

PLÍNIO DA SILVA COSTA

**Controle Robusto Digital Aplicado em Sistema
Tanque Quádruplo**

São Paulo
2021

PLÍNIO DA SILVA COSTA

**Controle Robusto Digital Aplicado em Sistema
Tanque Quádruplo**

Versão Corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Mestre em Ciências.

São Paulo
2021

PLÍNIO DA SILVA COSTA

**Controle Robusto Digital Aplicado em Sistema
Tanque Quádruplo**

Versão Corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Mestre em Ciências.

Concentration area:

Engenharia de Sistemas

Advisor:

Bruno Augusto Angélico

São Paulo
2021

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 13 de Janeiro de 2021

Assinatura do autor: Plínio da Silva Costa

Assinatura do orientador: Bruno G. Araújo

Catálogo-na-publicação

Costa, Plínio da Silva
Controle Robusto Digital Aplicado em Sistema Tanque Quádruplo / P.
S. Costa -- versão corr. -- São Paulo, 2021.
84 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle.

1.CONTROLE DE PROCESSOS 2.CONTROLE DIGITAL 3.CONTROLE ÓTIMO 4.TEMPO-REAL I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle II.t.

Dedico esse trabalho a minha noiva que me apoiou nos momentos difíceis e estressantes da finalização dessa dissertação, que foram significativamente amplificados pela pandemia mundial do COVID-19.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço ao meu orientador, Bruno Augusto Angélico, por todo o apoio durante o desenvolvimento do trabalho, assim como, por toda a paciência e disponibilidade demonstrada.

Agradeço ao professor Cláudio Garcia pelo auxílio e conversas que me ajudaram a transpor obstáculos ao longo do trabalho.

Agradeço ao Gabriel Neves pelas discussões e trocas de experiências com a planta de tanque quádruplo.

Por fim, agradeço a todos os professores que tive na minha graduação na Universidade Federal do ABC e também a todos os professores que tive nesse curso de pós-graduação na Universidade de São Paulo, sem aos quais não eu teria chegado a esse momento com a bagagem e experiência necessária para desenvolver esse trabalho.

*“ABSQUE SUDORE ET LABORE
NULLUM OPUS PERFECTUM EST”*

-- SCHREVELIUS 1176

RESUMO

A indústria atual exige cada vez mais otimização na produção com o menor custo, com o mínimo de uso de energia e sem deixar de ser amigável com o meio ambiente. Tais exigências geram uma demanda cada vez maior por sistemas de controle que atendam a todos esses requisitos e, por consequência, que técnicas mais avançadas tenham que ser utilizadas. O aumento da complexidade de plantas na indústria juntos com os motivos anteriores, fizeram com que, nas últimas décadas, técnicas controle ótimo, as quais foram amplamente estudadas e desenvolvidas da época da corrida espacial, fossem muito aceitas e utilizadas. A indústria por natureza sempre teve como característica, de forma geral, o investimento baixo no desenvolvimento de modelos de suas plantas, diferente do que ocorreu e ocorre até hoje no segmento aeroespacial, por isso, as técnicas de controle ótimo têm sido bastante desenvolvidas e validadas, muitas vezes com o intuito de obtê-las em uma forma muito mais robusta a variações na planta e a erros de modelagem. Ao longo desse trabalho as técnicas a serem estudadas serão os controladores robustos ótimos LQG/LTR e H_∞ Loop-shaping, em suas formas discretas. Elas serão aplicadas em um sistema de tanques quádruplo, o qual é uma planta extremamente versátil e que possibilita a representação de diversos comportamentos e desafios encontrados em sistemas reais da indústria, como sistemas de fase mínima e de fase não mínima. O sistema de controle foi desenvolvido utilizando a linguagem de programação gráfica NI LabVIEW e o algoritmo foi embarcado em uma controladora de tempo real (NI compactRIO) para garantir o determinismo, a robustez e o funcionamento adequado do sistema de controle.

Palavras-Chave – Controle de Processos, Controle Digital, Controle Ótimo, Controle Robusto, Tempo-Real, Tanque Quádruplo.

ABSTRACT

Nowadays industry demands more and more production optimization with the lowest cost, the minimum energy use while remaining friendly with the environment. Then all of that ends up with an increasingly call for control systems to meet all these requirements and more advanced techniques have to be used. The increase of the plants complexity in the industry allied to the previous reasons, has made in the last decades robust control techniques began to be studied and applied. Industry by nature has always had as characteristic, in general, low investment in the models development of its plants, different from what happened and still occurs today in the aerospace segment, thus, the optimal control techniques have been quite developed and validated, normally with the intention of obtaining them in a much more robust form to variations in the plant and to modeling errors. Throughout this work, the techniques to be studied will be the optimum robust controllers LQG/LTR and H_∞ Loop-shaping, in their discrete forms. They will be applied in a quadruple tank system, which is an extremely versatile plant that allows the representation of several behaviors and challenges found in real industry systems, like minimum and non-minimum phase systems. Finally, for experimentation and testing of the control techniques proposed for the thesis, the system will be developed using the NI LabVIEW graphical programming language and the algorithm will be embedded in a real-time controller (NI compactRIO) to guarantee determinism, robustness, and the control system perfect functioning.

Keywords – Process Control, Digital Control, Optimal Control, Robust Control, Real-Time, Quadruple Tank.

LISTA DE FIGURAS

1	Diagrama de blocos de um sistema controlado digitalmente. Sendo $r(kT)$ o sinal de referência para o controlador digitalizado, $e(kT)$ o erro calculado do sinal de referência em relação ao de saída digitalizado, $u(kT)$ o sinal de controle digitalizado, $u(t)$ o sinal de controle no domínio analógico, $w(t)$ distúrbios sofridos pela planta, $v(t)$ ruído do sensor, $y(t)$ o sinal de saída da planta e por fim, $y(kT)$ o sinal de saída da planta digitalizado.	4
2	(A)Senoide analógica, continua no tempo e na amplitude. (B)Senoide amostrada, discretizada no tempo e na amplitude.	4
3	Diagrama esquemático da construção do sistema de tanques quádruplos . .	11
4	Planta de tanque quádruplo construída para o projeto.	14
5	Painel contendo o controlador compactRIO com os módulos de aquisição e geração, juntos aos drives PWM, fonte e periféricos adicionais.	15
6	Diagrama de um sistema embarcado. Entradas de sinais, processamento e tomada de decisão e saídas de acionamento.	16
7	Conceito de Jitter máximo em uma aplicação sendo executada em um sistema operacional.	17
8	Arquitetura RIO. Composta por três componentes: entradas e saídas analógicas e digitais, circuito FPGA e processador executando um sistema operacional de tempo real.	18
9	Diagrama de processo e comunicação do software implementado para controlar o sistema tanque quádruplo.	19
10	Interface do supervisor do sistema de controle de nível.	20
11	Janela de diálogo para carregamento das matrizes dos controladores.	21
12	Diagrama de blocos do subVI Controller mostrando a implementação algoritmo de controle do LQG/LTR	21
13	Diagrama de blocos do subVI Controller mostrando a implementação algoritmo de controle do H_∞	22

14	Diagrama de blocos representando um sistema multivariável que se deseja identificar. À esquerda os sinais de excitação da planta e à direita os sinais de resposta aos estímulos recebidos pela planta.	25
15	Diagrama de blocos representando um sistema multivariável que se deseja identificar usando conhecimento prévio de algumas de suas características. À esquerda os sinais de excitação da planta e à direita os sinais de resposta aos estímulos recebidos pela planta.	25
16	Diagrama de blocos do FK.	32
17	Diagrama em blocos de um regulador.	33
18	(a) sistema nominal em malha fechada; (b) malha objetivo.	36
19	Integrador Forward Euler.	37
20	Integrador Backward Euler.	38
21	Diagrama do sistema em malha fechada com distúrbio e ruído de medição.	39
22	Configuração padrão do sistema em malha fechada para otimização H_∞	40
23	Modelo de fatores coprimos com adição de perturbação.	43
24	Planta e controlador depois de aplicado o procedimento de Loop shaping.	49
25	Exemplo que combinação de diferentes níveis de tensão nas bombas que podem resultar em um ponto de equilíbrio com níveis iguais.	53
26	Barreiras de robustez da estabilidade e barreiras de desempenho de acompanhamento do sinal de referência, de rejeição a perturbação e de rejeição a ruído de medição.	54
27	Valores singulares da malha objetivo (vermelho) e da malha recuperada (azul) em relação às barreiras de robustez de estabilidade e de desempenho.	57
28	Resposta simulada do controlador LQG/LTR ao degrau.	57
29	Esforço de controle simulado do controlador LQG/LTR para a resposta ao degrau. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para a simulação foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.	58
30	Resposta simulada do controlador LQG/LTR para uma referência senoidal de 0,01 Hz e 2 cm de pico.	58

31	Esforço de controle simulado do controlador LQG/LTR para uma referência senoidal de 0,01 Hz e 2 V de pico. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para a simulação foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.	59
32	Resposta e esforço de controle real do controlador LQG/LTR ao degrau. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para o controlador real, assim como para a simulação, foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.	60
33	Resposta e esforço de controle real do controlador LQG/LTR à referência senoidal de 2 cm de pico e 0,02Hz. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para o controlador real, assim como para a simulação, foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.	61
34	Resposta e esforço de controle real do controlador LQG/LTR a distúrbios de 4 V aplicados nas bombas. Os distúrbios foram aplicados diretamente na saída do esforço de controle do controlador. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para o controlador real, assim como para a simulação, foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.	62
35	Valores singulares da malha aberta da planta formatada pelos compensadores W_1 e W_2 (vermelho) e da malha aberta da planta com o controlador H_∞ (azul) em relação as barreiras de robustez de estabilidade e de desempenho.	65
36	Resposta simulada do controlador H_∞ ao degrau.	66
37	Esforço de controle simulado do controlador H_∞ para a resposta ao degrau. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para a simulação foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.	66
38	Resposta simulada do controlador H_∞ para uma referência senoidal de 0,01 Hz e 2 cm de pico.	67

39	Esforço de controle simulado do controlador H_∞ para uma referência senoidal de 0,01 Hz e 2 cm de pico. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para a simulação foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.	67
40	Resposta e esforço de controle real do controlador H_∞ ao degrau. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para o controlador real, assim como para a simulação, foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.	68
41	Resposta e esforço de controle real do controlador H_∞ a referências senoidais de 2 cm de pico e 0,02 Hz. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para o controlador real, assim como para a simulação, foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.	69
42	Resposta e esforço de controle real do controlador H_∞ a distúrbios de 4 V aplicados nas bombas. Os distúrbios foram aplicados diretamente na saída do esforço de controle do controlador. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para o controlador real, assim como para a simulação, foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.	70
43	Diferença da magnitude dos esforços de controle em regime estacionário para níveis de referências iguais. Em 1 verifica-se a queda da tensão da bomba 1 e em 2 o aumento da bomba 2 para compensar a diminuição da vazão causa pela queda da bomba 1.	71
44	Arquivo de texto do controlador. O primeiro campo na primeira linha define o índice do controlador (utilize o índice a partir do 2, pois o índice 0 e 1 já são utilizados para os controladores LQG/LTR e H_∞), a terceira linha o período de amostragem e quinta inicia-se as matrizes do controlador. Todos os dados escalares ou matrizes devem ser separados por uma linha vazia. O software está preparado para usar no máximo 3 conjuntos de matrizes ABCD para representar o controlador (esse exemplo apresenta o pré-compensador, o pós-compensador e o controlador robusto do H_∞ LSDP).	79
45	Diagrama de blocos do vi Open Controller Matrix.vi.	79

46	Diagrama de blocos do vi Controller.vi.	80
47	Painel frontal e diagrama de blocos do vi Level Sensors Calibrator.vi.	81
48	Controller Loop do vi Level Sensors Calibrator.vi.	82

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARE	Algebraic Riccati Equation
DARE	Discret Algebraic Riccati Equation
DSP	Digital Signal Processor
FPGA	Field Programmable Gate Array
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
LabVIEW	Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench.
LFT	Linear Fractional Transformations
LQG	Linear Quadratic Gaussian
LSDP	Loop Shaping Design Procedure
LTR	Loop Transfer Recovery
MIMO	Multiple Input Multiple Output
NI	National Instruments
PAC	Programmable Automation Controllers
PID	Proporcional integral derivativo
PWM	Pulse Width Modulation
RIO	Reconfigurable I/Os
RTD	Resistance Temperature Detector
RTOS	Real-Time Operating Systems
SISO	Single Input Single Output
SO	Sistemas Operacionais

LISTA DE SÍMBOLOS

a_i	Área do bocal de despejo do tanque i ;
A_i	Área do tanque i ;
g	Constante da aceleração da gravidade (cm/s^2);
γ_i	Configuração da relação da válvula proporcional i (varia de 0 à 1);
h_i	Nível do tanque i ;
k_i	Constante de fluxo das bombas ($cm^3/V.s$);
v_1	Tensão aplicada na bomba i (V).

SUMÁRIO

Parte I: INTRODUÇÃO	1
1 Introdução	2
1.1 Controle Digital	3
1.2 Controle Robusto	5
1.3 Objetivos	7
Parte II: PLANTA TANQUE QUÁDRUPLO	8
2 Planta Tanque Quádruplo	9
2.1 O sistema	9
2.2 Construção	12
2.3 Sistemas de Tempo Real	16
2.4 compactRIO + Labview	18
2.5 <i>Software</i>	19
Parte III: MODELAGEM DO SISTEMA QUÁDRUPLO	23
3 Modelagem do Sistema Quádruplo	24
3.1 Introdução	24
3.2 Modelagem Fenomenológica	26
3.3 Parâmetros do Modelo e Incertezas	27
Parte IV: CONTROLE ROBUSTO DIGITAL	30
4 Controle Robusto Digital	31
4.1 Técnica de Controle Robusto LQG/LTR	31

4.1.1	Inserção de Integradores	37
4.2	Técnica de Controle Robusto H_∞	38
4.2.1	H_∞ sub-ótimo	39
4.2.2	Projeto H_∞ <i>Loop-Shaping</i>	42
Parte V: PROJETOS E RESULTADOS		51
5	Projetos e Resultados	52
5.1	Barreiras de Desempenho e de Estabilidade	52
5.2	<i>LQG/LTR</i>	54
5.3	H_∞ <i>Loop-Shaping</i>	63
5.4	Comparação do Desempenho dos Controladores	71
Parte VI: CONCLUSÃO		73
6	Conclusões	74
Referências		75
Apêndice A – Tutorial de modificação do software de controle		78
A.0.1	Adição de novos controladores	78
A.0.2	Recalibração dos sensores de nível	81
A.0.3	Modificação da taxa de amostragem do sistema	82
Apêndice B – Procedimento de Projeto do Controlador <i>LQG/LTR</i>		83
Apêndice C – Procedimento de Projeto do Controlador H_∞ <i>Loop-Shaping</i>		84

PARTE I

INTRODUÇÃO

1 INTRODUÇÃO

Processos industriais em geral demandam monitoramento e regulação precisa de suas variáveis, isso porque muitas vezes o mínimo de variação, mesmo que em apenas uma de suas variáveis, pode causar um grande impacto no resultado da produção. Sendo assim, o controle para esse tipo de aplicação basicamente corresponde à regulação das variáveis envolvidas no processo através da realimentação e de atuação. Essas variáveis de processo podem ser: temperatura, nível, vazão, pressão, umidade, pH, entre outras. Os sistemas de controle são ferramentas importantíssimas na indústria para garantir o funcionamento, a eficiência, a qualidade e a segurança dos processos.

Atualmente, a técnica de controle mais difundida e utilizada para controle de processos industriais ainda é o PID (proporcional-integral-derivativo). Mesmo com o grande avanço na teoria de controle, a simplicidade de implementação e o bom desempenho em grande parte das aplicações não críticas torna-o a técnica mais aplicada.

O PID é uma estratégia de controle voltada para sistemas SISO (single-input, single-output), ou seja, sistemas que sua única saída está relacionada a apenas uma entrada. No entanto, os processos industriais em grande parte das vezes são sistemas MIMO (multiple-input, multiple-output) e assim, para que seja possível continuar com a estratégia PID pode ser necessário fazer o desacoplamento das malhas que constituem o sistema, e então tratá-lo como diversos sistemas SISO. Essa aproximação de sistemas SISOs ou mesmo a manipulação do comportamento da planta usando técnicas de desacoplamento tem grande aplicabilidade. No entanto, existem casos onde essa abordagem pode não ser suficiente para atingir os resultados esperados (TAVAKOLI; GRIFFIN; FLEMING, 2006).

Uma característica muito comum em sistemas multivariáveis que pode fazer com que técnicas mais simples não gerem bons resultados e não atinjam os requisitos de projeto é a dificuldade ou às vezes o custo da obtenção de modelos precisos. É nesse momento que técnicas que apresentem características de robustez a variações e erros de modelagem se tornam muito úteis e requeridas. Ao longo desse trabalho serão apresentadas e estudadas duas das principais técnicas de controle robusto digital, LQG/LTR e H_∞ (GREEN;

LIMEBEER, 2012).

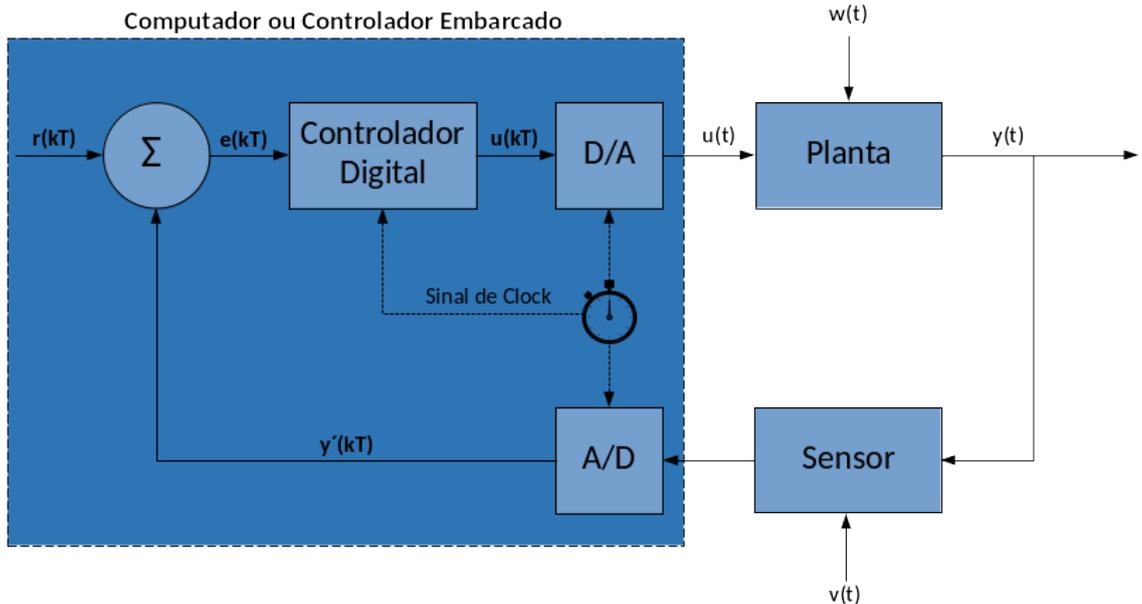
1.1 Controle Digital

Os sistemas de controle tiveram seu início puramente mecânicos, migraram ao longo da história para pneumáticos ou hidráulicos e, após décadas, ganharam ajuda da eletrônica analógica, o que os tornou mais flexíveis. Tal flexibilização ficou ainda mais evidente com a grande popularização e diminuição de custo dos computadores digitais. Para isso, uma nova área de estudo na área de controle se tornou popular, o controle digital ou discreto. Dentre as vantagens do controle digital, podem ser citadas: flexibilidade dos sistemas com microprocessadores ou microcontroladores para implementar técnicas adicionais que tornam o sistema de controle muito mais capaz e eficiente, como tomadas de decisão, rotinas de segurança, além de rotinas lógicas dos sistemas digitais.

Na Figura 1 pode-se ver o diagrama esquemático de um sistema controlado digitalmente, facilitando o entendimento das principais diferenças entre controle digital e os implementados com dispositivos analógicos. Verifica-se que para que seja possível tratar os sinais de entrada de sensores e gerar os sinais de controle usando um sistema digital, são necessários conversores analógico-digital (A/D) e digital-analógico (D/A), já que computadores trabalham com sinais digitais. Um sinal em tempo discreto, também conhecidos como sinal digital, tem como característica sua variação temporal definida apenas em intervalos de tempo (período de amostragem) e não continuamente como os sinais de tempo contínuos. Além disso, os conversores A/D adicionam outra característica a esse tipo de sinal, a quantização, que reflete na discretização do sinal no eixo da amplitude também. Isso ocorre porque a resposta do conversor é representada por um número finito de bits. Uma representação gráfica das características do sinal amostrado pode ser visto na Figura 2 (FRANKLIN; POWELL; WORKMAN, 1998).

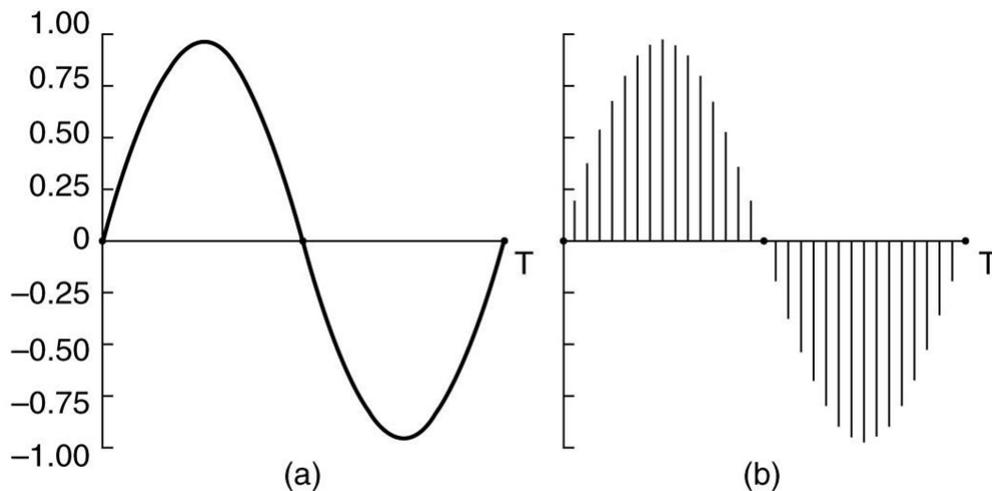
O estudo de controle digital trata da teoria de amostragem (teorema de Nyquist), das ferramentas matemáticas para trabalhar com representações discretizadas (transformada Z, por exemplo) e de técnicas de projeto de controladores no domínio digital, as quais podem ser vistas com detalhamento em (FRANKLIN; POWELL; WORKMAN, 1998) e (OGATA, 1995).

Figura 1: Diagrama de blocos de um sistema controlado digitalmente. Sendo $r(kT)$ o sinal de referência para o controlador digitalizado, $e(kT)$ o erro calculado do sinal de referência em relação ao de saída digitalizado, $u(kT)$ o sinal de controle digitalizado, $u(t)$ o sinal de controle no domínio analógico, $w(t)$ distúrbios sofridos pela planta, $v(t)$ ruído do sensor, $y(t)$ o sinal de saída da planta e por fim, $y(kT)$ o sinal de saída da planta digitalizado.



Fonte: Autor.

Figura 2: (A) Senoide analógica, contínua no tempo e na amplitude. (B) Senoide amostrada, discretizada no tempo e na amplitude.



Fonte: Autor.

1.2 Controle Robusto

Na década de 1960, com a corrida aeroespacial, técnicas de controle ótimo foram amplamente estudadas graças ao grande investimento feito pelos Estados Unidos da América e pela União Soviética no desenvolvimento de sistemas de navegação de veículos espaciais. O que começou com Wiener nos anos 40 com o estudo de filtros ótimos, passando por Kalman, evoluiu para o que hoje é chamado de controle LQG ou *Linear Quadratic Gaussian* (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007). Como consequência desse grande desenvolvimento, bem como com o sucesso da implementação das técnicas, a indústria passou a se interessar pela aplicação em seus processos mais complexos, em que as técnicas convencionais nem sempre resultam em bons desempenhos (SIMON, 2006).

Após quase uma década, com a grande necessidade de adequar as técnicas de controle ótimo para possuírem característica de robustez, desenvolveram-se técnicas que lidavam com questões de erro de modelagem e distúrbios desconhecidos que a planta pudesse ser submetida, as quais são conhecidas como técnicas de controle robusto. A técnica de controle LQG, que não apresenta garantia de margem de estabilidade, como foi apresentado em (DOYLE, 1978), foi desenvolvida e apresentada com novas proposições de forma a adicionar boas características de robustez ao controlador. Esse novo procedimento proposto primeiramente em (KWAKERNAAK, 1969) e posteriormente abordado em (??) e (DOYLE; STEIN, 1981) ficou conhecido como LTR, *Loop Transfer Recovery*. Além disso, as deficiências do LQG também fomentaram o desenvolvimento e adaptação de novas técnicas, como a otimização H_∞ em controle robusto, que foi apresentada primeiramente em (ZAMES, 1981) e se tornou uma técnica muito estudada nos anos seguintes (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007).

Atualmente as técnicas de controle robusto continuam sendo tema de muitos trabalhos, bem como também o estudo e aplicação dessas técnicas especificamente em sistemas de tanque quádruplo. (VADIGEPALLI; GATZKE; DOYLE, 2001) traz uma análise de robustez para o sistema de tanques quádruplos para as técnicas de controle IMC (Internal Model Control), controlador PI descentralizado e H_∞ .(LI; ZHENG; GUO, 2014) aplica a técnica H_∞ *Loop Shaping* a um sistema experimental, assim como o presente trabalho. (KASHYAP; JAGGI; PRATAP, 2019) propõem um comparação da técnica de modos deslizantes integral com técnicas lineares como: alocação de polos, controlador PID e controlador LQR. Muitos outros trabalhos aplicados à planta considerada nesse trabalho podem ser encontrados, no entanto, verifica-se a ausência de trabalhos que propõem a aplicação das técnicas *LQG/LTR* e H_∞ no domínio do tempo discreto, e assim surge uma

das principais motivações da escolha do tema do seguinte trabalho.

Ambas as técnicas são melhor exploradas no Capítulo 4 e posteriormente aplicadas à planta apresentada nesse trabalho, de forma a estudar as características de robustez associadas às incertezas do sistema, como: dinâmicas desconsideradas, incertezas de posicionamento da válvula proporcional, não linearidades das bombas e de outros componentes do sistema.

1.3 Objetivos

Os objetivos definidos para esse trabalho são:

- Estudar e fomentar a aplicação de técnicas robustas multivariáveis de controle digital por meio da aplicação prática em um sistema de tanque quádruplo, que por sua vez, pode representar comportamentos de sistemas da indústria de controle de nível em um ambiente laboratorial;
- Expandir meu domínio de técnicas de controle digital por meio do estudo dos controladores LQG/LTR e H_∞ .
- Analisar e comparar os resultados de ambas as técnicas aplicadas ao sistema citado acima;
- Desenvolver um sistema de controle usando equipamentos industriais de tempo-real com o intuito de fornecer material à comunidade acadêmica que a conecte a implementações de campo.

