

**CARLOS ISRAEL FERNANDES**

**SOBRE A AVALIAÇÃO DE TÉCNICAS DE  
SELEÇÃO DE ANTENAS NO CONTEXTO MIMO  
LARGA ESCALA E MASSIVO**

São Paulo  
2020



**CARLOS ISRAEL FERNANDES**

**SOBRE A AVALIAÇÃO DE TÉCNICAS DE  
SELEÇÃO DE ANTENAS NO CONTEXTO MIMO  
LARGA ESCALA E MASSIVO**

Versão Corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração:

Sistemas Eletrônicos

Orientador:

Prof. Dr. Cristiano Magalhães  
Panazio

São Paulo  
2020

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 04 de Dezembro de 2020

Assinatura do autor:

*Carlos Israel Fernandes*

Assinatura do orientador:

*Cristiane Panabio*

#### Catálogo-na-publicação

Fernandes, Carlos Israel

Sobre a avaliação de técnicas de seleção de antenas no contexto MIMO  
larga escala e massivo / C. I. Fernandes – versão corr. – São Paulo, 2020.  
77 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São  
Paulo. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle.

1. TELECOMUNICAÇÕES 2. OTIMIZAÇÃO COMBINATÓRIA  
3. PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS I. Universidade de São Paulo.  
Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e  
Controle II.t.

Para minha família

# AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao meu orientador Cristiano Magalhães Panazio por todo apoio, paciência e compreensão em todos momentos difíceis dessa jornada. Agradeço por ter me aceitado e pela sua excelente orientação, sempre bem humorada, que contribuiu imensamente para a realização do trabalho e minha formação para ser capaz de enfrentar desafios futuros. Se tornou, de verdade, um grande amigo para a vida toda.

Agradeço a minha amada Larissa pelo companheirismo, amor e incentivo desde o primeiro momento em que pensei em realizar o mestrado. Agradeço a todos os sacrifícios que você teve que fazer e por nunca me deixar desanimar. Este trabalho também é seu.

Agradeço a minha mãe Isabel por todo suporte e sacrifícios realizados durante a graduação que possibilitaram eu estar hoje realizando a pós-graduação.

Ao Bruno Canale, por todo apoio e suporte no início dessa jornada.

Ao Guilherme P. Coelho, pelas valiosas sugestões de melhorias ao artigo e por disponibilizar o algoritmo CobAiNet.

Agradeço ao Marcelo Alexandre Garcia do laboratório de Comunicações e Sinais que mesmo em um momento de pandemia nos disponibilizou recurso computacional para que o trabalho pudesse ser concluído.

Agradeço a todos os professores da USP que me proporcionaram uma excelente formação na pós-graduação. São todos um exemplo de capacitação e comprometimento com a excelência acadêmica.

Por fim, agradeço a toda minha família e a todos não citados aqui que direta ou indiretamente contribuíram com o trabalho.

Muito obrigado!

*“Seja qual for o rumo que tomarmos,  
nosso destino está indissoluvelmente li-  
gado à ciência”*

-- Carl Sagan





# RESUMO

*Multiple-input Multiple-output* (MIMO) é uma técnica empregada em sistemas de comunicação sem fio por proporcionar uma melhora de desempenho em sistemas que utilizem múltiplas antenas no transmissor, receptor ou ambos. As vantagens do MIMO são ampliadas com o incremento do número de antenas, em especial com o MIMO massivo, em que a estação rádio base pode possuir várias dezenas ou até várias centenas de antenas. Entretanto, isso acarreta em um maior consumo energético, devido ao maior número de amplificadores, osciladores e conversores analógico-digital. Além disso, nem todas as antenas contribuem da mesma forma com o desempenho do sistema. Dessa forma, a seleção de antenas permite reduzir tal consumo energético e a complexidade de hardware, com baixa perda de desempenho. Contudo, trata-se de um problema combinatorial não polinomial, que rapidamente torna inviável a busca exaustiva pela solução ótima.

Portanto, dado o contexto acima, esta dissertação apresenta uma avaliação de técnicas de seleção de antenas no contexto de MIMO de larga escala e massivo e, de modo a reduzir a complexidade computacional e, ainda assim, alcançar um bom desempenho, são exploradas algumas meta-heurísticas para a seleção de antenas, incluindo uma modificação de um algoritmo baseado na teoria de redes imunológicas artificiais e a proposição de uma nova técnica baseada nas observações realizadas nas meta-heurísticas aplicadas. São avaliados o desempenho e a complexidade computacional das técnicas apresentadas, em que se mostra a efetividade das técnicas propostas e analisadas.

**Palavras-Chave** – Seleção de antenas, MIMO de larga escala ou massivo, redes imunológicas artificiais, meta-heurística.

# ABSTRACT

*Multiple-input Multiple-output* (MIMO) is a signal processing technique used in wireless communication systems due to its performance enhancement in systems which use multiple antennas on the transmitter, receiver or both. The advantages of MIMO are expanded with the number of antennas upgrade, specially with massive MIMO, in which the base radio station can have several tens or even hundreds antennas. However, it results in a higher power consumption, due to the greater number of amplifiers, oscillators and analog-to-digital converters. In addition, not all antennas contribute equally to the system performance. Antenna selection allows to reduce such power consumption and the hardware complexity with a low loss of performance. Nevertheless, it is a non polynomial combinatorial problem, which rapidly indicates the exhaustive search for the optimal solution to be unfeasible.

Therefore, given the above context, this dissertation presents an evaluation of antenna selection techniques in the context of large-scale and massive MIMO and, in order to reduce computational complexity and still achieve good performance, some meta-heuristics for the selection of antennas are evaluated, including a modification of an algorithm based on the immune network theory and the proposition of a new technique based on observations made on the applied metaheuristics. The performance and computational complexity of the techniques presented are evaluated, showing the effectiveness of the techniques proposed and analyzed.

**Keywords** – Antenna selection, large scale or massive MIMO, immune network theory, metaheuristic.

# LISTA DE FIGURAS

1	Tráfego de dados global . . . . .	15
2	Circuito de transmissão do sistema MIMO. . . . .	17
3	Modelo básico de seleção de antenas. . . . .	18
4	Componentes do canal de um sistema MIMO. . . . .	21
5	Modelo do sistema com seleção de antenas e pré-codificação ZF. . . . .	27
6	BER X SNR para $N_T = 20, N_{ta} = 6, N_R = 3$ e $K = 2$ . . . . .	39
7	BER X SNR para: a) $N_T = 32, N_{ta} = 16, N_R = 4$ e $K = 4$ ; b) $N_T = 64, N_{ta} = 32, N_R = 4$ e $K = 8$ ; c) $N_T = 128, N_{ta} = 64, N_R = 4$ e $K = 16$ ; d) $N_T = 256, N_{ta} = 128, N_R = 4$ e $K = 32$ . . . . .	40
8	BER X SNR para: a) $N_T = 128, N_{ta} = 80, N_R = 4$ e $K = 20$ ; b) $N_T = 128, N_{ta} = 48, N_R = 4$ e $K = 12$ . . . . .	41
9	BER X SNR para $N_T = 32, N_{ta} = 16, N_R = 1, K = 10$ e $\rho = \{0; 0, 4\}$ . . . . .	42
10	BER X SNR para $N_T = 64, N_{ta} = 32, N_R = 1$ e $K = \{8, 16, 24, 32\}$ . . . . .	44
11	BER X Avaliações para SNR = 23dB, $N_T = 128, N_{ta} = 64, N_R = 4$ e $K = 16$ . . . . .	45
12	Histograma com $N_T = 32, N_{ta} = 16, N_R = 1$ e $K = 16$ . . . . .	46
13	<i>Channel hardening</i> para uma realização de canal para um usuário variando o número de antenas $N_T$ . . . . .	56
14	Variância de $\ \mathbf{h}_k\ ^2/N_T$ para uma realização de canal para um usuário variando o número de antenas $N_T$ . . . . .	57
15	Informação mútua X SNR(dB), sendo: $N_T = 32, N_{ta} = 16$ e $K = 4$ . . . . .	59
16	Informação mútua X SNR(dB) com correlação entre as antenas de recepção, sendo: $N_T = 128, N_{ta} = 32$ e $K = 4$ . . . . .	60
17	Informação mútua X número de usuários, sendo: SNR = 21dB, $N_T = 128, N_{ta} = 32$ . . . . .	62
18	BER X SNR para $N_T = 64, N_{ta} = 32$ e $N_r = \{8, 16, 24, 32\}$ . . . . .	70

## LISTA DE TABELAS

1	Parâmetros do CobAiNet utilizados . . . . .	33
2	Parâmetros do AG utilizados . . . . .	35
3	Tempo de execução média, em que: $N_T = 64$ , $N_{ta} = 32$ e $N_R = 1$ . . . . .	46
4	Informação mútua para SNR de 21dB, sendo: $N_T = 32$ , $N_{ta} = 16$ e $K = 4$ . . . . .	58
5	Tempo médio de execução em milissegundos, sendo: $N_T = 32$ , $N_{ta} = 16$ e $K = 4$ . . . . .	59
6	Informação mútua com correlação de antenas, sendo: SNR = 21dB, $N_T = 128$ , $N_{ta} = 32$ e $K = 4$ . . . . .	61
7	Tempo médio de execução em milissegundos com correlação de antenas, sendo: $N_T = 128$ , $N_{ta} = 32$ e $K = 4$ . . . . .	61
8	Informação mútua sem correlação de antenas, sendo: SNR = 21dB, $N_T = 128$ e $N_{ta} = 32$ . . . . .	62
9	Tempo de execução média, em que: $N_T = 64$ e $N_{ta} = 32$ . . . . .	70

## LISTA DE ALGORITMOS

1	CobAiNet para seleção de antenas . . . . .	31
2	ITES para seleção de antenas . . . . .	34
3	Algoritmo Genético (AG) . . . . .	35
4	OACS para seleção de antenas . . . . .	37

# LISTA DE ABREVIACOES

<b>2G</b>	Second Generation of Wireless Communications
<b>3G</b>	Third Generation of Wireless Communications
<b>4G</b>	Fourth Generation of Wireless Communications
<b>5G</b>	Fifth Generation of Wireless Communications
<b>AG</b>	Algoritmo Genético
<b>BER</b>	Bit Error Rate
<b>BS</b>	Base Station
<b>CobAiNet</b>	Concentration-based Artificial-immune Network
<b>CP</b>	Cyclic Prefix
<b>DAC</b>	Conversor Digital-Analógico
<b>dB</b>	Decibel
<b>DFT</b>	Discrete Fourier Transform
<b>EB</b>	Exabyte
<b>FIR</b>	Finite Impulse Response
<b>IDFT</b>	Inverse Discrete Fourier Transform
<b>ISI</b>	Intersymbol Interference
<b>ITES</b>	Iterative Searches
<b>MIMO</b>	Multiple-input Multiple-output
<b>OFDM</b>	Orthogonal Frequency-Division Multiplexing
<b>PA</b>	Amplificador de Potência
<b>PDS</b>	Processamento Digital de Sinais
<b>QPSK</b>	Quadrature Phase Shift Keying
<b>SIAs</b>	Sistemas Imunológicos Artificiais
<b>SIN</b>	Sistema Imunológico Natural
<b>SNR</b>	Signal-to-noise Ratio
<b>ZF</b>	Zero-Forcing

# LISTA DE SÍMBOLOS E NOTAÇÃO

<b>H</b>	Letra maiúscula em negrito representa uma matriz
<b>v</b>	Letra minúscula em negrito representa um vetor
$\text{Tr}\{\}$	Operador Traço
$ \mathbf{A} $	Determinante de uma matriz
$X$	Letra maiúscula representa uma variável aleatória
$H(X)$	Entropia de uma variável aleatória
$I(X)$	Informação mútua de uma variável aleatória
$\text{diag}(\mathbf{A})$	Aplicado a uma matriz retorna a diagonal principal
$\text{diag}(\mathbf{v})$	Retorna uma matriz cuja diagonal principal são os elementos do vetor
$\mathbf{I}_a$	Matriz identidade de dimensão “a”

# SUMÁRIO

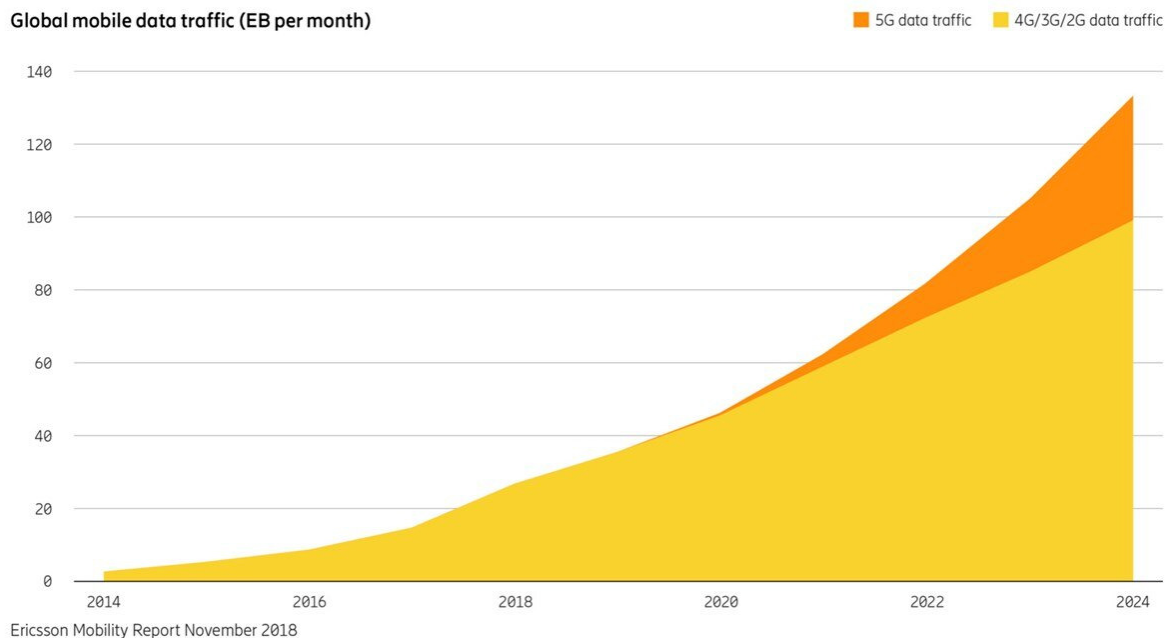
<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>15</b>
1.1	Seleção de antenas em sistema MIMO . . . . .	18
1.2	Contribuições . . . . .	20
1.3	Estrutura da dissertação . . . . .	20
<b>2</b>	<b>Modelo do Sistema</b>	<b>21</b>
2.1	Modelo de canal MIMO plano em frequência . . . . .	21
2.2	Modelo de correlação entre antenas . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Seleção de antenas baseada em minimização da taxa de erro de bit</b>	<b>24</b>
3.1	Multiplexação espacial utilizando o critério zero-forcing . . . . .	24
3.2	Seleção de Antenas . . . . .	25
3.3	CobAiNet . . . . .	28
3.4	ITES . . . . .	32
3.5	AG . . . . .	34
3.6	CVX . . . . .	35
3.7	Traço . . . . .	37
3.8	OACS . . . . .	37
3.9	Resultados . . . . .	38
3.10	Conclusões . . . . .	47
<b>4</b>	<b>Seleção de antenas baseada na maximização da informação mútua</b>	<b>48</b>
4.1	Informação mútua do sistema MIMO . . . . .	48
4.1.1	Convenção utilizada . . . . .	51
4.2	Seleção de antenas . . . . .	51



4.2.1	Maximização da informação mútua baseada em convexidade . . . .	53
4.2.1.1	Prova da convexidade . . . . .	54
4.2.2	Maximização da informação mútua baseada na SNR conjunta . . .	54
4.3	Channel Hardening . . . . .	55
4.4	Resultados . . . . .	58
4.5	Conclusões . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Seleção de antenas baseada na minimização da BER em cenário MIMO</b>	
	<b>OFDM</b>	<b>64</b>
5.1	OFDM . . . . .	64
5.2	Modelo de sistema . . . . .	64
5.3	Seleção de antenas em cenário com pré-codificação ZF . . . . .	66
5.3.1	Pré-codificação ZF . . . . .	66
5.3.2	Seleção de antenas . . . . .	67
5.4	Resultados . . . . .	69
5.5	Conclusões . . . . .	71
<b>6</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>72</b>
	<b>Referências</b>	<b>74</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Com a popularização dos smartphones e a demanda e geração de conteúdo multimídia de alta resolução, o tráfego de dados tem aumentado exponencialmente. Segundo o estudo de (DEHOS et al., 2014), esperava-se que devido à utilização de vídeo sobre demanda e computação na nuvem, em 2017 haveria um crescimento no consumo de dados que excedesse 6 exabytes por mês. Entretanto, em um estudo de 2018 publicado pela Ericsson (ERICSSON, 2018) e que pode ser visualizado na Figura 1, verificou que em 2018 o tráfego de dados superou 20EB por mês e, em uma previsão para 2024, espera-se alcançar 100EB por mês para as redes 4G/3G/2G e, para a rede 5G, cerca de 130EB por mês.



Fonte: (ERICSSON, 2018)

Figura 1: Tráfego de dados global

Ainda nesse sentido, os avanços em relação ao desenvolvimento da próxima tecnologia de comunicação móvel, o 5G, têm-se mostrado satisfatórios, sendo que espera-se obter uma taxa de dados em que o valor de pico pode alcançar cerca de 20 Gb/s apresentando

uma taxa média de 100 Mb/s (Prasad; Hossain; Bhargava, 2017). Com o advento da internet das coisas, espera-se também conectividade com uma grande quantidade de dispositivos (Palattella et al., 2016)(LI; XU; ZHAO, 2018). Aliando essa necessidade de tráfego e a presença de múltiplos dispositivos, faz-se necessária a utilização de técnicas para maximização da capacidade de canal, e ainda, realizar a mitigação de interferência. O sistema MIMO, nesse quesito, é uma das principais técnicas habilitantes ao sistema 5G, em especial o MIMO massivo, em que a estação rádio base possui várias dezenas ou até várias centenas de antenas, proporcionando alguns benefícios que serão abordados mais adiante. Ele vem sendo amplamente estudado nas últimas décadas e apresenta características promissoras, dentre elas, pode-se destacar (BIGLIERI et al., 2007):

- **Ganho de conjunto:** O ganho de conjunto está relacionado ao incremento da SNR do sinal no receptor, proporcionado pela combinação coerente dos sinais captados. Tal combinação coerente pode ser realizada tanto pelo receptor quanto pelo transmissor utilizando processamento espacial. O ganho de conjunto proporciona uma maior robustez ao sinal, tornando-o menos suscetível aos efeitos do ruído, garantindo assim, uma maior área de cobertura.
- **Ganho de diversidade espacial:** O ganho de diversidade espacial é obtido ao oferecer ao receptor diversas cópias do sinal transmitido, idealmente por caminhos distintos. Com isso, a probabilidade que o receptor adquira uma cópia que tenha experimentado um baixo desvanecimento aumenta. Considerando um sistema MIMO com  $\mathbf{M}_T$  antenas transmissoras e  $\mathbf{M}_R$  antenas receptoras, esse sistema pode, potencialmente, possuir  $\mathbf{M}_T\mathbf{M}_R$  caminhos independentes.
- **Ganho de multiplexação espacial:** Em um sistema MIMO, a multiplexação espacial provê um incremento na taxa de transmissão de dados (ganho de capacidade do sistema). Para obter esse ganho é realizada a separação do fluxo de dados em sub-fluxos, em que estes são transmitidos de forma independente e simultânea e, em cenário de propagação favorável, o receptor é capaz de separar e processar os dados. A quantidade de fluxos de dados paralelos suportado pelo sistema é, em geral, dado pelo valor mínimo entre o número de antenas transmissoras e receptoras, ou seja,  $\min(\mathbf{M}_T, \mathbf{M}_R)$ .
- **Mitigação de interferência:** Quando os diversos usuários compartilham o mesmo recurso de tempo e frequência, eles podem experimentar uma interferência entre suas transmissões. Tal interferência pode ser mitigada explorando a diversidade espacial e as diferenças entre os canais dos usuários.

Através das características citadas anteriormente, nota-se que os benefícios do MIMO aumentam ao se incrementar o número de antenas transmissoras e/ou receptoras utilizadas, e essa é uma premissa do MIMO massivo, em que são utilizadas centenas de antenas servindo dezenas de dispositivos. A implementação do MIMO massivo é realizada de forma a possuir os mesmos benefícios do MIMO convencional, entretanto, em uma escala muito maior (Larsson et al., 2014). A configuração considerada para tal implementação do MIMO massivo é baseada na multiplexação espacial sendo, portanto, dependente de uma boa estimativa do canal de comunicação (Larsson et al., 2014).

Entretanto, para o caso do MIMO massivo, apesar da energia empregada para a transmissão ser fixa e alocada entre as antenas, com o incremento do número de antenas transmissoras há também um aumento do consumo energético do *hardware* empregado (HA; LEE; KANG, 2013). Conforme ilustrado pela Figura 2, cada circuito de transmissão é equipado com um amplificador de potência, transceptor e conversor digital-analógico. Portanto, aumentar o número de antenas significa trabalhar com um número maior desses dispositivos e, conseqüentemente, um maior consumo de energia. Esse é um ponto chave que se deve manter a atenção, em quanto pode-se ampliar o *hardware* mantendo um consumo energético dentro do estabelecido. Portanto, com o sistema MIMO massivo convencional, não é possível ampliar o número de antenas sem levar em consideração o consumo enérgico que aumenta proporcionalmente (HA; LEE; KANG, 2013).

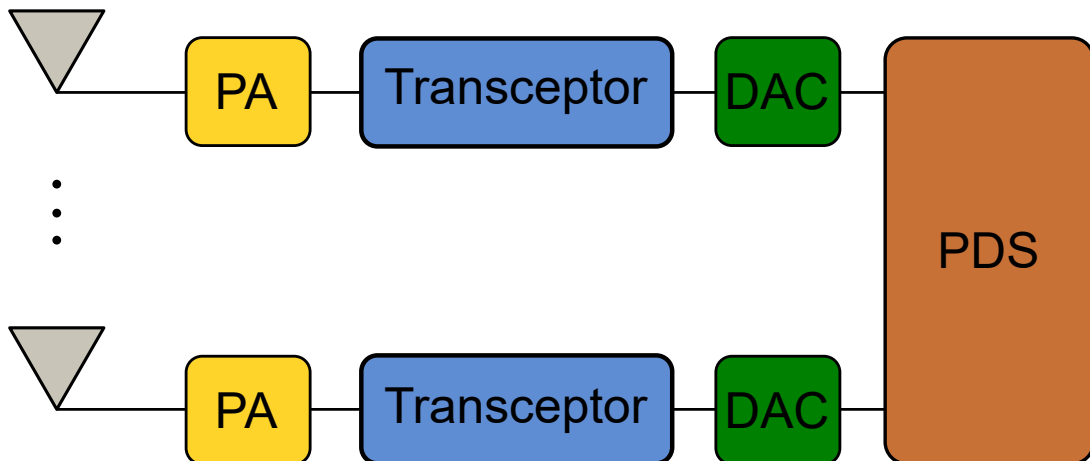


Figura 2: Circuito de transmissão do sistema MIMO.

Visto isso, faz-se necessário desenvolver métodos que possibilitem o aumento do número de antenas, sem onerar o consumo energético do sistema, caso contrário, configurações como o MIMO massivo seriam inviáveis.

## 1.1 Seleção de antenas em sistema MIMO

Conforme apresentado no Capítulo 1, com o acréscimo da capacidade de dados do sistema MIMO, faz-se necessário desenvolver métodos que possibilitem o aumento do número de antenas, sem onerar o consumo energético do sistema, caso contrário, configurações como o MIMO massivo seriam inviáveis. Uma aproximação para o tratamento desse problema, considerando que o sistema possua um grande conjunto de antenas, *i.e.*, em escala de dezenas ou centenas, é a realização da seleção de antenas (Sanayei; Nosratinia, 2004) sendo possível aliviar o consumo energético e, ainda sim, manter várias das vantagens do sistema MIMO (Sanayei; Nosratinia, 2004).

Isso é melhor exemplificado observando a Figura 4, que representa as componentes do canal do modelo MIMO. Determinados ganhos  $h_{ij}$  do canal podem apresentar melhor contribuição para o desempenho geral do sistema que outros. Assim, selecionar as antenas de forma a priorizar tais ganhos e suprimir os de menor contribuição faz com que o sistema mantenha grande parte do desempenho com uma menor necessidade energética.

Outra técnica que vem sendo explorada nos últimos anos é a utilização de um sistema híbrido. Tal sistema consiste em adicionar uma etapa do processamento do sinal de forma analógica e, dessa forma, reduzir o número de transceptores e conseqüentemente o consumo energético do sistema (Heath et al., 2016). Fazendo um comparativo entre as duas técnicas, a seleção de antenas faz uso de um comutador de transceptor e, segundo (Gao; Vinck; Kaiser, 2018) e (Heath et al., 2016), tal comutador possui menor custo energético comparado ao defasador de fase utilizado no sistema híbrido. Entretanto, mesmo que a seleção de antenas com comutador apresente menor custo energético, essa tese considerará apenas o sistema utilizado em (Gao et al., 2015) onde é implementado o mesmo número de transceptores e antenas sendo que, realizada a seleção, tais antenas são ativadas e o restante são desligadas. O modelo básico de tal sistema está representado pela Figura 3.

