

CLAUDIO BARBIERI DA CUNHA

**UMA CONTRIBUIÇÃO PARA O PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO  
DE VEÍCULOS COM RESTRIÇÕES OPERACIONAIS**

Tese apresentada à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para obtenção do  
do título de Doutor em Engenharia.

São Paulo  
1997

Dedico, com afeto,  
à minha esposa Cristina,  
aos meus filhos Tiago e Natalia,  
e aos meus pais Clóvis e Cléa.

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Nicolau D. F. Gualda, pela orientação e pelas contribuições durante o desenvolvimento desta tese, e também pelas oportunidades de aprendizado ao longo da nossa convivência, nestes últimos dez anos.

Não posso deixar de homenagear o Prof. Joffre Swait, atualmente lecionando na Universidade da Flórida. Sua orientação ao longo de grande parte do desenvolvimento da minha dissertação de mestrado, mesmo à distância após a sua partida do Brasil, em muito contribuiu para o resultado deste trabalho. Minha gratidão pela oportunidade de trabalharmos juntos e pelos conhecimentos transmitidos, que me permitiram aprender um pouco sobre o que é ser um pesquisador, bem como trilhar o caminho que envolve o desenvolvimento e a implementação computacional de modelos matemáticos aplicados a problemas de logística e de transportes.

Aos professores da Escola Politécnica e de outras unidades da USP, com os quais tive o privilégio de conviver e aprender, em especial os Professores Doutores Antonio G. N. Novaes, Marco A. Brinati, Jaime Waisman, Orlando Strambi e Miguel C. Santoro.

Ao Prof. Marius Solomon, da Northeastern University, pelos artigos e pelos dados dos programas teste, gentilmente enviados.

Ao IPT - Instituto de Pesquisas Tecnológicas, pela oportunidade da minha iniciação no programa de doutorado, e pelo apoio que possibilitou a realização deste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo suporte recebido.

Aos amigos Wagner C. Martins e Cássio F. Rossetto, pelas inúmeras oportunidades de estimulantes debates e discussões sobre aspectos práticos e perspectivas de utilização de modelos em problemas reais de roteirização.

Quero não só agradecer à minha esposa Cristina, por sua paciência, compreensão, apoio e incentivo, sem os quais este trabalho não teria sido concluído, como também compartilhar com ela mais esta conquista.

Aos meus filhos Tiago e Natalia, fontes de inspiração para o esforço de construção de um futuro melhor, por terem aceitado e compreendido a importância deste trabalho, concedendo-me parte do nosso tempo de convivência para a sua realização.

Aos meus pais Clóvis e Cléa, e ao meu avô Ivo, pelos ensinamentos, pelos exemplos de vida e também pelo apoio e incentivo em todos os momentos importantes.

Enfim, a minha gratidão a todos que, de maneira direta ou indireta, contribuíram para que este trabalho se tornasse realidade.

**"As pessoas preferem conviver com um problema que elas não podem resolver,  
a aceitar uma solução que elas não podem compreender."**

R.E.D Woolsey e H.S. Swanson, 1975.



## SUMÁRIO

Lista de figuras, i	
Lista de quadros, ii	
Lista de tabelas, iii	
Resumo	
“Abstract”	
<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO E OBJETIVOS .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Introdução .....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Relevância dos problemas de roteirização .....</b>	<b>1</b>
<b>1.3 Objetivos do Trabalho .....</b>	<b>5</b>
<b>1.4 Delineamento do Trabalho .....</b>	<b>6</b>
<b>CAPÍTULO 2 - A ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS NA LITERATURA .....</b>	<b>9</b>
<b>2.1 Introdução .....</b>	<b>9</b>
<b>2.2 Uma Visão Atualizada da Taxonomia dos Problemas de Roteirização</b>	<b>9</b>
2.2.1 O trabalho de BODIN et al. (1983) .....	10
2.2.2 Classificação segundo RONEN (1988) .....	15
2.2.3 O trabalho de GOLDEN e ASSAD (1988) .....	16
<b>2.3 Principais Estratégias de Solução para Problemas de Roteirização e Programação de Veículos .....</b>	<b>19</b>
2.3.1 Métodos exatos .....	23
2.3.2 Métodos heurísticos .....	25
2.3.3 Métodos emergentes .....	34
<b>2.4 Considerações sobre a utilização de modelos matemáticos em problemas reais de roteirização de veículos .....</b>	<b>40</b>
2.4.1 Características de alguns produtos disponíveis comercialmente .....	42

2.4.2	Atributos de um sistema para roteirização .....	46
2.4.3	Sistemas de informações geográficas e seu uso na roteirização .....	50
2.4.4	Condicionantes espaciais dos problemas de roteirização .....	51
2.4.5	Algumas aplicações práticas de modelos de roteirização e programação de veículos .....	53
<b>2.5</b>	<b>Resumo do Capítulo .....</b>	<b>53</b>

### **CAPÍTULO 3 - O PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS COM JANELAS DE TEMPO .....**

		56
<b>3.1</b>	<b>Considerações Iniciais .....</b>	<b>56</b>
<b>3.2</b>	<b>O Modelo Matemático do Problema de Roteirização .....</b>	<b>57</b>
3.2.1	Descrição do problema .....	57
3.2.2	Variáveis de decisão .....	61
3.2.3	Função objetivo .....	61
3.2.4	Restrições .....	63
<b>3.3</b>	<b>Estratégia de Solução para o PRPJT .....</b>	<b>65</b>
3.3.1	Relaxação Lagrangiana do PRPJT .....	66
3.3.2	Algoritmo para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo	69
3.3.3	Controle da relaxação Lagrangiana .....	76
<b>3.4</b>	<b>Um Exemplo de Aplicação da Relaxação Lagrangiana .....</b>	<b>77</b>
<b>3.5</b>	<b>Considerações Finais .....</b>	<b>82</b>

### **CAPÍTULO 4 - HEURÍSTICAS DE SOLUÇÃO PARA O PRPJT BASEADAS NA ESTRATÉGIA DE RELAXAÇÃO LAGRANGIANA .....**

<b>4.1</b>	<b>Considerações Iniciais .....</b>	<b>83</b>
<b>4.2</b>	<b>Frota Homogênea .....</b>	<b>83</b>
4.2.1	Heurística de Alocação Sequencial .....	84
4.2.2	Heurística de Alocação Paralela .....	90

<b>4.3 Frota Heterogênea</b> .....	92
4.3.1 Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial .....	94
<b>4.4 Aspectos da Implementação Computacional</b> .....	107
4.4.1 Variáveis e estruturas de dados .....	107
<b>4.5 Conclusões</b> .....	108
<b>CAPÍTULO 5 - TESTES COMPUTACIONAIS E ESTUDO DE CASO</b> .....	110
<b>5.1 Introdução</b> .....	110
<b>5.2 Testes de Desempenho para Problemas com um Veículo</b> .....	111
5.2.1 Rota 1 .....	113
5.2.2 Rota 3 .....	114
5.2.3 Rota 3A .....	115
5.2.4 Rota 4 .....	116
5.2.5 Análise dos resultados obtidos .....	117
<b>5.3 Testes com Problemas com Frota Homogênea</b> .....	119
5.3.1 Caracterização dos problemas gerados .....	119
5.3.2 Análise comparativa dos resultados das três heurísticas .....	120
5.3.3 Análise comparativa das heurísticas com os resultados obtidos por SOLOMON (1987) .....	124
<b>5.4 Aplicação Prática da Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial</b> .....	127
5.4.1 Descrição geral do problema .....	128
5.4.2 Dados de entrada do problema .....	130
5.4.3 Resultados obtidos .....	132
5.4.4 Análise dos resultados obtidos .....	136
<b>5.5 Conclusões</b> .....	140

<b>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>142</b>
<b>6.1 Introdução .....</b>	<b>142</b>
<b>6.2 Conclusões .....</b>	<b>142</b>
<b>6.3 Contribuições do trabalho .....</b>	<b>145</b>
6.3.1 Condicionantes e restrições consideradas .....	145
6.3.2 Estratégia geral de solução baseada no método da relaxação Lagrangiana .....	147
6.3.3. Heurísticas propostas .....	148
6.3.4 Entendimento dos problemas de roteirização .....	150
<b>6.4 Recomendações .....</b>	<b>151</b>
<b>ANEXO A - DEFINIÇÕES .....</b>	<b>154</b>
<b>ANEXO B - CONCEITOS BÁSICOS DA RELAXAÇÃO LAGRANGIANA .....</b>	<b>162</b>
<b>ANEXO C - CONCEITOS BÁSICOS DO ALGORITMO DE ETIQUETAMENTO PERMANENTE PARA O PROBLEMA DE CAMINHO MÍNIMO COM JANELAS DE TEMPO .....</b>	<b>174</b>
<b>ANEXO D - RESULTADOS DO ESTUDO DE CASO .....</b>	<b>180</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>206</b>
<b>Apêndice</b>	

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 3.1 - Algoritmo de etiquetamento permanente (AEP) para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo .....	72
FIGURA 3.2 - Algoritmo de Caminho Mínimo com Janela de Tempo .....	75
FIGURA 3.3 - Heurística proposta para a estimativa de limitante superior da função objetivo $Z_{sup}$ .....	78
FIGURA 4.1 - Heurística de Alocação Sequencial para problemas com frota homogênea .....	87
FIGURA 4.2 - Critério de Escolha da Melhor Solução para um Veículo - Algoritmo de Alocação Sequencial .....	88
FIGURA 4.3 - Heurística de Alocação Paralela para problemas com frota homogênea .....	92
FIGURA 4.4 - Um grafo não direcionado e duas das suas árvores de cobertura .....	99
FIGURA 4.5 - Heurística de Agrupamento baseada na árvore de cobertura mínima .....	103
FIGURA 4.6 - Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial para problemas com frota heterogênea .....	106
FIGURA A.1 - Problema de roteamento com coletas de retorno .....	156
FIGURA B.1 - Algoritmo de otimização por subgradiente para o Problema do Caixeiro Viajante com Dependência de Tempo .....	173
FIGURA C.1 - Relação de Dominação entre etiquetas associadas a diferentes caminhos de um nó .....	177

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 2.1 - Classificação dos problemas de roteirização pura .....	11
QUADRO 2.2 - Principais métodos exatos de roteirização de veículos .....	26
QUADRO 2.3 - Sumários dos métodos heurísticos para problemas de roteirização .....	35
QUADRO 2.4 - Principais métodos emergentes para problemas de roteirização .....	41
QUADRO 2.5 - Classificação dos sistemas comerciais para roteirização ....	43
QUADRO 2.6 - Principais características de <i>softwares</i> gerais para roteamento disponíveis no mercado .....	44
QUADRO 2.7 - Principais características de <i>softwares</i> comerciais .....	47
QUADRO 2.8 - Requisitos de um pacote de roteirização .....	48
QUADRO 2.9 - Síntese dos principais requisitos e características de sistemas para roteirização de veículos segundo alguns autores .....	49
QUADRO 2.10 - Principais aplicações práticas de roteirização de veículos descritas na literatura .....	54
QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial .....	183
QUADRO D.2 - Programação das entregas nos veículos realizadas pela empresa .....	202

## LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1	- Dados para o problema exemplo .....	79
TABELA 3.2	- Tempos de viagem entre nós no problema exemplo .....	80
TABELA 3.3	- Solução para o problema exemplo com minimização da distância total percorrida .....	81
TABELA 3.4	- Solução para o problema exemplo com minimização da duração do roteiro .....	82
TABELA 4.1	- Exemplo de custos de alguns veículos para a situação brasileira .....	96
TABELA 5.1	- Resultados comparativos para a rota 1 .....	114
TABELA 5.2	- Resultados comparativos para a rota 3 .....	115
TABELA 5.3	- Resultados comparativos para a rota 3A .....	116
TABELA 5.4	- Resultados comparativos para a rota 4 .....	117
TABELA 5.5	- Resultados dos conjuntos de dados com horizonte de curta duração .....	121
TABELA 5.6	- Resultados dos conjuntos de dados com horizonte de longa duração .....	122
TABELA 5.7	- Desempenho das heurísticas em termos de número de instâncias em que foram obtidos os melhores resultados .....	123
TABELA 5.8	- Análise comparativa do desempenho das heurísticas propostas com o das duas melhores heurísticas propostas por SOLOMON (1987) .....	125
TABELA 5.9	- Sumário da frota utilizada .....	133
TABELA 5.10	- Sumário dos resultados operacionais obtidos para o estudo de caso .....	134
TABELA 5.11	- Resultados da Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial para diferentes fatores de correção da distância .....	135
TABELA D.1	- Sumário das rotas programadas utilizando a Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial .....	180
TABELA D.2	- Sumário das rotas realizadas segundo a programação da empresa .....	181

## RESUMO

Esta tese trata do problema de roteirização de veículos com restrições operacionais, em especial janelas de tempo e duração máxima da jornada. Os veículos da frota podem ser de diferentes tamanhos.

O problema consiste na determinação de um conjunto de roteiros econômicos, que devem atender a um conjunto de clientes, respeitando-se as janelas de tempo.

A revisão da literatura disponível abrangeu a classificação dos problemas de roteirização, bem como os métodos de solução. Foram também discutidos os fatores que afetam a aplicação dos modelos em situações reais e relacionadas as principais referências encontradas na literatura

A estratégia de solução proposta é baseada na relaxação Lagrangiana das restrições do modelo relacionadas ao atendimento de todos os clientes exatamente uma vez. Como o problema relaxado é ainda difícil de resolver, a estratégia proposta é heurística, e utiliza uma versão aprimorada de um algoritmo de etiquetamento permanente para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo.

Três diferentes heurísticas foram desenvolvidas a partir desta estratégia de solução. Duas delas destinam-se exclusivamente a problemas com frota homogênea. Já a Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial pode ser utilizada em problemas com frota heterogênea.

As heurísticas foram avaliadas considerando-se seis conjuntos de problemas-teste. Os resultados demonstraram que a Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial apresentou um desempenho geral superior ao das heurísticas de SOLOMON (1987). As outras duas heurísticas apresentaram desempenho satisfatório em alguns conjuntos de problemas-teste.

A Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial foi aplicada a um problema real de distribuição física na Região Metropolitana de São Paulo, que compreendeu 136 entregas. Os resultados obtidos permitiram uma redução da distância total percorrida, dos custos operacionais e da frota necessária, em comparação com a solução manual da empresa.



## ABSTRACT

This thesis deals with the vehicle routing problem with operational constraints, including time windows and maximum journey length. The fleet may be composed of vehicles of different sizes.

This problem involves the design of a set of minimum cost routes which must serve a set of customers with known demands. Each customer must be serviced exactly once during its allowable delivery time or time window.

A literature review has been achieved, concerning the classification of routing problems and also the proposed methods for its solution. Practical issues concerning real world applications are also discussed. Some important references about practical applications found in the literature are listed.

It has been proposed a solution strategy which is based on the Lagrangian relaxation of the constraints which require each customer to be served exactly once. As the relaxed problem is still hard to solve for instances with more than one vehicle, the heuristic solution proposed uses an improved version of the generalized permanent labeling algorithm for the shortest path problem with time windows.

Based on this strategy, three different heuristics have been developed. Two of them deal only with problems with homogeneous fleets. In the third one, the Cluster and Sequential Allocation Heuristic, the fleet may be composed of vehicles of different sizes and types.

All heuristics were evaluated based on the six test problem sets developed by SOLOMON (1987). The results demonstrate that the Cluster and Sequential Allocation Heuristic perform better than Solomon's tested models for most sets of problems. The others perform well in some sets of problems.

The Cluster and Sequential Allocation Heuristic has also been applied to a real urban distribution problem in São Paulo's metropolitan area. This problem comprises 136 customers with time windows constraints. The results have shown expressive reduction on the total distance travelled, the cost of the solution and the number of vehicles used, when compared to the manual scheduling performed by the company's scheduling staff.

## **CAPÍTULO 1**

### **INTRODUÇÃO E OBJETIVOS**

#### **1.1 Introdução**

O presente trabalho trata do problema de roteirização e programação de veículos com restrições operacionais, no contexto da coleta e entrega de bens e produtos e dos serviços de atendimento a domicílio.

Esta tese se constitui na continuidade natural do trabalho de pesquisa do autor, relativo ao tema de roteirização e programação de veículos, iniciado com o desenvolvimento da sua dissertação de Mestrado (CUNHA, 1991). Integra ainda o esforço de pesquisa sobre este assunto no âmbito da EPUSP, que resultou nas dissertações de mestrado de CHIH (1987), BOSE (1990) e GOUVÊA (1992).

#### **1.2 Relevância dos problemas de roteirização**

A relevância dos problemas de roteirização e programação de veículos, tanto do ponto de vista teórico e conceitual, quanto das aplicações práticas, pode ser medida pelo expressivo número de artigos publicados na literatura especializada. Outro parâmetro que permite avaliar a dimensão desta importância é a permanente busca de novas estratégias e métodos de solução para a resolução de modelos cada vez mais complexos e abrangentes, relacionados a diferentes instâncias deste complexo problema de natureza combinatória.

Segundo ASSAD (1988), a roteirização de veículos consiste em uma das histórias de grande sucesso da Pesquisa Operacional nas últimas décadas.

No início da década de 80, os custos de distribuição física representaram um acréscimo de valor de cerca de 400 bilhões de dólares aos produtos comercializados no mercado interno americano, conforme BODIN et. al (1983). Este valor certamente

é mais elevado nos dias atuais, em decorrência do aumento da produção industrial, como também da maior complexidade dos sistemas logísticos das empresas.

CUNHA (1991) relacionou alguns aspectos que têm introduzido maior complexidade aos problemas reais que envolvem a roteirização e a programação de veículos:

- aumento do número de entregas e sua dispersão geográfica;
- restrições de acesso, circulação, estacionamento, e carga e descarga de veículos nas áreas mais centrais das grandes metrópoles;
- o desenvolvimento tecnológico da informática (*hardware* e *software*) e a sua redução de preços, concomitantemente com o fim da reserva de mercado no Brasil;

Estes fatores continuam válidos nos dias atuais e ainda mais importantes no contexto econômico e produtivo, num ambiente em que o fenômeno da globalização se faz cada vez mais presente, e, em particular, na realidade brasileira atual, após a estabilização da moeda.

Em especial no Brasil com economia estável (pós Plano Real), podem-se destacar os seguintes aspectos que afetam todo o conjunto de atividade relacionadas ao transporte e à distribuição física:

- A drástica redução dos índices inflacionários impediu que as empresas continuassem a obter a sua principal fonte de lucros quase que exclusivamente a partir dos ganhos financeiros. Conseqüentemente, a eficiência operacional e a competitividade em termos de preços passaram a ser decisivas para a manutenção e a conquista de mercados, e até mesmo para a sobrevivência das organizações. As ineficiências das empresas não mais podem ser repassadas automaticamente para os preços, como ocorria quando a inflação era elevada. Isto requer um amplo conjunto de ações em busca do aprimoramento da qualidade e da produtividade, que também passa, sob a ótica de um enfoque sistêmico, por uma racionalização das atividades de movimentação e transporte de produtos e insumos, de modo a garantir um melhor aproveitamento da frota e diminuição dos percursos dos veículos.
- As empresas em geral, em particular no setor secundário, deixaram de fazer grandes pedidos e encomendas, como ocorria no passado, com a finalidade de

aproveitar preços eventualmente defasados (aproveitando a famosa “virada da tabela de preços”). Ao contrário, a estabilidade dos preços e o elevado custo financeiro, em decorrência das altas taxas de juros, têm levado as empresas a reduzir estoques e, conseqüentemente, efetuar pedidos menores e com maior freqüência, o que tem causado um impacto significativo nas operações e nos custos associados aos sistemas de distribuição.

- Aumentam as exigências dos clientes recebedores de carga com relação a prazos, datas e horários de entrega: os prazos de entrega são menores e o abastecimento do comércio, trabalhando com estoques reduzidos, deve ser imediato.
- Uma nova e silenciosa revolução industrial se iniciou pelo desenvolvimento tecnológico dos equipamentos, que possibilitaram a automação industrial, substituindo a mão-de-obra humana por máquinas e equipamentos, proporcionando economias de custos e ganhos de qualidade e de produtividade.
- A abertura da economia brasileira aos produtos importados acirrou a competição entre empresas, tornando a redução de custos e o aumento da qualidade dos produtos e serviços cruciais para a manutenção de mercados, e até para a própria sobrevivência das empresas.
- O aumento dos volumes de tráfego nos grandes centros urbanos e rodovias brasileiras agravou o problema de trânsito, circulação e estacionamento de veículos, prejudicando a sua produtividade e a eficiência. Tal situação torna indispensável uma programação mais racional das operações de coleta e de entrega.

A tese de FONTES LIMA (1995) aborda a interação entre sistemas de serviços de transportes, seus usuários e demais interessados, com ênfase no desempenho dos serviços, sob a ótica da qualidade.

É oportuno destacar algumas idéias desse trabalho, que têm relação com o aumento da importância da qualidade dos serviços de transporte no contexto logístico, do qual faz parte o planejamento, a programação e a execução das operações diárias de transporte e distribuição física.

O desenvolvimento tecnológico vem provocando, conforme FONTES LIMA (1995), alterações, em velocidades cada vez maiores, criando uma sociedade baseada na informação e nos serviços.

Os mercados mundiais encontram-se em fase de estabilização de tamanho. Atualmente, as grandes oportunidades de ampliação e preservação de partes desses mercados encontram-se na ligação entre a empresa, seus fornecedores e seus clientes, e não nos processos produtivos propriamente ditos. Os clientes são disputados de forma agressiva e os serviços oferecidos constituem importante vantagem competitiva das empresas em relação aos seus concorrentes.

Para a maioria das empresas privadas, o principal fator de motivação de melhoria da qualidade tem sido o aumento da competição nos mercados, tanto nacionais quanto internacionais, com as alterações das variáveis de concorrência e a crescente valorização da qualidade como diferencial competitivo.

Essas mudanças têm sido ocasionadas por diversos fatores, entre os quais:

- a globalização da economia, com a abertura de mercados internacionais em outras bases competitivas;
- a mudança dos perfis de mercado, com clientes mais exigentes e com maior poder de barganha;
- sensíveis reduções de preços em empresas concorrentes, associadas a melhorias de produtividade e a redução de custos relativos a desperdícios e retrabalhos;
- influência de outros setores e indústrias, criando padrões de excelência que elevam os níveis de expectativa dos clientes e contribuem para o desenvolvimento tecnológico.

O bom desempenho da atividade logística, entendida como interface entre fornecedores, empresas e clientes, agrega valor ao produto a ser comercializado, pois crescem em importância os aspectos de confiabilidade, de rapidez na entrega e de disponibilidade para atendimento.

READ e MULLER (1991) realizaram uma pesquisa sobre a qualidade em logística, que abrangeu cerca de 225 empresas americanas e européias, pertencentes a diferentes setores de atividades. Em resposta à indagação sobre o conceito de qualidade em logística, o suporte total às necessidades dos clientes foi indicado em primeiro lugar, por aproximadamente 60% dos entrevistados; em seguida veio o serviço realizado no prazo, com cerca de 20% das resposta em primeiro lugar.

Ambas as respostas foram apontadas entre as três primeiras por mais de 75% dos entrevistados. As mesmas apresentam uma forte vinculação com o problema de roteirização e programação de veículos.

Qualidade, de forma genérica, pode ser definida como adequação ao uso. Qualidade em serviços de transportes é a qualidade percebida pelos usuários e demais interessados, de forma comparativa com as demais alternativas disponíveis, resultante da diferença entre as expectativas e percepções do serviço realizado (FONTES LIMA (1995)).

Na logística tradicional, a função de serviço ao cliente enfatizava as preocupações com a produção e não com o cliente. Atualmente, há uma tendência de se inverter essa direção, aumentando-se as preocupações com qualidade e satisfação do cliente (READ e MULLER (1991)).

Nas operações de transporte e distribuição física, essas preocupações estão relacionadas com a garantia de entrega na data aprazada, com diferenciais de atendimento tais como hora marcada, entre outros.

Os impactos decorrentes na programação da operação diária dos serviços de coleta e entrega e de atendimento são evidentes.

### **1.3 Objetivos do trabalho**

O foco principal da tese está direcionado à formulação e ao desenvolvimento de uma estratégia de solução para o modelo matemático que representa os problemas de roteirização e programação de frotas heterogêneas de veículos, com as seguintes restrições:

- janelas de tempo (ou horários) dos clientes (intervalo horário para atendimento cada cliente);
- capacidade dos veículos;
- duração máxima das viagens dos veículos;

A estratégia de solução proposta baseia-se na relaxação Lagrangiana das restrições do modelo matemático relacionadas à obrigatoriedade de atendimento de cada cliente exatamente uma vez.

Adicionalmente, o trabalho compreende:

- uma síntese sobre o estado-da-arte das estratégias de solução de problemas de roteirização com restrições complexas, em particular janelas de tempo;
- a proposição e o desenvolvimento de heurísticas de solução para o problema de roteirização com janelas de tempo, baseadas na estratégia de solução proposta e na utilização de um algoritmo eficiente para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo;
- uma avaliação do desempenho das heurísticas, desenvolvidas a partir da estratégia de solução proposta; em particular, uma análise comparativa dos resultados obtidos com outros documentados na literatura, para a resolução de problemas teste com restrições de janelas de tempo;
- uma aplicação prática da estratégia de solução proposta a um problema real de distribuição física na Região Metropolitana de São Paulo.

#### **1.4 Delineamento do trabalho**

Este item tem por objetivo apresentar uma descrição da organização do presente trabalho.

O Capítulo 2 compreende uma abrangente caracterização geral da roteirização de veículos na literatura, considerando diversos aspectos. Inicialmente, é revista a literatura, no tocante à diferenciação e à classificação dos problemas de roteirização e programação de veículos. Em seguida, é apresentado o estado-da-arte das estratégias e dos métodos de solução para problemas de roteirização e programação de veículos, com ênfase em problemas com janelas de tempo. Segue-se uma análise da utilização de modelos matemáticos em problemas reais que envolvem a roteirização e a programação de veículos. Esta análise compreende: uma descrição das principais características de produtos disponíveis no mercado; principais atributos de um sistema para roteirização; a utilização de Sistemas de Informações

Geográficas na roteirização de veículos; condicionantes espaciais dos problemas de roteirização; e, uma relação das principais aplicações de modelagem matemática, em problemas reais, encontradas na literatura.

A formulação matemática do modelo proposto para o problema de roteirização e programação de uma frota de veículos, com restrições de janela de tempo, é apresentada no Capítulo 3. Na seqüência, é apresentado o esquema geral da estratégia de solução proposta, baseada na relaxação Lagrangiana de restrições do modelo matemático. A estratégia proposta engloba um algoritmo para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo e uma heurística de controle da relaxação Lagrangiana.

No Capítulo 4 são apresentadas três diferentes heurísticas para a resolução do problema proposto, baseadas na estratégia geral de relaxação Lagrangiana das restrições que obrigam o atendimento de cada cliente exatamente uma vez. Duas das heurísticas se aplicam a problemas com frota homogênea, e a terceira a situações mais gerais, em que os veículos disponíveis podem ser de diferentes tipos e tamanhos.

Os testes computacionais para avaliação das três heurísticas propostas estão no Capítulo 5. Integra ainda este capítulo uma análise comparativa do desempenho das heurísticas, considerando conjuntos de problemas testes consagrados na literatura, para os quais existem resultados disponíveis. Posteriormente é descrita a aplicação de uma das heurísticas propostas para uma situação real da distribuição de mercadorias na Região Metropolitana de São Paulo, em que a frota é composta de veículos de diferentes tamanhos.

As considerações finais, conclusões e recomendações do presente trabalho são apresentadas no Capítulo 6.

O Anexo A contém a definição e a conceituação de alguns termos técnicos específicos, utilizados ao longo do presente trabalho. Recomenda-se a sua leitura a aqueles que não tiverem familiaridade com a terminologia técnica que envolve este assunto.

Os principais aspectos relativos à técnica de relaxação Lagrangiana são apresentados no Anexo B.



O Anexo C tem por objetivo apresentar os conceitos básicos do algoritmo de etiquetamento permanente para a resolução do problema de caminho mínimo com janelas de tempo. Este algoritmo é utilizado para a resolução do problema relaxado, no âmbito da estratégia de solução baseada na relaxação Lagrangiana das restrições de atendimento dos clientes.

No Anexo D encontram-se as tabelas e quadros, contendo o detalhamento dos resultados obtidos para o estudo de caso apresentado no Capítulo 5.

Finalmente, os dados de entrada utilizados para o referido estudo de caso estão no Apêndice.

## CAPÍTULO 2

### A ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS NA LITERATURA

#### 2.1 Introdução

Este capítulo compreende uma abrangente caracterização geral da roteirização de veículos na literatura, englobando diversos aspectos. Inicialmente, é revista a literatura, no tocante à diferenciação e à classificação dos problemas de roteirização e programação de veículos. Em seguida, na seção 2.3 são apresentadas as principais estratégias e os métodos de solução para problemas de roteirização e programação de veículos, com ênfase em problemas com janelas de tempo, que corresponde à restrição dominante neste trabalho.

Posteriormente, na seção 2.4, são analisados os principais fatores para a aplicação de modelos de roteirização em problemas reais, incluindo uma descrição das principais características de produtos disponíveis no mercado; principais atributos de um sistema para roteirização; o uso de Sistemas de Informações Geográficas.; assim como relacionados inúmeros artigos encontrados na literatura que descrevem aplicações em problemas e situações reais.

A definição do conceito de janelas de tempo, e de outros termos utilizados ao longo deste capítulo e dos demais subsequentes, estão no Anexo A.

#### 2.2 Uma Visão Atualizada da Taxonomia dos Problemas de Roteirização

Esta seção contempla uma revisão da literatura especializada no que tange à categorização e classificação dos problemas de roteirização e programação de veículos. Pretende-se relacionar os principais fatores e critérios que nortearam as respectivas classificações.

### 2.2.1 O trabalho de BODIN et al. (1983)

BODIN et al. (1983) apresentaram o primeiro trabalho abrangente que retratava o estado-da-arte da modelagem de problemas de roteirização e programação de veículos e tripulações. Ainda hoje é considerada uma das mais importantes referências sobre o assunto, pois contém uma revisão das principais estratégias e procedimentos de solução e das principais aplicações conhecidas, abrangendo cerca de 700 referências bibliográficas.

Segundo os autores, os problemas de roteirização podem ser classificados em três grupos:

- problemas de roteirização pura
- problemas de programação de veículos e tripulações
- problemas combinados de roteirização e programação

Os resultados dos problemas dos diferentes grupos não diferem muito entre si, uma vez que englobam a definição de roteiros e/ou programações. Os roteiros especificam a seqüência de locais a serem visitados e as programações identificam os horários em que as atividades nesses locais devem ocorrer. Assim, a distinção entre esses problemas deve se basear em outras características e condicionantes dos mesmos.

Os tipos de problemas que compõem cada um desses grupos, bem como suas características mais relevantes, segundo a proposição de BODIN et al. (1983), são descritos sumariamente a seguir.

- **problemas de roteirização pura**

Nos problemas de *roteirização pura*, as condicionantes temporais não são importantes para a definição dos roteiros e das seqüências de coletas ou entregas. Excepcionalmente, em alguns casos, pode ser necessário considerar alguma

restrição de comprimento máximo (ou distância total) de cada um dos roteiros, como uma medida da duração máxima dos mesmos.

A principal condicionante que determina a qualidade da solução dos problemas dessa categoria é de natureza espacial. Em geral, o objetivo é a definição de um conjunto de roteiros de entregas viáveis e de baixo custo, e a sua alocação aos veículos disponíveis.

Os principais tipos de problemas de roteirização pura são apresentados no Quadro 2.1.

**QUADRO 2.1 - Classificação dos problemas de roteirização pura**

Denominação	número de roteiros	localização dos clientes	limite de capacidade nos veículos	número de bases onde iniciam roteiros	demandas
problema do caixeiro viajante	um	nós	não	uma	determinísticas
problema do carteiro chinês	um	arcos	não	uma	determinísticas
problema de múltiplos caixeiros viajantes	múltiplos	nós	não	uma	determinísticas
problema de roteirização em nós com uma única base	múltiplos	nós	sim	uma	determinísticas
problema de roteirização em nós com múltiplas bases	múltiplos	nós	sim	múltiplas	determinísticas
problema de roteirização em nós com demandas incertas	múltiplos	nós	sim	uma	estocásticas
problema de roteirização em arcos com limite de capacidade	múltiplos	arcos	sim	uma	determinísticas

Fonte: BODIN et al. (1983)

- **problemas de programação de veículos e tripulações**

Segundo BODIN et al. (1983), os problemas de programação de veículos e tripulações podem ser considerados como problemas de roteirização com restrições adicionais, que estão relacionadas aos horários em que os vários eventos devem ocorrer. Neste caso, não só as condicionantes espaciais, como também, e

principalmente, as condicionantes temporais devem ser consideradas para a viabilidade da programação. Há um tempo associado a cada tarefa a ser cumprida.

Os autores classificam os problemas desta categoria em dois grupos: programação de veículos e programação de tripulações. Embora ambos sejam similares, a programação de pessoal geralmente envolve restrições mais complexas, decorrentes de condicionantes de natureza trabalhista e de acordos coletivos.

Segundo os autores, os problemas de programação de veículos e tripulações em geral interagem entre si: a definição da programação dos veículos vai definir certas restrições da programação das tripulações e vice-versa. Idealmente, ambos os problemas deveriam ser resolvidos simultaneamente. Entretanto, os modelos que consideram ambos os problemas em um único modelo de otimização tendem a ser muito complexos.

Consequentemente, muitas estratégias de soluções adotam procedimentos seqüenciais, de forma a resolver um problema e posteriormente o outro, com algum mecanismo de interação entre ambos. Por exemplo, no caso do transporte coletivo por ônibus, inicialmente é definida a programação de viagens de cada um dos veículos (roteiros e horários); em seguida são definidas as jornadas das tripulações, inclusive as paradas para descanso, troca de veículo e rendição, que devem ocorrer em locais e horários viáveis de acordo com a programação dos veículos .

Os tipos de problemas considerados na categoria de *programação de veículos* por BODIN et al. (1983) são:

- *o problema de programação de veículos com um único depósito*, que consiste em particionar os nós (tarefas) de uma rede acíclica em um conjunto de caminhos, de tal maneira que uma dada função de custo seja minimizada. Cada caminho corresponde à programação de um veículo;
- *o problema de programação de veículos com restrição de comprimento de caminho*, o qual apresenta restrições relacionadas ao tempo máximo de viagem de um veículo até o seu retorno à base, ou à distância máxima percorrida;
- *o problema de programação de veículos com múltiplos tipos de veículos*, semelhante aos anteriores, porém com os veículos de diferentes capacidades;

- *o problema de programação de veículos com múltiplos depósitos*, em que os veículos estão alocados a diferentes depósitos, devendo cada um retornar ao depósito de onde partiu. Menciona-se ser usual a restrição de frota mínima e máxima em cada depósito.

Já com relação aos *problemas de programação de tripulações*, os autores definem as seguintes categorias:

- *o problema de programação de pessoal num local fixo*, que consiste em encontrar um conjunto de programações ou escalas de trabalho, que atendam a necessidade de trabalho em cada período de tempo. Como hipóteses, assume-se que os trabalhadores de uma categoria são intercambiáveis (isto é, podem executar qualquer atividade ou função); que cada trabalhador possa ser desalocado no final de qualquer período de tempo, e que possa ser alocado em qualquer início de período de tempo. Um custo é associado a cada possível jornada de trabalho. O problema consiste em definir um conjunto de jornadas de trabalho, de forma a atender necessidades que variam ao longo do tempo, minimizando o custo total das jornadas. Este tipo de problema pode ser encontrado em diversas situações reais tais como a programação de trabalho de telefonistas em uma central telefônica;
- *o problema de programação de veículos e tripulações em sistemas de transporte público*, que consiste em determinar a alocação ótima de veículos a um conjunto de viagens programadas de linhas, e determinar também as jornadas das tripulações (motorista e eventualmente cobrador), considerando que as trocas de serviço (por exemplo, mudança de linha) e de turno só podem ser realizadas em pontos específicos dos trajetos das linhas;
- *o problema de programação de tripulações no transporte aéreo*, que é semelhante ao problema de programação de tripulações em veículos, uma vez que as tabelas de horários de partida e chegada das rotas aéreas nos diversos pontos são definidas a priori e, portanto, conhecidas e determinadas;
- *o problema de programação de pessoal em turnos de revezamento*, em que a programação diária pode variar de um dia para o outro, havendo um rodízio de turno do pessoal, em função de restrições legais, trabalhistas, sindicais, de equalização do esforço de trabalho e outras. A necessidade de revezamento no

cumprimento das tarefas ocorre pela necessidade de uma equalização da carga e das condições de trabalho para atividades que percebem a mesma remuneração.

- **problemas combinados de roteirização e programação**

Segundo BODIN et al. (1983), a maioria dos problemas combinados de roteirização e programação, ou simplesmente problemas de roteirização e programação, ocorrem em aplicações com restrições de janelas de tempo (horário de atendimento) e de precedência entre tarefas (coleta deve preceder a entrega e ambas devem estar alocadas ao mesmo veículo).

Os principais problemas típicos apontados pelos autores são os seguintes:

- *o problema de roteirização e programação de ônibus escolares para atendimento de um conjunto de escolas*: para cada escola há um conjunto de pontos de parada, cada qual com um número definido de alunos e uma janela de tempo que corresponde aos horários de início e término do período escolar. Em geral, os horários variam de uma escola para outra, de forma a possibilitar que um mesmo veículo seja utilizado no transporte de alunos de mais de uma escola. Usualmente se considera também neste tipo de problema uma restrição de duração máxima da viagem de cada grupo de alunos com mesma origem ou destino;
- *o problema de roteirização e programação de cavalos mecânicos tracionando carretas com carga completa*: cada carreta possui apenas uma origem e um destino. A capacidade de um cavalo mecânico corresponde a apenas uma carreta;
- *o problema de definição de roteiros e programação de serviços de coleta de resíduos domiciliares e de varrição de ruas*, semelhante ao problema do carteiro chinês, porém com restrições de capacidade dos veículos, de duração máxima da jornada e de janelas de tempo associadas aos horários de proibição de estacionamento, de forma a possibilitar a execução do serviço de varrição. Em geral, o objetivo consiste na minimização da frota ou em um objetivo correlato, como por exemplo, na minimização do tempo morto total, para uma frota conhecida.
- *o problema de roteirização e programação de serviços de transporte de pessoas*, conhecidos como “*dial-a-ride*”, em geral para o transporte porta-a-porta de idosos

e deficientes; cada usuário possui locais de origem e de destino distintos e eventualmente horários ou faixas horárias de saída e chegada; a precedência entre tarefas é uma restrição decisiva para a viabilidade da solução;

- o *problema de programação de aeronaves*, que consiste em simultaneamente programar rotas aéreas (início, final e escalas), alocar aeronaves e definir as tabelas de horários, levando em consideração dados da demanda entre pares de cidades, frequência do serviço desejado, vôos diretos versus com escalas, etc. Esse problema envolve tanto o transporte de passageiros como o transporte de cargas e encomendas.

### 2.2.2 Classificação segundo RONEN (1988)

RONEN (1988) propôs uma classificação dos diversos problemas de roteamento e programação de veículos baseada na diversidade de ambientes operacionais e objetivos a serem alcançados:

- problemas relativos ao transporte de passageiros: programação de linhas de ônibus; de sistemas de táxi; de sistemas de transporte de pessoas, em geral idosos e deficientes, conhecidos como “*dial-a-ride*”; de transporte de escolares por ônibus, entre outros;
- problemas de prestação de serviços: roteirização e programação de equipes de reparos ou de serviços públicos, tais como de coleta de lixo, entrega postal, varrição de ruas e leitura de parquímetros, entre outros;
- problemas relativos ao transporte de carga.

Para o transporte de carga, o autor propôs ainda critérios para classificar os problemas, semelhantes aos que haviam sido apresentados por BODIN et al. (1983). Esses critérios estão relacionados às características e condicionantes do problema e englobam, entre outros:

- tamanho, composição e estrutura de custos da frota;
- número de bases de origem e de destino dos veículos;



- demandas (quantidade a coletar ou entregar) determinísticas ou estocásticas;
- atendimento total ou parcial das demandas;
- aleatoriedades na localização dos pontos a serem atendidos ou dos horários de atendimento, operações de coleta e/ou entrega nos roteiros;
- limites de distância e/ou duração (tempo máximo);
- objetivo a ser alcançado.

RONEN (1988) identificou ainda algumas características e condicionantes adicionais que podem aparecer em alguns tipos de problemas, entre as quais:

- janelas de tempo;
- produtos de diferentes tipos, que requerem compartimentos distintos dos veículos: por exemplo, diferentes combustíveis; produtos alimentícios que requerem acondicionamento térmico, refrigerado ou normal, etc.;
- possibilidade de atendimento parcial ou divisão de pedidos;
- tempos de viagem e velocidades variáveis em função do tipo ou categoria de via, ou do horário do dia;
- limite de peso máximo no veículo em função da via;
- restrições quanto aos tipos e tamanhos dos veículos em cada atendimento; necessidade de equipamentos especiais para carga e descarga.

### **2.2.3 O trabalho de GOLDEN e ASSAD (1988)**

Mais recentemente, GOLDEN e ASSAD (1988) editaram um livro que contém uma coletânea de artigos sobre roteirização de veículos.

Embora nesta obra não tenha sido apresentada uma classificação propriamente dita dos problemas de roteirização, os métodos de solução descritos dão uma idéia da

diversidade de diferentes tipos de problema de roteirização e restrições considerados:

- problemas com janelas de tempo (DESROCHERS et al. (1988) e SOLOMON et al. (1988));
- problema com restrição superior de horário de atendimento de cada cliente (NYGARD et al. (1988));
- problemas de entrega com “coleta de retorno” (do inglês “*backhaul*”), em que são efetuadas uma ou mais coletas, porém em número menor que as entregas, em geral ao longo do itinerários de retorno após a realização de todas as entregas (CASCO et al. (1988), GOLDEN e ASSAD (1986));
- problemas de roteamento com restrições quanto aos tipos de veículos que podem realizar cada atendimento (NAG et al. (1988)).

Com relação a situações ou ambientes complexos de roteirização, GOLDEN e ASSAD (1988) selecionaram trabalhos relacionados às seguintes categorias de problema:

- problema integrado de localização de instalações e de roteirização (LAPORTE (1988));
- problemas integrados de alocação das entregas a cada dia, ao longo de um horizonte de tempo, e roteirização das entregas alocadas a cada dia; também conhecidos como programação multi-período (BALL (1988), SOLOMON e DESROSIERS (1988));
- problemas dinâmicos de roteirização, em que os roteiros vão sendo alterados em tempo real, conforme são recebidas novas solicitações de atendimento (PSARAFTIS (1988) e POWELL (1988));
- problema em que apenas um subconjunto do universo potencial de clientes necessita atendimento em um dado instante, sendo esse subconjunto definido de acordo com alguma distribuição de probabilidade conhecida (JAILLET e ODONI (1988)).

ASSAD (1988) aponta uma a dificuldade para se encontrar um critério de classificação dos problemas de roteirização está em também considerar ou não as restrições do problema e o método de solução proposto.

O autor sugere uma possibilidade de classificação dos problemas que se baseie no conhecimento de quando as informações sobre as demandas de coleta ou entrega são conhecidas.

No problema de roteamento clássico, todas as demandas são conhecidas antecipadamente. Já no roteamento dinâmico, surgem novas solicitações ao longo da jornada, que resultam em atendimentos, sendo as mesmas inseridas em tempo real nos roteiros em andamento.

ASSAD (1988) propôs um conjunto de elementos para caracterização geral dos problemas de roteirização:

- natureza das demandas: somente coletas ou entregas; *backhauls*; um único produto ou múltiplos produtos; atendimento parcial ou total da demanda; prioridade de clientes/atendimentos; opção de utilização de serviços de terceiros;
- características da demanda: as demanda são conhecidas a priori; há incertezas na demanda; devem ser programadas visitas periódicas com frequências definidas, etc.;
- frota de veículos: homogênea ou heterogênea; restrições de capacidade (peso ou volume); restrições de carregamento/equipamento; relação de vinculação entre o tipo de veículo e o local da base; compatibilidade entre o tipo de veículo e o tipo de produto a ser transportado; frota fixa ou variável; frota localizada em um único depósito ou em múltiplos depósitos;
- requisitos de pessoal: duração da jornada de trabalho; opção de hora extra; número fixo ou variável de motoristas; horários e locais de início de jornada; hora de almoço e outros tipos de parada (para descanso, por exemplo); possibilidade de viagens com duração superior a um dia;
- requisitos de programação: atendimento de clientes em um dado dia da semana; janelas de tempo para coleta e entrega (rígidas ou flexíveis); tempos de carga e descarga; horários de abertura/fechamento;

- requisitos de informações: disponibilidade de dados geográficos e redes viárias; recursos de localização de endereços dos clientes; tempos de viagem; localização dos veículos; informações sobre crédito dos clientes.

### **2.3 Principais Estratégias de Solução para Problemas de Roteirização e Programação de Veículos.**

Nesta seção são apresentadas as principais estratégias de solução descritas na literatura para problemas de roteirização e programação de veículos. Maior ênfase é dada a métodos aplicados em problemas com janelas de tempo, que corresponde à restrição dominante do modelo objeto do presente trabalho.

Os principais métodos de solução para outras categorias de problemas, como as descritas na seção 2.2, podem ser encontrados no trabalho de BODIN et al. (1983) e LAPORTE (1992a).

Observa-se que os problemas tratados na literatura especializada foram evoluindo em abrangência e complexidade, concomitantemente com a evolução da informática e dos recursos computacionais.

Os primeiros problemas publicados na literatura especializada, da década de 60, tratavam principalmente de problemas de caixeiro-viajante. Segundo GOLDEN e ASSAD (1986) as pesquisas que resultaram em novos métodos de solução para essa classe de problemas tiveram um papel importante na evolução e no aprimoramento dos procedimentos de solução para problemas de roteirização e programação de veículos.

Segundo BODIN e GOLDEN (1981) e BODIN et. al. (1983), a maioria das estratégias de solução para problemas de roteirização de veículos pode ser classificada como pertencente a um dos seguintes tipos:

- agrupa e roteiriza ("*cluster first-route second*");
- roteiriza e agrupa ("*route first- cluster second*");
- economias/inserção;

- melhoria/troca;
- baseados em programação matemática;
- otimização interativa;
- procedimentos exatos.

RONEN (1988) classificou os métodos de solução para problemas de roteirização e programação nos seguintes tipos:

- Métodos manuais: são aceitáveis, caso a estrutura particular do problema resulte em um pequeno número de combinações viáveis; ou ainda se o potencial de redução de custos, que proporcione economias, seja pequeno (em outras palavras, não haja ganhos significativos a serem obtidos pela melhoria da solução); esses métodos em geral têm sido inspiradores de heurísticas;
- Métodos de otimização puros: são, segundo o autor, praticamente impossíveis de serem aplicados em problemas reais, dadas as suas dimensões, a menos que o problema apresente uma estrutura particular;
- Métodos de otimização com heurísticas acopladas, as quais permitem a obtenção de boas soluções em tempos de processamento aceitáveis; alguns modelos de otimização fazem estimativas do valor da solução ótima e interrompem a busca quando for obtida alguma solução dentro dos limites de um intervalo de tolerância especificado; apesar dos esforços, tais modelos ainda são limitados em escopo e em possibilidades de aplicações.
- Métodos heurísticos, os quais, segundo o autor, são mais comumente utilizados para a obtenção de soluções satisfatórias para problemas práticos. O uso de heurísticas tem sido legitimado face à incapacidade dos métodos de otimização puros em gerar soluções para problemas reais. RONEN (1988) destaca que a maior desvantagem desta classe de métodos reside no fato de que a qualidade da solução obtida dificilmente pode ser avaliada, uma vez que na maioria dos casos não há resultados de soluções ótimas e de desempenho para comparação.

DASKIN (1985) apontou os métodos de otimização interativos como uma área de pesquisa bastante promissora. Tais métodos permitem conjugar as habilidades humanas, para o entendimento e a avaliação do problema, com os recursos dos

computadores para processar dados e realizar cálculos com extrema rapidez. Os resultados são mais facilmente colocados em prática, uma vez que fatores exógenos são considerados no processo pelo despachador, que pode descartar soluções e propor alterações nas soluções que vão sendo obtidas, de forma a assegurar a viabilidade não verificada pelo procedimento de solução.

Entretanto, o autor alerta que, para os problemas com muitas restrições simultâneas, a participação humana fica prejudicada pela dificuldade em considerá-las e tratá-las simultaneamente, visando produzir uma boa solução.

ASSAD (1988) identificou três direções para o desenvolvimento de novos métodos de solução para problemas de roteirização e programação com restrições mais complexas e realistas:

- adaptar ou desenvolver alguma heurística conhecida e consagrada (por exemplo, o método de economias de Clarke e Wright (BODIN et al. (1983), CLARKE e WRIGHT (1964)), de forma a incorporar novas restrições e condicionantes; esta foi a linha seguida por CASCO et al. (1988) e SOLOMON (1987);
- uso de técnicas de programação matemática, tais como decomposição de Benders, geração de colunas, etc., para a solução de problemas complexos de roteirização de veículos; MAGNANTI (1981) revisa as principais estruturas de programação matemática que contribuem para o desenvolvimento de novos procedimentos de solução;
- heurísticas seqüenciais ou de decomposição, nas quais o problema é decomposto em subproblemas, que são resolvidos seqüencialmente através de diferentes algoritmos ou heurísticas; como por exemplo pode-se citar as técnicas conhecidas como agrupar e roteirizar (“*cluster first-route second*”) ou roteirizar e agrupar (“*route first-cluster second*”).

SOLOMON e DESROSIERS (1988) retrataram o estado-da-arte de problemas de roteamento e programação de veículos com janelas de tempo, tendo também descrito diversas estratégias de solução. Alguns dos trabalhos mais importantes citados pelos autores serão descritos mais adiante neste capítulo.

Também HAOUARI et al. (1990a) descreveram o estado-da-arte dessa categoria de problemas, revendo as formulações de modelos básicos e analisando os diferentes métodos propostos, tanto exatos quanto heurísticos.

Trabalho semelhante em escopo foi realizado por DESROCHERS et al. (1988). Os autores classificaram os métodos de solução em dois tipos:

- métodos de otimização, os quais englobam programação dinâmica e métodos de particionamento (“*set partitioning*”);
- métodos aproximados, divididos em métodos de construção de roteiros, de melhoria iterativa e de otimização incompleta.

LAPORTE (1992b) separou os métodos de solução em dois grupos: algoritmos exatos e heurísticas.

Baseado no que foi exposto acima, propõe-se, para fins de organização da apresentação que se segue, a classificação dos métodos de solução nas seguintes categorias:

- métodos exatos, que possibilitam a obtenção da solução ótima;
- métodos heurísticos, que permitem obter apenas soluções aproximadas; porém, em geral, são bem mais rápidos;
- métodos “emergentes”, que reúnem as técnicas mais recentes e avançadas, não tradicionais, baseadas em sistemas especialistas, ou em métodos de busca ou iterativos (por exemplo, algoritmos genéticos, busca tabu, etc.);

Embora estes últimos possam ser considerados métodos heurísticos, na medida em que não se assegura a obtenção da solução ótima, foram considerados separadamente, uma vez que se caracterizam por utilizar alternadamente dois ou mais procedimentos em uma ordem definida, a fim de modificar ou aprimorar gradualmente uma solução (SOUZA (1993)).

A seguir apresenta-se um sumário do estado-da-arte sobre os métodos de solução para os problemas de roteirização com janela de tempo, segundo a classificação proposta.

### 2.3.1 Métodos exatos

PSARAFTIS (1980) propôs um algoritmo exato de programação dinâmica para o problema do tipo "dial-a-ride" com um único veículo. O autor considerou os casos estático e dinâmico. Neste último as novas solicitações são recebidas após a partida do veículo e programadas em tempo real, através de alterações nos roteiros em andamento, caso viáveis.

A restrição de tempo máximo de viagem para cada usuário foi tratada de forma indireta, através da diferença entre a ordem de embarque e a de desembarque, a qual não podia ultrapassar um valor pré-definido.

Também DESROSIERS et al. (1986b) desenvolveram um algoritmo exato de programação dinâmica para o problema do "dial-a-ride", com um veículo e restrições de capacidade e de janela de tempo. O algoritmo utiliza o conceito de etiqueta bi-dimensional e critérios para a identificação e eliminação de rotas inviáveis sendo expandidas.

CUNHA (1991) propôs e avaliou uma estratégia exata de solução para o problema de roteirização e programação de um veículo, com restrição de capacidade e precedência, baseado no algoritmo de programação dinâmica de DESROCHERS et al. (1986b). Nesse modelo foram incorporadas restrições de precedência, bem como propostos testes adicionais de dominância e a modificação de alguns deles, de forma a permitir a eliminação de caminhos pouco promissores ou dominados, proporcionando uma diminuição do número de combinações viáveis.

BAKER (1982, 1983) analisou os problemas do caixeiro viajante com restrição adicional de janela de tempo, e de roteamento de um veículo, com janela de tempo, porém sem restrição de capacidade do veículo. Em ambos os artigos, a função objetivo consistiu na minimização da duração total do percurso. O autor concluiu que a relaxação linear das restrições de janela de tempo e de continuidade temporal resulta num problema que tem como dual um problema de caminho mais longo em um grafo direcionado, passando obrigatoriamente por todos os nós. A estratégia de solução envolveu um procedimento de etiquetamento para o problema dual e um algoritmo de enumeração implícita, também conhecido como "branch-and-bound" (B&B) para o controle do processo.



SILVA (1986) e SWAIT (1986) trataram do problema do roteamento e programação de um veículo forte para o transporte de valores, considerando restrições de janela de tempo e precedência entre tarefas. Ambos os autores propuseram algoritmos do tipo “*branch-and-bound*” (B&B) para a sua resolução.

DESROSIERS et al. (1986c) implementaram e compararam dois algoritmos B&B para a resolução do problema de roteamento e programação de uma frota de veículos homogêneos, com restrição de janela de tempo, porém sem restrição de capacidade nos veículos.

SOLOMON (1986b) analisou algoritmos para o problema da árvore de cobertura mínima (“*minimum spanning tree*”) com janelas de tempo. A introdução da restrição de janela de tempo altera a complexidade computacional até para problemas denominados fáceis envolvendo componentes de roteamento. Foi demonstrado que esse problema é NP-completo. O autor desenvolveu um procedimento heurístico de inserção, guloso, com ordem de complexidade  $O(n^2)$ , para a sua resolução.

KOLEN et al. (1987) descreveram um algoritmo de enumeração implícita (B&B) para o problema de roteamento de uma frota de veículos com restrições de janela de tempo. Os autores propuseram algumas heurísticas, utilizadas como limitantes inferiores no cálculo do valor da função objetivo de uma solução parcial, bem como regras de expansão da árvore de solução.

HAOUARI et al. (1990b) trataram do método de geração de colunas para a resolução do problema de roteamento e programação de uma frota heterogênea, com restrições de janela de tempo. O problema foi formulado como um problema de particionamento (“*set partitioning*”), em que são enumeradas todas as colunas que representam roteiros viáveis. Nessa formulação, o objetivo consiste em identificar um conjunto de colunas que minimize o custo total. A dificuldade inerente a esta estratégia reside em gerar, considerar e tratar explicitamente todas as rotas (colunas) simultaneamente.

O método de geração de colunas é utilizado para resolver problemas com muitas colunas e se baseia no princípio de decomposição de DANTZIG e WOLFE (1961), cujo subproblema corresponde ao de caminho mínimo com janela de tempo. A relaxação linear do problema de particionamento reduzido, após a introdução da coluna de mínimo custo marginal, é resolvida através do algoritmo simplex.

A principal vantagem do método é possibilitar lidar com um problema linear, de dimensões reduzidas quando comparado ao problema original. Por outro lado, a sua eficiência está diretamente relacionada à facilidade de resolução do subproblema. Há também a questão da integralidade da solução, que pode requerer o uso do “*branch-and-bound*”.

Segundo DESROSIERS et al. (1984), para problemas de roteamento a probabilidade de espontaneamente serem geradas soluções inteiras para o problema mestre, utilizando o Método Simplex, é bastante alta. Quando na solução ótima do problema mestre o número de veículos não é inteiro, é feito um arredondamento desse número para o número inteiro imediatamente acima. O problema mestre é então reotimizado, gerando-se novas colunas conforme necessário.

Também DESROCHERS e SOUMIS (1989) propuseram uma estratégia para a resolução de problemas de roteamento e programação de veículos com restrições de janela de tempo baseada no método de geração de colunas. O método de geração de colunas na roteirização de veículos sem restrições de janela de tempo foi objeto do trabalho de SKITT e LEVARY (1985).

O Quadro 2.2 apresenta um sumário das principais estratégias de solução exatas tratadas na literatura.

### **2.3.2 Métodos heurísticos**

FISHER (1981a) analisou o problema de roteamento de uma frota homogênea, com restrição de capacidade nos veículos e minimização do custo variável proporcional à distância.

A heurística proposta determina a alocação dos clientes aos veículos através da resolução de um problema de atribuição generalizada. Em seguida, é aplicada uma heurística para resolução do problema do caixeiro viajante, a fim de se obter a seqüência ótima para cada veículo.

**QUADRO 2.2 - Principais métodos exatos de roteirização de veículos**

PROBLEMA BÁSICO	RESTRICÇÕES	MÉTODO DE SOLUÇÃO	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA
"dial-a-ride" estático e dinâmico	1 veículo tempo de viagem de cada usuário capacidade do veículo	programação dinâmica	PSARAFTIS (1980)
"dial-a-ride"	1 veículo janelas de tempo capacidade do veículo	programação dinâmica	DESROSIERS et al. (1986b)
roteirização	1 veículo janelas de tempo capacidade do veículo precedência entre tarefas	programação dinâmica	CUNHA (1991)
caixeiro viajante	1 veículo janelas de tempo	"branch-and-bound" com algoritmo de etiquetamento	BAKER (1982)
roteirização	1 veículo janelas de tempo capacidade do veículo	"branch-and-bound" com algoritmo de etiquetamento	BAKER (1983)
transporte de valores	1 veículo janelas de tempo precedência	"branch-and-bound"	SILVA (1986) SWAIT (1986)
roteirização	frota homogênea janelas de tempo	"branch-and-bound"	DESROSIERS et al. (1986c)
árvore de cobertura mínima	— janelas de tempo	"branch-and-bound"	SOLOMON (1986b)
roteirização	frota homogênea janelas de tempo	"branch-and-bound"	KOLEN et al. (1987)
roteirização	frota heterogênea janelas de tempo capacidade dos veículos	geração de colunas	DESROSIERS et al. (1984) DESROCHERS e SOUMIS (1989) HAOUARI et al. (1990b)
roteirização	frota homogênea múltiplas bases duração da jornada locais de início e término dos roteiros	geração de colunas	SKITT e LEVARY (1985)

Uma variante deste procedimento para a alocação dos clientes consiste na determinação de um conjunto de clientes-sementes, um para cada veículo da frota disponível. Calcula-se então o custo de inserir cada cliente na rota de cada um dos veículos. Clientes secentes podem ser selecionados com base numa regra lógica ou pelo programador, com base na sua intuição.

PSARAFTIS (1983b) tratou do problema "dial-a-ride" considerando um único veículo com janelas de tempo rígidas, bem como uma heurística de construção e melhoria de

roteiros através de  $k$ -intercâmbios ( $k$  arcos são trocados de lugar se proporcionarem melhoria na função objetivo) (PSARAFTIS, 1983a).

Esse método de intercâmbios foi estendido a problemas de roteamento e programação de veículos com janelas de tempo por SOLOMON et al. (1988). Os autores demonstraram que, sob certas condições, a introdução das janelas de tempo não aumenta a complexidade computacional do método.

