

**MARINA GASPARINI PINHO**

**Modelagem de sistemas de aterramento de linhas de transmissão para solos não homogêneos em regime harmônico, utilizando o método de elementos finitos com diferentes metodologias de truncamento**

Versão Corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Ciências

Área de Concentração: Engenharia Elétrica de Sistemas de Potência

Orientadora: Profa. Dra. Viviane Cristine Silva

**SÃO PAULO**

**2020**

**MARINA GASPARINI PINHO**

**Modelagem de sistemas de aterramento de linhas de transmissão para solos não homogêneos em regime harmônico, utilizando o método de elementos finitos com diferentes metodologias de truncamento**

Versão Corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Ciências

Área de Concentração: Engenharia Elétrica de Sistemas de Potência

Orientadora: Profa. Dra. Viviane Cristine Silva

**SÃO PAULO**

**2020**

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 06 de março de 2020

Assinatura do autor:



Assinatura do orientador:



#### Catálogo-na-publicação

**Pinho, Marina**

Modelagem de sistemas de aterramento de linhas de transmissão para solos não homogêneos em regime harmônico, utilizando o método de elementos finitos com diferentes metodologias de truncamento / M. Pinho -- versão corr. -- São Paulo, 2020.

101 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas.

1.Eletromagnetismo 2.Método dos elementos finitos 3.Sistemas de aterramento 4.Algoritmos genéticos I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas II.t.

*Ao Gilberto, Fátima e Paulo*

## **AGRADECIMENTOS**

---

Agradeço primeiramente à minha família, pelo apoio incondicional, por sempre acreditar e me incentivar a perseguir os meus sonhos. Aos meus pais, agradeço pelos ensinamentos de que o conhecimento é o maior bem que levamos conosco nessa vida, e por nunca terem medido esforços para que eu pudesse chegar onde estou. Ao Gilberto, meu amor e companheiro de vida, agradeço por todo apoio intelectual e emocional, pela companhia e debates nas madrugadas e finais de semanas, por me encorajar e me dar forças nos momentos de exaustão.

À profa. Dra. Viviane Cristine Silva, por ter acreditado e embarcado comigo nesta empreitada. Meus sinceros agradecimentos pelos seus direcionamentos, por sua atenção e pela excelente orientação, que tornaram possível a execução deste trabalho. Obrigada por me inspirar e encorajar a seguir em frente na empreitada acadêmica.

Meus sinceros agradecimentos ao prof. Dr. Luiz Lebensztajn, por suas contribuições à parte do modelo de otimização desenvolvido neste trabalho, e à profa. Dra. Milana Lima dos Santos, por ter me conduzido e apresentado minha proposta de pesquisa à profa. Viviane.

Este trabalho tem como objetivo fornecer contribuições ao estudo de sistemas de aterramento de linhas de transmissão em regime harmônico senoidal, utilizando o Método de Elementos Finitos (MEF), por intermédio de diferentes técnicas de truncamento do domínio de estudo e estratificação do solo, para a criação de modelos computacionais tridimensionais capazes de simular a resposta de diferentes topologias de aterramento frente a situações de descargas atmosféricas e surtos de manobra. Dentre os principais subprodutos desta pesquisa, destacam-se: (i) o desenvolvimento de um modelo de otimização a partir do desenvolvimento de um Algoritmo Genético (AG) para estratificação e representação do solo avaliado em um modelo multicamadas, utilizando-se de medições de resistividade experimentais, realizadas em campo; (ii) o desenvolvimento e validação de modelos computacionais tridimensionais, para diferentes topologias de sistema de aterramento, a partir da determinação de suas resistências e impedâncias de aterramento frente a variações de frequência, inicialmente realizadas para solos homogêneos; (iii) incorporação dos parâmetros de estratificação, obtidos através do AG desenvolvido, aos modelos computacionais, possibilitando a avaliação dos sistemas de aterramento frente às não homogeneidades do solo, bem como a escolha do modelo de estratificação que o represente. O AG foi desenvolvido por meio de rotinas elaboradas em software dedicado à programação de problemas de engenharia, seguindo a conceituação clássica de um AG. Os modelos computacionais, por sua vez, foram desenvolvidos com o auxílio do software dedicado à análise eletromagnética através do MEF. A metodologia adotada se baseou na formulação nodal do método, com utilização do potencial vetor magnético,  $\vec{A}$ , e potencial escalar elétrico,  $V$ , com aproximação realizada através de elementos de segunda ordem. As simulações foram realizadas sob a ótica do fenômeno magnético em regime harmônico, adequadas à operação em altas frequências. Para a delimitação do domínio dos modelos computacionais foram adotadas três metodologias de truncamento: (i) truncamento a partir de imposição de condição de Dirichlet homogênea sob potencial elétrico (truncamento simples); (ii) truncamento a partir de imposição de condição de Dirichlet não homogênea sob potencial elétrico (truncamento utilizando formulação analítica de distribuição de potencial em solo homogêneo); (iii) truncamento utilizando-se a técnica intitulada *Perfectly Matched Layers* (PML). De posse dos resultados obtidos nas simulações e do cálculo analítico das resistências e impedâncias de aterramento, fez-se possível a comparação e aferição dos modelos, avaliando o impacto da técnica de truncamento adotada.

**Palavras-chave:** Método de Elementos Finitos. Eletromagnetismo. Sistemas de Aterramento. Sistemas de Potência. Linhas de Transmissão. Modelagem Computacional.

## ABSTRACT

---

The aim of this research is to provide contributions to former study applications regarding transmission lines grounding systems in AC steady state, applying the Finite Element Method (FEM), using different truncation methodology and soil stratification, in order to develop tridimensional computational models and simulate many different topologies of grounding systems during lightning discharge and maneuver surge. Among the main sub products of this research, it might be highlighted: (i) the development of an optimization model through a Genetic Algorithm (GA) dedicated to compute the parameters of a multilayer earth structure, throughout the stratification process obtained with experimental resistivity measurements performed in the field; (ii) development and validation of three-dimensional computational models for different grounding system topologies, based on the determination of their grounding resistances and impedances in the face of frequency variations, for a homogenous soil; (iii) incorporation of the soil stratification parameters, obtained through the developed GA, to the computational models allowing the evaluation of this grounding systems in face of the soil non-homogeneities, as well as the best representation for the multilayer model. The GA was developed in a programming platform dedicated to engineering solutions. The three-dimensional models were fully designed in FEM software dedicated to the electromagnetic analyses. The nodal FEM methodology was adopted to discretize the domain, using the magnetic vector potential,  $\vec{A}$ , and electric scalar potential,  $V$ , through second order elements. All the simulations were taken under the AC steady state, regarding high frequencies operations. In order to limit the computational domain, three different truncation methods were adopted: (i) truncation by Dirichlet's homogeneous conditions imposed on the voltage (simple truncation); (ii) truncation by Dirichlet's non-homogeneous conditions imposed on the voltage (analytical truncation using the voltage distribution equation, for homogeneous soils); (iii) truncation using the Perfectly Matched Layers – PML technique. With the results obtained in the simulations and analytical calculation for the grounding resistances and impedances, it was possible to compare and evaluate the developed models, considering the impacts of the truncation technique adopted.

**Keywords:** Finite Element Method. Electromagnetism. Grounding Systems. Power Systems. Transmission Lines. Computational Modeling.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1 – Distribuição de Potencial no espaço .....	34
Figura 4.2 – Modelo de estratificação do solo em duas camadas .....	34
Figura 4.3 – Modelo de estratificação de solo em N-camadas.....	37
Figura 4.4 – Arranjo do Método de Wenner a quatro pontos [33]......	40
Figura 5.1 – Modelo ilustrativo da haste vertical cilíndrica analisada. Fonte: Única Material de Construção, [s.d.]. .....	50
Figura 5.2 – Modelo de haste vertical tipo haste de perfil em L analisada. ....	50
Figura 5.3 – Modelo de fita metálica horizontal analisada. ....	50
Figura 5.4 – Mecanismo de absorção do PML.....	52
Figura 5.5 – Exemplo de truncamento utilizando a técnica de PML, considerando-se um eletrodo vertical de comprimento $l$ e imposição do PML a uma distância, igual ao valor do <i>buffer</i> , do eletrodo de terra. ....	54
Figura 5.7 – Discretização da malha de elementos finitos para a zona de efeito pelicular [42]. Fonte: Adaptado de Altair Flux® (2019). ....	56
Figura 5.8 – Discretização da malha de elementos finitos de uma das quatro hastes verticais de perfil L que compõem o aterramento da torre de transmissão de 230 kV avaliada, submetida à frequência de 1470 Hz e solo estratificado em $N = 5$ camadas. ....	57
Figura 5.9 – Discretização da malha de elementos finitos da haste vertical, submetida à frequência de 1 MHz e solo homogêneo. ....	57
Figura 5.10 – Discretização da malha de elementos finitos da fita horizontal, submetida à frequência de 1470 Hz e solo estratificado em $N = 5$ camadas. ....	58
Figura 5.11 – Apresentação das condições de contorno utilizadas para o caso da haste com: excitação igual a 1V no topo do eletrodo, campo $H$ normal no topo do solo, e truncamento a partir de imposição de condição de Dirichlet Homogênea ( $V = 0$ ) e Não Homogênea $V\rho, z$ .....	59
Figura 5.12 – Aplicação de simetria nos eixos XZ e YZ com imposição de $H$ normal.....	60
Figura 5.13 – Diagrama ilustrativo (vista superior (x-y) e frontal (x-z)) do truncamento implementado computacionalmente utilizando a técnica PML para a haste (dimensões fora de escala para melhor visualização da configuração adotada). ....	62
Figura 6.1 – Curvas de variação da resistividade aparente do solo em função da variação da posição dos eletrodos de medição. Comparação entre os resultados obtidos a partir do AG	



desenvolvido (azul), $\rho_{ci}$ , os resultados experimentais (vermelho), $\rho_{mi}$ , e numéricos (verde) apresentados em [9] para o caso intitulado “Caso A”. .....	64
Figura 6.2 – Curvas de variação da resistividade aparente do solo em função da variação da posição dos eletrodos de medição. Comparação entre os resultados obtidos a partir do AG desenvolvido (azul), $\rho_{ci}$ , os resultados experimentais (vermelho), $\rho_{mi}$ , e numéricos (verde) apresentados em [9] para o caso intitulado “Caso B”. .....	65
Figura 6.3 – Comparação entre as curvas de distribuição de potencial obtida pelo AG (azul) desenvolvido e a apresentada em [9] (vermelho), para o caso intitulado “Caso A”. .....	66
Figura 6.4 – Comparação entre as curvas de distribuição de potencial obtida pelo AG (azul) desenvolvido e a apresentada em [9] (vermelho), para o caso intitulado “Caso B”. .....	67
Figura 6.5 – Curvas de variação da resistividade aparente do solo em função da variação da posição dos eletrodos de medição, para estratificação em $N = 2$ . Comparação entre os resultados obtidos a partir do AG desenvolvido (azul), $\rho_{ci}$ , e os resultados experimentais (vermelho), $\rho_{mi}$ , obtidos a partir de medições experimentais realizadas no Instituto de Engenharia de São Paulo. ....	69
Figura 6.6 – Curvas de variação da resistividade aparente do solo em função da variação da posição dos eletrodos de medição. Comparação entre os resultados obtidos a partir do AG desenvolvido (azul), $\rho_{ci}$ , e os resultados experimentais (vermelho), $\rho_{mi}$ , obtidos a partir de medições experimentais realizadas em uma torre de transmissão, tipo estaiada, de 230 kV. ....	71
Figura 6.7 – Módulo do vetor densidade de corrente, $J$ , ao longo de uma das quatro hastes verticais de perfil L, de aço, que compõe o sistema de aterramento da torre de transmissão de 230 kV avaliada, submetida à frequência de 1470 Hz (frequência do terrômetro utilizado para medição em campo). .....	74
Figura 6.8 – Módulo do vetor densidade de corrente, $J$ , ao longo de hastes verticais de cobre, submetidas à frequência de 1 MHz. ....	75
Figura 6.9 – Módulo do vetor densidade de corrente, $J$ , ao longo da fita horizontal de cobre, com simetria axial no plano $xz$ , submetida à frequência de 1470 Hz (frequência do terrômetro utilizado para medição em campo). .....	75
Figura 6.10 – Comparação entre os valores de impedância obtidos para o sistema de aterramento composto por haste única através de simulação numérica pelo MEF com truncamento simples (vermelho), truncamento por formulação (laranja), PML (azul), bem como valores de impedância analíticos obtidos através de cálculo analítico, conforme	

metodologia apresentada [35] (roxo) e a resistência de aterramento para baixas frequências (ciano), obtida a partir da Equação 4.30. ....	80
Figura 6.11 – Comparação entre os valores de impedância obtidos para o sistema de aterramento composto por haste de perfil em L única, através de simulação numérica pelo MEF, com truncamento simples (vermelho), truncamento por formulação (laranja), PML (azul), bem como valores de impedância analíticos obtidos através de cálculo analítico conforme metodologia apresentada [35] (roxo) e a resistência de aterramento para baixas frequências (ciano), obtida a partir da Equação 4.31. ....	81
Figura 6.12 – Comparação entre os valores de impedância obtidos para o sistema de aterramento composto por fita única através de simulação numérica pelo MEF com truncamento simples (ciano), PML (azul), bem como a resistência de aterramento para baixas frequências (roxo), obtida a partir da Equação 4.32. ....	83
Figura 6.13 – Medições no Instituto de Engenharia de São Paulo – Curvas de variação da resistividade aparente do solo em função da variação da posição dos eletrodos de medição. Comparação entre os resultados obtidos a partir do AG para a estratificação em N = 2 (azul), N = 3 (verde) e N = 5 (laranja) camadas, bem como os resultados experimentais (vermelho) e numéricos (verde). ....	87
Figura 6.14 - Modelo computacional do sistema de aterramento composto haste (única) com estratificação do solo em N=3 camadas - Domínio composto por 610.892 nós 427.497 elementos volumétricos de 2ª ordem, truncamento PML e condição de contorno $V = 0$ . Tempo total de execução: 44min31s. ....	89
Figura 6.15 – Modelo computacional do sistema de aterramento composto fita (única) com estratificação do solo em N=3 camadas - Domínio composto por 168.006 nós 41.090 elementos de volumétricos de 2ª ordem, truncamento PML e condição de contorno $V = 0$ . Tempo total de execução: 37min06s. ....	89
Figura 6.16 – Torre de transmissão 230 kV – Curvas de variação da resistividade aparente do solo em função da variação da posição dos eletrodos de medição. Comparação entre os resultados obtidos a partir do AG para a estratificação em N = 2 (azul), N = 3 (verde) e N = 5 (laranja) camadas, bem como os resultados experimentais (vermelho) e numéricos (verde) .....	91
Figura 6.17 - Modelo computacional do sistema de torre de transmissão de 230 kV composta por haste perfil “L” com simetria e estratificação do solo em N=3 camadas - Domínio	

composto por 432.620 nós 275.914 elementos volumétricos de 2ª ordem, truncamento PML e condição de contorno  $V = \mathbf{0}$ . Tempo total de execução: 97min19s..... 92

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Resumo das formulações para estratificação do solo em até cinco camadas [8]. .....	39
Tabela 6.1 – Dados Experimentais de medição de resistividade, realizados a partir do Método de Wenner a quatro pontos, apresentados em [9]......	63
Tabela 6.2 – Comparação entre os parâmetros de estratificação para resistividade, $\rho n$ , e altura, $hn - 1$ , para estratificação de solo em $N = 3$ camadas, e minimização da função $\varepsilon$ , obtidos através do AG desenvolvido e os apresentados em [9] .....	65
Tabela 6.3 – Dados da medição experimental de resistividade do solo realizada no Instituto de Engenharia de São Paulo, com a utilização do terrômetro de 1470 Hz (modelo MTD-20KWe). .....	68
Tabela 6.4 – Comparação entre os resultados de estratificação em $N = 2$ camadas obtidos através do AG desenvolvido e com o software comercial CYME Power Engineering Software® [44]. .....	68
Tabela 6.5 – Dados da medição experimental de resistividade do solo realizada em uma torre de transmissão pertencente a uma LT 230 kV, com a utilização do terrômetro de 1470 Hz (modelo MTD-20KWe). .....	70
Tabela 6.6 – Resultados para a estratificação em $N = 3$ camadas do solo onde se encontra a torre de 230 kV analisada, obtidos através do AG desenvolvido. ....	70
Tabela 6.7 – Dados dimensionais e propriedades dos materiais dos eletrodos modelados no domínio constituído por solo homogêneo. ....	72
Tabela 6.8 – Valores de resistência de aterramento obtidos através das formulações analíticas 4.30, 4.31 e 4.32 para haste, haste de perfil em L e fita, respectivamente, considerando-se a resistividade aparente do solo igual a $\rho = 450 \Omega \cdot m$ e as propriedades geométricas dos eletrodos apresentadas na Tabela 6.7. ....	73
Tabela 6.9 – Efeito pelicular para os materiais dos eletrodos analisados, de acordo com a variação de frequência (60 Hz, 10 kHz, 150 kHz e 1 MHz). ....	73
Tabela 6.10 – Impedância de aterramento complexa para o sistema de aterramento composto por haste vertical cilíndrica – Comparação entre os resultados da simulação computacional em elementos finitos para três formas distintas de truncamento: condição de Dirichlet homogênea (simples), condição de Dirichlet não homogênea (com formulação) e PML. .	77
Tabela 6.11 – Impedância de aterramento complexa para o sistema de aterramento composto por haste vertical de perfil em L – Comparação entre os resultados da simulação	

computacional em elementos finitos para três formas distintas de truncamento: condição de Dirichlet homogênea (simples), condição de Dirichlet não homogênea (com formulação) e PML.....	78
Tabela 6.12 – Impedância de aterramento complexa para o sistema de aterramento composto por fita horizontal – Comparação entre os resultados da simulação computacional em elementos finitos para três formas distintas de truncamento: condição de Dirichlet homogênea (simples), condição de Dirichlet não homogênea (com formulação) e PML. .	79
Tabela 6.13 – Resultados obtidos para a estratificação do solo em $N=2,3$ e $5$ , para a localidade onde estão instalados os protótipos de sistemas de aterramento da haste e fita, no Instituto de Engenharia de São Paulo. ....	86
Tabela 6.14 – Sistema de aterramento composto por haste única – Comparação entre o resultado experimental, <b><i>Rg_analit</i></b> , resultados simulados pelo MEF, <b><i>Rg_MEF</i></b> , e resultados calculados analiticamente através do processo de redução de camadas apresentado em [31], <b><i>Rganalit</i></b> .....	88
Tabela 6.15 – Sistema de aterramento composto por fita única – Comparação entre o resultado experimental, <b><i>Rg_exp</i></b> , e resultados simulados pelo MEF, <b><i>Rg_MEF</i></b> .....	88
Tabela 6.16 – Resultados obtidos para a estratificação do solo em $N = 2, 3 e 5$ para a localidade da torre de transmissão de 230 kV. ....	90
Tabela 6.17 – Sistema de aterramento de uma torre de transmissão de 230 kV composta por 4 hastes equidistantes entre si - Comparação entre o resultado experimental, <b><i>Rg_analit</i></b> , resultados simulados pelo MEF, <b><i>Rg_MEF</i></b> , e resultados calculados analiticamente através do processo de redução de camadas apresentado em [31], <b><i>Rg_analit</i></b> .....	92

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Símbolos Gerais

Símbolo	Descrição	Unidade
$\vec{A}$	Vetor Potencial Magnético	$Wb/m$
$V$	Potencial Escalar Elétrico	$V$
$N_i$	Função de Forma Nodal associada ao i-ésimo nó de um elemento finito	
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker	
$(x_j, y_j, z_j)$	Coordenadas cartesianas do i-ésimo nó de um elemento finito nodal	
$nn$	Número de nós de um elemento finito	
$\Phi^e$	Aproximação da função escalar $\Phi$ no interior de um elemento finito	
$(x, y, z)$	Coordenadas cartesianas do sistema global do problema de contorno	
$\vec{H}$	Vetor campo magnético	$A/m$
$\vec{J}$	Vetor densidade de corrente elétrica	$A/m^2$
$\vec{E}$	Vetor campo elétrico	$V/m$
$\vec{B}$	Vetor densidade de fluxo magnético	$T$
$\vec{D}$	Vetor densidade de fluxo elétrico	$C/m^2$
$\vec{J}_0$	Vetor densidade de corrente impressa	$C/m^2$
$\vec{J}_i$	Vetor densidade de corrente parasita	$C/m^2$
$\vec{J}_d$	Vetor densidade de corrente de deslocamento	$C/m^2$
$j$	Unidade imaginária	
$\omega$	Frequência angular	$rad/s$
$\nabla$	Operador Nabla	
$\vec{P}$	Vetor tridimensional aleatório	
$[v]$	Tensor de relatividade eletromagnética de um meio material	$m/H$

$[\hat{\sigma}]$	Tensor complexo de condutividade elétrica de um meio material	$(S/m)$
$[\sigma]$	Tensor condutividade elétrica de um meio material	$(S/m)$
$[\varepsilon]$	Tensor de permissividade elétrica de um meio material	$F/m$
$[\bar{\mu}]$	Tensor diagonal de permeabilidade magnética	$H/m$
$a_i$	Parâmetro dependente da posição e frequência utilizado no dimensionamento do PML, nas direções $x, y$ e $z$	
$a_{m\acute{a}x}$	Máximo valor obtido para o parâmetro $a$	
$h$	Dimensão linear de um elemento finito	$m$
$h_{m\acute{a}x}$	Dimensão linear máxima de um elemento finito utilizado no dimensionamento do PML	$m$
$h_{m\acute{i}n}$	Dimensão linear mínima de um elemento finito utilizado no dimensionamento do PML	$m$
$n_{PML}$	Número de camadas do PML	
$m$	Ordem do PML	
$[\Lambda]$	Matriz diagonal que contempla $a_x, a_y, a_z$	
$\rho_a$	Resistividade aparente para solo estratificado	$\Omega \cdot m$
$\rho$	Resistividade do solo homogêneo	$\Omega \cdot m$
$l$	Comprimento de um eletrodo condutor	$m$
$a$	Raio de um eletrodo condutor	$m$
$p$	Profundidade a qual o eletrodo está enterrado	$m$
$R_{g\_haste}$	Resistência de aterramento uma haste vertical cilíndrica para solo homogêneo	$\Omega$
$R_{g\_haste\_L}$	Resistência de aterramento uma haste de perfil em L para solo homogêneo	$\Omega$
$R_{g\_fita}$	Resistência de aterramento uma fita metálica horizontal para solo homogêneo	$\Omega$
$R_{g\_LT}$	Resistência de aterramento equivalente do sistema de aterramento da torre de linha de transmissão de 230 kV analisada, composto por 04 hastes equidistantes, localizadas em cada um de seus estais, para solo homogêneo	$\Omega$
$V_0$	Distribuição de potencial em solo homogêneo	$V$

$J_0$	Equação de Bessel de primeira espécie	
$V_N$	Distribuição de potencial em solo não homogêneo, estratificado em N camadas	V
$F_N(x)$	Função auxiliar designada que compõe a função $V_N$	
$k_{N-1}$	Coeficiente de reflexão entre a camada N e camada N-1 do solo estratificado	
$I$	Corrente elétrica injetada no solo para medição de resistividade	A
$\dot{Z}_g$	Impedância de aterramento complexa de um eletrodo	$\Omega$
$ Z_g $	Módulo da Impedância de aterramento de um eletrodo	$\Omega$
$\angle Z_g$	Fase da Impedância de aterramento de um de um eletrodo	o
$l_c$	Comprimento crítico de um eletrodo vertical	m
$F_C$	Frequência característica	MHz
$\delta$	Profundidade Pelicular	m
$N$	Número de camadas em que o solo está sendo estratificado	
$\rho_{mi}$	Resistividade experimental, obtida através de medições em campo	$\Omega \cdot m$
$\rho_c$	Resistividade computacional, calculada pelo Algoritmo Genético (AG)	$\Omega \cdot m$
$\rho_n$	Parâmetro de resistividade da camada do solo obtido através do AG a partir da estratificação em N camadas	$\Omega \cdot m$
$h_{n-1}$	Parâmetro de altura da camada do solo obtido através do AG a partir da estratificação em N camadas	m
$\varepsilon$	Função objetivo a ser minimizada pelo AG. Somatório dos erros médios entre $\rho_{mi}$ e $\rho_c$	
$\Omega$	Volume do domínio ou subdomínio de um elemento finito	
$R_{g\_exp}$	Resistência de aterramento experimental, aferida em campo	$\Omega$
$R_{g\_FEM}$	Resistência de aterramento computacional, obtida através do Método de Elementos Finitos (MEF)	$\Omega$



$R_{g\_analit}$	Resistência de aterramento analítica	$\Omega$
$Erro_{exp\_MEF}$	Erro médio associado à resistência de aterramento computacional, $R_{g\_FEM}$ e a resistência de aterramento experimental, $R_{g\_exp}$	%
$Erro_{exp\_analit}$	Erro médio associado à resistência de aterramento calculada analiticamente, $R_{g\_analit}$ e a resistência de aterramento experimental, $R_{g\_exp}$	%

## Abreviaturas

Abreviatura	Descrição
MEF	<i>Método de Elementos Finitos</i>
FEM	<i>Finite Element Method</i>
AG	<i>Algoritmo Genético</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
PML	<i>Perfectly Matched Layers</i>
LT	<i>Linha de Transmissão</i>

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>18</b>
1.1	Apresentação do Problema .....	18
1.2	Objetivos .....	19
1.3	Organização do Documento.....	20
<b>2</b>	<b>ESTADO DA ARTE.....</b>	<b>23</b>
<b>3</b>	<b>TEORIA ELETROMAGNÉTICA ASSOCIADA AO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS NODAL .....</b>	<b>26</b>
3.1	Método de Elementos Finitos aplicado à Análise Eletromagnética.....	26
3.1.1	Método de Elementos Finitos Nodais.....	26
3.1.2	Equações de Maxwell no Regime Harmônico .....	27
3.1.3	Modelagem Computacional a partir do Método de Elementos Finitos .....	29
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO .....</b>	<b>32</b>
4.1.1	Características do Solo – Não Homogeneidade e Estratificação.....	32
4.2	Impedância de Aterramento .....	42
<b>5</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>45</b>
5.1	Análise Numérica – Otimização a partir de Algoritmos Genéticos (AG) .....	46
5.1.1	Algoritmo Genético para Obtenção do Modelo de Solo Multicamadas.....	47
5.2	Modelagem Computacional Tridimensional .....	49
5.2.1	Metodologia de Truncamento.....	51
5.2.2	Criação da Malha de Elementos Finitos .....	55
5.2.3	Aplicação das Condições de Contorno .....	58
<b>6</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>63</b>
6.1	Estratificação do Solo Utilizando Algoritmo Genético (AG).....	63
6.1.1	Validação do AG desenvolvido.....	63
6.1.2	Resultados da Estratificação – Instituto de Engenharia.....	67
6.1.3	Resultados da Estratificação – LT 230 kV em operação no Mato Grosso ....	69
6.2	Modelagem Computacional .....	72
6.2.1	Análise do Efeito Pelicular .....	72
6.2.2	Determinação da Impedância de Aterramento .....	76
6.3	Estratificação do solo associada aos Modelos Computacionais .....	85
6.3.1	Resistência de Aterramento – Haste e Fita, considerando-se a Estratificação do Solo	85
6.3.2	Resistência de Aterramento – Aterramento de LT composto por hastes de perfil em L	90
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES, CONTRIBUIÇÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .</b>	<b>93</b>
7.1	Conclusão.....	93
7.2	Principais contribuições .....	96
7.3	Desenvolvimentos futuros .....	96
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>98</b>

# 1 INTRODUÇÃO

---

## 1.1 Apresentação do Problema

Dentre os demais segmentos da área de infraestrutura, os Sistemas de Potência constituem um dos principais pilares para o desenvolvimento econômico e social de uma nação. Com o avanço da produção industrial e imersão tecnológica vivenciada nos últimos séculos, mudaram os padrões de consumo energético em todo o globo, trazendo assim a necessidade de evolução e modernização dos sistemas de potência, passando de um conjunto de pequenas redes isoladas para grandes e complexos sistemas interligados com dimensões nacionais e, até mesmo, continentais.

