

LUCIELE WU

**O PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO PERIÓDICA DE
VEÍCULOS**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do Título de Mestre
em Engenharia de Transportes

São Paulo

2007

LUCIELE WU

**O PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO PERIÓDICA DE
VEÍCULOS**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do Título de Mestre
em Engenharia de Transportes

Área de Concentração:
Engenharia de Transportes

Orientador:
Prof. Dr. Cláudio Barbieri da Cunha

São Paulo

2007

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 11 de junho de 2007.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Wu, Luciele

**O problema de roteirização periódica de veículos / L. Wu. –
ed.rev. -- São Paulo, 2007
109 p.**

**Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes.**

**1. Roteirização 2. Heurística 3. Transportes 4. Logística (Ad-
ministração de materiais) I. Universidade de São Paulo. Escola
Politécnica. Departamento de Engenharia de Transportes II. t.**

DEDICATÓRIA

Aos meus queridos pais e irmãs.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço ao professor Cláudio Barbieri da Cunha por toda orientação, estímulo e paciência durante o desenvolvimento da dissertação, buscando sempre a melhor forma de expressão das idéias. Além do apoio e preocupação pessoal em um dos momentos decisivos da minha vida; sem a sua ajuda, meu rumo seria totalmente diferente.

Aos professores Nicolau Gualda, Hugo Yoshizaki, Marco Brinati e Rui Botter pelo aprendizado durante as aulas que moldaram o meu conhecimento ao longo do curso.

Aos meus avôs, pelo espírito de luta ao emigrar para um país de língua e costumes muito diferentes.

Aos meus pais, meus maiores mestres, cujos ensinamentos guardo com grande carinho e consideração para toda vida.

Às minhas irmãs, Cristiane e Clarisse, que sempre estiveram presentes em todos os momentos com paciência e alegria.

A todos meus amigos, que me apoiaram e incentivaram para o término desta etapa dos meus estudos.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro concedido durante a realização do projeto.

E por fim, agradeço a todos aqueles que contribuíram de alguma maneira para que este projeto pudesse ser realizado.

EPÍGRAFE

*“Conhecer a si mesmo e conhecer os outros,
vencerá todas as batalhas.”*

Sun Tzu – A Arte da Guerra

RESUMO

O problema de roteirização periódica de veículos pode ser considerado como uma generalização do problema clássico de roteirização devido a duas características próprias: um período de planejamento maior que um dia, em que os veículos fazem diversas viagens, e frequências de visitas associadas a pontos a serem servidos. Esse tipo de problema pode ter muitas aplicações práticas. Atualmente, algumas indústrias automobilísticas brasileiras já utilizam um sistema de coleta que se baseia na idéia de roteirização periódica, com a finalidade de reduzir o estoque de peças. Assim como os problemas originais de roteirização de veículos, o problema aqui tratado é também difícil de ser resolvido, sendo impossível o uso de algoritmos exatos para a obtenção de uma solução ótima para o tamanho de problemas encontrados na prática. Isso motivou o estudo, que direcionou seus esforços na exploração de novas estratégias de solução para esse problema através de novas abordagens, de modo que houvesse um aumento na qualidade de soluções e uma diminuição do tempo de processamento computacional. Dois procedimentos diferentes foram propostos para a alocação dos clientes aos dias de visitas: uma heurística de inserção seqüencial que visa equilibrar os esforços dos diferentes dias do período de planejamento, e uma heurística baseada em algoritmos genéticos. As rotas diárias são construídas através da utilização do algoritmo de economias de Clarke e Wright, que permite a obtenção de boas soluções em tempos de processamento curtos. Experimentos computacionais são realizados para a avaliação da eficiência de cada uma das heurísticas propostas através da utilização de *benchmarks* retirados da literatura e problemas-teste gerados aleatoriamente, e os resultados são também comparados aos anteriormente mostrados na literatura.

Palavras-chave: Roteirização periódica. Heurística. Transportes. Logística.

ABSTRACT

The period vehicle routing problem can be viewed as a generalization of the classic vehicle routing problem due to two singular features: a planning period longer than one day in which vehicles make several trips and frequencies of visit associated to points to be serviced. This type of problem may arise in different practical applications. Nowadays, some Brazilian auto-maker industries are already utilizing a collect system based on the idea of the period routing in order to reduce parts inventory. Similarly to the original vehicle routing problem, the period vehicle routing problem is also hard to solve, making it impossible to use exact in order to obtain an optimal solution for problem sizes found in practice. This motivated this research study, which directed its efforts to the exploration of new strategies of solution through new reasoning, leading to an increase in the quality of the solution and a decrease in the computational processing time. The proposed heuristics are composed of three consecutive stages: (i) assigning customers to days of visit while respecting their given frequencies, (ii) building routes that serve all customers assigned to each day of the planning horizon, and (iii) improving the obtained solution. Despite the distinction between the stages, we managed to take into consideration the integration among the three decisions. Two different procedures were proposed to the assignment of customers to days of visit: a sequential insertion heuristic that aims to balance the workload among different days in the time horizon, and a heuristic based on genetic algorithms. The daily routes are then constructed by using the Clarke and Wright's savings algorithm, which allows good solutions to be obtained in short processing times. Computational experiments are made in order to evaluate the efficiency of each proposed heuristic using both benchmark problem sets from the literature and randomly generated problems as well, and the results are compared to the previously reported in the literature.

Keywords: Period routing. Heuristic. Transportation. Logistics.

SUMÁRIO

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Quadros

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Descrição e Relevância do Problema.....	1
1.2 Metodologia.....	3
1.3 Delineamento do Trabalho.....	4
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1 Problemas de Roteirização de Veículos na Literatura.....	5
2.2 Trabalhos Desenvolvidos no Âmbito da EPUSP	7
2.3 Problemas de Roteirização Periódica	12
2.3.1 Roteirização em Nós	12
2.3.2 Roteirização em Arcos	20
2.3.3 Roteirização com Instalações Intermediárias	20
2.4 Considerações Finais do Capítulo	21
3. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	23
3.1 Caracterização Geral.....	23
3.2 Definição do Problema	26
3.3 Formulação Matemática.....	28
4. ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO.....	33
4.1 Introdução.....	33
4.2 Heurísticas ALOCf e ALOCd – Frota, Demanda e Clarke e Wright	36
4.3 Heurísticas GRASPF e GRASPD – GRASP, Clarke e Wright, Frota e Demanda	43
4.4 Heurísticas AGs – Algoritmo Genético e Clarke e Wright.....	46

5. RESULTADOS COMPUTACIONAIS.....	56
5.1 Problemas-Teste	56
5.2 Parâmetros das Heurísticas.....	59
5.2.1 Parâmetros para a estratégia ALOC	61
5.2.2 Parâmetros para a estratégia GRASP	62
5.2.3 Parâmetros para a estratégia AG.....	62
5.3 Resultados	64
5.3.1 Primeira Etapa de Testes	65
5.3.1.1. Problemas de 50 Pontos.....	66
5.3.1.2. Problemas de 75 Pontos.....	69
5.3.1.3. Problemas de 100 Pontos.....	71
5.3.1.4. Utilização de Valores de Custos	75
5.3.1.5. Conclusão da Primeira Etapa de Testes.....	79
5.3.2 Segunda Etapa de Testes	80
5.4 Análise dos Resultados Obtidos	83
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	86
6.1 Conclusões	86
6.2 Recomendações e Próximos Passos.....	88
7. REFERÊNCIAS.....	91

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1: Exemplos de situações com e sem ocorrência de <i>subtours</i>	31
Figura 4.1: Roteirização com e sem a utilização do método de economias de Clarke e Wright	40
Figura 4.2: Pseudocódigo das estratégias heurísticas ALOCF e ALOCd.....	43
Figura 4.3: Pseudocódigo das estratégias heurísticas GRASPF e GRASPD.....	45
Figura 4.4: Representação cromossômica de um indivíduo de 10 pontos	49
Figura 4.5: Exemplo de ranking de indivíduos.....	50
Figura 4.6: Exemplo do cruzamento entre dois indivíduos.....	51
Figura 4.7: Pseudocódigo das heurísticas AG1c e AG2c.....	54
Figura 4.8: Pseudocódigo das heurísticas AG1cr0, AG1cr1, AG1cr10, AG2cr0, AG2cr1, AG2cr10.....	54
Figura 4.9: Pseudocódigo das heurísticas AG1cmv e AG2mv	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Exemplo de combinações permitidas de dias de visitas para $T = 6$ dias.....	28
Tabela 4.1: Dados do exemplo explicativo das heurísticas frota e demanda	38
Tabela 4.2: Combinações permitidas de dias de visitas	48
Tabela 4.3: Resumo das variantes de AG.....	53
Tabela 5.1: Problemas-teste de Christofides e Beasley (1984)	57
Tabela 5.2: Resumo dos problemas-teste utilizados	59
Tabela 5.3: Resumo das estratégias de solução	60
Tabela 5.4: Parâmetros utilizados nas etapas de testes	60
Tabela 5.5: Parâmetros utilizados pelas variantes da estratégia ALOC.....	61
Tabela 5.6: Parâmetros utilizados pelas variantes da estratégia GRASP.....	62
Tabela 5.7: Parâmetros utilizados pelas variantes da estratégia AG.....	64
Tabela 5.8: Resultados do problema-teste 50A	66
Tabela 5.9: Resultados do problema-teste 50B.....	67
Tabela 5.10: Resultados do problema-teste 50C.....	68
Tabela 5.11: Resultados do problema-teste 75A	69
Tabela 5.12: Resultados do problema-teste 75B.....	70
Tabela 5.13: Resultados do problema-teste 75C.....	71
Tabela 5.14: Resultados do problema-teste 100A.....	72
Tabela 5.15: Resultados do problema-teste 100B.....	73
Tabela 5.16: Resultados do problema-teste 100C.....	74
Tabela 5.17: Melhor custo total obtido para os problemas-teste de 50 pontos.....	76
Tabela 5.18: Melhor custo total obtido para os problemas-teste de 75 pontos.....	77
Tabela 5.19: Melhor custo total obtido para os problemas-teste de 100 pontos.....	77
Tabela 5.20: Resumo das melhores variantes de diferentes variáveis de decisão	79
Tabela 5.21: Melhores variantes das melhores estratégias de solução para cada conjunto de problemas de Christofides e Beasley (1984)	81
Tabela 5.22: Parâmetros e resultados dos problemas 2, 5, 8 e 10 de Christofides e Beasley (1984).....	82
Tabela 5.23: Resultados de artigos anteriores e do presente estudo	82
Tabela 5.24: Porcentagem de desvio acima do melhor resultado obtido	82

LISTA DE QUADROS

Quadro 4.1: Resumo das estratégias de solução heurística propostas	36
Quadro 5.1: Resumo das mudanças das melhores variantes na Análise de Sensibilidade	79

1. INTRODUÇÃO

1.1 Descrição e Relevância do Problema

O presente texto trata o problema de roteirização periódica de veículos, que pode ser entendido como uma generalização do problema clássico de roteirização. Este procura alocar pontos a veículos, de maneira que os roteiros, ou seqüências de atendimento, otimizem os recursos utilizados. Isto ocorre da mesma maneira na roteirização periódica, no entanto, cada ponto requer uma determinada freqüência de visitas ao longo do período de planejamento (uma vez, três vezes, diariamente, etc.). Conseqüentemente, além da alocação a veículos, há a necessidade de alocar os pontos em dias de visitas no período, respeitando a freqüência de visitas requerida.

Aplicações práticas para o problema de roteirização periódica podem ser encontradas na coleta de peças automobilísticas e coleta de lixo industrial – caracterizando problemas de atendimento em nós, tipo caixeiro viajante –, e coleta de lixo residencial e limpeza de ruas – caracterizando problemas em atendimento de arcos, tipo carteiro chinês.

O abastecimento de uma indústria automobilística através da coleta de peças é uma aplicação bastante atual. Um grande número de montadoras no Brasil atua com sistema *just-in-time*, ou seja, não mantém e nem armazena estoque de insumos e matérias-primas utilizados na produção dos veículos, sendo que essas peças chegam à linha da produção da montadora na hora em que o automóvel é fabricado. Geralmente, um operador logístico é contratado para efetuar as coletas nos fornecedores das quantidades necessárias, seguindo uma programação de produção definida previamente.

A partir disso, a montadora evita a complexa tarefa de recebimento e movimentação de peças de um elevado número de fornecedores, transferindo a responsabilidade pela coleta, conferência e entrega para um operador logístico. Sendo assim, o processo fica otimizado, diminuindo os custos e evitando a formação de filas nas áreas de desembarque.

Na época em que a inflação brasileira era alta e instável, as grandes montadoras não se preocupavam com a eficiência do seu sistema e, muito menos, em diminuir os estoques, pois toda ineficiência do sistema era compensada com aplicações no mercado. Entretanto, no momento em que a inflação baixou e estabilizou, e houve uma abertura do mercado brasileiro para empresa estrangeiras, as montadoras tiveram que acompanhar as mudanças e aumentar a eficiência do sistema para se tornarem mais competitivas.

Inserida nesse cenário, era preciso que a montadora fizesse estudos e investimentos em estratégias baseadas em visão sistêmica. Notou-se que a área de logística, que havia sido deixada de lado, atendia essas necessidades de integração dos sistemas, o que diminuiu os custos e desperdícios, causando, por consequência, um aumento do lucro e da eficiência. Com o advento da tecnologia e a incorporação desses conceitos de logística dentro da montadora, foi possível adotar o sistema *just-in-time*.

Como dito anteriormente, com este novo sistema adotado não há estoques nas montadoras, conseqüentemente, os materiais são necessários em lotes menores, mas com frequência maior. Logo, para evitar filas na área de desembarque, coletar os produtos com uma determinada frequência ao longo de um período de planejamento era mais apropriado. Adotou-se a denominação de sistema de coleta *milk-run* para essa prática por ter semelhanças com o antigo sistema de coleta de leite nas fazendas por cooperativas de laticínios.

Antes da implantação desse sistema, cada fazenda levava o leite produzido a cada dia para as cooperativas, para que estas pasteurizassem o produto. Isso ocasionava um aumento de custo do leite, devido aos gastos em transporte e embalagem, além do tempo gasto em filas na área de desembarque. A fim de aprimorar o sistema e diminuir esses custos que conduziam a aumentos no preço do produto final e prejuízos, as próprias cooperativas passaram a coletar o leite nas fazendas, utilizando embalagens padronizadas. Em outras palavras, um veículo passava pelas fazendas coletando embalagens cheias de leite e deixando embalagens vazias para serem coletadas cheias em outro dia. Para tanto, uma programação de coletas tinha que ser feita, bem como os roteiros que cada veículo iria percorrer em cada dia. Sendo que algumas fazendas não produziam a quantidade de leite suficiente para coletas diárias, elas recebiam visitas com alguns intervalos de tempo (periodicidade).

Uma vez que o leite é um produto perecível, um tempo máximo entre a sua produção e o consumo não pode ser ultrapassado. Conseqüentemente, houve a instituição de horários pré-determinados de coleta, semelhantes às restrições de janela de tempo dos problemas de roteirização.

Juntamente com o uso desses novos conceitos e sistemas, alguns benefícios para as montadoras foram obtidos, como precisão da entrega de peças, maior controle de peças em trânsito, agilidade de embarque e desembarque, redução de trânsito de materiais interno, agilidade na tomada de decisões, otimização da frota e redução dos custos.

Portanto, devido ao que foi exposto, nota-se a importância do estudo do problema e do desenvolvimento de novas estratégias de solução do mesmo, que agilizem a tomada de decisão, melhorem a qualidade da solução obtida, otimizem os custos e diminuam os tempos de processamentos computacionais, sendo esse o objetivo do trabalho através da exploração de novas estratégias de solução para o problema de roteirização periódica.

1.2 Metodologia

Três estratégias de solução heurísticas foram propostas com a finalidade de se obter melhores resultados de problemas de roteirização periódica. A obtenção de uma solução ótima é praticamente impossível devido ao grande esforço computacional e ao tempo de processamento requerido para isto, uma vez que o problema é NP-Difícil. Para tanto, desenvolveram-se duas heurísticas (um baseada em inserção e outra baseada em GRASP - *Greedy Randomised Adaptive Search Procedure*) e uma metaheurística, algoritmo genético.

Há a proposição de uma formulação matemática para um problema geral de roteirização periódica para demonstrar as principais restrições operacionais e as decisões envolvidas.

A avaliação do melhor método de solução, bem como uma comparação com resultados encontrados na literatura, também são realizados para averiguar se as estratégias propostas podem realmente serem utilizadas em roteirização periódica.

1.3 Delineamento do Trabalho

Os capítulos deste texto estão organizados e estruturados para que a compreensão do assunto e de suas possíveis soluções seja facilitada.

O capítulo a seguir corresponde à revisão bibliográfica, em que são apresentadas, de forma resumida, as pesquisas feitas por outros autores. Tem como finalidade o melhor entendimento dos conceitos e das estratégias de solução já exploradas na literatura.

O capítulo 3 mostra a caracterização do problema com suas peculiaridades e a maneira como ele vai ser tratado. A formulação matemática também é apresentada nessa seção.

No capítulo seguinte, são apresentadas as estratégias de solução propostas e um detalhamento maior de cada uma delas. A avaliação dessas estratégias foi realizada através de experimentos computacionais, encontrados no capítulo 5.

No capítulo 6, há a apresentação de considerações finais e recomendação para próximos passos da pesquisa. O capítulo final é destinado às referências utilizadas na pesquisa.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar os trabalhos científicos encontrados na literatura que são correlatos ao tema da presente dissertação. Os textos estudados auxiliaram na compreensão do problema e no conhecimento das estratégias de solução já abordadas com o objetivo de tentar solucionar o problema de roteirização periódica. Verificou-se não ser um assunto amplamente estudado, mas, como já mencionado anteriormente, demonstra ter uma grande importância no cenário atual de diversas empresas e instituições.

2.1 Problemas de Roteirização de Veículos na Literatura

A roteirização periódica fundamenta-se nos conceitos básicos de roteirização de veículos, que é conhecido na literatura como *Vehicle Routing Problem* (VRP). Em linhas gerais, a roteirização de veículos pode ser definida como o atendimento de nós de demanda geograficamente dispersos, sendo que, para cada ligação entre um par de nós, há distâncias e custos associados. A fim de atendê-los, utiliza-se uma frota de veículos disponíveis que partem e retornam a um depósito central. O objetivo é determinar o conjunto de rotas de menor custo que atenda às necessidades dos nós, respeitando restrições operacionais, tais como capacidade dos veículos, duração da rotas, janelas de tempo, duração da jornada de trabalho, entre outros.

O primeiro tipo de problema de roteirização a ser estudado foi o caixeiro viajante (*traveling salesman problem*). A idéia é encontrar o menor caminho possível que um vendedor deve percorrer, a partir de sua cidade, a fim de atender um conjunto de clientes (cidades), visitando cada um deles exatamente uma única vez. Ao longo de anos de estudos, novas restrições foram e estão sendo incorporadas ao caixeiro viajante, de modo a melhor representar os diferentes problemas envolvendo roteiros de pessoas, veículos e cargas. De acordo com Cunha (2000), os problemas de roteirização são muitas vezes definidos como problemas de múltiplos caixeiros viajantes com restrições de capacidade e outras restrições que dependem de cada aplicação.

Tanto o problema do caixeiro viajante quanto os problemas de roteirização são problemas que podem ser formulados como problemas de programação linear inteira, e pertencentes à categoria de problemas NP-Difícil, ou seja, à medida que o tamanho do problema aumenta, o esforço computacional para resolvê-lo cresce de maneira exponencial. Mesmo com o avanço da tecnologia dos computadores, problemas de maior porte encontrados em aplicações práticas apresentam muitas variáveis e restrições a serem consideradas; nem mesmo o mais avançado computador existente no mercado poderia resolvê-los (i.e. chegar a uma solução ótima) em tempos de processamento aceitáveis para instâncias encontradas na prática.

Logo, a fim de se obter uma solução de boa qualidade com um tempo computacional razoavelmente pequeno, resta a utilização de heurísticas e metaheurísticas, que forneçam uma solução apropriada ao que se deseja de uma solução. Essas estratégias de solução baseiam-se em abordagens intuitivas, de modo que a estrutura particular do problema pode ser considerada e explorada de forma inteligente (Cunha, 1997). Dada a diversidade dos problemas de roteirização em termos das suas restrições, as estratégias de solução baseadas em heurísticas são bastante específicas, carecendo de robustez, ou seja, elas não conseguem produzir soluções boas para problemas com características e restrições diferentes daquelas que foram levadas em consideração quando a estratégia foi planejada. Como apontado por Hall e Partyka (1997), na roteirização de veículos uma estratégia de solução para um certo tipo de problema com suas peculiaridades pode não ser adequada para um outro problema similar (Teixeira, 2001).

Laporte et al. (2000) descrevem os principais métodos para resolução do problema de roteirização de veículos encontrados na literatura, classificados como heurísticas clássicas e também uma metaheurística, a busca tabu, denominada pelos autores de heurística moderna. As heurísticas clássicas analisadas são o algoritmo de economias de Clarke e Wright (1964) em duas versões (paralela e seqüencial); o algoritmo de varredura; o algoritmo de pétalas (*petal algorithm*); o algoritmo do tipo agrupa-primeiro roteiriza-segundo (*cluster-first, route-second algorithm*); e as heurísticas de melhorias, do tipo *3-opt*. Os autores comparam essas heurísticas clássicas de roteirização através de testes com quatorze problemas considerados *benchmarks*. Boas soluções foram obtidas com um tempo de processamento menor quando são utilizados o método de economias de Clarke e Wright (1964) e o algoritmo de varredura de Gillett e Miller (1974). A heurística moderna analisada no artigo é a busca tabu, assim

como algumas variantes desenvolvidas por outros autores. Embora a qualidade das soluções obtidas pela busca tabu, assim como suas variantes, seja bastante superior às das heurísticas clássicas, os tempos computacionais ainda são, em geral, muito elevados para aplicações comerciais. Segundo os autores, as metaheurísticas, em particular a busca tabu, são muito dependentes do contexto do problema e o ajuste de parâmetros para cada caso afeta seu desempenho, demonstrando a dificuldade em termos de robustez dessas estratégias de solução.

Conforme Laporte et al. (2000), uma tendência futura de pesquisa a ser perseguida é o desenvolvimento de metaheurísticas mais simples, rápidas e robustas que, mesmo com algum prejuízo à qualidade de soluções, permitam a sua incorporação em pacotes comerciais.

Pirlot (1996) apresenta um detalhamento e uma análise de três metaheurísticas muito conhecidas e utilizadas. Para cada uma delas (busca tabu, algoritmo genético e *simulated annealing*), o autor descreve a respectiva versão básica, ilustrada pela aplicação em um problema combinatório de otimização selecionado na literatura, bem como uma breve revisão bibliográfica e introdução à discussão de tópicos mais avançados, como ajuste de parâmetros, refinamentos de idéias básicas e aspectos teóricos. Outra opção que o autor descreve e afirma ser uma tendência é a utilização de métodos híbridos, em que se utilizam duas metaheurísticas em conjunto.

2.2 Trabalhos Desenvolvidos no Âmbito da EPUSP

O presente trabalho integra um conjunto de pesquisas que vêm sendo realizadas principalmente nas áreas de Engenharia Naval, Engenharia de Transportes e Engenharia de Sistemas Logísticos da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Envolvem, genericamente, o desenvolvimento e a implementação computacional de novos algoritmos e heurísticas de solução para problemas de roteirização, programação e designação de veículos, cujas principais contribuições mais recentes estão relacionadas a seguir:

- Cunha (1997) trata o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais, tais como janelas de tempo e duração máxima de jornada de trabalho. A estratégia de solução proposta pelo autor é baseada na relaxação lagrangeana das restrições do modelo. São desenvolvidas três heurísticas diferentes: duas para frota homogênea (alocação seqüencial e alocação paralela) e outra para dois tipos de frota (agrupamento e alocação seqüencial). Ao final, compara-se o desempenho das três heurísticas propostas e depois se utiliza a última heurística para um caso prático.
- Brejon (1998) aborda um problema de programação de transporte de suprimentos para unidades marítimas de exploração de petróleo, visando a garantia de que os suprimentos necessários estejam na unidade marítima solicitante na quantia correta e dentro dos horários solicitados. É analisado como um problema de roteirização e programação de veículos com restrição de janelas de tempo. A estratégia de solução utilizada se baseia na heurística de inserção II, proposta por Solomon (1987), modificada para se adequar às restrições do problema estudado. A alocação dos clientes às rotas segue um critério de primeiro inserir em uma rota os clientes mais distantes e depois os clientes não alocados que têm menor valor de fim de janela de tempo, obviamente a inserção é feita juntamente com um estudo de viabilidade de inserção, que está relacionado a limites de capacidade, distância e tempo.
- Souza (1999) propõe uma estratégia de solução para o problema de transporte do tipo “Carga Única Coleta e Entrega” (*Full Truckload Pickup and Delivery*) com janelas de tempo em duas etapas: na primeira são gerados todos os roteiros tecnicamente viáveis para atender as requisições de transporte dentro do período de programação, e na segunda é resolvido um problema de programação linear, do tipo partição de conjunto (*set partitioning*) para a seleção dos melhores roteiros que minimizem o custo total do transporte.
- Znamensky (2000) aborda o problema de roteirização e programação de veículos com restrições operacionais e temporais, visando o transporte de idosos e pessoas com deficiências através de veículos de pequeno porte. Esse serviço é oferecido pela São Paulo Transportes (SPTrans), no âmbito do município de São Paulo, tendo como denominação sistema ATENDE. Esse problema é conhecido na literatura como *dial-a-*

ride de programação diária, que se caracteriza por transporte de passageiros de uma origem a um destino porta-a-porta, com a possibilidade de solicitação do serviço por telefone. Uma característica diferenciadora desse estudo é a utilização de múltiplos depósitos de onde partem os veículos. A solução proposta para o problema baseia-se em uma heurística de inserção paralela; após a geração de uma primeira solução, há uma melhoria de busca local nas categorias de troca intra-rotas e inter-rotas (reinscrição de solicitações ou troca de solicitações). A heurística produz bons resultados com redução significativa dos custos operacionais e de frota em relação à maneira como é feita a programação atualmente.

