

**Flávio Almeida de Magalhães Cipparrone**

**Engenheiro Eletricista pela Escola Politécnica da USP - 1989**

**Mestre em Engenharia Mecânica pela Escola Politécnica da USP - 1991**

**OTIMIZAÇÃO DO CONTROLE OPERACIONAL DE  
SISTEMAS HIDRÁULICOS COMPLEXOS**

**Tese apresentada ao Departamento  
de Engenharia Eletrônica da Escola  
Politécnica da USP para obtenção do  
Título de Doutor em Engenharia**

**Orientador: Prof. Dr. José Jaime da Cruz**

**1995**

## Agradecimentos

Gostaria de externar os meus mais sinceros agradecimentos às seguintes pessoas:

Ao Prof. Dr. José Jaime da Cruz, orientador deste trabalho, pela paciência, dedicação, incentivo, por muitas idéias e por ter dado total apoio ao desenvolvimento deste projeto.

Ao Eng. Paulo Ferreira, da Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP) e presidente da Associação Brasileira de Engenharia Sanitária e Ambiental (ABES) pelo grande incentivo à realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Normonds Alens pelos interessantes conselhos.

Ao Prof. Dr. Kamel Zahed Filho, da SABESP, pelas sugestões e por ter nos ajudado na obtenção de vários dados da Alça Leste do Sistema Adutor Metropolitano.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) por ter fornecido os meios indispensáveis à realização deste trabalho.

Aos meus vários colegas e amigos por terem proporcionado o clima adequado (ou inadequado) à realização desta pesquisa.

**DEDALUS - Acervo - EPEL**



31500013498

## Resumo

Neste trabalho, apresentamos um método de modelagem matemática de sistemas hidráulicos genéricos, compostos de reservatórios, tubulações, válvulas e bombas, que possa ser eficientemente utilizado para simulação e implementação de esquemas de controle. Em seguida, apresentamos técnicas de otimização aplicadas ao controle operacional do sistema. Devido à inerente complexidade do problema abordado, discutimos quais métodos são apropriados à resolução deste. Como resultado, elaboramos também um programa eficiente para a simulação do sistema e um planejador de decisões que poderá ser utilizado por um operador ou integrado 'on line' ao sistema supervisor do controle operacional.

## Abstract

In this work, a hydraulic system modeling method is developed. The system can accommodate reservoirs, pipes, valves and pumps and can be efficiently used for the simulation and implementation of control schemes. After that, we discuss optimization techniques that can be applied to the operational control of the system. Due to the inherent complexity of the problem, we discuss which methods are more suitable to the case. Then, we develop an efficient software for simulation and a decision planning module that can either be used by a human operator or integrated on line to the supervisor module of the operational controller of the system.

# ÍNDICE ANALÍTICO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>6</b>
1.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA .....	6
1.2 JUSTIFICATIVA.....	8
1.2.1 <i>Vantagens do Sistema Automático Otimizado</i> .....	11
1.2.2 <i>Aplicações</i> .....	12
1.3 OBJETIVOS .....	13
1.4 FORMA DE ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	14
1.5 CONTRIBUIÇÕES .....	15
1.6 METODOLOGIA.....	16
1.7 ORGANIZAÇÃO .....	17
<b>2. O MÓDULO SIMULADOR.....</b>	<b>18</b>
2.1 MÉTODOS DE SIMULAÇÃO.....	18
2.1.1 <i>Métodos baseados no cálculo de transitórios</i> .....	18
2.1.2 <i>Métodos baseados no modelo da coluna rígida</i> .....	20
2.1.3 <i>Métodos baseados no regime estacionário</i> .....	21
2.1.4 <i>Método LTM</i> .....	24
2.2 MODELAGEM DOS BIPOLOS HIDRÁULICOS .....	26
2.2.1 <i>Tubo modelado por Hazen-Williams</i> .....	27
2.2.2 <i>Tubo modelado por Colebrook-White</i> .....	27
2.2.3 <i>Bomba com curva parabólica</i> .....	28
2.2.4 <i>Válvula de controle</i> .....	29
2.3 MODELAGEM DOS ELEMENTOS GLOBAIS .....	30
2.3.1 <i>Nó da rede</i> .....	30
2.3.2 <i>Tramo da rede</i> .....	31
2.3.3 <i>Reservatório prismático</i> .....	33
2.4 DESCRIÇÃO DETALHADA DO LTM.....	33
2.4.1 <i>Exemplo Ilustrativo</i> .....	33
2.4.2 <i>Considerações Iniciais</i> .....	38
2.4.3 <i>Análise Comparativa de Eficiência</i> .....	42
2.4.4 <i>Algoritmo de Propagação das Perdas de Carga</i> .....	44
2.4.5 <i>Técnicas de Matrizes Esparsas</i> .....	47
2.5 DESCRIÇÃO DO SIMULADOR DINÂMICO .....	48
2.5.1 <i>Os Algoritmos de Runge-Kutta</i> .....	48
2.5.2 <i>O Passo Adaptativo</i> .....	51
<b>3. O MÓDULO OTIMIZADOR.....</b>	<b>53</b>
3.1 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO .....	53
3.1.1 <i>Aspectos Básicos</i> .....	53
3.1.2 <i>Métodos Clássicos de Otimização</i> .....	54
3.1.3 <i>Método Simulated Annealing</i> .....	56
3.1.4 <i>Dificuldades de Utilização Imediata</i> .....	58
3.2 ESCOLHA DO ÍNDICE A OTIMIZAR.....	61
3.2.1 <i>Considerações Iniciais</i> .....	61
3.2.2 <i>O Índice Escolhido</i> .....	63
3.2.3 <i>Política de Operação das Bombas</i> .....	65
3.3 DESCRIÇÃO DO MÉTODO DE POWELL.....	68
3.4 DESCRIÇÃO DO MÉTODO DO POLIEDRO FLEXÍVEL COM SIMULATED ANNEALING .....	73
<b>4. RESULTADOS .....</b>	<b>75</b>

4.1 EXEMPLO DE CÁLCULO DE REGIME PERMANENTE .....	75
4.2 EXEMPLO DE SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE MALHA HIDRÁULICA.....	79
4.2.1 Resultados .....	82
4.2.2 Conclusões obtidas da simulação: .....	85
5. CONCLUSÕES.....	91
6. APÊNDICE - MENUS DO PROGRAMA .....	95

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 .....	35
TABELA 2 .....	43
TABELA 3 .....	75
TABELA 4 .....	77
TABELA 5 .....	77
TABELA 6 .....	80
TABELA 7 .....	86

## LISTA DE FIGURAS

EXEMPLO DE REDE.....	34
REDE EXEMPLO - REGIME PERMANENTE.....	76
ESQUEMA DO SAM - ALÇA LESTE.....	78
VAZÕES DEMANDADAS - ALÇA LESTE.....	81
NÍVEIS ÓTIMOS - ALÇA LESTE .....	82
POSIÇÕES ÓTIMAS DOS ATUADORES - ALÇA LESTE.....	84
NÍVEIS ÓTIMOS (COM BOMBA) - ALÇA LESTE.....	87
POSIÇÕES ÓTIMAS DOS ATUADORES (COM BOMBA) - ALÇA LESTE.....	88

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 Apresentação do Problema

Um sistema automático de controle hidráulico pode ser definido como um conjunto de sensores de nível, vazão e pressão e atuadores de bombas e válvulas, comandados por computador, com a finalidade de assegurar um abastecimento confiável, de baixo custo e com perdas mínimas de água.

Neste projeto, desenvolvemos o software de controle para a operação do sistema utilizando técnicas da programação matemática com vistas à obtenção da melhor política de operação. Devido ao elevado número de variáveis em jogo, seremos obrigados a utilizar os métodos de otimização de uma forma criteriosa, estimando a ordem de grandeza dos tempos de convergência dos vários procedimentos do programa para garantir a viabilidade de implementação do esquema proposto em situações reais.

Basicamente, podemos descrever o problema da seguinte maneira:

1. Conhecem-se a topologia e geometria da rede, as rugosidades dos tubos, as características de todas as válvulas e bombas e os parâmetros dos reservatórios. Também é fornecido, para cada reservatório, o nível inicial e a vazão demandada prevista, em função do tempo.

2. A partir dos dados anteriores e do equacionamento da rede, que consiste essencialmente na aplicação das equações de continuidade e balanço de energia, pode-se efetuar uma simulação dinâmica, que fornecerá, em função do tempo, todos os níveis de reservatório, vazões nos tubos e pressões nos nós.
3. Por sua vez, por meio do otimizador procuram-se, a cada instante, as melhores posições das válvulas e os melhores estados de bombas (ligada ou desligada) de acordo com um índice de mérito pré-especificado que será otimizado em relação a estas variáveis. São também considerados no processo, fatores tais como o número de manobras realizadas. Utiliza-se então, como referência de controle, a política ótima, que deverá, na prática, ser recalculada periodicamente, a partir das informações advindas dos sensores de nível dos reservatórios, de modo a corrigir eventuais imperfeições do modelo do sistema.

Um dos principais objetivos do controle operacional é manter o nível d'água de cada reservatório entre seu limite mínimo e seu limite máximo, tolerando-se apenas pequenos desvios. Isto porque se for ultrapassado o limite máximo teremos o extravasamento do reservatório e se o nível d'água cair abaixo do limite mínimo, começaremos a ter problemas operacionais tais como a formação de vórtices com consequente entrada de ar na tubulação, o que perturba o escoamento e pode até gerar uma parada temporária no processo de abastecimento de uma região.

## **1.2 Justificativa**

Os sistemas de distribuição de água atualmente utilizados estão sendo progressivamente ampliados e submetidos a aumento de demanda. Em particular, o abastecimento de água das grandes metrópoles vem se constituindo em um problema cada vez mais crítico.

Com o crescimento populacional e da área a abastecer, a complexidade do sistema (número de reservatórios, número de adutoras, número de válvulas e bombas, quantidade de tubulações, etc.) vai tornando cada vez mais difícil o controle operacional.

Às vezes, a água pode faltar em alguns lugares enquanto há disponibilidade em outros. Também pode haver extravasamentos e/ou esvaziamentos de alguns reservatórios, resultando em notável desperdício ou em falta de água.

Estes problemas, muitas vezes imputados à falta de capacidade do sistema, em verdade podem provir de um esquema de controle deficiente, que pode ser sensivelmente melhorado pelo aumento do seu grau de automação e pelo emprego de sistemas de gerenciamento otimizados.

Além do mais, os problemas advindos da dificuldade crescente na disponibilidade de novos recursos hídricos, cada vez mais distantes e onerosos, tornam importantíssimas as medidas para o controle de perdas d'água.



Normalmente, na falta de um sistema de controle automático, um desempenho razoável é obtido graças às habilidades pessoais dos operadores que, com algum êxito, adaptam esquemas operacionais previamente estabelecidos a condições de demanda em constante alteração.

A partir de um certo grau de complexidade, quando o número de estações de tratamento, adutoras e reservatórios já é grande, a tarefa do operador se torna muito mais difícil. Nestas condições, pode mesmo haver controvérsia entre os operadores encarregados do controle do sistema, refletindo-se este fato em ações diferenciadas conforme o operador.

Uma decisão ainda que aparentemente correta num dado momento, por não contemplar de forma global as disponibilidades e demandas de cada um dos centros de distribuição do sistema ao longo do dia, pode mostrar-se inadequada pela posterior dificuldade em se recuperar o nível dos reservatórios de algumas das regiões a abastecer.

Esta situação ocorre quando um reservatório, que não foi adequadamente abastecido e, portanto não dispõe de um volume de água suficiente, é solicitado por uma demanda muito intensa e não exista capacidade de adução de forma a impedir que o nível d'água caia abaixo do limite mínimo do reservatório, provocando a inexorável paralização do abastecimento.

Nessa situação, é ressaltada a importância de serem automatizadas, cada vez mais, as operações rotineiras dos sistemas de distribuição de água, preferencialmente com a

otimização do processo. Isto aumentará consideravelmente a confiabilidade do processo de abastecimento.

Além do mais, instalações de custo elevadíssimo devem ser implantadas e operadas visando máxima eficiência. Uma otimização em larga escala pode retardar ou mesmo tornar desnecessárias algumas obras de ampliação, gerando grandes benefícios econômicos, ecológicos e de qualidade da água.

Finalmente, quanto à escassez de ferramentas neste assunto (não há nenhum sistema decisor automático, semelhante ao proposto, implantado no Brasil bem como em vários outros países), transcrevemos os seguintes aspectos colocados por Zahed [ZAH 90]:

“Das pesquisas e aplicações apresentadas, conclui-se que a otimização de redes de adução, tanto a nível de dimensionamento como de operação ainda não se constituem uma ferramenta acessível para o trabalho diário do engenheiro. A não linearidade das equações físicas envolvidas, a dificuldade na obtenção de curvas reais de custo e a dimensão e complexidade dos sistemas tem sido empecilhos para a obtenção de um modelo eficaz que faça prescindir o julgamento e a experiência pessoal do decisor.

O próprio critério de ótimo é um termo bastante controvertido, uma vez que os custos operacionais são apenas um dos aspectos a serem considerados. Pelo grande número de pesquisadores envolvidos nesta área, é de se esperar que em breve se atinja um desenvolvimento maior e se estabeleça algum método mais eficaz.”

### 1.2.1 Vantagens do Sistema Automático Otimizado

- Confiabilidade do abastecimento - Escolhendo-se um índice adequado, o sistema de controle procura determinar sempre o ponto ótimo de operação aumentando a confiabilidade do processo de abastecimento.
- Regularização das vazões das ETAs (Estações de Tratamento de Água) - Torna-se possível a operação da ETA de uma forma planejada e com vazões de água tratada variando em uma escala muito menor quando comparado ao sistema manual, gerando grandes benefícios no tocante ao controle dos processos físico-químicos de tratamento.
- Determinação de pontos críticos - Com o simulador/otimizador pode-se detectar alguns tipos (interdependentes) de problemas (pontos críticos) do sistema como:
  - insuficiência no armazenamento - capacidade dos reservatórios insuficiente;
  - falta de capacidade de transporte - perda de carga das adutoras muito elevada;
  - problemas com os atuadores - problemas com bombas (NPSH, carga de shut-off) e com válvulas (perda de carga, cavitação).
- Racionalização do planejamento de obras - Um dos maiores benefícios da utilização do controle operacional otimizado advém da indicação mais consistente das obras de melhorias e ampliações necessárias. Tal fato se torna possível pela capacidade de detecção de pontos críticos do sistema. Sem a utilização do simulador/otimizador

que indica, a cada instante, as manobras mais adequadas para a máxima utilização da reservação e adução disponíveis, as deficiências de abastecimento são normalmente associadas a problemas físicos do sistema, que são em geral resolvidos com a construção de novos reservatórios e/ou adutoras, exigindo pesados investimentos e muitas vezes não proporcionando melhorias compatíveis com seus custos.

### 1.2.2 Aplicações

O trabalho aqui desenvolvido pode ser aplicado a:

- Treinamento de operadores - Por meio do simulador, podem visualizar o efeito de cada manobra que realizem, possibilitando efetuarem um treinamento prévio "off-line".
- Operação otimizada semi-automática - Através dos valores de nível dos reservatórios, obtidos dos respectivos sensores, o otimizador fornece as manobras ótimas, que serão então efetuadas pelos operadores sobre o sistema real.
- Operação otimizada totalmente automatizada - Implica a interligação de sensores e atuadores ao controlador, por meio de interfaces adequadas, passando assim a tarefa de decisão das mãos do operador para o sistema computadorizado. Neste caso, o operador assume uma posição de supervisor do sistema, mas não de decisor ou de elo na atuação.
- Planejamento de operações - Consiste em utilizar os resultados obtidos da simulação/otimização para delinear estratégias a serem utilizadas pelos operadores,

detectando por exemplo, quais os pontos críticos do sistema e quais os procedimentos a serem aplicados no caso.

- Projeto de novos sistemas - Utilizando-se o cálculo de regimes permanentes e a simulação dinâmica, o projetista pode obter sistemas mais bem dimensionados, a nível de reservatórios e adutoras, evitando-se o uso de regras empíricas nesta tarefa e prevendo inclusive as necessárias expansões. Neste sentido, poderemos em trabalho posterior, integrar o simulador com um otimizador de projetos.

### **1.3 Objetivos**

O presente trabalho pretende desenvolver principalmente os seguintes aspectos:

- Modelagem matemática dos sistemas hidráulicos visando obtenção de equacionamento eficiente e realista da rede hidráulica com vistas ao planejamento operacional.
- Aplicação de técnicas eficientes de programação matemática ao problema da operação da rede hidráulica.
- Definição de um índice de desempenho adequado que reflita os vários aspectos a otimizar no que tange à operação do sistema.
- Obtenção de estratégias de comando que possam ser facilmente automatizadas.

- Fornecer subsídios visando a implementação destas estratégias em tempo real, mediante o emprego de medidores adequados de nível, pressão e vazão, associados a telecontrole, localizados nos terminais dos reservatórios e em alguns pontos importantes do sistema.

#### **1.4 Forma de Análise dos Resultados**

Para comprovar os resultados obtidos, utilizaremos basicamente técnicas de simulação em computador e comparação com históricos de medição de sistemas reais e resultados de artigos.

Os dados necessários para as simulações foram obtidos a partir de medições diretas efetuadas em um sistema conhecido, sendo os parâmetros do modelo matemático (rugosidade dos tubos, parâmetros das bombas) ajustados previamente. Existem alguns artigos [WAL 83], [WAL 86], [ORM 86], [BHA1 88] que endereçam o problema de ajuste global dos parâmetros da rede, problema este conhecido por **Calibração de Redes**.

A partir do modelo identificado, simularemos as condições de demanda e compararemos os desempenhos de uma estratégia de controle manual, feita de forma intuitiva, com o da estratégia ótima. Verificaremos, principalmente, se ocorrem extravasamentos e esvaziamentos de reservatórios, bem como as vantagens obtidas em termos dos volumes (ou dos níveis) d'água nos reservatórios, alcançados a partir da operação automática otimizada.

## 1.5 Contribuições

Entre as contribuições originais do presente trabalho podemos citar:

- adequação de algoritmo direto de resolução de sistemas lineares esparsos a problemas iterativos com a estrutura da matriz fixa. Com isto, consegue-se acelerar bastante a velocidade do referido algoritmo.
- formulação de algoritmo eficiente para determinar as pressões (cargas piezométricas)  $h$  a partir dos  $\Delta h$  fornecidos pelo módulo de sistema linear. A técnica consiste em criar-se uma tabela auxiliar pré-processando a estrutura do grafo da rede. Esta é usada diretamente, simplificando e acelerando muito o código de atualização dos  $h$  para cada cálculo do regime estacionário.
- formulação de método de simulação dinâmica, baseado na integração de sucessivos regimes quase-estacionários. Posteriormente, encontramos esta mesma idéia em artigo de Cohen [COH 93], o que apesar de prejudicar a originalidade, corroborou o acerto do procedimento.
- estudo e especificação de índice de mérito a ser otimizado. Esta é uma tarefa árdua, posto que certas categorias de índice acarretam explosão combinatória e índices não baseados na simulação temporal do sistema dinâmico devem refletir, pelo menos de forma indireta, a previsão de demanda.
- a integração dos diversos algoritmos e o modo de solucionar o problema de otimização.

- um procedimento para resolver o problema de otimização, em que parte das variáveis são reais e parte digitais (0/1), através de algoritmos tradicionais, aplicáveis apenas ao caso de variáveis reais.

## **1.6 Metodologia**

Para alcançarmos os objetivos acima citados, dividimos este trabalho em dois grandes blocos razoavelmente independentes (mas interligados) a saber:

- Módulo simulador
- Módulo otimizador

O módulo simulador deverá ser utilizado em duas tarefas principais:

- No processo de otimização visando ao estabelecimento da política ótima, prestando-se ao cálculo do índice de desempenho do sistema.
- Na simulação do sistema, conhecendo-se a política de operação previamente. Nesta tarefa, o simulador estará basicamente funcionando como um espelho do sistema, ou seja, estará substituindo o sistema físico real.