GOLDEN et al. (1984) descreveram diversos procedimentos heurísticos para a determinação do tamanho e composição ótimos de uma frota heterogênea de veículos de distribuição, baseada em um único depósito, assim como a definição dos roteiros de entregas. A função objetivo minimizada englobava componentes de custo fixo e variável. Os autores propuseram diversas heurísticas, entre as quais uma generalização da heurística de economias proposta por CLARKE e WRIGHT (1964), procedimentos baseados no roteiro gigante (roteiriza e depois agrupa) com particionamento simples e múltiplo, e procedimentos de melhorias de soluções.

STEWART e GOLDEN (1984) propuseram um procedimento heurístico para o problema de roteirização de veículos, que faz uso de uma relaxação Lagrangiana para transformar esse problema em um problema modificado dos  $m$ -caixeiros viajantes. Essa transformação consistiu em mover as restrições do problema relativas à capacidade dos veículos para a função objetivo.

JAW et al. (1986) analisaram o problema do "dial-a-ride" com frota heterogênea e limite de duração da jornada. Foram consideradas janelas de tempo do tipo flexível, medidas através de um desvio máximo admissível do horário de atendimento, com relação ao horário de serviço requisitado por cada usuário.

Propôs-se um procedimento heurístico de inserção seqüencial de usuários na programação dos veículo, de forma a não violar as restrições do problema. O procedimento de otimização visa minimizar o custo adicional de inserir um usuário numa dada programação, custo este determinado através de uma função de desutilidade do serviço, calculada a partir do tempo de viagem e do desvio do horário de atendimento em relação ao horário solicitado pelo usuário.

O método possibilita analisar todas as maneiras pelas quais um dado usuário pode ser inserido na programação de um determinado veículo; em seguida, seleciona-se

qual inserção resulta no menor custo adicional e então se determina qual veículo apresenta menor custo de inserção.

A influência dos custos fixos e variáveis na roteirização e no dimensionamento da frota para entregas em zona urbana foi estudada por CHIH (1987). O modelo de roteirização formulado baseou-se na proposição de GOLDEN et al. (1984) para a construção de um roteiro gigante, com a introdução da restrição de duração máxima da jornada de trabalho. Adicionalmente, os custos fixos e variáveis, assim como as velocidades, eram diferenciados por tipo de veículo. Não havia limitação de frota para nenhum tipo de veículo. Foi considerada ainda a possibilidade de realização de mais de um roteiro pelo mesmo veículo, caso o mesmo retornasse cedo à base; para tanto, foi estabelecido um prêmio de incentivo à realização de viagens mais rápidas.

O autor concluiu que os roteiros formados mediante o cômputo geral dos custos fixos e variáveis da frota apresentaram resultados melhores que os gerados sem esta consideração. O trabalho mostrou ainda que o incentivo à formação de roteiros mais rápidos com veículos menores é uma estratégia eficaz para a redução do custo total de roteirização.

Outro trabalho que merece destaque no contexto de problemas com janelas de tempo é o de SOLOMON (1987), que propôs cinco diferentes tipos de heurísticas de construção de roteiros, para o problema de roteirização e programação de uma frota de veículos homogêneos e com restrições de janelas de tempo: heurística de economias, de inserção, do roteiro gigante, de intercâmbio e do vizinho mais próximo, com orientação temporal.

Em outro trabalho, SOLOMON (1986a) também avaliou o desempenho computacional no pior caso ("worst-case performance") dessas heurísticas. Muitas aplicações práticas descritas na literatura, para problemas com janelas de tempo, baseiam-se nessas heurísticas, com adaptações ou melhoramentos.

DESROSIERS et al. (1988b) consideraram o método de relaxação Lagrangiana para o problema da determinação da frota mínima associada a múltiplos caixeiros viajantes com restrições de janela de tempo. Foi considerada frota homogênea, em um único depósito, sem limitações de capacidade de carga nos veículos (daí a terminologia de caixeiro viajante).

Duas relaxações Lagrangianas foram consideradas. Na primeira delas, as restrições temporais foram relaxadas, produzindo subproblemas de fácil solução, porém com limitante de baixa qualidade. Na outra, a restrição de obrigatoriedade de atendimento de todos os clientes foi relaxada, resultando em um problema de caminho mínimo com janelas de tempo, em que  $n$  unidades, correspondentes ao número de veículos, devem seguir o caminho mínimo entre as bases.

Os autores demonstraram que esta relaxação é igual ao limitante produzida pela decomposição de DANTZIG e WOLFE (1961) do problema original, que consiste na versão linear do problema de particionamento (*“set partitioning”*), equivalente ao problema considerado pelos mesmos e resolvido através de geração de colunas.

Os autores analisaram alguns métodos de solução duais para a resolução do problema Lagrangiano obtido a partir da relaxação das restrições de obrigatoriedade de visita de todos os nós uma única vez. Os autores analisaram também um método de resolução do problema relaxado conhecido como Lagrangiano aumentado, no qual um termo de penalidade quadrática é adicionado à função Lagrangiana. Esse método demonstrou ser superior ao método de geração de colunas para problemas de transporte de escolares, com relação ao tempo de processamento, para a obtenção de soluções.

Segundo DESROSIERS et al. (1988b), embora o método não possibilite a definição de roteiros viáveis, o mesmo pode ser utilizado para determinar o tamanho ótimo da frota, assim como reduzir a árvore de soluções a ser expandida num algoritmo de enumeração implícita do tipo B&B.

LANDEGHEM (1988) propôs uma heurística para o problema de roteirização e programação de veículos com janelas de tempo, baseada no conhecido método de economias de CLARKE e WRIGHT (1964), com um critério adicional que leva em consideração uma visão intuitiva da influência do tempo na construção dos roteiros, uma vez que a presença de janelas de tempo destrói a intuição geométrica e espacial das soluções, para os problemas de roteamento de veículos.

Durante a construção dos roteiros procura-se ligar nós que assegurem por mais tempo a maior flexibilidade em termos dos horários. Isso porque essas restrições são mais restritivas do que as restrições de capacidade dos veículos.

BOSE (1991) propôs uma estratégia derivada da proposta por CLARKE e WRIGHT (1964), com modificações visando a solução do problema de roteamento de uma frota heterogênea para entregas de produtos alimentícios. Foram três as modificações consideradas pela autora: (i) introdução de um coeficiente de forma no cálculo das economias, conforme sugerido por GOLDEN et al. (1984); (ii) cálculo das economias apenas entre nós próximos entre si, através de uma grade sobre a rede; armazenamento dos ganhos em uma estrutura do tipo *heap*, que consiste em uma árvore binária com ordenação dos nós, conforme sugerido por GOLDEN et al. (1977).

O modelo objetivou a redução da distância total percorrida pelos veículos. Foi realizada uma aplicação prática do mesmo considerando a distribuição para 118 clientes em uma cidade do interior do estado de São Paulo. Os resultados obtidos foram considerados não totalmente satisfatórios, em função de dificuldades com as estruturas de dados do procedimento, que limitaram o número de economias candidatas armazenadas (em outras palavras, o tamanho da grade limitou o número de nós próximos entre si).

ALTINKEMER e GAVISH (1991) propuseram procedimentos heurísticos de economias paralelas para o problema de roteirização de veículos com coleta e entrega de carga. Esses procedimentos permitem combinar múltiplos grupos de nós a cada iteração; o número de grupos combinados é determinado através da resolução de um problema de emparelhamento (*“matching problem”*). Outros procedimentos permitem combinação de apenas dois grupos a cada iteração. Segundo os autores, os procedimentos heurísticos descritos podem ser estendidos para problemas com múltiplos depósitos e com veículos de múltiplas capacidades e múltiplos compartimentos.

Nessa mesma linha, POTVIN e ROUSSEAU (1993) descreveram uma heurística para o problema de roteamento com janelas de tempo, que permite construir roteiros em paralelo. O procedimento utiliza uma medida de penalidade generalizada com relação a todos os clientes não atendidos, de forma a selecionar o próximo candidato para inserção.

CUNHA (1991) desenvolveu um algoritmo que resolve o problema de caminho mínimo com janelas de tempo através de um método de programação dinâmica denominado etiquetamento permanente, que havia sido proposto por DESROCHERS e SOUMIS (1988) no contexto da sua utilização para a geração de colunas (DESROCHERS e SOUMIS (1989), HAUOARI et al. (1990b)).

O autor propôs testes de dominância adicionais que melhoram o desempenho do algoritmo básico para problemas com grafos densos.

MALANDRAKI e DASKIN (1992) trataram de uma variante do problema de roteamento e programação de uma frota de veículos com restrição de janela de tempo, em que o tempo de viagem entre dois pontos depende não somente da distância entre os pontos, como também do horário do dia; tal característica pode ser encontrada em muitas situações de distribuição urbana. Os autores propõem alguns métodos heurísticos para problemas com e sem a restrição de capacidade dos veículos. Um consiste em uma heurística do tipo “vizinho mais próximo” e o outro uma heurística de plano de corte baseada numa formulação de programação mista (linear e inteira).

KOSKOSIDIS et al. (1992) propuseram procedimentos heurísticos para o problema de roteamento e programação de veículos com janelas de tempo flexíveis, as quais podem ser violadas mediante um custo adicional. Essas heurísticas são derivadas da heurística de agrupamento e roteamento (“*cluster first-route second*”) proposta por FISHER e JAIKUMAR (1981).

GOUVÊA (1992) implementou algoritmos para os problemas de dimensionamento de frota e o seu roteamento, de alocação de frota, e de melhorias de soluções.

Para o problema de dimensionamento de frota e o seu roteamento, o autor baseou-se no método de partição múltipla do roteiro gigante proposto por GOLDEN et al. (1984), porém com alterações que possibilitaram (i) a ocorrência de pontos com demanda superior à capacidade do maior veículo disponível; (ii) a possibilidade de realização de mais de uma viagem pelo mesmo veículo; (iii) custos variáveis e velocidades diferentes para os diferentes tipos de veículos; e, (iv) restrição de duração da jornada.

Segundo o autor, este método não é capaz de lidar com uma frota pré-definida. Para tanto, foi proposto um procedimento de alocação da frota previamente conhecida (número de veículos disponíveis de cada tipo). O objetivo do mesmo é alocar à frota fornecida todos os pontos de demanda, com o menor custo variável possível, supondo que, dado que a frota de veículos é existente, o custo fixo da mesma independe da sua programação a roteiros de entregas. O procedimento proposto consiste em uma heurística de inserção seqüencial dos nós aos veículos, baseada em uma medida de economia e obedecendo restrições de capacidade e de duração



da jornada. Eventuais pontos não alocados são inseridos no roteiro através de um procedimento de melhorias das alocações.

Por fim, o terceiro procedimento proposto por GOUVÊA (1992) possibilita a melhoria das soluções obtidas pelos procedimentos de dimensionamento e de alocação da frota. Essa melhoria é obtida através da diminuição do custo variável, com potencial para diminuir o custo fixo da frota através da eliminação de veículos ociosos. O método proposto é derivado do procedimento 2-ótimo, que analisa a troca de dois arcos não adjacentes. Para a análise o autor propôs a conexão de todas as viagens programadas em um roteiro gigante, que é então submetido ao procedimento de trocas.

Também DESROCHERS e VERHOOG (1991) basearam-se nas heurísticas de economias propostas por GOLDEN et al. (1984) para o problema roteirização e definição do tamanho e composição de uma frota de veículos. O procedimento proposto determina a melhor junção baseando-se na resolução de um problema de emparelhamento ponderado (*“weighted matching problem”*). Segundo os autores, o método é de fácil implementação, e permite incorporar restrições adicionais com facilidade. Além disso, apresenta consistência na obtenção de resultados de boa qualidade.

KONTORAVDIS e BARD (1995) trataram do problema da determinação do número mínimo de veículos de uma frota homogênea, necessários para visitar um conjunto de clientes com janelas de tempo. Um objetivo secundário do problema consiste na minimização da distância total percorrida. O método proposto, denominado procedimento de busca randômica adaptiva gulosa (*“greedy randomized adaptive search procedure”*), combina heurísticas gulosas (*“greedy”*), randomização e busca local. O processamento ocorre em duas etapas. Primeiro são construídas soluções viáveis de maneira sequencial; a cada iteração todos os movimentos viáveis são ordenados segundo uma função gulosa adaptiva, que leva em conta o estado atual, sendo um movimento selecionado a partir de uma lista restrita de movimentos candidatos. No segundo passo uma busca local é utilizada para obter um ótimo local para as soluções viáveis mais promissoras.

Uma nova heurística de intercâmbio do tipo 2-ótimo foi apresentada por POTVIN e ROUSSEAU (1995), a partir de uma análise comparativa com métodos do tipo 2-ótimo ou 3-ótimo descritos na literatura. Segundo os autores, os métodos do tipo  $k$ -

ótimo clássicos não são apropriados para problemas com janelas de tempo. O método proposto procura preservar a orientação das rotas, unindo os últimos clientes de uma rota (que apresentam janela de tempo mais tarde) com os primeiros clientes de uma outra rota.

BOOKBINDER e EDWARDS (1990) apresentaram uma revisão da literatura sobre o problema de roteirização e programação de veículos de transporte escolar, bem como descreveram alguns métodos manuais, e baseados em programação matemática, para resolver o problema com janelas de tempo.

CHAPLEAU et al. (1985) propõem uma nova estratégia de solução para a geração de roteiros de veículos escolares em uma área urbana, com alta densidade de usuários. Inicialmente, uma heurística de "zoneamento" é utilizada para determinar grupos ("*clusters*") com um número adequado de alunos. Para cada grupo são determinados o roteiro e as paradas para embarque ou desembarque de alunos.

A definição dos grupos é feita com base em uma medida de distância entre dois pontos, que leva em consideração a distância propriamente dita entre eles, como também a distância até o local de destino do roteiro (a base, que no caso corresponde à escola).

A roteirização é realizada utilizando um procedimento de intercâmbio (2-ótimo), considerando a transferência de um ponto de parada (onde se localizam um ou mais alunos) para outro ponto de parada, assim como trocando pontos de parada entre roteiros.

BOWERMAN et al. (1995) propuseram uma metodologia multi-critério para a modelagem do problema de roteamento de ônibus escolares, com restrições de capacidade dos veículos, de duração total de cada roteiro e de tempo total de viagem de cada estudante (deve-se lembrar que o veículo ao longo do percurso pode coletar alunos com destino a diferentes escolas). Os critérios a serem otimizados envolvem o número de roteiros, a extensão total dos mesmos, o balanceamento entre extensões dos roteiros e a distância de caminhada a pé pelos estudantes.

Os procedimentos heurísticos propostos consistem no agrupamento de estudantes que podem ser atendidos por um único roteiro e na geração dos roteiros de percurso dos veículos.

JOHNS (1995) formulou uma heurística de construção para o problema de programação (sequenciação) de pessoal, com janelas de tempo, para realização de serviços de conserto e atendimento domiciliar, regulares e de emergência.

Finalizando, o Quadro 2.3 apresenta uma síntese dos principais métodos heurísticos descritos neste item para a resolução do problema de roteirização e programação de veículos.

### 2.3.3 Métodos emergentes

Conforme foi mencionado anteriormente, os métodos denominados “emergentes” englobam as estratégias e técnicas mais recentes e avançadas, não tradicionais, que são baseadas em sistemas especialistas, métodos de busca e, principalmente, procedimentos iterativos.

A consideração em separado de diversos métodos nesta categoria foi proposta por SOUZA (1993) e é decorrente do fato de que suas características são diferentes dos métodos heurísticos tradicionais. Nos métodos iterativos, por exemplo, utilizam-se alternadamente dois ou mais procedimentos, em uma ordem definida, a fim de modificar ou aprimorar gradualmente uma solução.

Entretanto, deve-se ressaltar que as estratégias e técnicas pertencentes a este grupo são, a rigor, procedimentos heurísticos, uma vez que não se garante a obtenção de solução ótima.

Mais recentemente, um expressivo esforço de pesquisa tem sido direcionado a técnicas como busca tabu, algoritmos genéticos, sistemas especialistas, “*A-teams*” etc., com o intuito de se buscar soluções melhores para diversos problemas complexos de natureza combinatória (NP-difíceis), para os quais não se encontram soluções adequadamente satisfatórias através dos métodos heurísticos tradicionais.

Segundo GENDREAU et al. (1994), metaheurísticas tais como “*simulated annealing*” e busca tabu pode ser classificados como métodos de melhorias. Os procedimentos de busca examinam as proximidades de uma solução, permitindo que a função objetivo sofra uma deterioração, a fim de se evitarem mínimos locais.

**QUADRO 2.3 - Sumários dos métodos heurísticos para problemas de roteirização**

PROBLEMA	BÁSICO	RESTRICÕES	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA
roteirização	frota homogênea	capacidade dos veículos	designação generalizada e caixeiro viajante	FISHER (1981a)
"dial-a-ride"	1 veículo	janelas de tempo	k-intercâmbios	PSARAFTIS (1983b)
"dial-a-ride"	frota homogênea	janelas de tempo	k-intercâmbios	SOLOMON et al. (1988)
"dial-a-ride"	frota heterogênea	janelas de tempo flexíveis	inserção sequencial	JAW et al. (1986)
dimensionamento de frota	frota heterogênea	capacidade dos veículos	roteiro gigante economias	GOLDEN et al. (1984)
dimensionamento de frota	frota homogênea	sem restrição de capacidade	relaxação Lagrangiana	DESROSIERS et al. (1988b)
dimensionamento e alocação de frota melhorias	frota heterogênea	capacidades duração da jornada velocidades diferentes	roteiro gigante economias 2-ótimo	GOUVÊA et al (1992)
dimensionamento e composição de frota	frota heterogênea	capacidade dos veículos	economias baseadas em um problema de emparelhamento ponderado	DESROCHERS e VERHOOG (1991)
roteirização	frota heterogênea	capacidade velocidades frota ilimitada múltiplas viagens por veículo	roteiro gigante	CHIH (1987)
roteirização	frota homogênea	janelas de tempo	economias	LANDEGHEM (1988)
roteirização	frota heterogênea	-	economias	BOSE (1991)
roteirização	frota homogênea	janelas de tempo	construção de roteiros	SOLOMON (1986a) SOLOMON (1987)
roteirização	frota homogênea	coletas e entregas no mesmo roteiro	economias paralelas	ALTINKEMER e GAVISH (1991)
roteirização	frota homogênea	janelas de tempo	economias com a construção de roteiros em paralelo	POTVIN e ROUSSEAU (1993)
caminho mínimo		janelas de tempo precedência	programação dinâmica	DESROCHERS e SOUMIS (1988) CUNHA (1991)
roteirização	frota homogênea	-	relaxação Lagrangiana m-caixeiros viajantes	STEWART e GOLDEN (1984)
roteirização	frota homogênea	janelas de tempo tempos de viagem com variação horária	vizinho mais próximo e plano de corte	MALANDRAKI e DASKIN (1992)
roteirização	frota homogênea	janelas de tempo flexíveis	agrupa e roteiriza	KOSKOSIDIS (1992)
roteirização	frota homogênea	janelas de tempo capacidade	busca randômica adaptativa gulosa	KONTORAVDIS e BARD (1995)
roteirização	frota homogênea	janelas de tempo	heurística do tipo 2-ótimo	POTVIN e ROUSSEAU (1995)
transporte de escolares	frota homogênea	janelas de tempo capacidade	agrupa e roteiriza	CHAPLEAU et al. (1985)
transporte de escolares	frota homogênea	janelas de tempo duração dos roteiros duração máxima da viagem de cada aluno	"cluster-first, route-second"	BOWERMAN et al. (1995)
programação de pessoal de atendimento		janelas de tempo duração dos roteiros	heurística de construção	JOHNS (1995)

Estes procedimentos não possuem condição de parada pré-definida e, conseqüentemente, seu tempo de processamento pode ser elevado, uma vez que em geral não segue uma função polinomial.

Os artigos que descrevem aplicações destes métodos a problemas de roteirização de veículos são apresentados a seguir.

- ***“simulated annealing”***

GOLDEN e SKISCIM (1986) aplicaram um método denominado *“simulated annealing”* ao problema do caixeiro viajante.

Segundo SOUZA (1993), este método é baseado na analogia com o processo de passar um material do estado sólido para o estado líquido, mediante alta temperatura. Reduz-se, então, a temperatura, de modo a possibilitar que as partículas do material se rearranjem em um estado com nível mais reduzido de energia. Neste método, são probabilisticamente aceitos aumentos parciais na função objetivo, através de um conjunto de parâmetros controlados pelo usuário. Além disso, pode-se assegurar que a probabilidade de encontrar uma solução pior tende a zero com o crescimento do número de iterações.

GOLDEN e SKISCIM (1986) concluíram que, embora o método de *“simulated annealing”* seja inovador, certamente havia heurísticas disponíveis mais efetivas para a resolução de um dado problema de otimização combinatória. Adicionalmente, o *“simulated annealing”* apresentou resultados considerados decepcionantes em termos de precisão e eficiência.

- **sistemas especialistas**

POTVIN et al. (1989) descreveram um sistema computacional interativo, dotado de recursos gráficos, denominado ALTO, destinado a facilitar o projeto de estratégias de solução heurísticas para problemas de roteamento de veículos. O sistema ALTO engloba uma heurística geral, que pode ser personalizada pelo especialista com suas próprias fórmulas e procedimentos, de forma a criar métodos específicos. Deste modo, o sistema pode ser usado para reproduzir um amplo espectro de diferentes

estratégias de solução já documentadas na literatura, como também para criar novas estratégias de solução para problemas complexos.

O desenvolvimento do ALTO foi motivado, segundo os autores, pela dificuldade de desenvolver e aplicar estratégias heurísticas em problemas complexos, assim como se avaliar qual tipo de estratégia vai apresentar bom desempenho, dadas as características e restrições de cada problema.

O sistema ALTO constitui um primeiro passo na direção do desenvolvimento de um sistema especialista para problemas de roteamento e programação de veículos, o qual possa incorporar conhecimentos, para o projeto de bons procedimentos heurísticos (POTVIN et al., 1990).

- **busca tabu**

Segundo GLOVER (1990), a busca tabu (*“tabu search”*) consiste em uma metaheurística, particularmente útil para aplicação em problemas de natureza combinatória, e que pode ser superposta a outros procedimentos, de forma a evitar soluções que representem ótimos locais. Esta estratégia pode ser utilizada para guiar qualquer procedimento que utilize um conjunto de movimentos para transformar uma solução (ou um estado de solução) em um outra, e que forneça uma função de avaliação para medir a atratividade desses movimentos.

A vizinhança de uma solução é examinada, e então selecionada a melhor alternativa para a transição para um outro estado. A fim de se evitar ciclagem, soluções recentemente examinadas são *proibidas* e inseridas numa lista tabu, constantemente atualizada.

GARCIA et al. (1993) propuseram um método heurístico baseado em busca tabu para o problema de roteamento com janelas de tempo. O algoritmo paralelo é síncrono e foi desenvolvido para ser processado em um computador de arquitetura “Múltiplas-Instruções Múltiplos-Dados” (*“Multiple-Instruction Multiple-Data”*). O paralelismo é explorado através da consideração de múltiplas diferentes vizinhanças da solução corrente, bem como da execução de muitas mudanças simultâneas na solução corrente.

TAILLARD (1993) trataram do problema de roteirização com janelas de tempo em que a frota é homogênea, e há restrições de capacidade dos veículos e de duração dos roteiros. A solução proposta baseia-se no método de busca tabu, e decompõe o problema em regiões, que são tratadas independentemente.

GENDREAU et al. (1994) desenvolveram uma heurística baseada em busca tabu para o problema de roteirização com restrições de capacidade dos veículos e duração dos roteiros. O método considera uma seqüência de soluções adjacentes, obtidas através da repetida retirada de um vértice do seu roteiro corrente e sua inserção em um outro roteiro.

Também ROCHAT e SEMET (1994) aplicaram um método baseado em busca tabu para o problema de distribuição de rações para animais. No problema foram consideradas as restrições de janela de tempo, duração da jornada, e restrições quanto aos tipos de veículos que podem atender um dado cliente. Uma solução inicial foi gerada através de uma heurística, baseada no método de inserção proposto por SOLOMON (1987). Em seguida foi aplicada um procedimento baseado em busca tabu, com a relaxação de restrições, de maneira a permitir a expansão do espaço de soluções a ser examinado.

Segundo os autores, os resultados obtidos indicaram que o método superou as melhores heurísticas existentes e obteve os melhores resultados conhecidos para todos os problemas avaliados. A flexibilidade do método permite a sua extensão, de forma a possibilitar a incorporação de outras restrições, tais como a consideração de frota heterogênea, múltiplas bases, etc.

RENAUD et. al. (1996) formularam um procedimento de busca tabu para o problema de roteirização com múltiplas bases e restrições de capacidade dos veículos e duração da jornada. Uma heurística é utilizada para a obtenção de uma solução inicial viável. A busca tabu baseia-se no intercâmbio de seqüências de clientes entre veículos alocados a diferentes depósitos. Na maioria dos problemas testados foram obtidas as melhores soluções conhecidas.

- **Algoritmos genéticos**

GOLDBERG (1989) define Algoritmos Genéticos como algoritmos de busca baseados na mecânica de seleção natural e genética. Um algoritmo genérico pode ser

encarado como um algoritmo iterativo que possibilita melhorar uma população de soluções candidatas para um dado problema. Vários operadores são aplicados na mutação da população inicialmente gerada. Entre eles, os mais importantes são o de recombinação de soluções (parte de soluções são recombinadas para gerar uma nova solução) e o de mutação, que consiste em aleatoriamente modificar o valor de uma variável de decisão.

Os algoritmos genéticos diferem da busca tabu e do “*simulated annealing*” na medida em que estes exploram o espaço de solução seqüencialmente, enquanto que os algoritmos genéticos trabalham com populações de soluções, tentando guiar a busca através de um princípio de aderência (DOWSLAND (1996)).

GEORGE-SCHLEUTER (1989) formulou um algoritmo genético paralelo denominado Asparagos, que foi utilizado na resolução de problemas de caixeiro-viajante.

Para um aprofundamento sobre Algoritmos Genéticos e Redes Neurais recomenda-se o trabalho de COIT e SMITH (1996).

- ***Asynchronous Teams***

SOUZA (1993) desenvolveu uma aplicação de um método denominado *Asynchronous Teams* ou simplesmente *A-Teams*, para a resolução de diversas instâncias de problemas de caixeiro viajante.

Diversos problemas de manufatura de componentes eletrônicos podem ser formulados como problemas de caixeiro-viajante, entre os quais a seqüência de furação de uma placa de circuito, a ordem de soldagem dos componentes eletrônicos na placa, etc. Nestas situações busca-se a seqüência de furação ou soldagem que minimize o percurso total do equipamento; as aplicações reais envolvem problemas com mais de 300 pontos a serem sequenciados.

Segundo TSEN (1995), um *A-Team* baseia-se no princípio através do qual diferentes algoritmos e heurísticas disponíveis podem cooperar, de forma a realizar alguma tarefa que isoladamente não poderiam realizar. Deste modo, um *A-Team* consiste em um tipo de organização que combina características de diferentes sistemas,



particularmente comunidades de insetos, comunidades de células, algoritmos genéticos, busca tabu e "*simulated annealing*".

Um *A-Team* pode ser representado através de uma rede computacional fortemente cíclica, isto é, com um elevado número de ciclos entre seus componentes. Os resultados são circulados ao longo dessa rede, através de agentes de *software*. O número de agentes pode ser arbitrariamente elevado; os agentes podem estar distribuídos ao longo de uma área arbitrariamente grande. Os agentes cooperam entre si, trabalhando nos resultados uns dos outros. Cada agente é completamente autônomo, isto é, decide em quais resultados vai trabalhar e quando. Resultados que não estão sendo trabalhados são armazenados em memórias compartilhadas, a fim de formar populações (como nos algoritmos genéticos). Essas populações são continuamente modificadas por dois tipos de agentes:

- agentes construtores, que tem por função adicionar membros às populações
- agentes destrutores, que eliminam membros da população (usando listas de soluções a serem evitadas, como as usadas na busca tabu).

Finalizando, o Quadro 2.4 apresenta o sumário dos métodos emergentes para problemas de roteirização discutidos neste item.

## **2.4 Considerações sobre a utilização de modelos matemáticos em problemas reais de roteirização de veículos**

Nesta seção pretende-se apresentar uma revisão da bibliografia disponível no tocante às aplicações práticas em problemas reais de roteirização e programação de veículos.

Segundo RONEN (1988), esta área de roteamento enfrenta dois grandes desafios:

- a formulação de modelos matemáticos que permitam considerar restrições e condicionantes encontrados nos problemas do mundo real;

**QUADRO 2.4 - Principais métodos emergentes para problemas de roteirização**

PROBLEMA BÁSICO	RESTRICÇÕES	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA
caixeiro viajante		" <i>simulated annealing</i> "	GOLDEN e SKISCIM (1986)
roteamento de veículos	janelas de tempo	busca tabu	GARCIA et. al. (1994)
roteamento de veículos	frota homogênea janelas de tempo duração dos roteiros capacidade dos veículos	busca tabu	TAILLARD (1993)
roteamento de veículos	frota homogênea capacidade dos veículos duração das jornadas	busca tabu	GENDREAU et al. (1994)
roteamento de veículos	frota heterogênea janelas de tempo duração das jornadas capacidade dos veículos	heurística de construção busca tabu	ROCHAT e SEMET (1994)
roteamento de veículos	múltiplas bases capacidade dos veículos duração das jornadas	heurística de construção busca tabu	RENAUD et al. (1996)
roteamento de veículos	frota homogênea capacidade dos veículos múltiplas viagens	busca tabu	TAILLARD et al. (1996)
caixeiro viajante		algoritmo genético	GEORGE-SCHLEUTER (1989)
caixeiro viajante		<i>Asynchronous Teams (A-Teams)</i>	SOUZA (1993)

- o desenvolvimento de algoritmos e heurísticas de solução que produzam boas soluções, em tempo de processamento razoável e utilizando recursos computacionais convencionais.

Esta seção está subdividida em quatro itens: inicialmente são apresentadas as principais características de alguns pacotes comerciais para roteirização e programação de veículos. Os principais atributos e requisitos de um *software* de roteirização são descritos no item 2.4.2. Já o item 2.4.3 trata da utilização de sistemas de informações geográficas no contexto da roteirização. A questão da representação das variáveis e atributos espaciais de um problema de roteirização, em particular no contexto brasileiro, é discutida no item 2.4.4. Por fim, no item 2.4.5 são relacionadas inúmeras aplicações práticas de modelos a problemas de roteirização identificadas na literatura.

### 2.4.1 Características de alguns produtos disponíveis comercialmente

BODIN (1990), no seu excelente trabalho, afirma que a mais significativa mudança com relação aos sistemas para roteirização e programação de veículos ocorreu no ambiente computacional.

Antes dos microcomputadores, os sistemas de roteirização e programação de veículos rodavam em processamento "batch" em computadores de grande porte ("mainframes"). Dependendo do tempo de processamento e da sua prioridade na fila de processamento, os resultados nem sempre podiam ser conhecidos imediatamente. Os sistemas eram desprovidos de recursos gráficos e interativos, o que prejudicava o entendimento e a aceitação das soluções por parte dos usuários. Também não era possível testar alterações manualmente nas soluções obtidas, a fim de atender restrições não consideradas explicitamente nos parâmetros de entrada do modelo.

Alguns destes recursos vieram a se tornar possíveis e acessíveis com o advento e a evolução dos microcomputadores.

Os primeiros sistemas para microcomputador eram, conforme BODIN (1990), limitados e lentos; muitos procedimentos heurísticos eram pouco robustos. Enquanto alguns sistemas possuíam razoáveis recursos gráficos e de intervenção manual, outros não possuíam virtualmente nenhum.

Em seguida surgiram os sistemas auxiliados por computador para roteirização de veículos. Tais sistemas, ao invés de fornecer ao usuário uma solução pronta, auxiliam-no a examinar mais rapidamente diferentes alternativas. Entretanto, cabe ao usuário propor as alternativas de solução a serem avaliadas, bem como selecionar a mais adequada.

Desta forma, os sistemas auxiliados por computador permitem ao programador ou despachador concentrar-se nas condicionantes do problema mais difíceis de serem consideradas, e ainda visualizar os impactos econômicos e operacionais decorrentes de alterações manuais (ASSAD (1988)).

A segunda geração de sistemas em microcomputador foi desenvolvida em meados dos anos 80. GOLDEN e BODIN (1986) analisaram os principais *softwares*

disponíveis à época, num total de treze produtos, cuja relação é apresentada no Quadro 2.5.

Desse conjunto, o ROUTEPLANNER e o ROUTEMASTER, eram restritos a serem aplicados apenas a problemas muito específicos, do tipo caixeiro-viajante. O quadro 2.6 apresenta um resumo das principais características de cada um deles. Para maiores detalhes, sugere-se consultar o trabalho de GOLDEN e BODIN (1986).

Segundo os autores, havia à época outros produtos em desenvolvimento ou recentemente concluídos, não incluídos na análise em decorrência da impossibilidade de obtenção de informações detalhadas sobre suas características.

Outros dois sistemas destinam-se a aplicações mais específicas. O sistema CADS trata do problema da coleta de resíduos sólidos utilizando apenas veículos que transportam apenas um único contêiner intercambiável de cada vez (do tipo caixa *brooks*, caixa *dempster* ou caçamba coletora). Embora nos países mais avançados esse tipo de recipiente seja utilizado para a coleta do lixo de origem domiciliar, no Brasil seu uso ainda é restrito aos grandes geradores (indústrias, comércio, etc.) e na construção civil.

#### **QUADRO 2.5 - Classificação dos sistemas comerciais para roteirização**

---

<b>I.</b>	<b>Sistemas que resolvem problemas de caixeiro viajante</b>
	ROUTEMASTER
	ROUTEPLANNER
<b>II.</b>	<b>Sistemas de baixo preço para roteirização de veículos</b>
	DSS
	FLEET-ROUTER
	MICRO VEH PLAN
	ROUTER
	TRUCKSTOPS
<b>III.</b>	<b>Sistemas de preço elevado para roteirização de veículos</b>
	CADS
	DISPATCH/CONTROL
	E-Z ROUTER
	PARAGON
	ROADNET
	ROUTEASSIST

---

Fonte: GOLDEN e BODIN (1986)

**QUADRO 2.6 - Principais características de *softwares* gerais para roteamento disponíveis no mercado**

<i>Software</i>	janelas de tempo	coleta de retorno <i>backhaul</i>	múltiplas rotas por veículo	roteiros com pernoite	distâncias e tempos de viagem	mudanças manuais soluções	recursos gráficos
DSS	rígidas	sim	sim	sim	coordenadas	não	não
EZ-ROUTER	rígidas	sim	sim	sim	rede ou coordenadas	sim	não
FLEET-ROUTER	não	não	sim	não	coordenadas zonas de velocidade barreiras	sim	sim
MICRO VEH PLAN	rígidas	sim	sim	sim	coordenadas	sim	não
PARAGON	rígidas	sim	sim	sim	rede ou coordenadas	não	não
ROADNET	flexíveis	não	sim	não	rede ou coordenadas	sim	sim
ROUTEASSIST	rígidas	sim	sim	não	coordenadas	sim	sim
ROUTER	não	não	sim	sim	coordenadas	não	não
TRUCKSTOPS	rígidas	sim	sim	sim	coordenadas zonas de velocidade barreiras	sim	não

Fonte: GOLDEN e BODIN (1986)

O DISPATCH/CONTROL se diferencia por considerar roteiros com coletas e entregas, bem como permitir a programação, em tempo real, de novos atendimentos cujas solicitações são recebidas. Um novo atendimento pode ser inserido em um veículo já programado, ou, caso necessário, em um novo veículo. As janelas de tempo são do tipo flexível, podendo ser violadas mediante a incorporação de penalidades a essa violação. O sistema dispõe ainda de recursos gráficos e de interação com o usuário.

Nos demais sistemas analisados as demandas de atendimento são determinísticas e conhecidas a priori. Todos os produtos utilizam heurísticas para a determinação dos roteiros e das programações.

Não foi possível localizar na literatura especializada sobre o assunto, alguma referência mais recente e atualizada que descrevesse os principais produtos comerciais disponíveis para roteirização de veículos. Correspondências foram enviadas a todos os representantes dos pacotes relacionados por GOLDEN e BODIN (1986), a fim de obter informações sobre versões mais atualizadas. Entretanto, os endereços indicados no artigo estavam todos desatualizados.

Finalizando, HOOBAN (1988) descreve aspectos da comercialização de um *software* de roteirização com base na sua experiência com o *software* denominado *Truckstops*, um dos onze analisados por GOLDEN e BODIN (1986).

No Brasil são comercializados diversos pacotes de roteirização, todos desenvolvidos no exterior. Entre eles pode-se citar o próprio *Truckstops*, o *Trucks*, o *RoadShow* e o *RouteSmart*. As respectivas heurísticas de solução são segredos bem guardados pelos desenvolvedores. As principais características que foram possíveis de levantar são descritas abaixo.

O *Trucks* é o produto há mais tempo no país. É um sistema complexo, que requer a montagem de uma rede viária para o seu processamento. Esta montagem, bem como a sua edição e a atualização, são realizadas através de digitalização.

O *Truckstops* possui basicamente os mesmos recursos e requisitos relacionados por GOLDEN e BODIN (1986). As versões mais recentes possuem uma interface que possibilita a representação gráfica dos roteiros gerados, bem como das barreiras consideradas, quando trabalhando com coordenadas. Com relação a estratégia de solução, o *Truckstops* parece gerar roteiros iniciais através de uma heurística do tipo vizinho mais próximo. Estes roteiros podem ser melhorados através de uma heurística de intercâmbios de clientes dentro de um mesmo roteiro e entre veículos.

No *RoadShow* o usuário pode criar, editar e atualizar a sua própria rede viária (nós e "links") utilizando o "mouse" em uma mapa de fundo da região de interesse; esse mapa não é vetorizado, e sim apenas uma imagem gráfica da região. Segundo o fabricante, o sistema pode trabalhar com janelas de tempo rígidas ou flexíveis, bem como definir a frequência de atendimento e selecionar os dias da semana mais adequados. Outra peculiaridade é o uso de dois monitores simultaneamente: um para representação gráfica do mapa e dos roteiros e o outro contendo informações detalhadas do que está sendo exibido graficamente.

O *RouteSmart* aplica-se especialmente à distribuição urbana. Ele é o único que utiliza um sistema de informações geográficas (o GisPlus, da Caliper Corp) para o gerenciamento dos dados dos clientes e da rede viária.

## 2.4.2 Atributos de um sistema para roteirização

ROUSSEAU (1988) discute as vantagens e desvantagens de um *software* comercial versus uma aplicação desenvolvida sob encomenda para uma necessidade específica, sob a ótica das necessidades e requisitos distintos e a inadequação de um único procedimento de solução para tal.

GOLDEN e WASIL (1987) concluíram, a partir da análise de problemas de distribuição de bebidas não alcoólicas, que em certas situações as soluções customizadas (fora de prateleira) são mais efetivas, em termos de redução dos custos de distribuição e da melhoria da qualidade do atendimento aos clientes.

GOLDEN e WASIL (1987) apontam algumas dificuldades peculiares ao setor de bebida que restringem o uso de pacotes disponíveis no mercado:

- possibilidade de aceitar a pré-definição de zonas ou territórios exclusivos de cada veículo, bem como de permitir a geração de territórios geograficamente contíguos;
- Todos os roteiros atribuídos a um motorista devem considerar tão somente entregas dentro do seu território.
- possibilitar a determinação dos dias de entrega; por exemplo, se um dado cliente requer duas visitas semanais, o modelo deve auxiliar na escolha dos dias da semana mais adequados;
- equilíbrio da carga de trabalho: tendo em vista que uma parcela dos ganhos do motorista e ajudantes pode ser proveniente de comissões sobre vendas, devem ser evitados desequilíbrios significativos de trabalho e de ganhos entre o pessoal.

ASSAD (1988) relacionou as principais características típicas de *softwares* comerciais de roteirização e programação de veículos, apresentadas no Quadro 2.7.

Segundo o autor, este conjunto de características não existe simultaneamente em nenhum pacote comercial. Os pacotes comerciais permitem resolver problemas padrão ou mais comuns da distribuição física de mercadorias.

A maioria dos desenvolvedores não está interessada em oportunidades de desenvolvimento e ou adaptação de sistemas para aplicações específicas sob medida e nem tem condições de arcar com os custos de investimento decorrentes;

**QUADRO 2.7 - Principais características de softwares comerciais**

<b>Característica</b>	<b>Alternativas</b>
Recursos e características	diferentes tipos de veículos coletas e entregas, "backhauls" janelas de tempo tempos de carga e de descarga velocidades variáveis opção de uso de serviço de terceiros contratados
Restrições e condicionantes sobre os roteiros	limites de capacidade (peso e volume) dos veículos duração máxima dos roteiros; uso de horas extraordinárias; horários de início e de término das jornadas jornadas de múltiplos dias, pernoite, revezamento entre motoristas; locais de paradas fixos (por exemplo, para refeições ou pernoite); múltiplos roteiros por veículo.
Funções-objetivo	minimizar distância; minimizar tempo de viagem; minimizar número de veículos; minimizar custo total
Resultados	itinerário e programação do roteiro relatório de utilização do veículo relatório de utilização/jornada de motorista gráficos para roteiros superposição com rede viária localização de endereços

Fonte: ASSAD (1988)

adicionalmente, em geral não possuem recursos nem conhecimentos ("know how"), a menos que a empresa interessada esteja disposta a arcar com substanciais investimentos.

Na mesma época, RONEN (1988) sugeriu um conjunto de características e requisitos desejáveis e indesejáveis em um pacote de roteirização, conforme mostrado no Quadro 2.8.

BODIN (1990) previu que a evolução dos microcomputadores, e dos recursos de processamento e de interação gráfica e amigável, tem tornado os usuários cada vez mais exigentes com relação aos recursos de interface, ao poder dos métodos de solução, de modo a permitir considerar um maior número de restrições complexas, cada vez mais comuns em problemas reais.



**QUADRO 2.8 - Requisitos de um pacote de roteirização**

Requisitos desejáveis	Requisitos indesejáveis
<p>roda em microcomputador, porém com interface para <i>mainframes</i></p> <p>de baixo custo</p> <p>requer treinamento e suporte externo mínimos</p> <p>permite minimizar distância, veículos ou custos</p> <p>possibilita obter soluções com tempos de processamento muito reduzidos</p> <p>possibilita alteração manual de soluções e dispõe de recursos gráficos de apresentação de resultados;</p> <p>flexibilidade para gerar relatórios com conteúdo e formatos diferentes, definidos pelos usuários</p> <p>uma ou múltiplas bases</p> <p>coletas e entregas</p> <p>entrada de pedidos manual ou automática</p> <p>possibilidade de programação de um ou vários dias</p> <p>janelas de tempo</p> <p>possibilita incorporar quaisquer tipos de restrição física e legal de tempo, peso e volume</p> <p>permite comparar frota própria versus terceiros</p> <p>atende restrições trabalhistas</p> <p>sistema de geo-referência detalhado e flexível</p> <p>reconhece todas as barreiras físicas e de tráfego</p> <p>múltiplos compartimentos no veículo.</p>	<p>requer muitas simplificações que descaracterizam o problema;</p> <p>custa mais do que permite economizar;</p> <p>produz resultados instáveis (boas e más soluções);</p> <p>opera de maneira pouco confiável;</p> <p>não dispõe de nenhum suporte do desenvolvedor do sistema.</p>

Fonte: RONEN (1988)

O Quadro 2.9 sintetiza a visão dos três autores no tocante aos principais requisitos e características de sistemas informatizados de roteirização de veículos.

**QUADRO 2.9 - Síntese dos principais requisitos e características de sistemas para roteirização de veículos segundo alguns autores**

CARACTERÍSTICA	ASSAD (1988)	RONEN (1988)	BODIN (1990)
<b>Recursos, restrições e condicionantes</b>			
roda em microcomputador, porém com interface para <i>mainframe</i>	-	★	-
uma ou múltiplas bases	★	★	★
diferentes tipos de veículos	★	-	★
coletas e entregas - " <i>backhauls</i> "	★	★	★
janelas de tempo	★	★	★
tempos de carga e descarga	★	-	-
velocidades variáveis	★	-	-
contratação de terceiros	★	★	-
limite de peso e volume	★	★	-
múltiplos compartimentos por veículo	-	★	-
duração máxima do roteiro	★	★	★
contabilização de horas extras	★	-	★
horários de início e término de viagem	★	-	-
roteiros com duração superior a um dia; pernoite; revezamento de motoristas	★	★	-
locais de parada fixos (e.g. almoço)	★	-	-
restrições quanto ao tamanho de veículo e seus equipamentos para um cliente	★	-	★
zonas de entregas e possibilidade de fracionamento de carga; roteiros fixos	★	-	-
sistema de georeferência; barreiras físicas e restrições de circulação de veículos	★	★	-
múltiplos roteiros por veículo	★	-	-
<b>Função objetivo</b>			
minimizar distância	★	★	-
minimizar tempo de viagem	★	★	-
minimizar número de veículos	★	★	-
minimizar custo total	★	★	★
<b>Resultados</b>			
roteiro e programação de cada veículo	★	-	-
relatório de utilização do veículo	★	-	-
relatório de programação do motorista	★	-	-
roteiros gráficos	★	★	-
relatórios definidos pelo usuário	-	★	-
alteração manual de soluções	-	★	-

### 2.4.3 Sistemas de informações geográficas e seu uso na roteirização

Segundo ASSAD (1988), as empresas que lidam com problemas de distribuição física, em particular de roteirização de veículos, fazem uso intenso de mapas e guias de ruas. A padronização de mapas, assim como o grande número de informações neles contidas dificultam o seu uso.

BODIN (1990) atribui em parte o fracasso dos sistemas de roteirização disponíveis na década de 70 às dificuldades e deficiências na localização de pontos de atendimento e à estimativa de tempos e distâncias sem considerar as restrições impostas pelo sistema viário e pelas barreiras naturais e artificiais.

A partir da década de 80, houve um aumento da oferta de *softwares* de sistemas de informações geográficas (SIG) disponíveis no mercado, a preços acessíveis. Concomitantemente, foram criadas bases de dados geográficos para as principais cidades americanas, com precisão correspondente a face de quadra.

Um SIG possibilita a localização automática de clientes e endereços, bem como a determinação de tempos de viagem entre pontos de atendimento e o respectivos itinerários. Estes tempos são obtidos através de algoritmos de caminho mínimo (mínimo tempo ou mínima distância ou uma ponderação de ambos), aplicados na rede que representa a malha viária da região de interesse.

Entretanto, segundo BODIN (1990), criar e manter um SIG pode implicar um aumento significativo no custo de um sistema completo de roteirização e programação de veículos. Ao adquirir um SIG, o usuário assume o ônus de mantê-lo atualizado, e às suas informações, como uma parte do sistema.

A manutenção e a atualização de uma base de dados de informações viárias é particularmente crítica, principalmente em cidades maiores, nas quais há mudanças freqüentes de circulação de trânsito.

ASSAD (1988) destaca a importância do recurso de localização automática de endereços ("*address matching*") em problemas com grande variação de clientes e pontos de atendimento, como no caso de sistemas de entrega domiciliar em geral (por exemplo, lojas de departamento).

#### **2.4.4 Condicionantes espaciais dos problemas de roteirização**

Com relação ao ambiente de distribuição, no tocante aos tipos de roteiros e localização dos pontos de atendimento, os problemas reais de roteirização podem ser divididos em dois grupos:

- roteirização em meio urbano, em que tanto os atendimentos quanto a base localizam-se na mesma área urbana; os percursos do roteiro são predominantemente urbanos;
- roteirização intermunicipal, na qual os atendimentos localizam-se em municípios distintos da base e entre si; os percursos do roteiro são predominantemente rodoviários.

Em geral os problemas de roteirização em meio urbano tendem a ser mais complexos do ponto de vista da sua natureza combinatória, uma vez que há um número maior de alternativas de caminhos e, conseqüentemente, de roteiros viáveis. Adicionalmente, há restrições à circulação de veículos, e incertezas quanto aos tempos de viagem.

Na distribuição intermunicipal (rodoviária), as distâncias entre pontos de atendimento (em geral, diferentes cidades) são geralmente longas, e podem ser determinadas a partir de dados facilmente acessíveis e disponíveis da malha rodoviária de interesse. A densidade da malha rodoviária (expressa, por exemplo, pela razão entre a extensão total das rodovias e a área de interesse) é baixa face às distâncias a serem percorridas. Além disso, são menores as incertezas associadas às restrições e condicionantes de tráfego.

Nesse contexto, não é difícil montar um cadastro rodoviário que contenha a matriz de distâncias e tempos de viagem entre cidades de interesse (onde se localizam clientes e/ou atendimentos) sem a necessidade de recorrer a coordenadas cartesianas ou à digitalização de mapas. Em geral esta matriz é suficiente para a obtenção de uma roteirização razoavelmente acurada, em termos de distâncias e seqüências de entregas (uma vez que só em alguns casos há mais de um caminho entre duas cidades), sem que haja a necessidade de armazenar a malha rodoviária e cada trecho de rodovia, e nem tampouco informações mais detalhadas a respeito delas.

Essa simplificação é particularmente importante no contexto de países menos desenvolvidos, como o Brasil, em que a disponibilidade de bancos de dados georeferenciados em mídia magnética sobre a malha rodoviária ainda é inexistente, mesmo em estados mais adiantados, como é o caso do Estado de São Paulo.

Já na distribuição urbana, o problema é mais complexo, uma vez que, ao contrário dos Estados Unidos e outros países do primeiro mundo, no Brasil não se dispõe de bases de dados geográficas do sistema viário. Algumas capitais, como por exemplo São Paulo e Rio de Janeiro, possuem bases geográficas, na sua maioria desenvolvidas por empresas de consultoria, como subsídios para estudos de planejamento de transportes. Tais bases nem sempre abrangem toda a malha viária, nem tampouco contêm informações de numeração em cada quadra ou quarteirão, de restrições a movimentos, manobras e estacionamento. O custo e preço dessas bases é outro fator restritivo, uma vez que o mercado de usuários potenciais ainda é limitado.

A questão de atualização periódica das informações dessas bases consiste em outra dificuldade. As empresas que as desenvolveram raramente promovem as atualizações com a rapidez necessária, de maneira a acompanhar o crescimento das cidades, e a ampliação e as alterações no seu sistema viário. É impressionante o número de modificações de circulação que ocorre numa grande cidade, como é o caso de São Paulo.

Conforme foi mencionado no item anterior, o cálculo das distâncias e dos tempos de viagem é uma questão importante em qualquer sistema de roteirização e programação. Há um *"trade-off"* a ser avaliado, caso a caso, entre a maior precisão e realismo proporcionados pelo cálculo dos caminhos mínimos em uma rede e o impacto que tais cálculos acarretam no desempenho computacional do sistema, em comparação com o cálculo simplificado de distâncias euclidianas (que podem considerar barreiras geográficas).

Diante do que foi exposto acima, a questão da utilização de coordenadas cartesianas ou redes matemáticas para representar os pontos de atendimento depende da necessidade de precisão quanto aos roteiros e programações de atendimentos, que pode variar de uma situação para a outra. Não é usual, no Brasil, fornecer aos motoristas dos veículos de entrega, detalhes dos percursos (itinerário) a serem seguidos e obrigá-los a tal; basta indicar a seqüência dos pontos de atendimentos e os respectivos horários, quando for o caso.

No meio urbano, a distância média entre pontos consecutivos de atendimento pode influir na qualidade das soluções. Na distribuição de bebidas ou de jornais, por exemplo, em que o número de pontos de atendimento de um roteiro é elevado (em geral, superior a 30 operações) a distância entre dois pontos quaisquer pode ser muito reduzida, o que pode acarretar imprecisões acima do tolerável caso se adote uma representação da localização através de coordenadas cartesianas para efeito de cálculo de distâncias (euclidianas) e tempos de viagem. Adicionalmente, restrições de mão-de-direção e de movimentação (permissão ou proibição de conversões, retornos, cruzamentos, etc.) podem tornar os roteiros programados inexecutáveis na prática. Isto torna imprescindível uma representação mais precisa e detalhada do sistema viário.

#### **2.4.5 Algumas aplicações práticas de modelos de roteirização e programação de veículos**

O Quadro 2.10 relaciona algumas das aplicações práticas de modelos e sistemas de roteirização de veículos, em problemas reais, descritas na literatura. Nestas aplicações práticas são discutidos aspectos, restrições e condicionantes do sistema que envolve a roteirização de veículos que, muitas vezes são fundamentais para o sucesso de aplicação do modelo.

### **2.5 Resumo do Capítulo**

Iniciou-se este capítulo com uma revisão da literatura no tocante à classificação dos problemas de roteirização e programação de veículos. Em seguida, foram apresentadas as principais estratégias e métodos de solução, com ênfase em problemas com janelas de tempo. Os métodos descritos foram divididos em três categorias: exatos, heurísticos e emergentes.

Para os problemas mais complexos, com múltiplas restrições, tais como janela de tempo, duração da jornada, heterogeneidade da frota e capacidade dos veículos, entre outras, verificou-se que os métodos que possibilitam obter solução para problemas reais são, na maioria dos casos, heurísticos, dada a complexidade

**QUADRO 2.10 - Principais aplicações práticas de roteirização de veículos descritas na literatura**

<b>Aplicação</b>	<b>Referências bibliográficas</b>
distribuição de bebidas	GOLDEN e WASIL (1987)
distribuição de gases industriais	BELL et al. (1983) GOLDEN e ASSAD (1986)
distribuição de veículos novos para revendedores a partir de unidades industriais de montadora	PAPE (1988)
entrega de produtos alimentícios	BOSE (1990) CHUNG e NORBACK (1991)
distribuição de jornais	HOLT e WATTS (1988)
coletas e entregas de correspondência	LEVY e BODIN (1988) CHAVES e GRANJA (1989) LAPORTE et al. (1990)
transporte de valores por veículos forte	SILVA (1986)
transporte de escolares	BOWERMAN et al. (1985) BODIN (1990) BOOKBINDER e EDWARDS (1990).
transporte de idosos e deficientes físicos	KIKUCH (1987)
coleta e transporte de resíduos	LARSON et al. (1988) BODIN et al. (1989) BODIN (1990)
definição de roteiros de varrição de ruas	BODIN e KURSH (1978, 1979)
roteirização de embarcações da guarda costeira para inspeção de bóias marítimas de sinalização	GOLDEN (1988)
roteirização de helicópteros para aplicação de larvicidas no controle de endemias	SOLOMON et. al. (1992)

matemática dos problemas de roteirização e programação em geral, o que dificulta a aplicação de algoritmos de otimização.

Os métodos denominados emergentes, que englobam "*simulated annealing*", busca tabu, Algoritmos Genéticos e *A-Teams*, procuram corrigir fraquezas e deficiências dos métodos heurísticos tradicionais. Embora sejam heurísticos, uma vez que não garantem a obtenção da solução ótima, estes métodos foram considerados separadamente, em função de suas características iterativas que os distinguem dos procedimentos heurísticos tradicionais.

Os resultados obtidos até o presente pelos métodos emergentes, embora promissores em alguns casos, não permitem prever se esses métodos substituirão,

de maneira geral, as heurísticas, com vantagens.

DOWSLAND (1996) faz uma análise da aplicação de algoritmos genéticos a diversos problemas pesquisa operacional, comparando-os com outras metaheurísticas (busca tabu e "*simulated annealing*"). Certamente é uma referência obrigatória para um maior aprofundamento sobre o assunto.

Finalmente, foram levantados ainda os principais aspectos que envolvem a utilização de modelos matemáticos em aplicações práticas, englobando a descrição de alguns produtos disponíveis comercialmente e suas características e recursos mais importantes; principais atributos de um sistema de roteirização; o uso de Sistemas de Informações Geográficas na roteirização de veículos; condicionantes espaciais dos problemas de roteirização; e uma relação contendo as principais aplicações em problemas reais descritas na literatura.

O próximo capítulo contempla a formulação do Problema de Roteirização e Programação de Veículos com Janelas de Tempo e a estratégia proposta para a sua solução.



## **CAPÍTULO 3**

### **O PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO E PROGRAMAÇÃO DE VEÍCULOS COM JANELAS DE TEMPO**

#### **3.1 Considerações Iniciais**

No capítulo anterior apresentou-se uma descrição do estado-da-arte dos problemas de roteirização e programação de veículos, e das principais estratégias de solução e aplicações práticas relatadas na literatura especializada.

Foram também discutidos aspectos e condicionantes da utilização prática dos modelos de roteirização em problemas reais, no contexto da distribuição física.

Ficou evidenciado que os diferentes problemas reais de roteirização apresentam fatores que se traduzem por restrições e condicionantes, os quais são vitais para a efetiva utilização dos modelos e a aplicação prática dos seus resultados.

Este capítulo objetiva apresentar a formulação matemática do modelo proposto para o problema de roteirização e programação de uma frota de veículos, que engloba restrições de janela de tempo.

Em seguida, é apresentado o esquema geral da estratégia de solução proposta, baseada na relaxação Lagrangiana de restrições do modelo matemático. A estratégia compreende um algoritmo para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo e uma heurística de controle da relaxação Lagrangiana. Ao final do capítulo, a estratégia proposta é ilustrada através de um exemplo.

## 3.2 O Modelo Matemático do Problema de Roteirização

O problema proposto de roteirização e programação de veículos é denominado Problema de Roteirização e Programação de Veículos com Janelas de Tempo (PRPJT).

O modelo matemático considera as restrições de janelas de tempo, de duração máxima da jornada, e de capacidade dos veículos. As quantidades de carga a serem transportadas são determinísticas e conhecidas a priori. A frota pode ser heterogênea, isto é composta de veículos de diferentes tamanhos e capacidades.

Este modelo é derivado daquele proposto por CUNHA (1991), que incluía as restrições de janela de tempo, de frota heterogênea (quanto aos tipos e capacidades dos veículos) e de precedência entre tarefas.

A restrição de precedência não foi considerada no PRPJT, uma vez que aparece apenas em situações bem particulares, que em geral envolvem a coleta e entrega, no mesmo roteiro, de passageiros ou mercadorias (por exemplo, no transporte de deficientes, no transporte de valores, etc.). Os esquemas operacionais de alguns desses problemas são analisados em detalhes por CUNHA (1991).

Na apresentação da estratégia de solução, será discutida a possibilidade de extensão do modelo, através da incorporação de outras restrições ao mesmo, entre as quais a de precedência entre tarefas.

Assim como no PRP (CUNHA (1991)), o objetivo do problema é a obtenção de roteiros viáveis que proporcionem o atendimento de todos os clientes, de forma a minimizar o custo total de transporte, expresso pela soma das parcelas de custo variável com a distância total percorrida, do custo do tempo dispendido no roteiro e do custo de utilização da frota de veículos.

### 3.2.1. Descrição do problema

Considere-se um conjunto de  $N$  pontos ou clientes a serem atendidos ou visitados. Em cada ponto de atendimento  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  deve ser realizada uma tarefa, que pode ser de coleta ou de entrega de produtos, no caso do transporte de carga; ou de embarque ou de desembarque de pessoas, no caso do transporte de passageiros. As

tarefas podem representar ainda visitas, para a realização de serviços de manutenção, de entrega de documentos ou objetos, etc.

A cada ponto  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  estão associados:

- um tempo de atendimento (ou de processamento)  $s_i \geq 0$ ;
- uma janela de tempo  $[a_i, b_i]$ ,  $a_i \leq b_i$ , que define, respectivamente, o horário mais cedo e o horário mais tarde em que pode ser iniciado o atendimento; deve-se notar que o horário de término do atendimento não está condicionado ao limite superior da janela de tempo; apenas o horário de início de atendimento;
- uma quantidade  $q_i \geq 0$  de carga a ser coletada ou entregue; ou de passageiros embarcando ou desembarcando.

Esta formulação admite apenas um tipo de operação para o conjunto de pontos de atendimento (excetuando-se a base), que pode ser de coleta ou de entrega (ou de embarque ou desembarque, no caso do transporte de passageiros).

Os pontos 0 e  $N+1$ , representam, respectivamente, a base de saída e a de chegada dos veículos. Essa diferenciação tem por finalidade tornar genérica a localização dos pontos de origem e de destino dos veículos, na medida em que podem não necessariamente serem os mesmos. Caso o problema seja de entrega, todas as cargas se originam na base de partida e o veículo retorna vazio ao final dos atendimentos; caso seja de coletas, o veículo parte vazio; o destino das cargas é o depósito.

