MARIO SERGIO GIANCOLI CHIODO

Procedimento de Avaliação da *Integral J* e *CTOD* para Dutos com Trincas Circunferenciais Submetidos à Flexão e Aplicações à Instalação de *Risers* pelo Método Carretel

São Paulo
2009

MARIO SERGIO GIANCOLI CHIODO

Procedimento de Avaliação da *Integral J* e *CTOD* para Dutos com Trincas Circunferenciais Submetidos à Flexão e Aplicações à Instalação de *Risers* pelo Método Carretel

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção título de Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Engenharia Naval e Oceânica

Orientador: Prof. Livre-Docente Dr. Claudio Ruggieri

São Paulo
2009

Aos meus pais Osmar e Sueli...

AGRADECIMENTOS

Ao amigo e orientador Prof. Dr. Claudio Ruggieri, pela orientação, ensinamentos e inúmeras oportunidades;

Aos colegas do NAMEF: Carlos Mojica, Diego Burgos, Gustavo Donato, Fernando Dotta, Juan Galindo, Lucas Laurindo, Lucas Yshii, Luís Parise, Marcelo Paredes, Maurício de Carvalho Silva, Roberto Liberato Neto e Sebastian Cravero pelo companheirismo e amizade;

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela Bolsa de Mestrado;

Ao Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica da USP pelo apoio institucional;

À Petróleo Brasileiro S.A. (Petrobras) e aos seus engenheiros Eduardo Hippert Jr. e Guilherme V. P. Donato pelas informações e apoio ao projeto de pesquisa.

“La intermitencia del sueño nos permite sostener los días de trabajo”

Confieso que he vivido

Pablo Neruda

RESUMO

Este trabalho apresenta um procedimento de avaliação para a determinação da *Integral* J e do $CTOD$ para dutos com trincas circunferenciais em sua superfície externa e interna submetidos à flexão pura para uma ampla faixa de geometrias de trinca e propriedades (encruamento) de material baseados em soluções das componentes plásticas de J e $CTOD$. Uma descrição da metodologia sobre a qual J e $CTOD$ são determinados estabelece o contexto necessário para a determinação das funções adimensionais h_1 e h_2 aplicáveis a uma grande faixa de geometrias de trinca e propriedades de material características de aços estruturais para a construção de dutos e vasos de pressão. As extensivas análises numéricas não-lineares 3-D fornecem um conjunto completo de soluções para J e $CTOD$, os quais entram diretamente em procedimentos avançados para a avaliação de defeitos em dutos e cilindros submetidos à flexão. Este estudo também examina uma comparação exploratória entre os resultados do procedimento proposto e os resultados de análises numéricas por elementos finitos de dutos com trincas superficiais submetidos ao processo de enrolamento.

Palavras-chave: *Integral* J, $CTOD$, Metodologia *EPRI*, Avaliação de defeitos, Trincas Circunferenciais, Dutos

ABSTRACT

This work provides an estimation procedure to determine the *J-integral* and $CTOD$ for pipes with circumferential surface cracks subjected to bending load for a wide range of crack geometries and material (hardening) based upon fully-plastic solutions. A summary of the methodology upon which J and $CTOD$ are derived sets the necessary framework to determine nondimensional functions h_1 and h_2 applicable to a wide range of crack geometries and material properties characteristic of structural, pressure vessel and pipeline steels. The extensive nonlinear, 3-D numerical analyses provide a definite full set of solutions for J and $CTOD$ which enters directly into fitness-for service (FFS) analyses and defect assessment procedures of cracked pipes and cylinders subjected to bending load. The study also examines an exploratory comparison between the resulting fully-plastic solutions and finite element analyses of circumferentially cracked pipes subjected to reeling.

Key-words: $J-Integral$, $CTOD$, $EPRI$ methodology, Defect assessments, Circunferential surface crack, Pipelines

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Profundidade da trinca
b	Ligamento remanescente
c	Meio comprimento circunferencial de trinca
d_n	Constante adimensional que relaciona J com o $CTOD$
g_{ij}	Função adimensional da posição espacial e do encruamento do material
h_1	Parâmetro adimensional que escala J_p com $(P/P_0)^{n+1}$
h_2	Parâmetro adimensional que escala δ_p com $(P/P_0)^{n+1}$
k_1	Constante de proporcionalidade do modelo *HRR*
k_2	Constante de proporcionalidade do modelo *HRR*
ℓ	Dimensão característica
m	Constante adimensional que relaciona J com $CTOD$
n	Expoente de encruamento da formulação de Ramberg-Osgood
n_j	Vetor normal exterior ao contorno Γ
r	Distância à ponta da trinca (coordenadas polares)
$r*$	Distância arbitrária a partir da ponta da trinca
t	Espessura de parede
$\tilde{u}_i$	Função adimensional da solução *HRR*
u_i	Componentes cartesianas dos deslocamentos no sistema de coordenadas localizado na frente da trinca
$CTOD$	Abertura da ponta da trinca
D_e	Diâmetro externo do duto
E	Modulo de elasticidade
G	Taxa de liberação de energia de Griffith
G_5	Coeficiente de influência (API 579)
I_n	Constante de integração da *singularidade HRR*
J	*Integral* J

J_2	Teoria de plasticidade de Von Mises
J_c	Valor crítico da *Integral* J
J_e	Componente elástica da *Integral* J
J_p	Componente plástica da *Integral* J
$\bar{J}_p$	Valor normalizado de J_p
J_{pred}	Valor previsto de J
J_{reel}	Valor numérico máximo J atingido na simulação do processo de enrolamento
K_I	Fator de intensidade de tensões
K_{Ic}	Valor crítico do fator de intensidade de tensões
LLD	Deslocamento da linha de carga
M	Momento fletor aplicado
M_0	Momento fletor limite
M_0^{ys}	Momento fletor limite utilizando a tensão de escoamento do material
M_0^{uts}	Momento fletor limite utilizando a tensão limite de resistência do material
N	$N = 1/n$
P	Carga generalizada aplicada
P_0	Carga generalizada limite
P_{ij}	Componente cartesianas do tensor de tensões (assimétrica) de Piola-Kirchoff
R_b	Raio de flexão
R_e	Raio externo do duto
R_i	Raio interno do duto
R_m	Raio médio do duto
W	Espessura do componente
$\overline{W}$	Energia de deformação por unidade de volume indeformado
α	Constante adimensional da formulação de Ramberg-Osgood
φ	Coordenada polar
δ	Abertura da ponta da trinca
δ_c	Valor crítico da abertura da ponta da trinca

δ_e	Componente elástica da abertura da ponta da trinca
δ_p	Componente plástica da abertura da ponta da trinca
$\bar{\delta}_p$	Valor normalizado de δ_p
$\bar{\varepsilon}$	Deformação verdadeira
ε_e	Componente elástica da deformação
$\tilde{\varepsilon}_{ij}$	Função adimensional da solução *HRR*
ε_p	Componente plástica da deformação
ε_{ys}	Deformação de escoamento
ε_z^b	Deformação longitudinal
$\varepsilon_{z,\max}^b$	Deformação longitudinal máxima
ζ_0	Coeficiente do ajuste polinomial do fator h_2
ζ_1	Coeficiente do ajuste polinomial do fator h_2
ζ_2	Coeficiente do ajuste polinomial do fator h_2
ζ_3	Coeficiente do ajuste polinomial do fator h_2
η	Fator que relaciona a força motriz de trinca com a área sob a curga carga-deslocamento para corpos trincados
θ	Meio ângulo de trinca
ν	Coeficiente de Poisson
ξ_0	Coeficiente do ajuste polinomial do fator h_1
ξ_0	Coeficiente do ajuste polinomial do fator h_1
ξ_1	Coeficiente do ajuste polinomial do fator h_1
ξ_2	Coeficiente do ajuste polinomial do fator h_1
ξ_3	Coeficiente do ajuste polinomial do fator h_1
ρ	Tamanho da zona plástica no modelo da faixa de escoamento
ρ_0	Raio inicial da ponta da trinca
$\bar{\sigma}$	Tensão verdadeira
σ_{ij}	Tensor de tensões
$\tilde{\sigma}_{ij}$	Função adimensional da solução *HRR*

σ_{uts}	Tensão limite de resistência
σ_{ys}	Tensão de escoamento
Γ	Caminho de integração utilizado na obtenção de J
Δ	Deslocamento da linha de carga
Φ_r	Diâmetro do carretel

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A demanda crescente para exploração e produção de petróleo e gás em águas profundas e ultraprofundas ($>1000\,\mathrm{m}$) tem motivado vigorosamente o desenvolvimento de sistemas oceânicos eficientes e, ao mesmo tempo, inovadores capazes de atender aos severos requisitos de projeto, instalação e operação. Dentro deste cenário, o sistema de tubulações ou dutos ilustrado na Figura 1 para transporte de gás e óleo da cabeça do poço até a plataforma ou unidade flutuante, comumente denominados sistema de *risers*, representa um elemento-chave à garantia da segurança operacional da unidade de produção. Em particular, à medida que a infra-estrutura oceânica move-se para águas cada vez mais profundas, a utilização de *risers* rígidos em catenária fabricados em aço (denominados *SCRs - steel catenary risers*) torna-se bastante atrativa e vantajosa em relação a *risers* flexíveis devido ao seu menor custo, maiores diâmetros e maior capacidade estrutural. Adicionalmente a estas vantagens, avanços tecnológicos introduzidos recentemente permitem a instalação de *risers* rígidos por intermédio de métodos mais rápidos e eficientes tais como o *método carretel*.

1.1 Instalação de Dutos Pelo Método Carretel

A instalação de *risers* e dutos submarinos utilizando o método carretel (também denominado *reeling*) representa um procedimento tecnicamente eficiente e operacionalmente econômico, particularmente em lançamentos e instalações de *risers* rígidos (*SCRs*). Uma das vantagens centrais deste método de instalação é permitir a soldagem de seguimentos e seções tubulares em terra (e, portanto, sob condições mais adequadas e controladas) para a formação de uma linha contínua de tubulação conformada (processo de "enrolamento") ao redor de uma superfície cilíndrica (carretel). Após o transporte do carretel ao local de instalação, a linha passa por um processo de conformação reversa (processo de "desenrolamento") seguida de retificação e lançamento ao mar sob tração.

A Figura 2 apresenta uma vista geral de um navio especificamente equipado para lançamento e instalação de linhas de *risers* pelo método carretel com destaque para a vista dos carretéis primário e secundário e dos equipamentos para retificação e lançamento. A sua capacidade de instalação abrange linhas de *risers* de 2 polegadas a 16 polegadas de diâmetro.

O processo de conformação ao redor do carretel e retificação para lançamento resulta em deformações plásticas relativamente grandes ($\approx 2 \sim 3\%$), acima da deformação de escoamento do material. Embora tais deformações plásticas não afetem significativamente a capacidade de carga (colapso plástico) dos dutos e *risers* (assumido que a ovalização dos dutos durante o processo de enrolamento e desenrolamento seja adequadamente controlada), elas podem comprometer de forma potencialmente severa a resistência à fratura do material, particularmente nas regiões de soldagem circunferencial da linha de tubulação. Nestas regiões, mesmo pequenos níveis de deformações plásticas induzem a nucleação e formação de microdefeitos com impacto potencialmente deletério sobre a resistência à fratura do material. Além disto, e talvez mais importante, defeitos pré-existentes na forma de trincas em regiões de soldas circunferenciais (os quais possivelmente não foram detectados durante a fabricação e soldagem da linha de dutos) são submetidos a grandes esforços flexionais durante o processo de *reeling* . Conseqüentemente, o desenvolvimento de procedimentos para a correta avaliação do impacto destes defeitos sobre a integridade estrutural de dutos submetidos à flexão assume grande relevância.

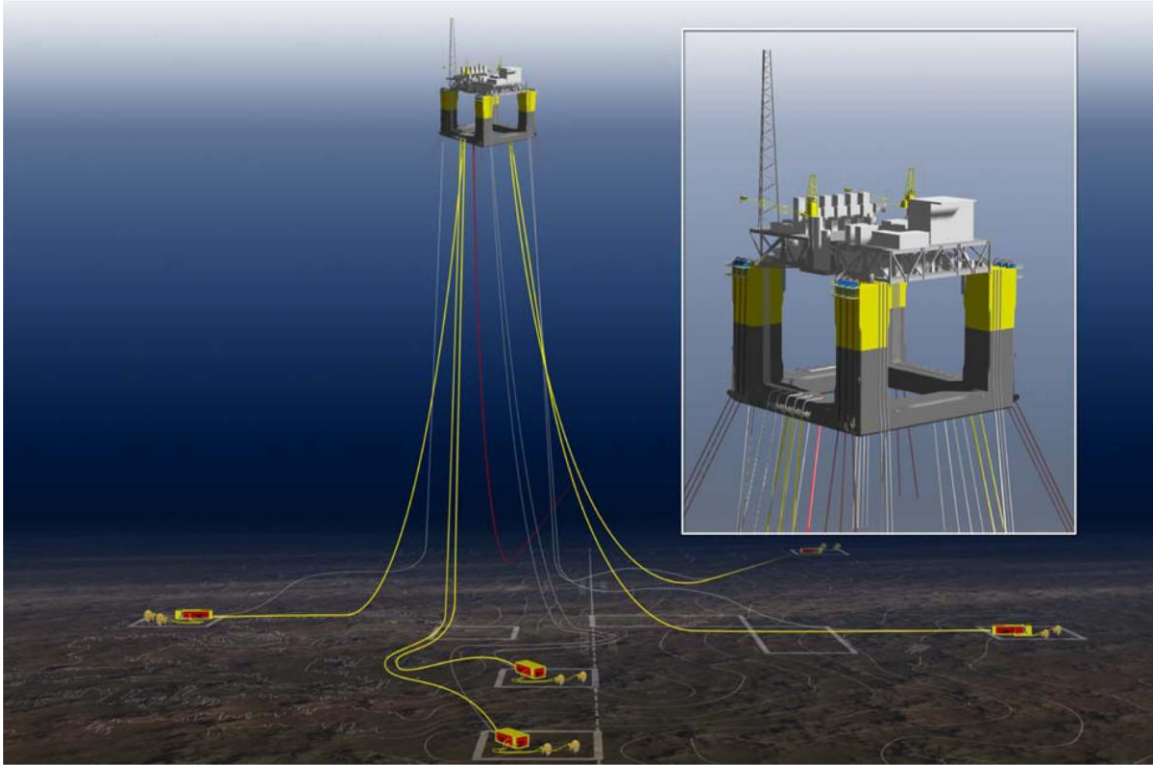

Figura 1 – Vista geral de uma unidade flutuante de produção e seus sistemas de risers e dutos submarinos.

Figura 2 – Vista geral e arranjo do navio para lançamento e instalação de linhas de *risers* pelo método carretel.

1.2 Avaliação da Integridade Estrutural em Dutos

Procedimentos para a avaliação de defeitos em dutos e cilindros contendo trincas sob diferentes condições de carregamento dependem fortemente da correta avaliação das forças motrizes de trinca, tais como, no caso elástico linear, o fator de intensidade de tensões, K_I, e, no caso elasto-plástico, a *Integral* J (ou, equivalentemente, a abertura da ponta da trinca, $CTOD$ ou δ) [4]. Como será exposto na Seção 2, estas forças motrizes permitem quantificar as cargas na região da ponta da trinca e com isso fornecem um meio de correlacionar a severidade do defeito com as condições de operação em termos do simples axioma de que a fratura irá ocorrer quando a força motriz de trinca atingir um valor crítico como K_{IC}, J_C ou δ_C [3-5]. Diversos esforços de pesquisa anteriores forneceram um vasto número de soluções de K_I para diversas configurações de trincas, incluindo cilindros com trincas circunferenciais, as quais estão disponíveis em compêndios variados [6-10]. Entretanto, ainda existe uma grande carência de um conjunto completo de soluções de J e $CTOD$ para diversas configurações de trincas e modos de carregamento diretamente conectados com a descrição do comportamento à fratura sobre condições de escoamento em grande escala.

Procedimentos correntes para a avaliação de J focam inicialmente no desenvolvimento de métodos de estimação de sua componente plástica, denominada J_p. Uma metodologia bastante robusta para a estimação de J_p deriva do trabalho inicial de Kumar et al. [15] fundamentado em investigações anteriores de Shih e Hutchinson [16] e aplicável à materiais elasto-plásticos cujo encruamento obedece uma lei de potência tal qual o modelo de Ramberg-Osgood [4, 9, 17]. Este método tornou-se amplamente conhecido como metodologia $EPRI$ e foi posteriormente expandido por Zahoor [18] para incluir geometrias adicionais tais como dutos contendo trincas circunferenciais e axiais submetidos à carregamentos trativos e flexionais. Entretanto, estas soluções de J para dutos com trincas circunferenciais submetidos à flexão permanecem limitadas a um restrito conjunto de configurações de trincas e propriedades de encruamento.

1.3 Objetivos

As observações anteriores claramente suportam a necessidade de procedimentos simples e confiáveis de avaliação de forças motrizes de trinca em metodologias avançadas de avaliação de defeitos aplicáveis às condições de escoamento em larga escala. Como um passo nesta direção, este trabalho apresenta uma extensão das soluções para as componentes plásticas das forças motrizes de trinca J e $CTOD$ para dutos com trincas circunferenciais em sua superfície interna e externa submetidos à flexão pura para uma ampla faixa de geometrias de trinca e propriedades de encruamento do material. Estas soluções foram obtidas por meio de extensivas análises numéricas pelo método de elementos finitos, as quais visaram à determinação das funções adimensionais h_1 e h_2 necessárias à determinação da componente plástica de J e $CTOD$ pela metodologia *EPRI*. Adicionalmente, por meio da simulação numérica do processo de enrolamento, será apresentada uma análise de aplicabilidade das soluções obtidas para a avaliação da força motriz de trinca em dutos submetidos ao processo de *reeling* .

2 CONCEITOS DE MECÂNICA DA FRATURA ELASTO-PLÁSTICA (MFEP)

A mecânica da fratura surgiu devido à presença intrínseca de defeitos e imperfeições nos materiais e à conseqüente necessidade de se avaliar o efeito destes sobre a integridade mecânica de estruturas de engenharia. Anteriormente à década de sessenta, os conceitos da mecânica da fratura eram aplicáveis apenas a materiais elásticos lineares e, apesar de correções para o caso de plasticidade em pequena escala terem sido propostas nesta época [31-33], estas análises continuavam restritas apenas a estruturas com comportamento global elástico linear. A introdução da *Integral J* por Rice [34] e sua utilização como parâmetro descritor dos campos de tensões e deformações na ponta da trinca desenvolvida por Hutchinson [35] e Rice e Rosengreen [36] tornou possível estender os conceitos da mecânica da fratura além dos limites de validade do caso elástico linear. Tal extensão é comumente denominada de mecânica da fratura elasto-plástica (ou simplesmente MFEP). Dentro do contexto deste trabalho é fundamental o conhecimento de alguns conceitos-chave da MFEP. Nas próximas seções, estes conceitos serão abordados de forma objetiva e direcionados para a aplicação à qual este trabalho se propõe.

2.1.1 Mecânica da Fratura Monoparamétrica

A avaliação do efeito de trincas e defeitos sobre a capacidade estrutural de componentes pode ser feita por meio da aplicação de conceitos desenvolvidos pela teoria da mecânica da fratura. Um dos princípios básicos da aplicação desta teoria é a utilização de um parâmetro único para descrever as condições de tensões e deformações na ponta de uma trinca e, conseqüentemente, avaliar o seu efeito sobre a integridade estrutural do componente. Tal conceito é comumente denominado de mecânica da fratura monoparamétrica.

Sob condições de plasticidade limitada na região próxima à ponta da trinca, a mecânica da fratura monoparamétrica estabelece que os campos de tensão e deformação próximos à ponta da trinca são proporcionais a um parâmetro *K*, no caso elástico linear, e a um parâmetro *J* (ou *CTOD*), no caso elasto-plástico (estes parâmetros também são conhecidos como forças motrizes de trinca), onde as seguintes equações ilustram estas relações

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\varphi) \tag{1}$$

e

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(n, \varphi) \quad . \tag{2}$$

Nestas equações, σ_{ij} representa o tensor de tensões, φ e r são as coordenadas polares do ponto, I_n é uma constante de integração; $\tilde{\sigma}_{ij}$ e f_{ij} são funções adimensionais e α, σ_0, E e n são propriedades do material. Portanto, caso duas estruturas trincadas apresentem o mesmo parâmetro *K* ou *J* elas também apresentarão o campo de tensões à frente da ponta da trinca.

Partindo deste princípio de similaridade entre os campos de tensões à frente da ponta da trinca de duas estruturas diferentes para um mesmo valor de força motriz de trinca torna-se possível avaliar o comportamento à fratura de um componente estrutural em serviço por meio de valores críticos de *K*, *J* ou *CTOD*, os quais podem ser obtidos de ensaios de corpos-de-prova reduzidos. A Figura 3 representa esquematicamente as condições de similaridade entre um corpo-de-prova e um componente estrutural. Neste exemplo, caso as hipóteses da mecânica da fratura monoparamétrica sejam válidas e ambos os corpos apresentem similaridade entre os campos de tensões à frente da ponta da trinca, pode-se dizer que o componente irá falhar quando atingir o valor de tenacidade crítico (ou seja, valor crítico de K_{Ic}, J_c ou $CTOD_c$) o qual pode ser obtido experimentalmente do corpo-de-prova.

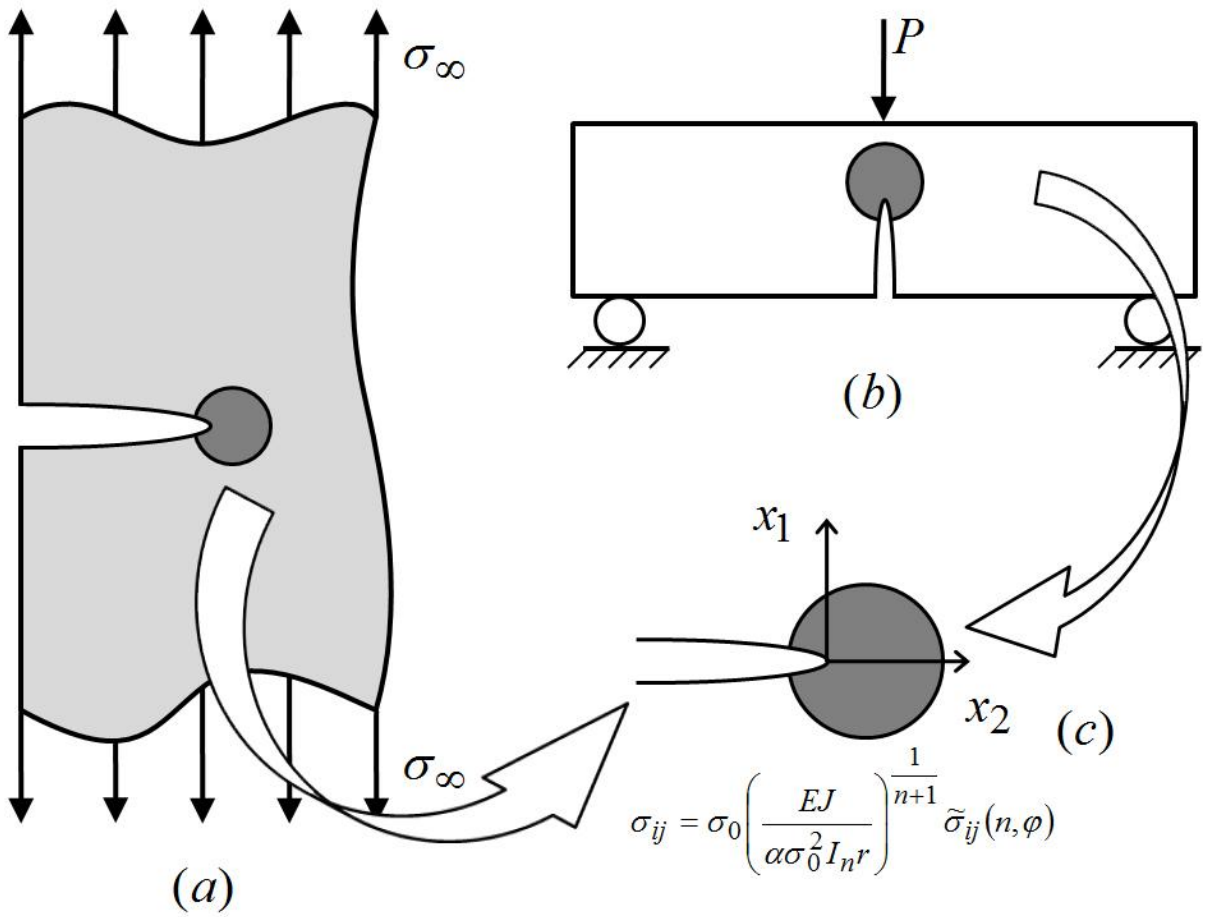

Figura 3 – (*a*) Representação de um componente estrutural trincado submetido a carregamento remoto; (*b*) Corpo-de-prova convencional SE(B); (*c*) Similaridade dos campos de tensão próximos à ponta da trinca.

2.2 A Integral J

A *Integral* J foi proposta inicialmente por Rice em 1968 [34] para lidar com a presença de deformações plásticas na ponta da trinca e permitiu estender os conceitos da mecânica da fratura além dos limites da mecânica da fratura linear elástica (MFLE). Utilizando teoria de deformação plástica e a hipótese de material elástico não-linear, Rice mostrou que uma integral de linha independente do caminho de integração, denominada por ele de J, é igual à taxa de liberação de energia em um sólido com comportamento elástico não-linear [34]. A Figura 4 ilustra o comportamento à tração de um material elástico não-linear e um material elasto-plástico. Como pode ser observado, para o caso de carregamento monotônico crescente os dois materiais seguem a mesma curva tensão deformação, porém, caso ocorra

descarregamento, o material elástico não-linear irá retornar pela mesma curva enquanto que o material elasto-plástico seguirá uma curva de descarregamento linear com inclinação igual ao seu modulo de elasticidade. Apesar deste comportamento não necessariamente persistir quando generalizado para três dimensões, existem muitos casos de interesse para os quais esta hipótese de igualdade entre material elástico não-linear e elasto-plástico permanece válida. Portanto, uma análise que pressuponha comportamento elástico não-linear pode ser válida para carregamento elasto-plástico caso não ocorra descarregamento.

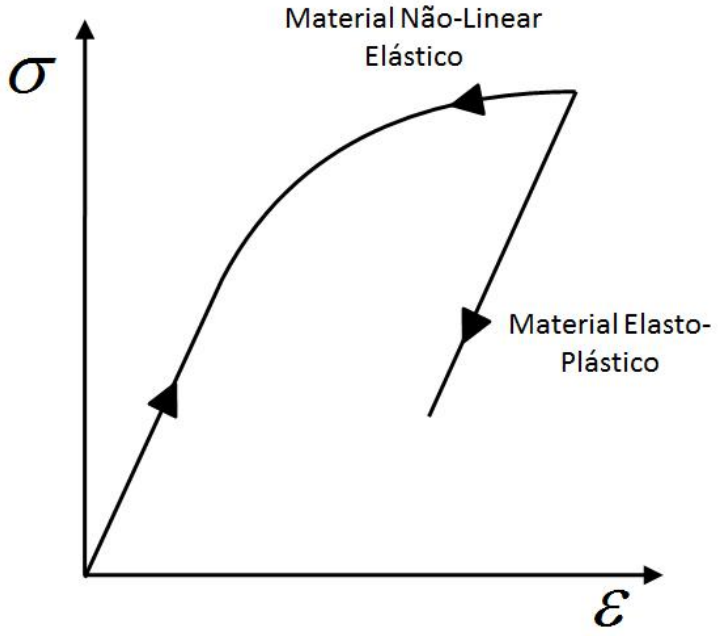

Figura 4 – Comparação esquemática do comportamento tensão-deformacao de materiais elásticos não-lineares e materiais elasto-plásticos [4].

Considerando um contorno arbitrário com sentido anti-horário ao redor da ponta da trinca, como ilustrado na Figura 5, a *Integral* J pode ser definida como

$$J = \int_{\Gamma} \left[\overline{W} n_1 - P_{ji} \frac{\partial u_i}{\partial X_1} n_j \right] d\Gamma \tag{3}$$

onde Γ denota um contorno fechado definido sobre um plano normal à frente da trinca, iniciando na face inferior da trinca e terminando na sua face superior, n_j é o vetor normal

exterior ao contorno Γ, $\overline{W}$ denota a energia de deformação por unidade de volume indeformado, P_{ji} e u_i são as componentes cartesianas do tensor de tensões (assimétricas) de Piola-Kirchoff e dos deslocamentos no sistema de coordenadas localizado na frente da trinca. Para o caso de material elástico linear a *Integral* J é igual à taxa de liberação de energia de Griffith [37] (G) e pode ser relacionada com o fator de intensidade de tensões da seguinte forma

$$J = \frac{K_I^2}{E'} \tag{4}$$

com

$E' = E$; para estado plano de tensões

e

$E' = \dfrac{E}{(1-\nu^2)}$; para estado plano de deformações

onde E é o módulo de elasticidade longitudinal e ν o coeficiente de Poisson do material.

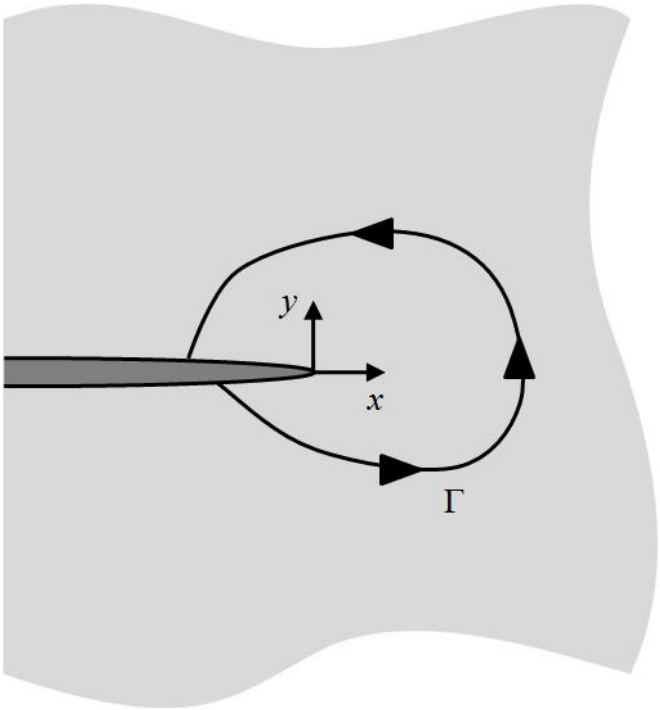

Figura 5 – Contorno de integração fechado anti-horário para a determinação da *Integral* J .

