

**MARCOS MENDES DE OLIVEIRA PINTO**

**ESTATÍSTICA DE MÁXIMOS DE TRAÇÃO DINÂMICA EM  
LINHAS OCEÂNICAS SUSPENSAS EM CATENÁRIA – UMA  
APROXIMAÇÃO ANALÍTICA E COMPARAÇÕES NUMÉRICAS**

**Tese de Doutorado apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo para  
a obtenção do Título de Doutor em  
Engenharia.**

**Área de Concentração:  
Dinâmica de Sistemas Oceânicos**

**Orientador:  
Prof. Dr. José Augusto Penteado Aranha**

**São Paulo  
Março de 2000**

OK

**MARCOS MENDES DE OLIVEIRA PINTO**

**ESTATÍSTICA DE MÁXIMOS DE TRAÇÃO DINÂMICA EM  
LINHAS OCEÂNICAS SUSPENSAS EM CATENÁRIA – UMA  
APROXIMAÇÃO ANALÍTICA E COMPARAÇÕES NUMÉRICAS**

**Tese de Doutorado  
apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo  
para a obtenção do Título de  
Doutor em Engenharia.**

**São Paulo  
Março de 2000**

Pinto, Marcos Mendes de Oliveira

Estatística de máximos de tração dinâmica em linhas oceânicas suspensas em catenária: uma aproximação analítica e comparações numéricas. São Paulo, 2000.

145p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.

1. Dinâmica de linhas oceânicas 2. Risers 3. Estatística de tração dinâmica 4. tração dinâmica em linhas em catenária I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica II. t

**Dedico esse trabalho à minha esposa, elixir de vida nas  
minhas angústias e âncora do meu perder.**

**Dedico esse trabalho ao meu filho, total explicação da  
Vida.**



## **A G R A D E C I M E N T O S**

**A convivência com o meu orientador, durante todos esses anos, tem muito  
talhado para mim a imagem de um grande Homem. Muito obrigado pela  
oportunidade, Aranha.**

**Ao meu amigo Clóvis Martins, pela incansável prontidão à ajuda.**

**Ao meu amigo Celso Pesce pela excepcionalmente cuidadosa e carinhosa revisão  
dos trabalhos, e pelos longos e-mails de explicações e incentivos durante minha  
estadia no exterior.**

**Ao André Fужarra, ao Melquisedec dos Santos, ao Alexandre Simos.**

**Aos colegas do Departamento, ao pessoal da secretaria e do laboratório, à Fátima e  
à Clarisse.**

**Ao Sagrilo e ao Queija da COOPE pelo suporte fundamental.**

**À FAPESP pelo suporte à compra de equipamentos.**

**Ao meu pai, enorme companheiro.**

**À minha mãe, ponto de partida e de retorno.**

**E muito especialmente à Petrobrás e seu pessoal, pelo suporte financeiro,  
experiência fundamental e amizade.**

## SUMÁRIO

Lista de Tabelas	
Lista de Figuras	
Glossário	
Resumo	
“Abstract”	
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>1.1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>6</b>
<b>2. FORMULAÇÃO ANALÍTICA PARA A TRAÇÃO DINÂMICA SOB EXCITAÇÃO HARMÔNICA</b>	<b>12</b>
<b>2.1. SEPARAÇÃO DAS PARCELAS ESTÁTICAS E DINÂMICAS NA SOLUÇÃO DO SISTEMA (2.5)</b>	<b>14</b>
<b>2.2. SOLUÇÃO ASSINTÓTICA</b>	<b>20</b>
<b>2.3. AMORTECIMENTO FLUIDO E EXPRESSÃO ALGÉBRICA PARA A TRAÇÃO DINÂMICA</b>	<b>25</b>
<b>2.3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS COM FERRAMENTAS NO DOMÍNIO DO TEMPO</b>	<b>30</b>
<b>3. FORMULAÇÃO ANALÍTICA PARA A ESTATÍSTICA DE MÁXIMOS DE TRAÇÃO DINÂMICA SOB EXCITAÇÃO ALEATÓRIA</b>	<b>43</b>

<b>3.1. ENVOLTÓRIA E PROCESSOS DE BANDA ESTREITA</b>	<b>44</b>
<b>3.2. DEFINIÇÕES E ENVOLTÓRIA</b>	<b>52</b>
<b>3.3. TRAÇÃO DINÂMICA PARA EXCITAÇÃO ALEATÓRIA DE BANDA ESTREITA</b>	<b>56</b>
<b>3.4. DENSIDADE DE PROBABILIDADE DA ENVOLTÓRIA DA TRAÇÃO DINÂMICA</b>	<b>57</b>
<b>4. COMPARAÇÕES NUMÉRICAS</b>	<b>63</b>
<b>4.1 PROPRIEDADES DAS LINHAS E CRITÉRIOS PARA ESCOLHA DE CASOS DE COMPARAÇÃO</b>	<b>66</b>
4.1.1 LINHA DE AMARRAÇÃO HOMOGÊNEA EQUIVALENTE.	68
4.1.2 CRITÉRIOS DE SELEÇÃO INICIAL DE CASOS A SEREM SIMULADOS.	71
<b>4.2 ESTADOS DE MAR E CORRENTE OCEÂNICA</b>	<b>73</b>
<b>4.3 CASOS SIMULADOS</b>	<b>77</b>
<b>4.4 TRATAMENTO NUMÉRICO</b>	<b>78</b>
<b>4.5 RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÃO</b>	<b>82</b>
4.5.1 OCORRÊNCIA DE COMPRESSÃO DINÂMICA	120
<b>5. CONCLUSÕES</b>	<b>135</b>
<b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>141</b>
<b>ANEXOS</b>	

## LISTA DE TABELAS

- 1) Tabela 2.1: Propriedades estruturais da linha de amarração equivalente
- 2) Tabela 2.2: Propriedades estruturais do riser flexível
- 3) Tabela 2.3: Propriedades estruturais do riser rígido
- 5) Tabela 2.4 – Propriedades da linha e do tanque de ensaios. Dados referentes aos ensaios apresentados nas Figuras 2.8, 2.9 e 2.10
- 6) Tabela 4.1 – Propriedades das linhas utilizadas
- 7) Tabela 4.2 - Perfil de correntes adotado
- 8) Tabela 4.3 – Quadro resumo dos casos simulados
- 9) Tabela 4.4 – Probabilidade de valores extremos superiores - Caso: riser rígido; Incidência:  $90^\circ$  ; Hs: 9m; Ângulo de topo:  $63^\circ$
- 10) Tabela 4.5 - Probabilidade de valores extremos superiores - Caso: riser rígido; Incidência:  $90^\circ$  ; Hs: 9m; Ângulo de topo:  $73^\circ$
- 11) Tabela 4.6 – Desvio padrão de tração dinâmica: Orcaflex x Anflex
- 12) Tabela 4.7 - Probabilidade de valores extremos superiores - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$  ; Hs: 15m; Ângulo de topo:  $53^\circ$
- 13) Tabela 4.1 – Propriedades da configuração estática da linha de amarração N° 2
- 14) Tabela 4.2 – Propriedades da linha homogênea equivalente N° 2
- 15) Tabela 4.10 – Comparação de valores teóricos e experimentais do desvio padrão da tração dinâmica, como medida da amplitude média do sinal acima da tração estática (valores não filtrados)
- 16) Tabela 4.11 - Comparação de valores teóricos e experimentais do desvio padrão da tração dinâmica, como medida da amplitude média do sinal acima da tração estática (valores não filtrados)

## LISTA DE FIGURAS

- 1) Figura 2.1. - Série temporal da tração dinâmica no último período de simulação (TDP) - Linha de amarração; Ângulo de topo =  $60^\circ$  ; Período de movimento imposto = 10s; Amplitude de oscilação = 2m.
- 2) Figura 2.2. - Série temporal da tração dinâmica ao longo de toda a simulação (TDP) Linha de amarração; Ângulo de topo =  $60^\circ$  ; Período de movimento imposto = 8s; Amplitude de oscilação = 8m.
- 3) Figura 2.3. - Série temporal da tração dinâmica no último período da simulação (TDP) - Linha de amarração; Ângulo de topo =  $60^\circ$  ; Período de movimento imposto = 8s; Amplitude de oscilação = 8m.
- 4) Figura 2.3. - Série temporal da tração dinâmica no último período da simulação (TDP) - Linha de amarração; Ângulo de topo =  $60^\circ$  ; Período de movimento imposto = 8s; Amplitude de oscilação = 8m.
- 5) Figura 2.4. - Série temporal da tração dinâmica no último período da simulação (TDP) - Riser Rígido; Ângulo de topo =  $40^\circ$  ; Período de movimento imposto = 12s; Amplitude de oscilação = 4m.
- 6) Figura 2.5. - Série temporal da tração dinâmica no último período da simulação (TOPO)  
Riser Flexível; Ângulo de topo =  $70^\circ$  ; Período de movimento imposto = 12s; Amplitude de oscilação = 2m.
- 7) Figura 2.6. - Série temporal da tração dinâmica no último período da simulação (TDP)  
Riser Flexível; Ângulo de topo =  $70^\circ$  ; Período de mov. imposto = 12s; Amplitude de oscilação = 4m.
- 8) Figura 2.7. - Tração dinâmica adimensional pelo ângulo no TOPO para várias amplitudes de excitação - Riser rígido
- 9) Figura 2.8. - Amplitude adimensional de tração total: Experimento X Teoria - Amplitude de excitação/Diâmetro da linha=7.91
- 10) Figura 2.9. - Amplitude adimensional de tração total: Experimento X Teoria Amplitude de excitação/Diâmetro da linha=14.33

- 11) Figura 2.10. - Amplitude adimensional de tração total: Experimento X Teoria  
Amplitude de excitação/Diâmetro da linha=24.21
- 12) Figura 3.1 – Realização temporal de um processo de banda estreita
- 13) Figura 3.2 - Espectro de mar; Resposta em heave; Espectro de resposta em heave
- 14) Figura 3.3 - Realização temporal do espectro de Pierson-Moskowitz  
( $H_s=9m; T_p=12s$ ) e correspondente série temporal do movimento de heave (VN incidência à  $135^\circ$ ).
- 15) Figura 3.4 - Resposta em heave do VN sob incidência de  $135^\circ$  e envoltória do movimento função de modulação (ou envoltória).
- 16) Figura 4.1 - Função densidade de probabilidades de máximos de tração dinâmica
- 17) Figura 4.2 - Função de transferência de movimentos tangentes  
para incidência de ondas à  $180^\circ$
- 18) Figura 4.3 - Função de transferência de movimentos tangentes  
para incidência de ondas à  $135^\circ$
- 19) Figura 4.4 - Função de transferência de movimentos tangentes  
para incidência de ondas à  $90^\circ$
- 20) Figura 4.5a - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica no topo  
Caso: Riser Rígido; Incidência:  $90^\circ$  ; Compressão dinâmica = sim ; Ângulo de Topo:  $60^\circ$  ;  $H_s$ : 9m; TOPO
- 21) Figura 4.5b – Série temporal da tração dinâmica antes e depois da filtragem;  
envoltória da tração filtrada - Caso: riser rígido; Incidência:  $90^\circ$  - Ângulo de topo:  $60^\circ$  ;  $H_s$ : 9m; TOPO
- 22) Figura 4.5c – Probabilidade acumulada de pontos extremos - Caso: riser rígido;  
Incidência:  $90^\circ$  - Ângulo de Topo:  $60^\circ$  ;  $H_s$ : 9m; TOPO
- 23) Figura 4.6a - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica - Caso: riser rígido; Incidência:  $90^\circ$  - Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo:  $60^\circ$  ;  $H_s$ : 9m; TDP
- 24) Figura 4.6b – Série temporal da tração dinâmica antes e depois da filtragem;  
envoltória da tração filtrada - Caso: Riser rígido; Incidência:  $90^\circ$  - Ângulo de topo:  $60^\circ$  ;  $H_s$ : 9m; TDP
- 25) Figura 4.6c – Probabilidade acumulada de pontos extremos - Caso: riser rígido;  
Incidência:  $90^\circ$  - Ângulo de topo:  $60^\circ$  ;  $H_s$ : 9m; TDP
- 26) Figura 4.7 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e  
probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: riser rígido;

Incidência: 90° ; Hs: 9m; TOPO - Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo: 63°  
Corrente oceânica presente;

- 27) Figura 4.8 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: riser rígido;  
Incidência: 90° ; Hs: 9m; TDP - Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo: 63°  
Corrente oceânica presente;
- 28) Figura 4.9 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: riser rígido;  
Incidência: 90° ; Hs: 9m; TOPO - Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo: 73°
- 29) Figura 4.10 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: riser rígido;  
Incidência: 90° ; Hs: 9m; TDP - Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo: 73°
- 30) Figura 4.11 – Relação entre tração dinâmica e movimento
- 31) Figura 4.12 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: riser rígido;  
Incidência: 90° ; Hs: 9m; TOPO - Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo: 77°  
Corrente oceânica presente;
- 32) Figura 4.13 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: Riser rígido;  
Incidência: 90° ; Hs: 9m; TDP - Compressão dinâmica = sim; Ângulo de Topo: 77°  
Corrente oceânica presente;
- 33) Figura 4.14 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: riser flexível;  
Incidência: 90° ; Hs: 10m; TOPO - Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo: 85°
- 34) Figura 4.15 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: Riser flexível;  
Incidência: 90° ; Hs: 10m; TDP - Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo: 85°
- 35) Figura 4.16 – Série temporal da tração dinâmica antes e depois da filtragem;  
envoltória da tração filtrada - Caso: riser flexível; Incidência: 90° ; Hs: 10m; TOPO  
- Ângulo de topo: 85°
- 36) Figura 4.17 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: linha de amarração;  
Incidência: 180° ; Hs: 8m;

- 37) Figura 4.17 (c, d) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$ ;  $H_s$ : 8m; TOPO - Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo:  $50^\circ$   
LONGA SIMULAÇÃO
- 38) Figura 4.18 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$ ;  $H_s$ : 8m; TDP - Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo:  $50^\circ$
- 39) Figura 4.18 (c, d) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$ ;  $H_s$ : 8m; TDP - Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo:  $50^\circ$   
LONGA SIMULAÇÃO
- 40) Figura 4.19 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$ ;  $H_s$ : 10m; TOPO - Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo:  $53^\circ$
- 41) Figura 4.20 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$ ;  $H_s$ : 10m; TDP - Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo:  $53^\circ$
- 42) Figura 4.21 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$ ;  $H_s$ : 10m; TOPO - Compressão Dinâmica = não; Ângulo de topo:  $53^\circ$  - Corrente oceânica presente;
- 43) Figura 4.22 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: Linha de Amarração; Incidência:  $180^\circ$ ;  $H_s$ : 10m; TDP - Compressão Dinâmica = não; Ângulo de Topo:  $53^\circ$  - Corrente oceânica presente;
- 44) Figura 4.23 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$  - Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo:  $53^\circ$   $H_s$ : 5m; TOPO
- 45) Figura 4.24 - Série temporal da tração dinâmica antes e depois da filtragem; envoltória da tração filtrada - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$  Ângulo de topo:  $53^\circ$ ;  $H_s$ : 5m; TOPO



- 46) Figura 4.25 – Janela temporal da simulação temporal com softwares Anflex e Orcaflex - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$  - Ângulo de topo:  $53^\circ$  ; Hs: 5m; TOPO
- 47) Figura 4.26 (a,b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$  - Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo:  $53^\circ$ ; Hs: 15m; TOPO
- 48) Figura 4.27 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$  Compressão Dinâmica = não; Ângulo de topo:  $38^\circ$  ; Hs: 15m; TDP
- 49) Figura 4.28 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: linha de amarração; Incidência:  $135^\circ$  ; Hs: 10m; TOPO - Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo:  $65^\circ$
- 50) Figura 4.29 – Comparação de resultados Orcaflex x F. Analítica sob excitação harmônica de período 10s – TOPO
- 51) Figura 4.30 - Comparação de resultados Orcaflex x F. Analítica sob excitação harmônica de período 10s – TDP
- 52) Figura 4.31 - (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$ ; Hs: 10m; TOPO - Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo:  $58.5^\circ$
- 53) Figura 4.32 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$ ; Hs: 10m; TDP - Compressão dinâmica = apenas pontualmente; Ângulo de topo:  $58.5^\circ$
- 54) Figura 4.33 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos – Normalização por desvio padrão próprio de cada conjunto de dados - Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$ ; Hs: 10m; TDP - Compressão Dinâmica = apenas pontualmente; Ângulo de topo:  $58.5^\circ$
- 55) Figura 4.34 – Série temporal de tração total com saturação da compressão na região do TDP – EJ=0;

- 56) Figura 4.35 - Série temporal de tração total com saturação da compressão na região do TDP –  $EJ=9.8 \text{ kN.m}^2$ ;
- 57) Figura 4.36 - Série temporal de tração total com saturação da compressão na região do TDP quando a rigidez flexional vale  $9.8 \text{ kN.m}^2$  e quando é nula
- 58) Figura 4.37 – Tração dinâmica no topo da linha - Ensaio realizado por Andrade (1993) com uma corrente sobreposta à previsão analítica
- 59) Figura 4.38a – Tração dinâmica em simulação numérica semelhante ao ensaio No 22 de Andrade, 1993
- 60) Figura 4.38b - Idem à Figura 4.33a com ampliação na região de compressão
- 61) Figura 4.39 - Série temporal de tração total com saturação da compressão na região do TDP (saturação artificial)
- 62) Figura 4.40 – Envoltória sobre a série temporal de tração total filtrada na região do TDP
- 63) Figura 4.41 (a,b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica no tdp  
Caso: riser flexível; Incidência:  $90^\circ$  - Ângulo de topo:  $85^\circ$  ; Hs: 10m; TDP

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a(t)$  = relação entre serie temporal de movimento imposto e seu desvio padrão

$C_D$  = coeficiente de arrasto

$\hat{d}_x$  = deslocamento horizontal dinâmico

$\hat{d}_y$  = deslocamento vertical dinâmico

$D$  = diâmetro externo da linha

$E[.]$  = Valor esperado

$EA$  = módulo de elasticidade da linha

$F_x$  = força na direção horizontal

$F_y$  = força na direção vertical

$g$  = aceleração da gravidade

$H$  = profundidade

$H_s$  = altura significativa de onda

$l$  = comprimento suspenso da catenária

$l'$  = comprimento efetivo no chão

$m$  = massa por unidade de comprimento

$m_0$  = momento de primeira ordem do espectro de energia

$m_a$  = massa adicional fluida por unidade de comprimento

$q$  = peso submerso da linha por unidade de comprimento

$q_x$  = peso submerso na direção horizontal, por unidade de comprimento

$q_y$  = peso submerso na direção vertical, por unidade de comprimento

$R(.)$  = Função auto-correlação

$s$  = coordenada ao longo da linha

$S_\omega$  = espectro de energia do mar

$t$  = tempo

$T_s$  = tração na extremidade superior da linha

$T_o$  = tração no ponto de contato com o solo (TDP)

$U(t)$  = série temporal do movimento imposto no topo

$\bar{u}(s,t)$  = deslocamento na direção tangente

$\bar{v}(s,t)$  = deslocamento na direção normal

$V_T$  = amplitude adimensional de deslocamento transversal

$V_c(s)$  = velocidade da corrente marítima no ponto  $s$  da linha

$y(s)$  = coordenada vertical indicando posição da linha

$x(s)$  = coordenada horizontal indicando posição da linha

$z_B$  = posição vertical do ponto de conexão da linha

$\theta(s)$  = ângulo estático da tangente à linha com a horizontal

$\varphi(s)$  = ângulo dinâmico da tangente à linha com a horizontal

$\nu$  = largura de banda espectral

$\epsilon$  = elongação

$\sigma_U$  = desvio padrão da série temporal de movimento imposto no topo

$\omega$  = frequência do movimento harmônico imposto

$\omega_p$  = frequência de pico do espectro de mar

$\omega_U$  = frequência central do espectro de movimento

$\omega_z$  = frequência média entre zeros ascendentes do espectro

$\tau_D$  = tração dinâmica

$\zeta$  = coeficiente de amortecimento

## GLOSSÁRIO DE TERMOS TÉCNICOS

- Catenária:* curva correspondente à elástica de um cabo ideal
- Cruzamento Espectral:* Técnica através da qual integra-se o quadrado da função de transferência de determinado sistema, multiplicada pela função densidade de potência espectral, ao longo da frequência. Obtém-se dessa maneira um valor proporcional à média da variável descrita pela função de transferência.
- Heave:* Movimento vertical da unidade flutuante
- picos ascendentes:* ultrapassagem do valor médio de um determinado sinal temporal, quando a função é crescente naquele instante.
- trabalha congelada:* diz-se que uma linha *trabalha congelada* quando a rigidez geométrica é tão grande que deslocamentos impostos ao topo são absorvidos apenas, ou quase que exclusivamente, por deformações axiais, não existindo, portanto, deslocamentos transversais
- Turret:* Sistema de fixação de um petroleiro operando como cisterna sobre o qual o navio pode girar livremente no plano horizontal.
- TDP:* “Touch Down Point” – ponto de contato do riser ou linha oceânica com o solo submarino.
- TOPO:* Expressão utilizada para designar a extremidade superior de um riser ou linha oceânica.
- VLCC:* “Very Large Crude Oil Carrier” – Petroleiro de produtos escuros de grande porte

## RESUMO

As linhas oceânicas suspensas em catenária têm importância fundamental na exploração de petróleo em águas profundas e ultra-profundas. Essas linhas são excitadas pelos movimentos dos sistemas flutuantes de superfície e devem resistir aos esforços de tração resultantes e às curvaturas alcançadas. No seu projeto é importante que se considere a estatística de máximos dessa tração, de maneira a obter-se a vida útil do elemento estrutural e verificarem-se critérios de falhas com relação a valores extremos das solicitações estruturais.

Como não existe uma relação em forma fechada entre o movimento imposto  $U(t)$  e a tração na linha  $\tau(t,s)$ , essa distribuição estatística têm sido obtida caso a caso, via simulações no domínio do tempo ou através de técnicas aproximadas.

Esse trabalho apresenta uma expressão aproximada para essa distribuição estatística, baseada na envoltória do movimento excitante imposto. Para tanto, utiliza uma formulação assintótica para a amplitude de tração dinâmica, sob excitação harmônica, e explora o fato de a excitação aleatória ter banda espectral estreita. Comparações numéricas são efetuadas com a intenção de comparar as distribuições obtidas analiticamente com aquelas resultantes de longas simulações numéricas no domínio do tempo. Essa comparação é feita para uma ampla variedade de casos.

Os resultados dessas comparações apontam na direção da aderência das previsões analíticas, no contexto de validade das hipóteses assumidas.

## A B S T R A C T

Oceanic catenary lines play a crucial role in the “deep-water oil exploitation”. Those lines are excited by the surface system movements and should endure the tension and curvature achieved. The design should consider the probability density function (*pdf*) of this tension in order to evaluate the fatigue life and failure probability under extremal conditions.

Since there is no closed form relationship between the top movement  $U(t)$  and the tension along the line  $\tau(t,s)$ , this *pdf* have been obtained for each case through long and expensive time domain simulations or either through approximations.

This work presents the development of an approximated expression for this *pdf* using an algebraic expression for the dynamic tension under harmonic excitation and taking advantage of the fact that the excitation frequency spectral is narrow-banded. Then, numerical simulations are conducted in order to verify the agreement between the predicted analytical behavior and the results of a commercial time domain software.

Results of this comparison show good agreement under the validity of the assumed hypothesis.

## 1. INTRODUÇÃO

O paulatino esgotamento do petróleo oriundo de bacias terrestres tem levado a exploração de petróleo a profundidades cada vez maiores, oceano adentro. Em grandes profundidades, as conexões do sistema flutuante com os “sistemas de cabeça de poço” e as linhas de ancoragem são usualmente feitas na forma de catenária, sistema para o qual já se detêm um relativo “*know-how*”.

A análise do comportamento dinâmico dessas linhas suspensas tem ocupado então posição de destaque nas diversas frentes de pesquisa relacionadas à sua viabilização tecnológica. Isto porque, não só o número de variáveis envolvidas é muito grande como os modelos matemáticos são complexos, caracterizando um campo vasto de investigação.

A linha suspensa submersa deve resistir a esforços de pressão de forma a evitar o colapso estrutural, a forças axiais sem que seu nível de resistência à tração seja atingido e a esforços oriundos de curvaturas elevadas que possam causar escoamento de material estrutural ou mesmo destruição de sua conformação interna.

A resistência ao colapso é garantida por uma adequada construção mecânico-estrutural, enquanto a profundidade não elevar a pressão hidrostática à tensão de escoamento dos materiais constituintes. A resistência à trações e curvaturas deve ser garantida através da análise da solução do problema dinâmico da linha, quando a excitação é combinada por esforços induzidos pelas correntes marinhas, ondas e movimentos impostos pelo sistema flutuante. Dentre os agentes excitantes, a imposição



de movimentos na extremidade suspensa é de longe o fator mais crítico (ver, por exemplo referência 3).

As equações que regem a dinâmica das linhas são equações diferenciais parciais não lineares cuja solução analítica só é possível em casos particulares, devendo, portanto, ser resolvidas por algoritmos no domínio do tempo. O procedimento usual de projeto consiste em: a) estabelecer um conjunto de condições representativas das condições de projeto; b) definir critérios de projeto a serem respeitados; c) resolver as equações de equilíbrio do problema no domínio do tempo; d) verificar aceitação dos critérios nas soluções obtidas.

Os critérios de projeto dizem respeito à distribuição estatística de máximos de tração dinâmica, aos níveis máximos de tração e curvatura, sendo, portanto, essas as duas principais variáveis de interesse a serem obtidas a partir da solução numérica (tração e curvatura ao longo da linha), ver Siqueira<sup>(32)</sup>.

Como ficará claro oportunamente, a determinação de uma configuração aceitável de uma linha geralmente envolve a simulação de cerca de 400 casos diferentes, num procedimento cíclico de projeto. Ao se levar em conta que uma simulação típica num microcomputador de alta capacidade consome cerca de 2 horas, chega-se facilmente ao número de 800 horas de simulação por linha. O custo de projeto destas linhas, por conseguinte, acaba por representar parcela significativa do valor do empreendimento.

Os grandes tempos de simulação estão associados a uma particularidade do problema: diferentes e discrepantes escalas de tempo desempenham papel vital na

dinâmica dessas linhas. A de larga escala, associadas ao período típico das ondas do mar, e a de menor escala associada às frequências naturais de vibração axial das linhas. O incremento de tempo do algoritmo computacional deve ser compatível com a menor escala e o tempo total de simulação deve ser compatível com a maior escala. Ainda, sendo usada uma técnica de diferenças finitas ou de elementos finitos, o número de elementos por linha é também elevado devido a existência de regiões de grandes curvaturas.

Se, por um lado, a discrepância de escalas de tempo torna a solução numérica assaz intrincada, permite, por outro lado, o uso de técnicas assintóticas que justamente tiram proveito dessa discrepância. Isso pode ser feito através de uma análise comparativa da magnitude dos diferentes termos nas equações dinâmicas, permitindo simplificações que conduzem a soluções aproximadas analiticamente.

Soluções analíticas são particularmente importantes no projeto de linhas pois permitem a realização de estudos paramétricos com rapidez, e um conseqüente direcionamento inicial que reduz o número de casos para os quais uma análise com ferramentas no domínio do tempo, de limites de validade mais amplos, faz-se necessária.

A presente linha de pesquisa, que se utiliza de modelos analíticos simplificados, vem ocupando papel de destaque dentro das atividades do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica e do Departamento de Engenharia Mecânica da EPUSP e abraça, em seu escopo, os objetivos deste trabalho.

Em 1993 Aranha <sup>(3)</sup> et alli apresentaram uma formulação analítica para a amplitude de tração dinâmica em linhas submersas, quando a excitação é constituída por um movimento harmônico imposto ao topo. Esse trabalho apresenta parte de um estudo de validação numérica dessa expressão. A citada formulação prediz, com relativa fidedignidade, os resultados previstos pelos “softwares” comerciais, bem como permite reproduzir resultados de experimentos físicos já realizados. Tem sido utilizada no direcionamento inicial de projeto, principalmente no que diz respeito à verificação de critérios sob condições extremas. Dentre tais critérios, ocupa papel de destaque o valor máximo admissível à tração instantânea na linha.

Os valores máximos de tração e curvatura têm sido obtidos, muitas vezes, através de um procedimento não completamente justificado. Em tal procedimento tomam-se os máximos das variáveis de interesse a partir de resultados de simulações harmônicas sob estado de mar cuja amplitude de onda é igual à média do décimo que representa as maiores ondas do espectro, com período compatível segundo o critério de máxima declividade, estabelecido por Stokes. Sob esse panorama, a referida formulação passa a ser útil no que diz respeito à predição de trações dinâmicas e, com seu auxílio, um projeto de linhas pode ser realizado com enorme economia de tempo.

Do ponto de vista estatístico, a representação de estados de mar através de ondas monocromáticas é obviamente inconsistente. Ainda que se tenha a distribuição estatística dos espectros de mar, os estados de mar harmônicos, destes representativos, não permitem avaliar a distribuição de máximos de tração dinâmica, já que a tração dinâmica não é linear com a amplitude de excitação. Não se tem conhecimento de

referência na literatura que trate o assunto com um enfoque analítico nem da tentativa de obtenção de uma tal expressão em forma fechada.

A distribuição estatística de máximos de tração dinâmica tem duas aplicações imediatas em projeto: permite cálculos associados à vida útil e cálculos associados à confiabilidade de falha por solicitação extrema.

O objetivo final do presente trabalho é estudar uma formulação analítica para essa distribuição estatística, obtida a partir da fórmula assintótica que representa a amplitude de tração dinâmica acima referida.

O estudo será elaborado a partir da comparação das previsões teóricas dessa formulação com resultados de simulações numéricas no domínio do tempo, sob excitação aleatória.

Mostrar-se-á que a formulação proposta recupera satisfatoriamente as distribuições estatísticas de máximos de tração, que foram obtidas numericamente, numa ampla variedade de casos analisados. Como qualquer modelo analítico, uma das suas principais virtudes é ampliar e aprofundar a capacidade de interpretação de resultados obtidos por outras técnicas. Nesse âmbito, foi inclusive possível perceber falhas específicas na ferramenta numérica utilizada.

A organização do texto segue, ainda na presente seção, à uma breve revisão bibliográfica. No segundo capítulo, será apresentado o desenvolvimento da formulação assintótica para a amplitude de tração dinâmica, evidenciando as hipóteses que são

assumidas e o seu contexto de validade. Serão também apresentados resultados de comparações com simulações harmônicas no domínio do tempo. No terceiro capítulo, será tecida uma explicação informal das hipóteses subjacentes ao desenvolvimento da expressão para distribuição de máximos de tração dinâmica. Em seguida, no mesmo capítulo, a expressão para essa distribuição será derivada. No quarto capítulo, as simulações numéricas serão descritas e seus resultados comparados e discutidos face as previsões analíticas. Finalmente, no quinto capítulo, sugestões para trabalhos futuros são apresentadas.

## 1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O objetivo desta seção é apresentar de forma bastante sucinta as contribuições na área de dinâmica de linhas oceânicas às quais esse autor teve acesso e, que de alguma forma, contribuíram para o desenvolvimento do trabalho, seja direta ou indiretamente.

Uma revisão algo cuidadosa do tema, porém datada de 1997, poderá ser encontrada em C.P. Pesce<sup>(25)</sup>, ou ainda em M.H. Patel & F.B. Seyed<sup>(22)</sup>.

Nesse último artigo, Patel & Seyed<sup>(22)</sup> fazem uma extensa revisão dos métodos de abordagem para solução dos problemas estático e dinâmico de linhas oceânicas. Sua revisão discute métodos numéricos exatos e aproximados, bem como analíticos. Vale ressaltar que muitas das observações e conclusões contidas no seu artigo reforçam não apenas a importância como também a necessidade do tipo de abordagem analítica conduzida no presente trabalho.

