

VINÍCIUS LEAL FERREIRA MATOS

**OTIMIZAÇÃO DE FORMAS DE CASCOS SUBMERSOS
PARA APLICAÇÃO EM SISTEMAS FLUTUANTES**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título
de Mestre em Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia Naval e Oceânica

Orientador:
Prof. Dr. José Augusto Penteado Aranha

São Paulo
2001

São Paulo, 2001

Orientador:
Prof. Dr. José Augusto Penteado Aranha
Prof. Dr. do Departamento de Engenharia Naval e
Oceânica da EPUSP

Área de Concentração:
Engenharia Naval e Oceânica

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título
de Mestre em Engenharia

**OTIMIZAÇÃO DE FORMAS DE CASCOS SUBMERSOS PARA APLICAÇÃO
EM SISTEMAS FLUTUANTES**

VINÍCIUS LEAL FERREIRA MATOS
Engenheiro Naval, EPUSP - 1998

Aos meus pais, meus
irmãos e amigos, que
compartilharam
as dificuldades e os frutos
deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

À FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, que patrocinou o desenvolvimento deste projeto (processo nº 98/12917-4).

A todo o Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica da USP, espaço físico, material e humano, imprescindível na superação dos desafios e obstáculos inerentes aos resultados aqui atingidos.

Ao Prof. Dr. José Augusto Pentecote Aranha, que orientou esta pesquisa através de valiosas sugestões, transmitindo sempre sabedoria tanto na ciência quanto na arte da vida.

Aos Eng. ME Alexandre Nicolaos Simos e Eng. ME André Luis Condino Fujarra que acompanharam este trabalho desde o início, auxiliando sempre na resolução dos problemas enfrentados.

A todos que direta ou indiretamente colaboraram para a execução deste trabalho.

Em especial, ao Prof. Dr. Oscar Brito Augusto, pela sua amizade e confiança no meu trabalho; Mestre que, através de uma postura profissional, ética e humana impecável, é, para mim, um exemplo a seguir.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	
LISTA DE TABELAS	
LISTA DE SÍMBOLOS	
RESUMO	
ABSTRACT	
1. INTRODUÇÃO.....	15
2. MODELAGEM MATEMÁTICA.....	21
2.1. BREVE HISTÓRICO BIBLIOGRÁFICO	21
2.2. A FÓRMULA DE MORISON ESTENDIDA – FUNÇÕES DE FORMA.....	26
2.2.1. A função de forma $F(Ka) = 1 - \sin(\alpha Ka)$	30
2.2.2. A função de forma $F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka)$	33
2.3. MÉTODO VARIACIONAL EM FLUIDO INFINITO.....	36
2.3.1. Desenvolvimento teórico.....	37
2.3.2. Validação do modelo matemático.....	42
3. ESTUDO DAS FORMAS OBTIDAS ATRAVÉS DO PROCESSO DE SÍNTESE ANALÍTICA:.....	45
3.1. VALIDAÇÃO DA FAMÍLIA DE SEÇÕES DE FORMA OBTIDAS PELA FUNÇÃO DE FORMA $F(Ka) = 1 - \sin(\alpha Ka)$	47
3.1.1. Estudo das seções sem os apêndices.....	49
3.1.2. Estudo das seções com os apêndices separados do corpo principal.....	59
3.1.3. Estudo das seções com os apêndices fixos ao corpo principal.....	64
3.2. VALIDAÇÃO DA FAMÍLIA DE SEÇÕES DE FORMA OBTIDAS PELA FUNÇÃO DE FORMA $F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka)$	67
3.2.1. Ensaio experimental.....	68
3.2.2. Estudo numérico com o programa WAMIT:.....	84

3.2.3. Conclusão do estudo da família de secções de forma obtidas pela função de forma $F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka)$ 97

4. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 99

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... 104

APÊNDICE A: ESTUDO ANALÍTICO COM A FÓRMULA DE MORISON:....A.1

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 - PLATAFORMA TIPO SPAR.....	16
FIGURA 1.2 - PLATAFORMA TIPO TLP.....	17
FIGURA 2.1 - FORMAS GEOMÉTRICAS SUGERIDAS POR SIMOS (1997).....	24
FIGURA 2.2 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO PROBLEMA.....	26
FIGURA 2.3 - FUNÇÕES DE FORMA DE GEOMETRIAS USUAIS (EXTRAÍDA DE ARANHA; PINTO (1994)).....	28
FIGURA 2.4 - FORMAS SECCIONAIS OBTIDAS POR SIMOS (1997) VARIANDO-SE O VALOR DO PARÂMETRO α	31
FIGURA 2.5 - FUNÇÃO DE FORMA $F(KA) = 1 - \text{SEN}(\alpha KA)$	32
FIGURA 2.6 - FUNÇÃO DE FORMA $F(KA) = \text{COS}^4(\alpha KA)$	33
FIGURA 2.7 - FORMAS SECCIONAIS OBTIDAS POR SIMOS (1997) VARIANDO-SE O VALOR DO PARÂMETRO α	34
FIGURA 2.8 - FUNÇÕES DE FORMAS CALCULADAS ATRAVÉS DE MÉTODO VARIACIONAL EM FLUIDO INFINITO.....	43
FIGURA 3.1 - GEOMETRIA ALTERNATIVA PROPOSTA POR SIMOS (1997).....	47
FIGURA 3.2 - GEOMETRIA DOS CORPOS.....	50
FIGURA 3.3 - TESTE DE CONVERGÊNCIA COM CM.....	50
FIGURA 3.4 - FUNÇÕES DE FORMA $F(KA)$ OBTIDAS ANALITICAMENTE, PELO MVBFI (MÉTODO VARIACIONAL BIDIMENSIONAL EM FLUIDO INFINITO) E PELO PROGRAMA WAMIT, DE A PROFUNDIDADE DE IMERSÃO DO CORPO.....	52
FIGURA 3.5 - DESENHO ESQUEMÁTICO DAS DUAS FORMAS GEOMÉTRICAS COMPARADAS 54	54
FIGURA 3.6 - RESULTADOS DA FORÇA DE DIFRAÇÃO VERTICAL ADIMENSIONALIZADA OBTIDOS COM O PROGRAMA WAMIT NA COMPARAÇÃO ENTRE A SECÇÃO OTIMIZADA COM $\alpha = 0.8$ E CÍRCULO DE MESMA ÁREA E MESMO CALADO PARA VÁRIAS PROFUNDIDADES DE IMERSÃO.....	56
FIGURA 3.7 - RESULTADOS DE FORÇA DE DIFRAÇÃO OBTIDOS COM O PROGRAMA WAMIT NA COMPARAÇÃO ENTRE VÁRIAS SECÇÕES DA FAMÍLIA $F(Ka) = 1 - \text{sin}(\alpha ka)$ SEM OS APÊNDICES E UM CÍRCULO DE MESMA ÁREA E MESMO CALADO.....	57

FIGURA 3.8 - MODELO GERADO NO PROGRAMA MG PARA A SECÇÃO OBTIDA PELA FUNÇÃO $F(KA)=1-\text{SEN}(\alpha KA)$ COM $\alpha=1.0$ E OS APÊNDICES SEPARADOS DO CORPO PRINCIPAL.....	59
FIGURA 3.9 - DESENHO ESQUEMÁTICO DA SECÇÃO COM $\alpha=1.0$ E OS APÊNDICES SEPARADOS DO CORPO PRINCIPAL.....	60
FIGURA 3.10 - COMPARAÇÃO DA FUNÇÃO DE FORMA OBTIDA ANALITICAMENTE, PELO MVBFI (MÉTODO VARIACIONAL BIDIMENSIONAL EM FLUIDO INFINITO) E WAMIT PARA SECÇÃO OBTIDA COM $\alpha=1.0$	61
FIGURA 3.11 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DE FORÇA DE DIFRAÇÃO VERTICAL ADMENSIONALIZADA OBTIDOS NO PROGRAMA WAMIT PARA A SECÇÃO OBTIDA ATRAVÉS DA FORMULAÇÃO $F(KA)=1-\text{SEN}(\alpha KA)$ COM $\alpha=1.0$ E OS APÊNDICES SEPARADOS DO CORPO PRINCIPAL E UMA SECÇÃO CIRCULAR DE MESMA ÁREA E CALADO.....	62
FIGURA 3.12 - MODELO GERADO NO PROGRAMA MG PARA A SECÇÃO OBTIDA PELA FUNÇÃO $F(KA)=1-\text{SEN}(\alpha KA)$ COM $\alpha=1.0$ E OS APÊNDICES FIXOS AO CORPO PRINCIPAL.....	64
FIGURA 3.13 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DE FORÇA DE DIFRAÇÃO VERTICAL ADMENSIONALIZADA OBTIDOS NO PROGRAMA WAMIT PARA A SECÇÃO OBTIDA ATRAVÉS DA FORMULAÇÃO $F(KA)=1-\text{SEN}(\alpha KA)$ COM $\alpha=1.0$ E OS APÊNDICES FIXADOS AO CORPO PRINCIPAL E UMA SECÇÃO CIRCULAR DE MESMA ÁREA E CALADO.....	65
FIGURA 3.14 - DESENHO ESQUEMÁTICO DA SECÇÃO DO MODELO.....	69
FIGURA 3.15 - FOTO DO MODELO CONSTRUÍDO.....	71
FIGURA 3.16 - FOTO TIRADA DURANTE A REALIZAÇÃO DE UM ENSAIO.....	71
FIGURA 3.17 - AMPLITUDE DE ONDA MEDIDA (A) E FORÇA VERTICAL (F) PARA $KA=0.39$ ($f=0.9$ HZ).....	74
FIGURA 3.18 - AMPLITUDE DE ONDA MEDIDA (A) E FORÇA VERTICAL (F) PARA $KA=1.25$ ($f=1.6$ HZ).....	74
FIGURA 3.19 - FUNÇÃO DE FORMA: -----ANALÍTICO; O O O MEDIDO.....	75
FIGURA 3.20 - AMPLITUDE DE ONDA MEDIDA (A) E FORÇA VERTICAL (F) PARA $KA=0.59$ ($f=1.1$ HZ).....	76
FIGURA 3.21 - AMPLITUDE DE ONDA MEDIDA (A) E FORÇA VERTICAL (F) PARA $KA=2.15$ ($f=2.1$ HZ).....	76
FIGURA 3.22 - FIGURA 3.24 - FUNÇÃO DE FORMA: -----ANALÍTICO; O O O MEDIDO.....	76
FIGURA 3.23 - AMPLITUDE DE ONDA MEDIDA (A) E FORÇA VERTICAL (F) PARA $KA=0.59$ ($f=1.1$ HZ).....	77

FIGURA 3.24 - AMPLITUDE DE ONDA MEDIDA (A) E FORÇA VERTICAL (F) PARA $K_A=2.15$ ($F=2.1$ Hz).....	77
FIGURA 3.25 - FUNÇÃO DE FORMA: ----ANALÍTICO; O O MEDIDO.....	78
FIGURA 3.26 - MODELO GERADO NO PROGRAMA MG PARA A GEOMETRIA OBTIDA COM A FUNÇÃO DE FORMA $F(KA)=\cos^4(\alpha KA)$ COM $\alpha = 1.2$	84
FIGURA 3.27 - FUNÇÃO DE FORMA PARA SEÇÃO COM $\alpha=1.2$ E $D=22.5$ CM.....	86
FIGURA 3.28 - FUNÇÃO DE FORMA PARA SEÇÃO COM $\alpha=0.8$ E $D=22.5$ CM.....	87
FIGURA 3.29 - FUNÇÃO DE FORMA PARA SEÇÃO COM $\alpha=0.8$ E $D=15$ CM.....	87
FIGURA 3.30 - FUNÇÃO DE FORMA DE MOMENTO PARA SEÇÃO COM $\alpha=0.8$ E $D=15$ CM.....	88
FIGURA 3.31 - MODELO GERADO NO PROGRAMA MG PARA A GEOMETRIA COM CINCO CILINDROS DE MESMO DIÂMETRO.....	89
FIGURA 3.32 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.5), VIA WAMIT (3.8), E EXPERIMENTO (CASO I).....	90
FIGURA 3.33 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.14) E VIA WAMIT (3.8).....	90
FIGURA 3.34 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.4) E VIA WAMIT (3.8).....	91
FIGURA 3.35 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.13) E VIA WAMIT (3.8).....	91
FIGURA 3.36 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.6) E VIA WAMIT (3.8).....	92
FIGURA 3.37 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.15) E VIA WAMIT (3.8).....	92
FIGURA 3.38 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.7) E VIA WAMIT (3.9).....	93
FIGURA 3.39 - FIGURA 3.41 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.16) E VIA WAMIT (3.9).....	93
FIGURA 3.40 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.9) E VIA WAMIT (3.9).....	94
FIGURA 3.41 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.18) E VIA WAMIT (3.9).....	94
FIGURA 3.42 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.11) E VIA WAMIT (3.10).....	95

FIGURA 3.43 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.20) E VIA WAMIT (3.10).....	95
FIGURA 3.44 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.10) E VIA WAMIT (3.10).....	96
FIGURA 3.45 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA FÓRMULA ANALÍTICA (A.19) E VIA WAMIT (3.10).....	96
FIGURA 0.1 - DESENHO ESQUEMÁTICO DO SISTEMA DE COORDENADAS E DO CONJUNTO DE CILINDROS. (VISTA XZ).....	2
FIGURA 0.2 - DESENHO ESQUEMÁTICO DO SISTEMA DE COORDENADAS E DO CONJUNTO DE CILINDROS. (VISTA XY).....	2

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1: COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS CALCULADOS ATRAVÉS DE MÉTODO VARIACIONAL EM FLUIDO INFINITO COM OS ENCONTRADOS EM ARANHA, PINTO (1994).	43
TABELA 3.1: RESULTADOS DOS TESTE DE CONVERGÊNCIA ATRAVÉS DO COEFICIENTE DE MASSA ADICIONAL.	51
TABELA 3.2: RESULTADOS PARA VERIFICAÇÃO DOS EFEITOS VISCOSOS NO PRIMEIRO ENSAIO.	79
TABELA 3.3: RESULTADOS PARA VERIFICAÇÃO DOS EFEITOS VISCOSOS NO SEGUNDO ENSAIO.	79
TABELA 3.4: RESULTADOS PARA VERIFICAÇÃO DOS EFEITOS VISCOSOS NO TERCEIRO ENSAIO.	80

LISTA DE SÍMBOLOS

ALFABETO ROMANO

a	-	compimento característico
A	-	amplitude de onda incidente
A_m	-	amplitude de onda incidente medida em ensaio experimental
bc	-	distância horizontal do centro da célula de carga até o eixo z do centro de coordenadas cartesianas apresentado na figura A.1.
C_m	-	coeficiente de massa adicional em <i>heave</i>
d	-	profundidade média de submersão do corpo
d_c	-	distância da linha d'água até o centro do círculo
D	-	diâmetro dos cilindros
D_n	-	coeficientes definidos em (2.3)
$f(t)$	-	força inercial vertical de primeira ordem
F_{ad}	-	força adimensionalizada
F_c	-	força medida em uma célula de carga
F_m	-	força medida em ensaio experimental
F_{sw}	-	força horizontal (<i>surge</i>) obtida no programa WAMIT
F_{WAMIT}	-	força de difração vertical calculada pelo programa WAMIT
$F(Ka)$	-	função de forma definida em (2.4)
g	-	aceleração da gravidade
h	-	calado do corpo submerso
h_c	-	altura do centro do <i>pontoon</i> até a célula de carga
$G(\phi, \psi)$	-	função definida em 2.14
K	-	número de onda
l	-	meio comprimento do corpo submerso
$L(\phi)$	-	lagrangeana do sistema definida em (2.18)
m_{ai}	-	tensor da massa adicional

$M(Ka)$	-	função de forma para momentos de <i>roll</i> e <i>pitch</i> definida em (3.9 e 3.10)
M_{mc}	-	o momento medido pelas células de carga
M_{pe}	-	o momento de <i>pitch</i> obtido experimentalmente
M_{WAMIT}	-	momentos de <i>roll</i> e <i>pitch</i> calculados pelo programa WAMIT
q_j	-	coeficientes do sistema linear definido em (2.19)
r	-	coordenada polar radial
S	-	área seccional
t	-	tempo
T	-	a energia cinética associada ao potencial perturbado do fluido
$T_j(r)$	-	funções teste
V	-	volume do corpo submerso
$V(\phi)$	-	função definida em (2.17)
w_o	-	componente de velocidade vertical da partícula fluida
$W(z)$	-	potencial complexo de escoamento
(x,y,z)	-	coordenadas cartesianas
z	-	coordenada complexa ($x+iy$)
α	-	parâmetro de controle das funções de forma
β	-	direção da incidência de onda
ρ	-	densidade da água
$\phi(r)$	-	potencial real de escoamento do fluido devido o movimento de um corpo;
$\Phi(r)$	-	potencial real de escoamento do fluido incidindo em um corpo estacionário;
$\psi(x,y)$	-	função de linhas de corrente do escoamento
ω	-	frequência circular de oscilação

ALFABETO GREGO

Com o intuito de validar algumas geometrias obtidas pelo processo de sintese analitica - e verificando os efeitos não considerados inicialmente -, algumas ferramentas de análise foram utilizadas e aplicadas nas secções transversais propostas. Além da realização de experimentos, utilizou-se uma ferramenta numerica baseada em método variacional em fluido infinito e, também, o programa WAMIT, que utiliza método dos painéis. Os resultados obtidos pelas diferentes ferramentas de análise foram comparados, garantindo uma confiabilidade nas conclusões atingidas pelo estudo.

Uma das concepções mais recentes de sistemas flutuantes para aplicação em águas profundas é a plataforma do tipo TLP (*Tension Leg Platforms*). Este tipo de sistema tem como ponto crítico de projeto a fadiga em seus tendões, causada pelas forças excitantes do mar que agem no casco da plataforma. Com o intuito de minimizar esses efeitos e, assim, aumentar a viabilidade técnica e econômica deste tipo de sistema, algumas geometrias bidimensionais, otimizadas em relação às forças de difração, foram propostas na dissertação de mestrado de SIMOS (1997) para utilização como secções transversais de *platforms*. Estas secções foram geradas a partir de uma metodologia proposta por ARANHA; PINTO (1994) que é baseada numa extensão analítica do conhecido termo de inércia da fórmula de Morison, válida para toda faixa de frequências de excitação. Esta teoria utiliza a teoria potencial e não considerou os efeitos de superfície livre e viscosos.

RESUMO

ABSTRACT

One of the most recent concepts of deep waters fluctuant systems is the TLP platform (Tension Leg Platforms). The project critic point for this type of system is the fatigue in the tendons caused by exciting forces due to waves that act on the hull of the platform. With the aim to minimize these effects, increasing the technical and economical feasibility of this type of system, some two dimensional geometries optimized in relation to diffraction forces were proposed in the master dissertation of SIMOS (1997). These geometries could be used as transversal sections in pontoons of platforms. These sections were synthesized with the methodology proposed by ARANHA; PINTO (1994) and it is based in an analytical extension for the inertial term of the known Morison formula, valid for all range of excitation frequencies. This formalism uses the potential theory not considering free-surfaces and viscous effects.

With the intent to validate some geometries that were synthesized with the analytical process - and analyzing some effects not considered initially -, some analyzing tools were used and applied in the transversal sections proposed. Besides tank experiments, a numerical program based in variational method in infinite fluid was used, and also the program WAMIT that uses panel method. The results obtained with the different tools were compared to assume reliability of the conclusion of this study.

Atualmente, tem-se verificado um interesse cada vez maior do mercado petrolífero na exploração de regiões de águas profundas, ou seja, já é possível encontrar plataformas ancoradas em lâminas de água com profundidade acima de 1000 metros. É observado, ainda, o interesse em se projetar sistemas oceânicos para águas ultraprofundas, com lâminas d'água acima de 2000 metros. Esta nova realidade traz sérios problemas de viabilidade técnica e econômica, induzindo a busca de novas soluções de engenharia.

A manutenção das árvores de natal é uma operação delicada para um sistema de produção de petróleo. No entanto, se o sistema possui completação seca, os custos de manutenção são reduzidos significativamente. No sistema com completação seca, as árvores de natal não precisam ficar submersas, e sim alocadas na própria plataforma. Já no sistema com completação molhada, é necessária a utilização de sondas submarinas para a execução dos trabalhos de manutenção. Como o mercado de sondas submarinas está cada vez mais escasso, o interesse por utilizar sistemas com completação seca é imediato, e, para que apresentem esta característica, as plataformas flutuantes precisam, necessariamente, ter seus movimentos verticais reduzidos. Para águas profundas, os sistemas oceânicos mais utilizados são as plataformas semi-submersíveis e os FPSOs ("Floating Production Storage and Offloading"), que apresentam completação molhada. Os únicos sistemas flutuantes, soluções viáveis para águas profundas e que permitem a completação seca por apresentarem movimentos reduzidos, são as plataformas do tipo Spar e as do tipo TLP (*Tension Leg Platform*).

1. INTRODUÇÃO

Uma plataforma do tipo *Spur* consiste, fundamentalmente, em um casco cilíndrico de grande altura disposto verticalmente, de modo a operar com um grande calado. A ideia principal ao se projetar tal tipo de sistema é conseguir uma redução considerável nos movimentos verticais de *heave* induzidos pelas ondas do mar. Isto é conseguido através de uma geometria que permita um calado muito grande, afastando a região inferior da plataforma da incidência de ondas. Ou seja, como a força de excitação de onda reduz exponencialmente com a profundidade, a força na base deste cilindro de grande calado é extremamente reduzida.



Figura 1.1 - Plataforma tipo *Spur*

Em contrapartida, as plataformas de pernas tracionadas, ou simplesmente TLPs, caracterizam-se por apresentarem um casco similar à uma plataforma do tipo semi-submersível com *pontoons* (flutuadores) e colunas, sendo que seu casco fica preso ao solo através de tendões de aço. Estes tendões aumentam consideravelmente a rigidez

deste sistema flutuante, restringindo seus movimentos e deslocando o período natural típico de uma semi-submersível que é da ordem de 20 segundos para períodos naturais na faixa de 3 a 4 segundos. Desta forma, esta plataforma possui sua frequência natural de vibração ressonante deslocada das frequências de excitação típicas do mar, apresentando uma frequência natural situada em uma região de alta frequência, onde a energia de espectros de mar típicos é pequena.

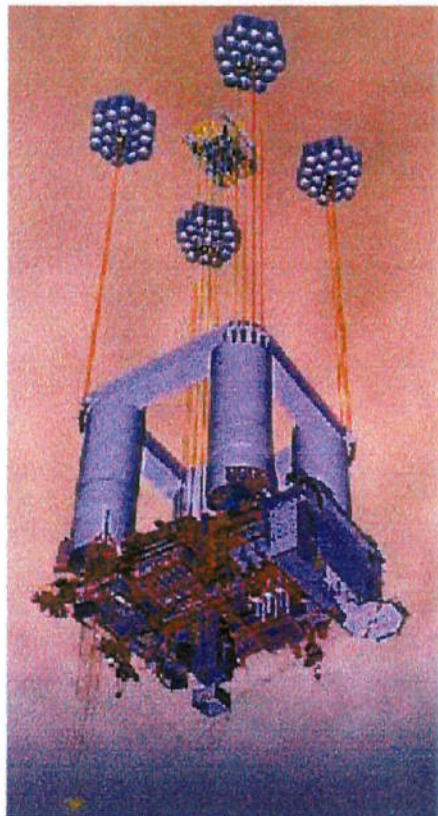


Figura 1.2 - Plataforma tipo TLP

No mercado petrolífero atual, muito se discute sobre qual destas duas concepções apresenta melhor viabilidade técnica e econômica. Devido a suas dimensões grandiosas, a *spar* exige um investimento inicial consideravelmente alto na construção do casco, transporte até a região que será alocada e instalação do sistema, enquanto a TLP tem seu ponto crítico de projeto na questão da fadiga em seus tendões.

A otimização das formas dos *pontoons* de uma TLP parece trazer ganhos sensíveis na sua disputa de viabilidade técnica e econômica com a plataforma do tipo Spar. Além disso, é claro que esta melhor forma de casco submerso não teria apenas interesse para plataformas do tipo TLP; as plataformas do tipo semi-submersível também poderiam apresentar uma minimização dos seus movimentos com a redução da força de excitação de primeira ordem em seus *pontoons*. Existem alguns trabalhos na bibliografia sobre otimização de formas visando o cancelamento da força excitante em frequências de interesse. Nestes trabalhos, é possível encontrar geometrias

objetivando uma redução dos efeitos não-lineares sobre os tendões. Aumentando o volume dos *pontoons* e uma diminuição do diâmetro das colunas, reduzir as forças hidrodinâmicas de primeira ordem, e, consequentemente, obter um proporções. Através da otimização da forma seccional dos *pontoons*, seria possível ordem atitudes sobre o casco, principalmente devido ao impacto de ondas de maiores um efeito de vibração lateral dos tendões, excitados por forças impulsivas de terceira axiais de segunda ordem em alta frequência. Já o fenômeno de *ringing* corresponde a dinâmica nos tendões. Sabe-se que o fenômeno *springing* é causado por excitações *springing* e *ringing*, causam sérios problemas quanto à fadiga e valores de tensão de No entanto, foi verificado que excitações de ordem superior, denominadas de

base das colunas da linha d'água, de forma a reduzir o efeito da fadiga nos tendões. acima, objetivam minimizar os efeitos causados pela excitação de onda, distanciando a plataforma é devida, em sua maior parte, às colunas. Estas características, descritas área seccional e colunas com grandes proporções, sendo que a flutuação destas Algumas TLPs já construídas apresentam grande calado, *pontoons* com pequena

Neste contexto, o capítulo 2 deste trabalho apresenta um resumo dos modelos matemáticos relevantes e utilizados no desenvolvimento desta pesquisa. Primeiramente, é realizada uma breve revisão bibliográfica sobre os principais trabalhos que auxiliaram bem como a metodologia usada na obtenção das formas geométricas otimizadas. Para o cálculo da força hidrodinâmica de primeira ordem em formas bidimensionais variadas, foi desenvolvido um programa numérico baseado em método variacional bidimensional

No trabalho de ARANHÁ; PINTO (1994), é apresentada uma metodologia com o intuito de obter formas bidimensionais com a característica de minimização da força de excitação em frequências de interesse. Já na dissertação de mestrado de Alexandre N. Simos (1997), esta teoria de síntese hidrodinâmica é retomada e algumas formas bidimensionais são obtidas. No entanto, estas geometrias não foram validadas através de ferramentas de análise e, portanto, ainda não existia uma confiabilidade no método de otimização analítico proposto. Todavia restava serem verificados os efeitos de superfície livre, efeitos viscosos e a incidência de onda para outras direções. Assim, o objetivo principal deste trabalho é realizar um estudo das principais geometrias bidimensionais obtidas por SIMOS (1997) e, ao mesmo tempo, validar o método de síntese hidrodinâmica proposto em ARANHÁ; PINTO (1994).

bidimensionais totalmente submersas, ou cruzando a superfície livre, geradas na tentativa do cancelamento das forças de excitação de *heave* e *sway*. É importante ressaltar que a utilização de plataformas flutuantes é relativamente recente e que muitas concepções de cascos ainda podem ser desenhadas e otimizadas, buscando a redução de movimentos devido à excitação de ondas.

em fluido infinito, e validade para secções com coeficientes já bem conhecidos na literatura, como é o caso de secções elípticas e retangulares. A teoria envolvida nesse método numérico também é reformulada, vide PESCE (1988) e ARANHA; PESCE (1989).

No capítulo 3, os resultados de cálculo de forças e momentos obtidos para as formas geométricas otimizadas são mostrados e comparados com as diferentes ferramentas utilizadas: analíticas, numéricas e experimentais. São feitas considerações sobre os efeitos de superfície livre em relação à variação da profundidade do corpo submerso. Algumas considerações sobre efeitos tridimensionais e viscosos também são observadas.

Por fim, no último capítulo, o trabalho é concluído. São discutidos os pontos mais importantes e as principais conclusões obtidas durante o desenvolvimento da pesquisa. Algumas sugestões também são feitas para a continuidade do estudo de otimização de formas de cascos submersos.

Partindo-se de um enfoque diferente, MOTORA; KOYAMA (1965) encontram um grupo de geometrias bidimensionais que apresentam a característica de cancelamento da força de excitação vertical de onda para frequências específicas. Neste

BESHO (1965), através da teoria potencial, propõe uma metodologia de síntese de formas geométricas bidimensionais que cancelam a força de excitação vertical para uma dada frequência. O método proposto buscou obter geometrias que oscilando verticalmente não irradiavam ondas e, sendo assim, para a mesma frequência da oscilação do corpo, a força excitante da onda incidente seria nula. Com o potencial de velocidades satisfazendo a condição de superfície livre, representando o escoamento com singularidades (fontes e sorvedouros), os pontos de estagnação e linhas de corrente foram obtidos e algumas geometrias que cruzam a superfície livre puderam ser geradas.

(1994).

O cálculo de forças de excitação, devido a incidência de ondas em corpos submersos e flutuantes, seja através de experimentos, numericamente, ou ainda, através de formulações analíticas aproximadas, é um tema muito abordado em toda a literatura hidrodinâmica. Inúmeros são os trabalhos encontrados e pesquisas desenvolvidas, e não é intenção deste tópico esgotar o assunto. O intuito aqui é mostrar alguns trabalhos usados no desenvolvimento desta pesquisa, que tem como objetivo principal validar o processo de síntese de formas de cascos submersos sugerida por ARANHA; PINTO

2.1. Breve Histórico Bibliográfico

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

caso, buscou-se obter o cancelamento entre as forças inercial e de flutuação, sendo esta última denominada força de Froude-Krylov. Como estas duas forças têm a característica de estarem em antífase entre si (sendo que a força de flutuação fica em fase com a onda incidente), através da mudança da geometria em corpos que cruzam a superfície livre, os autores conseguiram obter formas geométricas bidimensionais e tridimensionais que apresentam o cancelamento da força excitante numa dada frequência.

No trabalho de HORTON et al. (1972), os procedimentos de síntese hidrodinâmica são aplicados na prática, ou seja, em cascos típicos de sistemas flutuantes. Chega-se a conclusão de que, para semi-submersíveis com dimensões razoáveis, pode-se obter uma maior minimização nos movimentos verticais sintonizando o período natural do sistema do que a obtida através da redução da força excitante. Em contrapartida, para o caso da TLP, é concluído que a minimização da força excitante de onda resultante no casco da plataforma reduziria a solicitação nos tendões desta plataforma. MINKENBERG; SLUIJS (1972) também aplicam na prática os conceitos de síntese hidrodinâmica através do estudo da força de excitação de *heave* em cascos de semi-submersíveis, analisando diferentes seções transversais de *pontoons*.

