

HERNÁN PRIETO SCHMIDT

Eng. Eletricista, Escola Politécnica da USP, 1982

**TRANSITÓRIOS DE MANOBRA EM
SISTEMAS DE TRANSMISSÃO
SUBTERRÂNEA - APLICAÇÃO DA
TRANSFORMADA DE FOURIER**

Dissertação apresentada à
Escola Politécnica da USP
para obtenção do título
de Mestre em Engenharia
Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Ernesto João Robba

São Paulo, 1989

AGRADECIMENTOS

- Ao professor Ernesto João Robba, amigo e orientador;
- Aos amigos Nelson Kagan e Luiz Lebensztajn;
- Aos professores Luiz de Queiroz Orsini e Jacyntho José Angerami;
- Ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo apoio financeiro durante o programa de mestrado;
- Aos engenheiros Aloísio José de Oliveira Lima e Antônio Paulo da Cunha, da Pirelli S.A.;
- A Neusa Yoscimoto, pela colaboração no levantamento bibliográfico;
- A Luzia do Carmo Namiki, Marcelo Alba de Albuquerque e Edvaldo Salustiano da Silva respectivamente pelos trabalhos de dactilografia, elaboração de desenhos e edição gráfica.

RESUMO

Neste trabalho desenvolve-se uma metodologia para estudo de sistemas de transmissão subterrânea, usualmente em tensões de 138 e 345 kV, durante transitórios de manobra. Tal metodologia baseia-se na Transformada de Fourier.

Inicialmente apresenta-se o problema em estudo, destacando-se os tipos de sistemas habitualmente empregados em transmissão subterrânea de energia elétrica.

Em seguida aborda-se a Transformada de Fourier, enfatizando-se seus aspectos numéricos mais relevantes.

Posteriormente, através da Análise Modal, desenvolve-se a solução do sistema multicondutor subterrâneo em regime permanente senoidal. A resposta temporal do sistema é finalmente obtida combinando-se a resposta em regime com a Integral de Inversão de Fourier.

Com a metodologia estabelecida foram desenvolvidos dois programas computacionais para o estudo de sobretensões de manobra. Ambos programas foram utilizados para estabelecer uma comparação de desempenho entre os diversos tipos de sistemas, e também para identificar os principais fatores que afetam as sobretensões de manobra.

Finalizando o trabalho, são apresentadas as conclusões e são comentados tópicos para ulterior desenvolvimento.

ABSTRACT

This work focuses on a method for studying switching overvoltages in underground transmission systems, usually at 138 and 345 kV voltage levels. The method is based on the Fourier Transform.

Initially the problem under consideration is established, stressing transmission systems commonly used.

The Fourier Transform is presented with special reference to its numerical characteristics.

In sequence, the steady state solution of multiconductor systems is developed by means of Modal Analysis. The system response in time domain is finally obtained combining the steady state solution and the Fourier Inversion Integral.

Concerning this method, two computational models were developed. Both of them were used to compare the performance of the systems and to identify parameters that affect switching overvoltages.

Finally, conclusions are presented and research topics for further developments are settled.

SUMÁRIO

	Pág.
1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 Apresentação do Problema e Objetivos do Trabalho..	1
1.2 Estado da Arte.....	10
1.3 Organização do Trabalho.....	13
2 - A TRANSFORMADA DE FOURIER.....	15
2.1 Introdução.....	15
2.2 Séries de Fourier.....	15
2.2.1 Considerações Gerais.....	15
2.2.2 Decomposição de Um Sinal Periódico.....	16
2.2.3 Superposição de Efeitos.....	17
2.2.4 Exemplos de Aplicação.....	20
2.3 Integrais de Fourier.....	27
2.3.1 Considerações Gerais.....	27
2.3.2 Transformada de Fourier.....	29
2.3.3 Transformada Modificada de Fourier.....	30
2.3.4 Transformada do Degrau de Tensão.....	32
2.3.5 Procedimento.....	35
2.3.6 Cálculo Numérico da Integral de Inversão...	36
2.3.7 Fenômeno de Gibbs.....	39
2.3.8 Exemplos de Aplicação.....	41
2.4 Aplicação no Estudo de uma Linha Aérea Monofásica.	62
2.4.1 Considerações Gerais.....	62
2.4.2 Exemplos de Aplicação.....	66
3 - SISTEMAS MULTICONDUTORES SUBTERRÂNEOS.....	80
3.1 Introdução.....	80
3.2 Cabos de Potência.....	81

	Pág.
3.3 Pára-raios.....	83
3.4 Formulação do Problema.....	85
3.5 Matriz de Admitâncias Nodais de uma Seção Menor...	88
3.5.1 Considerações Gerais.....	88
3.5.2 Equação Diferencial.....	90
3.5.3 Matriz de Impedâncias-série.....	92
3.5.4 Matriz de Admitâncias-paralelo.....	98
3.5.5 Análise Modal.....	99
3.5.6 Resolução da Equação Diferencial.....	100
3.5.7 Matriz de Admitâncias Nodais.....	106
3.5.8 Interpretação da Solução.....	108
3.6 Interligação de Diversas Seções Menores.....	111
3.7 Matriz de Admitâncias Nodais do Sistema Completo..	120
3.7.1 Considerações Gerais.....	120
3.7.2 Geradores.....	120
3.7.3 Carga.....	123
3.7.4 Reatores.....	124
3.7.5 Aterramentos.....	124
3.7.6 Cabo Terra.....	126
3.7.7 Pára-raios.....	126
3.8 Resolução do Sistema na Frequência $a+j\omega$	128
3.9 Retorno ao Domínio do Tempo.....	130
3.10 Procedimento Completo.....	130
3.11 Refinamento do Modelo.....	132
4 - PROGRAMAS DESENVOLVIDOS.....	136
4.1 Introdução.....	136
4.2 Esparsidade do Sistema.....	137
4.3 Agrupamento de Seções Menores.....	139

	Pág.
4.4 Sinal de Entrada.....	139
4.5 Inversão de Matriz.....	139
4.6 Dados de Entrada.....	142
4.7 Relatórios de Saída.....	144
4.8 Diagrama de Blocos.....	144
4.9 Subrotinas.....	146
5 - ESTUDO DE SOBRETENSÕES DE MANOBRA.....	149
5.1 Introdução.....	149
5.2 Identificação de Nós.....	149
5.3 Comparação Entre Sistemas.....	152
5.4 Análise de Parâmetros.....	177
5.4.1 Considerações Gerais.....	177
5.4.2 Número de Seções Maiores.....	177
5.4.3 Aterramento.....	183
5.4.4 Resistividade do Solo.....	185
5.4.5 Espaçamento e Profundidade.....	186
5.4.6 Materiais dos Cabos.....	187
5.4.7 Cabos Concêntricos.....	189
5.4.8 Cabo Terra.....	190
5.4.9 Reostato de Pré-inserção.....	191
5.5 Identificação dos Modos Normais de Propagação.....	193
5.6 Tempos de Processamento.....	197
6 - CONCLUSÕES.....	199
6.1 Introdução.....	199
6.2 Conclusões.....	200
6.3 Tópicos para Ulterior Desenvolvimento.....	202

	Pág.
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	204
ANEXO I - EQUACIONAMENTO PARA LINHA AÉREA MONOFÁSICA.....	208
ANEXO II - CÁLCULO NUMÉRICO DE AUTOVALORES E AUTOVETORES....	220
ANEXO III - SISTEMAS LINEARES COM MATRIZ DE COEFICIENTES AL- TAMENTE ESPARSA	232

1 - INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do Problema e Objetivos do Trabalho

O rápido crescimento dos centros urbanos implica no desenvolvimento, também rápido, de sistemas de transmissão subterrânea cada vez mais complexos, onde a potência a ser transmitida e a confiabilidade são itens fundamentais. Como consequência deste crescimento as tensões nominais de transmissão também crescem, conduzindo a projetos de cabos de potência cada vez mais sofisticados.

O cabo de potência, principal componente dos sistemas de transmissão subterrânea, é apresentado à Fig. 1.1.

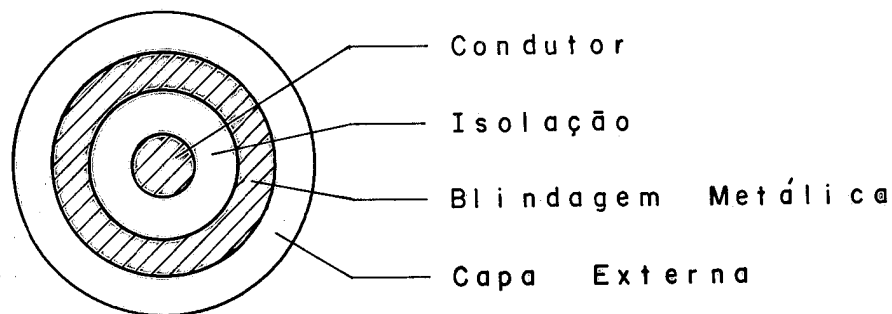


Figura 1.1 Cabo unipolar de potência - modelo simplificado.

O condutor se destina, evidentemente, a transportar a corrente demandada pelo sistema elétrico. A isolação tem por finalidade absorver a diferença de potencial entre o condutor e a terra, que pode situar-se na faixa de 80 a 300 kV. A blindagem metálica garante que o campo elétrico permaneça confinado no interior da isolação, e normalmente é ligada à terra em um ou mais pontos. A capa exter

na serve como proteção mecânica e anti-corrosão da blindagem metálica.

Em sistemas trifásicos há várias alternativas para conexão das blindagens, entre si e com a terra. Uma primeira alternativa é o denominado sistema multiaterrado, Fig. 1.2.

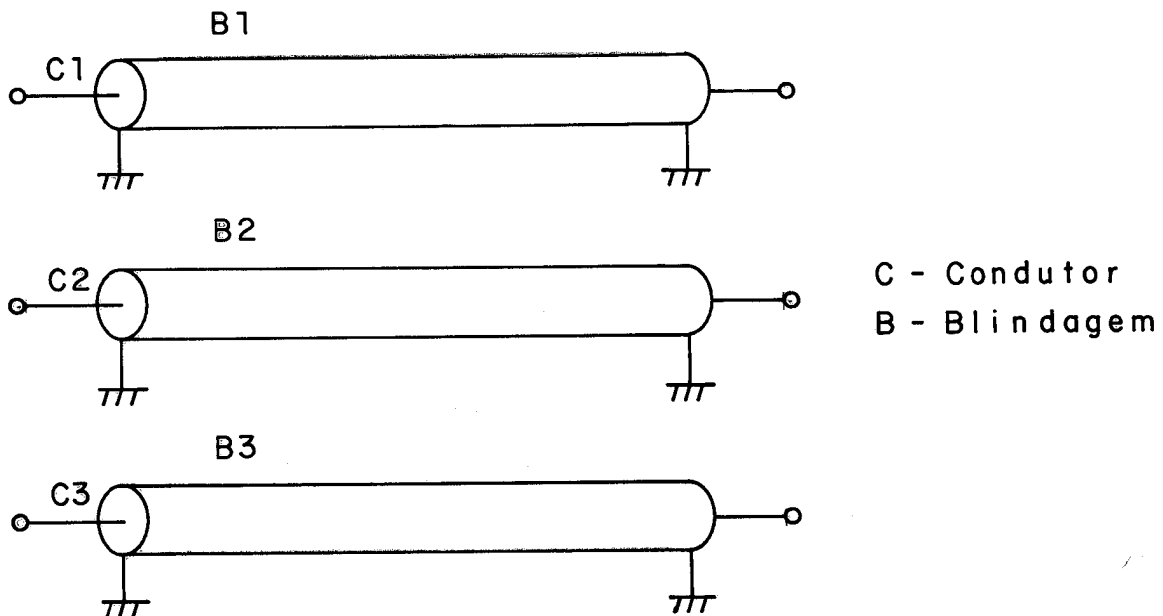


Figura 1.2 Sistema multiaterrado

Neste sistema as blindagens são solidamente aterradas em todas as extremidades. Porém, devido à elevada impedância mútua entre condutores e blindagens e à corrente imposta aos condutores, aparecem elevadas correntes circulantes nas blindagens. Para ilustrar este fato, seja o sistema de transmissão em 230 kV extraído da referência [1], cuja configuração geométrica é reproduzida à Fig. 1.3.

Para o cálculo das correntes circulantes nas blindagens, parte-se da seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_C \\ \Delta V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{CC} & Z_{CB} \\ Z_{BC} & Z_{BB} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_C \\ I_B \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

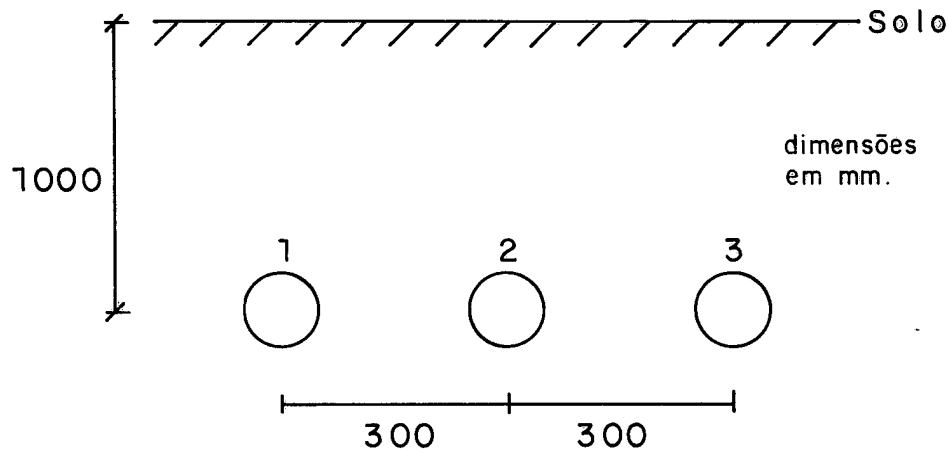


Figura 1.3 Configuração geométrica do sistema de transmissão

onde:

$$\Delta V_C = \begin{bmatrix} \Delta V_{C1} \\ \Delta V_{C2} \\ \Delta V_{C3} \end{bmatrix} = \text{vetor da queda de tensão nos condutores}$$

$$\Delta V_B = \begin{bmatrix} \Delta V_{B1} \\ \Delta V_{B2} \\ \Delta V_{B3} \end{bmatrix} = \text{vetor da queda de tensão nas blindagens}$$

Z_{CC} = matriz de impedâncias próprias e mútuas dos condutores

$Z_{CB} = Z_{BC}$ = matrizes de impedâncias mútuas entre condutores e blindagens

Z_{BB} = matriz de impedâncias próprias e mútuas das blindagens

$$I_C = \begin{bmatrix} I_{C1} \\ I_{C2} \\ I_{C3} \end{bmatrix} = \text{vetor da corrente nos condutores}$$

$$I_B = \begin{bmatrix} I_{B1} \\ I_{B2} \\ I_{B3} \end{bmatrix} = \text{vetor da corrente nas blindagens}$$

No presente caso (blindagens aterradas nas extremidades) tem-se:

$$\Delta V_B = [0] \quad (1.2)$$

Impondo-se a condição (1.2) na equação (1.1) resulta:

$$\Delta V_C = Z_{CC} \cdot I_C + Z_{CB} \cdot I_B \quad (1.3)$$

$$0 = Z_{BC} \cdot I_C + Z_{BB} \cdot I_B \Rightarrow I_B = -Z_{BB}^{-1} \cdot Z_{BC} \cdot I_C$$

Nas equações (1.3) conhece-se o vetor da corrente nos condutores (I_C), de forma que o cálculo da corrente nas blindagens e da queda de tensão nos condutores é imediato. De acordo com a referência citada, as matrizes de impedâncias para a configuração da Fig. 1.3 são dadas por (valores em Ω/Km):

$$Z_{CC} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,0812308+j0,8111044 & 0,0593725+j0,5992577 & 0,0593725+j0,5469956 \\ 0,0593725+j0,5992577 & 0,0812308+j0,8111044 & 0,0593725+j0,5992577 \\ 0,0593725+j0,5469956 & 0,0593725+j0,5992577 & 0,0812308+j0,8111044 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$Z_{CB} = Z_{BC} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,0593767+j0,7517324 & 0,0593725+j0,5992577 & 0,0593725+j0,5469956 \\ 0,0593725+j0,5992577 & 0,0593767+j0,7517324 & 0,0593725+j0,5992577 \\ 0,0593725+j0,5469956 & 0,0593725+j0,5992577 & 0,0593767+j0,7517324 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$Z_{BB} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,3941747+j0,7507681 & 0,0593725+j0,5992577 & 0,0593725+j0,5469956 \\ 0,0593725+j0,5992577 & 0,3941747+j0,7507681 & 0,0593725+j0,5992577 \\ 0,0593725+j0,5469956 & 0,0593725+j0,5992577 & 0,3941747+j0,7507681 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Supondo-se que nos condutores circulem correntes de intensidade 100 A, a aplicação das equações (1.3) fornece os resultados apresentados à Tabela 1.1.

Condutor	I_C (A)	ΔV_C (V/km)
1	100/0	21,2/57,3 ^o
2	100/-120 ^o	18,9/-52,2 ^o
3	100/120 ^o	23,8/-171,3 ^o

a - Condutores

Blindagem	I_B (A)
1	45,2/-127,7 ^o
2	37,6/127,0 ^o
3	52,3/8,4 ^o

b - Blindagens

Tabela 1.1 Queda de tensão nos condutores e corrente circulante nas blindagens - sistema multiterrado.

Evidentemente, correntes nas blindagens da ordem de 50% das correntes nos condutores produzem elevadas perdas joule nas primeiras, limitando severamente a capacidade de condução de corrente dos cabos. Por esta razão, sistemas multiterrados são utilizados exclusivamente em baixas e médias tensões (até 35 kV), onde a circulação de corrente nas blindagens não compromete substancialmente o desempenho térmico dos cabos.

Uma segunda alternativa para conectar-se as blindagens é o denominado sistema "Cross Bonding", Fig. 1.4.

Neste sistema as blindagens são aterradas periodicamente ao longo da rota dos cabos. Cada trecho definido por dois aterramentos adjacentes é dividido em três lances de comprimentos aproximadamente iguais entre si. Nas fronteiras resultantes entre os lances transpõe-se somente os condutores, mantendo-se inalteradas as posições relativas das blindagens. Tomando-se um trecho de blindagem, verifica-se que o mesmo abriga um lance do condutor da fase 1, um

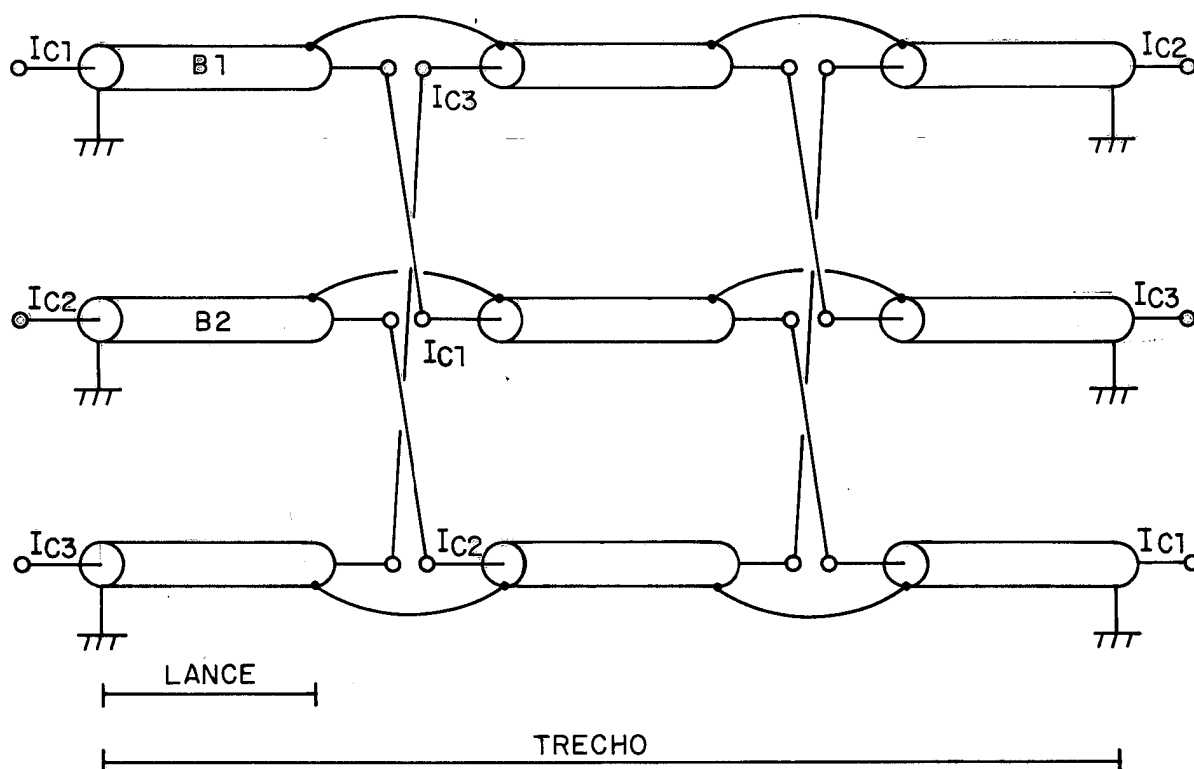


Figura 1.4 Sistema "Cross Bonding"

lance da fase 2 e um da fase 3. Sendo o sistema trifásico equilibrado e os comprimentos dos lances iguais, a soma de todas as tensões induzidas no trecho de blindagem resulta nula, e consequentemente é nula a corrente circulante no trecho de blindagem, ainda que o mesmo esteja aterrado em ambas extremidades. Em outras palavras, o sistema "Cross Bonding" promove o equilíbrio das impedâncias mútuas entre condutores e blindagens.

Para verificar esta conclusão, considere-se um trecho de sistema "Cross Bonding" no qual os três lances possuem configuração idêntica à da Fig. 1.3. Tomando-se as matrizes $Z_{CC'}$, $Z_{CB'}$, Z_{BC} e Z_{BB} correspondentes aos três lances, e combinando-se convenientemente as quedas de tensão parciais em cada lance, obtém-se as quedas de ten

são totais do trecho. A equação final para a resolução do trecho é dada por:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_C(\text{tot}) \\ \Delta V_B(\text{tot}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_3 & Z_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_C \\ I_B \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

onde

$\Delta V_C(\text{tot})$ = vetor de queda de tensão total do trecho nos condutores

$\Delta V_B(\text{tot})$ = vetor da queda de tensão total do trecho nas blindagens.

Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 = matrizes equivalentes, respectivamente, às matrizes $Z_{CC}, Z_{CB}, Z_{BC}, Z_{BB}$.

Analogamente ao caso multiaterrado, tomando-se

$$\Delta V_B(\text{tot}) = [0] \quad (1.5)$$

e substituindo-se esta condição na equação (1.4) resultam os valores apresentados à Tabela 1.2.

Condutor	I_C (A)	$\Delta V_C(\text{tot})$ (V/km)
1	100/0	23,0/84,6°
2	100/-120°	23,0/-35,4°
3	100/120°	23,0/-155,4°

a - Condutores

Blindagem	I_B (A)
1	0
2	0
3	0

b - Blindagens

Tabela 1.2 Queda de tensão nos condutores e corrente circulante nas blindagens - sistema "Cross Bonding".

Neste caso as correntes circulantes nas blindagens resultaram nulas. Por outro lado, uma desvantagem própria dos sistemas "Cross Bonding" é o fato de que as interligações não aterradas entre blindagens de lances distintos são pontos com potencial não nulo. Conhecendo-se as matrizes de impedâncias de cada lance (Z_{CC} , Z_{CB} , Z_{BC} e Z_{BB}) e as correntes impostas aos condutores, é possível calcular as quedas de tensão parciais de cada lance. Tais quedas são apresentadas à Tabela 1.3.

	Quedas de Tensão (V/km)			
	Parciais			Totais (1)
	Lance 1	Lance 2	Lance 3	
Blindagem 1	$6,1/75,8^\circ$	$6,1/-164,2^\circ$	$6,1/-44,2^\circ$	0
Blindagem 2	$5,1/-30,0^\circ$	$5,1/90,0^\circ$	$5,1/-150,0^\circ$	0
Blindagem 3	$6,1/-135,8^\circ$	$6,1/-15,8^\circ$	$6,1/104,2^\circ$	0
Condutor 1	$8,2/74,2^\circ$	$8,2/-165,8^\circ$	$8,2/-45,8^\circ$	$23,0/84,6^\circ$
Condutor 2	$7,1/-35,9^\circ$	$7,1/84,1^\circ$	$7,1/-155,9^\circ$	$23,0/-35,4^\circ$
Condutor 3	$8,0/-144,4^\circ$	$8,0/-24,4^\circ$	$8,0/95,6^\circ$	$23,0/-155,4^\circ$

Tabela 1.3 Quedas de tensão parciais e totais em sistema "Cross Bonding".

Uma terceira alternativa para conectar-se as blindagens é o denominado sistema "Single Point", Fig. 1.5.

(1) As quedas totais foram calculadas através de:

$$\Delta V_{B1}(\text{tot}) = \Delta V_{B1}(1^\circ \text{ lance}) + \Delta V_{B1}(2^\circ \text{ lance}) + \Delta V_{B1}(3^\circ \text{ lance})$$

$$\Delta V_{C1}(\text{tot}) = \Delta V_{C1}(1^\circ \text{ lance}) + \Delta V_{C2}(2^\circ \text{ lance}) + \Delta V_{C3}(3^\circ \text{ lance})$$

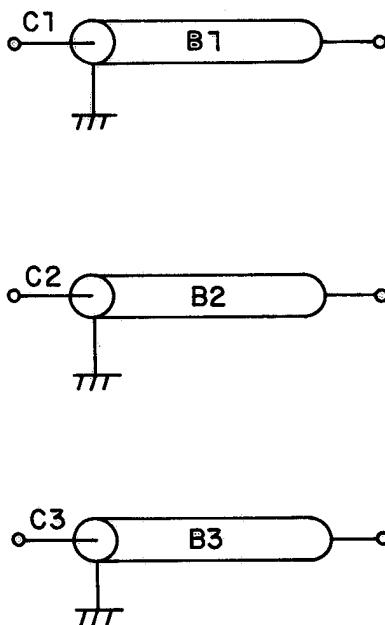


Figura 1.5 Sistema "Single Point"

Neste caso, as blindagens são aterradas somente em uma das extremidades. Tais sistemas são empregados em linhas relativamente curtas, onde a execução de emendas de condutores e blindagens, próprias dos sistemas "Cross Bonding", torna-se anti-econômica.

As extremidades não aterradas das blindagens nos sistemas "Single Point" também resultam com potencial não nulo. Para calcular as tensões resultantes nestes pontos, basta impor

$$I_B = [0] \quad (1.6)$$

na equação (1.1). Os resultados para o caso da configuração da Fig. 1.3, ligada em "Single Point", são apresentados à Tab. 1.4.

Condutor	I_C (A)	ΔV_C (V/km)
1	100/0	24,7/74,2°
2	100/-120°	21,3/-35,9°
3	100/120°	23,9/-144,4°

a - Condutores

Blindagem	ΔV_B (V/km)
1	18,4/75,8°
2	15,2/-30,0°
3	18,4/-135,8°

b - Blindagens

Tabela 1.4 Queda de tensão nos condutores e nas blindagens - sistema "Single Point".

Até aqui os sistemas multiterrado, "Cross Bonding" e "Single Point" foram apresentados e comparados quanto à condição normal de operação (regime permanente). O principal objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia de estudo destes sistemas em condições transitórias de operação, de forma que outras relações de comparação possam ser estabelecidas. Considerar-se-á neste trabalho somente transitórios devido a manobras no sistema elétrico, tais como abertura e fechamento de disjuntores. O método matemático adotado é a Transformada Modificada de Fourier.

Os principais dados do problema dizem respeito às dimensões e às propriedades físicas dos materiais constituintes dos cabos, e também à configuração geométrica do sistema. Os resultados alcançados são tensões e correntes em função do tempo (durante o intervalo de tempo de interesse no estudo) em diversos pontos do sistema de transmissão. O interesse principal em estudos desta natureza é voltado para as sobretensões que habitualmente ocorrem, durante transitórios, nas blindagens dos cabos de potência. Tais sobretensões, além de perigosas para seres eventualmente em contato com as blindagens, podem provocar danos irreparáveis aos cabos.

1.2 Estado da Arte

Embora conexões especiais (sistemas "Single Point" e "Cross Bonding") para redução de perdas joule por correntes circulantes em blindagens de cabos de potência sejam conhecidas de longa data [2], o estudo do desempenho de tais sistemas durante condições transitórias iniciou-se no começo dos anos sessenta. Em 1964 Ball, Occhini e Luoni publicaram o primeiro trabalho onde se estuda o problema de sobretensões em sistemas com conexões especiais [3].

Neste artigo, são estabelecidos circuitos equivalentes para representação das conexões especiais e também da interligação do sistema de transmissão com o restante da rede elétrica. Estes circuitos são combinados e estudados do ponto de vista das ondas incidentes e refletidas existentes em cada instante no sistema equivalente. Neste trabalho estuda-se também as sobretensões produzidas por faltas em regime permanente envolvendo a terra. Provavelmente as principais limitações deste trabalho são: 1) não consideração da variação dos parâmetros do sistema (resistências, indutâncias) com a frequência, e 2) dificuldade em se generalizar os circuitos equivalentes para sistemas com várias configurações geométricas ao longo da rota dos cabos, como é usual nos sistemas reais.

Uma das bases para a grande maioria dos trabalhos que seriam publicados mais tarde foi estabelecida por Wedepohl em 1963 [4]. Neste trabalho explora-se a aplicação de métodos matriciais no estudo de sistemas multicondutores. O autor desenvolve detalhadamente a solução em regime permanente para o caso multicondutor apoiado, essencialmente, na diagonalização da matriz $Z.Y$ (Z e Y respectivamente matrizes de impedâncias e de admitâncias de elementos). A diagonalização da matriz $Z.Y$ é alcançada através da Análise Modal, na qual é necessário calcular os autovalores e os autovetores associados da matriz argumento. O grande mérito deste artigo é que a aplicação da álgebra matricial permitiu a generalização, para o caso multicondutor, dos conceitos bem conhecidos de sistemas monofásicos.

A segunda grande contribuição no estudo de transitórios deve-se a Mullineux e outros [5]-[9]. Nestes trabalhos estabelece-se e estuda-se em profundidade o método matemático conhecido por Transformada Modificada de Fourier. Por este método passa-se do domínio do tempo ao domínio da frequência, estuda-se a resposta em frequência

do sistema em análise e posteriormente retorna-se ao domínio do tempo. Principalmente nos artigos [6] e [7] analisa-se em detalhe as características numéricas das Integrais de Fourier, incluindo-se o fenômeno de Gibbs e particularidades da integração numérica.

Ao estudar-se um sistema por intermédio da Transformada de Fourier é necessário obter-se a resposta em regime permanente senoidal para diversos valores de frequência. Novamente Wedepohl encarregou-se de reunir seu trabalho de 1963 (onde havia estudado sistemas em regime) com os trabalhos de Mullineux, estabelecendo formalmente a solução de sistemas multicondutores em condições transitórias de operação [10], [11]. No primeiro destes artigos, nos quais o presente trabalho se baseia, aborda-se o cálculo dos parâmetros do sistema (impedâncias-série e admitâncias-paralelo, próprias e mútuas) considerando-se variação dos mesmos com a frequência. No segundo artigo estabelece-se a equação nodal para um sistema "Cross Bonding".

Os trabalhos de Wedepohl estimularam a publicação de diversos artigos relacionados com o tema [12]-[16]. Todos eles, de uma forma ou outra, são baseados na Transformada de Fourier. Em particular os artigos [12] e [16] incluem, além do desenvolvimento de modelos, comparações entre valores obtidos teoricamente e resultados práticos de campo.

Finalmente, nas referências [17], [18] e [19] aborda-se o estudo de sobretensões transitórias utilizando-se outras ferramentas matemáticas. Em [17] adota-se um método híbrido que permite considerar, no modelo do sistema de transmissão, elementos descarregadores (para-raios) com característica tensão x corrente não linear. Este artigo, entretanto, se restringe ao caso de sistemas "Single Point". A metodologia exposta nos artigos [18] e [19] também permite considerar elementos passivos não lineares, baseando-se na Aná

lise Modal e na Transformada-Z.

1.3 Organização do Trabalho

O presente Capítulo tem por finalidade apresentar o problema em estudo e os objetivos do trabalho, e também proporcionar um panorama geral das várias técnicas que têm sido utilizadas na abordagem do problema.

O Capítulo 2 destina-se a estabelecer as bases do método matemático empregado no trabalho. Ele se inicia com a apresentação das Séries de Fourier, que permitem tratar sistemas excitados com sinais periódicos. Uma maneira de obter-se as Séries é através da Transformada Rápida de Fourier ("Fast Fourier Transform", FFT). A FFT é um conjunto de algoritmos de elevada eficiência computacional, e sua aplicação é ilustrada através de um exemplo simples. A restrição de periodicidade dos sinais envolvidos é inaceitável no contexto deste trabalho, e ela pode ser eliminada através das Integrais de Fourier. As Integrais definem a Transformada e a Transformada Modificada de Fourier. Esta última foi adotada no trabalho, por apresentar características de cálculo numérico melhores que a primeira. Encerrando o Capítulo, apresenta-se a aplicação da Transformada Modificada no estudo de energização de uma linha aérea monofásica. O equacionamento da linha monofásica é detalhado no Anexo I. Este problema, cuja solução é bem conhecida, foi incluído com o intuito de ilustrar a aplicação da Transformada Modificada e também pelo fato de que a solução no caso monofásico é útil no estudo de sistemas multicondutores.

Os sistemas multicondutores subterrâneos são abordados no Capítulo 3. Inicialmente estabelece-se a obtenção da resposta em frequência do sistema multicondutor, que é dada pela matriz de adm

tâncias nodais do sistema de transmissão. Na obtenção desta matriz, uma das etapas exige o cálculo de autovalores e autovetores de matrizes. No Anexo II descreve-se detalhadamente um método de cálculo de autovalores e autovetores (método de Danilevsky). Ênfase é dada à interpretação física dos autovalores e dos autovetores, onde é ressaltada a analogia com o caso monofásico. Finalmente, estabelece-se as expressões para o retorno ao domínio do tempo e o macro-diagrama de blocos do procedimento completo.

Com a metodologia exposta nos Capítulos 2 e 3, foram desenvolvidos dois programas computacionais para o cálculo de transitórios de manobra em sistemas de transmissão subterrânea. Ambos programas são apresentados no Capítulo 4, onde também são abordados alguns detalhes de programação. Em particular, a elevada esparsidade da matriz de admitâncias nodais do sistema exigiu a utilização da técnica de armazenamento por listas concatenadas ("linked list"). Tal técnica é apresentada em detalhe no Anexo III, destacando-se suas vantagens quando a matriz em estudo é simétrica, como é o caso da matriz de admitâncias nodais.

No Capítulo 5 estabelece-se um método de estudo de sobretensões de manobra em sistemas de transmissão subterrânea. Os programas desenvolvidos foram utilizados na avaliação das sobretensões resultantes, em diversas configurações de sistemas de transmissão. Ênfase é dada à identificação dos principais fatores que influem no desempenho dos sistemas durante transitórios de manobra.

As conclusões do trabalho são apresentadas e discutidas no Capítulo 6, com ênfase nos resultados alcançados na aplicação dos programas computacionais. Inclui-se também um resumo das possibilidades de desenvolvimentos futuros da metodologia desenvolvida neste trabalho.

2 - A TRANSFORMADA DE FOURIER

2.1 Introdução

Neste Capítulo será apresentado o método matemático conhecido genericamente por Transformada de Fourier. Tal método permite obter a resposta temporal de um sistema linear quando o mesmo é excitado por um sinal qualquer.

O escopo do Capítulo é basicamente dar uma visão global das Séries e das Integrais de Fourier. As Integrais, obtidas a partir das séries, permitem eliminar a restrição de periodicidade dos sinais, própria das Séries. Entretanto, as Integrais apresentam alguns problemas de convergência numérica. Uma solução para esta dificuldade é a denominada Transformada Modificada de Fourier, que também será apresentada. Para ilustrar a utilização das Séries e das Integrais de Fourier, foram desenvolvidos alguns programas computacionais específicos. Exemplos de aplicação de tais programas são apresentados ao fim do correspondente item no Capítulo.

Finalmente apresenta-se detalhadamente a aplicação do método no estudo de energização de uma linha aérea monofásica. Para tal também foi desenvolvido um programa computacional, em cuja aplicação estuda-se o comportamento da linha monofásica em diversas condições de contorno (linha em vazio, em carga, etc.).

2.2 Séries de Fourier

2.2.1 Considerações Gerais

Neste item será apresentado o método para obtenção da resposta de sistemas excitados por sinais periódicos, utilizando o método

de Fourier. Ênfase é dada à linearidade necessária dos sistemas em estudo, para que o princípio da superposição de efeitos possa ser corretamente aplicado. Finalmente, serão apresentados alguns exemplos de aplicação das Séries de Fourier, com o intuito de ilustrar a utilização da Transformada Rápida de Fourier, e também para destacar a limitação de periodicidade dos sinais envolvidos.

2.2.2 Decomposição de Um Sinal Periódico

De acordo com a referência [20], é possível decompor um sinal periódico em uma soma de componentes senoidais. Nesta soma (ou espectro de frequências), cada componente possui frequência angular igual a algum múltiplo de uma frequência angular fundamental. Formalmente tem-se:

$$e(t) = e(t+T) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_m \cdot e^{jm\omega_0 t} \quad (2.1)$$

onde:

- $e(t)$ - sinal periódico a ser decomposto em espectro de frequências
- T - período de sinal $e(t)$
- c_m - coeficiente da m -ésima componente
- $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ - frequência angular fundamental

Da equação (2.1) observa-se que a m -ésima componente (ou harmônica) fica perfeitamente definida por seu coeficiente c_m e por sua frequência angular $m\omega_0$. O coeficiente c_m , normalmente um número complexo, contém informações relativas à amplitude e à fase inicial da m -ésima harmônica; nestas condições pode-se escrever:

$$c_m = E(jm\omega_o) = A_m / \underline{\phi}_m = A_m e^{j\phi_m}$$

$$e_m(t) = \mathbb{R}_e [E(jm\omega_o) e^{jm\omega_o t}] = \mathbb{R}_e [A_m e^{j\phi_m} e^{jm\omega_o t}] =$$

$$= A_m \cos(m\omega_o t + \phi_m) \quad (2.2)$$

$$e(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e_m(t)$$

onde A_m = amplitude da m-ésima harmônica

ϕ_m = fase inicial da m-ésima harmônica

$e_m(t)$ = valor instantâneo da m-ésima harmônica

A equação (2.2) é a base para a resolução de circuitos elétricos em regime permanente, através da representação fasorial das grandezas senoidalmente variáveis no tempo.

2.2.3 Superposição de Efeitos

Essencialmente, o problema a ser resolvido é o de se determinar a resposta de um dado sistema quando excitado por um certo sinal de entrada, Fig. 2.1.

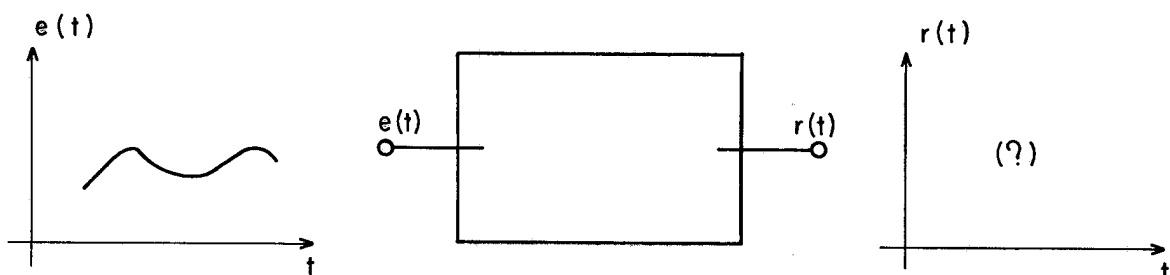


Figura 2.1 Sistema em Estudo

Se o sinal de entrada $e(t)$ é periódico, então ele pode ser de composto de acordo com a equação (2.1). A idéia básica é obter a resposta em regime permanente senoidal do sistema, em cada frequência do espectro do sinal de entrada, e retornar ao domínio do tempo compondo o espectro da resposta obtido. Formalmente escreve-se:

$$R(jm\omega_0) = E(jm\omega_0) \cdot F(jm\omega_0) \quad (2.3a)$$

$$r_m(t) = \mathcal{R}_e [R(jm\omega_0) e^{jm\omega_0 t}] \quad (2.3b)$$

$$e \quad r(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} r_m(t) \quad (2.3c)$$

onde:

$F(jm\omega_0)$ - função de transferência do sistema na frequência angular $m\omega_0$.

$R(jm\omega_0)$ - fasor da resposta do sistema na frequência $m\omega_0$.

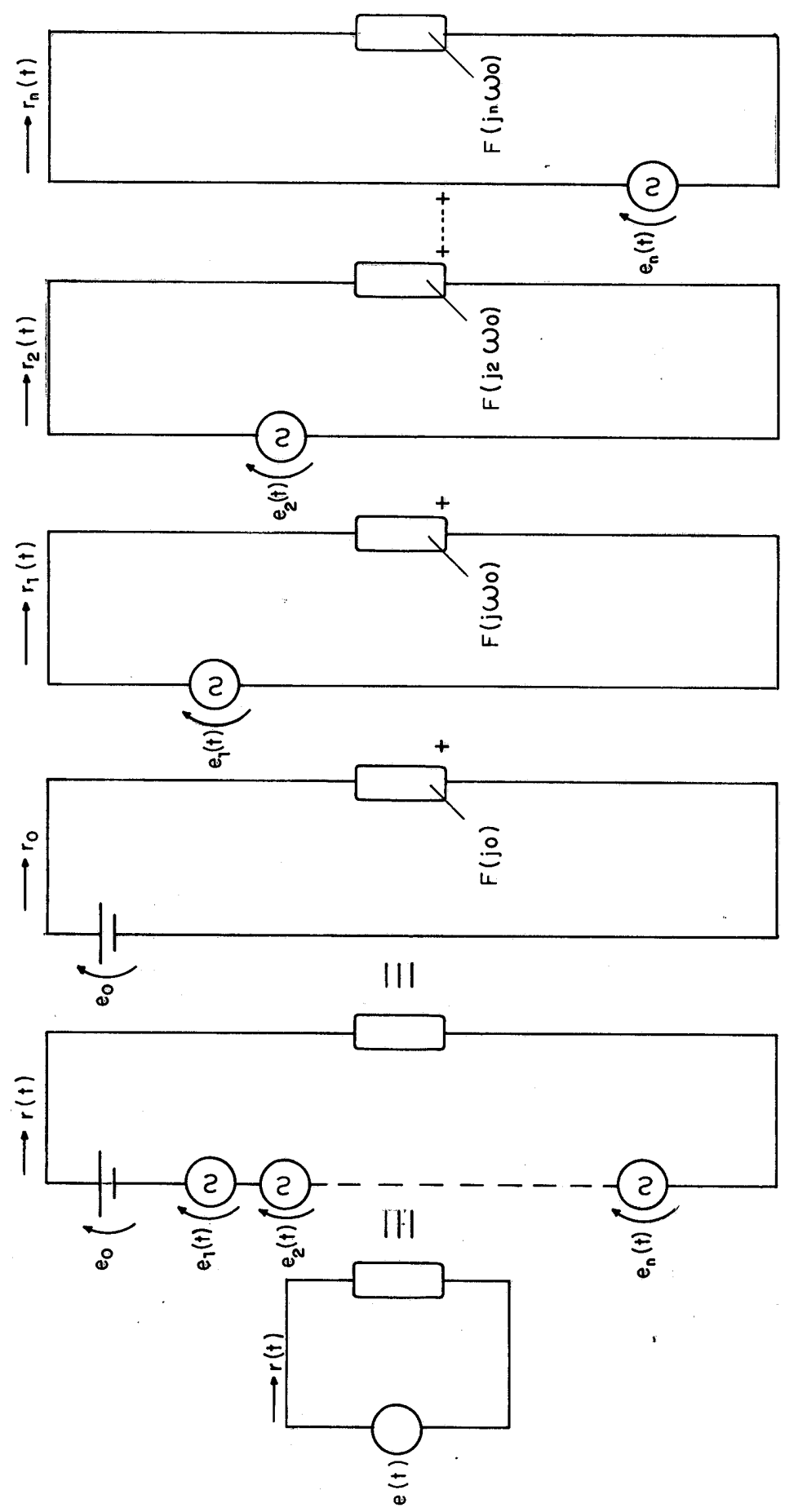
$r_m(t)$ - valor instantâneo da m -ésima componente harmônica.

$r(t)$ - valor instantâneo da resposta do sistema.

Evidentemente, a equação (2.3a) pressupõe condições iniciais quiescentes. A Fig. 2.2 ilustra o princípio da superposição de efeitos, onde supôs-se que os sinais de entrada e saída correspondem, respectivamente, à tensão e à corrente em um circuito qualquer.

Evidentemente, para que a superposição de efeitos seja válida, é necessário que o sistema em estudo seja linear em cada frequência do espectro considerado. Isto significa que os parâmetros do sistema (por exemplo resistências e indutâncias) devem ser constantes com as tensões e correntes presentes em cada frequência.

A passagem ao domínio da frequência não exige, entretanto, que os parâmetros do sistema (R,L) sejam fixos com a frequência. De fa



$$r(t) = r_0 + r_1(t) + r_2(t) + \dots + r_n(t)$$

Figura 2.2 Superposição de efeitos

to, e isto é uma das principais vantagens do método de Fourier, é possível computar a variação de comportamento do sistema com a frequência, bastando para isso que sejam dadas as leis de variação dos parâmetros com a frequência.

O próximo passo é obter, para um dado sinal de entrada $e(t)$, os coeficientes c_m de seu espectro harmônico. Uma forma de obter-se tais coeficientes é através da Transformada Rápida de Fourier, pela qual analisa-se amostras do sinal em estudo. Nas referências [20], [21] e [22] aborda-se em detalhe este problema, fornecendo-se inclusive algumas subrotinas de cálculo da Transformada Rápida.

2.2.4 Exemplos de Aplicação

Para ilustrar a aplicação das séries de Fourier utilizou-se um circuito R-L série, Fig. 2.3.

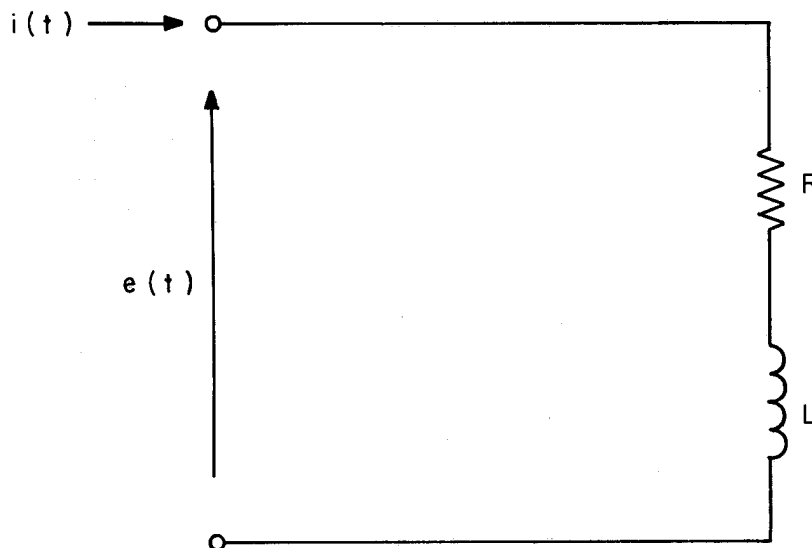


Figura 2.3 Circuito R-L série

Inicialmente considerou-se os seguintes valores para os parâmetros:

$$R = 1\Omega \qquad L = 10^{-5} \text{ H,}$$

e excitou-se o circuito com o pulso de tensão da Fig. 2.4.

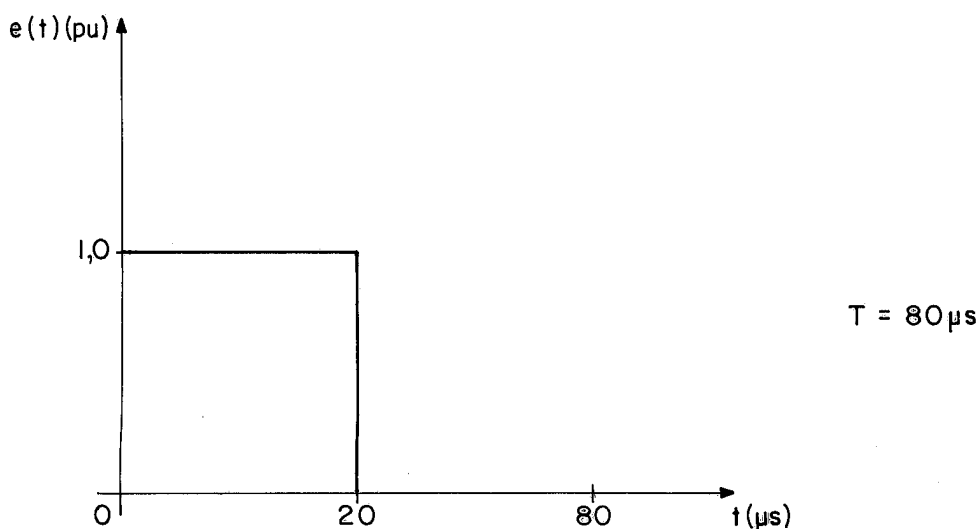


Figura 2.4 Sinal de entrada inicial

Para obter a solução do circuito R-L, foi desenvolvido um programa computacional, programa RLFFT, no qual os coeficientes de Fourier do sinal de entrada $e(t)$ são obtidos através da Transformada Rápida de Fourier (algoritmo de Cappellini et al., referência [20]). A resposta em cada frequência angular foi obtida através de

$$I_m = \frac{E_m}{R + jm\omega_o L} \quad (2.4)$$

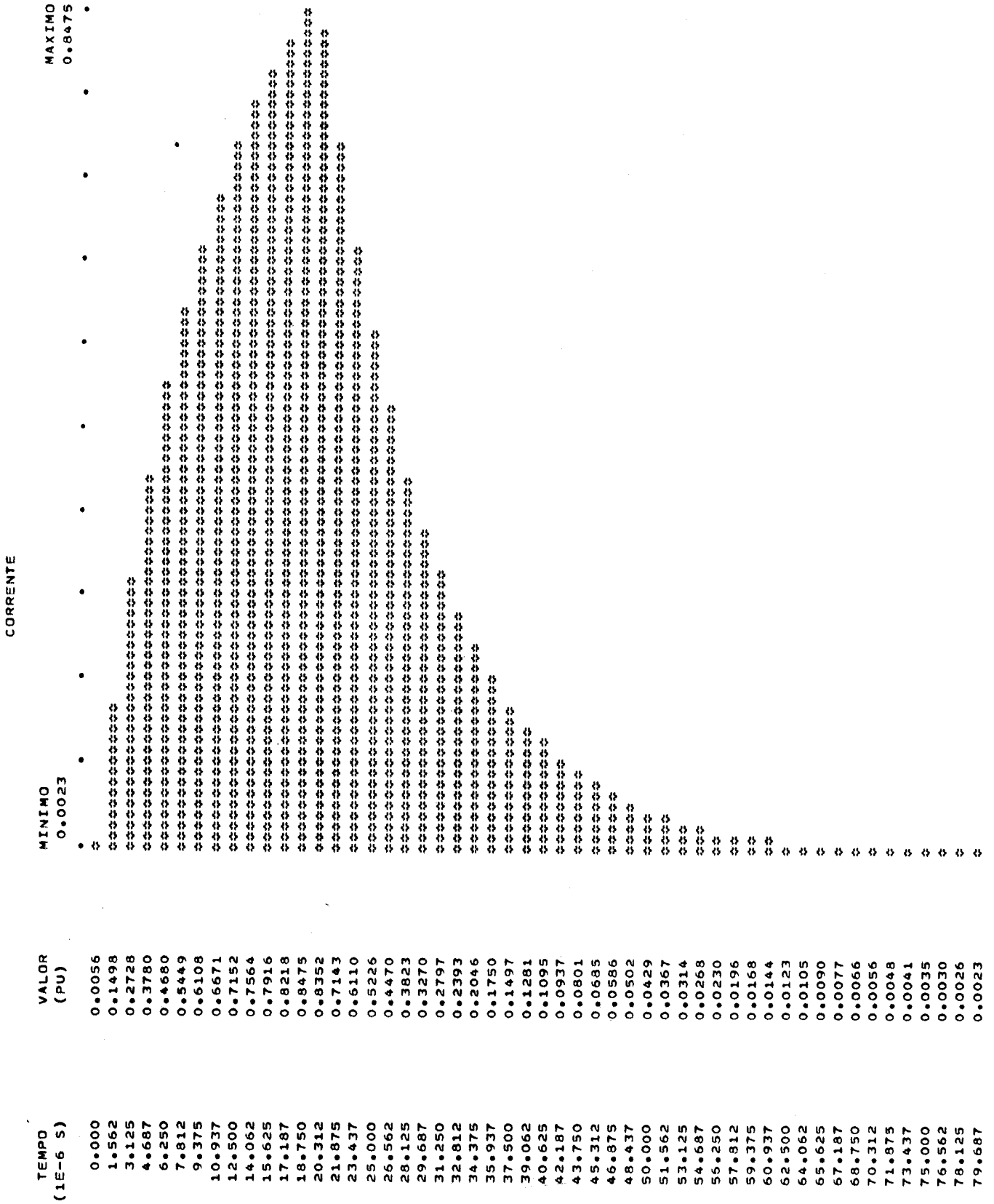
onde:

E_m = fasor da tensão de entrada da m -ésima harmônica (obtido pela aplicação do algoritmo da Transformada Rápida).

ω_o = frequência angular fundamental

$$\omega_o = \frac{2\pi}{(80-0) \times 10^{-6}} = 78.540 \text{ rd/s}$$

$R + jm\omega_o L$ = impedância complexa do circuito R-L série na frequência angular $m\omega_o$.



VALOR MINIMO 0.0023 INSTANTE 79.687
 VALOR MAXIMO 0.8475 INSTANTE 18.750

Figura 2.5 Resposta temporal do circuito (R=1Ω e L=10⁻⁵H).

I_m = fasor da corrente na frequência angular $m\omega_0$

$m = -512, -511, \dots, -1, 0, 1, \dots, 511$

O retorno ao domínio do tempo foi obtido aplicando-se o algoritmo da Transformada Inversa ao conjunto de fasores obtidos pela equação (2.4). Em todos os casos processados considerou-se 1024 amostras dos sinais de entrada e saída (m variando de -512 a 511). A janela de amostragem é o próprio intervalo de definição do sinal de entrada (Fig. 2.4). À Fig. 2.5 apresenta-se a resposta temporal do circuito neste caso.

Como para a Transformada Rápida todos os sinais envolvidos são periódicos, na verdade o sinal de entrada $e(t)$ é uma sucessão infinita de pulsos idênticos ao da Fig. 2.4. O verdadeiro sinal aplicado ao circuito é apresentado à Fig. 2.6.

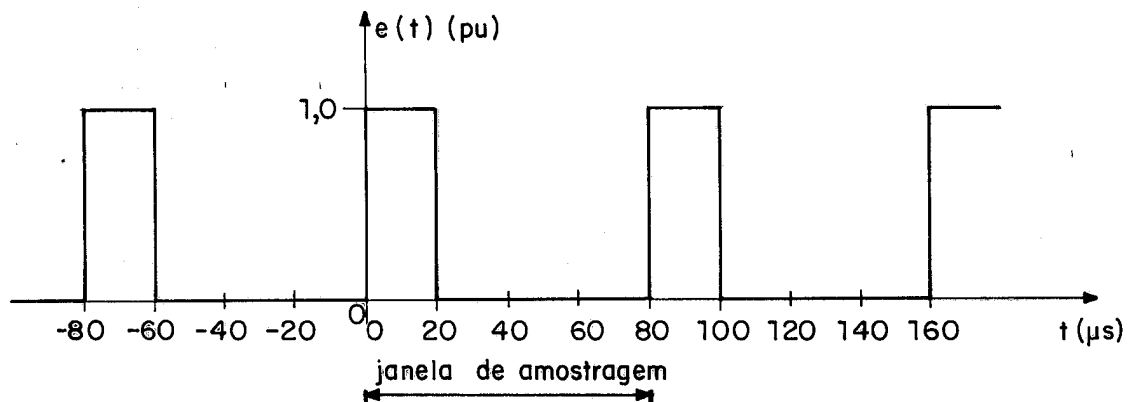


Figura 2.6 Verdadeiro sinal de entrada aplicado ao circuito

Neste caso, a aplicação de um único pulso igual ao da Fig. 2.4 ou a aplicação do sinal da Fig. 2.6 não altera a resposta do cir

cuito na janela de amostragem. Isto porque a constante de tempo do circuito R-L, sendo

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{10^{-5}}{1} = 10^{-5} \text{ s} = 10 \text{ } \mu\text{s},$$

o intervalo de tempo entre os instantes $t=20$ e $t=80\mu\text{s}$ corresponde a seis constantes de tempo do circuito, havendo tempo suficiente para que a corrente se anule antes do instante $t=80\mu\text{s}$ (início de um novo pulso).

Considerando agora os seguintes parâmetros para o circuito:

$$R = 1\Omega$$

$$L = 7 \times 10^{-5} \text{ H}$$

tem-se a nova constante de tempo

$$\tau = 70\mu\text{s},$$

não havendo tempo suficiente para que o transitório se extinga antes de ocorrer um novo pulso. A resposta do circuito neste caso é apresentada à Fig. 2.7.

Neste caso obteve-se corrente não nula no instante inicial ($t=0$). Torna-se evidente que não é mais possível considerar-se indistintamente um pulso isolado (Fig. 2.4) e o verdadeiro sinal de entrada (Fig. 2.6).

