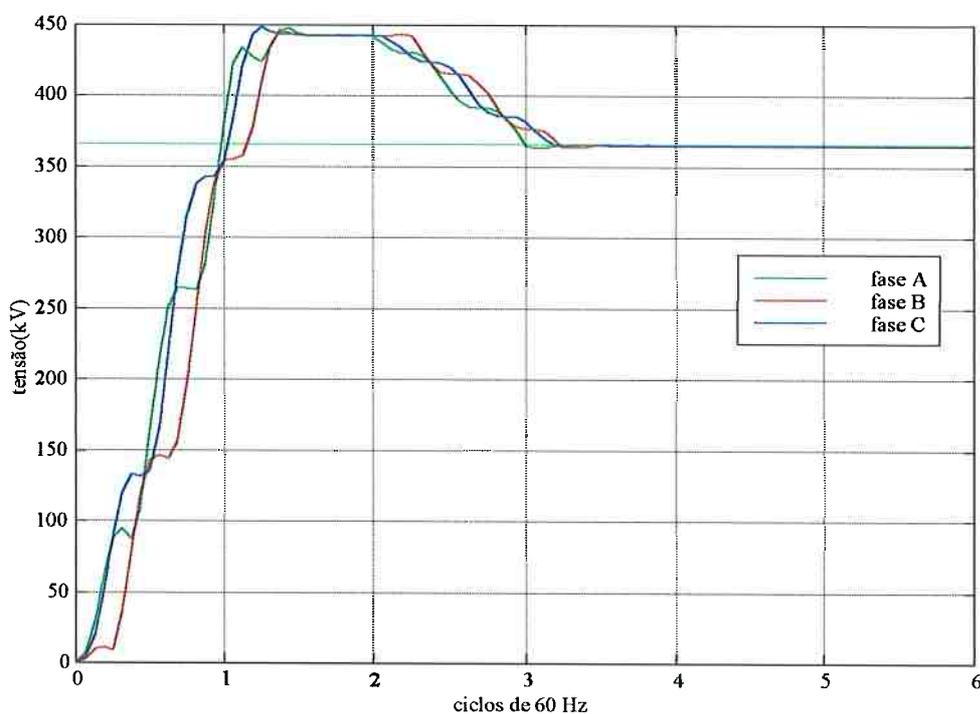


Figura 3.32 – Módulo das tensões no terminal local (filtro TDF+off-set,  $N=16$ )

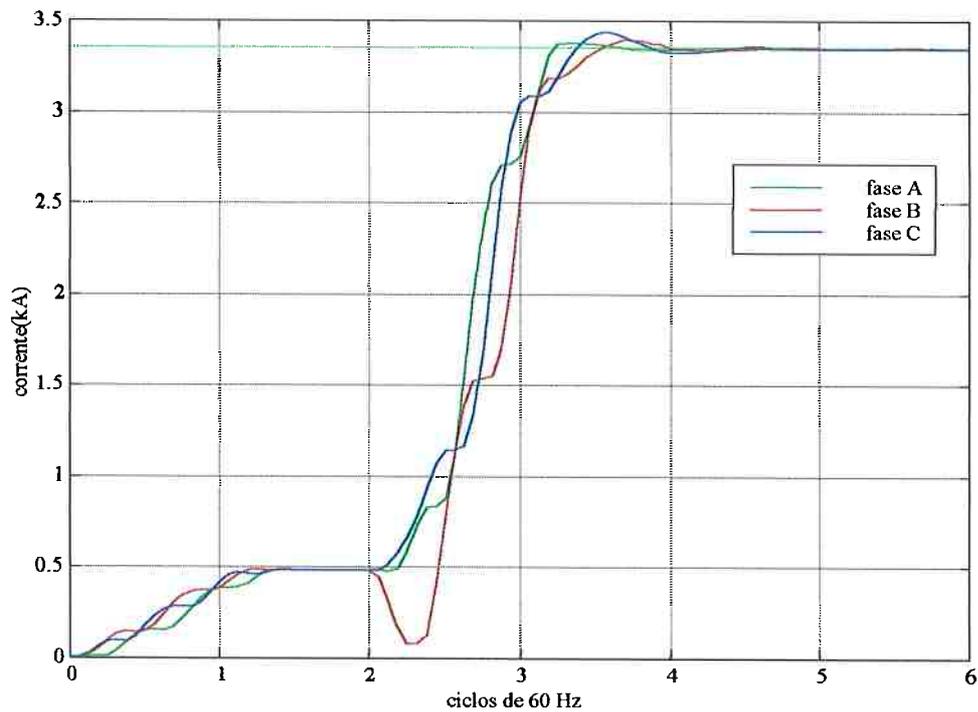


Figura 3.33 – Módulo das correntes no terminal local (filtro TDF+off-set, N=16)

### Obtenção da fase da fundamental dos sinais

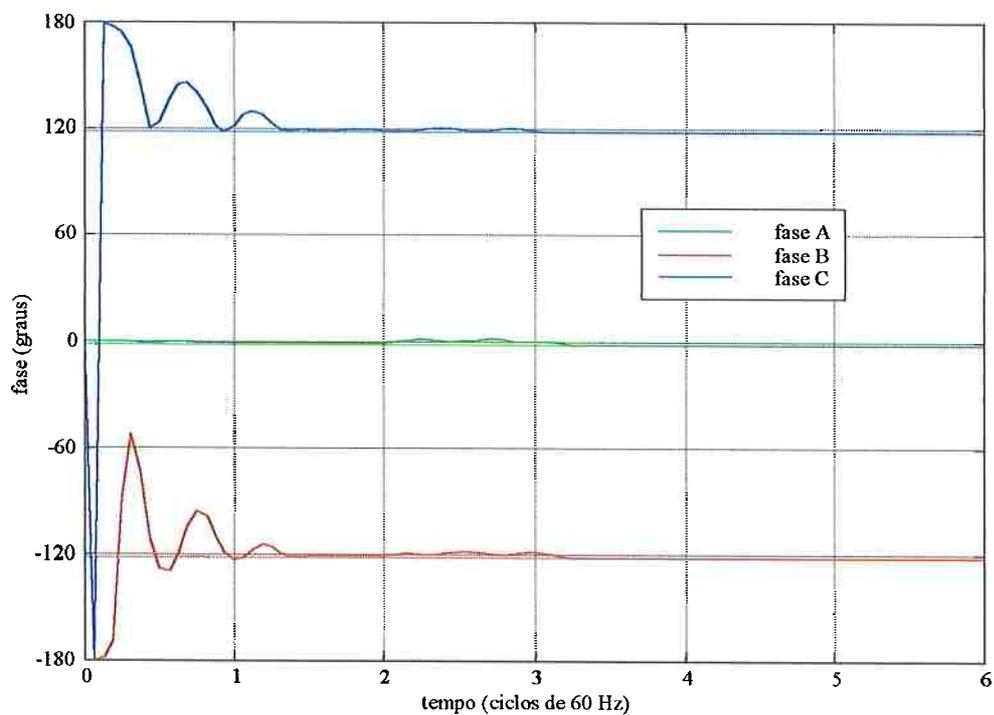


Figura 3.34 – Fase das correntes no terminal local (filtro TDF+off-set, N=16)

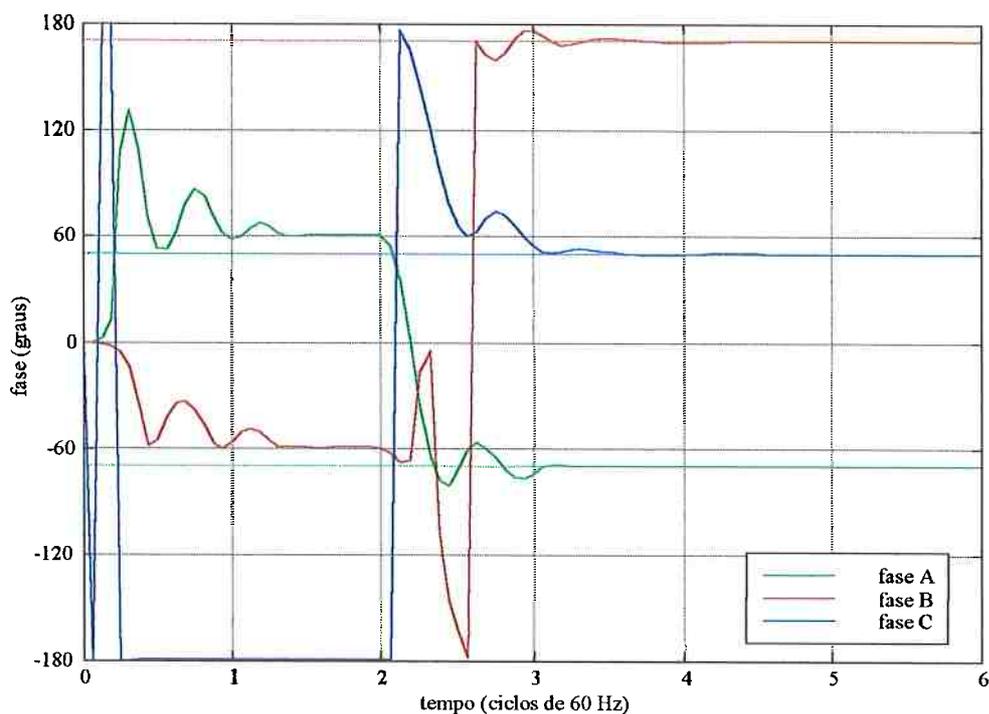


Figura 3.35 – Fase das correntes no terminal local (filtro TDF, N=16)

### 3.3.5 – Comparação do Desempenho dos Filtros Digitais

O sistema de localização de falta não tem disponível uma quantidade indefinida de dados pós-falta, para fazer os cálculos da distância da falta, pois os disjuntores abrem em cerca de dois ou três ciclos após a ocorrência da falta. Por isso, comparação dos resultados obtidos na filtragem digital pelos três métodos apresentados são considerados os valores de módulo e fase dos sinais obtidos ao final do terceiro ciclo após a ocorrência da falta, quando a resposta da filtragem digital já está praticamente estabilizada.

	terminal local (L)						Terminal remoto (R)						
	tensões (kV)			correntes (A)			tensões (kV)			correntes (A)			
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	
ATP	365.30	365.30	365.30	3.35	3.35	3.35	246.59	246.59	246.59	6.57	6.57	6.57	módulo
TDF	365.02	364.96	365.09	3.36	3.33	3.34	246.48	246.38	246.52	6.56	6.56	6.56	
erro %	-0.08	-0.09	-0.06	0.14	-0.52	-0.22	-0.04	-0.08	-0.03	-0.10	-0.16	-0.15	
MMQ	364.74	364.77	364.75	3.35	3.35	3.34	246.21	246.20	246.18	6.56	6.56	6.56	
erro %	-0.15	-0.14	-0.15	-0.20	-0.11	-0.26	-0.16	-0.16	-0.16	-0.16	-0.10	-0.19	
Off-set	364.98	365.05	365.02	3.35	3.35	3.35	246.38	246.41	246.41	6.57	6.56	6.57	
erro %	-0.09	-0.07	-0.08	-0.08	-0.08	-0.09	-0.09	-0.07	-0.07	-0.07	-0.08	-0.07	
ATP	-2.00	-122.00	118.00	-69.69	170.31	50.31	-12.23	-132.36	107.74	-73.09	166.91	46.91	fase (graus)
TDF	-2.00	-121.99	118.01	-69.57	170.41	50.75	-12.27	-132.24	107.77	-73.08	166.90	46.94	
erro %	0.48	-0.01	0.01	-0.17	0.06	0.87	0.30	-0.01	0.02	-0.01	0.00	0.06	
MMQ	-1.99	-121.99	118.00	-69.68	170.25	50.23	-12.26	-132.27	107.73	-73.09	166.87	46.86	
erro %	-0.15	0.00	0.00	-0.01	-0.04	-0.15	0.27	0.01	0.00	-0.01	-0.02	-0.11	
Off-set	-1.99	-121.99	118.00	-69.69	170.30	50.31	-12.27	-132.26	107.73	-73.09	166.91	46.91	
erro %	-0.01	0.00	-0.01	0.00	0.00	-0.01	0.30	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.01	

Tabela 3.3 – Resultados da filtragem e comparação com os valores de regime permanente

Pode-se verificar que para o instante considerado (3 ciclos após a falta) os três métodos de filtragem digital chegaram a valores muito próximos ao obtido na simulação em regime permanente, de maneira que o filtro a ser considerado como tendo melhor desempenho é o que apresenta menor tempo de convergência.

A seguir será feita uma comparação do desempenho dos diferentes tipos de filtro digital apresentados neste capítulo, para  $N=16$ , que é um valor usual de taxa de amostragem utilizada em proteção digital. Será utilizada na comparação a corrente na fase C do terminal local da linha, pois é a forma de onda que apresenta a maior componente contínua, que é a principal fonte de erro para a obtenção do módulo da fundamental.