PARTE II

PLANTA TANQUE QUÁDRUPLO

2 PLANTA TANQUE QUÁDRUPLO

2.1 O sistema

Técnicas de controle são aplicadas aos mais diversos tipos de sistemas ou plantas, como costuma-se chamar na área de engenharia, desde as mais simples, como uma geladeira ou um micro-ondas, até as de extrema complexidade, como um avião ou ônibus espacial. Cada tipo de planta, com suas respectivas características, pode demandar diferentes tipos de técnicas para que seu funcionamento pleno e satisfatório seja atingido, desde os simples controladores do tipo ON/OFF até os que utilizam técnicas avançadas de controle não-linear.

As características de uma planta junto com os requisitos de desempenho estabelecidos no projeto do sistema final estão ligadas fortemente com a escolha da técnica de controle a ser aplicada. Entre essas principais características de uma planta estão a linearidade, estabilidade, tempo morto, constantes de tempo, fase mínima ou fase não-mínima, e muitas outras.

Para esse trabalho, devido à flexibilidade e fácil construção, o sistema escolhido foi o de tanque quádruplo, o qual tem sido bastante utilizado no estudo de técnicas de controle multivariável. No entanto, pelo motivo dos estudos encontrados atualmente para essa planta, em sua grande maioria, trataram de técnicas no domínio contínuo, o trabalho apresentado a seguir tratará das técnicas LQG/LTR e H_∞ no domínio discreto. Uma das características mais interessantes dessa planta é a capacidade de facilmente posicionar seus zeros tanto no semi-plano esquerdo quanto no direito, possibilitando assim os estudos de plantas de fase mínima ou não-mínima.

Como se pode verificar na Figura 3, a planta possui quatro tanques, os quais são alimentados de forma cruzada (acoplamento entre as malhas). O intuito do sistema é que os níveis dos dois tanques inferiores sejam regulados usando duas bombas. As variáveis de entrada do sistema são os fluxos das bombas v_1 e v_2 e as saídas, os níveis dos tanques inferiores h_1 e h_2 .

Utilizando o balanço de massa e o princípio de Bernoulli, pode-se descrever o sistema e suas características com as seguintes expressões:

$$\frac{dh_1}{dt} = -\frac{a_1}{A_1}\sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1}\sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1}v_1, \quad (2.1)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = -\frac{a_2}{A_2}\sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2}\sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_2}v_2, \quad (2.2)$$

$$\frac{dh_3}{dt} = -\frac{a_3}{A_3}\sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3}v_2, \quad (2.3)$$

$$\frac{dh_4}{dt} = -\frac{a_4}{A_4}\sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4}v_1, \quad (2.4)$$

sendo:

A_i a seção transversal do tanque i ;

a_i a seção transversal da abertura do tanque i ;

h_i o nível de água no tanque i ;

γ_i abertura da válvula proporcional i (varia de 0 a 1);

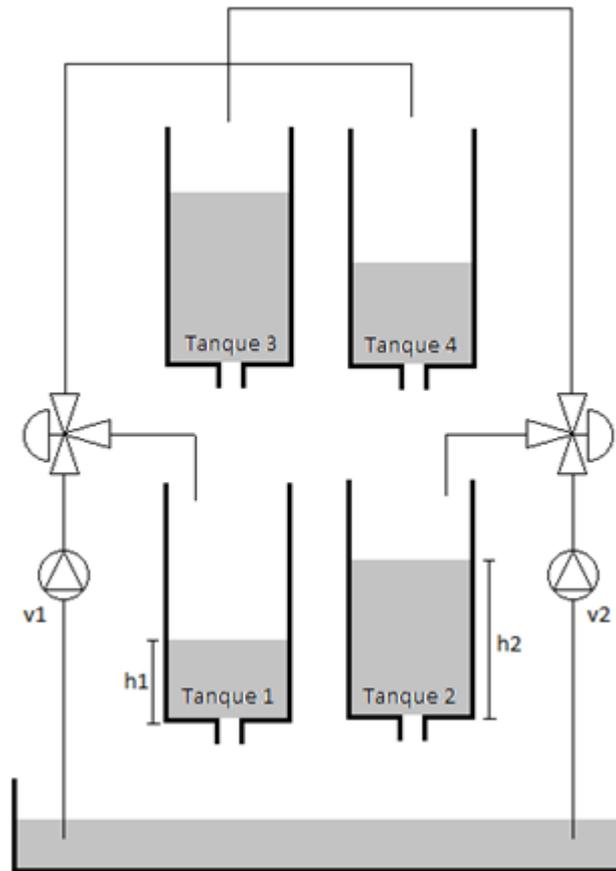
k_i Constante de fluxo das bombas ($\text{cm}^3/\text{V.s}$);

v_i Tensão aplicada na bomba i (V).

Nas Equações (2.1) a (2.4) o fluxo proveniente das bombas foi dado pela proporção da tensão $k_i v_i$ aplicada a elas. Os parâmetros γ_1 e γ_2 representam a configuração inicial das válvulas, ou seja, qual porcentagem do fluxo está sendo direcionada para cada saída da válvula, e k_i representa a vazão volumétrica da bomba por valor unitário de tensão aplicada.

Como visto acima, o sistema tanque quádruplo pode ser representado facilmente em equações matemáticas recorrendo ao balanço de massa e ao princípio de Bernoulli. No entanto, as incertezas apresentadas por alguns componentes da planta podem não levar a uma boa representação. Esse é um problema muito comum em sistemas reais da indústria, onde variações de parâmetros ou mesmo dinâmicas de componentes desconsideradas podem fazer com que a utilização de modelos matemáticos fenomenológicos não seja suficiente para se obter bons resultados no controle do sistema, já que muitas técnicas exigem desenvolvimento de modelos precisos. No entanto, para o caso de técnicas de controle robusto, essas incertezas e variações paramétricas podem ser consideradas no projeto, e com isso pode-se garantir tanto a estabilidade do sistema quanto o desempenho. As

Figura 3: Diagrama esquemático da construção do sistema de tanques quádruplos



Fonte: Autor.

considerações sobre as incertezas da planta são tratadas nas Seções 3.3 e 5.1 desse trabalho.

2.2 Construção

A planta utilizada nesse projeto foi inteiramente construída pelo professor Dr. Bruno Angélico com ajuda de seus alunos de graduação. A construção da planta foi feita visando a possibilidade de personalização de acordo com os interesses de diferentes projetos e, por fim, a experiência e aprendizado de criá-la.

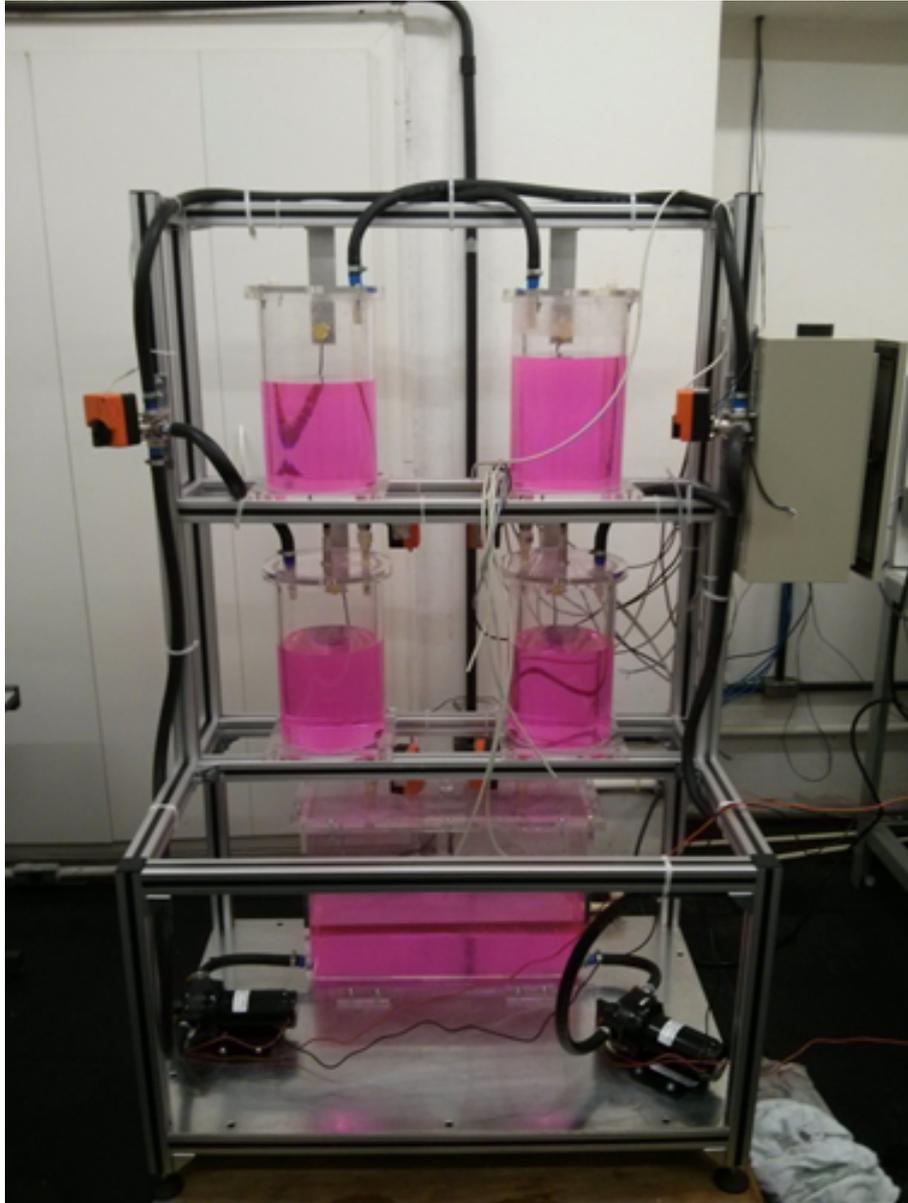
Com relação ao hardware de instrumentação e controle, o escolhido foi o controlador programável para automação NI compactRIO, o qual é especificado com mais detalhes abaixo, junto com os outros periféricos utilizados para construir o sistema:

- Planta de tanques quádruplos (Figura 4);
- NI cRIO-9118, 8-slot (Figura 5);
- NI cRIO-9024, Controladora Real-Time PowerPC (Figura 5);
- NI 9201, 8 canais de entrada analógica, 12-Bit, +/-10 VDC, 500 kS/s;
- NI 9263, 4 canais de saída analógica, 16-Bit, +/-10 VDC, 100 kS/s/canal;
- NI 9421, 8 canais de entrada digital, Sinking;
- NI 9472, 8 canais de saída digital, Sourcing;
- 4 x Sensores ultrassônicos da Pepperl-Fuchs 3RG6232-3JS00-PF para medição dos níveis dos tanques;
- 4 x Sensores capacitivos Metaltex C30-15-DNC para anti-transbordamento;
- 2 x Válvulas de três vias Belimo LRQB24-MFT 24VAC/DC;
- 2 x Bombas d'água de diafragma JOHNSON PUMP AQUA JET 3.5 GPM WATER PRESSURE SYSTEM 10-13395-104;
- NI PS-10 Desktop Power Supply, 24VDC, 5A, 100-120/200/240VAC
- Controlador PWM EM-213 12-24Vdc 10A;
- Fonte de 24V - 240W - Metaltex NA-240-24;
- LabVIEW 2019;
- LabVIEW Real-time Module 2019;

- LabVIEW FPGA Module 2019;
- LabVIEW Control Design and Simulation Module 2019;
- LabVIEW Datalogging and Supervisory Control Module 2019.

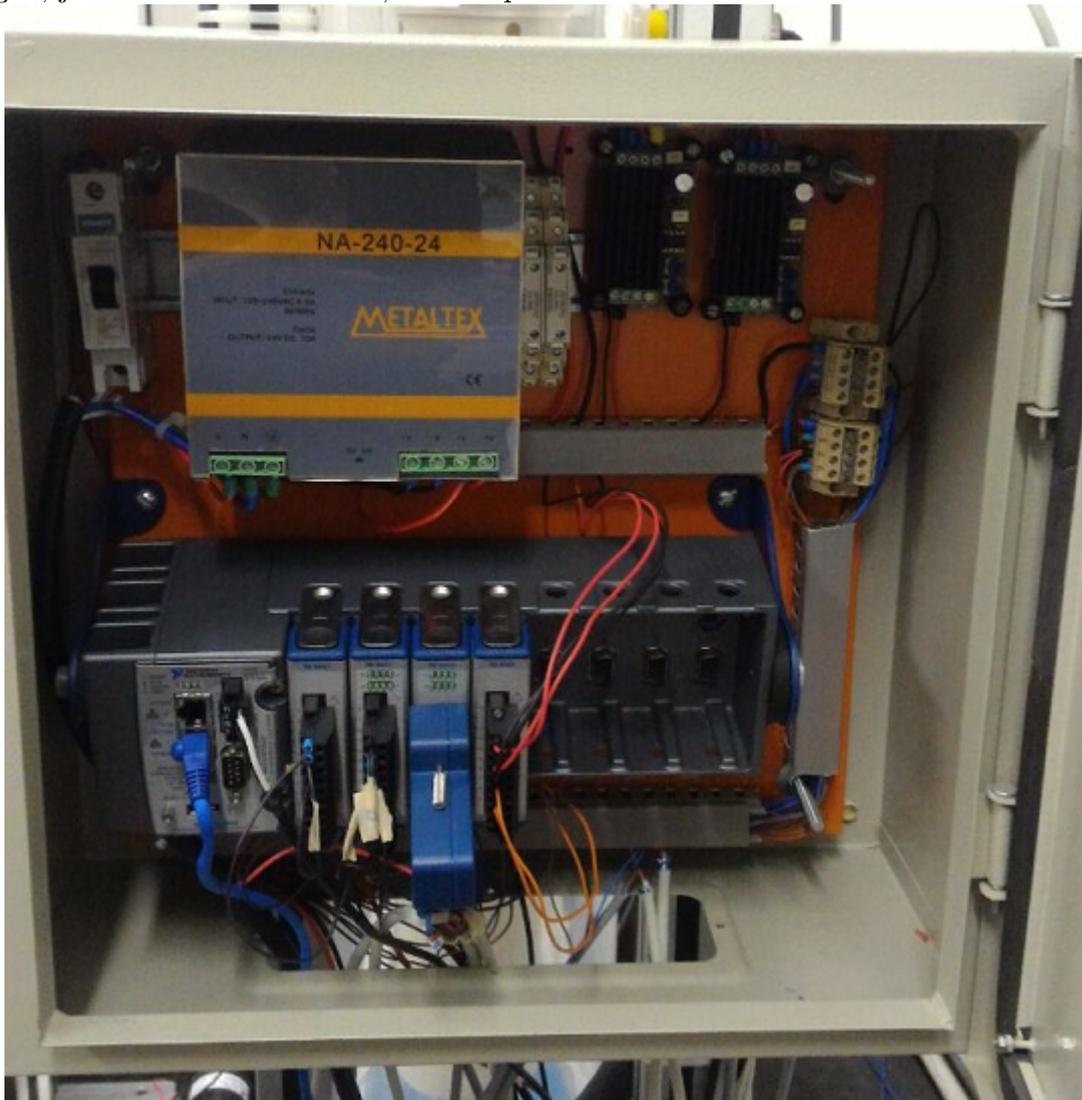
Devido a danos sofridos pelas válvulas de três vias da Belimo durante o desenvolvimento do trabalho e a dificuldade de substituição das mesmas causadas pela pandemia de 2020, os resultados apresentados nesse trabalho foram todos obtidos após a substituição das válvulas por conexões em T e terminais de bico espigão de latão. A escolha das seções de entrada dos terminais foi feita de forma a criar uma proporção de aproximadamente 60% do fluxo para os tanques inferiores e 40% para os tanques superiores quando aplicado tensão de 5,5 V em ambas as bombas.

Figura 4: Planta de tanque quádruplo construída para o projeto.



Fonte: Autor.

Figura 5: Pannel contendo o controlador compactRIO com os módulos de aquisição e geração, juntos aos drives PWM, fonte e periféricos adicionais.



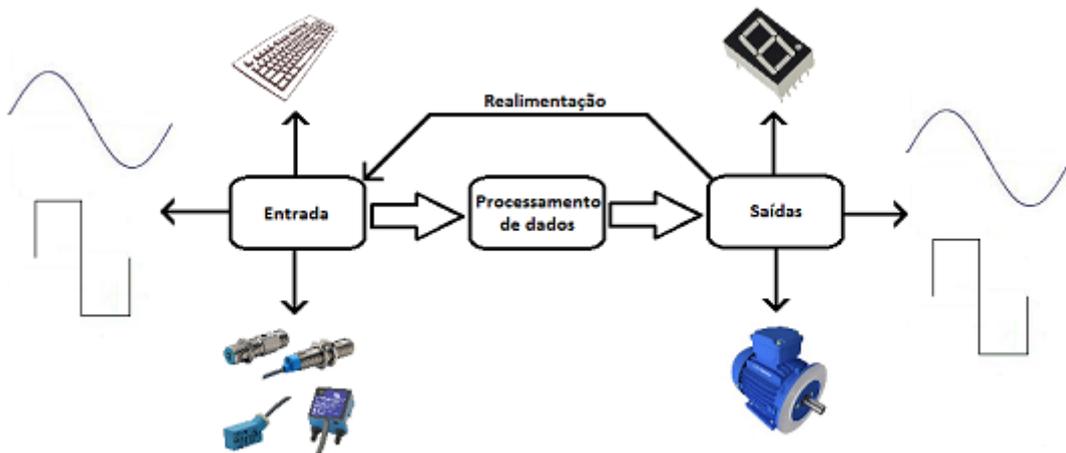
Fonte: Autor.

2.3 Sistemas de Tempo Real

Nos dias de hoje podemos encontrar computadores em todos os lugares, desde os mais familiares como os nossos computadores de mesa e *laptops*, até aqueles em que muitas vezes não nos damos conta de sua existência, como por exemplos os que se encontram em nossos *smartphones*, carros, televisões, geladeiras, micro-ondas e muitos outros equipamentos do nosso cotidiano. Esses últimos são chamados de sistemas embarcados, ou seja, computadores internos ao dispositivo ou máquina dedicados a executarem tarefas específicas daquele equipamento.

Em geral, esses sistemas são compostos por três blocos (Figura 6): entrada, processamento de dados e saída. O bloco de entrada pode conter sensores, conversores analógicos-digitais, circuitos de entradas digitais e circuitos de condicionamento de sinais. O bloco de processamento de dados pode conter circuitos lógicos, FPGA, DSPs, microcontroladores ou microprocessadores. Por fim, no bloco de saída, pode haver mostradores para o usuário, conversores digitais-analógicos, saídas digitais ou qualquer outra interface de comunicação externa (FOWLER, 2007).

Figura 6: Diagrama de um sistema embarcado. Entradas de sinais, processamento e tomada de decisão e saídas de acionamento.



Fonte: Autor.

Uma característica em comum verificada em grande parte desses dispositivos é a importância que é dada ao tempo em suas operações, processamentos e funcionamento. Esses sistemas por sua vez são comumente tratados como sistemas de tempo real, que, de acordo com o *IEEE Technical Committee on Real-Time Systems*, pode ser definido como um sistema computacional cujo comportamento correto depende não somente do valor resultante das operações e tarefas a ele atribuídas, mas também do tempo em que essas saídas são produzidas (IEEE TECHNICAL COMMITTEE ON REAL-TIME SYSTEMS,

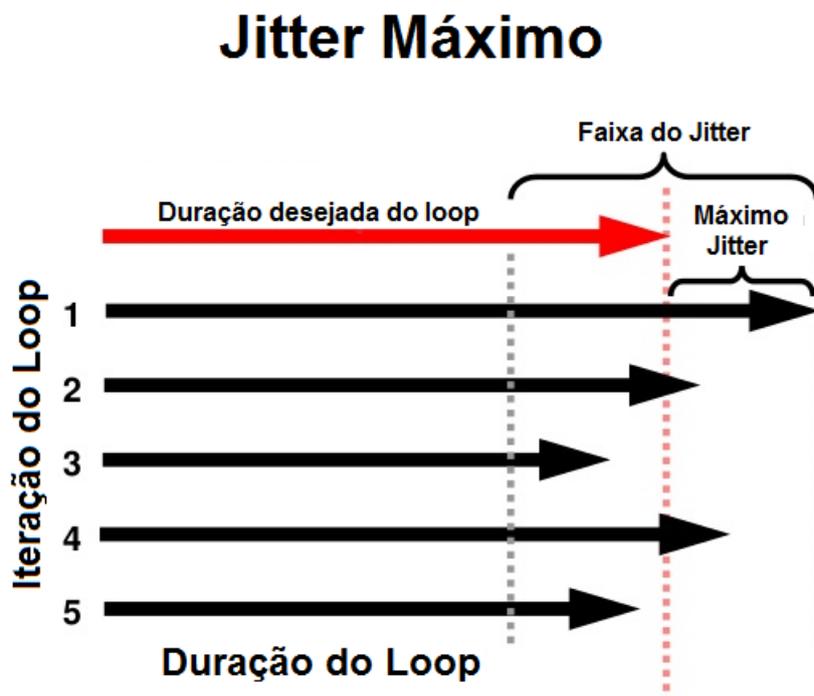
2017).

A classificação e definição de um sistema de tempo real pode não ser muito clara e fácil para todos os sistemas. Ganssle e Barr (2003) apresentam em *Embedded Systems Dictionary* uma definição junto com uma pergunta que define muito bem e esclarece o comportamento de um sistema de tempo real, como pode ser visto a seguir.

”Qualquer sistema computadorizado, embarcado ou não, que possua requisitos de pontualidade. A seguinte pergunta pode ser usada para distinguir sistemas de tempo real dos outros: Uma resposta atrasada é tão ruim ou pior que uma resposta errada?...” (GANSLSLE; BARR, 2003)

Esse conceito de pontualidade ou de confiabilidade em requisito de temporização pode ser medida pelo *jitter* do sistema, que se trata do desvio ou escorregamento que a temporização de uma tarefa ou processo sofre ao longo da execução em um sistema operacional, como mostra a Figura 7. Pode-se entender um sistema de tempo real como qualquer sistema cujo *jitter* máximo seja limitado ao máximo escorregamento de temporização que os requisitos da aplicação permitem.

Figura 7: Conceito de Jitter máximo em uma aplicação sendo executada em um sistema operacional.



Fonte: Autor.

Com o aumento da complexidade desses sistemas, a utilização de microcontroladores

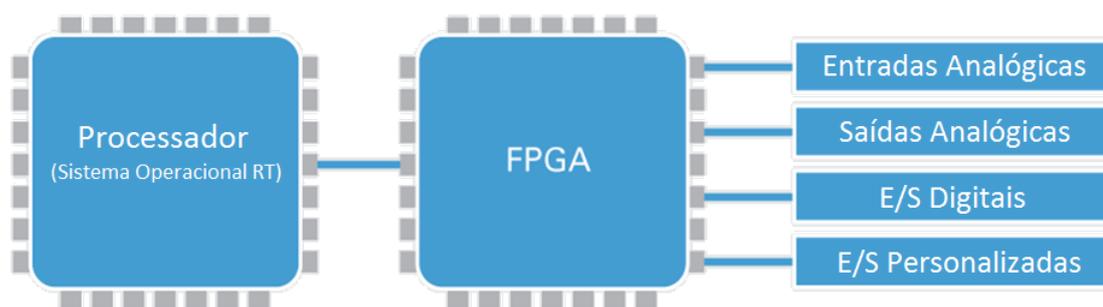
com sistemas operacionais tem aumentado bastante por sua flexibilidade. No entanto, para atingir os requisitos de pontualidade, esses sistemas operacionais são dedicados praticamente de forma exclusiva às tarefas do equipamento. Esses sistemas operacionais (SO) são chamados de Sistemas Operacionais de Tempo-Real ou RTOS.

O sistema de tempo real utilizado no projeto descrito nesse trabalho foi o VxWorks da empresa Wind River.

2.4 compactRIO + Labview

O dispositivo embarcado utilizado para controlar a planta, foi um NI compactRIO, que é um controlador programável para automação ou PAC (*programmable automation controller*). O equipamento é responsável por toda a aquisição de sinais dos sensores do sistema, pelo processamento embarcado de dados e pela geração dos sinais de excitação da planta. Para isso, o compactRIO apresenta uma arquitetura chamada RIO, que basicamente é composta por três componentes principais (Figura 8): circuitos de entrada e saída que são disponibilizados de forma modular, uma primeira etapa de processamento de alta velocidade e confiabilidade através da tecnologia FPGA e uma segunda camada de processamento feita por um microprocessador rodando um sistema operacional de tempo real.

Figura 8: Arquitetura RIO. Composta por três componentes: entradas e saídas analógicas e digitais, circuito FPGA e processador executando um sistema operacional de tempo real.



Fonte: Autor.

Dessa forma, tem-se um sistema determinístico disponível para desempenhar as tarefas de geração dos sinais de controle e de aquisição da realimentação do controlador, ambos com uma grande confiabilidade de temporização.

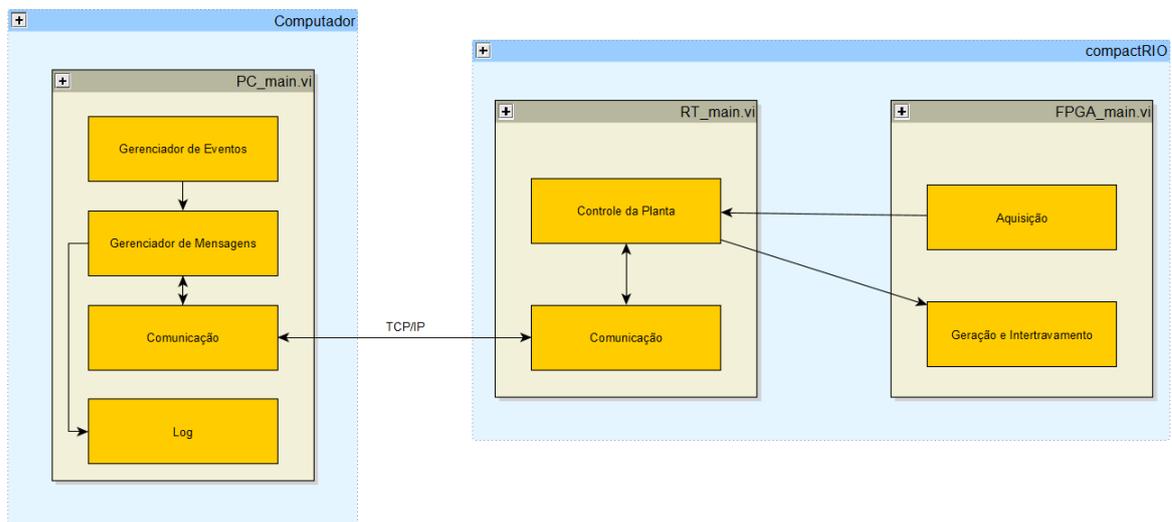
A linguagem de programação utilizada para desenvolver a aplicação do sistema de controle foi o NI LabVIEW, que por sua vez é uma linguagem que traz o paradigma gráfico para a criação de software. Esse ambiente e linguagem de programação tem como foco

aplicações da engenharia, trazendo consigo ferramentas, *drivers* e bibliotecas que facilitam e diminuem o tempo de desenvolvimento nesse segmento.