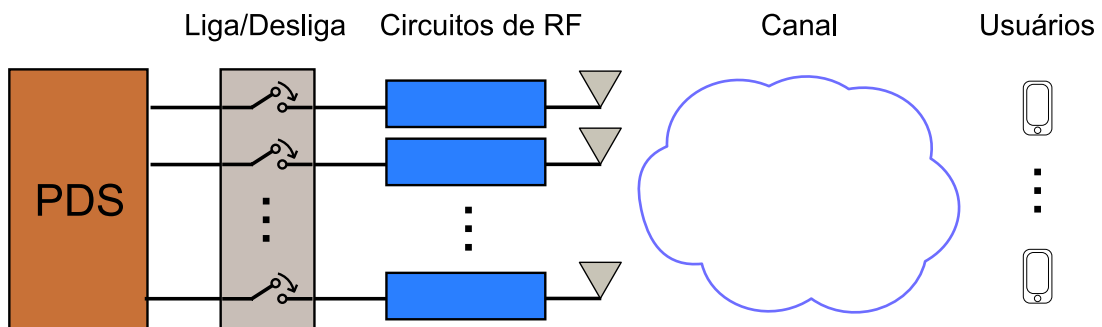


Figura 3: Modelo básico de seleção de antenas.

A seleção de antenas não é um interesse de pesquisa recente, diversos trabalhos sobre

seleção de antenas foram realizadas nas últimas décadas onde as mais antigas consideravam o sistema MIMO convencional e, as mais recentes, exploram o sistema MIMO massivo (Gao; Vinck; Kaiser, 2018).

É demonstrado em (Gao et al., 2015), através de experimentação em ambiente de propagação real, que algumas antenas contribuem mais que outras para o desempenho do sistema. Selecionar tais antenas permite reter grande parte do desempenho, reduzindo a complexidade de *hardware* e aumentando a eficiência energética, *i.e.*, o sistema trabalha com um menor número de amplificadores e conversores analógico-digitais e digitais-analógicos, gastando menos energia. Contudo, a principal questão é, dado um certo número de antenas a ser utilizado, escolher o subconjunto que leva ao melhor desempenho possível.

Como no caso de um sistema MIMO massivo o número total de antenas é muito elevado, o número de possíveis combinações para formação do subconjunto se torna rapidamente intratável para realizar uma busca exaustiva, de modo que se faz necessário o uso de técnicas sub-ótimas que apresentem um menor custo computacional com o melhor desempenho possível.

Nesse sentido, algumas pesquisas referentes à seleção de antenas, considerando o sistema MIMO convencional, utilizaram como critério a taxa de erro, como nos trabalhos de (Arronde; Sampaio Neto, 2018), (Heath; Sandhu; Paulraj, 2001) e (Lu; So, 2009). Já outras pesquisas consideram algoritmos meta-heurísticos para a seleção de antenas, como pode ser visto em (CAI; ZHONG; LI, 2019) onde foi utilizada aprendizagem profunda (*deep learning*) para tal tarefa, já (SINDHWANI; SINGH, 2014) e (Makki et al., 2017) se utilizam de algoritmos genéticos (AG) para realizar a busca. Devido à restrição do problema de seleção de antenas, em que o vetor que representa a seleção pode apenas tomar valores binários, *i.e.*  $\{0, 1\}$ , tal problema torna-se não convexo para o objetivo de maximização da capacidade do canal, porém, pode ser explorado se realizado um relaxamento em sua restrição, como apresentado nos trabalhos de (Dua; Medepalli; Paulraj, 2006), (Gao et al., 2015) e (Zhai et al., 2018) buscando otimizar a informação mútua do sistema. Outras pesquisas mais recentes visam realizar a seleção de antenas em sistema MIMO massivo, como em (Konar; Sidiropoulos, 2018; Tang; Nie, 2018; Gao et al., 2019; Asaad; Rabiei; Müller, 2018; Hanif et al., 2018; Siljak; Macaluso; Marchetti, 2018). Contudo, é importante frisar que nenhuma dessas técnicas de seleção de antenas é capaz de alcançar o valor ótimo, como encontrado com a busca exaustiva.

Mais adiante neste trabalho, serão apresentadas duas aproximações para a redução do

consumo energético utilizando seleções de antenas, sendo um método que leva em conta a taxa de erro de bit, e outro que busca a maximização da informação mútua do canal, frente à restrição de quantidade de antenas disponíveis.

## 1.2 Contribuições

Nesta dissertação, é realizado um comparativo entre técnicas de seleção de antenas, avaliando desempenho e comportamento em diferentes cenários. Tais técnicas são apresentadas como uma alternativa à busca exaustiva, devido à natureza combinatorial do problema de seleção de antenas, visando a redução da complexidade. Neste sentido, são propostas duas novas meta-heurísticas com essa finalidade, uma referente a realizar uma adaptação do algoritmo CobAiNet, originalmente proposto em (Coelho; de França; Von Zuben, 2011), que é baseado na teoria de redes imunológicas artificiais, e a proposição de uma nova técnica, nomeada como OACS (*one antenna change selection*, em inglês), baseada nas observações realizadas nas meta-heurísticas aplicadas após o refinamento de seus parâmetros, e que permitiu obter resultados tão bons quanto aos das meta-heurísticas CobAiNet e algoritmo genético (AG), com custo computacional inferior.

Como contribuição direta, tem-se a publicação do artigo **Redução da Complexidade em Sistemas MIMO de Larga Escala com Seleção de Antena Utilizando Redes Imunológicas Artificiais**, publicado no XXXVII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais (2019) realizado em Petrópolis, RJ.

## 1.3 Estrutura da dissertação

Essa dissertação está estruturada da seguinte maneira: No capítulo 2 é apresentado o modelo de sistema utilizado em cenário MIMO com desvanecimento plano em frequência. No capítulo 3 é apresentado o critério de seleção de antenas baseado na minimização da BER. Além disso, são descritas as meta-heurísticas utilizadas, o desempenho e comparativo entre elas é avaliado. Seguindo, no capítulo 4, é apresentado o critério de seleção de antenas baseado na maximização da informação mútua. Também são apresentadas duas técnicas, uma baseada em convexidade e outra em potência de recepção. No capítulo 5, é apresentado o critério de seleção de antenas baseado na minimização da BER em um cenário MIMO-OFDM. É apresentado o modelo de sistemas e as técnicas utilizadas para tal. Por fim, no capítulo 6, são apresentadas as conclusões e perspectivas futuras.

## 2 MODELO DO SISTEMA

Neste capítulo, são apresentados os modelos básicos de canais MIMO e discutidos alguns conceitos básicos. Primeiramente, o modelo de canal do sistema MIMO plano em frequência é apresentado e, em seguida, são feitas algumas considerações sobre a seleção de antenas.

### 2.1 Modelo de canal MIMO plano em frequência

Nesta seção é representado o canal MIMO com desvanecimento plano em frequência. Para tal modelo, é considerado apenas um transmissor possuindo  $N_T$  antenas transmissoras e apenas um receptor com  $N_R$  antenas receptoras.

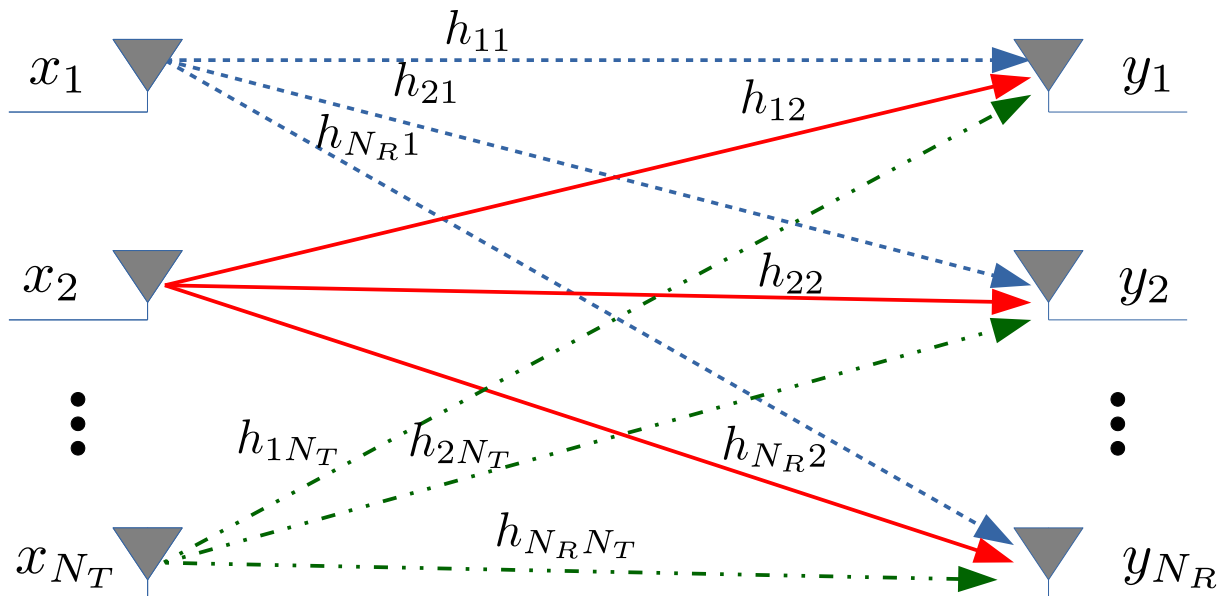


Figura 4: Componentes do canal de um sistema MIMO.

O sinal capturado pelo receptor é representado por um vetor  $\mathbf{y}$  de dimensão  $N_R \times 1$  e, do lado do transmissor, o sinal emitido é representado por um vetor  $\mathbf{x}$  de dimensão  $N_T \times 1$ , e por fim, os ganhos do canal são representados por  $h_{ij}$ , uma variável aleatória gaussiana



complexa independente de média nula e variância unitária, em que  $i = 1, \dots, N_R$  e  $j = 1, \dots, N_T$ . Tal modelo está representado pela Figura 4.

Analisando o sinal capturado por cada antena do receptor na Figura 4, pode-se escrevê-lo como

$$y_i = \sum_{j=1}^{N_T} x_j h_{ij} + n_i, \quad (2.1)$$

sendo que  $n_i$  representa a componente de ruído gaussiano branco de média nula e variância  $\sigma_n^2$  adicionado ao sinal capturado. A Equação (2.2) representa tal modelo em forma matricial

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{N_R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{1N_T} \\ \vdots & \ddots & \\ h_{N_R 1} & & h_{N_R N_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{N_T} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_{N_R} \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

que pode ser representada de forma compacta na forma

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (2.3)$$

em que a matriz  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$  representa canais de desvanecimento plano e  $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$  representa as componentes do ruído gaussiano.

## 2.2 Modelo de correlação entre antenas

Nesta seção é aprestado o modelo MIMO com correlação entre as antenas. Em geral, na literatura é utilizado o modelo de canal  $\mathbf{H}$  considerando que suas entradas são independentes e igualmente distribuídas. Entretanto, isso nem sempre é verdade, visto que a capacidade do sistema MIMO depende do nível de correlação apresentado pelo canal de transmissão (Kermoal et al., 2000). Em geral, quanto mais correlacionado for o canal de transmissão, menor será o ganho de diversidade e de multiplexação.

O modelo de correlação utilizado neste trabalho é o de Kronecker (HAMPTON, 2013), sendo um modelo que apresenta um canal correlacionado a partir de especificações dos níveis de correlação da transmissão e recepção. Tal modelo é definido como

$$\mathbf{H}_{corr} = \sqrt{\mathbf{R}_{rx}} \mathbf{H} \sqrt{\mathbf{R}_{tx}}, \quad (2.4)$$

em que  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$  é a matriz do canal, uma variável aleatória gaussiana complexa independente de média nula e variância unitária,  $\mathbf{R}_{rx}$ , de dimensão  $N_R \times N_R$ , é a matriz de

correlação na recepção,  $\mathbf{R}_{tx}$ , de dimensão  $N_T \times N_T$ , é a matriz de correlação na transmissão e o operador  $\sqrt{\cdot}$  é a raiz quadrada numérica, elemento a elemento, da matriz.

Para construir as matrizes de correlação, foi utilizado o modelo de parâmetro único proposto em (ZELST; HAMMERSCHMIDT, 2002), sendo considerado um arranjo de antenas linear com espaçamento equidistante entre as antenas tanto no transmissor quanto no receptor. Tais matrizes formam uma estrutura de Toeplitz, dada por

$$\mathbf{R}_{tx} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{tx} & \rho_{tx}^4 & \dots & \rho_{tx}^{(N_T-1)^2} \\ \rho_{tx} & 1 & \rho_{tx} & \dots & \vdots \\ \vdots & & & & \rho_{tx} \\ \rho_{tx}^{(N_T-1)^2} & \dots & \rho_{tx}^4 & \rho_{tx} & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

$$\mathbf{R}_{rx} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{rx} & \rho_{rx}^4 & \dots & \rho_{rx}^{(N_T-1)^2} \\ \rho_{rx} & 1 & \rho_{rx} & \dots & \vdots \\ \vdots & & & & \rho_{rx} \\ \rho_{rx}^{(N_T-1)^2} & \dots & \rho_{rx}^4 & \rho_{rx} & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

em que  $\rho \in [0, 1]$ .

Deste modelo,  $\rho = 0$  apresenta um canal sem correlação e  $\rho = 1$  um canal totalmente correlacionado na transmissão e/ou recepção.

Desta forma, pode-se expressar um sistema MIMO que experimente uma correlação na transmissão e/ou recepção, utilizando apenas um coeficiente de forma a facilitar a modelagem e análise de desempenho das técnicas testadas.

### 3 SELEÇÃO DE ANTENAS BASEADA EM MINIMIZAÇÃO DA TAXA DE ERRO DE BIT

Neste capítulo são apresentadas técnicas de seleção de antenas, utilizando como critério a minimização da taxa de erro de bit dos usuários. É realizado um comparativo entre meta-heurísticas e uma técnica do tipo “glutão”.

#### 3.1 Multiplexação espacial utilizando o critério zero-forcing

Considera-se neste trabalho o mesmo sistema em banda-base empregado em (Arronde; Sampaio Neto, 2018), com apenas uma estação base (*base station* - BS, em inglês) com  $N_T$  antenas, servindo  $K$  usuários, cada um com  $N_R$  antenas e conhecimento perfeito do canal. Contudo, diferentemente de (Arronde; Sampaio Neto, 2018), trataremos apenas o caso do enlace descendente, uma vez que estamos interessados no caso da busca em espaços com muitas dimensões.

O sinal recebido pelos usuários é concatenado e representado através do vetor de dimensão  $KN_R \times 1$ , dado por

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (3.1)$$

em que  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{KN_R \times N_T}$  representa canais de desvanecimento plano, em que cada elemento de  $\mathbf{H}$  é dado por uma variável aleatória complexa gaussiana circular e independente, com média nula e variância unitária, o vetor  $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{KN_R \times 1}$  representa o ruído gaussiano complexo branco, em que cada elemento possui média nula e variância  $\sigma_n^2$  e, por fim, o sinal transmitido pelas  $N_T$  antenas da BS é representado por  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_T \times 1}$ .

Como esse sistema considera múltiplos usuários, a técnica empregada para a separação de suas informações, assim como em (Arronde; Sampaio Neto, 2018), é uma técnica de multiplexação espacial conhecida como *zero-forcing* (ZF) *beamforming* (Wiesel; Eldar; Shamai, 2008), que é capaz de mitigar a interferência entre usuários através da pré-

codificação do sinal transmitido. Deste modo, a matriz de pré-codificação é dada pela pseudo-inversa do canal

$$\mathbf{P} = \mathbf{H}^H (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1}, \quad (3.2)$$

e o sinal transmitido é tal que

$$\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{s}, \quad (3.3)$$

em que  $\mathbf{P} \in \mathbb{C}^{N_T \times KN_R}$  e  $\mathbf{s} = [\mathbf{s}_1^T, \mathbf{s}_2^T, \dots, \mathbf{s}_K^T]^T$  é o vetor de símbolos dos usuários, com  $\mathbf{s}_k \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ , representando os símbolos referentes ao  $k$ -ésimo usuário. Ainda, tal como em (Arronde; Sampaio Neto, 2018), adota-se que

$$\mathbf{s}_k = \sqrt{E_k} \tilde{\mathbf{s}}_k = \sqrt{E_s \epsilon_k} \tilde{\mathbf{s}}_k, \quad (3.4)$$

em que  $E_k$  é a energia média dos símbolos enviados pelo  $k$ -ésimo usuário,  $E_s = 1/K \sum_{k=1}^K E_k$  é a energia média dos símbolos considerando todos os  $K$  usuários,  $\epsilon_k = E_k/E_s$  e  $\tilde{\mathbf{s}}_k \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$  são símbolos independentes de uma dada modulação de cardinalidade  $M$ , com média nula e variância unitária.

Assim, aplicando o método de pré-codificação ZF, *i.e.*, eqs. (3.2) e (3.3), o sinal recebido nos receptores é dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{H}\mathbf{P}\mathbf{s} + \mathbf{n} \\ &= \mathbf{H}\mathbf{H}^H (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{s} + \mathbf{n} \\ &= \mathbf{s} + \mathbf{n}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

## 3.2 Seleção de Antenas

Tal como em (Arronde; Sampaio Neto, 2018), trataremos a minimização da taxa de erro de bit condicionada à seleção de antenas no transmissor, dado que apenas um número limitado de transceptores  $N_{ta}$  da BS podem ser utilizados simultaneamente. Para tanto, considere primeiramente que a energia média  $E_T$  empregada na BS é dada por

$$E_T = \mathbb{E} \{ \|\mathbf{x}\|^2 \} = \text{Tr} \{ \mathbb{E} [\mathbf{x}\mathbf{x}^H] \}, \quad (3.6)$$

que por sua vez está relacionada à energia média dos símbolos enviados aos  $K$  usuários por

$$E_T = E_s \gamma, \quad (3.7)$$

em que

$$\gamma = \sum_{k=1}^K \epsilon_k \mathbf{1}^T \mathbf{g}_k \quad (3.8)$$

sendo  $\mathbf{1}$  um vetor de dimensão  $N_R \times 1$ , cujos todos valores são “1”, e os vetores  $\mathbf{g}_k$  são obtidos de (Arronde; Sampaio Neto, 2018)

$$[\mathbf{g}_1^T, \mathbf{g}_2^T, \dots, \mathbf{g}_K^T]^T = \text{diag}(\mathbf{P}^H \mathbf{P}), \quad (3.9)$$

em que  $\text{diag}(\cdot)$  extrai a diagonal de uma matriz quadrada ou gera uma matriz diagonal a partir de um vetor. Para a seleção de antenas define-se, assim como em (Dua; Medepalli; Paulraj, 2006), os elementos  $\Delta_i$  ( $i = 1, \dots, N_T$ ), indexando as posições das  $N_T$  antenas, com:

$$\Delta_i = \begin{cases} 1, & \text{se a } i\text{-ésima antena foi selecionada} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.10)$$

sujeito a  $\sum_{i=1}^{N_T} \Delta_i = N_{ta}$ ,

em que  $\mathbf{\Delta} = \text{diag}([\Delta_1 \cdots \Delta_{N_T}])$  é a matriz diagonal de seleção de antenas e  $N_{ta}$  é o número de antenas selecionadas.

Aplicando a seleção de antenas, obtém-se uma submatriz do canal  $\mathbf{H}$  relacionada às antenas selecionadas, aqui representada como

$$\mathbf{H}_{(\mathbf{\Delta})} = \mathbf{H} \mathbf{U}_{(\mathbf{\Delta})}, \quad (3.11)$$

em que  $\mathbf{H}_{(\mathbf{\Delta})}$  possui dimensão  $KN_R \times N_{ta}$  e  $\mathbf{U}_{(\mathbf{\Delta})}$  é uma matriz que possui dimensão  $N_T \times N_{ta}$  obtida de  $\mathbf{I}_{N_T}$  suprimindo as  $i$ -ésimas colunas quando  $\Delta_i = 0$  com ( $i = 1, \dots, N_T$ ). Pode-se observar que a matriz  $\mathbf{U}_{(\mathbf{\Delta})}$  possui as seguintes propriedades,  $\mathbf{U}_{(\mathbf{\Delta})}^T \mathbf{U}_{(\mathbf{\Delta})} = \mathbf{I}_{N_{ta}}$  e  $\mathbf{U}_{(\mathbf{\Delta})} \mathbf{U}_{(\mathbf{\Delta})}^T = \mathbf{\Delta}$ .

Em função da seleção das antenas, a solução ZF passa a ser dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{(\mathbf{\Delta})} &= \mathbf{H}_{(\mathbf{\Delta})}^H (\mathbf{H}_{(\mathbf{\Delta})} \mathbf{H}_{(\mathbf{\Delta})}^H)^{-1} \\ &= \mathbf{U}_{(\mathbf{\Delta})}^H \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{\Delta} \mathbf{H}^H)^{-1}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Portanto, o sinal recebido por todos os usuários passa a ser escrito por

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{U}_{(\mathbf{\Delta})} \mathbf{P}_{(\mathbf{\Delta})} \mathbf{s} + \mathbf{n} = \mathbf{H}_{(\mathbf{\Delta})} \mathbf{P}_{(\mathbf{\Delta})} \mathbf{s} + \mathbf{n} = \mathbf{s} + \mathbf{n}, \quad (3.13)$$

em que tal modelo é representado pela Figura 5.

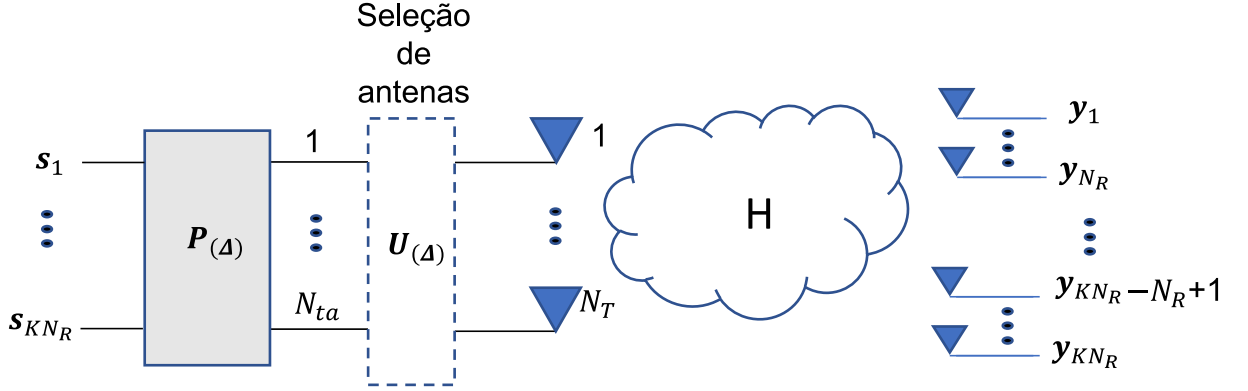


Figura 5: Modelo do sistema com seleção de antenas e pré-codificação ZF.

A partir disto, pode-se escrever que o sinal recebido para o  $k$ -ésimo usuário é

$$\mathbf{y}_k = \sqrt{E_k} \tilde{\mathbf{s}}_k + \mathbf{n}_k = \sqrt{E_T \frac{\epsilon_k}{\gamma}} \tilde{\mathbf{s}}_k + \mathbf{n}_k. \quad (3.14)$$

Como  $E_T$  e  $\epsilon_k$  são valores fixos, a minimização da taxa de erro para o  $k$ -ésimo usuário se dá pela minimização de  $\gamma$ , que é comum a todos os usuários, o que equivale a maximizar a relação sinal-ruído (SNR).

Portanto, o problema de minimização da BER em sistema que utiliza seleção de antenas pode ser escrito como um problema de otimização dado por (Arronde; Sampaio Neto, 2018)

$$\min_{\Delta} \gamma(\Delta) = \sum_{k=1}^K \epsilon_k \mathbf{1}^T \mathbf{g}_k(\Delta), \quad (3.15)$$

em que

$$[\mathbf{g}_1^T(\Delta), \mathbf{g}_2^T(\Delta), \dots, \mathbf{g}_K^T(\Delta)]^T = \text{diag} [(\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H)^{-1}]. \quad (3.16)$$

Visto que, o argumento de (3.9) foi reescrito em função de  $\Delta$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{(\Delta)}^H \mathbf{P}_{(\Delta)} &= [(\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H)^{-1}]^H \mathbf{H} \mathbf{U}_{(\Delta)} \mathbf{U}_{(\Delta)}^H \mathbf{H}^H (\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H)^{-1} \\ &= [(\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H)^{-1}]^H \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^H (\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H)^{-1} \\ &= [(\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H)^{-1}]^H, \end{aligned} \quad (3.17)$$

em que a representação em (3.16) somente é possível pois como  $(\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H)$  é uma matriz simétrica positiva definida, também é a sua inversa, portanto nesse caso

$$\text{diag} [(\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H)^{-1}]^H = \text{diag} [(\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H)^{-1}]. \quad (3.18)$$

### 3.3 CobAiNet

Dada a característica combinatorial do problema a ser tratado e o grande espaço de soluções a ser explorado, uma possível abordagem é o uso de meta-heurísticas que permitam explorar este espaço com baixa complexidade computacional. Neste sentido, algumas pesquisas que utilizam algoritmo genético (AG) mostraram resultados promissores (*e.g.*, (SINDHWANI; SINGH, 2014) e (Makki et al., 2017)). Contudo, dado o teorema *no free lunch* para otimização (WOLPERT; MACREADY, 1997) e resultados encorajadores e superiores ao AG em problemas combinatoriais obtidos pela meta-heurística baseada na teoria de redes imunológicas artificiais, o *concentration-based artificial-immune network* - CobAiNet (Coelho; de França; Von Zuben, 2011), decidiu-se pela avaliação desta técnica neste contexto de MIMO de larga escala e seleção de antenas, e sua comparação com a técnica ITES (Arronde; Sampaio Neto, 2018) que já demonstrava ser melhor que o AG.

