

CLAUDIO BARBIERI DA CUNHA

Engenheiro Civil, Escola Politécnica da USP, 1983.

**ALGORITMOS PARA ROTEAMENTO E PROGRAMAÇÃO
DE VEICULOS NO CONTEXTO DA
DISTRIBUIÇÃO FÍSICA**

Dissertação apresentada à
Escola Politécnica da USP
para a obtenção do título
de *Mestre em Engenharia de
Transportes.*

Orientador: Prof. Dr. Nicolau D. F. Gualda, Depto de Engenharia
de Transportes, EPUSP.

São Paulo, 1991

AGRADECIMENTOS

Inicialmente gostaria de agradecer à Cristina, minha esposa, companheira de muitas lutas, pelo apoio, compreensão, incentivo e paciência durante os anos em que uma parcela significativa da minha dedicação à esta dissertação foi subtraída do nosso tempo de convivência comum.

Ao Tiago, meu filho, fonte de inspiração para o esforço de conquista de um futuro melhor.

Aos meus pais Cléa e Clóvis, pelos exemplos de esforço, seriedade e dedicação transmitidos ao longo de uma vida e pelo constante apoio ao meu desenvolvimento educacional e profissional.

Ao Prof. Nicolau D. F. Gualda, orientador de todo o meu programa de mestrado e também da conclusão desta dissertação, pela orientação e incentivo recebidos ao longo dos anos do meu curso de pós-graduação; pelo irrestrito apoio e estímulo quando da mudança do tema da minha dissertação para o atual, com orientação do Prof. Joffre Swait; pelas sugestões e contribuição para a conclusão deste trabalho e pelo incentivo e perspectiva de continuidade do mesmo em um futuro programa de doutoramento.

Ao Prof. Joffre Swait, até recentemente no Departamento de Engenharia de Transportes e atualmente lecionando na Faculty of Business, University of Alberta, Canadá, que sugeriu, acompanhou e orientou todo o desenvolvimento do trabalho algorítmico e do texto que culminou nesta dissertação, mesmo à distância nos doze

últimos meses. Gostaria de agradecer ao Prof. Joffre também pela oportunidade de pesquisa conjunta e pelos valiosos ensinamentos, conhecimentos e experiência transmitidos ao longo do nosso convívio profissional e pela inestimável orientação, dedicação, apoio, incentivo, acompanhamento, críticas e sugestões, mesmo à distância e em conflito com outros compromissos profissionais. Sua participação foi fundamental para o êxito do presente trabalho e para a perspectiva de aprofundamento em uma futura tese de doutoramento. Devo também ao Prof. Joffre minha iniciação e incursão pela logística e no desenvolvimento de algoritmos de pesquisa operacional aplicados a problemas reais de transporte.

Aos Professores Antonio G. N. Novaes e Marco Antonio Brinatti, ambos da Escola Politécnica, pela avaliação da versão preliminar desta dissertação e pelas valiosas críticas e sugestões, as quais contribuíram para o aprimoramento da mesma.

Ao CNPq, pelo auxílio financeiro parcial.

Finalmente, ao IPT e aos meus colegas de trabalho, especialmente na pessoa do até recentemente chefe do Agrupamento de Logística e Transportes, Eng^o Wagner Colombini Martins, pelo apoio e incentivo e pela tolerância na conciliação dos conflitos desse programa de aperfeiçoamento com os meus demais compromissos profissionais.

RESUMO

Este trabalho trata do problema do roteamento e da programação de uma frota de veículos no contexto da distribuição física, especialmente em meio urbano. A análise se inicia com a descrição e a avaliação de alguns casos reais representativos da distribuição física.

Com base nos resultados dessa análise, propôs-se a formulação matemática do Problema de Roteamento e Programação (PRP), de forma a incorporar as principais condicionantes identificadas nos problemas práticos. Foram consideradas as restrições de múltiplos veículos, frota heterogênea, janela de tempo, capacidade dos veículos e precedência.

A revisão bibliográfica indicou que, dentre os caminhos potenciais para o PRP, entre os quais o método de geração de colunas e o "branch-and-bound", se destaca uma heurística de decomposição do problema de roteamento em dois subproblemas: o agrupamento de tarefas a cada um dos veículos da frota e o posterior roteamento de cada um dos veículos.

Nesse contexto foram implementados dois algoritmos: um de programação dinâmica para o roteamento de um único veículo e o outro para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo, para o qual se propôs um critério adicional de dominação. O primeiro pode ser utilizado tanto no contexto da heurística de decomposição quanto como função estimadora do "branch-and-bound"; já o segundo também no "branch-and-bound" e no método de geração de colunas.

Ambos os algoritmos foram implementados em microcomputador. Foram realizados testes que comprovam a eficiência computacional do algoritmo de caminho mínimo com o teste adicional de dominação; com relação ao algoritmo de roteamento, concluiu-se haver necessidade de aprimoramentos para melhorar o seu desempenho.

ABSTRACT

This paper addresses the multiple vehicle routing and scheduling problem in the context of the physical distribution, specially in large cities and urban areas. Some typical examples of physical distribution are described and analysed.

The proposed mathematical formulation was based on the results of this analysis and deals with multiple vehicles, time windows, vehicle capacity and precedence constraints.

The literature review indicated some potential solution strategies, including branch-and-bound and column generation based algorithms. It was also found that a heuristic which decomposes a multiple vehicle routing problem into a clustering stage and a routing stage seems to be a very promising solution strategy.

Thus, two different algorithms were implemented: a dynamic programming algorithm for the single vehicle routing problem and a generalized permanent labelling algorithm for the shortest path problem with time windows. The former may be used in the context of the decomposition heuristic mentioned above as well as in a branch-and-bound strategy. The later, which includes a new dominance criterion, may be used in a branch-and-bound algorithm and for the subproblem arisen in the column generation method.

Both algorithms were implemented on a microcomputer. Tests performed point out the efficiency of the new dominance criterion for the shortest path algorithm. On the other hand, the single vehicle routing algorithm requires the introduction of additional criteria for the elimination of infeasible states in order to improve its computational performance .

INDICE

1. INTRODUÇÃO	1
2. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO E PROGRAMAÇÃO DE VEÍCULOS	9
2.1. Introdução	9
2.2. Uma Taxonomia de Sistemas de Distribuição	10
2.3. Distribuição Domiciliar de Mercadorias de Lojas de Departamento	16
2.4. Distribuição Física de Produtos Alimentícios	23
2.5. Distribuição Física de Bebidas e Cigarros	31
2.6. Distribuição de Jornais	35
2.7. Transporte de Valores em Veículos Forte	39
2.8. Transporte de Passageiros por Onibus Fretado	44
2.9. Coleta de Malotes e Encomendas Postais pela ECT ...	49
2.10. Análise e Classificação dos Problemas de Roteamento e Programação	53
2.11. Conclusões	59
3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO E PROGRAMAÇÃO DE VEÍCULOS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DOS ALGORITMOS DE SOLUÇÃO	60
3.1. Introdução	60
3.2. Considerações sobre a Formulação Matemática do PRP	62
3.3. Formulação Matemática do PRP	69
3.4. Revisão Bibliográfica	75
3.4.1. Programação Dinâmica	75
3.4.2. Heurísticas	80
3.4.3. "Branch-and-bound"	85

3.4.4. Geração de colunas	90
3.5. Análise dos algoritmos apresentados	95
3.6. Conclusões	102
4. ALGORITMO DE PROGRAMAÇÃO DINAMICA PARA O PROBLEMA DO ROTEAMENTO E PROGRAMAÇÃO DE UM VEÍCULO COM JANELAS DE TEMPO	105
4.1. Introdução	105
4.2. Formulação Matemática do Problema de Roteamento e Programação de um Veículo e Critérios de Dominância	107
4.2.1. Formulação Matemática do PRPlv	108
4.2.2. Conceitos básicos do Algoritmo de Programação Dinâmica	111
4.3. Algoritmo de Programação Dinâmica para o PRPlv	115
4.4. Implementação Computacional	119
4.5. Estudo de Caso	121
4.5.1. Rota 1	123
4.5.2. Rota 3	124
4.5.3. Rota 3A	129
4.5.4. Rota 4	130
4.6. Testes de Desempenho	135
4.7. Conclusões	140
5. ALGORITMO DE ETIQUETAMENTO PERMANENTE GENERALIZADO PARA O PROBLEMA DE CAMINHO MÍNIMO COM JANELAS DE TEMPO	144
5.1. Introdução	144
5.2. Descrição do Algoritmo de Etiquetamento Permanente Generalizado	146
5.2.1. Formulação matemática do PCMJT	146
5.2.2. Descrição do algoritmo de etiquetamento permanente generalizado (AEPG)	148
5.3. AEPG básico para Grafos Densos	156

5.4.	Novo Critério de Dominância para o AEPG para Grafos Densos	160
5.5.	Complexidade dos Algoritmos	163
5.6.	Implementação Computacional e Resultados de Desempenho.....	165
5.7.	Conclusões	169
6.	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	171
	BIBLIOGRAFIA	179

INDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 - Quadro Resumo de Fatores dos Sistemas de Distribuição Analisados	56
Quadro 3.1 - Resumo das características dos problemas abordados na revisão bibliográfica.....	97
Quadro 4.1 - Solução Ótima da rota 1 obtida pelo algoritmo B&B proposto por Silva	125
Quadro 4.2 - Solução Ótima da rota 1 obtida pelo algoritmo de programação dinâmica - APD	126
Quadro 4.3 - Solução Ótima da rota 3 obtida pelo algoritmo B&B proposto por Silva	127
Quadro 4.4 - Melhor solução para a rota 3 obtida pelo algoritmo de programação dinâmica - APD	128
Quadro 4.5 - Solução Ótima da rota 3A obtida pelo algoritmo B&B proposto por Silva	131
Quadro 4.6 - Solução Ótima da rota 3A obtida pelo algoritmo de programação dinâmica - APD	132
Quadro 4.7 - Solução Ótima da rota 4 obtida pelo algoritmo B&B proposto por Silva	133
Quadro 4.8 - Solução Ótima da rota 4 obtida pelo algoritmo de programação dinâmica - APD	134
Quadro 4.9 - Resultados de Processamento - Testes de Desempenho - Algoritmo de Programação Dinâmica	138
Quadro 5.1 - Resultados de Desempenho Computacional das duas versões do AEPG	168

INDICE DE FIGURAS

Figura 4.1 - Algoritmo de Programação Dinâmica para o Problema de Roteamento e Programação de um Veículo com restrições de janela de tempo, capacidade e precedência	118
Figura 5.1 - Relação de Dominação entre etiquetas associadas a diferentes caminhos de um nó ...	152
Figura 5.2 - Algoritmo de Etiquetamento Permanente Generalizado	155
Figura 5.3 - AEPG para grafos densos - versão básica	159
Figura 5.4 - AEPG para grafos densos - versão modificada	162

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1. INTRODUÇÃO

A *Logística*, no contexto do sistema produtivo, pode ser definida como sendo o planejamento e a operação de sistemas físicos, informacionais e gerenciais necessários para que insumos e produtos vençam condicionantes espaciais e temporais de forma econômica [12].

O enfoque logístico tem sido considerado vital para as empresas e para a economia em geral. Pode-se afirmar que, em geral, os recursos gerados na atividade produtiva (tais como, produtos agrícolas, bens de consumo, insumos, etc.) e os consumidores destes recursos se encontram, na maioria dos casos, geograficamente separados. Além disso, os consumidores não mais se localizam, se é que em alguma época tal situação ocorreu, nos locais onde são produzidos produtos e serviços. Sendo assim, há a necessidade de interligar oferta e demanda, de maneira que os consumidores disponham de produtos e serviços *onde, quando e na forma* pelos mesmos desejados. Esta é a essência do problema logístico [4].

Segundo Daskin [12], estima-se que os custos associados à Logística representam entre 15 e 23% do Produto Nacional Bruto (PNB) americano, dependendo da inclusão ou não do setor de serviços.

Para muitas empresas o *transporte* (tanto de insumos quanto de produtos) é a atividade logística mais importante, basicamente porque representa, em média, entre um terço a dois terços do total dos custos logísticos. Sua importância reside no fato de que a atividade produtiva envolve o deslocamento espacial de matérias primas e/ou produtos acabados, independentemente do ramo de negócios da empresa, da localização de suas instalações e dos mercados consumidores [4].

A história empresarial americana contém diversos exemplos de empresas bem sucedidas, mesmo em mercados bastante competitivos. Seu sucesso não se deve apenas a vantagens tecnológicas ou mercadológicas, mas principalmente a ganhos logísticos significativos face à concorrência. Esses ganhos são decorrentes de uma competitividade em termos de custos de distribuição, de nível de serviço aos clientes, etc.

A *Distribuição Física* é o ramo da Logística que reúne as atividades de movimentação interna, armazenagem e transporte de produtos acabados e semi-acabados [4]. Além da importância decorrente da magnitude dos seus custos, a distribuição física é essencial nos esforços de promoção do aumento da demanda dos produtos comercializados, de ampliação da participação da empresa nos segmentos de mercado em que atua, na diferenciação dos produtos/serviços oferecidos e na obtenção de outras vantagens competitivas [33].

A gerenciamento da distribuição física se dá em três níveis: *estratégico, tático e operacional*. No nível *estratégico*, o

horizonte de análise é de longo prazo, com o objetivo genérico de definição das linhas gerais, dos requisitos e da configuração geral do sistema de distribuição. São considerados aspectos quanto ao número e localização de instalações produtivas e de armazenamento, tais como plantas, armazéns e e centrais de distribuição; aos canais de distribuição; aos meios de transporte e tipos de veículos a serem utilizados; ao sistema de processamento de pedidos e faturamento; etc. [4, 39]

Já o nível *tático* corresponde a um planejamento de curto prazo, de forma a assegurar a maior eficiência na operação do sistema de distribuição, bem como na utilização dos equipamentos, dos veículos e das instalações, definidos no nível estratégico. [4]

Por fim, o nível *operacional* engloba a programação, execução e controle das atividades diárias, de forma a assegurar o deslocamento dos produtos para os canais de distribuição ou diretamente para os mercados consumidores, no tempo correto. Diversas atividades compõe a rotina diária da operação da distribuição, entre elas os procedimentos de armazenamento e movimentação interna de materiais, o processo de carregamento dos veículos, a programação dos roteiros de entregas, etc. [4].

A administração efetiva da operação de veículos de distribuição física e suas respectivas tripulações dão origem a uma variedade de problemas conhecidos na literatura técnica especializada como *problemas de roteamento e programação* [5].

O *roteamento* (definição de roteiros, isto é, sequências de coletas e/ou entregas) e a *programação* (definição do horário de

cada evento de cada roteiro) de veículos, atividade de nível operacional, é uma componente fundamental do gerenciamento dos sistemas de distribuição física.

Bodin et al. [5] estimam que os custos associados à distribuição física adicionam aproximadamente 400 bilhões de dólares anuais ao valor dos produtos comercializados no mercado americano. A principal parcela desse montante é consumida pelo transporte, daí a relevância de questões tais como a otimização da frota, o roteamento e a programação de veículos.

Diversos outros fatores, tais como o aumento do número e da dispersão dos pontos de coleta e/ou entrega, a grande diversidade de produtos produzidos pelas empresas, restrições de acesso e circulação no meio urbano, investimento em frota própria e/ou contratação de serviços de terceiros, etc., discutidos em maior profundidade no Capítulo 2, reforçam a argumentação da importância e complexidade dos problemas de roteamento e programação de veículos, especialmente no meio urbano.

Esta tem sido uma área objeto de intenso trabalho de pesquisa, a nível dos centros mais avançados e pesquisadores renomados. Grande ênfase tem sido dada ao desenvolvimento de modelagens mais realistas e algoritmos de roteamento mais eficientes, capazes de incorporar e lidar com complicações que ocorrem na prática [26].

Além disso, a revolução na informática e no processamento de dados, com o advento dos microcomputadores, cada vez mais

baratos e com maiores recursos de processamento, têm resultado numa redução drástica dos custos de sistemas computadorizados de apoio ao roteamento, tornando-os acessíveis a um maior número de empresas [26].

Entretanto, em nosso país ainda não se verifica o mesmo nível de disseminação e demanda por sistemas de apoio ao roteamento de veículos. De fato, dificuldades e necessidades semelhantes existem, principalmente nos grandes centros urbanos; assim como há potencial para a utilização de sistemas de apoio à racionalização da distribuição.

Poder-se-ia afirmar até que as vantagens e o potencial de economia de custos obtidas com a utilização desses sistemas é proporcionalmente maior que a seria esperada em outros países. Isso se explica principalmente pela utilização, pelas empresas em nosso país, de métodos manuais, usualmente simplificados e empíricos, na definição dos roteiros, por pessoas nem sempre com a devida formação e o treinamento para o cumprimento dessas tarefas de forma eficaz.

Diversos fatores podem explicar essa menor preocupação com a racionalização e a redução de custos no contexto nacional. Sem que se tenha a preocupação de tecer uma análise crítica mais abrangente nem tampouco abordar todas as causas de forma sistemática e exaustiva, pode-se mencionar a "cultura inflacionária" do país, fazendo com que a preocupação com a racionalização e o aumento da eficiência seja relegada a um segundo plano, na medida em que a ineficiência pode ser

automaticamente transferida para os preços (alimentando a inflação). Outro aspecto importante está relacionado aos ganhos em aplicações financeiras; em geral, historicamente mais expressivos que os decorrentes de aumentos de eficiência e redução de custos. Além disso, contribuem para essa situação a falta de esclarecimento e conhecimento de muitos empresários e dirigentes de empresas, que por causa disso não conseguem diagnosticar com clareza os problemas e promover as medidas necessárias para solucioná-los; a carência de pesquisa e desenvolvimento em metodologias e soluções aplicáveis em sistemas reais; o distanciamento da pesquisa acadêmica da realidade das empresas, etc.

Por outro lado, as tendências econômicas para o futuro apontam para uma estabilização e gradativa redução dos índices de inflação em nosso país, bem como uma abertura do mercado interno para empresas estrangeiras, através da eliminação das barreiras alfandegárias e redução das taxas de importação e para uma política de preços mais realistas para os insumos básicos (combustíveis, aços, entre outros).

Diante deste quadro fica evidenciado o grande potencial para a atuação na questão do roteamento de veículos. Sendo assim, propôs-se neste trabalho analisar o problema do roteamento e programação de veículos no contexto da distribuição física urbana. Pretendeu-se desenvolver uma formulação matemática adequada ao problema considerado. Com base na avaliação dessa problemática são propostos dois algoritmos de solução, implementados em microcomputador e avaliados quanto ao seu

desempenho computacional e qualidade das soluções obtidas.

Ambos são aplicáveis à resolução de problemas de roteamento para um único veículo. A análise dos algoritmos disponíveis na literatura possibilitou vislumbrar que a estratégia de decomposição de problemas que consideram uma frota de veículos em sub-problemas de agrupamento de tarefas a cada um dos veículos e posterior roteamento têm grande potencial de aplicação em sistemas de distribuição complexos. Além disso, podem ser utilizados no contexto de um algoritmo "branch-and-bound" e do método de geração de colunas, descritos mais adiante na revisão bibliográfica.

Ambos os algoritmos apresentados nesta dissertação se inserem dentro do contexto mais amplo, que envolve toda a frota, objeto de pesquisa do autor para seu programa de doutoramento.

Esta dissertação está organizada conforme descrito a seguir.

No Capítulo 2 é apresentada a caracterização do problema de roteamento e programação de veículos, detalhados alguns exemplos de sistemas mais comumente presentes na atividade econômica e analisados os principais fatores intervenientes.

Com base nessa caracterização, no Capítulo 3 é apresentada a formulação matemática do problema do roteamento e programação de uma frota de veículos e descritos e avaliados os principais algoritmos de solução apresentados na literatura especializada.

Já o Capítulo 4 apresenta o detalhamento de um algoritmo de programação dinâmica para o problema do roteamento e programação

de um veículo, discorre sobre a sua implementação computacional e sobre os resultados de um estudo de caso e testes de desempenho computacional realizados.

O outro algoritmo, de etiquetamento permanente para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo, é detalhado no Capítulo 5; são também apresentados detalhes da sua implementação computacional e testes de desempenho.

Por fim, o Capítulo 6 contém as considerações finais e recomendações quanto a pesquisas e desenvolvimento futuro.

CAPITULO 2

CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO E PROGRAMAÇÃO DE VEICULOS

2.1. Introdução

Este capítulo tem por objetivo apresentar e descrever os principais fatores que caracterizam o problema do roteamento e da programação de veículos em sistemas de distribuição física.

Sistemas de distribuição física estão presentes na atividade produtiva de inúmeras empresas nos setores público e privado. Sendo assim, pretende-se também apresentar e discutir as principais características de alguns deles, os mais comuns ou representativos, enfatizando seus aspectos notáveis, do ponto de vista da compreensão do problema, visando a sua modelagem matemática.

Inicialmente será apresentada a caracterização geral do problema de roteamento e distribuição, dentro do enfoque de um sistema de distribuição; na sequência, serão descritos alguns exemplos de sistemas mais comumente presentes na atividade econômica, suas principais características e peculiaridades.

Por fim, uma sumarização e análise dos principais fatores intervenientes e de segmentação dos problemas descritos será desenvolvida. Esses fatores englobam, entre outras, condicionantes espaciais, temporais, de demanda e do tipo da frota utilizada.

2.2. Uma Taxonomia de Sistemas de Distribuição

O enfoque logístico de um sistema de distribuição física implica na consideração não só de condicionantes espaciais, como também condicionantes temporais (por exemplo a exigência do cumprimento de prazos ou horários rígidos para a entrega dos produtos no destino, de níveis de confiabilidade operacional, etc.) [34].

Segundo Ronen [39], em todo o mundo, empresas tanto no setor privado quanto no âmbito do serviço público em todos os níveis e dos mais diversos tamanhos enfrentam, no seu dia-a-dia, problemas que envolvem a alocação de veículos para atendimento de conjuntos de tarefas e programação das respectivas sequências e horários de atendimento correspondentes.

No setor privado, as principais preocupações estão relacionadas à racionalização dos sistemas de distribuição, visando o aumento da eficiência, redução dos custos, a melhoria do nível de serviço, etc.

Já no âmbito dos serviços públicos, a principal preocupação consiste em assegurar a aplicação eficiente dos recursos públicos, visando obter a maximização dos benefícios para a sociedade, com um nível adequado de qualidade dos serviços prestados. Serviços públicos que envolvem a definição de roteiros são bastante frequentes, podendo-se citar, entre

outros, a coleta de lixo domiciliar; a distribuição de alimentos em escolas, creches e hospitais da rede pública; a programação de serviços públicos de reparos (energia, água e esgoto, telefonia, etc.), entre outros.

De uma forma geral, os diferentes problemas de roteamento e programação de veículos podem ser classificados em três grupos, segundo a finalidade do serviço e as características operacionais do sistema, a saber:

- *transporte de passageiros;*
- *prestação de serviços com atendimento domiciliar;*
- *coleta e entrega de carga.*

Problemas relacionados ao *transporte de passageiros*, envolvendo o roteamento e a programação de veículos, tem merecido a atenção de muitos pesquisadores e estudiosos em todo o mundo [5, 13, 16, 32, 36, 38]. Os trabalhos apresentados têm representado contribuições significativas para o desenvolvimento de novas técnicas de solução aplicáveis a problemas reais de coleta e distribuição de passageiros. Dentre os problemas que pertencem a esse grupo, pode-se citar o transporte de estudantes em ônibus escolares, de pessoas idosas e deficientes em sistemas no qual a solicitação de serviço é efetuada por telefone (conhecido na literatura como o problema do "Dial-a-Ride"), serviços de fretamento de ônibus para o transporte de funcionários de empresas ou para operadoras turísticas, sistemas de rádio-táxi, etc. Deve ser destacado que alguns desses sistemas ainda não

estão em operação no Brasil (por exemplo, transporte de idosos e deficientes). Outros ainda não atingiram um porte e complexidade que possibilitem às empresas envolvidas investirem em sistemas de otimização da operação, de forma a obter retorno econômico e operacional decorrente do desenvolvimento de técnicas mais sofisticadas para a programação da operação de distribuição.

Os problemas associados à *prestação de serviços com atendimento domiciliar* incluem, entre outros, a programação de serviços públicos de reparo (tais como telefonia, abastecimento de água e esgoto, eletricidade, etc.); serviços de consertos e reparos de aparelhos eletrodomésticos (por exemplo televisão, refrigeradores, fogões, etc.) e de equipamentos (máquinas de escrever, computadores, etc.) "in loco" e a programação de serviços de reparos (encanamento, dedetização, etc.).

Sistemas de *coleta e entrega de carga*, principalmente no âmbito da iniciativa privada, constituem o grupo mais promissor para o desenvolvimento e a utilização de sistemas de apoio ao roteamento e programação de frotas de serviços de coleta e distribuição, visando a racionalização de sistemas de distribuição. Tal fato se explica pelo porte e pela complexidade que os problemas reais podem atingir, bem como pelos recursos envolvidos, possibilitando a obtenção de economias e melhorias de qualidade dos serviços, que viabilizem os investimentos necessários à utilização de técnicas mais avançadas.

Esse grupo envolve, como o próprio nome já diz, a coleta e/ou entrega de carga dos mais diversos tipos, tais como

eletrodomésticos, bens duráveis, produtos alimentícios, valores, malotes e documentos postais, etc. O serviço de transporte tanto pode ser contratado junto a empresas especializadas na prestação desse serviço, ou condutores autônomos, assim como realizado através de frota própria ou mesmo parcialmente por cada uma das modalidades.

Em função do grande número de possíveis aplicações potenciais e dos altos custos usualmente envolvidos, a distribuição de carga é uma das áreas que têm merecido maior atenção quanto ao desenvolvimento de pesquisas e modelos que procuram otimizar os sistemas de distribuição, operação e gestão de frotas.

Em síntese, pertencentes a esse grupo de coleta e entrega de carga podem ser citados inúmeros exemplos, entre os quais:

- a entrega de mercadorias de lojas de departamento que possuem serviço de entrega domiciliar;
- a distribuição de alimentos, bebidas, cigarros ou produtos similares;
- a entrega diária de jornais às bancas;
- o transporte de valores em veículos forte (blindados);
- a entrega domiciliar de materiais de construção por revendedores;
- o transporte de concreto pré-misturado;
- a distribuição domiciliar de gás engarrafado;

- a coleta e entrega de malotes e encomendas postais pela ECT - Empresa de Correios e Telegrafos;
- serviços de coleta e entrega de encomendas em meio urbano, por empresas de transporte e despacho de carga parcelada, a longa distância;
- serviços de atendimento e entrega domiciliares (por exemplo lavanderias, empresas especializadas na lavagem e fornecimento de fraldas, pizzarias com sistema de entrega domiciliar, etc.);
- coleta de lixo hospitalar e industrial.

Cada um dos sistemas relacionados anteriormente apresenta algumas características operacionais peculiares, as quais podem afetar significativamente as características, restrições e objetivos do modelo de roteamento e programação horária.

Nos próximos itens deste capítulo será apresentada uma breve descrição dos principais aspectos operacionais e das características dos sistemas de roteamento e distribuição para alguns exemplos mencionados acima. Ênfase especial será dada a sistemas de maior complexidade e porte, que apresentem potencial de utilização de modelos matemáticos de otimização. A descrição de cada um desses sistemas de distribuição contém uma síntese das principais características da operação e da abrangência do respectivo sistema, eventuais restrições quanto à circulação e estacionamento para carga e descarga dos veículos, os horários de atendimento, o tipo de frota utilizada, os procedimentos para

a programação das coletas e/ou entregas e, por fim, os objetivos a serem perseguidos para a racionalização do serviço.

Finalizando o presente capítulo, após a descrição dos principais sistemas de distribuição será apresentada uma categorização e sumarização dos principais fatores de diferenciação de cada um dos exemplos analisados.

2.3. Distribuição domiciliar de mercadorias de lojas de departamento

Algumas lojas de departamento, de eletrodomésticos e de móveis, notadamente as de maior porte ou cujos bens comercializados não possam ser retirados e transportados pelo próprio cliente, possuem serviço de entrega domiciliar. Esse tipo de serviço compreende principalmente entregas no meio urbano. Entretanto, em alguns casos, principalmente lojas ou redes de maior expressão, também são providas entregas para localidades mais distantes.

O exemplo clássico da dimensão que o serviço de entrega pode assumir é o do Mappin Magazine, localizado em São Paulo. Essa empresa possui frota própria de aproximadamente 110 caminhões. Os veículos percorrem cerca de 150 mil quilômetros por mês, realizando em média uma entrega a cada dois quilômetros [6]. Os pontos de entrega se situam predominantemente na região da Grande São Paulo; no entanto, localidades mais distantes também são atendidas, tais como a Baixada Santista (municípios de Santos, São Vicente, Guarujá, Praia Grande, etc.) e mesmo municípios maiores, em um raio de cerca de até 100 km de distância de São Paulo (por exemplo Campinas, Jundiaí, Sorocaba e São José dos Campos, entre outros).