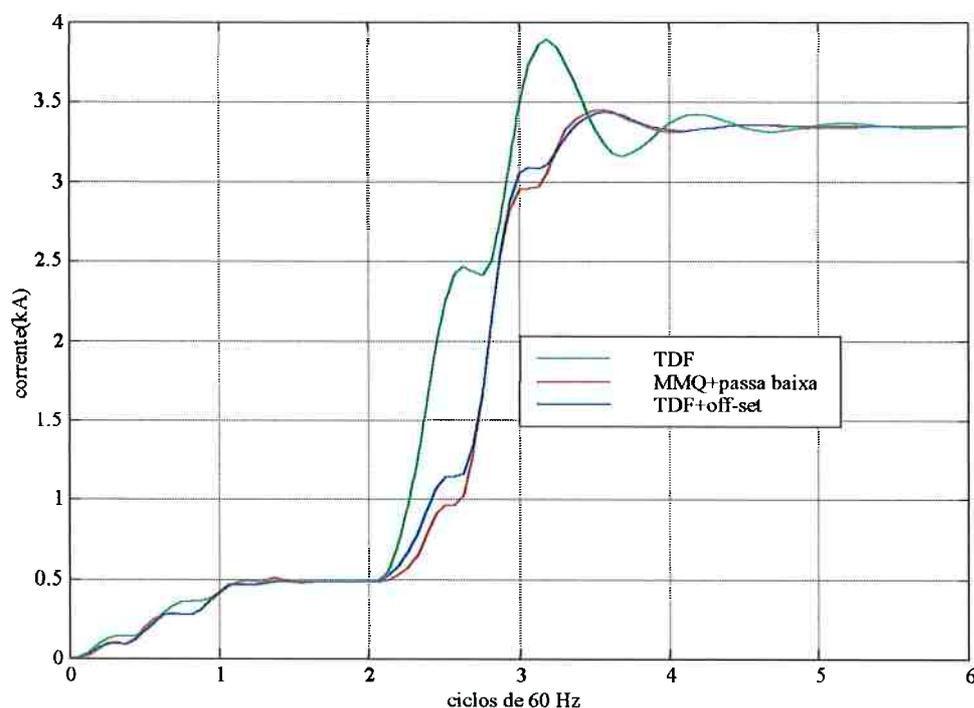


Figura 3.36 – Módulo da fundamental da corrente na fase C do terminal local (filtros TDF, MMQ+passa-baixas e TDF+off-set, N=16)

Na figura 3.36 pode-se observar claramente a deficiência do filtro TDF, para a obtenção do módulo da fundamental, com uma oscilação amortecida em torno do valor final. Quanto aos filtros MMQ+passa-baixas e TDF+off-set, pode-se verificar que o desempenho dos mesmos é praticamente equivalente, sendo a vantagem do filtro off-set o fato de ser um filtro FIR, que utiliza apenas os valores amostrados, enquanto que o filtro passa baixa digital de Butterworth é um filtro IIR. Dessa forma, a associação com o filtro MMQ também é IIR, usando realimentação da saída, exigindo maior número de operações algébricas e consequentemente maior tempo de processamento.

Outro fato ser comentado é que o tempo de resposta dos filtros MMQ+passa-baixas e TDF+off-set é praticamente o mesmo, enquanto no primeiro o atraso adicional é aproximadamente de 4 amostras ( $n=3$ , ordem do filtro), em relação ao resultado obtido utilizando apenas os filtros seno e cosseno, no segundo, o atraso adicional introduzido é de 4 amostras ( $m=4$ ), que é o número de amostras utilizadas pelo filtro off-set.

### 3.3.6 – Influência da Variação da Frequência de Amostragem dos Sinais no Desempenho dos Filtros Digitais

Os resultados consolidados na Tabela 3.3 foram obtidos para uma frequência de amostragem de 16 amostras por ciclo de 60 Hz. Foi avaliado o efeito de se utilizar outras frequências de amostragem para a forma de onda mais crítica para os filtros digitais, que é a corrente na fase com a maior componente contínua. Os testes foram realizados para os seguintes valores:  $N=8$ ,  $N=16$ ,  $N=32$  e  $N=64$ . Para as comparações foi utilizada a corrente na fase A do terminal local da linha.

Para o filtro digital TDF foram obtidos os seguintes resultados.

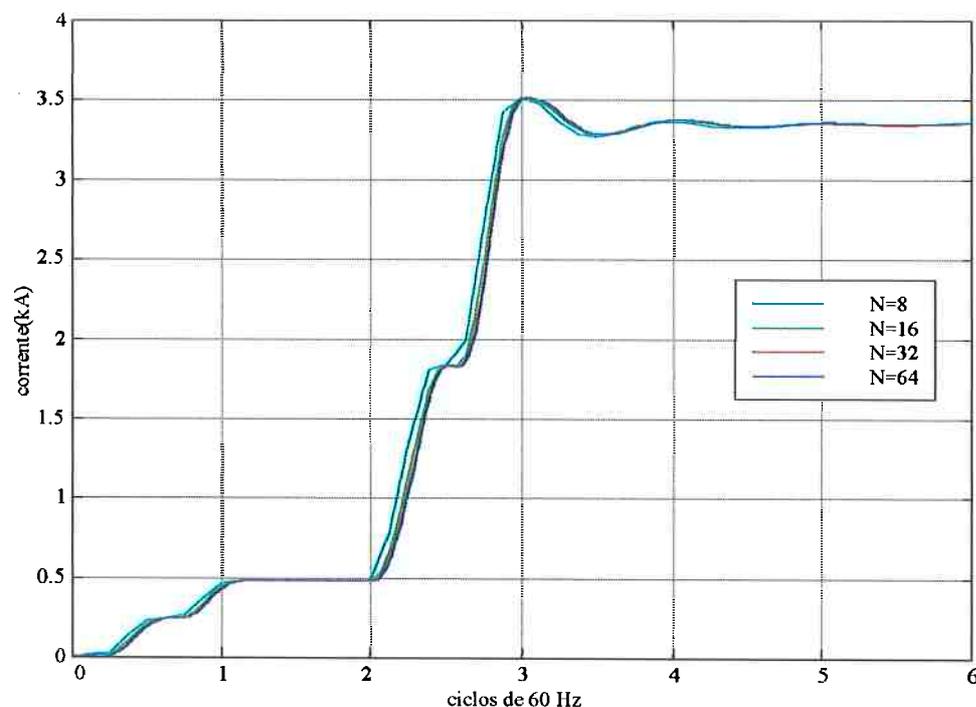


Figura 3.37 – Módulo da fundamental da corrente na fase A do terminal local  
( $N=8,16,32$  e  $64$ , filtro TDF)

Na figura 3.37 pode-se verificar que o uso de diferentes frequências de amostragem praticamente não influencia no desempenho do filtro digital baseado na TDF, dessa forma a definição da taxa de amostragem deverá se basear em outros fatores, como custo e disponibilidade de equipamentos como conversores A/D, multiplexadores, amostrador, adequados a frequência de amostragem escolhida.

Para o filtro digital MMQ+passa-baixas os testes forneceram os resultados a seguir:

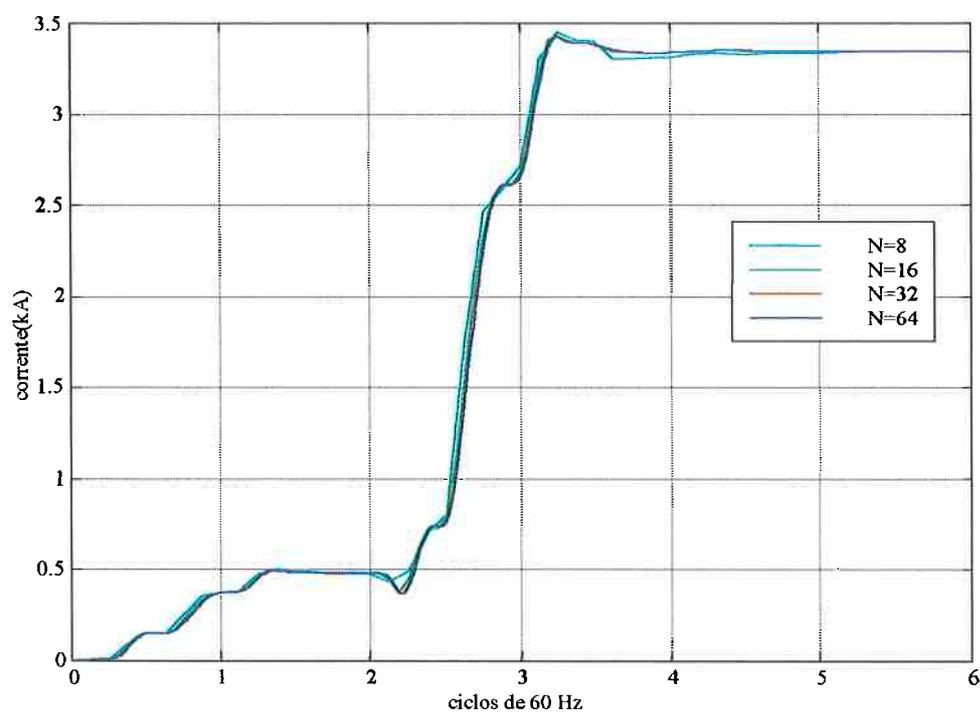


Figura 3.38 –Módulo da fundamental da corrente na fase A do terminal local  
(N=8,16,32 e 64, filtro MMQ+passa-baixas)

Da figura 3.38 pode-se concluir que a variação da taxa de amostragem praticamente não influencia o tempo de convergência, nem o valor final obtido para a corrente, sendo assim, da mesma forma que para o caso do filtro digital baseado na TDF, a taxa de amostragem não é um fator básico na definição desse filtro.

Finalmente para o filtro TDF+off-set, a variação da frequência de amostragem fornece:

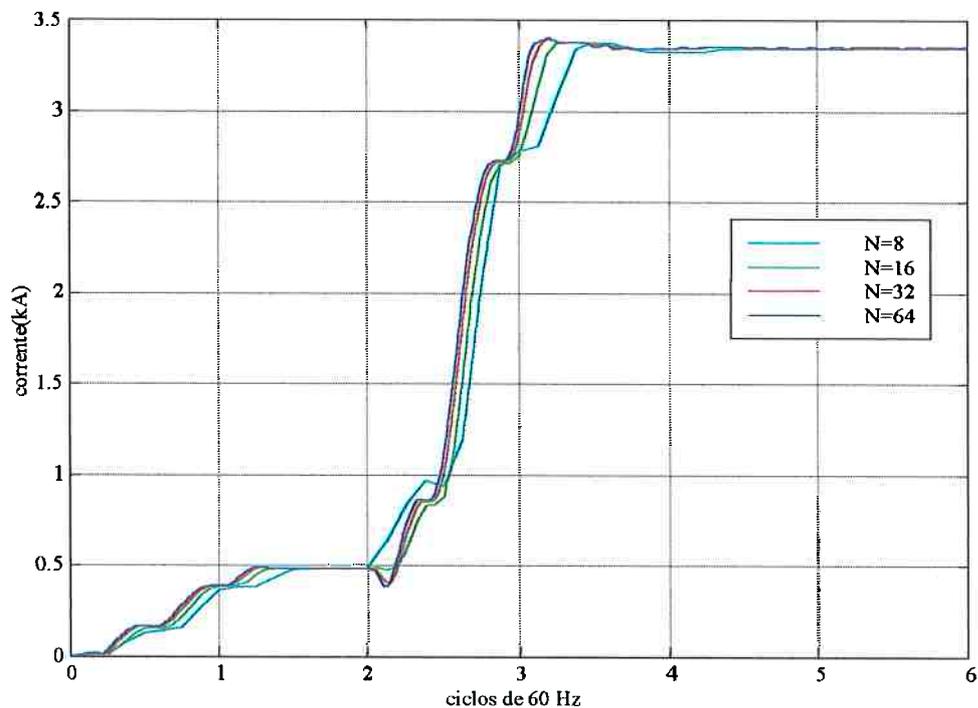


Figura 3.39 – Módulo da fundamental da corrente na fase A do terminal local  
(N=8,16,32 e 64, filtro TDF+off-set)

Na figura 3.39 observa-se que o valor final do módulo da fundamental da corrente, obtido usando-se as diferentes taxas de amostragem, é praticamente o mesmo. Quanto ao tempo de resposta, verifica-se que este é menor quanto maior a taxa de amostragem, isso se justifica pelo fato do filtro off-set utilizar 4 amostras e portanto, gerar um atraso adicional máximo na resposta de  $1/2$ ,  $1/4$ ,  $1/8$  e  $1/16$  ciclo, respectivamente para N=8, N=16, N=32 e N=64. Sendo nesse caso, o desempenho do filtro dependente da taxa de amostragem.

