

CARLOS ROBERTO RIBEIRO

CONTROLE DE ESCOAMENTOS EM INSTALAÇÕES  
DE CONDUTOS FORÇADOS

TESE APRESENTADA À  
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE  
DE SÃO PAULO, PARA A OBTENÇÃO DO  
TÍTULO DE DOUTOR EM ENGENHARIA

São Paulo, 1985

Nº Xeroxar

À minha esposa

ELEONORA,

e aos nossos filhos

CAMILA

DANIEL

DEDALUS - Acervo - EPBC



31200030663

Ft. 198

AGRADECIMENTOS

Aos Professores Doutores Edmundo Koelle e Moyses Szajnbok, pelo incentivo, sugestões e apoio na elaboração deste trabalho.

À senhora Luciene Valente Gomes Perini, pelos serviços de datilografia.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica, ao Centro de Computação Eletrônica e à Pró-Reitoria de Pós-Graduação da Universidade Federal de Uberlândia pelo apoio institucional.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo incentivo através do PICD (Programa Institucional de Capacitação Docente).

## RESUMO

Este trabalho compõe-se de duas partes essenciais. Na primeira parte sistematizamos o equacionamento de uma rede hidráulica genérica, de tal forma a descrever o seu comportamento dinâmico por um sistema de equações diferenciais não lineares de primeira ordem. Este sistema engloba as características físicas e morfológicas da rede, a(s) vazão (ões) de água tratada que alimenta (m) o sistema, a demanda populacional, e a vazões e pressões operacionais.

Na segunda parte definimos e apresentamos uma solução simplificada para um problema de controle encontrado na maioria das instalações. Trata-se de operar um sistema de distribuição, de maneira a compatibilizar, a cada instante, o esquema de produção, definido pelas características da(s) estação (ões) de tratamento de água que o alimentam, com as operações das estruturas de controle e das estações de bombeamento, de maneira a atender o consumo populacional, durante um dado período, evitando-se o extravasamento ou esgotamento dos reservatórios.

ABSTRACT

This work is composed of two essentials parts. In the first one we systematize the equations related to a generic hidraulic network, in such a manner that its dynamical behaviour is described by a set of non-linear diferencial equations. This system includes the phisical and morphological characteristics of the network, the flow of the water supplied by the treatment stations, the populational demand for water, and the operational flows and pressures.

In the second part we define and present a simplified solution of a control problem found in most instalations. This problem is concerned with the control of a distribuiti on system in such a way to became compatible, at every time, the production plan of water, defined by the characteristics of the treatment stations, with the operation of the valve structures and pump stations. This is done in order to attend the populational demand for water, in a given period, keeping the reservatoirs oscilating within theirs operational limits.

## ÍNDICE

### I. INTRODUÇÃO

- 1.1 Contribuição deste trabalho.....I.4
- 1.2 Descrição do conteúdo dos capítulos.....I.6

### II. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

- 2.1 Um exemplo elucidativo.....II.1
- 2.2 O problema geral.....II.14

### III. CÁLCULO DO ESCOAMENTO NA REDE

- 3.1 Identificação morfológica da rede.....III.1
- 3.2 O sistema de equações que governa o escoamento  
na rede.....III.3

### IV. ESTRATÉGIA OPERACIONAL

- 4.1 Critério de desempenho.....IV.1
- 4.2 Minimização da função objetivo.....IV.3
- 4.3 Considerações de natureza prática.....IV.7

### V. O MODELO NUMÉRICO

- 5.1 Cálculo do transiente hidráulico.....V.2
- 5.2 Cálculo da matriz de influência.....V.5

### VI. CASO DE APLICAÇÃO

- 6.1 Análise dos resultados.....VI.1
- 6.2 Confirmação experimental.....VI.3

## VII. ANÁLISE E CONCLUSÕES

7.1 Resumo do modelo desenvolvido.....	VII.1
7.2 Análise do modelo.....	VII.2
7.3 Conclusões.....	VII.3

## APÊNDICES

A. Equações que Governam o Escoamento nos Elementos Isolados da Rede	
A.1 Tubo.....	A.1
A.2 Válvula.....	A.9
A.3 Bomba.....	A.9
A.4 Manobra lenta.....	A.9
B. Transformações no Sistema de Equações que Governam o Escoamento na Rede	
C. Método das Características	
C.1 Equações Características.....	C.1
C.2 Cálculos nos pontos interiores.....	C.5
C.3 Cálculos nos pontos extremos.....	C.6
D. Técnicas de Esparsidade	
E. Matrizes Relacionadas ao Equacionamento de uma Rede Genérica	

F - Esquema de Processamento Computacional

F.1 Entrada de dados.....	F.1
F.2 Cálculo da matriz de influência.....	F.2
F.3 Regime permanente.....	F.2
F.4 Controle da rede.....	F.3

G. Listagem do Programa de Computador

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS



## LISTA DE FIGURAS

- 2.1 - Esquema da rede apresentada como exemplo elucidativo.
- 2.2a a 2.2l - Curvas de demanda dos reservatórios da rede 2.1.
- 3.1 - Combinações não permitidas na identificação de uma rede genérica.
- 4.1 - Ilustração do procedimento computacional que calcula as aberturas das estruturas ao longo do tempo.
- 5.1 - Malha característica simplificada para  $N=2$ .
- 6.1 - Oscilações de nível do reservatório da estação de tratamento.
- 6.2 - Oscilações de nível dos reservatórios das estruturas de controle 9 e 10.
- 6.3 - Curvas de manobra das estruturas de controle 9 e 10.
- 6.4 - Oscilações de nível dos reservatórios das estruturas de controle 9 e 10.
- 6.5 - Curvas de manobra das estruturas de controle 6 e 7.
- 6.6 - Evolução do transiente no nó 26.
- A.1 - Volume de controle utilizado na dedução da equação da continuidade.
- A.2 - Volume de controle utilizado na dedução da equação da quantidade de movimento.
- B.1 - Representação pictórica de decomposição matricial.
- C.1 - Direções características.
- C.2 - Malha característica,  $N=4$ .
- C.3 - Aplicação das equações características a uma confluência de tubos.
- C.4 - Equacionamento de um ENO NÃO-TUBO

- F.1 - Interconexões entre os programas de análise.
- F.2 - Diagrama de blocos simplificado do programa de controle.

LISTA DE TABELAS

- 2.1 - Vazões que circulam pela rede 2.1 com todas as válvulas abertas.
- 6.1 - Tabela de operação das válvulas.
- 6.2 - Tabela das oscilações dos reservatórios.
- 6.3 - Valores máximos e mínimos atingidos pelos reservatórios (condição de partida a meio curso)
- 6.4 - Valores máximos e mínimos atingidos pelos reservatórios (condição de partida a 1m abaixo do nível médio)
- 6.5 - Valores máximos e mínimos atingidos pelos reservatórios (condição de partida aleatória).

## CAPÍTULO 1

*Introdução*

Muitos sistemas de distribuição de água, que tem sido operados com sucesso há anos, quando submetidos à uma demanda crescente de água, apresentam uma série de complicações operacionais que comprometem o abastecimento de água à população [11].

O desempenho satisfatório desses sistemas tem sido obtido graças às habilidades pessoais de operadores, ao adaptarem programas operacionais inicialmente estabelecidos por projetistas, às novas condições de demanda. Porém a operação dos sistemas de água do futuro, incluindo a expansão dos existentes, será uma tarefa muito complexa para ser confiada à habilidade pessoal de operadores, exigindo do engenheiro o desenvolvimento de projetos nos quais os sistemas sejam operados de maneira previsível.

Algumas das complicações que tem surgido, devido às demandas crescentes de água, nos sistemas que antes operavam satisfatoriamente são [11] .

- rompimento de tubos durante o período de partida,
- impossibilidade de impor ao sistema vazões para as quais foram projetadas, comprometendo o abastecimento,
- falhas nos mecanismos nas válvulas automáticas de controle que, devido ao aumento das vazões a jusante, atuam tão rapidamente a ponto de provocarem golpes de aríete nos tubos de montante, rompendo ou enfraquecendo estes tubos,

- o enorme potencial que uma tubulação e a válvula associada possuem em gerar ruídos e vibrações, particularmente quando o diâmetro dos tubos, o comprimento das linhas e a quantidade de água em trânsito aumentam, tornando-se graves fatores de perturbação ambiental, de cavitação danosa, de afrouxamento de juntas, flanges, palhetas de alinhamentos, etc...
- entrada de ar nas tubulações, que poderá se acumular nos seguintes pontos: nas bases dos filtros, prejudicando a retro-lavagem ao dificultar o fluxo na areia; nos equipamentos de medida; nos pontos altos das tubulações, formando bolhas, que reduzem a área seccional efetiva e, se as bolhas são suficientemente grandes, elas geram golpes de aríete
- reservatórios, custando milhões de dólares, instalados para atender situações emergenciais, não podem ser utilizados em algumas destas situações, devido à severa cavitação das válvulas, que causa excessiva vibração, se forem operadas sob as condições de carga e vazão que surgem em tais emergências,
- válvulas que, sob o ponto de vista de golpes de aríete funcionavam adequadamente, face às demandas crescentes, passam a exigir redimensionamento dos tempos de manobra.

Estes exemplos, longe de esgotarem todas as possibilidades, ilustram a complexidade operacional de uma rede de distribuição de água de grandes dimensões que, por isso, exige, sempre que possível, operação automática. Há, entretanto, muitos problemas associados à operação automática em tubulações longas de grandes diâmetros. Usualmente a sensibi

lidade dos instrumentos de medida de pressão e vazão não é su  
ficiente para permitir que o controle automático de longas li  
nhas opere sem criar transientes indesejáveis. A maioria dos  
problemas pode ser superada pela operação manual onde as  
ações intuitivas são introduzidas, mas o custo de se manter  
um operador em cada uma das diversas estruturas pode se tor  
nar proibitivo. Além disso, num sistema manualmente operado,  
o operador de uma estrutura não pode ver o que está mudando  
numa outra estrutura devido à mudança que ele está introduzind  
do. Um sistema de controle centralizado tem muitas vantagens  
a oferecer. Ele permite a um operador numa estação central o  
perar manualmente o sistema por controle remoto e ao mesmo  
tempo observar o efeito de sua ação sobre o sistema, em cada  
uma das estações remotas. A vantagem econômica é grande se  
comparada ao sistema manual simples, com o mesmo grau de con  
fiabilidade, segurança e serviço.

O sistema centralizado de operação manual não resol  
ve, porém, todos os problemas, pois depende de ações intuiti  
vas que, mesmo para operadores altamente treinados, são insu  
ficientes para prover o controle adequado de dezenas de esta  
ções remotas que existem atualmente em grandes metrópoles. As  
ações intuitivas de operadores (não necessariamente suas ações  
mecânicas) devem então serem substituídas por modelos computa  
dorizados de previsão do comportamento da rede. Para isso mui  
tas informações sobre o sistema em uso devem ser acumuladas  
antes da introdução de programas de controle, o que é uma  
tendência inabalável do futuro.

Em resumo, o projetista defronta-se cada vez mais

com sistemas maiores, a serem projetados, ampliados ou adequadamente controlados, onde a quantidade de água e pressão operacional são maiores do que os daqueles até o momento encontrados. Este deve compatibilizar seus projetos com requisitos cada vez mais exigentes em termos ecológicos, energéticos, de confiabilidade e segurança. Ele deve buscar novas técnicas de controlar um sistema já que os sistemas antigos de operação manual das redes de distribuição de água, embora avançando em habilidade e eficiência, não o fazem com a rapidez que se espera dos sistemas complexos do futuro

#### 1.1 - Contribuições deste trabalho

As contribuições essenciais deste trabalho são duas:

(i) Sistematizar o equacionamento de uma rede hidráulica de maneira a abranger num só sistema de equações diferenciais, que governa o comportamento dinâmico da rede, as características físicas e morfológicas da rede, a demanda populacional, a produção de água tratada, a vazão e a pressão operacional.

Este sistema de equações foi organizado num conjunto de  $n$  equações diferenciais não lineares, de primeira ordem na forma

$$\frac{dx_j}{dt} = f_j(t, x_1, x_2, \dots, x_n, U_1, U_2, \dots, U_m)$$
$$j = 1, 2, \dots, n \quad (1.1)$$

As  $n$  variáveis diferenciais que aparecem, os  $x_j$ , são as variáveis de estado e as outras  $m$  variáveis, os  $U_k$ , são chamados variáveis de controle;  $t$  é o tempo

O sistema de equações (1.1) acrescido de um conjunto de condições especificadas num tempo  $t_0$ ,

$$x_j(t_0) = x_{j0} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (1.2)$$

descrevem completamente a operação do sistema.

A única hipótese simplificadora adotada na obtenção de (1.1) foi a de manobra lenta, que não constitui uma restrição a aplicação deste sistema a problemas genéricos de controle, pois esta é uma condição desejável na operação de sistemas de distribuição de água, a fim de se evitar golpes de aríete, que tantos danos causam às instalações.

O projetista, após uma cuidadosa consideração dos objetivos operacionais da rede hidráulica, definirá as variáveis de estado, as variáveis de controle, as restrições operacionais, e um índice de desempenho do sistema [10], para um intervalo de tempo  $[t_i, t_f]$ , dado por:

$$IP = g [t_i, x_1(t_i), \dots, x_n(t_i), t_f, x_1(t_f), \dots, x_n(t_f)] \quad (1.3)$$

Após esta importante decisão, a tarefa do projetista é obter as trajetórias no tempo nas quais as funções  $U_i(t)$  devam seguir entre os seus estados iniciais e finais, escolhidas entre aquelas que satisfazem o sistema de equações (1.1), de maneira a minimizar o índice de desempenho IP de (1.3).

(ii) A segunda contribuição importante deste trabalho foi, além de definir um problema de controle suficientemente genérico para ser aplicado em muitas instalações, obter um algoritmo de solução do mesmo. Devido ao caráter não linear do sistema (1.1) e a diversas restrições operacionais de caráter prático, obtivemos soluções aproximadas das trajetórias ótimas das variáveis de controle  $U_k(t)$  que são testadas



e ajustadas a posteriori, através de simulações, até que a tendam aos objetivos operacionais estabelecidos. Este algoritmo simplificado tem a vantagem de poder ser implementado em micro computadores, mesmo para redes de grande porte operadas em tempo real. É inadequado, porém, para ser aplicado a sistemas que operem muito próximos de suas capacidades máximas de esgotamento, uma situação que não deve ocorrer a sistemas bem projetados, já que eles devem contar com reserva de água para atender situações emergenciais ou variações temporais de demanda.

Como contribuições potenciais deste trabalho, antevemos a aplicação de (1.1) na otimização de projetos novos ou ampliações e no estabelecimento de problemas de controle que diferem, em objetivos ou técnicas de solução, do desenvolvido neste trabalho.

O modelo de controle também é aplicável na detecção de pontos críticos de uma rede, ou seja pontos que, em termos de controle, dificultam o funcionamento de uma instalação, orientando modificações, a serem realizadas na rede.

Não encontramos na literatura disponível o equacionamento do comportamento dinâmico de uma instalação na forma apresentada em (1.1), nem desenvolvimentos específicos de modelos de controle à redes de distribuição de água. Por isso a abordagem citada em (ii) é inteiramente pessoal, sem basear-se em modelos análogos.

## 1.2 - Descrição do conteúdo dos capítulos

No capítulo II definimos um problema genérico de controle encontrado em sistemas de distribuição, elucidado a



través de um exemplo realista.

No capítulo III obtivemos, em forma matricial, o sistema de equações diferenciais que governa o escoamento na rede, colocado na forma (1.1). Três apêndices complementam este capítulo: A, B e E. O apêndice A, familiar aos engenheiros com formação hidráulica, mostra o equacionamento clássico de elementos isolados da rede. O apêndice E define, em ordem alfabética, as matrizes utilizadas no equacionamento genérico de uma rede. O apêndice B apresenta algumas transformações algébricas, retiradas do corpo do capítulo III, para facilitar a sua leitura

No capítulo IV, analisando os objetivos propostos no capítulo II, definimos as variáveis de controle, as variáveis de estado e um critério de desempenho para o sistema. A seguir calculamos, aproximadamente, as trajetórias ótimas das variáveis de controle. Para atender exigências operacionais de natureza prática, estas trajetórias são substituídas por funções degrau. Finalmente estas aproximações são simuladas e, caso as restrições operacionais não sejam atendidas, fazemos ajustes em torno delas. Apresentamos ainda neste capítulo, o algoritmo computacional que permite realizar estas operações.

No capítulo V mostramos os métodos e técnicas numéricas utilizadas na implementação do algoritmo obtido no capítulo anterior. Os pontos básicos desse capítulo são a determinação da matriz de influência dos reservatórios e o cálculo da evolução temporal das variáveis de estado (solução do sistema (1.1) quando os  $U_k$  são dados). Dois apêndices complementam

este capítulo o C e o D. O apêndice C apresenta o método das características aplicado a sistemas de distribuição de água, que é um tema conhecido de engenheiros hidráulicos. O apêndice D apresenta um resumo das técnicas de esparsidade, ou seja, os métodos e procedimentos adotados para se operar com matrizes com um número elevado de elementos nulos, que são técnicas usualmente empregadas na análise de redes elétricas.

O capítulo VI apresenta um exemplo de aplicação do modelo desenvolvido neste trabalho, onde analisamos as características do exemplo em questão, visando mostrar a aplicabilidade do modelo na análise de redes genéricas.

O capítulo VII conclui o trabalho, apresentando um resumo geral do modelo desenvolvido, seguido da análise de suas potencialidades e restrições. Este capítulo pode ser lido logo após o capítulo II para complementar a visão global do trabalho desenvolvido.

O apêndice F apresenta o esquema do programa de computador e o G sua listagem.

Os assuntos estão de tal forma desenvolvidos que dispensam o auxílio de bibliografia complementar para sua compreensão e leitura.

## CAPÍTULO II

### *Definição do problema*

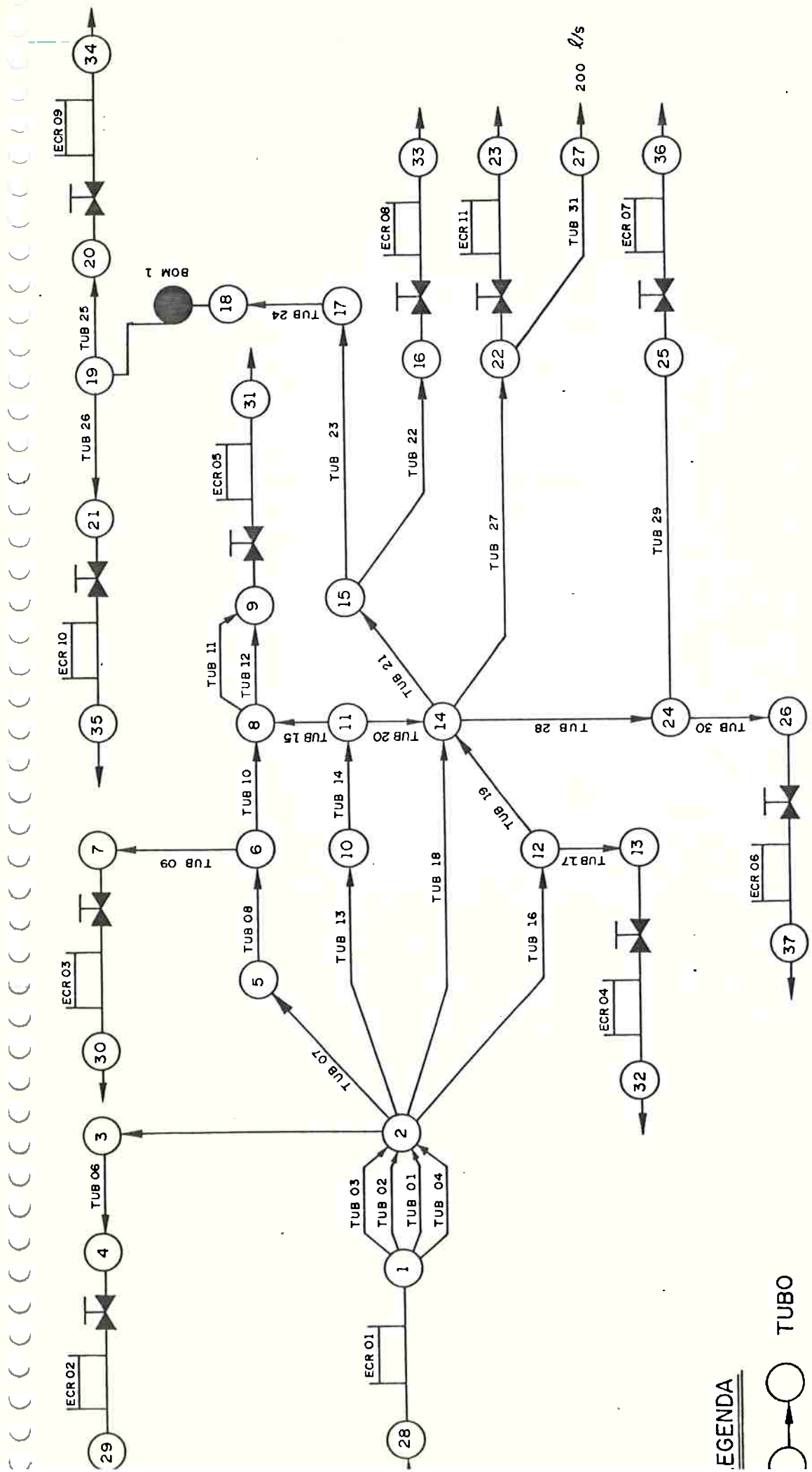
A definição geral do problema será melhor compreendida se antes analisarmos, através do exemplo elucidativo da figura 2.1, a importância do controle das aberturas das válvulas e das rotações das bombas, num sistema de distribuição de água.

#### 2.1 Um exemplo elucidativo

Admitiremos que, dos onze reservatórios apresentados na figura 2.1, um deles, o ECR01, funciona como alimentador do sistema, isto é, a água proveniente da estação de tratamento é distribuída à rede através deste reservatório. Os remanescentes, ECR02 a ECR11, abastecem as diversas regiões consumidoras, servidas pela rede, portanto, destes reservatórios devemos, continuamente, obter vazões que atendam demandas setoriais.

De um modo geral, uma rede pode ter vários reservatórios alimentadores, que não sofrerão tratamento diferenciado dos reservatórios consumidores, a não ser pela inversão no sentido das vazões.

A figura 2.2.a mostra a curva de vazão total consumida nos reservatórios em função do tempo (soma das vazões indicadas nas figuras 2.2b a 2.2l) e a média destes consumos no período de 24 horas (2923 l/s). Além dos consumos obtidos dos reservatórios há o consumo (constante) de 200 l/s imposto ao nó 27, o que totaliza a média diária em 3123 l/s.



EGENDA

- TUBO
- ESTAÇÃO DE BOMBAMENTO
- ESTRUTURA DE CONTROLE COM RESERVATÓRIO

Fig. 2.1: Esquema da rede apresentada como exemplo elucidativo.

DADOS DA REDE

NUMERO DE NOS 37  
 NUMERO DE ESTACOES DE CONTROLE COM RESERVATORIO 11  
 NUMERO DE TUBOS 31  
 NUMERO DE VALVULAS 0  
 NUMERO DE ESTACOES DE BOMBEAMENTO 1  
 NUMERO DE NOS COM DEMANDA FIXA 1  
 NUMERO DE PONTOS DAS CURVAS DE VAZOES CONSUMIDAS 24  
 TEMPO MAXIMO DE ANALISE DE CONTROLE DO SISTEMA 86400 S

DADOS DAS ESTRUTURAS DE CONTROLE COM RESERVATORIO

OBSERVACOES

COTAS EM M, AREAS EM M2, OSCILAC EM M, DIAM EM M  
 MAN=0 A VAL PERMANECERA FIXA  
 MAN=1 A VAL SERA MANOBRADA

POSICAO 1 CORRESPONDE A K= 0,1  
 POSICAO 2 CORRESPONDE A K= 2,0  
 POSICAO 3 CORRESPONDE A K= 10,0  
 POSICAO 4 CORRESPONDE A K= 20,0  
 POSICAO 5 CORRESPONDE A K= 60,0  
 POSICAO 6 CORRESPONDE A K= 100,0  
 POSICAO 7 CORRESPONDE A K= 250,0  
 POSICAO 8 CORRESPONDE A K= 400,0  
 POSICAO 9 CORRESPONDE A K= 1000,0  
 POSICAO 10 CORRESPONDE A K= \*\*\*\*\*

ECR	NO MON	NO JUS	COTA RES.	DIAM VAL.	POSI VAL.	AREA RES.	COTA MEDIA	OSC MAX	MAN
1	1	28	846,50	1,000	1	2000,0	846,50	1,250	0
2	4	29	840,00	0,600	1	1667,0	840,00	3,000	1
3	7	30	818,40	0,300	1	870,0	818,40	2,300	1
4	13	32	805,00	0,350	1	1778,0	805,00	2,250	1
5	9	31	816,80	0,390	1	800,0	816,80	2,500	1
6	26	37	811,00	0,900	1	286,0	811,00	1,700	1
7	25	36	810,00	0,450	1	2167,0	810,00	1,500	1
8	16	33	796,40	0,800	1	2041,0	796,40	2,450	1
9	20	34	806,10	0,300	1	2174,0	806,10	2,300	1
10	21	35	815,00	0,600	1	2500,0	815,00	4,000	1
11	22	23	822,80	0,900	1	2778,0	822,80	1,800	1

## DADOS DOS TUBOS

TUBO	NO MON	NO JUS	COMPRIMENTO (M)	DIAMETRO (M)	COEF DE ATRITO (HAZEN-WILLIAMS)
1	1	2	2200,0	0,75	100,0
2	1	2	2200,0	0,90	130,0
3	1	2	2200,0	1,00	130,0
4	1	2	2370,0	1,20	124,0
5	2	3	1543,0	0,60	101,0
6	3	4	2560,0	0,60	130,0
7	2	5	1620,0	0,50	89,0
8	5	6	680,0	0,50	112,0
9	6	7	595,0	0,30	100,0
10	6	8	2900,0	0,50	98,0
11	8	9	385,0	0,39	109,0
12	8	9	385,0	0,30	109,0
13	2	10	1600,0	1,00	130,0
14	10	11	1970,0	0,90	130,0
15	11	8	2850,0	0,60	117,0
16	2	12	3670,0	0,90	130,0
17	12	13	40,0	0,35	100,0
18	2	14	5900,0	0,75	119,0
19	12	14	2230,0	0,75	112,0
20	11	14	2260,0	0,90	130,0
21	14	15	3850,0	1,05	125,0
22	15	16	1500,0	0,80	112,0
23	15	17	250,0	0,80	112,0
24	17	18	3350,0	0,60	100,0
25	19	20	110,0	0,30	105,0
26	19	21	1250,0	0,60	130,0
27	14	22	1160,0	0,90	130,0
28	14	24	3100,0	0,90	100,0
29	24	25	60,0	0,45	100,0
30	24	26	1500,0	0,90	100,0
31	22	27	8000,0	0,90	130,0

## DADOS DAS BOMBAS

(OBS: VAZÕES EM M<sup>3</sup>/S, CARGAS EM M)

BOM	NO MON	NO JUS	NUMERO DE BOM	VAZAO OTIMA	VAZAO RQUER	CARGA DE SHUT-OFF	CARGA OTIMA	CARGA RQUER
1	18	19	2	0,300	0,600	65,000	60,00	50,00

NOS COM DEMANDA FIXA

NO	VAZAO (M <sup>3</sup> /S)
27	0,200

## VAZDES RETIRADAS DOS RES. DAS ECR (CONSUMO) EM LITROS POR SEG.

## NUMERO DA ECR= 1

-3123	-3123	-3123	-3123	-3123	-3123	-3123	-3123	-3123	-3123	-3123
-3123	-3123	-3123	-3123	-3123	-3123	-3123	-3123	-3123	-3123	-3123
-3123	-3123	-3123	-3123	-3123						

## NUMERO DA ECR= 2

160	140	130	130	110	115	120	170	180	180	190	180
170	180	170	170	180	185	188	207	180	150	140	150

## NUMERO DA ECR= 3

100	90	100	110	100	105	110	130	140	150	160	150
145	140	150	150	160	150	178	167	135	120	110	120

## NUMERO DA ECR= 4

170	120	130	110	190	240	320	350	400	450	500	450
400	410	450	450	400	500	648	640	400	250	220	180

## NUMERO DA ECR= 5

100	90	80	40	70	60	100	200	300	350	400	350
310	250	300	310	350	400	500	540	300	180	110	120

## NUMERO DA ECR= 6

70	30	40	60	60	70	100	110	130	150	190	180
160	170	170	180	170	190	230	220	120	100	90	70

## NUMERO DA ECR= 7

190	170	160	110	100	120	200	350	450	450	550	400
410	390	430	500	440	550	650	840	570	320	260	170

## NUMERO DA ECR= 8

140	120	180	200	230	240	300	360	360	380	400	350
320	330	350	360	350	370	390	580	350	250	130	120

## NUMERO DA ECR= 9

80	60	60	80	120	100	270	390	440	530	450	440
480	490	410	420	410	460	660	420	250	310	170	120

## NUMERO DA ECR= 10

210	290	290	240	350	370	460	520	540	620	670	620
630	620	620	550	610	700	850	500	400	360	340	300

## NUMERO DA ECR= 11

300	280	250	230	280	300	390	420	540	550	590	530
560	520	500	530	530	600	700	490	440	400	360	350



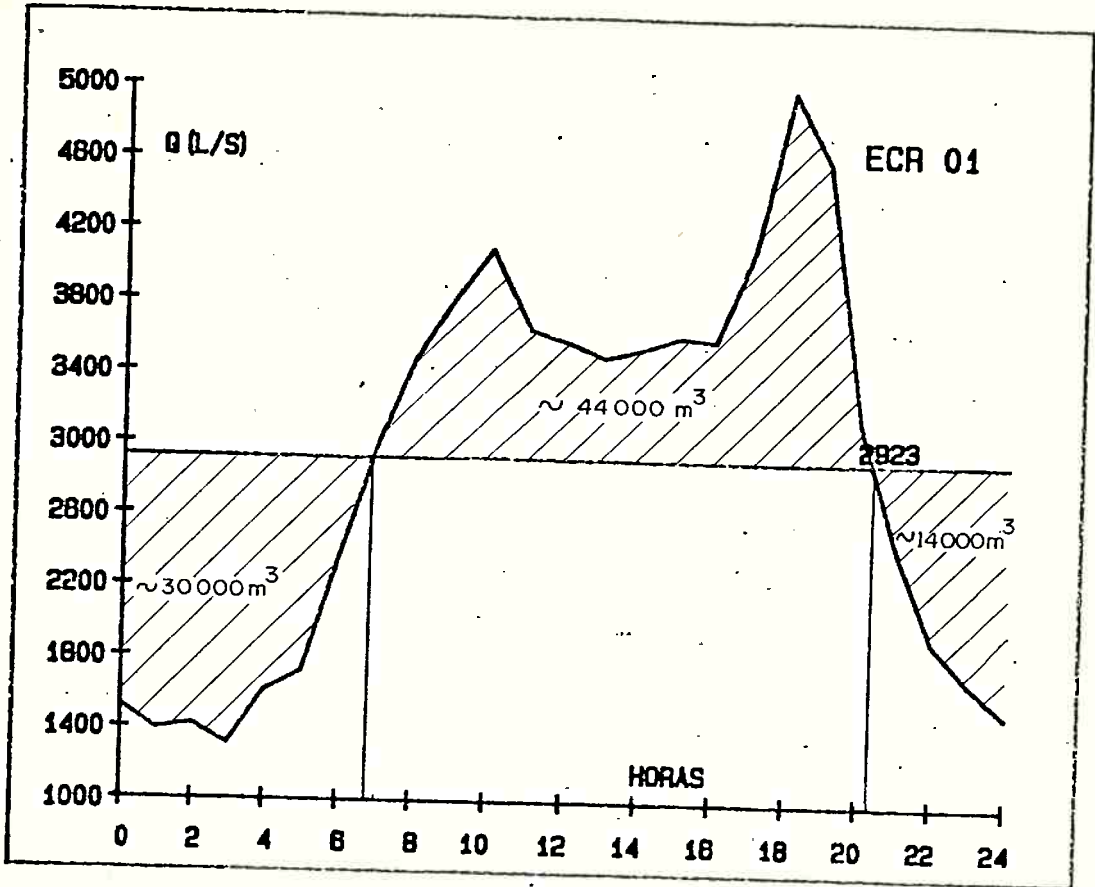


Fig. 2.2a: Vazão total consumida pela rede.  
(exceto nó 27)

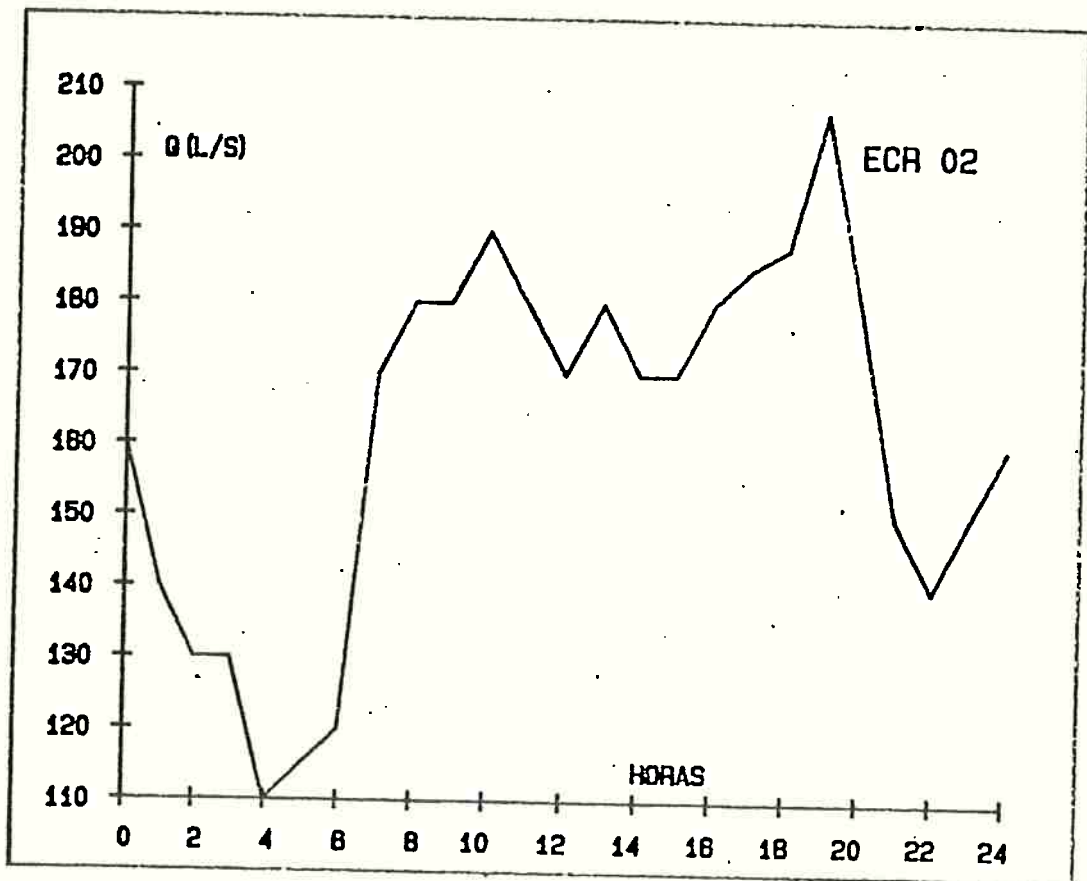


Fig. 2.2b: Vazão na ECR 02.