Não é prática usual que o estabelecimento ofereça aos clientes

um serviço de entrega com hora marcada (ou mesmo faixa de horário ou período do dia). A loja, quando muito, estima a data provável da entrega. O horário é função exclusiva dos clientes a serem atendidos naquela data e da sequência de atendimento, usualmente definida pelo próprio condutor do veículo. O setor de expedição do estabelecimento é o responsável pela seleção das mercadorias a serem entregues a cada dia, de forma a evitar que os veículos retornem ao depósito sem cumprir todas as entregas. Mercadorias não entregues ocasionam transtornos, na medida em que acarretam um trabalho adicional de descarga e manuseio das mesmas, além de afetar o controle de estoque.

Embora não tenha sido um fator de motivação para o aprimoramento dos sistemas de distribuição física, um aspecto importante que deve ser destacado, pelas consequências que acarreta, é a crescente tendência, em todo o mundo, da qualidade do serviço prestado aos clientes. Há um grau crescente de conscientização que torna o consumidor mais exigente quanto às condições gerais de uma compra, considerando não apenas o preço do produto a ser adquirido, como também a qualidade e as facilidades dos serviços que lhe são oferecidos.

Dessa forma, proporcionar um serviço de entrega domiciliar com hora marcada (ou, pelo menos, definir uma faixa de horário para atendimento) pode, em alguns casos, ser explorado como uma estratégia de "marketing" e de diferenciação da empresa. Como consequência, busca-se aumentar a participação da empresa no segmento em que a mesma atua, conquistando novos clientes.

A importância que a conveniência de horários pode assumir na relação entre vendedores e compradores pode ser avaliada pelo sucesso alcançado por lojas de conveniência e mini-supermercados, recentemente inaugurados, que funcionam 24 horas por dia ininterruptamente.

Outro aspecto a ser observado se refere aos indicadores do aumento do número de mulheres que se incorporaram à força de trabalho. Segundo o IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística [1], a participação das mulheres no mercado de trabalho cresceu quatro pontos percentuais em 1988, enquanto que, no período entre 1983 e 1987, a taxa média de crescimento anual foi de apenas um ponto percentual.

Como consequência dessas tendências comportamentais, para o setor de entrega domiciliar pode haver uma diminuição dos períodos do dia em que haja disponibilidade de pessoas para o recebimento de entregas e, conseqüentemente, uma valorização dos serviços com previsão de horário de entrega.

Outro aspecto a ser considerado quanto aos horários de entrega está relacionado a dificuldades de circulação e estacionamento em certas áreas, principalmente em regiões mais centrais, próximas de locais com grande concentração de veículos, artérias principais ou mesmo cujo sistema viário esteja saturado. Regiões onde o tráfego seja bastante congestionado ou haja muita dificuldade para o estacionamento podem induzir modificações na programação de entregas, de forma a evitar uma baixa produtividade do veículo de entrega e, conseqüentemente,

necessidade de maior frota.

Deve-se mencionar também a tendência nos grandes centros urbanos, por parte das autoridades de trânsito locais, de regulamentar e formalmente restringir o acesso e circulação de veículos de carga em certas áreas mais centrais ou com sistema viário saturado, em períodos de tráfego mais intenso. Tal proibição prejudica os esquemas de distribuição, na medida em que implica na impossibilidade de entregas em certas áreas, durante determinadas faixas de horários.

Exemplo recente é a restrição do acesso e circulação de veículos de carga em São Paulo, mais precisamente na região denominada Quadrilátero dos Jardins, vigente durante parte da gestão municipal passada. Todos os veículos de carga com peso bruto acima de 1,5 toneladas foram proibidos de adentrar e circular nessa área no período compreendido entre 6 e 21 horas, nos dias úteis. Veículos com cargas perecíveis, de mudanças, transportando entulho ou concreto pré-misturado tinham acesso através de licenças especiais, após análise caso a caso. [8]. Também na área central de Curitiba foi proibida a circulação de veículos de carga, com peso bruto acima de 4 toneladas, entre 10 e 20 horas nos dias úteis [8].

Tais bloqueios de acesso, circulação e estacionamento podem ser considerados em um modelo de roteamento e distribuição através da incorporação de restrições quanto ao horário de atendimento para clientes situados dentro dessas áreas.

Quanto ao tipo de operação realizada em cada parada, um sistema

de entrega de mercadorias, como o próprio nome já diz, contempla apenas tarefas de entrega, não havendo coleta de mercadoria nos pontos de parada, nem tampouco restrições de precedência entre tarefas (isto é, uma ou mais tarefas devem ser obrigatoriamente precedidas por alguma(s) tarefa(s)). Isso decorre das entregas serem totalmente independentes, sem qualquer vinculação entre si. Todas as tarefas têm como precedentes apenas o depósito ou planta da qual partem os veículos. Por outro lado, o conhecimento prévio da sequência de entrega pode afetar a acomodação da carga no veículo, objetivando agilizar as operações de descarga e aumentar a produtividade da frota.

Com relação aos veículos utilizados nos sistemas de distribuição, as lojas de departamento usualmente utilizam frota própria para atendimento das entregas. As frotas normalmente são homogêneas quanto ao tamanho dos veículos, embora dificilmente sejam homogêneas quanto à idade dos mesmos, o que pode eventualmente implicar em diferentes funções de custos variáveis com a distância percorrida e diferentes custos fixos.

Já a consideração da capacidade volumétrica de carga dos veículos é bastante importante nesse tipo de sistema de distribuição. São usualmente utilizados caminhões com carroceria metálica fechada, tipo baú, de forma a proteger a carga (desde eletro-domésticos, aparelhos eletrônicos, até móveis) contra o clima e outras intempéries. Além disso, o tipo de carga transportada apresenta baixa densidade (relação peso/volume) e embalagens de dimensões físicas muito diversas, reduzindo assim o aproveitamento da carroceria. Raramente um conjunto de cargas

acomodadas em um veículo atinge a limitação de peso máximo do mesmo.

Com relação à programação das entregas, é fácil compreender que não podem ser definidas rotas fixas, uma vez que os clientes, e conseqüentemente os pontos de entrega, mudam a cada dia. Exceto algum caso em particular, não se efetua qualquer tipo de definição prévia de rota ou programação dos horários de atendimento dos veículos. Cada veículo usualmente é alocado a uma determinada área ou bairro, usualmente definida pelo setor de expedição. Procura-se carregar cada veículo de forma preferencialmente o mesmo fique alocado por todo o turno de trabalho da equipe, sem necessidade de retornar ao depósito para um novo carregamento.

Cabe a cada motorista, o qual supostamente conhece bem a sua área de entregas, definir o trajeto a ser seguido e a seqüência de entrega das mercadorias. Sendo assim, torna-se praticamente impossível a previsão antecipada de horários para as entregas.

A racionalização de um sistema de entrega domiciliar pode almejar melhorias nos seguintes fatores:

- aumento da produtividade da frota, através da diminuição do número de veículos utilizados e do aumento do número de entregas por veículo;
- a redução da distância total percorrida por cada veículo e pela frota como um todo;
- a redução do número de horas extras trabalhadas,

principalmente quando são necessários mais de um ajudante, além do motorista;

- e, finalmente, a otimização do sistema, considerando todos ou alguns dos fatores acima citados, com base em algum critério de ponderação dos mesmos.

Em muitos países, a legislação trabalhista é severa no tocante a limites de jornada máxima de trabalho para pessoal de operação. Embora o Brasil figure na relação dos países em que essa legislação é rigorosa, na prática a mesma não é cumprida. Tal fato se deve à deficiência de fiscalização, acarretando não autuação das infrações de acordo com a lei. Dessa forma, passa a não haver grande preocupação por parte das empresas quanto à duração máxima da jornada de trabalho de motoristas e ajudantes, exceto nos casos em que são utilizados veículos contratados de terceiros e estando incluído algum tipo de tarifação horária. Não se pode negar, porém, que o excesso de horas extras é um sinal de mal dimensionamento de recursos versus trabalho, com impactos econômicos negativos para a empresa.

2.4. Distribuição física de produtos alimentícios

Os sistemas de distribuição física de produtos alimentícios compreendem o seu transporte a partir das fábricas onde são produzidos, ou de depósitos ou centros regionais de distribuição, até os pontos de revenda. Os pontos de revenda englobam toda a sorte de estabelecimentos comerciais, tais como padarias, mercearias, bares, mercados, supermercados, etc.

A priori, não é simples estabelecer uma padronização quanto às características dos sistemas de distribuição de produtos alimentícios. Diversos fatores afetam tais sistemas, tais como o porte da empresa, o número e os tipos de produtos comercializados, e o grau de concentração do setor (mercado dominado por algumas grandes empresas ou muitas pequenas empresas).

Exemplificando, o setor de industrialização de massas alimentícias é formado por um elevado número de pequenas e médias empresas, cada qual dominando uma fatia de mercado geograficamente definida e restrita. Nesses casos, o consumidor é geralmente pouco fiel à marca, considerando na escolha quase que exclusivamente o preço do produto, dentre aqueles disponíveis na hora da compra.

Dependendo das características do produto (percebibilidade, necessidade de conservação térmica, etc.) e dos clientes da empresa (porte, volume médio de vendas, etc.) a visita aos estabelecimentos comerciais pode ou não estar condicionada à entrega para o atendimento de um pedido efetuado antecipadamente. É prática comum no setor a realização de visitas periódicas aos revendedores, ocasião em que é consignada a venda, segundo as necessidades de cada um, com entrega imediata dos produtos. Podem ser eventualmente efetuadas, nessa oportunidade, trocas de produtos não comercializados que tenham atingido o prazo de validade ou caso estejam deteriorados.

No entanto, o sistema de vendas mais comumente praticado é aquele onde os pedidos são efetuados com antecedência, através de vendedores que visitam os clientes, ou de contato telefônico ou por telex com cada revendedor.

Nos sistemas de distribuição de produtos alimentícios, à semelhança das lojas de departamento, descritas no item anterior, não é usual a entrega com hora marcada. Entretanto, alguns clientes de maior porte, como é o caso de algumas redes de supermercado, embora nem sempre apresentem restrições formais ou explícitas, criam dificuldades para a entrega fora de determinados horários. Tal fato afeta, na prática, a programação de entregas.

Exemplo da necessidade de entrega em horários pré-definidos é dado pela rede de hipermercados Carrefour. Sua filosofia é trabalhar com um estoque mínimo de produtos fora das

prateleiras, armazenados nos depósitos das lojas. Conseqüentemente, as lojas devem ser abastecidas mais frequentemente; as entregas devem ser efetuadas prontamente, de forma a evitar que as lojas fiquem sem produtos na prateleiras. O veículo do fornecedor pode ficar retido quase todo um dia, esperando oportunidade para descarga, caso o mesmo não esteja pronto para descarga nas primeiras horas da manhã. Isso constitui numa restrição horária efetiva.

Para esse setor alimentício são válidas algumas considerações do item 2.3., no tocante à definição de horários de atendimento como estratégia de diferenciação.

O transporte de produtos alimentícios, sendo realizado por caminhões, está sujeito às restrições de circulação e estacionamento em determinadas áreas dos centros urbanos, à semelhança das lojas de departamento. Apenas no caso de transporte de produtos perecíveis (tais como leite e seus derivados) são concedidas autorizações para circulação em horários proibidos.

Mesmo nos casos em que não haja uma restrição legal para a circulação, uma programação de entregas adequada pode promover um aumento da produtividade da frota.

Os sistemas de distribuição de alimentos envolvem apenas tarefas de entrega de carga, exceto nos casos em que há troca de produtos com prazo de validade vencido ou deteriorados. Não há restrições quanto à precedência entre tarefas.

As empresas utilizam frota própria, dimensionada para atender o volume médio de vendas. É também muito comum a utilização de veículos de terceiros.

Empresas cujos produtos alimentícios requeiram manuseio e acondicionamento especiais, ou que sejam perecíveis, utilizam quase que exclusivamente frota própria, uma vez que faltam no Brasil empresas transportadoras com frotas e armazéns adequados e experiência no tratamento desses tipos de produtos.

É o caso, por exemplo, da LPC Danone, fabricante de mais de oitenta itens, incluindo requeijão, laticínios e massas frescas, os quais exigem refrigeração constante, desde a saída da fábrica até a entrada na geladeira do consumidor. São produtos perecíveis, com prazo médio de consumo de trinta dias após a data de fabricação [35]. A Danone possui frota própria de 120 caminhões. Seu esquema logístico, com um custo que representa cerca de 20% do faturamento bruto, inclui a elaboração de roteiros informatizados de circulação de mercadorias a partir de três de suas fábricas até a central de distribuição. Daí os produtos seguem para nove depósitos regionais [35].

Outro exemplo da complexidade que os sistemas logísticos podem assumir é o caso do Grupo Pão de Açúcar, que com cerca de 550 lojas ocupa a primeira posição no "ranking" das redes de supermercados.

Aproximadamente 60% do volume dos produtos comercializados são entregues diretamente pelos fabricantes nas lojas a que se destinam. O restante é entregue nos depósitos da rede e

distribuído às lojas pela própria empresa. A frota própria, compreendendo aproximadamente 600 caminhões, atinge lojas localizadas num raio de 100 quilômetros dos depósitos. Para localidades mais distantes, são contratados serviços de terceiros. [35]

A dimensão que esse tipo de serviço pode alcançar pode ser avaliada, por exemplo, pelo gasto com fretes do Grupo Pão de Açúcar, o qual atinge cifra superior a um milhão de dólares por mês [35].

Dependendo do contexto específico da empresa, sua frota de distribuição pode ser homogênea ou não. Empresas que executam também o transporte a média distância podem utilizar veículos maiores para as distâncias mais longas e veículos mais leves e ágeis para o transporte em meio urbano. Embora a adequação da quantidade de carrocerias segundo o perfil dos produtos comercializados possa significar uma racionalização dos custos, por outro lado, pode haver uma perda de flexibilidade quanto à utilização dos veículos.

O tipo de carroçaria utilizada para o transporte de produtos alimentícios (aberta, baú, térmica, refrigerada) está condicionado ao tipo de produto transportado, sua forma de acondicionamento e sua perecibilidade ao tempo. Empresas com linhas de produto muito diversificadas podem ter veículos com tipos de carroçaria diferentes.

A restrição de capacidade volumétrica e, em alguns casos, de capacidade de peso, são relevantes para o tipo de operação em

questão. Em geral os produtos alimentícios apresentam baixa relação peso/volume e dimensões de embalagens para transporte mais homogêneas, facilitando o seu acondicionamento no veículo. Embora haja um bom aproveitamento do espaço da carroçaria, a restrição de peso nem sempre é atingida.

Conforme mencionado anteriormente, a definição de rotas fixas para entrega está condicionada à filosofia de atendimento e entrega aos clientes: periódica ou sob pedido, efetuado previamente. Embora a aleatoriedade da localização dos pontos de entrega seja sensivelmente menor que no caso das lojas de departamento, a mesma ainda existe e é função de diversos fatores, entre eles:

- o porte da indústria e dos seus centros de distribuição e armazens;
- o tipo e tamanho da área de influência da mesma (grandes centros urbanos podem apresentar uma aleatoriedade maior que diversos pequenos municípios);
- o número de tipos e variedades de produtos e sua perecibilidade, para um conjunto de pontos de venda pouco variável (o leite, embora perecível, apresenta pouca aleatoriedade, uma vez que as entregas se repetem diariamente);
- o tipo e porte dos clientes e os volumes médios por compra; etc.

Quando não são definidas rotas fixas usualmente o setor de

vendas, expedição, ou mesmo tráfego, dependendo do porte e da organização da empresa, se incumbe da definição dos clientes a serem atendidos por cada um dos veículos a cada dia.

Dependendo da indústria e de seu sistema de distribuição, pode haver alocação de veículos a regiões pré-definidas, de forma semelhante a do sistema de distribuição de lojas de departamento, abordado anteriormente neste capítulo.

Exceto em alguns casos, os próprios motoristas dos veículos definem os itinerários a serem seguidos e a sequência de clientes a ser atendida, com base em intuição quanto à localização espacial dos clientes e no conhecimento do sistema viário da área. Além disso são considerados aspectos como prioridades ditadas pelo setor de vendas, o conhecimento prévio de dificuldades de carga e/ou descarga em alguns pontos em determinados horários, problemas de tráfego e estacionamento, etc.

A racionalização de um sistema de distribuição de alimentos compreende, basicamente, a consideração dos mesmos parâmetros relacionados para os sistemas de distribuição de lojas de departamento, descritos no item 2.3. Suscintamente, devem ser considerados os seguintes fatores:

- racionalização da frota (diminuição do número de veículos utilizados e aumento da produtividade da mesma);
- redução dos custos variáveis proporcionais à distância percorrida;

- redução do número de horas extras trabalhadas, principalmente quando são necessários mais de um ajudante além do motorista;
- minimização de alguma função objetivo em que sejam ponderadas as componentes acima citadas.

2.5. Distribuição física de bebidas e cigarros

Os sistemas de distribuição física de bebidas (cervejas, refrigerantes, etc.) e cigarros tem por função o transporte dessas mercadorias das fábricas ou depósitos de distribuição aos pontos-de-venda (bares, restaurantes, lanchonetes, padarias, supermercados, mercearias, etc.). Tais sistemas apresentam características muito semelhantes às dos sistemas de distribuição física de alimentos, descritas anteriormente no item 2.4., nos aspectos relacionados a horários de atendimento, problemas de circulação e estacionamento e definição das rotas a serem seguidas. Além disso, tanto para bebidas quanto para cigarros são válidas as considerações quanto à estratégia mercadológica decorrente de entregas com hora marcada.

Os depósitos ou centros de distribuição de bebidas e cigarros abrangem normalmente uma área de um centro urbano ou até mesmo de uma cidade inteira, dependendo da sua população.

Uma característica peculiar quanto à comercialização de bebidas se refere ao prazos de entrega. Usualmente, nesse setor, os pedidos anotados pelos vendedores que visitam os clientes devem ser entregues no máximo 48 horas após a data do pedido, o que requer um sistema eficiente de processamento de pedidos e de entrega.

Já no caso de cigarros, em alguns casos é estabelecida previamente a quantidade a ser adquirida e a periodicidade de entrega, que pode ser semanal, quinzenal ou mensal. Nessas visitas, o estabelecimento comercial pode solicitar uma quantidade maior ou menor que a contratada, sendo que o veículo usualmente transporta carga adicional, em função da possibilidade desse tipo de operação.

Quanto à distribuição de bebidas, para cada cliente atendido há uma operação de descarga das bebidas comercializadas e uma de carga dos vasilhames vazios e engradados, ao contrário da distribuição física de cigarros, que envolve apenas a entrega dos produtos.

Em ambos os casos, todos os clientes têm como precedente apenas o depósito ou centro de distribuição, não havendo qualquer vinculação quanto à ordem de atendimento dos mesmos.

Em particular no caso de entregas de bebidas, há uma preocupação com o prejuízo ao tráfego decorrente da circulação e principalmente do estacionamento de caminhões nas regiões mais centrais. Encontra-se atualmente em tramitação na Câmara dos Vereadores de São Paulo um projeto de lei que proíbe o tráfego de caminhões de bebida antes das dezenove horas na área compreendida por um círculo de raio 10 km a partir da região central da cidade.

As empresas distribuidoras de bebidas e os fabricantes de cigarros normalmente possuem frota própria de distribuição. Para o transporte de bebidas, o tipo de carroçaria mais adequada para

a acomodação dos engradados contendo os vasilhames é específica para esse tipo de transporte. Por outro lado, embora seja possível utilizar veículos com carroçaria aberta, a atividade de descarga fica prejudicada pela acomodação dos vasilhames vazios. Sendo assim, carroçarias abertas são utilizadas predominantemente no transporte fábrica-depósitos e menos comumente na distribuição aos pontos de consumo (bares, restaurantes, padarias, etc.).

Já para o transporte de cigarros, em função do tamanho médio dos pedidos e do baixo peso e razoável volume do produto, são utilizados veículos utilitários leves, os quais apresentam maiores facilidades de tráfego e estacionamento em meio urbano e proporcionam, como consequência, uma maior produtividade de entregas.

Dessa forma, as frotas tendem a ser homogêneas quanto aos tipos de veículo, embora a composição etária possa variar significativamente. A restrição de capacidade volumétrica atinge mais significativamente o transporte de bebidas, pela própria forma de acondicionamento dos vasilhames nos engradados. O próprio tamanho dos veículos que transportam cigarros é afetado pelas dimensões reduzidas do produto e pela produtividade no meio urbano.

Os depósitos ou centros distribuidores alocam veículos para cumprir entregas em zonas pré-definidas, cabendo ao próprio motorista a definição do trajeto e da sequência de entregas. No caso da entrega de cigarros, as rotas são praticamente fixas,

uma vez que os clientes são visitados com periodicidade previamente definida.

Devido ao grande número de pontos-de-venda, há uma preocupação crescente com a produtividade do sistema de distribuição. No caso de cigarros, um fabricante chegou a submeter sua equipe de venda e entrega a um rigoroso treinamento, de modo a otimizar o tempo dispendido em cada ponto-de-venda. [35]

A aleatoriedade da localização espacial dos pontos-de-venda a serem atendidos é bem menor que nos casos anteriormente apresentados.

A otimização de um sistema de distribuição de bebidas ou cigarros envolve basicamente os mesmos parâmetros considerados na distribuição de alimentos, apresentada no item 2.4.

2.6. Distribuição de jornais

A rotina diária de distribuição de jornais tem início após a empresa jornalística ter concluído a impressão do periódico. O objetivo a ser alcançado é transportar o jornal para as bancas, para os assinantes e para os inúmeros pontos de revenda distantes, no País, e até mesmo, em alguns casos, no exterior. Segundo Golden et al. [27], empresas jornalísticas de médio e grande porte devem atender centenas de pontos de entrega em uma cidade, cada qual com uma quantidade de jornais definida.

Esse sistema de distribuição apresenta uma característica peculiar: não basta transportar o jornal da empresa jornalística até os pontos de consumo ou comercialização. Isso porque o jornal diário perde sua finalidade informativa se não chegar aos leitores a tempo de lhes transmitir os fatos mais recentes [34].

Sendo assim, o sistema de distribuição física de jornais, ao contrário dos demais tratados anteriormente, apresenta uma restrição quanto ao horário máximo de entrega aos pontos de revenda. Tal horário depende da característica do mercado e exigência do consumidor e é também função do destino final do periódico; para localidades mais distantes ou menos expressivas, tolera-se um horário de entrega mais tardio. Por outro lado, o horário de início de entrega é imposto pelo próprio sistema de produção do periódico.

Deve-se ressaltar que, em função dos horários de término da impressão diária (apenas algumas horas antes do amanhecer) o período disponível para a distribuição se torna bastante reduzido.

O esquema de distribuição diária de um periódico é tão mais complexo quanto maior sua importância no contexto regional e até mesmo nacional. Periódicos editados em cidades de porte médio apresentam um alcance restrito ao município onde o mesmo é produzido e aos municípios vizinhos.

A distribuição às bancas de revenda é efetuada por veículos da própria empresa jornalística, ou, mais comumente, através de serviços contratados de terceiros.

Já uma empresa jornalística de maior porte requer um sistema de distribuição mais complexo, uma vez que as entregas não estão restritas apenas à região próxima à sede do periódico. É necessário fazer com que o mesmo chegue por via terrestre a municípios situados num raio superior a 400 quilômetros de distância. Além disso, para localidades de destaque, porém mais distantes (por exemplo capitais de outros estados, cidades economicamente importantes, etc.) é utilizado o transporte aéreo.

As entregas no meio urbano para as bancas e empresas encarregadas da distribuição aos assinantes, bem como a distribuição terrestre de média e longa distância, podem ser efetuadas por frota própria da própria empresa jornalística, ou através da contratação de serviços de terceiros (empresas de

transporte de carga ou de passageiros), ou mesmo utilizando simultaneamente ambas as modalidades.

Problemas de trânsito, circulação e estacionamento de veículos de entrega no meio urbano não são relevantes, devido aos horários de entrega usualmente findarem nas primeiras horas da manhã, antes do início do período de pico do tráfego.

Os pontos de entrega são praticamente fixos, não havendo, dessa forma, variações de rota de um dia para o outro, exceto em situações excepcionais.

As restrições de capacidade de carga não são significativas para a distribuição urbana, uma vez que, tendo em vista o período de tempo bastante curto entre o término da impressão e o horário máximo em que o jornal deve chegar às bancas, são utilizados veículos utilitários leves. Já para o transporte rodoviário de média e longa distância, o tamanho dos veículos utilizados está relacionado ao volume a ser transportado.

A otimização de um sistema de distribuição de jornais pode envolver o esforço de diminuição da frota total alocada e dos custos variáveis, desde que respeitada a restrição de horário máximo de entrega. Outros fatores são menos relevantes nesse caso.

Golden et al. [27] estudaram o sistema de distribuição de um jornal vespertino de uma localidade norte-americana, com circulação diária de 92.000 exemplares (apenas como termo de comparação a edição dominical do jornal O Estado de São Paulo é

de cerca de 250.000 exemplares). Os autores desenvolveram um algoritmo para a programação da distribuição física, com o objetivo de tentar reduzir a frota e a distância total percorrida pelos veículos. Resultados preliminares indicaram uma redução de 20 para 13 rotas com a utilização do algoritmo.

2.7. Transporte de valores em veículos forte

Uma empresa de transporte de valores é, via de regra, uma prestadora de serviço, não estando, na maioria dos casos, vinculada à alguma empresa do setor financeiro. Ao contrário dos sistemas de distribuição física descritos anteriormente, cuja atividade econômica básica das empresas é a produção dos bens por elas comercializados (a atividade de distribuição física é apenas uma etapa do processo logístico), nesse setor, o transporte se constitui na atividade fim da empresa. Há, no entanto, alguns conglomerados bancários com sistema próprio de transporte de valores (por exemplo o Bradesco, o Bamerindus, o Banespa, etc.).

As empresas de transporte de valores ofertam o serviço de transporte de valores em espécie, ouro, outros instrumentos monetários e também documentos. Os clientes a serem atendidos englobam agências e postos bancários e instituições financeiras, além de estabelecimentos comerciais e industriais.

De acordo com a descrição de Swait [44], a área de operação de uma base de uma empresa de transporte de valores geralmente compreende a região metropolitana de uma cidade de porte, embora algumas tarefas possam exigir o deslocamento de um veículo por distâncias superiores a 200 quilômetros por sentido.

Os contratos entre a empresa transportadora e seus clientes prevêm basicamente um de três tipos de serviço, cuja definição se baseia na frequência de prestação do serviço: [40]

- serviço fixo: o cliente, por ocasião do contrato, já estipula os locais de coleta, os locais de entrega, os dias e os intervalos horários para a execução dos serviços;
- serviço eventual: o cliente comunica-se com a transportadora 24 horas antes da realização dos serviços, fornecendo todos os dados mencionados acima;
- serviço especial: é aquele em que a transportadora se obriga a realizar o serviço dentro de um prazo após sua solicitação pelo cliente, que nesta oportunidade lhe fornece os dados necessários.

Como prestadora de serviço, a empresa de transporte de valores está sujeita a variações temporais de demanda, com picos em períodos específicos do dia (início da manhã, final da tarde), em dias específicos da semana ou do mês (sextas-feiras, dias de pagamento ou de recolhimento de tributos, etc.) e em épocas do ano (por exemplo Festas Natalinas) [40].

Ao contrário dos problemas de distribuição abordados anteriormente neste capítulo, no transporte de valores algumas tarefas podem ter como precedentes outras tarefas e, uma rota pode apresentar simultaneamente coletas e entregas. Por exemplo, a entrega de malotes contendo dinheiro em agências de um banco pode ser precedida pela coleta dos mesmos na agência matriz;

além disso, várias agências de bancos diferentes podem ser atendidas na rota de um mesmo veículo [40].

Além da precedência entre tarefas, a programação do atendimento deve levar em consideração o intervalo horário em que a tarefa deve ser executada. Tal intervalo de tempo é obrigação contratual que deve ser obedecida, em princípio; ocasionalmente são permitidos atrasos ou antecipações, dependendo do porte do cliente, da frequência do serviço, do valor movimentado e da última ocasião em que o serviço foi efetuado fora do horário pré-estabelecido [40].

Difícilmente a capacidade volumétrica ou de peso representa uma restrição para o problema em questão. Por outro lado, existe um limite securitário sobre o valor transportado. Na prática, porém, esse limite não é um fator importante, pois geralmente é muito elevado e facilmente alterado, mediante o envio de um telex à companhia seguradora, com 24 horas de antecedência [44].

A maior ou menor aleatoriedade da localização dos pontos de atendimento é função do tipo de contrato predominante: rotineiro e regular versus eventual. Na prática, sempre ocorrem solicitações eventuais e que não obedecem a nenhuma padronização. Isso torna necessária novas programações para os veículos diariamente, inclusive alterações durante o próprio cumprimento das rotas.

Segundo Silva [40] e Swait [44], no Brasil a programação da frota é efetuada manualmente por indivíduos com vários anos de experiência. Os programadores fornecem aos motoristas uma

sequência de tarefas a serem executadas e seus respectivos horários de atendimento, cabendo aos últimos a escolha do trajeto mais adequado para o cumprimento da programação.