2.5 Software

O *software* de controle do sistema tanque quádruplo foi implementado usando a linguagem de programação LabVIEW, e para que se obtivesse um código escalável, legível e de fácil manutenção, foram aplicadas boas práticas de desenvolvimento como uso de arquiteturas padrões, controle de versão, documentação do código-fonte, entre outras. Com relação à escolha das arquiteturas, para o supervisor foi utilizada a arquitetura QMH (*Queued Message Handler*) e para o *software* embarcado, o Produtor/Consumidor. A Figura 9 apresenta um diagrama de processos e comunicação que define todos os processos que foram implementados usando ambas arquiteturas, bem como a relação de comunicação entre eles.

Figura 9: Diagrama de processo e comunicação do software implementado para controlar o sistema tanque quádruplo.

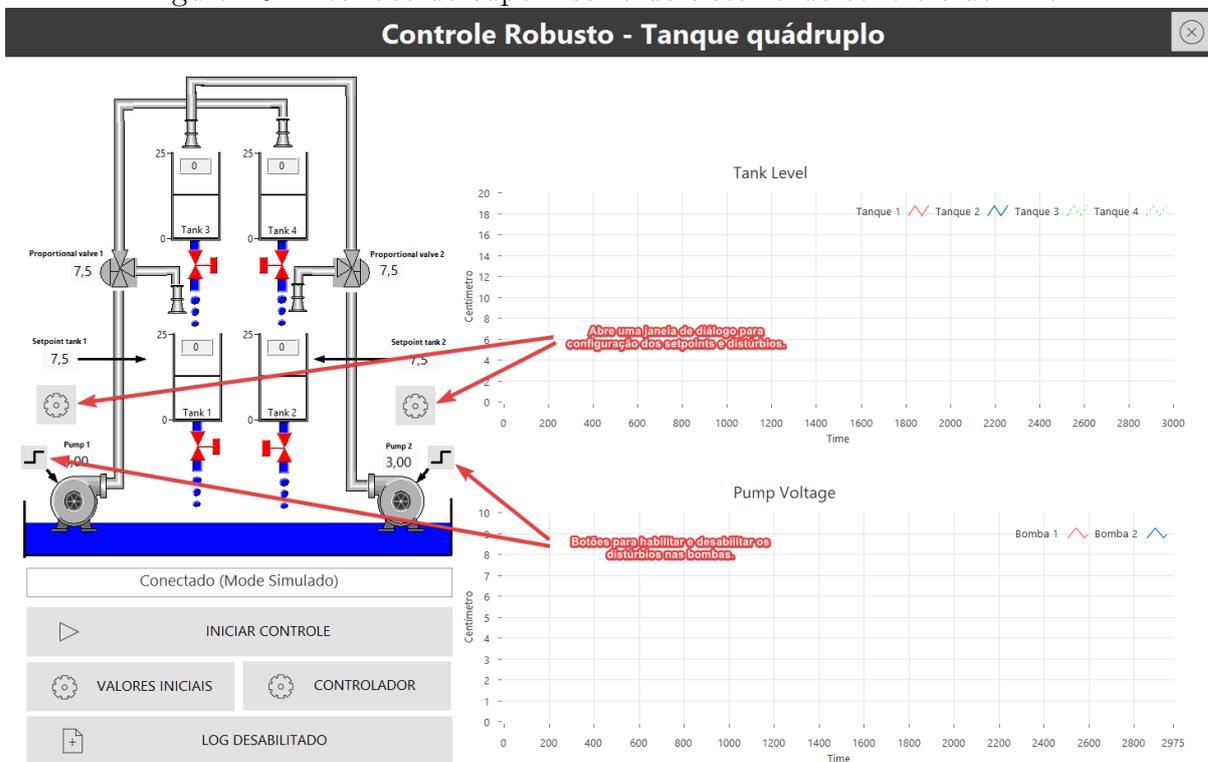


Fonte: Autor.

Outra preocupação ao longo do desenvolvimento foi com a segurança da planta, e para isso implementou-se uma rotina de segurança no nível do FPGA (*Field Programmable Gate Array*) de forma que qualquer falha do sistema ou da lei de controle implementada, leve o sistema ao desligamento seguro das bombas, evitando o transbordamento dos tanques. Com o objetivo que a comunidade possa usufruir da aplicação em futuros trabalhos na área de controle, o código-fonte está disponível no meu repositório no GitHub no seguinte link: <https://github.com/plinioscosta/QuadTankControlSystem>.

A implementação do algoritmo da malha de controle foi feita utilizando o módulo *LabVIEW Control Design and Simulation*, o qual facilita o uso das matrizes dos controladores obtidas no Matlab e oferece funções para representação de sistemas em espaço de estados, ferramentas de análise e projeto de sistemas, entre outras ferramentas úteis. No caso do sistema projetado para este trabalho, os valores das matrizes dos controladores são escritos em arquivos de texto pelos códigos desenvolvidos no Matlab, os quais podem ser verificados nos apêndices B e C, e são lidos pelo supervisor e enviados para a controladora embarcada. A Figura 11 mostra janela de diálogo usada para carregar as matrizes de controle no supervisor, que pode ser acessada por meio do botão Controlador na interface principal (Figura 10).

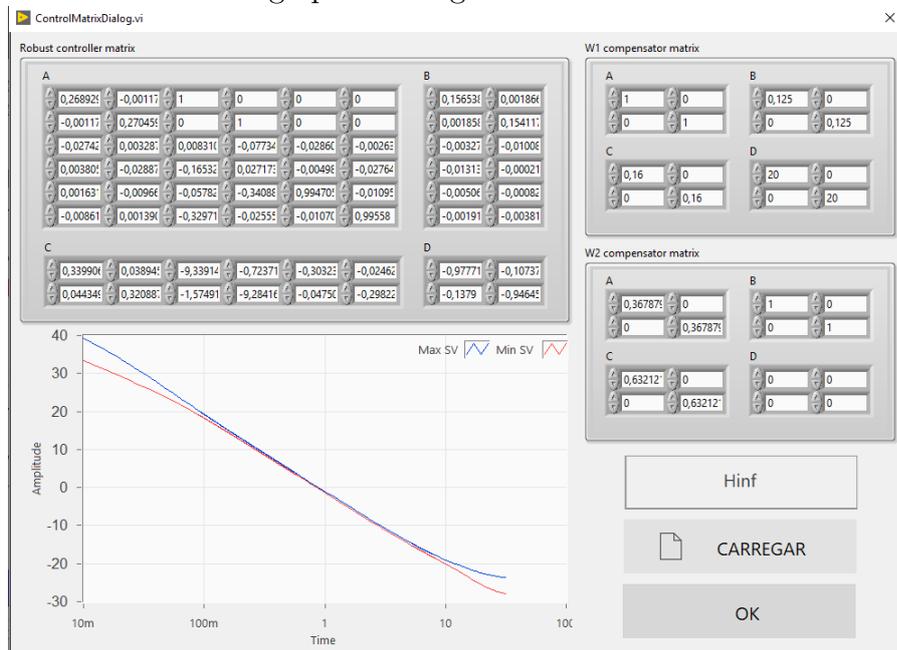
Figura 10: Interface do supervisor do sistema de controle de nível.



Fonte: Autor.

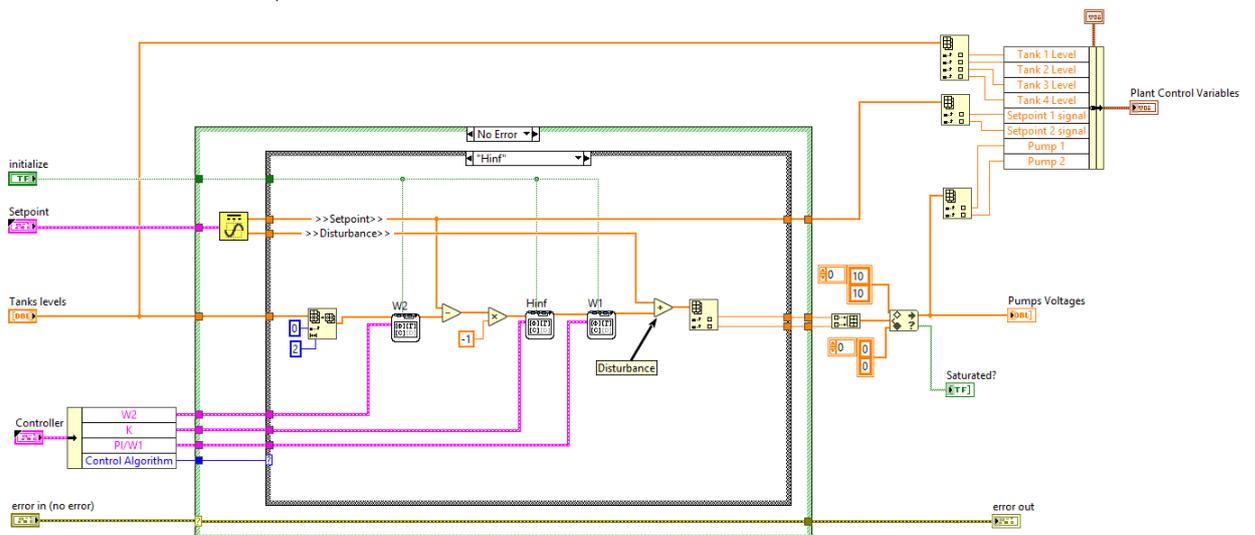
Do lado do controlador, o subVI (sub-rotina no código do *LabVIEW*) Controller.vi é o responsável pela implementação dos algoritmos de controle usando as matrizes enviadas pelo supervisor. Essa rotina recebe as leituras dos dois sensores de nível, as matrizes dos controladores, os valores de *setpoint* e de distúrbio, e então processa esses dados e retorna os valores do esforço de controle da iteração. O código responsável pela aquisição e geração dos dados está desacoplado da rotina de controle e, por isso, não demanda modificações em trabalhos com o mesmo tipo de planta. As Figuras 12 e 13 mostram o código desenvolvido para ambos os controladores.

Figura 11: Janela de diálogo para carregamento das matrizes dos controladores.



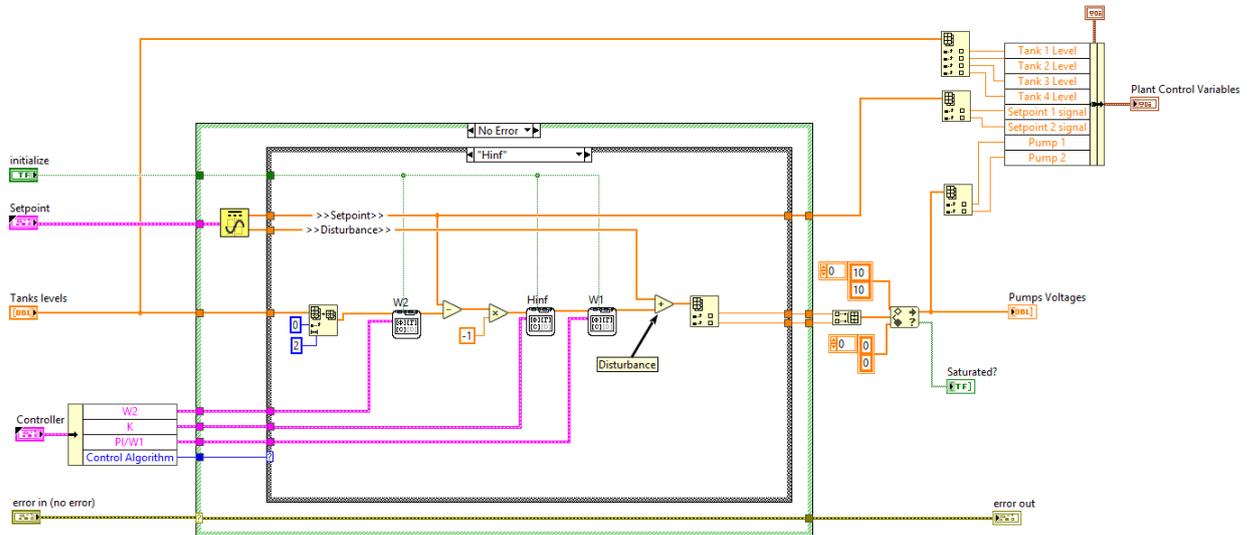
Fonte: Autor.

Figura 12: Diagrama de blocos do subVI Controller mostrando a implementação algoritmo de controle do *LQG/LTR*.



Fonte: Autor.

Figura 13: Diagrama de blocos do subVI Controller mostrando a implementação algoritmo de controle do H_∞ .



Fonte: Autor.

Apesar de sua complexidade, o código foi projetado para que a adição de novos controlares não seja difícil. O apêndice A mostra como aproveitar a aplicação já desenvolvida em futuros trabalhos apenas modificando os componentes responsáveis pelo carregamento das matrizes e pela implementação do algoritmo de controle.

PARTE III

MODELAGEM DO SISTEMA QUÁDRUPLO

3 MODELAGEM DO SISTEMA QUÁDRUPLO

3.1 Introdução

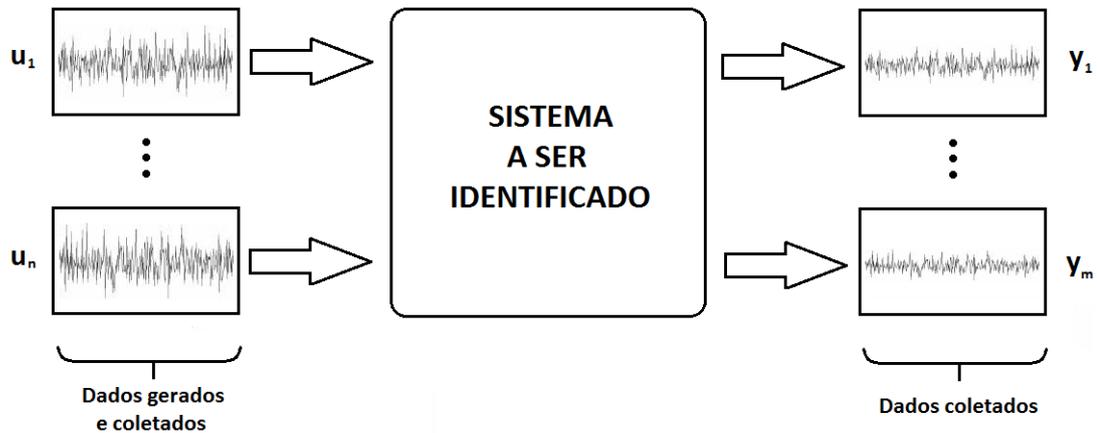
Existem diversas técnicas de modelagem e, por sua vez, diversas formas de classificá-las. Uma delas e comumente utilizada é a denominação em três grupos: *modelagem caixa branca*, *modelagem caixa preta* e *modelagem caixa cinza*.

Para a modelagem caixa branca é necessário um conhecimento grande do comportamento físico do sistema, bem como das equações físicas que o representam ou de métodos para obtê-las. Esse tipo de modelagem pode ser chamada também de *modelagem fenomenológica ou conceitual*. O uso de modelagem fenomenológica normalmente se torna custosa e inviável quando se trata de sistema de maior complexidade, devido ao conhecimento e esforço necessário para a obtenção do modelo.

Sendo assim, muitas vezes recorre-se a técnicas nas quais se faz necessário pouco ou nenhum conhecimento prévio do sistema, já que em muitas aplicações não se tem conhecimento completo das equações e relações físicas que regem o comportamento do sistema. Essas técnicas são chamadas de modelagem ou identificação caixa preta ou modelagem empírica. Elas visam descrever o sistema baseando-se na relação de causa e efeito dos sinais de entrada e saídas do sistema e, dessa forma, a disponibilidade de dados de excitação e de resposta da planta são suficientes para caracterizar a planta, como mostra a Figura 14.

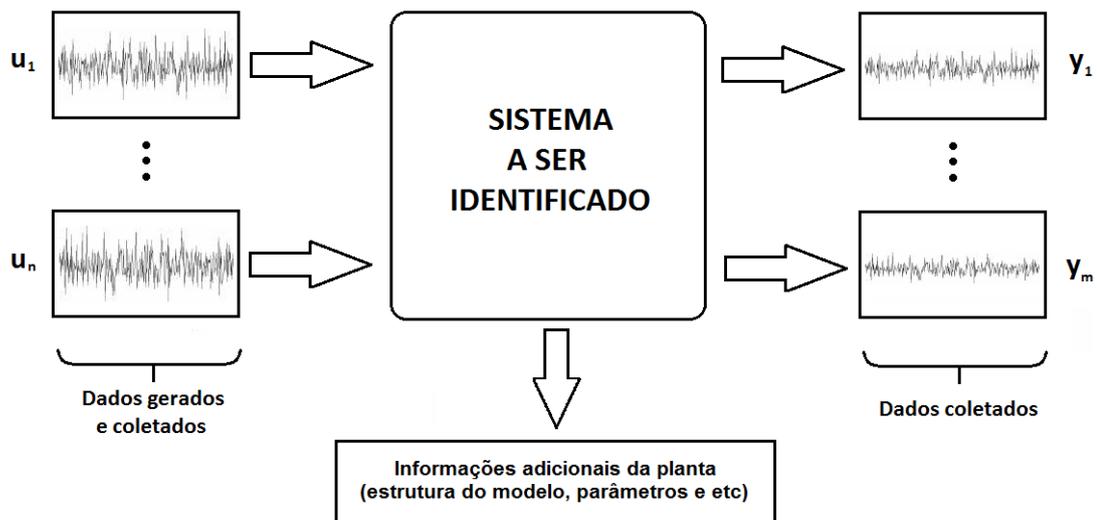
Por fim, têm-se um grupo de técnicas que ficam entre os dois grupos anteriores, a modelagem caixa cinza. Esse tipo busca mesclar a identificação do modelo por meio da observação e análise da relação entre os sinais de entrada e os sinais de saída, com informações adicionais sobre o sistema, como exemplifica a Figura 15. O tipo de conhecimento prévio e como eles são utilizados no processo depende da técnica de identificação a ser utilizada (AGUIRRE, 2004).

Figura 14: Diagrama de blocos representando um sistema multivariável que se deseja identificar. À esquerda os sinais de excitação da planta e à direita os sinais de resposta aos estímulos recebidos pela planta.



Fonte: Autor.

Figura 15: Diagrama de blocos representando um sistema multivariável que se deseja identificar usando conhecimento prévio de algumas de suas características. À esquerda os sinais de excitação da planta e à direita os sinais de resposta aos estímulos recebidos pela planta.



Fonte: Autor.

No caso dessa dissertação, aplicou-se o método caixa branca para se obter o modelo, já que as equações físicas da planta são bem conhecidas, podendo-se obter um modelo próximo ao comportamento do sistema e ainda estimar as possíveis incertezas paramétricas e suas conseqüências na resposta da planta. A utilização de um modelo fenomenológico da planta junto com uma modelagem de incertezas paramétricas é uma estratégia interessante para o projeto e validação de técnicas de controle robustas, como será explorado na seção 3.2.

3.2 Modelagem Fenomenológica

Para a modelagem fenomenológica foram utilizadas as Equações (2.1), (2.2), (2.3) e (2.4) apresentadas no Capítulo 1, que são escritas aqui na forma matricial (3.1).

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \\ \dot{h}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} & 0 & \frac{a_3}{A_1} \sqrt{2gh_3} & 0 \\ 0 & \frac{-a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} & 0 & \frac{a_4}{A_2} \sqrt{2gh_4} \\ 0 & 0 & \frac{-a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Como as técnicas estudadas neste trabalho são válidas apenas para sistemas lineares, o modelo representado em (3.1) foi linearizado em torno de um ponto operação, obtendo o seguinte modelo em espaço de estados.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{h}_1 \\ \Delta \dot{h}_2 \\ \Delta \dot{h}_3 \\ \Delta \dot{h}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\tau_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 \tau_3} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\tau_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 \tau_4} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\tau_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

$$\Delta y = \begin{bmatrix} k_C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

sendo:

$$\tau_i = \frac{A_1}{a_1} \sqrt{\frac{2h_i^{inicial}}{g}}, \quad \Delta h_i = h_i - h_i^{inicial}, \quad \Delta v_i = v_i - v_i^{inicial}.$$

Então, tendo os valores dos parâmetros físicos de construção da planta, pode-se, com a representação acima, obter o modelo linear para todos os pontos de operação do sistema.

3.3 Parâmetros do Modelo e Incertezas

Para se obter o modelo base para o projeto dos controladores, devido as assimetrias do sistema real, definiu-se a linearização do sistema em torno dos diferentes níveis de cada tanque gerados com o sistema em equilíbrio para tensões simétrica na entrada. O valor do ponto de operação foi definido através da escolha das tensões aplicadas a cada bomba iguais a 5,5V, sendo que os níveis resultantes foram os seguintes:

$$h_1 = 9,2\text{cm},$$

$$h_2 = 6,2\text{cm},$$

$$h_3 = 0,7\text{cm},$$

$$h_4 = 0,7\text{cm}.$$

Adicionalmente os parâmetros construtivos, como áreas dos tanques e orifícios, constantes das bombas, relação de vazão entre os tanque e etc, foram devidamente medidos ou obtidos empiricamente no ponto de equilíbrio escolhido anteriormente através de ensaios no sistema. Esses valores podem ser vistos abaixo.

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 254,47\text{cm}^2,$$

$$a_1 = a_2 = 0,466\text{cm}^2,$$

$$a_3 = a_4 = 0,3421\text{cm}^2,$$

$$k_1 = k_2 = 18\text{cm}^3/\text{V.s},$$

$$\gamma_1 = 0,75, \quad \gamma_2 = 0,74.$$

Durante os ensaios realizados para a obtenção dos valores de γ_1 , γ_2 , k_1 e k_2 , verificou-se que esses parâmetros variam de acordo com os valores de tensão aplicados nas bombas, o que faz com que o resultado da linearização do modelo divirja ainda um pouco mais quando fora do ponto de operação. Para o caso do γ_1 e γ_2 , esses começam ambos em 1 para o valor de até 4V nas bombas e diminuem até 0,6 para 10V, que é o valor máximo de acionamento das bombas. As constantes das bombas também variam devido a perda de carga no sistema, excursionando $\pm 20\%$ em relação ao valor encontrado no ponto de equilíbrio. O comportamento e motivo das variações paramétricas anteriores são apresentados e melhor discutidos na seção .

Tomando os valores obtidos para o sistema em torno do ponto de equilíbrio escolhido, obtém-se o modelo em tempo contínuo, apresentado em (3.4) e (3.5).

$$\Delta \dot{h} = A.\Delta h + B.v, \quad (3.4)$$

$$\Delta y = C.\Delta h + D.v, \quad (3.5)$$

sendo

$$A = \begin{bmatrix} -0,006576 & 0 & 0,0246 & 0 \\ 0 & -0,006576 & 0 & 0,0246 \\ 0 & 0 & -0,0246 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0246 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0,05305 & 0 \\ 0 & 0,05234 \\ 0 & 0,01839 \\ 0,01768 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Após a discretização usando o segurador de ordem zero, obtém-se as Equações (3.6) e (3.7).

$$\Delta h[n+1] = \Phi.\Delta h[n] + \Gamma.v[n], \quad (3.6)$$

$$\Delta y[n] = C.\Delta h[n] + D.v[n], \quad (3.7)$$

sendo

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0,9993 & 0 & 0,002457 & 0 \\ 0 & 0,9993 & 0 & 0,002457 \\ 0 & 0 & 0,9975 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,9975 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0,005303 & 0,00000226 \\ 0,000002173 & 0,005233 \\ 0 & 0,001837 \\ 0,001766 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Para fins de apresentação, os valores das matrizes que representam o sistema tanto em sua forma contínua quanto em sua forma discreta estão truncados.

PARTE IV

CONTROLE ROBUSTO DIGITAL

4 CONTROLE ROBUSTO DIGITAL

4.1 Técnica de Controle Robusto LQG/LTR

Na técnica *LQG* convencional assume-se que o modelo é conhecido, que pode ser representado de forma linear e que o ruído de medição e de processo (distúrbios) são estocásticos com propriedades estatísticas conhecidas (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007).

Sendo assim, pode-se considerar a seguinte planta a ser controlada.

$$\begin{aligned} x[n+1] &= \Phi x[n] + \Gamma u[n] + Lw_d[n], \\ y[n] &= Cx[n] + Du[n] + w_n[n]. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Normalmente, $D = 0$. w_d representa o distúrbio de processo e w_n o ruído de medição, os quais são considerados como processos não correlacionados de média zero e estocástico com matrizes de densidade de potência espectral constante W_d e W_n . L é a matriz de entrada relacionada ao ruído de processo.

$$E \left\{ w_d[k] w_d[j]^T \right\} = \begin{cases} 0, & k \neq j \\ W_d, & k = j \end{cases}, \quad (4.2)$$

$$E \left\{ w_n[k] w_n[j]^T \right\} = \begin{cases} 0, & k \neq j \\ W_n, & k = j \end{cases} \quad (4.3)$$

e

$$E \left\{ w_d(t) w_n(\tau)^T \right\} = 0, E \left\{ w_n(t) w_d(\tau)^T \right\} = 0. \quad (4.4)$$

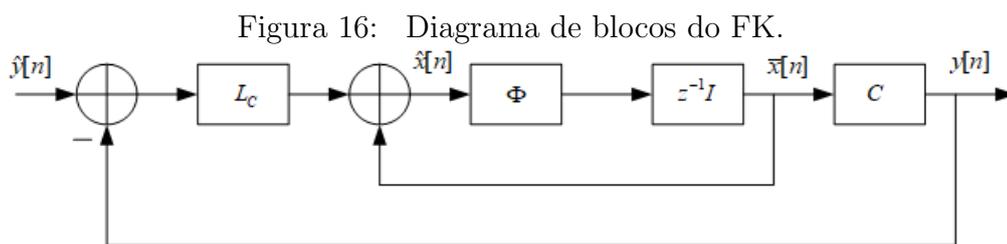
Como se sabe, o controlador *LQR* é uma técnica de controle ótimo, a qual utiliza técnicas de otimização que são aplicadas de forma a minimizar o comportamento das

variáveis de estados por meio da matriz de ponderação Q e a minimização do esforço de controle por meio da matriz de ponderação R ($Q = Q^T \geq 0$ e $R = R^T > 0$).

A resolução desse problema pode ser obtida determinando separadamente o controlador LQR (*Linear Quadratic Regulator*), que por sua vez, considera que os estados são livres de ruído e estão disponíveis para realimentação, e o filtro de Kalman estacionário como estimador de estado ótimo para sistemas lineares sujeitos a ruído branco. O controlador LQG realimenta os estados estimados de forma a minimizar os efeitos dos ruídos no modelo da eq. 4.1. Por fim, a estabilidade do regulador LQG/LTR é garantida pelo Teorema da Separação desde que a estabilidade de ambos isoladamente, controlador e estimador, também seja garantida.

No caso do regulador LQR , boas propriedades de robustez podem ser garantidas com a escolha da matriz R sendo diagonal, no entanto para o LQG , não se têm garantias sobre as margens de estabilidade por meio desse mesmo tipo de escolha (DOYLE, 1978). Uma forma de recuperar as boas propriedades de robustez do regulador LQG consiste em utilizar o procedimento de recuperação denominado LTR (*loop transfer recovery*) (da Cruz, 1996).

Para a apresentação do procedimento, primeiro assume-se que o par (Φ, Γ) é controlável, que o par (Φ, C) é observável, que o sistema é de fase mínima e que o número de entradas é igual ao de saídas. Sendo assim, inicia-se o procedimento considerando o diagrama da Figura 16 que representa o estimador pelo valor atual do filtro de Kalman.