## 4 - Teste dos Métodos de Localização de Falta

Neste capítulo são apresentados os testes que analisam o desempenho dos algoritmos de localização de falta apresentados no capítulo 2. Os testes têm por objetivo avaliar a influência na precisão dos algoritmos causada por variação na distância de falta, resistência de falta, tipo de falta, comprimento da linha e parâmetros do equivalente da rede. Não foi analisada a influência da variação do instante de falta, teste muito usado na literatura vista, visando avaliar o comportamento da filtragem digital frente a diferentes níveis de componente contínua.

A metodologia básica dos testes é descrita pelo seguinte diagrama:

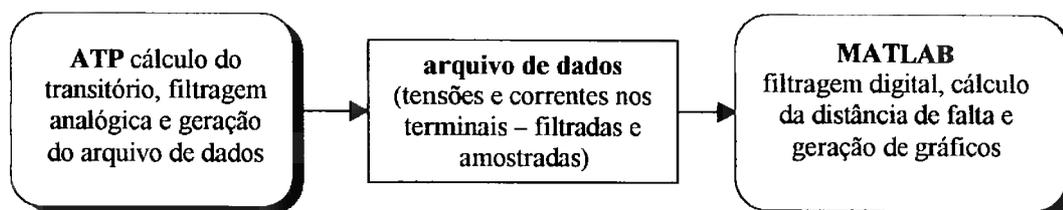


Figura 4.1 – Metodologia utilizada nos testes

Foram simulados no ATP [7], sete ciclos de 60 Hz, sendo aproximadamente três ciclos na condição pré-falta. A filtragem analógica (“anti-aliasing”), e a amostragem dos sinais de tensão e corrente, nos terminais da linha de transmissão, também foram simuladas no ATP. A frequência de corte do filtro passa-baixa utilizado foi de 180 Hz, e a taxa de amostragem utilizada foi 960 Hz (16 amostras por ciclo de 60 Hz).

A cada simulação é feito um pós-processamento dos resultados gerados pelo ATP, gerando um arquivo com os valores amostrados das formas de onda de tensão e corrente nos terminais da linha. Esses arquivos são utilizados como entrada de um programa implementado em MATLAB que realiza a filtragem digital, obtém os fasores a 60 Hz e calcula a distância de falta utilizando alguns dos métodos apresentados no capítulo 2. O filtro digital utilizado nesse programa é baseado no método dos mínimos quadrados (para 16 amostras por ciclo), em série com um filtro passa-baixa digital de Butterworth com frequência de corte de 180 Hz.

### 4.1 – Redes Elétricas Simuladas

Foram simulados no ATP duas redes básicas, uma para teste dos algoritmos de localização de falta para linhas de transmissão com dois terminais, que usam dados de um ou dois terminais, e outra para linhas de três terminais.

As redes contêm apenas a linha de transmissão e os equivalentes a 60 Hz em seus terminais. Essa simplificação, ao invés de se utilizar uma grande quantidade de linhas, geradores e trafos, é admissível, pois os métodos de localização de falta testados utilizam valores em regime permanente, e as componentes transitórias, que poderiam ser diferentes no caso da representação mais completa da rede seriam atenuadas pela ação da filtragem digital, que extrai os valores a 60 Hz.

As redes simuladas no ATP são as seguintes:

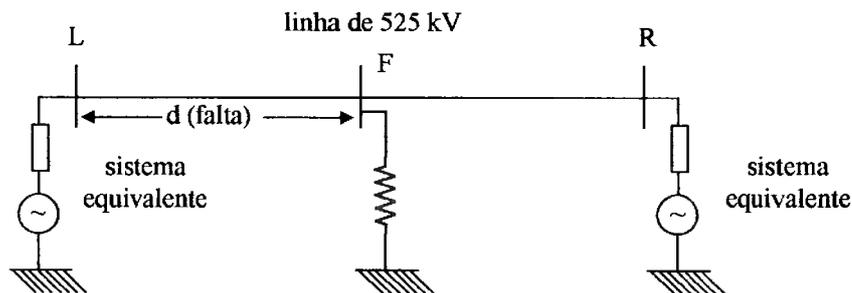


Figura 4.2 – Rede base para linha com dois terminais

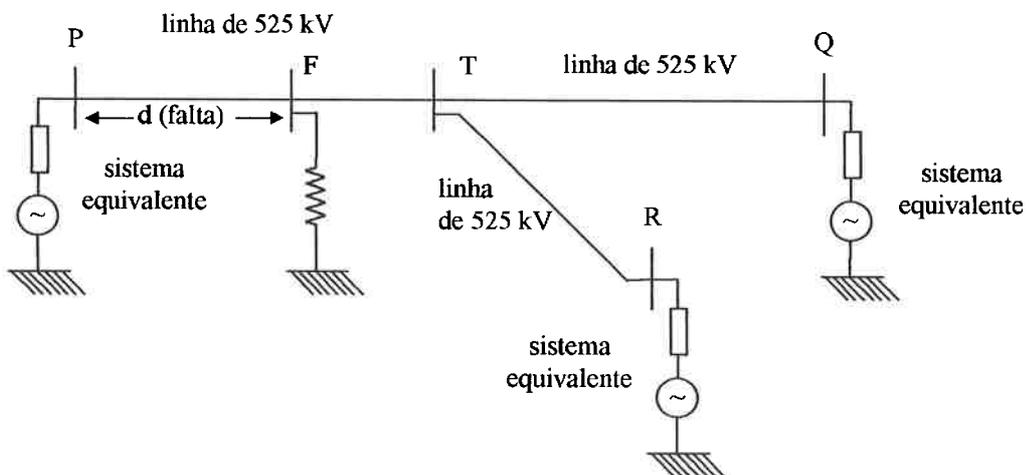


Figura 4.3 – Rede base para linha com três terminais

### 4.1.1 - Linha de Transmissão Utilizada

Nas simulações com o ATP, o modelo utilizado para as linhas de transmissão usa parâmetros distribuídos para a frequência de 60 Hz, calculados por rotinas cálculo de parâmetros de linhas de transmissão.

As linhas utilizadas nesse trabalho, possuem tensão nominal de 525 kV e apresentam a seguinte silhueta de torre:

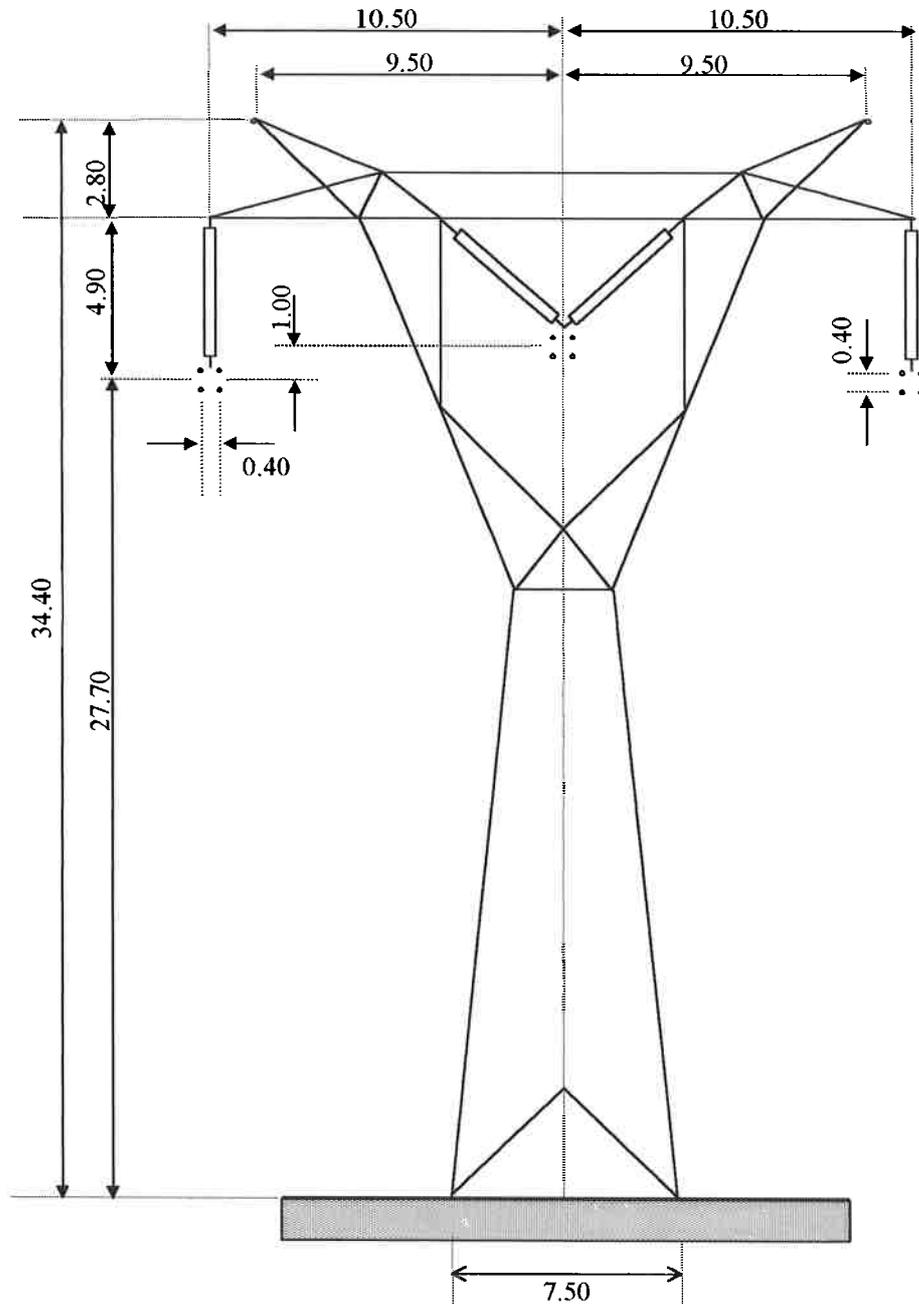


Figura 4.4 – Silhueta de torre da linha de 525 kV

Na rede base da Figura.4.3, para estudo de linhas com dois terminais, são utilizados os comprimentos de 50 km e 400 km, para consideração de linha curta e longa.

Além da geometria da torre, os demais dados utilizados para o cálculo dos parâmetros da linha são indicados na tabela a seguir.7

	tipo	bitola	resistência (25°C)	flecha (25°C)
cabo condutor	GROSBEAK	2.515 cm RMG: 1.046 cm	0.0995 Ω/km	16.3 m
cabo guarda	EHS	0.953 cm	4.19 Ω/km	13.0 m
	ρ solo	1000 Ω.m	vão básico	450 m

Tabela 4.1 – Dados adicionais da linha de 525 kV

sequência positiva			sequência zero		
r1 (Ω/km)	x1 (Ω/km)	c1 (nF/km)	r0 (Ω/km)	x0 (Ω/km)	c0 (nF/km)
0.0256	0.3264	13.5028	0.3753	1.4097	8.5697

Tabela 4.2 – Parâmetros sequenciais da linha de 525 kV

#### 4.1.2 – Equivalentes Usados na Rede com Linha de Dois Terminais

Os parâmetros dos equivalentes utilizados nos terminais da linha têm seus valores calculados a partir dos dados de potência de curto-circuito.

Terminal local:

$$\text{potência de curto-circuito trifásico} = 13 \angle 80^{\circ} \text{ GVA}$$

$$\text{potência de curto-circuito fase-terra} = 14 \angle 82^{\circ} \text{ GVA}$$

$$Z_1L = 3.682 + j20.88 \Omega \quad Z_0L = 0.857 + j16.728 \Omega$$

Terminal remoto:

$$\text{potência de curto-circuito trifásico} = 10 \angle 78^{\circ} \text{ GVA}$$

$$\text{potência de curto-circuito fase-terra} = 12 \angle 80^{\circ} \text{ GVA}$$

$$Z_1R = 5.731 + j26.96 \Omega \quad Z_0R = 0.504 + j13.939 \Omega$$

### 4.1.3 – Equivalentes Usados na Rede com Linha de Três Terminais

Nesse caso também não foram consideradas as impedâncias de transferência entre o terminal P, Q e R.