A cada um destes dois pontos estão associados:

- tempos de atendimento  $s_0 = s_{N+1} = 0$ ; numa generalização  $s_0 \neq 0$  poderia representar o tempo de carregamento dos veículos, caso o problema fosse de entregas; da mesma forma  $s_{N+1} \neq 0$  poderia representar o tempo de descarga dos veículos, caso o problema fosse de coleta.

- janelas de tempo  $[a_0, b_0]$  e  $[a_{N+1}, b_{N+1}]$ , que indicam, respectivamente, os horários permitidos de saída e de chegada dos veículos às bases;
- as quantidades de carga movimentada são assumidas como sendo igual a zero ( $q_0 = q_{N+1} = 0$ ), dado que estes dois pontos não representam pontos de atendimento.

Na verdade, pode-se afirmar que  $q_0 = \sum_{i=1}^N q_i$ , se o problema for de entregas e  $q_{N+1} = \sum_{i=1}^N q_i$ , se o problema for de coletas.

Para o atendimento dos  $N$  pontos dispõe-se de uma frota composta de  $NV$  veículos, não necessariamente homogênea em relação aos tipos, modelos e tamanhos destes.

Para cada veículo  $v$  da frota disponível,  $v = 1, 2, \dots, NV$ , são definidos:

- uma capacidade máxima  $K^v$  (que tanto pode representar uma restrição volumétrica quanto de peso máximo, ou mesmo número máximo de passageiros, sem perda de generalidade);
- um custo unitário variável com a distância  $C_d^v$ ;
- um custo fixo diário total  $C_f^v$ , o qual pode englobar as despesas de capital do veículo, de salários de horas normais pagos à tripulação (motorista e ajudantes), e outras despesas eventuais (por exemplo, com licenciamento, seguros, taxas, etc.);
- um custo horário  $C_h^v$ , necessário em alguns tipos de problema em que é importante uma apropriação de custo com base horária (por exemplo, veículos alugados com tarifas horárias).

A duração máxima da jornada de cada veículo  $v$  é dada por  $H^v$ . Pode-se considerar, sem grandes prejuízos, que a duração da jornada seja a mesma para todos os veículos, fazendo com que  $H^v = H$ ,  $v = 1, 2, \dots, NV$ .

O deslocamento do veículo de um nó  $i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, N$  até o nó  $j$ ,  $j = 1, 2, \dots, N+1$ ,  $j \neq i$ , seu sucessor, requer um tempo de viagem  $t_{ij}$ ; da mesma forma, a distância percorrida entre  $i$  e  $j$  é dada por  $d_{ij}$ . Caso não exista a ligação entre  $i$  e  $j$  tem-se  $t_{ij} = \infty$  e  $d_{ij} = \infty$ . Assume-se ainda que  $d_{0,N+1} = 0$  e  $t_{0,N+1} = 0$ . As matrizes de tempos de viagem e de distâncias não são simétricas, isto é, não necessariamente  $t_{ij} = t_{ji}$  e  $d_{ij} = d_{ji}$ .

Em algumas situações reais, pode ocorrer que os tempos de viagem  $t_{ij}$  entre dois pontos quaisquer, e até mesmo as distâncias  $d_{ij}$ , variem segundo o tipo de veículo (CHIH (1987)). Essas variações podem ser explicadas por diferentes velocidades de percurso, em decorrência principalmente do tamanho do veículo e até mesmo por restrições ao tráfego de veículos maiores, em determinadas regiões dentro da área de interesse (por exemplo, áreas centrais).

Entretanto, para entregas em meio urbano, normalmente não são utilizados veículos pesados (por exemplo carretas). Além disso, as velocidades operacionais observadas são mais influenciadas pelas condições de tráfego do que pelas características dos veículos, o que permite desconsiderar uma eventual variação dos tempos de viagem de acordo com o tamanho do veículo.

Deve-se ressaltar ainda que, atualmente, em muitos problemas de entregas urbanas, a parcela relativa aos tempos de carga e descarga é bastante superior a dos tempos de viagem, minorando a importância da parcela dos tempos de viagem na duração total dos roteiros.

Esta condicionante pode ser facilmente incorporada na modelagem através do cálculo do tempo de viagem como sendo o quociente entre a distância percorrida e a velocidade do veículo, ou ainda através da introdução de um fator de correção dos tempos de viagem, calculados através do caminho mínimo numa sub-rede para um determinado tipo de veículo. Os arcos desta rede podem possuir um atributo que define o maior tipo de veículo que pode percorrê-los.

### 3.2.2 Variáveis de decisão

A formulação matemática do PRPJT compreende as seguintes variáveis de decisão:

$$- x_{ij}^v = \begin{cases} 1, & \text{se } j \text{ é atendido após } i \text{ pelo veículo } v; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$- T_i = \text{horário de início de atendimento em } i, \quad i \in \{1, 2, \dots, N\}$$

### 3.2.3 Função objetivo

A função objetivo proposta para o PRPJT é a seguinte:

[PRPJT]

[minimizar]

$$\begin{aligned} & \sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^{N+1} C_d^v d_{ij} x_{ij}^v + \\ & \sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^{N+1} (T_i + s_i + t_{i,N+1}) C_h^v x_{i,N+1}^v + \\ & \sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^N C_f^v x_{0j}^v \end{aligned} \quad (3.1)$$

A primeira parcela da função objetivo se refere ao custo proporcional à distância total percorrida. Já a segunda parcela computa o custo proporcional ao tempo despendido pelos veículos nos roteiros. Por fim, a terceira e última parcela diz respeito aos custos fixos de propriedade e manutenção da frota dos veículos efetivamente utilizados dentre os  $NV$  disponíveis.

Deve-se observar que a função de custo é a mais genérica possível, uma vez que todos os custos unitários ( $C_d^v$ ,  $C_h^v$ ,  $C_f^v$ ) variam de veículo para veículo. Em geral, nos problemas reais se faz uma simplificação: os veículos são classificados e

agrupados por tipo, segundo critérios como modelo, tipo e tamanho da carroceria, tipos de equipamentos instalados, faixa etária, etc., sendo considerados os mesmos valores para os custos unitários de todos os veículos pertencentes a um mesmo tipo.

Com relação aos custos fixos, é verdadeira a afirmação de que os custos fixos ocorrem independentemente do uso ou não dos veículos. CHIH (1987) comprovou que os roteiros formados mediante o cômputo geral dos custos fixos e variáveis da frota apresentaram resultados melhores que os gerados sem esta consideração.

As decisões quanto ao tamanho e composição da frota são essencialmente táticas ou estratégicas, isto é, com horizonte de análise de mais longo prazo, superior ao da decisão operacional de utilização da frota. Neste contexto, embora os custos fixos independam da utilização da frota num dado dia, a incorporação destes na função objetivo tem por finalidade assegurar a utilização mais econômica, através da alocação apenas da frota efetivamente necessária para o cumprimento dos atendimentos programados.

Um melhor aproveitamento dos veículos, que evidencie a ociosidade de parte da frota disponível, proporciona maior transparência e pode levar a decisões que possibilitem um aumento da demanda atendida sem que sejam necessários novos investimentos.

Uma análise dos veículos ociosos ao longo de um horizonte mais longo de programação pode fornecer subsídios a decisões relacionadas à diminuição da frota disponível, proporcionando assim uma diminuição da parcela de custos fixos.

Deve-se ressaltar ainda que esta função objetivo é similar à proposta por CUNHA (1991) para o PRP; a única diferença reside na ausência dos coeficientes de ponderação  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  que constavam na função objetivo do PRP, de forma a possibilitar dar maior importância a alguma parcela de custo.

Não foram consideradas explicitamente na função objetivo propostas para o PRPJT as parcelas de custo horário de horas extraordinárias pagas à tripulação (existentes apenas quando a duração do roteiro excede a jornada de trabalho do pessoal), nem tampouco adicionais de custos relativos ao tempo de espera de cada veículo para início de atendimento (penalização decorrente da chegada antes do horário de início da respectiva janela de tempo).

### 3.2.4 Restrições

As restrições (3.2) impõem que cada um dos pontos  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  seja visitado uma única vez e por um único veículo:

$$\sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^{N+1} x_{ij}^v = 1 \quad i = 0, 1, 2, \dots, N; i \neq j \quad (3.2)$$

Já as restrições (3.3) a (3.5) descrevem o fluxo no caminho que o veículo  $v$  for utilizar. Caso o veículo não seja utilizado, ele segue o caminho do arco direto ligando a base de partida (nó 0) à base de chegada (nó  $N+1$ ).

$$\sum_{j=0}^{N+1} x_{oj}^v = 1 \quad v = 1, 2, 3, \dots, NV \quad (3.3)$$

$$\sum_{i=0}^N x_{ij}^v - \sum_{i=1}^{N+1} x_{ji}^v = 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, N; \quad v = 1, 2, 3, \dots, NV \quad (3.4)$$

$$\sum_{i=0}^{N+1} x_{i,N+1}^v = 1 \quad v = 1, 2, 3, \dots, NV \quad (3.5)$$

Deve-se destacar que estas restrições (3.3)-(3.5) não afetam a parcela de custo fixo da função objetivo (3.1), que considera apenas os veículos efetivamente utilizados nos roteiros.

Caso se deseje utilizar exatamente os  $NV$  veículos, basta eliminar das restrições (3.3) e (3.5) a parcela das somatórias que correspondem à ligação direta entre as bases de partida e de retorno dos veículos.

As restrições (3.6) impõem que o horário de início de atendimento de cada nó  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  ocorra dentro da sua respectiva janela de tempo.

$$a_i \leq T_i \leq b_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.6)$$

As restrições (3.7) definem a continuidade e compatibilidade temporal dos horários de início de atendimento ao longo das rotas. Adicionalmente, como estas restrições



impõem que o horário de início de atendimento em cada um dos nós, ao longo de uma rota, seja crescente, as mesmas impedem a formação de sub-rotas, isto é, ciclos fechados desconectados da base.

$$T_i + s_i + t_{ij} - T_j \leq (1 - x_{ij}^v)M \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, 3, \dots, N \\ j = 1, 2, 3, \dots, N \quad j \neq i \\ v = 1, 2, 3, \dots, NV \end{array} \quad (3.7)$$

onde  $M$  é uma constante positiva muito grande ( $M \rightarrow \infty$ ).

Estas restrições permitem acomodar tempos de espera para início de atendimento em um nó, em decorrência das janelas de tempo expressas nas restrições (3.6).

Caso o nó  $j$  não suceda imediatamente o nó  $i$ , a restrição será redundante.

A não violação da restrição de capacidade de carga no veículo em cada roteiro é assegurada através das restrições (3.8):

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^N q_j x_{ij}^v \leq K^v \quad v = 1, 2, 3, \dots, NV \quad (3.8)$$

O limite de duração máxima da jornada de cada veículo é garantido pelas restrições (3.9).

$$(T_j + s_j + t_{j,N+1})x_{j,N+1}^v - (T_i - t_{oi})x_{oi}^v \leq H \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, 3, \dots, N \\ j = 1, 2, 3, \dots, N \end{array} \quad (3.9)$$

Por fim, as restrições (3.10) impõem que as variáveis de decisão de fluxo  $x_{ij}^v$ , relativas às seqüências de atendimento nas rotas, sejam binárias:

$$x_{ij}^v \in \{0, 1\} \quad \begin{array}{l} i = 0, 1, 2, 3, \dots, N+1 \\ j = 0, 1, 2, 3, \dots, N+1 \\ v = 1, 2, 3, \dots, NV \end{array} \quad (3.10)$$

### 3.3 Estratégia de Solução para o PRPJT

A estratégia de solução proposta para o PRPJT é baseada na relaxação Lagrangiana das restrições do modelo matemático relacionadas à obrigatoriedade de atendimento de todos os pontos uma única vez e por um único veículo (restrições (3.2)).

A relaxação Lagrangiana consiste em uma estratégia geral de solução para problemas de programação matemática, que permite a decomposição destes, explorando a sua estrutura particular. Para uma caracterização geral do método da relaxação Lagrangiana, sugere-se consultar o Anexo B.

Relaxando-se as restrições (3.2), o problema relaxado resultante pode ser visto como um problema de múltiplos caminhos mínimos simultâneos (um para cada veículo da frota), sujeito às demais restrições do PRPJT, ou seja, janelas de tempo, capacidades dos veículos e duração das jornadas.

Os problemas de roteirização de veículos com janelas de tempo em geral, entre os quais o PRPJT, são considerados *NP*-difíceis, isto é, possuem ordem de complexidade exponencial, conforme foi demonstrado por LENSTRA e RINNOOY KAN (1981) e reafirmado por KOLEN et al. (1987), SOLOMON (1987), SOLOMON e DESROSIERS (1988) e DESROSIERS et al. (1995).

O conceito de ordem de complexidade exponencial é apresentado no Anexo A.

O projeto ou a escolha de um algoritmo ou procedimento heurístico para resolver um problema de otimização deve considerar dois componentes: o tempo necessário para a obtenção de soluções e o espaço para representação dos dados do problema.

Entretanto, é raro se encontrarem soluções para problemas de porte do mundo real que estejam simultaneamente no ponto ótimo de menor tempo e espaço. Invariavelmente é-se forçado a aceitar compromissos, colocando um peso maior sobre um ou outro desses componentes (SWAIT (1990)).

Eficiência computacional não é a única dimensão de avaliação de um método de solução. A robustez do mesmo, isto é, a capacidade de resolver instâncias de problemas que estejam nos limites de seus contornos, é certamente outra característica desejável. Idem com relação à confiabilidade, determinada pela experiência acumulada com a sua utilização

A formulação matemática do problema relativo à relaxação Lagrangiana do PRPJT é apresentada no item 3.3.1. O item 3.3.2 descreve o algoritmo de solução proposto para um problema de caminho mínimo com janelas de tempo. A heurística de controle da relaxação Lagrangiana está no item 3.3.3.

### 3.3.1 Relaxação Lagrangiana do PRPJT

Considerando a formulação matemática do PRPJT, apresentada no tópico 3.2, observamos que se eliminarmos as restrições (3.2), que correspondem a obrigatoriedade de atendimento de todos os  $N$  clientes uma e somente uma vez, o problema resultante pode ser visto como uma instância especial de um problema de caminho mínimo, em que  $NV$  unidades de fluxo devem seguir do nó que corresponde à base de origem (0) ao nó da base de chegada ( $N+1$ ).

Em particular, se  $NV=1$ , o problema resultante consiste em um problema de caminho mínimo com restrições adicionais de janela de tempo, de duração da jornada e de viabilidade da capacidade do veículo ao longo do roteiro. Para este caso particular existe um algoritmo de programação dinâmica bastante eficiente (DESROCHERS e SOUMIS (1988), CUNHA (1991)).

Para frota superior a um veículo ( $NV > 1$ ), caso não houvesse as restrições de janela de tempo ((3.6) e (3.7)), de capacidade de carga (3.8) e de duração máxima da jornada (3.9), o problema Lagrangiano, mediante transformações apropriadas, poderia ser transformado em um problema de programação linear com estrutura de fluxo em rede. Para este tipo de problema há alguns algoritmos especializados e bastante eficientes (primal simplex para redes, "Out-of-Kilter", etc.).

Relaxando-se as restrições (3.2) do PRPJT, o problema resultante, denominado PRPJT<sub>r</sub>, pode ser formulado como:

**[PRPJTr]**  $Z_D(\sigma_i)$  [minimizar]

$$\begin{aligned}
 & \sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^{N+1} C_d^v d_{ij} x_{ij}^v + \\
 & \sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^{N+1} (T_i + s_i + t_{i,N+1}) C_h^v x_{i,N+1}^v + \\
 & \sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^N C_f^v x_{oj}^v + \\
 & \sum_{i=0}^N \sigma_i \left( 1 - \sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^{N+1} x_{ij}^v \right)
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

sujeito a:

$$\sum_{j=0}^{N+1} x_{oj}^v = 1 \quad v = 1, 2, 3, \dots, NV \tag{3.3}$$

$$\sum_{i=0}^N x_{ij}^v - \sum_{i=1}^{N+1} x_{ji}^v = 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, N; \quad v = 1, 2, 3, \dots, NV \tag{3.4}$$

$$\sum_{i=0}^{N+1} x_{i,N+1}^v = 1 \quad v = 1, 2, 3, \dots, NV \tag{3.5}$$

$$a_i \leq T_i \leq b_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \tag{3.6}$$

$$\begin{aligned}
 T_i + s_i + t_{ij} - T_j & \leq (1 - x_{ij}^v) M & i = 1, 2, 3, \dots, N \\
 & & j = 1, 2, 3, \dots, N \quad j \neq i \\
 & & v = 1, 2, 3, \dots, NV
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^N q_j x_{ij}^v \leq K^v \quad v = 1, 2, 3, \dots, NV \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}
 (T_j + s_j + t_{j,N+1}) x_{j,N+1}^v - (T_i - t_{oi}) x_{oi}^v & \leq H & i = 1, 2, 3, \dots, N \\
 & & j = 1, 2, 3, \dots, N
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

$$\begin{aligned}
 x_{ij}^v &\in \{0, 1\} & i = 0, 1, 2, 3, \dots, N+1 \\
 & & j = 0, 1, 2, 3, \dots, N+1 \\
 & & v = 1, 2, 3, \dots, NV
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Agrupando os termos comuns da função objetivo, podemos re-escrevê-la como:

$$\begin{aligned}
 \text{[PRPJT}r] \quad Z_D(\sigma_i) \text{ [minimizar]} \\
 & \sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^{N+1} C_d^v (d_{ij} + \sigma_i) x_{ij}^v + \\
 & \sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^{N+1} (T_i + s_i + t_{i,N+1}) C_h^v x_{i,N+1}^v + \\
 & \sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^N C_f^v x_{0j}^v + \sum_{i=0}^N \sigma_i
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Tendo em vista que as restrições relaxadas do PRPJT (3.2) são de igualdade, o vetores  $\sigma_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) não requer restrição de sinal para que  $Z_D(\sigma_i) \leq Z$ .

Já no exemplo apresentado no Anexo B, o conjunto de restrições relaxadas ( $Ax \leq b$ ) requereu que os multiplicadores fossem positivos para que  $Z_D(\mu) \leq Z$ .

Pode-se observar que, na função objetivo relaxada, após o agrupamento dos termos comuns, as distâncias nos arcos podem ser vistas como tendo sido afetadas pelos multiplicadores, introduzidos em decorrência da relaxação Lagrangiana. Em termos gerais, os multiplicadores exercem o papel de tentar "forçar" e garantir a visitação de todos os nós exatamente uma vez.

Fica claro que a melhor escolha para  $(\sigma_i)$  é a solução ótima para o seguinte

$$\text{problema dual: } Z_D = \max_{(\sigma_i)} Z_D(\sigma_i).$$

No problema relaxado, nem todos nós necessitam ser visitados; tampouco há qualquer restrição quanto ao número de vezes em que um nó faz parte de algum caminho. Devem ser respeitadas apenas as restrições de continuidade de fluxo

((3.3), (3.4) e (3.5)), de janelas de tempo ((3.6) e (3.7)), de capacidade (3.8) e de duração da jornada (3.9).

Uma estratégia de solução baseada no método da relaxação Lagrangiana pressupõe encontrar um algoritmo bastante eficiente para a solução do problema relaxado. Os métodos de solução podem ser baseados em um processo de ajustamento dos multiplicadores  $\sigma_i$ , de forma a resolver o problema dual de maximização, o que pode implicar a resolução de inúmeras instâncias do problema relaxado.

Tendo em vista o exposto acima, bem como a dificuldade remanescente do problema relaxado para frota superior a um veículo, a estratégia geral de solução do PRPJT é heurística, e utiliza, como sub-rotina, um algoritmo para o problema de caminho mínimo com restrições de janela de tempo, duração da jornada e capacidade dos veículos, descrito a seguir.

### **3.3.2 Algoritmo para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo**

DESROCHERS e SOUMIS (1988) definem o problema de caminho mínimo com janela de tempo (PCMJT), como sendo o de encontrar o caminho de menor distância (ou custo) entre um nó de origem e um nó de destino, respeitando-se as restrições de janela de tempo em cada um dos nós do caminho.

Conforme foi mencionado anteriormente, propõe-se a utilização de um algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo para a resolução de instâncias do PRPJTr, que corresponde à relaxação Lagrangiana do PRPJT.

O algoritmo proposto utiliza a técnica de programação dinâmica para a obtenção do caminho mínimo, baseando-se no trabalho de DESROCHERS e SOUMIS (1988).

No Anexo C são reproduzidos os principais termos e conceitos necessários à compreensão do algoritmo de DESROCHERS e SOUMIS (1988), bem como do algoritmo de caminho mínimo utilizado na solução do PRPJTr. Para um maior detalhamento ou aprofundamento no assunto, recomenda-se consultar diretamente as referências.

O algoritmo de etiquetamento permanente (AEP) para a solução do PCMJT, proposto por DESROCHERS e SOUMIS (1988), utiliza uma regra diferente da proposta por DESROSIERS et al. (1983) para a seleção da etiqueta a ser tratada.

Esse algoritmo, de ordem de complexidade quadrática, se baseia no conceito de "*buckets*" generalizados e numa regra de seleção da etiqueta a ser tratada que não segue a generalização do Método de Belmann (GALLO e PALLOTINO, 1984). Este havia sido proposto por DESROSIERS et al. (1983), e apresentava ordem de complexidade exponencial.

DESROCHERS e SOUMIS (1988) propuseram três diferentes estruturas de dados para o armazenamento das etiquetas ditas "eficientes", de acordo com a densidade do grafo (isto é, o número de arcos por nó de origem).

CUNHA e SWAIT (1989) implementaram o algoritmo proposto por DESROCHERS e SOUMIS (1988), com restrição adicional de precedência entre tarefas. Os testes realizados pelos autores em grafos densos indicaram um desempenho deficiente, que prejudicava a sua utilização repetidas vezes, a fim de resolver o subproblema de caminho mínimo com janelas de tempo no contexto do roteamento e programação.

Em decorrência dos resultados dessa implementação da versão sugerida por DESROCHERS e SOUMIS (1988) para grafos densos, CUNHA e SWAIT (1990) identificaram a potencialidade de se introduzirem testes adicionais de dominação, de forma a melhorar o seu desempenho.

Uma das principais virtudes desse tipo de estratégia de solução baseada em programação dinâmica é a relativa facilidade de incorporar restrições adicionais. Embora o trabalho de CUNHA e SWAIT (1990) não contemplasse as restrições de capacidade do veículo e de duração máxima do roteiro, estas restrições puderam ser facilmente incorporadas na versão do algoritmo proposta neste trabalho para a resolução do PRPJTr.

DESROCHERS e SOUMIS (1988) apresentam a conceituação do algoritmo de etiquetamento permanente. CUNHA e SWAIT (1990) discutem detalhadamente a sua implementação para problemas com grafos densos, como é o caso do PRPJTr, em que, a priori, todos os nós se ligam aos demais, exceto por inviabilidade de alguma restrição.

O esquema geral do AEP, proposto por DESROCHERS e SOUMIS (1988), é apresentado na Figura 3.1.

A estratégia de implementação do algoritmo de etiquetamento permanente (AEP), para grafos densos, apresentada por DESROCHERS e SOUMIS (1988), é um pouco diferente da descrição formal do algoritmo, apresentada mais adiante na Figura 3.2.

No AEP, apenas as etiquetas não dominadas do nó  $i$  são incluídas no conjunto  $Q_i$  de etiquetas eficientes desse nó. Por outro lado, na versão para grafos densos, DESROCHERS e SOUMIS (1988) recomendam a utilização de uma tabela para representar cada conjunto  $Q_i$ , sendo armazenados, além dos caminhos eficientes, alguns dominados.

Nessa versão para grafos densos, os autores recomendaram a execução de um teste de dominação, no qual o custo da etiqueta sendo gerada é comparado com o custo mínimo de todas as etiquetas já tratadas para o nó de destino. Tendo em vista que os tempos de viagem são não negativos, se o custo do caminho associado à etiqueta sendo gerada for maior que o custo mínimo dentre as etiquetas já tratadas, essa etiqueta sendo gerada certamente é dominada.

DESROCHERS e SOUMIS (1988) não sugeriram, para essa versão para grafos densos, nenhum tipo de ordenação para o armazenamento das etiquetas de um nó. CUNHA e SWAIT (1990) concluíram que essa versão poderia ser significativamente aprimorada através da introdução de dois testes adicionais de dominação.

Segundo CUNHA e SWAIT (1990), ambos os testes se baseiam em uma ordenação para o armazenamento das etiquetas temporárias em um "bucket": as etiquetas temporárias são inseridas e armazenadas em ordem decrescente de horário de início de atendimento e ordem crescente de custo acumulado no caminho.

Esta ordenação permite a introdução de um teste de dominação no nó de origem  $i$  do arco  $(i, j)$ . A vantagem deste teste advém do fato de que, caso se observe que o caminho correspondente a etiqueta sendo tratada é dominado, não é necessário gerar as etiquetas para todos os sucessores do nó  $i$  correspondente à essa etiqueta.



**Passo 1: Inicialização**

$$P_i = \begin{cases} \{(0,0)\} & i = s \\ \emptyset, \forall i \in N, i \neq s \end{cases}$$

$$Q_i = \emptyset, \forall i \in N, i \neq s$$

onde:

$P_i$  é o conjunto de etiquetas permanentes do nó  $i$ .

$Q_i$  é o conjunto de etiquetas candidatas (não tratadas) do nó  $i$ .

**Passo 2: Encontrar o "bucket" corrente**

Encontrar  $F(Q)$  que corresponde à etiqueta  $(T_j^k, C_j^k)$  de mínimo custo lexicográfico do conjunto  $Q = \bigcup_{i \in N} (Q_i - P_i)$ . Se  $Q = \emptyset$ , parar.

**Passo 3: Selecionar a etiqueta seguinte a ser tratada**

Selecionar um elemento de  $B(Q)$ . Se  $B(Q) = \emptyset$ , então vá para passo 2.

**Passo 4: Tratamento da etiqueta  $(T_j^k, C_j^k)$** 

Para todos os sucessores  $j$  do nó  $i$  faça

**início**

se  $T_i^k + s_i + t_{ij} \leq b_j$  (janela de tempo satisfeita) então

Calcular  $(T_j^k, C_j^k)$

Adicioná-la ao conjunto  $Q_j$  caso  $(T_j^k, C_j^k)$  não seja dominada

**fim**

$$P_i = P_i \cup \{(T_i^k, C_i^k)\}$$

volte para o passo 3.

Fonte: DESROCHERS e SOUMIS (1988)

**FIGURA 3.1 - Algoritmo de etiquetamento permanente (AEP) para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo**

Além disso, devido à ordenação para o armazenamento, caso uma determinada etiqueta dentro do "bucket" de um nó tenha o horário de início de atendimento igual ao limitante inferior da janela de tempo no nó ( $T_i = a_i$ ), não é necessário tratar todas as etiquetas remanescentes do nó naquele "bucket". Dada a ordenação, essas etiquetas certamente têm o mesmo horário de início de atendimento ( $= a_i$ ) e custos maiores, sendo, portanto, dominadas.

O outro teste de dominação, no nó de destino, consiste na comparação "retrocedendo no tempo", do custo  $C_j$ , correspondente ao caminho cuja etiqueta  $(T_j, C_j)$  está sendo gerada, com as etiquetas de mínimo custo do nó  $j$  armazenadas em cada "bucket" anterior ao do que contém  $(T_j, C_j)$ .

Em outras palavras, caso a etiqueta  $(T_j, C_j)$  sendo gerada seja candidata a ser armazenada no "bucket"  $K$ , inicialmente ela é comparada com as etiquetas de menor custo dos "buckets"  $(K-1)$ ,  $(K-2)$ ,..., até o "bucket" que corresponde ao limitante inferior da janela de tempo ( $a_j$ ). Esse critério é aplicado a todos os sucessores de uma etiqueta sendo tratada.

Tendo em vista que as etiquetas temporárias são armazenadas em ordem crescente de custo, a etiqueta no topo de cada "bucket" corresponde à etiqueta de mínimo custo dentre todas armazenadas naquele "bucket".

CUNHA e SWAIT (1990) implementaram três versões do algoritmo de etiquetamento permanente: uma básica, sugerida por DESROCHERS e SOUMIS (1988) para grafos densos; outra com teste de dominância adicional no nó de origem; e a última com ambos os testes adicionais propostos pelos autores. Foram gerados problemas teste de diferentes tamanhos (número de nós) e diferentes dimensões máximas de janela de tempo, de maneira a possibilitar a avaliação de desempenho e a comparação entre as três versões.

Os resultados obtidos pelos autores comprovam que os testes adicionais de dominação melhoram significativamente o desempenho computacional da versão para grafos densos, já que reduzem o espaço de soluções, através da eliminação de um número maior de etiquetas dominadas. Além disso, o teste de dominação

"retrocedendo no tempo" resulta uma menor utilização de memória; por outro lado, há um aumento de tempo de processamento em decorrência desse teste adicional. No final, os tempos de processamento para ambas as versões são bastante semelhantes.

Os resultados também indicaram que o desempenho em termos de esforço computacional das versões modificadas são proporcionais à raiz quadrada do número de nós. Observou-se também não haver uma influência significativa do desempenho com relação ao tamanho das janelas de tempo, sendo o esforço computacional aproximadamente linear.

Considerando-se que a questão de espaço de memória é crítica para o PRPJT<sub>r</sub>, em função do porte dos problemas que se pretende resolver, optou-se por implementar a versão do algoritmo de etiquetamento com ambos os testes adicionais sugeridos por CUNHA e SWAIT (1990).

Além disso, foram incorporadas ao algoritmo de caminho mínimo procedimentos para tratar das restrições adicionais do PRPJT correspondentes à duração da jornada e à capacidade do veículo. Tais alterações não implicaram mudanças significativas no algoritmo proposto por CUNHA e SWAIT (1990). Para fins de testes de validação do algoritmo, descrito no Capítulo 5, foi também implementada uma versão que incluiu restrições de precedência, embora a mesma não faça parte da formulação matemática do PRPJT.

O algoritmo de solução do problema do caminho mínimo com restrições de janela de tempo, duração da jornada e capacidade é apresentado na Figura 3.2. Para a descrição deste algoritmo, e dos demais ao longo deste trabalho, foi utilizada uma pseudo-linguagem computacional baseada no Linal (SWAIT (1990)).

A eventual necessidade de introdução da restrição de precedência acarreta a alteração somente do passo 18, que corresponde ao teste de viabilidade do caminho parcial sendo gerado. Outras restrições podem ser incorporadas através da simples modificação deste passo.

```

// algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo baseado no AEP //
1 início // CMJT //
2  $dim\_bck \leftarrow \min(t_i)$ , para todo  $(i,j) \in A$  //dimensão dos "buckets" (dim_bck) //
3 para  $i=0$  até  $N+1$  faça  $min\_cost[i] \leftarrow \infty$  //inicialização vetor custo mínimo até cada nó//
4  $(T_i, C_i) \leftarrow (0,0)$  // gerar etiqueta para a base de origem //
5 enquanto houver buckets com etiquetas temporárias a serem tratadas faça
6 início
7  $T_{i\_ant} \leftarrow \infty$ 
8  $aux \leftarrow C_i$  //recebe o custo mínimo dos caminhos para o nó i //
9 enquanto bucket corrente não vazio faça
10 início
11 selecionar e remover a etiqueta  $(T_i, C_i)$  do bucket para ser tratada
    //teste de dominação na origem i //
12 se  $C_i < min\_cost[i]$  então
13 se  $T_i < T_{i\_ant}$  então
14 início
15 para todos os sucessores  $j$  do nó  $i$  faça
16 início
17  $T_j \leftarrow T_i + d_{ij} + t_{ij}$  //horário de chegada em j //
    // verificar restrições de janela de tempo, capacidade //
18 se  $(T_j \leq b_j)$  e (capacidade não excedida) e  $(T_j \leq H)$  então
19 início
20  $T_j \leftarrow \max(T_j, a_j)$ 
21  $C_j \leftarrow C_i + c_{ij}$ 
22 se  $C_j < min\_cost[j]$  então // etiqueta não é dominada ? //
23 início //não dominada//
24 determinar o bucket  $K$  para armazenar a etiqueta  $(T_j, C_j)$ 
25  $InBk \leftarrow$  endereço do primeiro bucket valido para nó  $j$ 
26  $x \leftarrow K-1$ 
27  $dom\_label \leftarrow$  falso
28 enquanto não  $dom\_label$  e  $x \geq InBk$  faça
29 início
30 se  $(T_j, C_j)$  dominada então
31  $dom\_label \leftarrow$  verdadeiro
32  $x \leftarrow x-1$ 
33 fim
34 se não  $dom\_label$  então
35 armazenar  $(T_j, C_j)$  no  $K$ -ésimo bucket (em ordem )
36 fim // se  $C_j < min\_cost[j]$  //
37 fim // se  $T_j \leq b_j$  //
38 fim // para todos os sucessores  $j$  //
39 armazenar  $(T_i, C_i)$  como etiqueta permanente
40  $T_{i\_ant} \leftarrow T_i$ 
41 fim // se  $T_i < T_{i\_ant}$  //
42 se  $T_i = a_i$  então
43 eliminar as etiquetas remanescentes no bucket para o nó  $i$ 
44 senão
45 selecionar a próxima etiqueta do bucket corrente a ser tratada
46 fim // enquanto current bucket não vazio//
47  $min\_cost[i] \leftarrow \min(min\_cost[i], aux)$  // atualizar min custo corrente para o nó  $i$  //
48 encontrar o próximo bucket com etiquetas temporárias a ser tratado
49 fim // enquanto houver buckets com etiquetas temporárias //
50 executa teste de dominância para o nó  $N+1$ 
51 fim // CMJT //

```

FIGURA 3.2 - Algoritmo de Caminho Mínimo com Janela de Tempo

### 3.3.3 Controle da relaxação Lagrangiana

O algoritmo de controle da relaxação Lagrangiana do PRPJT é baseado no Método do Sugradiente, proposto por FISHER (1981b, 1985), cujos principais conceitos estão descritos no Anexo B.

Em linhas gerais, a estratégia do procedimento de controle da relaxação Lagrangiana independe do método de solução do problema relaxado, o que é uma virtude desta estratégia.

Dado um valor inicial do vetor de penalidades do PRPJT  $\sigma^0 = \{\sigma_0^0, \sigma_1^0, \dots, \sigma_i^0, \dots, \sigma_N^0\}$ , a seqüência  $\sigma^k = \{\sigma_i^k\}$ , correspondente à  $k$ -ésima iteração, é calculada da seguinte forma:

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k + t^k (1 - x^k) \quad (3.13)$$

onde:

- $x^k$  é a solução ótima da  $k$ -ésima iteração do problema relaxado;
- $(1 - x^k)$  corresponde à restrição relaxada, isto é,  $\left(1 - \sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^{N+1} x_{ij}^v\right)$ ;
- $t_k$  é um escalar positivo, calculado através da expressão abaixo:

$$t_k = \frac{\lambda_k (Z_{\text{sup}} - Z_D(\sigma^k))}{\|(1 - x^k)\|^2} \quad (3.14)$$

onde  $\lambda_k$  é um escalar que satisfaz  $0 \leq \lambda_k \leq 2$  e  $Z_{\text{sup}}$  corresponde a um limitante superior de  $Z_D(\sigma^k)$ .

FISHER (1985) recomenda que o escalar  $\lambda_k$  assumo um valor inicial  $\lambda_0$  no intervalo  $[0,2]$ , e seja reduzido pela metade sempre que o valor da função objetivo  $Z_D(\sigma^k)$

deixe de crescer após um certo número de iterações.

FISHER (1981b) recomenda que o valor limitante superior da função objetivo  $Z_{sup}$  seja calculado através de uma heurística, ou de outro procedimento qualquer.

Assim, para o PRPJT, propõe-se que  $Z_{sup}$  seja calculado a partir das somas das parcelas de custo relativas à estimativa da distância percorrida, duração da rota e custo fixo. Como um limitante superior, essa estimativa é calculada com base em um procedimento heurístico guloso, do tipo vizinho mais próximo, que é processado seqüencialmente.

Em linhas gerais, o procedimento heurístico pode ser resumido da seguinte forma: O cliente mais “próximo” é inserido no veículo sendo programado como sucessor do cliente corrente. Um novo veículo é introduzido sempre que não se puder inserir nenhum novo cliente no veículo corrente. O critério de “proximidade” considera a soma do tempo de viagem entre os pontos (como uma medida da distância e do custo) com o tempo de espera para início de atendimento, uma vez que a chegada pode ocorrer antes do horário correspondente ao limite inferior da janela de tempo.

A estrutura da heurística para estimativa do limitante superior da função objetivo é apresentada na Figura 3.3.

#### **3.4. Um Exemplo de Aplicação da Relaxação Lagrangiana**

A fim de auxiliar na compreensão da estratégia geral de solução do PRPJT, baseada na relaxação Lagrangiana, e na utilização do algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo para o problema relaxado, será apresentada a sequência de passos para um problema exemplo.

O problema compreende 6 clientes, cujos dados estão na Tabela 3.1. Por simplicidade, as cargas nos clientes são iguais a zero. Estes seis clientes podem ser atendidos por um único veículo. Não há restrição de duração do roteiro.

Este problema é uma instância particular do PRPJT que consiste exatamente no problema do caixeiro viajante com janelas de tempo, uma vez que não há restrições de capacidade no único veículo que atende estes clientes.

```

// procedimento para estimativa do limitante superior inicial da função objetivo do
// problema, baseado em uma heurística gulosa do tipo vizinho mais próximo
//
1  início // Estima_ZSup//
2   $veic \leftarrow 1$  // inicializa contador de veiculos utilizados //
3   $Z_{sup} \leftarrow 0$ 
4  enquanto houver veículos disponíveis e nós não atendidos faça
5    início
6       $i \leftarrow 0$  // nó corrente inicial do veículo v corresponde à base //
7      enquanto houver nós para inserir no veículo v faça
8        início
9           $j \leftarrow$  vizinho mais próximo viável em termos de JT e carga
10         se j encontrado então
11           início
12             estima horário de saída de j
13             atualiza carga acumulada no veículo v
14              $i \leftarrow j$ 
15           fim // se j encontrado então //
16         senão
17           não há mais nós para inserir em v
18       fim // enquanto houver nós para inserir no veículo v //
19      $v \leftarrow v + 1$ 
20   fim // enquanto houver veículos disponíveis e nós não atendidos //
21   Calcula  $Z_{sup}$  para as rotas da solução obtida
22 fim // Estima_ZSup //

```

**FIGURA 3.3 - Heurística proposta para a estimativa de limitante superior da função objetivo  $Z_{sup}$**

Conforme foi visto anteriormente, neste caso em que a frota é de apenas um veículo o problema relaxado PRPJTr corresponde ao problema de caminho mínimo com janelas de tempo, que pode ser resolvido através do algoritmo apresentado no item 3.3.2.

A Tabela 3.2 indica os tempos de viagem (em minutos) entre cada par de clientes e também na ligação (arco) entre cada cliente e a base do veículo. Notar que, neste caso, há simetria nos tempos de viagem, isto é,  $t_{ij} = t_{ji}$ . Assume-se ainda que as distâncias são iguais aos tempos de viagem.

**TABELA 3.1 - Dados para o problema exemplo**

Cliente	Janela de Tempo	Tempo de atendimento (min)
1	14:00 - 15:30	25
2	15:00 - 16:30	20
3	15:00 - 15:30	20
4	15:30 - 17:00	5
5	15:00 - 16:45	10
6	14:30 - 17:30	5

O objetivo é encontrar o roteiro que minimize a distância total percorrida, respeitando-se as janelas de tempo.

O valor limitante superior da função objetivo  $Z_{sup}$  foi calculado segundo a heurística do vizinho mais próximo descrita no item 3.3.3. A distância obtida foi 110 e a duração 200 minutos, correspondendo ao roteiro {BASE - 1 - 6 - 5 - 2 - 3 - 4 - BASE}. Nesta sequência são atendidas as restrições de janelas de tempo em cada um dos seis clientes.

O valor inicial do escalar  $\lambda_k$  é igual a 2, isto é,  $\lambda_0 = 2$ .

Na iteração inicial todas as penalidades são nulas, isto é,  $\sigma_i^0 = 0, \forall i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Aplicando-se o algoritmo de caminho mínimo da Figura 3.2, obtém-se a seguinte solução: {BASE -1 - BASE}, com  $Z_D^0 = Z = 56$ . Os demais nós não fizeram parte do caminho mínimo.



**TABELA 3.2 - Tempos de viagem entre nós no problema exemplo (minutos)**

Origem	Destino						
	BASE	1	2	3	4	5	6
BASE	-	28	30	31	32	29	33
1		-	20	21	22	17	16
2			-	5	8	6	10
3				-	14	9	11
4					-	8	13
5						-	9

Na iteração 1, deve-se inicialmente calcular o valor do escalar  $t_k$  através da expressão (3.14):

$$t_0 = \frac{2(110 - 56)}{\|0-0\|^2 + \|1-0\|^2 + \|1-0\|^2 + \|1-0\|^2 + \|1-0\|^2 + \|1-0\|^2} = 21.6$$

As penalidades da iteração 1 são calculadas através da expressão (3.13):

$$\sigma_i^1 = \sigma_i^0 + 21.6 \left( 1 - \sum_{j=1}^7 x_{ij} \right) = 0 + 21.6(1 - 0) = 21.6 \quad i = 2, 3, 4, 5, 6$$

e  $\sigma_1^1 = 0$ .

Aplicando-se novamente o algoritmo de caminho mínimo ao problema com as novas penalidades obtém-se  $Z_D^1 = 94$ . A solução correspondente é {BASE - 6 - 5 - 4 - 2 - 3 - BASE}. Desta vez, o nó 1 ficou fora do caminho mínimo.

O procedimento é repetido novamente, calculando-se  $t_1 = 32$  e  $\sigma^2 = \{32, 21.6, 21.6, 21.6, 21.6, 21.6\}$ .

Processando-se novamente o algoritmo de caminho mínimo com as distâncias afetadas pelas penalidades da iteração, obtém-se a nova solução. Esta solução, apresentada na Tabela 3.3, corresponde à solução do problema, uma vez que todos os nós foram incluídos no caminho.

Deve-se observar que na solução ótima obtida há tempos de espera de 5 minutos no nó 5 e de 12 minutos no nó 4. A duração total do roteiro foi de 207 minutos e a distância 105.

Deve-se destacar que esta solução corresponde à solução ótima do problema de minimização da distância total percorrida ( $C_d^v \neq 0$  e  $C_h^v = 0$ ). Entretanto, esta não é a solução ótima para a minimização da duração do roteiro ( $C_d^v = 0$  e  $C_h^v \neq 0$ ).

Repetindo-se os procedimentos descritos acima, obtém-se a solução ótima para o problema de minimização da duração do roteiro, apresentada na Tabela 3.4.

Nota-se que a duração total do novo roteiro foi de 194 minutos (correspondendo a uma redução de 6,2%) e a distância total percorrida 106 (um aumento de apenas

**TABELA 3.3 - Solução para o problema exemplo com minimização da distância total percorrida**

NÓ	Hora			Distância Acumulada
	Chegada	Início de Atendimento	Saída	
BASE			13:32	0
1	14:00	14:00	14:25	28
6	14:41	14:41	14:46	44
5	14:55	15:00	15:10	53
4	15:18	15:30	15:35	61
2	15:43	15:43	16:03	69
3	16:08	16:08	16:28	74
BASE	16:59	-	-	105

**TABELA 3.4 - Solução para o problema exemplo com minimização da duração do roteiro**

NÓ	Horário			Distância Acumulada
	Chegada	Início de Atendimento	Saída	
BASE			13:32	0
1	14:00	14:00	14:25	28
6	14:41	14:41	14:46	44
3	14:57	15:00	15:20	55
2	15:25	15:25	15:45	60
5	15:51	15:51	16:01	66
4	16:09	16:09	16:14	74
BASE	16:46	-	-	106

1,0%). Há apenas 3 minutos de espera no nó 3.

### 3.5 Considerações finais

Iniciou-se este capítulo pela apresentação do modelo matemático do problema de roteirização e programação de veículos (PRPJT), com restrições de janelas de tempo, de capacidade dos veículos e de duração da jornada. Em seguida, foi apresentada a estratégia de solução proposta, baseada na relaxação Lagrangiana das restrições relacionadas à obrigatoriedade de atendimento de cada um dos nós exatamente uma vez. O problema relaxado resultante consiste em uma instância de um problema de caminho mínimo, ainda difícil de resolver.

A estratégia de solução se baseia na utilização de um algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo para a resolução do problema relaxado. Foi apresentado ainda o esquema geral de controle da relaxação Lagrangiana e cômputo das penalidades, seguindo-se um exemplo para ilustrar a aplicação do método proposto.

No próximo capítulo serão detalhadas as heurísticas para a resolução de problemas com frotas homogêneas e heterogêneas, baseadas nesta estratégia geral de solução.

## CAPÍTULO 4

### HEURÍSTICAS DE SOLUÇÃO PARA O PRPJT BASEADAS NA ESTRATÉGIA DE RELAXAÇÃO LAGRANGIANA

#### 4.1 Considerações Iniciais

No capítulo anterior foi apresentada a formulação matemática para o Problema de Roteirização e Programação de Veículos com Janelas de Tempo (PRPJT), bem como a estratégia geral de solução, que é baseada na relaxação Lagrangiana das restrições do modelo matemático relacionadas à obrigatoriedade de atendimento de todos os clientes exatamente uma vez.

Foi apresentado também o algoritmo para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo, utilizado na resolução do problema relaxado, bem como o esquema geral do método de controle das iterações da relaxação Lagrangiana.

Neste capítulo pretende-se descrever três diferentes heurísticas para o PRPJT, sendo duas para a resolução de instâncias do problema em que a frota é homogênea e a terceira mais genérica para problemas com frota heterogênea.

#### 4.2 Frota Homogênea

Quando a frota é homogênea, isto é, composta de  $NV$  veículos de mesmo tipo, tamanho e mesmos componentes de custos, os parâmetros que caracterizam os veículos podem ser escrito sem a dimensão  $v$  que os diferencia, isto é:

- capacidade  $K$  ao invés de  $K^v$ ;
- custo unitário variável com a distância  $C_d$  ao invés de  $C_d^v$ ;

- custo fixo diário  $C_f$  ao invés de  $C_f^v$ ;
- custo horário  $C_h$  ao invés de  $C_h^v$

Para instâncias do PRPJT em que a frota é homogênea são propostas duas heurísticas: a Heurística de Alocação Sequencial e a Heurística de Alocação Paralela. Ambas procuram tirar proveito da característica do problema em que não há decisão quanto ao tipo de veículo mais adequado a cada roteiro.

#### 4.2.1 Heurística de Alocação Sequencial

Conforme foi visto no capítulo anterior, a relaxação Lagrangiana do PRPJT produz uma instância especial de um problema de caminho mínimo, em que  $NV$  unidades de fluxo devem seguir do nó que corresponde à base de origem (0) ao nó da base de chegada ( $N+1$ ), sujeito às demais restrições do PRPJT, ou seja, janelas de tempo, capacidades dos veículos e duração da jornada.

Como o problema relaxado do PRPJT ainda é de difícil solução, a Heurística de Alocação Sequencial consiste em utilizar, de maneira sequencial, o algoritmo para a resolução do subproblema de caminho mínimo com janela de tempo, descrito no item 3.3.2, no contexto da relaxação Lagrangiana.

A estratégia básica desta heurística é considerar todos os clientes como candidatos a serem inseridos em um mesmo veículo.

Após um certo número de iterações, caso não tenha sido possível inserir todos os clientes no mesmo veículo (em decorrência das restrições de janela de tempo, de duração da jornada e de capacidade), mantém-se a melhor solução para o veículo. Os clientes atendidos pelo veículo são excluídos da lista de candidatos a serem programados nos veículos subsequentes.

Em seguida, o procedimento é novamente repetido, considerando apenas os clientes remanescentes, isto é, ainda não atendidos, e assim sucessivamente.

Como a frota é homogênea, ou seja, composta de veículos idênticos, não é necessário definir uma ordem de utilização dos mesmos, o que permite esta alocação sequencial dos clientes aos veículos.

Deve-se ressaltar que este método proposto é heurístico, o que significa que a convergência para a solução ótima não é assegurada, exceto no caso particular da frota disponível ser de apenas um veículo ( $NV = 1$ ). Neste caso, pode-se obter a solução ótima, caso a mesma exista, uma vez que o problema relaxado corresponde exatamente ao problema de caminho mínimo com as restrições de janela de tempo, de capacidade e de duração da jornada.

Esta heurística busca minimizar o número de veículos utilizados, através do seu máximo aproveitamento e, para cada um dos veículos, obter a solução mais eficiente em termos da distância e/ou tempo de viagem.

Caso o veículo retorne cedo à base, verifica-se a possibilidade de o reaproveitar em um novo roteiro antes da utilização de um novo veículo. Neste caso, o tempo disponível para novas entregas é menor, dado que a partida para uma nova viagem deve ocorrer em horário mais tarde.

O retorno antecipado à base pode ocorrer quando o limite de capacidade do veículo é atingido com um ou poucos atendimentos, acarretando uma jornada mais curta em termos de sua duração. Em outras palavras, não é possível incluir novos clientes no roteiro, em decorrência da restrição de capacidade ter sido atingida; por outro lado, o horário antecipado de retorno à base pode permitir uma nova partida para uma nova viagem pelo mesmo veículo, sem violar a restrição de duração da jornada, e nem tampouco a de horário de retorno à base.

Na Heurística de Alocação Sequencial são utilizados todos os procedimentos descritos no tópico 3.3 relativos à relaxação Lagrangiana, incluindo o procedimento de controle, a heurística para a estimativa do limitante superior da função objetivo do problema relaxado e o algoritmo de etiquetamento permanente para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo.

Inicialmente todos os clientes são candidatos a serem atendidos pelo primeiro veículo da frota. As penalidades iniciais são nulas. O algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo é processado, possibilitando obter o caminho de mínimo custo. A

solução obtida solução é armazenada como a melhor solução corrente para o veículo.

O vetor de penalidades é atualizado conforme descrito no item 3.3.3, proporcionando uma redução nos custos relativos a alguns arcos, de modo que os clientes não atendidos sejam incluídos na rota corrente. Este procedimento é repetido até que um critério de parada seja atingido, sendo então selecionada a melhor solução dentre aquelas encontradas para o veículo ao longo das iterações. Os pontos atendidos pelo veículo são retirados do conjunto de candidatos. Em seguida, um novo limitante superior para o veículo é determinado, o vetor de penalidades é novamente inicializado e o algoritmo de controle repete a mesma sequência de procedimentos.

O critério de parada para um conjunto de iterações da relaxação Lagrangiana para um veículo corresponde a uma das seguintes condições:

- inserção de todos os clientes ainda não programados;
- atingir-se um número máximo de iterações pré-definido;
- a convergência para a melhor solução parcial possível para o veículo, isto é, a variação entre soluções parciais consecutivas, ser inferior a um valor de tolerância pré-fixada.

O critério de parada mais geral da heurística é determinado pela utilização de toda a frota disponível ou pelo atendimento de todos os clientes.

Este procedimento de inserções sequenciais, considerando um veículo de cada vez, guarda similaridades com as heurísticas de inserção propostas por SOLOMON (1986a, 1987), inclusive a que obteve o melhor desempenho dentre todas analisadas pelo autor. Nessas heurísticas os clientes vão sendo inseridos sequencialmente no veículo, com base em uma medida de custo, até que não seja possível inserir mais nenhum atendimento naquele veículo, quando se passa ao veículo seguinte para a programação dos clientes remanescentes, até que uma nova situação de impossibilidade de inserção surja novamente.

A lógica de controle da Heurística de Alocação Sequencial é apresentada na Figura 4.1. É utilizada uma pseudo-linguagem estruturada baseada no Linal (SWAIT (1990)).

```

// Heurística de Alocação Sequencial //
// Aplica-se a problemas com frota homogênea e permite obter a solução que minimiza o
    número de veículos necessários e o comprimento e/ou duração do roteiro
//
1 início // Alocação Sequencial //
2 para  $i=1$  até  $N$  faça  $Pnt[i] \leftarrow 0$  //inicialização vetor de penalidades //
3  $veic \leftarrow 1$  // inicializa contador de veículos utilizados //
4 enquanto houver veículos disponíveis e nós não atendidos faça
5   início
6     Calcula limitante superior da função objetivo  $Z_{sup}$ 
7      $it \leftarrow 1$  // inicializa contador de número de iterações //
8      $Custo\_melhor\_rota \leftarrow \infty$  // inicializa variável com o custo da melhor rota
9     enquanto ( $it \leq max\_iter$ ) e (precisão entre iterações  $> \varepsilon$ ) faça
10    início
11      Determinar Caminho Mínimo com janelas de tempo, capacidade e
        duração da jornada
12      se rota gerada melhor que solução corrente então
13        início
14          solução corrente  $\leftarrow$  rota gerada
15          fim // se custo na rota gerada  $<$   $Custo\_melhor\_rota$  //
16          Calcular novos vetores de subgradientes e de penalidades
17           $it \leftarrow it + 1$  // contador de iterações //
18        fim // enquanto ( $it \leq max\_iter$ ) e (precisão entre iterações  $> \varepsilon$ )
19       $veic \leftarrow veic + 1$  // passa ao próximo veículo //
20    fim // enquanto houver veiculos disponíveis e nós não atendidos //
22 fim // Alocação Sequencial //

```

**FIGURA 4.1 - Heurística de Alocação Sequencial para problemas com frota homogênea**

Nesta figura, o passo 11 corresponde ao processamento do algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo, para todos os nós ainda não atendidos, considerando os custos afetados pelas penalidades  $\{\sigma_i^k\}$  relativas à  $k$ -ésima iteração. O resultado desse algoritmo é o caminho de mínimo custo com penalidades.

Conforme foi mencionado acima, pode não ser possível obter um caminho que atenda a totalidade dos clientes ainda não atendidos pelo veículo corrente sendo programado. Neste caso, as soluções obtidas através do algoritmo de caminho



mínimo, em duas iterações quaisquer, podem representar subconjuntos não idênticos do conjunto de clientes candidatos.

Isso ocorre devido ao fato de que as penalidades nos arcos são alteradas, de modo a se tentar inserir na rota os nós não atendidos e evitar passar pelos já atendidos mais de uma vez. Conseqüentemente, nem sempre as soluções consecutivas, obtidas ao longo das iterações convergem; em outras palavras, nem sempre a rota gerada numa iteração é “melhor” que a rota gerada nas iterações predecessoras do mesmo veículo.

Neste caso, pode não ser correto verificar se uma solução é melhor do que a outra baseando-se no apenas no critério geral  $Z_D = \max_{(\sigma_i)} Z_D(\sigma_i)$  para a convergência da relaxação Lagrangiana (deve-se recordar que o algoritmo de caminho mínimo não resolve o PRPJTr).

Para solucionar esta questão, tornou-se necessária a definição de um procedimento de comparação da rota gerada a cada iteração com a melhor rota encontrada até o momento e escolha da melhor solução para o veículo (passo 12 da Figura 4.1).

Tendo em vista que se busca minimizar a frota utilizada, o critério de comparação entre a solução do algoritmo de caminho mínimo para uma iteração qualquer  $l$ , de um mesmo veículo, em comparação com a melhor solução até então, obtida na iteração  $k$  ( $k < l$ ), é apresentado na Figura 4.2.

Quando no problema as quantidades de carga de um problema forem nulas, isto é,

```

// CRITÉRIO PARA A ESCOLHA DA MELHOR SOLUÇÃO PARA UM VEÍCULO //
// condição:  $k < l$  //
se carga no veículo na iteração  $l$  maior que carga na iteração  $k$  então
    solução da iteração  $l$  é melhor que da iteração  $k$ 
senão
    se carga no veículo na iteração  $l$  igual a carga na iteração  $k$  então
        se custo sem penalidades da iteração  $l$  menor que da iteração  $k$  então
            solução da iteração  $l$  é melhor que da iteração  $k$ 

```

**FIGURA 4.2 - Critério de Escolha da Melhor Solução para um Veículo - Algoritmo de Alocação Sequencial**

$q_i = 0$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ), assume-se  $q_i = 1$  e capacidade dos veículos ilimitadas, para aplicação do critério de escolha da melhor solução para um veículo.

Adicionalmente, pelas razões expostas acima, neste caso pode não ser conveniente se adotar a regra geral de atualização do escalar  $\lambda_k$  recomendada por FISHER (1985), de redução pela metade do valor inicial  $\lambda_0$  sempre que o valor da função objetivo  $Z_D(\sigma^k)$  deixe de crescer, após um certo número de iterações.

Assim, para a Heurística de Alocação Sequencial, propõe-se que o cálculo de  $\lambda_k$  obedeça à seguinte regra:

$$\lambda_k = \begin{cases} \lambda_{k-1} / 2 & \text{se } k \text{ for múltiplo de } \lambda_{iter} \\ \lambda_{k-1} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde  $\lambda_{iter}$  corresponde ao número de iterações consecutivas em que  $\lambda_k$  permanece inalterado.

Foram inicialmente definidos os seguintes valores:  $\lambda_0 = 2$  e  $\lambda_{iter} = 5$ . O número máximo de iterações da relaxação Lagrangiana por veículo (passo 9 da Figura 4.1) adotado foi de 10.

De antemão, pode-se afirmar que o critério proposto de escolha da melhor solução para o veículo corrente pode apresentar um aspecto desfavorável: o eventual desequilíbrio entre as rotas geradas para os diferentes veículos. Na medida em que a estratégia procura inserir o maior número possível de nós em uma rota, as rotas geradas correspondentes aos primeiros veículos podem tender a englobar um número elevado de clientes, ao passo que as últimas apenas alguns poucos (que usualmente correspondem àqueles mais distantes ou isolados, em termos temporais ou espaciais, e que não puderam ser atendidos pelos veículos anteriores).

Em termos práticos, tal programação pode não ser a mais adequada, na medida em que alguns veículos podem apresentar uma utilização intensa (retornando bastante tarde à base), enquanto outros podem permanecer parcialmente ociosos. Em alguns casos, é importante assegurar uma distribuição mais homogênea dos clientes aos

veículos, principalmente quando há uma parcela da remuneração das tripulações que é função dos atendimentos realizados.

Isto ocorre com todas as heurísticas sequenciais, inclusive as propostas por SOLOMON (1987).

Esta possibilidade levou à proposição da Heurística de Alocação Paralela, descrita a seguir.

#### **4.2.2 Heurística de Alocação Paralela**

A Heurística de Alocação Paralela visa determinar uma programação que possibilite a utilização da frota total disponível, com uma distribuição mais uniforme dos clientes nos roteiros e, ao mesmo tempo, a minimização das parcelas de custo com a distância e/ou com o tempo de viagem.

Esta heurística também se aplica a instâncias do PRPJT com frota homogênea e apresenta estrutura semelhante à Heurística de Alocação Sequencial. Também aqui são utilizados os procedimentos descritos no tópico 3.3 para o controle da relaxação Lagrangiana, incluindo a heurística para a estimativa do limitante superior da função objetivo do problema relaxado, e o algoritmo de etiquetamento permanente para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo.

A principal diferença desta heurística com relação à anterior reside na maneira como são processadas as iterações da relaxação Lagrangiana. Ao invés de tentar inserir todos os clientes não atendidos num mesmo veículo, neste caso a construção dos roteiros dos  $NV$  veículos é realizada em paralelo. Assim, em uma iteração da relaxação Lagrangiana são obtidos  $NV$  caminhos mínimos com penalidades. O esquema de funcionamento pode ser descrito sucintamente da seguinte forma:

Inicialmente as penalidades são nulas. O algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo e as demais restrições do problema, é processado  $NV$  vezes, gerando sequencialmente  $NV$  caminhos de mínimo custo. Estes caminhos passam por nós diferentes, sem repetição, uma vez que são excluídos do grafo os nós que correspondem aos caminhos mínimos para os veículos anteriores ao corrente.