Com relação ao problema estático, que é não linear já que as equações de equilíbrio consideram forças de corrente que dependem da própria geometria, Patel & Seyed<sup>(22)</sup> concluem pela adequabilidade, na maior parte dos casos, de utilização de métodos de solução aproximados que, por exemplo, desconsiderem o efeito da rigidez flexional bem como da extensibilidade da linha nas equações de equilíbrio. Nesse sentido mostra-se que o efeito de flexão é desprezível, tornando-se relevante apenas nas extremidades (TDP e superior) e em regiões de grande curvatura como nas regiões próximas a eventuais flutuadores intermediários (ver, por exemplo, Pesce et ali<sup>(30)</sup>, 1996). Com relação a extensibilidade, Bernitsas et ali<sup>(9)</sup>, 1985, apontam que seu efeito é, em geral, o de aumentar as forças resultantes e que as discrepâncias, comparadas às soluções que a consideram, não ultrapassam a casa dos 5%, nas regiões de maiores trações.

Nesse sentido, as considerações e conclusões estabelecidas por Patel & Seyed<sup>(22)</sup> reforçam com clareza a correteza de encaminhamento que foi utilizado nesse trabalho.

Com relação ao problema de análise dinâmica, não pode deixar de ser citado o trabalho de Larsen<sup>(17)</sup>, (1992), que analisa e compara resultados de diferentes programas (os quais resolvem o problema com diferentes técnicas, ou ainda com a mesma técnica). Seu trabalho chama atenção às diferenças encontradas nas soluções, tanto dinâmica como estaticamente, e identifica duas fontes de incerteza: o modelamento da interação solo-estrutura e das forças de arrasto tangenciais. Ainda com relação à comparação de resultados obtidos a partir de comparação de métodos lineares e não-lineares na busca de soluções dos problemas estáticos e dinâmicos, é interessante a leitura de Leira, B.J. & Remseth, S.N<sup>(18)</sup>, 1985

Patel & Seyed<sup>(22)</sup>, 1995, comentando o artigo de Larsen<sup>(17)</sup>, 1992, observam ainda, a importância do tirocínio do projetista acerca da utilização de resultados de simulação numérica, posto que, conforme mostra a comparação, o mesmo programa utilizado por dois diferentes grupos de trabalho conduziu a resultados substancialmente diferentes.

Uma importante contribuição ao enfoque do problema dinâmico foi dada por Aranha et alli<sup>(3)</sup>, 1993, que desenvolveram um modelo analítico assintótico que permite calcular de imediato a resposta de tração dinâmica da linha, sob a ação de ondas e de correnteza, apenas com o conhecimento da configuração estática, esta última de fácil determinação. Este modelo mostra que a amplitude dinâmica de tração é, essencialmente, constante ao longo da linha.

Na mesma linha de trabalho, mais recentemente, Aranha, Martins & Pesce<sup>(2)</sup>, 1995, estenderam a análise assintótica para a avaliação da amplitude dinâmica de curvatura na região próxima ao TDP, com resultados validados através de ensaio experimental (IPT Rel. No 34486, 1996<sup>(14)</sup> e Rel. 34643, 1996<sup>(15)</sup>). Nesse trabalho, aqueles autores mostram que os programas que tratam o problema através de discretização de massas apresentam um momento fletor espúrio devido a um efeito de “choque” com o solo, significativo quando a rigidez flexional tende a zero.

Com relação à questão de instabilidade dinâmica, que ocorre quando, durante parte do ciclo dinâmico, a tração total assume valores negativos, os desenvolvimentos são bastante recentes. Restringem-se principalmente a casos particulares, como por exemplo aquele desenvolvido por Hsu<sup>(13)</sup>, 1995, que faz uma análise clara do problema

de um fio ideal suspenso verticalmente, excitado por um movimento vertical imposto ao topo. Soluções são obtidas por separação de variáveis que leva a soluções geométricas expressas em termos de funções de Bessel, e temporais regidas por uma Equação de Mathieu. Aprofunda sua análise, mostrando que o amortecimento viscoso pode limitar amplitude de resposta mesmo nas regiões de instabilidade.

Anteriormente, utilizando o método de Garlekim, Patel & Park<sup>(23)</sup>, 1992 analisam a dinâmica não excitada de um tendão de uma plataforma tipo TLP para as regiões de baixa tensão, também formulando o problema de forma a recair numa Equação de Mathieu. Através de uma análise numérica, ampliaram o diagrama de estabilidade de Mathieu para altos valores dos parâmetros  $\delta$   $q$  (de acordo com simbologia usual no estudo desta equação). Comparam então resultados da influência do amortecimento, integrando a equação por método de Range Kuta de 4ª ordem, discutindo com alguma clareza as regiões de estabilidade/instabilidade do diagrama e os modos da resposta.

Num segundo trabalho, os mesmos autores<sup>(24)</sup> analisam a influência da força excitante na resposta

Laissa et al<sup>(16)</sup>, 1994 faz também uma análise bastante compreensiva do problema de vibração de uma corda vibrante, sobre grandes amplitudes de excitação. Obtém soluções analíticas aproximadas pelo método de Garlekin e compara com resultados de um programa numérico de diferenças finitas. O autor chama a atenção para respostas não periódicas que surgem quando os deslocamentos impostos são grandes.



Trintafyllou et al<sup>(34)</sup>, 1994, em um trabalho pioneiro e importante, também analisam o problema de resposta dinâmica de um cabo sobre tração negativa sob enfoque analítico. Mostram, em seu trabalho, que é necessária a consideração de uma camada limite flexional nas extremidades de maneira a formular o problema corretamente. A onda transversal tem celeridade nula se a tração é zero, quando se desconsidera a rigidez flexional. Isso leva à uma singularidade na solução que pode ser removida ao se considerar, de forma localizada, a rigidez flexional da linha, através da técnica de camada limite.

Significativas contribuições ao problema vem sendo dadas pela equipe da USP e podem ser resumidos numa série de trabalhos, Aranha et ali<sup>(5), (6) e (7)</sup>, 2000, submetidos à publicação recentemente.

No primeiro trabalho, ampliam os limites de aplicação de uma formulação analítica assintótica para a tração dinâmica que havia sido desenvolvida em 1993<sup>(3)</sup>, efetuando diversas comparações com resultados de ferramentas numéricas. Através desse modelo, conseguem evidenciar uma série de fenômenos numéricos que perturbam a resposta de alguns dos modelos discretos.

No segundo trabalho, através de argumentos quase heurísticos, mostram que existe uma carga crítica associada à onda dispersiva que não é ultrapassada durante a “compressão”. Essa carga crítica considera o efeito da curvatura estática e recupera com enorme acuidade valores de saturação da tração de programas discretos.

No terceiro trabalho, analisam a influência da compressão dinâmica na flambagem local de linhas submersas. Desenvolvem um modelo que fornece um limite superior para a curvatura sob compressão, e mostram que existe um limite constante e universal, convenientemente expresso pelo adimensional obtido pela razão entre carga crítica e peso linear submerso da linha.

Com relação especificamente ao tratamento analítico para a estatística de esforços não lineares em linhas, o presente autor desconhece qualquer trabalho que porventura já tenha sido publicado. As vertentes de estudo conhecidas, ver por exemplo Zurita<sup>(35)</sup>, 1999, seguem a linha numérica. O presente objetiva portanto contribuir com as atuais vertentes de pesquisa, no sentido de fornecer mais um subsídio à compreensão deste tema complexo.

---

## 2. FÓRMULAÇÃO ANALÍTICA PARA AMPLITUDE DE TRAÇÃO DINÂMICA SOB EXCITAÇÃO HARMÔNICA

São aqui apresentadas as equações que regem o equilíbrio de uma linha, bem como o desenvolvimento de uma solução aproximada com relação à amplitude de tração dinâmica ao longo de seu comprimento. Não é objetivo, no entanto, apresentar um desenvolvimento detalhado dessas equações, já que anteriormente derivadas em textos produzidos a partir de projetos desenvolvidos no próprio Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da USP (Aranha et al<sup>(4)</sup>, 1999) e no Departamento de Engenharia Mecânica (Pesce <sup>(25)</sup>, 1997).

A Figura 2.1, esquemática, apresenta algumas das variáveis do problema:

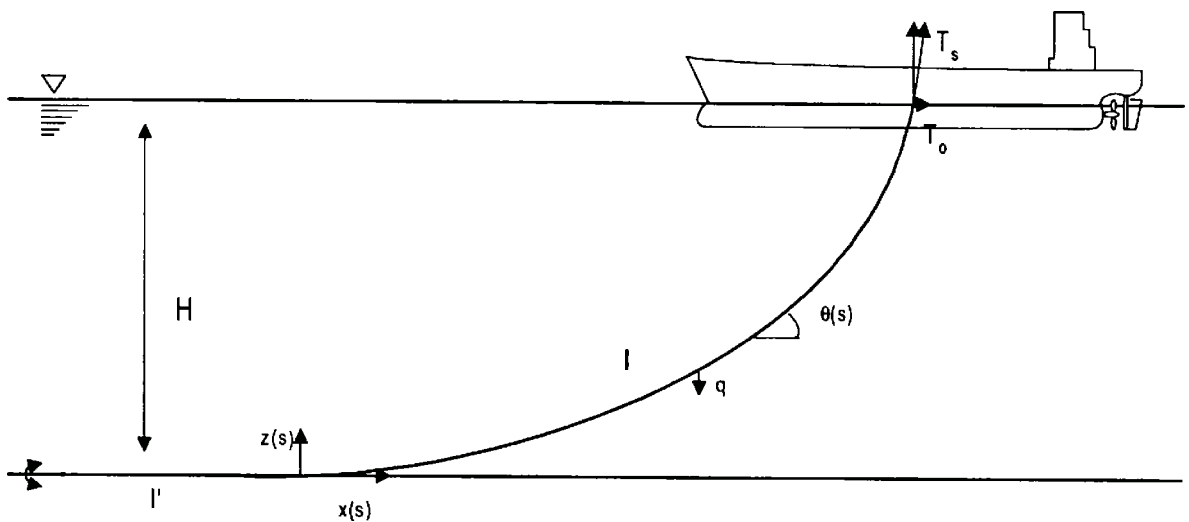


Figura 2.1 – Esquema de variáveis estáticas

Se  $(\bar{m}, \bar{q}_x, \bar{q}_z)$  forem os parâmetros referentes à posição deformada, as seguintes relações podem ser obtidas entre estes parâmetros e aqueles definidos em relação à situação indeformada  $(m, q_x, q_z)$ :

$$(\bar{m}, \bar{q}_x, \bar{q}_z) \cdot \Delta \bar{s} = (m, q_x, q_z) \cdot \Delta s \quad (2.1)$$

As equações que regem a dinâmica plana dos cabos podem ser agrupadas em três classes<sup>1</sup>, segundo suas origens:

a) Equações de Equilíbrio Dinâmico:

$$\begin{aligned} \bar{m} \frac{\partial^2 \hat{x}(s, t)}{\partial t^2} &= \bar{q}_x(s) + \frac{\partial \hat{F}_x(s, t)}{\partial \bar{s}}; \\ \bar{m} \frac{\partial^2 \hat{z}(s, t)}{\partial t^2} &= \bar{q}_z(s) + \frac{\partial \hat{F}_z(s, t)}{\partial \bar{s}}; \\ \hat{F}_x(s, t) \sin \hat{\theta}(s, t) - \hat{F}_z(s, t) \cos \hat{\theta}(s, t) &= 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

b) Equações Geométricas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{s}} &= \cos \hat{\theta}(s, t); \\ \frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{s}} &= \sin \hat{\theta}(s, t); \\ \frac{\partial \bar{s}}{\partial s} &= 1 + \hat{\varepsilon}(s, t). \end{aligned} \quad (2.3)$$

c) Equação Constitutiva:

$$\hat{\varepsilon}(s, t) = \frac{\hat{T}(s, t)}{EA}. \quad (2.4)$$

<sup>1</sup> Efeitos de rigidez flexional e torsional são desconsiderados

A influência da massa adicional será considerada adiante, quando uma mudança de variáveis tornar mais simples sua influência. Combinando agora (2.1) e (2.3) em (2.2) é possível obter:

$$\begin{aligned}
 m \frac{\partial^2 \hat{x}(s, t)}{\partial t^2} &= q_x(s) + \frac{\partial}{\partial s} (\hat{T}(s, t) \cos \hat{\theta}(s, t)); \\
 m \frac{\partial^2 \hat{z}(s, t)}{\partial t^2} &= q_z(s) + \frac{\partial}{\partial s} (\hat{T}(s, t) \sin \hat{\theta}(s, t)); \\
 \frac{\partial \hat{x}(s, t)}{\partial s} &= (1 + \hat{\varepsilon}(s, t)) \cos \hat{\theta}(s, t); \\
 \frac{\partial \hat{z}(s, t)}{\partial s} &= (1 + \hat{\varepsilon}(s, t)) \sin \hat{\theta}(s, t); \\
 \hat{\varepsilon}(s, t) &= \frac{\hat{T}(s, t)}{EA}.
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Em (2.5), as incógnitas são os deslocamentos  $\hat{x}(s, t)$ ;  $\hat{z}(s, t)$ ;  $\hat{\theta}(s, t)$  a tração  $\hat{T}(s, t)$  e a deformação  $\hat{\varepsilon}(s, t)$ .

## 2.1. SEPARAÇÃO DAS PARCELAS ESTÁTICAS E DINÂMICAS NA SOLUÇÃO DO SISTEMA (2.5)

A solução do problema pode ser escrita na forma de:

$$\begin{aligned}
 \hat{x}(s, t) &= x(s) + \hat{d}_x(s, t); \\
 \hat{z}(s, t) &= z(s) + \hat{d}_z(s, t); \\
 \hat{\theta}(s, t) &= \theta(s) + \hat{\phi}(s, t); \\
 \hat{T}(s, t) &= T(s) + \hat{T}_D(s, t); \\
 \hat{\varepsilon}(s, t) &= \varepsilon(s) + \hat{\varepsilon}(s, t),
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

onde  $\{ \hat{d}_x(s, t); \hat{d}_y(s, t); \hat{\phi}(s, t); \hat{T}_D(s, t); \hat{\varepsilon}(s, t) \}$  são as variáveis dinâmicas do problema.

Os termos estáticos  $\{ x(s); z(s); \theta(s); T(s); \varepsilon(s) \}$  devem satisfazer o equilíbrio de catenária, dado pelas equações:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s}(T(s)\cos\theta(s)) &= -q_x(s); \\ \frac{\partial}{\partial s}(T(s)\sin\theta(s)) &= -q_z(s); \\ \frac{\partial x(s)}{\partial s} &= (1 + \varepsilon(s))\cos\theta(s); \\ \frac{\partial z(s)}{\partial s} &= (1 + \varepsilon(s))\sin\theta(s); \\ \varepsilon(s) &= \frac{T(s)}{EA}. \end{aligned} \tag{2.7}$$

A primeira hipótese básica do desenvolvimento vem como consequência do fato de a alteração provocada na solução estática, pelos termos dinâmicos, ser pequena (como usual nos problemas reais). Com isso, termos não lineares nas parcelas dinâmicas podem ser ignorados. Substituindo (2.6) em (2.5), utilizando (2.7) e desprezando os termos dinâmicos de segunda ordem chega-se a:

$$\begin{aligned} m \frac{\partial^2 \hat{d}_x(s, t)}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial s}(\hat{T}_D(s, t)\cos\theta(s) - T(s)\sin\theta(s) \cdot \hat{\phi}(s, t)); \\ m \frac{\partial^2 \hat{d}_z(s, t)}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial s}(\hat{T}_D(s, t)\sin\theta(s) + T(s)\cos\theta(s) \cdot \hat{\phi}(s, t)); \\ \frac{\partial \hat{d}_x(s, t)}{\partial s} &= \hat{\varepsilon}(s, t)\cos\theta(s) - (1 + \varepsilon(s))\sin\theta(s) \cdot \hat{\phi}(s, t); \\ \frac{\partial \hat{d}_z(s, t)}{\partial s} &= \hat{\varepsilon}(s, t)\sin\theta(s) + (1 + \varepsilon(s))\cos\theta(s) \cdot \hat{\phi}(s, t); \\ \hat{\varepsilon}(s, t) &= \frac{\hat{T}_D(s, t)}{EA}. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Principalmente devido ao efeito da massa adicional e do amortecimento, que são usualmente obtidos nas direções tangencial e transversal à linha, esse sistema fica mais convenientemente escrito nessas direções.

Assim, definindo  $\{\hat{u}(s, t); \hat{v}(s, t)\}$  respectivamente como deslocamento tangencial e normal, deve-se ter no novo sistema de referência

$$\begin{aligned}\hat{d}_x(s, t) &= \hat{u}(s, t) \cos \hat{\theta}(s, t) - \hat{v}(s, t) \sin \hat{\theta}(s, t); \\ \hat{d}_z(s, t) &= \hat{u}(s, t) \sin \hat{\theta}(s, t) + \hat{v}(s, t) \cos \hat{\theta}(s, t).\end{aligned}\tag{2.9}$$

Utilizando agora a relação geométrica (2.9) na separação (2.6) e desprezando termos quadráticos nas variáveis dinâmicas, obtêm-se a seguinte aproximação

$$\begin{aligned}\hat{u}(s, t) &= \hat{d}_x(s, t) \cos \theta(s) + \hat{d}_z(s, t) \sin \theta(s); \\ \hat{v}(s, t) &= -\hat{d}_x(s, t) \sin \theta(s) + \hat{d}_z(s, t) \cos \theta(s).\end{aligned}\tag{2.10}$$

Nesse instante, será desprezada a deformação axial  $\epsilon(s)$  em relação a 1. A massa total na direção normal foi separada na massa física do riser e na sua massa adicional. Finalmente substituindo (2.10) em (2.8) chega-se à

$$\begin{aligned}m \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial t^2}(s, t) &= \frac{\partial \hat{T}_D}{\partial s}(s, t) - T(s) \frac{d\theta}{ds}(s) \cdot \hat{\phi}(s, t); \\ m \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial t^2}(s, t) &= \frac{d\theta}{ds}(s) \cdot \hat{T}_D(s, t) + \frac{\partial}{\partial s}(T(s) \cdot \hat{\phi}(s, t)); \\ \frac{\hat{T}_D(s, t)}{EA} &= \frac{\partial \hat{u}}{\partial s}(s, t) - \frac{d\theta}{ds}(s) \cdot \hat{v}(s, t); \\ \hat{\phi}(s, t) &= \frac{\partial \hat{v}}{\partial s}(s, t) + \frac{d\theta}{ds}(s) \cdot \hat{u}(s, t).\end{aligned}\tag{2.11}$$

Com as equações expressas nesse novo sistema de coordenadas fica mais evidente a alocação de termos que dêem conta do efeito de massa adicional fluida com contribuição inercial na direção normal, bem como do efeito de amortecimento fluido. Esse amortecimento será, nesse instante, expresso numa forma linearizada do tipo

$$d_L(s,t) = -\zeta(m + m_a)\omega \cdot \frac{\partial \hat{v}}{\partial t}(s,t). \quad (2.12)$$

A definição do parâmetro  $\zeta$  se fará posteriormente, quando se discutirá a influência da corrente oceânica no amortecimento.

Com a consideração desses termos adicionais chega-se a:

$$m \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial t^2}(s,t) = \frac{\partial \hat{T}_D}{\partial s}(s,t) - T(s) \frac{d\theta}{ds}(s) \cdot \hat{\phi}(s,t); \quad (2.13a)$$

$$(m + m_a) \left[ \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial t^2}(s,t) + \zeta \omega \frac{\partial \hat{v}}{\partial t}(s,t) \right] = \frac{d\theta}{ds}(s) \cdot \hat{T}_D(s,t) + \frac{\partial}{\partial s}(T(s) \cdot \hat{\phi}(s,t)); \quad (2.13b)$$

$$\frac{\hat{T}_D(s,t)}{EA} = \frac{\partial \hat{u}}{\partial s}(s,t) - \frac{d\theta}{ds}(s) \cdot \hat{v}(s,t); \quad (2.13c)$$

$$\hat{\phi}(s,t) = \frac{\partial \hat{v}}{\partial s}(s,t) + \frac{d\theta}{ds}(s) \cdot \hat{u}(s,t). \quad (2.13d)$$

Os deslocamentos  $\{\hat{u}(s,t); \hat{v}(s,t)\}$  devem satisfazer as seguintes condições de contorno na extremidade suspensa  $s = l$ , no “touchdown point” (TDP)  $s = 0$  e na “âncora efetiva”  $s = -l'$

$$\begin{aligned} \hat{u}(l,t) &= U_0 \cdot e^{i\omega t}; \quad \hat{v}(l,t) = V_0 \cdot e^{i\omega t}; \\ \hat{u}(-l',t) &= 0 \quad ; \quad \hat{v}(0,t) = 0. \end{aligned} \quad (2.14)$$



Definindo  $\bar{s} = \frac{s}{l}$  de tal forma que  $\bar{s} = 0$  no TDP e  $\bar{s} = 1$  no topo, e tendo em vista que a excitação é harmônica (na frequência  $\omega$ ), pelo menos em primeira ordem, é razoável supor que a resposta também seja harmônica. Neste caso, as incógnitas podem ser rescritas na forma

$$\begin{Bmatrix} \hat{u}(s, t) \\ \hat{v}(s, t) \\ \hat{\phi}(s, t) \\ \hat{T}_D(s, t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(s) \\ v(s) \\ \phi(s) \\ T_D(s) \end{Bmatrix} \cdot e^{i\omega t}. \quad (2.15)$$

Introduzindo as variáveis

$$\sigma_U = \langle \hat{u}^2(s, t) \rangle^{1/2} = U_0 / \sqrt{2}; \quad (2.16a)$$

$$a = \frac{U_0}{\sigma_U}; \quad (2.16 b)$$

$$T_c = EA \cdot \frac{\sigma_U}{l + l'}; \quad (2.16 c)$$

onde  $l'$  representa o comprimento de linha no chão no qual a tração não é nula,

$$\tau_D(\bar{s}) = \frac{T_D(\bar{s})}{T_c}; \quad (2.16 d)$$

$$\varepsilon(\bar{s}) = \frac{T(\bar{s})}{EA}; \quad (2.16 e)$$

$$\bar{u}(\bar{s}) = \frac{u(\bar{s})}{\sigma_U}; \quad (2.16 f)$$

$$\bar{v}(\bar{s}) = \frac{v(\bar{s})}{\sigma_U}. \quad (2.16 g)$$

Definindo:

$$\omega_c = \frac{\pi}{l} \cdot \left( \frac{T_s}{m + m_a} \right)^{1/2}; \quad (2.17 \text{ a})$$

$$\omega_e = \frac{\pi}{l} \cdot \left( \frac{EA}{m} \right)^{1/2}, \quad (2.17 \text{ b})$$

dividindo a equação dinâmica axial (2.13a) por EA, utilizando a definição de  $\omega_c$ , (2.13c), (2.13d) e (2.15) a (2.17) é possível reescrevê-la sucessivamente como:

$$\begin{aligned} \frac{m}{EA} \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial t^2}(\bar{s}, t) &= \frac{1}{EA} \frac{\partial \hat{T}_D}{\partial s}(\bar{s}, t) - \frac{T(s)}{EA} \frac{d\theta}{d\bar{s}}(\bar{s}) \cdot \hat{\phi}(\bar{s}, t) \\ \frac{\pi^2}{l^2} \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 u(\bar{s}) \cdot e^{-i\alpha} &= \frac{d}{ds} \frac{T_D}{EA}(\bar{s}) e^{-i\alpha} - \varepsilon(\bar{s}) \frac{d\theta}{d\bar{s}}(\bar{s}) \cdot \hat{\phi}(\bar{s}, t) \\ - \frac{\pi^2}{l^2} \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 u(\bar{s}) &= \frac{d}{d\bar{s}} \left( \frac{du}{d\bar{s}} - \frac{d\theta}{d\bar{s}} v \right) - \varepsilon(\bar{s}) \frac{d\theta}{d\bar{s}} \left( \frac{dv}{d\bar{s}} + \frac{d\theta}{d\bar{s}} \cdot u \right) \\ - \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \bar{u}(\bar{s}) &= \frac{d}{d\bar{s}} \left( \frac{d\bar{u}}{d\bar{s}} - \frac{d\theta}{d\bar{s}} \cdot \bar{v} \right) - \varepsilon(\bar{s}) \frac{d\theta}{d\bar{s}} \left( \frac{d\bar{v}}{d\bar{s}} + \frac{d\theta}{d\bar{s}} \cdot \bar{u} \right). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Tomando agora a equação transversal, dividindo-a por  $T_s$  e utilizando as definições de  $\omega_c$  e  $\omega_e$ , as equações dinâmicas e condições de contorno (2.14) podem ser reescritas na forma:

$$\begin{aligned} \frac{(m + m_a)}{T_s} \omega^2 \left[ \frac{d^2 v}{dt^2}(s) + \zeta \frac{dv}{dt}(\bar{s}) \right] \cdot e^{-i\alpha} &= \frac{EA}{T_s} \left[ \frac{d\theta}{d\bar{s}}(\bar{s}) \cdot T_e(\bar{s}) \tau(\bar{s}) + \frac{\partial}{\partial s} (T(\bar{s}) \cdot \hat{\phi}(\bar{s}, t)) \right] \cdot e^{-i\alpha} \\ (-1 + i\zeta) \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \bar{v}(\bar{s}) &= \frac{EA}{T_s} \left\{ \frac{l}{l+l'} \frac{d\theta}{d\bar{s}} \cdot \tau_D(\bar{s}) + \frac{d}{d\bar{s}} \left[ \varepsilon(\bar{s}) \left( \frac{d\bar{v}}{d\bar{s}} + \frac{d\theta}{d\bar{s}} \cdot \bar{u}(\bar{s}) \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Finalmente, tomando a equação (2.13d) com (2.16c-e), obtêm-se a equação para a tração dinâmica

$$\tau_D(\bar{s}) = \frac{l+l'}{l} \left( \frac{d\bar{u}}{d\bar{s}} - \frac{d\theta}{d\bar{s}} \cdot \bar{v} \right) \quad (2.20)$$

O sistema (2.18), (2.19) e (2.20) deve respeitar as condições de contorno agora normalizadas:

$$\begin{aligned} \bar{u}(1) = a; \bar{v}(1) &= (V_0 / U_0) a; \\ \bar{u}(-l'/l) = 0; \bar{v}(0) &= 0. \end{aligned} \quad (2.21)$$

## 2.2: SOLUÇÃO ASSINTÓTICA

Reconhecendo novos termos proporcionais à elongação  $\varepsilon(\bar{s}) \ll 1$  e desprezando-os consistentemente com (2.11), derivando-se com relação a coordenada  $\bar{s}$  a equação de equilíbrio longitudinal obtêm-se, com um erro da forma  $[1 + O(\bar{\varepsilon})]$ ,

$$\frac{d^2}{d\bar{s}^2} \left( \frac{d\bar{u}}{d\bar{s}} - \frac{d\theta}{d\bar{s}} \cdot \bar{v} \right) = -\pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \frac{d\bar{u}}{d\bar{s}} = -\pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \left( \frac{d\bar{u}}{d\bar{s}} - \frac{d\theta}{d\bar{s}} \cdot \bar{v} \right) - \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \frac{d\theta}{d\bar{s}} \cdot \bar{v}, \quad (2.22)$$

e portanto

$$\frac{d^2 \tau_D}{d\bar{s}^2} + \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \tau_D = -\frac{l+l'}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \frac{d\theta}{d\bar{s}}(\bar{s}) \cdot \bar{v}(\bar{s}). \quad (2.23)$$

A segunda e principal hipótese desse desenvolvimento é estabelecida nesse instante. Dada a discrepância de escalas existente entre a frequência  $\omega$  da excitação

(onda superficial) e a frequência elástica  $\omega_e$  ( $\omega/\omega_e \ll 1$ ), o termo proporcional a  $(\omega/\omega_e)^2$  pode ser ignorado no lado esquerdo da equação acima e, nesse contexto, a seguinte aproximação pode ser utilizada:

$$\frac{d^2 \tau_D}{d\bar{s}^2} \cong -\frac{l+l'}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \frac{d\theta}{d\bar{s}}(\bar{s}) \cdot \bar{v}(\bar{s}) . \quad (2.24)$$

Integrando esta igualdade no intervalo  $-l'/l \leq s \leq l$  obtêm-se:

$$\frac{d\tau_D}{d\bar{s}}(1) = -\frac{l+l'}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \left[ \int_{-l'/l}^0 \frac{d\theta}{d\bar{s}}(\bar{s}) \cdot \bar{v}(\bar{s}) d\bar{s} + \int_0^l \frac{d\theta}{d\bar{s}}(\bar{s}) \cdot \bar{v}(\bar{s}) d\bar{s} \right], \text{ ou}$$

$$\frac{d\tau_D}{d\bar{s}}(1) = -\frac{l+l'}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \int_0^l \frac{d\theta}{d\bar{s}}(\bar{s}) \cdot \bar{v}(\bar{s}) d\bar{s}. \quad (2.25)$$

A (2.25) mostra que a variação da tração dinâmica ao longo da linha é proporcional a  $(\omega/\omega_e)^2 \ll 1$  e, portanto, ela é pequena. A terceira hipótese, consistentemente estabelecida com respeito à segunda, assume que a taxa dessa variação seja constante ao longo da linha, expressa na forma:

$$\tau_D(\bar{s}) \cong \tau_D(0) + \frac{1}{2}(1 + \sin l \bar{s}) \cdot [\tau_D(1) - \tau_D(0)] \cdot \bar{s}. \quad (2.26)$$

Assim se terá

$$[\tau_D(1) - \tau_D(0)] = -\frac{l+l'}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \int_0^l \frac{d\theta}{d\bar{s}}(\bar{s}) \cdot \bar{v}(\bar{s}) d\bar{s}. \quad (2.27)$$

A integral do lado direito da (2.27) pode ser aproximada considerando-se o que se segue. Na equação dinâmica na direção transversal (2.19) (mais uma vez desprezando o termo proporcional a  $\varepsilon(\bar{s})$ ) substitui-se a expressão para  $\tau_D(\bar{s})$ , obtendo-se:

$$(-1 + i\zeta)\pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \bar{v}(\bar{s}) = \frac{EA}{T_s} \frac{l}{l+l'} \frac{d\theta}{d\bar{s}} [\tau_D(0) + (1 + \sin \alpha \bar{s}) \cdot (\tau_D(1) - \tau_D(0)) \cdot \bar{s}] \quad (2.28)$$

A variação da tração dinâmica ao longo da linha, comparada com a tração dinâmica no TDP, só é considerável quando a tração estática no TDP for pequena. Isso ocorre nas situações onde a linha está próxima à vertical, com ângulos de topo tipicamente em torno de  $80^\circ$  a  $84^\circ$ . Nessas situações, o termo  $\frac{d\theta}{d\bar{s}}$  é pequeno em todo o comprimento exceto nas vizinhanças do TDP e o termo  $\bar{v}(\bar{s})$  só será significativo nessa região. Em conclusão, a variação da tração dinâmica ao longo da linha pode ser desprezada se a linha não é vertical. Nas situações onde a linha está próxima da vertical ela pode ainda ser desprezada na dinâmica transversal e cometer-se-á um erro apenas em torno da região do TDP.

Utilizando ainda as definições:

$$\theta(\bar{s}) = \frac{ql}{T_s} \cdot \chi_0(\bar{s}); \quad (2.29 \text{ a})$$

$$\frac{d\theta}{d\bar{s}}(\bar{s}) = \frac{q}{T_s} \cdot \chi_1(\bar{s}); \quad (2.29 \text{ b})$$

$$I_n = \frac{1}{l} \int_0^l |\chi_1(\bar{s})|^n d\bar{s}; \quad n = 2, 3; \quad (2.29 \text{ c})$$

$$I_c = \frac{1}{l} \int_0^l |\chi_c(z(\bar{s})) \cdot \sin \theta(\bar{s})| \cdot \chi_1^2(\bar{s}) d\bar{s}; \quad (2.29 \text{ d})$$

$$\Lambda = \frac{ql}{T_s} \cdot I_2^{1/2} \cdot \left( \frac{EA}{T_s} \right)^{1/2} \cdot \left( \frac{l}{l+l'} \right)^{1/2}, \quad (2.29 e)$$

$\chi_c(z)$  = velocidade de corrente projetada no plano da linha,  
normalizada pelo seu valor tomado na superfície  
livre.