A meta-heurística aqui empregada para a realização da seleção de antenas baseia-se na adaptação do algoritmo CobAiNet originalmente proposto em (Coelho; de França; Von Zuben, 2011), cuja finalidade é resolver problemas de maximização de cunho combinatorial. A proposta apresentada em (Coelho; de França; Von Zuben, 2011) foi avaliada em quatro variações do problema do caixeiro viajante (APPLEGATE et al., 2006), sendo que, mostrou-se eficaz em encontrar as soluções ótimas globais para a maioria dos problemas e ainda apresentando um bom conjunto de soluções possíveis e não apenas uma única solução (Coelho; de França; Von Zuben, 2011).

O algoritmo CobAiNet tem como base de seu funcionamento a utilização de sistemas imunológicos artificiais (SIAs) e da teoria de redes imunológicas artificiais que, de forma sucinta, descreve os mecanismos pelo qual o sistema imunológico natural (SIN) identifica os antígenos de um determinado patógeno (corpo estranho) aplicando mecanismos de clonagem e mutação dos anticorpos, onde os de maior afinidade com os antígenos recebem maiores estímulos para permanência na população e os de baixa afinidade são suprimidos (COELHO, 2011).

A seguir são descritos os parâmetros e as adaptações propostas ao algoritmo CobAiNet apresentado em (Coelho; de França; Von Zuben, 2011) para o problema de seleção de antenas:

- **Representação dos anticorpos:** Os anticorpos (ou indivíduos) foram codificados como vetores binários de dimensão  $N_T \times 1$ , em que elementos “1” representam antenas selecionadas/ativas e os elementos “0”, antenas não selecionadas/desativadas.

Fica representado, portanto, o anticorpo  $i$  como  $\mathbf{Ab}^i$  com seus elementos dados por  $Ab_n^i \in [0, 1]$  para  $n = 1, \dots, N_T$  e  $\sum_{n=1}^{N_T} Ab_n^i = N_{ta} \forall i$ .

- **Afinidade com o antígeno:** A afinidade com o antígeno visa mensurar o quão boa dada solução é frente ao problema de maximização (COELHO, 2011). Como o objetivo do algoritmo é minimizar  $\gamma$ , a afinidade com o antígeno de um anticorpo  $i$  em certa iteração  $t$  é dada pelo inverso da função objetivo

$$f_i^{Fit}(t) = \frac{1}{\gamma}. \quad (3.19)$$

Entretanto, visto que diferentes problemas de otimização apresentam diferentes ranges de função objetivo, é realizado uma normalização desses valores sendo

$$f_i^{Ag}(t) = \frac{f_i^{Fit}(t) - \min_j(f_j^{Fit}(t))}{\max_j(f_j^{Fit}(t)) - \min_j(f_j^{Fit}(t))}, \quad (3.20)$$

em que  $f_i^{Ag}(t) \in [0, 1]$ .

- **Afinidade entre anticorpos:** Outra métrica para o funcionamento do CobAiNet é a afinidade entre um anticorpo  $i$  e os demais da população. Essa métrica é importante para garantir que o algoritmo empregue esforços em regiões do espaço ainda não exploradas (Coelho; de França; Von Zuben, 2011).

Para o cálculo da afinidade entre os anticorpos, descrito pela Equação (3.21) (Coelho; de França; Von Zuben, 2011), são considerados apenas os anticorpos melhores que o anticorpo  $i$ , *i.e.*, que possuam melhor afinidade com o antígeno que  $i$  e que sejam considerados "próximos" de  $i$ , ou seja, que estejam dentro de um raio  $\sigma_s$  (definido pelo usuário). Diz-se que tais anticorpos estão contidos no conjunto  $\mathcal{J}$ .

A distância entre os anticorpos é dada pela medida de dissimilaridade  $d(i, j)$  (Coelho; de França; Von Zuben, 2011) entre os anticorpos  $i$  e  $j$ , definida aqui pela distância de *Hamming*, uma métrica que aponta o número de posições em que dois vetores binários diferem entre si. Essa medida visa mensurar o quão os anticorpos  $i$  e  $j$  são diferentes, e a distância de *Hamming* aponta o número mínimo de alterações para se transformar uma solução em outra. Já o parâmetro  $C_t^j$ , que representa a Concentração do anticorpo  $j$  na iteração  $t$ , será melhor descrito no próximo tópico.

$$f_i^{Ab}(t) = \begin{cases} \frac{\sum_{j \in \mathcal{J}} C_t^j [\sigma_s - d(i, j)]}{\sum_{j \in \mathcal{J}} C_t^j} & \text{se } \mathcal{J} \neq \emptyset \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases} \quad (3.21)$$

- **Concentração:** A concentração de um anticorpo  $i$  é um importante parâmetro



do CobAiNet, que é utilizado para controle da clonagem, mutação e supressão da população. A concentração  $C_t^i$  de um anticorpo  $i$  na iteração 0 (zero) inicia com o valor  $C_0$  definido pelo usuário (Coelho; de França; Von Zuben, 2011), e é atualizado a cada iteração, sendo

$$C_{t+1}^i = \begin{cases} \min[(\alpha C_t^i - f_i^{Ab}(t), 1)] & \text{se } \alpha C_t^i - f_i^{Ab}(t) \geq 0, \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases} \quad (3.22)$$

em que  $\alpha$  é calculado por:

$$\alpha = \begin{cases} 1 + 0.1 f_i^{Ag}(t) & \text{se } f_i^{Ab}(t) = 0 \\ 0.7 & \text{c.c.} \end{cases} \quad (3.23)$$

Pode se dizer que a concentração exerce uma “pressão” seletiva na população, gerando mais clones de anticorpos mais promissores e suprimindo os menos promissores, que possuem concentração nula.

- **Clonagem e Hipermutação:** A exploração do espaço de busca realizada pelo CobAiNet é obtida através de clonagens e mutações dos anticorpos (Coelho; de França; Von Zuben, 2011). Em uma iteração  $t$  são gerados  $nCl_t^i$  clones do anticorpo  $i$ , sendo esse número calculado por (Coelho; de França; Von Zuben, 2011)

$$nCl_t^i = [C_t^i(nCl^{\max} - nCl^{\min}) + nCl^{\min}], \quad (3.24)$$

em que  $nCl^{\max}$  e  $nCl^{\min}$  são o máximo e mínimo número de clones, respectivamente, sendo estes definidos pelo usuário.

Após o processo de clonagem, cada clone gerado passa por uma fase de hipermutação, sendo o número de alterações inversamente proporcional à afinidade e à concentração conforme (Coelho; de França; Von Zuben, 2011)

$$n_{\text{mut}}^i = \max[\text{round}(\beta(t)e^{-f_i^{Ag}(t)C_t^i}), 1], \quad (3.25)$$

em que o parâmetro  $\beta(t)$  é dado por

$$\beta(t) = \frac{\beta_0 - \beta_f}{1 + e^{\frac{20}{t_{\max}}(t - t_{\max})}} + \beta_f, \quad (3.26)$$

Para a aplicação de seleção de antenas, mutações que não levam à mudança do conjunto de antenas ativas devem ser eliminadas, *i.e.*, a troca entre dois elementos “1” ou entre dois elementos “0” do anticorpo levaria à mesma solução. Assim, para um anticorpo  $i$ , as posições das antenas ativas e inativas são representadas nos

vetores  $\mathbf{a}$ , de dimensão  $N_{ta} \times 1$ , e  $\mathbf{d}$ , de dimensão  $(N_T - N_{ta}) \times 1$ , respectivamente. Assim, para realizar mutações no anticorpo  $i$ , transformando-o no anticorpo  $j$ , o algoritmo determina o número de antenas  $n_{mut}^i$  que sofrerá alteração utilizando a equação (3.25), e, de forma aleatória e equiprovável, define quais  $n_{mut}^i$  elementos serão removidos de  $\mathbf{a}$  e inseridos em  $\mathbf{d}$  e vice-versa. A partir dos vetores  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{d}$  obtidos após a mutação, constrói-se o anticorpo  $j$ , com seus elementos dados por

$$Ab_n^j = \begin{cases} 1, & \text{se } n \in \mathbf{a} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.27)$$

em que  $n = 1, \dots, N_T$  e  $\sum_{n=1}^{N_T} Ab_n^j = N_{ta} \forall j$ .

Após compreendido os diversos parâmetros do funcionamento do CobAiNet, pode se verificar o seu funcionamento de forma resumida, sendo descrito pelo Algoritmo 1.

---

**Algoritmo 1** CobAiNet para seleção de antenas

---

- 1: Cria-se aleatoriamente a população inicial de tamanho  $nAB$
  - 2: Inicializar a concentração da população inicial com  $C_0$
  - 3: Calcular as afinidades com o antígeno da população inicial
  - 4: Calcular as afinidades entre anticorpos da população inicial
  - 5:  $l \leftarrow 0$
  - 6: **enquanto**  $l < N_p$  **faça**
  - 7:     Definir o número de clones para cada célula
  - 8:     Realizar clonagens e hipermutações da população
  - 9:     **para**  $k \leftarrow 1$  **até** quantidade total de clones gerada **faça**
  - 10:         **se**  $l < N_p$  **então**
  - 11:             Calcular a afinidade com o antígeno do  $k$ -ésimo clone mutado
  - 12:              $l \leftarrow l + 1$
  - 13:         **senão**
  - 14:             Definir como zero a afinidade com o antígeno do  $k$ -ésimo clone mutado
  - 15:              $l \leftarrow l + 1$
  - 16:         **fim se**
  - 17:     **fim para**
  - 18:     Avaliar quais dos clones mutados serão inseridos na população
  - 19:     Atualizar a concentração de todos os anticorpos
  - 20:     Remover da população os anticorpos com concentração nula
  - 21:     Calcular a afinidade entre anticorpos da nova população
  - 22: **fim enquanto**
- 

É importante frisar que algumas adaptações foram realizadas em relação ao algoritmo originalmente proposto em (Coelho; de França; Von Zuben, 2011), devido à necessidade de se limitar a quantidade de padrões de antenas a serem testadas ( $N_p$ ), e com isso, tornar possível a comparação com outros algoritmos. Para a busca da solução que minimiza a BER, o CobAiNet gera inicialmente um conjunto aleatório de soluções (ou indivíduos), e

testa a afinidade destes com o problema de minimização, ou seja, o quão boa cada solução é em relação às demais. Após esta etapa, o algoritmo renova a população de indivíduos, gerando clonagens e mutações, de forma a priorizar os indivíduos mais promissores e suprimir os demais.

O CobAiNet possui diversos parâmetros que devem ser ajustados de modo a otimizar seu desempenho. São eles (Coelho; de França; Von Zuben, 2011):

- $nAB$ : Quantidade inicial de anticorpos.
- $maxAB$ : Número máximo de anticorpos.
- $nCI^{max}$ : Número máximo de clones por anticorpo.
- $nCI^{min}$ : Número mínimo de clones por anticorpo.
- $C_0$ : Concentração inicial.
- $\sigma$ : Limiar de supressão.
- $\beta^i$ : Parâmetro inicial de mutação.
- $\beta^f$ : Parâmetro final de mutação.

A escolha destes parâmetros foi realizada de forma iterativa, em que um parâmetro foi alterado até apresentar melhor desempenho, enquanto os demais foram fixados. Para essa escolha, buscou-se os parâmetros ótimos para diversos cenários e foi encontrado que eles eram praticamente idênticos. Deste modo, adotou-se um conjunto único de parâmetros do CobAiNet para todos os cenários, sendo que a diferença de desempenho para o melhor conjunto é de cerca de 0,2 dB. Isto mostra que, apesar da variação dos cenários, o algoritmo é pouco sensível à escolha dos parâmetros. O cenário adotado para essa definição foi o da Figura 3 de (Arronde; Sampaio Neto, 2018), em que,  $N_T = 20$ ,  $N_{ta} = 6$ ,  $N_R = 3$  e  $K = 2$ . A Tabela 1 resume os parâmetros utilizados no CobAiNet.

### 3.4 ITES

Dentre as técnicas utilizadas para a seleção de antenas, devido às limitações computacionais apresentadas anteriormente, a técnica ITES (Iterative Searches) apresentada em (Arronde; Sampaio Neto, 2018) tem como proposta realizar tal seleção com baixo

Tabela 1: Parâmetros do CobAiNet utilizados

Parâmetro	Valor
$nAB$	1
$maxAB$	1
$nCl^{max}$	1
$nCl^{min}$	0
$C_0$	0,1
$\sigma$	$\min(N_T, N_T - N_{ta})$
$\beta^i$	0,01
$\beta^f$	0

custo computacional, sem lançar mão da busca exaustiva, e ainda assim apresentar bons resultados.

Como o nome sugere, o ITES realiza buscas iterativas em que são alternadas as antenas ativas e desativadas e o melhor padrão é guardado para a próxima iteração. Tal algoritmo pode ser considerado como "glutão" (ou *greedy*, em inglês), visto que a partir de um estado  $i$  ele calcula todos os custos para levar a todos possíveis estados  $j$ , e assim fazer a decisão. A diferença para um *greedy* de fato é que o ITES não inicia com apenas uma antena buscando qual a próxima antena ativar até completar o conjunto  $N_{ta}$ , e sim inicia com um padrão inicial e determina qual a próxima antena a ativar e desativar até o critério de parada ser atingindo. Tal *greedy* de fato demandaria uma progressão aritmética  $(2N_T - N_{ta} + 1)N_{ta}/2$  de testes.

A implementação está especificada pelo Algoritmo 2 e funciona da seguinte maneira: Primeiramente é gerado um padrão aleatório e armazenado em  $\mathbf{p}$ , de dimensão  $N_T \times 1$  em que  $\sum_n^{N_T} p_i = N_{ta}$  e  $p_n \in \{0, 1\}$ , as posições das antenas ativas e inativas são representadas nos vetores  $\mathbf{a}$ , de dimensão  $N_{ta} \times 1$ , e  $\mathbf{d}$ , de dimensão  $(N_T - N_{ta}) \times 1$ , respectivamente.

Assim, para levar ao próximo estágio são realizadas iterações em que enquanto uma posição de  $\mathbf{a}$  é desativada, são ativadas, uma por vez, as posições de  $\mathbf{d}$  e computado o valor de  $\gamma$ . Desta maneira compara-se se houve redução no valor de  $\gamma$  e o melhor padrão é atualizado em  $\mathbf{p}$ . Isso é realizado para todas as posições de  $\mathbf{a}$  sendo, portanto, executadas  $N_{ta} \times (N_T - N_{ta})$  avaliações de padrões de seleção por iteração. Todo esse ciclo é repetido até que um critério de parada seja satisfeito.

---

**Algoritmo 2** ITES para seleção de antenas
 

---

- 1: Cria-se aleatoriamente um padrão de seleção e armazena no vetor  $\mathbf{p}$  de tamanho  $N_T$  em que  $\sum_n^{N_T} p_i = N_{ta}$  e  $p_i \in \{0, 1\}$
  - 2: Definir o vetor  $\mathbf{a}$  de tamanho  $N_{ta}$  com as posições ativas de  $\mathbf{p}$
  - 3: Definir o vetor  $\mathbf{d}$  de tamanho  $(N_T - N_{ta})$  com as posições inativas de  $\mathbf{p}$
  - 4:  $l \leftarrow 0$
  - 5: **enquanto**  $l < N_p$  **faça**
  - 6:     **para**  $i \leftarrow 1$  **até**  $N_{ta}$  **faça**
  - 7:         Desativar a antena correspondente à  $a_i$
  - 8:         **para**  $j \leftarrow 1$  **até**  $(N_T - N_{ta})$  **faça**
  - 9:             Ativar a antena correspondente à  $d_j$
  - 10:         **se**  $l < N_p$  **então**
  - 11:             Testar o novo padrão com a função objetivo
  - 12:             Caso haja melhora, atualizar  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{d}$  a partir do novo padrão
  - 13:              $l \leftarrow l + 1$
  - 14:         **senão**
  - 15:             Sair do laço “enquanto”
  - 16:         **fim se**
  - 17:     **fim para**
  - 18: **fim para**
  - 19: **fim enquanto**
  - 20: Retornar o novo padrão  $\mathbf{p}$  a partir de  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{d}$
- 

### 3.5 AG

Nesta seção é apresentado o algoritmo genético (AG) proposto em (Makki et al., 2017) para seleção de antenas. O AG um tipo de meta-heurística bio-inspirado pela teoria da seleção natural e é comumente utilizado em problemas combinatoriais.

É importante destacar que para essa aplicação o único operador utilizado é a mutação, visto que deve-se sempre manter o número  $N_{ta}$  de antenas selecionadas. Em palavras, na execução do Algoritmo 3 é inicialmente gerado um conjunto aleatório, de tamanho  $S_{AG}$  definido pelo usuário, de padrões de seleção. Tais padrões são testados com a função objetivo e o melhor deles é tomado como “principal”. Elimina-se os demais padrões e são então criados  $J$  clones do padrão principal, valor esse definido pelo usuário tal que  $J \leq S_{AG}$ . Para cada clone é gerado uma mutação aleatória em que troca-se uma antena ativa por uma inativa. Para completar o conjunto  $S_{AG}$  são criados novos  $S_{AG} - J - 1$  padrões aleatórios. Esse ciclo é repetido até um critério ser alcançado.

Os valores dos parâmetros utilizados podem ser verificados pela Tabela 2

---

**Algoritmo 3** Algoritmo Genético (AG)
 

---

```

1: Cria-se aleatoriamente  $S_{AG}$  padrões de seleção de antenas
2: Testar os padrões gerados com a função objetivo
3:  $l \leftarrow S_{AG}$ 
4: Definir o melhor padrão como “principal” e eliminar os demais
5: enquanto  $l < N_p$  faça
6:   Criar  $J$  clones do padrão principal
7:   Para cada clone gerado realizar uma mutação (uma antena) aleatória
8:   Criar  $S_{AG} - J - 1$  padrões aleatórios
9:   para  $k \leftarrow 1$  até  $S_{AG}$  faça
10:    se  $l < N_p$  então
11:      Testar o  $k$ -ésimo padrão com a função objetivo
12:       $l \leftarrow l + 1$ 
13:    fim se
14:  fim para
15:  Definir o melhor padrão como “principal” e eliminar os demais
16: fim enquanto
17: Retornar o padrão principal
  
```

---

Tabela 2: Parâmetros do AG utilizados

Parâmetro	Valor
$S_{AG}$	2
$J$	1

### 3.6 CVX

Em (BOYD; VANDENBERGHE, 2004) é explicado que uma função é convexa se, e somente se, ela é convexa quando restrita para qualquer curva que a atravesse. No caso de uma função escalar, define-se  $g(t) = f(\mathbf{Z} + t\mathbf{V})$  e verifica-se, empiricamente ou analiticamente, o comportamento de  $g(t)$ , em que  $\text{domínio}\{g(t)\} = \{t \mid \mathbf{Z} + t\mathbf{V} \in \text{domínio}\{f(\cdot)\}\}$ , considerando diferentes combinações de  $\mathbf{Z}$  e  $\mathbf{V}$ . Com essas combinações, caso as diferentes curvas  $g(t)$  sejam convexas conclui-se que a função de interesse é convexa.

Logo, para  $f(\mathbf{X}) = \text{Tr}(\mathbf{X}^{-1})$ , define-se  $g(t) = f(\mathbf{Z} + t\mathbf{V})$ , em que  $\mathbf{X}$  é uma matriz simétrica positivamente definida,  $\mathbf{Z}$  é uma matriz positivamente definida,  $\mathbf{V}$  é uma matriz simétrica e  $t$  é escolhido de modo que  $\mathbf{Z} + t\mathbf{V}$  esteja contido no domínio de  $f(\mathbf{X})$  (BOYD;

VANDENBERGHE, 2004). Portanto

$$g(t) = \text{Tr}((\mathbf{Z} + t\mathbf{V})^{-1}) \quad (3.28)$$

$$= \text{Tr}(\mathbf{Z}^{-1}(\mathbf{I} + t\mathbf{Z}^{-1/2}\mathbf{V}\mathbf{Z}^{-1/2})^{-1}) \quad (3.29)$$

$$= \text{Tr}(\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{Q}(\mathbf{I} + t\mathbf{\Lambda})^{-1}\mathbf{Q}^T) \quad (3.30)$$

$$= \text{Tr}(\mathbf{Q}^T\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{Q}(\mathbf{I} + t\mathbf{\Lambda})^{-1}) \quad (3.31)$$

$$= \sum_i (\mathbf{Q}^T\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{Q})_{ii}(1 + t\lambda_i)^{-1}, \quad (3.32)$$

em que a passagem (3.30) é obtida aplicando-se a decomposição de Schur. Dessa forma,  $\mathbf{Z}^{-1/2}\mathbf{V}\mathbf{Z}^{-1/2} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^T$ ,  $\mathbf{\Lambda}$  é uma matriz diagonal cujos elementos são os autovalores  $\lambda_i$  de  $\mathbf{Z}^{-1/2}\mathbf{V}\mathbf{Z}^{-1/2}$  e  $\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q}^{-1}$ . O resultado apresentado em (3.32) é uma soma ponderada de funções convexas  $1/(1 + t\lambda_i)$ , portanto  $\text{Tr}(\mathbf{X}^{-1})$  é uma função convexa (BOYD; VANDENBERGHE, 2004).

Com isso, observando as equações (3.15) e (3.16), pode-se concluir que uma das estratégias para a minimização de  $\gamma_{(\mathbf{\Delta})}$  pode ser a busca pela minimização de  $\text{Tr}[(\mathbf{H}\mathbf{\Delta}\mathbf{H}^H)^{-1}]$ . Contudo, uma função convexa apenas admite variáveis contínuas que não é o caso de  $\mathbf{\Delta}$ , que apresenta variáveis discretas binárias. Pode-se então, de forma semelhante ao que foi proposto em (Li; Li, 2018), realizar um relaxamento em tais variáveis com o propósito de tornar o problema convexo e assim podendo ser solucionado utilizando pacotes CVX disponíveis como o de (GRANT; BOYD, 2019),(GRANT; BOYD, 2008).

Assim, o problema de minimização da BER baseado em convexidade se torna

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & \text{Tr}[(\mathbf{H}\mathbf{\Delta}\mathbf{H}^H)^{-1}], \\ \text{sujeito a} \quad & 0 \leq \Delta_i \leq 1, \\ & \text{Tr}\{\mathbf{\Delta}\} = N_{ta}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Após a solução do problema de minimização, a variável  $\mathbf{\Delta}$  precisa ser quantizada de forma que as  $N_{ta}$  posições que possuem os maiores valores são definidas como “1” e o restante, como “0”. Tal relaxamento introduz uma degradação em termos de se encontrar a solução ótima, especialmente no caso em que os valores  $\Delta_i$  são muito próximos uns dos outros, como será mostrado na seção de resultados.

### 3.7 Traço

Uma alternativa explorada ao problema apresentado em (3.33) é uma técnica proposta e denominada como Traço. Tal técnica consiste em calcular  $(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}$  e selecionar as  $N_{ta}$  antenas, correspondentes as posições da diagonal principal dessa operação, de forma a minimizar o traço desse resultado.

### 3.8 OACS

O algoritmo OACS (*one antenna change selection*, em inglês) em questão foi proposto após observações do comportamento do AG e CobAiNet para a seleção de antenas. Após a otimização de tais técnicas percebeu-se que elas obtinham melhores resultados com parâmetros que as afastavam da variabilidade, *i.e.*, ao diminuir a inserção de padrões aleatórios ou com mutações.

---

#### Algoritmo 4 OACS para seleção de antenas

---

- 1: Cria-se aleatoriamente um padrão de seleção e o armazena no vetor  $\mathbf{p}$  de tamanho  $N_T$  em que  $\sum_n^{N_T} p_i = N_{ta}$  e  $p_i \in \{0, 1\}$
  - 2: Definir o vetor  $\mathbf{a}$  de tamanho  $N_{ta}$  com as posições ativas de  $\mathbf{p}$
  - 3: Definir o vetor  $\mathbf{d}$  de tamanho  $(N_T - N_{ta})$  com as posições inativas de  $\mathbf{p}$
  - 4: **para**  $i \leftarrow 1$  **até**  $N_p$  **faça**
  - 5:     Criar um novo padrão permutando aleatoriamente uma posição entre  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{d}$
  - 6:     Testar o novo padrão com a função objetivo
  - 7:     Caso haja melhora atualizar  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{d}$  a partir do novo padrão
  - 8: **fim para**
  - 9: Retornar o novo padrão  $\mathbf{p}$  a partir de  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{d}$
- 

Ao se realizar uma “competição” entre o AG e o CobAiNet, variando seus parâmetros, e verificando quais seriam melhores em minimizar a BER, percebeu-se que ao se afastar da variabilidade para obter melhores resultados, ambas técnicas trabalhavam de forma similar e simples: primeiramente é gerado um padrão de seleção de antenas aleatório, definido como  $\mathbf{p}$ , e este é testado com a função objetivo. Após isso, é criado um novo padrão a partir do original em que é realizada apenas uma alteração aleatória (desligar uma antena e ativar outra). Esse novo padrão é testado com a função objetivo e caso seja melhor que o original ele é mantido para as próximas iterações. Tal algoritmo pode ser considerado como do tipo *Hill Climbing* adaptado com as restrições do problema de seleção de antenas. O Algoritmo 4 apresenta esses passos.