No tocante à transmissão de energia elétrica, que através de suas linhas de alta e extra alta tensão, que percorrem longas distâncias na interligação de estados e regiões, sujeitas às intempéries naturais resultantes de novos comportamentos climáticos, é de fundamental importância que se assegure sua plena capacidade operativa e disponibilidade ao sistema elétrico e, conseqüentemente, ao consumidor final.

Conforme [1] [2] e [3], a incidência das descargas atmosféricas em linhas de transmissão (descargas diretas) ou em suas proximidades (descargas indiretas) pode dar origem a sobretensões transitórias de elevada amplitude que se propagam ao longo da linha. Se as amplitudes destas sobretensões excedem os níveis de suportabilidade do sistema, podem ocorrer descargas disruptivas, as quais evoluem para arcos de potência, trazendo como consequência o estabelecimento de faltas entre uma ou mais fases para a terra e a necessidade da atuação do dispositivo de proteção contra sobrecorrentes para sua eliminação. Neste contexto, os sistemas de aterramento possuem um papel fundamental na análise do desempenho de tais linhas de transmissão frente à incidência de descargas atmosféricas, uma vez que uma de suas principais finalidades é a de dissipar para solo as correntes oriundas dessas descargas sem provocar sobretensões perigosas.

Quando uma descarga atinge a torre ou o cabo guarda, uma parcela da corrente fluirá através da torre, fazendo com que esta fique com potencial elevado em relação à terra. Se este potencial for suficientemente alto para que a diferença de potencial aplicada à cadeia de isoladores supere o valor da tensão suportável da mesma, ocorrerá uma descarga disruptiva, a qual é denominada *backflashover* [3]. Uma maneira de reduzir a ocorrência de tal fenômeno é através da diminuição do valor da impedância de aterramento da torre. Isso se deve ao fato de que, ao atingir a base da torre, a corrente sofre uma reflexão, produzindo uma onda de tensão

(tensão refletida) que irá se somar àquela que se desenvolve na cadeia de isoladores. Entretanto, essas duas ondas de tensão apresentam polaridades opostas, de modo que quanto maior for a amplitude da tensão da onda refletida, menor será a tensão total na cadeia. Como a amplitude da tensão refletida aumenta à medida que diminui o valor da impedância de aterramento, pode-se dizer que quanto menor o valor desta, menor o número de interrupções da linha, decorrente de *backflashovers*. A impedância de aterramento das torres é um dos parâmetros que mais afetam o desempenho de uma linha de transmissão frente às descargas atmosféricas, devendo-se sempre, pelas razões expostas, procurar limitá-la aos valores mais baixos possíveis.

Para que se assegure o bom desempenho de sistemas de aterramento, seu correto dimensionamento e concepção, ainda na fase de projeto, são de fundamental importância para que problemas futuros, após sua entrada em operação, sejam evitados. O conhecimento das características elétricas do solo onde o sistema será implantado, bem como suas respostas em regime harmônico e transitório devem ser criteriosamente avaliadas para um desempenho satisfatório em sua proteção e isolação quando submetidos a descargas atmosféricas e surtos de manobra. Contudo estas condições são difíceis de serem verificadas ao longo das linhas, em virtude das longas distâncias percorridas, além de implicar em custos bastante elevados para sua determinação.

Neste cenário, o presente trabalho apresenta uma contribuição ao estudo de sistemas de aterramento em regime harmônico, utilizando o Método de Elementos Finitos (MEF) e técnicas de estratificação do solo, para a criação de modelos computacionais tridimensionais capazes de simular seu comportamento frente a situações de descargas atmosféricas e sobretensões, tendo sua utilização aplicada tanto nas fases de concepção do projeto quanto durante o período de vida útil da linha de transmissão.

## 1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo apresentar contribuições ao estudo de sistemas de aterramento de linhas de transmissão através do desenvolvimento da modelagem tridimensional de sistemas de aterramento típicos para linhas de transmissão, em regime harmônico senoidal, considerando as características de não homogeneidade do solo. A partir da elaboração dos modelos, com o auxílio do software Altair Flux® 2019 [4], será realizada a análise comparativa de três métodos de truncamento para domínio do problema: truncamento simples; truncamento através de fórmula analítica e truncamento através da metodologia de *Perfectly Matched Layers* (PML) [5] [6] [7].

Por apresentar seu escopo direcionado ao comportamento de solos não homogêneos, a primeira etapa do trabalho consiste em uma análise numérica e de otimização através do desenvolvimento de um Algoritmo Genético para a realização da estratificação do solo em N-camadas, conforme fundamentação teórica apresentada em [8] e [9], através da elaboração de uma rotina desenvolvida no software Matlab® [10].

De posse das características do solo, propõe-se a análise de três sistemas de aterramento de linhas de transmissão de alta tensão distintos, sendo o primeiro realizado através de haste vertical de cobre (doravante denominada apenas “haste”); o segundo, através de haste vertical com perfil tipo haste de perfil em L de aço (doravante denominada “haste de perfil em L”); e o terceiro, por meio da utilização de fitas metálicas horizontais de cobre (doravante denominada apenas “fita”). Serão utilizados como dados de entrada, tanto para a estratificação do solo quanto para o desenvolvimento do modelo computacional tridimensional, os valores de resistividade do solo e resistência de aterramento obtidos através de medições experimentais em campo, realizadas no estado de São Paulo e em uma linha de transmissão de 230 kV localizada no Mato Grosso.

Por intermédio das simulações eletromagnéticas e aplicação das diferentes metodologias de truncamento citadas, o presente trabalho pretende fornecer subsídios para a comparação e avaliação de qual dos métodos de truncamento se mostrou mais adequado e fiel às medições realizadas em campo. Outro aspecto analisado foi a comparação do desempenho de um sistema utilizando eletrodos verticais, amplamente empregado no aterramento nas linhas de transmissão, com a alternativa que utiliza fitas horizontais de cobre em trechos da linha de transmissão que apresentam padrão elevado de desligamentos por consequências de descargas atmosféricas.

### **1.3 Organização do Documento**

O presente documento tem como objetivo apresentar o embasamento teórico ao qual o fenômeno avaliado está associado, além da metodologia utilizada no desenvolvimento dos modelos computacionais, bem como a comparação entre resultados analíticos e/ou reais e os obtidos através da utilização do MEF nodal.

Neste cenário, no Capítulo 2 é apresentado o estado da arte relacionado à análise de sistemas de aterramento em regime harmônico, apresentando as justificativas e motivações para a escolha do MEF nodal na análise do problema de aterramento de linhas de transmissão, e

relacionando os principais trabalhos que de alguma forma subsidiaram o desenvolvimento desta pesquisa.

O Capítulo 3 apresenta de forma breve a teoria eletromagnética associada ao MEF, em especial à sua formulação nodal, e o desenvolvimento matemático das Equações de Maxwell em regime harmônico que levam à formulação em dois potenciais  $\vec{A}$ - $V$ , denominados potencial vetor magnético e potencial escalar elétrico, respectivamente.

O Capítulo 4 apresenta uma análise sobre sistemas de aterramento e a determinação do meio ao qual este será inserido. Trata das características de não homogeneidade do solo e apresenta a metodologia desenvolvida por Tagg [11] e Takahashi [8] para viabilizar a estratificação do solo em N-camadas. O capítulo apresenta ainda a metodologia de cálculo da impedância de aterramento utilizada para validação dos dados simulados no software de elementos finitos.

O Capítulo 5 tem como objetivo apresentar metodologias empregadas na análise numérica, a partir da implementação do modelo numérico de otimização e do desenvolvimento dos modelos computacionais à luz do MEF nodal. Do ponto de vista do modelo de otimização, o capítulo apresenta os detalhes da metodologia utilizada na confecção do Algoritmo Genético (AG) dedicado à estratificação do solo. Sob a ótica dos modelos computacionais, são apresentadas as tipologias de aterramentos avaliadas, os conceitos e critérios de subdivisão do domínio (malha de elementos finitos), truncamento e aplicação de condições de contorno deste problema, com atenção especial à metodologia de truncamento usando materiais anisotrópicos absorvedores, o PML.

O Capítulo 6 apresenta os resultados obtidos para o AG desenvolvido, a partir de sua validação e comparação com resultados experimentais realizados em campo, bem como os resultados das simulações computacionais para as topologias de sistemas de aterramento avaliados. Os modelos computacionais foram primeiramente avaliados e validados para sistemas mais simplificados, considerando-se um solo homogêneo e utilizando-se de características e propriedades físicas apresentadas em [5]. Após sua validação, os valores de estratificação, obtidos a partir do AG, foram incorporados à modelagem computacional tridimensional para análise do comportamento dos sistemas de aterramento, considerando-se o modelo de solo multicamadas e o arranjo dos sistemas nos quais medições experimentais foram realizadas. Os resultados numéricos foram comparados aos resultados experimentais obtidos em campo e aos resultados analíticos.

Finalmente, o Capítulo 7 apresentará as conclusões, destacando as principais contribuições deste trabalho, seus principais desafios e apontando propostas para desenvolvimentos posteriores.



## 2 ESTADO DA ARTE

---

Os primeiros trabalhos e contribuições relacionados à problemática de escoamento da corrente elétrica pelo solo são atribuídos a Sunde [12], Tagg [11] e Rudenberg [13], a partir de uma abordagem puramente analítica, associada às hipóteses simplificadoras. Dentre suas principais contribuições, que até hoje são importantes referências no estudo de aterramentos, estão as expressões analíticas para parâmetros concentrados e distribuídos de impedância associada a diferentes topologias de aterramento [14].

Com o avanço tecnológico e o aumento da capacidade de processamento dos computadores, especialmente nas últimas décadas, os problemas de engenharia, de forma geral, passam a ter seu enfoque de tratamento na utilização de técnicas numéricas e modelagem computacional. No caso dos sistemas de aterramento, a metodologia aplicada à sua modelagem numérica, em especial para a análise de fenômenos associados às altas frequências, pode ser dividida em três grupos [15]: (I) Teoria de Circuitos; (II) Teoria Eletromagnética; (III) Método Híbrido – combinação entre a Teoria de Circuitos e Teoria Eletromagnética.

Os métodos baseados na Teoria de Circuitos e Teoria Eletromagnética serão brevemente apresentadas nos itens a seguir.

- **Modelagem a partir da Teoria de Circuitos**

A modelagem de sistemas de aterramento baseada na Teoria de Circuitos pode utilizar parâmetros RLC concentrados ou distribuídos, conforme apresentado em [16]. Trata-se de uma metodologia que adota hipóteses simplificadoras, em que os componentes de sistemas de aterramento são modelados por associações simples de elementos RLC, considerando-se uma distribuição linear de potencial e corrente ao longo dos eletrodos de terra, limitando sua abordagem a solos homogêneos [16]. Sua utilização pode apresentar vantagens, dependendo das dimensões do sistema analisado, dada a sua simplicidade de implementação e facilidade de interface com demais métodos de análise de sistemas de potência [5] [15].

- **Modelagem a partir da Teoria Eletromagnética**

Os modelos baseados na Teoria Eletromagnética são regidos pela solução das Equações de Maxwell [17] e aplicação das suas respectivas condições de contorno na superfície dos eletrodos e no solo. Trata-se de uma metodologia mais robusta, em relação à Teoria de Circuitos, que utiliza uma quantidade menor de hipóteses simplificadoras, o que a torna mais apta à representação dos fenômenos físicos envolvidos no problema de aterramento. Entretanto,

devido à sua complexidade, torna-se necessária sua associação aos métodos numéricos de solução. Conforme apresentado em [5], os métodos numéricos para solução de equações diferenciais ou problemas de contorno são divididos em dois grupos: **(I)** métodos integrais ou de fronteira; **(II)** métodos diferenciais ou de domínio. Dentre os métodos integrais, destacam-se o Método dos Momentos e Métodos de Elementos de Contorno. Já dentre os métodos diferenciais, o Método das Diferenças Finitas (MDF) e o Método de Elementos Finitos (MEF).

Diante do exposto, serão aqui apresentados apenas trabalhos cujo desenvolvimento foi baseado na Teoria Eletromagnética associada à análise numérica através do MEF, que serviram como motivação e base para o desenvolvimento desta pesquisa.

Os primeiros trabalhos associados à modelagem de sistemas de aterramento utilizando-se a Teoria de Eletromagnética são atribuídos a Grech [18], a partir do desenvolvimento computacional para sistemas compostos por eletrodos horizontais, utilizando método integral. Na década de 1990, Grech [18] detalhou o modelo eletromagnético para transitórios em sistemas de aterramento, cuja solução é realizada no domínio da frequência.

A aplicação do MEF aos problemas de domínio aberto, como no caso dos sistemas de aterramento de linhas de transmissão, apresenta boa versatilidade para o tratamento de não homogeneidades e não linearidades associadas ao domínio. Torna-se necessário, entretanto, truncamento e delimitação da zona de aplicação das condições de contorno nos limites do domínio, possibilitando a sua discretização em elementos finitos.

A associação deste método numérico à metodologia baseada na Teoria Eletromagnética possibilita a discretização de geometrias complexas de componentes de sistemas de aterramento, bem como considerar os efeitos da ionização do solo e sua estratificação em multicamadas. As primeiras contribuições acerca da utilização do MEF nodal na análise de sistemas de aterramento, em regime estático, são atribuídas a Cardoso [19] e Trlep [20].

A extensão da aplicação do MEF nodal ao regime harmônico é apresentada por Nekhoul em [21] e [22]. Suas obras consideram condições transitórias de operação para os sistemas de aterramento, e utilizando a formulação nodal A-V. A utilização da formulação A-V nodal é também apresentada por Passaro em [23].

Do ponto de vista do truncamento, os trabalhos de Cardoso [19], Nekhoul [21] e [22] e Passaro [23] adotam a técnica de transformações espaciais, sem considerações sobre os efeitos de reflexão atrelados à propagação das ondas eletromagnéticas. Neste cenário, em 1994 Bérenger [24] introduziu uma nova técnica para o truncamento de problemas bidimensionais, regidos por derivadas parciais, baseado no conceito de utilização de camadas fictícias para

absorção de ondas propagantes, sem que qualquer reflexão ocorresse. Tal método foi intitulado *Perfectly Matched Layers (PML)*.

Katz *et al.* [25] validaram a técnica apresentada em [24], estendendo-a para o caso tridimensional. Entretanto, em ambas as abordagens é considerado um tipo de PML livre de qualquer reflexão para todos os tipos de frequências, polarização e ângulos, o que requer uma modificação nas Equações de Maxwell.

Sacks *et al.* [26] comprovaram que as propriedades absorvedoras do PML podem ser obtidas sem a necessidade de alteração das Equações de Maxwell e, conseqüentemente, sem alteração à formulação A-V. A este tipo de material, denomina-se PML *medium* ou Maxwellian PML [23].

Silva [5] utiliza a metodologia PML para truncamento de um sistema de aterramento composto por haste simples, detalhando a discretização dos parâmetros do domínio utilizando os critérios adotados em [27], [28] e [29].

### 3 TEORIA ELETROMAGNÉTICA ASSOCIADA AO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS NODAL

---

#### 3.1 Método de Elementos Finitos aplicado à Análise Eletromagnética

##### 3.1.1 Método de Elementos Finitos Nodais

O MEF é um procedimento numérico utilizado para determinar soluções aproximadas de problemas de contorno, regidos por equações diferenciais parciais. Neste método, a estrutura analisada é dividida em pequenos subdomínios, ou seja, discretizada em elementos finitos. Tais elementos, por sua vez, podem possuir diferentes formatos: triângulos e quadriláteros, no caso bidimensional, e prismas para o caso tridimensional.

Conforme apresentado por [14], para cada elemento do subdomínio define-se um conjunto de  $nn$  nós localizados nos vértices do elemento, e no interior de seu volume a função escalar incógnita do problema de contorno é aproximada por uma combinação linear de  $nn$  funções localmente definidas. Tais funções são denominadas funções de forma,  $N_i$ , atendendo à equação

$$N_i(x_j, y_j, z_j) = \delta_{ij}, \quad (3.1)$$

sendo:

- $\delta_{ij}$  o delta de Kronecker;
- $i$  e  $j$  contidos no intervalo  $1 \leq i \leq nn, 1 \leq j \leq nn$ ;
- $x_j, y_j, z_j$  as coordenadas dos nós do elemento.

Desta forma, torna-se possível a aproximação da função escalar incógnita para cada elemento do subdomínio,  $\Phi^e(x, y, z)$  por

$$\Phi^e(x, y, z) = \sum_{i=1}^{nn} \Phi(x_j, y_j, z_j) N_i(x_j, y_j, z_j). \quad (3.2)$$

De posse da aproximação local para cada elemento, procede-se com a aplicação do Método de Galerkin, detalhado em [3], que resultará na obtenção do sistema de equações às

quais deverão ser incorporadas as condições de contorno do problema analisado. Esta metodologia é denominada MEF nodal.

Ao tratar de modelos tridimensionais, necessários para tratar os problemas de aterramento em altas frequências, a formulação nodal pode apresentar dificuldades. Conforme citado em [5], para os casos descritos, a interpolação nodal pode não se mostrar adequada por forçar a continuidade da variável de estado. Neste cenário, ao longo dos anos uma nova metodologia de aplicação do MEF foi aprimorada de forma alternativa às abordagens nodais. A esta metodologia denomina-se MEF de Aresta [5].

Entretanto para o problema tratado e com o software que será utilizado, Altair Flux®, a formulação mais adequada mostrou ser a  $\vec{A}-V$  nodal, sem que houvesse a recorrência de qualquer uma das restrições descritas no parágrafo acima.

### 3.1.2 Equações de Maxwell no Regime Harmônico

As equações de Maxwell para o regime harmônico senoidal, representadas sob sua forma diferencial, são apresentadas nas Equações 3.3 a 3.7 [17]:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \text{ (Lei de Ampère)} \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\vec{B} \text{ (Lei de Faraday)} \quad (3.4)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \text{ (Lei de Gauss Elétrica)} \quad (3.5)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \text{ (Lei de Gauss Magnética)} \quad (3.6)$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0 \text{ (Equação da Continuidade)} \quad (3.7)$$

Sendo:

- $\vec{H}$  e  $\vec{E}$  os campos magnético e elétrico, respectivamente;
- $\vec{B}$  e  $\vec{D}$  as densidades de fluxo magnético e elétrico, respectivamente;
- $\rho$  a densidade volumétrica de cargas;
- $\vec{J}$  o campo vetorial densidade de corrente

O campo vetorial densidade de corrente,  $\vec{J}$ , é composto por três parcelas, sendo expresso por:

$$\vec{J} = \vec{J}_0 + \vec{J}_i + \vec{J}_d \quad (3.8)$$

Sendo  $\vec{J}_0$  a densidade de correntes impressa (fonte externa),  $\vec{J}_i$  a densidade de correntes induzidas em meios condutores, e  $\vec{J}_d$  a densidade de corrente de deslocamento, definida por  $\vec{J}_d = j\omega\vec{D}$ . Considerando-se as relações constitutivas dos campos  $\vec{H}$ ,  $\vec{E}$  e  $\vec{J}_i$  em um meio material, obtém-se:

$$\vec{H} = [\nu]\vec{B} \quad (3.9)$$

$$\vec{D} = [\varepsilon]\vec{E} \quad (3.10)$$

$$\vec{J}_i = [\sigma]\vec{E} \quad (3.11)$$

sendo  $[\nu]$  o tensor de relutividade magnética,  $[\varepsilon]$  o tensor de permissividade elétrica e  $[\sigma]$  o tensor de condutividade elétrica do meio. Considerando a faixa de frequência abrangida no problema analisado, o comprimento de onda no solo e sua impedância característica são bem menores que no ar, de forma  $[\sigma] \gg j\omega[\varepsilon]$ . Podemos então reescrever a equação do campo vetorial de corrente (3.8), de forma que:

$$\vec{J} = \vec{J}_0 + [\sigma]\vec{E} \quad (3.12)$$

O tensor de condutividade elétrica  $[\sigma]$  pode ser representado em sua forma complexa  $[\hat{\sigma}]$ :

$$[\hat{\sigma}] = [\sigma] + j\omega[\varepsilon] \quad (3.13)$$

Com a manipulação das equações descritas acima, obtém-se a equação da onda vetorial não homogênea em termos do campo elétrico  $\vec{E}$ , expressa por:

$$\nabla \times [\nu]\nabla \times \vec{E} + j\omega[\hat{\sigma}]\vec{E} = -j\omega\vec{J}_0 \quad (3.14)$$

Para problemas regidos pela equação da onda não homogênea, descrita pela Equação (3.14), a aplicação do MEF nodal em termos de  $\vec{E}$  resulta em sistemas matriciais indefinidos, e com baixa eficiência para convergência quando associados a métodos iterativos de solução [5]. Como alternativa, é proposta a formulação em dois potenciais,  $\vec{A}$ - $V$ , denominados potencial vetor magnético e potencial escalar elétrico, visando a redução do número de iterações e melhora na precisão.

Considerando a propriedade de cálculo vetorial  $\nabla \cdot \nabla \times \vec{P} = 0$ , para qualquer vetor  $\vec{P}$ , pode-se reescrever as Equações (3.6) e (3.4) em função do vetor de potencial magnético e potencial escalar elétrico,  $\vec{A}$  e  $V$ , respectivamente, de forma que:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.15)$$

$$\vec{E} = -j\omega\vec{A} - \nabla V \quad (3.16)$$

Deste modo, a equação da onda vetorial não homogênea (3.14) pode ser reescrita como

$$\nabla \times [\nu] \nabla \times \vec{A} + [\dot{\sigma}](j\omega\vec{A} + \nabla V) = \vec{J}_0 \quad (3.17)$$

O detalhamento da solução da Equação 3.17, através da aplicação da Equação Residual de Galerkin, é apresentado em [5].

É importante ressaltar que a formulação apresentada acima corresponde a uma formulação magnetodinâmica (quase-estática), que leva em conta efeitos capacitivos ( $\dot{\sigma}$ ). Entretanto, o software utilizado neste trabalho, Altair Flux® [4], não admite em sua formulação magnetodinâmica contemplar os efeitos capacitivos (ao menos nas formulações padrão). Desta forma, a equação 3.13 é reescrita, de maneira que:

$$[\dot{\sigma}] = [\sigma] \quad (3.18)$$

### 3.1.3 Modelagem Computacional a partir do Método de Elementos Finitos

A utilização de sistemas computacionais na resolução de problemas físicos modelados através de métodos numéricos para a resolução de problemas de contorno, consagrou-se ao longo das últimas décadas por apresentar vantagens na capacidade de modelagem, precisão e flexibilidade. Em especial para essa pesquisa, cujo objetivo é a aplicação da teoria eletromagnética para a análise de sistemas de aterramento de linhas de transmissão, através da determinação de seus campos e distribuição de corrente, torna-se mais conveniente a utilização de métodos numéricos ditos diferenciais, como é o caso do Método de Elementos Finitos (MEF).

Cardoso et al. [30] descreveram as principais etapas que regem a aplicação do MEF em análises eletromagnéticas, conforme descrito a seguir.

### 3.1.3.1 *Definição do Domínio*

Um dos primeiros passos a ser realizado para a modelagem de qualquer sistema utilizando o MEF é a definição do domínio em que o problema analisado está compreendido. No que tange à análise eletromagnética, em problemas ditos de domínio fechado, os campos se encontram totalmente contidos dentro do dispositivo ou sistema analisado. Já para os casos ditos de domínio aberto, a exemplo do objeto de estudo deste trabalho, sistemas de aterramento, a distribuição destes campos passa a incluir o meio ao qual o dispositivo ou sistema está inserido.

Para problemas de domínio aberto, faz-se necessária sua transformação para domínio fechado por meio de truncamento, impondo-se uma fronteira virtual, a partir da qual os campos elétricos e magnéticos possam ser desconsiderados. Neste trabalho são avaliados três métodos de truncamento, a fim de se determinar a metodologia mais adequada para a problemática avaliada.

### 3.1.3.2 *Malha de Elementos Finitos*

De posse da definição do domínio, é realizada a sua divisão em subdomínios, comumente denominada malha de elementos finitos. O dimensionamento da malha deve ser feito de forma criteriosa, de forma a atender dois requisitos principais:

- A região interna de qualquer elemento deve possuir propriedades físicas constantes;
- As regiões onde há variações significativas nos campos elétricos e magnéticos devem conter alta densidade de elementos.

### 3.1.3.3 *Condições de Contorno*

Do ponto de vista da análise eletromagnética, as condições de contorno associadas às fronteiras do domínio do problema podem ser:

- Potencial Fixo (Condição de Dirichlet): potencial elétrico e/ou magnético é parcialmente ou totalmente conhecido ao longo da fronteira. Nestes casos, a condição de contorno adotada é a aplicação do potencial conhecido nos vértices dos elementos contidos na fronteira;



- Condição de Campo Normal ou Tangencial nos limites do domínio: para fenômenos eletrocinéticos e magnetodinâmicos, o campo perpendicular ou tangencial à região de fronteira é nulo.

Após a realização destes três principais passos, bem como a atribuição das propriedades físicas e dos materiais envolvidos na análise, os sistemas de equações lineares são montados e resolvidos computacionalmente. A ordem do sistema de equação, no caso da formulação  $\vec{A}$ - $V$  nodal, será igual a quatro vezes o número de nós da discretização do domínio.

## 4 ANÁLISE DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO

---

De acordo com Kindermann [31], historicamente as ligações à terra surgiram através da necessidade de se efetuar a proteção contra danos oriundos das elevadas correntes associadas às descargas atmosféricas, bem como a proteção quanto à dissipação de eletricidade estática acumulada. Para o caso específico dos Sistemas Elétricos de Potência, com o desenvolvimento dos sistemas de geração, distribuição e transmissão ao longo dos séculos, a ligação à terra tornou-se ainda mais indispensável para que se garanta sua correta operação com confiabilidade e segurança às pessoas e demais equipamentos.

Neste cenário, houve a criação da denominação *sistema de aterramento*, que consiste, essencialmente, na ligação intencional da parte eletricamente condutiva à terra (geralmente por intermédio do ponto neutro do condutor), de forma a garantir o retorno das correntes de defeito (correntes de sequência zero) à sua origem, possibilitando a operação dos sistemas de proteção associados ao equipamento.

Desta forma, os principais objetivos dos sistemas de aterramento são:

- Obter menor resistência/impedância de aterramento possível para as correntes de faltas à terra;
- Manter os potenciais produzidos pelas correntes de falta dentro dos limites de segurança à vida humana;
- Sensibilizar os sistemas de proteção para isolamento de faltas à terra;
- Proporcionar um caminho de escoamento para descargas atmosféricas;
- Escoar cargas estáticas geradas nas carcaças dos equipamentos.

### 4.1.1 Características do Solo – Não Homogeneidade e Estratificação

Para o correto dimensionamento de um sistema de aterramento, as características elétricas do meio onde será implantado devem ser criteriosamente avaliadas. Um dado de grande relevância durante o mapeamento é a característica do solo, principalmente sua resistividade elétrica. Os solos, em sua grande maioria, são heterogêneos, formados por diversas camadas de resistividade e profundidade diferentes. Essas camadas, devido à formação geológica, são em geral horizontais e paralelas à sua superfície [31]. Faz-se então necessária a determinação dos valores de resistividade do solo, através de medições em campo, para realização de sua estratificação.

Como resultado da variação da resistividade das camadas do solo, existe uma variação na dispersão da corrente. A passagem da corrente elétrica do sistema de aterramento para o solo está diretamente relacionada aos seguintes parâmetros:

- Composição do solo com suas respectivas camadas;
- Geometria das hastes de aterramento;
- Tamanho do sistema de aterramento.