(2.29 e)

a equação transversal pode ser rescrita na forma

$$(-1+i\zeta)\pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \bar{v}(\bar{s}) \cong \frac{EA}{T_s} \frac{l}{l+l'} \frac{ql}{T_s} \cdot \chi_1(\bar{s}) \cdot \tau_D(0). \quad (2.30)$$

Definindo a *frequência reduzida*  $\Omega$  pela expressão

$$\Omega = \frac{\pi}{\Lambda} \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right), \quad (2.31)$$

e utilizando a (2.29 e), a equação (2.30) toma a forma

$$(-1+i\zeta)\Omega^2 \bar{v}(\bar{s}) \cong \frac{T_s}{ql} \cdot \frac{1}{I_2} \cdot \chi_1(\bar{s}) \cdot \tau_D(0). \quad (2.32)$$

Em primeira aproximação, portanto, o deslocamento transversal é proporcional à curvatura estática e pode ser escrito como

$$\bar{v}(\bar{s}) \cong \frac{T_s}{ql} \cdot \frac{1}{I_2} \cdot a V_T \cdot \chi_1(\bar{s}). \quad (2.33)$$

Em (2.33),  $V_T$  é a *amplitude adimensional* do deslocamento transversal e  $a = U/\sigma_U = \sqrt{2}$ , um parâmetro que facilitará a notação no capítulo subsequente. A equação dinâmica transversal reduz-se, nesta situação, à equação algébrica

$$(-1+i\zeta)\Omega^2 \cdot V_T = \frac{\tau_D(0)}{a}. \quad (2.34)$$

Da equação (2.20) segue que

$$\int_{-l/a}^1 \tau_D(\bar{s}) d\bar{s} = \frac{l+l'}{l} \int_{-l/a}^1 \left( \frac{d\bar{u}}{d\bar{s}} - \frac{d\theta}{d\bar{s}} \cdot \bar{v} \right) d\bar{s} \quad (2.35)$$

e com o auxílio da condição de contorno (2.21), de (2.26) e (2.33) obtêm-se

$$\frac{\tau_D(0)}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{l+l'} \frac{1}{a} [\tau_D(1) - \tau_D(0)] = 1 - V_T. \quad (2.36)$$

De (2.27) e (2.33), no entanto, segue que

$$\frac{1}{2} \frac{l}{l+l'} \frac{1}{a} [\tau_D(1) - \tau_D(0)] = -\frac{1}{2} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \cdot V_T, \quad (2.37)$$

e, portanto, com um erro da forma  $[1 + O((\omega/\omega_c)^2)]$ , tem-se

$$\frac{\tau_D(0)}{a} = 1 - V_T. \quad (2.38)$$

Resumindo: a *amplitude adimensional*  $V_T$  e a *tração dinâmica normalizada*  $\tau_D(0)$  são soluções do sistema algébrico de equações (ver (2.34) e (2.38))

$$\begin{aligned} (-1+i\zeta)\Omega^2 \cdot V_T &= \frac{\tau_D(0)}{a}; \\ \frac{\tau_D(0)}{a} &= 1 - V_T. \end{aligned} \quad (2.39)$$

De outro lado, como  $V_T = 1 - \tau_D(0)/a$  então, de (2.37),

$$\frac{1}{2} \frac{l}{l+l'} \frac{1}{a} [\tau_D(1) - \tau_D(0)] = -\frac{1}{2} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \cdot V_T = -\frac{1}{2} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + \frac{1}{2} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \frac{\tau_D(0)}{a}, \quad (2.40)$$

e desprezando termos de segunda ordem a tração dinâmica no topo pode ser obtida da seguinte relação:

$$\frac{1}{a} [\tau_D(1) - \tau_D(0)] \cong -\frac{l+l'}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2. \quad (2.41)$$

A solução de (2.39) depende do amortecimento  $\zeta$  que será analisado na próxima seção.

### 2.3. AMORTECIMENTO FLUIDO E EXPRESSÃO ALGÉBRICA PARA A TRAÇÃO DINÂMICA

No cômputo da força de arrasto, devem ser levadas em conta a velocidade da corrente e a velocidade transversal da linha. Se  $V_c(s)$  for a velocidade da corrente marítima no ponto  $s$  do cabo, a componente desta velocidade na direção da normal é dada por  $V_c(s) \cdot \sin\theta(s)$  e a força de arrasto no *problema dinâmico*, por unidade de comprimento do cabo, é dada pela expressão

$$d(s,t) = \frac{1}{2} \rho C_D D \left| V_c(s) \sin\theta(s) - \frac{\partial \hat{y}}{\partial t}(s,t) \right| \cdot \left( V_c(s) \sin\theta(s) - \frac{\partial \hat{y}}{\partial t}(s,t) \right) - \frac{1}{2} \rho C_D D |V_c(s) \sin\theta(s)| V_c(s) \sin\theta(s). \quad (2.42)$$

A forma linearizada do arrasto hidrodinâmico foi apresentada na (2.12), e as duas expressões de força podem ser identificadas impondo-se que a *potência média dissipada em um ciclo* seja a mesma nos dois casos, ou



$$\frac{1}{l} \int_0^l \left\langle d(s,t) \cdot \frac{\partial \hat{v}}{\partial t}(s,t) \right\rangle ds = \frac{1}{l} \int_0^l \left\langle d_L(s,t) \cdot \frac{\partial \hat{v}}{\partial t}(s,t) \right\rangle ds ; \quad (2.43)$$

$$\text{com } \langle f(t) \rangle = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} f(t) dt.$$

Em uma oscilação harmônica tem-se (ver (2.15) e (2.33))

$$\frac{1}{l} \int_0^l \left\langle d_L(s,t) \cdot \frac{\partial \hat{v}}{\partial t}(s,t) \right\rangle ds = -\frac{1}{2} \zeta (m + m_a) \omega^3 \left( \frac{T_s}{ql} \frac{1}{I_2} \cdot a \sigma_U \cdot V_T \right)^2 \cdot I_2. \quad (2.44)$$

Dois situações, levando a respostas diversas, serão consideradas na estimativa da potência dissipada pela força de arrasto  $d(s,t)$ : a primeira ocorrendo para uma corrente marítima de grande intensidade e a segunda para uma corrente nula. A situação onde a corrente marítima é de baixa intensidade será *interpolada* entre um caso de corrente intensa e outro de ausência de corrente, conduzindo a resultados simplificados.

a) Quando a velocidade da corrente na direção normal ao cabo é maior que a sua velocidade transversal ou  $V_c(s) \sin \theta(s) > \frac{\partial \hat{v}}{\partial t}(s,t)$  :

Neste caso, que corresponde a uma corrente marítima “intensa”, tem-se

$$\begin{aligned} \left\langle d(s,t) \cdot \frac{\partial \hat{v}}{\partial t}(s,t) \right\rangle &= -\rho C_D D |V_c(s) \sin \theta(s)| \omega^2 v^2(s) \cdot \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \cos^2 \omega t dt + \\ &+ \frac{1}{2} \rho C_D D \omega^3 v^3(s) \cdot \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \cos^3 \omega t dt = \\ &= -\frac{1}{2} \rho C_D D |V_c(s) \sin \theta(s)| \omega^2 v^2(s), \end{aligned}$$

e portanto, utilizando (2.29 d) e introduzindo a notação  $\vec{V}_c(z) = V_c \cdot \chi_c(z) \cdot \vec{i}$ , a seguinte expressão pode ser derivada:

$$\frac{1}{l} \int_0^l \left\langle d(s,t) \cdot \frac{\partial \hat{v}}{\partial t}(s,t) \right\rangle ds = -\frac{1}{2} \rho C_D D V_c \omega^2 \left( \frac{T_s}{ql} \frac{1}{I_2} \cdot a \sigma_U \cdot |V_T| \right)^2 \cdot I_c .$$

Igualando com (2.44) obtêm-se

$$\begin{aligned} \zeta &= \zeta_c; \\ \zeta_c &= \frac{2C_D}{\pi} \cdot \frac{\rho \pi D^2 / 4}{m + m_a} \cdot \frac{2V_c}{\omega D} \cdot \frac{I_c}{I_2} . \end{aligned} \quad (2.45)$$

Observando a equação (2.45), conclui-se que quando a corrente marítima for “intensa” o amortecimento fluido é *linear* pois não depende da amplitude da oscilação.

b) No segundo caso a corrente é nula, ou  $V_c(s) = 0$

Nesse caso não é difícil verificar que

$$\frac{1}{l} \int_0^l \left\langle d(s,t) \cdot \frac{\partial \hat{v}}{\partial t}(s,t) \right\rangle ds = -\frac{1}{2} \frac{8}{3\pi} \rho C_D D \omega^3 \left( \frac{T_s}{ql} \frac{1}{I_2} \cdot a \sigma_U \cdot |V_T| \right)^3 \cdot I_3 , \quad (2.46)$$

e, portanto,

$$\begin{aligned} \zeta &= a |V_T| \cdot \zeta_0; \\ \zeta_0 &= \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{2C_D}{\pi} \cdot \frac{\rho \pi D^2 / 4}{m + m_a} \cdot \frac{T_s}{ql} \cdot \frac{I_3}{I_2^2} \cdot \frac{\sigma_U}{D} . \end{aligned} \quad (2.47)$$

O coeficiente de amortecimento equivalente  $\zeta$  depende da amplitude do movimento transversal  $a\sigma_v|V_T|$  e o sistema de equações algébricas (2.39) é *não linear*.

Quando a corrente marítima tiver uma intensidade “moderada”, onde  $|V_c(s)\sin\theta(s)| > \partial v/\partial t$  em parte do ciclo e  $|V_c(s)\sin\theta(s)| < \partial v/\partial t$  no tempo restante o coeficiente de amortecimento equivalente  $\zeta$  será dado pela expressão

$$\zeta = \sqrt{(a|V_T|\zeta_0)^2 + (\zeta_c)^2}. \quad (2.48)$$

A equação (2.48) recupera (2.47) quando  $\zeta_c \ll a|V_T|\zeta_0$ , e (2.45), quando  $\zeta_c \gg a|V_T|\zeta_0$ , fazendo uma transição contínua entre estes dois valores limites. Observando, de (2.39), a relação

$$|V_T| = \frac{1/\Omega^2}{\sqrt{\left(\frac{1-\Omega^2}{\Omega^2}\right)^2 + \zeta^2}} \quad (2.49)$$

e utilizando-a em (2.48) obtêm-se

$$\zeta^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\left(\frac{1-\Omega^2}{\Omega^2}\right)^2 + \zeta_c^2\right)^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} \cdot a^2 + \frac{1}{2} \left(\zeta_c^2 - \left(\frac{1-\Omega^2}{\Omega^2}\right)^2\right)}. \quad (2.50)$$

Substituindo (2.50) em (2.48) e (2.41) a seguinte *aproximação algébrica* para a *amplitude da tração dinâmica* pode ser derivada após um cálculo simples, porém trabalhoso (ver Anexo A):

$$\tau_D(s) = \frac{T_D(s)}{T_e} = \tau(s) \cdot e^{i\phi(\omega; s)};$$

$$\tau(s) = \left[ \frac{c_2(s) \left( \sqrt{b^2 + (4\zeta_0^2 / \Omega^4) a^2} - b \right)^2 + 2c_1(s) \left( \sqrt{b^2 + (4\zeta_0^2 / \Omega^4) a^2} - b \right)}{(4\zeta_0^2 / \Omega^4)} \right]^{1/2}, \quad (2.51)$$

com:

$$b = \left( \frac{1 - \Omega^2}{\Omega^2} \right)^2 + \zeta_c^2; \quad (2.52)$$

$$c_1(s) = (1 + \zeta_c^2) - 2 \left( \zeta_c^2 - \frac{1 - \Omega^2}{\Omega^2} \right) \left( \frac{l + l'}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right) \cdot \bar{s} + b \left( \frac{l + l'}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right)^2 \cdot \bar{s}^2; \quad (2.53)$$

$$c_2(s) = \left( 1 - \frac{l + l'}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \cdot \bar{s} \right)^2. \quad (2.54)$$

Se  $b \gg 4\zeta_0^2 a^2 / \Omega^4$ , e isto certamente ocorre quando a frequência de excitação é alta ( $\Omega \gg 1$ ), o limite de (2.51) fornece

$$\tau(s) = \sqrt{\frac{c_1(s)}{b}} \cdot a, \quad b \gg \frac{4\zeta_0^2 a^2}{\Omega^4}, \quad (2.55)$$

que coincide com a solução de (2.39) e (2.41) quando  $\zeta = \zeta_c$ . No limite  $\Omega \gg 1$  tem-se  $b \cong c_1(s) \cong 1 + \zeta_c^2$ , com erro da forma  $[1 + O((\omega/\omega_c)^2)]$ , e portanto

$$\tau(s) = T_D(s) / T_e = a, \quad \Omega \gg 1. \quad (2.56)$$

O resultado (2.56) corresponde justamente à situação de “congelamento da linha”, quando então todo deslocamento imposto é absorvido elasticamente ( $U_0 = a\sigma_U$ ). No

limite  $\omega \rightarrow 0$  tem-se  $b \equiv 1/\Omega^4$ ,  $c_2(s) \equiv 1$  e  $c_1(s) \equiv \zeta_c^2$ , pois  $\zeta_c \equiv O(\omega)$ ; neste limite, portanto,

$$\tau(s) = a\Omega^2 \sqrt{a^2\zeta_0^2 + \zeta_c^2}, \quad \omega/\omega_c \ll 1. \quad (2.57)$$

Obviamente, quando  $\omega \rightarrow 0$  a tração dinâmica tende a diminuir com  $\Omega^2$  até que o limite da *resposta quasi<sup>2</sup>-estática* seja atingido. Essa formulação não recupera esse limite, embora pudesse fazê-lo à custa de uma forma final menos sucinta.

## 2.4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS COM FERRAMENTAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

As previsões teóricas para a tração dinâmica obtidas pela formulação apresentada vêm sendo exaustivamente verificadas contra (i) resultados de softwares que resolvem o problema dinâmico da linha no domínio do tempo, (ii) soluções aproximadas no domínio da frequência, e ainda (iii) contra resultados experimentais conduzidos no Departamento de Engenharia Naval e Oceânica, estas últimas em âmbito menos extenso. Comparações em âmbito mais extenso podem ser encontradas na referência [5].

As comparações numéricas mostram boa concordância numa ampla faixa de casos, existindo, no entanto, situações onde não existe concordância entre diferentes ferramentas no domínio do tempo e tampouco, entre estas e a previsão analítica. Com

---

<sup>2</sup> O termo “*quasi*” é de origem latina e nesse contexto significa “*como se fosse*” (Aurêlio Buarque de Holanda, 1995)

relação aos poucos resultados experimentais disponíveis a concordância é bastante razoável. A seguir serão apresentadas algumas dessas comparações.

As verificações numéricas foram efetuadas com o uso de dois “softwares” de simulação no domínio do tempo: CABLE, desenvolvido no MIT pela equipe do Prof. Triantafyllou<sup>(33)</sup> e <sup>(34)</sup> e ORCAFLEX, um software comercial desenvolvido pela Orcina Inc.; e foram efetuadas para várias amplitudes de excitação, várias configurações estáticas de três linhas distintas: um riser flexível de 6” de diâmetro interno; um riser rígido de 8 ¾” de diâmetro externo; uma linha de amarração de diâmetro equivalente (calculado conforme (4.1)) de 7” de diâmetro externo.

Os risers são bastante equivalentes em termos de diâmetro externo, massa e peso submerso. São, no entanto, bastante diversos quanto aos valores de suas rigezas axial e flexional.

Linha de Amarração		
Diâmetro Externo	0.3427	m
Diâmetro Interno	0.0	m
Peso da Estrutura	0.17973	t/m
Coefficiente de Arrasto (normal/axial)	0.5520 / 0.0	
Coefficiente de Massa Adicional(normal/axial)	0.2700 / 0.0	
Rigidez Axial	$586.71 \times 10^3$	kN
Rigidez Flexional	0.0	kNm <sup>2</sup>
Comprimento	3000	m

**Tabela 2.1: Propriedades estruturais da linha de amarração equivalente**

Riser Flexível		
Diâmetro Externo	0.216	m
Diâmetro Interno	0.152	m
Peso da Estrutura*	0.067	t/m
Coefficiente de Arrasto(normal/axial)	1.1 / 0.0	
Coefficiente de Massa Adicional(normal/axial)	1.0 / 0.0	
Rigidez Axial	$192 \times 10^3$	kN
Rigidez Flexional	9.84	kNm <sup>2</sup>
Comprimento	2800	m

**Tabela 2.2: Propriedades estruturais do riser flexível**

Riser Rígido		
Diâmetro Externo	0.2191	m
Diâmetro Interno	0.193697	m
Peso da Estrutura <sup>3</sup>	0.0647	t/m
Coefficiente de Arrasto(normal/axial)	1.1 / 0.0	
Coefficiente de Massa Adicional(normal/axial)	1.137 / 0.078	
Rigidez Axial	$2.1 \times 10^6$	kN
Rigidez Flexional	9241	kNm <sup>2</sup>
Comprimento	3400	m

**Tabela 2.3: Propriedades estruturais do riser rígido**

O maior volume de comparações aplicou-se a casos sem corrente, que serão os únicos apresentados no presente sumário de resultados.

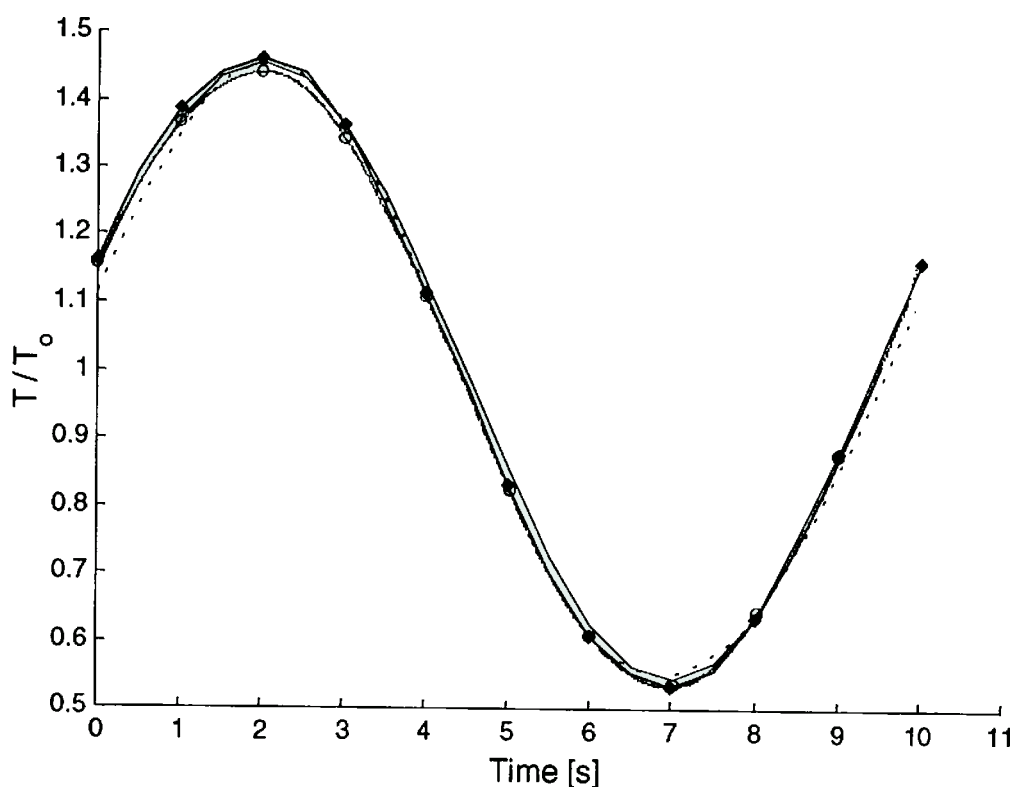
Por concisão de apresentação, foram escolhidos à esmo alguns resultados dessa ampla gama de casos comparados.

A Figura 2.1 apresenta a série temporal do último período de simulação de um caso de linha de amarração sob configuração estática com ângulo de topo de 60°, amplitude de movimento harmônico equivalente de 2m e período de oscilação de 10s. Ali estão sobrepostas as séries temporais provenientes dos programas ORCAFLEX (série original e série filtrada, com fator de corte de duas vezes a frequência de excitação) e CABLE. Sobre essas três curvas foi sobreposta uma série gerada “numericamente” na forma:  $\frac{\tau}{T_0} = \frac{\tau_{teórico}}{T_0} \cdot \cos(\omega t + \beta)$ , com  $\tau_{teórico}$  obtido pela formulação analítica e  $\beta$  determinado pelo ajuste das curvas. A concordância é bastante boa.

---

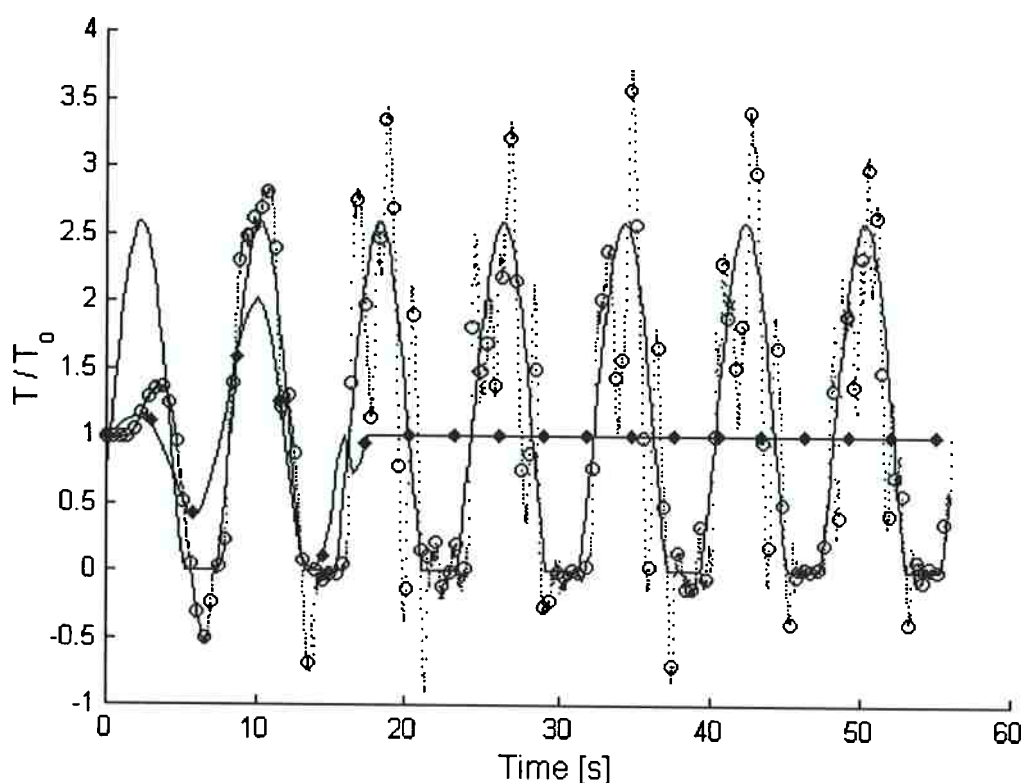
<sup>3</sup> Peso linear no ar (cheio) por unidade de comprimento





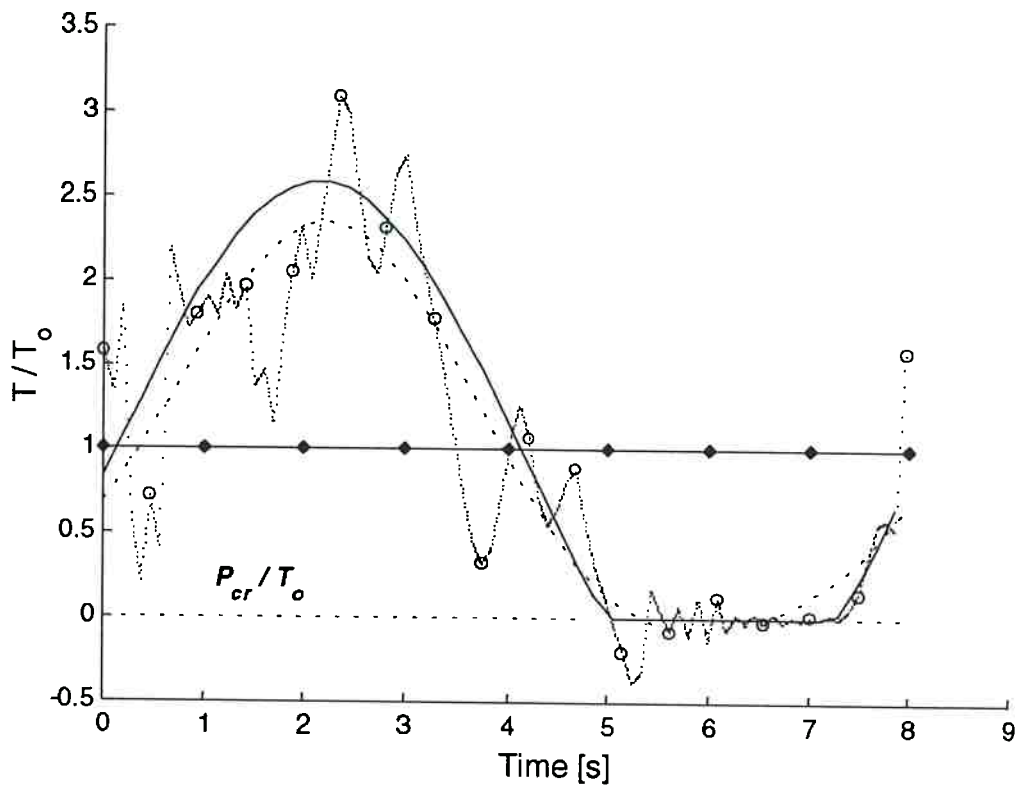
**Figura 2.1. - Série temporal da tração din. no último período de simulação (TDP)**  
**Linha de amarração; Ângulo de topo = 60° ; (—) Analítico;**  
 (—○—)Orcaflex; (—◆—)Cable; (-----)Orcaflex Filtrado.  $T_0$  é o valor da tração estática no TDP.- Período de mov. imposto = 10s; Amplitude de oscilação = 2m.

Na Figura 2.1 é apresentada a série temporal de tração no TDP da mesma linha, quando o período é reduzido a 8s e a amplitude elevada ao valor não realista de 8m. Dois fenômenos chamam a atenção: o alto nível de oscilações em alta frequência e a existência de compressão dinâmica.



**Figura 2.2. - Série temporal da tração din. ao longo de toda a simulação (TDP)**  
**Linha de amarração; Ângulo de topo = 60°; (—) Analítico; (- -o- -)Orcaflex;**  
**(—◆—)Cable; (-----)Orcaflex Filtrado.  $T_0$  é o valor da tração estática no TDP.**  
**Período de mov. imposto = 8s; Amplitude de oscilação = 8m.**

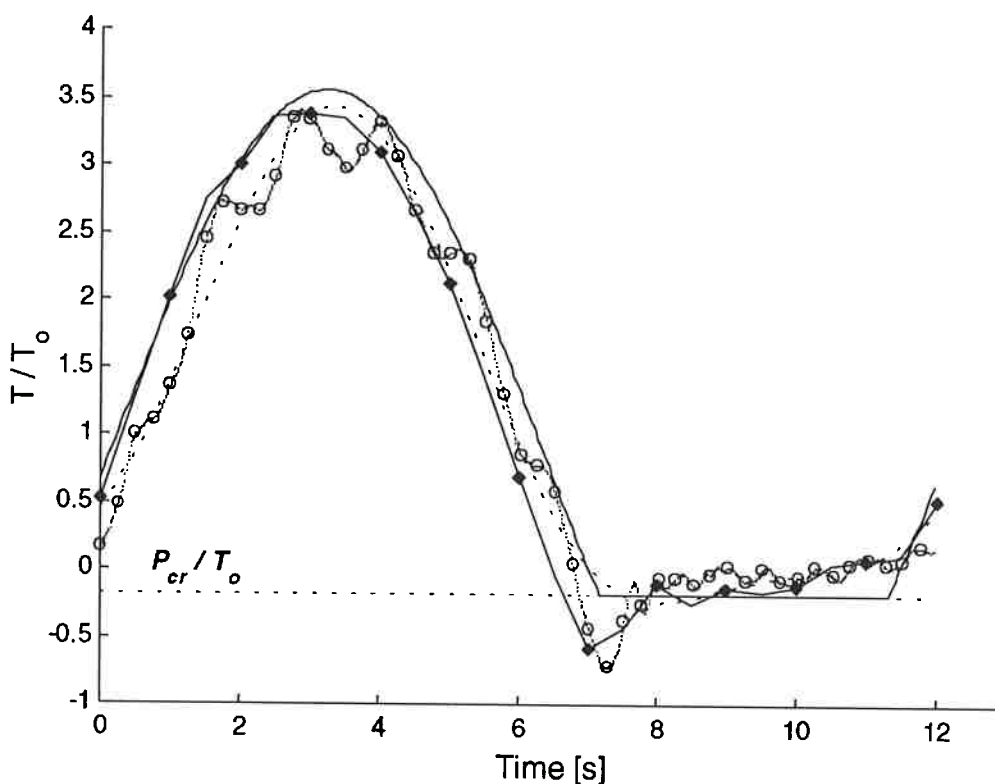
Como será sucintamente discutido no Capítulo 4, a compressão dinâmica é saturada pelo desenvolvimento de altas curvaturas na linha. É possível prever teoricamente esse valor, de tal modo que a série gerada a partir da formulação analítica é saturada nesse patamar. A Figura 2.3 mostra com maior clareza essa saturação ocorrendo no nível zero de tração, já que nesse caso o valor nulo de  $EJ$  leva a carga de saturação ao valor nulo (ver equação 4.6).



**Figura 2.3. - Série temporal da tração din. no último período da simulação (TDP)**  
**Linha de amarração; Ângulo de topo = 60° ; (—) Analítico; (- -o- -)Orcaflex;**  
**(—◆—)Cable; (-----)Orcaflex Filtrado.  $T_0$  é o valor da tração estática no TDP.**  
**Período de mov. imposto = 8s; Amplitude de oscilação = 8m.**

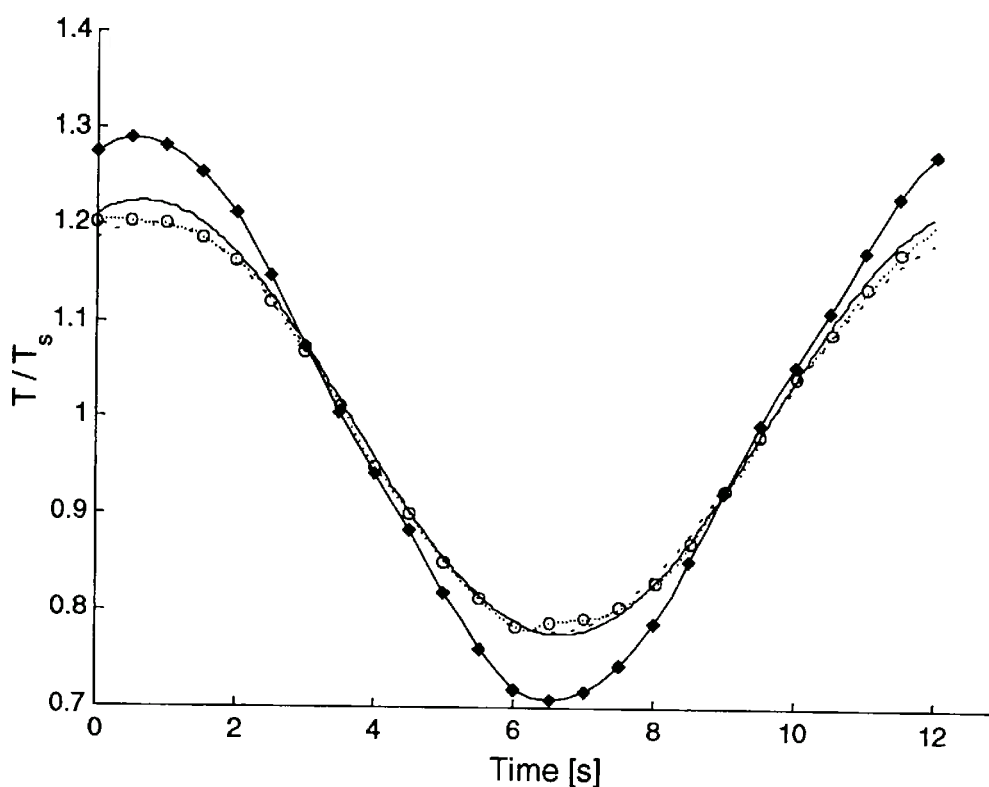
A desconsideração desse limite de compressão dinâmica têm levado à não aceitação de configurações que seriam na verdade aceitáveis, nas etapas de projeto de risers. O que se tem feito usualmente é comparar o nível mínimo de tração (a partir de simulações no domínio do tempo) com valores estabelecidos pelo fabricantes com base em sua experiência. Acontece, como será claramente explicado no Capítulo 4, que os “softwares” comerciais que se conhece apresentam uma tração mínima momentaneamente inferior a esse valor, como pode ser observado na Figura 2.3. na série temporal do Orcaflex.