Proibições quanto à circulação e ao estacionamento não são aplicáveis a esse tipo de transporte; pelo contrário, mediante autorização os veículos podem até trafegar em vias exclusivas para pedestres, caso isto seja comprovadamente necessário para o cumprimento de uma dada tarefa.

Por outro lado, na negociação de novos contratos, especificamente no tocante à fixação de horários para atendimento dos clientes, podem ser considerados aspectos de produtividade dos veículos em função de congestionamentos de tráfego e dificuldades de circulação em determinados horários.

O objetivo a ser alcançado é, via de regra, o atendimento de todas as tarefas, respeitando as restrições de janela de tempo e de precedência, de maneira que a duração total da sequência seja minimizada. Embora o peso dos carros forte influa muito nos seus custos, a maior parte do custo operacional resulta da grande quantidade de mão-de-obra utilizada na operação (quatro ou mais pessoas tripulam um veículo), especialmente quando deve ser paga hora extra à tripulação. Assim, é natural que haja uma maior preocupação com a produtividade temporal do veículo e sua tripulação do que com a distância percorrida para atender as tarefas [44].

O problema da programação de veículos de transporte de valores, a formulação de um modelo matemático e a proposição de um

algoritmo de solução fazem parte dos trabalhos desenvolvidos por Swait [44] e Silva [40] e que são abordados na revisão bibliográfica no próximo capítulo.

2.8. Transporte de passageiros por ônibus fretado

O transporte de trabalhadores no trajeto residência-trabalho através de empresas de fretamento de ônibus tem assumido proporções significativas nas cidades brasileiras nos últimos anos. Dados do SINFRET, sindicato que reúne as empresas de fretamento do Estado de São Paulo, indicam haver atualmente cerca de 170 empresas de fretamento registradas no Estado, com uma frota de cerca de 12 mil ônibus e empregando cerca de 25 mil trabalhadores. Só na região do ABC paulista são realizadas cerca de 320 mil viagens de ônibus de fretamento por mês, sendo transportados cerca de 500 mil funcionários de diferentes empresas.

Deve-se também mencionar o serviço de transporte de escolares em veículos fretados, que embora não apresente exatamente as mesmas condicionantes do transporte de funcionários, é bastante comum no âmbito de colégios e faculdades particulares. Algumas características quanto ao roteamento e programação do transporte de escolares são semelhantes ao do transporte por motivo trabalho. A principal diferença consiste na obrigatoriedade de ofertar um tipo de serviço porta-a-porta, no qual o valor do tempo tem um peso menor do que nas viagens por motivo trabalho, e onde o aspecto segurança é essencial. No entanto, em São Paulo mais recentemente tem sido dada atenção ao tempo excessivo que

as crianças às vezes permanecem nos veículos, muitas vezes superior a 2 horas por dia.

Existem outras modalidades de transporte de passageiros que podem ser abordadas de maneira similar, como por exemplo as agências de viagem que necessitam transportar clientes hospedados em diferentes hotéis para a realização de passeios, "city-tours", traslados, etc.

Em termos gerais, a operação por fretamento pode ser dividida em dois tipos principais, no tocante à natureza da operação: o transporte *regular*, quando ocorre de forma pré-programada, podendo ser contratado por uma empresa ou por usuários interessados, normalmente para as viagens por motivo trabalho; e o transporte *eventual*, usualmente por outros motivos, principalmente lazer.

No escopo do presente trabalho só serão apresentadas as características do transporte *regular*, por ser o tipo preponderante nas operações de fretamento e por caracterizar uma operação onde o nível de serviço para o usuário, os custos para o contratante e as decisões operacionais para o operador são questões importantes que afetam o sistema.

A definição dos itinerários dos veículos de fretamento usualmente se baseia em pesquisas realizadas junto aos funcionários da empresa interessada, visando identificar os potenciais usuários do sistema. Normalmente, a definição das linhas e itinerários, ou a avaliação das mesmas visando ampliação, redução ou racionalização do serviço, também é tarefa

normalmente executada pela empresa contratante, havendo pouca interferência ou interação com a empresa operadora.

Em alguns casos, a empresa contratante pode optar por adotar um esquema de linhas que percorram apenas os principais corredores de tráfego da área de estudo, dando acessibilidade e permitindo o transbordo para o sistema de transporte público de passageiros (terminais de ônibus, estações de metrô, estações ferroviárias, etc.).

Algumas empresas também operam o serviço de fretamento por motivo turístico, o que permite uma melhor utilização da frota, visto que os horários de viagem não coincidem com os daquelas por motivo trabalho. Entretanto, a alocação da frota deve ser feita com cuidado, visando a minimização das distâncias mortas (sem passageiros) e a conciliação com os horários de início e de término dos serviços contratados.

A programação do serviço de fretamento consiste na definição das rotas que serão seguidas pelos veículos, respectivos itinerários e sequência de paradas; estimativa de horários associados às paradas e dimensionamento da frota total alocada ao serviço. Devem ser atendidos os passageiros, respeitando-se os horários limites de chegada no(s) destino(s). Tanto do ponto de vista do operador quanto do contratante do serviço, há preocupação com a redução do custo de prestação do serviço.

A própria garagem da empresa operadora ou pontos finais em serviço predecessor podem ser origem das rotas. Nesse último caso não há necessidade de retorno à garagem para iniciar uma

nova rota, exceto por motivo de força maior, tais como avaria mecânica ou reabastecimento.

A restrição quanto à capacidade máxima de passageiros transportados por veículo deve ser cotejada; por questões de segurança e conforto, em geral não são admitidos passageiros em pé. Além disso, viagens muito longas tendem a penalizar os passageiros e portanto devem, sempre que possível, ser evitadas.

Uma consideração adicional a ser feita é quanto à existência ou não de restrição do tipo "janela de tempo". A rigor, existe uma restrição quanto ao horário de chegada dos veículos ao destino, após o embarque de todos os passageiros; por outro lado, não existe restrição rígida quanto ao horário de coleta de algum passageiro em particular, apenas, conforme mencionado acima, de que a viagem não tenha duração muito prolongada.

Em função das características do transporte de funcionários (serviço regular contratado por um período razoavelmente longo), não há variabilidade nas rotas nem nos pontos a serem atendidos. A empresa operadora do serviço de transporte por fretamento procura maximizar a utilização de sua frota ao longo de um dia, visando diluir ao máximo seus custos fixos, aumentando a sua eficiência. Outros objetivos (por exemplo diminuição da quilometragem de serviço percorrida, quilometragem morta, etc.) podem ser almejados, porém são menos significativos.

Como grande parte das viagens de fretamento ocorrem no início da manhã e no final da tarde em dias úteis, não resta à maioria das empresas operadoras outra alternativa senão a programação de

seus veículos de tal forma que acabem, via-de-regra, permanecendo ociosos durante a maior parte do dia, estacionados junto às empresas às quais servem. Eventualmente tais veículos não são recolhidos às garagens no final do dia, permanecendo com cada motorista, uma vez que as viagens pela manhã do dia seguinte se iniciam muito cedo e os pontos iniciais às vezes são distantes da garagem da empresa.

Idealmente, a operadora deve buscar outros tipos de fretamento (por exemplo turismo) cujos horários não coincidam com as viagens por motivo trabalho, de forma a aumentar a utilização dos veículos e reduzir os custos fixos cobrados de cada cliente.

2.9. Coleta de malotes e encomendas postais pela ECT

A Empresa Brasileira de Correios e Telégrafos - ECT detém o monopólio da coleta, remessa e entrega de documentos postais (cartas, malotes postais, telegramas, etc.) no Brasil. Para garantir que os documentos atinjam seus destinos dentro do menor prazo possível, a ECT conta com uma infra-estrutura logística que lhe permite coletar, processar, transportar e entregar tais documentos, sempre que possível, em prazo não superior a 48 horas, sendo que, em muitos casos, a entrega se processa após 24 horas.

Cartas e outros documentos são coletados pela ECT através de sua rede de agências postais e caixas de coleta e entregues no próprio domicílio do destinatário.

A ECT oferece também o Serviço Especial de Correspondência Agrupada - SERCA, para correspondências urgentes, expedidas sob contrato prévio entre a ECT e o remetente. [10]

O item mais representativo do SERCA é o malote convencional, utilizado por pessoas jurídicas na comunicação com filiais e representantes. Além desse serviço, há o Malote Expresso, onde o cliente determina um horário, fixo, para a coleta de sua correspondência; a Compensação Integrada, para instituições

bancárias ou dependentes da compensação de cheques; o serviço de malote internacional, denominado "Express"; e, finalmente, o Serviço Nacional de Encomendas Expressas - SEDEX. [10]

Em funcionamento desde 1970, o malote convencional é utilizado por aproximadamente 6.500 empresas em todo o território nacional, representando cerca de 95% do total transportado pelo SERCA.

Dentro do esquema logístico de transporte, a coleta diária de documentos nas agências postais e nas empresas com contrato de serviço de Malote Convencional (cujo prazo contratual de entrega é de 24 horas), constitui uma atividade essencial e, ao mesmo tempo, bastante crítica para a garantia dos prazos que a ECT se propõe a cumprir, principalmente nos grandes centros urbanos [10].

A coleta de documentos nas agências postais está condicionada ao tempo necessário para os trabalhos de triagem por destino nos Centros Operacionais e aos horários de embarque da carga destinada a outros estados. A carga de longa distância é transportada por via aérea através de um conjunto de rotas programadas, de maneira a permitir troca entre todos os principais centros urbanos do país a cada noite. Tal sistema de transporte postal aéreo é denominado Rede Postal Noturna. [7]

Todavia, conforme o porte e o movimento das agências postais, o horário de coleta não pode ser muito anterior ao do fechamento, pois, do contrário, uma parcela significativa da correspondência fica retida até o dia útil seguinte, afetando os padrões de

qualidade da ECT. [7]

Esse sistema de coleta de cartas, malotes e encomendas postais se assemelha bastante ao sistema de transporte de valores em veículos forte, no tocante às condicionantes temporais e de volume de carga a transportar.

A área de operação de um centro de triagem da ECT geralmente abrange, parcial ou totalmente, um município, dependendo do seu porte. Um mesmo centro de triagem pode abranger diversas localidades, requerendo o deslocamento de veículos por distâncias superiores a 50 km por sentido.

O serviço consiste em coletar diariamente a correspondência, encomendas e malotes, em todas as agências postais da ECT, em caixas de coleta de cartas e em empresas que contratam serviço de entrega de malote, situadas na área de abrangência do centro de triagem.

De forma semelhante ao transporte de valores, a programação do serviço deve levar em consideração os intervalos de horário em que a correspondência deve ser coletada, de forma a permitir a triagem e processamento na mesma data, sempre que possível, conforme mencionado anteriormente.

Por outro lado, ao contrário do transporte de valores, a coleta de documentos postais não apresenta relações de precedência entre tarefas.

Há pouca ou quase nenhuma aleatoriedade na localização dos pontos de coleta, uma vez que as agências, caixas de carta são

fixas e as empresas alteram-se com pouca frequência.

Raramente a capacidade volumétrica ou de peso representa uma restrição real para o problema em questão, uma vez que, em função do grande número de pontos de coleta e da exiguidade de tempo disponível para essa operação, são utilizados veículos utilitários leves, os quais geralmente não chegam a atingir sua capacidade.

Restrições quanto à circulação e estacionamento não são aplicáveis a esse tipo de transporte; pelo contrário, mediante autorização, os veículos podem trafegar em vias exclusivas para pedestres, caso seja necessário.

A ECT usualmente emprega frota própria para a coleta nas agências e caixas postais. Parte do serviço de coleta de malotes pode ser contratado junto a terceiros.

Usualmente o objetivo a ser perseguido é o atendimento a todas as tarefas, obedecendo a restrições de janela de tempo, de modo que a distância total percorrida ou a frota total de coleta sejam minimizadas.

2.10. Análise e classificação dos problemas de roteamento e programação

Nos itens anteriores deste capítulo foram discutidas questões operacionais dos seguintes sistemas de distribuição física:

- entrega domiciliar de mercadorias por lojas de departamento;
- produtos alimentícios;
- bebidas e cigarros;
- distribuição de jornais;
- transporte de valores em veículos forte;
- transporte de passageiros por ônibus fretado;
- coleta de malotes e encomendas postais pela ECT.

Todos esses sistemas requerem, em essência, o mesmo tipo de resultado: uma rota e uma programação horária para cada veículo, respeitando as condicionantes e restrições de cada problema. De uma forma geral, o objetivo a ser alcançado é a racionalização da operação, através da redução da distância total percorrida, da frota total utilizada, etc.

Conforme definição apresentada anteriormente, uma rota define uma sequência de atendimento de clientes (ou visita aos locais

de coleta e/ou entrega). Já a programação identifica os horários em que as tarefas em cada cliente ou local devem se iniciar [5].

Torna-se necessário identificar fatores que possibilitem caracterizar e estabelecer as diferenças e semelhanças quanto às restrições e características dos problemas, de forma a permitir a definição da abrangência do modelo matemático a ser formulado e do algoritmo de solução.

Dessa forma, foi definido um conjunto de fatores para a caracterização e diferenciação dos sistemas de distribuição física discutidos nos itens anteriores e que é apresentado no Quadro 2.1.

O primeiro fator de diferenciação se refere à *localização espacial* dos clientes, a qual pode ser fixa/pouco variável (o conjunto de clientes a serem atendidos altera-se pouco) ou aleatória (muda praticamente diariamente; uma repetição de local é mera coincidência). A questão da localização não afeta especificamente a formulação matemática do problema, porém pode ser importante para o requisito de desempenho requerido pelo algoritmo de solução; sistemas de distribuição nos quais novas rotas necessitam ser programadas diariamente requerem respostas mais prontamente.

Com relação a esse fator, observa-se que, para os exemplos descritos, a localização predominante é a fixa/pouco variável, exceto nos casos de sistemas de distribuição para entrega domiciliar.

A *natureza das demandas*, determinística (definidas com antecedência e/ou com pouca variabilidade) ou estocástica (variam bastante e podem sofrer alterações de última hora) afeta diretamente a restrição de capacidade de carga dos veículos, a qual, por sua vez, condiciona a definição das rotas seguidas por cada veículo. De uma forma indireta, influi no fator de localização espacial, uma vez que volumes de carga muito variáveis podem dificultar a definição de rotas fixas, mesmo quando a localização espacial dos clientes seja fixa ou pouco variável. Nos casos analisados, não há predominância de um tipo de natureza da demanda.

O fator *tipo de operação* define quais operações são executadas no cumprimento das tarefas, durante a rota: carga, descarga ou carga e descarga. Nos casos em que estiver envolvida carga e descarga em uma rota, a restrição de capacidade de carga nos veículos é mais difícil de ser tratada do que nos casos em que haja apenas carga ou descarga, uma vez que afeta a ordem de atendimento dos clientes. Nos sistemas analisados, observa-se a predominância de serviços com operação de carga ou descarga apenas.

O *tipo de frota utilizada*, homogênea ou heterogênea, está relacionada ao tipo e tamanho dos veículos utilizados no transporte. Frotas heterogêneas implicam em problemas de solução mais difícil, em decorrência do maior número de combinações possíveis de clientes e veículos nas rotas. Na grande maioria das empresas as frotas não são homogêneas.

Quadro 2.1. - Quadro-resumo de fatores dos sistemas de distribuição analisados

FATORES		L O S D A E M	D E P A A R T D E M S	P A R L O I D M U E N O T S .	B E I B I D A S	C I G A R R O S	J O R N A I S	V A L O R E S	P A S S A G E M N .	M A L C O T O S E C T E T
1. LOCALIZAÇÃO DOS CLIENTES	Fixa/pouco variav		*	*	*	*		*	*	
	Aleatória	*					*			
2. NATUREZA DAS DEMANDAS	Determinísticas		*				*	*	*	
	Estocásticas	*		*	*				*	
3. TIPO DE OPERAÇÃO	Carga ou descarga	*	*		*	*				
	Carga e descarga			*			*	*		
4. ORIGEM/DESTINO DOS VEICULOS	Uma base/dep.	*	*	*	*	*	*		*	
	Múltiplas bases							*		
5. FROTA UTILIZADA	Homogênea	*						*		
	Heterogênea		*	*	*	*		*	*	
6. RESTRIÇÃO PESO/VOL. VEIC.	Considerada	*	*	*	*	*		*	*	
	Nao considerada						*			
7. RESTRIÇÃO DE HORARIO ATENDIM	Existente						*	*	*	
	Inexistente	*	*	*	*					
8. VEIC. ESPECIA	Existente		*	*			*			
9. RESTRIÇÃO DE DURAÇÃO JORNADA	Rigido							*	*	
	Inexistente	*	*	*	*	*		*		
10. PRECEDENCIA ENTRE CLIENTES	Existente							*		
	Inexistente	*	*	*	*	*		*	*	
11. RESTRIÇÃO CIRCULACAO VEIC	Existente	*	*	*						
	Inexistente				*	*	*	*	*	

A restrição de *capacidade de carga* (volume/peso máximo a ser acondicionado no veículo) é considerada na quase totalidade dos problemas práticos analisados neste trabalho. Na prática, são poucos os produtos a serem transportados cujas dimensões físicas possibilitem que esse tipo de restrição possa ser desconsiderada. A não consideração dessa restrição pode comprometer seriamente a modelagem utilizada e as rotas definidas para os veículos.

A restrição de *janela de tempo* ocorre em cerca de 50% dos casos analisados. Tanto as dificuldades de circulação e estacionamento no meio urbano, quanto uma crescente demanda, por parte dos clientes, por um atendimento com hora marcada, tornam essa restrição essencial para a distribuição física no meio urbano.

A restrição de *duração da jornada*, conforme já foi mencionado anteriormente, não é considerada em todos os casos analisados, exceto no transporte de valores (devido a sua importância nesse serviço). Por outro lado, a possibilidade de reversão da situação de ausência de fiscalização, associada à demanda por melhores condições de trabalho e salários, torna esse fator importante no contexto da maioria dos sistemas de distribuição física.

A restrição de *precedência* se relaciona apenas ao problema do transporte de valores; nos demais não é relevante.

Por fim, o problema de *circulação e estacionamento* de veículos no meio urbano afeta a produtividade da frota de distribuição e, conseqüentemente, os seus custos associados. Isso para não falar

do impacto sobre o próprio tráfego urbano como um todo. Embora nem todos os casos analisados apresentem restrições legais quanto à circulação e estacionamento, as empresas podem se beneficiar da consideração desse fator, com o aumento da produtividade e redução dos custos envolvidos.

2.11 Conclusões

Neste capítulo foi apresentada uma caracterização geral das classes de problemas de roteamento e programação de veículos, no contexto de sistemas de distribuição física no meio urbano.

Na sequência, foram descritos em detalhes os principais aspectos, características e restrições dos seguintes sistemas de distribuição: entrega domiciliar por lojas de departamento, a distribuição de produtos alimentícios, bebidas e cigarros, entrega de jornais, transporte de valores, serviço de transporte de passageiros por ônibus fretado e serviço de coleta e entrega postal pela ECT.

Por fim, foram definidos fatores de caracterização e diferenciação dos diversos casos analisados e efetuada uma análise da relevância de cada um deles.

Esse conjunto de fatores analisados forneceu subsídios para a formulação matemática do problema de roteamento e programação a ser resolvido, apresentada no próximo capítulo.

CAPITULO 3

**FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO E
PROGRAMAÇÃO DE VEICULOS E REVISÃO
BIBLIOGRAFICA DOS ALGORITMOS DE SOLUÇÃO**

3.1. Introdução

O presente capítulo tem por objetivo apresentar a formulação matemática do problema do roteamento e programação de uma frota de veículos, com restrições de janela de tempo, capacidade dos veículos e precedência entre tarefas, aqui denominado PRP. São também descritas e analisadas as principais estratégias de solução apresentadas na literatura.

A abrangência do problema de roteamento considerado neste trabalho foi definida com base na identificação das características essenciais de vários exemplos de sistemas de distribuição física, apresentados no capítulo anterior.

Segundo Ronen [39], um dos desafios da pesquisa na área de roteamento tem sido a modelagem matemática e o desenvolvimento de algoritmos de solução que possibilitem incorporar restrições de forma a tornar o problema representado mais realista, possibilitando a sua aplicação em situações reais.

Inicialmente serão apresentadas considerações sobre a formulação matemática do PRP com a discussão de aspectos, dificuldades e justificativa da incorporação de cada uma das restrições consideradas e da fundamentação da função objetivo. Em seguida, é apresentada a formulação matemática propriamente dita. A revisão bibliográfica, descrevendo sucintamente os principais

algoritmos de solução, é apresentada na sequência, seguindo-se um quadro resumizando os principais fatores considerados em cada referência bibliográfica selecionada (função objetivo, restrições, características do problema e algoritmos de solução). Esse quadro visa também apoiar a avaliação crítica das formulações matemáticas e algoritmos de solução apresentados.

3.2. Considerações sobre a Formulação Matemática do PRP

No capítulo anterior foram apresentadas e discutidas as principais condicionantes e características operacionais de vários sistemas de distribuição física. Foram analisados os sistemas de entregas de lojas de departamento, de distribuição de indústrias alimentícias, de entregas de bebidas e cigarros, de distribuição de jornais, de transporte de funcionários em ônibus fretado e do serviço público de coleta postal.

A análise e classificação dos problemas de roteamento e programação, apresentada no item 2.9, possibilitou identificar os fatores mais importantes de diferenciação e caracterização dos sistemas de coleta e distribuição. Retomamos a discussão desses fatores, do ponto de vista da formulação matemática e da dificuldade de resolução do problema de roteamento e programação.

O primeiro aspecto a ser discutido se refere ao *número de veículos e composição da frota*. A heterogeneidade das frotas de distribuição (veículos de diferentes tamanhos, tipos de carroçaria e capacidade de carga), ocorre com frequência nos sistemas de distribuição física em meio urbano. Tal heterogeneidade pode ser decorrente de restrições de acesso e circulação de veículos pesados em determinadas áreas urbanas

(praticamente obrigando o uso de veículos menores), da diversidade de tamanhos de pedidos, de uma baixa produtividade dos veículos em algumas áreas devido à problemas de trânsito, de dificuldades de estacionamento, etc.

Com relação às práticas de programação de roteiros, de fato poucas são as situações reais em que as características do problema de roteamento (especialmente a localização espacial dos pontos a serem atendidos) possibilitam a decomposição do problema, visando a programação em separado de cada veículo, sem que se esteja incorrendo em riscos das soluções estarem muito aquém da ótima.

Nos procedimentos manuais de roteamento e programação de frotas, tal estratégia de decomposição é geralmente considerada, através da divisão da área de estudo em zonas, cada qual atendida por um veículo. Nos casos em que os pontos de coleta/entrega mudam diariamente, tal divisão em zonas ocasiona ora ociosidade de parte da frota, ora sobrecarga.

A questão dos *componentes do custo* considerados na função objetivo a ser minimizada compreende outro aspecto essencial a ser considerado. Embora, na maioria dos casos, se procure minimizar a distância total percorrida, uma formulação matemática mais genérica torna-la-ia mais aplicável a uma gama maior de problemas reais. Em geral, além do custo variável com a distância, também podem ser considerados o custo do tempo (incluindo as despesas com horas extraordinárias da tripulação) e o custo associado à propriedade dos veículos (incluindo as

despesas de depreciação, de remuneração de capital, de seguros, etc.). Conforme foi apresentado no item 2.7., o transporte de valores é um exemplo típico da maior importância do custo do tempo de duração total da rota, embora não tenha sido considerada distinção entre horas normais e horas extraordinárias.

Em uma abordagem ainda mais detalhada, o custo associado ao tempo de duração de um roteiro pode ser decomposto em algumas parcelas, com valores diferenciados entre si. Com a consideração, para cada cliente, de intervalos horários de atendimento não violáveis, o que significa que o veículo deve obrigatoriamente aguardar até o horário de início de atendimento caso chegue mais cedo, pode ser desejável penalizar esse tempo ocioso. Outro componente de custo do tempo está relacionado à duração da viagem, uma vez que a legislação trabalhista em vigor obriga o pagamento de adicional para as horas que excedem a jornada de trabalho contratada; neste caso, só deve ser considerado o custo horário da tripulação correspondente às horas extraordinárias. Os salários base da tripulação representam, na verdade, uma despesa melhor classificada como sendo de custo fixo, uma vez que independem da duração dos roteiros, caso os mesmos não ultrapassem a duração da jornada de trabalho.

De uma forma geral, tais generalizações podem ser incluídas na formulação matemática. Entretanto, algumas delas, principalmente as não contínuas (por exemplo, o custo das horas extras, que só incide a partir de uma determinada duração da jornada) em geral

impõem dificuldades aos algoritmos de solução.

Segundo Bodin et al. [5], a ocorrência de não linearidade nas restrições e/ou na função objetivo ocasionadas por *demandas probabilísticas* pode dificultar a estratégia de solução para problemas de roteamento em geral. Entretanto, no nível operacional da distribuição física, um sistema de roteamento e programação de veículos deve estar integrado a um sistema de programação e controle de faturamento e entrega, no caso de transporte de carga, ou de reservas antecipadas, no caso de transporte de passageiros. Como resultado, pode-se afirmar que tanto a localização dos pontos a serem atendidos quanto os volumes a serem transportados são conhecidos a priori. Vale a pena destacar que a questão da localização espacial, uma vez definidos os pontos a serem atendidos, não afeta explicitamente a formulação matemática do problema. Por outro lado, alguns aspectos relacionados a esta questão são importantes para a definição dos requisitos do algoritmo de solução, entre os quais o número de instâncias a serem resolvidas, a necessidade de rapidez na obtenção de soluções, a dimensão e variabilidade da rede de transportes associada, a periodicidade de atualização dos dados dessa rede, etc.

O *tipo de operação* (somente coleta, entrega ou simultaneamente coleta e entrega na rota) é um fator importante que afeta tanto a formulação matemática do problema quanto sua estratégia de solução. Rotas com coleta e entrega simultâneas requerem que a restrição de capacidade para cada veículo, caso considerada, seja verificada individualmente para cada tarefa pertencente à

rota. Por outro lado, quando a rota envolve apenas tarefas de coleta ou de entrega, basta verificar apenas se o total de carga, ou passageiros, correspondente ao conjunto de clientes a ser atendido pelo veículo, não viola a capacidade do mesmo. De qualquer forma, a consideração de coletas e entregas numa mesma rota é uma hipótese mais realista e que torna a modelagem mais genérica. Esta afirmação é confirmada por uma pesquisa sobre características desejáveis de um sistema computadorizado de roteamento, realizada junto a empresas que implantaram tais sistemas para a programação da distribuição física. [39]

A restrição de *capacidade dos veículos* pode ser do tipo volumétrica ou de peso máximo admissível para carga, e de ocupação máxima para passageiros; sua consideração tem sido quase que obrigatória nas formulações mais recentes. A não incorporação desta restrição restringe a aplicabilidade do modelo a apenas alguns casos mais específicos, nos quais a mesma não seja relevante (por exemplo, no transporte de valores, na distribuição de cigarros, etc.). No entanto, para a maioria dos problemas de roteamento, sua consideração é essencial, em vista do risco da impossibilidade real de cumprimento das sequências de atendimento programadas.

A questão das *janelas de tempo*, isto é, o intervalo horário para atendimento de cada um dos clientes, está entre as hipóteses mais realistas a serem consideradas pelos modelos de roteamento e programação de frota. Grande parte do esforço de desenvolvimento de algoritmos de solução mais representativos consideram esta restrição.

Neste ponto é conveniente destacar a diferença entre janela de tempo rígida e flexível. A janela de tempo é dita rígida se o veículo obrigatoriamente deve aguardar o respectivo horário de início de atendimento, caso chegue no cliente antes desse horário; analogamente, a tarefa não pode ser cumprida caso o horário de chegada ultrapasse a hora final da janela de tempo. Já a janela de tempo flexível pode ser violada, sendo usualmente associada uma penalidade à violação [43]. No capítulo anterior foi discutida a importância desta restrição no contexto da distribuição física em meio urbano.

Outra restrição de característica temporal que pode ser considerada corresponde à *duração máxima da jornada*. Embora possa ser considerada relevante na operação de sistemas de distribuição física, em função de horas extras ou jornada máxima da tripulação (o motorista e eventuais ajudantes), sua inclusão explícita em um modelo matemático introduz complicadores no algoritmo de solução. Entretanto, existem maneiras de se incorporar essa restrição implicitamente, sem aumentar o grau de complexidade do problema (por exemplo através da definição de uma janela de tempo associada à tarefa de retorno do veículo ao depósito).

Concluindo, diante do que foi exposto, definiu-se que a formulação matemática do Problema do Roteamento e Programação de uma Frota de Veículos (PRP) deverá considerar as seguintes restrições:

- *múltiplos veículos;*

- frota heterogênea;
- janela de tempo;
- capacidade dos veículos;
- precedência.

Não foi considerada a restrição de duração máxima da jornada, mesmo sendo julgada importante, dada a dificuldade inerente (discutida anteriormente) e em decorrência da possibilidade de associá-la a uma janela de tempo na base de destino ou mesmo incorporar sua violação como um custo adicional na função objetivo.