Sob esta ótica, Kindermann [31] determina que a resistividade que representa a integração entre o sistema de aterramento relativo ao seu tamanho, corresponde à profundidade de penetração das correntes escoadas, em conformidade com o solo. Essa penetração determina as camadas do solo envolvidas com o aterramento e, conseqüentemente, com a *resistividade*, intitulada *resistividade aparente*.

A seção a seguir apresenta a metodologia matemática do modelo da estratificação do solo multicamadas, utilizada na implementação do Algoritmo Genético (AG) desenvolvido.

#### 4.1.1.1 Estratificação do Solo

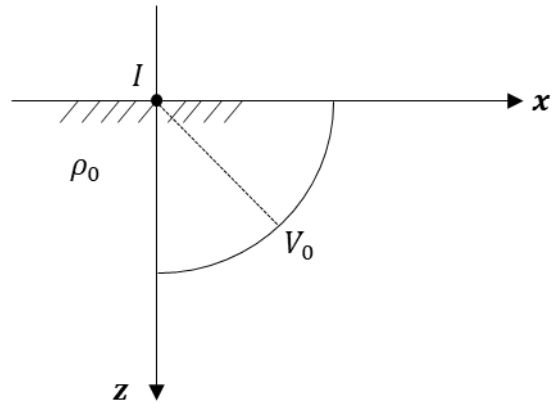
Assumindo inicialmente um solo de resistividade homogênea e isotrópica, indicada por  $\rho_0$ , a equação que rege a distribuição de potencial em qualquer ponto desse solo, considerando-se a imposição de uma corrente  $I$  que flui através de um eletrodo fincado em sua superfície, é apresentada em [8] e [9], como:

$$V_0 = \frac{\rho_0 I}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (4.1)$$

sendo  $J_0(\lambda x)$  a função de Bessel de primeira espécie e ordem zero, definida por

$$J_0(x) = \sum_0^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(k+0)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+0} \quad (4.2)$$

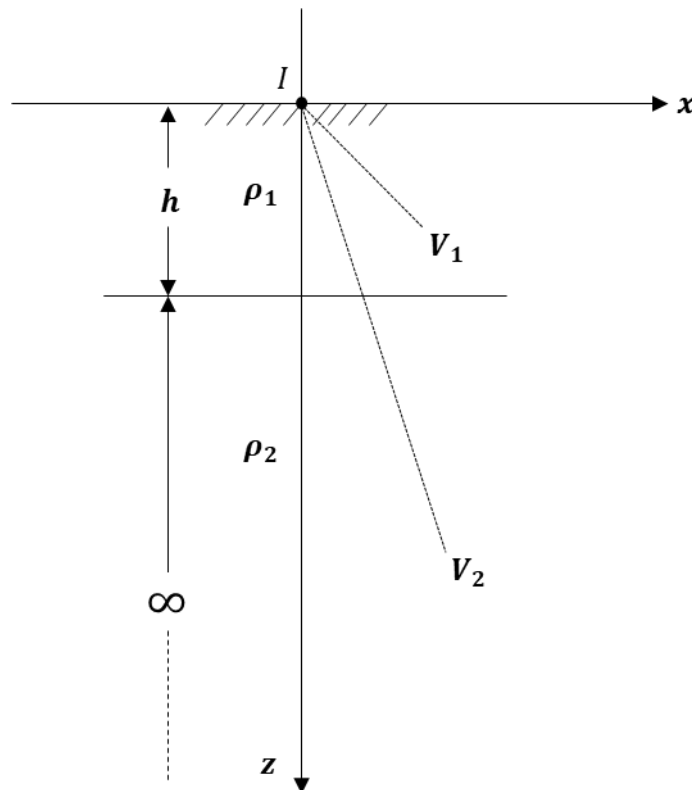
O diagrama apresentado pela Figura 4.1 ilustra a distribuição do potencial em um dado ponto do solo homogêneo.



**Figura 4.1 – Distribuição de Potencial no espaço**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Considera-se, agora, conforme apresentado na Figura 4.2, o modelo de estratificação horizontal do solo, inicialmente descrito em duas camadas. Ressalta-se, contudo, que as formulações e análises apresentadas a seguir são válidas quando a fonte responsável pela injeção de corrente é aplicada na primeira camada do solo, a partir do Método de Wenner de quatro pontos [32], detalhado no item 4.1.1.2 deste Capítulo.



**Figura 4.2 – Modelo de estratificação do solo em duas camadas**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

No modelo de duas camadas, os parâmetros  $h_1$  e  $\rho_1$  correspondem à altura e resistividade da primeira camada, respectivamente; e  $\rho_2$  à resistividade da segunda camada (considerando-se a altura da segunda camada infinita). Assumindo a Equação 4.1, o potencial em qualquer ponto de cada camada será dado por

$$\begin{cases} V_1 = V_0 + V'_1 \\ V_2 = V_0 + V'_2 \end{cases} \quad (4.3)$$

Os termos de correção  $V'_1$  e  $V'_2$  correspondem à influência da segunda camada, expressos a partir das funções desconhecidas nomeadas de  $f(\lambda)$  e  $g(\lambda)$ , determinadas conforme as seguintes condições de contorno:

- $z \rightarrow \infty, V_2 \rightarrow 0$ ;
- $z = 0, \frac{\partial V_1}{\partial z} = 0$ ;
- $z = 0, V_1 = V_2$ ;
- $z = h, \left(\frac{1}{\rho_1}\right) \left(\frac{\partial V_1}{\partial z}\right) = \left(\frac{1}{\rho_2}\right) \left(\frac{\partial V_2}{\partial z}\right)$

de forma que,

$$V'_1 = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty [f_1(\lambda)e^{-\lambda z} + g_1(\lambda)e^{\lambda z}] J_0(\lambda x) d\lambda \quad (4.4)$$

$$V'_2 = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty [f_2(\lambda)e^{-\lambda z} + g_2(\lambda)e^{\lambda z}] J_0(\lambda x) d\lambda \quad (4.5)$$

Aplica-se as condições de contorno acima descritas, de forma que

$$f_1(\lambda) = \frac{k_1 e^{-2\lambda h}}{1 - k_1 e^{-2\lambda h}} \quad (4.6)$$

$$g_1(\lambda) = f_1(\lambda) \quad (4.7)$$

Sendo  $k_1$  o coeficiente de reflexão entre a primeira e a segunda camada, definido por

$$k_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (4.8)$$

Substituindo as expressões  $f_1(\lambda)$  e  $g_1(\lambda)$  e rearranjando-as, o potencial na superfície do solo ( $z = 0$ ) será definido por

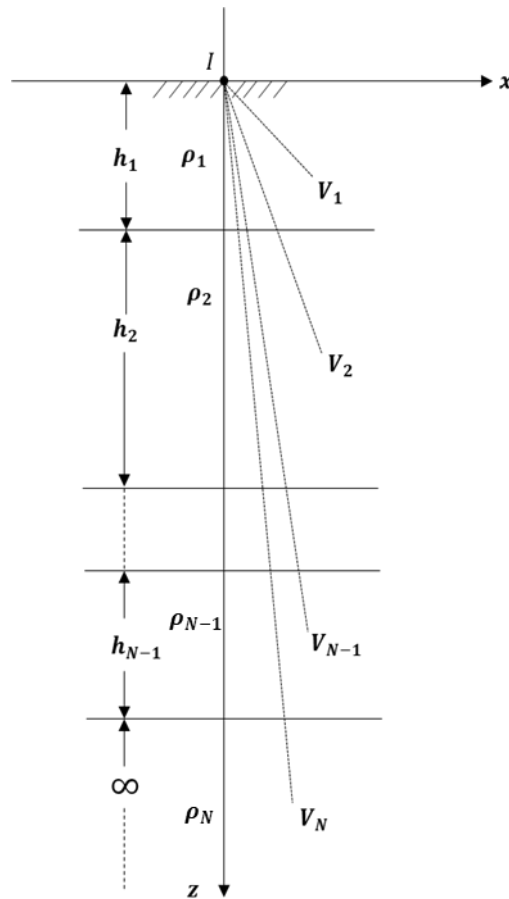
$$V_x = \frac{\rho_1 I}{2\pi} [1 + F_2(x)] \quad (4.9)$$

Sendo

$$F_2(x) = 2x \int_0^{\infty} \frac{k_1 e^{-2\lambda h}}{1 - k_1 e^{-2\lambda h}} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (4.10)$$

Em extensão à análise realizada para um modelo de duas camadas, [8] apresenta um modelo teórico para a estratificação horizontal em  $N$  camadas, conforme ilustrado pela Figura 4.3. Considerando os termos de correção de influência de outras camadas ( $V'$ ), estabelece-se as seguintes condições de contorno:

- O potencial na camada mais baixa, à medida que  $z$  tende ao infinito, é nula;
- O fluxo de corrente na superfície do solo é nulo;
- O potencial nas fronteiras é o mesmo para as camadas em cada lado da região, obedecendo ao princípio da continuidade.



**Figura 4.3 – Modelo de estratificação de solo em N-camadas.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

O objetivo principal é a determinação do potencial na superfície do solo. Conseqüentemente, mesmo sendo necessária a utilização das funções desconhecidas  $f(\lambda)$  e  $g(\lambda)$  durante o desenvolvimento dos cálculos, ao final, a determinação de  $f_1(\lambda)$  e  $g_1(\lambda)$ , presentes na expressão do potencial na primeira camada,  $V_1$ , são suficientes. Pode-se, então, estender a formulação descrita através da Equação 4.9 para o modelo teórico de estratificação em N-camadas, de forma que a equação de potencial em qualquer ponto do solo, ao longo do eixo  $x$ , quando submetido a uma corrente  $I$  que flui através de um eletrodo fincado em sua superfície, possa ser descrita por

$$V_N(x) = \frac{\rho_1 I}{2\pi x} [1 + F_N(x)] \quad (4.11)$$

Sendo,

$$F_N(x) = 2x \int_0^{\infty} \frac{K_{N1} e^{-2\lambda h_1}}{1 - K_{N1} e^{-2\lambda h_1}} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (4.12)$$

e

$$K_{N1} = \frac{k_1 + K_{N2}e^{-2\lambda h_2}}{1 + k_1 K_{N2}e^{-2\lambda h_2}} \quad (4.13)$$

$$K_{N2} = \frac{k_1 + K_{N3}e^{-2\lambda h_3}}{1 + k_1 K_{N3}e^{-2\lambda h_3}} \quad (4.14)$$

...

$$K_{NS} = \frac{k_S + K_{NS+1}e^{-2\lambda h_{S+1}}}{1 + k_S K_{NS+1}e^{-2\lambda h_{S+1}}} \quad (4.15)$$

$$K_{NN-2} = \frac{k_{N-2} + K_{NN-1}e^{-2\lambda h_{N-1}}}{1 + k_{N-2} K_{NN-1}e^{-2\lambda h_{N-1}}} \quad (4.16)$$

$$K_{NN-1} = k_{N-1} \quad (4.17)$$

Adicionalmente, é possível correlacionar os coeficientes de reflexão, conforme equação (4.8), sendo

$$k_S = \frac{\rho_{S+1} - \rho_S}{\rho_{S+1} + \rho_S} \quad e \quad k_{N-1} = \frac{\rho_N - \rho_{N-1}}{\rho_N + \rho_{N-1}} \quad (4.18)$$

A Tabela 4.1 apresenta os valores das equações  $f(\lambda)$  e  $g(\lambda)$  na equação de potencial para a primeira camada ( $f_1(\lambda)$  e  $g_1(\lambda)$ ), considerando-se a estratificação em até cinco camadas [8].



Tabela 4.1 – Resumo das formulações para estratificação do solo em até cinco camadas [8].

Estrutura do Solo (Nº camadas)	$f_1(\lambda)$	$g_1(\lambda)$	Cálculo
2	$\frac{k_1 e^{-2\lambda h_1}}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1}}$	$f_1(\lambda)$	$k_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$
3	$\frac{K_{31} e^{-2\lambda h_1}}{1 - K_{31} e^{-2\lambda h_1}}$	$f_1(\lambda)$	$K_{31} = \frac{k_1 + k_2 e^{-2\lambda h_2}}{1 + k_1 k_2 e^{-2\lambda h_2}}$ $k_2 = \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3 + \rho_2}$
4	$\frac{K_{41} e^{-2\lambda h_1}}{1 - K_{41} e^{-2\lambda h_1}}$	$f_1(\lambda)$	$K_{41} = \frac{k_1 + K_{42} e^{-2\lambda h_2}}{1 + k_1 K_{42} e^{-2\lambda h_2}}$ $K_{42} = \frac{k_2 + k_3 e^{-2\lambda h_3}}{1 + k_2 k_3 e^{-2\lambda h_3}}$ $k_3 = \frac{\rho_4 - \rho_3}{\rho_4 + \rho_3}$
5	$\frac{K_{51} e^{-2\lambda h_1}}{1 - K_{51} e^{-2\lambda h_1}}$	$f_1(\lambda)$	$K_{51} = \frac{k_1 + K_{52} e^{-2\lambda h_2}}{1 + k_1 K_{52} e^{-2\lambda h_2}}$ $K_{52} = \frac{k_2 + K_{53} e^{-2\lambda h_3}}{1 + k_2 K_{53} e^{-2\lambda h_3}}$ $K_{53} = \frac{k_3 + k_4 e^{-2\lambda h_4}}{1 + k_3 k_4 e^{-2\lambda h_4}}$ $k_4 = \frac{\rho_5 - \rho_4}{\rho_5 + \rho_4}$

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

#### 4.1.1.2 Medição de Resistividade a partir do Método de Wenner

O arranjo de Wenner, amplamente citado na literatura técnica, é um dos métodos mais utilizados e difundidos quando o assunto é medição de resistividade e estratificação de solos para dimensionamentos de malhas de aterramento.

O método proposto por F. Wenner [32] consiste na utilização de um equipamento de medição (por exemplo, alicate terrômetro) associado a quatro eletrodos auxiliares, dois de corrente e dois de potencial, introduzidos ao solo a uma profundidade  $P$ , em linhas reta e separadas, sendo igualmente espaçadas a uma distância  $a$ . A Figura 4.4 ilustra o método considerando a disposição dos eletrodos  $T_1, T_2, T_3$  e  $T_4$  nos pontos  $q_1, q_2, q_3$  e  $q_4$  [33].

Os eletrodos auxiliares de corrente e de potencial são cravados na superfície do solo a uma profundidade,  $P$ , de aproximadamente 50 cm. Admite-se que tanto a fonte de corrente como o ponto em que se deseja calcular o potencial gerado pela fonte estão localizados na primeira camada.

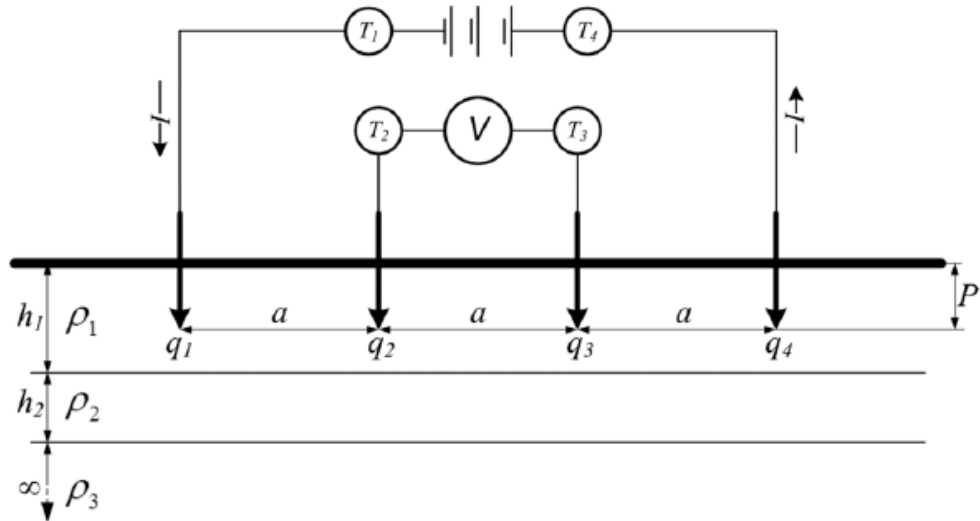


Figura 4.4 – Arranjo do Método de Wenner a quatro pontos [33].

Fonte: Calixto et al. (2010).

A corrente elétrica  $I$  é injetada através do primeiro eletrodo de corrente,  $T_1$ , e coletada no terminal do segundo eletrodo de corrente,  $T_4$ , impondo assim uma diferença de potencial,  $V$ , entre os eletrodos  $T_2$  e  $T_3$  situados nos pontos  $q_2$  e  $q_3$ , respectivamente, de forma que a resistividade aparente seja calculada como:

$$\rho_a = 2\pi a \frac{V}{I} \quad (4.19)$$

Considerando que a distribuição de potencial é assumida para um modelo de  $N$ -camadas, pode-se determinar seus valores a partir da Equação (4.11). Assim, para o eletrodo  $T_2$ , seu potencial com relação ao eletrodo  $T_1$  é denominado  $V_{21}$ , e em relação ao eletrodo  $T_4$  é denominado  $V_{24}$ , de forma que:

$$V_{21} = V_N(a) = \frac{\rho_1 I}{2\pi a} (1 + F_N(a)) \quad (4.20)$$

$$V_{24} = V_N(2a) = \frac{\rho_1(-I)}{4\pi a} (1 + F_N(a)) \quad (4.21)$$

De forma análoga para o eletrodo  $T_3$ , têm-se

$$V_{31} = V_N(2a) = \frac{\rho_1 I}{4\pi a} (1 + F_N(a)) \quad (4.22)$$

$$V_{34} = V_N(a) = \frac{\rho_1(-I)}{2\pi a} (1 + F_N(a)) \quad (4.23)$$

Determina-se então a diferença de potencial aparente entre os eletrodos  $T_2$  e  $T_3$

$$V_N = V_2 - V_3 = (V_{21} + V_{24}) - (V_{31} + V_{34}) \quad (4.24)$$

$$V_N = \frac{\rho_1 I}{4\pi a} (1 + 2F_N(a) - F_N(2a)) \quad (4.25)$$

Portanto, substituindo a Equação 4.25 em 4.19, obtém-se a equação da resistividade aparente,  $\rho_a$ , para uma estratificação horizontal do solo em N-camadas:

$$\rho_a = \rho_1 (1 + 2F_N(a) - F_N(2a)) \quad (4.26)$$

Embora existam outros métodos que adotem arranjos de quatro eletrodos, existe uma carência de material teórico sobre como conduzir as medições em campo e como processar os dados obtidos de resistividades aparentes até que se alcance o dimensionamento das malhas de terra [34]. Por essa razão, os valores experimentais utilizados para o desenvolvimento deste trabalho, em todos os casos aqui tratados, utilizaram-se do Método de Wenner [32] para a obtenção das medições de resistividade do solo, conforme apresentado no Capítulo 6.

A partir da metodologia descrita por [8] e [9], realizou-se para o desenvolvimento deste trabalho uma rotina de otimização, através do software Matlab® [10], a partir da criação de um Algoritmo Genético para a estratificação do solo em multicamadas. O detalhamento da metodologia e concepção do AG desenvolvido será apresentado no Capítulo 5, e a validação e apresentação dos resultados para os casos analisados neste trabalho serão apresentados no Capítulo 6.

## 4.2 Impedância de Aterramento

Quando há ocorrência de uma falta para a terra em uma determinada instalação, as correntes dissipadas para o solo através do sistema de aterramento provocam diferenças de potenciais entre:

- pontos da superfície do solo (tensão de passo);
- partes metálicas aterradas e o solo (tensão de toque);
- circuitos que estão de alguma forma conectados ao sistema de aterramento e a pontos distantes da superfície do solo, ou ainda a outros sistemas de aterramento afastados (potencial de transferência). É o caso dos circuitos de controle e comunicação, cabos para-raios, blindagem de cabos de potência e similares.

Em atenção ao último item acima, o efeito de acoplamento entre os cabos de interligação dos circuitos de corrente e potencial, dos equipamentos comerciais para medição de resistência de aterramento, torna-se um fator importante, particularmente envolvendo sistemas de aterramento de grande porte, os quais exigem grandes comprimentos de cabos para a realização das medições [31].

A verificação da qualidade do aterramento de torres de linhas de transmissão apresenta uma série de dificuldades em razão destas estarem eletricamente interconectadas através dos cabos guarda (ou cabo para-raios), utilizados em sua proteção contra descargas atmosféricas. Em virtude dessas interconexões, durante os procedimentos de medição de aterramento realizados com aparelhos convencionais, que injetam sinais em baixa frequência, faz-se necessária a desconexão dos cabos guardas para que não sejam aferidos resultados equivocados, que consideram a resistência final como associação em paralelo de todas as torres. Além disso, em sistemas de grandes dimensões a reatância de aterramento pode ser significativa quando comparada com a resistência, tornando-se assim mais adequada a análise de sua impedância de aterramento.

Como alternativa a esta situação, tem se tornado cada vez mais comum a utilização de medidores de aterramento de alta frequência. O princípio de funcionamento de tais equipamentos consiste na utilização de corrente de medida de alta frequência (na ordem de 20 a 30 kHz), para qual a impedância indutiva do cabo guarda é razoavelmente alta, o que permite a redução do efeito das torres adjacentes àquela que está sendo medida. O equipamento mede somente a resistência de aterramento da torre sob estudo. Os sistemas de aterramento extensos, como, por exemplo, contrapesos, são medidos considerando-se apenas o trecho mais próximo

ao ponto de conexão, de modo que o valor lido represente o comportamento frente a um sinal de impulso, semelhante à descarga atmosférica. Estes instrumentos dispõem de um banco de capacitores que permite avaliar a componente indutiva da resistência de aterramento medida, sendo automaticamente ajustado para que o sistema entre em ressonância e seja realizada a compensação da componente indutiva.

Bourg, Sacepe e Debu [35] apresentaram uma metodologia para determinação da impedância de aterramento, baseada na hipótese *quase estática*, na qual assume-se que as dimensões da geometria do problema são insignificantes quando comparadas ao comprimento de onda da corrente ao qual o sistema está submetido em situações de descargas atmosféricas ou surtos de manobra, cuja frequência máxima atingida não passa da ordem de MHz. Adotando-se essa hipótese, [35] define a expressão da impedância de aterramento, denominada  $\dot{Z}_g$ , em função dos parâmetros da linha de transmissão. A análise é realizada para um solo homogêneo, e para um sistema composto por uma haste vertical cilíndrica de resistência interna desprezível. Sob essa hipótese, inicialmente determinou-se a resistência de aterramento,  $R_g$ , para um eletrodo vertical. A impedância de aterramento,  $\dot{Z}_g$ , determinada em [35] será então expressa por

$$\dot{Z}_g = R_g F_2(x) \quad (4.27)$$

Em que a função  $F_2(x)$  é descrita por

$$F_2(x) = \frac{\sqrt{\frac{jx}{1+j\alpha x}}}{\tanh\sqrt{jx(1+j\alpha x)}} \quad (4.28)$$

Sendo:

- $x = 2\pi f\tau_L$
- $\alpha = \frac{\tau_C}{\tau_L}$ 
  - $\tau_L \approx \frac{\mu_0 l^2}{\rho}$  (constante de tempo indutiva)
  - $\tau_C = \rho\varepsilon$  (constante de tempo capacitiva)

Bourg, Sacepe e Debu [35] apresentam a avaliação da resposta em frequência para magnitude e fase de  $\dot{Z}_g$ . No primeiro caso, quando  $\tau_L \ll \tau_C$  ( $\alpha \gg 1$ ), atribui-se a  $\dot{Z}_g$

características capacitivas para as altas frequências e, no segundo caso, quando  $\tau_L \gg \tau_C$  ( $\alpha \ll 1$ ), atribui-se a  $Z_g$  características indutivas para as altas frequências. A partir desta análise, Bourg, Sacepe e Debu [35] determinam a existência de comprimento crítico,  $l_c$ , função de permeabilidade e resistividade do solo, quando  $\alpha = 1$ ,

$$l_c = \rho \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \quad (4.29)$$

de forma que, para comprimentos de eletrodos verticais menores que  $l_c$ , suas impedâncias de aterramento passam a apresentar comportamento capacitivo, quando submetidas às altas frequências, enquanto para comprimentos maiores que  $l_c$ , o oposto é verificado.

Considerando os eletrodos de aterramento avaliados, haste cilíndrica, haste de perfil em L e fita horizontal, o cálculo analítico de suas resistências de aterramento,  $R_g$ , para solo homogêneo, é obtido a partir das seguintes formulações:

$$R_{g\_haste} = \frac{\rho}{2\pi l} \left[ \ln \frac{4l}{a} - 1 \right] \quad (4.30)$$

$$R_{g\_haste\_L} = \frac{\rho}{2\pi l} \left[ \ln \frac{4l}{\sqrt{\frac{S}{\pi}}} - 1 \right] \quad (4.31)$$

$$R_{g\_fita} = \frac{\rho}{4\pi l} \left[ \ln \left( \frac{4l}{a} \right) + \frac{a^2 - \pi ab}{2(a+b)^2} + \ln \left( \frac{4l}{h} \right) - 1 + \frac{h}{2l} - \frac{h^2}{16l^2} + \frac{h^4}{512l^4} \dots \right] \quad (4.32)$$

Nas Equações 4.30, 4.31 e 4.32,  $\rho$  e  $l$  correspondem à resistividade do solo homogêneo e ao comprimento do eletrodo, respectivamente. A equação da haste de perfil em L (4.31) é obtida de forma aproximada, conforme [31], igualando-se à área da seção transversal da haste de perfil em L ( $S$ ) à área de seção da haste cilíndrica equivalente, de raio  $a$ . Na equação da fita horizontal [36], os parâmetros  $a$  e  $b$  correspondem à largura e espessura da fita, enquanto  $h$  corresponde à profundidade do aterramento.

Cabe ressaltar que a formulação apresentada por Bourg, Sacepe e Debu [35] para o cálculo analítico da impedância de aterramento para altas frequências, conforme 4.27, só é válida para eletrodos verticais, não sendo, portanto, aplicável na análise da fita.

## 5 METODOLOGIA

---

A metodologia aplicada a este trabalho pode ser segregada em três etapas, conforme apresentado a seguir:

- a) **Análise numérica e de otimização:** Nesta primeira etapa, realizou-se o desenvolvimento de uma rotina utilizando o software Matlab® [10] para a implementação de um Algoritmo Genético (AG) dedicado à realização da estratificação do solo em um modelo multicamadas [8] [9]. A validação do AG desenvolvido foi realizada a partir de comparação com os resultados apresentados por Gonos, em [9]. Na sequência, o AG foi utilizado para a análise de dois solos distintos, a partir de dados experimentais de resistividade medidos no estado de São Paulo e em uma linha de transmissão (LT) de 230 kV localizada no estado do Mato Grosso, quando submetidos à estratificação em diferentes números de camadas.
- b) **Modelagem computacional tridimensional:** Os modelos computacionais para três topologias de sistemas de aterramento compostos por haste cilíndrica de cobre, haste de perfil em L de aço, e para fita horizontal de cobre foram simulados no software Altair Flux®, que utiliza a fundamentação de Elementos Finitos para simulação de fenômenos eletromagnéticos. O primeiro modelo desenvolvido foi o da haste, utilizando-se dos parâmetros apresentados por Silva [5] para fins de validação. Na sequência, foram desenvolvidos os modelos da haste de perfil em L e fita, sendo determinados os valores de resistência e impedância de aterramento frente às variações na frequência. Para os modelos desenvolvidos propõe-se a aplicação de três técnicas de truncamento distintas para análise de desempenho, sendo elas o truncamento simples, truncamento analítico e o truncamento utilizando a técnica PML.
- c) **Aplicação dos resultados obtidos em “a” e “b” aos sistemas de aterramento reais:** A partir da obtenção dos parâmetros de estratificação do solo, através do AG desenvolvido para as medições experimentais descritas em “a”, as características dos solos foram atribuídas aos modelos computacionais.

Através dos resultados torna-se possível avaliar o melhor método de truncamento para o problema, bem como realizar a identificação das vantagens e desvantagens da utilização dos eletrodos avaliados em áreas que apresentam solo com elevada resistividade e que superam os

padrões de desligamento por descargas atmosféricas. O detalhamento dos itens “a” e “b” será apresentado a seguir.