YAMASHITA (1985) retoma os conceitos propostos por BESHQ (1965) mas, desta vez, usando em oscilação horizontal com o intuito de se obter o cancelamento de força de *sway* em uma certa frequência. Foram obtidos dois grupos de geometrias: um com os corpos cruzando a superfície livre não verticalmente, outro com os corpos totalmente submersos e próximos à superfície livre. NISHIMOTO; MAZZUCO (1989) conseguem obter geometrias bidimensionais cruzando a superfície livre que cancelam as

Na dissertação de mestrado de Alexandre N. Simos, sob o título "Tópicos visando o aprimoramento de projeto de plataformas TLP: estudo de formas

de forças inerciais atuantes nas formas geradas. baseia-se na geração de formas bidimensionais com um comportamento prestabelecido ao potencial complexo de escoamento. Enfim, este método de síntese hidrodinâmica difração em relação à geometria do corpo através de coeficientes analíticos relacionados válida para toda a faixa de frequências. Desta forma, é possível obter os efeitos de escoamento potencial, e determina a força de excitação vertical de primeira ordem, excitantes com períodos longos. Esta nova formulação é derivada da teoria de cálculo da força inercial de primeira ordem em corpos submersos esbeltos para ondas analítica para a fórmula de Morison, equação bem conhecida na hidrodinâmica para o *pontoons* de uma estrutura flutuante. Com esse intuito, é desenvolvida uma extensão de formas bidimensionais otimizadas que poderiam ser usadas no formato seccional de ARANHÁ; PINTO (1994) apresentam uma metodologia para a síntese de

possível sintonizar a frequência de cancelamento da força de excitação de onda. volume dos *pontoons*. Com esta alteração na distribuição do volume os *pontoons*, foi movimento de *heave* de semi-submersíveis através de uma mudança na distribuição de hidrodinâmica em casos reais, NISHIMOTO et al. (1992) buscam a minimização do Retornando ao tema da tentativa de aplicação do conceito de síntese

acentuado na força excitante devido à onda. No entanto, foi verificado, próximo às frequências de cancelamento, um aumento forças de *heave*, *sway* e momento de *roll*, para frequências típicas de excitação do mar.

bidimensionais de mínima força de excitação vertical e modelagem da dinâmica dos tendões sob excitação paramétrica", a metodologia de síntese hidrodinâmica proposta por ARANHA, PINTO (1994) é retomada: a teoria envolvida na extensão analítica para fórmula de Morison, bem como na geração de formas bidimensionais, são estudadas, e, graças a este estudo, algumas novas secções são geradas e propostas para utilização em *pontoons* de plataforma.

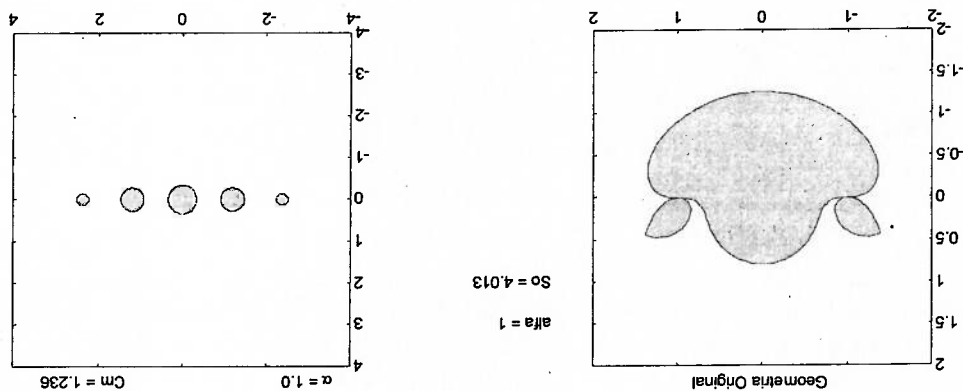


Figura 2.1 - Formas geométricas sugeridas por SIMOS (1997).

À primeira vista, esta teoria de síntese hidrodinâmica proposta apresentou resultados de grande interesse de aplicação em cascos reais de sistemas flutuantes, mas faltava ainda um aspecto para a sua aceitação: a validação das formas geométricas obtidas. A extensão analítica da fórmula de Morison é desenvolvida para corpos submersos em fluido infinito, ou seja, os efeitos de superfície livre não são computados. Além disso, toda teoria é desenvolvida através da teoria potencial, e, por isso, os efeitos viscosos não estão incluídos. Na conclusão da dissertação de mestrado de SIMOS, é sugerida, para a continuidade do trabalho, uma análise dos efeitos de superfície livre sobre as formas seccionais obtidas e a extensão de tais formas seccionais ao caso tridimensional. As ferramentas para a análise e validação das formas obtidas poderiam

ser numéricas e experimentais, sendo que, neste trabalho, estas duas foram utilizadas com o intuito de se obter uma análise de todos os efeitos presentes, bem como da robustez nos resultados finais.

Outro importante trabalho que auxiliou no desenvolvimento do método variacional em fluido infinito descrito no item 2.3, o qual foi uma das ferramentas utilizadas na validação das formas geométricas bidimensionais aqui estudadas, foi ARANHA; PESCE (1989). Nele, é apresentado um método variacional aplicado para problemas de difração e radiação de ondas. Através deste método, os coeficientes de força de excitação, de massa adicional e de matrizes de amortecimento de radiação, bem como os coeficientes de reflexão e transmissão para o caso bidimensional, podem ser determinados com uma boa aproximação, fazendo-se uma escolha razoável de singularidades (pólos, dipolos e vórtices) presentes dentro do corpo. Essas singularidades permitem “imitar” não apenas o comportamento global do fluido que passa pelo corpo, mas também comportamentos locais, como, por exemplo, o escoamento fluido em volta das quinas deste corpo. Nesse contexto, essa aproximação variacional lida com um método numérico, cuja formulação dita traca é a mesma utilizada em elementos finitos (e com métodos utilizando a Função de Green). A teoria envolvida no modelo matemático desenvolvido neste trabalho é apresentada e alguns resultados para secções bidimensionais clássicas são obtidos e comparados com resultados experimentais apresentados por VUGTS (1968).

2.2. A Fórmula de Morison estendida – Funções de Forma

Neste item, será apresentada a função de forma $F(Ka)$ como descrito por ARANHÁ; PINTO (1994). Através desta função de forma $F(Ka)$, foi possível realizar a síntese da seção de famílias com formas geométricas variadas e com a característica de minimização da força excitante para uma faixa de frequências desejada. Ou seja, o desenvolvimento teórico a seguir é a base de todo este trabalho e responsável pela origem desta linha de pesquisa.

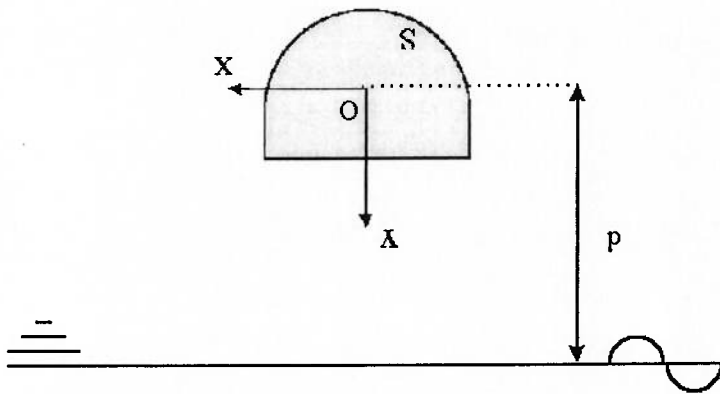


Figura 2.2 - Representação esquemática do problema.

Seja d a distância entre a superfície livre e o centro geométrico $O=(0,0)$ de um corpo submerso, uma onda harmônica, propagando-se em lâmina d'água de profundidade infinita, induz em O a velocidade vertical dada por

$$w_0(t) = -i\omega A e^{-Kd} e^{-i\omega t}, \quad (2.1)$$

onde ω é a frequência da onda, $K=\omega^2/g$ o número de onda e A a amplitude da onda. A parte inercial da fórmula de Morison para a força em *heave* é dada por:

$$F(Ka) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (Ka)^n \frac{D_1^n}{D_{n+1}}, \quad (2.4)$$

A partir da expressão

de corte do corpo e parece plausível que o efeito de difração possa ser expresso por eles. Os coeficientes $\{D_n; n = 1, 2, \dots\}$ contêm toda a informação geométrica da seção

$$W(z) = - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{z^n}{D_n}. \quad (2.3)$$

$W(z)$ é analítica na região fluida e pode ser expandida na seguinte série:

uma região fluida sem o efeito de superfície livre será denominado $W(z)$. A função potencial complexo relacionado com o movimento vertical da seção transversal em considerando que as dimensões devem ser normalizadas pelo comprimento $a = S^{1/2}$, o geométrica do corpo numa forma analítica. Com este propósito em mente e detalhes geométricos da seção transversal e seria interessante traduzir a informação Em alta frequência, sabe-se que a força de excitação é influenciada pelos

além da área, é o coeficiente de massa adicional C_m .

efeito de difração é praticamente ignorado e a única informação geométrica necessária, com S sendo a área seccional e C_m o coeficiente de massa adicional. Nesta expressão, o

$$f(t) = pS(C_m + 1) \cdot \frac{dw}{dt}, \quad (2.2)$$

definida para cada geometria, a força de *heave*, quando o efeito de difração é

considerado, pode ser escrita como:

$$f(t) = \rho S (C_m + 1) \cdot F(Ka) \cdot \frac{dw_o}{dt}, \quad (2.5)$$

onde (2.5) é essencialmente a parte inercial da fórmula de Morison corrigida através da

função de forma $F(Ka)$ que incorpora os efeitos de difração.

Note que $F(Ka) \rightarrow 1$ quando $Ka \rightarrow 0$ e também que (2.5) tende a (2.2) no limite

de frequências baixas, quando o efeito de difração é desprezível. Além disso, $F(Ka)=1$

para um círculo onde (2.2) está correto para toda faixa de frequências.

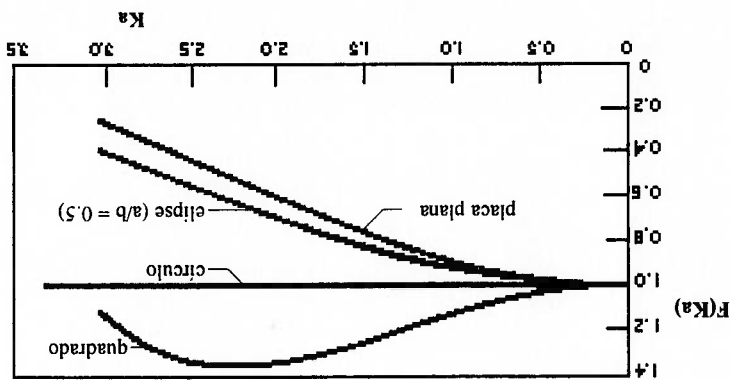


Figura 2.3 - Funções de Forma de Geometrias Usuais (extraída de ARANHA; PINTO (1994))

O propósito agora é explorar a simplicidade de (2.4) e (2.5) para construir uma

família de seções transversais que apresente propriedades desejáveis, o que será

mostrado em seguida.

As duas famílias de secções geométricas que são estudadas e validadas neste

trabalho são obtidas através das seguintes funções de forma:

$$F(Ka) = 1 - \sin(\alpha Ka), \quad (2.6)$$

$$F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka), \quad (2.7)$$

$$a = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

É importante ressaltar que o parâmetro α pode ser ajustado de modo que a correspondente função de forma possa ser deslocada para zerar a força de excitação em frequências desejáveis. Expandindo (2.6) e (2.7) em séries e usando (2.4), os coeficientes $\{D_n; n = 1, 2, \dots\}$ podem ser determinados e a série (2.3) pode ser encontrada. Cada uma das funções de forma e geometrias encontradas será mostrada nos próximos itens.

2.2.1. A função de forma $F(Ka) = 1 - \sin(\alpha Ka)$

O potencial complexo do movimento fluido vertical para a função de forma

$$F(Ka) = 1 - \sin(\alpha Ka) \text{ é determinado por [ver SIMOS (1997)]}$$

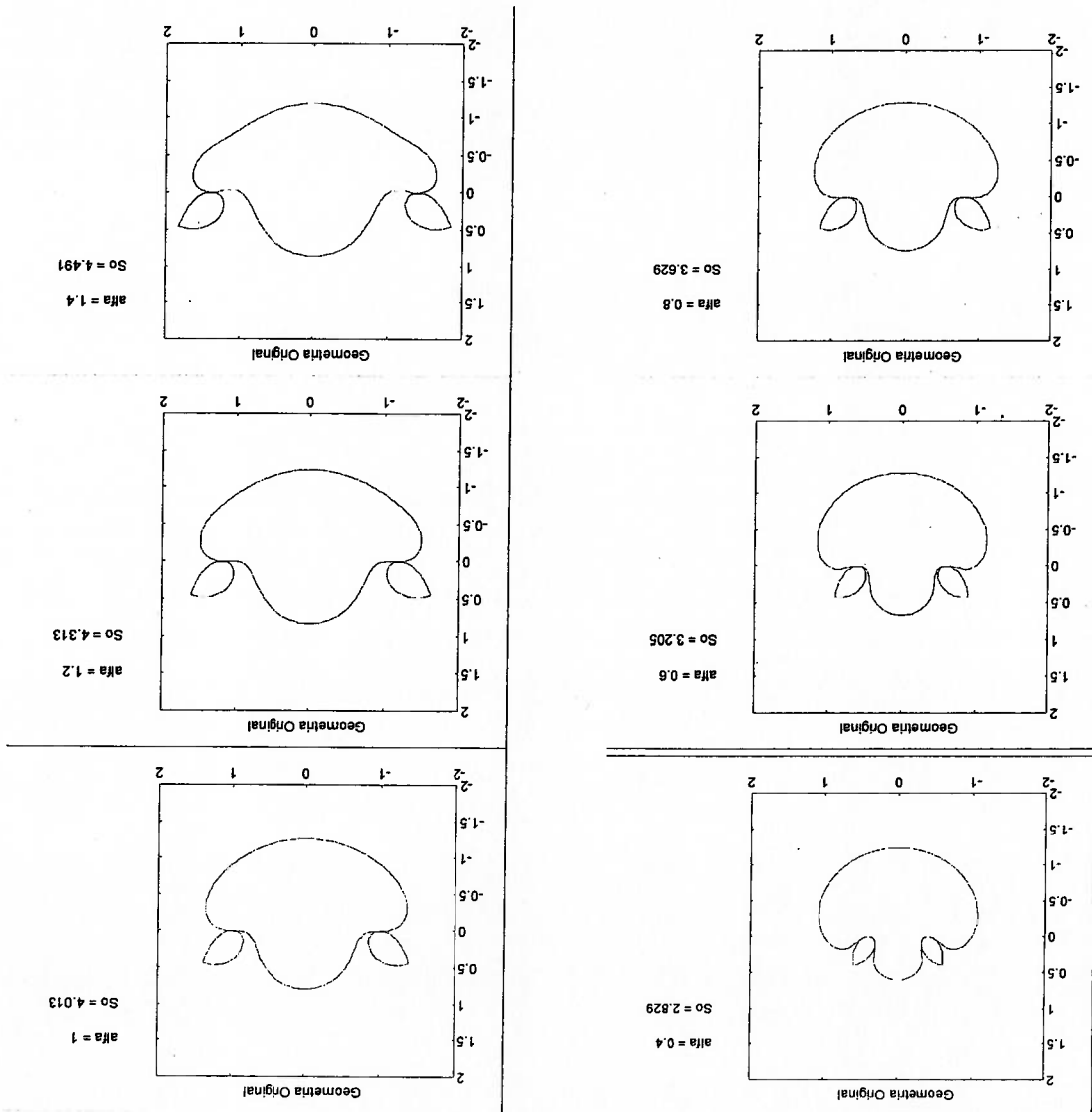
$$W(z) = -\frac{i}{1} + \frac{2}{1} \left[\frac{z - \alpha}{1} - \frac{z + \alpha}{1} \right] + iz = \Phi + i\Psi. \quad (2.8)$$

Através deste potencial, induzido pela presença de um dipolo vertical na origem e dois dipolos horizontais com sinais opostos e posicionados em $(x = \pm\alpha; y = 0)$, além do termo (iz) representando o fluxo uniforme vertical, chega-se às geometrias seccionais mostradas na figura 2.4. Como pode ser visto, as geometrias obtidas apresentam dois apêndices em contato com um corpo principal. A medida que o fator α aumenta, os pontos de contato do corpo principal com os apêndices vão se distanciando, ou seja, o fator α representa a posição dos dipolos horizontais no meio fluido. A geometria obtida, portanto, não é fisicamente plausível, por apresentar duas singularidades nesta região de contato do corpo principal com os apêndices.

analticamente vêm em seguida.

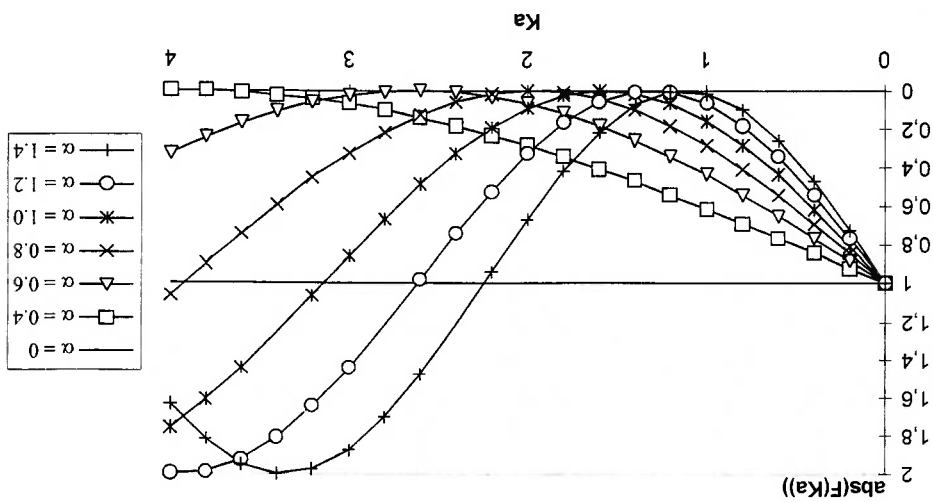
As curvas de função de forma obtidas para esta família de secções sintetizadas

Figura 2.4 - Formas seccionais obtidas por SIMOS (1997) variando-se o valor do parâmetro α



A figura 2.5 mostra que, com o aumento do fator α , o ponto de cancelamento da força excitante vai tendendo para frequências mais baixas. Portanto, a distância entre os apêndices influencia significativamente na força excitante resultante no corpo. O efeito dos apêndices nessa família de seções será melhor observado no item 3.1 através de um estudo com ferramentas de análise numéricas.

Figura 2.5 - Função de forma $F(Ka) = 1 - \sin(\alpha Ka)$



2.2.2. A função de forma $F(Ka) = \cos^2(\alpha Ka)$

Já para esta função, o potencial complexo obtido pela presença de cinco dipolos verticais posicionados em $(x=-4\alpha, -2\alpha, 0, 2\alpha, 4\alpha; y=0)$, e com o termo (iz) representando o movimento vertical, é representado por

$$W(Z) = \frac{3!}{1!} \frac{z}{1!} - \frac{4(z+2\alpha)}{1!} - \frac{4(z-2\alpha)}{1!} - \frac{16(z+4\alpha)}{1!} - \frac{16(z-4\alpha)}{1!} + iz = \Phi + i\Psi. \quad (2.9)$$

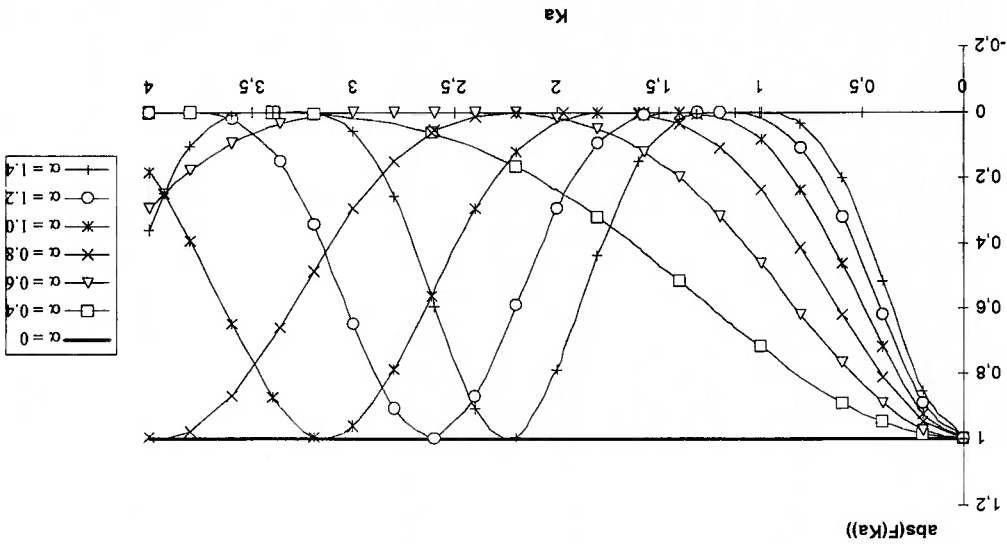
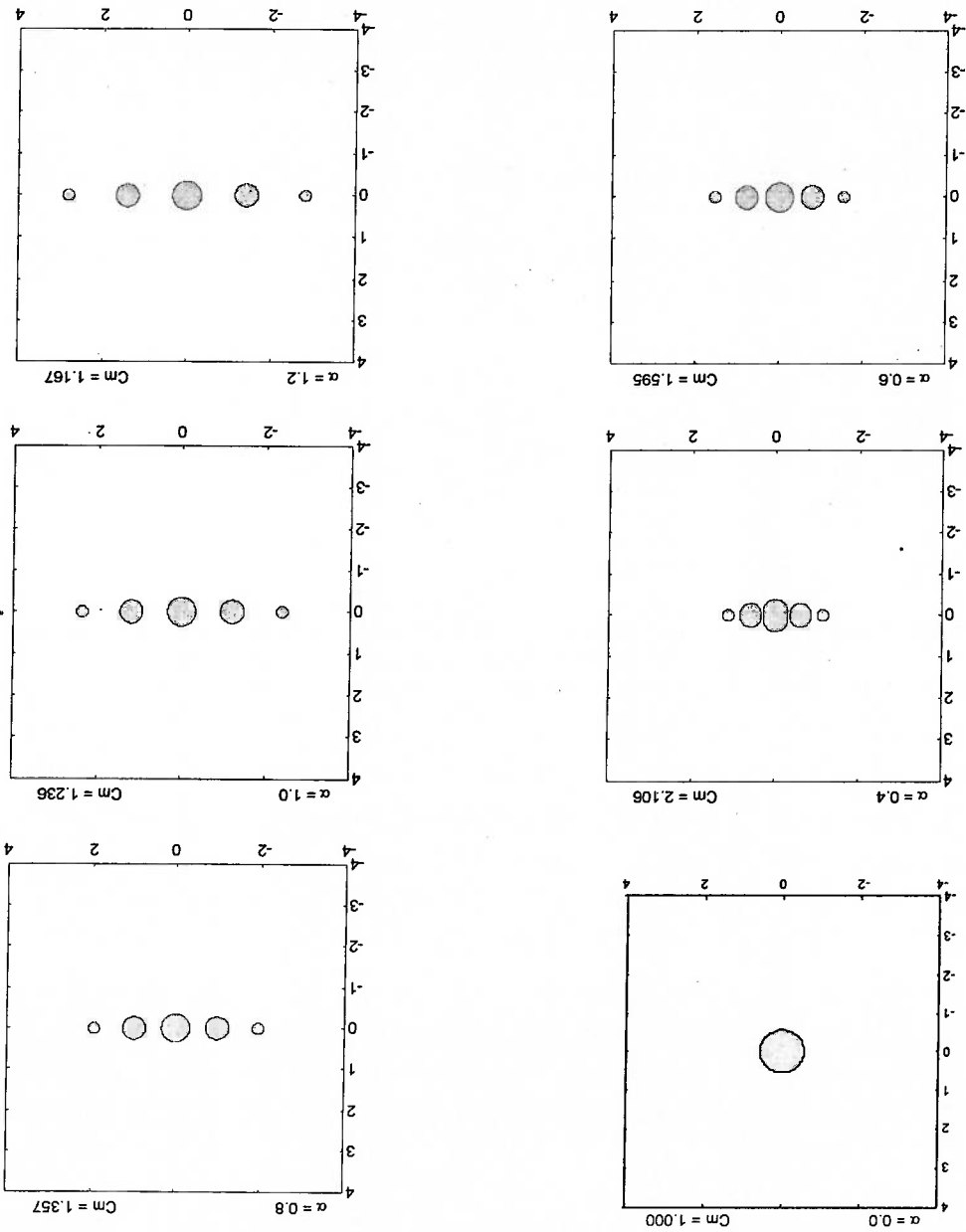


Figura 2.6 - Função de forma $F(Ka) = \cos^2(\alpha Ka)$.

Assim, as formas geométricas oriundas das linhas de corrente obtidas do potencial de escoamento complexo são mostradas na figura 2.7, e as curvas das funções de forma para estas geométrias, na figura 2.6.

Neste caso, a geometria foi obtida pela presença de cinco dipolos verticais. É fácil perceber que, com o aumento do fator α , os dipolos vão se afastando e cada um dos cinco corpos gerados vão se aproximando do formato de um círculo. Essa função de forma $F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka)$ poderia ter sido obtida através da fórmula de Morison, como mostrado no apêndice A.1; no entanto, a geração desta família de seções só foi possível através do método de síntese, partindo-se primeiramente desta função de forma.

Figura 2.7 - Formas seccionais obtidas por SIMOS (1997) variando-se o valor do parâmetro α



Na figura 2.6, pode ser verificado que as forças resultantes nessa família de secções apresentam uma faixa de valores nulos. Aumentando-se o fator α , essa faixa de cancelamento vai-se reduzindo e se aproximando de frequências mais baixas, ou seja, como os círculos vão se distanciando, é possível reduzir a força de ondas excitantes com comprimentos maiores.

2.3. Método variacional em fluido infinito

Além das ferramentas analíticas, experimentais e numéricas com o programa WAMIT, foi utilizada, no trabalho de validação das formas transversais obtidas, uma ferramenta numérica baseada no método variacional em fluido infinito.

Neste item, serão mostradas a teoria da modelagem matemática utilizada no desenvolvimento desta ferramenta e a validação dos cálculos realizados com secções que apresentam resultados conhecidos na literatura. O desenvolvimento a seguir é baseado em PESCE (1988) e ARANHA; PESCE (1989).

2.3.1. Desenvolvimento teórico

Na ausência de superfície livre, considerando um escoamento bidimensional incompressível e irrotacional em torno de um corpo e sendo $\Phi(r)$ o potencial de velocidades do fluido com velocidade U perturbado devido à presença do corpo, devem estar satisfeitas as seguintes equações de campo e condições de contorno:

$$\begin{aligned} \Delta^2 \Phi &= 0; \\ (\Delta \Phi \cdot \mathbf{n})|_S &= 0; \\ \Delta \Phi &\rightarrow U, r \rightarrow \infty; \end{aligned} \tag{2.10}$$

sendo S a superfície do corpo e \mathbf{n} o vetor unitário normal ao corpo e apontando para fora. Fazendo

$$\Phi = \phi + U \cdot r; \tag{2.11}$$

onde $\phi(r)$ é o potencial de velocidades do fluido devido ao movimento deste corpo, tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta^2 \phi &= 0; \\ (\Delta \phi \cdot \mathbf{n})|_S &= -U \cdot \mathbf{n}; \\ \Delta \phi &\rightarrow 0, r \rightarrow \infty. \end{aligned} \tag{2.12}$$

Seja $\psi(r)$ alguma função quadrado integrável no sentido da norma de energia

Note que a Lagrangiana do sistema pode ser escrita na forma

$$G(\phi, \psi) = \int_S \Delta \phi \cdot u \psi ds \quad (2.17)$$

$$T = - \int_S \psi U^n ds.$$

onde

$$G(\phi, \psi) = T(\psi); \quad \psi \in W_0^1(V); \quad (2.16)$$

(2.11b,c), temos

infinito e usando o teorema da divergência junto com as condições de contorno

Multiplicando ψ pelo Laplaciano de ϕ (2.11a) e integrando em todo o fluido

$$T = \frac{1}{2} \rho G(\phi, \psi). \quad (2.15)$$

a energia cinética associada ao potencial perturbado do fluido pode ser escrita como

$$G(\phi, \psi) = \int_V \Delta \phi \cdot \Delta \psi dV; \quad \phi, \psi \in W_0^1(V), \quad (2.14)$$

e definindo a função

$$\|\psi\| = \left[\int_V (\Delta \psi)^2 dV \right]^{1/2}, \quad (2.13)$$

$$L(\phi) = \frac{1}{2} \rho G(\phi, \phi) - \rho V(\phi). \quad (2.18)$$

O potencial ϕ é aproximado como sendo combinação linear de funções linearmente independentes ($T_j(r); j = 1, \dots, N$), denominadas 'Funções Teste':

$$\phi(r) = \sum_{j=1}^N q_j T_j(r), \quad (2.19)$$

que transforma (2.15) em um sistema linear de coeficientes. Conhecidos $\{q_j; j = 1, \dots, N\}$

$$\begin{aligned} \mathbf{Gq} &= \mathbf{V} \\ \mathbf{G} &= [G(T_i, T_j)] \\ \mathbf{q} &= \{q_j\} \\ \mathbf{V} &= \{V(T_i)\}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Deve ser notado que resolver (2.20) é, de fato, procurar por um ponto estacionário da Lagrangeana (um mínimo neste caso), o resultado assim obtido é a melhor aproximação do sub-espaco finito englobado por $\{T_j(r); j = 1, \dots, N\}$.