Fonte: Autor.

Obtém-se a seguinte representação.

$$G_{KF}(z) = C(zI - \Phi)^{-1} \Phi L_c, \quad (4.5)$$

que por sua vez, tem como solução em regime estacionário o ganho constante L_c .

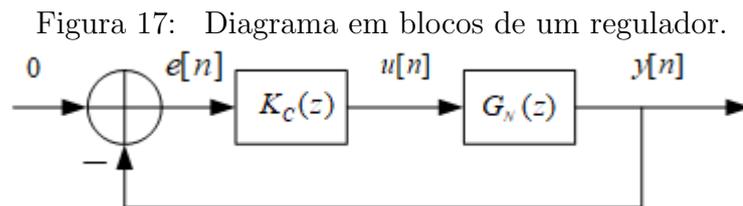
$$L_c = Y C^T (R_v + C Y C^T)^{-1}, \quad (4.6)$$

onde Y é solução da equação de Riccati discreta (DARE), que por sua vez, tem como solução em regime estacionário (FRANKLIN; POWELL; WORKMAN, 1998)

$$\Phi(Y - YC^\top(R_v - CYC^\top)^{-1}CY)\Phi^\top + LR_wL^\top - Y = 0. \quad (4.7)$$

Para o controlador LQG/LTR , a Equação (4.5) é conhecida como malha objetivo, cujo projeto tem como finalidade obter uma resposta em frequência que respeite as barreiras de robustez. Considera-se para o projeto $R_v = \mu I$ e $R_w = I$, e assim, a característica da malha objetivo é formatada por meio da escolha apropriada de μ e L .

Tendo o procedimento de obtenção dos ganhos do filtro de Kalman, pode-se assumir para o projeto o filtro já em regime estacionário para o estimador de estados e uma lei de controle com realimentação dos estados estimados. Assim se torna possível obter um controlador $K_c(z)$ equivalente, como mostra a Figura 17.



Fonte: Autor.

Do estimador pelo valor atual apresentado na Figura 16, obtêm-se as seguintes equações:

$$\hat{x}[n] = \bar{x}[n] + L_c(y[n] - C\bar{x}[n]), \quad (4.8)$$

e

$$\bar{x}[n] = \Phi\hat{x}[n-1] + \Gamma u[n-1], \quad (4.9)$$

onde (4.9) é a atualização temporal e (4.8) é a atualização de medida.

Como $u[n] = -K\hat{x}[n]$, tem-se que

$$\begin{aligned} u[n+1] &= -K(\bar{x}[n+1] + L_c(y[n+1] - C\bar{x}[n+1])) \\ &= -K(I - L_cC)\bar{x}[n+1] - KL_cy[n+1] \\ &= -K(I - L_cC)(\Phi\hat{x}[n] - \Gamma K\hat{x}[n]) - KL_cy[n+1]. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Assim,

$$-K\hat{x}[n+1] = -K(I - L_c C)(\Phi\hat{x}[n] - \Gamma K\hat{x}[n]) - KL_c y[n+1], \quad (4.11)$$

ou seja,

$$\hat{x}[n+1] = (I - L_c C)(\Phi - \Gamma K)\hat{x}[n] + L_c y[n+1]. \quad (4.12)$$

Aplicando a transformada- z na Equação (4.12), chega-se em:

$$[zI - (I - L_c C)(\Phi - \Gamma K)]\hat{X}(z) = L_c z Y(z), \quad (4.13)$$

que por sua vez, pode ser reorganizada como,

$$\hat{X}(z) = z([zI - (I - L_c C)(\Phi - \Gamma K)]K^{-1})^{-1}L_c Y(z). \quad (4.14)$$

Portanto,

$$\hat{U}(z) = -K\hat{X}(z) = -KzfK([zI - (I - L_c C)(\Phi - \Gamma K)])^{-1}L_c Y(z). \quad (4.15)$$

Como, $E(z) = -Y(z)$, então,

$$U(z) = zK[zI - (I - L_c C)(\Phi - \Gamma K)]^{-1}L_c E(z). \quad (4.16)$$

Portanto,

$$K_c(z) = zK[zI - (I - L_c C)(\Phi - \Gamma K)]^{-1}L_c. \quad (4.17)$$

Sendo K a solução da equação de Riccati (4.18),

$$P[n] = \Phi^T(P[n+1] - P[n+1]\Gamma(R + \Gamma^T P[n+1]\Gamma)^{-1}\Gamma^T P[n+1]\Phi - Q)x[n] = 0. \quad (4.18)$$

Sendo assim, a ação ótima de controle é dada por:

$$u[n] = -K[n]x[n], \quad (4.19)$$

onde,

$$K[n] = (R + \Gamma^T P[n+1]\Gamma)^{-1} \Gamma^T P[n+1]\Phi. \quad (4.20)$$

A partir desse ponto o desenvolvimento se baseia em (GOODMAN, 1984), (MACIEJOWSKI, 1985) e (WEERASOORIYA; PHAN, 1995), e assim, considera-se o *LQG* um caso específico chamado de *Cheap Control*, onde $Q = C^T C$ e $R = \rho I$.

Dessa forma, a Equação (4.20) pode ser reescrita como:

$$K = (\rho I + \Gamma^T P_{ss}\Gamma)^{-1} \Gamma^T P_{ss}\Phi, \quad (4.21)$$

onde,

$$P_{ss} = \Phi^T \left(P_{ss} - P_{ss}\Gamma (\rho I + \Gamma^T P_{ss}\Gamma)^{-1} \Gamma^T P_{ss} \right) \Phi + C^T C. \quad (4.22)$$

Observa-se que $\rho = 0$, diferentemente do caso contínuo, pode ser considerado na versão discreta do LQR, obtendo-se

$$P_{ss} = \Phi^T \left(P_{ss} - P_{ss}\Gamma (\Gamma^T P_{ss}\Gamma)^{-1} \Gamma^T P_{ss} \right) \Phi + C^T C. \quad (4.23)$$

Assumindo que a solução seja dada por $P_{ss} = C^T C$ e substituindo na Equação (4.23), tem-se

$$C^T C = \Phi^T \left(C^T C - C^T C\Gamma (\Gamma^T C^T C\Gamma)^{-1} \Gamma^T C^T C \right) \Phi + C^T C. \quad (4.24)$$

Se $\det(C\Gamma) \neq 0$, então,

$$\begin{aligned} C^T C &= \Phi^T \left(C^T C - C^T C\Gamma (C\Gamma)^{-1} (\Gamma^T C^T)^{-1} \Gamma^T C^T C \right) \Phi + C^T C \\ &= \Phi^T (C^T C - C^T C) \Phi + C^T C \\ &= C^T C, \end{aligned} \quad (4.25)$$

ou seja, se $\det(C\Gamma) \neq 0$, então $P_{ss} = C^T C$ é a solução da DARE. Nesse caso,

$$\begin{aligned}
K &= (\Gamma^\top C^\top C \Gamma)^{-1} \Gamma^\top C^\top C \Phi = (C \Gamma)^{-1} (\Gamma^\top C^\top)^{-1} \Gamma^\top C^\top C \Phi \\
K &= (C \Gamma)^{-1} C \Phi
\end{aligned} \tag{4.26}$$

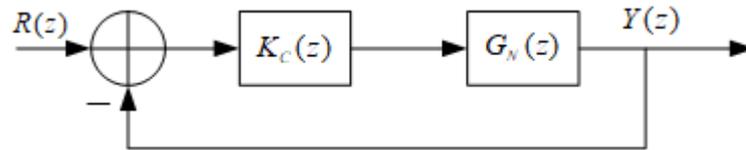
Define-se $\Delta(z) = G_N(z)K_c(z) - G_{KF}(z)$.

Theorem 1. (MACIEJOWSKI, 1985) Se $G_N(z)$ não possui zeros de fase não mínima e se $\det(C\Gamma) \neq 0$, então

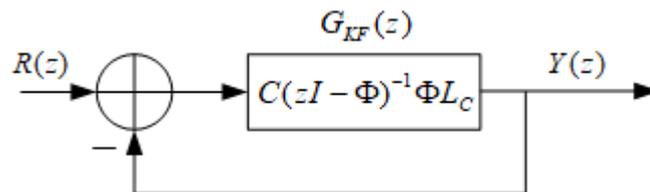
$$\Delta(z) = 0$$

ou seja, o sistema em malha aberta converge à função de transferência do filtro de Kalman, denominada malha objetivo, como mostra o sistema da Figura 18 (a) e 18 (b).

Figura 18: (a) sistema nominal em malha fechada; (b) malha objetivo.



(a) Saída e Estados



(b) Sinal de Controle

Fonte: Autor.

Assim, para fins de projeto, inicialmente deve-se fazer com que a malha objetivo satisfaça as condições de robustez e desempenho especificadas. Para isso, deve-se manipular os valores de μ e L para atingir a resposta em frequência desejada para G_{KF} .

Se o sistema for SISO, pode-se utilizar o diagrama de Bode para analisar se a banda passante, bem como as margens de ganho e fase de G_{KF} atendem aos requisitos de projeto.

Se o sistema for MIMO, deve-se utilizar os valores singulares, que representam uma medida do ganho para sistemas multivariáveis.

Assim, bastará obter K_c por meio das Equações (4.17) e (4.26), para $\rho = 0$, ou por meio da resolução da DARE (4.18) e a Equação (4.17), para $\rho \neq 0$.

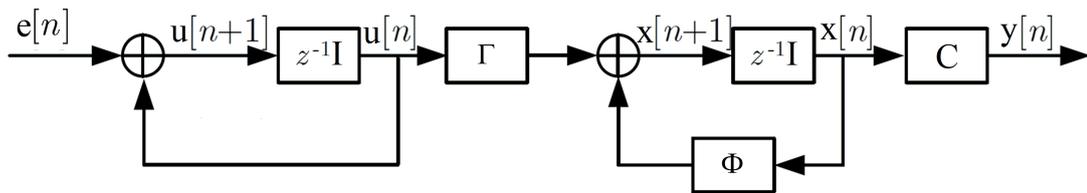
4.1.1 Inserção de Integradores

A adição de integradores em plantas é um recurso comumente utilizado com o intuito de zerar o erro estacionário do sistema. Para sistemas discretos esse aumento da planta original é feito por meio de métodos de Euler, que por sua vez define aproximações ao integrador no tempo contínuo (GUARACY; SILVA; FERREIRA, 2015).

Para o caso do controlador *LQG/LTR*, a escolha correta do método do integrador é de suma importância, ou seja, uma escolha errada pode impossibilitar a aplicação dos métodos.

A forma de integrador Forward Euler, como apresentado na Figura 19, resulta na seguinte situação de projeto.

Figura 19: Integrador Forward Euler.



Fonte: Autor.

O sistema expandido neste caso pode ser representado como

$$\begin{cases} x[n+1] = \Phi x[n] + \Gamma u[n] \\ u[n+1] = e[n] + u[n] \end{cases}, \quad (4.27)$$

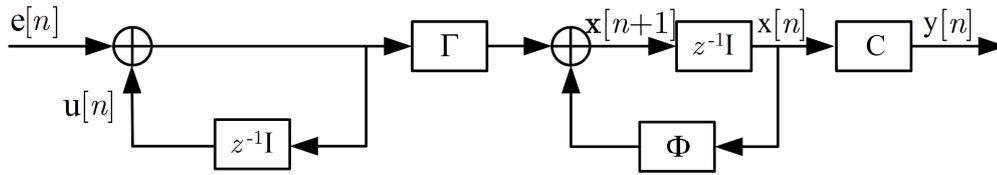
$$\begin{bmatrix} x[n+1] \\ u[n+1] \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi & \Gamma \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\Phi_{AUG}} \begin{bmatrix} x[n] \\ u[n] \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}}_{\Gamma_{AUG}} e[n], \quad (4.28)$$

$$y[n] = \underbrace{\begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}}_{C_{AUG}} \begin{bmatrix} x[n] \\ u[n] \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

Observa-se, neste caso, que $\det(C_{AUG}\Gamma_{AUG}) = 0$. Ou seja, com o método Forward Euler não há a convergência para malha objetivo.

Já para o integrador na forma Backward Euler, apresentado na Figura 20, observa-se que a condição $\det(C_{AUG}\Gamma_{AUG}) \neq 0$ é satisfeita. O sistema aumentado é dado por:

Figura 20: Integrador Backward Euler.



Fonte: Autor.

$$\begin{cases} x[n+1] = \Phi x[n] + \Gamma u[n+1] \\ u[n+1] = e[n] + u[n] \end{cases} \quad (4.30)$$

Note que:

$$x[n+1] = \Phi x[n] + \Gamma e[n] + \Gamma u[n], \quad (4.31)$$

$$\begin{bmatrix} x[n+1] \\ u[n+1] \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi & \Gamma \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\Phi_{AUG}} \begin{bmatrix} x[n] \\ u[n] \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \Gamma \\ I \end{bmatrix}}_{\Gamma_{AUG}} e[n], \quad (4.32)$$

$$y[n] = \underbrace{\begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}}_{C_{AUG}} \begin{bmatrix} x[n] \\ u[n] \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

Dessa forma, conclui-se que a expansão com integradores de um sistema a ser controlado com a técnica *LQG/LTR*, deve se basear no método Backward Euler.

4.2 Técnica de Controle Robusto H_∞

A técnica de controle robusto H_∞ , como comentado em capítulos anteriores, vem sendo pesquisada e desenvolvida nas últimas décadas como uma alternativa à técnica *LQG/LTR* e suas limitações em aplicações em alguns tipos de sistemas. Essa técnica de otimização tem se mostrado efetiva para sistemas lineares e invariantes no tempo.

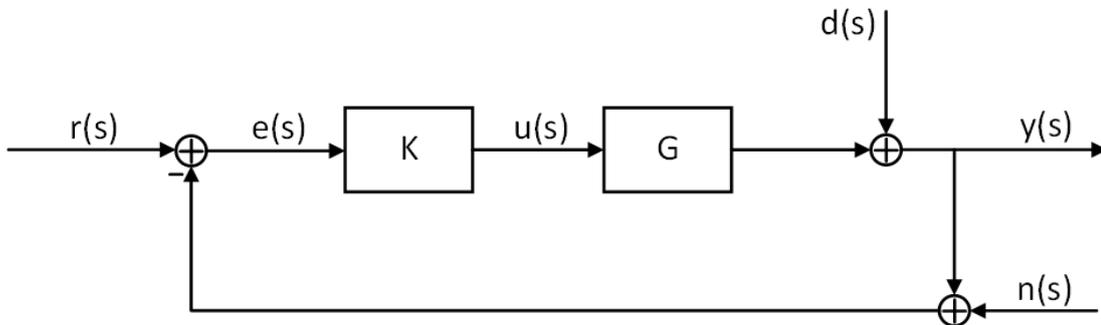
De forma bem simplista e *a priori* introdutória, a técnica se baseia na formulação de um problema de controle robusto, de forma que o mesmo possa ser solucionado como um problema de minimização. O intuito deste problema de otimização é obter um sistema de controle baseado em algumas funções custo, de forma a se garantir o melhor desempenho em diversos requisitos de projeto de uma forma corretamente balanceada. Exemplos muito comuns são controladores onde o objetivo é uma rápida resposta e seguimento do sinal

de referência, mas que ao mesmo tempo se deve prezar por limitar a energia do sinal de controle para isso.

4.2.1 H_∞ sub-ótimo

Partindo do problema tomado como exemplo acima, que pode ser representado pela Figura 21, é extremamente plausível que o projeto do controlador tenha como objetivo a minimização do erro de rastreamento do sinal de referência e também da energia do sinal de controle dispendido para isso, do distúrbio do processo e do sinal de ruído de medição.

Figura 21: Diagrama do sistema em malha fechada com distúrbio e ruído de medição.



Fonte: Autor.

Isso pode ser melhor representado e formulado com as seguintes relações entre o sinal de referência r , o sinal de distúrbio d , o ruído de medição n , o sinal de saída y , o sinal de controle u e o sinal de erro e .

$$y = (I + GK)^{-1}GKr + (I + GK)^{-1}d - (I + GK)^{-1}GKn, \quad (4.34)$$

$$u = K(I + GK)^{-1}r - K(I + GK)^{-1}d - K(I + GK)^{-1}n, \quad (4.35)$$

$$e = (I + GK)^{-1}r - (I + GK)^{-1}d - (I + GK)^{-1}n, \quad (4.36)$$

a partir das quais pode-se visualizar a minimização da norma H_∞ de modo a se ter a otimização separadamente de cada um dos objetivos.

Minimização do erro de saída em relação ao sinal de referência:

$$\left\| (I + GK)^{-1} \right\|_\infty. \quad (4.37)$$

Minimização do impacto do distúrbio no sinal de saída do sistema:

$$\left\| (I + GK)^{-1} \right\|_\infty. \quad (4.38)$$

Minimização do impacto do ruído de medição no sinal de saída do sistema:

$$\left\| -(I + GK)^{-1}GK \right\|_{\infty}. \quad (4.39)$$

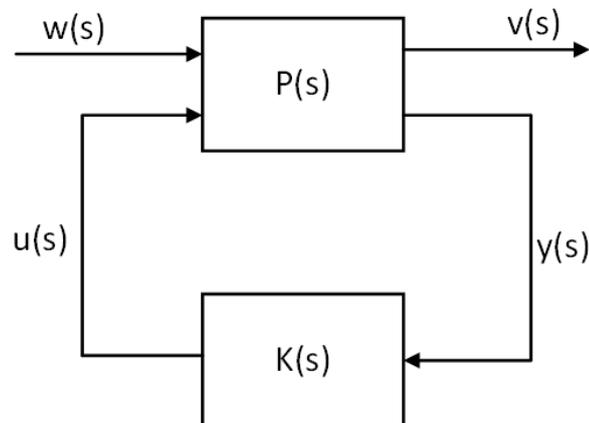
Minimização da energia do sinal de controle aplicado no sistema:

$$\left\| K(I + GK)^{-1} \right\|_{\infty}. \quad (4.40)$$

Para facilitar a solução do problema, o sistema acima pode ser rerepresentado em uma forma padronizada, aplicando-se uma transformação linear fracionária (LFT), onde além das entradas e saídas padrões do sistema, os sinais a serem otimizados são representados também como saídas do sistema. Mais detalhamento sobre a LFT pode ser encontrado em (GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2005, Capítulo 2).

A Figura 22 apresenta a representação do sistema transformado na forma de blocos, onde w denota todos os sinais de entrada do sistema, v os sinais a serem minimizados, y as saídas medidas da planta e u os sinais de controle.

Figura 22: Configuração padrão do sistema em malha fechada para otimização H_{∞} .



Fonte: Autor.

Representando a matriz $P(s)$ como:

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad (4.41)$$

pode-se descrever o sistema padrão por meio da seguinte equação.

$$v = [P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}]w, \quad (4.42)$$

que pode ser escrita como:

$$v = \mathcal{F}_l(P, K)w, \quad (4.43)$$

sendo $\mathcal{F}_l(P, K)$ a transformação linear fracionária inferior de P e K .

Dessa forma, agora pode-se representar a otimização H_∞ em relação à função (4.43).

$$\min_K \left\| \mathcal{F}_l(P, K) \right\|_\infty \quad (4.44)$$

A solução do problema acima não é única e nem sempre é simples, mas pode-se entender na prática como a estabilização do sistema por meio de um controlador K , onde o resultado da norma H_∞ do sistema em malha fechada está limitada por um número positivo, ou seja,

$$\left\| \mathcal{F}_l(P, K) \right\|_\infty < \gamma, \quad (4.45)$$

onde $\gamma > \gamma_0 := \min_K \left\| \mathcal{F}_l(P, K) \right\|_\infty$. Esse problema pode ser chamado de Sub-otimização H_∞ .

É fácil concluir que a repetição desse procedimento reduzindo o valor de γ sucessivamente levará à solução ótima do problema.

Toda a ideia apresentada até esse momento é plenamente aplicável também para sistemas discretos e, como esse trabalho foca seus estudos no mundo discreto, a partir desse ponto a continuidade da apresentação dos procedimentos será nesse domínio.

Tomando como representação do sistema da Figura 22, tem-se as seguintes equações em espaço de estados no domínio discreto.

$$\begin{aligned} P(z) = \begin{bmatrix} P_{11}(z) & P_{12}(z) \\ P_{21}(z) & P_{22}(z) \end{bmatrix} &= \left[\begin{array}{c|cc} \Phi & \Gamma_1 & \Gamma_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{array} \right] \\ &:= \left[\begin{array}{c|c} \Phi & \Gamma \\ \hline C & D \end{array} \right], \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\dot{x}(n) = \Phi x(n) + \Gamma_1 w(n) + \Gamma_2 u(n), \quad (4.47)$$

$$v(n) = C_1x(n) + D_{11}w(n) + D_{12}u(n), \quad (4.48)$$

$$y(n) = C_2x(n) + D_{21}w(n), \quad (4.49)$$

sendo $x(n) \in R^n$ o vetor de estados, $w(n) \in R^{m_1}$ o vetor de entradas, $u(n) \in R^{m_2}$ o vetor de sinais de controle, $v(n) \in R^{p_1}$ o vetor de sinais a serem otimizados e $y(n) \in R^{p_2}$ o vetor de medições. Sendo $p_1 \geq m_2$ e $p_2 \leq m_1$.

Definem-se como condições necessárias e suficientes para a existência de solução sub-ótima de H_∞ as apresentadas por (GLOVER; DOYLE, 1988).

1. (Φ, Γ_2) é estabilizável e (C_2, Φ) é detectável;
2. D_{12} e D_{21} tem posto pleno;
3. $\begin{bmatrix} \Phi - e^{j\theta}I & \Gamma_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$ possui posto pleno de colunas para todo θ ;
4. $\begin{bmatrix} \Phi - e^{j\theta}I & \Gamma_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix}$ possui posto pleno de linhas para todo θ .

Essas condições garantem a existência de um controlador K próprio e realizável que estabilize a planta. Além disso, os dois últimos itens asseguram que o controlador ótimo não cancelará polos e zeros no círculo unitário, o que por sua vez poderia causar instabilidades.

A solução discreta sub-ótima para H_∞ pode ser encontrada em (GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2005).

4.2.2 Projeto H_∞ *Loop-Shaping*

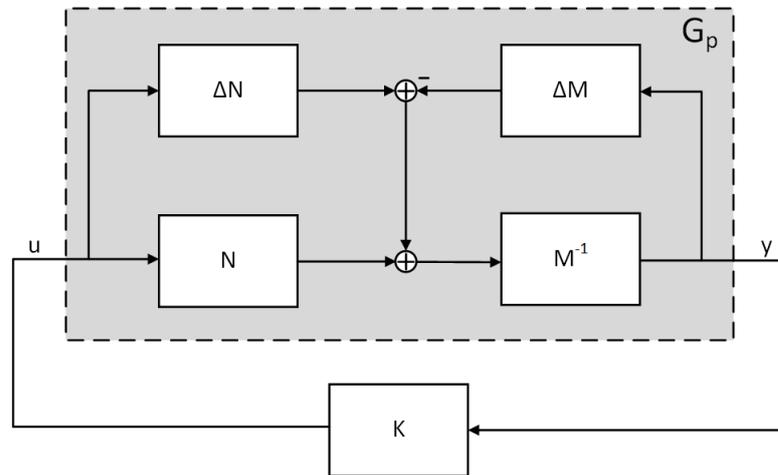
Como foco desse trabalho, a técnica de projeto H_∞ *Loop-Shaping* será apresentada em sua totalidade. Ela é baseada nos conceitos que foram apresentados até esse momento combinado com o procedimento de projeto *Loop-Shaping* (LSDP) apresentada por (MCFARLANE; GLOVER, 1990). No entanto, como este trabalho tem como foco técnicas discretas de controle, o projeto digital da técnica é apresentado.

Essencialmente, a técnica se divide em duas etapas de projeto, a primeira onde é adicionado um pré-compensador e um pós-compensador de forma a modificar os valores singulares de malha aberta, dando forma à resposta em frequência, de maneira a atingir requisitos de desempenho do projeto. Tal procedimento sistematizado teve sua origem em (HYDE, 1991) e foi estendido para controladores com dois graus de liberdade por

(LIMEBEER; KASENALLY; PERKINS, 1993). Na segunda parte do projeto o sistema é estabilizado de forma robusta em relação às incertezas nos fatores coprimos da planta usando a otimização H_∞ (GLOVER; MCFARLANE, 1989). Esse método, diferentemente do que foi apresentado anteriormente, não requer sucessivas iterações de modo a encontrar o menor γ . A apresentação do procedimento é iniciada pelo passo de estabilização robusta do sistema.

Para superar a limitação que os modelos de perturbação única trazem em relação à planta e ao modelo da planta perturbada terem o mesmo número de polos instáveis ou o mesmo número de zeros instáveis (RHP), é usado o modelo de fatores coprimos com adição de perturbação em ambos. O modelo de incertezas pode ser visto na Figura 23.

Figura 23: Modelo de fatores coprimos com adição de perturbação.



Fonte: Autor.

Considerando-se a planta G_p uma representação discreta e de mínima realização. Logo, obtém-se a fatoração coprima pela esquerda normalizada da planta G .

$$G(z) = D + C(zI - \Phi)^{-1}\Gamma := \left[\begin{array}{c|c} \Phi & \Gamma \\ \hline C & D \end{array} \right], \quad (4.50)$$

sendo as matrizes Φ $n \times n$, Γ $n \times m$, C $p \times n$ e D $p \times m$.

$$G = M_e^{-1}N_e, \quad (4.51)$$

onde:

1. $(M_e^{-1}N_e) \in \mathcal{H}_\infty^+$, sendo \mathcal{H}_∞^+ o espaço das funções contendo todos os polos dentro do círculo unitário aberto do plano complexo discreto;

2. M_e é quadrada;
3. $\det(M_e) \neq 0$;
4. Existe $(V_e, U_e) \in \mathcal{H}_\infty^+$, tal que $M_e V_e + N_e U_e = I$
5. $N_e(z)N_e^T\left(\frac{1}{z}\right) + M_e(z)M_e^T\left(\frac{1}{z}\right) = I$

A planta perturbada G_p pode ser representada então por:

$$G_p = (M_e^{-1} + \Delta_{M_e})^{-1}(N_e + \Delta_{N_e}), \quad (4.52)$$

onde Δ_{M_e} e Δ_{N_e} são funções de transferência desconhecidas, porém estáveis, que representam incertezas na planta nominal G .

Essa representação do modelo fatorado normalizado pode ser obtida por meio da solução de duas equações algébricas de Riccati discretas (DARE) (GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2002; GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2005).

$$\Psi^T P_1 \Psi - P_1 - \Psi^T P_1 \Gamma Z_1 Z_1^T \Gamma^T P_1 \Psi + C^T R_1^{-1} C = 0, \quad (4.53)$$

e

$$\Psi^T P_2 \Psi - P_2 - \Psi P_2 C^T Z_2^T Z_2 C P_2 \Psi^T + \Gamma R_2^{-1} \Gamma^T = 0, \quad (4.54)$$

sendo

$$\begin{aligned} R_1 &= I_p + D D^T, \\ R_2 &= I_m + D^T D, \\ \Psi &= \Phi - \Gamma R_2^{-1} D^T C, \\ Z_1 Z_1^T &= (R_2 + \Gamma^T P_1 \Gamma)^{-1}, \\ Z_2^T Z_2 &= (R_1 + C P_2 C^T)^{-1} \end{aligned}$$

Outra suposição, que implica em perda de generalidade é que $Z_1 = Z_1^T$ e $Z_2 = Z_2^T$, ou seja, são matrizes simétricas.