O módulo otimizador realiza a busca da configuração de bombas e válvulas que acarreta o melhor desempenho, em termos de um índice de mérito previamente especificado.



## **1.7 Organização**

No capítulo 2, descrevemos o simulador dinâmico, citando os métodos tradicionalmente utilizados nesta tarefa e detalhando a modelagem dos elementos hidráulicos e o método por nós utilizado. No capítulo 3, descrevemos o otimizador, citando os métodos tradicionais de otimização e detalhando o índice de mérito por nós utilizado. Descrevemos também dois métodos de otimização que utilizamos no trabalho e explicamos porque escolhemos estes métodos. No capítulo 4, descrevemos o "software", que implementamos, especificando suas funções e seus parâmetros de controle. No capítulo 5, exemplificamos os resultados obtidos para um caso de cálculo de regime permanente e para o caso da otimização do controle operacional da Alça Leste do Sistema Adutor Metropolitano de São Paulo. Finalmente, no capítulo 6, expomos as conclusões obtidas da realização deste trabalho.

## **2. O MÓDULO SIMULADOR**

### ***2.1 Métodos de Simulação***

Os métodos disponíveis para simulação dinâmica de sistemas de escoamento em condutos forçados enquadram-se basicamente em três categorias, cada uma das quais tem por sua vez várias ramificações.

Descreveremos detalhadamente apenas a terceira categoria, visto que esta foi a utilizada no trabalho. Quanto às duas primeiras, limitar-nos-emos a fornecer um panorama geral, remetendo o leitor à bibliografia pertinente.

Note-se também que existem artigos [KUC 88], [WUR 93] que fornecem um panorama geral do problema da simulação de redes hidráulicas.

#### **2.1.1 Métodos baseados no cálculo de transitórios**

(WHM - WATER HAMMER MODELS)

Gera equações diferenciais parciais que são usualmente resolvidas pelo método das características. A solução obtida consegue nos mostrar com detalhes as formas de onda dos transitórios, no ponto onde queremos observá-la (definido pela abscissa no caso dos tubos).

O método das características executa, para cada tubo, a varredura de uma malha reticulada tempo-comprimento. Estas malhas são acopladas aos demais elementos da rede por meio de condições de contorno.

O procedimento computacional é descrito com detalhes em [WYL 78] e [SOU 88]. Foi usado também, provisoriamente, na simulação da rede por [RIB 85] devido a problemas com o método proposto inicialmente (tipo método de coluna rígida - veja a seguir) na integração numérica, em rede com válvula próxima ao fechamento total.

Naquele caso, através de tentativas, Ribeiro [RIB 85] adotou passos de integração (do método das características) os maiores possíveis que preservassem a estabilidade numérica do método. Isso porque ele estava interessado apenas no regime estacionário que se estabelece após o transitório. Ribeiro, na conclusão de seu trabalho, escreve:

“Como o intervalo de integração é irrelevante em regime permanente, os erros numéricos dos valores dos níveis dos reservatórios ocorrem somente no início de cada intervalo de manobra, enquanto dura o transiente. Como a duração do transiente é bem menor que o intervalo entre manobras, o erro é pequeno e, quando o controle é realizado em tempo real, podemos obter os valores reais dos níveis antes do início de cada manobra”.

A desvantagem do método é que este se torna extremamente lento considerando o caso presente, onde o tempo de avaliação da função objetivo é fator primordial. Além do mais, como as velocidades máximas das válvulas são previamente especificadas

em função dos transientes, no problema em foco, não importam os detalhes da onda de pressão (que poderiam ser obtidos através de um passo adequado) em pontos internos do tubo.

### 2.1.2 Métodos baseados no modelo da coluna rígida

(RWCM - RIGID WATER COLUMN MODEL)

Estes métodos consideram que a água se desloca como um corpo rígido ao longo da tubulação, ou seja, o escoamento é tratado como incompressível. Levam também em conta a "indutância hidráulica" dos tubos, ou seja, a tendência destes em se oporem instantaneamente a mudanças no fluxo, ocasionadas por manobras de válvulas, porém desprezam o caráter elástico dos fluidos.

Partindo das duas equações diferenciais parciais dos fluxos de água nos tubos, originárias da modelagem de transitório, supõem **manobra lenta** ([RIB 85], [SOU 88]) das válvulas e tornam a equação do tubo diferencial e ordinária. Se desprezarmos a derivada temporal da vazão de água do tubo chegaremos ao método do regime estacionário descrito a seguir. Note que a precisão que será obtida nas manobras lentas de válvula pode ser perdida quando ligarmos uma bomba, que normalmente não é uma **manobra lenta**. São descritos com detalhes em [NAH 73], [ONI 86], [RIB 85] e [SHI 89]. Shimada [SHI 89] reportou problemas na integração numérica em situações onde há válvulas quase que totalmente fechadas. Com este método, o processamento já é bem mais rápido que com os métodos baseados no cálculo de transitórios.

Por exemplo:

- métodos que exigem a determinação dos laços fundamentais para gerar um conjunto linearmente independente de equações de balanço de energia.
- métodos que utilizam cargas piezométricas (pressões nodais) na escrita das equações, e que deste modo englobam a lei de balanço de energia de uma forma implícita, não necessitando do conhecimento dos laços.

Outra classificação seria quanto ao tipo de análise em:

- métodos que utilizam análise nodal, ou seja, formam as equações de continuidade nos nós em função das cargas piezométricas nestes.
- métodos que utilizam análise de laços, ou seja, formam as equações de balanço de energia a partir das vazões fictícias de laço (que, na teoria de circuitos elétricos, são análogas às correntes fictícias de Maxwell), que são vazões atribuídas aos laços fundamentais e com as quais podemos, através de somas e diferenças, escrever todas as vazões de tramo do circuito. As vazões fictícias, no fundo, apenas realizam uma transformação linear de variáveis, que em geral reduz bastante o número de incógnitas do sistema.
- métodos que utilizam explicitamente as equações de 1a. e 2a. lei de Kirchoff. Estes métodos tem a vantagem de não requerer transformações de variáveis direta e inversamente como o método anterior. Neste caso, é muito vantajosa a utilização de técnicas de matrizes esparsas (mais criticamente que nos dois métodos anteriores),

pois só assim conseguiremos obter um sistema que tenha número de elementos de mesma ordem que o sistema obtido com o emprego dos métodos anteriores.

Ainda outra forma de classificar os métodos refere-se ao modo de resolução das equações não lineares obtidas. A princípio, poderíamos utilizar qualquer método de resolução de sistemas não lineares e para isto existe uma infinidade [CAR 69], [ACT 70], [ORT 70], [BLU 72], [BUR 89]. No entanto os métodos mais encontrados na literatura específica de redes hidráulicas e que tem sido utilizados com sucesso são:

- método de Newton - Raphson (NR) [SHA 68], [EPP 70] Calcula a matriz Jacobiana da função da qual queremos achar o zero (ou um zero), possuindo convergência quadrática e sendo muito eficiente quando a aproximação inicial estiver suficientemente próxima da solução. Do contrário, pode ser muito lento ou mesmo não convergir. Foram reportados problemas de convergência, principalmente no caso onde se têm tubos em que o fluxo é próximo a zero [WOO 81], [NIE 89], [NOG 93]. Para tentar minimizar o problema, [NOG 93] propôs a adoção de elementos híbridos a serem incorporados no sistema de equações com vistas a eliminar seu mal condicionamento.
- método de Newton- Raphson modificado [LAM 1], [LAM 2] Ao invés de avaliar e inverter a matriz jacobiana a cada passo, este método utiliza uma equação iterativa para atualizar a referida matriz e sua inversa. A aproximação é então utilizada para corrigir as variáveis. Além disto, o algoritmo trabalha com passo variável, ao contrário do método tradicional. Lam [LAM 2] afirma também que, apesar de do

método modificado também apresentar problemas relativos à escolha de estimativas iniciais, este é menos restritivo do que o método tradicional.

- método da Teoria Linear (LTM) [WOO 72], [JEP 75], [ISA 78], [WOO 81] Parte das equações escritas de forma linear e as resolve sucessivamente, atualizando os coeficientes do sistema linear até ser alcançada convergência. Tem sido observada convergência em um número razoavelmente pequeno de iterações (2 a 5 tipicamente), para um grande número de sistemas. Mais adiante, discorreremos em maior detalhe sobre este método, mesmo porque foi este o adotado no trabalho.
- método misto [NIE 89] Inicia pelo LTM e, a partir da 1a ou 2a iteração, prossegue pelo método de Newton-Raphson.

Existem também artigos que analisam, do ponto de vista formal, a formulação e a solução do problema de regime permanente, baseando-se fortemente em teoria de grafos [CHA 72].

#### **2.1.4 Método LTM**

O método que utilizamos neste trabalho deriva basicamente do método LTM como exposto em [WOO 72] mas com algumas importantes modificações:

1 - Criamos a figura do tramo, caracterizado por um conjunto de elementos ligados em série e atravessados pela mesma vazão, ou seja, um ramo do grafo conectando dois nós e que pode conter várias peças tais como bomba, tubo modelado por Colebrook, tubo modelado por Hazen-Williams, válvula de controle, etc...

Com isto, podemos acumular todos os coeficientes associados a vazões de mesmo expoente em um dado tramo para acelerar o cálculo da perda de carga no mesmo. Também não é necessário colocar cada peça entre dois nós, reduzindo a ordem da matriz do sistema, pois teremos menos nós.

2 - Elaboramos um procedimento de extração automática de laços fundamentais, que é muito útil, pois evita que o usuário tenha de fornecer uma tabela de laços fundamentais. Esta é uma tarefa muito propensa a erros. Se a tabela for digitada incorretamente tornar-se-á incompatível com os demais dados, gerando um modelo de sistema sem significado físico. O algoritmo de extração de laços forma uma **árvore geradora** [FUR 73] e vai fechando os laços fundamentais com os ramos restantes. Apenas para complementar, note-se que existem outros algoritmos de extração de laços fundamentais [EPP 70].

3 - Utilizamos técnicas de matrizes esparsas, devido ao alto índice de esparsidade gerado quando escrevemos as equações do LTM. A aparente não observância deste ponto levou [JEP 75] a escrever que o LTM necessitava de capacidade de armazenamento da ordem  $N \times (N+1)$  variáveis reais, em que  $N$  denotava o número de tubos do sistema.

Porém o mesmo autor escreve que, quando utilizamos grandes computadores, a desvantagem de muita memória requerida é pequena frente às vantagens do método não necessitar iniciação (na verdade, o processo de iniciação equivaleria a colocar as vazões iguais a 1 nas equações de energia) e convergir em muito menos iterações que



os demais métodos, o que de fato parece ocorrer, tendo em vista os resultados de comparações entre diversos métodos, publicadas em artigos [WOO 72], [JEP 75].

Mas a afirmação do método requerer muita memória não procede, dada a alta esparsidade da matriz principal, que pode e deve ser aproveitada nos programas desenvolvidos.

Adotaremos então metodologia baseada em [WOO 72] com o intuito de garantir alta velocidade para podermos despende maior tempo no otimizador e em análises posteriores. Uma descrição mais detalhada do LTM será feita mais adiante.

Uma observação final sobre as três categorias de métodos justifica nossa escolha:

Considerando que, na prática, teremos sensores realimentando informações e que a identificação perfeita de um modelo é algo impossível de ser feito, preferimos os métodos mais rápidos e com precisão adequada a nossos propósitos a métodos mais lentos que porventura possuam precisão maior.

## **2.2 Modelagem dos Bipolos Hidráulicos**

O programa de computador que elaboramos utiliza programação orientada a objetos, que consiste em um paradigma relativamente novo, em que subdividimos o programa em entes que possuem dados e procedimentos internos, denominados objetos. Estes objetos são instâncias de classes hierárquizadas, que herdam dados e procedimentos de sua classe ancestral. Tentamos organizar as classes de maneira a podermos expandir o sistema futuramente, acrescentando novos tipos de bipolo.

A seguir listamos os bipolos já modelados no sistema e suas formas de cálculo da perda de carga  $\Delta h$  em função da vazão  $q$  [ PAS 85]. O problema da inclusão de elementos que não sejam tubos nas equações do regime permanente é analisado em [CHA 80].

Em todos os itens desta seção 2.2, as grandezas físicas estão expressas em unidades do Sistema Internacional (SI).

### 2.2.1 Tubo modelado por Hazen-Williams

Sendo  $c$  o coeficiente de Hazen-Williams e  $d$  o diâmetro do tubo, computamos o coeficiente de atrito equivalente  $k$  por:

$$k = \frac{10.65}{c^{1.852} d^{4.87}}$$

Então:

$$\Delta h = kq^{1.852}$$

### 2.2.2 Tubo modelado por Colebrook-White

Sendo  $\mu$  a viscosidade cinemática,  $d$  o diâmetro e  $A$  a área da seção transversal do tubo pode-se calcular o número de Reynolds  $R$  por:

$$R = \frac{|qd|}{\mu A}$$

A partir da rugosidade e do tubo computamos o coeficiente de atrito  $f$  por:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{2.51}{R\sqrt{f}} + \frac{e}{3.71d} \right)$$

Utiliza-se a fórmula de Konakov, aproximada para Colebrook, que é explícita para o cálculo de  $f$ :

$$f = \frac{1}{\sqrt{-0.8686 \ln \left( \frac{e}{3.71} + 5.74R^{0.9} \right)}}$$

Então, sendo  $l$  o comprimento do tubo e  $g$  a aceleração da gravidade pode-se calcular  $\Delta h$  pela fórmula de Darcy-Weisbach:

$$\Delta h = \frac{fl}{2gA^2} q^2$$

### 2.2.3 Bomba com curva parabólica

Neste caso, estipulamos que qualquer tramo com bomba incorpora obrigatoriamente uma válvula de retenção, o que implica vazões em apenas um sentido. Um outro aspecto que modelamos (apenas para completar), mas que esperamos que não ocorra, é o caso de bomba desligada, fazendo o papel de uma peça singular, ou seja, com pressão de modo a movimentar o rotor.

Então, dados os coeficientes  $k_2$  (coeficiente parabólico),  $k_1$  (coeficiente linear),  $k_0$  (carga de "shut-off") e  $k_{desl}$  (coeficiente singular para bomba desligada) do modelo parabólico da bomba,  $\Delta h$  pode ser calculado por:

Se a bomba está ligada (corresponde a uma perda de carga negativa):

$$\Delta h = -(k_2 q + k_1) q - k_0$$

Se a bomba está desligada e o fluxo de água movimentada o rotor no sentido normal:

$$\Delta h = k_{desl} q^2$$

Caso contrário, a válvula de retenção atua e no tramo da bomba temos vazão nula.

#### 2.2.4 Válvula de controle

As válvulas de controle modeladas possuem curva do tipo exponencial. Sendo seus parâmetros  $k_0$ ,  $\theta_0$ , e  $a$  podemos computar  $\Delta h$  por:

$$\Delta h = k_0 e^{a(\theta - \theta_0)} q^2$$

onde  $\theta$  denota o ângulo de abertura da válvula.

Convencionou-se normalmente que 0 graus corresponde ao caso de válvula totalmente fechada, enquanto que 90 graus corresponde ao caso de válvula totalmente aberta.

Note porém, que ao invés de determinarmos o melhor ângulo de operação da válvula, podemos alternativamente determinar a perda de carga necessária ou o coeficiente que multiplica  $q^2$ .

No caso presente não importa muito um ajuste de válvula em sua curva exata, visto que após a otimização, pode-se tomar o valor da vazão que atravessa a válvula e comandar a válvula real em vazão com base neste valor. Só quando formos executar o comando com setpoint em vazão necessitaremos de modelo ajustado da válvula, de válvula com monitoração ou controlador de vazão.

Outro aspecto a ser considerado refere-se ao problema da cavitação, que implica a existência de regiões “proibidas” de operação da válvula. Se a otimização gerar frequentemente ângulos ‘proibidos’, pode-se pensar na troca da válvula em questão por modelo que permita a operação nestes ângulos. Por outro lado, pode-se restringir os ângulos através da incorporação de restrições adicionais no modelo de otimização de modo a gerar o melhor posicionamento permitido das válvulas.

## ***2.3 Modelagem dos Elementos Globais***

### **2.3.1 Nó da rede**

Cada nó da rede possui os parâmetros: cota, consumo, pressão.

O nós podem ser classificados em:

- nó sem variável fixada

- nó com consumo fixado
- nó com pressão (carga piezométrica) fixada
- nó de reservatório

Estes tipos correspondem a diferentes formas de montagem das equações do LTM. Por exemplo, um nó com pressão fixada gera um pseudotramo conectando-o ao nó de referência. Ou seja, um nó com pressão fixada é análogo a um gerador de tensão ideal e um nó com consumo fixado é análogo a um gerador de corrente ideal. Já um nó de reservatório é um nó de pressão fixada cujo consumo (afetado de sinal) é calculado. Então são somados todos os consumos dos nós pertencentes ao referido reservatório e a vazão demandada deste reservatório. A vazão resultante é utilizada para atualizar o nível do reservatório, resultando também na atualização das pressões dos nós deste reservatório.

Quanto aos nós com consumo fixado, além dos nós com consumo constante, é possível se especificar nós com consumo variável no tempo.

### **2.3.2 Tramo da rede**

O tramo é uma associação série de bipolos hidráulicos e foi concebido com o intuito de reduzir a ordem da matriz do sistema e proporcionar um ganho de velocidade no processamento por meio de soma parcial de coeficientes análogos. Esta é realizada apenas uma vez, caso no tramo não se tenha bipolo cujo coeficiente dependa da vazão. No caso de tubos modelados por Colebrook-White, há a necessidade de

atualização frequente da soma parcial (pois o coeficiente de atrito  $f$  depende da vazão  $q$ ), mas no caso de tubos modelados por Hazen-Williams, não.

Como parâmetros principais do tramo temos:

- soma dos coeficientes de ordem 0 (constantes) dos bipolos ( $k_{0\text{parc}}$ )
- soma dos coeficientes de ordem 1 dos bipolos ( $k_{1\text{parc}}$ )
- soma dos coeficientes de ordem 2 dos bipolos ( $k_{2\text{parc}}$ )
- soma dos coeficientes de ordem 1.852 dos bipolos ( $k_{\text{hwparc}}$ )
- coeficientes LTM usados no cálculo da perda de carga ( $k_{0l}$ ,  $k_{1l}$ )

Então, normalmente (se não for tramo de sentido único, ou se caso for, o fluxo esteja no sentido correto) pode-se escrever:

$$k_{1l} = k_{2\text{parc}}|q| + k_{1\text{parc}} + k_{\text{hwparc}}|q|^{0.852}$$
$$k_{0l} = k_{0\text{parc}}$$
$$\Delta h = k_{0l} + k_{1l}q$$

Na verdade, esta última fórmula não é usada entre iterações, mas somente os coeficientes  $k_{0l}$  e  $k_{1l}$ , que são usados para compor a matriz principal dos sistemas lineares gerados pelo LTM.

### **2.3.3 Reservatório prismático**

Com a hierarquia de classes adotada, é possível incluir reservatórios não prismáticos no programa, de maneira razoavelmente simples. Por hora, não especificamos reservatórios com curva cota-volume genérica.