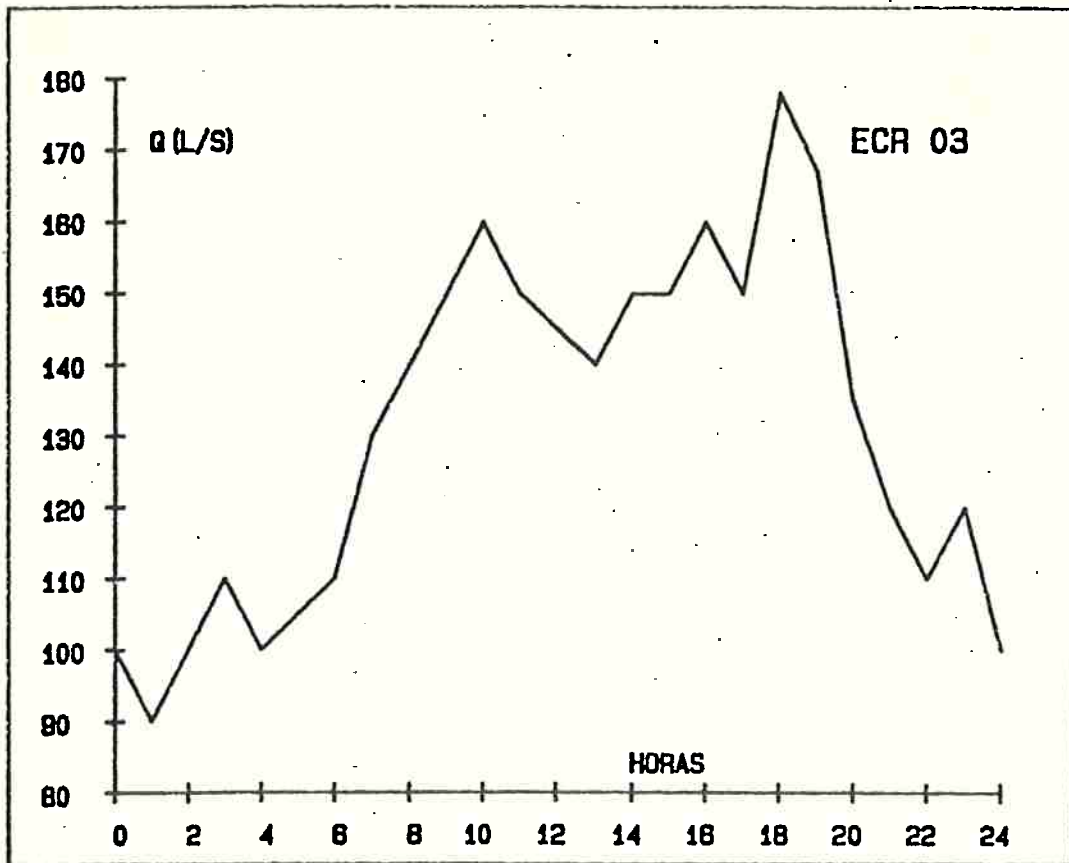


Fig. 2.2c: Vazão na ECR 03

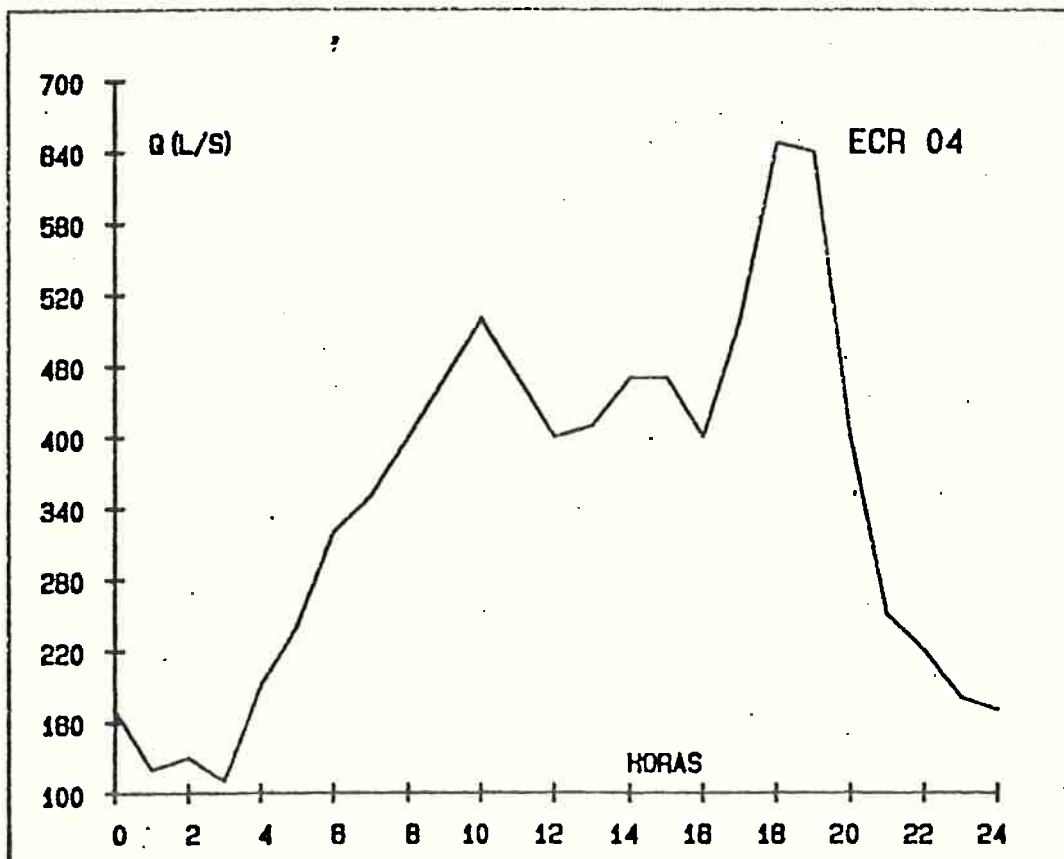


Fig. 2.2d: Vazão na ECR 04

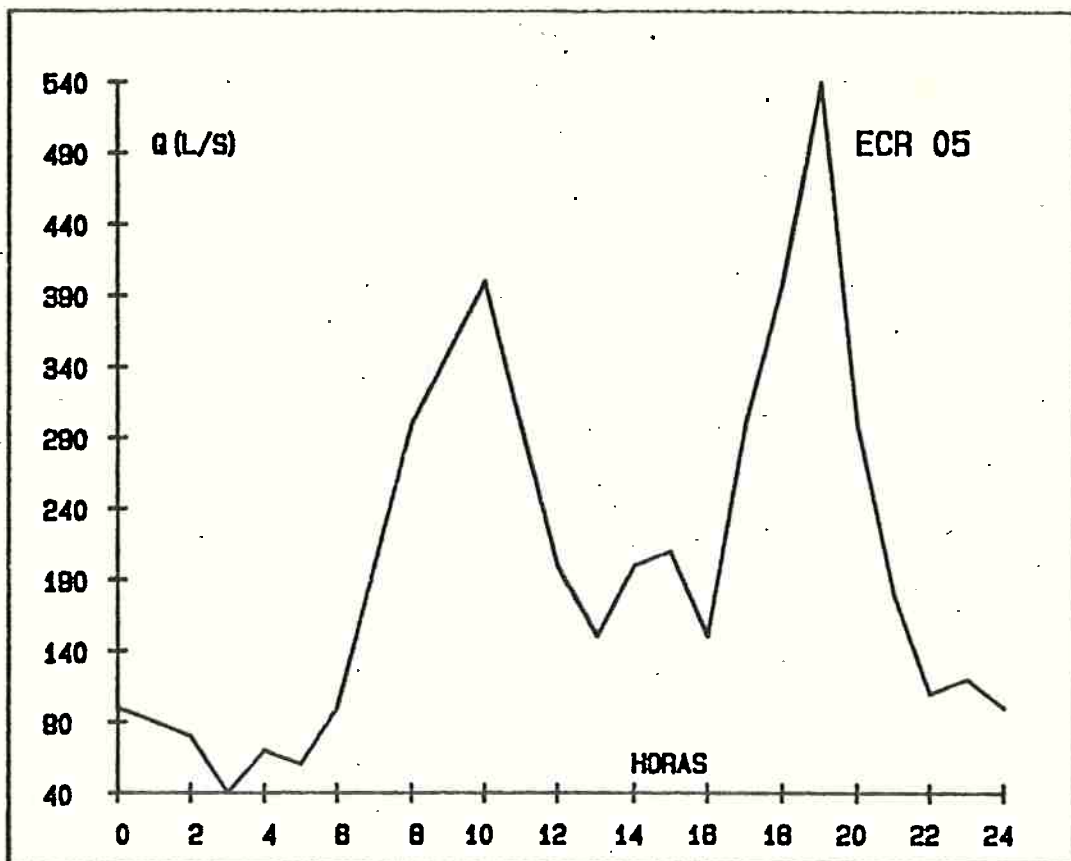


Fig. 2.2e: Vazão na ECR 05

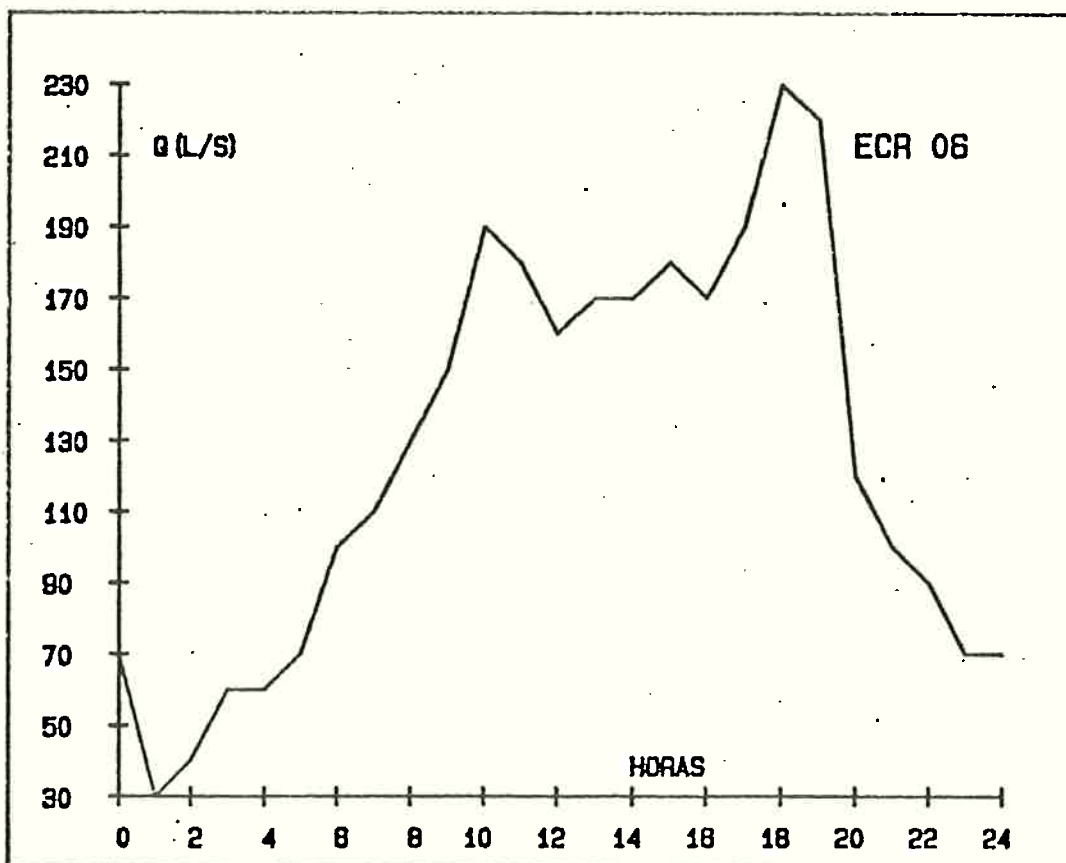


Fig. 2.2f: Vazão na ECR 06

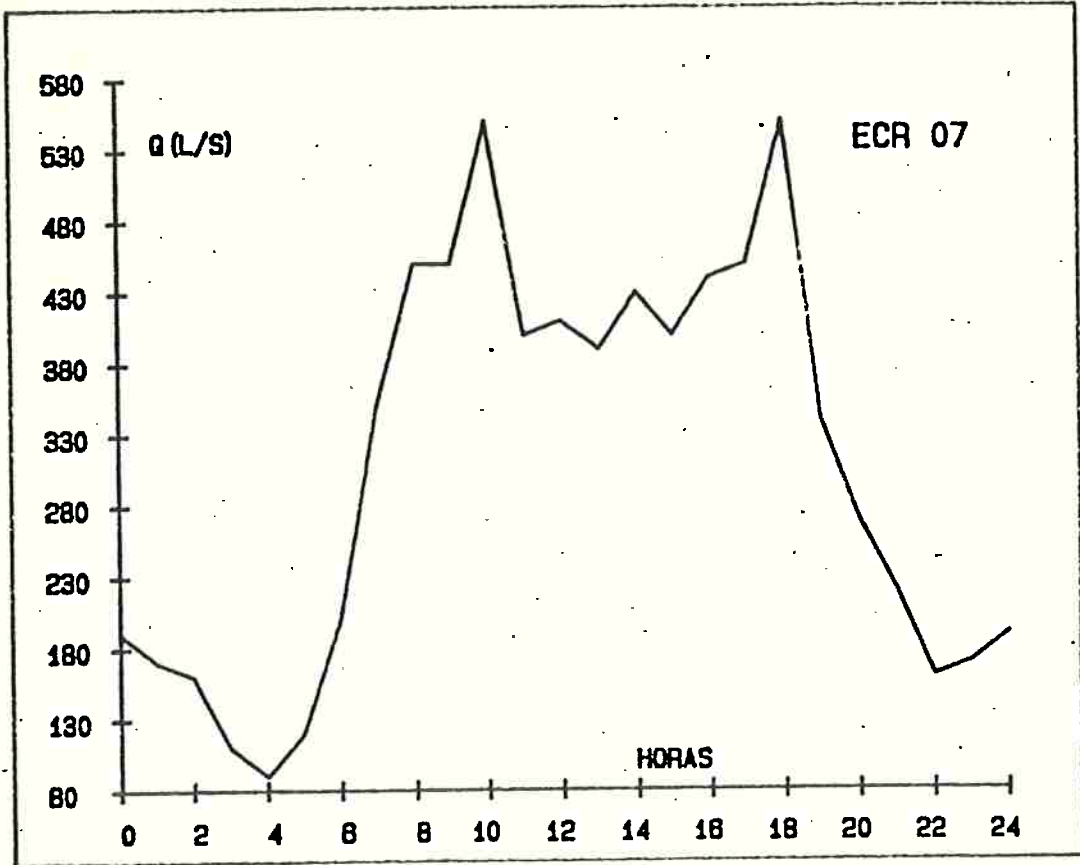


Fig. 2.2g: Vazão na ECR 07

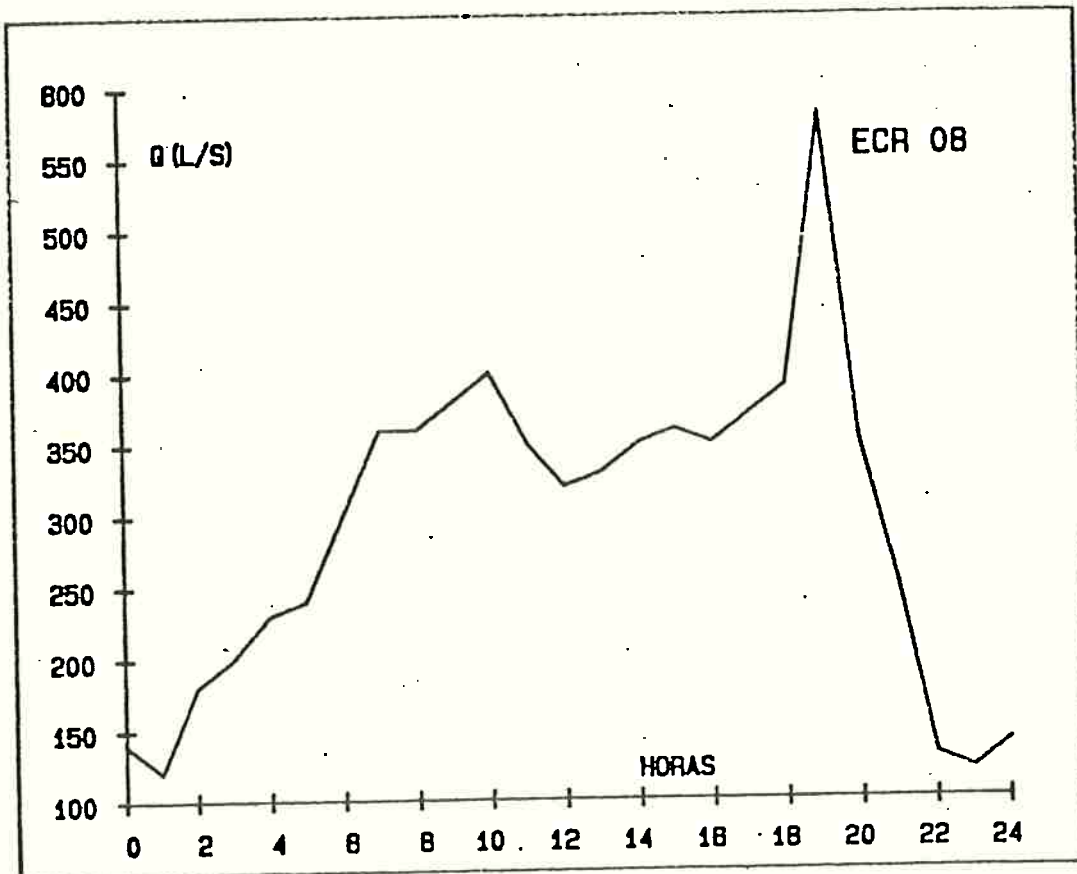


Fig. 2.2h: Vazão na ECR 08

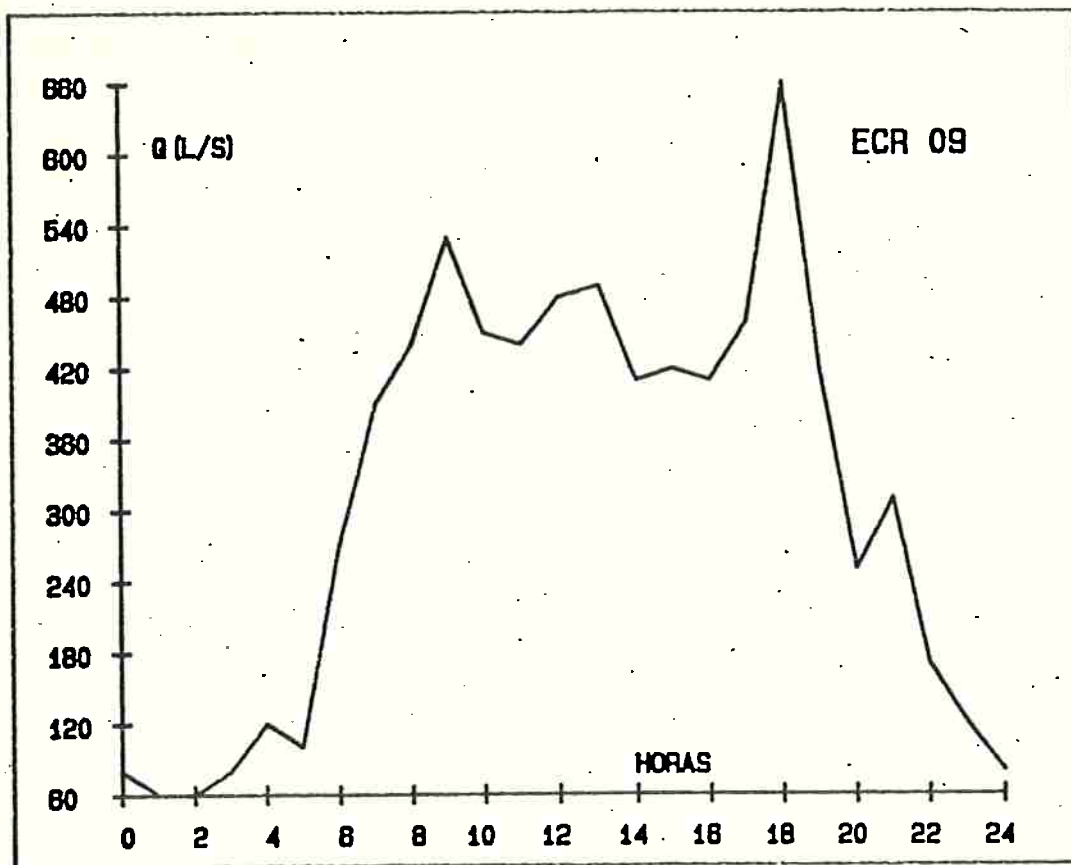


Fig. 2.2i: Vazão na ECR 09

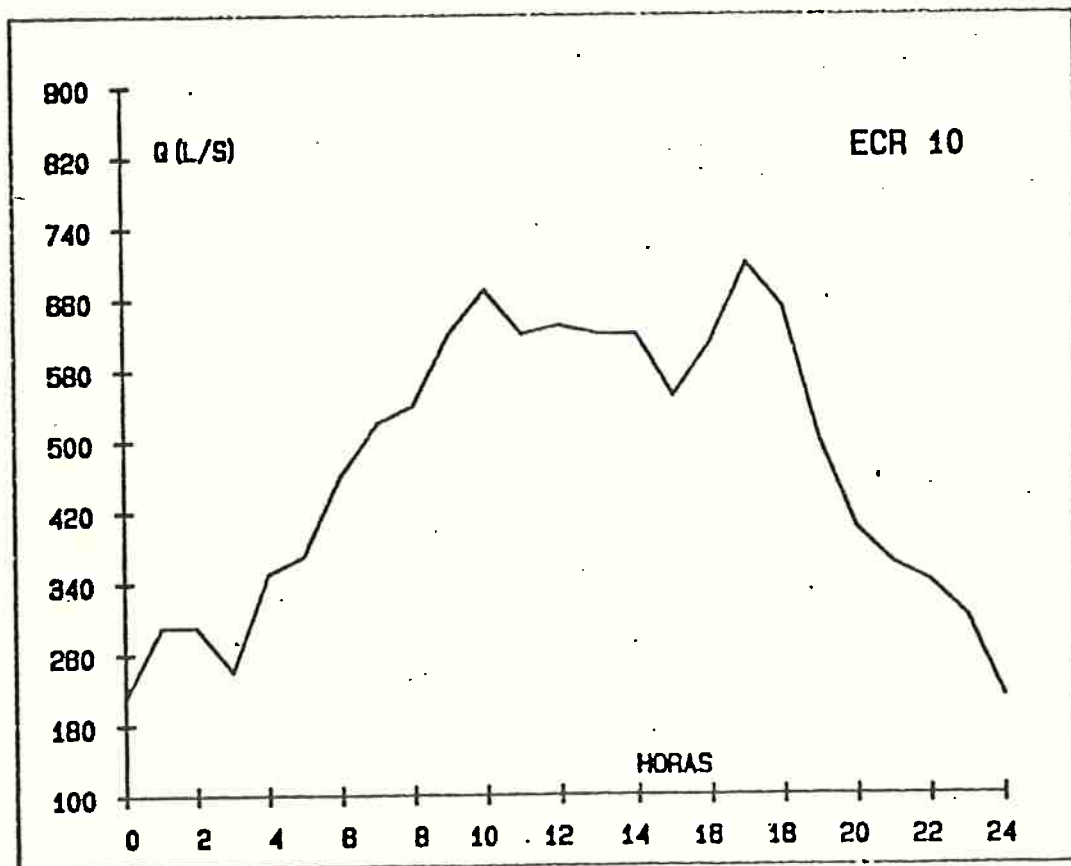


Fig. 2.2j: Vazão na ECR 10

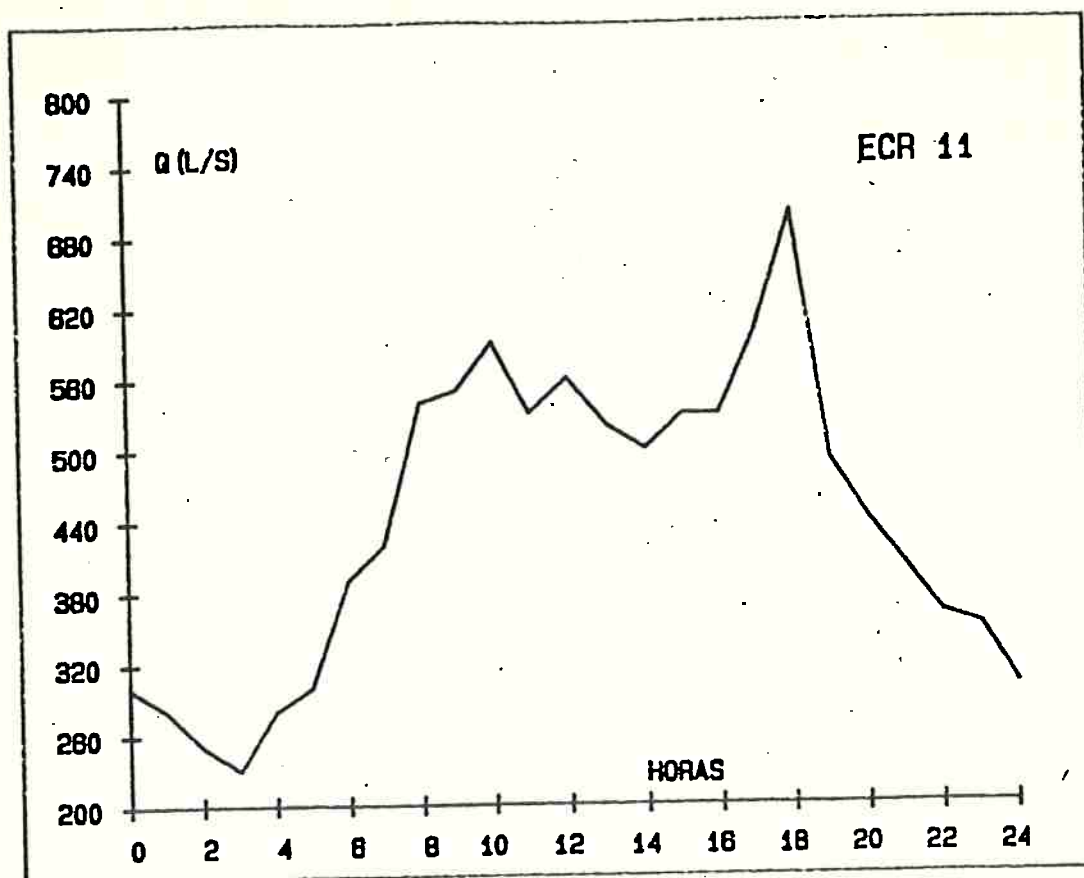


Fig. 2.2l: Vazão na ECR 10

Admitiremos que a vazão fornecida ao reservatório da ECR 01 seja constante e igual a média total do período (3123 l/s). Desta maneira, além de diminuirmos o custo de tratamento, elevaremos o padrão de qualidade da água tratada, já que assim facilitaremos o controle dos processos físico-químicos de tratamento.

Quanto às vazões consumidas dos reservatórios, de demandas setoriais, (figura 2.2b a 2.2l) estas dependem das variações horárias e das características próprias de cada região consumidora. Estas vazões tanto podem ser obtidas em tempo real como ser estimadas a priori, a partir do histórico de consumo das populações servidas pela rede, nos vários períodos sazonais.

O gráfico da figura 2.2a nos mostra que entre as 7 e 20 horas a vazão consumida pela população supera a média produzida; portanto, neste período, os reservatôri

os deverão ter acumulado um volume adequado para suprir o excesso de vazão.

Se estes processos de suprimento e acumulação não forem acompanhados por manobras adequadas das válvulas (ou bombas, quando forem de rotação variável) poderemos ter ou extravasamentos ou esvaziamentos dos reservatórios.

Simplesmente abrir a válvula de entrada de um reservatório, quando este atinge seu mínimo, ou fechando-a na condição de máximo, não soluciona o problema, já que estas manobras não levam em conta as influências recíprocas entre reservatórios.

Outra complicação surge quando não dispomos de válvulas de controle em algum reservatório (caso da ECR 01 da fig. 2.1).

Seu nível será controlado pela atuação nas válvulas vizinhas, uma operação que pode ser bastante complicada, dependendo das interconexões da malha de tubos, seus diâmetros, comprimentos, rugosidade, curvas de operações das bombas e cota dos reservatórios.

Um exemplo bem característico pode ser obtido se deixarmos todas as válvulas do sistema abertas no período de acumulação (entre as 20 e 7 horas) esperando, com isto, encher os reservatórios. Procedendo assim obtemos o regime permanente apresentado na tabela 2.1

Notamos que a vazão no tubo 27 é negativa, ou seja, flui ao contrário do que indica a seta correspondente da figura 2.1. Portanto o reservatório ECR 11 esvaziar-se-á num período em que deveria estar acumulando. Além disso, fixando as aberturas das válvulas do sistema as vazões não

Tabela 2.1: Vazões que circulam pela rede com todas as válvulas abertas.

Número do Tubo	Vazão (M3/S)
1	0,421
2	0,885
3	1,167
4	1,728
5	0,155
6	0,155
7	0,269
8	0,269
9	0,129
10	0,140
11	0,285
12	0,143
13	1,500
14	1,500
15	0,287
16	1,548
17	1,167
18	0,730
19	0,381
20	1,213
21	1,938
22	1,214
23	0,724
24	0,724
25	0,366
26	0,358
27	- 0,559
28	0,945
29	0,536
30	0,409
31	0,199

permanecerão constantes pois à medida que os níveis dos reservatórios se alterem as vazões que circulam também se modificarão.

Devemos notar que, em função da demanda setorial e do perfil do consumo diário (fig. 2.2b a 2.2l) os reservató-rios setoriais poderão estar inadequadamente dimensionados e, particularmente, o reservatório ECR01 deverá ter um volume compatível com o fornecimento de vazão igual a  $4,201 \text{ m}^3/\text{s}$  (so-ma das vazões demandadas - ver tab. 2.1) no período de menor demanda no qual tal "engolimento" da rede supera o valor médio produzido igual a  $3,123 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Estas considerações mostram alguns dos obstáculos que surgem ao se controlar as aberturas de válvulas (ou rotações de bombas) visando atender as demandas setoriais mantendo a estação de tratamento operando com vazão constante, durante determinado período, e a importância em se conhecer as características das demandas para se dimensionar adequadamente os componentes da rede: tubulações e reservatórios setoriais.

A simulação de alternativas de controle operacional de redes existentes tem mostrado ser possível aumentar o seu "engolimento" sem a realização de obras complementares de alto custo conforme se verifica pelo exemplo ilustrativo apresentado.

## 2.2 - O problema geral

Com base no exposto no item anterior poderemos formular, genericamente, o problema operacional em uma rede de distribuição de água.



Consideremos um sistema de distribuição de água constituído por reservatórios, tubos, estruturas de controle e estações de bombeamento.

De cada reservatório conhecemos:

- a área transversal (variável ou não com o nível) ,
- o curso permitido para a oscilação do nível de água,
- o nível médio operacional,
- a vazão consumida (demanda setorial) e produzida (tratamento) em função do tempo,

De cada tubo são dados:

- o diâmetro,
- o comprimento,
- o coeficiente de atrito em função da vazão.

De cada estrutura de controle conhecemos:

- o diâmetro da (s) válvula(s),
- a sua curva característica equivalente,
- a possibilidade ou não de manobrá-la.

De cada estação de bombeamento são dados:

- a curva característica da(s) bomba(s),
- a possibilidade ou não de manobrá-la(s).

Operar o sistema de distribuição consiste em compatibilizar, a cada instante, o esquema de produção definido pelas características da(s) estação (ões) de tratamento de água que o alimentam com as operações das estruturas de controle e das estações de bombeamento, de maneira a atender o consumo populacional, durante um dado período, evitando-se o ex-

travassamento ou esgotamento dos reservatórios e mantendo-se a qualidade de água distribuída.

Pelos motivos práticos apresentados em 2.1 os seguintes requisitos são desejáveis:

- minimização do número de vezes em que a(s) estação (ões) de tratamento é (são) manobrada(s) durante o período,
- utilização adequada dos reservatórios de distribuição,
- minimização do número de vezes em que se atua nas estruturas de controle visando reduzir as situações transitórias.

Como apresentado, são múltiplas as opções operacionais e muitos fatores subjetivos, ou intrínsecos a cada caso, deverão ser considerados como, por exemplo:

- critério operacional da estação (ões) de tratamento face ao processo de produção de água,
- características específicas da rede de distribuição face às solicitações transientes originadas com manobras nas estruturas de controle,
- a confiabilidade na predição do consumo, face às variações de temperatura que afetam diretamente o comportamento do consumidor, caso as vazões não sejam obtidas em tempo real,
- tipo e arranjo da estrutura de controle existente em cada reservatório setorial e nível de automação operacional,
- existência de reservatórios superdimensionados que

acumulem um volume excessivo de água nos períodos de menor consumo sem possibilidade de revertê-la ao sistema nos períodos de pico

A obtenção do esquema operacional ótimo do sistema, submetido às restrições específicas, é o problema geral que deverá ser resolvido.

Propomo-nos a desenvolver neste trabalho o modelo matemático que permitirá, além da obtenção do esquema operacional para um dado perfil de consumo, analisar o desempenho dos diversos componentes da rede.

O sistema de equações (modelo matemático) que caracterizará o modelo físico da rede de distribuição deverá incorporar além da sua morfologia uma condição adicional (critério de desempenho) que, ao ser imposta, completa o sistema de equações a ser resolvido.

A solução deste sistema de equações deverá ser obtida através de um esquema numérico, resolvido com a utilização de computador digital, que definirá o programa operacional da rede de distribuição para um dado perfil de consumo. Se tais dados de consumo são conhecidos em tempo real, como modernamente vem ocorrendo nos sistemas de distribuição de água das grandes metrópoles, a obtenção da solução do sistema de equações através da utilização dos micro ou mini computadores é de grande valia no estabelecimento do controle operacional em tempo real. Tal é a meta que poderá ser alcançada com o desenvolvimento apresentado neste trabalho.

## CAPÍTULO III

### *Cálculo do Escoamento na Rede*

Para a facilidade do leitor reproduzimos no apêndice A o equacionamento clássico dos elementos isolados da rede (tubos, válvulas e bombas). A partir das equações relativas a estes elementos e de um modelo que descreve as interconexões entre os elementos, que chamaremos de modelo morfológico, vamos obter neste capítulo o sistema de equações que governa o comportamento hidráulico da rede de distribuição.

#### 3.1. Identificação morfológica da rede

Uma rede genérica é constituída por reservatórios, tubos, válvulas e estações de bombeamento acoplados entre si. Admitiremos que os reservatórios são dotados de estruturas de controle à sua entrada. Reservatórios sem estruturas de controle são considerados casos particulares nos quais as curvas características das válvulas são constantes e nulas.

Os diversos elementos que constituem a rede são genericamente denominados de ENOS (elementos entre nós). Os quatro tipos de ENOS de que dispomos (reservatórios, tubos, válvulas e estações de bombeamento) são identificados na referência [1] pelos seguintes códigos:

- ECR: estrutura de controle em reservatório,
- TUB: tubo,

- ECL: estrutura de controle em linha,
- BOL: estação de bombeamento em linha.

Os pontos de encontro dos vários ENOS são denominados de NÓS. Os NÓS devem ser enumerados arbitrariamente de 1 a n, onde n é o número total de NÓS. Um ENO qualquer é identificado na instalação através dos seguintes dados:

- pelo seu código, acrescido de um número que o distingua dos outros ENOS de mesmo tipo existentes na instalação. (veja figura 2.1)
- por um sentido arbitrário de vazão que flui através do ENO. A adoção de um sentido de escoamento caracteriza o nó montante e o nó jusante do elemento, entendendo-se com isto que a vazão considerada positiva ocorre do nó montante para o nó jusante.

Visando a posterior generalização computacional deste modelo, admitiremos que:

- (a) - a cada NÓ deve estar vinculado, no máximo, um ENO NÃO-TUBO,
- (b) - qualquer ENO do tipo ECR deve necessariamente estar situado em uma das extremidades da malha (um de seus NÓS não deve estar vinculado a outro ENO da malha) e o sentido para a vazão deve ser o de alimentação do reservatório.