O tensor de massa adicional pode ser escrito da seguinte forma:

$$m^{\mu\nu} = \rho G(\phi, \psi). \quad (2.21)$$

Fazendo

$$(2.22) \quad \tilde{\phi}_k = \phi_k + \delta\phi_k; \quad k=1, \dots, 6,$$

o tensor de massa adicional para a solução no espaço finito é

$$(2.23) \quad \begin{aligned} \frac{d}{m_k} &= G(\tilde{\phi}_k, \delta\phi_l) + G(\delta\phi_k, \tilde{\phi}_l) + G(\delta\phi_k, \delta\phi_l). \\ \frac{d}{m_k} &= G(\phi_k, \phi_l) = G(\tilde{\phi}_k + \delta\phi_k, \tilde{\phi}_l + \delta\phi_l) = \end{aligned}$$

Aplicando 2.16

$$(2.24) \quad \begin{aligned} G(\tilde{\phi}_k, \tilde{\psi}) &= V(\tilde{\psi}); \\ G(\phi_k, \tilde{\psi}) &= V(\tilde{\psi}); \\ G(\tilde{\phi}_k + \delta\phi_k, \tilde{\psi}) &= G(\phi_k, \tilde{\psi}) + G(\delta\phi_k, \tilde{\psi}); \end{aligned}$$

conclui-se que

$$(2.25) \quad G(\delta\phi_k, \tilde{\psi}) = 0;$$

e, portanto,

$$(2.26) \quad G(\delta\phi_k, \tilde{\phi}_k) = G(\delta\phi_l, \tilde{\phi}_l) = 0; \quad \tilde{\phi}_k, \tilde{\phi}_l \in W_2^{(0)}(V).$$

Por fim, com 2.23 e 2.26 chega-se a:

A escolha do conjunto de função de teste é particular para cada problema. No presente caso, escoamento potencial estacionário e incompressível em volta de um corpo em fluido infinito, é uma escolha interessante conter pólos, dipolos, linhas e densidade de superfície de pólos e dipolos e anéis de vórtices.

De fato, esse método é bem geral e pode ser estendido e aplicado para problemas satisfazendo condições de contorno mais complicadas - como no caso de um sistema multi corpo mesmo sendo na presença de superfície livre ou para corpos flexíveis com condições de contorno correspondendo para cada modo de vibração.

Os resultados (2.25-27) indicam que o método variacional fornece uma aproximação para os coeficientes do tensor da massa adicional com um erro da ordem de δ^2 , sendo δ um erro de aproximação da solução potencial. O cálculo numérico da massa adicional em ambiente MATLAB, para secções já conhecidas, servirá para validar o programa.

$$\tilde{m}_{ki} = \sum_{N} \sum_{j=1}^{N-1} q_k^i q_j^i G(T_k^i, T_j^i). \quad (2.28)$$

Em termos da expansão da função teste, o tensor da massa adicional é escrito como

$$m_{ki} = \tilde{m}_{ki} + \rho G(\delta\phi_k, \delta\phi_i). \quad (2.27)$$

2.3.2. Validação do modelo matemático

A implementação de um código computacional para determinação da função de forma de corpos bidimensionais em fluido infinito, como mostrado nos tópicos 2.2 e 2.3.2, foi validada para dois tipos de secção (elipse e retângulo), sendo o potencial de radiação verificado pela massa adicional e a função de forma validada pelos valores dos coeficientes (D_n), que têm seus valores exatos indicados em ARANHA; PINTO (1994).

Para a solução da elipse, foram utilizadas como funções testes quatro linhas de vórtices distribuídas no eixo horizontal da mesma e para o caso do retângulo, foram adotadas duas linhas de vórtices localizadas perto das quinas do corpo e um dipolo posicionado no centro do mesmo. A figura 2.8 mostra o formato do corpo e como os dipolos e vórtices estão distribuídos.

Tabela 2.1: Comparação dos resultados calculados através de método variacional em fluido infinito com os encontrados em ARANHA, PINTO (1994).

Calculado		Exato		Erro(%)	
D1	-0.5432	0.1359	0.1361	0.1	1.2
D3	0.1359	-0.0671	0.1361	0.4	0.1
D5	-0.0671	0.0416	-0.0674	0.2	0.4
D7	0.0416	-0.0289	0.0417	0.7	0.2
D9	-0.0289	0.2217	-0.0289	6.9	0.7
F(3)	0.2217	0.2381	0.2217	6.9	0.7

Coefficientes Dn e F(3)

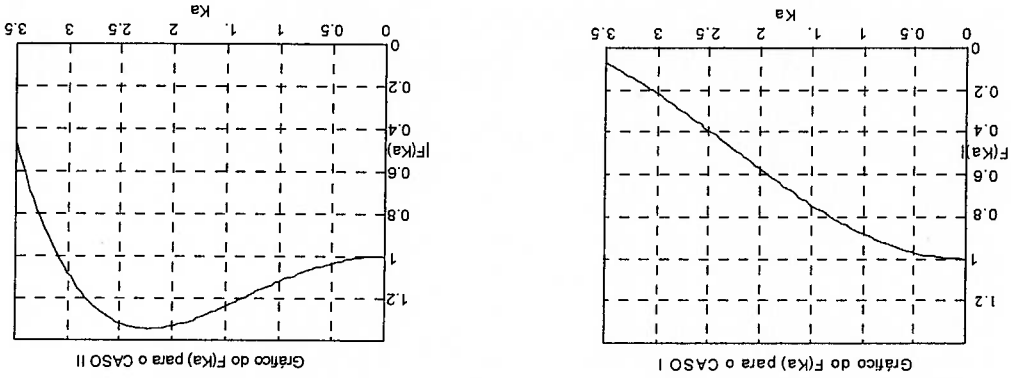
Coefficientes Dn e F(3)

Calculado		Exato		Erro(%)	
9.88		10.00		1.2	
1.163		1.188		2.1	

Coefficiente de massa adicional em heave

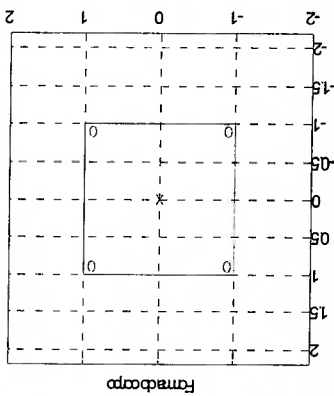
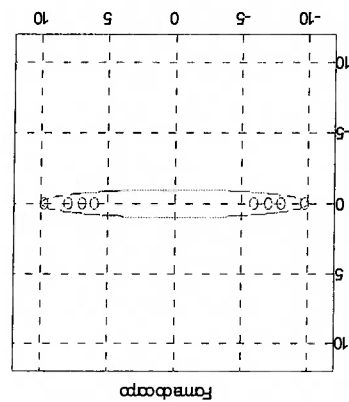
Coefficiente de massa adicional em heave

Figura 2.8 - Funções de formas calculadas através de método variacional em fluido infinito.



o → linhas de vórtices

× → dipolos



CASO I: Elipse
 - semi-eixos: vertical w; horizontal b
 - razão de aspecto: w/b=1/10

CASO II: Retângulo
 - meio-comprimento: vertical: w; horizontal: b
 - razão w/b = 1/1

Como pode ser observado, os resultados obtidos apresentam um erro pequeno, sendo, o maior, verificado no cálculo da função de forma (6.9%), atestando assim a propriedade do código criado.

O programa desenvolvido para o cálculo da função de forma, através do método variacional em fluido infinito, foi utilizado no estudo das secções bidimensionais obtidas através do método de síntese de formas, como é mostrado no item 3.1.

O programa WAMIT (WaveAnalysisMIT) foi desenvolvido pelo Departamento de Engenharia Oceânica do MIT (Massachusetts Institute of Technology) para analisar a interação entre ondas de superfície e estruturas *offshore* (ver WAMIT, 1993). É um programa de intensa aplicação e muito aceito em toda comunidade hidrodinâmica. Ele é baseado no método de painéis tridimensional, com o qual é possível avaliar os potenciais de velocidades e outros parâmetros hidrodinâmicos desejáveis. A interação entre vários corpos pode ser analisada, considerando casos de linha d'água com

experimentais. O desenvolvimento deste trabalho será detalhado nos próximos itens. Foram utilizadas ferramentas numéricas (neste caso apenas com o programa WAMIT) e ordem. Já para a família de secções obtidas pela função de forma $F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka)$, os efeitos causados por essa família de geometrias na força de excitação de primeira variacional bidimensional em fluido infinito e do programa WAMIT, pôde-se analisar procurou-se a utilização de ferramentas numéricas, ou seja, através do método das funções de forma $F(Ka) = 1 - \sin(\alpha Ka)$ e $F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka)$. Para o primeiro caso, As geometrias bidimensionais que serão aqui estudadas foram geradas a partir

analítica mostrado no item 2.2 desta dissertação. secções geométricas bidimensionais foram obtidas através do processo de síntese apresentadas na dissertação de mestrado de Alexandre N. Simos (1997). As famílias de serão apresentados e discutidos. Procurou-se validar duas famílias de secções Neste capítulo, todos os resultados obtidos no desenvolvimento desta pesquisa

3. ESTUDO DAS FORMAS OBTIDAS ATRAVÉS DO PROCESSO DE SÍNTESE ANALÍTICA:

profundidades finitas e infinitas. Os corpos em estudo podem estar completamente submersos ou não. O fluido é considerado ideal e as ondas, harmônicas. A condição de superfície livre é linearizada. Os potenciais de velocidade de radiação e difração na superfície molhada do corpo são determinados através da solução da equação integral, obtida usando o Teorema de Green.

Um dos resultados que o programa WAMIT oferece é a força de excitação do problema de difração. Normalizando essa força pela fórmula de Morison (equação 2.2 do item 2.2), é possível obter o fator de forma $F(Ka)$ e comparar este resultado com o obtido pelos outros métodos. Como a pesquisa aqui realizada, até o momento, abrange somente secções bidimensionais, foi necessário realizar um estudo para determinar um comprimento típico onde este efeito tridimensional não afetaria as comparações realizadas. Chegou-se à conclusão de que, para um comprimento de cinquenta vezes o raio de um círculo de mesma área da secção geométrica estudada, os efeitos tridimensionais são praticamente inexistentes.

Para o auxílio na geração das geometrias e das malhas como dados de entrada para o WAMIT, utilizou-se um programa pré-processador denominado MG. O sistema MG (*mesh generator*) é um gerador de malhas para modelos tridimensionais de elementos finitos de cascas ou de sólidos. Este programa foi desenvolvido através de um convênio CENPES/PUC e foi especificado para fazer apenas a modelagem da geometria, ou seja, gerar as coordenadas dos vértices e a conectividade dos elementos da malha (ver MG – Manual do usuário). A figura 3.8, por exemplo, mostra uma geometria modelada no programa MG.

3.1. Validação da família de secções de forma obtidas pela função de forma $F(Ka) = 1 - \sin(\alpha Ka)$

As formas geométricas obtidas pela função de forma $F(Ka) = 1 - \sin(\alpha Ka)$ são de

grande interesse por apresentarem uma geometria com corpo único, caso que não acontece, por exemplo, com a obtida pela função $F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka)$, que gera uma

secção com cinco corpos quase circulares. Ou seja, a princípio, o primeiro caso teria uma aplicação mais rápida e de forma mais simples. No entanto, estas formas

geométricas obtidas pela função $F(Ka) = 1 - \sin(\alpha Ka)$ apresentam dois apêndices fixos a

um corpo principal (ver figura 2.4). Nos pontos de encontro entre o corpo principal e os

apêndices existe uma singularidade devido a presença de um dipolo horizontal (ver item

2.2.1). Portanto, esta forma não é fisicamente plausível e precisa ser analisada com mais

cuidado. SIMOS (1997), ao observar este fato, propõe em sua dissertação de mestrado a

seguinte alternativa para esta família de secções bidimensionais:

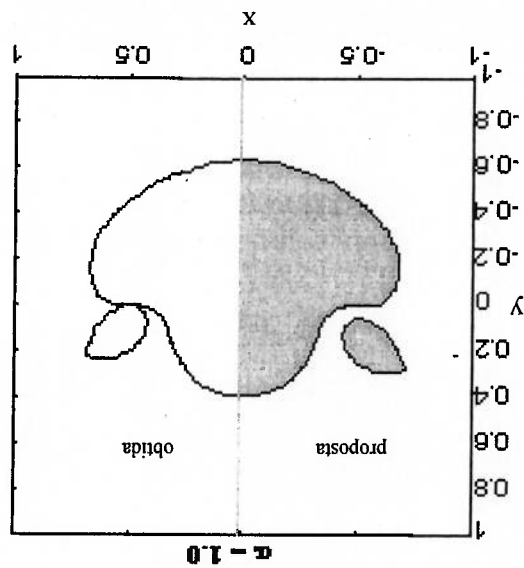


Figura 3.1 - Geometria alternativa proposta por SIMOS (1997).

Esta secção proposta por SIMOS (1997) também será verificada neste trabalho. A princípio, porém, preferiu-se realizar um estudo com a geometria acima sem os apêndices. Pretende-se avaliar se existe algum ganho significativo na redução da força de difração em relação à uma geometria circular, por exemplo. Portanto, para esta família de secções, serão observados os três tipos de configurações: geometria sem os apêndices, com os apêndices fixos ao corpo, e a geometria proposta por SIMOS (1997), com os apêndices separados do corpo principal.

3.1.1. Estudo das secções sem os apêndices

Como esta configuração apresenta geometria relativamente simples, preferiu-se utilizar, inicialmente, o método variacional em fluido infinito. Para que o escoamento fluido fosse bem representado, foram colocadas funções pólos próximas e ao longo do contorno geométrico da secção.

Com o código numérico elaborado via método variacional em fluido infinito, foi possível realizar um teste de convergência analisando o coeficiente de massa adicional ao aumentar-se o número de pólos próximos ao contorno geométrico da figura. Os resultados do teste de convergência e as geometrias estudadas estão mostrados a seguir.

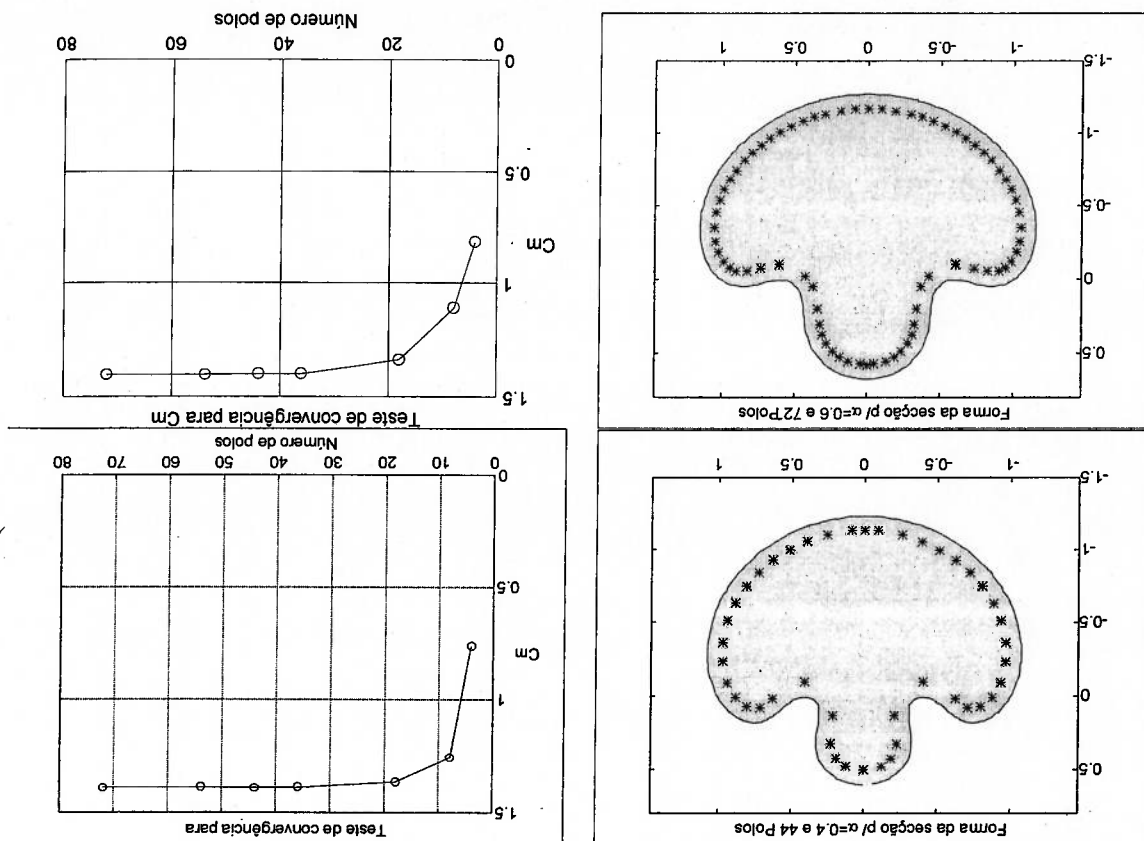
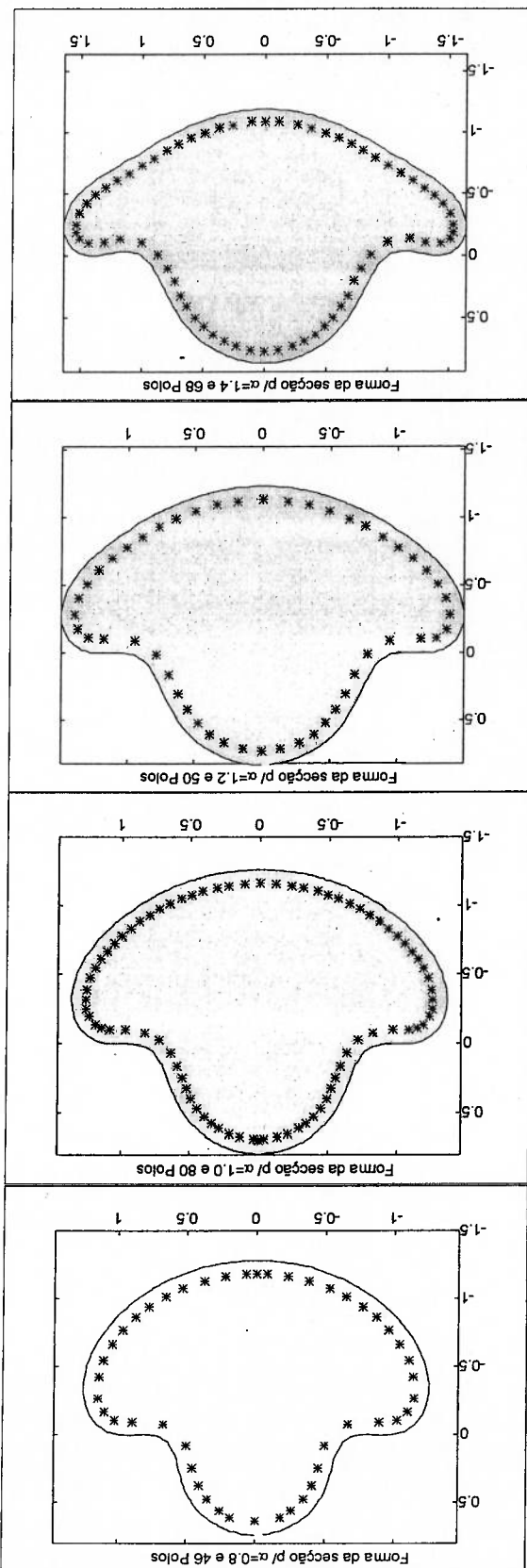
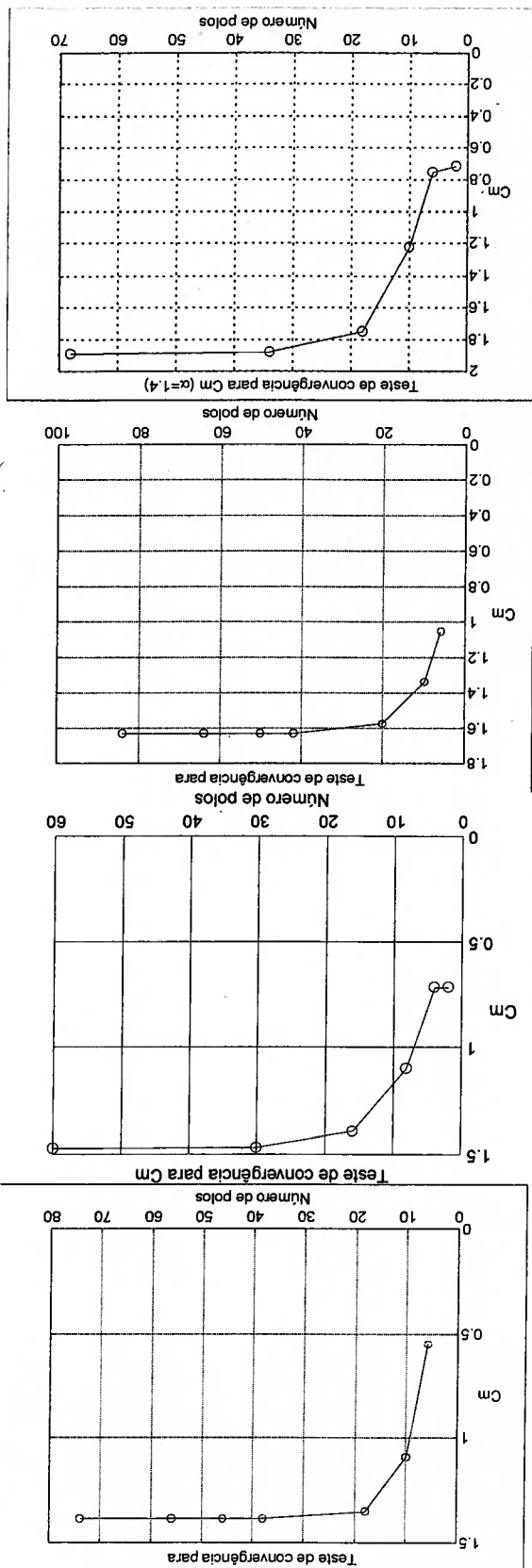


Figura 3.2 - Geometria dos corpos



* → Símbolo para polos

Figura 3.3 - Teste de convergência com Cm



O programa WAMIT também foi utilizado para o cálculo de forças verticais de difração, comparando-se esses resultados com os obtidos via método variacional em fluido infinito. Para reduzir o efeito causado pelo fator tridimensional inserido no cálculo do WAMIT, foram gerados modelos apresentando a mesma seção geométrica em estudo com comprimentos de cerca de cinquenta vezes o raio de um cilindro de mesma área seccional. Também foram gerados modelos com várias profundidades de imersão do corpo, para ter a possibilidade de analisar os efeitos da superfície livre. Os resultados das comparações obtidas vêm em seguida.

O teste de convergência com o coeficiente de massa adicional indica uma confiabilidade no método de cálculo, mostrando que, a partir de um certo número de pólos, o escoamento potencial é bem representado. Portanto, as curvas de função de forma obtidas também tenderão a apresentar resultados confiáveis.

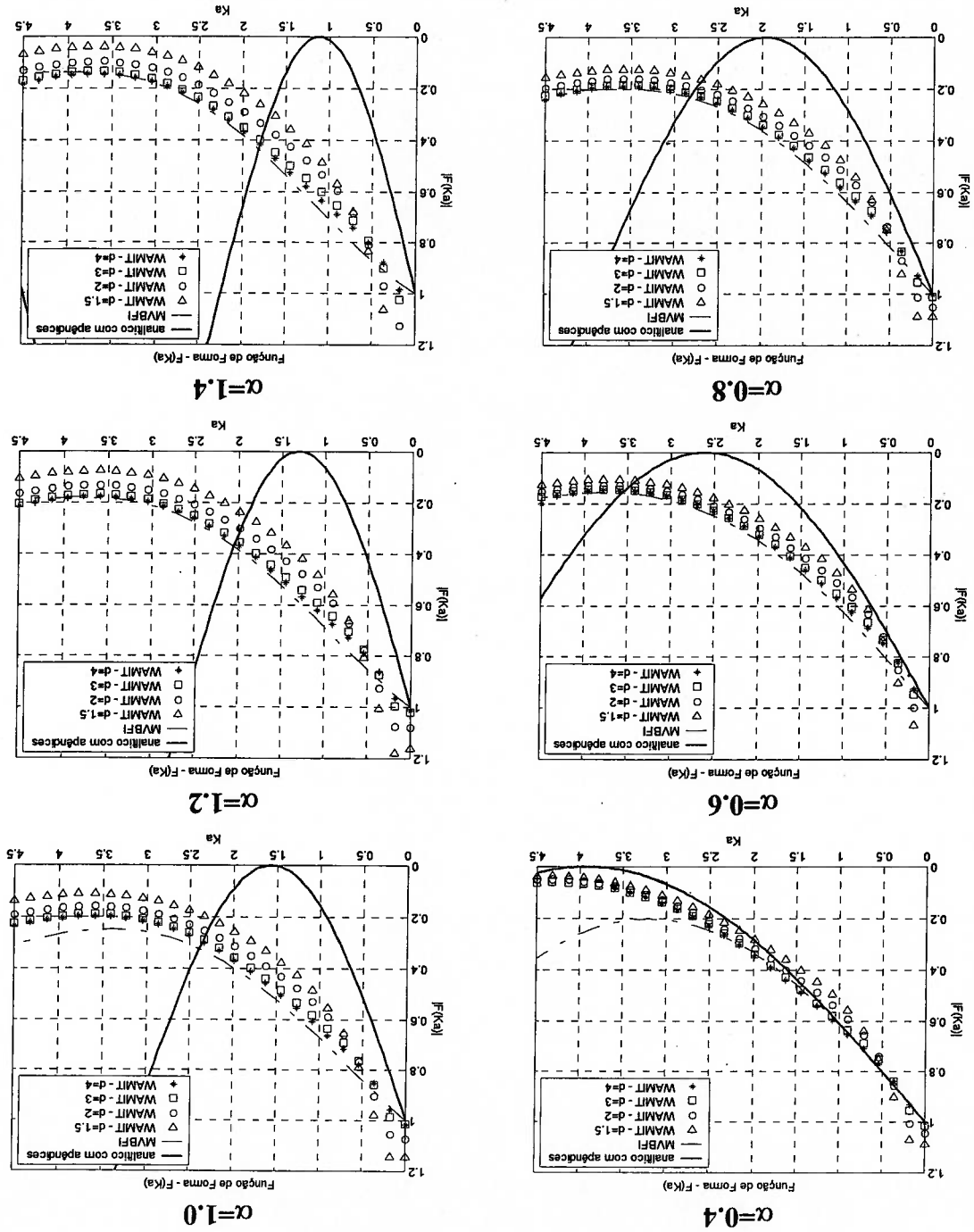
Tabela 3.1: Resultados dos teste de convergência através do coeficiente de massa adicional.

Resultado final do teste de convergência:			
Alfa	Area	Num.Pólos	Cm
0.4	2,6379	54	1,3873
0.6	2,8919	54	1,4011
0.8	3,2572	56	1,4195
1.0	3,6578	60	1,4728
1.2	3,8893	64	1,6308
1.4	4,0679	68	1,8928

A tabela a seguir mostra os resultados numéricos finais deste teste de convergência com a família de seções obtidas pelo fator de forma $F(Ka) = 1 - \text{sen}(\alpha Ka)$ sem os apêndices.

Os gráficos mostrados na figura 3.4 indicam que, sem os apêndices, o cancelamento da força excitante não tenderam para frequências mais baixas com o aumento do parâmetro α , conforme mostra o resultado analítico que considera a

Figura 3.4 - Funções de forma $F(Ka)$ obtidas analiticamente, pelo MVBFI (método variacional bidimensional em fluido infinito) e pelo programa WAMIT, d e a profundidade de imersão do corpo.



presença de apêndices. Portanto, a única geometria que obteve um comportamento acompanhando o previsto pela teoria para as secções com apêndices foi a geometria obtida com o parâmetro α igual a 0.4. Ou seja, para esta geometria, a ausência dos apêndices não afetou significativamente a força de excitação. Pode-se concluir, portanto, que o efeito dos apêndices e das singularidades presentes nos pontos de contato entre o corpo principal e os apêndices é que causa a mudança no escoamento volta do corpo, anulando a força excitante em frequências de interesse. Esse efeito é acentuado com o aumento do parâmetro α .

Outro resultado interessante observado na figura 3.4 é a influência da imersão do corpo na força excitante. Note, no entanto, que o método variacional simplificado em fluido infinito aproxima razoavelmente a solução numérica determinada com o programa WAMIT, que considera o efeito de superfície livre. Se adotado o método variacional geral, conforme PESCE (1988) e ARANHA; PESCE (1989), quando o efeito de superfície livre é aproximadamente considerado, os resultados obtidos por estas duas ferramentas de análise por certo apresentariam melhor aderência.

Para que se possa visualizar de forma mais significativa a redução na força de excitação vertical para estas geometrias, foi realizada uma comparação com a forma bidimensional obtida para $\alpha = 0.8$ e um círculo de mesma área, sendo que os dois corpos foram colocados no mesmo calado h.

sendo

$$F_{ad} = \frac{F_{WAMIT}}{pV(C_m + 1)\omega^2 A e^{-Kd}} \quad (3.1)$$

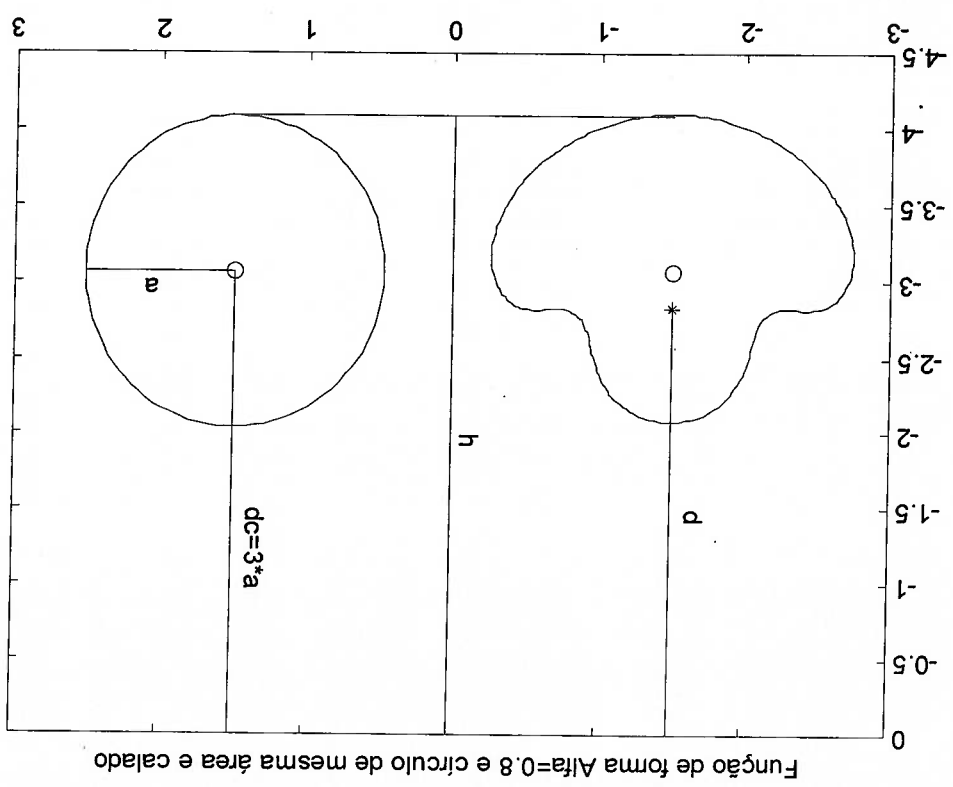
de medida até o centro do círculo (ver figura 3.5):

com o comprimento característico $a = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ e com a profundidade de imersão do corpo

Morison para um círculo, ou seja, com o coeficiente de massa adicional C_m igual a 1, programa WAMIT para as secções da figura 3.5 foram normalizadas pela fórmula de Para que fosse possível obter as curvas da figura 3.6, as forças calculadas pelo

o - centro do círculo; * - centro da geometria otimizada.