3.3. Formulação Matemática do PRP

Seja um conjunto de N clientes a serem a serem atendidos por uma frota que totaliza NV veículos. Para cada cliente i , $i=1,2,\dots,N$, é conhecida a janela de tempo $[a_i, b_i]$ dentro da qual o atendimento deve ser iniciado, ($a_i \leq b_i$). Seja s_i o tempo necessário para completar o atendimento no cliente i ; D_i o volume ou peso da carga a ser carregada ($D_i > 0$) ou descarregada ($D_i < 0$) em cada cliente. Além dos N clientes, há dois pontos especiais, 0 e $N+1$, que representam, respectivamente, a base de saída e a de chegada dos veículos (não necessariamente o mesmo local). A esses pontos não estão associadas janelas de tempo, a duração do atendimento é nula e a quantidade de carga a ser carregada ou descarregada também é assumida como sendo igual a zero. Esta última hipótese não implica em nenhum prejuízo à formulação, uma vez que, em casos de sistemas que operem exclusivamente com carga ou com descarga, a somatória das quantidades de carga movimentadas nos pontos de atendimento corresponde respectivamente à carga destinada ao depósito ou originada no mesmo. Deve-se destacar também que as bases de partida e chegada são pontos obrigatoriamente comuns às rotas de todos os veículos.

A cada veículo v da frota disponível, $v=1,2,\dots,NV$ é associada uma capacidade máxima K^v (que tanto pode representar uma

restrição volumétrica quanto de peso máximo ou mesmo número máximo de passageiros, sem perda de generalidade); um custo unitário variável com a distância C_v^v ; um custo fixo total por veículo e por unidade de tempo C_f^v , o qual pode englobar as despesas de depreciação e remuneração de capital do veículo, de salários de horas normais pagos à tripulação (motorista e ajudantes), que são devidas independentemente da utilização de pessoal e outras (por exemplo, licenciamento, seguro, etc.); e, um custo unitário do tempo C_h^v , necessário em alguns tipos de problema em que é importante uma apropriação de custo com base horária (por exemplo, veículos alugados com tarifas horárias).

Cada cliente pode apresentar um conjunto P_i ($i=1,2,\dots,N$) de um ou mais clientes, que devem obrigatoriamente precedê-lo, mas não necessariamente imediatamente. Um cliente que não seja precedido por nenhum outro tem como precedente apenas a base de partida.

O deslocamento do veículo de um cliente i , já atendido, até o cliente j , seu sucessor, requer um tempo de viagem t_{ij} ; a distância correspondente a ser percorrida é d_{ij} , $i=0,1,2,\dots,N$, $j=1,2,\dots,N+1$, $j > i$.

A alocação dos clientes aos veículos e o conjunto de rotas obtidas devem minimizar uma função objetivo onde são ponderados os custos proporcionais à distância percorrida, o custo fixo total dos veículos utilizados e o custo horário. Nenhum cliente pode deixar de ser alocado a algum veículo, nem tampouco estar na rota de mais de um veículo. Devem ser respeitadas as restrições de capacidade dos veículos, precedência e frota

disponível.

A formulação matemática do PRP compreende as seguintes variáveis de decisão:

$$x_{ij}^v = \begin{cases} 1 & \text{se o cliente } j \text{ é atendido após o cliente } i \text{ pelo veículo } v; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$T_i = \text{horário de início de atendimento do cliente } i.$$

$$Y_i^v = \text{carga total no veículo } v, \text{ após atendimento do cliente } i.$$

Adicionalmente, definem-se $T_0 = 0$; $s_0 = 0$; $Y_0^v = 0$, $v=1,2,\dots,NV$.

A formulação matemática para o problema do roteamento e programação de uma frota de veículos de carga, sujeito a restrições de janela de tempo, precedência e capacidade de carga nos veículos é apresentada a seguir:

$$\begin{aligned} \text{[PRP] [min]} \quad & a_1 \left(\sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^{N+1} C_v^d d_{ij} x_{ij}^v \right) + a_2 \left(\sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^N C_f^v x_{0j}^v \right) + \\ & a_3 \left(\sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=1}^N (T_i + s_i + t_{i,N+1}) x_{i,N+1}^v C_b^v \right) \quad (1) \end{aligned}$$

sujeito a:

$$\sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^{N+1} x_{ij}^v = 1, \quad i=1,2,\dots,N; \quad i <> j \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{N+1} x_{0j}^v = 1 \quad v=1, \dots, NV \quad (3)$$

$$x_{ij}^v = 1 \Rightarrow T_i + s_i + t_{ij} \leq T_j, \quad \begin{array}{l} i=0, 1, \dots, N-1 \\ j=1, 2, \dots, N; \quad j \neq i \\ v=1, 2, \dots, NV \end{array} \quad (4)$$

$$a_i \leq T_i \leq b_i \quad i=1, 2, \dots, N \quad (5)$$

$$x_{ij}^v = 1 \Rightarrow Y_i^v + D_j = Y_j^v, \quad \begin{array}{l} i=0, 1, \dots, N-1 \\ j=1, 2, \dots, N; \quad j \neq i \\ v=1, 2, \dots, NV \end{array} \quad (6)$$

$$0 \leq |Y_i^v| \leq K^v, \quad \begin{array}{l} i=1, 2, \dots, N \\ v=1, 2, \dots, NV \end{array} \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{N+1} x_{ik}^v = 1, \quad \forall i \in P_j \Rightarrow w \in \{1, \dots, NV : \sum_{k=1}^{N+1} x_{jk}^v = 1, j=1, \dots, N\} \quad (8)$$

$$i \in P_j \Rightarrow T_i + s_i + t_{ij} \leq T_j \quad (9)$$

$$x_{ij}^v \in \{0, 1\} \quad (10)$$

A função objetivo (1) requer que o custo total do transporte seja minimizado. Este custo é formado pelas parcelas relativas ao custo da distância total percorrida, custo fixo total por veículo por unidade de tempo (compatível com a dimensão das variáveis temporais) decorrente da sua posse e utilização e do custo do tempo. São considerados três fatores de ponderação (a_1, a_2, a_3), de forma a permitir a priorização de alguma parcela de custo mais relevante ao problema de distribuição física sendo considerado ou mesmo também avaliar quanto a programação se altera em função da maior ou menor importância de algum componente de custo.

Não foram consideradas explicitamente na função objetivo as

parcelas de custo relativas ao tempo de espera de cada veículo para início de atendimento (decorrente da chegada antes do horário de início da respectiva janela de tempo) e de custo de horas extraordinárias pagas à tripulação (excedentes apenas quando a duração do respectivo roteiro excede à jornada de trabalho da tripulação).

A restrição (2) assegura que todos os clientes sejam atendidos, uma única vez e por um único veículo. Já a restrição (3) impõe a partida e o regresso à base de todos os NV veículos da frota, mesmo que não atendam cliente algum, indo diretamente da base de partida à de chegada. A restrição (4) objetiva garantir que o horário de início de atendimento de um cliente j que suceda um cliente i , seja maior ou igual que a hora de término de serviço no cliente i somada ao tempo de viagem entre i e j ; caso o cliente j não suceda imediatamente o cliente i , esta restrição será redundante. A garantia do início de atendimento de cada cliente dentro da respectiva janela de tempo é assegurada através da restrição (5). A restrição (6) impõe que a carga no veículo após o atendimento de um cliente j , que suceda um cliente i , seja exatamente igual a carga no veículo após o atendimento do cliente i somada à carga movimentada em j (com sinal positivo, caso a operação em j seja de carga, e com sinal negativo caso seja de descarga); de forma análoga à restrição (4), caso o cliente j não suceda o cliente i , a restrição será redundante. A não violação da restrição de capacidade de carga no veículo é assegurada através da restrição (7). A restrição (8) garante a precedência entre tarefas: o precedente i de um

dados cliente j deve ser alocado ao mesmo veículo que j . Além disso para assegurar a precedência é necessária a restrição (9), a qual exige que a hora de início de atendimento de j seja maior ou igual que a hora de término de atendimento de i somado ao tempo de viagem entre i e j . Note-se que a formulação do PRP permite um tempo de espera em cada cliente, caso o veículo chegue antes do início da janela de tempo correspondente. A restrição (10) assegura a integralidade da solução.

Por fim, deve-se destacar que foi assumida a hipótese de que a parcela de custo fixo na função objetivo (1) só incide nos veículos efetivamente utilizados para o atendimento das tarefas. Aqueles não utilizados, representados por uma "viagem" direta da base de partida à base de chegada, não implicam em custos adicionais na função objetivo.

Tal função objetivo mais genérica (1) possibilita resolver diferentes tipos de problema, incluindo minimização de frota, bem como avaliar os "trade-offs" entre frota total alocada, distância total percorrida e duração dos roteiros.

3.4. Revisão Bibliográfica

Nesta revisão bibliográfica pretende-se abordar apenas os trabalhos cujos problemas tratados estejam de alguma forma relacionados ao PRP, apresentado no item anterior.

Para uma caracterização mais geral dos diferentes tipos de problema de roteamento e do estado-da-arte dos algoritmos de solução, sugere-se consultar o trabalho de Bodin et al. [5], que compreende um volume integralmente dedicado à análise do estado-da-arte das formulações matemáticas e algoritmos de roteamento para toda a gama de problemas encontrados em situações reais.

Na revisão bibliográfica que se segue, os trabalhos selecionados foram agrupados, segundo a estratégia do algoritmo de solução, nos seguintes grupos: programação dinâmica, heurísticas, "branch-and-bound" (também denominado B&B) e geração de colunas.

3.4.1. Programação Dinâmica

Psaraftis [36] desenvolveu um algoritmo exato de programação dinâmica para a solução do problema do "dial-a-ride" para um único veículo. No problema "dial-a-ride", um ou mais veículos devem ser programados para realizar o transporte de pessoas de origens diversas para destinos diversos. Ao contrário do serviço

de táxis, em o veículo é exclusivo para um ou mais passageiros, juntos, da mesma origem para o mesmo destino, no "dial-a-ride" podem estar simultaneamente no veículo, passageiros com origens e destinos distintos. Segundo o autor, embora o percurso de cada passageiro possa não ser direto entre o seu ponto de origem e o de destino, pois o veículo pode desviar para coletar ou entregar outro passageiro, este serviço torna-se atrativo em função de proporcionar tarifas bastante inferiores ao de um veículo exclusivo (taxi).

Neste tipo de serviço, cada solicitação de transporte gera duas tarefas, uma de coleta e outra de entrega de cada passageiro; assim, o problema do "dial-a-ride" apresenta restrições de precedência. Em outras palavras, para cada passageiro, a tarefa de desembarque deve ser precedida pela de embarque.

O autor considerou dois enfoques: o caso estático e o dinâmico. No caso estático não se consideraram possíveis alterações na rota em curso decorrentes de novas solicitações de serviço, ocorridas durante o percurso do veículo. Ao início de serviço do veículo, a lista de requisições de serviço é encerrada, sendo atendidos apenas aquelas registradas até esse momento. Novas requisições, ocorridas após a partida do veículo, são registradas em uma nova lista, para atendimento posterior; não é possível inseri-los no roteiro em andamento.

Já no caso dinâmico, novas requisições, registradas após o início do serviço do veículo, podem ser consideradas durante o cumprimento da rota. Sendo assim, é possível alterar-se "em

tempo real" a programação em andamento, de forma a tentar inserir o novo passageiro na rota sendo realizada.

A função objetivo considerada pelo autor foi a minimização de uma ponderação entre o tempo total gasto para atender todos os usuários e o "grau total de insatisfação" experimentado pelos mesmos enquanto aguardam o serviço. Esta "insatisfação" foi assumida como sendo uma função linear dos tempos de espera e de viagem de cada usuário.

Adicionalmente, o autor definiu uma "posição relativa" de embarque, que consiste na diferença entre a posição do usuário na lista de requisição de serviço (primeira, segunda, terceira, requisição e assim por diante) e a ordem de atendimento do usuário no embarque (primeiro, segundo, terceiro a embarcar e assim por diante). De forma análoga define-se uma "posição relativa" de desembarque, que consiste na diferença entre a ordem de desembarque e a respectiva posição inicial na lista de requisições de transporte.

Psaraftis [36] considerou, na formulação do problema, a restrição de que, para cada usuário, o valor absoluto tanto da "posição relativa" de embarque quanto da de desembarque não possam ser maiores que um valor pré-estabelecido.

A finalidade destas restrições, embora pareçam um pouco vagas para o caso estático, são muito importantes no caso dinâmico, especialmente para impedir que o atendimento de algum passageiro seja postergado indefinidamente pelo algoritmo.

O algoritmo exato proposto por Psaraftis [36], baseado em programação dinâmica, foi derivado do algoritmo de solução do problema do caixeiro viajante apresentado por Held e Karp [30,31]. As principais alterações em relação ao algoritmo original se referem à consideração de restrições de precedência (enbarque antes de desembarque), de capacidade do veículo e de "posição relativa" do usuário.

Foram testados problemas com até nove requisições. O autor conclui que o esforço computacional, embora aumente exponencialmente com o número de clientes, assintoticamente tende a ser menor que o algoritmo de programação dinâmica aplicado ao Problema do Caixeiro Viajante de mesmo porte. O autor aponta o "trade-off" existente entre o fato do algoritmo ser exato (ao invés de uma heurística) e o tamanho máximo do problema possível de ser tratado.

Finalmente, o autor indica, como possíveis pesquisas e extensões futuras, a tentativa de refinamento do algoritmo proposto, aproveitando-se características de proximidade espacial dos clientes. Além disso, o mesmo aponta a possibilidade da utilização deste algoritmo de programação dinâmica como subrotina para o problema com múltiplos veículos.

Psaraftis [38] publicou também uma Nota Técnica relatando a extensão do seu algoritmo de programação dinâmica, de forma a incorporar explicitamente restrições do tipo janela de tempo.

O autor volta a enfatizar que, embora sistemas "dial-a-ride" com um único veículo na prática não existam, algoritmos para a

solução deste sub-problema podem ser utilizados como subrotina para o problema de múltiplos veículos.

As janelas de tempo consideradas nesta extensão são do tipo rígida, semelhantes àquelas formuladas para o PRP. Além disto, foi relaxada a restrição de capacidade do veículo. A função objetivo considerada foi a minimização do tempo total de atendimento de todos os passageiros.

As alterações efetuadas não mudaram a ordem de complexidade do algoritmo. Nenhuma experiência computacional foi realizada.

Mais recentemente, Desrosiers et al. [16] também desenvolveram um algoritmo exato de programação dinâmica para o problema do "dial-a-ride" com um veículo e restrições de janela de tempo e capacidade do veículo. A função objetivo consistia na minimização da distância total percorrida.

O algoritmo utiliza o conceito de etiqueta bi-dimensional (hora, custo) desenvolvido por Desrosiers, Pelletier e Soumis [18] para a solução do problema do caminho mínimo com janela de tempo, através de programação dinâmica.

Este algoritmo de programação dinâmica foi utilizado no contexto da otimização de problemas de grande porte com múltiplos veículos [15].

A fim de melhorar o desempenho do algoritmo de programação dinâmica, Desrosiers et al. [16] desenvolveram critérios para a identificação e eliminação de rotas inviáveis sendo expandidas. Entre eles os mais importantes são: tarefa sendo adicionada à

rota já foi atendida; precedência, ou seja, inserir na rota tarefa de desembarque sem que o respectivo usuário tenha sido coletado; violação da restrição de capacidade do veículo; impossibilidade de atender algum passageiro não atendido em função da violação da restrição de janela de tempo.

Os autores analisaram 98 problemas, de tamanho variando entre 5 e 40 requisições de serviço, com janelas de tempo da ordem de 40-50 minutos de duração média e variação entre 30 e 82 minutos; o tempo médio de viagem entre dois pontos consecutivos foi da ordem de 10 minutos; o tempo máximo de viagem entre dois pontos mais distantes de cada problema foi, em média, de 44 minutos.

Os autores apresentaram estatísticas de eficiência de eliminação de caminhos inviáveis para cada um dos critérios de eliminação considerados. Constatou-se que os critérios que correspondem à verificação de um dado nó gerado como sucessor já ter sido visitado anteriormente na rota em questão e de precedência (embarque deve preceder desembarque) são responsáveis por mais de 60% dos caminhos eliminados.

Os autores atestam que o algoritmo resolve de forma eficiente problemas com 40 requisições de serviço (o tamanho máximo de problema analisado) em um computador Cyber 173.

3.4.2. Heurísticas

Psaraftis [37] propôs uma heurística de intercâmbio para o problema do "dial-a-ride" com um único veículo, no qual buscava

minimizar a distância total percorrida pelo veículo. Além da restrição de precedência, natural em um problema do tipo "dial-a-ride", foi considerada a restrição de capacidade do veículo. Não foram consideradas pelo autor restrições do tipo janela de tempo.

No algoritmo heurístico de intercâmbio, k arcos (ligando pares de pontos consecutivos) de uma rota são trocados de posição com outros k arcos. Uma rota é dita k -ótima se não é possível obter outra rota viável de menor distância total percorrida, através do intercâmbio de quaisquer k arcos.

O autor examinou situações com k assumindo os valores 2 e 3. Foram avaliados dois métodos para a busca local dos k arcos a serem intercambiados: busca em largura, selecionando o melhor k -intercâmbio possível e busca em profundidade, selecionando o primeiro k -intercâmbio favorável.

Os testes realizados pelo autor, com problemas de até 30 usuários (correspondendo a 60 nós), indicaram que o algoritmo 3-opt (correspondente a um 3-intercâmbio) produziu rotas com distâncias inferiores ao 2-opt. Em ambos os casos, a busca em profundidade resultou em maior rapidez de processamento.

Já o trabalho de Solomon [42] consiste na avaliação de desempenho no pior caso ("worst-case performance") para um conjunto de heurísticas destinadas a resolver o problema de roteamento e programação de uma frota de veículos, com restrições de janela de tempo e capacidade dos veículos.

O autor afirma que o problema por ele formulado é NP-completo, mesmo quando o número de roteiros (relacionado ao tamanho da frota) é pré-fixado; dessa forma, é muito pouco provável que a solução ótima possa ser obtida em tempo polinomial. Sendo assim, a autor aponta que uma alternativa bastante atraente parece ser a de heurísticas que gerem soluções próximas da ótima em tempo polinomial.

Solomon [42] apresenta as seguintes heurísticas:

- *Heurística de Economias*: consiste em uma heurística de construção de roteiros, através da adição, a cada iteração, de uma ligação entre dois nós. Essa ligação é guiada por uma medida de economia de custo. Como há as restrições de janela de tempo a serem consideradas para se interligarem dois clientes, deve-se adicionalmente verificar a violação destas restrições. Além disso, a fim de considerar tanto a proximidade espacial quanto a temporal, o autor sugere limitar o tempo máximo de espera para início de atendimento de dois clientes consecutivos.

- *Heurística do Vizinho mais Próximo com Orientação de Tempo*: consiste em um algoritmo de construção de roteiros. Cada roteiro é iniciado com a busca do cliente não atendido mais "próximo" do depósito (ou base), segundo um critério descrito mais adiante. A cada iteração subsequente, o algoritmo identifica o cliente mais próximo do último cliente inserido no roteiro. Esta busca compreende todos os clientes cuja viabilidade (temporal e de capacidade) possibilite sua

inserção na rota sendo gerada. Um novo roteiro é iniciado quando não forem inviáveis as inserções na rota corrente para os clientes ainda não atendidos.

O critério de proximidade leva em conta as condicionantes espacial e temporal. Avalia-se a distância entre dois clientes, o intervalo de tempo entre seus respectivos horários de início de serviço (medindo a espera) e a urgência da entrega, dado o ponto corrente da programação.

- *Heurísticas de Inserção*: compreende um conjunto de heurísticas de construção de roteiros que considera dois critérios para inserir um cliente na rota parcial sendo gerada. Para cada cliente não atendido, inicialmente é determinada a posição de inserção mais "viável" (com relação às janelas de tempo e à capacidade do veículo) na rota sendo gerada. Em seguida, é selecionado o "melhor" cliente a ser inserido na rota.

Com base neste método geral, o autor propõe três diferentes critérios mais específicos. No primeiro, procura-se maximizar o benefício decorrente do atendimento de um cliente a partir da rota parcial sendo construída, ao invés de uma rota direta. A melhor posição de inserção viável para um cliente não atendido consiste naquela que minimiza a inserção, ponderando-se a distância e o tempo.

Um segundo critério de inserção objetiva selecionar os clientes cujos custos de inserção minimizem uma medida de tempo e distância total da rota. Já o terceiro critério considera o aspecto da urgência de entrega.

- *Heurística de Varredura Orientada pelo Horário*: esta heurística pode ser vista como pertencente a uma classe de métodos no qual se decompõe o problema de roteamento em duas fases: o agrupamento dos clientes nos veículos e posteriormente o roteamento para cada veículo. Na primeira fase, os clientes são alocados aos veículos, utilizando o mesmo procedimento da heurística de varredura ("sweep") original. Na segunda fase, é criada uma programação para os clientes alocados a cada veículo, considerando um dos métodos de construção de roteiros descritos anteriormente. Alguns clientes podem não ser atendidos ao final da segunda fase, em decorrência de inviabilidade de janela de tempo. Após a eliminação dos clientes já inseridos em alguma rota, o algoritmo de duas fase é novamente aplicado, para aqueles clientes ainda não atendidos em decorrência de alguma inviabilidade.

- *Heurística de Roteiro Gigante*: na primeira fase, consiste na construção de um roteiro passando por todos os clientes (sem consideração de janela de tempo e de capacidade); na segunda fase são criados sub-roteiros viáveis, com relação às janelas de tempo e à capacidade dos veículos, através do particionamento do roteiro gigante em segmentos contíguos. Um possível método para a geração do roteiro gigante consiste na criação de um roteiro de caixeiro viajante englobando todos os clientes. Outros métodos podem considerar não somente a proximidade espacial, mas também a temporal.

- *Heurísticas de Intercâmbio*: também chamadas de heurísticas de

de janelas de tempo e de continuidade temporal, o problema Na sua formulação, o autor concluiu que, relaxando as restrições consistiu na minimização da duração total do percurso.

restrição adicional de janela de tempo. A função objetivo Baker [2,3] analisou o problema do caixeiro viajante com

3.4.3. "Branch-and-bound" (B&B)

clientes. O autor concluiu que todas as heurísticas apresentam mesmo desempenho no pior caso, com relação à variável número total de

cada heurística com relação ao valor ótimo. A avaliação do desempenho no pior caso proposta por Solomon [42] esta relacionada ao desvio máximo do valor da função objetivo de

através de k -intercâmbios. Uma solução é dita k -ótima caso não possa ser melhorada mesmo número de veículos e proporcione uma redução dos custos. promova uma solução melhor, isto é, se utilize no máximo o de veículos distintos. Um k -intercâmbio é realizado caso veículos, tanto dentro de cada roteiro quanto dentre roteiros viáveis com relação a janelas de tempo e capacidade dos descritos anteriormente. São considerados k -intercâmbios, Uma solução inicial é gerada, utilizando um dos métodos corrente por k arcos correntemente não utilizados. melhorias. A cada iteração são trocados k arcos da solução

relaxado resultante tem como dual um problema de caminho mais longo em um grafo direcionado.

Para que esta transformação seja possível, é assumida a hipótese de que as distâncias respeitem inequações de geometria plana euclideana e propriedades de triângulos (mais precisamente, para três pontos distintos i, j, k é válida a inequação de distâncias: $d_{ik} + d_{kj} \geq d_{ij}$), de forma a garantir que caso haja um caminho Hamiltoniano na rede dual, sua extensão corresponderá à extensão do caminho mais longo nessa rede.

No algoritmo de etiquetamento para o problema dual, cada nó recebe uma etiqueta permanente, na medida em que é determinado o caminho mais longo até ele. Essa etiqueta, ou o potencial no nó, corresponde a variável primal da hora de atendimento no nó. Foi desenvolvido um algoritmo B&B para controle do processo.

Foram analisados diferentes problemas de transporte marítimo entre portos com até cinquenta nós.

Em síntese, os resultados obtidos pelo autor indicam que o algoritmo proposto é eficiente em problemas de pequeno e médio porte, nos quais a maioria dos nós apresenta restrições ativas de janela de tempo.

Swait [44] e Silva [40] trataram do problema do roteamento e programação de um veículo forte para o transporte de valores, considerando restrições de janela de tempo e precedência entre tarefas.

Com relação à função objetivo, Silva [40] considerou a

minimização da ponderação entre a distância total percorrida e a hora de retorno do veículo à base. Já Swait [44] considerou apenas a minimização da hora de retorno à casa forte, por considerar essa variável mais representativa do problema em questão.

Ambos os autores propuseram um algoritmo heurístico do tipo B&B para a resolução do problema proposto.

Segundo Silva [44], uma das vantagens do método "branch-and-bound" é a facilidade de adaptação a uma estratégia heurística: busca-se uma solução inicial que vai sendo melhorada a cada iteração até encontrar-se uma solução ótima, ou até esgotar a capacidade de memória do computador, ou um tempo determinado tenha transcorrido, ou mesmo que a melhoria de uma solução para outra não seja significativa. Desta forma, o programador pode, se desejar, interromper a busca ao encontrar uma solução que lhe pareça satisfatória.

No método B&B, também conhecido como de busca em árvore, ou de enumeração implícita, o espaço de soluções pode ser representado por uma árvore. Os ramos desta árvore representam valores alternativos a serem assumidos por cada variável de decisão do problema. Na ponta de cada ramo se encontra um nó, que representa a solução parcial do problema, correspondente aos ramos precedentes ao longo do caminho a partir do nó até a raiz da árvore.

No B&B, a estratégia implícita consiste na eliminação de partes do espaço de soluções que não resultarão em nós de solução, por

gerarem soluções inviáveis ou soluções viáveis com valores acima do valor mínimo encontrado até aquele momento.

De acordo com ambos os autores, a implementação eficiente de qualquer algoritmo B&B requer: (i) um método eficiente para a estimativa da função objetivo a partir da solução parcial, que não exija a obtenção do restante da solução; (ii) um critério para escolha, entre as várias soluções parciais, da rota mais promissora para ser efetivamente explorada.

A proposta de Silva [40] para a estimativa da função objetivo da solução parcial consiste em um algoritmo otimista, no qual não se considerava as restrições de janela de tempo e de precedência. O valor da função objetivo era estimado através da multiplicação do número de tarefas não atendidas pela somatória do menor tempo de viagem entre duas tarefas com o tempo mínimo de permanência; ao resultado desse cálculo devia-se acrescentar o produto da distância mínima entre pares de tarefas pelo número de tarefas não atendidas.

Já a solução proposta por Swait [44] também envolvia a relaxação das restrições de janela de tempo e de precedência, o que acarretava numa estimativa do horário de retorno à base anterior ou igual ao real, se consideradas ambas as restrições. Para obter a solução ótima no problema relaxado, foi utilizado por Swait [44] um algoritmo guloso para encontrar o vizinho mais próximo.

Silva [40] utilizou como critério de escolha da rota parcial a ser expandida selecionar aquela com o maior número de tarefas já

executadas e simultaneamente a menor estimativa da função objetivo. Já Swait [44] propôs um critério de escolha semelhante, porém mais refinado, considerando a rota parcial com o maior número de tarefas já efetuadas e com o menor horário de retorno à casa forte.

Swait [44] implementou o algoritmo em microcomputador PC-XT compatível. Foram analisados problemas aleatoriamente gerados com até 30 tarefas e diferentes larguras máximas de janela de tempo. Os resultados indicaram que o desempenho do algoritmo é prejudicado principalmente pelo número de tarefas e, em menor grau, pela dimensão das janelas de tempo.

Silva [40] também implementou o algoritmo em microcomputador. Não foram realizados testes de desempenho do algoritmo; apenas um estudo de caso, onde se compararam soluções obtidas com as rotas definidas por programadores, para casos práticos de uma empresa de transporte de valores. Além disso, foi avaliado o impacto e alteração na solução decorrente de variação, na função objetivo, dos pesos das componentes da distância percorrida e do tempo total de viagem.

Christofides et al. [9] implementaram um algoritmo B&B para a resolução do problema de roteamento de um veículo, com restrições de janela de tempo e capacidade do veículo. Os autores comprovaram que a eficiência do método está relacionada às dimensões das janelas de tempo: quanto mais abertas, menor é o espaço de soluções eliminado pelo algoritmo. É relatado o teste de um problema com 25 pontos, com solução cerca de 99.6%

da solução ótima, já que a árvore B&B não foi totalmente explorada.

3.4.4. Geração de colunas

O método de geração de colunas consiste em uma das estratégias de solução que tem despertado o interesse e a pesquisa visando a resolução de problemas complexos de otimização combinatória, em especial problemas de roteamento com restrições complexas.

O artigo de Haouari et al. [29] descreve de maneira bastante clara e objetiva os detalhes do método de geração de colunas, com o enfoque para a solução de problemas de roteamento complexos.

Embora um detalhamento desse método esteja fora do escopo da presente revisão bibliográfica, por outro lado, julgou-se oportuno descrever sucintamente os principais conceitos, tendo em vista ser esta uma abordagem bastante recente e que tem sido aplicada a problemas complexos de maior porte. Além disso, em vista da sua aplicação em problemas de roteamento ser recente, algum detalhamento é importante para a dar subsídios à uma melhor compreensão da avaliação dos diferentes algoritmos de solução, no próximo item deste capítulo.