Na figura 3.1 apresentamos o exemplo de combinações que não podem comparecer na identificação de uma rede

já que violam as restrições acima.

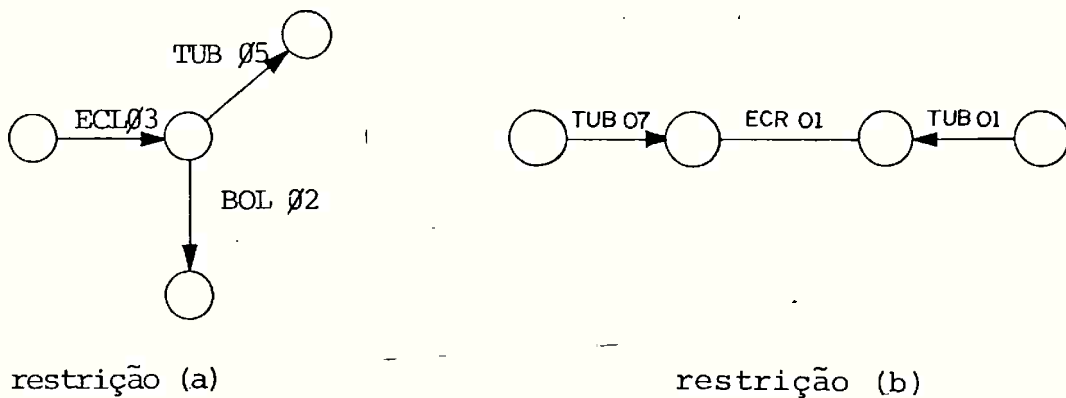


Fig. 3.1 - Combinações não permitidas na identificação de uma rede

### 3.2. O sistema de equações que governa o escoamento na rede

Reunindo as equações que governam o escoamento em tubos, válvulas e bombas, obtidas no apêndice A, (eq. (A.39), (A.29) e (A.30)),

$$\dot{Q} + F(Q, D) + \frac{\pi D^2 g}{4L} \Delta H = 0 \quad (3.1)$$

$$\Delta H - U_V(Q, \theta) = 0 \quad (3.2)$$

$$\Delta H + U_B(Q, \eta) = 0 \quad (3.3)$$

notamos que, devido a analogia entre (3.2) e (3.3) podemos escrevê-las como

$$\dot{Q} + F(Q, D) + \frac{\pi D^2 g}{4L} \Delta H = 0 \quad (3.4)$$

$$\Delta H + U(Q, \omega) = 0 \quad (3.5)$$

onde  $\omega$  refere-se a abertura de válvula ou rotação de bomba, de

Letras maiúsculas itálicas do alfabeto latino representam matrizes e as letras minúsculas indexadas inferiormente representam os seus elementos.

No apêndice E apresentamos, em ordem alfabética, as diversas matrizes que comparecem no equacionamento da rede com a interpretação física do que representam.

### 3.2.1 Equacionamento

Designemos por  $j$  um ENO TUB qualquer da rede. Aplicando a equação (3.4) a este ENO resulta:

$$\dot{Q}_j + F(Q_j, D) + \frac{\pi D^2 g}{4L} (H_{JUS_j} - H_{MON_j}) = 0 \quad (3.6)$$

$$j = 1, 2, \dots, t$$

Expressando a equação (3.6) em forma matricial (apêndice E) resulta:

$$\dot{Q}_T + F + W.H = 0 \quad (3.7)$$

Designemos por  $j$  um ENO NÃO-TUB qualquer da rede. Aplicando a equação (3.5) a este ENO resulta:

$$U_j(Q_j, W_j) + H_{JUS_j} - H_{MON_j} = 0 \quad (3.8)$$

$$j = 1, 2, \dots, e$$

Matricialmente a equação (3.8) toma a seguinte forma:

$$U + E^T.H = 0 \quad (3.9)$$

onde  $E^T$  indica a transposta de  $E$ .

Além das equações (3.7) e (3.9) o escoamento na rede deverá obedecer a equação da continuidade em cada NÓ.

Para os nós não reservatórios a condição de continuidade exige que a soma das vazões vinculadas a um NÓ seja nula, isto é,

$$\sum_{i=1}^{N_j} Q_{ij} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, \ell) \quad (3.10)$$

onde  $N_j$  é o número de ENOS vinculados ao nó  $j$ .

Expressando (3.10) matricialmente obtemos:

$$M_2 \cdot Q = 0 \quad (3.11)$$

Para os nós reservatórios a condição de continuidade é expressa por

$$\begin{bmatrix} \text{vazão que} \\ \text{flui para} \\ \text{o reservatório} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{vazão consumida} \\ \text{do reservatório} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{taxa de variação de} \\ \text{volume no reservatório} \end{bmatrix} ;$$

isto é,

$$Q_i = Q_{Ri} + A_R \dot{H}_{Ri} \quad (3.12)$$

$$i = 1, 2, \dots, r$$

onde  $Q_i$  é a vazão que flui para o reservatório,  $Q_{Ri}$  a vazão consumida (ou adicionada) do reservatório e  $A_R$  a área do reservatório e  $\dot{H}_{Ri}$  a variação temporal da altura piezométrica.



Utilizando as matrizes definidas no apêndice E a equação (3.12) é expressa matricialmente por

$$\dot{H}_R = A_R \cdot M_1 \cdot Q - Q_R \quad (3.13)$$

Reunindo (3.7), (3.9), (3.11) e (3.13) temos o sistema de equações que governa o escoamento na rede:

$$\dot{Q}_T + F + W \cdot H = 0 \quad (3.14a)$$

$$U + E^T \cdot H = 0 \quad (3.14b)$$

$$M_2 Q = 0 \quad (3.14c)$$

$$\dot{H}_R = A_R \cdot M_1 \cdot Q - Q_R \quad (3.14d)$$

A solução do sistema (3.14) deverá ser obtida a partir de uma configuração inicial no instante  $t_0$ , a saber:  $Q(t_0)$  e  $H(t_0)$ . Este sistema não está colocado na forma padrão que permita ser resolvido pelos métodos clássicos de integração (Runge-Kutta, por exemplo) já que as equações (3.14b) e (3.14c) não contêm derivadas temporais das incógnitas  $Q$  e  $H$ .

No apêndice B procedemos a uma importante transformação no sistema (3.14) que, além de expressá-lo na forma padrão, reduzirá o número de incógnitas envolvidas no processo de integração.

Isto feito (eqs. (B.7a) e (B.7b)) o sistema (3.14) toma a seguinte forma:

$$\dot{Q} = A_1 \cdot H_R + A_2 \cdot U + A_3 \cdot F \quad (3.15a)$$

$$\dot{H}_R = B_1 \cdot Q - Q_R \quad (3.15b)$$

Comparando com o sistema (3.14) notamos que as incôgnitas  $H$  se reduziram a  $H_R$ . Além disso o sistema (3.15) está colocado na forma padrão que permite utilizar os métodos clássicos de integração.

Em qualquer instante o vetor  $H_L$  (apêndice E) que com  $H_R$  completa  $H$  pode ser obtido pela equação (B.1c), a saber:

$$H_L = D_1 \cdot H_R + D_2 \cdot U + D_3 \cdot F \quad (3.16)$$

Analisando as matrizes de (3.15) notamos que:

- $A_1, A_2, A_3, B_1, D_1, D_2$  e  $D_3$  dependem das características físicas e morfológicas da rede (apêndices B e E),
- $Q_R$  relaciona-se com as vazões produzidas ou consumidas nos reservatórios,
- $H_R$  leva em conta as oscilações dos níveis dos reservatórios,
- $U$  relaciona-se com as aberturas das válvulas e rotações das bombas.

Não encontramos na literatura disponível um sistema de equações semelhante ao (3.15) que, simultaneamente,

leva em conta a morfologia da rede, suas características físicas, a produção e demanda, no cálculo do comportamento dinâmico da instalação.

Dentre as potencialidades de aplicação do sistema (3.15) destacamos:

- (i) a otimização de instalações a serem projetadas ou ampliadas,
- (ii) o controle de sistemas em operação visando obter-se manobras que limitem as cargas transitentes em determinados pontos da rede ("Valve Stroke Problems" - refs. |1| e |3| ),
- (iii) a determinação das aberturas das válvulas e rotações das bombas, a cada instante, que compatibilizem o esquema de produção (tratamento) e o consumo populacional (demanda), com a oscilação dos níveis dos reservatórios dentro dos limites operacionais estabelecidos.

Para analisar o caso (i) consideremos o regime permanente decorrente de (3.15):

$$A_1 \cdot H_R + A_2 \cdot U + A_3 \cdot F = 0 \quad (3.16a)$$

$$B_1 \cdot Q - Q_R = 0 \quad (3.16b)$$

Ao projetar ou ampliar uma rede estamos interessados em calcular as grandezas físicas que minimizem uma função objetiva, que depende especificamente de cada caso. Nes

te contexto as equações (3.16) funcionam como, restrições às variáveis independentes no processo de busca do ponto ótimo. Este problema não é trivial devido ao caráter não linear do sistema (3.16).

Uma possível abordagem para o caso (ii) é associarmos aos nós em que as cargas devam ser limitadas, reservatórios fictícios cujos níveis máximos e mínimos correspondam as cargas limites. A seguir seriam aplicados os procedimentos do cálculo variacional ou do controle ótimo [9] para obtermos as curvas de manobra da instalação, que minimizem as vazões aduzidas nos reservatórios. Neste contexto as equações (3.15) funcionam como restrições diferenciais que limitam as possíveis escolhas de funções minimizantes.

Os casos (i) e (ii) não serão abordados neste trabalho, ficando como sugestões a serem desenvolvidas futuramente.

O problema colocado no capítulo II insere-se no caso (iii), que difere do caso (ii) na escolha da função a ser minimizada. Abordaremos este problema nos próximos capítulos.

## CAPÍTULO IV

*Estratégia Operacional*

A solução do sistema (3.15) só pode ser obtida se conhecermos, a cada instante, as vazões consumidas nos reservatórios (matriz  $Q_R$  da equação 3.15.b), as aberturas das válvulas e as rotações das bombas, pois  $U$  depende destas variáveis (apêndice E).

Admitiremos não poder atuar nem sobre as vazões retiradas dos reservatórios para atender os diversos consumidores, nem sobre as vazões adicionadas aos reservatórios associados às estações de tratamento. Portanto o controle do sistema será efetuado através de atuações nas aberturas de válvulas e nas rotações de bombas.

Do nosso interesse em evitar extravasamentos ou esgotamentos dos reservatórios ao longo do tempo, obteremos um critério de desempenho que permitirá determinar a manobra ao longo do tempo.

4.1 Critério de desempenho

Sejam  $H_R$  os níveis dos reservatórios num instante  $t$  e  $H_{RP}$  os níveis no instante  $t + \Delta t$ . Como o nível de um reservatório varia lentamente com o tempo, vamos adotar a seguinte aproximação:

$$H_{RP} = H_R + \Delta t \cdot \dot{H}_R + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{H}_R \quad (4.1)$$

Reescrevendo (3.15b) temos

$$\dot{H}_R = B_1 \cdot Q - Q_R \quad (4.2)$$

portanto

$$\ddot{H}_R = B_1 \cdot \dot{Q} - \dot{Q}_R \quad (4.3)$$

Substituindo (3.15a) em (4.3) obtemos

$$\ddot{H}_R = B_1 \cdot (A_1 \cdot H_R + A_2 \cdot U + A_3 \cdot F) - \dot{Q}_R \quad (4.4)$$

Substituindo (4.4) e (4.2) em (4.1) resulta

$$H_{RP} = \frac{\Delta t^2}{2} B_1 \cdot A_2 \cdot U + H_R + \Delta t (B_1 \cdot Q - Q_R) + \frac{\Delta t^2}{2} (B_1 \cdot A_1 \cdot H_R + B_1 \cdot A_3 \cdot F - \dot{Q}_R) \quad (4.5)$$

A equação (4.5) pode, abreviadamente, ser escrita como

$$H_{RP} = C \cdot U + B \quad (4.6)$$

onde

$$C = \frac{\Delta t^2}{2} \cdot B_1 \cdot A_2$$

$$B = H_R + \Delta t (B_1 \cdot Q - Q_R) + \frac{\Delta t^2}{2} (B_1 \cdot A_1 \cdot H_R + B_1 \cdot A_3 \cdot F - \dot{Q}_R)$$

Observando a equação (3.8) notamos que o nível que os reservatórios irão atingir no instante  $t + \Delta t$  depende do estado do sistema no instante  $t$  (matriz  $B$ ) e da matriz  $U$ , que chamaremos de matriz de controle, já que depende das aberturas das válvulas e rotações das bombas, que são as variáveis do sistema sobre as quais podemos atuar.

Seja  $\bar{H}_R$  uma matriz  $r \times 1$  cujos elementos são os valores dos níveis médios dos reservatórios.

Seja  $\Delta H$  uma matriz  $r \times 1$  definida por

$$\Delta H = H_{RP} - \bar{H}_R \quad (4.7)$$

ou seja,  $\Delta H$  representa os desvios dos níveis dos reservatórios em relação aos respectivos níveis médios.

Para evitar o extravasamento ou esgotamento dos reservatórios ao longo do tempo adotaremos a seguinte estratégia operacional: manobrar lentamente as válvulas do sistema entre  $t$  e  $t+\Delta t$  de maneira que  $H_{RP}$  resulte, a cada instante, o mais próximo possível de  $\bar{H}_R$ . A seguir traduziremos matematicamente este procedimento ao minimizarmos, em média quadrática, a cada instante, as componentes de  $\Delta H$ .

#### 4.2 Minimização da função objetivo

Seja  $f$  uma função definida como a soma ponderada do quadrado dos desvios acima, isto é,

$$f = (\Delta H)^T \cdot P \cdot (\Delta H) \quad (4.8)$$

onde  $P$  é uma matriz diagonal, definida positiva, que chamaremos matriz de pesos, de dimensão  $r$ , que leva em conta a importância relativa dos desvios.

Calcularemos a manobra ótima minimizando (4.8). Para isto consideremos a primeira derivada de  $f$ , em relação a matriz de controle  $u$ :

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \left( \frac{\partial H_{RP}}{\partial u} \right)^T \cdot \frac{\partial f}{\partial H_{RP}} \quad (4.9)$$

Segundo (4.8) e (4.7) temos

$$-\frac{\partial f}{\partial H_p} = 2 \cdot P \cdot \Delta H \quad (4.10)$$

Segundo (4.6) temos

$$-\frac{\partial H_p}{\partial u} = C \quad (4.11)$$

Substituindo (4.11) e (4.10) em (4.9) obtemos

$$-\frac{\partial f}{\partial u} = 2 \cdot C^T \cdot P \cdot \Delta H \quad (4.12)$$

Como desejamos minimizar  $f$ , com manobras lentas, que se realizam ao longo do tempo, devemos incrementar a matriz de controle  $u$  na direção contrária a do gradiente de  $f$ , isto é,

$$u_p = u - \bar{S} \cdot \frac{\partial f}{\partial u} \quad (4.13)$$

onde  $u_p$  é o valor de  $u$  no instante  $t + \Delta t$  e  $\bar{S}$  é uma matriz diagonal, definida positiva, que determina a magnitude do incremento de  $u$  para  $u_p$ .

Substituindo (4.12) em (4.13) obtemos

$$u_p = u - S \cdot C^T \cdot P \cdot \Delta H \quad (4.15)$$

onde

$$S = 2\bar{S}$$

Seja  $N$  a matriz exl cujas componentes são as aberturas de válvulas ou rotações de bomba.



ou seja

$$N = \{ \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_e \}$$

onde  $\omega_i$  é a abertura da válvula equivalente se o ENO  $i$  for uma ECR ou  $\omega_i$  é a rotação da bomba equivalente se o ENO  $i$  for uma BOM.

Por outro lado (veja eq. 3.5)

$$U = \{ \Delta H_1, \Delta H_2, \dots, \Delta H_e \}$$

onde  $\Delta H_i$  é a diferença de carga entre os nós associados ao ENO  $i$ .

De acordo com o comentário que segue a equação 3.5, notamos que a um aumento de  $\omega_i$  corresponde um aumento de  $\Delta H_i$ , portanto podemos expressar a equação (4.15) em termos de  $N$ , isto é,

$$N_p = N - S \cdot C^T \cdot P \cdot \Delta H \quad (4.16)$$

Como os incrementos de  $N$  estão sujeitos às velocidades programadas para os atuadores (proteção contra golpes de aríete) a matriz de incremento  $S$  deve ser ajustada de maneira que tais velocidades sejam respeitadas.

Seja  $V_M$  uma matriz diagonal dada, positiva, de dimensão  $e$  (veja apêndice E) cujos elementos não nulos são os módulos das velocidades de manobra das válvulas e/ou bombas.

Adotemos a seguinte aproximação linear:

$$\left| \frac{N_p - N}{\Delta t} \right| \equiv V_M \quad (4.17)$$

onde a função módulo (indicada pelas barras) deve ser aplicada aos elementos da matriz.

Escrevendo a equação (4.17) na forma

$$N_p = N \pm \Delta t V_M \quad (4.18)$$

e comparando com (4.16) concluímos que estas equações serão compatíveis se  $S$  for de tal magnitude que

$$N_p = N - \Delta t V_M \cdot \text{SINAL} \{ C^T \cdot P \cdot \Delta H \} \quad (4.19)$$

onde  $\text{SINAL} \{ \cdot \}$  é um operador que aplicado sobre uma matriz qualquer  $X$  resulta numa matriz  $Y$ , com a mesma dimensão de  $X$  de maneira que

$$y_{ij} = 0 \text{ se } x_{ij} = 0$$

$$y_{ij} = -1 \text{ se } x_{ij} < 0$$

$$y_{ij} = 1 \text{ se } x_{ij} > 0$$

Dividindo (4.19) por  $\Delta t$  e fazendo  $\Delta t \rightarrow 0$  teremos

$$\dot{N} = - V_M \cdot \text{SINAL} \{ C^T \cdot P \cdot ( H_R - \bar{H} ) \} \quad (4.20)$$

Reunindo (4.20) ao sistema (3.15) resulta (4.21).

$$\dot{Q} = A_1 H_R + A_2 \cdot U + A_3 \cdot F \quad (4.21a)$$

$$\dot{H}_R = B_1 \cdot Q + Q_R \quad (4.21b)$$

$$\dot{N} = - V_M \cdot \text{SINAL} \{ C^T \cdot P \cdot ( H_R - \bar{H} ) \} \quad (4.21c)$$

As equações (4.21a) e (4.21b) governam o escoamento na rede e devem, necessariamente, serem satisfeitas. Por outro lado a equação (4.21c) não é uma restrição física já que resultou de um processo de minimização da função  $f$  definida pela equação (4.8). A adoção desta função específica e o procedimento de caminharmos, a cada instante, em direção ao seu mínimo (busca gradiente) são processos escolhidos para se atingir os objetivos propostos no capítulo II.

Ressaltamos que, face a outros objetivos, (por exemplo a limitação de cargas transientes em determinados pontos da rede) o sistema de equações (4.21a) e (4.21b), obtidos neste trabalho, nos permite adotar os procedimentos padrões do cálculo variacional ou do controle ótimo [9] no estabelecimento de curvas operacionais.

Neste trabalho nos limitaremos a controlar a rede baseados no sistema de equações (4.21c) que, como mostraremos neste e nos próximos capítulos, atendem aos objetivos a que nos propusemos.

#### 4.3 - Considerações de natureza prática

O controle de uma instalação através do sistema de equações (4.21) exige que manobremos continuamente as válvulas (ou bombas) da rede. No capítulo II estabelecemos como requisito desejável que as válvulas fossem manobradas a intervalos finitos de tempo, por exemplo a cada meia hora. Nesta seção mostraremos como a teoria desenvolvida na seção anterior foi adaptada para atender esta exigência de natureza prática. Para isto consideremos inicialmente algumas definições.

## 4.3.1 Definições.

Definição 1

São dadas  $v$  estruturas de controle.

Sejam  $X_j$  ( $j = 1, 2, \dots, v$ ) conjuntos dados, finitos e ordenados tais que

$$X_j = \{ x_1^j, x_2^j, \dots, x_{p_j}^j \},$$

$$x_1^j < x_2^j < \dots < x_{p_j}^j,$$

$$0 \leq x_i^j < 90, \quad i = 1, 2, \dots, p_j$$

Nos referiremos a  $X_k$  como o conjunto dos possíveis estados ou posições da  $k$ -ésima estrutura de controle; um elemento  $x_i^k$  de  $X_k$  é a posição  $i$  da estrutura de controle  $k$ ;  $p_k$  é o número de estados permitidos para a  $k$ -ésima estrutura de controle.

Comentário: se problemas operacionais (cavitação, manutenção, etc...) exigirem a limitação da manobra de uma estrutura de controle isto poderá ser realizado especificando-se os elementos de  $X_k$  dentro dos limites permitidos.

Definição 2

Uma posição  $x_i^k$  é vizinha a uma posição  $x_j^k$  se  $|i-j| = 1$ .

Definição 3

Sejam  $N_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) conjuntos finitos, obtidos dos  $X_j$  tais que

$$N_i = \{n_1^i, n_2^i, \dots, n_v^i\}$$

$$n_1^i \in X_1, n_2^i \in X_2, \dots, n_v^i \in X_v$$

Nos referiremos a um conjunto específico  $N_k$  como configuração  $N_k$  das estruturas de controle do sistema. O número de configurações que podem ser obtidas a partir dos  $X$  depende do número de posições permitidas para cada estrutura de controle.

Definição 4

Duas configurações  $N_k$  e  $N_j$  são vizinhas se seus elementos correspondentes  $n_\ell^k$  e  $n_\ell^j$  ( $\ell = 1, 2, \dots, v$ ) são vizinhos ou iguais.

Definição 5

Seja  $N_1$  a configuração das estruturas de controle do sistema no instante  $t_0$ .

Definição 6

Seja  $N_2$  a configuração em que as estruturas de controle irão se fixar, após a realização da manobra que se iniciou em  $t = t_0$ .

Definição 7

Seja  $N_2^f$  uma configuração vizinha de  $N_2$  obtida fe

chando uma, e somente uma, estrutura de controle de  $N_2$ .

#### Definição 8

Seja  $N_2^a$  uma configuração vizinha de  $N_2$  obtida a brindo uma, e somente uma, estrutura de controle de  $N_2$ .

#### Definição 9

Seja  $N_2^{a,f}$  a configuração vizinha de  $N_2$  obtida a brindo, fechando ou mantendo as aberturas das válvulas dependendo do sinal dos elementos de  $\{C.P. (H_R - \bar{H})\}$  (equação (4.21c)) ser positivo, negativo ou nulo respectivamente.

#### Definição 10

Sejam  $H_{\max}$  e  $H_{\min}$  matrizes  $r \times l$ , cujos elementos são os valores dos níveis máximos e mínimos dos reservatórios.

Com tais definições programaremos matematicamente a solução das equações que regem o comportamento hidráulico da rede, objetivando a obtenção do controle operacional, que incorporará a restrição mencionada no início desta seção 4.3.

#### 4.3.2 Procedimento Computacional

Seja  $T$  o intervalo de tempo decorrido entre o início de uma manobra e o início da manobra seguinte.

Na figura 4.1 apresentamos o fluxograma que ilustra o procedimento adotado para o cálculo das configurações das válvulas da rede ao longo do tempo, onde admitimos, como hipótese fundamental, a seguinte condição:

- se num dado instante  $t_0$ , manobramos as válvulas do sistema de uma configuração  $N_1$  para uma ou outra configuração  $N_2 \neq N_1$ , a próxima manobra só será realizada em  $t_0 + T$ .

No bloco (a) do diagrama da fig. 4.1 inicializamos o tempo da primeira manobra ( $t_0 = 0$ ) e admitimos a configuração inicial  $N_1$  como a que se manterá no próximo intervalo  $t_0 + T$  ( $N_2 = N_1$ ).

No bloco (b) calculamos o transiente do sistema (eqs. (4.21a) e (4.21b)) levando-o da configuração inicial  $N_1$  para a configuração final  $N_2$  ( $N_1 \rightarrow N_2$ ).

No bloco (c) verificamos se, durante o transitório, algum reservatório extravasa ( $H_R > H_{\max}$ ?). Caso isto ocorra (bloco d) modificamos a configuração  $N_2$  fechando a estrut. do reservatório para sua posição vizinha ( $N_2 = N_2^f$ ). Se o reservatório não possui estrut. de controle ou se a estrut. já se acha totalmente fechada ou se a configuração  $N_2$  já foi tentada anteriormente, ou seja, estamos diante de uma repetição cíclica de configurações, resta-nos atuar simultaneamente nas outras estrut. do sistema modificando  $N_2$  para  $N_2^{a,f}$  ( $N_2 = N_2^{a,f}$ ).

A descrição dos blocos (e) - (f) é análoga a dos

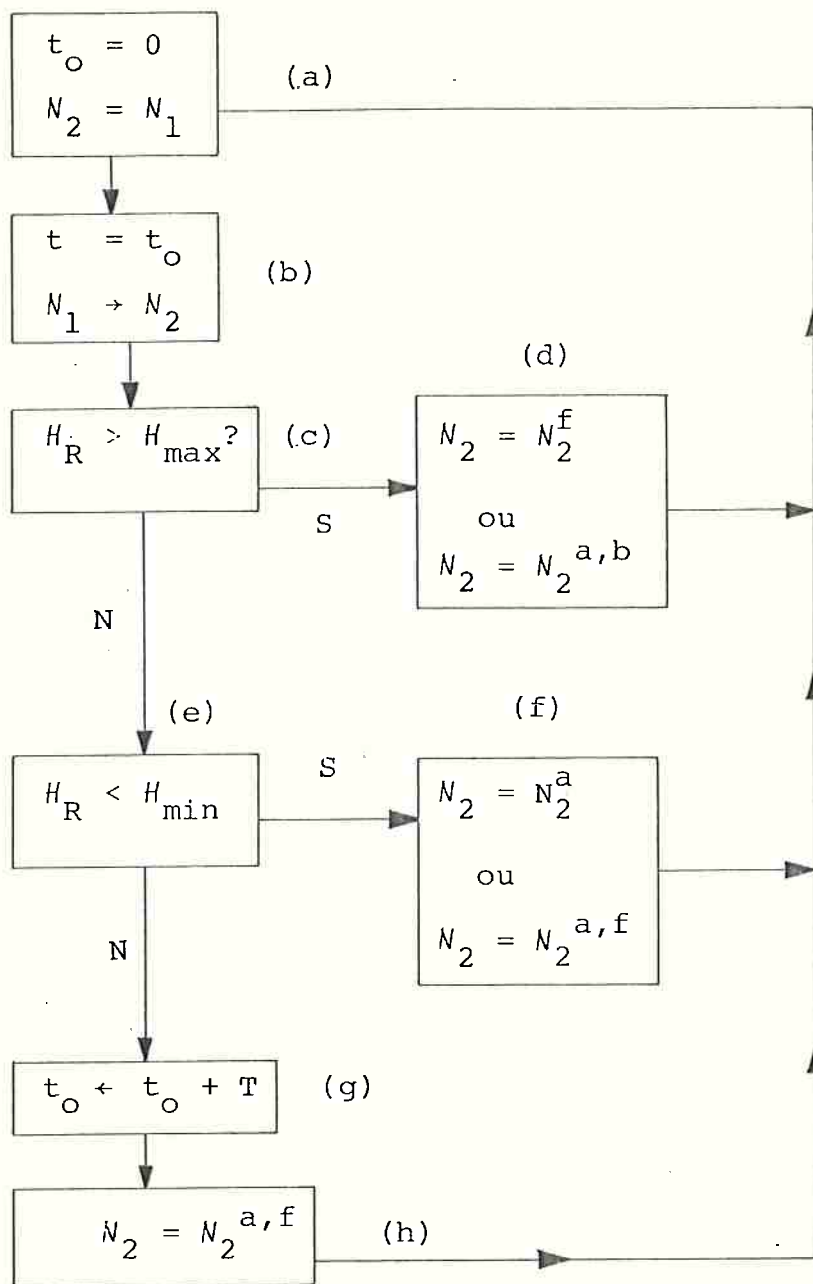


Fig. 4.1 - Ilustração do procedimento computacional que calcula as aberturas das estrut. ao longo do tempo.



blocos (c) - (d), a não ser pelo fato de que abrimos a válvula, quando isto for possível, do reservatório que se esvazia.

No bloco (g) atualizamos o início da próxima manobra ( $t_0 \leftarrow t_0 + T$ ).

No bloco (h), independentemente dos limites terem sido atingidos durante o transitório, modificamos  $N_2$  para  $N_2^{a,f}$  ( $N_2 = N_2^{a,f}$ ).

Atuando preferencialmente nos reservatórios críticos (blocos d e f) permitimos que os outros oscilem livremente, atingindo um dos requisitos desejáveis abordados no capítulo II.

Modificando a cada intervalo  $T$  a configuração  $N_2$  para  $N_2^{a,f}$  (bloco h), evitamos desequilíbrios acentuados dos níveis, isto é, procuramos trazê-los próximos aos respectivos níveis no final de cada intervalo  $T$ . Notamos que a equação (4.21c) faz isto continuamente, ou seja, ao longo de  $t_0 < t < t_0 + T$ , ao passo que o bloco (h) só o faz no fim do intervalo, durando apenas o tempo de executarmos a manobra.

Pode ocorrer que as operações acima nos leve a configurações cíclicas, isto é, depois de algumas passagens pelos blocos (c), (d), (e), (f) ocorre um  $N_2$  já testado sem sucesso. Neste caso dizemos que o sistema atingiu o limite de operação, isto é, não podemos evitar o extravasamento (ou esgotamento) dos reservatórios com atuações a cada intervalo  $T$ . Resta ao operador modificar este período, reduzindo-o, ou, se isto não lhe for conveniente, modificar outros parâmetros da instalação, procedimentos que não são realizados auto

maticamente pelo programa, mas que indicarão deficiências na rede de distribuição.

Tal esquema de cálculo permitirá, então, em se de tectando deficiências para condições reais de demanda atual ou simuladas para o futuro, determinar as obras que serão ne cessárias para adequar a rede a tais condições. As simulações indicarão as deficiências para o transporte de água (tubos ) para a regularização da distribuição (reservatórios) e para a operação do sistema (estações de bombeamento e estruturas de controle).

## Capítulo V

## O Modelo Numérico

A figura 4.1 apresenta, em linhas gerais, o procedimento que adotamos na obtenção das aberturas das válvulas ao longo do tempo. Neste capítulo detalhamos os modelos numéricos utilizados.

Em termos computacionais o cálculo do transiente hidráulico, quando manobramos a configuração das válvulas de  $N_1$  para  $N_2$  (bloco (b) da figura 4.1), é o ponto mais crítico do algoritmo já que consome cerca de 90% do tempo de processamento. Este cálculo será desenvolvido na seção 5.1.

Outro ponto que merece especial atenção é o cálculo da matriz  $C$  que comparece na definição 9 da seção 4.3.1. Esta matriz é de importância fundamental no controle das aberturas das válvulas já que nos baseamos em  $N_2^{a,f}$  (veja a referência da definição e o diagrama da figura 4.1) para obtermos as aberturas ao longo do tempo. Chamaremos a matriz  $C$  de matriz de influência já que ela leva em conta o efeito de uma manobra nos valores dos níveis dos reservatórios vizinhos.

Apesar da matriz  $C$  ser uma característica da rede, isto é, independe do tempo, seu cálculo exige a inversão de uma matriz de dimensão  $(t + e + \ell)^2$  (veja eqs. B.4 e B.5 do apêndice B), onde

$t$  = número de tubos

$e$  = número de ENOS NÃO-TUB,

$\ell = n - r =$  número de nós - número de reservatórios.

A inversão desta matriz pelos métodos convencionais torna-se impraticável, quando a rede é de grande porte (a do exemplo elucidativo tem dimensão da ordem de  $100^2$ ). Felizmente a matriz a ser invertida possui um grande número de elementos nulos (cerca de 95%). Matrizes com esta característica são chamadas de matrizes esparsas e aparecem frequentemente na solução de equações algébricas que governam o comportamento de redes elétricas [6]. Adaptaremos os métodos e procedimentos desenvolvidos sob o título geral de técnicas de esparsidade aplicadas aos sistemas elétricos, para obtermos a matriz C. Isto será desenvolvido na seção 5.2.

### 5.1 Cálculo do transiente hidráulico

Os valores das vazões e dos níveis de reservatório, ao longo do tempo, são dados pelas equações (4.21a) e (4.21b) a partir de uma configuração admitida num instante  $t_0$ , a saber:  $Q(t_0)$  e  $H_R(t_0)$ .

Os métodos clássicos de Runge-Kutta são diretamente aplicáveis na obtenção da solução destas equações. Testamos um destes métodos, o modelo de Hamming [8] [9], que utiliza passos de integração variáveis. O algoritmo mostrou-se computacionalmente ineficiente nas regiões próximas ao fechamento de válvulas, onde exige passos de integração muito pequenos, aumentando o tempo de processamento. Por isso adotamos uma modificação do método das características (MOC) na obtenção da solução das equações (4.21a) e (4.21b).

Notamos que estas equações aplicam-se a manobras lentas (veja apêndice A.3) e tem a vantagem do número de in

côgnitas estar reduzido aos valores de vazões e de níveis de reservatório.

O método das características não se restringe às manobras lentas, porém o número de incôgnitas é acrescido das cargas nos nós não reservatórios. Como vantagens destacamos a simplicidade de programação e o reduzido espaço de memória requerido, o que o torna especialmente conveniente para ser implementado em micro computador. A maior restrição à aplicação deste método ao nosso problema é quanto ao passo de integração que, por motivos de estabilidade da solução, deve permanecer fixo.

#### 5.1.1 - Adaptação do método das características

A aplicação do MOC na solução de transientes hidráulicos é bem conhecida (ref |1| a |5|). Para a facilidade de do leitor apresentamos no apêndice C um resumo do método.

Adotamos duas simplificações para o MOC exposto no apêndice C:

1) dividimos os tubos da rede, independentemente dos comprimentos, em duas seções,

2) admitimos celeridades fictícias para os tubos, dadas por

$$a = L/2\Delta t \quad (5.1)$$

onde

a = celeridade,

L = comprimento do tubo,

$\Delta t$  = intervalo de tempo de integração.

Na figura 5.1 apresentamos a malha característica

resultante destas simplificações. Conhecendo os valores de  $Q$  e  $H$  em  $t = t_0$ ,  $(Q_A, H_A)$ ,  $(Q_B, H_B)$ , podemos aplicar as equações (C.20) e (C.21) e obter os valores de  $Q$  e  $H$  em  $t_0 + \Delta t$ , ou seja,  $Q_P$  e  $H_P$ . Aplicando a equação (C.20) à reta  $PA'$  e a equação (C.21) à reta  $PB'$ , combinadas com as condições de contorno apropriadas (seção C.3), obtemos os valores de  $Q$  e  $H$  em  $A'$  e  $B'$ . A vantagem deste procedimento é que introduzimos as condições de contorno a cada  $2 \Delta t$  em vez de a cada  $\Delta t$ , sem que, com isso, se perca em precisão, ou seja, conseguimos dobrar o passo de integração. Além disso dispensamos o cálculo e armazenamento das grandezas relativas aos pontos interiores.