O modelo de reservatório inclui os seguintes parâmetros:

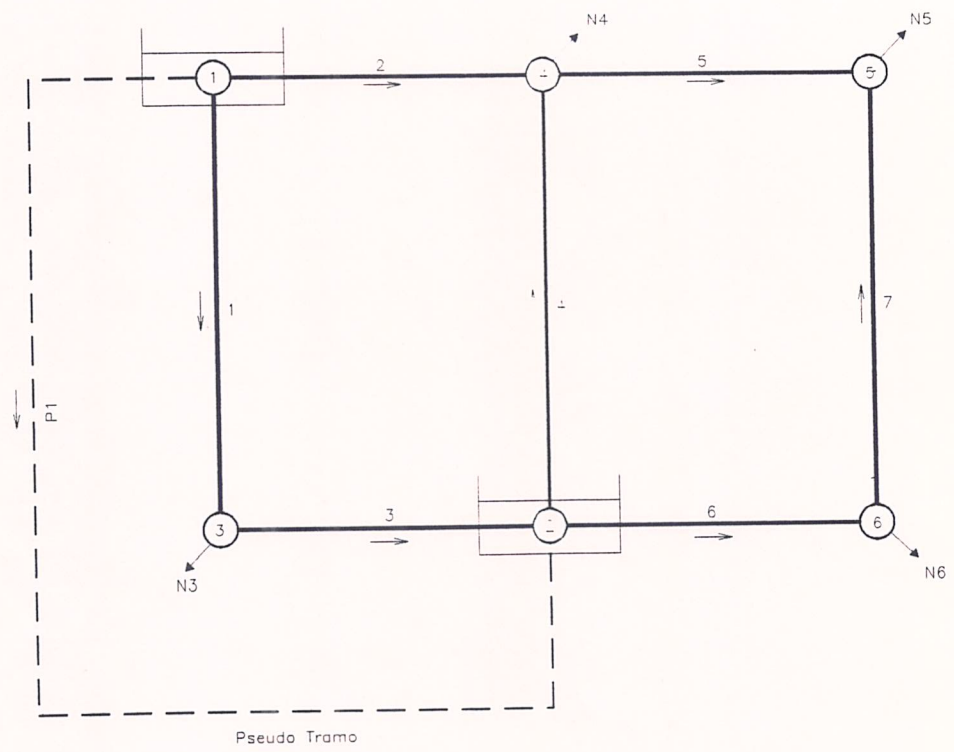
- ponto de origem para medida da altura da água.
- área da seção transversal.
- menor nível admissível em operação normal (limite mínimo)
- maior nível admissível em operação normal (limite máximo)
- tabela de nós internos ao reservatório
- curva de vazão demandada prevista
- nível inicial

## ***2.4 Descrição Detalhada do LTM***

### **2.4.1 Exemplo Ilustrativo**

Com a finalidade de esclarecer melhor a metodologia utilizada, forneceremos um pequeno exemplo, adaptado de [BHA2 88]. Posteriormente, entraremos em detalhes quanto aos processos de cálculo utilizados.





EXEMPLO DE FEDE

A rede ilustrada na página anterior possui seis nós, sendo que dois deles são nós internos a reservatório, ou seja, nós cuja vazão resultante modifica o nível do reservatório.

Sendo as resistências internas dos tubos dadas por:

tubo	resistência
1	0.4
2	0.2
3	0.4
4	0.5
5	0.4
6	0.3
7	0.6

**Tabela 1**

e denotando por  $H$  as pressões totais dos nós, por  $Q$  as vazões d'água nos tubos, por  $N$  as vazões demandadas nodais e por  $R$  as vazões demandadas dos reservatórios pela malha de distribuição podemos escrever as seguintes equações, que são utilizadas para a resolução deste exemplo:

Equações de continuidade:

Adotamos um nó cuja pressão seja conhecida como referência, por exemplo, o nó 2, e aplicamos a equação de continuidade a todos os nós menos ao nó de referência.

$$\text{nó 1} \Rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_{p1} = 0$$

$$\text{nó 3} \Rightarrow Q_1 - Q_3 - N_3(t_k) = 0$$

$$\text{nó 4} \Rightarrow Q_2 + Q_4 - Q_5 - N_4(t_k) = 0$$

$$\text{nó 5} \Rightarrow Q_5 + Q_7 - N_5(t_k) = 0$$

$$\text{nó 6} \Rightarrow Q_6 - Q_7 - N_6(t_k) = 0$$

Equações de balanço de energia:

Para cada tubo, a perda de carga é igual ao produto da resistência interna do tubo pela vazão elevada ao expoente 1.8, correspondendo este cálculo à fórmula de Hazen-Williams.

Como temos 3 laços fundamentais na rede teremos as seguintes equações:

$$0.2 Q_2^{1.8} - 0.5 Q_4^{1.8} - 0.4 Q_3^{1.8} - 0.4 Q_1^{1.8} = 0$$

$$0.4 Q_5^{1.8} - 0.6 Q_7^{1.8} - 0.3 Q_6^{1.8} + 0.5 Q_4^{1.8} = 0$$

$$0.4 Q_1^{1.8} + 0.4 Q_3^{1.8} - (H_1 - H_2) = 0$$

No caso dos nós de pressão fixada, o próprio H foi fixado e no caso de nós de reservatório, o H pode ser calculado pela soma da cota do nó com a altura de água acima deste. Ou seja,  $H_1$  e  $H_2$  são calculados a partir do estado atual. Daí, sendo fornecidas as vazões demandadas nodais  $N_i(t_k)$ , podemos resolver o sistema não linear acima, obtendo todos os  $Q_i$  dos tubos e pseudo-tramos.

Calculados os  $Q_i$ , a partir das equações de perda de carga dos tubos podemos obter agora os  $\Delta H_i$  ao longo destes

$$\Delta H_1 = 0.4 Q_1^{1.8} \quad \Delta H_2 = 0.2 Q_2^{1.8} \quad \Delta H_3 = 0.4 Q_3^{1.8} \quad \Delta H_4 = 0.5 Q_4^{1.8}$$

$$\Delta H_5 = 0.4 Q_5^{1.8} \quad \Delta H_6 = 0.3 Q_6^{1.8} \quad \Delta H_7 = 0.6 Q_7^{1.8}$$

Então utilizando um algoritmo de propagação dos  $\Delta H_i$  desenvolvido neste trabalho, podemos determinar, a partir do  $H$  do nó de referência, todos os  $H_i$  dos nós do sistema, exceto para o caso de nós de pressão fixada e nós de reservatório, onde o cálculo por propagação seria redundante. Podemos também nesta fase determinar o volume d'água de cada reservatório, a partir da sua curva cota-volume ou da sua área transversal, no caso de reservatórios prismáticos.

O passo seguinte é executar o balanceamento das vazões em cada reservatório. Para isso, para cada reservatório, efetuamos a soma algébrica de todas as vazões de seus nós internos com sua respectiva vazão demandada pela rede de distribuição, obtendo a vazão  $Q_r$  responsável pela alteração do seu nível.

Então, temos:

$$Q_{r1} = Q_{p1} - R_1(t_k) \quad \text{ou, alternativamente,} \quad Q_{r1} = -Q_1 - Q_2 - R_1(t_k)$$

$$Q_{r2} = -Q_{p1} - R_2(t_k) \quad \text{ou, alternativamente,} \quad Q_{r1} = Q_3 - Q_4 - Q_6 - R_2(t_k)$$

Até este ponto, realizamos o cálculo completo do regime permanente, empregando o LTM.

Para realizar a simulação dinâmica utilizamos as equações:

$$dV_1/dt = Q_{r1}$$

$$dV_2/dt = Q_{r2}$$

A partir e de um algoritmo de integração numérica que chama o procedimento acima para o cálculo dos  $Q_r$ , podemos obter a forma de onda dos  $V_i$  e, a partir da curva cota-volume do reservatório ou de sua área transversal caso se trate de reservatório prismático, podemos obter a forma de onda dos níveis em função do tempo.

#### 2.4.2 Considerações Iniciais

Primeiramente, notemos que, dada uma rede com  $t$  tramos,  $n$  nós e  $l$  laços fundamentais, pode-se mostrar [FUR 73] que:

$$t = n + l - 1$$

É então possível escrever-se  $n-1$  equações lineares de continuidade independentes (ou seja, para todos exceto um dos nós) da forma:

$$\sum_{i \in C_k} q_i = 0$$

onde  $C_k$  é o conjunto de tramos com o nó  $k$  em comum e  $q_i$  são as vazões algébricas d'água destes tramos aferentes ao nó  $k$ .

Podemos também escrever  $l$  equações de energia linearmente independentes da forma:

$$\sum_{i \in T_k} \Delta h_i = 0$$

onde  $T_k$  é o conjunto de tramos pertencentes ao laço  $k$  e  $\Delta h_i$  é a perda de carga (afetada de sinal) associada ao tramo  $i$ .

Escrevendo-se todas estas equações chega-se a um sistema da forma:

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (\text{veja exemplo à na seção 2.4})$$

O método LTM parte da equação acima, reescrita na forma:

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\mathbf{q} = \mathbf{b}$$

onde  $\mathbf{A}(\mathbf{q})$  é uma matriz polinomial e  $\mathbf{b}$  é um vetor de termos constantes.

Os  $q_i$  da matriz  $\mathbf{A}(\mathbf{q})$  (ou seja, os  $q_i$  dos coeficientes de balanço de energia) são iniciados com 1. Então resolvemos  $\mathbf{q}$  e calculamos o novo  $\mathbf{A}(\mathbf{q})$  e assim por diante até atingirmos convergência ou esgotarmos o número máximo de iterações permitido, caso em que se tomam os valores da última iteração como solução.

Segundo [WOO 72]: "quando este procedimento foi primeiramente aplicado a um problema de rede hidráulica, foi observado que iterações sucessivas sempre geravam resultados que convergiam para a solução correta, mas estes tendiam a oscilar em

torno dos resultados finais. Foi também notado que a média entre duas iterações sucessivas fornecia um resultado muito próximo do valor final das vazões.

Portanto, o valor médio de vazão das duas iterações anteriores foi utilizado para computar o melhor valor de vazão daquele ramo, isto refletindo-se no cálculo das constantes modificadas dos tubos, ou seja, da matriz  $A(q)$ .

Foi observado que este processo de média acarretou um convergência muito rápida para a solução e é improvável que mais do que 2 a 4 iterações sejam requeridas para qualquer problema. Não somente é a convergência rápida, mas parece que a técnica empregada para computar os valores de partida das vazões assegura que a solução irá sempre convergir. Contudo, os autores não foram capazes de desenvolver uma prova geral deste fato.”

Algumas afirmações, tal como a oscilação em torno dos resultados finais e a convergência do processo de média foram analisadas do ponto de vista teórico por [NIE 89].

Wood [WOO 72], em seu artigo, formula o procedimento apenas para nós com consumo fixado, onde as incógnitas do problema são somente as vazões. Neste caso, não há nem necessidade de se adotar um nó de referência (em circuitos este seria o nó terra), pelo menos na resolução do sistema linear (para determinar as cargas  $h$  em função dos  $\Delta h$  obviamente necessitaremos de tal nó). O procedimento básico foi estendido por nós para lidar com nós de pressão fixada através da adição de tramos fictícios, que geram laços fictícios adicionais (pseudo-loops).

A seguir, resumimos o procedimento do LTM modificado.

#### 2.4.2.1 Procedimento LTM

Inicialmente, são determinados os laços fundamentais do grafo e uma matriz topológica auxiliar para o algoritmo de determinação dos H a partir dos  $\Delta H$ .

1. calcula coeficientes do LTM,  $k_l(q)$  e  $k_{0l}(q)$ , para todos os  $q=1$
2. monta a matriz  $A(q)$  e o vetor  $b$ .
3. resolve o sistema linear, obtendo  $q_{aux} = A^{-1} b$
4. for  $i = 1$  to numero\_máximo\_de\_iterações do
  - 4.1. calcula coeficientes  $k_l(q_{aux})$  e  $k_{0l}(q_{aux})$  utilizando a componente de  $q_{aux}$  do respectivo tramo
  - 4.2. usa rotina de modificação direta de matriz esparsa de estrutura constante e altera apenas os elementos dependentes de  $q$ , isto é, a parte correspondente às equações de balanço de energia na matriz  $A(q)$ . Ou seja, não é necessária a iniciação e reorganização completa da matriz esparsa  $A(q)$  como inicialmente, quando não se conhece a estrutura da matriz.
  - 4.3. resolve o sistema linear, obtendo  $x = A^{-1} b$
  - 4.4. atribui  $q_{aux} = (q_{aux} + x) / 2$



4.5. se  $\max_i \left( \frac{q_i - q_{i-1}}{q_i} \right) < \text{tol}$ , termina o laço for

5. end {for}

6. fim

Uma consideração adicional relativa ao programa implementado é que, em procedimentos que executam repetidamente o cálculo do regime estacionário (simulação dinâmica, otimizador), iniciamos as vazões com 1 apenas no início do procedimento. Posteriormente, utilizamos o último conjunto de vazões calculadas como aproximação inicial da solução em cada novo instante. Isto visa a tornar o método mais veloz, pois espera-se que as vazões dos sucessivos regimes permanentes, sejam relativamente próximas entre si no caso dos dois procedimentos citados.

### 2.4.3 Análise Comparativa de Eficiência

Para enfatizar a característica do alto grau de eficiência do método proposto transcrevemos de [WOO 72] as seguintes colocações, concernentes a comparações com outros procedimentos:

“A técnica de Newton-Raphson também converge para o resultado final rapidamente. Contudo, tal fato é muito dependente das estimativas iniciais que, sendo de má qualidade, podem retardar a convergência consideravelmente.”

“Um teste muito mais severo de convergência é inerente a redes com muitos tubos, incluindo alguns muito curtos. Uma rede de 58 tubos com algumas linhas curtas foi analisada de várias maneiras por Liu [LIU 69].”

“Esta rede foi analisada utilizando o método LTM modificado como aqui descrito ([WOO72] está se referindo provavelmente à técnica de utilizar o valor médio de dois sucessivos vetores solução como a próxima estimativa de vazão). Os erros absolutos médios nas descargas para cada iteração foram:

(1): 18.52%; (2): 5.18%; (3): 0.97%; (4): 0.1%; (5): 0.01%.”

“Para todos os propósitos práticos a solução foi obtida em 3, ou no máximo 4 iterações. Embora não definindo seus limites de precisão, Liu declarou que os seguintes números de iterações foram necessários para as três técnicas que ele comparou. O LTM foi adicionado a esta lista para comparação adicional.”

Método de Solução	Número de Iterações
Hardy-Cross	635
Newton-Cross	151
Newton-Raphson	24
LTM	4

**Tabela 2**

#### 2.4.4 Algoritmo de Propagação das Perdas de Carga

Seguindo-se ao cálculo do regime permanente, no qual obtém-se todas as vazões e perdas de carga nos tramos da rede, faz-se necessário um algoritmo de propagação visando a obtenção das pressões nodais. Temos então mais uma dificuldade no emprego do método LTM, pois este, além de exigir a determinação dos laços fundamentais, necessita, para um cálculo totalmente automatizado, de um algoritmo de propagação dos  $\Delta H_i$ .

Quando do estudo dos métodos que utilizam análise nodal, percebe-se que a implementação computacional destes é bem mais simples, pois além das pressões nodais serem obtidas diretamente, não há o problema da determinação dos laços fundamentais.

Na ocasião em que escolhemos o método LTM como parte integrante de nosso simulador, o fizemos observando as características superiores deste, principalmente quanto à convergência, que é considerada rápida e segura. Tínhamos percebido a necessidade da determinação dos laços fundamentais, mas isto, em último caso poderia ser feito pelo próprio usuário, que determinaria e especificaria tais laços nos arquivos de entrada. Aliás foi assim que Wood [WOO 72] fez em seu trabalho.

Porém, até então, não tínhamos notado a necessidade do algoritmo de propagação, e quando percebemos tal fato, notamos também que nos artigos disponíveis não havia nenhuma indicação de existência de tal algoritmo. Tivemos então de desenvolvê-lo. Aqui vai, portanto, a sua descrição:

#### 2.4.4.1 Função Tramo

$\text{tramo}(n_0, n_i)$  é uma função que retorna o número do tramo de  $n_0$  a  $n_i$  afetado de sinal positivo se a orientação do tramo no grafo for de  $n_0$  a  $n_i$ , e do sinal negativo caso contrário.

#### 2.4.4.2 Procedimento Tabaux {Montagem de Tabela Auxiliar}

O procedimento a seguir é chamado uma única vez para montar a tabela auxiliar que servirá ao procedimento de propagação propriamente dito.

1. Inicialmente marcam-se os pseudo-tramos como inativos.
2.  $\text{iah} = 1$  {Ponteiro da tabela (ah,bh,ch)}
3.  $\text{ibh} = 1$  {Ponteiro da coluna bh ou índice dos nós expandidos}
4.  $n_0$  = nó de referência
5. Repita
  - 5.1. Para todos os nós  $n_i$  conectados a  $n_0$  faça
    - 5.1.1. Se  $n_i$  é um nó com nada fixado ou com consumo fixado então
      - 5.1.1.1. Se  $\text{tramo}(n_0, n_i)$  não é inativo então
        - 5.1.1.1.1.  $\text{ah}[\text{iah}] = n_0$

5.1.1.1.2.  $bh[iah] = n_i$

5.1.1.1.3.  $ch[iah] = \text{tramo}(n_0, n_i)$

5.1.1.1.4. Marca o tramo anterior como inativo

5.1.1.1.5.  $iah = iah + 1$

5.2. Se  $ibh \leq iah - 1$  então  $n_0 = bh[ibh]$  {Expandir nó em bh, se houver}

5.3.  $ibh = ibh + 1$

6. Até  $ibh > iah$

7.  $ttab = iah - 1$  {Tamanho da Tabela}

#### ***2.4.4.3 Procedimento de Propagação***

O trecho a seguir foi inserido no programa após a determinação das perdas de carga pelo procedimento LTM.

1. Para cada linha  $i$  da tabela ( $ah, bh, ch$ ) faça

1.1.  $H(bh[i]) = H(bh[i]) - \text{sgn}(ch[i]) \times \Delta H(\text{tramo } \text{abs}(ch[i]))$

Assim sendo, com apenas uma linha de código (em loop) efetuamos toda a propagação das perdas de carga.

## 2.4.5 Técnicas de Matrizes Esparsas

O uso de matrizes esparsas é muito interessante e importante neste método já que tipicamente temos matrizes com esparsidade significativa, ou seja as matrizes possuem uma quantidade considerável de elementos nulos.

Existem várias formas de lidar com este problema [MOR 71], [YOU 71], [CHA 74], [PIS 84]. Há algoritmos que executam triangulação LU na matriz esparsa e há algoritmos diretos. Todos eles utilizam reordenação de linhas com a finalidade de gerar o menor número de valores diferentes de zero (que devem ser armazenados na memória do computador) durante o processo de solução.

Existem algoritmos de ordenação estáticos e dinâmicos (estes últimos simulam a solução do sistema para estabelecer a ordenação). Alguns podem manter uma tabela das operações realizadas durante a simulação com a finalidade de acelerar o processo de resolução do sistema. Em [MOR 71] temos uma interessante descrição dos algoritmos que utilizam fatoração LU para a resolução de sistemas lineares esparsos. O autor também expõe três algoritmos de ordenação de crescente complexidade (um estático e dois dinâmicos).

O algoritmo que estaremos utilizando neste trabalho é direto (ou seja, não realiza fatoração LU). Na verdade, no caso presente, a fatoração não é necessária e só consumiria tempo de computação, já que em cada iteração o sistema linear é diferente.

Além disto, percebemos que a estrutura da matriz não se altera e aproveitamos este fato para gerar apenas uma vez a representação inicial da matriz esparsa, ou seja, na primeira vez em que a equação do sistema linear é montada, o programa armazena os dados em uma forma intermediária temporária, que é reorganizada [MOR 71] para a chamada do módulo que resolve as equações. Isto é feito desta forma, pois inicialmente não sabemos onde estarão na matriz os elementos não nulos.

Nas iterações subsequentes estaremos alterando diretamente os elementos na representação já organizada, pois então já se conhece a estrutura da matriz do sistema.