Foram usados os seguintes parâmetros para os equivalentes nos terminais da linha:

Terminal P:

potência de curto-circuito trifásico =  $13 \angle 80^\circ$  GVA

potência de curto-circuito fase-terra =  $14 \angle 82^\circ$  GVA

$Z_{1P} = 3.682 + j20.88 \Omega$      $Z_{0P} = 0.857 + j16.728 \Omega$

Terminal Q:

potência de curto-circuito trifásico =  $10 \angle 78^\circ$  GVA

potência de curto-circuito fase-terra =  $12 \angle 80^\circ$  GVA

$Z_{1Q} = 5.731 + j26.96 \Omega$      $Z_{0Q} = 0.504 + j13.939 \Omega$

Terminal R:

potência de curto-circuito trifásico =  $8 \angle 75^\circ$  GVA

potência de curto-circuito fase-terra =  $9 \angle 78^\circ$  GVA

$Z_{1R} = 8.917 + j33.279 \Omega$      $Z_{0R} = 1.268 + j23.309 \Omega$

## 4.2 – Resultados dos Testes Realizados para Linhas de Dois Terminais

Foram testados os algoritmos usando matrizes trifásicas, quadripólos e o proposto por Takagi (1981), métodos que foram descritos no capítulo 2. O gráfico a seguir mostra os valores obtidos ao longo do tempo para uma falta fase-terra a 300 km do terminal local de uma linha de 400 km.

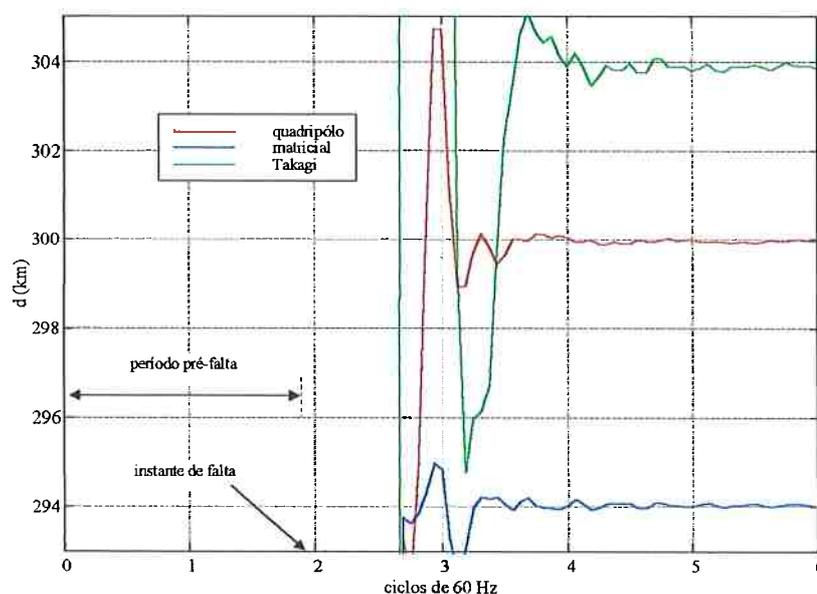


Figura 4.5 – Distância de falta ao terminal local

A figura 4.5 mostra que os valores de distância de falta obtidos apresentam uma oscilação em torno do valor para o qual estes tendem a se estabilizar, por isso realizou-se uma filtragem digital que corresponde à média dos valores obtidos de distância de falta no último ciclo.

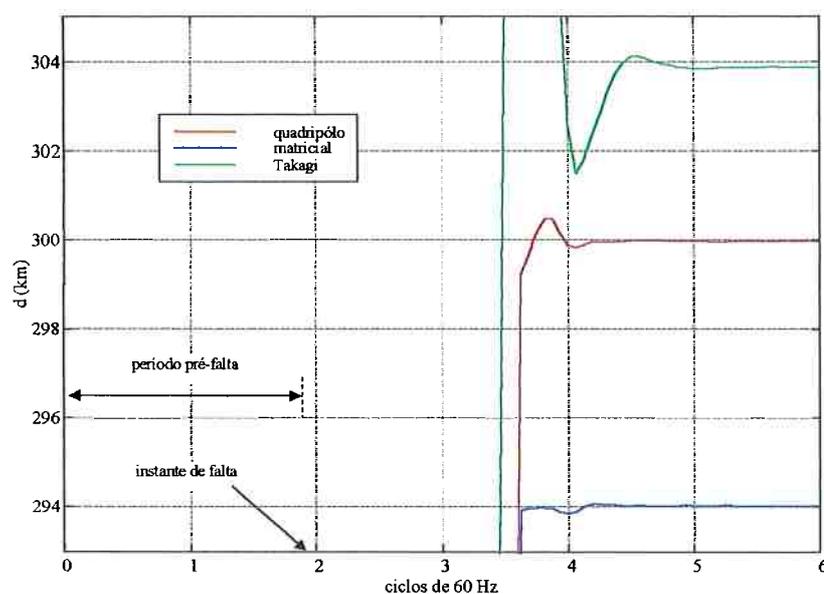


Figura 4.6 – Distância de falta ao terminal local, com aplicação do filtro média

Pode-se verificar que este filtro média introduz um atraso de aproximadamente um ciclo na obtenção da distância de falta, mas faz com que os valores obtidos se estabilizem mais rapidamente.

Os resultados serão apresentados em forma de tabela, mostrando os valores obtidos para a distância de falta, o erro absoluto em km, em relação à distância de falta real, e o erro percentual em relação ao comprimento da linha, sendo considerados os valores calculados no último instante de amostragem disponível (final do sexto ciclo no gráfico da figura 4.6).

### 4.2.1 – Influência da Variação da Distância de Falta

Para análise da influência da variação da distância de falta, no desempenho dos algoritmos estudados, foram simulados casos de falta fase-terra e falta trifásica, para linha curta e longa, considerando em todos os casos resistência de falta de 10 Ω.

	distância de falta real (km)	distância de falta (km)			erro absoluto (km)			erro relativo (%)			
		quadripólo	matricial	Takagi	quadripólo	matricial	Takagi	quadripólo	matricial	Takagi	
linha curta (50 km)	falta fase-terra	0	0.00	2.19	0.07	0.00	2.19	0.07	0.00	4.37	0.15
		5	5.00	6.78	4.98	0.00	1.78	-0.02	0.00	3.57	-0.04
		15	15.00	15.98	15.14	0.00	0.98	0.14	0.00	1.97	0.28
		25	25.00	25.18	25.41	0.00	0.18	0.41	0.00	0.36	0.81
		35	35.00	34.38	35.87	0.00	-0.62	0.87	0.00	-1.24	1.75
		45	45.00	43.58	46.80	0.00	-1.42	1.80	0.00	-2.83	3.59
		50	50.00	48.19	52.67	0.00	-1.81	2.67	0.00	-3.61	5.34
	falta trifásica	0	0.00	0.07	0.18	0.00	0.07	0.18	0.00	0.14	0.35
		5	5.00	4.98	4.96	0.00	-0.02	-0.04	0.00	-0.03	-0.09
		15	15.00	14.99	15.30	0.00	-0.01	0.30	0.00	-0.01	0.60
		25	25.00	25.00	25.77	0.00	0.00	0.77	0.00	0.00	1.55
		35	35.00	35.01	36.44	0.00	0.01	1.44	0.00	0.02	2.87
		45	45.00	45.02	47.38	0.00	0.02	2.38	0.00	0.05	4.76
		50	50.00	50.03	53.01	0.00	0.03	3.01	0.00	0.06	6.02
linha longa (400 km)	falta fase-terra	0	0.02	4.18	0.09	0.02	4.18	0.09	0.00	1.05	0.02
		20	20.00	25.66	19.93	0.00	5.66	-0.07	0.00	1.42	-0.02
		100	100.00	106.38	100.00	0.00	6.38	0.00	0.00	1.60	0.00
		200	199.99	200.21	200.26	-0.01	0.21	0.26	0.00	0.05	0.07
		300	299.98	294.13	301.37	-0.02	-5.87	1.37	0.00	-1.47	0.34
		380	379.97	375.05	388.51	-0.03	-4.95	8.51	-0.01	-1.24	2.13
		400	399.98	396.65	417.73	-0.02	-3.35	17.73	-0.01	-0.84	4.43
	falta trifásica	0	0.03	6.47	0.20	0.03	6.47	0.20	0.01	1.62	0.05
		20	20.00	16.29	19.83	0.00	-3.71	-0.17	0.00	-0.93	-0.04
		100	100.00	96.05	100.01	0.00	-3.95	0.01	0.00	-0.99	0.00
		200	200.00	200.28	200.49	0.00	0.28	0.49	0.00	0.07	0.12
		300	300.00	304.96	302.18	0.00	4.96	2.18	0.00	1.24	0.54
		380	379.99	386.21	389.57	-0.01	6.21	9.57	0.00	1.55	2.39
		400	400.00	405.89	415.78	0.00	5.89	15.78	0.00	1.47	3.94

Tabela 4.3 – Influência da variação da distância de falta

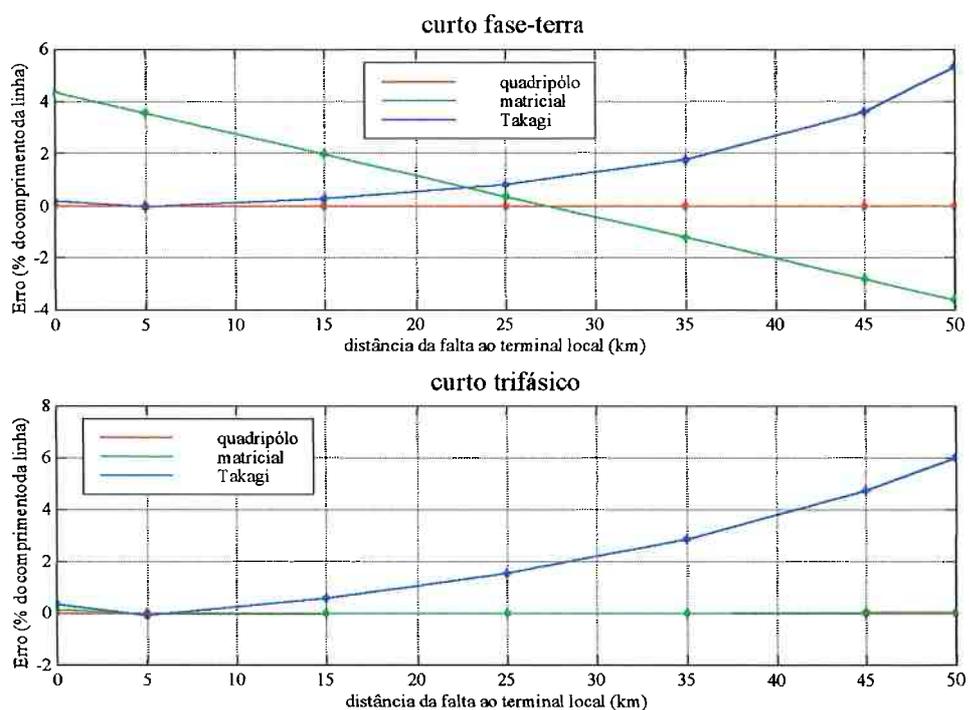


Figura 4.7 – Influência da distância de falta no erro (linha curta)

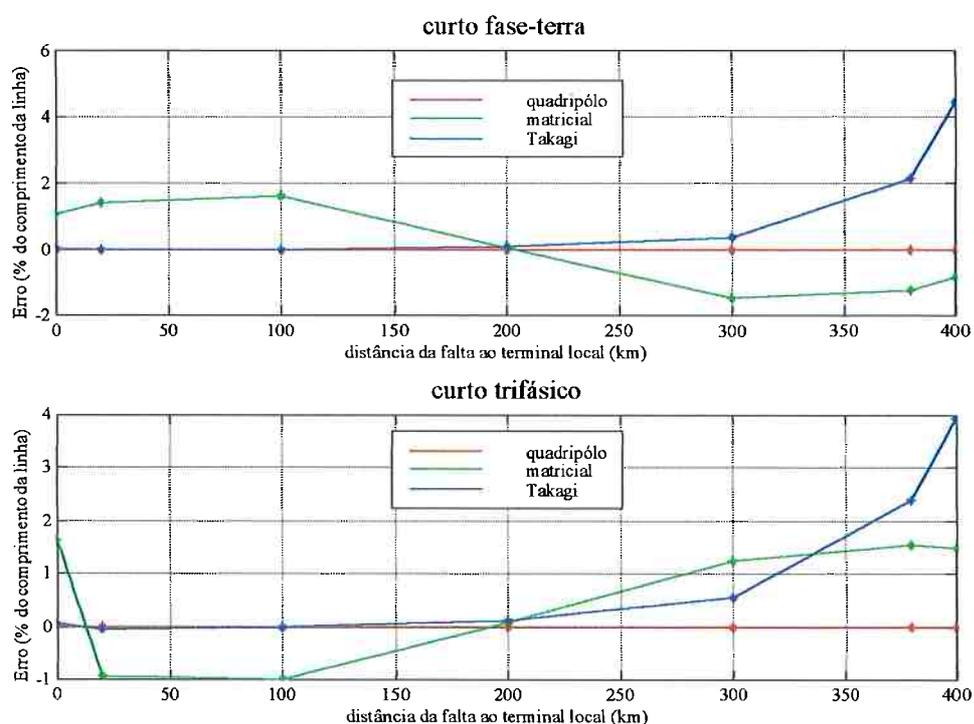


Figura 4.8 – Influência da distância de falta no erro (linha longa)

Pode-se verificar que o método com quadrípólos é insensível à variação da distância de falta, enquanto o método matricial é preciso para faltas no meio da linha e o de Takagi é mais impreciso quanto mais distante do terminal local ocorre a falta.