- Teixeira (2001) trata o problema de composição (ou dimensionamento) e roteirização de uma frota de veículos heterogênea, levando em conta custos fixos e variáveis, além de restrições operacionais, com o objetivo de minimizar os custos de distribuição. A estratégia de solução está baseada em um algoritmo *out-of-kilter* para o agrupamento de clientes segundo uma medida de economia que leva em conta não só a distância como o custo fixo dos clientes. Para o agrupamento de clientes, o problema de designação foi modelado como de circulação com custo mínimo. As heurísticas produzidas (básica, híbrida e solução direta) se baseiam nas combinações de rotas a partir da solução dos problemas de designação de frota, uma vez que ao compor e roteirizar uma frota de veículos, os custos de distribuição são minimizados.
- Feriencic (2005) estuda o problema de distribuição de combustíveis com caminhões tanque para postos de abastecimento. A grande particularidade deste problema é a frota ser heterogênea devido a diferentes conjuntos possíveis de compartimentação para transporte dos produtos, permitindo assim o transporte de um ou mais produtos em um mesmo caminhão tanque para mais de um cliente. Apesar de ser permitido transportar mais de um produto por caminhão (gasolina, álcool e diesel), cada compartimento tem que estar sempre completamente cheio ou vazio. A estratégia de solução proposta baseia-se em definir a alocação ótima dos pedidos aos veículos e a seqüência de entrega de cada veículo. A frota própria já é pré-determinada e há a possibilidade de uso de frota terceirizada. Os clientes são alocados segundo uma ordem decrescente de dificuldade nos veículos, também ordenados de acordo com a sua serventia. Isto é feito para que a heurística de inserção seqüencial inclua os clientes segundo uma ordem decrescente em veículos de maior serventia ainda disponíveis. A fim de validar a formulação matemática,

bem como testar a sua consistência, foram utilizados o Solver do Excel e o CPLEX da ILOG; entretanto não foi possível obter a solução ótima mesmo para instâncias de menor porte. A heurística proposta baseia-se no GRASP (*Greedy Randomised Adaptive Search Procedure*) a fim de promover vários reinícios da heurística de alocação sequencial, realocando apenas alguns clientes escolhidos aleatoriamente.

- Mourad (2005) trata de um problema de roteirização de carga completa com janelas de tempo que incorpora algumas singularidades encontradas nas empresas do mercado brasileiro. Uma diferença relevante para o problema clássico comumente estudado na literatura é a possibilidade de utilização de uma frota “spot” como complemento de uma frota dedicada. São consideradas ainda janelas de tempo, paradas especiais para execução de serviços (manutenção do veículo, por exemplo), e múltiplos depósitos, dentro de um horizonte de planejamento semanal, conferindo ao problema uma característica dinâmica. A frota dedicada já é pré-dimensionada, então os clientes que não puderem ser atendidos pela frota dedicada ou mesmo aqueles cujo atendimento por ela não for viável são automaticamente atendidos por uma frota terceirizada, ou “spot”. Foram propostas quatro diferentes heurísticas, todas baseadas em busca tabu. A solução inicial é obtida através de uma heurística de inserção inspirada em Solomon (1987). A diferença entre as quatro heurísticas propostas se encontra na estrutura de controle da busca, como tipos de proibição e período tabu. Primeiramente, são geradas doze instâncias com diferentes número de viagens por dia e restrições locais de coleta e entrega, denominadas como problemas reduzidos. Em seguida, quatro cenários com diferentes parâmetros para problemas triviais da literatura também foram gerados. A heurística TS4 demonstrou melhor desempenho em todos os testes, bem como no modelo exato, o que mostra que a utilização de busca tabu para solucionar problemas de roteirização com janelas de tempo permite obter bons resultados.
- Bonasser (2005) estuda o problema de roteirização de veículos com múltiplos depósitos e frota heterogênea fixa. Sua estratégia de solução se baseia em heurísticas de economias, busca tabu, colônia de formigas e uma metaheurística híbrida (método *Routing AntS*), desenvolvida especialmente para a solução do problema em questão. O autor também explora o desempenho dos mecanismos de diversificação e intensificação embutidos nos métodos. São utilizados com a finalidade de testar as estratégias de solução conjuntos de instâncias clássicas para problemas de roteirização de veículos em sua forma padrão, com

frota heterogênea e com múltiplos depósitos. Conclui-se que a busca tabu efetua a intensificação com maior eficiência, enquanto a colônia de formigas promove melhor diversificação. A metaheurística híbrida, por sua vez, apresenta melhor desempenho que as estratégias anteriores de uma maneira geral. Alguns resultados obtidos por Bonasser (2005) superam os encontrados na literatura. Além da utilização dos problemas retirados da literatura, aplicou-se as estratégias de solução para uma situação real da Força Aérea Brasileira, no caso, a operação de assistência humanitária realizada pela mesma. O autor comprova que é possível a aplicação dos métodos neste caso.

- Abrahão (2006) propõe uma estratégia de solução baseada em colônia de formigas para tratar do problema de programação de manutenção preventiva de veículos. Este tipo de problema é considerado bastante complexo, em que poucos métodos de solução são estudados para otimizar este tipo de programação. Segundo o autor, é um problema do tipo NP-Difícil, impedindo assim a formulação e solução a partir de métodos exatos, como a programação linear. Utiliza-se, então, o método de colônia de formiga combinada com mecanismos de intensificação e busca local. Esta estratégia foi aplicada à programação de manutenção preventiva da frota de aeronaves da Força Aérea Brasileira. Os resultados foram bons para a solução dos problemas-teste, demonstrando que colônia de formigas é apropriada para este tipo de problema.
- Znamensky (2006) aborda um sistema logístico conhecido como *Vendor Managed Inventory*, em que um fornecedor controla e coordena as decisões de reabastecimento, sendo responsável por manter os estoques de seus clientes dentro de limites pré-fixados. O modelo proposto pelo autor incorpora decisões relativas à produção e manutenção de estoque por parte do fornecedor, juntamente com a utilização de frota heterogênea na distribuição e a busca da minimização dos custos totais do sistema. Quatro heurísticas de duas etapas são propostas para a resolução do problema abordado. A primeira etapa, comum a todas as heurísticas, baseia-se em uma heurística retirada da literatura e fornece uma solução inicial viável, utilizada como ponto de partida para a etapa de melhoria. Para esta outra etapa, Znamensky (2006) utiliza a metaheurística busca tabu. As heurísticas propostas foram avaliadas em um conjunto de teste, sendo obtidos resultados melhores que os encontrados na literatura em todas as instâncias testadas. Dentre as estratégias de solução avaliadas, destaca-se a heurística baseada em busca tabu com diversificação, que demonstrou ser superior às demais heurísticas propostas. Os resultados obtidos indicam

que, no caso da frota disponível ser heterogênea, é vantajosa a utilização de uma adaptação no procedimento de obtenção da solução inicial, como forma de priorizar a utilização de veículos que demonstraram maior eficiência.

2.3 Problemas de Roteirização Periódica

O problema abordado nesta dissertação é um caso geral de roteirização de veículos, expandido a um certo período de dias de planejamento, sendo que os clientes requerem um nível de serviço através de uma determinada frequência de visitas dentro desse mesmo período. Conseqüentemente, é necessário determinar também os melhores dias de visitas, levando em consideração os impactos na roteirização.

2.3.1 Roteirização em Nós

Antes de receber a denominação de roteirização periódica, o problema era considerado como de designação (*assignment*) de dias de visitas, conforme denominação de Beltrami e Bodin (1974) que estudaram o problema de coleta de lixo municipal da cidade de Nova Iorque produzido por grandes instituições, tais como escolas e hospitais. Os autores foram os pioneiros na discussão da periodicidade deste tipo de problema, pois, através de análises, notaram que havia grandes vantagens, em termos de economia, em se visitar alguns pontos diversas vezes ao dia, ou mesmo em um determinado período de tempo maior que um dia. Logo, o problema foi tratado como de roteirização periódica. Diferencia-se da coleta de lixo residencial pelo fato de ser uma roteirização em nós e não em arcos, como no caso de limpeza de rua e remoção de neve. Os autores discutem algumas estratégias de solução: (i) os nós são agrupados e depois roteirizados, ou (ii) os roteiros são criados e a partir deles os dias de visitas são definidos. O método de economias de Clarke e Wright (1964) é utilizado para a realização da roteirização diária dentro do período, podendo até considerar uma rota que começa e termina em pontos diferentes, além da opção de um ponto ser visitado mais de uma vez.

Russel e Igo (1979) desenvolveram heurísticas para designar clientes a dias da semana com a finalidade de minimizar a distância total percorrida. Segundo os autores, heurísticas têm que ser utilizadas devido ao tamanho das instâncias encontradas na prática e à intratabilidade de problemas de roteirização de nós. Três estratégias de solução são discutidas, sendo uma delas baseada no conceito de agrupar os pontos com frequência de serviço semelhantes e, em seguida, agrupá-los por proximidade. O ponto do grupo mais próximo ao centróide, relacionado a esse mesmo grupo, assume a soma da demanda dos pontos do grupo inteiro. Isto é feito com a finalidade de diminuir o tamanho do problema, tornando mais fácil a manipulação de dados e a própria roteirização do problema posteriormente. Depois que uma solução de designação de dias é obtida, expandem-se novamente os grupos aos pontos originais para resolver o problema de roteirização diária. A partir dessa solução inicial, as outras duas heurísticas propostas pelos autores têm como objetivo melhorar essa solução considerando a roteirização juntamente com a designação dos pontos.

Um dos primeiros artigos que adota a denominação de problema de roteirização periódica de veículos é o de Christofides e Beasley (1984), que caracterizam o problema e apresentam o modelo matemático completo para um caso genérico. Os autores adotam um método heurístico de solução baseado inicialmente na escolha inicial da melhor combinação permitida de dias de visitas para cada ponto. A fase seguinte é caracterizada por trocas (*interchanges*) de combinações de alguns pontos como uma tentativa de diminuir o custo total resultante das roteirizações diárias no período de planejamento.

Os autores concluem, após uma breve discussão do modelo matemático, que o problema é muito complexo, pois envolve um enorme número de variáveis. A fim de ajudar a resolução, os autores propõem duas relaxações do problema de roteirização de veículos que transformam os subproblemas de roteirizações diárias em um problema de mediana (*median problem*) e um problema de caixeiro viajante. A primeira relaxação está baseada em um estudo anterior de Christofides e Eilon (1969), comprovando que a distância esperada das rotas dos veículos está relacionada à soma das distâncias radiais dos clientes a um centro, sendo este escolhido para cada um dos dias do período. Assim sendo, ao minimizar essas distâncias radiais, é possível obter uma minimização global de custos. A outra relaxação é baseada no conceito de caixeiro viajante. Nota-se que ao diminuir a distância total percorrida nos roteiros dos caixeiros viajantes, a distância da solução da roteirização de veículos também é minimizada. Assim, é

esperado que o mesmo ocorra no caso da roteirização periódica de veículos (isto é comprovado ao final do estudo).

A heurística proposta pelos autores baseia-se primeiro na escolha inicial das combinações de dias de entrega para os clientes e, em seguida, após a realização de roteirizações diárias, há uma troca (*interchange*) dessa combinação dos clientes, na tentativa de reduzir o custo total. A dificuldade dessa estratégia é avaliar o efeito da mudança de dias de visitas aos clientes, uma vez que é necessário realizar a roteirização diária das mudanças e comparar o resultado final obtido com o resultado anterior.

A fase de alocação das combinações permitidas de dias de atendimento dos clientes é iniciada, primeiramente, com a ordenação desses clientes em ordem decrescente em relação a uma medida de “importância”, em que se colocam os clientes com dias de combinação fixas no topo da lista (não há no texto exemplos de pontos com combinação fixa, mas fazendo um paralelo com instâncias reais, pode-se dizer que são aqueles clientes que somente podem ser atendidos em determinados dias, sem nenhuma flexibilidade). Para os demais clientes, a ordenação é feita com base na demanda de cada um deles, ou seja, os que tiverem demandas maiores requeridas por visitas são alocados primeiro, evitando problemas posteriores de viabilidade, dada a capacidade do veículo e a frota disponível. Após a ordenação dos clientes, para cada um deles é avaliado o aumento do custo total no período para as combinações permitidas de dias que respeitam a exigência de frequência de cada um deles. A melhor combinação escolhida para cada ponto é aquela que oferece o menor aumento geral dos custos. A fase de trocas (*interchanges*) da heurística é a tentativa de melhoria da solução, caracterizada pela mudança da combinação de dias dos clientes, e realmente efetuar aquelas que oferecem custos menores. Isto é feito através de uma escolha de um subgrupo pequeno de clientes e, dentre eles, enumera-se todas as possibilidades de combinações, procurando minimizar os custos totais, que neste caso é representada apenas pela distância.

Os autores testaram as estratégias para 11 tipos de problemas, sendo que os resultados obtidos com a relaxação para um problema de caixeiro viajante deram menores custos, se comparados com os resultados das rotas geradas pela heurística que utiliza o problema de medianas.

Outro artigo que adota a denominação de roteirização periódica é o de Tan e Beasley (1984). A partir da formulação de Fisher e Jaikumar (1981) de um problema de roteirização com

designação de pontos para os veículos, os autores propõem uma extensão da formulação matemática e comprovam que o problema de roteirização periódica é muito complexo para se resolver através de métodos exatos; assim, resolvem primeiro de maneira exata após efetuar uma relaxação de programação linear, que é a troca de uma das restrições na formulação. A roteirização de cada dia do período de planejamento é feita através do método de designação de Fisher e Jaikumar (1981), em que um ponto-semente é alocado para cada veículo, para em seguida serem inseridos os demais pontos. A escolha dos pontos-semente pode ser feita através de uma regra automática. Depois de decidir os pontos-semente para cada veículo, a escolha dos dias a serem associados a esses pontos é feita através da análise de uma matriz contribuição, que é definida como o menor valor de acréscimo de distância ao inserir um determinado ponto em um roteiro; sendo que essa distância é considerada como o total viajado, ida e volta, do depósito até o ponto-semente passando pelo ponto a ser inserido. A fim de melhorar a solução, é necessário repetir o processo de escolha da semente e de montagem da matriz de contribuição, por diversas vezes. Os testes computacionais são feitos com a mesma base de dados de Christofides e Beasley (1984), sendo os resultados obtidos bastante competitivos. Apesar de não conseguirem distâncias percorridas menores que do artigo anterior, no caso em que se aplica a relaxação de caixeiro viajante, os tempos computacionais são baixos. Esse seria um *trade-off* a ser estudado e levado em consideração.

Chao et al. (1995) propõem uma heurística para resolver o problema de caixeiro viajante periódico. Com a finalidade de facilitar a etapa de alocação de clientes em dias de visitas, um algoritmo de designação busca equilibrar o número de clientes que são servidos em cada dia no período, a fim de se obter uma solução inicial. A idéia do algoritmo implica, por consequência, uma minimização do número máximo de clientes visitados em um único dia, evitando a concentração deles em alguns dias. Uma vez obtida essa solução inicial, executa-se uma fase de melhoria da solução, baseada na realocação de cada ponto em dias diferentes, sendo feita através da realocação de um ponto por vez. A mudança só é efetuada caso ela provoque uma melhoria na função objetivo. Após a escolha final dos dias de visitas para cada cliente, executa-se uma etapa de limpeza (*clean-up*), em que se tenta diminuir a distância total percorrida através da mudança dos clientes para roteiros diferentes, além da utilização de um algoritmo de melhoria do tipo *2-opt*. A heurística foi testada para 10 problemas-teste da literatura e para mais 13 problemas gerados. Os resultados obtidos são melhores e mais eficientes que os encontrados na literatura.

Cordeau et al. (1997) propõem uma estratégia baseada em busca tabu para resolver três problemas bastante conhecidos: (i) roteirização periódica, (ii) caixeiro viajante periódico, e (iii) roteirização de veículos com múltiplos depósitos. Uma contribuição deste trabalho é a comprovação que o problema de múltiplos depósitos pode ser formulado como um caso especial de roteirização periódica. Os princípios da busca tabu do artigo têm semelhanças com o *Tabouroute* de Gendreau et al. (1994), com exceção à escolha da solução inicial, uma vez que não há falsos inícios para identificar uma solução promissora, o período tabu é constante, os critérios dos parâmetros de penalidade são diferentes, não há re-otimizações periódicas, o número de iterações é definido no início, os níveis de aspiração são dependentes dos atributos e não é aplicada uma fase de intensificação. Utilizou-se uma heurística, denominada GENI para realizar a inserção de clientes não roteirizados e a remoção de clientes de suas rotas atuais a fim de reinseri-los em outras diferentes, sendo que as mudanças são efetuadas para aquelas que demonstrarem menores custos. As buscas tabu dos três problemas estudados são semelhantes entre si, exceto pela construção da solução inicial, podendo essa ser viável ou não. A diversificação do método é baseada em uma função de penalidade dos atributos mais recorrentes nas soluções que implicam em aumento na função objetivo. Os resultados obtidos através dos testes com instâncias retiradas da literatura mostraram que os algoritmos desenvolvidos são melhores que os encontrados anteriormente.

Vianna et al. (1999) propuseram uma metaheurística híbrida paralela (i.e., utilizando vários processadores em paralelo) para o problema de roteirização periódica; a mesma se baseia em algoritmo genético paralelo, *scatter search* e uma heurística de busca local, utilizando o modelo de ilha (*island model*) na qual a população de cromossomos é repartida em várias subpopulações, sendo que a frequência de migração entre subpopulações dos cromossomos é baixa, somente executada quando a renovação da subpopulação é necessária. As etapas da estratégia de solução são: geração de um grupo de alternativas viáveis de combinações de visitas para cada cliente de acordo com a frequência de visitas requerida, seleção de uma das alternativas para cada cliente, representação de soluções através dos cromossomos, geração de uma população inicial, evolução e reprodução, e diversificação da população. Os indivíduos são representados por genes que caracterizam os pontos de demanda que devem ser atendidos, sendo que o código que está contido em cada um deles representa as combinações de dias de visitas permitidas, escolhida de acordo com a frequência requerida pelo determinado ponto. Vianna et al. (1999) contabilizam a demanda diária servida à medida que um cliente é alocado em uma combinação de dias de visitas, pois a frota diária é pré-determinada, então há uma

capacidade máxima de atendimento por dia que pode ser utilizada. A regra para iniciar a alocação dos cromossomos é feita da seguinte maneira: a cada cliente, um grupo de alternativas de combinações de dias de visitas possíveis é atribuído, os clientes são ordenados em grupos de número de alternativas possíveis iguais, a alocação é priorizada aos clientes que têm um número menor de alternativas viáveis de combinação de dias de visitas. Os clientes dentro de cada grupo são escolhidos aleatoriamente e o grupo de alternativas viáveis de combinação de dias de visitas para este determinado cliente são testadas uma a uma. Caso este cliente viole a capacidade total da frota de um determinado dia, a alternativa é descartada. A roteirização diária é realizada através do algoritmo de economias de Clarke e Wright (1964). A fase de reprodução é feita por cruzamento e mutação, sendo que nesta fase a capacidade máxima diária da frota também tem que ser respeitada. A etapa de diversificação é realizada através de um operador de migração (*island model*) com uma taxa de renovação pequena. Foram realizados experimentos computacionais com instâncias retiradas da literatura com número de clientes variando de 50 a 417 e de horizonte de planejamento de 2 a 10 dias. Os resultados obtidos são comparados com outros da literatura, verificando-se resultados superiores em termos de tempo de processamento computacional e qualidade de solução, o que mostra que a utilização de algoritmos genéticos para este tipo de problema traz benefícios em otimização. Obviamente, uma boa codificação e definição de parâmetros também são importantes para alcançar estes resultados.

Shih e Chang (2001) estudaram o problema de coleta de resíduo infecto-contagioso de hospitais de Taiwan, que começou a ser uma preocupação do governo devido aos problemas ambientais decorrentes da falta de tratamento desse tipo de resíduo. A estratégia de solução utilizada consiste em uma heurística de duas fases: a primeira utiliza a heurística *space filling curve mapping*, através do particionamento ótimo por programação dinâmica e melhoria do tipo *2-opt*; a segunda fase emprega um modelo de programação inteira mista para balancear a carga de trabalho diária das rotas obtidas pela minimização da máxima distância viajada por dia. Uma vez que se minimiza essa distância, o custo operacional diminui por decorrência. Pode-se perceber, pelos resultados alcançados, que a distância percorrida pelos veículos é pequena e a capacidade máxima veicular só é atingida quando há coletas em hospitais grandes, enquanto que a ocupação dos veículos que visitam vários hospitais menores também está bastante balanceada. Isto mostra que a segunda fase da heurística proposta tem um bom desempenho.

Baptista et al. (2002) propõem uma nova formulação matemática a partir da proposta por Christofides e Beasley (1984), adaptada ao problema real de coleta de papel reciclável na cidade de Almada, em Portugal. O que diferencia esta formulação das anteriores é o tamanho do período (neste caso, um mês), o fato da frota não ser uma variável, e a frequência de visitas de cada ponto se tornar uma variável de decisão, uma vez que o volume de papel a ser coletado varia de um período para o outro, inviabiliza a previsão de demanda. Utiliza-se também o método de melhoria através de trocas (*interchanges*) desenvolvido por Christofides e Beasley (1984). Devido às características particulares do problema, os resultados após as melhorias não são muito bons e dependem da solução inicial adotada, que seria a escolha da combinação permitida de dias de visitas para cada ponto.

Outro artigo encontrado que estuda a coleta de resíduo reciclável em Portugal é o de Teixeira et al. (2004). A diferença em relação ao trabalho de Baptista et al. (2002) são os três tipos distintos de resíduos: vidro, papel e plástico/metálico, que devem ser coletados separadamente. A heurística proposta também se baseia na de Christofides e Beasley (1984). A quantidade de depósitos a serem visitados, bem como a quantidade e os tipos de resíduos a serem coletados são constantes, ou seja, as rotas e a designação de dias não precisam ser mudadas. Os roteiros estáticos no período são preferíveis pela empresa de coleta uma vez que simplificam a operação. O objetivo é minimizar a distância total, sujeito a restrições de capacidade do veículo e de duração dos roteiros. A capacidade de todos os veículos é idêntica, porém a densidade de cada tipo de resíduo é diferente. A estratégia de solução divide-se em três fases: (i) definição de zonas, (ii) definição de seqüências por tipo de resíduo e (iii) construção das rotas de coleta. Através dos resultados, percebe-se que a restrição de tempo de jornada de trabalho é mais limitante que a de capacidade veicular, devido à dispersão geográfica dos pontos de demanda. Devido à falta de robustez do algoritmo, o mesmo não é considerado competitivo em relação aos de outros autores, como por exemplo, Cordeau et al. (1997), quando a instância tem um número menor de nós e um período de planejamento mais curto, uma vez que a singularidade do problema estudado por Teixeira et al. (2004) é justamente o grande número de nós e o período de planejamento longo.

Alegre et al. (2004) estudam um caso de coleta de materiais para uma indústria automobilística em pontos geograficamente dispersos. A diferença reside no período de planejamento, que é muito longo (90 dias). A estratégia de solução é uma heurística de duas fases, sendo a primeira fase destinada à designação dos dias de visitas e a segunda para

construção das rotas. A resolução da designação dos fornecedores é feita através de uma adaptação da metaheurística *scatter search* (Glover et al., 2003). O procedimento de solução é testado através de dados de um problema real, assim como de problemas clássicos retirados da literatura de roteirização periódica. Os resultados alcançados são muito melhores que os anteriores e, para o caso do problema real, a estratégia de solução conduz a resultados melhores que os atuais, que são obtidos manualmente.

Galvão (2004) estudou a otimização do sistema de coleta de resíduos de biomassa de madeira para fins energéticos no contexto de sua aplicação a um problema real relacionado ao abastecimento de uma central produtora de energia e/ou vapor. O problema foi dividido em duas partes: (i) seleção dos fornecedores e (ii) dimensionamento e a programação da frota em cada dia de um período de planejamento, respeitando a restrição de jornada de trabalho; os roteiros correspondem a viagens redondas. O problema da escolha dos fornecedores é formulado considerando uma estrutura semelhante ao problema de mochila binária (*zero-one knapsack problem*), enquanto que para o problema de dimensionamento e programação da frota utiliza-se uma estratégia de decomposição, dada a dificuldade de resolver o modelo matemático integrado, aparentemente de natureza combinatória. Nessa estratégia é utilizado algoritmo genético para o dimensionamento de mínima frota necessária, enquanto que para a programação dos veículos em cada um dos dias do período de planejamento é usada a resolução de um problema do tipo *bin-packing*.

Tortelly e Occhi (2006) apresentam uma metaheurística híbrida baseada em conceitos de GRASP e busca tabu para resolver o problema de roteirização periódica. A construção da solução inicial é feita de duas maneiras, ambas utilizando GRASP para a designação aleatória de dias de visitas aos pontos. A diferença está na utilização ou não de um filtro para manter apenas as soluções melhores ao invés de apenas construir as soluções sem critério de escolha. A roteirização diária é conseguida pelo método de roteirização em pétalas. Uma busca local utilizando a busca tabu a cada iteração do GRASP é realizada para melhorar a solução inicial, sendo esta solução inicial utilizada como semente na busca tabu. A busca tabu incorpora etapas de intensificação e diversificação utilizando memórias de curto e longo prazo, sendo feita através de troca de clientes de rotas e de dias de visitas. Quando uma nova solução obtida é melhor que a designada como semente, o valor de semente é então renovado. Após um determinado número de iterações com busca tabu, uma nova semente é construída através de GRASP. Testes foram realizados com instâncias retiradas da literatura e geradas

aleatoriamente, utilizando também a variante de busca tabu encontrada no estudo de Courdeau et al. (1997). A utilização de GRASP com filtro apresenta resultados bastante competitivos comparados à literatura sem aumentar o tempo de processamento, considerando a estratégia sem filtro.

2.3.2 Roteirização em Arcos

Um outro tipo de problema abordado em roteirização periódica, e que se diferencia dos anteriores, é o de roteirização periódica em arcos. Caracteriza-se pelo atendimento ao longo de arcos, ao invés de nós. Os arcos de uma rede são não direcionados, e para que isso seja considerado no modelo matemático, cada ligação tem um custo extra a fim de que o veículo não percorra o mesmo trecho de via duas vezes. Esse tipo de problema ocorre nos casos de coleta de lixo domiciliar e limpeza de ruas, por exemplo. Lacomme et al. (2004) utilizam uma penalidade (custo) para que o veículo não passe na mesma rua em direções diferentes. Outros autores que estudam problemas deste tipo são Chu et al. (2004) e Ghiani et al. (2005). Ainda é uma novidade no meio científico, sendo assim, os autores não têm problemas *benchmarks* para testar as heurísticas desenvolvidas e compará-las para medir a sua eficiência.