A cada nova iteração, são calculadas as novas penalidades e processado o algoritmo de caminho mínimo  $NV$  vezes. O processo se repete, até que seja atingido o limite do número máximo de iterações da relaxação Lagrangiana, ou haja uma convergência para uma solução parcial, ou ainda que todos os clientes tenham sido atendidos.

O método proposto é formalizado na Figura 4.3, utilizando uma pseudo-linguagem estruturada, baseada no Linal (SWAIT (1990)).

Conforme mencionado acima, em uma iteração qualquer, os clientes que fazem parte do  $v$ -ésimo caminho de mínimo custo são eliminados das redes subsequentes (passo 13), as quais são submetidas ao algoritmo de caminho mínimo (passo 12).

Uma solução obtida ao final de uma iteração é melhor outra obtida anteriormente se maximizar o valor da função objetivo do problema relaxado, ou seja,

$$Z_D = \max_{(\sigma_i)} Z_D(\sigma_i) \text{ (passo 16).}$$

Neste caso, considera-se  $\lambda_0 = 2$ , e  $\lambda_k$  sendo reduzido pela metade sempre que o valor da função objetivo  $Z_D(\sigma^k)$  deixe de crescer após um certo número de iterações (FISHER, 1985).

Utiliza-se o mesmo procedimento do tipo vizinho mais próximo, apresentado na Figura 3.4, para a estimativa da função objetivo.

Esta heurística pode fornecer ainda um limitante superior quanto ao número de veículos necessários para a programação de todos os atendimentos.

O usuário pode utilizar esta estimativa da frota caso não tenha sido possível atender todos os clientes com a frota especificada por ele. Caso se deseje conhecer qual a frota mínima que resolve o problema, basta definir um valor inicial da frota que seja suficientemente elevado, e ir reduzindo sucessivamente o tamanho da frota em uma unidade, até que não seja mais possível atender todos os clientes. Exemplificando, se ao reduzir a frota de  $V+1$  para  $V$  veículos não for possível atender todos os clientes, a frota mínima necessária, segundo esta heurística, é de  $V+1$  veículos.

```

// Heurística de Alocação Paralela //
// Aplica-se a problemas com frota homogênea e permite obter a solução que utiliza os NV
veículos, minimizando o comprimento e/ou duração do roteiro.
//
1 início // Alocação Paralela //
2   Calcula limitante superior da função objetivo  $Z_{sup}$ 
3    $it \leftarrow 1$  // inicializa contador de número de iterações //
4   para  $i=1$  até  $n$  faça  $Pnt[i] \leftarrow 0$  // inicialização vetor de penalidades //
5    $Z_D^* \leftarrow 0$  // valor da função objetivo da melhor solução obtida, isto é  $Z_D^* = \max Z_D$  //
6   solução  $\leftarrow \phi$  // não há solução inicial //
7   enquanto ( $it \leq max\_iter$ ) e (precisão entre iterações  $> \varepsilon$ ) e (não ótimo) faça
8     início
9        $Z_D \leftarrow 0$  // valor da função objetivo relaxada da iteração corrente //
10      para  $v=1$  até  $NV$  faça // para todos os veículos da frota//
11        início
12          Determinar Caminho Mínimo com janelas de tempo, capacidade e
          duração da jornada considerando todos os nós não atendidos
13          Eliminar do grafo nós do caminho mínimo
14           $Z_D = Z_D +$  comprimento do caminho mínimo com penalidades
15        fim // para  $v=1$  até  $NV$  faça //
16      se  $Z_D > Z_D^*$  então atualiza solução com solução corrente
17      Calcular novos vetores de subgradientes e de penalidades
18       $it \leftarrow it + 1$  // contador de iterações //
19      se todos os nós atendidos então ótimo  $\leftarrow$  verdadeiro
20    fim // enquanto ( $it \leq max\_iter$ ) e (precisão entre iterações  $> \varepsilon$ ) e (não ótimo) //
21 fim // Alocação Paralela //

```

**FIGURA 4.3 - Heurística de Alocação Paralela para problemas com frota homogênea**

Finalizando, caso a frota seja de apenas um veículo, o processamento da Heurística de Alocação Paralela é idêntico ao da Heurística de Alocação Sequencial.

### 4.3 Frota Heterogênea

A heterogeneidade da frota aumenta consideravelmente a complexidade do PRPJT. Quando a frota é heterogênea, há de se decidir quais tipos de veículos devem ser utilizados e quantos de cada. Em alguns problemas pode haver limitações quanto ao

número de veículos de cada tipo que estão disponíveis para utilização, além da eventual limitação da frota como um todo.

Conforme foi visto no capítulo 2, as principais estratégias de solução para problemas com janelas de tempo, descritas na literatura, são heurísticas e consideram apenas problemas em que os veículos são idênticos (frota homogênea).

Por outro lado, nos trabalhos em que a frota é heterogênea não têm sido consideradas restrições de janelas de tempo e de duração da jornada.

É o caso, por exemplo, das heurísticas propostas por SOLOMON (1986a, 1987) para problemas com janelas de tempo e, em particular, a heurística de inserção que apresentou o melhor desempenho nos problemas testados. Nesta heurística, os clientes vão sendo inseridos sequencialmente no veículo, com base em uma medida de custo, até que não seja possível inserir mais nenhum cliente naquele veículo, quando se passa ao veículo seguinte.

Em muitas aplicações práticas de problemas com janelas de tempo têm utilizadas, de alguma maneira, esta heurística, com adaptações para as peculiaridades do problema (por exemplo, SOLOMON et. al (1992).

Quando a frota é heterogênea, há a decisão do(s) tipo(s) de veículo(s) a ser(em) utilizado(s).

Na prática, em particular em problemas de distribuição em áreas urbanas, o número de possíveis combinações de tipos de veículos a serem utilizados é reduzido em decorrência de dificuldades e restrições legais de circulação e estacionamento de veículos de carga, entre outras. Alguns clientes só podem ser atendidos por veículos menores, ou utilitários, ao invés de caminhões. Mesmo que o atendimento seja programado para horários de trânsito mais livre e sem impedimentos de circulação e estacionamento, não é razoável utilizar veículos de maior porte (por exemplo, carretas), dadas as dificuldades de movimentação, manobra e estacionamento.

Para instâncias que correspondem ao caso mais geral do PRPJT, em que a frota pode ser heterogênea, é proposta a heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial.

#### 4.3.1 Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial

Esta heurística é derivada da Heurística de Alocação Sequencial, para problemas com frota homogênea. A diferença básica, como o próprio nome já diz, é a introdução de um procedimento de agrupamento.

Ao invés de se tentar inserir todos os clientes ainda não atendidos em um mesmo veículo, antes é realizado um agrupamento e seleção dos clientes que devem estar potencialmente juntos, para então se tentar determinar um roteiro que passe por todos os pontos agrupados, utilizando o algoritmo de caminho mínimo no contexto da relaxação Lagrangiana. A procedimento da relaxação Lagrangiana é utilizado para resolver instâncias de problemas cujos nós devem potencialmente poder serem atendidos pelo veículo

A introdução de um procedimento de agrupamento dos clientes, antes da sua inserção, decorre da observação de que, em muitas instâncias do PRPJT, o número de clientes não atendidos, candidatos a serem inseridos em um veículo, pode ser muito maior do que o número que efetivamente pode ser transportado pelo veículo, em decorrência das restrições de capacidade do mesmo, de duração da jornada e de janelas de tempo.

Consequentemente, o principal benefício do agrupamento é a redução do esforço computacional do algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo para a resolução do subproblema da relaxação Lagrangiana, na medida em que o número de caminhos potencialmente candidatos é reduzido.

Na Heurística de Inserção Sequencial para problemas com frota homogênea, quando o número de nós a ser inserido é muito superior ao que efetivamente pode ser atendido por um veículo, após um certo número de iterações, há uma alternância entre roteiros de boa qualidade, sem que seja possível melhorar alguma solução através da inserção de novos clientes no roteiro sendo programado.

O agrupamento proposto nesta heurística pode, potencialmente, possibilitar atenuar o aspecto desfavorável apontado para a Heurística de Alocação Sequencial, que é o desequilíbrio entre as rotas geradas para os diferentes veículos. Na medida em que a estratégia procura inserir o maior número possível de nós em uma rota, as rotas geradas correspondentes aos primeiros veículos tendiam a englobar um número elevado de tarefas, ao passo que as últimas apenas algumas poucas (que

usualmente correspondem àquelas mais distantes ou isoladas, tempo ou espacialmente, e que não puderam ser atendidas pelos veículos anteriores).

Ao contrário da maioria dos procedimentos de agrupamento descritos na literatura, que são sequenciais (por exemplo, o proposto por CHAPLEAU et al., 1985), o procedimento proposto aqui opera em paralelo, isto é considera simultaneamente os grupos formados por todos os clientes ainda não atendidos. Deve-se destacar ainda que os procedimentos de agrupamento descritos na literatura são para problemas em que não há restrições de janelas de tempo.

Para a decisão quanto ao tipo de veículo que é utilizado em cada agrupamento foi desenvolvido um procedimento que define a ordem de prioridade na utilização dos veículos da frota.

Na sequência, são descritos o procedimento de definição de ordem de utilização dos veículos e de agrupamento dos clientes.

- **procedimento de definição da ordem de utilização dos veículos**

Os  $NV$  veículos disponíveis podem ser agrupados de acordo com os seus atributos mais importantes, tais como o tamanho, a marca ou o modelo, e suas características físicas (capacidade de carga, tipo de carroceria, etc.).

Em geral, as empresas procuram reduzir o número de diferentes tipos de veículo das suas frotas, (marcas e modelos) a fim de reduzir seus custos, o que pode ser obtido através da diminuição do número de itens de peças de reposição em estoque e facilidade de manutenção. São pouco comuns os casos em que empresas possuem mais de uma marca de veículo por tipo ou tamanho, assim como mais de dois ou três fabricantes diferentes para a frota como um todo.

Em muitos casos, consideram-se custos médios para veículos de mesmo tipo, marca, modelo e tipo de equipamentos, independentemente do ano de fabricação. Isto facilita a apropriação de custos, assim como a determinação dos preços a serem cobrados pelos serviços de transporte, distribuição e coleta.



A Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial pressupõe uma ordem de prioridade de utilização dos  $NV$  veículos. Caso os veículos estejam agrupados, essa ordenação pode ser feita por tipo, tornando-se mais fácil.

Propõe-se uma regra heurística para a alocação sequencial dos veículos: ordenação segundo uma ordem crescente de custo fixo por unidade de capacidade, isto é, do menor para o maior quociente  $(C_f^v/K^v)$ ,  $v = 1, 2, \dots, NV$ . Esta regra se baseia na observação de que os veículos maiores apresentam menores custos fixos e variáveis por unidade de capacidade. Em outras palavras, os veículos maiores são, em geral, mais econômicos, por unidade de carga transportada, que os menores.

Os dados da Tabela 4.1 permitem observar que esta condição é verdadeira numa situação típica brasileira. Os dados indicam que os custos unitários são decrescentes com o aumento da capacidade de carga dos veículos.

**TABELA 4.1 - Exemplo de custos de alguns veículos para a situação brasileira**

VEÍCULO Marca/Modelo	Capacidade (ton)	Custo Fixo (R\$/mês)	Custo Variável (R\$/km)	Custo Fixo Unitário (R\$/ton-mês)	Custo Variável Unitário (R\$/ton-km)
Mercedes Benz 710	4.00	2 801.40	0.1408	700.35	0.035
Mercedes Benz 1214	6.94	3 332.22	0.2355	480.15	0.034
Mercedes Benz 1418	8.70	3 933.40	0.2501	452.11	0.029
Scania R143E	27.32	7 199.81	0.4511	263.56	0.017

Fonte: Revista Carga e Transporte nº 121, ano XI, 1996.

Ocorre que, em muitos casos, nem sempre é possível o aproveitamento total da capacidade de carga de um veículo maior. Neste caso, um veículo menor, mais adequado à quantidade de carga efetivamente transportada, pode ser mais econômico.

Devido à modularidade da implementação computacional do "software", esta regra heurística de ordenação pode vir a ser facilmente substituída por outra regra ou método ou mesmo seguindo uma prioridade de utilização definida pelo usuário, de

acordo com a sua preferência (por exemplo, utilizando primeiro os veículos mais novos).

Esta heurística aplica-se também a problemas com frotas homogêneas, uma vez que, conforme foi visto anteriormente, nestes não é necessário escolher o veículo a ser alocado, uma vez que a ordem de utilização é indiferente (todos os veículos são iguais).

Também aqui foi definido um procedimento que permita, caso o veículo retorne cedo à base, procurar-se reaproveitá-lo para um novo roteiro antes da alocação de um novo veículo. Neste caso, o tempo disponível para novas entregas é menor, dado que a partida para uma nova viagem ocorre mais tarde.

O procedimento que realiza o agrupamento dos clientes recebe as informações do veículo selecionado, do horário em que ele está disponível para iniciar uma viagem (dependendo se é a primeira ou a segunda viagem) e do tempo disponível para o roteiro. Este procedimento é descrito a seguir.

- **procedimento de agrupamento dos clientes**

Numa dada iteração, todos os clientes ainda não atendidos são candidatos a serem agrupados, para posterior roteirização, considerando o veículo corrente, selecionado a partir do procedimento de definição da ordem de utilização, descrito acima.

Os clientes vão sendo agrupados, baseados em um critério de *proximidade*, que leva em conta a distância entre eles e também a proximidade “temporal”, isto é, definidas pelas janelas de tempo. O agrupamento é interrompido quando as restrições de capacidade do veículo ou de duração da jornada tenham sido violada.

Tendo em vista que não se pode assegurar, durante o agrupamento, a existência de um roteiro viável que atenda todos os clientes selecionados (em função principalmente das restrições de janela de tempo), definiu-se uma tolerância, para o agrupamento, em relação às restrições de capacidade do veículo e de duração da jornada. Em outras palavras, o procedimento de agrupamento visa racionalizar a alocação dos clientes ao veículos e também reduzir o número de nós candidatos a serem inseridos e roteirizados em um veículo, e não determinar exatamente quais os clientes a serem atendidos pelo veículo.

Nos métodos “*cluster-first, route-second*” tradicionais, cabe ao procedimento de agrupamento (“*clustering*”) verificar e assegurar a viabilidade do grupo, restando ao procedimento de roteirização apenas a definição da sequência de cada roteiro, ou seja, da ordem de atendimento ou visita dos nós. Em geral, quando esta estratégia de resolução é adotada, utiliza-se alguma heurística do tipo caixeiro-viajante para resolver o subproblema de roteirização, uma vez que as demais restrições já foram verificadas e asseguradas quanto à sua viabilidade pelo procedimento de agrupamento.

A maioria das heurísticas do tipo “*cluster-first, route-second*” descritas na literatura é baseada no método de varredura proposto por WREN e HOLLIDAY (1972) e usualmente atribuído a GILLET e MILLER (1974).

Este método consiste numa varredura angular, a partir de um nó semente escolhido, inserindo novos nós (que correspondem a clientes) no grupo até que não possam ser mais inseridos, em função de alguma restrição do problema (por exemplo, de capacidade do veículo). A fim de se evitarem distorções decorrentes deste procedimento sequencial, é usual repeti-lo diversas vezes, para diferentes nós sementes, escolhendo a melhor solução dentre aquelas obtidas.

Este tipo de abordagem é dificultada pela existência de restrições de janelas de tempo, que descaracterizam a proximidade entre clientes com base em parâmetros espaciais.

Na Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial, durante a fase de agrupamento não são verificadas e nem asseguradas todas as restrições; o agrupamento permite determinar um subconjunto do conjunto de clientes a serem atendidos, com maior chance ou oportunidade de serem atendidos pelo mesmo veículo, dada a sua maior *proximidade* em termos espaciais e temporais. Este subconjunto contém, em geral, um número maior de clientes do que o que efetivamente pode ser atendido pelo veículo. Cabe à heurística de relaxação Lagrangiana, baseada no algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo, a determinação do melhor roteiro viável, considerando este subconjunto de clientes candidatos.

Tendo em vista a complexidade introduzida pelas janelas de tempo, que dificulta a adoção de métodos baseados em critérios espaciais de varredura, bem como a distribuição mais uniforme dos clientes aos veículos, o procedimento de agrupamento

se baseia no problema da árvore de cobertura mínima (*“minimum spanning tree”*), formalizado abaixo.

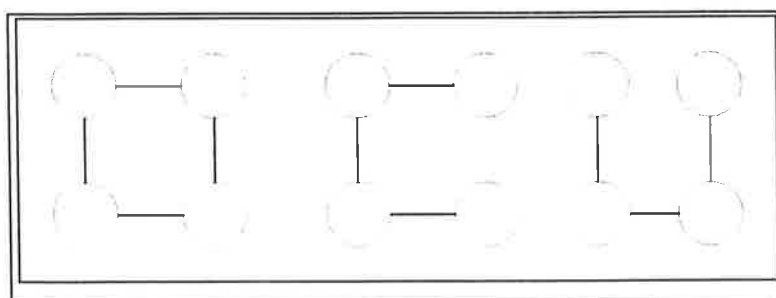
Seja  $G = (V, E)$  um grafo conexo onde  $V$  corresponde ao conjunto dos nós e  $E$  ao conjunto dos arcos. Um subgrafo  $T = (V, E')$  de  $G$  é uma árvore de cobertura (*“spanning tree”*) de  $G$  se e somente se  $T$  for uma árvore (HOROWITZ e SAHNI (1978)).

Uma árvore é um conjunto finito de elementos  $A$  tal que existe um único elemento denominado raiz e os elementos restantes do conjunto são subdivididos em  $n \geq 0$  subconjuntos  $A_k$ ,  $0 \leq k \leq n$ , mutuamente exclusivos e coletivamente exaustivos, que também são árvores (SWAIT (1990)).

Note-se que, em uma árvore de cobertura não pode haver ciclos; em outras palavras, saindo de qualquer nó  $i$  pertencente à árvore, percorrendo os arcos incluídos na árvore, é impossível retornar ao nó  $i$ .

A Figura 4.4 exibe um grafo completo com quatro nós e três diferentes árvores de cobertura.

Em uma árvore de cobertura mínima, a somatória dos custos nos arcos da árvore é mínima. Propõe-se um procedimento baseado no algoritmo de Kruskal para a obtenção da árvore de cobertura mínima (para maiores detalhes, consultar HOROWITZ e SAHNI, 1978).



**FIGURA 4.4 - Um grafo não direcionado e duas das suas árvores de cobertura**

O problema da árvore de cobertura mínima foi utilizado com sucesso para a obtenção de limitantes inferiores para o problema do caixeiro viajante (HELD e KARP, 1970).

Na heurística proposta, definiu-se, para a determinação dos custos na árvore de cobertura mínima, a seguinte função de custo  $f_{ij}$  entre dois nós quaisquer  $i$  e  $j$ :

$$f_{ij} = \max\{t_{ij}, [a_j - (b_i + s_i + t_{ij})]\} \quad (4.1)$$

A função  $f_{ij}$  permite determinar a menor proximidade entre dois pontos: a espacial, dada pelo tempo de viagem  $t_{ij}$  e a temporal, dada pelo mínimo tempo de espera em  $j$ , saindo de  $i$  o mais tarde possível, em função de ter iniciado o atendimento em  $i$  no limite superior da respectiva janela de tempo. Caso não haja espera em  $j$ , a expressão  $[a_j - (b_i + s_i + t_{ij})] \leq 0$ , e fica valendo como medida de proximidade o tempo de viagem  $t_{ij} \geq 0$ .

Segundo o algoritmo de Kruskal, inicialmente cada nó ainda não atendido corresponde a uma árvore unitária que compreende apenas ele mesmo. Os arcos do grafo são ordenados segundo a ordem de custo crescente e vão sendo selecionados nesta ordem e inseridos para a construção da árvore. Caso os dois nós extremos do arco já pertençam à árvore, o mesmo é descartado. O procedimento de busca do arco de menor custo continua até que a árvore  $T$  tenha  $n-1$  arcos ou não haja mais arcos na lista ordenada de candidatos.

Alguns critérios adicionais são definidos para a aplicação do algoritmo de Kruskal, objetivando verificar a viabilidade da inclusão de um arco  $(i, j) \in G$  na árvore:

- viabilidade da janela de tempo em  $j$ :  $a_i + s_i + t_{ij} \leq b_j$
- viabilidade da capacidade de carga no veículo, isto é, a carga total dos nós da árvore não pode ultrapassar a capacidade do veículo, multiplicada por um fator  $M_1 \geq 1$ ; esta condição pode ser formalizada do seguinte modo:

Se  $(i, j)$  for um arco tal que  $i \in T1$  e  $j \in T2$ , sendo  $T1$  e  $T2$  suas árvores de cobertura parciais, tais que  $T1 \subset T$ ,  $T2 \subset T$  e  $T1 \cap T2 = \emptyset$  (isto é,  $(i, j)$  não cria um ciclo em  $T$ ). A seguinte condição deve ser satisfeita:

$$\sum_{u \in T1} q_u + \sum_{w \in T2} q_w \leq M_1 K^v \quad (4.2)$$

– de forma análoga, uma estimativa da duração total da jornada não deve ser ultrapassar a duração máxima, multiplicada por um fator  $M_2 \geq 1$ , isto é:

$$\sum_{u \in T1} s_u + \sum_{w \in T2} s_w + \sum_{(u,v) \in T1} t_{uv} + \sum_{(w,w') \in T2} t_{ww'} \leq M_2 H \quad (4.3)$$

A subestimativa da duração da jornada (expressão 4.3) consiste na soma das parcelas de tempo de atendimento dos nós de cada uma das duas árvores  $T1$  e  $T2$  e dos tempos de viagem dos arcos pertencentes às árvores, respectivamente.

Estes critérios têm por objetivo evitar incluir no mesmo conjunto, nós que sejam inviáveis de serem atendidos conjuntamente.

Para os problemas avaliados neste trabalho foram adotados  $M_1 = 1.2$  e  $M_2 = 1.1$ .

Finalmente, o procedimento de agrupamento proposto dá prioridade para a programação dos clientes que, por ventura, possam ser atendidos por apenas um ou alguns tipos de veículos. Isto pode ocorrer, por exemplo, em situações em que a carga só possa ser transportada pelo maior veículo disponível, em função do seu peso ou volume.

Deve-se destacar que o modelo proposto não considera a eventual divisão da carga em dois ou mais veículos, a fim de atender restrições de capacidade.

Outras situações de clientes em que pode haver restrições quanto aos tipos de veículos podem estar relacionadas a:

- localização de um cliente em área com restrição de circulação de veículos;

- restrições das instalações físicas do cliente, o que pode exigir algum tipo de veículo específico ou impedir o atendimento por outros;
- necessidade do cliente em termos de algum tipo de equipamento especial para carga ou descarga;
- vinculação de veículos da frota a um subconjunto de clientes, entre outras.

Em síntese, clientes com restrições de atendimento quanto ao tipo de veículo também têm prioridade na programação. A heurística de seleção do veículo corrente leva em consideração esta prioridade, logo após ter-se assegurado que as maiores cargas sejam alocadas aos maiores (e únicos) veículos que podem transportá-las.

Em ambos os casos, durante o agrupamento podem ser incluídos em um veículo destinado a um conjunto de clientes, outros clientes que não apresentem restrições, visando obter um melhor aproveitamento do mesmo.

Com base nestes critérios, a heurística de agrupamento baseada no algoritmo de Kruskal (HOROWITZ e SAHNI (1978)) para o problema de árvore de cobertura mínima é apresentada na Figura 4.5.

O “coração” do procedimento que obtém a árvore de cobertura mínima corresponde aos passos 8 a 19. A diferença básica em relação ao algoritmo de Kruskal está no passo 15, que corresponde aos critérios adicionais de viabilidade descritos acima.

Tendo em vista que um veículo pode ser reaproveitado para uma nova viagem, caso retorne à base cedo, nos passos 2 a 7 são excluídos do conjunto  $Q$  dos nós que correspondem aos clientes candidatos a serem agrupados aqueles:

- cujo extremo superior da janela de tempo ( $b_i$ ) seja anterior ao horário em que o veículo está disponível para iniciar um roteiro (*hora1*); esta restrição é particularmente importante quando o veículo tem disponibilidade de horário para uma nova viagem;
- que não podem ser atendidos pelo veículo  $v$ .

```

// Heurística de Agrupamento baseada na árvore de cobertura mínima //
// Aplica-se para problemas com frota heterogênea e permite obter um conjunto de clientes
// candidatos a serem agrupados para roteirização pelo veículo  $v$  selecionado
//
// Dados de entrada: //
    veículo  $v$  selecionado pelo procedimento de escolha do veículo
     $horaI$  : horário em que o veículo  $v$  está disponível para início de atendimento
     $duração$  : tempo disponível do veículo  $v$  para atendimento
// Variáveis //
     $T$  = árvore de cobertura mínima
     $n$  = número de nós ainda não atendidos
     $Q$  = conjunto dos nós candidatos para agrupamento
     $E$  = conjunto dos arcos cujos nós ainda não foram atendidos

1 início // Agrupa_árvore_de_cobertura_mínima //
2 para todos os nós  $i \in Q$  faça
3   se ( $b_i \leq horaI$ ) ou ( $i$  não puder ser atendido pelo veículo  $v$ ) então
4     início
5        $Q \leftarrow Q - \{i\}$ 
6        $n \leftarrow n - 1$ 
7     fim // se ( $b_i \leq horaI$ ) ou ( $i$  não puder ser atendido pelo veículo  $v$ ) //
8    $T \leftarrow \phi$ 
9    $E \leftarrow$  conjunto dos arcos  $(i, j)$  tais que  $(i \in Q)$  e  $(j \in Q)$ 
10  enquanto  $T$  não contiver  $(n-1)$  arcos e  $(E \neq \phi)$  faça
11    início
12      escolher o arco  $(i, j) \in E$  de mínimo custo  $f_{ij}$ 
13      remover  $(i, j)$  de  $E$ 
14      se  $(i, j)$  não criar um ciclo em  $T$  então
15        se  $(a_i + s_i + t_{ij} \leq b_j)$  e  $(\sum_{u \in T1} q_u + \sum_{w \in T2} q_w \leq M_1 K^v)$  e
           $(\sum_{u \in T1} s_u + \sum_{w \in T2} s_w + \sum_{(u,u') \in T1} t_{uu'} + \sum_{(w,w') \in T2} t_{ww'}) \leq M_2 H$  então
16           $T \leftarrow T \cup \{(i, j)\}$  // adicionar  $(i, j)$  a  $T$  //
17          senão descartar  $(i, j)$  // se  $a_i + s_i + t_{ij} \leq b_j$  ... //
18          senão descartar  $(i, j)$  // se  $(i, j)$  não criar um ciclo em  $T$  //
19        fim // enquanto  $T$  não contiver  $n-1$  arcos e  $E \neq \phi$  //
20  se  $T$  não contiver  $(n-1)$  arcos então
21    selecionar o grupo de clientes a ser roteirizado
22 fim // Agrupa_árvore_de_cobertura_mínima //

```

FIGURA 4.5 - Heurística de Agrupamento baseada na árvore de cobertura mínima



Assim clientes cuja janela de tempo seja anterior ao horário de partida do veículo não são considerados candidatos para o procedimento de agrupamento. Exemplificando, caso o veículo esteja disponível para uma segunda viagem às 13:00 horas, um cliente que só possa ser atendido entre 08:00 e 12:00 horas não é considerado candidato para atendimento nesta segunda viagem do veículo.

Ao final do processamento, quando o conjunto  $E$  dos arcos candidatos estiver vazio, pode não ter sido obtida uma árvore de cobertura mínima englobando todos os  $n$  nós ainda não atendidos, devido aos critérios de viabilidade introduzidos no procedimento. Isso deve ocorrer quando for impossível atender todos os nós, em decorrência de limitações da capacidade do veículo, de duração da jornada e/ou de viabilidade das janelas de tempo (passo 15).

Neste caso, pode haver mais de conjunto definindo subárvores que contêm subconjuntos de nós dentre os não atendidos, uma vez que o conjunto de nós candidatos ( $Q$ ) pode ser muito maior que o número de nós que pode efetivamente ser roteirizado pelo veículo, em função das restrições do problema.

Quando isto ocorrer, é selecionado, como conjunto de nós candidatos a ser roteirizado, aquele que corresponder ao(s) cliente(s) com restrições de atendimento, que por ventura possa(m) ser atendidos pelo veículo corrente (passo 21) . Na ausência de clientes com este tipo de restrição, seleciona-se o agrupamento que corresponder à maior quantidade de carga, dentre todos os conjuntos que representam as diferentes subárvores de cobertura mínima determinadas.

Esta heurística de agrupamento pode ser aplicada tanto a problemas com frota homogênea, como a problemas com frota heterogênea. Neste último caso, apenas no passo 3 não há a restrição quanto ao tipo de veículo que pode atender o cliente  $i$ , já que todos os veículos são idênticos.

- **heurística de controle do processamento**

Em linhas gerais, a Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial pode ser caracterizada com sendo do tipo “*cluster-first, route-second*”, cujo funcionamento geral pode ser resumido da seguinte forma: Numa dada iteração, todos os clientes ainda não atendidos são candidatos a serem agrupados para posterior roteirização

no veículo corrente. O veículo corrente é selecionado segundo o procedimento descrito anteriormente.

De forma análoga à Heurística de Alocação Sequencial, também esta heurística utiliza, de modo sequencial, o algoritmo para a resolução do subproblema de caminho mínimo com janela de tempo e penalidades, descrito no item 3.3.2.

Ao final de um conjunto de iterações, os clientes do conjunto de candidatos que eventualmente não tenham sido inseridos no roteiro do veículo são considerados clientes não atendidos, conjuntamente com os demais que não haviam sido selecionados pela heurística de agrupamento.

Também nesta heurística se procura minimizar o número de veículos utilizados, através do seu máximo aproveitamento e, para cada um dos veículos, obter a solução mais eficiente em termos da distância ou duração da jornada.

Conforme foi mencionado anteriormente, caso o veículo retorne cedo à base, procura-se reaproveitá-lo para um novo roteiro antes da alocação de um novo veículo.

O vetor de penalidades é atualizado do mesmo modo que na Heurística de Alocação Sequencial. Os critérios de parada também foram mantidos inalterados.

Na Figura 4.6 é apresentado o esquema geral de funcionamento da Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial.

Pode-se observar que as diferenças com relação à Heurística de Alocação Sequencial é a introdução dos passos 5 e 6 (seleção do veículo corrente) e do passo 9, que corresponde à heurística de agrupamento.

O passo 21 corresponde a um procedimento que verifica, dentre os veículos disponíveis, se algum deles pode atender o conjunto de clientes a um custo menor, respeitando as restrições de capacidade. Este procedimento funciona da seguinte forma:

Conhecidos os parâmetros do roteiro,

- número de clientes programados no roteiro e carga total transportada;
- distância total percorrida e tempo total de viagem;

```

// Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial //
// Aplica-se para problemas com frota homogênea ou heterogênea e permite obter a solução
// que minimiza o número de veículos necessários e o comprimento e/ou duração do roteiro
//
// Baseada na Heurística de Alocação Sequencial, com a introdução dos passos 5, 6 e 9 //

1 início // Agrupamento e Alocação Sequencial //
2 para  $i=1$  até  $N$  faça  $Pnt[i] \leftarrow 0$  // inicialização vetor de penalidades //
3 enquanto houver veículos disponíveis e nós não atendidos faça
4   início
5     se veículo corrente não puder realizar nova viagem então
6       seleciona o novo veículo corrente
7     senão
8       determina horário de saída e tempo para nova viagem
9       // definição do conjunto de candidatos a serem alocados //
10      processa Agrupa_árvore_de_cobertura_mínima
11      Calcula limitante superior da função objetivo  $Z_{sup}$ 
12       $it \leftarrow 1$  // inicializa contador de número de iterações //
13      Custo_melhor_rota  $\leftarrow \infty$  // inicializa variável com o custo da melhor rota //
14      enquanto ( $it \leq max\_iter$ ) e (precisão entre iterações  $> \epsilon$ ) faça
15        início
16          Determinar Caminho Mínimo com janelas de tempo, capacidade e
17          duração da jornada
18          se rota gerada melhor que solução corrente então
19            solução corrente  $\leftarrow$  rota gerada
20            Calcular novos vetores de subgradientes e de penalidades
21             $it \leftarrow it + 1$  // contador de iterações //
22          fim // enquanto ( $it \leq max\_iter$ ) e (precisão entre iterações  $> \epsilon$ ) //
23        seleciona um novo veículo disponível se custo da rota puder ser reduzido
24      fim // enquanto houver veículos disponíveis e nós não atendidos //
25 fim // Agrupamento e Alocação Sequencial //

```

**FIGURA 4.6 - Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial para problemas com frota heterogênea**

- eventuais restrições de algum cliente do roteiro quanto ao tipo de veículo que pode atendê-lo;

varre-se a lista de veículos disponíveis, verificando (i) se é viável o atendimento dos clientes pelo veículo e (ii) se o custo total do roteiro pode ser reduzido.

Uma situação que pode ocorrer é o veículo retornar à base por restrição de duração da jornada, sem que a sua capacidade tenha sido plenamente ocupada. Neste caso, pode ser possível o roteiro ser atendido por um veículo menor e mais barato, melhorando o aproveitamento da sua capacidade.

Caso não seja possível substituir o veículo selecionado por um outro mais barato, verifica-se se o roteiro pode ser dividido em dois sub-roteiros que possam ser atendidos por dois veículos menores, a um custo total inferior ao custo originalmente determinado com um veículo maior.

#### **4.4 Aspectos da Implementação Computacional**

As três heurísticas para o PRPJT, descritas anteriormente neste capítulo, foram implementadas em microcomputador PC-compatível, utilizando a linguagem Borland Pascal 7.0 da Borland Inc.<sup>(MR)</sup>, rodando sob o sistema operacional DOS 6.22.

As estruturas de dados e os algoritmos, em particular o de caminho mínimo com janelas de tempo, foram cuidadosamente projetados de forma a procurar otimizar o desempenho das heurísticas tanto em termos de capacidade quanto de velocidade de processamento.

Foram incluídos, nas heurísticas propostas, procedimentos para medir e registrar o seu tempo de processamento e a memória dinâmica máxima utilizada, de forma a possibilitar avaliar o desempenho do mesmo.

##### **4.4.1 Variáveis e estruturas de dados**

Sempre que possível, foram utilizadas variáveis de tipo inteiro (ocupando 2 bytes cada), de forma a minimizar o espaço de memória utilizado pelo programa. Isso inclui todas as variáveis temporais do problema (tempos de viagem, tempos de

atendimento, etc.). Entretanto, as variáveis de custo e de penalidades tiveram obrigatoriamente que ser do tipo real (ocupando 6 bytes cada).

As distâncias e os tempos de viagem entre pontos foram calculados com base em distâncias euclidianas, afetadas por um coeficiente de correção, e em uma velocidade média de percurso, ambos definidos pelo usuário. Assim, para cada cliente e para a base dos veículos foram definidas coordenadas cartesianas.

Em algumas instâncias de problemas avaliados, para os quais estavam disponíveis as matrizes de tempo de viagem e de distância, foram definidas estruturas de dados para armazenamento do grafo correspondente. Para a representação do grafo em computador foi utilizada a lista de adjacência sequencial (também conhecida como "forward star") (SWAIT, 1989). A vantagem dessa estrutura de dados é a economia de espaço necessário ( $O(n+k)$ ) para representação de um grafo com  $n$  nós e  $k$  arcos, além da relativa facilidade de acesso aos dados dos arcos por nó de origem.

Na sub-rotina que resolve as instâncias do problema relaxado, e corresponde ao algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo, o número de etiquetas temporárias (geradas mas não tratadas) é muito variável, dependendo do tamanho do problema (número de nós), assim como das dimensões das janelas de tempo associadas a cada nó, das ligações no grafo e respectivos atributos, dos tempos de viagem e das restrições adicionais. Esse tipo de variabilidade torna menos eficiente a armazenagem em estrutura do tipo lista linear (vetor, matriz, etc.), dado que o tamanho máximo dessa estrutura de dados, a ser declarado previamente, seria muito grande, com a alocação estática de memória nem sempre utilizada.

Para o armazenamento das etiquetas nos "buckets" foi utilizada uma estrutura de lista ligada, que apresenta a vantagem da alocação e desalocação dinâmica de memória, proporcionando assim maior eficiência na sua utilização.

#### **4.5 Conclusões**

Neste capítulo foram apresentadas três diferentes heurísticas para o PRPJT. Todas elas são baseadas na relaxação Lagrangiana das restrições que obrigam o atendimento de cada cliente exatamente uma vez e por um único veículo. O

problema relaxado é resolvido através do algoritmo de etiquetamento permanente para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo.

As heurísticas de Inserção Sequencial e de Inserção Paralela aplicam-se a problemas com frotas homogêneas, isto é, compostas de veículos idênticos. Na primeira delas, o algoritmo para a resolução do caminho mínimo com janela de tempo é aplicado sequencialmente. Todos os clientes ainda não atendidos são candidatos a serem inseridos no veículo corrente. Após um certo número de iterações, caso não tenha sido possível inserí-los no veículo, mantém-se a melhor solução para o veículo. Os demais clientes ainda não atendidos são candidatos a serem inseridos no veículo seguinte.

Esta heurística procura minimizar o número de veículos utilizados, assim como determinar roteiros que otimizem a distância ou o tempo de viagem.

Já a Heurística de Inserção Paralela visa determinar uma programação que possibilite a utilização da frota total disponível, procurando assegurar uma distribuição mais homogênea dos clientes aos veículos.

A Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial destina-se a problemas com frotas heterogêneas. Ela é derivada da Heurística de Inserção Sequencial, porém, ao invés de se considerar todos os clientes não atendidos como candidatos a inserção em um veículo, antes é realizado um agrupamento e uma seleção dos clientes que devem estar potencialmente juntos, para depois tentar determinar um roteiro que passe por todos os clientes do grupo.

Esta heurística é composta de um procedimento de seleção do veículo a ser alocado, seguindo-se um procedimento de agrupamento dos clientes não atendidos, no qual são consideradas as restrições do problema. Estes dois procedimentos estão dentro de um algoritmo de controle, que controla as iterações da relaxação Lagrangiana.

No próximo capítulo, as heurísticas serão submetidas a testes para a avaliação do seu desempenho, em termos de qualidade das soluções geradas, assim como do esforço computacional para a sua obtenção.

O capítulo descreve ainda um estudo de caso relativo a um problema prático de distribuição urbana na Grande São Paulo.

## CAPÍTULO 5

### TESTES COMPUTACIONAIS E ESTUDO DE CASO

#### 5.1 Introdução

Este capítulo objetiva apresentar e analisar os resultados dos procedimentos de teste para a avaliação do desempenho das três heurísticas de solução do Problema de Roteirização e Programação de Veículos com Janelas de Tempo (PRPJT), baseadas no método da Relaxação Lagrangiana, que foram apresentadas no capítulo anterior.

Adicionalmente, o capítulo compreende a apresentação de um estudo de caso, relativo a uma situação real de distribuição física em meio urbano cujos pontos de entrega estão localizados na Região Metropolitana de São Paulo (RMSP).

Na avaliação de desempenho das heurísticas propostas foram levados em consideração os seguintes aspectos:

- a qualidade das soluções produzidas, uma vez que se tratam de métodos heurísticos, nos quais a obtenção da solução ótima não é assegurada;
- o desempenho computacional das heurísticas, cuja principal grandeza a ser medida corresponde ao tempo total de processamento; adicionalmente, foi também avaliada a quantidade de memória máxima requerida.

Os testes foram realizados em um microcomputador PC-compatível, com processador Pentium de 100 Mhz, da marca Intel, memória de acesso randômico (RAM) de 16Mb, disco rígido de 1.28 Gb com tempo de acesso de 15 ms.

Este capítulo apresenta, inicialmente, os resultados de testes que permitiram verificar a eficiência da estratégia de solução proposta na obtenção da solução ótima para problemas com apenas um veículo, nos quais o problema relaxado corresponde exatamente a um problema de caminho mínimo com janelas de tempo.

Em seguida, são apresentados os resultados dos testes realizados, considerando-se os conjuntos de problemas com janelas de tempo e frota homogênea propostos por SOLOMON (1987). Os resultados são comparados com as duas heurísticas de melhor desempenho dentre as formuladas pelo autor.

Finalizando, é apresentado o estudo de caso relativo a um problemas prático de distribuição física na Grande São Paulo.

## 5.2 Testes de Desempenho para Problemas com um Veículo

Este tópico tem por objetivo verificar a qualidade das soluções obtidas através da estratégia geral de solução baseada na relaxação Lagrangiana, descrita no capítulo 3, para problemas reais com janelas de tempo, que envolvam apenas um veículo ( $NV = 1$ ).

Conforme foi mencionado anteriormente, no caso da frota ser unitária, o problema relaxado corresponde a um problema de caminho mínimo com restrições adicionais de janelas de tempo, de duração da jornada e de capacidade do veículo, o qual pode ser resolvido através do algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo, descrito no item 3.3.2.

Para os testes serão utilizados dados do trabalho de SILVA (1986), correspondentes a algumas rotas reais de duas empresas de transporte de valores sediadas na cidade do Rio de Janeiro (RJ), selecionadas pela autora com o finalidade de analisar diferentes situações, em termos de grupos de clientes com características distintas.

Como se tratam de problemas com apenas um veículo, para os quais a existência de uma solução viável foi verificada *a priori* (existia uma programação manual), não foi considerada pela autora a restrição de capacidade do veículos. Adicionalmente, SILVA (1986) não considerou explicitamente a restrição de duração da jornada.

Os problemas possuem, além das restrições de janelas de tempo, também as de precedência entre tarefas, isto é, alguns atendimentos só podem ser realizados se no roteiro já houverem sido visitados outros atendimentos predecessores deste.

Estes mesmos problemas foram utilizados por CUNHA (1991) para a avaliação de um algoritmo de programação dinâmica para o problema de roteirização de um veículo.



Serão consideradas nestes testes as três heurísticas propostas: de Alocação Sequencial, de Alocação Paralela e de Agrupamento e Alocação Sequencial.

Pode-se afirmar, de antemão, que as três heurísticas devem apresentar os mesmos resultados e desempenhos computacionais muito próximos entre si, uma vez que se baseiam na mesma estratégia geral de solução. Como estes problemas correspondem a apenas um veículo, os diferentes procedimentos de controle do processamento não são efetivos e o bloco de controle dos veículos só é executado uma vez.

Deve-se destacar que na formulação do PRPJT apresentada no capítulo 3 não foram consideradas restrições de precedência. Entretanto, dada a facilidade de se incorporar na sub-rotina de caminho mínimo do item 3.3.2 a verificação de atendimento de restrição de precedência, optou-se por implementar versões especiais das três heurísticas (apenas no módulo que corresponde ao caminho mínimo, idêntico para as três) que contemplassem a sua inclusão, de modo a possibilitar a realização destes testes comparativos. O mesmo ocorreu com a introdução de pesos para a ponderação da distância e do tempo de viagem; eles podem ser considerados, na função objetivo do PRPJT, como correspondendo às parcelas de custo proporcionais à distância e ao tempo, respectivamente.

A introdução das restrições de precedência foi feita exclusivamente para estes problemas de apenas um veículo. A sua consideração em problemas para múltiplos veículos acarretaria a necessidade de alterações mais complexas nos procedimentos de solução, em particular no procedimento de agrupamento da Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial, que estão além dos objetivos do presente trabalho.

As rotas aqui avaliadas haviam sido originalmente denominadas por SILVA (1986) como *rota 1*, *rota 3* e *rota 4*. Além destas, foi também analisada a *rota 3A*, que corresponde ao mesmo grupo de clientes da *rota 3* (e conseqüentemente mesmos tempos de viagem e distâncias), porém com alterações nos dados referentes às janelas de tempo de alguns clientes.

Embora o trabalho contemplasse também a *rota 2*, a mesma não foi considerada nesta análise por ter se encontrado, na cópia do trabalho de SILVA (1986), a página correspondente aos dados da matriz de distâncias para esse problema.

Os dados de entrada de cada um dos problemas (janelas de tempo, relação de precedentes, matrizes de distâncias e tempos de viagem) podem ser encontrados em SILVA (1986). Conseqüentemente, para estes problemas foram utilizadas as versões das heurísticas em que há o armazenamento explícito dos grafos baseados nestas matrizes, conforme descrito no item 4.4.1.

Foram consideradas as mesmas funções objetivo definidas pela autora: ponderação do tempo de viagem e da distância total percorrida. Na rota 1 os pesos são 10 e 1 e nas demais 2 e 1, respectivamente.

O estudo de caso objetivou avaliar, considerando os quatro problemas mencionados acima, a qualidade das soluções obtidas pelo algoritmo heurístico de relaxação Lagrangiana, face às soluções obtidas por SILVA (1986) com a utilização do algoritmo "branch-and-bound", bem como as obtidas por CUNHA (1991) utilizando um algoritmo de programação dinâmica para um veículo.

Abaixo são discutidos individualmente os resultados para cada um dos quatro problemas. Para uma caracterização detalhada dos mesmos, bem como das rotas geradas segundo a prática da empresa, sugere-se consultar o trabalho de SILVA (1986).

Nas tabelas de resultados, os campos relativos à memória total despendida e ao número iterações são relevantes apenas no contexto das três heurísticas objeto de análise; os mesmos não se aplicam ao procedimento proposto por SILVA (1986).

### **5.2.1 Rota 1**

Esta rota compreende 12 tarefas. As durações das janelas de tempo variam entre 1 hora e 2 horas e 15 minutos. As tarefas 3, 4, 5, 6 têm como precedente a tarefa 2, e a tarefa 8 tem como precedente a tarefa 7. SILVA (1986) considerou pesos 1.0 e 10.0 para a distância e o tempo de viagem, respectivamente.

Os resultados obtidos com o algoritmo de Relaxação Lagrangiana para a *rota 1* são apresentados na Tabela 5.1.

Deve-se observar que, embora SILVA (1986) afirmasse ter encontrado a solução ótima para o problema, todas as heurísticas do PRPJT obtiveram uma solução melhor,

**TABELA 5.1 - Resultados comparativos para a rota 1**

tempo : peso 10

distância : peso 1

Método de Solução	Rota final programada	Hora de Retorno à Base	Distância Percorrida (km)	Função Objetivo final	Memória (Kb)	Número de iterações
Heurística de Alocação Sequencial	1 2 3 4 5 6 8 7 9 10 11 12	13:15	56.35	59 780	50	3
Heurística de Alocação Paralela	1 2 3 4 5 6 8 7 9 10 11 12	13:15	56.35	59 780	52	3
Heurística de Agrupamento e Alocação Sequ.	1 2 3 4 5 6 8 7 9 10 11 12	13:15	56.35	59 780	50	3
B&B SILVA (1986)	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12	13:24	57.05	60 570	-	32 <sup>1</sup>
APD CUNHA (1991)	1 2 3 4 5 6 8 7 9 10 11 12	13:15	56.35	59780	1	118 <sup>2</sup>

Notas: 1 - Corresponde ao número de nós gerados na árvore B&B  
 2 - Corresponde ao número de etiquetas tratadas no algoritmo de programação dinâmica

embora a diferença seja de apenas 1.3%. Esta diferença da solução corresponde apenas à inversão da ordem de atendimento das tarefas 7 e 8. Esta mesma solução ótima já havia sido encontrada por CUNHA (1991).

### 5.2.2 Rota 3

Segundo SILVA (1986), a rota 3 é composta por 17 clientes distantes da base operacional cerca de 20 km. As janelas de horário de atendimento tem duração variando entre 1 e 7 horas e o tempo médio de atendimento é de 12 minutos, sendo o tempo mínimo 5 minutos e o máximo 30 minutos. A tarefa 15 tem como precedentes as tarefas 1 a 14 (inclusive).

Os resultados comparativos são apresentados na Tabela 5.2. SILVA (1986) reportou ter obtido a solução ótima para a rota 3. Os resultados obtidos para as três heurísticas propostas também correspondem à solução ótima, na medida em que o valor da função objetivo é o mesmo. Entretanto, a sequência de paradas, obtida através das heurísticas de inserção, é diferente daquela obtida pela autora, o que indica que há pelo menos duas soluções ótimas para este problema.

**TABELA 5.2 - Resultados comparativos para a rota 3**

tempo : peso 2

distância : peso 1

Método de Solução	Rota final programada	Hora de Retorno à Base	Distância Percorrida (km)	Função Objetivo final	Memória (Kb)	Número de iterações
Heurística de Alocação Sequencial	1 6 5 3 2 4 7 8 12 9 10 11 13 14 15 16 17	23:15	156	1 266	60	3
Heurística de Alocação Paralela	1 6 5 3 2 4 7 8 12 9 10 11 13 14 15 16 17	23:15	156	1 266	63	3
Heurística de Agrupamento e Alocação Sequ.	1 6 5 3 2 4 7 8 12 9 10 11 13 14 15 16 17	23:15	156	1 266	60	3
B&B SILVA (1986)	6 1 5 2 3 4 7 8 12 9 10 11 13 14 15 16 17	23:15	156	1 266	-	1 179 <sup>1</sup>
APD CUNHA (1991)	1 6 5 3 2 4 7 10 12 8 9 11 13 14 15 16 17	23:15	184	1 354	495	30 008 <sup>2</sup>

Notas: 1 - Corresponde ao número de nós gerados na árvore B&B  
2 - Corresponde ao número de etiquetas tratadas no algoritmo de programação dinâmica

Observa-se também que, embora as rotas difiram entre si, as mesmas apresentam sequências parciais comuns (por exemplo, 11, 13, 14, 15, 16 e 17), que correspondem a tarefas com precedentes.

Já o algoritmo de programação dinâmica (APD), proposto por CUNHA (1991), não atingiu a solução ótima, em função da impossibilidade do processamento até o final, por problema de falta de memória para armazenamento das etiquetas a serem tratadas. O número de etiquetas geradas é um indicador do esforço computacional deste algoritmo para a obtenção da solução. O tempo de processamento do APD foi de cerca de 56 minutos, num microcomputador PC-XT compatível.

### 5.2.3. Rota 3A

A rota 3A corresponde às mesmas tarefas da rota 3, porém com alguns intervalos horários contratuais (tarefas 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 16 e 17) modificados. As janelas de tempo têm duração entre vinte minutos e sete horas, com média em torno de uma hora e meia. Os demais dados de entrada não foram alterados.

**TABELA 5.3 - Resultados comparativos para a rota 3A**

tempo : peso 2

distância : peso 1

Método de Solução	Rota final programada	Hora de Retorno à Base	Distância Percorrida (km)	Função Objetivo final	Memória (Kb)	Número de iterações
Heurística de Alocação Sequencial	5 1 2 3 4 6 7 10 9 11 8 12 13 14 15 16 17	24:10	183	1 403	62	18
Heurística de Alocação Paralela	5 1 2 3 4 6 7 10 9 11 8 12 13 14 15 16 17	24:10	183	1 403	68	15
Heurística de Agrupamento e Alocação Sequ.	5 1 2 3 4 6 7 10 9 11 8 12 13 14 15 16 17	24:10	183	1 403	62	18
B&B SILVA (1986)	5 1 2 3 4 6 7 10 9 11 8 12 13 14 15 16 17	24:10	183	1 403	-	1897 <sup>1</sup>
APD CUNHA (1991)	5 1 2 3 4 6 7 10 9 11 8 12 13 14 15 16 17	24:10	183	1 403	9	884 <sup>2</sup>

Notas: 1 - Corresponde ao número de nós gerados na árvore B&B  
2 - Corresponde ao número de etiquetas tratadas no algoritmo de programação dinâmica

Os resultados obtidos pelas três heurísticas, considerando a mesma ponderação que a definida por SILVA (1986) (peso 2 para o tempo e peso 1 para a distância), são apresentados na Tabela 5.3.

Observa-se que as heurísticas obtiveram a mesma solução obtida pelo algoritmo "branch-and-bound" proposto por SILVA (1986) e APD de CUNHA (1991).

#### 5.2.4. Rota 4

Por fim, a rota 4 atende 15 clientes que formam grupos "naturais", isto é, existem grupos de tarefas que se localizam muito próximos dos outros. Os intervalos horários de atendimento têm duração variando entre 30 e 60 minutos; o tempo médio de atendimento é de cerca de 5 minutos, sendo o tempo mínimo de 1 minuto e o máximo de 15 minutos. Não há precedência entre tarefas. A distância percorrida recebeu peso 1.0 e o tempo 2.0.

Os resultados obtidos com o algoritmo de Relaxação Lagrangiana são apresentados na Tabela 5.4.

**TABELA 5.4 - Resultados comparativos para a rota 4**

tempo : peso 2

distância : peso 1

Método de Solução	Rota final programada	Hora de Retorno à Base	Distância Percorrida (km)	Função Objetivo final	Memória (Kb)	Número de iterações
Heurística de Alocação Sequencial	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 14 13 12 15	19:25	101	861	106	3
Heurística de Alocação Paralela	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 14 13 12 15	19:25	101	861	123	6
Heurística de Agrupamento e Alocação Sequ.	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 14 13 12 15	19:25	101	861	106	3
B&B SILVA (1986)	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 14 13 12 15	19:25	101	861	-	32 <sup>1</sup>
APD CUNHA (1991)	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 14 12 15	19:25	101	861	141	11 736 <sup>2</sup>

Notas: 1 - Corresponde ao número de nós gerados na árvore B&B  
 2 - Corresponde ao número de etiquetas tratadas no algoritmo de programação dinâmica

Da mesma forma que ocorreu para a rota 3A, também para a rota 4 as heurísticas obtiveram a mesma solução obtida pelo algoritmo "branch-and-bound" proposto por SILVA (1986). Já CUNHA (1991) obteve uma solução ótima diferente, em um tempo de processamento de cerca de 26 minutos em um micro PC-XT.

### 5.2.5 Análise dos resultados obtidos

Conforme pode ser observado pelos resultados apresentados, as heurísticas baseadas na Relaxação Lagrangiana do PRPJT convergem rapidamente para as soluções ótimas de todos os problemas avaliados de roteamento com um único veículo.

A ponderação adotada por SILVA (1986) dá maior ênfase ao tempo de viagem (peso 2 para cada minuto contra peso 1 para cada quilômetro) e se justifica pelo fato de que, no transporte de valores, o custo do tempo é elevado e constitui a parcela mais significativa do custo total, dados o custo do veículo-forte e da sua tripulação, formada por três a cinco elementos (SILVA (1986), CUNHA (1991)).

Ao contrário do algoritmo "branch-and-bound" proposto por SILVA (1986), assim como do algoritmo de programação dinâmica para roteirização de um veículo proposto por CUNHA (1991), aparentemente a dimensão do problema (número de tarefas) e as dimensões das janelas de tempo não afetam significativamente o desempenho computacional das heurísticas propostas, em termos de memória ocupada e número de iterações. O número de clientes, assim como as dimensões das janelas de tempo não influenciaram o esforço computacional para a obtenção das soluções pelas três heurísticas.

Tendo em vista que SILVA (1986) não registrou tempos de processamento nos seus testes computacionais, e que nos testes com o algoritmo de programação dinâmica foi utilizado um computador PC-XT, o que não permitiu uma avaliação comparativa em termos de tempo de processamento. Adicionalmente, a evolução dos microcomputadores impede uma comparação direta dos tempos, uma vez que é praticamente impossível encontrar equipamentos similares aos usados pelos autores.

Em todos os quatro problemas teste avaliados, o tempo de processamento das heurísticas foi muito reduzido, da ordem de décimos de segundo. Entretanto, o número de nós gerados na árvore B&B e o número de etiquetas geradas no APD, em particular nas rotas 3 e 4, sugerem que os tempos computacionais possam ser significativamente superiores para a obtenção de soluções de qualidade compatível com o algoritmo proposto neste trabalho.

Assim, pode-se afirmar que as heurísticas baseadas na relaxação Lagrangiana do PRPJT apresentaram desempenhos computacional muito bons, superiores aos dos métodos com os quais foram comparadas.

Finalizando, os resultados obtidos permitem afirmar a estratégia de solução proposta, baseada na relaxação Lagrangiana das restrições que definem o atendimento de cada cliente exatamente uma vez, tem um desempenho excelente para problemas de roteirização de um único veículo com janelas de tempo, tanto em termos da qualidade dos resultados obtidos quanto do desempenho computacional. Em todos os casos foram obtidas soluções ótimas. Na rota 1, a solução obtida é melhor que aquela que SILVA (1986) supunha ser a ótima.

### 5.3 Testes com Problemas com Frota Homogênea

Este tópico trata dos testes de desempenho das três heurísticas descritas no capítulo anterior considerando instâncias de problemas com frota homogênea. Para os testes foram utilizados diversos conjuntos de problemas-teste propostos por SOLOMON (1987) a fim de avaliar problemas de roteamento e programação de veículos com janelas de tempo e frota homogênea.

#### 5.3.1 Caracterização dos problemas gerados

SOLOMON (1987) gerou seis conjuntos de problemas, os quais foram utilizados para a análise de diversos algoritmos heurísticos formulados pelo mesmo para a resolução de problemas com janelas de tempo.

Segundo SOLOMON (1987), esses problemas-teste enfatizam diversos fatores que podem ter influência no comportamento de heurísticas para o roteamento e programação: aspectos geográficos e de distribuição espacial dos pontos a serem atendidos; número de clientes atendidos por um veículo; e, características das janelas de tempo, tais como porcentagem dos clientes com restrição de horário de atendimento, tamanho e posição das janelas de tempo.

O autor menciona que os dados utilizados para as coordenadas e demandas dos clientes/pontos de atendimento se basearam nos dados de alguns problemas do conjunto padrão de problemas-teste de roteamento fornecidos por CHRISTOFIDES et al. (1979).

Os conjuntos de problemas-teste denominados R1 e R2 tiveram seus dados geográficos aleatoriamente gerados, considerando uma distribuição uniforme. Já os conjuntos denominados C1 e C2 correspondem a localizações geográficas agrupadas (*“clustered”*) e os RC1 e RC2, semi-agrupadas. Por sub-agrupada entende-se uma combinação de dados randômicos e agrupados.

Ainda segundo o autor, os conjuntos R1, C1 e RC1 possuem um horizonte de programação de curta duração. O horário de retorno à base atua como uma restrição de capacidade, a qual, conjuntamente com a restrição de capacidade dos veículos, restringem o número de clientes e a carga por veículo.



Já os conjuntos R2, C2 e RC2 possuem maior duração da jornada (dada pelo horário de retorno à base, extremo superior da janela de tempo) e maior capacidade dos veículos, o que permite um maior número de clientes atendidos pelo mesmo veículo.

Definidos os dados geográficos e de demanda, os problemas-teste foram criados através da geração de janelas de tempo, com várias durações, para diferentes porcentagens de clientes. Foram criados problemas com 25, 50, 75 e 100% dos clientes com janelas de tempo.

Todos os problemas teste compreendem 100 clientes a serem atendidos. As distâncias são Euclidianas e os tempos de viagem considerados iguais com valores aos das distâncias. Os veículos são homogêneos, com as seguintes capacidades:

<b>Conjunto</b>	<b>Capacidade dos veículos da frota (unidades)</b>
R1, C1, RC1	200
R2, RC2	1000
C2	700

Para cada conjunto, SOLOMON (1987) gerou inúmeras instâncias de problemas. Os dados relativos aos seis conjuntos (56 problemas) foram gentilmente enviados pelo autor para a realização dos testes de desempenho do algoritmo heurístico baseado na relaxação Lagrangiana.

No seu trabalho, SOLOMON (1987) considerou a minimização do número de roteiros e da distância total percorrida.

### **5.3.2 Análise comparativa dos resultados das três heurísticas**

Foram processados os 56 problemas propostos por SOLOMON (1987), para as heurísticas de Alocação Sequencial, de Alocação Paralela e de Agrupamento e Alocação Sequencial propostas neste trabalho e descritas no capítulo anterior. Foram

consumidas no total cerca de 36 horas de processamento para a realização destes testes.

Na Tabela 5.5 são apresentados os resultados para cada uma das instâncias de problemas com horizonte de curta duração (C1, R1 e RC1).