### 4.2.2 – Influência da Variação da Resistência de Falta

Foram simulados casos de falta fase-terra e falta trifásica, para linha curta e longa, com distância de falta de 35 km, para linha curta, e 300 km para linha longa. Foram consideradas resistências de falta de 0 a 40 Ω.

		resistência de falta (Ω)	distância de falta (km)			erro absoluto (km)			erro relativo (%)		
			quadripólo	matricial	Takagi	quadripólo	matricial	Takagi	quadripólo	matricial	Takagi
linha curta (50 km)	falta fase-terra	0	35.00	34.38	35.00	0.00	-0.62	0.00	0.00	-1.24	-0.01
		10	35.00	34.38	35.87	0.00	-0.62	0.87	0.00	-1.24	1.75
		20	35.00	34.38	36.72	0.00	-0.62	1.72	0.00	-1.24	3.44
		30	35.00	34.38	37.55	0.00	-0.62	2.55	0.00	-1.24	5.09
		40	35.00	34.38	38.35	0.00	-0.62	3.35	0.00	-1.24	6.69
	falta trifásica	0	35.00	35.01	35.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.02	0.01
		10	35.00	35.01	36.44	0.00	0.01	1.44	0.00	0.02	2.87
		20	35.00	35.01	37.80	0.00	0.01	2.80	0.00	0.02	5.59
		30	35.00	35.01	39.09	0.00	0.01	4.09	0.00	0.02	8.17
		40	35.00	35.01	40.31	0.00	0.01	5.31	0.00	0.02	10.62
linha longa (400 km)	falta fase-terra	0	300.00	294.16	300.07	0.00	-5.84	0.07	0.00	-1.46	0.02
		10	299.98	294.13	301.37	-0.02	-5.87	1.37	0.00	-1.47	0.34
		20	299.97	294.09	302.64	-0.03	-5.91	2.64	-0.01	-1.48	0.66
		30	299.97	294.04	303.87	-0.03	-5.96	3.87	-0.01	-1.49	0.97
		40	299.96	293.97	305.07	-0.03	-6.03	5.07	-0.01	-1.51	1.27
	falta trifásica	0	300.00	304.93	300.01	0.00	4.93	0.01	0.00	1.23	0.00
		10	300.00	304.96	302.18	0.00	4.96	2.18	0.00	1.24	0.54
		20	299.99	304.91	304.27	-0.01	4.91	4.27	0.00	1.23	1.07
		30	299.99	304.79	306.29	-0.01	4.79	6.29	0.00	1.20	1.57
		40	299.99	304.60	308.23	-0.01	4.60	8.23	0.00	1.15	2.06

Tabela 4.4 – Influência da variação da resistência de falta

Conforme pode ser verificado nos gráficos a seguir, novamente verifica-se que o método com quadripólos tem a precisão independente da resistência de falta, o mesmo acontece com o método matricial. Por outro lado, o método de Takagi é mais impreciso quanto maior é a resistência de falta.

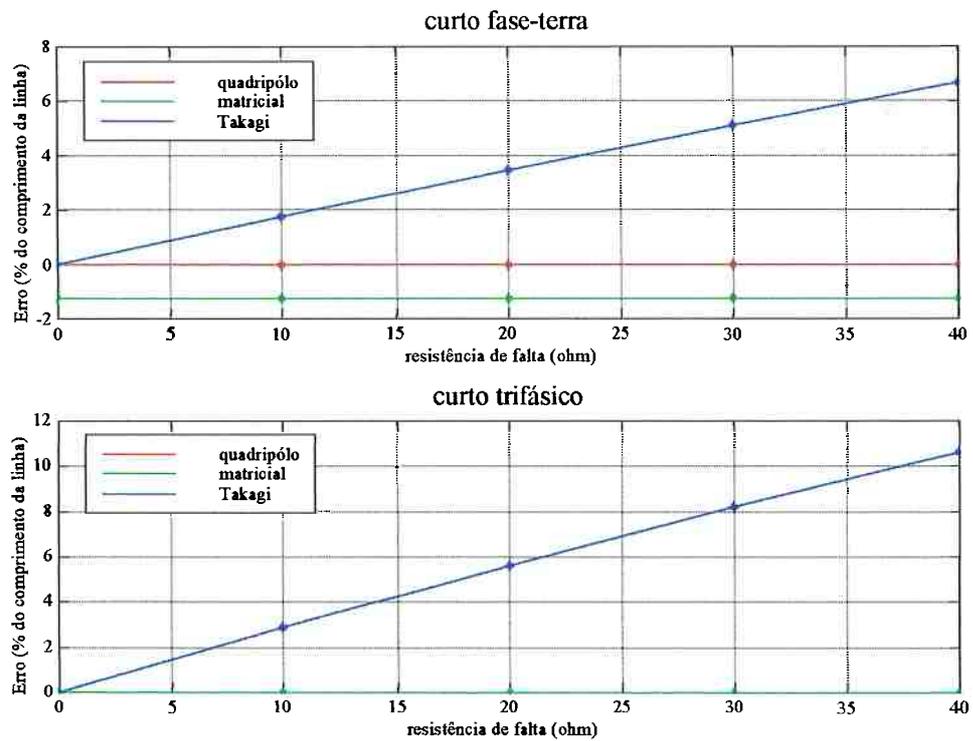


Figura 4.9 – Influência da resistência de falta no erro (linha curta)

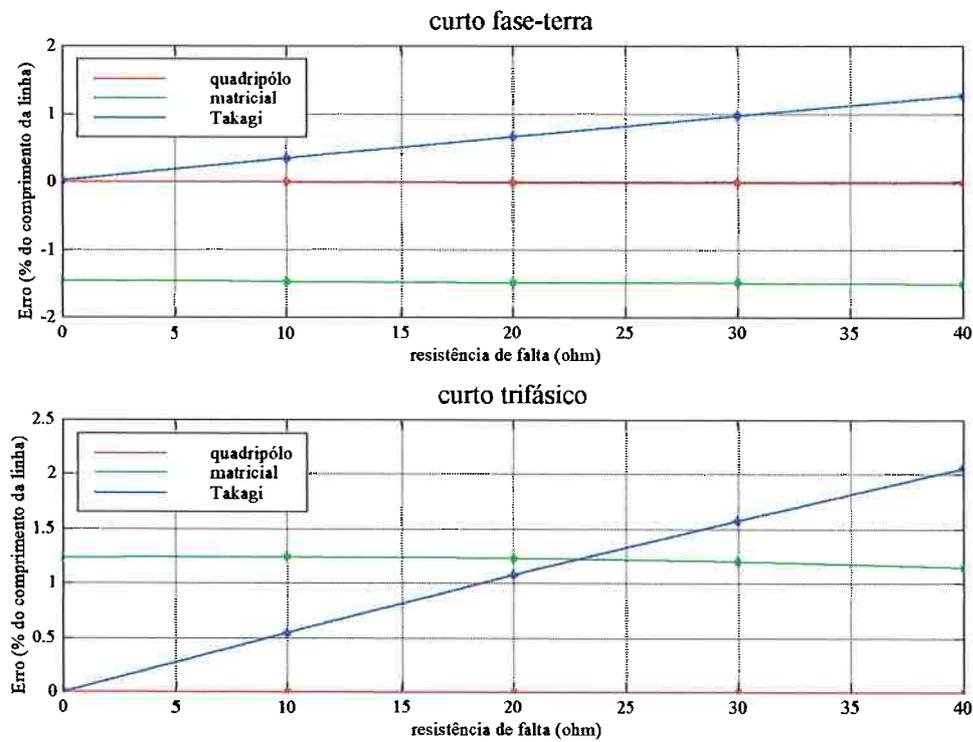


Figura 4.10 – Influência da resistência de falta no erro (linha longa)

### 4.2.3 – Influência da Variação do tipo de falta

Foram simulados todos os tipos possíveis de falta, para linha curta e longa. Com distância de falta de 35 km, para linha curta, e 300 km para linha longa. Em todos os casos utilizou-se resistência de falta de 10  $\Omega$ .

	tipo de falta	distância de falta (km)			erro absoluto (km)			erro relativo (%)		
		quadripólo	matricial	Takagi	quadripólo	matricial	Takagi	quadripólo	matricial	Takagi
linha curta (50 km)	ABC	35.00	35.01	36.44	0.00	0.01	1.44	0.00	0.02	2.87
	AT	35.00	34.38	35.87	0.00	-0.62	0.87	0.00	-1.24	1.75
	BT	35.00	34.38	35.87	0.00	-0.62	0.87	0.00	-1.24	1.75
	CT	35.00	34.38	35.87	0.00	-0.62	0.87	0.00	-1.24	1.75
	AB	35.00	35.01	35.73	0.00	0.01	0.73	0.00	0.02	1.46
	BC	35.00	35.01	35.73	0.00	0.01	0.73	0.00	0.02	1.46
	CA	35.00	35.01	35.73	0.00	0.01	0.73	0.00	0.02	1.46
	ABT	35.00	34.55	34.24	0.00	-0.45	-0.76	0.00	-0.90	-1.53
	BCT	35.00	34.55	34.24	0.00	-0.45	-0.76	0.00	-0.90	-1.53
CAT	35.00	34.55	34.23	0.00	-0.45	-0.77	0.00	-0.90	-1.53	
linha longa (400 km)	ABC	300.00	304.96	302.18	0.00	4.96	2.18	0.00	1.24	0.54
	AT	299.98	294.13	301.37	-0.02	-5.87	1.37	0.00	-1.47	0.34
	BT	299.99	294.13	301.40	-0.01	-5.87	1.40	0.00	-1.47	0.35
	CT	299.98	294.13	301.41	-0.02	-5.87	1.41	0.00	-1.47	0.35
	AB	299.99	304.12	301.08	-0.01	4.12	1.08	0.00	1.03	0.27
	BC	300.00	304.13	301.16	0.00	4.13	1.16	0.00	1.03	0.29
	CA	299.99	304.12	301.10	-0.01	4.12	1.10	0.00	1.03	0.27
	ABT	299.99	297.85	298.75	-0.01	-2.15	-1.25	0.00	-0.54	-0.31
	BCT	299.99	297.85	298.76	-0.01	-2.15	-1.24	0.00	-0.54	-0.31
CAT	299.99	297.85	298.74	-0.01	-2.15	-1.26	0.00	-0.54	-0.32	

Tabela 4.5 – Influência da variação do tipo de falta

O método com quadripólos também não apresenta variações na precisão com a mudança do tipo de falta. Para linhas curtas, o método matricial é preciso para faltas que não envolvem a terra. Quanto ao método de Takagi, verifica-se que é mais impreciso para faltas trifásicas.