## **2.5 Descrição do Simulador Dinâmico**

Como exposto anteriormente utilizaremos na implementação do simulador dinâmico, a integração numérica das vazões resultantes nos reservatórios, calculadas pela diferença entre a vazão proveniente da rede (obtida pelo módulo LTM) e a vazão temporal demandada.

A seguir, descreve-se o método de Runge-Kutta, empregado neste trabalho.

### **2.5.1 Os Algoritmos de Runge-Kutta**

Muitos problemas físicos podem ser expressos em termos de equações diferenciais ordinárias. Em geral, estas podem ser escritas como:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

onde  $x$  é a variável independente e  $y$  é a variável dependente.

Em geral, poucos são os tipos de equações diferenciais ordinárias que podem ser resolvidas por técnicas puramente analíticas. Na maior parte dos casos, precisamos recorrer a algoritmos numéricos. Existem vários métodos de integração numérica voltados para equações diferenciais ordinárias. Entre os mais utilizados, podemos citar [HEN 62], [COL 66], [BUR 89], [PRE 89]:

- Método de Euler
- Método de Runge-Kutta
- Método de Runge-Kutta-Fehlberg
- Método de Runge-Kutta-Verner
- Extrapolação de Richardson
- Método de Burlish-Stoer
- Método de Adams-Bashforth-Moulton

Neste trabalho, utilizaremos algoritmos de **Runge-Kutta** [PRE 89], pelas seguintes razões:



- Não necessitam do cálculo de derivadas da função a integrar.
- Apresentam normalmente uma boa estabilidade numérica.
- Não necessitam de algoritmos auxiliares para sua iniciação.
- Facilitam a mudança de passo entre iterações.

O algoritmo de integração **Runge-Kutta** utilizado neste trabalho será o de 4a. ordem, pois o compromisso entre o número de avaliações de **f** e a precisão obtida leva-nos à escolha desta como o “breakpoint” natural entre as diversas ordens possíveis [PRE 89].

Este algoritmo pode ser escrito como:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{k_1}{6} + \frac{k_2}{3} + \frac{k_3}{3} + \frac{k_4}{6}$$

com:

$$k_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$k_2 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_3)$$

onde  $y_n = y(x_n)$  e  $h$  é o passo de integração.

### 2.5.2 O Passo Adaptativo

A necessidade do passo adaptativo provém do fato da função que se está integrando variar mais ou menos abruptamente dependendo do valor da variável independente. Passos fixos “pequenos” iriam ocasionar uma demora excessiva do algoritmo, enquanto que passos “grandes” iriam fornecer uma resposta pouco precisa.

Além disto, o algoritmo de passo variável aqui utilizado automaticamente busca o melhor passo dentro da precisão imposta pelo usuário, coisa que o passo fixo não faz, ou seja, é muito difícil especificar um passo fixo conveniente sem uma boa idéia do comportamento da função a ser integrada.

Apesar disto, após alguns testes, pode-se especificar em alguns casos um passo fixo mínimo. Passos fixos são mais convenientes, quando queremos tabelar a função de forma regular. A alternativa usando passo variável seria simular entre os pontos de tabelamento.

O algoritmo Runge-Kutta de passo variável que foi empregado usa a técnica do “step doubling” [PRE 89], que consiste em integrar uma vez com o passo adotado, em seguida duas vezes com meio passo e comparar a diferença  $y_d$  com uma tolerância pré-especificada, utilizando um conjunto de heurísticas matematicamente razoáveis para atualização do passo. O número de avaliações da função neste algoritmo é 11, contra 8 do algoritmo de passo fixo, pois sempre utilizamos para o resultado a integração realizada com 2 meio passos.

O algoritmo vem descrito a seguir:

A partir de uma tolerância relativa  $\varepsilon$  previamente especificada, executamos a cada etapa de integração o seguinte procedimento:

$$\text{Calculamos } y_e = \varepsilon \left( |y| + h \left| \frac{dy}{dx} \right| + a \right)$$

onde  $a$  é uma constante positiva e muito pequena em relação à precisão da máquina e  $h$  é o passo de integração atual.

Em seguida, isolamos o máximo valor absoluto  $\rho$  entre os  $y_d(i)/y_e(i)$  com  $i$  variando de 1 até a ordem ( $n$ ) do sistema. Se  $\rho$  for menor ou igual a 1.0, o passo utilizado é informado ao subprograma integrador e o próximo passo a ser tentado será dado por  $0.9h\rho^{-0.2}$ . Do contrário, o passo utilizado não é informado ao programa principal e tentamos um novo passo dado por  $0.9h\rho^{-0.25}$ .

O número 0.2 provém de considerações sobre a ordem do algoritmo de **Runge-Kutta** (4a. no caso), enquanto que o valor 0.25 provém do fato de querermos, em geral, controlar também o erro global da integração e portanto, quando reduzimos o passo, reduzimos também a estimativa de erro local máxima admitida. A favor da segurança, adotamos 0.25 quando diminuimos o passo e 0.2 quando aumentamos o passo, ou seja, prefere-se a diminuição ao aumento do passo [PRE 89].

## 3. O MÓDULO OTIMIZADOR

### 3.1 *Métodos de Otimização*

#### 3.1.1 Aspectos Básicos

Existe uma variedade imensa de métodos de otimização disponíveis atualmente. Dentre estes, listaremos alguns dos mais utilizados a seguir.

Normalmente encontramos na literatura a seguinte subdivisão dos problemas de otimização [LUE 69], [POL 71], [HIM 72], [MIN 86], [HIM 88], [KAR 89]:

- Programação linear - onde a função objetivo e suas restrições são funções lineares de variáveis reais.
- Programação inteira - onde a função objetivo e suas restrições são funções lineares de variáveis inteiras.
- Programação linear mista - onde a função objetivo e suas restrições são funções lineares de variáveis reais e inteiras.
- Programação não linear monovariável - a função objetivo e suas restrições são funções não lineares de variáveis reais e temos uma única variável a determinar.

- Programação não linear multivariável - a função objetivo e suas restrições são funções não lineares de variáveis reais e temos várias variáveis a determinar.

Em cada um dos casos poderemos ter classificações adicionais de acordo com a especificidade do problema. Podemos ter por exemplo problemas com ou sem restrição na variável independente ou, no caso da programação linear, podemos ter tipos especiais como os problemas de otimização de redes [KEN 80].

Enfim, podem-se aplicar diversos critérios para esta subdivisão. No nosso caso, interessam métodos que possam atacar o problema de programação não linear multivariável com restrições e, se incluirmos as bombas no processo de otimização, teremos de permitir variáveis inteiras e reais, já que o estado das bombas (ligada/desligada) é descrito por uma variável inteira do tipo (0/1). Assim, estaremos preocupados com métodos adequados ao sistema hidráulico e são estes métodos que passamos a descrever rapidamente a seguir.

### **3.1.2 Métodos Clássicos de Otimização**

Entre os métodos que não consideram restrições nas variáveis independentes ("unconstrained methods") podemos citar [DEN 59], [HIM 72], [MIN 86], [PRE 89]:

1. métodos baseados no cálculo do gradiente da função objetivo (note que podemos calcular numérica ou analiticamente este gradiente).
  - 1.1. métodos de 1ª ordem - Utilizam informação de primeira ordem e seguem todos eles algoritmos similares.

- 1.1.1. Cauchy.
- 1.1.2. Davidon-Fletcher-Powell.
- 1.1.3. Broyden-Fletcher-Shanno.
- 1.1.4. Fletcher-Reeves.
- 1.2. método de Newton.
- 1.3. método de Marquardt.
- 2. métodos diretos - Não utilizam informação do gradiente.
  - 2.1. método da direção conjugada de Powell.
  - 2.2. métodos de busca em linha.
  - 2.3. método de busca em estrutura de Hooke-Jeeves.
  - 2.4. método do poliedro flexível de Nelder-Mead.

Entre os métodos que consideram restrições nas variáveis independentes ("constrained methods"), podemos citar [POL 71], [HIM 72], [MIN 86], [ZHO 92]:

- 1. métodos de penalização.
- 2. método complex.
- 3. método Griffith-Stewart baseado na programação linear
- 4. método do gradiente reduzido

5. método das programações sequenciais quadráticas “feasible” (FSQP)

Além destes, podemos citar métodos baseados em busca aleatória, que visam o mínimo global da função, tais como [YON 94]:

1. Simulated Annealing.

2. Zona Tabu.

3. Algoritmos Genéticos.

4. Autômatos Estocásticos.

Um dos parâmetros que é normalmente utilizado para se comparar desempenho entre otimizadores é número típico de chamadas da função objetivo até atingir-se convergência. Esta é uma das razões pelas quais se diz que os métodos que utilizam gradiente são superiores aos que não o fazem. Deve-se notar porém que este critério de avaliação pode não ser o melhor em todos os casos, pois outros fatores, tais como robustez do método frente a diferentes tipos de função podem importar muito mais.

A seguir, descrevemos os métodos que foram utilizados neste trabalho.

### **3.1.3 Método Simulated Annealing**

O algoritmo de Simulated Annealing [McLA 89] é relativamente novo e executa uma nova forma de busca estocástica, por analogia com o resfriamento lento de metais, estudado em mecânica estatística. O princípio básico é o que afirma que ao resfriarmos um metal de forma suficientemente lenta, atingiremos o mínimo global de

energia deste metal. O procedimento computacional análogo almeja desta forma evitar os mínimos locais, ou seja, obter o mínimo global da função.

Este método foi utilizado com sucesso em problemas possuindo numerosas restrições e um número fatorialmente grande de possibilidades tal como o problema do caixeiro viajante. Este consiste em achar o menor caminho na visita de grande número de cidades. Para 200 cidades, se fôssemos tentar busca exaustiva teríamos 199!, ou seja, aproximadamente  $4 \times 10^{372}$  possibilidades. Não há como executar busca exaustiva em tempo razoável com este número de casos.

Com o método Simulated Annealing, rodando num Pentium-60, conseguimos achar a resposta do problema acima em menos de 1 minuto. Apesar disto, mesmo este método pode ter problemas quando o cálculo da função objetivo é relativamente lento, pois necessita-se avaliar a função muitas vezes. No exemplo citado, foram utilizadas da ordem de 30000 avaliações da função objetivo.

No caso do sistema hidráulico, apesar de termos elaborado o software que realiza o cálculo da função objetivo visando alta eficiência, o tempo de cálculo da função objetivo é muito maior que o cálculo do percurso de 200 cidades, que é uma simples soma de comprimentos.

O método Simulated Annealing para variáveis reais está descrito em detalhes na seção 3.4.



### 3.1.4 Dificuldades de Utilização Imediata

Embora tenhamos estudado vários destes métodos e pensado inicialmente em adaptar os códigos FORTRAN profissionais do Gradiente Reduzido ou do FSQP a nosso problema de controle operacional, após alguns cálculos concernentes ao número de válvulas, bombas e reservatórios de um sistema de médio porte, percebemos que o número de variáveis a determinar (pelo menos considerando a otimização de índice baseado na evolução do sistema a partir de uma previsão de demanda de 24 horas) crescia assustadoramente. Por exemplo, com 10 válvulas tabuladas em 10 posições e com o tempo de simulação de 24 horas subdividido em 48 intervalos, teremos  $(10^{10})^{48}$  ou seja  $10^{480}$  possibilidades. Isto para apenas 10 válvulas !

Além do mais, designando-se a frequência de avaliação do regime quase-estacionário por  $r$  avaliações por segundo para um sistema, a simulação dinâmica por Runge-Kutta com passo de 0.5 hora resultaria em aproximadamente  $48 \times 3 = 144$  avaliações ou seja  $144/r$  segundos para uma simulação de 24 horas. Notando que no Simulated Annealing um número da ordem de 2000 avaliações da função objetivo é algo corriqueiro e até subestimado, teríamos um tempo de processamento da ordem de  $288000/r$  s. Agora, caso operemos em tempo real de 15 em 15 minutos,  $r$  deveria ser  $288000/(15 \times 60) = 320$  avaliações por segundo, ou 1 avaliação a cada 3.12 milisegundos (Não se espera nem de longe esta cifra).

Apesar disso tudo acreditamos, que com várias regras heurísticas e um computador poderoso, pode-se até viabilizar este procedimento, baseando-se por exemplo no fato de que as soluções ótimas seguintes provavelmente serão próximas das correntes, de

modo que apenas inicialmente e nos casos onde ocorram grandes alterações (tal como a ligação de uma bomba de grande porte), seriam necessárias tantas avaliações como exposto no parágrafo anterior. O centro das atenções, neste caso, deverá ser em regras heurísticas que permitam reduzir o número de avaliações da função objetivo.

Lembrando ainda que o problema combina variáveis reais (posição das válvulas) e binárias (estado liga-desliga de bombas) em um problema de programação não linear, fica claro que se quisermos tentar um método clássico de otimização na abordagem acima, isto deverá ser feito de modo a reduzir a ordem do sistema ou particioná-lo em vários problemas menores.

Outra abordagem é utilizar a previsão de demanda, mas otimizar um índice que não dependa do comportamento dinâmico de várias horas. Com isto evita-se a explosão combinatória que pode ocorrer quando particionamos o intervalo de tempo considerado em vários subintervalos. É esta abordagem que pretendemos seguir neste trabalho, pois assim conseguiremos viabilizar otimizações em tempo real.

A abordagem descrita em [COH 93] parte para uma subdivisão da rede em partes mais ou menos desacopladas (às vezes uma rede grande é formada de diversas subredes) e tenta, utilizando um princípio de decomposição descrito pelo autor, integrar as soluções parciais. Este método não garante uma otimização no sentido global e a complexidade do método naturalmente dificulta sua implementação.

Sumarizando, podemos afirmar que no tocante à otimização do sistema, a conclusão é que, se utilizarmos um índice que seja calculado a partir de uma solução temporal de

24 horas, a pesquisa deverá se concentrar em soluções do tipo otimização combinatória tais como o método Simulated Annealing, métodos de busca inteligente tais com o algoritmo A\* [WIN 84] ou algoritmos usados em jogo de xadrez (tipo busca alpha-beta) [WIN 84], ou mesmo em sistemas especialistas [DUR 94]. A conclusão é que, nesse caso, devido ao explosivo número de variáveis e a restrições de bombas e válvulas (concernentes a cavitação por exemplo) deveremos montar um método que opere de uma maneira mista matemático-heurística.

A outra opção, que é a que implementamos neste trabalho, é utilizar índice local que englobe a previsão temporal de 24 horas de maneira indireta. Ou seja, trabalharemos com um índice que possa ser computado conhecendo as posições atuais de válvula e os estados atuais das bombas.

Por exemplo, poderíamos especificar um índice baseado nos tempos de esvaziamentos previstos para cada reservatório mantendo a vazão de entrada dos reservatórios igual a vazão atual. Utilizando a curva de demanda, prevemos este tempo, mas otimizamos uma função objetivo que dependa de vazões de regime permanente locais e não diretamente da simulação dinâmica de 24 horas.

Outro exemplo (já com carga computacional mais pesada) seria o mesmo índice anterior, só que acoplado ao simulador dinâmico, ou seja, fixadas as posições de válvula e os estados de bombas, calcular-se-ia um índice baseado nos tempos de esvaziamento previstos, porém sem manter vazões de entrada de reservatório constantes, mas utilizar o cálculo dinâmico na avaliação deste índice. Este índice de fato é baseado no comportamento dinâmico. Note, porém que este trabalha com

posições fixadas, o que não será o caso na simulação temporal real, pois inevitavelmente haverá manobras.

## **3.2 Escolha do Índice a Otimizar**

### **3.2.1 Considerações Iniciais**

A escolha de um índice adequado foi por nós bastante estudada, sendo que algumas opções foram estabelecidas. A princípio, pensamos em utilizar um índice que operasse sobre a simulação de 24 horas e que fosse um índice do tipo mínima energia. Se bem que, como observa Zahed [ZAH 90], em países onde a produção supera a demanda, este poderia ser um índice bom, mas do contrário, a preocupação torna-se em administrar adequadamente a água disponível com relação aos inevitáveis períodos de falta de água.

Mas, pelas razões expostas anteriormente, utilizaremos um índice local, que reflita de maneira indireta a previsão global de 24 horas fornecida pelo módulo preditor de demanda.

A adoção de um índice local que penalize os desvios dos níveis médios operacionais dos reservatórios poderia ser uma primeira idéia no sentido de manter o sistema numa condição fixa. No entanto, a principal função dos reservatórios, qual seja, a de regularizar o fluxo com base na oscilação de seus níveis, não é levada em conta, pois a tendência seria a vazão aduzida acompanhar as vazões demandadas instantaneamente, já que este índice implica se tentar manter o nível d'água constante.

O lado positivo deste tipo de índice é que resultaria, caso as curvas de vazões demandadas de um dia fossem aproximadamente iguais a de outro, em política de operação em “regime quase permanente” ou seja, o operador não teria de efetuar mudanças bruscas na política de operação de válvulas e bombas no decorrer dos dias.

Porém, acreditamos que a rotina de operação pode ser em “regime quase permanente” sem obrigar o operador (ou controlador automático) a manter nível constante. Por exemplo, a caixa d’água de um prédio pode ser enchida completamente quando o nível atingir um certo valor mínimo. Não é necessário, nem interessante em termos de energia, manter-se o nível constante, pois isto obrigaria a bomba a trabalhar o tempo todo e com válvula posterior dissipando continuamente energia.

Nesta linha de raciocínio descartam-se também índices que penalizem desvios de vazões de “set-point” aduzidas aos reservatórios, pois embora uma situação de vazões uniformes seja interessante, isto pode obrigar bombas a trabalharem dissipando energia continuamente nas válvulas dos reservatórios.

O outro ponto desfavorável destes índices é que pode não ser possível manter a situação média, devido à falta de capacidade de transporte d’água do sistema hidráulico nos períodos de maior demanda. A partir das simulações efetuadas em uma alça de distribuição de água, notamos que este fato ocorreria frequentemente, sendo tais índices inviáveis na prática.

Deve-se notar também que o fator mais importante em qualquer sistema de controle ótimo é a escolha de um índice adequado. Esta escolha deve ser feita cuidadosamente,

pois um índice mal escolhido gera um ponto teoricamente ótimo mas que, na prática, pode falhar em várias situações que foram negligenciadas, esquecidas ou não percebidas durante o processo de elaboração do índice.

### 3.2.2 O Índice Escolhido

A partir das curvas de vazão demandada prevista, calcula-se o tempo previsto de esvaziamento/extravasamento  $\Delta t_{ei}$ . No caso de extravasamento, este tempo só participa do índice se este for inferior a um valor  $\Delta t_{sup}$  (limiar de tempo de extravasamento tolerado).

Para levar em conta os volumes relativos dos reservatórios, estipulamos também uma função peso  $f$ , calculada a partir do volume do reservatório normalizado  $vn_i$  (que varia linearmente de 0 a 1), para priorizar os valores desejados de nível do reservatório. Esta função significa no fundo o quanto vale um determinado valor de nível (normalizado) em termos de tempo de esvaziamento.

O índice escolhido a **maximizar** é então:

$$I_1 = \min_{i \in R_a} (\Delta t_{ei} \times f(vn_i))$$

onde  $R_a$  é o conjunto de reservatórios do sistema.

Dados, portanto, os níveis dos reservatórios, iremos otimizar este índice em relação à posição das válvulas e ao estado das bombas.

Ou seja, as **posições dos atuadores (válvulas e bombas)** são função (otimizada) dos **níveis atuais dos reservatórios** e do **instante atual** (pois utilizamos as curvas temporais de vazão demandada), sendo então automaticamente ajustadas.

Deste modo, será o tempo de esvaziamento do reservatório que sinalizará a necessidade ou não de água.

Note porém que, para evitar um número desnecessário de manobras adotamos a estratégia de realizar a otimização somente quando este índice, calculado agora a partir dos níveis verdadeiros dos reservatórios (atualizados pelo simulador dinâmico ou medidos no sistema real) tornar-se inferior a um limiar pré-estipulado pelo operador.