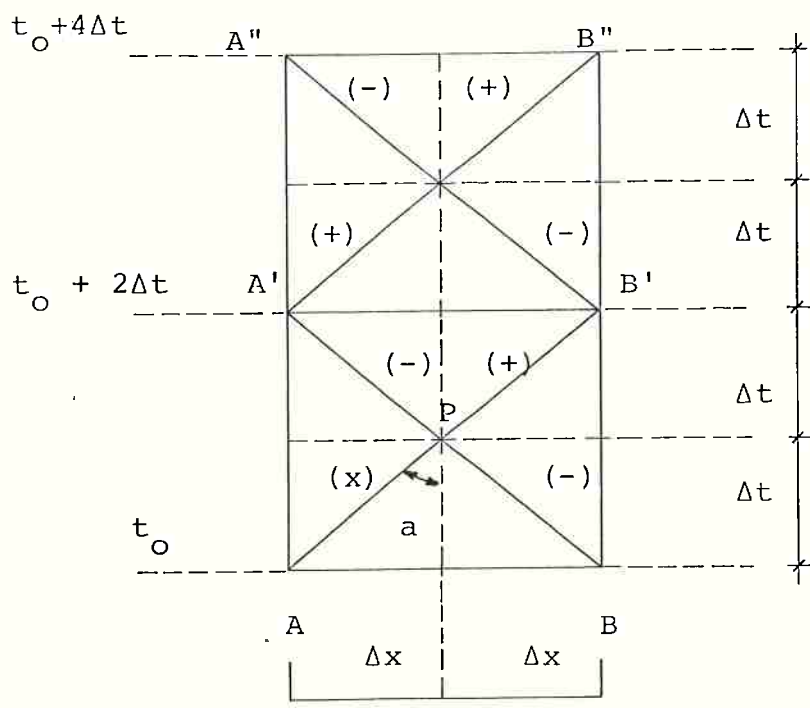


Fig. 5.1 - Malha característica simplificada para  $N = 2$ .

A maior restrição a este procedimento é que, impon

do duas seções ao tubo, estamos implicitamente admitindo a inclinação das retas características em  $a = L/2\Delta t$ . Esta simplificação em nada altera o regime permanente atingido pelo sistema, após a realização de uma manobra, já que as celeridades são características dinâmicas da instalação.

Como as manobras são realizadas a cada intervalo T, os erros introduzidos pelo transitório nos níveis dos reservatórios serão pequenos se  $\Delta t \ll T$ . Além disso estes erros podem ser corrigidos se os níveis dos reservatórios são lidos em tempo real a cada T.

5.2 Cálculo da matriz de influência

Na obtenção da matriz de influência C devemos inverter a primeira matriz da equação (B.4), de dimensão  $t+e+l$ , que nesta seção será denotada por A, ou seja,

$$A = \left[ \begin{array}{c|cc} I & 0 & w_L \\ \hline 0 & 0 & E_L \\ M_{2T} & M_{2E} & 0 \end{array} \right] \tag{5.2}$$

Decompondo a matriz A de acordo com as linhas pontilhadas de (5.2) obtemos

$$A = \left[ \begin{array}{cc|c} & t & e+l \\ \hline A_{11} & A_{12} & \\ \hline A_{21} & A_{22} & \\ \hline & t & e+l \end{array} \right] \tag{5.3}$$

Decompondo igualmente a inversa de A, que chamaremos de B, obtemos

$$B = A^{-1} = \begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|} \hline t & e + \ell \\ \hline B_{11} & B_{12} \\ \hline B_{21} & B_{22} \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{l} t \\ e + \ell \end{array} \end{array} \quad (5.4)$$

Sabemos (ref. [7]) que:

$$B_{11} = A_{11}^{-1} + X \cdot Z^{-1} \cdot Y \quad (5.5a)$$

$$B_{12} = -X \cdot Z^{-1} \quad (5.5b)$$

$$B_{21} = -Z^{-1} \cdot Y \quad (5.5c)$$

$$B_{22} = Z^{-1} \quad (5.5d)$$

onde

$$X = A_{11}^{-1} \cdot A_{12} \quad (5.6a)$$

$$Y = A_{21} \cdot A_{11}^{-1} \quad (5.6b)$$

$$Z = A_{22} - A_{21} \cdot X \quad (5.6c)$$

Comparando (5.2) com (5.3) verificamos que:

$$A_{11} = I = A_{11}^{-1} \quad (5.7a)$$

$$A_{12} = [0, w_L] \quad (5.7b)$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_{2T} \end{bmatrix} \quad (5.7c)$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & E_L \\ M_{2E} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.7d)$$

Substituindo (5.7) em (5.6) e (5.5) obtemos:

$$B_{11} = I + [0 \ w_L] \cdot Z^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ M_{2T} \end{bmatrix} \quad (5.8a)$$

$$B_{12} = -[0 \ w_L] \cdot Z^{-1} \quad (5.8b)$$



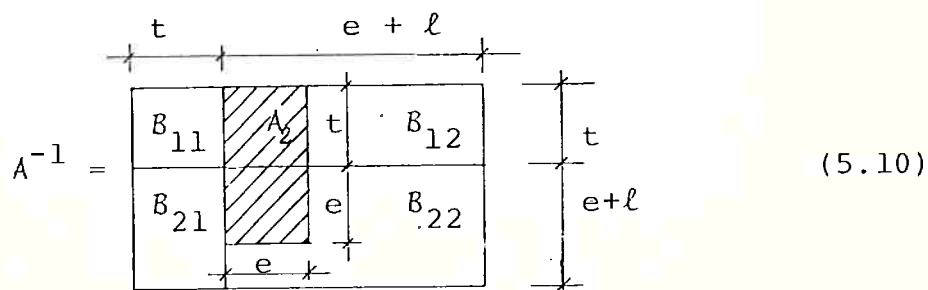
$$B_{21} = - Z^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ M_{2T} \end{bmatrix} \tag{5.8c}$$

$$B_{22} = Z^{-1} \tag{5.8d}$$

De acordo com a equação (4.6) a matriz de influência  $C$  é dada por

$$C = B_1 \cdot A_2 \tag{5.9}$$

onde  $A_2$  (veja equações (B.5) e (B.6)) é a submatriz de  $A^{-1}$  que se acha hachurada em (5.10). Verificamos que  $A_2$  é obtida a partir de  $B_{12}$  e  $B_{22}$  dispensando o cálculo de  $B_{11}$  e  $B_{21}$ . Observando (5.8b) e (5.8c) notamos que  $B_{12}$  e  $B_{22}$  dependem da inversão de  $Z$  que, por ser de grandes dimensões e altamente esparsa, é um caso típico de aplicação da tabela LU definida no apêndice C.



O procedimento que adotamos para a obtenção da matriz de influência é descrita pelo algoritmo 5.1.

Algoritmo 5.1

Obtenção de  $C = B_1 \cdot A_2$ , via tabela LU.

- (a) ordenação de  $Z$
- (b) cálculo de LU de  $Z$
- (c)  $j \leftarrow 1$
- (d) cálculo da coluna  $j$  de  $Z^{-1}$

- (e) cálculo da coluna  $j$  de  $A_2$
- (f) cálculo da coluna  $j$  de  $C$
- (g)  $j \leftarrow j+1$
- (h) se  $j > e$       FIM  
senão  $\rightarrow d$

O passo (a) do algoritmo 5.1 consiste em permutar as linhas de  $Z$  de maneira a obtermos elementos diagonais não nulos evitando, com isso, a divisão por zero ao se calcular o passo (f) do algoritmo D.2. Como o cálculo de qualquer elemento de  $Z$  é imediato (eqs. (5.6c), (5.7c), (5.7d), fig. B.1, defs. 3.2.1) não é necessário alocarmos memória de computador para a matriz  $Z$ .

Ao fim do processo de ordenação temos um vetor que linhas de  $Z$  devem entrar no processo de eliminação via algoritmo D.2.

O passo (b) do algoritmo 5.1 consiste em submetermos as linhas de  $Z$  (na ordem obtida em (a)) ao algoritmo D.2, gerando as linhas de  $Z$  à medida que são requisitadas, o que nos dispensa do armazenamento de toda a matriz  $Z$ .

O processamento de cada linha é feito levando em conta a esparsidade, ou seja, evitamos operar com elementos nulos o que economiza drasticamente o tempo de processamento.

Após o processamento da linha armazenamos de forma compacta (conservando somente os elementos não nulos) as linhas correspondentes da tabela LU.

Convém notar que o processamento de uma linha depende das linhas anteriormente processadas, que estão com

pactamente armazenadas, por isso, é importante escolhermos um método eficiente de armazenamento.

Dentre os vários métodos propostos na referência [6] o que se mostrou simples e eficiente para o nosso caso, é o que armazena a matriz por linhas, mantendo-se um vetor que indica a coluna do elemento armazenado e outro o número de elementos não nulos de cada linha.

O passo (d) do algoritmo 5.1 consiste em obtermos uma coluna do vetor  $Z$ , via algoritmo D.3, utilizando a tabela LU calculada em (b).

Escrevendo a equação (D.26) da seguinte forma simplificada.

$$\text{LU}(Z) [B] = Z^{-1} \cdot B \quad (5.11)$$

ou seja,

$$\begin{bmatrix} \text{a tabela LU de } Z \\ \text{aplicada a } B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{inversa de } Z \\ \text{multiplicada por } B \end{bmatrix},$$

notamos que se  $B$  for igual à coluna  $j$  da matriz identidade de mesma ordem de  $Z$ , isto é  $B = I_j$ , a equação (5.11) nos fornecerá a coluna  $j$  de  $Z^{-1}$ . Como as linhas de  $Z$  foram permutadas em  $a$  devemos igualmente permutar as linhas de  $I_j$  para obtermos a coluna correspondente de  $Z^{-1}$ .

O passo (e) do algoritmo 5.1 consiste em obtermos a coluna de  $A_2$  (eqs. (5.10), (5.8b), (5.8d)) a partir da coluna  $j$  de  $Z^{-1}$  obtida no passo anterior.

No passo (f) obtemos a coluna correspondente de  $C$  calculando o produto matricial (5.9).

Notamos que os passos (d) - (e) são executados sem

alocarmos memória para as matrizes  $Z^{-1}$  e  $A_2$ , já que operamos uma coluna de cada vez, além disso, este esquema nos possibilita o armazenamento compacto da matriz  $C$  utilizando o mesmo esquema de armazenamento da tabela LU.

## CAPÍTULO VI

*Caso de Aplicação*

Neste capítulo analisaremos os resultados obtidos ao aplicarmos o modelo desenvolvido à rede do capítulo II (fig. 2.1), submetida às demandas das figuras 2.2.

Na tabela 6.1 apresentamos as aberturas das válvulas dos ECR ao longo do tempo. A tabela 6.2 mostra os valores dos desvios dos níveis dos reservatórios em relação aos respectivos níveis médios. Os resultados desta tabela estão na forma adimensional, onde utilizamos como grandezas de referências as oscilações máximas permitidas para os reservatórios. A tabela 6.3 mostra os desvios máximos e mínimos atingidos pelos reservatórios no período de análise.

### 6.1 Análise dos resultados

Observando as tabelas 6.1 e 6.2 notamos as seguintes particularidades:

. A válvula da ECR01 (estação de tratamento), cujas aberturas estão indicadas na coluna 1 da tabela 6.1, permanece aberta ( $K=1$ ). Esta condição foi imposta na entrada de dados ao admitirmos que este reservatório não possuiu estrutura de controle manobrável. O controle do nível deste reservatório deve então ser realizado pela atuação simultânea nas estruturas de controle dos outros reservatórios. A coluna 1 da tabela 6.2 mostra, em forma adimensional, as oscilações de nível deste reservatório, e a figura 6.1 reproduz graficamente estes resul

Tabela 6.1 - Tabela de operação das válvulas  
(veja as obs.da pg.VI.4)

POSIÇÃO DAS VÁLVULAS												
T(SEC)	T(HORAS)	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	R11
0	0,00	1	3	3	5	5	*	1	5	5	1	1
1800	0,50	1	4	4	6	6	9	2	6	4	1	2
3600	1,00	1	5	5	5	7	*	1	7	3	1	1
5400	1,50	1	6	6	6	8	*	4	8	4	1	1
7200	2,00	1	7	7	7	9	*	6	9	5	1	2
9000	2,50	1	8	8	8	*	*	7	*	4	1	3
10800	3,00	1	7	7	7	9	*	8	*	5	1	8
12600	3,50	1	5	5	5	7	*	8	8	3	1	8
14400	4,00	1	4	4	6	8	9	*	9	4	1	*
16200	4,50	1	1	1	3	7	*	7	6	3	1	7
18000	5,00	1	1	1	4	8	*	8	9	4	1	7
19800	5,50	1	1	1	4	8	*	9	9	4	1	9
21600	6,00	1	1	1	3	8	*	9	9	2	1	7
23400	6,50	1	1	1	4	7	9	*	9	1	1	8
25200	7,00	1	1	1	6	2	*	4	*	2	1	7
27000	7,50	1	1	1	6	2	*	7	9	2	1	8
28800	8,00	1	1	1	6	4	*	7	9	2	1	8
30600	8,50	1	1	1	6	5	9	7	9	2	1	6
32400	9,00	1	1	1	5	6	*	6	8	1	1	5
34200	9,50	1	1	2	6	7	9	7	9	2	1	6
36000	10,00	1	1	3	5	6	*	6	8	1	1	5
37800	10,50	1	1	4	6	7	9	7	9	2	1	6
39600	11,00	1	1	5	5	6	*	6	*	1	1	7
41400	11,50	1	1	5	3	4	9	6	*	2	1	7
43200	12,00	1	1	6	2	3	*	5	9	1	1	6
45000	12,50	1	2	7	3	4	9	6	*	2	1	7
46800	13,00	1	3	8	4	5	*	5	9	1	1	6
48600	13,50	1	4	9	5	6	9	6	*	2	1	7
50400	14,00	1	3	8	4	5	*	5	9	1	1	6
52200	14,50	1	4	7	5	6	9	6	*	2	1	7
54000	15,00	1	3	6	4	5	*	5	9	3	1	6
55800	15,50	1	4	5	5	6	9	6	*	4	1	7
57600	16,00	1	5	4	4	5	*	5	9	3	1	6
59400	16,50	1	6	3	5	4	9	6	*	2	2	7
61200	17,00	1	7	2	6	3	*	5	9	1	1	6
63000	17,50	1	8	1	7	2	9	4	8	1	1	7
64800	18,00	1	9	1	8	1	*	3	9	1	1	8
66600	18,50	1	*	1	9	1	8	4	*	1	2	9
68400	19,00	1	9	1	8	1	9	2	9	1	1	8
70200	19,50	1	*	1	7	1	8	3	*	1	2	9
72000	20,00	1	9	1	6	1	*	2	9	1	3	8
73800	20,50	1	*	1	5	2	9	3	*	2	4	9
75600	21,00	1	9	1	4	3	*	2	9	3	3	8
77400	21,50	1	*	1	3	4	9	3	*	4	4	9
79200	22,00	1	*	2	3	6	*	1	*	6	6	9
81000	22,50	1	*	1	4	7	9	2	9	5	7	*
82800	23,00	1	9	1	5	8	*	1	8	4	8	9
84600	23,50	1	8	1	6	9	*	5	7	5	7	8
86400	24,00	1	7	1	7	*	*	9	8	6	6	7

Tabela 6.2 - Tabela das oscilações dos reservatórios  
(adim.)

TABELA DAS OSC. (ADIM.) DOS NIVEIS DOS RES. EM FUNCAO DO TEMPO

HRS	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	R11
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,5	-0,32	0,01	0,03	0,03	0,08	0,39	0,28	0,23	0,05	0,05	-0,01
1,0	-0,59	0,01	0,05	0,10	0,11	0,25	0,66	0,40	0,13	0,09	0,03
1,5	-0,72	0,01	0,06	0,15	0,13	0,13	0,84	0,52	0,19	0,14	0,21
2,0	-0,66	0,00	0,04	0,16	0,11	-0,00	0,90	0,59	0,22	0,20	0,49
2,5	-0,38	-0,01	0,01	0,16	0,05	-0,17	0,92	0,52	0,28	0,26	0,84
3,0	0,30	-0,01	-0,01	0,18	0,08	-0,36	0,95	0,45	0,32	0,34	0,93
3,5	0,48	0,02	0,01	0,26	0,17	-0,58	0,98	0,57	0,39	0,38	0,98
4,0	0,86	0,05	0,06	0,29	0,22	0,72	0,92	0,63	0,43	0,43	0,88
4,5	0,60	0,09	0,12	0,49	0,28	0,50	0,97	0,86	0,49	0,46	0,90
5,0	0,66	0,13	0,19	0,61	0,33	0,25	0,99	0,90	0,54	0,50	0,97
5,5	0,87	0,17	0,26	0,72	0,37	-0,03	0,97	0,95	0,57	0,53	0,95
6,0	0,85	0,20	0,32	0,87	0,39	-0,36	0,95	0,98	0,62	0,54	0,99
6,5	0,83	0,23	0,37	0,95	0,41	0,65	0,80	0,99	0,66	0,53	0,98
7,0	0,81	0,25	0,39	0,90	0,68	0,27	0,95	0,87	0,66	0,52	0,99
7,5	0,86	0,27	0,40	0,84	0,90	-0,15	0,86	0,87	0,65	0,51	0,97
8,0	0,76	0,28	0,42	0,78	0,97	-0,60	0,74	0,88	0,63	0,50	0,93
8,5	0,86	0,29	0,44	0,70	0,90	0,17	0,58	0,87	0,59	0,48	0,93
9,0	0,73	0,30	0,45	0,63	0,77	-0,35	0,49	0,92	0,55	0,45	0,96
9,5	0,69	0,31	0,46	0,53	0,57	0,32	0,33	0,91	0,49	0,42	0,95
10,0	0,58	0,31	0,46	0,44	0,40	-0,32	0,20	0,95	0,46	0,37	0,97
10,5	0,56	0,31	0,45	0,33	0,17	0,25	0,01	0,93	0,43	0,34	0,96
11,0	0,79	0,32	0,42	0,26	0,05	-0,41	-0,05	0,80	0,42	0,31	0,95
11,5	0,61	0,33	0,39	0,36	0,07	0,20	-0,12	0,68	0,39	0,28	0,90
12,0	0,17	0,33	0,34	0,61	0,14	-0,40	-0,15	0,68	0,36	0,24	0,85
12,5	0,05	0,33	0,27	0,71	0,20	0,24	-0,22	0,57	0,31	0,22	0,80
13,0	-0,03	0,33	0,20	0,74	0,19	-0,36	-0,23	0,57	0,28	0,18	0,80
13,5	0,13	0,33	0,11	0,69	0,15	0,30	-0,29	0,45	0,24	0,16	0,78
14,0	0,05	0,33	0,04	0,71	0,12	-0,31	-0,32	0,46	0,22	0,13	0,79
14,5	0,19	0,33	-0,03	0,64	0,04	0,33	-0,40	0,33	0,20	0,10	0,77
15,0	0,08	0,33	-0,07	0,65	-0,01	-0,30	-0,46	0,33	0,15	0,10	0,77
15,5	0,19	0,33	-0,10	0,59	-0,10	0,32	-0,57	0,20	0,09	0,10	0,75
16,0	0,07	0,32	-0,11	0,62	-0,18	-0,30	-0,61	0,20	0,04	0,09	0,75
16,5	0,11	0,30	-0,12	0,56	-0,18	0,31	-0,71	0,07	0,02	0,07	0,71
17,0	0,06	0,28	-0,13	0,45	-0,17	-0,35	-0,79	0,07	0,00	0,02	0,69
17,5	-0,10	0,24	-0,14	0,28	-0,14	-0,11	-0,84	0,11	-0,04	-0,04	0,56
18,0	-0,14	0,20	-0,17	0,06	-0,13	-0,90	-0,79	0,10	-0,13	-0,10	0,42
18,5	-0,01	0,13	-0,20	-0,20	-0,13	-0,13	-0,90	-0,05	-0,20	-0,16	0,26
19,0	-0,17	0,08	-0,23	-0,43	-0,19	-0,26	-0,89	-0,12	-0,23	-0,19	0,15
19,5	-0,12	0,01	-0,25	-0,62	-0,17	0,40	-0,98	-0,31	-0,23	-0,19	0,05
20,0	-0,30	-0,03	-0,25	-0,72	-0,07	-0,12	-0,83	-0,33	-0,19	-0,19	-0,02
20,5	-0,29	-0,09	-0,24	-0,75	0,11	0,41	-0,75	-0,45	-0,15	-0,18	-0,10
21,0	-0,56	-0,13	-0,22	-0,66	0,26	0,03	-0,48	-0,43	-0,15	-0,16	-0,16
21,5	-0,65	-0,18	-0,19	-0,48	0,41	0,61	-0,30	-0,51	-0,16	-0,12	-0,23
22,0	-0,68	-0,23	-0,14	-0,29	0,47	0,27	0,13	-0,56	-0,17	-0,09	-0,28
22,5	-0,63	-0,28	-0,09	-0,16	0,49	0,72	0,46	-0,47	-0,14	-0,07	-0,41
23,0	-0,67	-0,31	-0,05	-0,11	0,47	0,45	0,88	-0,33	-0,07	-0,07	-0,47
23,5	-0,50	-0,32	0,00	-0,09	0,43	0,19	0,99	-0,12	-0,02	-0,05	-0,45
24,0	-0,14	-0,33	0,07	-0,09	0,34	-0,06	0,95	0,04	0,01	0,00	-0,37

Tabela 6.3 - Valores máximos e mínimos atingidos pelos reservatórios (condição de partida a meio curso)

\*\*\*ESTRUTURAS DE CONTROLE COM RESERVAÍORIOS\*\*\*

NUMERO DA ECR	VAZAO NA VALVULA (M <sup>3</sup> /S)	OSCILACAO MAXIMA PERMITIDA	OSCILACAO MAXIMA CC ORRIDA(M)	OSCILACAO MINIMA CC ORRIDA(M)
1	-2,620	1,250	1,200	-0,502
2	0,140	3,000	0,939	-0,985
3	0,184	2,200	1,062	-0,578
4	0,157	2,250	2,127	-1,680
5	0,000	2,500	2,429	-0,466
6	0,000	1,750	1,261	-1,572
7	0,103	1,500	1,490	-1,471
8	0,581	2,450	2,434	-1,380
9	0,172	2,300	1,522	-0,539
10	0,534	4,000	2,143	-0,772
11	0,547	1,800	1,784	-0,843

VOLUME ACCUMULADO ATE O FIM DO PERIODO = -45 M<sup>3</sup>

Observações sobre a tabela 6.1

. As posições apresentadas na tabela 6.1 correspondem a valores de K das válvulas equivalentes das estruturas de controle ( $\Delta H = Kv^2/2g$ ), segundo a seguinte tabela:

pos.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
k	0,1	2	10	20	60	100	250	400	1000	∞

. Estes valores de K, por sua vez, correspondem a aberturas de válvula, que dependem do tipo de válvula (globo, esférica, gaveta, etc...). Como exemplo podemos adotar a seguinte associação:

pos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
% de abertura	100	80	70	60	50	40	30	20	10	0



tados. Nesta figura vemos que, inicialmente, o nível deste reservatório cai. Isto ocorre num período em que a vazão produzida é maior do que a consumida devido às condições iniciais do sistema (reservatórios com seus níveis nas posições médias e estruturas de controle com as aberturas dadas pela primeira coluna da tabela 6.1). Manobrando as estruturas de acordo com as linhas iniciais da tabela 6.1 recuperamos o nível deste reservatório de maneira que, em torno das 7h e 30min, (o instante de acumulação máxima do sistema) ele se encontra próximo ao extravasamento, cooperando pois, com os outros reservatórios, na acumulação do volume excedente.

Na fig. 6.1 apresentamos, em linha tracejada, as oscilações do nível do reservatório da ECR 01, quando este se acha inicialmente esgotado. Notamos a recuperação imediata do seu nível, que, a partir das 3 horas, apresenta um comportamento semelhante ao caso anterior.

A estrutura da ECR10 permanece aberta até às 16 horas enquanto que a estrutura da ECR09, vizinha imediata da anterior, é manobrada diversas vezes. Nas figuras 6.2 e 6.3 mostramos os gráficos das oscilações adimensionais destes reservatórios e das manobras realizadas. Notamos que, ao impor as curvas de manobra da figura 6.3, os níveis destes reservatórios oscilam de maneira análoga, apesar de um reservatório dispor do dobro do volume do outro ( $10.000\text{m}^3$  para o ECR09 e  $20.000\text{m}^3$  para o ECR10).

O reservatório da ECR10 possui baixa capacidade de "engolimento" pois, mesmo com sua estrutura permanentemente

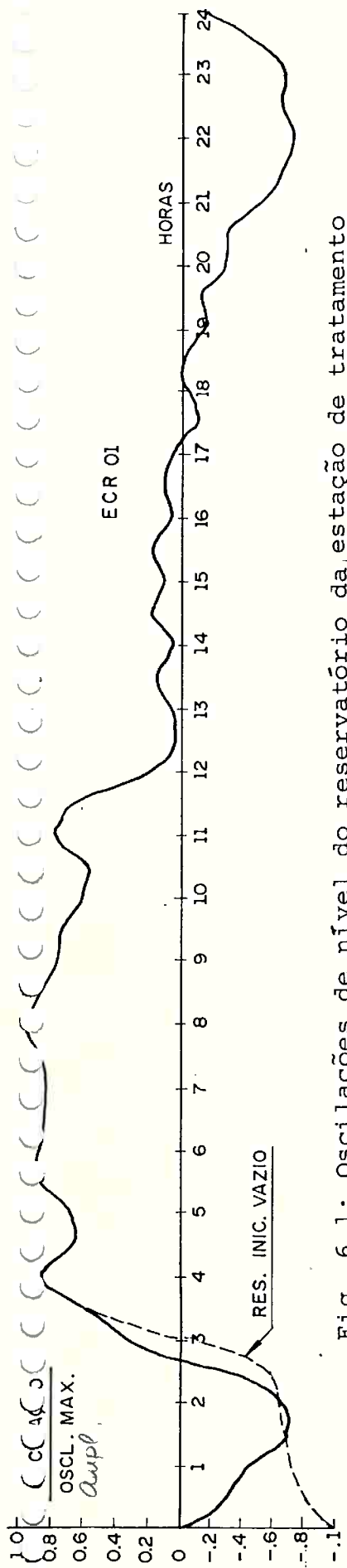


Fig. 6.1: Oscilações de nível do reservatório da estação de tratamento

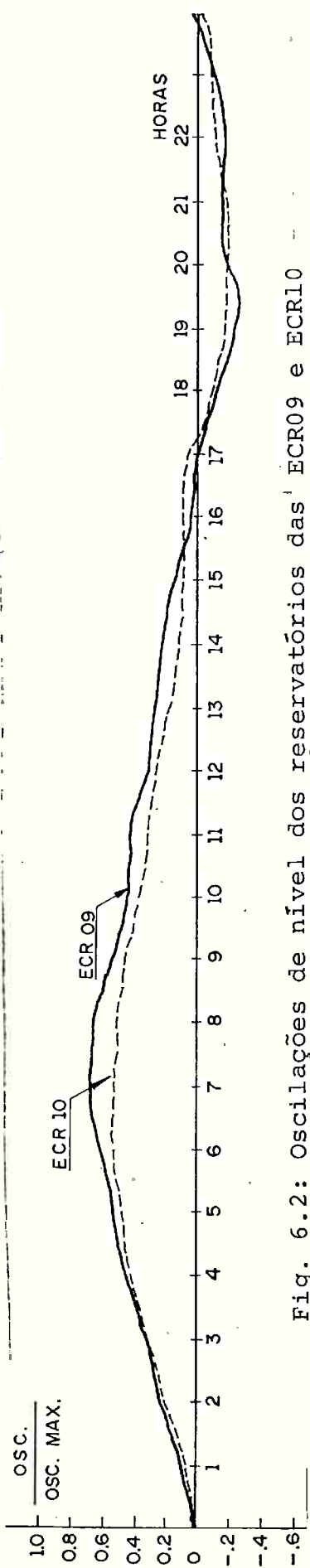


Fig. 6.2: Oscilações de nível dos reservatórios das ECR09 e ECR10

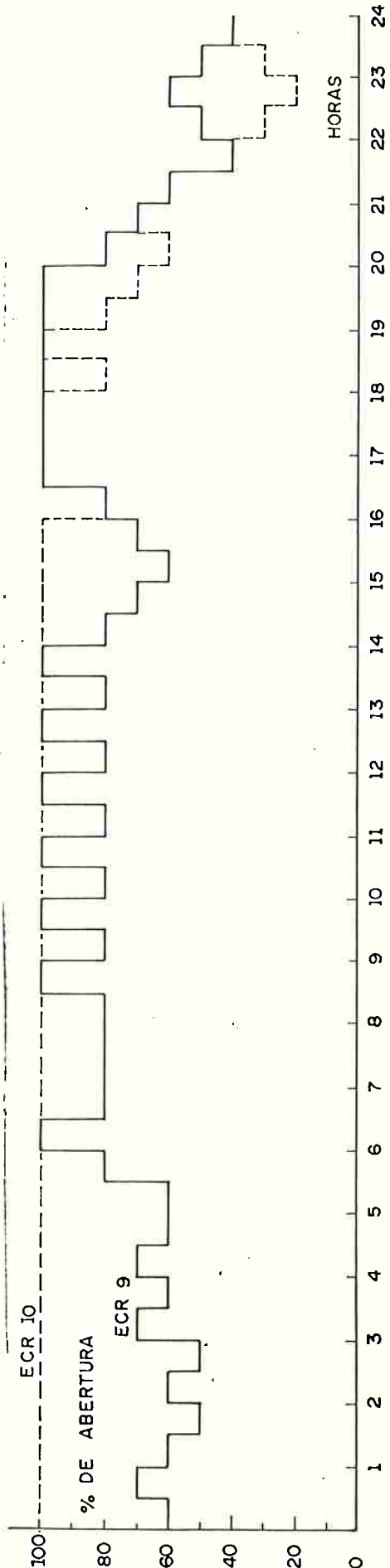


Fig. 6.3: Curvas de manobra das estruturas das ECR09 e ECR10

aberta, não atinge 55% da oscilação máxima permitida, ou seja, para aduzir maiores vazões ao mesmo seria necessário aumentar a capacidade de transporte (alterando as características da estação de bombeamento) e (ou) remanejar o esquema de tubulações.

Nas figuras 6.4 e 6.5 mostramos os gráficos das oscilações adimensionais e das manobras realizadas ao longo do tempo nas ECR06 e ECR07. Apesar destas estruturas serem vizinhas não é possível (como o foi no caso anterior) obtermos curvas análogas para os níveis dos reservatórios. Isto ocorre porque o reservatório da ECR06 possui um volume disponível ( $972 \text{ m}^3$ ) insuficiente para atender o consumo da fig. 2.2f, sem variar excessivamente o seu nível no intervalo entre duas manobras (neste reservatório ocorrem variações de até 65% do volume total em meia hora). Esta variação crítica de volume já não ocorre com o reservatório vizinho da ECR07 ( $6.500 \text{ m}^3$ ), daí o aspecto diverso das duas curvas. Notamos ainda a grande capacidade de "engolimento" do reservatório da ECR06 que apresenta grandes oscilações mesmo com a estrutura de controle à sua entrada permanecendo a maior parte do período fechada ( $K=*$ ) ou próxima ao fechamento ( $K=1000$ ). Esta característica se reflete nas manobras das estruturas de controle dos outros reservatórios, principalmente na do reservatório mais próximo (fig. 6.4). Identificamos pois, um ponto crítico deste sistema que, para ser eliminado, exige a ampliação do reservatório da ECR06.

As curvas de manobra das outras válvulas do sistema não são explicáveis de uma maneira simples como nos ca

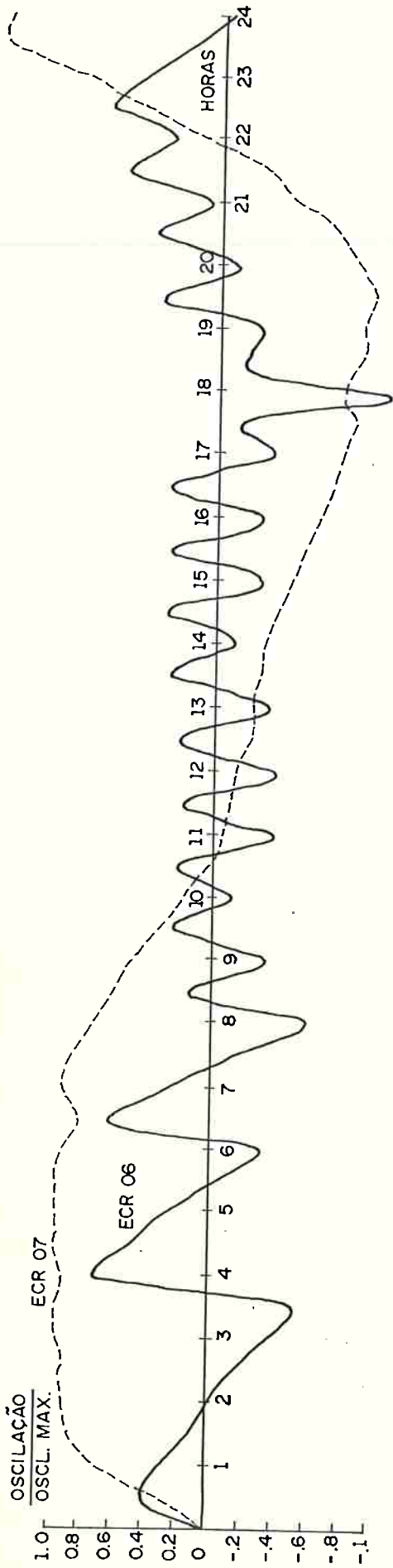


Fig. 6.4: Oscilações de nível dos reservatórios das ECR06 e ECR07.

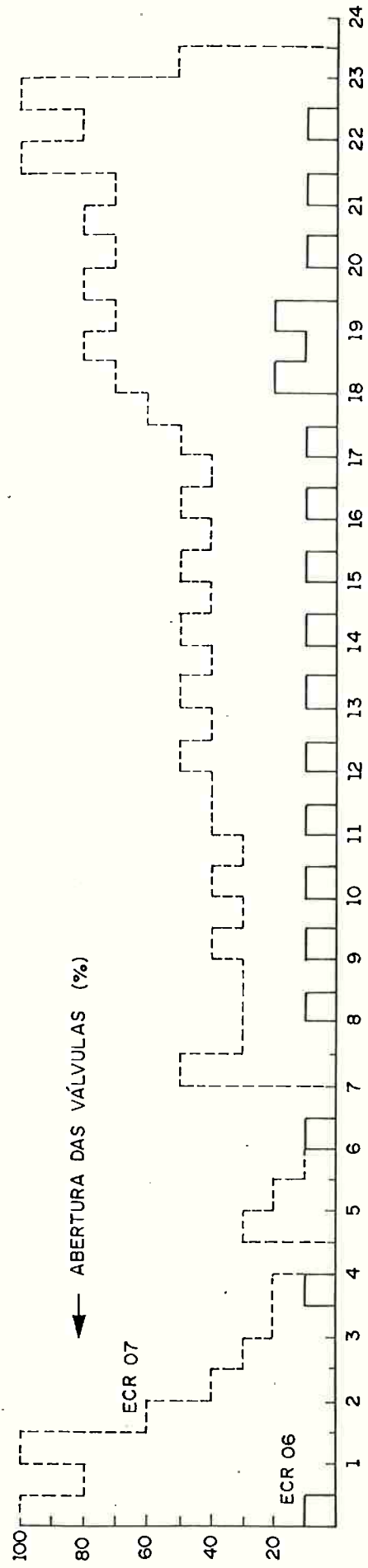


Fig. 6.5: Curvas de manobra das estruturas das ECR06 e ECR07

tos acima descritos. Por isso o controle do sistema baseado somente na experiência pessoal de operadores pode levar a resultados indesejáveis quando a malha é complexa..

Com relação a tabela 6.3 notamos as seguintes particularidades:

. Em nenhum caso há extravasamento ou esgotamento de reservatório, o que atende ao objetivo principal estabelecido no capítulo II.

. De uma maneira geral, os valores absolutos das oscilações mínimas são inferiores aos das oscilações máximas. Este resultado deve-se às condições iniciais do problema. Admitimos que às 0 horas os níveis dos reservatórios se encontram a meio curso, portanto, neste instante, dispunhamos de um volume acumulado de  $44000\text{m}^3$  (metade do volume total). Das 0 horas às 7 horas e 30 min (fig. 2.2a) os reservatórios acumularam  $30.000\text{m}^3$  totalizando  $74.000\text{m}^3$ , que correspondem a 84% do volume total disponível. Das 7h e 30 min às 20 horas, os reservatórios abastecem a população fornecendo  $44.000\text{m}^3$ , chegando às 20 horas com  $30.000\text{m}^3$ , que correspondem a 35% do volume total. Verificamos pois que, para as condições iniciais admitidas, a condição de máximo é mais crítica do que a de mínimo.