#### 4.2.4 – Influência da Variação do Módulo da Impedância do Equivalente no Terminal Local

Foram simulados casos de falta fase-terra e falta trifásica, para linha curta e longa, com distância de falta de 35 km, para linha curta, e 300 km para linha longa. Os valores do módulo da impedância do equivalente no terminal local utilizados foram 20%, 50%, 100% e 200% do caso base descrito anteriormente (4.1.2).

	tipo de falta	equivalente em L (%)	distância de falta (km)			erro absoluto (km)			erro relativo (%)		
			quadripólo	matricial	Takagi	quadripólo	matricial	Takagi	quadripólo	matricial	Takagi
linha curta (50 km)	fase-terra	20	35.00	33.71	35.81	0.00	-1.29	0.81	0.00	-2.59	1.62
		50	35.00	33.98	35.83	0.00	-1.02	0.83	0.00	-2.04	1.67
		100	35.00	34.38	35.87	0.00	-0.62	0.87	0.00	-1.24	1.75
		200	35.00	35.01	35.95	0.00	0.01	0.95	0.00	0.03	1.91
	trifásica	20	35.00	35.02	36.22	0.00	0.02	1.22	0.00	0.03	2.44
		50	35.00	35.01	36.30	0.00	0.01	1.30	0.00	0.03	2.61
		100	35.00	35.01	36.44	0.00	0.01	1.44	0.00	0.02	2.87
		200	35.00	35.01	36.68	0.00	0.01	1.68	0.00	0.02	3.37
linha longa (400 km)	fase-terra	20	299.97	293.88	301.75	-0.03	-6.12	1.75	-0.01	-1.53	0.44
		50	299.97	293.97	301.61	-0.03	-6.03	1.61	-0.01	-1.51	0.40
		100	299.98	294.13	301.37	-0.02	-5.87	1.37	0.00	-1.47	0.34
		200	299.97	294.43	300.85	-0.03	-5.57	0.85	-0.01	-1.39	0.21
	trifásica	20	300.00	305.51	302.74	0.00	5.51	2.74	0.00	1.38	0.68
		50	300.00	305.29	302.54	0.00	5.29	2.54	0.00	1.32	0.63
		100	300.00	304.96	302.18	0.00	4.96	2.18	0.00	1.24	0.54
		200	300.00	304.39	301.34	0.00	4.39	1.34	0.00	1.10	0.33

Tabela 4.6 – Influência da variação do módulo do equivalente no terminal local

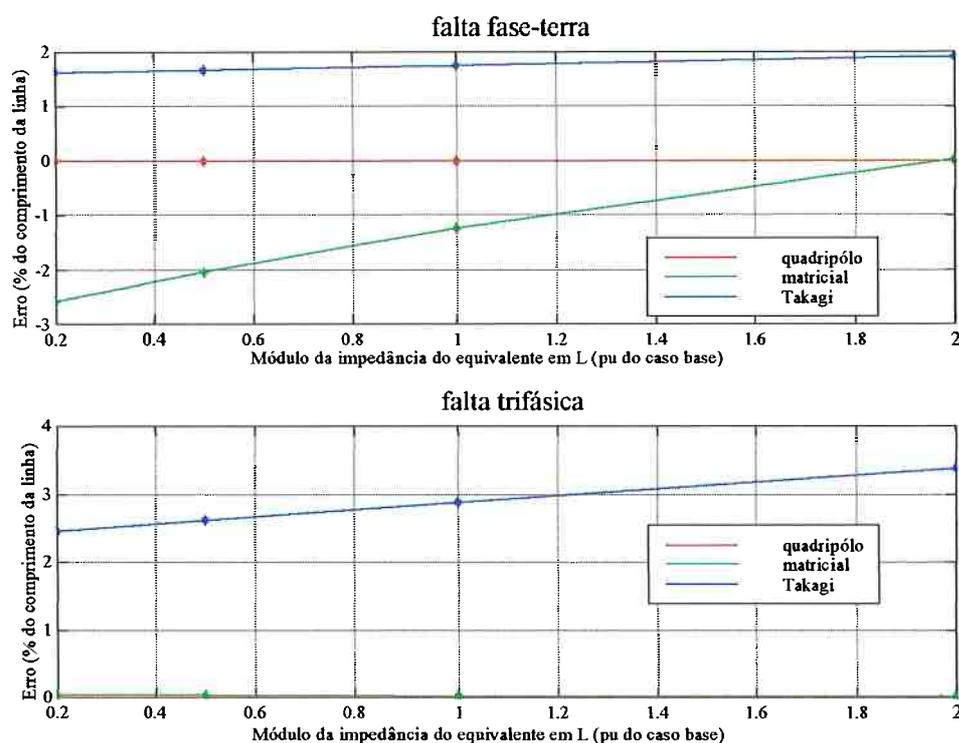


Figura 4.11 – Influência do módulo da impedância do equivalente no erro (linha curta)

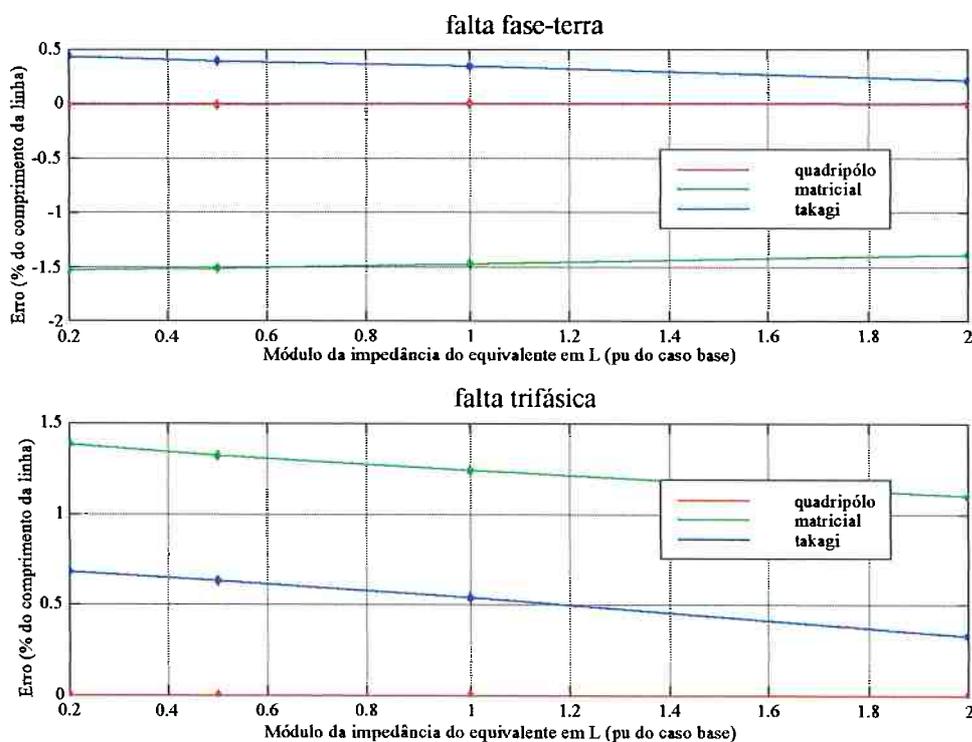


Figura 4.12 – Influência do módulo da impedância do equivalente no erro (linha longa)

As figuras mostram que a precisão dos métodos dependem pouco da variação do módulo da impedância do equivalentes.

### 4.2.5 – Influência da Variação da Fase da Impedância do Equivalente no Terminal Local

Foram simulados casos de falta fase-terra e falta trifásica, para linha curta e longa, com distância de falta de 35 km, para linha curta, e 300 km para linha longa. Utilizaram-se diferentes valores para a fase da impedância do equivalente no terminal local, mantendo-se o valor do módulo da impedância, o que corresponde a uma variação da parcela resistiva.

A tabela a seguir mostra os resultados obtidos:

	tipo de falta	fase do equivalente (graus)	distância de falta (km)			erro absoluto (km)			erro relativo (%)		
			quadripólo	matricial	Takagi	quadripólo	matricial	Takagi	quadripólo	matricial	Takagi
linha curta (50 km)	fase-terra	90	35.00	34.37	37.89	0.00	-0.63	2.89	0.00	-1.26	5.78
		80	35.00	34.38	35.87	0.00	-0.62	0.87	0.00	-1.23	1.75
		70	35.00	34.38	33.84	0.00	-0.62	-1.16	0.00	-1.23	-2.32
		60	35.00	34.37	31.85	0.00	-0.63	-3.15	0.00	-1.26	-6.31
	trifásica	90	35.00	35.01	39.79	0.00	0.01	4.79	0.00	0.02	9.59
		80	35.00	35.01	36.44	0.00	0.01	1.44	0.00	0.02	2.87
		70	35.00	35.01	33.09	0.00	0.01	-1.91	0.00	0.02	-3.81
		60	35.00	35.01	29.87	0.00	0.01	-5.13	0.00	0.02	-10.27
linha longa (400 km)	fase-terra	90	299.98	294.12	302.57	-0.02	-5.88	2.57	0.00	-1.47	0.64
		80	299.98	294.14	301.37	-0.02	-5.86	1.37	0.00	-1.46	0.34
		70	299.98	294.16	300.18	-0.02	-5.84	0.18	0.00	-1.46	0.05
		60	299.98	294.16	299.05	-0.02	-5.84	-0.95	0.00	-1.46	-0.24
	trifásica	90	300.00	304.95	304.27	0.00	4.95	4.27	0.00	1.24	1.07
		80	300.00	304.96	302.18	0.00	4.96	2.18	0.00	1.24	0.54
		70	299.99	304.98	300.12	-0.01	4.98	0.12	0.00	1.25	0.03
		60	299.99	305.02	298.16	-0.01	5.02	-1.84	0.00	1.25	-0.46

Tabela 4.7 – Influência da variação do fase do equivalente no terminal local

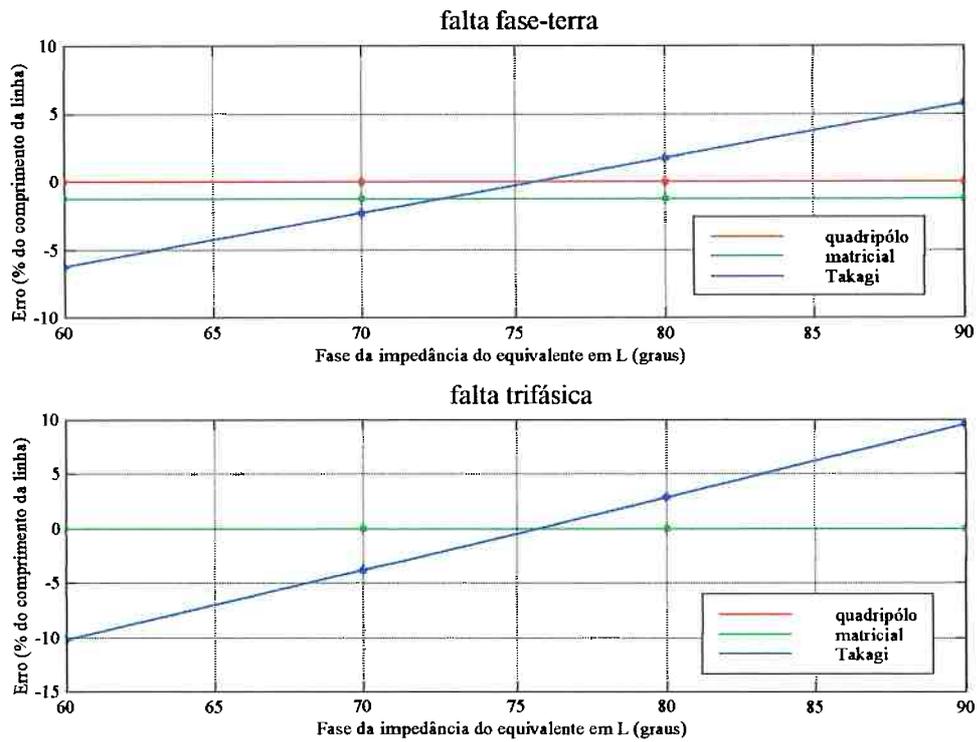


Figura 4.13 – Influência da fase da impedância do equivalente no erro (linha curta)

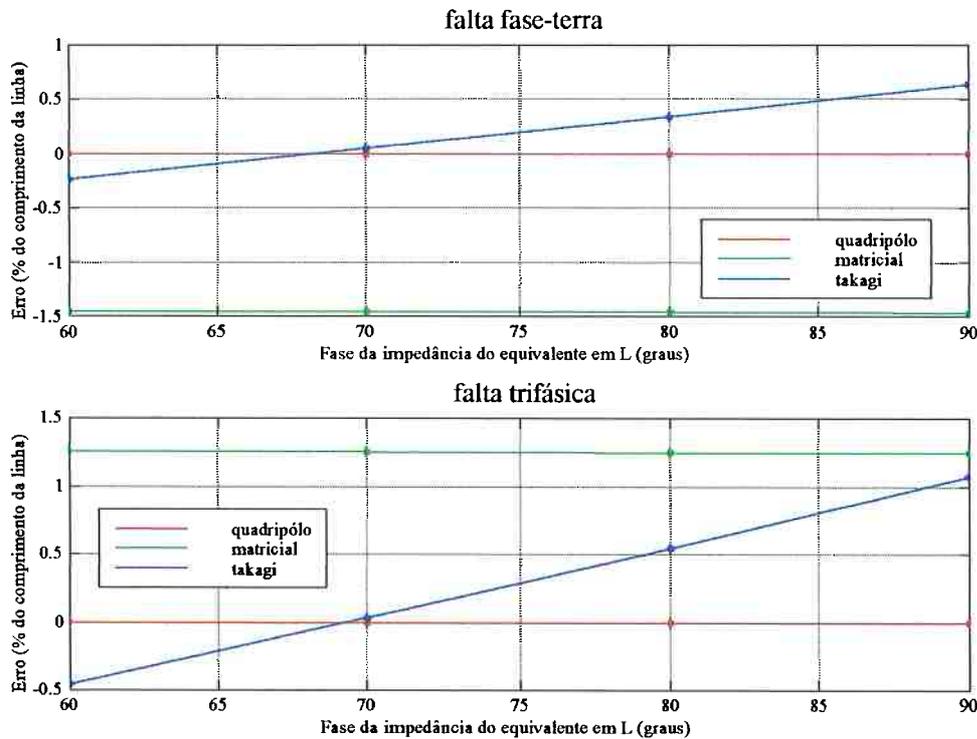


Figura 4.14 – Influência da fase da impedância do equivalente no erro (linha longa)

Verifica-se que apenas o método de Takagi tem a precisão influenciada pelo valor da fase dos equivalentes nos terminais, devido à simplificação adotada

### 4.2.6 – Teste do Algoritmo de Sincronização de Dados para Linha de Dois Terminais (Método com Uso de Quadripólos)

Esse teste foi realizado para avaliar a eficiência do método que utiliza a teoria dos quadripólos, para a obtenção da distância de falta em linhas de transmissão de dois terminais, utilizando o equacionamento visto no capítulo 2.