2.3 O Campo de Tensões *HRR*

Em 1968, Hutchinson [35] e Rice e Rosengren [36] mostraram independentemente que a *Integral* J caracteriza os campos de tensão e deformação na ponta da trinca em um material elástico não-linear. Ambos os trabalhos adotaram a formulação de Ramberg-Osgood [17] para descrever a curva tensão-deformação, na forma

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \tag{5}$$

onde α é uma constante adimensional e n representa o coeficiente de encruamento do material. Ainda na Eq. (5), σ e ε representam, respectivamente, as tensões e deformações verdadeiras e o índice “0” indica valores de referência, os quais geralmente são adotados como os valores de escoamento. Os autores mostraram que para manter a *Integral* J independente do caminho de integração, numa região suficientemente próxima a ponta da

trinca, onde as deformações elásticas são pequenas em comparação com as deformações totais, as tensões e deformações deveriam variar da seguinte forma

$$\sigma_{ij} = k_1 \left(\frac{J}{r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tag{6}$$

e

$$\varepsilon_{ij} = k_2 \left(\frac{J}{r} \right)^{\frac{n}{n+1}} \tag{7}$$

onde k_1 e k_2 são constantes de proporcionalidade. Ao aplicar condições de contorno apropriadas, os autores obtiveram os seguintes campos de tensão e deformação

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(n, \varphi) \tag{8}$$

e

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\alpha \sigma_0}{E} \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n r} \right)^{\frac{n}{n+1}} \tilde{\varepsilon}_{ij}(n, \varphi) \quad . \tag{9}$$

Nestas equações, I_n é uma constante de integração dependente de n; φ e r são as coordenadas polares do ponto e $\tilde{\sigma}_{ij}$ e $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ são funções adimensionais de n e φ. Esta solução ficou conhecida como *Singularidade HRR* e estabelece uma relação unívoca entre a *Integral* J e as condições na região plástica próxima à ponta da trinca.

2.3.1 A Validade do Campo de Tensões HRR

O desenvolvimento da *singularidade HRR* permitiu a descrição dos campos de tensão e deformação na ponta de uma trinca em um material elasto-plástico a partir da *Integral J* e com isso ampliou os limites da mecânica da fratura. Porém, mesmo sendo menos restritiva que a solução para escoamento em pequena escala (do inglês *Small Scale Yielding - SSY*) caracterizada pelo fator de intensidade de tensões (K_I), a solução *HRR* também apresenta limitações quanto ao nível de deformações plásticas aceitável. A análise que levou ao desenvolvimento da *singularidade HRR* é baseada em teorias de pequenas deformações, a qual perde a validade para grandes deformações (maiores que $\sim 10\%$) e, portanto, não é capaz de descrever corretamente as zonas de elevadas deformações presentes na ponta da trinca. Adicionalmente, a solução também não considera o efeito do arredondamento da ponta da trinca (do termo em inglês *Crack Tip Blunting*) e prevê tensões infinitas para $r \to 0$.[†]

A Figura 6 apresenta a distribuição das tensões de abertura (σ_{yy}) próximas à ponta da trinca de análises detalhadas de elementos finitos com formulação de pequenas e grandes deformações de um modelo *MBL* (*modified boundary layer*) [4] e os valores equivalentes fornecidos pela solução *HRR*. No modelo *MBL* representado pela placa infinita ilustrada na Figura 7, as trações remotas são dadas pelos dois primeiros termos da solução linear de Willian [43]:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\varphi) + T\delta_{1i}\delta_{1j} \tag{10}$$

onde φ e r são coordenadas polares centradas na ponta da trinca, f_{ij} são funções angulares adimensionais, K_I é o fator de intensidade de tensões, δ_{ij} denota o delta de Kronecker e T representa uma tensão não singular aplicada paralelamente ao plano da trinca. A adoção de $T = 0$ na equação 10 recupera a solução elástica clássica baseada somente no parâmetro K_I. Esta solução (*MBL* com $T = 0$) pode ser entendida como uma solução de referência independente de fatores geométricos. O material utilizado apresenta expoente de encruamento

[†] A tradução do termo *Crack Tip Blunting* ainda não está consolidada na língua portuguesa e também pode ser encontrada como adoçamento da ponta da trinca.

$n = 10$ e razão entre o módulo de elasticidade e a tensão de escoamento $E/\sigma_0 = 500$ (veja Seção 4.2 para maiores detalhes deste material).

Na Figura 6 pode-se notar que para distâncias próximas a ponta da trinca, onde elevadas deformações estão presentes e o campo de tensões é afetado pelo arredondamento da ponta da trinca, a solução *HRR* não é válida. Entretanto, observa-se uma melhor correlação para valores de $r\sigma_0/J$ maiores do que um (o que corresponde a aproximadamente duas vezes o *CTOD*).

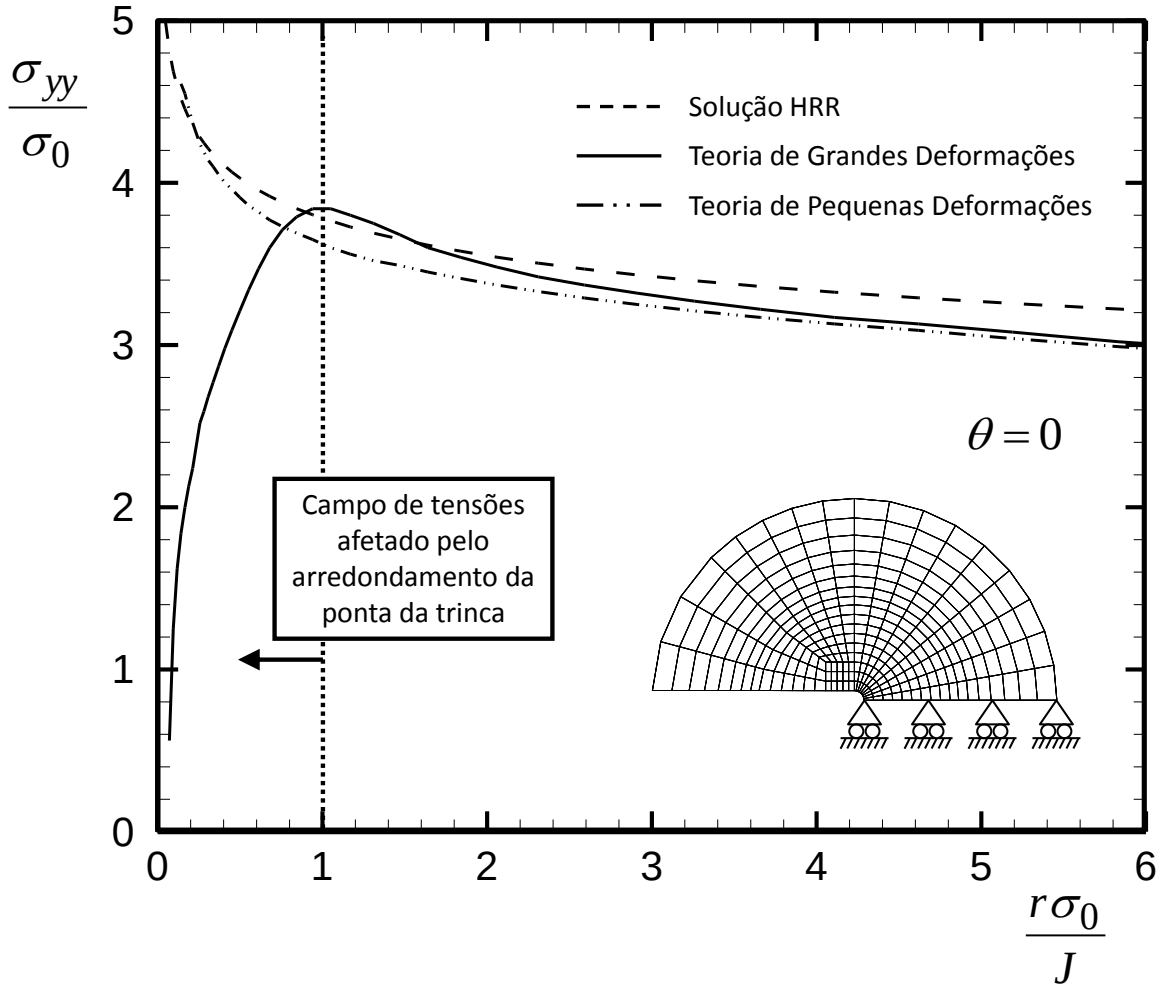

Figura 6 – Comparação entre os resultados de modelos *MBL* de elementos finitos de grandes e pequenas deformações e os valores fornecidos pela solução *HRR*.

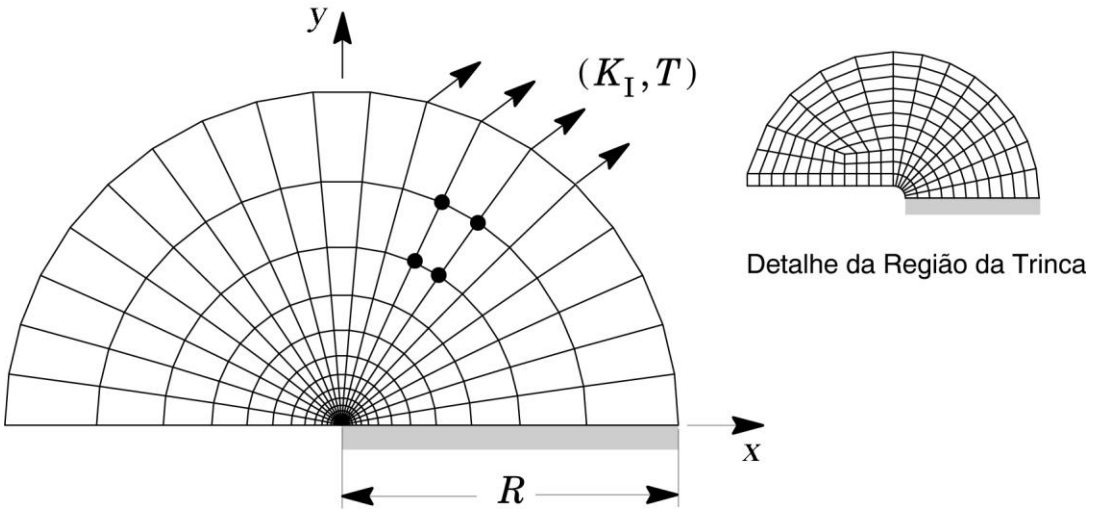

Figura 7 – Modelo MBL com campos (*K*, *T*) aplicados em seu contorno.

A Figura 8 apresenta gráficos esquemáticos do logaritmo da tensão de abertura em função da distância da ponta da trinca, onde ℓ representa uma dimensão característica da estrutura, por exemplo, o ligamento remanescente. A Figura 8(*a*) representa o caso de escoamento em pequena escala, para o qual existem regiões em que tanto a *Integral* J como K_I caracterizam as condições na ponta da trinca e uma região de grandes deformações muito próxima a ponta da trinca onde a solução *HRR* não é mais válida. Assumindo um carregamento monotônico quase-estático, com o aumento da carga sobre a estrutura as zonas elasto-plásticas e de elevadas deformações plásticas são estendidas sobre a região puramente elástica invalidando a sua descrição por K_I, mas ainda sendo possível definir uma região caracterizada pela *Integral* J (Figura 8(*b*)). Entretanto, a aplicação de cargas maiores leva a um estado não proporcional de elevada plasticidade (Figura 8(*c*)) onde a solução *HRR* não tem mais validade.

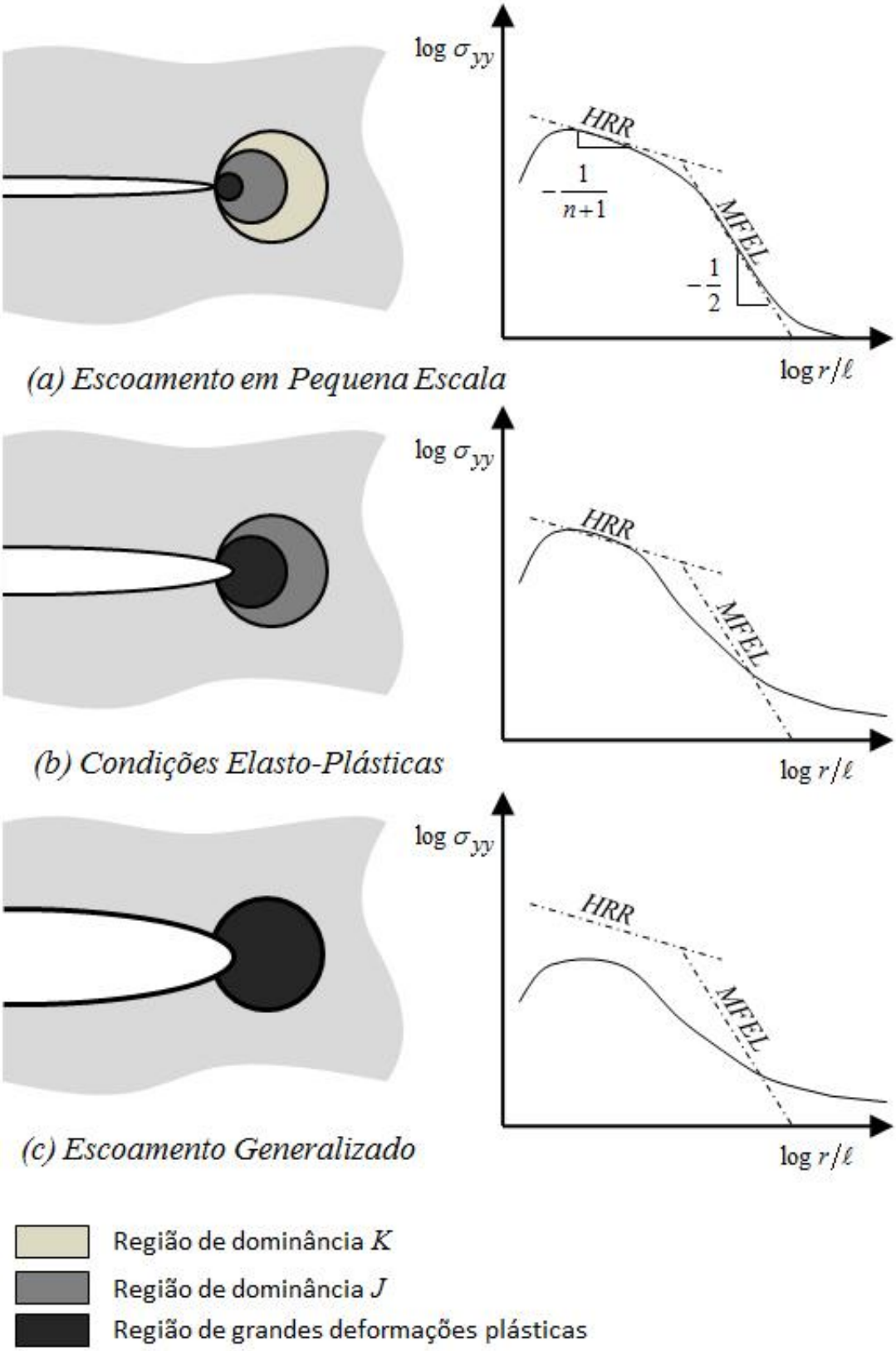

Figura 8 – Efeito da plasticidade sobre os campos de tensão na ponta da trinca [4].

2.4 O Parâmetro CTOD

Ao tentar medir valores críticos de K_I em diversos aços estruturais, Wells [39] notou que estes materiais eram muito dúcteis para serem caracterizados pela MFLE. Examinando os corpos-de-prova, Wells observou que antes da fratura a deformação plástica provocava o arredondamento da ponta da trinca, como ilustrado na Figura 9, e que o grau de arredondamento aumentava proporcionalmente a tenacidade do material. Esta observação levou Wells a propor a abertura da ponta da trinca como um parâmetro de medição da tenacidade à fratura. Atualmente, este parâmetro é conhecido como $CTOD$ (também denominado δ), do inglês *Crack Tip Opening Displacement*. Existem diversas definições para avaliar o $CTOD$, sendo que as duas mais conhecidas são: o deslocamento normal ao plano da trinca em relação à posição original da ponta da mesma (Figura 9) e a distância entre as intersecções de duas retas ortogonais posicionadas na ponta deformada da trinca com as suas faces (Figura 10). A segunda definição, também conhecida como $CTOD$ $90°$, foi proposta por Rice em 1968 [34] e é comumente aplicada para medir o $CTOD$ em modelos de elementos finitos.

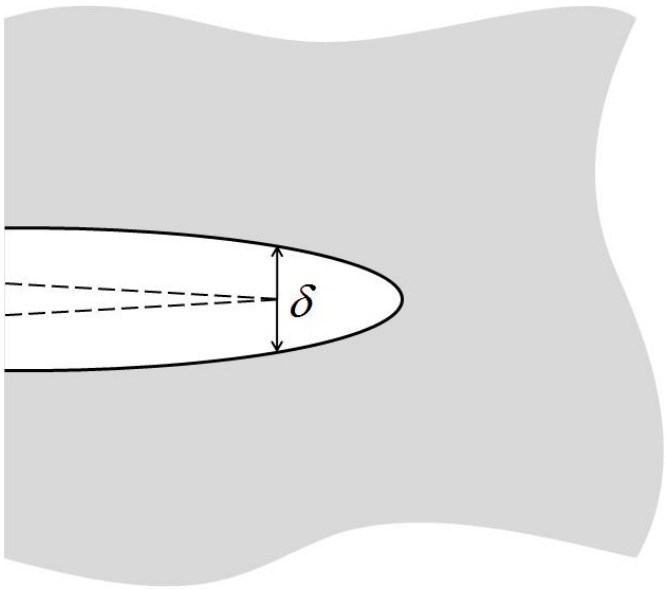

Figura 9 – Abertura da ponta da trinca como resultado do arredondamento de trincas inicialmente agudas.

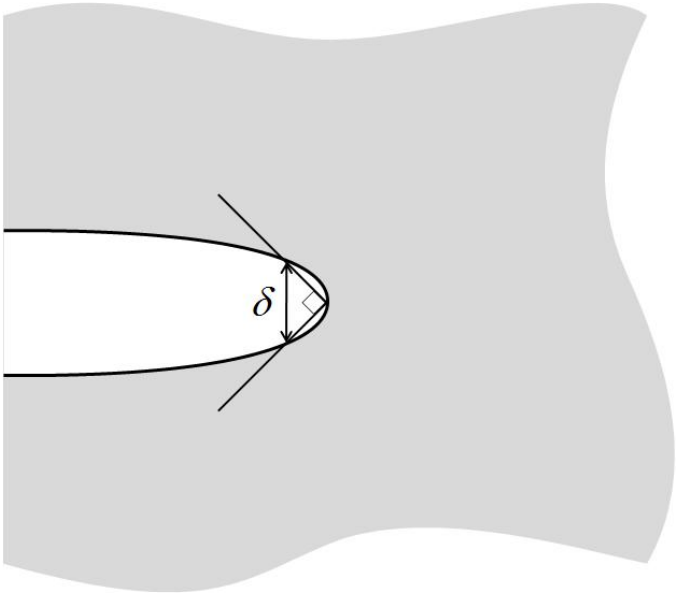

Figura 10 – Definição do *CTOD* como a interseção de retas ortogonais com as faces da trinca.

2.4.1 A Relação entre J e CTOD

Outra relação para o cálculo do *CTOD* pode ser obtida a partir do modelo da faixa de escoamento proposto inicialmente por Dugdale [32] e Barenblatt [33]. Suas análises consideraram material elástico-perfeitamente plástico e placa infinita com trinca passante em estado plano de tensões. A zona da faixa de escoamento, ilustrada na Figura 11, foi modelada assumindo-se uma trinca com comprimento $2a + 2\rho$, onde ρ representa o comprimento da zona plástica, com uma tensão de fechamento igual à tensão de escoamento, σ_{ys}, aplicada em cada ponta da trinca. Este modelo aproxima o comportamento elasto-plástico do material por meio da superposição das soluções elásticas para uma trinca em uma placa infinita submetida a um carregamento remoto e a uma tensão de fechamento. Dado que as tensões são finitas na zona da faixa de escoamento, o comprimento da zona plástica, ρ, é calculado igualando os fatores de intensidade de tensão relativos à tensão remota e à tensão de fechamento.

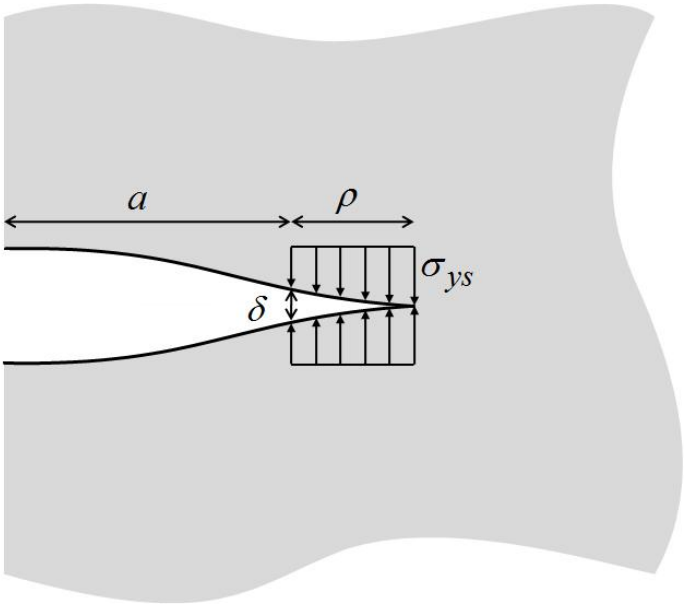

Figura 11 – Modelo da faixa de escoamento.

Para obter uma expressão para o $CTOD$, Burdekin e Stone [40] aplicaram a abordagem de funções complexas de tensão de Westergaard [41] ao modelo da faixa de escoamento. Definindo o $CTOD$ como a abertura da trinca na extremidade da zona da faixa de escoamento, como ilustrado na Figura 11, tem-se que a o $CTOD$ para uma trinca passante em uma placa infinita submetida a uma tensão remota é dado por

$$\delta = \frac{8\sigma_{ys} a}{\pi E} \ln \sec\left(\frac{\pi}{2}\frac{\sigma}{\sigma_{ys}}\right) \tag{11}$$

expandindo o $\ln \sec$ em séries e desprezando os termos de ordem elevada chega-se a seguinte relação entre $CTOD$ e K_I

$$\delta = \frac{K_I^2}{\sigma_{ys} E} \quad . \tag{12}$$

Uma vez que esta relação entre $CTOD$ e K_I depende do estado de tensões e do encruamento do material, é possível reescrevê-la de uma forma mais geral como

$$\delta = \frac{K_I^2}{m\sigma_{ys}E'} \tag{13}$$

onde m é uma constante adimensional aproximadamente igual a 1 para estado plano de tensões e 2 para estado plano de deformações. Finalmente, substituindo a Eq. (4) em (13) chega-se a seguinte relação entre J e $CTOD$

$$\delta = \frac{J}{m\sigma_{ys}} \quad . \tag{14}$$

Tal relação tem adequada aplicação dentro dos limites da MFLE, porém, ainda é desejável a determinação de uma relação válida para regimes elasto-plásticos. Uma solução foi proposta por Shih [42] em 1981. Shih avaliou os deslocamentos na ponta de uma trinca provenientes da solução HRR para relacionar o $CTOD$ com a *Integral* J e as propriedades de escoamento do material. Segundo a solução HRR, os deslocamentos próximos à ponta da trinca são descritos pela seguinte equação

$$u_i = \frac{\alpha\sigma_0}{E}\left(\frac{EJ}{\alpha\sigma_0^2 I_n r}\right)^{\frac{n}{n+1}} r\tilde{u}_i(n,\varphi) \tag{15}$$

onde $\tilde{u}_i$ é uma função adimensional de n e φ análoga a $\tilde{\sigma}_{ij}$ e $\tilde{\varepsilon}_{ij}$. Utilizando a definição de $CTOD$ $90°$, ver Figura 10, Shih determinou o valor do $CTOD$ por meio da avaliação de u_x e u_y em $r = r^*$ e $\varphi = \pi$, onde r^* representa uma distância arbitrária a partir da ponta da trinca. Com isso tem-se

$$\frac{\delta}{2} = u_y(r^*,\pi) = r^* - u_x(r^*,\pi) \quad . \tag{16}$$

Substituindo a Eq. (15) em (16) e resolvendo para r^* vem

$$r^* = \left(\frac{\alpha\sigma_0}{E}\right)^{\frac{1}{n}} \left\{\tilde{u}_x(\pi,n) + \tilde{u}_y(\pi,n)\right\}^{\frac{n+1}{n}} \frac{J}{\sigma_0 I_n} \quad . \tag{17}$$

Adotando-se $\delta = 2u_y(r^*,\pi)$ chega-se à seguinte relação entre J e $CTOD$

$$\delta = \frac{d_n J}{\sigma_0} \tag{18}$$

onde d_n é uma constante adimensional dada por

$$d_n = \frac{2\tilde{u}_y(\pi,n)}{I_n}\left[\frac{\alpha\sigma_0}{E}\left\{\tilde{u}_x(\pi,n) + \tilde{u}_y(\pi,n)\right\}\right]^{\frac{1}{n}} \quad . \tag{19}$$

A Eq. (18) claramente estabelece uma relação de equivalência entre J e $CTOD$. Portanto, qualquer critério de fratura baseado em um valor crítico de $CTOD$ é equivalente a um baseado em um valor crítico de J e vice versa. Adicionalmente, vale ressaltar que a Eq. (18) permanecerá válida enquanto a solução HRR governar os campos de tensão e deformação na ponta da trinca.

3 SOLUÇÕES DE *J* E *CTOD* PARA ESCOAMENTO EM LARGA ESCALA

Procedimentos avançados para a avaliação de defeitos em estruturas e componentes estruturais fabricados em materiais com elevada tenacidade requerem o conhecimento das forças motrizes de trinca elasto-plásticas, as quais podem ser caracterizadas pela *Integral* J e $CTOD$. Análises não lineares correntes por meio do método dos elementos finitos praticamente não impõem qualquer restrição à avaliação direta destes parâmetros de fratura para uma grande variedade de configurações de trinca, propriedades de material e condições de carregamento. Entretanto, o elevado nível de esforço computacional necessário para a realização das mesmas, particularmente para as aplicações tridimensionais, ainda justifica a necessidade de técnicas simplificadas de determinação de J e $CTOD$ em avaliações rotineiras de defeitos.

Procedimentos convencionais para a avaliação de J focam inicialmente no desenvolvimento de métodos de estimação de sua componente plástica, denominada J_p. Estas metodologias evoluíram essencialmente por meio de três linhas de desenvolvimento: (1) procedimentos de estimação relacionando a contribuição plástica da energia de deformação e J; (2) descrições da componente plástica de J baseadas nos campos controlados pela solução HRR próximos à ponta da trinca e soluções de carga limite e (3) descrições aproximadas de J derivadas do conceito de tensão de referência combinado com soluções do fator de intensidade de tensões.

A primeira abordagem emprega um fator plástico eta introduzido por Sumpter and Turner [11] para relacionar a força motriz de trinca (J ou $CTOD$) com a área sob curva carga-deslocamento da linha de carga (ou abertura da boca trinca) de estruturas contendo trincas (veja também as referências [12-13]). Devido à relativa facilidade de obtenção da curva carga-deslocamento em ensaios de corpos-de-prova convencionais este método mostrou-se mais adequado à utilização em normas para a determinação da tenacidade a fratura, tais como a ASTM E1820 [14].

A segunda abordagem deriva do trabalho inicial de Kumar et al. [15] fundamentado em investigações anteriores de Shih e Hutchinson [16] para introduzir um procedimento de estimação de J_p aplicável à materiais elasto-plásticos cujo o encruamento siga uma lei de potência tal qual o modelo de Ramberg-Osgood [4, 9, 17]. Neste caso, J_p é expresso de uma

forma geral como $J_p \propto h_1(a/W, \ell, n)(P/P_0)^{n+1}$, onde a é o comprimento da trinca, W a largura do componente, ℓ representa uma dimensão característica, n o expoente de encruamento da equação de Ramberg-Osgood, P define uma carga generalizada e P_0 é a correspondente carga limite. O fator h_1 representa um parâmetro adimensional dependente do tamanho relativo da trinca, da geometria do componente e das propriedades de encruamento do material e que simplesmente escala o valor de J_p com $(P/P_0)^{n+1}$. Este método tornou-se amplamente conhecido como metodologia $EPRI$ e foi posteriormente expandido por Zahoor [18] para incluir geometrias adicionais tais como dutos contendo trincas circunferenciais e axiais submetidos a carregamentos trativos e flexionais. Entretanto, estas soluções de J para dutos com trincas circunferenciais submetidos à flexão permanecem limitadas a um pequeno conjunto de configurações de trincas e propriedades de encruamento.

A terceira abordagem, denominada na maioria das vezes de metodologia da tensão de referência, consiste essencialmente de uma modificação da metodologia $EPRI$ proposta por Ainsworth [19] para refletir mais precisamente o comportamento de escoamento e plastificação dos materiais reais, particularmente para materiais de alto encruamento tais como aços inoxidáveis austeníticos. Adicionalmente, esta abordagem permite a avaliação de J_p por meio da simples utilização das soluções disponíveis do fator de intensidade de tensões para o componente trincado juntamente com a adoção do parâmetro h_1 definido para um material linear no qual $n = 1$ (ou seja, $h_1 = h_1(n = 1)$).