. No fim da tabela 6.3 apresentamos o volume total acumulado durante o período ( $-49\text{m}^3$ ) que, a rigor deveria ser nulo, já que o volume fornecido foi igual ao consumido. Esta diferença (0.06% do volume total) deve-se a erros acumulados durante o processamento. Este valor desprezível atesta a adequação

quacidade do modelo quanto à observância da condição de continuidade ao longo de 43.200 passos de integração (as 24 horas do dia foram divididas, para efeito de integração em passos de 2 segundos).

. As velocidades de manobra das válvulas obedeceram a seguinte relação:

$$K_p = K (1 + \beta \Delta t) \quad (6.1)$$

onde

- $K_p$  é o valor de  $K$  no instante  $t + \Delta t$ ,
- $\beta$  é uma constante positiva que determina o tempo gasto para levarmos uma válvula desde a condição de totalmente aberta até a condição de totalmente fechada (este tempo será chamado de tempo de manobra).

A seguir justificamos a adoção da lei de manobra (6.1). A equação característica de uma válvula é do tipo:

$$\Delta H = \frac{8 K Q^2}{\pi^2 g D^4} \quad (6.2)$$

Derivando esta equação em relação ao tempo obtemos:

$$\dot{K} = K \left( \frac{\dot{\Delta H}}{\Delta H} - 2 \frac{\dot{Q}}{Q} \right) \quad (6.3)$$

O termo entre parênteses está relacionado com o transitório e deverá ser pequeno se as manobras são lentas. Chamando este termo de  $\beta$  vem:

$$\dot{K} = K \beta \quad (6.4)$$

ou

$$dK = K \beta dt \quad (6.5)$$

Aplicando um esquema de diferenças finitas a (6.5)

obtemos:

$$K_p - K = K \beta \Delta t$$

ou

$$K_p = K (1 + \beta \Delta t) \quad (6.6)$$

Como a curva de manobra de uma válvula, uma vez implementado, deve se manter inalterada,  $\beta$  não deve depender do tempo (pode eventualmente depender de  $K$ ). O caso mais simples é adotarmos  $\beta$  constante. Isto feito, ao integrarmos (6.4), obtemos:

$$K = K_0 e^{\beta t} \quad (6.7)$$

Adotando-se as seguintes condições:

$$K = 1 \text{ em } t = 0 \text{ (válvula aberta)}$$

$$K = 10^4 \text{ em } t = t_m \text{ (válvula fechada)}$$

a equação (6.7) nos fornece

$$\beta = \frac{\ln 10^4}{t_m} \quad (6.8)$$

Utilizando o esquema de diferenças finitas (6.6) teríamos

$$\beta = \frac{(10^4)^{\frac{\Delta t}{t_m}} - 1}{\Delta t} \quad (6.9)$$

Evidentemente que para  $\Delta t \rightarrow 0$  (6.9) fornece o mesmo resultado que (6.8).

No exemplo deste capítulo admitimos um tempo de manobra de 5 min ( $t_m = 300s$ ), intervalo de integração de 2s, com

condições de contorno sendo impostas a cada 4s (método das características com malha escalonada). Nestas condições temos (eq.6.9):

$$1 + \beta \Delta t = 1.13067 \tag{6.10}$$

que substituída em (6.1) resulta

$$K_p = 1.13067 K \tag{6.11}$$

Aplicando-se repetidamente (6.11), desde  $K = 1$  até  $K = 10^4$ , a uma válvula esférica padrão obtemos a curva de manobra apresentada na figura 6.

Na figura 7 apresentamos o transitório mais crítico (com maior amplitude de oscilação) a que o nó 26 esteve sujeito dentre os 48 que ocorreram durante um dia de simulação (0.5h, 1.0h, 1.5h, etc...). Para efeito de comparação apresentamos o transitório correspondente ao reduzirmos o tempo de manobra de 5min para 2 min.



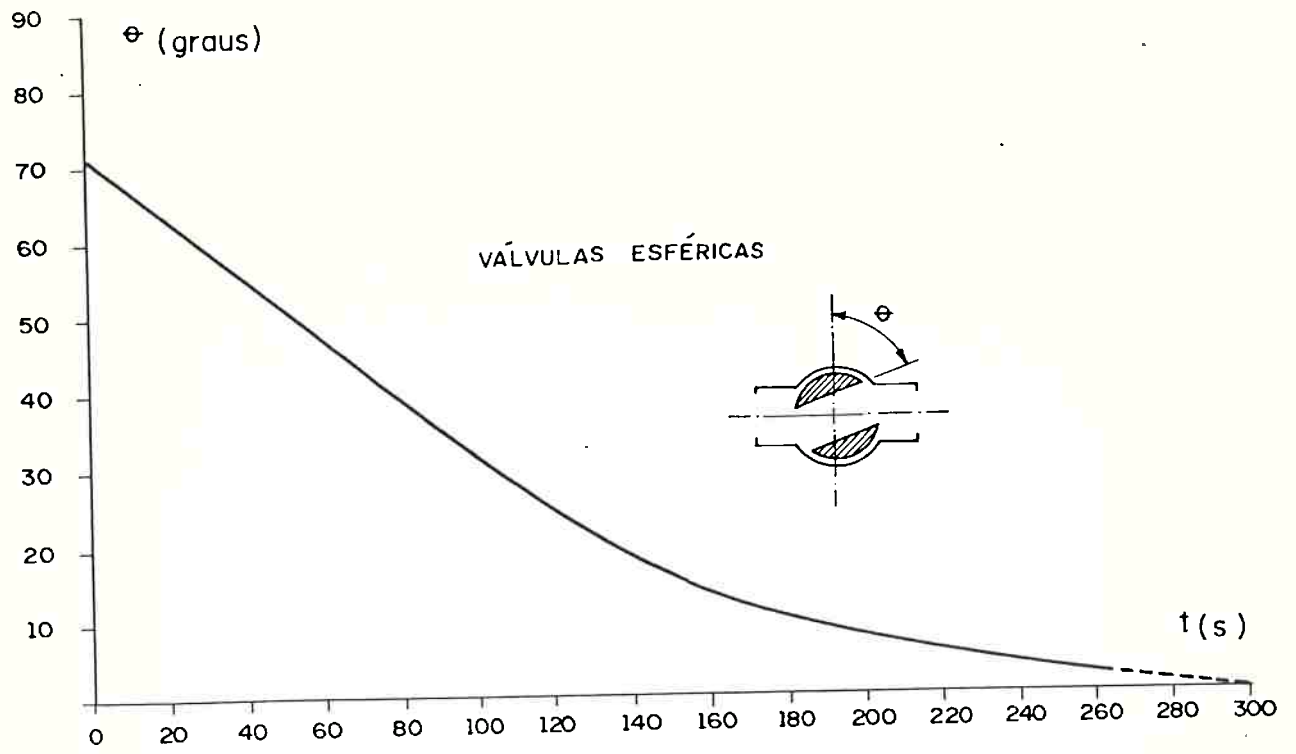


Fig. 6.6: Curva de velocidade de manobra

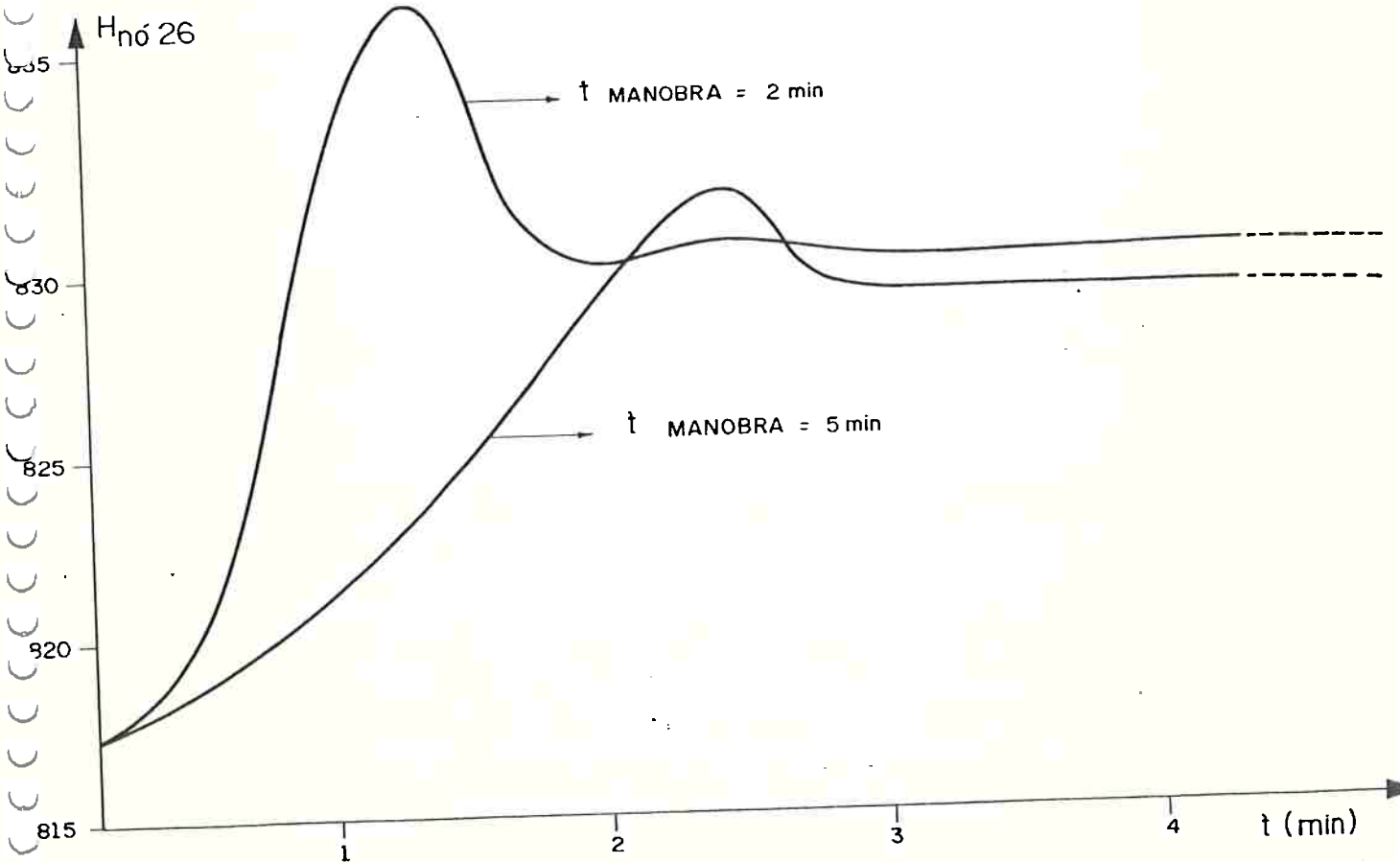


Fig. 6.7: Transitório mais crítico do n $\acute{o}$  26

Na tabela 6.4 apresentamos os níveis máximos e mínimos atingidos pelos reservatórios quando estes partem com seus níveis 1m abaixo dos respectivos níveis médios. Como os reservatórios apresentam volumes e cursos permitidos para oscilações diferentes, esta condição de partida é dada adimensionalmente por (-0.80; - 0.35; - 0.43; -0.44; -0.40; -0.57; -0.67; -0.41; -0.43; -0.25; -0.25), onde utilizamos como grandezas de referências as oscilações máximas permitidas. Notamos que, contrariamente ao caso de partida a meio curso, o módulo das oscilações mínimas são, de uma maneira geral, maiores do que as oscilações máximas, como era de se esperar. Outro resultado que difere é o déficit apresentado pelo sistema que agora é de  $-14804 \text{ m}^3$ . Este volume representa a quantidade de água que devemos aduzir no sistema para que os reservatórios recuperem os níveis médios, que são os valores em torno dos quais realizamos o controle da rede.

Na tabela 6.5 apresentamos os níveis máximos e mínimos atingidos pelos reservatórios para uma condição de partida escolhida ao acaso, dada adimensionalmente por (-0.80;0.17; -0.17; 0.13; -0.72;0.23; 0.67; - 0.41; 0,39; 0.00; 0.11). Como o déficit do sistema é desprezível ( $276\text{m}^3$ ), não há predominância das oscilações máximas ou mínimas.

Tabela 6.4 - Valores máximos e mínimos atingidos pelos reservatórios (condição de partida em abaixo do nível médio)

\*\*\*ESTRUTURAS DE CONTROLE COM RESERVATORIOS\*\*\*

NUMERO DA ECR	VAZAO NA VALVULA (M3/S)	OSCILACAO MAXIMA PERMITIDA	OSCILACAO MAXIMA OCORRIDA (M)	OSCILACAO MINIMA OCORRIDA (M)
1	3,078	1,250	1,167	-1,231
2	0,076	3,000	0,211	-1,396
3	0,159	2,300	0,610	-0,961
4	0,491	2,250	1,854	-1,040
5	0,071	2,500	0,693	-0,948
6	0,000	1,750	1,637	-1,327
7	0,183	1,500	1,490	-1,465
8	0,000	2,450	1,235	-2,378
9	0,280	2,300	0,637	-1,960
10	0,511	4,000	1,042	-3,548
11	1,107	1,800	1,390	-1,775

VOLUME ACUMULADO ATE O FIM DO PERIODO= -14804 M3

Tabela 6.5 - Valores máximos e mínimos atingidos pelos reservatórios (condição de partida aleatória)

\*\*\*ESTRUTURAS DE CONTROLE COM RESERVATORIOS\*\*\*

NUMERO DA ECR	VAZAO NA VALVULA (M3/S)	OSCILACAO MAXIMA PERMITIDA	OSCILACAO MAXIMA OCORRIDA (M)	OSCILACAO MINIMA OCORRIDA (M)
1	-2,938	1,250	1,219	-1,161
2	0,081	3,000	0,605	-1,387
3	0,164	2,300	0,283	-1,051
4	0,000	2,250	2,242	-0,583
5	0,168	2,500	2,426	-2,191
6	0,284	1,750	1,648	-1,295
7	0,500	1,500	1,497	-1,254
8	0,000	2,450	2,435	-1,010
9	0,159	2,300	1,558	-0,463
10	0,648	4,000	2,704	-0,646
11	0,713	1,800	1,795	-1,069

VOLUME ACUMULADO ATE O FIM DO PERIODO= 276 M3

## 6.2 Confirmação experimental

Salientamos que a solução do problema proposto foi obtida baseando-nos em equações clássicas da hidráulica, há longo tempo usadas na análise ou projeto de instalações. O que nos propusemos foi a obtenção de uma tabela de operação das válvulas que atendesse aos objetivos especificados no capítulo II.

Se, partindo da solução (tabela 6.1), submetemos o sistema aos métodos clássicos de análise, obteremos os resultados da tabela 6.2. Portanto, caso haja discrepância entre os resultados teóricos deste trabalho e os que venham a ser obtidas na instalação real, as razões deverão ser procuradas em dois pontos:

i) inadequação dos modelos clássicos, o que parece pouco provável e/ou

ii) parâmetros incorretos, o mais provável, já que os dados de um sistema que funciona há muito tempo são difíceis de se determinar: rugosidade dos tubos, curvas características de válvulas ou bombas, etc...

Em vista disso concluímos que a confirmação experimental dos resultados aqui como obtidos visaria, quando se referir a uma rede qualquer, somente a aceitação, por parte das empresas distribuidoras, de um modelo computarizado de controle.

## CAPÍTULO VII

*Análise e Conclusões*

Para analisar os méritos e restrições do modelo desenvolvido apresentamos inicialmente um resumo dos métodos, procedimentos e hipóteses adotados neste trabalho.

7.1 - Resumo do modelo desenvolvido

A partir do equacionamento clássico dos elementos isolados de uma rede (apêndice A), obtivemos, em forma matricial, um sistema de equações diferenciais (eqs.3.14), que engloba a morfologia da rede, suas características físicas e as demandas consumidas e produzidas nos reservatórios. Procedemos a seguir a uma importante transformação neste sistema que, além de colocá-lo na forma padrão dos problemas de valores iniciais, reduziu as incógnitas do sistema às vazões nos tubos e as cargas nos reservatórios (eqs. 3.15), eliminando portanto as cargas dos demais nós. A única hipótese simplificadora adotada nesta fase, além das tradicionais contidas no equacionamento clássico dos elementos, foi a de manobra lenta.

No capítulo IV aplicamos o sistema (3.15) na solução do problema proposto no capítulo II. Para isto adotamos como variáveis de controle os coeficientes das estruturas e as rotações das bombas e consideramos o sistema (3.15) como restrições diferenciais na busca das curvas operacionais do sistema.

Na seção (4.2) mostramos que operando o sistema segundo a equação (4.21c) estaremos, a cada instante, obtendo os valores das variáveis de controle que minimizam, em média quadrática, os desvios dos níveis dos reservatórios em relação aos respectivos níveis médios. Extravasamentos ou esgotamentos são evitados pela atualização dinâmica (durante o processamento) da matriz de pesos (eq.4.8), ao penalizarmos os níveis dos reservatórios críticos.

Na seção (4.3) adaptamos o modelo de maneira que as atuações contínuas nas estruturas ou bombas do sistema são substituídas por atuações espaçadas a intervalos muito maiores do que a duração de uma manobra. Para isto trabalhamos com conjuntos finitos de valores para as variáveis de controle, mudando as configurações destas variáveis, a cada intervalo de manobra, para as configurações vizinhas segundo as direções indicadas por (4.21c). A seguir simulamos o comportamento do sistema até o instante da manobra seguinte e, caso seja detectado algum reservatório crítico, repetimos o procedimento anterior aumentando o peso deste reservatório no processo de busca.

## 7.2 - Análise do modelo

Pelo exposto em 6.1 distinguimos duas etapas distintas no desenvolvimento deste trabalho. A primeira estende-se até a obtenção do sistema (3.15), que governa o comportamento dinâmico de uma rede e que, por independência de objetivos específicos como os do capítulo II, pode servir de base para diferentes modelos de análise ou projeto de instala

ções. Como a única restrição à aplicação deste sistema é a de manobras lentas são amplas as possibilidades de sua utilização, uma das quais constitui a segunda etapa deste trabalho e outras foram mencionadas na conclusão do capítulo IV.

Na segunda etapa procuramos atingir os objetivos específicos mencionados no capítulo II. O ponto crucial desta fase é o cálculo dos valores das variáveis de controle ao longo do tempo, que aqui são obtidos combinando-se simulação com um método de busca gradiente. Alternativamente poderíamos optar por um método de busca direta, adotando como variáveis independentes o conjunto finito dos valores das variáveis de controle e como dependentes os níveis próximos (ou mínimos) atingidos pelos reservatórios entre os períodos de manobra. Tal abordagem porém nos parece computacionalmente proibitiva, para redes de grande porte, devido ao número excessivo de possibilidades de combinações das variáveis independentes.

O que obtivemos foi a redução deste trabalho de busca mantendo, ao longo do tempo, os reservatórios oscilando em torno dos seus níveis médios. Este método tem a vantagem de poder ser implementado em micro computadores (redes de 100 elementos são analisáveis com 32 "kbytes" de memória) com velocidade de processamento tal que a manobra seguinte é calculada antes que se esgote o intervalo de tempo admitido entre manobras consecutivas. Esta característica é importante quando a rede é controlada em tempo real.

Este método é inadequado de ser aplicado a uma rede trabalhando muito próxima a seu limite máximo de absorção ou

esgotamento, pois pode indicar um problema insolúvel quando, em realidade existe solução mas, para obtê-la, devemos adotar um método mais elaborado de busca que certamente exigirá maiores recursos computacionais. Redes bem projetadas porém, não apresentam este comportamento crítico pois os reservatórios devem sempre contar com volume de reserva de modo a atender situações emergenciais.

Esta observação nos leva a uma importante aplicação do modelo desenvolvido: a de analisar pontos críticos de uma instalação em funcionamento visando a ampliação do sistema. No exemplo apresentado no capítulo anterior o reservatório ECR7 atingiu seu limite máximo (tabela 6.2) no período de acumulação que vai das 20 hrs (72000 s) às 7 horas (25200 s) (figura 2.2a), apesar da válvula de entrada deste reservatório permanecer próximo ao fechamento na maior parte deste período (tabela 6.1). Por outro lado o reservatório ECR10 atingiu 1.76m aquém do seu máximo, mesmo com a válvula à sua entrada permanecendo aberta das 0 horas às 16h e 30 min (59400s). Notamos pois que o ECR07 tem grande capacidade de engolimento o que não ocorre com o ECR10. Este exemplo portanto nos mostra a utilidade do modelo na análise das características de uma rede, orientando o projetista na ampliação do sistema visando melhorar seu desempenho ou atender a demandas crescentes.

Para diminuir o tempo de processamento utilizamos passos de integração os maiores possíveis que preservam a estabilidade do método das características. Como o intervalo de integração é irrelevante em regime permanente, os erros numéricos dos valores dos níveis dos reservatórios ocorrem somen



te no início de cada intervalo de manobra, enquanto dura o transiente. Como a duração do transiente é bem menor do que o intervalo entre manobras o erro é pequeno e, quando o controle é realizado em tempo real, podemos obter os valores reais dos níveis antes do início de cada manobra.

### 7.3 - Conclusões

Face ao exposto em 6.2 e a diversas simulações computacionais realizadas, concluímos que o modelo desenvolvido apresenta as seguintes características:

- É adequado na obtenção de curvas operacionais de sistemas bem equilibrados, ou seja sistemas que não apresentem grandes diferenças de sensibilidade dos níveis às manobras das estruturas de controle. Para sistemas desequilibrados o modelo continua aplicável desde que não trabalhem em condições muito próximas dos limites máximos de absorção ou mínimos de esgotamento.

- É útil na determinação de pontos críticos de uma instalação orientando o analista ou o projetista na otimização do desempenho de uma instalação existente ou na ampliação futura da rede.

- Pode ser implementado em micro computadores, mesmo para redes de grande porte, com velocidade de processamento compatível com o controle em tempo real.

- Apresenta um equacionamento suficientemente genérico que pode servir de subsídio ao controle ou projeto de instalações, quando os objetivos forem diferentes dos mencionados no capítulo II.

## Apêndice A

Equações que Governam o Escoamento nos  
Elementos Isolados da Rede

Os elementos isolados serão equacionados segundo os modelos apresentados nas referências |1|, |2|, |3|, |4|.

A.1 Tubo

O escoamento isotérmico de água num tubo é governado por duas equações básicas: a continuidade e a quantidade de movimento. Deduzi-la-emos adotando as seguintes hipóteses simplificadoras

- as pressões e velocidades são consideradas constantes ao longo da seção transversal do tubo, caracterizando-se um escoamento unidimensional,
- as deformações do conduto e do líquido ocorrem dentro do regime elástico,
- não há ocorrência de vaporização do líquido (cavitação)
- a energia cinética específica  $v^2/2g$  é desprezível.

Considere o volume de controle apresentado na figura A.1

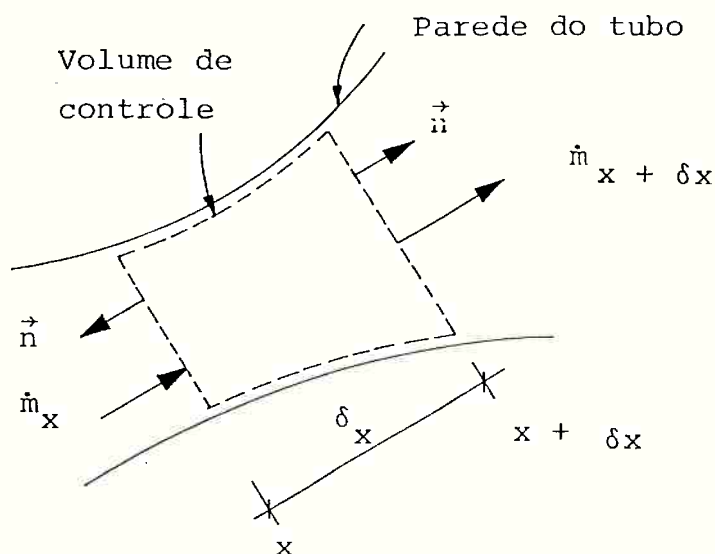


Fig. A.1 - Volume de controle utilizado na dedução da equação da continuidade

Em um determinado instante  $t$  o fluxo de massa na seção  $x$  é dado por

$$\dot{m}_x = \rho AV \quad (\text{A.1})$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $A$  a área transversal da seção e  $V$  a velocidade do fluido.

No mesmo instante, o fluxo de massa na seção  $x + \delta x$  vale

$$\dot{m}_{x+\delta x} = \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} \delta x\right) \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} \delta x\right) \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} \delta x\right) \quad (\text{A.2})$$

Aplicando a condição de conservação da massa,

$$\dot{m}_x = \dot{m}_{x + \delta x} \quad (\text{A.3})$$

e, desprezando termos de ordem superior obtemos

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{V}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{V}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{\delta x} \frac{\partial \delta x}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Adotando a definição de derivada total:

$$\frac{d}{dt} = v \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} \quad (\text{A.5})$$

e, admitindo que o volume de controle permanece estacionário, isto é,

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta x = 0 \quad (\text{A.6})$$

obtemos

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.7})$$

Adotando a notação:

$$\frac{dA}{dt} = \dot{A}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \dot{\rho} \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = V_x$$

a equação (A.7) pode ser escrita como

$$\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{\rho}}{\rho} + V_x = 0 \quad (\text{A.9})$$

Para os líquidos, o módulo de elasticidade K,

que relaciona as variações de pressões e densidade, é definido, segundo a referência |4| , por

$$K = \frac{\dot{p}_d}{\dot{\rho}/\rho} \quad (\text{A.10})$$

Nesta equação  $P_d = p - p_s$ , onde  $p_d$  é a pressão dinâmica e  $p_s$  a pressão estática.

As referências |1| , |2| , |3| definem o módulo de elasticidade  $K$  em termos da pressão total, ao invés da pressão dinâmica, isto é,

$$K = \frac{\dot{p}_d + \dot{p}_s}{\dot{\rho}/\rho} \quad (\text{A.11})$$

Esta definição implica na variação da densidade com a pressão estática num tubo inclinado. Embora isto seja de fato verdadeiro, implicaria na variação de velocidade numa tubulação de diâmetro constante, quando operando sob condições de regime permanente. Já que a velocidade é admitida constante em escoamentos permanentes de líquidos através de tubos prismáticos, a densidade, para sermos coerentes, também deve ser admitida constante. Assim a equação (A.11) é inadequada neste contexto, que conduziria a um conjunto de equações incompatíveis para a solução de problemas de transientes em líquidos

As equações (A.9) e (A.10) podem ser expressas em termos da altura piezométrica  $H$  (ou elevação da linha hidráulica em relação a um plano horizontal arbitrário de referência - datum) (Ref. |3|) através da seguinte relação:

$$p = \rho g (H - Z) \quad (\text{A.12})$$

Decompondo a pressão total nas parcelas dinâmica e estática obtemos

$$p_d = \rho g H - (\rho g Z + p_s) \quad (A.13)$$

e

$$\dot{p}_d = \rho g \dot{H} \quad (A.14)$$

já que a quantidade entre parênteses é constante, representando a soma da elevação com a pressão hidrostática na tubulação. Introduzindo a velocidade de propagação de onda,  $a$ , também em termos de variações da pressão dinâmica, temos

$$a^2 = \frac{K/\rho}{1 + KA / (A \dot{p}_d)} \quad (A.15)$$

a equação da continuidade (A.9) é escrita como

$$\dot{p}_d + \rho a^2 v_x = 0 \quad (A.16)$$

ou, em termos, da carga piezométrica  $H$ ,

$$\dot{H} + \frac{a^2}{g} v_x = 0 \quad (A.17)$$

Na dedução da equação da quantidade de movimento consideremos a projeção, na direção  $x$ , das forças que atuam no volume de controle da figura A.2.

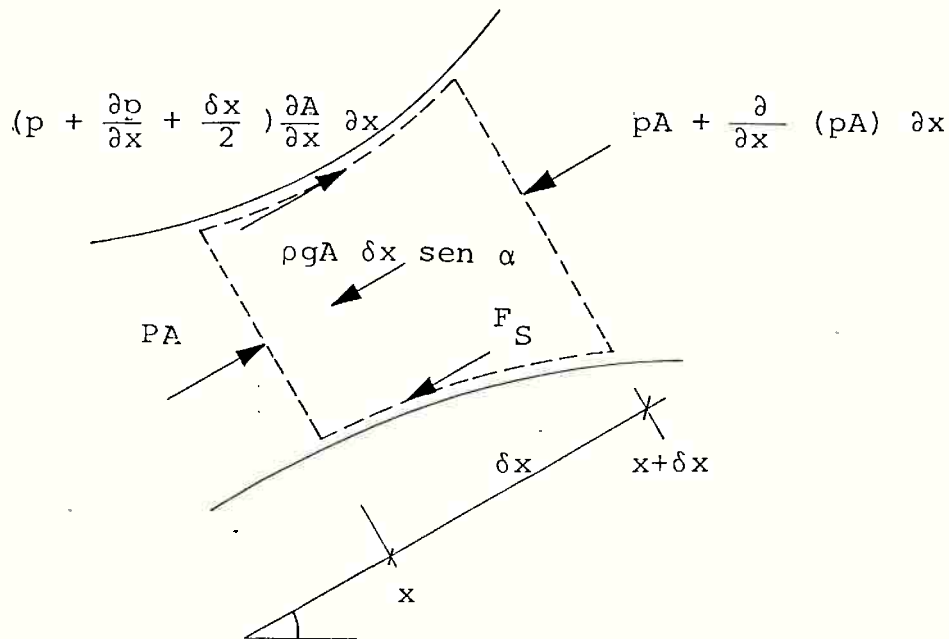


Fig. A.2 - Volume de controle utilizado na dedução da e  
quação da quantidade de movimento

As forças são de três categorias:

- a força peso:  $\rho g A \delta x \text{ sen } \alpha$
- a força de atrito na superfície lateral devida ao escoamento:  $F_S$
- as forças devidas a pressão:
  - na seção transversal  $x$  :  $pA$
  - na seção transversal  $x + \delta x$ :  $pA + \frac{\partial}{\partial x} (pA) \delta x$
  - na superfície lateral  $( p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta x}{2} ) \frac{\partial A}{\partial x} \delta x$

A resultante dessas forças na direção do escoamento é:

$$\Sigma F_x = pA - \left[ pA + (pA)_x \delta x \right] + \left( p + p_x \frac{\delta x}{2} \right) A_x \delta x - F_S - \rho g A \delta x \text{ sen} \alpha \quad (\text{A.18})$$

Simplificando teremos:

$$\Sigma F_x = - (p_x A + \rho g A \text{ sen} \alpha) \delta x - F_S \quad (\text{A.19})$$

O fluxo de quantidade de movimento através da su perfície de controle é dada por

$$\int_{SC} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA = - \rho AV^2 + (\rho + \rho_x \delta x) (A + A_x \delta x) (V + V_x \delta x)^2 = \\ = (2\rho AVV_x + \rho V^2 A_x + \rho_x AV^2) \delta x \quad (\text{A.20})$$

A variação da quantidade de movimento no volume de controle é dada por

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho V dV = \frac{\partial}{\partial t} (\rho VA \delta x) = (\rho AV_t + \rho VA_t + VA \rho_t) \delta x \quad (\text{A.21})$$

Igualando a resultante das forças na direção x (eq. (A.19)) à variação total da quantidade de movimento (eqs. (A.20) e (A.21)) obtemos:

$$-(p_x A + \rho g A \text{ sen} \alpha) \delta x - F_S = \\ (2\rho AVV_x + \rho V^2 A_x + \rho_x AV^2) \delta x + \\ (\rho AV_t + \rho VA_t + VA \rho_t) \delta x \quad (\text{A.22})$$



Dividindo (A.22) por  $\rho A \delta x$  e utilizando a definição de derivada total (eq. (A.5)) temos:

$$-\frac{P_x}{\rho} - g \operatorname{sen} \alpha - \frac{F_S}{\rho A \delta x} = 2V V_x + V \left( \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{\rho}}{\rho} \right) V_t \quad (\text{A.23})$$

Substituindo (A.9) em (A.23) obtemos:

$$-\frac{P_x}{\rho} - g \operatorname{sen} \alpha - \frac{F_S}{\rho A \delta x} = V V_x + V_t = \dot{V} \quad (\text{A.24})$$

Definindo o coeficiente de atrito  $f$  como

$$\frac{f V |V|}{2D} = \frac{F_S}{\rho A \delta x} \quad (\text{A.25})$$

onde  $D$  é o diâmetro do tubo. A equação (A.24) pode ser escrita como

$$\frac{P_x}{\rho} + g \operatorname{sen} \alpha + \frac{f V |V|}{2D} + \dot{V} = 0 \quad (\text{A.26})$$

que é a equação da quantidade de movimento.

Para exprimirmos a equação (A.25) em termos da altura piezométrica  $H$ , substituímos (A.12) em (A.26). Isto feito resulta:

$$g H_x + \frac{f V |V|}{2D} + \dot{V} = 0 \quad (\text{A.27})$$

Em regime permanente ( $V_t=0$ ) e conduto de seção constante ( $V_x=0$ ) a equação (A.27) nos fornece a expressão clássica de perda de carga de Darcy Weisbach. De fato, neste caso, teremos

$$g \frac{dH_x}{dx} = - \frac{f V|V|}{2D}$$

$$\int_0^L g H_x dx = - \int_0^L \frac{f V|V|}{2D} dx$$

$$- g \Delta H = - f \frac{L}{2D} V|V|$$

$$\Delta H = f \frac{L}{D} \frac{V|V|}{2g} \quad (\text{A.28})$$

## A.2 Válvula

A perda de carga através de uma válvula depende de sua curva característica, ou seja,

$$\Delta H - U_V(Q, \theta) = 0 \quad (\text{A.29})$$

onde  $Q$  é a vazão,  $\theta$  a abertura da válvula e  $U_V$  a curva característica da válvula.

## A.3 Bomba

O aumento de carga através de uma bomba depende de sua curva característica, isto é,

$$\Delta H + U_B(Q, \eta) = 0 \quad (\text{A.30})$$

onde  $Q$  é a vazão,  $\eta$  a rotação e  $U_B$  a curva característica da bomba. Notemos a analogia entre a equação (A.29) e (A.30), que diferem apenas em sinal, já que num caso trata-se de queda de pressão e no outro de aumento de pressão.

## A.4 Manobra lenta

A equação da continuidade (eq. (A.17)), que pode ser escrita como

$$V_x = - \frac{g}{a^2} \cdot \dot{H} \quad (\text{A.31})$$

nos mostra no caso de  $\dot{H}$  pequeno, que

$$V_x = 0 \quad (\text{A.32})$$

pois  $g/a^2$  é da ordem de  $10^{-5}$  para o escoamento de líquidos em tubulações de aço. Esta condição é denominada de manobra lenta e, neste caso,  $V = V(t)$ , indicando que o fluido se deslocará na tubulação como um bloco rígido.

Considerando na equação da quantidade de movimento (A.27) a relação (A.32) obtemos:

$$g H_x + \frac{f V|V|}{2D} + V_t = 0 \quad (\text{A.33})$$

e, como neste caso  $V = V(t)$  será  $V_t = \frac{dV}{dt}$  donde

$$\frac{dV}{dt} + \frac{f V|V|}{2D} + g H_x = 0 \quad (\text{A.34})$$

que é a equação fundamental do escoamento de líquidos em tubos rígidos quando estiver caracterizada uma manobra lenta.

Em termos de vazão a equação (A.34) é expressa como

$$\frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} + \frac{f Q|Q|}{2 A^2 D} + g H_x = 0 \quad (\text{A.35})$$

Integrando a equação (A.35), num dado instante  $t$ , ao longo do conduto, obtemos

$$\int_{x_1}^{x_2} \left( \frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} + \frac{f Q|Q|}{2 A^2 D} \right) dx + g \int_{x_1}^{x_2} H_x dx = 0 \quad (\text{A.36})$$

onde  $(x_1, x_2)$  são as coordenadas das extremidades do tubo. Como a primeira integral só depende do tempo, a equação (A.36) fornece

$$\left( \frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} + \frac{f}{2A^2 D} Q|Q| \right) L + g (H_2 - H_1) = 0 \quad (\text{A.37})$$

onde  $L = x_2 - x_1$  e  $(H_1, H_2)$  são as cargas nas extremidades.