Segundo Haouari et al. [29], a estratégia de solução proposta consiste em formular o problema de roteamento como um problema do tipo "set partitioning", para o qual é conhecida uma matriz binária, com custos associados a todas as suas colunas. Cada

coluna desta matriz representa uma rota viável, sendo possível identificar quais nós estão em cada rota e o custo total de cada uma delas.

O problema assim formulado consiste em identificar o conjunto de rotas viáveis, as quais correspondem à solução de mínimo custo, visitando cada cliente uma e somente uma vez. A dificuldade inerente a esta estratégia reside em gerar, considerar e tratar explicitamente todas as rotas (colunas) simultaneamente.

O método de geração de colunas pode ser utilizado para resolver problemas com muitas colunas e é baseado no princípio de decomposição formulado por Dantzig e Wolfe [11]. Para a aplicação do método de geração de colunas a um problema "set partitioning", é necessário assumir que exista um subproblema apropriado que consista em encontrar a coluna de mínimo custo marginal.

Segundo os autores, ao invés de se considerar todas as rotas viáveis, o problema de "set partitioning" é definido com base em um subconjunto restrito de rotas viáveis. A relaxação linear deste problema reduzido é resolvida utilizando-se o algoritmo simplex de programação linear. A solução ótima do problema reduzido fornece variáveis duais ótimas. A fim de verificar se a solução corrente é ótima, deve ser determinada a coluna de mínimo custo marginal dentre todas as colunas ainda não consideradas, resolvendo o subproblema do problema de "set partitioning".

Este subproblema do problema de roteamento corresponde a um

problema de caminho mínimo com custos alterados pelas variáveis duais do problema relaxado.

Ao final de uma iteração do problema mestre (que corresponde à solução ótima do algoritmo simplex para um dado conjunto de colunas), o subproblema de caminho mínimo com custos afetados pelas variáveis duais é resolvido. Duas situações podem então ocorrer:

(i) o custo marginal da solução ótima do subproblema de caminho mínimo é positivo, o que leva à conclusão de que a solução corrente é a ótima para o problema completo de "set partitioning";

(ii) o custo marginal da solução ótima do subproblema é negativo. A coluna correspondente a esta rota é inserida na base e o problema mestre restrito, com mais esta nova coluna encontrada, é reotimizado através do algoritmo simplex.

Os autores afirmam que a principal vantagem do método é lidar com um problema linear, de dimensões reduzidas, quando comparado ao problema original.

Por outro lado, os mesmos afirmam que o desempenho do método está diretamente relacionado à "eficiência" de resolução do subproblema. Menciona-se também que a integralidade da solução linear do problema mestre restrito não é assegurada, podendo ser utilizada como um limitante inferior em um algoritmo B&B.

Haouari et al. [29] utilizam o algoritmo proposto por Desrochers

e Soumis [14] para a resolução do problema de caminho mínimo com janela de tempo.

Segundo Desrosiers et al. [20], que basicamente trata do mesmo problema e aplica o mesmo método de solução, em problemas de roteamento, a probabilidade de espontaneamente serem geradas soluções inteiras para o problema mestre, utilizando o método simplex, é bastante alta. Quando, na solução ótima do problema mestre, o número de veículos não resulta em inteiro, é efetuado um arredondamento desse número para o número inteiro imediatamente acima. O problema mestre é então reotimizado, gerando-se novas colunas, conforme necessário.

O problema tratado por Haouari et al. [29] consiste no roteamento e programação de uma frota não homogênea, composta de veículos de diferentes tipos, com restrições de janela de tempo e capacidade dos veículos. As rotas são definidas simultaneamente com o tamanho e a composição da frota.

O algoritmo foi implementado em uma estação de trabalho Sun. Foram testados inúmeros problemas com 40 a 80 clientes e frotas compostas por dois a cinco tipos diferentes de veículos.

Os autores concluem que a redução da capacidade dos veículos, assim como a diminuição das janelas de tempo reduzem significativamente o tempo de processamento. Os resultados obtidos foram satisfatórios, embora se afirme que tal fato não implica na possibilidade de resolver qualquer instância de problema. Os mesmos atestam não ter sido possível comprovar a otimalidade de solução para sete dos vinte e sete problemas

testados, em função de não ter sido obtida a solução ótima após a exploração de 500 nós da árvore B&B.

O trabalho de Dumas e Desrosiers [21] trata de um algoritmo de caminho mínimo com restrições de janela de tempo, capacidade e precedência. Trata-se da resolução do subproblema de encontrar a coluna de mínimo custo marginal dentro do algoritmo de geração de colunas descrito anteriormente. O problema global considerado foi o "dial-a-ride" com múltiplos veículos e restrições de capacidade do veículo, precedência e janela de tempo.

O trabalho de Desrosiers et al. [20], já citado anteriormente, tratou do problema de roteamento e programação de uma frota de veículos, objetivando minimizar o número de veículos alocados e os custos variáveis com a distância, sujeito a restrições de janela de tempo.

O algoritmo de solução consistiu no método de geração de colunas, associado a um algoritmo de caminho mínimo com restrição de janela de tempo, para a resolução do subproblema.

Foram efetuados testes para seis problemas reais. Os autores concluíram que a utilização do algoritmo simplex faz com que a integralidade da solução não seja garantida. Por outro lado, uma função limitante inferior de excelente qualidade é obtida, sem deterioração na qualidade do resultado, em decorrência do aumento nas janelas de tempo, nem tampouco do número de nós. Os tempos de processamento não aumentam exponencialmente com o tamanho do problema.

3.5. Análise dos algoritmos apresentados

Neste item são analisados e discutidos os problemas e respectivos algoritmos de solução apresentados na revisão bibliográfica do item anterior.

A síntese dos principais aspectos da formulação matemática e das restrições consideradas em cada caso, bem como a respectiva estratégia de solução, estão contidas no Quadro 3.1.

A idéia de considerar na revisão bibliográfica algoritmos de roteamento para um único veículo, embora o PRP formulado no item 3.3 considere múltiplos veículos, se deveu ao potencial de heurísticas de solução em duas fases, entre as quais a de um agrupamento de clientes a aos veículos e posterior roteamento individualmente de cada um deles.

Observou-se que, de certa forma, os trabalhos mais antigos tratam do problema para apenas um veículo, enquanto que, nas pesquisas mais recentes, a diretriz tem sido de considerar a frota como um todo.

Na verdade, a evolução dos computadores, das linguagens programação de alto nível e das técnicas de programação e estrutura de dados, aliada à necessidade de buscar formulações que melhor representem os problemas reais de distribuição física têm motivado o desenvolvimento de algoritmos para problemas com

múltiplos veículos.

Com relação à comparação dos trabalhos apresentados na revisão bibliográfica, o primeiro fator analisado se refere à *função objetivo*. Na maioria dos problemas analisados foi considerada alguma função de minimização relacionada à distância total percorrida ou ao tempo total de viagem. Apenas em alguns casos, procurou-se minimizar simultaneamente ambas as variáveis. Nenhum autor considerou a questão da ponderação dos componentes de custo, à semelhança da formulação matemática do PRP, nem tampouco outros componentes de custo mencionados no item 3.2, com exceção do trabalho de Silva [40].

A restrição de *janela de tempo do tipo rígida* ocorreu em todos os trabalhos analisados, com exceção de apenas um deles. Na verdade, procurou-se selecionar trabalhos que enfocassem esta restrição, uma vez que, se por um lado a mesma dificulta a resolução do problema de roteamento, por outro lado, é essencial no esforço de tornar os modelos matemáticos mais realistas, conforme já havia sido discutido anteriormente.

Observa-se haver uma ênfase na literatura técnica especializada na análise dos problemas associados ao transporte de pessoas idosas e deficientes, conhecido na literatura como "dial-a-ride". Tal modalidade de transporte não é comum em nosso país, conforme foi mencionado no Capítulo 2.

Quadro 3.1.- Resumo das características dos problemas abordados na revisão bibliográfica

FATORES	REFERENCIA									
	[2,3]	[16]	[20]	[29]	[36]	[37]	[40]	[42]	[44]	
I - FUNCAO OBJETIVO - Componentes										
Distância percorrida		*	*	*	*	*	*	*		
Tempo Total de Viagem	*				*		*		*	
II- RESTRIÇÕES										
Múltiplos veículos			*	*					*	
Janela de tempo rígida	*	*	*	*		*	*	*	*	*
Janela de tempo flexível					*					
Precedência tipo "dial-a-ride"		*			*	*				
Precedência							*			*
Capacidade dos veículos		*		*	*	*		*		
III- ALGORITMOS DE SOLUÇÃO										
"Branch-and-Bound"	*						*			*
Heurísticas diversas						*		*		
Geração de colunas			*	*						
Programação dinâmica		*			*					

Em decorrência da complexidade dos problemas de roteamento semelhantes ao PRP e do porte dos sistemas reais de distribuição física, grande parte do esforço tem sido devotado ao desenvolvimento de heurísticas, ou seja, algoritmos intuitivos sem convergência comprovada à solução ótima, de forma a tentar aproveitar a estrutura dos problemas para a obtenção de soluções satisfatórias em tempos de processamento razoáveis.

A implementação de algumas heurísticas propostas por Solomon [42] parece ser um caminho promissor para a resolução de problemas de grande porte com múltiplos veículos e restrições complexas, tais como as do PRP (em especial a Heurística de Varredura Orientada pelo Horário, que procura considerar aspectos de "proximidade" espacial e temporal para o agrupamento de clientes a cada um dos veículos). Observa-se que, na prática, os roteiros resultantes da utilização de diferentes tipos de algoritmos para problemas reais, os resultados guardam alguma relação de "proximidade espacial e temporal dos clientes alocados a cada veículo. Além disso, a filosofia de "dividir para conquistar" parece ser promissora para problemas de grande porte.

A Heurística de Varredura Orientada pelo Horário pressupõe um algoritmo simples, robusto e eficiente (tanto em termos de velocidade de processamento quanto de utilização de memória) para a solução do problema de roteamento de clientes agrupados a um único veículo, sujeito às restrições de janela de tempo, de precedência e de capacidade. Tais requisitos de desempenho são imprescindíveis, uma vez que o mesmo deverá ser utilizado

reiteradas vezes, em decorrência dos inúmeros agrupamentos promissores diferentes produzidos pela heurística de varredura.

Os algoritmos B&B tem se popularizado na solução de diferentes tipos de problemas combinatoriais. Entretanto, três mecanismos são essenciais para seu desempenho adequado:

- um mecanismo de escolha de nó, mais especificamente um método para selecionar a solução parcial a ser expandida (como exemplos deste mecanismo pode-se citar estruturas de dados com disciplina de acesso e armazenamento de pilha, de fila, etc.);
- um mecanismo de limitação do nó a ser expandido, que consiste em um método para estimar o valor da melhor solução a ser gerada a partir do nó considerado para expansão, com a finalidade óbvia de expandir apenas os nós considerados promissores em termos da melhor solução corrente;
- um mecanismo de dominação de nós: um método para determinar se o nó sendo considerado para expansão é dominado por outros nós disponíveis para consideração; este mecanismo requer boas funções estimadoras e também um método eficiente de priorizar o nó a ser expandido.

A qualidade da função de limitação de nós candidatos é crucial para o esforço computacional na expansão da árvore de busca, uma vez que, quanto mais rapidamente se puder eliminar grande parte do espaço de solução (combinações não promissoras) melhor será o desempenho do algoritmo. Em compensação, quanto melhor a qualidade da função limitadora, com certeza maior esforço

computacional é requerido para a sua obtenção.

Com relação à revisão bibliográfica, nenhum dos algoritmos B&B apresentados demonstrou ser suficientemente eficiente (tanto do ponto de vista da rapidez de processamento quanto do espaço ocupado) para resolver problemas práticos, nem tampouco foi implementado em microcomputadores.

Pode-se considerar o B&B para o PRP tanto de uma maneira integrada quanto através da decomposição do problema em dois estágios. Entretanto, não fica clara uma estratégia de solução B&B para o PRP, em função da dificuldade de se definir funções estimadoras eficientes, tanto do ponto de vista da eliminação de partes significativas do espaço de soluções quanto de eficiência computacional.

Conforme mencionado na revisão da bibliografia, o método de geração de colunas tem sido apresentado como uma solução bastante promissora para a resolução de problemas complexos. Entretanto uma análise mais atenta demonstra que, embora os procedimentos componentes (método simplex, algoritmo de caminho mínimo, etc.) sejam simples, conhecidos e frequentemente implementados, no global o conjunto de procedimentos é muito complexo, requer grande disponibilidade de memória, algoritmos muito eficientes e portanto parece ser pouco promissor para a resolução de problemas complexos, como o PRP, em microcomputadores.

Além do problema do caminho mínimo, o método de geração de colunas necessita adicionalmente de um código eficiente para o

método simplex (que ocupa espaço de memória considerável), de espaço para armazenar a rede do sub-problema de caminho mínimo, além de uma estrutura do tipo B&B para assegurar a integralidade da solução. Tais requisitos dificultam sua implementação em microcomputador, mesmo considerando máquinas mais rápidas e de maior capacidade de processamento. Além disso, problemas de 80 clientes, que não caracterizam um porte significativo para problemas reais, já requerem um esforço computacional significativo, segundo os resultados obtidos por Haouari et. al. [29].

Finalmente, há na literatura especializada, outros trabalhos relacionados ao roteamento e programação de veículos, considerando parcial ou integralmente as restrições do PRP, que estavam fora do escopo dos objetivos do presente trabalho [15, 17, 19, 23, 24, 28, 32].

3.6. Conclusões

A análise dos algoritmos de solução, relacionados na revisão bibliográfica, evidenciou que, a priori, não há alguma estratégia de solução que possa ser diretamente aplicada à solução do PRP.

O método de geração de colunas talvez seja a estratégia que mais facilmente possa ser adaptada à formulação matemática e ao conjunto de restrições do PRP; porém, seus aspectos desfavoráveis, mencionados no item anterior, desaconselham sua implementação computacional em equipamentos de menor porte (como é o caso dos microcomputadores), assim como restringem sua aplicação em problemas de porte real.

A utilização de algoritmos "branch-and-bound" parece ser uma solução com potencial de aplicação em problemas semelhantes aos do PRP. Entretanto, duas questões devem ser consideradas: a formulação da estratégia de solução a ser aplicada ao PRP com a utilização do algoritmo B&B, na medida em que nenhum dos trabalhos analisados na revisão bibliográfica é suficientemente semelhante ao PRP; e, não foi suficientemente investigada e solucionada a questão do procedimento de estimativa da função objetivo a partir do nó que corresponde à solução parcial, de forma a eliminarem-se partes da árvore de soluções consideradas sem potencial ou dominadas, requisito fundamental para a

eficiência do algoritmo.

Com relação a esta última condição, nos trabalhos de Silva [40] e de Swait [44] foram formulados procedimentos que resultaram não serem significativamente eficientes, do ponto de vista de desempenho computacional, e cujas soluções geradas não produziram resultados que permitissem reduzir o espaço de soluções, principalmente em problemas com restrições mais flexíveis (especialmente de janela de tempo) e de maior porte.

Uma diretriz bastante promissora consiste na utilização das heurísticas apresentadas por Solomon [42], especialmente a Heurística de Varredura Orientada pelo Horário, para problemas com frota heterogênea, como o PRP. Conforme foi mencionado no item anterior, para esta estratégia é imprescindível um algoritmo eficiente para o roteamento e programação de um veículo, com restrições de janela de tempo e capacidade, que forneça boas soluções, preferencialmente a solução ótima. Algumas das heurísticas descritas pelo autor talvez não produzam soluções de boa qualidade (próximas da solução ótima) na resolução do problema de um veículo.

Segundo Silver [41], as descobertas sobre a "não-polinomialidade" (NP) de alguns problemas combinatoriais mudaram a direção de pesquisa em algoritmos de otimização. Embora os esforços iniciais fossem direcionados para algoritmos exatos, atualmente maior atenção tem sido dedicada à busca de soluções aproximadas ou métodos eficientes que garantam resultados próximos do ótimo.

Concluindo, diante do que foi exposto acima, optou-se por implementar, no âmbito do presente trabalho, tanto o algoritmo de solução para o problema de roteamento de um veículo, formulado por Desrosiers et. al. [16], bem como apresentar uma versão aprimorada do algoritmo de etiquetamento permanente generalizado de Desrochers e Soumis [14]. Ambos são apresentados, respectivamente, nos Capítulos 4 e 5.

O primeiro pode ser utilizado tanto no contexto das heurísticas propostas por Solomon [42] para a resolução do subproblema de um veículo, quanto como função estimativa da função objetivo em um mecanismo de limitação de um algoritmo B&B. Além disto, pretende-se comparar este algoritmo de programação dinâmica, em termos de desempenho computacional e qualidade das soluções, com os algoritmos B&B para um veículo, implementados por Silva [40] e Swait [44].

Já o algoritmo de caminho mínimo pode ser utilizado tanto como função limitante do B&B (de menor qualidade, porém mais eficiente do ponto de vista computacional), à semelhança do algoritmo proposto por Desrosiers et al. [16], quanto no contexto do método de geração de colunas. Além disto, faz parte do programa de pesquisa do autor da presente dissertação de mestrado um aprofundamento e comparação de diferentes métodos para a solução do PRP, incluindo uma aproximação inédita com a utilização deste algoritmo de caminho mínimo como parte de uma estratégia de relaxação lagrangeana.

CAPITULO 4

**ALGORITMO DE PROGRAMAÇÃO DINAMICA PARA O
PROBLEMA DO ROTEAMENTO E PROGRAMAÇÃO DE
UM VEICULO COM JANELAS DE TEMPO**

4.1. Introdução

Neste capítulo é apresentado o algoritmo de programação dinâmica para a solução do problema de roteamento e programação de um veículo sujeito a restrições de janela de tempo, capacidade e precedência. Esse algoritmo é baseado no trabalho de Desrosiers et al. [16].

Segundo as conclusões do capítulo 3, a análise dos algoritmos de solução, descritos na revisão bibliográfica do item 3.4, evidenciou que, a priori, não há alguma estratégia de solução que possa ser diretamente aplicada ao PRP.

O algoritmo de programação dinâmica objeto deste capítulo pode ser utilizado no contexto das heurísticas propostas por Solomon [42] para a resolução do subproblema de roteamento de um veículo (em especial, a Heurística de Varredura Orientada pelo Horário ou outras estratégias semelhantes, nas quais o problema da frota seja decomposto em subproblemas para um único veículo), ou como função limitante de um algoritmo B&B, conforme foi visto no capítulo anterior.

Em linhas gerais, a estratégia de programação dinâmica "para frente" ("forward dynamic programming approach"), formulada por Desrosiers et al. [16], possibilita reduzir significativamente o número de estados gerados através de critérios de eliminação

de caminhos inviáveis ou dominados.

Este capítulo está organizado da seguinte forma: no próximo item é apresentada a formulação matemática do problema de roteamento e programação de um veículo e descritos os critérios de eliminação de estados inviáveis apresentados por Desrosiers et al. [16]. Em seguida é apresentado o detalhamento do algoritmo de programação dinâmica. Os aspectos da implementação computacional são descritos no item 4.4. O item 4.5 trata do estudo de caso, considerando problemas reais do transporte de valores, incluindo resultados de processamento. O item 4.6 aborda a análise de desempenho do algoritmo de programação dinâmica, com base em problemas teste aleatoriamente gerados. Por fim, são apresentadas as principais conclusões referentes à utilização deste algoritmo no contexto proposto.

4.2. Formulação Matemática do Problema de Roteamento e Programação de um Veículo

O problema de roteamento e programação de um veículo sujeito a restrições de janela de tempo, capacidade e precedência (PRP1v) consiste em encontrar um roteiro de mínimo custo, saindo de uma base, atendendo todas as tarefas uma única vez e posteriormente retornando à mesma, respeitando-se as restrições de janela de tempo, capacidade e precedência em cada um dos nós do roteiro.

A formulação matemática proposta neste trabalho é mais genérica do que a apresentada por Desrosiers et al. [16], na medida em que:

- (i) a restrição de precedência pode abranger qualquer tipo de relação entre tarefas, à semelhança dos modelos matemáticos formulados por Silva [40] e Swait [44], e não somente do tipo "dial-a-ride" (embarque de cada passageiro deve preceder ao respectivo desembarque), conforme considerado por Desrosiers et al. [16];
- (ii) a função objetivo consiste na ponderação da distância total percorrida e da duração do roteiro, com pesos definidos pelo usuário, à semelhança do trabalho de Silva [40].

Deve-se ressaltar que também para a função objetivo do PRP1v são válidas as considerações sobre a parcela do custo do tempo de

duração do roteiro, discutidas no capítulo anterior.

De uma maneira geral, pode-se dizer que o PRP1v é resultante da decomposição para um veículo da formulação matemática do PRP, apresentada no item 3.3.

A seguir são apresentadas a formulação matemática do PRP1v e a descrição do método de solução, derivado daquele proposto por Derosiers et al. [16].

4.2.1. Formulação Matemática do PRP1v

Seja T um conjunto de n tarefas. A cada tarefa i , $i=1,2,\dots,n$, está associada uma janela de tempo $[a_i, b_i]$ dentro da qual a tarefa deve ser iniciada, onde $a_i \leq b_i$. Uma tarefa requer um tempo s_i para ser completada; a respectiva carga movimentada é D_i (valor positivo para carga e negativo para descarga). Há duas outras tarefas especiais, a tarefa 0 e a tarefa $n+1$, que representam a saída do veículo da sua base operacional e o seu posterior retorno, respectivamente. Estas duas tarefas não apresentam restrições de janela de tempo, sua duração e a respectiva carga movimentada são nulas.

O veículo tem uma capacidade máxima K , que tanto pode representar uma restrição volumétrica, quanto de peso máximo, ou mesmo de número de passageiros, sem perda de generalidade.

Seja $G = (N, A)$ um grafo direcionado que compreende um conjunto finito N de nós representando as tarefas ($N = T \cup \{0, n+1\}$) e um

conjunto finito de arcos direcionados $A = \{(i, j) : a_i + s_i + t_{ij} \leq b_j, i \text{ diferente de } j, \text{ para todo } i, j \in N\}$. É definido um tempo de viagem $t_{ij} \geq 0$, associado ao atendimento da tarefa j imediatamente após a tarefa i ($i, j \in N$); de forma análoga, é definida uma distância c_{ij} entre as duas tarefas. Notar que não é assumida simetria com relação aos de tempos de viagem e às distâncias.

Cada tarefa i pode apresentar um conjunto P_i de uma ou mais tarefas que devem obrigatoriamente precedê-la, mas não necessariamente imediatamente.

A formulação matemática do PRPlv compreende as seguintes variáveis de decisão:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a tarefa } j \text{ seja realizada após a tarefa } i; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$T_i = \text{horário de início de atendimento da tarefa } i.$$

$$Y_i = \text{carga total no veículo, após atendimento da tarefa } i.$$

Adicionalmente, definem-se $T_0 = 0$; $s_0 = 0$; $Y_0 = 0$.

A formulação matemática para o problema do roteamento e programação de um veículo, sujeito a restrições de janela de tempo, precedência e capacidade no veículo é apresentada a seguir:

$$[\text{PRP1v}] \quad [\text{min}] \quad a_1 \left(\sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \right) + a_2 T_{n+1} \quad (1)$$

s. a.

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = 1, \quad i=0,1,\dots,n; \quad i \langle \rangle j \quad (2)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \text{todo } (i,j) \in A \quad (3)$$

$$a_i \leq T_i \leq b_i, \quad \text{todo } i \in T \quad (4)$$

$$x_{ij} = 1 \Rightarrow T_i + s_i + t_{ij} \leq T_j, \quad \text{todo } (i,j) \in A \quad (5)$$

$$0 \leq |Y_i| \leq K, \quad \text{todo } i \in T \quad (6)$$

$$x_{ij} = 1 \Rightarrow Y_i + D_j = Y_j, \quad \text{todo } (i,j) \in A \quad (7)$$

$$i \in P_j \Rightarrow T_i + s_i + t_{ij} \leq T_j \quad (8)$$

A função objetivo (1) requer a soma da distância total percorrida com o tempo de duração do roteiro, ponderadas pelos fatores a_1 e a_2 , respectivamente, seja minimizada. A restrição (2) assegura que todas as tarefas sejam atendidas uma única vez e por um único veículo. Já a restrição (3) garante a integralidade da solução. Por sua vez, a restrição (4) corresponde à restrição de janela de tempo; e a restrição (5) expressa a compatibilidade entre a sequência do caminho e os respectivos horários de atendimento. De forma análoga às restrições (4) e (5), a restrição (6) assegura a não violação da capacidade do veículo; e a restrição (7) expressa a compatibilidade entre a sequência do caminho e a carga no veículo. Por fim, a restrição (8) garante a precedência entre tarefas.

A ponderação da distância percorrida e do tempo de duração da rota objetivou fundamentalmente possibilitar a análise comparativa do algoritmo de programação dinâmica (APD) com o algoritmo B&B proposto por Silva [40], para os problemas de transporte de valores, apresentados no trabalho da autora. Desrosiers et al. [16] consideraram apenas a parcela da distância total percorrida.

4.2.2. Conceitos básicos do Algoritmo de Programação Dinâmica

Não se pretende aqui reproduzir integralmente o artigo de Desrochers et al. [16], porém apenas os principais conceitos e uma descrição sucinta do princípio de funcionamento do algoritmo proposto e dos critérios de eliminação de etiquetas, de forma a possibilitar ao leitor uma visão geral da estratégia proposta. Para um maior aprofundamento ou detalhes de implementação, recomenda-se consultar o próprio artigo dos autores.

- *Estratégia de Solução*

Desrosiers et al. [16] propõem um algoritmo de programação dinâmica "para frente" ("forward dynamic programming"), com base no qual foi desenvolvido o APD, descrito no item 4.3. Além das alterações referentes à função objetivo e à restrição de precedência diferente daquela considerada por Desrosiers et al. [16], foram incorporados ao APD apenas os testes de dominância

mais eficientes, segundo os resultados obtidos pelos autores.

O algoritmo utiliza o conceito de etiqueta bi-dimensional (Hora de Início de Atendimento, Custo Acumulado), apresentado por Desrosiers et al. [18]. O algoritmo proposto por Desrosiers et al. [16] é sucintamente descrito a seguir.

Inicialmente, o veículo está localizado na base (tarefa 0). Na primeira iteração, os estados gerados consistem em roteiros visitando um único nó (correspondente a uma tarefa), entre aqueles que não apresentam precedentes. A cada iteração subsequente, os estados são construídos a partir dos estados da iteração anterior e consistem em roteiros visitando um nó adicional dentre os demais nós.

Os autores definem um estado viável (S, i) , se, iniciando no nó 0, exista uma rota viável que visite todos os nós em S contido em $\{1, 2, \dots, n+1\}$ e termine no nó $i \in S$; S é um conjunto não ordenado de cardinalidade m .

Segundo os autores, para um estado (S, i) há inúmeras rotas do nó 0 para o nó i . No entanto, essas rotas diferem em termos do horário de início de atendimento em i e do custo total acumulado no caminho até atingir este nó, em função da ordem em que os nós são visitados.

- Critérios de Dominância

Em um algoritmo de programação dinâmica, sua eficiência

computacional está diretamente relacionada à sua capacidade de limitar o número de etiquetas criadas. Sendo assim, Desrosiers et al. [16] sugerem alguns critérios para a eliminação dessas etiquetas dominadas ou não promissoras, os quais foram ligeiramente alterados, de forma a generalizar a restrição de precedência para aquela considerada na formulação matemática do PRP1v.

O nó j , atendido imediatamente após o nó i na sequência, é eliminado caso não seja respeitado um dos seguintes critérios:

- *critério 1*: o nó j ainda não foi previamente visitado no roteiro sendo considerado;
- *critério 2*: se o nó j tem precedentes, todos os seus precedentes já foram anteriormente visitados no roteiro;
- *critério 3*: se o nó j é um nó cuja tarefa envolve o carregamento do veículo, a capacidade do veículo é respeitada;
- *critério 4*: considerando $T_j = a_j$ (ou seja, a tarefa em j se inicia no horário mais cedo possível), é possível atender todos os demais nós ainda não atendidos no roteiro, com relação à viabilidade das respectivas janelas de tempo ($a_j + s_j + t_{jk} \leq b_k$, para todo $k \in T$ ainda não atendido);
- *critério 5*: a restrição de janela de tempo no nó de destino j deve ser respeitada;
- *critério 6*: iniciando o atendimento em j no horário T_j não é violada nenhuma restrição de janela de tempo dos nós ainda não

atendidos no roteiro ($T_j + s_j + t_{jk} \leq b_k$, para todo $k \in T$ ainda não atendido);

- critério 7: se o nó j for atendido no horário T_j , deve ser possível atender todos os nós $k \in T$ cujos precedentes i já estejam no roteiro, respeitando-se suas respectivas janelas de tempo.
- critério 8: se o nó j for atendido no horário T_j , deve ser possível atender os nós $k \in T$ e seus respectivos precedentes i , ainda não atendidos, respeitando-se suas respectivas janelas de tempo.

Desrosiers et al. [16] apresentam um exemplo numérico que auxilia na compreensão do algoritmo proposto e na aplicação dos critérios de dominância.