Ainda que existam muitas semelhanças entre estes procedimentos, cada um deles apresenta algumas vantagens e desvantagens relativas para aplicações em mecânica da fratura. Particularmente, tanto a metodologia $EPRI$ quanto a metodologia da tensão de referência mostraram-se suficientemente aplicáveis a uma ampla faixa de geometrias de trinca e modos de carregamento. Adicionalmente, ambos fornecem essencialmente estimativas similares das forças motrizes de trinca para níveis de deformação baixos a moderados quando a curva tensão-deformação do material pode ser adequadamente descrita por uma lei de potência tal qual o modelo de Ramberg-Osgood. Contudo, este panorama torna-se potencialmente mais complexo na medida em que as deformações plásticas desenvolvidas progridem de condições de escoamento restrito para generalizado, particularmente para materiais com baixo e moderado encruamento. Uma vez que o parâmetro h_1 depende fortemente do expoente de encruamento do material, ao adotar h_1 para um material linear com $n = 1$ o modelo de Ainsworth pode levar a erros não admissíveis na estimação de J, especialmente para valores

moderados a elevados de n. Embora estudos exploratórios conduzidos por Anderson [4] tenham mostrado que ambas as metodologias fornecem previsões similares de tamanhos críticos de trinca em painéis com trincas centrais, as extensões destas metodologias para a descrição precisa das forças motrizes de trinca (representadas tanto por J como pelo $CTOD$) para dutos com trincas circunferenciais sob condições diversas de geometria de trinca, propriedades de material e modos de carregamento permanecem sem validação. Estas observações claramente suportam a necessidade de procedimentos simples e confiáveis de avaliação de forças motrizes de trinca em metodologias avançadas de avaliação de defeitos aplicáveis a condições elasto-plásticas.

Este capítulo apresenta os conceitos teóricos essenciais necessários para determinação de J e $CTOD$ em cilindros e dutos com trincas circunferenciais baseado em soluções da componente plástica de J para materiais com o encruamento descrito por uma lei de potência. A descrição a seguir segue fortemente os trabalhos iniciais de Shih e Hutchinson [16], Kumar et al. [15], Anderson [4] e Kanninen e Popelar [20]. O foco da descrição será direcionado para a determinação de soluções aplicáveis a trincas estacionárias submetidas a carregamento (deformações) monotônico crescente. Posteriormente será apresentada uma simples extensão do procedimento de avaliação de J e $CTOD$ para dutos e cilindros com trincas circunferenciais sob flexão.

3.1 Procedimento para a Avaliação de J e CTOD

Considere inicialmente uma estrutura trincada cuja curva tensão-deformação seja descrita pela formulação de Ramberg-Osgood (Eq. (5)). Assumindo que o ligamento remanescente esteja completamente plastificado e que as deformações elásticas, ε_e, sejam relativamente pequenas quando comparadas às deformações plásticas, ε_p, a curva tensão-deformação descrita pela Eq. (3) fica reduzida a uma simples lei de potência na forma

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad . \tag{20}$$

Como apresentado na Seção 2.3, sob tais condições e a distâncias suficientemente próximas da ponta da trinca, o campo de tensões dentro da região plástica pode ser descrita pela *singularidade* HRR. Resolvendo a Eq. (8) para J tem-se

$$J = \frac{1}{\left[\tilde{\sigma}_{ij}(n,\varphi)\right]^{n+1}} \alpha \varepsilon_0 \sigma_0 I_n r \left(\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0}\right)^{n+1} \quad . \tag{21}$$

Considerando agora o teorema de Ilyushin [21], segundo o qual as tensões próximas à ponta da trinca simplesmente escalam com a carga (generalizada) aplicada, P, como por exemplo $\sigma_{ij} = g_{ij}(r,\varphi,n)P$ onde g_{ij} é uma função adimensional da posição espacial e do encruamento do material, porém, independente da carga aplicada. Observando que a solução HRR implica em $J \propto (\sigma_{ij})^{n+1}$, segue então que J escala com P^{n+1}. Conseqüentemente, a solução de J dada pela Eq. (21) pode ser expressa como

$$J = \alpha \varepsilon_0 \sigma_0 b h_1(a/W, \ell, n)\left(\frac{P}{P_0}\right)^{n+1} \tag{22}$$

onde a é o tamanho da trinca, W representa largura do componente trincado, $b = W - a$ define o ligamento remanescente, ℓ representa uma dimensão característica e P_0 é a carga (generalizada) limite. Na expressão anterior, h_1 é um fator adimensional dependente do tamanho da trinca, da geometria do componente e das propriedades de encruamento do material.

A solução anterior é essencialmente aplicável a condições de escoamento em larga escala nas quais as deformações elásticas são relativamente pequenas, particularmente para a região anular ao redor da ponta da trinca onde a Eq. (21) e a condição $J \propto P^{n+1}$ são válidas. Uma abordagem conveniente para estender o procedimento de avaliação de J sobre toda a faixa de carregamentos elasto-plásticos deriva do trabalho prévio de Shih e Hutchinson [16] para obter uma decomposição aditiva de J em componente elástica, J_e, e plástica, J_p, dada por

$$J = J_e(a, n=1) + J_p(a, n) \tag{23}$$

O primeiro termo do lado direito da Eq. (23) implica que $J_e \propto P^2$ o que permite definir J_e pela taxa de liberação de energia de um componente trincado sob Modo I de carregamento como descrito pela Eq. (4). Para permanecer consistente com o procedimento anteriormente descrito, a componente plástica da *Integral* J deriva diretamente da aplicação da Eq. (19), mas com J substituído por J_p.

Esta mesma abordagem também é aplicável quando o *CTOD* é utilizado para caracterizar a força motriz de trinca. Seguindo a análise apresentada para *Integral* J e utilizando a relação elato-plástica entre J e *CTOD* desenvolvida na Seção 2.4.1 (Eq. (15)) pode-se obter uma equação similar à Eq. (23) para o *CTOD* na forma

$$\delta = \delta_e + \delta_p \tag{24}$$

onde a componente elástica linear, δ_e, é definida pela Eq. (13) e a componente plástica adota a forma

$$\delta_p = \alpha \varepsilon_0 b h_2(a/W, L, n)\left(\frac{P}{P_0}\right)^{n+1} \tag{25}$$

sendo h_2 um fator adimensional dependente do tamanho da trinca, da geometria do componente e das propriedades de encruamento do material. Portanto, da relação elato-plástica entre J e *CTOD* (Eq.(18)) tem-se que $h_2 = d_n h_1$.

3.2 Aplicação para Dutos com Trincas Circunferenciais

Para desenvolver um procedimento de avaliação de J e *CTOD* para um cilindro ou duto contendo uma trinca circunferencial em sua superfície externa e interna baseado nas soluções para escoamento em larga escala apresentadas anteriormente, considere inicialmente a

configuração submetida à carga de flexão ilustrada na Figura 12. A metodologia acima pode ser diretamente estendida para definir J_p e δ_p para esta geometria de trinca pelas seguintes expressões

$$J_p = \alpha\varepsilon_0\sigma_0 b h_1\left(a/t, D_e/t, \theta, n\right)\left(\frac{M}{M_0}\right)^{n+1} \tag{26}$$

e

$$\delta_p = \alpha\varepsilon_0 b h_2\left(a/t, D_e/t, \theta, n\right)\left(\frac{M}{M_0}\right)^{n+1} \tag{27}$$

onde D_e é o diâmetro externo do duto (cilindro), t é a espessura da parede, M representa o momento fletor aplicado e M_0 define o momento fletor limite. Neste caso, o ligamento remanescente é dado por $b = t - a$ e o comprimento circunferencial da trinca é descrito pelo ângulo θ (ver Figura 12) como [9, 18]

$$\theta = \frac{\pi c}{2D_e} \tag{28}$$

para trincas externas e

$$\theta = \frac{\pi c}{2D_i} \tag{29}$$

para trincas internas, onde c representa meio comprimento circunferencial de trinca.

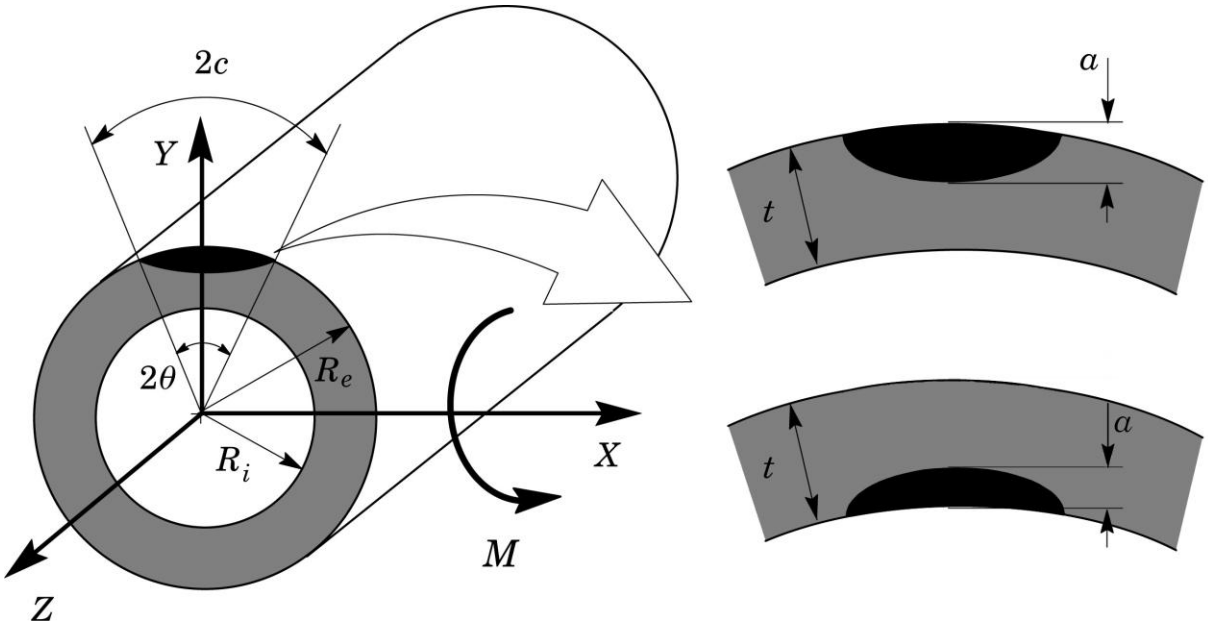

Figura 12 – Configuração de duto e geometria de defeito adotada nas análises numéricas.

Nas expressões acima, o momento fletor limite, M_0, para trincas internas e externas é convencionalmente dado por [9, 18]

$$M_0 = 2\sigma_0 R_m^2 t\left(2sen\beta - \frac{a}{t}sen\theta\right) \tag{30}$$

na qual R_m representa o raio médio ($R_m = (R_e + R_i)/2$ onde R_e e R_i são, respectivamente, os raios externo e interno) e o parâmetro β é definido como

$$\beta = \frac{\pi}{2}\left[1 - \left(\frac{\theta}{\pi}\right)\left(\frac{a}{t}\right)\right] \tag{31}$$

A solução limite para o momento fletor dada pela Eq. (30) é aplicável na faixa $(\theta + \beta) \leq \pi$ [9, 18]

Finalmente, as componentes elásticas de J e $CTOD$, J_e e δ_e, são calculadas por meio da utilização das equações (4) e (13) combinadas com a forma adequada do fator elástico de intensidade de tensões, K_I. Para um duto contendo uma trinca superficial em sua

superfície externa ou interna sujeito a flexão, uma expressão adequada para o parâmetro K_I é dada por [9]

$$K_I = \sigma_b G_5 \sqrt{\frac{\pi a}{Q_s}} \tag{32}$$

onde σ_b é a tensão de flexão (global ou da seção resistente) em relação ao eixo x (ver Figura 12) expressa por

$$\sigma_b = \frac{4MR_e}{\pi(R_e^4 - R_i^4)} \tag{33}$$

e o parâmetro de forma da trinca, Q_s, é definido como

$$Q_s = 1 + 1{,}464\left(\frac{a}{c}\right)^{1{,}65}, \qquad a \le c \tag{34}$$

Na expressão anterior (Eq. (32)), G_5 é o coeficiente de influência correspondente a uma trinca circunferencial, superficial e semi-elíptica em um cilindro submetido à flexão (pura) definido no Anexo C da API 579 [9].

A avaliação dos parâmetros J e $CTOD$ baseada no procedimento esquematizado acima requer apenas a especificação dos fatores h_1 e h_2 uma vez que todas as outras quantidades envolvidas no cálculo de J_e (δ_e) e J_p (δ_p) estão definidas. Soluções atualmente disponíveis (tais como a metodologia *EPRI* [15, 18]) fornecem valores de h_1 aplicáveis apenas a poucas geometrias de trincas, incluindo trincas circunferenciais em dutos submetidos a carregamento axial. O relativo limitado número de análises e dados disponíveis para o cálculo de J e $CTOD$ para uma ampla faixa de geometrias de trincas e propriedades de material ressaltam a necessidade de desenvolvimentos e descrições acuradas dos fatores h_1 e h_2 para dutos contendo trincas circunferenciais em sua superfície externa e interna submetidos a flexão.

4 PROCEDIMENTOS COMPUTACIONAIS E MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS

4.1 Modelos Numéricos de Dutos com Trincas Circunferenciais

Análises não lineares de modelos de elementos finitos tridimensionais foram conduzidas para dutos contendo trincas circunferenciais em sua superfície externa e interna submetidos a flexão. Os modelos de dutos analisados apresentam espessura de parede $t = 20{,}6\,\text{mm}$ com diferentes diâmetros externos $D_e = 206\,\text{mm}$ ($D_e/t = 10$), $D_e = 309\,\text{mm}$ ($D_e/t = 15$) e $D_e = 412\,\text{mm}$ ($D_e/t = 20$). Estas geometrias tipificam as tendências atuais de dutos de alta resistência e alta pressão, incluindo dutos submarinos e *risers*. A matriz de análise considera trincas superficiais com diferentes profundidades (a) e comprimentos ($2c$) definidos por $a/t = 0{,}1$ a 0,5 com incrementos de 0,05 e $\theta/\pi = 0{,}04$, 0,08, 0,12, 0,16 e 0,20 ($1{,}7 \le c/a \le 82{,}5$ para trincas externas e $1{,}4 \le c/a \le 74{,}6$ para trincas internas – ver Eqs. (28) e (29)). A Figura 12 apresenta a configuração do duto e a geometria de trinca adotada nas análises. No total, foram utilizados 270 modelos numéricos, totalizando 810 condições de carregamento considerando os três níveis de encruamento adotados (ver Seção 4.2).

A Figura 14(*a*-*b*) apresenta o modelo de elementos finitos construído para o duto com $D_e/t = 10$, $a/t = 0{,}5$, $\theta/\pi = 0{,}12$ e trinca externa. Foi adotada uma configuração de malha convencional com anéis focais de elementos ao redor da ponta da trinca e raio de ponta (*keyhole*) $\rho_0 = 0{,}005\,\text{mm}$ para melhorar a convergência numérica e acomodar as elevadas deformações plásticas. Um típico modelo de um quarto do duto trincado (o modelo apresenta simetria em dois planos) tem aproximadamente 15000 elementos e 18000 nós com condições de contorno apropriadas aplicadas nos nós dos planos de simetria. A frente da trinca é descrita por 15 camadas (circunferenciais) definidas sobre o meio-comprimento de trinca (c). A fim de se obter carregamento por flexão pura, os dutos simulados foram carregados em flexão por quatro pontos, configurando cisalhamento nulo no plano da trinca e ao longo do comprimento do duto a distâncias de aproximadamente três vezes o seu diâmetro (ver Figura 13). Para outras configurações de dutos trincados foram empregados modelos em elementos finitos e detalhes de malha muito similares a este.

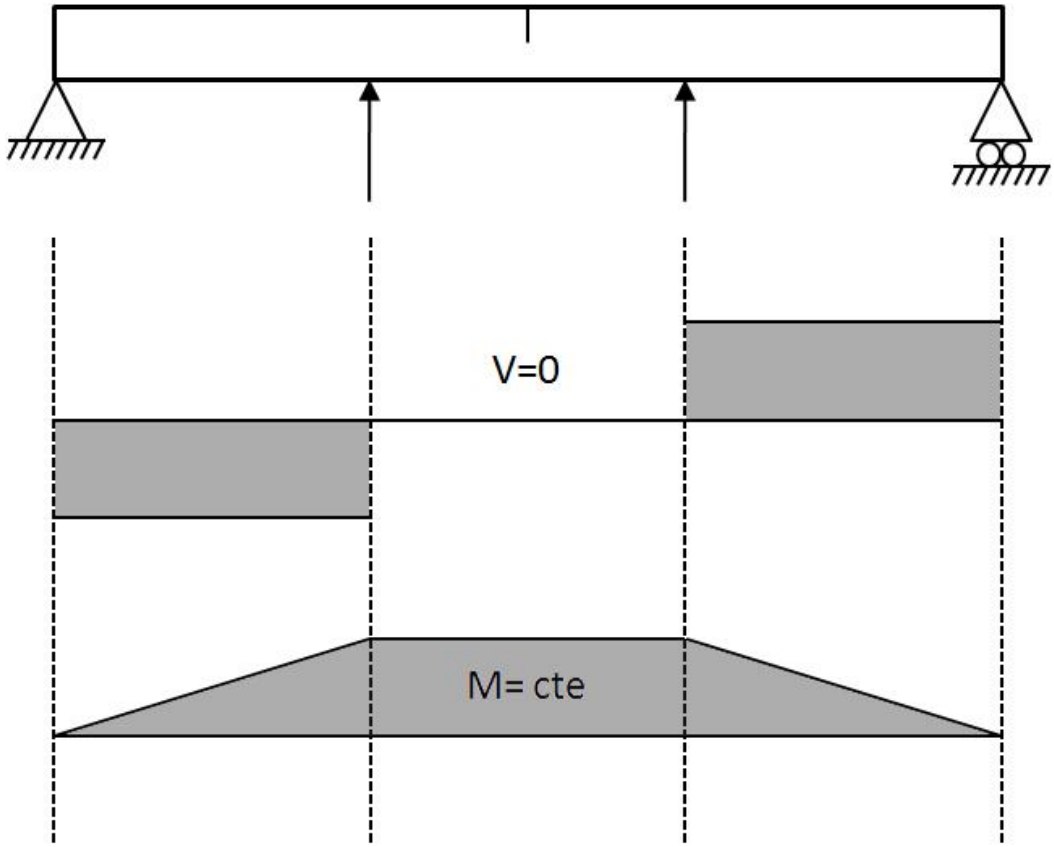

Figura 13 – Carregamento em flexão quatro pontos para obtenção de flexão pura.

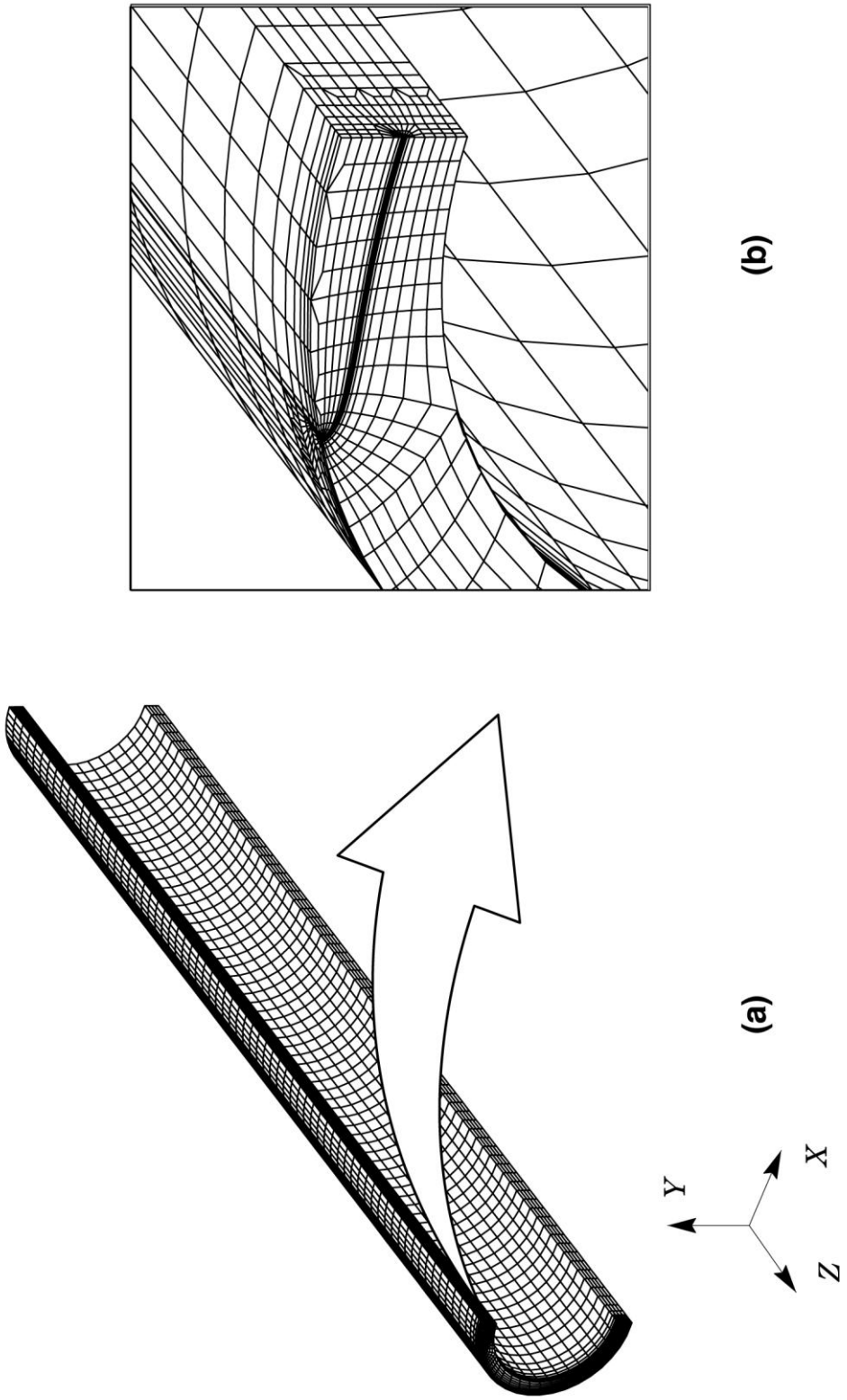

Figura 14 – (*a*) Modelo de elementos finitos tridimensional empregado para o duto com $D_e/t = 10$, $a/t = 0{,}5$, $\theta/\pi = 0{,}12$ e trinca externa; (*b*) Detalhe da malha próxima à trinca.

Também foram conduzidas análises tridimensionais não lineares de elementos finitos em dutos circunferencialmente trincados submetidos ao processo de *reeling* . A Figura 15 ilustra o método adotado para a simulação numérica do *reeling* onde o carretel de enrolamento é modelado como uma superfície rígida com diâmetro $\Phi_r = 15000\,\text{mm}$; na figura, Δ representa o deslocamento da linha de carga (do inglês $LLD - Load\ Line\ Displacement$). O duto analisado possui diâmetro externo, $D_e = 344{,}5\,\text{mm}$ (13,5 pol), espessura de parede, $t = 20{,}6\,\text{mm}$ ($D_e/t \approx 16{,}7$) e trincas externas na direção circunferencial com comprimento $2c = 100\,\text{mm}$ ($\theta/\pi = 0{,}073$) e diferentes profundidades relativas de trinca $a/t = 0{,}1$, 0,2, 0,3 e 0,4 (ver Figura 12). Estas geometrias tipificam as atuais tendências em *risers* submarinos instalados pelo método do carretel. Modelos de elementos finitos similares aos anteriormente descritos, mas com comprimento de duto maior para acomodar o enrolamento ao redor do carretel foram empregados nas simulações de *reeling* . Os modelos quarto-simétricos para estas análises possuem ~ 55000 elementos tridimensionais de 8 nós (~ 67000 nós) com condições de contorno apropriadas aplicadas nos planos de simetria.

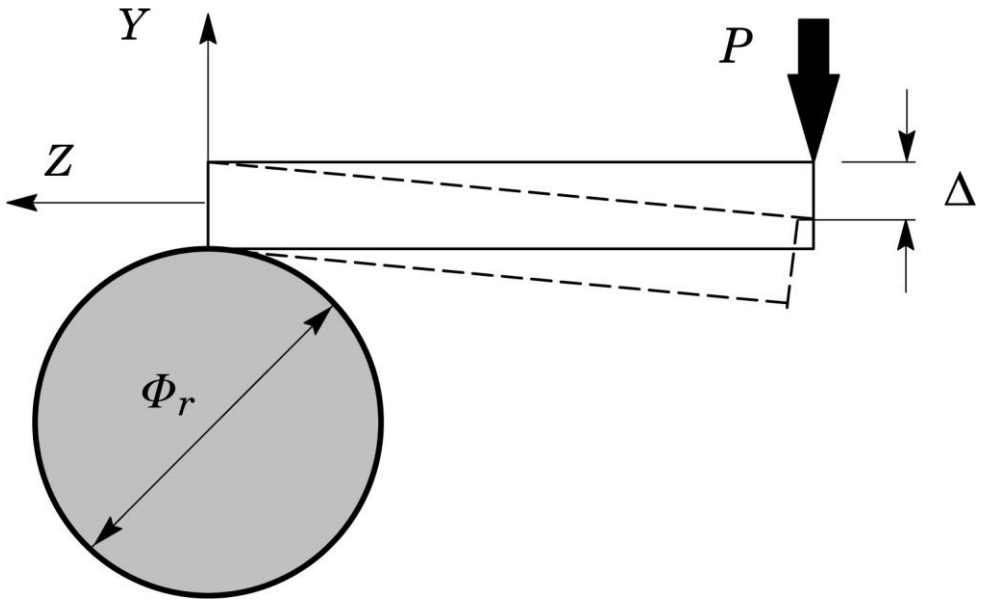

Figura 15 – Representação esquemática das análises de simulação do processo de enrolamento.

4.2 Modelo Constitutivo

O modelo constitutivo elasto-plástico empregado em todas as análises segue uma teoria de pequenas deformações e algoritmo de plasticidade de Von Mises (J_2). As soluções numéricas utilizam uma lei de potência para caracterizar a relação uniaxial tensão *vs.* deformação do material na forma

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad \varepsilon \le \varepsilon_0; \quad \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \alpha\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n \quad \varepsilon > \varepsilon_0 \tag{35}$$

onde σ_0 e ε_0 são, respectivamente, as tensões e deformações de referência (escoamento), n denota o expoente de encruamento do material e α é uma constante adimensional. As análises de elementos finitos conduzidas neste trabalho consideram propriedades representativas de aços estruturais aplicáveis a dutos e vasos de pressão: $n = 5$ e $E/\sigma_0 = 800$ (alto encruamento), $n = 10$ e $E/\sigma_0 = 500$ (moderado encruamento) e $n = 20$ e $E/\sigma_0 = 300$ (baixo encruamento), com $E = 206\,\text{GPa}$, $\nu = 0{,}3$ e $\alpha = 1$. Esta faixa de propriedades também reflete a tendência à diminuição no encruamento com o aumento da tensão de escoamento no material característica de aços estruturais ferríticos. A resposta tensão *vs.* deformação para estes materiais é apresentada na Figura 16.

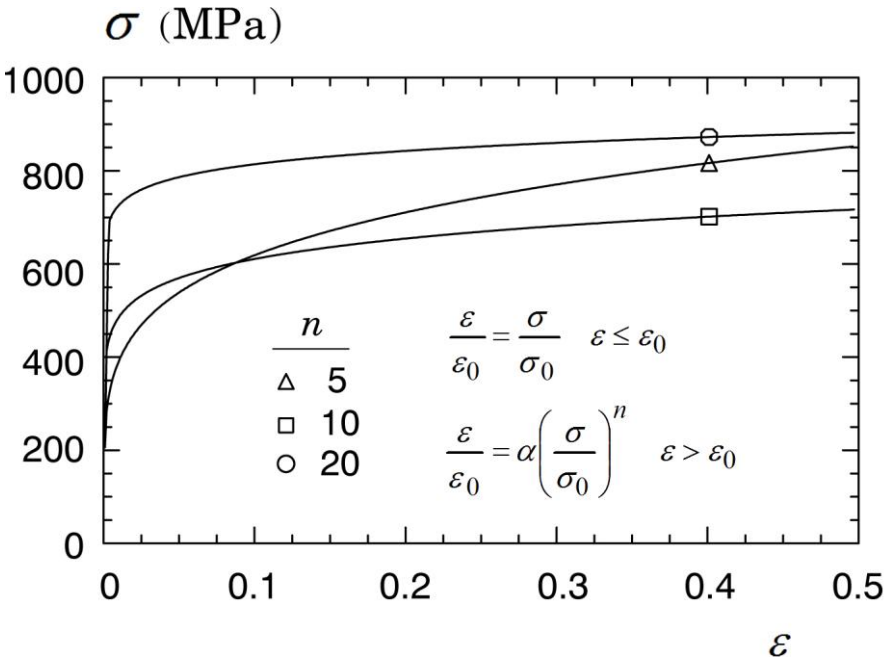

Figura 16 – Curvas tensão-deformação verdadeira dos diferentes materiais empregadas nas análises.

O procedimento de avaliação dos fatores h_1 e h_2 descrito na Seção 5.2 requer a especificação do limite de resistência do material, σ_{uts}, para determinar o nível de J (e $CTOD$) no qual o momento fletor limite correspondente a instabilidade do ligamento remanescente é atingido. Para cada conjunto de propriedades de material, σ_{uts} é estimado por meio da seguinte relação [4]

$$\sigma_{uts} = \sigma_0 \left[\frac{(500N)^N}{\exp(N)} \right] \tag{36}$$

onde $N = 1/n$.

Na Seção 6 serão descritas análises numéricas de dutos com trincas circunferenciais submetidos ao processo de enrolamento. O material adotado é um aço para dutos API 5L Grau X60 [29] com tensão de escoamento $\sigma_{ys} = 483\,\text{MPa}$ medida à temperatura ambiente (20°C) e propriedades de encruamento relativamente baixas ($\sigma_{uts}/\sigma_{ys} \approx 1{,}24$). Na Figura 17 estão plotadas as curvas tensão-deformação verdadeira e de engenharia para este aço obtidas de ensaios de tração de corpos-de-prova retangulares com 13mm de espessura (média de três

ensaios de tração) [26]. As outras propriedades mecânicas deste aço são: módulo de elasticidade, $E = 210\,\text{GPa}$, e coeficiente de Poisson, $\nu = 0{,}3$. Um ajuste convencional da curva tensão-deformação verdadeira ao modelo de Ramberg-Osgood dado pela Eq. (5) fornece $\alpha = 1$ e $n = 12$.