2.3.3 Roteirização com Instalações Intermediárias

O trabalho de Angelelli e Speranza (2002) também é inovador, não tendo sido identificados outros semelhantes na literatura. Os autores abordam uma extensão do problema de roteirização periódica em que os veículos utilizados tem a possibilidade de restaurar suas capacidades durante os roteiros através de instalações intermediárias, podendo ser reabastecidos ou não, e retornando ao depósito (ou garagem) apenas ao término da jornada de trabalho. Em outras palavras, restaurar a capacidade significa que o veículo tem a possibilidade de descarregar a carga que coletou dos pontos visitados nessas instalações intermediárias, podendo assim, ao sair de lá, fazer a coleta de outros pontos com a capacidade total zerada, como se tivesse saído do depósito central para visitar o primeiro ponto do roteiro

do dia. Sua utilização pode ser vista em coletas de lixo em que o resíduo tem que ser deixado em estações de tratamento e o veículo retorna ao depósito ao final da jornada, ou até mesmo em problemas de distribuição em que alguns produtos são descarregados em armazéns antes do veículo retornar à sua origem. A solução inicial é construída por um algoritmo de varredura, e a melhoria é obtida através do uso da metaheurística busca tabu. A estrutura de vizinhança utilizada na busca tabu tem quatro movimentos básicos: (i) remoção de um cliente e reinserção do mesmo em uma outra rota no mesmo dia, (ii) mudança de atribuição de dia de visitas de um cliente, (iii) redistribuição de um grupo clientes pertencente a duas rotas de mesmo dia para duas novas rotas, e (iv) simplificação de intersecções que nada mais é que a troca de rotas entre veículos depois da passagem pela instalação intermediária. Não há na literatura problemas-teste para verificar a qualidade de soluções da estratégia proposta. Logo, a fim de testar a eficiência da busca tabu proposta, foram testadas para um problema simples de roteirização periódica com problemas retirados da literatura. Em seguida, instâncias foram geradas para checar a eficiência dos movimentos e a influência da instalação intermediária.

2.4 Considerações Finais do Capítulo

Neste capítulo, foram resumidos textos retirados da literatura que estão relacionados com o tema do presente estudo, o problema de roteirização periódica. Foi importante, antes de tudo, entender a base do problema de roteirização simples – período de um dia – para verificar as características deste tipo de problema e entender como foi o início do desenvolvimento das estratégias de solução. Pirlot (1996) e Laporte et al. (2000) mostraram que a tendência, além da utilização de heurísticas clássicas, era o emprego das chamadas metaheurísticas. Muitos trabalhos da Escola Politécnica também trataram deste assunto.

O problema de roteirização periódica, também conhecido como problema de alocação, já foi estudado no passado, podendo tratar nós ou arcos. Christofides e Beasley (1984) foram os primeiros a utilizar a denominação de problema periódico. Os autores seguintes se basearam bastante em seus estudos. Pode-se averiguar que os problemas, na grande maioria, têm características muito singulares, o que torna as estratégias de solução pouco robustas se forem utilizadas em problemas diferentes. Verificou-se também que a utilização tanto de heurísticas

quanto de metaheurísticas no problema de roteirização periódica também era bem adequada, levando à obtenção de resultados muito bons, porém com tempos computacionais maiores, em se tratando de metaheurísticas.

Há a possibilidade do emprego de restrições, como as averiguadas para o problema de roteirização simples, como janelas de tempo, por exemplo. A frota também pode ser tanto homogênea quanto heterogênea, o que depende da formulação inicial. Não se verificou o emprego desta característica em nenhum artigo de problema de roteirização periódica, apenas no estudo de Feriancic (2005) que trata o problema de roteirização simples.

A duração do período também caracteriza o problema a ser tratado, podendo ser de um dia com diversas visitas, como no problema estudado por Beltrami e Bodin (1974), ou com períodos grandes, sendo o maior encontrado na literatura nos estudos de Alegre et al. (2004) que utiliza um período de 90 dias. Pode-se concluir que outras restrições influem na determinação do tamanho do período, tais como funcionamento das instalações, ou mesmo o tempo de produção de algum produto. Não necessariamente, um período maior de tempo significa que a roteirização fique mais fácil, depende também da quantidade total de pontos.

Em suma, é importante dizer que há um problema mais geral de roteirização em um período de tempo em que a frequência de visitas não é definida a priori, e depende da quantidade entregue e do consumo de cada cliente, o que dá origem a uma categoria de problemas denominada “problemas de distribuição/roteirização com estoque gerido pelo fornecedor” - revisão mais abrangente de trabalhos pode ser encontrada em Znamensky e Cunha (2003) e Znamensky (2006).

3. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

3.1 Caracterização Geral

Em linhas gerais, o problema de roteirização periódica de veículos, objeto da presente pesquisa, tem, em sua essência, a mesma idéia central de um problema de roteirização simples cujo objetivo é atender pontos de demanda conhecida geograficamente dispersos, podendo ser coleta ou entrega, porém não ambos simultaneamente, alocando-os em veículos que irão percorrer roteiros de acordo com uma seqüência de atendimento. A diferença entre ambos os problemas reside no tamanho do período de planejamento, sendo um dia para o problema de roteirização simples e mais de um dia para a roteirização periódica. Logo, pode-se definir o problema de roteirização simples como um problema particular de roteirização periódica, em que se utiliza apenas um dia no período de planejamento; sendo que, a partir do momento em que este é maior que um, há a necessidade de alocar os pontos em dias de visitas ao longo do período. Tanto um quanto o outro, dentro do seu período de planejamento, tem como obrigação visitar os pontos de demanda no máximo uma vez ao dia e atender plenamente a demanda requerida do dia nesta vista.

No caso da roteirização periódica, como há mais dias no período de planejamento, os pontos de demanda podem ter freqüências de visitas maiores que um. Isto significa, em outras palavras, que um determinado ponto de demanda que tenha uma freqüência de visitas maior que um, obrigatoriamente deve receber mais de uma visita durante o período de planejamento; porém, cada visita é apenas efetuada por um único veículo por dia. Esse número de visitas, que já é previamente conhecido e deve ser obrigatoriamente respeitado dentro do período de planejamento, acontece devido a diversos fatores, tais como demanda requerida do ponto, disponibilidade de estoque no ponto ou depósito, disponibilidade de espaço do depósito, quantidade mínima requerida de produtos por dia, possibilidade de fabricação da quantidade a ser coletada, entre outros.

A freqüência de visitas pode ser definida em intervalos regulares ou não. Por exemplo, intervalos regulares para um período de planejamento de quatro dias e uma freqüência de

visitas de dois correspondem a visitas no primeiro e terceiro dias ou no segundo e quarto dias. Por outro lado, visitas não-regulares para um mesmo período de tempo podem ocorrer em qualquer momento dentro do período – primeiro e quarto dias ou terceiro e quarto dias, por exemplo, respeitando apenas o número de viagens no período.

Para efetuar as visitas aos pontos de demanda nos roteiros montados na roteirização, para ambos os casos de roteirização, uma frota é utilizada, sendo esta pré-determinada ou não, podendo ser tanto homogênea quanto heterogênea. Cada veículo desta frota possui uma capacidade veicular conhecida que define a quantidade de demanda que pode ser coletada ou entregue em cada roteiro servido por um determinado veículo. Esses podem partir e retornar a um mesmo depósito, passando ou não por instalações intermediárias, como visto em Angelelli e Speranza (2002).

As visitas e os roteiros devem sempre respeitar restrições operacionais do sistema, tais como, janela de tempo, a própria capacidade do veículo, duração de jornada de trabalho, entre outros. Janelas de tempo são bastante estudadas na literatura e mostram uma situação bastante real, pois os pontos de demanda muitas vezes precisam ser atendidos em um certo intervalo, sendo que passado esse intervalo, não há mais como atender este ponto no dia em questão, implicando inclusive em possíveis penalidades. Outra restrição considerada em problemas de instâncias reais é a jornada de trabalho do motorista, na qual se deve contemplar paradas previstas pela legislação trabalhista. Porém, esta restrição não é facilmente implementada, pois há de se saber o tempo gasto entre os pontos de demanda e, talvez, a velocidade média do veículo nas vias de acesso. Além de ser relevante apenas em roteiro com duração longa que ultrapassa a jornada do motorista, usualmente em sistemas de coleta e entrega não regionais.

A montagem dos roteiros não é feita pura e simplesmente de uma forma aleatória, pois visa, além de atender todos clientes, reduzir os custos totais associados a eles. Esses custos podem ser medidos financeiramente (frete, aluguel) ou por variáveis absolutas como tempo, tamanho da frota e distância – sendo estas também podendo ser associadas a valores financeiros. Logo, métodos ou estratégias de solução de montagem de roteiros objetivam geralmente montar roteiros que reduzam o custo de atender todos os clientes. Por esta razão, diversas estratégias de roteirização foram amplamente estudadas na literatura.

Mostradas todas as características acima, para o problema de roteirização periódica, uma das principais decisões a serem tomadas é a definição dos dias de atendimento de cada ponto dentro do período de planejamento, respeitando a frequência de visitas de cada um dos pontos. Há a necessidade de tomar um cuidado na alocação dos mesmos para que não haja uma sobrecarga de trabalho em alguns dias e ociosidade em outros, ocorrendo um desbalanceamento de demanda; conseqüentemente, a frota de cada dia do período poderá ser bastante diferente entre si, podendo talvez aumentar a necessidade de número de veículos no período de planejamento.

Após a seleção desses dias, que podem ser efetuados em intervalos regulares ou não, a roteirização diária do período deve ser realizada de acordo com as restrições relativas à frota, já dito anteriormente. Isto pode ser feito por um dos diversos métodos existentes na literatura, visando sempre a otimização de uma das medidas de eficiência escolhida (custo total, distância, etc.).

É importante dizer que não necessariamente as decisões têm que ser tomadas sequencialmente. Há a possibilidade de se resolver o problema integrado, em que todas as decisões são consideradas simultaneamente. Foi mostrada anteriormente uma seqüência normalmente encontrada na literatura para a tomada de decisão do problema de roteirização periódica.

No entanto, a primeira solução obtida não necessariamente possa ser a melhor possível em termos da medida que se visa otimizar. Portanto, há a possibilidade de utilizar diversas técnicas de melhoria, podendo haver mudança de dias de atendimento dos pontos de demanda ou simplesmente mudança de um ponto de roteiro para outro num mesmo dia. Como já visto na revisão bibliográfica, os problemas de roteirização são do tipo NP-Difícil, por esta razão, a obtenção da solução ótima para problemas mais complexos torna o processamento muito demorado e muitas vezes impossível de alcançar o valor ótimo. A dificuldade se agrava na roteirização periódica em relação ao problema de roteirização simples devido à dificuldade de se medir as melhorias efetuadas na solução: caso haja uma mudança dos pontos alocados a cada rota em um mesmo dia, é necessário refazer a roteirização para aquele dia dos roteiros modificados; mas se a melhoria se basear na mudança de dias de atendimento dos pontos, há de se efetuar novamente a roteirização de todos os dias do período de planejamento para verificar a conseqüência dessa mudança. No caso de Christofides e Beasley (1984), os autores

estudam todas as possibilidades de mudança, uma a uma, para depois escolher aquela que melhora o resultado final; isso pode acarretar em um esforço computacional e um tempo de processamento muito elevados, o que não é aplicável ao uso comercial.

3.2 Definição do Problema

Conforme visto na seção anterior, o problema de roteirização periódica tem diversas variantes em termos de restrições operacionais, período de planejamento, frequência de visitas dos pontos, entre outros. Descartar algumas restrições não significa que o problema fique menos real, pois as restrições são utilizadas para representar especificamente cada caso. As restrições empregadas fazem parte do que se imagina ser um caso real.

No que tem se visto em aplicações práticas no Brasil, principalmente as relacionadas à indústria automobilística, o uso é predominantemente de frota homogênea. Janelas de tempo são desejáveis em alguns contextos, em que o cliente a ser atendido impõe o horário que deseja, o que pode vir a prejudicar a montagem de roteiros, pois dois pontos de atendimento próximos entre si podem ter horários distantes, o que pode acarretar em veículos diferentes para atendê-los. Ou, até mesmo, o veículo retornar para um segundo atendimento. No caso do *milk-run*, uma vez definidos os melhores roteiros em termos de distância, as janelas de atendimento são estabelecidas para cada empresa, e não o contrário. Para o estudo, a variável tempo não foi considerada importante uma vez que o foco da pesquisa é a atribuição de dias de visitas aos pontos e a montagem dos roteiros diários.

O período de planejamento foi considerado para que caracterizasse uma situação real, apesar de não se basear em nenhum cenário específico. Optou-se por um período de seis dias, que representa o funcionamento do processo entre a segunda-feira e o sábado. Obviamente, há a possibilidade de se utilizar outros períodos diferentes de seis dias no caso do estudo, pois isto depende dos dias de funcionamento das instalações e da necessidade do que é coletado. A frequência de visitas de cada um dos pontos de demanda, bem como a sua localização geográfica e quantidade de demanda, são conhecidas a priori. Como o problema aqui estudado

é de coleta, os veículos partem e retornam a um depósito ao final do turno de trabalho para descarregar o veículo.

Frequências de visitas regulares são mais facilmente planejadas, ajudando a coordenação de operações de coleta das indústrias. No caso do estudo, são definidas combinações permitidas de dias de visitas de acordo com a frequência de visitas requerida, que são os dias que os pontos serão atendidos no período. As possíveis opções de frequência de visitas são um, dois ou três, ou seja, um ponto de demanda pode ser ter coletas uma, duas ou três vezes dentro do período de seis dias; a cada visita, obrigatoriamente, um veículo coleta a demanda requisitada daquele dia completamente. Então, para cada um dos pontos de demanda há a necessidade de designar uma combinação de dias de visitas.

A frota é homogênea e a capacidade do veículo não pode ser ultrapassada. O tamanho da frota não é pré-definido, o que significa que não há restrição de número de veículos para o atendimento dos pontos. A programação de viagens dos veículos varia de acordo com os pontos que serão visitados em cada dia; portanto, os roteiros podem mudar a cada dia, bem como o número de veículos requeridos.

O custo total é composto por custos fixo e variável. O custo fixo é determinado pelo maior número de veículos por dia requeridos dentro do período de planejamento, o que, normalmente, acontece no dia de maior volume de demanda, considerando a demanda medida em espaço no veículo. Já o custo variável é baseado na distância total percorrida em todo o período por todos os veículos. Pode-se concluir, então, que o resultado que conseguir minimizar a frota e a distância percorrida no período é o melhor resultado para o problema. No caso, como não se irá resolver um problema específico, como, por exemplo, no caso de Batista et al. (2002) e Shih e Chang (2001), não há custos pré-definidos para serem utilizados no custo total. Logo, optou-se pela utilização de frota como variável principal de comparação dos resultados, que se imagina ser uma variável importante na tomada de decisão, e, posteriormente, de distância como variável secundária.

Baseando-se no que foi exposto acima, pode-se resumir que se deseja seguir os seguintes passos para se resolver o problema:

- Atribuir as melhores combinações permitidas de dias de visitas para o atendimento de cada ponto, de acordo com a sua frequência de visitas;
- Definir os roteiros de cada dia do período, de modo a minimizar o custo total, este diretamente relacionado ao tamanho da frota e à distância percorrida por cada veículo.

3.3 Formulação Matemática

A formulação proposta a seguir está baseada na formulação original de Christofides e Beasley (1984) com algumas modificações que seguem o que foi exposto anteriormente.

Seja $t = 1, 2, 3, \dots, T$, cada um dos dias de um período de planejamento com duração de T dias e $i = 1, 2, 3, \dots, N$, o conjunto de pontos (ou nós) a serem atendidos em T . A cada ponto i está associada uma quantidade q_i a ser coletada (ou entregue) em cada visita necessária durante o período T . O ponto zero corresponde ao depósito central, de onde partem e para onde retornam os veículos ao final dos roteiros em cada um dos dias t . Sejam $k = 1, 2, \dots, K_i$, o conjunto de combinações permitidas de dias de visitas que cada ponto i requer em T , como ilustrado na Tabela 3.1 para um horizonte de planejamento de $T = 6$ dias. Conseqüentemente, define-se a constante a^{kt} que assume o valor um para os dias t em que deve ocorrer coleta na combinação k , e zero, caso contrário.

Tabela 3.1: Exemplo de combinações permitidas de dias de visitas para $T = 6$ dias

Frequência de visitas	Combinação	Dias de visita
1	1	Seg
	2	Ter
	3	Qua
	4	Qui
	5	Sex
	6	Sab
2	1	Seg - Qua
	2	Ter - Qui
	3	Qua - Sex
	4	Qui - Sab
3	1	Seg - Qua - Sex
	2	Ter - Qui - Sab

A distância entre dois pontos quaisquer i e j é dada por d_{ij} .

Seja $v = 1, 2, \dots, NV$, o índice de cada um dos veículos disponíveis de uma frota homogênea para ser utilizada ao longo do período T , sendo que NV indica o número de veículos disponíveis, apesar de, no caso estudado, não haver uma frota pré-determinada. A estimativa de NV depende diretamente das combinações selecionadas de k , pois caso em um determinado dia haja um acúmulo de pontos, o NV será maior que em dias de menor demanda. O limitante superior de NV é quando ele tem o mesmo valor de N , ou seja, um veículo para cada cliente i . A capacidade de cada veículo é dada por Q , o custo variável com a distância percorrida é dado por C_v e o custo fixo de cada veículo no período T é dado por C_f .

As variáveis de decisão são:

$$u_i^k = \begin{cases} 1, & \text{se a combinação } k \text{ é escolhida para o ponto } i; \\ \text{zero,} & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$y_i^t = \begin{cases} 1, & \text{se ponto } i \text{ é visitado no dia } t; \\ \text{zero,} & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$x_{ij}^{vt} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } v \text{ vai do ponto } i \text{ para o ponto } j \text{ no dia } t; \\ \text{zero,} & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

f_u = número de veículos da frota

A formulação é dada a seguir.

$$\text{Minimizar } Z = C_f \cdot f_u + C_v \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_{ij} \cdot x_{ij}^{vt} \quad (3.1)$$

sujeito às seguintes restrições:

$$\sum_{k \in K_i} u_i^k = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

$$y_i^t = \sum_{k \in K_i} u_i^k \cdot a^{kt} \quad t = 1, 2, \dots, T; i = 1, 2, \dots, n \quad (3.3)$$

$$\sum_{v=1}^{NV} x_{ij}^{vt} \leq \frac{y_i^t + y_j^t}{2} \quad t = 1, 2, \dots, T; i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n; (i \neq j) \quad (3.4)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ip}^{vt} = \sum_{j=0}^n x_{pj}^{vt} \quad i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n; p = 1, 2, \dots, n$$

$$t = 1, 2, \dots, T; v = 1, 2, \dots, NV; (i \neq j) \quad (3.5)$$

$$\sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=0}^n x_{ij}^{vt} = \begin{cases} y_j^t, & t = 1, 2, \dots, T, j \neq 0 \\ f_u, & t = 1, 2, \dots, T, j = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\sum_{i \in H} \sum_{j \in H} x_{ij}^{vt} \leq |H| - 1 \quad t = 1, 2, \dots, T; v = 1, 2, \dots, NV; \forall H \subseteq \{1, 2, \dots, n\} \quad (3.7)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^{vt} \leq 1 \quad t = 1, 2, \dots, T; v = 1, 2, \dots, NV \quad (3.8)$$

$$\sum_{i=1}^n q_i^t \cdot \left(\sum_{j=0}^n x_{ij}^{vt} \right) \leq Q \quad t = 1, 2, \dots, T; v = 1, 2, \dots, NV \quad (3.9)$$

$$f_u \geq \sum_{v=1}^{NV} \sum_{j=1}^n x_{0j}^{vt} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (3.10)$$

$$y_i^t \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, n; t = 1, 2, \dots, T \quad (3.11)$$

$$u_i^k \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, K_i \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned}
 x_{ij}^{vt} &\in \{0,1\} & i = 1,2,\dots,n; t = 1,2,\dots,T \\
 & & k = 1,2,\dots,K_i; v = 1,2,\dots,NV
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

A função objetivo (3.1) visa minimizar o custo total, dado pelas parcelas de custo fixo da utilização dos veículos e custo variável com a distância total percorrida no período. A restrição (3.2) assegura que apenas uma combinação permitida de dias de visitas seja escolhida para cada ponto i , enquanto que a restrição (3.3) assegura que, para cada ponto i , as visitas só ocorram nos dias t que lhe foram designados, baseada na combinação escolhida. Já a restrição (3.4) garante que um veículo só vai de um ponto i para um ponto j em um dia t , se ambos os pontos i e j estiverem alocados para o dia t . A restrição (3.5) assegura a continuidade de fluxo, ou seja, todo veículo que chega a um ponto i em um dia t sai desse ponto. A restrição (3.6) garante que cada ponto i seja visitado somente nos dias de visitas selecionados, e que todos os veículos retornam ao depósito central.

A impossibilidade de ocorrência de *subtours* é assegurada pela restrição (3.7), sendo H qualquer subconjunto de pontos alocados a um veículo, excluindo-se o depósito, que não se repetem e que fazem parte de um mesmo roteiro. O número máximo de arcos que podem existir nesse roteiro não pode ser maior que o número de pontos menos uma unidade, evitando assim, fechar o ciclo entre os pontos. Isto é claramente observado na Figura 3.1. Na situação em que ocorre o *subtour*, o número de arcos tem o mesmo valor do número de pontos, por exemplo, no roteiro 1-7-5-2-6, cinco arcos unem os cinco pontos do roteiro, enquanto que o mesmo roteiro, iniciando e terminando no depósito, só possui quatro arcos (uma unidade menor que o número de pontos), lembrando que se exclui o depósito – ponto zero – e os arcos que unem os pontos a ele.

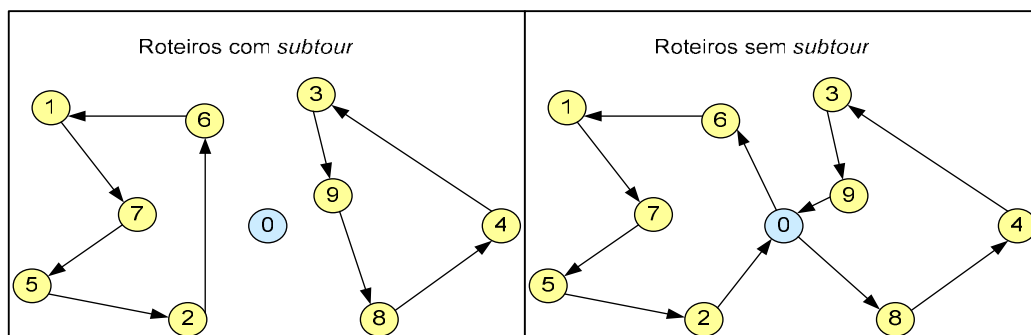


Figura 3.1: Exemplos de situações com e sem ocorrência de *subtours*

A restrição (3.8) impõe que cada veículo v seja utilizado apenas uma única vez por dia, enquanto que a capacidade de cada veículo em cada dia t é assegurada pela restrição (3.9). A restrição (3.10) determina a máxima frota utilizada no período. Por fim, as restrições (3.11), (3.12) e (3.13) estão relacionadas à integralidade das variáveis de decisão.

As modificações efetuadas na formulação mostrada em relação à original de Christofides e Beasley (1984) estão de acordo com as características que se julga representar aplicações práticas no Brasil. A função objetivo contempla o custo total a ser minimizado que é composto por uma parcela de custo fixo (frota a ser dimensionada) e variável (distância total percorrida). Na formulação de Christofides e Beasley (1984), a função objetivo é formada apenas pelo custo relacionado à distância total de viagem gasta no atendimento dos clientes ao longo do período, uma vez que a frota é pré-determinada.

A frota, diferentemente de Christofides e Beasley (1984), não é uma restrição ao problema, ou seja, em outras palavras, não há um número máximo de veículos que poderão ser alocados, uma vez que é considerada uma das variáveis do problema na função objetivo, sendo também um recurso a ser otimizado pela formulação. Logo, na função objetivo consta a frota utilizada que é dimensionada na restrição (3.10). Da mesma maneira, f_u também é utilizada na restrição (3.6), ao invés do número máximo disponíveis de veículos. Como já dito anteriormente, NV é apenas um limitante superior, não caracterizando uma restrição ao número de veículos.

A seguir, são apresentadas as estratégias de solução heurísticas desenvolvidas neste estudo.

4. ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO

4.1 Introdução

Os problemas de roteirização de veículos são conhecidos pela sua natureza combinatória, o que significa, em outras palavras, que a dificuldade em resolvê-los aumenta de forma exponencial à medida que o tamanho do problema aumenta. Portanto, é impraticável a utilização de métodos exatos para a resolução desses problemas para instâncias reais, uma vez que os tempos de processamento e esforços computacionais resultam muito elevados, como pôde ser demonstrado por Galvão (2004) em seus estudos. Conclui-se, por consequência, que também não é possível solucionar as extensões do problema de roteirização de veículos, como a que é objeto do presente trabalho, utilizando algoritmos exatos sem algum tipo de relaxação ou simplificação da formulação matemática, como Russel e Igo (1979) e Tan e Beasley (1984) demonstraram. Diversos autores observaram que o problema de roteirização de veículos é NP-difícil, como o problema de roteirização periódica reduz-se ao problema de roteirização quando o período é unitário, pode-se afirmar que o problema de roteirização periódica também é NP-difícil.

Sendo assim, torna-se necessário utilizar métodos heurísticos, que não asseguram a obtenção de soluções ótimas, porém que explorem a região das possíveis soluções, de modo a obter uma boa solução viável, em tempos de processamentos reduzidos. É também importante que esses métodos consigam diversificar a exploração por novas soluções, a fim de não se aprisionarem em um ótimo local.

Conforme foi visto anteriormente no Capítulo 2, algumas estratégias de solução encontradas na literatura decompõem o problema de roteirização periódica em duas etapas independentes e consecutivas, sendo que a primeira etapa é caracterizada pela designação de combinações permitidas de dias de visitas para cada ponto. Uma vez que todos os pontos estão associados a uma combinação de visitas, é possível determinar uma primeira solução através da roteirização de cada um dos dias do período de planejamento, configurando assim a segunda etapa.

No entanto, a primeira solução gerada através de algum método de construção de roteiros não necessariamente é a melhor solução possível para o problema. Portanto, uma fase de melhoria pode vir a ser necessária para aprimorar a solução obtida. Alguns autores sugerem um mecanismo de troca, semelhante aos mecanismos de intercâmbio de pontos intra e inter-rotas, como, por exemplo, os do tipo *k-opt*, como Psaraftis (1983) descreveu em seus estudos, devidamente adaptados para um problema com período de planejamento. Tais movimentos, no entanto, não consideram eventuais mudanças de dias de coleta designadas a cada ponto.