Figura 3.5 - Desenho esquemático das duas formas geométricas comparadas:



A seguir são mostrados os resultados desta comparação. É importante notar que as curvas obtidas representam a mesma adimensionalização, e, portanto, as diferenças entre as curvas de forças adimensionalizadas para a secção otimizada e do círculo são proporcionais entre si.

de – distância da linha d'água até o centro do círculo.

$$K = \frac{w^2}{g} - \text{número de onda (m}^{-1}\text{)};$$

A – amplitude da onda (l m);

ω – frequência (rd/s);

C_m – coeficiente de massa adicional ($C_m=1$);

V – volume do corpo; (m³);

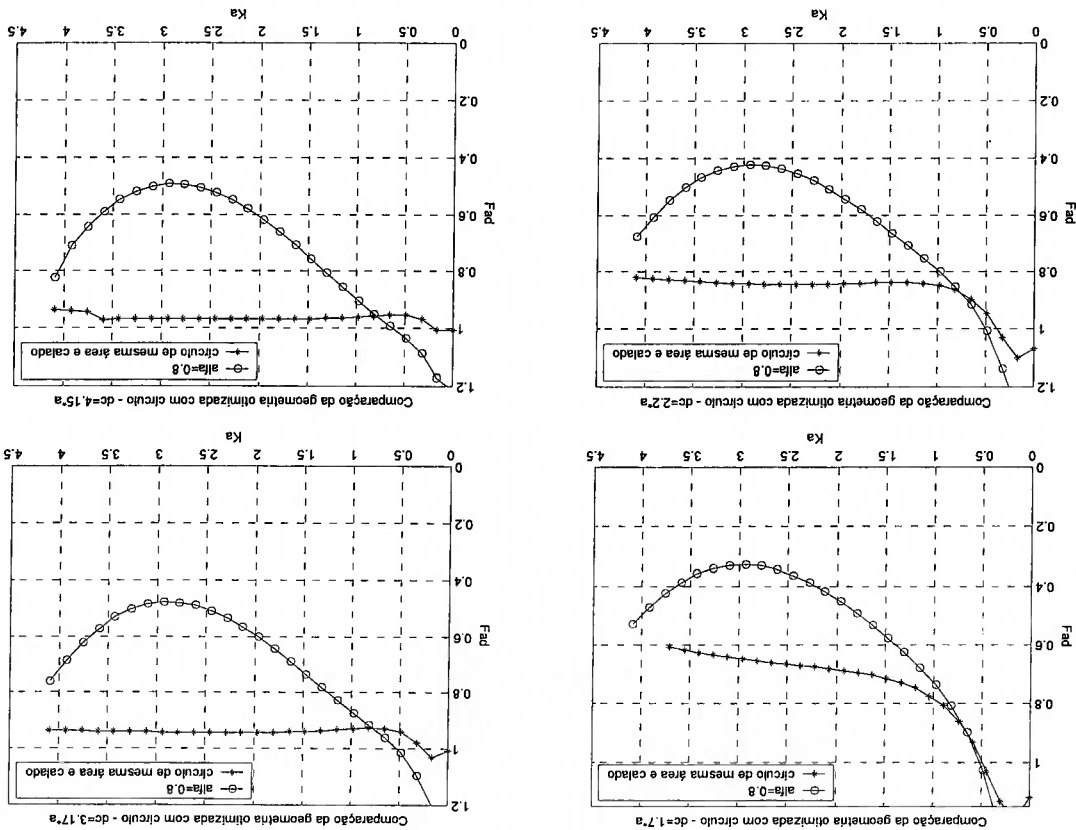
p - densidade da água (1.025 kg/m³);

força.

Como pode ser observado, as curvas obtidas para a secção otimizada apresentam uma redução na força excitante principalmente nas regiões de frequência com $Ka > 1$, sendo que, para frequências mais baixas ($Ka < 1$), existe até mesmo um aumento desta

Figura 3.6 - Resultados da força de difração vertical adimensionalizada obtidos com o programa WAMIT na comparação entre a secção otimizada com $\alpha = 0.8$ e círculo de mesma área e mesmo calado para várias profundidades de imersão. Ou seja, na figura 3.4, a profundidade de imersão do corpo usada na fórmula de Morrison foi d (ver figura 3.5) e o C_m utilizado foi o obtido via método variacional em fluido infinito para a secção otimizada, enquanto, na figura 3.6, utilizou-se a profundidade de imersão d_c e o C_m do círculo que é igual a 1.

Figura 3.6 - Resultados da força de difração vertical adimensionalizada obtidos com o programa WAMIT na comparação entre a secção otimizada com $\alpha = 0.8$ e círculo de mesma área e mesmo calado para várias profundidades de imersão.

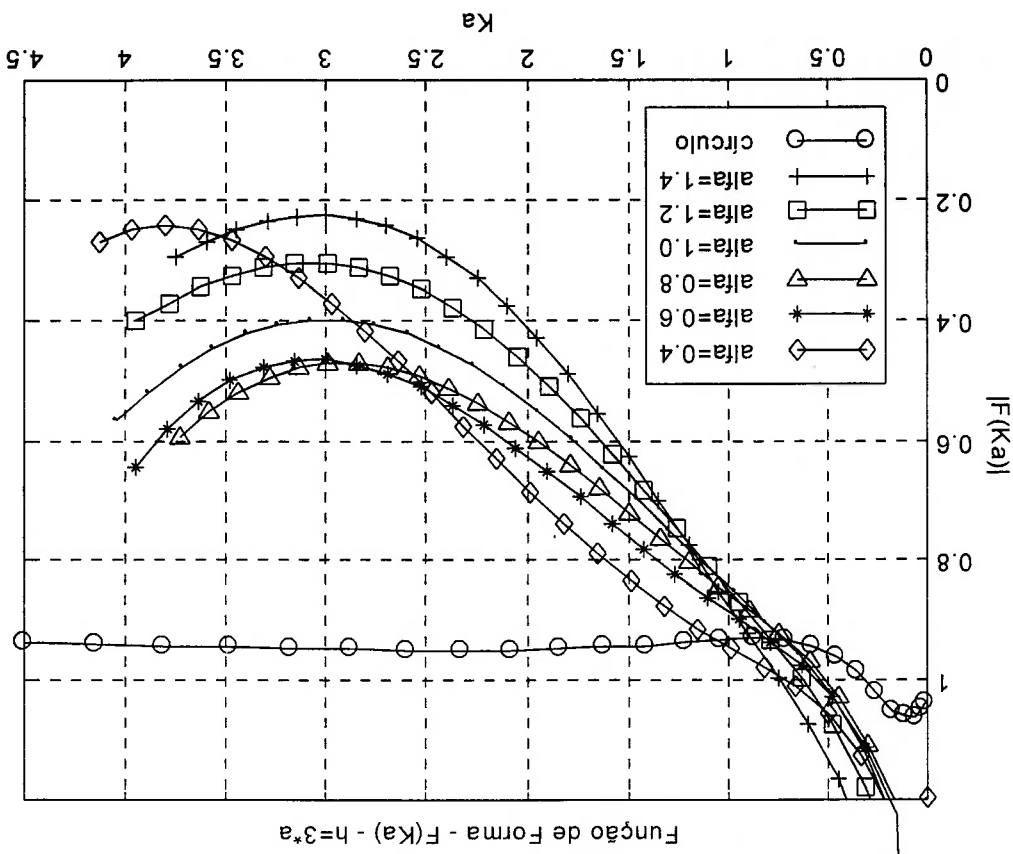


Considerando-se que o comprimento característico (a) do *pontoon* de uma plataforma flutuante é em torno de 5 metros, e que a energia de excitação do mar está situado numa faixa entre 6 e 20 segundos, na prática, a região onde se teria um maior interesse na minimização de força seria para $0.05 < Ka < 0.56$. Para esta região de Ka , não

excitação.

Pode-se afirmar que, para $1 < Ka < 3.5$, as formas geradas pela função de forma $F(Ka) = 1 - \sin(\alpha Ka)$ sem os apêndices apresentam redução no valor da força vertical de

Figura 3.7 – Resultados de força de difração obtidos com o programa WAMIT na comparação entre várias seções da família $F(Ka) = 1 - \sin(\alpha Ka)$ sem os apêndices e um círculo de mesma área e mesmo calado.



fatores α e para uma mesma profundidade de imersão dos corpos.

O gráfico a seguir mostra uma comparação entre as curvas obtidas para vários

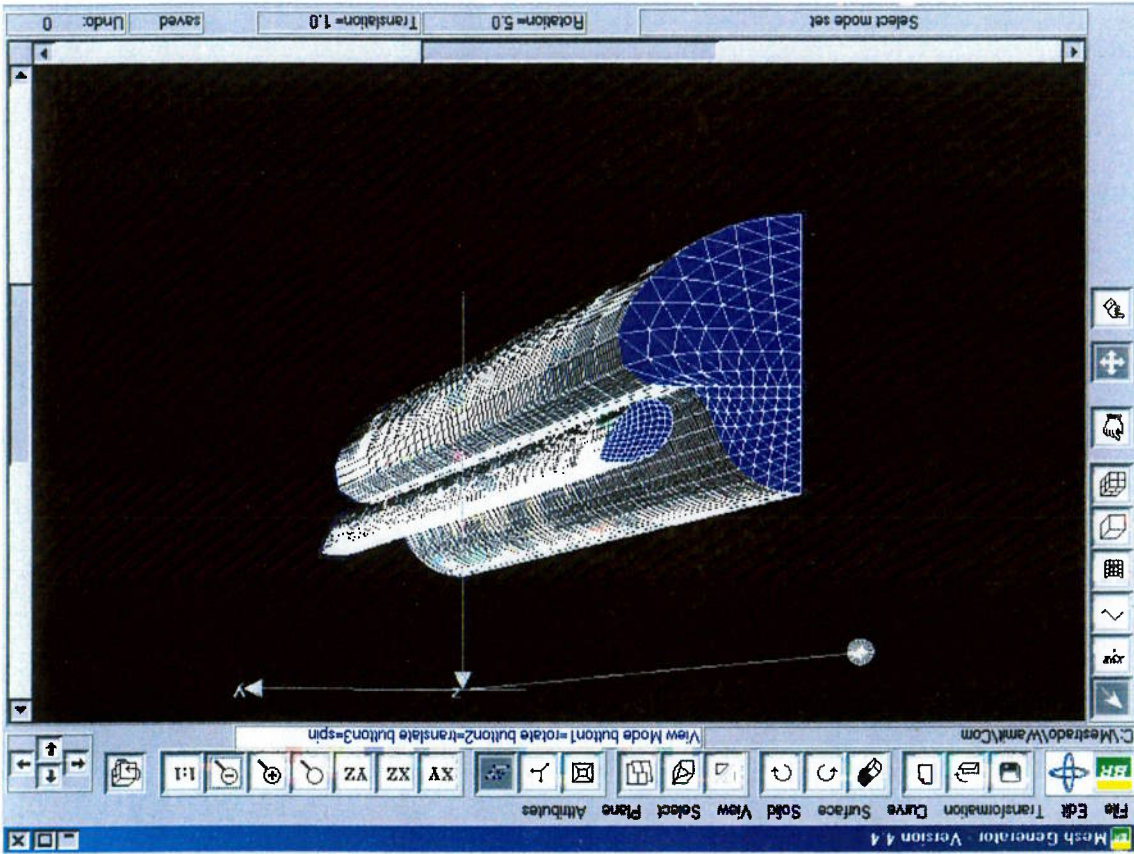
houve uma redução da força excitante da seção otimizada a um círculo de

mesma área e calado.

No entanto, para o caso da TLP, se for verificado a necessidade de redução da força excitante em seu período natural, que é em torno de 3.5 segundos, neste período, o valor de $K_{\text{a}} \approx 1.65$, e a redução da força excitante da geometria otimizada em relação a um círculo pode ser de aproximadamente 60%.

Na figura anterior, pode ser visto que foi gerada apenas a metade da secção de interesse. Isso foi feito devido ao programa WAMIT não exigir a geração das partes simétricas se o usuário define os planos de simetria anteriormente. O mesmo artifício

Figura 3.8 - Modelo gerado no programa MG para a secção obtida pela função $F(K\alpha) = 1 - \sin(\alpha K\alpha)$ com $\alpha = 1.0$ e os apêndices separados do corpo principal.



O mesmo estudo descrito no item anterior foi realizado para uma secção com os apêndices separados do corpo principal (ver figura 3.1). Ou seja, escolheu-se a secção com α igual a 1.0 e gerou-se um modelo com o apêndice separado do corpo principal para o programa WAMIT comparando-se com o resultado obtido através do método variacional em fluido infinito.

3.1.2. Estudo das secções com os apêndices separados do corpo principal

pode ser, obviamente, utilizado no método variacional como mostrado em PESCE

(1988).

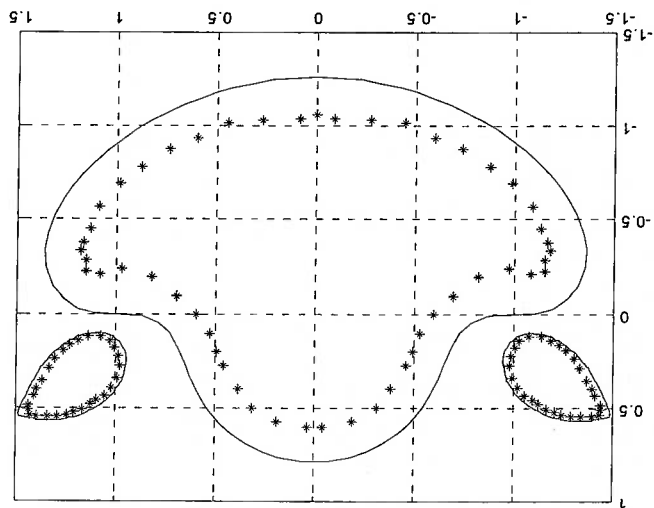


Figura 3.9 - Desenho esquemático da secção com $\alpha=1.0$ e os apêndices separados do corpo principal.
* \rightarrow Símbolo para Pólos

No entanto, para a secção mostrada na figura 3.9, aplicou-se o método variacional dispondo-se 107 pólos próximos ao contorno da geometria completa. Obteve-se neste cálculo um coeficiente de massa adicional $C_m=1.6345$. A função de forma obtida foi comparada com o WAMIT, como mostrado na figura 3.10.

geometria em estudo. Os dois modelos foram posicionados no mesmo calado, com o

foi gerado o modelo de um cilindro com raio $a = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$, sendo S igual a área da secção da

Para a realização de um estudo comparativo com uma secção circular, também

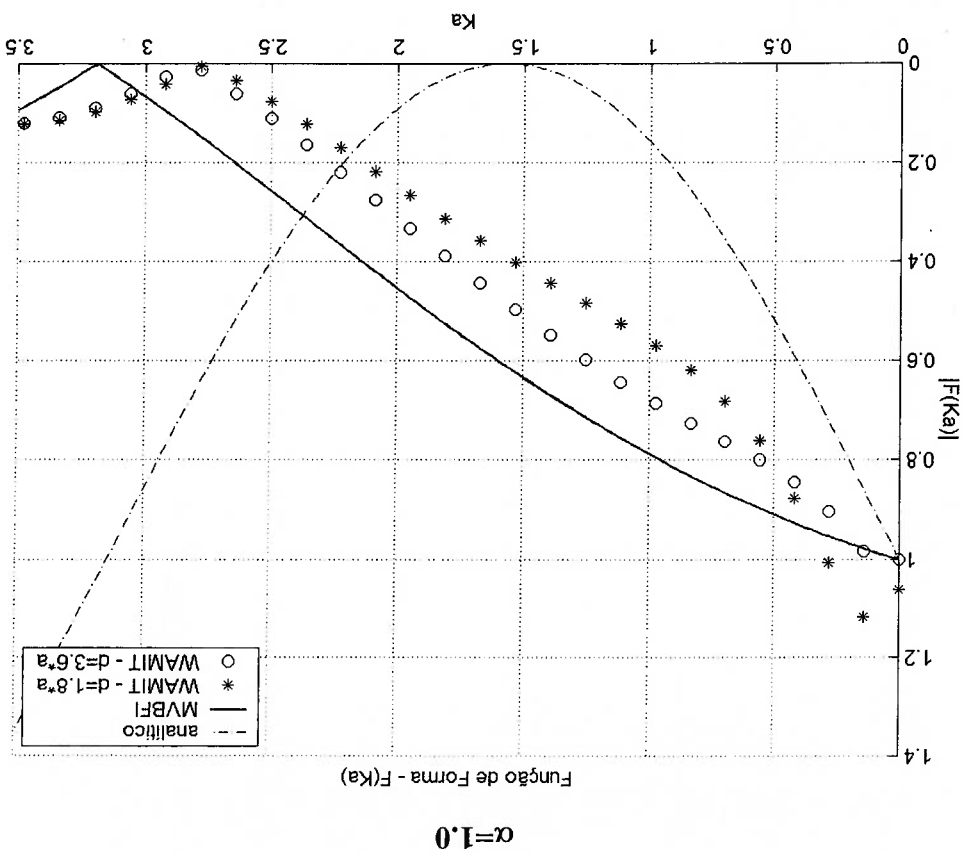
entanto não acompanharam o resultado analítico previsto.

método variacional, o efeito de superfície livre foi desconsiderado por simplicidade - no

obtiveram uma aderência razoável - lembrando que, na presente implementação do

As funções de forma resultantes do método variacional e do programa WAMIT

Figura 3.10 - Comparação da função de forma obtida analiticamente, pelo MVBFI (método variacional bidimensional em fluido infinito) e WAMIT para secção obtida com $\alpha=1.0$.



centro do cilindro a uma profundidade de imersão $d=1.89a$. A adimensionalização para as forças calculadas é a mesma mostrada na equação (3.1).

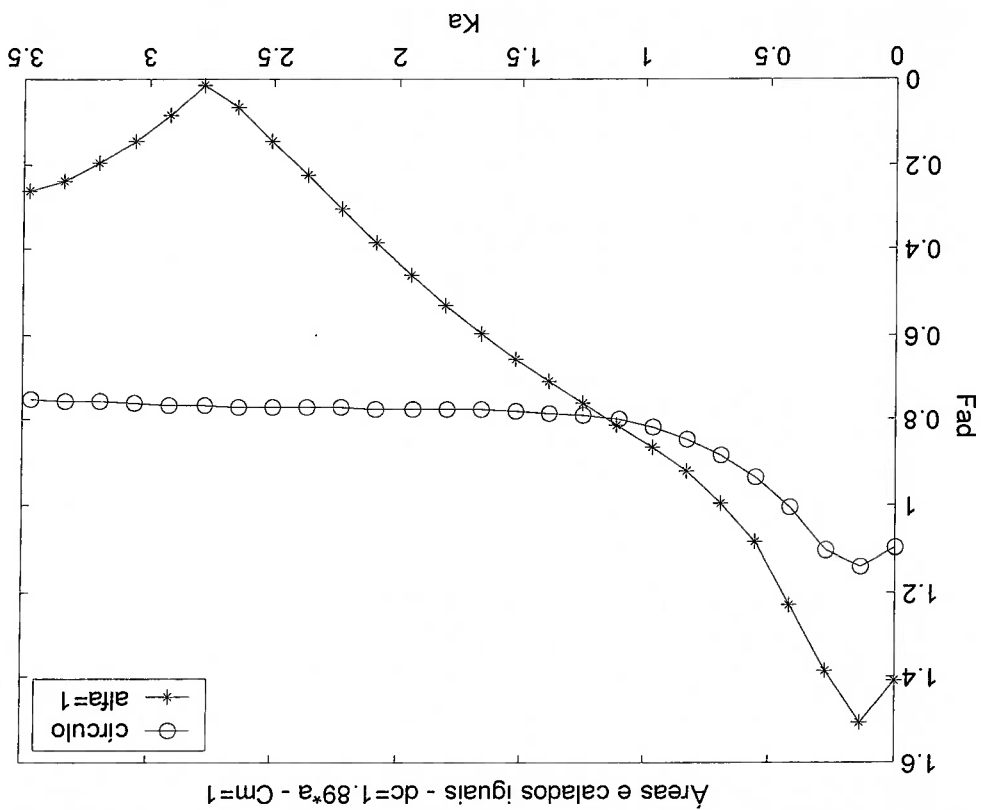


Figura 3.11 – Comparação dos resultados de força de difração vertical adimensionalizada obtidos no programa WAMIT para a seção otimizada através da formulação $F(Ka)=1-\sin(\alpha Ka)$ com $\alpha=1.0$ e os apêndices separados do corpo principal e uma seção circular de mesma área e calado.

Como pode ser verificado na figura 3.11, a geometria em estudo apresenta um ponto de anulamento de força, o que não ocorria com as geometrias sem o apêndice. No entanto, esse anulamento é em uma frequência ($Ka \approx 2.8$) mais alta do que a prevista pelos resultados analíticos ($Ka \approx 1.5$). Em relação às forças agentes sobre uma seção circular, existe uma redução da força da seção otimizada, mas apenas para frequências a partir de $Ka \approx 1.2$. É possível concluir que, mesmo inserindo os apêndices próximos ao corpo principal da geometria otimizada, não foi possível obter o mesmo escoamento previsto analiticamente devido às singularidades causadas pelos dipolos horizontais.

Analisando o uso desta secção na prática, como feito no item 3.1.1, em regiões de maior concentração da energia de excitação do mar ($0.05 < K_a < 0.56$), o comportamento desta geometria com os apêndices separados do corpo principal apresenta uma força excitante maior que a de um círculo de mesma área e calado. No caso da frequência natural típica de uma TLP ($K_a \approx 1.65$), existe uma pequena redução na força excitante em relação ao círculo comparado, mas que, a princípio, não justificaria o uso da secção otimizada que apresenta uma geometria muito mais complexa.

3.1.3. Estudo das secções com os apêndices fixos ao corpo principal

Para esta última tentativa, utilizou-se apenas o programa WAMIT para a determinação das forças de excitação verticais. Foi escolhida apenas uma secção, correspondente àquela com o parâmetro α igual a 1.0. Com o objetivo de retirar-se dificuldades de convergência numérica, o ponto de contato entre os apêndices e o corpo principal foi alargado. A figura em seguida mostra o modelo da secção gerada com o programa MG.

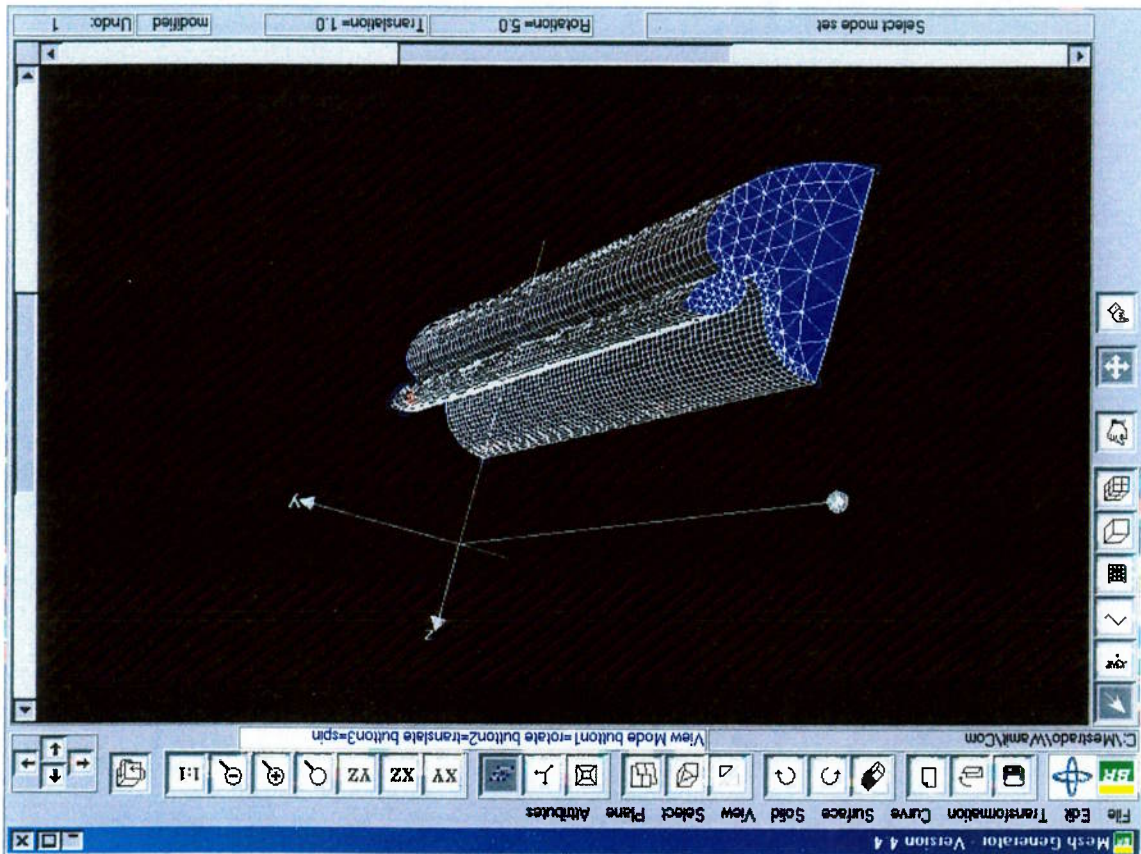


Figura 3.12 - Modelo gerado no programa MG para a secção obtida pela função $F(K_{ij})=1-\sin(\alpha K_{ij})$ com $\alpha=1.0$ e os apêndices fixos ao corpo principal.

O estudo comparativo com uma secção circular foi feito de maneira análoga ao descrito no item 3.1.2. Portanto, com os modelos gerados foi possível calcular,

utilizando o programa WAMIT, as forças verticais de difração para a seção em estudo e a seção circular em várias frequências. Os resultados destes cálculos são mostrados em seguida.

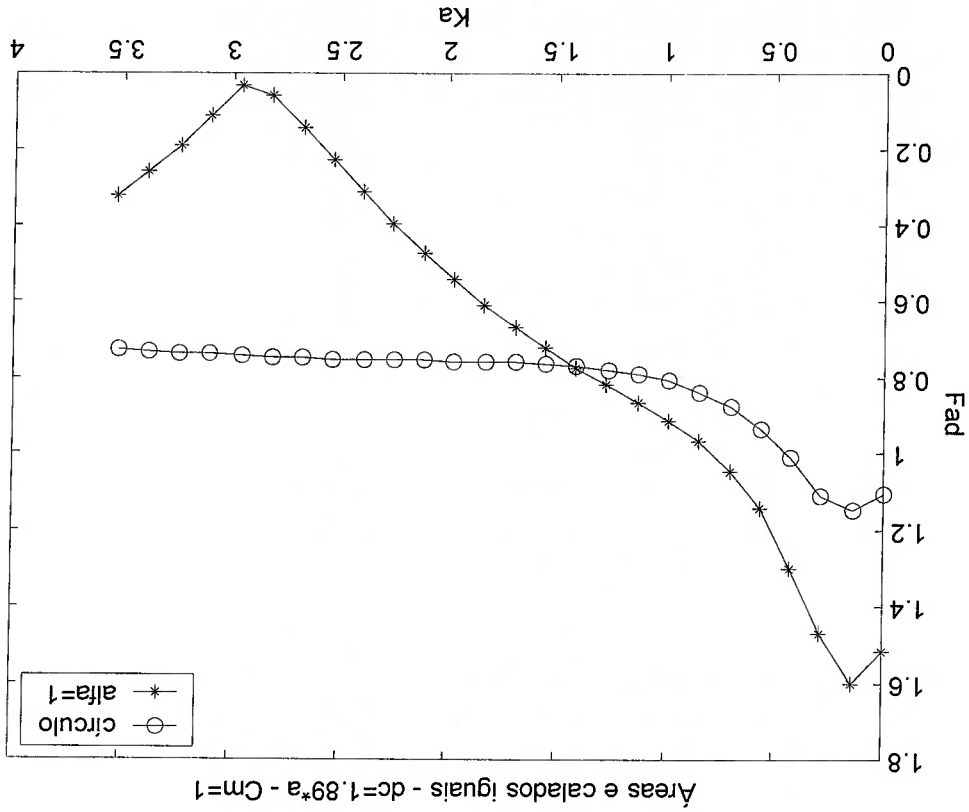


Figura 3.13 - Comparação dos resultados de força de difração vertical adimensionalizada obtidos no programa WAMIT para a seção otimizada através da formulação $F(Ka)=1-\sin(\alpha Ka)$ com $\alpha=1.0$ e os apêndices fixados ao corpo principal e uma seção circular de mesma área e calado.

Como pode ser observado na figura 3.13, a força de excitação de *heave* também obtive um ponto de anulamento, sendo que este continua em uma região de alta frequência ($Ka \approx 2.9$), de valor maior até o determinado no item anterior. Tal diferença aqui encontrada não é surpresa evidente, pois a curva obtida pela formulação analítica considera que as linhas de corrente passam entre o corpo principal e os apêndices, o que certamente não ocorre neste último modelo gerado.