### **5.1 Análise Numérica – Otimização a partir de Algoritmos Genéticos (AG)**

O problema geral de otimização consiste na necessidade de minimização ou maximização de funções multivariáveis, denominadas função objetivo, que podem ou não estar associadas a restrições de igualdade e desigualdade [37]. Ao longo das últimas décadas, os *Algoritmos Genéticos* vêm apresentando destaque na solução de tais problemas, devido à sua relativa simplicidade no que tange à operacionalização e requisitos de desenvolvimento.

A metodologia de otimização denominada Algoritmo Genético foi introduzida por John Holland, na década de 1960, com a aplicação na análise de mecanismos de adaptação natural [38]. Sua utilização foi disseminada às diversas áreas da ciência e engenharia, devido à sua característica adaptativa para solução de uma vasta gama de problemas. A utilização desta metodologia é especialmente atrativa para a solução de problemas globais multidimensionais, em que o espaço amostral apresente múltiplos potenciais elegíveis para mínimos locais [9].

Os Algoritmos Genéticos (AG), pertencentes à categoria de métodos não determinísticos, empregam uma estratégia de busca paralela e estruturada, porém aleatória, voltada à busca de pontos que são fortes candidatos à solução do problema, ou seja, aqueles nos quais a função a ser minimizada/maximizada apresenta valores mais baixos/altos. A esses pontos denomina-se mínimos/máximos locais.

Tais algoritmos representam matematicamente a Teoria Darwiniana de seleção natural, em que indivíduos mais aptos possuem maiores probabilidades de longevidade, reprodução e, conseqüentemente, maiores chances de repasse de seu código genético (cromossomos) para gerações futuras. Conforme [39], estes princípios são incorporados a algoritmos computacionais que buscam as melhores soluções através da evolução de populações, codificadas por cromossomos.

Os cromossomos correspondem a valores de possíveis soluções no espaço de busca do problema [38]. Eles são submetidos, então, a processos evolutivos que envolvem os processos de seleção (*set* inicial de pontos), reprodução, *crossover* e mutação. A ideia central é que a cada ciclo de evolução (geração) sejam selecionados os indivíduos com maiores potenciais para solução (mínimos/máximos locais).

Apesar da realização de buscas aleatórias, a cada processo iterativo, denominado geração, são exploradas informações históricas dos cromossomos para encontrar novos pontos



de busca em que são esperados desempenhos iguais ou superiores aos de seus cromossomos “pais”.

Conforme apresentado em [39], ao se comparar a solução de problemas de otimização a partir da utilização de métodos determinísticos (ie.: Método de Newton Rhapson, Método dos Gradientes Conjugados etc.) e de um AG, a primeira diferença entre as metodologias pode ser identificada na inicialização das buscas. No caso dos métodos determinísticos, as buscas se inicializam com um único candidato, o que dificulta a identificação de soluções ótimas globais e restringe o número de soluções a uma única por iteração. Além disso, a direção a ser percorrida para a busca do próximo candidato se dá através da resolução de equações diferenciais, o que torna a utilização do método determinístico mais complexa e mais restrita quando comparada a um AG [39].

Em contrapartida, o AG não adota o cálculo de derivadas no direcionamento da busca dos candidatos, necessitando apenas da avaliação da função objetivo e da introdução randômica de dados a cada iteração. Diante do exposto, considerando a problemática envolvida neste trabalho para a representação do solo em um modelo multicamadas a partir de medições experimentais, a utilização do AG se mostrou a mais adequada, apesar de seu tempo de simulação mais elevado.

### 5.1.1 Algoritmo Genético para Obtenção do Modelo de Solo Multicamadas

Considerando o desenvolvimento matemático do modelo de solo multicamadas, detalhado no Capítulo 4 deste documento, foi realizada a implementação de rotinas de otimização, utilizando o software Matlab® [10], a partir do desenvolvimento de um Algoritmo Genético para a estratificação horizontal do solo [8].

O AG desenvolvido busca a obtenção do valor mínimo global a partir da minimização da função objetivo,  $\varepsilon$ , entre as medições de resistividade experimentais medidas em campo,  $\rho_{mi}$ , e os valores de resistividade ditos computacionais,  $\rho_{ci}$ , ambas dependentes da distância entre a posição de dois eletrodos, ao longo do eixo  $x$  de medição, conforme apresentado por [8].

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^M \frac{|\rho_{mi} - \rho_{ci}|}{\rho_{mi}} \quad (5.1)$$

$$\rho_c(x) = \rho_1[1 + 2 \cdot F_N(x) - F_N(2x)] \quad (5.2)$$

Na equação 5.1,  $M$  corresponde ao número de medições realizadas, adotando-se o Método de Wenner [32];  $\rho_1$  é a resistividade na primeira camada e  $F_N(x)$  é a função descrita em (4.12).

Para iniciar as buscas, o AG requer a seleção de pontos de partida, cujo conjunto é denominado *população inicial*. Estes pontos são gerados de forma aleatória, mas podem ser direcionados de forma a respeitar limites inferiores e superiores pré-determinados. Estes limites podem ser estabelecidos a partir de restrições matemáticas (resistividade e altura de camada maiores que zero, por exemplo), e/ou a partir dos dados experimentais que servirão de base de comparação para a minimização da função objetivo e determinação da solução ótima global.

A população inicial é então convertida para o sistema binário, e a esse conjunto de bits é atribuído o papel de *cromossomos*, que de forma análoga ao modelo biológico, é responsável por carregar consigo as informações relativas às variáveis do problema de estratificação (resistividade e altura da camada). Para o AG desenvolvido, propõe-se a conversão binária em 16 bits, podendo variar de acordo com os valores de medição de resistividade experimentais avaliados.

O passo seguinte realizado pelo AG é a formação de pares entre os cromossomos, através do processo denominado *reprodução*. Estes pares, denominados *pais*, passam então por um processo de troca de cromossomos, denominado *crossover*. Cada conjunto de pais é responsável pela criação de  $N$  novos indivíduos, denominados filhos.

Durante o processo de *crossover*, atribui-se o conceito de *mutação*, que consiste na probabilidade de um “0” se tornar “1” e vice-versa. O coeficiente de mutação do AG desenvolvido foi de 5%. Aplica-se então o *processo de seleção natural*, em que são selecionados os 20 indivíduos com maior aptidão para se tornarem candidatos à solução mínima local, passando a compor a população e aptos a participar do processo de reprodução e *crossover* da próxima *geração*.

Assim, o AG gera o layout inicial para a obtenção dos valores da função objetivo ( $x$ ). Os processos descritos acima são repetidos de forma iterativa, *gerações*, limitadas neste AG a 50, de forma a selecionar os 20 melhores indivíduos oriundos dos processos de *crossover*.

É comum que durante o processo de execução do AG, haja a convergência prematura da solução para um mínimo ótimo local, e não para o global. Para mitigar esta convergência prematura, a população da próxima geração é povoada com 180 indivíduos aleatórios da geração anterior, além dos indivíduos mais aptos. Desta forma, mantém-se a variabilidade genética por um número maior de iterações.

Destaca-se que para o AG proposto o número de iterações foi delimitado, empiricamente, para 50 gerações executando-se a minimização da função objetivo 10.200 vezes. Esta delimitação foi imposta após a observação do comportamento de convergência do algoritmo.

A validação do AG, bem como os resultados obtidos através da aplicação dos resultados da estratificação do solo aos modelos computacionais desenvolvidos são apresentados no Capítulo 6.

## **5.2 Modelagem Computacional Tridimensional**

Como ponto de partida para o desenvolvimento da modelagem, faz-se necessária a análise do efeito pelicular para cada um dos sistemas avaliados para o correto dimensionamento da malha de Elementos Finitos, a fim de se garantir que esta seja suficientemente refinada para a verificação do comportamento físico do problema e, ao mesmo tempo, computacionalmente eficiente. De posse do correto dimensionamento da malha, são aplicadas as diferentes condições de contorno para o truncamento do domínio, sendo possível a determinação da resistência e impedância de aterramento para os sistemas avaliados.

O desenvolvimento da modelagem tridimensional associada ao problema de aterramento analisado neste trabalho foi realizado com o auxílio do software Altair Flux®[4]. Tendo em vista o escopo desta pesquisa foram propostos os desenvolvimentos de modelos computacionais tridimensionais para três tipos de eletrodos de terra:

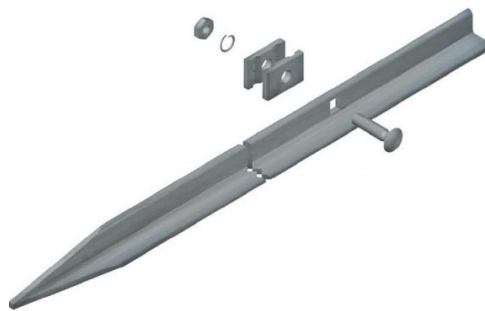
- a) Haste cilíndrica vertical em cobre;
- b) Haste vertical em aço com perfil em forma de haste de perfil em L;
- c) Fita metálica horizontal em cobre.

As Figura 5.1, Figura 5.2 e Figura 5.3 ilustram a geometria dos referidos condutores.



**Figura 5.1 – Modelo ilustrativo da haste vertical cilíndrica analisada.<sup>1</sup>**

Fonte: Única Material de Construção, [s.d.].



**Figura 5.2 – Modelo de haste vertical tipo haste de perfil em L analisada.<sup>2</sup>**

Fonte: Faw-7 Engenharia, [s.d.].



**Figura 5.3 – Modelo de fita metálica horizontal analisada.<sup>3</sup>**

Fonte: Alibaba, [s.d.].

<sup>1</sup>Disponível em: <https://www.xn--unicamaterialdeconstruo-s7b3h.com.br/haste-para-aterramento-12-x-240-metros-ih-812>. Acessado em: 12 ago. 2019.

<sup>2</sup>Disponível em: <http://www.faw7.com.br/produto/42/haste-de-aterramento-haste-de-perfil-em-l-galvanizada>. Acessado em: 12 out. 2019.

<sup>3</sup>Disponível em: [https://portuguese.alibaba.com/product-detail/thin-copper-foil-materials-for-faraday-cage-60796887280.html?spm=a2700.md\\_pt\\_PT.maylikever.13.a84361076E04I7](https://portuguese.alibaba.com/product-detail/thin-copper-foil-materials-for-faraday-cage-60796887280.html?spm=a2700.md_pt_PT.maylikever.13.a84361076E04I7). Acessado em: 12 out. 2019.

Para cada um dos modelos propõe-se a aplicação de três técnicas para a realização de truncamento do domínio. As simulações dos modelos desenvolvidos foram realizadas com auxílio do software Altair Flux® [4], utilizando a formulação magnetodinâmica (quase-estática) nodal em vetor potencial magnético,  $\vec{A}$ , juntamente com potencial escalar elétrico,  $V$ , com aproximação por elementos de segunda ordem.

Todos os modelos desenvolvidos para os três eletrodos descritos acima fizeram uso de simetria, a fim de se reduzir o domínio de estudo e, com isso, obter uma melhor discretização da malha de elementos finitos, com conseqüente redução da alocação de memória e no tempo de simulação.

Cabe ressaltar que apesar do caso de a haste cilíndrica vertical não exigir uma simulação tridimensional, ela é aqui realizada para servir de referência para as demais e também para se validar os modelos desenvolvidos, uma vez que possui solução analítica.

### 5.2.1 Metodologia de Truncamento

Uma das principais contribuições de trabalho ao estudo de sistemas de aterramento no regime harmônico é a realização de uma análise comparativa envolvendo três metodologias:

- a) Imposição de Condição de Dirichlet Homogênea (truncamento local simples) sob o potencial escalar elétrico na região de fronteira;
- b) Imposição de Condição de Dirichlet Não Homogênea (formulação analítica) sobre o potencial escalar elétrico [40] na região de fronteira;
- c) Utilização de material anisotrópico artificial – *Perfectly Matched Layers* (PML) com imposição de condição de Dirichlet homogênea na fronteira do PML.

#### 5.2.1.1 Truncamento a partir de Condição de Dirichlet Homogênea e Não Homogênea

O truncamento local de um domínio representa uma aproximação, uma vez que os campos eletromagnéticos se estendem até o infinito. Logo, todo truncamento irá ocasionar um erro numérico. Entretanto, essa é uma imposição dos métodos ditos de domínio, como o MEF. Conseqüentemente, para que estes esquemas locais tenham desempenho adequado, a região de truncamento deve ser alocada suficientemente distante da estrutura de aterramento.

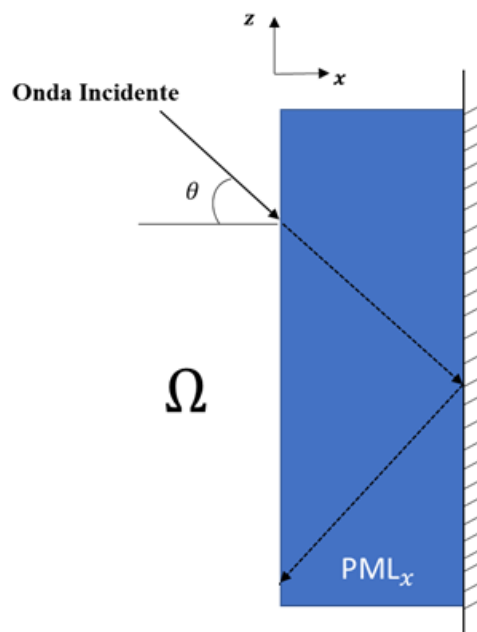
O truncamento a partir de imposição de condição de Dirichlet homogênea, também conhecido como truncamento simples, é aquele em que se delimita o tamanho do domínio, de forma que esse seja suficientemente afastado da região de interesse, e no qual será aplicado

potencial nulo. Já no truncamento a partir de condição de Dirichlet não homogênea, que faz uso de formulação analítica, a ideia é impor a esta fronteira não um potencial nulo, mas um valor que depende da posição em que se encontra essa fronteira, seguindo a ideia sugerida em [40].

De toda forma, ambas as abordagens afetam a precisão do resultado e o tamanho do domínio a ser modelado, sobrecarregando assim a memória e o tempo de solução computacional [27], demandando uma análise detalhada. Para estas duas metodologias, os modelos desenvolvidos adotaram domínios com dimensões iguais a 05 (cinco) vezes o tamanho do eletrodo avaliado. As Figura 5.10 e Figura 5.11 do item 5.2.3.1 ilustram um dos domínios desenvolvidos no software Altair Flux® para ambas as técnicas, considerando a análise realizada para os sistemas em solos homogêneos.

#### 5.2.1.2 Utilização de material anisotrópico artificial – PML

A metodologia denominada *Perfectly Matched Layer* (PML) é baseada na utilização de um material hipotético perfeitamente absorvedor nos limites do domínio computacional [24] [25] [26]. O PML realiza a absorção de ondas em todos os ângulos não tangenciais de incidência, para qualquer frequência, sem que haja a reflexão de qualquer uma de suas componentes. A Figura 5.4 ilustra a característica absorvedora do PML em uma visão bidimensional ( $x, z$ ); entretanto, tal comportamento é também verificado para o caso tridimensional ( $x, y, z$ ).



**Figura 5.4 – Mecanismo de absorção do PML.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

A utilização do truncamento de malhas de elementos finitos a partir dessa metodologia apresenta grandes vantagens tanto para problemas estáticos [28] [41] quanto para problemas que envolvem propagação. Conforme apresentado nos trabalhos [28] [41] [5], o PML possui propriedades físicas baseadas nos tensores diagonais de permeabilidade magnética,  $[\bar{\mu}]$ , e condutividade elétrica complexa,  $[\hat{\sigma}]$ , do meio que compartilha a sua interface. Tais tensores são representados por

$$[\bar{\mu}] = \mu[\Lambda] \quad (5.3)$$

$$[\hat{\sigma}] = \hat{\sigma}[\Lambda] \quad (5.4)$$

Sendo a matriz  $[\Lambda]$  representada por:

$$[\Lambda] = \begin{vmatrix} a_x & 0 & 0 \\ 0 & a_y & 0 \\ 0 & 0 & a_z \end{vmatrix} \quad (5.5)$$

Considerando um PML perpendicular ao eixo  $z$ , os parâmetros  $a_x$ ,  $a_y$  e  $a_z$  são representados por:

$$a_x = a_y = a \quad (5.6)$$

$$a_z = \frac{1}{a} \quad (5.7)$$

A variável  $a$  é função da posição e da frequência, possuindo um valor complexo quando submetida às altas frequências. Conforme [24], para frequências não suficientemente altas, de ordem de MHz, a variável  $a$  torna-se dependente apenas da posição, reduzindo-se a um valor real.

Para o caso dos sistemas de aterramento considerados nesse trabalho, a consideração de  $a$  como um valor real é suficientemente adequada para garantir a atenuação rápida dos campos, visto que para os casos de descargas atmosféricas e surtos de manobras incidentes nas linhas de transmissão, a faixa média frequência nunca será de ordem superior a MHz. Assim, considerando apenas a variação espacial do parâmetro  $a$  [24] [5], ao longo do eixo  $z$ , define-se

$$a = 1 + (a_{m\acute{a}x} - 1) \left( \frac{z}{D} \right)^m \quad (5.8)$$

Em que  $z$  corresponde à posição de  $a$  dentro de um PML de espessura  $D$ , ao longo do eixo  $z$ ;  $m$ , a ordem do polinômio de aproximação; e  $a_{m\acute{a}x}$ , o valor máximo real atribuído ao parâmetro  $a$  para  $z = D$ .

O dimensionamento dos modelos de PML desenvolvidos neste estudo é baseado nos valores do efeito pelicular,  $\delta$ , no solo. O dimensionamento dos elementos finitos, de dimensão linear  $h$ , bem como o dimensionamento dos demais parâmetros do PML foram realizados de acordo com os critérios estabelecidos em [25] e utilizados em [5], quais sejam:

$$a = 1 + (a_{m\acute{a}x} - 1) \left(\frac{z}{D}\right)^m \quad (5.9)$$

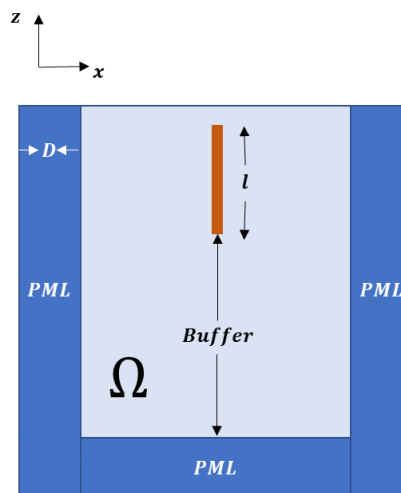
$$h_{m\acute{a}x} = \frac{\delta}{5} \quad (5.10)$$

$$h_{min} = \frac{\delta}{50} \quad (5.11)$$

$$D = n_{PML} h_{max} \quad (5.12)$$

$$buffer \approx 4\delta \quad (5.13)$$

Em que  $n_{PML}$  é o número de camadas (elementos) do PML,  $h_{m\acute{a}x}$  e  $h_{min}$  os limites máximos e mínimos de tamanho do elemento finito, e *buffer* a distância entre o dispositivo utilizado no aterramento e o PML. Caso a utilizaao de  $h_{m\acute{a}x}$  inviabilize a simulaao computacional (por questões de alocaao de memória, por exemplo), utiliza-se  $h_{min}$  para o dimensionamento da espessura  $D$  do PML. A Figura 5.5 ilustra a aplicaao do PML nas fronteiras domínio,  $\Omega$ , do problema analisado.



**Figura 5.5 – Exemplo de truncamento utilizando a técnica de PML, considerando-se um eletrodo vertical de comprimento  $l$  e imposiao do PML a uma distância, igual ao valor do *buffer*, do eletrodo de terra.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).



### 5.2.2 Criação da Malha de Elementos Finitos

A criação da malha de elementos finitos dos modelos computacionais desenvolvidos foi pautada na análise do *efeito pelicular* dos elementos de aterramento quando sujeitos às variações de frequência.

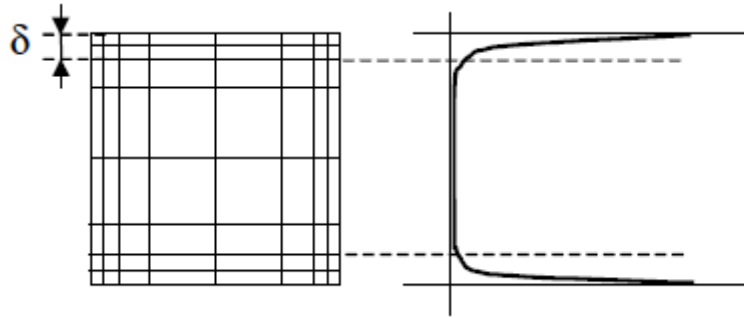
O *efeito pelicular* é um fenômeno que ocorre quando correntes variantes no tempo fluem através de um condutor. As correntes alternadas não são uniformemente distribuídas ao longo da seção transversal do condutor, concentrando-se nas camadas mais externas de sua superfície, e centralizando a concentração de linhas de corrente em uma espécie de “película” em suas extremidades. Este efeito se relaciona diretamente à variação da frequência e das propriedades do condutor, sendo descrito conforme [5].

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (5.14)$$

De modo que  $\delta$  corresponde à profundidade pelicular,  $\omega$  à frequência angular da corrente,  $\mu$  e  $\sigma$  às propriedades de permeabilidade e condutividade, respectivamente, intrínsecas ao condutor.

A discretização da região abrangida pela profundidade pelicular de um condutor se torna um desafio, uma vez que a malha criada precisa ser suficientemente discretizada nos locais onde há a concentração de circulação de corrente, a fim de que se garanta uma representação correta do fenômeno físico avaliado.

Ao se tratar do MEF, para que se assegure uma acurada avaliação física das grandezas quantitativas presentes nas camadas do condutor afetadas pelo efeito pelicular, a discretização da malha de elementos finitos deve garantir a presença de, ao menos, dois elementos finitos, preferencialmente retangulares, de segunda ordem, na espessura da região [42]. A Figura 5.6 ilustra a topologia ideal da malha para avaliação do fenômeno. Em muitos casos não é possível o refinamento da malha de forma a garantir tais condições devido à excessiva demanda de alocação de memória para sua solução computacional.

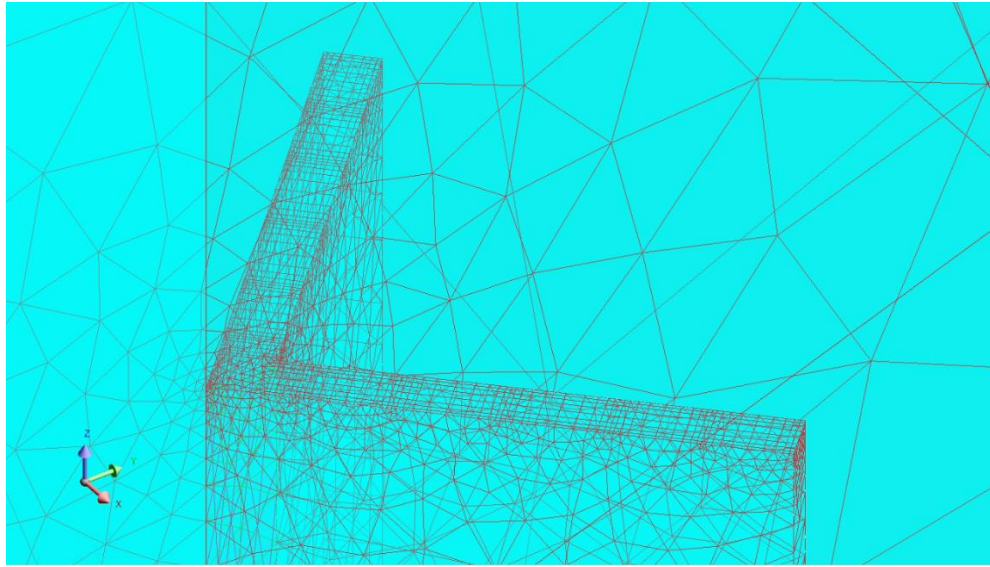


**Figura 5.6 – Discretização da malha de elementos finitos para a zona de efeito pelicular [42].**

Fonte: Adaptado de Altair Flux® (2019).

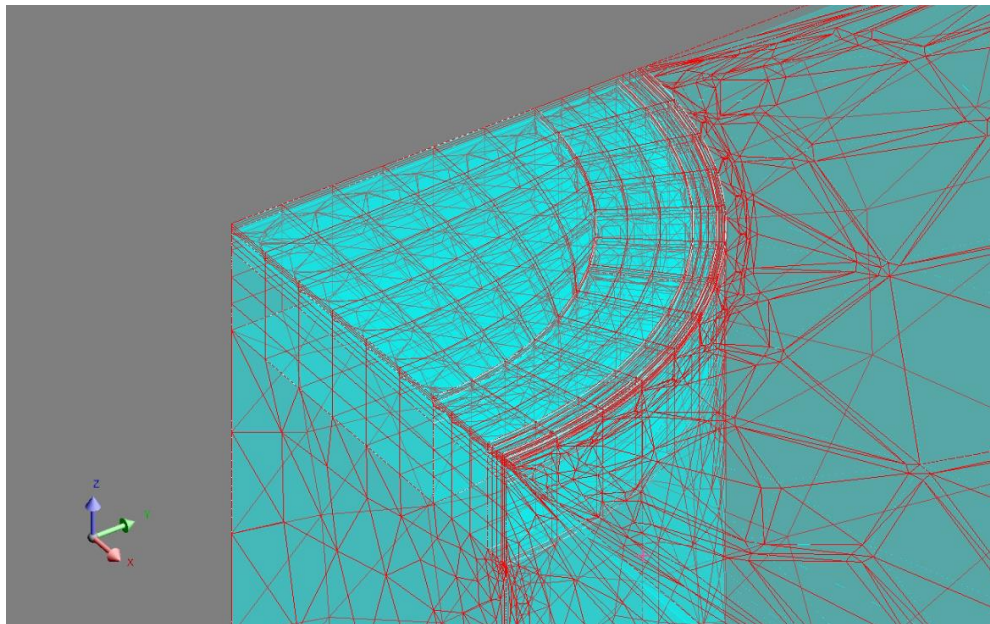
Para os modelos aqui apresentados foi possível assegurar as condições de discretização, nas regiões de efeito pelicular, com elementos hexaédricos de segunda ordem. As malhas de elementos finitos foram parametrizadas para acompanhar as variações de frequência, adequando automaticamente seu tamanho e quantidade de elementos para cada cenário avaliado.

As imagens ilustradas pelas Figura 5.7, Figura 5.8 e Figura 5.9 apresentam a discretização dos modelos para alguns dos casos avaliados neste trabalho, enfatizando a malha de elementos finitos nos eletrodos de terra. Vale observar que neste trabalho os eletrodos de aterramento são explicitamente discretizados, a fim de que o modelo numérico se aproxime o máximo possível da situação real. Essa estratégia, invariavelmente, demanda uma quantidade excessiva de memória computacional, de forma que uma alternativa a este inconveniente seria a representação através de uma aproximação *filiforme*, ou seja, desprezando-se a seção transversal dos condutores, que de fato é muito pequena face ao seu comprimento [43]. Essa aproximação se torna válida para todas as configurações analisadas. Entretanto, a abordagem filiforme, quando disponível nos softwares comerciais, como é o caso do Altair Flux® utilizado aqui, impõe uma série de restrições ao fenômeno físico para sua aplicação, o que compromete bastante seu uso em uma análise mais acurada dos sistemas de aterramento, como a que se pretende neste trabalho.