Assim, decidiu-se buscar uma nova estratégia de solução que pudesse aliar eficiência, em termos de tempo de processamento, com simplicidade em termos de facilidade de implementação, visando resolver o problema como um todo, integrando as decisões quanto aos melhores dias de coleta e à roteirização. Dessa maneira, busca-se evitar as deficiências observadas nas heurísticas baseadas na decomposição do problema em duas fases estanques e independentes, solucionadas de maneira seqüencial. Nesse contexto, foram propostas três estratégias heurísticas de solução distintas para a resolução do problema.

A primeira estratégia de solução baseia-se numa heurística rápida para a designação dos dias de visitas para cada ponto a ser atendido, buscando um equilíbrio do esforço ao longo do período de planejamento. Duas diferentes medidas de equilíbrio foram consideradas para essa estratégia: (i) minimizar a máxima frota necessária, evitando, dessa forma, uma distribuição desigual de veículos necessários nos diferentes dias do período, e (ii) equilibrar a demanda atendida de cada dia do período a ser estudado.

Uma vez tendo sido definidos os dias de atendimento para todos os pontos, a roteirização diária é efetuada através do método de economias paralelo (Clarke e Wright, 1964). Este método fornece resultados de boa qualidade, embora não seja tão rápido quanto, por exemplo, o vizinho mais próximo. Desse modo, uma solução inicial é obtida, sendo possível explorar então melhorias para a mesma, a fim de otimizar os custos.

Essas melhorias são obtidas através da mudança dos dias de visitas dos pontos da seguinte forma: primeiramente, seleciona-se um subconjunto de pontos para os quais serão definidas novas combinações de dias de visitas, sendo que os pontos que formam esse subconjunto mudam a cada iteração. Uma vez definido este subconjunto de pontos candidatos à mudança,

os mesmos são removidos dos dias em que foram alocados para, assim, serem realocados. Para realizar essa realocação, optou-se pelo uso da heurística inicial de designação de dias de visitas, repetida diversas vezes até que se atinja um número máximo de iterações. Procura-se assegurar, dessa forma, que essa heurística de designação seqüencial produza resultados diferentes a partir de sua aplicação a conjuntos de pontos distintos, tendo em vista que alguns pontos permanecem nos mesmo dias, enquanto outros são realocados, sendo que esses dois grupos de pontos mudam a cada iteração. O melhor custo obtido dentre todas iterações é selecionado como a melhor solução da heurística.

Com a finalidade de utilizar uma alternativa para buscar uma melhor solução dessa primeira estratégia, optou-se por uma estratégia alternativa de melhoria. A obtenção da solução inicial através de uma das alternativas de designação mencionadas anteriormente é mantida, bem como a montagem dos roteiros através do método de Clarke e Wright (1964) paralelo. Nessa nova estratégia, decidiu-se por uma abordagem inspirada nos conceitos do GRASP (*Greedy Randomised Adaptive Search Procedure*), devido à sua simplicidade e rapidez em gerar resultados de boa qualidade. Na etapa de melhoria, os pontos também são reinseridos nos dias de visitas, como na estratégia de solução anterior, porém, ao invés de reinserir os pontos através das heurísticas de inserção, os pontos são realocados através de um sorteio aleatório que tem seus fundamentos em GRASP. Ao final das iterações de melhoria, o melhor resultado obtido é a solução do método.

A terceira e última estratégia baseia-se em algoritmos genéticos, inspirada no trabalho de Galvão (2004), descrito anteriormente no Capítulo 2. O cromossomo de cada indivíduo da população indica a combinação de visitas (dias de coleta, no caso) para cada um dos pontos de atendimento. Também é utilizado o método de economias de Clarke e Wright (1964) paralelo para a determinação da respectiva aptidão, que mede qualidade da solução. O melhor indivíduo é aquele que provê melhor resultado em relação ao custo total.

Foram desenvolvidas, para essa estratégia baseada em algoritmo genético, dez variantes que se diferenciam em determinados parâmetros: número de pontos de cruzamento, reinício da renovação da população inicial, manutenção ou não dos melhores indivíduos de populações anteriores, e mudança da taxa de mutação dos indivíduos.

Um sumário das principais características das estratégias heurísticas propostas encontra-se no Quadro 4.1. Cada uma das três diferentes estratégias de solução é detalhada nas seções seguintes.

Quadro 4.1: Resumo das estratégias de solução heurística propostas

Descrição		Etapas		
Estratégia de Solução	Heurística	Designação de dias de visitas	Melhoria da solução	Construção de roteiros
1 - ALOC	ALOCf	Frota	Frota	Clarke e Wright paralelo
	ALOCd	Demanda	Demanda	Clarke e Wright paralelo
2 - GRASP	GRASPf	Frota	GRASP	Clarke e Wright paralelo
	GRASPd	Demanda	GRASP	Clarke e Wright paralelo
3 - AG	AG's	Algoritmo Genético	Algoritmo genético: seleção, cruzamento e mutação	Clarke e Wright paralelo

4.2 Heurísticas ALOCf e ALOCd – Frota, Demanda e Clarke e Wright

Conforme visto anteriormente, a primeira estratégia proposta baseia-se em uma heurística simples para selecionar os dias de coleta para cada ponto, buscando um equilíbrio do esforço ao longo do período sem levar em consideração restrições de distância e tempo. Duas medidas foram consideradas para essa finalidade: minimizar a máxima frota necessária e equilibrar a demanda ao longo dos dias do período de planejamento; as heurísticas correspondentes são denominadas ALOCf e ALOCd, respectivamente.

Essas regras permitem selecionar rapidamente melhores dias de visitas dos pontos, além de serem simples. A idéia principal é evitar a concentração de atendimento dos pontos em certos dias do período, o que ocasionaria um aumento da máxima frota utilizada; assim nos dias em que poucos veículos são necessários para o atendimento, os demais ficariam ociosos, o que pode ser indesejável. Isso é semelhante à idéia utilizada por Chao et al. (1995).

Para ambas as heurísticas a idéia é bastante semelhante: a definição dos dias de visitas para cada ponto é feita individualmente, a partir de uma lista ordenada dos pontos de acordo com um critério de importância, mesma idéia utilizada por Christofides e Beasley (1984).

O critério utilizado é dar prioridade aos pontos que tem maior frequência de visitas, ou seja, requerem mais dias de visitas no período, uma vez que os pontos com menor frequência acarretam uma flexibilidade maior de alocação no período. A ordenação é feita através do algoritmo conhecido como *quicksort*, em que o princípio é “dividir para conquistar”, como visto em Bentley e McIlroy (1993).

A primeira heurística de escolha de dias de atendimento desenvolvida, denominada ALOCf, é baseada na medida de equilíbrio de esforços para minimizar a máxima frota necessária, sendo assim denominada *frota*. Seu objetivo é alocar os pontos de modo que não se aumente a quantidade de veículos em cada dia do período de planejamento. A partir disso, ao percorrer a lista ordenada de pontos segundo o critério de prioridade, para cada ponto são testadas todas as combinações permitidas existentes para a frequência de visitas requerida. A combinação que, ao inserir o ponto em determinados dias para visitas, não ultrapassar a capacidades dos veículos já utilizados (ou seja, não vá demandar um veículo a mais nesses dias) é a escolhida. Caso não haja aumento de veículo em mais de uma combinação analisada, será escolhida a combinação que acarretar o primeiro atendimento do ponto no dia mais cedo do período. Da mesma forma, caso haja um aumento do número de veículos em todas as combinações possíveis para um determinado ponto, aquela combinação que tiver o dia de atendimento mais cedo será a escolhida.

A outra heurística de inserção (ALOCd) baseia-se em uma segunda medida de equilíbrio de esforços; mais especificamente visa equilibrar a demanda total requerida em cada dia do período de planejamento. Nomeou-se esta segunda heurística de *demanda*. O princípio é o mesmo que a heurística anterior: percorre-se a lista ordenada de pontos, testando todas as combinações relativas à frequência de visitas respectiva ao ponto estudado. No entanto, o objetivo é manter o equilíbrio em termos da demanda total de cada dia, ou seja, o que se visa nesta heurística é que todos os dias do período tenham uma demanda total atendida igual ou bem próxima, o que pode acarretar, por consequência, um equilíbrio de frota; evita-se assim um excesso de atendimento de pontos em certos dias. Logo, um ponto só será associado à

combinação analisada caso acarrete a diminuição das diferenças entre as demandas totais atendidas por todos os pontos.

A fim de esclarecer melhor o funcionamento e a diferença entre as duas heurísticas explicadas anteriormente, um exemplo será mostrado a seguir. Considerando que o ponto i é o próximo da lista a ser alocado, sua demanda é de 10 e sua frequência de visitas de 2 (duas visitas no período); a frota é homogênea e a capacidade dos veículos é 100. Constam na Tabela 4.1 as informações relativas aos dias de atendimento do período, quantidade de veículos utilizados antes da inserção do ponto i e a ocupação do último veículo utilizado, ou seja, o veículo disponível para atender o ponto i .

Tabela 4.1: Dados do exemplo explicativo das heurísticas frota e demanda

	Dias de atendimento do período				
	1	2	3	4	5
Quantidade de veículos utilizados	3	2	3	2	3
Ocupação do último veículo utilizado	90	95	85	90	95
Demanda total	290	195	285	190	295

Em relação à frequência de visitas requerida de duas visitas no período, temos as seguintes combinações permitidas de dias de visitas e o que elas ocasionam caso o ponto i seja inserido nesses dias.

- Combinação 1 (dias 1 e 3): não ultrapassa a capacidade do veículo, mantendo número de veículos, e desequilibra a demanda dos dias 1 e 3 em relação aos demais dias;
- Combinação 2 (dias 2 e 4): ultrapassa a capacidade do veículo no dia 2 e equilibra a quantidade de demanda total dos dias, uma vez que é necessário um novo veículo no dia 2; e
- Combinação 3 (dias 3 e 5): ultrapassa a capacidade do veículo no dia 5 e desequilibra a quantidade de veículos no dia 5.

A partir do critério de equilíbrio de demanda, a combinação 2 é a escolhida para o ponto i , por diminuir a diferença entre as demandas totais dos dias 2 e 4 em relação aos outros dias. Caso a escolha fosse feita através do critério de frota, a combinação escolhida seria a 1, por não acarretar o aumento o número de veículos dos dias de visitas (1 e 3).

Após definir uma combinação de visitas a todos os pontos através de um desses dois métodos, a construção dos roteiros de cada dia é feita pelo método de economias de Clarke e Wright (1964) paralelo.

Segundo Laporte et al. (2000), o método de economias é a heurística mais amplamente conhecida e utilizada para se resolver o problema de roteirização de veículos; aplicada para problemas cujo número de veículos é uma variável e obtendo resultados igualmente bons para problemas de arcos direcionados e não-direcionados. O objetivo do método é minimizar a distância total percorrida pelos veículos. Baseia-se na combinação ou união de duas rotas já existentes, de modo que a distância final percorrida seja menor.

No início, pressupõe-se que as rotas existentes são aquelas que partem do depósito (ou base), vão até o ponto i e retornam a esse mesmo depósito, sendo isso para todo o conjunto de pontos (N pontos); conseqüentemente, há necessidade de N veículos para atender os N roteiros. A idéia da economia está na diminuição da distância total dos roteiros e do melhor aproveitamento de veículos; caso dois pontos sejam visitados consecutivamente por um mesmo veículo, por exemplo, há a economia de um veículo e uma certa distância.

Considerando o depósito de ponto *zero* e que dois veículos saiam do depósito para atender cada ponto i e j , as distâncias totais percorridas por cada um dos veículos são dadas pelas seguintes expressões:

$$dist_total_{veiculo1} = d_{0i} + d_{i0} \quad (4.1)$$

$$dist_total_{veiculo2} = d_{0j} + d_{j0} \quad (4.2)$$

No entanto, considerando d_{ij} a distância entre os pontos i e j , caso seja inserido o ponto j no roteiro de i e seja dispensado o segundo veículo, obtemos a seguinte economia, s_{ij} , calculada através da expressão 4.3, além da diminuição da quantidade total de veículos (ver Figura 4.1):

$$s_{ij} = d_{oi} + d_{oj} - d_{ij} \quad (4.3)$$

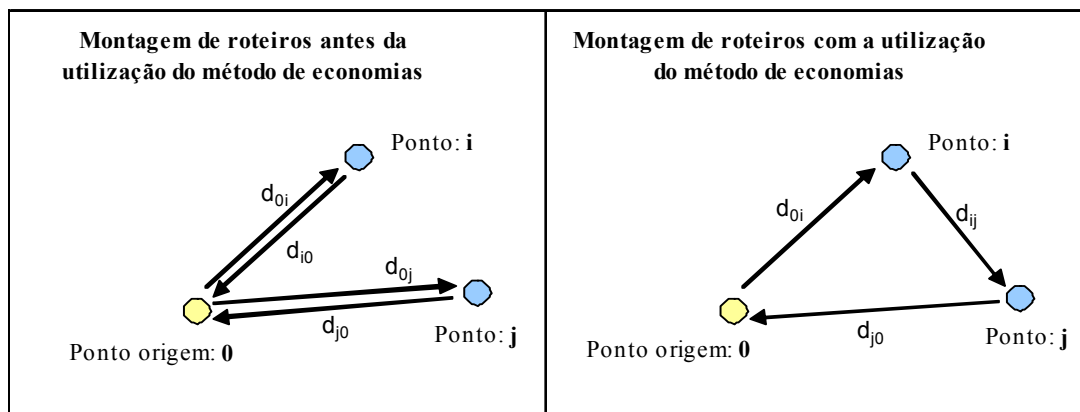


Figura 4.1: Roteirização com e sem a utilização do método de economias de Clarke e Wright

A finalidade deste método é conseguir a maior economia em termos de distância ao atender dois pontos em um mesmo roteiro, ou seja, minimizar o custo total montando roteiros otimizados. Para tanto, há necessidade de se calcular todas as economias possíveis entre os pontos a fim de ordená-las em uma lista de maneira decrescente, mantendo a maior economia no topo. Ao percorrer esta lista ordenada, escolhe-se apenas o par de pontos que provê maior economia em termos de distância. Porém, a combinação deste par de pontos em um roteiro depende de certos critérios do próprio método.

A impossibilidade de combinar dois pontos acontece quando pelo menos um deles já foi alocado em um outro roteiro e/ou é um ponto interno, ou quando a capacidade veicular é ultrapassada ao inserir este novo ponto no veículo. Quando a capacidade veicular atinge o valor máximo permitido, mais nenhum ponto é combinado neste roteiro. Os pontos que estão nos extremos (aqueles que não são pontos internos e estão ligados apenas a um ponto no roteiro) são conectados ao depósito, pois uma das restrições da roteirização é que o veículo parta e retorne ao depósito central. O método pára quando a lista de economias for totalmente percorrida e não há mais possibilidade de combinar pontos, de acordo com as restrições do

método. A construção dos roteiros através desse método pode ser feita de modo paralelo ou seqüencial.

A diferença entre as duas versões do método de economias de Clarke e Wright (1964) é que a versão paralela constrói diversos roteiros ao mesmo tempo, à medida que se percorre uma lista ordenada, de forma decrescente, das economias (calculadas como mostrado na expressão 14). Em outras palavras, começando a partir do topo da lista de economias, verificar se existem duas rotas, uma sendo $(0,j)$ e outra sendo $(0,i)$, em que a ligação entre elas seja viável. Se for o caso, remover os roteiros $(0,i)$ e $(0,j)$ e introduzir (i,j) . (Laporte et al., 2000)

A construção dos roteiros por Clarke e Wright (1964) seqüencial percorre, da mesma maneira, a lista de economias ordenada, porém, monta os roteiros de maneira seqüencial para um mesmo veículo, ou seja, monta um roteiro por vez. Logo, ao iniciar o primeiro roteiro com a maior economia da lista, o próximo ponto a ser combinado será aquele que tiver a maior economia se combinado com um dos pontos anteriores, respeitando também a restrição do método de não ultrapassar a capacidade veicular e nem conectar pontos que já estejam inseridos em outros roteiros. A construção de cada roteiro termina quando a capacidade veicular é alcançada, ou antes que ela seja ultrapassada, ou quando toda a lista for percorrida. Estudos de Laporte et al. (2000) apontam que os resultados obtidos através da versão paralela superam os obtidos pela seqüencial em termos de distância. Logo, optou-se pelo modo paralelo por proporcionar menores distâncias.

Realiza-se a roteirização diária e uma primeira solução tanto para ALOCf quanto para ALOCd são obtidas. Parte-se agora para a fase de melhoria, que se caracteriza pela realocação, em termos de combinação de dias de visitas, de alguns pontos sorteados aleatoriamente, considerando uma determinada probabilidade de realocação. Em outras palavras, os pontos são retirados dos dias a que foram alocados e, a partir de um cenário diferente daqueles que foram inicialmente inseridos, eles são realocados. A probabilidade de cada ponto ser selecionado para realocação é definida aleatoriamente em cada iteração. Caso a probabilidade do ponto não seja maior que a probabilidade limite, ele permanece nos mesmos dias de visitas previamente escolhidos.

A probabilidade limite é constante durante todo o processo. Como será mostrado mais adiante, foram escolhidos dois valores como probabilidades limite. O critério de escolha

desses valores tem como objetivo analisar e obter soluções de dois cenários diferentes, um em que muitos pontos fossem realocados e outro em que poucos fossem realocados, como tentativa de se analisar os impactos da quantidade de pontos realocados na qualidade da solução. Os mesmos valores foram utilizados por ALOCf e ALOCd.

A realocação é feita utilizando-se uma das heurísticas de designação já descritas – frota ou demanda. A cada iteração na fase de melhoria, os pontos que serão realocados enfrentarão cenários diferentes dos inicialmente existentes na inserção anterior, pois tanto na frota quanto na demanda os pontos que permaneceram são diferentes por dependerem de quem foi retirado e de quais dias.

A melhor solução de cada heurística é escolhida considerando a função objetivo já descrita no capítulo 3. A função objetivo representa o custo total do sistema, que é composto de uma parcela de custo fixo relativo ao número de veículos da frota utilizada e de custo variável proporcional com a distância total percorrida por todos os veículos. A frota necessária no período, utilizado no cômputo do custo fixo, corresponde a do dia que requer maior número de veículos no período. As heurísticas de frota e demanda visam o equilíbrio do atendimento de todos os dias do período, ou seja, ao utilizar um mesmo número de veículos em todos os dias, não há ociosidade de frota. Logo, a solução que tiver uma frota menor será a melhor solução da heurística, sendo a menor distância uma variável secundária para avaliação da qualidade da solução.

Apesar de as duas heurísticas terem o mesmo princípio - evitar a concentração de pontos em certos dias -, a grande diferença entre elas é a estratégia de designação de combinação de visitas para os pontos, sendo que ALOCf procura minimizar a frota diária necessária, e ALOCd, por sua vez, busca um equilíbrio de demanda entre todos os dias ao longo do período de planejamento.

A Figura 4.2 apresenta o pseudocódigo das estratégias heurísticas descritas nesta seção, observando que a diferença entre ALOCf e ALOCd reside no método de designação de combinação de visitas.

1	Ler dados externos.
2	Ordenação dos pontos através do <i>quicksort</i> .
3	Para todos os pontos, faça.
4	Designação de combinação de visitas por Frota ou Demanda.
5	Fim dos pontos.
6	Montar roteiros para os pontos alocados pelo método de Clarke e Wright paralelo.
7	Enquanto (iterações < número máximo de iterações), faça.
8	Para todos os pontos, faça.
9	Sortear aleatoriamente uma probabilidade.
10	Se (probabilidade do ponto $i \geq$ probabilidade limite), faça.
11	Realocar o ponto i pelo método de Frota ou Demanda.
12	Se (probabilidade do ponto $i <$ probabilidade limite), permanece.
13	Fim do pontos.
14	Montar roteiros pelo método de Clarke e Wright paralelo.
15	Comparar resultado e guardar o melhor.
16	Fim do enquanto iterações (passo 7).
17	Fim da heurística ALOCF ou ALOCd. Reportar o melhor resultado (frota, distância percorrida, roteiros e custos).

Figura 4.2: Pseudocódigo das estratégias heurísticas ALOCF e ALOCd

4.3 Heurísticas GRASPF e GRASPD – GRASP, Clarke e Wright, Frota e Demanda

Com a finalidade de se desenvolver uma alternativa para obtenção de melhores soluções na etapa de melhoria, uma nova estratégia de solução foi proposta e inspirada nos conceitos de GRASP.

A determinação da melhor combinação inicial de dias para cada ponto (com a finalidade de gerar uma primeira solução) é a mesma utilizada nas heurísticas ALOCF e ALOCd, ou seja, a utilização dos métodos de frota e demanda. Assim como o método de construção de roteiros, que é comum ao utilizado anteriormente, o método de economias de Clarke e Wright (1964) paralelo.

A diferença entre as novas heurísticas GRASPF e GRASPD das anteriores, ALOCF e ALOCd, reside na fase de melhoria. A partir de uma solução inicial, obtida através de um dos métodos já descrito – frota e demanda –, a melhoria em ALOCF e ALOCd é realizada através de uma realocação de um grupo de pontos de acordo, novamente, com um dos métodos de frota ou

demanda, respectivamente. Já na estratégia GRASP, a fase de melhoria é executada com base nos conceitos de GRASP, que é uma metaheurística de construção gulosa de múltiplas partidas utilizada para problemas de natureza combinatória.

O método GRASP foi inicialmente proposto por Feo e Resende (1995) como um método de busca iterativo, que se consiste de duas fases: (i) fase de construção e (ii) fase de busca local. Sendo que a melhor solução obtida ao longo das iterações é considerada a solução.

Segundo Feo e Resende (1995), na fase de construção uma solução viável é obtida iterativamente elemento por elemento, como no caso da fase de seleção dos dias de atendimento para cada ponto. Uma lista ordenada de elementos, também conhecida como lista restrita de candidatos (*restricted candidate lista* – RCL), é construída previamente de acordo com uma função gulosa que mede o benefício que um elemento pode trazer à solução caso seja inserido nela. A cada iteração da fase de construção, um elemento dessa lista é escolhido aleatoriamente, não necessariamente o primeiro elemento da lista.

O GRASP pode ser considerado um método adaptativo porque a cada iteração da fase de construção em que um elemento é inserido na solução, o benefício dos elementos restantes da lista é atualizado para refletir a mudança de situação quando o elemento anterior é escolhido, ou seja, o cenário dos elementos muda constantemente. Entretanto nos casos das heurísticas GRASPF e GRASPD, essa característica de GRASP não se aplica. Primeiramente, em um problema de roteirização periódica, há a dificuldade de avaliar a melhoria da nova solução quando há mudanças. Logo, não há como atualizar o benefício da mudança pelos outros elementos através da criação de cenários diferentes. A outra razão seria que o GRASP desenvolvido realoca alguns pontos escolhendo uma nova combinação permitida de visitas, e é feito retirando esse conjunto de pontos dos dias de visitas e sorteando aleatoriamente as combinações de uma só vez. Com isso, não há a possibilidade de verificar a adaptação de cada mudança, apenas após efetuar novamente todas as etapas até o final da roteirização diária, permitindo assim comparar o resultado agora obtido com o melhor resultado de todas as iterações anteriores.

Como na primeira estratégia ALOC, na fase de melhoria, cada ponto recebe uma probabilidade escolhida aleatoriamente (um número de um a cem, que representa uma porcentagem). Caso o valor da probabilidade de um ponto seja maior que uma probabilidade

limite, é sorteada aleatoriamente uma outra combinação ao ponto, com base nas possíveis combinações relacionadas à sua frequência de visitas. Então, a diferença entre a fase de melhoria de ALOC e GRASP está na realocação do ponto, ou seja, enquanto um ponto em ALOC é realocado de acordo com os critérios seguidos por uma das heurísticas de inserção, frota ou demanda, no GRASP simplesmente se sorteia uma nova combinação permitida de visitas para o ponto, sendo esta diferente da combinação anteriormente designada; o que é um dos conceitos de GRASP. A avaliação de cada solução é executada através da construção dos roteiros diários, obtidos da mesma maneira que é feita nas heurísticas ALOCf e ALOCd, através do método de economias.

Como em ALOC, a melhor solução é aquela que minimiza o custo total associado ao número máximo de veículos utilizado no dia de maior movimento e à distância total percorrida no período para atender os pontos. Em GRASP, não há o equilíbrio de esforços de frota e demanda, logo, pode haver a ociosidade de alguns veículos em determinados dias.

O pseudocódigo mostrado na Figura 4.3 detalha as estratégias heurísticas GRASPF e GRASPd.

1	Ler dados externos.
2	Ordenação dos pontos através do <i>Quicksort</i> .
3	Para todos os pontos, faça.
4	Designação de combinação de visitas por Frota ou Demanda.
5	Fim dos pontos.
6	Montar roteiros para os pontos alocados pelo método de Clarke e Wright paralelo.
7	Enquanto (iterações 1 < número máximo de iterações 1), faça.
8	Para todos os pontos, faça.
9	Sortear aleatoriamente uma probabilidade.
10	Enquanto (iterações 2 < número máximo de iterações 2), faça.
11	Se (probabilidade do ponto $i \geq$ probabilidade limite), faça.
12	Sortear uma nova combinação para o ponto i , de modo aleatório .
13	Se (probabilidade do ponto $i <$ probabilidade limite), permanece.
14	Montar roteiros pelo método de Clarke e Wright paralelo.
15	Comparar resultados e guardar melhor.
16	Fim enquanto iterações 2 (passo 10).
17	Fim enquanto iterações 1 (passo 7).
18	Fim da heurística GRASPF ou GRASPd. Reportar o melhor resultado (frota, distância percorrida, roteiros e custos).

Figura 4.3: Pseudocódigo das estratégias heurísticas GRASPF e GRASPd

4.4 Heurísticas AGs – Algoritmo Genético e Clarke e Wright

Esta estratégia de solução baseia-se na metaheurística algoritmo genético para determinar a alocação dos pontos em dias de visitas no período de planejamento, seguindo as possíveis combinações permitidas, com a finalidade de determinar os melhores dias de visitas para cada ponto.

Os conceitos básicos do algoritmo genético foram desenvolvidos por J. H. Holland, em 1975, e se baseiam na teoria de evolução darwiniana que descreve mecanismos de seleção natural, hereditariedade e evolução genética dos seres vivos. Na natureza, os seres vivos competem entre si em busca de recursos para sobrevivência e parceiros para reprodução. Os mais aptos e mais adaptados ao meio ambiente são aqueles com maior probabilidade de sobrevivência e maior quantidade de herdeiros.

Não há, segundo Mitchell (1996), uma definição rigorosa do algoritmo genético, porém alguns elementos são comuns à maioria das implementações: população de cromossomos, seleção de acordo com uma medida de aptidão (*fitness*), cruzamento para produzir novos indivíduos, e uma mutação aleatória. A inversão, o quarto elemento do algoritmo genético de J. H. Holland, não é usualmente utilizado, portanto suas vantagens não são bem conhecidas.