A comparação com a secção circular mostra que a geometria otimizada tem um comportamento melhor apenas para frequências maiores que $Ka \approx 1.5$, não apresentando, na prática, o interesse em sua utilização, já que, para um comprimento característico (a) de 5 metros, a energia de excitação do mar está situada em $0.05 < Ka < 0.56$. No caso da TLP, que teria sua frequência natural em torno de $Ka \approx 1.65$, também pode ser verificado que a redução na força de excitação da geometria otimizada não foi significativa a ponto de justificar a sua utilização.

3.2. Validação da família de secções de forma obtidas pela função de forma $F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka)$

A família de secções obtidas pela função de forma $F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka)$ apresenta uma região de cancelamento da força excitante para uma faixa de frequências, e não apenas para somente um ponto, como ocorre para outras famílias de secções. A desvantagem maior, neste caso, é que a secção gerada apresenta cinco corpos de forma cilíndrica com diâmetros variados (como pode ser visto na fig. 2.7 do item 2.2.2), o que dificulta a sua aplicação imediata em um caso real.

Para a validação da geometria obtida, optou-se pela realização de um ensaio experimental e também de um cálculo numérico com o programa WAMIT. Os resultados obtidos através destes dois métodos foram comparados e serão detalhados em seguida.

3.2.1. Ensaio experimental

3.2.1.1. Escolha da geometria e construção do modelo

A geometria da secção a ser estudada é a de cinco círculos, dispostos num mesmo eixo e com diâmetros e distâncias entre os mesmos variando de acordo com a faixa de frequências que se queira anular. É importante ressaltar que para valores de α baixos, as secções obtidas apresentam a forma de círculos distorcidos, mas para valores de α entre 0,8 e 1,2, são quase circulares. O resultado prático desta assertiva é a possibilidade de ter um mesmo modelo composto por cilindros para a análise de parâmetros α bastante diferentes entre si.

Para a realização do ensaio, foi então construído um modelo formado por cinco cilindros presos em uma armação de tal forma que fosse possível variar a distância entre os mesmos e as suas profundidades de imersão. O modelo foi colocado em um tanque de provas com geração de ondas bidimensionais, ou seja, um tanque relativamente comprido e não muito largo. O modelo foi projetado com os diâmetros dos cilindros grandes o bastante para que o efeito viscoso não fosse significativo. O comprimento dos cilindros apresenta quase a mesma largura do tanque, para que a hipótese de bidimensionalidade fosse atendida.

Para a determinação da dimensão do modelo, adotou-se um raio para o cilindro do centro e , a partir deste raio, determinou-se o valor do parâmetro dimensional α através da seguinte relação $\sqrt{\frac{3}{8}}\alpha = R_1$. Tendo-se o valor de α , chegou-se

aos outros dois raios com: $R_2 = \frac{1}{2}a$ e $R_3 = \frac{1}{4}a$. A distância entre os cilindros ficou

determinada de acordo com o parâmetro α , ou seja, a distância entre os centros dos

cilindros é igual a $2\alpha a$.

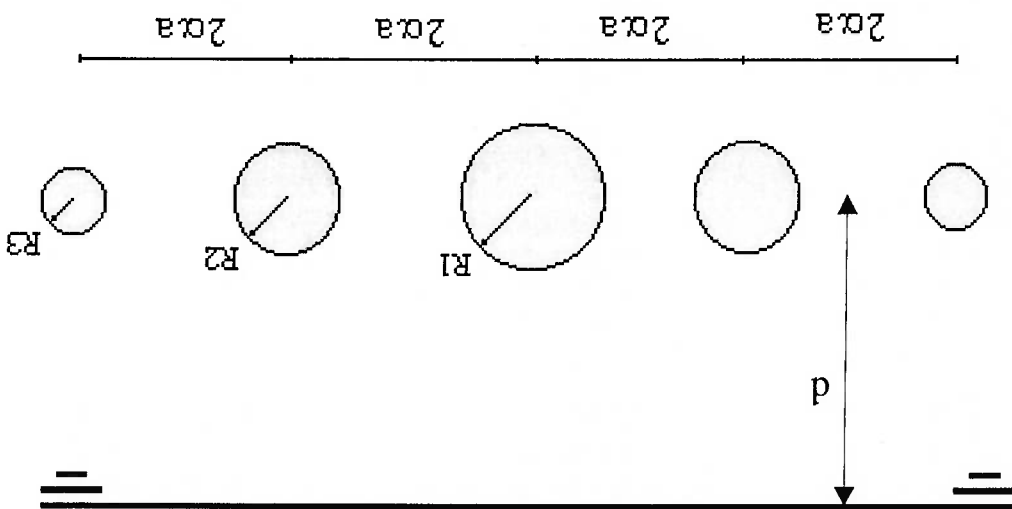


Figura 3.14 - Desenho esquemático da seção do modelo

Portanto, chegou-se a seguinte configuração de dimensões de diâmetros, comprimentos e áreas:

- diâmetro dos cilindros:

$$D_1 = 15.00 \text{ cm (PVC)}$$

$$D_2 = 12.25 \text{ cm (NYLON)}$$

$$D_3 = 6.00 \text{ cm (PVC)}$$

- comprimento característico: $a = 12.20 \text{ cm}$

- Comprimento: 250,0 cm
- Largura: 100,0 cm
- Altura: 59,5 cm
- Peso: ~ 47,0 kgf

Algumas dimensões finais do modelo, após a sua construção, são:

Como o objetivo do ensaio é medir as forças de *heave* devido à excitação de onda incidente, foram utilizadas duas células de carga fixadas na armação do modelo em sua parte superior (ver fig. 3.16). A opção pela utilização de duas células de carga se deve às grandes dimensões do modelo, o que possibilitou uma fixação mais adequada e evitou problemas de sobrecarga nas células e de vibrações no modelo.

Para fechar os tubos, foram utilizadas tampas de madeira, sendo que estas foram fixadas através de parafusos. Optou-se por vedação com silicone. A armação do modelo foi construída a partir de perfis de aço de duas polegadas de largura e 3 mm de espessura e com rigidez suficiente para evitar problemas de vibração durante os ensaios. Foram feitos furos na armação de aço para a fixação dos cilindros, que possuem parafusos em suas tampas para o mesmo fim. Os furos foram dispostos para se analisar diferentes valores do parâmetro α , em diferentes profundidades de imersão.

- área seccional: $S = 470 \text{ cm}^2$
- comprimento dos tubos: $2l = 97,00 \text{ cm}$

A seguir são apresentadas algumas fotos tiradas durante o período de realização

dos ensaios.

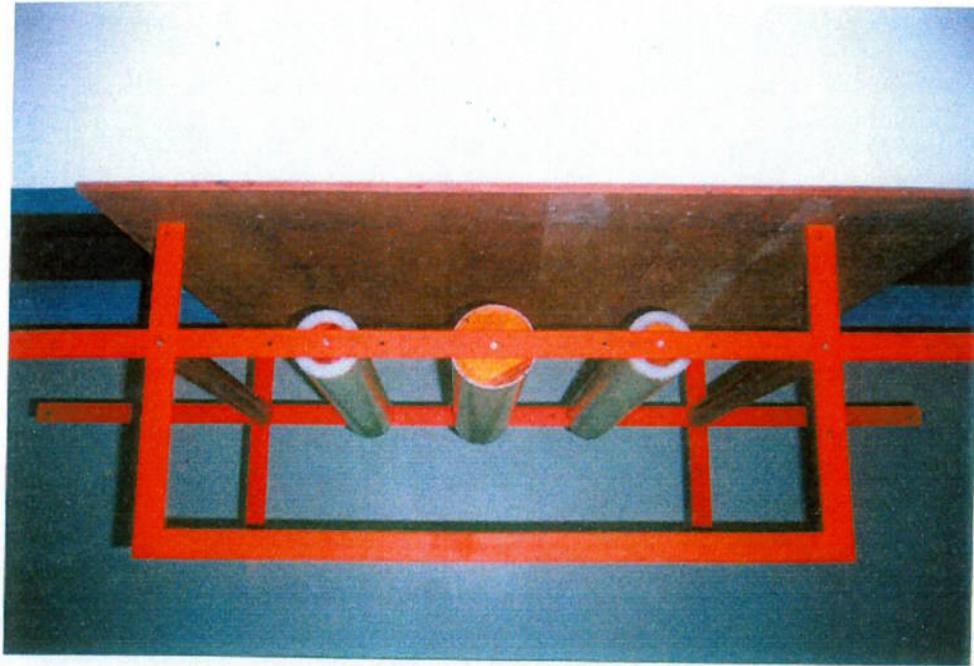


Figura 3.15 - Foto do modelo construído



Figura 3.16 - Foto tirada durante a realização de um ensaio

Para otimizar a coleta de dados e facilitar o seu manuseio, foi montada uma placa de aquisição de dados para a coleta dos valores medidos no ensaio. O sinal analógico dos equipamentos de medida foi digitalizado através do programa AQDADOS e armazenados em um arquivo texto. Em seguida, os pontos foram transportados para o programa MATLAB, com o qual foram elaborados os gráficos finais.

Outro procedimento indispensável foi a calibração das células de carga e, para cada dia de ensaio, foi necessário realizar a calibração do *Wave Probe* (equipamento usado para se medir a onda gerada no tanque, sendo assim possível calcular a amplitude e a frequência destas ondas geradas).

No ensaio, foram utilizados os seguintes equipamentos:

- 2 células de carga da marca KRATOS MM com capacidade de 5kg;
- condicionador extensiométrico KYOWA, modelo DPC - 88A, para as células de carga;
- *Wave Probe*;
- condicionador para o *Wave Probe*;
- batedor de ondas com painel de controle MOOG - T 161;
- osciloscópio da marca MINIPA - MO-1220 - 20HZ;
- computador 486;
- placa de aquisição de dados da marca Lynx.

Foram realizadas três baterias de ensaios com diferentes configurações quanto às distâncias entre *pointons* e as profundidades de imersão. Os resultados obtidos e a discussão a respeito dos mesmos são apresentados a seguir.

3.2.1.2. Execução do ensaio e resultados obtidos

Os ensaios foram realizados com uma duração de vinte segundos cada e com uma frequência de aquisição de 100Hz. A faixa de frequências varrida pelo controlador do *Wave Probe* foi de 0.7 a 2.7Hz, com intervalos de 0.1 Hz. Os pontos obtidos foram levados para ambiente MATLAB. Foram obtidos dois mil pontos em cada leitura e desconsiderados os quinhentos primeiros para evitar um possível transiente. Após a soma das forças, determinou-se o desvio padrão σ_A das amplitudes de onda e σ_F das forças resultantes medidas. Considerando os sinais nominalmente senoidais, os módulos da força e amplitude medidos foram obtidos da seguinte forma:

$$A_{med} = \sqrt{2\sigma_A} \quad (3.2)$$

$$F_{med} = \sqrt{2\sigma_F} \quad (3.3)$$

Com A_{med} , F_{med} e a fórmula de Morison modificada, pôde-se determinar o valor

da função de forma $F(Ka)$, experimental, para todos os ensaios:

$$F(Ka) = \frac{F_{med}}{\rho S(C_m + 1) \cdot \omega^2 A_{med} e^{-K_d 2l}} \quad (3.4)$$

onde F_{med} é a força medida no ensaio, S a área seccional, C_m o coeficiente de massa adicional analítico, ω a frequência da onda incidente, A_{med} a amplitude da onda incidente, d a distância da superfície livre até o centro do *pontoon*, K o número de onda e $2l$ o comprimento do *pontoon*.

No primeiro ensaio realizado, fixou-se o valor de α em 1,2, com uma distância do centro dos pontoons até a linha d'água de 22.5cm, os resultados são apresentados a seguir:

Caso I: $\alpha = 1.2$ $d = 3R1 = 22.5 \text{ cm}$ $(C_m = 1.167)$

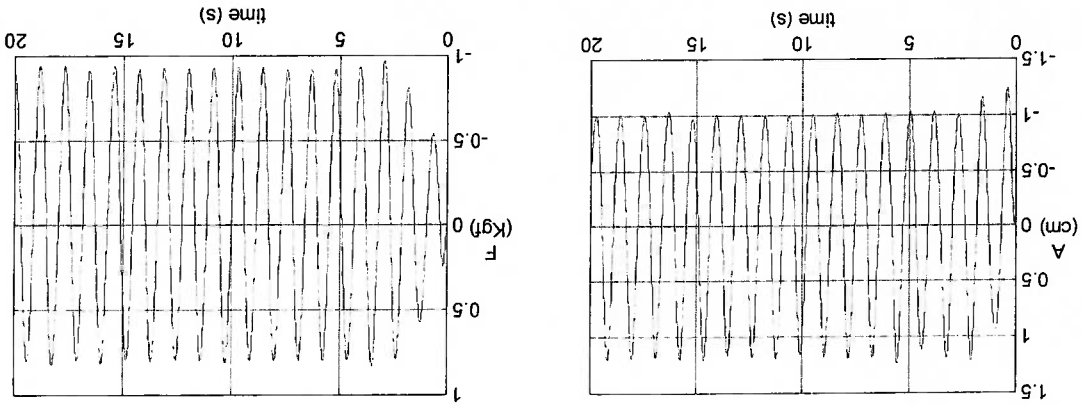


Figura 3.17 - Amplitude de onda medida (A) e força vertical (F) para $Ka=0.39$ ($f=0.9 \text{ Hz}$)

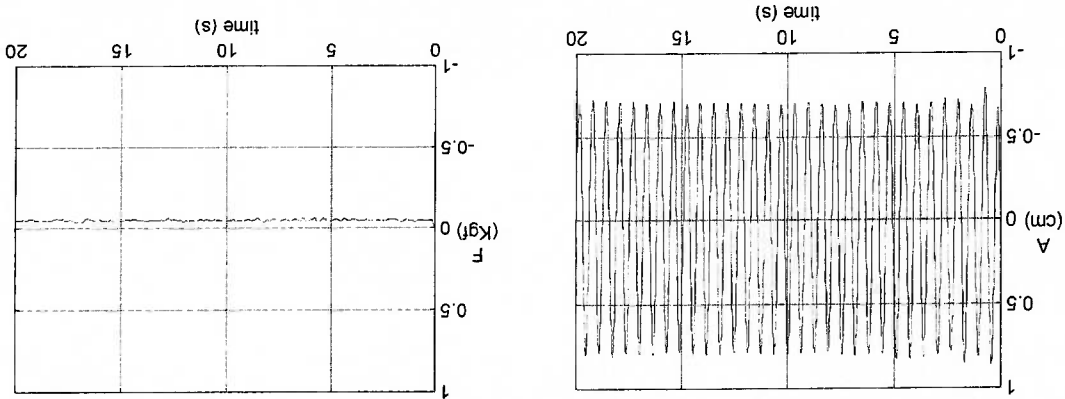
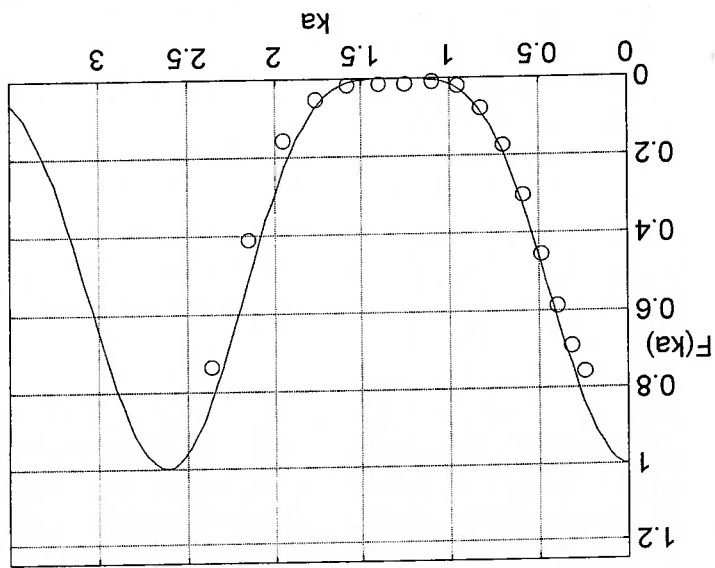


Figura 3.18 - Amplitude de onda medida (A) e Força vertical (F) para $Ka=1.25$ ($f=1.6 \text{ Hz}$)

O segundo ensaio foi realizado com a mesma profundidade de imersão utilizada no ensaio anterior, mas com o parâmetro $\alpha=0.8$. Como as forças esperadas para este ensaio seriam bem menores, dobrou-se o ganho do condicionador para obter melhores medidas nas células de carga. Os procedimentos para o tratamento dos dados foram análogos ao do ensaio anterior e o resultado obtido é abaixo apresentado.

Figura 3.19 - Função de forma: ----analítico; o o o o o medido



Caso I: $\alpha = 1.2$ $d = 3R1 = 22.5 \text{ cm}$ $(Cm = 1.167)$

Caso II: $\alpha = 0.8$ $d = 3R1 = 22.5$ cm ($Cm = 1.357$)
 Figura 3.21 - Amplitude de onda medida (A) e Força vertical (F) para $Ka = 2.15$ ($f = 2.1$ Hz)

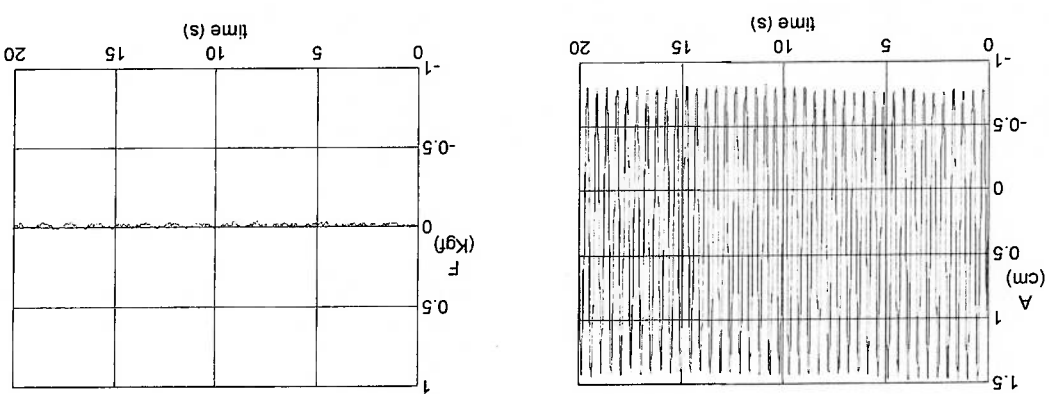
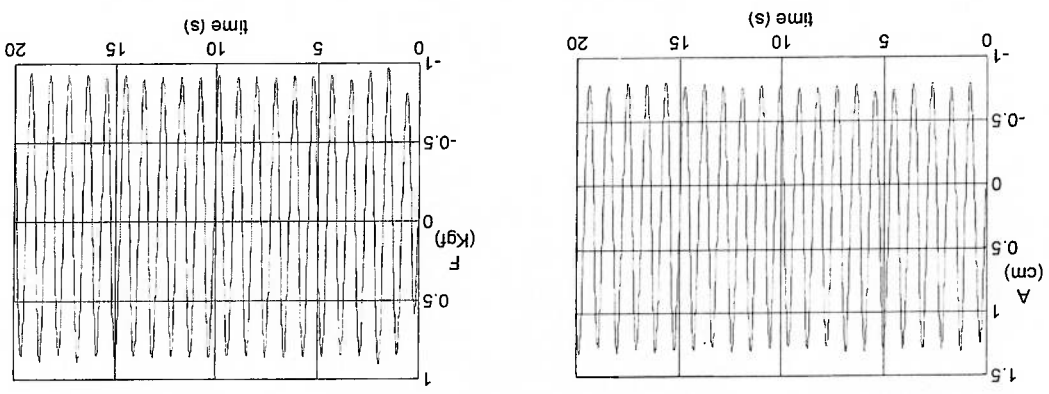


Figura 3.20 - Amplitude de onda medida (A) e força vertical (F) para $Ka = 0.59$ ($f = 1.1$ Hz)



Caso II: $\alpha = 0.8$ $d = 3R1 = 22.5$ cm ($Cm = 1.357$)

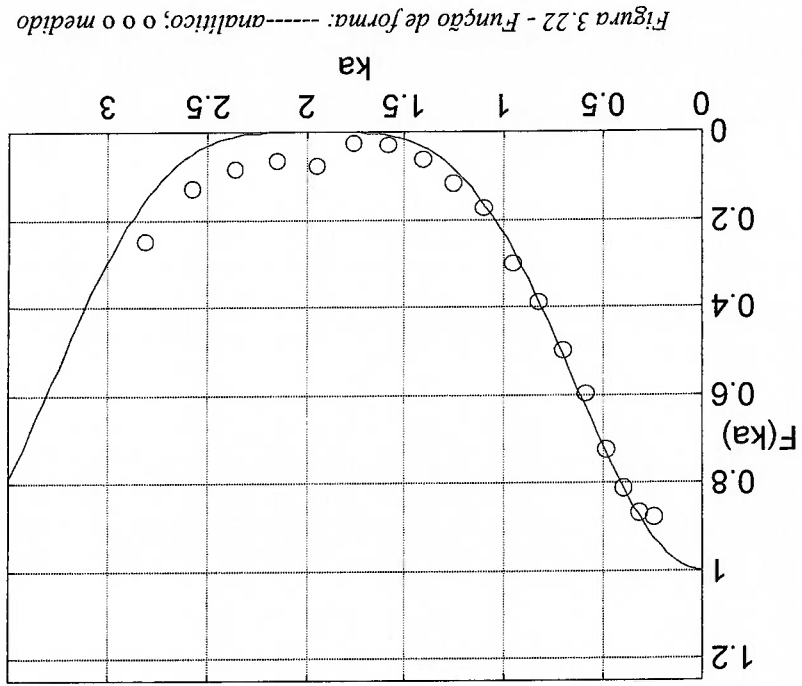


Figura 3.22 - Função de forma: ----analítico; o o o medido

Por fim, realizou-se um último ensaio com um $\alpha=0.8$ e uma profundidade de submersão do modelo menor. A distância do centro dos *pontoons* até a linha d'água foi de 15cm. O tratamento dos dados também foi análogo aos ensaios anteriores e foram obtidos os seguintes resultados após os 20 ensaios:

Caso III: $\alpha = 0.8$ $d = 2R1 = 15.0 \text{ cm}$ $(Cm = 1.357)$

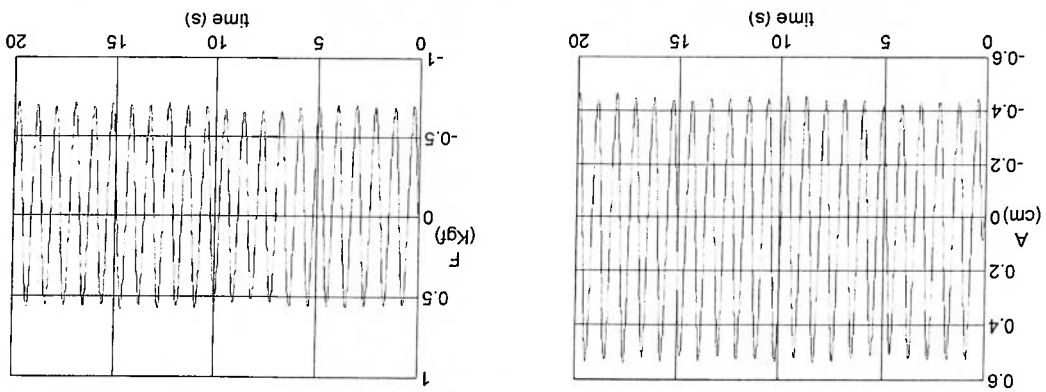


Figura 3.23 - Amplitude de onda medida (A) e força vertical (F) para $Ka=0.59$ ($f=1.1 \text{ Hz}$)

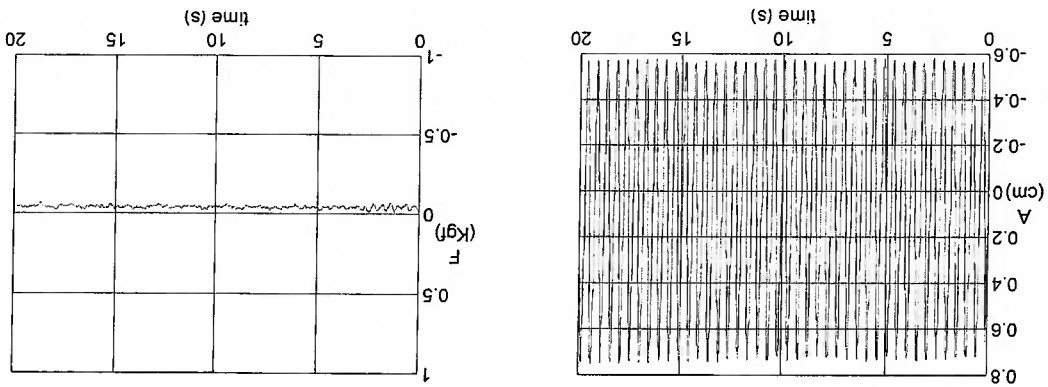


Figura 3.24 - Amplitude de onda medida (A) e força vertical (F) para $Ka=2.15$ ($f=2.1 \text{ Hz}$)

Caso III: $\alpha = 0.8$ $d = 2R1 = 15.0$ cm $(Cm = 1.357)$

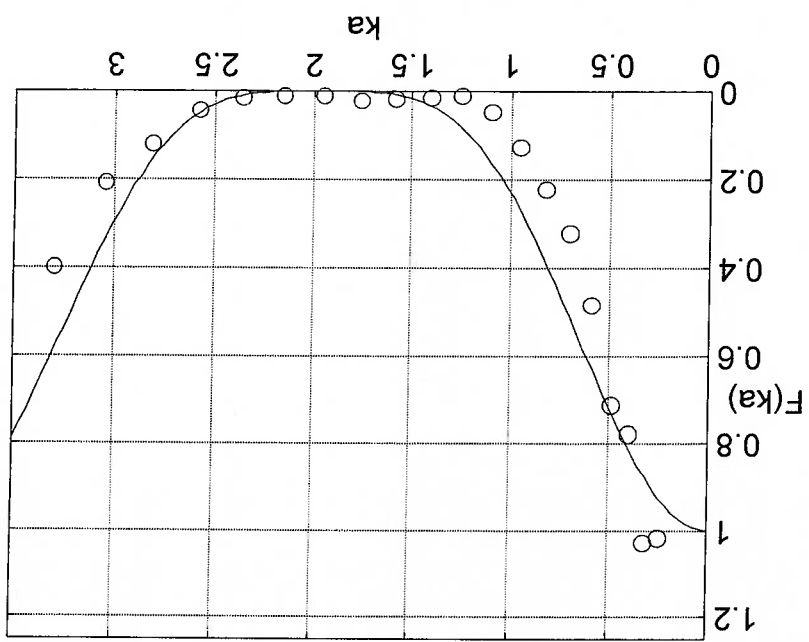


Figura 3.25 - Função de forma: -----analítico; o o o o o medido

É importante mencionar que em alguns ensaios, nas frequências próximas à faixa de frequências de cancelamento, a força resultante foi da mesma ordem do ruído medido durante o ensaio. Para reduzir este efeito dos ruídos e conseguir uma possível melhoria dos resultados obtidos, os sinais foram filtrados, sendo a frequência de corte tomada como 2.5 vezes maior do que a frequência da onda incidente.

Para que o efeito da viscosidade fluida no ensaio seja pequeno, a seguinte verificação deve ser satisfeita:

$$\frac{A_m e^{-k d}}{D_3} \sim O(10\%)$$

(3.5)

sendo D_3 o diâmetro do cilindro menor. Nas tabelas 3.2, 3.3 e 3.4, esta verificação do

efeito viscoso fluido é apresentada para todos os casos ensaiados.

Caso I: alfa = 1.2 d = 3R1 = 22.5 cm (Cm = 1.167)

Freq	Ka	Am	Am*exp(-Kd)	Am*exp(-Kd)/D3	(%)
0.7	0.241	0.011	0.0062	10.382	
0.8	0.314	0.011	0.0054	8.974	
0.9	0.398	0.011	0.0046	7.626	
1.0	0.491	0.010	0.0036	5.935	
1.1	0.594	0.010	0.0028	4.738	
1.2	0.707	0.011	0.0024	4.051	
1.3	0.830	0.015	0.0024	3.986	
1.4	0.963	0.011	0.0014	2.311	
1.5	1.105	0.009	0.0008	1.383	
1.6	1.257	0.008	0.0005	0.800	
1.7	1.419	0.010	0.0004	0.745	
1.8	1.591	0.013	0.0004	0.651	
1.9	1.773	0.012	0.0003	0.417	
2.0	1.964	0.013	0.0002	0.297	
2.1	2.166	0.013	0.0001	0.189	
2.2	2.377	0.014	0.0001	0.129	

Tabela 3.2: Resultados para verificação dos efeitos viscosos no primeiro ensaio.

Caso II: alfa = 0.8 d = 3R1 = 22.5 cm (Cm = 1.357)

Freq	Ka	Am	Am*exp(-Kd)	Am*exp(-Kd)/D3	(%)
0.7	0.241	0.012	0.0069	11.421	
0.8	0.314	0.011	0.0056	9.286	
0.9	0.398	0.011	0.0047	7.850	
1.0	0.491	0.010	0.0034	5.723	
1.1	0.594	0.010	0.0028	4.734	
1.2	0.707	0.011	0.0023	3.906	
1.3	0.830	0.014	0.0023	3.910	
1.4	0.963	0.012	0.0015	2.530	
1.5	1.105	0.012	0.0011	1.789	
1.6	1.257	0.009	0.0006	0.986	
1.7	1.419	0.009	0.0004	0.708	
1.8	1.591	0.010	0.0003	0.527	
1.9	1.773	0.011	0.0002	0.393	
2.0	1.964	0.011	0.0002	0.255	
2.1	2.166	0.011	0.0001	0.162	
2.2	2.377	0.012	0.0001	0.108	
2.3	2.598	0.010	0.0000	0.057	
2.4	2.829	0.009	0.0000	0.030	

Tabela 3.3: Resultados para verificação dos efeitos viscosos no segundo ensaio.

Tabela 3.4: Resultados para verificação dos efeitos viscosos no terceiro ensaio.