Este fato pode ser verificado mesmo no caso inicial ($R=1\Omega$ e $L=10^{-5}\text{H}$), se o pulso de tensão for deslocado em relação a sua posição inicial. Considere-se agora o sinal de entrada da Fig. 2.8 e os parâmetros do circuito:

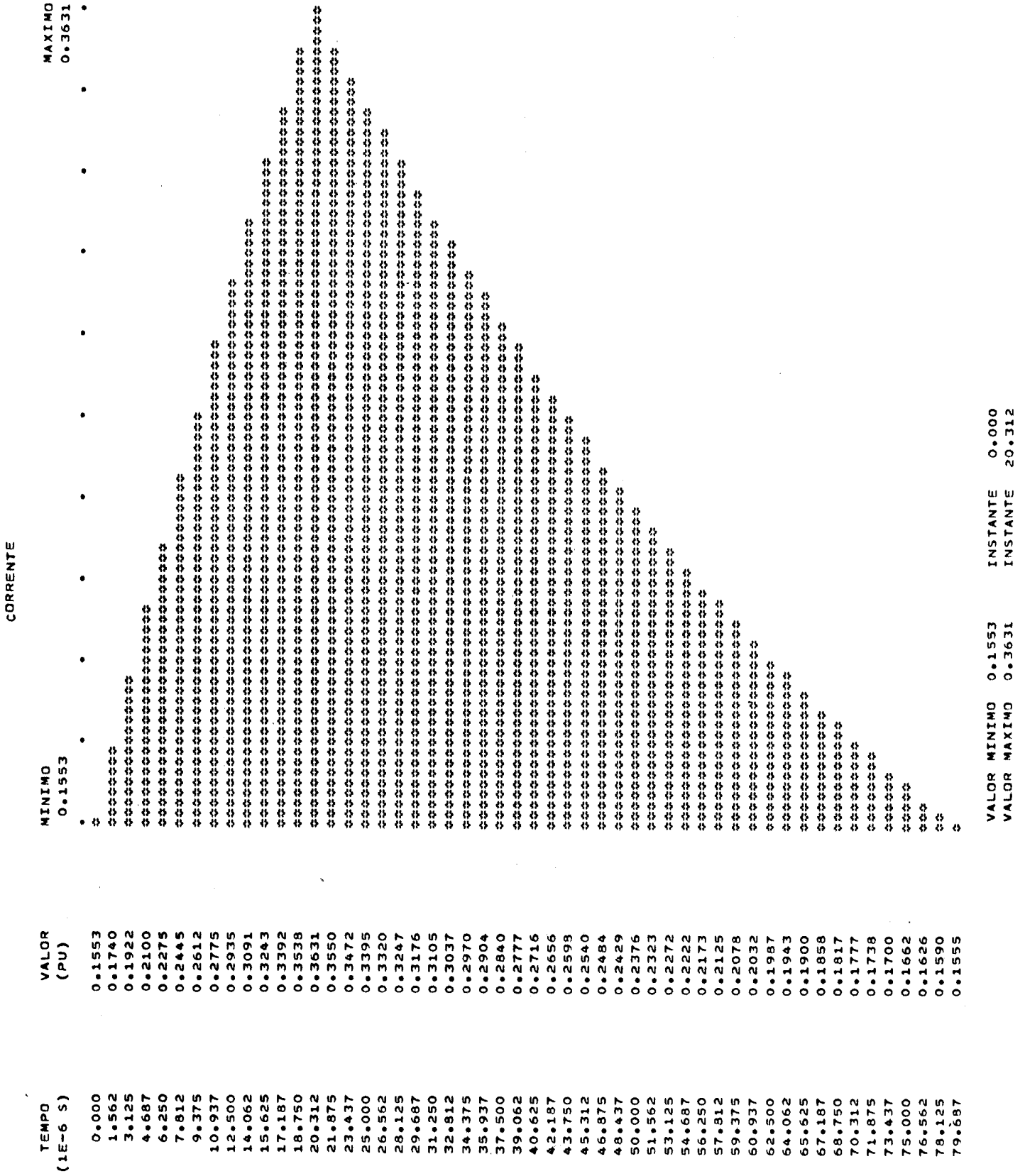


Figura 2.7 Resposta temporal do circuito ($R=1\Omega$ e $L=7\times 10^{-5}H$).

$$R = 1\Omega$$

$$L = 10^{-5} \text{ H}$$

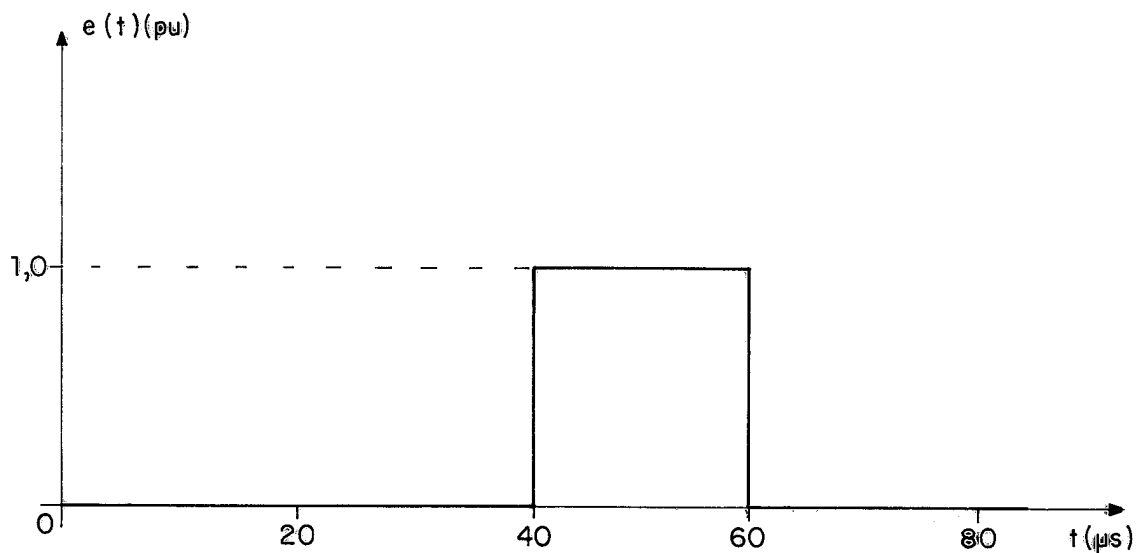


Figura 2.8 Novo sinal de entrada

O sinal de entrada permanece periódico. O deslocamento do pulso de tensão equivale a ter-se deslocado a janela de amostragem de $40\mu\text{s}$ à esquerda. Este fato está ilustrado na Fig. 2.9.

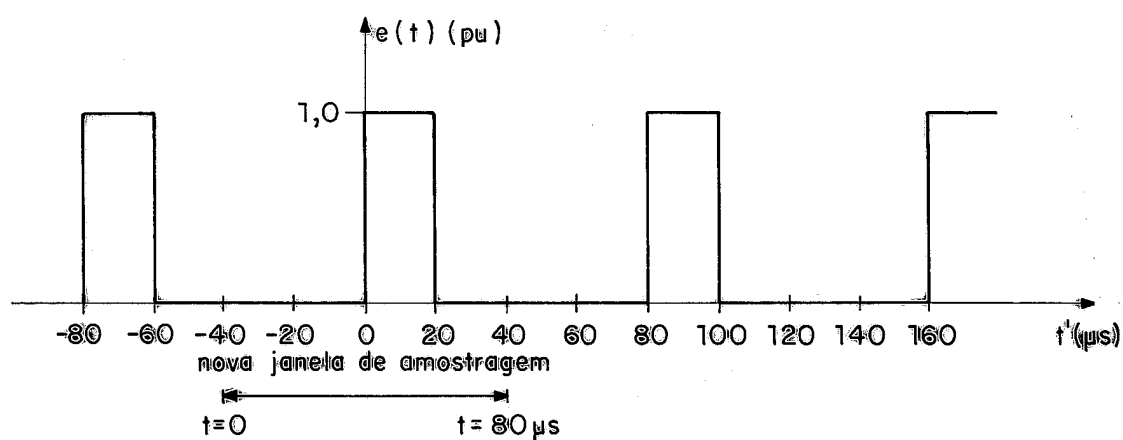


Figura 2.9 Deslocamento da janela de amostragem

A resposta do circuito neste caso, obtida com o programa RLFFT, é apresentada à Fig. 2.10.

Observa-se que, embora as amostras de tensão tomadas entre os instantes $t=0$ e $t=40\mu\text{s}$ sejam todas nulas, a resposta do circuito não resultou nula neste intervalo de tempo. Os valores não nulos neste intervalo correspondem ao transitório produzido pelo pulso anterior (tensão igual a 1,0 entre os instantes $t=-40$ e $t=-20\mu\text{s}$).

Uma maneira de eliminar a restrição de periodicidade dos sinais envolvidos seria compor o sinal de entrada através dos seguintes sinais elementares:

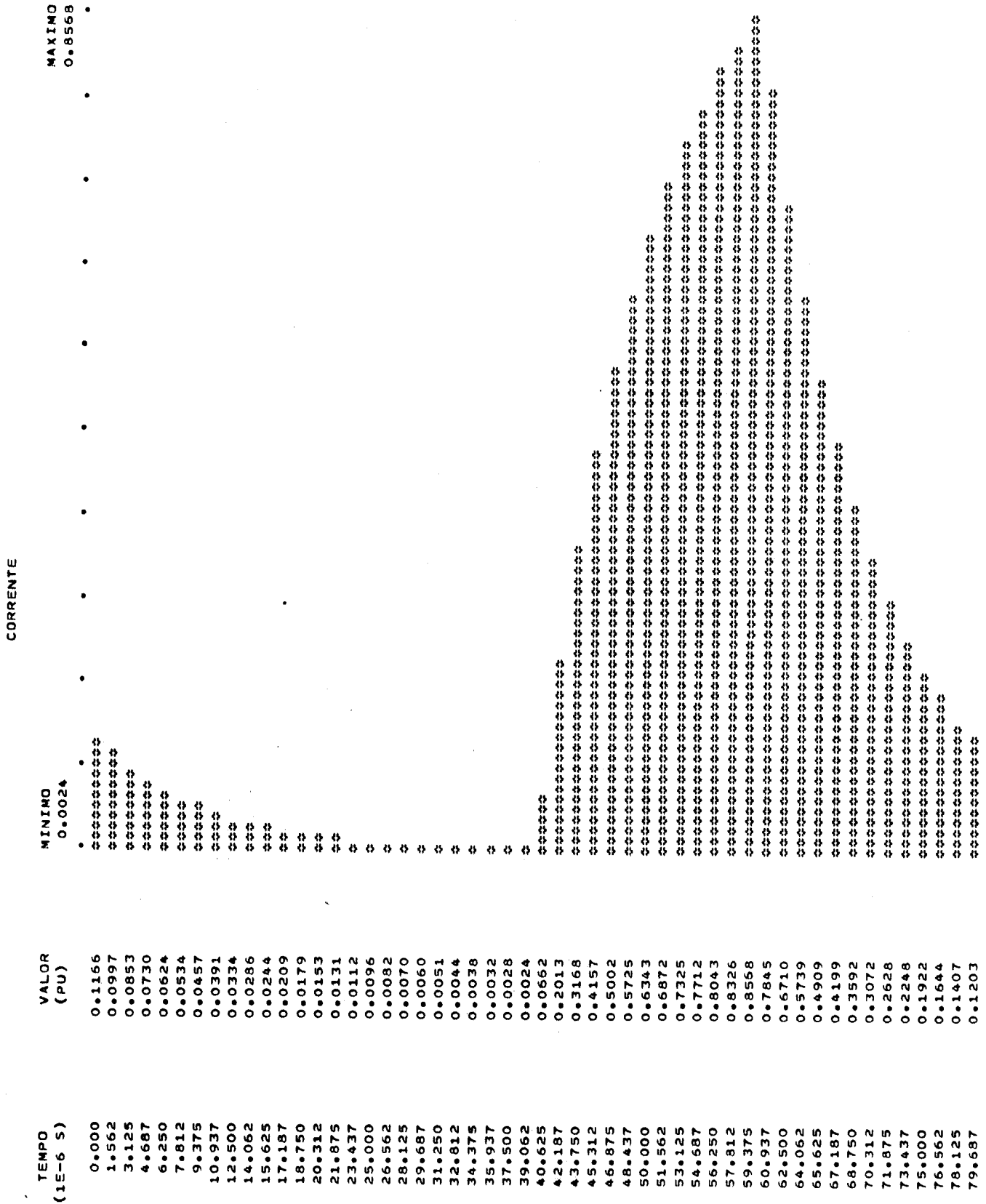
1. pulso de tensão de duração igual ao tempo de interesse de estudo.
2. intervalo com amostras nulas, de duração suficiente para que todos os transitórios do sistema em estudo se extingam.

Naturalmente esta solução implica no aumento do período T_0 do sinal em estudo, e conseqüentemente na diminuição da frequência angular fundamental $\omega_0 = 2\pi/T_0$. Para alcançar a mesma frequência angular máxima que no caso do sinal não-expandido, torna-se necessário aumentar o número de amostras na janela de amostragem. Evidentemente o esforço computacional cresce com o aumento do número de amostras. No caso de um circuito com baixas perdas, a aplicação deste recurso pode tornar-se inviável.

2.3 Integrais de Fourier

2.3.1 Considerações Gerais

Neste item será eliminada a restrição de periodicidade do sinal de entrada que as Séries de Fourier exigem. Este procedimento conduz às Integrais de Fourier, ou seja, a passagem ao domínio da fre



VALOR MINIMO 0.0024 INSTANTE 39.062
 VALOR MAXIMO 0.8568 INSTANTE 59.375

Figura 2.10 Resposta temporal do circuito (sinal de entrada da Fig. 2.8 e $R=1\Omega$ e $L=10^{-5}H$).

quência, e o correspondente retorno ao domínio do tempo, são dados por duas integrais calculadas no campo complexo.

Um problema numérico que ocorre no cálculo das Integrais de Fourier é o da convergência das integrais. Um artifício matemático, conhecido por Transformada Modificada de Fourier, permite melhorar em muito este aspecto. A Transformada Modificada será apresentada neste item, com ênfase no cálculo numérico da Integral de Inversão.

Um outro problema numérico resulta do fato de que as integrais de Fourier são definidas no intervalo $-\infty$ a $+\infty$. Ao proceder-se ao cálculo numérico das integrais, evidentemente é necessário considerar um intervalo finito. O truncamento do intervalo de integração produz oscilações nos pontos de descontinuidade da função em estudo. Tais oscilações são conhecidas por fenômeno de Gibbs, e neste item será apresentada uma solução para o problema, através do denominado fator sigma (σ).

Finalmente serão apresentados exemplos de aplicação das Integrais de Fourier. Dois programas computacionais foram desenvolvidos para este fim:

- . programa DEGRAU, que, tomando por base um degrau de tensão, permite analisar os principais fatores que afetam a precisão dos resultados no cálculo da Integral de Inversão.
- . programa RLINT, que permite resolver o circuito R-L série considerando o sinal de entrada como sendo um único pulso de tensão.

2.3.2 Transformada de Fourier

De acordo com [5], a Transformada de Fourier e sua Inversa são definidas pelas integrais:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (2.5a)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.5b)$$

A expressão (2.5a) permite passar do domínio do tempo para o domínio da frequência e a expressão (2.5b) permite efetuar a transformação inversa, sendo chamada de Integral de Inversão de Fourier.

Um aspecto interessante nas equações (2.5) é que elas podem ser relacionadas com as séries de Fourier, considerando estas últimas no limite quando o período T tende ao infinito. Na referência [23] apresenta-se uma demonstração heurística das equações (2.5), baseada neste fato. A demonstração rigorosa envolve o Teorema Integral de Fourier e foge ao objetivo deste trabalho.

2.3.3 Transformada Modificada de Fourier

A utilidade da Transformada de Fourier está condicionada à convergência da integral (2.5a). Uma forma de melhorar-se este aspecto é multiplicar a função em estudo, $f(t)$, por e^{-at} , onde a é uma constante de valor positivo. A Transformada de Fourier desta nova função é dada por [6], [8]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-at} \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-(a+j\omega)t} dt \triangleq F(a+j\omega)$$

Considerando ainda que a função $f(t)$ é nula para todo $t < 0$ (caso que será considerado neste trabalho), resulta:

$$F(a+j\omega) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-(a+j\omega)t} dt \quad (2.6a)$$

A equação (2.6a) fornece a Transformada Modificada de Fourier da função $f(t)$. O cálculo da Transformada Inversa é obtido a partir da equação (2.5b), obtendo-se:

$$e^{-at} \cdot f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(a+j\omega) e^{j\omega t} d\omega & , \quad t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

ou

$$f(t) = \begin{cases} \frac{e^{at}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(a+j\omega) e^{j\omega t} d\omega, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (2.6b)$$

Matematicamente a Transformada Modificada de Fourier equivale a considerar uma frequência ω' , de valor complexo, tal que:

$$j\omega' = a + j\omega ,$$

de forma que a expressão (2.6b) se torna:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{e^{at}}{2\pi} \int_{-\infty - ja}^{\infty - ja} F(j\omega') e^{(j\omega' - a)t} d\omega' = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty - ja}^{\infty - ja} F(j\omega') e^{j\omega' t} d\omega' , & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

A equação (2.7) mostra que o caminho de integração foi deslocado de uma quantidade igual a $-a$, paralelamente ao eixo real. Por

esta razão na Transformada Modificada é necessário que o valor do parâmetro a seja superior à parte imaginária de cada singularidade (pólo) de $F(a+j\omega)$ [5], [7]. Entretanto, não há total liberdade na escolha do valor pois na integral de inversão (equação (2.6b)) aparece o fator e^{at} , podendo ocorrer "overflow" se o produto $a.t$ resultar de valor relativamente elevado. Uma regra prática para fixar o valor de a é dada por:

$$a.t_{\text{máx}} \cong 1$$

onde $t_{\text{máx}}$ é o último instante considerado no estudo de transitório.

2.3.4 Transformada do Degrau de Tensão

No estudo de transitórios devido a manobras em sistemas elétricos, monofásicos ou polifásicos, considera-se habitualmente excitação dada por um degrau de tensão, Fig. 2.11.

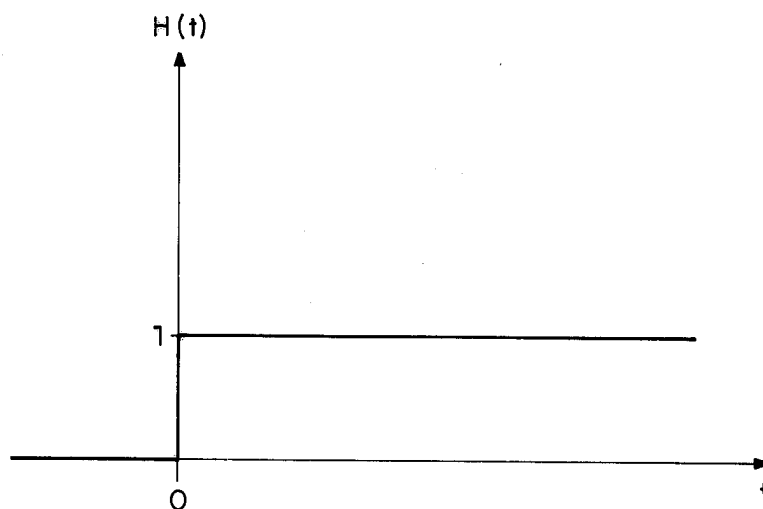


Figura 2.11 Degrau de tensão

A principal razão para este fato decorre da ordem de grandeza dos tempos envolvidos neste tipo de transitórios, que podem alcançar a algumas centenas de micro-segundos. Assim, ao fechar-se o disjuntor de uma linha, embora a tensão de alimentação da mesma seja senoidal, durante o intervalo de tempo de estudo do sistema o valor instantâneo da tensão permanece praticamente constante, Fig. 2.12.

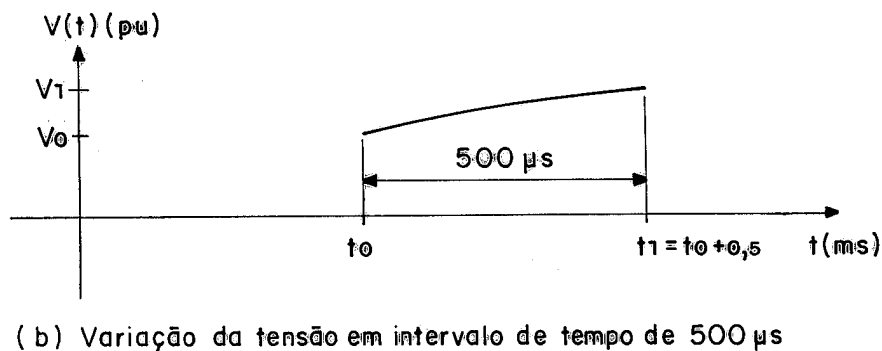
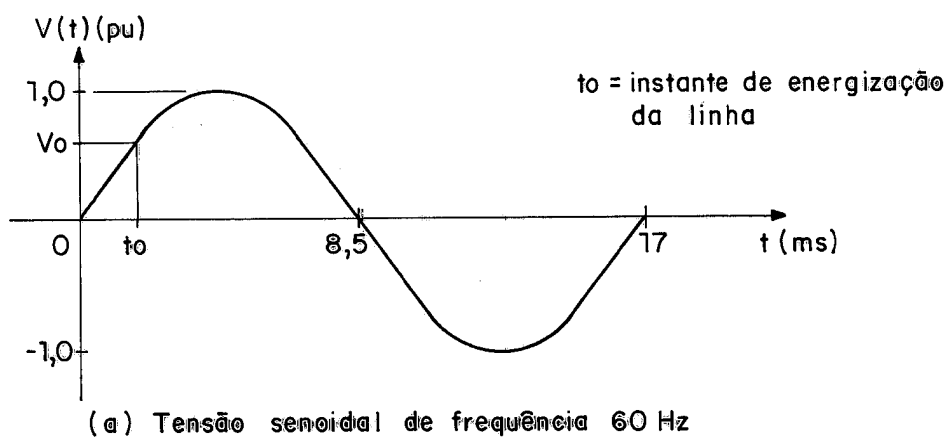


Figura 2.12 Tensão de entrada durante transitório de manobra.

Por exemplo, se o fechamento do disjuntor ocorre no instante $t_0 = 3,5$ ms, tem-se:

$$v_0 = V_m \operatorname{sen}(\omega t_0) = 1 \cdot \operatorname{sen}(377 \times 3,5 \times 10^{-3}) = 0,97 \text{ pu}$$

$$v_1 = 1 \times \operatorname{sen}(377 \times 4,0 \times 10^{-3}) = 1,00 \text{ pu}$$

No presente trabalho considerou-se somente sistemas excitados por degrau de tensão. Evidentemente, o tempo de trânsito de uma linha depende de seu comprimento e da velocidade de propagação. Nos casos reais que serão abordados neste e nos próximos capítulos, será possível verificar a validade do modelo de excitação adotado.

Finalmente, a transformada modificada do degrau de tensão é obtida através da equação (2.12a) e considerando-se que

$$f(t) = 1 \text{ pu}, \quad t \geq 0.$$

Assim, resulta:

$$\begin{aligned} F(a+j\omega) &= \int_0^{\infty} e^{-at} \cdot 1 \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\infty} e^{-(a+j\omega)t} dt = \\ &= - \frac{1}{a+j\omega} e^{-(a+j\omega)t} \Big|_0^{\infty} = - \frac{1}{a+j\omega} [0-1] = \frac{1}{a+j\omega} \end{aligned}$$

Concluindo, para o degrau de tensão tem-se

$$F(a+j\omega) = \frac{1}{a+j\omega} \quad (2.8)$$

2.3.5 Procedimento

Neste ponto já é possível estabelecer o método de estudo de transitórios através da Transformada Modificada de Fourier, considerando-se um sinal de entrada não periódico (degrau de tensão).

Sendo $e(t)$ a entrada do sistema, sua transformada modificada de Fourier é dada por

$$E(a+j\omega) = \frac{1}{a+j\omega} \text{ (degrau de tensão)}$$

Sendo ainda $F(a+j\omega)$ a função de transferência do sistema na frequência complexa $(a+j\omega)$ obtém-se a resposta $R(a+j\omega)$, para condições iniciais quiescentes, através de (Fig. 2.13):

$$R(a+j\omega) = E(a+j\omega) \cdot F(a+j\omega)$$

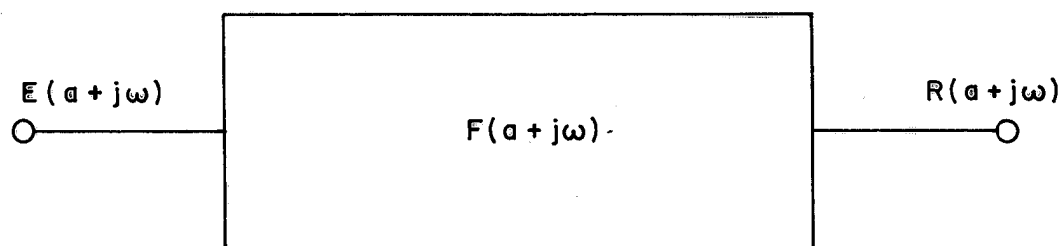


Figura 2.13 Resposta em frequência do sistema em estudo

A resposta temporal $r(t)$ é obtida através da Integral de Inversão de Fourier, equação (2.6b):

$$\begin{cases} r(t) = \frac{e^{at}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(a+j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{e^{at}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(a+j\omega) F(a+j\omega) e^{j\omega t} d\omega & t \geq 0 \\ r(t) = 0, & t < 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Analogamente às Séries de Fourier, neste caso é obrigatório que o sistema representado por $F(a+j\omega)$ seja linear em cada frequência considerada. Da mesma forma, não é obrigatório que os parâmetros do sistema (por exemplo resistências e indutâncias) sejam fixos com a frequência. Este fato, conforme já foi frisado, é uma das principais vantagens do método de Fourier. É muito simples, por exemplo, considerar a variação da resistência de um condutor devido ao efeito pelicular. Para tal, basta que seja dada a lei com a qual varia a resistência com a frequência, e que esta variação seja considerada no cálculo da função $F(a+j\omega)$.

2.3.6 Cálculo Numérico da Integral de Inversão

Foi visto que a resposta temporal $r(t)$ do sistema é obtida através da Integral de Inversão de Fourier. Assim, para a resposta tem-se o par de Fourier:

$$R(a+j\omega) = \int_0^{\infty} e^{-at} r(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (2.10a)$$

$$r(t) = \begin{cases} \frac{e^{at}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(a+j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (2.10b)$$

Escrevendo a transformada modificada da resposta na forma polar resulta:

$$R(a+j\omega) = M e^{j\phi}$$

onde

$$M = M(a+j\omega) = \text{m\u00f3dulo de } R(a+j\omega)$$

$$\phi = \phi(a+j\omega) = \text{\u00e2ngulo de } R(a+j\omega)$$

Da equa\u00e7\u00e3o (2.10a) verifica-se facilmente a igualdade:

$$R(a+j\omega) = R^*(a-j\omega)$$

onde o asterisco indica complexo conjugado. Na forma polar tem-se:

$$R(a+j\omega) = M e^{j\phi} \tag{2.11}$$

$$R(a-j\omega) = M e^{-j\phi}$$

Introduzindo as express\u00f5es (2.11) na equa\u00e7\u00e3o (2.10b) resulta, para $t \geq 0$:

$$\begin{aligned} r(t) &= \frac{e^{at}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(a+j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \\ &= \frac{e^{at}}{2\pi} \int_{-\infty}^0 R(a+j\omega) e^{j\omega t} d\omega + \frac{e^{at}}{2\pi} \int_0^{\infty} R(a+j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \\ &= -\frac{e^{at}}{2\pi} \int_0^{-\infty} R(a+j\omega) e^{j\omega t} d\omega + \frac{e^{at}}{2\pi} \int_0^{\infty} R(a+j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \\ &= \frac{e^{at}}{2\pi} \int_0^{\infty} R(a-j\omega) e^{-j\omega t} d\omega + \frac{e^{at}}{2\pi} \int_0^{\infty} R(a+j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{e^{at}}{2\pi} \int_0^{\infty} [M e^{-j(\phi+\omega t)} + M e^{j(\phi+\omega t)}] d\omega = \\
&= \frac{e^{at}}{2\pi} \int_0^{\infty} M \cdot 2 \operatorname{Re} [e^{j(\phi+\omega t)}] d\omega = \\
&= \frac{e^{at}}{\pi} \int_0^{\infty} M \cos(\phi+\omega t) d\omega
\end{aligned}$$

Numericamente esta integral é calculada até um valor limite de frequência. Sendo Ω este valor limite, tem-se:

$$r(t) \cong \frac{e^{at}}{\pi} \int_0^{\Omega} M \cdot \cos(\phi+\omega t) d\omega \quad (2.12)$$

Neste trabalho a integral (2.12) foi calculada através de:

1. $t=0$

$$\begin{aligned}
r(0) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\Omega} M \cdot \cos \phi \cdot d\omega = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{N-1} M_i \cdot \cos \phi_i \Delta\omega = \\
&= \frac{\Delta\omega}{\pi} \sum_{i=1}^{N-1} M_i \cdot \cos \phi_i
\end{aligned}$$

2. $t>0$

$$\begin{aligned}
r(t) &= \frac{e^{at}}{\pi} \int_0^{\Omega} M \cdot \cos(\omega t + \phi) d\omega = \frac{e^{at}}{\pi} \sum_{i=1}^{N-1} M_i \int_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} \cos(\omega t + \phi_i) d\omega = \\
&= \frac{e^{at}}{\pi t} \sum_{i=1}^{N-1} M_i \cdot [\operatorname{sen}(\omega_{i+1} t + \phi_i) - \operatorname{sen}(\omega_i t + \phi_i)]
\end{aligned}$$

onde

N = número de frequências consideradas

$$\Delta\omega = \frac{\Omega}{N-1} = \text{passo de integração}$$

Ω = máxima frequência considerada

$$M_i = \frac{M(a+j\omega_i) + M(a+j\omega_{i+1})}{2}$$

$$\phi_i = \frac{\phi(a+j\omega_i) + \phi(a+j\omega_{i+1})}{2}$$

$$a+j\omega_i = a+j\Delta\omega \cdot (i-1)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N-1$$

Resumindo, tem-se:

1. $t < 0$

$$r(t) = 0$$

2. $t = 0$

(2.13)

$$r(t) = \frac{\Delta\omega}{\pi} \sum_{i=1}^{N-1} M_i \cdot \cos \phi_i$$

3. $t > 0$

$$r(t) = \frac{e^{at}}{\pi t} \sum_{i=1}^{N-1} M_i \cdot [\text{sen}(\omega_{i+1}t + \phi_i) - \text{sen}(\omega_i t + \phi_i)]$$

2.3.7 Fenômeno de Gibbs

O fato de a integral (2.12) ter sido calculada no intervalo 0 a Ω (e não de 0 a ∞) produz o chamado fenômeno de Gibbs. Este fenômeno

no é caracterizado pelo aparecimento de oscilações, na integral calculada, nas vizinhanças dos pontos de descontinuidade da função. No próximo sub-item serão apresentados exemplos nos quais é possível visualizar tais oscilações.

Na referência [6] aborda-se detalhadamente o fenômeno de Gibbs, indicando-se essencialmente duas soluções, denominadas "fator σ padrão" e "fator σ modificado". Neste trabalho adotou-se a primeira solução, que consiste em aplicar-se ao sinal de entrada um fator multiplicativo σ dado por:

$$1. \quad \omega=0 \quad \sigma(0)=1$$

$$2. \quad \omega>0 \quad \sigma(\omega) = \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi\omega}{\Omega}\right)}{\frac{\pi\omega}{\Omega}}$$

Sendo o sinal de entrada um degrau de tensão de amplitude A , sua transformada modificada é dada por:

$$1. \quad \omega=0$$

$$E(a+j0) = \frac{A}{a+j0} \cdot 1 = \frac{A}{a} \quad (2.14a)$$

$$2. \quad \omega>0$$

$$E(a+j\omega) = \frac{A}{a+j\omega} \cdot \frac{\text{sen}\frac{\pi\omega}{\Omega}}{\frac{\pi\omega}{\Omega}} \quad (2.14b)$$

Em vista deste fator de correção, o espectro (discreto) da excitação torna-se:

$$E(a+j\omega_i) = \frac{A}{a+j\omega_i} \cdot \frac{\text{sen}\frac{\pi\omega_i}{\Omega}}{\frac{\pi\omega_i}{\Omega}} \quad (2.15)$$

onde

$E(a+j\omega_i)$ = transformada modificada de Fourier da excitação, tomada na frequência $a+j\omega_i$

A = amplitude do degrau de tensão, que representa a excitação do sistema

Ω = máxima frequência considerada no espectro (discreto e finito) de integração

$a+j\omega_i$ = $a+j\Delta\omega(i-1)$ = i -ésimo valor de frequência complexa considerado

$\Delta\omega = \frac{\Omega}{N-1}$ = passo de integração

N = número de frequências consideradas na integração.

$i = 1, 2, \dots, N$

2.3.8 Exemplos de Aplicação

Com o intuito de ilustrar os aspectos numéricos mais relevantes da Transformada Modificada de Fourier, neste sub-item serão apresentados alguns exemplos de cálculo obtidos com os programas DEGRAU e RLINT.

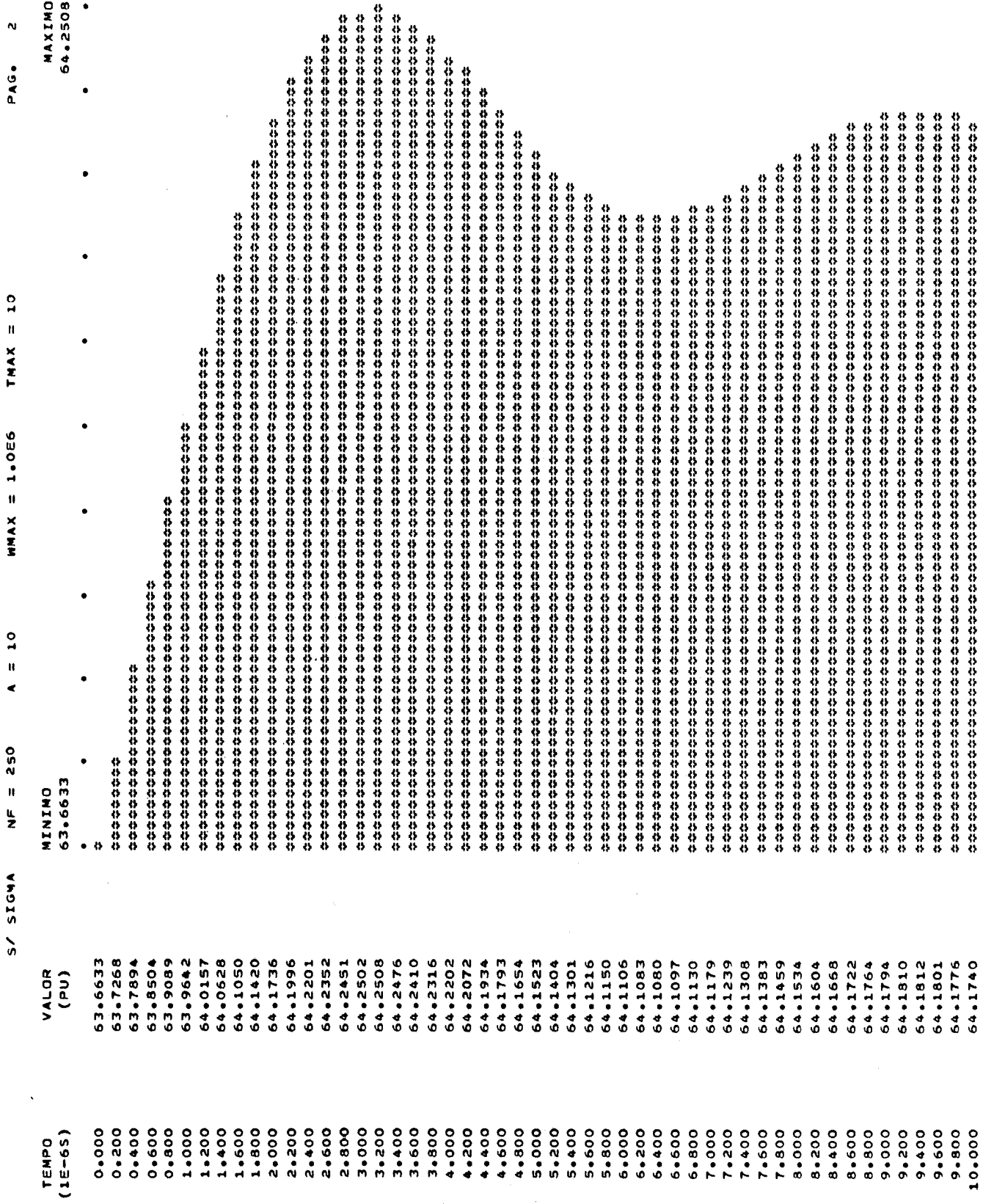
O programa DEGRAU simplesmente calcula a Integral de Inversão (equações (2.13)) tomando como base um degrau de tensão, cuja transformada já foi estabelecida. O programa permite ainda considerar, ou não, o fator σ de redução do fenômeno de Gibbs.

Na Tabela 2.1 apresenta-se um resumo dos casos estudados, evidenciando-se os parâmetros que foram objeto de análise. Nas Figuras 2.14 a 2.25 apresenta-se os resultados, na forma de tabelas e gráficos, correspondentes aos casos da Tabela 2.1. Destaca-se que em todos os casos considerou-se amplitude do degrau igual a 1,0 pu.

Caso	Fator σ	Ω (10^6 rd/s)	Número de Frequências	Fator a	$t_{\text{máx}}$ (μ s)
1	não	1,0	250	10	10
2	não	1,0	500	10	10
3	não	1,0	1.000	10	10
4	não	1,0	250	500	10
5	não	1,0	250	10.000	10
6	sim	1,0	250	500	10
7	sim	1,0	250	10.000	10
8	sim	2,5	250	10.000	10
9	sim	2,5	1.000	10.000	10
10	sim	5,0	1.000	10.000	10
11	sim	5,0	1.000	10.000	100
12	sim	5,0	2.000	10.000	100

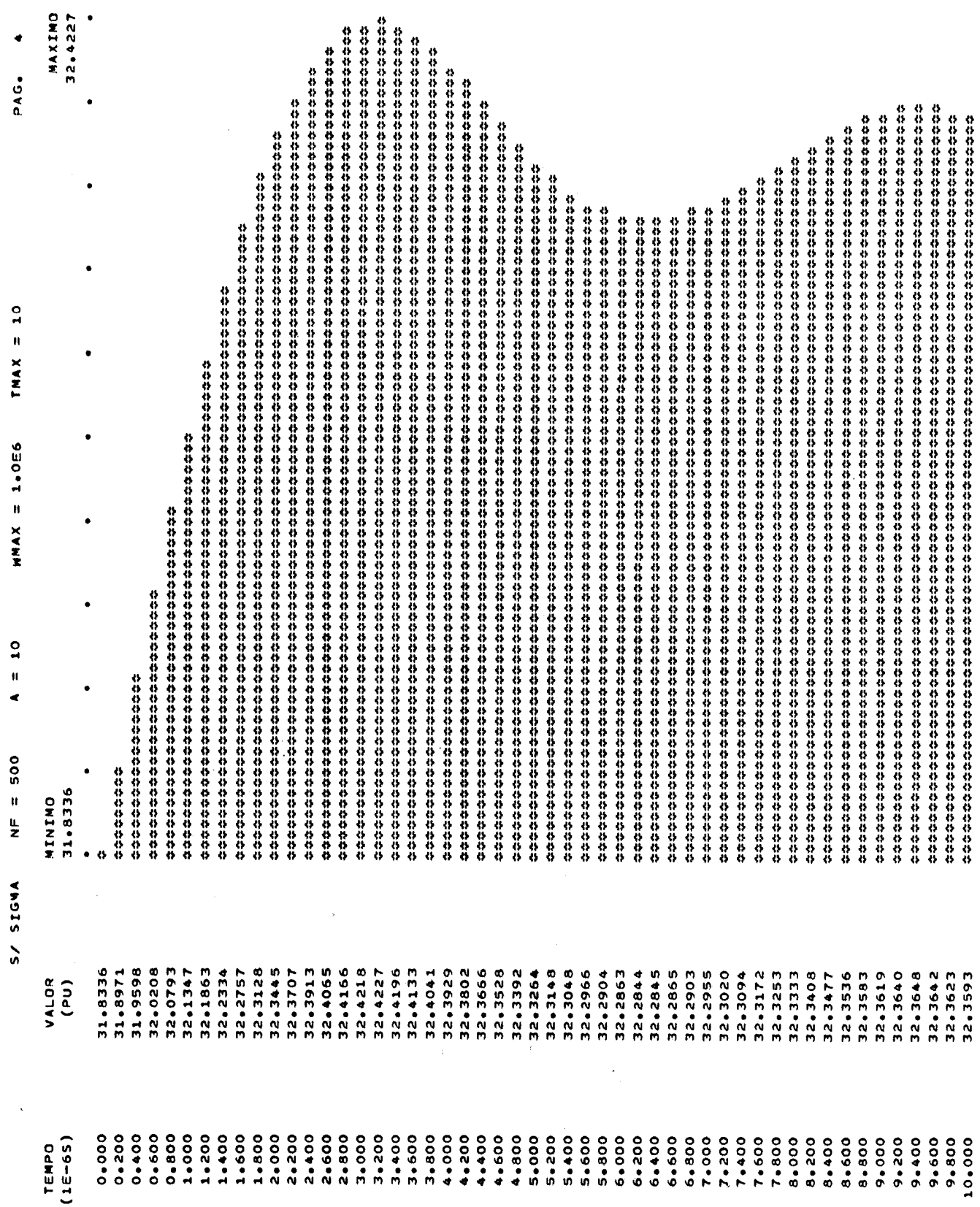
Tabela 2.1 Transformada Modificada do degrau de tensão -
Casos estudados com o programa DEGRAU

Nos casos 1,2 e 3, nos quais variou-se somente o passo de integração, observa-se claramente o fenômeno de Gibbs. Nestes casos é possível verificar também a elevada imprecisão com que foi realizado o cálculo numérico da Integral de Inversão, pois as amplitudes oscilam em torno dos valores 60, 30 e 15, respectivamente. O caso 3, tendo um passo de integração igual a 1000 rd/s, apresenta resultados melhores que o caso 1, cujo passo de integração vale 4000 rd/s. Desta forma, para obter-se resultados satisfatórios é necessário diminuir consideravelmente o passo de integração, o que im



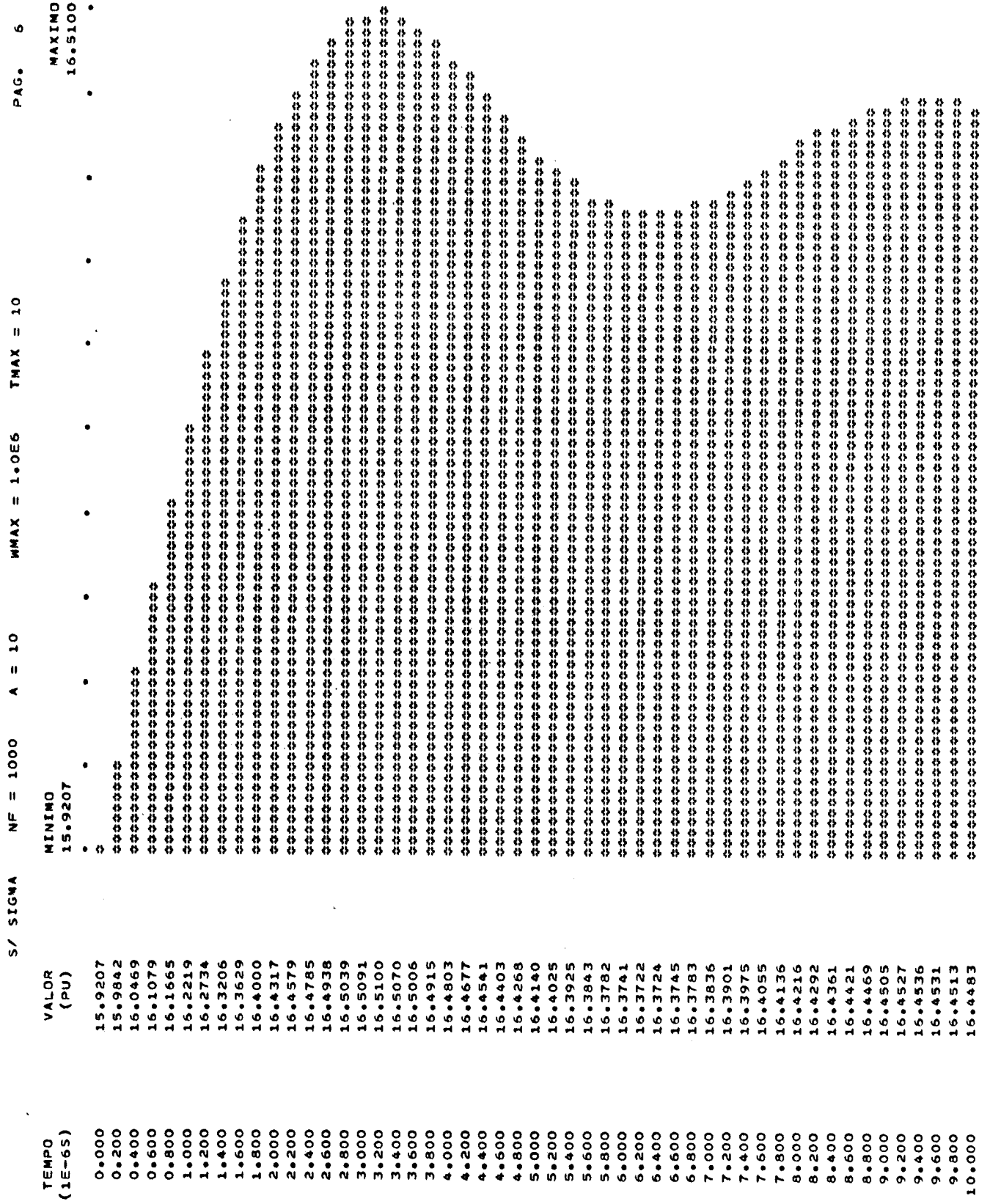
VALOR MINIMO 63.6633 INSTANTE 0.000
 VALOR MAXIMO 64.2508 INSTANTE 3.200

Figura 2.14 Degrau de tensão - caso 1



VALOR MINIMO 31.8336 INSTANTE 0.000
 VALOR MAXIMO 32.4227 INSTANTE 3.200

Figura 2.15 Degrau de tensão - caso 2



VALOR MINIMO 15.9207 INSTANTE 0.000
 VALOR MAXIMO 16.5100 INSTANTE 3.200

Figura 2.16 Degrau de tensão - caso 3

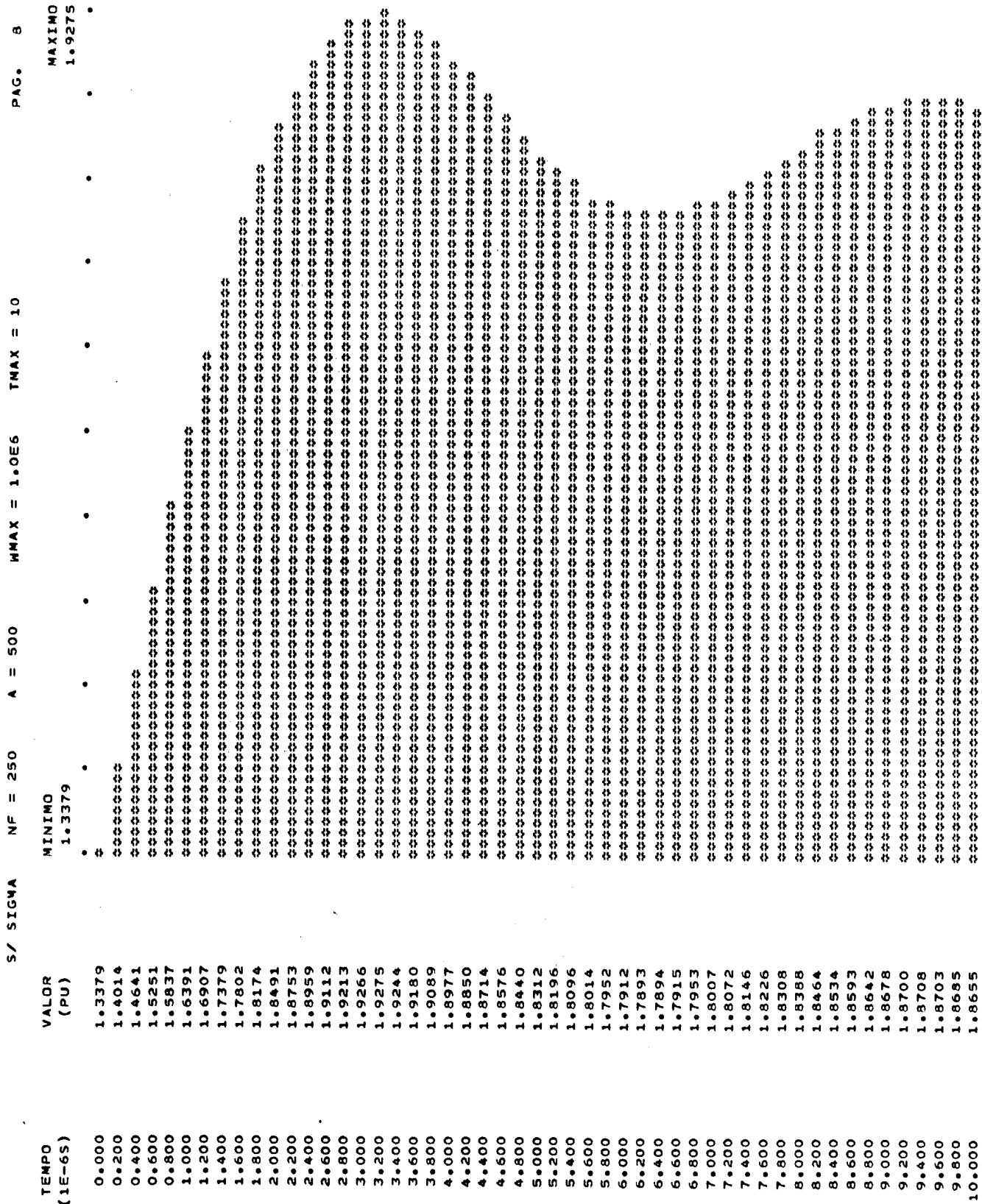


Figura 2.17 Degrau de tensão - caso 4

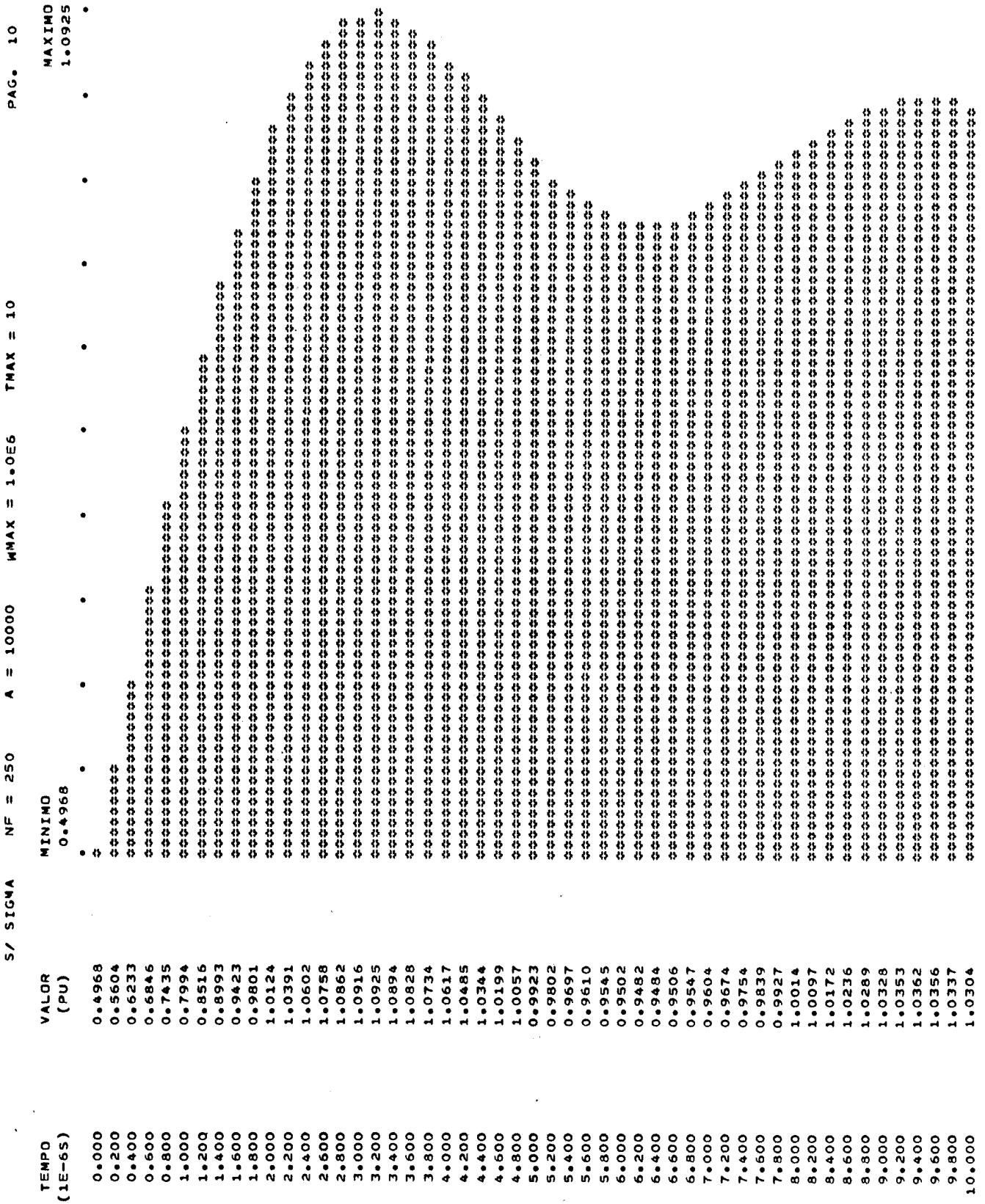
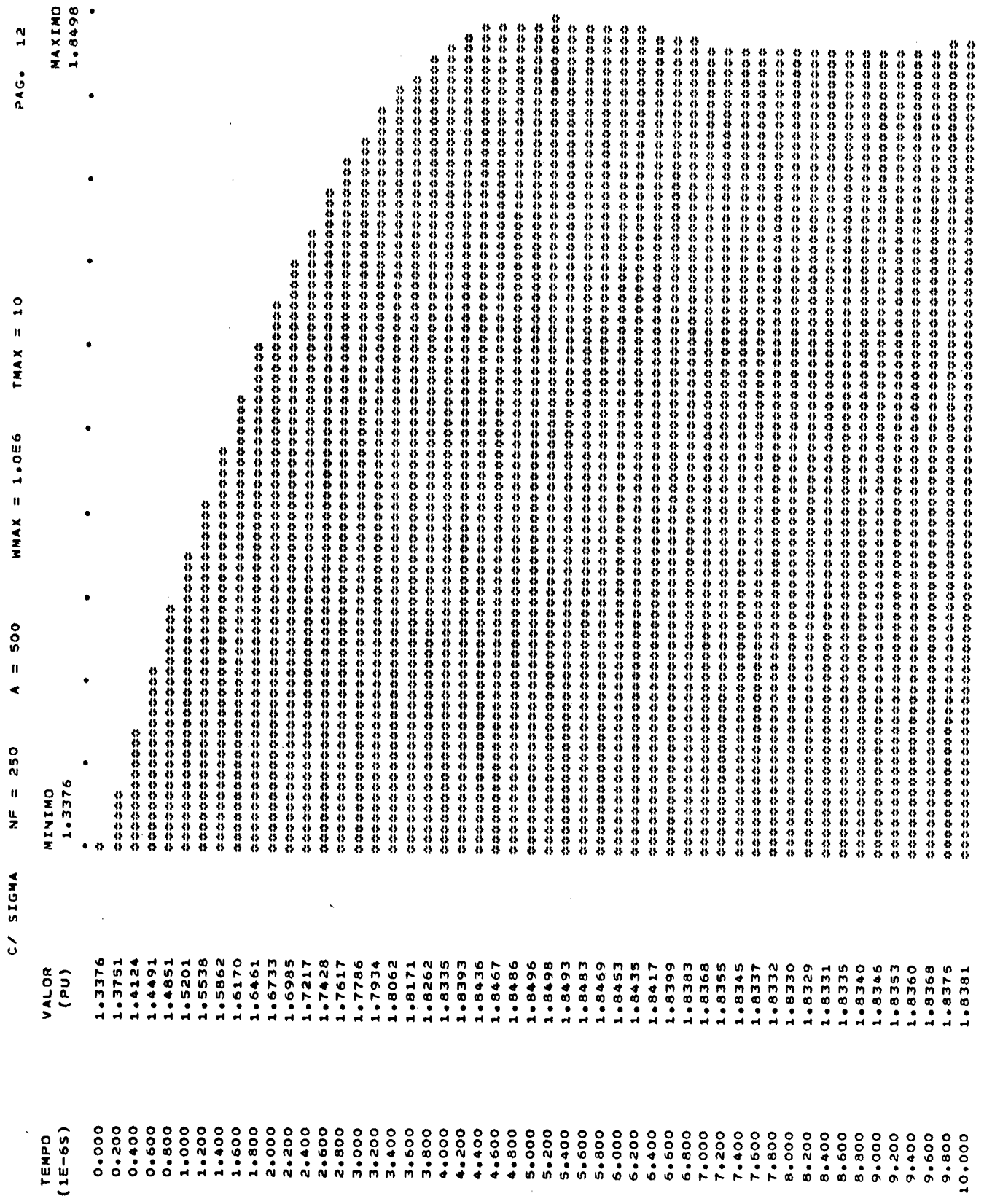
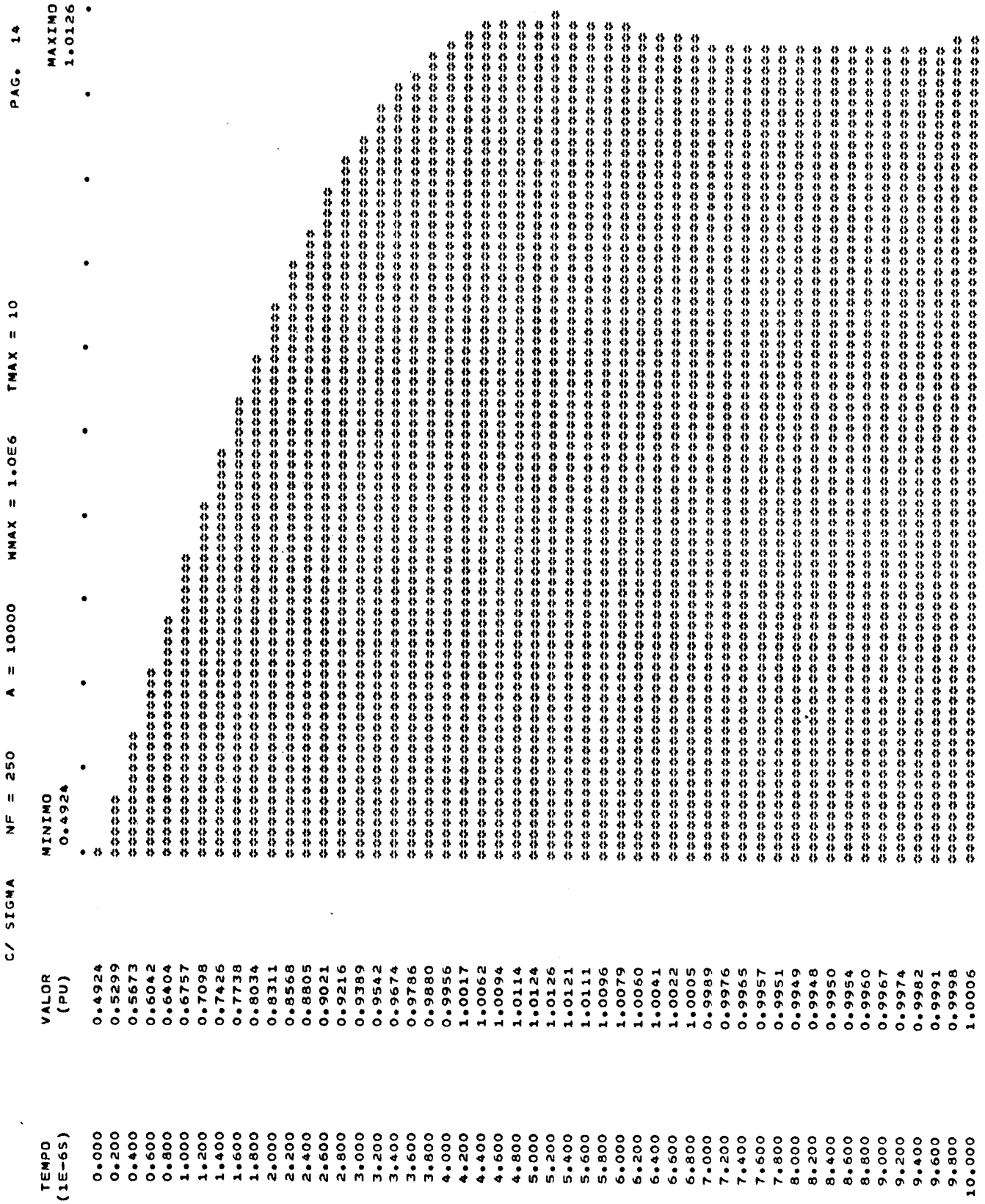