Apesar de se desconhecer a característica da função objetivo, devido a esse comportamento apresentado pelo AG, CobAiNet e OACS, pode-se inferir que existam muitas



soluções sub-ótimas, mas que ainda são boas soluções. Nesse caso, investir em variabilidade se torna um desperdício computacional.

### 3.9 Resultados

Nesta seção, são apresentados os resultados das simulações para análise da taxa de erro de bit realizando seleção de antenas na transmissão. Os resultados são obtidos após  $N_{CR} = 1000$  realizações independentes do canal  $\mathbf{H}$ , em que para todas as realizações foram consideradas  $\epsilon_k = 1, \forall k$ . Seguindo (Arronde; Sampaio Neto, 2018), o parâmetro de comparação de complexidade computacional, por ser dominante, é o número de avaliações de padrões de antenas, dado que a inversa presente na eq. (3.15) tem custo dominante sobre o custo das operações de cada algoritmo. O número de avaliações foi fixado em 250 para cada algoritmo, salvo algo dito em contrário, com exceção do CVX que não teve seus parâmetros modificados. O cálculo da BER foi realizado com a mesma aproximação proposta por (Arronde; Sampaio Neto, 2018), para uma modulação QPSK, considerando

$$BER_k \cong \frac{1}{N_{CR}} \sum_{i=1}^{N_{CR}} Q \left( \sqrt{\frac{SNR}{\gamma_i}} \epsilon_k \right), \quad (3.34)$$

em que foi aplicada a relação sinal ruído por usuário utilizando  $E_k = E_T \frac{\epsilon_k}{\gamma}$ , sendo

$$\frac{E_k}{\sigma_n^2} = \frac{E_T}{\sigma_n^2} \frac{\epsilon_k}{\gamma} = SNR \frac{\epsilon_k}{\gamma}, \quad (3.35)$$

e  $Q(\cdot)$  é dada por  $Q(x) = \frac{1}{2\pi} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\right) d\beta$ .

Para as simulações foi utilizado um processador Intel(R) Core(TM) i7-3610QM, com 2,30GHz de *clock* e 8GB de memória RAM.

A fim de realizar uma comparação inicial da nossa proposta com (Arronde; Sampaio Neto, 2018), utilizamos um dos cenários lá utilizados:  $N_T = 20$ ,  $N_{ta} = 6$ ,  $N_R = 3$  e  $K = 2$ , cujos resultados estão representados na Figura 6. Observa-se que o resultado da simulação para o ITES é idêntico ao apresentado na Figura 3 de (Arronde; Sampaio Neto, 2018), o que mostra que a implementação do ITES está correta. Neste cenário, o CobAiNet e o OACS apresentaram desempenhos basicamente idênticos ao do ITES para o cenário proposto, sendo superiores ao AG (Makki et al., 2017) simulado em (Arronde; Sampaio Neto, 2018). Foi realizado também uma otimização dos parâmetros do AG utilizado em (Arronde; Sampaio Neto, 2018) e proposto em (Makki et al., 2017), e foi possível obter um desempenho bem semelhante ao ITES, OACS e ao CobAiNet, diferente do desempenho

que foi apresentado em (Arronde; Sampaio Neto, 2018). Considerando um valor de BER de  $10^{-4}$ , os algoritmos atingem esse patamar com menos de 14dB de SNR. O CVX e Traço não apresentaram resultados satisfatórios nesta simulação, sendo semelhantes a um padrão aleatório ou padrão fixo de seleção.

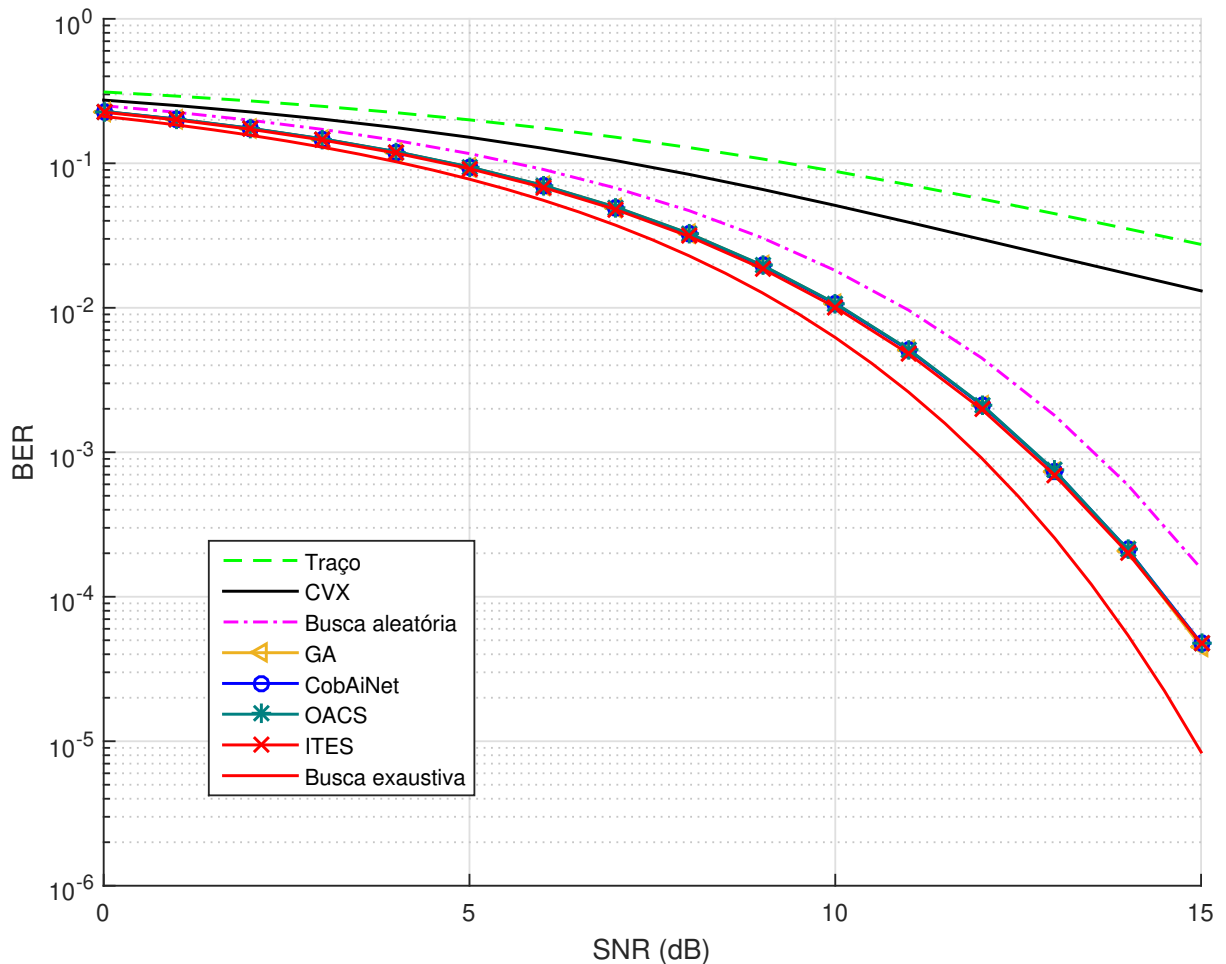


Figura 6: BER X SNR para  $N_T = 20$ ,  $N_{ta} = 6$ ,  $N_R = 3$  e  $K = 2$ .

A seguir, foi avaliado o comportamento dos algoritmos sobre a capacidade de minimizar a BER enquanto o espaço de busca total aumenta. Os gráficos da Figura 7 apresentam as simulações realizadas, em que foi variada a dimensão do espaço de busca, dado pela combinação  $\binom{N_T}{N_{ta}} = \binom{S}{S/2}$  em que  $S = 32, 64, 128, 256$ . Já os demais parâmetros do sistema foram fixados em  $N_R = 4$  e  $K = S/8$ .

Observa-se, pelos resultados exibidos na Figura 7 que os algoritmos apresentam desempenho muito próximo até  $S = 32$ , *i.e.*,  $\binom{32}{16} = 6,0106 \times 10^8$  combinações possíveis. Contudo, para valores acima de  $S = 32$ , o CobAiNet e o AG apresentam um desempenho semelhante entre si e superior em relação ao ITES em termos de BER, que aumenta gradualmente com o aumento de  $S$ . Por exemplo, no caso “d)” da Figura 7, em que  $S = 256$ ,

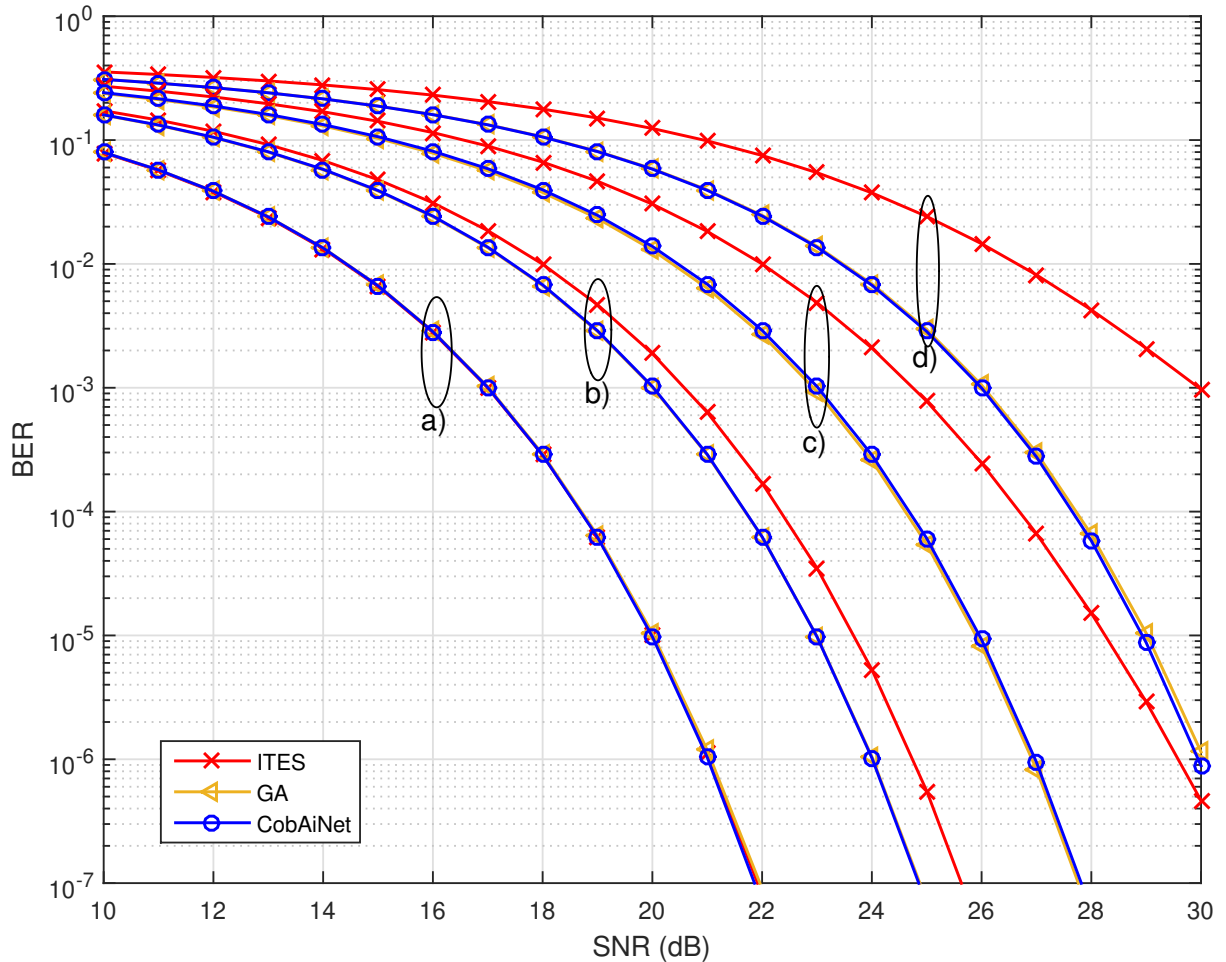


Figura 7: BER X SNR para: a)  $N_T = 32, N_{ta} = 16, N_R = 4$  e  $K = 4$ ; b)  $N_T = 64, N_{ta} = 32, N_R = 4$  e  $K = 8$ ; c)  $N_T = 128, N_{ta} = 64, N_R = 4$  e  $K = 16$ ; d)  $N_T = 256, N_{ta} = 128, N_R = 4$  e  $K = 32$ .

sendo  $\binom{256}{128} = 5,7687 \times 10^{75}$  o número de combinações possíveis, o CobAiNet e o AG obtêm uma BER de  $10^{-3}$  com cerca de 26,2 dB de SNR enquanto com ITES alcança o mesmo patamar com pouco mais de 30 dB, gerando praticamente 4 dB de diferença de desempenho.

Na Figura 8, as técnicas foram comparadas variando os parâmetros do sistema, mas mantendo o mesmo tamanho do espaço de busca total, em que  $\binom{128}{80} = \binom{128}{48} = 4,3403 \times 10^{35}$  e considerando  $N_R K = N_{ta}$ . Observa-se que em ambos os casos da Figura 8, o CobAiNet e o AG apresentam um desempenho semelhante e superior ao ITES. Contudo, no caso do item “b)”, a vantagem é de cerca de 2 dB, enquanto no item “a)”, é de cerca de 1 dB, apesar do espaço de busca ser igual em ambos casos.

Tal comportamento pode ser explicado observando as Equações (3.15) e (3.34). Visto que o produto  $\mathbf{P}_{(\Delta)}^H \mathbf{P}_{(\Delta)}$  é uma matriz positivamente definida, com o incremento do

número de usuários  $K$ , pela Equação (3.15), observa-se um incremento no número de componentes positivas no somatório levando a um incremento do valor  $\gamma$ . Consequentemente, pela Equação (3.34), o incremento do valor  $\gamma$  acarreta em um incremento do valor da BER.

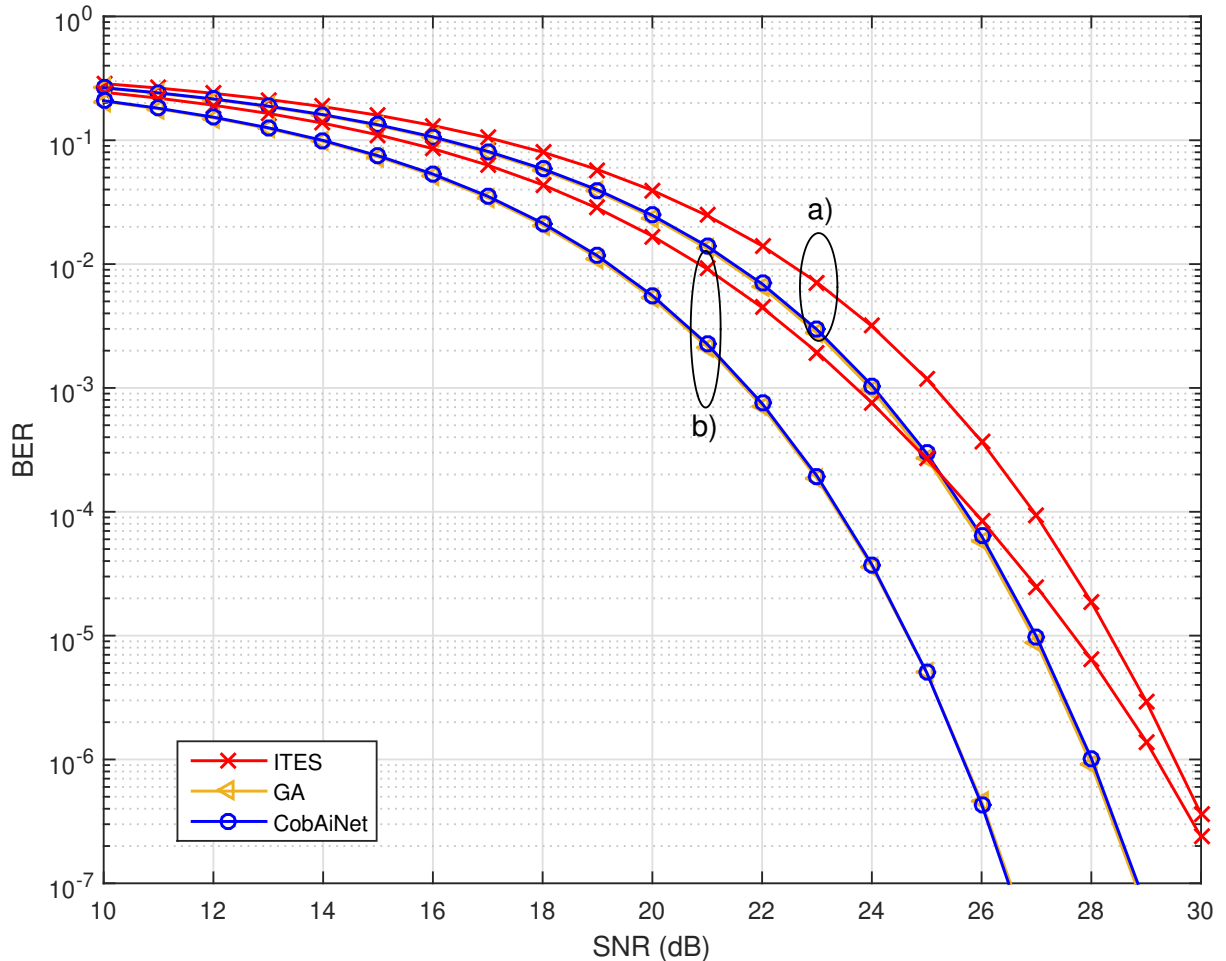
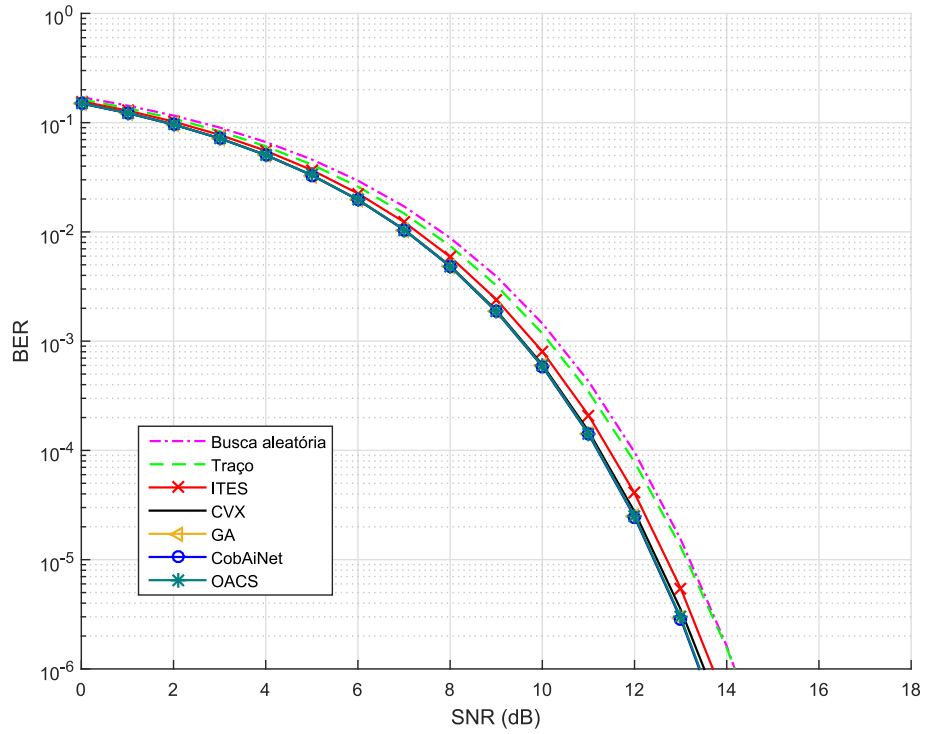


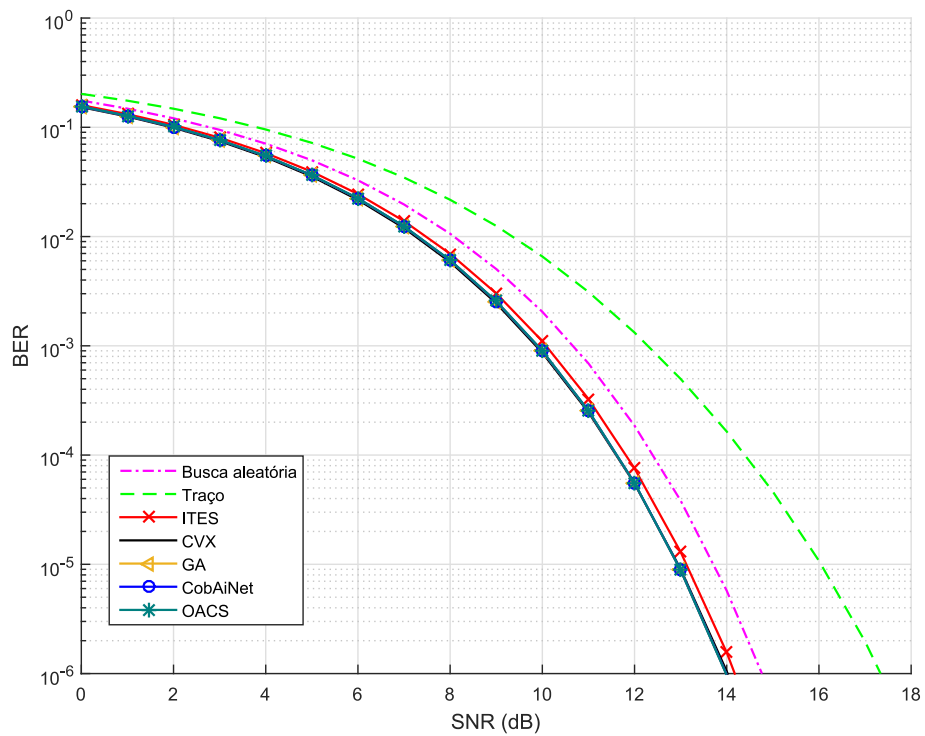
Figura 8: BER X SNR para: a)  $N_T = 128, N_{ta} = 80, N_R = 4$  e  $K = 20$ ; b)  $N_T = 128, N_{ta} = 48, N_R = 4$  e  $K = 12$ .

A seguir são apresentados dois cenários em que se compara o desempenho das técnicas frente a uma configuração sem correlação e com correlação de antenas na transmissão respectivamente. É considerado um cenário em que  $N_T = 32, N_{ta} = 16, N_R = 1, K = 10$  e 200 avaliações. A Figura 9 apresenta o resultado para  $\rho = 0$ , em que para uma BER de aproximadamente  $10^{-4}$  as técnicas demandam uma SNR de aproximadamente 11dB, com exceção da busca aleatória e traço que demandam cerca de 1dB a mais, ou seja, por volta de 12dB. A Figura 9 ainda apresenta o resultado para uma correlação na transmissão de  $\rho = 0,4$ . Nesse cenário, as técnicas demandam cerca de 1dB a mais de SNR para atingir um mesmo patamar de BER se comparado ao cenário sem correlação, com exceção da

busca pelo traço, que passou a demandar cerca de 2dB a mais.



$\rho = 0$



$\rho = 0,4$

Figura 9: BER X SNR para  $N_T = 32$ ,  $N_{ta} = 16$ ,  $N_R = 1$ ,  $K = 10$  e  $\rho = \{0; 0,4\}$ .

Na Figura 10, é apresentado o resultado da simulação considerando um cenário sem correlação, mas com variação da carga, *i.e.*, ao se variar a quantidade de receptores em

relação à quantidade de antenas transmissoras disponíveis. Para esse caso foi considerado que cada usuário possui apenas uma antena receptora, portanto a carga é dada pela razão  $KN_R/N_{ta}$ . A configuração é tal que  $N_T = 64$ ,  $N_{ta} = 32$ ,  $N_R = 1$  e  $K = \{8, 16, 24, 32\}$ .

É possível observar que com o aumento da carga, o sistema demanda maiores valores de SNR para manter um mesmo valor de BER, sendo que de  $K = 8$  para  $K = 16$  é necessário cerca de 5dB a mais de SNR. A principal diferença a se observar, acerca do comportamento do CVX e do Traço, é que com o incremento da carga ambas técnicas passam a perder eficiência em relação às demais. Tal comportamento difere do que vinham apresentando em resultados anteriores. Para  $K = 8$  e  $K = 16$ , o CVX apresenta melhores resultados em relação a todas técnicas, e o Traço que, mesmo não sendo tão eficiente quanto o AG, CobAiNet e OACS, apresenta resultados bem próximos das mesmas. Entretanto, a partir de  $K = 24$ , o CVX e Traço passam a não ser tão eficientes como as demais técnicas. O CVX demanda cerca de 1dB a mais para um mesmo patamar de BER se comparado ao AG, CobAiNet e OACS, já a busca por minimizar o traço apresenta resultado semelhante à busca aleatória. Para carga completa, com  $K = 32$ , o CVX e o traço não são capazes de realizar a seleção de antenas de forma satisfatória, em que seus resultados são basicamente a de um padrão fixo, ou apenas um padrão aleatório a cada realização de canal.