Quando a linha apresenta rigidez flexional diferente de zero, o valor da carga de compressão suportável assume valores menores do que zero, como mostra a simulação de um riser rígido, instalado segundo uma configuração bastante tracionada.



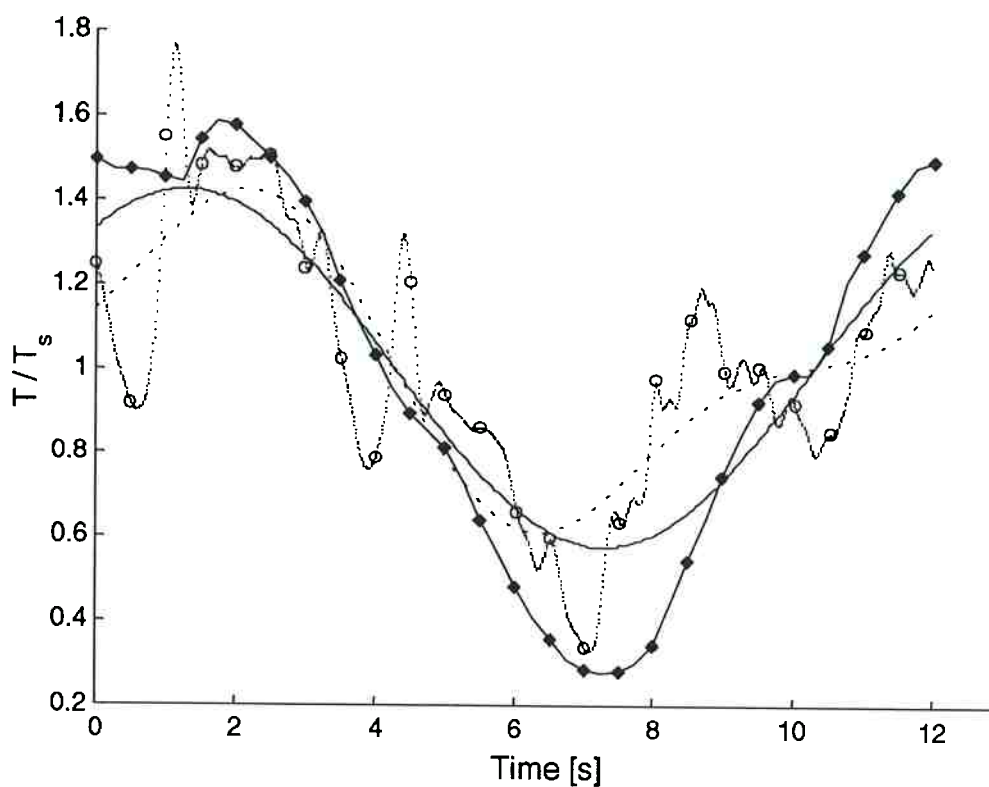
**Figura 2.4.** - Série temporal da tração din. no último período da simulação (TDP) Riser Rígido; Ângulo de topo =  $40^\circ$ ; (—) Analítico; (- -o- -)Orcaflex;(—◆—)Cable; (-----)Orcaflex Filtrado.  $T_0$  é o valor da tração estática no TDP. Período de mov. imposto = 12s; Amplitude de oscilação = 4m.

A capacidade de previsão de amplitude de tração segundo a formulação analítica é bastante boa, recuperando com fidelidade o valor mínimo da tração.



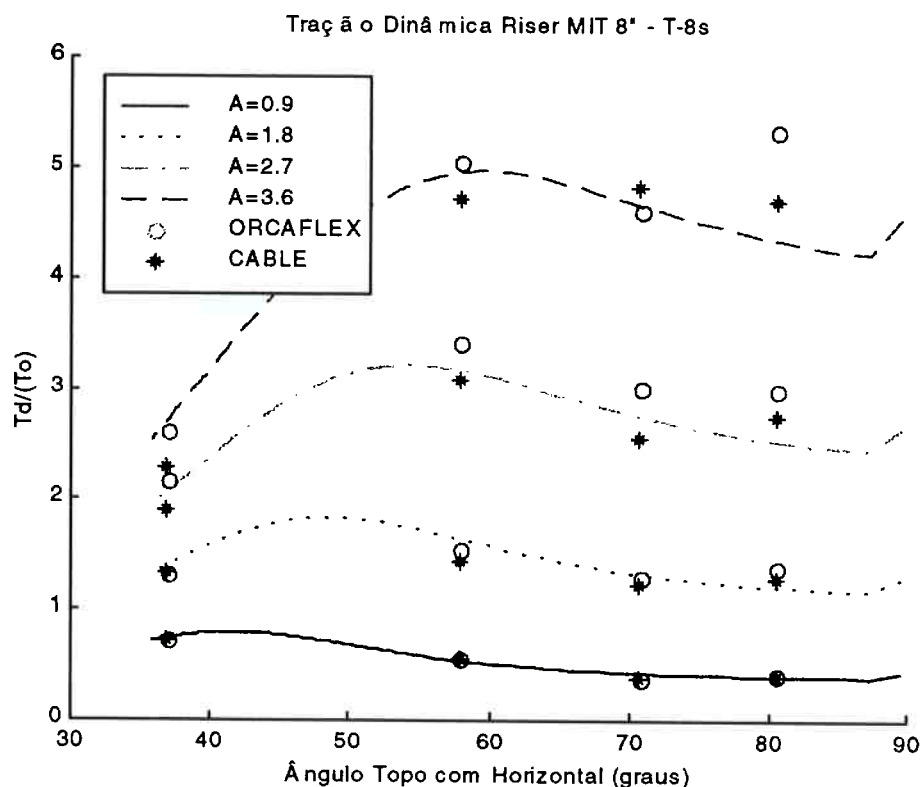
**Figura 2.5. - Série temporal da tração din. no último período da simul. (TOPO) Riser Flexível; Ângulo de topo = 70° ; (—) Analítico; (- -o- -)Orcaflex; (—◆—)Cable; (-----)Orcaflex Filtrado.  $T_0$  é o valor da tração estática no TOPO. Período de mov. imposto = 12s; Amplitude de oscilação = 2m.**

Na Figura 2.5, a formulação analítica traz boa concordância com resultados do “software” ORCAFLEX, mas apresenta uma pequena discordância com relação aos resultados do programa CABLE.



**Figura 2.6. - Série temporal da tração dinâmica no último período da simul. (TDP) Riser Flexível; Ângulo de topo =  $70^\circ$  ; (—) Analítico; (- -o - -)Orcaflex; (—◆—)Cable; (-----)Orcaflex Filtrado.  $T_s$  é o valor da tração estática no TOPO. Período de mov. imposto = 12s; Amplitude de oscilação = 4m.**

A Figura 2.7 apresenta resultados de comparações para um riser rígido com as mesmas propriedades apresentadas na Tabela 2.3, porém com comprimento de 5000m. Os resultados de amplitude de tração dinâmica dos “softwares” CABLE e ORCAFLEX são grafados em pontos, contrastados às curvas previstas pela formulação analítica.



**Figura 2.7. – Tração dinâmica adimensional pelo ângulo no topo para várias amplitudes de excitação – Riser rígido -  $T_o$  é o valor da tração estática no TDP.**

Nesse conjunto de simulações, a formulação analítica apresenta resultados que, em geral, situam-se entre aqueles previstos pelos dois programas. Quando a amplitude de excitação é grande, levando à compressão dinâmica elevada, a análise de inúmeros resultados têm indicado mais fortes divergências entre as previsões do programa CABLE e do Orcaflex.

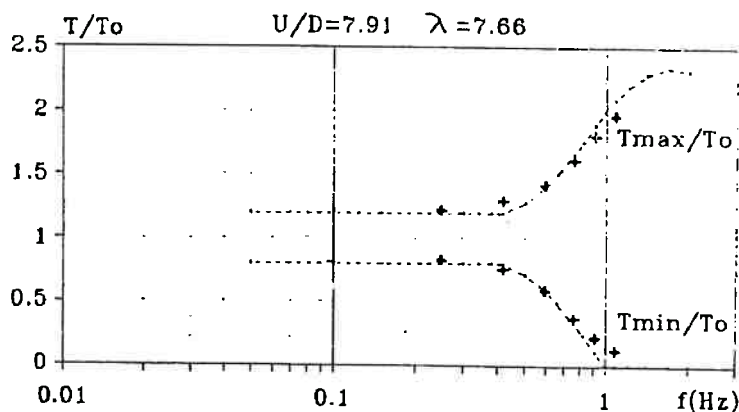
Andrade <sup>(1)</sup> (1983) realizou ensaios com um modelo em escala reduzida de uma linha de amarração composta por uma corrente. Esses ensaios foram conduzidos no Tanque de Provas do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da USP, onde ao topo dessa corrente foi imposto um movimento circular e a tração monitorada. O ensaio foi repetido para várias frequências e amplitudes de movimento.

Nesse ensaios, Andrade utilizou uma corrente cujas propriedades são apresentadas na Tabela 2.4.

$L = 10.46 \text{ m}$	$T_s = 24.42 \text{ N}$	$D = 0.00405 \text{ m}$
$L' = 9.84 \text{ m}$	$T_0 = 23.95 \text{ N}$	$q = 0.865 \text{ N/m}$
$H = 2.02 \text{ m}$	$m = 0.08826 \text{ kg/m}$	$EA = 17664 \text{ N}$
$\theta_s = 11.2^\circ$	$m_a = 0.02698 \text{ kg/m}$	$C_D = 1.6$

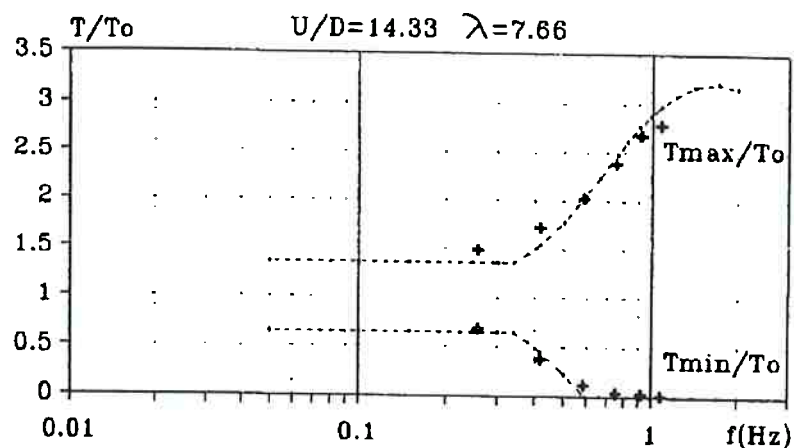
**Tabela 2.4 – Propriedades da linha e do tanque de ensaios. Dados referentes aos ensaios apresentados nas Figuras 2.8, 2.9 e 2.10**

Nas Figuras 2.8, 2.9 e 2.10 são apresentados os resultados experimentais sobre as curvas teóricas previstas por (2.52). Nessas figuras são apresentados os valores máximos e mínimos da amplitude da tração total dividido pelo valor de tração estática, com pontos grafados em função da frequência de excitação.

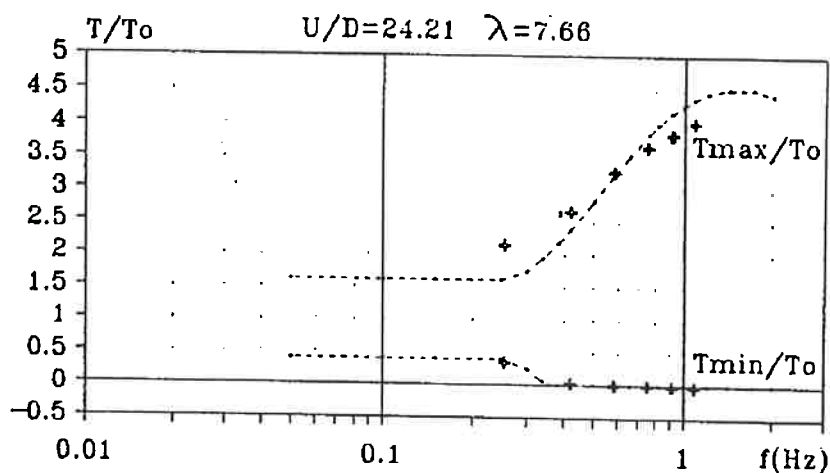


**Figura 2.8. - Amplitude adimensional de tração total: Experimento X Teoria Amplitude de excitação/Diâmetro da linha=7.91 – Andrade<sup>(1)</sup>, 1993.**





**Figura 2.9. - Amplitude adimensional de tração total: Experimento X Teoria**  
**Amplitude de excitação/Diâmetro da linha=14.33 – Andrade<sup>(1)</sup>, 1993.**



**Figura 2.10. - Amplitude adimensional de tração total: Experimento X Teoria**  
**Amplitude de excitação/Diâmetro da linha=24.21 – Andrade<sup>(1)</sup>, 1993.**

Conforme a amplitude de excitação aumenta, aumenta o intervalo de tempo em que a linha fica com a tração saturada no seu valor mínimo, que no caso vale zero. A previsão analítica recupera bem os valores máximos, mesmo nessas situações extremas.

### 3. DISTRIBUIÇÃO ESTATÍSTICA DE MÁXIMOS DE TRAÇÃO DINÂMICA DE LINHAS EM CATENÁRIA

Linhas oceânicas em catenária são excitadas pela ação de ondas marinhas, as quais têm natureza aleatória. Seu projeto, portanto, implica na necessidade de avaliar a distribuição estatística de esforços resultante de tal excitação aleatória.

Atualmente o projeto dessas linhas têm-se utilizado da distribuição de tração obtida a partir de longas simulações numéricas, ou tem assumido, em alguns casos, que a densidade de probabilidade de máximos da tração siga a distribuição de Rayleigh. Esta hipótese pode eventualmente ser satisfatória, porém apenas em um conjunto limitado de casos como será visto no Capítulo 4.

O processo de obtenção analítica dessa distribuição seria trivial se fosse conhecida, para uma dada entrada de elevação da superfície do mar  $\eta(t)$ , a tração dinâmica  $\tau_D(s,t)$  ao longo da linha. Essa relação funcional é, no entanto, desconhecida.

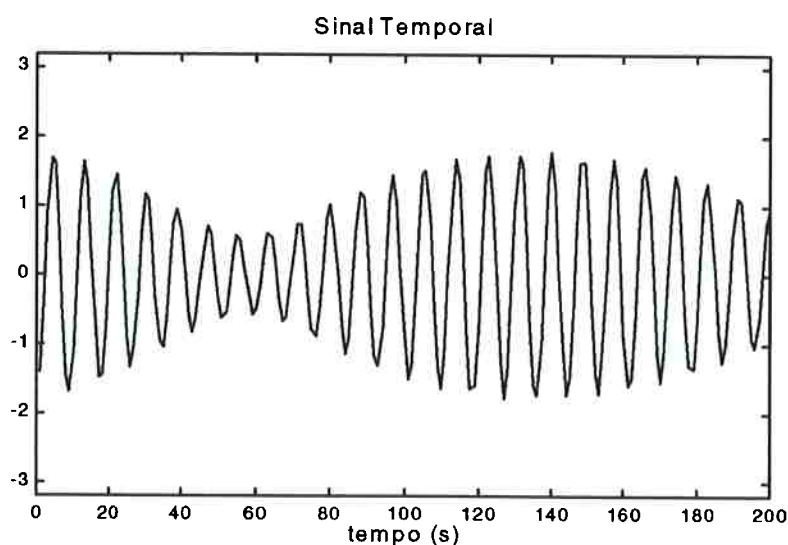
Porém, alguns aspectos particulares do movimento  $U(t)$  imposto ao topo do riser permitem a utilização da expressão assintótica derivada para quantificar a amplitude de tração dinâmica, sob excitação harmônica, para construir uma outra expressão, própria à determinação da função densidade de probabilidade a ela associada.

O presente capítulo cuida dessa derivação e constitui-se no foco principal do presente desenvolvimento. Inicialmente esse desenvolvimento é conduzido sob argumentos de cunho intuitivo para depois seguir um caminho formal.

### 3.1. ENVOLTÓRIA E PROCESSOS DE BANDA ESTREITA

A principal particularidade do movimento aleatório imposto ao topo da linha é ter banda espectral estreita, como ficará evidenciado adiante.

Se um sinal é de banda estreita, isso significa que grande parte de sua energia está concentrada numa pequena faixa de frequências. A visualização desse sinal indicará uma onda *quasi*-harmônica, de amplitude lentamente variável no tempo. Uma análise mais acurada revelará uma frequência também lentamente variável no tempo. Diz-se então que o sinal é modulado em amplitude e frequência. A figura a seguir é um exemplo de um sinal de banda espectral bastante estreita.



**Figura 3.1 – Realização temporal de um processo de banda estreita**

Considere-se agora uma linha oceânica excitada por um movimento com tal realização temporal. Neste caso parece razoável supor que em cada pequeno intervalo de tempo, por exemplo dos 120s aos 140s na Figura 3.1 , a linha oceânica esteja sendo excitada por um processo harmônico de amplitude *quasi*-invariante, no exemplo valendo 1.7m. Nesse caso, também é razoável supor que a resposta em amplitude de tração dinâmica acompanhe essa variação lenta da função moduladora. Este é o “mote” do presente trabalho.

No entanto, é necessário definir (ou precisar) quando a banda do espectro é suficientemente estreita. O parâmetro *largura de banda espectral*  $v$  é definido, no contexto desse trabalho, por:

$$v = \sqrt{\left(\frac{\omega_z}{\omega_U}\right)^2 - 1} \quad (3.1)$$

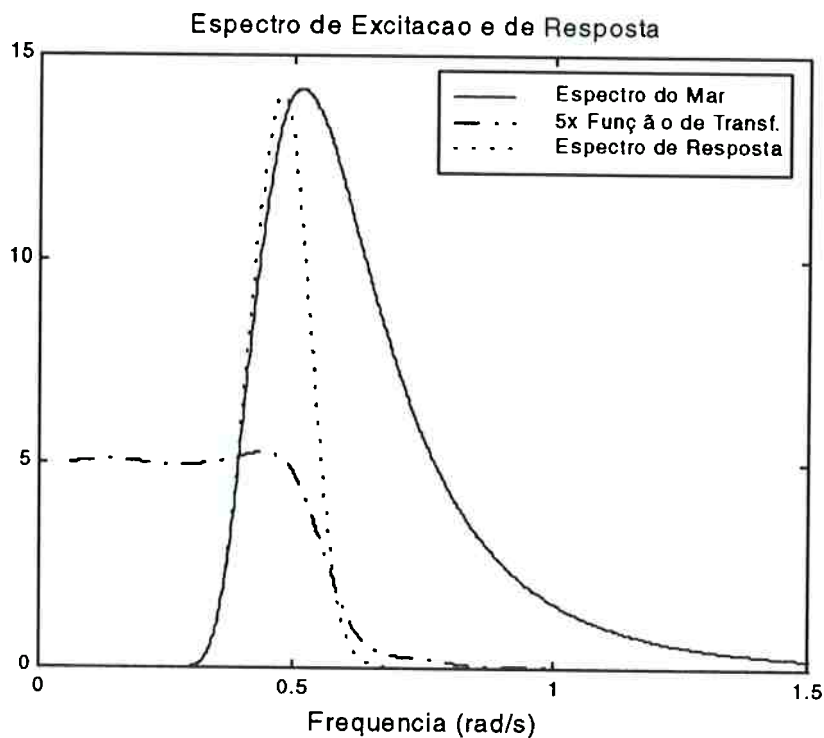
onde  $\omega_z$  é a frequência entre zeros ascendentes e  $\omega_U$  a frequência média ou central do espectro. O valor de  $\omega_z$  significa geometricamente o raio de giração do espectro em torno do eixo das ordenadas, sendo dado pela raiz quadrada da razão entre os momentos de ordens segunda e nula. O valor de  $\omega_U$  significa geometricamente o centro de gravidade do espectro, com relação ao eixo das ordenadas e é dado pela razão entre momentos de ordens primeira e nula.

O parâmetro  $v$  varia entre os valores 0, quando o sinal é um harmônico puro, a 1, quando o sinal é um “ruído branco”. Ele será bastante utilizado adiante e por hora é suficiente considerar que valores entre 0 e 0.2 traduzem sinais suficientemente

concentrados em frequência, de tal forma que a série temporal associada que os realiza terá (ao menos) aspecto semelhante àquele da Figura 3.1 .

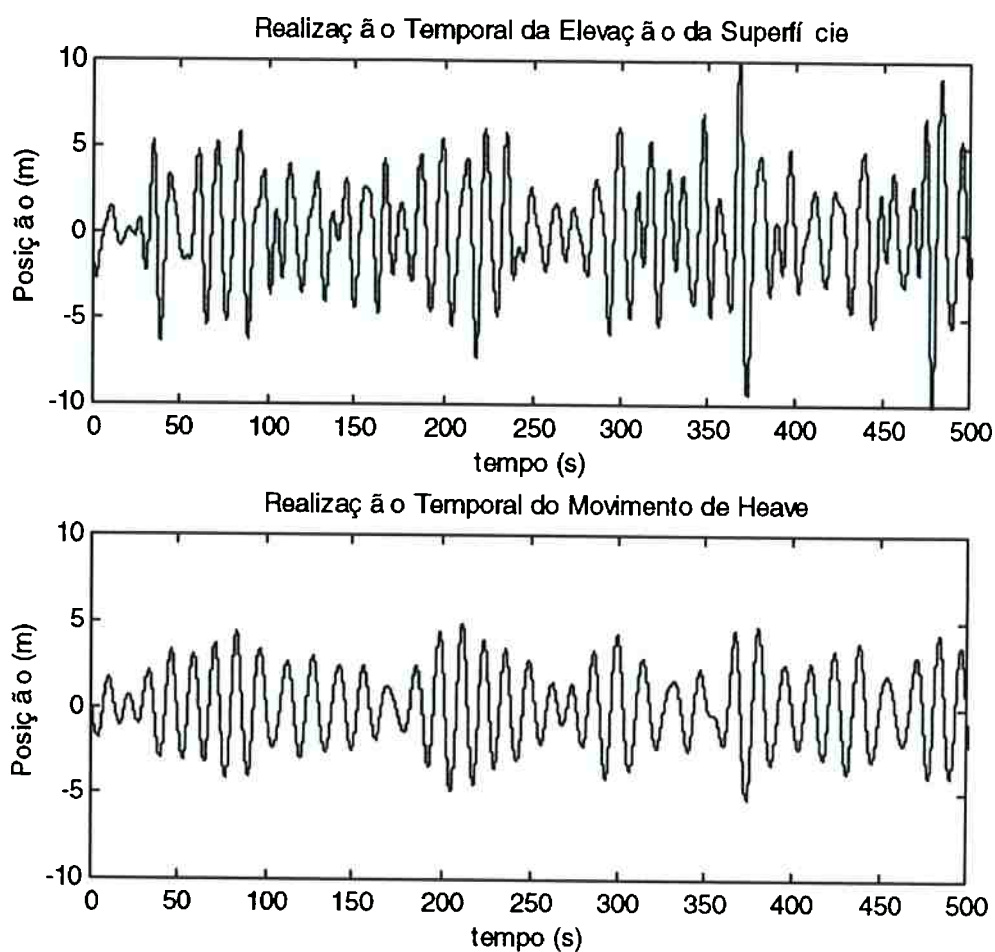
A tração dinâmica na linha suspensa é, fundamentalmente, resultado do movimento que a estrutura flutuante lhe transmite. Esse movimento, por sua vez, resulta da interação das propriedades dinâmicas dessa estrutura com as propriedades das ondas do mar que lhe imprimem esforços. O mar é caracterizado por apresentar ondas numa ampla faixa de frequências e comprimentos. Porém, grande parte de sua energia se concentra numa região relativamente estreita em termos de frequência (períodos de 7 a 13 segundos), particularmente nos casos de estados de mar plenamente desenvolvidos. O valor do parâmetro  $v$ , para um estado de mar desenvolvido, gira em torno dos 0.25-0.30. A estrutura flutuante, por sua vez, tem uma curva de resposta em primeira ordem que amplifica respostas com frequências próximas às suas frequências naturais, “filtrando” componentes de energia cuja frequência dela se afastam

Dessa forma, o espectro de movimento é de banda ainda mais estreita. Ilustrando esse resultado, a Figura 3.2 apresenta um espectro de mar plenamente desenvolvido (*Pierson Moskowitz*  $H_s=9m$ ;  $T_p=12.3s$ ) sobre o qual foi traçada a curva de resposta em amplitude de movimento vertical (*heave*) do navio Vidal de Negreiros, sob incidência de  $135^\circ$ , e o espectro da resposta. A curva de resposta em *heave* foi amplificada por um fator 5, de maneira a tornar as escalas compatíveis à visualização do conjunto.



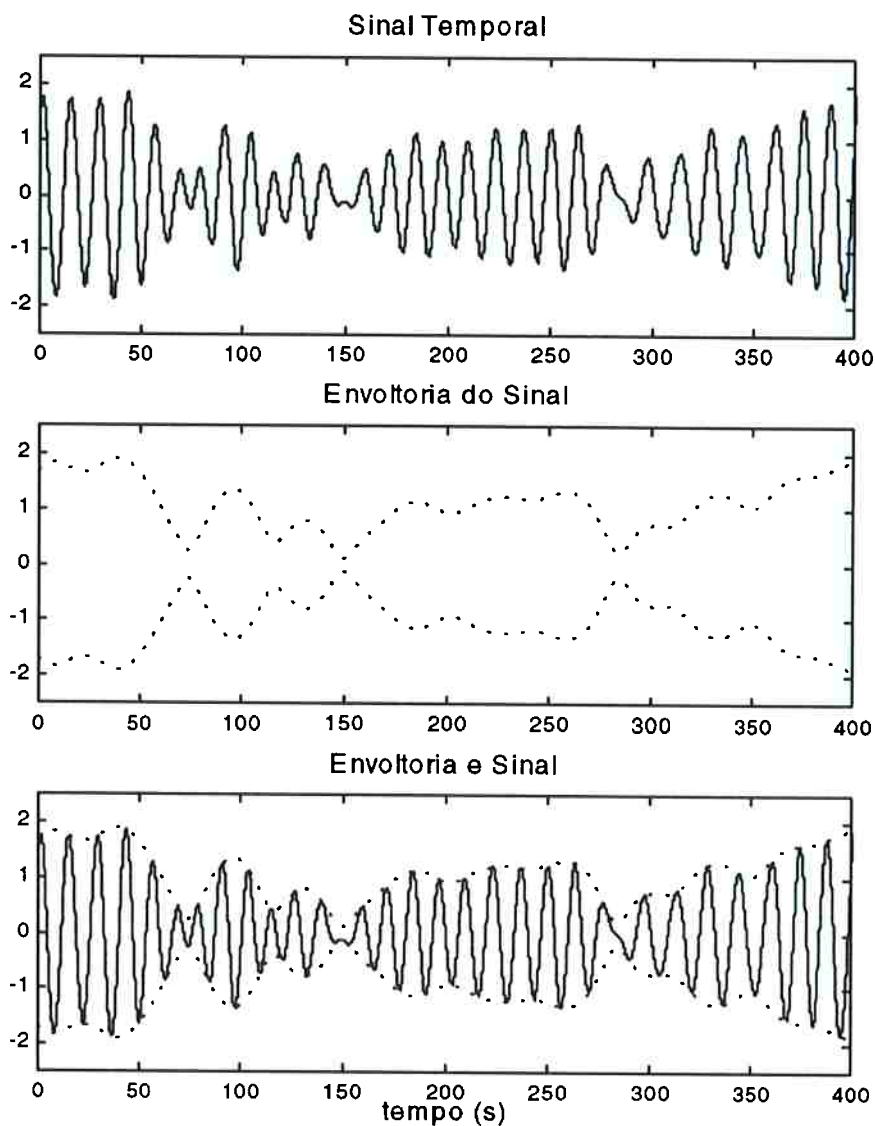
**Figura 3.2 - Espectro de mar; Resposta em *heave*;  
Espectro de resposta em *heave***

Nesse caso, o parâmetro  $v$  vale 0.135 para o espectro de mar e 0.036 para o espectro de resposta! Realizações temporais desses espectros forneceria figuras semelhantes, onde se notaria com maior clareza a modulação do sinal de alta frequência tanto mais quanto menor fosse a largura de banda. A Figura 3.4 apresenta uma possível realização temporal desse espectro de mar e do movimento resultante do navio Vidal de Negreiros. Uma boa discussão acerca do parâmetro “banda espectral” pode ser encontrada em Pesce<sup>(35)</sup>, 1984



**Figura 3.3 - Realização temporal do espectro de *Pierson-Moskowitz* ( $H_s=9\text{m}$ ;  $T_p=12\text{s}$ ) e correspondente série temporal do movimento de heave (V.N. sob incidência de  $135^\circ$ ).**

A Figura 3.4 apresenta a envoltória traçada em linhas pontilhadas sobre o movimento resultante no Vidal de Negreiros. A função moduladora de baixa frequência fica então mais facilmente identificável.



**Figura 3.4 - Realização temporal do espectro de Pierson-Moskowitz ( $H_s=9\text{m}$ ;  $T_p=12\text{s}$ ) e função de modulação (ou envoltória)**

Tendo como ponto de partida o fato da excitação dinâmica na extremidade superior do riser ser um processo de banda bastante estreita, é razoável supor a priori que um processo que tenha esse movimento como fator excitante apresente uma modulação mais ou menos semelhante, desde que algumas condições mínimas sejam garantidas.



A tração dinâmica é o processo em questão e o raciocínio desenvolvido apresenta a possibilidade de considerá-la um processo *quasi*-harmônico, na frequência média da excitação, com amplitude lentamente variável no tempo (modulada).

A veracidade desta afirmação basear-se-á na forma de dependência que tiver a tração dinâmica com respeito à amplitude de movimento e aos outros agentes ambientais que excitam o riser dinamicamente. Quão rápido responderá a tração a uma variação lenta na amplitude de excitação?

Como apresentado no Capítulo 2, Aranha et alli <sup>(3)</sup> desenvolveram uma expressão que fornece a amplitude de tração dinâmica em forma fechada, como uma função da amplitude e frequência de um movimento harmônico tangente que é imposto ao topo da linha, parametrizada segundo sua configuração estática.

Utilizando tal expressão (para a tração dinâmica) e a série temporal dos deslocamentos impostos à extremidade suspensa, poderia ser obtida a série temporal da tração dinâmica ao longo do comprimento da linha. Assim, poder-se-ia adotar o seguinte procedimento:

- 1) Efetua-se o “cruzamento espectral” da função de transferência do movimento tangente e do espectro de mar, obtendo-se o espectro do movimento imposto ao riser.

- 2) A partir do espectro de movimento imposto, obtém-se uma realização temporal correspondente, assumindo-se fases aleatórias entre as diversas componentes harmônicas.
- 3) Através da Transformada de Hilbert (ver Longuet-Higgins<sup>(19)</sup>, 1952 e Loren<sup>(20)</sup>, 1997), obtém-se a série temporal da envoltória do sinal gerado ( ver Figura 3.4 ).
- 4) Assumindo que a amplitude da tração dinâmica, num determinado instante, é aquela correspondente à amplitude da envoltória da excitação, obtém-se a série temporal da envoltória de tração dinâmica.
- 5) Parâmetros estatísticos para projeto são então obtidos através de contagem de ocorrências, permitindo uma avaliação rápida e sistematizada da resposta dinâmica do riser.

Nesse trabalho, contudo, prosseguir-se-á um pouco, já que é possível obter expressões em forma fechada que representam a função densidade de probabilidade de máximos de tração dinâmica e, a partir daí, o cálculo imediato de parâmetros de projeto.