### **Justificativa da Escolha**

O índice acima foi escolhido, tendo em conta que  $\min_{i \in Ra}(\Delta t_{ei})$  é um equalizador dos  $\Delta t_{ei}$  supondo-se soma fixada ( $\sum_{i \in Ra} \Delta t_{ei} = cte$ ). Isto porque, neste caso, o máximo valor do índice ocorre quando todos os  $\Delta t_{ei}$  forem iguais entre si.

Outra alternativa que podemos adotar é um índice da forma:

$$I' = \prod_{i \in Ra} \Delta t_{ei}$$

que supondo soma constante torna-se equivalente ao índice anteriormente especificado, no sentido de que a maximização deste produto conduz também a uma equalização dos  $\Delta t_{ei}$ .

### 3.2.3 Política de Operação das Bombas

A cada instante de atuação, apresenta-se a questão se é conveniente ou não ligar (ou desligar) determinada bomba.

Como a bomba não gera água, mas apenas **transporta** água de um ponto a outro (fato óbvio, porém importante), um procedimento natural será ligar as bombas apenas quando necessário, para economizar energia.

Por exemplo, um bombeamento excessivo de água de um ponto a outro da rede pode gerar, após algum tempo, a necessidade de bombear reversamente um certo volume com a finalidade de atender a demanda no primeiro ponto. Obviamente, tal procedimento acarretaria um gasto desnecessário de energia, além de que, em muitos casos, isto simplesmente não é possível. Sem ferramentas de análise, uma manobra inadequada implicando necessidade de reversão pode facilmente ocorrer.

Uma abordagem para decidir quais bombas devemos ligar poderia ser testar exaustivamente as configurações possíveis de bomba e verificar qual configuração acarretaria o menor índice. Esta abordagem poderia se mostrar muito simplista, pois não se deve, por exemplo, ligar uma bomba grande para se conseguir uma pequena melhora no índice e, logo em seguida desligá-la, quando o índice eventualmente comece a cair. Além do mais a busca exaustiva com 20 bombas, por exemplo, gera  $2^{20} = 1048576$  possibilidades, sendo portanto algo a se evitar.

Verifiquemos então quais são os nossos objetivos:



1. maximizar  $I_1$  em relação às possíveis configurações de bomba permitidas.
2. minimizar a soma das potências consumidas pelas bombas em relação às possíveis configurações de bomba.

De certa forma, estes objetivos simultâneos são conflitantes, pois ao se ligar uma bomba para aumentar  $I_1$ , aumenta-se também a potência absorvida pelo sistema de bombas.

Se a produção de água for maior que a demanda em um intervalo de tempo tal que não seja possível evitar o extravazamento, um procedimento de emergência deverá fechar as válvulas das estações de tratamento. No nosso caso, como os reservatórios de armazenamento das estações são modelados, ter-se-á de atuar sobre a entrada de água neste reservatório. Se conseguirmos suprir a demanda (durante todo o dia) nesta situação, chega-se à conclusão que temos efetivamente uma sobra de água. Mas, se não conseguirmos isto, e tivermos de intervir nas estações por força de que um baixo consumo durante um certo intervalo de tempo implicaria extravasamentos inevitáveis, a conclusão é que o sistema de reservatórios considerado deve ser ampliado, em benefício da regularização do procedimento operacional.

Um objetivo normalmente almejado é encher os reservatórios durante o período noturno, quando a demanda é menor, para aproveitar esta água armazenada, liberando durante o período diurno a quantidade adicional necessária (relativa à quantidade produzida normalmente). Em um sistema de reservatórios subdimensionado, é possível conseguir enchê-los todos durante a noite, a ponto de ser necessário diminuir ou

mesmo parar a produção de água na estação de tratamento e, apesar disso, no dia seguinte faltar água em algumas regiões porque o armazenamento foi insuficiente ou há baixa capacidade de transporte. Nesse sentido este trabalho poderá ser útil também na detecção de problemas topológicos e geométricos (dimensionamento dos diversos componentes do sistema).

A estratégia implementada no otimizador é a seguinte:

Procurar a configuração de atuadores para a qual se tem:

$$\max(I_1 - k(I_1)I_2)$$

onde  $I_2$  denota a potência consumida pelas bombas e  $k(I_1)$  é um coeficiente utilizado no sentido de penalizar os gastos de potência. A otimização é realizada sobre a configuração de atuadores.

A idéia é que quando  $I_1$  for crítico,  $k(I_1)$  seja pequeno, pois então o consumo de energia será secundário, e quando  $I_1$  não for crítico, o consumo de energia passará a ter maior importância, sendo então penalizado. Isto se refletirá em que, se o tempo de esvaziamento previsto de algum reservatório tornar-se inferior a um tempo limite de segurança  $\Delta t_s$ , o índice  $I_2$  não seja obstáculo para a regularização do sistema.

Quanto ao método para incorporação das configurações de bombas (variáveis binárias) no índice, serão utilizadas funções adequadas com a finalidade de transformar as variáveis binárias tipo liga-desliga de bomba em variáveis contínuas, permitindo a inclusão destas, de forma direta, no procedimento de programação não linear.

O artifício empregado no caso consistiu em associar aos valores positivos de uma variável real o estado ligado e aos valores negativos o estado desligado. Ao mesmo tempo, acrescentamos ao índice um termo que penaliza desvios do valor nulo de modo que esta variável tome valores em torno do zero. Isto é, se  $x$ (variável real) representa  $i$ (variável digital) teremos que acrescentar ao índice um termo do tipo  $kx^2$ , onde  $k$  é um número que penalizará desvios de  $x$  em relação ao 0. Os  $x > 0$  correspondem a  $i = 1$  e os  $x \leq 0$  correspondem a  $i = 0$ , de modo que calculamos a função objetivo tendo em vista este mapeamento.

Com isso podemos tratar uma variável digital através de uma real e podemos aplicar o procedimento projetado para operar somente com variáveis reais.

Esta abordagem para escolha da melhor configuração de bombas tem a vantagem de implicar a otimização no sentido estrito, sem recurso a métodos heurísticos, pois incorpora as bombas de uma maneira natural no índice a otimizar.

### **3.3 Descrição do Método de Powell**

O método de Powell [ACT 70], [TAV 84], [PRE 89] é um método poderoso de otimização multivariável sem restrições e que não utiliza informação do gradiente. De fato, em [TAV 84] os autores afirmam: “De acordo com diversas comparações sistemáticas que se têm realizado e com a própria experiência dos autores, poderá dizer-se que o método de Powell é talvez o mais potente daqueles que não exigem o cálculo de derivadas da função a otimizar”.

O método utiliza um conjunto de direções atualizáveis sempre presumivelmente linearmente independentes e realiza sucessivas buscas nestas direções. Todos os métodos tipo "direction set methods" consistem de regras para atualização do conjunto de direções.

O método de Powell das direções conjugadas (ou não interferentes) procura obter direções com a propriedade que a otimização ao longo de uma delas não prejudique a otimização ao longo das outras direções, de modo que possamos evitar repetições infundáveis através do conjunto de direções.

Para definir matematicamente as direções conjugadas, deve-se notar que se minimizamos uma função ao longo de uma direção  $u$ , o gradiente da função será perpendicular a  $u$  no ponto de mínimo. Agora, tomando-se  $P$  (ponto onde se quer calcular o gradiente) como a origem de um sistema com coordenadas  $x$ , podemos escrever:

$$f(x) = f(P) + \sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} x_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} x_i x_j + \dots \approx c - b \cdot x + \frac{1}{2} x^T \cdot A \cdot x$$

onde:

$$c \equiv f(P) \quad b \equiv -\nabla f|_P \quad [A]_{ij} \equiv \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_P$$

A matriz  $A$  é denominada matriz Hessiana da função em  $P$ .

Calculando o gradiente com base na aproximação acima, temos:

$$\nabla f = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{b}$$

Então, a variação aproximada do gradiente quando variamos a direção de busca é:

$$\delta(\nabla f) = \mathbf{A} \cdot \delta \mathbf{x}$$

Assim, se acabamos de percorrer a direção  $\mathbf{u}$  até um ponto de mínimo e agora devemos escolher uma nova direção  $\mathbf{v}$ , devemos, para que esta nova direção não comprometa a minimização já executada, impor que a variação do gradiente seja perpendicular a  $\mathbf{u}$ , isto é:

$$\mathbf{u} \cdot \delta(\nabla f) = \mathbf{u} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{v} = 0$$

Quando dois vetores  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$  obedecem à condição acima, eles são chamados vetores conjugados. Quando esta relação é obedecida para todos os vetores (tomados dois a dois) de um conjunto, o conjunto é denominado conjunto conjugado. Então tomando-se  $N$  direções conjugadas linearmente independentes, ao executarmos  $N$  minimizações em linha ao longo destas direções chegaremos ao ponto de mínimo da função (se esta for uma função quadrática).

O método de minimização de Powell pode ser resumido através do seguinte procedimento:

1. Inicie o conjunto de direções com os vetores da base canônica ( $\mathbf{u}_i = \mathbf{e}_i$ ,  $i=1, \dots, N$ , com  $\mathbf{e}_i = [0 \dots 0 \ 1 \ 0 \ \dots 0]^T$ ).

2. Repita os seguintes passos até a função parar de decrescer:
  - 2.1. Armazene a posição inicial em  $P_0$
  - 2.2. Para  $i=1, \dots, N$ , mova  $P_{i-1}$  para o mínimo ao longo da direção  $u_i$  e chame este ponto de  $P_i$
  - 2.3. Para  $i=1, \dots, N-1$  faça  $u_i = u_{i+1}$
  - 2.4.  $u_N = P_N - P_0$
  - 2.5. Mova  $P_N$  para o mínimo ao longo da direção  $u_N$  e chame este ponto de  $P_0$

Powell mostrou, para funções quadráticas, que  $k$  iterações do algoritmo acima produzem um conjunto de direções  $u_i$  cujos últimos  $k$  membros são mutuamente conjugados. Portanto,  $N$  iterações do procedimento acima ( $N(N+1)$  minimizações em linha) irão exatamente minimizar uma função quadrática.

O problema com o método acima é que o procedimento de eliminar a direção  $u_1$  em favor de  $P_N - P_1$  tende a produzir um conjunto de direções linearmente dependentes.

Se isto acontecer, o método levará ao mínimo da função  $f$  restrito a um subespaço, ou seja, fornecerá uma solução errônea. Para evitar este problema, Powell modificou o procedimento básico e propôs um esquema heurístico que procura obter direções convenientes ao longo de vales estreitos da função ao invés de usar necessariamente  $N$  direções conjugadas.

A ideia básica do método modificado é ainda tomar  $\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_0$  como a nova direção de busca, pois esta é a direção média em que nos movemos depois de tentar todas as  $N$  possíveis direções. A alteração proposta é descartar não a primeira direção mas sim a direção em que a função teve o maior decréscimo. Isto pode parecer paradoxal, pois esta foi a melhor direção que seguimos, porém esta direção provavelmente será a maior componente da nova direção que estamos adicionando, de modo que sua eliminação do conjunto deve evitar que este se torne linearmente dependente.

No entanto, há algumas exceções a esta regra. Às vezes o melhor é não modificar o conjunto, ou seja não adicionar direção nova. Isto deve-se ao fato de que algumas vezes, a busca na nova direção proposta está exaurida. Powell propôs uma maneira de detectar esta condição.

Definem-se:

$$f_0 \equiv f(\mathbf{P}_0) \quad f_N \equiv f(\mathbf{P}_N) \quad f_E \equiv f(2\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_0)$$

$f_E$  é o valor da função no ponto  $\mathbf{P}_N + (\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_0)$ , ou seja, num ponto simétrico a  $\mathbf{P}_0$  com centro de simetria em  $\mathbf{P}_N$  ao longo da nova direção proposta. Também defina  $\Delta f$  como sendo o valor absoluto do maior decréscimo ao longo de qualquer uma das direções adotadas no procedimento básico. Então:

Se  $f_E \geq f_0$  mantenha o conjunto antigo de direções pois a nova direção proposta está exaurida.

Se  $2(f_0 - 2f_N + f_E) [(f_0 - f_N) - \Delta f]^2 \geq (f_0 - f_E)^2 \Delta f$ , então mantenha o conjunto antigo de direções pois ou o decréscimo ao longo da direção média não foi devido a nenhuma direção em particular, ou há uma derivada segunda substancial ao longo da direção média e parece que estamos próximos ao seu mínimo.

### 3.4 Descrição do Método do Poliedro Flexível com Simulated Annealing

O outro método que utilizamos, e que se mostrou superior ao de Powell para certas categorias de índice, é descrito em [YON 94]. A seguir, descrevemos sucintamente o método utilizado.

1. Escolha  $n+1$  pontos  $\pi_i \in \mathbb{R}^n$  distantes entre si de  $\lambda$  e não alinhados (gerando um volume não nulo) definindo o poliedro (simplex) inicial. Escolha os coeficientes  $\alpha > 0$ ,  $0 < \beta < 1$ ,  $\gamma > 1$ ,  $0 < \delta < 1$ , relacionados às operações de reflexão, contração, expansão e redução respectivamente. Normalmente adotam-se  $\alpha=1$ ,  $\beta=0.5$ ,  $\gamma=2$ ,  $\delta=0.5$ , ou valores próximos a estes. Escolha  $T > 0$  (temperatura inicial) e  $0 < \rho < 1$  (taxa de resfriamento). Estes parâmetros são dependentes do problema, sendo muitas vezes determinados através de simulações. Escolha a tolerância utilizada na regra de parada do algoritmo (tol).
2. Determine os pontos do simplex que geram os valores máximo e mínimo da função  $f$ , ou seja, os pontos  $\pi_H$  e  $\pi_L \in \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n+1}\}$  tais que  $f(\pi_H) = \max_i(f(\pi_i))$  e  $f(\pi_L) = \min_i(f(\pi_i))$ .
3. Calcule  $\pi_C$  (centro da face oposta ao vértice  $\pi_H$ ) por  $\pi_C = \frac{1}{n} \left[ \left( \sum_{j=1}^{n+1} \pi_j \right) - \pi_H \right]$



4. Reflexão:  $\pi_{\text{ref}} = \pi_{\text{C}} + \alpha (\pi_{\text{C}} - \pi_{\text{H}})$
  
5. Expansão: Se  $f(\pi_{\text{ref}}) < f(\pi_{\text{L}})$  então
  - 5.1.  $\pi_{\text{exp}} = \pi_{\text{C}} + \gamma (\pi_{\text{ref}} - \pi_{\text{C}})$
  
  - 5.2. Se  $f(\pi_{\text{exp}}) < f(\pi_{\text{L}})$  então  $\pi_{\text{H}} = \pi_{\text{exp}}$  senão  $\pi_{\text{H}} = \pi_{\text{ref}}$
  
6. Redução: Se  $f(\pi_{\text{ref}}) > f(\pi_{\text{H}})$  então, calcule  $q = \exp(-[f(\pi_{\text{ref}}) - f(\pi_{\text{H}})]/T)$ . Com probabilidade  $q$ , faça  $\pi_{\text{H}} = \pi_{\text{ref}}$  senão faça para todo  $\pi_i \neq \pi_{\text{L}} : \pi_i = \pi_{\text{L}} + \delta (\pi_i - \pi_{\text{L}})$
  
7. Contração: Se  $f(\pi_{\text{ref}}) > f(\pi_i)$  então com probabilidade  $q = \exp(-[f(\pi_{\text{ref}}) - f(\pi_{\text{H}})]/T)$  faça  $\pi_{\text{H}} = \pi_{\text{ref}}$  senão faça para todo  $\pi_i \neq \pi_{\text{H}} : \pi_i = \pi_{\text{C}} + \beta (\pi_i - \pi_{\text{C}})$
  
8. Regra de parada: Se  $\sum_{i=1}^{n+1} |f(\pi_i) - f(\pi_{\text{C}})| \leq \text{tol}$  então termine senão faça  $T = \rho T$  e retorne ao passo 2.

No nosso problema, determinamos  $T$  e  $\rho$  através de sucessivas simulações. Aumentando  $T$ , tendemos a evitar os mínimos locais, mas existe um limite acima do qual não existe vantagem em se aumentar  $T$ , implicando apenas uma demora excessiva do processamento. Quanto a  $\rho$ , normalmente valores entre 0.7 e 0.9 fornecem bons resultados. Escolhemos  $\lambda$  para ter a mesma ordem de grandeza do intervalo de variação das variáveis (90 graus para as válvulas). Adotamos  $\lambda=10$ .

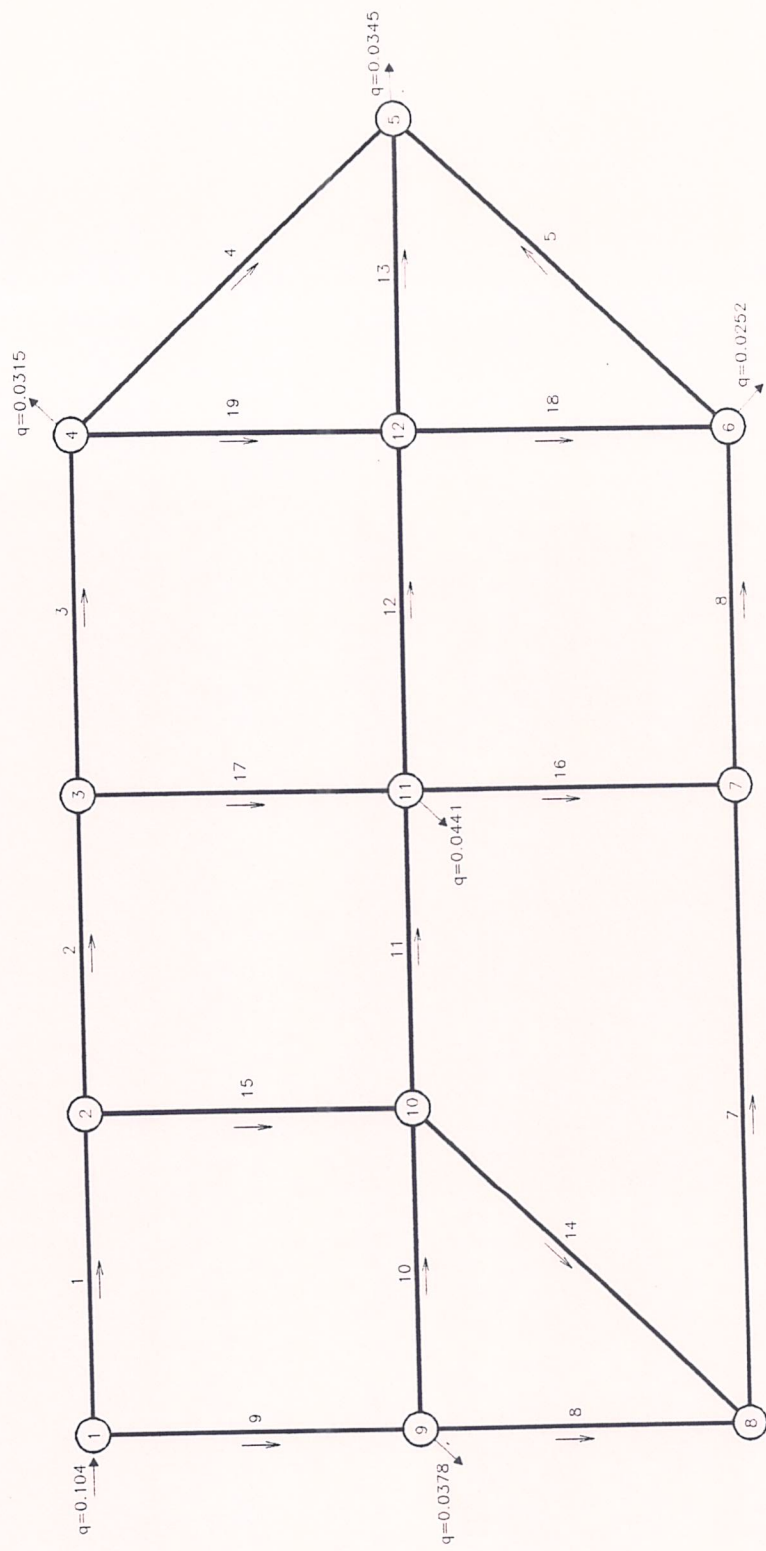
## 4. RESULTADOS

### 4.1 Exemplo de Cálculo de Regime Permanente

A seguir fornecemos um exemplo completo do cálculo do regime permanente para uma rede de 19 tubos, esquematizada na página seguinte. Os dados e resultados estão dispostos em forma de tabela para maior facilidade.