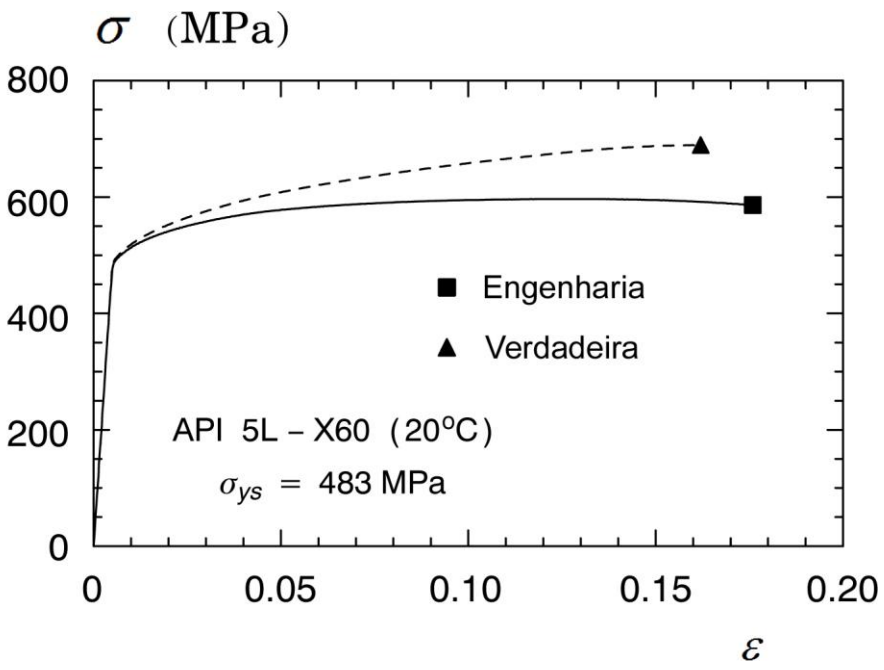

Figura 17 – Curvas tensão-deformação para o aço API 5L X60 [26].

4.3 Procedimentos Computacionais

O código de elementos finitos WARP3D [22] fornece a solução para todas as análises tridimensionais aqui descritas. O código incorpora modelo constitutivo de Mises (J_2) tanto para teoria de pequenas como grandes deformações. Para calcular os valores numéricos de J necessários para a determinação da função adimensional h_1, um procedimento numérico de integração de domínio é utilizado [23-24]. Neste caso, o cálculo da *Integral* J em pontos ao longo da frente de trinca é dada por

$$J = \int_{\Gamma} \left[\overline{W} n_1 - P_{ji} \frac{\partial u_i}{\partial X_1} n_j \right] d\Gamma \tag{37}$$

onde Γ denota um contorno fechado definido sobre um plano normal à frente da trinca, iniciando na face inferior da trinca e terminando na sua face superior, n_j é o vetor normal exterior ao contorno Γ, $\overline{W}$ denota a energia de deformação por unidade de volume inderfomado, P_{ji} e u_i são as componentes cartesianas do tensor de tensões (assimétricas) de Piola-Kirchoff e dos deslocamentos no sistema de coordenadas localizado na frente da trinca.

Os valores de J obtidos por este método estão em excelente acordo com métodos de determinação baseados em fatores *eta* [14] em corpos-de-prova de fratura convencionais enquanto, ao mesmo tempo, apresentam forte independência do caminho de integração para domínios definidos fora da zona altamente deformada próxima à ponta da trinca.

Adicionalmente, devido à relativa pequena espessura dos dutos analisados, cuidados adicionais foram tomados para assegurar que fossem utilizados contornos de J distantes da ponta da trinca e suficientemente afastados das superfícies do duto para que a independência do caminho de integração seja preservada e evitar a interação com a superfície interna ou externa. Para determinar a função adimensional h_2, os valores numéricos do *CTOD* foram calculados por meio de rotinas computacionais seguindo a definição de *CTOD* 90° apresentado na Seção 2.4.

As simulações numéricas do processo de enrolamento envolveram interações de contato entre o duto e o carretel, o qual foi representado por uma superfície cilíndrica rígida (ver Figura 15). Para estas simulações, também foi utilizado o código WARP3D [22] e mais detalhes quanto ao procedimento de solução adotado pelo programa podem ser encontrados em seu manual [22].

5 DETERMINAÇÃO DE *J* E *CTOD* BASEADA NOS FATORES h_1 E h_2

As seções seguintes apresentam um extensivo conjunto de resultados derivados de análises numéricas conduzidas sobre dutos com diversas configurações de trincas circunferenciais e submetidos à flexão. Estes resultados incluem os fatores h_1 e h_2 necessários para a determinação de J e $CTOD$ para uma dada quantidade de carga (macroscópica) aplicada a qual é caracterizada, no presente contexto, pelo momento fletor. As análises também exploram tópicos-chave do procedimento de avaliação do fator h_1 (o procedimento para a avaliação do fator h_2 é essencialmente similar) os quais impactam diretamente a robustez das soluções da componente plástica para a determinação de J e $CTOD$ em dutos circunferencialmente trincados. Estes tópicos incluem a sensibilidade do fator h_1 (e, equivalentemente, do fator h_2) em relação ao carregamento da ponta da trinca combinado com efeitos de geometria e encruamento do material.

5.1 Dependência do Fator h_1 em Relação ao Carregamento da Ponta da Trinca

A presente metodologia esquematizada para suportar a utilização das funções adimensionais h_1 em procedimentos de avaliação de J definidos pela Eq. (26) permanece válida enquanto a relação proporcional entre a carga aplicada (M) e J_p dada por aquela equação for preservada para elevados níveis de carregamentos na ponta da trinca. Conseqüentemente, a questão-chave a ser resolvida para estes procedimentos é a avaliação da sensibilidade da condição $J_p \propto (M/M_0)^{n+1}$ com a variação dos níveis de carga aplicados para uma dada configuração de trinca.

As Figuras 18-21 fornecem a variação do $\log(J_p)$ com o $\log(M/M_0)$ para geometrias de duto selecionadas com diferentes configurações de trinca e propriedades de material. Estas análises envolvem dutos com $D_e/t = 10$ e 20, $a/t = 0{,}2$ e 0,5, $\theta/\pi = 0{,}04$ e 0,20 com dois níveis de encruamento, $n = 5$ e 20 para trincas externas. Nestes gráficos, uma linha de referência com inclinação $n+1$ foi adicionada para facilitar a avaliação da

proporcionalidade entre $\log(J_p)$ e $\log(M/M_0)$. Adicionalmente, o ponto dado por $\log(M/M_0)=0$ (o qual corresponde a $M=M_0$) pode ser facilmente interpretado como a carga em que o momento fletor limite (como definido pela Eq. (30)) é atingido.

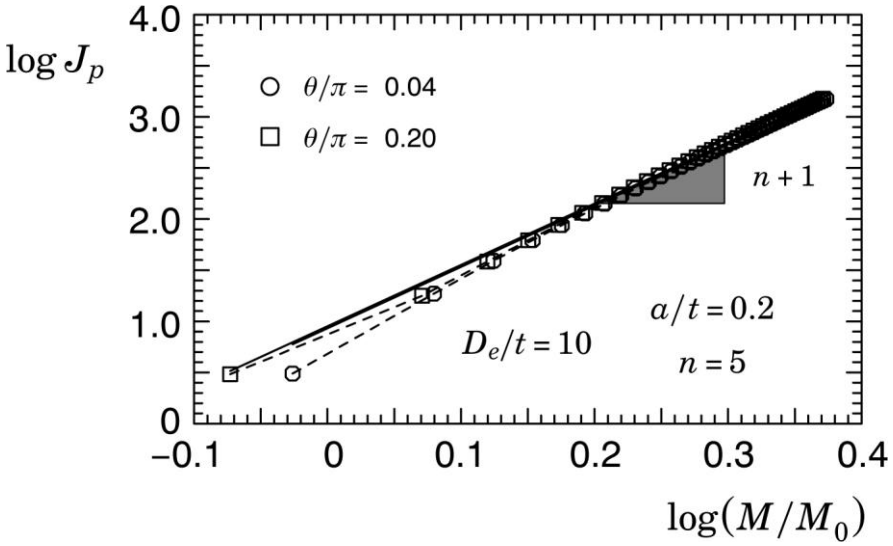

Figura 18 – Variação do $\log(J_p)$ com o $\log(M/M_0)$ para o duto com $D_e/t=10$, $n=5$, $a/t=0{,}2$ e trinca externa.

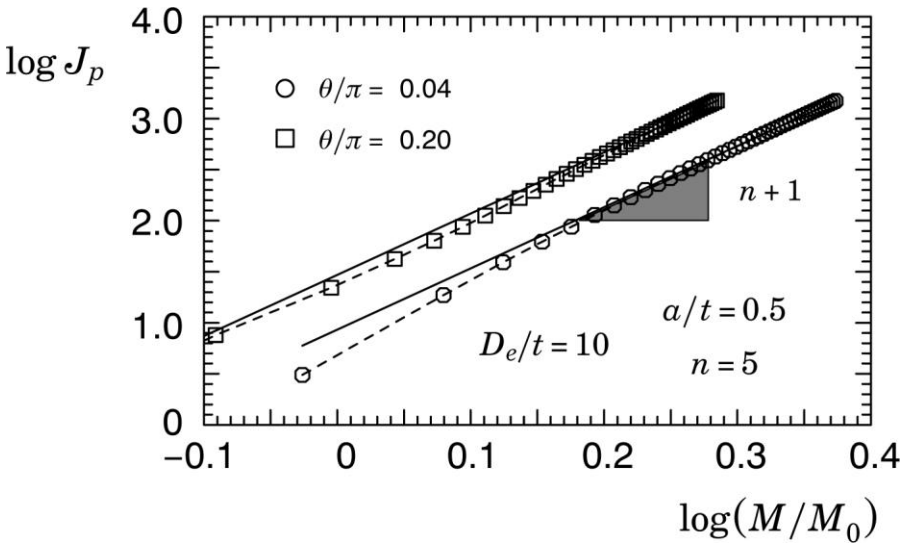

Figura 19 – Variação do $\log(J_p)$ com o $\log(M/M_0)$ para o duto com $D_e/t=10$, $n=5$, $a/t=0{,}5$ e trinca externa.

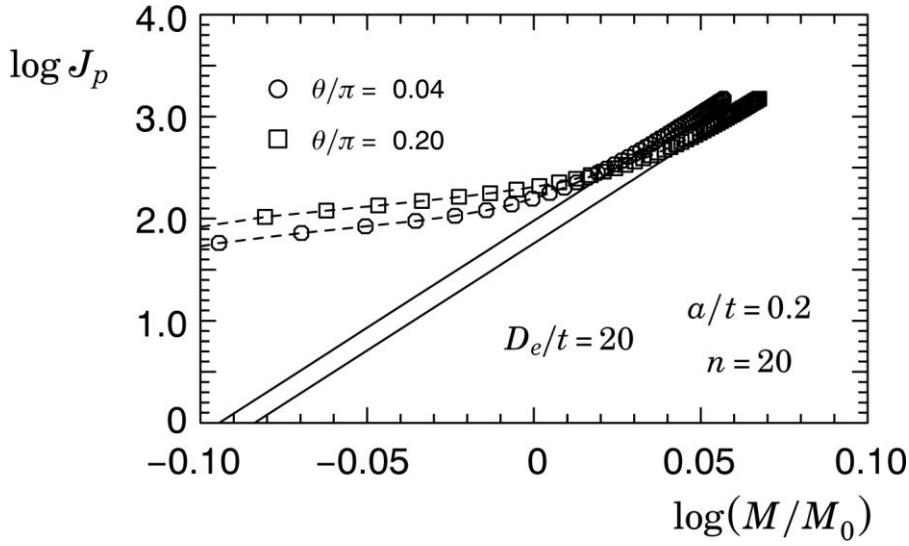

Figura 20 – Variação do $\log(J_p)$ com o $\log(M/M_0)$ para o duto com $D_e/t = 20$, $n = 20$, $a/t = 0{,}2$ e trinca externa.

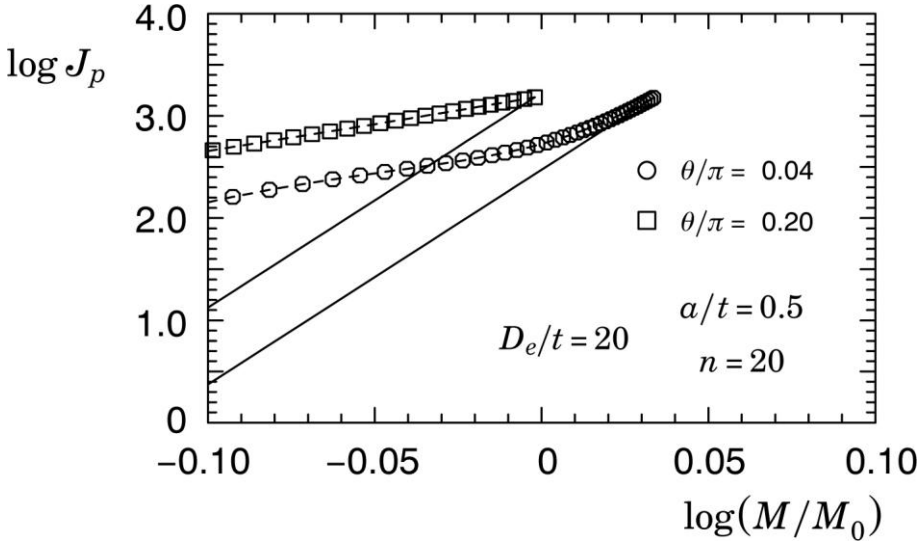

Figura 21 – Variação do $\log(J_p)$ com o $\log(M/M_0)$ para o duto com $D_e/t = 20$, $n = 20$, $a/t = 0{,}5$ e trinca externa.

Considere inicialmente os resultados para o duto com $D_e/t = 10$ e $n = 5$ ilustrados nas Figuras 18 e 19. Cada curva para uma relação específica de a/t e θ/π segue de maneira muito próxima a correspondente linha de referência a qual define a relação constante entre $\log(J_p)$ e $\log(M/M_0)$, particularmente para momentos fletores aplicados maiores que o momento limite. Neste caso, após os campos de tensão elasto-plásticos evoluírem da

proximidade da ponta da trinca para a condição de escoamento generalizado (na qual todo o ligamento atinge o escoamento), a variação de $\log(J_p)$ com $\log(M/M_0)$ recai essencialmente sobre a linha de referência traduzindo-se assim em uma relação constante.

Considere agora os resultados para o duto com $D_e/t = 20$ e $n = 20$ ilustrados nas Figuras 20 e 21. Embora uma relação entre $\log(J_p)$ e $\log(M/M_0)$ relativamente linear ainda é preservada tanto para defeitos rasos ($a/t = 0{,}2$) quanto profundos ($a/t = 0{,}5$), em dutos com $\theta/\pi = 0{,}04$ e valores de momento fletor aplicado correspondentes a $\log(M/M_0) \geq 0{,}03 \sim 0{,}05$, a variação do $\log(J_p)$ com $\log(M/M_0)$ para $\theta/\pi = 0{,}20$ desvia consideravelmente da linha de referência particularmente para o duto com $a/t = 0{,}5$. Este comportamento exibido pelo material com $n = 20$ contrasta fortemente com os observados para $n = 5$ e impõem dificuldades adicionais ao procedimento de extração do fator h_1 como discutido a seguir. Embora não apresentadas, tendências similares foram observadas para trincas internas e para a dependência do fator h_2 com o $CTOD$ para as configurações de dutos analisadas.

5.2 Procedimentos para a Avaliação dos Fatores h_1 e h_2

A avaliação dos fatores h_1 e h_2 para as configurações de trincas analisadas decorre da aplicação das equações (26) e (27) para os valores calculados numericamente da componente plástica da *Integral* J, J_p, e $CTOD$, δ_p, em função do momento fletor aplicado, M, para um dado tamanho de trinca, geometria do componente e expoente de encruamento, n. Baseado nos resultados anteriores e para desenvolver a metodologia mais consistente para determinar a função adimensional h_1 (o processo para a determinação de h_2 é análogo), é conveniente reescrever a Eq. (26) na forma

$$\bar{J}_p = \frac{J_p}{\alpha \varepsilon_0 \sigma_0 b} = h_1\left(a/t, D_e/t, \theta, n\right)\left(\frac{M}{M_0}\right)^{n+1} \tag{38}$$

de maneira que o fator h_1 pode ser obtido pela determinação da inclinação de um ajuste por mínimos quadrados da evolução (linear) de $\bar{J}_p$ com $(M/M_0)^{n+1}$.

As Figuras 22-25 ilustram a variação de $\bar{J}_p$ com $(M/M_0)^{n+1}$ para os dutos incorporados na matriz de análise. Inicialmente, a atenção é direcionada aos resultados obtidos para os dutos com $D_e/t = 10$ e material com alto encruamento ($n = 5$) apresentados nas Figuras 22 e 23. Para todos os casos analisados abrangendo uma vasta faixa de geometrias de trinca caracterizadas por a/t e θ/π, uma relação entre $\bar{J}_p$ e $(M/M_0)^{n+1}$ é claramente válida para toda a faixa de níveis de carregamento. Neste caso, a inclinação da linha derivada do ajuste por mínimos quadrados dos valores calculados inequivocamente define o fator h_1 para uma configuração de trinca.

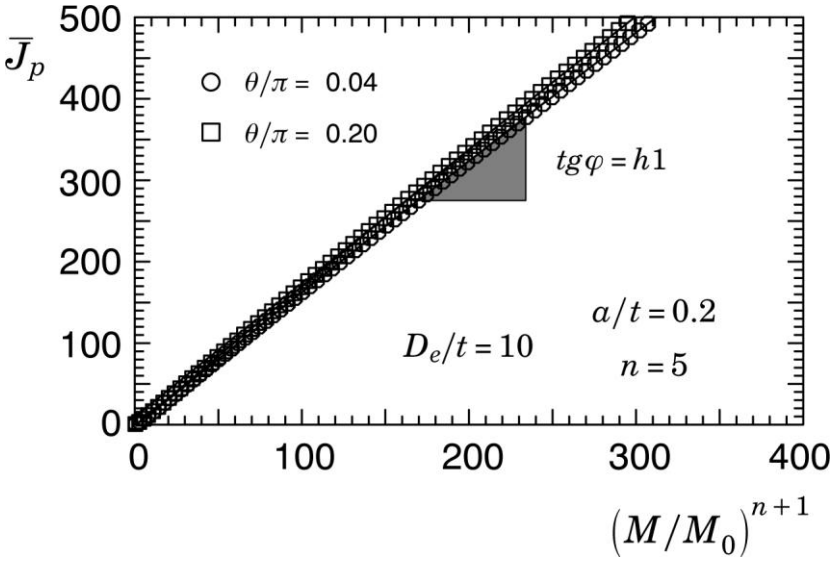

Figura 22 – Variação de $\bar{J}_p$ com $(M/M_0)^{n+1}$ para o duto com $D_e/t = 10$, $n = 5$, $a/t = 0{,}2$ e trinca externa.

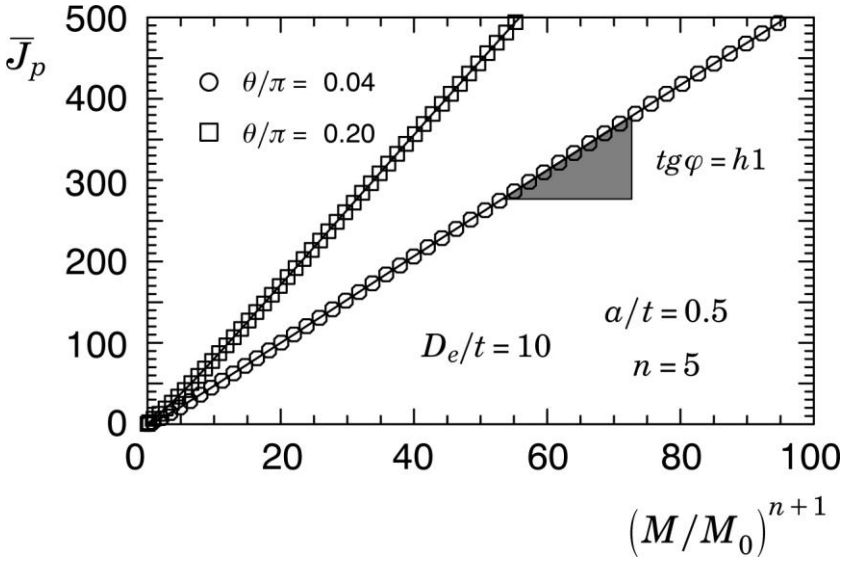

Figura 23 – Variação de $\bar{J}_p$ com $(M/M_0)^{n+1}$ para o duto com $D_e/t = 10$, $n = 5$, $a/t = 0{,}5$ e trinca externa.

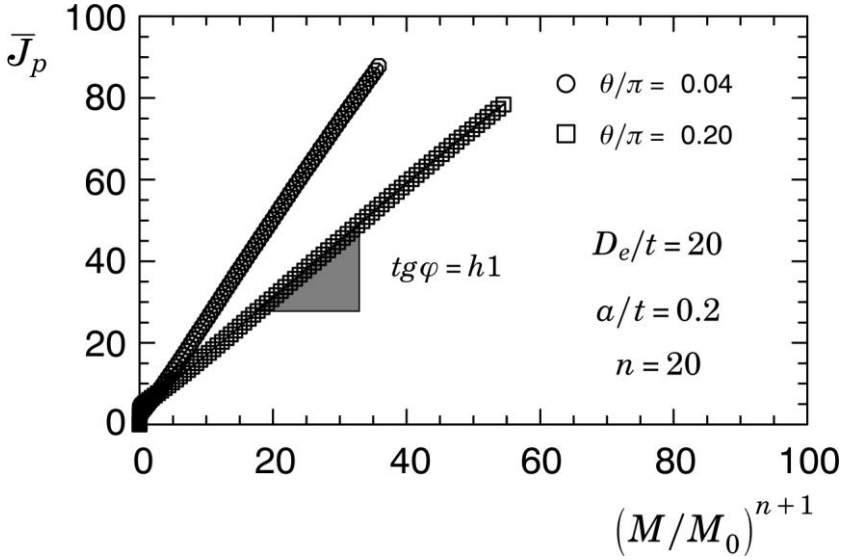

Figura 24 – Variação de $\bar{J}_p$ com $(M/M_0)^{n+1}$ para o duto com $D_e/t = 20$, $n = 20$, $a/t = 0{,}2$ e trinca externa.

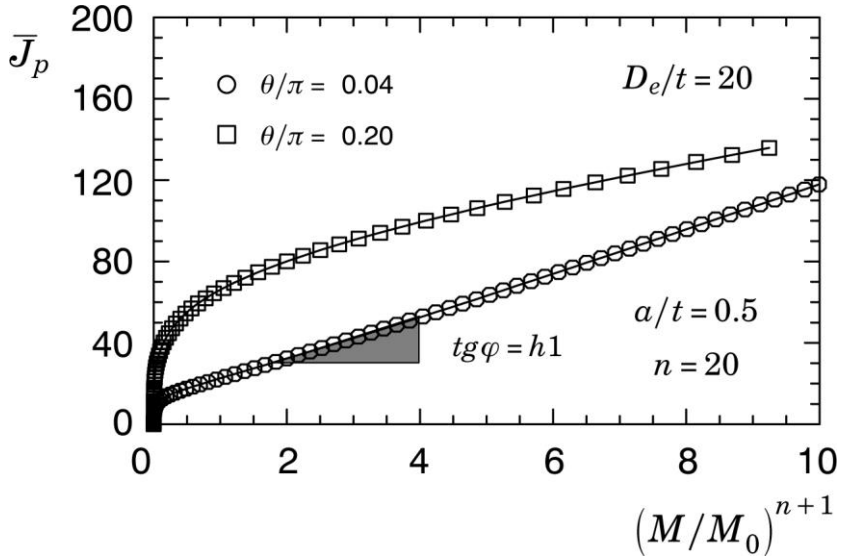

Figura 25 – Variação de $\bar{J}_p$ com $(M/M_0)^{n+1}$ para o duto com $D_e/t = 20$, $n = 20$, $a/t = 0{,}5$ e trinca externa.

Considere agora os resultados para os dutos com $D_e/t = 20$ e material com baixo encruamento ($n = 20$) apresentados nas Figuras 24 e 25. Em função da variação do $\log(J_p)$ com o $\log(M/M_0)$ para níveis de carga $M < M_0$ ($\log(M/M_0) < 0$) desviar significativamente de uma função linear (ver Figuras 20 e 21), a porção inicial dos dois conjuntos de curvas exibe grandes variações na inclinação complicando assim a avaliação de um valor "correto" do fator h_1 por meio de um ajuste (linear) por mínimos quadrados. A não consideração desta pequena região transitória, a qual corresponde a níveis de carga aplicada (aqui caracterizada pelo momento fletor) não relevantes para a descrição do estado de tensões para condições de escoamento em larga escala, é capaz de eliminar este problema para dutos com trinca rasa ($a/t = 0{,}2$), mas não para toda a faixa de geometria de defeitos, especialmente para os dutos com trincas profundas ($a/t \geq 0{,}3 \sim 0{,}4$). De fato, ainda que seja possível definir o fator h_1 para os dutos com trincas profundas com razoável precisão para $\theta/\pi = 0{,}04$, um valor representativo de h_1 para $\theta/\pi = 0{,}20$ permanece indefinido.

Além desta grande variação na inclinação da porção inicial da curva $\bar{J}_p$ *vs.* $(M/M_0)^{n+1}$, para níveis muito elevados de deformação próximos ao colapso plástico do duto trincado, a falha é geralmente governada pelas propriedades plásticas do material, particularmente pela tensão limite de resistência (σ_{uts}) e não pela tenacidade à fratura.

Chiodo e Ruggieri [25] discutem este aspecto em detalhes e fornecem soluções de carga limite para dutos com defeitos axiais as quais tem implicações diretas na presente discussão. Conseqüentemente, definir o fator h_1 como a inclinação da reta de regressão correspondente a parte final da curva $\bar{J}_p$ *vs.* $(M/M_0)^{n+1}$ para algumas combinações de configuração de trinca e propriedades de material pode não ter significado.

Para abordar esta questão e fornecer um procedimento simples de avaliação do fator h_1 (e, equivalentemente, do fator h_2) aplicável a uma ampla faixa de configurações de trinca e propriedades de material, a presente investigação adota o seguinte método ilustrado na Figura 26:

i. Determine o valor de M correspondente ao momento fletor limite calculado pela Eq. (30) utilizando a tensão de escoamento do material, σ_{ys}. Este nível de carregamento é denominado M_0^{ys} – Figura 26(b).

ii. Determine o valor de M correspondente ao momento fletor limite calculado pela Eq. (30) mas com a tensão de escoamento do material, σ_{ys}, substituída pela tensão limite de resistência, σ_{uts}. Este nível de carregamento é denominado M_0^{uts} – Figura 26(c).

iii. Para os valores de M pertencentes ao intervalo M_0^{ys} – M_0^{uts}, determine a correspondente componente plástica de J, J_p.

iv. Construa a curva $\bar{J}_p$ *vs.* $(M/M_0)^{n+1}$ para os valores de M entre M_0^{ys} e M_0^{uts} e calcule o fator h_1 como a inclinação da curva da reta de regressão para a faixa selecionada de carregamentos que passe pela origem ($\bar{J}_p = (M/M_0)^{n+1} = 0$) – Figura 26(d).

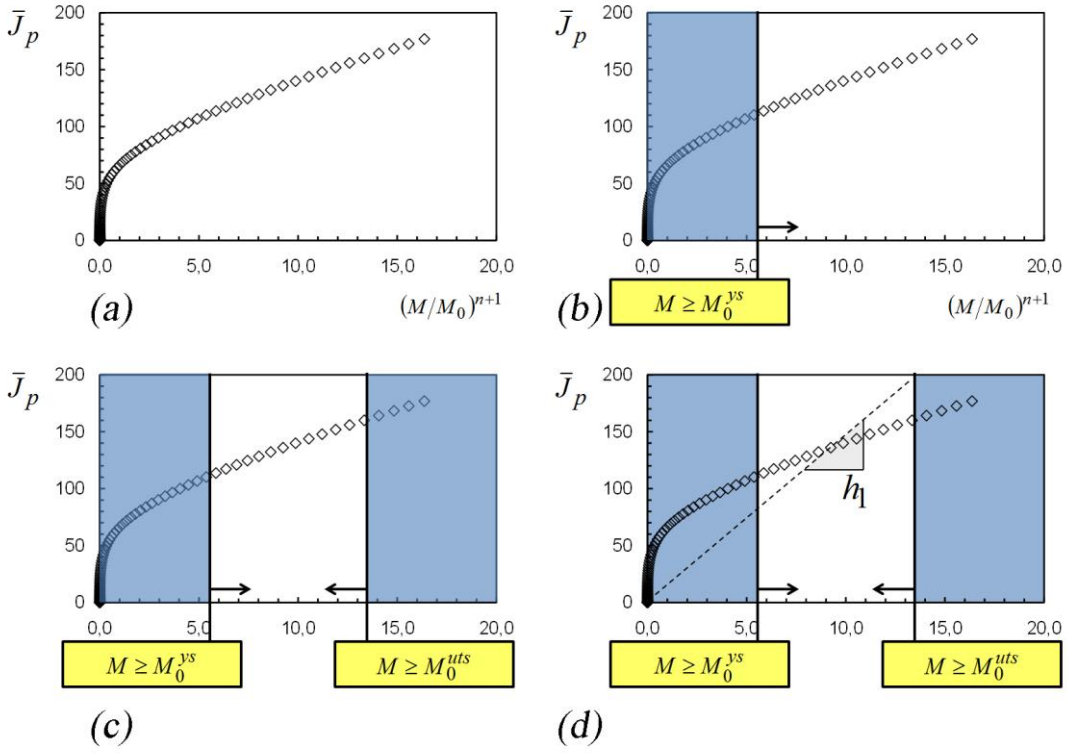

Figura 26 – Procedimento de avaliação do fator h_1 (e, equivalentemente, do fator h_2)

A estratégia acima mantém coerência com a condição de relação linear entre $\bar{J}_p$ e $(M/M_0)^{n+1}$ enquanto que, ao mesmo tempo, evita a consideração irrealista de níveis elevados de carregamento (como caracterizado por valores de M maiores que M_0^{uts}) os quais, de outra forma, poderiam entrar no procedimento de regressão linear. Este método também se aplica quando o $CTOD$ é empregado para caracterizar a força motriz de trinca; neste caso.