**Seja  $S_U(\omega)$  o espectro do movimento tangente e  $v_U$  sua largura de banda.**

**Uma realização desse espectro pode ser expressa na forma**

**$y(t) = y_0(t) \cdot \cos(\bar{\omega}t + \varphi(t))$ . Mostrar-se-á mais adiante que, com um erro**

**da ordem  $O(v_U^2)$ , a envoltória  $y_0(t)$  pode ser considerada como um processo harmônico.**

No item seguinte o desenvolvimento seguirá caminho matematicamente mais formal.

### 3.2. DEFINIÇÕES E ENVOLTÓRIA

Seja  $\eta(t)$  a posição da superfície livre do mar em uma dada posição medida em relação à posição de equilíbrio hidrostático. Seja  $T$  um período de amostragem desse sinal. Define-se a função auto-correlação como:

$$R(t, \tau) = E[\eta(t) \cdot \eta(t + \tau)], \quad (3.2)$$

ou

$$R(t, \tau) = \frac{1}{T} \int_0^T \eta(t) \eta(t + \tau) dt. \quad (3.3)$$

No presente caso, o processo é ergódico, i. e. invariante no tempo, de forma que  $R(t, \tau) = R(\tau)$ . A Transformada de Fourier da função auto-correlação fornece então o espectro de energia do sinal (ver Price, W.G. & Bishop, R.E.D<sup>(31)</sup>, 1974).

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.4)$$

Para um dado espectro, as seguintes propriedades são definidas:

$$\text{Momentos Espectrais } m_n = \int_0^{\infty} \omega^n \cdot S(\omega) d\omega \quad (3.5)$$

$$\text{Frequência Média ou Central } \omega_U = \frac{m_1}{m_0} \quad (3.6)$$

$$\text{Frequência entre Zeros Ascendentes } \omega_z^2 = \frac{m_2}{m_0} \quad (3.7)$$

$$\text{Largura de Banda Espectral } v^2 = \frac{m_2 m_0}{m_1^2} - 1 \quad (3.8)$$

De forma inversa à obtenção de uma estimativa do espectro a partir de uma amostra temporal do sinal da superfície, dado o espectro de energia  $S(\omega)$ , é possível obter uma realização desse espectro no intervalo de tempo  $T$ , pela série de termos

$$\eta(t) = \sum_j A_j \cdot \cos(\omega_j t + \varphi_j) \quad \text{com} \quad A_j^2 = 2 \cdot S(\omega_j) \Delta\omega \quad (3.9)$$

A envoltória  $\eta_0(t)$  do sinal  $\eta(t)$  é obtida por

$$\eta_0(t) = \sqrt{\eta^2(t) + \vartheta^2(t)} \quad \text{com} \quad \vartheta(t) = \frac{1}{\pi} \text{PV} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\eta(s)}{t-s} ds = \sum_j A_j \text{sen}(\omega_j t + \varphi_j) \quad (3.10)$$

onde PV significa valor principal da integral (ver Longuet-Higgins<sup>(19)</sup>, 1952).

A idéia, a partir de agora, é rescrever as funções  $\eta(\cdot)$  e  $\vartheta(\cdot)$  para uma nova variável que representa a frequência transladada até o valor da frequência média do espectro. Para esse novo sistema de referência o valor de  $m_2$  deve ser pequeno se o espectro for de banda estreita, já que o valor de  $\sqrt{m_2}$  significa o raio de giração do espectro.

Sejam então as funções temporais  $\eta_s$  e  $\vartheta_s$ , obtidas a partir de  $\eta$  e  $\vartheta$  com uma translação da energia até a frequência média do espectro  $\omega_U$ .

$$\begin{aligned} \eta_s &= \sum_j A_j \cos(\varpi_j t + \varphi_j) \\ \vartheta_s &= \sum_j A_j \text{sen}(\varpi_j t + \varphi_j) \\ \varpi_j &= \omega_j - \omega_U \end{aligned} \quad (3.11)$$

Fazendo a mudança do sistema de referência  $\omega_j = \varpi_j + \omega_U$  nas equações 3.9 e

3.10, obtém-se

$$\begin{aligned}\eta(t) &= \sum_j A_j \cdot \cos[(\varpi_j + \omega_U)t] = \sum_j A_j \cdot [\cos(\varpi_j t + \varphi_j) \cdot \cos(\omega_U t) - \text{sen}(\varpi_j t + \varphi_j) \cdot \text{sen}(\omega_U t)] \\ \vartheta(t) &= \sum_j A_j \cdot \sin[(\varpi_j + \omega_U)t + \varphi_j] = \sum_j A_j \cdot [\cos(\varpi_j t + \varphi_j) \cdot \sin(\omega_U t) + \text{sen}(\varpi_j t + \varphi_j) \cdot \cos(\omega_U t)] \\ \eta(t) &= \eta_s(t) \cos(\omega_U t) - \eta_s(t) \sin(\omega_U t) \\ \vartheta(t) &= \vartheta_s(t) \sin(\omega_U t) + \vartheta_s(t) \cos(\omega_U t)\end{aligned}\tag{3.12}$$

e portanto

$$\eta_0(t) = \sqrt{\eta_s^2(t) + \vartheta_s^2(t)}.\tag{3.13}$$

Introduzindo o ângulo  $\varphi(t)$  através de

$$\begin{aligned}\cos[\varphi(t)] &= \frac{\eta_s(t)}{\eta_0(t)} \\ \text{sen}[\varphi(t)] &= \frac{\vartheta_s(t)}{\vartheta_0(t)}\end{aligned}\tag{3.14}$$

e substituindo (3.13) e (3.14) em (3.12) chega-se a

$$\eta(t) = \eta_0(t) \cdot \cos[\omega_U t + \varphi(t)].\tag{3.15}$$

onde o papel da envoltória  $\eta_0(t)$  aparece claramente. Conforme já discutido no início do capítulo, se o espectro é de banda estreita a envoltória faz o papel da função moduladora do sinal *quasi*-harmônico na frequência central do espectro.

A função  $\eta_0(t)$  é, de fato, de banda estreita. De (3.11) segue que, graças a ortogonalidade das funções:

$$\left\langle \left( \frac{d\eta_s(t)}{dt} \right)^2 \right\rangle = \left\langle \left( - \sum_j A_j \omega_j \text{sen}(\omega_j t + \varphi_j) \right)^2 \right\rangle = \sum_j \frac{1}{2} A_j^2 \omega_j^2 = \int_0^\infty (\omega_j - \omega_U)^2 \cdot S_U(\omega) d\omega =$$

$$\int_0^\infty (\omega_j^2 - 2\omega_j \omega_U + \omega_U^2) \cdot S_U(\omega) d\omega = m_2 - 2m_1 \omega_U + m_0 \omega_U^2 \quad (3.16)$$

e

$$\langle \eta_s^2 \rangle = \sum_j \frac{1}{2} A_j^2 = \int_0^\infty S_U(\omega) d\omega \quad (3.17)$$

assim, a frequência média do movimento, calculada entre zeros ascendentes no novo sistema de referência, dada por

$$\omega_{z,U} = \left[ \frac{\left\langle \left( \frac{d\eta_s(t)}{dt} \right)^2 \right\rangle}{\langle \eta_s^2 \rangle} \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_0} - 2 \frac{m_1}{m_0} \omega_U + \omega_U^2} = \omega_U \sqrt{\frac{\omega_{z,U}}{\omega_U} - 1}$$

fica na forma,

$$\omega_{z,U} = v_U \omega_U \quad (3.18)$$

O mesmo desenvolvimento pode ser feito com o termo  $\vartheta_s(t)$ , de onde se conclui que a frequência média entre “picos ascendentes” de  $\eta_0(t)$  é também proporcional a  $v_U \omega_U$ . Na verdade demonstra-se que:

$$\left( \frac{\left\langle \left( \frac{d\eta_0(t)}{dt} \right)^2 \right\rangle}{\langle \eta_0(t)^2 \rangle} \right)^{1/2} = \left( \left\langle \left( \frac{d\varphi(t)}{dt} \right)^2 \right\rangle \right)^{1/2} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_U \omega_U \quad (3.19)$$

Ou seja, a envoltória tem frequência média proporcional à largura de banda do processo. Se o processo é de banda estreita, seu papel é o de modular o sinal de alta frequência.

### 3.3. TRAÇÃO DINÂMICA PARA EXCITAÇÃO ALEATÓRIA DE BANDA ESTREITA

Com base no que foi apresentado, se o movimento tangente é descrito pela função  $U(t) = U_0(t) \cdot \cos(\omega_U t + \varphi(t))$  onde  $[\dot{U}_0 / U_0; \dot{\varphi}(t)] \cong O(v_U \omega_U) \ll \omega_U$ , parece razoável admitir que, numa escala de tempo curta, comparada com a escala de  $O(v_U \omega_U)$ , o sistema responda com uma tração dinâmica como se a excitação fosse harmônica de amplitude  $U_0$  nesse instante.

Assim, normalizando a amplitude do movimento tangente pelo seu valor significativo  $(a(t))$ , definindo  $\Omega_U$  como a razão entre frequência de excitação e a frequência de catenária e, finalmente,  $b_U$  como parâmetro que traduz a influência da corrente oceânica na tração dinâmica

$$\begin{aligned}
 a(t) &= \frac{U_0(t)}{\sigma_U} \\
 \Omega_U &= \frac{\pi}{\Lambda} \left( \frac{\omega_U}{\omega_c} \right) \\
 b_U &= \left( \frac{1 - \Omega_U^2}{\Omega_U^2} \right)^2 + \zeta_c^2
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

a tração dinâmica  $T_D(s,t)$  ao longo do cabo pode ser expressa na forma

$$T_D(s,t) = T_e \cdot \tau(t,s) \cdot \cos[\omega_U t + \varphi(t) + \phi(\omega_U; s)] \tag{3.21}$$

com  $\tau(t,s)$  fazendo o papel da envoltória ou amplitude adimensional da tração dinâmica e expressa por

$$\tau(s,t) = \left[ \frac{c_2(s) \left( \sqrt{b_U^2 + \left( 4 \frac{\zeta_0^2}{\Omega_U^4} \right) a^2(t)} - b_U \right)^2 + 2c_1(s) \left( \sqrt{b_U^2 + \left( 4 \frac{\zeta_0^2}{\Omega_U^4} \right) a^2(t)} - b_U \right)}{\left( 4 \frac{\zeta_0^2}{\Omega_U^4} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{3.22}$$

Esta expressão permite a derivação da função densidade de probabilidade da amplitude de tração dinâmica.

### 3.4. DENSIDADE DE PROBABILIDADE DA ENVOLTÓRIA DA TRAÇÃO DINÂMICA

Como a elevação da superfície livre pode ser, em geral, expressa por uma somatória de funções harmônicas e se a função de transferência que relaciona essa elevação com o movimento tangente na extremidade do riser for linear, esta última



também poderá ser expressa da mesma forma. O Teorema do Limite Central garante que  $U_0(t)$  segue uma distribuição Gaussiana como consequência, sua envoltória seguirá a distribuição de Rayleigh (ver, por exemplo, Loren & Shahram<sup>(24)</sup>).

$$p_R(a) = a \cdot e^{-a^2/2}. \quad (3.23)$$

Introduzindo as funções, que compostas recuperam a equação (3.22)

$$\begin{aligned} f(a) &= \sqrt{b_U^2 + (4\zeta_0^2 / \Omega_U^4) \cdot a^2} - b_U; \\ \tau(f) &= \frac{\Omega_U}{2\zeta_0} [c_2(s)f^2 + 2c_1(s)f]^{1/2}, \end{aligned} \quad (3.24)$$

e utilizando as relações

$$\begin{aligned} p_f(f) &= \left( a \cdot \frac{da}{df} \right) \cdot e^{-a^2(t)/2}; \\ p_\tau(\tau) &= p_f(f(\tau)) \cdot \frac{df}{d\tau}(\tau), \end{aligned} \quad (3.25)$$

a densidade de probabilidade da *envoltória* da tração dinâmica fica dada pela função

$$\begin{aligned} p(\tau; s) &= \frac{1}{c_2(s)} \cdot e^{\gamma_U^2/2} \cdot \frac{\tau}{\sqrt{\left(\frac{c_1(s)}{c_2(s)}\right)^2 + \left(\frac{b_U^2}{\gamma_U^2 c_2(s)}\right)} \cdot \tau^2} \cdot F(\tau) \cdot e^{-(\gamma_U^2 F^2(\tau))/2b_U^2}; \\ \gamma_U &= \frac{\Omega_U^2 b_U}{2\zeta_0}; \\ F(\tau) &= \sqrt{\left(\frac{c_1(s)}{c_2(s)}\right)^2 + \left(\frac{b_U^2}{\gamma_U^2 c_2(s)}\right)} \cdot \tau^2 - \frac{c_1(s)}{c_2(s)} + b_U. \end{aligned} \quad (3.26)$$

O *desvio padrão*  $\sigma_\tau(s)$  da tração dinâmica  $\tau(t,s)$  em (3.26) pode ser calculado pela expressão

$$\sigma_{\tau}^2(s) = E \left[ \frac{1}{T_U} \int_0^{\tau_U} \tau^2(t,s) dt \right] = \frac{1}{2} E[\tau^2] = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \tau^2 p(\tau, s) d\tau$$

ou

$$\sigma_{\tau}(s) = \left[ \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \tau^2 \cdot p(\tau, s) d\tau \right]^{1/2}. \quad (3.27)$$

Na verdade,  $\sigma_{\tau}(s)$  pode ser obtido diretamente em termos de funções integrais simples e da função não tabelada

$$G(x) = e^x \int_x^{\infty} \sqrt{2t} \cdot e^{-t} dt \quad (3.28)$$

A função  $G(x)$  pode ser obtida a partir da solução da integração da equação diferencial

$$\frac{d\xi}{dt} - \xi = -\sqrt{2t} \text{ de } \xi_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ até } \xi = x. \quad (3.29)$$

Quando o valor de  $x$  é maior que 4, o valor de  $G(x)$  pode ser aproximado mais precisamente por

$$G(x) = \sqrt{2t} \left( 1 + \frac{1}{2t} - \frac{1}{(2t)^2} - \sum_{i=1}^{\text{integer}(t)} \left[ (-1)^i \frac{\Gamma(2i+2)}{2^i \Gamma(1+i) \cdot (2t)^{i+2}} \right] \right). \quad (3.30)$$

Assim, com o auxílio de (3.29) ou (3.31),  $\sigma(s)$  fica dada pela expressão

$$\sigma_{\tau}(s) = c_2^{1/2}(s) \left\{ \left[ 1 - \gamma_U^2 \left( \frac{1}{b_U} \frac{c_1(s)}{c_2(s)} - 1 \right) \right] + \gamma_U \left( \frac{1}{b_U} \frac{c_1(s)}{c_2(s)} - 1 \right) \cdot G(\gamma_U^2 / 2) \right\}^{1/2}. \quad (3.31)$$

De (3.31) segue também que

$$\sigma(T_D(s,t)) = \left[ \frac{1}{2} \cdot T_e^2 \cdot E[\tau^2(s,t)] \right]^{1/2} = \sigma_\tau(s) \cdot T_e \quad \text{ou}$$

$$\frac{\sigma(T_D(s,t))}{T_e} = \sigma_\tau(s). \quad (3.32)$$

Seja agora  $r(t,s) = \tau(t,s)/\sigma_\tau(s)$  a envoltória normalizada pelo desvio padrão, indicada por  $p_E(r)$ , por definição tem-se

$$p_E(r) = \sigma_\tau \cdot p(\tau) \Big|_{\tau=\sigma r}$$

e assim

$$p_E(r;s) = \frac{\sigma_\tau^2(s)}{c_2(s)} \cdot \frac{r}{\sqrt{\left(\frac{c_1(s)}{c_2(s)}\right)^2 + \left(\frac{b_U^2 \sigma_\tau^2(s)}{\gamma_U^2 c_2(s)}\right)^2} \cdot r^2} \cdot F(r;s) \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{\gamma_U^2}{b_U^2} (F^2(r;s) - b_U^2)\right];$$

$$F(r;s) = \sqrt{\left(\frac{c_1(s)}{c_2(s)}\right)^2 + \left(\frac{b_U^2 \sigma_\tau^2(s)}{\gamma_U^2 c_2(s)}\right)^2} \cdot r^2 - \frac{c_1(s)}{c_2(s)} + b_U.$$

(3.33)

A probabilidade  $P[r \geq r^*]$  de  $r$  ser maior que um certo valor  $r^*$  pode ser obtida utilizando a mudança de variável  $t = \gamma_U^2(F^2 - b_U^2)/2b_U^2$  e é dada por

$$P[r \geq r^*; s] = \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{\gamma_U^2}{b_U^2} (F^2(r^*; s) - b_U^2)\right]. \quad (3.34)$$

Algumas considerações devem ser finalmente tecidas com relação à (3.33).

Relembrando a definição de  $c_1(s)$

$$c_1(s) = (1 + \zeta_c^2) - 2 \left( \zeta_c^2 - \frac{1 - \Omega^2}{\Omega^2} \right) \left( \frac{l + l'}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right) \cdot \bar{s} + b \left( \frac{l + l'}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right)^2 \cdot \bar{s}^2;$$

Quando o amortecimento  $\zeta_c$  devido a corrente marítima for pequeno dever-se-á ter

$$\left( \frac{c_1(s)}{c_2(s)} \right)^2 \gg \left( \frac{b_U^2 \sigma_\tau^2(s)}{\gamma_U^2 c_2(s)} \right) \cdot r \quad (3.35)$$

e a densidade de probabilidade tomará a forma

$$p_E(r; s) = \frac{\sigma_\tau^2(s) \cdot b_U}{c_1(s)} \cdot r \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{\sigma_\tau^2(s) \cdot \gamma_U}{c_1(s)} \cdot r^2 \right]; \quad (3.36)$$

Por outro lado, como pode ser verificado a partir de (3.37) e (3.27), quando (3.35) é válida têm-se

$$\sigma_\tau^2(s) = \left( \frac{c_1(s)}{b_U} \right)^{1/2} = \left( \frac{1 + \zeta_c^2}{b_U} \right)^{1/2} = \frac{\Omega_U^2}{\sqrt{(1 - \Omega_U^2)^2 + \zeta_c \Omega_U^4}} \cdot c_1(s)^{1/2}; \quad (3.38)$$

e, portanto

$$p_E(r; s) = r \cdot \exp \left[ -\frac{r^2}{2} \right], \text{ que é a própria distribuição de Rayleigh. Desse modo, quando}$$

o amortecimento é muito grande a linha “trabalha congelada”, sem sofrer grandes

alterações geométricas e acomodando-se ao deslocamento imposto através de

deformações basicamente elásticas. Desse modo sua resposta é elástica, obedecendo a

Lei de Hooke, o que faz com que sua distribuição de probabilidades de máximos siga a distribuição de Rayleigh.

Por outro lado, quando  $\zeta_c \leq \zeta_0$ , ou seja, quando o amortecimento devido aos movimentos gerados pelas ondas dominar aquele associado à correnteza, o desvio padrão  $\sigma_\tau(s)$  não será dado por (3.38), visto que a (3.35) tem caráter apenas local, quando  $r \ll 1$ .

Nessas condições, quando  $r \ll 1$ , obtêm-se

$$p_E(r; s) = \alpha \cdot r; r \ll 1 \quad (3.39)$$

com

$$\alpha = \frac{\sigma_\tau^2 b_U}{(1 + \zeta_c^2)} = \sigma_\tau^2 \left[ 1 + \frac{1 - 2\Omega_U^2}{\Omega_U^4 (1 + \zeta_c^2)} \right] \neq 1 \quad (3.40)$$

Num sistema linear  $\alpha$  é igual a um, e a curva de Rayleigh faz um ângulo de  $45^\circ$  na origem.

Este resultado será explorado na apresentação de resultados experimentais no capítulo seguinte.

#### 4. COMPARAÇÕES NUMÉRICAS

Buscando “validar” o desenvolvimento analítico que leva à determinação da distribuição estatística de máximos de tração dinâmica duas possibilidades se abrem. A primeira apoia-se na experimentação física e, a segunda, na “experimentação” numérica, baseada em simulação computacional.

A experimentação física consubstanciar-se-ia na realização de ensaios em tanque de provas (ou em escala real), onde se fizesse incidir um mar de espectro controlado sob um sistema oceânico no qual se encontrasse suspensa uma linha, ancorada ao fundo. Monitorando-se a tração em vários pontos da comprimento da linha obter-se-ia sua série temporal. Um tratamento estatístico forneceria curvas de distribuição parametrizadas de acordo com o desenvolvimento apresentado no capítulo precedente.

A simulação numérica, por sua vez, apoia-se na realização de ensaios num simulador numérico (ferramenta computacional capaz de integrar as equações de movimento da linha ao longo do tempo). De maneira análoga, o resultado é obtido através do tratamento estatístico da série temporal de tração gerada.

A experimentação física de cabos oceânicos, através da modelagem em escala reduzida, é bastante difícil. Essa dificuldade existe em virtude das grandes discrepâncias das escalas geométricas envolvidas (*diâmetro da linha X profundidade de operação*). Ainda que seja possível construir um cabo de diâmetro e propriedades elásticas geometricamente semelhantes às de um cabo real, com base na relação de

profundidades de um tanque de provas e do mar, esse “fio” seria tão fino que se tornaria impossível a monitoração da tração ao longo do mesmo.

A experimentação física em escala real encontra em seu desfavor, além do alto custo, toda sorte de fatores característicos ao conturbado ambiente marinho, do qual é impossível controlar as condições.

Optou-se por utilizar a simulação numérica como contraponto aos resultados analíticos. Esta opção conta em seu favor a possibilidade de contornar as dificuldades associadas à experimentação física, permitindo a verificação inicial do modelo proposto de maneira rápida. Conta no entanto, em seu desfavor, o fato de as ferramentas disponíveis nem sempre fornecerem respostas plenamente confiáveis, tendo em vista grandes discrepâncias algumas vezes encontradas quando da comparação entre resultados de diferentes ferramentas computacionais.

Assim, com o objetivo de verificar a aderência das predições analíticas que levariam à distribuição estatística de máximos de tração dinâmica, com respeito à resultados de simulações numéricas, foi planejada uma comparação com o uso de uma ferramenta de análise no domínio do tempo (Orcaflex™ da Orcina). Esse programa integra as equações que regem a dinâmica da linha, permitindo como entrada um movimento aleatório na extremidade suspensa, cujo espectro é definido pelo usuário.

Os resultados numéricos foram obtidos através da simulação de um conjunto pré-definido de casos, durante um período de tempo, em geral, de 1200 segundos e intervalo de amostragem que variaram de 0,25 a 1 segundo. Posteriormente se fez o tratamento

estatístico da série temporal da tração dinâmica, obtida para determinados pontos ao longo do comprimento da linha. Duas técnicas foram aí empregadas: uma através da análise da envoltória do sinal e outra baseada na contagem de picos máximos de tração (ver Zurita<sup>(35)</sup>). Os resultados dessas análises foram comparados com as predições analíticas e a validade da curva de distribuição de probabilidade de máximos de tração dinâmica foi verificada tendo como pano de fundo a distribuição de Rayleigh. A distribuição de Rayleigh descreve a envoltória de processos lineares com entrada gaussiana e tem, muitas vezes, sido utilizada como aproximação para o projeto de linhas de amarração.

Com o objetivo de tornar a comparação abrangente, foram escolhidos casos dentro das seguintes combinações:

- ◆ três diferentes linhas (riser flexível, rígido e uma linha de amarração);
- ◆ vários ângulos de chegada dessas linhas ao VLCC (Vidal de Negreiros;  $L=320\text{m}$ ;  $B=55\text{m}$ ;  $H_p=21\text{m}$ ;  $\nabla=322.078,0\text{m}^3$ ; *turret* à 20% e 40% do comprimento à vante);
- ◆ 3 diferentes ângulos de incidência de ondas agentes sobre esse VLCC;
- ◆ diferentes estados de mar caracterizados por espectro de *Pierson-Moskowitz*;
- ◆ considerando-se ou não a atuação de corrente oceânica.

Uma pré-análise, descrita adiante, orientou a escolha de casos dentre o conjunto acima de variáveis, já que a simulação de todos os casos possíveis seria impraticável.



#### 4.1 PROPRIEDADES DAS LINHAS E CRITÉRIOS PARA ESCOLHA DE CASOS DE COMPARAÇÃO

Como mencionado, foram selecionadas três diferentes linhas, representativas de risers rígidos, flexíveis e de linhas de amarração. Exemplos de cada uma das linhas são interessantes, pois seu comportamento difere substancialmente.

O texto subsequente faz referência constante ao ângulo de chegada da linha ao navio, que é um ângulo inscrito no plano definido pela linha, tomado entre a tangente à linha no ponto de conexão e uma reta horizontal neste mesmo plano.

As linhas de amarração operam com os menores ângulos de saída na extremidade suspensa e apresentam, portanto, grandes coeficientes de restauração no plano horizontal. Isso leva a valores elevados de tração dinâmica já que a rigidez equivalente do sistema é mais próxima da rigidez elástica da linha. Essas linhas são, geralmente, compostas por dois tramos extremos de correntes pesadas, e um cabo de aço no trecho intermediário suspenso. Essas correntes têm o papel de facilitar o manuseio de amarras (no topo), bem como aumentar o peso suspenso da linha, aumentando assim sua restauração a um menor custo. A rigidez flexional das correntes é, naturalmente, nula e no trecho em cabo de aço seu baixo valor é desprezível, considerando a dinâmica global (ver, por exemplo, Aranha et alli<sup>(2)</sup>, 1997).

Já os risers flexíveis operam com grandes ângulos de saída na extremidade suspensa, descendo até o fundo quase que verticalmente, o que diminui o custo da instalação e a tração transmitida ao topo. Esta configuração leva a baixos valores de

rigidez geométrica e, portanto, baixos valores de rigidez equivalente ocasionando, em geral, baixos valores de tração dinâmica. Porém, embora a tração dinâmica seja pequena, seu valor é comparável ao da tração estática nas regiões mais próximas ao Touch Down Point (TDP), pois sua configuração estática vertical induz pequenos valores de tração horizontal. Por essa razão, frequentemente ocorre compressão dinâmica localizada nessas linhas. Sua rigidez flexional costuma ser desconsiderada na dinâmica global, sendo na realidade quase nula em virtude dos materiais flexíveis empregados na sua construção (Aranha et al.<sup>(2)</sup>, 1997).

Os risers rígidos, por sua vez, são fortemente limitados quanto aos raios mínimos de curvatura na região do TDP. Por essa razão, operam com ângulos intermediários na extremidade suspensa. Têm, assim, comportamento dinâmico intermediário entre linhas de amarração e risers flexíveis. A novidade aparece associada ao fato de sua rigidez flexional ser significativa, podendo desempenhar papel importante na dinâmica local da linha (região do TDP e nas proximidades das conexões). A existência de rigidez flexional torna o meio elástico dispersivo e, no que diz respeito às séries de tração de simulações numéricas, observa-se menor presença de oscilações de alta frequência, dispersadas que são.

A Tabela 4.1 apresenta as propriedades dos risers flexíveis e rígidos considerados, bem como de cada um dos tramos que compõem a linha de amarração.

	Riser Rígido	Riser Flexível	Linha de Amarração		
			Corrente no chão	Cabo de Aço	Corrente no topo
<i>H</i>	910 m	910 m	910 m	910 m	910 m
<i>D</i>	0,2191 m	0,216 m	0,095 m	0,1109 m	0,084 m
<i>m</i>	64.7 kg/m	67 kg/m	203 kg/m	49 kg/m	160 kg/m
<i>q</i>	255,88 N/m	289,07 N/m	1729 N/m	421 N/m	1364 N/m
<i>EJ</i>	9241,0 kN/m <sup>2</sup>	9,840 kN/m <sup>2</sup>	0	≅0	0
<i>EA</i>	2,1 10 <sup>6</sup> kN	192000 kN	793880 kN	536790 kN	626680 kN
<i>Cm</i>	1	1	3,8	1	3,8
<i>Cd</i>	1,1	1,1	2	2	2
<i>z<sub>B</sub></i>	21,6 m	21,6 m	-	-	21,6 m

**Tabela 4.1 – Propriedades das linhas utilizadas**

#### 4.1.1 LINHA DE AMARRAÇÃO HOMOGÊNEA EQUIVALENTE.

A obtenção da tração dinâmica através das equações analíticas apresentadas no Capítulo 2, exige a entrada de propriedades da linha tais com massa, peso e rigidez como valores constantes, e não variáveis ao longo de seu comprimento. Isso acontece porque, no seu desenvolvimento, foram tomadas integrais ao longo do comprimento (ver (2.24) para (2.25)), nas quais foram assumidas propriedades constantes. Em uma linha heterogênea esses valores são, entretanto, variáveis ao longo de seu comprimento. O problema que se coloca é: Como definir valores médios equivalentes para essa grandezas, de maneira a permitir a utilização das equações analíticas como derivadas?

Consistentemente com a integração referida, definem-se propriedades equivalentes com base em médias ponderadas das propriedades heterogêneas ao longo

da linha, usando como peso a curvatura local (ver 2.33). Esta definição é subsidiada pelo fato de que os deslocamentos transversais ao longo da linha são proporcionais à curvatura estática local, um resultado de certa forma intuitivo.

A inércia da região de maior curvatura tem maior peso na ponderação para cálculo da massa linear equivalente. Nesse sentido as transformações garantem a conservação da energia cinética transversal pois os deslocamentos transversais à nível global têm influência preponderante na dinâmica da linha já que a frequência da excitação está mais próxima das primeiras frequências naturais transversais da linha.

Neste sentido, são assumidas as seguintes definições para as propriedades da linha homogênea equivalente à linha heterogênea:

$$\begin{aligned}
 q &= \frac{1}{l} \int_0^l q(s) ds; && \text{(peso submerso linear)} \\
 D &= \frac{1}{I_3} \frac{1}{l} \int_0^l C_D(s) \cdot D(s) \cdot \chi_1^3(s) ds; && \text{(diâmetro)} \\
 m &= \frac{1}{I_2} \frac{1}{l} \int_0^l m(s) \cdot \chi_1^2(s) ds; && \text{(massa linear)} \\
 m_a &= \frac{1}{I_2} \frac{1}{l} \int_0^l m_a(s) \cdot \chi_1^2(s) ds; && \text{(massa adicional linear)} \\
 \zeta_c &= \frac{1}{l} \int_0^l \frac{C_D(s) \cdot D(s)}{D} |\chi_c(s) \cdot \text{sen } \theta(s)| \chi_1^2(s) ds. && \text{(coeficiente de amortecimento)}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

sendo

$$\chi_0(s) = \frac{T_s}{ql} \cdot \theta(s);$$

$$\chi_1(s) = \frac{T_s}{q} \cdot \frac{d\theta}{ds}(s);$$

e  $I_n$  e  $\chi_c(z)$  definidos conforme (2.29).

A linha homogênea, assim definida, deverá, em princípio, apresentar a mesma resposta dinâmica da linha heterogênea que a originou. Este ponto já foi verificado no âmbito interno dos Departamentos de Engenharias Naval e Oceânica e Mecânica da EPUSP, comparando-se respostas de simulações discretas de linhas heterogêneas, com resultados analíticos. Nestas verificações boas concordâncias foram observadas. Não foi, no entanto, gerado documento que apresente sistematicamente os resultados obtidos e que possa ser aqui referenciado.

Note-se, no entanto, que apesar de se definir propriedades homogêneas para uso nas equações dinâmicas, os parâmetros estáticos  $I_n$  são determinados a partir da solução do problema estático da linha heterogênea. Além disso, simulações numéricas devem ser efetuadas com a própria linha heterogênea.

Neste trabalho, com a intenção de simplificar o procedimento numérico, resolveu-se adotar uma linha homogênea equivalente que seria utilizada para as simulações numéricas. Sendo assim, o problema analítico deve ser formulado também para essa linha homogênea, com propriedades  $I_n$  determinadas a partir da solução do problema estático para essa linha homogênea.

Além disso, da maneira como definidas, as propriedades equivalentes dependem da configuração estática da linha heterogênea. Buscando evitar a definição de uma linha equivalente, com suas propriedades particulares para cada configuração estática, optou-se por eleger uma configuração a partir da qual sejam definidas as propriedades que

passam a ser consideradas constantes. Essas propriedades são utilizadas em quaisquer outras configurações estáticas.