Já a Tabela 5.6 contém os resultados para problemas de horizonte de longa duração (C2, R2 e RC2).

Conforme foi mencionado no item 4.2.2, os resultados da Heurística de Alocação Sequencial (número de veículos e valor da função objetivo) foram utilizados como parâmetros de entrada para a Heurística de Alocação Paralela.

**TABELA 5.5 - Resultados dos conjuntos de dados com horizonte de curta duração**

Conjunto	Problema	Heurística de Alocação Sequencial			Heurística de Alocação Paralela			Heurística Agrup. e Alloc. Sequen.		
		n° de veículos	distância total	tempo CPU (seg)	n° de veículos	distância total	tempo CPU (seg)	n° de veículos	distância total	tempo CPU (seg)
C1	C101	10	828.9	2.2	10	828.9	13.2	10	828.9	1.6
	C102	10	899.7	11.4	10	828.9	28.8	10	832.0	2.8
	C103	10	1 150.3	10.8	10	905.8	125.4	10	845.8	4.0
	C104	10	1 060.3	42.9	10	1 108.0	1 039.0	10	862.5	18.3
	C105	10	836.8	2.9	10	828.9	13.8	10	830.2	1.8
	C106	10	836.8	3.2	10	828.9	18.2	10	828.9	2.1
	C107	10	836.8	3.2	10	828.9	14.5	10	828.9	2.0
	C108	10	836.8	6.5	10	828.9	25.4	10	828.9	2.4
	C109	10	1 132.9	19.1	10	828.9	25.9	10	828.9	2.6
		média	10	935.5	11.3	10	868.5	144.9	10	835.0
R1	R101	19	1 936.1	41.5	20	1 853.3	76.8	21	1 966.7	6.9
	R102	19	2 059.3	83.0	19	1 749.9	274.4	18	1 807.7	12.7
	R103	15	1 774.4	118.3	15	1 541.9	624.3	15	1 630.1	24.9
	R104	13	1 578.8	16.1	12	1 375.4	808.8	12	1 402.9	50.8
	R105	16	1 880.4	50.4	16	1 605.4	202.7	16	1 725.5	13.2
	R106	15	1 754.4	86.9	16	1 566.5	442.1	15	1 694.1	19.7
	R107	13	1 593.7	193.3	14	1 393.6	467.9	14	1 530.2	35.4
	R108	12	1 429.2	363.9	11	1 177.3	873.9	11	1 228.9	52.0
	R109	14	1 701.0	112.1	14	1 394.0	1 109.4	13	1 402.3	22.5
	R110	12	1 507.7	172.7	13	1 372.4	545.9	13	1 357.2	41.6
	R111	13	1 583.1	150.2	14	1 497.9	732.5	14	1 567.0	37.2
	R112	11	1 291.6	356.9	11	1 226.5	790.4	11	1 250.5	52.9
	média	14.3	1 674.1	145.4	14.6	1 479.5	579.1	14.4	1 546.9	30.8
RC1	RC101	18	2 295.6	25.9	17	1 997.3	235.9	17	2 035.6	9.7
	RC102	16	2 020.8	56.3	14	1 698.7	489.5	14	1 794.3	13.0
	RC103	13	1 746.1	194.0	13	1 541.9	368.4	13	1 622.6	18.9
	RC104	12	1 542.3	278.2	12	1 435.7	844.8	12	1 378.6	31.8
	RC105	17	2 110.5	26.3	16	1 826.7	244.7	16	1 898.0	14.8
	RC106	14	1 810.0	116.8	14	1 636.9	216.7	14	1 634.4	17.8
	RC107	13	1 707.7	124.3	13	1 517.8	416.0	13	1 479.1	27.8
	RC108	11	1 412.2	210.8	12	1 517.6	531.0	12	1 385.4	37.6
		média	14.3	1 830.6	129.1	13.9	1 646.6	418.4	13.9	1 653.5
<b>TOTAL GLOBAL</b>		376	43 154.2	2 879.8	376	38 742.8	11 600.2	374	39 306.1	578.8

**TABELA 5.6 - Resultados dos conjuntos de dados com horizonte de longa duração**

Conjunto	Problema	Heurística de Alocação Sequencial			Heurística de Alocação Paralela			Heurística Agrup e Alloc. Sequen.		
		n° de veículos	distância total	tempo CPU (seg)	n° de veículos	distância total	tempo CPU (seg)	n° de veículos	distância total	tempo CPU (seg)
C2	C201	3	611.6	52.4	3	611.6	17.7	3	591.6	8.6
	C202	3	806.5	1 832.1	4	828.5	1 748.3	3	660.7	69.2
	C203	3	934.0	1 979.0	4	908.5	4 041.3	3	732.4	141.6
	C204	3	952.4	1 464.0	3	1 068.8	423.7	4	854.9	219.7
	C205	3	608.9	153.7	3	591.0	56.4	3	631.9	20.9
	C206	4	901.0	369.2	4	646.5	844.1	3	651.1	123.4
	C207	4	653.8	441.2	4	683.2	1 151.5	3	661.0	135.1
	C208	3	782.4	137.5	3	609.3	125.2	3	702.1	87.9
	média	3.3	781.3	803.6	3.5	743.4	1 051.0	3.1	685.7	100.8
R2	R201	4	1 846.9	499.8	4	1 907.8	615.0	4	1 922.9	376.3
	R202	4	1 579.8	2 466.7	5	1 602.4	6 943.9	4	1 684.1	1 201.4
	R203	3	1 433.7	1 985.2	3	1 358.5	1 897.1	3	1 425.2	1 274.2
	R204	3	1 173.3	1 929.2	3	1 180.3	3 993.0	3	1 207.5	1 852.0
	R205	4	1 620.5	765.5	3	1 438.6	1 258.8	3	1 456.7	662.1
	R206	3	1 392.7	1 470.2	3	1 349.8	3 117.0	3	1 347.8	1 328.6
	R207	3	1 274.2	1 516.6	4	1 240.6	2 548.7	3	1 146.8	1 435.2
	R208	2	969.1	1 327.9	2	1 032.4	8 859.5	2	997.5	1 459.3
	R209	3	1 347.5	1 056.9	3	1 298.5	2 985.2	3	1 333.5	853.8
	R210	3	1 557.5	1 133.8	3	1 442.4	2 843.3	3	1 389.0	1 094.5
	R211	3	1 220.9	1 439.8	3	1 115.7	6 008.2	3	1 107.7	1 133.1
	média	3.2	1 401.5	1 417.4	3.3	1 360.6	3 733.6	3.1	1 365.3	1 151.9
RC2	RC201	5	2 295.1	186.9	4	1 991.4	693.4	5	2 251.4	146.7
	RC202	4	1 742.6	466.8	4	1 649.3	1 361.2	4	1 879.3	371.5
	RC203	3	875.2	1 469.1	3	1 520.6	3 730.9	3	1 607.5	710.0
	RC204	3	1 254.7	975.5	3	1 125.4	3 383.7	3	1 363.2	964.0
	RC205	5	2 084.0	369.1	4	1 865.3	1 151.4	4	2 068.4	304.7
	RC206	4	1 786.3	508.3	4	1 594.3	1 298.1	4	1 788.6	342.8
	RC207	3	1 500.5	501.5	5	1 661.9	3 198.1	4	1 747.6	560.4
	RC208	3	1 135.6	1 145.3	5	1 380.2	4 996.7	3	1 511.0	641.3
	média	3.8	1 584.2	702.8	4.0	1 598.6	2 476.7	3.8	1 777.1	505.2
<b>TOTAL GLOBAL</b>		<b>91</b>	<b>34 340.7</b>	<b>27 642.8</b>	<b>96</b>	<b>33 702.8</b>	<b>69 291.6</b>	<b>89</b>	<b>34 721.4</b>	<b>17 518.0</b>

Os resultados demonstram a supremacia da Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial no tocante à minimização do número de veículos. Foram dois veículos a menos nos conjuntos de problemas de curta duração (C1, R1 e RC1) e, para os conjuntos de problema de longa duração (C2, R2, RC2), outros dois veículos, com relação à Heurística de Alocação Sequencial, e outros sete veículos com relação à Heurística de Alocação Paralela.

Esta, por sua vez, apresentou um desempenho satisfatório apenas no tocante à minimização da distância total percorrida. Em alguns casos, a Heurística de Alocação Paralela não conseguiu uma melhor distribuição dos clientes pelos veículos, para um dado valor de frota para o qual já havia sido obtida uma solução viável, obrigando a programação de veículos adicionais.

Isso ocorreu principalmente nos problemas de longa duração, em que a frota requerida pela Heurística de Alocação Paralela foi maior para os três conjuntos de dados (C2, R2 e RC2). Adicionalmente, o tempo de processamento foi excessivamente maior, quando comparado aos demais. Isto é particularmente desfavorável, se considerarmos que esta heurística requer o processamento prévio de alguma outra heurística (no caso, a Heurística de Alocação Sequencial) para a obtenção dos resultados como parâmetros de entrada.

Por outro lado, a Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial obteve soluções melhores que as demais, na maioria dos casos, em termos do número de veículos, e distâncias percorridas, para problemas com horizonte de curta duração (cerca de 9% menores que a da Heurística de Alocação Sequencial); e apenas cerca de 1% superiores à Heurística de Alocação Sequencial, para problemas de longa duração.

Os tempos de processamentos são significativamente menores (cerca de 80% de redução, para os conjuntos de curta duração e cerca de 36% para os problemas de longa duração).

Na Tabela 5.7 são indicados, para cada diferente conjunto de dados, o número de problemas em que cada uma das heurísticas obteve a melhor solução, em termos do número de veículos, da distância total percorrida e do tempo de processamento.

**TABELA 5.7 - Desempenho das heurísticas em termos de número de instâncias em que foram obtidos os melhores resultados**

Conjunto	frota			distância total			tempo CPU		
	Alocação Sequenc	Alocação Paralela	Agrupam Ins. Sequ	Alocação Sequenc	Alocação Paralela	Agrupam Ins. Sequ	Alocação Sequenc	Alocação Paralela	Agrupam Ins. Sequ
C1	9	9	9	1	7	7	0	0	9
R1	8	5	8	0	11	1	1	0	11
RC1	5	7	7	0	4	4	0	0	8
Subtotal 1	22	21	24	1	22	12	1	0	28
C2	6	4	7	1	3	4	0	0	8
R2	7	7	8	4	3	4	1	0	10
RC2	6	6	6	3	5	0	1	0	7
Subtotal 2	22	19	23	8	11	8	2	0	25
<b>Total geral</b>	<b>44</b>	<b>41</b>	<b>47</b>	<b>9</b>	<b>33</b>	<b>20</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>53</b>

Estes resultados ratificam o melhor desempenho geral verificado para a Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial.

Esta superioridade da Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial em relação às demais pode ser explicada pelo melhor arranjo dos nós/clientes nos veículos, proporcionado pela heurística de agrupamento (baseada no problema de cobertura mínima). Embora o roteamento dos veículos seja realizado sequencialmente, o agrupamento dos clientes é definido em paralelo, isto é, vai sendo determinado para todos os conjuntos de clientes ainda não atendidos, que serão alocados aos veículos. Caso esse agrupamento permitisse verificar e assegurar que todos os clientes candidatos à inserção em um veículo pudessem de fato serem atendidos pelo veículo, não haveria necessidade de rodá-lo a cada iteração para os clientes remanescentes. Daí seria de fato uma heurística do tipo "*cluster-first*"-"*route-second*".

Dada a complexidade das restrições do problema, em particular das janelas de tempo, a heurística de agrupamento define um conjunto de clientes candidatos a serem inseridos no veículo, que pode ser maior que o efetivamente viável (em termos das janelas de tempo, da capacidade e da duração). Neste contexto, cabe à heurística de relaxação Lagrangiana com caminho mínimo selecionar qual a melhor solução viável.

As três heurísticas apresentaram maiores dificuldades, em termos de processamento, para a obtenção das soluções dos problemas para o horizonte de maior duração (C2, R2, RC2), em particular para o conjunto R2. Este fato pode ser explicado pelo elevado número de clientes por veículo (mais de 30), que eleva o número de combinações viáveis que devem ser analisadas e descartadas pelo algoritmo de caminho mínimo. Em algumas instâncias, o número de etiquetas geradas, para um veículo, em uma iteração, superou o número de 200 mil.

### **5.3.3 Análise comparativa das heurísticas com os resultados obtidos por SOLOMON (1987)**

Na Tabela 5.8 são apresentados os resultados comparativos das três heurísticas propostas neste trabalho com aqueles obtidos por SOLOMON (1987), para cada um dos seis conjuntos de problemas.

**TABELA 5.8 - Análise comparativa do desempenho das heurísticas propostas com o das duas melhores heurísticas propostas por SOLOMON (1987)**

Grupo	Número de problemas	Heurística	Número de veículos da frota <sup>1</sup>	Distância total percorrida	Tempo CPU (s) <sup>2</sup>
C1	9	Alocação Sequencial	10.0	935.5	11.3
		Alocação Paralela	10.0	868.5	144.9
		Agrupam. Alocação Sequenc.	10.0	835.0	4.2
		Inserção I1 <sup>3</sup>	10.0	951.9	25.3
		Inserção I2 <sup>4</sup>	10.1	1049.8	25.3
R1	12	Alocação Sequencial	14.3	1674.1	145.4
		Alocação Paralela	14.6	1479.5	579.1
		Agrupam. Alocação Sequenc.	14.4	1546.9	30.8
		Inserção I1 <sup>3</sup>	13.6	1436.7	24.7
		Inserção I2 <sup>4</sup>	14.5	1638.7	25.5
RC1	8	Alocação Sequencial	14.3	1830.6	129.1
		Alocação Paralela	13.9	1646.6	418.4
		Agrupam. Alocação Sequenc.	13.9	1653.5	21.4
		Inserção I1 <sup>3</sup>	13.5	1596.5	23.8
		Inserção I2 <sup>4</sup>	14.2	1874.4	24.4
C2	8	Alocação Sequencial	3.3	781.3	803.6
		Alocação Paralela	3.5	743.4	1051.0
		Agrupam. Alocação Sequenc.	3.1	685.7	100.8
		Inserção I1 <sup>3</sup>	3.1	692.7	43.0
		Inserção I2 <sup>4</sup>	3.4	921.5	44.5
R2	11	Alocação Sequencial	3.2	1401.5	1417.4
		Alocação Paralela	3.3	1360.6	3733.1
		Agrupam. Alocação Sequenc.	3.1	1365.3	1151.9
		Inserção I1 <sup>3</sup>	3.3	1402.4	62.6
		Inserção I2 <sup>4</sup>	3.3	1470.7	71.1
RC2	8	Alocação Sequencial	3.8	1584.2	702.8
		Alocação Paralela	4.0	1598.6	2476.7
		Agrupam. Alocação Sequenc.	3.8	1777.1	505.2
		Inserção I1 <sup>3</sup>	3.9	1682.1	51.7
		Inserção I2 <sup>4</sup>	4.1	1797.6	54.0

Notas:

<sup>1</sup> O número de veículos/roteiros necessários se refere ao valor médio de todas as instâncias de problemas considerados em cada grupo.

<sup>2</sup> Valores médios para os problemas de cada conjunto. Para o algoritmo de Relaxação Lagrangiana, o tempo de CPU numa máquina Pentium 100 Mhz e para a solução de SOLOMON (1987), numa máquina DEC-10.

<sup>3</sup> Os resultados se referem ao algoritmo de inserção sequencial denominado por SOLOMON (1987) como I1, que obteve o melhor desempenho geral, segundo o autor.

<sup>4</sup> Os resultados se referem ao algoritmo de inserção sequencial denominado por SOLOMON (1987) como I2, que obteve o segundo melhor desempenho geral.

Os dados relativos aos testes desenvolvidos por SOLOMON (1987) correspondem às heurísticas de inserção sequencial denominadas pelo autor como I1 e I2, que obtiveram, segundo o mesmo, nesta ordem, os dois melhores desempenhos gerais em termos de qualidade da solução dentre as sete heurísticas propostas.

No tocante à coluna relativa à frota necessária, os valores apresentados na tabela 5.8 não são números inteiros, pois refletem a média dos valores obtidos para as instâncias de problemas de cada um dos grupos considerados na análise. As distâncias também são as médias de cada grupo.

Os resultados apresentados na Tabela 5.8 permitem comprovar o bom desempenho das heurísticas de Alocação Sequencial e de Agrupamento e Alocação Sequencial, em particular desta última. Nos problemas de horizonte de longa duração (C2, R2 e RC2), o desempenho desta foi o melhor para os três grupos em termos de frota utilizada e pouco inferior em termos de distância total percorrida. Já nos problemas de horizonte de curta duração (R1, C1, RC1), os resultados obtidos pela Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial foram pouco acima aos da melhor heurística (I1) de SOLOMON (1987).

A Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial superou os resultados obtidos pela heurística I2 (segunda melhor heurística de SOLOMON (1987) em todos os conjuntos de problemas.

Os tempos de processamento podem ser considerados bastante satisfatórios, uma vez que, para muitas instâncias, são da mesma ordem de grandeza e até inferiores aos das heurísticas de SOLOMON (1987) (por exemplo, para o conjunto C1).

O fato de SOLOMON (1987) não ter apresentado os resultados detalhados para cada uma das instâncias de cada conjunto de problemas impede uma análise comparativa mais detalhada dos resultados. De qualquer maneira, observou-se que, nas instâncias em que a Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial apresentou resultados não tão bons quanto os de SOLOMON (1987) (R1 e RC1), isto se deveu ao fato de que, em uma ou duas instâncias de problemas testados, houve a programação de um veículo adicional, com poucos clientes. Certamente esta programação poderia ser melhorada através de uma heurística de melhorias.

Em síntese, a heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial apresentou um desempenho geral comparável e, em alguns casos, superior ao da melhor heurística

proposta por SOLOMON (1987), em termos de qualidade das soluções obtidas. O desempenho computacional pode ser considerado satisfatório, face à complexidade dos problemas testados, em particular os de horizonte de longa duração. Pelos resultados obtidos, pode-se supor que a heurística possa ser aplicada em problemas reais que envolvam a distribuição física com frota homogênea.

A Heurística de Alocação Sequencial também apresentou resultados de boa qualidade. Seu desempenho ficou prejudicado em problemas com horizonte de longa duração, uma vez que o número de rotas alternativas sendo geradas e tratadas pelo algoritmo de caminho mínimo é muito elevado, pois são considerados todos os clientes não atendidos como candidatos à programação, o que implica aumento do esforço computacional necessário.

Por fim, a Heurística de Alocação Paralela possibilitou obter, em muitos casos, roteiros com menores distâncias percorridas, através da melhor distribuição dos clientes entre os veículos disponíveis. Entretanto, em algumas instâncias esta heurística não conseguiu convergir para uma solução com o número de veículos que já havia sido obtida pela Heurística de Alocação Sequencial, requerendo veículos adicionais.

Como os tempos de processamento foram, em geral, elevados, possivelmente esta heurística possa ser substituída com vantagens por uma heurística de melhoria da solução baseadas em intercâmbios (por exemplo, a 2-ótimo).

#### **5.4 Aplicação Prática da Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial**

A Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial foi aplicada a um problema prático de distribuição física urbana na Região Metropolitana de São Paulo (RMSP), descrito a seguir. No item 5.4.2 são apresentados os dados de entrada para o problema em questão. Os resultados obtidos com a aplicação da heurística proposta estão no item 5.4.3, seguindo-se a análise dos resultados no item 5.4.4.



#### 5.4.1 Descrição geral do problema

Trata-se de um problema de uma transportadora, localizada no bairro do Jaguaré, em São Paulo (SP), próxima da divisa com o município de Osasco (SP). A empresa presta serviços de entregas em supermercados, incluindo as grandes redes de hipermercados, bem como diversos estabelecimentos do comércio varejista (mercearias, cooperativas, etc).

Os clientes desta empresa são, na sua maioria, de diferentes setores da indústria de bens de consumo (alimentos, higiene e limpeza, aparelhos eletroportáteis, etc.), os quais necessitam entregar seus produtos de forma eficiente e econômica.

Uma empresa especializada que presta serviços de entregas e de distribuição física pode proporcionar um serviço com economia de custos, obtida através da agregação de cargas de diferentes clientes para um mesmo conjunto de destinos.

Em muitos casos, o próprio cliente se encarrega da transferência dos seus produtos das suas unidades (fábricas ou depósitos) até as instalações da empresa transportadora; algumas vezes a transportadora se encarrega da coleta. As cargas são recebidas, descarregadas, conferidas e consolidadas por destino (cliente/local de entrega).

Os prazos de entrega são relativamente curtos. Num dia qualquer, a maioria das cargas chegam ao depósito da transportadora ao longo das primeiras horas da madrugada, e devem ser entregues no mesmo dia.

Conforme foi mencionado anteriormente, com o advento do mais recente programa de estabilização econômica no Brasil, implantado em 1994, as grandes redes de supermercado, e o varejo em geral, reduziram significativamente seus estoques, em decorrência da estabilidade dos preços e das elevadas taxas de juros. Os pedidos do comércio às indústrias, anteriormente semanais e até quinzenais, passaram a ser diários, ou a cada dois ou três dias, acompanhando as rotações dos estoques e as variações das vendas. Os prazos de entrega negociados (algumas vezes até impostos pelo comprador) correspondem a D+1 ou D+2, isto é, no dia seguinte, ou após dois dias do recebimento do pedido, respectivamente.

No contexto deste caso objeto de análise, muitos clientes, principalmente as grandes redes de hipermercado, passaram a definir horários rígidos para recebimento dos seus pedidos, a fim de racionalizar seus sistemas de recebimento, e evitar esperas

mais longas para descarga. Mesmo assim, o tempo médio de espera e descarga costuma ser elevado, e, até certo ponto, independe da quantidade de carga a ser entregue.

A fim de diminuir o tempo de espera, uma vez que todos os entregadores têm por hábito chegar no horário correspondente ao início de recebimento e obter um bom lugar na fila, alguns estabelecimentos já adotaram, ou estão em vias de adotar, sistemas de entrega com hora marcada.

Caso o entregador não respeite os horários estabelecidos, o mais comum de acontecer é o não recebimento da carga, devendo o mesmo retomar no dia seguinte. Excepcionalmente, a carga é aceita (quando o estabelecimento está com pouco ou sem estoque de produto de muita saída), porém com o ônus de se ter que aguardar até que todos os demais veículos tenham sido descarregados, o que pode implicar esperas superiores a 6 horas, prejudicando as eventuais entregas adicionais que estejam programadas para o veículo.

No problema objeto desta aplicação, alguns clientes só podem ser atendidos por veículos menores, mais especificamente utilitários, em função de restrições ao tráfego de caminhões na área onde estão localizados.

Toda a programação de entregas dos veículos é realizada manualmente pelo pessoal do setor de expedição da empresa. À medida em que as cargas vão sendo recebidas e conferidas, as entregas são separadas por bairros e regiões e alocadas aos veículos disponíveis.

Como as cargas procedem de vários clientes (a grande maioria indústrias), nem sempre chegam todas ao mesmo tempo, nem com a antecedência necessária. Aliás, não se conhece a priori as quantidades de carga a serem entregues e os destinos das mesmas.

Dado que o processo de programação manual dos veículos é trabalhoso e demorado, muitas vezes o mesmo é iniciado sem que toda a carga a ser entregue tenha chegado ao depósito. Tal expediente permite o início do carregamento, enquanto os conhecimentos de carga são emitidos, e a saída de alguns veículos mais cedo, evitando um gargalo que pode prejudicar o cumprimento das entregas. Por outro lado, isto acarreta a eventual necessidade de incluir um mesmo ponto de entrega na programação de dois veículos distintos

Na programação realizada pela empresa não são definidos os roteiros de entregas dos veículos; apenas as entregas alocadas a cada um deles. Cabe a cada motorista definir a sequência das entregas. Quando há restrições de algum cliente quanto ao horário de entrega, ou entrega com hora marcada, estas informações são anotadas, à mão, na folha resumo dos conhecimentos (relação de clientes, endereços e número das notas fiscais) das cargas a serem transportadas, que é entregue a cada motorista.

A empresa possui mais de 2 mil clientes cadastrados. Aqueles cuja localização é desconhecida pelo pessoal da expedição são localizados através de um guia de ruas, uma vez que esta informação não é armazenada no cadastro de clientes. Isto ocorre principalmente para os locais de entrega que aparecem eventualmente.

Dada a exigüidade de tempo para a programação das entregas, as mesmas são alocadas aos veículos de acordo com a “experiência” e o conhecimento do despachador, o qual segue critérios de bairro/área e região, sem maiores considerações acerca do itinerário e da distância percorrida.

A empresa não dispõe de nenhuma ferramenta de apoio à programação das entregas. Há apenas um sistema administrativo em computador, utilizado para a emissão dos conhecimentos de transporte, no qual é mantido um cadastro de clientes.

#### **5.4.2 Dados de entrada do problema**

Os dados das entregas se referem a um dia típico do mês de novembro de 1995. Nesse dia havia 136 entregas a serem realizadas, todas localizadas na RMSP, totalizando uma carga de aproximadamente 152,3 toneladas.

No contexto desta aplicação, o termo cliente é utilizado com o sentido de local de atendimento em que deve ser entregue uma carga, definido por um número de CGC<sup>1</sup> completo e específico. Isto significa que, por exemplo, diversas lojas de uma rede de supermercados correspondem a clientes distintos para o modelo, mesmo que a negociação e a contratação dos serviços possa ser centralizada, e para a

---

<sup>1</sup> CGC - Cadastro Geral de Contribuintes

transportadora represente apenas um único cliente; ou ainda que o contratante dos serviços seja a indústria que está vendendo seus produtos.

A partir do endereço de cada atendimento, obtido junto à empresa, foi efetuada a sua localização, com o auxílio de um guia de ruas e um sistema de localização de endereços, e determinadas as coordenadas geográficas cartesianas correspondentes.

As restrições de horários de entrega (janelas de tempo) não faziam parte do cadastro da empresa, tendo sido obtidas diretamente junto ao seu setor de expedição. O mesmo ocorreu com os tempos médios de atendimento e com as restrições quanto ao tipo de veículo que pode efetuar cada entrega.

Em função da dificuldade para a obtenção desses dados, os mesmos foram definidos individualmente apenas para os clientes que correspondiam aos estabelecimentos de maior porte, tais como as grandes redes de supermercado. Para os demais, foram adotados janelas de tempo padrão (8:00 - 18:00) e tempos de atendimento fixos (15 minutos), valores considerados razoáveis pela empresa, em função dos volumes médios de carga movimentados por cliente.

Das 136 entregas, cerca de 58 (42%) possuíam janela de tempo diferenciada, em geral correspondendo a um período que variava entre duas e quatro horas, com predominância de horários no período da manhã. Estas 58 entregas totalizaram 79,4 toneladas, o que corresponde a 52% da carga total a ser entregue naquela data.

O tempo médio de entrega (espera e descarga) foi de cerca de 86 minutos. Em alguns locais este tempo atingiu 5 horas.

A carga a ser entregue em cada cliente foi obtida a partir do respectivo conhecimento de transporte emitido pela transportadora. Seis dos locais de entrega não podiam receber caminhões; apenas veículos utilitários.

Foi considerada a frota disponível da transportadora naquele dia, assim como os respectivos custos fixos e variáveis, obtidos a partir dos relatórios de um sistema de controle de frota utilizado pela empresa. A mesma possui frota própria que atende a demanda normal de transporte. Em situações excepcionais, correspondentes a períodos de pico, são contratados serviços de carreteiros autônomos. No entanto, seu uso não foi necessário nesse dia.

A empresa dispõe de duas carretas, que são utilizadas excepcionalmente para entregas de grandes volumes de carga em um único local, no sistema de carga fechada. No dia-a-dia estes veículos não são utilizados nos roteiros de entregas urbanas e, portanto, não foram considerados disponíveis para este problema.

Os dados relativos aos clientes (incluindo janelas de tempo, tempos de entrega e restrições de tipos de veículos) e suas cargas, bem como aos veículos da frota e seus custos, encontram-se no Apêndice.

Arbitrou-se um intervalo mínimo de 60 minutos entre viagens consecutivas de um mesmo veículo, quando do seu retorno antecipado à base.

As distâncias foram calculadas com base nas coordenadas euclidianas de cada cliente, multiplicadas por um fator de correção de 30% (1,3). Este fator foi determinado através de regressão linear simples, com base nas distâncias reais conhecidas para alguns pares de pontos e entre a base e alguns clientes.

Os tempos de viagem foram calculados a partir das distâncias, considerando-se uma velocidade média de aproximadamente 20 km/hora. Esta velocidade foi obtida a partir de alguns dados disponíveis na empresa e numa estimativa do pessoal da expedição.

#### **5.4.3 Resultados obtidos**

Os roteiros programados para o atendimento das 136 entregas, utilizando a frota disponível na empresa, foram obtidos através da Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial. No total foram utilizados 35 veículos, tendo sido possível cumprir toda a programação de entregas daquele dia.

O tempo total de processamento foi de 23 segundos.

A tabela 5.9 contém o resumo da utilização da frota por tipo de veículo. Dos 55 veículos disponíveis, cerca de 20 veículos (35%) não foram alocados a nenhum roteiro de entregas. Foram utilizados veículos de todos os tipos disponíveis, com predominância dos veículos Mercedes Benz modelo 608.

**TABELA 5.9 - Sumário da frota utilizada**

VEÍCULO	Capacidade (kg)	FROTA	
		Disponível	Utilizada
Kombi	1 050	12	6
MB-608D	3 500	21	15
MB-1113 toco	6 800	13	9
MB 1113 truque	12 700	9	5
<b>Total</b>	<b>301 500</b>	<b>55</b>	<b>35</b>

Os resultados detalhados das programações obtidas segundo a prática da empresa, bem como através da Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial são apresentados no Anexo D. A Tabela D.1 apresenta o sumário das rotas programadas utilizando a heurística proposta. O detalhamento dos roteiros obtidos é apresentado no Quadro D.1

A fim de possibilitar uma análise comparativa, obtiveram-se os dados da programação relativos às entregas alocadas a cada veículo na data objeto deste estudo de caso. O sumário da programação da empresa é apresentado na Tabela D.2 do Anexo D; já os clientes alocados a cada veículo, de acordo com a programação da empresa, estão no Quadro D.2 do mesmo anexo.

Conforme pode ser observado na Tabela D.1, na programação gerada pela Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial, seis veículos da frota (17%) foram aproveitados em uma segunda viagem, em função do seu retorno antecipado à base.

Nos roteiros gerados pela heurística foram respeitadas as restrições quanto ao tipo de veículo que pode atender alguns clientes.

Foi descrito no item anterior, de maneira sucinta, o procedimento geral de programação manual das entregas executado pela empresa transportadora, baseado em critérios de proximidade espacial, bem como suas condicionantes.

A partir dos registros da empresa, foi possível obter a distância total percorrida por cada um dos veículos naquela data. A partir da distância percorrida por cada veículo, bem como do seu respectivo custo fixo, foram calculados o custo de cada roteiro e o custo total do serviço de distribuição realizado naquela data. Estes valores estão indicados na Tabela D.2 do Anexo D.

A Tabela 5.10 sintetiza os resultados do processamento da heurística proposta, em comparação com a programação realizada pela empresa.

O aproveitamento médio dos veículos utilizados, medido pelo quociente entre a carga total transportada e a capacidade total dos veículos utilizados, subiu de 53% para 83%. Este valor elevado deve-se, em parte, ao aproveitamento de alguns veículos para uma segunda viagem, após o seu retorno antecipado à base. Isto explica ainda a diferença entre as duas programações no tocante à carga média transportada por veículo.

A heurística proposta permitiu uma redução na distância total percorrida de cerca de 23%. Mesmo considerando que as distâncias calculadas pelo modelo estão subestimadas, uma vez que foram calculadas com base nas distâncias euclidianas, multiplicadas por um fator de correção, esta diferença é elevada e permite supor, com

**TABELA 5.10 - Sumário dos resultados operacionais obtidos para o estudo de caso**

	<b>Segundo Programação da Empresa</b>	<b>Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial</b>	<b>% diferença</b>
Total de clientes atendidos	136	136	-
Carga total transportada (kg)	152 307	152 307	-
Número de veículos utilizados	55	35	36%
Aproveitamento médio dos veículos	53%	83%	-
Distância total percorrida (km)	3 068.34	2 360.70	23%
Tempo total despendido (min)	nd <sup>1</sup>	20 164	-
Tempo total em percurso (min)	nd <sup>1</sup>	7 076	-
Tempo total parado (min)	nd <sup>1</sup>	13 088	-
Velocidade média comercial (km/h)	nd <sup>1</sup>	7.02	-
Carga média por veículo (kg)	2 720	4 353	60%
Custo total da programação (R\$)	3 722.81	2 538.23	32%

Nota: <sup>1</sup> Dado não disponível

razoável certeza, que se obteve uma redução da distância total percorrida.

No entanto, a fim de se medir a influência da precisão das distâncias no desempenho da Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial, foi realizado um segundo processamento, em que o fator de correção da distância calculada foi aumentado em 20%. Este aumento afeta não só as distâncias, como também os tempos de viagem.

A Tabela 5.11 apresenta os resultados comparativos utilizando a heurística proposta, considerando as situações com e sem o fator de correção de 20% nas distâncias euclidianas.

Com o aumento das distâncias percorridas, a frota total alocada pela heurística também aumenta, em função do fato de que os veículos têm um aproveitamento menor, dado que os tempos de viagem aumentam e as restrições de janela de tempo impedem que os mesmos conjuntos de entregas continuem sendo atendidos, na sua totalidade, pelos mesmos veículos.

No entanto, o custo total aumenta apenas 6,8%, uma vez que o perfil da frota programada se modifica, adequando-se à menor carga média por veículo. Mesmo nesta situação de distâncias e tempos de viagem 20% maiores, o custo total da solução é ainda 28% inferior que o correspondente à programação da empresa.

Deve-se observar que a maior distância percorrida pelos veículos, segundo a programação da empresa, decorre basicamente do elevado número de veículos

**TABELA 5.11 - Resultados da Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial para diferentes fatores de correção da distância**

	Fator de correção das distâncias		%
	1.3	1.56	
Número de veículos utilizados	35	38	8,6%
Aproveitamento médio dos veículos	83%	76%	-
Distância total percorrida (km)	2 360.70	2 797.20	18,5%
Tempo total despendido (min)	20 164	20 923	3,7%
Tempo total em percurso (min)	7 076	8 395	18,6%
Tempo total parado (min)	13 088	12 528	-4,3%
Velocidade média comercial (km/h)	7.02	8.02	14,2%
Carga média por veículo (kg)	4 353	3 800	-12,7%
Custo total da programação (R\$)	2 538.23	2 710.14	6,8%



utilizados; a distância média por veículo utilizado é de cerca de 56 km para a programação da empresa, contra aproximadamente 68 km obtido através da Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial (73 km por veículo com o aumento de 20% nas distâncias).

Isto indica e confirma que a programação da empresa aloca os veículos a bairros e regiões, evitando percursos mais longos no roteiro, o que permitiria um maior aproveitamento dos mesmos.

Deve-se notar ainda que os tempos de viagem correspondem a cerca de 30% do tempo total despendido pelos veículos; o restante corresponde aos tempos de entrega.

#### **5.4.4 Análise dos resultados obtidos**

A programação obtida com a Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial possibilitou uma redução expressiva do custo total da solução (32%), através, principalmente, da diminuição da ociosidade da frota alocada, e da distância total percorrida. O aproveitamento dos veículos utilizados aumentou significativamente, o que se deve, em parte, à possibilidade de realização de novos roteiros, em caso de retorno antecipado à base. Além disso, os veículos não ficaram restritos ao bairro ou região onde se localizava a maioria dos clientes, podendo atender um cliente mais distante, caso viável e vantajoso do ponto de vista econômico.

Esta superioridade, aparentemente surpreendente, pode ser creditada, pelo menos parcialmente, a condicionantes do ambiente de programação, assim como a dificuldades enfrentadas pela empresa para a programação manual dos veículos, que prejudicam a sua qualidade.

Os principais fatores que afetam a programação realizada pela empresa são os seguintes:

- pouco tempo disponível para a programação manual, que é trabalhosa e demorada;
- demora na chegada de algumas cargas, aliada ao tempo de programação manual, o que leva os despachadores a programar alguns veículos com as cargas já

- recebidas até então, de forma a possibilitar o início do carregamento dos mesmos e providenciar a documentação das remessas;
- dificuldade na localização de endereços, o que acarreta uma atitude conservadora, no sentido de manter cada veículo para entregas próximas entre si, impedindo um melhor aproveitamento de cada um deles;
  - hábito, por parte dos despachadores da empresa, de alocar os veículos segundo critérios de proximidade geográfica;
  - dificuldade em considerar restrições de horário de atendimento (janelas de tempo) concomitantemente com a localização geográfica dos clientes; este fator, assim como o anterior, também leva a uma programação conservadora, a fim de evitar atrasos que impeçam as entregas onde houver restrições de horário;
  - incertezas quanto aos tempos de atendimento em cada cliente;
  - não aproveitamento dos veículos que eventualmente retornem antecipadamente à base para uma segunda viagem, em função da dificuldade de prever antecipadamente o seu retorno, quando da programação;
  - ausência de um sistema informatizado de apoio à programação, que disponibilize rapidamente informações sobre os clientes, sua localização geográfica, horários de atendimento;
  - ausência de um sistema de monitoração das operações, de forma a possibilitar a obtenção de dados das entregas realizadas, em particular dos roteiros de entrega definidos pelos motoristas (será que respeitam as prioridades de atendimento em termos das janelas de tempo ?), dos tempos de percurso e de atendimento e das distâncias percorridas.

Pode-se questionar a qualidade dos dados utilizados para o modelo como um fator que levaria a uma programação de roteiros “otimista”, que não possa ser cumprida na prática.

Alguns tempos de atendimento podem estar subestimados, em particular para aquelas entregas em que foi adotado o tempo padrão de 15 minutos. Por outro lado, outros tempos, correspondentes a clientes maiores, podem possivelmente estar

superestimados (5 horas parece ser um tempo excessivo para uma entrega, em condições normais).

Outra questão que pode afetar os resultados obtidos se refere à velocidade dos veículos. A adoção de uma velocidade média constante para todo o período de trabalho parece não corresponder à realidade do trânsito nas áreas urbanas em geral e, em particular, na RMSP. Velocidades menores nos períodos de pico teriam uma influência nos roteiros programados, devido às restrições impostas pelas janelas de tempo.

Entretanto, a análise de sensibilidade realizada, em que as distâncias e os tempos de viagem foram aumentados em 20%, demonstrou que a influência na qualidade da solução é inferior a este aumento (o custo da solução aumentou da ordem de 7%), o que é um indicador do potencial da aplicação de um algoritmo ao problema de roteirização da referida empresa de forma a se obter programações e roteiros mais eficientes e em menor tempo.

Também o tempo mínimo entre duas viagens consecutivas de um mesmo veículo requer melhor avaliação, uma vez que 60 minutos podem não ser suficientes para todos os procedimentos, inclusive administrativos, de preparação para despacho. De qualquer maneira, ficou comprovado que a possibilidade de reaproveitamento dos veículos permite uma utilização mais eficiente da frota, que permitiria a redução da frota de veículos disponíveis ou o aumento do volume de entregas sem novos investimentos em veículos.

Conforme pode ser verificado pelos resultados obtidos, um modelo de apoio à roteirização traria muitas vantagens para a empresa, principalmente economia de custos e de veículos; além disso, uma programação eficiente poderia ser obtida em pouco tempo (poucos segundos para o processamento do modelo), tarefa que atualmente consome algumas horas. Os dados que são digitados para a emissão dos documentos de saída dos veículos (em particular os conhecimentos de carga), podem vir a alimentar um sistema de apoio à roteirização de veículos.

Dada a rapidez de obtenção soluções, o modelo poderia até funcionar como um sistema de apoio à decisão. Neste caso, os programadores ou despachadores poderiam modificar, ou até mesmo melhorar uma solução obtida, de modo a considerar outras condicionantes não incluídas na modelagem.

Isto requer que os despachadores possuam uma formação adequada e recebam treinamento, de modo a não “piorarem” deliberadamente a solução obtida através do modelo, a fim de adequá-la à sua percepção, às vezes equivocada, do que “seja um bom roteiro ou uma boa programação”.

Aliás, a implantação de um sistema de roteirização pode ocasionar um choque no pessoal envolvido, na medida em que as soluções podem ser diferentes das obtidas manualmente e por isso consideradas inaceitáveis, o que precisa ser bem gerenciado.

É recomendável que o modelo esteja acoplado ao sistema computacional comercial da empresa. O cadastro de clientes deve ser aprimorado e complementado, de modo a conter informações geográficas de localização da empresa, dos horários de atendimento e dos tempos de atendimento.

A empresa poderia ainda se beneficiar de recursos de comunicação de dados, tais como o EDI (“*eletronic data interchange*”), de modo a conhecer, antecipadamente, as cargas a serem transportadas em cada dia, mesmo antes da chegada das mesmas à empresa.

Embora o tempo de atendimento em cada cliente tenha sido considerado constante, e independente da quantidade de carga a ser movimentada, julga-se que, na verdade, este tempo pode ser composto de duas parcelas: uma correspondente ao tempo fixo de espera na fila e para conferência da documentação; e a outra correspondente ao tempo de movimentação da carga, que depende da quantidade de carga e dos equipamentos para movimentação (por exemplo, empilhadeiras para carga paletizada), os quais podem variar de local para local.

Conforme foi mencionado acima, um sistema de monitoração da operação é fundamental para o refinamento dos dados e parâmetros que alimentam o modelo. Os tempos e distâncias, por exemplo, podem, e devem, ser monitorados continuamente, através de computadores de bordo, ou de sistemas de rastreamento dos veículos, a fim de aprimorar a qualidade das soluções obtidas. Nem todos os veículos necessitam dispor deste tipo de equipamento, que pode exigir um certo investimento. Basta um ou alguns para se obterem dados que possibilitem verificar, ajustar e gradativamente aprimorar a precisão das informações utilizadas pelo modelo.

É necessário tomar medidas no sentido de se verificar e se assegurar que os motoristas estejam cumprindo os roteiros de entrega programados. Desta forma, eventuais dificuldades, atrasos e outras ocorrências que podem prejudicar o cumprimento dos mesmos podem levar a alterações na base de dados que alimenta o modelo.

## 5.5 Conclusões

Neste capítulo foram descritos os testes computacionais para avaliação das três heurísticas propostas, as quais se baseiam na relaxação Lagrangiana das restrições do PRPJT relacionadas à obrigatoriedade de atendimento de todos os clientes uma única vez.

Foi também avaliado o desempenho de uma das heurísticas, a de Agrupamento e Alocação Sequencial, para uma situação real da distribuição de mercadorias na Região Metropolitana de São Paulo, em que a frota é composta de veículos diferentes.

Os testes de desempenho para problemas de apenas um veículo, com janelas de tempo, possibilitaram verificar que a estratégia geral de solução proposta, baseada na relaxação Lagrangiana, com a utilização de um algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo, permite obter a solução ótima para todos os problemas teste considerados. Estes problemas considerados na avaliação se referem a situações reais do transporte de valores no município do Rio de Janeiro.

Também o desempenho computacional verificado foi bastante satisfatório. O tamanho do problema (número de clientes) e a dimensão das janelas de tempo não tiveram influência significativa no desempenho.

Para os testes com problemas com frotas homogêneas, foram utilizados os conjuntos de problemas-teste propostos por SOLOMON (1987). Os resultados obtidos permitiram verificar que a Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial apresentou o melhor desempenho dentre as três propostas, tanto em termos de desempenho computacional, quanto em termos da qualidade das soluções obtidas.

Esta heurística também apresentou resultados superiores aos obtidos por SOLOMON (1987) para suas duas melhores heurísticas (de inserção I1 e I2).

A Heurística de Alocação Sequencial apresentou resultados não totalmente satisfatórios para problemas com horizonte de longa duração (conjuntos C2, R2 e RC2), nos quais o número de clientes por veículo é elevado (superior a 30). Além disso, a consideração de todos os clientes como candidatos à inserção aumentou consideravelmente o esforço computacional para esta categoria de problemas.

Já a Heurística de Alocação Paralela não apresentou desempenho totalmente satisfatório, embora, para muitas instâncias, permitisse uma melhor distribuição dos clientes pelos veículos, proporcionando uma redução da distância total percorrida. Todavia, os tempos de processamento foram significativamente elevados.

Finalizando, foi realizado um estudo de caso, abrangendo um problema de distribuição física de produtos para estabelecimentos do comércio varejista, em particular supermercados e grandes redes de hipermercados. Como a frota da empresa era heterogênea, foi utilizada a Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial.

Uma solução foi obtida em menos de 30 segundos para um problema com 136 entregas. Os resultados foram comparados com a programação manual da empresa. Concluiu-se que a heurística proposta possibilita uma significativa redução dos custos operacionais e da frota total alocada.

Estes resultados comprovam a eficiência e a eficácia das heurísticas propostas para problemas com restrições de janela de tempo, em particular a Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial. Pode-se destacar, entre os fatores de sucesso da heurística proposta, a possibilidade de reaproveitamento de um veículo que retorne cedo à base para uma segunda viagem (recurso altamente desejável do ponto de vista da empresa objeto do teste), assim como a programação que considere restrições quanto aos tipos de veículos que podem atender alguns clientes (importante de ser considerado, do ponto de vista das empresas, porém difícil de ser tratado manualmente).

O próximo capítulo apresenta as considerações finais, conclusões e recomendações de aprimoramento e extensão do estratégia baseada na Relaxação Lagrangiana para o Problema de Roteamento e Programação de uma Frota de Veículos com Janelas de Tempo.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

#### 6.1 Introdução

Neste capítulo são apresentadas as contribuições, conclusões e recomendações do presente trabalho, assim como apontadas as direções mais promissoras para a continuidade do esforço de pesquisa neste tema.

O trabalho objetivou o aprofundamento do conhecimento sobre problemas de roteirização de veículos com restrições operacionais, em particular as restrições de horário de atendimento nos clientes, conhecidas com janelas de tempo (ou janelas horárias).

Esta tese constituiu-se na continuidade da pesquisa do autor, iniciada com a sua dissertação de Mestrado (CUNHA, 1991), assim como do esforço de pesquisa no âmbito da Escola Politécnica da USP, com as dissertações de CHIH (1987), BOSE (1990) e GOUVÊA (1992).

#### 6.2 Conclusões

A tese englobou uma compreensão da amplitude de problemas diversos, genericamente denominados *problemas de roteirização e programação de veículos*, assim como uma descrição do estado-da-arte em relação aos algoritmos e heurísticas apresentados na literatura para a sua resolução. Foram também analisados diversos aspectos da aplicação prática de modelos matemáticos a problemas reais do dia-a-dia de empresas e organizações, incluindo a descrição de alguns produtos disponíveis comercialmente; a utilização de sistemas de informações geográficas na roteirização de veículos; e, uma relação das principais aplicações em problemas reais encontradas na literatura.

O modelo matemático proposto, denominado Problema de Roteirização e Programação de Veículos com Janelas de Tempo (PRPJT), compreendeu as restrições de janelas de tempo, de duração da jornada dos veículos e de frota heterogênea com limitação de capacidade dos veículos.

Formulou-se uma estratégia de solução que é baseada na relaxação Lagrangiana das restrições do PRPJT relacionadas ao atendimento de cada cliente exatamente uma vez e por um único veículo. A complexidade do problema relaxado levou à proposição de uma estratégia heurística, que utiliza, para a resolução do problema relaxado, um algoritmo eficiente para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo.

A partir desta estratégia foram desenvolvidas três diferentes heurísticas, duas exclusivamente para problemas com frota homogêneas (Heurística de Alocação Sequencial e Heurística de Alocação Paralela) e uma terceira (Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial), mais genérica, que permite tratar problemas com frotas de veículos diferentes em relação a tipos e tamanhos. Todas as três heurísticas verificam a possibilidade do aproveitamento de um veículo que retorne antecipadamente à base (com tempo disponível) para a realização de um segundo roteiro de entregas, mesmo que com duração menor.

Para instâncias do PRPJT cuja frota é de apenas um veículo, o problema relaxado resultante, obtido a partir da relaxação Lagrangiana proposta, corresponde exatamente ao problema de caminho mínimo com janelas de tempo. Neste caso, o funcionamento das três heurísticas propostas é idêntico. Foram plenamente satisfatórios os resultados dos testes com problemas com apenas um veículo. Em todas as quatro instâncias de problemas deste tipo avaliadas foi possível obter a solução ótima; os tempos de processamento foram pouco afetados pelo tamanho do problema e pela dimensões das janelas de tempo (duração).

As três heurísticas foram também avaliadas através dos problemas-teste propostos por SOLOMON (1987). A Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial apresentou desempenho geral superior ao da melhor heurística proposta por SOLOMON (1987), em termos da qualidade das soluções obtidas e dos tempos de processamento.

As duas outras heurísticas apresentaram resultados de boa qualidade para algumas instâncias de problemas. Por outro lado, os resultados não foram totalmente



satisfatórios na resolução de algumas instâncias de problemas cujo horizonte era de longa duração.

O desempenho da Heurística de Alocação Sequencial ficou prejudicado pela consideração de todos os clientes não atendidos como candidatos a alocação no veículo correntemente programado.

A Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial foi aplicada a um problema real de distribuição física na Grande São Paulo, com cerca de 136 entregas. Os resultados obtidos foram comparados com aqueles decorrentes da programação manual pelos despachadores da empresa responsável pela distribuição.

A utilização desta heurística possibilitou uma redução significativa no custo operacional total da programação de entregas daquela data considerada, através da diminuição da distância total percorrida e, principalmente, do melhor aproveitamento da frota da empresa.

Esta aplicação prática possibilitou verificar que a programação manual é demorada e trabalhosa. Adicionalmente, as incertezas e dificuldades associadas aos dados do problema, em particular, a consideração das restrições temporais e a dificuldade de localização de clientes, afetam os resultados da programação manual.

Além de proporcionar uma roteirização mais racional, o estudo de caso permitiu comprovar que a adoção de um procedimento computadorizado para a roteirização reduz drasticamente o tempo necessário para a obtenção de uma programação das operações diárias de distribuição.

No entanto, a sua utilização requer informações de boa qualidade, em termos dos dados dos clientes a serem atendidos (janelas de tempo e tempos de atendimento), como também em relação às distâncias e aos tempos de viagem entre dois pontos quaisquer. Dependendo da distância entre esses dois pontos, a questão dos movimentos de tráfego possíveis, em particular dos sentidos de direção e das manobras permitidas e proibidas (retornos e conversões), pode ser crucial para a qualidade, e até para a viabilidade das soluções geradas pelo modelo.

Uma das virtudes das heurísticas propostas é a possibilidade de um veículo ser aproveitado em um novo roteiro, caso retorne à base com a antecedência requerida para tal.

As heurísticas desenvolvidas permitem a incorporação, sem grande dificuldade, de restrições adicionais que podem ser encontradas em diversos problemas reais, em particular as restrições de precedência, múltiplas janelas de tipo, “*backhaul*”, mais de uma restrição de capacidade dos veículos, entre outras.

Considerando-se os critérios para avaliação de heurísticas propostos por BALL e MAGAZINE (1981) (apresentados no Anexo C), verificou-se as heurísticas propostas atendem aos seguintes requisitos: qualidade da solução; tempo de processamento; facilidade de implementação; flexibilidade para incorporar mudanças; robustez e simplicidade. A capacidade de interação com o usuário, embora não tenha sido uma das preocupações deste trabalho, pode ser considerada em uma continuidade do mesmo.

Finalmente, deve-se destacar que as heurísticas de solução propostas neste trabalho, em particular a Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial, podem ser consideradas como um ponto de partida para o desenvolvimento de um produto acabado para aplicação em problemas reais de roteirização. No entanto, o caminho a ser trilhado ainda é longo, tendo em vista os atributos e requisitos desejáveis e indispensáveis de um “*software*” de roteirização e programação de veículos, discutidos neste trabalho.

### **6.3 Contribuições do trabalho**

Em linhas gerais, este trabalho proporcionou uma oportunidade para o aprofundamento do conhecimento em vários aspectos conceituais e práticos do problema de roteirização e programação de veículos com restrições operacionais, assim como para o desenvolvimento e na aplicação de novos métodos destinados à resolução de problemas combinatórios de natureza exponencial.

A seguir são destacadas as contribuições mais significativas.

#### **6.3.1 Condicionantes e restrições consideradas**

Procurou-se formular o problema de roteirização de forma a levar em consideração restrições importantes no contexto de situações reais em que um modelo possa vir a

ser aplicado. Dentre elas, pode-se destacar as restrições de horário de atendimento, absolutamente vitais na maioria dos problemas no contexto atual da distribuição física urbana.

Nos problemas reais, em particular do setor produtivo, estas restrições, outrora raras, têm-se tornado importantes na busca da qualidade, por uma questão até de sobrevivência das empresas, em função do aumento da competição nos mercados decorrente:

- da globalização da economia e a conseqüente abertura de mercados;
- de clientes mais exigentes, requerendo diferenciais de atendimento, entre eles, serviços com hora marcada;
- da estabilidade econômica no Brasil, aliada a elevadas taxas de juros, ocasionando a diminuição dos estoques, principalmente no setor de varejo, e o conseqüente aumento do número de entregas e a diminuição do período de tempo entre elas.

Inúmeros artigos mais recentes sobre roteirização, publicados na literatura técnica especializada, consideram janelas de tempo, o que dá um indicador da sua importância. Outros, porém em menor número, tratam de problemas com frota heterogênea, também considerada no modelo matemático proposto.

Uma das virtudes da formulação e da estratégia de solução propostas está em considerar estas restrições de janelas de tempo em problemas cujos veículos disponíveis podem ser de diferentes tamanhos. Tal combinação praticamente inexistente nas referências bibliográficas.

Outro aspecto operacional pouco explorado na literatura é o aproveitamento dos veículos para mais de uma viagem. As heurísticas de solução propostas neste trabalho consideram esta possibilidade, de forma a melhorar o aproveitamento dos veículos, assim como reduzir o tamanho da frota necessária para o atendimento de uma dada demanda. Este aspecto demonstrou ser importante para o problema prático avaliado no estudo de caso.

### 6.3.2 Estratégia geral de solução baseada no método da relaxação Lagrangiana

Esta tese possibilitou um aprofundamento nos fundamentos e na aplicação do método de relaxação Lagrangiana, comprovando o seu potencial em um problema complexo de natureza combinatória e abrindo perspectivas para novas aplicações do referido método em outros problemas do tipo NP-completo.

Trata-se de um método flexível, que permite decompor um problema com restrições complicadas, movendo-as para a função objetivo, com penalidades, de modo a expressar o valor da sua violação.

Uma das virtudes da relaxação Lagrangiana é a resolução do subproblema relaxado como um modelo independente. Consequentemente, podem ser explorados quaisquer algoritmos ou métodos para a sua resolução.

Os resultados obtidos permitiram comprovar que a relaxação Lagrangiana pode ser aplicada mesmo em situações que o subproblema não puder ser resolvido através de um algoritmo exato, requerendo o uso de um procedimento heurístico.

Adicionalmente, verificou-se que a relaxação Lagrangiana pode não apenas fornecer boas estimativas para métodos de enumeração implícita (por exemplo, "*branch-and-bound*"), mas ser utilizada como uma heurística de solução em si, permitindo obter boas soluções. Dependendo do problema, resultados viáveis e de boa qualidade podem ser rapidamente alcançados, possibilitando a aplicação subsequente de algum procedimento de melhoria da solução (através de algum método de refinamento), quando for o caso. No problema em questão, a qualidade das soluções obtidas foi satisfatória, tornando dispensável o seu refinamento.

O algoritmo de programação dinâmica para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo, utilizado de maneira heurística para resolver o subproblema relaxado, demonstrou sua eficiência, possibilitando sua utilização repetidas e inúmeras vezes na busca pela convergência da relaxação Lagrangiana. Os testes de dominação adicionais propostos por CUNHA e SWAIT (1990), assim um projeto cuidadoso da implementação computacional, em particular das estruturas de dados, contribuíram decisivamente para o bom desempenho verificado.

A estrutura modular do algoritmo de solução, baseado em programação dinâmica, permite a fácil incorporação de restrições adicionais, tais como:

- múltiplas janelas de tempo por cliente, isto é, mais de um período em que o atendimento pode iniciar (por exemplo, das 09:00 às 11:00 horas ou das 14:00 às 17:00 horas);
- mais de uma restrição de capacidade dos veículos (por exemplo, de peso e volumétrica);
- precedências, iguais as consideradas nos testes do capítulo 4, ou as do tipo “*dial-a-ride*”;
- problemas com entregas e coletas de retorno (“*backhaul*”);

### 6.3.3 Heurísticas propostas

Uma das heurísticas propostas, a Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial compreendeu um procedimento de separação e agrupamento dos clientes aos veículos, que é diferente do que normalmente é utilizado quando se decompõe o problema.

Nos métodos clássicos do tipo “agrupa-primeiro e em seguida roteiriza” (conhecidos como “*cluster-first*”, “*route-second*”) as verificações de viabilidade do conjunto de pontos agrupados são realizadas exclusivamente durante a fase de agrupamento. Na fase de roteirização, o problema a ser resolvido em geral consiste em um simples problema do tipo caixeiro-viajante para cada veículo, em que se busca a ordem de visitação dos nós que minimize a distância total percorrida ou a duração do roteiro.

Neste contexto, a maioria dos procedimentos de agrupamento descritos na literatura são inspirados no método de varredura (“*sweep algorithm*”), proposto por WREN e HOLLIDAY (1972) e usualmente atribuído a GILLET e MILLER (1974).

Este método consiste numa varredura angular, a partir de um nó semente escolhido, de modo a inserir novos nós a um grupo, até que alguma das restrições (em geral, capacidade do veículo) seja violada. Melhores resultados são obtidos quando se repete o procedimento de varredura diversas vezes, para diferentes nós sementes, escolhendo a melhor solução dentre aquelas obtidas. Em alguns casos sugere-se atribuir ao programador a decisão sobre a escolha dos nós sementes.

Este tipo de abordagem não é apropriado para problemas com restrições temporais, como janelas de tempo, uma vez que dois pontos podem estar próximos do ponto de vista espacial, porém distantes se considerarmos suas janelas de tempo. A medida de proximidade espacial (no caso angular), medida exclusivamente a partir do nó semente, não fornece bons resultados para problemas com janelas de tempo.

Assim, considerando-se que,

- a complexidade das restrições do PRPJT dificulta sobremaneira a verificação da viabilidade do roteiro durante a fase de agrupamento;
- o algoritmo de caminho mínimo, em conjunto com a heurística de controle da relaxação Lagrangiana, permitem que se obtenha rapidamente a melhor solução viável para o problema de roteamento de um veículo, sendo que nem todos os clientes podem ser atendidos pelo veículo (conforme foi comprovado pela Heurística de Alocação Sequencial);
- as técnicas de agrupamento sequencial (isto é, um veículo de cada vez, sequencialmente) podem gerar distorções, uma vez que clientes muito próximos entre si do que dos demais podem ser agrupados em veículos diferentes;

julgou-se oportuno propor e avaliar um novo procedimento de agrupamento em que a viabilidade não é assegurada; define-se apenas um subconjunto de clientes candidatos a serem alocados a um veículo, cabendo ao procedimento de controle da relaxação Lagrangiana, conjuntamente com o algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo e penalidades, a sua solução.

Mais do que isso, embora os veículos sejam selecionados e roteirizados sequencialmente, o procedimento de agrupamento baseado na árvore de cobertura mínima possibilita definir grupos de clientes (*“clusters”*) que vão sendo agrupados em paralelo, conforme uma função que mede simultaneamente a sua proximidade espacial e temporal.

Adicionalmente, para problemas com frotas heterogêneas, são priorizados, na alocação aos veículos, os grupos que contêm clientes com alguma restrição quanto ao tipo de veículo que pode atendê-los: ou a demanda só pode ser atendida por um tipo de veículo (em geral o maior deles), ou há restrição quanto ao maior tamanho do veículo.

Os resultados obtidos, nos testes comparativos e no estudo de caso, comprovam a eficácia desta abordagem, tanto em termos da qualidade quanto de velocidade de processamento.