DADOS FORNECIDOS				VALORES OBTIDOS	
Tubo	Diâm. (m)	Compr. (m)	Coef. HW	$\Delta H$ (m)	Q (m <sup>3</sup> /s)
1	0.305	457.2	130	1.072	0.061
2	0.203	304.8	130	2.852	0.044
3	0.203	365.8	120	0.690	0.017
4	0.203	609.6	120	-0.410	-0.010
5	0.203	853.4	120	-0.472	-0.009
6	0.203	335.8	120	0.332	0.012
7	0.203	304.8	120	0.372	0.014
8	0.203	762.0	120	0.364	0.008
9	0.203	243.8	100	3.606	0.043
10	0.152	396.2	100	-0.128	-0.003
11	0.152	304.8	100	0.909	0.009
12	0.254	335.3	130	-0.037	-0.007
13	0.254	304.8	130	-0.148	-0.016
14	0.152	548.6	120	0.492	0.005
15	0.152	335.3	120	2.407	0.017
16	0.152	548.6	120	-0.044	-0.001
17	0.254	365.9	130	0.464	0.027
18	0.152	548.6	120	0.324	0.004
19	0.152	396.2	120	-0.262	-0.005

Tabela 3



REDE EXEMPLO – Regime Permanente

OBS: Adotamos o nó 3 como nó de referência de pressões.

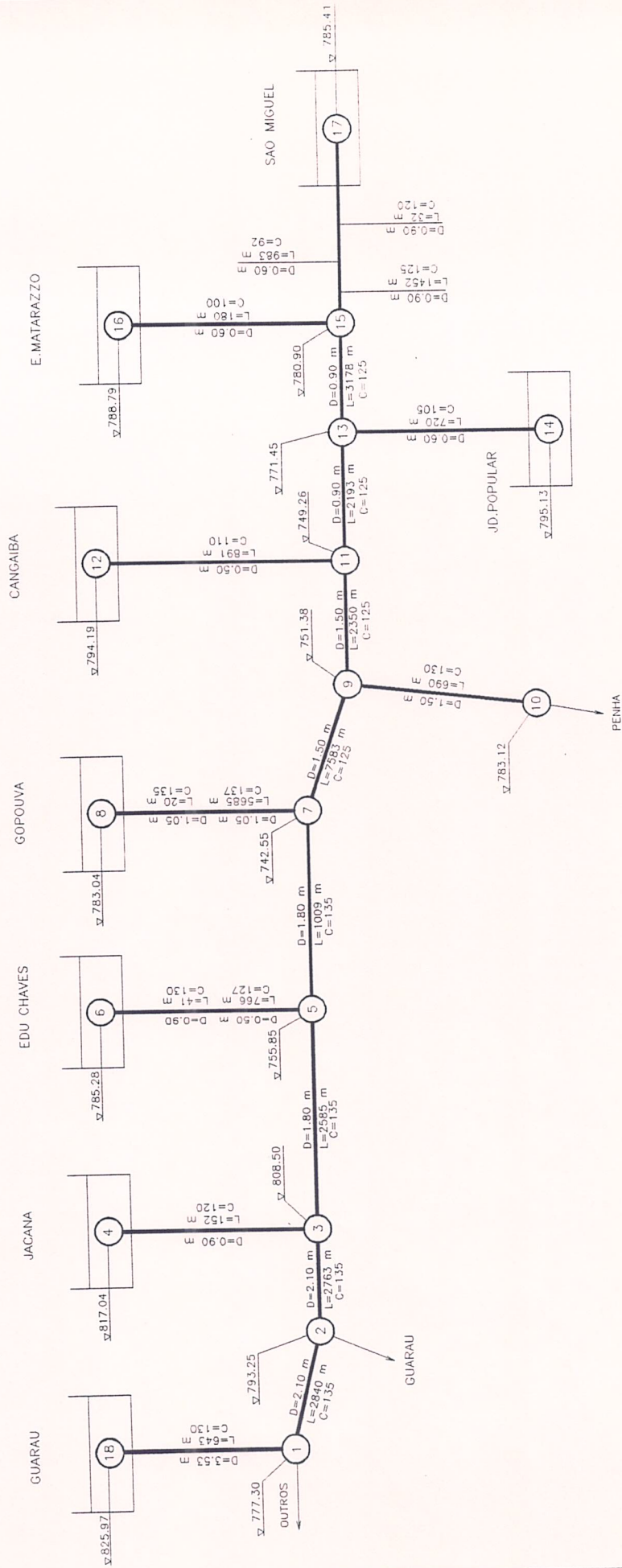
As pressões nodais (pressões em todos os nós) e vazões nodais (vazões nos nós de referência, de consumo fixado, de pressão fixada e de reservatório) são listadas nas tabelas seguintes:

NÓ	PRESSÃO (m)
1	-6.0769
2	2.8515
3	0.0000
4	-13.5899
5	-2.5798
6	-23.7516
7	-0.4200
8	-0.0476
9	-10.5832
10	0.4447
11	-12.7540
12	-0.4275

**Tabela 4**

NÓ	VAZÃO (m <sup>3</sup> /s)
1	-0.1040
3	0.0000
4	0.0315
5	-0.0346
6	0.0252
9	0.0378
11	0.0441

**Tabela 5**



ESQUEMA DO S.A.M. - ALÇA LESTE

As perdas de carga e as vazões devem ser consideradas com os respectivos sinais tomando como base a orientação marcada no esquema da rede.

Um aspecto interessante foi que, quando comparado a um programa de cálculo de regimes permanentes comercial (FLOW), o nosso software se mostrou sempre superior em termos de tempo de cálculo. No presente exemplo, a velocidade atingida foi de 10 avaliações/segundo (486 66MHz), 17 vezes mais rápido que o FLOW. Em outros casos cálculo do regime permanente foi 15 a 80 vezes mais rápido que no FLOW. Em casos onde havia tubos de "grande" diâmetro e "pequeno" comprimento, relativamente aos demais tubos, o FLOW ou demorou demais para convergir ou simplesmente não convergiu, enquanto que o método por nós utilizado convergiu sempre.

#### **4.2 Exemplo de Simulação e Otimização de Malha Hidráulica**

A seguir, ilustramos os resultados obtidos a partir da análise da Alça Leste do Sistema Adutor Metropolitano de São Paulo, esquematizada na página anterior.

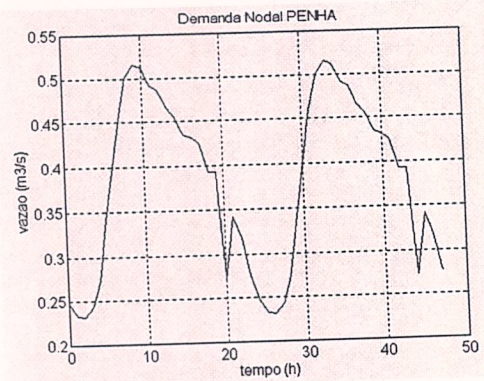
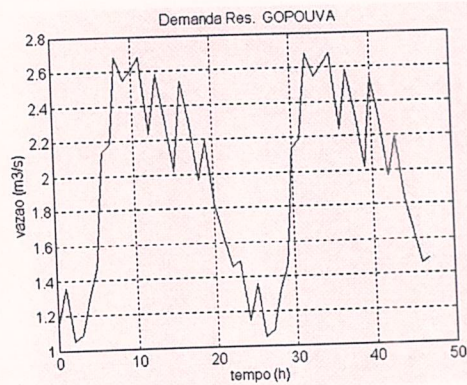
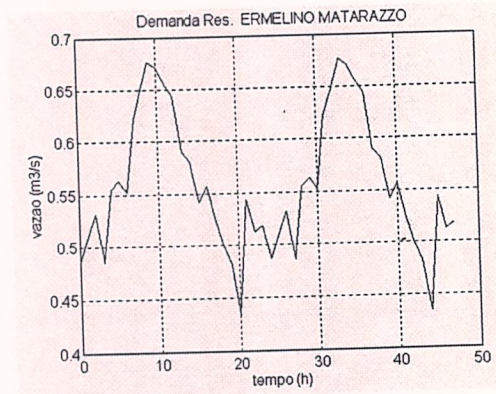
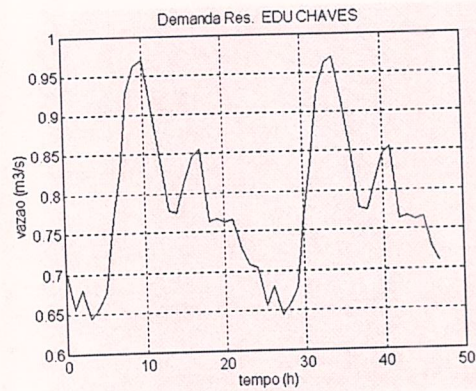
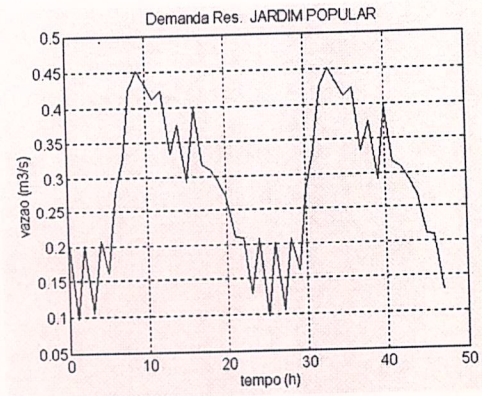
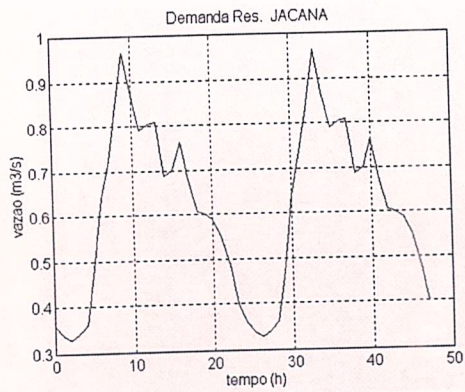
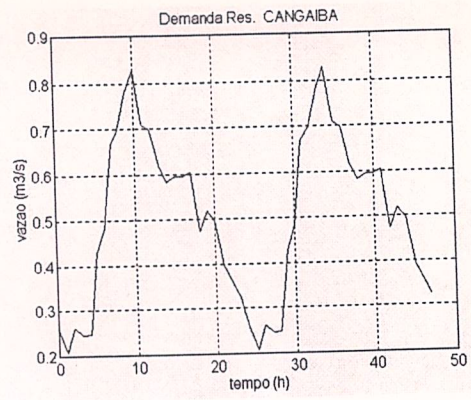
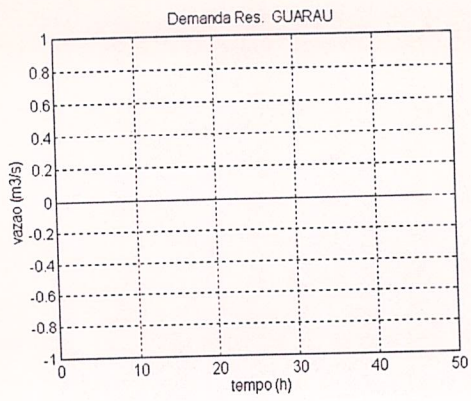
NOME DO RESERVATÓRIO	COTA LAJE (m)	LIMITE MÍN (m)	NÍVEL INIC (m)	LIMITE MÁX (m)	ÁREA (m <sup>2</sup> )
GUARAÚ	825.97	1.70	2.22	3.60	9920
JAÇANÃ	817.04	0.80	3.52	5.72	1620
EDU CHAVES	784.60	0.20	3.76	5.72	2530
GOPOÚVA	783.47	0.12	2.95	7.80	6100
CANGAÍBA	796.59	1.00	3.67	5.30	1770
JD. POPULAR	796.96	0.50	3.15	4.50	2000
ERM. MATARAZZO	787.81	0.60	3.44	8.00	2200
SÃO MIGUEL	783.41	0.40	1.21	8.50	1150

Tabela 6

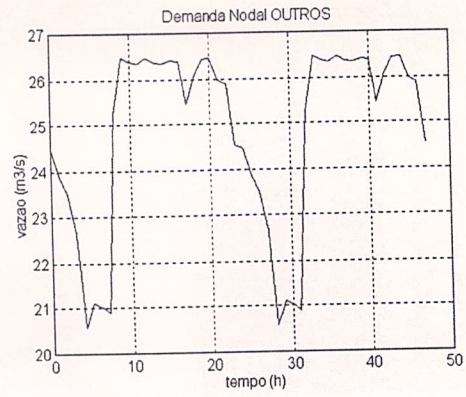
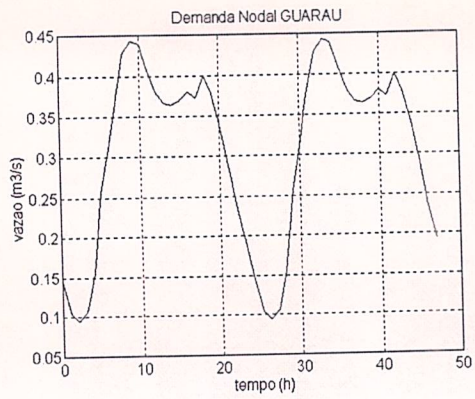
Algumas observações devem ser feitas:

- O modelo de válvula de reservatório utilizado foi:  $\Delta h = 100e^{-0.2(\theta-45)} q^2$ .
- Os registros de demanda dos reservatórios que se seguem foram obtidos para 24 horas, sendo extrapolados (periodicamente) para 48 horas com vistas a verificar melhor o comportamento do otimizador.
- A partir dos gráficos das posições dos atuadores em função do tempo, é fácil perceber em quais instantes foram realizadas novas otimizações e em quais intervalos foram mantidas as posições anteriores. Isto porque, quando o programa determina uma nova otimização, a posição dos atuadores varia para que o extremante do índice seja atingido.

A seguir, fornecemos em forma de gráficos, os dados relativos à vazão demandada temporal de cada reservatório, ou seja, a vazão solicitada pela população.

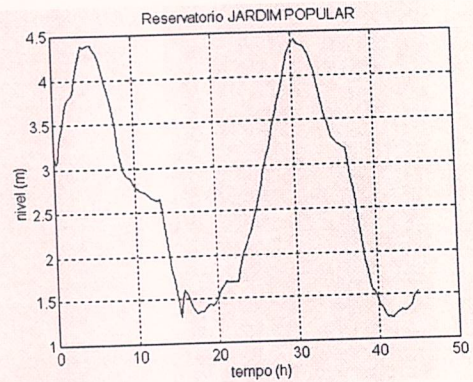
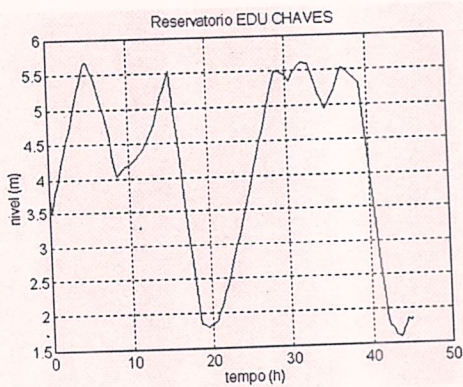
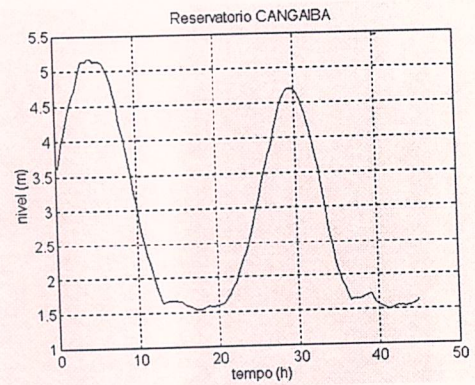
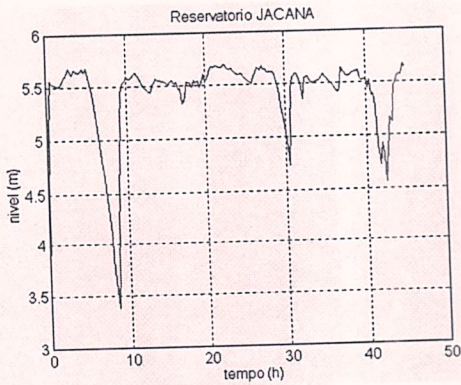
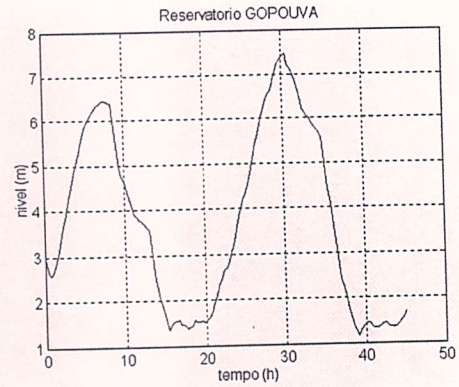
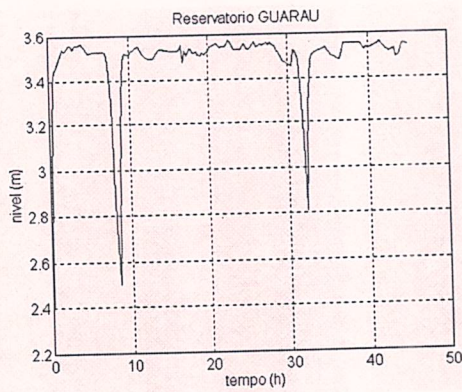


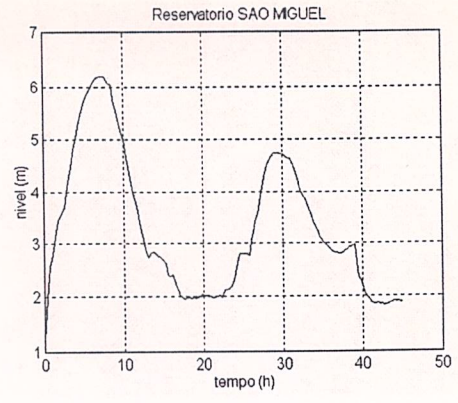
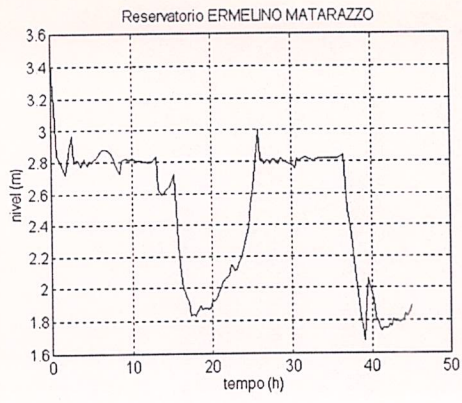