O procedimento de avaliação do fator h_1 (e do fator h_2) é aplicável apenas na medida em que uma quantidade suficiente de valores válidos de J (e $CTOD$) seguem uma relação proporcional com a carga aplicada (M). Os resultados numéricos que serão apresentados na seqüência revelam um número reduzido de casos para os quais o fator h_1 (e h_2) torna-se inaceitavelmente impreciso.

5.3 Fatores h_1 para Dutos com Trincas Circunferenciais Submetidos à Flexão

As Figuras 27-44 apresentam os fatores h_1 para dutos circunferencialmente trincados com diferentes geometrias e propriedades de material derivados do procedimento de avaliação de J anteriormente descrito. Para todos os conjuntos de análises, os resultados revelam que o fator h_1 exibe uma forte sensibilidade à geometria da trinca e ao encruamento. Para facilitar a interpretação destes resultados, atente inicialmente para uma relação fixa de D_e/t como, por exemplo, a apresentada nas Figuras 27-32 para $D_e/t = 10$. Para trincas rasas ($a/t < 0{,}2 \sim 0{,}3$), os valores de h_1 são bastante insensíveis ao comprimento da trinca (definido pelo parâmetro θ/π) para todos os níveis de encruamento; neste caso, a evolução do fator h_1 com o comprimento de trinca recai essencialmente sobre uma única curva, particularmente para $a/t < 0{,}2$. Em contraste, os fatores h_1 para dutos com trincas profundas ($a/t > 0{,}4$) dependem fortemente de θ/π para todos os níveis de encruamento, particularmente para defeitos curtos ($\theta/\pi \leq 0{,}12$). Tendências muito similares também são observadas para outras relações D_e/t – veja Figuras 33-44.

Adicionalmente, nota-se que a evolução do fator h_1 com θ/π para uma relação fixa de a/t exibe um comportamento misto, uma vez que inicialmente aumenta e depois decai com o aumento dos valores de θ/π. Tal desenvolvimento é particularmente acentuado na faixa de trincas profundas ($a/t > 0{,}4$) para todos os níveis de encruamento. Considere, por exemplo, os valores de h_1 para $n = 10$ e $a/t = 0{,}5$ exibido na Figura 28; neste caso, o fator h_1 varia acentuadamente de $\theta/\pi = 0{,}04$ para $\theta/\pi = 0{,}08$ e, em seguida, exibe uma pequena queda a partir do nível máximo atingido a $\theta/\pi = 0{,}12$ com o aumento do comprimento de trinca. É possível que esta tendência na variação de h_1 esteja associada com efeito combinado da profundidade de trinca (a qual define o ligamento remanescente) com o seu comprimento circunferencial. Tal sinergismo pode potencialmente influenciar o desenvolvimento de zonas de elevada deformações plásticas sobre o ligamento remanescente com elevados

carregamentos na ponta trinca e, com isso, afetando a relação de proporcionalidade entre $\bar{J}_p$ e $(M/M_0)^{n+1}$ sobre a qual h_1 é definido – veja Figuras 22-25.

Os resultados para os valores de h_1 correspondente ao material de baixo encruamento ($n = 20$) apresentados nos gráficos das Figuras 31,32,37,38,43 e 44 também requerem atenção. Como já discutido anteriormente, o fator h_1 é avaliado utilizando uma faixa de valores de J que sigam a relação de proporcionalidade com o momento fletor aplicado, M. Embora esta condição seja satisfeita em toda a faixa de valores de a/t e $\theta/\pi = 0{,}04$ e 0,08 e para todas as relações de D_e/t, o procedimento de avaliação de h_1 para algumas combinações de profundidade (a/t) e comprimento (θ/π) de trinca para o material com $n = 20$ não é capaz de fornecer valores suficientemente precisos. Entretanto, para profundidades relativas de trinca (a/t) até $\sim 0{,}25$ um conjunto completo de fatores h_1 para o material com baixo encruamento e diversas relações D_e/t pôde ser obtido.

Para facilitar a manipulação dos resultados apresentados nas Figuras 27-44, foi realizado um ajuste não linear (por intermédio do método dos mínimos quadrados) de todos os resultados numéricos derivados das análises apresentadas. As curvas de h_1 em função da profundidade relativa de trinca, a/t, para um determinado comprimento de trinca, θ/π, foram ajustadas por meio de funções polinomiais de grau 3 expressas por

$$h_1(a/t) = \xi_0 + \xi_1(a/t) + \xi_2(a/t)^2 + \xi_3(a/t)^3 \tag{39}$$

As tabelas do APÊNDICE A apresentam os coeficientes polinomiais da Eq. (39) para cada D_e/t e θ/π. Para $n = 20$ (material com baixo encruamento) e todas as relações de D_e/t, a dependência funcional entre o fator h_1 e a profundidade relativa de trinca para $\theta/\pi \geq 0{,}12$ dada pela Eq. (39) e os correspondentes coeficientes polinomiais são estritamente válidos para $a/t \leq 0{,}25$.

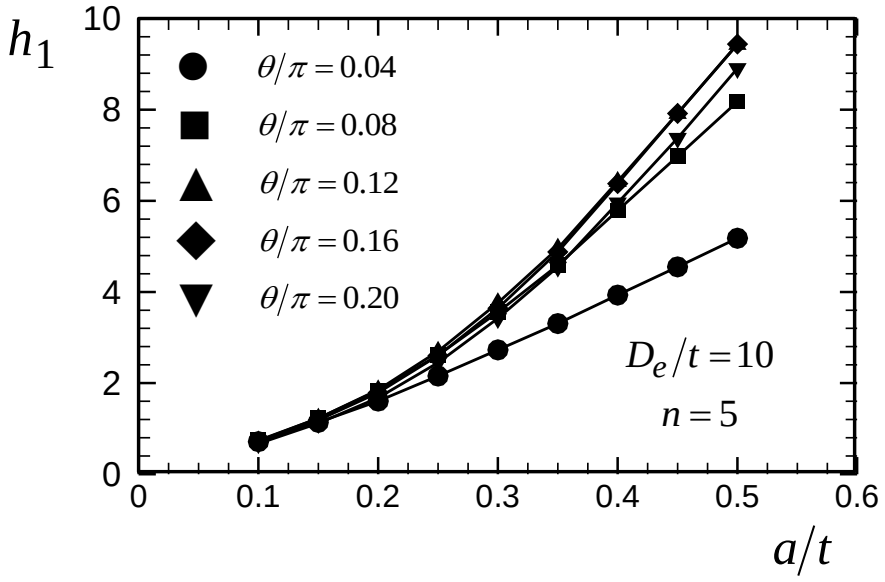

Figura 27 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 10$, $n = 5$ e diversas relações θ/π.

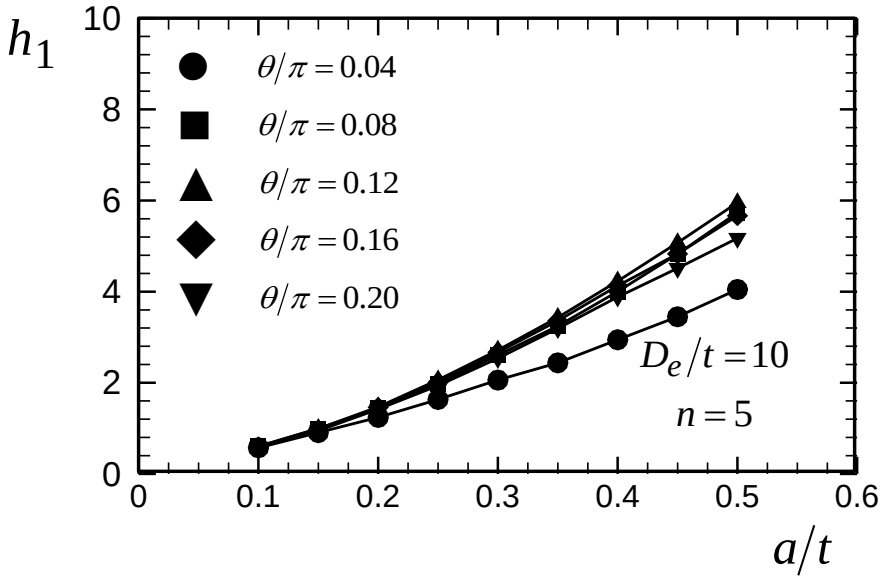

Figura 28 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 10$, $n = 5$ e diversas relações θ/π.

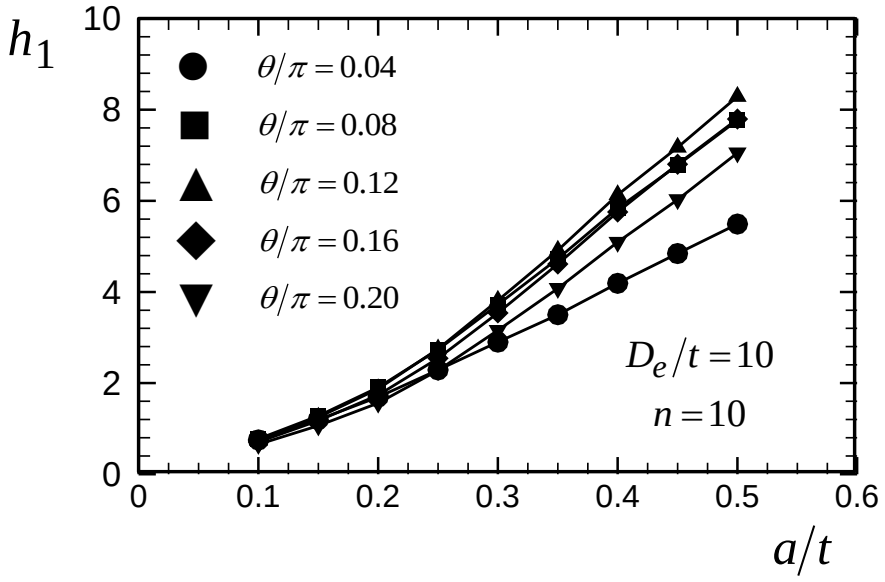

Figura 29 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 10$, $n = 10$ e diversas relações θ/π.

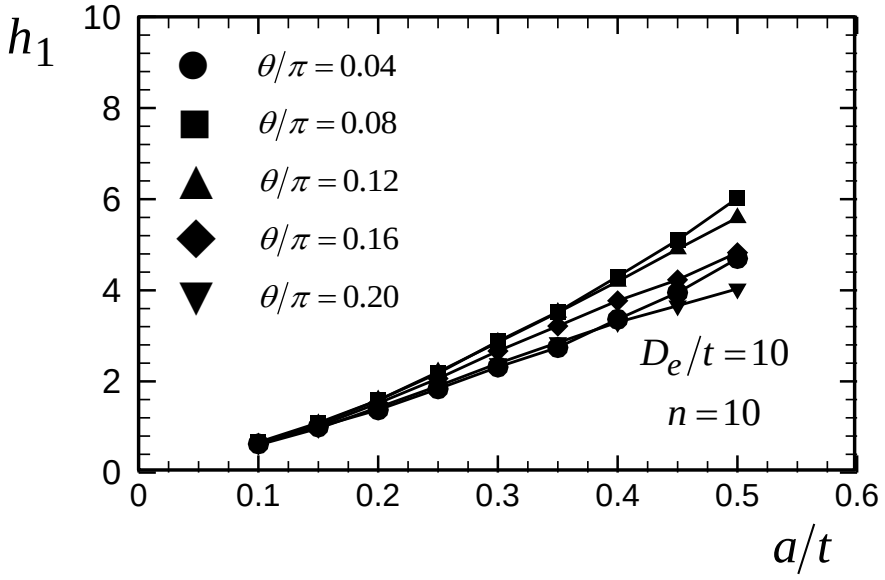

Figura 30 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 10$, $n = 10$ e diversas relações θ/π.

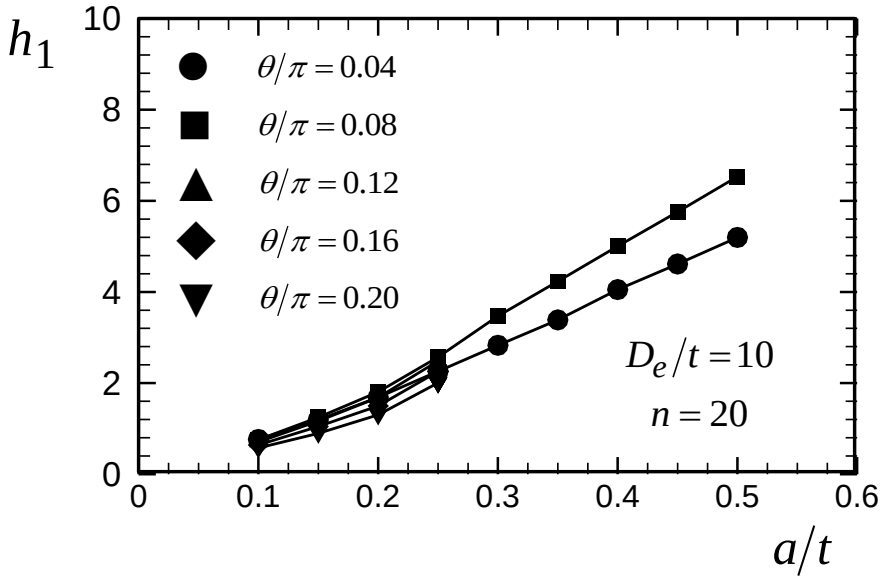

Figura 31 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 10$, $n = 20$ e diversas relações θ/π.

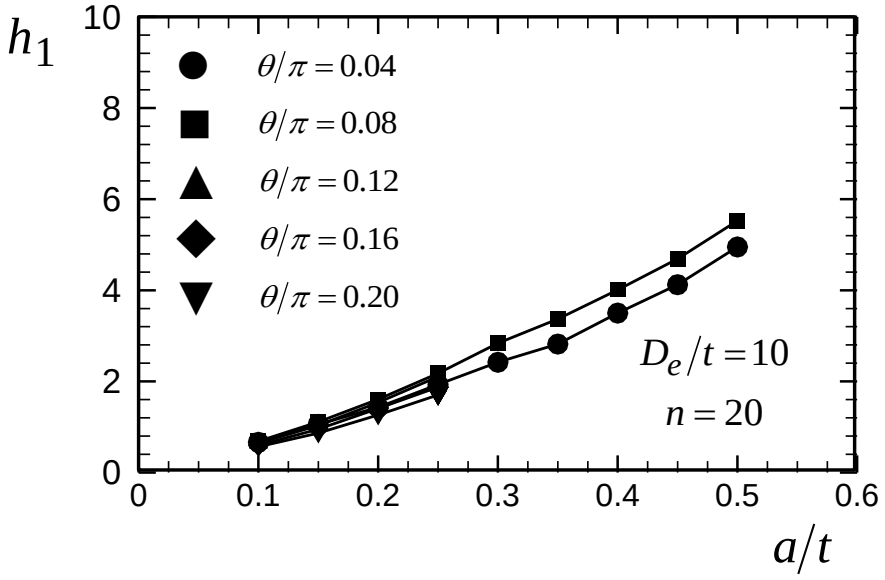

Figura 32 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 10$, $n = 20$ e diversas relações θ/π.

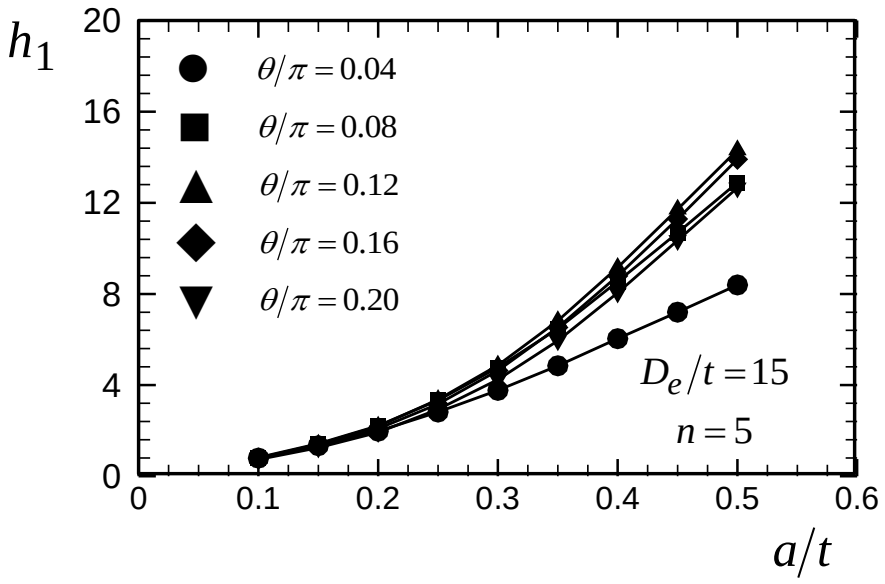

Figura 33 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 15$, $n = 5$ e diversas relações θ/π.

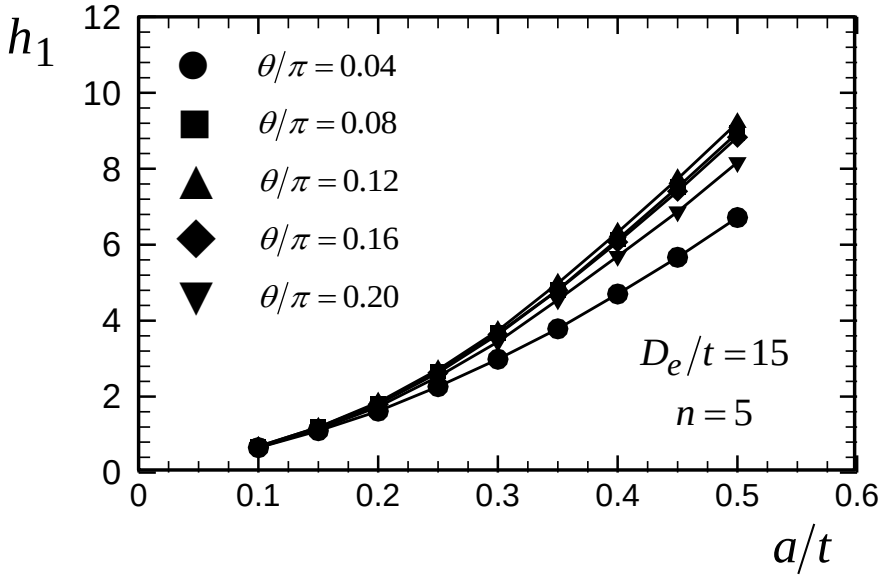

Figura 34 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 15$, $n = 5$ e diversas relações θ/π.

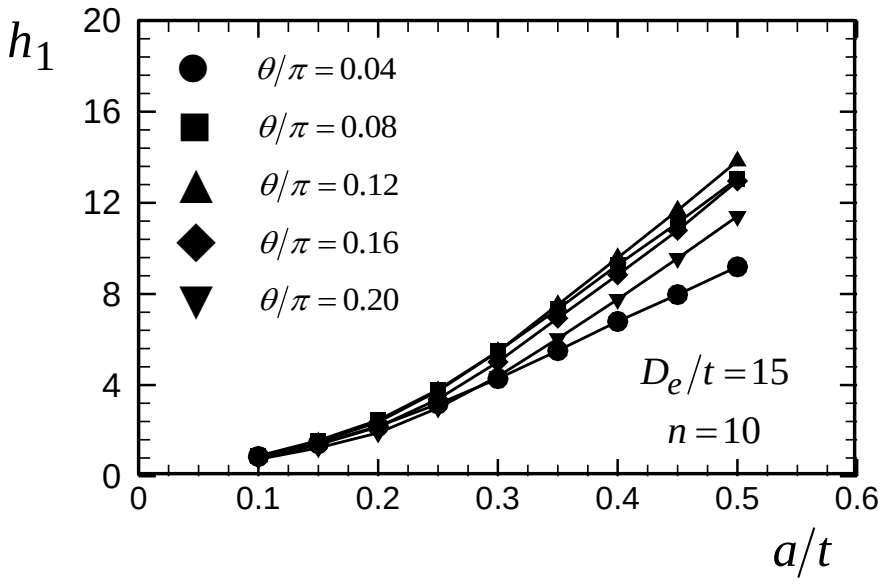

Figura 35 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 15$, $n = 10$ e diversas relações θ/π.

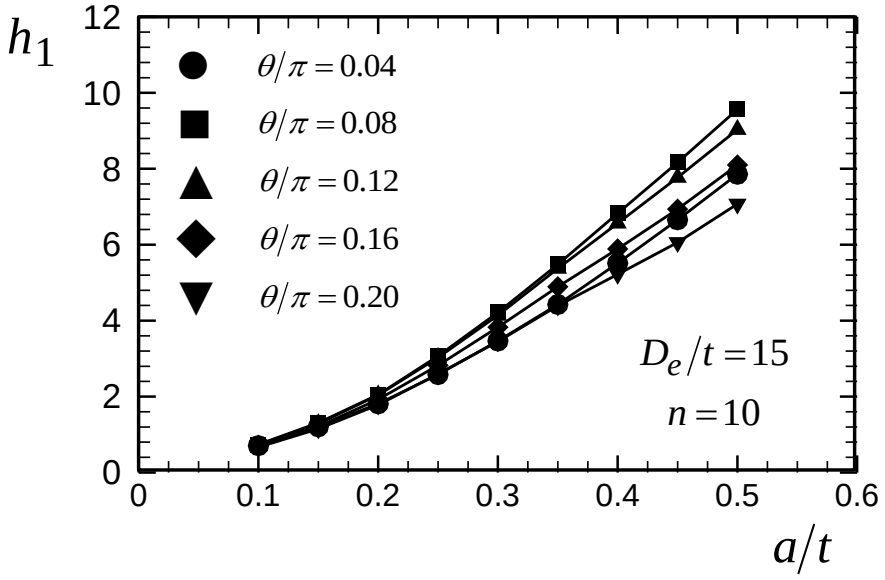

Figura 36 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 15$, $n = 10$ e diversas relações θ/π.

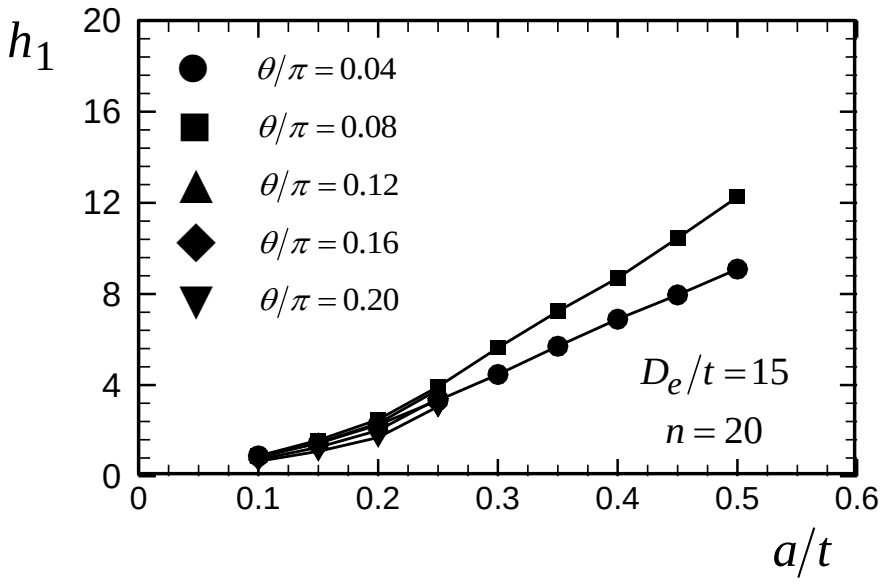

Figura 37 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 15$, $n = 20$ e diversas relações θ/π.

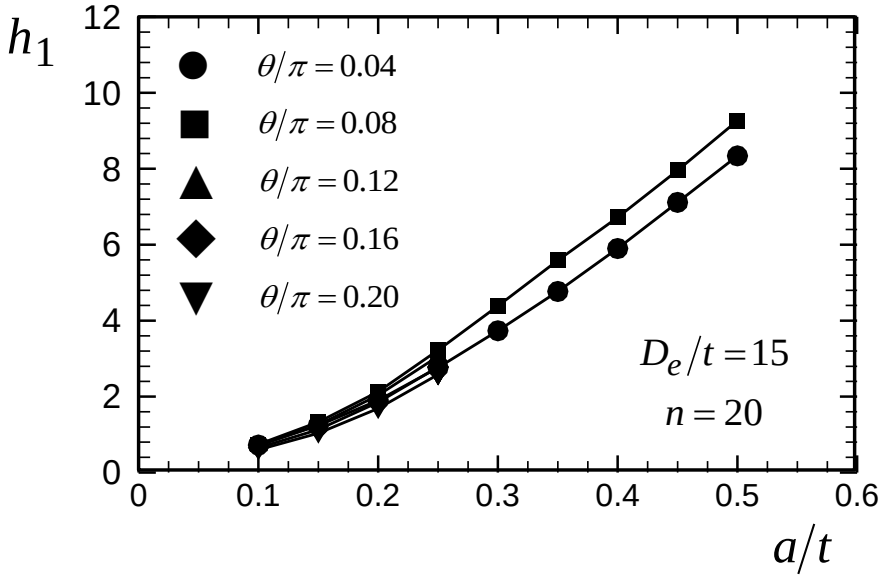

Figura 38 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 15$, $n = 20$ e diversas relações θ/π.

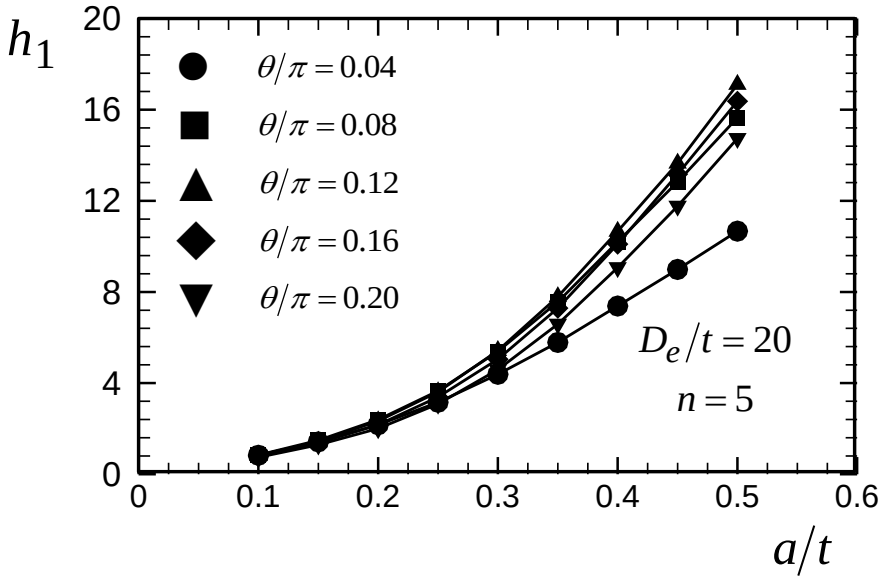

Figura 39 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 20$, $n = 5$ e diversas relações θ/π.

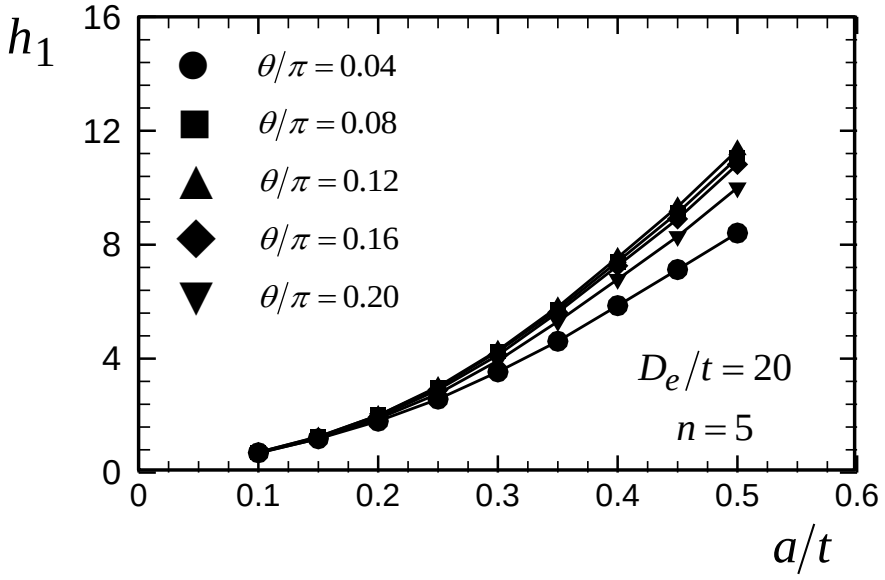

Figura 40 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 20$, $n = 5$ e diversas relações θ/π.

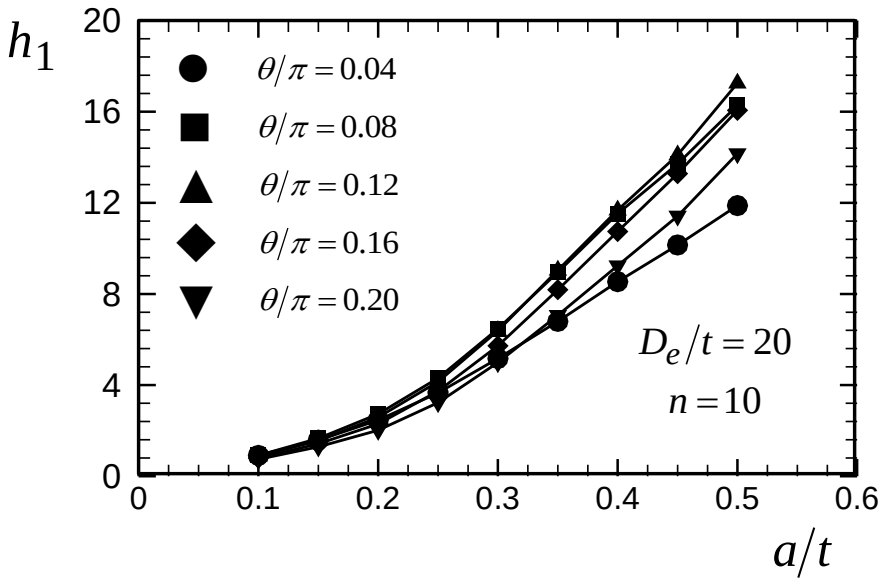

Figura 41 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 20$, $n = 10$ e diversas relações θ/π.