Na sequência, é analisado o comportamento dos algoritmos quando se aumenta o número de avaliações de padrões de seleção de antenas, considerando 2 e 1000 os números mínimo e máximo de avaliações respectivamente. A simulação, apresentada na Figura 11, foi realizada para uma SNR fixa de 23 dB, e apresenta a evolução da BER ao longo das avaliações. Foi considerado um cenário em que  $N_T = 128$ ,  $N_{ta} = 64$ ,  $N_R = 4$  e  $K = 16$ .

A principal diferença é que o ITES apresenta o pior desempenho em relação às demais técnicas, com uma convergência mais lenta. Para atingir uma BER fixa de  $10^{-3}$ , o ITES necessita de cerca de 500 avaliações, enquanto as demais, cerca de 200 avaliações. Com exceção do ITES, todas as técnicas apresentam convergência semelhante até cerca de 64 avaliações. Após esse ponto, o GA apresenta uma convergência mais rápida na faixa de 64 a 128 avaliações em que, a partir desse ponto, é superado pelo CobAiNet. No contexto considerado, o CobAiNet supera o patamar de  $BER \leq 3 \times 10^{-4}$  com cerca de 500 avaliações, enquanto o GA e OACS, que apresentam comportamentos idênticos entre si, com cerca de 600 avaliações e, por fim, o ITES com mais de 1000 avaliações. Após cerca de 800 avaliações, todas as técnicas, com exceção do ITES, convergem para um mesmo patamar, em que o GA passa a apresentar convergência idêntica ao CobAiNet.

Além da velocidade de convergência, a Tabela 3 apresenta o tempo de processamento

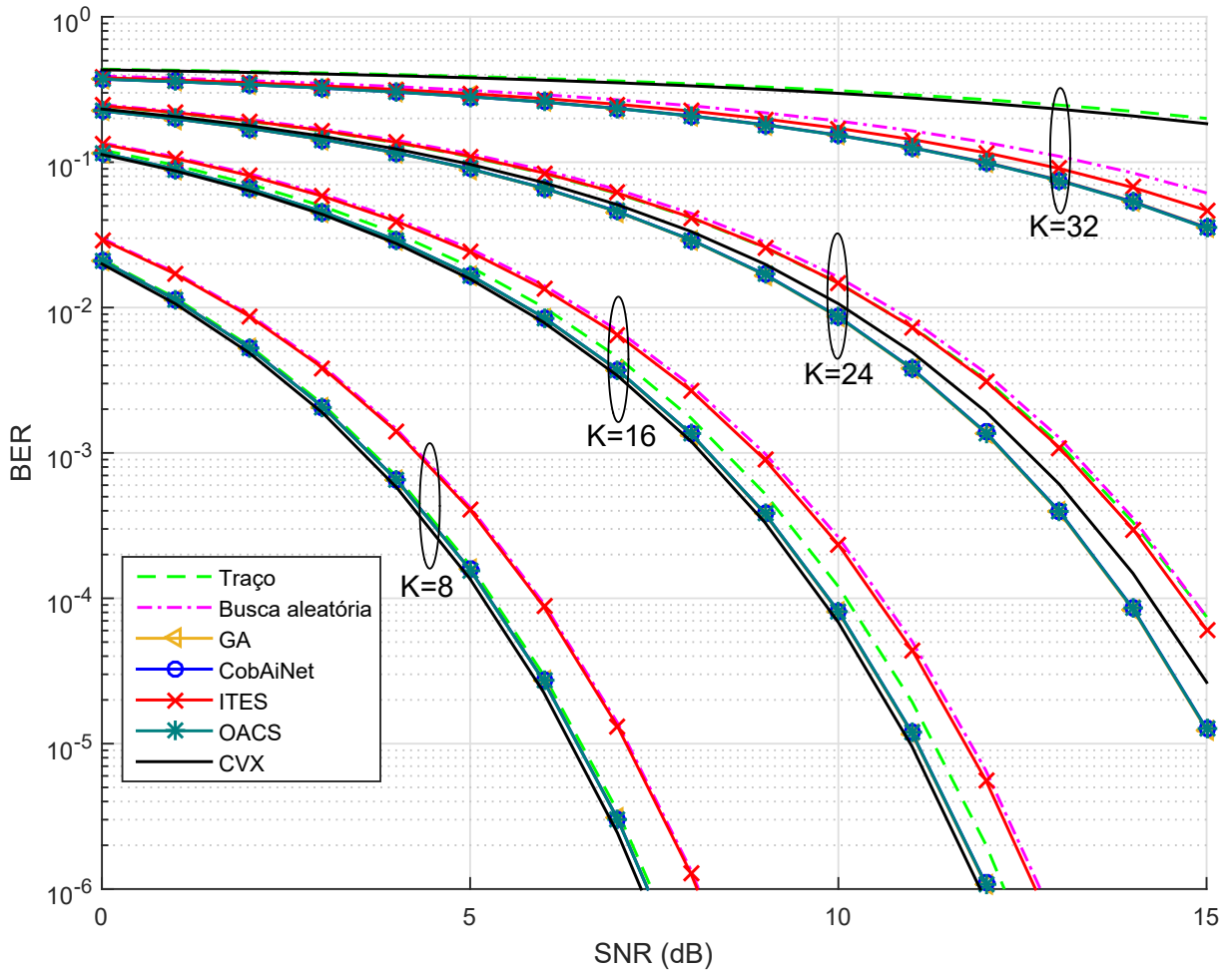


Figura 10: BER X SNR para  $N_T = 64$ ,  $N_{ta} = 32$ ,  $N_R = 1$  e  $K = \{8, 16, 24, 32\}$ .

dependido por cada técnica, que inclui a inversão do canal, considerando o mesmo cenário da Figura 10. Com exceção do Traço e CVX, o tempo foi computado após 250 avaliações de padrões de seleção. É possível observar que o pacote CVX utilizado despende um tempo na ordem de segundos, o não ocorre com nenhuma outra técnica. Ademais, o Traço apresenta apenas uma fração do tempo das demais técnicas.

Por último, com o objetivo de investigar o comportamento discutido na Seção 3.8, é realizada uma verificação da variabilidade das soluções, sobre o quão duas soluções próximas em termos de BER podem ser diferentes em relação às antenas selecionadas. Para tal, foi considerado um sistema com  $N_T = 32$ ,  $N_{ta} = 16$ ,  $N_R = 1$  e  $K = 16$ , o OACS foi utilizado para a seleção limitado a 200 avaliações. No início do experimento foram determinados 20 padrões aleatórios para serem utilizados como inicializações para 20 execuções independentes do OACS, isso foi feito para verificar como o efeito da inicialização pode influenciar o resultado final.

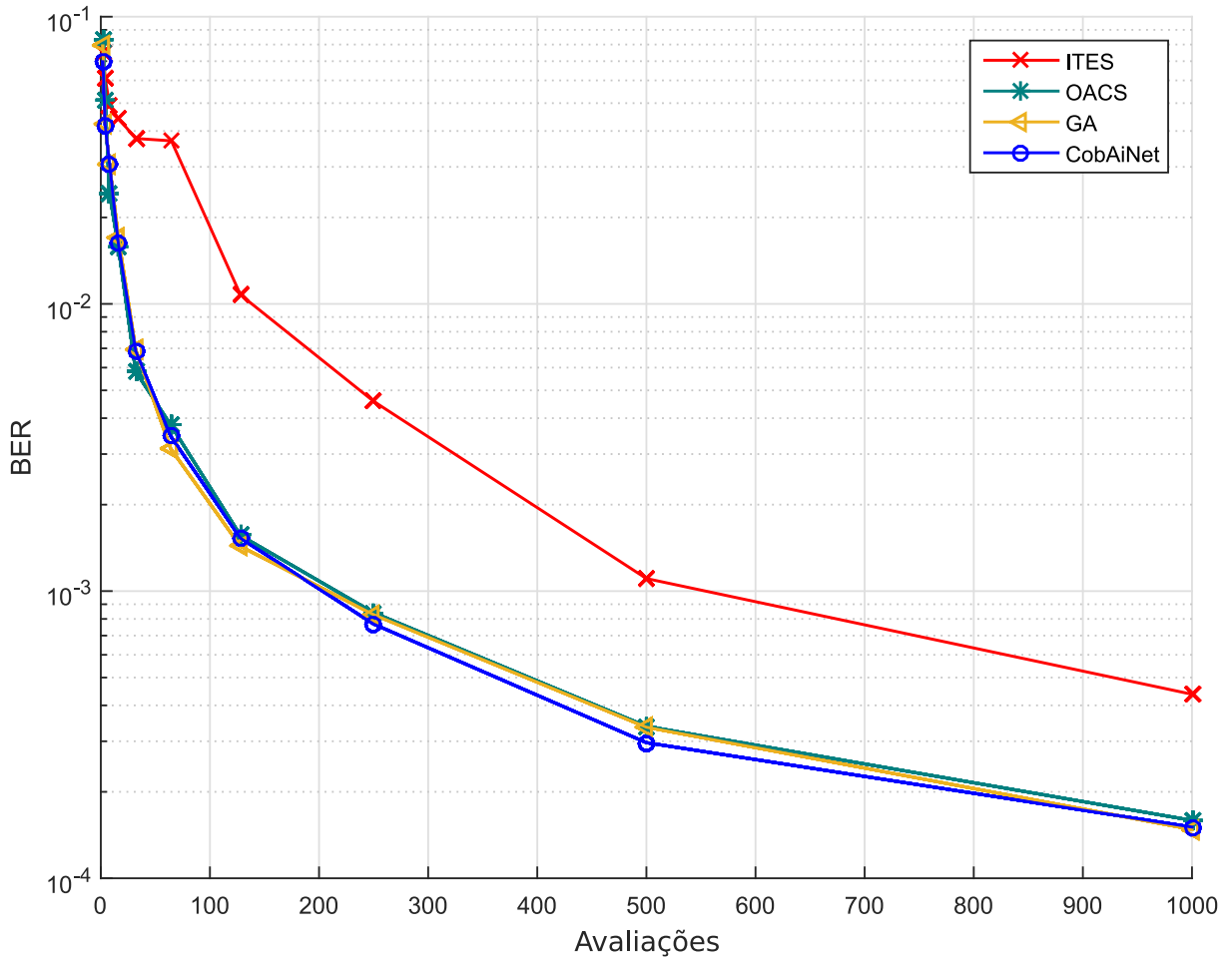


Figura 11: BER X Avaliações para  $\text{SNR} = 23\text{dB}$ ,  $N_T = 128$ ,  $N_{ta} = 64$ ,  $N_R = 4$  e  $K = 16$ .

São executadas 1000 realizações de canal em que, para cada uma, são consideradas apenas as soluções que estiverem em um raio de 15% da melhor solução dessa realização em termos de BER para uma SNR fixa de 13dB, que apresenta, em média, uma BER de  $10^{-2}$ . Tal raio de 15% foi escolhido por ser uma variação insignificante em torno da melhor solução apresentando, ainda, uma boa solução. É calculada a distância de Hamming dividida por dois, pois isso retorna o número de antenas alteradas, entre todas as soluções consideradas e o maior valor obtido é anotado.

A Figura 12 apresenta o histograma desses resultados em que é possível observar que 73% dos resultados possuem ao menos uma antena diferente. Para os 27% que apresentam  $\text{Hamming}/2 = 0$  observou-se que não houve nenhuma outra solução dentro do raio de 15% da melhor, ou seja, essas realizações de canal tiveram apenas uma boa solução. O maior caso obtido com  $\text{Hamming}/2 = 13$  ocorreu 2 vezes, então para duas realizações de canal das 32 antenas disponíveis e selecionando 16 teve-se duas soluções boas em que se diferem em 13 antenas, ou seja, são praticamente duas soluções totalmente distintas e mesmo



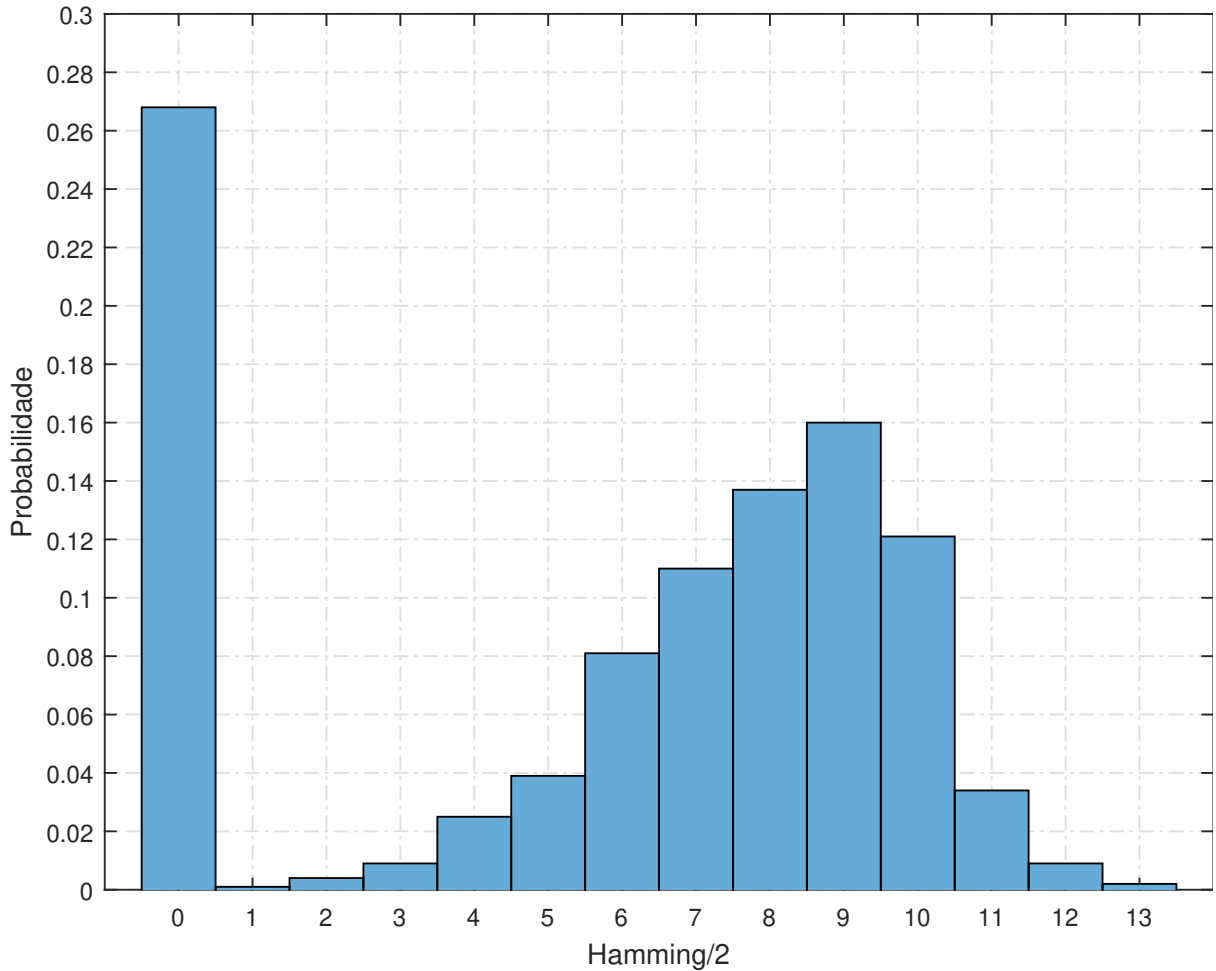


Figura 12: Histograma com  $N_T = 32$ ,  $N_{ta} = 16$ ,  $N_R = 1$  e  $K = 16$ .

assim com resultados próximos à melhor da respectiva realização.

Além disso é interessante observar que o segundo maior caso ocorre para  $\text{Hamming}/2 = 9$  representando 16% e que os caso entre  $\text{Hamming}/2 = 8$  a 10 representam cerca de 42% dos casos, ou seja, 42% das realizações apresentam, dentro do raio de boas soluções, soluções apresentando de 8 a 10 antenas diferentes entre si.

Tabela 3: Tempo de execução média, em que:  $N_T = 64$ ,  $N_{ta} = 32$  e  $N_R = 1$ .

Técnica	Tempo[s]			
	$K = 8$	$K = 16$	$K = 24$	$K = 32$
Traço	0,0019	0,0013	0,0015	0,0019
ITES	0,0685	0,1362	0,1880	0,2716
OACS	0,0680	0,1371	0,1828	0,2888
AG	0,0885	0,1548	0,2236	0,2792
CobAiNet	0,1721	0,2512	0,3217	0,3886
CVX	1,0107	1,3459	2,2024	3,5036

### 3.10 Conclusões

Neste capítulo, foi apresentado o modelo de sistema utilizado para análise da taxa de erro de bit em cenário de seleção de antenas. Foram apresentados os algoritmos para a seleção de antenas, com objetivo da minimização da taxa de erro de bit, com a proposição do OACS e da modificação do CobAiNet. Foi realizada uma breve discussão sobre os parâmetros a serem utilizados pelas meta-heurísticas que apresentam uma melhora no desempenho ao reduzir o parâmetro de variabilidade.

Ficou evidenciado que o ITES perde sua eficiência com o aumento da dimensão do problema. Além disso, constatou-se que o Traço, em cenário de correlação de antenas na transmissão, demanda maiores valores de SNR para atingir um mesmo patamar de BER que as demais técnicas. Outro ponto importante é que com o aumento da carga, o Traço e o CVX passam a perder eficiência, e em condição de carga completa se tornam equivalentes a uma seleção aleatória.

Sobre a velocidade de convergência, é mostrado que o ITES apresenta a resposta mais lenta entre todas as técnicas. Já as demais, apresentam convergências praticamente idênticas em que para o CobAiNet é ligeiramente mais rápida. Em relação ao tempo de processamento, fica evidente que o CVX despende um tempo de processamento muito superior às demais técnicas e que o Traço apresenta apenas uma fração disso.

Também foi realizada uma análise sobre o comportamento das soluções da função de minimização, mostrando que, apesar de apresentar um conjunto grande de soluções sub-ótimas, ainda são boas para o propósito da minimização da taxa de erro de bits.

## 4 SELEÇÃO DE ANTENAS BASEADA NA MAXIMIZAÇÃO DA INFORMAÇÃO MÚTUA

Nesta seção, são apresentadas técnicas de seleção de antenas, utilizando como critério a maximização da informação mútua do canal entre usuários e a estação rádio base. É realizado um comparativo entre meta-heurísticas e técnicas que levam em conta a característica de convexidade do problema abordado.

### 4.1 Informação mútua do sistema MIMO

Para comparação de eficiência entre técnicas, é usual se adotar algum tipo de medida como referência. Essa medida pode ser taxa de erro, consumo energético, velocidade de convergência, taxa de dados entre outros. Em sistemas de comunicações é comum realizar esse comparativo em relação à capacidade de canal do sistema. A capacidade de canal de um sistema de comunicação mensura a quantidade máxima de informação que pode ser transportada por utilização desse canal.

Para o cálculo da capacidade de canal, considere uma variável aleatória  $X$  e a probabilidade de  $X$  assumir um valor específico como  $p(x_i) \triangleq \text{Prob}\{X = x_i\}$ . Define-se a informação associada a  $X$  como (COVER; THOMAS, 2006)

$$I(x_i) = -\log p(x_i). \quad (4.1)$$

Como descrito em (COVER; THOMAS, 2006), é comum expressar a informação média associada à determinada variável aleatória. Assim, na teoria da informação, essa média é chamada de entropia e é calculada como

$$\text{Entropia} = H(X) = -\sum_x p(x) \log p(x), \quad (4.2)$$

em que  $\sum_i p(x_i) = 1$ .

Tal valor pode ser interpretado como a medida de incerteza em relação à determinada

variável aleatória (COVER; THOMAS, 2006).

A entropia definida anteriormente é válida somente para variáveis aleatórias discretas. No caso de variáveis aleatórias contínuas, em que  $f(x)$  é a função densidade de probabilidade associada a  $x$ , não há sentido físico na representação da entropia associada a essa variável. Nesse caso, pode-se apenas expressar a entropia diferencial (COVER; THOMAS, 2006)

$$h(X) = - \int_S f(x) \log f(x) dx, \quad (4.3)$$

em que  $S$  é o suporte da variável aleatória  $X$ .

Ainda que a entropia diferencial não tenha sentido físico, a informação mútua possui, e é a mesma do caso de variáveis aleatórias discretas. A informação mútua é uma medida de inferência de uma variável aleatória  $X$  a partir de uma variável aleatória  $Y$ , e é dada por (COVER; THOMAS, 2006)

$$I(X; Y) = \int f(x, y) \log \left( \frac{f(x, y)}{f(x)f(y)} \right) dx dy, \quad (4.4)$$

em que  $f(x, y)$  é a função densidade de probabilidade conjunta entre  $x$  e  $y$ . Ainda, pode-se expressar a informação mútua em relação à entropia e a entropia condicional, na forma (COVER; THOMAS, 2006)

$$\begin{aligned} I(X; Y) &= h(X) - h(X|Y) \\ &= h(Y) - h(Y|X). \end{aligned} \quad (4.5)$$

em que a entropia diferencial condicional,  $h(X|Y)$ , é

$$h(X|Y) = - \int f(x, y) \log f(x|y) dx dy, \quad (4.6)$$

e  $f(x|y) = f(x, y)/f(y)$ .

Assim, o máximo de informação que pode ser transmitida de forma confiável pelo canal por utilização deste é dado pela maximização da informação mútua

$$C = \max_{f(x)} I(X; Y), \quad (4.7)$$

e a partir disso, pode-se calcular a capacidade de um sistema MIMO utilizando o sinal definido em (2.3)

$$\begin{aligned} C_{MIMO} &= \max_{f(x_1, \dots, x_{N_t})} I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) \\ &= \max_{f(x_1, \dots, x_{N_t})} \{h(\mathbf{y}) - h(\mathbf{y}|\mathbf{x})\}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

em que  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  são compostos de variáveis aleatórias e se optou por não utilizar  $X; Y$

para não confundir com a notação adotada para matrizes. Substituindo (2.3) em (4.8), tem-se  $h(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = h(\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}|\mathbf{x})$  e, para essa igualdade, dado que se conhece  $\mathbf{x}$  e o canal  $\mathbf{H}$  é fixo, a única incerteza é em relação ao ruído  $\mathbf{n}$  e, portanto, ela pode ser simplificada para  $h(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = h(\mathbf{n})$ . Dessa forma, a equação da capacidade do sistema MIMO pode ser reescrita como (HAMPTON, 2013)

$$C_{MIMO} = \max_{f(x_1, \dots, x_{N_t})} \{h(\mathbf{y}) - h(\mathbf{n})\}, \quad (4.9)$$

em que a entropia do ruído, que é uma variável aleatória gaussiana de média nula e variância  $\sigma_n^2$  (HAMPTON, 2013), é dada por

$$h(\mathbf{n}) = \frac{N_R}{2} \log_2(2\pi e) + \frac{1}{2} \log_2 |\sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_R}|. \quad (4.10)$$

Como não se tem controle sobre o ruído, maximizar a Equação (4.9) significa maximizar  $h(\mathbf{y})$ . Neste caso, considerando apenas que existe uma restrição de potência de transmissão, a modulação a ser usada e que maximiza  $h(\mathbf{y})$  também deve ser dada por uma distribuição gaussiana de média nula, na forma (HAMPTON, 2013)

$$h(\mathbf{y}) = \frac{N_R}{2} \log_2(2\pi e) + \frac{1}{2} \log_2 |\mathbf{H}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}^T + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_R}|, \quad (4.11)$$

em que  $\mathbf{R}_{xx} = \mathbb{E}\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\}$  é a matriz de auto-covariância de  $\mathbf{x}$ , e que a soma das variâncias de cada elemento de  $\mathbf{x}$  seja igual à potência total disponível.

Além disso, considerando que o transmissor tenha conhecimento do canal de comunicação, é necessário distribuir sua potência disponível entre os elementos de  $\mathbf{x}$  de forma a obter  $\mathbf{R}_{xx}$  que maximize  $h(\mathbf{y})$  (TELATAR, 1999), isso pode ser obtido utilizando a técnica de *Water-Filling* (Jindal et al., 2005), (TELATAR, 1999).

As definições de entropia, capacidade e informação mútua apresentadas anteriormente são aplicáveis somente para o caso em que as variáveis são reais. Para o caso complexo, a parte real e imaginária das variáveis podem ser consideradas como transmissões independentes e, por isso, a informação mútua no caso complexo é o dobro do caso real. Outra diferença é em relação à transposição das matrizes, em que para o caso complexo aplica-se o hermitiano. Assim, para o caso em que não é empregada uma estratégia de alocação de potência no transmissor, tem-se apenas a representação da informação mútua de tal sistema na forma

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_R} + \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{H}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}^H \right| \frac{\text{bits}}{\text{uso do canal}}. \quad (4.12)$$

Como mencionado em (Gao et al., 2015), é difícil realizar a otimização conjunta entre alocação de potência e seleção de antenas. Desta forma, como será apresentado mais adiante, será considerado uma distribuição de potência uniforme no transmissor com o objetivo de comparar as técnicas sobre a capacidade de maximizar apenas a informação mútua do sistema.

### 4.1.1 Convenção utilizada

Considera-se aqui um sistema MIMO multi-usuários, em que se tem apenas uma estação rádio base empregando  $N_T$  antenas transmissoras, sendo que serão servidos  $K$  usuários que possuem apenas uma antena receptora. A equação para esse modelo é tal qual como descrito pela Equação (2.3), com apenas a ressalva de que aqui é considerado que cada usuário possui apenas uma antena receptora, e portanto troca-se o índice  $N_R$  pela quantidade de usuários  $K$ , em outras palavras  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{K \times N_T}$ .