Esta heurística de agrupamento pode ser modificada, a fim de permitir a consideração de outras restrições, tais como de precedência entre clientes; de produtos com características distintas (por exemplo, refrigerados, carga seca alimentos e produtos de limpeza), que requerem veículos com características distintas e não admitem algumas combinações no mesmo veículo (por exemplo, alguns tipos de alimentos com produtos de limpeza).

#### **6.3.4 Entendimento dos problemas de roteirização**

Esta tese proporcionou uma contribuição ao entendimento da problemática que envolve a roteirização e a programação de veículos com restrições operacionais.

Inicialmente foram revisadas as diferentes classificações dos problemas de roteirização. O Capítulo 2 permite ao leitor uma compreensão da abrangência e da diversidade de problemas que são conhecidos genericamente como *problemas de roteirização*, assim como as formas mais usuais de classificação.

O trabalho compreendeu ainda uma extensa e atualizada revisão da bibliografia disponível, no tocante aos métodos de solução para problemas de roteirização com restrições operacionais, com maior ênfase aos problemas com restrições de janelas de tempo e com frotas heterogêneas.

Esta revisão bibliográfica englobou ainda os métodos que, mais recentemente, têm merecido maior atenção dos pesquisadores para a resolução de problemas complexos, considerados intratáveis até algum tempo atrás. Entre esses métodos destacam-se a busca tabu, "*simulated annealing*", algoritmos genéticos e "*Asynchronous Teams*". Nenhum artigo na literatura reuniu tantas referências sobre a utilização destes métodos a problemas de roteirização.

Outra questão relevante discutida está relacionada aos aspectos da aplicação prática de modelos e sistemas em geral a problemas reais de roteirização. Estes aspectos, embora pouco abordados na literatura, têm grande influência no sucesso e na qualidade dos resultados obtidos através da aplicação de modelos de roteirização.

Decisões, que podem envolver investimentos vultosos, muitas vezes são tomadas sem que se tenha consciência da ampla gama de fatores que afetam a utilização de um sistema de apoio à roteirização e a qualidade dos resultados obtidos.

Em geral, um modelo faz parte de um sistema mais abrangente. Pouco adianta um algoritmo muito eficiente para a obtenção de boas soluções se, por exemplo, os dados de entrada para o modelo apresentam imprecisões que prejudicam, e até inviabilizam o cumprimento dos roteiros e das programações pelos veículos.

Em especial, foram discutidos aspectos da localização espacial dos pontos de atendimento, através do uso de sistemas de informações geográficas, assim como as vantagens e desvantagens da estimativa das distâncias através de coordenadas ou com base em uma rede que representa o sistema viário.

Procurou-se, ainda, relacionar inúmeras referências que discorrem sobre aplicações práticas dos modelos a problemas reais, a fim de melhorar ilustrar estas condicionantes que influenciam a utilização dos modelos.

#### **6.4 Recomendações**

Várias são as recomendações no tocante à continuidade do esforço de pesquisa em continuidade a este trabalho.

Com relação à estratégia geral de solução baseada no método da relaxação Lagrangiana, foi utilizada neste trabalho a técnica do Subgradiente para o ajustamento dos multiplicadores do problema relaxado. Outras técnicas mais sofisticadas, reportadas na literatura, tais como o método do Lagrangiano aumentado ("augmented Lagrangian method") ou o proposto por GUIGNARD e ROSENWEIN (1989) merecem ser investigados.

Verificou-se que o método da relaxação Lagrangiana possui potencial para ser aplicado em outros problemas combinatórios, em particular aqueles cujo subproblema relaxado pode ser formulado como um problema de fluxo em rede, para o qual existem inúmeros algoritmos eficientes. Para o problema dos múltiplos caixeiros viajantes, por exemplo, a partir da relaxação das restrições de obrigatoriedade de atendimento de todos os clientes exatamente uma vez, obtém-se um subproblema que corresponde a um problema linear de fluxo em rede, que pode ser resolvido



através de algum método eficiente, tal como o algoritmo simplex para redes ou o método "out-of-kilter".

O procedimento de agrupamento dos clientes da Heurística de Agrupamento e Alocação Sequencial pode ser aprimorado. Na função que mede os custos para o problema da árvore de cobertura mínima pode ser incorporada uma parcela relativa aos custos fixos dos veículos dos subconjuntos (ou subárvores) de clientes que estão sendo agrupados, com base em adaptações nas funções propostas por GOLDEN et al. (1984) e DESROCHERS e VERHOOG (1991) e aplicadas por GOUVÊA (1992).

O desempenho computacional das heurísticas propostas, em particular da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial, permite a utilização conjunta de um procedimento de melhoria da solução obtida pós-otimização, através, por exemplo, de um método de intercâmbio. Os artigos de SOLOMON et al. (1988) e POTVIN e ROUSSEAU (1995) tratam de heurísticas de melhoria de soluções para problemas com janelas de tempo. Para uma caracterização mais geral sobre métodos de melhoria através de intercâmbio, sugere-se consultar os trabalhos de PSARAFTIS (1983a) e FAHRION e WREDE (1990).

Considera-se que um procedimento de intercâmbio possa ser utilizado para melhorar soluções, de forma semelhante ao que se tentou através da Heurística de Alocação Paralela, porém maior eficácia no tocante à qualidade das soluções e maior eficiência em termos de desempenho computacional. A melhoria obtida através da aplicação de um método deste tipo permite uma melhor distribuição dos clientes entre os veículos.

Pode-se ainda avaliar o potencial de utilização das heurísticas aqui propostas conjuntamente com métodos de melhoria mais sofisticados, tais como, por exemplo, os baseados em busca tabu, conforme proposto por ROCHAT e SEMET (1994), GENDREAU et al. (1994) e RENAUD et al. (1996).

As heurísticas propostas podem ainda ser utilizadas, de diversas maneiras, como agentes no contexto de um método denominado *Asynchronous Teams* ou simplesmente *A-Teams*. Este método é considerado superior, em termos de eficiência, em relação a outros métodos tais como algoritmos genéticos, redes neurais e busca tabu, para resolução de problemas complexos.

Recomenda-se uma investigação mais aprofundada deste método, em comparação com outros tais como busca tabu, Algoritmos Genéticos e redes neurais, para

problemas de roteamento semelhantes ao PRPJT. O trabalho de SOUZA (1993) pode ser um bom ponto de partida, uma vez que trata do problema do caixeiro viajante.

Outras aplicações em problemas reais (por exemplo com janelas de tempo em apenas alguns clientes e mais abertas) poderiam permitir uma avaliação melhor da robustez da estratégia e das heurísticas propostas a diferentes contextos da roteirização de veículos com restrições operacionais.

O processo de decisão quanto ao tamanho e a composição da frota mais adequada para a operação pode merecer uma investigação mais aprofundada, de modo a considerar aspectos tais como decisões quanto ao uso de veículos próprios *versus* contratação de terceiros e funções de custo que considerem outros componentes (por exemplo, parcela de valor unitário por entrega e custo escalonado segundo a quantidade de carga transportada).

Outra questão importante a ser tratada refere-se à variação das velocidades médias nos sistemas viários urbanos em função não só do tipo de via, como também do horário do dia e do sentido de tráfego. Este tipo de restrição é particularmente importante em problemas que envolvem distribuição física em grandes centros urbanos. O trabalho de AHN e SHIN (1991) pode ser um bom ponto de partida, uma vez que trata esta questão para problemas de roteamento com janelas de tempo.

Em alguns outros contextos distintos daquele considerado neste trabalho, que não envolvam, por exemplo, distribuição física em meio urbano, pode ser importante considerar velocidades de percurso dos veículos que podem variar de acordo com o tamanho dos mesmos, assim como com a distância percorrida entre dois pontos consecutivos do roteiro (estima-se que percursos mais curtos impliquem velocidades menores).

Outras oportunidades de pesquisa podem ser apontadas no sentido de se considerar aspectos como a divisão (ou fracionamento) de pedidos e atendimento parcial de clientes.

Finalmente, espera-se que este trabalho estimule novas pesquisas sobre roteirização de veículos.

## ANEXO A

### DEFINIÇÕES

Este anexo contém as definições dos termos técnicos e expressões mais relevantes no contexto do presente trabalho.

- **Roteirização ou roteamento**

O termo *roteiro*, segundo FERREIRA (1982), possui vários significados: (i) descrição pormenorizada de uma viagem; (ii) itinerário; (iii) descrição escrita dos pontos que se devem conhecer para realizar uma viagem marítima. Já *rota*, segundo o autor, significa caminho, direção, rumo.

Ainda segundo o autor, *roteirizar* significa escrever o roteiro, porém no sentido de texto, baseado no argumento das cenas, seqüências, diálogos e indicações técnicas de um filme. Neste caso, roteiro se refere ao termo em inglês "*script*". Já o verbo *rotear* tem o sentido de dirigir ou conduzir uma embarcação.

Nos artigos e publicações técnicas em língua inglesa, o termo "*routing*" (ou "*routeing*"), se refere à definição de um ou mais caminhos, seqüências ou itinerários a serem cumpridos por veículos de uma frota, passando por locais pré-determinados que necessitam de atendimento. Esses locais podem ser pontos específicos (endereços de uma cidade, municípios, etc.), caracterizados como nós de uma rede, ou segmentos de vias, usualmente denominados na literatura técnica como arcos, "*links*" ou ligações.

Diversos autores, entre os quais CHIH (1987), BOSE (1990), NOVAES e ALVARENGA (1994), utilizaram o termo *roteirização* como o equivalente em português de "*routing*"; já BECHARA e GALVÃO (1984), SILVA (1986), SWAIT (1986), CHAVES e GRANJA (1989), CUNHA (1991) e GOUVÊA (1992) adotaram o termo *roteamento*.

Assim, considerando-se que (i) ambos os termos aportuguesados *roteirização* e *roteamento*, assim como o verbo *roteirizar*, já são conhecidos e utilizados correntemente nas áreas de pesquisa operacional, logística, transportes e distribuição física, com o sentido de caminho, itinerário, seqüência de entregas; (ii) não existe na língua portuguesa algum termo mais preciso ou apropriado com esse significado, optou-se pela utilização de ambos, de maneira indistinta, no presente trabalho.

- **Programação de veículos**

O termo *programação* (do inglês "*scheduling*") refere-se, no contexto da operação de veículos, à definição dos aspectos temporais de um ou mais roteiros, mais especificamente aos horários de cada uma das tarefas ou eventos importantes. Uma programação pode englobar a definição dos horários de saída e de retorno dos veículos à base, bem como dos horários de chegada e partida em cada um dos pontos do roteiro. Estes horários são condicionados pelos tempos despendidos no atendimento em cada ponto (que podem englobar as parcelas de tempo de espera, de carga ou descarga, de recepção e conferência de documentos, de liberação, etc.), pelos tempos de viagem ou deslocamento entre pontos consecutivos do roteiro, bem como por outros eventos ou restrições, tais como paradas para almoço, duração máxima da jornada do motorista, entre outros.

- **O problema de roteirização de veículos**

CHRISTOFIDES (1985) define o problema de roteirização e programação de veículos como o problema de distribuição no qual veículos localizados em um depósito central devem ser programados para visitar clientes geograficamente dispersos, de modo a atender suas solicitações conhecidas. As restrições mais usuais do problema estão relacionadas às capacidades dos veículos.

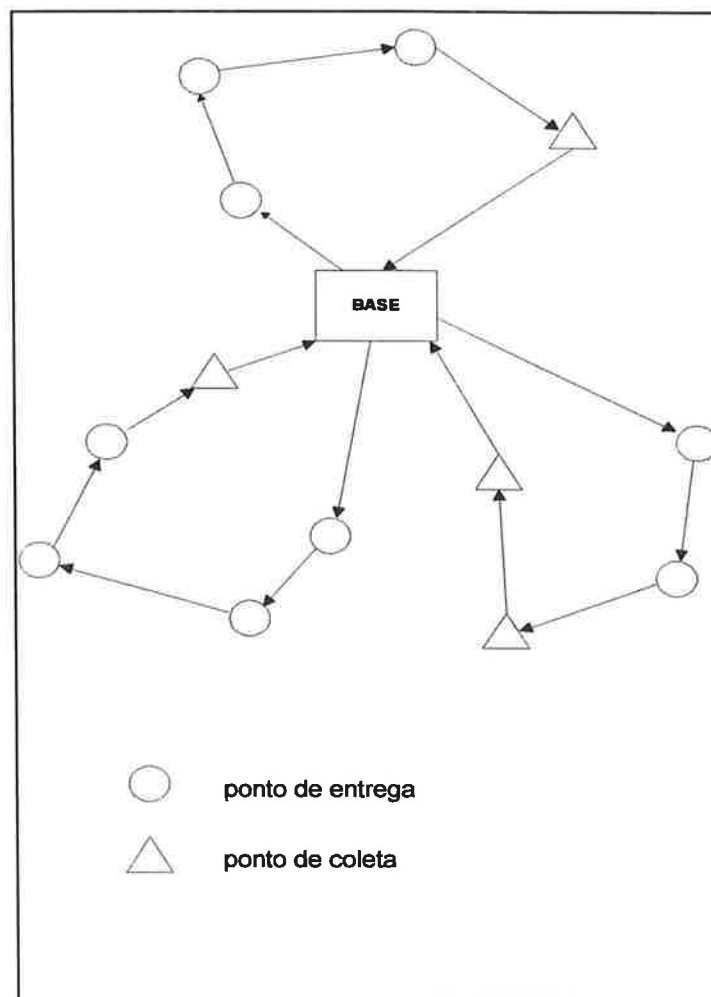
LAPORTE (1992b) define o problema de roteirização de veículos com sendo o problema de definir roteiros ótimos de entrega ou de coleta, a partir de um ou vários depósitos, para um número de cidades ou clientes geograficamente dispersos, sujeito a restrições adicionais. Segundo o autor, o problema de roteirização é importante no contexto da distribuição física.

- **“Backhaul”**

O termo “backhaul”, ainda sem correspondente consagrado pelo uso em português, significa “operação de coleta de retorno”, na qual são realizadas uma ou mais coletas em um roteiro, porém em número menor que as entregas, em geral ao longo do itinerários de retorno, após a realização de todas as entregas (CASCO et al. 1988, GOLDEN e ASSAD, 1986). A dificuldade de arranjo das cargas na distribuição física obriga a que as coletas, em geral de matérias-primas ou suprimentos, ocorram ao final das tarefas de entrega, antes do retorno do veículo à base.

A figura A.1 ilustra o problema de roteirização com coletas de retorno.

**FIGURA A.1 - Problema de roteamento com coletas de retorno**



- **Algoritmo**

Segundo HOROWITZ e SAHNI (1978), o termo *algoritmo* vem da palavra árabe *alkharizmi*. A palavra é originária do nome de um matemático persa, Abu Ja'far Mohammed ibn Musa al Khowarizmi, que escreveu um livro texto sobre matemática, no século 9 de nossa era. De acordo com os autores, o dicionário Webster da língua inglesa define "*algorithm*" (algoritmo) como qualquer método especial de resolução de um certo tipo de problema.

FERREIRA (1982) define algoritmo como sendo um processo de cálculo, ou de resolução de um grupo de problemas semelhantes, em que se estipulam, com generalidade e sem restrições, regras formais para a obtenção do resultado, ou para a solução do problema.

Segundo SWAIT (1990), o termo algoritmo evoca a noção de um processo para resolver um dado problema.

Ainda segundo HOROWITZ e SAHNI (1978), este termo possui um significado especial para a Ciência da Computação, em que um algoritmo se refere a um método preciso, utilizável por um computador para a solução de um problema. Note-se que o termo preciso (no original "*precise*") não está relacionado à exatidão do método.

Para HOROWITZ e SAHNI (1978) um algoritmo é composto de um conjunto finito de passos, e cada qual requer uma ou mais operações. Cada operação deve ser definida, no sentido de que deve estar perfeitamente claro o que deve ser feito. Um outro requisito importante de um algoritmo é que o mesmo deve terminar após um número finito de operações.

A definição proposta por SWAIT (1990) é praticamente idêntica: um algoritmo consiste em uma seqüência ordenada finita de operações bem definidas, que, quando executadas por um computador, operando sobre dados caracterizando o estado atual do contexto e o estado desejado, sempre termina num período finito de tempo, produzindo uma solução ou indicando que a solução não pode ser obtida.

O termo algoritmo também é usualmente utilizado, no contexto da Pesquisa Operacional, como um conjunto de procedimentos que permitem a obtenção da *solução ótima* de um problema ou uma classe de problemas.

- **Heurística**

Segundo SILVER et al. (1980), existem inúmeras possíveis definições do que seja uma heurística para a resolução de um problema. O termo heurística pode ser definido como um procedimento para a resolução de problemas, através de uma abordagem intuitiva, na qual a estrutura de problema possa ser interpretada e explorada de forma inteligente, para a obtenção de uma solução adequada.

Os autores destacam que a formulação de modelos matemáticos mais complexos, a fim de melhor representar os problemas reais que procuram resolver, pode acarretar dificuldades matemáticas que os tornam impossíveis de serem resolvidos através de algoritmos de otimização.

Isto é particularmente verdadeiro em problemas de natureza combinatória, isto é, em problemas cujas variáveis de decisão sejam inteira e nos quais o espaço de solução possa ser representado como um conjunto de todas as possíveis combinações de valores para cada uma das variáveis de decisão. Um significativo número de problemas de natureza combinatória apresenta ordem de complexidade exponencial (vide abaixo)

SILVER et al. (1980) destacam diversas razões possíveis para o uso de heurísticas como método de solução:

- a) O problema matemático é de tal natureza que não se conhece um método de solução analítico ou iterativo.
- b) Embora possa haver algum método analítico ou iterativo, o mesmo é proibitivo em termos computacionais, ou mesmo irreal em termos de requisitos de dados.
- c) O método heurístico, por hipótese, pode ser de compreensão mais simples pelo usuário ou tomador de decisão, aumentando as chances de sua utilização.
- d) Uma heurística pode ser usada como parte de um procedimento iterativo que assegure a obtenção de uma solução ótima. Isso pode se dar de duas maneiras: a fim de se obter facilmente uma solução inicial viável, mesmo que não seja de boa qualidade; ou, para auxiliar na decisão, em um passo intermediário de um algoritmo exato (por exemplo, na escolha da variável que entra na base).

e) Numa abordagem de enumeração implícita, a obtenção de uma boa solução inicial pode definir um limitante que pode ser decisivo para o bom desempenho do método. Essa solução inicial pode ser obtida através de uma heurística.

Ainda segundo SILVER et al. (1980), os métodos heurísticos podem ser classificados segundo os seguintes tipos:

- métodos de decomposição: consistem na quebra ou separação do problema em partes menores que são resolvidas separadamente, porém levando em consideração as possíveis interações entre elas;
- métodos indutivos: consistem em aproveitar as propriedades das soluções de problemas mais simples na concepção de problemas mais complexos;
- métodos que envolvem a manipulação do modelo: consistem em, de alguma maneira, modificar a natureza do modelo, de modo a facilitar sua solução; então utilizar a solução do modelo revisado como representativa do problema original (por exemplo, linearização de funções não lineares, relaxação de restrições, agregação de variáveis de decisão, etc.);
- métodos construtivos: consistem em construir uma solução viável, freqüentemente de maneira determinística e seqüencial (por exemplo, o método do vizinho mais próximo para a roteirização de veículos, descrito em BODIN et al. (1983)); em geral, esses métodos são utilizados em conjunto com os métodos de melhorias das soluções, descritos a seguir;
- métodos de melhorias das soluções: partem de uma solução viável inicial, geralmente obtida a partir de um método heurístico do tipo construtivo, a qual vai sendo melhorada iterativamente (por exemplo, os métodos de intercâmbios descritos por PSARAFTIS (1983a) e SOLOMON (1987) para o problema de roteamento de veículos).

Os autores destacam ainda que duas ou mais heurísticas de diferentes tipos podem ser combinadas na estratégia de resolução de um dado problema.

BALL e MAGAZINE (1981) descreveram sete diferentes critérios para a avaliação de heurísticas:



- a) qualidade da solução, que pode ser medida pela proximidade com a solução ótima e pela capacidade de gerar soluções viáveis;
- b) tempo de processamento e necessidades de armazenamento;
- c) dificuldade de implementação, medida pela complexidade do código e a extensão dos requisitos de dados;
- d) flexibilidade para lidar com mudanças no modelo, na função objetivo e nas restrições;
- e) robustez, isto é, comportamento uniforme para problemas com características distintas;
- f) simplicidade e facilidade de análise; quanto melhor o projetista entender a lógica, mais fácil aprimorá-la e avaliá-la; facilidade de entendimento pelo usuário melhora a sua aceitação;
- g) capacidade de interação com o usuário.

- **Ordem de complexidade**

Segundo SWAIT (1990), numa máquina seqüencial, o tempo total de execução de um algoritmo ou uma heurística é composto da soma de todos os tempos de execução das operações primitivas. Em princípio, um histograma das frequências de execução de cada operação primitiva e uma tabela de tempos de execução individuais são suficientes para se prever o tempo necessário para obter a solução a um dado problema.

Alternativamente, pode-se calcular uma estimativa do esforço computacional do algoritmo ou da heurística para a resolução de instâncias do problema. Esta estimativa deve ser suficientemente precisa para que se possa decidir *a priori* se um algoritmo é mais eficiente que outro, em termos de esforço computacional.

Seja  $n$  uma medida do tamanho do problema sendo resolvido. Diz-se que um procedimento tem ordem de complexidade  $O(f(n))$  quando o número de operações primitivas executadas para obter a solução à instância do problema de tamanho  $n$  não exceder uma constante vezes  $f(n)$ , para  $n$  suficientemente grande. Mais

especificamente,  $g(n)$  é  $O(f(n))$  se existirem duas constantes  $K$  e  $n'$  tais que  $|g(n)| \leq K |f(n)|$  para todo  $n \geq n'$ .

Esta definição de ordem de complexidade é considerada assintótica devido à exigência de  $n$  ser suficientemente grande. Pela sua definição, esta medida de esforço relaciona-se ao pior desempenho possível do algoritmo ou heurística, isto é, ao pior caso.

- **Problemas NP-difíceis**

Existe uma classe de problemas denominados NP-difíceis (“NP-*hard*”) para os quais não existem algoritmos polinomiais, isto é, da forma  $O(n^k)$ , para resolvê-los; apenas de ordem de complexidade exponencial  $O(2^n)$ .

Isto significa que o esforço computacional para a resolução de um dado problema cresce exponencialmente com a dimensão que determina o tamanho do problema.

## ANEXO B

### CONCEITOS BÁSICOS DA RELAXAÇÃO LAGRANGIANA

Este anexo tem por objetivo descrever os princípios do método da Relaxação Lagrangiana.

Segundo FISHER (1985), é de conhecimento geral que os problemas de otimização combinatória podem ser divididos em dois grupos.

Há um número reduzido de problemas *fáceis* que podem ser resolvidos em tempo limitado por uma função polinomial. Por outro lado, há um número elevado de problemas ditos *difíceis*, para os quais a ordem de complexidade dos algoritmos exatos conhecidos são exponenciais, e que por essa razão são chamados NP-difíceis ou NP-completos, conforme definição que pode ser encontrada no Anexo A.

Uma das idéias mais úteis do ponto de vista da implementação e eficiência computacional, segundo o mesmo autor, é a observação de que muitos problemas de programação inteira ditos *difíceis* podem ser visualizados como problemas *fáceis*, complicados por um conjunto reduzido de restrições adicionais.

Nessa linha, para os problemas considerados *difíceis*, uma estratégia de solução possível consiste em definir um problema Lagrangiano, no qual as restrições *complicadas* são substituídas por um ou mais termos com penalidades introduzidos na função objetivo, de forma a expressar o valor da violação das restrições através de suas respectivas variáveis duais.

Segundo SHAPIRO (1979), as técnicas Lagrangianas foram originalmente propostas para resolver problemas de programação inteira binários, nos quais as variáveis de decisão podem assumir apenas valores 0 ou 1.

Métodos baseados em relaxação Lagrangiana podem contribuir para o desenvolvimento de heurísticas eficientes para a solução de problemas complexos de programação inteira e de otimização combinatória.

Uma das virtude da relaxação Lagrangiana é a resolução do subproblema como um modelo independente. Consequentemente, podem ser explorados quaisquer algoritmos ou métodos para a sua resolução.

Dependendo do problema e da restrição que é relaxada, o problema Lagrangiano pode ser simples de resolver e fornecer um bom limitante inferior (no caso de minimização) para a solução ótima do problema original. Sendo assim, esta técnica pode ser utilizada no lugar de relaxações de programação linear, a fim de prover funções limitantes em um algoritmo "*Branch-and-bound*" (FISHER, 1985).

GUIGNARD e ROSENWEIN (1989) apontam que um aspecto importante no uso da técnica de relaxação Lagrangiana consiste na concepção de um procedimento para otimizar o problema dual Lagrangiano. Se a relaxação Lagrangiana é utilizada em conjunto com um algoritmo "*branch-and-bound*", o problema dual Lagrangiano é resolvido reiteradas vezes, a cada nó enumerado, a fim de estimar o valor da função objetivo para o restante da solução ainda não enumerada. Para maiores detalhes sobre a estratégia de solução B&B recomenda-se a obra de HOROWITZ e SAHNI (1978).

De acordo com FISHER (1985), nos últimos 15 anos a relaxação Lagrangiana passou de um conceito bem sucedido, porém muito teórico, para uma utilização intensa em problemas de programação matemática de grande porte.

Os conceitos de relaxação Lagrangiana, como são conhecidos hoje, devem-se a HELD e KARP (1970, 1971), que formularam um problema Lagrangiano, baseado em árvores de cobertura mínima, para desenvolver um algoritmo bastante eficiente para o problema do caixeiro viajante. Desde então, a técnica tem sido utilizada em inúmeros problemas de otimização combinatória, possibilitando a solução de problemas práticos reais (FISHER, 1985).

No item B.1 são apresentados os conceitos básicos da relaxação Lagrangiana. Já o item B.2 descreve uma aplicação da relaxação Lagrangiana a um problema de programação de uma máquina, que é modelado como um problema de caixeiro viajante.

## B.1 Conceitos Básicos da Relaxação Lagrangiana

O artigo de FISHER (1985) apresenta de maneira detalhada os conceitos da relaxação Lagrangiana, sendo reproduzidos a seguir apenas os principais, necessários para a compreensão do algoritmo proposto.

Seja (P) um problema de programação inteira, cuja formulação matemática pode ser representada da seguinte forma:

$$Z = \min cx \quad (\text{P}) \tag{B.1}$$

$$\text{sujeito a:} \quad Ax \leq b \tag{B.2}$$

$$Dx \leq f \tag{B.3}$$

$$x \geq 0 \text{ e inteiro.} \tag{B.4}$$

onde  $x$  é um vetor de dimensões  $n \times 1$ ,  $b$  tem dimensões  $m \times 1$ ,  $f$  é do tipo  $k \times 1$  e todas as demais matrizes tem as dimensões adequadas decorrentes.

Assume-se que as restrições de (P) tenham sido separadas em dois conjuntos ( $Ax \leq b$  e  $Dx \leq f$ ) e que o problema (P) possa ser resolvido com facilidade, caso o conjunto de restrições  $Ax \leq b$  seja removido.

A fim de formular o problema Lagrangiano, deve-se inicialmente definir um vetor  $u$  de  $m$  multiplicadores,  $u \geq 0$ , e somar o termo não negativo  $(Ax - b)$  à função objetivo de (P), obtendo:

$$\min cx + u (Ax - b) \tag{B.5}$$

$$\text{sujeito a:} \quad Ax \leq b \tag{B.2}$$

$$Dx \leq f \tag{B.3}$$

$$x \geq 0 \text{ e inteiro.} \tag{B.4}$$

A solução ótima para esse problema, dado que  $u \geq 0$ , corresponde a um limitante inferior de  $Z$ , uma vez que simplesmente foi adicionado um termo não positivo à função objetivo  $((Ax - b) \leq 0)$ .

Agora, se eliminarmos o conjunto de restrições  $Ax \leq b$  que dificultam a solução de (P), obtém-se o problema Lagrangiano, também conhecido como relaxação Lagrangiana:

$$Z_D(u) = \min cx + u (Ax - b) \quad (LR_u) \quad (B.6)$$

$$\text{sujeito a} \quad Dx \leq f \quad (B.3)$$

$$x \geq 0 \text{ e inteiro.} \quad (B.4)$$

Ao se remover as restrições  $Ax \leq b$ , o valor ótimo  $Z_D(u)$  também corresponde a um limitante inferior de  $Z$ , pois  $Z_D(u) \leq Z$  para todo  $u \geq 0$ . Essa afirmação pode ser demonstrada de forma simples:

Seja  $x^*$  o vetor correspondente à solução ótima de (P). Pode-se afirmar que:

$$Z_D(u) \leq cx^* + u (Ax^* - b) \leq Z \quad (B.7)$$

já que  $Z = cx^*$ ,  $u \geq 0$  e  $(Ax^* - b) \leq 0$ .

Tendo em vista que  $Z_D(u)$  corresponde a um limitante superior de  $Z$ , idealmente  $u$  deve ser a solução para o seguinte problema dual, denominado problema dos multiplicadores Lagrangianos:

$$Z_D = \max_u Z_D(u), \quad u \geq 0 \quad (B.8)$$

As condições de otimalidade podem ser definidas:

- se  $u$  é um vetor de multiplicadores Lagrangianos e  $x$  uma solução viável para o problema (P) que satisfaçam a condição  $Z_D(u) = cx = Z$ , então  $Z_D(u)$  corresponde

à solução ótima para o problema relaxado e  $x = x^*$  à solução ótima para o problema (P).

- se para alguma escolha do vetor de multiplicadores Lagrangianos  $u$ , a solução  $x^*$  da relaxação Lagrangiana ( $LR_u$ ), isto é  $Z_D(u) = \min cx + u (Ax - b)$ , for viável para o problema (P), então  $x^*$  é a solução ótima para o problema (P) e  $u$  a solução ótima para problema relaxado ( $LR_u$ ).

Em geral, não é possível assegurar que sempre se possa encontrar um vetor de multiplicadores  $u$  de forma que  $Z_D(u) = Z$ , porém é possível determiná-lo para muitas instâncias particulares de problemas.

Segundo FISHER (1981b), o fato de  $Z_D(u)$  se menor ou igual a  $Z$  permite que o problema relaxado ( $LR_u$ ) possa ser usado no lugar de uma relaxação linear como limitante inferior em um método de enumeração tipo “*branch-and-bound*” para a resolução de (P). Entretanto, embora esta seja a aplicação mais trivial, existem muitos outros usos para as soluções dos problemas decorrentes da relaxação Lagrangiana.

A questão do cálculo dos multiplicadores  $u$  pode ser resolvida através de um procedimento de aplicação geral denominado *Método do Subgradiente* ou mesmo através de métodos até mais eficientes, porém específicos para cada problema. Estes últimos, também denominados *Métodos de Ajustamento dos Multiplicadores*, são heurísticos para o problema dual e exploram alguma estrutura especial específica para o problema em cada caso. FISHER (1981b) destaca que esse método é útil quando  $Z_D(u)$  é não diferenciável.

GUN et al. (1988) confirmam e complementam essa tese, destacando que uma solução ótima para o problema dual pode não fornecer meios imediatos de se obter nem mesmo uma solução viável para o problema original, quanto mais ótima.

Os autores citam que o método dos multiplicadores em uma função de penalidade pode ser encarado como um meio de permitir convergência rápida para a solução ótima do problema dual, assim como garantir uma solução viável para o problema original.

Segundo FISHER (1985), o *Método do Subgradiente*, possivelmente o método mais popular para a resolução do problema dos multiplicadores Lagrangianos, consiste em uma adaptação do método do gradiente, no qual os gradientes são substituídos por subgradientes. Dado um valor inicial  $u^0$ , a sequência  $\{u^k\}$  é gerada pela regra

$$u^{k+1} = u^k + t_k (Ax^k - b) \quad (\text{B.9})$$

onde  $x^k$  é a solução ótima da  $k$ -ésima iteração do problema relaxado e  $t_k$  é um escalar positivo que define quão longe se deseja mover-se na direção do gradiente na iteração  $k$ .

Segundo FISHER (1981b), em geral  $u^0 = 0$ . O tamanho do passo mais comumente utilizado apresenta a seguinte expressão:

$$t_k = \frac{\lambda_k (Z^* - Z_D(u^k))}{\|Ax^k - b\|^2} \quad (\text{B.10})$$

onde  $\lambda_k$  é um escalar que satisfaz  $0 \leq \lambda_k \leq 2$  e  $Z^*$  é o valor ótimo de  $Z_D(u)$ .

Dado que o valor ótimo  $Z^*$  do problema dos multiplicadores Lagrangianos não é conhecido (aliás, faz parte da solução buscada), na prática se utiliza um procedimento heurístico em que  $Z^*$  é substituído por  $UB$  no cálculo do tamanho do passo:

$$t_k = \frac{\lambda_k (UB - Z_D(u^k))}{\|Ax^k - b\|^2} \quad (\text{B.11})$$

Na expressão (B.11),  $UB$  representa um limitante superior do valor ótimo da função objetivo do problema (P), e, conseqüentemente, um limitante superior de  $Z_D$ . Inicialmente,  $UB$  pode ser calculado como o valor da função objetivo de qualquer solução viável de (P) que possa ser determinada. Ao longo do processamento, caso uma nova solução viável possa ser obtida e cujo valor da função objetivo seja melhor



(isto é, menor) do que  $UB$ , este passa a ser utilizado no lugar de  $UB$  na expressão (B.11)

Em muitas situações pode não haver como provar, no método do subgradiente, a otimalidade, conforme as condições descritas acima. Dessa forma, o critério de parada usualmente corresponde a um número máximo de iterações.

O desempenho computacional e as propriedades de convergência do método do subgradiente são discutidas por HELD et al. (1974) e em suas respectivas referências. O principal resultado teórico apresentado é que  $Z_D(u^k) \rightarrow Z$  se  $t_k \rightarrow 0$  e  $\sum_{i=0}^k t_i \rightarrow \infty$ .

Ainda segundo FISHER (1981b), para a resolução de problemas Lagrangianos, em contrapartida aos métodos de subgradiente, os métodos baseados no algoritmo simplex são mais difíceis de implementar e não têm apresentado desempenho computacional tão satisfatório.

Para um maior aprofundamento em questões como o Método de Subgradiente para definição das variáveis duais, comparações da relaxação Lagrangiana com limitantes baseados em programação linear, bem como um exemplo numérico completo, o leitor deve consultar os artigos de FISHER (1981b, 1985). Os artigos de SHAPIRO (1979) e HELD e KARP (1970, 1971) constituem referências importantes para um estudo mais completo sobre o assunto.

## B.2 O Problema do Caixeiro Viajante com Dependência de Tempo

PICARD e QUEYRANNE (1978) analisaram o problema de programação no qual  $n$  tarefas devem ser executadas com o mínimo custo em uma única máquina. O custo de preparação ("*set-up*") associado a cada tarefa depende não somente da tarefa predecessora, mas também da sua posição na seqüência de execução. Segundo os autores, esse problema pode ser modelado como um Problema do Caixeiro Viajante com Dependência de Tempo (PCVDT).

Os autores analisaram três diferentes formulações matemáticas para esse problema. Numa delas, objeto de interesse no âmbito da estratégia de solução proposta, foram

relaxadas as restrições relacionadas à integralidade da solução. O problema resultante corresponde ao de encontrar um caminho mínimo em uma rede multipartida. Para maiores detalhes sobre a formulação matemática do problema, sugere-se consultar o artigo de PICARD e QUEYRANNE (1978).

Segundo os autores, a solução do problema relaxado através do método de geração de colunas, a fim de obter integralidade da solução, é inviável na prática, uma vez que a convergência é muito lenta, além de não ser possível garantir a integralidade da solução.

Quando se usa um método primal de solução, tal como a geração de colunas, em geral não se obtém um limitante superior de boa qualidade que impeça a resolução completa do problema. Esta é uma indicação de que um método dual possa ser mais adequado para a obtenção de bons limitantes inferiores para o algoritmo “*branch-and-bound*” com esforço computacional razoável.

Inicialmente são reproduzidos alguns conceitos e definições propostas pelos autores.

Um grafo multipartido é um grafo direcionado  $(V, A)$ , sendo o conjunto dos vértices  $V$  dividido em  $k$  subconjuntos  $V_1, V_2, \dots, V_k$  (aqui denominados fases) tais que qualquer arco em  $A$  com origem no conjunto  $V_i$  tem o vértice de destino no conjunto  $V_{i+1}$ . Um grafo bipartido é um caso particular de grafo multipartido, com  $k=2$ .

Uma rede multipartida  $N=(V, A, C)$  corresponde a um grafo multipartido com uma função de ponderação  $C$  definida em  $A$ . Um vértice  $(i, t)$  representa a possível execução da tarefa  $i$  na fase (ou posição na sequência)  $t$ .

A solução ótima para o problema de programação implica que cada tarefa seja executada uma e somente uma vez e que o custo total da sequência seja mínimo.

Seja  $a_i^P$  o número de ocorrências da tarefa  $J_i$  em caminho  $P$  e seja  $a^P$  o vetor correspondente, com  $n$  componentes  $a_i^P$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ). Um caminho  $P$  é denominado um *caminho válido* se e somente se  $a^P = \underline{1}$ , onde  $\underline{1}$  indica o vetor com todas as componentes iguais a um.

Dado que um caminho  $P$  válido contém exatamente  $n$  tarefas, tem-se que:

$$\sum_{i=1}^n a_i^P = n \quad (\text{B.12})$$

Se o caminho mínimo  $P$  em  $N$  é válido (isto é  $a^P = \underline{1}$ ), a seqüência corresponde a uma solução para o PCVDT. Caso  $P$  não corresponda a um caminho válido, a extensão ou custo total do caminho ( $l$ ) corresponde a um limitante inferior do valor da seqüência ótima para o PCVDT.

Nesse ponto, uma abordagem usual seria o uso de um algoritmo de enumeração tipo "branch-and-bound", fixando e restringindo em certas fases uma tarefa que ocorre mais de uma vez. Ao invés disso, PICARD e QUEYRANNE (1978) preferiram melhorar o limitante superior através de uma formulação com otimização por subgradiente.

O método de otimização descrito pelos autores consiste na determinação de caminhos mínimos em uma rede multipartida com otimização por subgradiente. Em termos gerais, esse método calcula o caminho mínimo na rede, sendo aos arcos associadas penalidades, de forma a incorporar as restrições adicionais.

Quando um caminho mínimo  $P$  em  $N$  não for válido, os autores recomendam a modificação dos custos nos arcos da rede, somando-se penalidades  $\pi_i$  ( $i=1,2,\dots, n$ ), de forma que:

- os custos de todos os caminhos válidos não são alterados;
- o caminho mínimo deve ser induzido a passar pelas tarefas previamente omitidas e evitar as tarefas que estavam previamente incluídas mais de uma vez.

A penalidade  $\pi_i$  ( $i=1,2,\dots, n$ ) deve ser somada ao custo do caminho cada vez que um nó representando a tarefa  $J_i$  é visitado. As penalidades podem ser inseridas na rede somando-se  $\pi_i$  ao custo de todos os arcos com origem em todos os nós ( $i,t$ ) associados a  $J_i$ :

$$\overline{C}_{ij}^t = C_{ij}^t + \pi_i \quad (\text{B.13})$$

Também é possível somar  $\pi_i$  a todos os arcos chegando a  $(i, t)$ .

Os autores assumiram que  $\sum_{j=1}^n \pi_j = 0$ . Usando o vetor  $\alpha^P$  associado ao caminho  $P$ , pode-se definir a extensão de  $P$ , no grafo com penalidades, como:

$$l_\pi(P) = l(P) + \sum_{i=1}^n \alpha_i^P \pi_i \quad (\text{B.14})$$

Se  $P$  for um caminho viável, então  $l_\pi(P) = l(P)$ . Chamando de  $C^*$  o custo de uma sequência ótima e de  $P_\pi$  o caminho mínimo na rede com penalidades  $\pi$ , então:

$$l_\pi(P_\pi) \leq C^* \quad (\text{B.15})$$

As melhores penalidades são solução para o seguinte problema dual:

$$(D) \quad \max \left\{ W(\pi) : \sum_{i=1}^n \pi_i = 0 \right\} \quad (\text{B.16})$$

onde:

$$W(\pi) = l_\pi(P_\pi) = \min_P \left( l(P) + \sum_{i=1}^n \alpha_i^P \pi_i \right) \quad (\text{B.17})$$

que é equivalente ao dual da relaxação do problema originalmente formulado.

Um método de otimização por subgradiente para a solução do problema  $D$  é baseado na seguinte observação: para um vetor de penalidades  $\pi^k$ , o vetor  $S^k$  com componentes  $S_i^k = \alpha_i^P - 1$ , onde  $P$  é um caminho mínimo com relação a  $\pi^k$ , corresponde à projeção no conjunto  $\{\pi : \sum_i \pi_i = 0\}$  de uma direção do subgradiente para a função  $W$  no ponto  $\pi^k$ .

O algoritmo de otimização por subgradiente formulado por PICARD e QUEYRANNE (1978) é apresentado na Figura B.1:

Os autores propuseram o seguinte critério para a atualização do vetor de penalidades  $\pi^k$  :

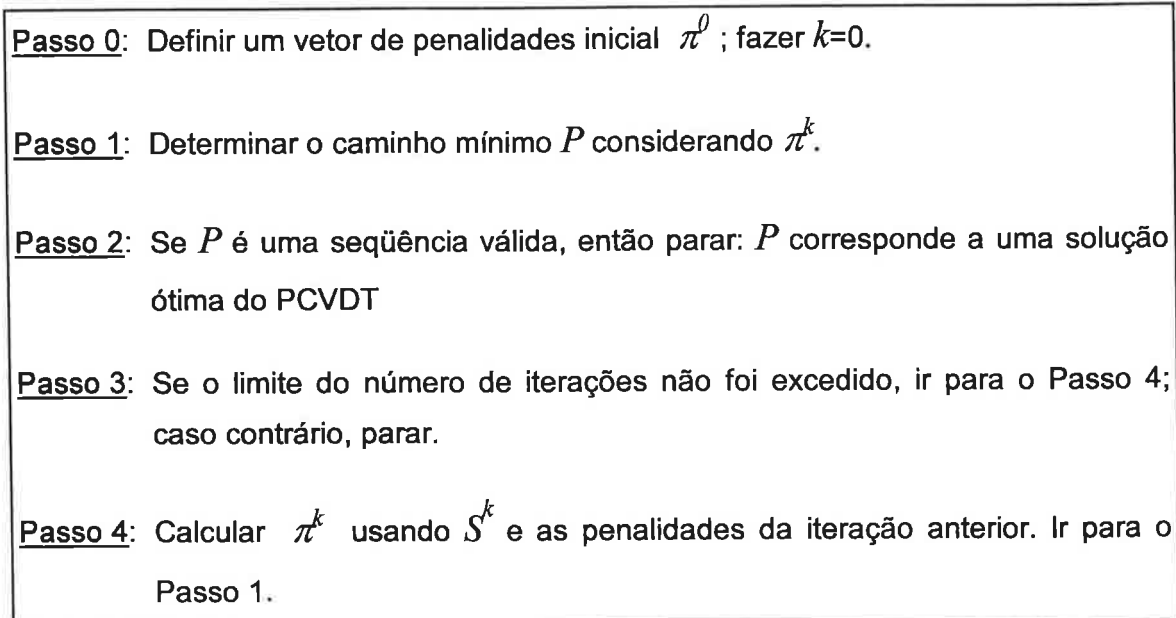
$$\begin{aligned} \pi^0 &= 0 \\ \pi^{k+1} &= \pi^k + t_k S^k \\ t_k &= \lambda_k \frac{(Z_{sup} - W(\pi^k))}{\|S^k\|^2} \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

onde:  $Z_{sup}$  é um limitante superior do valor da seqüência ótima

$W(\pi^k)$  é o valor do comprimento do caminho mínimo com penalidades da  $k$ -ésima iteração.

Este procedimento para o cálculo de  $\pi^{k+1}$  e  $t_k$  é equivalente ao procedimento geral de otimização por subgradiente descrito por FISHER (1985) e apresentado no item B.1. Este autor recomenda que o escalar  $\lambda_k$  assumo o valor inicial  $\lambda_0$  no intervalo [0,2] e seja reduzido pela metade sempre que o valor da função objetivo  $W(\pi^k)$  deixe de crescer após um certo número de iterações.

Segundo PICARD e QUEYRANNE (1978), se o algoritmo terminar no Passo 3, sem que um caminho mínimo viável tenha sido encontrado, então o resultado do problema de caminho mínimo do Passo 1 pode ser utilizado em um algoritmo "branch-and-bound" para a resolução do PCVDT.



**FIGURA B.1** Algoritmo de otimização por subgradiente para o Problema do Caixeiro Viajante com Dependência de Tempo

Fonte: PICARD e QUEYRANNE (1978)

## **ANEXO C**

### **CONCEITOS BÁSICOS DO ALGORITMO DE ETIQUETAMENTO PERMANENTE PARA O PROBLEMA DE CAMINHO MÍNIMO COM JANELAS DE TEMPO**

Este anexo tem por objetivo apresentar os conceitos básicos do algoritmo de etiquetamento permanente (AEP) para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo, utilizado na estratégia de solução do PRPJT.

Segundo DESROCHERS e SOUMIS (1988), o problema de caminho mínimo com janelas de tempo (PCMJT) consiste em encontrar o caminho de menor distância, ou custo, entre um nó de origem e um nó de destino, respeitando-se as restrições de horário de atendimento (janela de tempo) em cada um dos nós do caminho.

Esse problema foi originalmente formulado por DESROSIERS et al. (1983), como um subproblema da construção de um roteiro. Os autores formularam um princípio de otimalidade que consiste em uma generalização do método de Bellman (GALLO e PALLOTINO (1984)), mais conhecido como o método das etiquetas, permitindo um tratamento eficiente das mesmas.

DESROSIERS et al. (1984) sugeriram a utilização do algoritmo de caminho mínimo com janelas de tempo para a resolução do subproblema de geração de colunas, resultante da decomposição do problema de roteamento e programação de veículos escolares utilizando o método de geração de colunas.

A formulação matemática do PCMJT é descrita tanto por DESROCHERS e SOUMIS (1988) como por CUNHA e SWAIT (1990).

Nesse problema, as restrições de janela de tempo e os tempos de viagem positivos nos arcos asseguram que os caminhos gerados sejam finitos. Por outro lado, não permitem assegurar-se que nós do caminho não sejam visitados mais de uma vez.

O AEP se baseia no conceito de "buckets" generalizados e numa regra de seleção da etiqueta a ser tratada que não segue a generalização do Método de Belmann proposto por DESROSIERS et al. (1983). Os principais conceitos do AEP são descritos a seguir.

- **Caminho e dominação das etiquetas**

Seja  $P_{sj}$  um caminho do nó de origem  $s$  a um nó  $j$ . A cada caminho  $P_{sj}$  satisfazendo as restrições de janela de tempo e capacidade do veículo, é associada uma etiqueta bi-dimensional (hora,custo) que identifica a hora de início de atendimento no nó  $j$  ( $T_j$ ) e o custo (ou distância) total acumulado no caminho até  $j$  ( $C_j$ ), respectivamente. Tais etiquetas são genericamente representadas por  $(T_j^k, C_j^k)$  e indicam as características do  $k$ -ésimo caminho de  $s$  a  $j$ . O índice  $k$  pode ser suprimido quando o contexto não apresentar ambigüidade.

Essas etiquetas são calculadas iterativamente ao longo do caminho  $P_{sj} = (i(0), i(1), i(2), \dots, i(L))$ , onde  $i(0) = s$  e  $i(L) = j$ , como segue:

$$T_{i(0)} = 0 \quad (C.1)$$

$$C_{i(0)} = 0 \quad (C.2)$$

$$T_{i(l)} = \max \{ a_{i(l)}, T_{i(l-1)} + s_{i(l-1)} + t_{i(l-1),i(l)} \} \quad l=1,2,\dots,L \quad (C.3)$$

$$C_{i(l)} = C_{i(l-1)} + c_{i(l-1),i(l)} \quad l=1,2,\dots,L \quad (C.4)$$

onde

- $a_{i(l)}$  = horário de início de atendimento em  $i(l)$ ;
- $s_{i(l)}$  = tempo de atendimento em  $i(l)$ ;
- $t_{i(l-1),i(l)}$  = tempo de viagem entre os nós  $i(l-1)$  e  $i(l)$ ;



–  $C_{i(l-1),i(l)}$  = custo da ligação entre os nós  $i(l-1)$  e  $i(l)$ .

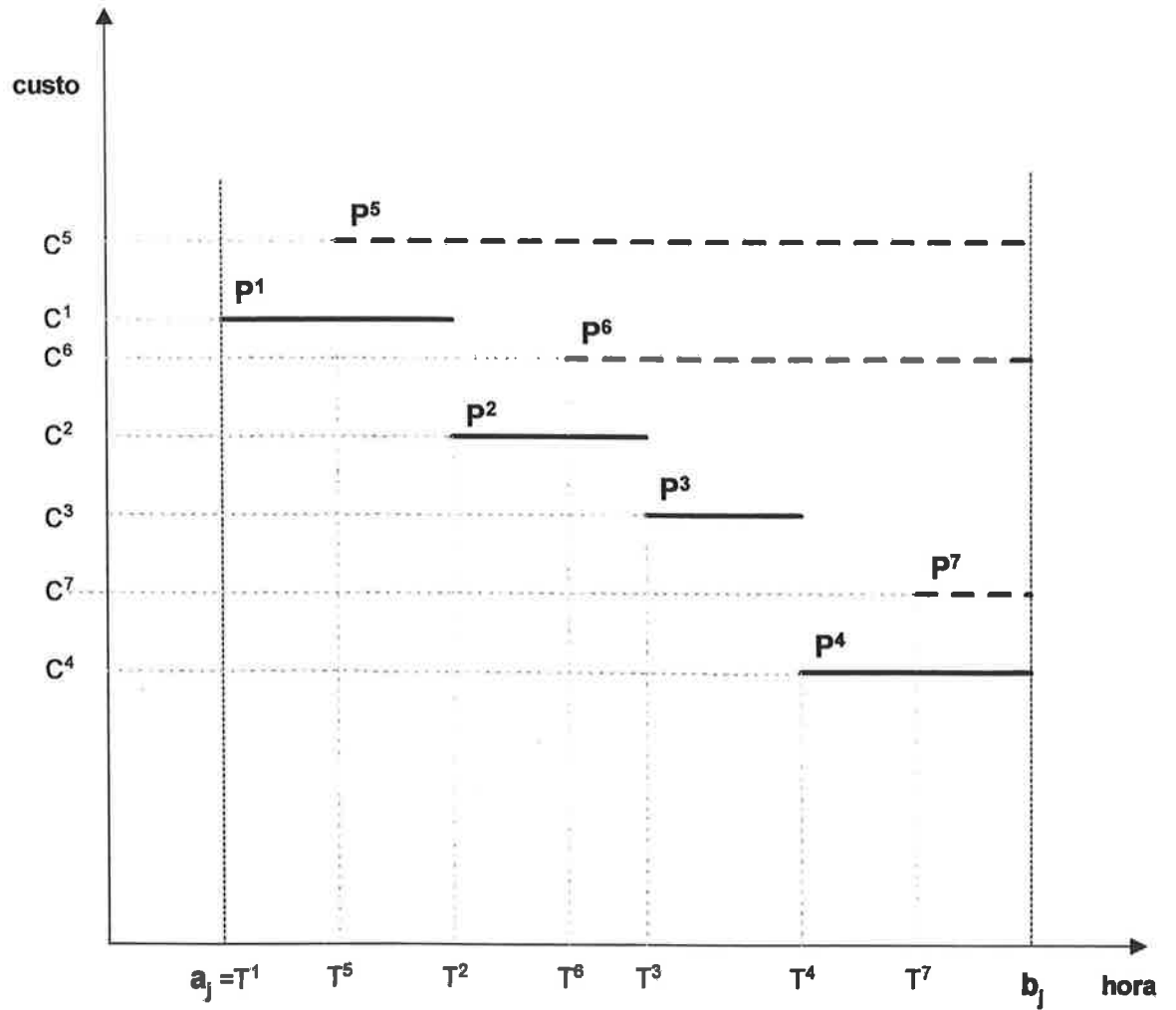
O conceito de *dominação* entre etiquetas é definido da seguinte forma: sejam  $P^1$  e  $P^2$  dois caminhos diferentes de  $s$  a  $j$ , com etiquetas  $(T^1, C^1)$  e  $(T^2, C^2)$ , respectivamente. Diz-se que  $P^1$  domina  $P^2$  se e somente se  $(T^2, C^2) - (T^1, C^1) \leq (0,0)$  e  $(T^1, C^1) \neq (T^2, C^2)$ .

Uma dada etiqueta  $(T, C)$  de um dado nó  $j$  é dita *eficiente* caso a mesma não seja dominada por nenhuma outra etiqueta de  $j$ . Um caminho  $P_{sj}$  é dito *eficiente* caso a sua etiqueta correspondente seja eficiente.

A relação de dominação entre etiquetas não corresponde a uma ordenação completa entre elas e nem possibilita que todos os caminhos sejam ordenados. Entretanto, essa dominação permite concluir que o caminho eficiente  $P_{sj}$  corresponde ao caminho de menor custo, iniciando atendimento no nó  $j$  no horário  $T_j$  ou anterior, o que implica a existência de inúmeros caminhos eficientes para cada nó.

A Figura C.1 ilustra a relação entre diferentes etiquetas associadas a caminhos eficientes ( $P^1$  a  $P^4$ ) e dominados ( $P^5$  a  $P^7$ ). O eixo vertical representa os custos nos caminhos e o eixo horizontal os horários de início de atendimento correspondentes.

Para esse exemplo, o caminho  $P^1$  é dominante (de menor custo) para horários de início de atendimento no intervalo  $[T_j^1, T_j^2[$ ; o caminho  $P^2$  representa o de menor custo para o intervalo  $[T_j^2, T_j^3[$ , e assim sucessivamente. Observe-se que o caminho  $P^5$  é dominado, de acordo com o conceito de dominação definido anteriormente  $((T_j^5, C_j^5) - (T_j^1, C_j^1) > (0,0)$  e  $(T_j^5, C_j^5) \neq (T_j^1, C_j^1)$ ; o mesmo ocorre para os caminhos  $P^6$  e  $P^7$ .



**FIGURA C.1 - Relação de Dominação entre etiquetas associadas a diferentes caminhos de um nó**

- **Ordem de tratamento das etiquetas**

Outro aspecto a ser destacado consiste na *ordem de tratamento das etiquetas*. Em problemas de caminho mínimo sem restrições de janela de tempo ou de outra natureza, os conceitos de *nó* e *etiqueta* se confundem, uma vez que há apenas uma etiqueta associada a um nó, que é atualizada quando um caminho de menor custo atinge aquele nó. A ordem de tratamento é definida simultaneamente para nós e etiquetas, procedendo-se à atualização das etiquetas dos nós.

Por outro lado, no PCMJT, a cada nó está associado um conjunto de etiquetas que identificam a hora e o custo acumulado no caminho. DESROCHERS e SOUMIS (1988) demonstraram que se a todos os arcos estiverem associados tempos de não negativos (isto é positivos ou nulos), é impossível melhorar uma etiqueta já tratada.

Os autores demonstram também que o tratamento da menor etiqueta temporária não pode alterar uma etiqueta permanente, dado que as etiquetas são tratadas em ordem crescente lexicográfica, isto é com  $(T_i, C_i)$  crescente.

- **Conceito de "bucket" generalizado**

No PCMJT, o critério de seleção da etiqueta seguinte a ser tratada se baseia no conceito de "bucket" (DESROCHERS e SOUMIS, 1988). Um "bucket" consiste em uma lista de nós cujas etiquetas estejam dentro de intervalo especificado de horário de início de atendimento ( ). A busca da menor etiqueta não permanente é substituída pela busca de um elemento do primeiro "bucket" que contém etiquetas temporárias.

O mesmo conceito de "bucket" pode ser utilizado para as etiquetas bi-dimensionais (horário,custo). Pode-se provar que, no caso do PCMJT, como os tempos de viagem associados aos arcos são positivos ou nulos, a ordem de tratamento das etiquetas depende apenas dessa variável, sendo a dimensão dos "buckets" correspondente ao menor tempo de viagem dentre todos os arcos.

Sendo assim, um "bucket" contém etiquetas cujo horário de início de atendimento ( $T_i$ ) pertence ao intervalo semi-aberto  $[ph, p(h+1)[$ , onde  $h$  é a dimensão do bucket e  $p$  o respectivo índice.

DESROCHERS e SOUMIS (1988) demonstraram também que nenhum dos elementos de um "bucket" pode ser dominado em função do tratamento de qualquer etiqueta desse "bucket".