Figura 2.18 Degrau de tensão - caso 5



VALOR MINIMO 1.3376 INSTANTE 0.000
 VALOR MAXIMO 1.8498 INSTANTE 5.200

Figura 2.19 Degrau de tensão - caso 6



VALOR MINIMO 0.4924 INSTANTE 0.000
 VALOR MAXIMO 1.0126 INSTANTE 5.200

Figura 2.20 Degrau de tensão - caso 7

C/ SIGMA NF = 250 A = 10000 MMAX = 2.5E6 TMAX = 10 PAG. 16

TEMPO (1E-6S)	VALOR (PU)	MINIMO 0.4988	MAXIMO 1.0138
0.000	0.4988	0.4988	1.0138
0.200	0.5921	0.4988	1.0138
0.400	0.6815	0.4988	1.0138
0.600	0.7637	0.4988	1.0138
0.800	0.8356	0.4988	1.0138
1.000	0.8952	0.4988	1.0138
1.200	0.9418	0.4988	1.0138
1.400	0.9755	0.4988	1.0138
1.600	0.9974	0.4988	1.0138
1.800	1.0094	0.4988	1.0138
2.000	1.0138	0.4988	1.0138
2.200	1.0130	0.4988	1.0138
2.400	1.0094	0.4988	1.0138
2.600	1.0048	0.4988	1.0138
2.800	1.0007	0.4988	1.0138
3.000	0.9980	0.4988	1.0138
3.200	0.9968	0.4988	1.0138
3.400	0.9972	0.4988	1.0138
3.600	0.9986	0.4988	1.0138
3.800	1.0004	0.4988	1.0138
4.000	1.0022	0.4988	1.0138
4.200	1.0036	0.4988	1.0138
4.400	1.0042	0.4988	1.0138
4.600	1.0040	0.4988	1.0138
4.800	1.0033	0.4988	1.0138
5.000	1.0023	0.4988	1.0138
5.200	1.0012	0.4988	1.0138
5.400	1.0003	0.4988	1.0138
5.600	0.9998	0.4988	1.0138
5.800	0.9997	0.4988	1.0138
6.000	1.0001	0.4988	1.0138
6.200	1.0006	0.4988	1.0138
6.400	1.0013	0.4988	1.0138
6.600	1.0018	0.4988	1.0138
6.800	1.0022	0.4988	1.0138
7.000	1.0022	0.4988	1.0138
7.200	1.0020	0.4988	1.0138
7.400	1.0015	0.4988	1.0138
7.600	1.0010	0.4988	1.0138
7.800	1.0005	0.4988	1.0138
8.000	1.0001	0.4988	1.0138
8.200	1.0000	0.4988	1.0138
8.400	1.0000	0.4988	1.0138
8.600	1.0002	0.4988	1.0138
8.800	1.0005	0.4988	1.0138
9.000	1.0008	0.4988	1.0138
9.200	1.0010	0.4988	1.0138
9.400	1.0010	0.4988	1.0138
9.600	1.0009	0.4988	1.0138
9.800	1.0007	0.4988	1.0138
10.000	1.0004	0.4988	1.0138

VALOR MINIMO 0.4988 INSTANTE 0.000
 VALOR MAXIMO 1.0138 INSTANTE 2.000

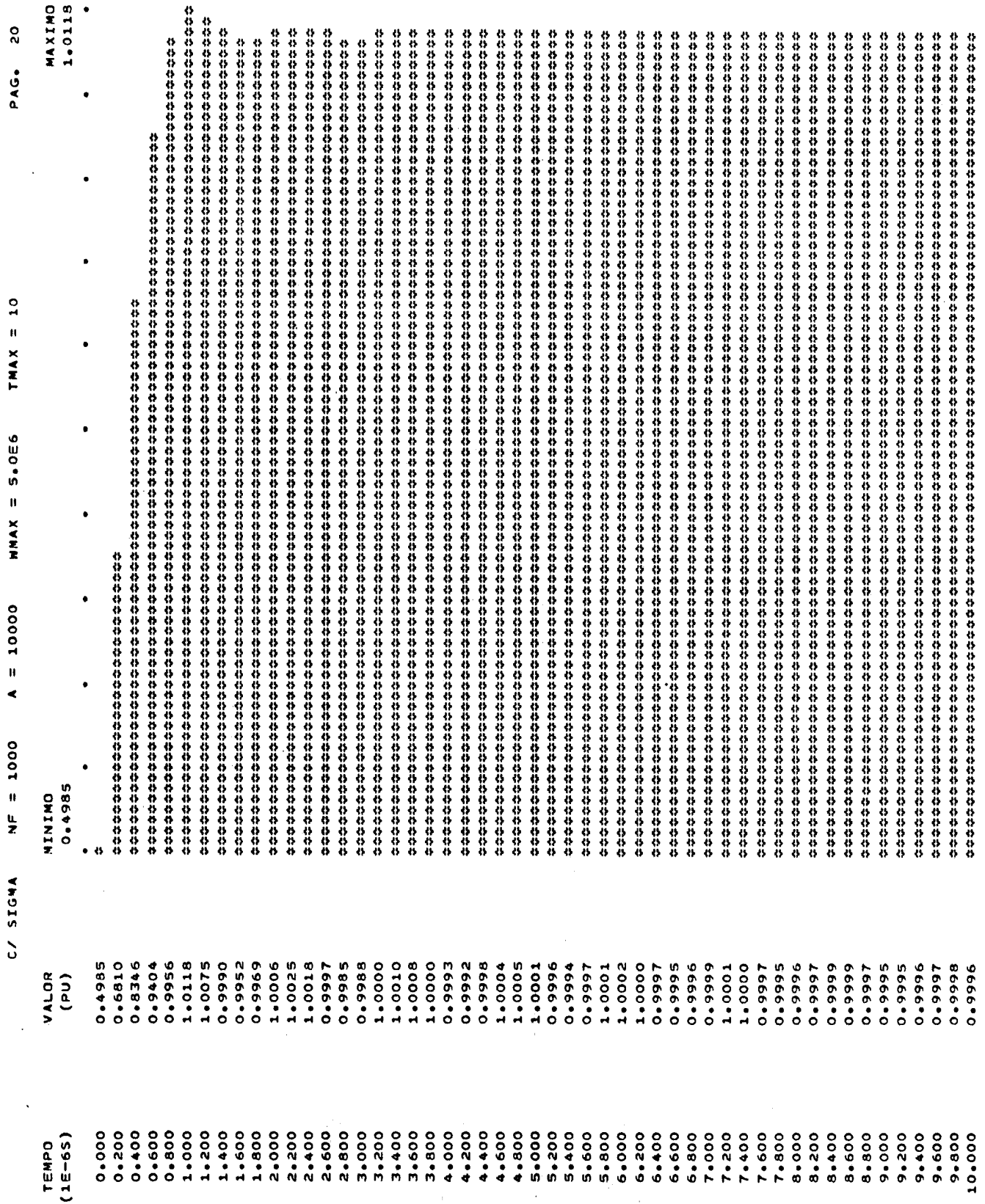
Figura 2.21 Degrau de tensão - caso 8

C / SIGMA NF = 1000 A = 10000 HMAX = 2.5E6 TMAX = 10 PAG. 18

TEMPO (1E-6S)	VALOR (PU)	MINIMO 0.4969	MAXIMO 1.0120
0.000	0.4969	0.4969	1.0120
0.200	0.5902	0.4969	1.0120
0.400	0.6797	0.4969	1.0120
0.600	0.7618	0.4969	1.0120
0.800	0.8337	0.4969	1.0120
1.000	0.8934	0.4969	1.0120
1.200	0.9400	0.4969	1.0120
1.400	0.9737	0.4969	1.0120
1.600	0.9956	0.4969	1.0120
1.800	1.0076	0.4969	1.0120
2.000	1.0120	0.4969	1.0120
2.200	1.0112	0.4969	1.0120
2.400	1.0076	0.4969	1.0120
2.600	1.0030	0.4969	1.0120
2.800	0.9990	0.4969	1.0120
3.000	0.9963	0.4969	1.0120
3.200	0.9951	0.4969	1.0120
3.400	0.9955	0.4969	1.0120
3.600	0.9969	0.4969	1.0120
3.800	0.9988	0.4969	1.0120
4.000	1.0006	0.4969	1.0120
4.200	1.0020	0.4969	1.0120
4.400	1.0026	0.4969	1.0120
4.600	1.0025	0.4969	1.0120
4.800	1.0018	0.4969	1.0120
5.000	1.0008	0.4969	1.0120
5.200	0.9997	0.4969	1.0120
5.400	0.9989	0.4969	1.0120
5.600	0.9984	0.4969	1.0120
5.800	0.9984	0.4969	1.0120
6.000	0.9987	0.4969	1.0120
6.200	0.9994	0.4969	1.0120
6.400	1.0000	0.4969	1.0120
6.600	1.0006	0.4969	1.0120
6.800	1.0010	0.4969	1.0120
7.000	1.0011	0.4969	1.0120
7.200	1.0009	0.4969	1.0120
7.400	1.0005	0.4969	1.0120
7.600	1.0000	0.4969	1.0120
7.800	0.9996	0.4969	1.0120
8.000	0.9993	0.4969	1.0120
8.200	0.9991	0.4969	1.0120
8.400	0.9992	0.4969	1.0120
8.600	0.9995	0.4969	1.0120
8.800	0.9998	0.4969	1.0120
9.000	1.0002	0.4969	1.0120
9.200	1.0004	0.4969	1.0120
9.400	1.0006	0.4969	1.0120
9.600	1.0005	0.4969	1.0120
9.800	1.0003	0.4969	1.0120
10.000	1.0001	0.4969	1.0120

VALOR MINIMO 0.4969 INSTANTE 0.000
 VALOR MAXIMO 1.0120 INSTANTE 2.000

Figura 2.22 Degrau de tensão - caso 9



VALOR MINIMO 0.4985 INSTANTE 0.000
 VALOR MAXIMO 1.0118 INSTANTE 1.000

Figura 2.23 Degrau de tensão - caso 10

C/ SIGMA NF = 1000 A = 10000 HMAX = 5.0E6 TMAX = 100 PAG. 22

TEMPO (1E-6S)	VALOR (PU)	MINIMO 0.4985	MAXIMO 1.0006
0.000	0.4985		
2.000	1.0006		
4.000	0.9993		
6.000	1.0002		
8.000	0.9996		
10.000	0.9996		
12.000	0.9994		
14.000	0.9991		
16.000	0.9990		
18.000	0.9986		
20.000	0.9984		
22.000	0.9980		
24.000	0.9976		
26.000	0.9972		
28.000	0.9967		
30.000	0.9963		
32.000	0.9957		
34.000	0.9952		
36.000	0.9946		
38.000	0.9940		
40.000	0.9934		
42.000	0.9927		
44.000	0.9920		
46.000	0.9912		
48.000	0.9904		
50.000	0.9896		
52.000	0.9888		
54.000	0.9879		
56.000	0.9870		
58.000	0.9860		
60.000	0.9851		
62.000	0.9841		
64.000	0.9830		
66.000	0.9820		
68.000	0.9809		
70.000	0.9797		
72.000	0.9785		
74.000	0.9774		
76.000	0.9761		
78.000	0.9748		
80.000	0.9736		
82.000	0.9722		
84.000	0.9709		
86.000	0.9695		
88.000	0.9681		
90.000	0.9666		
92.000	0.9651		
94.000	0.9636		
96.000	0.9620		
98.000	0.9605		
100.000	0.9589		

VALOR MINIMO 0.4985 INSTANTE 0.000
 VALOR MAXIMO 1.0006 INSTANTE 2.000

Figura 2.24 Degrau de tensão - caso 11

C/ SIGMA NF = 2000 A = 10000 MMAX = 5.0E6 TMAX = 100 PAG. 24

TEMPO (1E-6S)	VALOR (PU)	MINIMO 0.4985	MAXIMO 1.0006
0.000	0.4985	0.4985	1.0006
2.000	1.0006	0.4985	1.0006
4.000	0.9993	0.4985	1.0006
6.000	1.0003	0.4985	1.0006
8.000	0.9998	0.4985	1.0006
10.000	0.9999	0.4985	1.0006
12.000	0.9999	0.4985	1.0006
14.000	0.9997	0.4985	1.0006
16.000	0.9998	0.4985	1.0006
18.000	0.9996	0.4985	1.0006
20.000	0.9996	0.4985	1.0006
22.000	0.9995	0.4985	1.0006
24.000	0.9994	0.4985	1.0006
26.000	0.9993	0.4985	1.0006
28.000	0.9992	0.4985	1.0006
30.000	0.9991	0.4985	1.0006
32.000	0.9989	0.4985	1.0006
34.000	0.9988	0.4985	1.0006
36.000	0.9987	0.4985	1.0006
38.000	0.9985	0.4985	1.0006
40.000	0.9984	0.4985	1.0006
42.000	0.9982	0.4985	1.0006
44.000	0.9980	0.4985	1.0006
46.000	0.9978	0.4985	1.0006
48.000	0.9976	0.4985	1.0006
50.000	0.9974	0.4985	1.0006
52.000	0.9972	0.4985	1.0006
54.000	0.9970	0.4985	1.0006
56.000	0.9967	0.4985	1.0006
58.000	0.9965	0.4985	1.0006
60.000	0.9963	0.4985	1.0006
62.000	0.9960	0.4985	1.0006
64.000	0.9957	0.4985	1.0006
66.000	0.9955	0.4985	1.0006
68.000	0.9952	0.4985	1.0006
70.000	0.9949	0.4985	1.0006
72.000	0.9946	0.4985	1.0006
74.000	0.9943	0.4985	1.0006
76.000	0.9940	0.4985	1.0006
78.000	0.9937	0.4985	1.0006
80.000	0.9934	0.4985	1.0006
82.000	0.9930	0.4985	1.0006
84.000	0.9927	0.4985	1.0006
86.000	0.9923	0.4985	1.0006
88.000	0.9920	0.4985	1.0006
90.000	0.9916	0.4985	1.0006
92.000	0.9912	0.4985	1.0006
94.000	0.9908	0.4985	1.0006
96.000	0.9904	0.4985	1.0006
98.000	0.9900	0.4985	1.0006
100.000	0.9896	0.4985	1.0006

VALOR MINIMO 0.4985 INSTANTE 0.000
 VALOR MAXIMO 1.0006 INSTANTE 2.000

Figura 2.25 Degrau de tensão - caso 12

plica em aumentar o número de frequências consideradas e, consequentemente, o esforço computacional.

Os casos 4 e 5 foram definidos a partir do caso 1, variando-se somente o valor do fator de deslocamento (a) da Transformada Modificada de Fourier (valores 500 e 10.000 respectivamente). Ambos, quando comparados com o caso 1, mostram que a integração foi significativamente melhorada, embora apresentem ainda o fenômeno de Gibbs (em ambos casos as amplitudes oscilam em torno dos valores 1,8 e 1,0, respectivamente).

Os casos 6 e 7 foram definidos a partir dos casos 4 e 5 respectivamente, variando-se somente a presença do fator σ . Verifica-se que este fator praticamente anula as oscilações características do fenômeno de Gibbs, embora aumente o tempo de subida do degrau (3,2 μ s para alcançar o máximo nos casos 4 e 5 contra 5,2 μ s nos casos 6 e 7).

O aumento do tempo de subida, efeito indesejável do fator σ , pode ser compensado com o aumento do valor máximo de frequência considerado na integração (Ω). Isto é comprovado comparando-se o caso 7 com o 8. Neste último variou-se somente o valor de Ω , passando-o de 10^6 para $2,5 \times 10^6$ rd/s. O tempo para alcançar o máximo passou de 5,2 μ s no caso 7 a 2 μ s no caso 8.

O caso 9 foi definido a partir do caso 8, variando-se somente o número de frequências considerado. Este valor passou de 250 no caso 8 a 1000 no caso 9, o que equivale a ter-se dividido por 4 o passo de integração. Os resultados de ambos casos são praticamente iguais, mostrando que ulteriores diminuições do passo de integração não produzirão melhoras significativas nos resultados.

O caso 10 foi definido a partir do caso 9, variando-se somente o valor de Ω , que passou a $5,0 \times 10^6$ rd/s. O tempo para alcançar o máximo diminuiu neste caso a 1 μ s.

O caso 11 é idêntico ao caso 10, exceto que o instante final passou de 10 para 100 μ s. Observa-se então que nos instantes próximos ao instante final a amplitude calculada afasta-se do valor 1,0. Para diminuir este erro pode-se aumentar o número de frequências consideradas na integração. Tal fato é ilustrado pelo caso 12, onde este número foi fixado em 2000.

Do que foi exposto verifica-se que os principais fatores que afetam o cálculo numérico da Integral de Inversão são os seguintes:

- . máxima frequência considerada
- . número de frequências consideradas
- . fator a
- . instante final

Evidentemente o instante final é um parâmetro que é definido pelo estudo de transitório que se deseja realizar. A escolha dos demais parâmetros pode ser feita através de análise prévia, análoga à apresentada neste sub-item, tomando-se como base o sinal de entrada. Nesta análise ajusta-se os parâmetros até que se obtenha um degrau de tensão com precisão compatível com a exigida pelo estudo.

O programa RLINT permite obter a resposta do circuito R-L série excitado por um único pulso de tensão. À Fig. 2.26 apresenta-se um diagrama de blocos deste programa. O significado dos símbolos desta figura é apresentado à Tabela 2.2.

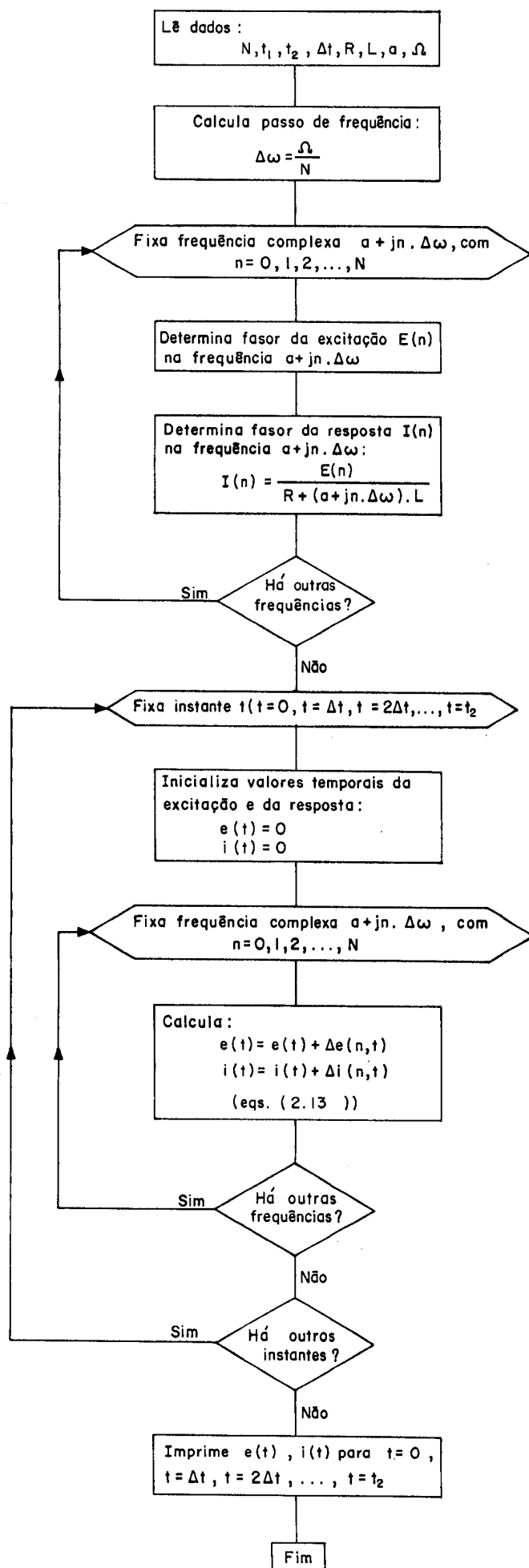


Figura 2.26 Diagrama de blocos - programa RLINT

Símbolo	Significado
N	Número de frequências consideradas na integração
t_1	Instante final do pulso de tensão
t_2	Instante final do transitório
Δt	Passo de tempo para cálculo e impressão dos valores temporais
R	Resistência do circuito
L	Indutância do circuito
a	Fator a (Transformada Modificada)
Ω	Máxima frequência considerada

Tabela 2.2 Símbolos da Fig. 2.26

Neste caso, o sinal de entrada é um pulso de valor 1,0 entre os instantes 0 e t_1 e valor 0 entre os instantes t_1 e t_2 , Fig. 2.27.

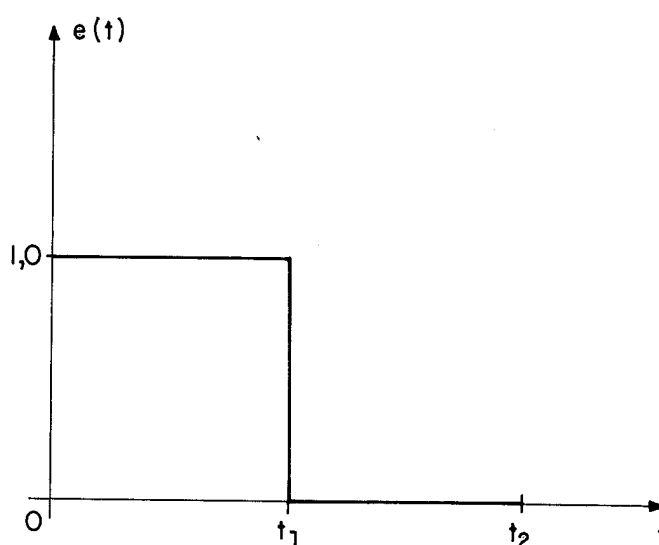


Figura 2.27 Sinal de entrada - programa RLINT

A Transformada Modificada de Fourier do pulso da Fig. 2.27 é dada por:

$$\begin{aligned}
 E(a+j\omega) &= \int_0^{t_1} e^{-at} \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt = \int_0^{t_1} e^{-(a+j\omega)t} dt = \\
 &= -\frac{1}{a+j\omega} e^{-(a+j\omega)t} \Big|_0^{t_1} = -\frac{e^{-(a+j\omega)t_1}}{a+j\omega} - \left(-\frac{1}{a+j\omega}\right) \\
 E(a+j\omega) &= \frac{1}{a+j\omega} - \frac{e^{-(a+j\omega)t_1}}{a+j\omega} \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

Considerando o fator σ para redução do fenômeno de Gibbs, tem-se:

1. $\omega=0$

$$E(a+j0) = \frac{1}{a+j0} - \frac{e^{-at_1}}{a+j0} \quad (2.17a)$$

2. $\omega>0$

$$E(a+j\omega) = \left[\frac{1}{a+j\omega} - \frac{e^{-(a+j\omega)t_1}}{a+j\omega} \right] \cdot \frac{\text{sen } \frac{\pi\omega}{\Omega}}{\frac{\pi\omega}{\Omega}} \quad (2.17b)$$

À Tabela 2.3 apresenta-se os dados do caso processado com o programa RLINT. Destaca-se que tal caso é o mesmo que foi utilizado como exemplo no item correspondente às Séries de Fourier. À Fig. 2.28 apresenta-se os resultados do caso.

Dado	Valor
N	2000
t_1	20 μ s
t_2	80 μ s
R	1 Ω
L	7×10^{-5} H
a	10000
Ω	$2,5 \times 10^6$ rd/s

Tabela 2.3 Dados do caso - programa RLINT

Da Fig. 2.28 verifica-se que a corrente no instante inicial é neste caso nula.

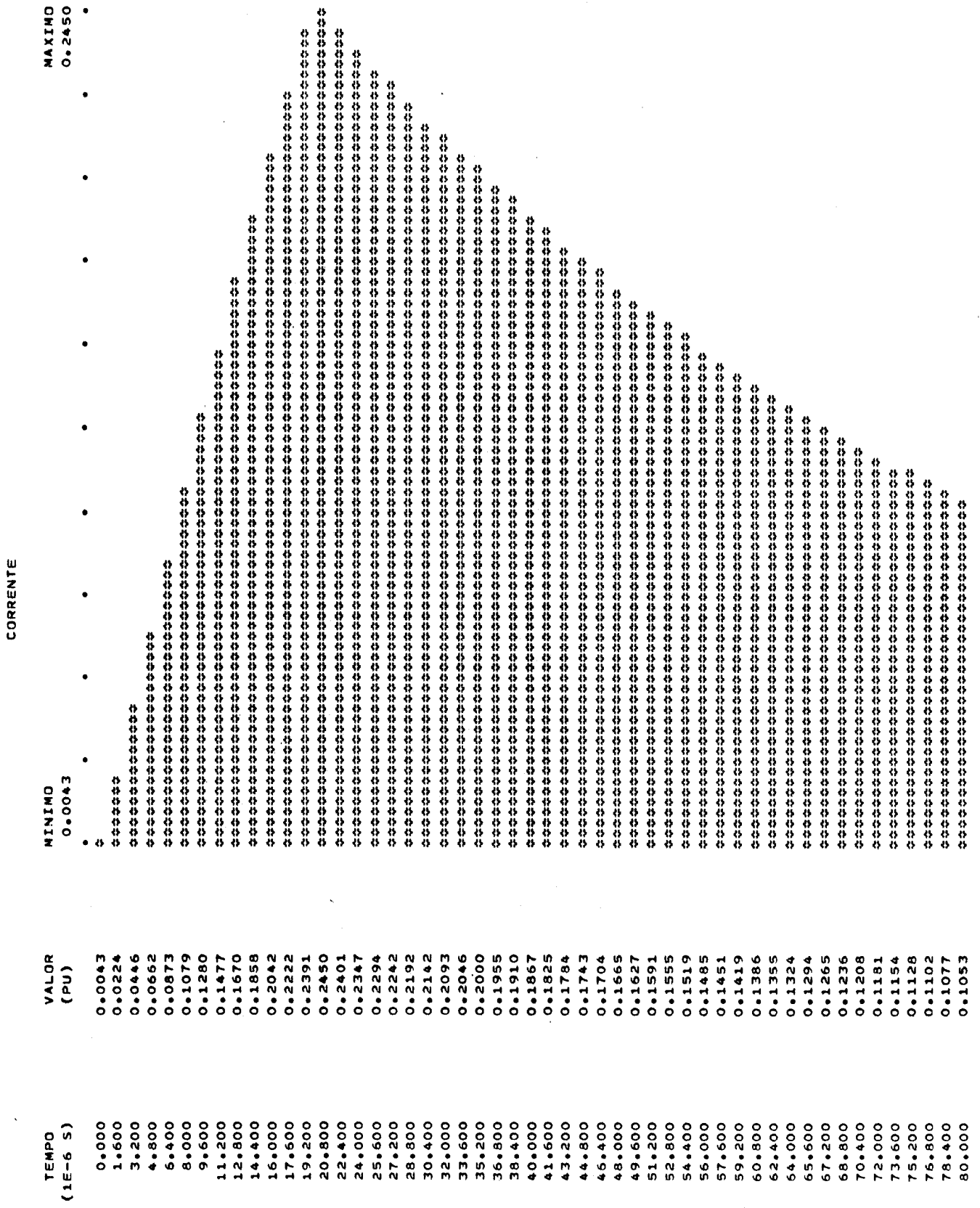


Figura 2.28 Resposta temporal do circuito - programa RLINT

2.4 Aplicação no Estudo de uma Linha Aérea Monofásica

2.4.1 Considerações Gerais

Neste item será apresentada a aplicação da Transformada Modificada de Fourier no estudo de energização de uma linha aérea monofásica.

A formulação e o equacionamento do problema são apresentados detalhadamente no Anexo I deste trabalho. No momento, o interesse maior está voltado para o estudo da linha em diversas condições de operação (linha em vazio, em carga, etc.). Assim, a seguir simplesmente reproduz-se a solução obtida naquele Anexo.

Na Fig. 2.29 estabelece-se as grandezas e as convenções de sinal associadas à solução do problema. Os símbolos que aparecem nesta figura são descritos na tabela 2.4.

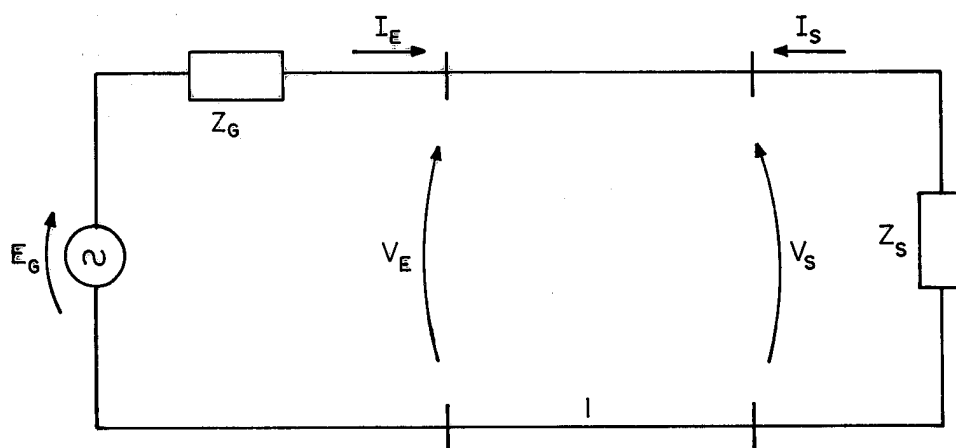


Figura 2.29 Modelo de linha aérea monofásica

Símbolo	Significado
E_G	Fasor da tensão do gerador
Z_G	Impedância do gerador
V_E	Fasor da tensão na entrada da linha
I_E	Fasor da corrente na entrada da linha
V_S	Fasor da tensão na saída da linha
I_S	Fasor da corrente na saída da linha
Z_S	Impedância da carga
ℓ	Comprimento da linha

Tabela 2.4 Símbolos da Fig. 2.29

Na Fig. 2.29 conhece-se a tensão do gerador (E_G) e as impedâncias Z_G e Z_S , e deseja-se calcular as demais grandezas. Nestas condições, tem-se:

$$V_S = \frac{E_G}{\left(1 + \frac{Z_G}{Z_S}\right) \cosh \gamma \ell + \left(\frac{Z_C}{Z_S} + \frac{Z_G}{Z_C}\right) \sinh \gamma \ell} \quad (2.18)$$

$$I_S = - \frac{V_S}{Z_S} \quad (2.19)$$

$$V_E = V_S \cdot \cosh \gamma \ell - Z_C I_S \sinh \gamma \ell \quad (2.20)$$

$$I_E = \frac{V_S}{Z_C} \sinh \gamma \ell - I_S \cosh \gamma \ell \quad (2.21)$$

onde:

$$Z_C = \sqrt{\frac{R + (a + j\omega)L}{G + (a + j\omega)C}} = \text{impedância característica da linha}$$

$$\gamma = \sqrt{(R+(a+j\omega L)) (G+(a+j\omega)C)'} = \text{constante de propagação da linha}$$

R = resistância-série da linha por unidade de comprimento

L = indutância-série da linha por unidade de comprimento

G = condutância-paralelo da linha por unidade de comprimento

C = capacitância-paralelo de linha por unidade de comprimento

$a+j\omega$ = frequência complexa

Com as equações (2.18) a (2.21) foi desenvolvido um programa computacional, programa MONOF, destinado a estudar o comportamento transitório da linha aérea monofásica. Na Fig. 2.30 apresenta-se um macro-diagrama de blocos deste programa. A tabela 2.5 apresenta-se o significado dos novos símbolos que aparecem nesta figura. Destaca-se que neste programa considerou-se excitação da linha como sendo um degrau de tensão.

Símbolo	Significado
N	Número de frequências consideradas na integração
$\omega_{\text{máx}}$	Máxima frequência considerada na integração
$t_{\text{máx}}$	Instante final do transitório
Δt	Passo de tempo para cálculo e impressão de valores temporais
R_G	Resistência do gerador
L_G	Indutância do gerador
R_S	Resistência da carga
L_S	Indutância da carga

Tabela 2.5 Símbolos da Fig. 2.30

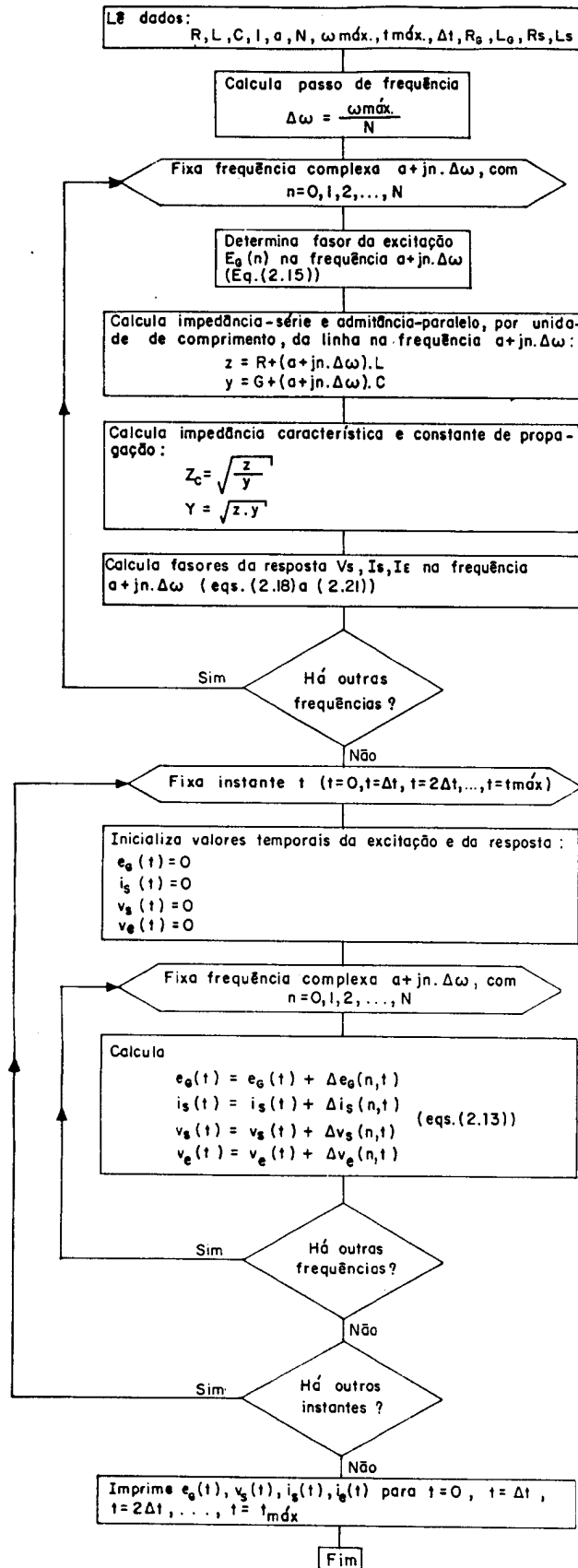


Figura 2.30 Diagrama de blocos - programa MONOF

2.4.2 Exemplos de Aplicação

O programa para estudo do comportamento transitório da linha aérea foi executado em alguns casos ilustrativos. Os dados gerais dos casos estudados, tomados da referência [7], são apresentados na Tabela 2.6. A especificação dos casos executados é apresentada à Tabela 2.7.

Símbolo	Significado	Valor
R	resistência da linha	0,0275 Ω /milha
L	indutância da linha	0,001386 H/milha
G	condutância da linha	0
C	capacitância da linha	20,9 nF/milha
l	comprimento da linha	10 milha
a	fator de deslocamento	10 000
N	número de frequências consideradas	250
$\omega_{\text{máx}}$	máxima frequência considerada	5×10^5 rd/s
$t_{\text{máx}}$	instante final do transitório	250×10^{-6} s
Δt	passo de tempo para impressão	5×10^{-6} s

Tabela 2.6 Dados gerais para os casos estudados

Caso	Gerador		Terminação		Observações
	resist. $R_G(\Omega)$	indut. $L_G(H)$	resist. $R_S(\Omega)$	indut. $L_S(H)$	
1	0	0	10^{10}	10^{10}	Linha em vazio, gerador sem impedância.
2	0	0	257,518	0	Linha terminada por resistência igual à impedância característica da linha ideal, gerador sem impedância
3	0	0	0	2,57	Linha terminada por reator, gerador sem impedância

Tabela 2.7 Casos estudados

À Tabela 2.8 apresenta-se a atenuação, a velocidade de propagação e o tempo de trânsito, calculados para alguns valores de frequência do espectro harmônico.

Da Tabela 2.8 observa-se que a atenuação α permanece constante na faixa de frequências considerada ($\omega=2000$ rd/s é a segunda frequência do espectro e $\omega=5 \times 10^5$ rd/s é a última). Na mesma faixa de frequências a constante de fase β varia praticamente de forma linear com a frequência ω , fazendo com que a velocidade de propagação se mantenha praticamente constante. Isto se deve a que em altas frequências os termos ωL e ωC predominam sobre R e G . Também por esta razão os valores obtidos em cada frequência são praticamente iguais àqueles que resultam considerando-se a linha sem perdas. Isto justifica o fato de frequentemente em estudos de transitórios em linhas aéreas de transmissão (onde é acentuada a presença de elevadas frequências) representar-se a linha por uma linha sem perdas.

freq. ω (rad/s)	$\alpha = \text{Re}[\gamma]$ (dB/milha)	$\beta = \text{Im}[\gamma]$ (rd/milha)	$v = \frac{\omega}{\beta}$		$\zeta = \frac{\lambda}{v}$ (10^{-6} s)	Linha sem perdas	
			(milha/s)	(km/s)		$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (milha/s)	(km/s)
2.000	$4,6377 \times 10^{-4}$	0,0108	185.797,5	298.948,2	53,822		
5.000	$4,6378 \times 10^{-4}$	0,0269	185.799,4	298.951,2	53,821		
10^4	$4,6378 \times 10^{-4}$	0,0538	185.799,7	298.951,7	53,821	185.799,8	298.951,9
10^5	$4,6378 \times 10^{-4}$	0,5382	185.799,8	298.951,9	53,821		
5×10^5	$4,6377 \times 10^{-4}$	2,6911	185.799,8	298.951,9	53,821		

Obs.: 1. λ = comprimento da linha = 10 milha
2. ζ = tempo de trânsito

Tabela 2.8 Atenuação, velocidade de propagação e tempo de trânsito em função da frequência

Nas figuras 2.31 a 2.40 apresenta-se os resultados obtidos, na forma de tabelas e gráficos, correspondentes aos casos da Tabela 2.7.

TRANSITORIO EM LINHA MONOFASICA POR TRANSF. DE FOURIER TENSÃO EG

TEMPO (1E-6S)	FUNCAO (PU)	MINIMO -0.0103	MAXIMO 2.0180
0.000	0.4850	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
5.000	0.8687	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
10.000	1.0137	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
15.000	0.9862	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
20.000	1.0012	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
25.000	1.0012	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
30.000	0.9985	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
35.000	1.0013	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
40.000	0.9986	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
45.000	0.9996	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
50.000	0.9992	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
55.000	0.9981	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
60.000	0.9989	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
65.000	0.9974	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
70.000	0.9976	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
75.000	0.9970	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
80.000	0.9960	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
85.000	0.9963	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
90.000	0.9949	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
95.000	0.9948	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
100.000	0.9941	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
105.000	0.9930	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
110.000	0.9929	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
115.000	0.9916	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
120.000	0.9912	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
125.000	0.9904	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
130.000	0.9892	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
135.000	0.9888	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
140.000	0.9874	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
145.000	0.9867	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
150.000	0.9858	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
155.000	0.9845	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
160.000	0.9839	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
165.000	0.9824	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
170.000	0.9815	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
175.000	0.9805	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
180.000	0.9790	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
185.000	0.9782	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
190.000	0.9766	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
195.000	0.9755	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
200.000	0.9743	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
205.000	0.9726	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
210.000	0.9717	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
215.000	0.9700	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
220.000	0.9687	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
225.000	0.9674	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
230.000	0.9655	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
235.000	0.9644	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
240.000	0.9625	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
245.000	0.9611	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000
250.000	0.9596	0.00000000000000000000	0.00000000000000000000

Figura 2.31 Linha em vazio - tensão EG

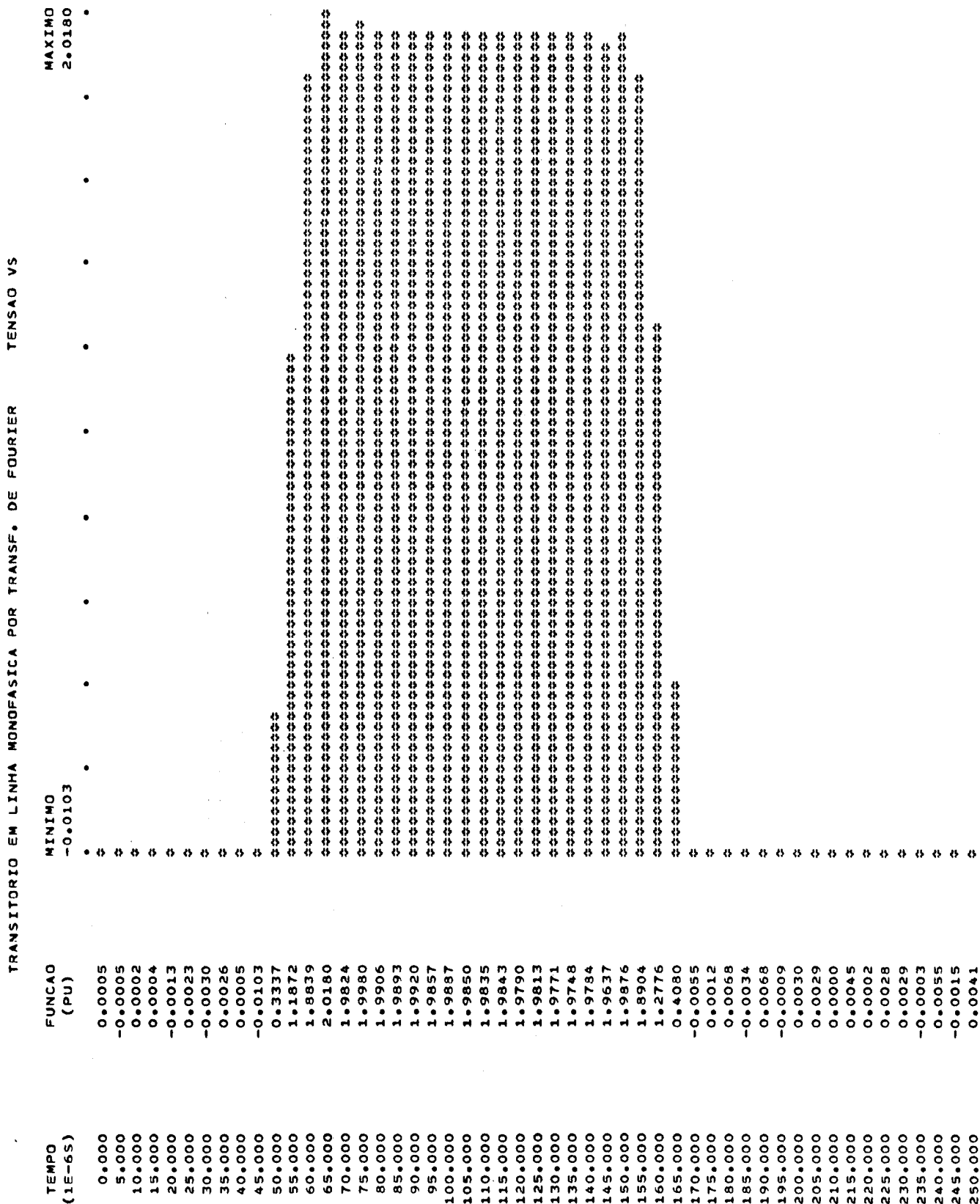


Figura 2.32 Linha em vazio - tensão V_s

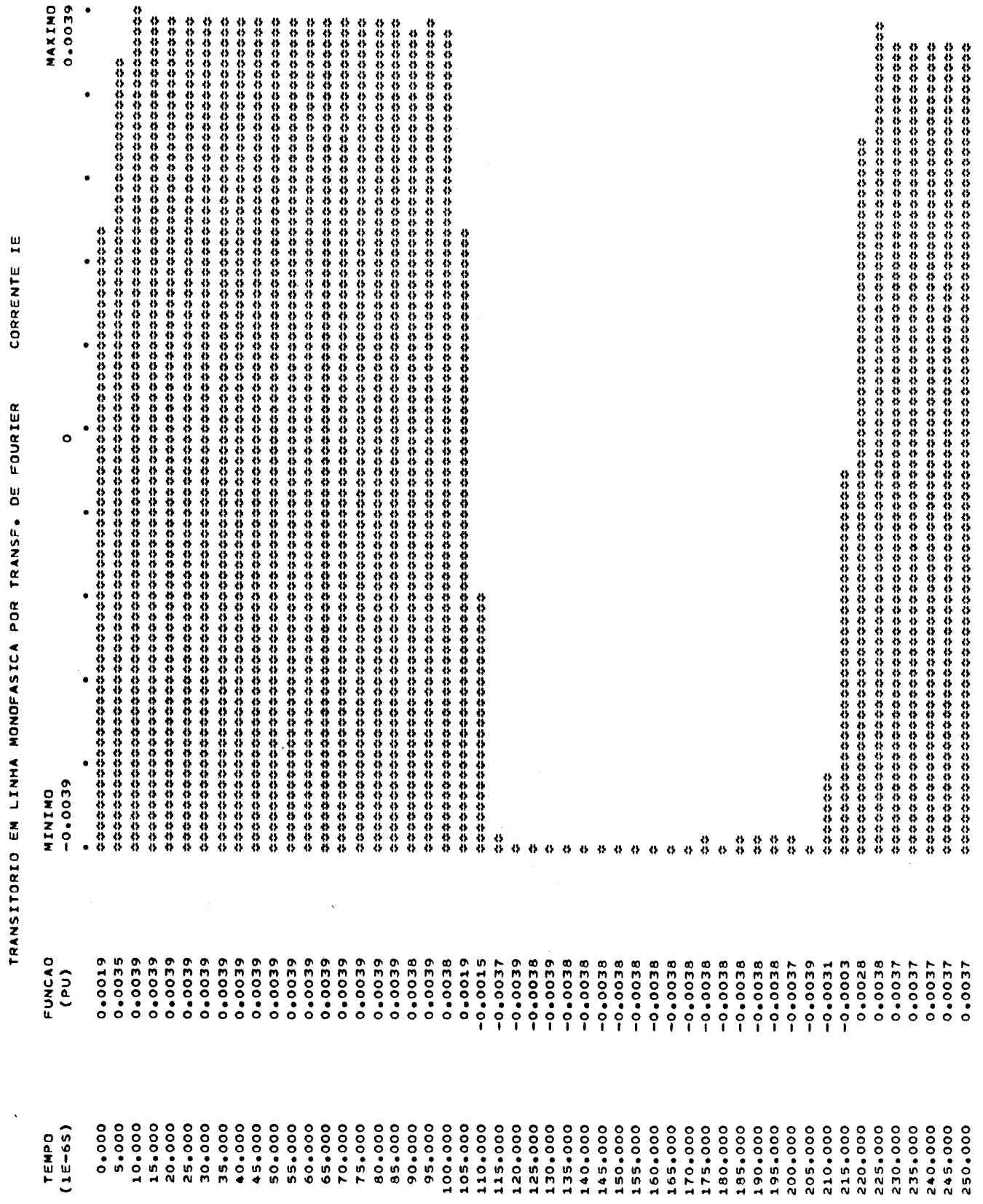


Figura 2.33 Linha em vazio - corrente I_E

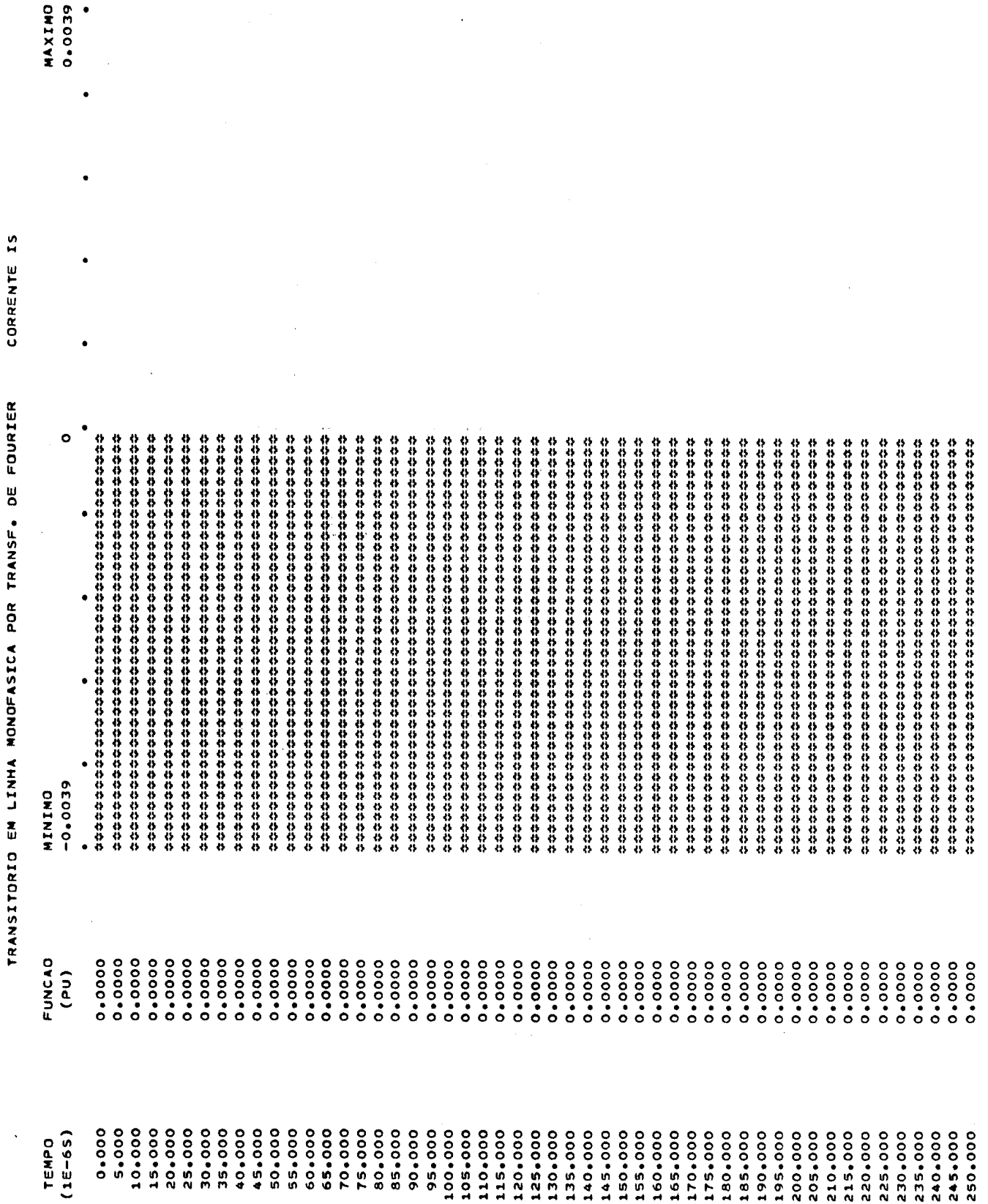


Figura 2.34 Linha em vazio - corrente I_s

TRANSITORIO EM LINHA MONOFASICA POR TRANSF. DE FOURIER TENSÃO VS

TEMPO (1E-6S)	FUNCAO (PU)	MINIMO - 0.0051	MAXIMO 1.0137
0.000	0.0003	•	•
5.000	-0.0003	•	•
10.000	0.0001	•	•
15.000	0.0002	•	•
20.000	-0.0006	•	•
25.000	0.0011	•	•
30.000	-0.0015	•	•
35.000	0.0013	•	•
40.000	0.0002	•	•
45.000	-0.0051	•	•
50.000	0.1668	•	•
55.000	0.5936	•	•
60.000	0.9419	•	•
65.000	1.0089	•	•
70.000	0.9912	•	•
75.000	0.9988	•	•
80.000	0.9952	•	•
85.000	0.9945	•	•
90.000	0.9957	•	•
95.000	0.9928	•	•
100.000	0.9940	•	•
105.000	0.9923	•	•
110.000	0.9916	•	•
115.000	0.9915	•	•
120.000	0.9897	•	•
125.000	0.9898	•	•
130.000	0.9884	•	•
135.000	0.9875	•	•
140.000	0.9870	•	•
145.000	0.9853	•	•
150.000	0.9850	•	•
155.000	0.9836	•	•
160.000	0.9825	•	•
165.000	0.9818	•	•
170.000	0.9801	•	•
175.000	0.9795	•	•
180.000	0.9781	•	•
185.000	0.9768	•	•
190.000	0.9759	•	•
195.000	0.9742	•	•
200.000	0.9733	•	•
205.000	0.9718	•	•
210.000	0.9703	•	•
215.000	0.9693	•	•
220.000	0.9674	•	•
225.000	0.9664	•	•
230.000	0.9647	•	•
235.000	0.9631	•	•
240.000	0.9619	•	•
245.000	0.9598	•	•
250.000	0.9586	•	•

Figura 2.35 Linha terminada por resistor - tensão V_s

TRANSITORIO EM LINHA MONOFASICA POR TRANSF. DE FOURIER CORRENTE IE

TEMPO (1E-6S)	FUNCAO (PU)	MINIMO -0.0039	0	MAXIMO 0.0039
0.000	0.0019	0.0000	0.0000	0.0000
5.000	0.0035	0.0000	0.0000	0.0000
10.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
15.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
20.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
25.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
30.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
35.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
40.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
45.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
50.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
55.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
60.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
65.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
70.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
75.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
80.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
85.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
90.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
95.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
100.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
105.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
110.000	0.0039	0.0000	0.0000	0.0000
115.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
120.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
125.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
130.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
135.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
140.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
145.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
150.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
155.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
160.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
165.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
170.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
175.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
180.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
185.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
190.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
195.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
200.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
205.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
210.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
215.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
220.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
225.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000
230.000	0.0037	0.0000	0.0000	0.0000
235.000	0.0037	0.0000	0.0000	0.0000
240.000	0.0037	0.0000	0.0000	0.0000
245.000	0.0037	0.0000	0.0000	0.0000
250.000	0.0037	0.0000	0.0000	0.0000