Caso III: $\alpha = 0.8$ $d = 2R_1 = 15.0$ cm ($C_m = 1.357$)				
Freq	Ka	Am	Am*exp(-Kd)	Am*exp(-Kd)/D3
(Hz)	(m)	(m)	(m)	
0.7	0.241	0.006	0.0043	7.193
0.8	0.314	0.006	0.0043	7.140
0.9	0.398	0.007	0.0041	6.757
1.0	0.491	0.005	0.0026	4.413
1.1	0.594	0.005	0.0024	4.013
1.2	0.707	0.005	0.0023	3.752
1.3	0.830	0.008	0.0028	4.678
1.4	0.963	0.006	0.0020	3.262
1.5	1.105	0.006	0.0017	2.812
1.6	1.257	0.005	0.0011	1.787
1.7	1.419	0.005	0.0009	1.559
1.8	1.591	0.007	0.0010	1.639
1.9	1.773	0.006	0.0008	1.264
2.0	1.964	0.006	0.0006	1.040
2.1	2.166	0.007	0.0005	0.833
2.2	2.377	0.006	0.0004	0.622
2.3	2.598	0.005	0.0002	0.355
2.4	2.829	0.004	0.0001	0.233
2.5	3.069	0.005	0.0001	0.198
2.6	3.320	0.004	0.0001	0.124
2.7	3.580	0.004	0.0001	0.092

3.2.1.3. Análise dos resultados obtidos nos ensaios experimentais

O primeiro ensaio, com $\alpha=1.2$ e com uma profundidade de imersão de cerca de 3 vezes o raio do cilindro maior, produziu pontos experimentais que acompanharam a curva analítica quase que na sua totalidade. Apenas nos pontos onde a força se anulava, verificou-se um certo desvio devido aos ruídos nas leituras, o que foi corrigido após a filtragem dos sinais correspondentes a todos os pontos deste ensaio, resultando em uma melhora considerável na aderência da curva experimental com a curva analítica.

O segundo ensaio foi realizado com o parâmetro $\alpha=0.8$ e na mesma profundidade de imersão de cerca de 3 vezes o raio do cilindro maior. Um importante resultado diz respeito à faixa de frequências de cancelamento, que está situada numa região de valores mais altos e, como as forças medidas neste caso sofrem influência do fator e^{-kx} , é esperado que estas forças tenham uma magnitude menor e estejam assim submetidas a uma maior interferência de ruídos. Além disso, para menores valores de α , a geometria, analiticamente calculada, já não é mais quase circular (ver fig.2.7), o que poderia prejudicar a comparação dos resultados. De qualquer forma, após a filtragem dos pontos medidos, obteve-se uma boa aderência à curva analítica, o que comprova a teoria.

No terceiro e último ensaio, com $\alpha=0.8$ e profundidade de imersão de cerca de 1 raio, esperava-se obter alguma influência do efeito de superfície livre nos resultados obtidos. E é o que foi percebido: para as primeiras frequências (baixas), observa-se um pequeno levantamento da curva experimental. Porém, verifica-se que a faixa de cancelamento permanece na mesma região (sendo até ampliada segundo os resultados

dos ensaios). Isso mostra que, mesmo para profundidades de imersão pequenas, a teoria

empregada continua sendo válida.

Nas tabelas 3.2, 3.3 e 3.4 pôde-se observar os efeitos devido à viscosidade fluida através da equação 3.5. É fácil perceber que, para frequências mais baixas, os efeitos viscosos são mais acentuados, porém, os valores obtidos para estas frequências com a equação 3.2 mostram resultados em torno de 10%, indicando uma influência pequena dos efeitos de viscosidade fluida.

Os resultados obtidos nos três casos serão comparados com os resultados obtidos analiticamente e via WAMIT. Para o caso I, também foi extraído o momento medido pelas células de carga (ver figura A.1):

$$M_{mc} = (F_{c1} - F_{c2}) * bc;$$

(3.6)

sendo M_{mc} o momento medido pela células de carga, F_{c1} e F_{c2} as forças medidas em cada célula de carga e bc a distância horizontal da célula de carga até o eixo z do sistema de coordenadas cartesianas adotado.

Este momento, em seguida, foi transportado até o centro do cilindro maior descontando-se o momento causado pela força horizontal nos cilindros (essa força foi determinada via WAMIT):

$$M_{pe} = M_{mc} - F_{sw} * h_c;$$

(3.7)

sendo M_{pe} o momento de *pitch* obtido experimentalmente, F_{sw} a força horizontal (*surge*) obtida no programa WAMIT e h_c a altura vertical da célula de carga até o centro dos cilindros. Portanto, foi possível então comparar o momento medido experimentalmente com os resultados analíticos e numéricos.

3.2.2. Estudo numérico com o programa WAMIT:

Para todos os casos estudados experimentalmente e mostrados no item anterior (ver item 1.1.2.1), também foram gerados modelos no programa MG para a execução do cálculo numérico no programa WAMIT. Portanto, a malha gerada para o cálculo através do método de painéis do WAMIT descreve a geometria com as mesmas dimensões do modelo dos ensaios. Por exemplo, a figura 3.28 mostra a malha gerada para a mesma configuração do ensaio descrito no caso I do item 1.1.2.1, com $\alpha = 1.2$, $d = 3R1 = 22.5$ cm, $a = 12.20$ cm e $2l = 97$ cm. Os corpos modelados são perfeitamente cilíndricos.

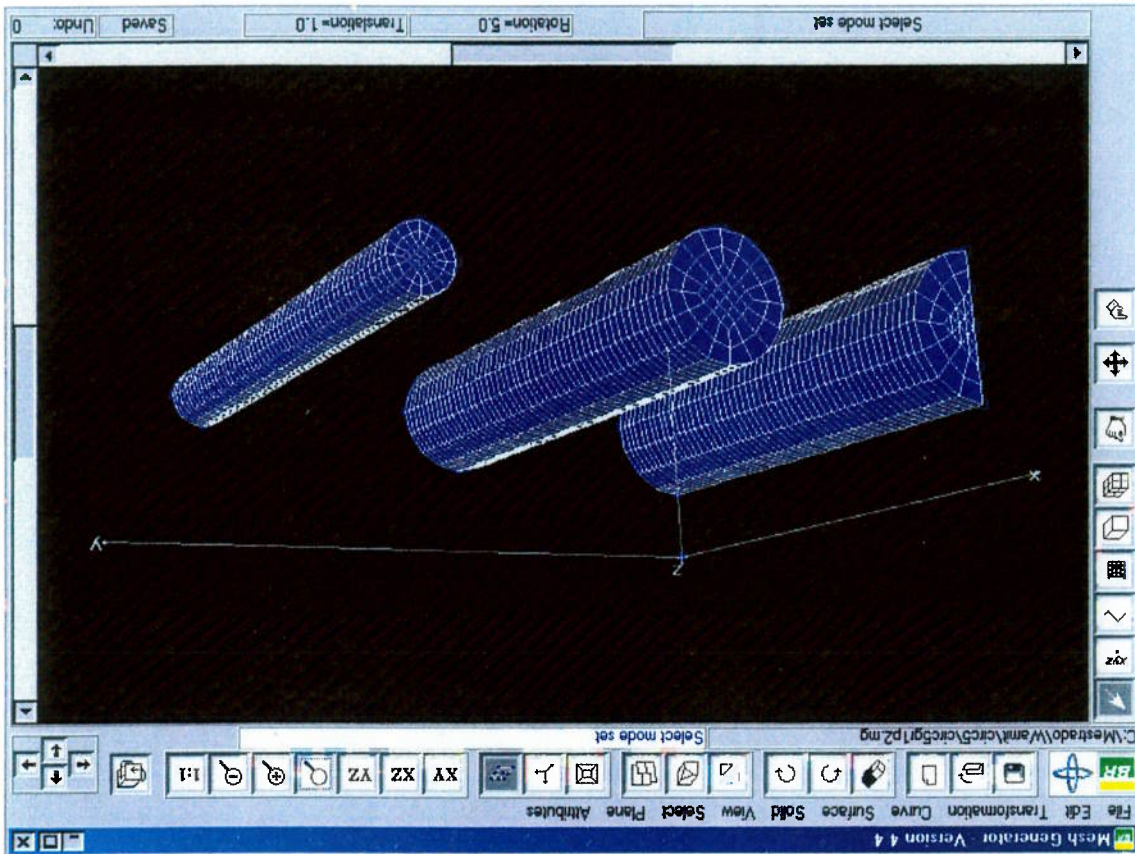


Figura 3.26 - Modelo gerado no programa MG para a geometria obtida com a função de forma $F(Ka) = \cos^2(\alpha Ka)$ com $\alpha = 1.2$.

Esse estudo numérico é de grande interesse, pois a partir dele poderão ser observados os efeitos tridimensionais e a variação da incidência de onda no corpo submerso. Esses fatores não foram verificados no ensaio experimental, já que a natureza deste ensaio é essencialmente bidimensional devido às limitações do tanque de provas.

É importante ressaltar que as forças e momentos estão de acordo com o sistema cartesiano definido nas figuras A.1 e A.2, sendo o momento de *roll* em torno do eixo x e o momento de *pitch* em torno do eixo y. Note que o sistema de coordenadas adotado nos cálculos de momentos e forças mostrado nas figuras A.1 e A.2 é diferente do usado na geração de malhas no programa MG (ver figuras 3.26 e 3.31).

A adimensionalização para as forças de *heave* obtidas numericamente foi feita

da seguinte forma:

$$F(Ka) = \frac{F^{WAMIT}(Ka)}{\rho V(C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka}}, \quad (3.8)$$

para os momentos de *roll*:

$$M(Ka) = \frac{M^{WAMIT}(Ka)}{\rho V(C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} ZI}, \quad (3.9)$$

e para os momentos de *pitch*:

$$M(Ka) = \frac{M^{WAMIT}(Ka)}{\rho V(C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} \alpha a}, \quad (3.10)$$

sendo $F_{WAMIT}(Ka)$ e $M_{WAMIT}(Ka)$ as forças e momentos em módulo para cada frequência calculados via WAMIT, e $F(Ka)$ e $M(Ka)$ as forças e momentos adimensionais.

No apêndice A, é mostrado como, a partir da fórmula de Morison para cada cilindro, pode-se chegar à força de excitação vertical resultante, bem como, aos momentos de rotação. Assim, neste item, são comparados os três tipos de cálculo: analítico através da fórmula de Morison, numérico, usando o WAMIT e os resultados obtidos experimentalmente. Essas comparações, com as três configurações estudadas experimentalmente são mostradas a seguir.

Caso I: $\alpha = 1.2$ $d = 3R1 = 22.5$ cm $(Cm = 1.167)$

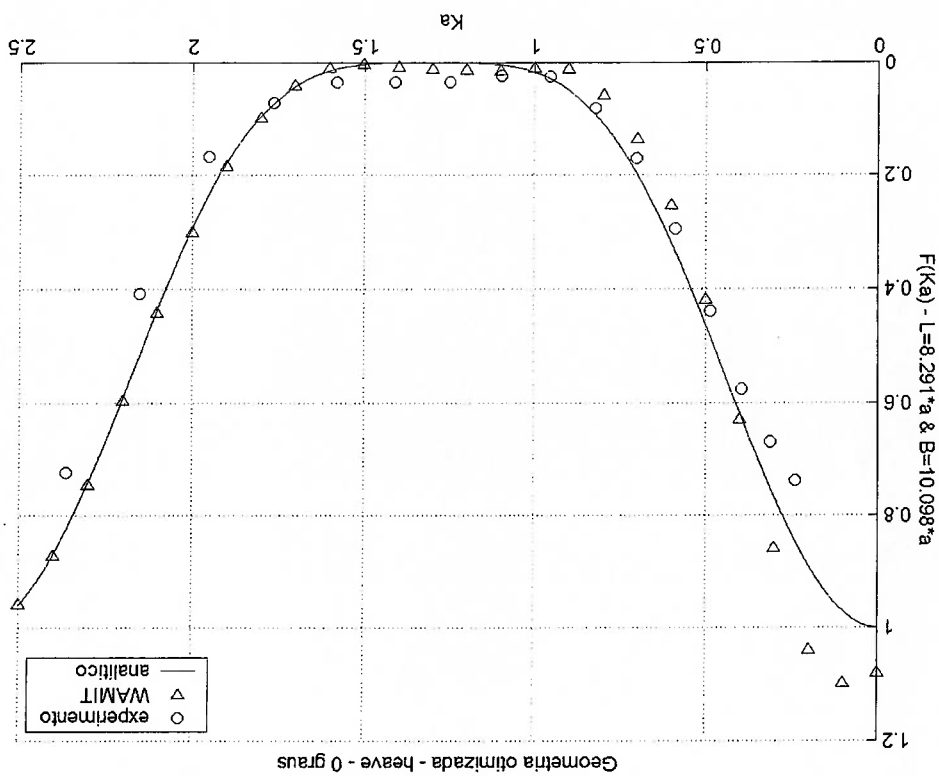
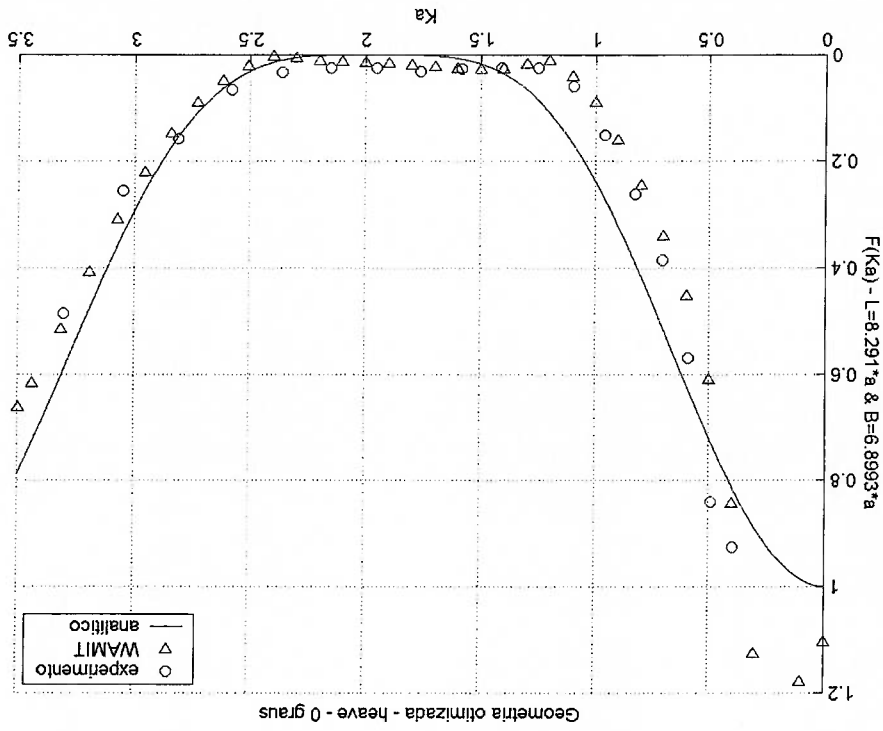
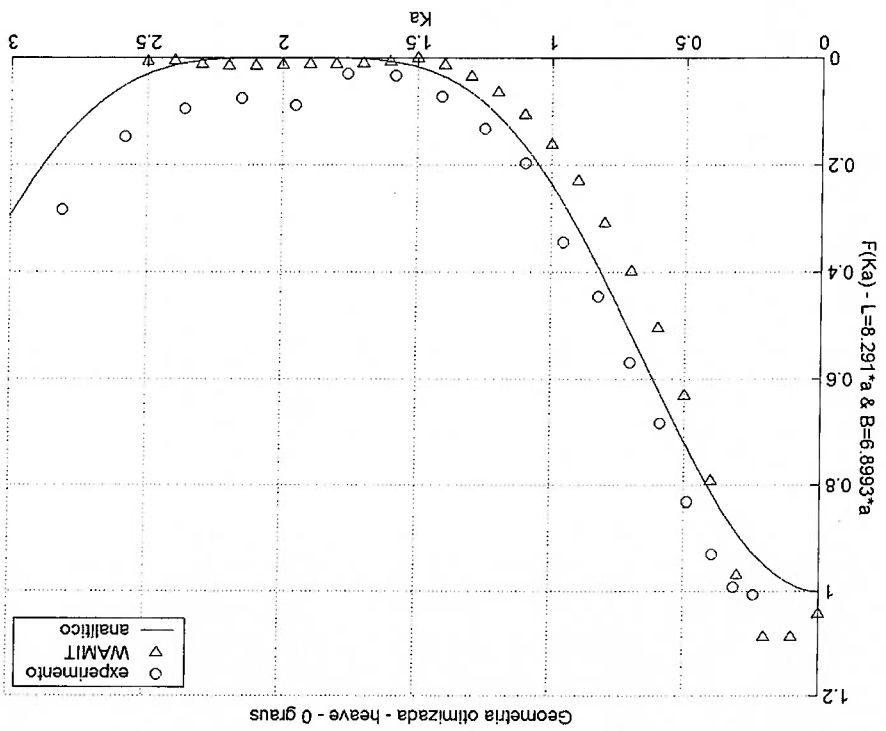


Figura 3.27 - Função de forma para seção com $\alpha=1.2$ e $d=22.5$ cm.

Figura 3.29 - Função de forma para seção com $\alpha=0.8$ e $d=15$ cm



Caso III: $\alpha = 0.8$ $d = 2R1 = 15.0$ cm $(Cm = 1.357)$
 Figura 3.28 - Função de forma para seção com $\alpha=0.8$ e $d=22.5$ cm



Caso II: $\alpha = 0.8$ $d = 3R1 = 22.5$ cm $(Cm = 1.357)$

Outra análise que pode ser feita refere-se ao momento de rotação. No caso a seguir, é também mostrada a comparação do momento de *pitch* para o caso I, obtidos analítica, numérica e experimentalmente.

Caso I: $\alpha = 1.2$ $d = 3R1 = 22.5$ cm $(Cm = 1.167)$

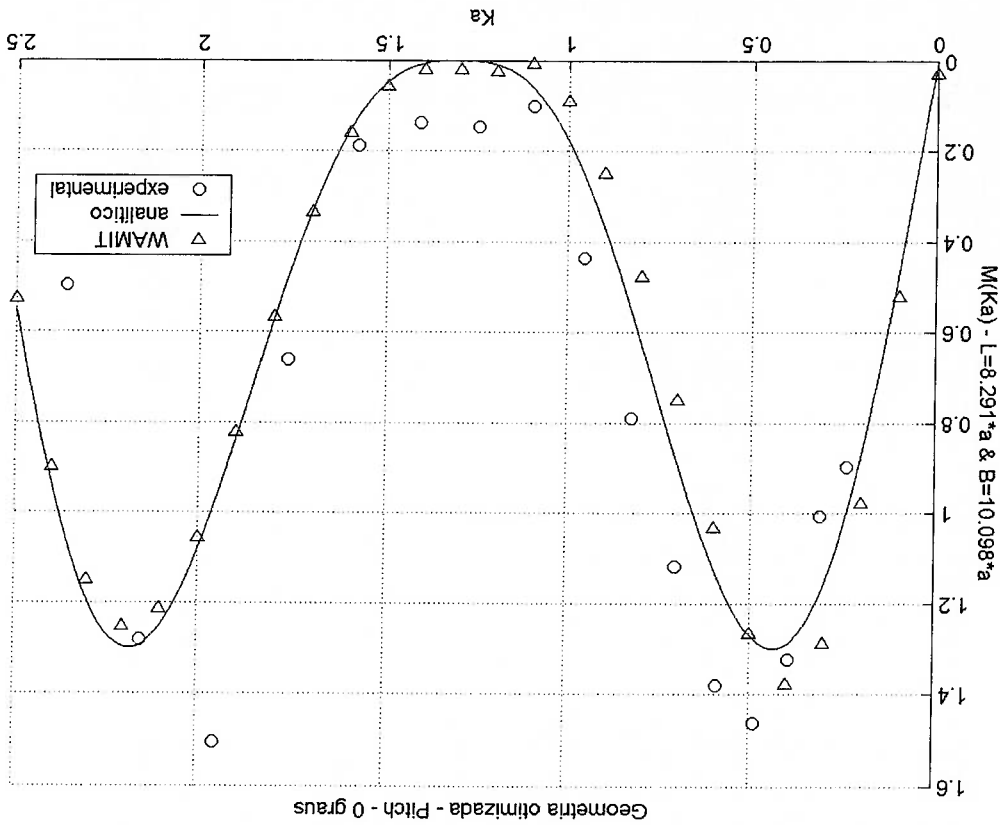


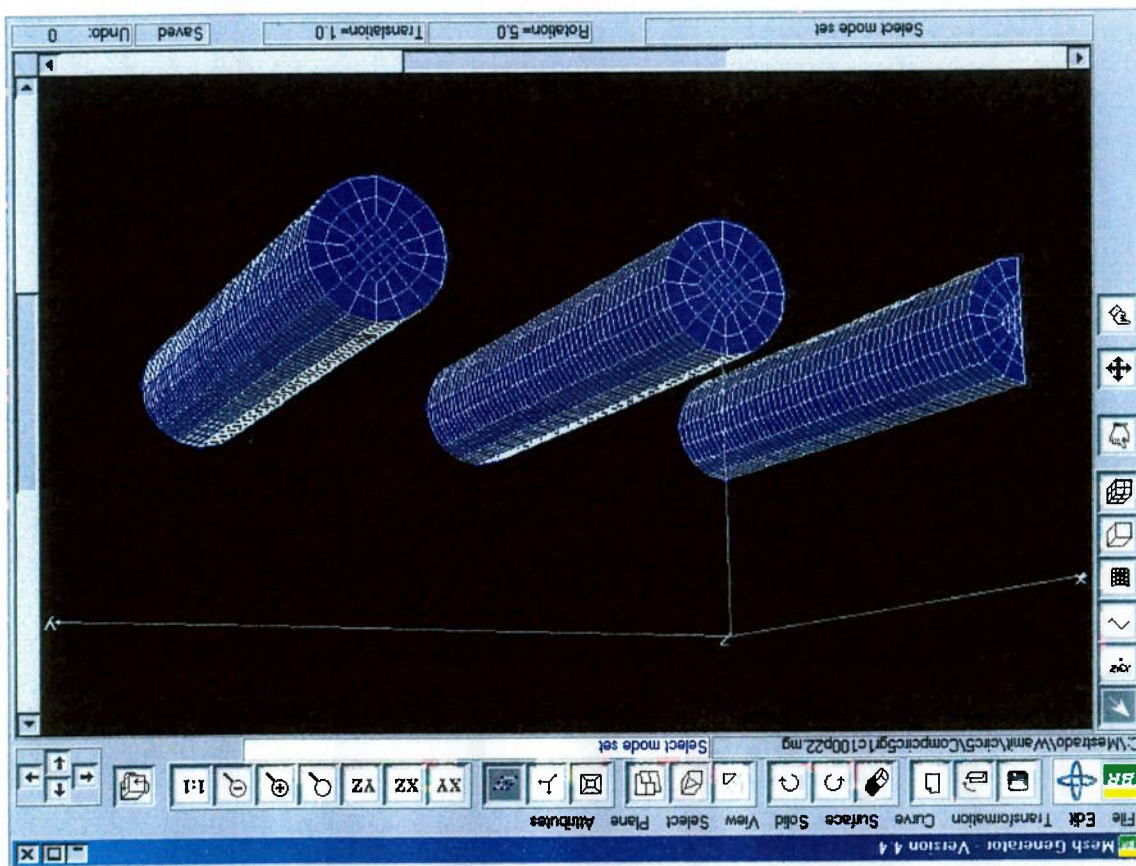
Figura 3.30 - Função de momento para secção com $\alpha=0.8$ e $d=15$ cm.

Adicionalmente, a partir do valor da área seccional do modelo experimental, considerando a mesma distância $d=22.5$ cm da superfície livre ao centro dos cilindros e mesma distância entre os cilindros de 2α , foi gerado um modelo no programa MG com os cinco cilindros de mesmo raio $R = \sqrt{\frac{S/5}{\pi}}$ (ver figura 3.31). O objetivo deste estudo adicional é verificar o ganho de desempenho da forma otimizada.

uma melhor visualização das diferenças obtidas para os dois corpos em estudo. No próximo item são apresentados os resultados obtidos, comparando os resultados experimentais, numéricos e analíticos mostrados nos itens 3.2.1, 3.2.2 e no apêndice A. Os gráficos das figuras 3.27 e 3.30 serão repetidos para que se possa ter

Com estes dois modelos: forma otimizada e cinco cilindros de mesmo raio, foi possível calcular, através do programa WAMIT, as forças de *heave* e os momentos de *roll* e *pitch* para as incidências de onda $\beta=0, 45$ e 90 graus. O intuito é comparar o efeito causado pela variação do diâmetro dos cilindros e ainda verificar qual é o efeito na força de excitação para outras incidências, diferentes daquela para que o corpo foi otimizado.

Figura 3.31 - Modelo gerado no programa MG para a geometria com cinco cilindros de mesmo diâmetro.



3.2.2.1. Forças de heave:

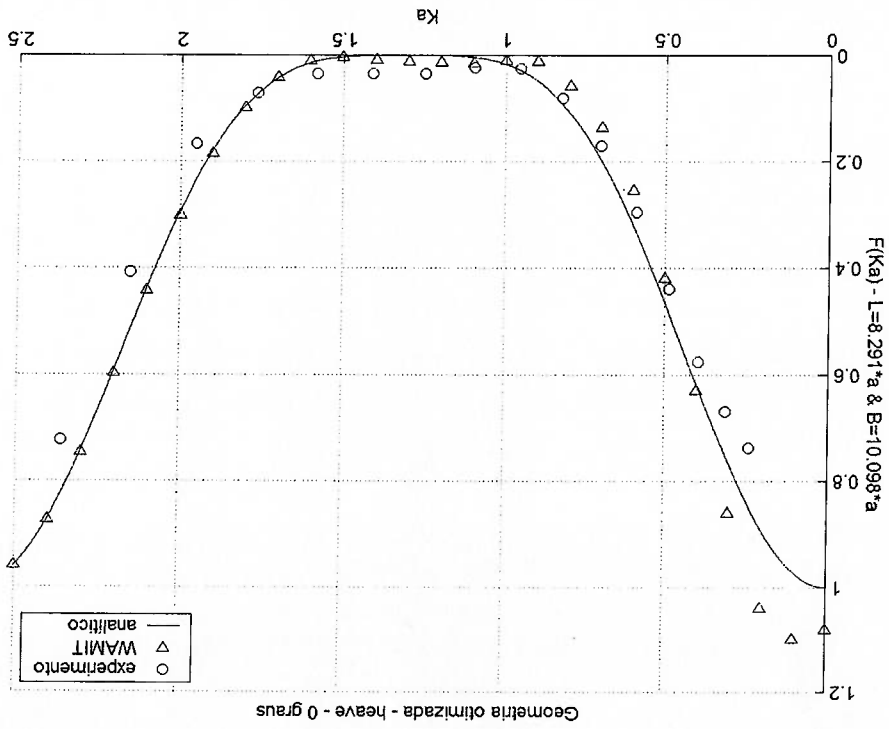


Figura 3.32 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.5), via WAMIT (3.8), e experimento (caso I)

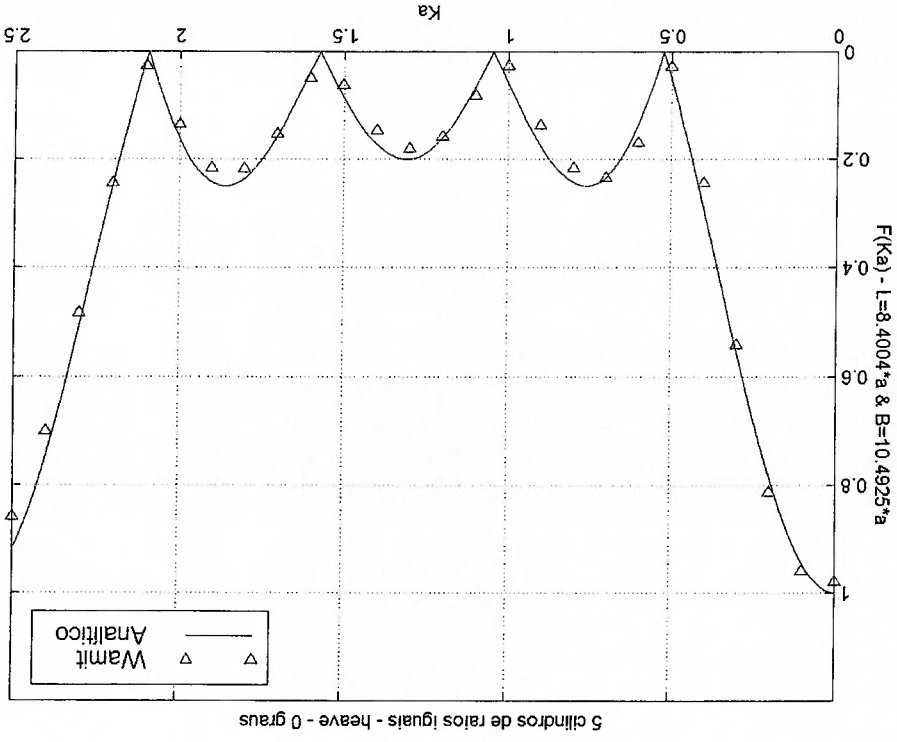


Figura 3.33 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.14) e via WAMIT (3.8).

Figura 3.35 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.13) e via WAMIT (3.8).