## ANEXO D

## RESULTADOS DO ESTUDO DE CASO

TABELA D.1 - Sumário das rotas programadas utilizando a Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

Roteiro	Veículo	2ª Viagem	Carga (kg)	Distância (kg)	Custo (R\$)
1	MB-1113 truque	não	11 495	54.8	100.14
2	MB-1113 truque	sim	16 628	88.2	113.82
3	MB-1113 truque	não	12 594	49.8	98.07
4	MB-1113 truque	não	8 437	49.4	97.9
5	MB-1113 truque	não	7 757	92.9	115.75
6	MB-1113 toco	sim	12 272	145.8	110.18
7	MB-1113 toco	não	6 149	40.5	76.49
8	MB-1113 toco	sim	10 195	154.8	113.04
9	MB-1113 toco	não	5 957	5.6	65.32
10	MB-1113 toco	não	5 707	79.3	88.89
11	MB-1113 toco	não	4 684	58.3	82.19
12	MB-1113 toco	não	5 317	75.7	87.76
13	MB-1113 toco	não	4 338	46.8	78.49
14	MB-608D	sim	5 319	102.2	75.73
15	MB-1113 toco	não	4 069	125.8	103.78
16	MB-608D	não	3 346	23.5	56.84
17	MB-608D	não	1 658	18.9	55.73
18	MB-608D	sim	3 514	62.9	66.31
19	MB-608D	não	2 053	77.6	69.82
20	MB-608D	não	2 316	71.8	68.44
21	MB-608D	não	1 954	46.5	62.35
22	MB-608D	não	2 288	42.8	61.48
23	MB-608D	não	2 206	83.2	71.13
24	MB-608D	não	1 874	84.0	71.36
25	MB-608D	não	1 080	16.0	55.07
26	MB-608D	não	1 711	89.0	72.55
27	MB-608D	não	1 562	42.8	61.47
28	MB-608D	não	1 513	110.2	77.65
29	MB-608D	não	1 231	56.6	64.78
30	Kombi	sim	1 085	76.1	38.69
31	Kombi	não	753	61.5	36.06
32	Kombi	não	416	48.0	33.63
33	Kombi	não	400	110.0	44.81
34	Kombi	não	349	56.2	35.11
35	Kombi	não	80	13.2	27.4
<b>TOTAIS</b>			<b>152 307</b>	<b>2 360.7</b>	<b>2 538.23</b>

**TABELA D.2 - Sumário das rotas realizadas segundo a programação da empresa**

Roteiro	Veículo	Carga (kg)	Distância (kg)	Custo (R\$)
1	MB-1113 truque	12 292	59.17	101.92
2	MB-1113 truque	12 495	78.44	109.82
3	Kombi	736	114.65	45.64
4	Kombi	366	114.65	45.64
5	MB-1113 truque	8 040	92.43	115.56
6	Kombi	824	89.22	41.06
7	MB-608	1 361	97.72	74.65
8	Kombi	447	88.95	41.01
9	MB-608	2 652	84.25	71.42
10	MB-1113 toco	4 456	81.36	89.56
11	MB-608	1 723	79.00	70.16
12	MB-608	2 010	74.77	69.14
13	MB-1113 toco	4 637	77.45	88.30
14	MB-608	2 157	63.49	66.44
15	MB-608	2 767	62.39	66.17
16	MB-608	1 866	61.19	65.88
17	Kombi	278	56.85	35.23
18	MB-608	1 562	42.78	61.47
19	MB-608	2 107	52.56	63.81
20	MB-608	1 077	42.64	61.43
21	Kombi	926	42.50	32.65
22	MB-1113 truque	7 097	70.37	106.51
23	Kombi	771	45.10	33.12
24	Kombi	597	36.84	31.63
25	MB-1113 toco	5 240	33.40	74.21
26	Kombi	393	32.11	30.78
27	MB-1113 toco	5 814	46.82	78.50
28	MB-1113 truque	7 906	41.89	94.84
29	Kombi	346	35.58	31.41
30	MB-1113 toco	6 046	40.54	76.49
31	MB-1113 toco	3 309	27.43	72.30
32	MB-608	1 658	18.89	55.73
33	MB-1113 toco	4 887	23.56	71.06
34	MB-1113 toco	6 090	25.03	71.53
35	MB-1113 toco	6 417	5.62	65.32
36	Kombi	1 019	32.57	30.86
37	Kombi	360	29.41	30.29
38	MB-608	1 504	68.81	67.72
39	MB-608	184	102.66	75.84
40	MB-608	416	83.91	71.34

continua

**TABELA D.2 - Sumário das rotas realizadas segundo a programação da empresa**

continuação

<b>Roteiro</b>	<b>Veículo</b>	<b>Carga (kg)</b>	<b>Distância (kg)</b>	<b>Custo (R\$)</b>
41	MB-608	2 948	62.11	66.11
42	MB-608	786	58.48	65.24
43	MB-608	2 078	78.74	70.10
44	MB-1113 toco	4 374	46.59	78.43
45	MB-1113 toco	4 622	61.63	83.24
46	MB-608	469	54.15	64.20
47	MB-608	587	51.71	63.61
48	MB-608	1 250	37.69	60.25
49	MB-608	2 468	34.30	59.43
50	MB-1113 toco	103	26.98	72.15
51	MB-1113 toco	3 346	23.52	71.05
52	MB-1113 truque	1 803	5.62	79.96
53	MB-1113 truque	1 683	73.99	108.00
54	MB-1113 truque	541	47.89	97.30
55	MB-1113 truque	416	47.95	97.32
<b>TOTAIS</b>		<b>152 307</b>	<b>3 068.35</b>	<b>3 722.83</b>

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

VEICULO 1 - Modelo 4-TRUCK - Capacidade : 12700

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
116	08:00 - 18:00		426	08:22	08:22	08:37	0	27.4
	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA. - ESTTR AGUA FUNDA, 905 - - J.PAINEIRAS - DIADEMA							
59	07:00 - 10:00		11069	08:46	08:46	14:42	0	2.9
	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO - AV ENG ARMANDO ARRUDA PEREIRA, 2022 - JAB							
BASE	07:00 - 19:00			15:56				24.6
								11495 ( 91%)
								54.8

Clientes atendidos pelo veiculo : 2  
 Duracao total da rota : 536  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 371  
 Tempo total de percurso : 165  
 Custo total da rota : \$ 100.14  
 Custo por cliente atendido : \$ 50.07

VEICULO 2 - Modelo 4-TRUCK - Capacidade : 12700

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
58	07:00 - 09:00		7618	08:43	08:43	12:14	0	34.4
	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO - R VISC TAUNAY, 216 - CENTRO - SANTO ANDRE							
BASE	07:00 - 19:00			13:57				34.4
								7618 ( 60%)
								68.7

#### 2ª VIAGEM DO VEICULO

BASE						14:57		
6	08:00 - 18:00		4000	15:01	15:01	15:16	0	1.4
	LOJAS ARAPUAS S/A 27479 - AV PRES KENNEDY, 2299 - VILA SAO JOSE - OSASCO							
126	08:00 - 18:00		216	15:26	15:26	15:41	0	3.3
	HUNGRY WOLF COM.DISTR.PROD.ALI - R ANALANDIA NR, 439 - - ROCHDALE - OSASCO							
66	08:00 - 18:00		3729	15:47	15:47	16:02	0	2.1
	CANDIA MERCANTIL NORTE SUL LTD - AV PRES MEDICI, 515 - - SAO PAULO							
41	08:00 - 18:00		379	16:18	16:18	16:33	0	5.4
	MERCADO IRMAOS MORELLI LTDA - R S JORGE, 254 - -V.QUITAUNA - OSASCO							
25	08:00 - 18:00		686	16:39	16:39	16:54	0	1.9
	SUPERMERCADO GERACOES LTDA - R ILHEUS, 550 - - OSASCO							
BASE	07:00 - 19:00			17:10				5.4
								16628 (131%)
								88.2

continua



### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

Clientes atendidos pelo veiculo : 6  
 Duracao total da rota : 133  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 286  
 Tempo total de percurso : 264  
 Custo total da rota : \$ 113.82  
 Custo por cliente atendido : \$ 18.97

V E I C U L O 3 - Modelo 4-TRUCK - Capacidade : 12700

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:10		
26	08:00 - 18:00		5240	08:00	08:00	08:15	0	16.7
	REDE ANDORINHA DE SUPERMERCADOS S.A. - AV PARADA PINTO, 2262 - CACHOEIRINHA - SA							
21	08:00 - 18:00		991	08:20	08:20	08:35	0	1.8
	SUPERMERCADOS BERGAMINI LTDA - AV DR FRANCISCO RANIERI, 834 - LAUZANE PTA - SAO							
35	07:00 - 09:00		2468	08:41	08:41	13:02	0	1.8
	CARREFOUR COM. E IND. LTDA. - AV PEDRO AMERICO, 0 - STA. TERSINHA - BARUERI							
17	08:00 - 18:00		906	13:13	13:13	13:28	0	3.6
	SUPERMERCADO FLUMINENSE LTDA - AV GAL ATALIBA LEONEL, 3316 - /3320 P.INGLES - SA							
68	08:00 - 18:00		102	13:34	13:34	13:49	0	2.1
	EMPORIO CHIAPETA LTDA - R ANTONIO SANTOS NETO, 135 - /143-BRAS - SAO PAULO							
19	08:00 - 18:00		726	13:56	13:56	14:11	0	2.3
	ABAST PRODS ALIM UNIAO LTDA - R DR MIGUEL PAULO CAPALBO, 135 - -PARI - SAO PAULO							
128	08:00 - 18:00		720	14:12	14:12	14:27	0	0.4
	TCHAN IND. DE LATICINIOS LTDA. - R GUARANTA, 615 - PARI - SAO PAULO							
125	08:00 - 18:00		1441	14:49	14:49	15:32	0	7.5
	SUPERM. TIETE LTDA. - AV JOSE BRITO FREITAS, 465 - CASA VERDE - SAO PAULO							
BASE	07:00 - 19:00			16:13				13.6
								49.8
12594 ( 99%)								

Clientes atendidos pelo veiculo : 8  
 Duracao total da rota : 543  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 394  
 Tempo total de percurso : 149  
 Custo total da rota : \$ 98.07  
 Custo por cliente atendido : \$ 12.26

V E I C U L O 4 - Modelo 4-TRUCK - Capacidade : 12700

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
114	07:30 - 16:30		2217	07:42	07:42	07:57	0	14.0
	IND. PLAST. CRISTAL AM. COM.TRANS. LTDA. - AL MIN ROCHA AZEVEDO, 1136 - CERQUEIR							

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

121	07:00 - 09:00	810	07:59	07:59	09:39	0	0.8
	ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO - R PAMPLONA, 1704 - J. PAULISTA - SAO PAUL						
127	08:00 - 18:00	26	09:48	09:48	10:03	0	2.8
	COMERCIAL CENTER BUARQUE LTDA - R CUNHA HORTA, 85 - V. BUARQUE - SAO PAULO						
131	08:00 - 18:00	1690	10:04	10:04	10:19	0	0.2
	FUTURAMA SUPERMERCADO LTDA. - R GEN JARDIM, 384 - /400 - V. BUARQUE - SAO PAULO						
132	08:00 - 18:00	1300	10:24	10:24	10:39	0	1.8
	FUTURAMA SUPERMERCADOS LTDA. - AV CASPER LIBERO, 390 - - STA. EFIGENIA - SAO PAU						
46	08:00 - 13:00	108	10:47	10:47	12:37	0	2.7
	SE S.A. COM. E IMP. - AL BARROS, 192 - STA. CECILIA - SAO PAULO						
45	08:00 - 13:00	101	12:49	12:49	15:37	0	4.1
	SE S.A. COM. E IMP. - AL SANTOS, 2071 - CERQUEIRA CESAR - SAO PAULO						
104	08:00 - 18:00	1601	15:49	15:49	16:04	0	4.0
	SBEL SOC BENEF EMP. ELETROPAUL - R OTTO ALENCAR, 152 - - CAMBUCCI - SAO PAULO						
135	08:00 - 18:00	584	16:27	16:27	16:42	0	7.6
	SONDA SUPERMERCADOS EXP. IMP. - R TURIASSU, 2100 - - POMPEIA - SAO PAULO						
BASE	07:00 - 19:00		17:16				11.4

8437 ( 66%)

49.4

Clientes atendidos pelo veiculo : 9  
 Duracao total da rota : 616  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 468  
 Tempo total de percurso : 148  
 Custo total da rota : \$ 97.90  
 Custo por cliente atendido : \$ 10.88

V E I C U L O 5 - Modelo 4-TRUCK - Capacidade : 12700

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
34	07:00 - 10:00	5104	08:57	08:57	14:09	0	39.2	
	CARREFOUR COM. E IND. LTDA. - AV PEDRO AMERICO, 23 - V. HUMAITA - SANTO ANDRE							
130	08:00 - 18:00	1515	14:21	14:21	14:36	0	4.0	
	SUPERMERCADO ITACARAI LTDA - AV JOAO RAMALHO, 222 - CENTRO - MAUA							
110	08:00 - 18:00	108	14:46	14:46	15:01	0	3.3	
	SUPERM. ONITSUKA LTDA. - AV BR MAUA, 400 - V. BOCAINA - MAUA							
85	08:00 - 18:00	1030	15:15	15:15	16:15	0	4.6	
	MOINHO E COM. DE CEREAIS R.C. - AV CAPUAVA, 374 - V. H. THON - SANTO ANDRE							
BASE	07:00 - 19:00		18:20				41.8	
							7757 ( 61%)	92.9

Clientes atendidos pelo veiculo : 4  
 Duracao total da rota : 680  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 402

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

Tempo total de percurso : 278  
 Custo total da rota : \$ 115.75  
 Custo por cliente atendido : \$ 28.94

V E I C U L O 6 - Modelo 3-TOCO - Capacidade : 6800

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
22	08:00 - 18:00		480	09:06	09:06	09:21	0	42.1
	MERCADINHO IPANEMA LTDA. - R IPIRANGA, 647 - - CENTRO - MAIRIPORA							
24	08:00 - 18:00		894	09:21	09:21	09:36	0	0.0
	MERCADINHO IPANEMA LTDA LJ 03 - R TABELIAO PASSARELLA NR, 810 - - CENTRO - MAI							
23	08:00 - 18:00		721	09:36	09:36	10:36	0	0.0
	MERCADINHO IPANEMA LTDA - R S PAULO, 374 - - V. NOVA - MAIRIPORA							
76	08:00 - 18:00		557	10:36	10:36	10:51	0	0.0
	SUPERMERCADO SIX ODABLIO LTDA. - AV TABELIAO PASSARELA, 58 - - CENTRO - MAIRIPOR							
67	08:00 - 18:00		138	12:08	12:08	12:23	0	25.8
	SUPERMERCADO PRECITO LTDA - PC NIPPON, 40 - (JD JAPAO) - SAO PAULO							
134	08:00 - 18:00		3020	12:23	12:23	12:38	0	0.0
	ATACADAO S/A - AV MORVAN D FIGUEIREDO, 6169 - -VL.MARIA - SAO PAULO							
20	08:00 - 18:00		676	12:45	12:45	13:00	0	2.2
	NELSON TAKESHI MATSUBARA - R IRMA EMERENCIANA, 900 - JACANA - SAO PAULO							
BASE	07:00 - 19:00			14:17				25.6
								6486 ( 95%)

#### 2ª VIAGEM DO VEICULO

BASE						15:17		
96	08:00 - 18:00		4374	16:27	16:27	16:42	0	23.3
	SUPERMERCADO YAMAUCHI LTDA. - R ISABEL DIAS, 47 - ALTO DA MOOCA - SAO PAULO							
8	08:00 - 18:00		994	16:45	16:45	17:00	0	1.1
	CESTAS BASICAS ALTRICE IND.E C - R IBITINGA, 474 - - MOOCA - SAO PAULO							
43	08:00 - 18:00		418	17:05	17:05	17:20	0	1.5
	NISHITANI SUPERMERCADOS LTDA. - R JOSE ZAPPI, 57 - - V. PRUDENTE - SAO PAULO							
BASE	07:00 - 19:00			18:33				24.2
								12272 (180%)

Clientes atendidos pelo veiculo : 10  
 Duracao total da rota : 196  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 195  
 Tempo total de percurso : 438  
 Custo total da rota : \$ 110.18  
 Custo por cliente atendido : \$ 11.02

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

VEICULO 7 - Modelo 3-TOCO - Capacidade : 6800

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:20		
78	08:00 - 18:00		480	08:00	08:00	08:15	0	13.5
	KI BALA CONF.COM.ATAAC.DOCES E - AV EID MANSUR, 853 - - PQ.SAO JORGE - COTIA							
10	08:00 - 18:00		103	08:15	08:15	08:30	0	0.0
	RODAZIL DISTRIB PRODS ALIMIS LT - R MARIA SMID, 188 - -PQ.PINHEIROS - TOBOAO DA S							
49	08:00 - 13:00		3649	08:41	08:41	11:40	0	3.5
	SE S.A. COM. E IMP. - ES CAMPO LIMPO, 459 - J. CAMPO LIMPO - SAO PAULO							
65	08:00 - 18:00		667	11:53	11:53	12:08	0	4.3
	CANDIA MERCANTIL NORTE SUL LTD - AV GIOVANNI GRONCHI, 5930 - -VL.ANDRADE - SAO P							
15	08:00 - 14:00		1250	12:21	12:21	15:29	0	4.4
	PAES MENDONSA S.A. - AV NACOES UNIDAS, 16741 - V. GERTRUDES - SAO PAULO							
BASE	07:00 - 19:00							14.8
								6149 ( 90%)
								40.5

Clientes atendidos pelo veiculo : 5  
 Duracao total da rota : 533  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 412  
 Tempo total de percurso : 121  
 Custo total da rota : \$ 76.49  
 Custo por cliente atendido : \$ 15.30

VEICULO 8 - Modelo 3-TOCO - Capacidade : 6800

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
75	08:00 - 18:00		1077	08:04	08:04	08:19	0	21.3
	SUPERM. INTERSUL LTDA. - R BOA VISTA, 625 - CENTRO - EMBU GUACU							
52	08:00 - 18:00		264	08:56	08:56	09:11	0	12.3
	SUPERM. MACEDO LTDA. - ES M BOI MIRIM, 896 - J. FLORES - SAO PAULO							
27	08:00 - 18:00		2157	09:41	09:41	09:56	0	9.9
	SUPERMERCADO REIMBERG LTDA. - AV SEN TEOTONIO VIVELELA, 4960 - - SAO PAULO							
111	08:00 - 16:00		2767	10:02	10:02	11:32	0	2.0
	PAULO JOSE REIBERG & CIA. LTDA. - AV CARLOS OBERHUBER, 136 - J. FLORESTA - SAO P							
BASE	07:00 - 19:00							31.2
								6265 ( 92%)
								76.6

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

#### 2ª VIAGEM DO VEICULO

BASE					14:06		
86	08:00 - 18:00	3930	16:03	16:03	17:03	0	39.1
	SUPERMERCADO TONSKI LTDA - R FILIPINAS, 45 - .50 - SANTO SNDRE						

BASE	07:00 - 19:00		19:00				39.1
------	---------------	--	-------	--	--	--	------

---

	10195 (150%)						154.8
--	--------------	--	--	--	--	--	-------

Cientes atendidos pelo veiculo :	5
Duracao total da rota :	294
Tempo total de espera :	0
Tempo total de atendimento :	195
Tempo total de percurso :	465
Custo total da rota :	\$ 113.04
Custo por cliente atendido :	\$ 22.61

VEICULO 9 - Modelo 3-TOCO - Capacidade : 6800

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
40	07:00 - 10:00	5957	07:08	07:08	14:29	0	2.8	
	CARREFOUR COM. E IND. LTDA. - AV AUTONOMISTAS, 1542 - OSASCO							

BASE	07:00 - 19:00		14:37				2.8
------	---------------	--	-------	--	--	--	-----

---

	5957 ( 88%)						5.6
--	-------------	--	--	--	--	--	-----

Cientes atendidos pelo veiculo :	1
Duracao total da rota :	457
Tempo total de espera :	0
Tempo total de atendimento :	441
Tempo total de percurso :	16
Custo total da rota :	\$ 65.32
Custo por cliente atendido :	\$ 65.32

VEICULO 10 - Modelo 3-TOCO - Capacidade : 6800

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
118	08:00 - 18:00	1070	08:24	08:24	08:39	0	28.1	
	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA. - AV PENHA FRANCA, 7808 - PENHA - SAO PAULO							
119	08:00 - 18:00	558	08:49	08:49	09:04	0	3.2	
	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA - R GANGAIBA, 1805 - -GANGAIBA - SAO PAULO							
13	08:00 - 14:00	3486	09:14	09:14	12:55	0	3.4	
	PAES MENDONCA S.A. - AV CSSA ELIZABETH ROBIANO, 5500 - V. MOREIRA - SAO PAULO							
29	08:00 - 14:00	142	13:04	13:04	13:43	0	2.9	
	MILLO'S COML. CARAJAS LTDA. - AV ANTONIO SOUZA, 300 - J. S. FRANCISCO - GUARULHO							
42	08:00 - 17:00	375	13:49	13:49	16:02	0	2.1	
	SUPERM. IRMAOS LOPES LTDA. - R CLAUDINO BARBOSA, 966 - MACEDO - GUARULHOS							

continua

## QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

70	08:00 - 18:00	76	16:12	16:12	16:27	0	3.3
SUPERM. ROSSI MONZA LTDA. - R EUGENIO DIAMANTE, 26 - V. BARROS - GUARULHOS							

BASE	07:00 - 19:00		18:16				36.3
------	---------------	--	-------	--	--	--	------

---

			5707 ( 84%)				79.3
--	--	--	-------------	--	--	--	------

Cientes atendidos pelo veiculo :	6
Duracao total da rota :	676
Tempo total de espera :	0
Tempo total de atendimento :	438
Tempo total de percurso :	238
Custo total da rota :	\$ 88.89
Custo por cliente atendido :	\$ 14.81

V E I C U L O 11 - Modelo 3-TOCO - Capacidade : 6800

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
---------	--------	-------	-------	----------------	-----------------	---------------	-----------------	--------------

BASE	07:00 - 19:00					07:00		
------	---------------	--	--	--	--	-------	--	--

90	08:00 - 15:00	293	08:27	08:27	09:34	0	29.2	
COML. OSVALDO CRUZ LTDA. - R OSVALDO CRUZ, 1363 - STA PAULA - S.CAETANO DO SUL								

37	07:00 - 10:00	4391	09:34	09:34	16:10	0	0.1	
CARREFOUR COM. E IND. S.A. - R AQUIDABAN, 119 - FUNDACAO - SAO CAETANO DO SUL								

BASE	07:00 - 19:00		17:37				29.1
------	---------------	--	-------	--	--	--	------

---

			4684 ( 69%)				58.3
--	--	--	-------------	--	--	--	------

Cientes atendidos pelo veiculo :	2
Duracao total da rota :	637
Tempo total de espera :	0
Tempo total de atendimento :	463
Tempo total de percurso :	174
Custo total da rota :	\$ 82.19
Custo por cliente atendido :	\$ 41.10

V E I C U L O 12 - Modelo 3-TOCO - Capacidade : 6800

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
---------	--------	-------	-------	----------------	-----------------	---------------	-----------------	--------------

BASE	07:00 - 19:00					07:00		
------	---------------	--	--	--	--	-------	--	--

77	08:00 - 18:00	700	08:18	08:18	08:33	0	26.1	
W. SERVE SUPERM. LTDA. - R AZEVEDO SOARES, 743 - TATUAPE - SAO PAULO								

18	08:00 - 18:00	357	08:44	08:44	08:59	0	3.7	
PEDROSA PROENCA LTDA. - R DULCE, 539 - /549 - VL. CARRAO - SAO PAULO								

106	08:00 - 18:00	184	09:02	09:02	09:17	0	1.1	
SUPERMERCADO LIDER CARRAO LTDA - PCA, 15 - DE OUTUBRO, 08 - V. - SAO PAULO								

105	08:00 - 18:00	592	09:26	09:26	09:41	0	3.0	
CALVO COM. E IMP. LTDA. - AV RIO PEDRAS, 2118 - ARICANDUVA - SAO PAULO								

107	08:00 - 18:00	184	09:41	09:41	09:56	0	0.0	
SUPERMERCADO LIDER CARRAO LTDA - AV RIO PEDRAS, 158 - /172 - VL. CARRAO - SAO PA								

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

31	07:00 - 10:00	2050	09:56	09:56	15:50	0	0.0	CARREFOUR COM. E IND. S.A. - AV RIO PEDRAS, 555 - J. ARICANDUVA - SAO PAULO
69	08:00 - 18:00	144	15:57	15:57	16:12	0	2.2	D'AVO SUPERMERCADO LTDA. - AV ITAQUERA, 2000 - - GUAINAZES - SAO PAULO
108	08:00 - 18:00	184	16:26	16:26	16:41	0	4.5	SUPERMERCADO LIDER CARRAO LTDA - AV CONS CARRAO, 2008 - - V.CARRAO - SAO PAULO
113	08:00 - 17:00	136	16:48	16:48	17:03	0	2.2	SUPERM. SAO JORGE LTDA. - R OSWALDO AROUCA, 14 - V. FORMOSA - SAO PAULO
54	08:00 - 18:00	786	17:14	17:14	17:29	0	3.7	SUPERM. ROCHA E SANTOS LTDA. - AV VILA EMA, 634 - V. PRUDENTE - SAO PAULO
<b>BASE</b>	<b>07:00 - 19:00</b>		<b>18:57</b>				<b>29.2</b>	
							<b>5317 ( 78%)</b>	<b>75.7</b>

Clientes atendidos pelo veiculo : 10  
 Duracao total da rota : 717  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 489  
 Tempo total de percurso : 228  
 Custo total da rota : \$ 87.76  
 Custo por cliente atendido : \$ 8.78

V E I C U L O 13 - Modelo 3-TOCO - Capacidade : 6800

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
<b>BASE</b>	<b>07:00 - 19:00</b>					<b>07:19</b>		
98	08:00 - 13:00	776	08:00	08:00	11:15	0	13.8	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO - R CLDOMIRO AMAZONAS, 955 - ITAIM BIBI - SAO PA
7	08:00 - 18:00	655	11:29	11:29	11:44	0	4.8	SHINOHARA COMERCIAL LTDA. - R RIO GRANDE, 442 - V.MARIANA - SAO PAULO
117	08:00 - 18:00	695	11:54	11:54	12:09	0	3.2	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA. - R CARAMURU, 41 - /49 - VL. SAUDE - SAO PAULO
99	08:00 - 13:00	228	12:17	12:17	15:17	0	2.5	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO - AV CURSINO, 2568 - - SAUDE - SAO PAULO
115	08:00 - 18:00	1984	15:43	15:43	16:43	0	8.6	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA. - R BRASILIA, 190 - - J. CAMPANARI - SAO PAULO
<b>BASE</b>	<b>07:00 - 19:00</b>		<b>17:25</b>				<b>13.9</b>	
							<b>4338 ( 64%)</b>	<b>46.8</b>

Clientes atendidos pelo veiculo : 5  
 Duracao total da rota : 606  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 465  
 Tempo total de percurso : 141  
 Custo total da rota : \$ 78.49  
 Custo por cliente atendido : \$ 15.70

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

VEICULO 14 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:34		
88	08:00 - 18:00		676	08:00	08:00	08:15	0	8.6
				CEREALISTA HENANCE LTDA. - R FRAGARIA ROSEA, 58 - PIRITUBA - SAO PAULO				
56	08:00 - 14:00		414	08:15	08:15	09:50	0	0.0
				PERALTA COML. E IMP. LTDA. - AV CAMINHO MAR, 0 - PIRITUBA - SAO PAULO				
136	08:00 - 18:00		1179	09:58	09:58	10:58	0	2.7
				MERCADINHO E PANIF TEJADA E HE - AV ELIZIO TEIXEIRA LEITE, 2274 - FREG O - SAO P				
73	08:00 - 18:00		1040	11:06	11:06	12:06	0	2.7
				SUPER MERCADO JARDIM GUARANI L - R JOAO PINTO OLIVEIRA, 406 - BRASILANDIA - SAO				
BASE	07:00 - 19:00			12:47				13.5
								3309 ( 95%)
								27.4

#### 2ª VIAGEM DO VEICULO

BASE						13:47		
63	08:00 - 18:00		2010	15:39	15:39	15:54	0	37.4
				COMERCIAL FEDERZONI LTDA. - R GERONIMO C GARCIA, 176 - CENTRO - FRANCISCO MORATO				
BASE	07:00 - 19:00			17:46				37.4
								5319 (152%)
								102.2

Clientes atendidos pelo veiculo : 5  
 Duracao total da rota : 239  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 245  
 Tempo total de percurso : 307  
 Custo total da rota : \$ 75.73  
 Custo por cliente atendido : \$ 15.15

VEICULO 15 - Modelo 3-TOCO - Capacidade : 6800

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
123	07:00 - 09:00		597	07:55	07:55	10:34	0	18.4
				ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO - AV REBOUCAS, 0 - V. GUILHERME - SAO PAULO				
109	08:00 - 18:00		416	11:47	11:47	12:02	0	24.4
				MUINO E CIA LTDA. - AV PIRES RIO, 1984 - SAO MIGUEL - SAO PAULO				
53	08:00 - 18:00		226	12:12	12:12	12:27	0	3.2
				MERCAD. NISHIKAWA LTDA. - R IVOTURUCAIA, 585 - V. CURU A - SAO PAULO				
11	08:00 - 18:00		166	12:32	12:32	12:47	0	1.6
				SUPERMERCADO E PADARIA PAULIST - R PEDROSO SILVA, 664 - - SAO MIGUEL PTA. - SAO				
9	08:00 - 18:00		969	13:03	13:03	13:18	0	5.3

continua



### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

SUPERMERCADO FUGITA PLUSS LTDA - R TIBURCIO SOUZA, 1242 - -ITAIM PAULISTA - SAO							
72	08:00 - 18:00	736	13:49	13:49	14:04	0	10.4
SUPERMERCADO SAMY LTDA - , 9 - DE JULHO, 223-CENTRO - POA							
12	08:00 - 18:00	366	14:04	14:04	15:04	0	0.0
MERCADO ESTRELA DE CALMON LTDA - AV GETULIO VARGAS NR, 1200 - - CALMON - POA							
133	08:00 - 18:00	593	16:15	16:15	16:30	0	23.8
SAITO & SAITO SUPERM. LTDA. - EST VELHA PINAS, 100 - - CAIERAS							
BASE	07:00 - 19:00		18:26				38.7
							-----
4069 ( 60%)							125.8

Clientes atendidos pelo veiculo : 8  
 Duracao total da rota : 686  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 309  
 Tempo total de percurso : 377  
 Custo total da rota : \$ 103.78  
 Custo por cliente atendido : \$ 12.97

VEICULO 16 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
122	07:00 - 09:00	3346	07:35	07:35	14:01	0	11.8	
ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO - AV REBOUCAS, 3970 - CERQUEIRA CESAR - SAO								
BASE	07:00 - 19:00		14:36					11.8
							-----	
3346 ( 96%)							23.5	

Clientes atendidos pelo veiculo : 1  
 Duracao total da rota : 456  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 386  
 Tempo total de percurso : 70  
 Custo total da rota : \$ 56.84  
 Custo por cliente atendido : \$ 56.84

VEICULO 17 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
36	07:00 - 10:00	1658	07:28	07:28	13:02	0	9.4	
CARREFOUR COM. E IND. S.A. - AV PROF FRANCISCO MORATO, 2718 - BUTANTA - SAO PAUL								
BASE	07:00 - 19:00		13:30					9.4
							-----	
1658 ( 47%)							18.9	

Clientes atendidos pelo veiculo : 1  
 Duracao total da rota : 390  
 Tempo total de espera : 0

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

Tempo total de atendimento : 334  
 Tempo total de percurso : 56  
 Custo total da rota : \$ 55.73  
 Custo por cliente atendido : \$ 55.73

VEICULO 18 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:52		
28	08:00 - 14:00		460	08:00	08:00	09:23	0	2.8
	MILLO'S COML. CARAJAS LTDA. - AV AUTONOMISTAS, 1687 - VL.YARA - OSASCO							
5	08:00 - 18:00		1803	09:23	09:23	14:04	0	0.0
	WAL MART BRASIL S.A. - AV AUTONOMISTA, 1828 - CENTRO - OSASCO							
BASE	07:00 - 19:00			14:12				2.8
								2263 ( 65%)
								5.6

#### 2ª VIAGEM DO VEICULO

BASE						15:12		
74	08:00 - 18:00		103	16:14	16:14	16:29	0	20.8
	FUCATU FUCAZU LTDA. - AV INACIO DIAS SILVA, 201 - PIRAPORINHA - SAO PAULO							
129	08:00 - 18:00		139	16:45	16:45	17:00	0	5.4
	SCMAR COMERCIAL E DISTRIBUIDOR - R GAL ROBERTO ALVES CARVALHO, 1 - - SANTO AMARO							
55	08:00 - 18:00		1009	17:20	17:20	17:35	0	6.5
	SUPERM. GONCALVES PIRES LTDA. - AV YERVANT KISSAJIKIAN, 1666 - AMERICANOPOLIS - S							
BASE	07:00 - 19:00			18:49				24.6
								3514 (100%)
								62.9

Clientes atendidos pelo veiculo : 5  
 Duracao total da rota : 217  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 409  
 Tempo total de percurso : 188  
 Custo total da rota : \$ 66.31  
 Custo por cliente atendido : \$ 13.26

VEICULO 19 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
60	07:00 - 10:00		458	08:49	08:49	11:49	0	36.2
	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO - PCA ADEMAR BARROS, 9 - IPIRANGUINHA - SA							

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

89	08:00 - 13:00	1595	11:57	11:57	15:27	0	2.8
COOP. CONS. EMPR. DA WOLKSWAGEM BRASIL - R CEL SEABRA, 321 - - SANTO ANDRE							
BASE	07:00 - 19:00		17:23				38.5

-----

		2053 ( 59%)					77.6
--	--	-------------	--	--	--	--	------

Clientes atendidos pelo veiculo :	2
Duracao total da rota :	623
Tempo total de espera :	0
Tempo total de atendimento :	390
Tempo total de percurso :	233
Custo total da rota :	\$ 69.82
Custo por cliente atendido :	\$ 34.91

V E I C U L O 20 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
4	08:00 - 18:00	1225	08:43	08:43	12:05	0	34.4	
WAL MART BRASIL S.A. - AV ESTADOS, 8500 - PQ. CENTRAL - SANTO ANDRE								
80	08:00 - 13:00	930	12:05	12:05	14:03	0	0.0	
COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA - R SUICA, 1094 - PQ. DAS NACOES - SANTO ANDRE								
3	08:00 - 18:00	161	14:08	14:08	17:11	0	1.6	
WAL MART BRASIL S.A. - AV ANTONIO CARDOSO, 536 - PQ. CENTRAL - SANTO ANDRE								
BASE	07:00 - 19:00		18:59				35.9	
-----								
		2316 ( 66%)					71.8	

Clientes atendidos pelo veiculo :	3
Duracao total da rota :	719
Tempo total de espera :	0
Tempo total de atendimento :	503
Tempo total de percurso :	216
Custo total da rota :	\$ 68.44
Custo por cliente atendido :	\$ 22.81

V E I C U L O 21 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
39	07:00 - 10:00	1250	07:57	07:57	11:57	0	18.8	
CARREFOUR COM. E IND. LTDA. - R SEN VERGUEIRO, 0 - SANTO AMARO - SAO PAULO								
103	08:00 - 13:00	658	12:05	12:05	15:05	0	2.8	
REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO - AV SARG GERALDO SANTANA, 1491 - S.AMARO - SAO P								
44	08:00 - 18:00	46	15:11	15:11	15:26	0	2.1	
VIENA DELICATESSEN LTDA - R AGOSTINO TOGNERI, 421 - - JURUBATUBA - SAO PAULO								
BASE	07:00 - 19:00		16:34				22.7	
-----								

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

		1954 ( 56%)						46.5
Clientes atendidos pelo veiculo :		3						
Duracao total da rota :		574						
Tempo total de espera :		0						
Tempo total de atendimento :		435						
Tempo total de percurso :		139						
Custo total da rota :		\$ 62.35						
Custo por cliente atendido :		\$ 20.78						
V E I C U L O 22 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500								
Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
-----								
BASE	07:00 - 19:00					07:02		
48	08:00 - 13:00		1016	08:00	08:00	10:10	0	19.4
SE S.A. COM. E IMP. - AV WASHINGTON LUIS, 3919 - STO. AMARO - SAO PAULO								
101	08:00 - 13:00		926	10:16	10:16	13:16	0	1.9
REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO - AV STA CATARINA, 1672 - - AEROPORTO - SAO PAULO								
97	08:00 - 18:00		346	13:27	13:27	16:27	0	3.7
REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO - R VIEIRA MORAIS, 1597 - -CAMPO BELO - SAO PAULO								
BASE	07:00 - 19:00			17:20				17.8
-----								
		2288 ( 65%)						42.8
Clientes atendidos pelo veiculo :		3						
Duracao total da rota :		618						
Tempo total de espera :		0						
Tempo total de atendimento :		490						
Tempo total de percurso :		128						
Custo total da rota :		\$ 61.48						
Custo por cliente atendido :		\$ 20.49						
V E I C U L O 23 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500								
Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
-----								
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
124	07:00 - 09:00		128	08:50	08:50	11:36	0	36.8
ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO - R THALES SANTOS FREIRE, 923 - - SAO BERN								
1	08:00 - 18:00		285	11:53	11:53	12:08	0	5.7
MOUSSELDORF CASA DO MOUSSE LTD - AL OLIVEIRAS NR, 108 - - DEMARCHI - SAO BERNAR								
81	08:00 - 13:00		1500	12:12	12:12	14:21	0	1.5
COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA - R JOAQUIM NABUCO, 277 - CENTRO - SAO BERNARDO DO								
95	08:00 - 15:00		293	14:26	14:26	15:32	0	1.5
COML. OSVALDO CRUZ LTDA. - AV JOAO FIRMINO, 690 - B. ASSUNCAO - SAO BERNARDO DO								
BASE	07:00 - 19:00			17:25				37.5
-----								
		2206 ( 63%)						83.0
Clientes atendidas pelo veiculo :		4						

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

Duracao total da rota	:	625
Tempo total de espera	:	0
Tempo total de atendimento	:	376
Tempo total de percurso	:	249
Custo total da rota	:	\$ 71.13
Custo por cliente atendido	:	\$ 17.78

V E I C U L O 24 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
91	08:00 - 15:00		231	08:29	08:29	09:34	0	29.8
	COML. OSVALDO CRUZ LTDA. - R NELLY PELEGRINO, 644 - B. NOVA GERTY - S.CAETANO DO							
82	08:00 - 13:00		526	09:45	09:45	11:37	0	3.8
	COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA - R JOANA ANGELICA, 717 - V. BARCELONA - SAO CAETA							
84	08:00 - 13:00		48	11:43	11:43	14:44	0	1.9
	COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA - AV INDUSTRIAL, 2001 - CAMPESTRE - SANTO ANDRE							
92	08:00 - 15:00		283	14:58	14:58	16:04	0	4.6
	COML. OSVALDO CRUZ LTDA. - VINTE E QUATRO FEVEREIRO, 889 - - SANTO ANDRE							
87	08:00 - 18:00		786	16:19	16:19	16:34	0	4.9
	SUPERMERCADO SAO JUDAS TADEU L - R AMERICA SUL, 92 - - SANTO ANDRE							
BASE	07:00 - 19:00			18:31				39.1
								1874 ( 54%)
								84.0

Clientes atendidos pelo veiculo	:	5
Duracao total da rota	:	691
Tempo total de espera	:	0
Tempo total de atendimento	:	439
Tempo total de percurso	:	252
Custo total da rota	:	\$ 71.36
Custo por cliente atendido	:	\$ 14.27

V E I C U L O 25 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
61	07:00 - 10:00		1080	07:24	07:24	12:31	0	8.0
	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO - RV ANHANGUERA, 17 - J. PLATINA - OSASCO							
BASE	07:00 - 19:00			12:55				8.0
								1080 ( 31%)
								16.0

Clientes atendidos pelo veiculo	:	1
Duracao total da rota	:	355
Tempo total de espera	:	0
Tempo total de atendimento	:	307
Tempo total de percurso	:	48
Custo total da rota	:	\$ 55.05
Custo por cliente atendido	:	\$ 55.05

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

VEICULO 26 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500

Cliente	Janela Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00				07:00		
38	07:00 - 10:00	1264	08:37	08:37	13:58	0	32.5
CARREFOUR COM. E IND. LTDA. - AV SEN VERGUEIRO, 0 - V. RIO DE JANEIRO - GUARULHO							
64	08:00 - 18:00	447	14:34	14:34	14:49	0	12.0
COM.AMENDOIN DOCES ESPERANCA L - R LUIZ FACCINI, 353 - /59 - GUARULHOS							
BASE	07:00 - 19:00		17:02				44.5
							1711 ( 49%)
							89.0

Clientes atendidos pelo veiculo : 2  
 Duracao total da rota : 602  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 336  
 Tempo total de percurso : 266  
 Custo total da rota : \$ 72.55  
 Custo por cliente atendido : \$ 36.28

VEICULO 27 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500

Cliente	Janela Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00				07:00		
16	08:00 - 14:00	1193	08:04	08:04	09:59	0	21.4
SINDI SIST. INTEGRADO DE DISTRIB. LTDA. - ES GUARAPIRANGA, 900 - V. SOCORRO - SA							
62	07:00 - 10:00	369	09:59	09:59	14:08	0	0.0
COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO - ES GUARAPIRANGA, 752 - V. SOCORRO - SAO P							
BASE	07:00 - 19:00		15:12				21.4
							1562 ( 45%)
							42.8

Clientes atendidos pelo veiculo : 2  
 Duracao total da rota : 492  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 364  
 Tempo total de percurso : 128  
 Custo total da rota : \$ 61.47  
 Custo por cliente atendido : \$ 30.73

VEICULO 28 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500

Cliente	Janela Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00				07:00		
100	08:00 - 13:00	587	08:18	08:18	11:18	0	25.9
REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO - AV N SENHORA SABARA, 3031 - C.GRANDE - SAO PAU							

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

102	08:00 - 13:00	102	11:57	11:57	14:59	0	13.1
REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO - R PIRAPORINHA, 1100 - CHAC. PERES - SAO PAULO							
112	08:00 - 18:00	824	16:19	16:19	16:34	0	26.7
EDGARD REIMBERG & CIA LTDA - RV JOSE SIMOES LAURO JR, 1926 - - ITAPECIRICA DA S							
BASE	07:00 - 19:00		18:48				44.6
-----							
1513 ( 43%)							110.2

Clientes atendidos pelo veiculo : 3  
 Duracao total da rota : 708  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 377  
 Tempo total de percurso : 331  
 Custo total da rota : \$ 77.65  
 Custo por cliente atendido : \$ 25.88

V E I C U L O 29 - Modelo 2-MB-608 - Capacidade : 3500

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
57	08:00 - 14:00		76	08:07	08:07	09:44	0	22.5
PERALTA COML. E IMP. LTDA. - AV CURSINO, 90 - SAUDE - SAO PAULO								
93	08:00 - 15:00		559	10:02	10:02	11:02	0	6.0
COML. OSVALDO CRUZ LTDA. - R MANOEL COELHO, 1472 - CENTRO - S.CAETANO DO SUL								
94	08:00 - 15:00		274	11:04	11:04	12:04	0	0.8
COML. OSVALDO CRUZ LTDA. - AV CD FRANCISCO MATARAZZO, 500 - FUND - SAO CAETANO D								
2	08:00 - 18:00		322	12:04	12:04	16:07	0	0.0
WAL MART BRASIL S.A. - AV CD FRANCISCO MATARAZZO, 838 - FUNDACAO - SAO CAETANO D								
BASE	07:00 - 19:00			17:29				27.4
-----								
1231 ( 35%)							56.6	

Clientes atendidos pelo veiculo : 4  
 Duracao total da rota : 629  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 460  
 Tempo total de percurso : 169  
 Custo total da rota : \$ 64.78  
 Custo por cliente atendido : \$ 16.19

V E I C U L O 30 - Modelo 1-KOMBIT - Capacidade : 1050

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
33	07:00 - 10:00		567	07:25	07:25	10:47	0	8.2
CARREFOUR COM. E IND. LTDA. - AC RAPOSO TAVARES, 17 - J. APOADOR - SAO PAULO								

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

50	08:00 - 13:00	240	10:58	10:58	12:53	0	3.7
SE S.A. COM. E IMP. - ES CAMPO LIMPO, 0 - BUTANTA - SAO PAULO							
BASE	07:00 - 19:00		13:15				7.3
							807 ( 77%)
							19.2

#### 2ª VIAGEM DO VEICULO

BASE							14:15
79	08:00 - 18:00	278	15:40	15:40	15:55	0	28.4
MARIA CECILIA OLIVEIRA DE BARR - R JOSE MILANES NR, 123 - - JD.ALVORADA - JANDI							
BASE	07:00 - 19:00		17:20				28.4
							1085 (103%)
							76.1

Clientes atendidos pelo veiculo : 3  
 Duracao total da rota : 185  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 332  
 Tempo total de percurso : 228  
 Custo total da rota : \$ 38.69  
 Custo por cliente atendido : \$ 12.90

VEICULO 31 - Modelo 1-KOMBIT - Capacidade : 1050

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
120	07:00 - 09:00	360	07:44	07:44	09:31	0	14.7	
ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO - R PAMPLONA, 1704 - J. PAULISTA - SAO PAUL								
51	08:00 - 13:00	393	11:03	11:03	13:53	0	30.7	
SE S.A. COM. E IMP. - AL MADEIRA, 363 - ALTO DE ALPHAVILLE - BARUERI								
BASE	07:00 - 19:00		14:41				16.1	
							753 ( 72%)	
							61.5	

Clientes atendidos pelo veiculo : 2  
 Duracao total da rota : 461  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 277  
 Tempo total de percurso : 184  
 Custo total da rota : \$ 36.06  
 Custo por cliente atendido : \$ 18.03

VEICULO 32 - Modelo 1-KOMBIT - Capacidade : 1050

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:00		
30	07:00 - 10:00	416	08:12	08:12	14:02	0	24.0	
CARREFOUR COM. E IND. S.A. - VIA ANCHIETA, 3398 - SAUDE - SAO PAULO								

continua



### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

---

BASE 07:00 - 19:00 15:14 24.0

---

416 ( 40%) 48.0

Clientes atendidos pelo veiculo : 1  
 Duracao total da rota : 494  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 350  
 Tempo total de percurso : 144  
 Custo total da rota : \$ 33.63  
 Custo por cliente atendido : \$ 33.63

VEICULO 33 - Modelo 1-KOMBIT - Capacidade : 1050

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
---------	--------	-------	-------	----------------	-----------------	---------------	-----------------	--------------

---

BASE 07:00 - 19:00 07:00

71	08:00 - 18:00	216	08:51	08:51	09:51	0	36.9	SUP.MERCADO ROSSI MONZA LTDA- - AV AGUIA HAJA, 2636 - -CID.A.E.CARVALHO - SAO PA
----	---------------	-----	-------	-------	-------	---	------	--

83	08:00 - 13:00	184	10:56	10:56	14:00	0	21.8	COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA - AV HUMBERTO CAMPOS, 3499 - BOCAINA - RIBEIRAO PI
----	---------------	-----	-------	-------	-------	---	------	--

---

BASE 07:00 - 19:00 16:34 51.3

---

400 ( 38%) 110.0

Clientes atendidos pelo veiculo : 2  
 Duracao total da rota : 574  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 244  
 Tempo total de percurso : 330  
 Custo total da rota : \$ 44.81  
 Custo por cliente atendido : \$ 22.40

VEICULO 34 - Modelo 1-KOMBIT - Capacidade : 1050

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
---------	--------	-------	-------	----------------	-----------------	---------------	-----------------	--------------

---

BASE 07:00 - 19:00 07:00

32	08:00 - 10:00	36	08:02	08:02	13:02	0	20.7	CARREFOUR COM. E IND. LTDA. - AV INTERLAGOS, 2501 - CAMPO GRANDE - SAO PAULO
----	---------------	----	-------	-------	-------	---	------	--

14	08:00 - 14:00	313	13:39	13:39	16:29	0	12.4	PAES MENDONCA S.A. - AV QUIDO CALOI, 0 - - SAO PAULO
----	---------------	-----	-------	-------	-------	---	------	--

---

BASE 07:00 - 19:00 17:38 23.2

---

349 ( 33%) 56.2

Clientes atendidos pelo veiculo : 2  
 Duracao total da rota : 638  
 Tempo total de espera : 0  
 Tempo total de atendimento : 470  
 Tempo total de percurso : 168  
 Custo total da rota : \$ 35.11  
 Custo por cliente atendido : \$ 17.56

continua

### QUADRO D.1 - Detalhamento dos roteiros programados através da Heurística de Agrupamento e Inserção Sequencial

continuação

VEICULO 35 - Modelo 1-KOMBIT - Capacidade : 1050

Cliente	Janela	Tempo	Carga	Hora Chegad	Hora In.Serv	Hora Saida	Tempo Espera	Dist (km)
BASE	07:00 - 19:00					07:40		
47	08:00 - 13:00		80	08:00	08:00	11:56	0	6.7
	SE S.A. COM. E IMP. - PSA PANAMERICANA, 190 - ALTO DE PINHEIROS - SAO PAULO							
BASE	07:00 - 19:00			12:16				6.7
			80 ( 8%)					13.3

**QUADRO D.2 - Programação das entregas nos veículos realizadas pela empresa**

<b>VEICULO 1</b>	<b>Modelo 4</b>	<b>TRUCK</b>
59	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO	AV ENG ARMANDO ARRUDA PEREIRA, 2022
103	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	AV SARG GERALDO SANTANA, 1491
116	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA.	ESTTR AGUA FUNDA, 905
129	SOMAR COMERCIAL E DISTRIBUIDOR	R GAL ROBERTO ALVES CARVALHO, 1
<b>VEICULO 2</b>	<b>Modelo 4</b>	<b>TRUCK</b>
3	WAL MART.BRASIL S.A.	AV ANTONIO CARDOSO, 536
58	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO	R VISC TAUNAY, 216
86	SUPERMERCADO TONSKI LTDA	R FILIPINAS, 45
87	SUPERMERCADO SAO JUDAS TADEU L	R AMERICA SUL, 92
<b>VEICULO 3</b>	<b>Modelo 1</b>	<b>KOMBI</b>
72	SUPERMERCADO SAMY LTDA	, 9
<b>VEICULO 4</b>	<b>Modelo 1</b>	<b>KOMBI</b>
12	MERCADO ESTRELA DE CALMON LTDA	AV GETULIO VARGAS NR, 1200
<b>VEICULO 5</b>	<b>Modelo 4</b>	<b>TRUCK</b>
34	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	AV PEDRO AMERICO, 23
85	MOINHO E COM. DE CEREAIS R.C.	AV CAPUAVA, 374
92	COML. OSVALDO CRUZ LTDA.	VINTE E QUATRO FEVEREIRO, 889
110	SUPERM. ONITSUKA LTDA.	AV BR MAUA, 400
130	SUPERMERCADO ITACARAI LTDA	AV JOAO RAMALHO, 222
<b>VEICULO 6</b>	<b>Modelo 1</b>	<b>KOMBI</b>
112	EDGARD REIMB-608ERG & CIA LTDA	RV JOSE SIMOES LAURO JR, 1926
<b>VEICULO 7</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
9	SUPERMERCADO FUGITA PLUS LTDA	R TIBURCIO SOUZA, 1242
11	SUPERMERCADO E PADARIA PAULIST	R PEDROSO SILVA, 664
53	MERCAD. NISHIKAWA LTDA.	R IVOTURUCAIA, 585
<b>VEICULO 8</b>	<b>Modelo 1</b>	<b>KOMBI</b>
64	COM.AMENDIN DOCES ESPERANCA L	R LUIZ FACCINI, 353
<b>VEICULO 9</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
22	MERCADINHO IPANEMA LTDA.	R IPIRANGA, 647
23	MERCADINHO IPANEMA LTDA	R S PAULO, 374
24	MERCADINHO IPANEMA LTDA LJ 03	R TABELIAO PASSARELLA NR, 810
76	SUPERMERCADO SIX ODABLIO LTDA.	AV TABELIAO PASSARELA, 58
<b>VEICULO 10</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>TOCO</b>
18	PEDROSA PROENCA LTDA.	R DULCE, 539
31	CARREFOUR COM. E IND. S.A.	AV RIO PEDRAS, 555
69	D'AVO SUPERMERCADO LTDA.	AV ITAQUERA, 2000
71	SUP.MERCADO ROSSI MONZA LTDA	
105	CALVO COM. E IMP. LTDA.	AV RIO PEDRAS, 2118
106	SUPERMERCADO LIDER CARRAO LTDA	PCA, 15
107	SUPERMERCADO LIDER CARRAO LTDA	AV RIO PEDRAS, 158
113	SUPERM. SAO JORGE LTDA.	R OSWALDO AROUCA, 14
133	SAITO & SAITO SUPERM. LTDA.	EST VELHA PINAS, 100
<b>VEICULO 11</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
89	COOP. CONS. EMPR. DA WOLKSWAGEM BRASIL	R CEL SEABRA, 321
124	ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO	R THALES SANTOS FREIRE, 923
<b>VEICULO 12</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
63	COMERCIAL FEDERZONI LTDA.	R GERONIMO C GARCIA, 176

**QUADRO D.2 - Programação das entregas nos veículos realizadas pela empresa**  
 continuação

<b>VEICULO 13</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>TOCO</b>
13	PAES MENDONCA S.A.	AV CSSA ELIZABETH ROBIANO, 5500
29	MILLO'S COML. CARAJAS LTDA.	AV ANTONIO SOUZA, 300
42	SUPERM. IRMAOS LOPES LTDA.	R CLAUDINO BARBOSA, 966
70	SUPERM. ROSSI MONZA LTDA.	R EUGENIO DIAMANTE, 26
119	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA	R GANGAIBA, 1805
<b>VEICULO 14</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
27	SUPERMERCADO REIMB-608ERG LTDA.	AV SEN TEOTONIO VIVELELA, 4960
<b>VEICULO 15</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
111	PAULO JOSE REIBERG & CIA. LTDA.	AV CARLOS OBERHUBER, 136
<b>VEICULO 16</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
2	WAL MART BRASIL S.A.	AV CD FRANCISCO MATARAZZO, 838
43	NISHITANI SUPERMERCADOS LTDA.	R JOSE ZAPPI, 57
90	COML. OSVALDO CRUZ LTDA.	R OSVALDO CRUZ, 1363
93	COML. OSVALDO CRUZ LTDA.	R MANOEL COELHO, 1472
94	COML. OSVALDO CRUZ LTDA.	AV CD FRANCISCO MATARAZZO, 500
<b>VEICULO 17</b>	<b>Modelo 1</b>	<b>KOMBI</b>
79	MARIA CECILIA OLIVEIRA DE BARR	R JOSE MILANES NR, 123
<b>VEICULO 18</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
16	SINDI SIST. INTEGRADO DE DISTRIB. LTDA.	ES GUARAPIRANGA, 900
62	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO	ES GUARAPIRANGA, 752
<b>VEICULO 19</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
32	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	AV INTERLAGOS, 2501
44	VIENA DELICATESSEN LTDA	R AGOSTINO TOGNERI, 421
48	SE S.A. COM. E IMP.	AV WASHINGTON LUIS, 3919
55	SUPERM. GONCALVES PIRES LTDA.	AV YERVANT KISSAJIKIAN, 1666
<b>VEICULO 20</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
75	SUPERM. INTERSUL LTDA.	R BOA VISTA, 625
<b>VEICULO 21</b>	<b>Modelo 1</b>	<b>KOMBI</b>
101	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	AV STA CATARINA, 1672
<b>VEICULO 22</b>	<b>Modelo 4</b>	<b>TRUCK</b>
17	SUPERMERCADO FLUMINENSE LTDA	AV GAL ATALIBA LEONEL, 3316
20	NELSON TAKESHI MATSUBARA	R IRMA EMERENCIANA, 900
21	SUPERMERCADOS BERGAMINI LTDA	AV DR FRANCISCO RANIERI, 834
38	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	AV SEN VERGUEIRO, 0
67	SUPERMERCADO PRECITO LTDA	PC NIPPON, 40
68	EMPORIO CHIAPETA LTDA	R ANTONIO SANTOS NETO, 135
134	ATACADAO S/A	AV MORVAN D FIGUEIREDO, 6169
<b>VEICULO 23</b>	<b>Modelo 1</b>	<b>KOMBI</b>
57	PERALTA COML. E IMP. LTDA.	AV CURSINO, 90
117	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA.	R CARAMURU, 41
<b>VEICULO 24</b>	<b>Modelo 1</b>	<b>KOMBI</b>
123	ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO	AV REBOUCAS, 0
<b>VEICULO 25</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>TOCO</b>
26	REDE ANDORINHA DE SUPERMERCADOS S.A.	AV PARADA PINTO, 2262
<b>VEICULO 26</b>	<b>Modelo 1</b>	<b>KOMBI</b>
51	SE S.A. COM. E IMP.	AL MADEIRA, 363

**QUADRO D.2 - Programação das entregas nos veículos realizadas pela empresa**  
 continuação

<b>VEICULO 27</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>TOCO</b>
19	ABAST PRODS ALIM UNIAO LTDA	R DR MIGUEL PAULO CAPALBO, 135
104	SBEL SOC BENEF EMP. ELETROPAUL	R OTTO ALENCAR, 152
125	SUPERM. TIETE LTDA.	AV JOSE BRITO FREITAS, 465
127	COMERCIAL CENTER BUARQUE LTDA	R CUNHA HORTA, 85
128	TCHAN IND. DE LATICINIOS LTDA.	R GUARANTA, 615
132	FUTURAMA SUPERMERCADOS LTDA.	AV CASPER LIBERO, 390
<b>VEICULO 28</b>	<b>Modelo 4</b>	<b>TRUCK</b>
7	SHINOHARA COMERCIAL LTDA.	R RIO GRANDE, 442
98	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	R CLODOMIRO AMAZONAS, 955
114	IND. PLAST. CRISTAL AM. COM.TRANS. LTDA.	AL MIN ROCHA AZEVEDO, 1136
115	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA.	R BRASILIA, 190
131	FUTURAMA SUPERMERCADO LTDA.	R GEN JARDIM, 384
135	SONDA SUPERMERCADOS EXP. IMP.	R TURIASSU, 2100
<b>VEICULO 29</b>	<b>Modelo 1</b>	<b>KOMBI</b>
97	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	R VIEIRA MORAIS, 1597
<b>VEICULO 30</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>TOCO</b>
15	PAES MENDONSA S.A.	AV NACOES UNIDAS, 16741
49	SE S.A. COM. E IMP.	ES CAMPO LIMPO, 459
65	CANDIA MERCANTIL NORTE SUL LTD	AV GIOVANNI GRONCHI, 5930
78	KI BALA CONF.COM.ATAC.DOCES E	AV EID MANSUR, 853
<b>VEICULO 31</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>TOCO</b>
56	PERALTA COML. E IMP. LTDA.	AV CAMINHO MAR, 0
73	SUPER MERCADO JARDIM GUARANI L	R JOAO PINTO OLIVEIRA, 406
88	CEREALISTA HENANCE LTDA.	R FRAGARIA ROSEA, 58
136	MERCADINHO E PANIF TEJADA E HE	AV ELIZIO TEIXEIRA LEITE, 2274
<b>VEICULO 32</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
36	CARREFOUR COM. E IND. S.A.	AV PROF FRANCISCO MORATO, 2718
<b>VEICULO 33</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>TOCO</b>
6	LOJAS ARAPUAS S/A 27479	AV PRES KENNEDY, 2299
33	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	AC RAPOSO TAVARES, 17
47	SE S.A. COM. E IMP.	PSA PANAMERICANA, 190
50	SE S.A. COM. E IMP.	ES CAMPO LIMPO, 0
<b>VEICULO 34</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>TOCO</b>
25	SUPERMERCADO GERACOES LTDA	R ILHEUS, 550
41	MERCADO IRMAOS MORELLI LTDA	R S JORGE, 254
61	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO	RV ANHANGUERA, 17
66	CANDIA MERCANTIL NORTE SUL LTD	AV PRES MEDICI, 515
126	HUNGRY WOLF COM.DISTR.PROD.ALI	R ANALANDIA NR, 439
<b>VEICULO 35</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>TOCO</b>
28	MILLO'S COML. CARAJAS LTDA.	AV AUTONOMISTAS, 1687
40	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	AV AUTONOMISTAS, 1542
<b>VEICULO 36</b>	<b>Modelo 1</b>	<b>KOMBI</b>
45	SE S.A. COM. E IMP.	AL SANTOS, 2071
46	SE S.A. COM. E IMP.	AL BARROS, 192
121	ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO	R PAMPLONA, 1704
<b>VEICULO 37</b>	<b>Modelo 1</b>	<b>KOMBI</b>
120	ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO	R PAMPLONA, 1704

**QUADRO D.2 - Programação das entregas nos veículos realizadas pela empresa**  
 continuação

<b>VEICULO 38</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
80	COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA	R SUICA, 1094
82	COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA	R JOANA ANGELICA, 717
84	COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA	AV INDUSTRIAL, 2001
<b>VEICULO 39</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
83	COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA	AV HUMB-608ERTO CAMPOS, 3499
<b>VEICULO 40</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
109	MUINO E CIA LTDA.	AV PIRES RIO, 1984
<b>VEICULO 41</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
8	CESTAS BASICAS ALTRICE IND.E C	R IBITINGA, 474
77	W. SERVE SUPERM. LTDA.	R AZEVEDO SOARES, 743
108	SUPERMERCADO LIDER CARRAO LTDA	AV CONS CARRAO, 2008
118	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA.	AV PENHA FRANCA, 7808
<b>VEICULO 42</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
54	SUPERM. ROCHA E SANTOS LTDA.	AV VILA EMA, 634
<b>VEICULO 43</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
1	MOUSSELDORF CASA DO MOUSSE LTD	AL OLIVEIRAS NR, 108
81	COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA	R JOAQUIM NABUCO, 277
95	COML. OSVALDO CRUZ LTDA.	AV JOAO FIRMINO, 690
<b>VEICULO 44</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>TOCO</b>
96	SUPERMERCADO YAMAUCHI LTDA.	R ISABEL DIAS, 47
<b>VEICULO 45</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>TOCO</b>
37	CARREFOUR COM. E IND. S.A.	R AQUIDABAN, 119
91	COML. OSVALDO CRUZ LTDA.	R NELLY PELEGRINO, 644
<b>VEICULO 46</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
52	SUPERM. MACEDO LTDA.	ES M BOI MIRIM, 896
74	FUCATU FUCAZU LTDA.	AV INACIO DIAS SILVA, 201
102	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	R PIRAPORINHA, 1100
<b>VEICULO 47</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
100	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	AV N SENHORA SABARA, 3031
<b>VEICULO 48</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
39	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	R SEN VERGUEIRO, 0
<b>VEICULO 49</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>MB-608</b>
35	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	AV PEDRO AMERICO, 0
<b>VEICULO 50</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>TOCO</b>
10	RODAZIL DISTRIB PRODS ALIM LT	R MARIA SMID, 188
<b>VEICULO 51</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>TOCO</b>
122	ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO	AV REBOUCAS, 3970
<b>VEICULO 52</b>	<b>Modelo 4</b>	<b>TRUCK</b>
5	WAL MART BRASIL S.A.	AV AUTONOMISTA, 1828
<b>VEICULO 53</b>	<b>Modelo 4</b>	<b>TRUCK</b>
4	WAL MART BRASIL S.A.	AV ESTADOS, 8500
60	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO	PCA ADEMAR BARROS, 9
<b>VEICULO 54</b>	<b>Modelo 4</b>	<b>TRUCK</b>
14	PAES MENDONCA S.A.	AV QUIDO CALOI, 0
99	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	AV CURSINO, 2568
<b>VEICULO 55</b>	<b>Modelo 4</b>	<b>TRUCK</b>
30	CARREFOUR COM. E IND. S.A.	VIA ANCHIETA, 3398

**BIBLIOGRAFIA**

- ALTINKEMER, K., GAVISH, B. 1991. Parallel savings based heuristics for the delivery problem. *Operations Research*, v.39, n.3, maio-junho.
- AHN, B-H., SHIN, J-Y. 1991, Vehicle routeing with time windows and time-varying congestion. *Journal of the Operational Research Society*, v.42, n.5, p. 393-400.
- ASSAD, A. A. 1988. Modeling and implementation issues in vehicle routing. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p. 7-46.
- BAKER, B.M. 1992. Further improvements to vehicle routeing heuristics. *Journal of the Operational Research Society*, v.43, n.10, p.1009-1012.
- BAKER, E.K. 1982. Vehicle routing with time windows constraints. *The Logistics and Transportation Review*, v.18, n.4, p.385-401.
- BAKER, E.K. 1983. An exact algorithm for the time-constrained traveling salesman problem. *Operations Research*, v.31, n.5, p.938-945.
- BALAKRISHNAN, N. 1993. Simple heuristics for the vehicle routeing problem with soft time windows. *Journal of the Operational Research Society*, v.44, n.3, p.279-287.
- BALL, M.O. 1988. Allocation/routing: models and algorithms. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.199-221.
- BALL, M.O., MAGAZINE, M. 1981. The design and analysis of heuristics. *Networks*, v.11, p.215-219.
- BALLOU, R.H. 1987. *Basic Business Logistics*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs.