Figura 2.36 Linha terminada por resistor - corrente I_E

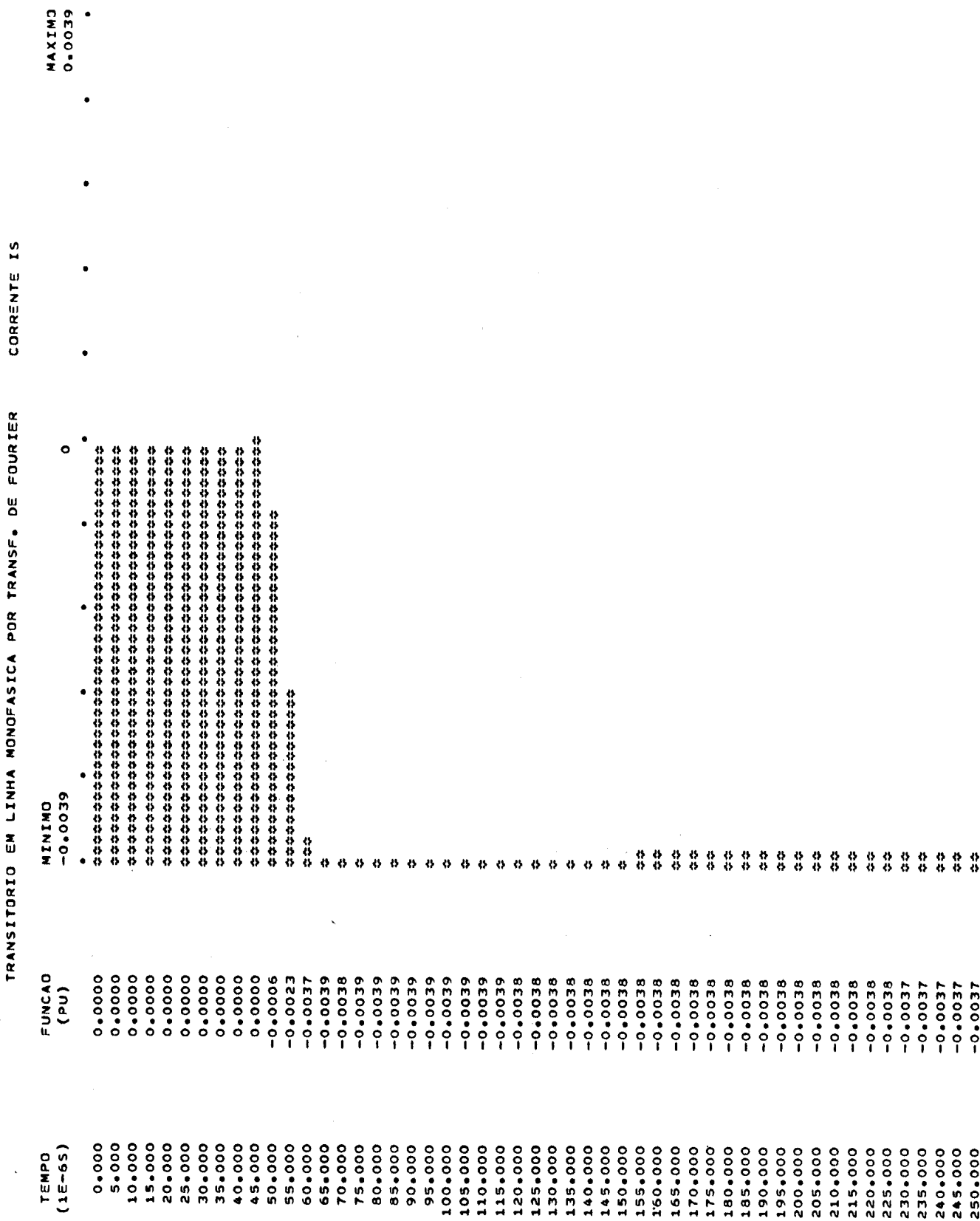


Figura 2.37 Linha terminada por resistor - corrente I_S

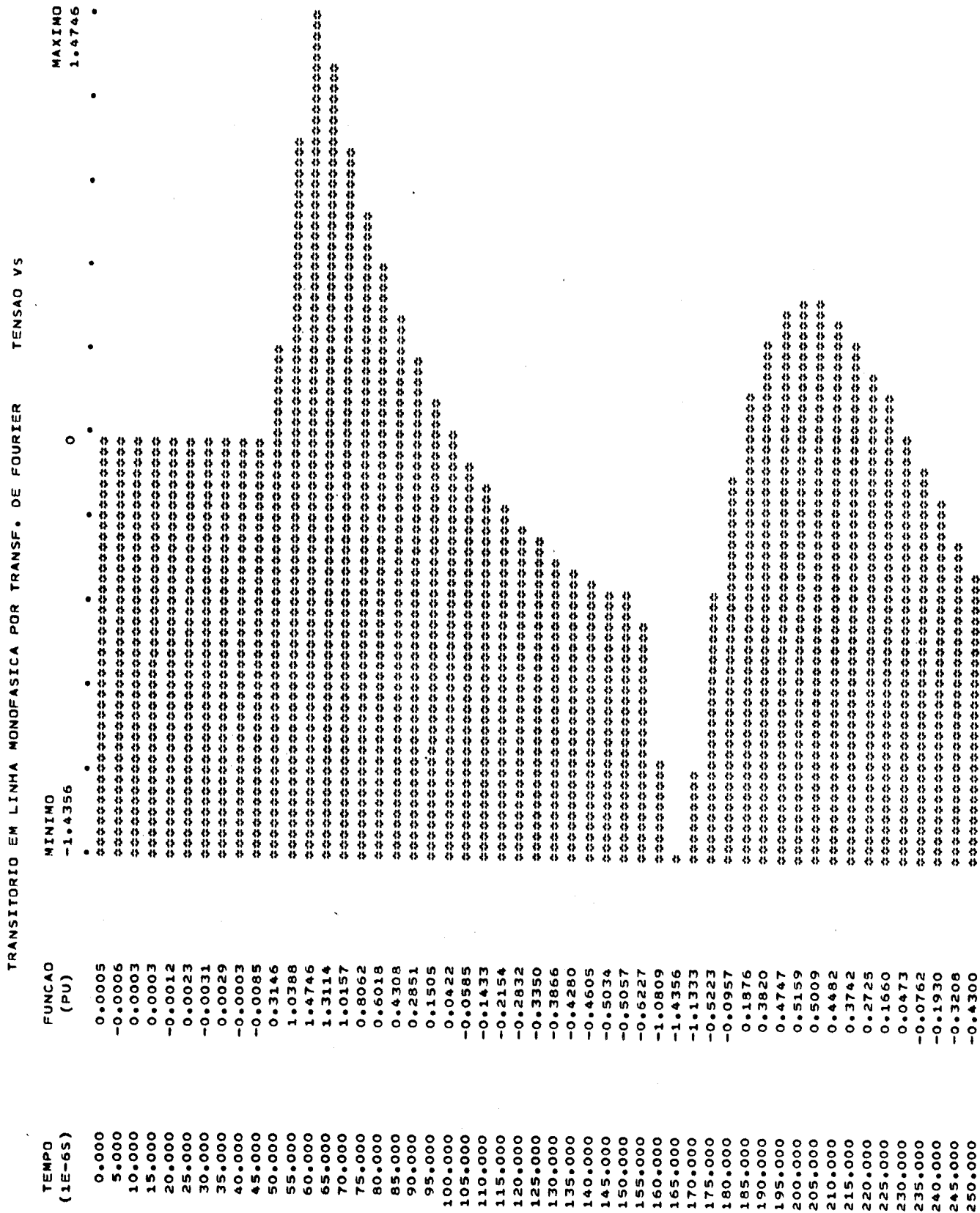


Figura 2.38 Linha terminada por indutor - tensão V_s

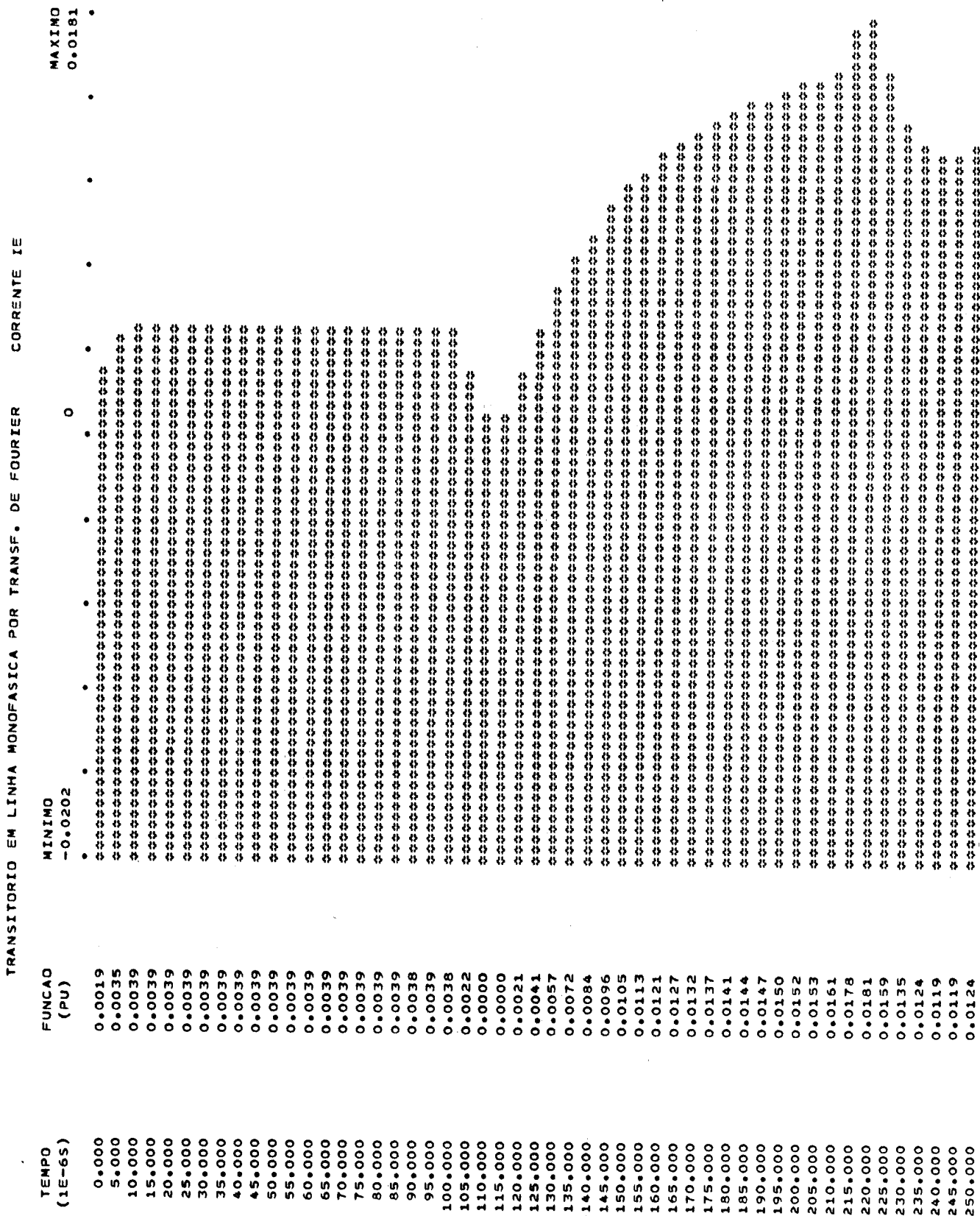


Figura 2.39 Linha terminada por indutor - corrente I_E

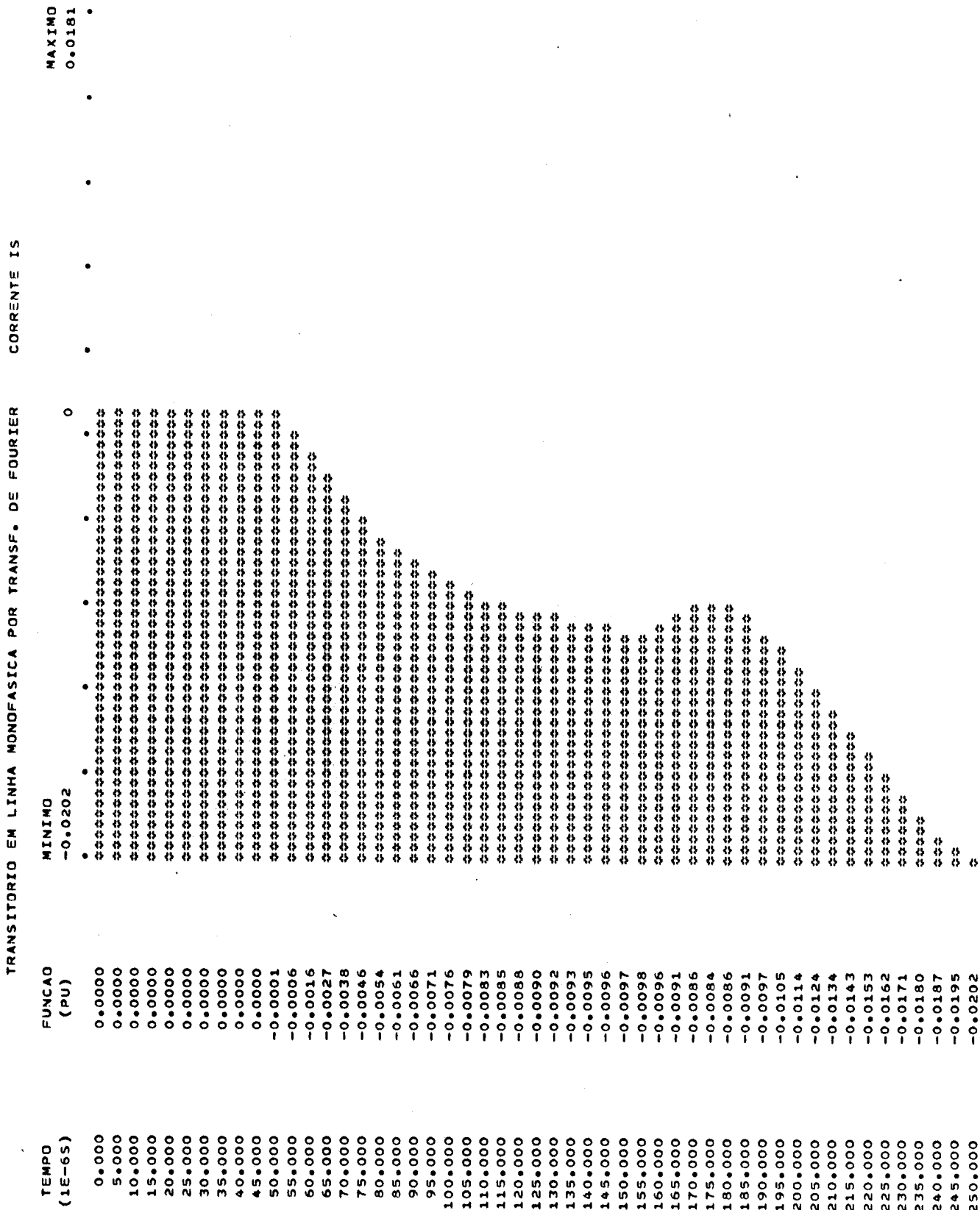


Figura 2.40 Linha terminada por indutor - corrente I_S

3 - SISTEMAS MULTICONDUTORES SUBTERRÂNEOS

3.1 Introdução

Neste Capítulo será desenvolvido o procedimento de obtenção da resposta temporal de um sistema multicondutor durante transitórios de manobra.

Inicialmente serão apresentados detalhes construtivos dos cabos de potência, essenciais no estabelecimento das constantes quilométricas do sistema (impedâncias e admitâncias). Também serão fixados os conceitos de seção menor e seção maior, próprios dos sistemas "Cross Bonding".

Em seguida serão apresentados os pára-raios, usados em sistemas "Single Point" e "Cross Bonding" e destinados a reduzir as sobretensões durante transitórios.

Posteriormente será formulado detalhadamente o problema a ser resolvido, que, analogamente ao exposto no Capítulo anterior, consiste essencialmente em:

1. determinação da resposta em frequência do sistema multicondutor (função $R(a+j\omega)$).
2. retorno ao domínio do tempo.

Será visto que a função $R(a+j\omega)$ é dada pela matriz de admitâncias nodais da rede elétrica equivalente ao sistema físico. A obtenção desta matriz será abordada em detalhe, dando-se particular ênfase ao significado físico dos autovalores da matriz de propagação. Neste desenvolvimento considerar-se-ão sistemas "Cross Bonding". Os sistemas "Single Point" podem ser considerados como um caso particular dos "Cross Bonding", compostos por um único lance de cabos.

A seguir será apresentada a resolução do sistema na frequência $a+j\omega$ e o posterior retorno ao domínio do tempo através da Integral

de Inversão de Fourier.

Finalmente será apresentado um refinamento incorporado ao modelo desenvolvido, que permite considerar as ligações existentes entre blindagens nas caixas de transposição dos sistemas "Cross Bonding".

3.2 Cabos de Potência

O modelo completo do cabo de potência é constituído pelos seguintes elementos, Fig. 3.1:

- 1) - condutor
- 2) - blindagem semicondutora interna
- 3) - isolação
- 4) - blindagem semicondutora externa
- 5) - blindagem metálica.
- 6) - capa externa

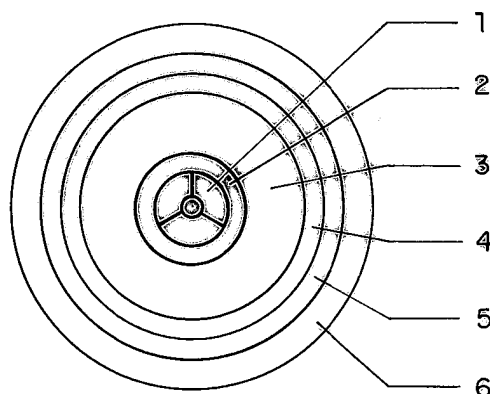


Figura 3.1 Cabo unipolar de potência - modelo completo

Em relação ao modelo simplificado apresentado no Capítulo 1, foram incluídos os seguintes elementos:

- . blindagem semicondutora interna, que permite uniformizar o campo elétrico na superfície interna da isolação. Se não existisse esta blindagem, devido às irregularidades próprias da superfície do condutor, haveria na isolação locais com esforço elétrico superior à sua rigidez dielétrica.
- . blindagem semicondutora externa, que permite uniformizar o campo elétrico na superfície externa da isolação.

Normalmente a isolação é realizada em papel impregnado em óleo. O papel, quando impregnado em óleo, tem suas características dielétricas bastante melhoradas. Por esta razão óleo é mantido a pressão no interior do condutor, de forma que o papel permaneça sempre impregnado. O óleo atravessa o condutor através de fendas existentes entre as diversas cordas que compõem este último (Fig. 3.1). A capa externa é normalmente realizada em PVC.

É importante destacar que neste modelo de cabo dois são os elementos condutores: o condutor em si e a blindagem metálica.

Foi visto no Capítulo 1 que nos sistemas "Cross Bonding" as blindagens metálicas são aterradas periodicamente ao longo da rota dos cabos, e também que cada trecho entre dois aterramentos adjacentes é dividido em três lances de comprimentos aproximadamente iguais entre si. Os lances e trechos assim definidos recebem, respectivamente, o nome de seção menor e seção maior, Fig. 3.2.

Uma outra alternativa nos sistemas "Cross Bonding" consiste em transpor-se as blindagens, mantendo-se os condutores sempre na mesma posição relativa. Do ponto de vista elétrico esta ligação é equivalente à anterior.

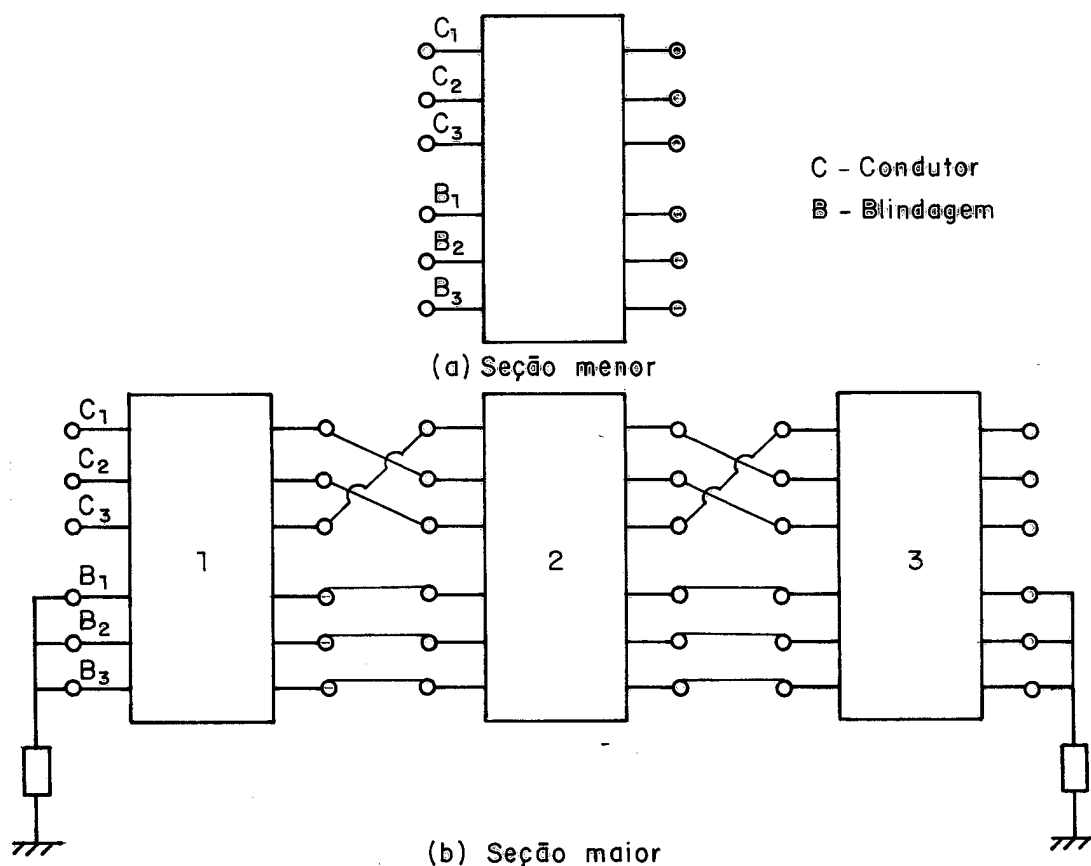


Figura 3.2 Seção menor e seção maior

3.3 Pára-raios

Nos sistemas "Single Point" liga-se, nas extremidades não aterradas das blindagens, elementos descarregadores não lineares (pára-raios) que interligam as blindagens e a terra, Fig. 3.3(a). Pára-raios também são ligados às blindagens de sistemas "Cross Bonding", nos pontos de transposição sem aterramento, Fig. 3.3(b).

Os pára-raios se destinam a reduzir as sobretensões resultantes de ondas viajantes durante transitórios no sistema de transmissão. Isto é conseguido através de uma característica tensão x corrente

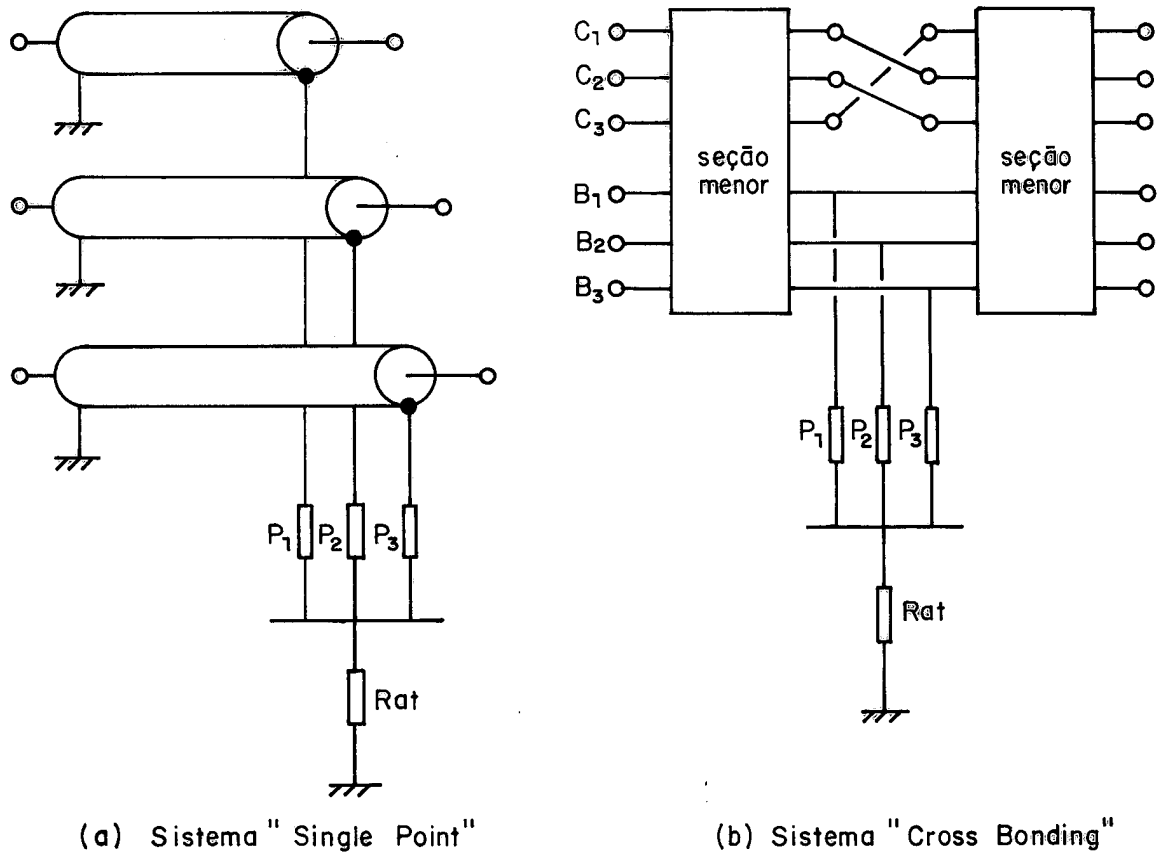


Figura 3.3 Pára-raios em sistemas de transmissão subterrânea (P_1 , P_2 , P_3 = pára-raios).

fortemente não linear, onde se distinguem duas condições operativas (Fig. 3.4):

1. elevada resistância durante operação normal (região A)
2. baixa resistância em presença de sobretensões no pára-raios, havendo condução de corrente para a terra (região B)

Modernamente os pára-raios são construídos a base de óxido de zinco (ZnO), que apresentam desempenho superior e menor tamanho, para uma energia máxima especificada, que os pára-raios de carbureto de silício (SiC). Para se ter uma idéia da não linearidade dos pára-raios, basta citar valores de resistância em ambas condições operativas (para ZnO):

- . região A: $R \approx 4 \times 10^6 \ \Omega$
- . região B: $R \approx 2 \ \Omega$

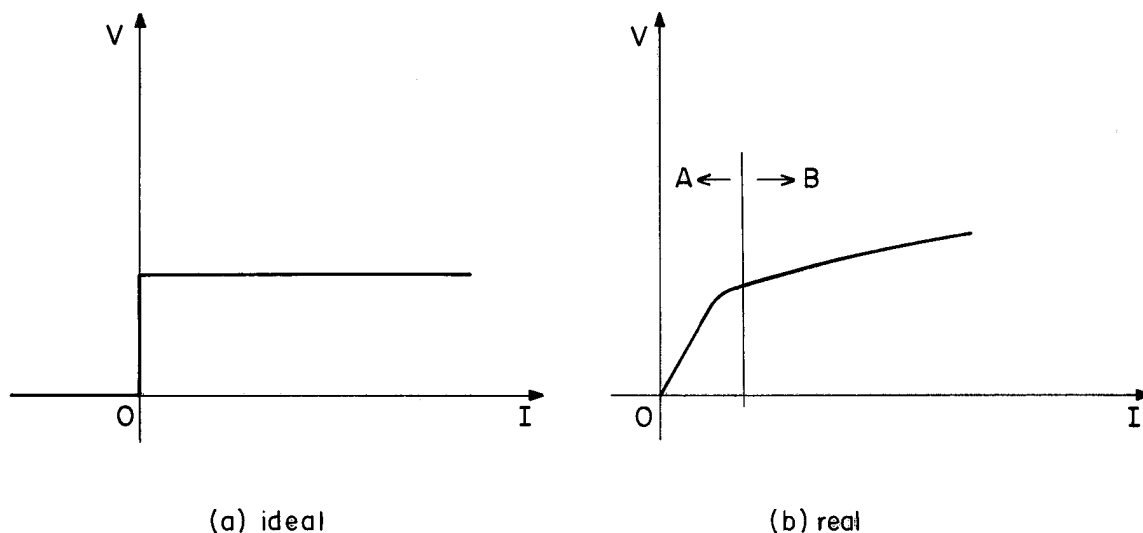


Figura 3.4 Característica tensão×corrente de pára-raios

3.4 Formulação do Problema

No estabelecimento da metodologia de cálculo de sistemas multi-condutores será considerado um sistema "Cross-Bonding". Posteriormente será visto que, com pequenas alterações, é possível adaptar a metodologia de forma a considerar outros tipos de sistemas.

O principal problema é, então, obter a solução em regime permanente de um sistema "Cross-Bonding" operando em uma frequência complexa $a+j\omega$. O sistema físico será representado por uma rede elétrica equivalente, Fig. 3.5.

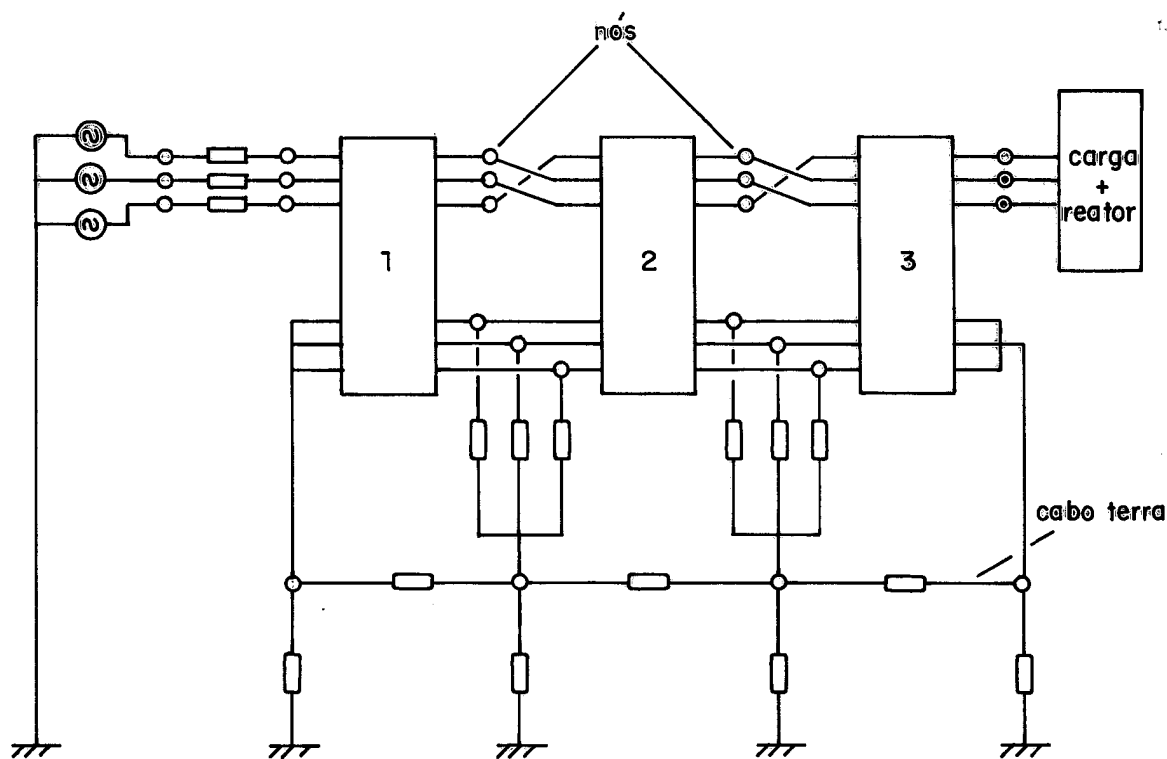


Figura 3.5 Rede elétrica equivalente a um sistema "Cross-Bonding"

Observa-se que esta rede é composta por:

- . seções menores
- . geradores
- . carga
- . reatores
- . cabo terra
- . aterramentos
- . pára-raios

Todos estes elementos estão interligados convenientemente, sendo os nós de interligação os pontos de estudo do sistema.

A rede será resolvida através das técnicas de Análise de Redes,

utilizando-se a matriz de admitâncias nodais da rede completa. Tal matriz relaciona as correntes injetadas externamente à rede com as tensões que resultam nos nós (tensões nodais referidas à terra). Formalmente, tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

onde

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \text{vetor das correntes nodais injetadas na rede}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \text{vetor das tensões nodais da rede, referidas à terra}$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} = \text{matriz de admitâncias nodais da rede}$$

$1, 2, \dots, n =$ nós da rede

Como será visto oportunamente, na equação (3.1) conhece-se o vetor das correntes injetadas e as tensões nodais correspondentes aos nós dos geradores. Determina-se, então, a tensão nos outros nós.

A obtenção da matriz de admitâncias nodais da rede completa se

resume nos seguintes passos:

1. obtenção da matriz de admitâncias nodais de cada seção menor considerada isoladamente.
2. interligação de todas as seções menores
3. inclusão dos elementos restantes (geradores, carga, etc.)

Estes passos serão abordados detalhadamente nos próximos itens.

3.5 Matriz de Admitâncias Nodais de uma Seção Menor

3.5.1 Considerações Gerais

Neste item será apresentado o procedimento de obtenção de matriz de admitâncias nodais de uma seção menor, que relaciona as correntes injetadas externamente com as tensões nodais resultantes na seção menor considerada, Fig. 3.6.

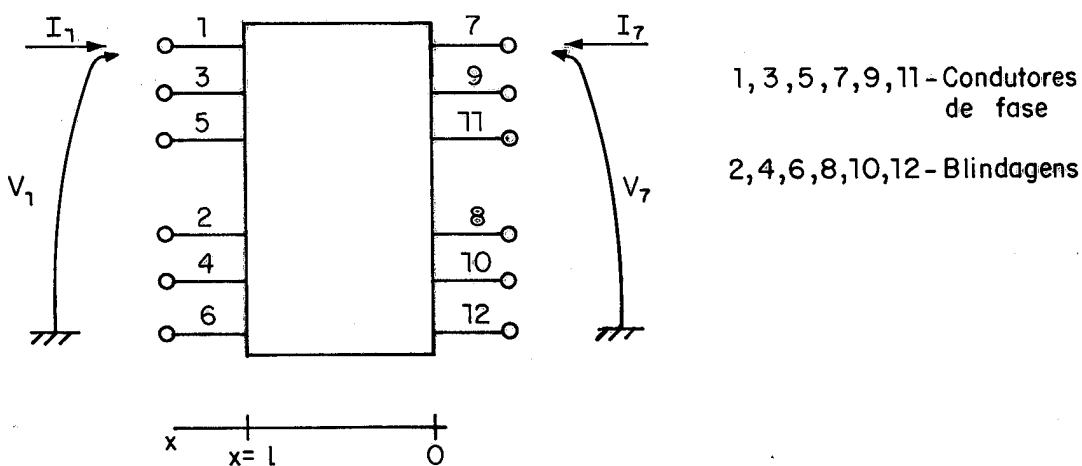


Figura 3.6 Tensões e correntes nodais em seção menor de comprimento l .

A equação nodal da seção menor é:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1,12} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2,12} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{12,1} & Y_{12,2} & & Y_{12,12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{12} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

onde

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{12} \end{bmatrix} = \text{vetor das correntes nodais da seção menor}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{12} \end{bmatrix} = \text{vetor das tensões nodais da seção menor}$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1,12} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2,12} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{12,1} & Y_{12,2} & \cdots & Y_{12,12} \end{bmatrix} = \text{matriz de admitâncias nodais da seção menor (objeto deste item).}$$

O procedimento de obtenção da matriz de admitâncias nodais da seção menor é análogo ao utilizado no caso da linha monofásica (Anexo I), sendo que no presente caso a álgebra matricial permite generalizar os resultados do caso monofásico para o caso de n condutores. Assim, inicialmente será estabelecida a equação diferencial que relaciona tensão e corrente em um elemento infinitesimal de seção menor. Nesta equação aparecem as matrizes de impedâncias-série e admitâncias-paralelo, cuja formação será abordada em detalhe.

Posteriormente serão apresentadas a solução geral da equação diferencial e suas condições de contorno, dadas por tensões e corren

tes conhecidas nas extremidades da seção menor.

Finalmente, será apresentada a obtenção da matriz de admitâncias nodais da seção menor, a partir da solução da equação diferencial.

3.5.2 Equação Diferencial

Considere-se, Fig. 3.7, um elemento infinitesimal de seção me nor. Nesta figura também estão indicadas as convenções de sinal adotadas para tensões e correntes.

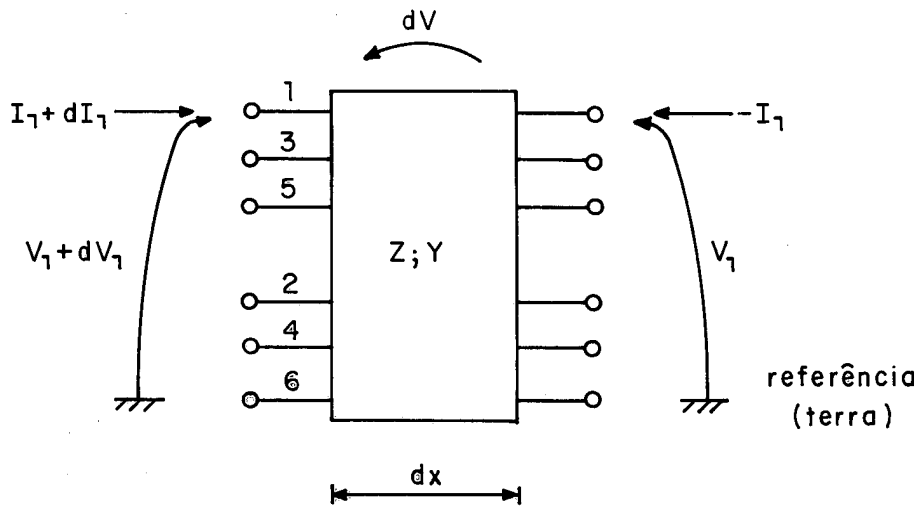


Figura 3.7 Elemento infinitesimal de seção menor

Nestas condições, tem-se as seguintes equações:

$$V+dV = V + (Z \cdot dx) \cdot I \quad (3.3a)$$

$$I+dI+(-I) = (Y \cdot dx) \cdot V \quad (3.3b)$$

onde:

$$V = V(x) = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_6 \end{bmatrix}_{6 \times 1} = \text{Vetor dos fasores de tensão do elemento infinitesimal de seção menor.}$$

$$dV = \begin{bmatrix} dV_1 \\ dV_2 \\ \vdots \\ dV_6 \end{bmatrix}_{6 \times 1}$$

$$I = I(x) = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_6 \end{bmatrix}_{6 \times 1} = \text{Vetor dos fasores de corrente do elemento infinitesimal}$$

$$dI = \begin{bmatrix} dI_1 \\ dI_2 \\ \vdots \\ dI_6 \end{bmatrix}_{6 \times 1}$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{16} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{26} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{61} & Z_{62} & \cdots & Z_{66} \end{bmatrix}_{6 \times 6} = \text{Matriz de impedâncias-série (por unidade de comprimento) da seção menor.}$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{16} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{26} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{61} & Y_{62} & \cdots & Y_{66} \end{bmatrix}_{6 \times 6} = \text{Matriz de admitâncias-paralelo (por unidade de comprimento) da seção menor.}$$

Reescrevendo-se as equações (3.3), resulta:

$$\frac{d}{dx} V = Z \cdot I \quad (3.4a)$$

$$\frac{d}{dx} I = Y \cdot V \quad (3.4b)$$

Derivando-se estas equações em relação a x , vem:

$$\frac{d^2}{dx^2} V(x) = Z \cdot \frac{d}{dx} I(x) = Z \cdot Y \cdot V(x) \quad (3.5a)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} I(x) = Y \cdot \frac{d}{dx} V(x) = Y \cdot Z \cdot I(x) \quad (3.5b)$$

Desta forma tem-se uma equação em V e outra em I , independentes entre si.

3.5.3 Matriz de Impedâncias-série

A matriz de impedâncias-série da seção menor é calculada de acordo com a referência [10], e as expressões para sua obtenção são apresentadas a seguir.

Inicialmente, tem-se:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_2 & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_3 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

onde: $[Z_1]_{2 \times 2}$, $[Z_2]_{2 \times 2}$, $[Z_3]_{2 \times 2}$ são as submatrizes de impedâncias próprias dos cabos das fases a, b e c.

$[Z_{12}]_{2 \times 2}$, $[Z_{21}]_{2 \times 2}$, $[Z_{13}]_{2 \times 2}$, $[Z_{31}]_{2 \times 2}$, $[Z_{23}]_{2 \times 2}$ e $[Z_{32}]_{2 \times 2}$ são as submatrizes de impedâncias mútuas entre os cabos das fases a, b e c.

As submatrizes de impedâncias próprias possuem a seguinte estrutura:

$$[Z_i] = \begin{bmatrix} z_1+z_2+z_3+z_5+z_6+z_7-z_4 & z_5+z_6+z_7-z_4 \\ z_5+z_6+z_7-z_4 & z_5+z_6+z_7 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{cond.} \\ \text{blind.} \end{matrix} ; i=1,2,3$$

condutor blindagem

Por seu turno as submatrizes de impedâncias mútuas possuem a seguinte estrutura:

$$[Z_{ij}] = [Z_{ji}] = \begin{bmatrix} z_{ij} & z_{ij} \\ z_{ij} & z_{ij} \end{bmatrix} ; ij = 12, 13 \text{ e } 23$$

As tabelas 3.1 e 3.2 apresenta-se o significado e o cálculo das impedâncias z_1 a z_7 e z_{ij} .

Tabela 3.1 (1/3) - Cálculo de impedâncias

Impedância	Significado	Valor (Ω/m) (significado dos símbolos à Tab. 3.2)
z_1	impedância própria do condutor	<p>- Condutor sólido</p> $z_1 = \frac{\rho_C m_C}{2\pi r_1} \coth(0,777 m_C r_1) + \frac{0,356 \rho_C}{\pi r_1^2}$ <p>- Condutor ôco</p> $z_1 = \frac{\rho_C m_C}{2\pi r_1} \coth[m_C(r_1 - r_C)] + \frac{\rho_C}{2\pi r_1(r_C + r_1)}$
z_2	impedância devida ao campo magnético (variante no tempo) na isolação	$z_2 = \frac{(a+j\omega)\mu_i}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_s}$
z_3	impedância própria da superfície interna da blindagem metálica	<p>- blindagem lisa</p> $z_3 = \frac{\rho_b m_b}{2\pi r_2} \coth[m_b(r_3 - r_2)] - \frac{\rho_b}{2\pi(r_2 + r_3) \cdot r_2}$ <p>- blindagem corrugada</p> $z_3 = \frac{\rho_b m_b}{2\pi r_2'} \coth[m_b(r_3' - r_2')] - \frac{\rho_b}{2\pi(r_2' + r_3') \cdot r_2'}$

Tabela 3.1 (2/3) - Cálculo de impedâncias

Impedância	Significado	Valor (Ω/m) (significado dos símbolos à Tab. 3.2)
z_4	impedância mútua entre as superfícies interna e externa da blindagem metálica	<p>- blindagem lisa</p> $z_4 = \frac{\rho_b m_b}{\pi (r_2 + r_3)} \operatorname{cossech} [m_b (r_3 - r_2)]$ <p>- blindagem corrugada</p> $z_4 = \frac{\rho_b m_b}{\pi (r_2' + r_3')} \operatorname{cossech} [m_b (r_3' - r_2')]$
z_5	impedância própria da superfície externa da blindagem metálica	<p>- blindagem lisa</p> $z_5 = \frac{\rho_b m_b}{2\pi r_3} \coth [m_b (r_3 - r_2)] + \frac{\rho_b}{2\pi r_3 (r_2 + r_3)}$ <p>- blindagem corrugada</p> $z_5 = \frac{\rho_b m_b}{2\pi r_3'} \coth [m_b (r_3' - r_2')] + \frac{\rho_b}{2\pi r_3' (r_2' + r_3')}$

Tabela 3.1 (3/3) - Cálculo de impedâncias

Impedância	Significado	Valor (Ω/m) (significado dos símbolos à Tab. 3.2)
z_6	impedância devida ao campo magnético (variante no tempo) na capa externa	$z_6 = \frac{(a+j\omega)\mu_{ce}}{2\pi} \ln \frac{r_4}{r_3}$
z_7	impedância própria do caminho de retorno pela terra	$z_7 = \frac{(a+j\omega)\mu_s}{2\pi} \left\{ -\ln \frac{\gamma_m r_4}{2} + \frac{1}{2} - \frac{4m_s h}{3} \right\}$
z_{ij}	impedância mútua entre condutores i e j , ou entre condutor i e blindagem j , ou entre blindagens i e j	$z_{ij} = \frac{(a+j\omega)\mu_s}{2\pi} \left\{ -\ln \frac{\gamma_m s_{ij}}{2} + \frac{1}{2} - \frac{2m_s \cdot p}{3} \right\}$

Símbolo	Valor / Significado
r_c	raio do canal de óleo (m)
r_1	raio externo do condutor (m)
r_s	raio externo da semicondutora interna (m)
r_2	raio externo da isolação (m)
r_3	raio externo da blindagem metálica (m)
r_4	raio externo da capa externa (m)
r'_2	raio interno equivalente da blindagem metálica, para blindagem corrugada $r'_2 = \frac{r_2 + r_3 - e}{2} \quad (\text{m})$
e	espessura da blindagem (m)
r'_3	raio externo equivalente da blindagem metálica, para blindagem corrugada $r'_3 = r'_2 + e \quad (\text{m})$
ρ_c	resistividade do material do condutor ($\Omega \cdot \text{m}$)
ρ_b	resistividade do material da blindagem metálica ($\Omega \cdot \text{m}$)
ρ_s	resistividade do solo ($\Omega \cdot \text{m}$)
μ_c	permeabilidade do material do condutor (H/m)
μ_i	permeabilidade do material da isolação (H/m)
μ_b	permeabilidade do material da blindagem metálica (A/m)
μ_{ce}	permeabilidade do material da capa externa (A/m)

Tabela 3.2 (1/2) - Significado dos símbolos

Símbolo	Valor/Significado
μ_s	permeabilidade do solo (A/m)
m_c	$m_c = \sqrt{\frac{(a+j\omega)\mu_c}{\rho_c}}$
m_b	$m_b = \sqrt{\frac{(a+j\omega)\mu_b}{\rho_b}}$
m_s	$m_s = \sqrt{\frac{(a+j\omega)\mu_s}{\rho_s}}$
γ	constante de Euler: $\gamma = 0,5772157$
s_{ij}	distância entre o eixo dos cabos i e j (m)
p	(profundidade do cabo i)+(profundidade do cabo j) (m)
$a+j\omega$	frequência complexa

Tabela 3.2 (2/2) - Significado dos símbolos

3.5.4 Matriz de Admitâncias-paralelo

A matriz de admitâncias-paralelo é calculada de acordo com a referência [10], e sua estrutura é apresentada a seguir.

$$Y = \begin{bmatrix} C1 & B1 & C2 & B2 & C3 & B3 \\ Y_1 & -Y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_1 & Y_1+Y_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_1 & -Y_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_1 & Y_1+Y_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_1 & -Y_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_1 & Y_1+Y_2 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

onde:

C_1, C_2, C_3 indicam os condutores 1, 2 e 3

B_1, B_2, B_3 indicam as blindagens 1, 2 e 3

$$Y_1 = g_1 + \frac{(a+j\omega) \cdot 2\pi\epsilon_1}{\ln \frac{r_2}{r_s}}$$

$$Y_2 = g_2 + \frac{(a+j\omega) \cdot 2\pi\epsilon_2}{\ln \frac{r_4}{r_3}}$$

g_1 = condutância de fuga da isolação (S/m)

g_2 = condutância de fuga da capa externa (S/m)

ϵ_1 = permissividade elétrica do material da isolação (F/m)

ϵ_2 = permissividade elétrica do material da capa externa (F/m)

r_s = raio externo da semicondutora interna (m)

r_2 = raio externo da isolação (m)

r_3 = raio externo da blindagem metálica (m)

r_4 = raio externo da capa externa (m)

$a+j\omega$ = frequência complexa

3.5.5 Análise Modal

Para a obtenção da solução da equação (3.5a) lança-se mão da Análise Modal, que permite diagonalizar a matriz dos coeficientes Z.Y. A diagonalização desta matriz é possível através da transformação similar [4], [24]:

$$Z.Y = P.L.P^{-1} \quad (3.6a)$$

$$\text{ou } L = P^{-1} \cdot (Z.Y) \cdot P \quad (3.6b)$$

onde L é a matriz diagonal formada pelos autovalores da matriz Z.Y, e P é a matriz cujas colunas são autovetores associados a cada autovalor. Formalmente, tem-se:

$$L = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6) = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_6 \end{bmatrix}$$

$$P = [p_1 | p_2 | p_3 | p_4 | p_5 | p_6] = \begin{bmatrix} p_{11} & | & p_{12} & \dots & p_{16} \\ p_{21} & | & p_{22} & \dots & p_{26} \\ \vdots & | & \vdots & & \vdots \\ p_{61} & | & p_{62} & \dots & p_{66} \end{bmatrix}$$

e $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6$ são os autovalores de Z.Y.

No Anexo II deste trabalho estabelece-se a definição de autovalores e autovetores de matrizes, bem como se descreve detalhadamente um método numérico para sua obtenção.

3.5.6 Resolução da Equação Diferencial

Inicialmente define-se o vetor V^* , de tensões modais:

$$V^* = P^{-1} \cdot V$$

$$\text{ou } V = P \cdot V^* \quad (3.7)$$

onde

$$V^* = \begin{bmatrix} v_1^* \\ v_2^* \\ \vdots \\ v_6^* \end{bmatrix}$$

P = matriz cujas colunas são autovetores associados aos autovalores da matriz Z.Y.

Para evitar confusão, o vetor V será denominado de vetor de tensões de fase. Substituindo a equação (3.7) na equação (3.5a) tem-se:

$$\frac{d^2}{dx^2} P.V^* = Z.Y.P.V^*$$

$$P. \frac{d^2}{dx^2} V^* = Z.Y.P.V^*$$

$$\frac{d^2}{dx^2} V^* = P^{-1}.Z.Y.P.V^*$$

Em vista da equação (3.6), esta última equação se torna

$$\frac{d^2}{dx^2} V^* = (P^{-1}.Z.Y.P).V^* = L.V^* \quad (3.8)$$

Sendo a matriz L diagonal, a equação (3.8) representa um conjunto de equações diferenciais independentes entre si:

$$\frac{d^2}{dx^2} v_1^* = \lambda_1 v_1^*$$

$$\frac{d^2}{dx^2} v_2^* = \lambda_2 v_2^*$$

$$\vdots$$

$$\frac{d^2}{dx^2} v_6^* = \lambda_6 v_6^*$$

A solução destas equações é idêntica à da linha monofásica (Anexo I):

$$\begin{aligned} v_1^* &= e^{\sqrt{\lambda_1}x} \cdot a_{11} + e^{-\sqrt{\lambda_1}x} \cdot a_{12} \\ v_2^* &= e^{\sqrt{\lambda_2}x} \cdot a_{21} + e^{-\sqrt{\lambda_2}x} \cdot a_{22} \\ &\vdots \\ v_6^* &= e^{\sqrt{\lambda_6}x} \cdot a_{61} + e^{-\sqrt{\lambda_6}x} \cdot a_{62} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Escrevendo as equações (3.9) em forma matricial tem-se:

$$\begin{aligned} v^* &= \begin{bmatrix} e^{\sqrt{\lambda_1}x} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\sqrt{\lambda_2}x} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{\sqrt{\lambda_6}x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{61} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^{-\sqrt{\lambda_1}x} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-\sqrt{\lambda_2}x} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{-\sqrt{\lambda_6}x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{62} \end{bmatrix} = \\ &= e^{\sqrt{L}x} \cdot A_1 + e^{-\sqrt{L}x} \cdot A_2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde, por definição:

$$e^{\sqrt{L}x} = \begin{bmatrix} e^{\sqrt{\lambda_1}x} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\sqrt{\lambda_2}x} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{\sqrt{\lambda_6}x} \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{61} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{62} \end{bmatrix}$$

Analogamente ao caso monofásico, os vetores A_1 e A_2 dependem das condições de contorno em $x=0$.

Substituindo-se a equação (3.10) na equação (3.7), retorna-se às tensões de fase:

$$V = P.V^* = P.e^{\sqrt{L}x}.A_1 + P.e^{-\sqrt{L}x}.A_2 \quad (3.11)$$

Das equações (3.5b) e (3.11) resulta:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} V = Z.I \Rightarrow I &= Z^{-1} \frac{d}{dx} V = Z^{-1} \frac{d}{dx} [P.e^{\sqrt{L}x}.A_1 + P.e^{-\sqrt{L}x}.A_2] = \\ &= Z^{-1} \cdot [P.\sqrt{L} \cdot e^{\sqrt{L}x}.A_1 - P.\sqrt{L} e^{-\sqrt{L}x}.A_2] \end{aligned}$$

onde, também por definição:

$$\sqrt{L} = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & \dots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & & \sqrt{\lambda_6} \end{bmatrix}$$

Portanto, as correntes de fase são dadas por:

$$I = Z^{-1} \cdot P \cdot \sqrt{L} e^{\sqrt{L} x} \cdot A_1 - Z^{-1} \cdot P \cdot \sqrt{L} e^{-\sqrt{L} x} \cdot A_2 \quad (3.12)$$

Neste ponto é conveniente notar que a matriz $P \cdot \sqrt{L} \cdot P^{-1}$ é igual à raiz quadrada de $Z \cdot Y$:

$$(P \cdot \sqrt{L} \cdot P^{-1})^2 = P \cdot \sqrt{L} \cdot P^{-1} \cdot P \cdot \sqrt{L} \cdot P^{-1} = P \cdot \sqrt{L} \cdot \sqrt{L} \cdot P^{-1} = P \cdot L \cdot P^{-1} = Z \cdot Y$$

$$P \cdot \sqrt{L} \cdot P^{-1} = \sqrt{Z \cdot Y}$$

ou
$$P \cdot \sqrt{L} = \sqrt{Z \cdot Y} \cdot P \quad (3.13)$$

Substituindo a equação (3.13) na equação (3.12) resulta:

$$I = Z^{-1} \cdot \sqrt{Z \cdot Y} \cdot P e^{\sqrt{L} x} \cdot A_1 - Z^{-1} \cdot \sqrt{Z \cdot Y} \cdot P e^{-\sqrt{L} x} \cdot A_2$$

Nesta equação, definindo

$$\sqrt{Z \cdot Y} = \Psi = \text{matriz de propagação}$$

$$Z^{-1} \cdot \sqrt{Z \cdot Y} = Z^{-1} \cdot \Psi = Y_0 = \text{matriz de admitâncias de surto}$$

tem-se finalmente:

$$I = Y_0 \cdot P \cdot e^{\sqrt{L} x} \cdot A_1 - Y_0 \cdot P \cdot e^{-\sqrt{L} x} \cdot A_2 \quad (3.14)$$

Em $x=0$ (Fig. 3.9) impõe-se os seguintes valores de tensão e corrente (condições de contorno):

$$V(x=0) = V_S = \begin{bmatrix} V_7 \\ V_8 \\ V_9 \\ V_{10} \\ V_{11} \\ V_{12} \end{bmatrix} \quad (3.15a)$$

$$-I(x=0) = I_S = \begin{bmatrix} I_7 \\ I_8 \\ I_9 \\ I_{10} \\ I_{11} \\ I_{12} \end{bmatrix} \quad (3.15b)$$

Substituindo (3.15a) em (3.11) e (3.15b) em (3.14) vem:

$$V_S = P \cdot A_1 + P \cdot A_2$$

$$I_S = -Y_O \cdot P \cdot A_1 + Y_O \cdot P \cdot A_2$$

Destas equações obtêm-se os vetores A_1 e A_2 :

$$A_1 = \frac{1}{2} P^{-1} \cdot V_S - \frac{1}{2} P^{-1} \cdot Z_O \cdot I_S \quad (3.16a)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} P^{-1} \cdot V_S + \frac{1}{2} P^{-1} \cdot Z_O \cdot I_S \quad (3.16b)$$

onde $Z_O = Y_O^{-1}$ = matriz de impedâncias de surto da seção menor.

Substituindo as equações (3.16) nas equações (3.11) e (3.14) resulta:

$$V(x) = P \cdot \frac{1}{2} (e^{\sqrt{L} x} + e^{-\sqrt{L} x}) P^{-1} V_S - P \cdot \frac{1}{2} (e^{\sqrt{L} x} - e^{-\sqrt{L} x}) P^{-1} Z_O I_S \quad (3.17a)$$

$$I(x) = Y_0 P \frac{1}{2} (e^{\sqrt{L}x} - e^{-\sqrt{L}x}) P^{-1} V_S - Y_0 P \frac{1}{2} (e^{\sqrt{L}x} + e^{-\sqrt{L}x}) P^{-1} Z_0 I_S \quad (3.17b)$$

Em $x=l$ (Fig. 3.9) tem-se:

$$V(x=l) = V_E = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = P \frac{1}{2} (e^{\sqrt{L}l} + e^{-\sqrt{L}l}) P^{-1} V_S - P \frac{1}{2} (e^{\sqrt{L}l} - e^{-\sqrt{L}l}) P^{-1} Z_0 I_S \quad (3.18a)$$

$$I(x=l) = I_E = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = Y_0 P \frac{1}{2} (e^{\sqrt{L}l} - e^{-\sqrt{L}l}) P^{-1} V_S - Y_0 P \frac{1}{2} (e^{\sqrt{L}l} + e^{-\sqrt{L}l}) P^{-1} Z_0 I_S \quad (3.18b)$$

3.5.7 Matriz de Admitâncias Nodais

As equações (3.18) relacionam tensões e correntes em uma seção menor. Para obter-se a matriz de admitâncias nodais da seção menor, basta isolar as correntes em função das tensões, resultando:

$$I_E = Y_0 \cdot P (e^{\sqrt{L}l} + e^{-\sqrt{L}l}) (e^{\sqrt{L}l} - e^{-\sqrt{L}l})^{-1} \cdot P^{-1} \cdot V_E - Y_0 \cdot P \cdot 2 (e^{\sqrt{L}l} - e^{-\sqrt{L}l})^{-1} \cdot P^{-1} \cdot V_S \quad (3.23)$$

$$I_S = -Y_0 \cdot P \cdot 2 (e^{\sqrt{L}l} - e^{-\sqrt{L}l})^{-1} \cdot P^{-1} \cdot V_E + Y_0 \cdot P (e^{\sqrt{L}l} - e^{-\sqrt{L}l})^{-1} (e^{\sqrt{L}l} + e^{-\sqrt{L}l}) P^{-1} \cdot V_S \quad (3.24)$$

Neste ponto é conveniente generalizar o conceito de função de

matriz. De fato, ao longo da dedução das equações (3.23) e (3.24) verificou-se que

$$\sqrt{ZY} = P \cdot \sqrt{L} \cdot P^{-1} = \Psi \quad (3.25)$$

Considerando que a equação (3.25) também exprime a transformação similar de diagonalização da matriz Ψ (transformação modal), conclui-se imediatamente que os autovalores desta matriz são dados por $\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_6}$. Analogamente tem-se:

$\Psi_{\ell} = P \cdot \sqrt{L} \cdot \ell \cdot P^{-1} \Rightarrow$ autovalores de Ψ_{ℓ} são dados por

$$\sqrt{\lambda_1}^{\ell}, \sqrt{\lambda_2}^{\ell}, \dots, \sqrt{\lambda_6}^{\ell}$$

$P \cdot e^{\sqrt{L} \ell} \cdot P^{-1} \triangleq e^{\Psi_{\ell}}$, cujos autovalores são $e^{\sqrt{\lambda_1}^{\ell}}, e^{\sqrt{\lambda_2}^{\ell}}, \dots, e^{\sqrt{\lambda_6}^{\ell}}$

A função de matriz é então obtida aplicando-se o operador funcional aos autovalores da matriz-argumento e montando-se a matriz diagonal correspondente. Esta matriz é pré-multiplicada pela matriz P e pós-multiplicada pela matriz P^{-1} , para obtenção da função desejada.