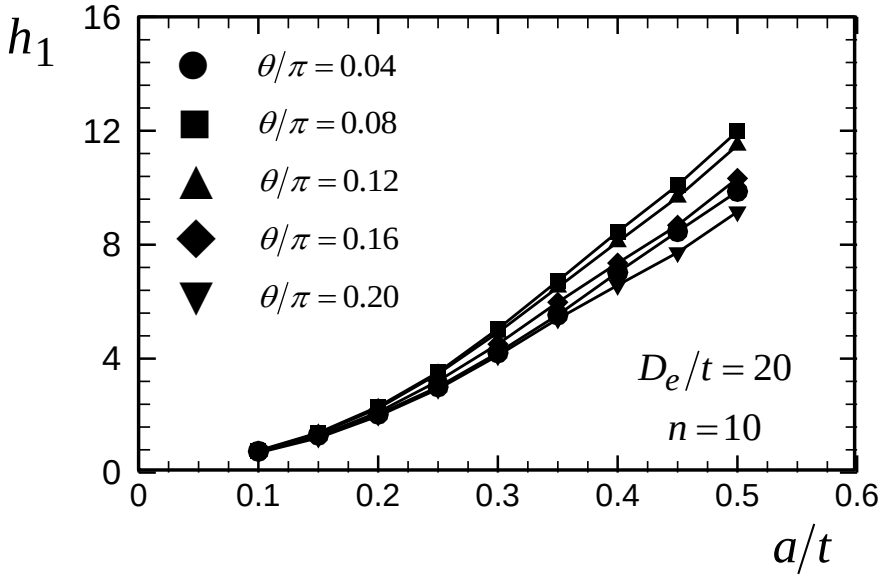

Figura 42 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 20$, $n = 10$ e diversas relações θ/π.

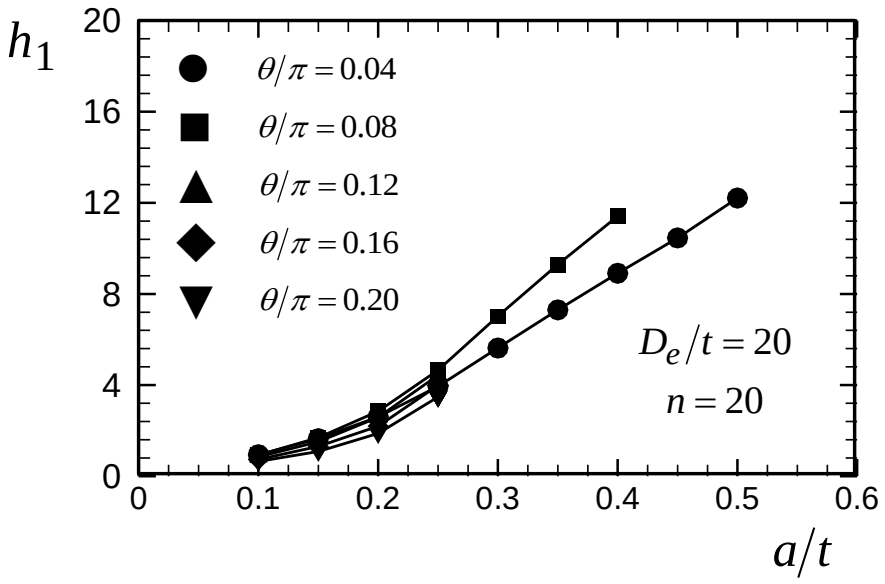

Figura 43 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 20$, $n = 20$ e diversas relações θ/π.

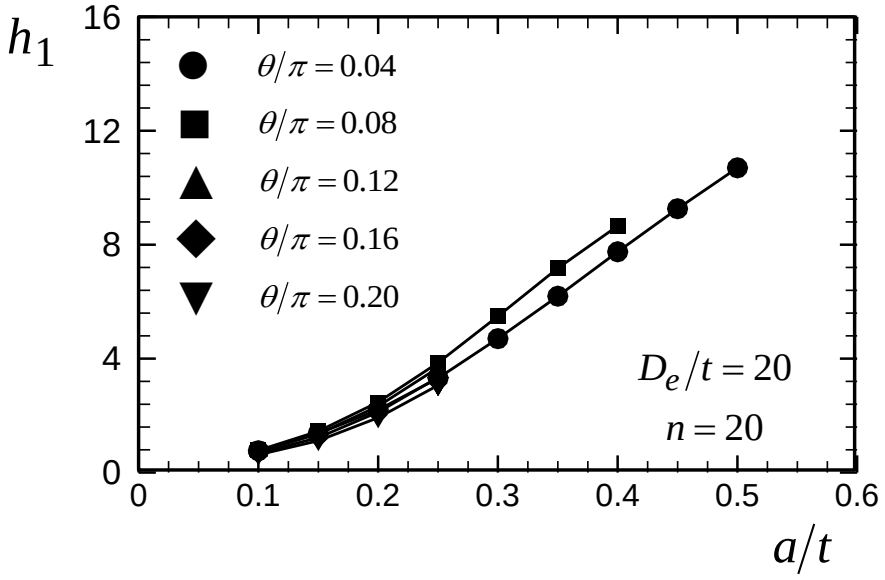

Figura 44 – Variação do fator h_1 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 20$, $n = 20$ e diversas relações θ/π.

5.4 Fatores h_2 para Dutos com Trincas Circunferenciais Submetidos à Flexão

As Figuras 45-62 apresentam os fatores h_2 para dutos circunferencialmente trincados com diferentes geometrias e propriedades de material derivados do procedimento de avaliação de $CTOD$ descrito na Seção 5.2. Como apresentado anteriormente (Seção 2.4.1), a relação entre J e $CTOD$ dada pela Eq. (18) implica em uma relação linear entre os fatores h_1 e h_2 de forma que $h_2 = d_n h_1$. Conseqüentemente, muitas das características e conclusões provenientes dos resultados anteriores permanecem essencialmente similares para os resultados de h_2. De fato, nota-se novamente que o fator h_2 é bastante insensível ao comprimento de trinca (definido pelo parâmetro θ/π) para defeitos rasos ($a/t < 0{,}2 \sim 0{,}3$), mas depende mais sensivelmente de θ/π para trincas mais profundas ($a/t > 0{,}4$). Tais tendências são praticamente as mesmas para todos os níveis de encruamento e relações D_e/t adotados nas análises.

O comportamento exibido pelos valores h_2 para o material com baixo encruamento ($n = 20$) apresentado nos gráficos das Figuras 49,50,55,56,61 e 62 também é consistente com as observações anteriores sobre a perda de proporcionalidade entre a força motriz de trinca (aqui caracterizada pelo $CTOD$) e o momento fletor aplicado, M, para algumas combinações de profundidade (a/t) e comprimento (θ/π) de trinca. Novamente, um conjunto completo de fatores h_2 para o material com baixo encruamento e diversas relações D_e/t é facilmente definido apenas para relações a/t até $\sim 0{,}25$.

Para facilitar a manipulação dos resultados apresentados nas Figuras 45-62, foi realizado um ajuste não linear (por intermédio do método dos mínimos quadrados) de todos os resultados numéricos derivados das análises apresentadas. As curvas de h_2 em função da profundidade relativa de trinca, a/t, para um determinado comprimento de trinca, θ/π, foram ajustas por meio de funções polinomiais de grau 3 expressas por

$$h_2(a/t) = \zeta_0 + \zeta_1(a/t) + \zeta_2(a/t)^2 + \zeta_3(a/t)^3 \tag{40}$$

As tabelas do APÊNDICE B apresentam os coeficientes polinomiais da Eq. (40) para cada D_e/t e θ/π. Como observado anteriormente, para $n = 20$ (material com baixo encruamento) e todas as relações de D_e/t, a dependência funcional entre o fator h_2 e a profundidade relativa de trinca para $\theta/\pi \geq 0{,}12$ dada pela Eq. (40) e os correspondentes coeficientes polinomiais são estritamente válidos para $a/t \leq 0{,}25$.

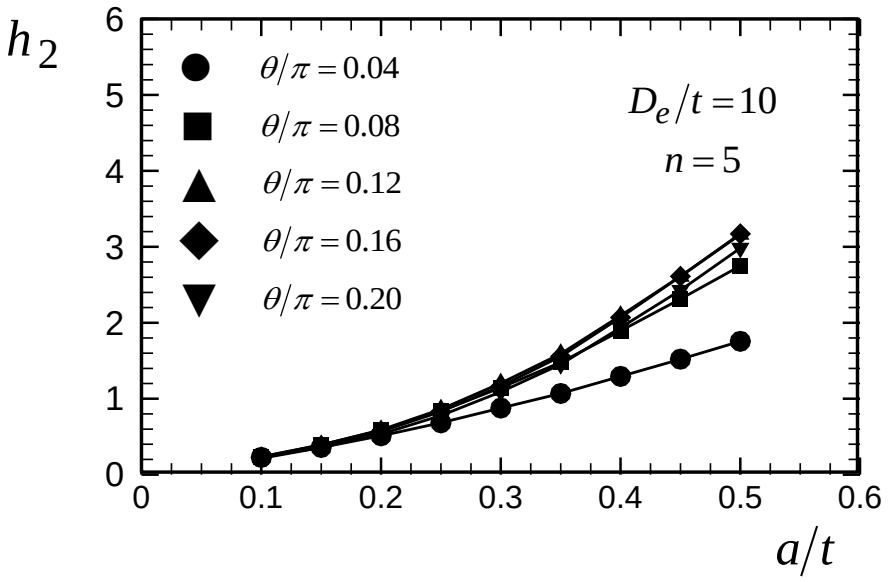

Figura 45 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 10$, $n = 5$ e diversas relações θ/π.

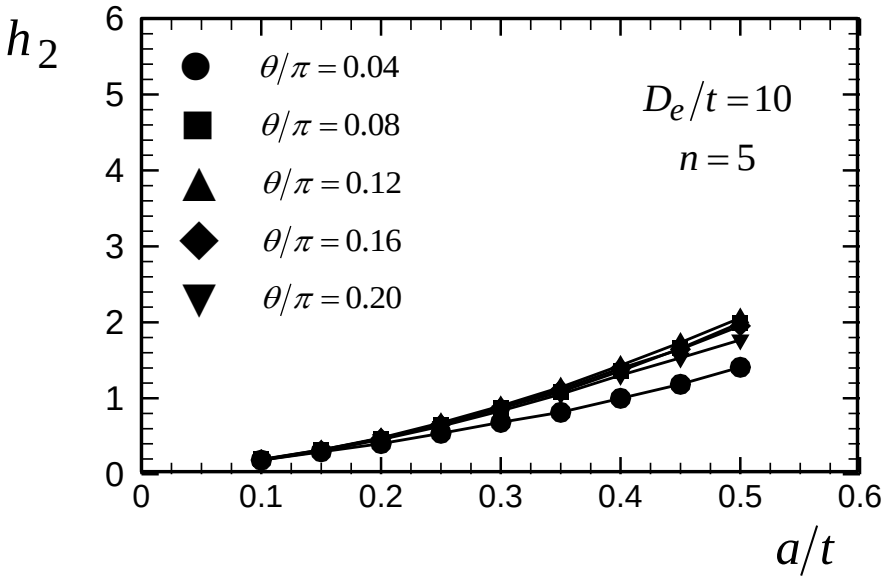

Figura 46 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 10$, $n = 5$ e diversas relações θ/π.

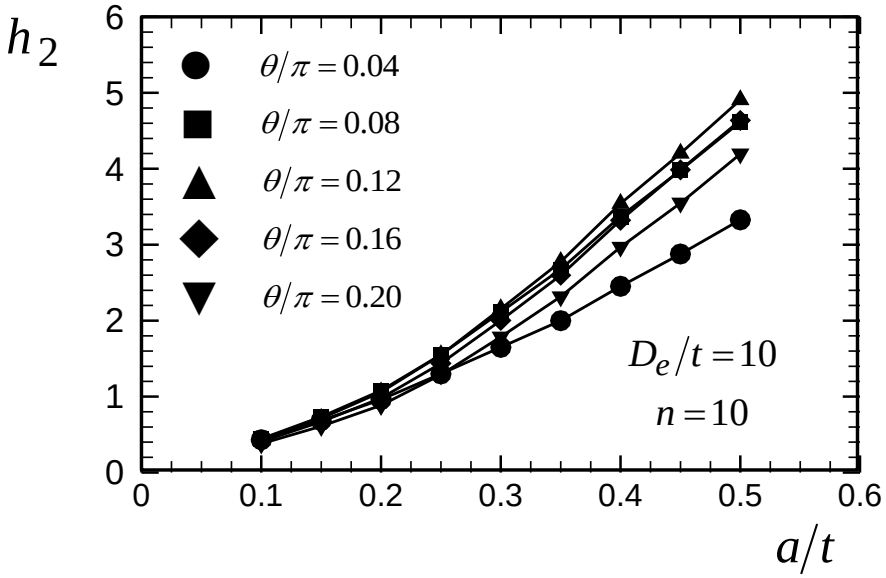

Figura 47 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 10$, $n = 10$ e diversas relações θ/π.

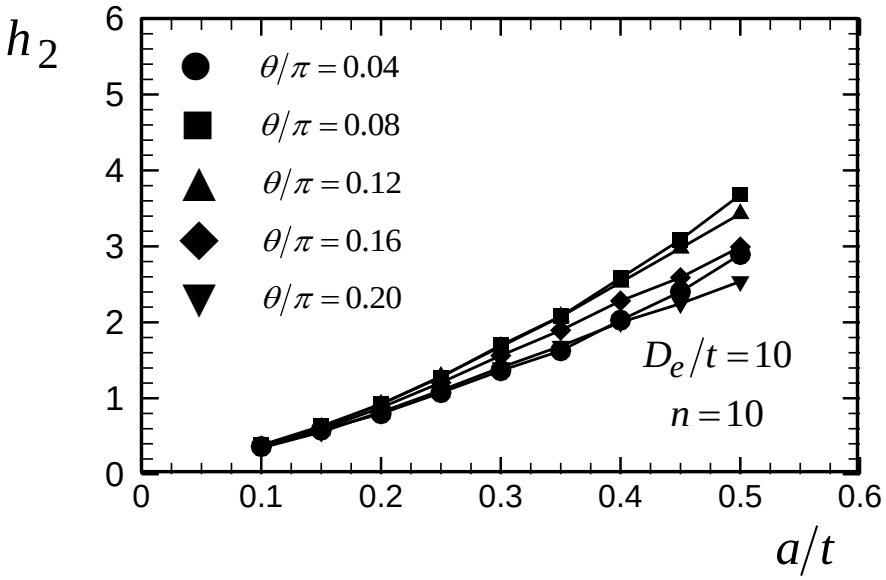

Figura 48 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 10$, $n = 10$ e diversas relações θ/π.

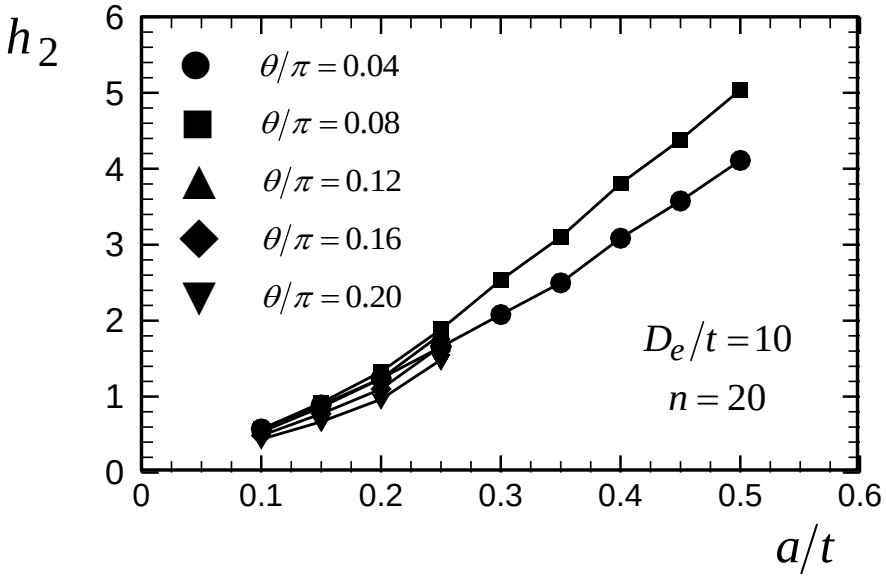

Figura 49 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 10$, $n = 20$ e diversas relações θ/π.

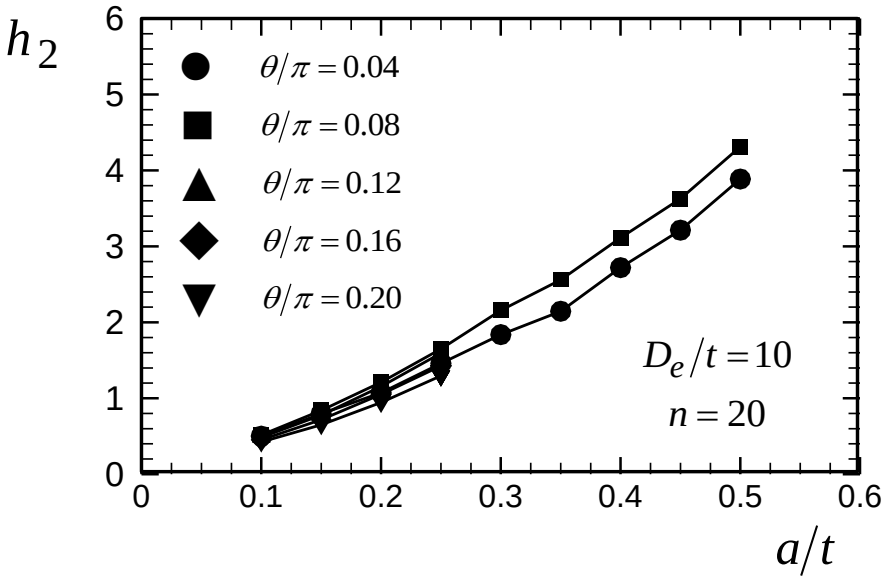

Figura 50 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 10$, $n = 20$ e diversas relações θ/π.

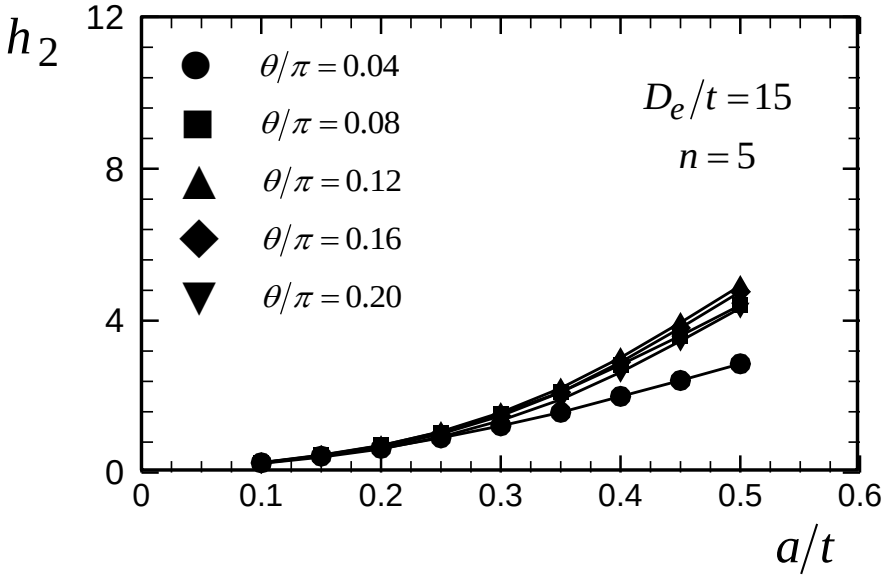

Figura 51 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 15$, $n = 5$ e diversas relações θ/π.

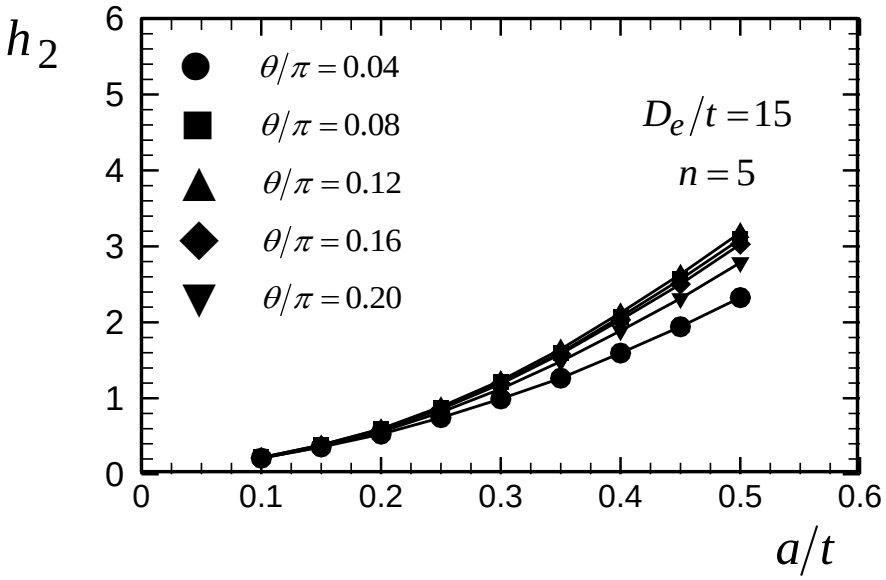

Figura 52 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 15$, $n = 5$ e diversas relações θ/π.

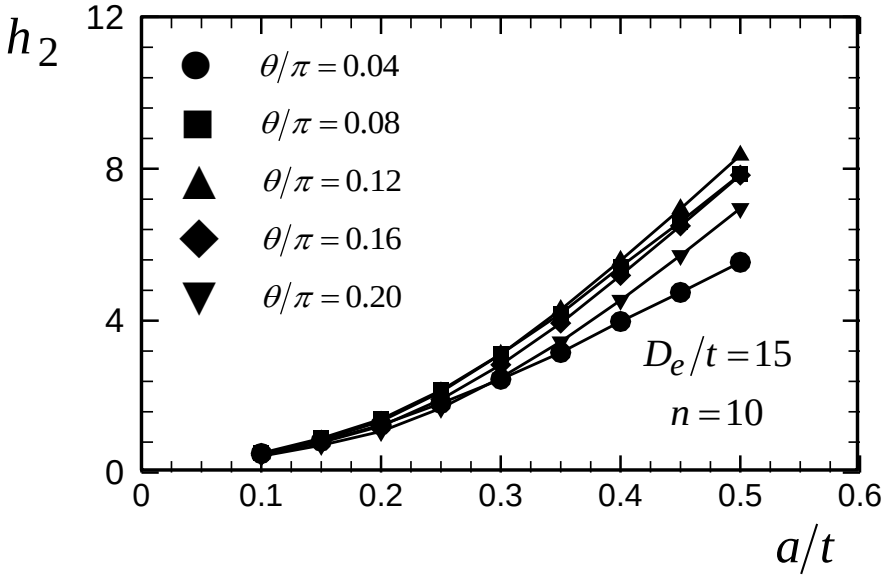

Figura 53 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 15$, $n = 10$ e diversas relações θ/π.

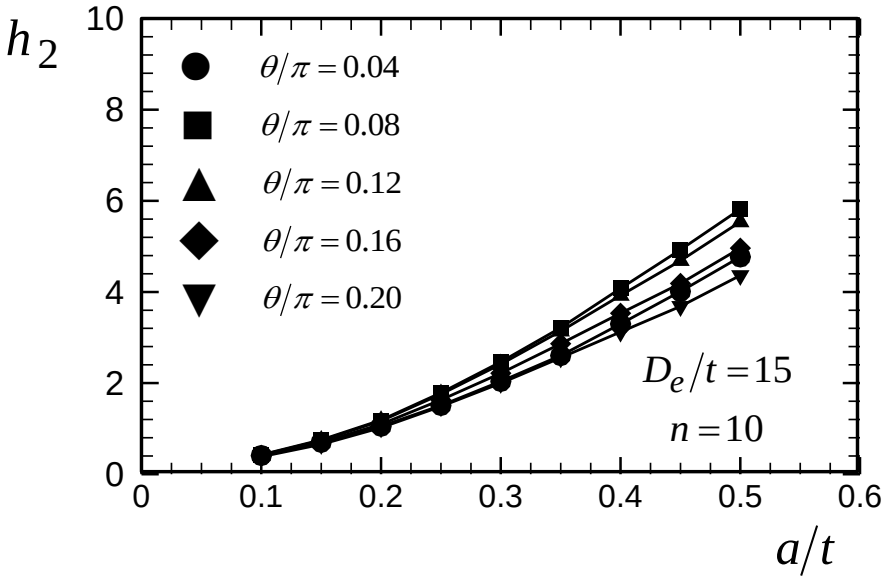

Figura 54 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 15$, $n = 10$ e diversas relações θ/π.

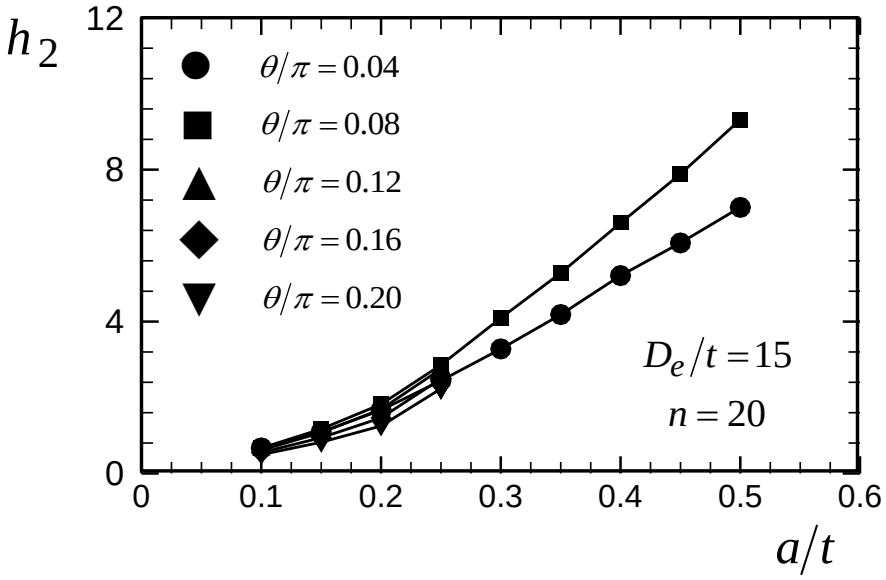

Figura 55 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 15$, $n = 20$ e diversas relações θ/π.

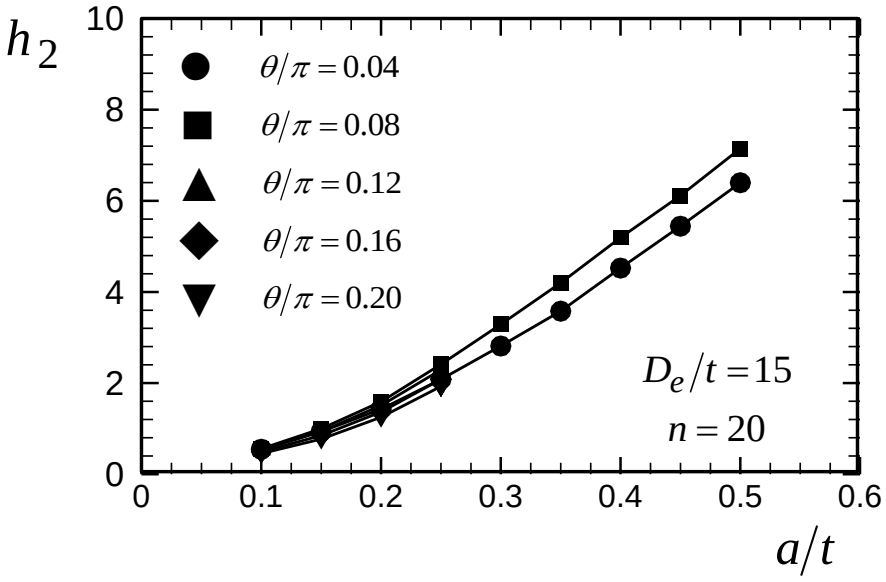

Figura 56 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 15$, $n = 20$ e diversas relações θ/π.

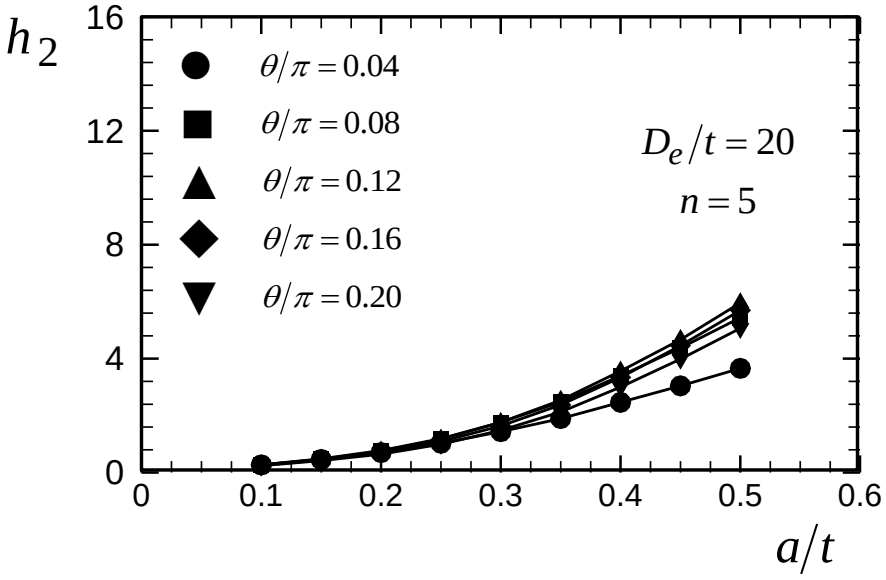

Figura 57 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 20$, $n = 5$ e diversas relações θ/π.