O caso escolhido como representativo apresenta uma primeira corrente que se estende desde a âncora até um comprimento suspenso de 350m a partir do TDP; um cabo de aço de 1050m de comprimento intermediário; e uma segunda corrente no topo, de comprimento 168,7m. A configuração estática apresenta um ângulo no topo de 50°.

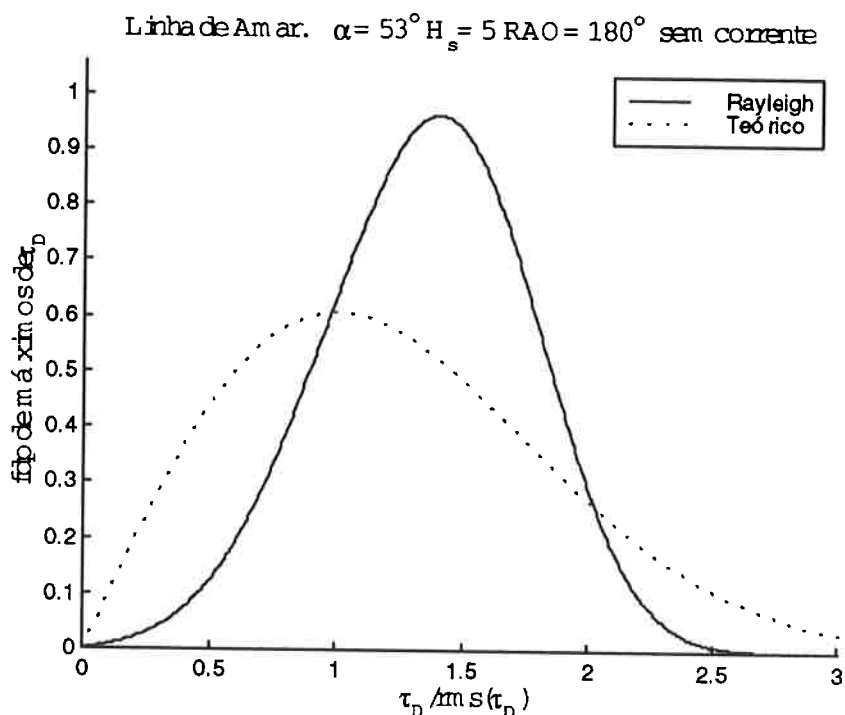
Aplicando as definições (4.1) nessa linha, obtêm-se as seguintes propriedades homogêneas:  $m=189,04$  kg/m;  $D=0,1899$  m;  $m_a=25,89$  kg/m;  $q=814,25$  N/m;  $C_D=1,0$ ;  $EA=588.000,0$  kN.m<sup>2</sup>.

#### 4.1.2 CRITÉRIOS DE SELEÇÃO INICIAL DE CASOS A SEREM SIMULADOS.

A seleção de casos a serem simulados no domínio do tempo, sob entrada aleatória, foi efetuada segundo um critério inicial, porém alterada conforme os primeiros resultados foram sendo obtidos.

Esse critério levou em conta que os casos interessantes para a análise seriam aqueles onde a expectativa de comportamento da distribuição teórica fugisse razoavelmente da curva de Rayleigh. Para verificação, foi também selecionado um ou outro caso onde a linha estivesse de tal forma esticada que o comportamento esperado estivesse no limite elástico e, portanto, a distribuição tendesse à de Rayleigh.

Para tanto, foram estudadas as distribuições estatísticas analíticas de uma enorme variedade de casos, cobrindo todas as possibilidades descritas no item precedente. Para cada caso, foram construídas curvas semelhantes àquela mostrada na Figura 4.1 .



**Figura 4.1 - Função densidade de probabilidades de máximos de tração dinâmica**

Se, nessa análise inicial, a curva teórica proposta não apresentasse desvio significativo com relação a distribuição de Rayleigh, em nenhum dos casos, o trabalho proposto teria um encaminhamento diferente. O desenvolvimento apresentado teria tido apenas a função de embasar teoricamente a hipótese de distribuição de Rayleigh, e o procedimento de projeto seria simples e confiável. Não foi o que aconteceu.

Oportunamente discutir-se-ão falhas neste critério de pré seleção, e de como a orientação tomada para escolha de novos casos aparece naturalmente.

## 4.2 ESTADOS DE MAR E CORRENTE OCEÂNICA

A seguir as características ambientais consideradas nas simulações efetuadas são apresentadas.

O espectro de potência de mar de *Pierson-Moskowitz*, para estados de mar plenamente desenvolvidos, pode ser expresso analiticamente pela seguinte formulação:

$$S_{\omega} = \frac{5m_0}{\omega_p} \frac{1}{\xi^5} e^{-\frac{5}{4\xi^4}} \quad (4.1)$$

com  $\xi = \frac{\omega}{\omega_p}$ ;  $m_0 = \left(\frac{H_s}{4}\right)^2$ ;  $\omega_p = \left(0,24 \frac{g}{H_s}\right)^{0.5}$

Tendo como pano de fundo a intensidade de tempestades na região da bacia de Campos, foram consideradas inicialmente 6 alturas significativas de ondas (5, 6, 7, 8, 9 e 10m). A cada uma dessas alturas significativas está associada uma frequência de pico do espectro (0,686; 0,626; 0,580; 0,542; 0,511; 0,485 rad/s, respectivamente) e uma frequência de corte de duas vezes a frequência de pico. A adoção dessa frequência de corte está associada à distorção que a “cauda” do espectro causa aos parâmetros macroscópicos de caracterização espectral (momentos espectrais de ordem superior). Deve ser lembrado que os espectros analíticos têm energia finita para frequências altas, o que é um resultado matemático e não traduz medidas efetuadas em campo (ver também discussão a este respeito em Pesce<sup>(35)</sup>, 1984).

Com relação ao *Vidal de Negreiros*, foram consideradas três possibilidades de incidência de ondas a: 90°, 135° e 180°).



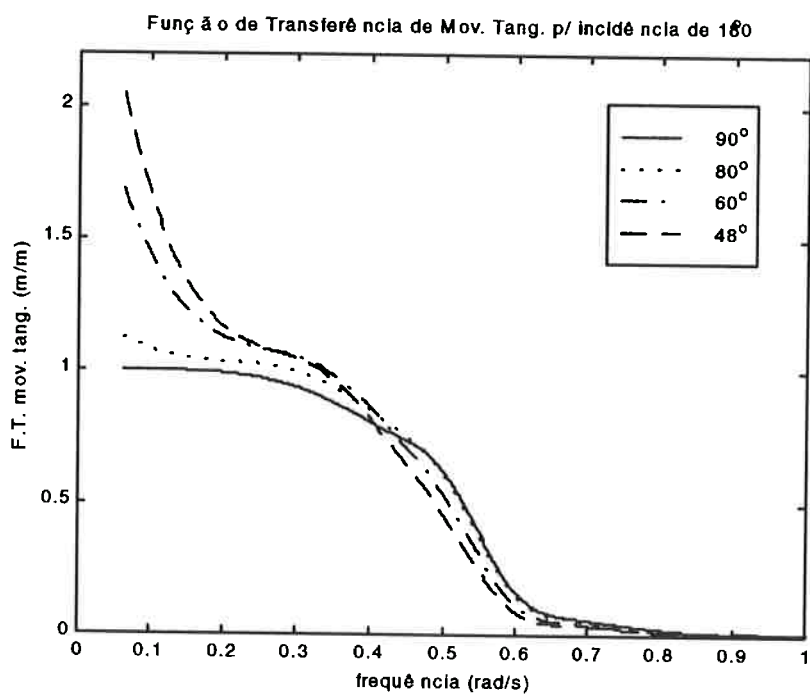
Fixas a direção de incidência de ondas e a amplitude de onda significativa do espectro, os movimentos dos seis graus de liberdade do navio estão determinados. No caso, foram tomados a partir de resultados do programa WAMIT™. No entanto, a amplitude de tração dinâmica é fortemente dependente do movimento imposto na direção tangente à linha em sua extremidade suspensa, e fracamente dependente dos movimentos transversais. A expressão para tração dinâmica apresentada no Capítulo 2 toma proveito desse comportamento, sendo função apenas do movimento tangente.

Qualquer movimento imposto no topo levará a resultados muito semelhantes àqueles obtidos considerando-se apenas a projeção desse movimento na direção tangente à linha. Isso se dá porque os deslocamentos transversais são dinamicamente acomodados por variações locais de curvatura, dado o amortecimento fluido ser supercrítico, não influenciando significativamente a dinâmica global da linha. Já os deslocamentos axiais acomodam-se por deformações axiais e por variação do comprimento suspenso da linha, acomodações essas que não têm caráter local, e portanto influenciam toda a dinâmica da linha.

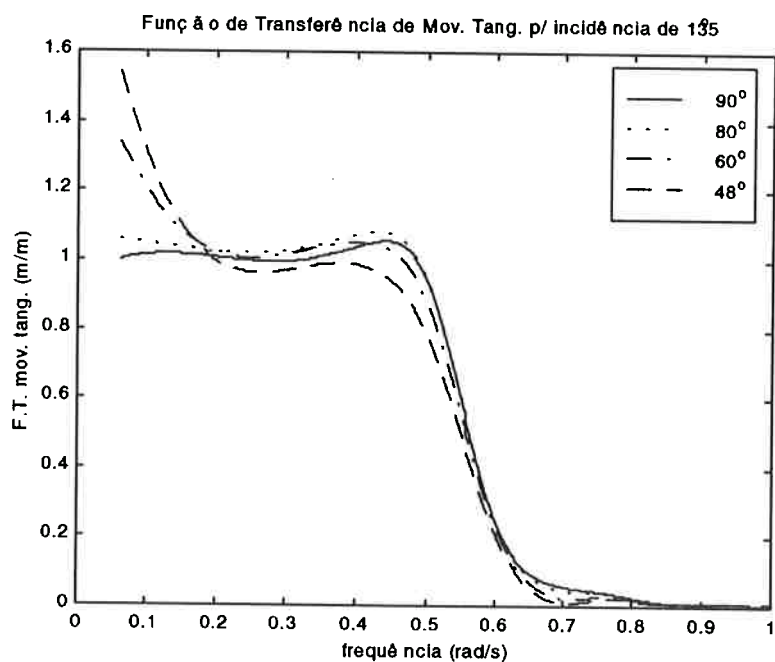
O espectro de movimento tangente é obtido a partir das curvas dos *RAO's*, fazendo-se a composição de movimentos no ponto de conexão para cada frequência de onda, e projetando-se o movimento resultante na direção tangente. Esse “espectro de movimento tangente” depende, portanto, do ângulo de chegada do riser no sistema flutuante.

Esse ângulo foi tomado, na maioria dos casos, com valores correspondentes à tendência real de cada uma das linhas analisadas. As Figura 4.2 , 4.3 e 4.4 apresentam

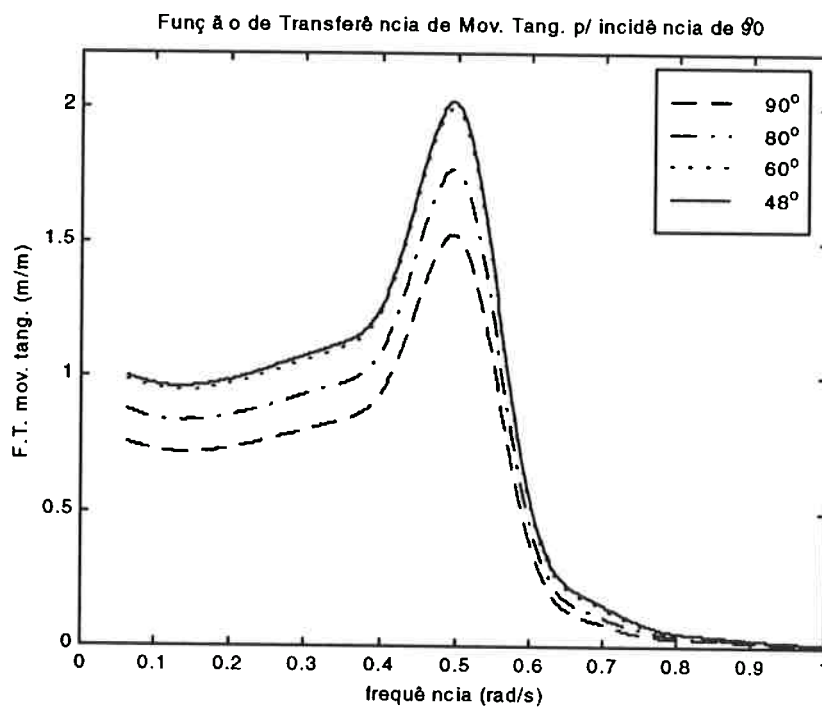
as Funções de Transferência de movimentos tangentes para quatro valores representativos dos ângulo de chegada ( $90^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $48^\circ$ ).



**Figura 4.2 - Função de transferência de movimentos tangentes para incidência de ondas à  $180^\circ$**



**Figura 4.3 - Função de transferência de movimentos tangentes para incidência de ondas à  $135^\circ$**



**Figura 4.4 - Função de transferência de movimentos tangentes para incidência de ondas à 90°**

As correntes oceânicas típicas da baía de Campos-RJ apresentam grandes valores de amplitudes na superfície e uma inversão de sentido para grandes profundidades, resultado do encontro de correntes geostóricas ocasionado pelas grandes declividades do solo na região. Para efeito de estudo, foi adotado um perfil planificado que é apresentado na Tabela 4.2. Os valores da corrente são obtidos através da multiplicação do coeficiente tabelado pelo valor da corrente na superfície, 1,57m/s.

Profundidade (m)	Coefficiente $\chi_c(z)$
0	1
20	0,83
60	0,83
250	0,26
300	0,14
400	-0,11
500	-0,28
910	-0,25

**Tabela 4.2 - Perfil de corrente adotado**

### 4.3 CASOS SIMULADOS

Tendo em vista o que foi acima apresentado, os seguintes casos foram simulados e comparados:

Linha oceânica	Arquivo	Incidência de ondas ao VLCC	Ângulo da linha c/ horizontal	Altura significativa de onda (m)	Corrente Oceânica
Rígido	R9060S5a	90°	60°	9	Não
	R9060C5a	90°	60°	9	Sim
	R9073S5a	90°	73°	9	Não
	R9073C5a	90°	73°	9	Sim
Linha de amarração	C1850S4a	180°	50°	8	Não
	C1853S1a	180°	53°	5	Não
	C1853S6a	180°	53°	10	Não
	C1853C6a	180°	53°	10	Sim
	C1853S0a	180°	53°	15	Não
	C9058S6H <sup>1</sup>	90°	58,5°	10	Não
	C1863S6a	180°	63°	10	Não
	C1365S6a	135°	65°	10	Não
Flexível	F9078S5a	90°	78°	9	Não
	F9078S7a	90°	78°	11	Não
	F9080S6a	90°	80°	10	Não
	F9083S6a	90°	83°	10	Não
	F9085S6T <sup>1</sup>	90°	85°	10	Não

**Tabela 4.3 – Quadro resumo dos casos simulados**

<sup>1</sup> Em todos os casos analisados se considerou um “turret” instalado em 20% do comprimento do navio à vante da seção mestra ( $a/L=0.2$ ), excetuando-se esse último caso, onde foi considerado um “turret” em  $a/L=0.4$ .

#### 4.4 TRATAMENTO NUMÉRICO

Os dezessete casos listados na Tabela 4.3 foram analisados numericamente com auxílio do programa ORCAFLEX™. Tendo em vista a frequência de corte de Nyquist e que a máxima frequência imposta é de  $2\omega_p = 1,37$  rad/s, correspondendo a um período de 4,58s, a taxa de amostragem foi tomada como 1Hz. Para alguns dos estudos, no entanto foram utilizadas taxas de amostragem de até 4Hz.

O tempo de simulação é um parâmetro de fundamental importância, principalmente ao se considerar que a taxa de ocorrência de valores de máximos extremos é uma das principais variáveis a serem determinadas. Um estado de mar é usualmente estacionário para um período de 3hs e, portanto, as simulações deveriam cobrir esse período.

Simulações com 3hs de duração são, no entanto, impraticáveis computacionalmente com o uso da ferramenta escolhida. No contexto desse trabalho, foram realizadas, em geral, simulações de 20 minutos. Casos isolados, com simulações em maiores períodos de tempo, foram considerados com o intuito de alguma verificação adicional. Certamente análises sob períodos mais longos, ou estatísticas tomadas por médias de resultados de várias simulações, levariam a maior estacionariedade dos parâmetros estatísticos e, por conseguinte, maior confiabilidade da comparação. A princípio julgou-se que análises baseadas em 20 minutos de simulações seriam suficientes. O que se percebeu posteriormente foi que, em alguns casos, dos quais nem todos serão apresentados, existiam picos muito altos de tração, isolados nas simulações,

o que indicou a necessidade de simulações mais longas. Em casos onde tal fato não acontecia, simulações mais longas não levaram a alterações estatísticas.

Em cada caso simulado as seguintes “saídas” foram armazenadas para posterior tratamento (sendo  $T_R$  o tempo total de simulação):

a) Posição  $U(t)$  do ponto de suspensão

$$\{U(t_k); k = 1, 2, \dots, N (t_k = k \cdot \Delta t); \Delta t = N/T_R\}$$

b) Tração total  $T(s,t)$  no ponto  $s$  do cabo

$$\{T(s,t_k); k = 1, 2, \dots, N (t_k = k \cdot \Delta t); \Delta t = N/T_R\}$$

c) desvio padrão da tração  $T(s,t)$  ao longo do comprimento suspenso

$$\{\sigma[T(s,t)]; j = \text{nós da linha}\}$$

O seguinte roteiro foi seguido para tratar os dados obtidos numericamente:

i) A partir da série temporal  $\{T(s,t_k); k = 1, 2, \dots, N (t_k = k \cdot \Delta t); \Delta t = T_R\}$

determina-se

$$\tau(s,t_k) = \frac{T(s,t_k) - \langle T(s,t) \rangle}{\sigma(T(s,t))}; \text{ (tração dinâmica normalizada pelo desvio padrão)}$$

ii) Com  $T_R = 1200$  s determina-se a série de Fourier ( $J = (2\omega_p) \cdot T_R/2\pi$ )

$$\tau(s,t) = \sum_{j=0}^J \tau_j(s) \cdot \cos(\omega_j t + \varphi_j); \omega_j = j \cdot \frac{2\pi}{T_R} .$$

Deve ser observado que a tração dinâmica é *filtrada* para valores da frequência acima da frequência de corte, a qual é calculada multiplicando um parâmetro pela frequência de pico do espectro de movimentos. Esse parâmetro de corte foi tomado como variável de maneira a estudar sua influência, sendo os resultados deste estudo apresentados no Anexo B. Para os resultados apresentados no presente capítulo utilizou-se sempre o valor de 2, o que normaliza a apresentação e é consistente com a frequência de corte adotada para o espectro de potência de mar. O objetivo dessa filtragem está também associado a dificuldades de modelagem do amortecimento estrutural, inabilidade inata da ferramenta numérica utilizada.

Assim, evitam-se oscilações espúrias de alta frequência que não devem estar presentes num caso real, e que não foram observadas em experimentos físicos já realizados (ver item 2.1);

iii) Valores da envoltória do sinal são determinados,

$$r(t_k; s) = \left[ \left( \sum \tau_j(s) \cdot \cos(\omega_j t_k + \varphi_j) \right)^2 + \left( \sum \tau_j(s) \cdot \sin(\omega_j t_k + \varphi_j) \right)^2 \right]^{1/2};$$

$$t_k = k \cdot \Delta t, k = 1, 2, \dots, N;$$

iv) Sendo  $\Delta r = 0.10$ ;  $r_j = j \cdot \Delta r$ ,  $j = 1, 2, \dots, 40$  determina-se o número  $N_j$  definido por

$N_j =$  número de valores de  $\{r(t_k; s); k=1, 2, \dots, N\}$  no intervalo

$$r_j - \frac{\Delta r}{2} \leq r(t_k; s) < r_j + \frac{\Delta r}{2};$$

v) Estima-se numericamente a densidade  $p_E(r; s)$  pela expressão

$$p_{E(\text{exp})}(r_j; s) \cong \frac{N_j}{N} \cdot \frac{1}{\Delta r}.$$

A densidade  $p_{E(\text{exp})}(r_j; s)$  assim calculada pode ser comparada com a densidade de probabilidade *analítica*  $p_E(r; s)$  determinada na seção precedente.



## 4.5 RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÃO

Antes de iniciar a apresentação de resultados faz-se importante discutir um ponto específico que não fora explicitado quando da pré-seleção dos casos a serem simulados. A formulação assintótica para tração dinâmica tem apresentado bons resultados, com relação a experimentos físicos e com relação a resultados de programas como Orcaflex, Cable e Anflex, num certo contexto. Esse contexto está associado à magnitude do valor da tração dinâmica quando comparada com a tração estática. Quando a tração dinâmica é muito menor do que a tração estática (em torno de 20 vezes menor, mas variável com cada linha) não há concordância de resultados entre nenhum dos três softwares nem tampouco da fórmula assintótica (ver, por exemplo, Figura 4.25 que compara dois softwares distintos). Nesses casos, é razoável que não haja concordância já que, nas equações de equilíbrio, os termos dinâmicos são parcelas pouco significativas, de mesma ordem de magnitude, misturando-se com oscilações numéricas espúrias ou erros de arredondamento.

É importante ainda notar que esses casos de falha de previsão assintótica são justamente casos de pouca ou nenhuma significância do ponto de vista de projeto por razões óbvias: nesses casos, quem define a viabilidade é o nível de tração estática e não existe limite de vida útil associado à falha por tração.

Um dos critérios de escolha de casos, como foi apresentado acima, estava justamente associado a diferenças significativas entre a distribuição de probabilidades prevista e a distribuição de Rayleigh. Quando a tração dinâmica é pequena, a formulação falha e é razoável que a distribuição prevista fuja de resultados numéricos

bem como da aproximação de distribuição por Rayleigh. Assim, dentre o conjunto de casos escolhido, aqueles nos quais a linha está muito tracionada, levando a altos valores de tração estática, ou aqueles correspondentes a baixas alturas significativa de ondas e tração dinâmica de pequeno valor, são casos onde não se espera concordância. Esta expectativa foi confirmada.

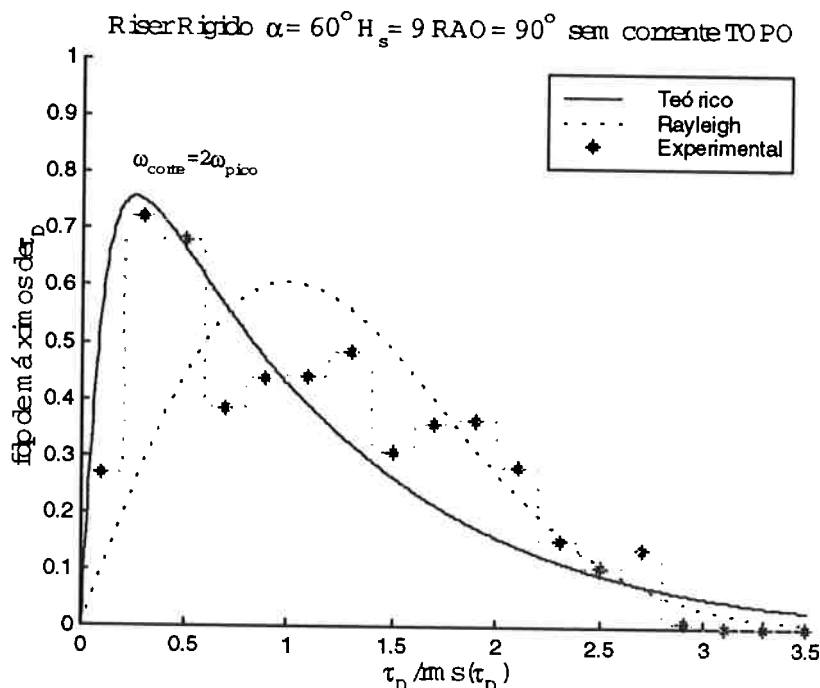
Uma vez ressaltado esse fato, foram tomados os casos onde a concordância mostrava-se ruim, e elevada a amplitude de excitação, através da altura significativa de onda, e resultados passaram a apresentar melhor concordância com as previsões analíticas.

A leitura da presente seção tornar-se-ia por demais exaustiva se aqui fossem apresentados todos os resultados obtidos nas simulações numéricas realizadas. A opção que se faz é a de apresentar alguns resultados considerados significativos e que auxiliam na compreensão da adequabilidade da fórmula proposta, dentro de seu contexto de validade.

A apresentação é iniciada com os risers rígidos. A Figura 4.5a apresenta a curva de densidade de probabilidade de máximos de tração dinâmica, normalizada pelo desvio padrão, tomada na região do TOPO de um riser rígido sob o ângulo de lançamento de  $60^\circ$ .

A distribuição de Rayleigh segue a curva de linhas pontilhadas e fornece o pano de fundo para a comparação. Essa última curva seria resultado de resposta linear da tração dinâmica com a entrada Gaussiana, que em geral não ocorre. A curva teórica

proposta nesse trabalho é apresentada em linha cheia. Os pontos obtidos através de simulações de modelos discretos são apresentados em asteriscos como pontos intermediários da análise histográfica.



**Figura 4.5a - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica no topo**  
**Caso: riser rígido; Incidência:  $90^\circ$ ;  $\sigma_U$  (mov. tang.) = 2.24m**  
**Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo:  $60^\circ$ ;  $H_s$ : 9m; TOPO**  
 $\sigma_{\tau_{Orc. \text{ não filtrado}}} = 259\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau_{Orc. \text{ filtrado}}} = 243\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau_{Orc. \text{ cor.}}} = 309\text{kN}$   $\sigma_{\tau_{Teórico}} = 339\text{kN}$ .

Os valores de desvio padrão da tração dinâmica, obtidos analítica e numericamente, não são idênticos. Em se tratando das curvas de distribuição de probabilidades, optou-se por apresentá-las, cada uma delas, normalizadas pelo seu próprio desvio padrão, o que permite uma visão mais clara da concordância ou não da distribuição prevista teoricamente com aquela obtida numericamente. Como, nessas curvas, utiliza-se a série temporal filtrada, o desvio padrão teórico utilizado na sua normalização é aquele **calculado sobre a série filtrada**. Dessa maneira, aquele valor apresentado no título da Figura 4.5a (243kN) nem sempre traduz uma medida associada

à amplitude média do sinal. Neste caso apresentado, existe compressão dinâmica até mesmo no topo e este fato altera a medida. Oportunamente será discutida a maneira ideal de cálculo do desvio padrão como medida da amplitude “significativa” do sinal. Por hora é importante saber que o valor correto para comparação com a previsão teórica seria de 309kN, o que está mais próximo da sua previsão de 339kN. Convencionou-se chamar esse valor de desvio padrão “corrigido”.

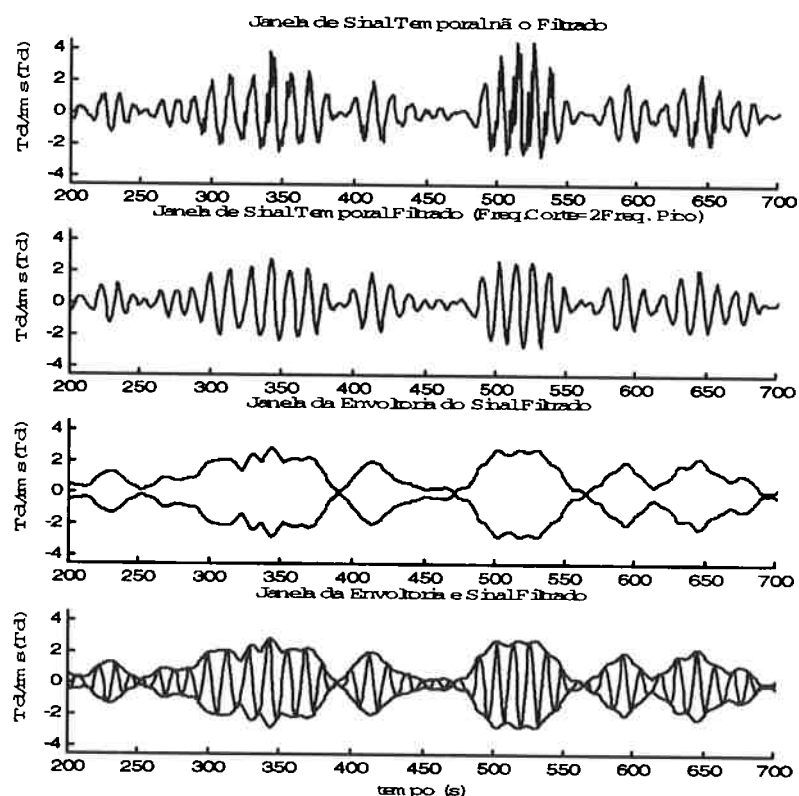
Existe ainda um terceiro valor de desvio padrão, que é aquele calculado para a série não filtrada. Esse valor é o que foi utilizado para normalizar valores extremos, e consta sempre da legenda. Essa discussão, por envolver pontos um pouco mais elaborados, será desenvolvida no final do capítulo quando ter-se-á uma melhor compreensão global dos resultados.

A análise da Figura 4.5a mostra uma concordância boa da distribuição prevista teoricamente e daquela obtida experimentalmente, no que se refere a recuperar o pico de probabilidades para pequenos valores de tração dinâmica. Existe um relativo desvio para valores intermediários de tração dinâmica ( quando a tração dinâmica normalizada apresenta valores em torno de 1,5), e esse desvio diz respeito à existência de compressão dinâmica e será explicado oportunamente. O desvio com relação à distribuição de Rayleigh é grande e justifica o desenvolvimento de melhores ferramentas para projeto.

Para a obtenção dos valores numéricos, neste caso, foi utilizada uma frequência de corte no filtro passa baixa de duas vezes a frequência de pico do espectro de movimento, bem como uma frequência de corte no filtro passa alta de meia frequência

de pico do mesmo espectro. No Anexo B, onde é apresentada a mesma curva com diferentes valores de corte, observa-se a pequena influência do filtro nesse caso.

A visualização da série temporal filtrada, em uma janela de tempo da simulação completa, ilustra o texto. Na Figura 4.5b é também apresentada a envoltória do sinal filtrado, sobre a qual se faz a estatística para os resultados numéricos. Ali se percebe que a envoltória, tem de fato frequência média baixa com relação à frequência média da tração e que o nível de ruídos de alta frequência é também baixo, sendo anulado pela filtragem. Oscilações de baixa frequência não são perceptíveis.



**Figura 4.5b** – Série temporal da tração dinâmica antes e depois da filtragem; envoltória da tração filtrada

**Caso:** riser rígido; **Incidência:**  $90^\circ$   
**Ângulo de topo:**  $60^\circ$ ;  **$H_s$ :** 9m; **TOPO**

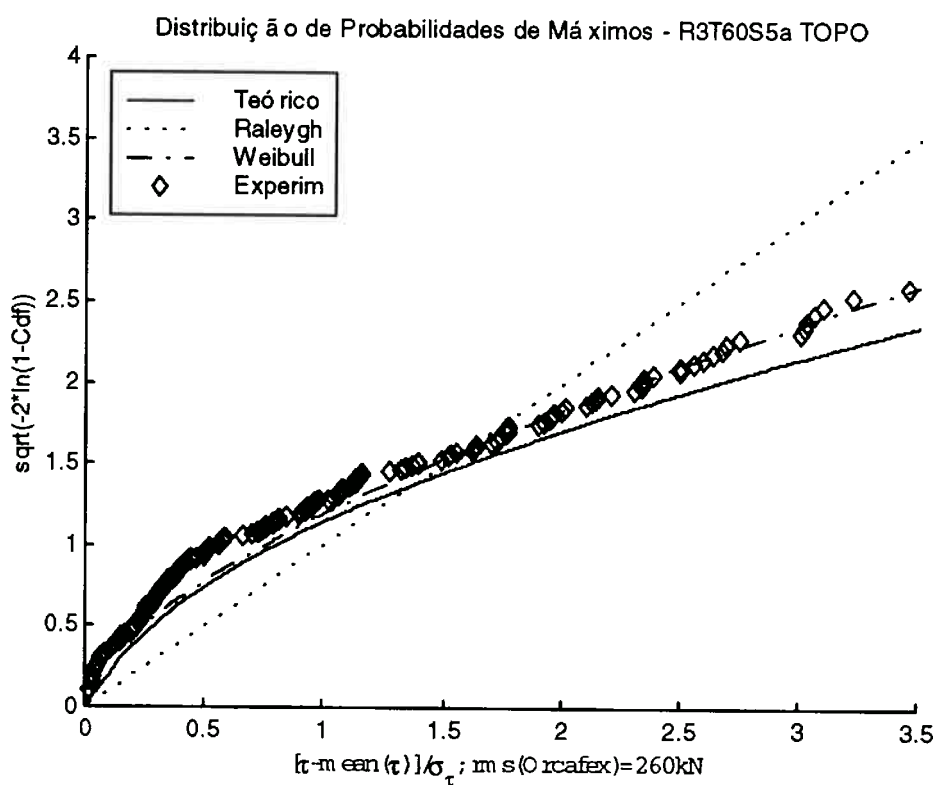
A análise estatística de máximos de tração dinâmica é de grande interesse na determinação da probabilidade de ocorrência de máximos extremos, quando se busca atribuir possibilidades de falha abrupta, associadas a ocorrência de valores da variável acima de determinado limite, como o de resistência do material, por exemplo. Tratando-se de taxas de ocorrências de extremos, a distribuição do tipo Weibull tem se mostrado uma boa estimativa quando aplicada a fenômenos correlacionados ao comportamento dinâmico de sistemas oceânicos (ver Zurita<sup>(35)</sup>).