Sendo assim, obtém-se a fatoração coprima pela esquerda (GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2002; GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2005).

$$\begin{bmatrix} N_e & M_e \end{bmatrix} := \left[\begin{array}{c|cc} \Phi + HC & \Gamma + HD & H \\ \hline Z_2 C & Z_2 D & Z_2 \end{array} \right], \quad (4.55)$$

sendo:

$$H = -(\Phi P_2 C^T + \Gamma D^T) Z_2^T Z_2$$

$$F = -Z_1 Z_1^T (\Gamma^T P_1 \Phi + D^T C)$$

A estabilização robusta tem como objetivo estabilizar a planta nominal acrescida de um conjunto de perturbações definidas por

$$G_p = \left\{ (M_e^{-1} + \Delta_{M_e})^{-1} (N_e + \Delta_{N_e}) : \|[\Delta_{N_e} \quad \Delta_{M_e}]\|_\infty < \epsilon, \right\} \quad (4.56)$$

sendo $\epsilon > 0$ a margem de estabilidade. Isso é válido tanto para o caso contínuo quanto para o discreto.

Agora que se tem a planta representada na forma fatorada e coprima, pode-se iniciar o projeto do controlador H_∞ Loop-Shaping. A primeira etapa de projeto tem como objetivo a construção de um controlador robusto, o qual garantirá estabilidade do sistema a perturbações. Essas perturbações são modeladas e aplicadas nos fatores coprimos do modelo.

Considerando o Teorema Small-Gain (GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2005), o sistema $(M_e, N_e, K_s, \epsilon)$ da Figura 23 é estável de maneira robusta se e somente se o sistema nominal que realimenta (G, K_s) é internamente estável, i.e.,

$$\left\| \begin{bmatrix} K_s(I - GK_s)^{-1} M_e^{-1} \\ (I - GK_s)^{-1} M_e^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty \leq \epsilon^{-1}. \quad (4.57)$$

A maximização da robustez da estabilidade do sistema acontece com a minimização da Equação (4.57).

$$\gamma_0 := \min_K \left\| \begin{bmatrix} K_s(I - GK_s)^{-1} M_e^{-1} \\ (I - GK_s)^{-1} M_e^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty \leq \epsilon^{-1}, \quad (4.58)$$

e o menor valor de γ é dado por (GLOVER; MCFARLANE, 1989).

$$\gamma_0 = \epsilon_{max}^{-1} = \left\{ 1 - \|N_e M_e\|_H^2 \right\}^{-1/2} = (1 + \rho(P_2 P_1))^{1/2}, \quad (4.59)$$

onde $\|\cdot\|_H$ denota a norma de Hankel, ρ o máximo autovalor da mínima realização (Φ, Γ, C, D) da função de transferência G , $P_1 \geq 0$ será a única solução para a DARE (4.53) e $P_2 \geq 0$ será a única solução para a DARE (4.54).

Considerando $\gamma > \gamma_0$, o procedimento para obtenção do controlador H_∞ LSDP sub-ótimo pode ser baseado no controlador H_∞ sub-ótimo apresentado na Subseção 4.2.1. O sistema generalizado considerado nesse caso é representado abaixo.

$$\begin{aligned}
P(z) &= \begin{bmatrix} P_{11}(z) & P_{12}(z) \\ P_{21}(z) & P_{22}(z) \end{bmatrix} \\
&= \left[\begin{array}{c|c} 0 & I_m \\ \hline \tilde{M}^{-1} & G \\ \hline M^{-1} & G \end{array} \right] \\
&= \left[\begin{array}{c|cc} \Phi & -HZ_2^{-1} & \Gamma \\ \hline 0 & 0 & I_m \\ C & Z_2^{-1} & D \\ C & Z_2^{-1} & D \end{array} \right]
\end{aligned} \tag{4.60}$$

Para a solução e obtenção do controlador, mais duas DAREs são utilizadas, no entanto devido à estrutura apresentadas em $P(z)$ na Equação (4.60), uma delas será igual a zero e então se torna necessária apenas uma. Essa terceira DARE é apresentada abaixo (GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2005; GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2002).

$$\Phi^T X_\infty \Phi - X_\infty - \tilde{F}^T \left(R + \begin{bmatrix} -Z_2^{-1} H^T \\ R_2^{-1/2} \Gamma^T \end{bmatrix} X_\infty \begin{bmatrix} -HZ_2^{-1} & \Gamma R_2^{-1/2} \end{bmatrix} \right) \tilde{F} + C^T C = 0, \tag{4.61}$$

sendo:

$$\tilde{F} = - \left(R + \begin{bmatrix} -Z_2^{-1} H^T \\ R_2^{-1/2} \Gamma^T \end{bmatrix} X_\infty \begin{bmatrix} -HZ_2^{-1} & \Gamma R_2^{-1/2} \end{bmatrix} \right)^{-1} \left(\begin{bmatrix} -Z_2^{-1} C \\ D^T R_1^{-1/2} C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Z_2^{-1} H^T \\ R_2^{-1/2} \Gamma^T \end{bmatrix} X_\infty \Phi \right)$$

,

$$R = \begin{bmatrix} -Z_2^{-2} - \gamma^2 I_p & Z_2^{-1} R_1^{-1/2} D \\ D^T R_1^{-1/2} Z_2^{-1} & I_m \end{bmatrix}.$$

e

$$H = -\Phi P_2 C^T Z_2^T Z_2$$

Definindo $\tilde{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$, sendo $F_1 : p \times n$ e $F_2 : m \times n$, o controlador H_∞ no tempo discreto K_s pode ser representado como (GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2005; GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2002):

$$K_s(z) = \left[\begin{array}{c|c} A_K & B_K \\ \hline C_K & D_K \end{array} \right] \quad (4.62)$$

tendo:

$$\begin{aligned} A_K &= \hat{A}_K - \hat{B}_K D (I + \hat{D}_K D)^{-1} \hat{C}_K, \\ B_K &= \hat{B}_K (I + D \hat{D}_K)^{-1}, \\ C_K &= (I + \hat{D}_K D)^{-1} \hat{C}_K, \\ D_K &= \hat{D}_K (I + D \hat{D}_K)^{-1}. \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \hat{A}_K &= \Phi + H C + \Gamma \hat{C}_K, \\ \hat{B}_K &= -H + \Gamma \hat{D}_K, \\ \hat{C}_K &= R_2^{-1/2} F_2 - \hat{D}_K (C + Z_2^{-1} F_1), \\ \hat{D}_K &= -(R_2 + \Gamma^T X_\infty \Gamma)^{-1} (D^T - \Gamma^T X_\infty H). \end{aligned}$$

No caso de plantas estritamente próprias, que por sua vez é o caso de boa parte das plantas existentes na indústria, as equações se tornam muito mais simples. As três DAREs anteriores se tornam (GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2005; GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2002):

$$\Phi^T P_1 \Phi - P_1 - \Phi^T P_1 \Gamma Z_1 Z_1^T \Gamma^T P_1 \Phi + C^T C = 0, \quad (4.63)$$

$$\Phi P_2 \Phi^T - P_2 - \Phi P_2 C^T Z_2^T Z_2 C P_2 \Phi^T + \Gamma \Gamma^T = 0, \quad (4.64)$$

sendo $Z_1 Z_1^T = (I_m + \Phi^T P_1 \Phi)^{-1}$ e $Z_2 Z_2^T = (I_p + C P_2 C)^{-1}$

e a última,

$$\Phi^T X_\infty \Phi - X_\infty - \tilde{F}^T \left(R + \begin{bmatrix} -Z_2^{-1} H^T \\ \Gamma^T \end{bmatrix} X_\infty \begin{bmatrix} -H Z_2^{-1} & \Gamma \end{bmatrix} \right) \tilde{F} + C^T C = 0, \quad (4.65)$$

sendo

$$\tilde{F} = - \left(R + \begin{bmatrix} -Z_2^{-1} H^T \\ \Gamma^T \end{bmatrix} X_\infty \begin{bmatrix} -H Z_2^{-1} & \Gamma \end{bmatrix} \right)^{-1} \left(\begin{bmatrix} -Z_2^{-1} C \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Z_2^{-1} H^T \\ \Gamma^T \end{bmatrix} X_\infty \Phi \right),$$

$$R = \begin{bmatrix} -Z_2^{-2} - \gamma^2 I_p & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix}$$

e

$$H = -\Phi P_2 C^T Z_2^T Z_2$$

Definindo $\tilde{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$, sendo $F_1 : p \times n$ e $F_2 : m \times n$, o controlador H_∞ sub-ótimo no tempo discreto K_s para o caso de plantas estritamente próprias pode ser representado como:

$$K_s(z) = \left[\begin{array}{c|c} A_K & B_K \\ \hline C_K & D_K \end{array} \right], \quad (4.66)$$

sendo:

$$A_K = \Phi + H C + \Gamma C_K,$$

$$B_K = -H + \Gamma D_K,$$

$$C_K = F_2 - D_K (C + Z_2^{-1} F_1),$$

$$D_K = (I_m + \Gamma^T X_\infty \Gamma)^{-1} \Gamma^T X_\infty H.$$

(GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2002) demonstra por meio do Teorema 2, que a

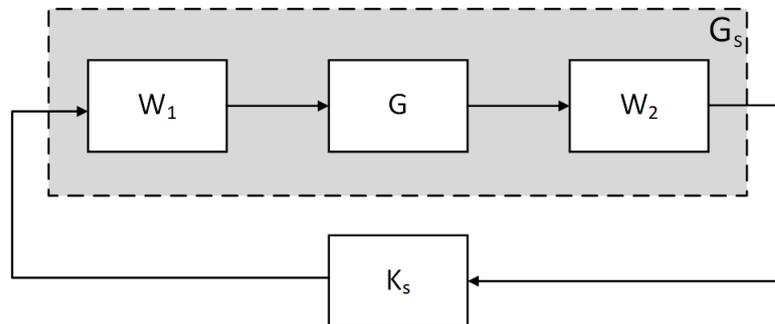
solução de X_∞ pode ser obtida por meio de uma relação entre as soluções das outras duas DAREs. Esse resultado é muito importante e valioso, já que simplifica a solução numérica para se obter o controlador H_∞ .

Theorem 2. *Sendo P_1 , P_2 e X_∞ soluções das DAREs (4.63), (4.64) e (4.65) e G estritamente própria, a seguinte relação é válida.*

$$\begin{aligned} X_\infty &= P_1[(1 - \gamma^{-2})I_n - \gamma^{-2}P_2P_1]^{-1} \\ &= \gamma^2P_1[\gamma^2I_n - (I_n - P_2P_1)]^{-1} \end{aligned} \quad (4.67)$$

Com isso, a apresentação da etapa que trata da estabilização robusta do sistema encerra-se e chega-se à etapa que dá nome ao procedimento como um todo, onde o interesse se volta para os requisitos de desempenho do projeto. O procedimento apresentado por (MCFARLANE; GLOVER, 1990) propõe a utilização de um pré-compensador e um pós-compensador que são usados para dar forma aos valores singulares do sistema em malha aberta (Loop-shaping) e, por consequência, atingir os requisitos propostos de desempenho.

Figura 24: Planta e controlador depois de aplicado o procedimento de Loop shaping.



Fonte: Autor.

O resultado dessa etapa é uma planta formatada (*shaped plant*) como mostra a Figura 24 e a Equação (4.68).

$$G_s = W_2GW_1. \quad (4.68)$$

O método LSDP então consiste em escolher os compensadores W_1 e W_2 de forma que a resposta em frequência do sistema em malha aberta tome a forma desejada e assim tendo em mãos G_s , o controlador K_s pode ser obtido resolvendo o problema de estabilização robusta apresentada logo acima no trabalho.

A análise do sistema em malha aberta e relação de suas características com o desempenho em malha fechada é algo muito natural e amplamente usada pelos engenheiros

de controle, o que faz com que as estratégias de escolha dos compensadores sejam diversas. A seguir é apresentado o procedimento completo proposto por (GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2005).

1. Escolher os pré e pós-compensadores de forma a modificar os valores singulares de G para os valores que respeitem os requisitos de projeto. Em geral, a escolha dos compensadores deve ter como objetivo formatar os valores singulares do sistema de forma que, em baixa frequência, os valores singulares mínimos sejam grandes para se obter bom desempenho de rastreamento e, em altas frequências, os valores singulares máximos sejam pequenos para que o ruído de medição seja atenuado e as dinâmicas não modeladas do sistema não influenciem o comportamento da planta controlada. Um outro ponto que se deve ter em mente é a largura de banda dos valores singulares, que está diretamente relacionada a velocidade do sistema. Tomando $G_S = W_2GW_1$, deve-se assumir que W_1 e W_2 sejam tais que G_s não possua modos instáveis escondidos.
2. Projetar o controlador K_S de forma a estabilizar a fatoração coprima pela esquerda normalizada da planta G_S de forma robusta, com margem de estabilidade ϵ . É mostrado em (MEFARLANE; GLOVER, 1992) que se ϵ for menor que 0,2 o seguinte é verdadeiro.

$$K_S W_2 G W_1 \approx W_2 G W_1$$

Isso faz com que a adição do controlador K_S na realimentação dos sistemas não modifique de forma significativa a etapa de Loop-shaping. Quando ϵ for muito grande, tem-se a indicação que o projeto está super dimensionado com relação à robustez do sistema, o que pode trazer perdas no desempenho.

3. Dessa forma, o controlador resultante K_{final} se forma pela combinação dos dois passos anteriores, o controlador H_∞ K_S com as funções de ponderação W_1 e W_2 .

$$K_{final} = W_1 K_S W_2$$

Para casos de sistemas com sinal de referência, o erro de rastreamento pode ser melhorado por meio da adição de um ganho constante igual a $K_S(0)W_2(0)$ no ramo de direto de entrada. Sendo:

$$K_S(0)W_2(0) = \lim_{s \rightarrow 0} K_S(s)W_2(s)$$

PARTE V

PROJETOS E RESULTADOS

5 PROJETOS E RESULTADOS

5.1 Barreiras de Desempenho e de Estabilidade

O projeto de controladores robustos inicia-se com a definição dos critérios que garantem desempenho e estabilidade para o universo de possíveis modelos resultantes das incertezas de modelagem, de identificação ou mesmo de características físicas da planta. Esses critérios são representados pela barreira de robustez da estabilidade e pelas barreiras de robustez do desempenho do acompanhamento do sinal de referência, da rejeição à perturbação e da rejeição ao ruído de medição.

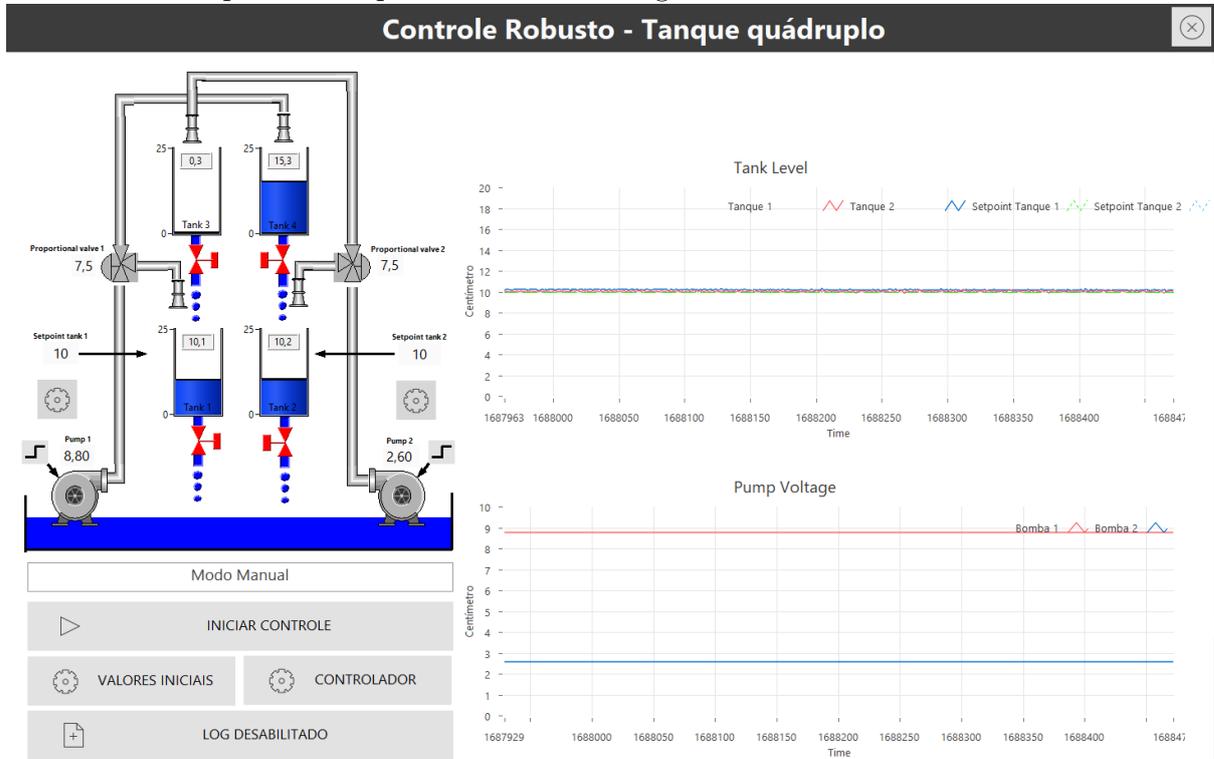
Para o caso do sistema desse trabalho, sabe-se por meio de ensaios na planta que o erro de modelagem do sistema oriunda-se principalmente dos parâmetros γ_1 , γ_2 , k_1 e k_2 . No caso do γ_1 e do γ_2 , que representam a proporção das válvulas v_1 e v_2 , verifica-se empiricamente que eles apresentam valores próximos a 1 quando aplicado até 4V nas bombas, que por sua vez gera níveis nos tanques inferiores de aproximadamente 1 cm, e 0,60 com 10V nas bombas (valores máximo de acionamento). Esse comportamento ocorre devido a perda de carga nas mangueiras do sistema, que teve sua magnitude aumentada principalmente após a substituição das válvulas proporcionais que foram danificadas ao longo da execução do trabalho. Quanto menor é a tensão aplicada na bomba, menor é sua vazão, o que significa que o fluido possui menos energia cinética e, por consequência, ele não consegue para vencer a altura dos tanques superiores.

Como a operação ocorre para níveis bem maiores, mas ao mesmo tempo níveis superiores podem ser atingidos com combinações de tensões baixas e altas respectivamente em cada bomba (como mostra a Figura 25), define-se o erro de modelagem para todas as combinações de variações de parâmetros, exceto aquelas que contemplam $v_1 = v_2 = 1$. Isso faz com que o erro de modelagem seja representado de uma forma mais próxima ao que o sistema experiencia ao longo de sua operação.

Por parte dos parâmetros k_1 e k_2 , que são as constantes que relacionam a tensão de entrada com a vazão das bombas, esses também são influenciados pela perda de carga

nas mangueiras e apresentam variações de $\pm 20\%$ em torno do valor em equilíbrio de $18\text{cm}^3/V.s$.

Figura 25: Exemplo que combinação de diferentes níveis de tensão nas bombas que podem resultar em um ponto de equilíbrio com níveis iguais.



Fonte: Autor.

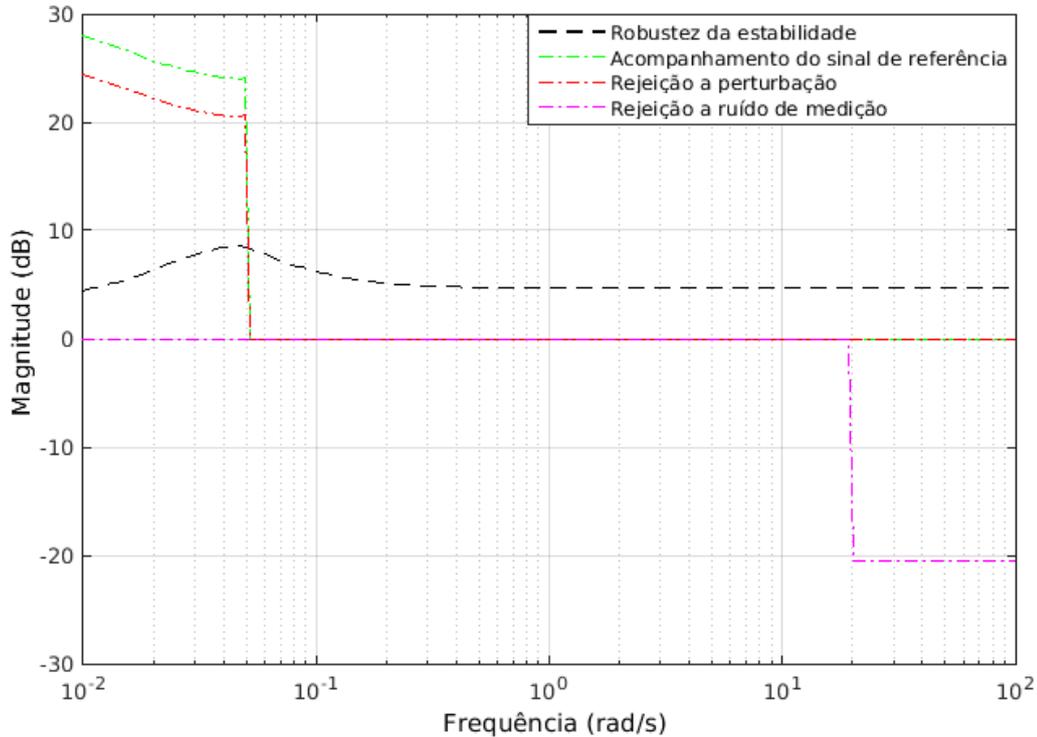
Para as barreiras de desempenho considerou-se as seguintes magnitudes e faixa de frequência.

- $\delta_r = 10\% \forall \omega_r < 0,05\text{rad/s}$: acompanhamento do sinal de referência
- $\delta_d = 15\% \forall \omega_d < 0,05\text{rad/s}$: rejeição a perturbação
- $\delta_n = 15\% \forall \omega_n > 20\text{rad/s}$: rejeição ao ruído de medição

Para o desempenho do acompanhamento de referência, definiu-se um erro mais restrito de até 10% para frequências de até 0,5 rad/s, pois o objetivo principal do projeto é o desempenho com relação ao sinal de referência e porque distúrbios nas bombas são menos comum em sistemas dessa natureza. Para o requisito de rejeição ao ruído de medição levou-se em consideração a oscilação dos níveis medidos no sistema causado pela incerteza dos sensores, que por sua vez apresenta um frequência observada de aproximadamente 3 a 5 Hz.

As barreiras resultantes das definições de projeto acima podem ser vistas na Figura 26.

Figura 26: Barreiras de robustez da estabilidade e barreiras de desempenho de acompanhamento do sinal de referência, de rejeição a perturbação e de rejeição a ruído de medição.



Fonte: Autor.

5.2 LQG/LTR

Tendo em vista que o modelo do sistema não possui naturalmente integradores e que se deseja zerar o erro estacionário do sistema, inicia-se o projeto do controlador *LQG/LTR* com a adição de integradores à planta do estudo. Como mostrado na subseção 4.1.1, para que se tenha a convergência para a malha objetivo no procedimento de recuperação, a restrição com relação ao integrador *Forward Euler* deve ser respeitada e com isso deve-se ampliar a planta usando integradores *Backward Euler*. A representação do sistema ampliado pode ser visto na Equação (5.1).

$$\begin{bmatrix} \Delta h[n+1] \\ u[n+1] \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi & \Gamma \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\Phi_{AUG}} \begin{bmatrix} \Delta h(n) \\ u[n] \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \Gamma \\ I \end{bmatrix}}_{\Gamma_{AUG}} e[n] \quad (5.1)$$

$$y[n] = \underbrace{\begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}}_{C_{AUG}} \begin{bmatrix} \Delta h(n) \\ u[n] \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

A partir das Equações (4.5), (4.6) e (4.7), apresentadas na Seção 4.1, a malha objetivo pode ser formatada por meio das matrizes de projeto L e μ , de maneira a respeitar as barreiras representadas pela Figura 26. No projeto a seguir, usa-se a matriz L para formatar a resposta em frequência do sistema em malha aberta por meio de posicionamento de zeros de transmissão, e μ para aplicar um ganho na resposta do sistema.

Um outro objetivo que se pode atingir por meio de uma boa escolha da matriz L é o casamento dos valores singulares máximos e mínimos ao longo da resposta em frequência. Segundo (da Cruz, 1996), o casamento para sistema de tempo contínuo pode ser obtido para todas as frequências quando o sistema sofre adição de integradores, já que isso introduz parâmetros adicionais de projeto. Para isso, define-se a seguinte relação, apresentada abaixo pela Equação (5.3).

$$L = \begin{bmatrix} L_L \\ L_H \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

sendo, $L_L = (CA^{-1}B)^{-1}$ e $L_H = A^{-1}BL_L$.

Verifica-se que a mesma matriz obtida para o caso contínuo resulta em casamento dos valores singulares para o caso discreto desse sistema, e assim, define-se também para o projeto discreto apresentado abaixo a mesma relação mostrada em (5.3).

Dessa forma, com a consideração acima de L , a definição de $\mu = 0,005$ e aplicando a recuperação descrita na Seção 4.1 para $\rho = 10^{-4}$, obtém-se a malha objetivo e o resultado da recuperação na Figura 27. Essa escolha dos valores de μ e de ρ é feita de forma a se ter uma pequena penalização na barreira de robustez do acompanhamento do sinal de referência, mas por outro lado se obter um esforço de controle mais estável e com menos oscilações abruptas. Essa decisão é tomada para não gerar esforços de controle muito excessivos, poupando as bombas e, assim tendo possivelmente, uma vida útil maior.