Cada indivíduo da população corresponde a uma solução em potencial. No entanto, para que um indivíduo configure uma solução, seus cromossomos têm que ter um significado, e uma vez que eles são interpretados, um resultado é obtido. Logo, é necessário que haja uma decodificação do significado dos valores que constam nos cromossomos. A interpretação dessa codificação é obtida através de uma função aptidão, como forma de avaliação dos indivíduos da população, ou seja, quão bem o indivíduo resolve o problema.

Ainda segundo Mitchell (1996), o algoritmo genético mais simples envolve três operadores básicos:

- Seleção: seleciona o indivíduo para a reprodução, sendo que os melhores indivíduos têm maiores chances de serem escolhidos e com maior frequência. Há diversos métodos de seleção, tais como *ranking*, roleta (*roulette wheel*), elitismo, torneio, Boltzmann, etc.;
- Cruzamento (*crossover*): este operador escolhe aleatoriamente um ponto (ou mais) de cruzamento na cadeia de cromossomos entre dois indivíduos, dividindo cada um deles em dois blocos (ou mais). Em seguida, a troca dos blocos entre os indivíduos é feita, obtendo assim dois novos indivíduos recombinados; e
- Mutação: modifica alguns genes de um único indivíduo, em um determinado momento, a fim de explorar o espaço de solução e assegurar a diversidade genética.

Em linhas gerais, as principais etapas do algoritmo genético consistem na seqüência de passos apresentada a seguir:

- 1) gerar uma população inicial e
- 2) avaliar a aptidão dos indivíduos da população,
- 3) enquanto um critério de parada não tenha sido atingido,
- 4) selecionar os pares de indivíduos da população (pais) para;
- 5) proceder ao cruzamento para gerar novos indivíduos, filhos;
- 6) aplicar o operador genético de mutação no(s) gene(s) dos filhos;
- 7) avaliar a aptidão dos filhos; e
- 8) substituir alguns ou toda a população atual (pais) pelos indivíduos da nova geração, ou seja, pelos filhos.

Cada uma das iterações desse processo é conhecida como geração. Essa é apenas uma seqüência de um processo simples de algoritmo genético; há inúmeros detalhes que podem mudar as características da metaheurística, como tamanho da população e probabilidades de cruzamento e mutação, por exemplo. Portanto, o algoritmo genético é conhecido como uma metaheurística populacional por tratar um grupo de indivíduos de uma vez.

O conjunto de cromossomos de uma mesma cadeia genética, que conseqüentemente formam um indivíduo, representam, na situação estudada, o conjunto de pontos a serem atendidos no período de planejamento pelos veículos da frota. Ou seja, por exemplo, o cromossomo que

está na posição 10 identifica uma característica para o ponto 10. É essa característica que é denominada de código do cromossomo, que dá uma característica ao indivíduo. A codificação de cada indivíduo é utilizada da mesma forma por Vianna et al. (1999).

O indivíduo representa as combinações permitidas de dias de visitas para cada ponto; portanto, o valor que se encontra no cromossomo significa a escolha feita de associação de uma das combinações permitidas (ver Tabela 4.2) com um ponto, respeitando a frequência de visitas implícita a cada um dos pontos. Essa codificação tem por finalidade representar as possíveis combinações de dias de visitas de uma maneira a facilitar o manuseio na concepção das soluções.

Tabela 4.2: Combinações permitidas de dias de visitas

Frequência de visitas	Combinação	Dias de visita
1	1	Seg
	2	Ter
	3	Qua
	4	Qui
	5	Sex
	6	Sab
2	1	Seg - Qua
	2	Ter - Qui
	3	Qua - Sex
	4	Qui - Sab
3	1	Seg - Qua - Sex
	2	Ter - Qui - Sab

A Figura 4.4 mostra um indivíduo de uma população. Cada gene do indivíduo já possui uma codificação genética (código de um indivíduo). Verifica-se, neste caso, que o indivíduo representa 10 pontos por haver 10 genes. O exemplo mostrado na Figura 4.4 é do ponto 1, cuja frequência de visitas é 3 e a combinação permitida de dias de visitas escolhida para ele, neste caso, é a combinação 2. A combinação 2 representa, por sua vez, três visitas nos seguintes dias: terça, quinta e sábado. E dessa maneira, cada indivíduo é codificado para simplificar o manuseio das informações.

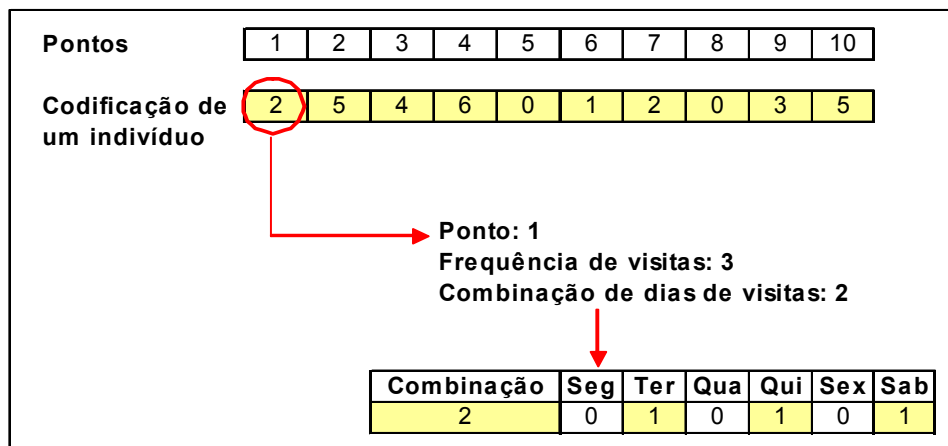


Figura 4.4: Representação cromossômica de um indivíduo de 10 pontos

A solução da primeira geração (população inicial) é construída através de uma função aleatória que sorteia uma combinação permitida de visitas para cada posição de cromossomo, novamente respeitando a associação feita com os tipos possíveis de frequência de visitas.

Um aspecto crucial para o desempenho e o sucesso de uma estratégia baseada em algoritmo genético, como dito anteriormente, é a função que avalia a aptidão de cada indivíduo, ou seja uma medida da qualidade da solução. Essa função tem que ser rápida, em virtude do elevado número de avaliações necessárias para todos os indivíduos da população em cada geração e, ao mesmo tempo, eficiente, em termos de representar adequadamente a solução do problema. No caso desta dissertação, a aptidão é o custo total gerado pelo indivíduo, sendo composto por custo fixo (frota) e custo variável (distância), igual à função objetivo mostrada na formulação matemática do Capítulo 3.

A avaliação de aptidão dos indivíduos é realizada através da roteirização diária de cada indivíduo, de acordo com as combinações escolhidas para cada ponto que consta nos cromossomos. Foi escolhido novamente o método de economias de Clarke e Wright (1964) paralelo, já descrito anteriormente em ALOC. O método de vizinho mais próximo foi levado em consideração para a etapa de qualificação do presente estudo na estratégia de algoritmo genético, devido à sua facilidade e velocidade de roteirização; no entanto, os resultados obtidos na roteirização diária não foram competitivos comparados aos do método de economias de Clarke e Wright (1964) nos experimentos prévios realizados.

Ao término da avaliação de todos os indivíduos da primeira população, inicia-se a fase seguinte do algoritmo genético: a seleção. O método de seleção de indivíduos é baseada na idéia de *ranking*. Após a obtenção do valor de aptidão de todos os indivíduos da população atual, os indivíduos são ordenados e uma probabilidade é aplicada a cada um dos indivíduos, proporcionalmente à sua posição no *ranking*. Aqueles que tiverem aptidão melhor, possuem uma faixa de probabilidade maior, conseqüentemente, maior chance de serem selecionados.

A Figura 4.5 apresenta um exemplo de *ranking* entre 4 indivíduos. Neste método, primeiramente, ordenam-se os indivíduos da pior aptidão para a melhor, de forma crescente e são somados os números das posições de cada um dos indivíduos; no caso da Figura 4.5, tem-se 4 indivíduos e um total de valor somado de 10 ($1 + 2 + 3 + 4 = 10$). A porcentagem que cada indivíduo irá receber é a divisão do valor da sua posição pelo total. Por exemplo, o indivíduo A apresenta a melhor aptidão e está na posição 4 (a última), logo, 4 dividido por 10 é a porcentagem que o indivíduo possui de probabilidade que ele seja escolhido (40%). Após a obtenção de todas as porcentagens, ordenam-se os indivíduos novamente, acumulando as porcentagens, da melhor aptidão para a pior, mostrando assim um *ranking* (indivíduos já ordenados dessa maneira na Figura 4.5). Logo, o indivíduo D que apresenta a pior aptidão é o último indivíduo e obteve apenas uma faixa de 10% de chance de ser escolhido.

Para realizar o cruzamento, dois indivíduos devem ser selecionados. Esta seleção é feita através de um sorteio aleatório de dois números com valores entre um e cem, que representam porcentagens. Esses números vão estar em uma das faixas de valores do *ranking*, sendo que estas representam a probabilidade de os indivíduos ordenados serem selecionados.

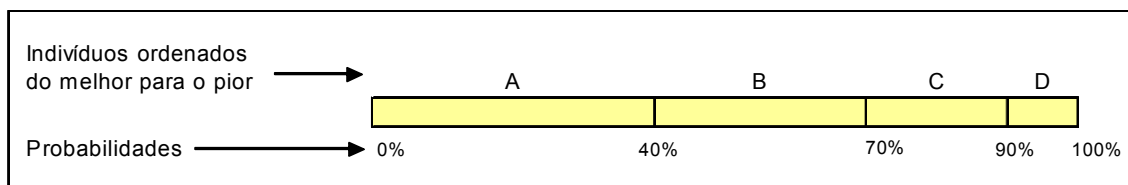


Figura 4.5: Exemplo de ranking de indivíduos

Digamos que os valores sorteados aleatoriamente são 35 e 75. Esses dois valores se encontram nas faixas dos indivíduos A e C. Logo, estes dois indivíduos irão se cruzar para formar dois filhos da nova população. Nota-se que ao utilizar o método de *ranking*, o melhor

indivíduo (aquele com a faixa maior de probabilidade) não necessariamente será escolhido em todos os cruzamentos, o que favorece a diversificação da população.

O cruzamento faz uso dos genes dos indivíduos pais para produzir a prole que formará a próxima geração. Para tanto, é necessário escolher um ponto de cruzamento (ou mais de um). Uma parte dos genes de um dos pais é trocado pela do outro pai, gerando assim uma nova população. É importante lembrar que o número total de genes, bem como as posições dos genes, é sempre mantido constante.

Uma vez que dois indivíduos irão realizar o cruzamento, um ou mais pontos de cruzamento (ou pontos de *crossover*) têm que ser selecionados para gerar a diversificação genética. No caso, os pontos de cruzamento são escolhidos de forma aleatória para cada um dos cruzamentos, criando maior diversificação. O valor escolhido identifica entre quais cromossomos haverá a troca da cadeia genética, caso haja mais de um ponto de cruzamento, dois pontos são escolhidos para o par de indivíduos. Por exemplo, na Figura 4.6, para o caso de apenas um ponto de cruzamento, se o local escolhido no cromossomo para o cruzamento é 4, a troca de uma parte da cadeia genética de um indivíduo pai pelo de outro ocorrerá entre os cromossomos de posição 4 e 5.

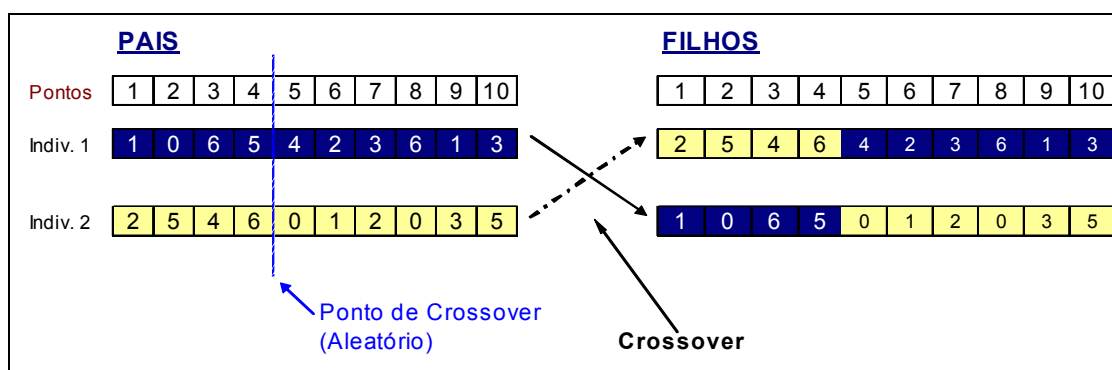


Figura 4.6: Exemplo do cruzamento entre dois indivíduos

Este procedimento é considerado uma tentativa de melhoria da solução anterior; logo a aptidão de cada indivíduo das novas populações também é avaliada.

A mutação, outro operador do algoritmo genético, é realizada depois da fase de cruzamento dos indivíduos. A frequência com que ela ocorre é bem baixa, porém a sua taxa pode começar baixa e, se for necessário, aumentar até chegar a patamares altos (no início é 1%, podendo

chegar a 32%, no caso deste estudo). Os indivíduos sofrerão mutações em alguns dos seus genes, por exemplo, se a frequência de mutação é de 1%, um por cento dos genes de um indivíduo será submetido à mutação após o cruzamento, ou seja, as combinações de visitas destes determinados genes mudarão, sendo escolhidas, aleatoriamente, novas combinações. O aumento na taxa de mutação ocorre quando, depois de certo número de iterações, não há uma melhoria na população de indivíduos. Isso foi feito com a finalidade de aumentar a diversificação e evitar que a população fique estagnada em um ótimo local. A taxa de mutação, como se verá no capítulo a seguir, aumenta de acordo com uma progressão geométrica de dois (1%, 2%, 4%, e assim por diante).

Todo o procedimento de tentativa de melhoria da solução com seleção, *ranking*, cruzamento e mutação dos indivíduos das populações é efetuado até que um critério parada seja atendido, por exemplo, um número máximo de iterações.

Foram desenvolvidas 10 variantes de algoritmo genético para a resolução do problema de roteirização periódica de veículos, sendo que a codificação da população, os métodos de seleção, cruzamento e mutação, e a roteirização diária se mantêm os mesmos.

As variantes AG1c e AG2c são algoritmos genéticos básicos, sendo a diferença entre eles o número de pontos de cruzamento, para AG1c utiliza-se um ponto de cruzamento e para AG2c dois pontos, mantendo a mutação com uma taxa constante de 1%.

Entre as variantes AG1cr0, AG1cr1, AG1cr10, AG2cr0, AG2cr1 e AG2cr10, a diferença também está no número de pontos de cruzamento, porém há a possibilidade de reinício da população. Este reinício ocorre depois de que um certo número de iterações é alcançado sem nenhuma melhoria da população. Há a possibilidade de manter o melhor indivíduo encontrado até um determinado momento, 10% dos melhores indivíduos encontrados, ou nenhum indivíduo, o que configura a obtenção de uma população totalmente nova, mantendo, obviamente, sempre o melhor indivíduo obtido até o momento como forma de comparação. Este melhor indivíduo é mantido separadamente dos demais, ou seja, não faz parte do cruzamento ou mutação. Caso haja algum indivíduo melhor nas populações seguintes, ele é substituído, caso contrário é eleito como a melhor solução para o problema.

Nas variantes AG1cmv e AG2cmv, além da modificação do número de pontos de cruzamento, a taxa de mutação é variável e tem a mesma lógica de reinício da população; caso as novas gerações não proporcionem indivíduos melhores dentro de uma certa quantidade de iterações, a taxa de mutação aumenta gradativamente de 1% até o máximo de 32%, em uma progressão geométrica de multiplicador dois.

As diferenças entre as variantes podem ser encontradas na Tabela 4.3 a seguir:

Tabela 4.3: Resumo das variantes de AG

Nome da Variante	Pontos de Cruzamento	Reinício da População	Indivíduos Mantidos	Taxa de Mutação
AG1c	1	Não	-	Constante
AG2c	2	Não	-	Constante
AG1cr0	1	Sim	Nenhum	Constante
AG1cr1	1	Sim	O melhor	Constante
AG1cr10	1	Sim	10% melhores	Constante
AG2cr0	2	Sim	Nenhum	Constante
AG2cr1	2	Sim	O melhor	Constante
AG2cr10	2	Sim	10% melhores	Constante
AG1cmv	1	Não	-	Variável
AG2cmv	2	Não	-	Variável

As Figuras 4.7, 4.8 e 4.9 apresentam o pseudocódigo das variantes da estratégia AG.

No capítulo seguinte são apresentados os experimentos computacionais, bem como os seus resultados, com a finalidade de testar as estratégias aqui descritas, verificando qual fornece melhores resultados para o problema de roteirização periódica de veículos.

1	Ler dados externos.
2	Gerar população inicial de modo aleatório.
3	Enquanto (iteração < número máximo de iterações), faça.
4	Enquanto houver indivíduos da população, faça.
5	Para cada dia do período, faça.
6	Montar roteiros pelo método de Clarke e Wright paralelo.
7	Fim dos dias do período.
8	Ranking das aptidões dos indivíduos e atualização do melhor indivíduo.
9	Fim do enquanto indivíduos (passo 4).
10	Enquanto (número de cruzamento < número máximo de cruzamento), faça.
11	Seleção de indivíduos para cruzamento.
12	Fazer cruzamento. Ponto de cruzamento escolhido de modo aleatório – um ou dois pontos .
13	Se houver mutação, fazer mutação.
14	Fim do enquanto cruzamentos (passo 10).
15	Fim do enquanto iterações (passo 3).
16	Fim da heurística AG. Reportar o melhor resultado (frota, distância percorrida, roteiros e custo).

Figura 4.7: Pseudocódigo das heurísticas AG1c e AG2c

1	Ler dados externos.
2	Gerar população inicial de modo aleatório.
3	Enquanto (iteração < número máximo de iterações), faça.
4	Enquanto (gerações sem melhoria < número máximo de gerações sem melhoria), faça.
5	Enquanto houver indivíduos da população, faça.
6	Para cada dia do período, faça.
7	Montar roteiros pelo método de Clarke e Wright paralelo.
8	Fim dos dias do período.
9	Ranking das aptidões dos indivíduos e atualização do melhor indivíduo, se houver.
10	Fim do enquanto indivíduos (passo 5).
11	Enquanto (número de cruzamento < número máximo de cruzamento), faça.
12	Seleção de indivíduos para cruzamento.
13	Fazer cruzamento. Ponto de cruzamento escolhido de modo aleatório – um ou dois pontos .
14	Se houver mutação, fazer mutação.
15	Fim do enquanto cruzamentos (passo 10).
16	Repetir os passos 4 a 15.
17	Se gerações sem melhoria for maior que valor máximo, reinício população (total, manter 10% melhores ou manter melhor indivíduo).
18	Fim enquanto gerações sem melhoria.
19	Fim do enquanto iterações (passo 3).
20	Fim da heurística AG. Reportar o melhor resultado (frota, distância percorrida, roteiros e custo).

Figura 4.8: Pseudocódigo das heurísticas AG1cr0, AG1cr1, AG1cr10, AG2cr0, AG2cr1, AG2cr10

1	Ler dados externos.
2	Gerar população inicial de modo aleatório.
3	Enquanto (iteração < número máximo de iterações), faça.
4	Enquanto houver indivíduos da população, faça.
5	Para cada dia do período, faça.
6	Montar roteiros pelo método de Clarke e Wright paralelo.
7	Fim dos dias do período.
8	Ranking das aptidões dos indivíduos e atualização do melhor indivíduo.
9	Fim do enquanto indivíduos (passo 4).
10	Enquanto (número de cruzamento < número máximo de cruzamento), faça.
11	Seleção de indivíduos para cruzamento.
12	Fazer cruzamento. Ponto de cruzamento escolhido de modo aleatório – um ou dois pontos .
13	Enquanto (gerações sem melhoria < número máximo de gerações sem melhoria), faça.
14	Se houver mutação, fazer mutação.
15	Se número de gerações sem melhoria for maior que número máximo, aumentar a taxa de mutação.
16	Fim enquanto gerações sem melhoria.
17	Fim do enquanto cruzamentos (passo 10).
18	Fim do enquanto iterações (passo 3).
19	Fim da heurística AG. Reportar o melhor resultado (frota, distância percorrida, roteiros e custo).

Figura 4.9: Pseudocódigo das heurísticas AG1cmv e AG2mv

5. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

5.1 Problemas-Teste

Conforme foi visto anteriormente, o problema de roteirização periódica apresenta várias aplicações práticas, como no caso das indústrias automobilísticas quando há coleta de materiais para a linha de montagem seguindo o sistema *milk-run*. No entanto, não foi possível obter dados de uma aplicação real a fim de avaliar as estratégias de solução para a realidade, uma expectativa do início da pesquisa. Logo, utilizou-se da mesma base de problemas-teste estudados por Christofides e Beasley (1984) para averiguar o desempenho das estratégias de solução desenvolvidas, assim como de problemas gerados aleatoriamente.

Como já mencionado anteriormente, as instâncias encontradas na prática para problemas de roteirização, incluindo o problema de roteirização periódica, têm características que as diferenciam, como restrições operacionais, frequências de visitas, período de planejamento, etc. Porém, o problema formulado no presente estudo se baseia em um problema genérico de roteirização periódica, como estudado por Christofides e Beasley (1984). Logo, pode-se considerar que os resultados obtidos por Christofides e Beasley (1984) em seus problemas-teste são um *benchmark* para um problema genérico. Bem como é possível comparar com outros artigos que se basearam no estudo de Christofides e Beasley (1984), já descritos no capítulo de revisão bibliográfica: Golden et al. (1995) apud Vianna et al. (1999), Courdeau et al. (1997), Vianna et al. (1999), e Tortelly e Occhi (2006).

Os testes foram divididos em dois conjuntos, sendo que na primeira etapa são utilizados os problemas-teste de Christofides e Beasley (1984) modificados e também problemas-teste gerados aleatoriamente. Houve a modificação dos problemas-teste originais para que estes representem a realidade que se julga ser de uma instância real. A fim de verificar a flexibilidade da aplicação das estratégias de solução, dois outros conjuntos de problemas-teste foram gerados aleatoriamente.

Em um segundo momento, a fim de comparação com os artigos mencionados anteriormente, utilizam-se os problemas-teste de Christofides e Beasley (1984) sem modificações em sua parametrização original.

Os problemas-teste de Christofides e Beasley (1984) estão divididos em três grupos de número de pontos: 50, 75 e 100 pontos. Cada grupo tem um conjunto de pontos diferente, bem como a demanda de cada ponto. No artigo de Christofides e Beasley (1984), há diferentes meios de se obter a frequência de visitas dos pontos. Optou-se pela definição da frequência de acordo com o tamanho da demanda de cada ponto, ou seja, quanto maior a demanda, maior será a frequência de visitas do ponto dentro do período de planejamento. Dependendo da faixa em que a demanda requerida estiver, a frequência de visitas pode variar, podendo ser apenas uma visita por período ou até mesmo visitas diárias. Os autores utilizam um período de planejamento de cinco dias e possibilidades de frequências de visitas de uma, duas, três e cinco visitas, como pode ser verificado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Problemas-teste de Christofides e Beasley (1984)

Número do Problema	Número de Pontos	Período de Planejamento	Frota Máxima por Dia	Detalhe da Definição da Frequência de Visita
2	50	5	3	Demanda ≤ 10 uma visita no período; $11 \leq$ demanda ≤ 25 duas visitas no período; demanda ≥ 26 visita todos os dias
5	75	5	6	Demanda ≤ 15 uma visita no período; $16 \leq$ demanda ≤ 27 duas visitas no período; demanda ≥ 28 visita todos os dias
8	100	5	5	Demanda ≤ 10 uma visita no período; $11 \leq$ demanda ≤ 25 duas visitas no período; demanda ≥ 26 visita todos os dias
10	100	5	4	Demanda ≤ 10 uma visita no período; $11 \leq$ demanda ≤ 25 duas visitas no período; demanda ≥ 26 três visitas no período

Apenas foram escolhidas essas designações de frequência de visitas por serem mais próximas do que se julga representar uma instância real. Outras definições foram utilizadas pelos autores, porém para períodos de planejamento muito pequenos ou para alocações simples, em que os pontos requerem apenas uma visita no período.

Adaptações dos problemas-teste de Christofides e Beasley (1984) foram feitas para que os parâmetros definidos no capítulo 3 fossem utilizados, por representarem um cenário próximo da realidade. O período de planejamento utilizado é de seis dias ao invés de cinco e não há

uma frota máxima por dia, sendo que esta é uma variável a ser encontrada na solução final do problema que influi, por sua vez, no custo total – objetivo a ser minimizado.

Denominaram-se os problemas-teste de Christofides e Beasley (1984), independente de ser modificado ou não, de problemas do conjunto A, uma vez que outros problemas foram gerados aleatoriamente, com a finalidade de avaliar a robustez das estratégias de solução para problemas semelhantes, porém com conjuntos diferentes de pontos, demandas e frequências de visitas.

O primeiro conjunto gerado aleatoriamente foi denominado de conjunto B e também é formado por grupos de 50, 75 e 100 pontos. No entanto, os grupos de 50 e 75 pontos são subgrupos de 100 pontos, mantendo as coordenadas dos pontos, as demandas requeridas e as frequências de visitas iguais. O período de planejamento, bem como as frequências de visitas permitidas no período de planejamento, já foram definidas no capítulo 3.

O que difere o segundo conjunto de pontos gerados aleatoriamente, o conjunto C, é que, como nos problemas-teste de Christofides e Beasley (1984), os conjuntos de pontos dos grupos de 50, 75 e 100 pontos são diferentes entre si, bem como as demandas requeridas pelos pontos. O período de planejamento e a definição da frequência de demanda se mantêm os mesmos que o conjunto B. A Tabela 5.2 sintetiza os conjuntos de problemas-teste considerados.