- BEASLEY, J.E. 1983. Route first-cluster second methods for vehicle routing. *OMEGA International Journal of Management Science*, v.11, n.4, p.403-408, 1983.
- BECHARA, J.J.B., GALVÃO, R.D. 1984. O uso de sistemas computacionais na solução de problemas de roteamento de veículos. In: XVII Simpósio da SOBRAPO, Rio de Janeiro. *Anais*. Rio de Janeiro. p.279-293.
- BELL, W.J., DALBERTO, L.M., FISHER, M.L., GREENFIELD, A.J., JAIKUMAR, R., KEDIA, P., MACK, R.G., PRUTZMAN, P.J. 1983. Improving the distribution of industrial gases with an on-line computerized routing and scheduling optimizer. *Interfaces*, v.13, n.6, p.4-23. Dez.
- BERTSIMAS, D.J., SIMCHI-LEVY, D. 1996. A new generation of vehicle routing research: robust algorithm, addressing uncertainty. *Operations Research*, v.44, n.2, p.286-304.
- BODIN, L.D. 1990. Twenty years of routing and scheduling. *Operations Research*, v.38, n.4, p.571-579.
- BODIN, L.D., GOLDEN, B. 1981. Classification in vehicle routing and scheduling. *Networks*, v.11, p.97-108.
- BODIN, L.D., KURSH, S.J. 1978. A computer-assisted system for the routing and scheduling of street sweepers. *Operations Research*, v.26, n.4, p. 525-537.
- BODIN, L.D., KURSH, S.J. 1979. A detailed description of a computer system for the routing and scheduling of street sweepers. *Computers and Operations Research*, v.6, p.181-198.
- BODIN, L.D., GOLDEN, B., ASSAD A., BALL, M. 1983. Routing and scheduling of vehicles and crews: The state of the art. *Computers and Operations Research*, v.10, n.2.
- BODIN, L.D., FAGAN, G., WELEBNEY, R., GREENBERG, J. 1989. The design of a computerized sanitation vehicle routing and scheduling system for the town of Oyster Bay, New York. *Computers and Operations Research*, v. 16, n.1, p.45-54.



- BOHORIS, G.A., THOMAS, J.M. 1995. A heuristic for the vehicle routing and depot staffing. *Journal of the Operational Research Society*, v.46, n.10, p.1184-1191.
- BOOKBINDER, J.H., EDWARDS, S.H. 1990. School-bus routing for program scheduling. *Computers and operations research*, v.17, n.1, p.79-94.
- BOSE, R.C.A. 1990. *Modelos de roteirização e programação de entregas em redes de transportes*. São Paulo: EPUSP, Departamento de Engenharia de Transportes. 171p. (Dissertação de Mestrado).
- BOWERMAN, R., HALL, B., CALAMAI, P. 1995. A multi-objective optimization approach to urban school bus routing: formulation and solution method. *Transportation Research A*, v.29A, n.2, p.107-123.
- CANEN, A.G., SCOTT, L.G. 1995. Bridging theory and practice in VRP. *Journal of the Operational Research Society*, v.46, n.1, p.1-8.
- CASCO, D.O., GOLDEN, B.L., WASIL, E.A. 1988. Vehicle routing with backhauls: models, algorithms and case studies. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.127-148.
- CHAPLEAU, L., FERLAND J.A., ROUSSEAU, J.M. 1985. Clustering for routing in densely populated areas. *European Journal of Operational Research*, n.20, p.48-57.
- CHAVES, R.M., GRANJA, L.Z. 1989. Roteamento de Veículos com Restrições de Horário de Atendimento e Precedência, In: Encontro da Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes, 3. *Anais*, Salvador, Out.
- CHIH, W.Y. 1987. *Influência dos custos fixos e variáveis na roteirização de frotas de veículos de capacidades variadas*. São Paulo: EPUSP, Departamento de Engenharia Naval. 126p. (Dissertação de Mestrado)
- CHRISTOFIDES, N. 1985. Vehicle routing. In: *The travelling salesman problem*, E.L. Lawler, J.K. Lenstra, A.H.G. Rinnoy Kan, D.B. Shmoys (eds), John Wiley.
- CHRISTOFIDES, N., MINGOZZI, A., TOTH, P. 1979. The vehicle routing problem. In: *Combinatorial Optimization*, N.Christofides, R.Mingozzi, P.Toth, C.Sandi (eds), John Wiley & Sons, New York.

- CHUNG, H.K., NORBACK, J.P. 1991. A clustering and insertion heuristic applied to a large routing problem in food distribution. *Journal of the Operational Research Society*, v.42, n.7, p.555-564.
- CLARKE, G., WRIGHT, J. 1964. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, v.12, n.4, p.568-581.
- COIT, D.W., SMITH, A.E. 1996. Solving the redundancy allocation problem using a combined neural network/genetic algorithm approach. *Computers and Operations Research*, v.23, n.6, p.515-526
- CULLEN, F.H., JARVIS, J.J., RATLIFF, H.D. 1981. Set partitioning based heuristics for interactive routing. *Networks*, v.11, p.125-143.
- CUNHA, A.G. 1982. *Dicionário Etimológico: nova fronteira da língua portuguesa*. São Paulo: Nova Fronteira.
- CUNHA, C.B. 1991. *Algoritmos para roteamento e programação de veículos no contexto da distribuição física*. São Paulo: EPUSP, Departamento de Engenharia de Transportes. 178p. (Dissertação de Mestrado).
- CUNHA, C.B., SWAIT, J.D. 1989. Implementação computacional e análise de um algoritmo de etiquetamento para o problema de caminho mínimo com restrição de janela de tempo e precedência entre tarefas, In: Encontro da Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes, 3. *Anais*, Salvador, Out.
- CUNHA, C.B., SWAIT, J.D. 1990. New dominance criteria for the generalized permanent labelling algorithm for the shortest path problem with time windows on dense graphs. *artigo de trabalho não publicado*.
- DANTZIG, G.B., WOLFE, P. 1961. The Decomposition Algorithm for Linear Programming. *Econometrica*, v.29, p.767-778.
- DASKIN, M.S. 1985. Logistics: An overview of the state of the art and perspectives on future research. *Transportation Research A*, v.19A, n.5/6, p.383-398.
- DESROCHERS, M., SOUMIS, F. 1988. A generalized permanent labelling algorithm for the shortest path problem with time windows. *INFOR*, v.26, n.3, p.191-212.

- DESROCHERS, M., SOUMIS, F. 1989. A column generation approach to the urban transit crew scheduling problem. *Transportation Science*, v.23, n.1, p.1-13.
- DESROCHERS, M., VERHOOG, T.W. 1991. A new heuristic for the fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, v. 18, n.3, p.263-274.
- DESROCHERS, M., LENSTRA, J.K., SAVELSBERGH, M.W.P, SOUMIS, F. 1988. Vehicle routing with time windows: optimization and approximation. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.65-84.
- DESROCHERS, M., DESROSIERS, J., SOUMIS, F. 1992. A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Operations Research*, v.40, n.2, p.342-354.
- DESROSIERS, J., PELLETIER, P., SOUMIS, F. 1983. Plus court chemin avec contraintes d'horaires. *R.A.I.R.O. Recherche Operationelle*, v.17.
- DESROSIERS, J., SOUMIS, F., DESROCHERS, M. 1984. Routing with time windows by column generation. *Networks*, v.14, p.545-565.
- DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOUMIS, F. 1986a. The multiple vehicle many to many routing problem with time windows, Montreal: *Université de Montreal, Centre de Recherche sur les Transports, École de Hautes Etudes Commerciales*. (Publication # 362)
- DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOUMIS, F. 1986b. A dynamic programming solution of the large-scale single-vehicle dial-a-ride problem with time windows. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, v.6, p.301-325.
- DESROSIERS, J., SOUMIS, F., DESROCHERS, Martin, SAUVÉ, M. 1986c. Routing and Scheduling by Branch-and-Bound on Time Windows, Montreal: *Université de Montreal, Centre de Recherche sur les Transports, École de Hautes Etudes Commerciales*. (Publication # 278)

- DESROSIERS, J., LAPORT, G., SAUVE, M., SOUMIS, F., TAILLEFER, S. 1988a. Vehicle routing with full loads. *Computers and Operations Research*, v.15, n.3, p.219-226, 1988.
- DESROSIERS, J., SAUVÉ, M., SOUMIS, F. 1988b. Lagrangian Relaxation Methods for Solving the Minimum Fleet Size Multiple Traveling Salesman Problem with Time Windows. *Management Science*, v.34, n.8, p.1005-1022.
- DESROSIERS, J., J., DUMAS, Y., SOLOMON, M., SOUMIS, F. 1995. Time constrained routing and scheduling. Network Routing. In: *Handbooks in Operations Research and Management Science*, M.Ball, T.L.Magnanti, C.L.Monna, G.L.Nemhauser (eds), North Holland, Amsterdam.
- DOWSLAND, K., A. 1996. Genetic algorithms - a tool for OR ? *Journal of Operational Research Society*, vol.47, n.4, p.550-561.
- DUMAS, Y., DESROSIERS, J. 1985. A shortest path problem for vehicle routing with pick-up, delivery and time windows Montreal: *Université de Montreal, Centre de Recherche sur les Transports, École de Hautes Études Commerciales*. (Report # G-86-09)
- FAHRION, R., WREDE, M. 1990. On a principle of chain-exchange for vehicle-routing problems (1-VRP). *Journal of the Operational Research Society*, v. 41, n.9, p.821-827.
- FERLAND, J.A., MICHELON, P. 1988. The vehicle scheduling problem with multiple vehicle types. *Journal of Operational Research Society*, v.39, n.6, p.577-583.
- FERREIRA, A.B.H. 1982. *Novo dicionário da lingua portuguesa*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira.
- FISCHETTI, M., TOTH, P. 1988. An additive approach for the optimal solution of the prize-collecting travelling salesman problem. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.319-343.
- FISHER, M.L. 1981a. A generalized assignment heuristic for vehicle routing, *Networks*, v.11, p.109-124.

- FISHER, M.L. 1981b. The lagrangian relaxation method for solving integer programming problems. *Management Science*, v.27, n.1, p.1-17.
- FISHER, M.L. 1985. An applications oriented guide to lagrangian relaxation. *Interfaces*, v.15, n.2, p.10-21.
- FISHER, M.L., JAIKUMAR, R. 1981. A generalized assignment heuristic for vehicle routing. *Networks*, vol 11, p.109-124.
- FISHER, M.L., RINNOOY KAN, A.H.G. 1988. The design, analysis and implementation of heuristics. *Management Science*, v.34, n.3, p.263-265.
- FONTES LIMA, O. 1995. *Qualidade em serviços de transportes: conceituação e procedimentos para diagnóstico*. São Paulo: EPUSP, Departamento de Engenharia de Transportes. (Tese de Doutorado)
- FOX, B.L., LANDI, D.M. 1970. Searching for the multiplier in one-constraint optimization problems. *Operations Research*, v.18, p.253-262.
- FULLER, J.B., O'CONNOR, J., RAWLINSON, R. 1993. Tailored logistics: the next advantage. *Harvard Business Review*, v.71, n.3, p.87-98, Mai/Jun.
- GALLO, G., PALLOTINO, S. 1984. Shortest path methods: complexity, interrelations and new propositions. *Networks*, v.14.
- GARCIA, B.L., POTVIN, J.Y., ROUSSEAU, J.M. 1994. A parallel implementation of the tabu search heuristic for vehicle routing problems with time window constraints. *Computers and Operations Research*, v.21, n.9, p.1025-1033.
- GAUDIOSO, M., PALLETA, G. 1992. A heuristic for the periodic vehicle routing problem. *Transportation Science*, v.26, n.2, Mai.
- GENDREAU, M., HERTZ, A., LAPORTE, G. 1994. A tabu search heuristic for the routing problem. *Management Science*, v.40, n.10, p.1276-1290.
- GEORGE-SCHLEUTER M. 1989. ASPARAGOS: An Asynchronous parallel genetic optimization strategy. In: *Proceedings of the third international conference on genetic algorithms*. Morgan Kaufmann, San Mateo, CA.

- GILLET, B.L., MILLER, L. 1974. A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem. *Operations Research*, v.22, p.340-349.
- GLOVER, F. 1990. Tabu search: a tutorial. *Interfaces*, v.20, n.4, p.74-94.
- GOLDBERG, D.E. 1989. *Genetic algorithms in search optimization and machine learning*. Addison Wesley, Reading, MA.
- GOLDEN, B.L. 1988. Route planning for coast guard ships. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.439-443.
- GOLDEN, B.L., ASSAD, A. 1986. Perspectives on vehicle routing: exciting new developments. *Operations Research* v.34, n.5, p.803-810.
- GOLDEN, B.L., ASSAD, A. 1988. *Vehicle routing: methods and studies*. North Holland, Amsterdã.
- GOLDEN, B.L., BODIN, L. 1986. Microcomputer-based vehicle routing and scheduling software. *Computers and Operations Research*, v.13, n.2/3, p.277-285.
- GOLDEN, B.L., SKISCIM, C.C. 1986. Using simulated annealing to solve routing and location problems. *Naval Research Logistics Quarterly*, v.33, p.262-279.
- GOLDEN, B.L., WASIL, E.A. 1987. Computerized vehicle routing in the soft drink industry. *Operations Research*, n.35, p.6-17.
- GOLDEN, B.L., MAGNANTI, T. L., NGUYEN, H. Q. 1977. Implementing vehicle routing algorithms. *Networks*, v.7, p.113-148.
- GOLDEN, B.L., ASSAD, A., LEVY, L., GHEYSENS, F. 1984. The fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, v.11, n.1, p.49-65.
- GOUVÊA, M.T. 1992. *Algoritmos para a resolução de um problema geral de roteamento de múltiplos veículos*. São Paulo: EPUSP, Departamento de Engenharia Naval. 185p. (Dissertação de Mestrado).

- GUIGNARD, M., ROSENWEIN, M.B. 1989. An application-oriented guide for designing Lagrangean dual ascent algorithms. *European Journal of Operational Research*, n.43, p.197-205.
- HAIMOVICH, M., RINNOOY KAN, A.H.G., STOUGIE, L. 1988. Analysis of heuristics for vehicle routing problems. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.47-61.
- HAOUARI, M., DEJAX, P., DESROCHERS, M. 1990a. Les problemes de tournées avec contraintes de fenêtrages de temps, l'état de l'art. Paris: *Ecole Centrale Paris, Laboratoire Economique Industriel et Social*. (working paper # 89-03F)
- HAOUARI, M., DEJAX, P., DESROCHERS, M. 1990b. Modelling and solving complex vehicle routing problems using column generation, Paris: *Ecole Centrale Paris, Laboratoire Economique Industriel et Social*. (working paper # 90-02A)
- HELD, M., KARP, Richard M. 1970. The traveling-salesman problem and minimum spanning trees. *Operations Research* v.18, p.1138-1162.
- HELD, M., KARP, R.M. 1971. The traveling-salesman problem and minimum spanning trees: Part II. *Mathematical Programming* v.1, p.6-25, 1971.
- HELD, M., WOLFE, P., CROWDER, H.D. 1974. Validation of subgradient optimization. *Mathematical Programming* v.6, p.62-88.
- HILL, A.V., MABERT, V.A., MONTGOMERY, D.W. 1988. A decision support system for the courier vehicle scheduling problem
- HOLT, J.N., WATTS, A.M. 1988. Vehicle routing and scheduling in the newspaper industry. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.347-358.
- HOOBAN, J.M. 1988. Marketing a vehicle routing package. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.447-468.
- HOROWITZ, E., SAHNI, S. 1978. *Fundamentals of computer algorithms*. Rockville: Computer Science Press. 622 p.

- IOACHIM, I., DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOLOMON, M.M., VILLENEUVE, D. 1995. A request clustering algorithm for door-to-door handicapped transportation. *Transportation Science*, v.29, n.1, p.63-78.
- JAILLET, P., ODoni, A.R. 1988. The probabilistic vehicle routing problem. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.293-319.
- JAW, J.J., ODoni, A.R., PSARAFTIS, H.N., WILSON, N.H.M. 1986. A heuristic algorithm for the multi-vehicle advance request dial-a-ride problem with time windows. *Transportation Research B*, v.20, n.3, p.243-257.
- JOHNS, S. 1995. Heuristics to schedule service engineers within time windows. *Journal of Operational Research Society*, v.46, n.3, p.339-346.
- KIKUCHI, S. 1987. Vehicle routing and scheduling development for transportation of elderly and handicapped persons. *Transportation Quarterly*, v.41, n.2, p.207-227.
- KOLEN, A.W.J., RINNOOY, A.H.G., TRIENEKENS, H.W.J.M. 1987. Vehicle routing with time windows. *Operations Research*, v.35, n.2, p.266-273.
- KONTORAVDIS, G., BARD, J.F. A GRASP for the vehicle routing problem time windows. *ORSA Journal on Computing*, v.7, n.1, 1995
- KOSKOSIDIS, Y.A., POWELL, W.B., SOLOMON, M.M. 1992. An optimization-based heuristic for vehicle routing and scheduling with soft time window constraints. *Transportation Science*, v.26, n.2, p.69-85.
- KROLAK, P., FELTS, W., NELSON, J. 1976. A man-machine approach toward solving the generalized truck-dispatching problem. *Transportation Science*, v.6, n.2, p.149-169.
- LANDEGHEM, H.R.G. 1988. A bi-criteria heuristic for the vehicle routing problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, v.36, p.217-226.
- LANGEVIN, A., SOUMIS, F. 1989. Design of multiple-vehicle delivery tours satisfying time constraints. *Transportation Research B*, v.23, p.123-138.
- LAPORTE, G. 1988. Location-routing problems. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.163-197.



- LAPORTE, G. 1992a. The traveling salesman problem: an overview of exact and approximate algorithms, *European Journal of Operational Research*, v.59, n.2, p.231-247.
- LAPORTE, G. 1992b. The vehicle routing problem: an overview of exact and approximate algorithms, *European Journal of Operational Research*, v.59, n.3, p.345-358.
- LAPORTE, G., CHAPLEAU, S., LANDRY, PE., MERCURE, H. 1990. An algorithm for the design of mailbox collection routes in urban areas. *Transportation Research B*, v.23B, n.4, p.271-280.
- LARSON, R.C., MINKOFF, A., GREGORY, P. 1988. Fleet sizing and dispatching for the marine division of the New York City Department of Sanitation. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.395-423.
- LENSTRA, J.K., RINNOOY KAN, A.H.G. 1981. Complexity of vehicle and scheduling problems. *Networks*, v.11, p.221-227.
- LEVY, L., BODIN, L. 1988. Scheduling the postal carriers for the United States Postal Service: an application of arc partitioning and routing. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.359-394.
- MAGNANTI, T. 1981. Combinatorial optimization and vehicle fleet planning: perspectives and prospects. *Networks*, v.11, p.245-252.
- MALANDRAKI, C., DASKIN, M.S. 1992. Time dependent vehicle routing problems: formulations, properties and heuristic algorithms. *Transportation Science*, v.26, n.3, p.185-200.
- MILLER, D.L. 1995. A matching based exact algorithm for capacitated vehicle routing problems. *ORSA Journal on Computing*, v.7, n.1.
- MIN, H. 1989. The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points. *Transportation Research A*, v.23, n.5, p.377-386.

- MOLE, R.H., JOHNSON, D.G., WELLS, K. 1983. Combinatorial analysis for route first-cluster second vehicle routing. *Omega*, v.11, n.5, p.507-512.
- MORASH, E.A. 1990. On the use of transportation strategies to promote demand. *Logistics and Transportation Review*, v.26, n.1, p.53-75.
- MULLER-MERBACH, H. 1981. Heuristics and their design: a survey. *European Journal of Operational Research*, v.8, p.1-23.
- MULLER-MERBACH, H. 1984. A five facets frame for the design of heuristics. *European Journal of Operational Research*, v.17, p.313-316.
- NAG, B., GOLDEN, B.L., ASSAD, A.A. 1988. Vehicle routing with site dependencies. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L. Golden, A.A. Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.149-159.
- NELSON, M.D., NYGARD, K.E., GRIFFIN, J.H., SHREVE, E. 1985. Implementation techniques for the vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, v.12, n.3, p.273-283.
- NYGARD, K.E., GREENBERG, P., BOLKAN, W.E., SWENSON, E.J. 1988. Generalized assignment methods for the deadline vehicle routing problem. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L. Golden, A.A. Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.107-125.
- NOVAES, A.G.N., ALVARENGA, A.C. 1994. *Logística aplicada: suprimento e distribuição física*. São Paulo: Pioneira. 267p.
- NOVAES, A.G.N. 1989. *Sistemas Logísticos: Transporte, Armazenagem e Distribuição de Produtos*, Edgard Blucher, São Paulo.
- PAPE, U. 1988. Car transportation by truck. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L. Golden, A.A. Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.425-443.
- PERTTUNEN, J. 1995. On the significance of the initial solution in travelling salesman heuristics. *Journal of the Operational Research Society*, v.45, n.10, p.1131-1140.

- PICARD, J.C., QUEYRANNE, M. 1978. The time-dependent traveling salesman problem and its application to the tardiness problem in one-machine scheduling. *Operations Research*, v.26, n.1, p.86-110.
- POTVIN, J.Y., ROUSSEAU, J.M. 1993. A parallel route building algorithm for the vehicle routing and scheduling problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, v.66, p.331-340.
- POTVIN, J.Y., ROUSSEAU, J.M. 1995. An exchange heuristic for routing problems with time windows. *Journal of Operational Research Society*, v.46, n.12, p.1433-1446.
- POTVIN, J.Y., LAPALME, G., ROUSSEAU, J.M. 1989. ALTO: A computer system for the design of vehicle routing algorithms. *Computers and operations research*, v.16, n.5, p.451-470.
- POTVIN, J.Y., LAPALME, G., ROUSSEAU, J.M. 1990. Integration of AI and OR techniques for computer-aided algorithmic design in the vehicle routing domain. *Journal of the Operational Research Society*, v.41, n.6, p.517-525.
- POWELL, W.B. 1988. A comparative review of alternative algorithms for the dynamic vehicle allocation problem. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.249-291.
- PSARAFTIS, H.N. 1980. A dynamic programming solution to the single vehicle many-to-many immediate request dial-a-ride problem. *Transportation Science*, v.14, n.2, p.130-154.
- PSARAFTIS, H.N. 1983a. k-Interchange procedures for local search in a precedence-constrained routing problem. *European Journal of Operational Research*, v.13, p.391-402.
- PSARAFTIS, H.N. 1983b. An exact algorithm for the single vehicle many-to-many dial-a-ride problem with time windows. *Transportation Science*, v.17, n.3, p.351-357.

- PSARAFTIS, H.N. 1988. Dynamic vehicle routing problems. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.223-248.
- READ, W.F., MULLER, M.S. 1991. The state of quality in logistics. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, v.21, n.6, p.32-47,
- RENAUD, J., LAPORTE, G., BOCTOR, F.F. 1996. A tabu search heuristic for the multi-depot vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, v.23, n.3, p.229-235.
- ROCHAT, Y., SEMET, F. 1994. A tabu search approach for delivering pet food and flour in Switzerland. *Journal of the Operational Research Society*, v.45, n.11, p.1233-1246.
- RONEN, D. 1988. Perspectives on practical aspects of truck routing and scheduling. *European Journal of Operational Research*, v.35, p.137-145.
- ROUSSEAU, J.M. 1988. Customization versus a general purpose code for routing and scheduling problems: a point of view. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.469-479.
- RUSSELL, R. A. 1995. Hybrid heuristics for the vehicle routing problem with time windows. *Transportation Science*, v.29, n.2, p.156-166.
- RYAN, D. M., HJORRING, C., GLOVER, F. 1993. Extensions of the petal method for vehicle routing. *Journal of the Operational Research Society*, v.44, n.3, p.289-296.
- SHAPIRO, J.F. 1979. A survey of lagrangean techniques for discrete optimization. *Annals of Discrete Mathematics*, v.5, p.113-138.
- SILVA, M.C.T. 1986. *Um algoritmo para programar veículos transportadores de valores*, Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia de Transportes. (Dissertação de Mestrado).
- SILVER, E.A., VIDAL, R.V.V., WERRA, D. 1980. A tutorial on heuristic methods. *European Journal of Operational Research*, v.5, p.153-162.

- SKITT, R.A., LEVARY, R.R. 1985. Vehicle routing via column generation. *European Journal of Operational Research* v.21, p.65-76.
- SOLOMON, M.M. 1986a. On the worst-case performance of some heuristics for the vehicle routing and scheduling with time windows constraints. *Networks*, v.16, p.161-174, 1986.
- SOLOMON, M.M. 1986b. The minimum spanning tree problem with time windows Constraints. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, v.6, n.3 & 4, p.399-421.
- SOLOMON, M.M. 1987. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research*, v.35, n.2, p.254-265.
- SOLOMON, M.M., DESROSIERS, J. 1988. Time window constrained routing and scheduling problems. *Transportation Science*, v.22, n.1, p.1-13.
- SOLOMON, M.M., BAKER, E.K., SCHAFFER, J.R. 1988. Vehicle routing and scheduling problems with time window constraints: efficient implementations of solution improvement procedures, In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p.85-105.
- SOLOMON, M.M., CHALIFOUR, A., DESROSIERS, J., BOISVERT, J. 1992. An application of vehicle-routing methodology to large scale larvicide control programs. *Interfaces*, n.22, v.3, p.88-99.
- SOUZA, P.S. 1993. *Asynchronous organizations for multi-algorithms problems*. Pittsburgh: Carnegie Mellow University, Department of Electrical and Computer Engineering. 139p. (Tese de Doutorado)
- STEWART JR., W.R., GOLDEN, B.L. 1984. A lagrangian relaxation heuristic for vehicle routing. *European Journal of Operational Research*, v.15, p.84-88.
- SUTCLIFFE, C., BOARD, J. 1991. The ex-ante benefits of solving vehicle-routeing problems. *Journal of the Operational Research Society*, v. 42, n.2, p.135-143.
- SUTCLIFFE, C., BOARD, J. 1990. Optimal solution of a vehicle-routeing problem: transporting mentally handicapped adults to an adult training centre. *Journal of the Operational Research Society*, v. 41, n.1, p.61-67.

- SWAIT, J.D. 1986. A Programação de Veículos de Transporte de Valores, Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia de Transportes. (Relatório Técnico)
- SWAIT, J.D. 1990. *Implementação de algoritmos de pesquisa operacional, Volume I: Fundamentos computacionais - algoritmos e estruturas de dados.* (pré-edição do livro do autor)
- TAILLARD, É.,D. 1993. Parallel iterative search methods for vehicle routing problems. *Networks*, vol.23, p.661-673.
- TAILLARD, É.,D., LAPORTE, G. e GENDREAU, M. 1996. Vehicle routing with multiple use of vehicles. *Journal of Operational Research Society*, v.47, n.8, p.1065-1070.
- TAN, C.C.R., BEASLEY, J.E. 1984. A heuristic algorithm for the period vehicle routing problem. *OMEGA International Journal of Management Science*, v.12, n.5, p.497-504.
- THANGIAH, S.R., POTVIN, J-Y, SUN, T. 1996. Heuristic approaches to vehicle routing with backhauls and time windows. *Computers and Operations Research*, v.23, n.11, p.1043-1057.
- TSEN, C.K. 1995. *Solving train scheduling problems using A-teams.* Pittsburgh: Carnegie Mellow University, Department of Electrical and Computer Engineering. 134p. (Tese de Doutorado)
- WARK, P., HOLT, J. 1994. A repeated matching heuristic for the vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, v.45, n.10, p.1156-1167.
- WATSON-GANDY, C.T.D, FOULDS, L.R. 1981. The vehicle scheduling problem: a survey. *INFOR*, v.9, n.22, p.73-92.
- WOOLSEY, R.E.D. 1991. Being wrong with Clarke & Wright. *Computers and Operations Research*, v.18, n.7, p.607-609.
- WOOLSEY, R.E.D., SWANSON, H.S. 1975. *Operations research for immediate applications.* Harper and Row, New York.

WREN, A., HOLLIDAY, A. 1972. Computer scheduling of vehicles from one or more depots to a number of delivery points. *Operations Research Quarterly*, v.23, p.333-344.

ZANAKIS, S.H., EVANS, J.R. 1981. Heuristic "optimization": why, when, and how to use it. *Interfaces*, v.11, n.5, p.84-91.

**APÊNDICE**

**DADOS DE ENTRADA PARA**

**O ESTUDO DE CASO**

**TABELA I.1 - Custos da frota disponível**

<b>VEÍCULO</b>	<b>Capacidade (kg)</b>	<b>Frota (veículos)</b>	<b>Custo Fixo (R\$/dia)</b>	<b>Custo Variável (R\$/km)</b>
Kombi	1 050	12	25.00	0.18
MB-608D	3 500	21	51.20	0.24
MB-1113 toco	6 800	13	63.52	0.32
MB 1113 truque	12 700	10	77.66	0.41
Carreta	27 000	0	82.20	0.57
<b>Total</b>	<b>301 500</b>	<b>56</b>	<b>2 977.56</b>	<b>0.28<sup>1</sup></b>

<sup>1</sup>: Corresponde ao custo médio por km

**QUADRO I.1 - Parâmetros Operacionais Diversos**

<b>Variável</b>	<b>Valor</b>
Velocidade média de percurso	20 km/h
Fator de correção das distâncias calculadas por coordenadas	0.0013 (=1,3/1000)
Horário de saída e retorno dos veículos da base	07:00 - 19:00
Intervalo mínimo para início da segunda viagem do veículo	60 min



**TABELA I.2 - Parâmetros Operacionais das Entregas nos Clientes**

Cliente	Janela de de tempo	Tempo de Serviço (min)	Carga (kg)	Restrição de veículo	Coordenadas (m)	
					X	Y
BASE	07:00-19:00	-	-	-	320 418.58	7 396 716.72
1	08:00-18:00	15	285	só utilitário	341 063.32	7 375 132.15
2	08:00-18:00	240	322	-	339 707.81	7 388 292.78
3	08:00-18:00	180	161	só utilitário	345 317.36	7 384 797.32
4	08:00-18:00	180	1 225	-	344 102.03	7 384 995.23
5	08:00-18:00	240	1 803	-	320 399.73	7 394 556.62
6	08:00-18:00	15	4 000	-	321 025.69	7 397 613.17
7	08:00-18:00	15	655	-	332 474.34	7 390 349.20
8	08:00-18:00	15	994	-	338 656.94	7 393 098.53
9	08:00-18:00	15	969	-	357 422.14	7 399 939.52
10	08:00-18:00	15	103	-	317 780.52	7 386 679.05
11	08:00-18:00	15	166	-	353 742.72	7 401 777.37
12	08:00-18:00	60	366	-	363 760.26	7 404 830.00
13	08:00-14:00	170	3 486	-	345 437.70	7 401 444.08
14	08:00-14:00	170	313	-	336 374.21	7 388 804.23
15	08:00-14:00	170	1 250	-	325 526.68	7 386 536.64
16	08:00-14:00	97	1 193	-	323 157.37	7 380 491.16
17	08:00-18:00	15	906	-	335 537.18	7 400 772.30
18	08:00-18:00	15	357	-	343 202.92	7 394 539.08
19	08:00-18:00	15	726	-	335 287.24	7 397 571.11
20	08:00-18:00	15	676	-	338 619.87	7 404 157.03
21	08:00-18:00	15	991	-	332 120.20	7 402 449.82
22	08:00-18:00	15	480	-	340 385.44	7 422 236.13
23	08:00-18:00	60	721	-	340 385.44	7 422 236.13
24	08:00-18:00	15	894	-	340 385.44	7 422 236.13
25	08:00-18:00	15	686	-	316 738.83	7 394 759.22
26	08:00-18:00	15	5 240	-	331 282.41	7 403 569.46
27	08:00-18:00	15	2 157	-	324 512.87	7 372 644.70
28	08:00-14:00	75	460	-	320 399.73	7 394 556.62
29	08:00-14:00	35	142	-	343 928.20	7 403 068.26
30	07:00-10:00	340	416	-	336 700.22	7 388 054.10
31	07:00-10:00	300	2 050	-	345 737.16	7 392 933.06
32	08:00-10:00	300	36	-	328 697.60	7 383 160.37
33	07:00-10:00	180	567	-	321 501.32	7 390 499.45
34	07:00-10:00	180	5 104	-	346 457.69	7 381 579.42
35	07:00-09:00	180	2 468	-	332 819.68	7 401 221.26
36	07:00-10:00	300	1 658	-	324 352.98	7 390 607.78
37	07:00-10:00	300	4 391	-	340 260.16	7 386 334.02

**TABELA I.1 - Parâmetros Operacionais das Entregas nos Clientes**  
**continuação**

Cliente	Janela de de tempo	Tempo de Serviço (min)	Carga (kg)	Restrição de veículo	Coordenadas (m)	
					X	Y
38	07:00-10:00	300	1 264	-	343 253.43	7 406 893.67
39	07:00-10:00	240	1 250	-	327 310.23	7 383 961.60
40	07:00-10:00	300	5 957	-	320 399.73	7 394 556.62
41	08:00-18:00	15	379	-	315 962.84	7 395 995.35
42	08:00-17:00	120	375	-	345 087.35	7 404 242.47
43	08:00-18:00	15	418	-	338 433.19	7 391 940.93
44	08:00-18:00	15	46	-	327 325.72	7 380 652.00
45	08:00-13:00	163	101	só utilitário	331 150.46	7 393 050.88
46	08:00-13:00	110	108	só utilitário	330 950.05	7 396 161.54
47	08:00-13:00	233	80	-	325 135.48	7 394 700.81
48	08:00-13:00	110	1 016	-	329 361.32	7 384 767.83
49	08:00-13:00	110	3 649	-	320 486.05	7 386 802.65
50	08:00-13:00	110	240	-	323 770.86	7 392 169.78
51	08:00-13:00	163	393	-	308 339.94	7 399 290.24
52	08:00-18:00	15	264	-	318 233.42	7 376 912.05
53	08:00-18:00	15	226	-	354 450.64	7 400 761.04
54	08:00-18:00	15	786	-	342 104.92	7 390 743.43
55	08:00-18:00	15	1 009	-	330 550.05	7 380 735.89
56	08:00-14:00	95	414	-	323 970.23	7 402 259.35
57	08:00-14:00	95	76	-	335 103.02	7 387 604.87
58	07:00-09:00	120	7 618	-	344 102.03	7 384 995.23
59	07:00-10:00	180	11 069	-	333 044.81	7 382 668.50
60	07:00-10:00	180	458	-	344 346.08	7 382 398.90
61	07:00-10:00	300	1 080	-	317 090.48	7 401 906.65
62	07:00-10:00	240	369	-	323 157.37	7 380 491.16
63	08:00-18:00	15	2 010	-	323 778.81	7 425 276.53
64	08:00-18:00	15	447	-	351 410.81	7 411 201.92
65	08:00-18:00	15	667	-	322 850.49	7 384 467.72
66	08:00-18:00	15	3 729	-	317 771.24	7 399 756.72
67	08:00-18:00	15	138	-	338 200.53	7 402 510.67
68	08:00-18:00	15	102	-	334 852.55	7 399 270.90
69	08:00-18:00	15	144	-	346 167.34	7 394 593.69
70	08:00-18:00	15	76	-	346 633.06	7 406 271.36
71	08:00-18:00	60	216	-	348 838.65	7 396 424.13
72	08:00-18:00	15	736	-	363 760.26	7 404 830.00
73	08:00-18:00	60	1 040	-	327 464.94	7 404 392.22
74	08:00-18:00	15	103	-	322 310.26	7 380 842.47
75	08:00-18:00	15	1 077	-	311 178.57	7 383 167.71

**TABELA I.1 - Parâmetros Operacionais das Entregas nos Clientes**  
**continuação**

Cliente	Janela de de tempo	Tempo de Serviço (min)	Carga (kg)	Restrição de veículo	Coordenadas (m)	
					X	Y
76	08:00-18:00	15	557	-	340 385.44	7 422 236.13
77	08:00-18:00	15	700	-	340 381.23	7 394 895.20
78	08:00-18:00	15	480	-	317 780.52	7 386 679.05
79	08:00-18:00	15	278	-	298 763.73	7 393 678.88
80	08:00-13:00	100	930	-	344 102.03	7 384 995.23
81	08:00-13:00	100	1 500	-	341 619.21	7 376 123.69
82	08:00-13:00	100	526	-	341 636.01	7 386 481.92
83	08:00-13:00	180	184	-	356 967.17	7 381 779.54
84	08:00-13:00	180	48	-	342 471.05	7 385 279.26
85	08:00-18:00	60	1 030	-	348 522.00	7 381 095.16
86	08:00-18:00	60	3 930	-	347 952.56	7 384 687.28
87	08:00-18:00	15	786	-	347 952.56	7 384 687.28
88	08:00-18:00	15	676	-	323 970.23	7 402 259.35
89	08:00-13:00	180	1 595	-	345 199.52	7 380 432.24
90	08:00-15:00	60	293	-	340 279.58	7 386 284.06
91	08:00-15:00	60	231	-	339 700.57	7 384 320.07
92	08:00-15:00	60	283	-	344 781.07	7 382 636.78
93	08:00-15:00	60	559	-	339 684.20	7 387 692.47
94	08:00-15:00	60	274	-	339 707.81	7 388 292.78
95	08:00-15:00	60	293	-	340 456.81	7 375 914.60
96	08:00-18:00	15	4 374	-	337 897.68	7 392 768.29
97	08:00-18:00	180	346	-	329 600.68	7 386 567.65
98	08:00-13:00	180	776	-	328 785.64	7 390 166.99
99	08:00-13:00	180	228	-	335 103.02	7 387 604.87
100	08:00-13:00	180	587	-	330 806.07	7 379 755.57
101	08:00-13:00	180	926	-	330 478.67	7 383 834.90
102	08:00-13:00	180	102	-	320 763.01	7 379 965.42
103	08:00-13:00	180	658	-	328 191.64	7 382 011.40
104	08:00-18:00	15	1 601	-	334 166.89	7 393 708.94
105	08:00-18:00	15	592	-	345 737.16	7 392 933.06
106	08:00-18:00	15	184	-	344 036.28	7 394 477.77
107	08:00-18:00	15	184	-	345 737.16	7 392 933.06
108	08:00-18:00	15	184	-	342 742.63	7 395 141.48
109	08:00-18:00	15	416	-	352 601.87	7 399 116.11
110	08:00-18:00	15	108	-	352 064.76	7 381 436.61
111	08:00-16:00	90	2 767	-	325 879.36	7 373 350.00
112	08:00-18:00	15	824	-	306 193.98	7 365 487.31

**TABELA I.1 - Parâmetros Operacionais das Entregas nos Clientes**  
**continuação**

Cliente	Janela de de tempo	Tempo de Serviço (min)	Carga (kg)	Restrição de veículo	Coordenadas (m)	
					X	Y
113	08:00-17:00	15	136	-	343 007.46	7 393 478.01
114	07:30-16:30	15	2 217	-	330 615.68	7 393 324.79
115	08:00-18:00	60	1 984	-	329 391.80	7 390 950.37
116	08:00-18:00	15	426	-	334 738.67	7 381 246.70
117	08:00-18:00	15	695	-	333 211.60	7 388 001.68
118	08:00-18:00	15	1 070	-	342 010.71	7 397 739.18
119	08:00-18:00	15	558	-	343 711.92	7 399 511.43
120	07:00-09:00	100	360	só utilitário	331 102.10	7 392 994.83
121	07:00-09:00	100	810	só utilitário	331 102.10	7 392 994.83
122	07:00-09:00	375	3 346	-	328 671.10	7 393 015.39
123	07:00-09:00	142	597	-	333 952.66	7 400 910.72
124	07:00-09:00	165	128	-	342 648.70	7 379 220.29
125	08:00-18:00	15	1 441	-	330 272.78	7 400 169.21
126	08:00-18:00	15	216	-	318 637.92	7 398 414.74
127	08:00-18:00	15	26	-	331 764.93	7 395 077.78
128	08:00-18:00	15	720	-	335 273.18	7 397 295.62
129	08:00-18:00	15	139	-	325 979.56	7 382 821.90
130	08:00-18:00	15	1 515	-	349 534.95	7 381 718.21
131	08:00-18:00	15	1 690	-	331 752.79	7 395 254.40
132	08:00-18:00	15	1 300	-	333 008.89	7 395 884.80
133	08:00-18:00	15	593	-	349 906.34	7 392 865.82
134	08:00-18:00	15	3 020	-	338 200.53	7 402 510.67
135	08:00-18:00	15	584	-	329 191.69	7 396 715.73
136	08:00-18:00	60	1 179	-	325 712.32	7 403 350.81
TOTAIS		11 723	152 307	-		

## QUADRO I.1 - Dados Cadastrais dos Clientes

Cliente	Razão Social	Endereço	Complemento
1	MOUSSELDORF CASA DO MOUSSE LTD	AL OLIVEIRAS NR, 108	DEMARCHI SAO BERNAR
2	WAL MART BRASIL S.A.	AV CD FRANCISCO MATARAZZO, 838	FUNDACAO SAO CAETANO DO SUL
3	WAL MART BRASIL S.A.	AV ANTONIO CARDOSO, 536	PQ. CENTRAL SANTO ANDRE
4	WAL MART BRASIL S.A.	AV ESTADOS, 8500	PQ. CENTRAL SANTO ANDRE
5	WAL MART BRASIL S.A.	AV AUTONOMISTA, 1828	CENTRO OSASCO
6	LOJAS ARAPUAS S/A 27479	AV PRES KENNEDY, 2299	VILA SAO JOSE OSASCO
7	SHINOHARA COMERCIAL LTDA.	R RIO GRANDE, 442	V.MARIANA SAO PAULO
8	CESTAS BASICAS ALTRICE IND.E C	R IBITINGA, 474	MOOCA SAO PAULO
9	SUPERMERCADO FUGITA PLUSS LTDA	R TIBURCIO SOUZA, 1242	ITAIM PAULISTA SAO
10	RODAZIL DISTRIB PRODS ALIM LT	R MARIA SMID, 188	PQ.PINHEIROS TOBOAO DA SERRA
11	SUPERMERCADO E PADARIA PAULIST	R PEDROSO SILVA, 664	SAO MIGUEL PTA. SAO PAULO
12	MERCADO ESTRELA DE CALMON LTDA	AV GETULIO VARGAS NR, 1200	CALMON POA
13	PAES MENDONCA S.A.	AV CSSA ELIZABETH ROBIANO, 5500	V. MOREIRA SAO PAULO
14	PAES MENDONCA S.A.	AV QUIDO CALOI, 0	SAO PAULO
15	PAES MENDONSA S.A.	AV NACOES UNIDAS, 16741	V. GERTRUDES SAO PAULO
16	SINDI SIST. INTEGRADO DE DISTRIB. LTDA.	ES GUARAPIRANGA, 900	V. SOCORRO SA
17	SUPERMERCADO FLUMINENSE LTDA	AV GAL ATALIBA LEONEL, 3316 /3320	P.INGLESA SAO PAULO
18	PEDROSA PROENCA LTDA.	R DULCE, 539 /549	VL. CARRAO SAO PAULO
19	ABAST PRODS ALIM UNIAO LTDA	R DR MIGUEL PAULO CAPALBO, 135	PARI SAO PAULO
20	NELSON TAKESHI MATSUBARA	R IRMA EMERENCIANA, 900	JACANA SAO PAULO
21	SUPERMERCADOS BERGAMINI LTDA	AV DR FRANCISCO RANIERI, 834	LAUZANE PTA SAO PAULO
22	MERCADINHO IPANEMA LTDA.	R IPIRANGA, 647	CENTRO DE MAIRIPORA
23	MERCADINHO IPANEMA LTDA	R S PAULO, 374	V. NOVA MAIRIPORA
24	MERCADINHO IPANEMA LTDA LJ 03	R TABELIAO PASSARELLA NR, 810	CENTRO MAIRIPORA
25	SUPERMERCADO GERACOES LTDA	R ILHEUS, 550	OSASCO
26	REDE ANDORINHA DE SUPERMERCADOS S.A.	AV PARADA PINTO, 2262	CACHOEIRINHA SAPAULO
27	SUPERMERCADO REIMBERG LTDA.	AV SEN TEOTONIO VIVELELA, 4960	SAO PAULO

**QUADRO I.1 - Dados Cadastrais dos Clientes**  
**continuação**

Cliente	Razão Social	Endereço	Complemento
28	MILLO'S COML. CARAJAS LTDA.	AV AUTONOMISTAS, 1687	VL.YARA OSASCO
29	MILLO'S COML. CARAJAS LTDA.	AV ANTONIO SOUZA, 300	J. S. FRANCISCO GUARULHO
30	CARREFOUR COM. E IND. S.A.	VIA ANCHIETA, 3398	SAUDE SAO PAULO
31	CARREFOUR COM. E IND. S.A.	AV RIO PEDRAS, 555	J. ARICANDUVA SAO PAULO
32	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	AV INTERLAGOS, 2501	CAMPO GRANDE SAO PAULO
33	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	AC RAPOSO TAVARES, 17	J. APOADOR SAO PAULO
34	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	AV PEDRO AMERICO, 23	V. HUMAITA SANTO ANDRE
35	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	AV PEDRO AMERICO, 0	STA. TERSINHA BARUERI
36	CARREFOUR COM. E IND. S.A.	AV PROF FRANCISCO MORATO, 2718	BUTANTA SAO PAULO
37	CARREFOUR COM. E IND. S.A.	R AQUIDABAN, 119	FUNDACAO SAO CAETANO DO SUL
38	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	AV SEN VERGUEIRO, 0	V. RIO DE JANEIRO GUARULHO
39	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	R SEN VERGUEIRO, 0	SANTO AMARO SAO PAULO
40	CARREFOUR COM. E IND. LTDA.	AV AUTONOMISTAS, 1542	OSASCO
41	MERCADO IRMAOS MORELLI LTDA	R S JORGE, 254	V.QUITAUNA OSASCO
42	SUPERM. IRMAOS LOPES LTDA.	R CLAUDINO BARBOSA, 966	MACEDO GUARULHOS
43	NISHITANI SUPERMERCADOS LTDA.	R JOSE ZAPPI, 57	V. PRUDENTE SAO PAULO
44	VIENA DELICATESSEN LTDA	R AGOSTINO TOGNERI, 421	JURUBATUBA SAO PAULO
45	SE S.A. COM. E IMP.	AL SANTOS, 2071	CERQUEIRA CESAR SAO PAULO
46	SE S.A. COM. E IMP.	AL BARROS, 192	STA. CECILIA SAO PAULO
47	SE S.A. COM. E IMP.	PSA PANAMERICANA, 190	ALTO DE PINHEIROS SAO PAULO
48	SE S.A. COM. E IMP.	AV WASHINGTON LUIS, 3919	STO. AMARO SAO PAULO
49	SE S.A. COM. E IMP.	ES CAMPO LIMPO, 459	J. CAMPO LIMPO SAO PAULO
50	SE S.A. COM. E IMP.	ES CAMPO LIMPO, 0	BUTANTA SAO PAULO
51	SE S.A. COM. E IMP.	AL MADEIRA, 363	ALTO DE ALPHAVILLE BARUERI
52	SUPERM. MACEDO LTDA.	ES M BOI MIRIM, 896	J. FLORES SAO PAULO
53	MERCAD. NISHIKAWA LTDA.	R IVOTURUCAIA, 585	V. CURU A SAO PAULO
54	SUPERM. ROCHA E SANTOS LTDA.	AV VILA EMA, 634	V. PRUDENTE SAO PAULO
55	SUPERM. GONCALVES PIRES LTDA.	AV YERVANT KISSAJIKIAN, 1666	AMERICANOPIS SAO PAULO

**QUADRO I.1 - Dados Cadastrais dos Clientes**  
**continuação**

Cliente	Razão Social	Endereço	Complemento
56	PERALTA COML. E IMP. LTDA.	AV CAMINHO MAR, 0	PIRITUBA SAO PAULO
57	PERALTA COML. E IMP. LTDA.	AV CURSINO, 90	SAUDE SAO PAULO
58	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO	R VISC TAUNAY, 216	CENTRO SANTO ANDRE
59	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO	AV ENG ARMANDO ARRUDA PEREIRA, 2022	JABAQUARA - SAO PAULO
60	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO	PCA ADEMAR BARROS, 9	IPIRANGUINHA SANTO ANDRE
61	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO	RV ANHANGUERA, 17	J. PLATINA OSASCO
62	COMPANHIA BRASILEIRA DE DISTRIBUICAO	ES GUARAPIRANGA, 752	V. SOCORRO SAO PAULO
63	COMERCIAL FEDERZONI LTDA.	R GERONIMO C GARCIA, 176	CENTRO FRANCISCO MORATO
64	COM.AMENDON DOCES ESPERANCA L	R LUIZ FACCINI, 353 /59	GUARULHOS
65	CANDIA MERCANTIL NORTE SUL LTD	AV GIOVANNI GRONCHI, 5930	VL.ANDRADE SAO PAULO
66	CANDIA MERCANTIL NORTE SUL LTD	AV PRES MEDICI, 515	SAO PAULO
67	SUPERMERCADO PRECITO LTDA	PC NIPPON, 40	(JD JAPAO) SAO PAULO
68	EMPORIO CHIAPETA LTDA	R ANTONIO SANTOS NETO, 135 /143	BRAS SAO PAULO
69	D'AVO SUPERMERCADO LTDA.	AV ITAQUERA, 2000	GUAINAZES SAO PAULO
70	SUPERM. ROSSI MONZA LTDA.	R EUGENIO DIAMANTE, 26	V. BARROS GUARULHOS
71	SUP.MERCADO ROSSI MONZA LTDA	AV AGUIA HAIA, 2636	CID.A.E.CARVALHO
72	SUPERMERCADO SAMY LTDA	9 DE JULHO, 223	CENTRO - POA
73	SUPER MERCADO JARDIM GUARANI L	R JOAO PINTO OLIVEIRA, 406	BRASILANDIA SAO PAULO
74	FUCATU FUCAZU LTDA.	AV INACIO DIAS SILVA, 201	PIRAPORINHA SAO PAULO
75	SUPERM. INTERSUL LTDA.	R BOA VISTA, 625	CENTRO EMBU GUACU
76	SUPERMERCADO SIX ODABLIO LTDA.	AV TABELIAO PASSARELA, 58	CENTRO MAIRIPORA
77	W. SERVE SUPERM. LTDA.	R AZEVEDO SOARES, 743	TATUAPE SAO PAULO
78	KI BALA CONF.COM.ATAC.DOCES E	AV EID MANSUR, 853	PQ.SAO JORGE COTIA
79	MARIA CECILIA OLIVEIRA DE BARR	R JOSE MILANES NR, 123	JD.ALFORADA JANDIRA
80	COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA	R SUICA, 1094	PQ. DAS NACOES SANTO ANDRE
81	COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA	R JOAQUIM NABUCO, 277	CENTRO SAO BERNARDO DO
82	COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA	R JOANA ANGELICA, 717	V. BARCELONA SAO CAETA

**QUADRO I.1 - Dados Cadastrais dos Clientes**  
**continuação**

<b>Cliente</b>	<b>Razão Social</b>	<b>Endereço</b>	<b>Complemento</b>
83	COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA	AV HUMBERTO CAMPOS, 3499	BOCAINA RIBEIRAO PIRES
84	COOP. CONS. EMP. GRUPO RHODIA	AV INDUSTRIAL, 2001	CAMPESTRE SANTO ANDRE
85	MOINHO E COM. DE CEREAIS R.C.	AV CAPUAVA, 374	V. H. THON SANTO ANDRE
86	SUPERMERCADO TONSKI LTDA	R FILIPINAS, 45	SANTO SNDRE
87	SUPERMERCADO SAO JUDAS TADEU L	R AMERICA SUL, 92	SANTO ANDRE
88	CEREALISTA HENANCE LTDA.	R FRAGARIA ROSEA, 58	PIRITUBA SAO PAULO
89	COOP. CONS. EMPR. DA WOLKSWAGEM BRASIL	R CEL SEABRA, 321	SANTO ANDRE
90	COML. OSVALDO CRUZ LTDA.	R OSVALDO CRUZ, 1363	STA PAULA S.CAETANO DO SUL
91	COML. OSVALDO CRUZ LTDA.	R NELLY PELEGRINO, 644	B. NOVA GERTY S.CAETANO DO DO
92	COML. OSVALDO CRUZ LTDA.	VINTE E QUATRO FEVEREIRO, 889	SANTO ANDRE
93	COML. OSVALDO CRUZ LTDA.	R MANOEL COELHO, 1472	CENTRO S.CAETANO DO SUL
94	COML. OSVALDO CRUZ LTDA.	AV CD FRANCISCO MATARAZZO, 500	FUND SAO CAETANO DO SUL
95	COML. OSVALDO CRUZ LTDA.	AV JOAO FIRMINO, 690	B. ASSUNCAO SAO BERNARDO DO CAMPO
96	SUPERMERCADO YAMAUCHI LTDA.	R ISABEL DIAS, 47	ALTO DA MOOCA SAO PAULO
97	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	R VIEIRA MORAIS, 1597	CAMPO BELO SAO PAULO
98	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	R CLODOMIRO AMAZONAS, 955	ITAIM BIBI SAO PAULO
99	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	AV CURSINO, 2568	SAUDE SAO PAULO
100	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	AV N SENHORA SABARA, 3031	C.GRANDE SAO PAULO
101	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	AV STA CATARINA, 1672	AEROPORTO SAO PAULO
102	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	R PIRAPORINHA, 1100	CHAC. PERES SAO PAULO
103	REDE BARATEIRO DE SUPERMERCADO	AV SARG GERALDO SANTANA, 1491	S.AMARO SAO PAULO
104	SBEL SOC BENEF EMP. ELETROPAUL	R OTTO ALENCAR, 152	CAMBUCI SAO PAULO
105	CALVO COM. E IMP. LTDA.	AV RIO PEDRAS, 2118	ARICANDUVA SAO PAULO
106	SUPERMERCADO LIDER CARRAO LTDA	PCA, 15 DE OUTUBRO, 08	V. SAO PAULO
107	SUPERMERCADO LIDER CARRAO LTDA	AV RIO PEDRAS, 158 /172	VL. CARRAO SAO PA
108	SUPERMERCADO LIDER CARRAO LTDA	AV CONS CARRAO, 2008	V.CARRAO SAO PAULO
109	MUINO E CIA LTDA.	AV PIRES RIO, 1984	SAO MIGUEL SAO PAULO



**QUADRO I.1 - Dados Cadastrais dos Clientes**  
**continuação**

<b>Cliente</b>	<b>Razão Social</b>	<b>Endereço</b>	<b>Complemento</b>
110	SUPERM. ONITSUKA LTDA.	AV BR MAUA, 400	V. BOCAINA MAUA
111	PAULO JOSE REIBERG & CIA. LTDA.	AV CARLOS OBERHUBER, 136	J. FLORESTA SAO PAULO
112	EDGARD REIMBERG & CIA LTDA	RV JOSE SIMOES LAURO JR, 1926	ITAPECIRICA DA SERRA
113	SUPERM. SAO JORGE LTDA.	R OSWALDO AROUCA, 14	V. FORMOSA SAO PAULO
114	IND. PLAST. CRISTAL AM. COM.TRANS. LTDA.	AL MIN ROCHA AZEVEDO, 1136	CERQUEIRA CESAR - SAO PAULO
115	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA.	R BRASILIA, 190	J. CAMPANARI SAO PAULO
116	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA.	ESTTR AGUA FUNDA, 905	J.PAINEIRAS DIADEMA
117	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA.	R CARAMURU, 41	/49 VL. SAUDE SAO PAULO
118	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA.	AV PENHA FRANCA, 7808	PENHA SAO PAULO
119	SUPERVAREJAO SAUDE LTDA	R GANGAIBA, 1805	GANGAIBA SAO PAULO
120	ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO	R PAMPLONA, 1704	J. PAULISTA SAO PAULO
121	ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO	R PAMPLONA, 1704	J. PAULISTA SAO PAULO
122	ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO	AV REBOUCAS, 3970	CERQUEIRA CESAR SAO PAULO
123	ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO	AV REBOUCAS, 0	V. GUILHERME SAO PAULO
124	ELDORADO S.A. COM. IND. E IMPORTACAO	R THALES SANTOS FREIRE, 923	SAO BERNARDO DO CAMPO
125	SUPERM. TIETE LTDA.	AV JOSE BRITO FREITAS, 465	CASA VERDE SAO PAULO
126	HUNGRY WOLF COM.DISTR.PROD.ALI	R ANALANDIA NR, 439	ROCHDALE OSASCO
127	COMERCIAL CENTER BUARQUE LTDA	R CUNHA HORTA, 85	V.BUARQUE SAO PAULO
128	TCHAN IND. DE LATICINIOS LTDA.	R GUARANTA, 615	PARI SAO PAULO
129	SOMAR COMERCIAL E DISTRIBUIDOR	R GAL ROBERTO ALVES CARVALHO, 1	SANTO AMARO SAO PAULO
130	SUPERMERCADO ITACARAI LTDA	AV JOAO RAMALHO, 222	CENTRO MAUA
131	FUTURAMA SUPERMERCADO LTDA.	R GEN JARDIM, 384/400	V.BUARQUE SAO PAULO
132	FUTURAMA SUPERMERCADOS LTDA.	AV CASPER LIBERO. 390	STA. EFIGENIA SAO PAU
133	SAITO & SAITO SUPERM. LTDA.	EST VELHA PINAS, 100	CAIERAS
134	ATACADAO S/A	AV MORVAN D FIGUEIREDO, 6169	VL.MARIA SAO PAULO
135	SONDA SUPERMERCADOS EXP. IMP.	R TURIASSU, 2100	POMPEIA SAO PAULO
136	MERCADINHO E PANIF TEJADA E HE	AV ELIZIO TEIXEIRA LEITE, 2274	FREG O SAO PAULO