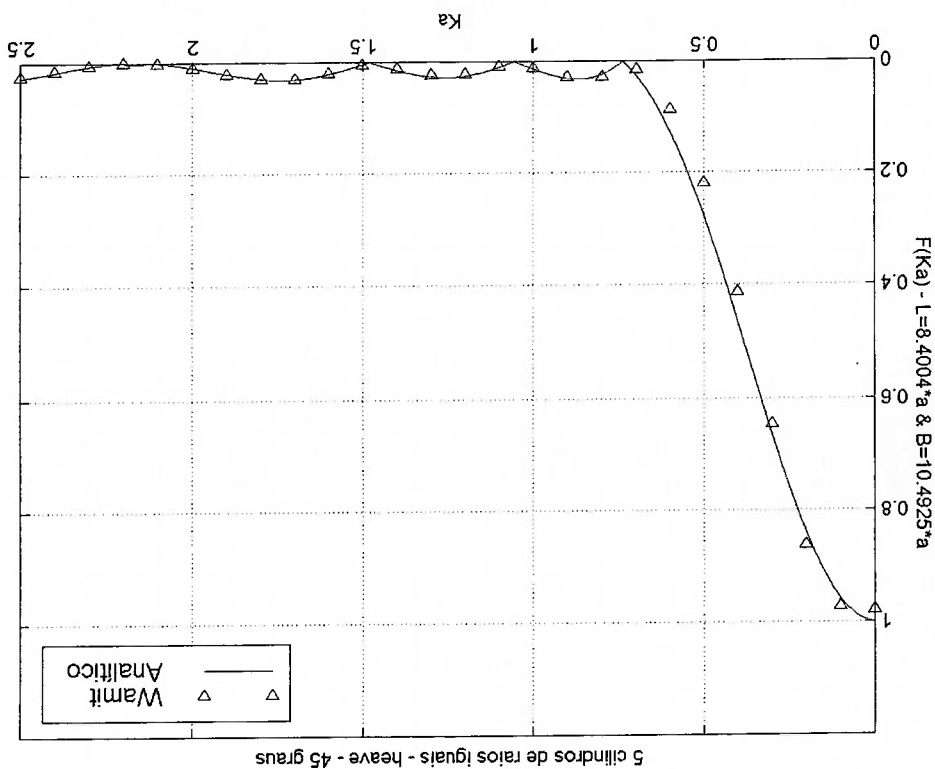


Figura 3.34 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.4) e via WAMIT (3.8).

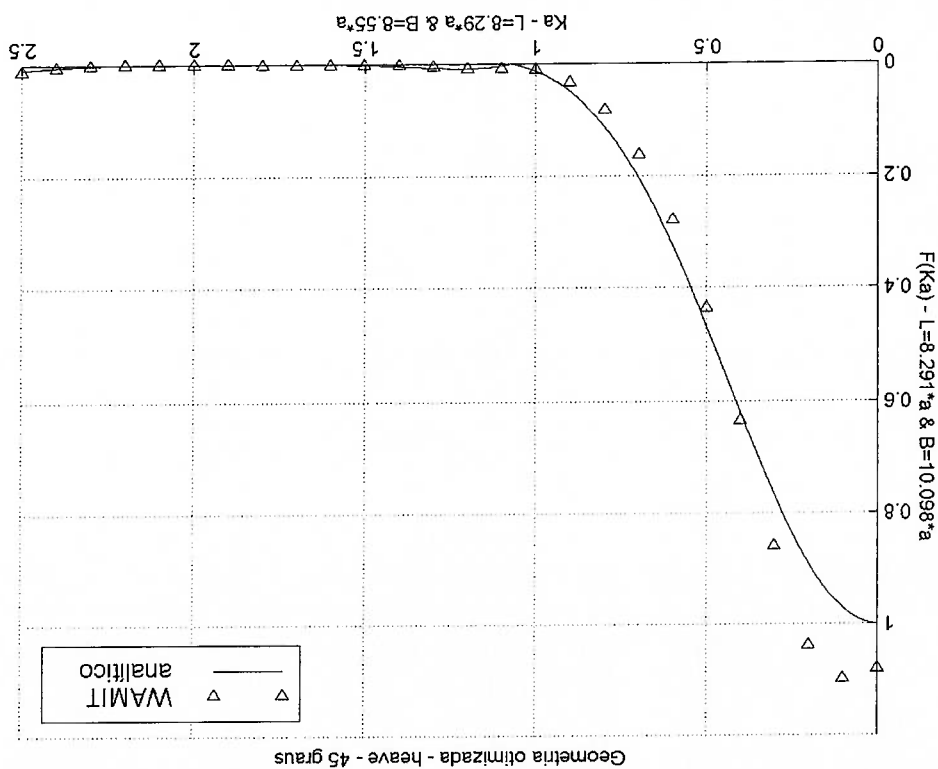


Figura 3.37 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.15) e via WAMIT (3.8).

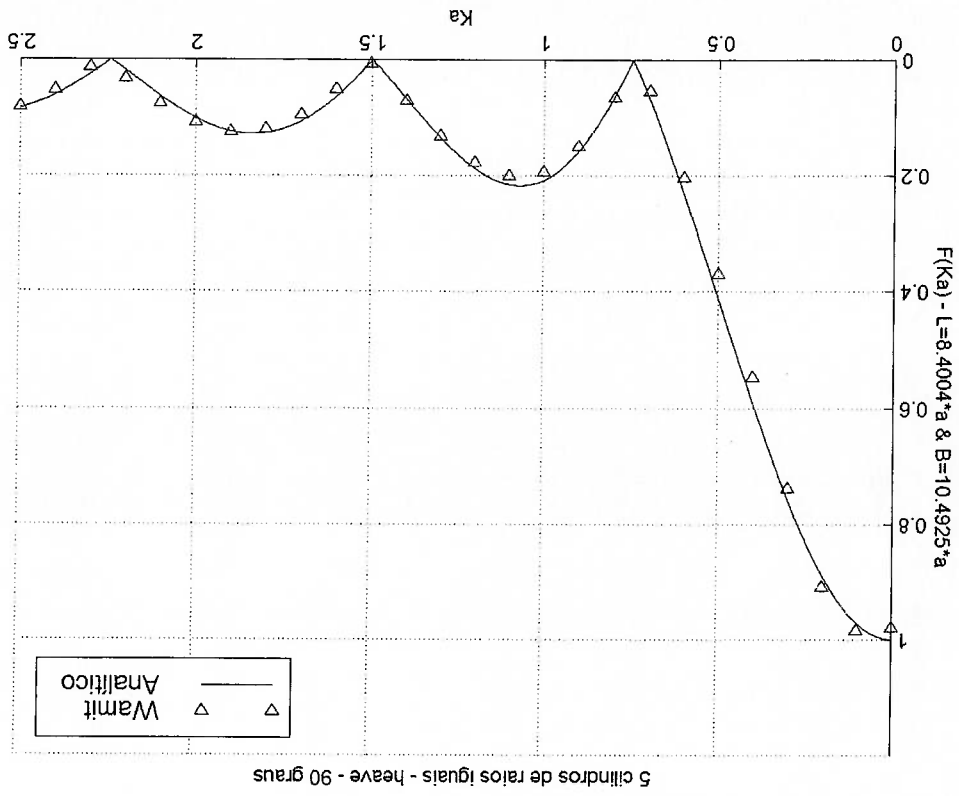
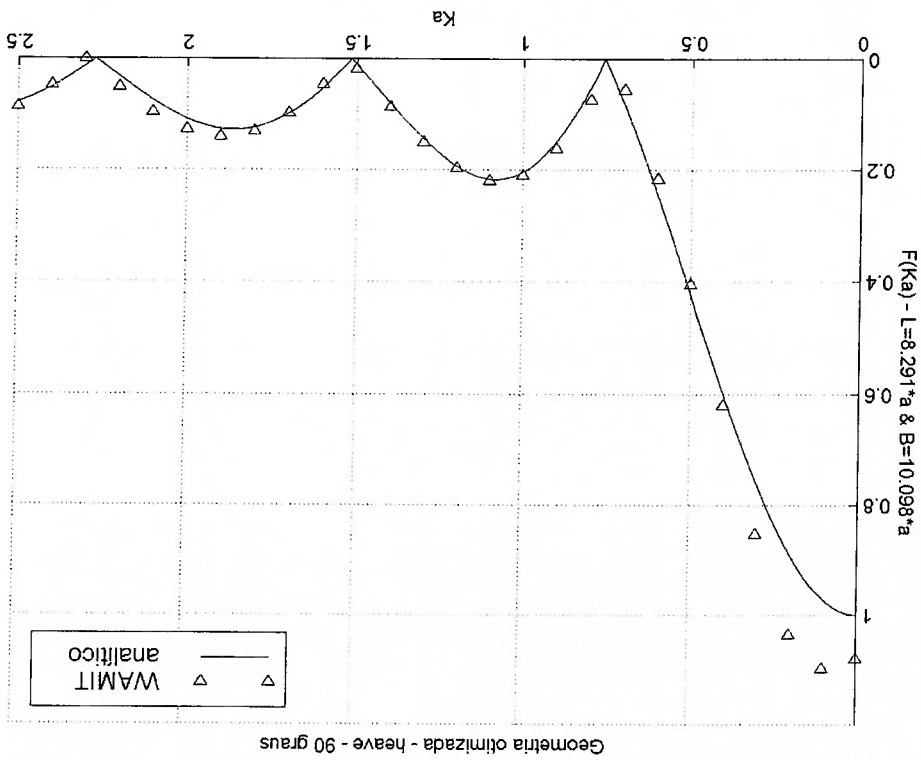


Figura 3.36 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.6) e via WAMIT (3.8).



3.2.2.2. Momentos de Roll:

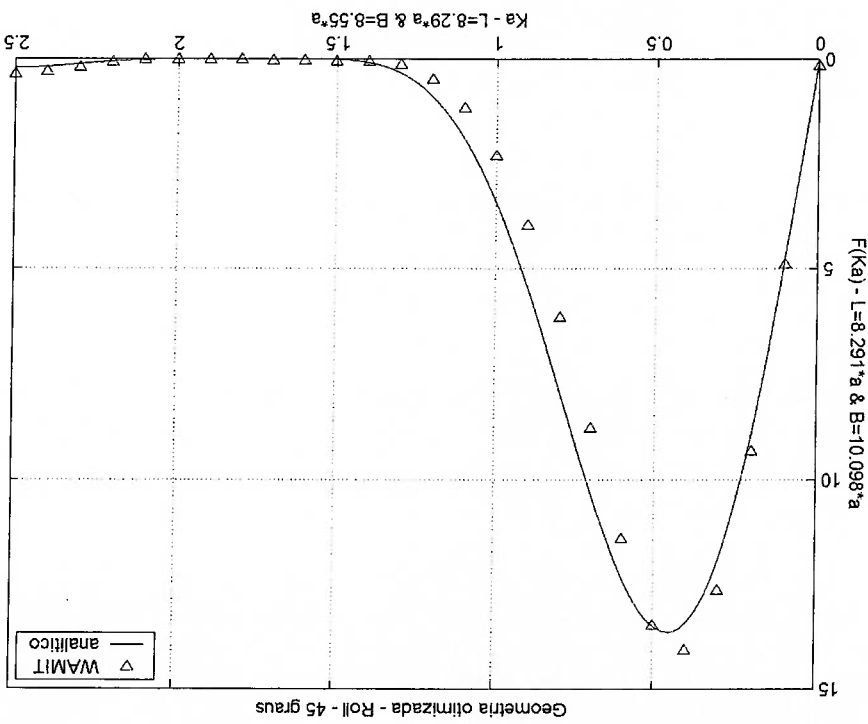


Figura 3.38 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.7) e via WAMIT (3.9).

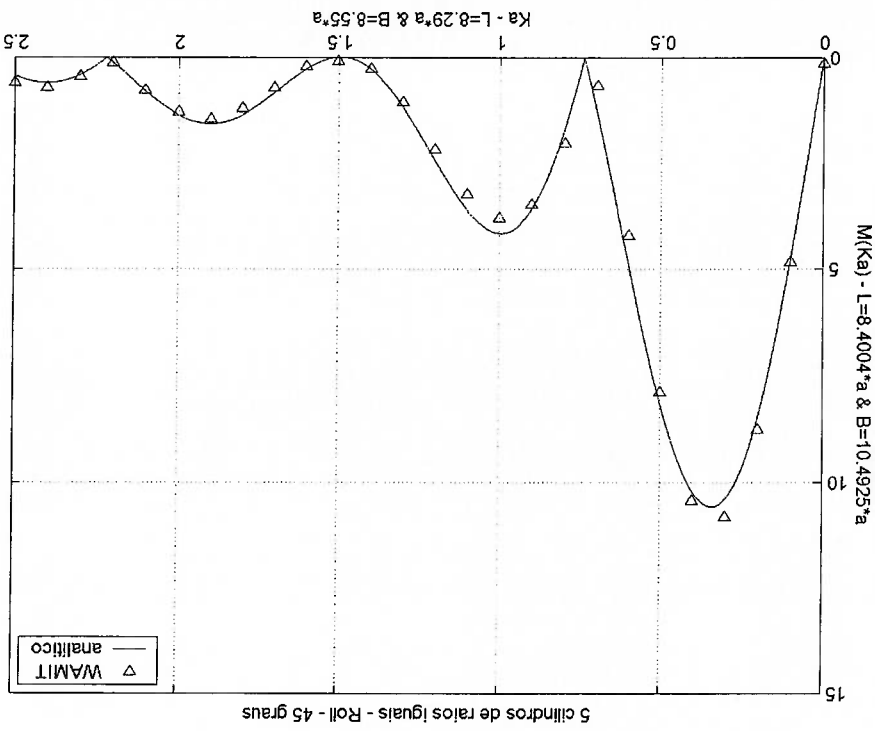


Figura 3.39 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.16) e via WAMIT (3.9).

Figura 3.41 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.18) e via WAMIT (3.9).

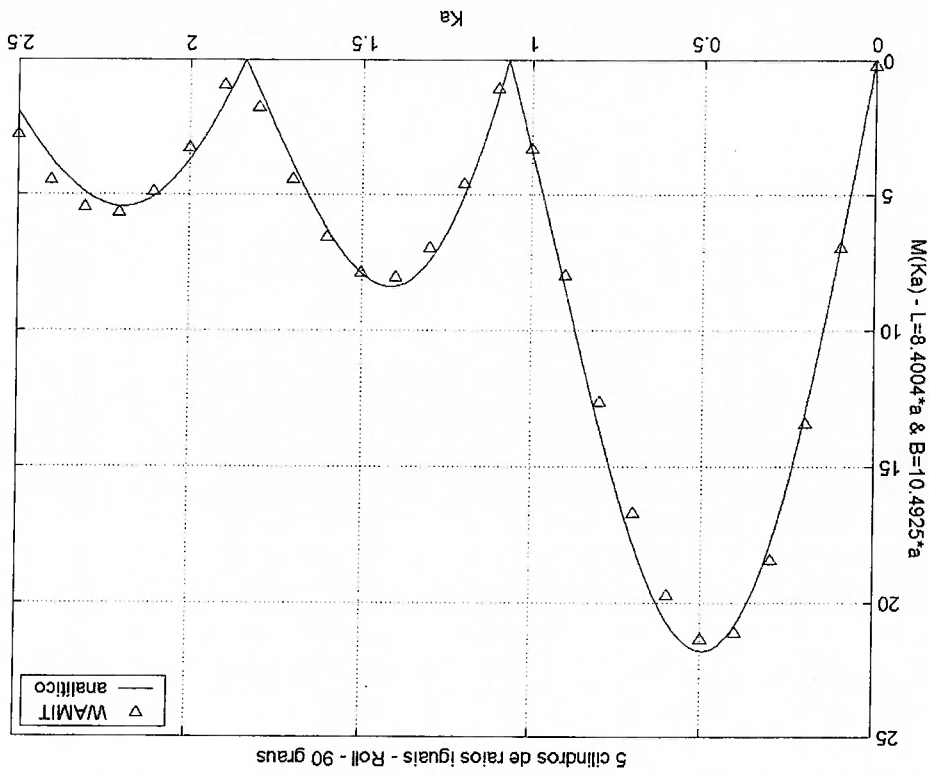


Figura 3.40 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.9) e via WAMIT (3.9).

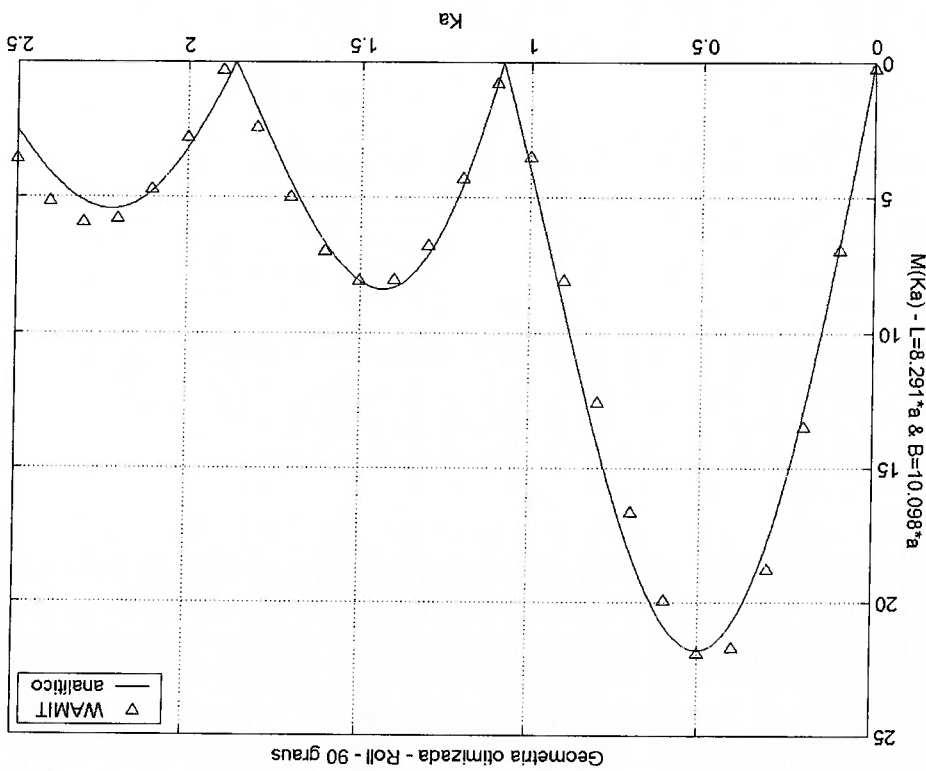


Figura 3.43 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.20) e via WAMIT (3.10).

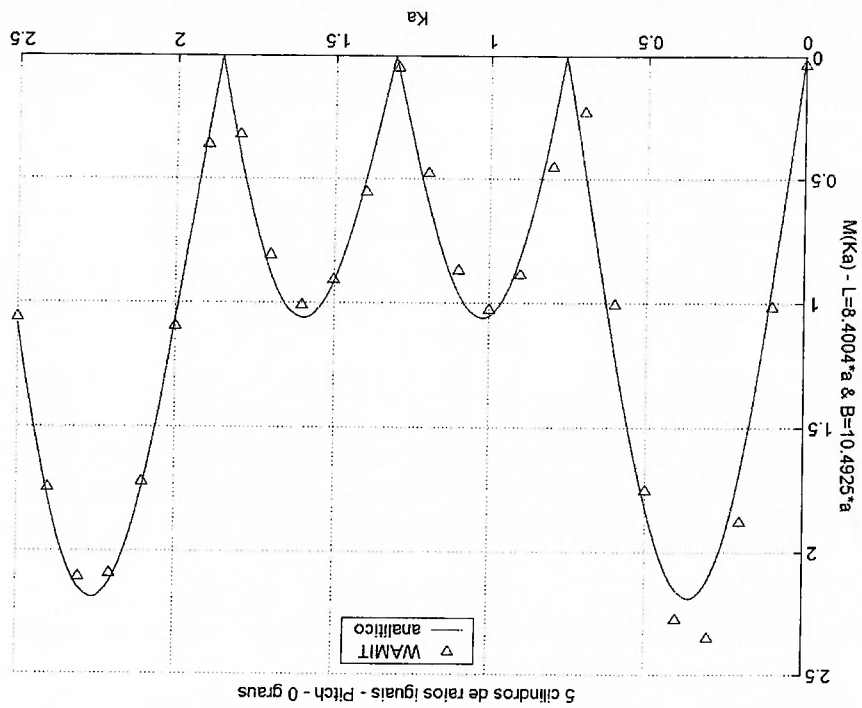
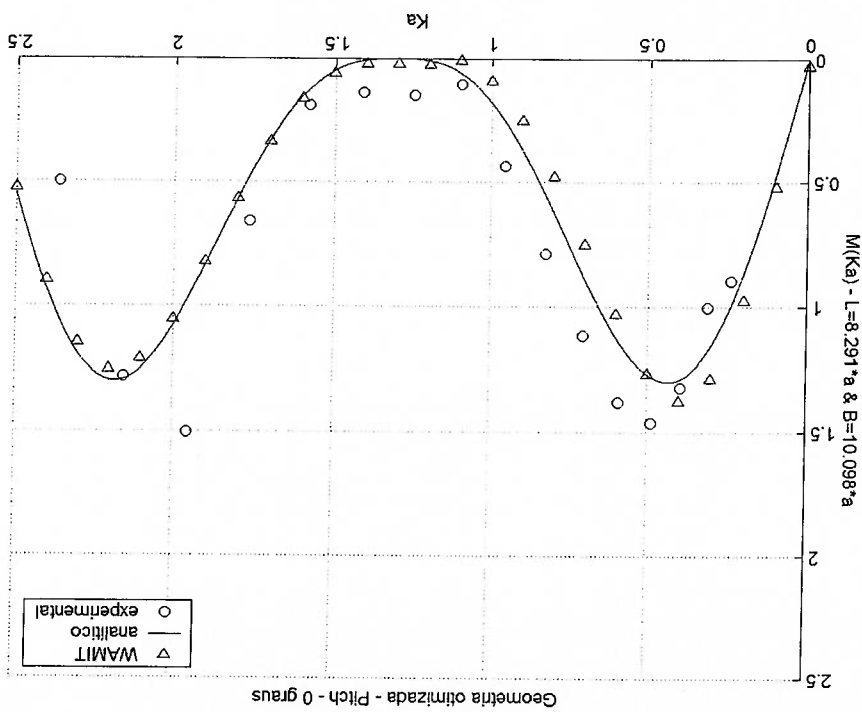


Figura 3.42 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.11) e via WAMIT (3.10).



3.2.2.3. Momentos de Pitch:

Figura 3.45 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.19) e via WAMIT (3.10).

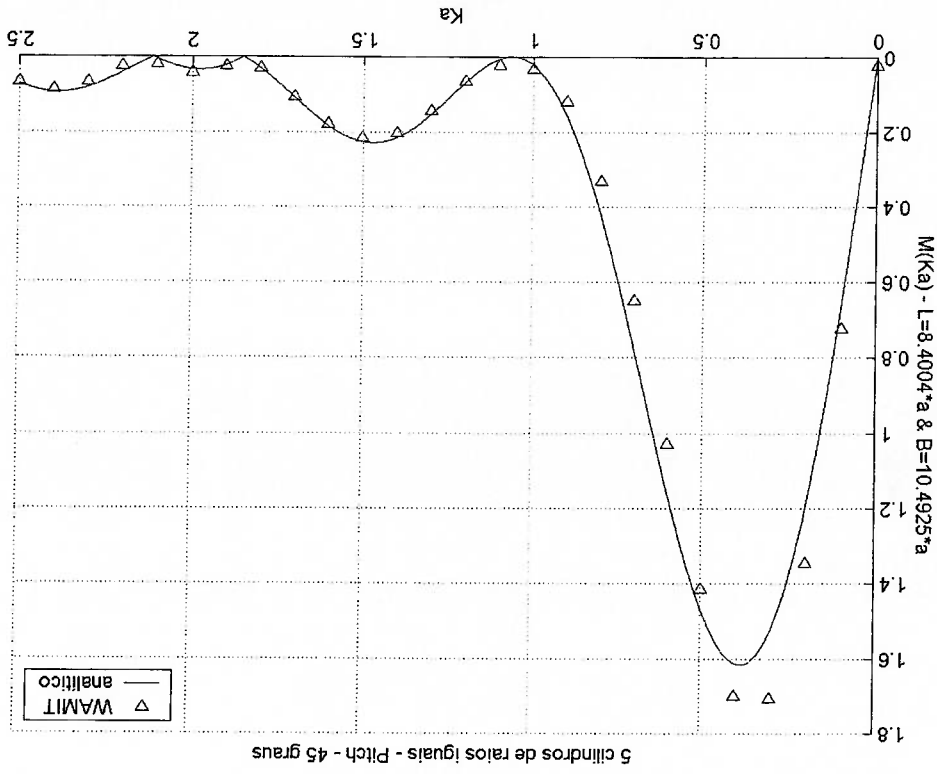
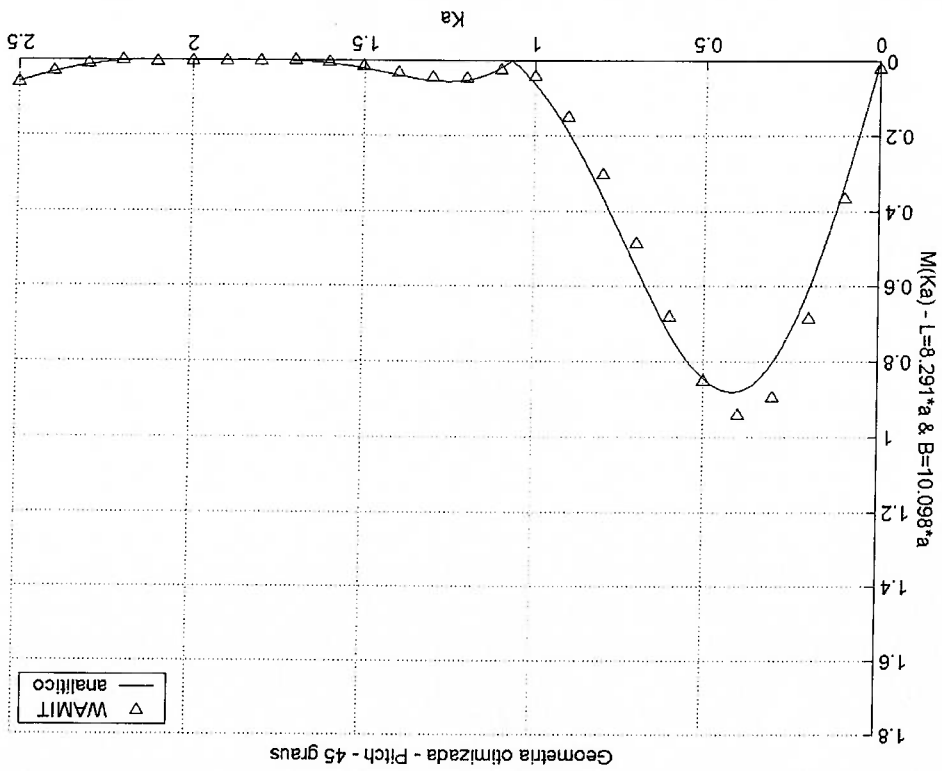


Figura 3.44 - Comparação dos resultados obtidos pela fórmula analítica (A.10) e via WAMIT (3.10).



3.2.3. Conclusão do estudo da família de secções de forma obtidas pela função de forma $F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka)$

As ferramentas utilizadas para o estudo desta família de secções têm natureza numérica (através do programa WAMIT), experimental e analítica. Diferentemente da família de secções obtidas através da função de forma $F(Ka) = 1 - \sin(\alpha Ka)$, neste caso, obteve-se uma boa aderência entre a curva analítica prevista e as curvas obtidas pelas ferramentas de análise. Esse resultado era esperado pois, desta vez, a secção resultante foi de um corpo fisicamente plausível sem a presença de singularidades no “corpo fluido” como no caso anterior.

Neste estudo, além da validação do método de síntese de formas geométricas otimizadas, pôde-se observar outras características importantes desta família de secções. Foi feita uma comparação com uma secção de mesma área, com os círculos apresentando mesmo raio e para incidências de onda de 0, 45 e 90 graus. Essa comparação pode ser observada da figura 3.32 até 3.45. Através dos resultados obtidos matematicamente (ver A.6 e A.15, A.9 e A.18) e numericamente (ver fig. 3.36 e 3.37, fig. 3.40 e 3.41) chegou-se à conclusão de que a variação nos raios das secções, mantendo-se a mesma área seccional, não afeta a força de *heave* e o momento de *roll* com incidência de onda de 90 graus, o que já não acontece nos outros casos de incidência de onda. Fisicamente, isso é explicado devido à simetria do volume submerso, ou seja, ao variar a posição no eixo y do sistema cartesiano de coordenadas definido na figura A.2, a área seccional é sempre a mesma, tanto para o corpo com a geometria otimizada, como para corpo com todos os raios iguais.

Outra característica que deve ser ressaltada para essa família de secções, é que a

distância entre os cilindros depende do parâmetro α e do comprimento característico $a = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$. Neste caso, a distância entre os cilindros é $2\alpha a$. Portanto, quanto maior α ,

maior será a distância entre os cilindros, dificultando a aplicação da secção em um caso real. No entanto, valores de α maiores podem ser interessantes por trazerem a região de cancelamento da força excitante para frequências mais baixas (apesar de diminuir a largura da faixa de cancelamento), como pode ser visto na figura 2.6. O valor do parâmetro α , portanto, é fundamental na definição da região de cancelamento das forças de excitação e na distância entre os cilindros, e deve ser cuidadosamente considerado quando este tipo de secção for aplicado em sistemas flutuantes.

Como exemplo prático, considerando um valor do parâmetro $\alpha=1.4$, escolhido para propiciar uma região de cancelamento da força de excitação em frequências mais baixas, e o comprimento característico (a) igual a 5 metros, a distância entre os centros dos cilindros mais extremos seria de $4*(2\alpha a) = 56$ metros, o cilindro maior teria um diâmetro de aproximadamente 6.1 metros e os cilindros menores, um diâmetro de 2.5 metros. Como pode ser observado, a utilização de uma secção com 56 metros de largura talvez cause problemas de arranjo e/ou estruturais. Para a região de energia de excitação do mar típica ($0.05 < K_a < 0.56$), a função de forma que multiplicaria a força excitante para uma incidência de onda lateral no *pontoon* para este caso-exemplo seria de $(1 < F(K_a) < 0.4)$. É importante lembrar que a interação com a coluna deve ser computada no cálculo da força resultante em todo casco submerso.

As secções bidimensionais obtidas pela função de forma $F(Ka)=1-\text{sen}(\alpha Ka)$ não são fisicamente plausíveis por apresentarem pontos de singularidade nas duas regiões de contato entre o corpo principal e os apêndices (ver fig. 2.4). Contudo, havia o interesse em analisar melhor esta geometria, e, para isso, foram desenvolvidas três configurações com as secções obtidas: sem os apêndices, com os apêndices separados do corpo principal e com os apêndices fixados no corpo principal.

Neste trabalho, procurou-se validar o método de síntese através da análise de duas famílias de secções, obtidas por SIMOS (1997) com a inclusão dos efeitos não inseridos neste processo de síntese. Assim, ferramentas analíticas, numéricas e experimentos foram amplamente usados com o intuito de produzir resultados robustos e confiáveis. Os principais resultados obtidos neste estudo serão discutidos em seguida.