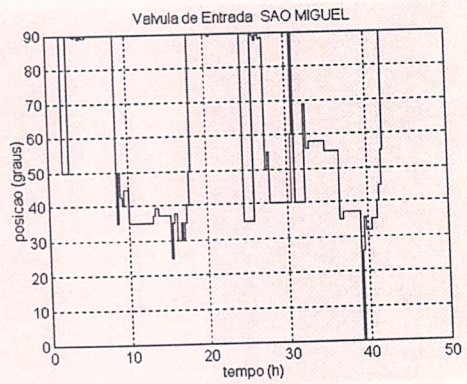
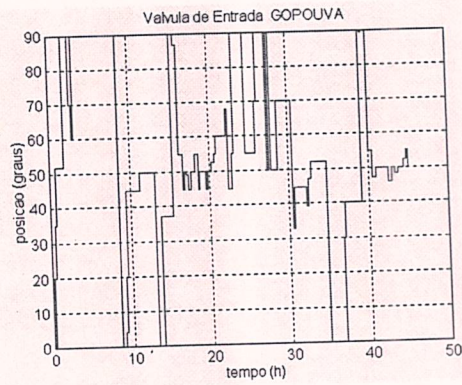
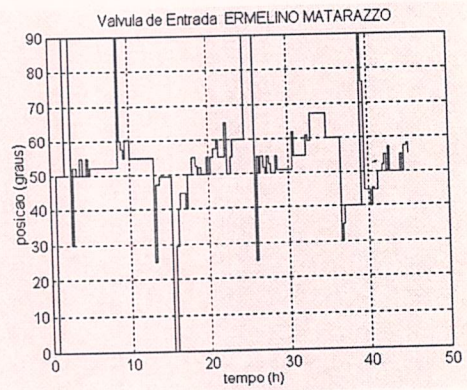
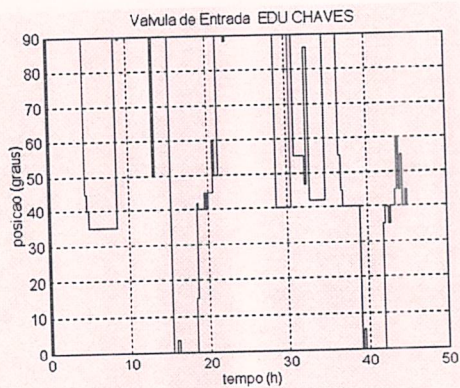
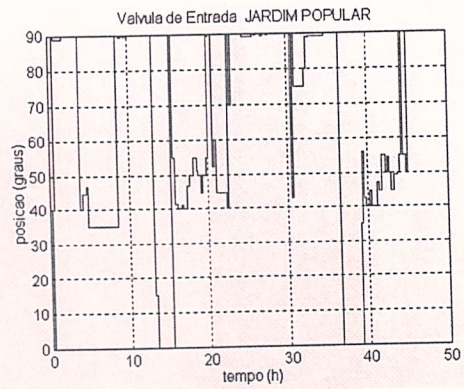
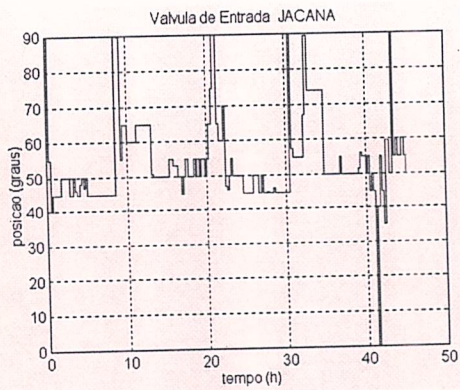
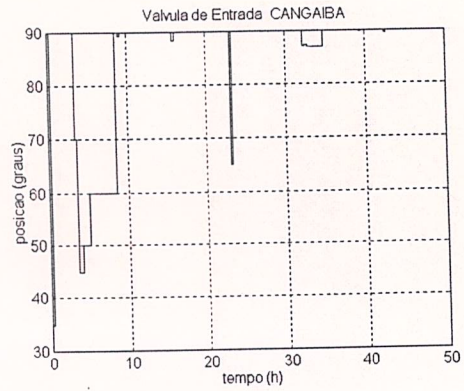
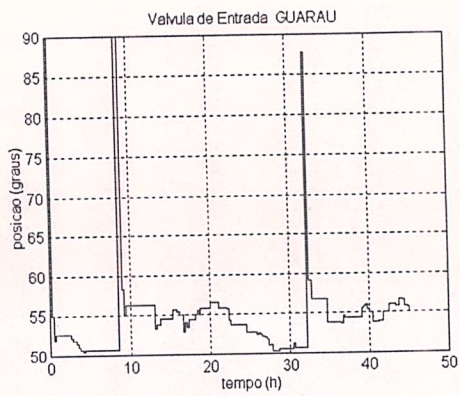
## 4.2.1 Resultados

Os resultados obtidos pelo otimizador foram:





As posições ótimas das válvulas foram:



#### 4.2.2 Conclusões obtidas da simulação:

Observando os gráficos podemos tirar as seguintes conclusões:

- o reservatório do Jaçanã pode ser facilmente recuperado em termos de volume se tivermos água disponível no Guaraú. Nesse sentido há relativa facilidade de transporte de água neste trecho.
- o tramo que conduz água ao reservatório de Cangaíba é um subsistema crítico no sentido de que, se não conseguirmos encher este reservatório completamente no período de menor demanda, ele fatalmente se esvaziará, mesmo estando o reservatório do Guaraú completamente cheio. Isto nos mostra que temos um problema de insuficiência na capacidade de transporte. Note que, mesmo com a operação ótima, o nível d'água esteve próximo ao limite mínimo, apesar da válvula de entrada permanecer quase sempre totalmente aberta.
- para alguns intervalos de tempo, as posições de válvula puderam ser mantidas durante algumas horas, tal como no trecho de 20 a 30 h, em que as posições ficaram constantes por aproximadamente 8 horas.
- as discontinuidades nas posições das válvulas foram especificadas para um tempo mínimo de 15 minutos. As discontinuidades aparentes são portanto decorrência do fato da escala de tempos estar graduada de 0 a 50 horas.

A partir do histórico de operação do dia podemos montar a seguinte tabela comparando o desempenho do controle manual com o controle otimizado:

Reservatório	Limite mínimo (m)	Limite máximo (m)	Mínimo manual (m)	Máximo manual (m)	Mínimo ótimo (m)	Máximo ótimo (m)
Guaraú	1.7	3.6	1.69	3.55	2.14	3.57
Jaçanã	0.8	5.72	1.60	5.13	3.41	5.70
Edu Chaves	0.2	5.72	1.46	5.06	1.82	5.62
Gopoúva	0.12	7.8	2.63	7.18	1.50	7.50
Cangaíba	1.0	5.3	0.97	5.05	1.55	5.23
Jd. Popular	0.5	4.5	2.35	4.44	1.37	4.45
Erm.Matarazzo	0.6	8.0	2.25	4.98	1.72	3.40
São Miguel	0.4	8.5	1.21	4.00	1.90	6.10

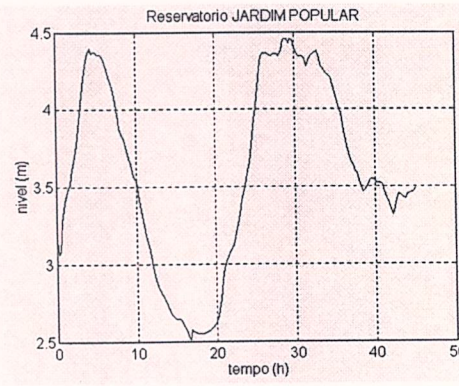
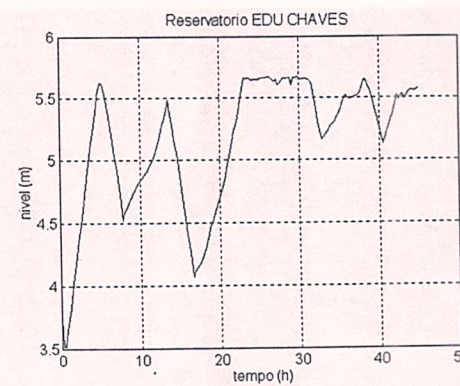
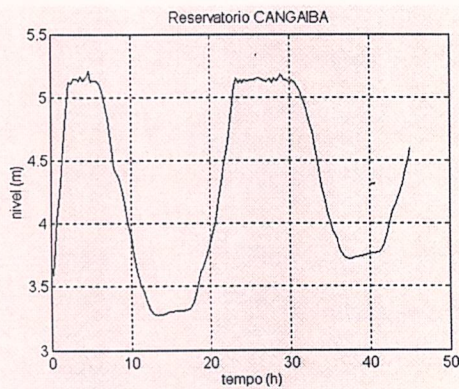
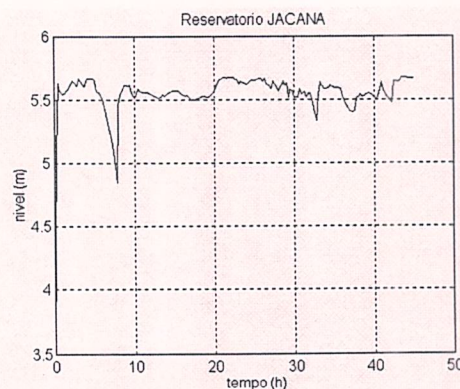
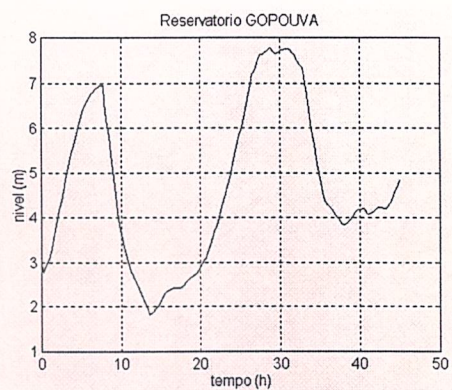
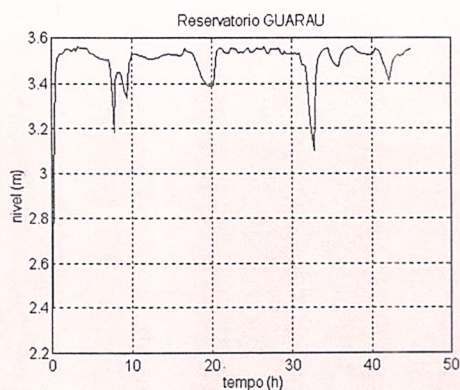
Tabela 7

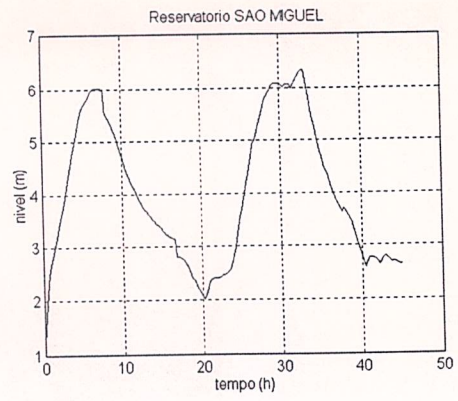
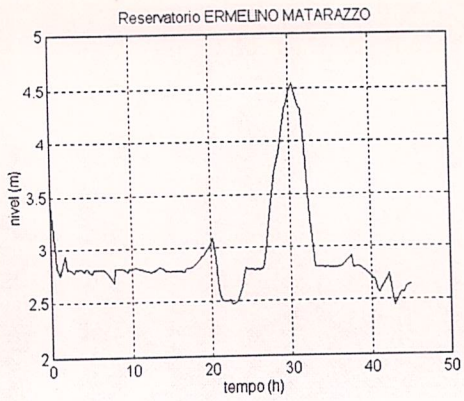
A partir da tabela acima e das simulações efetuadas, pudemos perceber que:

- o sistema automático tende a encher mais os reservatórios para os quais se tem maior dificuldade no transporte de água.
- em relação aos valores mínimos permitidos, o sistema automático sempre respeitou os limites mínimo e máximo com uma boa margem, caso que não ocorreu no sistema manual, havendo invasão do limite mínimo no caso do Guaraú e no caso de Cangaíba. Alguns reservatórios (Gopoúva, Jd. Popular e Ermelino Matarazzo) alcançaram, no sistema automático, um nível inferior ao manual. Este fato é explicado notando-se que o sistema automático direcionou mais água para os lugares prioritários, mantendo porém os diversos reservatórios em condição normal.
- no caso do reservatório de Ermelino Matarazzo, a capacidade de transporte e a demanda média proporcionam uma facilidade maior de controle, no esquema manual o reservatório atingiu um volume superior ao do esquema automático. Isto porém só aconteceu para este reservatório.

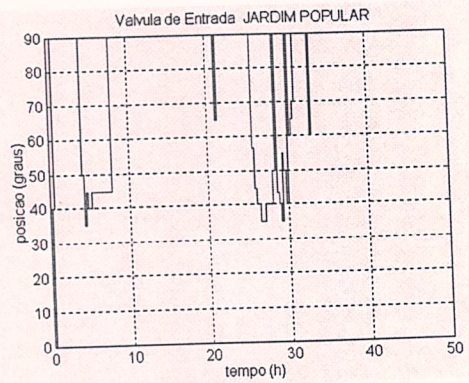
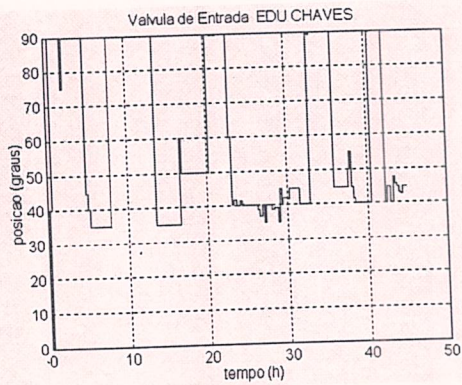
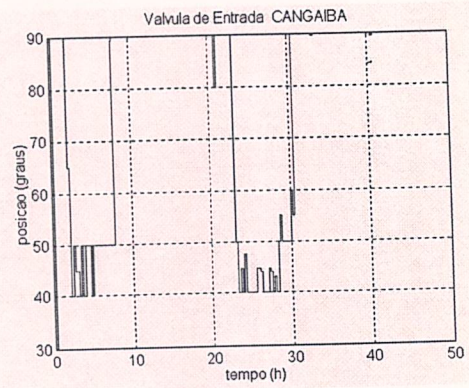
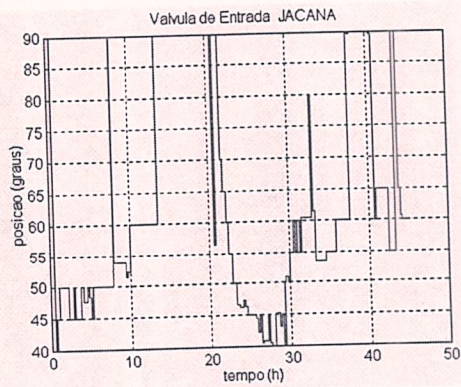
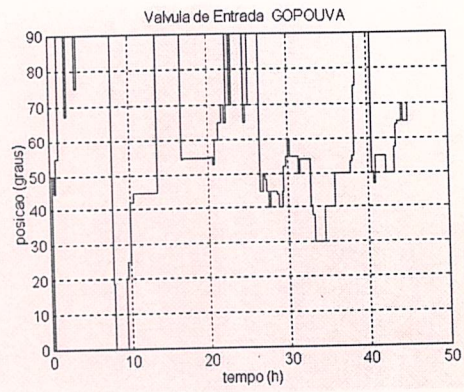
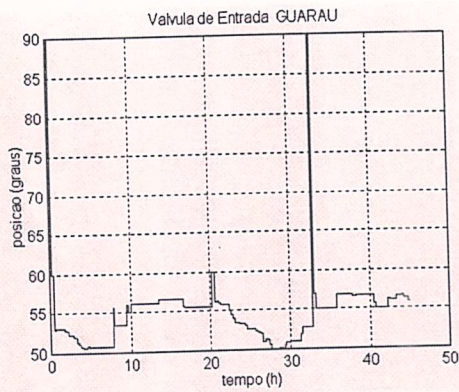
Para ilustrar um caso onde haja bomba no sistema, colocamos neste tramo uma bomba VUP Arial (55 kW - 4 pás - 14 graus de inclinação de pá) de fabricação ABS. Neste exemplo, não inserimos penalização na ligação da bomba, ou seja, pode-se ligar a bomba livremente quando isto significar a melhora do índice, sem preocupação com gastos de energia. Todavia, pode-se penalizar facilmente estes gastos.

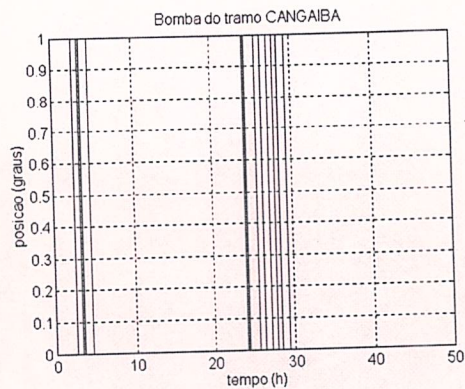
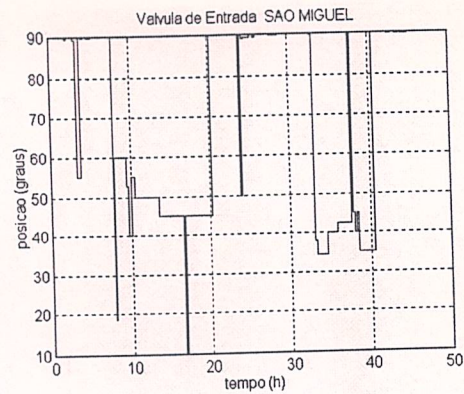
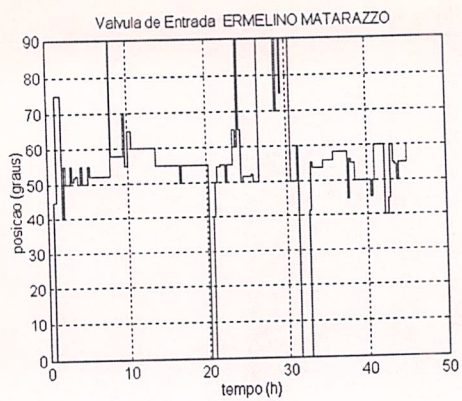
Os resultados obtidos estão ilustrados nos gráficos seguintes:





As posições ótimas de atuadores são:





No gráfico acima o valor 0 significa bomba desligada e 1 significa bomba ligada.

A partir dos gráficos acima podemos concluir que, neste subsistema, a inclusão da bomba melhorou substancialmente os resultados, posto que todos os níveis mínimos alcançados foram superiores ao caso sem bomba. Isto ocorreu devido ao fato de que, aliviando o problema de transporte para o reservatório de Cangaíba, pode-se operar todo o sistema de uma maneira mais eficiente. No caso anterior, às vezes o sistema de controle restringia fortemente o transporte de água para outros reservatórios com vistas a concentrar mais pressão e vazão em direção aos reservatórios mais críticos, que naquele instante eram os que mais pressionavam o índice.

Uma outra conclusão importante que pode-se tirar daqui é que o sistema realmente é fortemente acoplado e um reservatório crítico pode prejudicar sobremaneira o



desempenho de todos os outros, pois ele força o sistema de controle a concentrar-se quase que exclusivamente em manter o nível mínimo deste acima de seu respectivo limite mínimo.

## 5. CONCLUSÕES

Neste trabalho, nos propusemos a estudar o problema do controle operacional de sistemas hidráulicos complexos e a desenvolver um software de controle para operá-los. Tal tarefa foi particionada em várias subtarefas visando a um melhor entendimento e à implementação de cada parte. As mais importantes subtarefas foram:

- Modelagem de sistemas hidráulicos visando a obter modelos que pudessem ser empregados com sucesso no controlador
- Estudo de algoritmos de otimização, visando selecionar/adaptar aqueles que melhor se adequassem ao problema em questão.
- Especificação de índice de mérito, cuja otimização gerasse automaticamente as manobras que resultariam em uma melhor operação do sistema, quando comparado ao sistema manual.