Os autores aplicaram o algoritmo em 98 problemas das cidades de Montreal, Toronto e Sherbrooke, no Canadá, com número de requisições de viagem variando entre 5 e 40, conforme descrito na revisão bibliográfica do capítulo anterior. Os resultados obtidos indicaram que os critérios 1, 2, 4 e 6 são responsáveis pela eliminação de mais de 90% de caminhos inviáveis ou dominados.

4.3. Algoritmo de Programação Dinâmica para o PRP1v

Além da generalização da função objetivo e da restrição de precedência, mencionadas no item anterior, o algoritmo de programação dinâmica (APD) para a resolução do PRP1v apresenta algumas outras diferenças com relação ao algoritmo proposto por Desrosiers et al. [16], conforme descrito a seguir.

Foram considerados apenas os critérios de eliminação mais eficientes, em termos da parcela de estados inviáveis eliminadas, segundo os resultados de Desrosiers et al. [16]. Desta forma, foram considerados apenas os critérios 1, 2, 3, 5 e 6.

O critério 6 foi modificado com relação ao originalmente proposto por Desrochers et al. [16], tendo como base uma ordenação das tarefas segundo a ordem crescente de horários limites superiores (b_j) das respectivas janelas de tempo. Ao invés de se verificar todas as tarefas ainda não atendidas com relação à viabilidade das respectivas janelas de tempo, conforme sugerido pelos autores, considera-se apenas a tarefa ainda não atendida cujo limite superior corresponde ao "horário mais cedo". Este critério modificado é superior ao critério 4, ou seja, mais preciso, na medida em que se considera o horário efetivo de início de serviço no nó de origem, ao invés do limite

inferior da respectiva janela de tempo; desta forma, torna-se desnecessária a inclusão do critério 4, já que essa modificação não implica em esforço computacional adicional, além da já mencionada ordenação dos nós.

Uma avaliação preliminar indicou que os critérios 7 e 8 são ainda menos eficientes em problemas com restrições de precedência menos rígidas que as do "dial-a-ride" e portanto não foram considerados, dado o esforço adicional requerido para a execução dos testes, face aos benefícios obtidos com a sua aplicação.

A ordem de tratamento das etiquetas obedece a uma disciplina de fila (também conhecida por FIFO - "First in, First out" ou PEPS - primeiro que entra, primeiro que sai) ou seja, as etiquetas são tratadas na mesma ordem em que são geradas e armazenadas.

Ao contrário do que ocorre com o algoritmo para resolução do problema de caminho mínimo com janela de tempo, proposto por Desrochers e Soumis [14] e apresentado no Capítulo 5, o critério de dominância não possibilita a comparação direta de etiquetas associadas a um mesmo nó. Um caminho X (rota parcial) até um dado nó j só pode ser considerado dominado por outro caminho Z até o mesmo nó se, além do horário de início de atendimento e do custo acumulado em X serem superiores aos de Z , ambos passarem pelos mesmos nós até j .

Tendo em vista a natureza combinatorial do PRPlv, associado ao fato de que os grafos subjacentes a problemas de roteamento são geralmente densos, a questão do número de etiquetas geradas, e

consequentemente a memória total ocupada, passam a ser fatores críticos quanto à eficiência computacional do algoritmo. O teste de dominância requer, para cada etiqueta gerada, um espaço de memória significativo para o armazenamento, de forma eficiente, para a comparação de todos os nós incluídos nesse caminho.

Sendo assim, e considerando também a eficiência, comprovada por Desrosiers et al [16], dos demais critérios de eliminação de etiquetas, bem como o tempo necessário para a comparação de caminhos requerida pelo teste de dominância, optou-se por não incorporar este teste no APD.

O APD para a resolução do PRP1v é apresentado na Figura 4.1. a seguir. Foi utilizada uma linguagem em pseudo-código, baseada no Linal introduzido por Swait [45].

Figura 4.1 - Algoritmo de Programação Dinâmica para o Problema de Roteamento e Programação de um Veículo com restrições de janela de tempo, capacidade e precedência

```

1  início // APD para PRPlv //
2  Inicializar etiquetas dos nós ligados diretamente ao depósito
3  Armazenar etiquetas na traseira da fila
4  enquanto fila não vazia faça
5      início
6          Retirar etiqueta  $(T_i, C_i)$  da frente da fila
7          Determinar quais nós estão na rota correspondente à etiqueta retirada
8          para todos os sucessores  $j$  do nó  $i$  faça
9              início
10                 // determina horário de chegada e carga em  $j$  //
11                  $T_j \leftarrow T_i + s_i + t_{ij}$ 
12                  $T_j \leftarrow \max(T_j, a_j)$ 
13                  $Y_j \leftarrow Y_i + D_j$ 
14                 // verificar restrições de janela de tempo, capacidade e precedência//
15                 se  $(T_j \leq b_j)$  e  $(Y_j \leq K)$  e (precedênciaOK) então
16                     se JT no nó não atendido mais cedo não violada então
17                         início
18                             // Calcular demais parâmetros da etiqueta de  $j$  //
19                              $C_j \leftarrow C_i + c_{ij}$ 
20                             Armazenar  $(T_j, C_j)$  na traseira da fila
21                             fim // JT no nó não atendido mais cedo não violada //
22                         fim // para todos os sucessores  $j$  //
23                 // verificar se a etiqueta tratada corresponde a uma rota completa não dominada//
24                 se  $(i=n+1)$  e (todas tarefas já atendidas) e  $(C_i = \min(C_i))$  então
25                     armazenar  $(T_i, C_i)$  como etiqueta permanente
26                 fim // enquanto fila não vazia //
27 fim // // APD para PRPlv //

```

4.4. Implementação Computacional

O algoritmo de programação dinâmica (APD) para a resolução do PRP1v, apresentado no item anterior, foi implementado em microcomputador PC-compatível, utilizando a linguagem Turbo Pascal 5.5 da Borland Inc^(R).

Tendo em vista a natureza combinatorial dos problemas que se pretende resolver, bem como o porte dos problemas reais, procurou-se desenvolver todo o projeto de implementação de maneira a assegurar a otimização do código e das estruturas de dados necessárias para o armazenamento dos dados.

Foram incluídos no algoritmo procedimentos para medir e registrar o tempo de processamento do algoritmo e o número de etiquetas geradas e tratadas, como uma medida indireta da memória dinâmica utilizada.

Sempre que possível, foram utilizadas variáveis de tipo inteiro (ocupando dois bytes cada), de forma a minimizar o espaço de memória utilizado pelo programa. Isso inclui todas as variáveis temporais do problema (tempos de viagem, tempos de atendimento, etc.), bem como a matriz de distâncias.

Para a representação do grafo em computador foi utilizada a lista de adjacência sequencial (também conhecida por "forward star") [45]. A vantagem dessa estrutura de dados é a economia de

espaço necessário (ordem de complexidade $O(n+k)$) para representação de um grafo com n nós e k arcos, além da relativa facilidade de acesso aos dados dos arcos por nó de origem. Para maiores detalhes sobre esta estrutura de dados, bem como outras alternativas para o armazenamento de grafos e redes de transporte, recomenda-se consultar Swait [45] e suas referências.

O número de etiquetas geradas pelo APD é muito variável, sendo afetado diretamente pelo tamanho do problema (número de nós), pelas suas restrições (especialmente as dimensões das janelas de tempo), pelas ligações no grafo (densidade) e respectivos atributos, pelos tempos de viagem etc. Esse tipo de variabilidade torna menos eficiente a utilização de estrutura do tipo lista linear (vetor, matriz, etc.), dado que a dimensão máxima desta estrutura de dados, a ser declarada previamente na linguagem Turbo Pascal (o que se constitui num requisito da desta linguagem), seria muito grande, de forma a prever a situação mais desfavorável.

Deve-se lembrar que o APD poderá funcionar, em muitos casos, como subrotina para a resolução do subproblema de roteamento de um veículo, estando portanto inserido de um problema maior. Nestes casos, a eficiência da implementação computacional e das estruturas de dados é fundamental para a sua plena utilização.

4.5. Estudo de Caso

Uma das dificuldades da realização de estudos de caso baseados em problemas reais consiste na obtenção de dados e resultados referentes a esses problemas. O próprio algoritmo de programação dinâmica de Desrosiers et al. [16], que deu origem ao APD, foi testado pelos autores em 98 problemas reais do tipo "dial-a-ride" de três cidades canadenses; entretanto, os autores, no seu trabalho, não detalham os dados de entrada nem resultados individuais para os problemas testados, impedindo a reprodução de testes que possibilitem comparar resultados e desempenho em situações reais.

Por outro lado, problemas aleatoriamente gerados nem sempre possibilitam representar peculiaridades que usualmente ocorrem nas complexas situações reais.

O estudo de caso visou avaliar os seguintes parâmetros:

- a qualidade das soluções produzidas pelo APD, comparando-se os seus resultados com outros disponíveis;
- o desempenho computacional do algoritmo em problemas reais;

Conforme foi visto na revisão bibliográfica, o trabalho de Silva [40] consistiu no desenvolvimento de um algoritmo "branch-and-bound" para a solução do problema da programação de um

veículo de transporte de valores, com restrições de janela de tempo e precedência. O algoritmo gera a programação otimizada de cada veículo individualmente, após ter sido definido exogenamente o conjunto de tarefas/clientes ao mesmo alocado. O APD possui mesmos componentes da função objetivo e considera o mesmo conjunto de restrições que o algoritmo B&B proposto por Silva [40]; aliás, tal coincidência foi intencional, na medida em que se pretendeu comparar resultados entre os dois algoritmos.

Foram estudadas por Silva [40] algumas rotas reais de duas empresas de transporte de valores sediadas na cidade do Rio de Janeiro (RJ), escolhidas com o objetivo de tratar diferentes situações de grupos de clientes com características distintas.

As rotas aqui avaliadas haviam sido originalmente denominadas pela autora como *rota 1*, *rota 3* e *rota 4*. Além destas, foi também analisada a *rota 3A*, que corresponde ao mesmo grupo de clientes da *rota 3* (e conseqüentemente mesmos tempos de viagem e distâncias), mas com os dados referentes às janelas de tempo de algumas tarefas modificadas.

Embora o trabalho de Silva contemplasse também a *rota 2*, a mesma não foi considerada neste estudo de caso por estar faltando, no anexo da cópia do trabalho de Silva [40], a página correspondente aos dados da matriz de distâncias desse problema.

Os dados de cada uma das rotas (janelas de tempo, relação de precedentes, matrizes de distâncias e tempos de viagem) podem ser obtidos no trabalho de Silva [40]; não se julgou necessário

repeti-los neste trabalho.

Foram consideradas as mesmas funções objetivo definidas pela autora: ponderação do tempo de viagem e da distância total percorrida. Na rota 1 os pesos são 10 e 1 e nas demais 2 e 1, respectivamente.

A comparação de tempos de processamento entre os dois algoritmos fica impossibilitada pela ausência desses resultados no trabalho de Silva [40].

Foi utilizado no estudo de caso um microcomputador semelhante ao utilizado por Silva: PC-XT compatível, com "clock" de 8 MHz e 640 Kbytes de memória RAM.

A seguir são discutidos individualmente os resultados para cada um dos quatro problemas. Para uma caracterização mais detalhada dos problemas, bem como das rotas geradas segundo a prática da empresa, recomenda-se consultar o trabalho de Silva [40].

4.5.1. Rota 1

Esta rota é composta de 12 tarefas. Os intervalos horários contratuais variam entre 1 hora e 2 horas e 15 minutos. As tarefas 3, 4, 5, 6 têm como precedente a tarefa 2, e a tarefa 8 tem como precedente a tarefa 7. Silva [40] considerou pesos 1.0 e 10.0 para a distância e o tempo de viagem, respectivamente.

Os Quadros 4.1 e 4.2 apresentam, as soluções otimizadas pelo algoritmo B&B proposto por Silva [40] e pelo APD,

respectivamente.

Embora Silva tivesse afirmado que a solução obtida pelo algoritmo B&B era a ótima para a rota 1, a rota obtida pelo APD foi ligeiramente diferente (invertida a ordem de atendimento das tarefas 7 e 8) e resultou num valor da função objetivo cerca de 5% menor do que a obtida por Silva [40]. Foram geradas pelo APD apenas 118 etiquetas; o tempo de processamento foi de 12.73 seg.

4.5.2. Rota 3

Segundo Silva [40], a rota 3 é composta por 17 clientes distantes da base operacional cerca de 20 km. As janelas de horário de atendimento tem duração variando entre 1 e 7 horas e o tempo médio de atendimento é de 12 minutos, sendo o tempo mínimo 5 minutos e o máximo 30 minutos. A tarefa 15 tem como precedentes as tarefas 1 a 14 (inclusive). Foi atribuído peso 2 ao tempo e peso 1 à distância percorrida.

Os Quadros 4.3 e 4.4 apresentam, as soluções otimizadas pelo algoritmo B&B proposto por Silva [40] e pelo APD, respectivamente. No processamento do APD foi ocupada toda a memória RAM disponível, sendo a solução apresentada correspondente à melhor encontrada até a interrupção do processamento por falta de memória.

Silva [40] indica que, após gerar 3000 nós tentando minimizar a função objetivo, não foi possível chegar a uma solução melhor que a apresentada, após a geração de 1179 nós.

Quadro 4.1. - Solução ótima da Rota 1 obtida pelo algoritmo B&B
proposto por Silva [40]

Tarefa	Hora Chegada	Hora In. Serv	Hora Term. Serv	Tempo Espera
BASE	-	-	7:32	
1	8:00	8:00	8:25	0
2	8:30	8:30	9:00	0
3	9:20	9:20	9:25	0
4	9:32	9:32	9:40	0
5	9:43	9:43	9:48	0
6	9:58	9:58	10:13	0
7	10:31	10:31	10:38	0
8	10:53	10:53	11:00	0
9	11:26	11:26	11:41	0
10	11:59	11:59	12:14	0
11	12:24	12:24	12:34	0
12	12:44	12:44	12:49	0
BASE	13:24	-	-	

Nós gerados: 32

Distância Total Percorrida : 57050 m

Tempo Total : 5:52 horas

Custo Total da Rota : 60290

Quadro 4.2. - Solução ótima da Rota 1 obtida pelo algoritmo de programação dinâmica - APD

Tarefa	Hora Chegada	Hora In.Serv	Hora Term.Serv	Tempo Espera
BASE	-	-	7:32	
1	8:00	8:00	8:25	0
2	8:30	8:30	9:00	0
3	9:20	9:20	9:25	0
4	9:32	9:32	9:40	0
5	9:43	9:43	9:48	0
6	9:58	9:58	10:13	0
8	10:33	10:33	10:40	0
7	10:55	10:55	11:02	0
9	11:17	11:17	11:32	0
10	11:50	11:50	12:05	0
11	12:15	12:15	12:25	0
12	12:25	12:25	12:40	0
BASE	13:15	-	-	

Tempo de processamento: 12.73 seg

Etiquetas geradas: 118

Distância Total Percorrida : 56350 m

Tempo Total : 5:43 horas

Custo Total da Rota : 57036

Quadro 4.3. - Solução ótima da Rota 3 obtida pelo algoritmo B&B
proposto por Silva [40]

Tarefa	Hora Chegada	Hora In.Serv	Hora Term.Serv	Tempo Espera
BASE	-	-	14:00	
6	14:30	14:30	14:35	0
1	14:55	14:55	15:20	0
5	15:40	15:40	15:50	0
2	15:55	15:55	16:15	0
3	16:20	16:20	16:40	0
4	16:45	16:45	16:50	0
7	17:10	17:10	17:15	0
8	17:25	17:30	17:35	5
12	17:55	17:55	18:00	0
9	18:10	18:10	18:20	0
10	18:25	18:25	18:30	0
11	18:35	18:35	18:45	0
13	18:55	19:00	19:10	5
14	19:30	19:30	19:40	0
15	20:05	20:05	20:25	0
16	20:50	20:50	21:05	0
17	22:00	22:00	22:30	0
BASE	23:15	-	-	

Nós gerados: 1179 (solução pode não ser ótima)

Distância Total Percorrida : 156 km

Tempo Total : 9:15 horas

Custo Total da Rota : 1266

Quadro 4.4. - Melhor solução da Rota 3 obtida pelo algoritmo de programação dinâmica - APD

Tarefa	Hora Chegada	Hora In.Serv	Hora Term.Serv	Tempo Espera
BASE	-	-	13:30	
1	14:00	14:00	14:25	0
6	14:45	14:45	14:50	0
5	15:00	15:00	15:10	0
3	15:15	15:15	15:35	0
2	15:40	15:40	16:00	0
4	16:05	16:05	16:10	0
7	16:30	16:30	16:35	0
10	17:00	17:00	17:05	0
12	17:15	17:15	17:20	0
8	17:40	17:40	17:45	0
9	17:55	18:00	18:10	5
11	18:15	18:30	18:40	15
13	18:50	19:00	19:10	10
14	19:30	19:30	19:40	0
15	20:05	20:05	20:25	0
16	20:50	20:50	21:05	0
17	22:00	22:00	22:30	0
BASE	23:15	23:15	-	

Solução pode não ser ótima (memória excedida)

Tempo de processamento: 3315.54 seg

Etiquetas geradas: 30008

Distância Total Percorrida : 184 km

Tempo Total : 9:45 horas

Custo Total da Rota : 1354

Essa mesma dificuldade do problema se reflete no APD, na medida em que se geraram 30.008 etiquetas, consumindo um tempo de processamento de cerca de 55 minutos, sem que se tivesse encontrado a solução ótima. Por outro lado, a solução obtida, apresentada no quadro 4.4 resultou numa função objetivo bastante próxima da melhor solução obtida por Silva [40], apenas 6% superior, aproximadamente. A ordem de atendimento das tarefas é, no entanto, significativamente diferente da obtida por Silva [40]; além disso, o veículo forte, embora retorne no mesmo horário, parte 30 minutos antes que na solução obtida pelo algoritmo B&B.

4.5.3. Rota 3A

A rota 3A corresponde às mesmas tarefas da rota 3, porém alguns horários contratuais (tarefas 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 16 e 17) foram modificados. As janelas de tempo têm duração entre vinte minutos e sete horas, com média em torno de uma hora e meia. Os demais dados de entrada não foram alterados.

Os Quadros 4.5 e 4.6 apresentam, para a rota 3A, as soluções otimizadas pelo algoritmo B&B proposto por Silva [40] e pelo APD, respectivamente.

As soluções obtidas por ambos os algoritmos são idênticas. O tempo total de processamento do APD foi de cerca de 130 seg, o que reflete o porte do problema e a menor rigidez das restrições de janela de tempo e precedência. Também para o B&B o esforço é

proporcionalmente maior, devido às características do problema (janela de tempo menos rígida e apenas uma tarefa com precedentes).

4.5.4. Rota 4

Por fim, a rota 4 atende 15 clientes que formam grupos "naturais", isto é, existem grupos de tarefas que se localizam muito próximas umas das outras. As janelas de horário de atendimento tem duração variando entre 30 e 60 minutos; o tempo médio de atendimento é de cerca de 5 minutos, sendo o tempo mínimo 1 minuto e o máximo 15 minutos. Não há precedência entre tarefas. A distância percorrida recebeu peso 1.0 e o tempo 2.0.

Os Quadros 4.7 e 4.8 apresentam, para a rota 4, as soluções otimizadas pelo algoritmo B&B proposto por Silva [40] e pelo APD, respectivamente.

As soluções obtidas para ambos os algoritmos resultaram no mesmo valor para a função objetivo; no entanto, os roteiros apresentam diferença na ordem de execução e início de horário de atendimento das tarefas 12, 13 e 14. Em outras palavras, há mais de uma solução ótima para o problema.

No algoritmo B&B foram explorados três mil nós, sem que se obtivesse uma solução melhor que a apresentada (não se garantia que a solução era a ótima). Tal dificuldade de eliminar parte do espaço de soluções é refletida também no APD, em termos do tempo de processamento e do número de etiquetas geradas.

Quadro 4.5. - Solução ótima da Rota 3A obtida pelo algoritmo B&B
proposto por Silva [40]

Tarefa	Hora Chegada	Hora In.Serv	Hora Term.Serv	Tempo Espera
BASE	-	-	14:00	
5	14:30	14:30	14:40	0
1	15:00	15:10	15:35	10
2	15:55	15:55	16:15	0
3	16:20	16:20	16:40	0
4	16:45	16:45	16:50	0
6	17:00	17:00	17:05	0
7	17:25	17:25	17:30	0
10	17:55	17:55	18:00	0
9	18:05	18:05	18:15	0
11	18:20	18:30	18:40	10
8	19:00	19:00	19:05	0
12	19:25	19:25	19:30	0
13	19:40	19:40	19:50	0
14	20:10	20:10	20:20	0
15	20:45	20:45	21:05	0
16	21:30	21:30	21:45	0
17	22:40	22:55	23:25	15
BASE	24:10	-	-	

Nós gerados: 1897

Distância Total Percorrida : 183 km

Tempo Total :10:10 horas

Custo Total da Rota : 1343

Quadro 4.6. - Solução ótima da Rota 3A obtida pelo algoritmo de programação dinâmica - APD

Tarefa	Hora Chegada	Hora In.Serv	Hora Term.Serv	Tempo Espera
BASE	-	-	14:00	
5	14:30	14:30	14:40	0
1	15:00	15:10	15:35	10
2	15:55	15:55	16:15	0
3	16:20	16:20	16:40	0
4	16:45	16:45	16:50	0
6	17:00	17:00	17:05	0
7	17:25	17:25	17:30	0
10	17:55	17:55	18:00	0
9	18:05	18:05	18:15	0
11	18:20	18:30	18:40	10
8	19:00	19:00	19:05	0
12	19:25	19:25	19:30	0
13	19:40	19:40	19:50	0
14	20:10	20:10	20:20	0
15	20:45	20:45	21:05	0
16	21:30	21:30	21:45	0
17	22:40	22:55	23:25	15
BASE	24:10	-	-	

Tempo de Processamento: 130.22 seg

Etiquetas geradas: 884

Distância Total Percorrida : 183 km

Tempo Total :10:10 horas

Custo Total da Rota : 1343

**Quadro 4.7. - Solução ótima da Rota 4 obtida pelo algoritmo B&B
proposto por Silva [40]**

Tarefa	Hora Chegada	Hora In.Serv	Hora Term.Serv	Tempo Espera
BASE	-	-	13:05	
1	13:30	13:30	13:35	0
2	13:43	13:43	13:48	0
3	13:53	13:53	13:58	0
4	14:03	14:03	14:08	0
5	14:13	14:13	14:18	0
6	14:23	14:23	14:28	0
7	14:33	14:33	14:38	0
8	15:03	15:03	15:08	0
9	15:33	16:00	16:10	27
10	16:45	16:45	16:47	0
11	16:49	16:49	16:51	0
14	16:56	16:56	16:58	0
13	17:03	17:03	17:05	0
12	17:10	17:10	17:12	0
15	18:07	18:30	18:45	23
BASE	19:25	-	-	

Nós gerados: 32 (Solução pode não ser ótima)

Distância Total Percorrida : 101 km

Tempo Total : 6:20 horas

Custo Total da Rota : 811

Quadro 4.8. - Solução ótima da Rota 4 obtida pelo algoritmo de programação dinâmica - APD

Tarefa	Hora Chegada	Hora In.Serv	Hora Term.Serv	Tempo Espera
BASE	-	-	13:05	
1	13:30	13:30	13:35	0
2	13:43	13:43	13:48	0
3	13:53	13:53	13:58	0
4	14:03	14:03	14:08	0
5	14:13	14:13	14:18	0
6	14:23	14:23	14:28	0
7	14:33	14:33	14:38	0
8	15:03	15:03	15:08	0
9	15:33	16:00	16:10	27
10	16:45	16:45	16:47	0
11	16:49	16:49	16:51	0
12	17:04	17:04	17:06	0
14	17:11	17:11	17:13	0
13	17:18	17:18	17:20	0
15	18:10	18:30	18:45	23
BASE	19:25	-	-	

Tempo de processamento: 1696.31 seg

Etiquetas geradas: 11736

Distância Total Percorrida : 101 km

Tempo Total : 6:20 horas

Custo Total da Rota : 811

4.6. Testes de Desempenho

Um aspecto importante da implementação computacional de um algoritmo de pesquisa operacional está relacionado à sua aplicabilidade a problemas reais, o que requer uma avaliação do seu desempenho computacional. A opção por utilizar um algoritmo em um dado contexto depende obviamente da sua adequação ao problema, mas também do seu desempenho para o porte e as características das instâncias que se pretende resolver.

Por exemplo, a utilização de um dado algoritmo como subproblema, a ser aplicado reiteradas vezes, requer requisitos de desempenho computacional distintos de um algoritmo utilizado eventualmente, sem premência de resultados imediatos.

Pretende-se apresentar neste item os resultados da avaliação de desempenho computacional do algoritmo de programação dinâmica para o PRPlv, relacionados ao porte do problema e à influência das diferentes restrições no desempenho do mesmo.

Em especial, objetivou-se avaliar a influência das durações (também denominadas larguras) das janelas de tempo, dado que estas restrições estão diretamente relacionadas aos critérios de eliminação de etiquetas, além de impedirem a utilização de heurísticas bastante eficientes de construção de rotas que consideram a localização espacial dos pontos a serem atendidos.

Além disso, foi preciso verificar uma expectativa prévia de que o desempenho do algoritmo seja prejudicado, caso estas restrições sejam pouco ativas (i.e., os intervalos para atendimento sejam de grande duração com relação às demais grandezas temporais, especialmente os tempos de viagem e de atendimento).

Tendo em vista a necessidade de avaliar isoladamente a influência dos diferentes tipos de restrição no desempenho do algoritmo e a já mencionada pouca disponibilidade de problemas reais, optou-se por gerar aleatoriamente problemas teste.

Sendo assim, foi desenvolvida uma rotina auxiliar para a geração aleatória dos problemas. Esta rotina permite definir as características dos problemas que se pretende gerar, tais como número de tarefas, largura máxima das janelas de tempo, tempos e distâncias mínimos e máximos, etc.

Tendo em vista que em muitas situações reais de roteamento é possível atender qualquer tarefa a partir de alguma já atendida (respeitada a restrição de janela de tempo), procurou-se gerar grafos densos, ligando cada nó (representando uma tarefa) com todos os demais.

Para a geração dos problemas teste foram considerados os seguintes parâmetros:

- número de tarefas (excluindo a base): 10 e 20;
- largura máxima das janelas de tempo: 5%, 10%, 20, 30 e 40% da duração do período de tempo correspondente à jornada;

Cinco diferentes problemas teste foram gerados para cada combinação destes dois parâmetros. Em todas as instâncias foram também considerados os seguintes parâmetros adicionais:

- período de tempo da jornada: 10 horas;
- tempos de viagem t_{ij} uniformemente distribuídos no intervalo [5,60] (minutos);
- tempos de atendimento s_i uniformemente distribuídos no intervalo [1,15] (minutos);
- distâncias c_{ij} entre tarefas uniformemente distribuídas no intervalo [1,15] (km);
- dimensão mínima das janelas de tempo: 30 minutos.

Em todos os casos, o objetivo a ser perseguido foi corresponde à minimização da distância total percorrida ($a_1 = 1$, e $a_2 = 0$).

Os cinco problemas teste de cada combinação foram testados para duas situações: considerando restrição de precedência ou não. No caso de considerar a restrição de precedência, a mesma foi do tipo "dial-a-ride" obedecendo a seguinte regra: cada tarefa i ($(n/2)+1 \leq i \leq n$) tem como precedente a tarefa $(i - (n/2))$.

O Quadro 4.9 apresenta os resultados de desempenho computacional para a resolução das diferentes instâncias do PRPlv geradas.

Os resultados obtidos indicam que o desempenho computacional do APD, em termos de tempo de processamento e de memória ocupada,

Quadro 4.9. - Resultados de Processamento
Testes de Desempenho - Algoritmo de Programação
Dinâmica

No	Dim JT	SEM PRECEDENCIA				COM PRECEDENCIA			
		Tempo proc.(seg)		No	Sol	Tempo proc.(seg)		No	Sol
		Total	Rot Suc	Etiqu.	Encont	Total	Rot Suc	Etiqu.	Encont
10	5	0.17	0.02	12	NAO	0.15	0.06	7	NAO
10	10	0.40	0.09	22	NAO	0.32	0.00	22	NAO
10	20	0.68	0.06	37	SIM	0.55	0.09	28	SIM
10	30	3.74	0.95	209	SIM	2.67	0.57	150	SIM
10	40	33.68	8.13	1909	SIM	25.52	6.42	1535	SIM
20	5	0.68	0.11	24	NAO	0.66	0.17	14	NAO
20	10	0.74	0.17	23	NAO	0.64	0.21	13	NAO
20	20	7.79	2.14	183	NAO	6.32	1.88	145	NAO
20	30	129.74	35.69	3284	NAO	62.51	16.94	1531	NAO
20	40	751.32	188.34	15976	NAO	296.65	80.09	6659	NAO

fica bastante prejudicado em problemas menos restritos (janelas de tempo menos ativas). Além disso, as restrições de precedência do tipo "dial-a-ride" não melhoram significativamente o desempenho em problemas mais restritos; apenas nos mais abertos essa melhoria é mais significativa.