Desta forma, pode-se definir as funções cotangente hiperbólica e cossecante hiperbólica da matriz Ψ_{ℓ} :

$$\begin{aligned} \coth \Psi_{\ell} &\triangleq P \cdot (e^{\sqrt{L} \ell} + e^{-\sqrt{L} \ell}) (e^{\sqrt{L} \ell} - e^{-\sqrt{L} \ell})^{-1} \cdot P^{-1} = \\ &= P \cdot (e^{\sqrt{L} \ell} - e^{-\sqrt{L} \ell})^{-1} (e^{\sqrt{L} \ell} + e^{-\sqrt{L} \ell}) \cdot P^{-1} \end{aligned}$$

$$\operatorname{cossech} \Psi_{\ell} \triangleq P \cdot 2 (e^{\sqrt{L} \ell} - e^{-\sqrt{L} \ell})^{-1} \cdot P^{-1}$$

Com estas definições, as equações (3.23) e (3.24) se tornam:

$$I_E = Y_0 \coth \Psi l \cdot V_E - Y_0 \operatorname{cosech} \Psi l \cdot V_S$$

$$I_S = -Y_0 \operatorname{cosech} \Psi l \cdot V_E + Y_0 \coth \Psi l \cdot V_S$$

Ou ainda:

$$\begin{bmatrix} I_E \\ - \\ I_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_0 \coth \Psi l & -Y_0 \operatorname{cosech} \Psi l \\ -Y_0 \operatorname{cosech} \Psi l & Y_0 \coth \Psi l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_E \\ - \\ V_S \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

A matriz da equação (3.26) é a procurada matriz de admitâncias nodais da seção menor.

3.5.8 Interpretação da Solução

A equação (3.26) foi obtida através da transformação modal da equação diferencial de partida, equação (3.5a). Por esta transformação verifica-se que existem tantos modos normais quantos são os elementos condutores do sistema, sendo que a cada modo corresponde um autovalor da matriz $Z.Y$. Além disso os modos são independentes entre si, como mostram as equações (3.9). Cada modo normal tem uma solução análoga à da linha monofásica, ou seja, em cada instante e em cada ponto do sistema multicondutor qualquer tensão modal é dada pela soma de duas ondas, uma que se propaga no sentido positivo do eixo x e outra em sentido contrário. A constante de propagação de cada modo normal é dada pela raiz quadrada do autovalor correspondente, ou seja:

$$\sqrt{\lambda}_i = \alpha_i + j\beta_i \quad ; \quad i=1,2,\dots,6.$$

Analogamente ao caso monofásico, α_i representa a atenuação ao longo da linha e β_i contém informações da velocidade de propagação do modo normal i . Resumindo, tem-se:

$$\alpha_i \text{ (dB/m)} = 8,6859 \cdot \alpha_i \text{ (neper/m)} = \text{atenuação do modo } i$$

$$\pm v_i = \pm \frac{\omega}{\beta_i} = \text{velocidade de propagação do modo } i \text{ (m/s)}$$

Foi visto também que as tensões de fase são obtidas a partir das tensões modais através da equação (3.7), ou seja,

$$V = P \cdot V^*,$$

significando que a tensão de fase em cada condutor é dada por uma combinação linear de todos os modos normais presentes no sistema. Os coeficientes de tal combinação linear são dados, evidentemente, por cada linha da matriz P . Isto permite afirmar que em um sistema de n condutores, em cada condutor podem existir simultaneamente n pares de ondas viajantes de diferentes velocidades, sendo que cada par é composto por uma onda que se desloca no sentido positivo do eixo x e outra em sentido contrário.

A equação diferencial das correntes, equação (3.5b), possui matriz dos coeficientes igual a YZ . Uma conhecida propriedade de matrizes permite escrever:

$$(YZ)^t = Z^t \cdot Y^t$$

Sendo as matrizes Z e Y simétricas tem-se $Z^t=Z$ e $Y^t=Y$, donde

$$(YZ)^t = Z \cdot Y$$

$$\text{ou } YZ = (ZY)^t$$

Lembrando que

$$ZY = P.L.P^{-1} ,$$

tem-se para a matriz YZ:

$$\begin{aligned} YZ &= (ZY)^t = (P.L.P^{-1})^t = (P^{-1})^t.(PL)^t = \\ &= (P^{-1})^t.L^t.P^t = (P^{-1})^t.L.P^t \end{aligned} \quad (3.27)$$

A última passagem é válida pois a matriz L é diagonal. A equação (3.27) mostra que as constantes de propagação dos modos normais de corrente (matriz L) são as próprias constantes dos modos de tensão. Sendo então

$$YZ = (P^{-1})^t.L.P^t$$

verifica-se imediatamente que esta equação exprime a transformação modal das correntes, e portanto, analogamente às tensões:

$$I = (P^{-1})^t.I^* ,$$

onde I = vetor das correntes de fase

I* = vetor das correntes modais

Desta forma, as linhas de $(P^{-1})^t$, ou as colunas de P^{-1} , fornecem os coeficientes da combinação linear dos modos normais de corrente, que permitem obter cada corrente de fase.

A abordagem matricial empregada neste capítulo permitiu generalizar, para um sistema multicondutor, as conclusões obtidas no estudo da linha aérea monofásica. Em particular, duas matrizes merecem especial atenção, a matriz de propagação e a matriz de impedâncias de surto.

A matriz de propagação

$$\Psi = \sqrt{ZY} = P \cdot \sqrt{L} \cdot P^{-1}$$

contém informações acerca das constantes de propagação $\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_n}$ bem como da decomposição das grandezas de fase em grandezas modais.

Comparando-se as equações (3.11) e (3.14) verifica-se que a matriz de impedâncias de surto,

$$Z_0 = Y_0^{-1} = [Z^{-1} \cdot \sqrt{ZY}]^{-1} = [Z^{-1} \cdot P \cdot \sqrt{L} \cdot P^{-1}]^{-1} = P(\sqrt{L})^{-1} \cdot P^{-1} \cdot Z,$$

relaciona tensão e corrente nas ondas incidentes e nas ondas refletidas. Em uma linha infinita, dadas a matriz Z_0 e as ondas incidentes de corrente, é possível obter as ondas incidentes de tensão, e vice-versa.

3.6 Interligação de Diversas Seções Menores

O problema que se apresenta é determinar a matriz de admitâncias nodais da associação de duas seções menores (Fig. 3.8), cujas matrizes de admitâncias nodais são conhecidas.

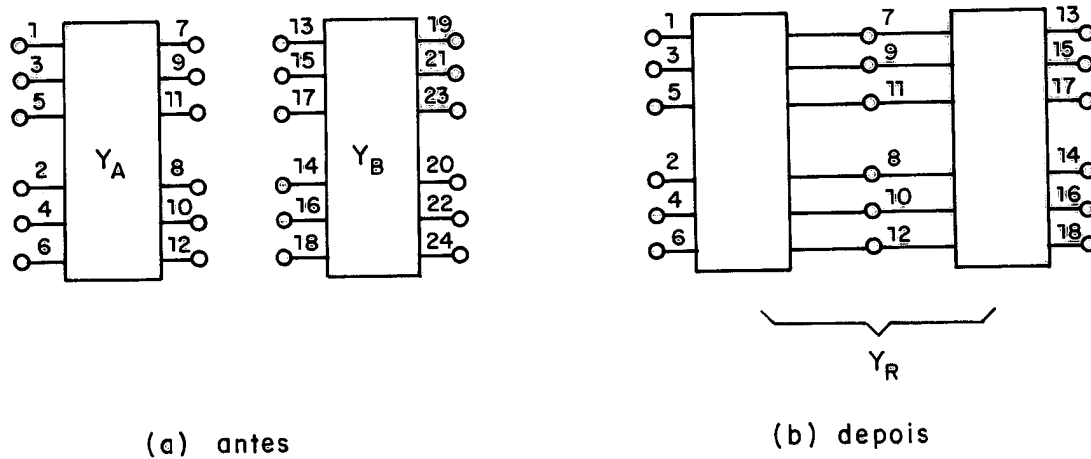


Figura 3.8 Interligação de duas seções menores

Inicialmente tem-se:

$$[I_A] = [Y_A] \cdot [V_A]$$

$$[I_B] = [Y_B] \cdot [V_B]$$

onde

$$[I_A] = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{12} \end{bmatrix} \quad e \quad [V_A] = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{12} \end{bmatrix}$$

$$[I_B] = \begin{bmatrix} I_{13} \\ I_{14} \\ \vdots \\ I_{24} \end{bmatrix} \quad e \quad [V_B] = \begin{bmatrix} V_{13} \\ V_{14} \\ \vdots \\ V_{24} \end{bmatrix}$$

e $[Y_A]$ e $[Y_B]$ são as correspondentes matrizes de admitâncias nodais, determinadas de acordo com o exposto no item precedente. Particionando-se ambas equações matriciais segundo a sexta linha e coluna, resulta:

$$[I_A] = \begin{bmatrix} I_{A1} \\ I_{A2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{A1} & Y_{A2} \\ Y_{A3} & Y_{A4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{A1} \\ V_{A2} \end{bmatrix}$$

$$[I_B] = \begin{bmatrix} I_{B1} \\ I_{B2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{B1} & Y_{B2} \\ Y_{B3} & Y_{B4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{B1} \\ V_{B2} \end{bmatrix}$$

onde

$$[I_{A1}] = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_6 \end{bmatrix}, \quad [I_{A2}] = \begin{bmatrix} I_7 \\ I_8 \\ \vdots \\ I_{12} \end{bmatrix},$$

$$[I_{B1}] = \begin{bmatrix} I_{13} \\ I_{14} \\ \vdots \\ I_{18} \end{bmatrix}, \quad [I_{B2}] = \begin{bmatrix} I_{19} \\ I_{20} \\ \vdots \\ I_{24} \end{bmatrix},$$

Valendo notação análoga para os vetores de tensão $[V_{A1}]$, $[V_{A2}]$, $[V_{B1}]$ e $[V_{B2}]$. Separando as equações matriciais, vem:

$$[I_{A1}] = [Y_{A1}] \cdot [V_{A1}] + [Y_{A2}] \cdot [V_{A2}]$$

$$[I_{A2}] = [Y_{A3}] \cdot [V_{A1}] + [Y_{A4}] \cdot [V_{A2}]$$

$$[I_{B1}] = [Y_{B1}] \cdot [V_{B1}] + [Y_{B2}] \cdot [V_{B2}] \quad (3.28)$$

$$[I_{B2}] = [Y_{B3}] \cdot [V_{B1}] + [Y_{B4}] \cdot [V_{B2}]$$

Após a interligação observa-se que (Fig. 3.9):

1. a corrente injetada nos nós de interligação vale

$$[I_I] = [I_{A2}] + [I_{B1}]$$

2. a tensão nodal dos nós de interligação vale

$$[V_I] = [V_{A2}] = [V_{B1}]$$

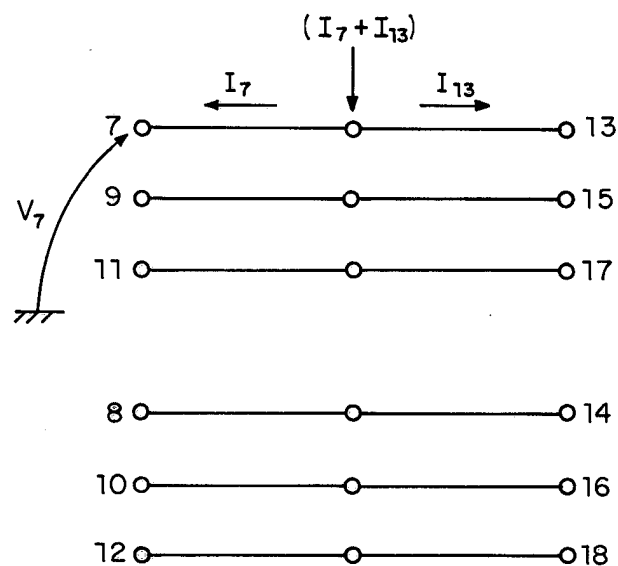


Figura 3.9 Corrente injetada e tensão nodal nos nós de interligação

Substituindo estas relações nas equações (3.28) resulta:

$$[I_{A1}] = [Y_{A1}] \cdot [V_{A1}] + [Y_{A2}] \cdot [V_I]$$

$$[I_I] = [I_{A2}] + [I_{B1}] = [Y_{A3}] \cdot [V_{A1}] + [Y_{A4}] \cdot [V_I] +$$

$$+ [Y_{B1}] \cdot [V_1] + [Y_{B2}] \cdot [V_{B2}] =$$

$$= [Y_{A3}] \cdot [V_{A1}] + ([Y_{A4}] + [Y_{B1}]) \cdot [V_I] + [Y_{B2}] \cdot [V_{B2}]$$

(3.29)

$$[I_{B2}] = [Y_{B3}] \cdot [V_I] + [Y_{B4}] \cdot [V_{B2}]$$

Agrupando novamente as equações (3.29) tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_{A1} \\ I_I \\ I_{B2} \end{bmatrix}_{18 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_{A1} & Y_{A2} & 0 \\ Y_{A3} & Y_{A4} + Y_{B1} & Y_{B2} \\ 0 & Y_{B3} & Y_{B4} \end{bmatrix}_{18 \times 18} \cdot \begin{bmatrix} V_{A1} \\ V_I \\ V_{B2} \end{bmatrix}_{18 \times 1} \quad (3.30)$$

A equação (3.30) permite estabelecer as regras de formação da matriz de admitâncias nodais da associação:

1. os elementos cujas linha e coluna correspondem a nós de interligação são obtidos somando-se os correspondentes elementos das matrizes $[Y_A]$ e $[Y_B]$.
2. os elementos restantes das matrizes $[Y_A]$ e $[Y_B]$ são transferidos diretamente para a matriz da associação.
3. as submatrizes que relacionam entre si os nós das extremidades não interligadas das seções menores são nulas ($[I_{A1}]$ com $[V_{B2}]$ e $[I_{B2}]$ com $[V_{A1}]$).

Na presente dedução não se considerou transposição dos condutores de fase. Em tal caso simplesmente deve-se escolher adequadamente as linhas e colunas das matrizes $[Y_A]$ e $[Y_B]$ para a formação da

matriz $[Y_I] = [Y_A] + [Y_B]$. Por exemplo, para a formação da linha/coluna correspondente ao nó 7 da Fig. 3.8 (b), deve-se tomar:

1. linha/coluna correspondente ao nó 7 na matriz $[Y_A]$ (Fig. 3.8 (a))
2. linha/coluna correspondente ao nó 15 na matriz $[Y_B]$ (Fig. 3.8 (a)),

e a linha/coluna da matriz da associação é obtida da mesma forma que no caso sem transposição.

No caso de interligação de seções menores pertencentes a seções maiores distintas, há que se considerar ainda o aterramento das blindagens. Assim, na Fig. 3.8(b) os nós 8, 10 e 12 formam um nó eletricamente único (nó 8' na Fig. 3.10).

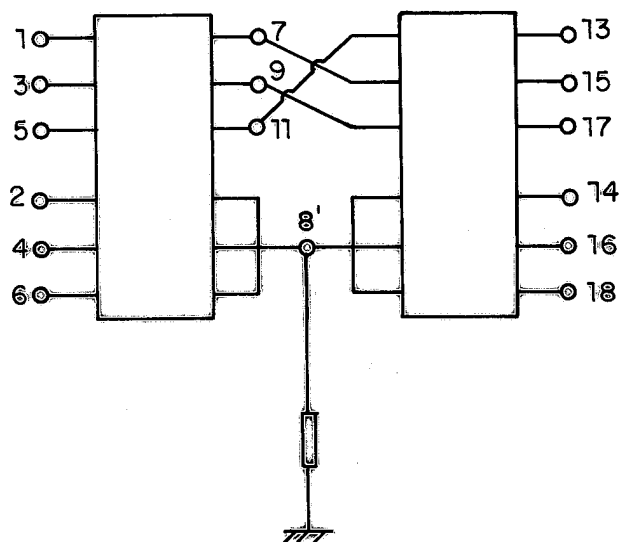


Figura 3.10 Aterramento das blindagens

A redução dos nós 8, 10 e 12 ao nó 8' é realizada de maneira análoga à interligação de seções menores sem aterramento. Inicialmente reordena-se as linhas e colunas da equação (3.30) de forma a

deixar por último as equações dos nós 8,10 e 12:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_A & Y_B \\ Y_C & Y_D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

onde

$$[I_A] = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_7 \\ I_9 \\ I_{11} \\ I_{13} \\ \vdots \\ I_{18} \end{bmatrix}_{15 \times 1} \quad [I_B] = \begin{bmatrix} I_8 \\ I_{10} \\ I_{12} \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

valendo a mesma notação para os vetores de tensões $[V_A]$ e $[V_B]$. As submatrizes $[Y_A]$, $[Y_B]$, $[Y_C]$ e $[Y_D]$ são obtidas a partir da equação (3.30) trocando-se adequadamente suas linhas e colunas.

Separando-se as equações matriciais da equação (3.31) resulta:

$$[I_A] = [Y_A] \cdot [V_A] + [Y_B] \cdot [V_B] \quad (3.32)$$

$$[I_B] = [Y_C] \cdot [V_A] + [Y_D] \cdot [V_B]$$

No nó 8' observa-se que, após a interligação, valem (Fig. 3.11):

$$I_{8'} = I_8 + I_{10} + I_{12}$$

$$V_{8'} = V_8 = V_{10} = V_{12}$$

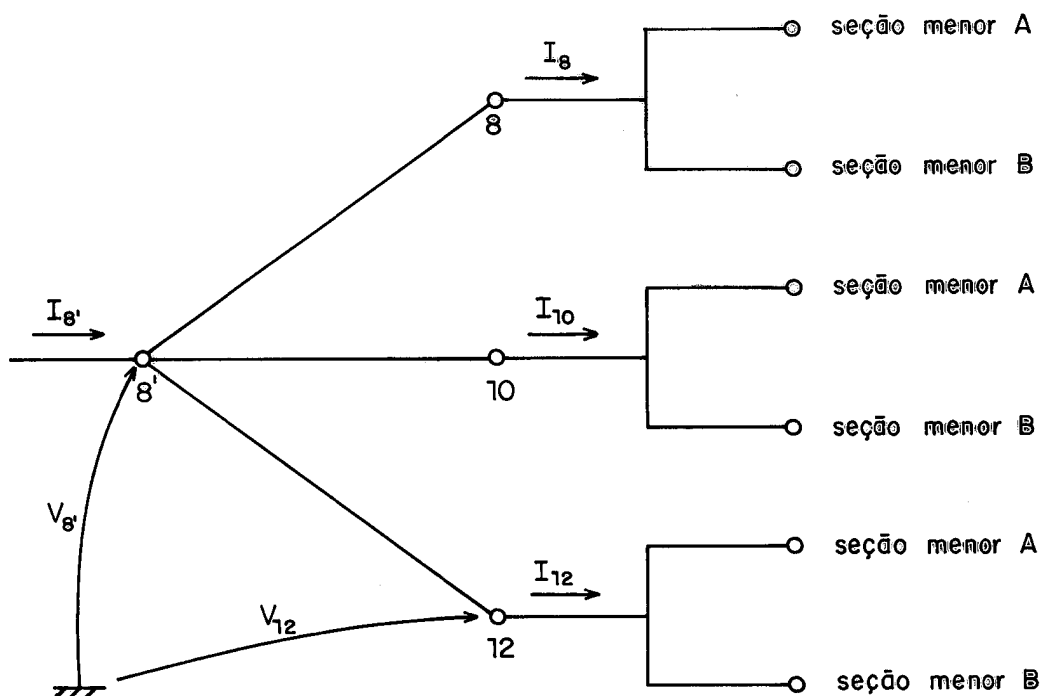


Figura 3.11 Aterramento das blindagens

Substituindo estas relações nas equações (3.32) resulta:

$$[I_A] = [Y_A] \cdot [V_A] + [Y_B] \cdot \begin{bmatrix} V_{8'} \\ V_{8'} \\ V_{8'} \end{bmatrix} \quad (3.33a)$$

$$[I_B] = \begin{bmatrix} I_8 \\ I_{10} \\ I_{12} \end{bmatrix} = [Y_C] \cdot [V_A] + [Y_D] \cdot \begin{bmatrix} V_{8'} \\ V_{8'} \\ V_{8'} \end{bmatrix} \quad (3.33b)$$

Observando-se as equações (3.33) verifica-se que:

1. a submatriz $[Y_B]$, de dimensão 15×3 , pode ser reduzida a um vetor coluna $[Y_B']$ de dimensão 15, pois as tensões do vetor

$[V_B]$ são todas iguais a V_8' . A redução é realizada somando-se os elementos de cada linha de $[Y_B]$.

2. a submatriz $[Y_C]$, de dimensão 3×15 , pode ser reduzida a um vetor linha $[Y_{C,}]$ de dimensão 15, pois as correntes I_8 , I_{10} e I_{12} (equação 3.33b) são somadas para a obtenção da corrente $I_{8,}$. A redução é realizada somando-se os elementos de cada coluna de $[Y_C]$.
3. a submatriz $[Y_D]$, de dimensão 3×3 , pode ser reduzida a um escalar $Y_{D,}$, pelas considerações acima. O escalar $Y_{D,}$ é obtido somando-se todos os elementos de $[Y_D]$.

Desta forma, reescreve-se as equações (3.33) como segue:

$$[I_A] = [Y_A] \cdot [V_A] + [Y_{B,}] \cdot [V_{8,}]$$

$$[I_{8,}] = [Y_{C,}] \cdot [V_A] + [Y_{D,}] \cdot [V_{8,}]$$

ou ainda

$$\begin{array}{|c|} \hline I_A \\ \hline I_{8,} \\ \hline \end{array}_{16 \times 1} = \begin{array}{|c|c|} \hline Y_A & Y_{B,} \\ \hline Y_{C,} & Y_{D,} \\ \hline \end{array}_{16 \times 16} \cdot \begin{array}{|c|} \hline V_A \\ \hline V_{8,} \\ \hline \end{array}_{16 \times 1}$$

Finalmente cabe salientar que, na formação da matriz de admitâncias nodais do sistema completo, o procedimento descrito neste item deve ser estendido a todas as seções menores presentes no sistema.

3.7 Matriz de Admitâncias Nodais do Sistema Completo

3.7.1 Considerações Gerais

Neste item será concluído o procedimento de montagem da matriz de admitâncias nodais do sistema completo. Além da interligação de todas as seções menores existentes no sistema, resta incluir os seguintes elementos:

- . geradores
- . carga
- . reatores
- . impedâncias de aterramento
- . cabo terra
- . pára-raios,

cujos modelamento e inclusão na matriz do sistema serão abordados nos próximos sub-itens.

Inicialmente é necessário estabelecer uma numeração global para os nós da rede completa. A Fig. 3.12 apresenta-se a numeração adotada neste trabalho.

3.7.2 Geradores

Os geradores são modelados por uma fonte de tensão conhecida associada em série com uma impedância também conhecida, Fig. 3.13.

A resistência R e a indutância L são consideradas parâmetros fixos. Destaca-se que seria muito simples incluir a variação de ambas com a frequência, desde que fosse dada a lei de tal variação.

A impedância do gerador é incluída na matriz de admitâncias nodais do sistema completo de acordo com a teoria de Circuitos Elétricos, ou seja:

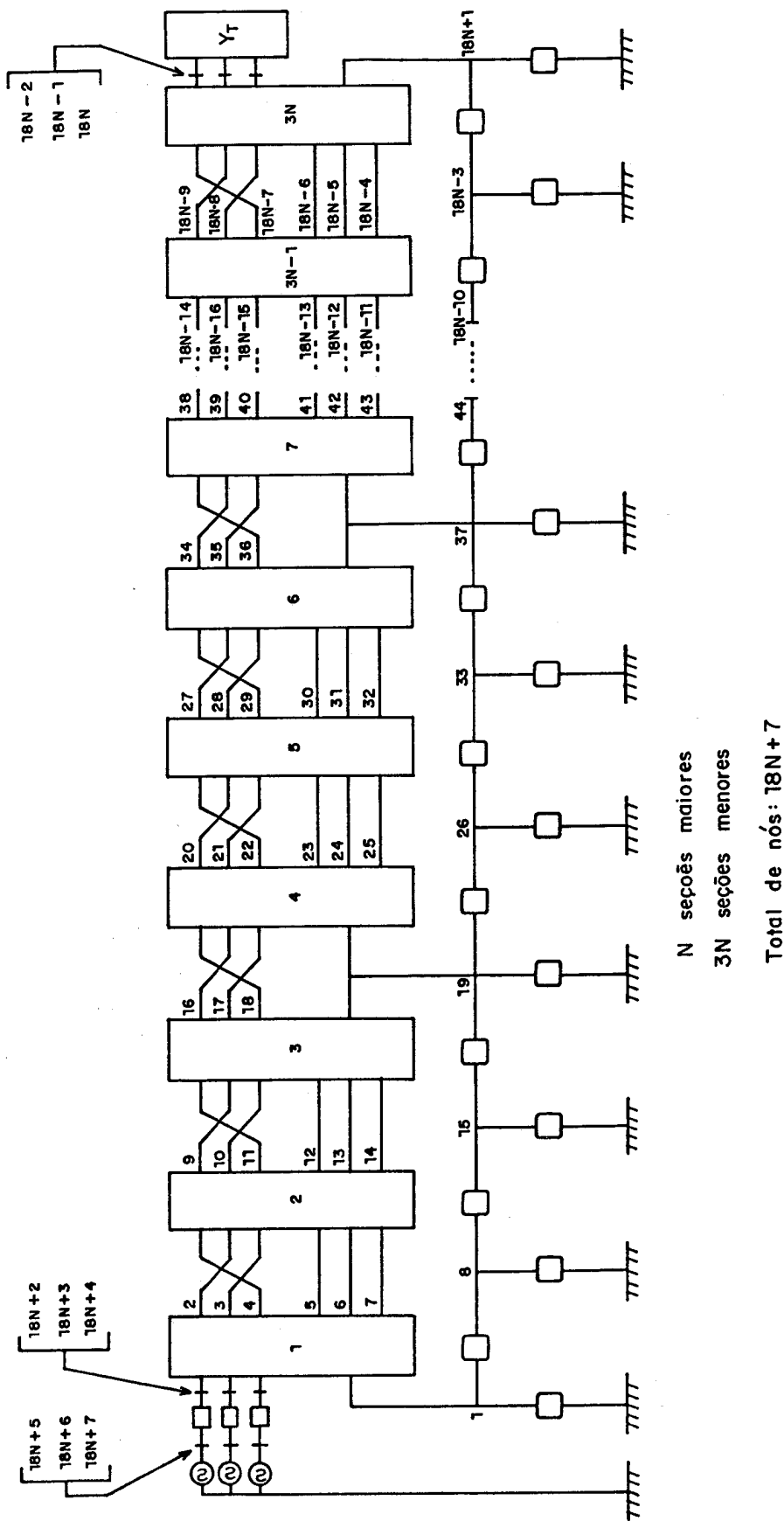


Figura 3.12 Sistema completo e numeração de nós

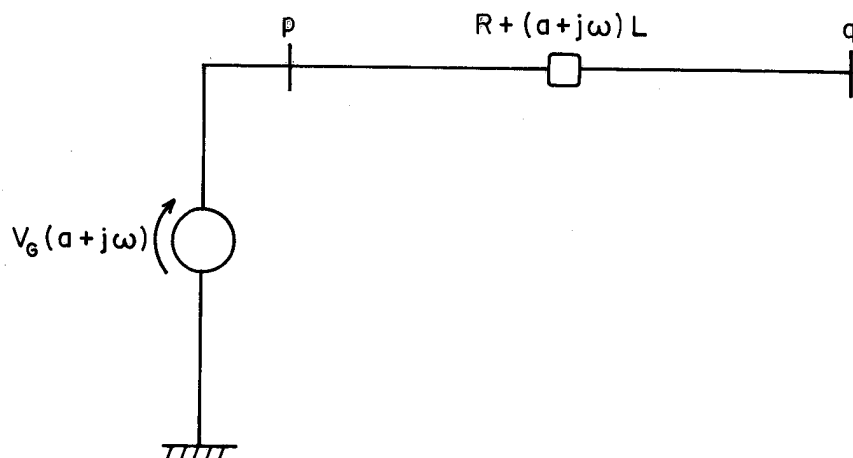


Figura 3.13 Modelo de gerador

1. calcula-se a admitância do gerador na frequência $a+j\omega$:

$$Y_G = \frac{1}{R+(a+j\omega)L}$$

2. Adiciona-se o valor Y_G aos elementos da diagonal p e q (Fig. 3.13) da matriz:

$$Y'_{pp} = Y_{pp} + Y_G$$

$$Y'_{qq} = Y_{qq} + Y_G$$

3. subtrai-se o valor Y_G dos elementos pq e qp :

$$Y'_{pq} = Y_{pq} - Y_G$$

$$Y'_{qp} = Y_{qp} - Y_G$$

À tabela 3.3 apresenta-se os nós considerados na inclusão dos geradores.

Gerador	Nó p	Nó q
1	18N+5	18N+2
2	18N+6	18N+3
3	18N+7	18N+4

Tabela 3.3 Nós considerados na inclusão dos geradores

3.7.3 Carga

A carga é modelada por três impedâncias, ligadas em triângulo ou em estrela. Sua inclusão na matriz do sistema completo é realizada de maneira análoga à dos geradores. À tabela 3.4 apresenta-se os nós considerados na inclusão da carga.

Admitância		Nós Considerados	
Número	Valor	Lig.Triângulo	Lig. Estrela
1	$\frac{1}{R_1 + (a+j\omega)L_1}$	18N-2 e 18N-1	18N-2 e 18N+1
2	$\frac{1}{R_2 + (a+j\omega)L_2}$	18N-1 e 18N	18N-1 e 18N+1
3	$\frac{1}{R_3 + (a+j\omega)L_3}$	18N e 18N-2	18N e 18N+1

Tabela 3.4 Inclusão da carga

3.7.4 Reatores

Os reatores, colocados nas extremidades da linha, se destinam a absorver a elevada potência reativa gerada pelos cabos subterrâneos. São modelados por três impedâncias ligadas em triângulo ou em estrela e sua inclusão na matriz do sistema completo é realizada de maneira análoga à dos geradores. A tabela 3.5 apresenta-se os nós considerados na inclusão dos reatores.

Lado	Nós Considerados			
	Número	Admitância	Lig.Triângulo	Lig. Estrela
Gerador	1	$\frac{1}{R_1 + (a + j\omega)L_1}$	18N+2 e 18N+3	18N+2 e 1
	2	$\frac{1}{R_2 + (a + j\omega)L_2}$	18N+3 e 18N+4	18N+3 e 1
	3	$\frac{1}{R_3 + (a + j\omega)L_3}$	18N+4 e 18N+2	18N+4 e 1
Carga	1	$\frac{1}{R_4 + (a + j\omega)L_4}$	18N-2 e 18N-1	18N-2 e 18N+1
	2	$\frac{1}{R_5 + (a + j\omega)L_5}$	18N-1 e 18N	18N-1 e 18N+1
	3	$\frac{1}{R_6 + (a + j\omega)L_6}$	18N e 18N-2	18N e 18N+1

Tabela 3.5 Inclusão dos reatores

3.7.5 Aterramentos

Como o aterramento liga um nó da rede à referência adotada (ter

ra), sua admitância só é incluída na diagonal do nó correspondente ao aterramento (Fig. 3.14)).

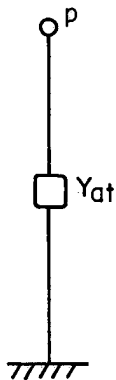


Figura 3.14 Modelo para aterramento

Nestas condições inclui-se a admitância de aterramento como se gue:

$$Y'_{pp} = Y_{pp} + y_{at} = Y_{pp} + \frac{1}{R_{at} + (a + j\omega)L_{at}},$$

onde R_{at} é a resistência e L_{at} é a indutância do aterramento (R_{at} e L_{at} constantes).

À Tabela 3.6 apresenta-se os nós considerados na inclusão dos aterramentos.

Seção Maior	Nós de Aterramento
1	1 , 8 , 15 , 19
2	26 , 33 , 37
.	.
.	.
.	.
.	.
.	.
N	18N-10, 18N-3, 18N+1

Tabela 3.6 Nós considerados na inclusão dos aterramentos

3.7.6 Cabo Terra

A inclusão do cabo terra é efetuada de maneira análoga àquela dos geradores. Os nós considerados na sua inclusão são os mesmos dos aterramentos (Tabela 3.6).

A impedância do cabo terra é calculada de forma idêntica à impedância do condutor de fase, considerando-se somente o caso em que o cabo terra é constituído por um único condutor sólido.

3.7.7 Pára-raios

O modelo utilizado para a representação dos pára-raios é o de resistência constante. Não é possível, de acordo com o exposto no Capítulo 2, considerar a não-linearidade própria destes dispositivos.

A inclusão dos pára-raios na matriz de admitâncias nodais do sistema, Fig. 3.15, é realizada de maneira análoga à dos geradores. Na Tabela 3.7 apresenta-se os nós considerados na inclusão dos pá

ra-raios.

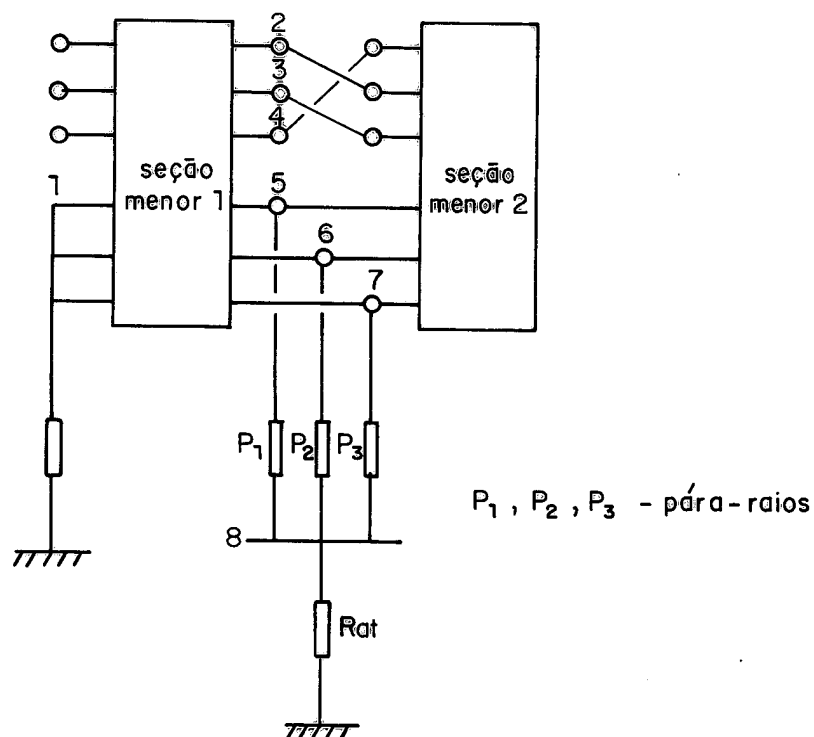


Figura 3.15 Ligação das blindagens aos pára-raios

Número da Seção Maior	1ª Transposição	2ª Transposição
1	5, 6, 7 e 8	12, 13, 14 e 15
2	23, 24, 25 e 26	30, 31, 32 e 33
·	·	·
·	·	·
·	·	·
·	·	·
N	18N-13, 18N-12, 18N-11 e 18N-10	18N-6, 18N-5, 18N-4 e 18N-3

Tabela 3.7 Nós considerados na inclusão dos pára-raios

3.8 Resolução do Sistema na Frequência $a+j\omega$

A equação (3.34) representa um sistema multicondutor completo.

		1	2		$18N+5$	$18N+6$	$18N+7$	
1	I_1	1	Y_{11}	Y_{12}				V_1
2	I_2	2						V_2
	⋮	=					⋮	
$18N+5$	I							V $18N+5$
$18N+6$	I							V $18N+6$
$18N+7$	I							V $18N+7$

(3.34)

Nesta equação observa-se que:

1. a matriz dos coeficientes, matriz de admitâncias nodais do sistema multicondutor em estudo, determina-se de acordo com o exposto nos itens precedentes.
2. a tensão nos geradores é conhecida (V_{18N+5} , V_{18N+6} e V_{18N+7})
3. a corrente injetada externamente nos nós de carga é conhecida e igual a zero ($I_1=I_2 \dots \dots = I_{18N+4} = 0$).
4. deseja-se calcular a tensão nos nós de carga ($V_1, V_2, \dots, V_{18N+4}$).

Para obter-se a solução desejada, particiona-se a equação (3.34) se gundo a linha e coluna do primeiro gerador (nó 18N+5), obtendo-se:

$$\begin{bmatrix} I_C \\ I_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{CC} & Y_{CG} \\ Y_{GC} & Y_{GG} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_C \\ V_G \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

onde

$$[I_C] = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{18N+4} \end{bmatrix} \quad e \quad [I_G] = \begin{bmatrix} I_{18N+5} \\ I_{18N+6} \\ I_{18N+7} \end{bmatrix} ,$$

valendo a mesma notação para os vetores de tensões $[V_C]$ e $[V_G]$. A equação (3.35) conduz às seguintes equações matriciais:

$$[I_C] = [Y_{CC}] \cdot [V_C] + [Y_{CG}] \cdot [V_G] \quad (3.36a)$$

$$[I_G] = [Y_{GC}] \cdot [V_C] + [Y_{GG}] \cdot [V_G] \quad (3.36b)$$

Da equação (3.36a) obtém-se, dado que $[I_C]=[0]$:

$$-[Y_{CG}] \cdot [V_G] = [Y_{CC}] \cdot [V_C] \quad (3.37)$$

Neste trabalho resolve-se a equação (3.37) pelo método da eliminação de Gauss. Para tal, executa-se os seguintes passos:

1. Calcula-se o termo conhecido $-[Y_{CG}] \cdot [V_G]$
2. Triangulariza-se a matriz $[Y_{CC}]$

3. Corrige-se o termo conhecido, aplicando-lhe as mesmas operações efetuadas na matriz $[Y_{CC}]$ durante a triangularização.
4. Calcula-se o vetor incógnita $[V_C]$ por "back-substitution".

Desta forma obtém-se os fasores de tensão em todos os nós de carga na frequência $a+j\omega$.

3.9 Retorno ao Domínio do Tempo

A obtenção dos valores temporais de tensão nos nós da rede equivalente (retorno ao domínio do tempo) é realizada através da integral de inversão de Fourier. O cálculo numérico desta integral é obtido de acordo com o exposto no Capítulo 2 (eqs.(2.13)).

3.10 Procedimento Completo

Na Figura 3.16 apresenta-se um diagrama de blocos ilustrando o procedimento completo para obtenção da resposta transitória de um sistema multicondutor, através da Transformada de Fourier.

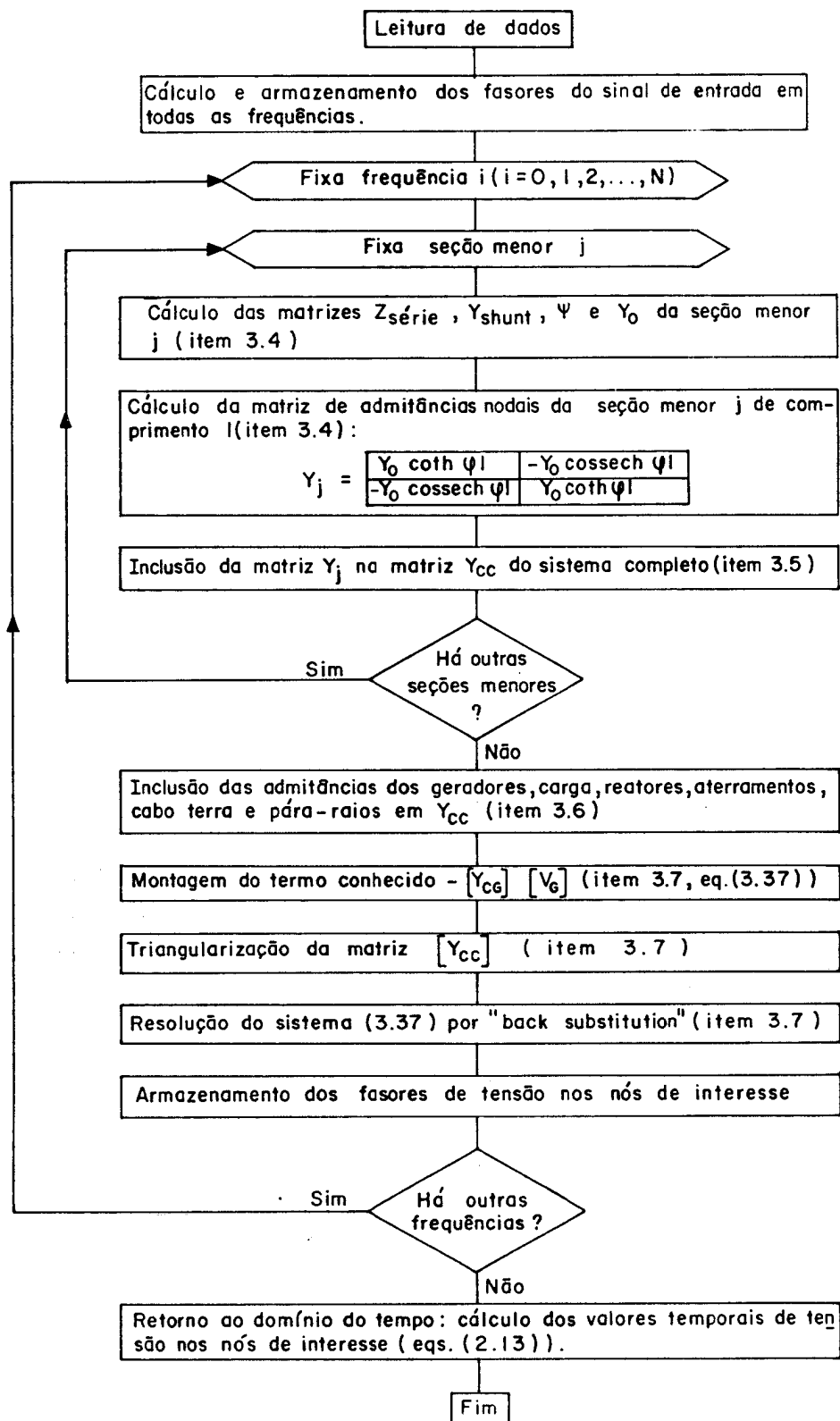


Figura 3.16 Diagrama de blocos - procedimento completo

3.11 Refinamento do Modelo

Os sistemas multicondutores subterrâneos foram modelados de acordo com o exposto nos itens precedentes. Em particular, os sistemas "Cross-Bonding" foram tratados com relativa simplicidade no tocante às caixas de transposição. Tais dispositivos são os responsáveis pela transposição dos condutores de fase, Fig. 3.17.

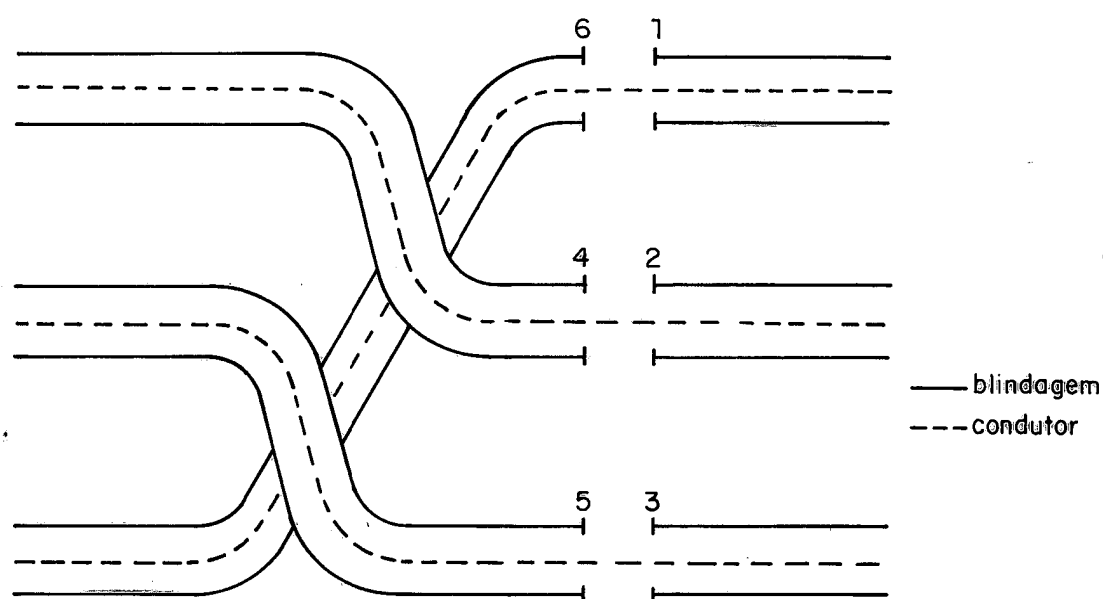


Figura 3.17 Transposição dos condutores

Os cabos são transpostos, incluindo-se condutores e blindagens. Imediatamente após a transposição, as blindagens são seccionadas. Para fazer com que as blindagens continuem ocupando a mesma posição na rota dos cabos, liga-se os pontos 1 e 4, 2 e 5 e 3 e 6 (Fig. 3.17). A ligação destes pontos é realizada através de três cabos coaxiais (ou "concêntricos"), Fig. 3.18.

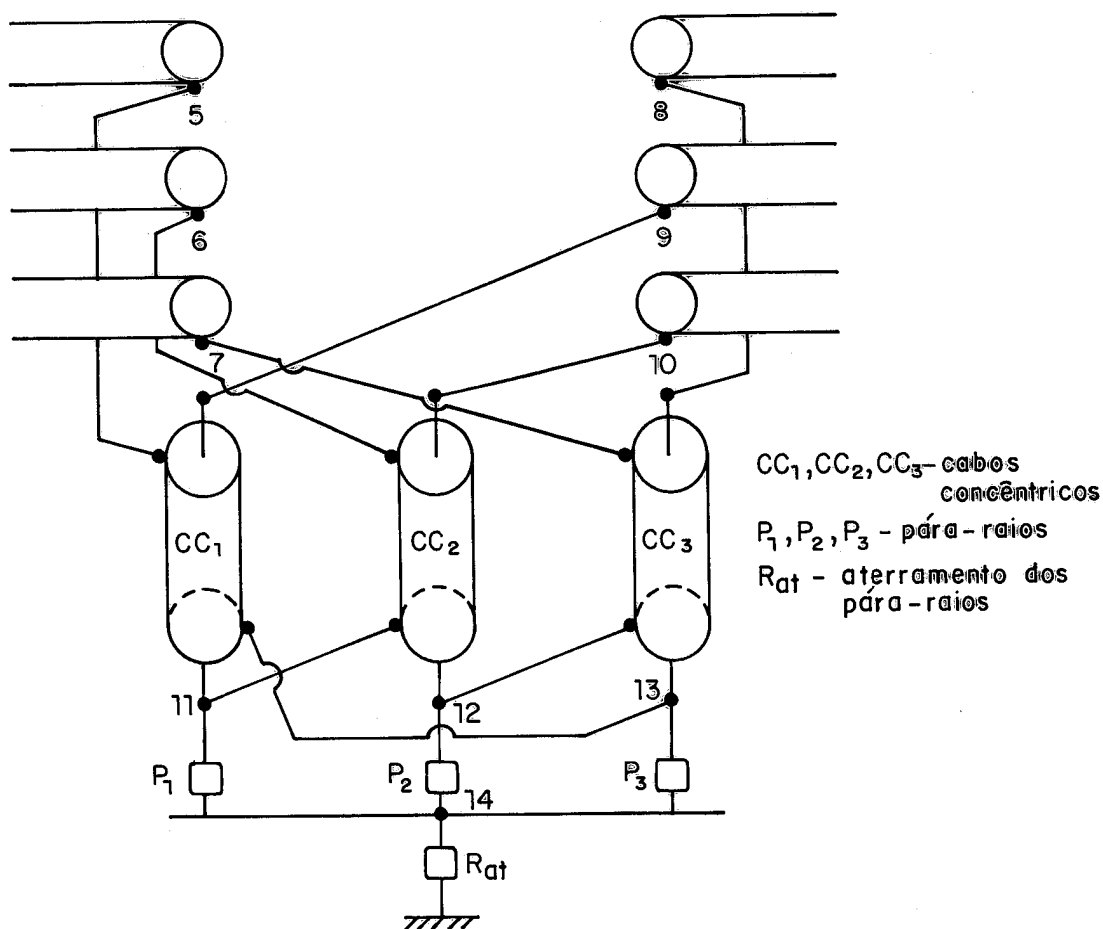


Figura 3.18 Ligação das blindagens na caixa de transposição

O que se deseja estudar é a influência dos cabos concêntricos no desempenho do sistema, basicamente pelas seguintes razões:

1. a impedância característica do cabo concêntrico é sensivelmente diferente da do cabo de potência
2. dependendo das dimensões da caixa de transposição, o comprimento dos cabos concêntricos pode alcançar até 10 m.

Para a inclusão dos cabos concêntricos no modelo do sistema de transmissão, utilizou-se o mesmo procedimento dos cabos de potência, ou seja, montou-se uma rede elétrica equivalente. Nesta rede

considerou-se que os cabos mantêm-se paralelos entre si, permitindo assim o cálculo de impedâncias-série e admitâncias-paralelo com as mesmas fórmulas utilizadas nos cabos de potência. Com o procedimento descrito nos itens precedentes, montou-se a matriz de admitâncias nodais da rede equivalente dos cabos concêntricos (Fig. 3.19) e esta matriz foi incluída na matriz do sistema completo.

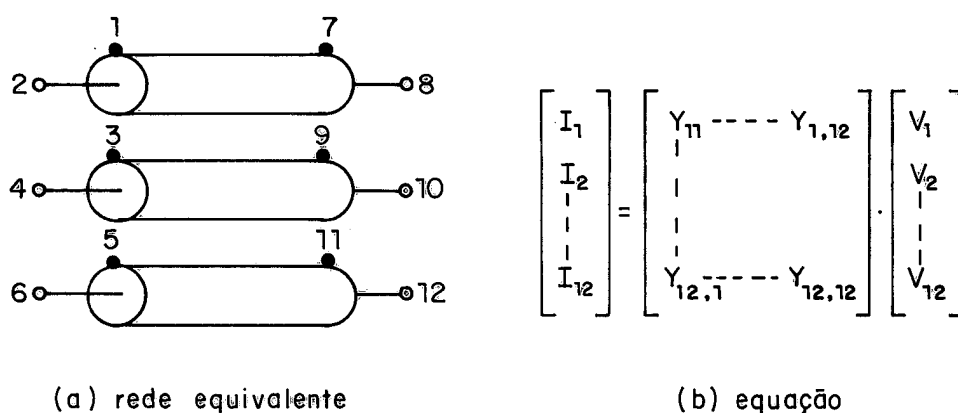


Figura 3.19 Rede equivalente para cabos concêntricos

Evidentemente, a nova rede equivalente possui um número de nós superior ao do caso simplificado. Na Fig. 3.20 apresenta-se a nova rede equivalente e sua numeração de nós.

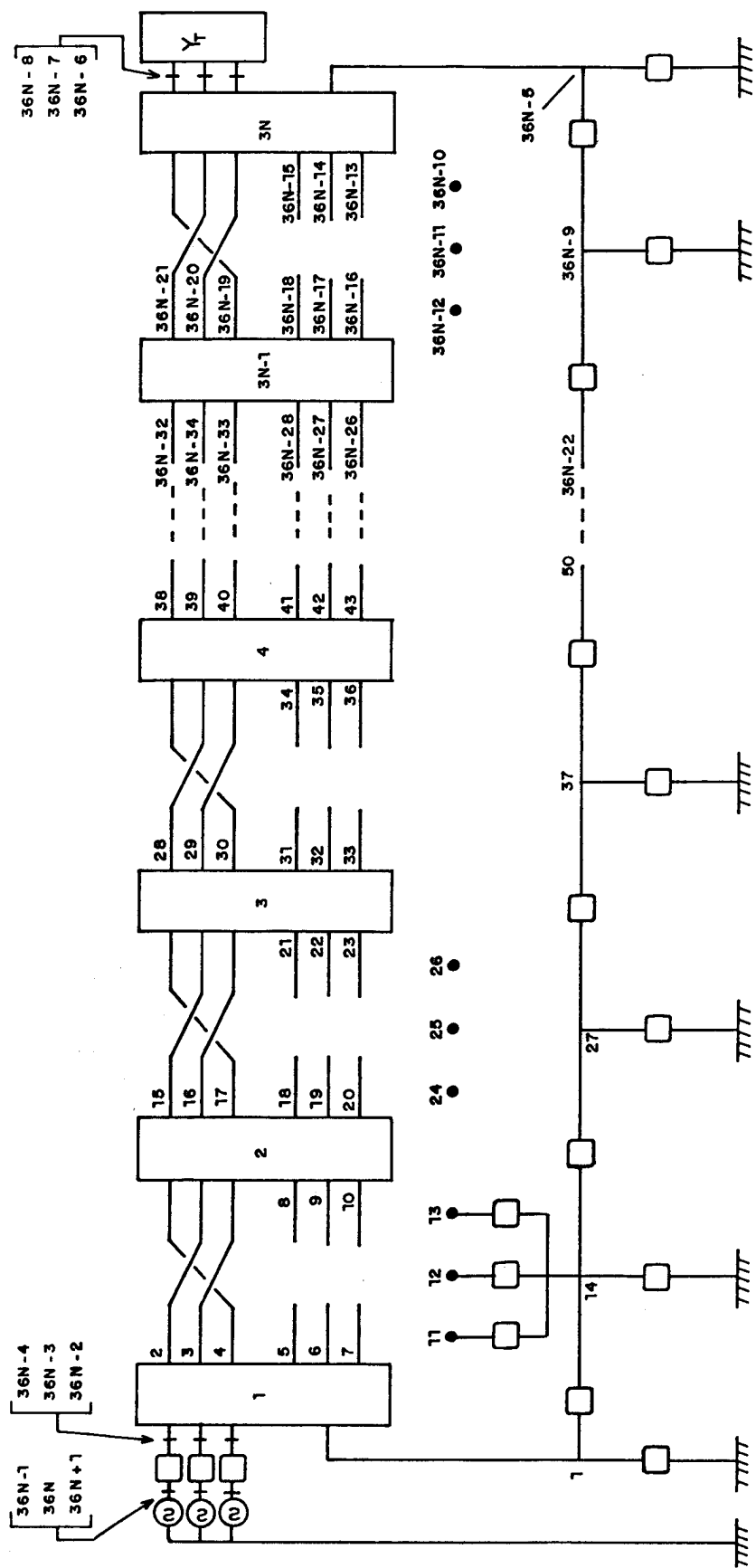


Figura 3.20 Sistema completo incluindo cabos concêntricos

4 - PROGRAMAS DESENVOLVIDOS

4.1 Introdução

Neste Capítulo serão apresentados os programas desenvolvidos no presente trabalho. O aspecto metodológico dos programas foi apresentado em detalhe nos Capítulos 2 e 3. Assim, neste contexto somente serão abordados alguns detalhes de programação, considerados importantes. Ao fim do Capítulo apresenta-se os correspondentes diagramas de blocos e de subrotinas.

Para o estudo de sobretensões em sistemas de transmissão subterrânea foram desenvolvidos os seguintes programas:

1. programa CROSBOND, apto a tratar sistemas trifásicos sem transposição (multiaterrados e "Single Point") e sistemas "Cross Bonding". Neste último caso, o programa não considera a existência de cabos concêntricos nas caixas de transposição.
2. programa CROSBON2, apto a tratar somente sistemas "Cross Bonding", considerando a presença dos cabos concêntricos.

Ambos programas foram desenvolvidos na linguagem FORTRAN, nível 77, e encontram-se implantados no computador IBM 4381, sistema VM/CMS, do Centro de Computação Eletrônica da Universidade de São Paulo (CCE/USP). Na Tabela 4.1 resume-se algumas características dos mesmos.

C a r a c t e r í s t i c a		Prog. CROSBOND	Prog. CROSBON2
Número de registros do programa fonte		3164	3345
Tipo das Variáveis	escalares inteiros	I*4	I*4
	vetores e matrizes inteiros	I*2	I*2
	variáveis reais	R*8	R*8
	variáveis complexas	C*8 e C*16	C*8 e C*16
Número máximo de seções menores		60	60
Número máximo de nós		367	721
Número máximo de frequências		2000	2000
Número máximo de nós de interesse		40	40
Tamanho do módulo de carga (kbytes)		1226	1237

Tabela 4.1 Principais características dos programas desenvolvidos

4.2 Esparsidade do Sistema

A matriz dos coeficientes da equação (3.37), matriz Y_{cc} , torna-se bastante esparsa conforme aumenta o número de seções maiores do sistema. Na Fig. 4.1 apresenta-se a estrutura da matriz de um sistema composto por uma seção maior (cabos concêntricos não incluídos).