Como  $A = \pi D^2/4$  e  $dQ/dt = \dot{Q}$  temos

$$\dot{Q} + \frac{2f}{\pi D^3} Q|Q| + \frac{\pi D^2 g}{4 L} (H_2 - H_1) = 0 \quad (\text{A.38})$$

Chamando a segunda parcela de  $F(Q, D)$  a equação (A.38) fica

$$\dot{Q} + F(Q, D) - \frac{\pi D^2 g}{4 L} \Delta H = 0 \quad (\text{A.39})$$

## Apêndice B

### Transformações no Sistema de Equações que Governa o Escoamento na Rede

As matrizes referidas neste apêndice estão apresentadas no apêndice E.

Consideremos o sistema (3.14):

$$\dot{Q}_T + F + W \cdot H = 0 \quad (\text{B.1a})$$

$$U + E^T \cdot H = 0 \quad (\text{B.1b})$$

$$M_2 \cdot Q = 0 \quad (\text{B.1c})$$

$$\dot{H}_R = A_R \cdot M_1 \cdot Q - Q_R \quad (\text{B.1d})$$

Decompondo a matriz de vazão  $Q$ , nas submatrizes  $Q_T$  e  $Q_E$  e a matriz de cargas nodais  $H$  nas submatrizes  $H_R$  e  $H_L$ , podemos expressar as equações (B.1a), (B.1b) e (B.1c) como:

$$\dot{Q}_T + F + W_R \cdot H_R + W_L \cdot H_L = 0 \quad (\text{B.2a})$$

$$U + E_R \cdot H_R + E_L \cdot H_L = 0 \quad (\text{B.2b})$$

$$M_{2T} \cdot Q_T + M_{2E} \cdot Q_E = 0 \quad (\text{B.2c})$$

onde  $(W_R, W_L)$ ,  $(E_R, E_L)$  e  $(M_{2T}, M_{2E})$  são, respectivamente, partições convenientes de  $W$ ,  $E^T$  e  $M_2$  (fig. B.1).

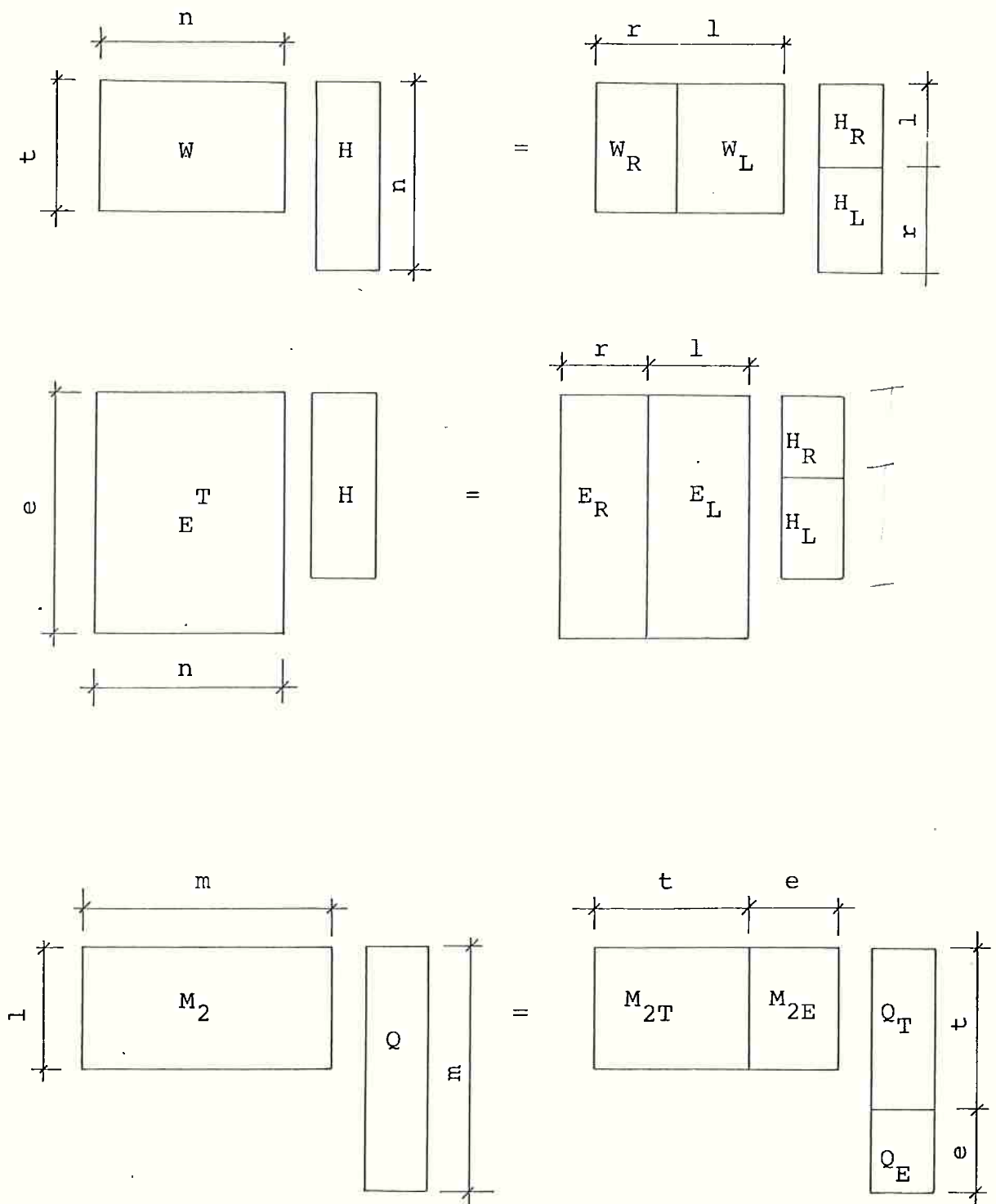


Fig. B.1 - Representação pictórica de decomposição matricial

Após derivarmos em relação ao tempo a equação (B.2c), o sistema (B.2) pode ser escrito como

$$I \cdot \dot{Q}_T + 0 \cdot \dot{Q}_E + \omega_L \cdot H_L = -F - \omega_R \cdot H_R \quad (\text{B.3a})$$

$$0 \cdot \dot{Q}_T + 0 \cdot \dot{Q}_E + E_L \cdot H_L = -U - E_R \cdot H_R \quad (\text{B.3b})$$

$$M_{2T} \cdot \dot{Q}_T + M_{2E} \cdot \dot{Q}_E + 0 \cdot H_L = 0 \quad (\text{B.3c})$$

ou

~~t e l~~

$$\begin{bmatrix} I & 0 & \omega_L \\ 0 & 0 & E_L \\ M_{2T} & M_{2E} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Q}_T \\ \dot{Q}_E \\ H_L \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F + \omega_R \cdot H_R \\ U + E_R \cdot H_R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Notamos que a primeira matriz do lado esquerdo de (B.4) é uma característica intrínseca da rede, isto é, não depende das vazões ou cargas. Chamando de  $A$  a inversa desta matriz o sistema (B.4) fica:

$$\begin{bmatrix} \dot{Q}_T \\ \dot{Q}_E \\ H_L \end{bmatrix} = -[A] \cdot \begin{bmatrix} F + \omega_R \cdot H_R \\ U + E_R \cdot H_R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Recompondo a matriz  $\dot{Q}$  a partir de  $\dot{Q}_T$  e  $\dot{Q}_E$  e partionando convenientemente a matriz  $A$  em sub-matrizes verificamos que o sistema (B.5) é do tipo

$$\dot{Q} = A_1 \cdot H_R + A_2 \cdot U + A_3 \cdot F \quad (\text{B.6a})$$

$$H_L = D_1 \cdot H_R + D_2 \cdot U + D_3 \cdot F \quad (\text{B.6b})$$

Reunindo (B.1d), que é do tipo  $B_1 \cdot Q - Q_R$ , a (B.6) notamos que o sistema (B.1) é equivalente ao problema

$$\dot{Q} = A_1 \cdot H_R + A_2 \cdot U + A_3 \cdot F \quad (\text{B.7a})$$

$$\dot{H}_R = B_1 \cdot Q - Q_R \quad (\text{B.7b})$$

$$H_L = D_1 \cdot H_R + D_2 \cdot U + D_3 \cdot F \quad (\text{B.7c})$$

As duas primeiras equações de (B.7), cujas incógnitas são  $Q$  e  $H_R$ , podem ser resolvidas, independentemente da terceira, pelos métodos clássicos de integração, a partir de uma configuração admitida num instante  $t_0$ , a saber:

$$Q(t_0) \text{ e } H_R(t_0)$$

Em qualquer instante, se assim o desejarmos, podemos obter as cargas  $H_L$  correspondentes aos nós não reservatórios através da equação (B.7c).



## APÊNDICE C

## Método das Características (MOC)

Apresentamos a seguir um resumo do MOC. Não abordaremos aspectos de consistência, convergência, estabilidade e precisão do método, já que são discutidos nas referências que tratam detalhadamente do MOC (ref. |1| a |5| ).

## C.1 - Equações características

Consideremos as equações da quantidade de movimento e continuidade (eqs. (A.27) e (A.17)):

$$\dot{V} + gH_x + \frac{f V |V|}{2D} = 0 \quad (C.1)$$

$$\dot{H} + \frac{a^2}{g} V_x = 0 \quad (C.2)$$

Multiplicando (C.1) pelo fator  $\lambda$  arbitrário e somando a (C.2) obtemos

$$\lambda \left( \dot{V} + gH_x + \frac{f V |V|}{2D} \right) + \left( \dot{H} + \frac{a^2}{g} V_x \right) = 0 \quad (C.3)$$

Substituindo as definições de  $\dot{Q}$  e  $\dot{H}$ , a saber:

$$\dot{Q} = Q_t + VQ_x, \quad (C.4a)$$

$$\dot{H} = H_t + VH_x \quad (C.4b)$$

em (C.3) obtemos

$$\lambda \left[ V_t + \left( V + \frac{a^2}{g\lambda} \right) V_x + \frac{fV^2}{2D} \right] + [H_t + (V + \lambda g) H_x] = 0 \quad (C.5)$$

Lembrando que

$$\dot{V} = \frac{DV}{Dt} = V_t + \frac{dx}{dt} V_x \quad (C.6a)$$

$$\dot{H} = \frac{DH}{Dt} = H_t + \frac{dx}{dt} H_x \quad (C.6b)$$

podemos escolher  $\lambda$  de maneira que

$$\left\{ \begin{array}{l} v + \frac{a^2}{g\lambda} = \frac{dx}{dt} \end{array} \right. \quad (C.7a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v + \lambda g = \frac{dx}{dt} \end{array} \right. \quad (C.7b)$$

O sistema (C.7) possui duas soluções independentes,

$$(\lambda, \frac{dx}{dt}) = \left\{ \begin{array}{l} (-\frac{a}{g}, v+a) \end{array} \right. \quad (C.8a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (-\frac{a}{g}, v-a) \end{array} \right. \quad (C.8b)$$

que, substituídas em (C.5), resulta nos sistemas de equações (C.9) e (C.10):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dH}{dt} + \frac{a}{g} \left[ \frac{dv}{dt} + \frac{fv^2}{2D} \right] = 0 \end{array} \right. \quad (C.9a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = v+a \end{array} \right. \quad (C.9b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dH}{dt} - \frac{a}{g} \left[ \frac{dv}{dt} + \frac{fv^2}{2D} \right] = 0 \end{array} \right. \quad (C.10a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = v-a \end{array} \right. \quad (C.10b)$$

Assim transformamos as equações diferenciais parciais (C.1) e (C.2) em equações diferenciais ordinárias (C.9) e (C.10). Nas transformações acima não fizemos qualquer aproximação e as equações (C.9) e (C.10) são tão válidas como as equações (C.1) e (C.2). A única diferença é que as equações (C.1) e (C.2) são válidas no plano x-t, enquanto que as equa

ções (C.9a) e (C.10a) são válidas ao longo das linhas definidas por (C.9b) e (C.10b). Essas linhas são denominadas linhas características. Matematicamente, elas dividem o plano  $x-t$  em regiões tais que cada região pode ter soluções diferentes das da região adjacente, isto é, a solução pode ser descontínua ao longo dessas linhas. Fisicamente, elas marcam o curso de uma perturbação no plano  $x-t$ .

Nos casos usuais de tubulações rígidas transportando líquidos  $V \ll a$  (da ordem de  $1/1000$ ) implicando em linhas características retas com inclinações  $+a$  e  $-a$ . Neste caso as equações (C.9) e (C.10) podem ser expressas em termos de vazão ( $Q = VA$ ) como

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dH}{dt} + B \frac{dQ}{dt} + \bar{R} Q |Q| = 0 \\ \frac{dx}{dt} = a \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(C.11a)} \\ \text{(C.11b)} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dH}{dt} - B \frac{dQ}{dt} - \bar{R} Q |Q| = 0 \\ \frac{dx}{dt} = -a \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(C.12a)} \\ \text{(C.12b)} \end{array}$$

onde

$$B = \frac{a}{gA} \quad \text{e} \quad \bar{R} = \frac{af}{2gDA^2}$$

Integrando-se as equações (C.11) e (C.12) ao longo das retas características (veja fig. C.1) obtemos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_A^P \left( \frac{dH}{dt} + B \frac{dQ}{dt} + \bar{R} Q |Q| \right) dt \quad (C.13a) \\ \int_A^P \left( \frac{dx}{dt} - a \right) dt \quad (C.13b) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_B^P \left( \frac{dH}{dt} - B \frac{dQ}{dt} - \bar{R} Q |Q| \right) dt \quad (C.14a) \\ \int_B^P \left( \frac{dx}{dt} + a \right) dt \quad (C.14b) \end{array} \right.$$

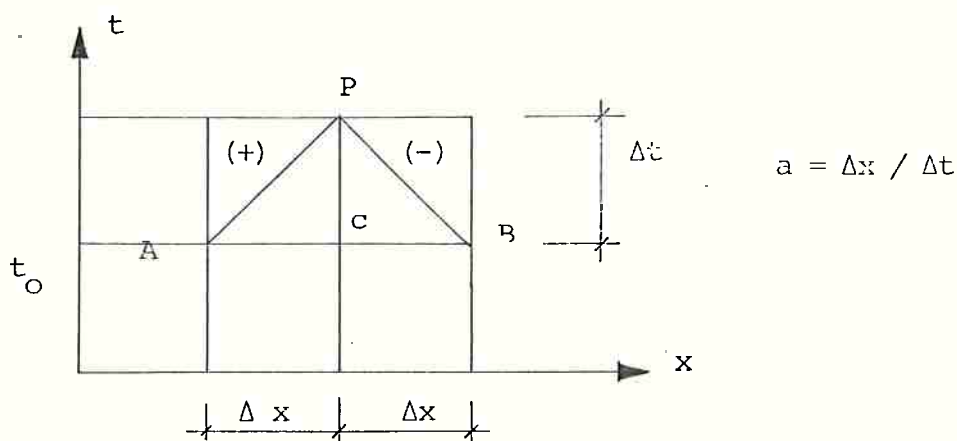


Fig. C.1: Direções características

A referência [4] discute algumas aproximações para a integral envolvendo  $RQ|Q|$ . Uma que apresenta bons resultados e é simples de usar é a seguinte

$$\int_A^P \bar{R} |Q|Q dt \approx \bar{R} |Q_A| Q_P (t_P - t_A) \quad (C.15)$$

Substituindo (C.15) em (C.13) e (C.14) resulta:

$$\begin{cases} H_P - H_A + B (Q_P - Q_A) + \bar{R} |Q_A| Q_P (t_P - t_A) = 0 & (C.16a) \\ X_P - X_A - a (t_P - t_A) = 0 & (C.16b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_P - H_B - B (Q_P - Q_B) - \bar{R} |Q_B| Q_P (t_P - t_B) = 0 & (C.17a) \\ X_P - X_B + a (t_P - t_B) = 0 & (C.17b) \end{cases}$$

Substituindo (C.16b) em (C.16a) e (C.17b) em (C.17a)

resulta

$$H_P - H_A + B (Q_P - Q_A) + R |Q_A| Q_P = 0 \quad (C.18)$$

$$H_P - H_B - B (Q_P - Q_B) - R |Q_B| Q_P = 0 \quad (C.19)$$

onde

$$R = \bar{R} \Delta x / a = f \Delta x / 2gDA^2.$$

As equações (C.18) e (C.19) podem ser escritas co  
mo

$$H_P = C_P - B_P Q_P \quad (+) \quad (C.20)$$

$$H_P = C_M + B_M Q_P \quad (-) \quad (C.21)$$

onde

$$C_P = H_A + BQ_A \quad B_P = B + R |Q_A| \quad (C.22)$$

$$C_M = H_B - BQ_B \quad B_M = B + R |Q_B|$$

A equação (C.20), assinalada com o sinal (+), já que está associada à reta com inclinação positiva (reta AP da figura C.1) e a equação (C.21), assinalada com o sinal(-), associada à reta BP da figura C.1, constituem as equações ca  
racterísticas do escoamento num tubo.

## C.2 Cálculos nos pontos interiores

As equações (C.20), (C.21) permitem o cálculo de vazões e cargas num instante posterior ( $Q_P$  e  $H_P$ ) a partir dos valores destas grandezas no instante presente ( $Q$  e  $H$ ). Consideremos, a título de exemplo, o tubo da figura C.2 que foi dividido em 4 seções ( $\Delta X = L/4$ ).

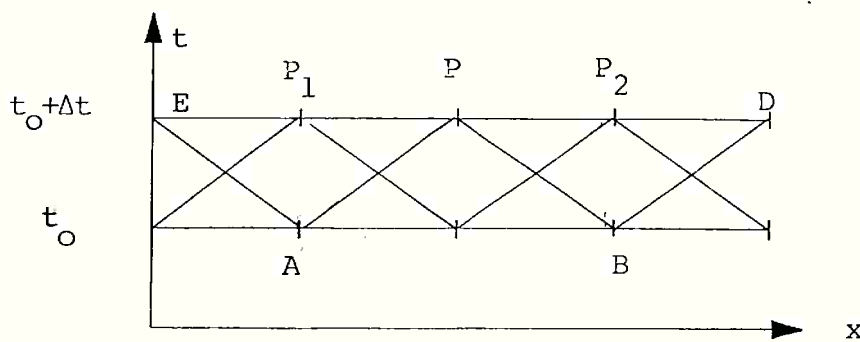


Fig. C.2-Malha característica,  $N = 4$

Com os valores conhecidos de  $H_A$ ,  $H_B$ ,  $Q_A$  e  $Q_B$  calculamos os coeficientes  $C_P$ ,  $B_P$ ,  $C_M$  e  $B_M$  (eq. (C.22)). Resolvendo as equações (C.20) e (C.21) obtemos  $H_P$  e  $Q_P$ . O mesmo procedimento nos permite calcular  $H_{P_1}$ ,  $Q_{P_1}$ ,  $H_{P_2}$ ,  $Q_{P_2}$ , correspondentes aos outros pontos interiores. Quanto aos pontos extremos, E e D, só lhe podemos associar uma equação característica - a equação (+) ao NÓ de jusante E e a equação (-) ao NÓ de montante D; os valores de  $H_P$  e  $Q_P$  nestes pontos, só poderão ser calculados se completarmos estas equações com as condições de contorno nos NÓS.

A seguir descrevemos o procedimento adotado para estabelecermos tais condições de contorno.

### C.3 Cálculos nos pontos extremos

Consideremos o NÓ da figura C.3, onde  $N_C$  tubos possuem vazão que converge para o NÓ e  $N_D$  tubos possuem vazão que diverge do NÓ.

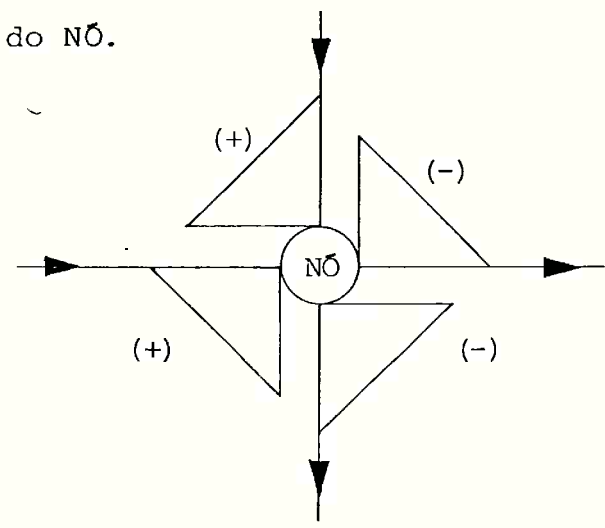


Fig. C.3-Aplicação das equações características a uma confluência de tubos

Para os tubos cujas vazões convergem para o NÓ aplicamos a equação (C.20), ou seja,

$$Q_{P_i} = \frac{C_{P_i} - H_P}{B_{P_i}} = \frac{C_{P_i}}{B_{P_i}} - \frac{H_P}{B_{P_i}} \tag{C.23}$$

$$(i = 1, 2, \dots, N_C)$$

Para os tubos cujas vazões divergem do nó aplicamos a equação (C.21), ou seja,

$$Q_{P_j} = \frac{H_P - C_{M_j}}{B_{M_j}} = \frac{H_P}{B_{M_j}} - \frac{C_{M_j}}{B_{M_j}} \tag{C.24}$$

$$j = 1, 2, \dots, N_D$$

A condição de continuidade exige que a soma das va

zões que convergem iguale a soma das vazões que divergem, por tanto

$$\sum_{i=1}^{N_C} \left( \frac{C_{P_i}}{B_{P_i}} - \frac{H_P}{B_{P_i}} \right) = \sum_{j=1}^{N_D} \left( \frac{H_P}{B_{M_j}} - \frac{C_{M_j}}{B_{M_j}} \right) \quad (C.25)$$

Rearranjando (C.25) obtemos

$$H_P \left[ \sum_{j=1}^{N_D} \frac{1}{B_{M_j}} + \sum_{i=1}^{N_C} \frac{1}{B_{P_i}} \right] = \left[ \sum_{i=1}^{N_C} \frac{C_{P_i}}{B_{P_i}} + \sum_{j=1}^{N_D} \frac{C_{M_j}}{B_{M_j}} \right] \quad (C.26)$$

ou

$$H_P \cdot B_N = E_N \quad (C.27)$$

onde  $B_N$  e  $E_N$  são as expressões entre colchetes. A equação (C.27) nos permite calcular a carga no NÔ no instante posterior, ou seja,

$$H_P = \frac{E_N}{B_N} \quad (C.28)$$

Quando além dos tubos, houver um ENO NÃO-TUB associado ao NÔ a equação (C.27), que expressa equação da continuidade para o NÔ, deve ser modificada para

$$E_N - B_N H_P = \frac{+}{-} Q_{P_E} \quad (C.29)$$

onde  $Q_{P_E}$  é a vazão que flui através do ENO NÃO-TUB no instan te  $t + \Delta t$ . Usamos sinal positivo quando a vazão no ENO NÃO - TUB diverge do NÔ e negativo caso contrário.

Aplicando a equação (C.29) aos dois NÔS associados ao ENO NÃO-TUB (fig. C.4), obtemos



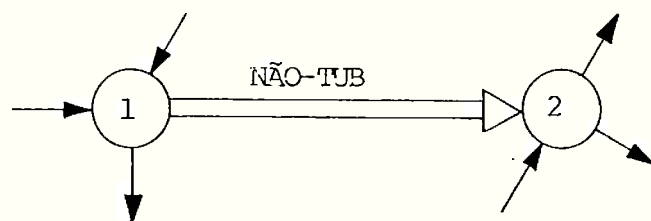


Fig. C.4-Equacionamento de um ENO NÃO-TUB

$$\text{NÓ 1: } Q_{P_E} = E_1 - B_1 H_{P_1} \quad (\text{C.30})$$

$$\text{NÓ 2: } -Q_{P_E} = E_2 - B_2 H_{P_2} \quad (\text{C.31})$$

As equações (C.30) e (C.31) possuem três incôgnitas:  $Q_{P_E}$ ,  $H_{P_1}$  e  $H_{P_2}$ . A equação remanescente, que torna o sistema possível de ser resolvido unívocamente, depende de características específicas do ENO NÃO-TUB em análise. Destaquemos três casos:

a) estrutura de controle (ECL)

A perda de carga através de uma válvula é do tipo (ref. [1]):

$$H_{P_1} - H_{P_2} = C Q_{P_E} |Q_{P_E}| \quad (\text{C.32})$$

onde  $C$  é uma constante que depende da abertura e da característica da válvula.

As equações (C.30), (C.31) e (C.32) tem a solução:

$$Q_{P_E} = 0,5 \cdot \text{SINAL}(G) \cdot (F - \sqrt{F^2 + 4|G|}) \quad (\text{C.33})$$

$$H_{P_1} = (E_1 - Q_{P_E}) / B_1 \quad (\text{C.34})$$

$$H_{P_2} = (E_2 + Q_{P_E}) / B_2 \quad (\text{C.35})$$

onde

$$F = \frac{1}{C} \left( \frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} \right) > 0 \quad (C.36)$$

$$G = \frac{1}{C} \left( \frac{E_2}{B_2} - \frac{E_1}{B_1} \right) \quad (C.37)$$

b) Bomba com curva característica ajustada (BOM)

A altura total fornecida por uma bomba centrífuga pode ser ajustada por uma curva do tipo (ref. [1]):

$$H_{P_2} - H_{P_1} = A_1 \alpha^2 + \frac{A_2}{K} \alpha Q_{P_E} - \frac{A_3}{K^2} Q_{P_E}^2 \quad (C.38)$$

onde

- $\alpha$  é a relação entre a rotação de operação e a rotação do ponto de rendimento ótimo,
- $K$  é o número de bombas que operam simultaneamente em paralelo,
- $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  são os coeficientes obtidos ao ajustarmos parabolicamente a curva característica (HxQ) da bomba, para  $\alpha=1$  e  $K=1$ .

As equações (C.30), (C.31) e (C.38) tem a solução:

$$Q_{P_E} = \frac{K \cdot [B + \sqrt{B^2 + 4AC}]}{2A} \quad \text{se } A \neq 0 \quad (C.39)$$

ou

$$Q_{P_E} = - KC/B \quad \text{se } A = 0 \quad (C.40)$$

onde

$$A = A_3$$

$$B = A_2 \cdot \alpha - K (1/B_1 + 1/B_2)$$

$$C = A_1 + E_1/B_1 - E_2/B_2$$

Os valores de  $H_{P_1}$  e  $H_{P_2}$  são dados pelas equações (C.34) e (C.35).

c) estrutura de controle com reservatório (ECR)

Este caso é análogo ao caso (a). A diferença está no NÔ de jusante da ECR que é um nÔ reservatório. A equação (C.31) deve ser substituída por

$$Q_{P_E} = \frac{H_{P_2} - H_R}{\Delta t} A_R + Q_R \quad (C.41)$$

onde  $H_R$  é a altura do reservatório no instante  $t$ ,  $A_R$  a área e  $Q_R$  a vazão consumida do reservatório (demanda setorial).

As equações (C.30), (C.41) e (C.38) têm a solução:

$$Q_{P_E} = 0,5 \cdot \text{SINAL}(G) \cdot (F - \sqrt{F^2 + 4|G|}) \quad (C.42)$$

$$H_{P_1} = (E_1 - Q_{P_E}) / B_1 \quad (C.43)$$

$$H_{P_2} = H_R + (Q_{P_E} - Q_R) \frac{\Delta t}{A_R} \quad (C.44)$$

onde

$$F = \frac{1}{C} \left( \frac{1}{B_1} + \frac{\Delta t}{A_R} \right) \quad (C.45)$$

$$G = \frac{1}{C} \left( H_R - Q_R \frac{\Delta t}{A_R} - \frac{E_1}{B_1} \right) \quad (C.46)$$

A seguir o valor de  $H_R$  deve ser atualizado para o próximo passo do processo de integração, isto é,  $H_R = H_{P_2}$ .

## APÊNDICE D

*Técnicas de Esparsidade*

Apresentamos a seguir métodos e procedimentos apropriados à solução de equações algébricas do tipo

$$A \cdot X = B \quad (D.1)$$

onde

- A é uma matriz NxN, não singular, chamada de matriz dos coeficientes,
- B é a matriz Nx1 dos termos independentes,
- X é a matriz Nx1 das incógnitas.

Entendemos como matriz esparsa uma matriz que apresenta um grande número de elementos nulos. Apesar das técnicas que a seguir descrevemos serem aplicáveis a qualquer tipo de matriz não singular, elas são realmente vantajosas quando cerca de 70% (ou mais) dos elementos de A são nulos.

O sistema de equações algébricas (D.1) pode ser resolvido pelo método clássico de triangularização de uma matriz, via eliminação de Gauss. O algoritmo D.1 apresenta a versão deste método que executa a triangularização por linhas. No que se segue índices inferiores indicam ordem de linha e coluna do elemento, ao passo que índices superiores representam o estado atual de um elemento (escalar ou matriz), ou seja, o número de transformações sofridas por este elemento no decorrer de um processo qualquer. Um índice superior nulo indica que o elemento se encontra com seu valor original.

## Algoritmo D.1

Executa a triangularização de uma matriz  $A$  ( $N \times M$ ), não singular, via eliminação de Gauss, processando-a linha por linha.

a Inicialize o contador de linhas:  $k \leftarrow 1$ . Vá para (d).

b Incremente o contador de colunas:  $j \leftarrow j+1$ .

Se  $j = k$ , já foram eliminados todos os elementos à esquerda da diagonal: vá para (d).

(c) Some a linha  $j$  (já processada) multiplicada por  $-a_{kj}^{(j-1)}$  à linha  $k$ . Isto resulta na eliminação de  $a_{kj}^{(j-1)}$  da linha  $k$ , ou seja, na eliminação de  $x_j$  da  $k$ -ésima equação. Para cada elemento à esquerda da diagonal eliminada temos então:

$$a_{ki}^{(j)} = a_{ki}^{(j-1)} - a_{kj}^{(j-1)} \cdot a_{ji}^{(j)} \quad i = j+1, N$$

$$b_k^{(j)} = b_k^{(j-1)} - a_{kj}^{(j-1)} b_j^{(j)} \rightarrow (b)$$

(d) Normalização da linha  $k$

Divida a linha  $k$  por  $a_{kk}^{(k-1)} \neq 0$ , ou seja,

Calcule

$$a_{ki}^{(k)} = a_{ki}^{(k-1)} \left( 1/a_{kk}^{(k-1)} \right) \quad (i = k+1, N);$$

$$b_k^{(k)} = b_k^{(k-1)} \left( 1/a_{kk}^{(k-1)} \right)$$

(e) Incremente o contador de linhas:  $k \leftarrow k+1$

Inicialize o contador de colunas:  $j \leftarrow 0$

(f) Se  $k \leq N$ , vá para (b). Senão  $x_N \leftarrow b_N^{(N)} \rightarrow (h)$

g Substitua  $x_i$  ( $i = k+1, N$ ) na  $k$ -ésima equação, determinando, desta forma, o valor de  $x_k$ , ou seja, calcule:

$$x_k \leftarrow b_k^{(k)} - \sum_{i=k+1}^N a_{ki}^{(k)} x_i$$

h Decremente o contador de linhas  $K \leftarrow K-1$ . Se  $k = 0 \rightarrow$  FIM.

Senão  $\rightarrow$  (g).

Para uma melhor compreensão do algoritmo D.1, faremos sua aplicação a um sistema a três incógnitas, dado em (D.2).

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (\text{D.2})$$

Consideremos a matriz  $A$  aumentada a direita com o vetor  $B$ , cuja notação será  $[A, B]$ , isto é,

$$[A, B]^{(0)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{bmatrix} \quad (\text{D.3})$$

Aplicando o algoritmo D.1 à primeira linha de (D.3) (passo d), obtemos

$$a_{12}^{(1)} = a_{12}^{(0)} / a_{11}^{(0)} \quad a_{13}^{(1)} = a_{13}^{(0)} / a_{11}^{(0)} \quad b_1^{(1)} = b_1^{(0)} / a_{11}^{(0)} \quad (\text{D.4})$$

Após a eliminação de  $x_1$  da segunda equação (anula

ção de  $a_{21}^{(0)}$  através do passo (c) e normalização da linha correspondente (passo d), obtemos

$$[A, B]^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & b_1^{(1)} \\ 0 & 1_{23} & a_{23}^{(2)} & b_2^{(2)} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{bmatrix} \quad (D.5)$$

Observamos que as linhas abaixo da última processada, no caso, a segunda, não sofreram nenhuma alteração, um fato fundamental para a economia de memória de computador caso a matriz A for sendo gerada à medida que processamos as linhas.

Após o processamento da terceira linha a matriz  $[A, B]$  se apresenta como em (D.6)

$$[A, B]^{(3)} = \begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & b_1^{(1)} \\ 0 & 1 & a_{23}^{(2)} & b_2^{(2)} \\ 0 & 0 & 1 & b_3^{(3)} \end{bmatrix} \quad (D.6)$$

Na passagem de (D.5) para (D.6) foram executadas as seguintes operações:

(i) eliminação de  $a_{31}^{(0)} = a_{31}$

$$\begin{aligned} a_{3j}^{(1)} &= a_{3j}^{(0)} - a_{31}^{(0)} \cdot a_{1j}^{(1)} & j &= 2, 3 \\ b_3^{(1)} &= b_3^{(0)} - a_{31}^{(0)} \cdot b_1^{(1)} \end{aligned} \quad (D.7)$$

(ii) eliminação de  $a_{32}^{(1)}$

$$\begin{aligned} a_{33}^{(2)} &= a_{33}^{(1)} - a_{32}^{(1)} \cdot a_{23}^{(2)} \\ b_3^{(2)} &= b_3^{(1)} - a_{32}^{(1)} \cdot b_2^{(2)} \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

(iii) normalização da terceira linha

$$b_3^{(3)} = b_3^{(2)} (1/a_{33}^{(2)}) \quad (\text{D.9})$$

Podemos agora resolver facilmente o sistema (D.6) caminhando da terceira para a primeira linha, isto é,

$$\begin{aligned} x_3 &= b_3^{(3)} \\ x_2 &= b_2^{(2)} - a_{23}^{(2)} \cdot x_3 \\ x_1 &= b_1^{(1)} - a_{12}^{(1)} \cdot x_2 - a_{13}^{(1)} \cdot x_3 \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

O desenvolvimento de (D.3) a (D.6) mostra que, em termos de álgebra matricial, foram realizados essencialmente dois tipos de operação sobre a matriz aumentada  $[A, B]$ :

- (i) multiplicação de uma linha por um escalar
- (ii) adição de uma linha multiplicada por um escalar a uma outra linha

A operação (i) corresponde exatamente à normalização de uma dada linha, ou seja, à multiplicação de uma linha qualquer ( $i = N$ ) por  $(1/a_{ii}^{(i-1)})$ , que é o inverso do valor do elemento diagonal após a eliminação de todos os  $(i-1)$  elementos à sua esquerda; ou seja, de todos os  $a_{ij}^{(j-1)}$  tais que  $1 \leq j < i$ .

A operação (ii) está relacionada com a eliminação



de um elemento  $a_{ij}^{(j-1)}$  ( $1 \leq j < i$ ) da  $i$ -ésima linha, ou seja, à adição da linha  $j$  (já processada) multiplicada por  $- a_{ij}^{(j-1)}$  à linha  $i$ .