Além disso é considerado, da mesma maneira que em (HAMPTON, 2013), que a matriz das componentes do canal é expressa por  $\mathbf{H}' \triangleq \sqrt{\text{SNR}}\mathbf{H}$ , sendo que SNR é a relação sinal-ruído média de recepção dos usuários (ZELST; HAMMERSCHMIDT, 2002). As entradas da matriz  $\mathbf{H}$  são independentes e igualmente distribuídas seguindo uma distribuição gaussiana de média nula e variância unitária.

Outra convenção utilizada é que o ruído gaussiano apresenta potência unitária  $\sigma_n^2 = 1$ . Dessa forma, pode-se reescrever a equação da capacidade apresentada em (4.12) como

$$\begin{aligned} I &= \log_2 \left| \mathbf{I}_K + \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{H}' \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}'^H \right| \\ &= \log_2 \left| \mathbf{I}_K + \text{SNR} \mathbf{H} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}^H \right|. \end{aligned} \quad (4.13)$$

## 4.2 Seleção de antenas

De forma semelhante ao que foi realizado em (Gao et al., 2015) e (Dua; Medepalli; Paulraj, 2006), nesta seção será tratada a seleção de  $N_{ta} < N_T$  melhores antenas baseada na maximização da informação mútua do canal de transmissão. Como já demonstrado anteriormente, a seleção de antenas tem um papel importante para a redução do custo energético do *hardware* empregado, e a seleção aqui utilizada visa alcançar tal objetivo maximizando a taxa de transmissão de dados conjunta entre os usuários, de forma a reter boa parte do desempenho se comparado ao sistema sem seleção.

Visto que, com a seleção de antenas obtém-se um canal de comunicação reduzido em comparação ao original, reescreve-se (4.13) como

$$I = \log_2 |\mathbf{I}_K + \text{SNR} \mathbf{H}_{(\Delta)} \mathbf{R}_{xx(\Delta)} \mathbf{H}_{(\Delta)}^H| \quad (4.14)$$

$$= \log_2 |\mathbf{I}_{N_{ta}} + \text{SNR} \mathbf{R}_{xx(\Delta)} \mathbf{H}_{(\Delta)}^H \mathbf{H}_{(\Delta)}|, \quad (4.15)$$

em que a segunda igualdade foi possível utilizado a relação  $|\mathbf{I} + \mathbf{AB}| = |\mathbf{I} + \mathbf{BA}|$ , a matriz  $\mathbf{H}_{(\Delta)}$ , de dimensão  $K \times N_{ta}$ , é a submatriz do canal  $\mathbf{H}$  após a seleção de antenas,  $\mathbf{R}_{xx(\Delta)}$  que possui dimensão  $N_{ta} \times N_{ta}$  é a matriz de auto-covariância reduzida de  $\mathbf{x}$  e  $\Delta = \text{diag}([\Delta_1 \cdots \Delta_{N_T}])$  é a matriz diagonal de seleção de antenas com seus elementos definidos da mesma forma de (3.10).

A submatriz  $\mathbf{H}_{(\Delta)}$  é construída da mesma forma que em (3.11), ou seja,  $\mathbf{H}_{(\Delta)} = \mathbf{H} \mathbf{U}_{(\Delta)}$  e  $\mathbf{R}_{xx(\Delta)} = \mathbf{U}_{(\Delta)}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{U}_{(\Delta)}$ , com isso desenvolve-se (4.15)

$$I = \log_2 |\mathbf{I}_{N_{ta}} + \text{SNR} \mathbf{R}_{xx(\Delta)} \mathbf{H}_{(\Delta)}^H \mathbf{H}_{(\Delta)}| \quad (4.16)$$

$$= \log_2 |\mathbf{I}_{N_{ta}} + \text{SNR} (\mathbf{U}_{(\Delta)}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{U}_{(\Delta)}) (\mathbf{H} \mathbf{U}_{(\Delta)})^H (\mathbf{H} \mathbf{U}_{(\Delta)})| \quad (4.17)$$

$$= \log_2 |\mathbf{I}_{N_{ta}} + \text{SNR} \mathbf{U}_{(\Delta)}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{U}_{(\Delta)} \mathbf{U}_{(\Delta)}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{U}_{(\Delta)}| \quad (4.18)$$

$$= \log_2 |\mathbf{I}_{N_T} + \text{SNR} \mathbf{U}_{(\Delta)} \mathbf{U}_{(\Delta)}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{U}_{(\Delta)} \mathbf{U}_{(\Delta)}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H}| \quad (4.19)$$

$$= \log_2 |\mathbf{I}_{N_T} + \text{SNR} \Delta \mathbf{R}_{xx} \Delta \mathbf{H}^H \mathbf{H}| \quad (4.20)$$

$$= \log_2 |\mathbf{I}_{N_T} + \text{SNR} \mathbf{R}_{xx}^\Delta \Delta \mathbf{H}^H \mathbf{H}|, \quad (4.21)$$

em que  $\text{Tr}\{\Delta\} = N_{ta}$  e  $\mathbf{R}_{xx}^\Delta$  é a matriz de auto-covariância de  $\mathbf{x}$  considerando potência nula nos elementos  $\mathbf{x}_i$  quando  $\Delta_i = 0$ .

A fórmula derivada na Equação (4.21) apresenta a informação mútua em bits por utilização do canal, em cenário de seleção de antenas. O próximo passo é determinar uma forma de obter  $\Delta$  que maximize a informação mútua e, ainda assim, com um baixo custo computacional.

### 4.2.1 Maximização da informação mútua baseada em convexidade

Para obter a matriz  $\mathbf{\Delta}$  de forma a realizar a maximização da informação mútua, utilizando a Equação (4.21), tem-se um problema de otimização descrito por

$$\begin{aligned} \text{maximizar} \quad & \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_T} + \text{SNR} \mathbf{R}_{xx}^{\mathbf{\Delta}} \mathbf{\Delta} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right|, \\ \text{sujeito a} \quad & \Delta_i \in \{0, 1\} \\ & \text{Tr} \{ \mathbf{\Delta} \} = N_{ta} \\ & \text{Tr} \{ \mathbf{R}_{xx}^{\mathbf{\Delta}} \} = 1. \end{aligned} \tag{4.22}$$

Entretanto, como as variáveis  $\Delta_i$  são valores binários inteiros, *i.e.*  $\{0, 1\}$ , o problema se torna NP-complexo e difícil de tratar (Gao et al., 2015). Uma abordagem para esse problema, proposta por (Gao et al., 2015) e (Dua; Medepalli; Paulraj, 2006), é o relaxamento dessas variáveis de forma que  $0 \leq \Delta_i \leq 1$ . Desta forma, a Equação (4.21) se torna côncava em  $\mathbf{\Delta}$  (Gao et al., 2015) e pode ser resolvida utilizando otimização convexa, como proposto em (Gao et al., 2015) e (Dua; Medepalli; Paulraj, 2006). Além disso, é mencionado em (Gao et al., 2015) que é difícil a otimização sobre  $\mathbf{\Delta}$  e  $\mathbf{R}_{xx}^{\mathbf{\Delta}}$  conjuntamente e, por isso, será considerada uma distribuição uniforme de potência.

Portanto, o novo problema de maximização se torna

$$\begin{aligned} \text{maximizar} \quad & \log_2 \left| \mathbf{I}_K + \frac{\text{SNR}}{N_{ta}} \mathbf{H} \mathbf{\Delta} \mathbf{H}^H \right|, \\ \text{sujeito a} \quad & 0 \leq \Delta_i \leq 1, \\ & \text{Tr} \{ \mathbf{\Delta} \} = N_{ta}, \end{aligned} \tag{4.23}$$

em que, após realizada a otimização, os  $N_{ta}$  maiores valores de  $\mathbf{\Delta}$  são definidos como “1”, e seus índices representam as antenas selecionadas e o restante é definido como “0” (Gao et al., 2015) (Dua; Medepalli; Paulraj, 2006). O relaxamento causa uma degradação do desempenho mas, ainda assim, fica bem próxima da solução ótima, exceto em casos que o número de antenas selecionadas é muito inferior ao número de antenas transmissoras, ou seja  $N_{ta} \ll N_T$  (Gao et al., 2015). Entretanto, esse cenário não é esperado em sistemas MIMO massivo, em que mesmo com a seleção de antenas espera-se um valor  $N_{ta}$  elevado em relação ao número total de antenas disponível (Gao et al., 2015).



### 4.2.1.1 Prova da convexidade

De forma semelhante ao que foi demonstrado em (3.28), pode-se avaliar a convexidade de uma função verificando se para todas as curvas que a atravessam têm-se uma função convexa. Portanto, no caso da função  $f(\mathbf{X}) = \log \det \mathbf{X}$  a ser avaliada, define-se  $g(t) = f(\mathbf{Z} + t\mathbf{V})$ , em que em que  $\mathbf{X}$  é uma matriz simétrica positivamente definida,  $\mathbf{Z}$  é uma matriz positivamente definida,  $\mathbf{V}$  é uma matriz simétrica e  $t$  é escolhido de modo que  $\mathbf{Z} + t\mathbf{V}$  esteja contido no domínio de  $f(\mathbf{X})$  (BOYD; VANDENBERGHE, 2004). Dessa forma

$$g(t) = \log \det(\mathbf{Z} + t\mathbf{V}) \quad (4.24)$$

$$= \log \det(\mathbf{Z}^{1/2}(\mathbf{I} + t\mathbf{Z}^{-1/2}\mathbf{V}\mathbf{Z}^{-1/2})\mathbf{Z}^{1/2}) \quad (4.25)$$

$$= \log \det((\mathbf{I} + t\mathbf{Z}^{-1/2}\mathbf{V}\mathbf{Z}^{-1/2})\mathbf{Z}) \quad (4.26)$$

$$= \log (\det(\mathbf{I} + t\mathbf{Z}^{-1/2}\mathbf{V}\mathbf{Z}^{-1/2}) \det \mathbf{Z}) \quad (4.27)$$

$$= \log \det(\mathbf{I} + t\mathbf{Z}^{-1/2}\mathbf{V}\mathbf{Z}^{-1/2}) + \log \det \mathbf{Z} \quad (4.28)$$

$$= \log \det(\mathbf{I} + t\mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^T) + \log \det \mathbf{Z} \quad (4.29)$$

$$= \log \prod_i (1 + t\lambda_i) + \log \det \mathbf{Z} \quad (4.30)$$

$$= \sum_i \log(1 + t\lambda_i) + \log \det \mathbf{Z}. \quad (4.31)$$

O próximo passo é avaliar a derivada de segunda ordem de  $g(t)$ , assim

$$g'(t) = \sum_i \frac{\lambda_i}{1 + t\lambda_i}, \quad (4.32)$$

$$g''(t) = - \sum_i \frac{\lambda_i^2}{(1 + t\lambda_i)^2}, \quad (4.33)$$

como  $g''(t) \leq 0$  conclui-se que a função  $\log \det \mathbf{X}$  é côncava.

## 4.2.2 Maximização da informação mútua baseada na SNR conjunta

Em (Gao et al., 2015) é mencionado que um canal que apresente baixa correlação, selecionar as antenas que maximizam a potência capturada pelos receptores pode ser próxima à solução ótima.

Neste sentido, de forma semelhante ao que foi proposto em (Li; Li, 2018), com o intuito de selecionar os coeficientes do canal  $\mathbf{H}$  que apresentem os maiores valores absolutos e,

visto que

$$\sum_{i,j} |h_{ij}|^2 = \text{Tr} \{ \mathbf{H}\mathbf{H}^H \} = \text{Tr} \{ \mathbf{H}^H \mathbf{H} \}, \quad (4.34)$$

em que  $i = 1, \dots, K$  e  $j = 1, \dots, N_T$ , basta selecionar o grupo de antenas que maximize o traço da Equação (4.34), assim

$$\begin{aligned} \text{maximizar} \quad & \text{Tr} \{ \mathbf{H}\mathbf{\Delta}\mathbf{H}^H \}, \\ \text{sujeito a} \quad & \Delta_i \in \{0, 1\}, \\ & \text{Tr} \{ \mathbf{\Delta} \} = N_{ta}. \end{aligned} \quad (4.35)$$

A maximização definida anteriormente pode ser realizada computando  $(\mathbf{H}^H \mathbf{H})$  e selecionando as  $N_{ta}$  antenas cujas posições correspondem aos maiores valores da diagonal principal desse produto. Tal método proposto foi denominado como Traço.

### 4.3 Channel Hardening

Considerando o canal de apenas um usuário como  $\mathbf{h}_k \in \mathbb{C}^{N_T \times 1}$  com  $k = 1, \dots, K$ , pode-se perguntar sobre o ganho de canal, definido como  $\|\mathbf{h}_k\|^2$ , ou sobre o ganho de canal normalizado, definido como  $\|\mathbf{h}_k\|^2/N_T$ .

O *channel hardening* é uma condição em que esse ganho de canal se aproxima de seu valor esperado. Em um sistema MIMO esse fenômeno ocorre com o aumento das antenas transmissoras (BJÖRNSON; HOYDIS; SANGUINETTI, 2017), dessa forma

$$\lim_{N_T \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{h}_k\|^2}{\mathbb{E}\{\|\mathbf{h}_k\|^2\}} = 1. \quad (4.36)$$

A Figura 13, realizada da mesma forma que em (BJÖRNSON; HOYDIS; SANGUINETTI, 2017), apresenta esse efeito para um único usuário e apenas uma realização de canal, representando a evolução do ganho de canal normalizado com o aumento das antenas transmissoras. Já a Figura 14, também realizada da mesma forma que em (BJÖRNSON; HOYDIS; SANGUINETTI, 2017), apresenta a evolução da variância desse resultado.

É possível observar pela Figura 13 que, com o aumento do número de antenas transmissoras, o ganho normalizado tende a “1” e as variações em torno dessa média tendem a “0”. Pela Figura 14, pode-se observar a evolução da variância com seu valor equivalente a  $1/N_T$  (BJÖRNSON; HOYDIS; SANGUINETTI, 2017).

Apesar de  $\mathbf{h}_k$  ser uma variável aleatória, o efeito do *channel hardening* faz com que

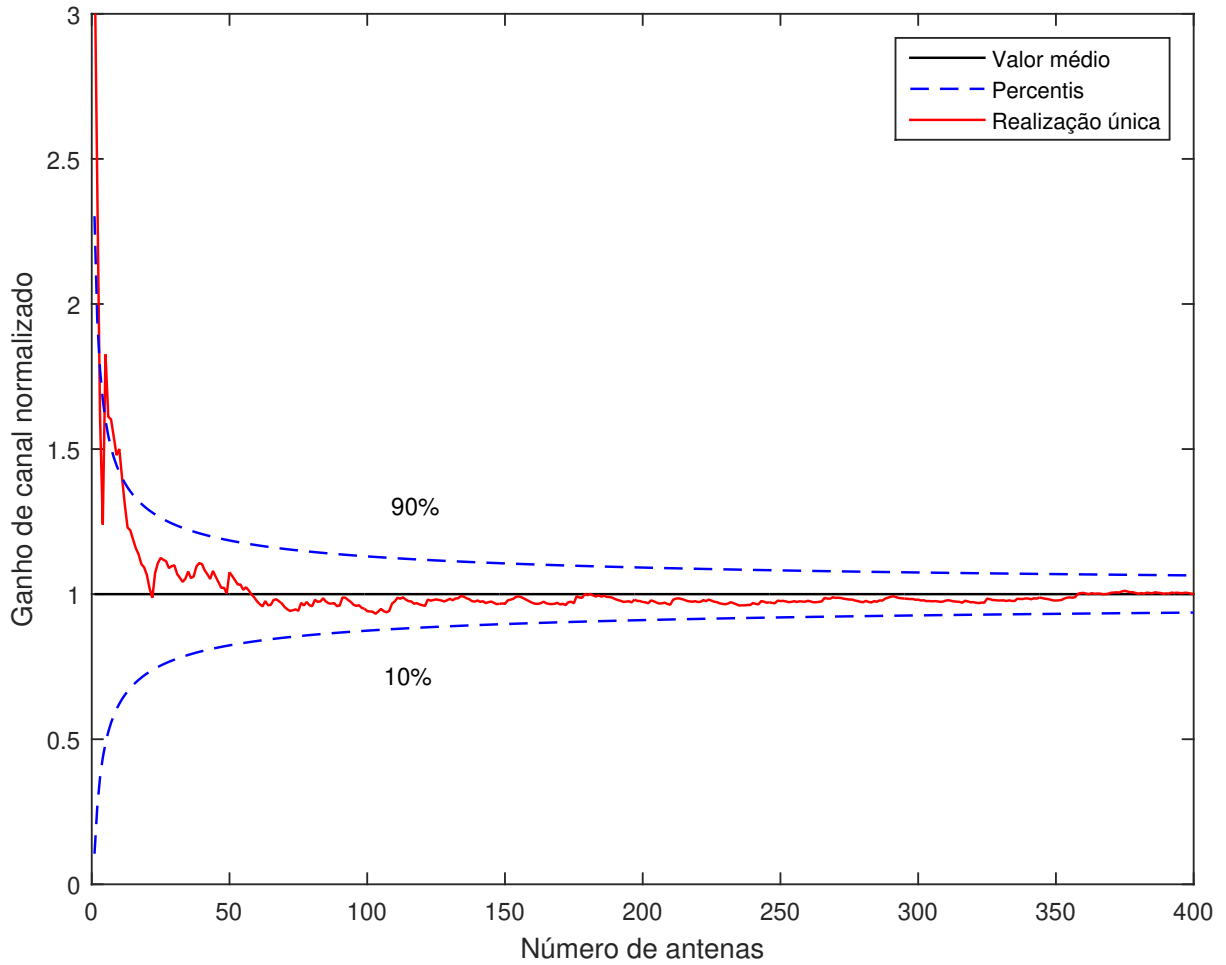


Figura 13: *Channel hardening* para uma realização de canal para um usuário variando o número de antenas  $N_T$ .

esse canal se aproxime de uma característica determinística com o incremento do número de antenas transmissoras. No caso de seleção de antenas ao se utilizar um valor  $N_{ta}$  relativamente grande, em comparação à  $N_T$ , ainda pode-se obter tal fenômeno do *channel hardening* e, dessa forma, reduz-se as vantagens da seleção. Ou seja, independente das antenas selecionadas os resultados serão praticamente os mesmos, sendo desnecessário investir recurso computacional em técnicas de seleção mais complexas.

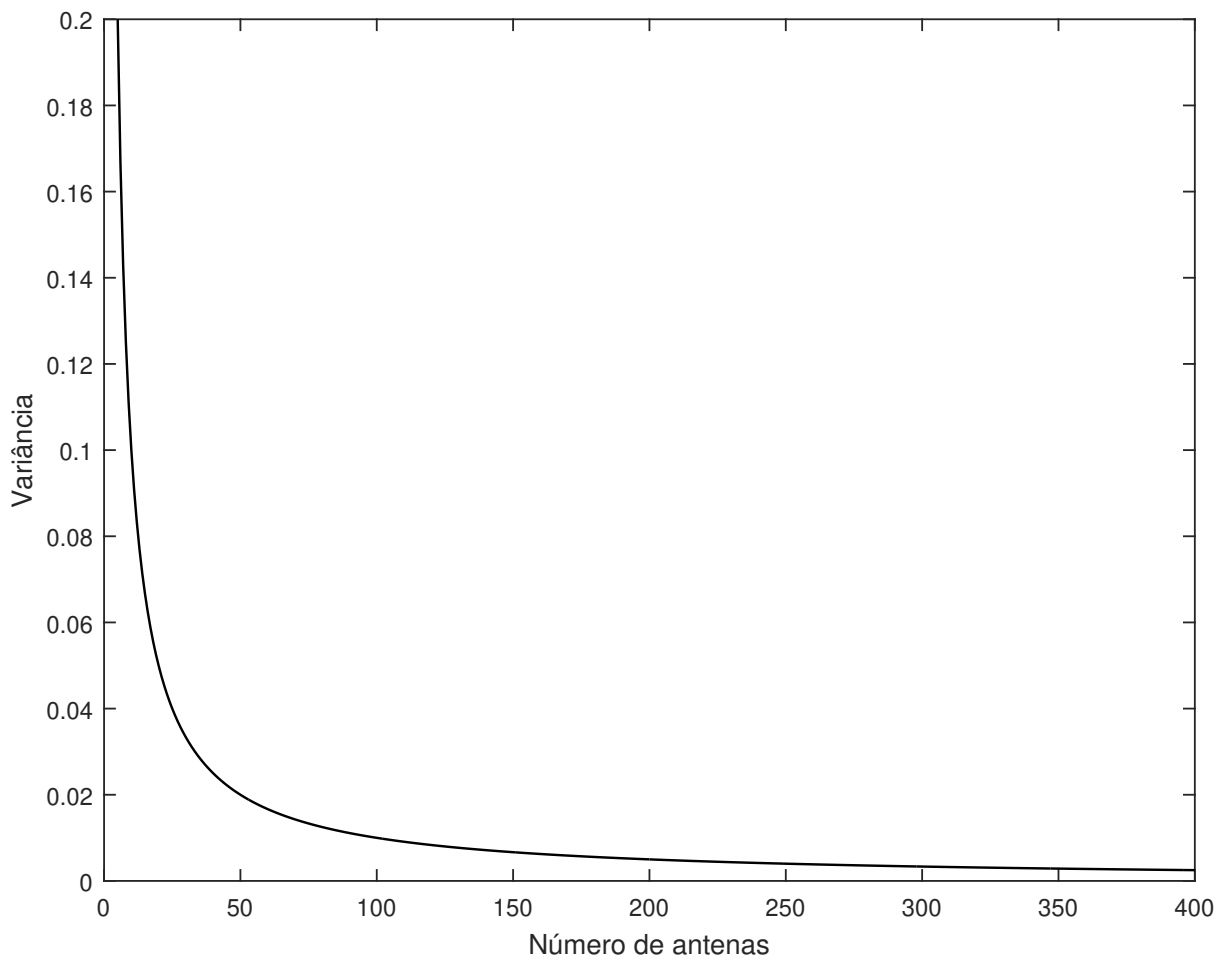


Figura 14: Variância de  $\|\mathbf{h}_k\|^2/N_T$  para uma realização de canal para um usuário variando o número de antenas  $N_T$ .

## 4.4 Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações para análise da maximização da informação mútua realizando seleção de antenas na transmissão. Os resultados são obtidos após  $N_{CR} = 1000$  realizações independentes do canal  $\mathbf{H}$ . É realizada a maximização da informação mútua descrita em (4.22) com as técnicas ITES, CobAiNet, OACS e GA, sem levar em conta a alocação de potência, e a maximização apresentada em (4.23) com otimização convexa. Para a otimização em (4.23) foi utilizado o CVX, um pacote específico para a solução de problemas convexos (GRANT; BOYD, 2019),(GRANT; BOYD, 2008).

Com relação aos parâmetros das meta-heurísticas, a escolha foi realizada de forma idêntica aos do Capítulo 3, pois esses apresentaram os melhores resultados. O número de avaliações de padrões de antenas foi fixado em 250 para as meta-heurísticas.

Para as simulações foi utilizado um processador Intel(R) Core(TM) i7-3610QM, com 2,30GHz de *clock* e 8GB de memória RAM.

Na primeira simulação, em que o resultado é apresentado na Figura 15, foi realizado um comparativo entre as técnicas para a maximização da informação mútua de um sistema apresentando  $N_T = 32$ ,  $N_{ta} = 16$  e  $K = 4$ . Verificou-se que, para um valor fixo de informação mútua, a diferença entre a SNR demandada pelo CVX, CobAiNet, GA, Traço, OACS e ITES fica em uma faixa de 0,1dB. A Tabela 4 apresenta o valor de informação mútua obtido por cada técnica após a otimização, considerando uma SNR de 21dB.

Tabela 4: Informação mútua para SNR de 21dB, sendo:  $N_T = 32$ ,  $N_{ta} = 16$  e  $K = 4$ .