A não sincronização dos dados entre o terminal local e o terminal remoto, significa na prática um atraso na chegada ao terminal local, onde se encontram os equipamentos que constituem o localizador de falta, dos dados provenientes do terminal remoto. Nesse trabalho esse atraso foi gerado no programa em MATLAB, deslocando as formas de onda de tensão e corrente um determinado número de amostras de forma a simular o atraso na transmissão dos dados.

A figura a seguir mostra um caso em que há um atraso de  $90^\circ$  (1/4 de ciclo de 60 Hz) entre os dados do terminal local e remoto.

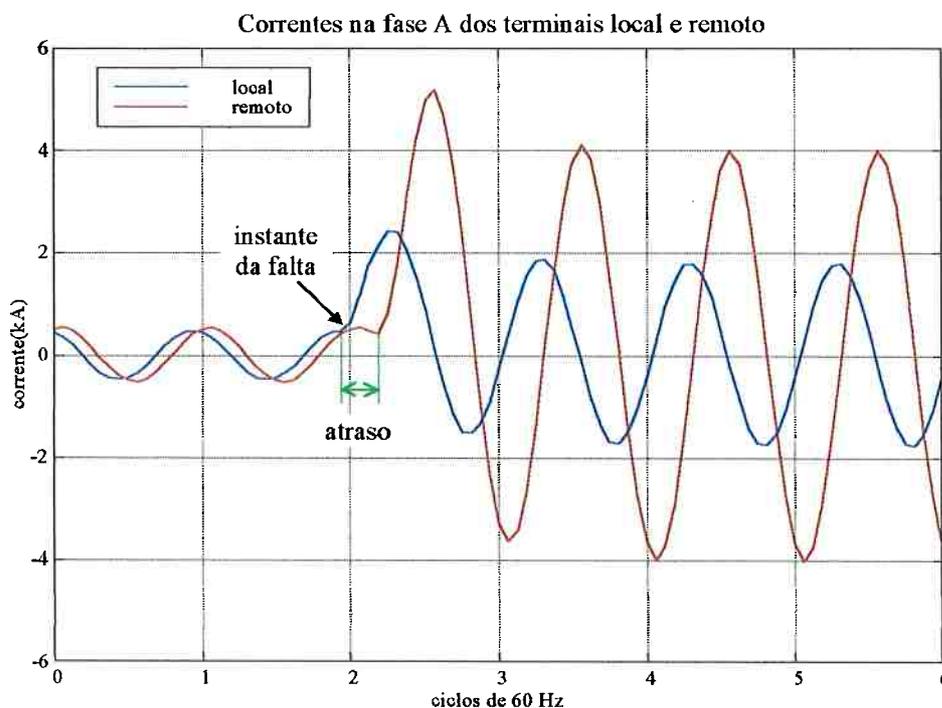


Figura 4.15 – Defasagem entre os dados dos terminais

Para o caso de uma linha de 300 km, por exemplo, o menor tempo possível de transmissão de dados seria 1 ms, correspondendo a um atraso de 0.06 ciclo ou 21.6 graus.

No gráfico a seguir, os zeros da função (item 2.1.1 do capítulo 2, equação 2.13) correspondem à defasagem entre os dados dos dois terminais, sendo que apenas uma das duas soluções é a correta, pois uma delas gera uma distância de falta negativa ou maior que o comprimento da linha.

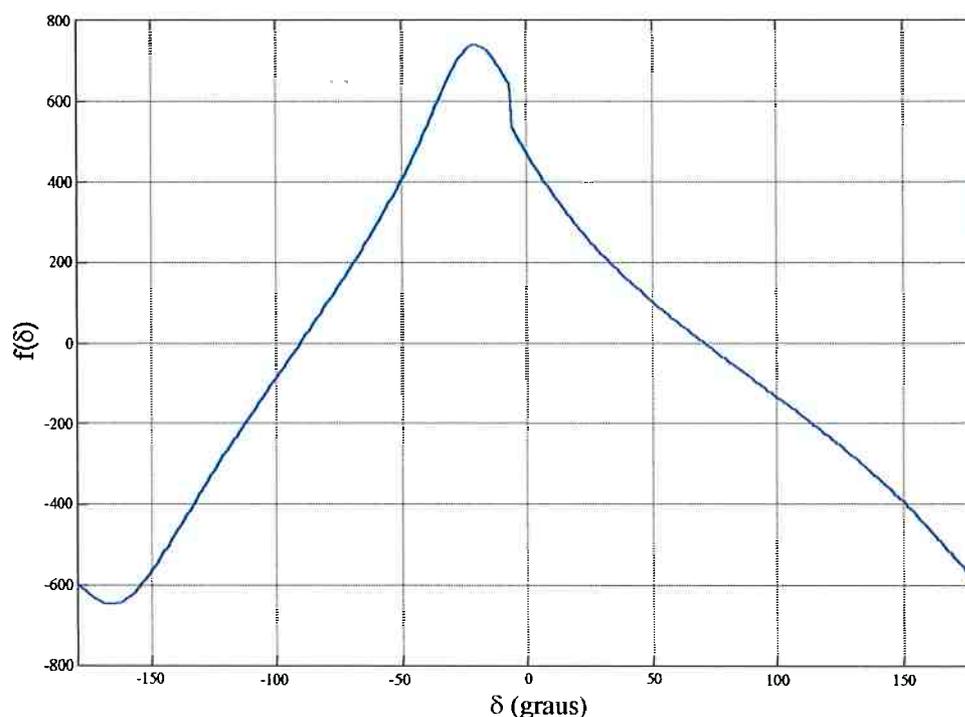


Figura 4.16 – Gráfico da função  $f(\delta)$

No caso acima a solução positiva já pode ser descartada pois um atraso sempre corresponde a um valor negativo de ângulo.

Para o teste do algoritmo foi simulado um caso de falta fase-terra a 300 km do terminal local de uma linha de 400 km, com resistência de falta de 10 Ω.

atraso(graus)	distância de falta (km)	erro absoluto (km)	erro relativo (%)
0	299.97	-0.03	-0.01
-45	299.97	-0.03	-0.01
-90	299.96	-0.04	-0.01
-135	299.97	-0.03	-0.01
-180	299.99	-0.01	0.00
-225	299.99	-0.01	0.00
-270	300.02	0.02	0.00
-315	300.00	0.00	0.00

Tabela 4.8 – Influência da defasagem (atraso) entre os dados do terminal local e remoto

### 4.3 – Resultados dos Testes Realizados para Linhas de Três Terminais

Nesse caso, também serão considerados os valores de distância de falta obtidos no final da simulação no MATLAB. Os testes serão feitos para a avaliação do desempenho do algoritmo apresentado no item 2.3 do capítulo 2, que usa quadripólos, para variação da distância de falta e tipo de falta. Também será avaliado o algoritmo de sincronização dos dados dos três terminais da linha.

#### 4.3.1 – Influência da Variação da Distância de Falta

Nas simulações foram considerados os seguintes comprimentos para os três trechos da linha de transmissão:

PT: 400 km      QT: 300 km      RT: 200 km

Para esse teste foram simuladas faltas fase-terra e trifásica no trecho PT, com resistência de falta de 10 Ω.

	distância de falta real (km)	distância de falta (km)	erro absoluto (km)	erro relativo (%)
falta fase-terra	0	-0.03	-0.03	-0.01
	20	19.97	-0.03	-0.01
	100	99.87	-0.13	-0.03
	200	200.05	0.05	0.01
	300	300.01	0.01	0.00
	380	379.95	-0.05	-0.01
	400	399.97	-0.03	-0.01
falta trifásica	0	-0.08	-0.08	-0.02
	20	19.93	-0.07	-0.02
	100	99.97	-0.03	-0.01
	200	200.02	0.02	0.00
	300	300.00	0.00	0.00
	380	379.98	-0.02	0.00
	400	400.00	0.00	0.00

Tabela 4.9– Influência da variação da distância de falta (linha de três terminais)

Pode-se verificar que o método é muito preciso, obtendo a distância de falta com um erro máximo de 80 m. O método com uso dos quadripólos para linhas de dois terminais,

é um caso particular do método para linha com três terminais. Foi visto que o grau de precisão independe da variação de qualquer um dos parâmetros que foram analisados. Desse modo, não serão apresentados os resultados de obtenção de distância de falta para variação de parâmetros como resistência de falta, tipo de falta, equivalentes, etc., ressaltando-se apenas que o grau de precisão, para alguns casos testados é o mesmo visto na tabela 4.9.

#### 4.3.2 – Teste do Algoritmo de Sincronização de Dados

O procedimento nas simulações foi o mesmo para o caso de linhas de dois terminais (item 4.2.6), tendo sido feita apenas uma generalização para simular atrasos dos terminais Q e R.

O teste do algoritmo de sincronização foi feito para o caso de falta fase-terra no trecho P-T da linha, com resistência de falta de  $10 \Omega$ , a 300 km do terminal P. A metodologia é a apresentado no item 2.3.2 do capítulo 2.

atraso Q-P (graus)	atraso R-P (graus)	distância de falta (km)	erro absoluto (km)	erro relativo (%)
45	45	299.93	-0.07	-0.02
90	45	299.78	-0.22	-0.05
180	45	299.98	-0.02	-0.01
270	45	299.92	-0.08	-0.02
45	90	299.90	-0.10	-0.02
90	90	299.76	-0.24	-0.06
180	90	299.96	-0.04	-0.01
270	90	299.90	-0.10	-0.03
45	180	299.94	-0.06	-0.01
90	180	299.80	-0.20	-0.05
180	180	299.99	-0.01	0.00
270	180	299.94	-0.06	-0.02
45	270	299.94	-0.06	-0.01
90	270	299.80	-0.20	-0.05
180	270	300.00	0.00	0.00
270	270	299.94	-0.06	-0.02

Tabela 4.10 – Influência da defasagem entre os dados dos terminais P,Q e R

Os resultados mostram que mesmo no caso de utilização de dados não sincronizados a precisão do método é mantida.

## 5 - Conclusões

O presente trabalho abordou a localização de faltas em linhas de transmissão de alta tensão, analisando as funções do localizador que podem ser implementadas computacionalmente, com ênfase na filtragem digital para a obtenção dos fasores a 60 Hz, e o cálculo da distância de falta.

Quanto à filtragem digital, verificou-se que o maior obstáculo encontrado para a obtenção de estimativas precisas dos fasores de 60 Hz é a presença da componente contínua, após a ocorrência da falta, nas formas de onda de tensão e muito mais significativamente nas formas de onda de corrente. Conforme visto no capítulo 3, uma forma de onda exponencial amortecida, apresenta em sua decomposição espectral, no período considerado de um ciclo de 60 Hz, uma componente nesta frequência fundamental. No caso do filtro digital baseado na transformada discreta de Fourier, esta componente é acrescentada à fundamental dos sinais, verificando-se que para uma forma de onda de corrente com a presença de uma parcela exponencial, o módulo desta componente oscila em torno do valor final.

Uma forma de contornar esse problema foi utilizar um filtro digital “off-set” para a remoção da componente contínua. O projeto desse filtro supõe que seja conhecida a priori a constante de tempo da componente contínua, no entanto verificou-se que sua eficiência praticamente independe do valor estimado para esta constante de tempo, permitindo que a saída da filtragem digital usando a transformada discreta de Fourier convergisse mais rapidamente para os valores finais.

Outra forma estudada para contornar o erro gerado pela componente contínua, foi implementar um filtro digital baseado no método dos mínimos quadrados, no qual esta componente é representada por um segmento de reta, que é uma aproximação razoável considerando-se uma janela de dados de 1 ciclo de 60 Hz. O uso desta aproximação, ao invés de se representar a função exponencial justifica-se pelo fato da constante de decaimento não ser conhecida a priori.

A tentativa de se aproximar a função exponencial por um polinômio do segundo grau não foi bem sucedida, apresentando uma resposta em frequência inadequada. Face à

possibilidade de aproximação por uma reta, foi adotada esta solução, merecendo ainda o assunto maiores investigações.

Com a aproximação da exponencial por uma reta, a resposta em frequência apresenta um ganho elevado para a harmônica correspondente à metade da frequência de amostragem, sendo o ganho diretamente proporcional à frequência de amostragem. No sentido de se contornar esse problema, foi associado em série com os filtros digitais seno e cosseno, um filtro passa-baixa digital de Butterworth, o que levou a resultados bastante satisfatórios quanto à precisão e tempo de resposta na obtenção das fundamentais.