A estrutura da Fig. 4.1 é aproximada pois considerou-se somente a contribuição das seções menores, ignorando-se os demais elementos (cabo terra, carga, etc.). Sendo cheia a matriz de admitâncias nodais de uma seção menor qualquer, tem-se neste caso:

- número de elementos não nulos: $100+108+64 = 272$

- número total de elementos: $(18 \times 1 + 4)^2 = 484$

- grau de esparsidade: $\frac{484-272}{484} \times 100 \cong 44\%$

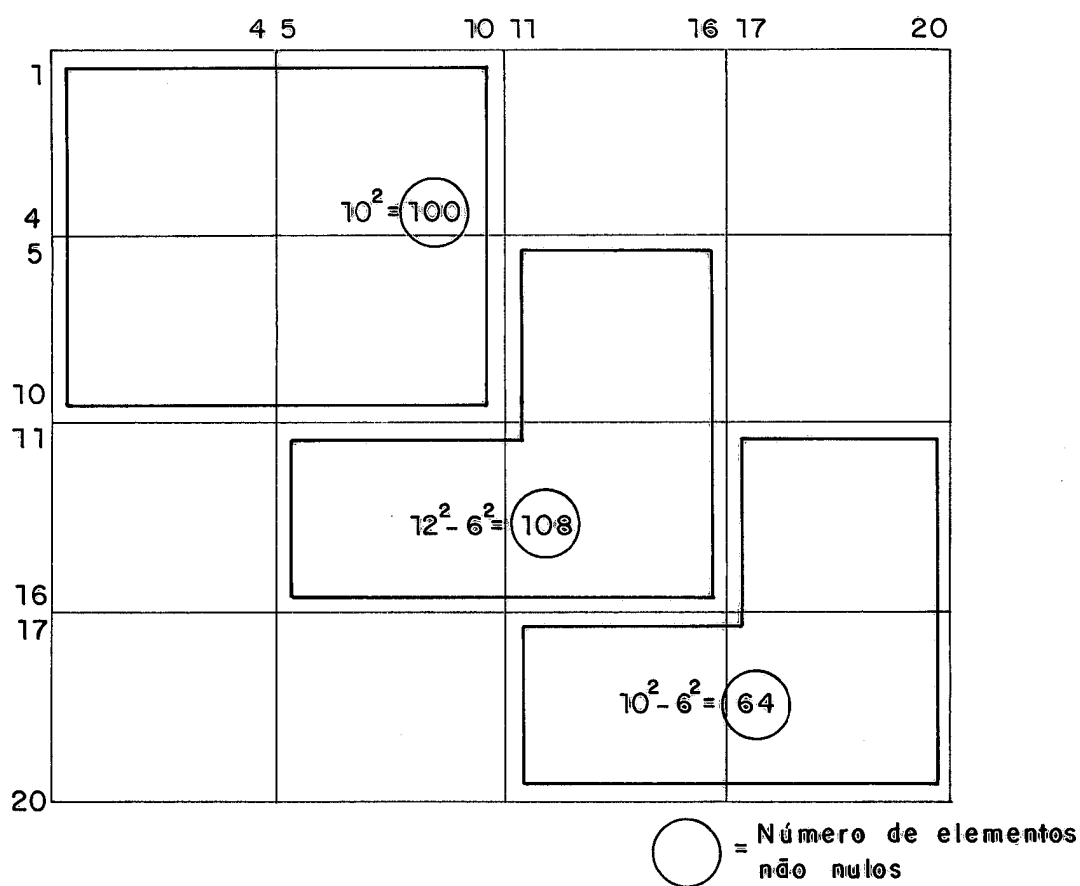


Figura 4.1 Estrutura da matriz dos coeficientes -
1 seção maior

Na Tabela 4.2 apresenta-se o número de nós, o número total de elementos da matriz Y_{CC} e o grau de esparsidade em função do tamanho do sistema físico.

Número de seções maiores (N)	Número de linhas de Y_{CC} ($18N+4$)	Número de elementos de Y_{CC} ($(18N+4)^2$)	Grau de esparsidade aproximado (%)
1	22	484	44
5	94	8836	85
10	184	33856	92
15	274	75076	95
20	364	132496	96

Tabela 4.2 Principais dimensões em função do tamanho do sistema físico (programa CROSBOND).

Da Tabela 4.2 observa-se que o grau de esparsidade aumenta rapidamente conforme aumenta o número de seções maiores. Por esta razão, torna-se computacionalmente inviável representar-se a matriz Y_{CC} por uma matriz a duas dimensões. Nos programas desenvolvidos contornou-se esta dificuldade utilizando-se a técnica de armazenamento por listas concatenadas ("linked list"). Tal técnica é apresentada em detalhe no Anexo III deste trabalho.

4.3 Agrupamento de Seções Menores

Nos casos encontrados na prática observou-se que muitas das seções menores de cada sistema estudado possuíam a mesma configuração de cabos (distâncias inter-axiais iguais e profundidades iguais). Desta forma, a todas as seções menores com esta propriedade (seções semelhantes) correspondem as mesmas matrizes Z, Y, Ψ e Y_0 . Assim, os programas foram desenvolvidos de maneira tal que para cada grupo de seções semelhantes estas matrizes são calculadas somente uma vez. Esta característica permitiu reduzir consideravelmente o tempo de processamento, já que o cálculo de autovalores e autovetores na obtenção da matriz Ψ é relativamente demorado.

4.4 Sinal de Entrada

Nos programas desenvolvidos considerou-se somente sistemas de transmissão excitados por degrau de tensão, de acordo com o exposto no Capítulo 2. Nestas condições, os fasores da excitação são calculados através das equações (2.14) e (2.15).

4.5 Inversão de Matriz

No Capítulo 3 foi visto que era necessário inverter-se a matriz

P dos autovetores para definir a transformação similar que diagonaliza a matriz $Z.Y$ (obtenção da matriz P^{-1}). Nos programas desenvolvidos as matrizes P e P^{-1} foram representadas por matrizes a duas dimensões, dadas suas dimensões relativamente pequenas (6x6).

Para inverter-se a matriz P utilizou-se o método de Gauss-Jordan (dupla triangularização). Por este método coloca-se lado a lado as matrizes P e P^{-1} , sendo a última inicializada com a matriz identidade, Fig. 4.2.

$$\left| \begin{array}{cccc|cccc} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{16} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{26} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ P_{61} & P_{62} & \cdots & P_{66} & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array} \right|$$

$P \qquad P^{-1}$

Figura 4.2 Inversão pelo método de Gauss-Jordan - início

Após isto, procede-se a modificações na matriz P que a tornem uma matriz triangular superior. Estas modificações são as próprias operações do método de eliminação de Gauss, e são aplicadas também à matriz P^{-1} . A Fig. 4.3 apresenta-se o aspecto de ambas matrizes após a primeira triangularização.

$$\left| \begin{array}{cccc|cccc} 1 & p'_{12} & \cdots & p'_{16} & q'_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & p'_{26} & q'_{21} & q'_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & q'_{61} & q'_{62} & \cdots & q'_{66} \end{array} \right|$$

$P \qquad P^{-1}$

Figura 4.3 Matrizes após primeira triangularização

O último passo é tornar a matriz P igual à matriz identidade, eliminando o triângulo superior. Isto é obtido através de segunda triangularização, análoga à primeira (iniciando-se na linha 6 e terminando-se na linha 1). Evidentemente as operações da segunda triangularização devem ser estendidas à matriz P^{-1} . À Fig.4.4 apresenta-se o aspecto final de ambas matrizes.

$$\begin{array}{c}
 \left| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{cccc} q''_{11} & q''_{12} & \dots & q''_{16} \\ q''_{21} & q''_{22} & \dots & q''_{26} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ q''_{61} & q''_{62} & \dots & q''_{66} \end{array} \right| \\
 P \qquad \qquad \qquad P^{-1}
 \end{array}$$

Figura 4.4 Matrizes após segunda triangularização

As operações aplicadas às matrizes equivalem a ter-se multiplicado ambas por uma matriz Q tal que

$$P \cdot Q = I \Rightarrow Q = P^{-1}$$

Como a matriz do lado direito foi inicializada com a matriz identidade, seu valor final é

$$Q \cdot I = P^{-1}$$

De acordo com a referência [26], durante a primeira triangularização é conveniente escolher sempre aquela linha, dentre as que ainda não foram eliminadas, cujo elemento da diagonal (pivô) possuir o maior valor absoluto. Este recurso permite diminuir erros

numéricos durante o cálculo da matriz inversa. A troca de linhas e colunas, necessária durante a escolha do maior pivô, é executada através de vetor auxiliar de ordenação. Este procedimento, mais eficiente que a troca dos elementos diretamente na matriz, é ilustrado na Fig. 4.5, onde supôs-se que a ordem resultante por este critério é 2-6-4-5-3-1.

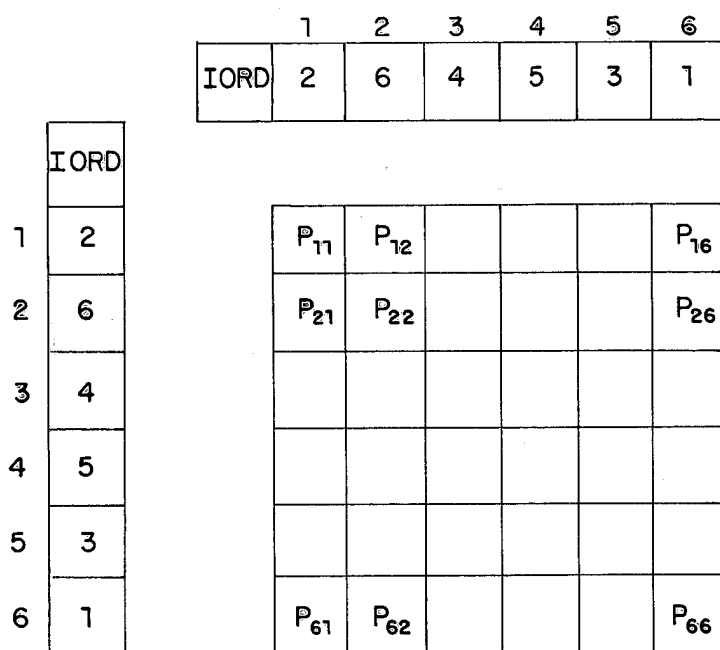


Figura 4.5 Troca de linhas e colunas através de vetor de ordenação (IORD).

Cada elemento p_{ij} da matriz é acessado obtendo-se previamente os índices i e j a partir do vetor IORD.

4.6 Dados de Entrada

Os dados de entrada para os programas desenvolvidos podem ser agrupados nos seguintes conjuntos:

- . dados gerais do caso (número de frequências, máxima frequência considerada, duração do transitório, etc.).

- . dados dos cabos (dimensões geométricas e propriedades físicas dos materiais constituintes).
- . dados da instalação (configuração geométrica dos cabos)
- . dados dos nós de interesse, onde se deseja conhecer a tensão durante o transitório.

Cada conjunto de dados é identificado por um código alfanumérico de quatro caracteres (palavra chave), e pode ser passado ao programa independentemente dos outros conjuntos. Esta facilidade permite executar diversos casos em sequência, derivados de caso base inicial, alterando-se somente o(s) dado(s) de interesse. À Tabela 4.3 apresenta-se as palavras chave reconhecidas pelos programas CROSBOND e CROSBON2.

Palavra Chave	S i g n i f i c a d o
TITU	Indica ao programa que o próximo registro do arquivo de dados contém o título do caso, com até 79 caracteres. O título é impresso no cabeçalho do relatório de saída.
GERA	Indica ao programa que os próximos registros do arquivo de dados contém os dados gerais do caso
CABO	Indica ao programa que os próximos registros do arquivo de dados contém os dados dos cabos de potência (ambas versões) e dos cabos concêntricos (versão CROSBON2 somente).
INST	Indica ao programa que os próximos registros do arquivo de dados contém os dados da instalação do caso.
INTE	Indica ao programa que os próximos registros do arquivo de dados contém os dados dos nós de interesse
EXEC	Indica ao programa que a fase de leitura de dados está encerrada, passando o programa à execução do caso
FIMF	Indica ao programa que a execução do mesmo está encerrada, devolvendo-se o controle ao sistema operacional do computador.

Tabela 4.3 Palavras chave reconhecidas pelos programas e seu significado.

4.7 Relatórios de Saída

Três são os relatórios de saída produzidos pelos programas CROSBOND e CROSBON2:

- . relatório imagem dos dados lidos ("card image"). Neste relatório os dados lidos são impressos com a mesma formatação da leitura, permitindo ao usuário identificar eventuais erros de digitação (dados fora de coluna, etc.).
- . relatório de dados lidos. Este relatório imprime todos os dados lidos, editados com cabeçalhos convenientes. Também são impressos os valores adotados pelo programa em caso de omissão por parte do usuário (valores de "default").
- . relatório de resultados. Para cada nó de interesse especificado pelo usuário, o programa imprime a tensão em função do tempo durante o período de análise do transitório. A tensão é fornecida na forma de tabelas e gráficos.

4.8 Diagrama de Blocos

Na Fig. 4.6 apresenta-se o diagrama de blocos dos programas CROSBOND e CROSBON2. Observa-se que o bloco correspondente à inclusão dos cabos concêntricos somente existe no programa CROSBON2.

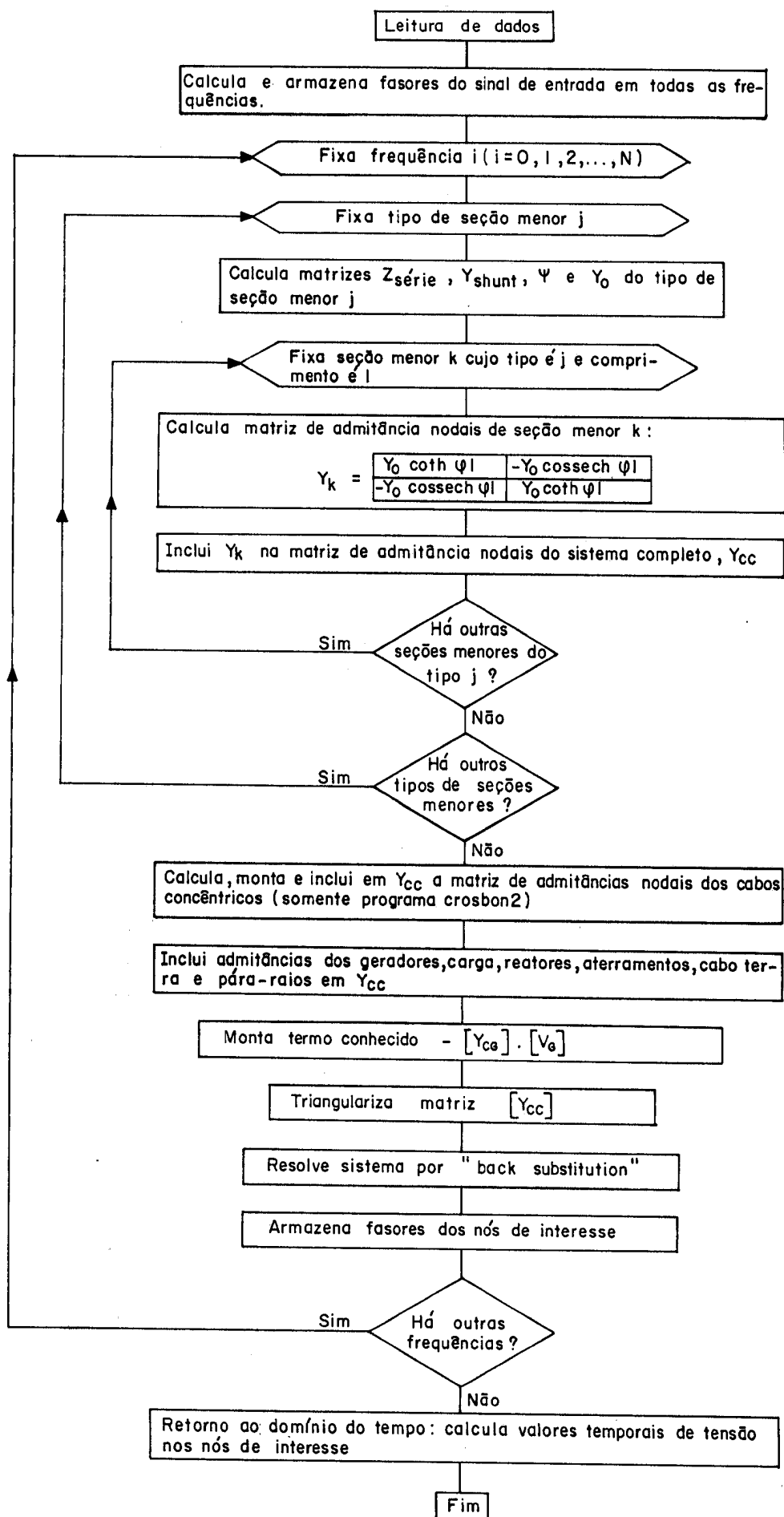


Figura 4.6 Diagramas de blocos - programas CROSBOND e CROSBON2

4.9 Subrotinas

À Tabela 4.4 apresenta-se as subrotinas que compõem os programas CROSBOND e CROSBON2, bem como as principais tarefas que elas executam. À Fig. 4.7 apresenta-se a estrutura de chamada dos subrotinas.

Subrotina	T a r e f a s
MAIN	Programa principal
BLOCK DATA	Inicialização de variáveis de COMMON (prog. CROSBON2 somente)
BACK3	Resolução de sistema de equações com estrutura em lista concatenada: Correção do termo conhecido e "back substitution".
CDCOTH	Cálculo de cotangente hiperbólica, C*16
CDCSCH	Cálculo de cossecante hiperbólica, C*16
COPIA	Copia matriz quadrada em outra locação
EIGEN	Cálculo numérico de autovalores e autovetores pelo método de Danilevsky
FUNCM	Cálculo de funções de matrizes por transformação modal ($P.\lambda'.P^{-1}$)
HEAD1	Gerenciamento de rotinas
INCAB	Inclui matrizes $A = Y_0.\coth \Psi l$ e $B = Y_0.\operatorname{cosech} \Psi l$ em Y_{cc}
INCAD	Inclui admitâncias de geradores, carga, etc. em Y_{cc}
INIC1	Inicialização geral do caso
INIC2	Inicialização parcial em cada frequência considerada
INSER	Insere elementos fora da diagonal em Y_{cc} (lista concatenada)
INVER	Inversão de matriz por dupla triangularização
⋮	⋮

cont.

Subrotina	T a r e f a s
LEITU	Lê dados do caso
MOFAS	Monta matriz FASOR, contendo fasores de tensão nos nós de interesse
MOMAT	Monta matrizes próprias de cada tipo de seção menor: $Z_{série}$, $Y_{paralelo}$, Ψ , Y_0
MONAB	Monta matrizes $A=Y_0 \cdot \coth \Psi l$ e $B=Y_0 \cdot \operatorname{cosech} \Psi l$
MONOS	Monta matrizes de nós
MONZM	Monta matriz de impedâncias-série
MTCON	Monta termo conhecido $-Y_{CG} \cdot V_G$
MULTM	Multiplica matriz quadrada por escalar
PAGAUx	Paginação do relatório imagem dos dados lidos
PAGI1	Paginação do relatório completo dos dados lidos
PAGI2	Paginação do relatório de resultados
PRODM	Calcula produto de duas matrizes quadradas
RESUL	Retorna ao domínio do tempo e imprime resultados
SINAL	Calcula fasores do sinal de entrada
STAMP	Imprime relatório completo dos dados lidos
TRIA3	Triangularização da matriz Y_{cc} , em estrutura de lista concatenada

Tabela 4.4 Subrotinas dos programas desenvolvidos

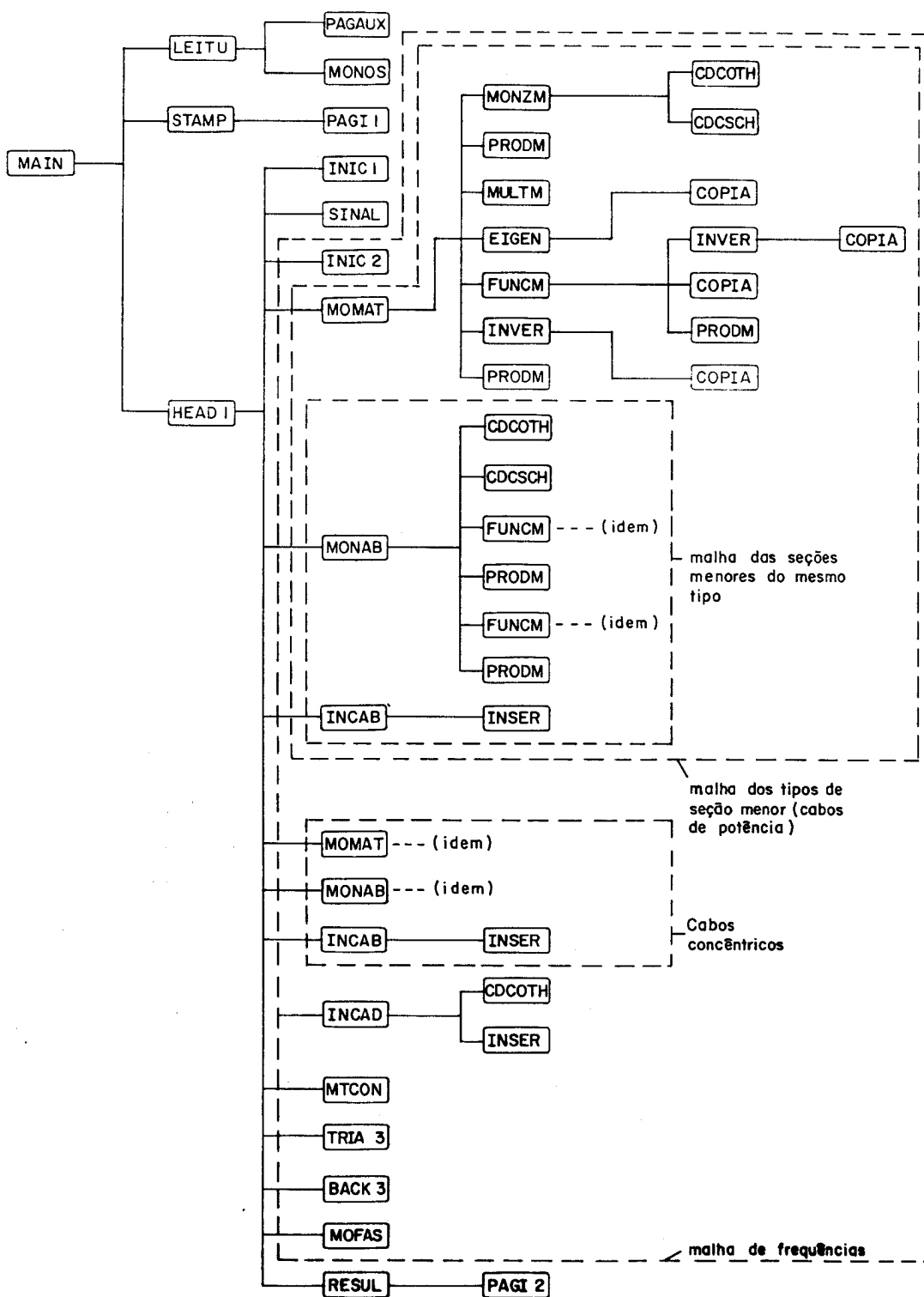


Figura 4.7 Estrutura de chamada das subrotinas - programa CROSBON2

5 - ESTUDO DE SOBRETENSÕES DE MANOBRA

5.1 Introdução

Neste Capítulo apresenta-se os resultados do estudo de sobretensões de manobra em sistemas de transmissão subterrânea. Este estudo foi levado a cabo com os programas computacionais descritos no Capítulo 4.

Foram desenvolvidas essencialmente duas análises distintas. A primeira teve como principal objetivo estabelecer uma comparação qualitativa de desempenho entre os sistemas multiaterrado, "Single Point" e "Cross Bonding". A segunda análise, de caráter quantitativo, destinou-se a identificar os principais fatores que afetam as sobretensões de manobra.

Em seguida aborda-se brevemente a identificação dos diversos modos normais do sistema multicondutor, baseada nos autovalores e autovetores da matriz de propagação.

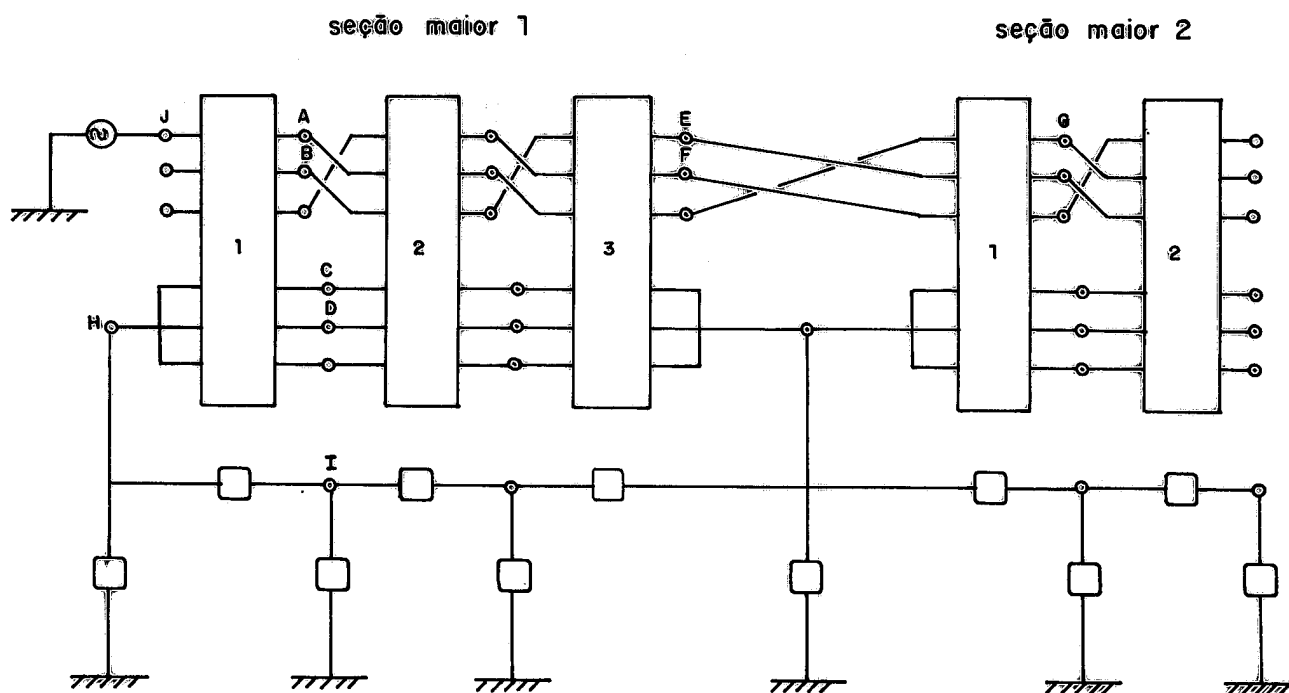
Ao fim do Capítulo apresenta-se uma análise dos tempos de processamento dos programas computacionais.

5.2 Identificação de Nós

Cada nó de interesse no estudo é definido por:

- . seção maior do nó. Se o nó pertencer à fronteira entre duas seções maiores, considera-se a seção maior à esquerda do nó.
- . seção menor à esquerda do nó.
- . elemento correspondente ao nó: condutor (C), blindagem (B), gerador (G) ou aterramento (T).
- . posição do elemento (1,2 ou 3).

Às Figs. 5.1 e 5.2 apresenta-se alguns exemplos de identificação de nós.



(a) - Sistema "Cross Bonding"

NÓ	Seção Maior	Seção Menor	Elemento	Posição	Identificação
A	1	1	C	1	1 1 C 1
B	1	1	C	2	1 1 C 2
C	1	1	B	1	1 1 B 1
D	1	1	B	2	1 1 B 2
E	1	3	C	1	1 3 C 1
F	1	3	C	2	1 3 C 2
G	2	1	C	1	2 1 C 1
H	0	0	B ou T	1,2 ou 3	0 0 B 1, 0 0 B 2, 0 0 B 3 ou 0 0 T
I	1	1	T	-	1 1 T
J	0	0	G ou C	1	0 0 G 1 ou 0 0 C 1

(b) - Identificação de nós

Figura 5.1 Exemplo de identificação de nós

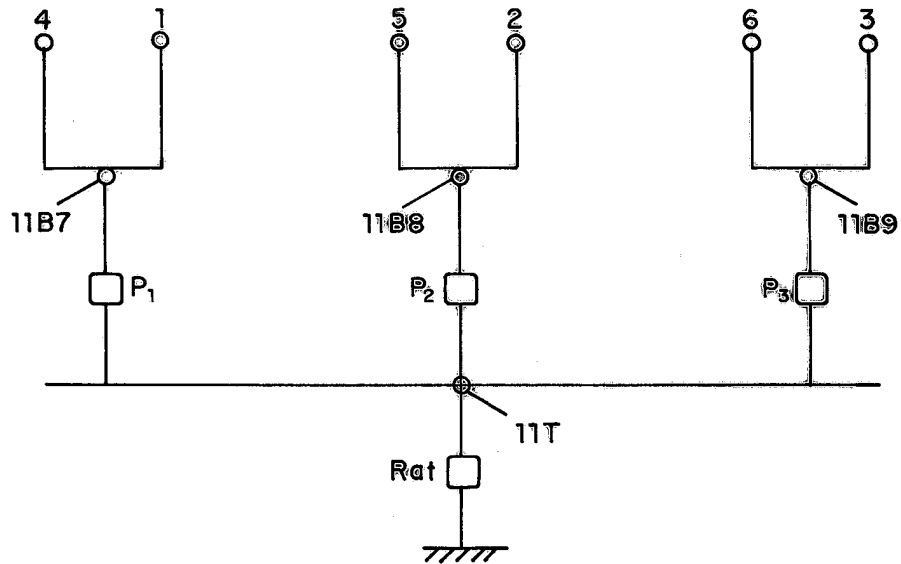
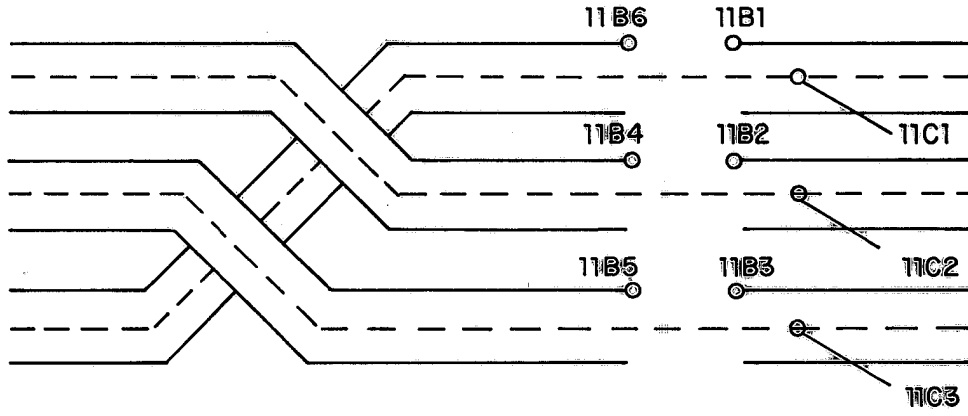
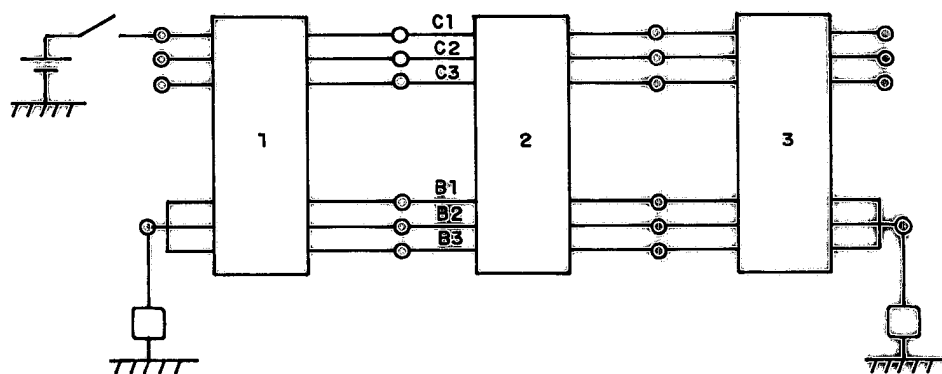


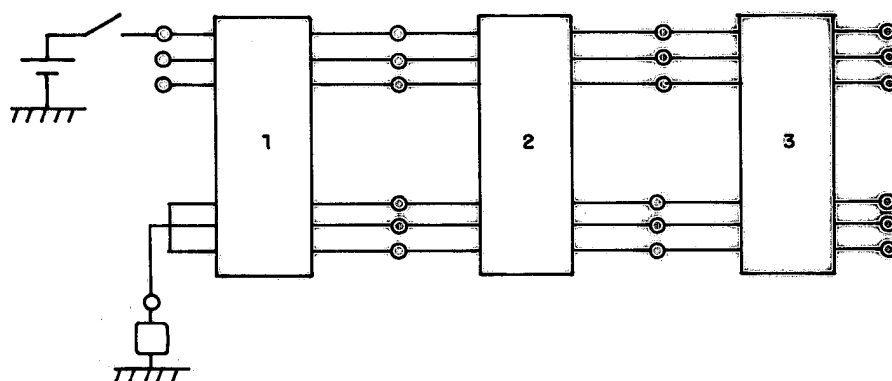
Figura 5.2 Identificação de nós - complemento para versão CROSBON2

5.3 Comparação Entre Sistemas

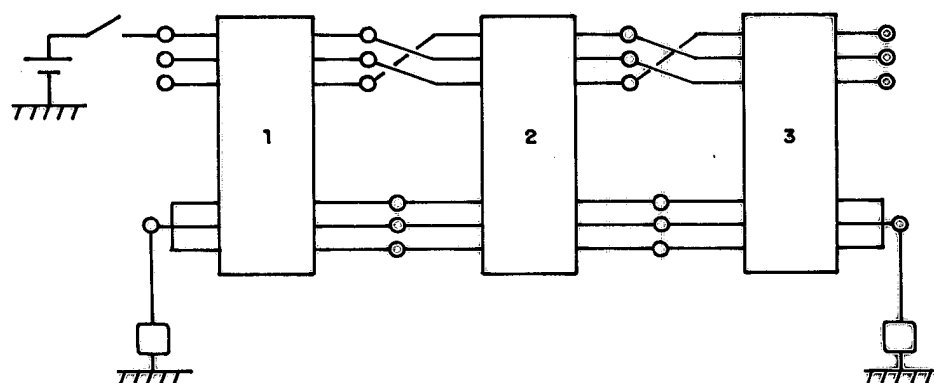
Neste item procedeu-se à comparação entre os sistemas multiaterrado, "Single Point" e "Cross Bonding", representados à Fig. 5.3.



(a) sistema multiaterrado



(b) sistema "Single Point"



(c) sistema "Cross Bonding"

Figura 5.3 Sistemas de transmissão subterrânea

Nos três casos considerou-se sistema composto por três seções menores. À Tabela 5.1 apresenta-se os principais dados para o estudo.

Amplitude do degrau de tensão	1 pu
Máxima frequência considerada	2×10^6 rd/s
Número de frequências	500
Instante final	100 μ s
Fator a	10.000
Comprimento total da linha	2,1 km
Resistência de aterramento	0,5 Ω
Resistividade do solo	20 $\Omega \cdot m$
Configuração geométrica	
Dados dos cabos [12]:	$\varnothing_{\text{cond}} = 29,47 \text{ mm}$ $\varnothing_{\text{isol}} = 43,40 \text{ mm}$ $\varnothing_{\text{bl}} = 45,26 \text{ mm}$ $\varnothing_{\text{capa}} = 50,22 \text{ mm}$ $\rho_{\text{cond}} = 0,0172 \text{ } \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{bl}} = 0,0358 \text{ } \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ $\epsilon_{\text{isol}} = 3,72$ $\epsilon_{\text{capa}} = 2,33$

Tabela 5.1 Dados para estudo comparativo entre sistemas

À Tabela 5.2 apresenta-se os casos processados no estudo comparativo.

Identificação do Caso	Descrição
01	Sistema multiterrado
02 A	Sistema "Single Point" aterrado no lado do gerador
02 B	Sistema "Single Point" aterrado no lado da carga
03	Sistema "Cross Bonding"

Tabela 5.2 Casos processados

Os resultados obtidos são apresentados resumidamente à Tabela 5.3, onde consta o valor máximo de tensão verificado em cada nó do sistema. Às Figs. 5.4 a 5.19 apresenta-se parcialmente as listagens de saída do programa.

Caso Nó	01		02 A		02 B		03		
	Tensão Máxima		Tensão Máxima		Tensão Máxima		Tensão Máxima		
	Valor (pu)	Instante (μ s)	Valor (pu)	Instante (μ s)	Valor (pu)	Instante (μ s)	Valor (pu)	Instante (μ s)	
BLINDAGENS	0 0 B 1	0,0375	2	0,0375	2	0,5909	12	0,0375	2
	1 1 B 1	0,0318	60	0,0318	60	0,5111	66	0,4407	88
	1 1 B 2	0,0295	64	0,0295	64	0,5088	66	0,3628	10
	1 1 B 3	0,0335	64	0,0335	64	0,5257	66	0,2073	88
	1 2 B 1	0,0204	100	0,0211	100	0,3280	100	0,3698	90
	1 2 B 2	0,0223	100	0,0230	100	0,3296	100	0,2482	44
	1 2 B 3	0,0211	100	0,0217	100	0,3472	100	0,2093	92
	1 3 B 1	0	-	0,0009	100	0,0001	52	0,0005	94
CONDUTORES	0 0 G 1	1,0000	-	1,0000	-	1,0000	-	1,0000	-
	0 0 C 2	0,0375	2	0,0375	2	0,5906	12	0,3448	16
	0 0 C 3	0,0375	2	0,0375	2	0,5906	12	0,3498	24
	1 1 C 1	1,8122	30	1,8122	30	1,4528	66	1,4867	80
	1 1 C 2	0,0295	64	0,0295	64	0,5087	66	0,1927	98
	1 1 C 3	0,0335	64	0,0334	64	0,5256	66	0,3614	20
	1 2 C 1	1,8554	34	1,8554	34	1,2856	100	0,1378	34
	1 2 C 2	0,0224	100	0,0230	100	0,3302	100	1,6374	62
	1 2 C 3	0,0211	100	0,0217	100	0,3476	100	0,2537	16
	1 3 C 1	1,8595	38	1,8599	38	0,9584	100	0,5137	96
	1 3 C 2	0	-	0,0009	100	0,0007	100	0,4988	20
	1 3 C 3	0	-	0,0009	100	0,0006	100	1,7699	68

Tabela 5.3 Valores máximos de tensão

```

0 1 2 3 4 5 6 7 8
5 0 5 0 5 0 5 0 5 0
*** LEITURA DE DADOS ***
TITU .....
CABO
0.0000 29.4700 0.0000 43.4000 45.2600 50.2200 0.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0172 0.0000 0.0000 0.0000 0.0358
3.7200 2.3300 0.0000 0.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000
30.0000 0.10000D+09 1.0000
INST
1 2 3 0 0 0 0 0 0 0
700.0 700.0 700.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.000 1000.000 600.000 1000.000 300.000 1000.000
99 0 0 0 0 0 0 0 0 0
INTE
0 0 G 1 0 0 C 2 0 0 C 3 1 1 C 1 1 1 C 2 1 1 C 3 1 2 C 1
1 2 C 2 1 2 C 3 1 3 C 1 1 3 C 2 1 3 C 3 9 9 0 0 0 0 0
ATER
0 0.50000D+00 0.00000D+00
3 0.50000D+00 0.00000D+00
999 0.00000D+00 0.00000D+00
EXEC
0 1 2 3 4 5 6 7 8
5 0 5 0 5 0 5 0 5 0

```

Figura 5.4 Programa CROSBOND - imagem dos cartões lidos

CASO 01 - MULTIATERRADO COM 3 TRECHOS

*** DADOS GERAIS ***

NUMERO DE SECOES MAIORES	1	RESISTIVIDADE DO SOLO (OHMSM)	20.000
NUMERO DE FREQUENCIAS	501	PERMEABILIDADE RELATIVA DO SOLO	1.0000
FREQUENCIA MAXIMA (RAD/S)	0.2000D+07		
PASSO DE FREQUENCIA (RAD/S)	4000.00		
FATOR A	10000.00		
NUMERO DE INSTANTES	51		
INSTANTE FINAL (1E-6 S)	100.0000		
PASSO DE TEMPO (1E-6 S)	2.0000		

GERADOR 1
 AMPLITUDE DO DEGRAU (PU) 1.0000
 IMPEDANCIA EM 60 HZ (OHM) 0.00000D+00 0.000000D+00

CHAVE DE CONTROLE	1	2	3	4	5
VALOR	1	9	3	4	5

Figura 5.5 Programa CROSBOND - relatório de dados lidos

CASO 01 - MULTIATERRADO COM 3 TRECHOS

*** DADOS DOS CABOS DE POTENCIA ***

	DIAMETROS (MM)	
CANAL DE OLEO		0.0000
EXTERNO DO CONDUTOR		29.4700
EXTERNO DA SEMICONDUCTORA INTERNA		29.4700
EXTERNO DA ISOLACAO		43.4000
EXTERNO DA BLINDAGEM METALICA		45.2600
EXTERNO DA COBERTURA		50.2200

TEMPERATURA DE OPERACAO (C)

CONDUTOR	20.0000
BLINDAGEM METALICA	20.0000

COEF. DE VARIACAO DA RESISTIV. COM TEMP. A 20 C (1/C)

MATERIAL DO CONDUTOR	0.00393
DA BLINDAGEM METALICA	0.00403

RESISTIVIDADE A 20 C (OHM*MM²/M)

MATERIAL DO CONDUTOR	0.017200
DA BLINDAGEM METALICA	0.035800

PERMISSIVIDADE RELATIVA

MATERIAL DE ISOLACAO	3.7200
DA COBERTURA	2.3300

FATOR DE PERDAS (TAN D)

MATERIAL DA ISOLACAO	0.0000
DA COBERTURA	0.0000

PERMEABILIDADE RELATIVA

MATERIAL DO CONDUTOR	1.0000
DA ISOLACAO	1.0000
DA BLINDAGEM METALICA	1.0000
DA COBERTURA	1.0000

Figura 5.6 Programa CROSBOND - relatório de dados lidos

CASO 01 - MULTIATERRADO COM 3 TRECHOS

*** DADOS DA INSTALACAO ***

NUM. DA SECAO MENOR	COMPRIMENTO (M)	X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3	IMPED. DE ATERRAMENTO EM 60 HZ (OHM)
0								
1	700.0	0.000	1000.000	600.000	1000.000	300.000	1000.000	0.500000D+00
2	700.0	0.000	1000.000	600.000	1000.000	300.000	1000.000	0.100000D+09
3	700.0	0.000	1000.000	600.000	1000.000	300.000	1000.000	0.500000D+00

Figura 5.7 Programa CROSBOND - relatório de dados lidos

CASO 01 - MULTIATERRADO COM 3 TRECHOS

*** DADOS DOS NÓS DE INTERESSE ***

NUMERO DO NO	SECAO MAIOR	SECAO MENOR	ELEMENTO
1	0	0	GERADOR 1
2	0	0	CONDUTOR 2
3	0	0	CONDUTOR 3
4	1	1	CONDUTOR 1
5	1	1	CONDUTOR 2
6	1	1	CONDUTOR 3
7	1	2	CONDUTOR 1
8	1	2	CONDUTOR 2
9	1	2	CONDUTOR 3
10	1	3	CONDUTOR 1
11	1	3	CONDUTOR 2
12	1	3	CONDUTOR 3

Figura 5.8 Programa CROSBOND - relatório de dados lidos

MAXIMA
1.8595

CASO 01 - MULTIATERRADO COM 3 TRECHOS

TEMPO (1E-6S)	TENSÃO (PU)	SECAO MAIOR 0	SECAO MENDR 0	GERADOR 1
0.000	0.4962	0.0299		
2.000	0.9956			
4.000	0.9951			
6.000	1.0018			
8.000	0.9999			
10.000	0.9991			
12.000	1.0003			
14.000	0.9993			
16.000	0.9992			
18.000	0.9995			
20.000	0.9988			
22.000	0.9988			
24.000	0.9986			
26.000	0.9981			
28.000	0.9980			
30.000	0.9977			
32.000	0.9972			
34.000	0.9970			
36.000	0.9966			
38.000	0.9962			
40.000	0.9959			
42.000	0.9953			
44.000	0.9949			
46.000	0.9945			
48.000	0.9939			
50.000	0.9934			
52.000	0.9929			
54.000	0.9922			
56.000	0.9917			
58.000	0.9911			
60.000	0.9904			
62.000	0.9899			
64.000	0.9891			
66.000	0.9885			
68.000	0.9879			
70.000	0.9870			
72.000	0.9863			
74.000	0.9855			
76.000	0.9847			
78.000	0.9839			
80.000	0.9831			
82.000	0.9822			
84.000	0.9814			
86.000	0.9804			
88.000	0.9795			
90.000	0.9786			
92.000	0.9776			
94.000	0.9767			
96.000	0.9757			
98.000	0.9746			
100.000	0.9736			

VALOR MINIMO 0.4962 INSTANTE 0.000 VALOR MAXIMO 1.0019 INSTANTE 6.000

Figura 5.9 Sistema multiaterrado - tensão no nó 0 0 G 1 (gerador)

CASO 01 - MULTIATERRADO COM 3 TRECHOS

TEMPO (1E-6S)	SENSAO (PU)	SECAO MAIOR 1	SECAO MENDR 1	CONDUTOR 1	MAXIMA 1.8595
0.000	0.0024				
2.000	-0.0102				
4.000	0.2717				
6.000	0.8576				
8.000	0.9356				
10.000	0.9445				
12.000	0.9446				
14.000	0.9474				
16.000	0.9504				
18.000	0.9512				
20.000	0.9454				
22.000	1.1264				
24.000	1.6356				
26.000	1.7846				
28.000	1.8102				
30.000	1.8122				
32.000	1.4930				
34.000	1.1625				
36.000	1.1086				
38.000	1.0833				
40.000	1.0712				
42.000	1.0674				
44.000	1.0667				
46.000	1.0657				
48.000	1.0644				
50.000	0.8290				
52.000	0.5097				
54.000	0.4184				
56.000	0.3739				
58.000	0.4074				
60.000	0.6811				
62.000	0.8541				
64.000	0.9047				
66.000	0.9296				
68.000	0.9418				
70.000	0.9445				
72.000	0.9412				
74.000	0.9359				
76.000	0.9633				
78.000	1.1838				
80.000	1.3698				
82.000	1.4391				
84.000	1.4794				
86.000	1.4092				
88.000	1.2120				
90.000	1.1118				
92.000	1.0655				
94.000	1.0395				
96.000	1.0252				
98.000	1.0186				
100.000	1.0167				

VALOR MINIMO -0.0102 INSTANTE 2.000 VALOR MAXIMO 1.8122 INSTANTE 30.000

Figura 5.10 Sistema multiaterrado - tensão no nó 1 l C l

CASO 01 - MULTIATERRADO COM 3 TRECHOS

TEMPO (1E-6S)	TENSÃO (PU)	SECAO MAIOR 1	SECAO MENOR 3	CONDUTOR 1	MAXIMA 1.8595
0.000	0.0005	•••••	•••••	•••••	•••••
-0.0007	-0.0007	•••••	•••••	•••••	•••••
4.000	0.0003	•••••	•••••	•••••	•••••
6.000	0.0012	•••••	•••••	•••••	•••••
8.000	-0.0035	•••••	•••••	•••••	•••••
10.000	0.0036	•••••	•••••	•••••	•••••
12.000	0.0652	•••••	•••••	•••••	•••••
14.000	1.0350	•••••	•••••	•••••	•••••
16.000	1.7408	•••••	•••••	•••••	•••••
18.000	1.7795	•••••	•••••	•••••	•••••
20.000	1.8106	•••••	•••••	•••••	•••••
22.000	1.8249	•••••	•••••	•••••	•••••
24.000	1.8310	•••••	•••••	•••••	•••••
26.000	1.8388	•••••	•••••	•••••	•••••
28.000	1.8421	•••••	•••••	•••••	•••••
30.000	1.8444	•••••	•••••	•••••	•••••
32.000	1.8484	•••••	•••••	•••••	•••••
34.000	1.8479	•••••	•••••	•••••	•••••
36.000	1.8502	•••••	•••••	•••••	•••••
38.000	1.8595	•••••	•••••	•••••	•••••
40.000	1.6526	•••••	•••••	•••••	•••••
42.000	0.8710	•••••	•••••	•••••	•••••
44.000	0.5148	•••••	•••••	•••••	•••••
46.000	0.4236	•••••	•••••	•••••	•••••
48.000	0.3755	•••••	•••••	•••••	•••••
50.000	0.3429	•••••	•••••	•••••	•••••
52.000	0.3234	•••••	•••••	•••••	•••••
54.000	0.3095	•••••	•••••	•••••	•••••
56.000	0.2981	•••••	•••••	•••••	•••••
58.000	0.2908	•••••	•••••	•••••	•••••
60.000	0.2837	•••••	•••••	•••••	•••••
62.000	0.2776	•••••	•••••	•••••	•••••
64.000	0.2755	•••••	•••••	•••••	•••••
66.000	0.2703	•••••	•••••	•••••	•••••
68.000	0.5654	•••••	•••••	•••••	•••••
70.000	1.1006	•••••	•••••	•••••	•••••
72.000	1.3107	•••••	•••••	•••••	•••••
74.000	1.4081	•••••	•••••	•••••	•••••
76.000	1.4629	•••••	•••••	•••••	•••••
78.000	1.4987	•••••	•••••	•••••	•••••
80.000	1.5232	•••••	•••••	•••••	•••••
82.000	1.5396	•••••	•••••	•••••	•••••
84.000	1.5520	•••••	•••••	•••••	•••••
86.000	1.5613	•••••	•••••	•••••	•••••
88.000	1.5679	•••••	•••••	•••••	•••••
90.000	1.5744	•••••	•••••	•••••	•••••
92.000	1.5788	•••••	•••••	•••••	•••••
94.000	1.5492	•••••	•••••	•••••	•••••
96.000	1.2389	•••••	•••••	•••••	•••••
98.000	0.9042	•••••	•••••	•••••	•••••
100.000	0.7516	•••••	•••••	•••••	•••••

VALOR MINIMO -0.0035 INSTANTE 8.000 VALOR MAXIMO 1.8595 INSTANTE 38.000

Figura 5.11 Sistema multiaterrado - tensão no nó 1 3 C 1

CASO 01 - MULTIATERRADO COM 3 TRECHOS

TEMPO (1E-6S)	TENSAO (PU)	SECAO MAIOR 0	SECAO MENOR 0	BLINDAGEM 1	MINIMA -0.0299	MAXIMA 0.0375
0.000	0.0189					
2.000	0.0375					
4.000	0.0370					
6.000	0.0370					
8.000	0.0366					
10.000	0.0363					
12.000	0.0361					
14.000	0.0359					
16.000	0.0357					
18.000	0.0355					
20.000	0.0352					
22.000	0.0352					
24.000	0.0350					
26.000	0.0294					
28.000	-0.0060					
30.000	-0.0252					
32.000	-0.0275					
34.000	-0.0287					
36.000	-0.0294					
38.000	-0.0296					
40.000	-0.0298					
42.000	-0.0299					
44.000	-0.0298					
46.000	-0.0299					
48.000	-0.0298					
50.000	-0.0296					
52.000	-0.0299					
54.000	-0.0193					
56.000	0.0066					
58.000	0.0168					
60.000	0.0203					
62.000	0.0221					
64.000	0.0232					
66.000	0.0239					
68.000	0.0243					
70.000	0.0246					
72.000	0.0247					
74.000	0.0248					
76.000	0.0249					
78.000	0.0249					
80.000	0.0243					
82.000	0.0118					
84.000	-0.0049					
86.000	-0.0116					
88.000	-0.0151					
90.000	-0.0171					
92.000	-0.0183					
94.000	-0.0192					
96.000	-0.0198					
98.000	-0.0201					
100.000	-0.0204					

VALOR MINIMO -0.0299 INSTANTE 52.000 VALOR MAXIMO 0.0375 INSTANTE 2.000

Figura 5.12 Sistema multiaterrado - tensão no nó 0 0 B 1

CASO 01 - MULTIATERRADO COM 3 TRECHOS

TEMPO (1E-6S)	TENSAO (PU)	SECAO MAIOR 1	SECAO MENOR 1	BLINDAGEM 1	MAXIMA 0.0375
0.000	0.0000	0.0299	0	0	0
2.000	0.0000	0.0299	0	0	0
4.000	0.0000	0.0299	0	0	0
6.000	0.0000	0.0299	0	0	0
8.000	0.0001	0.0299	0	0	0
10.000	0.0002	0.0299	0	0	0
12.000	0.0004	0.0299	0	0	0
14.000	0.0007	0.0299	0	0	0
16.000	0.0011	0.0299	0	0	0
18.000	0.0018	0.0299	0	0	0
20.000	0.0021	0.0299	0	0	0
22.000	0.0023	0.0299	0	0	0
24.000	0.0024	0.0299	0	0	0
26.000	0.0025	0.0299	0	0	0
28.000	0.0027	0.0299	0	0	0
30.000	0.0029	0.0299	0	0	0
32.000	0.0032	0.0299	0	0	0
34.000	0.0034	0.0299	0	0	0
36.000	0.0036	0.0299	0	0	0
38.000	0.0040	0.0299	0	0	0
40.000	0.0055	0.0299	0	0	0
42.000	0.0090	0.0299	0	0	0
44.000	0.0137	0.0299	0	0	0
46.000	0.0185	0.0299	0	0	0
48.000	0.0229	0.0299	0	0	0
50.000	0.0263	0.0299	0	0	0
52.000	0.0287	0.0299	0	0	0
54.000	0.0302	0.0299	0	0	0
56.000	0.0312	0.0299	0	0	0
58.000	0.0317	0.0299	0	0	0
60.000	0.0318	0.0299	0	0	0
62.000	0.0317	0.0299	0	0	0
64.000	0.0313	0.0299	0	0	0
66.000	0.0303	0.0299	0	0	0
68.000	0.0269	0.0299	0	0	0
70.000	0.0200	0.0299	0	0	0
72.000	0.0118	0.0299	0	0	0
74.000	0.0031	0.0299	0	0	0
76.000	-0.0045	0.0299	0	0	0
78.000	-0.0106	0.0299	0	0	0
80.000	-0.0153	0.0299	0	0	0
82.000	-0.0188	0.0299	0	0	0
84.000	-0.0216	0.0299	0	0	0
86.000	-0.0239	0.0299	0	0	0
88.000	-0.0252	0.0299	0	0	0
90.000	-0.0261	0.0299	0	0	0
92.000	-0.0266	0.0299	0	0	0
94.000	-0.0261	0.0299	0	0	0
96.000	-0.0235	0.0299	0	0	0
98.000	-0.0184	0.0299	0	0	0
100.000	-0.0120	0.0299	0	0	0

VALOR MINIMO -0.0266 INSTANTE 92.000 VALOR MAXIMO 0.0318 INSTANTE 60.000

Figura 5.13 Sistema multiaterrado - tensão no nó 1 l B 1

CASO 01 - MULTIATERRADO COM 3 TRECHOS

TEMPO (1E-6S)	TENSÃO (PU)	SECAO MAIOR 1	SECAO MENOR 2	BLINDAGEM 1	MAXIMA 0.0375
0.000	0.0000	0	0	0	0
2.000	0.0000	0	0	0	0
4.000	0.0000	0	0	0	0
6.000	0.0000	0	0	0	0
8.000	0.0000	0	0	0	0
10.000	0.0000	0	0	0	0
12.000	0.0000	0	0	0	0
14.000	0.0002	0	0	0	0
16.000	0.0003	0	0	0	0
18.000	0.0006	0	0	0	0
20.000	0.0008	0	0	0	0
22.000	0.0012	0	0	0	0
24.000	0.0016	0	0	0	0
26.000	0.0021	0	0	0	0
28.000	0.0026	0	0	0	0
30.000	0.0031	0	0	0	0
32.000	0.0037	0	0	0	0
34.000	0.0046	0	0	0	0
36.000	0.0052	0	0	0	0
38.000	0.0055	0	0	0	0
40.000	0.0056	0	0	0	0
42.000	0.0055	0	0	0	0
44.000	0.0053	0	0	0	0
46.000	0.0050	0	0	0	0
48.000	0.0046	0	0	0	0
50.000	0.0041	0	0	0	0
52.000	0.0035	0	0	0	0
54.000	0.0029	0	0	0	0
56.000	0.0022	0	0	0	0
58.000	0.0015	0	0	0	0
60.000	0.0007	0	0	0	0
62.000	-0.0006	0	0	0	0
64.000	-0.0014	0	0	0	0
66.000	-0.0019	0	0	0	0
68.000	-0.0027	0	0	0	0
70.000	-0.0032	0	0	0	0
72.000	-0.0033	0	0	0	0
74.000	-0.0034	0	0	0	0
76.000	-0.0034	0	0	0	0
78.000	-0.0034	0	0	0	0
80.000	-0.0031	0	0	0	0
82.000	-0.0025	0	0	0	0
84.000	-0.0013	0	0	0	0
86.000	0.0007	0	0	0	0
88.000	0.0035	0	0	0	0
90.000	0.0070	0	0	0	0
92.000	0.0101	0	0	0	0
94.000	0.0132	0	0	0	0
96.000	0.0164	0	0	0	0
98.000	0.0187	0	0	0	0
100.000	0.0204	0	0	0	0

VALOR MINIMO -0.0034 INSTANTE 76.000 VALOR MAXIMO 0.0204 INSTANTE 100.000

Figura 5.14 Sistema multiaterrado - tensão no nó 1 2 B 1

CASO 02 B - SINGLE POINT COM 3 TRECHOS (ATERR. LADO CARGA)