<b>Técnica</b>	<b>Informação mútua</b>
CVX	29,2284
GA	29,2062
OACS	29,2053
CobAiNet	29,2045
Traço	29,1012
ITES	29,0638
Busca aleatória	28,5006

A principal diferença fica com o tempo de processamento expendido por cada técnica. O pacote CVX utilizado é o que demanda mais tempo de processamento sendo esse cerca de 6 vezes superior ao segundo mais demorado, o CobAiNet. A Tabela 5 apresenta o tempo médio expendido em milissegundos por cada técnicas. Além disso, a maximização pelo traço apresenta o menor tempo de processamento sendo esse cerca de 133 vezes menor

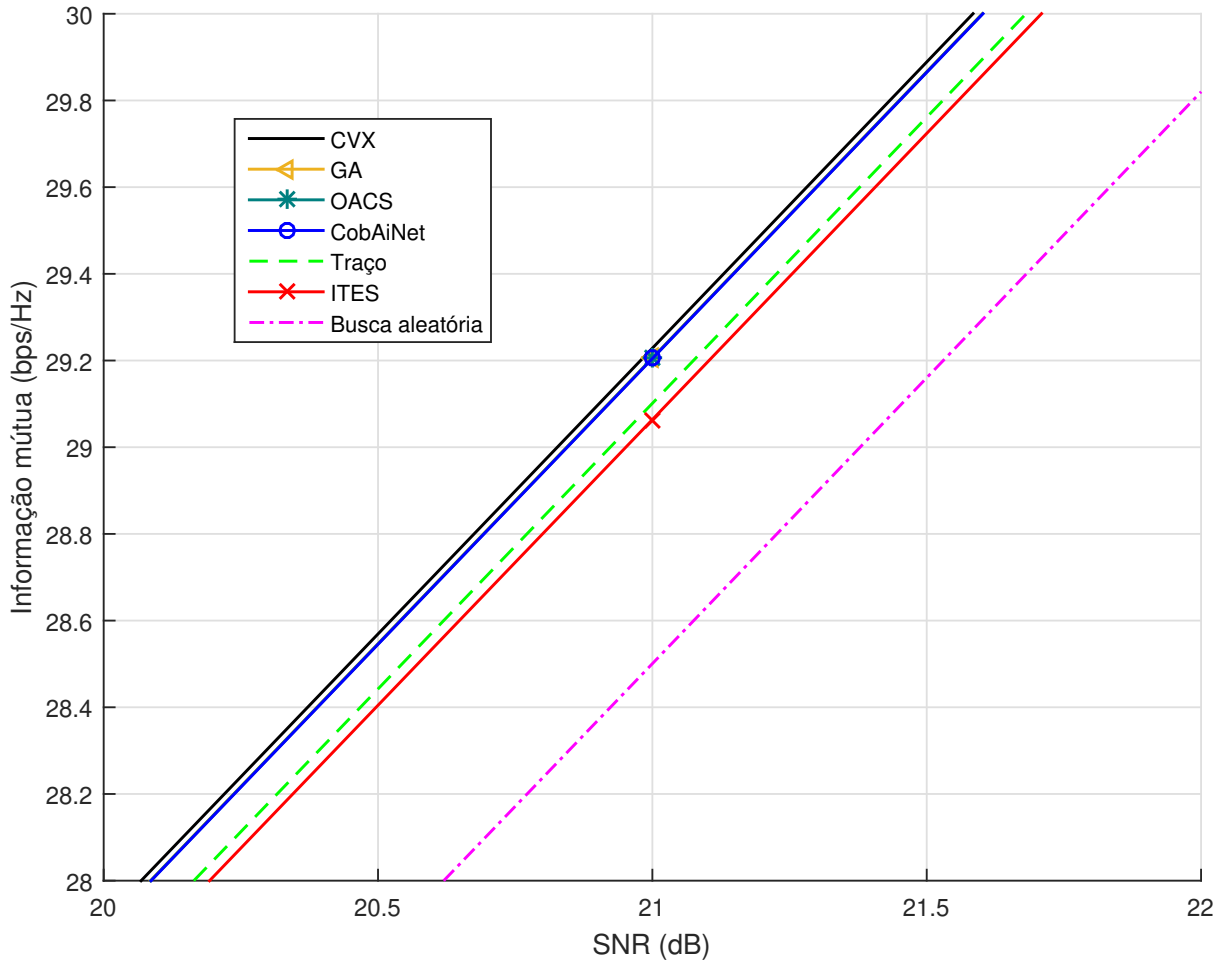


Figura 15: Informação mútua X SNR(dB), sendo:  $N_T = 32$ ,  $N_{ta} = 16$  e  $K = 4$ .

que o tempo de processamento da busca aleatória.

Tabela 5: Tempo médio de execução em milissegundos, sendo:  $N_T = 32$ ,  $N_{ta} = 16$  e  $K = 4$ .

Técnica	Tempo[ms]
CVX	609,8892
CobAiNet	110,9133
GA	50,6235
OACS	32,8587
ITES	30,1922
Busca aleatória	28,1444
Traço	0,2115

A seguir, é apresentado o comportamento das técnicas em cenário que exista correlação entre as antenas de recepção. É considerado um sistema em que  $N_T = 128$ ,  $N_{ta} = 32$  e  $K = 4$  e o nível de correlação varia conforme  $\rho = 0; 0,4; 0,8$ . O resultado da simulação é apresentado na Figura 16.

É observado que um sistema que apresente correlação de antenas demanda maiores

valores de SNR para manter um mesmo patamar de informação mútua, sendo cerca de 4dB no caso  $\rho = 0,4$  e aproximadamente 11dB no caso de  $\rho = 0,8$ .

Em relação à informação mútua, verifica-se pela Tabela 6, em que foi avaliada para uma SNR de 21dB, que o CVX apresenta melhores resultados em todos os cenários e que o Traço apresenta bons resultados, mas reduz sua eficiência em cenário de correlação, apresentando cerca de 0,56 bits por uso do canal a menos que o CobAiNet para  $\rho = 0,8$ . O ITES e a busca aleatória continuam a apresentar os piores resultados, respectivamente nessa ordem. Outro ponto é que a maximização pelo traço apresenta o segundo melhor resultado em cenário sem correlação, apresentando cerca de 0,1 bits por uso do canal a menos que o CVX.

Novamente, a principal diferença a se destacar é a velocidade média de execução das técnicas, em que os valores são apresentados na Tabela 7. O pacote CVX expende um

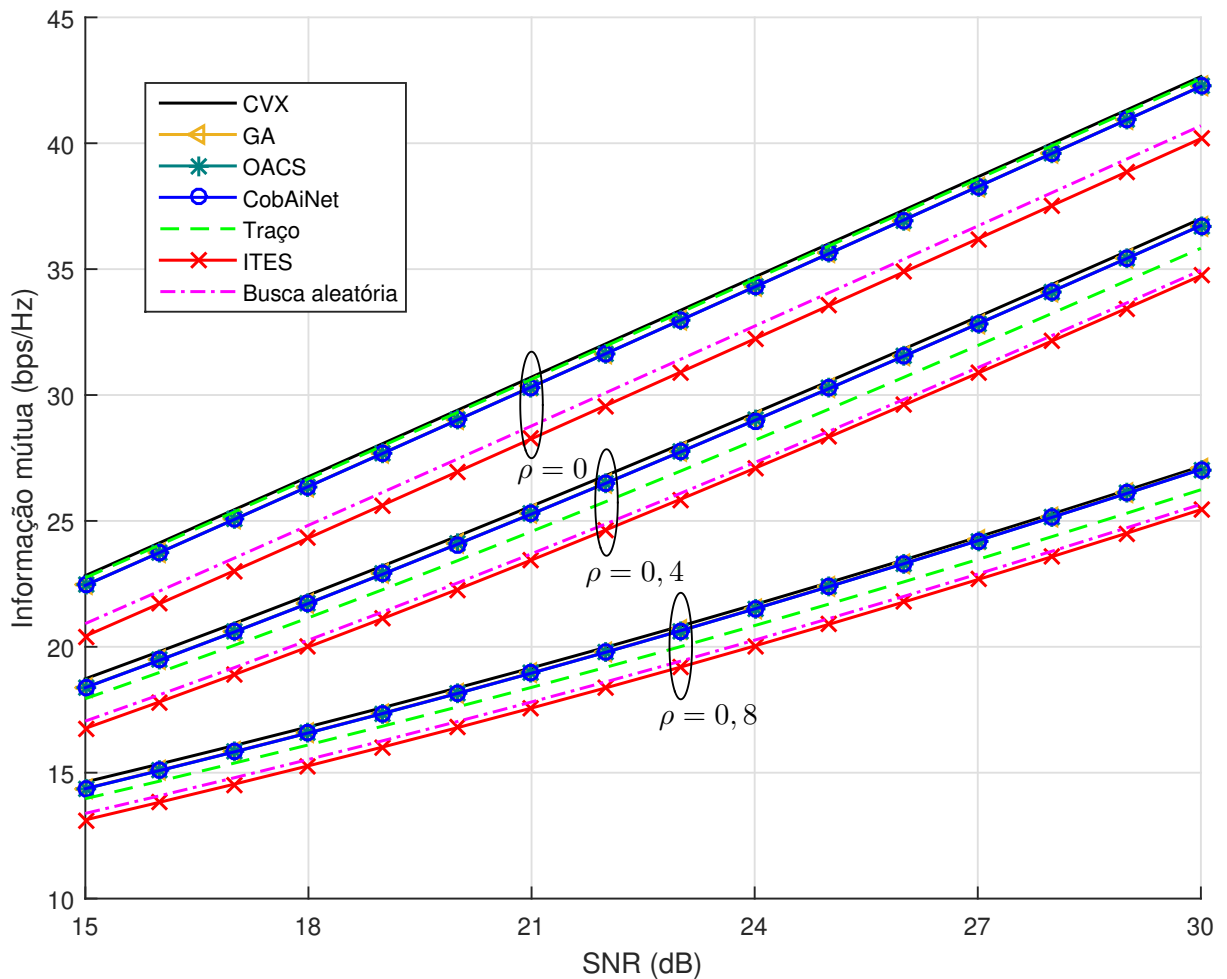


Figura 16: Informação mútua X SNR(dB) com correlação entre as antenas de recepção, sendo:  $N_T = 128$ ,  $N_{ta} = 32$  e  $K = 4$ .

Tabela 6: Informação mútua com correlação de antenas, sendo:  $\text{SNR} = 21\text{dB}$ ,  $N_T = 128$ ,  $N_{ta} = 32$  e  $K = 4$ .

Correlação	Informação mútua						
	CVX	GA	OACS	CobAiNet	Traço	ITES	Busca aleatória
$\rho = 0$	30,7131	30,3332	30,3232	30,3216	30,6249	28,2635	28,7722
$\rho = 0,4$	25,5868	25,2838	25,2818	25,2729	24,5805	23,4475	23,6965
$\rho = 0,8$	19,1634	18,9689	18,9527	18,9545	18,3879	17,5675	17,8095

tempo cerca de 6 vezes maior que o tempo da segunda mais demorada, o CobAiNet. A busca aleatória, por outro lado, apesar de apresentar resultados inferiores em termos de informação mútua, sendo essa cerca de 2 bits por uso do canal a menos que as demais técnicas, apresenta o segundo menor tempo de processamento. A maximização pelo traço apresenta o menor tempo de processamento sendo esse cerca de 748 vezes menor que o tempo da busca aleatória, e ainda, apresenta ótimos resultados, ficando somente atrás do CVX.

Tabela 7: Tempo médio de execução em milissegundos com correlação de antenas, sendo:  $N_T = 128$ ,  $N_{ta} = 32$  e  $K = 4$ .

Técnica	Tempo[ms]		
	$\rho = 0$	$\rho = 0,4$	$\rho = 0,8$
CVX	1121,6638	1138,0816	1231,9878
GA	237,7729	225,4296	224,3656
OACS	218,3035	208,0367	206,7761
CobAiNet	288,8924	276,5236	272,2087
Traço	0,2764	0,2805	0,2674
ITES	212,4774	205,2465	202,9587
Busca aleatória	206,9385	198,4294	200,8425

Por último, é avaliado o comportamento das técnicas, considerando um cenário  $N_T = 128$ ,  $N_{ta} = 32$  sem correlação, ao variar o número de múltiplos usuários servidos pelo sistema. A Figura 17 apresenta o resultado dessa simulação para um valor fixo de 21dB de SNR e a Tabela 8 o detalhamento numérico dos valores de informação mútua.

Observa-se que o CVX apresenta os melhores resultados em todos os cenários e que o CobAiNet, GA, OACS e Traço, em geral, apresentam desempenho semelhante entre si e melhores que o ITES e a Busca aleatória. Além disso, é possível notar que com o incremento do número de usuários o CVX passa a se distanciar das demais técnicas em termos de informação mútua, em que para  $K = 4$  possui cerca de 0,1 bits por uso do canal a mais que a segunda melhor técnica, o traço. Já para  $K = 32$  tal diferença aumenta para 2 bits por uso do canal.



Tabela 8: Informação mútua sem correlação de antenas, sendo:  $\text{SNR} = 21\text{dB}$ ,  $N_T = 128$  e  $N_{ta} = 32$ .

$K$	Informação mútua						
	CVX	GA	OACS	CobAiNet	Traço	ITES	Busca aleatória
4	30,7167	30,3356	30,3269	30,3336	30,6283	28,3507	28,7939
8	59,3397	58,6643	58,6558	58,6529	58,9663	55,394	56,1593
16	113,1255	111,7792	111,7525	111,767	111,666	106,5612	107,5941
24	160,9413	159,2618	159,241	159,2751	158,2952	152,4378	153,4105
32	197,6435	195,7778	195,5463	195,6013	194,473	188,4104	189,1096

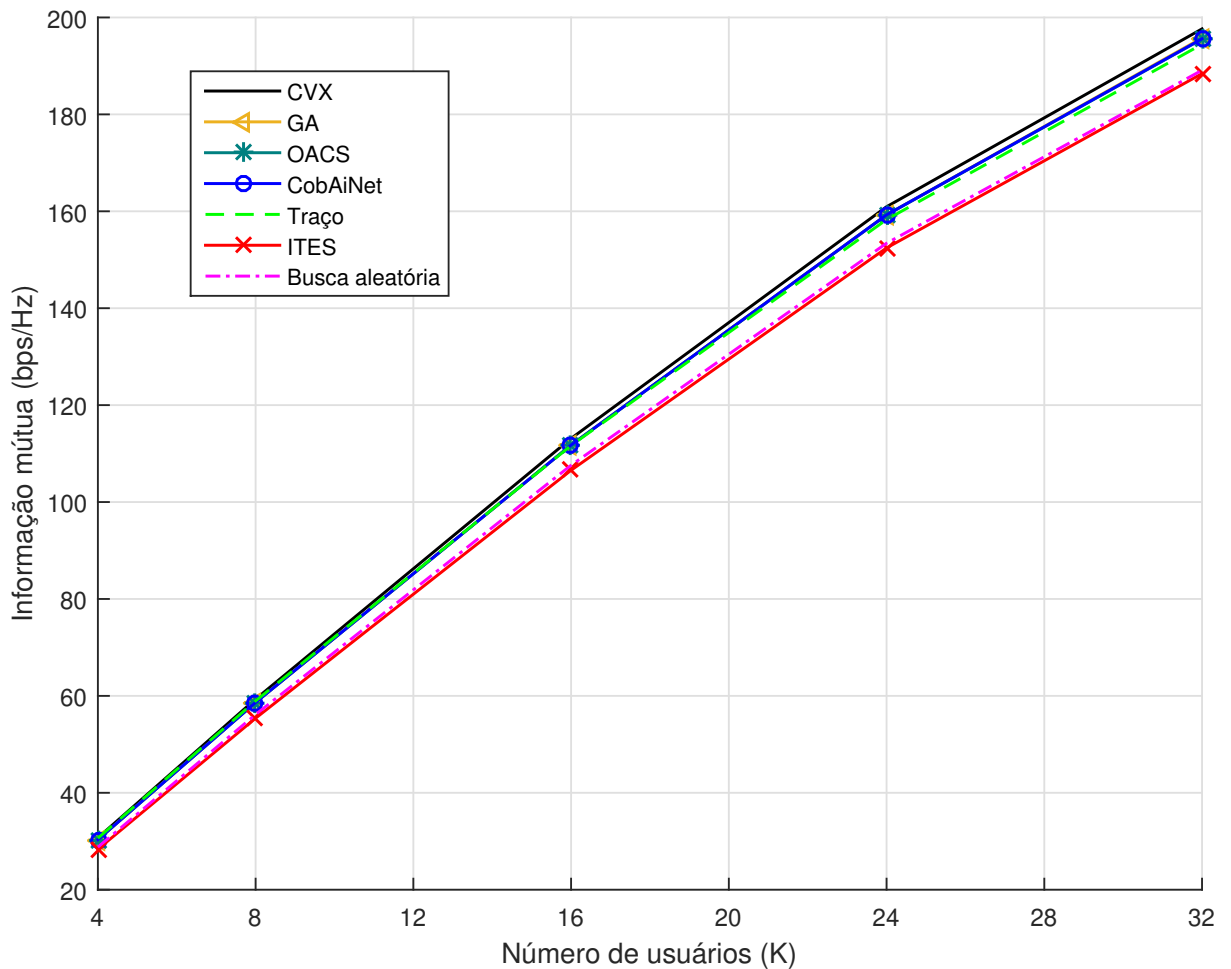


Figura 17: Informação mútua X número de usuários, sendo:  $\text{SNR} = 21\text{dB}$ ,  $N_T = 128$ ,  $N_{ta} = 32$ .

## 4.5 Conclusões

Neste capítulo, foi definido o modelo para seleção de antenas baseado na maximização da informação mútua. Foram apresentadas as técnicas para a seleção de antenas em que foi realizado uma análise de desempenho e complexidade. Conforme demonstrado, o CVX apresenta os melhores resultados para a seleção de antenas visando a maximização da informação mútua do canal. As meta-heurísticas apresentam um bom compromisso entre a maximização da informação mútua e o tempo de processamento, sendo que, dentre elas a técnica baseada pelo traço apresenta bom desempenho e baixo tempo de processamento. A baixa diferença entre os resultados é principalmente causada pelo efeito do *channel hendering* em que é esperado que essa diferença diminua ainda mais com o acréscimo do número de antenas transmissoras ativas. Neste caso, a partir de certo ponto não há benefícios da seleção de antenas para a maximização da informação mútua, sendo apenas benéfico para a separação de usuários com a redução da taxa de erro de bits.

## 5 SELEÇÃO DE ANTENAS BASEADA NA MINIMIZAÇÃO DA BER EM CENÁRIO MIMO OFDM

Neste capítulo, é avaliada a seleção de antenas para minimização da taxa de erro de bit considerando o caso MIMO-OFDM visto que os modelos apresentados até então consideram um canal com desvanecimento plano em frequência. É apresentado o modelo utilizado e o resultado das simulações para minimização da BER com seleção de antenas.

### 5.1 OFDM

O OFDM é uma técnica de multiplexação na frequência amplamente utilizada para atender à crescente demanda de taxa de dados. Isso se dá em virtude de sua maior eficiência espectral proporcionada por uma melhor utilização do espectro de frequência. Para canais que apresentem seletividade em frequência, o OFDM é interessante, em especial, por combater a interferência inter-simbólica (ISI - *intersymbol interference*, do inglês), considerando-os como  $M$  canais com desvanecimento plano em frequência. Além do OFDM, os trabalhos de (Stuber et al., 2004) e (Jiang; Hanzo, 2007) mencionam os ganhos proporcionados pela utilização do OFDM conjuntamente com o MIMO, proporcionando não só altas taxas, mas também robustez.

### 5.2 Modelo de sistema

Com o objetivo de combater ISI, é considerado, da mesma maneira que em (Cuadrado; Sampaio Neto, 2019), um sistema MIMO-OFDM, com apenas um único usuário, equipado com  $N_T$  antenas transmissoras e  $N_R$  antenas receptoras e com a adição de prefixo cíclico (CP - *cyclic prefix*, do inglês). Os símbolos transmitidos pertencem a uma constelação QPSK e  $M$  denota o número de subportadoras utilizadas no bloco OFDM. De forma resumida, em (Cuadrado; Sampaio Neto, 2019) é proposta uma representação

do sinal recebido em que foi realizada uma reindexação, de forma a descrevê-lo como uma combinação linear de  $M$  canais MIMO independentes. Assim (Cuadrado; Sampaio Neto, 2019)

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{r}_M \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

em que  $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_R M \times 1}$  é um vetor complexo de dimensão  $N_R M$ , e suas componentes são tais que

$$\mathbf{r}_m = \mathbf{H}_m \mathbf{x}_m + \mathbf{n}_m, \quad (5.2)$$

com  $m = 1, \dots, M$  e  $\mathbf{r}_m \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$  é um vetor complexo de dimensão  $N_R$ . O vetor  $\mathbf{x}_m$ , de dimensão  $N_T$ , contém o sinal a ser transmitido e  $\mathbf{H}_m$  é a matriz de resposta em frequência do canal, de dimensão  $N_R N_T$ , relacionada à  $m$ -ésima subportadora na forma

$$\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} \check{h}_m^{11} & \check{h}_m^{12} & \dots & \check{h}_m^{1N_T} \\ \check{h}_m^{21} & \check{h}_m^{22} & \dots & \check{h}_m^{2N_T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \check{h}_m^{N_R 1} & \check{h}_m^{N_R 2} & \dots & \check{h}_m^{N_R N_T} \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Os coeficientes da matriz  $\mathbf{H}_m$  são dados pela transformada discreta de Fourier (DFT, em inglês) da resposta impulsiva do canal  $\mathbf{h}_{ij}$ , supondo que esse possa ser modelado por um filtro de resposta ao impulso finita (FIR - *finite impulse response*, do inglês) com  $L$  coeficientes,  $\mathbf{h}_{ij} = [h_1^{ij}, h_2^{ij}, \dots, h_L^{ij}]^T$  com  $i = 1, \dots, N_R$  e  $j = 1, \dots, N_T$ , assim

$$\begin{bmatrix} \check{h}_1^{ij} \\ \check{h}_2^{ij} \\ \vdots \\ \check{h}_M^{ij} \end{bmatrix} = \sqrt{M} \mathbf{F} \mathbf{h}_{ij}, \quad (5.4)$$

em que  $[\mathbf{F}]_{k+1, n+1} = \left(1/\sqrt{M}\right) e^{j2\pi kn/M}$ , com  $k, n = 1, 2, \dots, M-1$ , é a matriz DFT normalizada de forma que  $\mathbf{F}^H \mathbf{F} = \mathbf{I}_M$ , além disso  $\mathbf{F}^H = \mathbf{F}^{-1}$  é a matriz IDFT da transformada inversa de Fourier.

Os coeficientes da resposta impulsiva do canal  $\mathbf{h}_{ij}$  são adotados como uma variável aleatória gaussiana com decaimento exponencial (Cuadrado; Sampaio Neto, 2019) em que  $h_l^{ij} = p(l) \alpha(l)_{ij}$  com  $p(l) = 10 \exp(-l/(L-1))$  e  $\sum_l p^2(l) = 1$ . Além disso,  $\alpha(l)_{ij}$  é uma variável aleatória gaussiana complexa independente de média nula e variância unitária.

Visto o modelo a ser utilizado, a próxima seção tratará sobre a seleção de antenas em um cenário com pré-codificação.

## 5.3 Seleção de antenas em cenário com pré-codificação ZF

Aqui é apresentado o cenário MIMO-OFDM com apenas um usuário, em que se utiliza uma pré-codificação ZF, de forma a melhorar o processo de detecção do sinal no receptor (Cuadrado; Sampaio Neto, 2019). A partir desse modelo, será derivado o processo de seleção de antenas, de modo a minimizar a taxa de erro de bits.

### 5.3.1 Pré-codificação ZF

Assim como realizado em (Cuadrado; Sampaio Neto, 2019), os dados passam pelo processo de pré-codificação antes de serem transmitidos. Dessa maneira tem-se que

$$\mathbf{x}_m = \mathbf{P}_m \mathbf{s}_m, \quad (5.5)$$

em que  $\mathbf{s}_m$  contém os símbolos a serem transmitidos e  $\mathbf{P}_m$  é a matriz de pré-codificação relacionada à  $m$ -ésima subportadora. Assim, pode-se reescrever a equação (5.2) na forma

$$\mathbf{r}_m = \mathbf{H}_m \mathbf{x}_m + \mathbf{n}_m \quad (5.6)$$

$$= \mathbf{H}_m \mathbf{P}_m \mathbf{s}_m + \mathbf{n}_m, \quad (5.7)$$

com  $m = 1, \dots, M$ .

Com relação à matriz de pré-codificação  $\mathbf{P}_m$ , obtém-se através da pseudo-inversa do canal  $\mathbf{H}_m$ , ou seja

$$\mathbf{P}_m = \mathbf{H}_m^H (\mathbf{H}_m \mathbf{H}_m^H)^{-1}. \quad (5.8)$$

Visto isso, deve-se ter em mente que ao aumentar o tamanho  $M$  do bloco OFDM aumenta-se a quantidade de inversões matriciais a serem realizadas para a pré-codificação com ZF. Portanto,  $M$  deve ser utilizado levando em consideração as limitações de tempo de processamento do *hardware* empregado.

### 5.3.2 Seleção de antenas

Aqui a seleção de antenas ocorre de maneira semelhante ao que foi realizado na Seção 3. O modelo de seleção se tratando de cenário OFDM será adotado de maneira semelhante ao que foi realizado em (Cuadrado; Sampaio Neto, 2019), em que o mesmo padrão de antenas é utilizado para todas as portadoras, e, portanto, o padrão selecionado precisa minimizar a BER de forma conjunta a elas. Esse tipo de seleção é chamado de *Bulk selection* (Zhang; Nabar, 2008). Outro tipo seria o *Per-tone selection*, entretanto esse não traz os benefícios de poder ter uma menor cadeia de RF (Zhang; Nabar, 2008), e um último seria um híbrido entre os dois tipos citados.

Visto isso, o padrão de antenas selecionado é aplicado a todos sub-canais  $\mathbf{H}_m$  em que, tal como em (3.11), a matriz  $\mathbf{U}_{(\Delta)}$  mantém as  $N_{ta}$  colunas de  $\mathbf{H}_m$  e remove as demais. Dessa maneira

$$\mathbf{H}_{(\Delta)m} = \mathbf{H}_m \mathbf{U}_{(\Delta)}, \quad (5.9)$$

e assim reescreve-se a equação (5.8) como

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{(\Delta)m} &= \mathbf{H}_{(\Delta)m}^H (\mathbf{H}_{(\Delta)m} \mathbf{H}_{(\Delta)m}^H)^{-1} \\ &= \mathbf{U}_{(\Delta)}^H \mathbf{H}_m^H (\mathbf{H}_m \Delta \mathbf{H}_m^H)^{-1} \end{aligned} \quad (5.10)$$

em que  $m = 1, \dots, M$  e  $\mathbf{U}_{(\Delta)} \mathbf{U}_{(\Delta)}^H = \Delta$ , que é a matriz diagonal de seleção definida em (3.10).