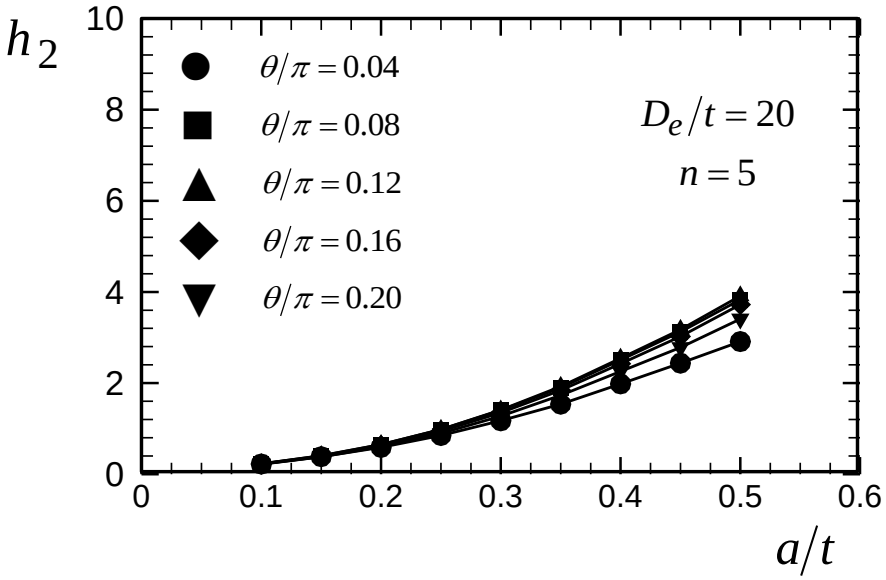

Figura 58 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 20$, $n = 5$ e diversas relações θ/π.

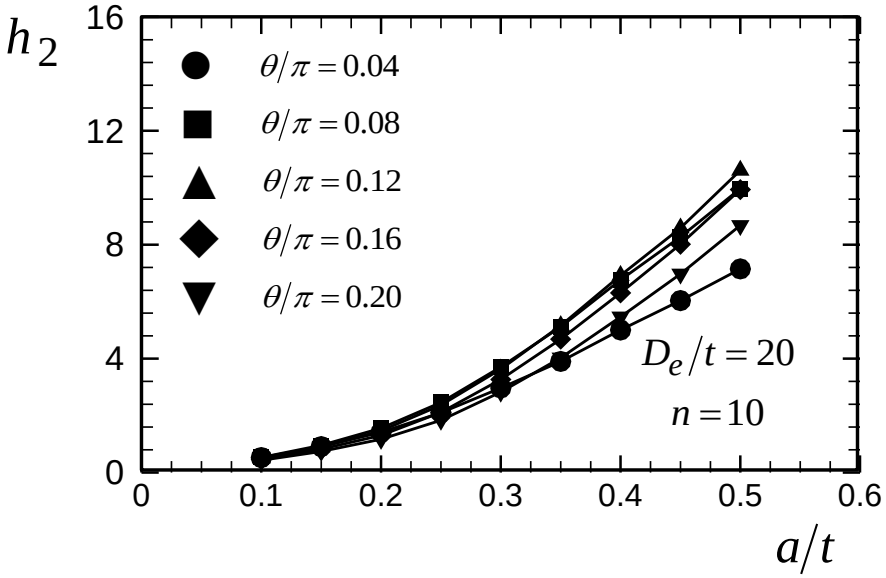

Figura 59 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 20$, $n = 10$ e diversas relações θ/π.

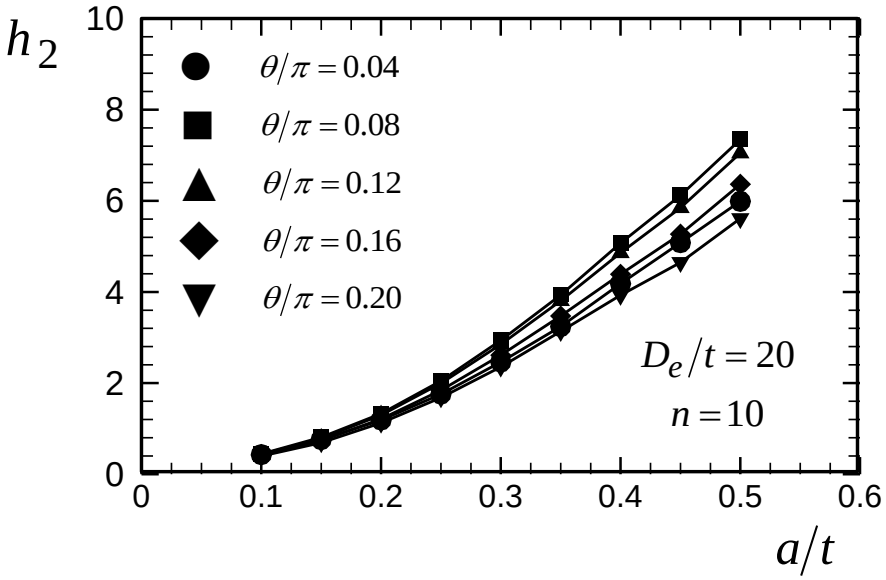

Figura 60 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 20$, $n = 10$ e diversas relações θ/π.

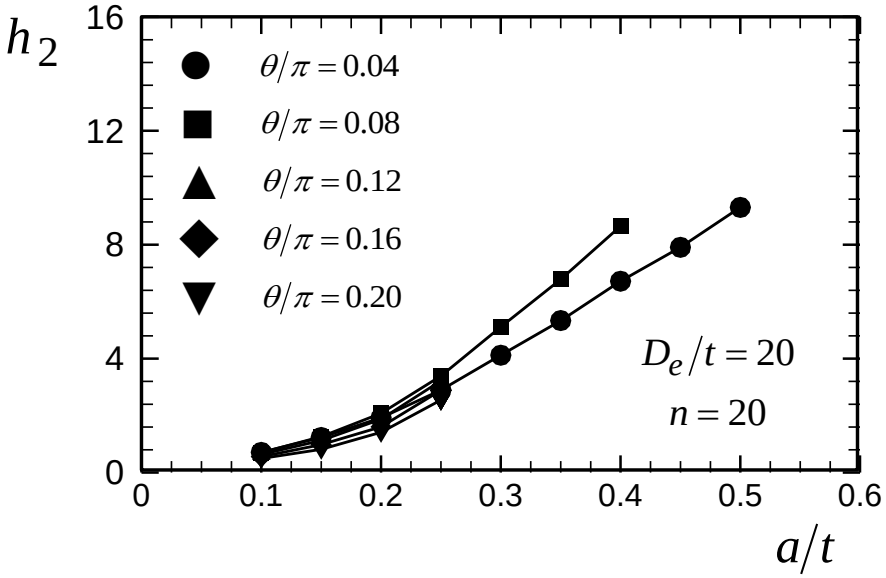

Figura 61 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca externa, $D_e/t = 20$, $n = 20$ e diversas relações θ/π.

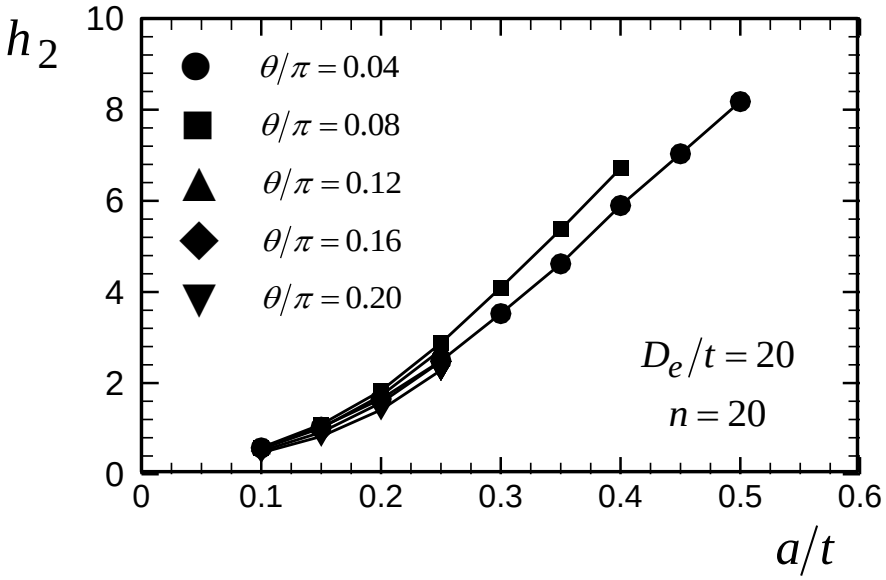

Figura 62 – Variação do fator h_2 com a profundidade relativa de trinca, a/t, para o duto com: Trinca interna, $D_e/t = 20$, $n = 20$ e diversas relações θ/π.

6 AVALIAÇÃO DE *J* EM DUTOS CIRCUNFERENCIALMENTE TRINCADOS SUBMETIDOS AO PROCESSO DE ENROLAMENTO

A avaliação precisa das forças motrizes de trinca durante o processo de enrolamento (*reeling*) e posterior operação em serviço desempenha um papel fundamental em procedimentos de avaliação de criticidade de defeitos e análises de integridade estrutural em juntas circunferenciais soldadas de dutos. Para demonstrar a eficácia da metodologia apresentada anteriormente em descrever adequadamente as forças motrizes de trinca em componentes estruturais, esta Seção examina a previsão do máximo valor de J atingido durante a instalação de dutos pelo método do carretel [1-2] baseada nos atuais procedimentos de avaliação de defeitos para dutos submarinos, como a DNV OS-F101 [27]. Os estudos de verificação conduzidos neste trabalho comparam previsões de valores máximos de J para dutos circunferencialmente trincados com diferentes configurações de trinca baseados no procedimento proposto com as correspondentes forças motrizes de trinca obtidas diretamente dos modelos de elementos finitos apresentados na Seção 4.

6.1 Relação Entre Momento Aplicado e Deformação Axial

Esta Seção apresenta a análise das relações entre o momento aplicado e deformação axial as quais permitem simplificar a aplicação da metodologia para determinação da *Integral* J e *CTOD* em avaliações de criticidade de defeitos em dutos e *risers* instalados pelo método carretel. A análise de tal relação é de grande utilidade neste caso uma vez que o carregamento remoto agente sobre um defeito circunferencial é freqüentemente caracterizado por intermédio da deformação (macroscópica) global ao invés do momento flexional aplicado.

6.1.1 Estratégia de Análise Adotada

A estratégia de análise adotada consistiu essencialmente na determinação das deformações nodais para a superfície externa (tracionada) dos modelos numéricos selecionados e

representativos da faixa de configurações geométricas e propriedades de encruamento estudadas. A deformação (macroscópica) global de interesse é representada pela deformação total ε_z^b conforme ilustrado na Figura 63.

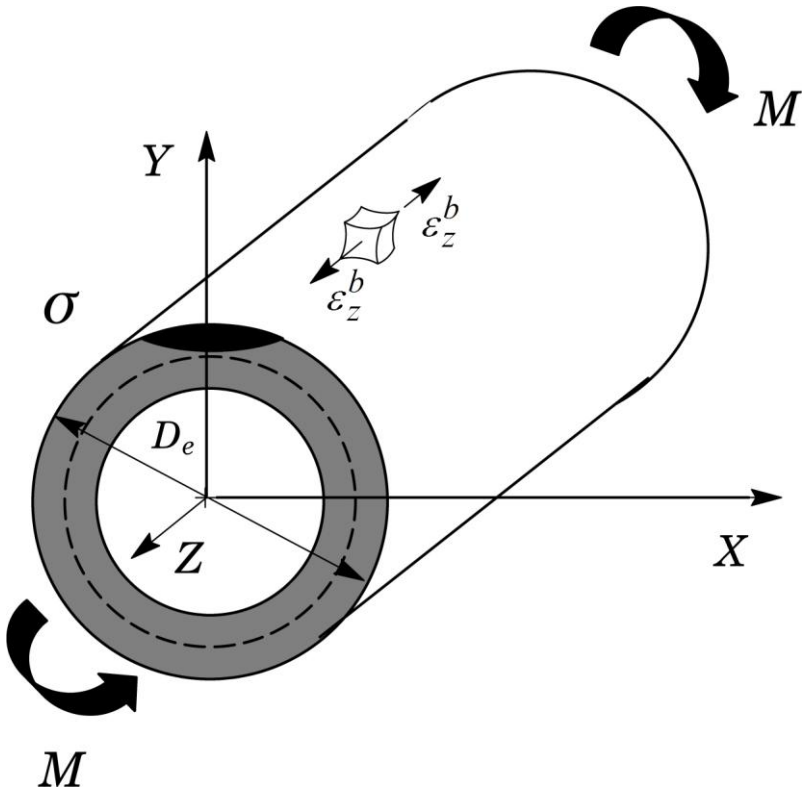

Figura 63 – Caracterização de deformação global representativa do carregamento em um duto ou *riser* instalado pelo método carretel.

Devido aos efeitos de borda do modelo, particularmente o efeito associado à abertura do plano da trinca, a deformação total ε_z^b deve ser tomada sobre regiões suficientemente distantes tanto do plano da trinca como da extremidade oposta. As Figuras 64 e 65 apresentam a variação da deformação axial ε_z^b em função da distância normalizada ao plano da trinca expressa por $-z/D_e$, onde z é a distância à ponta da trinca, para duas configurações típicas dos dutos sob análise: $D_e/t = 10$ e 20 com $a/t = 0{,}2$ e 0,5, $\theta/\pi = 0{,}04$ e 0,20 para o material com $n = 10$ (encruamento moderado). Nos gráficos apresentados nas figuras, as curvas deformação *vs.* distância referem-se a valores de *Integral J* aproximadamente

correspondentes ao valor do momento limite, M_0, para cada configuração. Após um gradiente severo sobre distâncias próximas ao plano da trinca, $-z/D_e \approx 0{,}2 \sim 0{,}3$, a deformação axial, ε_z^b, estabiliza-se sobre distâncias $0{,}5 \leq -z/D_e \leq 1{,}5$. Desta forma, as relações momento *vs.* deformação apresentadas subseqüentemente serão construídas para valores de deformação axial, ε_z^b, tomados sobre a distância $-z/D_e = 1{,}0$.

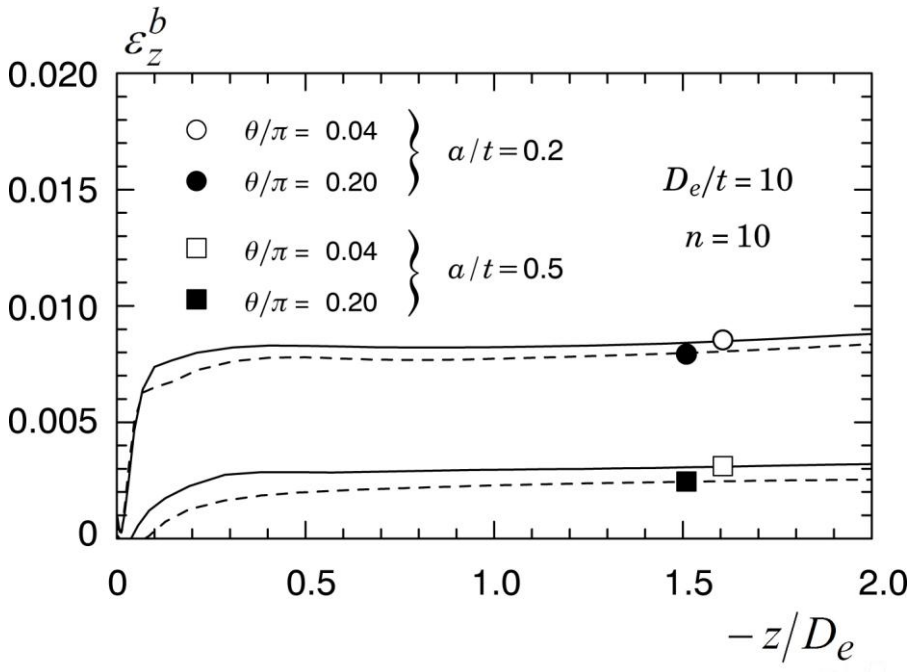

Figura 64 – Variação da deformação axial em função da distância normalizada ao plano da trinca para $D_e/t = 10$, $a/t = 0{,}2$ e 0,5, $\theta/\pi = 0{,}04$ e 0,20 e $n = 10$.

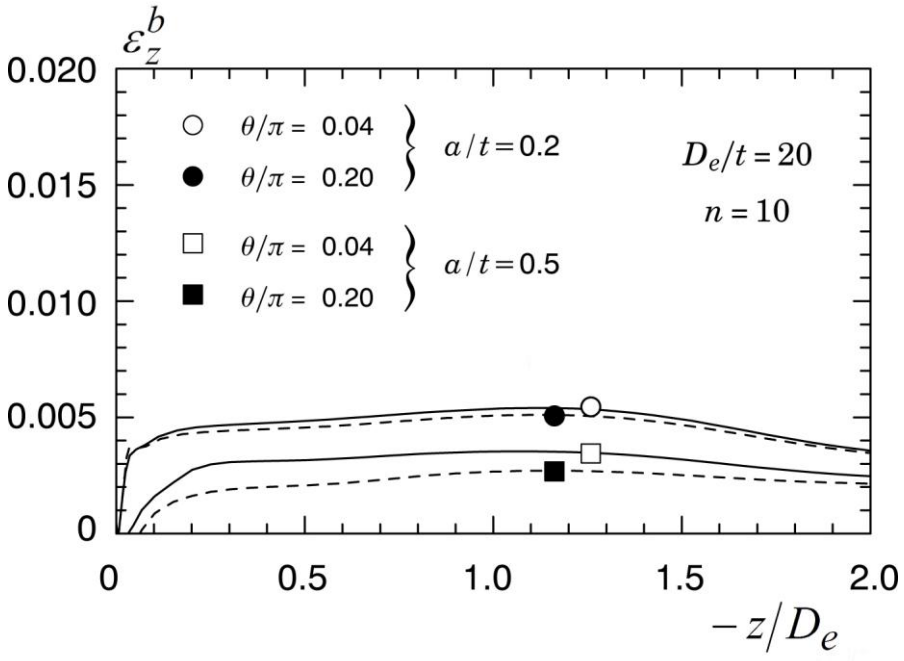

Figura 65 – Variação da deformação axial em função da distância normalizada ao plano da trinca para $D_e/t = 20$, $a/t = 0{,}2$ e 0,5, $\theta/\pi = 0{,}04$ e 0,20 e $n = 10$.

6.1.2 Relação Momento – Deformação para Dutos com Trincas Circunferenciais

As Figuras 66 e 67 apresentam a dependência entre o momento aplicado, M, e a deformação axial (global), ε_z^b, para duas configurações típicas dos dutos sob análise: $D_e/t = 10$ e 20 com $a/t = 0{,}2$ e 0,5, $\theta/\pi = 0{,}04$ e 0,20 para o material com $n = 5$ (encruamento elevado) e $n = 20$ (baixo encruamento). Os resultados mostram claramente que não há efeito da profundidade ou comprimento de trinca sobre a relação entre momento e deformação axial. Apesar de alguns pequenos desvios devido a problemas de instabilidade numérica, todas as curvas essencialmente colapsam sobre uma única curva. Tal característica tem implicações importantes em procedimentos de avaliação de defeitos uma vez que a determinação do momento fletor aplicado pode ser realizada por meio de uma simples análise por elementos finitos de um duto íntegro, a qual geralmente demanda menores recursos computacionais que a análise do duto trincado correspondente. Tais observações estão de pleno acordo com resultados numéricos anteriores obtidos por Østiby et al. [28] para dutos submetidos a grandes deformações plásticas sob carregamento de flexão.

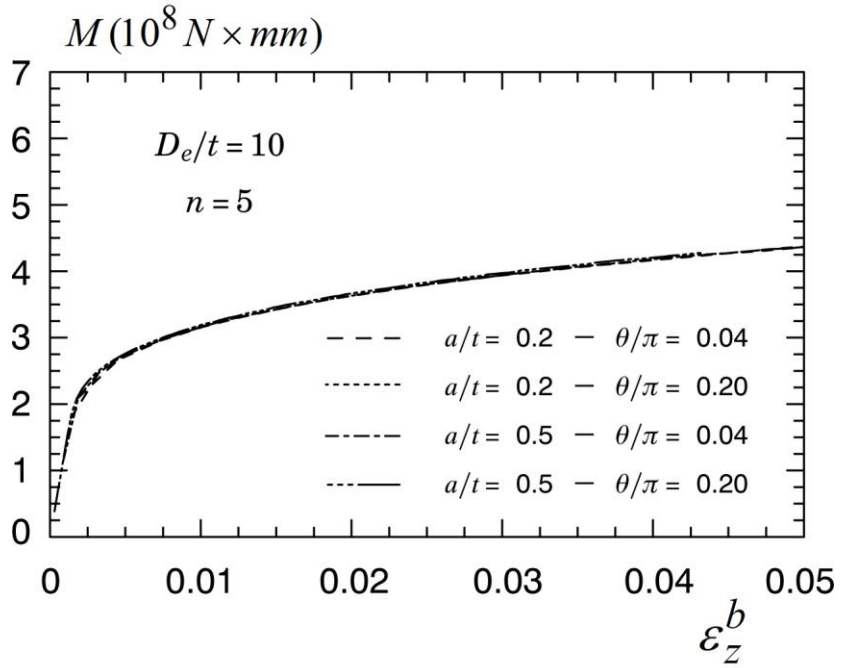

Figura 66 – Variação do momento aplicado com a deformação axial para configurações selecionadas de dutos

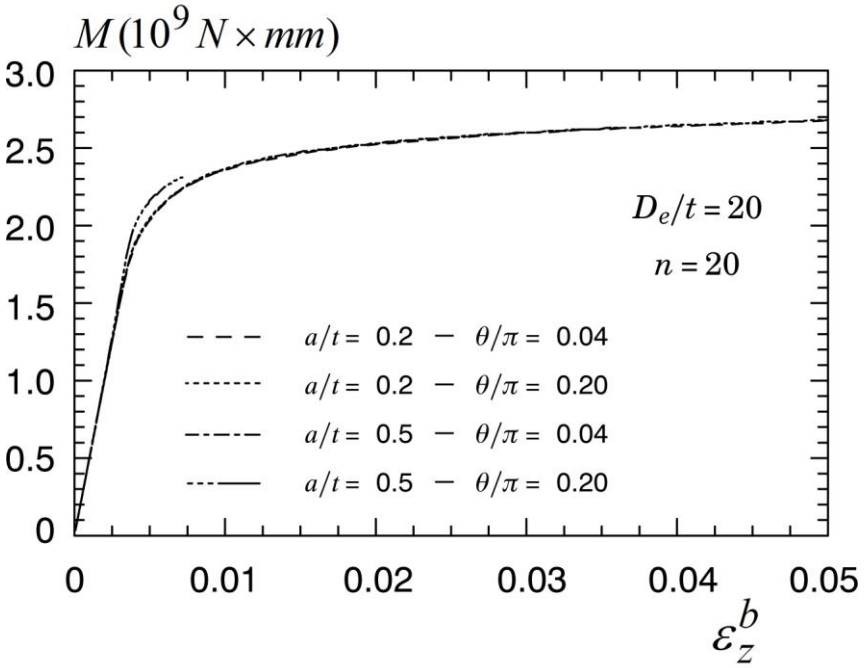

Figura 67 – Variação do momento aplicado com a deformação axial para configurações selecionadas de dutos

6.2 Simulação Numérica do Processo de Enrolamento e Previsão do Máximo Valor Atingido de J

As simulações numéricas do processo de enrolamento foram conduzidas considerando um carretel com diâmetro $\Phi_r = 15000\,\text{mm}$ e modelado como uma superfície rígida representada esquematicamente na Figura 15. Os dutos analisados têm diâmetro externo $D_e = 344{,}5\,\text{mm}$ (13,5 pol), espessura de parede $t = 20{,}6\,\text{mm}$ ($D_e/t = 16{,}7$) e trincas circunferenciais na superfície externa com comprimento $2c = 100\,\text{mm}$ ($\theta/\pi = 0{,}073$) e diferentes profundidades relativas de trinca $a/t = 0{,}1$, 0,2, 0,3 e 0,4 (Figura 12). O material empregado é um aço API 5L Grau X60 com 483 MPa de tensão de escoamento (σ_{ys}) a temperatura ambiente (20°C). A Figura 17 exibe a curva tensão-deformação verdadeira para este material [26], a qual foi utilizada nas análises computacionais.

A Figura 68 apresenta a evolução das forças motrizes de trinca, caracterizadas por J, com o aumento do deslocamento da linha de carga (LLD) e diversas relações de a/t para os dutos analisado. O LLD é definido como previamente ilustrado na Figura 15. O efeito da profundidade da trinca, a, sobre J é amplamente demonstrado pelos resultados da Figura 68. A força motriz de trinca aumenta lentamente no estágio inicial de enrolamento (como caracterizado pelo LLD) e depois mais rapidamente à medida que o enrolamento continua. Como poderia ser antecipado, existe um forte efeito da relação a/t sobre J, sobretudo para maiores profundidades de trinca. Um valor máximo de força motriz (o qual pode ser interpretado como um patamar de carregamento) é atingido a $LLD \approx 3000\,\text{mm}$ para todas as relações de a/t. Este nível de carga indica a curvatura do duto na qual o processo de enrolamento deixa de controlar a abertura da trinca (ver Figura 68). Neste caso, uma grande parte do duto entrou em contato com o carretel de modo que os fortes carregamentos fletores provenientes do processo de enrolamento com elevados valores de LLD não afetam mais a abertura da trinca.

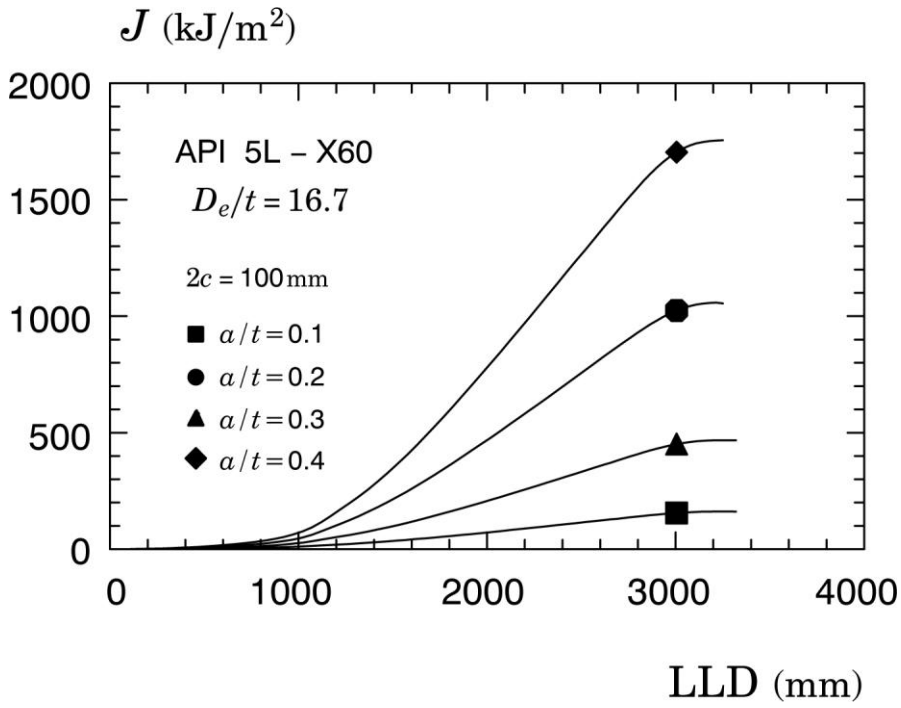

Figura 68 – Curvas *J* – *LLD* para os dutos analisados.

A análise de verificação para avaliar os máximos valores de J para os dutos trincados baseada nas soluções para escoamento em larga escala descritas na Seção 3.2 prossegue da seguinte forma. O momento fletor aplicado necessário para as equações (26) e (27) é obtido pela determinação inicial da máxima deformação sofrida pelo duto ao ser enrolado seguida do cálculo do momento fletor por meio de relações momento-deformação disponíveis. Sob flexão pura, a deformação longitudinal de flexão, ε_z^b, para um duto com diâmetro externo, D_e, é dada por

$$\varepsilon_z^b = \frac{D_e}{2R_b + D_e} \tag{41}$$

onde R_b é o raio de flexão. Para o duto submetido a enrolamento, a deformação flexional atinge valor máximo, $\varepsilon_{z,máx}^b$, quando $R_b = \Phi/2$ resultando em $\varepsilon_{z,máx}^b = 0{,}0225$.

Uma análise simples em elementos finitos para o duto trincado sob flexão pura (modelo submetido à flexão em quatro pontos – sem empregar contato com o carretel rígido) é utilizada para caracterizar relação entre o momento fletor aplicado e a deformação (de flexão) longitudinal. A Figura 69 apresenta resposta momento-deformação longitudinal para

todas as configurações de trinca consideradas. A figura também inclui a evolução de M com ε_z^b para um duto íntegro. Como abordado anteriormente, o comportamento mecânico caracterizado em termos da relação momento-deformação para todas as configurações analisadas, incluindo o duto íntegro, não varia com o tamanho da trinca (a/t e θ/π) e depende apenas das propriedades mecânicas do material e da relação D_e/t.