TEMPO (1E-6S)	TENSÃO (PU)	SECAO MAIOR 1	SECAO MENOR 3	CONDUTOR 1	MAXIMA 1.4528
0.000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.000	-0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4.000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6.000	0.0006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8.000	-0.0016	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10.000	0.0014	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12.000	0.0315	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
14.000	0.4654	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
16.000	0.7577	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
18.000	0.7640	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20.000	0.7732	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
22.000	0.7775	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
24.000	0.7790	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
26.000	0.7816	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
28.000	0.7832	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
30.000	0.7844	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
32.000	0.7862	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
34.000	0.7875	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
36.000	0.7886	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
38.000	0.7898	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
40.000	0.8024	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
42.000	0.8613	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
44.000	0.8984	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
46.000	0.9103	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
48.000	0.9174	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
50.000	0.9221	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
52.000	0.9252	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
54.000	0.9277	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
56.000	0.9296	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
58.000	0.9310	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
60.000	0.9323	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
62.000	0.9332	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
64.000	0.9340	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
66.000	0.9347	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
68.000	0.9378	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
70.000	0.9456	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
72.000	0.9509	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
74.000	0.9537	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
76.000	0.9555	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
78.000	0.9566	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
80.000	0.9573	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
82.000	0.9578	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
84.000	0.9581	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
86.000	0.9582	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
88.000	0.9582	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
90.000	0.9580	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
92.000	0.9579	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
94.000	0.9576	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
96.000	0.9576	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
98.000	0.9582	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
100.000	0.9584	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

VALDR MINIMO -0.0015 INSTANTE 8.000 VALDR MAXIMO 0.9584 INSTANTE 100.000

Figura 5.15 Sistema "Single Point" aterrado no lado da carga - tensão no nó 1 3 C 1

CASO 02 B - SINGLE POINT COM 3 TRECHOS (ATERR. LADO CARGA) PAG. 6

TEMPO (1E-6S)	TENSAO (PU)	SECAO MAIOR 0	SECAO MENOR 0	BLINDAGEM 1	MAXIMA 0.5909
0.000	0.2801	•	•	•	•
2.000	0.5771	•	•	•	•
4.000	0.5840	•	•	•	•
6.000	0.5900	•	•	•	•
8.000	0.5898	•	•	•	•
10.000	0.5899	•	•	•	•
12.000	0.5909	•	•	•	•
14.000	0.5902	•	•	•	•
16.000	0.5901	•	•	•	•
18.000	0.5901	•	•	•	•
20.000	0.5888	•	•	•	•
22.000	0.5894	•	•	•	•
24.000	0.5892	•	•	•	•
26.000	0.5520	•	•	•	•
28.000	0.3147	•	•	•	•
30.000	0.1856	•	•	•	•
32.000	0.1677	•	•	•	•
34.000	0.1571	•	•	•	•
36.000	0.1500	•	•	•	•
38.000	0.1460	•	•	•	•
40.000	0.1426	•	•	•	•
42.000	0.1397	•	•	•	•
44.000	0.1376	•	•	•	•
46.000	0.1355	•	•	•	•
48.000	0.1335	•	•	•	•
50.000	0.1319	•	•	•	•
52.000	0.1304	•	•	•	•
54.000	0.1197	•	•	•	•
56.000	0.0881	•	•	•	•
58.000	0.0695	•	•	•	•
60.000	0.0612	•	•	•	•
62.000	0.0560	•	•	•	•
64.000	0.0521	•	•	•	•
66.000	0.0493	•	•	•	•
68.000	0.0470	•	•	•	•
70.000	0.0450	•	•	•	•
72.000	0.0434	•	•	•	•
74.000	0.0420	•	•	•	•
76.000	0.0407	•	•	•	•
78.000	0.0395	•	•	•	•
80.000	0.0384	•	•	•	•
82.000	0.0357	•	•	•	•
84.000	0.0310	•	•	•	•
86.000	0.0276	•	•	•	•
88.000	0.0253	•	•	•	•
90.000	0.0236	•	•	•	•
92.000	0.0223	•	•	•	•
94.000	0.0212	•	•	•	•
96.000	0.0202	•	•	•	•
98.000	0.0193	•	•	•	•
100.000	0.0186	•	•	•	•

VALOR MINIMO 0.0186 INSTANTE 100.000 VALOR MAXIMO 0.5909 INSTANTE 12.000

Figura 5.16 Sistema "Single Point" aterrado no lado da carga - tensão no nó 0 0 B 1

PAG. 10

CASO 02 B - SINGLE POINT COM 3 TRECHOS (ATERR. LADO CARGA)

TEMPO (1E-6S)	TENSÃO (PU)	SECAO MAIOR 1	SECAO MENOR 2	BLINDAGEM 1	MAXIMA 0.5909
0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
14.000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
16.000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
18.000	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20.000	0.0004	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
22.000	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
24.000	0.0007	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
26.000	0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
28.000	0.0011	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
30.000	0.0014	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
32.000	0.0018	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
34.000	0.0022	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
36.000	0.0026	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
38.000	0.0030	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
40.000	0.0034	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
42.000	0.0038	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
44.000	0.0042	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
46.000	0.0046	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
48.000	0.0050	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
50.000	0.0054	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
52.000	0.0058	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
54.000	0.0062	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
56.000	0.0066	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
58.000	0.0070	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
60.000	0.0074	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
62.000	0.0078	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
64.000	0.0082	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
66.000	0.0086	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
68.000	0.0090	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
70.000	0.0094	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
72.000	0.0098	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
74.000	0.0102	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
76.000	0.0106	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
78.000	0.0110	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
80.000	0.0114	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
82.000	0.0118	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
84.000	0.0122	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
86.000	0.0126	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
88.000	0.0130	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
90.000	0.0134	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
92.000	0.0138	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
94.000	0.0142	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
96.000	0.0146	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
98.000	0.0150	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
100.000	0.0154	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

VALOR MINIMO -0.0067 INSTANTE 70.000 VALOR MAXIMO 0.3280 INSTANTE 100.000

Figura 5.17 Sistema "Single Point" aterrado no lado da carga - tensão no nó 1 2 B 1

CASO 03 - CROSS BONDING COM 1 SECAO MAIOR

TEMPO (1E-6S)	TENSÃO (PU)	SECAO MAIOR 1	SECAO MENOR 3	CONDUTOR 3	MAXIMA 1.7699
0.000	0.0002	*****	*****	*****	*****
2.000	-0.0003	*****	*****	*****	*****
4.000	0.0001	*****	*****	*****	*****
6.000	0.0005	*****	*****	*****	*****
8.000	-0.0016	*****	*****	*****	*****
10.000	0.0016	*****	*****	*****	*****
12.000	0.0297	*****	*****	*****	*****
14.000	0.4735	*****	*****	*****	*****
16.000	0.7988	*****	*****	*****	*****
18.000	0.8197	*****	*****	*****	*****
20.000	0.8389	*****	*****	*****	*****
22.000	0.7896	*****	*****	*****	*****
24.000	0.6312	*****	*****	*****	*****
26.000	0.5914	*****	*****	*****	*****
28.000	0.6083	*****	*****	*****	*****
30.000	0.7045	*****	*****	*****	*****
32.000	0.7913	*****	*****	*****	*****
34.000	0.8467	*****	*****	*****	*****
36.000	0.8610	*****	*****	*****	*****
38.000	0.8764	*****	*****	*****	*****
40.000	0.9085	*****	*****	*****	*****
42.000	0.9743	*****	*****	*****	*****
44.000	1.0041	*****	*****	*****	*****
46.000	1.0261	*****	*****	*****	*****
48.000	1.1579	*****	*****	*****	*****
50.000	1.2803	*****	*****	*****	*****
52.000	1.3374	*****	*****	*****	*****
54.000	1.4982	*****	*****	*****	*****
56.000	1.5786	*****	*****	*****	*****
58.000	1.4936	*****	*****	*****	*****
60.000	1.4201	*****	*****	*****	*****
62.000	1.4544	*****	*****	*****	*****
64.000	1.6499	*****	*****	*****	*****
66.000	1.7334	*****	*****	*****	*****
68.000	1.7699	*****	*****	*****	*****
70.000	1.7653	*****	*****	*****	*****
72.000	1.6715	*****	*****	*****	*****
74.000	1.5402	*****	*****	*****	*****
76.000	1.4110	*****	*****	*****	*****
78.000	1.3750	*****	*****	*****	*****
80.000	1.3473	*****	*****	*****	*****
82.000	1.2784	*****	*****	*****	*****
84.000	1.2946	*****	*****	*****	*****
86.000	1.3517	*****	*****	*****	*****
88.000	1.4063	*****	*****	*****	*****
90.000	1.3959	*****	*****	*****	*****
92.000	1.3223	*****	*****	*****	*****
94.000	1.3253	*****	*****	*****	*****
96.000	1.2896	*****	*****	*****	*****
98.000	1.2067	*****	*****	*****	*****
100.000	1.3134	*****	*****	*****	*****

VALOR MINIMO	-0.0016	INSTANTE	8.000	VALOR MAXIMO	1.7699	INSTANTE	68.000
VALOR MINIMO GLOBAL	-0.5137	INSTANTE	96.000	SECAO MAIOR 1	SECAO MENOR 3	CONDUTOR 1	CONDUTOR 1
VALOR MAXIMO GLOBAL	1.7699	INSTANTE	68.000	SECAO MAIOR 1	SECAO MENOR 3	CONDUTOR 3	CONDUTOR 3

Figura 5.18 Sistema "Cross Bonding" - tensão no nó 1 3 C 3

CASO 03 - CROSS BONDING COM 1 SECAO MAIOR

TEMPO (1E-6S)	TENSÃO (PU)	SECAO MAIOR 1 MINIMA -0.3627	SECAO MENDR 2	BLINDAGEM 1 0	MAXIMA 0.4407
0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8.000	0.0012	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10.000	0.0070	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12.000	0.0089	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
14.000	0.0088	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
16.000	0.0092	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
18.000	0.0098	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20.000	0.0106	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
22.000	0.0130	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
24.000	-0.0308	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
26.000	-0.1253	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
28.000	-0.1394	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
30.000	-0.1511	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
32.000	-0.1744	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
34.000	-0.2178	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
36.000	-0.2490	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
38.000	-0.2533	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
40.000	-0.2420	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
42.000	-0.2165	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
44.000	-0.1654	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
46.000	-0.1576	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
48.000	-0.1699	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
50.000	-0.1997	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
52.000	-0.1630	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
54.000	-0.1109	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
56.000	-0.1003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
58.000	-0.1008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
60.000	-0.1087	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
62.000	-0.1101	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
64.000	-0.0757	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
66.000	-0.0055	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
68.000	0.0096	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
70.000	-0.0074	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
72.000	-0.0406	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
74.000	0.0309	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
76.000	0.0983	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
78.000	0.1200	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
80.000	0.1724	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
82.000	0.2249	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
84.000	0.2867	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
86.000	0.3307	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
88.000	0.3617	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
90.000	0.3698	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
92.000	0.3529	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
94.000	0.3385	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
96.000	0.3354	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
98.000	0.3596	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
100.000	0.3568	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

VALOR MINIMO -0.2533 INSTANTE 38.000 VALOR MAXIMO 0.3698 INSTANTE 90.000

Figura 5.19 Sistema "Cross Bonding" - tensão no nó 1 2 B 1

Observa-se que nenhum resultado do caso 02 A foi apresentado; isto porque todos os resultados obtidos no sistema "Single Point" aterrado no lado do gerador resultaram muito próximos daqueles do sistema multiaterrado.

Os sistemas multiaterrado e "Single Point" apresentam ainda formas de onda semelhantes às da linha aérea monofásica. Este fato não mais ocorre no sistema "Cross Bonding", onde as transposições nos condutores de fase produzem distorção nas formas de onda.

Da Tabela 5.3 observa-se que os valores máximos de tensão nos condutores ocorrem nos nós mais afastados do gerador, exceto no caso do sistema "Single Point" aterrado no lado da carga.

Com relação às blindagens, nota-se situações bem mais críticas nos sistemas "Cross Bonding" e "Single Point" aterrado no lado da carga, onde verificou-se valores máximos na faixa de 0,4 a 0,6 pu, contra valores máximos em torno de 0,03 pu nos outros dois sistemas.

Observando-se os resultados no nó 1 2 B 3 na Tabela 5.3, verifica-se que a tensão calculada nos quatro sistemas atingiu seu valor máximo no instante final ($t=100\mu s$) ou próximo dele. Para saber o que aconteceria após este instante, novos casos foram processados, fixando-se o instante final em 300 μs e o número de frequências em 1000. Às Figs. 5.20 a 5.23 apresenta-se os novos gráficos obtidos.

MAXIMA
0.0370

CASO 01 - MULTIATERRADO COM 3 TRECHOS

TEMPO (1E-6S)	TENSÃO (PU)	SECAO MAIOR 1	SECAO MENOR 2	BLINDAGEM 3
0.000	0.0000	0.0300	0	
6.000	0.0000	0.0300	0	
12.000	0.0000	0.0300	0	
18.000	-0.0003	0.0300	0	
24.000	-0.0008	0.0300	0	
30.000	-0.0017	0.0300	0	
36.000	-0.0035	0.0300	0	
42.000	-0.0030	0.0300	0	
48.000	-0.0021	0.0300	0	
54.000	-0.0009	0.0300	0	
60.000	0.0008	0.0300	0	
66.000	0.0033	0.0300	0	
72.000	0.0046	0.0300	0	
78.000	0.0043	0.0300	0	
84.000	0.0055	0.0300	0	
90.000	0.0109	0.0300	0	
96.000	0.0175	0.0300	0	
102.000	0.0232	0.0300	0	
108.000	0.0258	0.0300	0	
114.000	0.0209	0.0300	0	
120.000	0.0081	0.0300	0	
126.000	-0.0042	0.0300	0	
132.000	-0.0136	0.0300	0	
138.000	-0.0188	0.0300	0	
144.000	-0.0137	0.0300	0	
150.000	-0.0034	0.0300	0	
156.000	0.0060	0.0300	0	
162.000	0.0130	0.0300	0	
168.000	0.0154	0.0300	0	
174.000	0.0094	0.0300	0	
180.000	-0.0015	0.0300	0	
186.000	-0.0126	0.0300	0	
192.000	-0.0222	0.0300	0	
198.000	-0.0254	0.0300	0	
204.000	-0.0198	0.0300	0	
210.000	-0.0104	0.0300	0	
216.000	-0.0002	0.0300	0	
222.000	0.0079	0.0300	0	
228.000	0.0099	0.0300	0	
234.000	0.0051	0.0300	0	
240.000	-0.0031	0.0300	0	
246.000	-0.0102	0.0300	0	
252.000	-0.0141	0.0300	0	
258.000	-0.0124	0.0300	0	
264.000	-0.0062	0.0300	0	
270.000	0.0019	0.0300	0	
276.000	0.0089	0.0300	0	
282.000	0.0116	0.0300	0	
288.000	0.0096	0.0300	0	
294.000	0.0040	0.0300	0	
300.000	-0.0027	0.0300	0	

VALOR MINIMO -0.0254 INSTANTE 198.000 VALOR MAXIMO 0.0358 INSTANTE 108.000

Figura 5.20 Sistema multiaterrado - tensão no nó 1 2 B 3 (instante final 300µs)

CASO 02 A - SINGLE POINT COM 3 TRECHOS (ATERR. LADO GERADOR)

TEMPO (1E-6S)	TENSÃO (PU)	SECAD MAIOR 1	SECAD MENOR 2	BLINDAGEM 3	MAXIMA 0,0419
0.000	0.0000	MINIMA -0.0300	0		
6.000	0.0000	*****	*****	*****	
12.000	0.0000	*****	*****	*****	
18.000	-0.0003	*****	*****	*****	
24.000	-0.0008	*****	*****	*****	
30.000	-0.0017	*****	*****	*****	
36.000	-0.0035	*****	*****	*****	
42.000	-0.0030	*****	*****	*****	
48.000	-0.0021	*****	*****	*****	
54.000	-0.0009	*****	*****	*****	
60.000	0.0007	*****	*****	*****	
66.000	0.0033	*****	*****	*****	
72.000	0.0047	*****	*****	*****	
78.000	0.0045	*****	*****	*****	
84.000	0.0058	*****	*****	*****	
90.000	0.0114	*****	*****	*****	
96.000	0.0181	*****	*****	*****	
102.000	0.0238	*****	*****	*****	
108.000	0.0264	*****	*****	*****	
114.000	0.0216	*****	*****	*****	
120.000	0.0087	*****	*****	*****	
126.000	-0.0036	*****	*****	*****	
132.000	-0.0130	*****	*****	*****	
138.000	-0.0181	*****	*****	*****	
144.000	-0.0130	*****	*****	*****	
150.000	-0.0028	*****	*****	*****	
156.000	0.0063	*****	*****	*****	
162.000	0.0131	*****	*****	*****	
168.000	0.0158	*****	*****	*****	
174.000	0.0124	*****	*****	*****	
180.000	0.0079	*****	*****	*****	
186.000	0.0059	*****	*****	*****	
192.000	0.0055	*****	*****	*****	
198.000	0.0084	*****	*****	*****	
204.000	0.0136	*****	*****	*****	
210.000	0.0150	*****	*****	*****	
216.000	0.0129	*****	*****	*****	
222.000	0.0087	*****	*****	*****	
228.000	0.0024	*****	*****	*****	
234.000	-0.0038	*****	*****	*****	
240.000	-0.0072	*****	*****	*****	
246.000	-0.0064	*****	*****	*****	
252.000	-0.0032	*****	*****	*****	
258.000	0.0017	*****	*****	*****	
264.000	0.0057	*****	*****	*****	
270.000	0.0076	*****	*****	*****	
276.000	0.0073	*****	*****	*****	
282.000	0.0045	*****	*****	*****	
288.000	0.0009	*****	*****	*****	
294.000	-0.0020	*****	*****	*****	
300.000	-0.0034	*****	*****	*****	

VALOR MINIMO -0.0181 INSTANTE 138.000 VALOR MAXIMO 0.0264 INSTANTE 108.000

Figura 5.21 Sistema "Single Point" aterrado no lado do gerador - tensão no nó 1 2 B 3 (instante final 300µs)

CASO 02 B - SINGLE POINT COM 3 TRECHOS (ATERR. LADO CARGA) PAG. 12

TEMPO (1E-6S)	TENSÃO (PU)	SECAO MAIOR 1	SECAO MENOR 2	BLINDAGEM 3	MAXIMA 0.5911
0.000	0.0000	0.2638	0		
6.000	0.0000	0.2638	0		
12.000	0.0000	0.2638	0		
18.000	-0.0001	0.2638	0		
24.000	-0.0004	0.2638	0		
30.000	-0.0008	0.2638	0		
36.000	-0.0189	0.2638	0		
42.000	-0.0167	0.2638	0		
48.000	-0.0157	0.2638	0		
54.000	-0.0150	0.2638	0		
60.000	-0.0126	0.2638	0		
66.000	-0.0013	0.2638	0		
72.000	0.0145	0.2638	0		
78.000	0.0143	0.2638	0		
84.000	0.0415	0.2638	0		
90.000	0.1560	0.2638	0		
96.000	0.2849	0.2638	0		
102.000	0.3825	0.2638	0		
108.000	0.4403	0.2638	0		
114.000	0.4342	0.2638	0		
120.000	0.3602	0.2638	0		
126.000	0.2804	0.2638	0		
132.000	0.2262	0.2638	0		
138.000	0.1740	0.2638	0		
144.000	0.1437	0.2638	0		
150.000	0.1135	0.2638	0		
156.000	0.0889	0.2638	0		
162.000	0.0738	0.2638	0		
168.000	0.0673	0.2638	0		
174.000	0.0508	0.2638	0		
180.000	-0.0053	0.2638	0		
186.000	-0.0800	0.2638	0		
192.000	-0.1550	0.2638	0		
198.000	-0.2261	0.2638	0		
204.000	-0.2614	0.2638	0		
210.000	-0.2678	0.2638	0		
216.000	-0.2452	0.2638	0		
222.000	-0.2197	0.2638	0		
228.000	-0.1938	0.2638	0		
234.000	-0.1688	0.2638	0		
240.000	-0.1600	0.2638	0		
246.000	-0.1376	0.2638	0		
252.000	-0.1185	0.2638	0		
258.000	-0.1026	0.2638	0		
264.000	-0.0855	0.2638	0		
270.000	-0.0644	0.2638	0		
276.000	-0.0433	0.2638	0		
282.000	-0.0358	0.2638	0		
288.000	-0.0294	0.2638	0		
294.000	-0.0228	0.2638	0		
300.000	-0.0265	0.2638	0		

VALOR MINIMO -0.2638 INSTANTE 210.000 VALOR MAXIMO 0.4403 INSTANTE 108.000

Figura 5.22 Sistema "Single Point" aterrado no lado da carga 1 tensão no nó 1 2 B 3 (instante final 300µs)

CASO 03 - CROSS BONDING COM 1 SECAO MAIOR

TEMPO (1E-6S)	TENSÃO (PU)	SECAO MAIOR 1	SECAO MENOR 2	BLINDAGEM 3	MAXIMA 0.3820
0.000	-0.0001	0	0	0	
6.000	-0.0007	0	0	0	
12.000	0.1413	0	0	0	
18.000	0.1295	0	0	0	
24.000	0.1026	0	0	0	
30.000	0.0865	0	0	0	
36.000	0.0832	0	0	0	
42.000	-0.0131	0	0	0	
48.000	0.0143	0	0	0	
54.000	0.0957	0	0	0	
60.000	0.0000	0	0	0	
66.000	-0.0616	0	0	0	
72.000	-0.0489	0	0	0	
78.000	-0.1260	0	0	0	
84.000	-0.2066	0	0	0	
90.000	-0.2117	0	0	0	
96.000	-0.2073	0	0	0	
102.000	-0.1583	0	0	0	
108.000	-0.1650	0	0	0	
114.000	-0.0845	0	0	0	
120.000	-0.0758	0	0	0	
126.000	-0.0513	0	0	0	
132.000	-0.0061	0	0	0	
138.000	0.1361	0	0	0	
144.000	0.2365	0	0	0	
150.000	0.2353	0	0	0	
156.000	0.2105	0	0	0	
162.000	0.2320	0	0	0	
168.000	0.1134	0	0	0	
174.000	0.0853	0	0	0	
180.000	0.0478	0	0	0	
186.000	0.0354	0	0	0	
192.000	-0.0666	0	0	0	
198.000	-0.0884	0	0	0	
204.000	-0.1098	0	0	0	
210.000	-0.1354	0	0	0	
216.000	-0.1411	0	0	0	
222.000	-0.0881	0	0	0	
228.000	-0.0121	0	0	0	
234.000	0.0379	0	0	0	
240.000	0.0250	0	0	0	
246.000	0.0488	0	0	0	
252.000	0.0355	0	0	0	
258.000	0.0012	0	0	0	
264.000	0.0215	0	0	0	
270.000	0.0566	0	0	0	
276.000	0.0086	0	0	0	
282.000	-0.0581	0	0	0	
288.000	-0.0710	0	0	0	
294.000	-0.0950	0	0	0	
300.000	-0.0931	0	0	0	

VALOR MINIMO -0.2117 INSTANTE 90.000 VALOR MAXIMO 0.2365 INSTANTE 144.000

Figura 5.23 Sistema "Cross Bonding" - tensão no nó 1 2 B 3 (instante final 300 μs)

5.4 Análise de Parâmetros

5.4.1 Considerações Gerais

Neste item procedeu-se à identificação dos parâmetros que afetam as sobretensões de manobra em sistemas de transmissão subterrânea. Procurou-se estabelecer também relações quantitativas entre variação dos parâmetros e as correspondentes variações nos resultados de sobretensões. Destaca-se que na presente análise considerou-se somente sistemas "Cross Bonding".

Os parâmetros que foram objeto de estudo são os seguintes:

- . número de seções maiores
- . aterramentos
- . resistividade do solo
- . espaçamento e profundidade dos cabos
- . materiais dos cabos
- . cabos concêntricos
- . cabo terra
- . reostato de pré-inserção

Estes parâmetros são analisados nos subitens subsequentes.

5.4.2 Número de Seções Maiores

Neste subitem procedeu-se ao estudo da influência do número de seções maiores no desempenho do sistema. À Tabela 5.4 apresenta-se os principais dados para o estudo.

Amplitude do degrau de tensão	1 pu
Máxima frequência considerada	$1,0 \times 10^6$ rd/s
Número de frequências	1000
Instante final	500 s
Fator a	10.000
Comprimento total da linha	9,0 km
Resistência de aterramento	0,5
Resistividade do solo	20 Ω .m
Configuração geométrica	idem Tab. 5.1
Dados dos cabos	idem Tab. 5.1

Tabela 5.4 Dados para estudo do número de seções maiores

À Tabela 5.5 apresenta-se os casos processados neste estudo.

Identificação do caso	Número de Seções Maiores
04	2
05	4
06	8
07	16

Tabela 5.5 Casos processados

Os resultados obtidos são apresentados à Tabela 5.6. Nesta tabela apresenta-se os valores máximos obtidos em cada nó de blindagem do caso 05 (4 seções maiores), e nos correspondentes nós dos demais casos.

	CASO 04			CASO 05			CASO 06			CASO 07		
	Nó	Tensão máx. (pu)	Instante (μ s)	Nó	Tensão máx. (pu)	Instante (μ s)	Nó	Tensão máx. (pu)	Instante (μ s)	Nó	Tensão máx. (pu)	Instante (μ s)
1	0 0 B 1	0,0375	5	0 0 B 1	0,0378	5	0 0 B 1	0,0260	420	0 0 B 1	0,0280	395
2	-	-	-	1 1 B 1	0,3666	10	1 2 B 1	0,2195	55	2 1 B 1	0,1634	15
3	-	-	-	1 1 B 2	0,3667	10	1 2 B 2	0,1508	10	2 1 B 3	0,1062	15
4	-	-	-	1 1 B 3	0,1816	60	1 2 B 3	0,2175	30	3 2 B 1	0,0576	15
5	1 1 B 1	0,3561	15	1 2 B 1	0,2678	115	2 1 B 1	0,1773	35	3 2 B 2	0,0999	110
6	1 1 B 2	0,3562	15	1 2 B 2	0,1557	20	2 1 B 2	0,1186	95	3 2 B 3	0,1015	110
7	1 1 B 3	0,1882	125	1 2 B 3	0,2152	55	2 1 B 3	0,0780	45	4 3 B 1	0,1258	30
8	-	-	-	1 3 B 1	0,0015	245	2 3 B 1	0,0007	130	6 1 B 1	0,0004	135
9	1 2 B 1	0,3076	230	2 1 B 1	0,1901	190	3 2 B 1	0,1189	75	6 1 B 2	0,1073	60
10	1 2 B 2	0,1617	45	2 1 B 2	0,1459	380	3 2 B 2	0,0994	215	6 1 B 3	0,1006	305
11	1 2 B 3	0,2492	275	2 1 B 3	0,1335	310	3 2 B 3	0,1309	65	7 2 B 1	0,0701	285
12	-	-	-	2 2 B 1	0,1393	90	4 1 B 1	0,1309	440	7 2 B 2	0,0732	80
13	-	-	-	2 2 B 2	0,1351	260	4 1 B 2	0,1127	320	7 2 B 3	0,0636	140
14	-	-	-	2 2 B 3	0,1618	85	4 1 B 3	0,0987	285	8 3 B 1	0,0885	75
15	1 3 B 1	0,0015	330	2 3 B 1	0,0011	415	4 3 B 1	0,0003	200	10 1 B 1	0,0003	215
16	-	-	-	3 1 B 1	0,2340	245	5 2 B 1	0,0914	115	10 1 B 2	0,0918	105

Tabela 5.6 (1/2) Valores máximos de tensão nas blindagens

	CASO 04			CASO 05			CASO 06			CASO 07		
	Nó	Tensão máx. (pu)	Instante (μ s)	Nó	Tensão máx. (pu)	Instante (μ s)	Nó	Tensão máx. (pu)	Instante (μ s)	Nó	Tensão máx. (pu)	Instante (μ s)
17	-	-	-	3 1 B 2	0,1802	275	5 2 B 2	0,0858	220	10 1 B 2	0,0957	295
18	-	-	-	3 1 B 3	0,1009	335	5 2 B 3	0,1180	240	10 1 B 3	0,0582	240
19	2 1 B 1	0,1645	130	3 2 B 1	0,1490	380	6 1 B 1	0,1332	240	11 2 B 1	0,0866	240
20	2 1 B 2	0,2771	365	3 2 B 2	0,0874	385	6 1 B 2	0,0875	335	11 2 B 2	0,0640	160
21	2 1 B 3	0,1140	205	3 2 B 3	0,1336	265	6 1 B 3	0,0940	240	11 2 B 3	0,0933	240
22	-	-	-	3 3 B 1	0,0006	270	6 3 B 1	0,0007	370	12 3 B 1	0,0004	280
23	2 2 B 1	0,2190	300	4 1 B 1	0,1635	245	7 2 B 1	0,1228	230	14 1 B 1	0,1040	215
24	2 2 B 2	0,2112	365	4 1 B 2	0,1689	285	7 2 B 2	0,0912	240	14 1 B 2	0,0848	210
25	2 2 B 3	0,1689	265	4 1 B 3	0,0910	360	7 2 B 3	0,0861	225	14 1 B 3	0,0336	305
26	-	-	-	4 2 B 1	0,1568	465	8 1 B 1	0,0897	215	15 2 B 1	0,0991	200
27	-	-	-	4 2 B 2	0,1623	385	8 1 B 2	0,1203	495	15 2 B 2	0,1070	205
28	-	-	-	4 2 B 3	0,0684	225	8 1 B 3	0,0744	335	15 2 B 3	0,0651	190
29	2 3 B 1	0,0005	340	4 3 B 1	0,0003	240	8 3 B 1	0,0002	305	16 3 B 1	0,0003	240

Tabela 5.6 (2/2) Valores máximos de tensão nas blindagens

Para poder estabelecer uma comparação global entre os casos, calculou-se média e desvio padrão dos valores máximos por caso da Tab. 5.6. Os resultados obtidos são apresentados à Tab. 5.7. Destaca-se que no cálculo da média e do desvio padrão foram excluídos os nós correspondentes a blindagens aterradas (linhas 1,8,15,22 e 29 da Tab. 5.6), por resultarem com valores máximos de tensão praticamente nulos.

Item \ Caso		04	05	06	07
Número de valores para a média		12	24	24	24
Média (pu)		0,2311	0,1731	0,1187	0,0892
Desvio Padrão	pu	0,0791	0,0746	0,0392	0,0265
	% da média	34	43	33	30
Valor Máximo	Nó	1 1 B 2	1 1 B 2	1 2 B 1	2 1 B 1
	Valor (pu)	0,3562	0,3667	0,2195	0,1634
	Instante (μ s)	15	10	55	15

Tabela 5.7 Valores médios e máximos da Tab. 5.6

Da Tabela 5.7 observa-se que:

- . duplicando-se o número de seções maiores, em média reduz-se o valor máximo das tensões nas blindagens em aproximadamente 30%.
- . em todos os casos o valor máximo de tensão ocorre nos instantes iniciais do transitório e em nós próximos ao gerador.

Com relação aos condutores procedeu-se a análise idêntica à das blindagens. A Tabela 5.8 apresenta-se os resultados finais obtidos nesta análise.

Item		Caso			
		04	05	06	07
Número de valores para a média		21	39	39	39
Média (pu)		0,7671	0,8028	0,8374	0,8764
Desvio Padrão	pu	0,6619	0,6951	0,7544	0,7734
	% da média	86	87	90	88
Valor Máximo	NÓ	2 3 C 3	4 2 C 2	8 3 C 3	16 3 C 3
	Valor (pu)	2,0463	2,1546	2,2163	2,2657
	Instante (μ s)	320	300	240	230

Tabela 5.8 Valores médios e máximos para condutores

Da Tabela 5.8 observa-se que:

- o aumento do número de seções maiores implicou em aumento, em bora relativamente pequeno, dos valores médio e máximo de ten são nos condutores.
- o desvio padrão também aumentou em relação ao das blindagens, indicando maior dispersão dos valores máximos. Isto se expli ca pelo fato de que no condutor que recebe diretamente o de grau de tensão, os valores resultantes são sensivelmente supe riores aos dos demais condutores.

. em todos os casos o valor máximo de tensão ocorreu em nós próximos à carga.

As duas últimas conclusões já podiam ser verificadas no sistema "Cross Bonding" utilizado na comparação entre sistemas (item 5.3).

5.4.3 Aterramento

Neste subitem procedeu-se ao estudo da influência da resistência de aterramento no desempenho do sistema. O caso 05, com resistência igual a $0,5 \Omega$ em todos os nós de aterramento, foi tomado como caso base; os demais casos são apresentados à Tabela 5.9.

Identificação do Caso	Resistência de Aterramento (Ω)		
	Aterramento lado do gerador	Aterramento lado da carga	Demais Nós
08	1,0	1,0	1,0
09	5,0	5,0	5,0
10	10,0	10,0	10,0
11	20,0	20,0	20,0
12	0,5	20,0	20,0
13	20,0	0,5	20,0
14	0,5	0,5	20,0

Tabela 5.9 Casos processados

À Tabela 5.10 apresenta-se o resumo dos resultados obtidos.

Item	Caso	05	08	09	10	11	12	13	14
Número de valores para a média		24	24	24	24	24	24	24	24
Média (pu)		0,1731	0,1706	0,1594	0,1661	0,1920	0,1720	0,1917	0,1719
Desvio Padrão	pu	0,0746	0,0729	0,0718	0,0803	0,1004	0,0752	0,1007	0,0753
	% da média	43	43	45	48	52	44	53	44
Valor Máximo	Nó	1 1 B 2	1 1 B 2	1 2 B 1	1 2 B 1	0 0 B 1	1 1 B 2	0 0 B 1	1 1 B 2
	Valor (pu)	0,3667	0,3542	0,3188	0,3542	0,4354	0,3667	0,4354	0,3667
	Instante (µs)	10	10	115	115	5	10	5	10

Tabela 5.10 Valores médios e máximos para blindagens

Observando-se os resultados dos casos 05 a 11, verifica-se que o aumento da resistência dos aterramentos produz inicialmente diminuição das sobretensões (valores mínimos no caso 09) e posteriormente aumento das mesmas, ainda que em uma faixa relativamente estreita.

O caso 12, com resistência de $0,5\Omega$ no aterramento do gerador e 20Ω nos demais, apresenta resultados próximos do caso 05 (todos os aterramentos de $0,5\Omega$), sugerindo pequena influência dos aterramentos além daquele do gerador. Esta conclusão permanece coerente ao comparar-se os casos 13 (resistência de $0,5\Omega$ no aterramento da carga e 20Ω nos demais) e 11 (todos os aterramentos de 20Ω), nos quais obteve-se resultados muito próximos.

Finalmente, o caso 14, com resistência de $0,5\Omega$ nos aterramentos do gerador e da carga, e de 20Ω nos demais, apresenta resultados muito próximos daqueles dos casos 12 e 05.

5.4.4 Resistividade do Solo

Neste subitem procedeu-se ao estudo da influência da resistividade do solo no desempenho do sistema. O caso 05, com resistividade do solo igual a $20\ \Omega.m$, foi tomado como caso base; os demais casos são apresentados à Tabela 5.11.

Identificação do caso	Resistividade do solo ($\Omega.m$)
15	100
16	500
17	1.000
18	10.000

Tabela 5.11 Casos processados

Neste caso verificou-se que a variação da resistividade do solo, embora em uma faixa muito ampla, em nada altera as sobretensões de manobra nos sistemas "Cross Bonding".

5.4.5 Espaçamento e Profundidade

Neste subitem procedeu-se ao estudo da influência da configuração geométrica do sistema no desempenho durante o transitório. O caso 05, com profundidade dos três cabos igual a 1000 mm e espaçamento igual a 300 mm, foi tomado como caso base; os demais casos são apresentados à Tabela 5.12.

Identificação do caso	Profundidade dos três cabos (mm)	Distância do cabo central aos demais (mm)
19	100	100
20	100	2.000
21	2.000	2.000
22	2.000	100

Tabela 5.12 Casos processados

À Tabela 5.13 apresenta-se o resumo dos resultados obtidos.

Caso		05	19	20	21	22
Item						
Número de valores para a média		24	24	24	24	24
Média (pu)		0,1731	0,1598	0,1875	0,1875	0,1598
Desvio Padrão	pu	0,0746	0,0613	0,0808	0,0808	0,0614
	% da média	43	38	43	43	38
Valor Máximo	Nó	1 1 B 2	1 1 B 2	1 1 B 2	1 1 B 2	1 1 B 2
	Valor (pu)	0,3667	0,3348	0,4013	0,4013	0,3349
	Instante (μ s)	10	10	10	10	10

Tabela 5.13 Valores médios e máximos para blindagens

Comparando-se os casos 19 com 22 e 20 com 21 verifica-se que, embora a profundidade tenha variado de 100 para 2000 mm em ambas situações, os resultados de sobretensões não se modificaram. Por outro lado, comparando-se os casos 19 com 20 e 22 com 21, nos quais o espaçamento foi modificado de 100 para 2000 mm, nota-se aumento de 3% na média e 6% no valor máximo das sobretensões. Esta conclusão é coerente com o caso inicial (caso 05; profundidade 1000 mm e espaçamento 300 mm), no qual obteve-se valores intermediários para a média e para o máximo. O aumento das sobretensões produzido por aumento no espaçamento entre os cabos explica-se pelo consequente aumento das impedâncias mútuas entre elementos de cabos distintos.

5.4.6 Materiais dos Cabos

Neste subitem estudou-se a variação de desempenho do sistema face a variações no valor de algumas constantes físicas dos mate

riais dos cabos. Os novos valores para as constantes físicas foram escolhidos arbitrariamente; o intuito desta análise é simplesmente analisar algumas situações extremas. O caso 05 foi tomado como caso base; ele e os demais casos são apresentados à Tabela 5.14.

Identificação do Caso	Resistividade ($\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$)		Fator de Perdas		Permissividade relativa	
	Mat. do Condutor	Mat. da Blindagem	Mat. da Isolação	Mat. da Capa externa	Mat. da Isolação	Mat. da Capa externa
05	0,0172	0,0358	0	0	3,72	2,33
23	0,0001	0,0001	0	0	3,72	2,33
24	0,5000	0,5000	0,05	0,05	3,72	2,33
25	0,0172	0,0358	0	0	8,00	8,00

Tabela 5.14 Dados de materiais dos cabos

À Tabela 5.15 apresenta-se o resumo dos resultados obtidos.

Item		Caso			
		05	23	24	25
Número de valores para a média		24	24	24	24
Média (pu)		0,1731	0,1913	0,1202	0,1535
Desvio Padrão	pu	0,0746	0,0765	0,0645	0,0646
	% da média	43	40	54	42
Valor Máximo	NÓ	1 1 B 2	1 1 B 2	1 1 B 2	1 1 B 2
	Valor (pu)	0,3667	0,3817	0,2962	0,3160
	Instante (μs)	10	10	10	15

Tabela 5.15 Valores médios e máximos para blindagens

O caso 23, com baixos valores de resistividade para os materiais do condutor e da blindagem, apresenta sobretensões levemente superiores às do caso 05.

O caso 24, com elevados valores de resistividade (material do condutor e da blindagem) e de fator de perdas (material da isolação e da capa externa), apresenta resultados de sobretensão inferiores aos dos casos 05 e 23. Este fenômeno explica-se pela maior atenuação resultante neste caso.

O caso 25, com elevado valor de permissividade relativa para os materiais da isolação e da capa externa, apresenta redução no valor de sobretensões em relação ao caso 05.

5.4.7 Cabos Concêntricos

Neste subitem estudou-se a importância de considerar-se os cabos concêntricos de interligação das blindagens no modelo do sistema de transmissão. O caso 05 foi tomado como caso base; a partir dele foi montado o caso 26 no qual considerou-se a presença de tais cabos. Os dados dos cabos concêntricos são apresentados à Tabela 5.16.

Comprimento dos cabos	15 m
Configuração geométrica	Idem cabos de potência (Tab. 5.1)
Dados dos cabos	$\varnothing_{\text{cond}} = 20,00 \text{ mm}$ $\varnothing_{\text{isol}} = 34,00 \text{ mm}$ $\varnothing_{\text{bl}} = 41,00 \text{ mm}$ $\varnothing_{\text{capa}} = 48,00 \text{ mm}$ $\rho_{\text{cond}} = 0,0172 \text{ mm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{bl}} = 0,0172 \text{ mm}^2/\text{m}$ $\epsilon_{\text{isol}} = 7,00$ $\epsilon_{\text{capa}} = 7,00$ $\text{tg}\delta_{\text{isol}} = 0,10$ $\text{tg}\delta_{\text{capa}} = 0,10$

Tabela 5.16 Dados dos cabos concêntricos (caso 26)

Os resultados obtidos são apresentados à Tabela 5.17.

Item		Caso	
		05	26
Número de valores para a média		24	24
Média (pu)		0,1731	0,1728
Desvio Padrão	pu	0,0746	0,0745
	% da média	43	43
Valor máximo	NÓ	1 1 B 2	1 1 B 2
	Valor (pu)	0,3667	0,3636
	Instante (μ s)	10	10

Tabela 5.17 Valores médios e máximos para blindagens

Da Tabela 5.17 observa-se que a presença dos cabos concêntricos praticamente não altera os valores de tensão em relação ao caso 05.

5.4.8 Cabo Terra

Neste subitem estudou-se a importância de considerar-se o cabo terra no modelo do sistema de transmissão. O caso 05 foi tomado como caso base; a partir dele foi montado o caso 27 no qual considerou-se a presença do cabo terra. Os dados de tal cabo são apresentados à Tabela 5.18.

$\emptyset_{\text{cond}} = 25 \text{ mm}$
$\rho_{\text{cond}} = 0,0172 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$

Tabela 5.18 Dados do cabo terra (caso 27)

Os resultados obtidos são apresentados à Tabela 5.19.

Item		Caso	
		05	27
Número de valores para a média		24	24
Média (pu)		0,1731	0,1750
Desvio Padrão	pu	0,0746	0,0754
	% da média	43	43
Valor máximo	NÓ	1 1 B 2	1 1 B 2
	Valor (pu)	0,3667	0,3719
	Instante (μ s)	10	10

Tabela 5.19 Valores médios e máximos para blindagens

Da Tabela 5.19 observa-se que a presença do cabo terra praticamente não altera os valores de tensão em relação ao caso 05. No aterramento do gerador (nó 0 0 B 1) obteve-se valores de tensão inferiores no caso 27 (máximo igual a 0,0242 pu no caso 27 e igual a 0,0378 pu no caso 05). Este fato é coerente com os resultados obtidos na análise da resistência de aterramento, pois o cabo terra essencialmente reduz a resistência de aterramento vista por cada nó.

5.4.9 Reostato de Pré-inserção

Neste subitem estudou-se a influência de reostato de pré-inserção, instalado no disjuntor responsável pela energização do sistema. O reostato foi simulado através da resistência do gerador incluída no modelo do sistema completo. O caso 05, com resistência

igual a zero, foi tomado como caso base; os demais casos são apresentados à Tabela 5.20.

Identificação do caso	Resistência do gerador (Ω)
28	5
29	10
30	50
31	100

Tabela 5.20 Dados de resistência do gerador

À Tabela 5.21 apresenta-se o resumo dos resultados obtidos.

Item \ Caso		05	28	29	30	31
		05	28	29	30	31
Número de valores para a média		24	24	24	24	24
Média (pu)		0,1731	0,1431	0,1238	0,0629	0,0392
Desvio Padrão	pu	0,0746	0,0534	0,0438	0,0218	0,0133
	% da média	43	37	35	35	34
Valor máximo	NÓ	1 1 B 2	1 1 B 2	1 1 B 1	1 1 B 1	1 1 B 1
	Valor (pu)	0,3667	0,2651	0,2266	0,1207	0,0748
	Instante (μ s)	10	10	40	40	40

Tabela 5.21 Valores médios e máximos para blindagens

Da Tabela 5.21 observa-se que aumentando o valor da resistência do gerador, diminuem sensivelmente os valores de sobretensões nas blindagens.

dagens.

5.5 Identificação dos Modos Normais de Propagação

No estabelecimento da solução para sistemas a n condutores (Cap. 3), concluiu-se que cada tensão e corrente de fase é obtida por combinação linear das n tensões e correntes modais. As n constantes de propagação dos modos normais (que contêm informações de atenuação e velocidade de propagação de cada modo) são dadas pelos autovalores da matriz $Z.Y$, onde Z é a matriz de impedâncias-série e Y é a matriz de admitâncias-paralelo de uma determinada seção menor do sistema em estudo. Os coeficientes de cada combinação linear de tensões modais são dados por cada linha da matriz P (autovetores associados à matriz $Z.Y$), e os coeficientes de cada combinação de correntes modais são dados por cada coluna da matriz P^{-1} .

À Tabela 5.22 apresenta-se as constantes de propagação e a matriz P^{-1} para o sistema do caso 05, na frequência de 10.000 Hz.

O modo normal 1 apresenta a maior atenuação e a menor velocidade de propagação. Pelo fato de os condutores praticamente não participarem de combinação linear (módulos iguais a 0,0002 pu) e os três coeficientes das blindagens serem praticamente iguais, este modo pode ser considerado como um modo de sequência zero das blindagens, no qual injeta-se correntes iguais nas mesmas.

O modo normal 2 também envolve as blindagens quase exclusivamente, mas neste caso a corrente injetada nas blindagens 1 e 2 retorna pela blindagem 3 (modo interblindagens).

O modo normal 3 é um modo entre dois elementos, onde a corrente injetada na blindagem 1 retorna pela blindagem 2.

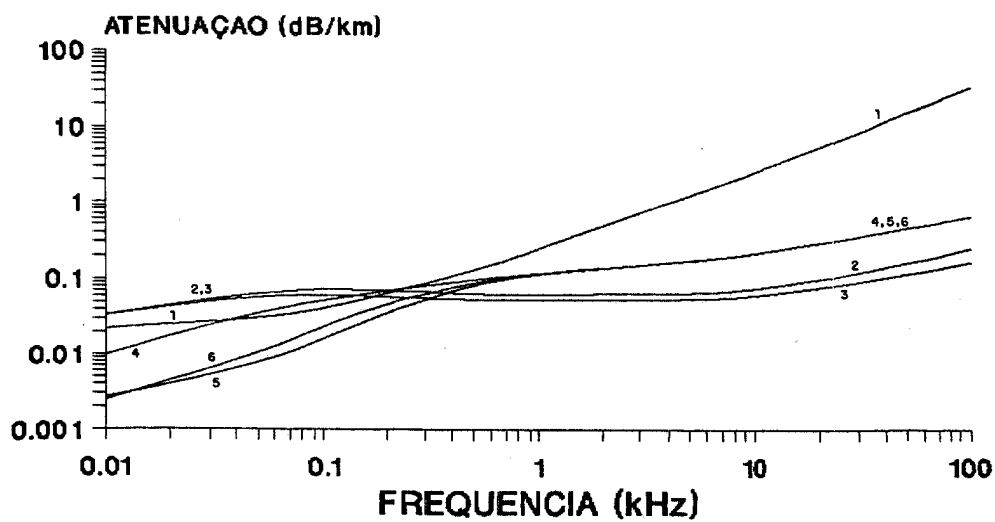
Modo	1	2	3	4	5	6
Atenuação (dB/Km)	2,5145	0,0689	0,0561	0,2029	0,2034	0,2033
Velocidade (Km/ms)	14,46	41,22	34,92	148,38	148,35	148,36
Elemento	C1	0,0002/79,7°	0,0015/72,0°	0,3243/-0,3°	0,3372/179,9°	0,4996/-0,2°
	B1	0,3376/0,1°	0,1755/0,2°	0,3243/179,8°	0,3382/0,4°	0,5006/-179,8°
	C2	0,0002/79,7°	0,0007/72,5°	0,0015/-108,0°	0,3243/-0,3°	0,3372/179,9°
	B2	0,3376/0,1°	0,1755/0,2°	0,4996/179,8°	0,3243/179,8°	0,3382/0,4°
	C3	0,0002/80,0°	0,0014/-107,9°	0	0,3376/0,1°	0,6477/-0,5°
	B3	0,3514/0,4°	0,3372/179,9°	0	0,3376/-179,9°	0,6498/-179,9°

Tabela 5.22 Modos normais de corrente para frequência de 10.000 Hz
(CI=condutor 1, B1=blindagem 1,...)

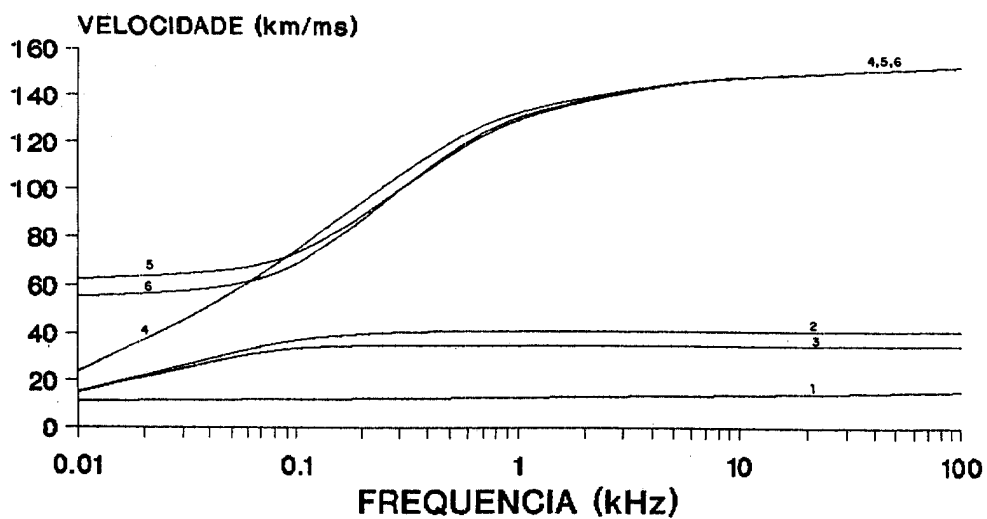
Os modos normais 4,5 e 6 são modos coaxiais, nos quais aparecem correntes nas blindagens praticamente iguais e de sentido contrário às correntes injetadas nos correspondentes condutores. O modo 4, analogamente ao modo 1, é um modo de sequência zero. O modo 5, analogamente ao modo 2, é um modo intercondutor, no qual injeta-se corrente nos condutores 1 e 2 e extrai-se a soma de ambas no condutor 3. O modo 6, analogamente ao modo 3, é um modo entre dois elementos (condutores 1 e 2). Em altas frequências, a velocidade de propagação dos modos coaxiais aproxima-se da velocidade natural de propagação do meio dielétrico:

$$v_{\text{diel}} = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{\text{diel}}}} = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 \cdot 3,72}} = 155,44 \frac{\text{km}}{\text{ms}}$$

À Fig. 5.24 apresenta-se o comportamento da atenuação e da velocidade de propagação de cada modo normal em função da frequência.



(a) - atenuação



(b) - velocidade de propagação

Figura 5.24 Atenuação e velocidade de propagação em função da frequência

5.6 Tempos de Processamento

O tempo de processamento dos programas desenvolvidos depende es sencialmente de:

- . tamanho do sistema em estudo (número de seções maiores)
- . número de frequências consideradas
- . consideração dos cabos concêntricos (versão CROSBON2).

Este último fator é sobretudo importante pois, como foi visto no Capítulo 3, o número de nós da rede equivalente considerando-se ca bos concêntricos é aproximadamente o dobro daquele da rede simpli ficada. Além disto, ao considerar-se cabos concêntricos, em cada frequência é necessário obter-se os autovalores e autovetores da matriz Z.Y correspondente a tais cabos. A execução da subrotina de cálculo de autovalores e autovetores é relativamente demorada.

A influência do tamanho do sistema no tempo de processamento é ilustrada na Tabela 5.23, onde é apresentado o tempo de processa mento dos casos 04, 05, 06 e 07, respectivamente com 2,4,8 e 16 se ções maiores (o número de frequências em todos os casos é 1000).

Caso	Número de Seções maiores	Tempo de CPU (s)
04	2	309
05	4	440
06	8	715
07	16	1.317

Tabela 5.23 Influência do tamanho do sistema no tempo de processamento

A influência do número de frequências é ilustrada na Tabela 5.24, onde é apresentado o tempo de processamento dos casos 05A, 05B, 05 e 05C, respectivamente com 250, 500, 1000 e 2000 valores de frequência (o número de seções maiores em todos os casos é 4).

Caso	Número de Frequências	Tempo de CPU (s)
05 A	250	112
05 B	500	221
05	1000	440
05 C	2000	875

Tabela 5.24 Influência do número de frequências no tempo de processamento.

Finalmente, à Tabela 5.25 apresenta-se o tempo de processamento dos casos 05 e 05 D, ambos idênticos exceto que no último considerou-se a presença dos cabos concêntricos.

Caso	Cabos Concêntricos	Tempo de CPU (s)
05	não	440
05 D	sim	850

Tabela 5.25 Influência dos cabos concêntricos no tempo de processamento

6 - CONCLUSÕES

6.1 Introdução

No presente trabalho foi desenvolvido um método de análise de sistemas de transmissão subterrânea durante transitórios de manobra.

A Transformada de Fourier, base matemática do método desenvolvido, foi estudada em seus principais aspectos. Em primeiro lugar abordou-se as Séries de Fourier, que permitem tratar sistemas excitados por sinais periódicos. Através de um exemplo simples, utilizando um algoritmo da Transformada Rápida (FFT), mostrou-se a inconveniência da periodicidade dos sinais envolvidos. Em seguida abordou-se as Integrais de Fourier, que permitem considerar sinais não periódicos. Dentro das Integrais, particular destaque foi dado à Transformada Modificada de Fourier. Nela, os principais fatores que afetam a Integral de Inversão são:

- . número de frequências consideradas
- . máximo valor de frequência
- . fator de deslocamento (a)
- . fator σ de redução do fenômeno de Gibbs

Posteriormente desenvolveu-se a solução em regime permanente senoidal de um sistema multicondutor. Para tal, lançou-se mão da Análise Modal, que permitiu generalizar os bem conhecidos conceitos dos sistemas monofásicos. A resposta temporal do sistema foi obtida combinando-se a Integral de Inversão de Fourier com a resposta em frequência do sistema multicondutor.

Destaca-se a principal limitação da metodologia desenvolvida, que é a impossibilidade de considerar-se elementos não lineares, tais como os pára-raios utilizados nos sistemas de transmissão.

Com a metodologia descrita nos Capítulos 2 e 3 foram desenvolvidos dois programas computacionais para estudo de sobretensões de manobra. Destes programas, o cálculo numérico de autovalores e autovetores e o tratamento de matrizes altamente esparsas foram abordados em detalhe.

6.2 Conclusões

Comparando-se os sistemas multiterrado e "Cross Bonding" concluiu-se que:

- . em condição normal de operação, o sistema multiterrado apresenta elevadas correntes circulantes nas blindagens, que limitam severamente a capacidade de condução de corrente dos condutores. Esta característica restringe a utilização dos sistemas multiterrados às redes de distribuição. O sistema "Cross Bonding", ao equilibrar completamente as impedâncias mútuas entre condutores e blindagens de cabos distintos, praticamente permite anular as correntes circulantes nas blindagens.
- . em transitórios devido a manobras, o sistema multiterrado apresenta desempenho muito superior ao sistema "Cross Bonding". O valor máximo de tensão observado nas blindagens do sistema multiterrado é aproximadamente 10% do valor máximo observado no sistema "Cross Bonding".

O sistema "Single Point" torna-se vantajoso em linhas relativamente curtas, e, desde que seja aterrado no lado do gerador, apresenta desempenho bem próximo daquele do sistema multiterrado.

Os fatores que permitem reduzir a magnitude das sobretensões em blindagens de sistemas "Cross Bonding" podem ser reunidos em três

grupos, de acordo com a maior ou menor sensibilidade das sobretensões a variações nos fatores.

No primeiro grupo, dos fatores mais eficientes na redução das sobretensões, encontram-se o reostato de pré-inserção e o número de seções maiores do sistema. Para uma resistência igual a 50Ω obteve-se média dos valores máximos de tensão aproximadamente igual a 30% do correspondente valor com resistência nula. Com relação ao número de seções maiores, observou-se que ao duplicar-se o número de seções maiores obtém-se redução na média dos valores máximos de aproximadamente 30%. Evidentemente, o benefício de aumentar-se o número de seções maiores deve ser analisado à luz do custo adicional dos novos componentes (emendas, pára-raios, etc.).

No segundo grupo de fatores, de média eficiência, encontram-se a resistência de aterramento, o cabo terra e o espaçamento entre os cabos. Baixos valores de resistência de aterramento somente são eficazes no nó correspondente à extremidade do lado do gerador. Por este motivo, a contribuição do cabo terra é limitada à diminuição que o mesmo traz na resistência de aterramento vista pelo nó de aterramento do lado do gerador. Com relação ao espaçamento, verificou-se que as tensões nas blindagens diminuem ao diminuir-se o espaçamento entre os cabos. Este recurso, contudo, está limitado a um espaçamento mínimo fixado pela capacidade de condução de corrente dos cabos em operação normal (regime).

O terceiro grupo de fatores é composto pela resistividade do solo e pela profundidade de instalação dos cabos. Variando-se ambos fatores verificou-se que as tensões nas blindagens em nada se alteram.

Finalmente, observa-se que a consideração dos cabos concêntricos no modelo do sistema de transmissão não altera significativamente os resultados de tensão nas blindagens. O pequeno acréscimo

de precisão obtido no modelo completo torna-se insignificante face ao maior tempo de processamento requerido (duas vezes em relação ao modelo simplificado).

6.3 Tópicos para Ulterior Desenvolvimento

No presente trabalho considerou-se sistemas desenergizados previamente ao fechamento do disjuntor da subestação (condições iniciais quiescentes). A principal pesquisa a ser desenvolvida futuramente é a consideração de outros tipos de condições iniciais.

A implantação deste recurso permitirá representar, de uma forma mais precisa, os elementos descarregadores não lineares (pára-raios) no modelo do sistema de transmissão. A idéia básica é inicialmente linearizar por trechos a curva tensão x corrente de tais dispositivos, Fig. 6.1.