Paralelamente a este estudo, fomos codificando o software, que incorporou um módulo de cálculo de regime permanente, um módulo para efetuar a simulação dinâmica, um módulo otimizador para obter as melhores manobras a serem realizadas, um módulo de entrada de parâmetros e um módulo de alta resolução para a plotagem e visualização dos resultados obtidos em termos de manobras, níveis de reservatórios e vazões de entrada nestes reservatórios.

O módulo de regime permanente, essencial à simulação dinâmica, se mostrou altamente eficiente, quando comparado a softwares semelhantes. Tal fato já era esperado com base nos resultados publicados em artigos e nas modificações

realizadas (inclusão de procedimentos de matrizes esparsas, alteração direta destas matrizes, algoritmo de propagação das perdas de carga da rede, etc...)

Em seguida, realizamos diversas simulações e otimizações baseados nos dados da Alça Leste do Sistema Adutor Metropolitano.

Destas simulações, foi possível perceber que é possível realizar a controle operacional de um sistema hidráulico, de uma maneira mais estável, melhorando a operação das estações de tratamento de água e permitindo conhecer com maior antecedência as vazões a serem aduzidas.

A utilização do simulador permitiu também analisar e detectar os pontos verdadeiramente críticos do sistema, podendo resultar desta análise a priorização e o dimensionamento de novos reservatórios e adutoras.

Pôde-se perceber também que, em alguns casos, a obra mais óbvia na verdade não resolve o problema. Por exemplo, a ampliação significativa do reservatório do Guaraú não resolve necessariamente o problema de água da Alça Leste, pois neste caso, o problema principal é a deficiência na capacidade de transporte em alguns trechos, conforme apontado pelo simulador. Assim sendo, o que tal obra melhoraria seria a inércia do sistema às custas de um grande investimento.

Porém, devemos observar que é viável a regularização significativa das vazões de estações de tratamento com base em um sistema de controle bem projetado, alternativa muito mais barata do que obras superdimensionadas de ampliação.

Adicionalmente a estas considerações, devemos mencionar que, no Brasil, e em muitos países do mundo não se dispõe de um sistema decisório automático (ainda mais com otimização).

Tal fato reflete-se muitas vezes em manobras errôneas, obras superdimensionadas, falta de aproveitamento das instalações já existentes (neste particular, a otimização do processo é fator importante, já que tende a utilizar ao máximo os recursos disponíveis) com os consequentes resultados tais como gastos excessivos em obras inadequadas, falta de capacidade de abastecimento (sistema manual), dificuldade de planejamento e opiniões conflitantes dos vários operadores.

Portanto, utilizando-se um sistema automático otimizado pode-se eliminar ou minorar vários destes problemas, resultando em uma melhora substancial do processo de abastecimento, mesmo utilizando as instalações já existentes.

Além do mais, a partir do software de simulação desenvolvido, torna-se possível a indicação consistente das obras de ampliação necessárias. É provável que, adicionalmente à maior eficiência conseguida, o custo destas seja muito inferior ao custo de obras indicadas a partir de uma análise superficial do sistema.

Finalmente, concluímos que, como qualquer trabalho, este admite extensões, algumas das quais formam parte essencial à resolução completa do problema de controle operacional. Algumas destas são:

- Otimização do Projeto de Obras, ou seja, a partir do simulador, otimizaremos a escolha dos diâmetros de adutoras, dimensão dos reservatórios, etc...

- Modificação do índice adotado, com a finalidade de levar em conta especificidades das estações de tratamento.
- Estudo pormenorizado da instrumentação específica, sua modelagem e sua forma de acoplamento ao sistema de controle.
- Estudo de preditores de demanda por métodos clássicos e por redes neurais.
- Estudo do desacoplamento das subredes existentes de modo a não sobrecarregar o otimizador com problemas de ordem muito elevada. Aqui o termo muito elevada vai depender do sistema específico e do computador empregado.
- Estudo de heurísticas auxiliares, quer como um sistema especialista, quer como busca em espaço de estados para auxiliar o otimizador.

## 6. APÊNDICE - MENUS DO PROGRAMA

Inicialmente, temos o menu principal, o qual contém as seguintes opções auto-explicativas:

1. ARQUIVOS => ENTRADA DE DADOS DA REDE
2. REGPERM => CALCULO DO REGIME PERMANENTE
3. NIVINI => IMPOSICAO DE NIVEIS INICIAIS AOS RESERVATORIOS
4. SIMDIN => SIMULACAO DINAMICA DO SISTEMA
5. OTIM => OTIMIZACAO DO CONTROLE OPERACIONAL
6. GRAF => TRACADO DO GRAFICO DO ULTIMO CALCULO
7. PARAM => ESPECIFICACAO DE PARAMETROS DO SIMULADOR
8. FIM => TERMINO DO PROGRAMA

A seguir, descrevemos a função de cada uma destas opções.

Opção ARQUIVOS => Podemos especificar os nomes dos seguintes arquivos:

1. ARQUIVO DE DADOS DA REDE => Especifica o arquivo principal de dados, onde é descrita a rede com seus elementos componentes e suas propriedades, as vazões demandadas para cada reservatório, os níveis iniciais dos reservatórios, etc... Deve-se notar que o programa faz testes de consistência dos dados, incluindo limites inferiores e superiores para os dados de entrada. Se o teste de consistência falhar, o programa emite uma mensagem e termina.

2. ARQUIVO DE RESULTADOS DO REGIME PERMANENTE => É o arquivo de vazões e pressões resultantes do cálculo do regime permanente, calculado com base no arquivo 1.
3. ARQUIVO DE DADOS DE MANOBRAS => Especifica uma sequência de manobras de bombas e válvulas que queremos simular.
4. ARQUIVO DE NÍVEIS DE RESERVATÓRIOS => É o arquivo de níveis de reservatórios, calculado com base nas manobras especificadas no arquivo 3, quando da seleção do item SIMDIN no menu principal.
5. ARQUIVO DE ÍNDICES => É um arquivo de resultados que fornece, para cada reservatório, o valor de seu tempo de esvaziamento previsto. Está vinculado ao arquivo 3, ou seja, são resultados para uma sequência de manobras pré-especificada pelo usuário.
6. ARQUIVO DE OPERAÇÕES ÓTIMAS => É o arquivo da sequência ótima de manobras de bombas e válvulas, gerado quando da seleção do item OTIM do menu principal.
7. ARQUIVO DE NÍVEIS ÓTIMOS => Idem ao arquivo 4, mas considerando a sequência ótima de operações.
8. ARQUIVO DE ÍNDICES ÓTIMOS => Idem ao arquivo 5, mas considerando a sequência ótima de operações.

Opção NIVINI => Permite a recolocação dos reservatórios em seus níveis inicialmente especificados. Esta opção se faz necessária porque permitimos que as

simulações seguintes partam do estado final da simulação anterior. Isto permite simularem-se vários períodos do sistema (adotando-se uma sequência de manobras periódica).

Opção SIMDIN => Executa uma simulação dinâmica utilizando a sequência de manobras pré-especificada. Só é executado se o sistema possuir reservatórios.

Opção OPTIM => Executa a otimização do índice adotado concomitantemente com a simulação do sistema nestas condições. Só é executado se o sistema possuir reservatórios.

Opção GRAF => Plota diversos gráficos referentes à simulação realizada, tais como nível do reservatório em função do tempo, posição das válvulas em função do tempo, etc... Os eixos do gráfico são auto-escalados de modo que tenhamos somente divisões múltiplas de 1, 2 e 5.

Opção PARAM => Especifica uma série de parâmetros do programa. Estes são descritos a seguir.

Os dois parâmetros seguintes controlam o tempo da simulação:

NÚMERO DE INTERVALOS DE SIMULACAO=> É o número de intervalos da simulação

PASSO DA TABELA DE SIMULACAO (s) => É o o tamanho de cada intervalo (em segundos)

Os dois parâmetros seguintes controlam a visualização do gráfico na tela:



TEMPO INFERIOR PARA O GRÁFICO (h) => abscissa inferior em horas.

TEMPO SUPERIOR PARA O GRÁFICO (h) => abscissa superior em horas.

Os parâmetros seguintes controlam o integrador numérico:

TIPO DE INTEGRAÇÃO (F/V) => Especifica se iremos utilizar passo fixo ou variável

DIVISOR DO PASSO FIXO=> Caso adotemos o esquema de passo fixo, podemos especificar um divisor do passo para maior precisão do integrador. Ou seja, o passo do integrador é calculado como o quociente entre o passo da tabela e o divisor de passo.

TOLERÂNCIA DO PASSO VARIÁVEL => Caso adotemos o esquema de passo variável, este parâmetro controla a tolerância admitida no esquema de step-doubling descrito anteriormente.

MÍNIMO PASSO VARIÁVEL => Especifica o mínimo passo variável a ser utilizado.

Os dois parâmetros seguintes controlam o módulo de regime estacionário:

TOLERÂNCIA RELATIVA DO REGIME PERMANENTE => Especifica a tolerância a partir da qual admite-se que o processo convergiu (vide critério de parada exposto anteriormente no texto)

POSIÇÃO DAS VÁLVULAS DE CONTROLE NO REGIME PERMANENTE => Especifica a posição inicial das válvulas de controle, a ser adotada no cálculo do regime permanente.

Os dois parâmetros seguintes controlam o otimizador:

TOLERÂNCIA DO OTIMIZADOR: => É a tolerância a partir da qual admite-se que o otimizador convergiu.

LAMBDA DO OTIMIZADOR :=> Especifica a distância inicial entre vértices do poliedro flexível para o método do Simulated Annealing.

SALVAR ARQUIVO DA SIMULACAO ATUAL (S/N): Caso especifiquemos S, o programa sempre salva os arquivos de resultados, caso contrário não salva.

BREAKPOINT PARA EXTRAVASAMENTO (s): É um parâmetro auxiliar para denotar a partir de que tempo previsto de extravasamento, começamos a incluí-lo no índice, ou seja a partir de que ponto o extravasamento passa a ser considerado.

## REFERÊNCIAS

### Artigos

- [BHA1 88] BHAVE, P.R. Calibrating water distribution network models. **ASCE Journal of Environmental Engineering**, v. 114, n. 1 pp. 120-136, Feb. 1988.
- [BHA2 88] BHAVE, P.R. Extended period simulation of water systems - direct solution. **ASCE Journal of Environmental Engineering**, v. 114, n. 5, pp. 1146-1159, Oct. 1988.
- [CHA 72] CHANDRASHEKAR, M.; KESAVAN, H.K. Graph-theoretic models for pipe network analysis. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 98, n. hy2, pp. 345-364, Feb. 1972.
- [CHA 74] CHANDRASHEKAR, M.; STEWART, K.H. Sparsity oriented analysis of large pipe networks. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 101, n. hy4, pp. 341-355, Apr 1974.
- [CHA 80] CHANDRASHEKAR, M. Extended set of components in pipe networks. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 106, n. hy1, pp. 133-149, Jan 1980.
- [COH 93] COHEN, G.; CARPENTIER, P. Applied mathematics in water supply network management. **IFAC Automatica**, v. 29, n. 5, pp.1215-1250, Sep 1993.
- [EPP 70] EPP, R.; FOWLER, A.G. Efficient code for steady-state flows in networks. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 96, n. hy1, pp. 43-56, Jan 1970.
- [ISA 78] ISAACS, L.T.; MILLS, K.G. Linear theory methods for pipe network analysis. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 106, n. hy7, pp. 1191-1201, Jul 1980.
- [JEP 75] JEPPSON, R.W.; TAVALLAEE, A. Pumps and reservoirs in networks by linear theory. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 101, n. hy3, pp. 577-580, Mar 1975.
- [KUC 88] KUCZERA, G.; DIMENT, G. General water supply system simulation model: WASP. **ASCE Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 114, n. 4, pp. 365-382, Jul 1988.
- [LAM1 72] LAM, C.F.; WOLLA, M.L. Computer analysis of water distribution systems: Part I - Formulation of Equations. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 98, n. hy2, pp. 335-343, Feb 1972.
- [LAM2 72] LAM, C.F.; WOLLA, M.L. Computer analysis of water distribution systems: Part II - Numerical solution. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 98, n. hy2, pp. 447-460, Mar 1972.

- [LIU 69] LIU, K.T.H. The numerical analysis of water supply networks by digital computer. **Proceedings, 13th Congress of the International Association for Hydraulic Research**, v.1, subject A, Sep. 1969, pp. 25-42.
- [McLA 89] McLAUGHLIN, M.P. Simulated Annealing. **Dr. Dobb's Journal**. n. 155, Sep 1989.
- [NAH 73] NAHAVANDI, A.M.; CATANZARO, G.V. Matrix methods for analysis of Hydraulic networks. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 99, n. hy1, pp. 47-63, Jan 1973.
- [NIE 89] NIELSEN, H.B. Methods for analyzing pipe networks. **ASCE Journal of Hydraulic Engineering**, v. 115, n. 2, pp. 139-157, Feb 1989.
- [NOG 93] NOGUEIRA, A.C. Steady state fluid network analysis. **ASCE Journal of Hydraulic Engineering**, v. 119, n. 3, pp. 431-436, Mar, 1993.
- [ONI 86] ONIZUKA, K. System dynamics approach to pipe network analysis. **ASCE Journal of Hydraulic Engineering**, v. 112, n. 8, pp. 728-749, Aug, 1986.
- [ORM 86] ORMSBEE, L.E.; WOOD, D.J. Explicit pipe network calibration. **ASCE Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 112, n. 2, pp. 166-182, Apr, 1986.
- [RAO1 77] RAO, H.S.; BREE, D.W. Extended period simulation of water systems - Part A. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 103, n. hy2, pp. 97-108, Feb 1977.
- [RAO2 77] RAO, H.S.; BREE, D.W. Extended period simulation of water systems - Part B. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 103, n. hy3, pp. 281-294, Mar 1977.
- [SHA 68] SHAMIR, U.; HOWARD, C.D.D. Water distribution systems analysis. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 94, n. hy1, pp. 219-234, Jan 1968.
- [SHI 89] SHIMADA, M. Graph-theoretical model for slow transients analysis of pipe networks. **ASCE Journal of the Hydraulic Engineering**, v. 115, n. 9, pp. 1165-1183, Sep 1989.
- [WAL 83] WALSKI, T.M. Technique for calibrating network models. **ASCE Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 109, n. 4, pp. 361-372, Oct 1983.
- [WAL 86] WALSKI, T.M. Case study: Pipe network model calibration issues. **ASCE Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 112, n. 2, pp. 238-249, Apr 1986.
- [WOO 72] WOOD, D.J.; CHARLES, C.O. Hydraulic network analysis using linear theory. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 98, n. hy7, pp. 1157-1170, Jul 1972.

[WOO 81] WOOD, D.J.; RAYES, A.M. Reliability of algorithms for pipe network analysis. **Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 107, n. hy10, pp. 1145-1161, Oct 1981.

[WUR 93] WURBS, R.A. Reservoir-system simulation and optimization models. **ASCE Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 119, n. 4, pp. 455-472, Jul/Aug 1993.

[YON 94] YONEYAMA, T.; CARDOZO, E. Randomized search methods for optimization of controller parameters. **Anais do 10º Congresso Brasileiro de Automática**, v.1, pp 584-589, Set 1994.

### **Livros**

[ACT 70] ACTON, F.S. **Numerical methods that work**. New York, Harper and Row, 1970.

[BLU 72] BLUM, E.K. **Numerical analysis and computation: theory and practice**. New York, John Wiley, 1972.

[BUR 89] BURDEN, R.L.; FAIRES, J.D. **Numerical analysis**. 4.ed. Boston, PWS, 1989.

[CAR 69] CARNAHAN, B.; LUTHER, H.A.; WILKES, J.O. **Applied numerical methods**. New York, John Wiley, 1969.

[COL 66] COLLATZ, L. **The numerical treatment of differential equations**. 3.ed. New York, Springer, 1966.

[DEN 59] DENNIS, J.B. **Mathematical programming and electrical networks**. Cambridge, M.I.T. Press, 1959.

[DOE 90] DOEBELIN, E.O. **Measurement systems**. 4.ed. New York, McGraw Hill International Editions, 1990.

[DUR 94] DURKIN, J. **Expert systems: Design and implementation**. New York, Macmillan, 1994.

[FUR 73] FURTADO, A.L. **Teoria dos grafos - Algoritmos**. Rio de Janeiro, LTC, 1973.

[GOL 89] GOLUB, G.H.; VAN LOAN, C.F. **Matrix computations**. Baltimore, The Johns Hopkins University Press, 1989.

[HEN 62] HENRICI, P. **Discrete variable methods in ordinary differential equations**. New York, John Wiley, 1962.

[HIM 72] HIMMELBLAU, D.M. **Applied nonlinear programming**. New York, McGraw Hill, 1972.

[HIM 88] HIMMELBLAU, D.M. **Optimization of chemical processes**. New York, McGraw Hill, 1988.

- [KAR 89] KARMANOV, G.V. **Mathematical programming**. Moscow, Mir, 1989.
- [KEN 80] KENNINGTON, J.L.; HELGASON, R.V. **Algorithms for network programming**. New York, John Wiley, 1980.
- [LUE 69] LUENBERGER, D.G. **Optimization by vector space methods**. New York, John Wiley, 1969.
- [MIN 86] MINOUX, M. **Mathematical programming: Theory and algorithms**. New York, John Wiley, 1986.
- [MOR 71] MOROZOWSKI Fo., M. **Matrizes esparsas em redes de potência: Técnicas de operação**. Rio de Janeiro, LTC/Eletróbrás/FEESC, 1971.
- [ORT 70] ORTEGA, J.M.; RHEINBOLT, W.C. **Iterative solution of nonlinear equations in several variables**. New York, Academic Press, 1970.
- [PAS 85] PASHKOV, N.N.; DOLQACHEV, F.M. **Hidráulica y máquinas hidráulicas**. Moscow, Mir, 1985.
- [PIS 84] PISSANETZKY, S. **Sparse matrix technology**. London, Academic Press, 1984.
- [POL 71] POLAK, E. **Computational methods in optimization**. New York, Academic Press, 1971.
- [PRE 89] PRESS, W.H.; FLANNERY, B.P.; TEULKOLSKY, S.A.; VETTERLING, W.T. **Numerical recipes in Pascal: The art of scientific computing**. Cambridge, Cambridge University Press, 1989.
- [RIB 85] RIBEIRO, C.R. **Controle de escoamentos em instalações de condutos forçados**. São Paulo, 1985, 156p. Tese de Doutorado - Universidade de São Paulo.
- [SOU 88] SOUZA, P.A.; MARTINS, J.R.S.M; FADIGA JR., F.M. **Transitórios hidráulicos**. São Paulo, 1988, Publicação Interna - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- [TAV 84] TAVARES, L.V.; CORREIA, F.N. **Optimização linear e não linear**. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 1984.
- [WIN 84] WINSTON, P.H. **Artificial intelligence**. Reading, MA, Addison-Wesley, 1984.
- [WYL 78] WYLIE, E.B.; STREETER, V.L. **Fluid transients**. New York, McGraw Hill, 1978.
- [YOU 71] YOUNG, D.M. **Iterative solution of large linear systems**. New York, Academic Press, 1971.
- [ZAH 90] ZAHED Fo., K. **Previsão de demanda de consumo em tempo real no desenvolvimento operacional de sistemas de distribuição de água**. São Paulo, 1990, 160p. Tese de Doutorado - Universidade de São Paulo.

[ZHO 92] ZHOU, J.L; TITS, A.L. **User's guide for FSQP version 3.0b: a FORTRAN code for solving constrained nonlinear (minimax) optimization problems, generating iterates satisfying all inequality and linear constraints.** College Park, University of Maryland, Systems Research Center, 1993.