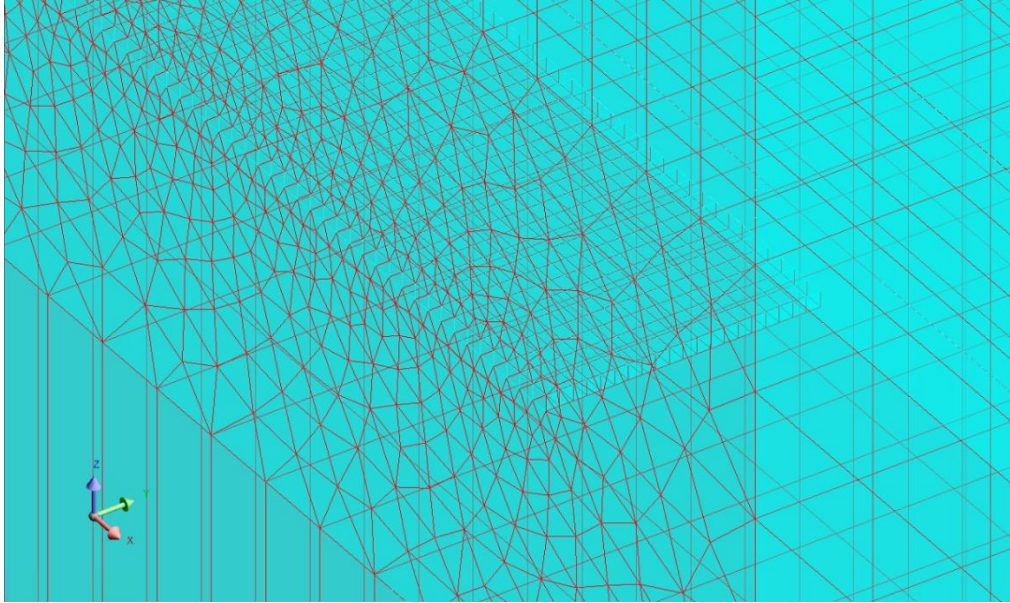
**Figura 5.7 – Discretização da malha de elementos finitos de uma das quatro hastes verticais de perfil L que compõem o aterramento da torre de transmissão de 230 kV avaliada, submetida à frequência de 1470 Hz e solo estratificado em  $N = 5$  camadas.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).



**Figura 5.8 – Discretização da malha de elementos finitos da haste vertical, submetida à frequência de 1 MHz e solo homogêneo.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).



**Figura 5.9 – Discretização da malha de elementos finitos da fita horizontal, submetida à frequência de 1470 Hz e solo estratificado em  $N = 5$  camadas.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

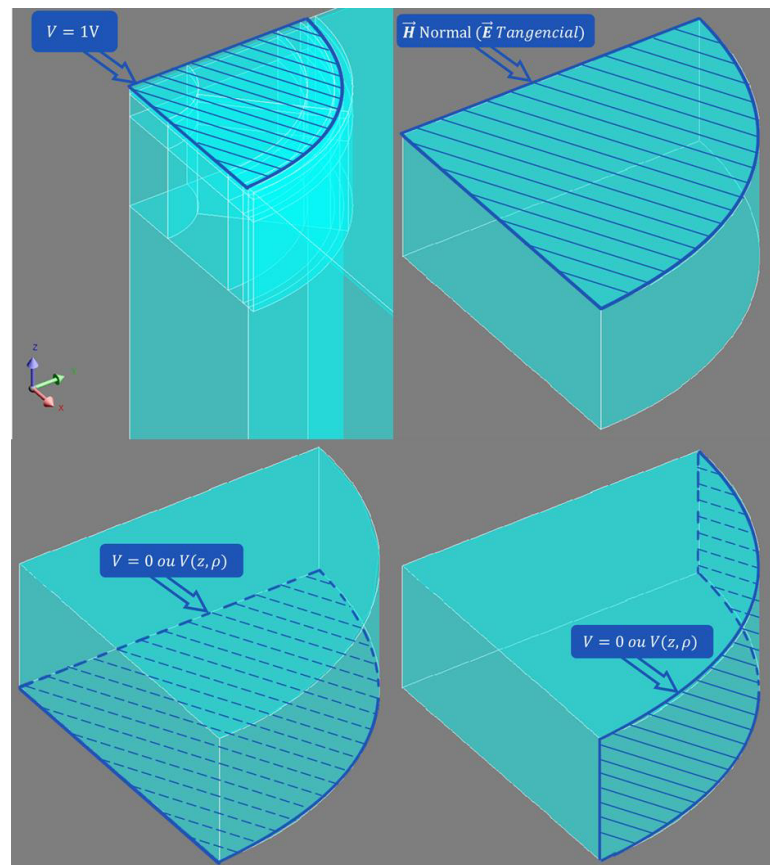
### 5.2.3 Aplicação das Condições de Contorno

As condições de contorno aplicadas nas fronteiras dos domínios dos sistemas de aterramento analisados, para cada um dos métodos de truncamento citados, são apresentadas a seguir:

#### 5.2.3.1 *Truncamento por Imposição de Condição de Dirichlet Homogênea (Truncamento Simples)*

Para a análise do truncamento simples, a excitação do problema será realizada na forma de imposição de Condição de Contorno de Dirichlet no potencial escalar elétrico, de  $1V_{RMS}$ , aplicada à face superior da haste, da haste de perfil em L e fita.

A Figura 5.10 abaixo apresenta o domínio de estudo, ilustrado pelo sistema composto pela haste, no qual estão indicadas as condições de contorno aplicadas.

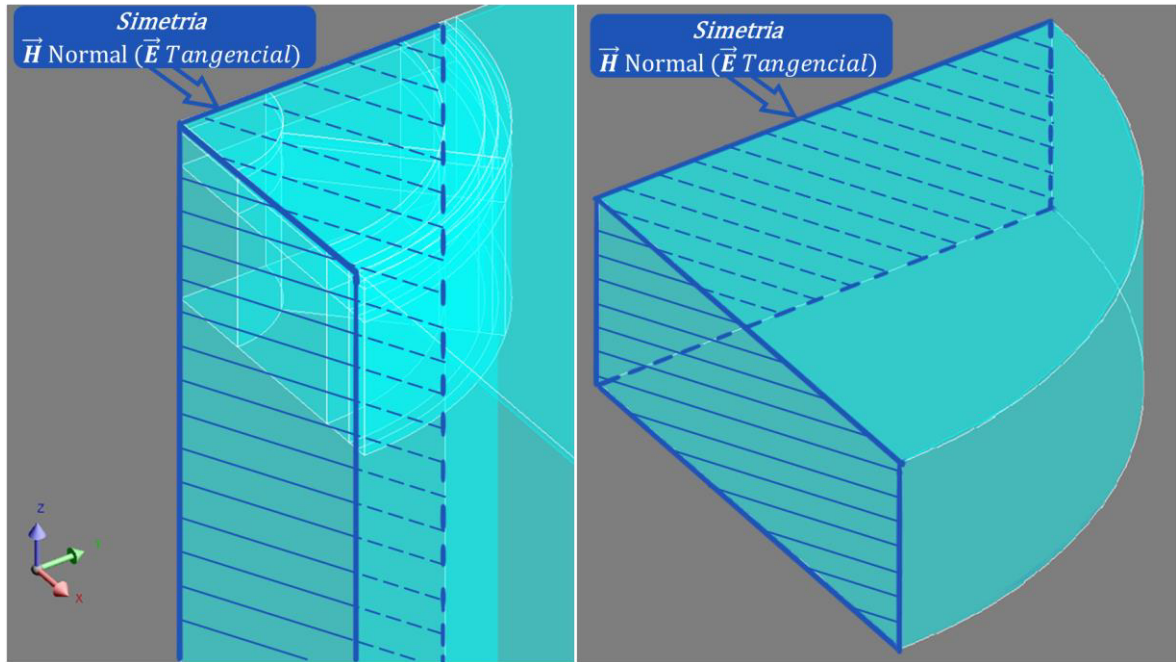


**Figura 5.10 – Apresentação das condições de contorno utilizadas para o caso da haste com: excitação igual a 1V no topo do eletrodo, campo  $\vec{H}$  normal no topo do solo, e truncamento a partir de imposição de condição de Dirichlet Homogênea ( $V = 0$ ) e Não Homogênea  $V(\rho, z)$ .**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Na Figura 5.10, observa-se que o domínio de estudo não considera o ar, limitando-se apenas ao solo. Na superfície do solo foi atribuída a condição de contorno de corrente (campo elétrico  $E$ ) tangencial e magnético normal (*default* no Altair Fux®), admitindo-se, portanto, que há uma simetria, o que não é verdade. Porém essa atribuição é possível tendo em vista o conceito do Método das Imagens [17]. A Figura 5.11 apresenta a condição de simetria adotada, ilustrada para o sistema composto pela haste.





**Figura 5.11 – Aplicação de simetria nos eixos XZ e YZ com imposição de  $\vec{H}$  normal.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

### 5.2.3.1 *Truncamento por Imposição de Condição de Dirichlet Não Homogênea (Truncamento por Formulação Analítica)*

O truncamento com formulação será realizado considerando-se um solo homogêneo, atribuindo-se a condição de contorno no potencial escalar elétrico à fronteira do domínio, a partir da formulação para um eletrodo vertical, apresentada em [44]:

$$V(\rho, z) = \frac{V_0}{\ln\left(\frac{\sqrt{l^2+a^2+l}}{\sqrt{l^2+a^2-l}}\right)} \ln \left[ \frac{(z+l) + \sqrt{(z+l)^2 + \rho^2}}{(z-l) + \sqrt{(z-l)^2 + \rho^2}} \right] \quad (5.15)$$

Por se tratar de simulação tridimensional, a variável  $\rho$  foi reescrita em termos das variáveis espaciais  $x$  e  $y$ , uma vez que  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

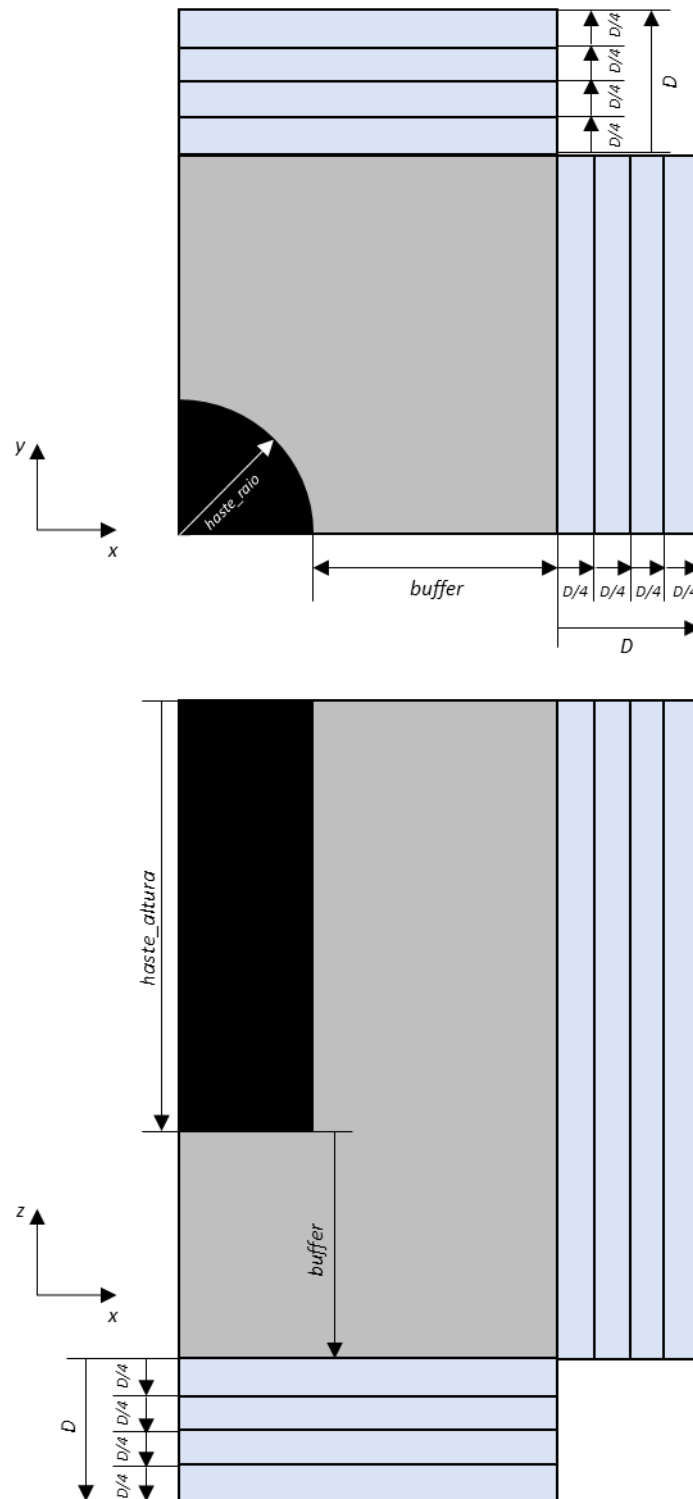
Ressalta-se que a formulação só é válida para eletrodos verticais, neste caso a haste e haste de perfil em L, não sendo aplicável na análise da fita horizontal.

### 5.2.3.2 *Truncamento através de material anisotrópico utilizando a técnica PML com Imposição de Condição de Dirichlet Homogênea nas fronteiras*

Para o truncamento considerando um material artificial anisotrópico e completamente absorvedor, valem as mesmas condições de contorno descritas para o truncamento simples, sendo a única diferença o domínio considerado, que passa a ter forma de paralelepípedo ao invés de cilíndrica, isto porque a formulação do PLM utilizada aqui é válida apenas para faces planas.

A parametrização do modelo utilizando PML é realizada de forma empírica, devendo ser avaliada individualmente para cada aplicação e características físicas do problema. As estimativas de tais parâmetros foram obtidas a partir das equações apresentadas no item 5.2.1.2, considerando-se as premissas adotadas [5] e [29], a partir de elementos nodais de segunda ordem, portanto  $m = 2$ , adotando-se  $a_{m\acute{a}x} = 30$ , e espessura do PML,  $D$ , descrita conforme equação (5.12). Devido à utilização de elementos nodais de segunda ordem, adota-se  $n_{PML} = 1$ , conforme [29]. O domínio composto pelo condutor, solo e PML é truncado a partir da imposição de condição de Dirichlet homogênea ( $V = 0$ ) em suas fronteiras, e possui a imposição das demais condições de contorno e simetrias análogas ao apresentado nas Figura 5.10 e Figura 5.11.

Por questões de limitações do software utilizado na modelagem, abordadas em maiores detalhes no item 6.2.2, fez-se necessária a discretização da espessura do PML,  $D$ , em 04 (quatro) camadas para a determinação pontual do parâmetro  $a$  e viabilização das simulações. A Figura 5.12 ilustra o domínio do truncamento PML desenvolvido, para o caso da haste, considerando-se os parâmetros apresentados nesta e na Seção 5.2.1.2.



**Figura 5.12 – Diagrama ilustrativo (vista superior (x-y) e frontal (x-z)) do truncamento implementado computacionalmente utilizando a técnica PML para a haste (dimensões fora de escala para melhor visualização da configuração adotada).**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).



## 6 RESULTADOS

### 6.1 Estratificação do Solo Utilizando Algoritmo Genético (AG)

O AG desenvolvido foi inicialmente validado a partir da comparação entre seus resultados e os de Gonos [9]. Após sua validação, o AG foi utilizado na estratificação do solo a partir de medições experimentais realizadas em um terreno na região de São Paulo, e em uma linha de transmissão (LT) de 230 kV localizada no Mato Grosso. Ressalta-se que todas as medições experimentais de resistividade aqui apresentadas foram realizadas a partir do Método de Wenner a quatro pontos [32]. Os resultados obtidos para cada um dos casos mencionados são apresentados a seguir.

#### 6.1.1 Validação do AG desenvolvido

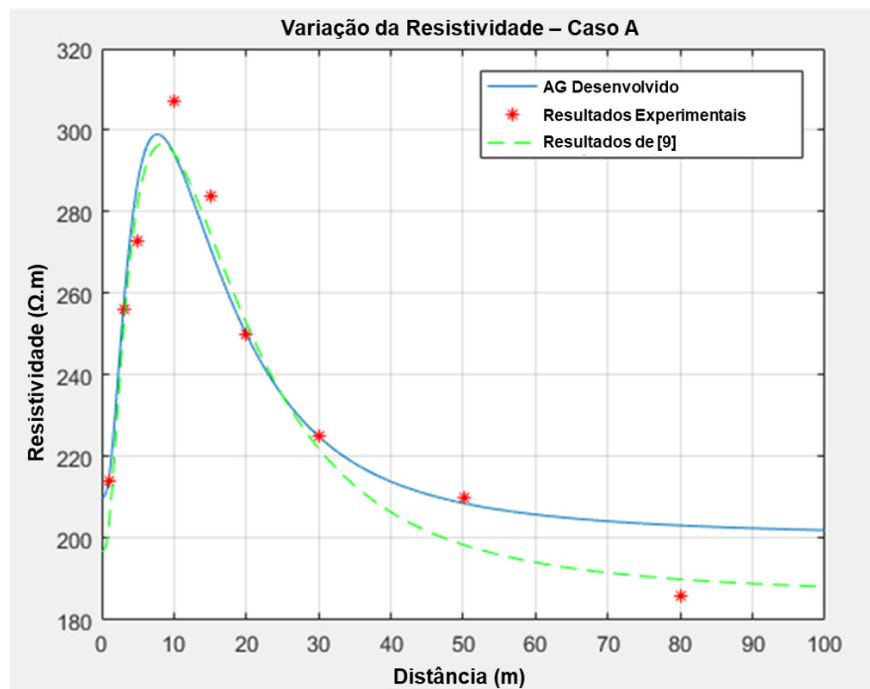
Gonos apresenta em [9] os resultados obtidos para o seu AG desenvolvido para representação do solo em multicamadas. São apresentados também dois conjuntos de medições experimentais de resistividade do solo, designados por *Caso A* e *Caso B*. A Tabela 6.1 apresenta os referidos valores experimentais de resistividade.

**Tabela 6.1 – Dados Experimentais de medição de resistividade, realizados a partir do Método de Wenner a quatro pontos, apresentados em [9].**

CASO A		CASO B	
$\alpha_{mi}$ [m]	$\rho_{mi}$ [ $\Omega \cdot m$ ]	$\alpha_{mi}$ [m]	$\rho_{mi}$ [ $\Omega \cdot m$ ]
1	214	1	138
3	256	3	79
5	273	6	71
10	307	8	67
15	284	10	80
20	250	15	88
30	225	20	99
50	210	40	151
80	186	60	170

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Os gráficos ilustrados nas Figura 6.1 e Figura 6.2 apresentam a comparação entre os valores de resistividade computacionais,  $\rho_{ci}$ , obtidos a partir da implementação da Equação (5.2) no AG e os experimentais,  $\rho_{mi}$ , apresentados na Tabela 6.1, utilizados como parâmetros de entrada para o algoritmo. Os referidos gráficos apresentam a curva de variação de resistividade em função da variação do espaçamento entre os eletrodos de medição. As curvas em azul representam os valores  $\rho_{ci}$  do AG desenvolvido, as curvas em verde correspondem aos valores  $\rho_{ci}$  calculados por Gonos [9], e os pontos em vermelho correspondem aos valores  $\rho_{mi}$ . Os valores de  $\rho_{ci}$  para distâncias  $\alpha$  não verificadas experimentalmente correspondem a uma interpolação realizada no AG, em função do espaçamento do eletrodo.



**Figura 6.1 – Curvas de variação da resistividade aparente do solo em função da variação da posição dos eletrodos de medição. Comparação entre os resultados obtidos a partir do AG desenvolvido (azul),  $\rho_{ci}$ , os resultados experimentais (vermelho),  $\rho_{mi}$ , e numéricos (verde) apresentados em [9] para o caso intitulado “Caso A”.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

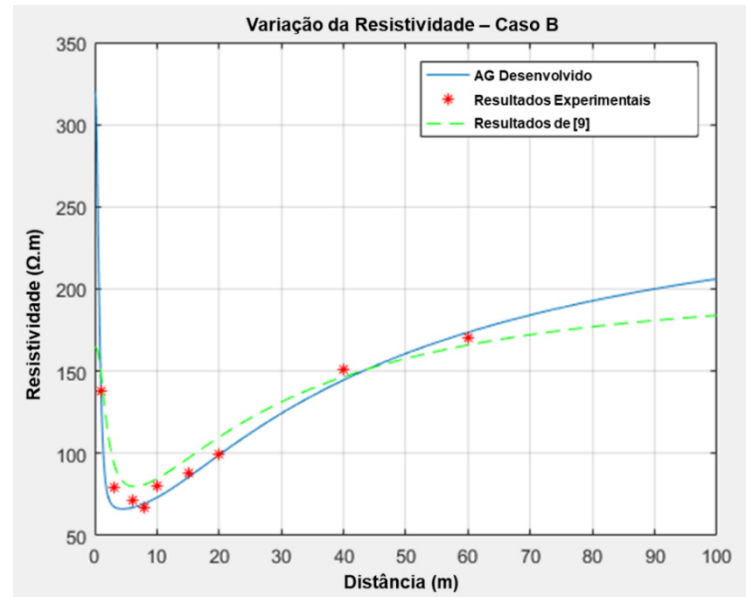


Figura 6.2 – Curvas de variação da resistividade aparente do solo em função da variação da posição dos eletrodos de medição. Comparação entre os resultados obtidos a partir do AG desenvolvido (azul),  $\rho_{ci}$ , os resultados experimentais (vermelho),  $\rho_{mi}$ , e numéricos (verde) apresentados em [9] para o caso intitulado “Caso B”.

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

A Tabela 6.2 apresenta a comparação entre os parâmetros de resistividade,  $\rho_n$ , e altura,  $h_{n-1}$ , para a estratificação em  $N = 3$  camadas pelo modelo proposto apresentado em [9] e os valores obtidos pelo AG desenvolvido, inclusive para a minimização da função objetivo,  $\varepsilon$ , determinada na Equação (5.1).

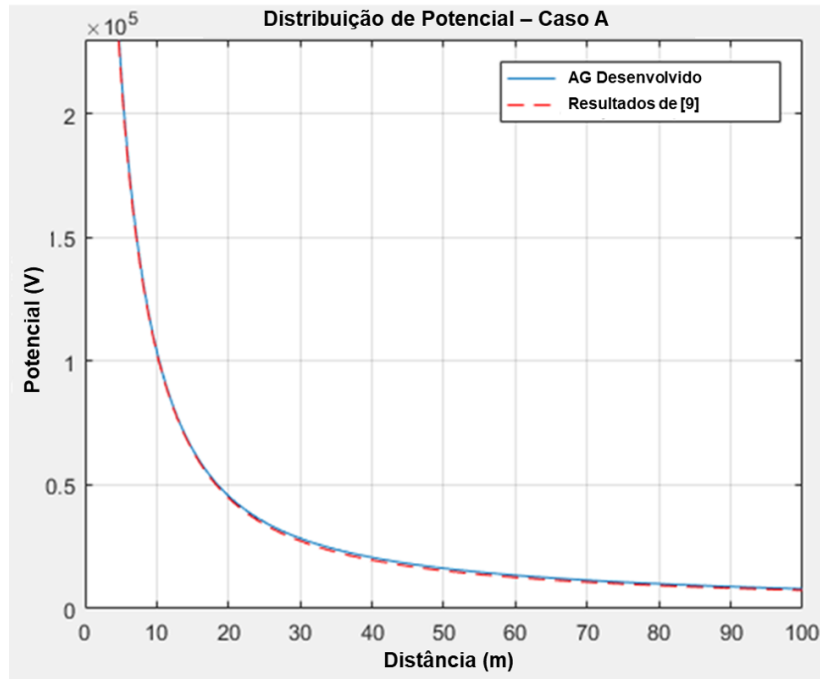
Tabela 6.2 – Comparação entre os parâmetros de estratificação para resistividade,  $\rho_n$ , e altura,  $h_{n-1}$ , para estratificação de solo em  $N = 3$  camadas, e minimização da função  $\varepsilon$ , obtidos através do AG desenvolvido e os apresentados em [9]

	CASO A		CASO B	
	AG	[9]	AG	[9]
$\rho_1[\Omega \cdot m]$	210	196,9	320	164,5
$\rho_2[\Omega \cdot m]$	384,4	351,7	63,7	71,6
$\rho_3[\Omega \cdot m]$	200	185,2	256	203,7
$h_1[m]$	2	1,7	0,5	1,2
$h_2[m]$	5,8	8,4	13	10,6
$\varepsilon$	<b>0,2421</b>	0,2662	<b>0,4276</b>	0,3652

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

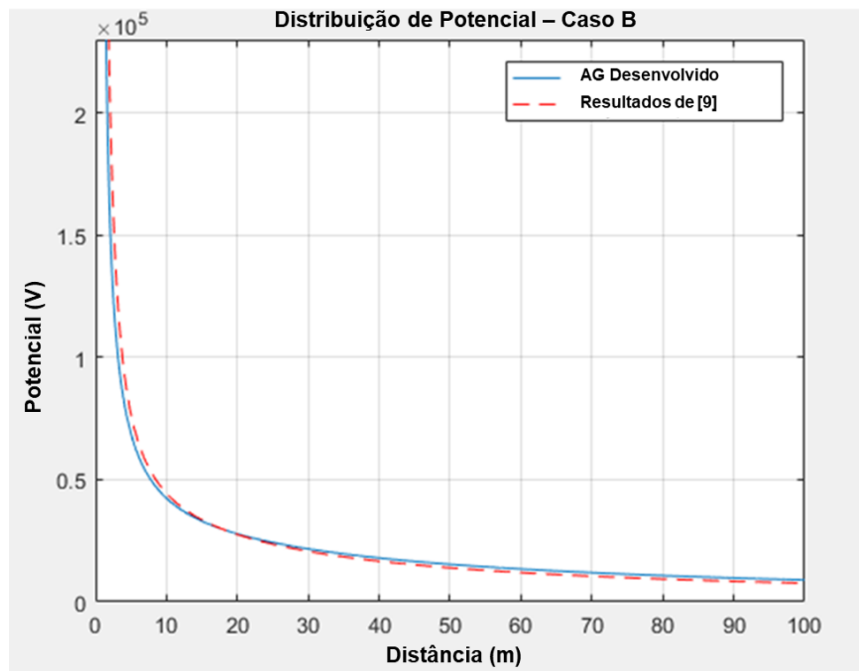
A análise da Tabela 6.2 permite observar que a função objetivo,  $\varepsilon$  (5.1), apresentou convergência satisfatória em seu processo de minimização.

As Figura 6.3 e Figura 6.4 apresentam os perfis de distribuição de potencial obtidos no AG para o comportamento do potencial no solo descrito na Equação (4.11), e os apresentados por Gonos [9] através das curvas em azul e vermelho, respectivamente.



**Figura 6.3 – Comparação entre as curvas de distribuição de potencial obtida pelo AG (azul) desenvolvido e a apresentada em [9] (vermelho), para o caso intitulado “Caso A”.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).



**Figura 6.4 – Comparação entre as curvas de distribuição de potencial obtida pelo AG (azul) desenvolvido e a apresentada em [9] (vermelho), para o caso intitulado “Caso B”.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

A comparação entre resultados obtidos para a distribuição de potencial no solo permite a validação do AG desenvolvido, e comprova sua eficiência no processo de estratificação de solos.

### 6.1.2 Resultados da Estratificação – Instituto de Engenharia

A Tabela 6.3 apresenta as medições de resistividade do solo realizadas no Instituto de Engenharia de São Paulo, conduzidas sob supervisão da autora, obtidas com a utilização de alicate terrômetro de 1470 Hz (modelo MTD-20KWe).