Por fim, os problemas aleatoriamente gerados para algumas instâncias não apresentaram viabilidade, isto é, constatou-se que os problemas não apresentaram solução que atendesse a todas as tarefas em uma mesma rota.

Em resumo, o algoritmo detalhado no item 4.3 apresenta um desempenho que sofre principalmente com a dimensão do problema (número de tarefas). O esforço também cresce significativamente, porém menos, com a largura máxima das janelas de tempo, e diminui um pouco com a presença de restrições de precedência.

4.7. Conclusões

O estudo de caso para o APD indicou que o esforço computacional é semelhante ao do B&B formulado por Silva [40], embora a não mensuração dos tempos de processamento pela autora tenha impedido uma comparação mais precisa. Para um dos problema teste (rota 1), o APD resultou em uma solução melhor que o B&B, embora a autora tivesse assegurado ter obtido a solução ótima. Por outro lado, o APD não conseguiu obter solução ótima para a rota 3, devido a insuficiência de memória; de forma análoga, o B&B gerou uma solução, não comprovadamente a ótima.

Embora o APD seja um algoritmo que, em tese, resulta na solução ótima, em uma eventual situação da memória disponível ser totalmente alocada, sem que se tenha atingido a solução ótima, optou-se pela apresentação da melhor solução obtida até então, de maneira análoga ao B&B.

Tal solução não ótima para a rota 3 demonstrou estar próxima da melhor solução obtida por Silva [40], com uma diferença da ordem de 6% a mais na função objetivo. Tal diferença não é muito significativa em problemas práticos face à imprecisão natural dos demais dados de entrada.

Os testes de desempenho foram prejudicados pela dificuldade de aleatoriamente gerar instâncias viáveis de problemas,

especialmente aqueles com janelas de tempo mais rígidas (i.e. mais restritas). Por outro lado, comprovou-se que o algoritmo detecta a inviabilidade de problemas com alguma facilidade.

Os resultados dos testes de desempenho indicam que o APD apresenta um desempenho que sofre principalmente com a dimensão do problema (número de tarefas). O esforço também cresce significativamente, porém menos, com a largura máxima das janelas de tempo, e diminui um pouco com a presença de restrições de precedência.

O desempenho computacional do APD poderia vir a ser melhorado, por exemplo, através da inclusão de testes adicionais de dominação, com a comparação de roteiros parciais. Outra extensão potencial consiste na incorporação de uma heurística de k -intercâmbio semelhante à proposta por Psaraftis [37]. A cada sucessor gerado, verificar-se-ia, através do k -intercâmbio, se não haveria uma posição melhor (em termos de horário de início de atendimento e custo acumulado) no roteiro; caso houvesse, aquela rota parcial seria eliminada.

Outra extensão para melhorar o desempenho do APD consiste no armazenamento do grafo em disco, ao invés de na memória. A cada iteração, apenas a parcela do grafo necessária para gerar todos os sucessores de um dado nó seria carregada na memória. Com isso, ganha-se espaço de memória, possibilitando resolver problemas maiores ou com restrições menos rígidas; entretanto, a desvantagem dessa estratégia consiste no aumento do tempo de processamento, em função de repetidas operações de leitura em

disco.

O desenvolvimento de uma interface gráfica para o APD, que possibilitasse ao programador de roteiros visualizar uma representação espacial das soluções sendo geradas ao longo do processamento, possibilitaria tornar o algoritmo interativo. O processamento poderia ser interrompido caso o programador identificasse uma solução, que embora não fosse ótima, fosse considerada satisfatória.

Um outro critério de parada, baseado em um número máximo de iterações (alterável pelo usuário) e/ou uma diferença mínima entre soluções consecutivas geradas poderiam ser utilizados como forma de melhorar o desempenho do APD. Tal critério necessitaria ser investigado (de preferência considerando problemas reais), numa extensão do presente trabalho, visando avaliar o seu impacto no desempenho computacional do APD e na qualidade das soluções obtidas

Finalizando, os resultados obtidos não recomendam a utilização da versão atual do APD, sem os aprimoramentos sugeridos acima, nem como função limitadora do B&B, nem no contexto da decomposição do problema de uma frota. Mesmo com as extensões sugeridas, seria necessário avaliar novamente o desempenho do algoritmo e sua adequação aos contextos em que se pretende utilizá-lo.

Novos problemas reais devem ser buscados, de forma a possibilitar uma avaliação mais abrangente das extensões propostas.

O processo de geração aleatória de problemas teste também necessita ser aprimorado, de forma a possibilitar a geração de instâncias viáveis quanto à existência de um roteiro atendendo todas as tarefas. Além disso, a distância e o tempo de viagem em cada arco do grafo devem guardar algum tipo de relação entre si, ao invés de totalmente aleatórios e independentes, como ocorre na versão atual.

CAPITULO 5

**ALGORITMO DE ETIQUETAMENTO PERMANENTE
GENERALIZADO PARA O PROBLEMA DE
CAMINHO MINIMO COM JANELAS DE TEMPO**

5.1. Introdução

Neste capítulo é apresentado o algoritmo de etiquetamento permanente generalizado (AEPG), formulado por Desrochers e Soumis [14], para a solução do problema de caminho mínimo com restrições de janela de tempo.

Conforme foi discutido no capítulo 3, a análise dos algoritmos de solução, descritos na revisão bibliográfica, evidenciou que, a priori, não há alguma estratégia de solução que possa ser diretamente aplicada à solução do PRP.

Assim, desenvolveu-se uma versão aprimorada do algoritmo de etiquetamento permanente generalizado (AEPG). Este algoritmo pode ser utilizado tanto como função limitante do B&B, quanto no contexto do método de geração de colunas. Além disto, conforme foi mencionado anteriormente, faz parte do programa de pesquisa do autor da presente dissertação de mestrado, a utilização deste algoritmo de caminho mínimo na estratégia de solução do PRP através de relaxação lagrangeana.

Este capítulo está organizado da seguinte forma: no próximo item é descrito o algoritmo de etiquetamento permanente generalizado; para tanto, é revisada a formulação matemática do problema de caminho mínimo com janela de tempo, bem como os principais conceitos necessários à compreensão da estratégia proposta. Já o

item 5.3 apresenta a versão básica do AEPG para grafos densos, sugerida por Desrochers e Soumis [14]. Uma versão modificada do AEPG para grafos densos, com a introdução de um teste adicional de dominância que melhora significativamente o seu desempenho computacional é apresentada no item 5.4. Já o item 5.5 aborda a questão da complexidade dos algoritmos. O item 5.6 descreve aspectos da implementação computacional de ambas as versões do algoritmo, bem como apresenta os resultados de testes de desempenho. Por fim, o item 5.7 contém as principais conclusões desta implementação.

5.2. Descrição do Algoritmo de Etiquetamento Permanente Generalizado

Desrochers e Soumis [14] definem o problema de caminho mínimo com janela de tempo (PCMJT) como sendo o de encontrar o caminho de menor distância ou custo entre um nó de origem e um nó de destino, respeitando-se as restrições de janela de tempo em cada um dos nós do caminho.

Esse problema foi originalmente formulado por Desrosiers et al. [18] como um sub-problema resultante da decomposição do problema de roteamento e programação de veículos escolares no contexto do método de geração de colunas.

Na sequência é apresentada a formulação matemática do PCMJT, os principais conceitos associados ao AEPG e o algoritmo propriamente dito.

5.2.1. Formulação matemática do PCMJT

A formulação matemática do PCMJT, descrita por Desrochers e Soumis [14], é reproduzida aqui:

Seja T um conjunto de n tarefas. A cada tarefa i , $i=1,2,\dots,n$, está associada uma duração não negativa s_i e, caso a mesma esteja incluída em um caminho, o seu atendimento deve se

iniciar dentro da sua respectiva janela de tempo $[a_i, b_i]$, onde $a_i \leq b_i$. A tarefa 0 representa o nó de origem (também chamado de fonte) e a tarefa $n+1$ o nó de destino (ou sorvedouro).

Seja $G = (N, A)$ um grafo direcionado que compreende um conjunto finito N de nós representando as tarefas ($N = T \cup \{0, n+1\}$) e um conjunto finito de arcos direcionados $A = \{(i, j) : a_i + s_i + t_{ij} \leq b_j, i \text{ diferente de } j, \text{ para todo } i, j \in N\}$. É definido um tempo de viagem $t_{ij} \geq 0$, associado ao atendimento da tarefa j imediatamente após a tarefa i ($i, j \in N$); de forma análoga, é definida uma distância c_{ij} entre as duas tarefas. Notar que não é assumida simetria com relação aos tempos de viagem e às distâncias.

O objetivo é encontrar um caminho de mínima distância entre os nós 0 e $(n+1)$, sujeito a restrições de janela de tempo e sequenciamento.

A formulação matemática do PCMJT é apresentada abaixo:

$$[\text{PCMJT}] \quad [\text{min}] \quad \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

s. a.

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ji} = \begin{cases} +1 & \text{if } i = 0 \\ 0 & \text{if } i = 1, 2, \dots, n \\ -1 & \text{if } i = n+1 \end{cases} \quad (2)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \text{ todo } (i, j) \in A \quad (3)$$

$$x_{ij} = 1 \Rightarrow a_i \leq T_i \leq b_i, \text{ todo } i \in T \quad (4)$$

$$x_{ij} = 1 \Rightarrow T_i + s_i + t_{ij} \leq T_j, \text{ todo } (i, j) \in A \quad (5)$$

onde as variáveis de decisão são:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i \text{ precede } j \text{ imediatamente no caminho,} \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

e

T_i = horário de início de serviço da tarefa i , se a mesma estiver no caminho.

A restrição (2) garante a conservação de fluxo em cada nó i de N . A restrição (3) assegura a integralidade da solução; já a restrição (4) corresponde à restrição de janela de tempo. Por fim, a restrição (5) expressa a compatibilidade entre a sequência do caminho e os respectivos horários de atendimento.

Nesse problema, as restrições de janela de tempo (4) e os tempos de viagem positivos nos arcos asseguram que os caminhos gerados sejam finitos. Por outro lado, não permitem se assegurar que nós do caminho não sejam visitados mais de uma vez [14].

5.2.2. Descrição do algoritmo de etiquetamento permanente generalizado (AEPG)

Desrochers e Soumis [14] desenvolveram um algoritmo de etiquetamento permanente generalizado - AEPG (no original, "generalized permanent labelling algorithm") para a solução do PCMJT. Esse algoritmo, de ordem de complexidade quadrática, se baseia no conceito de "buckets" generalizados e numa regra de seleção da etiqueta a ser tratada.

Os autores descreveram três estruturas de dados distintas para o armazenamento das etiquetas ditas "eficientes", de acordo com a densidade do grafo. No presente trabalho será considerada apenas a estrutura de dados recomendada para grafos densos, dado o contexto geral de sua aplicação, em problemas de roteamento, cujos grafos subjacentes são geralmente densos.

O artigo de Desrochers e Soumis [14] apresenta com detalhes a conceituação do algoritmo de etiquetamento permanente. Aqui serão reproduzidos apenas os principais conceitos, necessários à compreensão da proposição da implementação do AEPG para grafos densos, segundo recomendação dos autores, que é apresentada no item 5.3, bem como do algoritmo modificado, com a introdução de um critério adicional de dominância, apresentado no item 5.4.

Para um maior aprofundamento no assunto, recomenda-se consultar o artigo de Desrochers e Soumis [14] e suas respectivas referências.

5.2.2.1. Conceitos básicos

- *Caminho e dominância de etiquetas*

A cada caminho P_{sj} , do nó de origem s ao nó j , satisfazendo as restrições de janela de tempo e capacidade do veículo, está associada uma etiqueta bi-dimensional (tempo,custo), a qual representa a hora de início de atendimento no nó j e o custo (ou distância) total acumulado no caminho até j , respectivamente. Estas etiquetas são grafadas (T_j^k, C_j^k) e indicam as

características do k -ésimo caminho de s a j .

As etiquetas são calculadas sucessivamente ao longo do caminho $P_{sj} = (i(0), i(1), i(2), \dots, i(L))$, onde $i(0)=s$ e $i(L)=j$, como segue:

$$T_{i(0)} = 0$$

$$C_{i(0)} = 0$$

$$T_{i(l)} = \max\{a_{i(l)}, T_{i(l-1)} + s_{i(l-1)} + t_{i(l-1), i(l)}\} \quad l=1, 2, \dots, L$$

$$C_{i(l)} = C_{i(l-1)} + c_{i(l-1), i(l)} \quad l=1, 2, \dots, L$$

onde $a_{i(l)}$, $s_{i(l)}$, $t_{i(l-1), i(l)}$ e $c_{i(l-1), i(l)}$ correspondem às mesmas variáveis definidas na formulação matemática do PCMJT.

O conceito de *dominância* entre etiquetas é definido da seguinte forma: sejam P^1 e P^2 dois caminhos diferentes de s a j com etiquetas (T^1, C^1) e (T^2, C^2) , respectivamente. Diz-se que P^1 domina P^2 se e somente se $(T^2, C^2) - (T^1, C^1) \leq (0, 0)$ e $(T^1, C^1) \neq (T^2, C^2)$.

Uma dada etiqueta (T, C) de um dado nó j é dita *eficiente* caso a mesma não seja dominada por nenhuma outra etiqueta de j . Um caminho P_{sj} é dito *eficiente* se a sua etiqueta correspondente é eficiente.

A relação de dominância entre etiquetas não corresponde a uma ordenação completa e nem possibilita que todos os caminhos sejam ordenados. Entretanto, essa dominância permite concluir que o caminho eficiente P_{sj} corresponde ao caminho de menor custo atingindo o nó j no horário T_j ou anterior. Tal fato implica em

haver simultaneamente inúmeros caminhos eficientes para cada nó.

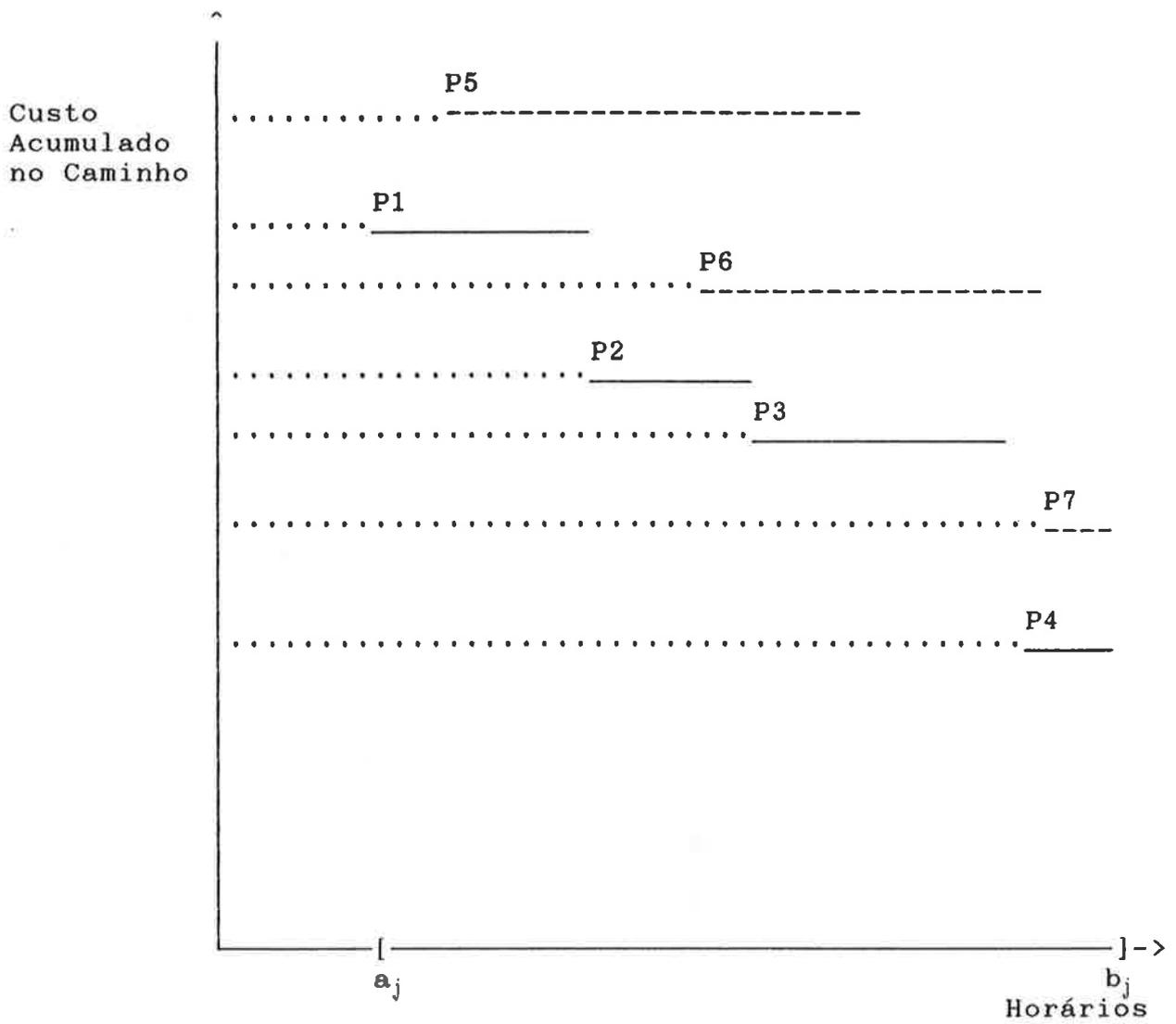
A Figura 5.1 ilustra a relação entre diferentes etiquetas associadas a caminhos eficientes (P^1 a P^l). O eixo vertical representa os custos nos caminhos e o eixo horizontal os horários de início de atendimento correspondentes.

Neste exemplo, o caminho P^1 é dominante (de menor custo) para horários de início de atendimento no intervalo $[T_j^1, T_j^2[$; o caminho P^2 representa o de menor custo para o intervalo $[T_j^2, T_j^3[$, e assim sucessivamente. Observe-se que o caminho P^5 é dominado, de acordo com o conceito de dominância definido anteriormente: $((T_j^5, C_j^5) - (T_j^1, C_j^1)) > (0, 0)$ e $(T_j^5, C_j^5) <> (T_j^1, C_j^1)$; o mesmo ocorre para os caminhos P^6 e P^7 .

- Ordem de tratamento das etiquetas

Outro aspecto a ser destacado consiste na *ordem de tratamento das etiquetas*. Em problemas de caminho mínimo sem restrições de janela de tempo, os conceitos de *nó* e *etiqueta* se confundem. A ordem de tratamento é definida simultaneamente para ambos, através da atualização das etiquetas dos nós. Por outro lado, no PCMJT, a cada nó está associado um conjunto de uma ou mais etiquetas, tendo os autores provado que, se a todos os arcos estiverem associados tempos não negativos, é impossível melhorar uma etiqueta já tratada.

Figura 5.1 - Relação de Dominância entre etiquetas associadas a diferentes caminhos de um nó



Os autores demonstram também que o tratamento da menor etiqueta temporária não pode alterar uma etiqueta permanente, dado que as etiquetas são tratadas em ordem crescente lexicográfica.

- *Conceito de "bucket" generalizado*

No PCMJT, o critério de seleção da etiqueta seguinte a ser tratada se baseia no conceito de "bucket" [14]. Um "bucket" consiste em uma lista de nós cujas etiquetas estejam dentro de intervalo especificado de horário de início de atendimento.

A busca da menor etiqueta não permanente é substituída pela busca de um elemento do primeiro "bucket" que contenha etiquetas temporárias.

O mesmo conceito de "bucket" pode ser utilizado para as etiquetas bi-dimensionais (horário,custo). Pode-se provar que, no caso do PCMJT, como os tempos de viagem associados aos arcos são não negativos, a ordem de tratamento das etiquetas depende apenas dessa variável, sendo a dimensão dos "buckets" igual ao menor tempo de viagem dentre todos os arcos.

Sendo assim, para o AEPG, um "bucket" contém etiquetas cuja hora de início de atendimento (T_i) pertence ao intervalo semi-aberto $[ph, p(h+1)[$, onde h é a dimensão do bucket e p o respectivo índice.

Desrochers e Soumis demonstraram também que nenhum dos elementos de um "bucket" pode ser alterado em função do tratamento de

qualquer etiqueta desse "bucket".

5.2.2.2. Formalização do algoritmo de etiquetamento permanente generalizado

O algoritmo de etiquetamento permanente generalizado formulado por Desrochers e Soumis [14] é apresentado a seguir, na Figura 5.2.

Os autores sugerem a ordenação dos nós segundo a ordem crescente dos horários limites inferiores (a_i) das respectivas janelas de tempo. Embora esta ordenação não seja essencial para a implementação do algoritmo, pode melhorar seu desempenho em problemas de maior porte.

Conforme mencionado anteriormente, são descritas por Desrochers e Soumis [14] três diferentes estruturas de dados para o armazenamento do conjunto de etiquetas temporárias Q_i , dependendo da densidade do grafo. Para o presente trabalho, a preocupação se restringe apenas à versão para grafos densos.

Figura 5.2. - Algoritmo de Etiquetamento Permanente Generalizado

Passo 1: Inicialização

$$P_i = \begin{cases} \{(0,0)\} & i = 0 \\ \emptyset & \text{todo } i \neq 0 \end{cases}$$

$$Q_i = \emptyset, \text{ todo } i \in N, i \neq 0$$

onde:

P_i é o conjunto de etiquetas permanentes do nó i .

Q_i é o conjunto de etiquetas candidatas (não tratadas) do nó i .

Passo 2: Encontrar o "bucket" corrente

Encontrar o "bucket" $B(Q)$ cuja etiqueta $\{(T_i^k, C_i^k)\}$ seja a de mínimo custo lexicográfico do conjunto $Q = \cup (Q_i - P_i)$. Se $Q = \emptyset$, parar.

Passo 3: Selecionar a etiqueta seguinte a ser tratada

Selecionar um elemento de $B(Q)$. Se $B(Q)$ for vazio, ir para passo 2.

Passo 4: Tratamento da etiqueta (T_i^k, C_i^k)

Para todos os sucessores j do nó i faça

início

se $T_i^k + s_i + t_{ij} \leq b_j$ (janela de tempo satisfeita) então

 Calcular (T_j, C_j)

 Adicionar (T_j, C_j) ao conjunto Q_j se (T_j, C_j) não for dominada

fim

$P_i = P_i \cup \{(T_i^k, C_i^k)\}$

vá para o passo 3.

5.3. AEPG Básico para Grafos Densos

A estratégia de implementação do algoritmo de etiquetamento permanente generalizado para grafos densos, apresentada por Desrochers e Soumis [14], é um pouco diferente da descrição formal do algoritmo, apresentada na Figura 5.2.: no algoritmo formal da figura 5.2 apenas as etiquetas não dominadas de um nó i são incluídas no conjunto Q_i de etiquetas eficientes desse nó (passo 4).

Por outro lado, na versão para grafos densos, os autores recomendam a utilização de uma tabela para representar cada conjunto Q_i , sendo armazenados, além dos caminhos eficientes, também alguns dominados.

Além disso, nessa versão para grafos densos, os autores recomendam a execução de um teste de dominância, no qual o custo da etiqueta sendo gerada é comparado com o custo mínimo dentre todas as etiquetas já tratadas para este nó, que corresponde ao destino da etiqueta sendo gerada.

Tendo em vista que os tempos de viagem são não negativos, se o custo do caminho associado à etiqueta sendo gerada for maior que o custo mínimo dentre as etiquetas já tratadas para aquele nó de destino, esta etiqueta sendo gerada certamente é dominada (horário e custo superiores).

Desrochers e Soumis [14] não sugerem, para esta versão para grafos densos, nenhum tipo de ordenação para o armazenamento das etiquetas de um nó. Além disso, os autores não procederam a nenhum teste de desempenho para essa versão.

A versão básica do AEPG para grafos densos, proposta por Desrochers e Soumis, é apresentada na Figura 5.3.

Nesta versão, para cada nó $i \in N$ é associado um valor ($\text{min_cost}[i]$), que representa o mínimo custo de todas as etiquetas já tratadas.

Para todos os sucessores de uma etiqueta sendo tratada, a versão básica do AEPG contém um teste de dominância no destino, conforme descrito acima. Neste teste, o custo associado à etiqueta sendo gerada é comparado com o mínimo custo dentre todas as etiquetas já tratadas para aquele nó (passo 18). Como os tempos de viagem t_{ij} são estritamente positivos, se o custo do caminho associado à etiqueta gerada for maior que o mínimo custo das etiquetas já tratadas, a etiqueta sendo gerada certamente é dominada.

Desrochers e Soumis [14] não sugerem, para esta versão, nenhuma ordem específica para armazenamento das etiquetas dentro de um "bucket". Aparentemente isto parece ser desnecessário, uma vez que o teste de dominância é realizado apenas no final do algoritmo. Nesta implementação desta versão básica do AEPG para grafos densos (versão 0) se utilizou uma disciplina de acesso FIFO ("First-In, First-Out"), também conhecida como fila, para o armazenamento de etiquetas geradas e a retirada daquelas a serem

tratadas (passos 10 e 21). Não haveria nenhuma vantagem em utilizar uma regra de armazenamento mais sofisticada, uma vez que não são realizados testes de dominância entre "buckets".

Dentro de um "bucket", as etiquetas temporárias são separadas em subconjuntos, com relação aos nós aos quais as mesmas pertencem. Após o tratamento de todas as etiquetas de um nó em um "bucket", é efetuado o tratamento das etiquetas temporárias do nó seguinte do mesmo "bucket" (lembrando que todas as etiquetas estão dentro de um dado intervalo horário), considerando a ordenação dos nós segundo os horários limites inferiores das janelas de tempo.

Figura 5.3 - AEPG para grafos densos - versão básica-versão 0

```

1  início // AEPG para resolução do PCMJT - grafos densos - versão 0 //
   // calcular a dimensão dos "buckets" (dim_bck) //
2  dim_bck <- min(tij), para todo (i,j) ∈ A
   //inicialização vetor custo mínimo até cada nó//
3  para i=0 até n+1 faça min_cost[i] <- *
   // gerar etiqueta para a base de origem //
4  T0 <- 0; C0 <- 0;
5  enquanto houver buckets com etiquetas temporárias a serem tratadas faça
6  início
7  aux<- * // recebe o custo mínimo dos caminhos para o nó i //
8  enquanto bucket corrente não vazio faça
9  início
   // encontrar a próxima etiqueta a ser tratada //
10  selecionar e remover a etiqueta (Ti,Ci) do bucket para ser tratada
11  para todos os sucessores j do nó i faça
12  início
   // determinar horário de chegada em j //
13  Tj <- Ti + si + tij
   // verificar restrições de janela de tempo//
14  se (Tj ≤ bj) então
15  início
16  Tj <- max(Tj,aj)
17  Cj <- Ci + cij
   // verifica se etiqueta não é dominada//
18  se Cj < min_cost[j] então
19  início //não dominada//
20  determinar o bucket K para armazenar a etiqueta (Tj,Cj)
21  armazenar (Tj,Cj) no K-ésimo bucket (em ordem )
22  fim // se Cj < min_cost[j] //
23  fim // se Tj ≤ bj //
24  fim // para todos os sucessores j //
25  armazenar (Ti,Ci) como etiqueta permanente
26  aux <- min(aux,Ci)
27  selecionar a próxima etiqueta do bucket corrente a ser tratada
28  fim // enquanto current bucket não vazio//
   // atualiza o mínimo custo corrente no nó i //
29  min_cost[i] <- min(min_cost[i],aux)
30  encontrar o próximo bucket com etiquetas temporárias a ser tratado
31  fim // enquanto houver buckets com etiquetas temporárias //
32  executar teste de dominância para o nó n+1
33 fim // AEPG para resolução do PCMJT - grafos densos - versão 0 //

```

5.4. Novo Critério de Dominância para o AEPG para Grafos Densos

O algoritmo básico proposto por Desrochers e Soumis [14] para grafos densos, apresentado na Figura 5.3, pode ser significativamente aprimorado, através da introdução de um teste adicional de dominância.

Este teste se baseia em uma ordenação para o armazenamento e a retirada das etiquetas temporárias em um "bucket": as etiquetas temporárias são armazenadas e retiradas com uma ordenação que corresponde à ordem decrescente de horário de início de atendimento e ordem crescente de custo acumulado no caminho.

Esta ordenação possibilita a introdução de um teste de dominância no nó de origem i do arco (i,j) . A vantagem deste teste advém do fato de que, caso se observe que o caminho correspondente à etiqueta sendo tratada é dominado, não é necessário gerar as etiquetas para todos os sucessores do nó correspondente à essa etiqueta. Sendo assim, ao invés de se constatar posteriormente a dominação para cada um dos sucessores de uma etiqueta sendo tratada, se elimina a etiqueta "semente" sendo tratada.

Além disso, devido à ordenação proposta para o armazenamento, caso uma determinada etiqueta dentro do "bucket" de um nó tenha

o seu horário de início de atendimento igual ao limitante inferior da respectiva janela de tempo no nó ($T_i = a_i$), não é necessário tratar todas as etiquetas remanescentes do nó naquele "bucket". Como consequência desta ordenação, essas etiquetas remanescentes certamente apresentam o mesmo horário de início de atendimento (e que corresponde a a_i) e custos maiores, sendo então dominadas.