As concepções de cascos para sistemas flutuantes são muito recentes e muitos projetos e métodos de cálculo ainda podem ser refinados, visando uma considerável melhoria no comportamento desses sistemas no mar. O método de síntese analítica de geometrias bidimensionais otimizadas em relação à força de excitação vertical de primeira ordem proposto por ARANHÁ; PINTO (1994) mostra que, através de uma extensão analítica simples para a parte inercial da conhecida fórmula de Morison, algumas geometrias podem ser obtidas para aplicação em *pontoons* de plataformas. Mesmo simplificando alguns efeitos que aparecem neste tipo de cálculo, como os efeitos de superfície livre e viscosos, o método gerou formas que apresentavam uma tendência de possíveis aplicações, como mostrado em SIMOS (1997).

4. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para o caso das geometrias sem os apêndices, os resultados obtidos mostraram que apenas a secção com o parâmetro α igual a 0.4 apresentou uma função de forma (calculada via método variacional em fluido infinito e com o programa WAMIT) análoga à prevista analiticamente com os apêndices. Pôde-se perceber que, com o aumento do parâmetro α (ver fig. 3.4), o ponto de cancelamento da força excitante não tendeu para frequências mais baixas, como o resultado analítico com os apêndices apresentou. Comparando-se as secções obtidas com um círculo de mesma área e calado, para $1 < Ka < 3.5$, as secções otimizadas apresentaram uma redução na força excitante vertical. No entanto, para valores de $Ka < 1$, é a secção circular que apresenta forças verticais resultantes menores. Na tentativa de aplicação para um caso prático, considerando o comprimento característico (a) igual a 5 metros e a região de energia de excitação do mar típica com períodos entre 6 e 20 segundos ($0.05 < Ka < 0.56$), não existe uma redução da força excitante de *heave* nas secções otimizadas. Isso acontece devido à natureza das ondas do mar apresentarem um comprimento de onda consideravelmente alto em relação à largura destas secções, fazendo com que a onda incidente não “enxergue” os detalhes geométricos do corpo. No caso da TLP, se for verificado problemas de excitação ressonante no período natural deste tipo de plataforma, que é da ordem de 3.5 segundos ($Ka \approx 1.65$), a utilização das secções otimizadas pode ser de interesse, visto que, para esta frequência, é possível obter uma redução de aproximadamente 60% da força excitante, comparada com uma secção circular de mesma área e calado (ver fig. 3.7).

As outras duas configurações com os apêndices fixos e separados do corpo principal mostraram uma minimização na força de excitação quando comparadas à

O estudo analítico com a fórmula de Morison (apresentado no apêndice desta dissertação) foi feito para a secção otimizada e para uma secção composta por cinco cilindros de raios iguais. Foi possível obter formulações da força de *heave* e momentos

Já para a família de secções oriundas de $F(Ka)=\cos^4(\alpha Ka)$, foram realizados três tipos de estudo: experimental, analítico, com a fórmula de Morison, e numérico, com o programa WAMIT. No ensaio experimental, realizado em um tanque de provas, foi possível obter resultados para dois parâmetros α e também duas profundidades de imersão do corpo. Desta forma, os efeitos de superfície livre, influenciando na força resultante vertical, puderam ser observados experimentalmente (ver fig. 3.19, 3.22 e 3.25). Além disso, foi verificado que a viscosidade não afetou os resultados previstos analiticamente utilizando a teoria potencial, atestando, com maior confiança ainda, a metodologia de síntese hidrodinâmica proposta.

correspondente a um círculo de mesma área e calado, mas apenas em regiões com frequência alta, indicando não haver um ganho significativo no uso dessas configurações, tanto para frequências típicas de energia do mar, como para o caso de problemas de excitação ressonante na frequência natural de uma TLP (ver fig. 3.11 e 3.13). Estas configurações não tiveram êxito provavelmente por não terem gerado linhas de corrente similares aos obtidos com a geometria original sintetizada analiticamente. Ou seja, não é apenas a presença dos apêndices que faz com que as secções desta família apresentem a característica de cancelar a força de excitação vertical em frequências de interesse. Conclui-se que a presença das singularidades entre o corpo principal e os apêndices, provocando a passagem de linhas de corrente no ponto destas singularidades, é que provoca um escoamento com as características desejadas.

de *roll* e *pitch* resultantes nos corpos submersos em estudo para qualquer direção de incidência de onda. Um resultado interessante obtido neste estudo foi que, as equações A.6 e A.15 ficaram idênticas, assim como as equações A.9 e A.18, indicando que, para uma incidência de 90 graus, a variação do diâmetro dos cilindros não interfere na força de *heave* e no momento de *roll*. Esse resultado poderia ter sido concluído fisicamente, considerando a simetria de volumes submersos dos corpos para a incidência de onda de 90 graus.

No estudo numérico, foram verificadas três incidências de onda: 0, 45 e 90 graus. Os resultados obtidos estão apresentados entre as figuras de 3.32 e 3.45, onde pode ser observado a diferença nas forças de *heave* e momentos de *roll* e *pitch* da seção gerada a partir da função de forma $F(Ka)=\cos^4(\alpha Ka)$ e a seção de mesma área seccional com cinco cilindros de mesmo raio. Neste estudo, foi confirmada a conclusão da invariância da força de *heave* e do momento de *roll* para uma incidência de onda de 90 graus para estas duas seções analisadas.

Algumas considerações sobre a utilização, na prática, desta família de seções oriundas da função de forma $F(Ka)=\cos^4(\alpha Ka)$ são discutidas no item 3.2.3, onde são apresentados problemas devido à largura destas seções. É concluído que, para obter-se uma redução na força excitante em frequências típicas de excitação do mar, é necessário um distanciamento maior dos cilindros. Fisicamente é fácil perceber que, como os comprimentos de ondas típicos do mar têm valores relativamente altos, corpos com dimensões maiores teriam seus contornos geométricos “enxergados” mais facilmente por essas ondas incidentes.

Os resultados obtidos nas análises experimentais, analíticas e numéricas, com o programa WAMIT das secções geradas a partir da função de forma $F(Ka)=\cos^4(\alpha Ka)$, tiveram uma boa aderência com os previstos inicialmente, mostrando que o processo de síntese, mesmo com as simplificações envolvidas, gera geometrias com o comportamento desejado no início do processo. Desta forma, o principal objetivo deste trabalho é atingido: o método de síntese hidrodinâmica analítico proposto por ARANHA; PINTO (1994) é validado.

Não é intuito aqui, mostrar aplicações para as secções obtidas. Uma continuidade interessante para este trabalho seria a procura da utilização de secções geradas pelo processo de síntese proposto, verificando, também, a interação das secções de *pointons* otimizadas com as colunas da plataforma e os ganhos obtidos em relação a um projeto com secções convencionais.

Outra proposta para continuação deste trabalho é a extensão de uma fórmula analítica tridimensional para o cálculo de forças de excitação de difração, e a partir desta extensão, buscar novas geometrias que, provavelmente, terão comportamentos de minimização da força excitante em todas as direcções de incidência de onda.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. *Handbook of mathematical functions*. Washington, DC, U.S. Gov. Print Office, 1964.
- ARANHÁ, J.A.P.; PESCE, C.P. A variational method for water wave radiation and diffraction problems. *Journal of Fluid Mechanics*, n.204, p.135-57, 1989.
- _____; PINTO, M.O. Wave radiation by a deep submerged cylinder with application to ocean structure. *Applied Ocean Research*, n.15, p.327-35, 1994.
- CHEN, X.B.; MOLIN, B.; PETTJEAN, F. Numerical evaluation of the springing loads on tension leg platforms. *Marine Structures*, n.8, p.501-24, 1995.
- FALTNSEN, O.M. *Sea Loads on Ships and Offshore Structures*. Cambridge, Cambridge University Press, 1990.
- HORTON, E.E. et al. Optimization of stable platform characteristics. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 4., Houston, 1972. *Proceedings*. OTC, 1972. v.1, p.417-28.
- KIM, C.H., ZHAO, C. & ZOU, J. Springing and ringing due to nonlinear waves on a coupled TLP. In: INTERNATIONAL OFFSHORE AND POLAR ENGINEERING CONFERENCE, 5., The Hague, 1995. *Proceedings*. ISOPE, 1995. v.1, p.83-89.
- KITAMI, E.K.; NIMOMIYA, K.; KATAYAMA, M. Response characteristics of a tension leg platform with mechanical damping system in waves. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 14., Houston, 1982. *Proceedings*. OTC, 1982. v.1, p.181-98.
- LAMB, H. *Hydrodynamics*. 6.ed. Cambridge, Cambridge University Press, 1932.
- LEITE, A.J.P. et al. Minimization of vertical wave exciting force and heave motion of a production semisubmersible with rigid risers. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON OFFSHORE MECH. AND ARTIC ENG., 11., 1992. *Proceedings*. OMAE, 1992, v.1-A, p.215-22.
- LOHR, C.J. et al. Design, fabrication and installation of Auger LMS and tendons. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 26., Houston, 1994. *Proceedings*. OTC, 1994. v.4, p.553-64.
- MEI, C.C. *The applied dynamics of ocean surface waves*. New York, John Wiley & Sons, 1983.
- MERCIER, J.A. Evolution of Hutton TLP response to environmental loads. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 14., Houston, 1982. *Proceedings*. OTC, 1982. v.4, p.585-96.

- MG, Manual do usuário, Versão 3.0, **Tecgraf**, Rio de Janeiro.
- MINKENBERG, H.T.; VAN SLUIJS, M.F. Motion optimization of semi-submersibles. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 4., Houston, 1972. **Proceedings**. OTC, 1972. v.2, p.131-42.
- MOTORA, S.; KOYAMA, T. On wave excitationless ship forms. **Journal of the Society of Naval Architects of Japan**, v.117, p.115-26, 1965.
- NEWMAN, J.N. **Marine hydrodynamics**. 2ed. Cambridge, The MIT Press, 1978.
- NISHIMOTO, K.; MAZZUCCO, J.C.C. Fundamental study of semisubmersible hull form with minimum exciting forces in waves. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON OFFSHORE ENGINEERING, 6., Rio de Janeiro, Sept., p.713-27, 1989.
- PESCE, C.P. Estudo do comportamento de corpos flutuantes em ondas: um enfoque variacional e aplicações da teoria do corpo esbelto. **Tese de Doutorado**, EPUSP, 1988.
- SCHOTT III, W.E. et al. Global design and analysis of the Auger tension leg platform. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 26., Houston, 1994. **Proceedings**. OTC, 1994. v.4, p.541-52.
- SIMOS, A. N., Tópicos visando o Aprimoramento De Projeto de Plataforma TLP: Estudo de formas Bidimensionais de Mínima Força de Excitação Vertical e Modelagem Dinâmica dos Tendões Sob Excitação Paramétrica, **Dissertação de Mestrado**, EPUSP, 1997.
- TEFLOW, J.; LEECE, M. Hutton TLP mooring system. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 14., Houston, 1982. **Proceedings**. OTC, 1982. v.4, p.573-584.
- YAMASHITA, S. A study on wave-free floating-body forms in heaving motion. **Journal of the Society of Naval Architects of Japan**, v.150, p.158-65, 1981.
- On wave free forms in swaying oscillation, **Journal of the Society of Naval Architects of Japan**, v.157, June, p.168-79, 1985.
- WAMIT, A radiation-diffraction panel program for wave-body interactions, Massachusetts Institute of Technology, 1993.

APÊNDICE A: Estudo analítico com a fórmula de Morison:

Uma forma para se determinar forças e momentos devido à excitação de uma onda harmônica no conjunto de cilindros é através da fórmula de Morison. Tendo-se um sistema de referência cartesiano com plano xy, situado num plano paralelo à superfície livre, passando pelo centro geométrico do corpo, com d sendo a distância vertical entre o centro desta seção O=(0,0) e a superfície livre, a velocidade vertical da onda harmônica induzida em O é dada por

$$w^0(t) = -i\omega A \cdot e^{-Kd} \cdot e^{i(Kx-\omega t)} \quad (A.1)$$

onde ω é a frequência da onda, $K=\omega^2/g$ o número de onda, e A a amplitude da onda. A parte inercial da fórmula de Morison para força de *heave* seccional (força vertical por unidade de comprimento) é dada por

$$f(t) = \rho S(C_m + 1) \cdot \frac{dw^0}{dt} \quad (A.2)$$

resultando em:

$$f(t) = -\rho S(C_m + 1)\omega^2 A e^{-Kd} e^{i(Kx-\omega t)} \quad (A.3)$$

Em seguida, serão apresentadas as fórmulas analíticas deduzidas para o conjunto de cilindros obtidos com função de forma $F(Ka)=\cos^4(\alpha Ka)$. O sistema de coordenadas, para o qual as forças e momentos serão calculados, é mostrado nas figuras A.1 e A.2.

Figura 0.2 - Desenho esquemático do sistema de coordenadas e do conjunto de cilindros. (vista XY)

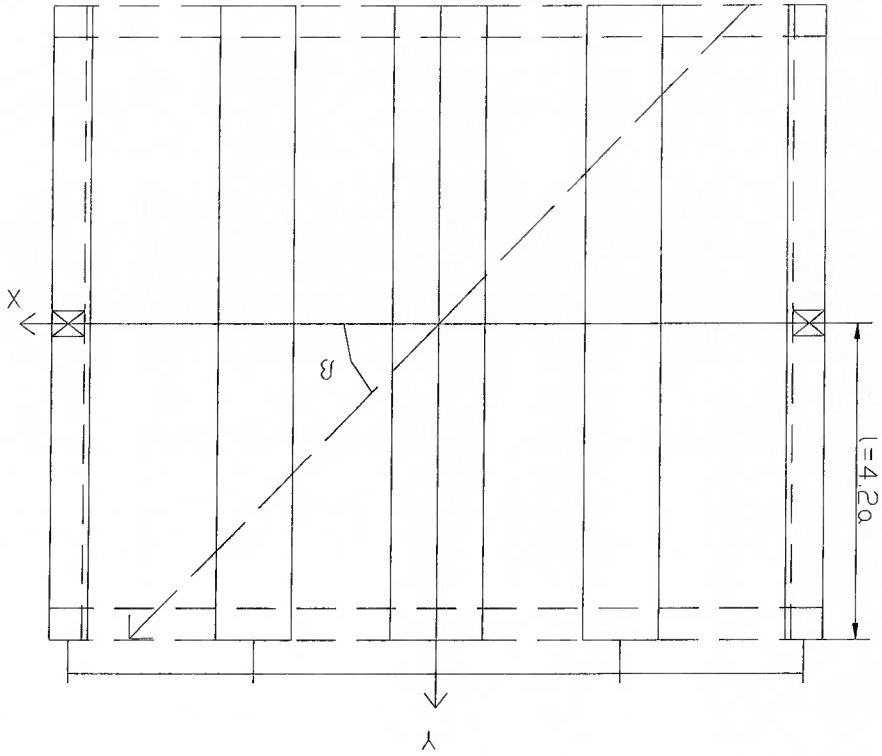
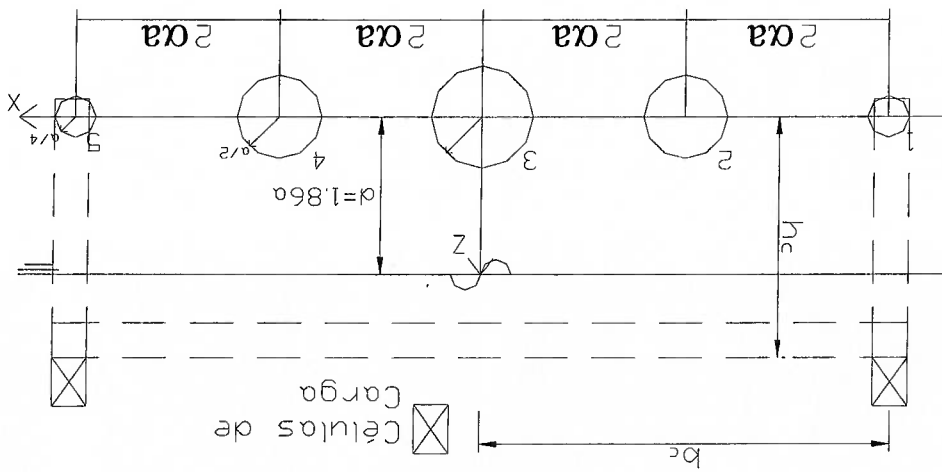


Figura 0.1 - Desenho esquemático do sistema de coordenadas e do conjunto de cilindros. (vista XZ)



A.1 Cálculo da força de *heave* para a geometria otimizada a partir da função de

forma $F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka)$:

Utilizando a fórmula de Morison (A.3), o sistema de coordenadas mostrado nas

figuras A.1 e A.2 e uma incidência de onda de β radianos em relação ao eixo x no plano

xy, as forças verticais em cada cilindro e no conjunto todo são determinadas por:

$$f_1^l(t) = -\rho \frac{16}{S} (C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} \int_l^{-l} e^{iK[y \text{ sen } \beta - 4a \cos \beta]} dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$f_2^l(t) = -\rho \frac{4}{S} (C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} \int_l^{-l} e^{iK[y \text{ sen } \beta - 2a \cos \beta]} dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$f_3^l(t) = -\rho \frac{8}{3S} (C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} \int_l^{-l} e^{iKy \text{ sen } \beta} dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$f_4^l(t) = -\rho \frac{4}{S} (C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} \int_l^{-l} e^{iK[y \text{ sen } \beta + 2a \cos \beta]} dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$f_5^l(t) = -\rho \frac{16}{S} (C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} \int_l^{-l} e^{iK[y \text{ sen } \beta + 4a \cos \beta]} dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$F(t) = f_1^l(t) + f_2^l(t) + f_3^l(t) + f_4^l(t) + f_5^l(t),$$

$$F(t) = -\rho V (C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} \frac{\text{sen}(Kl \text{ sen } \beta)}{Kl \text{ sen } \beta} \cos^4(\alpha Ka \cos \beta) \cdot e^{-i\omega t}. \quad (A.4)$$

É importante observar que para uma incidência de onda $\beta=0$ graus, a força

vertical resultante no conjunto é:

$$F(t) = -\rho V (C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} \cos^4(\alpha Ka) e^{-i\omega t}, \quad (A.5)$$

e para $\beta=90$ graus:

$$F(t) = -pV(C_m + 1)\omega^2 A e^{-kt} \frac{\text{sen}(k t \text{ sen } \beta)}{\text{sen } \beta} e^{-i\omega t} \quad (\text{A.6})$$

A.2 Cálculo do momento de roll para a geometria otimizada a partir da função de

forma $F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka)$:

Neste estudo, consideraremos o momento de roll sendo o momento de rotação

em torno do eixo x, e calculado da seguinte forma:

$$m_1(t) = -\rho \frac{16}{S} (C^m + 1) \omega_z^2 A e^{-Kd} \int_l^{-l} e^{iK[y \text{sen } \beta - 4\alpha \cos \beta]} \gamma dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$m_2(t) = -\rho \frac{4}{S} (C^m + 1) \omega_z^2 A e^{-Kd} \int_l^{-l} e^{iK[y \text{sen } \beta - 2\alpha \cos \beta]} \gamma dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$m_3(t) = 0,$$

$$m_4(t) = -\rho \frac{4}{S} (C^m + 1) \omega_z^2 A e^{-Kd} \int_l^{-l} e^{iK[y \text{sen } \beta + 2\alpha \cos \beta]} \gamma dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$m_5(t) = -\rho \frac{16}{S} (C^m + 1) \omega_z^2 A e^{-Kd} \int_l^{-l} e^{iK[y \text{sen } \beta + 4\alpha \cos \beta]} \gamma dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$M(t) = m_1(t) + m_2(t) + m_3(t) + m_4(t) + m_5(t),$$

$$M(t) = -\rho A (C^m + 1) \omega_z^2 A e^{-Kd} \left[\frac{\text{sen}(Kl \text{sen } \beta)}{\cos(Kl \text{sen } \beta)} - \frac{K \text{sen } \beta}{\cos(Kl \text{sen } \beta)} \right] \cos^4(\alpha Ka \cos \beta) \cdot e^{-i\omega t}. \quad (\text{A.7})$$

Neste caso, o momento de roll gerado por uma incidência de onda $\beta=0$ graus,

resulta em:

$$M(t) = 0,$$

(A.8)

E para $\beta=90$ graus:

$$M(t) = -\rho V(C_m + 1)\omega^2 A e^{-Kt} \left[\frac{\text{sen}(Kl)}{lK^2} - \frac{K}{\cos(Kl)} \right] i \cdot e^{-i\omega t} \quad (\text{A.9})$$

A.3 Cálculo do momento de *pitch* para a geometria otimizada a partir da função de

forma $F(Ka) = \cos^4(\alpha Ka)$:

E por último, são mostrados, em seguida, os momentos de *pitch* em relação ao

eixo de rotação *y*:

$$m_1(t) = \rho \frac{16}{S} (C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} \int_{-l}^l e^{iK[y \text{sen } \beta - 4\alpha \cos \beta]} dy 4\alpha e^{-i\omega t},$$

$$m_2(t) = \rho \frac{4}{S} (C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} \int_{-l}^l e^{iK[y \text{ sen } \beta - 2\alpha \cos \beta]} dy 2\alpha e^{-i\omega t},$$

$$m_3(t) = 0,$$

$$m_4(t) = \rho \frac{4}{S} (C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} \int_{-l}^l e^{iK[y \text{ sen } \beta + 2\alpha \cos \beta]} dy 2\alpha e^{-i\omega t},$$

$$m_5(t) = \rho \frac{16}{S} (C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} \int_{-l}^l e^{iK[y \text{ sen } \beta + 4\alpha \cos \beta]} dy 4\alpha e^{-i\omega t},$$

$$M(t) = m_1(t) + m_2(t) + m_3(t) + m_4(t) + m_5(t),$$

$$M(t) = -\rho V (C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} \frac{\text{sen}(Kl \text{ sen } \beta)}{\text{sen } \beta} [0.5 \text{sen}(4\alpha \cos \beta) + \text{sen}(2\alpha \cos \beta)] e^{-i\omega t}. \quad (\text{A.10})$$

Para uma incidência de onda $\beta=0$ graus:

$$M(t) = -\rho V (C_m + 1) \omega^2 A e^{-Ka} [0.5 \text{sen}(4\alpha) + \text{sen}(2\alpha)] e^{-i\omega t}, \quad (\text{A.11})$$

e para $\beta=90$ graus:

É fácil observar que, com essas fórmulas analíticas calculadas nos itens anteriores, pode-se calcular as forças e momentos em qualquer direção de incidência de onda para o conjunto de cilindros de comprimento $2l$ e com a seção otimizada. Decidiu-se determinar o mesmo conjunto de equações para um grupo de cilindros de mesmo diâmetro, com o intuito de comparar os ganhos obtidos ao variar os diâmetros dos cilindros em relação aos obtidos na otimização.

$$M(t) = 0.$$

(A.12)

A.4 Cálculo da força de heave para um conjunto de 5 cilindros com raios iguais:

Nos cálculos de força e momento para esse conjunto de cilindros, é importante observar que eles apresentam o mesmo sistema de coordenadas que o caso anterior e a

distância entre os cilindros continua sendo de 2α , sendo $a = \sqrt{\frac{\pi}{S}}$ (ver figuras A.1 e

A.2).

Portanto, a força de heave de cada cilindro e de todo o conjunto pode ser determinada

por:

$$f_1(t) = -\rho \frac{S}{S} (C_m + 1) \omega_2^2 A e^{-Kd} \int_{-l}^l e^{iK[y \text{ sen } \beta - 4\alpha \cos \beta]} dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$f_2(t) = -\rho \frac{S}{S} (C_m + 1) \omega_2^2 A e^{-Kd} \int_{-l}^l e^{iK[y \text{ sen } \beta - 2\alpha \cos \beta]} dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$f_3(t) = -\rho \frac{S}{S} (C_m + 1) \omega_2^2 A e^{-Kd} \int_{-l}^l e^{iK[y \text{ sen } \beta]} dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$f_4(t) = -\rho \frac{S}{S} (C_m + 1) \omega_2^2 A e^{-Kd} \int_{-l}^l e^{iK[y \text{ sen } \beta + 2\alpha \cos \beta]} dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$f_5(t) = -\rho \frac{S}{S} (C_m + 1) \omega_2^2 A e^{-Kd} \int_{-l}^l e^{iK[y \text{ sen } \beta + 4\alpha \cos \beta]} dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$F(t) = f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) + f_4(t) + f_5(t),$$

$$F(t) = -\rho A (C_m + 1) \omega_2^2 A e^{-Kd} \frac{\text{sen}(Kl \text{ sen } \beta)}{Kl \text{ sen } \beta} [2 \cos(4\alpha \cos \beta) + 2 \cos(2\alpha \cos \beta) + 1] / 5 e^{-i\omega t}. \quad (\text{A.13})$$

Para as incidências de onda $\beta=0$ graus e $\beta=90$ graus tem-se respectivamente:

$$F(t) = -pV(C_m + 1)\omega^2 A e^{-Kt} [2 \cos(4\alpha K a) + 2 \cos(2\alpha K a) + 1] / 5 e^{-i\omega t}, \quad (\text{A.14})$$

$$F(t) = -pV(C_m + 1)\omega^2 A e^{-Kt} \frac{\text{sen}(Kl \text{sen } \beta)}{Kl \text{sen } \beta} e^{-i\omega t}. \quad (\text{A.15})$$

É interessante verificar que a equação A.6 e a equação A.15 são idênticas. Com isso, é possível concluir que, a 90 graus de incidência de onda, a relação entre os diâmetros dos cilindros não afeta a força de *heave*.

A.5 Cálculo do momento de roll para um conjunto de 5 cilindros com raios iguais:

O momento de roll, neste caso, é determinado por:

$$m_1(t) = -\rho \frac{S}{l} (C_m + 1) \omega_z^2 A e^{-Kt} \int_{-l}^l e^{iK[y \text{sen } \beta - 4\alpha \cos \beta]} \gamma dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$m_2(t) = -\rho \frac{S}{l} (C_m + 1) \omega_z^2 A e^{-Kt} \int_{-l}^l e^{iK[y \text{sen } \beta - 2\alpha \cos \beta]} \gamma dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$m_3(t) = 0,$$

$$m_4(t) = -\rho \frac{S}{l} (C_m + 1) \omega_z^2 A e^{-Kt} \int_{-l}^l e^{iK[y \text{sen } \beta + 2\alpha \cos \beta]} \gamma dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$m_5(t) = -\rho \frac{S}{l} (C_m + 1) \omega_z^2 A e^{-Kt} \int_{-l}^l e^{iK[y \text{sen } \beta + 4\alpha \cos \beta]} \gamma dy \cdot e^{-i\omega t},$$

$$M(t) = m_1(t) + m_2(t) + m_3(t) + m_4(t) + m_5(t),$$

$$(A.16) \quad M(t) = -\rho V (C_m + 1) \omega_z^2 A e^{-Kt} \left[\frac{\text{sen}(Kl \text{sen } \beta)}{\text{cos}(Kl \text{sen } \beta)} \frac{l(K \text{sen } \beta)^2}{K \text{sen } \beta} - \frac{2 \cos(2\alpha k a \cos \beta) + 2 \cos(4\alpha k a \cos \beta) + 1}{i \omega} \right] e^{-i\omega t}.$$

Para as incidências de onda $\beta=0$ graus e $\beta=90$ graus tem-se respectivamente:

$$(A.17) \quad M(t) = 0,$$

$$(A.18) \quad M(t) = -\rho V (C_m + 1) \omega_z^2 A e^{-Kt} \left[\frac{\text{sen}(Kl)}{\text{cos}(Kl)} \frac{lK^2}{K} - \frac{1}{i \omega} \right] e^{-i\omega t}.$$

Como podem ser observadas, as equações A.9 e A.18, assim como também já observado com as equações A.6 e A.15, ficaram idênticas. Isso indica que para uma incidência de 90 graus, a variação do diâmetro dos cilindros não interfere na força de *heave* e no momento de *roll*.

A.6 Cálculo do momento de *pitch* para um conjunto de 5 cilindros com raios

iguais:

O momento de *pitch*, calculado em relação ao eixo y para o conjunto de cinco

cilindros de mesmo raio é:

$$m_1(t) = \rho \frac{16}{S} (C_m + 1) \omega_2 A e^{-Kd} \int_l^{-l} e^{iK[y \text{sen } \beta - 4\alpha \cos \beta]} dy 4\alpha e^{-i\omega t},$$

$$m_2(t) = \rho \frac{4}{S} (C_m + 1) \omega_2 A e^{-Kd} \int_l^{-l} e^{iK[y \text{sen } \beta - 2\alpha \cos \beta]} dy 2\alpha e^{-i\omega t},$$

$$m_3(t) = 0,$$

$$m_4(t) = -\rho \frac{4}{S} (C_m + 1) \omega_2 A e^{-Kd} \int_l^{-l} e^{iK[y \text{sen } \beta + 2\alpha \cos \beta]} dy 2\alpha e^{-i\omega t},$$

$$m_5(t) = -\rho \frac{16}{S} (C_m + 1) \omega_2 A e^{-Kd} \int_l^{-l} e^{iK[y \text{sen } \beta + 4\alpha \cos \beta]} dy 4\alpha e^{-i\omega t},$$

$$M(t) = m_1(t) + m_2(t) + m_3(t) + m_4(t) + m_5(t),$$

$$M(t) = -\rho V (C_m + 1) \omega_2 A e^{-Kd} \frac{\text{sen}(Kl \text{sen } \beta)}{Kl \text{sen } \beta} [0.5 \text{sen}(4\alpha \cos \beta) + \text{sen}(2\alpha \cos \beta)] e^{i\omega t} \quad (\text{A.19})$$

E por fim, para as incidências de onda $\beta=0$ graus e $\beta=90$ graus tem-se

respectivamente:

$$M(t) = -\rho V (C_m + 1) \omega_2 A e^{-Kd} [0.5 \text{sen}(4\alpha) + \text{sen}(2\alpha)] e^{i\omega t} \quad (\text{A.20})$$

É importante ressaltar que estas formulações analíticas são aproximações que não apresentam os efeitos de superfície livre e os efeitos viscosos. Todas estas formulações foram comparadas com os resultados numéricos obtidos no programa WAMIT e com a força de *heave* e momento de *pitch* para a incidência de onda a 0 graus obtidos no experimento para a geometria otimizada.

$$M(t) = 0.$$

(A.21)