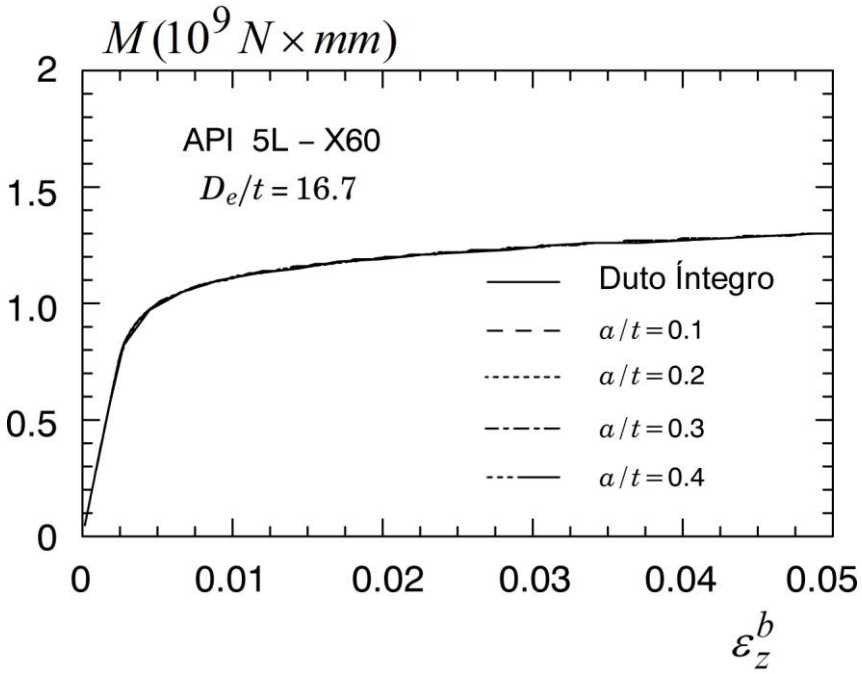

Figura 69 – Variação do momento aplicado com a deformação axial para o duto com $D_e/t = 16{,}7$, $\theta/\pi = 0{,}073$ e $a/t = 0{,}1$, 0,2, 0,3 e 0,4 e material com $n = 12$.

O cálculo do valor máximo de J para os dutos trincados submetidos a enrolamento segue da utilização das equações (26) e (27) com o momento fletor, M, avaliado para $\varepsilon_{z,máx}^b = 0{,}0225$ por meio da resposta momento-deformação longitudinal apresentada na Figura 69. Adicionalmente, o fator h_1 correspondente a $D_e/t = 16{,}7$ e material com $n = 12$ (expoente de Ramberg-Osgood proveniente do ajuste a curva tensão-deformação verdadeira da Figura 17 – ver Seção 4.2) é obtido por meio de uma interpolação quadrática utilizando os valores de h_1 para $n = 5$, 10 e 20. A Tabela 1 compara os valores (máximos) previstos de J baseados no procedimento esquematizado acima, J_{pred}, e o valor numérico máximo de J

atingido na simulação do enrolamento, J_{reel}, para cada configuração analisada. Apesar das dificuldades inerentes e do estado de tensões mais complexo das análises do processo de enrolamento quando comparados com a condição de flexão pura, os erros na previsão dos valores máximos de J foram inferiores a 4%. Esta boa aderência entre a avaliação por meio da metodologia proposta e o os valores de J de elementos finitos fornecem suporte adicional à utilização da presente metodologia em procedimentos de avaliação de defeitos de dutos com trincas circunferenciais sob flexão, incluindo dutos instalados pelo método carretel.

Tabela 1 – Comparação dos valores (máximos) previstos de J baseados no procedimento proposto, J_{pred}, e o valor numérico máximo de J atingido na simulação do enrolamento, J_{reel}, para cada configuração analisada.

$\frac{a}{t}$	$J_{reel}\left(\frac{kJ}{m^2}\right)$	$J_{pred}\left(\frac{kJ}{m^2}\right)$	$\frac{J_{reel}}{J_{pred}}$
0,1	161,0	167,1	0,96
0,2	467,0	463,7	1,01
0,3	1055,0	1022,9	1,03
0,4	1755,0	1682,2	1,04

7 COMENTÁRIOS FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

7.1 Conclusões

Este trabalho apresenta um procedimento de avaliação para a determinação da *Integral* J e do *CTOD* para dutos com trincas circunferenciais em sua superfície externa e interna submetidos a flexão pura para um amplo conjunto de geometrias de trinca e propriedades (encruamento) de material. O procedimento adotado baseia-se na metodologia *EPRI*, a qual deriva de descrições das componentes plásticas de J e *CTOD* incorporando soluções de carga limite para o componente trincado para a determinação das funções adimensionais h_1 e h_2. A matriz de análise adotada abrageu dutos com trincas circunferenciais de diferentes profundidades relativas, a/t, e comprimentos, θ/π, de trinca para materias com diferentes níveis de encruamento.

As extensivas análises numéricas não-lineares 3-D fornecem um conjunto completo de soluções para J e $CTOD$, os quais entram diretamente em procedimentos avançados para a avaliação de defeitos em dutos e cilindros submetidos à flexão. As funções adimensionais h_1 (e h_2) foram determinadas por meio da regressão linear da curva $\bar{J}_p$ (ou $\bar{\delta}_p$) *vs.* $(M/M_0)^{n+1}$ para os casos em que a relação de proporcionalidade entre J_p e a carga aplicada permanecia válida. Esta relação mostrou-se especialmente aplicável para todas as configurações de trinca (a/t e θ/π), diâmetros relativos de duto (D_e/t) e materiais com alto ($n=5$) e moderado encruamento ($n=10$). Para o material com baixo encruamento ($n=20$) tal relação de proporcionalidade é garantida apenas para profundidades de trinca $a/t \leq 0{,}25$, o que está dentro da faixa de defeitos comumente adotados em projeto e encontrados em procedimentos de avaliação de defeitos e inspeções.

Adicionalmente, foi realizada uma comparação exploratória entre os resultados obtidos pelo procedimento proposto e os resultados de análises numéricas por elementos finitos de dutos com trincas superficiais submetidos ao processo de enrolamento. Apesar das dificuldades inerentes e do estado de tensões mais complexo das análises do processo de

enrolamento quando comparados com a condição de flexão pura, estes estudos revelaram erros na previsão dos valores máximos de J inferiores a 4%. Esta boa aderência entre o procedimento proposto e o os valores de J de elementos finitos e a sua relativa simplicidade de aplicação quando comparado a análises 3-D fornecem suporte adicional à utilização da presente metodologia em procedimentos de avaliação de defeitos de dutos com trincas circunferenciais sob flexão, incluindo dutos instalados pelo método carretel.

7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Os seguintes tópicos são sugeridos para a continuidade do trabalho apresentado nesta dissertação:

- Aplicação da metodologia EPRI e determinação dos parâmetros h_1 e h_2 para dutos trincados submetidos à carregamentos combinando: (*i*) tração axial e flexão; (*ii*) flexão e pressão interna; e (*iii*) tração axial, flexão e pressão interna.
- Extensão da matriz de análise geométrica para dutos com relações $D_e/t > 20$.
- Comparação dos resultados apresentados pela metodologia EPRI e os fornecidos pela metodologia da Tensão de Referência.
- Estudo das questões metodológicas referentes às limitações da metodologia EPRI.
- Avaliação do efeito da adoção do modelo de Ramberg-Osgood para descrever a curva tensão – deformação do material empregado sobre os resultados fornecidos pela metodologia EPRI, particularmente em relação ao efeito da ocorrência de bandas de Lüders sobre as forças motrizes de trinca.

REFERÊNCIAS

[1] MANOUCHEHRI, S., HOWARD, B. AND DENNIEL, S., **A Discussion of the Effect of the Reeled Installation Process on Pipeline Limit States** in 18th International Offshore and Polar Engineering Conference (ISOPE), Vancouver, Canada, 2008.

[2] WÄSTBERG, S., PISARSKI, H. AND NYHUS, B., **Guidelines for Engineering Critical Assessments for Pipeline Installation Methods Introducing Cyclic Plastic Strain** in 23rd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE), Vancouver, Canada, 2004.

[3] HUTCHINSON, J.W., **Fundamentals of the Phenomenological Theory of Nonlinear Fracture Mechanics** Journal of Applied Mechanics, Vol. 50, pp. 1042-1051, 1983.

[4] ANDERSON, T. L., **Fracture Mechanics: Fundaments and Applications**, 3rd Edition, CRC Press, Boca Raton, 2005.

[5] SAXENA, A., **Nonlinear Fracture Mechanics for Engineers**, CRC Press, Boca Raton, 1998.

[6] TADA, H., PARIS, P. C. AND IRWIN, G. R., **The Stress Analysis of Cracks Handbook**, 2nd Editions, Paris Productions, St. Louis, 1985.

[7] BRITISH STANDARD INSTITUTION, **Guide on Methods for Assessing the Acceptability of Flaws in Metallic Structures – BS7910**, 2005.

[8] SINTAP, **Structural Integrity Assessment Procedure for European Industry**, Final Procedure, 1999.

[9] AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE, **Fitness-for-Service**, API RP-579-1 / ASME FFS-1, 2007.

[10] MARIE, ., CHAPULIOT, S., KAYSER, Y., LACIRE, M. H., DRUBAY, B., BARTHELET, B., LE DELLIOU, P., ROUGIE, V., NAUDIN, C., GILLES, P. AND TRIAY, M., **French RSE-M and RCC-MR Code Appendixes for Flaw Analysis: Presentation of the Fracture Parameter Calculation - Part I: General Overview**, International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 84, pp. 590-600, 2007.

[11] SUMPTER, J. D. G. AND TURNER, C. E., **Method for Laboratory Determination of Jc**, Cracks and Fracture, ASTM STP 601, American Society for Testing and Materials, pp 3-18, 1976.

[12] CRAVERO, S. AND RUGGIERI, C., **Estimation Procedure of J-Resistance Curves for SE(T) Fracture Specimens Using Unloading Compliance**, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 74, pp. 2735-2757, 2007.

[13] CRAVERO, S. AND RUGGIERI, C., **Further Developments in J Evaluation Procedure for Growing Cracks Based on LLD and CMOD Data**, International Journal of Fracture, Vol. 148, pp. 387-400, 2007.

[14] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, **Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness**, ASTM E1820, 2001.

[15] KUMAR, V., GERMAN M. D. AND SHIH, C. F., **An Engineering Approach to Elastic−Plastic Fracture Analysis**, EPRI Report NP-1931, Electric Power Research Institute, Palo Alto, CA, 1981.

[16] SHIH, C. F. AND HUTCHINSON, J.W., **Fully Plastic Solutions and Large Scale Yielding Estimates for Plane Stress Crack Problems**, Transactions of ASME Journal of Engineering Materials and Technology - Series H, Vol. 98, pp. 289-295, 1976.

[17] DOWLING, N. E., **Mechanical Behavior of Materials**, 2nd Edition, Prentice Hall, NJ, 1999.

[18] ZAHOOR, A., **Ductile Fracture Handbook -Volume 2**, EPRI ReportNP−6301−D, Electric Power Research Institute, Palo Alto, CA, 1989.

[19] AINSWORTH, R. A., **The Assessments of Defects in Structures of Strain Hardening Materials**, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 19, pp. 633-642, 1984.

[20] KANNINEN, M. F AND POPELAR, C. H., **Advanced Fracture Mechanis**, Oxford University Press, New York, 1985.

[21] ILYUSHIN, A. A., **The Theory of Small Elastic-Plastic Deformations**, Prikadnaia Matematicai Mekhanika (PMM), Vol. 10, pp. 347-356, 1946 (em Russo).

[22] KOPPENHOEFER, K., GULLERUD, A., ROY, A., ROYCHOWDHURY, S., WALTERS, M., AND DODDS, R., 2002, **WARP3D – Release 14.0: 3-D Dynamic Nonlinear Fracture Analysis of Solids Using Parallel Computers and Workstations**, Structural Research Series (SRS) 607. UILU-ENG-95-2012. University of Illinois at Urbana-Champaign. 2002.

[23] HUGHES, T. J. **Generalization of Selective Integration Procedures to Anisotropic and Nonlinear Media**, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 15, pp. 1413−1418, 1980.

[24] MORAN, B., AND SHIH, C.F., **A General Treatment of Crack Tip Contour Integrals**, International Journal of Fracture, Vol. 35, pp.295-310, 1987.

[25] CHIODO, M. S. G. AND RUGGIERI, C., **Failure Assessments of Corroded Pipelines with Axial Defects Using Stress-Based Criteria: Numerical Studies and Verification Analyses**, International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 86, pp. 164-176, 2009.

[26] SILVA, M. S. **Fracture Toughness and R-Curve Measurements for an API X60 Pipeline Steel Using a Direct Current Potential Technique**, M.Sc. Thesis. Faculty of Engineering (COPPE), Federal University of Rio de Janeiro, 2002 (in Portuguese).

[27] DET NORSK VERITAS. **Submarine Pipeline Systems**. DNV-OS-F101, 2007.

[28] ØSTBY, E., JAYADEVAN, K. R. AND THAULOW, C., **Fracture Response of Pipelines Subjected to Large Plastic Deformation Under bending**, International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 85, pp. 201-215, 2005.

[29] API SPECIFICATION FOR 5L LINE PIPE − AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE API, 42nd edition, 2000.

[30] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, **Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials [Metric]**, ASTM E8M-00b, 2000.

[31] IRWIN, G.R., **Plastic zone near a crack and fracture toughness**, Sagamore Research Conference Proceedings, Vol. 4, 1961.

[32] DUGDALE, D.S., **Yielding in steel sheets containing slits**, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 8, pp. 100-104.

[33] BARENBLATT, G.I., **The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture**, Advances in Applied Mechanics, Vol. VII, Academic Press, 1962, pp. 55-129.

[34] RICE, J.R., **A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks**, Journal of Applied Mechanics, Vol. 35, 1968, pp. 379-386.

[35] HUTCHINSON, J.W., **Singular behavior at the end of a tensile crack tip in a hardening material**, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 16, 1968, pp. 13-31.

[36] RICE, J.R. and ROSENGREN, G.F., **Plane strain deformation near a crack tip in power-law hardening material**, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 16, 1968, pp. 1-12.

[37] IRWIN, G.R., **Onset of fast crack propagation in high strength steel and aluminum alloys**, Sagamore Research Conference Proceedings, Vol. 2, 1956, pp. 289-305.

[38] MACMEEKING, R.M. and PARKS, D.M., **On criteria for J-dominance of crack tip fields in large-scale yielding**, ASTM STP 668, American Society for Testing Materials, Philadelphia, 1979, pp175-194.

[39] WELLS, A.A., **Unstable crack propagation in metals: cleavage and fast fracture**, Proceedings of the Crack Propagation Symposium, Vol. 1, Paper 84, Cranfield, UK, 1961.

[40] BURDEKIN, F.M. and STONE, D.E.W., **The crack opening displacement approach to fracture mechanics in yielding materials**, Journal of Strain Analysis, Vol. 1, 1966, pp. 145-153.

[41] WESTERGAARD, H.M., **Bearing pressures and cracks**, Journal of Applied Mechanics, Vol. 6, 1939, pp. 49-53.

[42] SHIH, C.F., **Relationship between J-integral and the crack opening displacement for stationary and extending cracks**, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 29, 1981, pp. 305-326.

[43] WILLIAMS, M.L., **On the stress distribution at the base of a stationary crack**, Journal of Applied Mechanics, Vol. 24, 1957, pp. 109-114.

APÊNDICE A

As tabelas abaixo apresentam os coeficientes polinomiais (ξ_i) da Eq. (39) para a determinação da função adimensional h_1 em função da profundidade relativa de trinca, a/t, para cada configuração de D_e/t e θ/π e propriedade de material. Para $n = 20$ (material com baixo encruamento) e todas as relações de D_e/t, a dependência funcional entre o fator h_1 e a profundidade relativa de trinca para $\theta/\pi \geq 0{,}12$ dada pela Eq. (39) e os correspondentes coeficientes polinomiais são estritamente válidos para $a/t \leq 0{,}25$.

$$h_1(a/t) = \xi_0 + \xi_1(a/t) + \xi_2(a/t)^2 + \xi_3(a/t)^3$$

Trinca Externa						
D_e/t	n	θ/π	ξ_0	ξ_1	ξ_2	ξ_3
10	5	0,04	0,0843	4,6422	17,8277	–13,4842
		0,08	0,5825	–3,3878	55,2778	–36,1407
		0,12	0,7313	–5,6312	62,2795	–32,1912
		0,16	0,8515	–7,2849	65,8250	–33,4485
		0,20	0,6612	–4,6699	52,5089	–20,1966
	10	0,04	0,1164	4,3912	21,2600	–17,0781
		0,08	0,7107	–5,7907	72,0217	–64,4680
		0,12	0,8698	–8,6330	83,1300	–72,4532
		0,16	0,9889	–10,2750	85,1026	–74,5791
		0,20	0,6988	–5,9989	61,9058	–49,0822
	20	0,04	0,1271	4,4459	20,7199	–18,6707
		0,08	0,3441	–0,4818	50,1959	–49,2222
		0,12†	0,3936	–1,7114	51,8556	–45,3296
		0,16†	0,6379	–5,3930	59,8801	–49,3589
		0,20†	0,9254	–10,1875	74,3664	–64,2550

† Válido para $a/t \leq 0{,}25$.

Trinca Interna						
D_e/t	n	θ/π	ξ_0	ξ_1	ξ_2	ξ_3
10	5	0,04	–0,1008	6,7845	–1,9039	9,8047
		0,08	0,0422	4,2348	13,7350	1,1044
		0,12	0,1416	2,1714	24,9480	–12,0880
		0,16	0,1617	1,6217	27,8820	–18,3300
		0,20	0,2754	0,1124	33,1920	–27,6700
	10	0,04	–0,1604	8,1154	–4,6407	15,5960
		0,08	–0,0129	5,1841	15,2530	–3,0774
		0,12	0,0727	3,1975	26,6540	–21,9800
		0,16	–0,0343	4,4907	21,1450	–21,6500
		0,20	0,0195	3,9392	20,5440	–24,8550
	20	0,04	–0,2565	9,9832	–11,6000	24,8280
		0,08	–0,2245	8,4593	3,3740	5,1650
		0,12†	–0,2884	8,6651	3,1307	–0,0943
		0,16†	–0,3703	9,6976	–4,6701	7,1246
		0,20†	–0,0530	5,0411	10,5040	–11,4810

† Válido para $a/t \leq 0{,}25$.

Trinca Externa						
D_e/t	n	θ/π	ξ_0	ξ_1	ξ_2	ξ_3
15	5	0,04	0,5223	–2,2280	55,3610	–38,7590
		0,08	1,1077	–11,0849	91,1526	–43,3009
		0,12	1,2639	–13,1859	94,3227	–30,8805
		0,16	1,2108	–12,2124	86,0012	–21,0857
		0,20	1,2108	–12,1170	82,1175	–23,5905
	10	0,04	0,7285	–5,8292	79,4549	–67,9468
		0,08	1,4662	–18,2720	139,5870	–113,4380
		0,12	1,6937	–21,8850	150,0590	–115,5130
		0,16	1,5520	–19,4931	132,5110	–95,9746
		0,20	1,4883	–17,9780	117,5820	–83,8422
	20	0,04	0,7249	–6,4982	88,3854	–84,1349
		0,08	0,6796	–8,1227	107,3920	–90,2424
		0,12†	0,7269	–8,7736	99,7509	–62,0301
		0,16†	1,2752	–16,7803	120,3940	–74,7073
		0,20†	2,0061	–27,2343	151,7440	–104,4900

† Válido para $a/t \leq 0{,}25$.

Trinca Interna						
D_e/t	n	θ/π	ξ_0	ξ_1	ξ_2	ξ_3
15	5	0,04	0,1199	3,1226	23,2910	–6,2896
		0,08	0,4856	–2,8879	53,2260	–27,0710
		0,12	0,5715	–4,3802	60,4120	–34,0740
		0,16	0,5078	–3,5212	56,0830	–31,4810
		0,20	0,4656	–2,9020	52,7290	–32,2830
	10	0,04	0,2515	0,9811	38,1790	–19,4340
		0,08	0,5411	–4,7313	73,1180	–55,1850
		0,12	0,4720	–4,1822	72,8590	–60,6730
		0,16	0,2265	–0,4979	54,7530	–44,8350
		0,20	0,1148	1,3392	43,5090	–37,0980
	20	0,04	0,2963	–0,2398	47,9660	–30,6400
		0,08	0,1998	–0,7999	64,7610	–54,1480
		0,12†	–0,0963	3,5189	43,4100	–30,0470
		0,16†	–0,3925	7,9893	17,5200	3,4141
		0,20†	–0,2799	6,3896	17,8680	6,4040

† Válido para $a/t \leq 0{,}25$.

Trinca Externa						
D_e/t	n	θ/π	ξ_0	ξ_1	ξ_2	ξ_3
20	5	0,04	0,7804	–6,2095	74,4567	–44,8433
		0,08	1,6133	–18,7368	123,2110	–58,7412
		0,12	1,5054	–16,5979	106,4300	–21,3341
		0,16	1,5593	–17,0274	101,9440	–16,5603
		0,20	1,2791	–12,8952	82,3299	–4,9121
	10	0,04	1,4111	–12,5254	114,3470	–92,8150
		0,08	2,3246	–32,3329	205,6480	–170,6350
		0,12	2,2216	–30,7086	190,8510	–139,3350
		0,16	2,3225	–31,3947	181,8030	–128,1330
		0,20	1,6794	–21,2747	131,0190	–77,5143
	20	0,04	0,9983	–11,7835	122,3060	–108,3160
		0,08	1,4206	–21,4716	176,6020	–149,5850
		0,12†	1,3616	–20,3624	156,4870	–97,4329
		0,16†	2,6916	–39,0150	214,3200	–146,6190
		0,20†	2,6736	–37,9678	193,0660	–108,3540

† Válido para $a/t \leq 0{,}25$.

Trinca Interna						
D_e/t	n	θ/π	ξ_0	ξ_1	ξ_2	ξ_3
20	5	0,04	0,5255	–3,1189	53,3130	–30,9090
		0,08	0,7192	–6,7618	72,7070	–35,7310
		0,12	0,7348	–7,1516	74,2010	–35,0100
		0,16	0,7668	–7,5835	74,7340	–38,8150
		0,20	0,7003	–6,5133	69,4880	–38,5590
	10	0,04	0,8651	–8,9067	86,7600	–65,6770
		0,08	0,9012	–11,3340	109,1000	–84,5050
		0,12	0,6894	–8,5124	97,5750	–75,1180
		0,16	0,5918	–6,8956	87,2660	–69,5490
		0,20	0,4842	–4,8977	74,5150	–60,5450
	20	0,04	1,0541	–12,9300	112,5100	–96,0880
		0,08	0,3887	–5,7171	99,1890	–81,9060
		0,12†	–0,1268	2,1082	60,3400	–32,9560
		0,16†	–0,0412	1,2684	54,1060	–20,1620
		0,20†	0,1318	–1,1443	56,4580	–18,0940

† Válido para $a/t \leq 0{,}25$.

APÊNDICE B

As tabelas abaixo apresentam os coeficientes polinomiais (ζ_i) da Eq. (40) para a determinação da função adimensional h_1 em função da profundidade relativa de trinca, a/t, para cada configuração de D_e/t e θ/π e propriedade de material. Para $n = 20$ (material com baixo encruamento) e todas as relações de D_e/t, a dependência funcional entre o fator h_1 e a profundidade relativa de trinca para $\theta/\pi \geq 0{,}12$ dada pela Eq. (40) e os correspondentes coeficientes polinomiais são estritamente válidos para $a/t \leq 0{,}25$.

$$h_2(a/t) = \zeta_0 + \zeta_1(a/t) + \zeta_2(a/t)^2 + \zeta_3(a/t)^3$$

Trinca Externa						
D_e/t	n	θ/π	ζ_0	ζ_1	ζ_2	ζ_3
10	5	0,04	0,0354	1,4033	5,4291	–2,7044
		0,08	0,1667	–0,7045	15,3951	–7,2653
		0,12	0,1934	–1,1052	16,1908	–4,1226
		0,16	0,2191	–1,4169	16,2839	–3,1744
		0,20	0,1770	–0,8440	13,1158	–0,3502
	10	0,04	0,0608	2,8476	9,1343	–3,4923
		0,08	0,3782	–2,5864	36,3163	–28,3582
		0,12	0,4899	–4,4918	43,5806	–33,8202
		0,16	0,5295	–5,0153	43,0069	–32,9966
		0,20	0,4297	–3,5362	33,9026	–23,5226
	20	0,04	0,1243	3,3741	12,2899	–6,1320
		0,08	0,3301	–0,9833	37,0877	–32,6909
		0,12†	0,4404	–3,0139	43,1056	–35,5939
		0,16†	0,5508	–4,8088	45,8284	–35,2813
		0,20†	0,8679	–9,9315	63,7080	–55,5670

† Válido para $a/t \leq 0{,}25$.

Trinca Interna						
D_e/t	n	θ/π	ζ_0	ζ_1	ζ_2	ζ_3
10	5	0,04	–0,0364	2,2500	–0,9658	4,4714
		0,08	0,0074	1,4551	3,9212	2,2088
		0,12	0,0473	0,6661	8,0173	–2,6128
		0,16	0,0571	0,4541	9,0212	–4,7205
		0,20	0,0958	–0,1064	11,1210	–8,4175
	10	0,04	–0,0882	4,6739	–3,0896	11,2860
		0,08	–0,0189	3,1763	7,7506	1,3266
		0,12	0,0607	1,6110	15,8760	–11,2530
		0,16	0,0048	2,3031	12,6680	–10,7680
		0,20	0,0172	2,1762	11,5890	–11,7910
	20	0,04	–0,1524	7,0334	–7,5749	19,2730
		0,08	–0,1454	6,0859	3,2095	4,7071
		0,12†	–0,1327	5,3632	6,4052	–2,5320
		0,16†	–0,1626	5,7154	1,9316	2,2626
		0,20†	0,0183	2,9542	10,4200	–7,8047

† Válido para $a/t \leq 0{,}25$.

Trinca Externa						
D_e/t	n	θ/π	ζ_0	ζ_1	ζ_2	ζ_3
15	5	0,04	0,1571	–0,4836	16,2303	–8,8411
		0,08	0,3377	–3,1063	25,9833	–6,8249
		0,12	0,3356	–2,9458	23,2126	2,2170
		0,16	0,3381	–2,9094	21,5826	4,0762
		0,20	0,3011	–2,3603	18,4601	4,9386
	10	0,04	0,3929	–2,6395	40,6976	–29,6426
		0,08	0,8111	–9,5261	72,8777	–51,2798
		0,12	0,9035	–10,9330	75,5084	–47,5897
		0,16	0,9281	–11,0804	71,3802	–43,0552
		0,20	0,7636	–8,4305	56,1487	–28,9347
	20	0,04	0,5804	–4,6881	61,6135	–53,1298
		0,08	0,6952	–8,0026	83,2217	–65,7404
		0,12†	0,7389	–8,7522	79,0689	–47,0087
		0,16†	1,3412	–17,5454	106,3570	–70,6527
		0,20†	1,6490	–22,0627	117,7130	–80,2001

† Válido para $a/t \leq 0{,}25$.

Trinca Interna						
D_e/t	n	θ/π	ζ_0	ζ_1	ζ_2	ζ_3
15	5	0,04	0,0394	1,0177	7,2606	–0,2896
		0,08	0,1444	–0,7301	15,9330	–5,2997
		0,12	0,1597	–1,0282	17,3600	–6,3973
		0,16	0,1513	–0,9206	16,6260	–6,5522
		0,20	0,1310	–0,6180	15,0400	–6,3636
	10	0,04	0,1519	0,5444	21,5240	–8,2559
		0,08	0,3287	–2,8583	41,6160	–27,8650
		0,12	0,2496	–1,9712	38,8420	–27,5820
		0,16	0,1611	–0,6038	31,3820	–22,1080
		0,20	0,0856	0,6609	23,7490	–16,0940
	20	0,04	0,2744	–0,7417	37,3920	–22,7880
		0,08	0,2825	–2,2939	53,9340	–43,9800
		0,12†	0,0518	1,0215	37,2890	–23,8860
		0,16†	–0,0506	2,6069	25,1120	–6,8956
		0,20†	0,0584	1,0971	26,3160	–4,7811

† Válido para $a/t \leq 0{,}25$.

Trinca Externa						
D_e/t	n	θ/π	ζ_0	ζ_1	ζ_2	ζ_3
20	5	0,04	0,2325	–1,6216	21,6025	–9,2529
		0,08	0,4366	–4,5415	31,5916	–4,8595
		0,12	0,3857	–3,5337	24,3112	10,2439
		0,16	0,3287	–2,6519	18,9737	15,8038
		0,20	0,3276	–2,6404	18,3557	11,9382
	10	0,04	0,6073	–6,1169	58,9117	–40,9894
		0,08	1,2300	–16,2302	103,4560	–72,0608
		0,12	1,2549	–16,3857	98,3200	–56,3578
		0,16	1,1391	–14,3309	83,5881	–39,3918
		0,20	0,9393	–11,0280	65,4325	–24,7345
	20	0,04	0,8002	–8,8741	87,5153	–71,7065
		0,08	1,2524	–17,6992	131,8520	–103,7140
		0,12†	1,5058	–21,2431	134,6470	–85,3270
		0,16†	2,2105	–31,1656	162,8490	–105,9320
		0,20†	2,4676	–34,4221	165,0030	–100,5140

† Válido para $a/t \leq 0{,}25$.

Trinca Interna						
D_e/t	n	θ/π	ζ_0	ζ_1	ζ_2	ζ_3
20	5	0,04	0,1593	–0,8433	16,2260	–7,0034
		0,08	0,2206	–1,9191	21,5560	–6,5253
		0,12	0,2269	–2,0577	21,9690	–6,2088
		0,16	0,2198	–1,9178	20,8580	–6,0202
		0,20	0,2086	–1,7733	20,1620	–7,6566
	10	0,04	0,4769	–4,7156	47,4560	–31,8320
		0,08	0,5405	–6,5515	60,8380	–41,1250
		0,12	0,4412	–5,2316	55,1420	–36,6870
		0,16	0,3331	–3,5279	45,8450	–29,5560
		0,20	0,3118	–3,0392	41,4200	–28,5520
	20	0,04	0,7921	–9,4611	82,0840	–67,1650
		0,08	0,4662	–6,3467	79,6740	–62,4180
		0,12†	0,1952	–2,2163	57,6000	–33,4750
		0,16†	0,2808	–3,1429	53,8630	–23,9120
		0,20†	0,5058	–6,4777	62,3830	–30,8480

† Válido para $a/t \leq 0{,}25$.