O algoritmo modificado, com a introdução do teste de dominância da etiqueta selecionada para ser tratada é apresentado na Figura 5.4. Passos não alterados mantêm o mesmo número que os da versão básica, apresentada na Figura 5.3. Novos passos introduzidos ou alterados são grafados em itálico e substituem os passos de números correspondentes da versão básica.

Figura 5.4 - AEPG para grafos densos - versão modificada - versão 1

```

1  início // AEPG modificado para PCMJT - grafos densos - dominância na origem - versão 1 //
   // calcular a dimensão dos "buckets" (dim_bck) //
2  dim_bck <- min( $t_{ij}$ ), para todo (i,j) e A
   //inicialização vetor custo mínimo até cada nó//
3  para i=0 até n+1 faça min_cost[i] <- ∞
   // gerar etiqueta para a base de origem //
4   $T_0$  <- 0;  $C_0$  <- 0;
5  enquanto houver buckets com etiquetas temporárias a serem tratadas faça
6  início
   //mínimo custo das etiquetas sendo tratadas para o nó i do "bucket" corrente//
7a   $T_{i-ant}$  <- ∞
7b  aux <-  $C_i$  // recebe o custo mínimo dos caminhos para o nó i //
8  enquanto bucket corrente não vazio faça
9  início
   // encontrar a próxima etiqueta a ser tratada //
10a  selecionar e remover a etiqueta ( $T_i, C_i$ ) do bucket para ser tratada
   // teste de dominância na origem //
10b  se  $C_j < min\_cost[i]$  então
10c  se  $T_i < T_{i-ant}$  então
10d  início
11  para todos os sucessores j do nó i faça
12  início
   // determina horário de chegada em j //
13   $T_j$  <-  $T_i + s_i + t_{ij}$ 
   // verificar restrições de janela de tempo//
14  se ( $T_j \leq b_j$ ) então
15  início
16   $T_j$  <- max( $T_j, a_j$ )
17   $C_j$  <-  $C_i + c_{ij}$ 
   // verifica se etiqueta ( $T_j, C_j$ ) não é dominada//
18  se  $C_j < min\_cost[j]$  então
19  início //não dominada//
20  determinar o bucket K para armazenar a etiqueta ( $T_j, C_j$ )
21  armazenar ( $T_j, C_j$ ) no K-ésimo bucket (em ordem)
22  fim // se  $C_j < min\_cost[j]$  //
23  fim // se  $T_j \leq b_j$  //
24  fim // para todos os sucessores j //
25  armazenar ( $T_i, C_i$ ) como etiqueta permanente
26a   $T_{i-ant}$  <-  $T_i$ 
26b  fim // se  $T_i < T_{i-ant}$  //
26c  se  $T_i = a_i$  então
26d  eliminar as etiquetas remanescentes no bucket para o nó i
26e  senão
27  selecionar a próxima etiqueta do bucket corrente a ser tratada
28  fim // enquanto current bucket não vazio//
   // atualiza o mínimo custo corrente no nó i //
29  min_cost[i] <- min(min_cost[i], aux)
30  encontrar o próximo bucket com etiquetas temporárias a ser tratado
31  fim // enquanto houver buckets com etiquetas temporárias //
32  executar teste de dominância para o nó n+1
33 fim // AEPG modificado para PCMJT - grafos densos - dominância na origem - versão 1 //

```

5.5. Complexidade dos Algoritmos

A complexidade dos algoritmos apresentados depende do número total de etiquetas, uma vez que cada etiqueta é tratada uma e somente uma vez.

Usando a mesma notação apresentada por Desrochers e Soumis [14], seja

$D = \sum_{i \in N} (b_i - a_i + 1)$: o número de possíveis etiquetas,

$d = \max(b_i - a_i + 1)$, todo $i \in N$: a janela de tempo mais larga,

$n = |N|$: o número de nós,

$m = |A|$: o número de arcos.

Além disso, seja

$a^* = \min(a_i)$, todo $i \in N$: o menor limite inferior (mais cedo) dentre todas as janelas de tempo, e

$b^* = \max(b_i)$, all $i \in N$: o maior limite superior (mais tarde) dentre todas as janelas de tempo.

Ambas as versões do AEPG apresentam complexidade de memória de ordem $O(m+n+nd(b^*-a^*))$, uma vez que, na implementação computacional, todos os nós, arcos e etiquetas são armazenados na memória principal. O maior número de "buckets" é, no máximo, (b^*-a^*) .

A versão básica (versão 0) do AEPG apresenta ordem de

complexidade do tempo de processamento de $O(n^2d)$ para grafos densos, uma vez que $m \approx n^2$. Na versão modificada (versão 1), as etiquetas dentro de um "bucket" devem ser armazenadas em ordem decrescente de horário de início de serviço e distância crescente. Entretanto, somente as etiquetas não dominadas necessitam ser armazenadas. *A priori*, não parece ser possível determinar o número de etiquetas dominadas eliminadas por este teste de dominância e então quantificar o esforço total de inserção em ordem. Entretanto, experimentalmente o número de etiquetas dominadas pode ser significativo, conforme comprovam os testes de desempenho.

5.6. Implementação Computacional e Resultados de Desempenho

Visando avaliar e comparar o desempenho computacional de ambas as versões do AEPG, os algoritmos foram implementados em um microcomputador PC-AT compatível, com processador 80286^(MR) de 12-MHz e 1 MB de memória RAM. A linguagem utilizada foi o Turbo Pascal^(MR) versão 5.5 da Borland.

Uma rotina auxiliar foi codificada para gerar aleatoriamente problemas teste com até 40 nós (o que representa um número máximo razoável de tarefas que podem ser alocadas a um único veículo no período considerado). Para os diferentes problemas teste variaram-se os seguintes parâmetros:

- número de tarefas (n): 10, 20, 30 e 40;
- largura máxima das janelas de tempo: 10%, 30%, 50% e 100% do período do dia.

Cinco problemas teste foram gerados para cada combinação dos dois parâmetros acima. Esses problemas foram gerados considerando os seguintes parâmetros adicionais:

- período do dia: 4 horas;
- duração das tarefas s_i uniformemente distribuídas no intervalo [1,15] minutos;

- tempos de viagem t_{ij} uniformemente distribuídos no intervalo [5,50] minutos;
- distâncias c_{ij} entre duas tarefas uniformemente distribuídas no intervalo [1,15] quilômetros.

Tendo em vista a natureza combinatorial do problema que se pretende resolver, bem como o porte das situações práticas em que esse algoritmo poderia ser aplicado, procurou-se desenvolver todo o projeto de implementação de maneira a assegurar a otimização do código e das estruturas de dados necessárias para o armazenamento dos dados.

Foram incluídos no algoritmo procedimentos para medir e registrar o tempo de processamento do algoritmo e o número de etiquetas geradas (como uma medida indireta da memória total consumida), de forma a possibilitar avaliar o desempenho do mesmo.

Para a representação do grafo em computador foi utilizada a lista de adjacência sequencial (também conhecida por "forward star") [45]. A vantagem dessa estrutura de dados é a economia de espaço necessário ($O(n+k)$) para representação de um grafo com n nós e k arcos, além da relativa facilidade de acesso aos dados dos arcos por nó de origem.

Na sub-rotina de caminho mínimo, o número de etiquetas temporárias (geradas mas não tratadas) é muito variável, dependendo do tamanho do problema (número de nós), mas também das dimensões das janelas de tempo associadas a cada nó, das

ligações no grafo e respectivos atributos, dos tempos de viagem e das restrições adicionais. Esse tipo de variabilidade torna menos eficiente a armazenagem em estrutura do tipo lista linear (vetor, matriz, etc.), dado que o tamanho máximo dessa estrutura de dados, a ser declarado previamente, seria muito grande, com a alocação estática de memória nem sempre utilizada, de forma semelhante à descrita no capítulo anterior.

Para o armazenamento das etiquetas nos "buckets", foi utilizada uma estrutura de lista ligada, que apresenta a vantagem da alocação e desalocação dinâmica de memória.

O Quadro 5.1. apresenta os resultados de desempenho computacional de ambas as versões do AEPG na resolução das diferentes instâncias do PCMJT geradas.

Quadro 5.1 - Resultados de Desempenho Computacional das duas versões do AEPG

nº(2) nós	largura max JT(%)	versão 0		versão 1	
		tempo de proc.(seg)	nº etiq geradas	tempo de proc.(seg)	nº etiq geradas
10	10	1.40	291	0.21	83
10	30	2.90	402	0.26	104
10	50	3.59	401	0.33	119
10	100	3.52	279	0.38	173
20	10	43.16	4759	0.87	362
20	30	51.37	3119	1.27	547
20	50	54.84	2719	1.67	644
20	100	117.43	5141	1.48	726
30	10	(1)	(1)	1.96	829
30	30	(1)	(1)	2.47	1101
30	50	(1)	(1)	3.65	1458
30	100	(1)	(1)	3.24	1502
40	10	(1)	(1)	3.55	1501
40	30	(1)	(1)	4.67	2063
40	50	(1)	(1)	6.08	2632
40	100	(1)	(1)	6.78	3285
80	100	(1)	(1)	21.44	10267
100	30	(1)	(1)	31.45	13970
100	50	(1)	(1)	33.04	16451

Notas: (1) Nenhuma solução foi obtida devido à falta de memória.

(2) Somente um problema teste foi gerado para cada combinação com 80 e 100 tarefas, cinco problemas testes foram gerados nos demais casos.

(3) Densidades dos grafos variam entre 0.5 e 0.9.

5.7. Conclusões

Os resultados obtidos demonstram que a versão do AEPG com o teste adicional de dominância melhora significativamente o desempenho do algoritmo. A versão básica se mostra incapaz de resolver problema maiores que 20 tarefas (devido à falta de memória RAM), os quais são facil e eficientemente resolvidos (em termos de tempo de processamento e memória utilizada).

Os testes computacionais demonstram que o critério de dominância adicional proporciona redução significativa no número total de etiquetas geradas, reduzindo bastante o tempo de processamento. Os resultados indicam que o desempenho da versão modificada são proporcionais ao quadrado do número de tarefas, confirmando a influência deste fator na complexidade assintótica apresentada no item 5.5.

Com relação à largura máxima das janelas de tempo, sua influência parece não ser tão significativa quanto a do número de tarefas. Os resultados indicam que o desempenho computacional parece variar linearmente com esta variável, também conforme esperado.

Por fim, a incorporação de outras restrições apropriadas do PRP ao PCMJT (e.g. capacidade e precedência) não representam inviabilidade de utilização do AEPG, nem tampouco alterações

significativas nos procedimentos apresentados. Ambas podem ser tratadas de maneira similar às restrições de janela de tempo.

Os resultados obtidos permitem concluir que a versão aprimorada do AEPG melhora significativamente o desempenho computacional do algoritmo, possibilitando a sua utilização como subrotina, a ser executada repetidas vezes, dentro de um contexto mais amplo. Sendo assim, fica plenamente confirmada e recomendada a sua utilização tanto no contexto do método de geração de colunas quanto como função estimadora de um algoritmo "branch-and-bound", além de na relaxação do PRP, objeto de pesquisa do autor deste trabalho.

CAPITULO 6

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Na presente dissertação foi estudado o problema do roteamento e programação de veículos no contexto da distribuição física, especialmente em meio urbano.

Inicialmente se procurou situar a importância da logística nas empresas e no contexto econômico global. Procurou-se posicionar a distribuição física no contexto logístico e a relevância de sistemas de apoio à programação da operação, entre os quais modelos de roteamento e programação de veículos.

Em seguida, foi apresentada uma caracterização geral do problema do roteamento dentro do enfoque de um sistema de distribuição. Foram descritos em detalhe alguns sistemas mais comumente presentes na atividade econômica, suas principais características e peculiaridades. Por fim, foram analisados os principais fatores intervenientes e a segmentação dos problemas anteriormente descritos.

Tais elementos subsidiaram a discussão para a definição da formulação matemática de um problema de roteamento e programação representativo, o qual foi denominado Problema de Roteamento e Programação (PRP). Definiu-se que o PRP deveria considerar as restrições de múltiplos veículos, frota heterogênea, janelas de tempo, capacidade dos veículos e precedência. A função objetivo

a ser minimizada consistiu na somatória dos custos variáveis com a distância e com o tempo de viagem e do custo fixo de utilização de cada veículo, com pesos associados a cada parcela, definíveis pelo usuário.

A avaliação das diferentes estratégias de solução disponíveis na literatura indicou que, se por um lado não se encontrou na literatura especializada algoritmos que pudessem ser diretamente aplicados à resolução do PRP, por outro lado, as diretrizes propostas por Solomon [42] parecem constituir um caminho bastante promissor para a obtenção de soluções de boa qualidade (próximas da ótima) em tempos de processamento satisfatórios para problemas de grande porte. Em especial, uma dessas soluções consiste em uma heurística que decompõe o problema de múltiplos veículos em dois subproblemas: o de alocação de tarefas a cada um dos veículos e o posterior roteamento de cada um deles. Tal heurística pressupõe a existência de um algoritmo eficiente para o roteamento de cada um dos veículos.

Outra estratégia bastante utilizada nas soluções apresentadas na literatura especializada consiste nos algoritmos do tipo "branch-and-bound". Conforme foi visto no decorrer deste trabalho, tais algoritmos necessitam de boas funções limitantes da árvore B&B (eficientes em termos computacionais e que permitam eliminar partes significativas do espaço de solução). Pode-se até afirmar que o sucesso dessa estratégia depende significativamente de se encontrar boas funções limitantes.

Com base nas conclusões dessa avaliação julgou-se importante

propor, neste trabalho, a implementação computacional de dois algoritmos diferentes, cujos resultados apresentados na literatura tornavam-os bastante promissores: um algoritmo de programação dinâmica para o problema de roteamento e programação de um veículo sujeito a restrições de janela de tempo, capacidade e precedência e um algoritmo de etiquetamento permanente para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo. Ambos foram implementados em microcomputador PC-compatível, utilizando linguagem Turbo Pascal.

O algoritmo de programação dinâmica para o roteamento de um veículo pode ser aplicado tanto no contexto da decomposição do problema da frota, mencionado anteriormente, como também como função limitadora de um algoritmo B&B. Especialmente no primeiro contexto, uma implementação eficiente, tanto em termos de qualidade das soluções quanto do ponto de vista computacional é essencial para o sucesso da heurística de decomposição mencionada anteriormente, especialmente em problemas de grande porte.

Já o algoritmo de caminho mínimo com janela de tempo se aplica tanto no contexto do B&B quanto no método da geração de colunas. Além destas aplicações, sua implementação computacional se justifica pela possibilidade de utilização como um subproblema decorrente da relaxação de algumas restrições de problemas de roteamento. Sua utilização para a resolução do PRP vem sendo objeto de pesquisa do presente autor.

Foram realizados, para o algoritmo de programação dinâmica, um

estudo de caso e testes de desempenho. No estudo de caso foram considerados problemas reais do transporte de valores, apresentados por Silva [40]; já para os testes de desempenho foram aleatoriamente gerados problemas teste de diferentes tamanhos e dimensões de janela de tempo, com ou sem restrições de precedência. Os resultados indicaram que esse algoritmo, da forma como foi implementado, não seria eficiente nos contextos que se pretende aplicá-lo. Seu desempenho computacional é prejudicado pelo porte dos problemas (número de tarefas) e pela menor rigidez das janelas de tempo. Algumas extensões foram sugeridas a fim de melhorar o seu desempenho computacional, entre as quais a introdução de uma heurística de intercâmbio para a eliminação de rotas parciais dominadas, e testes adicionais de comparação e dominância de rotas parciais, de forma a eliminar, o quanto antes, soluções pouco promissoras.

Além disso, foi sugerido que, com o desenvolvimento de uma interface gráfica para a representação espacial das soluções sendo geradas ao longo das iterações, o usuário/programador possa interromper o processamento antes do algoritmo obter a solução ótima, caso uma solução considerada adequada seja encontrada. Tal estratégia de sistemas interativos com interface gráfica, parece ser um caminho potencial, conforme discutido mais adiante neste capítulo.

A adoção de critérios de parada baseados em um número máximo de iterações (ou mesmo tempo máximo de processamento), ou numa melhoria mínima na função objetivo (entre duas soluções consecutivas), ou ambos, poderiam contribuir para melhorar o

desempenho do algoritmo de programação dinâmica. Por outro lado, o mesmo deixaria de ser um algoritmo exato, na medida em que a obtenção da solução ótima não mais possa ser assegurada. Na verdade, na versão atual, a obtenção da solução ótima, obtida através do processamento de todas as rotas, está vinculada à disponibilidade de memória para armazenamento dos roteiros parciais sendo gerados. Caso a memória seja integralmente ocupada antes do término do algoritmo, o processamento é interrompido e a melhor solução encontrada até o momento é apresentada.

Entretanto, tais melhorias sugeridas necessitam ser melhor investigadas e avaliadas, tanto do ponto de vista de desempenho computacional quanto da qualidade das soluções obtidas. Outros problemas reais devem ser buscados e o processo de geração de problemas aleatórios deve ser aprimorado, de forma a melhor representar a realidade das situações reais.

Com relação ao algoritmo de etiquetamento permanente para o problema de caminho mínimo com janela de tempo, percebeu-se que a versão originalmente proposta por Desrochers e Soumis [14] para grafos densos poderia ser melhorada com a introdução de um teste adicional de dominância entre caminhos parciais, o qual inclui uma nova regra para armazenamento e retirada de etiquetas temporárias. Os resultados de testes computacionais de ambas as versões indicam que o teste adicional de dominância melhora significativamente seu desempenho, com relação à versão proposta pelos autores. Esta versão aprimorada, ao contrário da originalmente proposta, é bastante eficiente e pode ser

utilizada no contexto de subrotina para o método de geração de colunas e da relaxação do problema de roteamento da frota, bem como função estimadora para um algoritmo B&B.

Como possíveis extensões do presente trabalho, poder-se-ia aprofundar a pesquisa e o desenvolvimento de novas estratégias para a resolução do PRP, utilizando os algoritmos implementados neste trabalho, em especial o algoritmo de etiquetamento permanente para o problema de caminho mínimo com janelas de tempo. Seria desejável implementar mais de uma estratégia de solução, de forma a possibilitar a comparação entre as mesmas, em termos de qualidade das soluções e desempenho computacional.

A continuação deste trabalho não deve desprezar as mais recentes tendências para o futuro.

Uma dessas tendências compreende os *sistemas de roteamento e programação de veículos auxiliados por computador* ("computer assisted vehicle routing and scheduling systems"). Em tais sistemas, o usuário assume a responsabilidade de selecionar uma boa solução, em substituição ao algoritmo; é capaz, portanto, de adequar a solução às restrições não consideradas na modelagem matemática e levar em consideração as características não quantificáveis do problema. Além disso, a critério do usuário, pode não ser necessário executar a busca até se encontrar a solução ótima; uma solução considerada adequada pelo programador pode interromper a busca. A eficiência de tais sistemas está diretamente relacionada à possibilidade de representação gráfica das soluções sendo geradas, de forma a facilitar a visualização

pelo usuário, agilizando o processo de tomada de decisão.

A investigação do apoio de rotinas gráficas mais sofisticadas e de sistemas de representação espacial e sua integração à modelagem matemática e aos algoritmos de roteamento se constitui em outra área promissora de pesquisa e desenvolvimento. O avanço dos sistemas de informações geográficas (GIS-"geographic information systems"), disponíveis comercialmente até para equipamentos de menor porte, tais como os microcomputadores, possibilita armazenar e representar informações com bastante precisão e desagregação (até a nível de quarteirão no meio urbano). Através de um GIS mais preciso, é possível localizar consumidores automaticamente, possibilitando o cálculo de distâncias entre pares de pontos através de uma rotina de caminho mínimo agregada ao sistema de informações, facilitando sobremaneira a determinação do grafo subjacente ao problema de roteamento.

Há de se analisar os "trade-offs" entre os benefícios decorrentes de uma maior precisão do grafo subjacente ao problema de roteamento e o esforço adicional de criar e manter um sistema de representação espacial mais sofisticado, como é o caso de um GIS.

Finalizando, deve-se destacar que pretende-se utilizar todo o trabalho que compõe esta dissertação em um futuro projeto de pesquisa aplicada e desenvolvimento visando um aprofundamento das estratégias de resolução de problemas de roteamento complexos, entre os quais o PRP. Em especial, parece promissora

a utilização do algoritmo de caminho mínimo no contexto da relaxação lagrangeana do PRP. Tal esforço de pesquisa certamente deverá resultar, entre outros produtos, numa tese de doutoramento do autor desta dissertação.

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

- [1] A ASCENÇÃO Feminina, *Revista Exame*, São Paulo, ed.7/2/90, p.107.
- [2] BAKER, Edward K. "Vehicle routing with time windows constraints", *The Logistics and Transportation Review*, v.18, n.4, p.385-401, 1982.
- [3] BAKER, Edward K. "An exact algorithm for the time-constrained traveling salesman problem", *Operations Research*, v.31, n.5, p.938-945, 1983.
- [4] BALLOU, Ronald H. *Basic Business Logistics*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1987.
- [5] BODIN, Lawrence, GOLDEN, Bruce, ASSAD Arjang e BALL, Michael, "Routing and scheduling of vehicles and crews: The state of the art", *Computers and Operations Research*, v.10, n.2, 1983.
- [6] CAMINHÕES NA CONTRAMÃO, *Revista Exame*, São Paulo, ed. 21/2/90, p.83-87.
- [7] CHAVES, Rotyer M. e GRANJA, Lourdes Z., "Roteamento de Veículos com Restrições de Horário de Atendimento e Precedência", In: Encontro da Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes, 3. Anais, Salvador,

outubro de 1989.

- [8] COLETA E ENTREGA: Às voltas com maiores restrições, *Transporte Moderno*, São Paulo, v.24, n.271, p.30-32, ago. 1986
- [9] CRISTOFIDES, N., MINGOZZI, A. e TOTH, P. "Space State Relaxation Procedure for the Computation of Bounds for the Traveling Salesman Problem", *Networks*, v.11, p. 145-164, 1981.
- [10] DA CARTA A Encomenda, a eclética logística do Correio, *Brasil Transportes*, São Paulo, n.291, p.37-48, set. 1988
- [11] DANTZIG, G. B. e WOLFE, P. "The Decomposition Algorithm for Linear Programming", *Econometrica*, n.29, p.767-778, 1961.
- [12] DASKIN, Mark S. "Logistics: An overview of the state of the art and perspectives on future research", *Transportation Research A*, v.19A, n.5/6, p.383-398, 1985.
- [13] DESROCHERS, Martin e SOUMIS, François "A column generation approach to the urban transit crew scheduling problem", *Transportation Science*, v.23, n.1, p.1-13, 1989.
- [14] DESROCHERS, Martin e SOUMIS, François "A generalized permanent labelling algorithm for the shortest path problem with time windows", *INFOR*, v.26, n.3, p.191-212, 1988.
- [15] DESROSIERS, Jacques, DUMAS, Yvan e SOUMIS, François "The multiple vehicle many to many routing problem with time windows", Montreal: *Université de Montreal, Centre de*

- Recherche sur les Transports, École de Hautes Etudés Commerciales*, 1986. (Publication # 362)
- [16] DESROSIERS, Jacques, DUMAS, Yvan e SOUMIS, François "A dynamic programming solution of the large-scale single-vehicle dial-a-ride problem with time windows", *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, v.6, p.301-325, 1986.
- [17] DESROSIERS, Jacques, SOUMIS, François, DESROCHERS, Martin e SAUVÉ, Michel "Routing and Scheduling by Branch-and-Bound on Time Windows", Montreal: *Université de Montreal, Centre de Recherche sur les Transports, École de Hautes Etudés Commerciales*, 1986. (Publication # 278)
- [18] DESROSIERS, Jacques, PELLETIER, P. e SOUMIS, François "Plus court chemin avec contraintes d'horaires", *R.A.I.R.O. Recherche Operationelle*, v.17, 1983.
- [19] DESROSIERS, J., SAUVÉ, M. e SOUMIS, F. "Lagrangian Relaxation Methods for Solving the Minimum Fleet Size Multiple Traveling Salesman Problem with Time Windows", *Management Science*, v.34, n.8, p.1005-1022, 1988.
- [20] DESROSIERS, J., SOUMIS, F. e DESROCHERS, M. "Routing with time windows by column generation", *Networks*, v.14, p.545-565, 1984.
- [21] DUMAS, Yvan e DESROSIERS, Jacques. "A shortest path problem for vehicle routing with pick-up, delivery and time windows" Montreal: *Université de Montreal, Centre de*

Recherche sur les Transports, École de Hautes Etudes Commerciales, 1985. (Report # G-86-09)

- [22] ENTREGAS URBANAS: Restrições ainda causam problemas, *Transporte Moderno*, São Paulo, v.26, n.291, p.8-12, abr. 1988.
- [23] FISHER, Marshall L. "A generalized assignment heuristic for vehicle routing", *Networks*, v.11, p.109-124, 1981.
- [24] GILLET, B. e MILLER, L. "A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem", *Operations Research*, v.22, p.340-349, 1974.
- [25] GOLDEN, Bruce, ASSAD, Arjang, LEVY, Larry e GHEYSENS, Filip "The fleet size and mix vehicle routing problem", *Computers and Operations Research*, v.11, n.1, p.49-65, 1984.
- [26] GOLDEN, Bruce e ASSAD, Arjang "Perspectives on vehicle routing: exciting new developments", *Operations Research* v.34, n.5, p.803-810, 1986.
- [27] GOLDEN, Bruce, Magnanti, T. L. e NGUYEN, H. Q. "Implementing vehicle routing algorithms", *Networks*, v.7, p.113-148, 1977.
- [28] GOUVEA, Mario T., SWAIT, Joffre D. e BRINATTI, Marco A. "Implementação computacional de um algoritmo heurístico para o problema de dimensionamento da frota", In: Encontro da Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes, 3. Anais, Salvador, outubro de 1989.

- [29] HAOUARI, M., DEJAX, P. e DESROCHERS, M. "Modelling and solving complex vehicle routing problems using column generation", Paris: *Ecole Centrale Paris, Laboratoire Economique Industriel et Social*, 1990. (working paper # 90-02A)
- [30] HELD, Michael e KARP, Richard M. "The traveling-salesman problem and minimum spanning trees" *Operations Research* v.18, p.1138-1162, 1970.
- [31] HELD, Michael e KARP, Richard M. "The traveling-salesman problem and minimum spanning trees: Part II" *Mathematical Programming* v.1, p.6-25, 1971.
- [32] JAW, Jang-Jei, ODONI, Amedeo R., PSARAFTIS, Harilaos N. e WILSON, Nigel H.M. "A heuristic algorithm for the multi-vehicle advance request dial-a-ride problem with time windows", *Transportation Research B*, v.20, n.3, p.243-257, 1986.
- [33] MORASH, Edward A. "On the use of transportation strategies to promote demand", *Logistics and Transportation Review*, v.26, n.1, p.53-75.
- [34] NOVAES, Antonio G. N. *Sistemas Logísticos: Transporte, Armazenagem e Distribuição de Produtos*, Edgard Blucher, São Paulo, 1989.
- [35] OS ROTEIROS DA EFICIENCIA, *Revista Exame*, São Paulo, 24/1/90, p.68-70.

- [36] PSARAFTIS, Harilaos N. "A dynamic programming solution to the single vehicle many-to-many immediate request dial-a-ride problem", *Transportation Science*, v.14, n.2, p.130-154, 1980.
- [37] PSARAFTIS, Harilaos N. "k-Interchange procedures for local search in a precedence-constrained routing problem" *European Journal of Operational Research*, v.13, p.391-402, 1983.
- [38] PSARAFTIS, Harilaos N. "An exact algorithm for the single vehicle many-to-many dial-a-ride problem with time windows", *Transportation Science*, v.17, n.3, p.351-357, 1983.
- [39] RONEN, David "Perspectives on practical aspects of truck routing and scheduling", *European Journal of Operational Research*, v.35, p.137-145, 1988.
- [40] SILVA, Maria C. T., *Um algoritmo para programar veículos transportadores de valores*, Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia de Transportes, 1986. (Dissertação de Mestrado)
- [41] SILVER, Edward A., VIDAL, R.Victor e WERRA, Dominique "A Tutorial on Heuristics Methods", *European Journal of Operations Research*, v.5, p.153-162, 1980.
- [42] SOLOMON, Marius M. "On the worst-case performance of some heuristics for the vehicle routing and scheduling with time windows constraints", *Networks*, v.16, p.161-174, 1986.

- [43] SOLOMON, Marius e DESROSIERS, Jacques "Time window constrained routing and scheduling problems", *Transportation Science*, v.22, n.1, p.1-13, 1988.
- [44] SWAIT, Joffre D. "A Programação de Veículos de Transporte de Valores", Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, *Programa de Engenharia de Transportes*, 1986. (Relatório Técnico)
- [45] SWAIT, Joffre D., *Implementação de algoritmos de pesquisa operacional, Volume I: Fundamentos computacionais - algoritmos e estruturas de dados*, 1989. (pré-edição do livro do autor)