**Tabela 6.3 – Dados da medição experimental de resistividade do solo realizada no Instituto de Engenharia de São Paulo, com a utilização do terrômetro de 1470 Hz (modelo MTD-20KWe).**

$\alpha_{mi}$ [m]	$\rho_{mi}$ [ $\Omega \cdot m$ ]
1	170,9
2	177,2
4	141,5
6	145,1
8	141,2
10	153,9

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

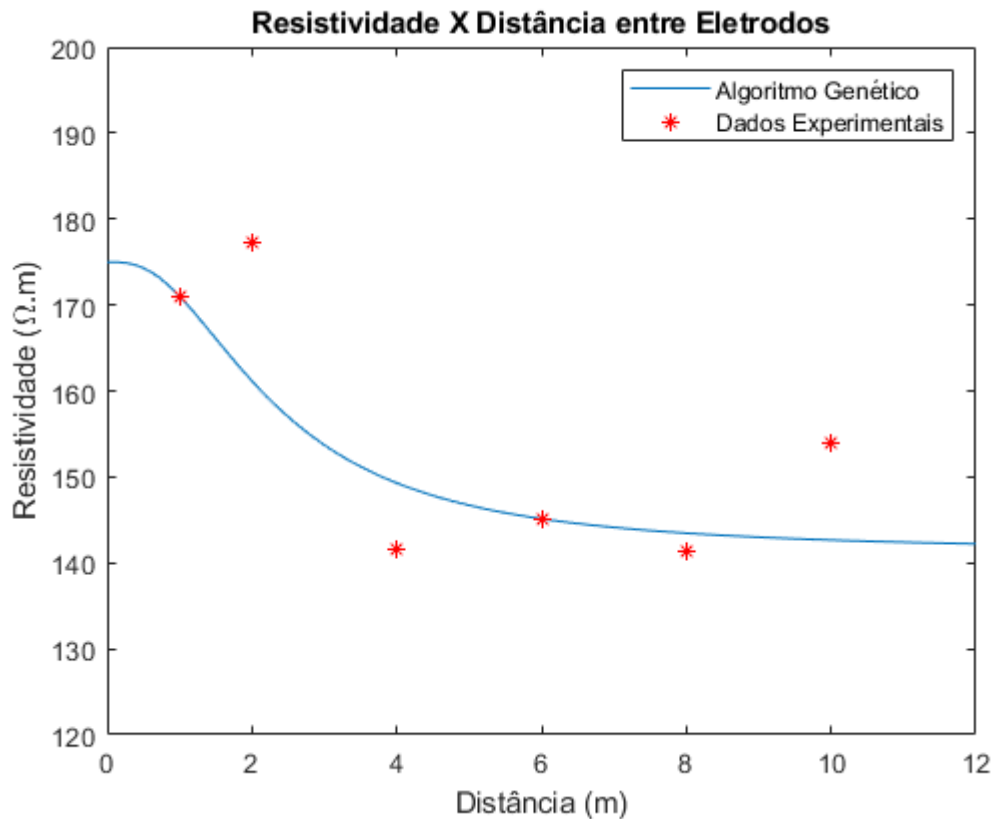
A partir dos valores da Tabela 6.3, realizou-se a estratificação do solo em  $N = 2$  camadas para comparação entre os resultados obtidos através do AG desenvolvido e do software comercial CYME Power Engineering Software® [45]. A Tabela 6.4 apresenta os resultados da análise, comprovando, uma vez mais, a eficiência do modelo de otimização proposto de estratificação do solo.

**Tabela 6.4 – Comparação entre os resultados de estratificação em  $N = 2$  camadas obtidos através do AG desenvolvido e com o software comercial CYME Power Engineering Software® [44].**

Dados de Estratificação	CYME Power Engineering Software®[44]	Algoritmo Genético Desenvolvido	Erro Médio
$\rho_1$ ( $\Omega \cdot m$ )	179,96	175	2,8%
$\rho_2$ ( $\Omega \cdot m$ )	141,84	141,2	0,5%
$h$ (m)	1,33	1,3	2,3%

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

A Figura 6.5 apresenta a curva de variação de resistividade em função da variação do espaçamento entre os eletrodos de medição, comparando os dados experimentais,  $\rho_{mi}$ , e os valores calculados pelo AG,  $\rho_{ci}$ , conforme mencionado no item 6.1.1.



**Figura 6.5 – Curvas de variação da resistividade aparente do solo em função da variação da posição dos eletrodos de medição, para estratificação em  $N = 2$ . Comparação entre os resultados obtidos a partir do AG desenvolvido (azul),  $\rho_{ci}$ , e os resultados experimentais (vermelho),  $\rho_{mi}$ , obtidos a partir de medições experimentais realizadas no Instituto de Engenharia de São Paulo.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

É importante salientar que existem erros inerentes à atividade de medição de resistividade em campo, tanto do ponto de vista humano de execução quanto do próprio equipamento de medição, tornando-se fontes de desvios entre a análise numérica e os valores experimentais.

### 6.1.3 Resultados da Estratificação – LT 230 kV em operação no Mato Grosso

Finalmente, a Tabela 6.5 apresenta as medições de resistividade do solo realizadas em uma torre de transmissão de 230 kV, localizada no estado do Mato Grosso. Conforme apresentado nas medições, o solo local apresenta características arenosas [46], possuindo resistividade extremamente elevada, diferentemente do solo avaliado no item 6.1.2.

**Tabela 6.5 – Dados da medição experimental de resistividade do solo realizada em uma torre de transmissão pertencente a uma LT 230 kV, com a utilização do terrômetro de 1470 Hz (modelo MTD-20KWe).**

$\alpha_{mi}$ [m]	$\rho_{mi}$ [ $\Omega \cdot m$ ]
1	8.233
2	12.937
4	11.279
8	6.506
16	5.677

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

A partir dos resultados experimentais da Tabela 6.5 e da metodologia empírica descrita em [46], estima-se que o solo analisado possua ao menos três camadas ( $N = 3$ ).

Com o auxílio do AG foram obtidos parâmetros de resistividade,  $\rho_n$ , e altura,  $h_{n-1}$ , e o valor de minimização da função objetivo,  $\varepsilon$ , estabelecido (5.1) para a estratificação em  $N = 3$ . Os resultados são apresentados na Tabela 6.6.

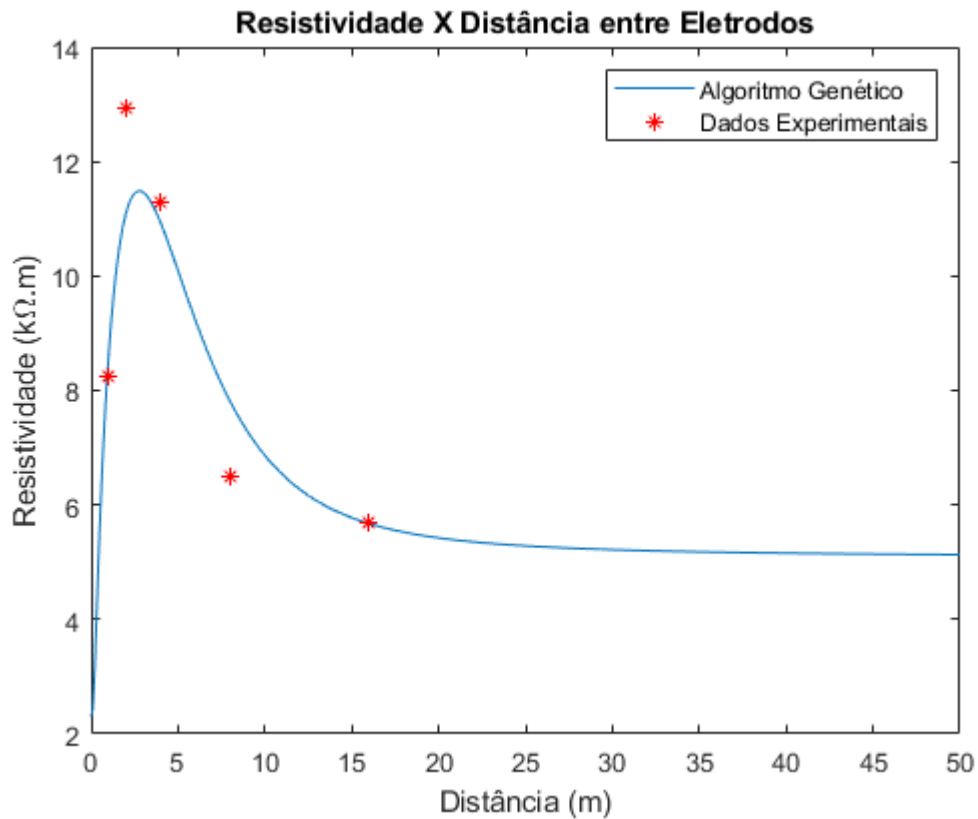
**Tabela 6.6 – Resultados para a estratificação em  $N = 3$  camadas do solo onde se encontra a torre de 230 kV analisada, obtidos através do AG desenvolvido.**

$\rho_1$ ( $\Omega m$ )	2.304,0
$\rho_2$ ( $\Omega m$ )	16.383,7
$\rho_3$ ( $\Omega m$ )	5.087,7
$h_1$ (m)	0,2
$h_2$ (m)	2,5
$\varepsilon$	<b>0,416</b>

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

A Figura 6.6 apresenta a curva de variação de resistividade em função da variação do espaçamento entre os eletrodos de medição, comparando os dados experimentais,  $\rho_{mi}$ , e os valores calculados pelo AG,  $\rho_{ci}$ .





**Figura 6.6 – Curvas de variação da resistividade aparente do solo em função da variação da posição dos eletrodos de medição. Comparação entre os resultados obtidos a partir do AG desenvolvido (azul),  $\rho_{ci}$ , e os resultados experimentais (vermelho),  $\rho_{mi}$ , obtidos a partir de medições experimentais realizadas em uma torre de transmissão, tipo estaiada, de 230 kV.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

A realização da estratificação, em especial para casos como este, que apresenta resistividade extremamente elevada, é de fundamental relevância para o correto dimensionamento dos eletrodos que irão compor sua malha, para que se assegure os menores valores de impedância de aterramento possíveis.

Os valores apresentados na Tabela 6.6 foram agregados ao modelo computacional desenvolvido para esse sistema. Os resultados são apresentados no item 6.3.2.

## 6.2 Modelagem Computacional

Todas as simulações e ferramentas computacionais desenvolvidas neste trabalho foram realizadas através de uma Workstation Dell Precision Tower 5810, processador Intel (R) Xeon (R) CPU E5-1650V4 de 3.60 GHz, 06 núcleos (12 *threads*), RAM instalada de 64 GB, Sistema Operacional Windows 10 de 64 bits, e placa de vídeo GPU NVIDIA Quadro K1200 com memória de 4 GB GDDR5, interface de 128-bit, 512 CUDA *cores*.

Os itens subsequentes apresentam os critérios e análises realizadas para validação dos modelos computacionais propostos nesta pesquisa.

### 6.2.1 Análise do Efeito Pelicular

A Tabela 6.7 apresenta as características geométricas e dos materiais utilizados para a confecção dos modelos computacionais, para a hipótese de solo homogêneo, desenvolvidos no Altair Fux®[4].

**Tabela 6.7 – Dados dimensionais e propriedades dos materiais dos eletrodos modelados no domínio constituído por solo homogêneo.**

	Dados Dimensionais				Propriedade dos Materiais		
	Raio	Largura	Comprimento	Espessura	Material	$\mu_r$	$\rho$ ( $\Omega m$ )
<b>Haste</b>	4 mm	-	8 m	-	Cobre	1	1,7 10 <sup>-8</sup>
<b>Haste de perfil em L</b>	-	31,75 mm	2 m	3,175 mm	Aço	500	20 10 <sup>-8</sup>
<b>Fita</b>	-	7 mm	2m	2mm	Cobre	1	1,7 10 <sup>-8</sup>

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Os modelos desenvolvidos consideraram resistividade aparente do solo utilizada em [5], com valor igual a  $\rho = 450 \Omega.m$ . Os valores analíticos para resistência de aterramento a baixas frequências obtidos a partir das Equações 4.30, 4.31 e 4.32, considerando-se os dados de geometria dos condutores e propriedades do solo descritas acima, são apresentados na Tabela 6.8.

**Tabela 6.8 – Valores de resistência de aterramento obtidos através das formulações analíticas 4.30, 4.31 e 4.32 para haste, haste de perfil em L e fita, respectivamente, considerando-se a resistividade aparente do solo igual a  $\rho = 450 \Omega \cdot m$  e as propriedades geométricas dos eletrodos apresentadas na Tabela 6.7.**

<b>Eletrodo</b>	<b><math>R_{g_{analítico}} (\Omega)</math></b>
Haste	71,5
Haste de perfil em L	212,4
Fita	192,1

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Os cenários avaliados consideram fixas as propriedades geométricas e dos materiais dos condutores, havendo, contudo, apenas variação na frequência. Desta forma, considerando-se a (5.14), o efeito pelicular ao qual o condutor e o domínio estão sujeitos são avaliados para as frequências de 60 Hz, 10 kHz, 150 kHz e 1 MHz, conforme apresentado na Tabela 6.9.

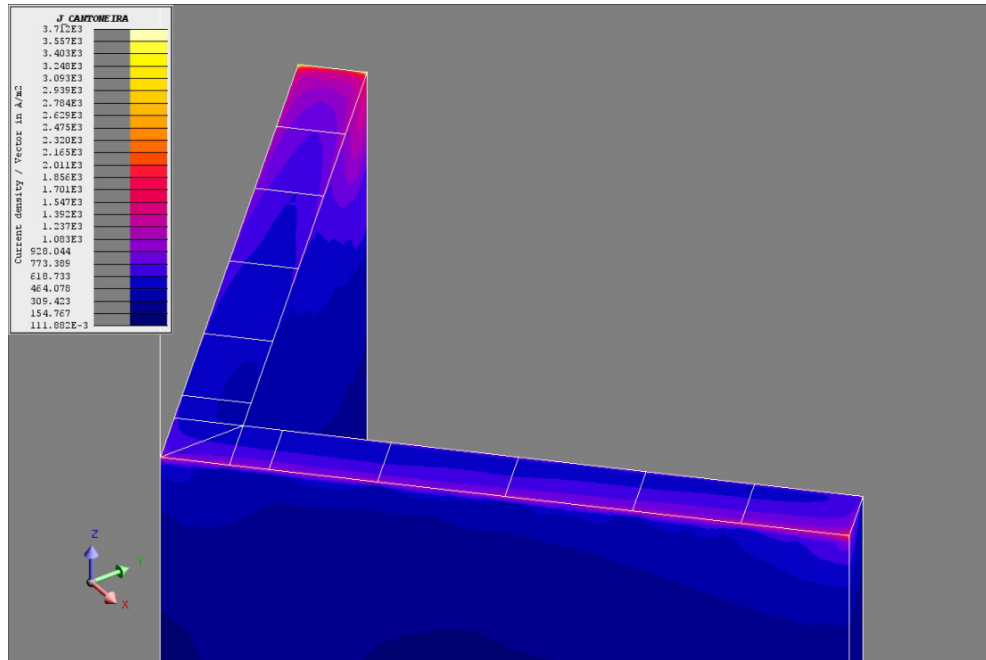
**Tabela 6.9 – Efeito pelicular para os materiais dos eletrodos analisados, de acordo com a variação de frequência (60 Hz, 10 kHz, 150 kHz e 1 MHz).**

<b>Material</b>	<b>Frequência</b>	<b>Profundidade Pelicular (<math>\delta</math>)</b>
<b>Cobre</b>	60 Hz	8,47 mm
	10 kHz	0,66 mm
	150 kHz	0,17 mm
	1 MHz	0,07 mm
<b>Aço</b>	60 Hz	1,30 mm,
	10 kHz	0,10 mm
	150 kHz	0,02 mm
	1 MHz	0,01 mm
<b>Solo Homogêneo</b>	60 Hz	1.378,32 m
	10 kHz	106,76 m
	150 kHz	27,57 m
	1 MHz	10,68 m

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

A análise do efeito pelicular no domínio analisado é de fundamental importância no momento de sua discretização, em especial para os casos de altas frequências, em que a

circulação de corrente fica restrita às suas camadas mais superficiais. As imagens ilustradas pelas Figura 6.7, Figura 6.8 e Figura 6.9 apresentam os resultados obtidos através do software Altair Flux®, para o comportamento do módulo do vetor densidade de corrente,  $|\vec{J}|$ , ao longo dos condutores dos sistemas avaliados.



**Figura 6.7 – Módulo do vetor densidade de corrente,  $|\vec{J}|$ , ao longo de uma das quatro hastas verticais de perfil L, de aço, que compõe o sistema de aterramento da torre de transmissão de 230 kV avaliada, submetida à frequência de 1470 Hz (frequência do terrômetro utilizado para medição em campo).**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

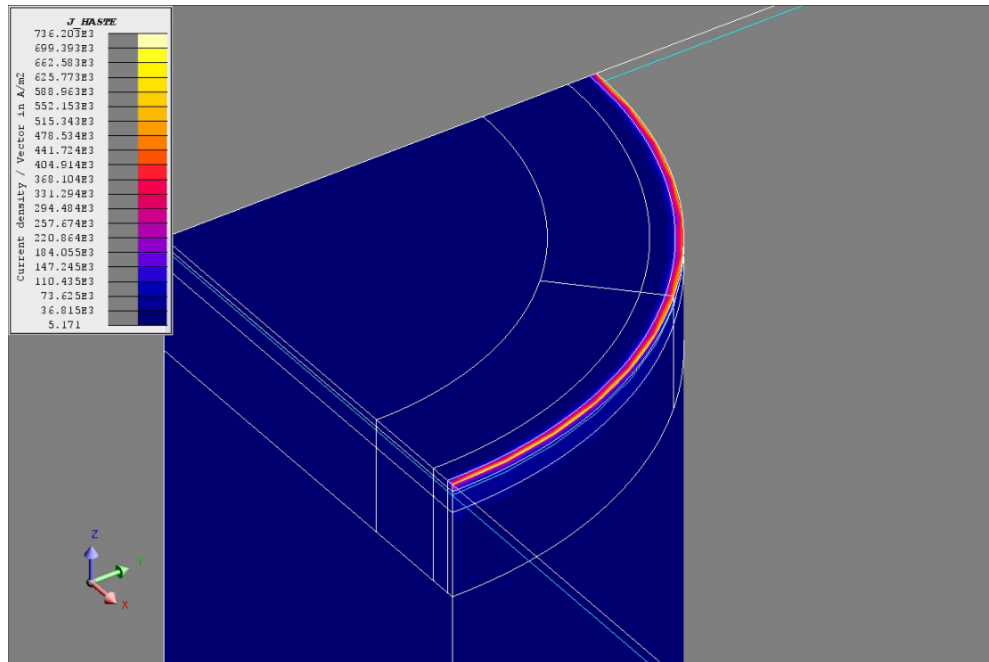


Figura 6.8 – Módulo do vetor densidade de corrente,  $|\vec{J}|$ , ao longo de hastes verticais de cobre, submetidas à frequência de 1 MHz.

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

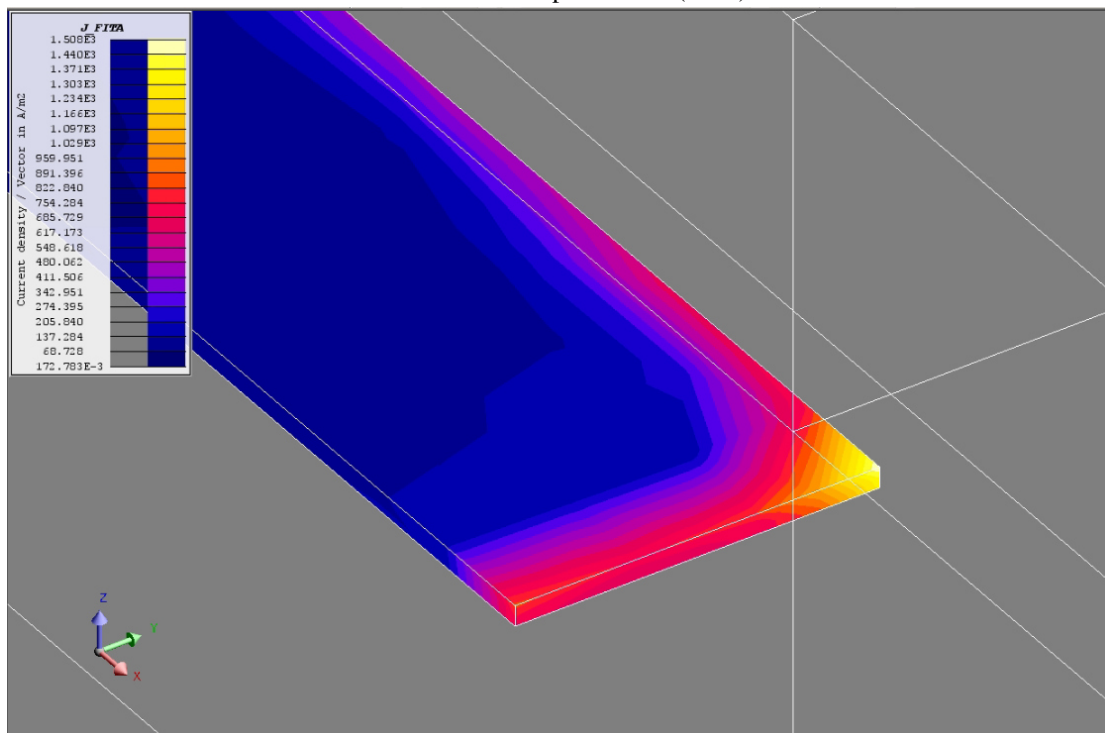


Figura 6.9 – Módulo do vetor densidade de corrente,  $|\vec{J}|$ , ao longo da fita horizontal de cobre, com simetria axial no plano  $xz$ , submetida à frequência de 1470 Hz (frequência do terrômetro utilizado para medição em campo).

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

### 6.2.2 Determinação da Impedância de Aterramento

Nesta seção são apresentados os resultados computacionais obtidos para as impedâncias de aterramento para três diferentes topologias de eletrodos de terra. Tais valores foram obtidos através da determinação da potência ativa (P) e potência reativa (Q) no domínio, a partir da excitação imposta a uma superfície do condutor, e então comparados aos resultados analíticos.

Foram realizadas as simulações considerando-se o truncamento a partir de imposição de condição de Dirichlet Homogênea ( $V = 0$ ), de condição de Dirichlet não Homogênea ( $V(\rho, z)$ ) e a partir da técnica PML, conforme apresentado nas Tabela 6.10, Tabela 6.11 e Tabela 6.12.

Para o caso da fita horizontal, cabe aqui uma justificativa para a não implementação de truncamento a partir de condição de Dirichlet não homogênea ao modelo computacional. Em referências consagradas da área, como a exemplo de [12], não há o detalhamento da formulação para a distribuição de potencial para eletrodos horizontais, sendo apresentada apenas a fórmula analítica para determinação de sua resistência de aterramento. Uma alternativa seria a aproximação do comportamento da variação de potencial de um eletrodo horizontal a partir da utilização de função conhecida. Entretanto, como há solução analítica para o caso horizontal, a utilização da expressão de  $V(\rho, z)$ , para haste vertical (Equação (5.15)), ou  $V(r)$ , para fonte puntiforme (ou esférica) [40], não traria ganhos em relação ao truncamento simples, ao menos para eletrodos longos, como é o caso da fita tratada aqui. Portanto, o correto seria a dedução da equação matemática para o potencial, a partir do valor de sua resistência de aterramento.

Tendo em vista tal situação, e considerando que um dos principais objetivos desse trabalho é o de representar com maior confiabilidade possível o comportamento das configurações de aterramento avaliadas, optou-se por deixar este tipo de truncamento como sugestão para trabalhos futuros.

Os modelos avaliados nesse item foram desenvolvidos considerando solo homogêneo, de resistividade aparente  $\rho = 450 \Omega.m$  [5]. Com o intuito de validação dos resultados, os valores das impedâncias de aterramento obtidas computacionalmente foram comparados aos resultados analíticos, cuja metodologia de cálculo é apresentada no Capítulo 4, item 4.2.

**Tabela 6.10 – Impedância de aterramento complexa para o sistema de aterramento composto por haste vertical cilíndrica – Comparação entre os resultados da simulação computacional em elementos finitos para três formas distintas de truncamento: condição de Dirichlet homogênea (simples), condição de Dirichlet não homogênea (com formulação) e PML.**

Impedância de Aterramento - Haste Cilíndrica Vertical									
	Truncamento Simples			Truncamento por Formulação			PML		
Frequência	$\hat{Z}_g(\Omega)$	$ Z_g  (\Omega)$	$\angle Z_g (^\circ)$	$\hat{Z}_g(\Omega)$	$ Z_g  (\Omega)$	$\angle Z_g (^\circ)$	$\hat{Z}_g(\Omega)$	$ Z_g  (\Omega)$	$\angle Z_g (^\circ)$
<b>60 Hz</b>	$64,5 + 0,01j$	64,5	0,009	$74,3 + 0,002j$	74,3	0	$63,6 + 0,23j$	63,6	0,20
<b>10 kHz</b>	$64,6 + 0,04j$	64,6	0,034	*	*	*	$63,0 + 0,21j$	70,2	0,36
<b>150 kHz</b>	$66,9 + 2,96j$	67,0	2,537	*	*	*	$67,2 + 2,56j$	67,3	2,18
<b>1 MHz</b>	$73,6 + 20,87j$	67,0	15,824	*	*	*	$68,5 + 17,21j$	70,7	14,10

\*Formulação válida apenas para baixas frequências.

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

**Tabela 6.11 – Impedância de aterramento complexa para o sistema de aterramento composto por haste vertical de perfil em L – Comparação entre os resultados da simulação computacional em elementos finitos para três formas distintas de truncamento: condição de Dirichlet homogênea (simples), condição de Dirichlet não homogênea (com formulação) e PML.**

Impedância de Aterramento - Haste de perfil em L									
	Truncamento Simples			Truncamento por Formulação			PML		
Frequência	$\hat{Z}_g(\Omega)$	$ Z_g  (\Omega)$	$\angle Z_g (^\circ)$	$\hat{Z}_g(\Omega)$	$ Z_g  (\Omega)$	$\angle Z_g (^\circ)$	$\hat{Z}_g(\Omega)$	$ Z_g  (\Omega)$	$\angle Z_g (^\circ)$
<b>60 Hz</b>	$164,3 + 8,0 \cdot 10^{-4}j$	164,3	0	$173,0 + 11 \cdot 10^{-4}j$	173,0	0	$160,0 + 12 \cdot 10^{-4}j$	160,0	0
<b>10 kHz</b>	$178,3 + 3,1 \cdot 10^{-2}j$	178,3	0,01	*	*	*	$161,5 + 3,1 \cdot 10^{-2}j$	161,5	0,01
<b>150 kHz</b>	$178,3 + 3,1 \cdot 10^{-2}j$	178,3	0,01	*	*	*	$163,5 + 0,4j$	163,5	0,14
<b>1 MHz</b>	$178,7 + 2,8j$	178,8	0,88	*	*	*	$158,0 + 2,8j$	158,1	1,03

\*Formulação válida apenas para baixas frequências.