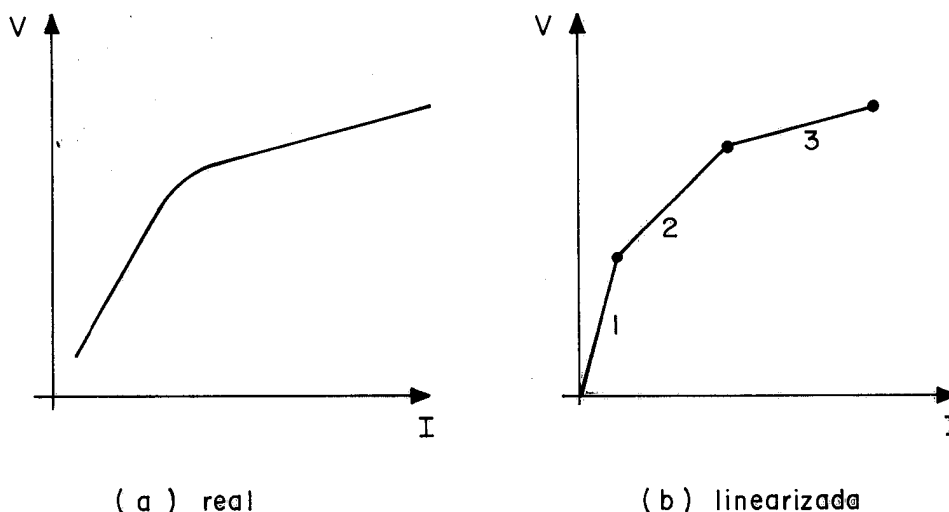


Figura 6.1 Característica tensão x corrente de pára-raios

O cálculo das tensões no sistema é iniciado da mesma forma que na versão atual do modelo, com todos os pára-raios operando na re

gião 1 (Fig. 6.1b). Para tal procede-se nos seguintes passos:

1. calcula-se a rede em todas as frequências
2. retorna-se ao domínio do tempo.

Se, durante a execução do passo 2 for verificado que algum dos pára-raios deixa de operar na região 1, procede-se nos seguintes passos:

3. modifica-se o valor da resistência dos pára-raios que mudaram de região operativa.
4. calcula-se a nova rede em todas as frequências, considerando-se as condições iniciais de tensão ao começar-se a execução do passo 3
5. retorna-se ao domínio do tempo.

Se, durante a execução do passo 5 for verificado que algum dos pára-raios mudou sua região de operação, repete-se novamente os passos 3,4 e 5. Este procedimento é repetido até que se alcance o instante final de interesse do transitório.

Evidentemente o sucesso deste recurso está condicionado à complexidade do desenvolvimento e da implantação do mesmo. Um fator que certamente aumentará é o tempo de processamento do programa.

Um outro recurso a ser implantado no modelo atual é a possibilidade de representar-se outros sinais de excitação além do degrau de tensão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] NISHIMURA, F. Cálculo de parâmetros elétricos de cabos subterrâneos. São Paulo, 1981. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Eletricidade.
- [2] HALPERIN, H.; MILLER, K.V. Reduction of sheath losses in single-conductor cables. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, New York, 48(2):399-416, apr. 1929.
- [3] BALL, E.H.; OCCHINI, E.; LUONI, A. Sheath overvoltages in high-voltage cables resulting from special sheath-bonding connections. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, New York, 84(10):974-88, oct. 1965.
- [4] WEDEPOHL, L.M. Applications of matrix methods to the solution of travelling-wave phenomena in polyphase systems. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, London, 110(12):2200-12, dec. 1963.
- [5] IRVING, J.; MULLINEUX, N. Mathematics in physics and engineering. London, Academic Press, 1959. 732p.
- [6] DAY, S.J.; MULLINEUX, N.; REED, J.R. Developments in obtaining transient response using Fourier transforms. Part I: Gibbs phenomena and Fourier integrals. International Journal of Electrical Engineering Education, Manchester, 3(4):501-6, nov. 1965.
- [7] ____.; ____.; _____. Developments in obtaining transient response using Fourier transforms. Part II: Use of the modified Fourier transform. International Journal of Electrical Engineering Education, Manchester, 4(1):31-40, jan. 1966.
- [8] ____.; ____., _____. Developments in obtaining transient response using Fourier transforms. Part III: Global response. In

- International Journal of Electrical Engineering Education ,
Manchester, 6(2):259-65, june 1968.
- [9] MULLINEUX, N.; REED, J.R. Developments in obtaining transient response using Fourier transforms. Part IV: Survey of the theory. International Journal of Electrical Engineering Education, Manchester, 10(2/4):256-67, 1972.
- [10] WEDEPOHL, L.M.; WILCOX, D.J. Transient analysis of underground power-transmission systems: system-model and wave-propagation characteristics. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, London, 120(2):253-60, feb. 1973.
- [11] ____.; INDULKAR, C.S. Switching overvoltages in short cross-bonded cable systems using the Fourier transform. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, London, 122(11):1217-21, nov. 1975.
- [12] NOVALY, J.P.; LE ROY, G. Wave-propagation modes on high-voltage cables. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, New York, 96(1):158-65, jan./feb. 1977.
- [13] WILCOX; D.H. Wave propagation in nonhomogeneous multiconductor transmission systems: general theory and analysis. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, London, 124(5):459-62, may 1977.
- [14] ____.; LAWLER; K.J. Implementation of nonhomogeneous theory in the transient analysis of crossbonded cable systems. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, London, 125(10):993-8, oct. 1978.
- [15] ____.; _____. Transient phenomena in crossbonded cable systems : analytical results. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, London, 125(10):999-1005, oct. 1978.
- [16] NAGAOKA, N.; AMETANI, A. Transient calculations on cross-bonded cables. IEEE Transactions on Power Apparatus and

- Systems, New York, 102(4):779-87, apr. 1983.
- [17] WASLEY, R.G.; SELVAVINAYAGAMOORTHY, S. Computation of sheath transient response in a single-point bonded cable section. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, New York, 96(1):248-54, jan./feb. 1977.
- [18] HUMPAGE, W.D.; WONG, K.P.; NGUYEN, T.T. Z-transform electromagnetic transient analysis of crossbonded cable transmission systems. IEE Proceedings. Part C: Generation, Transmission and Distribution, London, 128(2):55-62, mar. 1981.
- [19] ____.; ____.; _____. Surge diverter and transformer nonlinearities in Z-transform electromagnetic transient analysis in power systems. IEE Proceedings. Part C: Generation, Transmission and Distribution, London, 128(2):63-9, mar. 1981.
- [20] ORSINI, L.Q. Circuitos elétricos. 2.ed. São Paulo, DEE-EPUSP, 1984, v.2.
- [21] GERKEN, M. Um estudo da transformada de Fourier discreta e sua aplicação à análise espectral. São Paulo, 1984. 198p. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Eletricidade.
- [22] BRIGHAM, E.O. The fast Fourier transform. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1974. 252p.
- [23] PAPOULIS, A. The Fourier integral and its applications. New York, MacGraw-Hill, 1972. 318p.
- [24] ORSINI, L.Q. Introdução aos sistemas dinâmicos. 4.ed. São Paulo, DEE-EPUSP, 1984. 347p.
- [25] BEWLEY, L.V. Travelling waves on transmission systems. New York, Wiley, 1933. 329p.
- [26] ALBRECHT, P. Análise numérica: um curso moderno. Rio de Janeiro, LTC, 1973. 240p.

- [27] FADDEEVA, V.N. Computational methods of linear algebra. New York, Dover, 1959. 252p.
- [28] CUNHA, A.P. Cálculo numérico de autovalores e autovetores. São Paulo, Pirelli, 1985. 14p.

ANEXO I - EQUACIONAMENTO PARA LINHA AÉREA MONOFÁSICA

I.1 Equacionamento

Na Fig. I.1 está representada uma linha aérea monofásica de comprimento l .

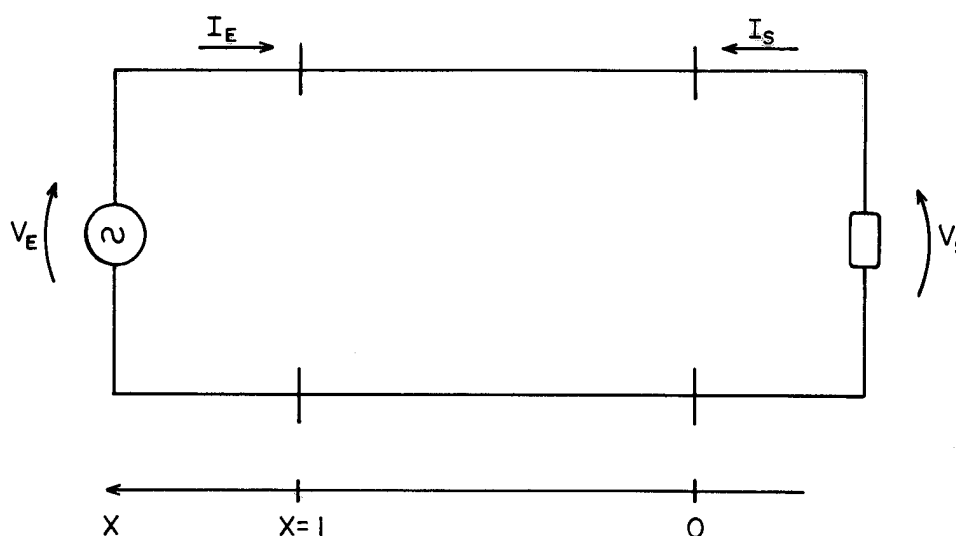


Figura I.1 Linha monofásica

O objetivo deste item é estabelecer relações, em regime permanente, entre tensão e corrente na entrada e na saída da linha. Tais grandezas serão representadas pelos fasores V_E , I_E , V_S e I_S (Fig. I.1). Nesta figura convencionou-se sentido positivo para as correntes I_E e I_S como sendo o de correntes entrando na linha. Esta convenção é útil para o estabelecimento da solução em termos de admitâncias nodais.

Inicialmente considere-se um elemento infinitesimal de linha de comprimento dx , conforme mostra a Fig. I.2.

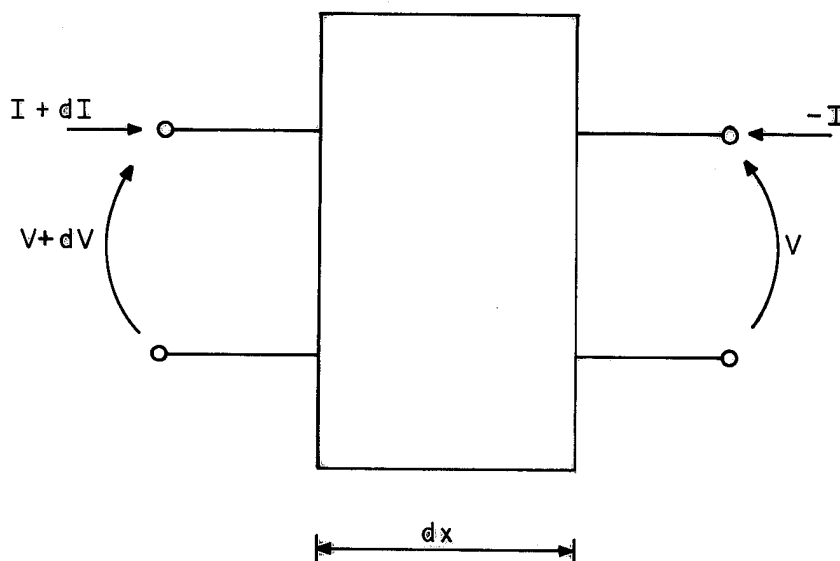


Figura I.2 Elemento infinitesimal de linha

Sendo z a impedância série e y a admitância paralelo da linha , ambas por unidade de comprimento, pode-se escrever:

$$V+dV = V + z.dx.I$$

$$(I+dI)+(-I) = y.dx.V$$

ou

$$\frac{dV}{dx} = zI \quad (I.1)$$

$$\frac{dI}{dx} = yV \quad (I.2)$$

onde

$$z = R + j\omega L$$

$$y = G + j\omega C$$

R = resistência série da linha (Ω/m)

L = indutância série da linha (H/m)

G = condutância paralelo da linha (S/m)

C = capacitância paralelo da linha (F/m)

$j\omega$ = frequência complexa

Derivando-se as equações (I.1) e (I.2) em relação a x obtêm-se:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = z \frac{dI}{dx} = z \cdot y \cdot V \quad (I.3)$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = y \frac{dV}{dx} = z \cdot y \cdot I \quad (I.4)$$

Desta forma obteve-se uma equação diferencial nas variáveis V e x e outra nas variáveis I e x. A solução geral da equação (I.3) é do tipo:

$$V = A_1 \cdot e^{\sqrt{zy} x} + A_2 \cdot e^{-\sqrt{zy} x} \quad (I.5)$$

Para verificar a validade desta solução, basta derivar a equação (I.5) duas vezes em relação a x e substituir na equação (I.3), chegando-se desta forma a uma identidade.

Substituindo-se a solução geral, equação (I.5), na equação (I.1) obtêm-se:

$$I = \frac{1}{\sqrt{\frac{z}{y}}} A_1 \cdot e^{\sqrt{zy} x} - \frac{1}{\sqrt{\frac{z}{y}}} A_2 \cdot e^{-\sqrt{zy} x} \quad (I.6)$$

As constantes A_1 e A_2 dependem das condições de contorno da linha, e serão determinadas a seguir. Em primeiro lugar nota-se que na saída da linha ($x=0$), tem-se:

$$V(x=0) = V_S = A_1 + A_2$$

$$-I(x=0) = I_S = -\frac{1}{\sqrt{\frac{z}{y}}} (A_1 - A_2) = \frac{1}{z_C} (A_2 - A_1)$$

onde $z_C = \sqrt{\frac{z}{y}}$ é denominada impedância característica da linha. Resolvendo-se as expressões anteriores em relação a A_1 e A_2 vem:

$$A_1 = \frac{V_S - z_C I_S}{2}$$

$$A_2 = \frac{V_S + z_C I_S}{2}$$

Substituindo estas expressões nas equações (I.5) e (I.6) obtém-se:

$$V(x) = \frac{V_S - z_C I_S}{2} \cdot e^{\gamma x} + \frac{V_S + z_C I_S}{2} \cdot e^{-\gamma x} \quad (\text{I.7})$$

$$I(x) = \frac{\frac{V_S}{z_C} - I_S}{2} e^{\gamma x} - \frac{\frac{V_S}{z_C} + I_S}{2} e^{-\gamma x} \quad (\text{I.8})$$

onde $\gamma = \sqrt{z \cdot y}$ é denominada constante de propagação da linha.

Na entrada da linha ($x=l$) tem-se então:

$$V(x=l) = V_E = \frac{V_S - z_C I_S}{2} e^{\gamma l} + \frac{V_S + z_C I_S}{2} e^{-\gamma l}$$

$$I(x=l) = I_E = \frac{\frac{V_S}{Z_C} - I_S}{2} e^{\gamma l} - \frac{\frac{V_S}{Z_C} + I_S}{2} e^{-\gamma l}$$

Usualmente escreve-se estas expressões empregando-se funções trigonométricas hiperbólicas, resultando:

$$V_E = V_S \cosh \gamma l - I_S Z_C \sinh \gamma l$$

$$I_E = -I_S \cosh \gamma l + \frac{V_S}{Z_C} \sinh \gamma l$$

ou, matricialmente:

$$\begin{bmatrix} V_E \\ I_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & -Z_C \sinh \gamma l \\ \frac{1}{Z_C} \sinh \gamma l & -\cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} \quad (\text{I.9})$$

Em termos de admitâncias nodais, a equação (I.9) escreve-se:

$$\begin{bmatrix} I_E \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_C \coth \gamma l & -Y_C \operatorname{cosech} \gamma l \\ -Y_C \operatorname{cosech} \gamma l & Y_C \coth \gamma l \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_E \\ V_S \end{bmatrix} \quad (\text{I.10})$$

Nesta equação $Y_C = \frac{1}{Z_C}$ recebe o nome de admitância característica da linha.

Finalmente, resta incluir no equacionamento a impedância de terminação da linha e a impedância (eventual) do gerador, Fig. I.3.

O problema que se apresenta é determinar V_S, I_S e I_E em função da tensão conhecida E_G e dos parâmetros da linha. Da Fig. I.3 observa-se que:

$$E_G = V_E + Z_G \cdot I_E$$

$$V_S = -Z_S \cdot I_S$$

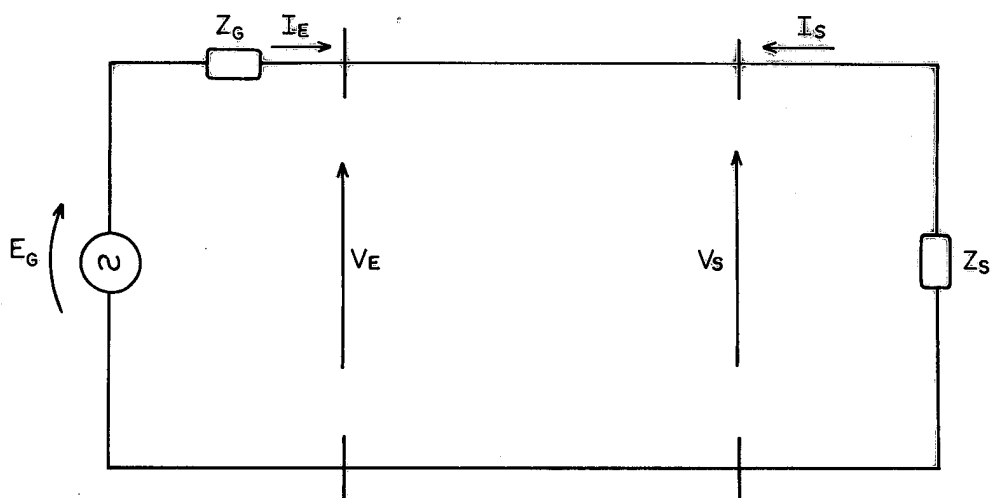


Figura I.3 Modelo completo de linha monofásica

Operando-se com estas equações e mais as equações (I.9) chega-se a:

$$V_S = \frac{E_G}{\left(1 + \frac{Z_G}{Z_S}\right) \cosh \gamma \ell + \left(\frac{Z_C}{Z_S} + \frac{Z_G}{Z_C}\right) \sinh \gamma \ell} \quad (I.11)$$

$$I_S = - \frac{V_S}{Z_S}$$

I_E calcula-se a partir da segunda equação (I.9), sendo V_S e I_S conhecidas.

I.2 Interpretação da Solução

O primeiro termo da equação (I.7),

$$\frac{V_S - Z_C I_S}{2} e^{\gamma x},$$

é um fasor cujos módulo e fase variam com a distância x medida a partir da carga. Sendo assim, pode-se representá-lo por:

$$\frac{V_S - Z_C I_S}{2} e^{\gamma x} = v \cdot e^{j\theta} \cdot e^{\gamma x} = v \cdot e^{j\theta} \cdot e^{(\alpha + j\beta)x} \quad (\text{I.12})$$

onde

v é o módulo de $\frac{V_S - Z_C I_S}{2}$

θ é a fase de $\frac{V_S - Z_C I_S}{2}$

$\gamma = \alpha + j\beta$ é a constante de propagação

A expressão temporal da equação (I.12) é dada por:

$$\text{Re}[V e^{j\theta} e^{(\alpha + j\beta)x} \cdot e^{j\omega t}] = \text{Re}[V e^{\alpha x} \cdot e^{j(\theta + \beta x + \omega t)}] = V \cdot e^{\alpha x} \cdot \cos(\theta + \beta x + \omega t) \quad (\text{I.13})$$

Na equação (I.13) observa-se que:

1. a parte real da constante de propagação ($\alpha = \text{Re}[\gamma]$) somente modifica a amplitude da tensão. Por esta razão recebe o nome de constante de atenuação da linha. Mede-se em neper/m ou dB/m. Sendo e^α a atenuação de um trecho de linha de comprimento unitário, tem-se:

$$\begin{aligned} \alpha (\text{dB/m}) &\triangleq 20 \log_{10} e^{\alpha (\text{neper/m})} = 20 \log_{10} e \cdot \alpha (\text{neper/m}) = \\ &= 8,6859 \cdot \alpha (\text{neper/m}) \end{aligned}$$

2. a parte imaginária da constante de propagação ($\beta = \text{Im}[\gamma]$) somente modifica a fase da tensão, recebendo o nome de constante de fase da linha. Mede-se em rad/m.

3. existem pares x, t tais que $(\theta + \beta x + \omega t)$ se mantém constante. Por esta razão, a expressão (I.13) representa uma onda viajante na linha, onde um particular valor de tensão em um dado ponto e em um dado instante repete-se em outro ponto e em outro instante, a menos da atenuação $e^{\alpha x}$. A velocidade de propagação desta onda obtém-se através de:

$$\theta + \beta x + \omega t = k \quad (k = \text{conste})$$

$$x = \frac{k - \theta - \omega t}{\beta}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = - \frac{\omega}{\beta}$$

O sinal negativo indica que a onda se propaga em sentido contrário ao convencionado na Fig. I.1, ou seja, trafega no sentido gerador \rightarrow carga (onda incidente).

Raciocínio análogo pode ser estendido ao segundo termo da equação (I.7), concluindo-se que ele representa uma onda viajante que se desloca no sentido carga \rightarrow gerador (onda refletida).

Com relação à impedância característica Z_C , observa-se que a mesma relaciona diretamente as ondas de tensão e corrente, incidentes e refletidas:

$$\frac{V_{\text{inc}}}{I_{\text{inc}}} = \frac{\frac{V_S - Z_C I_S}{2} e^{\gamma x}}{\frac{\frac{V_S}{Z_C} - I_S}{2} e^{\gamma x}} = Z_C = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

$$\frac{V_{\text{refl}}}{I_{\text{refl}}} = \frac{\frac{V_S + Z_C I_S}{2} e^{-\gamma x}}{-\frac{\frac{V_S}{Z_C} + I_S}{2} e^{-\gamma x}} = - Z_C$$

Em qualquer ponto da linha, a tensão em um determinado instante é dada pela soma das parcelas correspondentes à onda incidente e à onda refletida. Eventualmente pode ocorrer que uma das parcelas seja nula; por exemplo isto ocorre quando a linha é terminada por uma impedância igual à impedância característica, Fig. I.4.

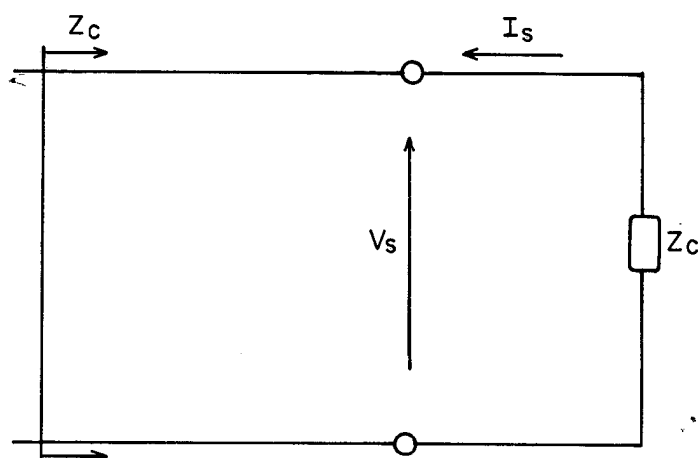


Figura I.4 Linha terminada por impedância igual à impedância característica

Neste caso o bipolo de terminação impõe a seguinte relação entre tensão e corrente de saída da linha:

$$V_S = -Z_C \cdot I_S \quad (\text{I.14})$$

Substituindo-se a equação (I.14) na equação (I.7) verifica-se que a parcela correspondente à onda refletida é nula.

Neste ponto cumpre comentar uma importante hipótese adotada no desenvolvimento da solução da linha monofásica (equações (I.7) e (I.8)). As equações que descrevem o sistema de transmissão são equa

ções diferenciais a derivadas parciais em quatro dimensões (três no espaço e uma no tempo). A solução desenvolvida neste item considera que os fenômenos de propagação ocorrem em uma única direção, resultando em problemas com uma dimensão no espaço e uma no tempo. O fato de ter-se utilizado a Transformada de Fourier permitiu eliminar ainda a variável tempo, pois estudou-se a linha em condições de regime permanente. Assim, os fasores representativos das grandezas senoidais dependem somente da distância x , medida na direção de propagação.

Finalizando este item, é conveniente tecer algumas considerações quanto a particulares valores que podem assumir os parâmetros R, L, G e C . Neste sentido serão analisados os seguintes casos:

- . $R = G = 0$, linha sem perdas
- . $\frac{R}{L} = \frac{G}{C}$, linha sem distorção
- . caso geral

Caso 1 - Linha sem perdas

Sendo nulos os valores de resistência série e condutância paralelo também serão nulas as perdas na linha. A constante de propagação γ e a impedância característica Z_C tornam-se:

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)} = \sqrt{-\omega^2 LC} = j\omega\sqrt{LC}$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Com relação à constante de propagação observa-se que:

- . sua parte real é nula ($\alpha = \text{Re}[\gamma] = 0$), indicando que na linha sem perdas não há atenuação das ondas viajantes.

. a velocidade de propagação é dada por

$$v = \pm \frac{\omega}{\beta} = \pm \frac{\omega}{\omega\sqrt{LC}} = \pm \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Por sua vez, a impedância característica resultou um número real (resistência pura), e independente da frequência ω . Este último fato implica em que a relação entre tensão e corrente de uma onda incidente (ou refletida) não varia com a frequência. Na Transformada de Fourier uma onda qualquer de tensão possui um espectro bem definido, e, se a impedância característica não varia com a frequência, conclui-se que o espectro da onda de corrente é o mesmo do da onda de tensão, a menos do fator de escala $\sqrt{\frac{L}{C}}$. Por esta razão, na linha sem perdas as ondas de tensão e corrente possuem a mesma forma (linha sem distorção).

Concluindo, na linha sem perdas não há atenuação nem distorção.

Caso 2 - Linha sem distorção

Se os parâmetros da linha (R, L, G e C) obedecerem à relação

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C},$$

então a linha não apresenta distorção, embora exista atenuação. Isto ocorre porque neste caso a impedância característica Z_C independe da frequência, e a constante de atenuação é diferente de zero:

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{\frac{RC}{L} + j\omega C}} = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{\frac{C}{L} (R+j\omega L)}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \frac{R}{L} \sqrt{LC} + j\omega \sqrt{LC}$$

Neste caso, a velocidade de propagação é dada por:

$$v = \pm \frac{\omega}{\beta} = \pm \frac{\omega}{\omega\sqrt{LC}} = \pm \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Caso 3 - Caso geral

No caso geral, a constante de atenuação α resulta diferente de zero, bem como a impedância característica depende da frequência. Desta forma, na linha ocorre atenuação e distorção.

ANEXO II - CÁLCULO NUMÉRICO DE AUTOVALORES E AUTOVETORES

Os autovalores e autovetores associados de uma matriz A $n \times n$ são definidos a partir da equação:

$$A \cdot \underline{p} = \lambda \underline{p} \quad (\text{II.1})$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\underline{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

λ é um escalar

De (II.1) vem:

$$A \cdot \underline{p} = \lambda \cdot \underline{p} \Rightarrow (\lambda I - A) \underline{p} = \underline{0} \quad (\text{II.2})$$

A equação (II.2), sendo homogênea, possui solução não trivial se, e somente se:

$$\det(\lambda I - A) = 0 \quad (\text{II.3})$$

A equação (II.3) é chamada equação característica da matriz A . O determinante da matriz $(\lambda I - A)$ é um polinômio em λ e é denominado polinômio característico de A . As raízes λ_i , $i=1,2,\dots,n$ da equa

ção característica são os autovalores de A. A cada autovalor λ_i corresponde um autovetor \underline{p}_i tal que:

$$(A - \lambda_i I) \cdot \underline{p}_i = \underline{0} \quad (\text{II.4})$$

O polinômio característico pode ser representado na forma:

$$P(\lambda) = \lambda^n + c_1 \lambda^{n-1} + c_2 \lambda^{n-2} + \dots + c_n \quad (\text{II.5})$$

Para o cálculo dos autovalores λ_i inicialmente é necessário determinar os coeficientes c_1, c_2, \dots, c_n do polinômio característico. Para tal será usado o método de Danilevsky [27],[28], que consiste em aplicar n-1 transformações de similaridade à matriz A. Neste ponto cabe destacar que:

1. Duas matrizes A e B nxn são similares se, e somente se, existir uma matriz M nxn, inversível e tal que:

$$A = M^{-1} \cdot B \cdot M$$

ou

$$B = M \cdot A \cdot M^{-1}$$

As matrizes M e M^{-1} permitem aplicar a transformação de similaridade às matrizes A e B.

2. Duas matrizes similares possuem o mesmo polinômio característico.

No método de Danilevsky as n-1 transformações de similaridade aplicadas à matriz são tais que a matriz B, obtida ao fim do processo, resulta na chamada forma de Frobenius:

$$B = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \cdots & c_{n-1} & c_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

O polinômio característico da matriz B (e de A também) é dado por:

$$\det(\lambda I - B) = (-1)^n \cdot (\lambda^n - c_1 \lambda^{n-1} - c_2 \lambda^{n-2} - \dots - c_n) \quad (\text{II.7})$$

Este resultado pode ser alcançado calculando-se o determinante de $(\lambda I - B)$ pelo método de Laplace, segundo a última coluna da matriz. Comparando-se (II.6) e (II.7), verifica-se que na forma de Frobenius os coeficientes do polinômio característico aparecem na primeira linha da matriz.

Resta estabelecer as transformações similares que serão necessárias para a obtenção da matriz B. De acordo com [28] o primeiro par de matrizes M_{n-1} e M_{n-1}^{-1} , utilizado na primeira transformação similar, é dado por:

$$M_{n-1} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ n-1 \\ n \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ -\frac{a_{n,1}}{a_{n,n-1}} & -\frac{a_{n,2}}{a_{n,n-1}} & \cdots & \frac{1}{a_{n,n-1}} & -\frac{a_{n,n}}{a_{n,n-1}} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{n-1}^{-1} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ n-1 \\ n \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,n-1} & a_{n,n} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Calculando-se o produto $A \cdot M_{n-1}$ resulta:

$$A \cdot M_{n-1} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n-1} & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n-1} & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \cdots & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,n-1} & a_{n,n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{a_{n,1}}{a_{n,n-1}} & -\frac{a_{n,2}}{a_{n,n-1}} & \cdots & \frac{1}{a_{n,n-1}} & -\frac{a_{n,n}}{a_{n,n-1}} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} a'_{1,1} & a'_{1,2} & \cdots & a'_{1,n-1} & a'_{1,n} \\ a'_{2,1} & a'_{2,2} & \cdots & a'_{2,n-1} & a'_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a'_{n-1,1} & a'_{n-1,2} & \cdots & a'_{n-1,n-1} & a'_{n-1,n} \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Observa-se que esta operação equivale a modificar-se convenientemente a matriz A , de acordo com as regras a seguir (mais eficientes do ponto de vista computacional que o cálculo do produto matricial):

$$1. \quad a'_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{n,j}}{a_{n,n-1}} \cdot a_{i,n-1}, \quad \text{para } \begin{cases} i=1,2,\dots,n-1 \\ j=1,2,\dots,n-2,n \end{cases}$$

$$2. \quad a'_{i,j} = a_{ij} \cdot \frac{1}{a_{n,n-1}}, \quad \text{para } \begin{cases} i=1,2,\dots,n-1 \\ j=n-1 \end{cases}$$

$$3. \quad a'_{ij} = 0, \quad \text{para } \begin{cases} i=n \\ j=1,2,\dots,n-2,n \end{cases}$$

$$4. \quad a'_{ij} = 1, \quad \text{para } \begin{cases} i=n \\ j=n-1 \end{cases}$$

O produto $A_{n-1} = M_{n-1}^{-1} \cdot (A \cdot M_{n-1})$ é facilmente calculado, notando-se que a matriz M_{n-1}^{-1} é igual à matriz identidade exceto pela linha $(n-1)$, que é a última linha de A :

$$A_{n-1} = M_{n-1}^{-1} \cdot (A \cdot M_{n-1}) =$$

$$= \begin{bmatrix} a'_{1,1} & a'_{1,2} & \dots & a'_{1,n-1} & a'_{1,n} \\ a'_{2,1} & a'_{2,2} & \dots & a'_{2,n-1} & a'_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a''_{n-1,1} & a''_{n-1,2} & \dots & a''_{n-1,n-1} & a''_{n-1,n} \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Observa-se que somente a linha de número $n-1$ foi modificada ao se efetuar este produto. A regra para a obtenção desta linha é:

$$a''_{n-1,j} = \sum_{i=1}^n a_{n,i} \cdot a'_{i,j}, \text{ para } j=1,2,\dots,n$$

Ao fim desta transformação similar obteve-se, na matriz A_{n-1} , a última linha idêntica à última linha da matriz de Frobenius. Resta então aplicar as seguintes transformações similares:

$$A_{n-2} = M_{n-2}^{-1} \cdot A_{n-1} \cdot M_{n-2}$$

$$A_{n-3} = M_{n-3}^{-1} \cdot A_{n-2} \cdot M_{n-3}$$

$$\vdots$$

$$A_1 = M_1^{-1} \cdot A_2 \cdot M_1 = B$$

Para a transformação similar $n-k$ genérica, tem-se:

$$M_{n-k} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{a_{n-k+1,1}}{a_{n-k+1,n-k}} & \dots & \frac{1}{a_{n-k+1,n-k}} & \dots & -\frac{a_{n-k+1,n}}{a_{n-k+1,n-k}} \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{linha} \\ \text{linha} \\ \text{coluna } n-k \end{array}$$

$$M_{n-k}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_{n-k+1,1} & \dots & a_{n-k+1,n} \\ \vdots & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \text{--- linha } n-k$$

É importante observar que, ao se aplicar a transformação similar $n-k$ à matriz A_{n-k+1} , as linhas $n-k+2, n-k+3, \dots, n$ não são modificadas em relação às mesmas linhas da matriz anterior (A_{n-k+2}). Isto se deve à própria estrutura das matrizes A_{n-k+1} , M_{n-k} e M_{n-k}^{-1} .

Do que foi exposto, verifica-se que ao eliminar-se a linha i é necessário que o pivô $a_{i,i-1}$ seja não nulo. Se isto não ocorrer pode-se procurar um outro pivô $a_{i,j}$, $j=1,2,\dots,i-2$ (coluna j ainda não eliminada) diferente de zero e então trocar entre si as linhas e colunas $(i-1)$ e j procedendo-se normalmente após a troca. Se ainda assim, todos os pivôs disponíveis na linha i forem nulos, pode-se trocar esta linha e coluna com qualquer outra que ainda não tenha sido eliminada, procedendo-se normalmente após esta nova troca. Toda vez que duas linhas são trocadas entre si também devem ser trocadas as correspondentes colunas, para que o determinante da matriz permaneça inalterado. Do ponto de vista computacional, ao tomar o pivô $a_{i,j}$, $j=1,2,\dots,i-2$, é conveniente escolher aquele cujo valor absoluto é o maior de todos. Este recurso permite diminuir futuros erros de arredondamento.

Uma vez obtida a matriz B , automaticamente tem-se os coeficientes do polinômio característico de A e de B . Para obter-se a primeira raiz da equação característica (primeiro autovalor) resolve-se esta equação pelo método de Newton-Raphson. Obtido o autovalor λ_1 , divide-se o polinômio característico por $\lambda - \lambda_1$ (pelo processo de Briot-Ruffini por exemplo), obtendo-se um novo polinômio. Novamente pelo processo de Newton-Raphson obtém-se o autovalor λ_2 usan

do-se o novo polinômio. Este procedimento é repetido até obter-se o último autovalor λ_n . À Fig. II.1 apresenta-se um diagrama de blocos do procedimento completo.

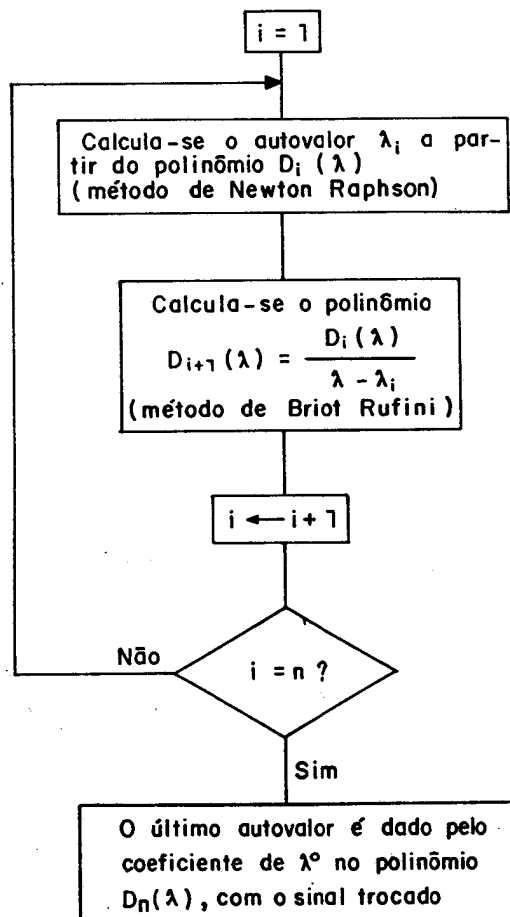


Figura II.1 Cálculo dos autovalores

Do que foi exposto verifica-se que o método de Newton-Raphson foi aplicado $n-1$ vezes, pois o grau do polinômio $D_n(\lambda)$ é 1 ($D_n(\lambda) = \lambda - \lambda_n$), sendo imediata a determinação do autovalor λ_n . À Fig. II.2 apresenta-se um diagrama de blocos do método iterativo de Newton-Raphson.

Um dos problemas do método de Newton-Raphson é estimar o valor inicial da incógnita que se deseja calcular. Neste trabalho a estimativa inicial para o autovalor λ_i foi tomada como sendo o elemento a_{ii} (diagonal i da matriz argumento):

$$\lambda_i^{(0)} = a_{ii} \quad (\text{II.9})$$

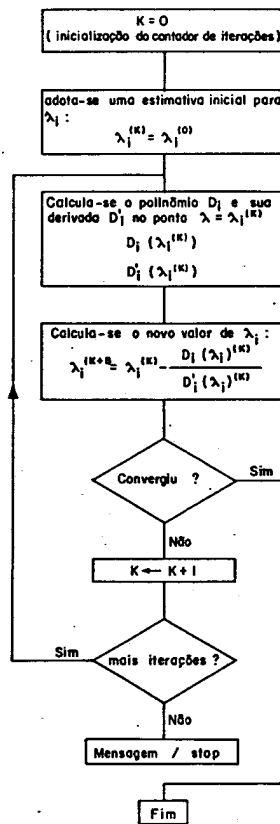


Figura II.2 Cálculo do autovalor λ_i pelo método de Newton-Raphson

A adoção deste valor inicial se baseia no lema de Gershgorin (ver, a respeito, a referência [29]). O número de iterações, após alguns testes, foi fixado em 50.

Para o cálculo dos polinômios $D_i(\lambda_i)$ e $D'_i(\lambda_i)$ utilizou-se as fórmulas de recorrência de Horner. Tais fórmulas permitem calcular simultaneamente ambos polinômios, permitindo maior eficiência computacional. A seguir apresenta-se estas fórmulas:

$$q_j = q_{j-1} \cdot \lambda_i^{(k)} - c_j$$

$$r_j = r_{j-1} \cdot \lambda_i^{(k)} + q_j \quad (\text{II.9})$$

$$j = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$q_{-1} = 0$$

$$r_{-1} = 0$$

$$D_i(\lambda_i^{(k)}) = q_n$$

$$D'_i(\lambda_i^{(k)}) = r_{n-1}$$

onde:

i = ordem do autovalor

j = ordem dos monômios

k = contador de iterações

c_j = j -ésimo coeficiente do polinômio característico

$\lambda_i^{(k)}$ = valor do i -ésimo autovalor na iteração k .

n = grau do polinômio característico (ou ordem da matriz)

Para a determinação dos autovetores deve-se resolver o sistema

$$(A - \lambda_i I) \underline{p}_i = \underline{0} \quad (\text{II.10})$$

onde:

$$\underline{p}_i = \begin{bmatrix} p_{1i} \\ p_{2i} \\ \vdots \\ p_{ni} \end{bmatrix} \quad \text{é um autovetor associado ao autovalor } \lambda_i$$

Evidentemente o determinante da matriz $(A - \lambda_i I)$ é nulo, pois λ_i é autovalor de A . Isto significa que na matriz $(A - \lambda_i I)$ existem no máximo $(n-1)$ linhas linearmente independentes (LI). Neste ponto ca

be distinguir os seguintes casos:

- . existem (n-1) linhas LI no sistema (II.10)
- . existem menos de (n-1) linhas LI,

que serão examinados a seguir.

1º Caso - (n-1) linhas LI

Este caso ocorre quando a matriz A possui autovalores todos distintos. Desenvolvendo-se o sistema (II.10) pelo método da eliminação de Gauss, ao se completar a eliminação da (n-1)-ésima linha, obtém-se o seguinte sistema:

$$\begin{array}{l}
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 \vdots \\
 n-1 \\
 n
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 1 & * & * & * & \dots & * \\
 0 & 1 & * & * & \dots & * \\
 0 & 0 & 1 & * & \dots & * \\
 \vdots & & & & & \\
 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \\
 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \cdot
 \begin{bmatrix}
 p_{1i} \\
 p_{2i} \\
 p_{3i} \\
 \vdots \\
 p_{n-1,i} \\
 p_{n,i}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 \vdots \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (II.11)$$

Obviamente não possível eliminar-se a última linha, pois seu elemento da diagonal resultou nulo devido à dependência linear das n linhas do sistema (II.10). Isto permite que se adote qualquer valor para o elemento $p_{n,i}$ do autovetor (por exemplo 1,0) e se obtenha os restantes elementos por "back-substitution" no sistema (II.11). Do ponto de vista computacional é conveniente tomar os seguintes cuidados:

1. ao se calcular o autovetor p_i , atribuir o valor 1,0 ao elemento $p_{i,i}$. Isto é possível modificando-se a ordem de eliminação das linhas da matriz, deixando a i-ésima linha em último lugar (e portanto, não eliminando-a). Evidentemente o cálculo

culo do autovetor por "back substitution" deve seguir ordem inversa à da triangularização. Este recurso permite melhorar a futura inversão da matriz dos autovetores.

2. eliminar as linhas numa ordem tal que a cada eliminação seja escolhida, dentre as linhas a eliminar, aquela cujo elemento da diagonal possua o maior valor absoluto. Este recurso permite reduzir futuros erros de arredondamento.

2º Caso - menos de (n-1) linhas LI

Este caso ocorre quando pelo menos um autovalor possui multiplicidade superior a 1. Resolvendo-se o sistema (II.10) pelo método da eliminação de Gauss, durante a triangularização da matriz $(A-\lambda_i I)$ o procedimento deverá ser interrompido antes de eliminar-se a linha n-1, pois há menos de (n-1) linhas LI. Por exemplo, supondo-se que:

1. os autovalores i e j sejam iguais ($\lambda_i = \lambda_j$)
2. existam n-2 linhas LI no sistema (II.10)
3. durante a triangularização as linhas tenham sido eliminadas de acordo com o exposto no caso anterior (linhas i e j não eliminadas e demais linhas eliminadas em ordem dada pelo valor absoluto dos elementos da diagonal),

ao fim da triangularização o sistema terá o seguinte aspecto:

$$\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ n \\ i \\ j \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & * & * & \dots & * & * \\ 0 & 1 & * & \dots & * & * \\ \vdots & \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{1,i} \\ p_{2,i} \\ \vdots \\ p_{n,i} \\ p_{i,i} \\ p_{i,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{(II.12)}$$

A matriz triangularizada do sistema (II.12) gera então dois au tovetores associados aos autovalores λ_i e λ_j . Para tal, procede-se nos passos a seguir:

1. adota-se
$$\begin{bmatrix} p_{i,i} \\ p_{i,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{por exemplo})$$

2. calcula-se \underline{p}_i por "back substitution" no sistema (II.12)

3. adota-se
$$\begin{bmatrix} p_{i,i} \\ p_{i,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. Calcula-se \underline{p}_j por "back substitution" no sistema (II.12)

A generalização deste procedimento para o caso de ter-se menos de $(n-2)$ linhas LI é imediata. É importante observar que, quando uma matriz A possui autovalores com multiplicidade superior a 1, nem sempre é possível determinar n autovetores LI. O caso em que não é possível determinar n autovetores LI deve ser tratado através dos au tovetores generalizados, e não foi considerado neste trabalho.

**ANEXO III - SISTEMAS LINEARES COM MATRIZ DE COEFICIENTES
ALTAMENTE ESPARSA**

III.1 Considerações Gerais

Uma técnica bastante eficiente no tratamento computacional de matrizes esparsas é a chamada Técnica de Listas Concatenadas ("linked list"). Este método, utilizado no presente trabalho, será descrito detalhadamente a seguir.

Os elementos nulos da matriz em estudo não são armazenados. Os elementos não nulos são armazenados sequencialmente em vetor-linha. Evidentemente, para que as informações deste vetor tenham significado, são necessárias informações adicionais acerca da linha e coluna de cada elemento armazenado. Estas informações adicionais são dadas por vetores auxiliares associados ao vetor principal.

Seja por exemplo a matriz da Fig. III.1. Computacionalmente esta matriz é representada pelos vetores IBAR, Y, ICONT e NLIG, Fig. III.2, cujo significado é apresentado a seguir.

	1	2	3	4	5
1	2	1		3	
2	4	3			6
3			8	3	1
4	7		4	2	5
5		1	7	3	4

Figura III.1 Exemplo de matriz

IAPON
↓

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
IBAIR	1	2	3	4	5	2	4	1	5	4	5	1	3	5	2	3	5	0		
Y	2	3	8	2	4	1	3	4	6	3	1	7	4	5	1	7	4	0		
ICONF	6	8	10	2	15	7	0	9	0	11	0	13	14	0	16	17	0	0		
NILIG	2	2	2	3	3															

Figura III.2 Estrutura de dados em lista concatenada para a matriz da Fig. III.1

Nas posições 1 a 5 (número de linhas da matriz) tem-se:

1. o vetor IBAR possui o número da linha da matriz:

$$\text{IBAR}(I) = I, \quad I=1,2,\dots,5$$

2. o vetor Y possui os elementos da diagonal da matriz, por exemplo:

$$Y(2) = 3 = \text{elemento da diagonal da 2ª linha da matriz } (a_{22})$$

3. o vetor NLIG possui o número de elementos não nulos (número de ligações) de cada linha, por exemplo:

$$\text{NLIG}(2) = 2 = \text{número de elementos não nulos da 2ª linha, além do elemento da diagonal}$$

4. o vetor ICONT possui os endereços de continuação das informações dentro da lista concatenada.

Nas posições restantes, os vetores contêm as informações correspondentes aos elementos fora da diagonal. Por exemplo, para a segunda linha tem-se:

$$\text{ICONT}(2) = 8, \quad \text{significando que o endereço de continuação das informações de linha 2 é 8}$$

$$\text{IBAR}(8) = 1, \quad \text{significando que a linha 2 possui um elemento não nulo na coluna 1 } (a_{21})$$

$$Y(8) = 4, \quad \text{significando que o valor do elemento } a_{21} \text{ é 4}$$

ICONT(8) = 9 , significando que a linha 2 possui outro(s) elemento(s) não nulo(s), sendo 9 o endereço do próximo

IBAR(9) = 5 , significando que a linha 2 possui um elemento não nulo na coluna 5 (a_{25})

Y(9) = 6 , significando que o valor do elemento a_{25} é 6

ICONT(9) = 0 , significando que a linha 2 não possui outros elementos não nulos

IAPON = 18 , é o endereço da 1ª posição livre na lista concatenada.

III.2 Eliminação de Gauss e Listas Concatenadas

III.2.1 Considerações Gerais

No Capítulo 3 foi visto que a equação (3.37) era resolvida através do método da eliminação de Gauss. Neste item serão abordados alguns aspectos relevantes do método, face à estrutura de listas concatenadas utilizada no armazenamento da matriz dos coeficientes.

III.2.2 Triangularização da Matriz

Como será visto mais adiante, se a matriz a ser triangularizada for simétrica, a estrutura de lista concatenada se adapta com sucesso ao processo de triangularização. Isto também é válido no caso de a matriz ser simétrica somente em relação aos zeros (neste caso a única restrição é que os elementos nulos estejam dispostos

simetricamente em relação à diagonal principal).

A matriz de admitâncias nodais do sistema completo é simétrica. No entanto, em tudo o que se segue será considerado o caso mais geral, de matriz simétrica somente em relação aos zeros.

Inicialmente considere-se a matriz da Fig. III.1, que será usada para ilustrar o procedimento de triangularização. À Fig. III.3 reproduz-se a estrutura de dados em lista concatenada da Fig. III.2, mostrando-se somente os dados correspondentes à segunda linha da matriz.

	1	2	3	4	5	8	9	18
IBAR		2				1	5	0
Y		3				4	6	0
ICONT		8				9	0	0
NLIG		2						

Figura III.3 Segunda linha da matriz da Fig. III.1
(lista concatenada)

Eliminando-se a primeira linha da matriz dada, resulta a matriz da Fig. III.4.

	1	2	3	4	5
1	1	0,5		1,5	
2	0	1		-6	6
3			8	3	1
4	0	3,5	4	-8,5	5
5		1	7	3	4

Figura III.4 Matriz após eliminação da primeira linha

Com relação à nova matriz (Fig. III.4), observa-se que:

1. foram criados os novos elementos $a_{2,4}$ e $a_{4,2}$. Este fato ilustra uma importante propriedade da triangularização: o processo de triangularização não destrói a simetria da matriz.
2. os elementos a_{11} , a_{12} , a_{14} , a_{22} e a_{44} foram modificados.
3. os elementos a_{21} e a_{41} foram zerados.

A seguir abordar-se-á em detalhe estas modificações na matriz, evidenciando-se as alterações da segunda linha na lista concatenada.

a) Criação do elemento a_{24}

Como o elemento a_{14} era diferente de zero e o elemento a_{24} era

nulo, a eliminação da primeira linha criou o novo elemento a_{24} :

$$a_{24} = (-4) \times 1,5 + 0 = -6$$

A inclusão deste novo elemento na lista concatenada é muito simples, bastando para isso proceder-se nos seguintes passos:

1. redefine-se $ICONT(9) = 18$ (=IAPON)
2. define-se $IBAR(18) = 4$ (coluna do novo elemento)
3. define-se $Y(18) = -6$ (novo elemento)
4. define-se $ICONT(18) = 0$
5. redefine-se $NLIG(2) = 3$ (mais uma ligação)
6. redefine-se $IAPON = 19$

Após isto, a lista concatenada resulta como indicado na Fig. III.5.

	1	2	3	4	5	8	9	18	19
IBAR		2				1	5	4	0
Y		3				4	6	-6	0
ICONT		8				9	18	0	0
NLIG		3							

IAPON
↓

Figura III.5 Lista concatenada após criação do novo elemento a_{24}

b) Modificação do elemento a_{22}

Como os elementos a_{12} e a_{22} eram não nulos, a eliminação da pri

meira linha modificou o elemento a_{22} :

$$a_{22} = (-4) \times 0,5 + 3 = 1$$

Proceder a esta modificação é trivial, resultando a lista concatenada como indicado na Fig. III.6.

	1	2	3	4	5	8	9	18	19
IBAR		2				1	5	4	0
Y		1				4	6	-6	0
ICONT		8				9	18	0	0
NLIG		3							

IAPON
↓

Figura III.6 Lista concatenada após modificação do elemento a_{22}

c) Eliminação do elemento a_{21}

O elemento a_{21} resultou nulo para permitir a triangularização da matriz. Esta operação é realizada procedendo-se nos seguintes passos:

1. redefine-se ICONT(2):

$$\text{ICONT}(2) = \text{ICONT}(8) = 9$$

2. redefine-se NLIG(2) = 2 (menos uma ligação)

Desta forma, o endereço 8 da lista concatenada não é referenciado por nenhum apontador, significando que o antigo elemento a_{21} não existe mais. À Fig.III.7 apresenta-se o aspecto da lista após esta modificação.

	1	2	3	4	5	8	9	18	19
IBAR		2				1	5	4	0
Y		1				4	6	6	0
ICONT		9				9	18	0	0
NLIG		2							

IAPON
↓

Figura III.7 Lista concatenada após eliminação do elemento a_{21}

Verifica-se facilmente que a estrutura da Fig. III.7 corresponde à segunda linha da matriz da Fig. III.4.

III.2.3 Cálculo do Vetor Incógnita

Após a eliminação da última linha da matriz (encerramento da triangularização), o vetor incógnita é calculado procedendo-se nos seguintes passos (Fig. III.8):

1. corrige-se o termo conhecido, aplicando-lhe as mesmas operações que à matriz durante a triangularização.

2. calcula-se as incógnitas por "back-substitution"

	1	2	3	4	5	
1	1	0,5		1,5		b_1
2		1		-6	6	b_2
3			1	0,375	0,125	b_3
4				1	-0,823	b_4
5					1	b_5

Figura III.8 Matriz da Fig. III.1 triangularizada e termo conhecido

A correção do termo conhecido é realizada utilizando-se os fatores multiplicativos definidos pela triangularização ($-a_{21}=-4$ para a linha 2 e $-a_{41}=-7$ para a linha 4 na eliminação da linha 1). Ocorre que estes fatores ocupam o triângulo inferior da matriz (Fig. III.1), e na lista concatenada, após a triangularização, o triângulo inferior não existe mais (os endereços dos fatores foram eliminados, Fig. III.7). Se a matriz é inicialmente simétrica (no estrito sentido da palavra) isto não é problema porque foi visto que a triangularização não destrói sua simetria, resultando iguais os triângulos inferior e superior. Assim, corrige-se o termo conhecido usando-se o triângulo superior ($-a_{12}$ e $-a_{14}$ para a linha 1).

Se, por outro lado, a matriz é simétrica somente em relação aos zeros, é necessário reativar de alguma maneira o endereço dos fatores eliminados, que ainda existem no vetor Y. Uma maneira de se

conseguir isto é expandindo-se o vetor NLIG e colocando-se nele os endereços perdidos. Na Fig. III.9 apresenta-se a lista concatenada destacando-se a primeira e segunda linhas, após a triangularização completa da matriz. Nesta figura nota-se que as posições 1 a 5 do vetor Y (diagonal) contêm os fatores multiplicativos que foram usa dos para tornar o elemento da diagonal igual a 1. Esta informação, que seria perdida no caso de armazenar-se o valor 1, também é usa da na correção do termo conhecido.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	12	18	IAPON
IBAR	1	2	3	4	5	2	4	1	5	1	4	0
Y	0,5	1	0,125	-0,032	0,123	0,5	1,5	4	6	7	-6	0
ICONT	6	9				7	0	9	18	13	0	0
NLIG	2	2				8	12	0	0	0	*	0

Figura III.9 Lista concatenada após triangularização completa (primeira linha da matriz)

As informações

$$\text{NLIG}(6) = 8$$

$$\text{NLIG}(7) = 12$$

indicam que, quando da correção do termo conhecido devido à eliminação da primeira linha, deve-se utilizar os fatores constantes nos

endereços 8 e 12 do vetor Y ($a_{21}=4=Y(8)$ e $a_{41}=7=Y(12)$). Evidentemente a expansão do vetor NLIG deve ser executada durante a triangularização da matriz.

Após a correção do termo conhecido calcula-se finalmente o vetor incôgnita por "back substitution". Este procedimento é imediato em vista da estrutura de listas concatenadas.

III.3 Contagem do Número de Ligações

Dependendo da estrutura da matriz a ser triangularizada, a ordem de eliminação das equações pode ser um fator importante no tempo de processamento e na precisão dos resultados. De fato, admitindo-se que na matriz da Fig. III.10 esteja sendo eliminada a linha de número 1, observa-se que na linha 2 serão criados 3 novos elementos (a_{23} , a_{24} e a_{25}), que eram inicialmente nulos.

	1	2	3	4	5
linha eliminada ⇒ 1	2	3	5	3	1
2	8	4			
3	4		9		2
4	1			12	3
5	2		8	5	1

Figura III.10 Eliminação da 1ª linha

Este fato é bastante indesejável pois implica na ocupação de 3 novas posições na lista concatenada que poderão ser necessárias na

eliminação das linhas subsequentes. Além disto, os elementos criados participarão da futura eliminação da linha 2, introduzindo novos erros numéricos.

Uma maneira de se contornar este inconveniente é, ao se eliminar uma determinada linha da matriz, escolher aquela que possui o menor número de elementos não nulos (ligações). Assim, se por exemplo na matriz da Fig. III.10 fossem trocadas entre si as linhas 1 e 2 antes da eliminação, ter-se-ia a matriz da Fig. III.11.

	2	1	3	4	5
linha eliminada \Rightarrow 2	4	8			
1	3	2	5	3	1
3		4	9		2
4		1		12	3
5		2	8	5	1

Figura III.11 Eliminação da 1ª linha com troca prévia de linhas e colunas

Agora, na eliminação da primeira linha nenhum novo elemento é criado; apenas os elementos a_{21} e a_{22} são modificados (a_{21} passa a valer 0).

Na subrotina de triangularização da matriz $[Y_{cc}]$ incluiu-se este recurso, proporcionando menor tempo de processamento e maior precisão de resultados, uma vez que o número de operações efetuadas também diminui.

A informação do número de ligações de cada nó é dada pelo vetor

NLIG (Fig. III.2). Assim, é muito simples escolher o nó com o menor número de ligações.

Como a troca entre si de duas linhas diretamente na lista concatenada é um processo bastante complicado, esta troca é realizada através de um vetor auxiliar de ordenação, vetor IORD. Na Fig. III.12 apresenta-se este vetor junto aos outros vetores da lista.

	1	2	3	4	5	6	IAPON		
IBAR									
Y									
ICONT									
NLIG									
IORD	2	1	3	4	5	6			

Figura III.12 Lista concatenada completa

Nesta figura, o vetor IORD já foi atualizado face à troca mútua das linhas 1 e 2. Evidentemente, o acesso à lista deve ser realizado através do vetor IORD.

III.4 Comentários Finais

Do que foi exposto nos itens precedentes, verifica-se que a estrutura de dados em lista concatenada permite a triangularização eficiente da matriz, desde que a mesma possua seus elementos nulos dispostos simetricamente em relação à diagonal. Isto se deve ao fa

to de que na lista concatenada as informações estão organizadas de acordo com as linhas da matriz (e não por coluna). Assim, por exemplo na eliminação da primeira linha da matriz da Fig. III.11, sabe-se que o elemento $a_{12}=3$ deve ser zerado porque o elemento $a_{21}=8$ é não nulo.

Se a matriz não fosse simétrica em relação aos zeros, ao ser eliminada a primeira linha dever-se-ia verificar a existência de elementos não nulos na primeira coluna de cada linha. Na lista concatenada não é possível percorrer-se a matriz por coluna, devendo-se percorrer todas as linhas em busca de elementos não nulos na primeira coluna (procedimento bem mais dispendioso quanto ao tempo de CPU).