Nesse trabalho, as etapas para a obtenção dos fasores fundamentais de tensão e corrente, foram a filtragem analógica (anti “aliasing”) dos sinais de tensão e corrente, utilizando um filtro passa-baixa de Butterworth, de ordem 3 e com frequência de corte de 180 Hz, fazendo em seguida a amostragem à taxa de 960 Hz. Na filtragem digital, utilizou-se a associação em série dos filtros seno e cosseno obtidos a partir do método dos mínimos quadrados, para a frequência de amostragem de 960 Hz, com um filtro passa-baixa digital de Butterworth, de ordem 3 e com frequência de corte de 180 Hz.

Um número considerável de testes foi realizado para avaliação do desempenho de diferentes algoritmos de cálculo da distância de falta. Os resultados mostram que os métodos mais precisos são os que foram obtidos a partir do equacionamento das tensões e correntes considerando todos os terminais da linha, com o uso de quadripólos, e que modelam as linhas considerando parâmetros distribuídos.

Dos resultados apresentados, verifica-se que para os métodos citados anteriormente, o erro no valor obtido da distância de falta, não ultrapassa 0.1 % em nenhum caso, sendo sua precisão independente dos diversos fatores analisados, tais como distância de falta, resistência de falta, não sincronização entre os dados dos terminais, etc.

Quanto aos demais métodos apresentados, usando dados apenas do terminal local [8], ou utilizando matrizes trifásicas e dados dos dois terminais da linha [15], verificou-se que a precisão é muito inferior à obtida com os métodos empregando quadripólos para linhas de 2 e 3 terminais.

O método proposto por TAKAGI [8], nos casos analisados, é mais preciso para faltas próximas ao terminal local. Quanto ao tipo de falta, o método apresenta os piores resultados para faltas trifásicas, que são as de ocorrência menos provável em linhas de alta tensão. Esse método não apresenta grande diferença de desempenho quando aplicado a linhas curtas ou longas, devido ao fato de modelar a linha com parâmetros distribuídos, considerando a capacitância e a influência do comprimento com correções hiperbólicas.

Devido às aproximações utilizadas, conforme citado no capítulo 2, o método é bastante sensível ao aumento da resistência de falta, apresentando nos casos estudados erros de até 10.62 % (falta trifásica, resistência de falta de 40  $\Omega$  e distância de falta de 35 km), e também às variações no valor de impedância dos equivalentes nos terminais da linha.

O método com uso de matrizes trifásicas, apresentou maiores imprecisões para o caso de linha longa, devido ao fato de não considerar correções hiperbólicas nem a capacitância da linha. A variação da resistência de falta, do tipo de falta e dos valores de impedância dos equivalentes não mostrou influência significativa na precisão, valendo ressaltar que esse método não usa hipóteses simplificadoras relacionadas a esses fatores.

Outro aspecto abordado neste trabalho foi a análise da influência da utilização de dados não sincronizados entre os terminais da linha, tendo sido verificado que utilizando os algoritmos de sincronização de dados para linhas de dois e três terminais, descritos no capítulo 2, a precisão dos métodos não sofreu nenhum prejuízo.

A análise dos resultados permite concluir que a precisão dos métodos de localização de falta, é pior quando as condições de ocorrência da falta e da configuração da rede se afastam das hipóteses e aproximações consideradas. Nesse contexto, os métodos mais precisos são os obtidos a partir de um modelamento mais completo da linha e que não consideram hipóteses simplificadoras no equacionamento.

Referências Bibliográficas

- [1] PHADKE, A. G. ; THORP, J. S. Computer Relaying for Power Systems. Tauton, Research Studies Press, 1988.
  - [2] RAMOS, D. S.; DIAS, E. M. Sistemas Elétricos de Potência: Regime Permanente. v. 1, Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1982.
  - [3] OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. Digital Signal Processing. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1975.
  - [4] OGATA, K. Discrete-time control systems. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1995.
  - [5] TERRELL, T. J. Introduction to Digital Filters. 1.ed. London, Macmilan Publishers Ltd, 1980.
  - [6] SENGER, E. C. Proteção Digital de Sobrecorrente. tese (doutorado), São Paulo, EPUSP, 1990.
  - [7] ATP: Alternative Transients Program Rule Book. Leuven, K.U. Leuven EMTP Center, 1987.
  - [8] TAKAGI, T. et al. Development of a New Type Fault Locator Using The One-Terminal Voltage and Current Data. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. 101, n 8, p. 2892-2898, Aug. 1981
  - [9] TAKAGI, T. et al. A new Algorithm of an Accurate Fault Location for EHV/UHV Transmission Lines: Part I – Fourier Transformation Method. . IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. 100, n 3, p. 1316-1322, Aug. 1982
  - [10] JEYASURYA, B.; RAHMAN, M.A. Simulation of Transmission Line Fault Locators in a Personal Computer. IEEE Transactions on Industry Applications, v. 27, n. 2, p. 299-302, March-April 1991
-

- [11] LAWRENCE, D.J.; CABEZA, L.Z.; HOCHBERG, L.T. Development of an Advanced Transmission Line Fault Location System. II. Algorithm Development and Simulation. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 7 n. 4 p. 1972-83 Oct.
- [12] GIRGIS, A.A.; FALLON, C.M. Fault Location Techniques for Radial and Loop Transmission Systems Using Digital Fault Recorded Data. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 7, n. 4, p. 1936-45, Oct. 1992
- [13] NAGASAWA, T.; et al. Development of a New Fault Location Algorithm for Multi-Terminal Two Parallel Transmission Lines. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 7, n. 3, p. 1516-32, July 1992
- [14] RANJBAR, A.M.; SHIRANI, A.R.; FATHI, A.F. A New Approach for Fault Location Problem on Power Lines. IEEE Transactions on Power Delivery. v. 7, n. 1, p. 146-51, Jan. 1992
- [15] GIRGIS, A.A.; HART, D.G.; PETERSON, W.L. A New Fault Location Technique for Two and Three-Terminal Lines. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 7, n. 1, p. 98-107, Jan. 1992
- [16] BURNETT, R.O., JR.; BUTTS, M.M.; STERLINA, P.S. Power System Applications for Phasor Measurement Units. IEEE Computer Applications in Power, v. 7, n. 1, p. 8-13, Jan. 1994
- [17] KEZUNOVIC, M.; et al. An Expert System for Transmission Substation Event Analysis. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 8, n. 4, p. 1942-9, Oct. 1993
- [18] AGGARWAL, R.K.; et al. A Practical Approach to Accurate Fault Location on Extra High Voltage Teed Feeders. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 8, n. 3, p. 874-83, July 1993
- [19] KEZUNOVIC, M.; PERUNICIC, B. Synchronized Sampling Improves Fault Location. IEEE Computer Applications in Power, v. 8, n. 2, p. 30-3, April 1995
-

- [20] JOHNS, A.T.; MOORE, P.J.; WHITTARD, R. New Technique for the Accurate Location of Earth Faults on Transmission Systems. IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution, v. 142, n. 2, p. 119-27, March 1995
- [21] ABE, M.; et al. Development of a New Fault Location System for Multi-Terminal Single Transmission Lines. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 10, n. 1, p. 159-68, Jan. 1995
- [22] NOVOSEL, D.; et al. Fault Location Using Digital Relay Data. IEEE Computer Applications in Power, v. 8, n. 3, p. 45-50, July 1995
- [23] KEZUNOVIC, M.; PERUNICIC, B. Automated Transmission Line Fault Analysis Using Synchronized Sampling at Two Ends. IEEE Transactions on Power Systems, v. 11, n. 1, p. 441-7, Feb. 1996
- [24] ZAMORA, I.; et al. Fault Location on Two-Terminal Transmission Lines Based on Voltages. IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution, v. 143, n. 1, p. 1-6, Jan. 1996
- [25] NOVOSEL, D.; et al. Unsynchronized Two-Terminal Fault Location Estimation. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 11, n. 1, p. 130-8, Jan. 1996
- [26] NOVOSEL, D.; et al. Algorithms for Locating Faults on Series Compensated Lines Using Neural Network and Deterministic Methods. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 11, n. 4, p. 1728-36, Oct. 1996
- [27] HONG, H.W.; COLWELL, D.H. Intelligent System Identifies and Locates Transmission Faults. IEEE Computer Applications in Power, v. 10, n. 2, p. 31-5, April 1997
- [28] BENMOUYAL, G. Removal of DC-Offset in Current Waveforms Using Digital Mimic Filtering. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 10, n. 2, p. 621-30, April 1995
-

- [29] ALTUVE FERRER, H.J.; DIAZ VERDUZCO, I.; VAZQUEZ MARTINEZ, E. Fourier and Walsh Digital Filtering Algorithms for Distance Protection. IEEE Transactions on Power Systems, v. 11, n. 1, p. 457-62, Feb. 1996
- [30] EICHHORN, K.FR.; LOBOS, T.; RUCZEWSKI, P. Constrained Frequency Domain Algorithms for Determination of Parameters of Fundamental Sinewave of Signals. IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution, v. 140, n. 6, p. 2200-2212, 1963
- [31] BROOKS JR, A. W. Distance Relaying Using Least-Squares Estimatives of Voltage, Current and Impedance. IEEE PICA CONFERENCE, Proceedings p.394-402, May. 1977
- [32] WEDEPHOL, L. M. Application of Matrix Methods to the Solution of Travelling-Wave Phenomena in Poly-Phase Systems. IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution, v. 110, n12, p. 477-80, Nov. 1993
- [33] SACHDEV, M. S.; NAGPAL, M. A Recursive Least Squares Algorithm for Power System Relaying and Measurement Applications. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 6, n. 3, p. 1008-1015, Jul. 1991
- [34] SANTANA, N. N. Pré-Filtragem da Componente Aperiódica Exponencial para Algoritmos Utilizados em Relés Digitais de Distância. dissertação (mestrado), São Paulo, EPUSP, 1998.
- [35] JOHNS, A. T.; JAMALI, S. Accurate Fault Location Technique for Power Transmission Lines. IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution, v. 137, n. 6, p. 395-402, 1990
- [36] ANCELL, G.B.; PAHALAWATHTHA, N.C. Maximum Likelihood Estimation of Fault Location on Transmission Lines Using Travelling Waves. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 9, n. 2, p. 680-9, Apr. 1994
- [37] LEE, H.; MOUSA, A.M. GPS Travelling Wave Fault Locator Systems: Investigation Into the Anomalous Measurements Related to Lightning Strikes. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 11, n. 3, p. 1214-23, Jul. 1996
-

## Apêndice - Glossário

ATP: programa para cálculo numérico de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência.

MATLAB: programa de processamento numérico e geração de gráficos

TDF: transformada discreta de Fourier

MMQ: método dos mínimos quadrados

GPS: “Global Positioning System”, sistema de referência de tempo global

componente contínua: componente exponencial amortecida nos sinais de corrente e tensão

pré-falta: condição da rede antes da ocorrência de falta na linha

de falta: condição da rede durante a falta

componente superposta: diferença entre o valor de falta e pré-falta de tensão ou corrente

falta ABC: falta trifásica

falta AT: falta fase A – terra

falta BT: falta fase B – terra

falta CT: falta fase C – terra

falta AB: falta fase A – fase B

falta BC: falta fase B – fase C

falta CA: falta fase C – fase A

falta ABT: falta fase A – fase B - terra

falta BCT: falta fase B – fase C - terra

falta CAT: falta fase C – fase A - terra

TC: transformador de corrente

TP: transformador de potencial

conversor A/D: conversor analógico / digital

---

janela de dados: conjunto de valores amostrados em um intervalo de tempo correspondente a um ciclo de 60 Hz

sinal de referência:  $\cos(\omega \cdot t)$ , sinal gerado nas simulações do ATP como referência para as fases obtidas na filtragem digital

fundamental: componente de 60 Hz do sinal com harmônicas

FIR: “finite impulse response”, filtro com resposta impulsiva finita (a saída depende apenas da entrada, não recursivo)

IIR: “infinite impulse response”, filtro com resposta impulsiva infinita (a saída depende da entrada e usa valores de saída calculados anteriormente, é recursivo)

filtro MMQ: filtros digitais seno e cosseno obtidos através do método dos mínimos quadrados

filtro TDF: filtros digitais seno e cosseno obtidos através da transformada discreta de Fourier

filtro off-set: filtro digital para remoção da componente contínua

filtro MMQ+passa-baixa: filtros digitais seno e cosseno obtidos através do método dos mínimos quadrados, associados em série com o filtro passa-baixa digital de Butterworth

filtro TDF+passa-baixa: filtros digitais seno e cosseno obtidos através da transformada discreta de Fourier, associados em série com o filtro off-set

---