Usualmente, no projeto de linhas, a probabilidade de ocorrência de extremos é analisada através da simulação no domínio do tempo seguida da coleta de valores máximos. A partir daí, se faz uma análise de tendência de valores extremos com o ajuste, por mínimos quadrados, de uma distribuição de Weibull aos pontos experimentais que tenham amplitude acima de um determinado nível. Nesse trabalho, este nível ficou estabelecido como o limite a partir do qual os máximos tenham valores pertencentes ao conjunto de 1/3 das maiores amplitudes. A curva de Weibull tem a forma de uma expressão do tipo  $P_{\tau}(k, \nu) = 1 - e^{-\left(\frac{\tau}{\nu}\right)^k}$ , sendo  $P_{\tau}(k, \nu)$  a probabilidade de ocorrência de valores inferiores a  $\tau$ .

A Figura 4.5c apresenta essa distribuição no caso em questão. A escala nessa curva é definida de tal modo que a relação entre o sinal normalizado,  $\tau / \sigma(\tau)$ , e os valores em ordenadas seja uma reta de declividade unitária para uma distribuição tipo Rayleigh. Assim, a leitura de valor igual a “y” em ordenadas, para um dado valor de sinal, significa que a probabilidade acumulada correspondente a este valor normalizado é dado por:  $Cdf = 1 - e^{-\frac{y}{2}}$ .

Na mesma curva estão apresentados:

- os pontos advindos da análise numérica;
- a curva correspondente à formulação analítica para a distribuição de máximos de tração dinâmica;
- uma curva obtida por ajuste sobre a função de Weibull;
- a curva correspondente a uma distribuição de Rayleigh.



**Figura 4.5c** – Probabilidade acumulada de máximos extremos  
**Caso:** riser rígido; **Incidência:** 90°  
**Ângulo de topo:** 60° ; **H<sub>s</sub>:** 9m; **TOPO**

A curva de distribuição de probabilidades, semelhante a Figura 4.5a , é importante por apresentar justamente a densidade de probabilidades em toda a faixa de valores da tração dinâmica normalizada, permitindo, através de uma visão ampla, a verificação da teoria proposta com as análises numéricas. Por outro lado, a curva de probabilidades

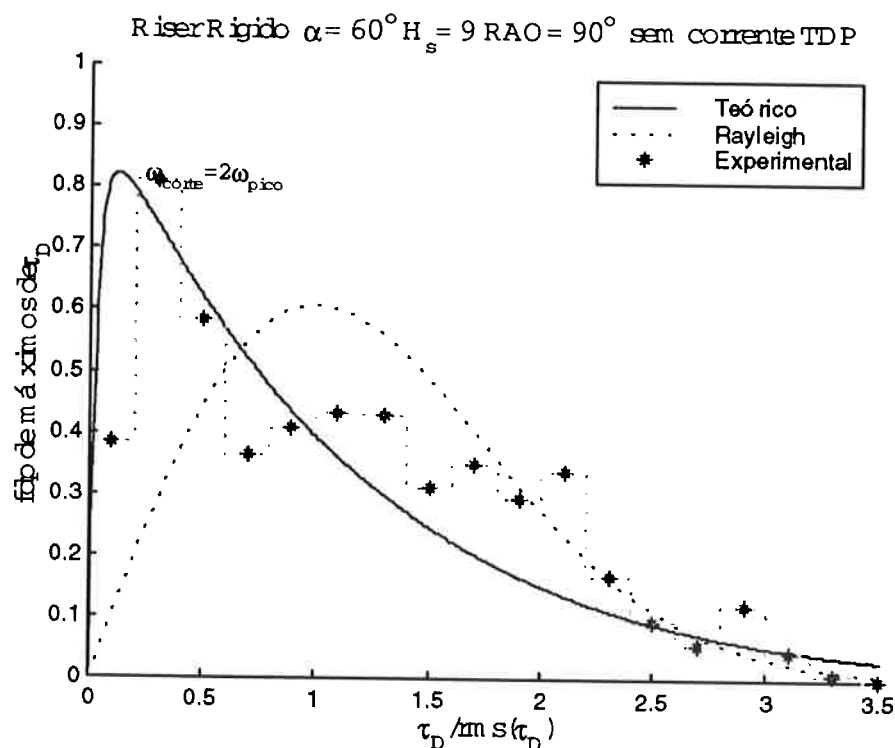
acumuladas para valores extremos, semelhante a Figura 4.5c , é importante por permitir a análise na região de valores extremos, tendo em vista a escala logarítmica utilizada para a probabilidade acumulada, ponto fundamentalmente importante no projeto. Dessa maneira as duas curvas serão sempre apresentadas simultaneamente.

Ainda com relação à diferença entre essas duas curvas, aquela numérica da Figura 4.5a é calculada a partir da envoltória do sinal de tração, enquanto que a curva numérica da Figura 4.5c é calculada a partir dos seus máximos locais. Isso faz com que a aderência Analítica x Modelo Discreto possa parecer diferente num mesmo caso, mais notadamente quando ocorre alguma “falha” do processo via envoltória, o que ficará claro no decorrer do texto (como nos casos onde existe compressão dinâmica).

Na análise da Figura 4.5c , nota-se a boa concordância dos valores extremos obtidos numericamente com a previsão analítica, e a própria concordância da previsão analítica com a curva de Weibull ajustada. Para a tração dinâmica normalizada excedendo o valor de 3.3 a curva analítica prevê uma probabilidade de 7,6% e a análise numérica, com o auxílio da curva ajustada, prevê uma probabilidade de 4,32%. Se a análise fosse feita com base na distribuição de Rayleigh essa probabilidade seria de 0,4% e o projeto estaria subdimensionado.

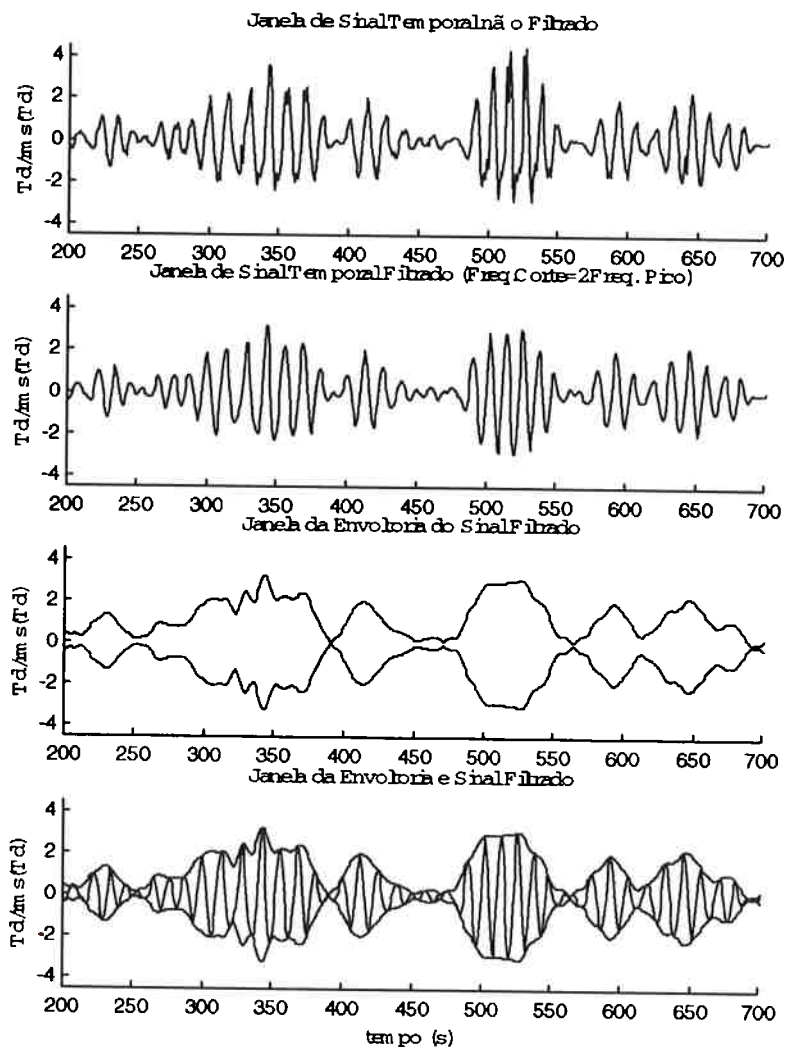
A tração dinâmica no TDP também foi analisada em cada um dos casos simulados. Em geral a aderência entre os modelos analítico e numérico é maior na região do TOPO. As figuras seguintes apresentam os resultados relativo ao TDP, para o mesmo caso introdutório, um riser rígido sob ângulo de lançamento de 60°, excitado por um mar de altura significativa de 9m.





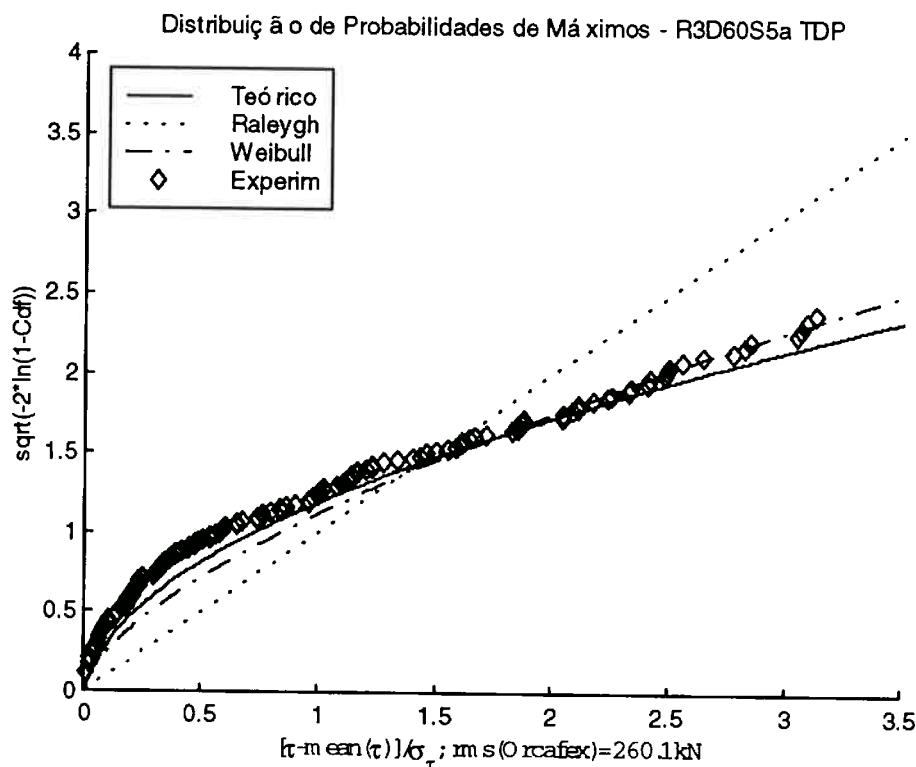
**Figura 4.6a** - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica  
**Caso:** riser rígido; **Incidência:**  $90^\circ$ ;  
**Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo:**  $60^\circ$ ;  $H_s$ : 9m; TDP  
 $\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 260 \text{ kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 251 \text{ kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. cor.}} = 311 \text{ kN}$   $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 338 \text{ kN}$ ;

A série temporal de tração dinâmica normalizada, apresentada na Figura 4.6b, mostra a ocorrência de compressão dinâmica no TDP pela sua assimetria com relação ao zero. No final do capítulo esse ponto será discutido em detalhes.



**Figura 4.6b** – Série temporal da tração dinâmica antes e depois da filtragem; envoltória da tração filtrada

**Caso:** riser rígido; **Incidência:**  $90^\circ$   
**Ângulo de topo:**  $60^\circ$ ;  $H_s$ : 9m; TDP



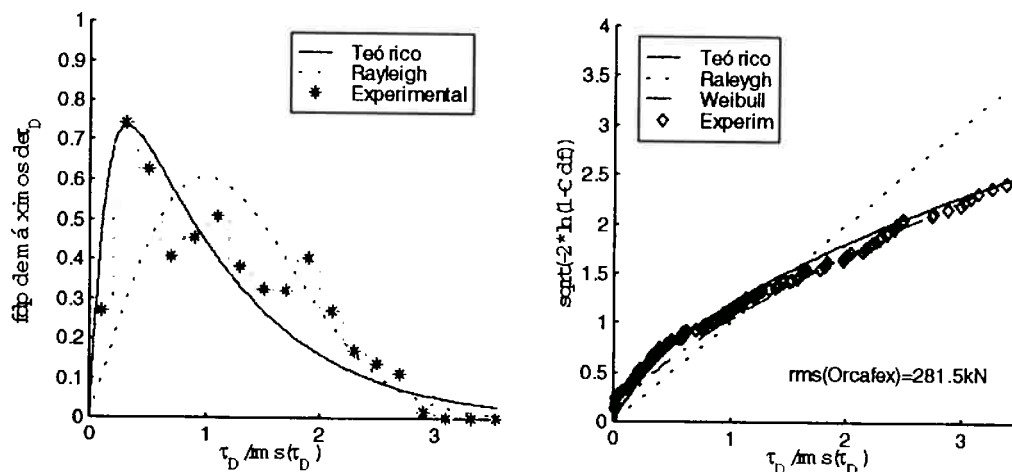
**Figura 4.6c – Probabilidade acumulada de pontos extremos**  
**Caso: riser rígido; Incidência: 90°**  
**Ângulo de topo: 60° ; H<sub>s</sub>: 9m; TDP**

Outra vez a formulação analítica prevê com melhor fidedignidade a probabilidade de valores extremos, quando comparada à previsão efetuada através da distribuição de Rayleigh. A probabilidade de excedência do mesmo valor de tração dinâmica normalizada de 3.3 é, segundo a distribuição de Rayleigh de 0,43%, contra o valor analítico de 7,7% e daquele obtido pelo ajuste de Weibull de 5,4%. Novamente, neste caso, o valor analítico, embora ligeiramente conservador, garante maior segurança ao projeto. Mas isso nem sempre acontece.

A principal não-linearidade do problema no que tange à determinação da tração dinâmica em linhas está associada ao fato de o amortecimento fluido sofrer alteração de sentido durante o ciclo dinâmico, conforme o escoamento relativo ortogonal à linha

muda de direção. A presença de uma corrente oceânica tende a aumentar o tempo em que forças dessa natureza têm sinal constante e, com isso, tende a linearizar a resposta dinâmica. A linearização do comportamento da tração dinâmica com relação ao movimento imposto leva a distribuição de máximos mais próxima daquela do tipo de Rayleigh. Isso pode ser observado, ainda que tenuamente nesse instante, quando o mesmo caso é simulado com a presença de corrente oceânica, o que é apresentado a seguir. Note-se que a posição do sistema flutuante não foi alterada, o que descaracterizaria a influência exclusiva da corrente. Tal fato, no entanto, leva a uma alteração da configuração estática e do ângulo no topo.

As figuras 4.7 (a, b) e 4.8 (a, b) apresentam os resultados, respectivamente, junto ao TOPO e ao TDP.



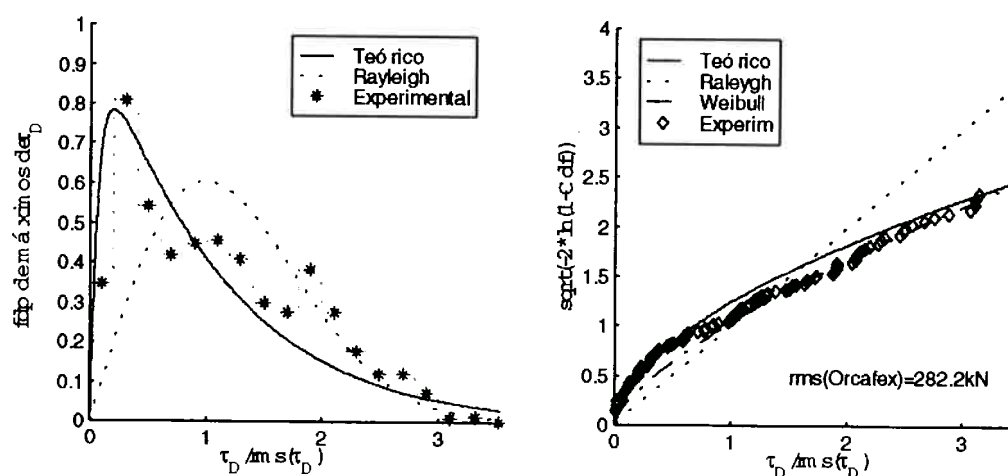
**Figura 4.7 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**  
**Caso:** riser rígido; **Incidência:** 90°; **H<sub>s</sub>:** 9m; **TOPO;**  $\sigma_U$  (mov. tang.) = 2.30m  
**Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo: 63° Corrente oceânica presente;**  
 $\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 280\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 262\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. cor.}} = 354\text{kN}$   $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 329\text{kN}$ ;

$P_r(\tau > 3,3)$	Análítico	Numérico	Rayleigh
<b>TOPO</b>	5,5%	5,6%	0,43%
<b>TDP</b>	5,5%	6,01%	0,43%

**Tabela 4.4** – Probabilidade de valores extremos superiores  $P_r(\tau > 3,3)$

**Caso:** riser rígido; **Incidência:** 90°; **H<sub>s</sub>:** 9m;

**Ângulo de topo:** 63°



**Figura 4.8 (a, b)** - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos

**Caso:** riser rígido; **Incidência:** 90°; **H<sub>s</sub>:** 9m; **TDP**

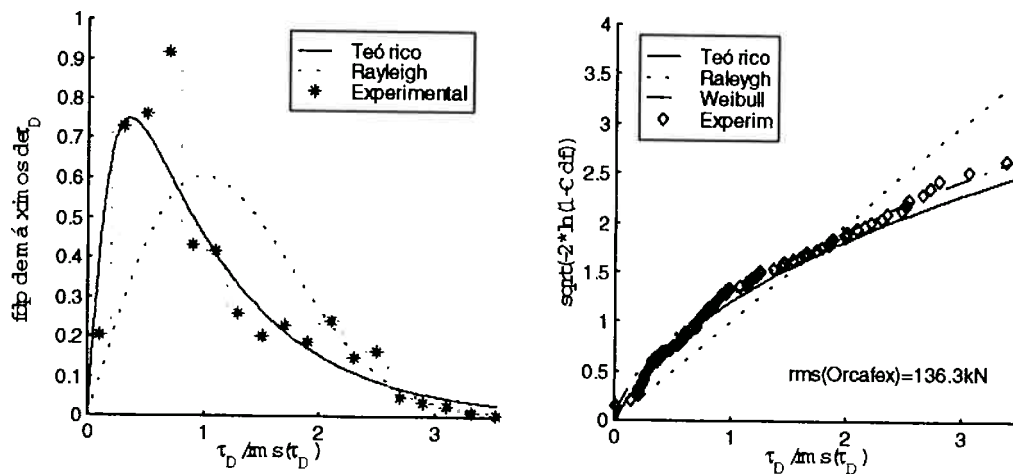
**Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo: 63° Corrente oceânica presente;**

$\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 280 \text{ kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 269 \text{ kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. cor.}} = 363 \text{ kN}$   $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 328 \text{ kN}$ ;

A Tabela 4.4 mostra uma previsão analítica de probabilidade de valores extremos em grande consonância com os resultados numéricos, analisados com o auxílio de uma curva de Weibull. A distribuição estatística analítica, no TOPO e no TDP, acompanha bem o histograma de máximos experimentais. Mais uma vez, existe uma divergência em torno do valor de tração dinâmica normalizado ( $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 281 \text{ kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orcaflex}} = 328 \text{ kN}$ ), que será explicado oportunamente e está associado a ocorrência de compressão dinâmica. A ocorrência de compressão leva a uma falha do método estatístico de análise de resultados numéricos via técnica de envoltória. O valor do desvio padrão do sinal resulta mascarado, deixando de traduzir um valor associado à média do sinal em torno

da tração estática, bem como mascara a curva de distribuição estatística baseada na técnica de envoltória. Com relação à curva de probabilidade de máximos de tração dinâmica este fato não acontece, daí a melhor concordância dessa curva com relação à anterior na Figura 4.8 (a, b) .

O mesmo riser foi analisado sob o ângulo estático no topo de  $73^\circ$  . Quando, nessa configuração, atua corrente oceânica o ângulo sobe a  $77^\circ$  . Os resultados são apresentados a seguir.

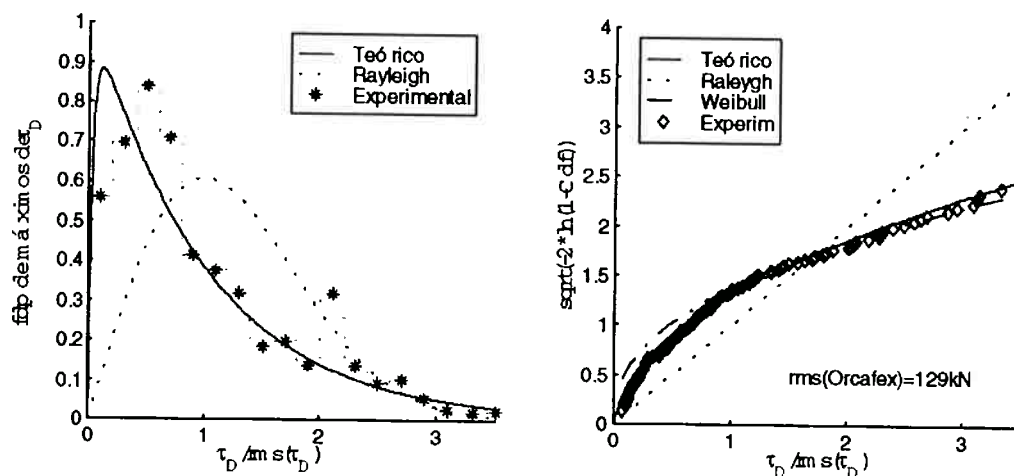


**Figura 4.9 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**

**Caso: riser rígido; Incidência:  $90^\circ$ ;  $H_s$ : 9m;  $\sigma_U$  (mov. tang.)  $\approx 2.47$ m**

**Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo:  $73^\circ$ ; TOPO**

**$\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 145\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 136\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. cor.}} = 187\text{kN}$   $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 158\text{kN}$ ;**



**Figura 4.10 (a, b)** - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos

**Caso:** riser rígido; **Incidência:**  $90^\circ$ ;  **$H_s$ :** 9m; **TDP**

**Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo:  $73^\circ$**

$\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 128 \text{ kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 122 \text{ kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. cor.}} = 155 \text{ kN}$   $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 147 \text{ kN}$ ;

$P_{\tau}(\tau > 3,3)$	Analítico	Numérico	Rayleigh
<b>TOPO</b>	5,5%	3,5%	0,43%
<b>TDP</b>	5,5%	7,2%	0,43%

**Tabela 4.5** - Probabilidade de valores extremos superiores  $P_{\tau}(\tau > 3,3)$

**Caso:** riser rígido; **Incidência:**  $90^\circ$ ;  **$H_s$ :** 9m;

**Ângulo de topo:  $73^\circ$**

Conforme discutido anteriormente, um deslocamento imposto à extremidade suspensa, leva a linha a se acomodar de maneira a absorvê-lo, de duas formas distintas:

- (i) geometricamente, quando a curvatura ao longo da linha se altera, ou (ii) elasticamente, através de deformação axial.

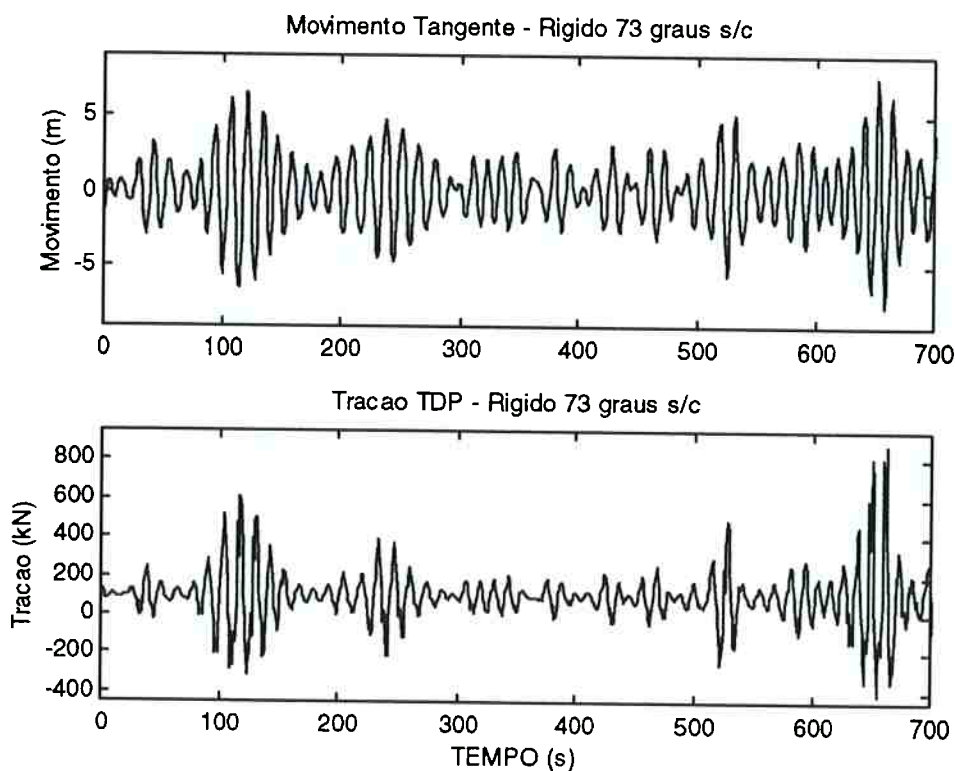
As duas formas trabalham concomitantemente. Assim, quando a linha tem uma configuração estática tendendo à vertical, como um riser flexível, a rigidez geométrica é muito menor que a elástica e é, portanto, através de variações de forma que a linha se

ajusta ao deslocamento. Se, no outro extremo, a linha está bastante tracionada, a rigidez geométrica é grande e comparável à rigidez elástica. Nesse caso, o deslocamento é absorvido tanto por uma deformação elástica como por uma alteração de configuração. No limite de alta frequência a linha se “congela” e todo o movimento imposto é absorvido elasticamente.

Quem controla esse comportamento é justamente o parâmetro  $\Lambda$ , introduzido no Capítulo 2, que fornece um valor proporcional à relação entre rigidez elástica e geométrica. Associada diretamente à rigidez do sistema está a frequência reduzida  $\Omega_U$ . Quando  $\Lambda \gg 1$ , e portanto  $\Omega_U \ll 1$ , a linha opera frouxa, como no caso em foco. Aí a não-linearidade é grande e a amplitude da tração dinâmica depende, grosso modo, do quadrado da amplitude de movimento.

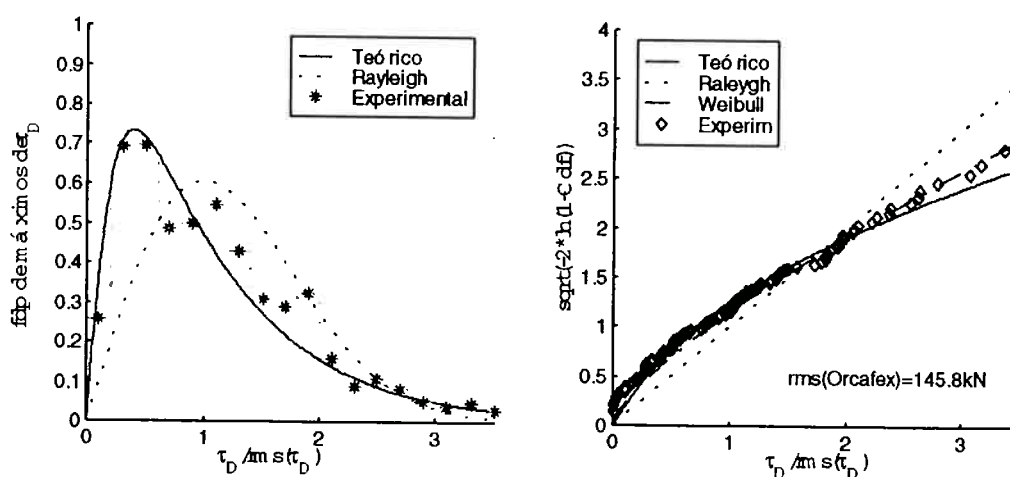
Nesses casos é de se esperar maiores probabilidades associadas a pequenos valores de tração dinâmica, já que existe uma distorção da saída com relação à entrada, e a distribuição teórica cresce mais rapidamente que a curva de Rayleigh, como mostra a análise da Figura 4.10. Esse comportamento fica evidente na comparação da série temporal da tração com a série temporal do movimento. Na Figura 4.11 estão desenhadas essas duas séries temporais. Nota-se, ali, a dependência não linear na forma da amplitude elevada a um expoente maior que 1, reduzindo valores pequenos e amplificando valores elevados.





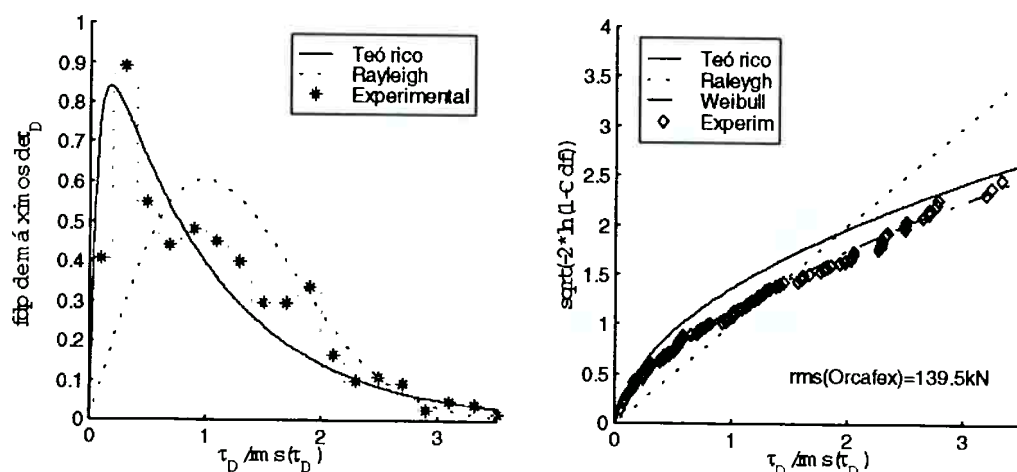
**Figura 4.11 – Relação entre tração dinâmica e movimento**

Em seguida, apresentam-se as curvas de distribuição de probabilidades referentes ao mesmo caso.