O controlador LQG/LTR resultante é apresentado em (5.4). Para fins de apresentação os valores das matrizes estão truncados.

$$K_s(z) = \left[\begin{array}{c|c} A_K & B_K \\ \hline C_K & D_K \end{array} \right], \quad (5.4)$$

sendo

$$A_k = \begin{bmatrix} 2,946 & -1,708 & 0,8351 & -0,2855 & 0,3042 & -0,1633 \\ 1,172 & -0,4725 & -0,0037 & -0,0560 & 0,0804 & 0,0977 \\ -1,9322 & 0,9537 & -0,5074 & -0,2540 & -0,2772 & -0,0083 \\ 1,4138 & 0,0172 & 1,4591 & 0,5602 & 0,1066 & -0,0300 \\ 0,0513 & 1,7786 & 2,4669 & 2,5782 & 1,3065 & 0,2643 \\ -0,8870 & 0,6902 & 0,9725 & 0,7860 & 0,6901 & 0,1431 \end{bmatrix}$$

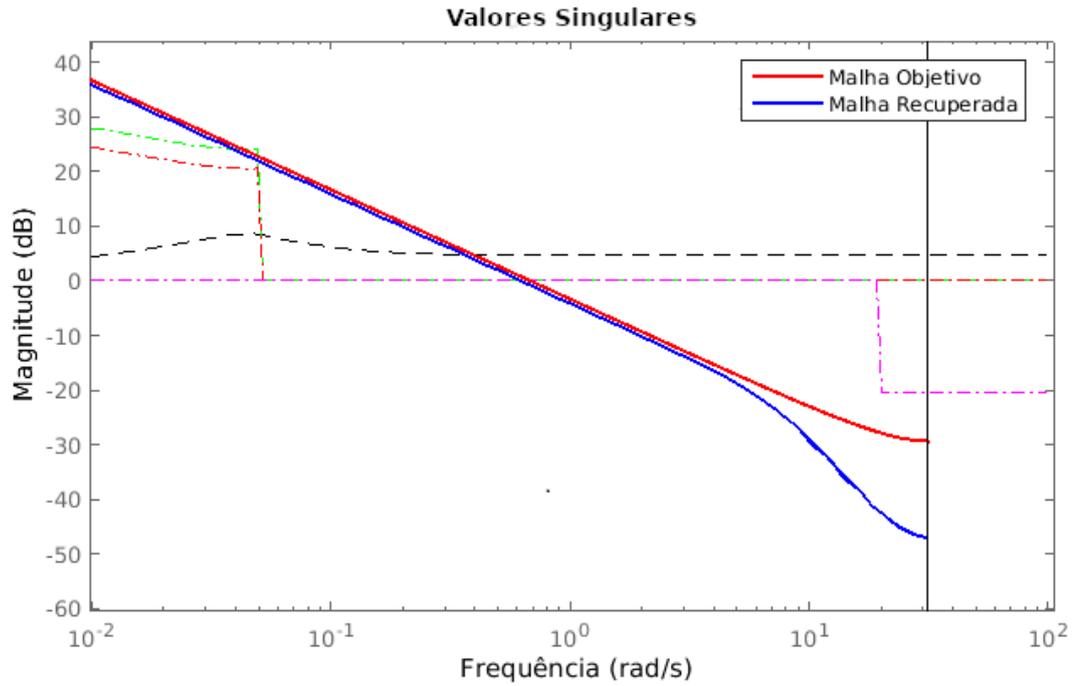
$$B_k = \begin{bmatrix} -0,0668 & 0,9279 \\ -0,2149 & -0,1879 \\ -0,3823 & -0,1025 \\ -0,5594 & 0,1089 \\ -0,6222 & -0,0457 \\ -0,17395 & -0,0844 \end{bmatrix}$$

$$C_k = \begin{bmatrix} -0,3194 & -0,8604 & -0,5509 & 0,6098 & 0,2443 & -0,2140 \\ -0,0153 & -0,3172 & 0,4938 & -0,5401 & 0,5413 & -0,8594 \end{bmatrix}$$

$$D_k = \begin{bmatrix} 4,0376 & -0,0025 \\ -0,0024 & 4,0529 \end{bmatrix}$$

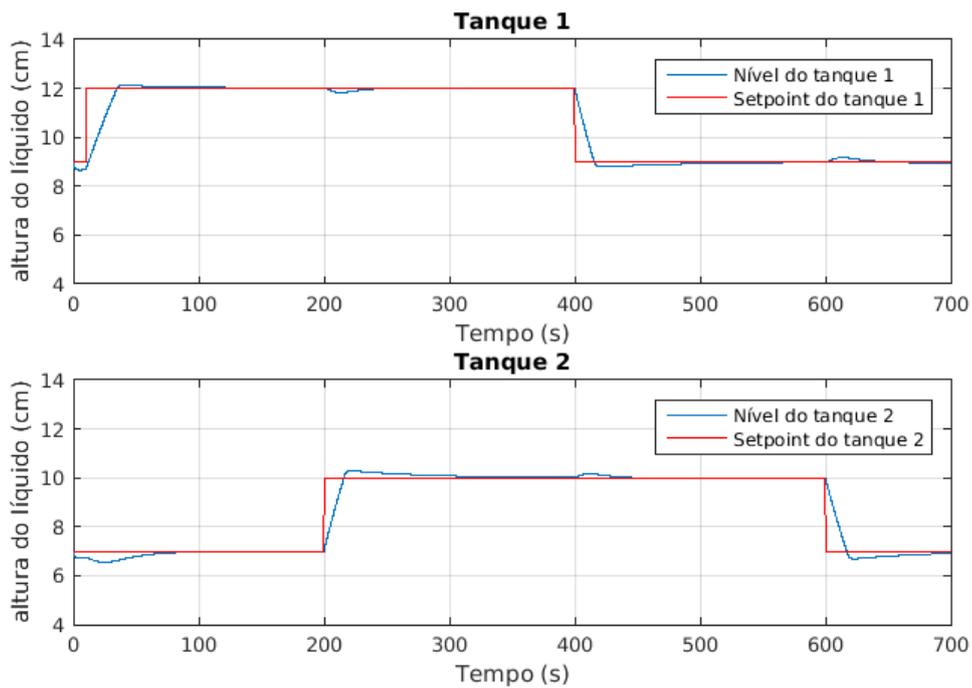
Apesar das barreiras de robustez do desempenho estarem definidas até 0,05 rad/s ou 0,008 Hz, para a simulação da resposta a referência senoidal foi utilizado 0,01 Hz para se ter um período inteiro e uma melhor visualização do resultado. Obteve-se ótimos resultados mesmo em uma frequência maior que a de projeto. Os resultados obtidos em todas as simulação para o controlador resultante podem ser verificados nas Figuras 28 a 31.

Figura 27: Valores singulares da malha objetivo (vermelho) e da malha recuperada (azul) em relação às barreiras de robustez de estabilidade e de desempenho.



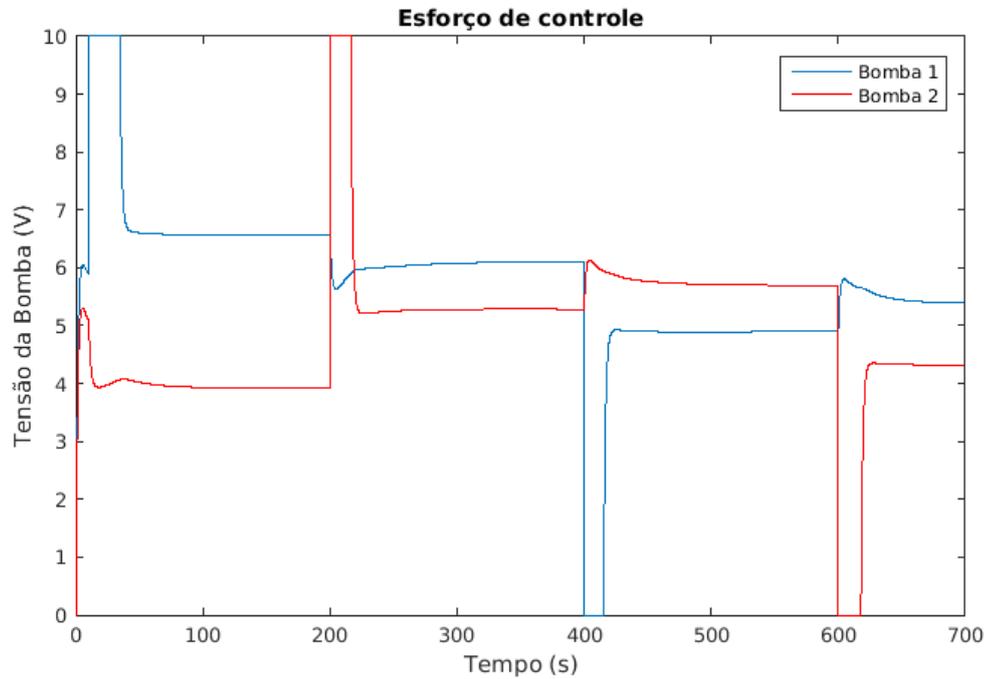
Fonte: Autor.

Figura 28: Resposta simulada do controlador LQG/LTR ao degrau.



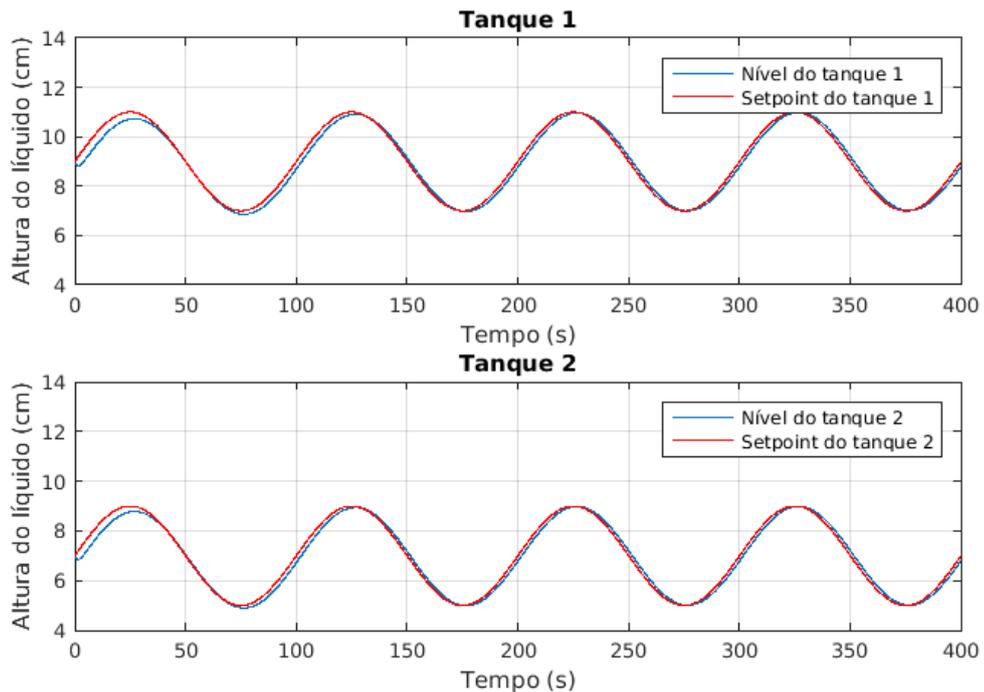
Fonte: Autor.

Figura 29: Esforço de controle simulado do controlador LQG/LTR para a resposta ao degrau. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para a simulação foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.



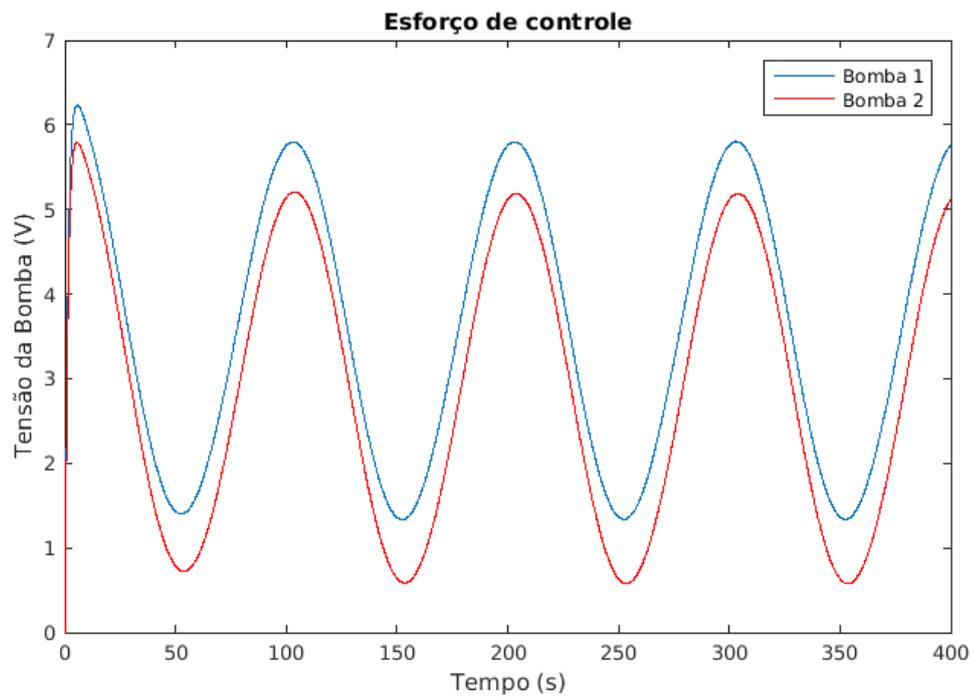
Fonte: Autor.

Figura 30: Resposta simulada do controlador LQG/LTR para uma referência senoidal de 0,01 Hz e 2 cm de pico.



Fonte: Autor.

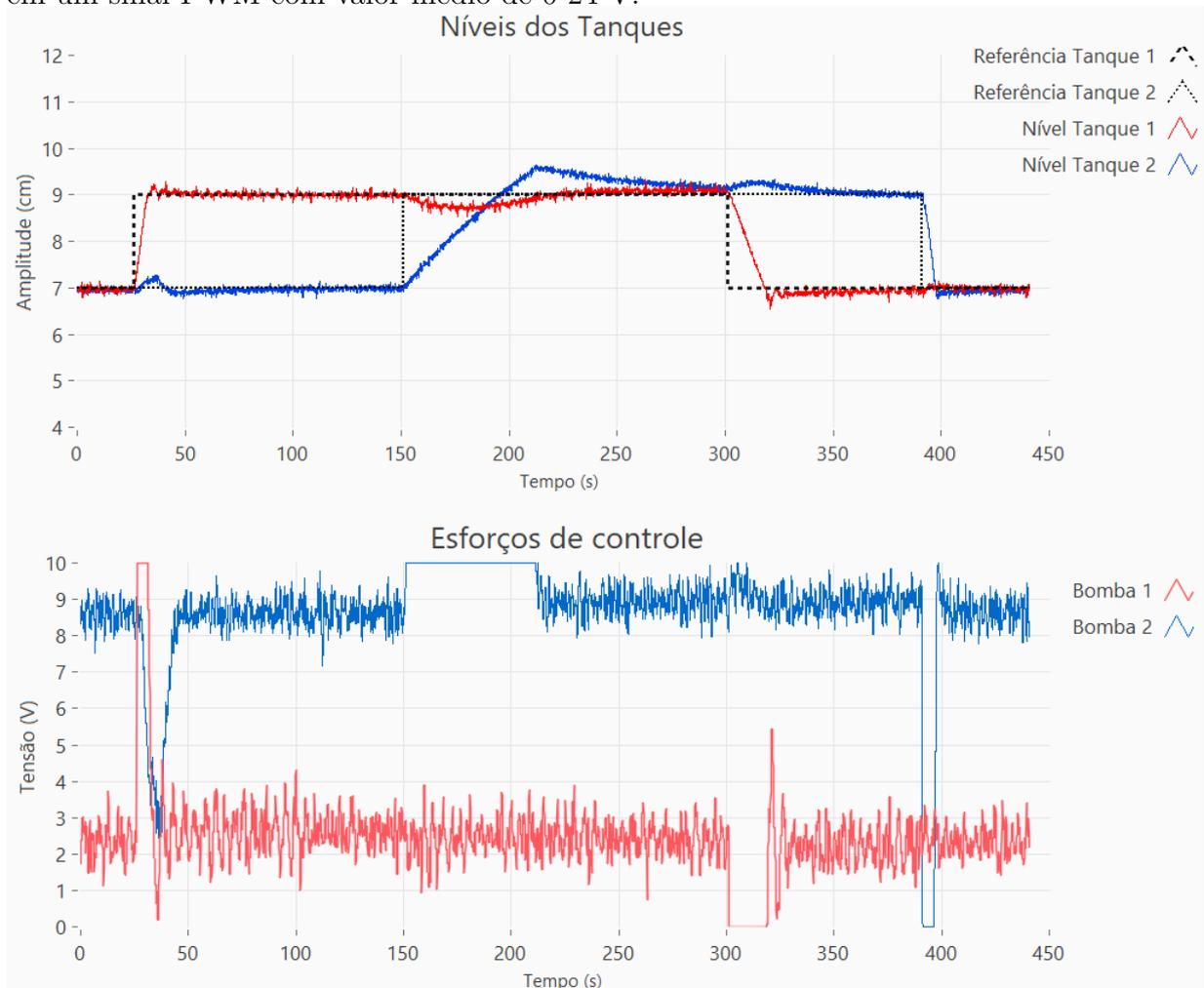
Figura 31: Esforço de controle simulado do controlador LQG/LTR para uma referência senoidal de 0,01 Hz e 2 V de pico. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para a simulação foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.



Fonte: Autor.

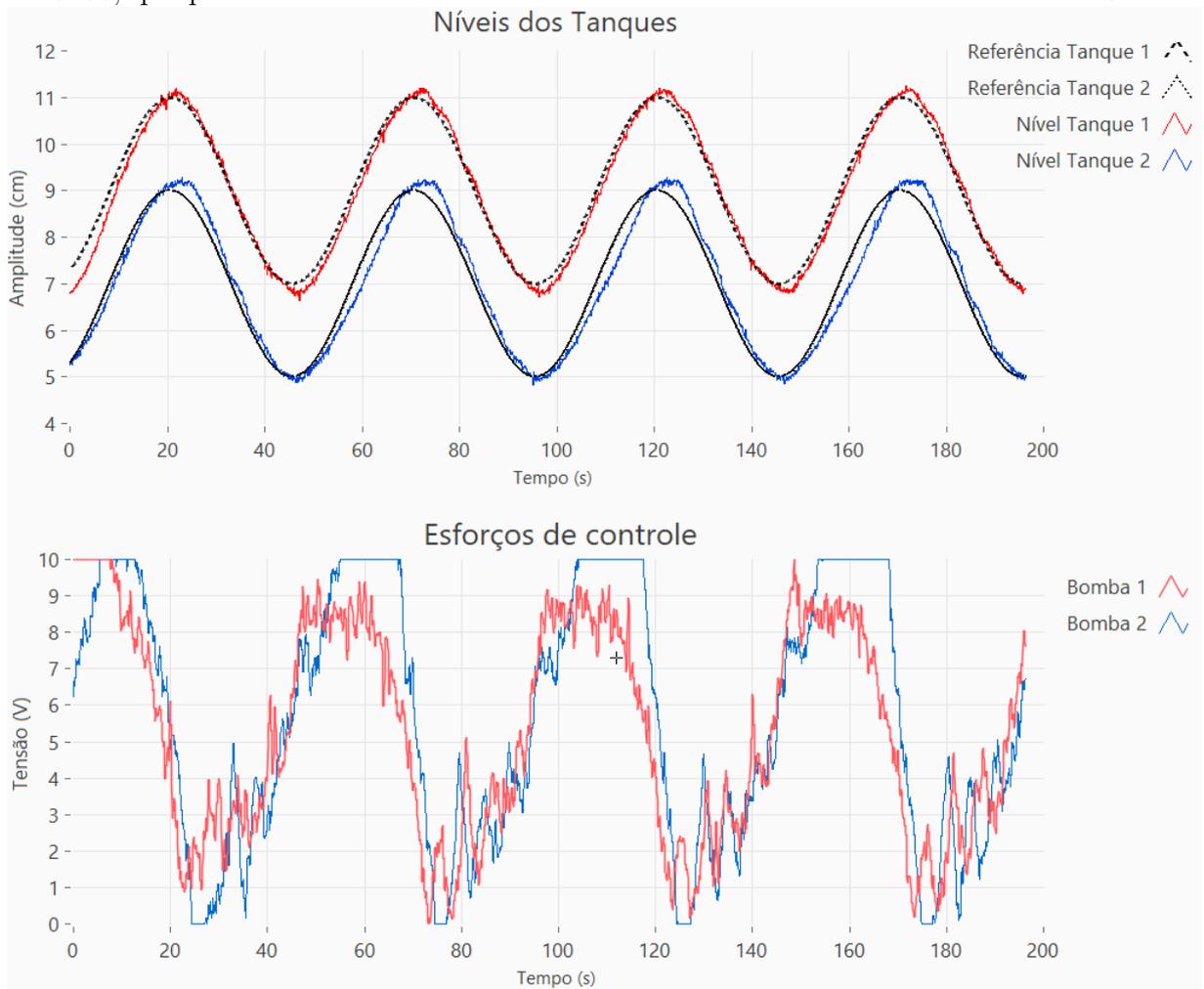
Para a validação do controlador LQG/LTR no sistema real, aplicou-se os mesmos sinais de referência utilizados na simulação no Simulink[®] e adicionalmente verificou-se a resposta do sistema a um distúrbio na forma de um degrau de amplitude $\pm 4V$. O distúrbio foi aplicado sequencialmente nas duas bombas em seus valores positivos e depois novamente nas duas bombas em valores negativos. Com relação às amplitudes e frequências dos outros dois sinais de referência, a única modificação foi na frequência da referência senoidal, com a qual foi possível obter bons resultados para até o dobro do valor utilizado na simulação (0,02 Hz). Os resultados podem ser vistos nas Figuras 32, 33 e 34.

Figura 32: Resposta e esforço de controle real do controlador LQG/LTR ao degrau. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para o controlador real, assim como para a simulação, foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.



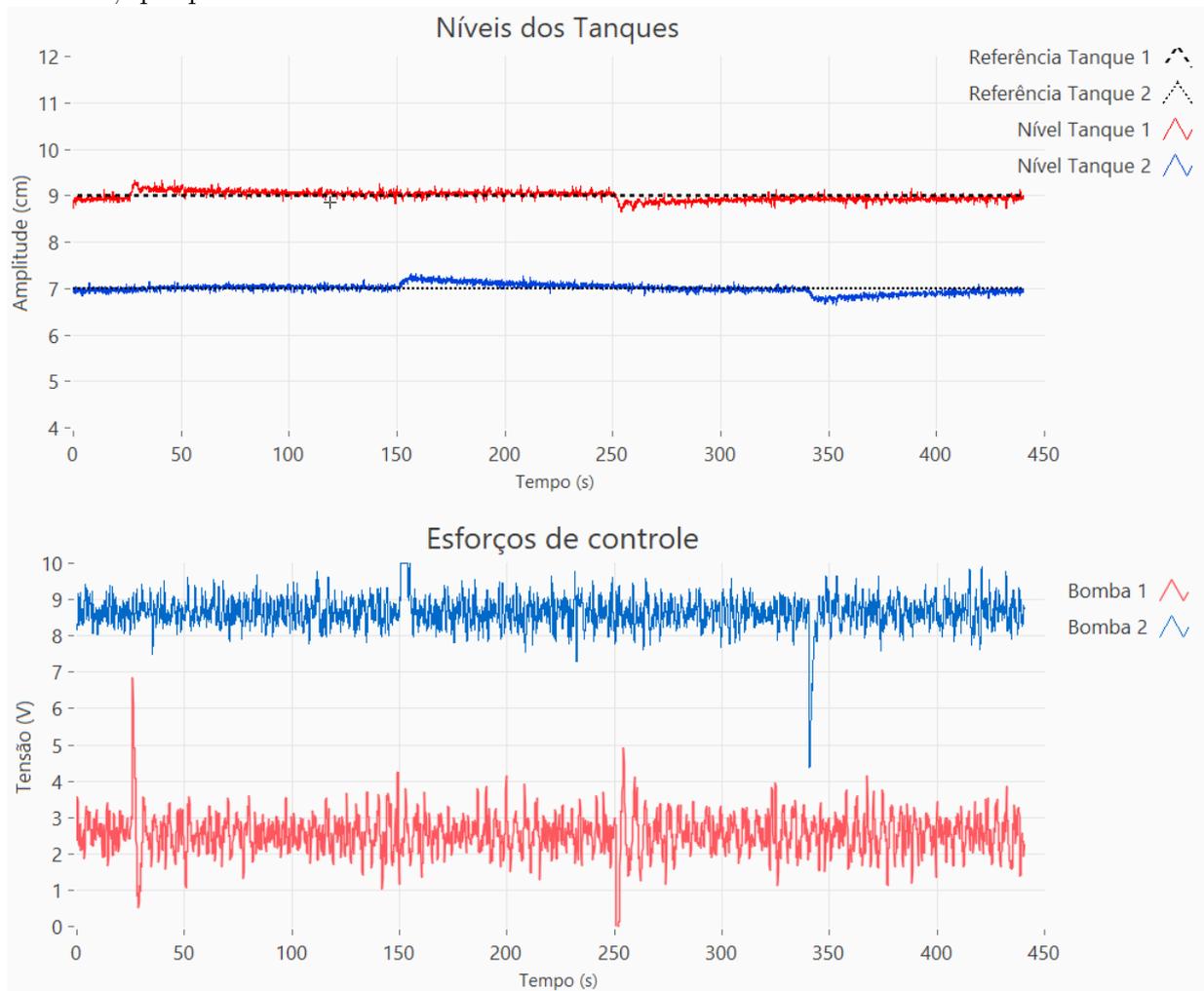
Fonte: Autor.

Figura 33: Resposta e esforço de controle real do controlador LQG/LTR à referência senoidal de 2 cm de pico e 0,02Hz. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para o controlador real, assim como para a simulação, foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.



Fonte: Autor.

Figura 34: Resposta e esforço de controle real do controlador LQG/LTR a distúrbios de 4 V aplicados nas bombas. Os distúrbios foram aplicados diretamente na saída do esforço de controle do controlador. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para o controlador real, assim como para a simulação, foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.



Fonte: Autor.

5.3 H_∞ Loop-Shaping

Como apresentado por (MCFARLANE; GLOVER, 1990), o procedimento inicia-se com a definição de um pré-compensador (W_1) e um pós-compensador (W_2) para o sistema de maneira a formatar os valores singulares em malha aberta e atingir os requisitos de projeto definidos pelas barreiras de robustez da estabilidade e de desempenho, apresentados na Figura 26.

Devido ao fato da planta não possuir integradores naturalmente, elege-se para esse projeto um compensador proporcional integral (*PI*) para W_1 . Assim, obtém-se ganhos maiores em baixa frequência, respeitando por sua vez as barreiras nessas frequência, e também garante-se em projeto o erro estacionário igual a zero. Os ganhos escolhidos para o pré-compensador PI durante a etapa de projeto foram $P = 20$ e $I = 0,2$, e o compensador resultante pode ser visto na Equação (5.5). Os valores do compensador PI foram escolhidos de forma a maximizar os ganhos em baixa frequência para que as barreiras nessa região fossem respeitadas, mas com o cuidado para não houvesse um aumento excessivo da intensidade do esforço de controle.

$$W_1 = \begin{bmatrix} 20 + \frac{0,2}{s} & 0 \\ 0 & 20 + \frac{0,2}{s} \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Já para W_2 , com o intuito de se obter boa rejeição ao ruído de medição, elege-se um pós-compensador com características de um filtro passa baixa, como pode ser visto na Equação (5.6). A frequência de corte do filtro foi escolhida após estimar a frequência do ruído de medição causado pela turbulência do fluido nos tanques, que era de 2 a 3 Hz, aproximadamente. Sendo assim, a frequência de corte escolhida foi de 1 rad/s ou 0,16 Hz, que por sua vez, é mais que uma ordem de grandeza menor que o sinal a ser filtrado.

$$W_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Ambos os compensadores, W_1 e W_2 , foram discretizados pelo método de Tustin e então considerados na síntese do controlador. Com isso obtém-se a planta aumentada e formatada pelos dois compensadores, e assim, a estabilização robusta da fatoração coprima pela esquerda normalizada da planta formatada pode ser obtida considerando a margem de estabilidade ϵ , que pode ter seu valor máximo obtido pela Equação (5.7). A solução de K_s , como apresentado na Seção 4.2.2, é obtida por meio da solução de três equações de

Ricatti (4.53), (4.54) e (4.61), opcionalmente com auxílio do Teorema 2.

$$\epsilon_{max} = \gamma_0^{-1} = (1 + \rho(QP))^{-1/2} \quad (5.7)$$

A malha formatada pelos compensadores W_1 e W_2 , bem como a malha aumentada já com o controlador K_s , estão representadas na Figura 35. Da mesma forma que para o projeto do *LQG/LTR*, a escolha dos compensadores é feita de maneira a se ter uma pequena penalização na barreira de robustez do acompanhamento do sinal de referência, mas obter um esforço de controle mais estável e com menos oscilações abruptas.