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

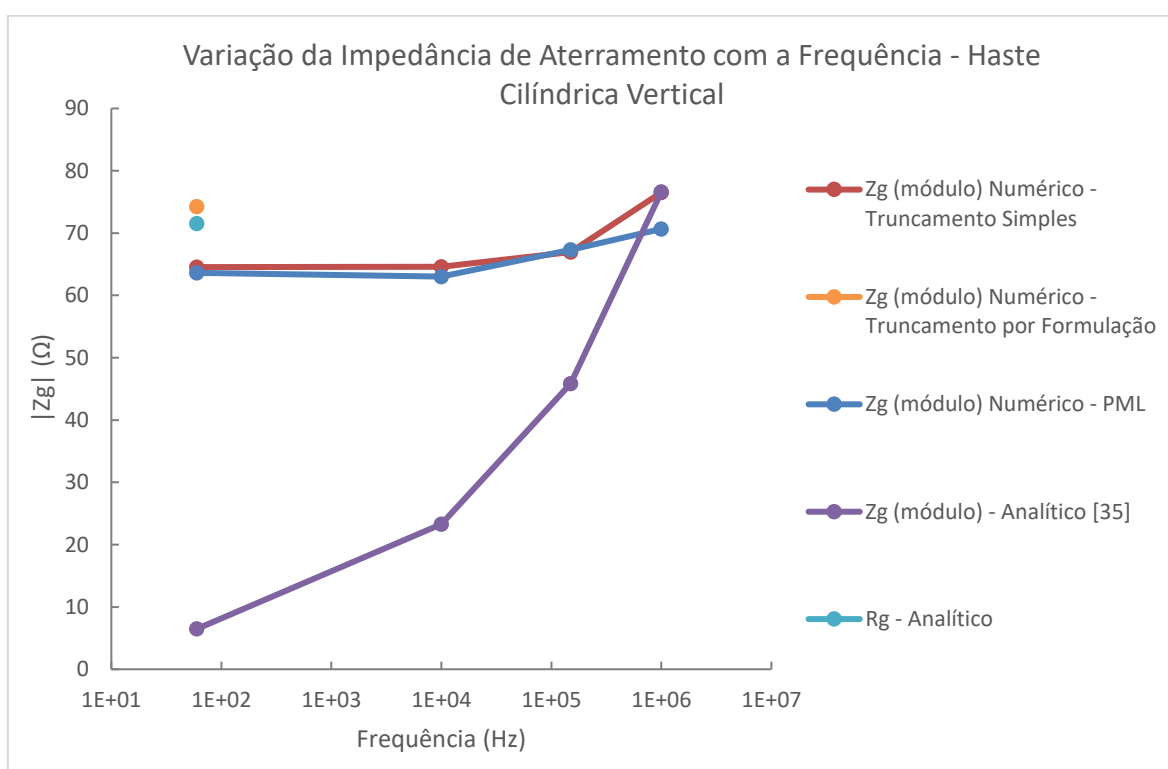


**Tabela 6.12 – Impedância de aterramento complexa para o sistema de aterramento composto por fita horizontal – Comparação entre os resultados da simulação computacional em elementos finitos para três formas distintas de truncamento: condição de Dirichlet homogênea (simples), condição de Dirichlet não homogênea (com formulação) e PML.**

Impedância de Aterramento - Fita Horizontal						
Frequência	Truncamento Simples			PML		
	$Z_g(\Omega)$	$ Z_g  (\Omega)$	$\angle Z_g (^\circ)$	$Z_g(\Omega)$	$ Z_g  (\Omega)$	$\angle Z_g (^\circ)$
<b>60 Hz</b>	$194,9 + 1,7 \cdot 10^{-8}j$	194,9	0	$194,6 + 3,6 \cdot 10^{-5}j$	194,6	0
<b>10 kHz</b>	$194,9 + 5,7 \cdot 10^{-5}j$	194,9	0	$194,6 + 2,4 \cdot 10^{-3}j$	194,6	0,001
<b>150 kHz</b>	$186,7 + 3,1 \cdot 10^{-3}j$	186,7	0,001	$186,5 + 2,8 \cdot 10^{-3}j$	186,5	0,001
<b>1 MHz</b>	$184,4 + 2,0 \cdot 10^{-2}j$	184,4	0,006	$184,3 + 1,8 \cdot 10^{-2}j$	184,3	0,006

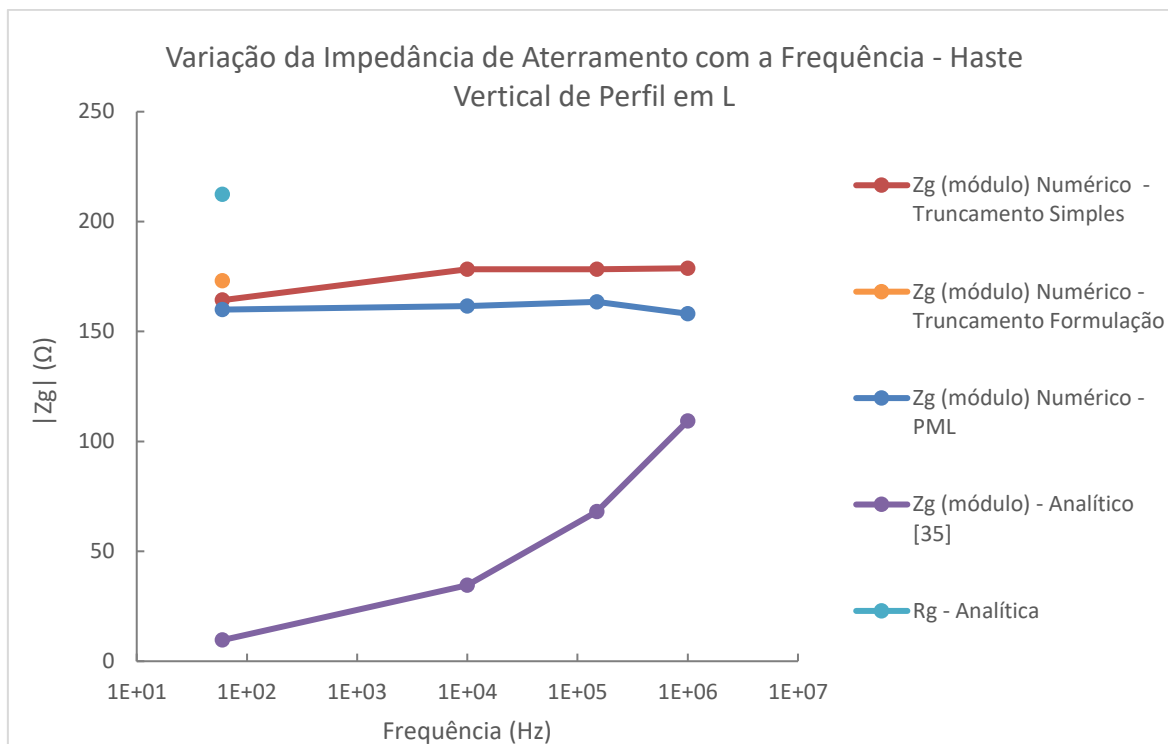
Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Os gráficos ilustrados pelas Figura 6.10, Figura 6.11 e Figura 6.12 apresentam o comportamento da impedância de aterramento frente às variações de frequência, para os valores computacionais e analíticos. Os referidos gráficos apresentam a comparação entre os valores numéricos obtidos através da simulação pelo MEF, para cada uma das metodologias de truncamento propostas, e os valores calculados analiticamente para a impedância de aterramento através da metodologia proposta por Bourg, Sacepe e Debu [35], válida para condutores verticais e solos homogêneos, e os valores para as resistências de aterramento em baixas frequências, utilizando-se as Equações (4.30), (4.31) e (4.32).



**Figura 6.10 – Comparação entre os valores de impedância obtidos para o sistema de aterramento composto por haste única através de simulação numérica pelo MEF com truncamento simples (vermelho), truncamento por formulação (laranja), PML (azul), bem como valores de impedância analíticos obtidos através de cálculo analítico, conforme metodologia apresentada [35] (roxo) e a resistência de aterramento para baixas frequências (ciano), obtida a partir da Equação 4.30.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).



**Figura 6.11 – Comparação entre os valores de impedância obtidos para o sistema de aterramento composto por haste de perfil em L única, através de simulação numérica pelo MEF, com truncamento simples (vermelho), truncamento por formulação (laranja), PML (azul), bem como valores de impedância analíticos obtidos através de cálculo analítico conforme metodologia apresentada [35] (roxo) e a resistência de aterramento para baixas frequências (ciano), obtida a partir da Equação 4.31.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Sob a ótica da impedância de aterramento, primeiramente analisada para os casos da haste e da haste de perfil em L, os gráficos ilustrados pelas Figura 6.10 e Figura 6.11 permitem observar uma variação entre os resultados computacionais e o cálculo analítico quando os sistemas estão sujeitos às baixas frequências (abaixo da ordem de MHz). Tais variações são explicadas e justificadas considerando-se os seguintes aspectos:

- Identifica-se que o modelo proposto por Bourg, Sacepe e Debu, em [35], não é adequado para baixas frequências, haja vista que, conforme apresentado por Geri [47], existe uma frequência limite, abaixo da qual a resposta de aterramento não varia, não existindo assim dependência da frequência. Tal frequência é denominada por [47] como frequência característica,  $F_C$ , e varia em função da resistividade do solo,  $\rho$ , e do comprimento do eletrodo,  $l$ , de forma que:

$$F_C = \rho \left( \frac{0.6}{l} \right)^{2,3} \quad (6.1)$$

Considerando-se a resistividade do solo  $\rho = 450 \Omega \cdot m$  e o comprimentos da haste e haste de perfil em L apresentados na Tabela 6.7, suas frequências características são

$$F_{C\_haste} = 1,637 \text{ MHz} \quad (6.2)$$

$$F_{C\_haste\_L} = 28,222 \text{ MHz} \quad (6.3)$$

Desta forma, para frequências inferiores às frequências características, é esperado um comportamento predominantemente resistivo para o eletrodo;

- Bourg, Sacepe e Debu apresentam também em [35] a existência de um *comprimento crítico* para os eletrodos, dependente da resistividade, permeabilidade e permissividade do solo, válido apenas para a hipótese de solo homogêneo, conforme descrito a seguir:

$$L_C = \rho \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\mu_0}} \quad (6.4)$$

O conceito central é que eletrodos com comprimentos inferiores ao comprimento crítico possuem comportamento capacitivo, enquanto os que possuem comprimentos superiores ao crítico apresentam comportamento indutivo.

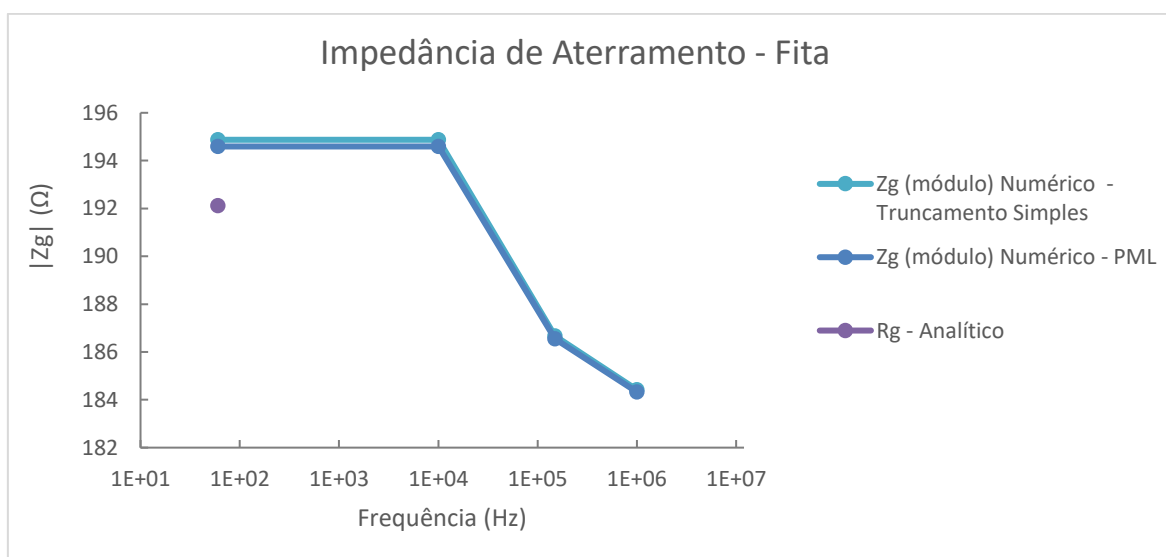
Para o solo em questão, considerando-se a permissividade relativa adotada em [35],  $\varepsilon_r = 10$ , o comprimento crítico é  $L_C = 3,77m$ . Portanto a haste ( $8m$ ) avaliada tende a apresentar comportamentos indutivos, enquanto a haste de perfil em L ( $2m$ ) comportamento capacitivo quando submetida a valores suficientemente elevados de frequências. Tal comportamento é facilmente observado para a haste a partir da análise do gráfico da Figura 6.10, em que há um aumento no valor absoluto da impedância ao se aproximar do limite máximo de sua frequência característica. Já para a haste de perfil em L, a observação de tal fenômeno é comprometida devido ao valor de frequência característica ser muito superior aos valores simulados propostos;

- Para o caso da haste de perfil em L, observamos pequenas discrepâncias entre os valores analítico da resistência e impedância de aterramento, determinados conforme

a Equação (4.31) e [35], e os valores numéricos computacionais. Tais divergências relacionam-se ao fato de a formulação analítica utilizada para o cálculo da resistência ser uma aproximação da Equação (4.30), em que se considera a seção transversal da haste de perfil em L igual à seção transversal de uma haste.

No caso da fita, a análise do comportamento da sua impedância de aterramento torna-se mais restrita devido à carência de obtenção de referências e formulações analíticas que avaliem o comportamento de eletrodos horizontais frente às altas frequências. Para o caso de baixas frequências, sua resistência de aterramento tem seu cálculo estimado pela Equação (4.32). Para os parâmetros geométricos da fita avaliada, conforme Tabela 6.7, o valor aproximado de sua resistência de aterramento é  $192,1 \Omega$ .

Os resultados computacionais apresentados na Tabela 6.12 e no gráfico ilustrado pela Figura 6.12 apresentam características predominantemente resistivas para a fita, mesmo para frequências mais elevadas. Observa-se também boa convergência entre os valores de resistência de aterramento analíticos estimados e os computacionais, apresentando um erro médio da ordem de 1,5%, entre a resistência de aterramento analítica e a obtida computacionalmente (truncamento simples e PML).



**Figura 6.12 – Comparação entre os valores de impedância obtidos para o sistema de aterramento composto por fita única através de simulação numérica pelo MEF com truncamento simples (ciano), PML (azul), bem como a resistência de aterramento para baixas frequências (roxo), obtida a partir da Equação 4.32.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Sob a ótica das metodologias de truncamento empregadas, pode-se avaliar as três técnicas utilizadas como satisfatórias, proporcionando resultados coerentes e próximos às estimativas analíticas para os sistemas avaliados. A utilização de condição de Dirichlet homogênea, com imposição do potencial nulo ( $V = 0$ ) nas faces limitantes do domínio, mostrou um bom desempenho e proximidade aos resultados analíticos esperados.

O truncamento a partir da imposição de condição de Dirichlet não homogênea com imposição da formulação para o potencial descrita na Equação (5.14) foi a técnica que apresentou os menores desvios entre os valores computacionais e os valores analíticos para resistência de aterramento, conforme a Tabela 6.8. A utilização da formulação (5.14) é restrita para eletrodos verticais, sendo assim, aplicável apenas para os casos da haste e haste de perfil em L, quando submetidas a baixas frequências e solos homogêneos. O caso da fita não foi simulado com truncamento analítico, devido à dificuldade de obtenção de formulação analítica para a função de distribuição de potencial em condutores horizontais.

A utilização destas duas técnicas, entretanto, pode se tornar um fator limitante para a qualidade da discretização da malha de elementos finitos e no processamento da simulação, uma vez que ambas requerem que os limites da fronteira do domínio sejam suficientemente afastados da região de interesse.

O truncamento realizado a partir da técnica PML se mostrou uma boa opção do ponto de vista de qualidade dos resultados *versus* custos computacionais de alocação de memória. Um dos principais desafios na implantação dessa metodologia no software utilizado foi a inserção do parâmetro  $a$ , dependente da variação de posição no eixo, ao tensor de condutividade  $[\sigma]$ , uma vez que o software Altair Flux® não possui uma função *default* que permita a imposição de uma função espacial ao tensor de condutividade de um material anisotrópico. Houve então a tentativa de criação de uma *User Function* (função de usuário), utilizando o script, em linguagem Groovy [48], proposto pelo referido software. Após tentativas sem sucesso, realizou-se a discretização do parâmetro  $D$  (espessura do material anisotrópico) em 04 (quatro) camadas para a determinação pontual de  $a$ , o que viabilizou a simulação. Essa alternativa para determinação dos valores de  $a$  ao longo do eixo se mostrou satisfatória, uma vez que os resultados obtidos para os modelos que utilizaram essa metodologia se mostram coerentes com o comportamento esperado.

Os resultados das simulações estão intimamente ligados à qualidade da malha em que o domínio é discretizado. Dessa forma, as divergências apresentadas entres os valores

computacionais e analíticos podem estar relacionados à discretização do domínio, em especial na área onde há a concentração de circulação de corrente (efeito pelicular).

### 6.3 Estratificação do solo associada aos Modelos Computacionais

A partir da validação e resultados de estratificação do solo, por meio do AG e dos modelos computacionais apresentados nos itens 6.1 e 6.2, tornou-se possível a modelagem de sistemas de aterramentos reais, com a atribuição das propriedades elétricas do solo aos quais estão implantados.

Foram inicialmente modelados dois protótipos de sistemas de aterramento, constituídos por haste cilíndrica vertical (única) e fita horizontal (única), implantados no solo cujas medições de resistividade são apresentadas na Tabela 6.3. Na sequência, desenvolveu-se o modelo para representação do sistema de aterramento de uma torre de LT de 230 kV, constituído por quadro hastes de perfil em L, cujas características do solo são apresentadas na Tabela 6.5.

Para as três topologias foram utilizados dados experimentais de resistência de aterramento, também aferidas com terrômetro de 1470 Hz (MTD-20KWe). Os resultados obtidos para os referidos sistemas são apresentados nos itens 6.3.1 e 6.3.2.

#### 6.3.1 Resistência de Aterramento – Haste e Fita, considerando-se a Estratificação do Solo

Considerando as medições de resistividade do solo da Tabela 6.13, os resultados da estratificação em  $N = 2, 3$  e  $5$  camadas do solo onde estão implantados os protótipos de sistemas de aterramentos compostos por haste vertical única e fita horizontal única. São apresentados os parâmetros de resistividade,  $\rho_n$ , e altura da camada,  $h_{n-1}$ , bem como minimização da função objetivo,  $\varepsilon$ , determinada em 5.1.

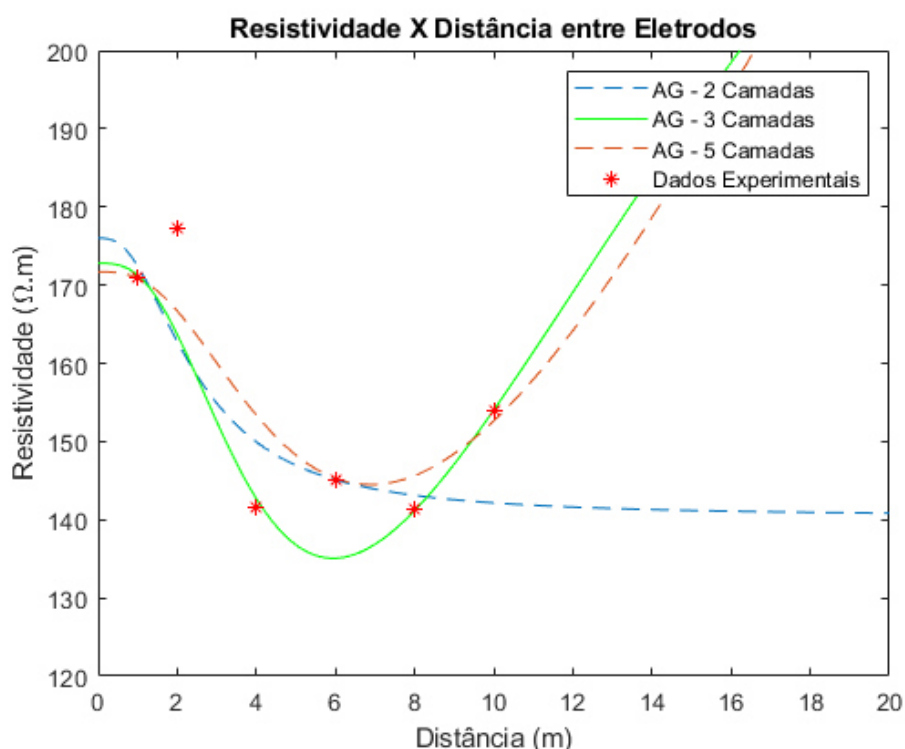
**Tabela 6.13 – Resultados obtidos para a estratificação do solo em N=2,3 e 5, para a localidade onde estão instalados os protótipos de sistemas de aterramento da haste e fita, no Instituto de Engenharia de São Paulo.**

N	2	3	5
$\rho_1 (\Omega m)$	176	172,8	171,7
$\rho_2 (\Omega m)$	140,4	67,5	112,9
$\rho_3 (\Omega m)$	-	412,0	106,1
$\rho_4 (\Omega m)$	-	-	107,7
$\rho_5 (\Omega m)$	-	-	1.561,1
$h_1 (m)$	1,4	3,0	3,0
$h_2 (m)$	$\infty$	3,4	5,7
$h_3 (m)$	-	$\infty$	1,7
$h_4 (m)$	-	-	2,5
$\varepsilon$	0,24	<b>0,16</b>	0,17

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

O gráfico ilustrado pela Figura 6.13 apresenta a comparação entre os valores de resistividade computacionais,  $\rho_{ci}$ , obtidos a partir da implementação da Equação (5.2), no AG, e os experimentais,  $\rho_{mi}$ , apresentados na Tabela 6.13, em função da variação do espaçamento entre os eletrodos de medição, para cada modelo de estratificação em  $N = 2, 3$  e 5 camadas.





**Figura 6.13 – Medições no Instituto de Engenharia de São Paulo – Curvas de variação da resistividade aparente do solo em função da variação da posição dos eletrodos de medição. Comparação entre os resultados obtidos a partir do AG para a estratificação em  $N = 2$  (azul),  $N = 3$  (verde) e  $N = 5$  (laranja) camadas, bem como os resultados experimentais (vermelho) e numéricos (verde).**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

A haste avaliada neste item apresenta características geométricas distintas das apresentadas na Tabela 6.7, sendo seu novo comprimento igual a  $L = 2,4m$ , raio igual  $a = 7,5 mm$ , e sua resistência de aterramento experimental, aferida durante as medições, igual a  $58,7 \Omega$ . Para a fita são mantidas as características geométricas apresentadas na Tabela 6.7, sendo sua resistência de aterramento experimental, aferida durante as medições, igual a  $146,1 \Omega$ . Em ambos os sistemas os eletrodos encontram-se enterrados a uma distância de 80 cm da superfície. O truncamento do domínio dos modelos da haste e fita desenvolvidos para este caso foi realizado através da metodologia PML, com imposição de condição de Dirichlet homogênea em suas fronteiras.

As Tabela 6.14 e Tabela 6.15 apresentam a comparação das resistências de aterramento do sistema composto pela haste única, para os valores obtidos na modelagem através do MEF,  $R_{g\_MEF}$ , os verificados experimentalmente em campo,  $R_{g\_exp}$ , e os calculados analiticamente a partir da metodologia de redução de camadas, apresentada em [31],  $R_{g\_analit}$ , simulados considerando-se a estratificação do solo em  $N = 2, 3$  e  $5$  camadas.

**Tabela 6.14 – Sistema de aterramento composto por haste única – Comparação entre o resultado experimental,  $R_{g\_analit}$ , resultados simulados pelo MEF,  $R_{g\_MEF}$ , e resultados calculados analiticamente através do processo de redução de camadas apresentado em [31],  $R_{g\_analit}$ .**

$R_{g\_exp}$ ( $\Omega$ )	$N$	$R_{g\_MEF}$ ( $\Omega$ )	$Erro_{exp\_MEF}$	$R_{g\_analit}$ ( $\Omega$ )	$Erro_{exp\_analit}$
<b>58,7</b>	<b>2</b>	55,3	5,8%	65,0	14,8%
	<b>3</b>	55,4	5,7%	40,5	36,7%
	<b>5</b>	53,2	9,3%	48,1	10,7%

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Considerando-se as propriedades geométricas da fita, apresentadas na Tabela 6.7, observa-se sua completa submersão na primeira camada do solo, para os três casos de estratificação ( $N = 2, 3$  e  $5$ ). Não foram encontradas na bibliografia subsídios para o cálculo analítico da influência das camadas na fita, sendo apresentadas metodologias e fórmulas restritas para eletrodos verticais. Dessa forma, a Tabela 6.15 apresenta apenas a comparação de sua resistência de aterramento obtida através da modelagem pelo MEF,  $R_{g\_MEF}$ , e seus valores verificados experimentalmente em campo,  $R_{g\_exp}$ .

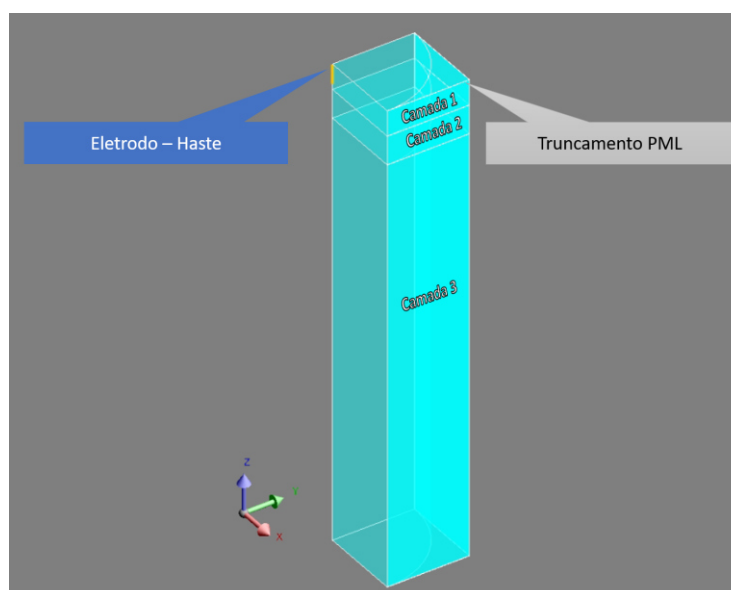
**Tabela 6.15 – Sistema de aterramento composto por fita única – Comparação entre o resultado experimental,  $R_{g\_exp}$ , e resultados simulados pelo MEF,  $R_{g\_MEF}$ .**

$R_{g\_exp}$ ( $\Omega$ )	$N$	$R_{g\_MEF}$ ( $\Omega$ )	$Erro_{exp\_MEF}$
<b>55,0</b>	2	75,1	36,5%
	3	73,8	34,2%
	5	72,9	32,5%

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

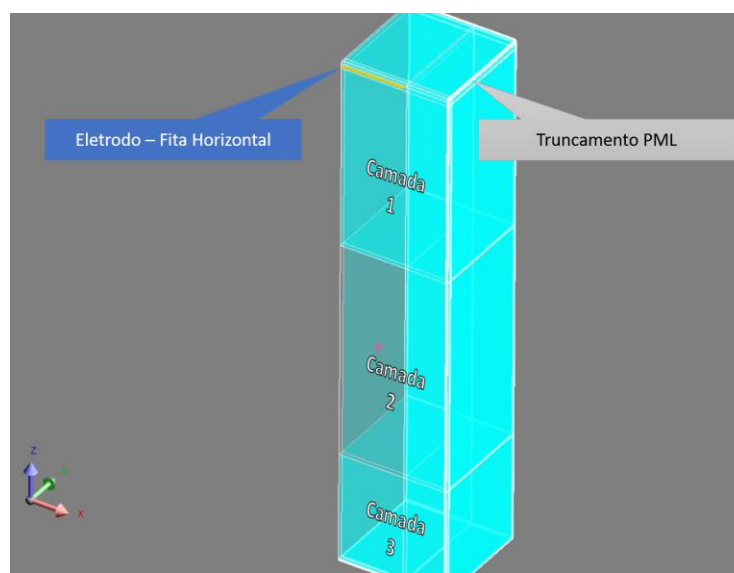
Contudo, a análise dos parâmetros e curvas de estratificação, bem como as variações observadas entre os valores computacionais e experimentais obtidos para a haste e fita, permitem concluir que a melhor representação para o solo onde este sistema se encontra implantado é a  $N = 3$  camadas. Tal verificação comprova a eficiência da associação entre as técnicas de otimização e o MEF para simulação do comportamento da

resistência/impedância em sistemas de aterramento reais. As Figura 6.14 e Figura 6.15 ilustram os parâmetros geométricos dos domínios analisados neste caso.



**Figura 6.14 - Modelo computacional do sistema de aterramento composto haste (única) com estratificação do solo em N=3 camadas - Domínio composto por 610.892 nós 427.497 elementos volumétricos de 2ª ordem, troncamento PML e condição de contorno  $V = 0$ . Tempo total de execução: 44min31s.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).