A operação (i) pode ser efetuada pela pré-multiplicação de  $[A, B]$  por uma matriz diagonal  $D_i$ , diferindo da matriz unitária de ordem  $N$  apenas pelo elemento diagonal da  $i$ -ésima linha, ou seja,

$$D_i = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & d_{ii} & \\ & & & & & 1 \\ & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (D.11)$$

onde

$$d_{ii} = 1/a_{ii}^{(i-1)}$$

Analogamente podemos definir uma matriz  $L_{ij}$  que difere da matriz unitária de ordem  $N$  apenas no elemento da  $i$ -ésima linha e da  $j$ -ésima coluna, ou seja,

$$L_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & l_{ij} & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (D.12)$$

onde

$$l_{ij} = - a_{ij}^{(j-1)} \quad (i > j)$$

O efeito da pré-multiplicação de  $[A, B]$ , num estágio do processamento, por  $L_{ij}$  resulta na eliminação de  $a_{ij}^{(j-1)}$

da  $i$ -ésima linha, ou seja, na eliminação de  $x_j$  da  $i$ -ésima equação.

A cada passo da fase de eliminação do algoritmo D.1 podemos associar, univocamente, uma matriz de transformação cujo elemento essencial (não nulo e não unitário) pode ser obtido da matriz  $A^{(0)}$  e/ou das matrizes dela obtidas, por intermédio de transformações elementares. Aplicando este procedimento ao exemplo (D.3), temos:

(i) processamento da primeira linha:

- somente normalização

$$[A, B]^{(1)} = D_1 \cdot [A, B]^{(0)} \quad (D.13)$$

(ii) processamento da segunda linha:

- eliminação de  $a_{21}^{(0)}$  e normalização

$$[A, B]^{(2)} = D_2 \cdot L_{21} \cdot [A, B]^{(1)} \quad (D.14)$$

(iii) processamento da terceira linha:

- eliminação de  $a_{31}^{(0)}$ ,  $a_{32}^{(1)}$  e normalização

$$[A, B]^{(3)} = D_3 \cdot L_{32} \cdot L_{31} \cdot [A, B]^{(2)} \quad (D.15)$$

Substituindo sucessivamente (D.13) e (D.14) em (D.15), obtemos

$$[A, B]^{(3)} = D_3 \cdot L_{32} \cdot L_{31} \cdot D_2 \cdot L_{21} \cdot D_1 \cdot [A, B]^{(0)} \quad (D.16)$$

A equação (D.16) é uma representação sintética da fase de eliminação do algoritmo D.1. Como o sistema  $[A, B]^{(3)}$  é um sistema triangular superior com diagonal unitária (eq. D.6) podemos operar sobre ele até transformá-lo num sistema

do tipo  $[ I, X ]$  onde  $I$  é a matriz identidade da mesma ordem que  $A$  e  $X$  é o vetor solução correspondente ao vetor dado  $B$  (no sentido de que  $A.X = B$ ).

Para eliminar  $a_{23}^{(2)}$  em  $[A, B]^{(3)}$  basta adicionar a terceira linha multiplicada por  $-a_{23}^{(2)}$  à segunda linha. Isto pode ser representado por uma matriz de transformação elementar  $u_{23}$ , ou de forma mais geral por uma matriz  $u_{ij}$  ( $i < j$ ) definida em (D.17) e que difere da matriz unitária de mesma ordem apenas pelo elemento da linha  $i$  e coluna  $j$ , cujo valor é  $-a_{ij}^{(i)}$ .

$$u_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.17})$$

onde

$$u_{ij} = -a_{ij}^{(i)} \quad (i < j)$$

Usando agora matrizes  $u_{ij}$  numa sequência adequada, podemos reduzir  $[A, B]^{(3)}$  a um sistema diagonal unitário, completando a solução do sistema  $A.X = B$  dado. Desta forma teremos:

- (i) - reprocessamento da segunda linha
- eliminação de  $a_{23}^{(2)}$

$$[A, B]^{(4)} = u_{23} \cdot [A, B]^{(3)} \tag{D.18}$$

- (ii) - reprocessamento da primeira linha
- eliminação de  $a_{13}^{(1)}$  e  $a_{12}^{(1)}$ , nesta ordem

$$[A, B]^{(5)} = u_{12} \cdot u_{13} \cdot [A, B]^{(4)} \tag{D.19}$$

Obviamente

$$[A, B]^{(5)} = [I, X] \tag{D.20}$$

Substituindo (D.19) e (D.18) em (D.16) e, levando em consideração (D.20), obtemos

$$[I, X] = u_{12} \cdot u_{13} \cdot u_{23} \cdot \mathcal{D}_3 \cdot L_{32} \cdot L_{31} \cdot \mathcal{D}_2 \cdot L_{21} \cdot \mathcal{D}_1 \cdot [A, B]^{(0)} \tag{D.21}$$

Como a matriz A e o vetor B são transformados si multânea e independentemente, podemos desmembrar (D.21) em duas equações:

$$I = u_{12} \cdot u_{13} \cdot u_{23} \cdot \mathcal{D}_3 \cdot L_{32} \cdot L_{31} \cdot \mathcal{D}_2 \cdot L_{21} \cdot \mathcal{D}_1 \cdot A \tag{D.22a}$$

$$X = u_{12} \cdot u_{13} \cdot u_{23} \cdot \mathcal{D}_3 \cdot L_{32} \cdot L_{31} \cdot \mathcal{D}_2 \cdot L_{21} \cdot \mathcal{D}_1 \cdot B \tag{D.22b}$$

A equação (D.22a) é trivial, mas a equação (D.22b) mostra um fato fundamental: para qualquer sistema do tipo

$A.X = B$ , não singular, uma vez obtidos os elementos essenciais  $d_{ii}$ ,  $l_{ij}$  ( $i > j$ ) e  $u_{kl}$  ( $k < l$ ) das matrizes de transformação elementares  $D_i$ ,  $L_{ij}$  e  $U_{kl}$ , respectivamente, podemos transformar qualquer vetor  $B$  no vetor  $X$  correspondente, não necessitando incluir o vetor  $B$  no processo de triangularização, desde que se preservem:

(i) os elementos eliminados, ou seja, os  $a_{ij}^{(j-1)}$  ( $i > j$ ) que são, por definição, os próprios  $l_{ij}$ .

(ii) os inversos dos elementos diagonais, ou seja, os  $(1/a_{ii}^{(i-1)})$  que dão origem aos  $d_{ii}$ .

(iii) os elementos da matriz triangularizada  $A^{(N)}$ , ou seja, os  $a_{kl}^{(k)}$  que são os próprios  $u_{kl}$  ( $k > l$ ).

Ao conjunto dos elementos definidos em (i), (ii), (iii) acima, registrados de maneira conveniente denominamos tabela LU.

A equação (D.22a) mostra claramente como se pode usar os elementos da tabela LU para representar o efeito de pré-multiplicação por  $A^{-1}$ . Um ponto importante a ser ressaltado é que a tabela LU em si não é uma matriz, mas sim um conjunto de fatores que, quando usado convenientemente, reproduz os efeitos da inversa desta matriz.

Para distinguir a matriz de sua tabela LU adotaremos a representação a seguir, onde LU (A) significa a tabela LU da matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \quad (D.23a)$$

$$LU(A) = \begin{bmatrix} d_{11} & u_{12} & \dots & u_{1N} \\ l_{21} & d_{22} & \dots & u_{2N} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ l_{N1} & l_{N2} & \dots & d_{NN} \end{bmatrix} \quad (D.23b)$$

onde

$$d_{ii} = (1/a_{ii}^{(i-1)})$$

$$l_{ij} = a_{ij}^{(j-1)}$$

$$u_{kl} = a_{kl}^{(k)}$$

O procedimento para a obtenção da tabela LU é bastante simples e pode ser resumido como segue:

a. submeter a matriz A a um processo de eliminação de Gauss.

b. registrar de forma conveniente os elementos  $a_{ij}^{(j-1)}$ ,  $a_{ii}^{(i-1)}$  e  $a_{ik}^{(i)}$ , obtidos a cada passo  $i$  ( $i = 1, N$ ) do processo de eliminação.

O algoritmo D.2 dado a seguir, permite obter a ta  
bela LU de uma matriz A, não singular, numa forma diretamente  
implementável. É basicamente uma simplificação do algoritmo  
D.1, do qual foi suprimida a fase de substituição e o proces  
samento do vetor B.

### Algoritmo D.2

Permite obter diretamente a tabela LU de uma Ma  
triz A não singular.

(a) Faça  $k \leftarrow 1$  e vá para (f)

(b) Faça  $k \leftarrow K + 1$ ;  $j \leftarrow 1$

(c) Faça  $l_{kj} = a_{kj}^{(k-1)}$

Para  $l = j + 1, N$ , calcule  $a_{kl}^{(j)} = a_{kl}^{(j-1)} - l_{kj} \cdot u_{jl}$

(d)  $j \leftarrow j + 1$

(e) Se  $j < k$  volte para (c), senão vá para (f)

(f) Calcule  $d_{kk} = 1/a_{kk}^{(k-1)}$

(g) Se  $K = N$  FIM, senão vá para (h)

(h) Calcule  $u_{kl}^{(k)} = a_{kl}^{(k)} = d_{kk} a_{kl}^{(k-1)}$  para

$l = k + 1, N$  e vá para b.

Manipularemos, de forma conveniente, a equação  
(D.22a), para dela extrair o algoritmo que permite o cálculo  
do vetor incôgnita X, utilizando a tabela LU fornecida pelo  
algoritmo D.2.

Como exemplo vamos expandir a equação análoga a  
(d.22b) para um sistema de ordem  $N=4$ , obtendo:

$$u_{12} \cdot u_{13} \cdot u_{14} \cdot u_{23} \cdot u_{24} \cdot u_{34} \cdot D_4 \cdot L_{43} \cdot L_{42} \cdot L_{41} \cdot D_3 \cdot L_{32} \cdot L_{31} \cdot D_2 \cdot L_{21} \cdot D_1 \cdot B = A^{-1} \cdot B = X \quad (D.24)$$

Introduzindo a seguinte notação para os produtos matriciais que aparecem em (D.24)

$$L_i \triangleq L_{i,i-1} \cdot L_{i,i-2} \cdots L_{i,2} \cdot L_{i,1} \quad (1 < i \leq N) \quad (D.25)$$

$$u_k \triangleq u_{k;k+1} \cdot u_{k;k+2} \cdots u_{k,N-1} \cdot u_{k,N} \quad (1 \leq k < N)$$

podemos estender a equação (D.24) para um sistema de ordem N:

$$u_1 \cdots u_{N-1} \cdot D_N \cdot L_N \cdots D_2 \cdot L_2 \cdot D_1 \cdot B = A^{-1} \cdot B = X \quad (D.26)$$

A equação (D.26) pode ser considerada, e de fato o é, uma representação sintética do algoritmo D.1, aplicado a um sistema de ordem N. Cada matriz de transformação  $D_i$ ,  $L_i$  e  $u_k$  representa um passo (ou conjunto de passos) bem definido de um processo finito de substituição ou eliminação sobre a matriz A.

A formulação de algoritmos de solução se reduz a uma simples interpretação da equação (D.26). No algoritmo D.3 descrito a seguir, serão utilizados vetores intermediários  $V$  e  $T$  com a finalidade de facilitar a descrição. Na implementação computacional substituímos valores antigos por valores recém-calculados, sem nenhuma preocupação com valores intermediários, de maneira que, além da tabela LU, apenas o vetor  $B$  é utilizado.



## Algoritmo D.3

Obs: (i) Tipo de operação:  $A^{-1} \cdot B = X$

(ii) Passos a-e:  $D_N \cdot L_N \dots L_2 \cdot D_1 \cdot B = Y$

(iii) Passos f-h:  $U_1 \dots U_{N-1} \cdot Y = X$

(a)  $k \leftarrow 1$  ;  $t_k \leftarrow b_k$  ;  $\rightarrow$  (c)

(b)  $t_k \leftarrow b_k - \sum_{j=1}^{k-1} \ell_{kj} \cdot i_j$

(c)  $i_k \leftarrow d_{kk} \cdot t_k$

(d) Se  $k = N$ :  $x_k \leftarrow i_k \rightarrow$  (f)

(e)  $k \leftarrow k + 1 \rightarrow$  (b)

(f)  $k \leftarrow k-1$

(g)  $x_k \leftarrow i_k - \sum_{j=k+1}^N u_{kj} \cdot x_j$

(h) Se  $k = 1 \rightarrow$  FIM . Senão  $\rightarrow$  (f)

Uma das grandes vantagens do uso da tabela LU é que esta pode ser tão esparsa quanto a matriz original (o que não ocorre com a matriz inversa). Isto nos permite resolver sistemas esparsos de grandes dimensões muito mais rapidamente do que o permitiria o uso da inversa.

## APÊNDICE E

*Matrizes Relacionadas ao Equacionamento de  
uma Rede Genérica*

Neste apêndice descrevemos, em ordem alfabética as matrizes que aparecem no equacionamento de uma rede genérica. As dimensões destas matrizes dependem dos seguintes valores:

- $n$  = número de NÓS da rede,
- $t$  = número de ENOS do tipo TUB,
- $e$  = número de ENOS do tipo NÃO-TUB,
- $m$  = número total de ENOS ( $m = t+e$ )
- $r$  = número de nós reservatórios (todo nó da rede cujo único vínculo seja com uma ECR-estrutura de controle com reservatório),
- $l = n-r$ .

Matriz  $A_R$

É a matriz diagonal de dimensão  $r$  cujos elementos não nulos são os inversos das áreas dos reservatórios.

Matriz  $E$

É a matriz  $n \times e$  obtida de  $M$  considerando nesta somente as colunas correspondentes aos ENOS NÃO-TUB.

Matriz F

É a matriz  $t \times l$  cujos elementos são os valores de  $F(Q, D)$  da equação (3.4).

Matriz H

É a matriz  $n \times l$  cujos elementos são as cargas piezométricas nos NÓS em cada instante.

Matriz  $H_L$ 

É a matriz  $l \times l$  composta dos elementos de  $H$  que não aparecem em  $H_R$ .

Matriz  $H_R$ 

É a matriz  $r \times l$  composto dos elementos de  $H$  correspondentes aos nós reservatórios.

Matriz M

É a matriz  $n \times m$  na qual

$$m_{ij} = -1, \text{ se } i \text{ for o nó montante do ENO}_j,$$

$$m_{ij} = 1, \text{ se } i \text{ for o nó jusante do ENO}_j,$$

$$m_{ij} = 0, \text{ nos demais casos.}$$

Matriz  $M_1$ 

É a matriz  $r \times m$  obtida de  $M$  considerando nesta somente as linhas correspondentes aos nós reservatórios.

Matriz  $M_2$ 

É a matriz  $l \times m$  obtida de  $M$  considerando nesta somente as linhas correspondentes aos nós não reservatórios.

Matriz Q

É a matriz  $m \times l$  cujos elementos são as vazões que fluem nos ENOS.

Matriz  $Q_E$ 

É a matriz  $e \times l$  obtida de  $Q$  considerando nesta somente as linhas que correspondem aos ENOS NÃO-TUB.

Matriz  $Q_R$ 

É a matriz  $r \times l$  cujos elementos em cada instante, são as vazões que estão sendo consumidas (quando se trata de reservatórios de consumo) nos reservatórios ou supridas (quando se trata de reservatórios de estações de tratamento) aos reservatórios.

Vazões consumidas entram com sinal positivo em  $Q_R$  e vazões fornecidas com sinal negativo.

Matriz  $Q_T$ 

É a matriz  $t \times l$  obtida de  $Q$  considerando nesta somente as linhas que correspondem aos ENOS TUB.

Matriz T

É a matriz  $n \times t$  obtida de  $M$  considerando nesta somente as colunas correspondentes aos ENOS TUB.

Matriz U

É a matriz  $e \times l$  cujos elementos são (a cada instante) os valores de  $U(Q, \omega)$  da equação (3.5).

Matriz  $\omega$ 

É a matriz  $t \times n$  definida por:

$$\omega = \frac{\pi g}{4} \cdot \begin{bmatrix} \frac{D_1^2}{L_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{D_2^2}{L_2} & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & & \\ 0 & 0 & \dots & \frac{D_t^2}{L_t} \end{bmatrix} \cdot T^T$$

onde  $T^T$  indica a transposta da matriz  $T$ .  $D_1, D_2, \dots, D_t$  são os diâmetros dos tubos,  $L_1, L_2, \dots, L_t$  os respectivos comprimentos.

## APÊNDICE F

*Esquema de Processamento Computacional*

Dividimos o processamento em quatro programas que executam tarefas distintas, trocando informações através do armazenamento em disco. Este procedimento visa:

- diminuir o espaço de memória, já que mantemos na unidade de processamento somente o programa que executa a fase em que estamos interessados,

- diminuir o tempo de processamento, pois as informações fluem mais rápido dentro de unidades mais simples e compactas,

- facilitar a interação entre o analista e os programas, já que este pode alterar valores de variáveis dentro da unidade em processamento, sem necessidade de reprocessar todos os programas.

A seguir descrevemos brevemente os programas que compõe o algoritmo de solução.

**F.1 - Entrada de dados**

Este programa executa as seguintes tarefas:

- leitura dos dados que descrevem a morfologia da rede, suas características físicas e as demandas dos reservatórios ao longo do período de análise,

- cálculo das constantes da rede que independem do tempo e serão utilizadas pelos outros programas,

- impressão dos dados de entrada para permitir que o usuário altere dados, eventualmente incorretos, sem entrar nos processamentos mais onerosos executados pelos outros programas,

- transferência para o disco das informações exigidas pelos outros programas.

### F.2 - Cálculo da matriz de influência

Como a matriz de influência C (veja seção 5.2) é uma característica da rede que independe do tempo, ela é calculada uma única vez por um programa específico, que utiliza as técnicas de matriz esparsa discutidas no apêndice D e seção 5.2.

O fluxograma deste programa é o descrito pelo algoritmo 5.1 da seção 5.2.

### F.3 - Regime permanente

Para se iniciar o controle da instalação necessitamos das cargas e vazões no instante inicial. Como estes valores geralmente não são conhecidos e, se o forem, deverão ser compatíveis com o modelo adotado neste trabalho, devemos calcular o estado inicial do sistema. Isto é feito admitindo que o sistema se acha inicialmente em regime permanente.

O cálculo de regime permanente é executado por um programa distinto que fornece os valores de vazão e carga para o programa que executará o controle do sistema.

Destacamos uma aplicação importante dos programas

F.1 e F.3: o cálculo de regime permanente de instalações hidráulicas, mesmo as de grande porte, através do micro computador. Para que esta aplicação seja útil o programa imprime os resultados de vazão e carga da rede, de maneira que possa ser utilizado independentemente dos demais.

O método de cálculo é o das características, com celeridade fictícia, como foi explicado na seção 5.1.

#### F.4 - Controle da rede

A partir dos dados fornecidos pelo programa E.1, da matriz de controle obtida pelo F.2 e dos valores de vazão e carga calculados em F.3, este programa calcula e imprime a tabela de abertura das válvulas em função do tempo.

No final do período de análise temos os níveis mínimos e máximos atingidos pelos reservatórios.

Este programa está desenvolvido para ser utilizado interativamente, via terminal de vídeo, de maneira que o usuário acompanha o controle da instalação, interrompendo o processamento caso o sistema de distribuição não consiga fornecer (ou absorver) a demanda exigida (problema sem solução).

O tempo de processamento exigido por este programa é muito maior que os demais, pois geralmente estamos interessados em períodos diários de análise, que se dividido em passos de integração da ordem de 1 s, resultará em cerca de <sup>43 200</sup> 10.000 iterações. Este número varia em função do número de vezes que os reservatórios atinjam limites críticos durante a análise.

O procedimento adotado para o desenvolvimento deste programa é o que se acha exposto na figura 4.1.



O programa de controle utiliza, como dados de entrada, os resultados gerados por dois dos outros programas: o de regime permanente e o de cálculos da matriz de influência (figura F.1).

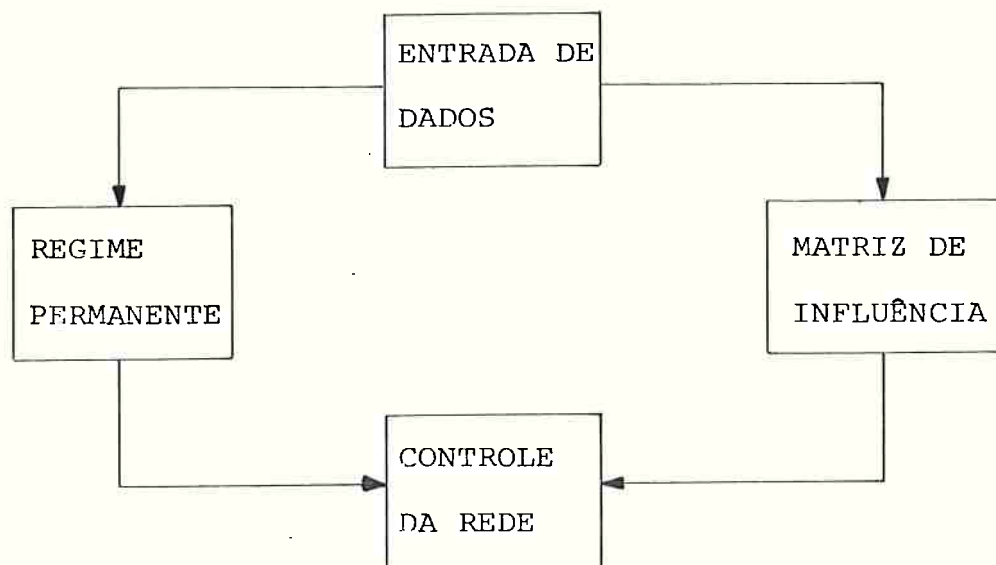


Fig. F.1: Interconexões entre os programas de análise.

Dos quatro programas utilizados, somente o de controle depende de grandezas que variam com o tempo. Este consome cerca de 5 min de processamento interativo, via terminal de vídeo, num computador IBM 4341, para simular a operação da rede do exemplo elucidativo do capítulo II, durante 24 horas. Quanto aos outros não chegam a consumir, juntos, 1 minuto de processamento, nas mesmas condições.

Na figura F.2 apresentamos o diagrama de blocos simplificado do programa de controle, onde comparecem as seguintes grandezas:

$T$  = tempo decorrido a partir do início de uma manobra,

$TT$  = intervalo de tempo decorrido entre o início de uma manobra e o início da manobra seguinte,

$DT$  = intervalo de tempo utilizado para a integração das equações diferenciais ( $DT \ll TT$ ),

$V_i$  = configuração das estruturas de controle antes de se iniciar uma manobra,

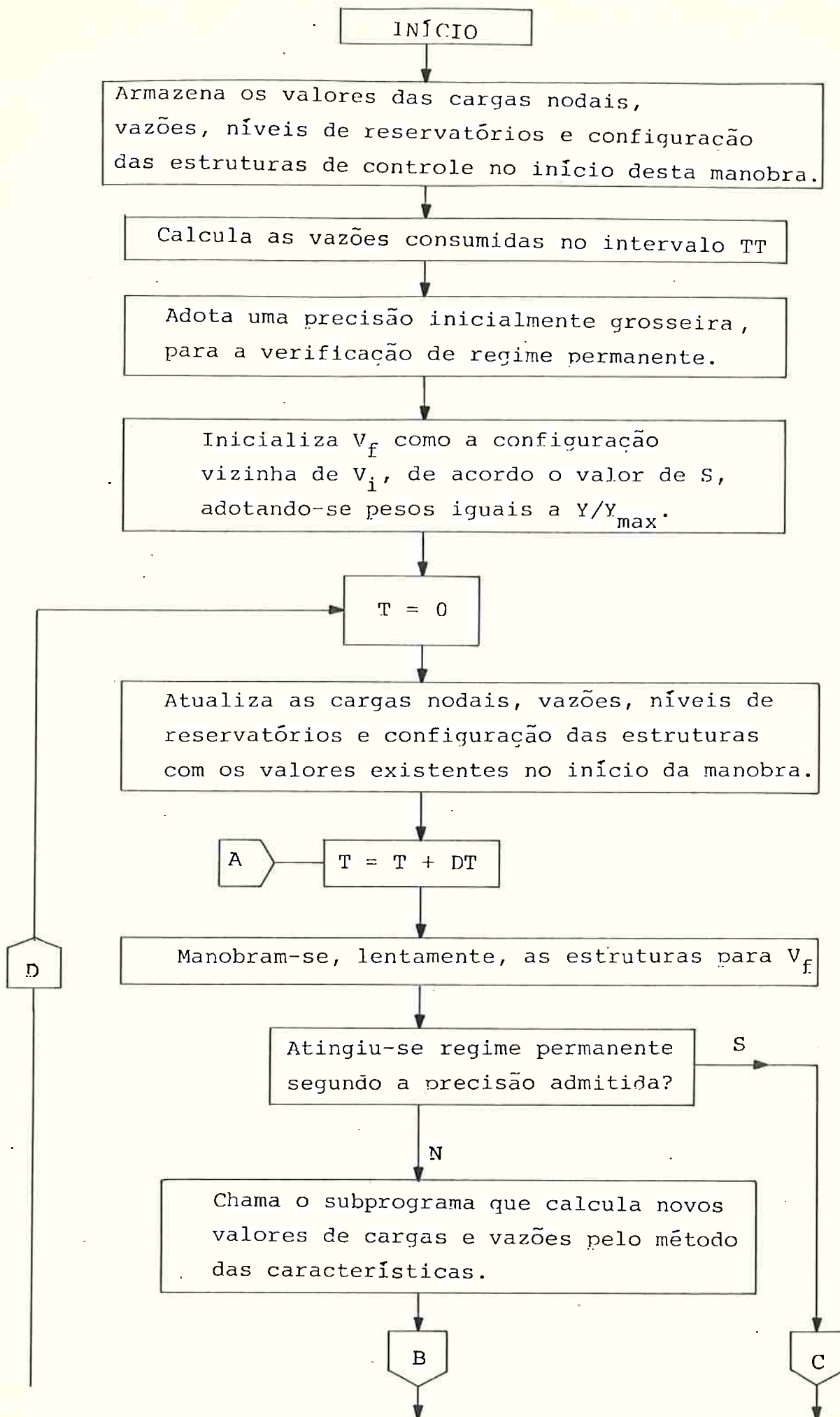
$V_f$  = configuração das estruturas de controle após a realização de uma manobra,

$Y$  = desvios dos níveis dos reservatórios em relação do nível médio,

$Y_{\max}$  = desvios operacionais máximos

$S$  = matriz SINAL { · } da equação (4.19).

O diagrama apresentado na figura F.2 ilustra o controle da rede para  $0 < T \leq TT$ . Para obtermos o controle nos outros intervalos:  $TT < T \leq 2TT$ ,  $2TT < T < T$ , etc..., basta aplicarmos repetidamente o algoritmo, utilizando como condições iniciais num intervalo os resultados obtidos no fim do intervalo anterior.



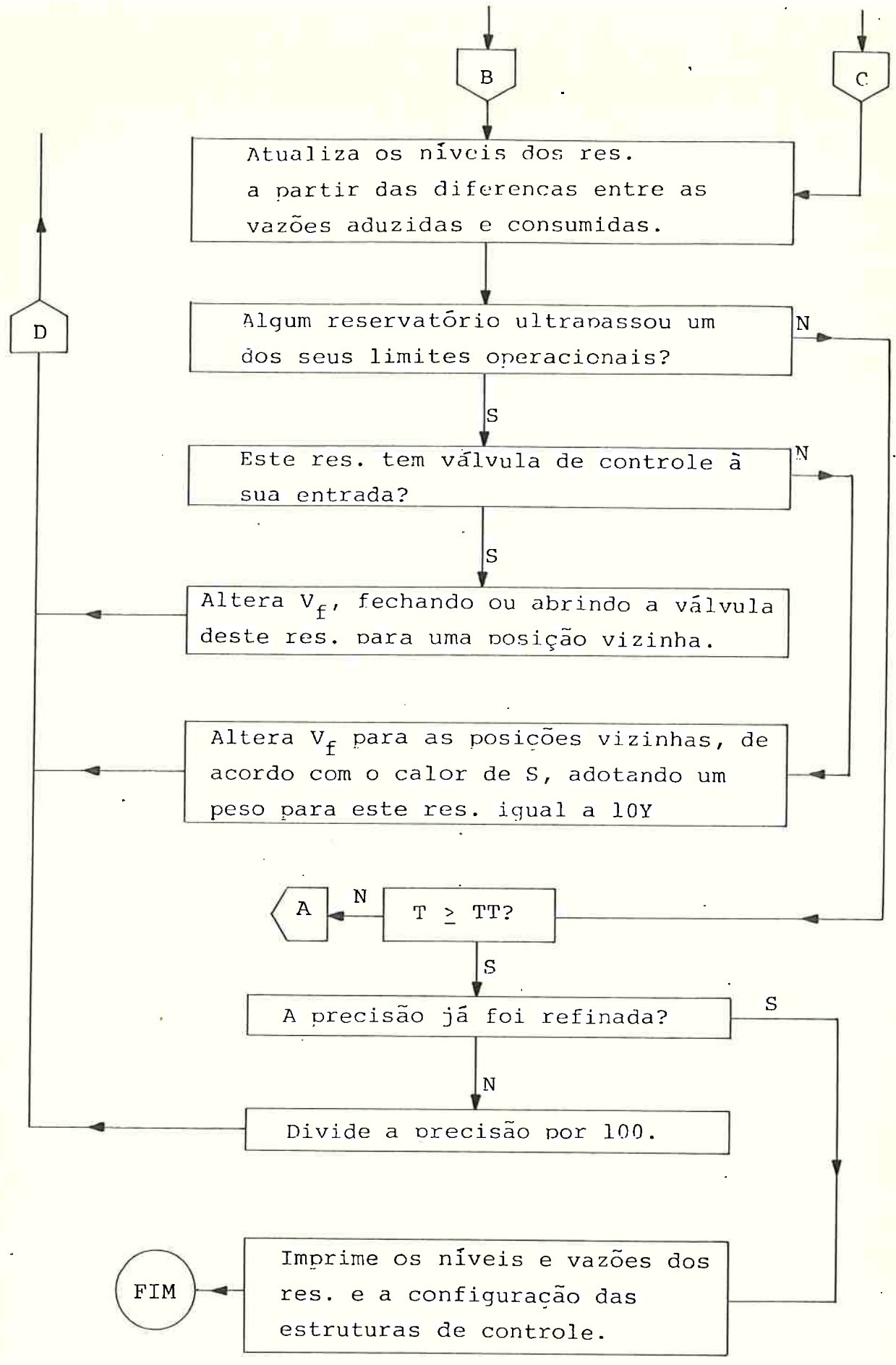


Fig. F.2 - Diagrama de blocos simplificado do programa de controle

LISTAGEM DO PROGRAMA DE COMPUTADOR

ENTRADA DE DADOS

```

C *** DIMENSAC=NUM DE RESERVATORIOS *****
DIMENSICN AO(32),FO(32),Y(32),HR(32),MO(32)
C *** DIMENSAO=NUMERO DE TUEOS *****
DIMENSICN W(68),BO(68),MT(68),JT(68),CT(68),DT(68),C(68)
C *** DIMENSAO=NUMERO DE VALVULAS *****
DIMENSICN XK(32),IV(32),DV(32),MV(32),JV(32)
C *** DIMENSAO=NUMERO DE BOMBAS *****
DIMENSICN NP(9),U1(9),L2(9),L3(9),PB(9),JB(9),X2(9),X3(9),
* Y1(9),Y2(9),Y3(9)
C *** DIMENSAO=NUMERO DE NCS COM DEMANDA FIXA *****
DIMENSICN GD(5),ID(5)
C *** DIMENSAO=NUM DE PONTCS DAS CURVAS DE VAZAO DOS RES*NUM DE RES ***
DIMENSICN LS(24,32)
C *** DIMENSAO=NUMERO DE NCS
DIMENSICN H(101)
C *** DIMENSAO=NUMERO DE VALORES DE K DAS VAL *****
DIMENSICN FK(9)
DATA FK/.1,2.,10.,20.,60.,100.,250.,400.,1000./,1M/S/
          0 25 40 45 55 60 65 70 75
G=9.81
PI=3.141592654
WRITE(7,111)
111 FCFORMAT('ENTRE COM DELTAT')
READ(7,222) DELTAT
222 FCFORMAT(F10.3)
WRITE(6,12999)
*** LE OS DADOS DA REDE *****
NUM DE NCS,NUM DE ECR,NUM DE TUECS,NUM DE VAL,NUM DE BCM,NUM DE
NCS COM DEMANDA,NUM DE PONTCS DAS CURVAS DE VAZOES RETIRADAS DOS
RES,TEMPO MAXIMO DE ANALISE *****
READ(5,13000) NN,NR,NT,NV,NB,ND,NH,TMAX
MM=TMAX
WRITE(6,13001) NN,NR,NT,NV,NE,ND,NF,MM
NV=NR+NV
*** LE OS DADOS DAS ECR NUMERO,NO MONT,NO JUS,COTA DO RES,DIAM DA VAL,
K DA VAL,AREA DO RES,COTA MEDIA MEDIA DO RES,OSCILAC MAX DO RES,
CONDICAO DE MANGERA 1 SE FOR MANGERA VEL,C SE NAO C FOR
WRITE(6,9998)
WRITE(6,13998) ((I,FK(I)),I=1,IM)
FKK=1E20
I=IM+1
WRITE(6,13998) I,FKK
WRITE(6,9999)
READ(5,20000) DD
B=C.
DO 20 I=1,NR
READ(5,10000) J,MV(I),JV(I),FRI(I),DV(I),IV(I),AO(I),HO(I),Y(I),
* MO(I)
WRITE(6,10001) I,MV(I),JV(I),FRI(I),DV(I),IV(I),AO(I),HO(I),Y(I),
* MO(I)
E=E+FRI(I)
20 CONTINUE
Z=E/NR
*** LE OS DADOS DOS TUEOS NUMERO,NO MON,NO JUS,CCFP,DIAM,CCEF HAZEN-WILL
WRITE(6,10999)

```

```

READ(5,20000) DD
CM=0.
DO 40 I=1,NT
READ(5,11000) J,MT(I),JT(I),CT(I),DT(I),C(I)
IF(C(I).LE.0.) C(I)=130.
WRITE(6,11001) I,MT(I),JT(I),CT(I),DT(I),C(I)
IF(CT(I).GT.CM) CM=CT(I)

```

```

40 CONTINUE
CLM=CM/(2.*DELTA)*.1

```

\*\*\* LE OS DADOS DAS VALVULAS NAO ASSOCIADAS A RESERVATORIOS NUMERO, NOMON,NCJUS,DIAM,K DA VAL,CONDICAO DE MANEBRA 1 SE FOR MANOBRAVEL, 0 SE NAO E FCR

```

IF(NV.EQ.NR) GOTO 55
WRITE(6,13997)
WRITE(6,13998) ((I,FK(I)),I=1,IM)
FKK=1E20
I=IM+1
WRITE(6,13998) I,FKK
WRITE(6,13999)
READ(5,20000) DD
I1=NR+1
DO 50 I=I1,NV
READ(5,14000) J,MV(I),JV(I),DV(I),IV(I),MC(I)
WRITE(6,14001) I,MV(I),JV(I),DV(I),IV(I),MC(I)

```

50 CONTINUE  
\*\*\* LE OS DADOS DAS BOMBAS NUMERO DA BOMBA,NOMON,NCJUS,NUM DE BOMBAS, CURVA Q VERSUS H (GF,GT),(FS,FR,FT)

```

55 IF(NE.EQ.0) GOTO 62
WRITE(6,14999)
READ(5,20000) DD
DO 60 I=1,NB
READ(5,15000) J,MB(I),JB(I),NP(I),X2(I),X3(I),Y1(I),Y2(I),Y3(I)
WRITE(6,15001) I,ME(I),JE(I),NP(I),X2(I),X3(I),Y1(I),Y2(I),Y3(I)

```

60 CONTINUE  
\*\*\* LE AS VAZES DOS NCS COM DEMANDA FIXA \*\*\*\*\*

```

62 IF(NI.EQ.0) GOTO 72
WRITE(6,16999)
READ(5,20000) DD
DO 64 I=1,ND
READ(5,17000) ID(I),QC(I)
WRITE(6,17001) ID(I),QC(I)