O controlador H_∞ *Loop-Shaping* resultante é apresentado em (5.8). Para fins de apresentação os valores das matrizes estão truncados.

$$K_s(z) = \left[\begin{array}{c|c} A_K & B_K \\ \hline C_K & D_K \end{array} \right], \quad (5.8)$$

sendo

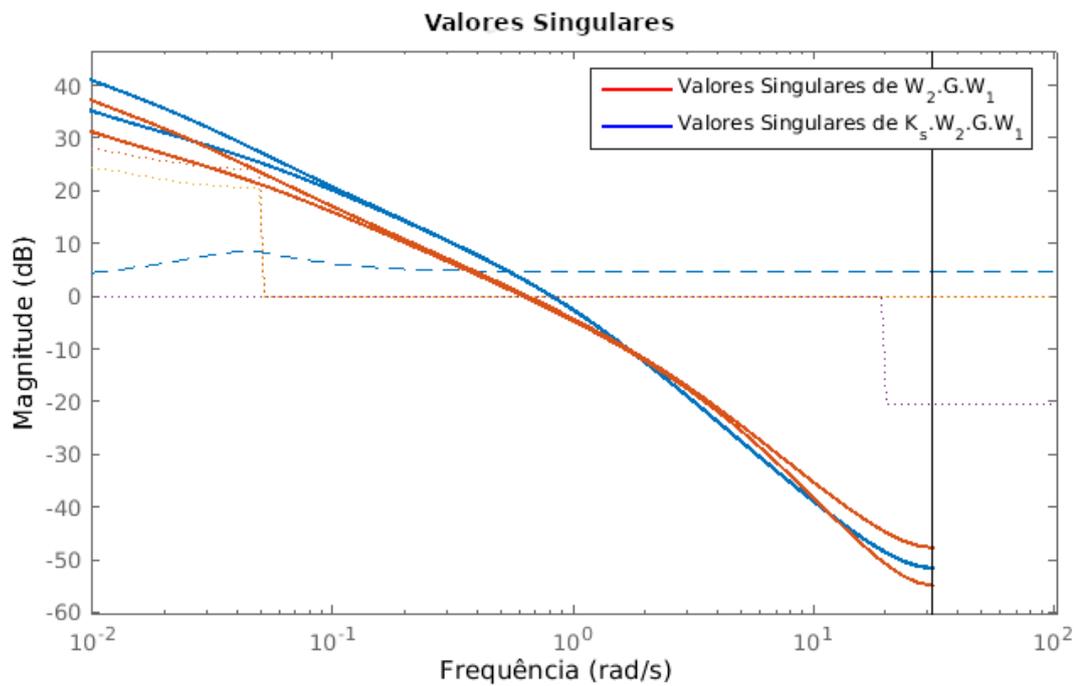
$$A_k = \begin{bmatrix} 0,8286 & -0,0012 & 0,2500 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ -0,0012 & 0,8297 & 0,0000 & 0,2500 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ -0,1756 & -0,0324 & 0,1123 & -0,1776 & -0,0291 & -0,0058 & -0,0069 & -0,0015 \\ -0,0328 & -0,1670 & -0,1832 & 0,1840 & -0,0067 & -0,0268 & -0,0017 & -0,0066 \\ -0,0112 & -0,0582 & -0,0641 & -0,2858 & 0,9941 & -0,0106 & -0,0006 & -0,0023 \\ -0,0580 & -0,0105 & -0,2951 & -0,0590 & -0,0109 & 0,9945 & -0,0023 & -0,0005 \\ -0,2073 & -0,0371 & -1,0447 & -0,2088 & -0,0385 & -0,0068 & 0,9908 & -0,0017 \\ -0,0382 & -0,2001 & -0,2183 & -0,9731 & -0,0080 & -0,0363 & -0,0020 & 0,9911 \end{bmatrix},$$

$$B_k = \begin{bmatrix} 0,2002 & 0,0031 \\ 0,0031 & 0,1973 \\ -0,0283 & -0,0271 \\ -0,0275 & -0,0165 \\ -0,0103 & -0,0069 \\ -0,0107 & -0,0097 \\ -0,0326 & -0,0345 \\ -0,0353 & -0,0183 \end{bmatrix},$$

$$C_k = \begin{bmatrix} -1,2920 & -0,2968 & -8,3578 & -1,6705 & -0,3081 & -0,0542 & -0,0734 & -0,0140 \\ -0,3054 & -1,2339 & -1,7464 & -7,7845 & -0,0641 & -0,2902 & -0,0158 & -0,0712 \end{bmatrix},$$

$$D_k = \begin{bmatrix} -1,2233 & -0,2749 \\ -0,2819 & -1,1096 \end{bmatrix}.$$

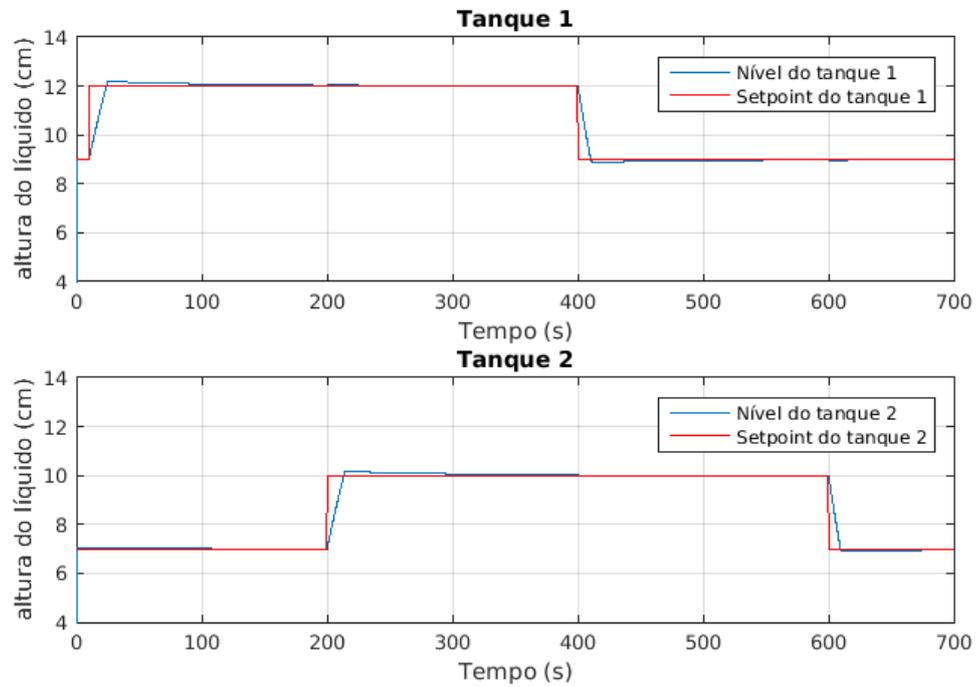
Figura 35: Valores singulares da malha aberta da planta formatada pelos compensadores W_1 e W_2 (vermelho) e da malha aberta da planta com o controlador H_∞ (azul) em relação as barreiras de robustez de estabilidade e de desempenho.



Fonte: Autor.

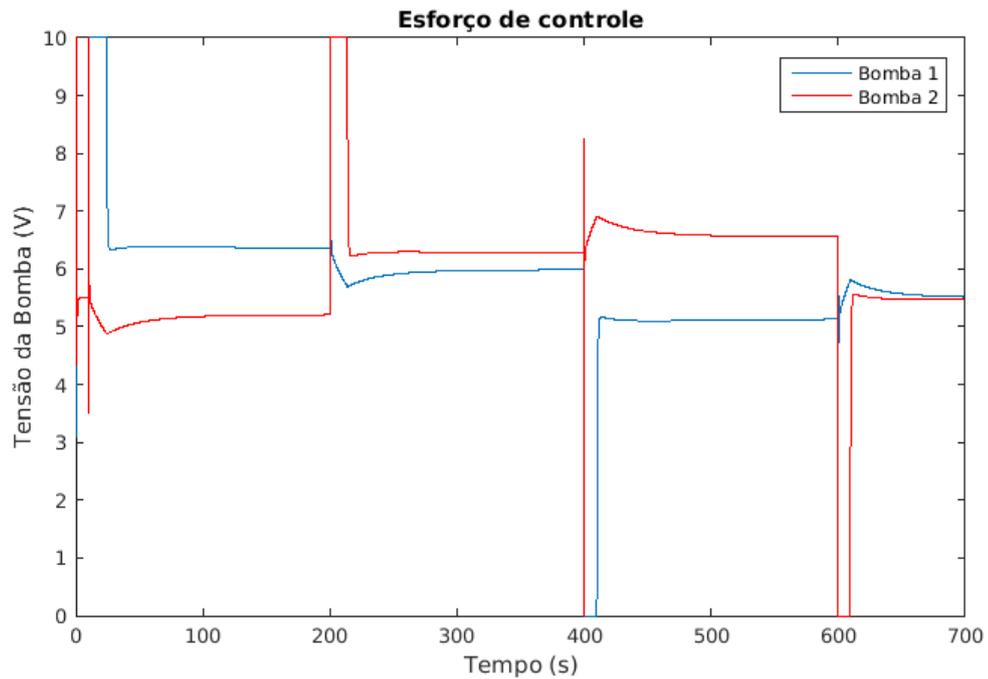
Apesar das barreiras de robustez do desempenho estarem definidas até 0,05 rad/s ou 0,008 Hz, para a simulação da resposta a referência senoidal foi utilizado 0,01 Hz para se ter um período inteiro e uma melhor visualização do resultado. Obteve-se ótimos resultados mesmo em uma frequência maior que a de projeto. Os resultados obtidos em simulação para o controlador H_∞ podem ser vistos nas Figuras 36 a 39.

Figura 36: Resposta simulada do controlador H_∞ ao degrau.



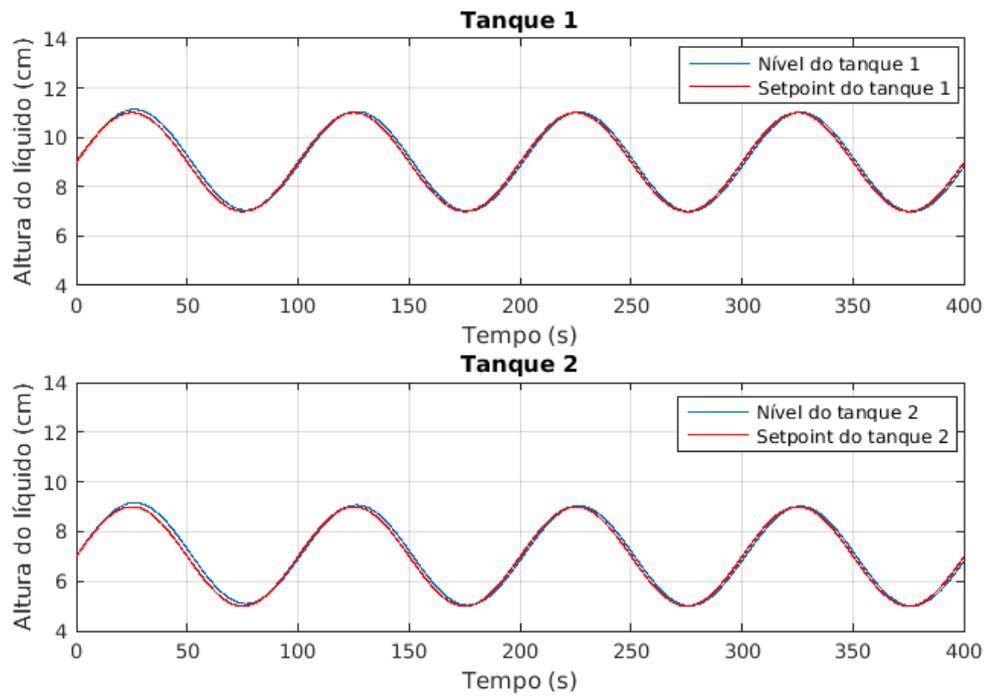
Fonte: Autor.

Figura 37: Esforço de controle simulado do controlador H_∞ para a resposta ao degrau. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para a simulação foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.



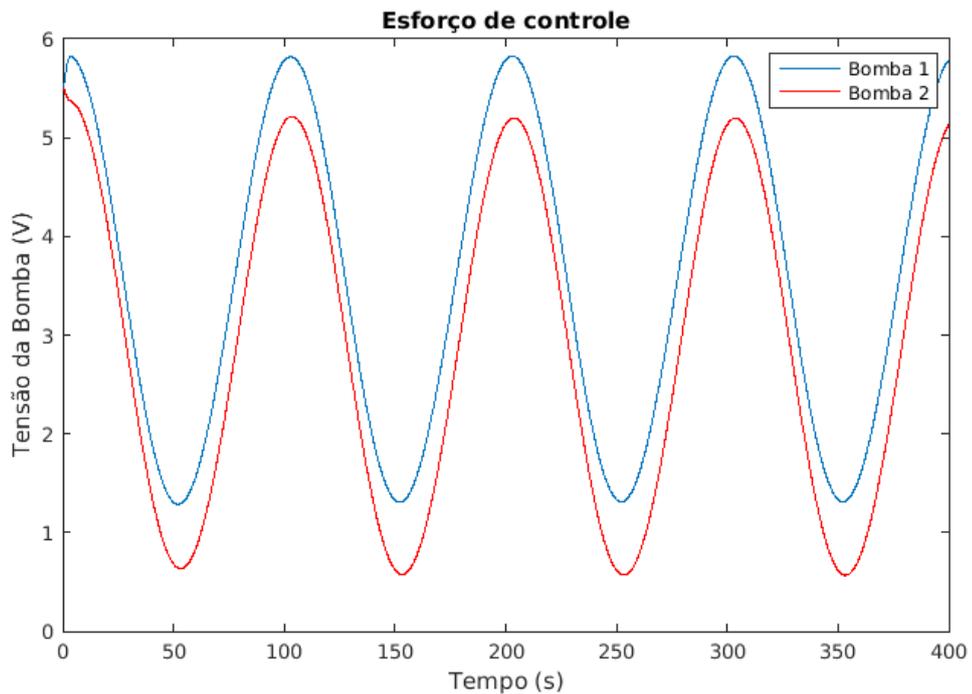
Fonte: Autor.

Figura 38: Resposta simulada do controlador H_∞ para uma referência senoidal de 0,01 Hz e 2 cm de pico.



Fonte: Autor.

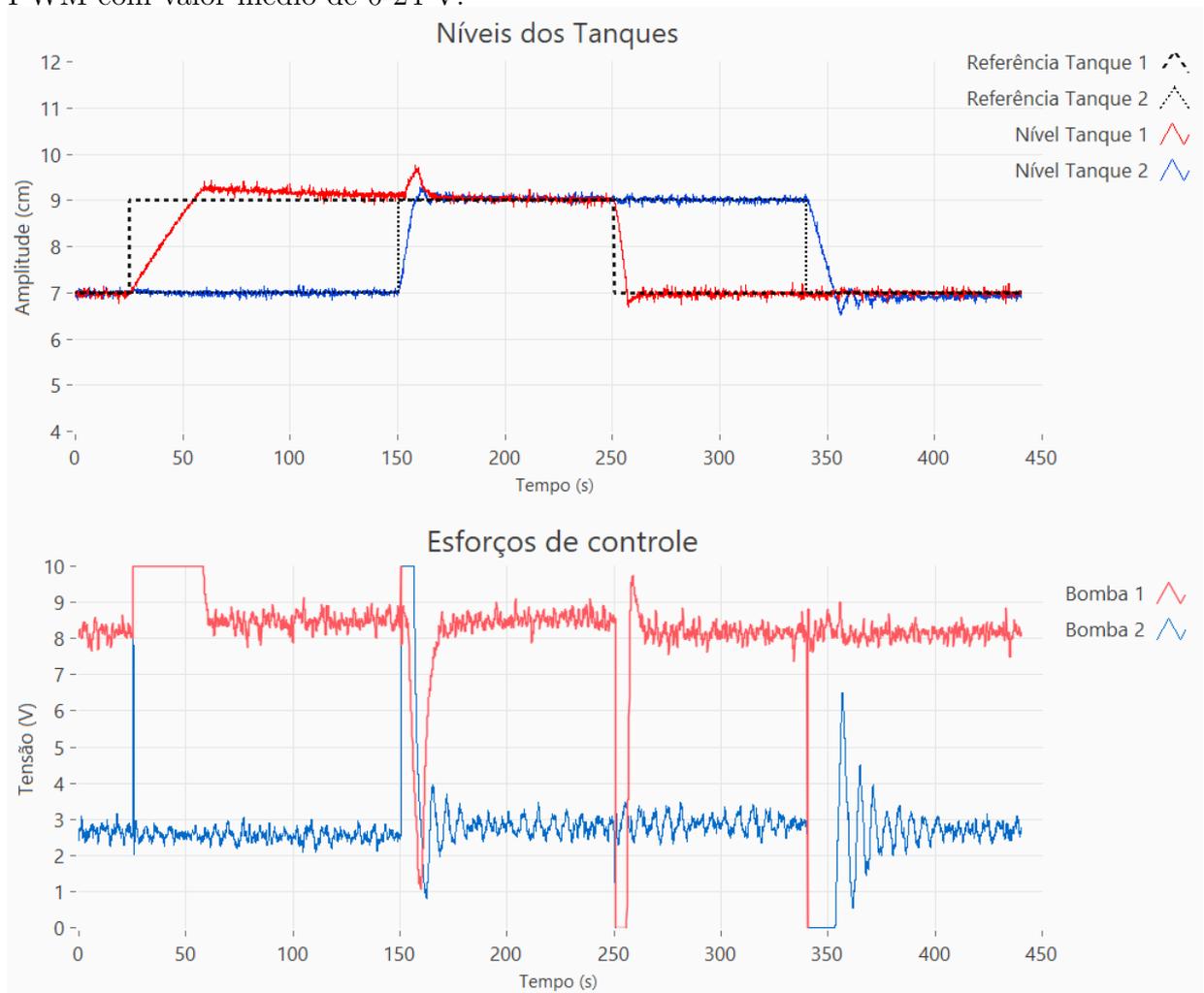
Figura 39: Esforço de controle simulado do controlador H_∞ para uma referência senoidal de 0,01 Hz e 2 cm de pico. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para a simulação foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.



Fonte: Autor.

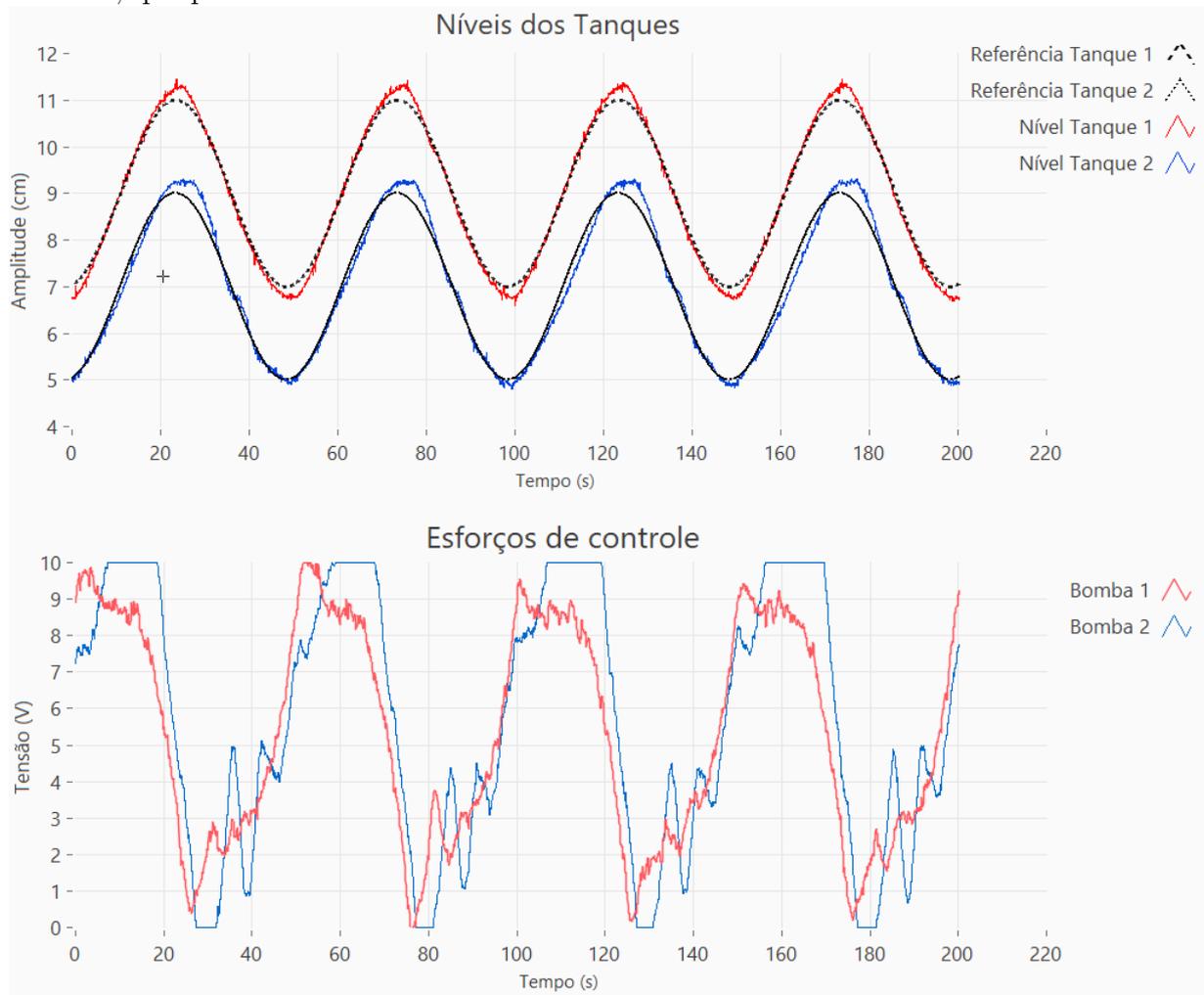
Para a validação do controlador H_∞ no sistema real, aplicou-se os mesmos valores de referência utilizados acima nas simulações no Simulink[®] e adicionalmente verificou-se a resposta do sistema a referência senoidal de 4Vpp em apenas uma das entradas e também a resposta do sistema a um distúrbio na forma de um degrau de amplitude 4V. Com relação às amplitudes e frequências dos outros dois sinais de referência, a única modificação foi na frequência da referência senoidal, com a qual foi possível obter bons resultados para até o dobro do valor utilizado na simulação (0,02 Hz). Os resultados podem ser vistos nas Figuras 40, 41 e 42.

Figura 40: Resposta e esforço de controle real do controlador H_∞ ao degrau. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para o controlador real, assim como para a simulação, foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.



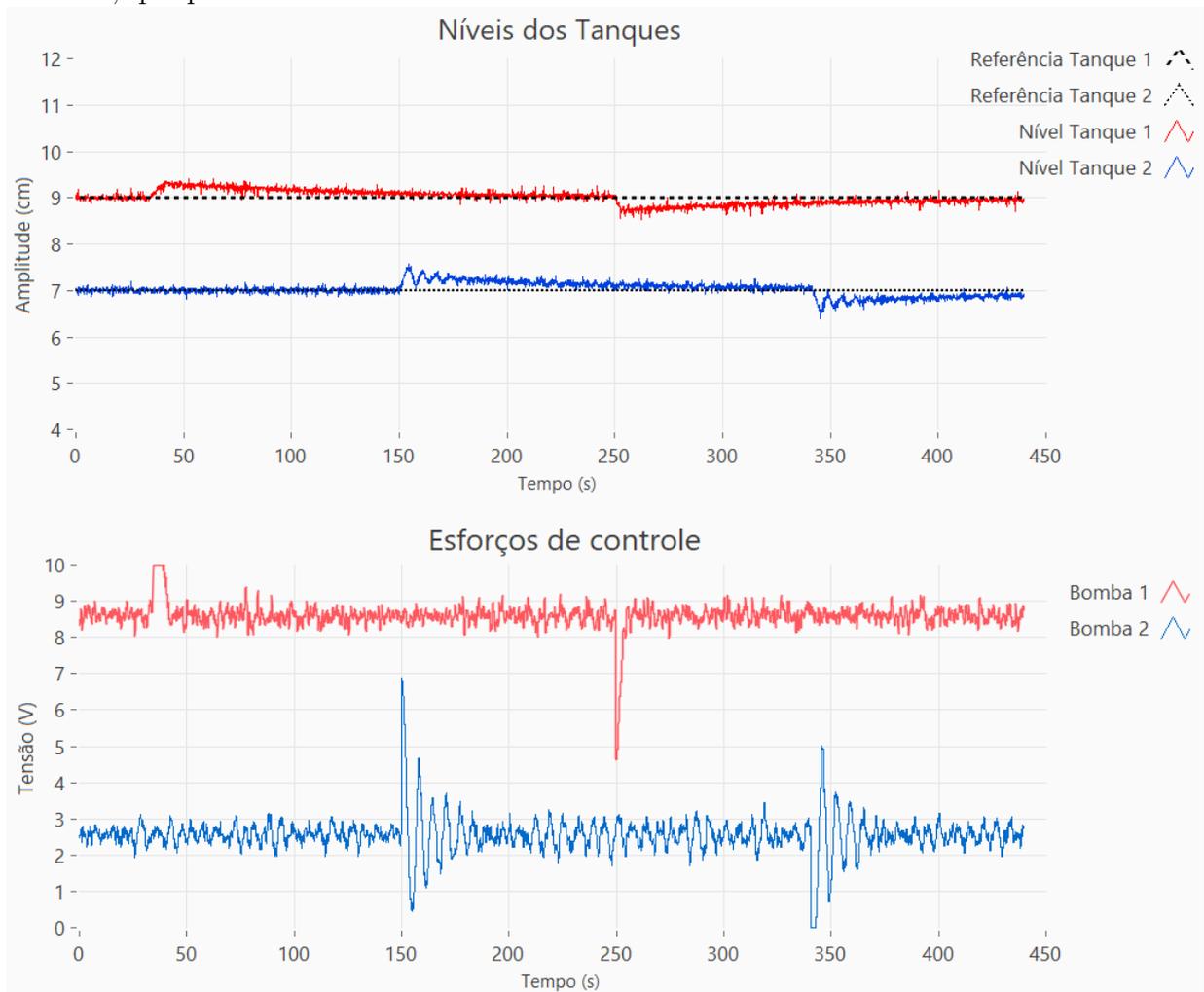
Fonte: Autor.

Figura 41: Resposta e esforço de controle real do controlador H_∞ a referências senoidais de 2 cm de pico e 0,02 Hz. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para o controlador real, assim como para a simulação, foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.



Fonte: Autor.