Tabela 5.2: Resumo dos problemas-teste utilizados

Conjunto	Procedência	Número de Pontos	Período de Planejamento	Detalhe da Definição da Frequência de Visitas
A	Problemas 2, 5, 8 e 10 de Christofides e Beasley (1984) Modificados	50	6	Demanda ≤ 10 uma visita no período; 11 \leq demanda ≤ 25 duas visitas no período; demanda ≥ 26 três visitas no período
		75	6	Demanda ≤ 15 uma visita no período; 16 \leq demanda ≤ 27 duas visitas no período; demanda ≥ 28 três visitas no período
		100	6	Demanda ≤ 10 uma visita no período; 11 \leq demanda ≤ 25 duas visitas no período; demanda ≥ 26 três visitas no período
B	Aleatório (subconjunto)	50	6	Demanda ≤ 10 uma visita no período; 11 \leq demanda ≤ 25 duas visitas no período; demanda ≥ 26 três visitas no período
		75	6	Demanda ≤ 15 uma visita no período; 16 \leq demanda ≤ 27 duas visitas no período; demanda ≥ 28 três visitas no período
		100	6	Demanda ≤ 10 uma visita no período; 11 \leq demanda ≤ 25 duas visitas no período; demanda ≥ 26 três visitas no período
C	Aleatório	50	6	Demanda ≤ 10 uma visita no período; 11 \leq demanda ≤ 25 duas visitas no período; demanda ≥ 26 três visitas no período
		75	6	Demanda ≤ 15 uma visita no período; 16 \leq demanda ≤ 27 duas visitas no período; demanda ≥ 28 três visitas no período
		100	6	Demanda ≤ 10 uma visita no período; 11 \leq demanda ≤ 25 duas visitas no período; demanda ≥ 26 três visitas no período

5.2 Parâmetros das Heurísticas

Os testes foram divididos em duas etapas, tendo em vista haver muitas variantes das estratégias de solução devido aos parâmetros que podem ser utilizados de acordo com as características próprias do problema. Portanto, inicialmente, há a avaliação geral de todas as estratégias de solução e suas variantes (Tabela 5.3) – totalizando dezoito variantes. Após a escolha das melhores estratégias de solução, há a mudança de alguns parâmetros para que sejam iguais aos utilizados por Christofides e Beasley (1984), permitindo assim a comparação dos resultados obtidos com os resultados mostrados por Christofides e Beasley (1984), Golden et al. (1995) apud Vianna et al. (1999), Courdeau et al. (1997), Vianna et al. (1999) e Tortelly e Occhi (2006).

Tabela 5.3: Resumo das estratégias de solução

Estratégia de Solução	Heurística	Designação de dias de visita
1 - ALOC	ALOCf	Frota
	ALOCd	Demanda
2 - GRASP	GRASPf	Frota
	GRASPd	Demanda
3 - AG	AG's	Algoritmo Genético

O número de iterações e de processamentos, porém, continuam os mesmos nas duas etapas de testes, sendo de cinco mil iterações em cada processamento e cinco processamentos para cada variante da estratégia de solução.

Para a primeira parte dos testes, temos alguns parâmetros como o período de planejamento de seis dias e frequências de visitas permitidas de uma, duas e três visitas ao longo do período, bem como as combinações permitidas de visitas. A capacidade veicular escolhida é de cem. Esta definição de parâmetros, como já explicada anteriormente, visa caracterizar um cenário que se julga representar a realidade brasileira para este tipo de problema. Na segunda etapa de testes, o período de planejamento, frequências de visitas e a capacidade veicular é diferente para cada problema-teste. Verifica-se na Tabela 5.4 os parâmetros utilizados nas duas etapas de testes.

Tabela 5.4: Parâmetros utilizados nas etapas de testes

Conjunto de Testes	Problema-Teste	Capacidade Veicular	Período de Planejamento	Frequência de Visitas no Período
Primeira Etapa	Problemas 2, 5, 8 e 10 de Christofides e Beasley (1984) modificados e gerados aleatoriamente	100	6	1, 2 ou 3
Segunda Etapa	2	160	5	1, 2 ou 5
	5	140	5	1, 2 ou 5
	8	200	5	1, 2 ou 5
	10	200	5	1, 2 ou 3

5.2.1 Parâmetros para a estratégia ALOC

No caso da estratégia ALOC, descrita no Capítulo 4, há a opção de se utilizar as heurísticas de inserção inicial de frota ou demanda. Tanto uma quanto a outra utilizam o mesmo método de melhoria de solução baseado em realocação de alguns pontos escolhidos aleatoriamente. Cada ponto recebe um número sorteado aleatoriamente com valor entre zero e cem (o que representa porcentagens), sendo este número a probabilidade de o ponto ser escolhido para a realocação. Caso a probabilidade atribuída ao ponto seja maior ou igual à probabilidade limite, o ponto é retirado dos dias de visitas a ele designados e é realocado, o que é feito através de uma das heurísticas de inserção.

Quanto a essa probabilidade limite, foram escolhidos dois valores bastante distintos: 25% e 75% que representam cenários diferentes, em que, no caso de 25%, muitos pontos são realocados; ao contrário do caso de 75%, nos quais poucos pontos são realocados, porém não todos, gerando assim um cenário diferente a cada fase de melhoria. Com isso, pode-se testar dois cenários distintos, um onde poucos pontos são realocados, mantendo a grande maioria nos dias de visitas previamente escolhidos, e outro cenário contrário do anterior, em que um maior conjunto de pontos é realocado. Além disso, testes preliminares realizados indicam que, quando se utilizam porcentagens menores que 25% ou maiores que 75%, obtém-se resultados muito parecidos com os resultados de 25% e 75%. Diferentemente de se utilizar a faixa de probabilidade entre 25 % e 75%.

Assim, conforme mostrado na Tabela 5.5, tem-se os seguintes parâmetros utilizados pelas variantes de ALOC:

Tabela 5.5: Parâmetros utilizados pelas variantes da estratégia ALOC

Código da Heurística	Estratégia de Solução	Heurística de Inserção	Probabilidade Limite
ALOCf25	ALOC	Frota	25%
ALOCf75	ALOC	Frota	75%
ALOCd25	ALOC	Demanda	25%
ALOCd75	ALOC	Demanda	75%

5.2.2 Parâmetros para a estratégia GRASP

Em relação à estratégia inspirada no GRASP, as mesmas lógicas de realocação e de probabilidade limite são utilizadas; entretanto, diferentemente de ALOC, o ponto escolhido recebe, através de um sorteio aleatório, uma nova combinação de dias de visitas de acordo com as combinações possíveis e com sua frequência de visitas, assegurando-se não ser a mesma que já havia sido atribuída ao ponto.

Um valor entre um e cem, que representa uma porcentagem, é atribuído a cada ponto que deve ser atendido no período de planejamento. Caso este valor seja maior ou igual a um valor de probabilidade limite, ele recebe uma nova combinação permitida de dias de visitas.

Como se deseja avaliar diferentes cenários de mudança dos pontos de dias de visitas, optou-se pela mesma regra utilizada em ALOC para escolha dos valores de probabilidades limite, o que resultou nos mesmos valores de 25% e 75%. Dessa forma, em um cenário, muitos pontos recebem uma nova combinação e, em outro cenário, muitos pontos permanecem com as combinações já atribuídas a eles.

Na Tabela 5.6, pode-se verificar um resumo dos parâmetros utilizados pelas variantes da estratégia baseada em GRASP.

Tabela 5.6: Parâmetros utilizados pelas variantes da estratégia GRASP

Código da Heurística	Estratégia de Solução	Heurística de Inserção	Probabilidade Limite
GRASPf25	GRASP	Frota	25%
GRASPf75	GRASP	Frota	75%
GRASPd25	GRASP	Demanda	25%
GRASPd75	GRASP	Demanda	75%

5.2.3 Parâmetros para a estratégia AG

O algoritmo genético pode ter diversas variantes à medida que seus parâmetros são mudados, tais como tamanho da população, número de pontos de cruzamento, etc. No entanto, aumentar

o esforço de procura por uma solução melhor mudando os parâmetros, também resulta em tempos de processamento e esforços computacionais maiores. No caso do presente estudo, optou-se por variar os parâmetros: tamanho da população, número de pontos de cruzamento, número de indivíduos mantidos em gerações seguintes e taxa de mutação.

A escolha dos parâmetros foi baseada em utilizações mais comumente encontradas na literatura e que se supõe ter a possibilidade de obter soluções boas em tempos de processamento razoáveis, apesar de serem altos para padrões de uso comercial.

Para o tamanho da população, definiu-se ser o mesmo valor do número de pontos a serem atendidos, ou seja, caso o conjunto de pontos seja de 75 pontos, o tamanho da população do algoritmo genético é de 75 indivíduos.

O número de pontos de cruzamento também é diferente entre as variantes de AG. Utilizam-se um ou dois pontos de cruzamento. Há a possibilidade, obviamente, de ter mais de dois pontos de cruzamento no indivíduo, mas optou-se somente por essas duas alternativas por já mostrarem cenários diferentes de diversificação, sem aumentar muito o esforço computacional final.

Após o término de um intervalo de iterações sem aprimoramento da melhor solução encontrada, há o reinício da população, em que se utiliza a possibilidade de se renovar totalmente os indivíduos gerando uma população totalmente nova (começando do zero), manter apenas a melhor solução obtida ou manter 10% dos melhores indivíduos. Isto é feito a fim de se verificar, caso se mantenha os indivíduos bons, se há uma maior probabilidade de obter indivíduos melhores. No entanto, trabalha-se também com a possibilidade do cruzamento de dois indivíduos bons resultar em um indivíduo ruim. Não há uma regra rígida para isso. Por esta razão que se decidiu estudar as três alternativas de permanência ou não dos melhores indivíduos.

É consenso entre outros autores que a taxa de mutação deve, a princípio, ser baixa; logo, a taxa de 1% foi escolhida por promover um indivíduo diferente, porém sem interferir muito no processo de geração indivíduos, permitindo assim a avaliação da aptidão do processo. No caso das variantes do algoritmo genético em que há a variação da taxa de mutação, isto ocorre depois de um determinado número de iterações em que não se obtém soluções melhores que a

melhor obtida até o momento. A taxa de mutação varia de 1% a 32%, aumentando de acordo com uma progressão geométrica de dois (1%, 2%, 4% e assim por diante). Iniciando com a taxa baixa e progredindo para uma taxa alta, pois se a taxa baixa não está efetuando mudanças significativas, deduziu-se que aumentá-la poderia acarretar em uma maior diversificação e, conseqüentemente, melhores resultados. O valor de 32% foi escolhido de forma que se tivesse um número razoável de genes sendo mudados, buscando uma diversificação, mas não o suficiente para configurar a formação de um novo indivíduo através de sorteio aleatório dos valores dos genes, inutilizando a fase de cruzamento.

Resumidamente, podemos verificar na Tabela 5.7 os parâmetros utilizados por cada variante de AG.

Tabela 5.7: Parâmetros utilizados pelas variantes da estratégia AG

Código da Heurística	Pontos de Cruzamento	Reinício da População	Indivíduos Mantidos	Taxa de Mutação
AG1c	1	Não	-	1%
AG2c	2	Não	-	1%
AG1cr0	1	Sim	Nenhum	1%
AG1cr1	1	Sim	O melhor	1%
AG1cr10	1	Sim	10% melhores	1%
AG2cr0	2	Sim	Nenhum	1%
AG2cr1	2	Sim	O melhor	1%
AG2cr10	2	Sim	10% melhores	1%
AG1cmv	1	Não	-	1% a 32%
AG2cmv	2	Não	-	1% a 32%

5.3 Resultados

Como já mencionado, os testes foram divididos em duas etapas. A primeira etapa utiliza os parâmetros escolhidos de acordo com o que se pensa ser uma situação prática e real de roteirização periódica de veículos brasileira. E na segunda etapa, são usados os mesmos parâmetros utilizados por Christofides e Beasley (1984) com o objetivo de se comparar os resultados obtidos neste estudo com os resultados de artigos da literatura.

As heurísticas desenvolvidas foram implementadas em linguagem C, através do compilador Microsoft Visual Studio. A fim de avaliar o seu desempenho computacional e a qualidade das

soluções obtidas pelas mesmas, foram realizados experimentos computacionais, tendo por base os problemas-teste propostos por Christofides e Beasley (1984), além de instâncias geradas aleatoriamente. Utilizou-se um computador com microprocessador Intel Pentium IV operando a 2,40GHz, com 512Kb de memória RAM.

5.3.1 Primeira Etapa de Testes

Os resultados obtidos para cada uma das variantes e para os três grupos de problemas-teste (Christofides e Beasley (1984) modificados e dois gerados aleatoriamente) são mostrados nas tabelas a seguir, juntamente com os pontos principais a serem observados em cada uma delas.

Para cada variante das estratégias de solução – dezoito no total – foram efetuados cinco processamentos com cinco mil iterações em cada processamento. Apesar de as heurísticas utilizarem a frota como variável principal da função objetivo que se deseja minimizar, os resultados mostrados nas tabelas seguintes são referentes aos melhores resultados obtidos em termos de frota e em termos de distância separadamente dentre os cinco processamentos. O *trade-off* entre distância e frota será discutido mais adiante ao longo da apresentação dos resultados, ao fim da primeira etapa de testes e na conclusão do capítulo.

Os desvios percentuais mínimo (%Min) e máximo (%Max) demonstram a variação entre o menor e maior valor, respectivamente, obtidos dos cinco processamentos – tamanho da amostra - comparados ao valor médio dos processamentos de uma mesma variante. O melhor resultado obtido pela variante, no entanto, corresponde ao menor valor resultante dos processamentos. O desvio dos resultados em relação ao melhor de cada conjunto de pontos também é mostrado na coluna (%Melhor), a fim de se averiguar quão longe do melhor o resultado está. Além dos resultados e seus desvios, são mostrados os tempos de processamento utilizados pelas variantes, em segundos.

5.3.1.1. Problemas de 50 Pontos

Na Tabela 5.8, o problema 50A se refere ao problema-teste de 50 pontos de Christofides e Beasley (1984) modificado. Todas as estratégias de solução obtiveram o mesmo valor para a frota de veículos. A heurística ALOC apresenta os maiores desvios e ALOCf25 e ALOCf75 obtêm resultados próximos aos de GRASP. A heurística GRASP é a mais rápida, ao contrário das heurísticas AG que são as mais demoradas. Porém, os resultados de AG são melhores e mais próximos entre si, de um modo geral, se comparados aos de ALOC e GRASP. Os desvios de AG também são menores, o que demonstra que não se deve esperar grande variação nos resultados obtidos em outros processamentos. No caso de 50A, a heurística que obteve melhor resultado foi AG2cr1- algoritmo genético com dois pontos de cruzamento, com reinício de população, mantendo apenas o melhor indivíduo na nova população e taxa de mutação constante. É importante dizer que caso o fator limitante para escolha da melhor solução for o tempo de processamento, GRASP ou ALOC poderiam ser consideradas melhores, pois permite obter bons resultados em tempos de processamento reduzidos.

Tabela 5.8: Resultados do problema-teste 50A

50A							
Nº	Variantes	Tempo Médio (seg)	Melhor Resultado		Desvio (%)		
			Frota	Dist	%Min	%Max	%Melhor
1	ALOCf25	6.0	4	1492.75	6.36%	5.20%	11.07%
2	ALOCf75	3.8	4	1423.76	6.10%	7.71%	5.94%
3	ALOCd25	2.8	4	1607.13	6.57%	0.73%	19.58%
4	ALOCd75	2.6	4	1665.50	3.52%	2.68%	23.92%
5	GRASPf25	2.4	4	1488.93	2.86%	0.47%	10.78%
6	GRASPf75	2.6	4	1486.66	3.69%	1.66%	10.62%
7	GRASPd25	2.8	4	1442.59	5.77%	1.33%	7.34%
8	GRASPd75	2.6	4	1520.66	1.55%	2.52%	13.15%
9	AG1c	176.4	4	1353.83	1.43%	1.68%	0.73%
10	AG2c	231.4	4	1366.30	0.15%	2.08%	1.66%
11	AG1cr0	252.6	4	1350.81	1.51%	0.42%	0.51%
12	AG1cr1	199.0	4	1359.71	0.64%	1.25%	1.17%
13	AG1cr10	256.0	4	1357.30	0.61%	1.54%	0.99%
14	AG2cr0	218.4	4	1358.46	1.17%	0.42%	1.08%
15	AG2cr1	173.0	4	1343.99	1.49%	1.12%	0.00%
16	AG2cr10	212.8	4	1429.81	5.99%	1.36%	6.39%
17	AG1cmv	182.6	4	1376.97	0.62%	0.84%	2.45%
18	AG2cmv	214.4	4	1361.80	1.51%	1.13%	1.33%

Da mesma maneira que em 50A, nos resultados obtidos para o problema-teste de 50 pontos do conjunto B (subgrupo de 100 pontos gerados aleatoriamente) obteve-se um mesmo número de frota em todas as estratégias de solução, conforme mostrado na Tabela 5.9. A heurística ALOC apresenta os maiores desvios; no entanto, neste caso, seus resultados foram piores que os obtidos por GRASP. A heurística GRASP continua sendo a mais rápida e AG a mais demorada. Os melhores resultados também foram obtidos pelas variantes de AG, sendo a melhor delas AG1cr0– um ponto de cruzamento, com reinício total da população e taxa de mutação constante de 1%.

Tabela 5.9: Resultados do problema-teste 50B

50B							
Nº	Variantes	Tempo Médio (seg)	Melhor Resultado		Desvio (%)		
			Frota	Dist	%Min	%Max	%Melhor
1	ALOCf25	7.2	6	2705.35	0.64%	4.03%	10.94%
2	ALOCf75	5.2	6	2525.28	4.67%	1.17%	3.56%
3	ALOCd25	4.4	6	2817.49	3.17%	1.24%	15.54%
4	ALOCd75	4.4	6	2746.03	4.72%	1.71%	12.61%
5	GRASPF25	3.4	6	2503.29	0.29%	1.09%	2.66%
6	GRASPF75	3.6	6	2472.00	1.19%	2.77%	1.37%
7	GRASPD25	3.6	6	2454.75	0.89%	2.06%	0.67%
8	GRASPD75	3.2	6	2485.90	2.90%	1.68%	1.94%
9	AG1c	310.4	6	2444.34	1.24%	1.04%	0.24%
10	AG2c	311.0	6	2460.63	0.30%	0.21%	0.91%
11	AG1cr0	293.2	6	2438.52	0.88%	0.49%	0.00%
12	AG1cr1	310.8	6	2439.56	0.74%	1.19%	0.04%
13	AG1cr10	290.2	6	2448.07	0.91%	0.57%	0.39%
14	AG2cr0	330.4	6	2443.91	0.44%	0.75%	0.22%
15	AG2cr1	299.8	6	2445.75	0.50%	0.79%	0.30%
16	AG2cr10	302.0	6	2441.71	0.99%	0.70%	0.13%
17	AG1cmv	275.4	6	2454.43	1.36%	0.86%	0.65%
18	AG2cmv	303.6	6	2447.25	0.55%	2.38%	0.36%

Na Tabela 5.10, tem-se os resultados obtidos para o problema-teste 50C (gerado aleatoriamente). Alguns padrões se mantiveram, como ALOC obtendo os piores resultados e maiores valores de desvio, GRASP sendo a mais veloz e mais próximos do melhor, e AG obtendo os melhores resultados em termos de distância, menores desvios entre os processamentos e sendo a mais demorada. No entanto, para este conjunto de pontos, a heurística GRASP e a ALOCf75 obtiveram um menor número de veículos em termos de frota. Elas conseguiram acomodar os pontos atendidos em apenas cinco veículos. Dependendo do custo em se diminuir um veículo da frota comparado ao custo de distância, pode-se dizer que

ALOCf75– heurística de inserção frota e probabilidade limite de 75% - obteve a melhor solução, além de que sua distância é bem próxima da melhor obtida pela variante AG2c – dois pontos de cruzamento, sem reinício de população e taxa constante de mutação. ALOCf75 compreende uma frota menor, uma distância próxima da melhor obtida por AG2c e tempo de processamento pequeno, no entanto seus desvios são muito altos.

Tabela 5.10: Resultados do problema-teste 50C

50C							
Nº	Variantes	Tempo Médio (seg)	Melhor Resultado		Desvio (%)		
			Frota	Dist	%Min	%Max	%Melhor
1	ALOCf25	8.6	6	3080.09	6.36%	5.20%	6.38%
2	ALOCf75	7.0	5	2900.90	6.10%	7.71%	0.19%
3	ALOCd25	5.4	6	3344.83	6.57%	0.73%	15.52%
4	ALOCd75	6.8	6	3305.71	3.52%	2.68%	14.17%
5	GRASPF25	3.2	5	3007.76	2.86%	0.47%	3.88%
6	GRASPF75	3.0	5	2922.50	3.69%	1.66%	0.93%
7	GRASPD25	3.0	5	3031.77	5.77%	1.33%	4.71%
8	GRASPD75	3.0	5	3085.35	1.55%	2.52%	6.56%
9	AG1c	217.6	6	2898.50	1.43%	1.68%	0.10%
10	AG2c	242.2	6	2895.50	0.15%	2.08%	0.00%
11	AG1cr0	274.4	6	2906.04	1.51%	0.42%	0.36%
12	AG1cr1	294.0	6	2910.05	0.64%	1.25%	0.50%
13	AG1cr10	298.2	6	2901.69	0.61%	1.54%	0.21%
14	AG2cr0	314.0	6	2909.13	1.17%	0.42%	0.47%
15	AG2cr1	243.4	6	2906.37	1.49%	1.12%	0.38%
16	AG2cr10	302.2	6	2913.77	5.99%	1.36%	0.63%
17	AG1cmv	335.4	6	2933.34	0.62%	0.84%	1.31%
18	AG2cmv	318.6	6	2925.12	1.51%	1.13%	1.02%

Logo, para o conjunto de problemas-teste de 50 pontos, caso a escolha da melhor solução seja em termos de tempo de processamento, a heurística GRASP seria a eleita, pois apresentou tempos muito baixos e melhor frota. Por outro lado, se a escolha for baseada em distância, a estratégia AG apresentou menores distâncias totais percorridas; no entanto, não houve um consenso quanto a qual variante de AG é a melhor. Acredita-se que devido à particularidade de cada tipo de problema-teste, alguns parâmetros se adaptaram melhor que outros. No caso do problema-teste 50C, GRASP e uma variante de ALOC conseguiram obter menor frota, logo, caso a restrição seja maior em termos de frota, ALOCf75 seria considerada melhor.

5.3.1.2. Problemas de 75 Pontos

No caso do problema-teste 75A (Christofides e Beasley (1984) modificado), Tabela 5.11, ALOC e GRASP obtiveram desvios grandes, enquanto AG se manteve com desvios pequenos. A frota se manteve constante dentre as variantes, bem como os baixos tempos de processamento obtidos pelo GRASP. ALOCf75 foi a mais próxima dentre das heurísticas rápidas do melhor resultado obtido. Nota-se, empiricamente, que a roteirização periódica realmente demonstra ser um problema NP-Difícil, onde os tempos de processamento aumentam exponencialmente como o tamanho do problema, medido pelo número de nós. A variante que obteve melhor resultado em termos de distância foi AG1cr10 – um ponto de cruzamento, com reinício de população, mantendo os 10% melhores indivíduos e taxa de mutação constante.

Tabela 5.11: Resultados do problema-teste 75A

75A							
Nº	Variantes	Tempo Médio (seg)	Melhor Resultado		Desvio (%)		
			Frota	Dist	%Min	%Max	%Melhor
1	ALOCf25	14.0	6	2312.72	6.36%	5.20%	10.14%
2	ALOCf75	8.6	6	2177.10	6.10%	7.71%	3.68%
3	ALOCd25	6.4	6	2458.63	6.57%	0.73%	17.09%
4	ALOCd75	6.4	6	2472.74	3.52%	2.68%	17.76%
5	GRASPF25	5.0	6	2271.73	2.86%	0.47%	8.19%
6	GRASPF75	5.2	6	2272.79	3.69%	1.66%	8.24%
7	GRASPD25	5.2	6	2288.09	5.77%	1.33%	8.97%
8	GRASPD75	4.8	5	2366.22	1.55%	2.52%	12.69%
9	AG1c	721.4	6	2112.52	1.43%	1.68%	0.61%
10	AG2c	658.6	6	2111.89	0.15%	2.08%	0.58%
11	AG1cr0	640.6	6	2105.34	1.51%	0.42%	0.27%
12	AG1cr1	669.2	6	2105.11	0.64%	1.25%	0.25%
13	AG1cr10	836.0	6	2099.76	0.61%	1.54%	0.00%
14	AG2cr0	675.2	6	2111.50	1.17%	0.42%	0.56%
15	AG2cr1	686.4	6	2112.53	1.49%	1.12%	0.61%
16	AG2cr10	794.6	5	2304.82	5.99%	1.36%	9.77%
17	AG1cmv	682.2	6	2120.57	0.62%	0.84%	0.99%
18	AG2cmv	709.4	6	2116.07	1.51%	1.13%	0.78%

Observando os resultados do problema-teste 75B (subgrupo do problema-teste 100B gerado aleatoriamente) na Tabela 5.12, nota-se que algumas variantes obtiveram frotas menores, não se restringindo apenas a ALOC e GRASP, mas englobando também algumas variantes de AG. Alguns padrões se mantiveram neste conjunto de pontos, como o tempo de GRASP, os

desvios de ALOC e distâncias menores obtidas por AG. Como mencionado anteriormente, os valores de frota não necessariamente estão ligados aos valores de distância, ou seja, podem ser de processamentos diferentes. No entanto, como já explicado no Capítulo 3, optou-se por comparar primeiramente a frota e depois a distância como variável secundária. As duas variáveis estão sendo mostradas separadamente apenas para demonstrar os melhores valores obtidos pelas variantes de um modo geral. Em termos de distância, AG1cr0 foi a melhor – um ponto de cruzamento, com reinício total de população e taxa de mutação constante.

Tabela 5.12: Resultados do problema-teste 75B

75B							
Nº	Variantes	Tempo Médio (seg)	Melhor Resultado		Desvio (%)		
			Frota	Dist	%Min	%Max	%Melhor
1	ALOCf25	17.6	9	3603.05	0.64%	4.03%	7.34%
2	ALOCf75	12.6	8	3436.73	4.67%	1.17%	2.39%
3	ALOCd25	10.2	9	3819.83	3.17%	1.24%	13.80%
4	ALOCd75	10.6	9	3750.84	4.72%	1.71%	11.74%
5	GRASPF25	8.2	8	3455.84	0.29%	1.09%	2.96%
6	GRASPF75	8.0	8	3516.27	1.19%	2.77%	4.76%
7	GRASPD25	8.0	8	3467.98	0.89%	2.06%	3.32%
8	GRASPD75	8.2	9	3518.02	2.90%	1.68%	4.81%
9	AG1c	1028.0	9	3399.92	1.24%	1.04%	1.29%
10	AG2c	965.6	9	3395.55	0.30%	0.21%	1.16%
11	AG1cr0	936.8	8	3356.65	0.88%	0.49%	0.00%
12	AG1cr1	911.2	9	3373.38	0.74%	1.19%	0.50%
13	AG1cr10	902.0	9	3397.78	0.91%	0.57%	1.23%
14	AG2cr0	869.6	8	3371.07	0.44%	0.75%	0.43%
15	AG2cr1	872.4	8	3377.28	0.50%	0.79%	0.61%
16	AG2cr10	886.0	9	3365.72	0.99%	0.70%	0.27%
17	AG1cmv	863.8	9	3371.30	1.36%	0.86%	0.44%
18	AG2cmv	850.0	9	3373.40	0.55%	2.38%	0.50%

Em relação ao problema-teste 75C da Tabela 5.13, além de ALOC e GRASP, AG2cr10 também apresentou desvios maiores. As variantes ALOC, com exceção de ALOCf75, e algumas variantes de AG, não conseguiram obter frota de sete veículos como as demais variantes, destacando a variante AG2c obteve uma frota de nove veículos e uma das maiores distâncias também. A melhor a heurística foi a AG2cr1 - algoritmos genético com dois pontos de cruzamento, com reinício de população, mantendo apenas o melhor indivíduo na nova população e taxa de mutação constante.