```

64 CONTINUE  
\*\*\* LE AS VAZES DOS RESERVATORIOS EM L/S \*\*\*\*\*

```

72 IF(NF.EQ.0) GOTO 76
WRITE(6,15999)
DO 73 J=1,NR
READ(10,20000) DD
READ(10,16000) (LS(I,J),I=1,NF)
WRITE(6,16001) J

```

73 WRITE(6,16000) (LS(I,J),I=1,NF)  
\*\*\* FIM DAS LEITURAS \*\*\*\*\*

```

DO 74 I=1,NN
74 H(I)=B
*** CALCULA AS CONSTANTES DOS RESERVATORIOS *****

```

```

76 DC 70 I=1,NR
   I1=JV(I)
   H(I1)=HR(I)
70 AO(I)=1./AO(I)
C *** CALCULA AS CONSTANTES DOS TUECS *****
   DC 80 I=1,NT
   W(I)=10.65*CT(I)/(IC(I)**1.85)*(DT(I)**4.87))/2.
   A=.25*PI*CT(I)*DT(I)
   CL=CT(I)/(2.*CELTAT)
   IF(CL.LT.CLM) CL=CLM
C   WRITE(7,333) CL
333 FORMAT(F10.0)
80 EO(I)=G*A/CL
C *** CALCULA AS CONSTANTES DAS VALVULAS *****
   A=.125*PI*PI*G
   DC 120 I=1,NV
   XK(I)=A*CV(I)**4
120 CONTINUE
C *** CALCULA AS CONSTANTES DAS EOMEAS *****
   IF(NE.EQ.0) GOTC 135
   DC 130 I=1,NB
   U1(I)=X2(I)
   IF(NF(I).EQ.0) GOTC 130
   U1(I)=Y1(I)
   U2(I)=((Y1(I)-Y2(I))*X3(I)*X3(I)-(Y1(I)-Y3(I))*X2(I)*X2(I))
   */(X3(I)*X2(I)*X2(I)-X2(I)*X3(I)*X3(I))
   U3(I)=((Y1(I)-Y3(I))*X2(I)-(Y1(I)-Y2(I))*X3(I))
   */(X2(I)*X3(I)*X3(I)-X3(I)*X2(I)*X2(I))
130 CONTINUE
C *** ESCREVE OS DADOS PARA OS OUTROS PROGRAMAS *****
135 FWRITE 1
   WRITE(1) NN,NR,NT,NV,NE,(M1(I),JT(I),80(I),I=1,NT),(MV(I),JV(I),
   *I=1,NV),(MB(I),JB(I),I=1,NE),(AO(I),I=1,NR),(W(I),I=1,NT),
   *(XK(I),IV(I),I=1,NV),(NF(I),L1(I),L2(I),U3(I),I=1,NB),
   *(H(I),I=1,NN),IM,(FK(I),I=1,IM),NC,(ID(I),QC(I),I=1,ND),
   *(HO(I),Y(I),I=1,NR),NH,TMAX,CELTAT,(MO(I),I=1,NV),
   *{(LS(I,J),I=1,NF),J=1,NR}
C *****
998 FORMAT(/'DADOS DAS ESTRUTURAS DE CONTROLE COM RESERVA(C)RIC'//,
   *10X,'OBSERVACCES'//,15X,'MAN=C A VAL PERMANECERA FIXA'//15X,
   *'MAN=1 A VAL SERA MANERADA')
999 FORMAT(/
   *'NUMERO NO DE NO DE CCTA ATUAL DIAM DA POSI AREA DC CGTA ME
   *IA CSCIL MAN'/'DA ECR MON JUS (M) VAL (M) VAL
   *PES(M2) (M) MAX(M)')
1000 FCFORMAT(3I5,2F10.3,15,3F10.3,15)
1001 FCFORMAT(I4,5X,I3,4X,I3,5X,F7.2,3X,F6.3,3X,I4,1X,F8.1,3X,F7.2,2X,
   *F6.3,3X,I1)
999 FCFORMAT(/'DADOS DOS TUBOS'/'NUMERO NO DE NO DE COMPRIMENTO DI
   *AMETRO COEF DE ATRIT(C)'/'DC TUEC MON JUS (M) (M)
   * (HAZEN-WILLIAMS)')
1000 FCFORMAT(3I5,5F10.3)
1001 FCFORMAT(I5,5X,I3,4X,I3,3X,F9.1,4X,F6.2,8X,F6.1)
1000 FCFORMAT(3F10.3,2I5)
12999 FCFORMAT(/'DADOS DA REDE'//)

```



```
1000 FORMAT(7I5,2F10.3)
13001 FORMAT('NUMERO DE NOS',4I1X,I3, /
*'NUMERO DE ESTACCOES DE CONTROLE COM RESERVATORIO',7X,I3/
*'NUMERO DE TUBOS',29X,I3/
*'NUMERO DE VALVULAS',36X,I3/
*'NUMERO DE ESTACCOES DE BOMBAMENTO',21X,I3/
*'NUMERO DE NOS COM DEMANDA FIXA',24X,I3/
*'NUMERO DE PONTOS DAS CURVAS DE VAZÕES CONSUMIDAS',6X,I3/
*'TEMPO MAXIMO DE ANALISE DE CONTROLE DO SISTEMA ',19,' S')
13997 FORMAT(/'DADOS DAS VALVULAS'//,
*10X,'OBSERVACOES'//15X,'MAN=C A VAL PERMANECERA FIXA'//15X
*'MAN=1 A VAL SERA MANEJADA')
13998 FORMAT(15X,'POSICAO',1X,I2,' CORRESPONDE A K= ',F8.1)
13999 FORMAT(/
*'NUMERO NO DE NO DE DIAMETRO POSI MAN' /
*'DA VAL MON JUS (M) VAL')
14000 FORMAT(3I5,F10.3,2I5)
15001 FORMAT(15,5X,I3,4X,I3,3X,F6.3,4X,I4,3X,I1)
15999 FORMAT(/'DADOS DAS BOMBAS'//
*'DES SE O NUM DE BOMBAS=0 ENTAO A BOMBA TEM VAZAO CONSTANTE=VAZAO
*QTIMA'//29X,'***CURVAS DAS BOMBAS Q(M3/S) VERSUS H(M)***' /
*29X,'*',43X,'*'/'NUMERO NO DE NO DE NUMERO *VAZAO VAZAO CA
*REGA DE CARGA CARGA *'/'DA BCM MON JUS DE BCM *QTIMA Q
*QUALQUER SHUT-OFF QTIMA QUALQUER*')
16000 FORMAT(4I5,5F10.3)
16001 FORMAT(14,5X,I3,4X,I3,5X,I2,F9.3,2F10.3,F8.2,F10.2)
16999 FORMAT(/'VAZÕES RETIRADAS DOS RESERVATORIOS DAS ECR (CONSUMO) EM L
*ITENS POR SEGUNDO'//)
17000 FORMAT(12I6)
17001 FORMAT('NUMERO DA ECR=',I3)
17999 FORMAT(/'NOS COM DEMANDA FIXA'//'NUM DO NO VAZAO (M3/S)')
18000 FORMAT(15,F10.2)
17001 FORMAT(16,4X,F8.3)
20000 FORMAT(A4)
END
```

REGIME PERMANENTE

```

C *** DIMENSAO=NUM DE RESERVATORIOS *****
DIMENSAO A0(32)
C *** DIMENSAO=NUMERO DE TUBOS *****
DIMENSAO W(68),B0(68),MT(68),JT(68),QT(68),QT1(68),QT2(68)
C *** DIMENSAO=NUMERO DE VALVULAS *****
DIMENSAO XK(32),IV(32),MV(32),JV(32),QV(32)
C *** DIMENSAO=NUMERO DE BOMBAS *****
DIMENSAO NP(9),U1(9),U2(9),U3(9),MB(9),JB(9),QB(9)
C *** DIMENSAO=NUMERO DE NOS COM DEMANDA *****
DIMENSAO QD(5),ID(5)
C *** DIMENSAO=NUMERO DE NOS *****
DIMENSAO H(101),H1(101),E(101),B1(101)
C *** DIMENSAO=NUM DE TUBOS+NUMERO DE VALVULAS+NUMERO DE BOMBAS *****
C *** DIMENSAO=NUMERO DE PONTOS DE OPERACAO DAS VALVULAS *****
DIMENSAO FK(10)
DATA PR/1.E-4/
C *** LE OS DADOS DA REDE *****
REWIND 1
READ(1) NN,NR,NT,NV,NB,(MT(I),JT(I),B0(I),I=1,NT),(MV(I),JV(I),
*I=1,NV),(MB(I),JB(I),I=1,NB),(A0(I),I=1,NR),(W(I),I=1,NT),
*(XK(I),IV(I),I=1,NV),(NP(I),U1(I),U2(I),U3(I),I=1,NB),
*(H(I),I=1,NN),IM,(FK(I),I=1,IM),ND,(ID(I),QD(I),I=1,ND)
C READ(1) NN,NR,NT,NV,NB,IM,
C *(MT(I),JT(I),B0(I),W(I),I=1,NT),(MV(I),JV(I),XK(I),IV(I),I=1,NV),
C *(MB(I),JB(I),NP(I),U1(I),U2(I),U3(I),I=1,NB),(B1(I),H(I),I=1,NN),
C *(FK(I),I=1,IM)
C *** INICIALIZA Q,H PARA CALCULO DE REGIME PERMANENTE *****
DO 22 I=1,NR
I1=JV(I)
QV(I)=0.
22 CONTINUE
DO 25 I=1,NT
QT(I)=0.
QT1(I)=0.
QT2(I)=0.
25 CONTINUE
C *** INICIALIZA AS VARIAVEIS DO TRANSITORIO *****
K=0
DO 35 I=1,NN
H1(I)=1E20
B1(I)=0.
E(I)=0.
35 CONTINUE
C ***** TURBO *****
100 SA=0.
DO 130 I=1,NT
I1=MT(I)
I2=JT(I)
B2=B0(I)
B=1./B2
Q0=QT(I)
Q1=ABS(Q0)
CP=H(I2)-B*Q12(I)
CF=H(I1)+B*Q1(I)
BF=B+W(I)*(ABS(Q1(I)))*.85

```

```
BM=B+W(I)*(ABS(QT2(I)))*.85  
HM=(CF*BM+CM*BP)/(BP+BM)  
QM=(CF-HM)/BP  
CF=HM+B*QM  
CM=HM-B*QM  
BP=B+W(I)*(ABS(QM))*.85  
BM=BP  
E(I1)=E(I1)+CM/BM  
E(I2)=E(I2)+CF/BP  
B1(I1)=B1(I1)+1./BM  
B1(I2)=B1(I2)+1./BP  
QT1(I)=CM  
QT2(I)=CF  
QT(I)=BP  
SA=SA+Q1
```

130 CONTINUE

C\*\*\*\*\* VALVULA DE CONTROLE \*\*\*\*\*

```
IF(NV.EQ.0) GOTO 161  
DO 150 I=1,NV  
I1=MV(I)  
I2=JV(I)  
I1=IV(I)  
IF(B1(I1).EQ.0.) GOTO 140  
P1=1./B1(I1)  
R1=0.  
GOTO 141
```

140 P1=0.

```
R1=H(I1)  
141 IF(B1(I2).EQ.0.) GOTO 142  
P2=1./B1(I2)  
R2=0.  
GOTO 143
```

142 P2=0.

```
R2=H(I2)  
143 E1=E(I1)  
E2=E(I2)  
Q0=0.  
IF(II.GE.IM) GOTO 145  
IF(II.LT.1) II=1  
S=FK(II)  
A1=XK(I)/S  
F1=A1*(P1+P2)  
G1=A1*(E2*P2-E1*P1+R2-R1)  
Q0=SIGN(.5,G1)*(F1-SQRT(F1*F1+4.*ABS(G1)))
```

```
145 H1(I1)=R1+(E1-Q0)*P1  
H1(I2)=R2+(E2+Q0)*P2  
QV(I)=Q0
```

150 CONTINUE

C\*\*\*\*\* BOMBA \*\*\*\*\*

```
161 IF(NB.EQ.0) GOTO 171  
DO 170 I=1,NB  
I1=MB(I)  
I2=JB(I)  
IF(B1(I1).EQ.0.) GOTO 162  
P1=1./B1(I1)
```

```

R1=0.
GOTO 163
162 P1=0.
R1=H(I1)
163 IF(B1(I2).EQ.0.) GOTO 164
P2=1./B1(I2)
R2=0.
GOTO 165
164 P2=0.
R2=H(I2)
165 E1=E(I1)
E2=E(I2)
IF(NP(I).EQ.0) GOTO 167
A=U3(I)
B=U2(I)-NP(I)*(P1+P2)
C=U1(I)+E1*P1-E2*P2+R1-R2
IF(A.EQ.0.) GOTO 166
D=B*B+4.*A*C
Q0=0.
IF(D.GT.0.) Q0=NP(I)*(B+SQRT(D))/(2.*A)
GOTO 169
166 Q0=0.
IF(B.NE.0.) Q0=NP(I)*(-C/B)
IF(Q0.LT.0.) Q0=0.
GOTO 169
167 Q0=U1(I)
169 H1(I1)=(E1-Q0)*P1+R1
H1(I2)=(E2+Q0)*P2+R2
QB(I)=Q0
170 CONTINUE

```

\*\*\*\*\* NOS COM DEMANDA FIXA \*\*\*\*\*

```

171 IF(ND.EQ.0) GOTO 180
DO 172 I=1,ND
I1=ID(I)
H1(I1)=(E(I1)-QD(I))/B1(I1)
172 CONTINUE

```

\*\*\*\*\* ATUALIZACAO DE H \*\*\*\*\*

```

180 DO 190 I=1,NN
IF(H1(I).EQ.IE20) H1(I)=E(I)/B1(I)
H(I)=H1(I)
H1(I)=IE20
E(I)=0.
B1(I)=0.
190 CONTINUE

```

```

SP=0.
DO 200 I=1,NT
I1=MT(I)
I2=JT(I)
QT1(I)=(H(I1)-QT1(I))/QT(I)
QT2(I)=(QT2(I)-H(I2))/QT(I)
QT(I)=(QT1(I)+QT2(I))*1.5
SP=SP+ABS(QT(I))
200 CONTINUE

```

```

PQ=ABS(SA-SP)
K=K+1

```

```

IF(PQ.LT.FR) GOTO 1035
IF(MOD(K,100).EQ.0) GOTO 1000
GOTO 100
***** SAIDA DOS RESULTADOS *****
1000 WRITE(7,1011) K,PQ
      WRITE(7,1010) (QT(I),I=1,NT)
      WRITE(7,1010) (H(I),I=1,NN)
1010 FORMAT(7F10.3)
1011 FORMAT('ITERACAO',15,'  PRECISAO=',E10.3)
      WRITE(7,1020)
1020 FORMAT('CONTINUA ? (SIM=0) (NAO=1)')
      READ(7,1030) J
1030 FORMAT(I2)
      IF(J) 1050,100,1040
1035 WRITE(7,1036) K
      WRITE(6,1036) K
1036 FORMAT('// 'ATINGIU-SE A PRECISAO DESEJADA EM',15,' ITERACOES'//)
1040 REWIND 9
1045 WRITE(9) (QT(I),I=1,NT),(H(I),I=1,NN),(IV(I),I=1,NV)
1050 WRITE(6,1051)
1051 FORMAT(//
      * 13(1H*), 'TUBOS', 12(1H*), // 'NUMERO DO TUBO', 4X, 'VAZAO (M3/S)')
      DO 1052 I=1,NT
1052 WRITE(6,1053) I,QT(I)
1053 FORMAT(5X,13,10X,F10.3)
      IF(NB.EQ.0) GOTO 1057
      WRITE(6,1054)
1054 FORMAT(// '*****ESTACOES DE BOMBEAMENTO****' // 'NUMERO DA ESTACAO',
      *4X, 'VAZAO TOTAL')
      DO 1055 I=1,NB
1055 WRITE(6,1056) I,QB(I)
1056 FORMAT(6X,13,10X,F10.3)
1057 IF(NV.EQ.NR) GOTO 1063
      WRITE(6,1058)
1058 FORMAT(// '*****VALVULAS DE CONTROLE*****' // 'NUMERO DA VALVULA',
      *4X, 'VAZAO (M3/S)')
      I1=NR+1
      DO 1059 I=I1,NV
1059 WRITE(6,1056) I,QV(I)
1063 WRITE(6,1064)
1064 FORMAT(// '*ESTRUTURAS DE CONTROLE COM RESERVATORIOS*' //
      * 'NUMERO DA ECR  VAZAO NA VALVULA')
      DO 1067 I=1,NR
1067 WRITE(6,1065) I,QV(I)
1065 FORMAT(6X,13,11X,F8.3)
      STOP
      END

```

CONTROLE DA REDE

```

COMMON NN, NR, NT, NV, NB, ND, IM, IH, TMAX, PR, MT(68), JT(68), MV(32), JV(32)
1, IV(32), MB(9), JB(9), NP(9), ID(5), U1(9), U2(9), U3(9), QB(9), QV(32),
2 QD(5), XK(32), QR(32), BO(68), W(68), QT(68), H(101), FK(10), LS(24, 32)
ODIMENSION AO(32), HO(32), Y(32), S(32), A3(600), RA(32), RP(32),
1 K3(600), L3(33), HA(101), QA(68), YX(32), YN(32), MO(32),
* IA(32), IP(32)
DATA 10/0/, IT/30/
C *** LE OS DADOS DA REDE *****
REWIND 1
READ(1) NN, NR, NT, NV, NB, (MT(I), JT(I), BO(I), I=1, NT), (MV(I), JV(I),
* I=1, NV), (MB(I), JB(I), I=1, NB), (AO(I), I=1, NR), (W(I), I=1, NT),
* (XK(I), IV(I), I=1, NV), (NP(I), U1(I), U2(I), U3(I), I=1, NB),
* (H(I), I=1, NN), IM, (FK(I), I=1, IM), ND, (ID(I), QD(I), I=1, ND),
* (HO(I), Y(I), I=1, NP), NH, TMAX, DELTAT, (MO(I), I=1, NV),
* ((LS(I, J), I=1, NH), J=1, NR)
C *** LE A MATRIZ DE CONTROLE *****
REWIND 8
READ(8) LL, J1, (A3(I), I=1, LL), (K3(I), I=1, LL), (L3(I), I=1, J1)
C *** LE OS RESULTADOS DA ULTIMA ITERACAO *****
N=NT+NV+NE
REWIND 9
READ(9) (QT(I), I=1, NT), (H(I), I=1, NN), (IP(I), I=1, NV)
C *** INICIALIZA AS VARIAVEIS DO TRANSITORIO *****
IH=TMAX/NH
T=0.
MM=0
IT=IT*60.
DT2=2.*DELTAT
KM=TI/DT2
DO 200 I=1, NR
I1=JV(I)
S(I)=(H(JV(I))-HO(I))
RP(I)=S(I)/(AO(I)*DT2)
SI(I)=S(I)/Y(I)
YX(I)=-1E06
200 YN(I)=1E06
WRITE(6, 10000)
WRITE(2, 10500) T, (S(I), I=1, NR)
IM=IM+1
FK(IM)=1E20
WRITE(6, 10010) ((I, FK(I)), I=1, IM)
WRITE(6, 10400) MM, T, (IP(I), I=1, NV)
C *** ARMAZENA OS RESULTADOS DO INSTANTE ATUAL *****
300 DO 400 I=1, NN
FA(I)=H(I)
400 CONTINUE
DO 500 I=1, NT
QA(I)=QT(I)
DO 600 I=1, NR
RA(I)=RP(I)
DO 700 I=1, NV
IA(I)=IP(I)
C *** ESTIMA AS VAZoes CONSUMIDAS NO INTERVALO SEGUINTE *****
TB=T+0.5*IT
CALL QS(TB)

```

```
FC=5E-2
IL=0
200 DO 900 I=1,NN
300 H(I)=HA(I)
CG 1000 I=1,NT
1000 CT(I)=QA(I)
CG 1100 I=1,NR
1100 FP(I)=RA(I)
CG 1200 I=1,NV
1200 IV(I)=IA(I)
C)*** INICIO DA ANALISE DO TRANSIENTE NO INTERVALO POSTERIOR *****
KK=0
CG 2300 K=1,KM
CG 1300 I=1,NV
JJ=0
II=IF(I)-IV(I)
IF(II.EQ.0) GOTO 1300
IV(I)=IV(I)+ISIGN(1,II)
JJ=1
1300 CONTINUE
IF(PR.LT.PG.AND.JJ.EQ.0.AND.K.GT.10) GOTO 1400
KK=KK+1
CALL TRANS
C)*** PREVE O NIVEL DOS RES AO LONGO DO INTERVALO POSTERIOR *****
400 DO 2200 I=1,NR
II=JV(I)
YI=Y(I)
QI=QV(I)
Q2=QF(I)
FP(I)=RP(I)+QI-Q2
Y2=RP(I)*AO(I)*CT2
H(I)=HO(I)+Y2
YA=ABS(Y2)
C)*** VERIFICA SE O RES ESTAO DENTRO DOS SEUS LIMITES *****
IF(YA.LE.YI) GOTO 2200
IT=K+CT2
WRITE(7,10100) I,Y2,JP(I),QI,IT,KK
IF(MC(I).NE.0) GOTO 2000
C)*** CORRIGE OS NIVEIS DOS RES CRITICOS QUE NAO POSSUEM VALOR OU CUJAS
C)*** VAL JA ESTAO NO LIMITE, ATUANDO-SE NAS VAL DOS RES VIZINHOS *****
500 DO 1600 J=1,NR
600 S(J)=(H(JV(J))-HO(J))/Y(J)
S(I)=10.*S(I)
CG 1500 L=1,NV
IF(MC(L).EQ.0) GOTO 1900
J2=L+(L+1)-1
J1=L+(L)
S1=0.
J=J1
700 IF(J.GT.J2) GOTO 1800
I1=K3(J)
S1=S1+A3(J)*S(I1)
J=J+1
GOTO 1700
800 S1=S1*SIGN(1.,CV(L)+.CC1)
```



```
IF(S1.GT.0.) IP(L)=IP(L)-1
IF(S1.LT.0.) IP(L)=IP(L)+1
IF(IP(L).LT.1) IP(L)=1
IF(IP(L).GT.IM) IP(L)=IM
900 CONTINUE
GOTO 800
*** ATUA NAS VAL DOS RES QUE TENDEM AO EXTRAVASAMENTO *****
100 IF(Y2*IQI+.001).LT.0.) GOTO 2100
IF(IP(I).GE.IM) GOTO 1500
IP(I)=IP(I)+1
GOTO 800
*** ATUA NAS VAL DOS RES QUE TENDEM AO ESAZIAMENTO *****
2100 IF(IP(I).LE.1) GOTO 1500
IP(I)=IP(I)-1
GOTO 800
2200 CONTINUE
2300 CONTINUE
*** FIM DA ANALISE TRANSIENTE *****
IF(IL.EQ.1) GOTO 3100
IL=1
PQ=1E-4
DO 2400 I=1,NP
I1=JV(I)
Y2=H(I1)-H0(I)
YI=Y(I)
2400 S(I)=Y2/YI
DO 2700 I=1,NV
IF(M0(I).EQ.0) GOTO 2700
J2=L3(I+1)-1
J1=L3(I)
S1=0.
J=J1
2500 IF(J.GT.J2) GOTO 2600
I1=K2(J)
S1=S1+A3(J)*S(I1)
J=J+1
GOTO 2500
2600 S1=S1*SIGN(1.,QV(I)+.001)
IF(S1.GT.0) IP(I)=IP(I)-1
IF(S1.LT.0) IP(I)=IP(I)+1
IF(IP(I).LT.1) IP(I)=1
IF(IP(I).GT.IM) IP(I)=IM
2700 CONTINUE
GOTO 800
*** ATUALIZA OS NIVEIS MAX E MIN DOS RES *****
3100 DO 3200 I=1,NR
I1=JV(I)
Y2=H(I1)-H0(I)
IF(Y2.GT.YX(I)) YX(I)=Y2
IF(Y2.LT.YN(I)) YN(I)=Y2
S(I)=Y2
3200 CONTINUE
*** SAIDA DOS RESULTADOS A CADA INTERVALO DE MANEIRA *****
I=I+IT
AUX=I/3600.
```



```

WRITE(7,10300) AUX,PR, KK
MM=T
WRITE(6,10400) MM, AUX, (IP(I), I=1, NV)
WRITE(7,10500) (S(I), I=1, NR)
WRITE(2,10500) AUX, (S(I), I=1, NR)
3300 WRITE(7,10600)
READ(7,10700) J
IF(J) 3600,3400,3500
3400 IF(T.LT.TMAX-1) GOTO 300
WRITE(7,10800)
GOTO 3300
3500 REWIND 9
WRITE(9) (QT(I), I=1, M), (H(I), I=1, NN), (IP(I), I=1, NV), T
3600 C=C.
DC 3700 I=1, NR
C=C+FP(I)
3700 CONTINUE
II=C*DT2
WRITE(6,10900) II
DC 3800 I=1, NT
3800 WRITE(6,11000) I, QT(I)
IF(NE.EQ.0) GOTO 4000
WRITE(6,11100)
DC 3900 I=1, NB
3900 WRITE(6,11200) I, QE(I)
4000 IF(NV.EQ.NF) GOTO 4200
WRITE(6,11300)
II=NR+1
DC 4100 I=1, NV
4100 WRITE(6,11200) I, QV(I)
4200 WRITE(6,11400)
DC 4300 I=1, NR
II=JV(I)
Y2=AMAX1(ABS(YX(II)), ABS(YN(II)))
IF(Y2.GT.Y(II)) WRITE(6,11500) I, QV(II), Y(II), YX(II), YN(II)
IF(Y2.LE.Y(II)) WRITE(6,11600) I, QV(II), Y(II), YX(II), YN(II)
4300 CONTINUE
STOP
6000 FORMAT(7X, '****TABELA DE OPERACAO DAS VALVULAS EM FUNCAO DO TEMPO
****'//25X, 'OBSERVACOES'//)
7010 FORMAT(15X, 'POSICAO', 1X, I1, ' CORRESPONDE A K= ', F8.1)
8100 FORMAT('RES CRITICO=', I3, 1X, 'Y=', F7.3, ' ABERTURA=', I2, ' VAZAO=',
*F7.3, ' T=', I5, ' ITE=', I4)
9300 FORMAT(15X, 'ESTADO DOS RES AS', F10.3, ' HORAS (PR= ', E10.3, ' ITE='
*, I4)
10400 FORMAT(I5, F9.2, 2X, I1(2X, I1))
11500 FORMAT(F4.1, I1F6.2)
12600 FORMAT('CONTINUA (SIM=0) (NAO COM ARMAZ=1) (NAO SEM ARMAZ=-1)')
13700 FORMAT(I2)
14800 FORMAT('ATINGIU-SE O TEMPO MAXIMO')
15900 FORMAT('//VOLUME ACUMULADO ATE O FIM DO PERIODO=', I10, ' M3 '//
*, I3(1F*), ' TUBOS', I2(1F*), '//NUMERO DE TUBOS', 4X, 'VAZAO (M3/S)')
17000 FORMAT(5X, I3, 10X, F10.3)
18100 FORMAT('//****ESTAGOS DE BOMBAMENTO****'//'NUMERO DA ESTACAO',
*4X, 'VAZAO TOTAL')

```

```

1 200 FORMAT(16X,13,10X,F10.3)
1 300 FCFORMAT(//'*****VALVULAS DE CONTROLE*****'//'NUMERO DA VALVULA',
*4X,'VAZAC (M3/S)')
1 400 FORMAT(//'*****ESTRUTURAS DE CONTROLE COM RESERVATORIOS*****'//
*'NUMERO VAZAC NA OSCILACAO OSCILACAO OSCILACAO'/
*'DA ECR VALVULA MAXIMA MAXIMA DC MINIMA CC'/
*' (M3/S) PERMITIDA CRFIDA(M) GRRIDA(M)')
1 500 FORMAT(14,3X,F8.3,F10.3,F12.3,F11.3,' #LIMITE SUPERADO#')
1 600 FCFORMAT(14,3X,F8.3,F10.3,F12.3,F11.3)
END
SUBROUTINE TRANS
OCCPMCN NN, NR, NT, NV, NB, ND, IM, IF, TMAX, PR, MT(68), JT(68), MV(32), JV(32)
1, IV(32), MB(9), JB(9), NF(9), IC(5), L1(9), L2(9), L3(9), QB(9), CV(32),
2CD(5), XK(32), GR(32), BO(68), W(68), CT(68), F(101), FK(10), LS(24,32)
DIMENSION H1(101), E(101), C1(68), CT2(68), B1(101)
DATA H1/101*1E20/, B1/101*0./, E/101*0./
C***** TUBO *****
100 SA=0.
DC 120 I=1, NT
I1=MT(I)
I2=JT(I)
E2=BO(I)
E=1./B2
C0=C1(I)
C1=ABS(C0)
CM=F(I2)-B*CT2(I)
CP=F(I1)+B*CT1(I)
CM=F(I2)-B*C0
CP=F(I1)+B*Q0
EP=B+W(I)*(ABS(CT1(I)))** .85
EM=B+W(I)*(ABS(CT2(I)))** .85
BP=B+W(I)*C1** .85
BM=BF
FM=(CP*BM+CM*BF)/(EP+EM)
FM=(CP+CM)*.5
CM=(CP-FM)/BP
CP=FM+B*CM
CM=FM-B*CM
BP=B+W(I)*(ABS(CM))** .85
BM=BF
E(I1)=E(I1)+CM/BM
E(I2)=E(I2)+CP/BP
B1(I1)=B1(I1)+1./BM
B1(I2)=B1(I2)+1./BP
CT1(I)=CM
CT2(I)=CP
CT(I)=BP
SA=SA+C1
130 CONTINUE
C***** VALVULA DE CONTROLE *****
IF(NV.EQ.0) GOTO 161
DC 150 I=1, NV
I1=MV(I)
I2=JV(I)
I1=IV(I)

```

```
IF(B1(I1).EQ.0.) GOTO 140
P1=1./B1(I1)
F1=0.
GOTO 141
140 F1=0.
R1=H(I1)
141 IF(B1(I2).EQ.0.) GOTO 142
P2=1./B1(I2)
F2=0.
GOTO 143
142 F2=C.
R2=H(I2)
143 E1=E(I1)
E2=E(I2)
C0=0.
IF(I1.GE.IM) GOTO 145
IF(I1.LT.1) I1=1
S=FK(I1)
A1=X(I)/S
F1=A1*(P1+F2)
C1=A1*(E2*P2-E)*F1+F2-R1)
C0=SIGN(.5,C1)*(F1-SCRT(F1*F1+4.*AES(G1)))
145 H1(I1)=R1+(E1-C0)*P1
H1(I2)=R2+(E2+C0)*P2
CV(I)=C0
150 CONTINUE
*****DCMEA *****
161 IF(ME.EQ.0) GOTO 171
CO 170 I=1,N8
I1=ME(I)
I2=JE(I)
IF(B1(I1).EQ.0.) GOTO 162
P1=1./B1(I1)
R1=0.
GOTO 163
162 P1=0.
F1=H(I1)
163 IF(B1(I2).EQ.0.) GOTO 164
F2=1./B1(I2)
F2=0.
GOTO 165
164 P2=0.
R2=H(I2)
165 E1=E(I1)
E2=E(I2)
IF(NP(I).EQ.0) GOTO 167
A=U3(I)
B=U2(I)-NP(I)*(P1+F2)
C=U1(I)+E1*P1-E2*P2+R1-R2
IF(A.EQ.0.) GOTO 166
D=E*E+4.*A*C
C0=0.
IF(D.GT.0.) C0=NP(I)*(B+SCRT(D))/(2.*A)
GOTO 169
166 C0=0.
```

```
IF (E.NE.0.) QO=NP(I)*(-C/E)
```

```
IF (CC.LT.0.) QO=C.
```

```
GOTO 169
```

```
167 QO=U1(I)
```

```
169 F1(I1)=(E1-QO)*P1+R1
```

```
F1(I2)=(E2+QO)*P2+R2
```

```
QO(I)=QO
```

```
170 CONTINUE
```

```
C***** NO COM DEMANDA FIXA *****
```

```
171 IF (ND.EC.0) GOTO 173
```

```
DC 172 I=1,ND
```

```
I1=ID(I)
```

```
F1(I1)=(E(I1)-QO(I))/E1(I1)
```

```
172 CONTINUE
```

```
C***** ATUALIZACAO DE F *****
```

```
173 DC 190 I=1,NN
```

```
IF (H1(I).EC.1E20) F1(I)=E(I)/B1(I)
```

```
F(I)=H1(I)
```

```
F1(I)=1E20
```

```
E(I)=0.
```

```
E1(I)=0.
```

```
190 CONTINUE
```

```
SP=0.
```

```
DC 200 I=1,NT
```

```
I1=NI(I)
```

```
I2=JI(I)
```

```
QT1(I1)=(H(I1)-QT1(I1))/QT(I1)
```

```
QT2(I1)=(QT2(I1)-H(I2))/QT(I1)
```

```
QT(I1)=(QT1(I1)+QT2(I1))*0.5
```

```
SP=SP+ABS(QT(I1))
```

```
200 CONTINUE
```

```
PR=AES(SA-SP)
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
SUBROUTINE CS(T)
```

```
COMMON NN,NR,NT,NV,NB,ND,IN,TH,TMAX,PR,NT(68),JT(68),NV(22),JV(32)
```

```
1,I1(22),ME(9),JB(9),NP(9),ID(5),L1(9),U2(9),L3(9),QE(9),QV(32),
```

```
2QD(5),XK(32),GR(32),ZC(68),W(68),QT(68),H(10),FK(10),LS(24,32)
```

```
*** ESTIMA A VAZAO CONSULMICA PELA REDE (DADO DE ENTRADA) *****
```

```
T1=T
```

```
IF (T1.GE.TMAX) T1=T1-TMAX
```

```
I1=FIX(T1/TH+1.)
```

```
T2=T+TH
```

```
IF (T2.GE.TMAX) T2=T2-TMAX
```

```
I2=FIX(T2/TH+1.)
```

```
A=T1/TH-I1+1.
```

```
DC 30 I=1,NR
```

```
C1=LS(I1,I)*.001
```

```
C2=LS(I2,I)*.001
```

```
30 GR(I)=(C2-C1)*A+C1
```

```
RETURN
```

```
END
```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - KOELLE, E. Transientes hidráulicas em instalações de condutos forçados; aplicações em Engenharia. São Paulo, 1983. Tese (livre docência) - Universidade de São Paulo - Escola Politécnica.
- 2 - INTERCÂMBIO INTERNACIONAL SOBRE TRANSIENTES HIDRÁULICAS & CAVITAÇÃO, São Paulo, julho 1982. Anais... São Paulo, 1982.
- 3 - WYLIE, E.B. & STREETER, V.L. Fluid Transients, New York, Mc.Graw Hill, 1978.
- 4 - WYLIE, E.B. Advances in the use of moc in unsteady pipe line flow. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON PRESSURE SURGES, 4, Bath, England, 1983. Proceedings... England, BHRA - Fluid Engineering Centre, 1983. 37p. (Paper A3).
- 5 - WYLIE, E.B. & STREETER, V.L. Solution by characteristic method. In: Fluid Transients. New York, Mc Graw Hill, 1978.
- 6 - MOROZOWISKI, M.F. Matrizes esparsas em redes de potência. Florianópolis, Fundação do Ensino de Engenharia em Santa Catarina; Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1981.
- 7 - DEMIDOVITCH, B. & MARON, I. Elements de calcul numerique. Moscou, Mir, 1979.

- 8 - RALSTON, A. & WILF, H.S. Mathematical methods for digital computers. New York/London, Wiley and Sons, 1960.
- 9 - RALSTON, A. RUNGE-KUTTA. Methods with minimum error bounds, Math. Comput.16: 431-7, 1962.
- 10 - CITRON, S.J. Elements of optimal control. Hole, Rinehart And Winston, Inc., 1969.
- 11 - TULLIS, J.P. Control of flow in closed conduits In: COLORADO STATE UNIVERSITY, 1970. Proceedings... Fort Collins, Colorado, 1971. 557p.