Figura 42: Resposta e esforço de controle real do controlador H_∞ a distúrbios de 4 V aplicados nas bombas. Os distúrbios foram aplicados diretamente na saída do esforço de controle do controlador. A excursão máxima de 0-10 V do sinal de controle para o controlador real, assim como para a simulação, foi definida pelos limites do módulo NI-9263, que posteriormente é convertido em um sinal PWM com valor médio de 0-24 V.



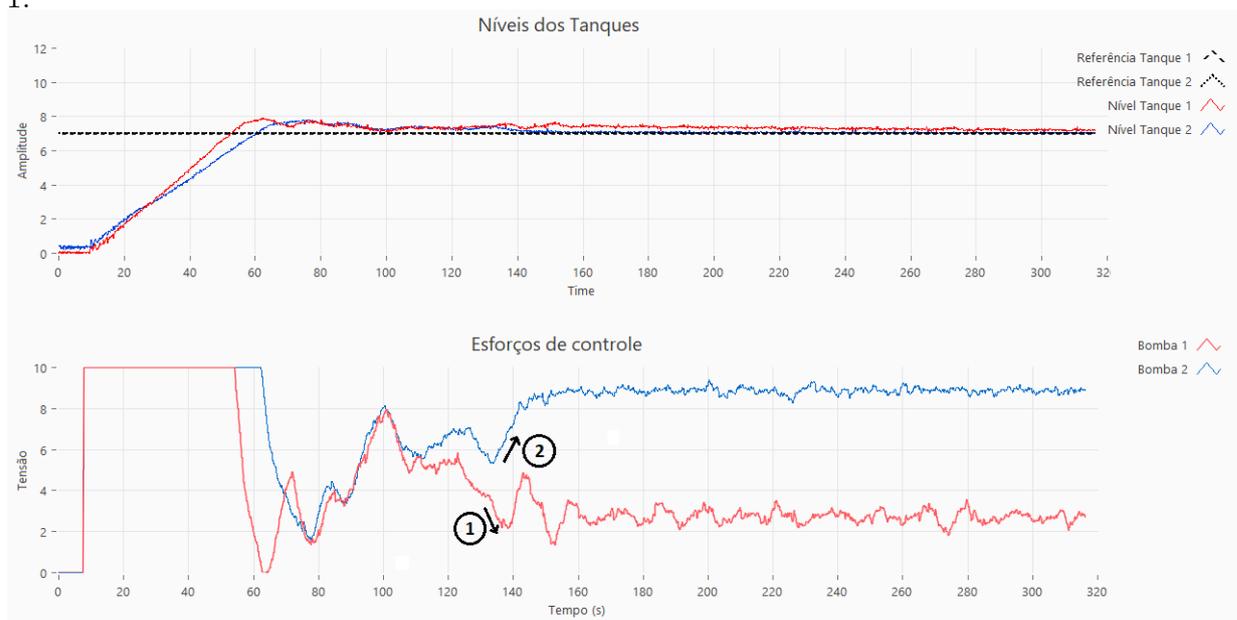
Fonte: Autor.

5.4 Comparação do Desempenho dos Controladores

Verificou-se que o desempenho para ambos os controladores se mostrou diferente para cada uma das saídas do sistema, principalmente para o caso do acompanhamento do degrau, e isso foi causado pelo fato de os níveis de tensão em estado estacionário estabilizarem em níveis bem diferentes. Essa diferença faz com que o esforço de controle de uma das bombas atinja a saturação muito mais rápido do que a outra, o que causa um tempo de subida menor para o tanque inferior conectado a esse atuador mais próximo da saturação. Esse comportamento na planta pode ser atribuído a variação que γ_1 e γ_2 sofrem de acordo com os valores de tensão aplicado nas bombas, como mostrado na Seção 5.1.

Considerando o caso onde os níveis dos tanques já estão próximo ao valor de referência e a bomba 1 tem sua tensão diminuída para próximo de 4V, a vazão para o tanque 4 diminui e a bomba 2 responde com um aumento de tensão para compensar a diminuição de vazão vinda do tanque 4, o que por sua vez, aumenta a vazão no tanque 3 e faz com que a bomba 1 tenha a tensão ainda mais atenuada para manter o nível no tanque 1, como ilustra a figura 38. Dessa forma, atinge-se um ponto de equilíbrio onde se tem os esforços de controle em regime estacionário com magnitudes bem diferentes mesmo para níveis de referências iguais.

Figura 43: Diferença da magnitude dos esforços de controle em regime estacionário para níveis de referências iguais. Em 1 verifica-se a queda da tensão da bomba 1 e em 2 o aumento da bomba 2 para compensar a diminuição da vazão causa pela queda da bomba 1.



Fonte: Autor.

Apesar desse comportamento que penaliza um pouco o desempenho, as respostas ao

degrau e à referência senoidal para ambos os controladores se mostraram muito satisfatórias. Assim como a rejeição a distúrbios, que apesar da definição de projeto mais moderada para a barreira de robustez do desempenho e da rejeição à perturbação, também apresentou bons resultados.

A diferença no desempenho dos controladores se dá na rejeição do ruído de medição, que pode ser verificado pelos valores singulares em malha aberta (Figuras 27 e 35) e também, na prática, pelo ruído no esforço de controle em ambas as técnicas (Figuras 32,33, 34, 40, 41 e 42). Verifica-se que o controlador H_∞ possui uma atenuação mais rápida praticamente ao longo de toda a faixa de alta frequência, enquanto o LQG/LTR tem sua atenuação aumentada somente após a frequência de 5 rad/s, o que reflete na sensibilidade do esforço de controle ao ruído de medição, que por sua vez, gera valores de tensão com maiores oscilações.

PARTE VI

CONCLUSÃO

6 CONCLUSÕES

Os objetivos do trabalho de estudar e aplicar as técnicas de controle robusto LQG/LTR e H_∞ LSDP no domínio do tempo discreto foram atingidos com sucesso. Ambos os controladores foram projetados a partir do modelo fenomenológico, o qual é sabido apresentar erros de modelagem significativos em relação ao sistema físico. No entanto, baseando-se em procedimento que garantem desempenho e estabilidade para o universo de possíveis modelos resultantes dessas incertezas de modelagem, obteve-se boas respostas a sinais de referência senoidais e a degraus, bem como boa rejeição a distúrbios.

O desempenho apresentado por ambos os controladores foi muito parecido, no entanto, a rejeição do ruído de medição no caso do H_∞ LSDP se mostrou superior ao LQG/LTR . Isso se deve ao fato de que a técnica H_∞ LSDP acaba fornecendo ao projetista mais liberdade e até facilidade na formatação dos valores singulares em malha aberta, e por consequência, na resposta em frequência do sistema em malha fechada. Tendo como ferramenta de projeto os compensadores W_1 e W_2 , altos ganhos em baixa frequência e grande atenuação em altas frequências foram obtidos com auxílio de integradores no pré-compensador W_1 , no qual a estrutura de um compensador proporcional-integral foi escolhida, e da adição de polos acima da frequência da banda de passagem com o pós-compensador W_2 , que por sua vez, teve a estrutura de filtro passa-baixa elegida. Dessa forma, foi possível mais facilmente adicionar -20db/década já logo após a banda de passagem.

A conclusão que se obtém é que para o sistema de tanque quádruplo utilizado nesse trabalho, com suas características, incertezas e não linearidades, a técnica H_∞ LSDP se apresentou como a melhor escolha. Em aplicações reais, não só o desempenho de estabilidade e de rastreamento de referência são importantes, mas a minimização da variação do esforço de controle pode ser essencial também. Essa preocupação pode significar em muitos casos uma vida útil muito maior para o atuador, e por consequência, um custo de operação menor.

REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. **Introdução à identificação de sistemas - Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais**. Belo Horizonte, MG: Editora UFMG, 2004.
- da Cruz, J. J. **Controle Robusto Multivariável**. 1a. ed.. ed. São Paulo, SP: EDUSP, 1996.
- DOYLE, J. Guaranteed margins for LQG regulators. **IEEE Transactions on automatic Control**, IEEE, v. 23, n. 4, p. 756–757, 1978.
- DOYLE, J.; STEIN, G. Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis. **IEEE transactions on Automatic Control**, IEEE, v. 26, n. 1, p. 4–16, 1981.
- FOWLER, K. R. **What every engineer should know about developing real-time embedded products**. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2007.
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; WORKMAN, M. L. **Digital control of dynamic systems**. Upper Saddle River, NJ, USA: Addison-wesley Menlo Park, 1998. v. 3.
- GANSSELE, J. G.; BARR, M. **Embedded Systems Dictionary**. Boca Raton, FL, USA: CMP Books London, UK:, 2003. v. 600.
- GLOVER, K.; DOYLE, J. C. State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ norm bound and relations to relations to risk sensitivity. **Systems & Control Letters**, Elsevier, v. 11, n. 3, p. 167–172, 1988.
- GLOVER, K.; MCFARLANE, D. Robust stabilization of normalized coprime factor plant descriptions with H_∞ bounded uncertainty. **IEEE transactions on automatic control**, IEEE, v. 34, n. 8, p. 821–830, 1989.
- GOODMAN, G. C. **The LQG/LTR method and discrete-time control systems**. Tese (Doutorado) — Massachusetts Institute of Technology, 1984.
- GREEN, M.; LIMEBEER, D. J. **Linear robust control**. Mineola, NY, USA: Courier Corporation, 2012.
- GU, D.-W.; PETKOV, P.; KONSTANTINOV, M. M. **Robust control design with MATLAB®**. Leipzig, Alemanha: Springer Science & Business Media, 2005.
- GU, D.-W.; PETKOV, P. H.; KONSTANTINOV, M. Formulae for discrete H_∞ loop shaping design procedure controllers. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 35, n. 1, p. 109–113, 2002.
- GUARACY, F. H.; SILVA, D. L. da; FERREIRA, L. H. On the properties of augmented open-loop stable plants using LQG/LTR control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, IEEE, v. 60, n. 8, p. 2172–2176, 2015.

HYDE, R. A. **The application of robust control to VSTOL aircraft**. Tese (Doutorado) — Citeseer, 1991.

IEEE TECHNICAL COMMITTEE ON REAL-TIME SYSTEMS. **Terminology and Notation - Definitions related to a system**. 2017. Disponível em: <http://http://sites.ieee.org/tcrts/education/terminology-and-notation/>. Acesso em: 18/02/2017.

KASHYAP, R.; JAGGI, N.; PRATAP, B. Robust controller design and performance analysis of four-tank coupled system. In: IEEE. **2019 1st International Conference on Signal Processing, VLSI and Communication Engineering (ICSPVCE)**. Delhi, India, 2019. p. 1–6.

KWAKERNAAK, H. Optimal low-sensitivity linear feedback systems. **Automatica**, Elsevier, v. 5, n. 3, p. 279–285, 1969.

LI, Z.; ZHENG, C.; GUO, F. H_∞ loop shaping control for quadruple tank system. In: IEEE. **2014 Sixth International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics**. Hangzhou, China, 2014. v. 2, p. 117–120.

LIMEBEER, D. J.; KASENALLY, E. M.; PERKINS, J. On the design of robust two degree of freedom controllers. **Automatica**, Elsevier, v. 29, n. 1, p. 157–168, 1993.

MACIEJOWSKI, J. Asymptotic recovery for discrete-time systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 30, n. 6, p. 602–605, Jun 1985.

MCFARLANE, D. C.; GLOVER, K. **Robust controller design using normalized coprime factor plant descriptions**. Berlin, Alemanha: Springer, 1990.

MEFARLANE, D.; GLOVER, K. A loop shaping design procedure using H_∞ synthesis. **IEEE Trans. on Automatic Control**, v. 37, n. 6, p. 759–769, 1992.

OGATA, K. **Discrete-Time Control Systems**. 2nd ed.. ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1995.

SIMON, D. **Optimal state estimation: Kalman, H_∞ , and nonlinear approaches**. Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2006.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable feedback control: analysis and design**. Michigan, USA: Wiley, 2007. v. 2.

TAVAKOLI, S.; GRIFFIN, I.; FLEMING, P. J. Tuning of decentralised PI (PID) controllers for TITO processes. **Control engineering practice**, Elsevier, v. 14, n. 9, p. 1069–1080, 2006.

VADIGEPALLI, R.; GATZKE, E. P.; DOYLE, F. J. Robust control of a multivariable experimental four-tank system. **Industrial & engineering chemistry research**, ACS Publications, v. 40, n. 8, p. 1916–1927, 2001.

WEERASOORIYA, S.; PHAN, D. Discrete-time LQG/LTR design and modeling of a disk drive actuator tracking servo system. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 42, n. 3, p. 240–247, Jun 1995.

ZAMES, G. Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses. **IEEE Transactions on automatic control**, IEEE, v. 26, n. 2, p. 301–320, 1981.

APÊNDICE A – TUTORIAL DE MODIFICAÇÃO DO SOFTWARE DE CONTROLE

Esse tutorial é focado em apresentar e ensinar como fazer algumas modificações no código-fonte, como por exemplo: adicionar novos controladores ao sistema de controle de tanques quádruplos, recalibrar os sensores de nível e modificar a taxa de amostragem do sistema.

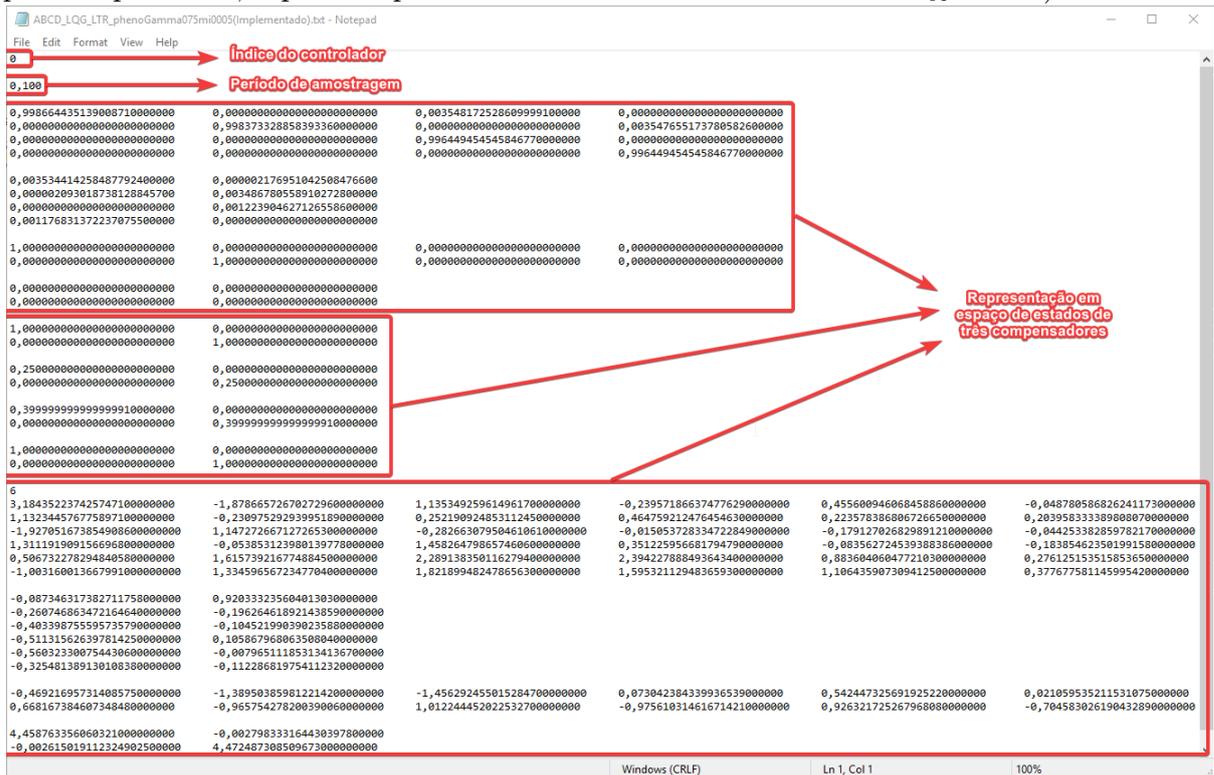
A.0.1 Adição de novos controladores

A adição de um novo controlador começa com a geração do arquivo de texto que traz as matrizes do controlador. Esse arquivo deve seguir as seguintes características apresentadas na Figura 44.

Após gerar o arquivo com o controlador, o próximo passo é fazer a modificação da rotina que faz a leitura do arquivo. Siga os passos abaixo para modificar o vi Open Controller Matrix.vi:

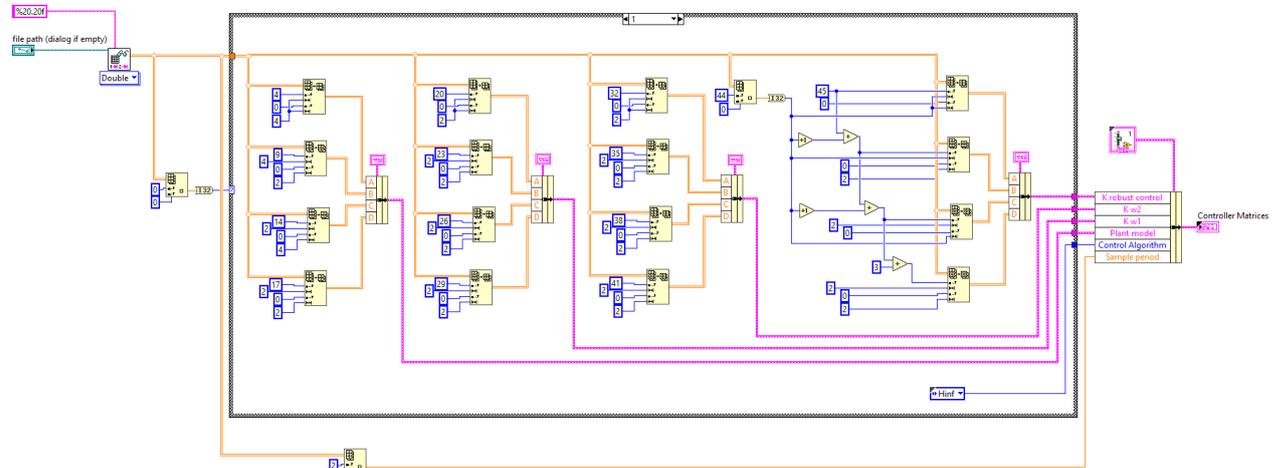
- Abra o vi Open Controller Matrix.vi que está abaixo de My Computer (Figura 45);
- Adicione um novo caso com o número do índice escolhido no arquivo de texto do controlador;
- Os dados do arquivo são lidos pela função Read Delimited Spreadsheet.vi e disponibilizado na forma de um array 2D. Utilize funções Array Subset para separar cada uma das matrizes geradas (utilize como exemplo os outros dois casos já desenvolvidos).
- Após finalizar a modificação, salve o vi.

Figura 44: Arquivo de texto do controlador. O primeiro campo na primeira linha define o índice do controlador (utilize o índice a partir do 2, pois o índice 0 e 1 já são utilizados para os controladores LQG/LTR e H_∞), a terceira linha o período de amostragem e quinta inicia-se as matrizes do controlador. Todos os dados escalares ou matrizes devem ser separados por uma linha vazia. O software está preparado para usar no máximo 3 conjuntos de matrizes ABCD para representar o controlador (esse exemplo apresenta o pré-compensador, o pós-compensador e o controlador robusto do H_∞ LSDP).



Fonte: Autor.

Figura 45: Diagrama de blocos do vi Open Controller Matrix.vi.

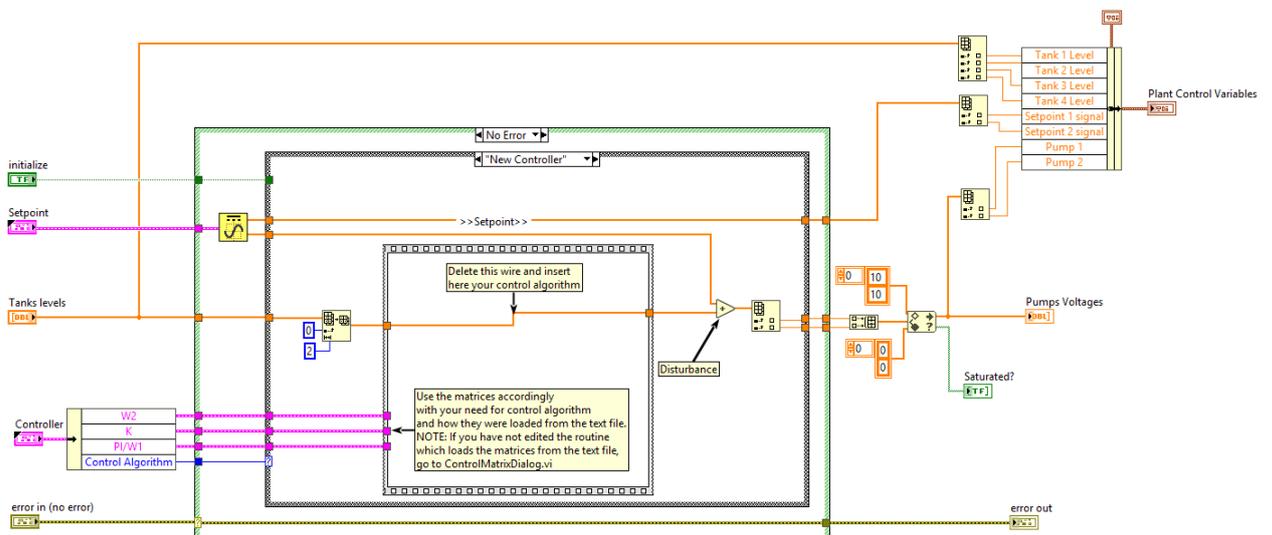


Fonte: Autor.

Próximo passo é a implementação do controlador no compactRIO. Para isso, siga os passos abaixo:

- Abra o vi *Controller.vi* que está abaixo do compactRIO;
- Mude para o caso *New Controller* (Figura 46);
- Utilize as matrizes disponíveis no cluster *Controller* e os valores de nível dos tanques para implementar o controlador com funções *State Space* (utilize como referência os outros dois controladores).
- Após finalizar a modificação, salve o vi.

Figura 46: Diagrama de blocos do vi *Controller.vi*.



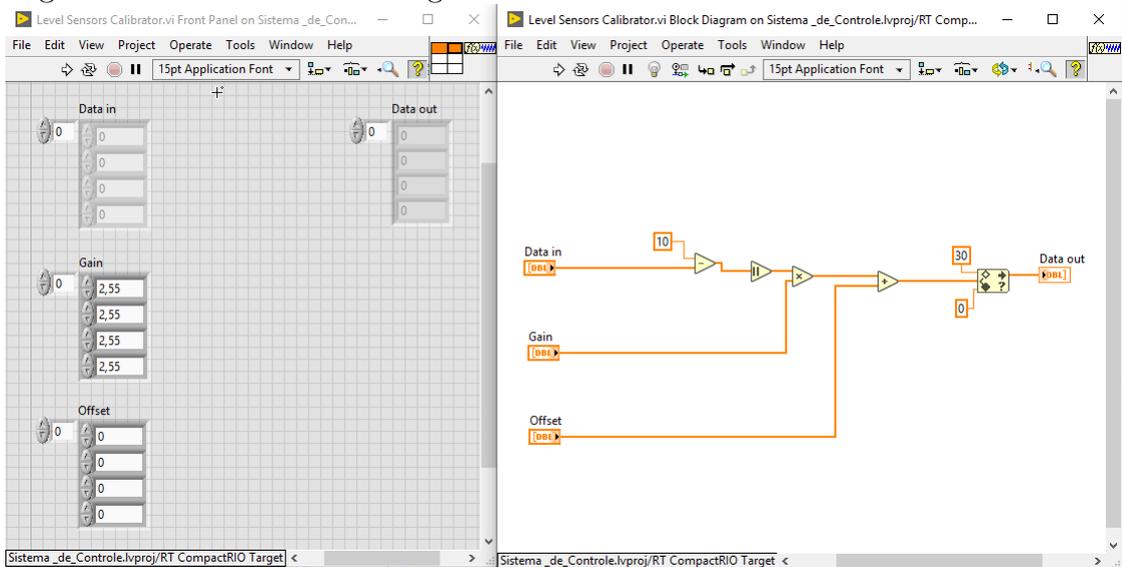
Fonte: Autor.

A.0.2 Recalibração dos sensores de nível

Para recalibrar os sensores de nível, siga os seguintes passos:

- Abra o vi *Level Sensors Calibrator.vi* que está abaixo do compactRIO na pasta subVIs (Figura 47);
- Modifique os controles *Gain* e *Offset* do painel frontal com os valores da equação da reta obtida na calibração dos sensores;
- Clique com o botão direito no controle *Gain*, selecione *Data Operation>>Make Current Value Default*;
- Repita o procedimento anterior para o controle *Offset*;
- Salve o vi.

Figura 47: Painel frontal e diagrama de blocos do vi *Level Sensors Calibrator.vi*.



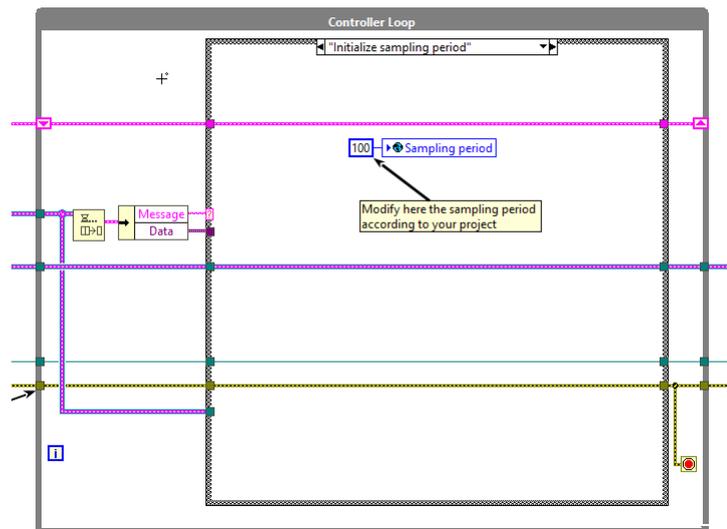
Fonte: Autor.

A.0.3 Modificação da taxa de amostragem do sistema

Para modificar a taxa de amostragem da malha de controle, siga os passos abaixo:

- Abra o vi *RT main.vi* que está abaixo do compactRIO;
- Busque pelo *Controller Loop* (segundo while loop de cima para baixo);
- Selecione o caso *Initialize sampling period*;
- Modifique a constante numérica para o valor do período de amostragem desejado em milisegundos (Figura 48);
- Salve o vi.

Figura 48: Controller Loop do vi Level Sensors Calibrator.vi.



Fonte: Autor.

Nota: Em caso de períodos de amostragem muito menor que 100ms, verifique se a aplicação conseguirá atingir a taxa desejada por meio do indicador Sampling period no painel frontal do vi RT main.vi.

APÊNDICE B – PROCEDIMENTO DE PROJETO DO CONTROLADOR *LQG/LTR*

Os códigos utilizados no projeto do controlador *LQG/LTR* podem ser encontrados no meu repositório no GitHub no link: https://github.com/plinioscosta/Projeto_Controladores_MATLAB

APÊNDICE C – PROCEDIMENTO DE PROJETO DO CONTROLADOR H_∞ *LOOP-SHAPING*

Os códigos utilizados no projeto do controlador H_∞ *Loop-Shaping* podem ser encontrados no meu repositório no GitHub no link: https://github.com/plinioscosta/Projeto_Controladores_MATLAB