Tabela 5.13: Resultados do problema-teste 75C

75C							
Nº	Variantes	Tempo Médio (seg)	Melhor Resultado		Desvio (%)		
			Frota	Dist	%Min	%Max	%Melhor
1	ALOCf25	15.8	8	2773.37	6.36%	5.20%	6.74%
2	ALOCf75	11.8	7	2615.03	6.10%	7.71%	0.64%
3	ALOCd25	8.2	8	3003.76	6.57%	0.73%	15.61%
4	ALOCd75	9.4	8	2988.92	3.52%	2.68%	15.03%
5	GRASPF25	7.2	7	2796.16	2.86%	0.47%	7.62%
6	GRASPF75	7.8	7	2840.95	3.69%	1.66%	9.34%
7	GRASPD25	7.6	7	2806.90	5.77%	1.33%	8.03%
8	GRASPD75	7.6	7	2895.91	1.55%	2.52%	11.45%
9	AG1c	753.6	7	2626.29	1.43%	1.68%	1.08%
10	AG2c	890.4	9	3355.70	0.15%	2.08%	29.15%
11	AG1cr0	892.6	8	3363.95	1.51%	0.42%	29.47%
12	AG1cr1	794.0	7	2599.70	0.64%	1.25%	0.05%
13	AG1cr10	832.0	7	2605.90	0.61%	1.54%	0.29%
14	AG2cr0	955.8	7	2623.02	1.17%	0.42%	0.95%
15	AG2cr1	916.0	7	2598.28	1.49%	1.12%	0.00%
16	AG2cr10	925.0	7	2607.15	5.99%	1.36%	0.34%
17	AG1cmv	910.6	7	2617.95	0.62%	0.84%	0.76%
18	AG2cmv	953.0	8	2615.61	1.51%	1.13%	0.67%

Assim como nos problemas-teste de 50 pontos, não houve um consenso sobre qual a melhor variante, no entanto, a estratégia AG ainda é a que melhor fornece resultados em termos de distância e, no caso de 75 pontos, de frota também. Pode-se notar que alguns padrões se mantiveram, como ALOC fornecendo resultados piores e desvios maiores, GRASP sendo a mais rápida e AG com menores desvios. Uma diferença seria que GRASP teve desvios maiores que no caso dos problemas-teste de 50 pontos. Outro ponto a ser observado é que para os problemas-teste de 75 pontos, o algoritmos genéticos com reinício de população obtiveram melhores resultados.

5.3.1.3. Problemas de 100 Pontos

Para os resultados do problema-teste 100A (Christofides e Beasley (1984) modificado) apresentados na Tabela 5.14, pode-se observar que os mesmos padrões já mencionados se mantiveram. A heurística GRASP e a variante ALOCf75 conseguiram obter menor números de veículos na frota, mas, em relação à distância, o menor valor foi obtidos pela variante AG1cr0 – um ponto de cruzamento, com reinício total da população e taxa constante de mutação, sendo ALOCf75 novamente a mais próxima do melhor resultado, se comparada às

demais estratégias heurísticas rápidas. Nota-se também que o tempo de processamento da heurística AG aumentou em relação aos de 75 pontos, sendo em média de 35 minutos.

Tabela 5.14: Resultados do problema-teste 100A

100A							
Nº	Variantes	Tempo Médio (seg)	Melhor Resultado		Desvio (%)		
			Frota	Dist	%Min	%Max	%Melhor
1	ALOCf25	26.8	7	2713.25	6.36%	5.20%	11.02%
2	ALOCf75	16.6	6	2519.16	6.10%	7.71%	3.08%
3	ALOCd25	11.2	7	2808.50	6.57%	0.73%	14.92%
4	ALOCd75	11.0	7	2890.10	3.52%	2.68%	18.26%
5	GRASPF25	8.8	6	2683.89	2.86%	0.47%	9.82%
6	GRASPF75	8.2	6	2662.85	3.69%	1.66%	8.96%
7	GRASPD25	9.0	6	2705.93	5.77%	1.33%	10.72%
8	GRASPD75	8.6	6	2678.37	1.55%	2.52%	9.59%
9	AG1c	2211.6	7	2473.26	1.43%	1.68%	1.20%
10	AG2c	1644.4	7	2465.67	0.15%	2.08%	0.89%
11	AG1cr0	1702.0	7	2481.89	1.51%	0.42%	1.55%
12	AG1cr1	1854.8	7	2471.38	0.64%	1.25%	1.12%
13	AG1cr10	1891.0	7	2460.46	0.61%	1.54%	0.68%
14	AG2cr0	1774.0	7	2443.94	1.17%	0.42%	0.00%
15	AG2cr1	1869.6	7	2446.39	1.49%	1.12%	0.10%
16	AG2cr10	1964.2	7	2502.19	5.99%	1.36%	2.38%
17	AG1cmv	1848.4	7	2465.21	0.62%	0.84%	0.87%
18	AG2cmv	1813.4	7	2479.61	1.51%	1.13%	1.46%

Na Tabela 5.15, destaca-se que a frota obtida é a mesma dentre as variantes. Os tempos de processamento de AG foram bem altos, porém obtiveram menores distâncias. A melhor variante foi AG2cr10 – dois pontos de cruzamento, com reinício da população, mantendo 10% dos melhores indivíduos a cada reinício e taxa constante de mutação.

Tabela 5.15: Resultados do problema-teste 100B

100B							
Nº	Variantes	Tempo Médio (seg)	Melhor Resultado		Desvio (%)		
			Frota	Dist	%Min	%Max	%Melhor
1	ALOCf25	27.4	11	4545.15	0.64%	4.03%	7.70%
2	ALOCf75	21.0	11	4346.35	4.67%	1.17%	2.99%
3	ALOCd25	17.8	11	4742.18	3.17%	1.24%	12.37%
4	ALOCd75	17.8	11	4724.35	4.72%	1.71%	11.95%
5	GRASPF25	13.4	11	4504.69	0.29%	1.09%	6.74%
6	GRASPF75	13.8	11	4356.35	1.19%	2.77%	3.23%
7	GRASPD25	13.0	11	4521.90	0.89%	2.06%	7.15%
8	GRASPD75	13.8	11	4504.96	2.90%	1.68%	6.75%
9	AG1c	2366.2	11	4307.09	1.24%	1.04%	2.06%
10	AG2c	2458.0	11	4266.08	0.30%	0.21%	1.09%
11	AG1cr0	2542.6	11	4279.26	0.88%	0.49%	1.40%
12	AG1cr1	2558.4	11	4304.68	0.74%	1.19%	2.00%
13	AG1cr10	2584.6	11	4270.15	0.91%	0.57%	1.19%
14	AG2cr0	2642.0	11	4263.41	0.44%	0.75%	1.03%
15	AG2cr1	2511.2	11	4248.33	0.50%	0.79%	0.67%
16	AG2cr10	2167.6	11	4220.10	0.99%	0.70%	0.00%
17	AG1cmv	2269.2	11	4265.42	1.36%	0.86%	1.07%
18	AG2cmv	2284.2	11	4263.91	0.55%	2.38%	1.04%

Em relação aos resultados apresentados na Tabela 5.16 do problema-teste 100C (gerado aleatoriamente), temos que ALOCf75 – heurística de inserção frota e probabilidade limite de 75% -, além de obter uma frota menor de veículos, também obteve a menor distância. Porém, seus desvios em relação ao valor médio são bem altos (6,10% e 7,71%). Isso significa que ALOCf75 obtém resultados bem diferentes, o que pode demonstrar uma busca bem mais ampla por resultados melhores, no entanto, da mesma maneira demonstra que é uma heurística instável e pouco confiável. Caso se deseje uma heurística com desvios pequenos, pode-se observar que AG1cr1 – dois pontos de cruzamento, com reinício total da população e taxa de mutação constante – obteve também uma distância pequena (0,06% pior que ALOCf75), mas com uma frota maior e com tempo de processamento bem maior (8851% maior que ALOCf75).

Tabela 5.16: Resultados do problema-teste 100C

100C							
Nº	Variantes	Tempo Médio (seg)	Melhor Resultado		Desvio (%)		
			Frota	Dist	%Min	%Max	%Melhor
1	ALOCf25	30.4	12	5878.85	6.36%	5.20%	5.40%
2	ALOCf75	26.6	11	5577.71	6.10%	7.71%	0.00%
3	ALOCd25	22.2	12	6069.58	6.57%	0.73%	8.82%
4	ALOCd75	25.4	12	6072.58	3.52%	2.68%	8.87%
5	GRASPF25	17.8	11	5838.17	2.86%	0.47%	4.67%
6	GRASPF75	18.2	11	5809.91	3.69%	1.66%	4.16%
7	GRASPD25	18.0	11	5850.97	5.77%	1.33%	4.90%
8	GRASPD75	17.6	11	5942.34	1.55%	2.52%	6.54%
9	AG1c	2335.6	12	5603.06	1.43%	1.68%	0.45%
10	AG2c	2357.6	12	5610.68	0.15%	2.08%	0.59%
11	AG1cr0	2295.8	12	5614.11	1.51%	0.42%	0.65%
12	AG1cr1	2376.8	12	5583.11	0.64%	1.25%	0.10%
13	AG1cr10	2357.4	12	5608.82	0.61%	1.54%	0.56%
14	AG2cr0	2367.8	12	5603.12	1.17%	0.42%	0.46%
15	AG2cr1	2313.8	12	5581.58	1.49%	1.12%	0.07%
16	AG2cr10	2297.8	12	5610.46	5.99%	1.36%	0.59%
17	AG1cmv	2431.6	12	5632.14	0.62%	0.84%	0.98%
18	AG2cmv	2369.0	12	5611.81	1.51%	1.13%	0.61%

Os padrões que já se apresentaram nos problemas-teste de 50 e 75 pontos, também se mantiveram nos problemas-teste de 100 pontos. Os melhores resultados também dependem do que se considera mais importante, o tempo de processamento, a frota ou a distância total percorrida (o *trade-off* entre tempo de processamento, frota e distância será discutido adiante). A heurística ALOC obteve um melhor resultado no problema-teste 100C em termos de frota e distância, mas com desvios maiores. Observa-se também que algoritmo genético com reinício de população obteve melhores resultados em relação às outras variantes de AG.

Como já mencionado, ao se comparar os resultados obtidos pelas estratégias de solução, pode-se observar que, dependendo do que se define como fator de decisão, o que se denomina melhor resultado muda de acordo com este fator. Caso o tempo de processamento seja crucial para a decisão da escolha da estratégia de solução, a heurística GRASP ou ALOC seriam as escolhidas para utilização. Apesar de, em média, obterem resultados 9% piores que AG, caso o tempo seja um fator limitante e uma resposta tenha que ser obtida rapidamente, o gasto em termos de custo total com distância maiores talvez não seja muito maior se comparado ao custo do tempo consumido.

Da mesma maneira, pode-se verificar a situação entre frota e distância. A função objetivo utilizada nas estratégias de solução para avaliar a qualidade dos resultados colocou como prioridade o número de veículos utilizados no período de planejamento. Algumas estratégias de solução conseguiram obter frotas e distâncias menores ao mesmo tempo, no entanto, em geral quando se diminui a frota, a distância total percorrida é maior. Este é um *trade-off* a ser estudado, pois depende da característica de cada problema. Como dito em relação ao tempo de processamento, se a distância é um custo mais importante a ser considerado, talvez a heurística AG seja a melhor, apesar de consumir um grande tempo de processamento. Caso a frota seja mais limitante, pode-se considerar que as heurísticas ALOC e GRASP geralmente obtêm menor número de veículos, como alguns casos de AG.

5.3.1.4. Utilização de Valores de Custos

A fim de se comparar os resultados sem levar em conta o que se deve considerar mais importante entre frota e distância, foi decidido fazer o cálculo de custo total da função objetivo com valores reais de mercado, mesmo não havendo uma situação real específica que seja aplicada neste estudo. E, em seguida, uma análise de sensibilidade foi efetuada para verificar possíveis modificações nos resultados quando há um aumento ou diminuição de uma das parcelas do custo total.

Os valores de custo fixo e variável foram retirados do *website* Economia e Transporte (2006). Dentre os vários tipos de caminhão, optou-se pelo caminhão médio de 12 toneladas que seria o mais condizente com um possível problema real (*milk-run* da indústria automobilística) e de acordo com o número de paradas. Calculou-se o custo total de todos os processamentos efetuados para cada variante. Como a função objetivo visa minimizar o custo total, mostra-se nas tabelas seguintes o menor custo obtido pelas estratégias de solução e suas variantes; bem como, o desvio dos valores de custo em relação ao melhor valor obtido em cada problema-teste.

No caso dos problemas-teste de 50 pontos apresentados na Tabela 5.17, temos que para 50A e 50B as melhores variantes se mantiveram, porém para 50C, a melhor variante que era AG2c, passou a ser ALOCf75 – heurística de inserção de frota e probabilidade limite de 75%. Com exceção de ALOCf75, a heurística ALOC é a que fornece resultados mais distantes do

melhor, de acordo com o desvio. AG se manteve com custos, em geral, mais baixos que GRASP e ALOC.

Tabela 5.17: Melhor custo total obtido para os problemas-teste de 50 pontos

Nº	Variantes	50A		50B		50C	
		Custo (R\$)	Desvio do melhor	Custo (R\$)	Desvio do melhor	Custo (R\$)	Desvio do melhor
1	ALOCf25	1392.95	7.72%	2402.45	8.06%	2654.05	8.95%
2	ALOCf75	1346.63	4.14%	2281.55	2.62%	2436.06	0.00%
3	ALOCd25	1469.75	13.66%	2539.70	14.23%	2831.80	16.24%
4	ALOCd75	1508.94	16.69%	2429.76	9.29%	2805.53	15.17%
5	GRASPF25	1390.39	7.53%	2266.79	1.96%	2507.81	2.95%
6	GRASPF75	1388.86	7.41%	2245.78	1.01%	2450.57	0.60%
7	GRASPD25	1359.27	5.12%	2234.20	0.49%	2523.93	3.61%
8	GRASPD75	1411.69	9.17%	2255.11	1.43%	2559.90	5.08%
9	AG1c	1299.68	0.51%	2227.21	0.18%	2532.13	3.94%
10	AG2c	1308.05	1.16%	2238.15	0.67%	2530.12	3.86%
11	AG1cr0	1297.65	0.35%	2223.30	0.00%	2537.20	4.15%
12	AG1cr1	1303.63	0.82%	2224.00	0.03%	2539.89	4.26%
13	AG1cr10	1302.01	0.69%	2229.71	0.29%	2534.27	4.03%
14	AG2cr0	1302.79	0.75%	2226.92	0.16%	2539.27	4.24%
15	AG2cr1	1293.07	0.00%	2228.16	0.22%	2537.42	4.16%
16	AG2cr10	1350.69	4.46%	2225.44	0.10%	2542.39	4.36%
17	AG1cmv	1315.22	1.71%	2233.98	0.48%	2555.52	4.90%
18	AG2cmv	1305.03	0.92%	2229.16	0.26%	2550.01	4.68%

Em relação à Tabela 5.18, o melhor resultado dos custos totais dos problemas-teste de 75 pontos se manteve com a mesma variante só no caso de 75A (Christofides e Beasley (1984) modificado). Para 75B e 75C (gerados aleatoriamente), as variantes que forneceram melhores resultados passaram a ser, respectivamente, AG2cr0 e AG2cr10. Pode-se notar que o algoritmo genético com reinício de população obteve ainda os melhores resultados, independente do número de cruzamentos e a quantidade de melhores indivíduos mantidos a cada renovação populacional. Outro destaque é ALOCf75 por ser a variante de ALOC mais próxima dos melhores valores obtidos por AG. Podendo vir a ser, caso o tempo de processamento seja restritivo, uma boa alternativa.

Tabela 5.18: Melhor custo total obtido para os problemas-teste de 75 pontos

Nº	Variantes	75A		75B		75C	
		Custo (R\$)	Desvio do melhor	Custo (R\$)	Desvio do melhor	Custo (R\$)	Desvio do melhor
1	ALOCf25	2156.68	8.06%	3298.21	7.84%	2643.48	8.48%
2	ALOCf75	2047.78	2.60%	3088.86	0.99%	2439.49	0.11%
3	ALOCd25	2236.80	12.07%	3443.75	12.60%	2798.16	14.83%
4	ALOCd75	2246.28	12.55%	3397.43	11.08%	2788.20	14.42%
5	GRASPF25	2111.32	5.79%	3108.06	1.62%	2561.10	5.10%
6	GRASPF75	2112.03	5.82%	3142.26	2.74%	2591.17	6.33%
7	GRASPD25	2122.30	6.34%	3171.74	3.70%	2568.31	5.40%
8	GRASPD75	2077.08	4.07%	3241.12	5.97%	2628.07	7.85%
9	AG1c	2004.43	0.43%	3161.83	3.38%	2447.05	0.42%
10	AG2c	2004.00	0.41%	3158.89	3.28%	3132.14	28.53%
11	AG1cr0	1999.61	0.19%	3099.59	1.34%	3095.60	27.03%
12	AG1cr1	1999.45	0.18%	3144.01	2.80%	2455.38	0.76%
13	AG1cr10	1995.86	0.00%	3160.39	3.33%	2452.76	0.65%
14	AG2cr0	2003.74	0.39%	3058.49	0.00%	2444.86	0.33%
15	AG2cr1	2004.43	0.43%	3106.40	1.57%	2476.87	1.64%
16	AG2cr10	2035.86	2.00%	3138.86	2.63%	2436.82	0.00%
17	AG1cmv	2009.83	0.70%	3142.61	2.75%	2441.45	0.19%
18	AG2cmv	2006.81	0.55%	3144.02	2.80%	2537.56	4.13%

Tabela 5.19: Melhor custo total obtido para os problemas-teste de 100 pontos

Nº	Variantes	100A		100B		100C	
		Custo (R\$)	Desvio do melhor	Custo (R\$)	Desvio do melhor	Custo (R\$)	Desvio do melhor
1	ALOCf25	2505.44	7.78%	4126.09	5.58%	5119.22	6.22%
2	ALOCf75	2327.33	0.12%	3992.62	2.17%	4819.35	0.00%
3	ALOCd25	2569.39	10.53%	4258.38	8.97%	5247.28	8.88%
4	ALOCd75	2624.17	12.89%	4246.41	8.66%	5249.29	8.92%
5	GRASPF25	2485.72	6.93%	4098.93	4.89%	4994.23	3.63%
6	GRASPF75	2373.92	2.12%	3999.33	2.34%	4975.25	3.23%
7	GRASPD25	2462.23	5.92%	4110.48	5.19%	5002.82	3.81%
8	GRASPD75	2384.34	2.57%	4099.11	4.89%	5064.17	5.08%
9	AG1c	2344.31	0.85%	3966.26	1.49%	4934.05	2.38%
10	AG2c	2339.21	0.63%	3938.73	0.79%	4939.17	2.49%
11	AG1cr0	2350.10	1.10%	3947.58	1.02%	4941.47	2.53%
12	AG1cr1	2343.04	0.79%	3964.64	1.45%	4920.66	2.10%
13	AG1cr10	2335.71	0.48%	3941.46	0.86%	4937.92	2.46%
14	AG2cr0	2324.62	0.00%	3936.93	0.74%	4934.09	2.38%
15	AG2cr1	2326.27	0.07%	3926.81	0.49%	4919.63	2.08%
16	AG2cr10	2363.73	1.68%	3907.86	0.00%	4939.02	2.48%
17	AG1cmv	2338.90	0.61%	3938.28	0.78%	4953.58	2.79%
18	AG2cmv	2348.57	1.03%	3937.27	0.75%	4939.93	2.50%

Nos problemas-teste de 100 pontos (Tabela 5.19), as melhores variantes se mantiveram as mesmas ao longo dos conjuntos A, B e C. Observando novamente uma proximidade de valor de ALOCf75 no problema-teste 100A (Christofides e Beasley (1984) modificado).

A análise de sensibilidade visa analisar possíveis mudanças das melhores variantes para cada um dos conjuntos de problemas-teste ao se alterar os custos fixo e variável separadamente.

No primeiro caso, com o aumento de 50% do custo fixo, apenas para o conjunto A de 100 pontos há a modificação da melhor variante, passando de AG2cr0 para ALOCf75 por esta ter uma frota menor e, também, a menor distância dentre as variantes que obtiveram o mesmo número de veículos que ela. Quando há uma decréscimo de 50% no custo fixo, não há mudanças no quadro geral de melhores variantes, ou seja, a diminuição do aluguel dos veículos pela metade não é significativo no custo total.

No caso de aumentar 50% dos custos variáveis, não houve mudanças também quanto às melhores variantes. Porém, quando se diminui o custo variável em 50%, ALOCf75 aparece como a melhor variante, ao invés de AG2cr0, pois, como dito anteriormente, sua frota é menor e a distância, apesar de ser maior que AG2cr0, é a menor dentre as variantes que forneceram o mesmo número de veículos de frota.

Testou-se da mesma maneira com variações de 75% nos custos fixos e variáveis a fim de averiguar se a partir de um determinado valor, há mudanças maiores. No entanto, o mesmo padrão de alterações se manteve.

Apesar da grandes variações efetuadas nos custos, podemos concluir que os resultados das melhores variantes não alteram muito. O Quadro 5.1 resume as mudanças obtidas com as alterações de 50% nos custos fixo e variável.

Quadro 5.1: Resumo das mudanças das melhores variantes na Análise de Sensibilidade

Conjunto	Número de Pontos	+ 50% CF	- 50% CF	+ 50% CV	- 50% CV
A	50	-	-	-	-
	75	-	AG2cr0 para AG2cr10	-	-
	100	AG2cr0 para ALOCf75	-	-	AG2cr0 para ALOCf75
B	50	-	-	-	-
	75	-	-	-	-
	100	-	-	-	-
C	50	-	-	-	-
	75	-	-	-	-
	100	-	-	-	-

5.3.1.5. Conclusão da Primeira Etapa de Testes

Houve casos de mudança de melhor solução em relação ao custo total, pois o valor agora comparado compreende frota e distância em conjunto, podendo assim avaliar melhor a solução total obtida.

Temos na Tabela 5.20 um resumo das melhores variantes para cada problema-teste, levando em consideração frota, distância, custo e tempo de processamento.

Tabela 5.20: Resumo das melhores variantes de diferentes variáveis de decisão

50 pontos				
Grupo	Tempo de Processamento	Frota	Distância	Custo
A	GRASPF25	Todos iguais	AG2cr1	AG2cr1
B	GRASPD75	Todos iguais	AG1cr0	AG1cr0
C	GRASP	GRASP e ALOCf75	AG2c	ALOCf75
75 pontos				
Grupo	Tempo de Processamento	Frota	Distância	Custo
A	GRASPD75	AG2cr10	AG1cr10	AG1cr10
B	GRASPD25 e GRASPF75	Diversos	AG1cr0	AG2cr0
C	GRASPF25	Diversos	AG2cr1	AG2cr10
100 pontos				
Grupo	Tempo de Processamento	Frota	Distância	Custo
A	GRASPF75	GRASP e ALOCf75	AG2cr0	AG2cr0
B	GRASPD25	Todos iguais	AG2cr10	AG2cr10
C	GRASPD75	GRASP e ALOCf75	ALOCf75	ALOCf75

Caso o tempo de processamento seja uma restrição à utilização de uma das estratégias de solução, GRASP apresentou resultados um pouco maiores em relação ao melhor resultado obtidos, porém utilizou tempos de processamentos bem baixos. Não houve um consenso sobre qual estratégia obteve menores valores de frota.

A estratégia AG com reinício de população demonstrou ser a melhor para obter menores distâncias, competindo com ALOCf75. Se compararmos a diferença entre as melhores estratégias obtidas quando se analisa as variáveis de decisão separadamente com as que foram obtidas ao utilizar um custo real integrado, pode-se notar que não houve grandes diferenças. Mantiveram-se as mesmas ou com estratégias de solução bem similares, demonstrando que a avaliação da melhor estratégia pelos dois métodos é bastante parecida.

A partir do que foi exposto, pode-se concluir que as variantes de AG com taxa de mutação variável não conseguiram superar as demais variantes, podendo ser descartada. Da mesma maneira, as variantes simples de AG – AG1c e AG2c – que, apesar de aparecer em um caso como a melhor, também não demonstrou soluções competitivas em relação às AG com reinício de população. O GRASP apenas mostrou-se bom em termos de tempo de processamento.

As que mais se destacaram foram as variantes de AG com reinício de população por diversificar melhor a busca por soluções e obter bons resultados, porém com tempos de processamento bastante elevados. ALOCf75, que esteve bem próxima dessas variantes de AG, também se mostrou bastante competitiva por fornecer, em grande parte dos testes, resultados eficientes em termo de custo total, frota, distância e tempo de processamento.

5.3.2 Segunda Etapa de Testes

Uma segunda etapa de testes foi realizada utilizando os mesmos parâmetros de Christofides e Beasley (1984), bem como os problemas-teste. Golden et al. (1995) apud Vianna et al. (1999), Courdeau (1997), Vianna et al. (1999) e Tortelly e Occhi (2006) utilizaram, da mesma maneira, os mesmos problemas-teste e parâmetros. A finalidade de se realizar este novo

conjunto de testes foi a comparação dos resultados obtidos pelas melhores estratégias de solução desenvolvidas com os valores de outros autores, por esta razão que os parâmetros, como, por exemplo, período de planejamento, foram modificados. Logo, há a possibilidade de medição da qualidade de resolução do problema de roteirização periódica pelas estratégias de solução deste estudo.

A função objetivo visa a minimização das distâncias, uma vez que a frota já é pré-determinada pelos autores dos artigos mencionados. Foi mantido, no entanto, o dimensionamento de frota das estratégias heurísticas desenvolvidas no presente estudo, como outra maneira de avaliação. Para tanto, foram escolhidas para realizar a comparação somente as variantes que obtiveram menores distâncias nos problemas-teste do conjunto A (Christofides e Beasley (1984) modificado) de acordo com o tamanho do problema. Em outras palavras, como modo de ilustração, a variante de estratégia de solução que obteve menor distância para o conjunto de 50 pontos será utilizada no problema correspondente de Christofides e Beasley (1984), no caso o problema número 2, sendo que a melhor variante foi a AG2cr1.