**Figura 6.15 – Modelo computacional do sistema de aterramento composto fita (única) com estratificação do solo em N=3 camadas - Domínio composto por 168.006 nós 41.090 elementos volumétricos de 2ª ordem, troncamento PML e condição de contorno  $V = 0$ . Tempo total de execução: 37min06s.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

### 6.3.2 Resistência de Aterramento – Aterramento de LT composto por hastes de perfil em L

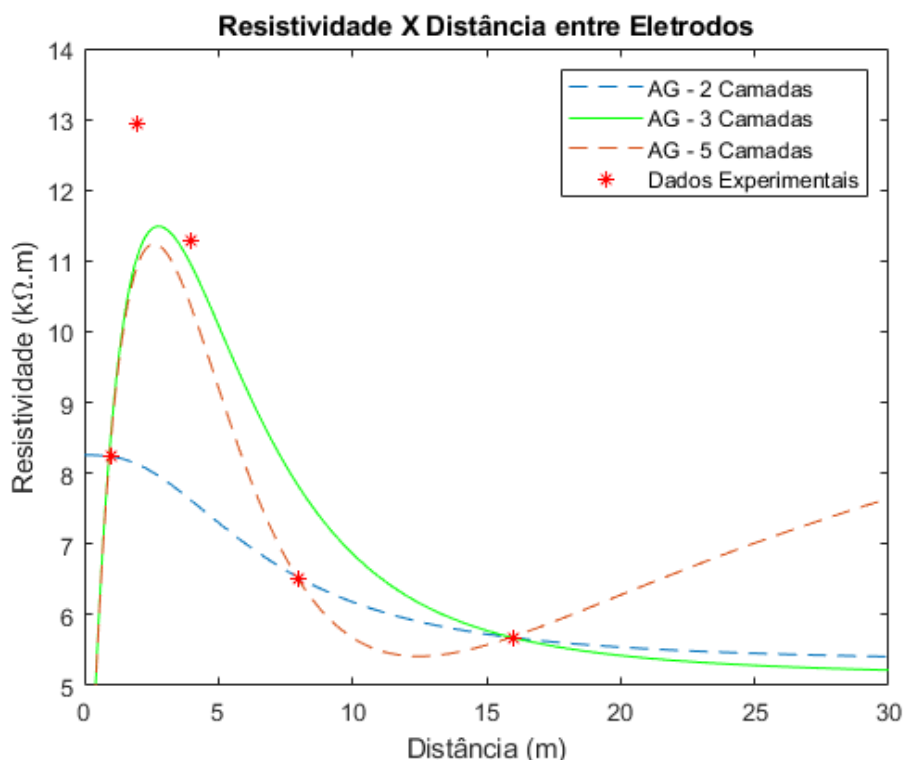
Finalmente, realizou-se a análise do comportamento da resistividade do solo e resistência de aterramento ao pé de uma torre de transmissão estaiada, de 230 kV, em operação, no estado do Mato Grosso. Seu sistema de aterramento é constituído por quatro hastes de perfil em L, com propriedades geométricas apresentadas na Tabela 6.7, localizadas em cada um de seus estais. Conforme apresentado no item 6.1.3, a resistividade do solo no local apresenta valores muito elevados, da ordem de  $k\Omega$ , o que tende a acarretar valores de resistência de aterramento elevados.

De forma análoga ao item 6.3.1, foram geradas no AG a estratificação do solo em  $N = 2, 3$  e 5 camadas, cujos parâmetros são apresentados na Tabela 6.16. Os dados apresentados na Tabela 6.16 e no gráfico da Figura 6.16 mostram que apesar do comportamento da curva de resistividade experimental apresentar características compatíveis com um solo composto por 3, conforme metodologia empírica apresentada em [45], o AG apresentou melhor minimização da função  $\varepsilon$  para a estratificação em  $N = 5$ .

**Tabela 6.16 – Resultados obtidos para a estratificação do solo em  $N = 2, 3$  e 5 para a localidade da torre de transmissão de 230 kV.**

Estratificação	N=2	N=3	N=5
$\rho 1 (\Omega m)$	8.256,0	2.304,0	2.050,0
$\rho 2 (\Omega m)$	5.307,7	16.383,7	2.560,1
$\rho 3 (\Omega m)$	-	5.087,7	16.340,0
$\rho 4 (\Omega m)$	-	-	305,0
$\rho 5 (\Omega m)$	-	-	12.333,0
$h 1 (m)$	4,0	0,2	0,1
$h 2 (m)$	$\infty$	2,5	0,1
$h 3 (m)$	-	$\infty$	3,0
$h 4 (m)$	-	-	0,7
$\varepsilon$	0,700	0,416	<b>0,276</b>

Fonte: Elaborado pela autora (2019).



**Figura 6.16 – Torre de transmissão 230 kV – Curvas de variação da resistividade aparente do solo em função da variação da posição dos eletrodos de medição. Comparação entre os resultados obtidos a partir do AG para a estratificação em N = 2 (azul), N = 3 (verde) e N = 5 (laranja) camadas, bem como os resultados experimentais (vermelho) e numéricos (verde)**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

O arranjo do sistema analisado é formado por  $n = 4$  hastes de perfil em L, dispostas equidistantes entre si a uma distância de  $5\text{ m}$ , delimitando-se assim área  $A$ , de valor  $A = 25\text{ m}^2$ . Considerando-se que as hastes de perfil em L aqui consideradas possuem as características geométricas e propriedades do aço apresentadas na Tabela 6.7, e que estão enterradas a uma profundidade  $p$  da superfície do solo, cujo valor é de  $p = 80\text{ cm}$ , utilizou-se a formulação apresentada por [49] para a obtenção da resistência de aterramento analítica da torre avaliada,  $R_{g\_LT}$  :

$$R_{g\_LT} = \frac{1}{n} \frac{\rho}{2\pi l} \left[ \ln \frac{4l}{A} - 1 + 2 \frac{pl}{\sqrt{A}} (\sqrt{n-1})^2 \right] \quad (6.5)$$

Os parâmetros de estratificação para três camadas foram inseridos no modelo computacional, utilizando-se da técnica do PML para truncamento do domínio. A Tabela 6.17 apresenta a análise entre os valores de resistências de aterramento obtidos

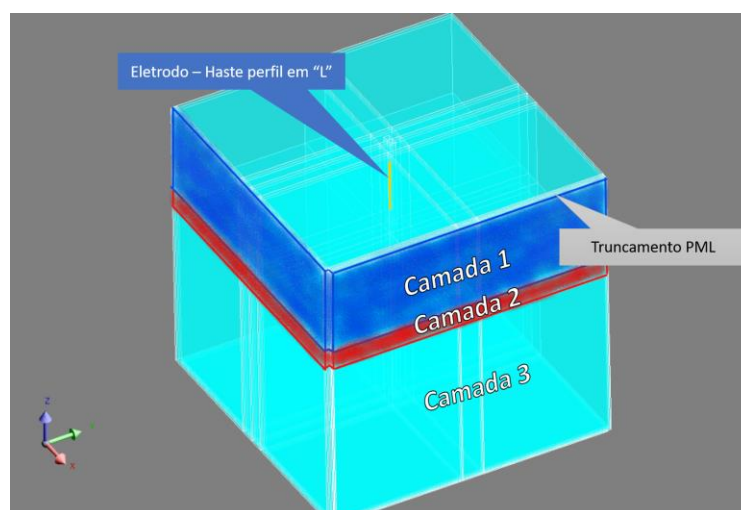
computacionalmente através do MEF,  $R_{g\_MEF}$ , os verificados experimentalmente em campo,  $R_{g\_exp}$ , e os calculados analiticamente a partir da metodologia de redução de camadas, apresentada em [31],  $R_{g\_analit}$ .

**Tabela 6.17 – Sistema de aterramento de uma torre de transmissão de 230 kV composta por 4 hastes equidistantes entre si - Comparação entre o resultado experimental,  $R_{g\_analit}$ , resultados simulados pelo MEF,  $R_{g\_MEF}$ , e resultados calculados analiticamente através do processo de redução de camadas apresentado em [31],  $R_{g\_analit}$ .**

$R_{g\_exp}$ ( $\Omega$ )	$N$	$R_{g\_MEF}$ ( $\Omega$ )	$Erro_{exp\_MEF}$	$R_{g\_analit}$ ( $\Omega$ )	$Erro_{exp\_analit}$
174,6	3	187,6	7,4%	157,48	9,8%

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

Uma vez mais, observa-se que a associação das ferramentas desenvolvidas neste trabalho mostrou eficiência e facilitações na análise do problema de aterramento. Sua utilização permite que os projetistas ou agente proprietário do sistema consigam simular cenários, bem como alterar a geometria e a topologia do sistema para que se mitigue o valor da impedância/resistência de aterramento. A Figura 6.17 ilustra os parâmetros geométricos do domínio analisado neste caso.



**Figura 6.17 - Modelo computacional do sistema de torre de transmissão de 230 kV composta por haste perfil "L" com simetria e estratificação do solo em N=3 camadas - Domínio composto por 432.620 nós 275.914 elementos volumétricos de 2ª ordem, troncamento PML e condição de contorno  $V = 0$ . Tempo total de execução: 97min19s.**

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

## 7 CONCLUSÕES, CONTRIBUIÇÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

---

### 7.1 Conclusão

O presente trabalho teve como objetivo geral o estudo de sistemas de aterramento, propondo-se uma análise de otimização por meio do desenvolvimento de um Algoritmo Genético para a realização da estratificação do solo, conforme fundamentação teórica apresentada em [8] e [9], bem como o desenvolvimento de modelos computacionais utilizando-se da formulação nodal do MEF e de diferentes técnicas de truncamento para a representação de sistemas de aterramentos típicos de linhas de transmissão. A associação destas duas ferramentas buscou tornar a análise das propriedades de resistividade do solo e impedância de aterramento, em regime harmônico senoidal, mais próximas de seu comportamento real, considerando-se as características de não homogeneidade do terreno onde estes sistemas se encontram implantados.

No Capítulo 2, buscou-se apresentar o estado da arte relacionado à análise de sistemas de aterramento em regime harmônico, apresentando as justificativas e motivações para a escolha do MEF nodal na análise do problema de aterramento de linhas de transmissão.

Nos Capítulos 3 e 4, buscou-se elucidar brevemente a fundamentação teórica por trás da proposta desta pesquisa, apresentando a teoria eletromagnética associada à formulação em potencial vetor magnético e potencial escalar elétrico,  $\vec{A}-V$ , do MEF nodal, bem como a metodologia matemática envolvida no modelo de estratificação do solo em multicamadas [8] e [11] utilizadas para a implementação do AG. Foram também apresentadas as formulações analíticas de impedância/resistência de aterramento, utilizadas com a finalidade de comparação e validação de seus valores numéricos, obtidos através dos modelos computacionais desenvolvidos.

A descrição da metodologia de obtenção do modelo de otimização e dos modelos tridimensionais é apresentada no Capítulo 5. Para o modelo de otimização, o capítulo apresenta os detalhes da metodologia utilizada na confecção do AG dedicado à estratificação do solo. Para os modelos computacionais foram apresentados os conceitos e critérios para discretização da malha de elementos finitos, técnicas de truncamento do domínio e condições de contorno deste problema.

Para o truncamento do domínio, algumas aproximações foram adotadas, dentre elas a aplicação do Métodos das Imagens [17] para o truncamento da superfície do solo. Foi atribuída a condição de contorno de corrente tangencial (campo elétrico tangencial e magnético normal), admitindo-se que há uma simetria. Já para os limites do domínio, atribuíram-se condições de Dirichlet, ora homogêneas, ora não homogêneas, a partir da formulação descrita na Equação (5.15), além do truncamento utilizando-se de materiais anisotrópicos perfeitamente absorvedores, a partir da técnica intitulada *Perfectly Matched Layers* (PML) [24].

A discretização do PML foi realizada empiricamente, tomando-se como base os parâmetros utilizados nos trabalhos de [5] [24] [25] [29]. Para o parâmetro  $a$  associado aos tensores de permeabilidade e condutividade, sua consideração como um valor real é suficientemente adequada para garantir a atenuação rápida dos campos [29], visto que para os casos de descargas atmosféricas e surtos de manobras incidentes nas linhas de transmissão, a faixa média frequência nunca será de ordem superior a MHz.

Os resultados frutos desta pesquisa são apresentados no Capítulo 6. Inicialmente, realizou-se uma análise isolada do AG, a partir da estratificação de medições experimentais de resistividade do solo. Os parâmetros obtidos pelo AG desenvolvido foram comparados aos obtidos através de ferramenta desenvolvida por Gonos [9], conforme apresentado na Tabela 6.2. O resultado de convergência do AG se mostrou muito satisfatório, tendo sua metodologia de desenvolvimento validada. A partir de novas medições de resistividade, acompanhadas em campo pela própria autora, realizou-se a comparação entre resultados do AG e os obtidos através do software comercial CYME Power Engineering Software® [45], para estratificação em duas camadas. Os resultados apresentados na Tabela 6.4 também se mostraram muito satisfatórios, validando assim a metodologia de desenvolvimento do AG.

Para a validação dos modelos computacionais foram primeiramente avaliados sistemas de aterramento mais simplificados, considerando-se a hipótese de solo homogêneo, a partir de características e propriedades físicas apresentadas em [5]. Cabe ressaltar que, apesar do caso de a haste não exigir uma simulação tridimensional, ela é feita aqui para servir de referência para os demais eletrodos. As Tabelas 6.10, Tabela 6.11 e Tabela 6.12 apresentam os resultados de impedância de aterramento para os sistemas compostos por haste, haste de perfil em L e fita, respectivamente, obtidos numericamente no software Altair Flux® [4], para cada uma das técnicas de truncamento propostas. As variações observadas entre os valores das impedâncias analíticas e simuladas para os eletrodos verticais (haste e haste de



perfil em L) estão diretamente ligadas ao fato de a formulação apresentada em [35] não se mostrar adequada para situações de baixa frequência e abaixo da frequência crítica,  $F_C$ . A discretização do domínio e limitações do software Altair Flux® na consideração dos efeitos capacitivos da impedância, ( $\sigma$ ), também são fatores de desvios. Contudo os valores numéricos simulados e os valores analíticos são convergentes entre si, o que permite validar os modelos e metodologia aplicados neste desenvolvimento. Convém ressaltar que a resistência de aterramento é determinada pela superfície de contato entre o eletrodo e o solo, sendo a discretização do eletrodo também um fator crucial para a qualidade do modelo.

Sob a ótica da metodologia de truncamento, os resultados apresentados nas Tabela 6.10, Tabela 6.11 e Tabela 6.12 permitem concluir que os três métodos empregados para a limitação do domínio foram efetivos, proporcionando resultados coerentes aos sistemas avaliados. A utilização de condição de Dirichlet homogênea e não homogênea (salvo para o caso da fita) nas faces limitantes do domínio apresentaram bom desempenho e coerência frente aos resultados analíticos esperados. A utilização destas técnicas, entretanto, pode se tornar um fator limitante para a qualidade da discretização da malha de elementos finitos e no processamento da simulação, uma vez que elas requerem que os limites da fronteira sejam suficientemente afastados da região de interesse.

Já o truncamento realizado a partir da técnica PML se mostrou a melhor opção de truncamento sob o ponto de vista de qualidade dos resultados *versus* tamanho do domínio, proporcionando ao modelo uma melhor qualidade da malha de elementos, sem demandar de grandes recursos computacionais de alocação de memória. Um dos principais desafios na implantação dessa metodologia no software utilizado foi a inserção do parâmetro  $\alpha$ , dependente da variação de posição no eixo, ao tensor de condutividade  $[\sigma]$ , devido às limitações do software Altair Flux®. A alternativa proposta para viabilizar as simulações foi a de discretização do parâmetro  $D$  (espessura do material anisotrópico) para a determinação dos  $\alpha$  ao longo dos eixos de análise. Os resultados apresentados nas Tabela 6.10, Tabela 6.11 e Tabela 6.12 validam a estratégia adotada.

Finalmente, a incorporação dos parâmetros de estratificação, obtidos a partir do AG, aos modelos tridimensionais, possibilitou uma análise mais realista do comportamento dos sistemas de aterramento, e a inserção das características de não homogeneidade do terreno avaliado. A comparação entre os valores experimentais e os computacionais se mostrou satisfatória e coerente com as características do solo nas localidades. Cabe ressaltar a existência inerente de erros associados às medições experimentais, em virtude de erros

humanos na execução dos métodos de medição de resistividade de solo e resistência de aterramento, bem como os erros do próprio equipamento de medição que podem gerar medições equivocadas, limitando a acurácia dos resultados. A ferramenta desenvolvida busca, contudo, prover aos projetistas, especialistas e agentes do setor elétrico, uma forma alternativa de avaliação de desempenho do sistema de aterramento capaz de verificar a acurácia de medições realizadas em campo, e até mesmo substituí-las em casos em que as distâncias e acessos se tornam fatores de impasse para a realização das medições.

## **7.2 Principais contribuições**

Tendo em vista os objetivos e metodologias descritas ao longo deste trabalho, destacam-se a seguir suas principais contribuições:

- Desenvolvimento do modelo de otimização para a realização da estratificação do solo avaliado em N-camadas, a partir de um Algoritmo Genético (AG), que possibilita uma análise mais realista das propriedades do terreno onde o sistema de aterramento será implementado;
- Modelagem tridimensional para topologias de sistemas de aterramento compostas por eletrodos verticais e horizontais, e análise do comportamento de sua impedância de aterramento frente às variações de frequência;
- Adaptação da técnica PML para uso em um software comercial que não dispõe desse recurso nativamente, bem como sua validação através de resultados experimentais;
- Utilização de dados experimentais de sistemas de aterramento reais que possibilitam o desenvolvimento de uma ferramenta para fins de aferição e validação de medições realizadas em campo.

## **7.3 Desenvolvimentos futuros**

Para desenvolvimentos futuros e aperfeiçoamento da ferramenta desenvolvida neste trabalho, sugere-se:

- Associação do Método de Newton ao AG desenvolvido, para maiores refinamentos e redução do tempo de solução;

- Dedução da formulação analítica para distribuição de potencial de um eletrodo horizontal;
- Análise do comportamento da impedância de aterramento em um eletrodo horizontal, por meio de truncamento por condição de Dirichlet não homogênea;
- Determinação das respostas transitórias para os sistemas em questão;
- Associação aos modelos computacionais das demais características que compõem os sistemas de aterramento de linhas de transmissão (cabos contrapeso, cabos guarda etc.);
- Inclusão dos efeitos capacitivos, contemplando a permissividade do solo, possivelmente através de versões experimentais do próprio Altair Flux®, ou da utilização de outro software comercial.

## REFERÊNCIAS

---

- [1] AIEE COMMITTEE REPORT. Flashover voltages of insulators and gaps. **AIEE Trans.**, v. 53, p. 882-886, 1934.
- [2] VISACRO, S. **Descargas Atmosféricas: uma Abordagem de Engenharia**. São Paulo: Art Liber, 2005.
- [3] SOBRETENSÃO de Origem Atmosférica em Sistemas Elétricos. Disponível em: [http://moodle.stoa.usp.br/file.php/1465/teoria/descargas\\_atmosfericas.pdf](http://moodle.stoa.usp.br/file.php/1465/teoria/descargas_atmosfericas.pdf) Acesso em: 12 set. 2019.
- [4] ALTAIR FLUX 2019®. Disponível em: <http://www.altairhyperworks.com/producao/flux>. Acesso em: 12 set. 2019.
- [5] SILVA, V. C. **Método de elementos finitos aplicado à solução de problemas de aterramento elétrico**. 2006. 78 p. Tese (Livre-docência) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.
- [6] CAORSI, S.; RAFFETTO, M. Perfectly matched layers for the truncation of finite element meshes in layered half-space geometries and applications to electromagnetic scattering by buried objects. **Microwave and Optical Technology Letters**, v. 19, n. 6, p. 427-434, dec. 1998.
- [7] SACHS, Z. S.; KINGSLAND, D. M.; LEE, R.; LEE, J. F. A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition, **IEEE Trans. on Antennas and Propagation**, v. 43, p.1460-1463, dec. 1995.
- [8] TAKAHASHI, T.; KAWASE, T. Analysis of apparent resistivity in a multi-layer earth structure. **IEEE Trans. Power Del.**, v. 5, n. 1, p. 604-612, apr. 1990.
- [9] GONOS, I. F.; STATHOPULOS, I. A. Estimation of Multilayer Soil Parameters Using Genetic Algorithms. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 20, n. 1, 2005.
- [10] MATLAB ®. Disponível em: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>. Acesso em: 12 set. 2019.
- [11] TAGG, G. F. **Earth Resistance (book)**. [s.l.]: George Newnes, 1964.
- [12] SUNDE, E. D. **Earth conduction effects in Transmission Systems**. New York: D. van Nostrand, 1949.
- [13] RUDENBERG, R. **Electrical shock waves in power systems**. Cambridge: Harvard University Press, 1968.
- [14] MARTINHO, L. B. **Contribuições à modelagem de sistemas de aterramento pelo método de elementos finitos no regime harmônico**. 2009. 93 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.
- [15] GRCEV, L.; V. A. Grounding Systems Modeling for High Frequencies and

- Transients: Some Fundamental Consideration. *In: PROCEEDINGS OF IEEE BOLOGNA POWERTECH CONFERENCE*, June 23-26 2003, Italy, p.1020-1026.
- [16] GRCEV, L.; POPOV, M. On high-frequency circuit equivalents of a vertical ground rod. **IEEE Trans. Power Del.**, v. 20, n. 2, p. 1598-1603, apr. 2005.
- [17] JIN, J. **The finite element method in electromagnetics**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 2002./
- [18] GRCEV, L. **Computation of grounding system transient impedance**. 1993. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de Zagreb, Croácia, 1986.
- [19] CARDOSO, J. R. **GROUND-3D: uma contribuição à análise dos sistemas de aterramento pelo método dos elementos finitos**. 1993. 83 p. Tese (Livre-docência em Engenharia Elétrica) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.
- [20] TRLEP, M.; HAMLER, A.; HRIBERNIK, B. The analysis of complex grounding systems by FEM. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 34, n. 5, p. 2521-2524, sep. 1998.
- [21] NEKHOUL, B.; GUERIN, C.; LABIE, P.; MEUNIER, G.; FEUILLET, R. A finite element method for calculation the electromagnetic fields generated by substation grounding systems, **IEEE Trans. on Magnetics**, v. 31, n. 3, p. 2150-2153, may 1995.
- [22] NEKHOUL, B.; LABIE, P.; ZGAINSKI, F. X.; MEUNIER, G. Calculating the impedance of a grounding system”, **IEEE Trans. on Magnetics**, v. 32, n. 3, p. 1509-1512, may 1996.
- [23] PASSARO, A. **Análise de Desempenho de Sistemas de Aterramento em Alta Frequência pelo Método dos Elementos finitos**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.
- [24] BERENGER, J. P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. **L Computational Phys.**, v. 114, n. 2, p.185-200, oct. 1994.
- [25] KATZ, D. C.; THIELE, T.; TAFLOVE, A. Validation and extension to three dimensions of the Berenger absorbing boundary condition for FDTD meshes. **IEEE Microwave Guided Wave Lett.**, v. 4, n. 3, p. 268-270, aug. 1994.
- [26] SACKS, Z. S.; KINGSLAND, D. M.; LEE, R.; LEE, J.-F. A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition. **IEEE Trans. Antennas Propagate.**, v. 43, p. 1460-1463, dec. 1995.
- [27] PINELLO, W.; GRIBBONS, M.; CANGELLARIS, A. A new numerical grid truncation scheme for the finite difference/finite element solution of Laplace’s equation. **IEEE Trans. On Magnetics**, v. 32, n. 3, p. 4452-4458, may 1996.
- [28] BARDI, I.; BIRO, O.; PREIS, K. Perfectly matched layers in static fields. **IEEE Trans on Magnetics**, v. 34, n. 5, p. 2433-2436, sep. 1998.
- [29] HUE, Y. K.; TEIXEIRA, F. L.; SAN MARTIN, L.; BITTAR, M. S. Three-

- dimensional simulation of eccentric LWD tool response in boreholes through dipping formations”. **IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing**, v. 43, n. 2, p. 257-268, feb. 2005.
- [30] CARDOSO, J. R. *et al.* **Approach to Teaching the Finite Element Method Applied to Electromagnetic Problems with Axial Symmetry to Electrical Engineering Students**. Powered by Wiley Online Library. New York: John Wiley & Sons, 1999-2018.
- [31] KINDERMAN, G. **Aterramento Elétrico**. Porto Alegre: Sagra, 1995.
- [32] WENNER, F. A. Method of measuring earth resistivity. **Bull. Nat. Bureau Std.**, Washington, 1916, v. 12.
- [33] CALIXTO *et al.* Parameters estimation of a horizontal multilayer soil using ga. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 25, n. 3, jul. 2010.
- [34] VIANA, F. M. **Interpretação da Resistividade Aparente do Solo e Estratificação com Arranjo de Schlumberger**. 2016. 132 f. Dissertação (Engenharia Elétrica e de Computação) – Universidade Federal de Goiás, Goiás, 2016.
- [35] BOURG, S.; SACEPE, B.; DEBU, T. Deep earth electrodes in highly resistive ground: frequency behavior. In: IEEE INT. SYMPOSIUM ON ELECTROMAGNETIC COMPATIBILITY, p. 14-18, aug. 1995, **Proceedings...** p. 584-9, 1995.
- [36] TELLÓ, M. *et al.* **Aterramento elétrico impulsivo, em baixa e alta frequências: com apresentação de casos**. Porto Alegre: EDPUCRS, 2007.
- [37] SIVANANDAM S., DEEPA S. Genetic Algorithm Optimization Problems. In: **Introduction to Genetic Algorithms**. Springer, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [38] HOLLAND, H. Adaptation in Natural and Artificial Systems. **Ann Arbor**, MI: Univ. Michigan Press. Reprinted in MIT Press, 1992.
- [39] MODELO de otimização utilizando Algoritmos Genéticos. MAXWELL, PUC Rio. Disponível em: [https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/14548/14548\\_7.PDF](https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/14548/14548_7.PDF). Acesso em: 31 out. 2019.
- [40] MARTINHO, L. B. *et al.* A Non-Homogeneous Dirichlet Boundary Condition on the Electric Potential for the Finite Element Analysis of Grounding Systems. In: CEM INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATION IN ELECTROMAGNETICS, Wroclaw, 8. 2011. **Proceedings...** CEM 2011, p. 11-14, apr. 2011, Wroclaw, Poland. Wroclaw, 2011.
- [41] KOSMANIS, T. I.; YIOULTSIS, T. V.; TSIBOUKIS, T. D. Perfectly matched anisotropic layer for the numerical analysis of unbounded eddy-current problems, **IEEE Trans. on Magnetics**, v. 34, n. 6, p. 4452-4458, nov. 1999.
- [42] ALTAIR FLUX. Electromagnetic, Electric, and Thermal Analysis. Disponível em: <https://www.altair.com/flux/>. Acesso em: 12 set. 2019.
- [43] TRINTINALIA, L. C.; ORSINI, L. Q.; CAMARGO, J. B. **Eletromagnetismo**.

- Lexington: CreateSpace Independent Publishing Platform, 2015. v. 1.
- [44] CYME Power Engineering Software®. Disponível em: <http://www.cyme.com/software/cymgrd/>. Acesso em: 12 set. 2019.
- [45] ABNT. NBR 7117:2012. **Medição da resistividade e determinação da estratificação do solo**. [S.l.]: ABNT, 2012.
- [46] GERI, A. Behaviour of grounding systems excited by high impulse currents: the model and its validation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 14, n. 3, p. 1008-1017, jul. 1999.
- [47] GROOVY. A multi-faceted language for the Java platform. Disponível em: <http://groovy-lang.org/>. Acesso em: 27 nov. 2019.
- [48] ATERRAMENTO. Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, [s.d]. Disponível em: <https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/aterramento.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2019.