Definida a matriz de pré-codificação  $\mathbf{P}_{(\Delta)m}$  para o caso com seleção de antenas, os vetores  $\mathbf{r}_m$  passam a ser definidos por

$$\mathbf{r}_m = \mathbf{H}_{(\Delta)m} \mathbf{x}_{(\Delta)m} + \mathbf{n}_m \quad (5.11)$$

$$= \mathbf{H}_{(\Delta)m} \mathbf{P}_{(\Delta)m} \mathbf{s}_m + \mathbf{n}_m \quad (5.12)$$

$$= \mathbf{H}_m \mathbf{U}_{(\Delta)} \mathbf{U}_{(\Delta)}^H \mathbf{H}_m^H (\mathbf{H}_m \Delta \mathbf{H}_m^H)^{-1} \mathbf{s}_m + \mathbf{n}_m \quad (5.13)$$

$$= \mathbf{H}_m \Delta \mathbf{H}_m^H (\mathbf{H}_m \Delta \mathbf{H}_m^H)^{-1} \mathbf{s}_m + \mathbf{n}_m \quad (5.14)$$

$$= \mathbf{s}_m + \mathbf{n}_m, \quad (5.15)$$

em que  $m = 1, \dots, M$ . Portanto, o sinal recebido passa a ser os símbolos transmitidos na  $m$ -ésima subportadora, acrescidos de ruído.

A estratégia para o critério de seleção de antenas proposta em (Cuadrado; Sampaio Neto, 2019) consiste em minimizar o “ganho” induzido pelo ZF à potencia do sinal, de forma que, dada uma energia total  $E_{total}$  disponível para a transmissão, possa ser possível

maximizar a energia média de símbolo  $E_s$ , garantindo que a energia média  $E_T$  expendida por uso de canal seja constante. Em outras palavras, é possível calcular a energia total como

$$E_{total} = \sum_{m=1}^M \mathbb{E} \{ \|\mathbf{x}_m\|^2 \} \quad (5.16)$$

$$= \sum_{m=1}^M \text{Tr} \{ \mathbb{E} [\mathbf{x}_m \mathbf{x}_m^H] \} \quad (5.17)$$

$$= \sum_{m=1}^M \text{Tr} \{ \mathbb{E} [\mathbf{P}_m \mathbf{s}_m \mathbf{s}_m^H \mathbf{P}_m^H] \} \quad (5.18)$$

$$= \sum_{m=1}^M \text{Tr} \{ \mathbf{P}_m \mathbb{E} [\mathbf{s}_m \mathbf{s}_m^H] \mathbf{P}_m^H \} \quad (5.19)$$

$$= E_s \sum_{m=1}^M \text{Tr} \{ \mathbf{P}_m \mathbf{P}_m^H \}. \quad (5.20)$$

A energia média expendida por subportadora é tal que

$$E_T = \frac{E_{total}}{M} \quad (5.21)$$

$$= \frac{1}{M} E_s \sum_{m=1}^M \text{Tr} \{ \mathbf{P}_m \mathbf{P}_m^H \} \quad (5.22)$$

$$= E_s \gamma, \quad (5.23)$$

em que

$$\gamma = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \text{Tr} \{ \mathbf{P}_m \mathbf{P}_m^H \} \quad (5.24)$$

pode ser considerada como a média dos ganhos induzidos pela pré-codificação ZF.

Com a estratégia de minimizar  $\gamma$  no caso com seleção de antenas, reescreve-se (5.24) utilizando (5.10), assim

$$\gamma_{(\Delta)} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \text{Tr} \{ \mathbf{P}_{(\Delta)m} \mathbf{P}_{(\Delta)m}^H \} \quad (5.25)$$

$$= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \text{Tr} \left\{ \mathbf{U}_{(\Delta)}^H \mathbf{H}_m^H (\mathbf{H}_m \Delta \mathbf{H}_m^H)^{-1} (\mathbf{U}_{(\Delta)}^H \mathbf{H}_m^H (\mathbf{H}_m \Delta \mathbf{H}_m^H)^{-1})^H \right\} \quad (5.26)$$

$$= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \text{Tr} \{ (\mathbf{H}_m \Delta \mathbf{H}_m^H)^{-1} \}, \quad (5.27)$$

de tal modo que, o padrão de antenas selecionadas  $\Delta$  deve ser tal que minimize  $\gamma_{(\Delta)}$ .

Note-se que tal problema é análogo ao problema apresentado no Capítulo 3, e, portanto, as mesmas técnicas lá utilizadas também podem ser aplicadas neste problema.

## 5.4 Resultados

Nesta seção, são apresentados os resultados das simulações para o caso MIMO-OFDM com seleção de antenas. Diferentes técnicas são aplicadas em que elas são comparadas no quesito de minimização da taxa de erro de bit. Os resultados são expressos em termos da BER *versus* SNR, em que  $SNR = E_T/N_0$ . São transmitidos  $6 \times 10^7$  símbolos de uma constelação QPSK, distribuídos pelas subportadoras, em que após 40 usos do canal  $\mathbf{h}_{ij}$ , um novo é gerado. Considera-se que a resposta impulsiva do canal possui  $L=3$  coeficientes e que o tamanho do bloco OFDM é  $M = 8$ .

Para as simulações foi utilizado um processador Intel(R) Core(TM) i7-3610QM, com 2,30GHz de *clock* e 8GB de memória RAM.

Na Figura 18, é apresentado o resultado da simulação considerando um cenário sem correlação, mas com variação da carga, *i.e.*, ao se variar a quantidade de receptores em relação à quantidade de antenas transmissoras disponíveis. A carga é dada pela razão  $N_r/N_{ta}$  e a configuração é tal que  $N_T = 64$ ,  $N_{ta} = 32$  e  $N_r = \{8, 16, 24, 32\}$ .

O resultado do aumento da carga é semelhante ao apresentado na Figura 10, em que o sistema demanda maiores valores de SNR para manter um mesmo valor de BER, sendo que de  $N_r = 8$  para  $N_r = 16$  é necessário cerca de 5dB a mais de SNR. Novamente, pode-se observar sobre o comportamento do CVX que, com o incremento da carga, ele passa a perder eficiência em relação às demais técnicas. Para  $N_r = 8$  e  $N_r = 16$  o CVX apresenta melhores resultados em relação a todas técnicas. Entretanto, a partir de  $N_r = 24$ , o CVX deixa de ser o que tem o melhor desempenho. O CVX demanda cerca de 1dB a mais para um mesmo patamar de BER se comparado ao AG, CobAiNet e OACS. Para carga completa, com  $N_r = 32$  e  $N_{ta}/N_r = 1$ , o CVX não é capaz de realizar a seleção de antenas de forma satisfatória em que seu resultado é basicamente a de um padrão fixo ou apenas um padrão aleatório a cada realização de canal.

Ainda, a Tabela 9 apresenta o tempo de processamento médio despendido pelas técnicas, incluindo as inversões de canal. Nota-se que os tempos despendidos são superiores aos apresentados na Tabela 3, em uma ordem de 6 vezes comparando o caso com 50% de carga. Tal comportamento é esperado, visto o maior número de portadoras a se processar. O pacote CVX utilizado demonstra-se totalmente ineficiente para essa



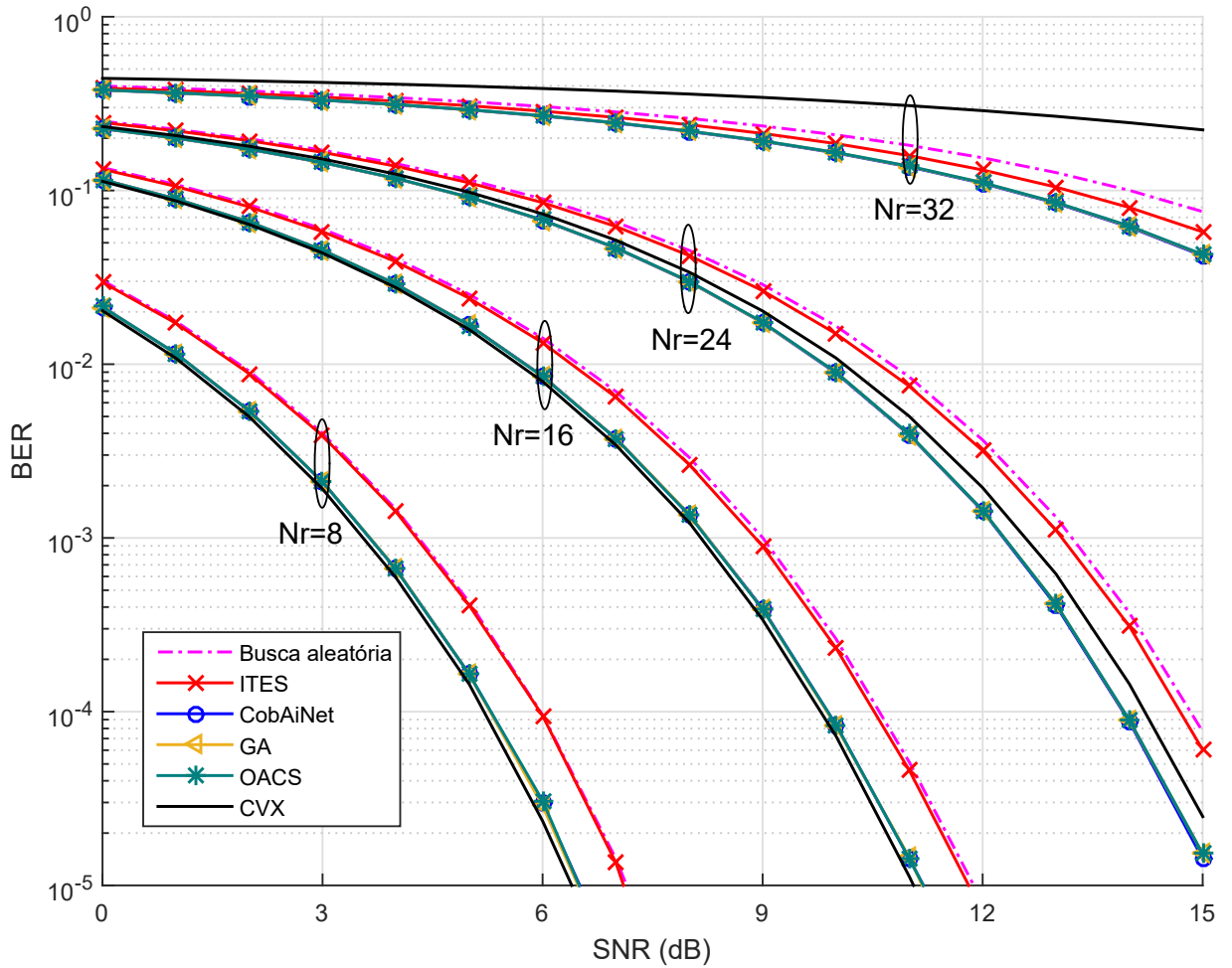


Figura 18: BER X SNR para  $N_T = 64$ ,  $N_{ta} = 32$  e  $N_r = \{8, 16, 24, 32\}$ .

aplicação, visto o alto tempo de processamento, chegando a 64 segundos no caso de carga completa.

Tabela 9: Tempo de execução média, em que:  $N_T = 64$  e  $N_{ta} = 32$ .

Técnica	Tempo[s]			
	$K = 8$	$K = 16$	$K = 24$	$K = 32$
Busca aleatória	0,3561	0,6914	1,0502	1,6273
ITES	0,3740	0,7010	1,0731	1,6188
OACS	0,3608	0,7123	1,0250	1,6043
AG	0,3822	0,7319	1,0634	1,6602
CobAiNet	0,4647	0,8350	1,1589	1,7530
CVX	2,2415	8,8435	24,8538	64,0388

## 5.5 Conclusões

Neste capítulo, foi definido o modelo para seleção de antenas baseado na minimização da taxa de erro de bits em cenário MIMO-OFDM. As técnicas propostas para a seleção foram apresentadas e foi realizada uma análise de desempenho e custo computacional.

Ficou evidenciado que as meta-heurísticas são boas estratégias para a seleção de antenas e que o pacote CVX empregado se mostra ineficiente para tal tarefa.

Em relação à taxa de erro de bits o resultado é semelhante ao MIMO com desvanecimento plano, entretanto demandando um maior tempo de processamento em virtude das portadoras adicionais.

## 6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Neste trabalho, foi apresentada a modificação do algoritmo CobAiNet proposto em (Coelho; de França; Von Zuben, 2011) e a proposição do OACS para o problema de seleção de antenas. Seus desempenhos foram avaliados levando em conta o aumento no espaço de busca total, dado por todas as combinações possíveis, e foi realizado um comparativo com o algoritmo ITES proposto em (Arronde; Sampaio Neto, 2018), com o CVX e com o AG proposto em (Makki et al., 2017). Ademais, foram analisados diferentes cenários e realizado refinamento dos parâmetros para o AG e CobAiNet. Os resultados apontam que as meta-heurísticas são boas opções para o caso de MIMO larga escala com seleção de antenas no caso da minimização da taxa de erro de bits.

Outro ponto importante é a análise do conjunto de soluções do problema de minimização. Tal conjunto apresenta a característica de possuir várias soluções sub-ótimas, mas que, ainda assim, são boas soluções para a minimização da taxa de erro. Neste caso, não é interessante, portanto, utilizar parâmetros que invistam em variabilidade para as meta-heurísticas. Ainda, foi provado que ao aumentar o número de avaliações, as técnicas tendem a exibir resultados semelhantes e que o espaço de busca pode ser rico em boas soluções. Então, em aplicações práticas, deve-se buscar um compromisso entre o número de avaliações e desempenho.

Conforme evidenciado, a maximização da informação mútua com o CVX apresenta os melhores resultados em cenários de baixa carga, entretanto, demandando maior tempo computacional. Em contrapartida, as meta-heurísticas apresentam bons resultados, bem próximos ao CVX, porém, despendendo um menor tempo de processamento. Sendo assim, as meta-heurísticas se mostram uma boa alternativa em cenários que o tempo de processamento seja determinante, ou em cenários com uma carga relativamente alta, em que podem inclusive superar o CVX.

Em contrapartida, o efeito do *channel hardening* faz com que o valor da informação mútua tenda a ser determinístico. No caso da maximização da informação mútua, a separação entre os usuários, ou seja, a minimização da interferência entre usuários, deve

ser realizada por código. Assim, a seleção de antenas e o canal se comportam como um sistema ponto-a-ponto. Já no caso da minimização da taxa de erro de bits tal separação fica a cargo da precodificação ZF. Neste caso, a solução ZF é totalmente dependente da escolha das antenas podendo variar em sua efetividade de acordo com tal.

Por fim, é demonstrado que um cenário MIMO-OFDM apresenta comportamento semelhante a um cenário com desvanecimento plano em frequência, em que o CVX apresenta melhores resultados com baixa carga. Porém, também tal como no caso de desvanecimento plano, seu desempenho é superado pelas meta-heurísticas com o aumento da carga.

O cenário de seleção de antenas foi explorado com objetivo de redução do custo energético do *hardware* e alívio da carga computacional em comparação a um sistema com busca exaustiva.

Para pesquisas futuras, é de interesse buscar, em conjunto com a seleção de antenas, o método mais eficiente de se realizar alocação de potência. Visto que para cada seleção de antenas tem-se um canal diferente e, conseqüentemente, uma alocação de potência distinta. Além disso, outra possibilidade seria a seleção dinâmica de antenas que, a depender de alguns critérios de eficiência espectral e eficiência energética, poderia variar o número de antenas utilizadas, selecionando poucas ou todas as antenas, conforme variação do canal e demanda de taxa de bits. Outro ponto seria a investigação de métodos de seleção em cenários com carga superior a 100% (*e.g.*, *non orthogonal multiple access* (NOMA)-MIMO), observando que a precodificação ZF não se aplica para tal cenário.

## REFERÊNCIAS

- APPLEGATE, D. L. et al. *The traveling salesman problem: a computational study*. [S.l.]: Princeton University Press, 2006.
- Arronde, D.; Sampaio Neto, R. Bit error rate minimizing antenna selection in zero-forcing precoded MU-MIMO systems. In: *XXXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais - SBrT2018*. [S.l.: s.n.], 2018.
- Asaad, S.; Rabiei, A. M.; Müller, R. R. Massive MIMO with antenna selection: Fundamental limits and applications. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 17, n. 12, p. 8502–8516, Dec 2018. ISSN 1536-1276.
- BIGLIERI, E. et al. *MIMO wireless communications*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007.
- BJÖRNSON, E.; HOYDIS, J.; SANGUINETTI, L. Massive MIMO networks: Spectral, energy, and hardware efficiency. *Foundations and Trends® in Signal Processing*, v. 11, n. 3-4, p. 154–655, 2017. ISSN 1932-8346. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1561/20000000093>.
- BOYD, S.; VANDENBERGHE, L. *Convex optimization*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2004.
- CAI, J.; ZHONG, R.; LI, Y. Antenna selection for multiple-input multiple-output systems based on deep convolutional neural networks. *PLOS ONE*, Public Library of Science, v. 14, n. 5, p. 1–16, 05 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0215672>.
- COELHO, G. *Redes Imunológicas Artificiais para Otimização em Espaços Contínuos: Uma Proposta Baseada em Concentração de Anticorpos*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, 04 2011.
- Coelho, G. P.; de França, F. O.; Von Zuben, F. J. A concentration-based artificial immune network for combinatorial optimization. In: *2011 IEEE Congress of Evolutionary Computation (CEC)*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1242–1249. ISSN 1941-0026.
- COVER, T. M.; THOMAS, J. A. *Elements of Information Theory 2nd Edition (Wiley Series in Telecommunications and Signal Processing)*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2006. Hardcover. ISBN 0471241954.
- Cuadrado, J. C. D. N.; Sampaio Neto, R. Antenna selection in MIMO-OFDM systems. In: *XXXVII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais - SBrT2019*. [S.l.: s.n.], 2019.
- DEHOS, C. et al. Millimeter-wave access and backhauling: the solution to the exponential data traffic increase in 5G mobile communications systems? *IEEE Communications Magazine*, v. 52, n. 9, p. 88–95, September 2014. ISSN 0163-6804.

Dua, A.; Medepalli, K.; Paulraj, A. J. Receive antenna selection in MIMO systems using convex optimization. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 5, n. 9, p. 2353–2357, Sep. 2006. ISSN 1536-1276.

ERICSSON. *Mobile data traffic growth outlook*. 2018. ([www.ericsson.com/en/mobility-report/reports/november-2018/mobile-data-traffic-growth-outlook](http://www.ericsson.com/en/mobility-report/reports/november-2018/mobile-data-traffic-growth-outlook)), Visto por último em 20/08/2019.

Gao, H. et al. Antenna selection and power allocation design for 5G massive MIMO uplink networks. *China Communications*, v. 16, n. 4, p. 1–15, April 2019. ISSN 1673-5447.

Gao, X. et al. Massive MIMO in real propagation environments: Do all antennas contribute equally? *IEEE Transactions on Communications*, v. 63, n. 11, p. 3917–3928, Nov 2015. ISSN 0090-6778.

Gao, Y.; Vinck, H.; Kaiser, T. Massive MIMO antenna selection: Switching architectures, capacity bounds, and optimal antenna selection algorithms. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 66, n. 5, p. 1346–1360, March 2018. ISSN 1053-587X.

GRANT, M.; BOYD, S. Graph implementations for nonsmooth convex programs. In: BLONDEL, V.; BOYD, S.; KIMURA, H. (Ed.). *Recent Advances in Learning and Control*. [S.l.]: Springer-Verlag Limited, 2008, (Lecture Notes in Control and Information Sciences). p. 95–110. ([http://stanford.edu/~boyd/graph\\_dcp.html](http://stanford.edu/~boyd/graph_dcp.html)).

GRANT, M.; BOYD, S. *CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, version 2.1*. 2019. (<http://cvxr.com/cvx>).

HA, D.; LEE, K.; KANG, J. Energy efficiency analysis with circuit power consumption in massive MIMO systems. In: *2013 IEEE 24th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC)*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 938–942. ISSN 2166-9570.

HAMPTON, J. R. *Introduction to MIMO Communications*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013.

Hanif, M. et al. Antenna subset selection for massive MIMO systems: A trace-based sequential approach for sum rate maximization. *Journal of Communications and Networks*, v. 20, n. 2, p. 144–155, April 2018. ISSN 1229-2370.

Heath, R. W. et al. An overview of signal processing techniques for millimeter wave MIMO systems. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, v. 10, n. 3, p. 436–453, April 2016. ISSN 1932-4553.

Heath, R. W.; Sandhu, S.; Paulraj, A. Antenna selection for spatial multiplexing systems with linear receivers. *IEEE Communications Letters*, v. 5, n. 4, p. 142–144, April 2001. ISSN 1089-7798.

Jiang, M.; Hanzo, L. Multiuser MIMO-OFDM for next-generation wireless systems. *Proceedings of the IEEE*, v. 95, n. 7, p. 1430–1469, 2007.

- Jindal, N. et al. Sum power iterative water-filling for multi-antenna gaussian broadcast channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 51, n. 4, p. 1570–1580, April 2005. ISSN 1557-9654.
- Kermoal, J. P. et al. Experimental investigation of correlation properties of MIMO radio channels for indoor picocell scenarios. In: *Vehicular Technology Conference Fall 2000. IEEE VTS Fall VTC2000. 52nd Vehicular Technology Conference (Cat. No.00CH37152)*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 1, p. 14–21 vol.1.
- Konar, A.; Sidiropoulos, N. D. A simple and effective approach for transmit antenna selection in multiuser massive MIMO leveraging submodularity. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 66, n. 18, p. 4869–4883, Sep. 2018. ISSN 1053-587X.
- Larsson, E. G. et al. Massive MIMO for next generation wireless systems. *IEEE Communications Magazine*, v. 52, n. 2, p. 186–195, February 2014. ISSN 0163-6804.
- LI, S.; XU, L. D.; ZHAO, S. 5g internet of things: A survey. *Journal of Industrial Information Integration*, v. 10, p. 1 – 9, 2018. ISSN 2452-414X. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2452414X18300037>.
- Li, X.; Li, G. Transmit antenna selection in a massive MIMO system using convex optimization. In: *2018 International Conference on Intelligent Transportation, Big Data Smart City (ICITBS)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 776–778.
- Lu, D.; So, D. K. C. Performance based receive antenna selection for V-BLAST systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 8, n. 1, p. 214–225, Jan 2009. ISSN 1536-1276.
- Makki, B. et al. A genetic algorithm-based antenna selection approach for large-but-finite MIMO networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 66, n. 7, p. 6591–6595, July 2017. ISSN 0018-9545.
- Palattella, M. R. et al. Internet of Things in the 5G era: Enablers, architecture, and business models. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 34, n. 3, p. 510–527, March 2016. ISSN 0733-8716.
- Prasad, K. N. R. S. V.; Hossain, E.; Bhargava, V. K. Energy efficiency in massive MIMO-based 5G networks: Opportunities and challenges. *IEEE Wireless Communications*, v. 24, n. 3, p. 86–94, June 2017. ISSN 1536-1284.
- Sanayei, S.; Nosratinia, A. Antenna selection in MIMO systems. *IEEE Communications Magazine*, v. 42, n. 10, p. 68–73, Oct 2004. ISSN 0163-6804.
- Siljak, H.; Macaluso, I.; Marchetti, N. Distributing complexity: A new approach to antenna selection for distributed massive MIMO. *IEEE Wireless Communications Letters*, v. 7, n. 6, p. 902–905, Dec 2018. ISSN 2162-2337.
- SINDHWANI, N.; SINGH, M. Transmit antenna subset selection in MIMO OFDM system using adaptive mutation genetic algorithm. *CoRR*, abs/1410.6795, 2014. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1410.6795>.
- Stuber, G. L. et al. Broadband MIMO-OFDM wireless communications. *Proceedings of the IEEE*, v. 92, n. 2, p. 271–294, 2004.

Tang, H.; Nie, Z. RMV antenna selection algorithm for massive MIMO. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 25, n. 2, p. 239–242, Feb 2018. ISSN 1070-9908.

TELATAR, E. Capacity of multi-antenna gaussian channels. *European transactions on telecommunications*, Wiley Online Library, v. 10, n. 6, p. 585–595, 1999.

Wiesel, A.; Eldar, Y. C.; Shamai, S. Zero-forcing precoding and generalized inverses. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 56, n. 9, p. 4409–4418, Sep. 2008. ISSN 1053-587X.

WOLPERT, D. H.; MACREADY, W. G. No free lunch theorems for optimization. *Trans. Evol. Comp*, IEEE Press, Piscataway, NJ, USA, v. 1, n. 1, p. 67–82, abr. 1997. ISSN 1089-778X. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/4235.585893>.

ZELST, A.; HAMMERSCHMIDT, J. A single coefficient spatial correlation model for multiple-input multiple-output (MIMO) radio channels. *Proc. Proc. URSI XXVIIth General Assembly*, 01 2002.

Zhai, X. et al. Joint transmit precoding and receive antenna selection for uplink multiuser massive MIMO systems. *IEEE Transactions on Communications*, v. 66, n. 11, p. 5249–5260, Nov 2018. ISSN 0090-6778.

Zhang, H.; Nabar, R. U. Transmit antenna selection in MIMO-OFDM systems: Bulk versus per-tone selection. In: *2008 IEEE International Conference on Communications*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 4371–4375.