Tabela 5.21: Melhores variantes das melhores estratégias de solução para cada conjunto de problemas de Christofides e Beasley (1984)

Problema	Pontos	Melhor Variante	Pontos de Cruzamento	Reinício da População	Indivíduos Mantidos	Taxa de Mutação
2	50	AG2cr1	2	Sim	O melhor	1%
5	75	AG1cr10	1	Sim	10% melhores	1%
8	100	AG2cr0	2	Sim	Nenhum	1%
10	100	AG2cr0	2	Sim	Nenhum	1%

Foram efetuados cinco processamentos de cada variante, sendo que cada processamento contém cinco mil iterações. Os parâmetros utilizados, como já mencionados, foram os mesmo de Christofides e Beasley (1984), como pôde ser verificado na Tabela 5.3.

Os resultados obtidos por Christofides e Beasley (1984), bem como alguns parâmetros dos problemas-teste, podem ser observados na Tabela 5.22. E os resultados obtidos por Golden et al. (1995) apud Vianna et al. (1999), Courdeau et al. (1997), Vianna et al. (1999), Tortelly e Occhi (2006) e pelas melhores variantes estudadas na Tabela 5.23. É importante lembrar que as melhores variantes são aquelas que apresentaram menores distâncias para um determinado conjunto de número de pontos, sendo isto apontado na Tabela 5.21.

Tabela 5.22: Parâmetros e resultados dos problemas 2, 5, 8 e 10 de Christofides e Beasley (1984)

Problema-Teste				Christofides e Beasley (1984)
Número	Pontos	Período	Frota	
2	50	5	3	1322.87
5	75	5	6	2027.99
8	100	5	5	2034.15
10	100	5	4	1595.84

Tabela 5.23: Resultados de artigos anteriores e do presente estudo

Problema-teste	Golden et al. (1995)	Courdeau et al. (1997)	Vianna et al. (1999)	Tortelly e Occhi (2006)			Wu (2007)	
				GRASPF	GRASP	VCGL	Distância	Frota
2	1337.20	1330.09	1291.10	1325.77	1340.04	1331.29	1336.73	3
5	2089.00	2061.36	2089.29	2075.42	2106.58	2085.42	2067.85	6
8	2075.10	2054.90	2112.96	2046.45	2100.50	2068.17	2072.09	5
10	1633.20	1629.96	1660.90	1626.27	1671.56	1647.03	1662.61	4

Tabela 5.24: Porcentagem de desvio acima do melhor resultado obtido

Problema-teste	Wu (2007)	Melhor geral	Desvio do melhor geral
2	1336.73	1291.10	3.53%
5	2067.85	2027.99	1.97%
8	2072.09	2034.15	1.87%
10	1662.61	1595.84	4.18%

Nota-se que apenas a heurística híbrida de Vianna et al. (1999) conseguiu superar os resultados de Christofides e Beasley (1984) no problema-teste número 2.

Os resultados obtidos pelas variantes de AG desenvolvidas ficaram bem próximos de Christofides e Beasley (1984), com desvios de no máximo 4%, e obtiveram coincidentemente o mesmo número de veículos de frota que o máximo permitido pelos parâmetros definidos pelos autores, mesmo não se pré-definindo a frota disponível como os demais trabalhos da literatura.

Para o problema-teste número 2, foram obtidos melhores resultados que Golden et al. (1995) apud Vianna et al. (1999) e o GRASP de Tortelly e Occhi (2006). Em relação ao problema-teste 5, AG1cr10 obteve resultados melhores que a maioria dos autores, com exceção de Courdeau et al. (1997). AG2cr0 utilizada para os problemas-teste 8 e 10 obteve melhores resultados que Vianna et al. (1999) – problema-teste 8 apenas - e o GRASP de Tortelly e

Occhi (2006). Pode-se dizer que em geral os melhores resultados foram obtidos por Courdeau et al. (1997) e o GRASPF de Tortelly e Occhi (2006); no entanto, os resultados obtidos pelas variantes de AG não ficaram muito atrás, podendo ser bastante competitivas, pois apenas a distância foi utilizada como medida de comparação e decisão da melhor solução.

5.4 Análise dos Resultados Obtidos

Duas etapas foram realizadas como forma de avaliação das heurísticas desenvolvidas no presente estudo. O primeiro conjunto englobava os testes de todas as variantes das estratégias de solução desenvolvidas, que se diferenciam de acordo com a parametrização utilizada. Os problemas-teste de Christofides e Beasley (1984) com modificação de parâmetros e problemas-teste gerados por uma função aleatória foram utilizados nesta etapa. O segundo conjunto dos testes utilizou apenas as variantes que conseguiram obter as menores distâncias para o conjunto A de pontos, pois esta é a medida de comparação utilizada por Christofides e Beasley (1984) e outros autores. Os problemas-teste originais de Christofides e Beasley (1984) foram utilizados nesta etapa e com os resultados obtidos, pôde-se avaliar a competitividade das variantes desenvolvidas neste estudo com estratégias de outros autores.

Através dos resultados obtidos na primeira etapa de testes, concluiu-se que o tempo de processamento do algoritmo genético realmente é mais elevado em relação às duas estratégias heurísticas, ALOC e GRASP. No entanto, os resultados do algoritmo genético se mostraram melhores, o que se pode concluir que esta estratégia de solução diversifica mais as soluções obtidas, obtendo valores menores.

Analisando ALOC, nota-se que ALOCf25 e ALOCf75, que utilizam frota como heurística de inserção, são mais demoradas em relação às heurísticas que utilizam demanda, pois a inserção de um novo ponto nos dias não deve ultrapassar o número de veículos, com isso o esforço para se obter uma solução é maior. No entanto, comparativamente, seus resultados obtidos são melhores que as ALOCd25 e ALOCd75 (entre 3 a 7% melhores), tanto comparando distância quanto custos totais. É interessante perceber que a ALOCf75 apareceu como a melhor

estratégia grupo de 50C e 100C, mostrando ser competitiva em relação à AG por utilizar tempos de processamento menores e resultados bastante próximos.

Já a estratégia de solução baseada em GRASP obtém resultados mais homogêneos, com diferenças de no máximo 5% entre as melhores de cada uma. Os tempos de processamento são os menores, mostrando ser uma estratégia bem rápida, além de proporcionar em geral frotas menores.

O algoritmo genético, como dito anteriormente, realmente apresenta um maior tempo de processamento do que as outras estratégias, devido à sua estrutura de inserção e busca por melhores soluções. Em alguns casos, ele conseguiu melhorar a frota, porém as distâncias obtidas por ele são, na grande maioria das vezes, melhores que todas as outras duas estratégias de solução; sendo o algoritmo genético com reinício de população a melhor variante por obter em geral distâncias menores.

Obviamente, olhando por ângulos diferentes, as melhores soluções mudam de acordo com o que se considera mais importante na escolha. Como já discutido neste capítulo, as variáveis de tempo de processamento, distância e frota podem representar resultados bastante diferentes; no entanto, deve-se sempre considerar qual fator é mais restritivo. Isso é uma característica de cada situação em que se aplica a roteirização periódica, uma vez que restrições operacionais e parametrizações diferentes produzem problemas bem particulares.

Como uma comparação geral, em termos de desvio dos valores distância, o algoritmo genético forneceu desvios um pouco menores em relação às demais heurísticas, sendo o maior desvio obtido do algoritmo genético por volta de 7% e das heurísticas 8%. Os desvios em relação ao melhor valor obtido em cada grupo forneceu no máximo 29% para o algoritmo genético e 19% para as heurísticas. Em relação à frota, na maioria das vezes as heurísticas ALOC e GRASP conseguiram fornecer um número de veículos menor, no entanto, algumas estratégias adotadas para o algoritmo genético conseguiram da mesma maneira.

Comparando-se os custos obtidos pelas estratégias de solução, podemos verificar que o algoritmo genético obtém menores valores, bem como a estratégia ALOC em casos específicos. Demonstrou-se que não houve grandes diferenças em relação às melhores

estratégias ao se comparar a utilização de um custo real aplicado e a avaliação através de variáveis de decisão separadas, frota e distância.

Não houve uma estratégia que se mostrou a melhor em todas as ocasiões, porém podemos concluir que o algoritmo genético com reinício de população forneceu menores distâncias e custos melhores comparado às outras estratégias. É importante ressaltar que a diferença entre o melhor resultados de ALOC e GRASP em relação ao algoritmo genético também não ficou muito distante, sendo as diferenças entre eles relativamente pequenas.

Em relação à segunda etapa de testes, em que se utilizou a parametrização original de Christofides e Beasley (1984), pode-se notar que apesar de não obter as melhores soluções, as variantes do algoritmo genético podem ser consideradas bastante competitivas por obterem resultados bem próximos dos melhores, comparados com outros autores. Apenas Vianna et al. (1999), em uma situação, conseguiu obter resultado melhor que Christofides e Beasley (1984). Porém, neste caso apenas se considerou a distância como medida de comparação, o que demonstra que a estratégia de algoritmo genético pode ser utilizada nos problemas de roteirização periódica.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 Conclusões

O texto apresentado teve como finalidade o estudo e o desenvolvimento de estratégias de solução para o problema de roteirização periódica de veículos. Neste tipo de problema, frequências de visitas estão associadas a pontos de atendimento, que implicam em ir ao cliente um determinado número de vezes ao longo de um período de planejamento.

A revisão bibliográfica permitiu observar as estratégias já utilizadas na literatura, mostrando também que o estudo não é recente e existem muitas aplicações práticas (como por exemplo, limpeza de rua e coleta de lixo), apesar de não ser amplamente explorado. Atualmente, no cenário brasileiro, a maior demanda por esse serviço é pelas indústrias automobilísticas, devido à necessidade de coletar peças para a sua linha de produção em sistema *just-in-time*, sendo que alguns clientes têm uma certa periodicidade. Logo, o sistema aplicado é baseado no conceito *milk-run*.

Apesar de muitos autores separarem em duas fases o problema de roteirização periódica, sendo uma destinada à designação ou alocação de combinação permitida de dias de visitas para ponto, e a outra caracterizada pela roteirização em si, neste estudo decidiu-se inter-relacionar as decisões para evitar as deficiências ocasionadas pela separação delas.

Foram propostas 3 estratégias de solução heurísticas distintas para a resolução do problema, uma vez que o problema é reconhecido como um NP-Difícil, o que torna difícil a obtenção de uma solução ótima através de um algoritmo exato em tempos de processamento e esforço computacional pequenos.

Uma das estratégias heurísticas se baseou no equilíbrio de esforços para a designação de combinações permitidas de dias de visitas; estas também são escolhidas em termos das frequências de visitas requeridas pelos pontos de demanda. Foram desenvolvidos dois critérios para a alocação dos pontos ao longo do período de planejamento, uma baseada em

equilíbrio de frota e a outra de demanda. Os algoritmos genéticos foram utilizados por outra estratégia de solução para realizar a alocação e a avaliação da aptidão dos indivíduos. Cruzamentos de um ou dois pontos, reinício da população, utilização de indivíduos bons ou não, e taxa de mutação variável foram algumas das variações entre as diversas variantes de algoritmo genético utilizadas neste estudo.

Na fase de melhoria, utilizou-se dos algoritmos genéticos e das heurísticas de inserção já citadas. Além disso, um método baseado em GRASP também foi usado como alternativa para alcançar resultados melhores e evitar a estagnação em ótimos locais. Este, por sua vez, sendo um dos objetivos das várias estratégias de solução desenvolvidas, gerando uma maior diversificação na obtenção de resultados e talvez chegando a valores melhores.

As estratégias de solução desenvolvidas tinham como objetivo obter resultados que minimizassem o custo total do processo no período de planejamento. O custo total era formado por duas parcelas: fixo e variável, sendo respectivamente caracterizadas pelo aluguel do veículo e pela distância total percorrida por todos os veículos no período. Os menores valores de custo eram considerados os melhores.

Houveram duas etapas de testes, sendo a primeira utilizando os problemas-teste de Christofides e Beasley (1984) modificados e dois conjuntos adicionais de problemas-teste gerados aleatoriamente; todos utilizaram parâmetros tais que representam uma instância real caracterizada por um determinado período de planejamento e certas periodicidades de visitas. Através da análise desta primeira parte dos testes, concluiu-se que não houve uma melhor estratégia de solução. Cada qual teve uma característica boa para oferecer. No entanto, dependendo do que se define como restritivo, uma ou outra pode ser considerada a melhor. Um *trade-off* entre eles tem de ser analisado para utilizar o método que melhor se adapta a cada caso de problema a ser resolvido.

A segunda etapa de testes se dedicou à comparação das melhores variantes das estratégias de solução desenvolvidas com os resultados obtidos por autores da literatura que estudaram o mesmo problema de Christofides e Beasley (1984).

Em relação aos resultados dos testes, não houve uma estratégia que se mostrou a melhor unânime, talvez por causa das características de cada problema (localização dos pontos,

tamanho da demanda, etc.). Cada uma demonstrou ser de grande uso nesse tipo de problema, por ter qualidades que podem ser cruciais na hora de se escolher um método de solução.

As heurísticas ALOC e GRASP obtiveram resultados próximos dos melhores (no máximo 19%), com tempos de processamento bem pequenos e acomodando melhor os pontos de demanda nos veículos, ou seja, utilizando uma frota muitas vezes menor; no entanto, também tiveram um maior desvios de resultados. ALOCf75 foi uma das melhores em determinados casos, mostrando ser bastante competitiva com AG. Este, por sua vez, obteve a grande maioria dos melhores resultados em termos de distância, geralmente nas variantes em que há reinício de população. Os desvios foram bem pequenos, mostrando uma maior homogeneidade de soluções. O problema na utilização desta estratégia de solução seria o alto tempo de processamento, muito maior que ALOC e GRASP.

Como já dito anteriormente, há de se fazer uma análise mais cuidadosa do *trade-off* entre qualidade de solução e tempo de processamento para a obtenção de um resultados.

Quando as melhores variantes desenvolvidas são comparadas com resultados obtidos por outros autores da literatura, nota-se que os resultados obtidos por Christofides e Beasley (1984) não foram batidos, com exceção ao problema 2 de 50 pontos. Logo, ainda podem ser considerados como *benchmark*. As estratégias AG utilizadas nessa parte dos testes mostraram ser bastante competitivas também comparadas às de outros autores, obtendo resultados de no máximo 4,18% piores que o melhor conhecido.

Em conclusão a estas observações, pode-se dizer que tanto a utilização de ALOC, GRASP ou AG para o problema de roteirização periódica é mais que comprovadamente viável e adequada.

6.2 Recomendações e Próximos Passos

Como possíveis próximos passo, pode-se recomendar que seja feito uma melhoria na estratégia ALOCf75 que obteve resultados muito próximos de AG, porém com tempos de

processamentos bem pequenos e melhor acomodação dos pontos nos veículos, o que pode ser considerado passível de uso comercial.

A utilização de mais alternativas para o GRASP pode ser necessária para averiguar se há meios de melhorar a performance desta estratégia de solução.

Um refinamento no uso dos algoritmos genéticos também é recomendável para que os parâmetros utilizados sejam mais bem definidos, a fim de se obter resultados melhores para este tipo de problema. Uma outra possibilidade é a utilização de métodos híbridos, vistos em Pirlot (1996) e Vianna et al. (1999), em que se utiliza o que tem de melhor em diversas estratégias de solução, empregadas de modo paralelo, podendo conduzir a resultados melhores.

Apesar do algoritmo de economias ser amplamente usado e conhecido por fornecer roteiros enxutos, a utilização de um outro algoritmo de roteirização de veículos poderia contribuir para a diminuição tanto de frota quanto de distância percorrida total, até mesmo no tempo final de processamento. Outra alternativa a ser analisada é a flexibilização do método de economias de Clarke e Wright (1964) através de um fator multiplicador em d_{ij} . Uma idéia interessante a ser avaliada é a utilização de dois métodos de roteirização, sendo um deles utilizado na obtenção da primeira solução e o outro método nas iterações seguintes.

É recomendado um estudo mais aprofundado da formulação matemática e a obtenção de uma solução exata, procurando autores que tenham analisado e resolvido a formulação. Uma alternativa para facilitar a resolução por um método exato é a análise de relaxação das restrições ou mudança da formulação da restrição de *subtour*.

Além das recomendações acima, obter uma amostra maior de resultados das variantes das estratégias de solução (mais processamentos) é preciso para identificar alguma tendência dos resultados e comprovar o que foi encontrado neste estudo.

Há a necessidade da busca por um problema de instância real com a finalidade de os *trade-offs* serem mais bem analisados, e mesmo a utilização de restrições características que possam deixar o problema mais interessante, como o uso de janelas de tempo, por exemplo. Além de se ter a possibilidade de testar as estratégias heurísticas em problemas menos teóricos para

demonstrar a robustez delas. Acredita-se que há a possibilidade de utilizar as mesmas estratégias de solução quando houver janela de tempo, pois apenas algumas restrições extras devem ser consideradas na resolução do problema. Ou mesmo, definir janelas de tempo para avisar os clientes quais os melhores horários de atendimento, ajudando-os a se planejar e se preparar para a coleta ou entrega. Espera-se, no entanto, que o tempo de processamento seja maior por inserir novas informações ao problema.

Mais estudos para que se alcancem melhores resultados de problemas de roteirização periódica são necessários, devido à sua ampla aplicação, sendo isto uma grande valia para a otimização de recursos.

7. REFERÊNCIAS

ABRAHÃO, F. T. M. **A meta-heurística colônia de formigas para solução do problema de programação de manutenção preventiva de uma frota de veículos com múltiplas restrições**: aplicação na Força Aérea Brasileira. 2006. 137 f. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

ALEGRE, J.; LAGUNA, M.; PACHECO, J. Optimizing the periodic pick-up of raw materials for a manufacturer of auto parts. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 179, n. 3, p. 736-746, Jun. 2007.

ANGELELLI, E.; SPERANZA, M. G. The periodic vehicle routing problem with intermediate facilities. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 137, p. 233-247, 2002.

BAKER, M. B; AYECHER, M. A. A genetic algorithm for the vehicle routing problem. **Computers and Operations Research**, Oxford, v. 30, p. 787-800, 2003.

BALLOU, R. H. **Gerenciamento da cadeia de suprimentos planejamento**: organização e logística empresarial. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001. 532 p.

BAPTISTA, S; OLIVEIRA, R. C.; ZÚQUETE, E. A period vehicle routing case study. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 139, p. 220-229, 2002.

BELTRAMI, E. J.; BODIN, L. D. Networks and vehicle routing for municipal waste collection. **Networks**, New York, v. 4, p. 64-94, 1974.

BENTLEY, J. L.; McILROY, M. D. Engineering a sort function. **Software - Practice and Experience**, New York, v. 23, p. 1249-1265, 1993.

BLAKELEY, F. et al. Optimizing periodic maintenance operations for Schindler Elevator Corporation. **Interfaces**, Linthicum, v. 33, n. 1, p. 67-79, 2003.

BONASSER, U. O. **Meta-heurísticas híbridas para solução do problema de roteirização de veículos com múltiplos depósitos e frota heterogênea fixa**: aplicação na força aérea brasileira. 2005. 288 f. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

BREJON, S. R. C. **Algoritmo para resolução do problema de programação do transporte de suprimentos para unidades marítimas de exploração de petróleo.** 1998. 171 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

CAMPBELL, A. M.; HARDIN, J. R. Vehicle minimization for periodic deliveries. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 165, p. 668-684, 2004.

CHAO, I.; GOLDEN B. L.; WASIL, E. A. A new heuristic for the period traveling salesman problem. **Computers and Operations Research**, Oxford, v. 22, n. 5, p. 553-565, 1995.

CHRISTOFIDES, N.; BEASLEY, J. E. The period routing problem. **Networks**, New York, v. 14, p. 237-256, 1984.

_____.; EILON, S. Expected distances in distribution problems. **Operations Research**, Linthicum, v. 20, p. 437-443, 1969.

CHU, F.; LABADI, N.; PRINS, C. A scatter search for the periodic capacitated arc routing problem. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 169, p. 586-605, 2006.

CLARKE, G.; WRIGHT, J. W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. **Operations Research**, Linthicum, v. 12, p. 568-581, 1964.

CORDEAU, J. F.; GENDREAU, M.; LAPORTE, G. A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems. **Networks**, New York, v. 30, p. 105-119, 1997.

_____.; LAPORTE, G.; MERCIER, A. A unified tabu search heuristic for vehicle routing problems with time windows. **Journal of the Operational Research Society**, London, v. 52, p. 928-936, 2001.

CUNHA, C. B. Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. **Transportes**, Rio de Janeiro, v. 8, n. 2, p. 51-74, 2000.

CUNHA, C. B. **Uma contribuição para o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais.** 1997. 222 f. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1997.

DRUMMOND, L. M. A.; OCHI, L. S.; VIANNA, D. S. An asynchronous parallel metaheuristic for the period vehicle routing problem. **Future Generation Computer Systems**, Amsterdam, v. 17, p. 379-386, 2001.

DUCHENNE, E.; LAPORTE, G.; SEMET, F. Brand-and-cut algorithms for the undirected m-peripatetic salesman problem. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 162, p. 700-712, 2005.

ECONOMIA E TRANSPORTE. **Base de dados**: planilha de custos de veículos – caminhões médios. Disponível em: <<http://www.economiaetransporte.com.br>>. Acesso em: 25 set. 2006.

FERIANCIC, G. **Modelagem matemática do problema de programação de entregas de derivados de petróleo**. 2005. 104 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

FISHER, M. L.; JAIKUMAR, R. A generalized assignment heuristic for vehicle routing. **Networks**, New York, v. 11, p. 109-124, 1981.

GALVÃO, F. A. **Otimização do sistema de coleta de resíduos de biomassa de madeira para fins energéticos**. 2004. 81 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

GAUR, V.; FISHER, M. L. A periodic inventory routing problem at a supermarket chain. **Operations Research**, Linthicum, v. 52, p. 813-822, 2004.

GENDREAU, M.; HERTZ, A.; LAPORTE, G. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem. **Management Science**, Providence, v. 40, p. 1276-1290, 1994.

GHIANI, G. et al. A heuristic for a periodic rural postman problem. **Computers and Operations Research**, Oxford, v. 32, p. 219-228, 2005.

GHIANI, G. et al. Real-time vehicle routing: solution concepts, algorithms and parallel computing strategies. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 151, p. 1-11, 2003.

GILLET, B. E.; MILLER, L. R. A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem. **Operations Research**, Oxford, v. 22, p. 240-349, 1974.

GLOVER, F.; LAGUNA, M.; MARTÍ, R. Scatter search. In: GHOSH, A.; TSUTSUI, S. **Advances in evolutionary computing: theory and applications**. New York: Springer-Verlag, p. 519-537, 2003.

GREISTORFER, P. A tabu scatter search metaheuristic for the arc routing problem. **Computers & Industrial Engineering**, Oxford, v. 44, p. 294-266, 2003.

HALL, R. W.; PARTYKA, J. G. On the road to efficiency. **OR/MS today**, Atlanta, p. 38-47, 1997.

LACOMME, P.; PRINS, C.; RAMDANE-CHÉRIF, W. Evolutionary algorithms for periodic arc routing problems. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 165, p. 535-553, 2004.

LAPORTE, G. et al. Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. **International Transactions in Operational Research**, Oxford, v. 7, n. 4/5, p. 285-300, 2000.

MITCHELL, M. **An introduction to genetic algorithm**. 5th ed. Cambridge: Mit Press, 1999. 159 p.

MOURA, D. A. **Caracterização e análise de um sistema de coleta programada de peças, "Milk Run", na indústria automobilística nacional**. 2000. 274 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

MOURAD, F. A. **O problema de roteirização de veículos com carga completa e janelas de tempo**. 2005. 248 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

PIRLOT, M. General local search methods. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 92, p. 493-511, 1996.

PRINS, C. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, Oxford, v. 31, p. 1985–2002, 2004.

PSARAFTIS, H.N. An exact algorithm for the single vehicle many-to-many dial-a-ride problem with time windows. **Transportation Science**, Maryland, v. 17, n. 3, p. 351-357, 1983

RENAUD, J.; BOCTOR, F. F. A sweep-based algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 140, p. 618-628, 2002.

RESENDE, M. G. C.; VELAVERDE, J. L. G. GRASP: Procedimientos de búsqueda miopes aleatorizados y adaptativos. **Revista Iberoamericana de Inteligência Artificial**, España, n. 19, p. 61-76, 2003.

RUSSEL, R. A.; IGO, W. An assignment routing problem. **Networks**, New York, v. 9, p. 1-17, 1979.

SHIH, L. H.; CHANG, H. C. A routing and scheduling system for infectious waste collection. **Environmental Modeling and Assessment**, Mawson Lakes, Australia, v. 6, p. 261-269, 2001.

SOLOMON, M. M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. **Operations Research**, Linthicum, v. 35, p. 154-165, 1987.

SOUZA, E. C. **Modelagem e resolução de um problema de transporte do tipo: carga única-coleta e entrega com janelas de tempo**. 1999. 89 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

SWAIT JR., J. D. **Fundamentos computacionais, algoritmos e estrutura de dados**. São Paulo: Makron Books, 1991. 295 p.

TAN, C. C. R.; BEASLEY, J. E. A heuristic algorithm for the period vehicle routing problem. **Omega**, Oxford, v. 12, n. 5, p. 497-504, 1984.

TEIXEIRA, J.; ANTUNES, A. P.; SOUSA, J. P. Recyclable waste collection planning – a case study. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 158, p. 543-554, 2004.

TEIXEIRA, R. G. **Heurística para o problema de dimensionamento e roteirização de uma frota heterogênea utilizando o algoritmo out-of-kilter**. 2001. 118 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

TORTELLY JR., A.; OCHI, L. S. Um GRASP eficiente para problemas de roteamento de veículos. **Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, São José do Rio Preto, v. 7, p. 149-158, 2006.

VIANNA, D. S.; OCHI, L. S.; DRUMMOND, L. M. A. A parallel hybrid evolutionary metaheuristic for the period vehicle routing problem. **Lecture notes in computer science**, Berlin, v. 1586, p. 183-191, 1999.

ZNAMENSKY, A. **Heurísticas para o problema de distribuição com estoques geridos pelo fornecedor**. 2006. 213 f. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

_____. **Um modelo para a roteirização e programação do transporte de deficientes**. 2000. 144 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

_____.; CUNHA, C. B. O problema de estoque-roteirização com demanda determinística. **Transportes**, Rio de Janeiro, v. 11, n. 2, p. 31-40, 2003.