**Figura 4.12 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**

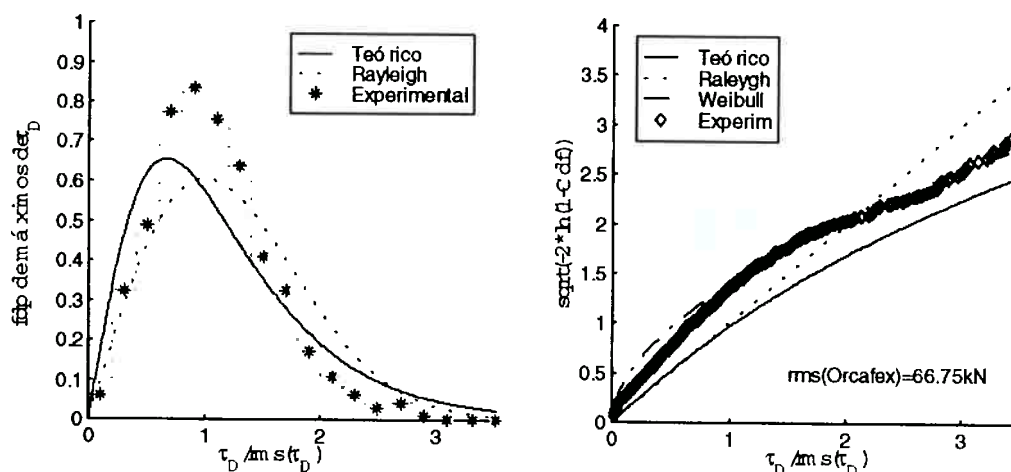
**Caso:** riser rígido; **Incidência:** 90°; **H<sub>s</sub>:** 9m; **TOPO;**  $\sigma_U$  (mov. tang.) = 2.51m  
**Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo: 77° Corrente oceânica presente;**  
 $\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 139\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 133\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. cor.}} = 187\text{kN}$   $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 144\text{kN}$ ;



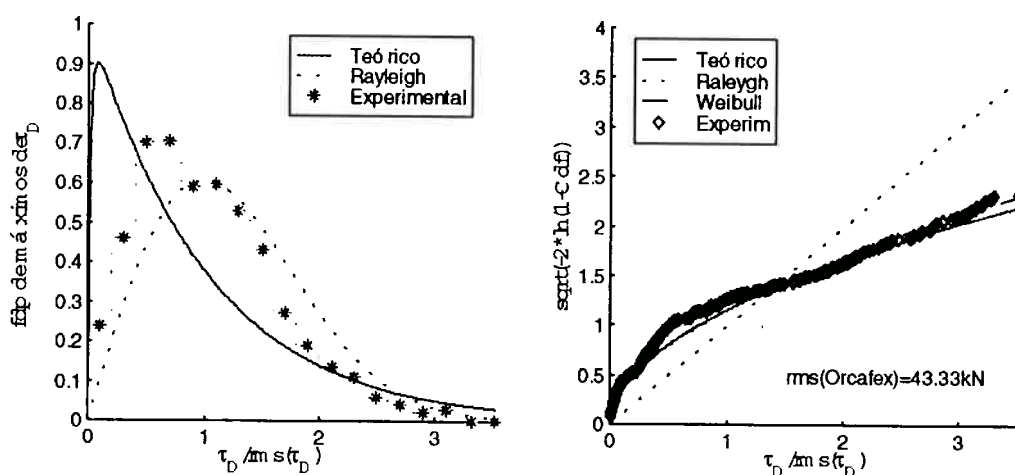
**Figura 4.13 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**  
**Caso: riser rígido; Incidência: 90°; H<sub>s</sub>: 9m; TDP**  
**Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo: 77° Corrente oceânica presente;**  
 $\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 139\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 133\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. cor.}} = 187\text{kN}$   $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 144\text{kN}$ ;

Os resultados no TDP têm, em geral, uma concordância ligeiramente melhor, mais notadamente com relação a valores extremos, o que não acontece nesse último caso. Mais uma vez, nas curvas de distribuição de probabilidade pode-se notar, em todos os casos até agora apresentados, uma incidência um pouco mais elevada de valores de tração dinâmica normalizada do que aquela prevista analiticamente, em torno de 1,7-2,0. Esse ponto será abordado no item 4.5.1.

Voltando agora a análise em direção aos risers flexíveis, altera-se a configuração estática para ângulos de topo mais elevados, em torno de 85°, característica de instalação desses elementos. Observam-se, ainda, boa concordância no TOPO, e mais notadamente, no TDP.



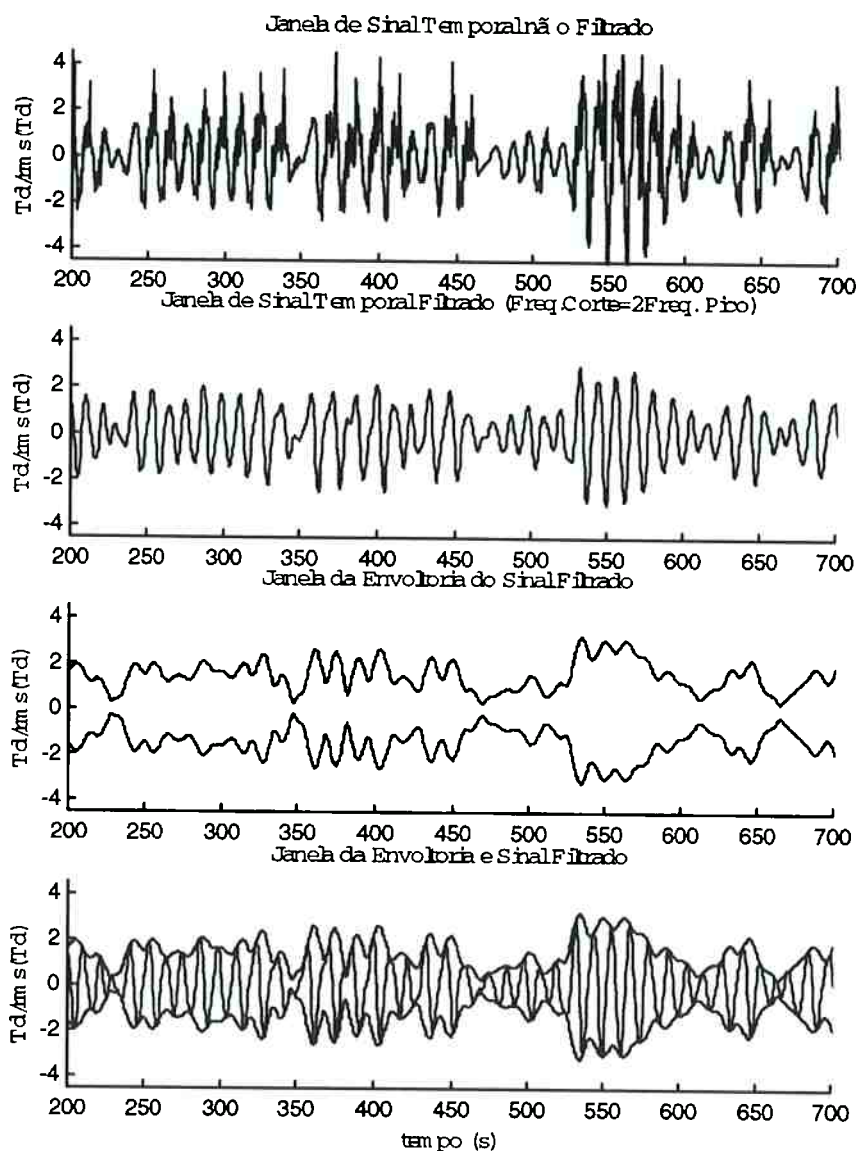
**Figura 4.14 (a, b)** - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos  
**Caso:** riser flexível; **Incidência:**  $90^\circ$ ;  **$H_s$ :** 10m; **TOPO**  
**Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo:**  $85^\circ$ ;  $\sigma_U$  (mov. tang.) = 3.45m  
 $\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 66 \text{ kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 56 \text{ kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. cor.}} = 78 \text{ kN}$   $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 84 \text{ kN}$ ;



**Figura 4.15 (a, b)** - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos  
**Caso:** riser flexível; **Incidência:**  $90^\circ$ ;  **$H_s$ :** 10m; **TDP**  
**Compressão dinâmica = sim; Ângulo de topo:**  $85^\circ$   
 $\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 43 \text{ kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 37 \text{ kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. cor.}} = 63 \text{ kN}$   $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 62 \text{ kN}$ ;

As séries temporais de resposta destes casos apresentam fortes componentes de altas frequências, tanto no TDP como no TOPO, como mostra a Figura 4.16 . Como

será discutido no final do capítulo, casos que apresentam compressão dinâmica não são processos de banda estreita e é por isso que a análise da Figura 4.15(a), construída a partir da envoltória, não mostra uma concordância tão boa quanto aquela da Figura 4.15 (b) que é construída apenas a partir dos valores de máximos locais. A hipótese que fundamenta a análise via envoltória é a pequena largura de banda do sinal.

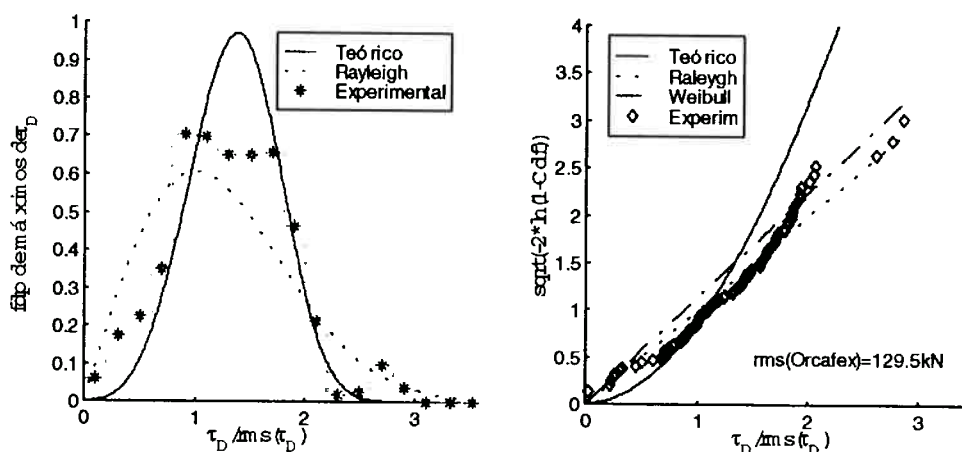


**Figura 4.16** – Série temporal da tração dinâmica antes e depois da filtragem; envoltória da tração filtrada  
**Caso:** riser flexível; **Incidência:** 90°; **H<sub>s</sub>:** 10m; **TOPO**  
**Ângulo de topo:** 85°

Alguns dos casos de linhas de amarração simulados são os que apresentaram maiores discordâncias entre previsão analítica e resultados numéricos, principalmente com relação à probabilidade de valores extremos. Isto ocorre porque o nível de tração dinâmica é baixo e há suspeita de “falha” dos resultados numéricos.

No primeiro caso, considerando um ângulo de topo de  $50^\circ$  e um mar de altura significativa de 8m, a curva de distribuição estatística recupera parte da distribuição numérica, mas foge ao avaliar as probabilidades de extremos, ficando a estimativa por Rayleigh mais próxima dos análises numéricas.

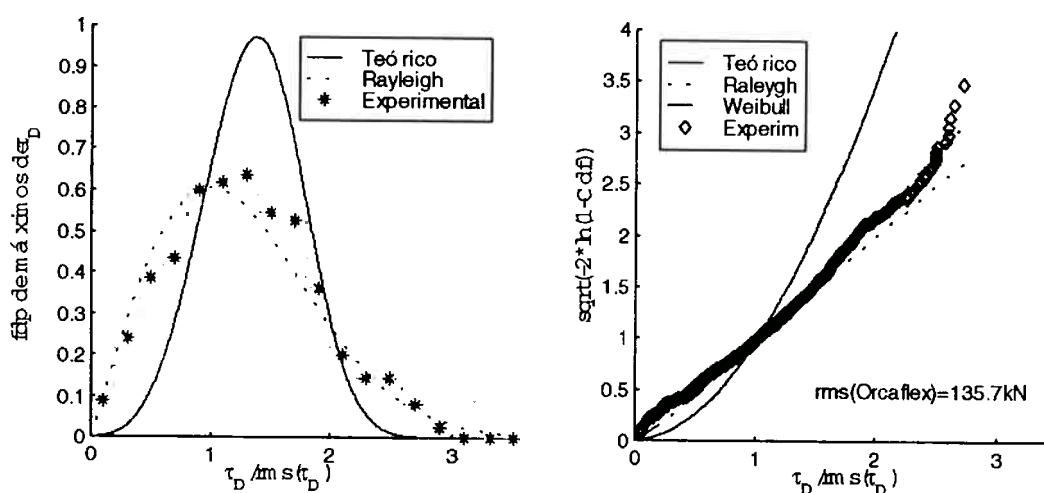
Na análise da Figura 4.17 b deve ser notado que, desconsiderando os últimos três pontos extremos, a tendência dos pontos da simulação parece querer acompanhar a forma da distribuição teórica.



**Figura 4.17 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**

**Caso: linha de amarração; Incidência:  $180^\circ$ ;  $H_s$ : 8m; TOPO**  
**Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo:  $50^\circ$ ;  $\sigma_U$  (mov. tang.) = 0.61m**  
 $\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 128\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 128\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 111\text{kN}$ ;

A existência desses três pontos que fogem à tendência de distribuição dos restantes ilustra o fato da série temporal considerada para cálculos estatísticos não ser longa o suficiente para que haja estacionariedade dos parâmetros estatísticos. Por essa razão, este mesmo caso foi simulado por um período de tempo quatro vezes maior e a análise foi refeita. O resultado é apresentado na Figura 4.17 (c, d). Esse mesmo procedimento foi adotado em alguns outros casos e nem sempre se observa alteração significativa de resultados, como se vê no presente caso. A conclusão das análises efetuada é de que é sempre possível verificar a estacionariedade dos parâmetros estatísticos a partir da observação da existência ou não, na série temporal do sinal de valores de máximos isolados.



**Figura 4.17 (c, d) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**

**Caso: linha de amarração; Incidência: 180°;  $H_s$ : 8m; TOPO**  
**Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo: 50°**

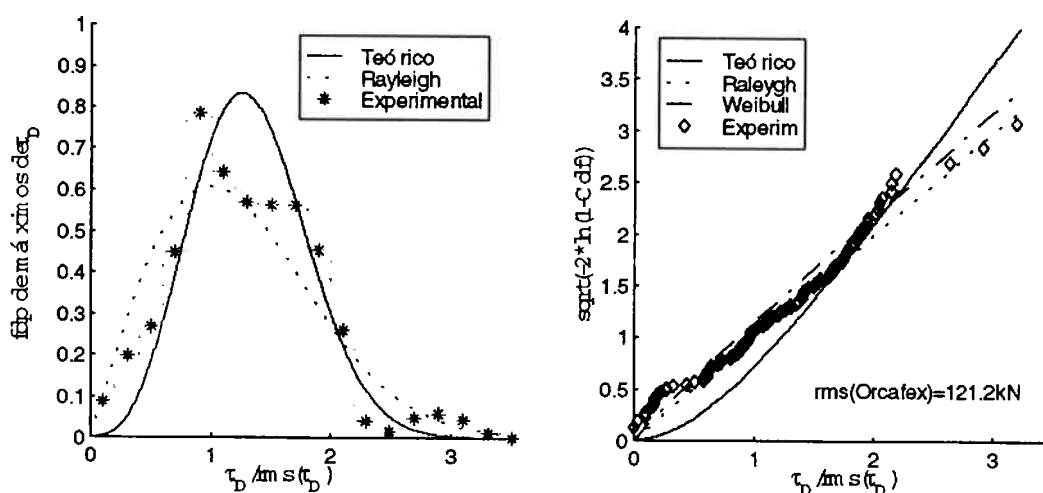
$\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 135\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 135\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 111\text{kN}$ ;

**LONGA SIMULAÇÃO**

Quando a simulação é longa, observa-se uma maior divergência da formulação analítica com relação ao resultado numérico, no que diz respeito à distribuição

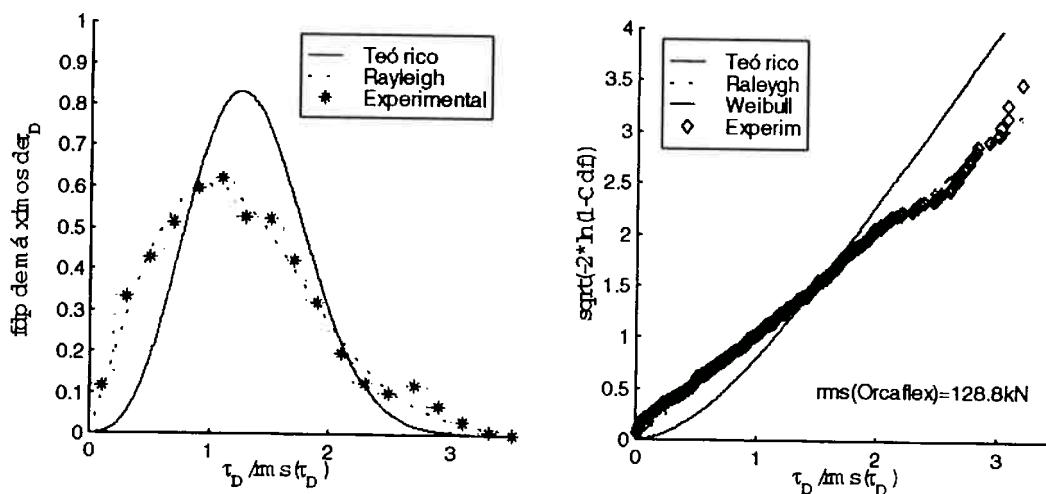
estatística. Os resultados numéricos apontam para uma maior concordância com uma distribuição tipo Rayleigh, exceto para valores extremos, onde ainda existe, embora tênue, uma maior tendência de aderência à distribuição analítica.

Na “série temporal curta”, quando a análise “enxerga” o TDP, o nível de concordância tende a melhorar ligeiramente.



**Figura 4.18 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**  
**Caso:** linha de amarração; **Incidência:** 180°; **H<sub>s</sub>:** 8m; **TDP**  
**Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo: 50°**  
 $\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 129\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 128\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 125\text{kN}$ ;

Mais uma vez, os resultados de uma longa simulação evidenciam as causas de pretensas discordâncias.



**Figura 4.18 (c, d) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**

**Caso: linha de amarração; Incidência: 180°;  $H_s$ : 8m; TDP**

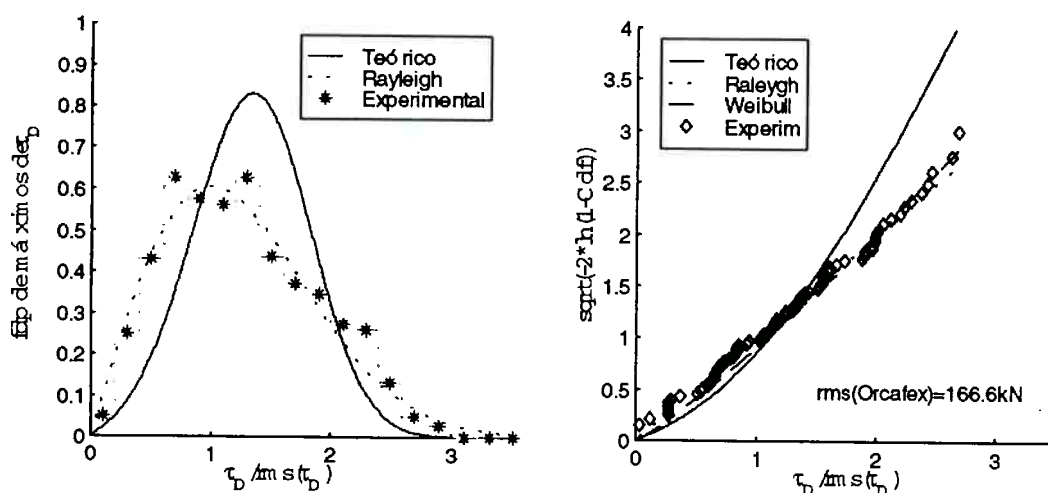
**Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo: 50°**

$\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 129\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 128\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 125\text{kN}$ ;

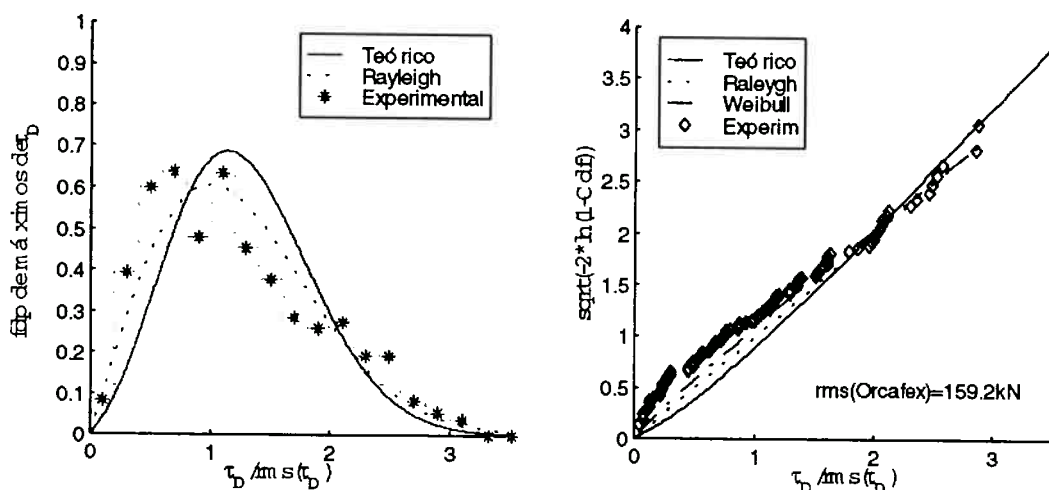
**LONGA SIMULAÇÃO**

As diferenças em nível de concordância TDP-TOPO aumentam mais ainda quando a linha é ligeiramente afrouxada. Neste caso os resultados experimentais apontam para um distribuição tipo Rayleigh, tanto no TDP quanto no TOPO, o que seria esperado devido ao pequeno ângulo de topo, mas a teoria proposta não.



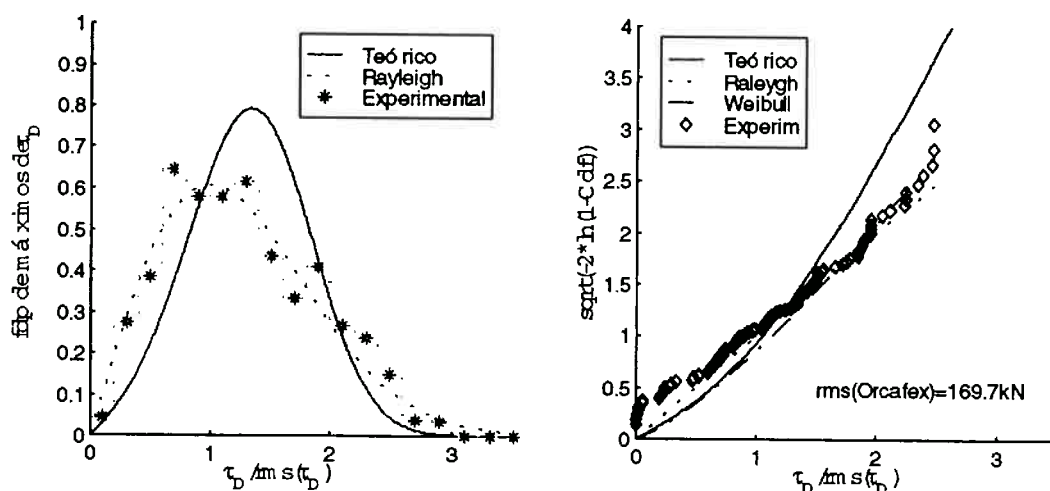


**Figura 4.19 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**  
**Caso: linha de amarração; Incidência: 180°;  $H_s$ : 10m; TOPO**  
**Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo: 53°;  $\sigma_U$  (mov. tang.) = 1.12m**  
 $\sigma_{\tau}$  Orc. não filtrado = 166kN;  $\sigma_{\tau}$  Orc. filtrado = 167kN;  $\sigma_{\tau}$  Teórico = 153kN;



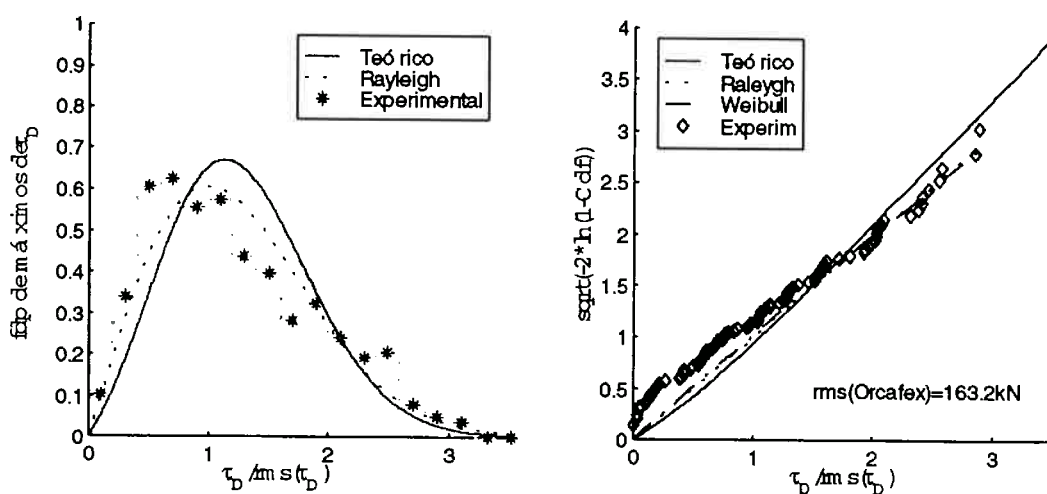
**Figura 4.20 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**  
**Caso: linha de amarração; Incidência: 180°;  $H_s$ : 10m; TDP**  
**Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo: 53°**  
 $\sigma_{\tau}$  Orc. não filtrado = 158kN;  $\sigma_{\tau}$  Orc. filtrado = 159kN;  $\sigma_{\tau}$  Teórico = 162kN;

O mesmo caso, simulado com a presença de corrente oceânica, mostra as mesmas particularidades.



**Figura 4.21 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**

**Caso:** linha de amarração; **Incidência:**  $180^\circ$ ;  $H_s$ : 10m;  $\sigma_U$  (mov. tang.) = 1.10m  
**Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo:  $53^\circ$ ; Corrente oceânica presente;**  
 $\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 169\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 170\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 150\text{kN}$ ;

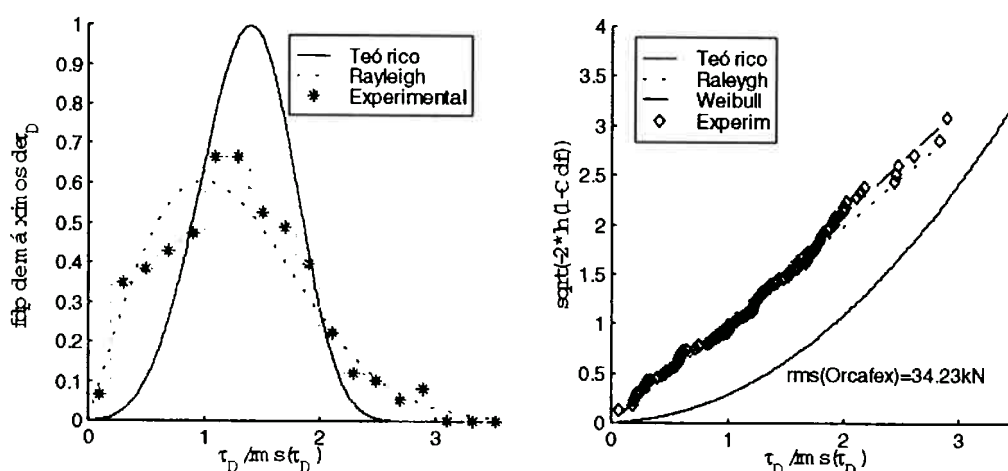


**Figura 4.22 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**

**Caso:** linha de amarração; **Incidência:**  $180^\circ$ ;  $H_s$ : 10m; TDP  
**Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo:  $53^\circ$ ; Corrente oceânica presente;**  
 $\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 162\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 163\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 160\text{kN}$ ;

Com a intenção de chamar a atenção do leitor ao ponto levantado no parágrafo introdutório desta seção e, de certa forma explicar as divergências até agora observadas nos casos de simulações de linhas de amarração, a mesma configuração estática é

analisada a seguir sob duas outras amplitudes de onda significativa<sup>2</sup>. A primeira simulação, com altura significativa de 5m, apresenta grande discordância entre previsões analíticas e numéricas. Quando a excitação é baixa e a linha tracionada, a relação  $\frac{\sigma(\tau)}{T_s}$  é pequena, o que resulta na pobre aderência verificada nos casos precedentes de linhas de amarração. No caso selecionado, correspondendo a uma linha de amarração sob o ângulo de 53°, essa relação vale 1,8%, e seus resultados são apresentados em seguida nas Figuras 4.23 e 4.24. Os valores de desvio padrão da tração são também bastante diversos.

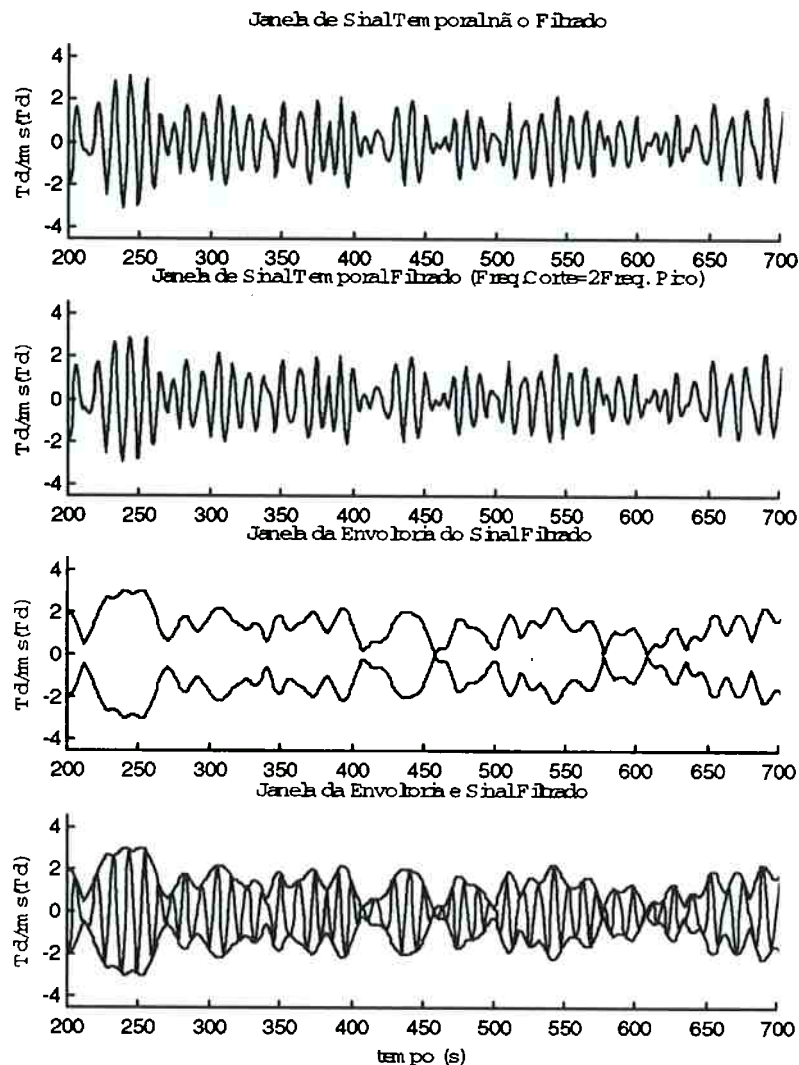


**Figura 4.23 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**  
**Caso: linha de amarração; Incidência: 180°; H<sub>s</sub>: 5m; TOPO**  
**Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo: 53°; σ<sub>U</sub> (mov. tang.) = 0.48m**  
**σ<sub>τ</sub> Orc. não filtrado = 25kN; σ<sub>τ</sub> Orc. filtrado = 25kN; σ<sub>τ</sub> Teórico = 52N;**

<sup>2</sup> No Apêndice B um caso com a mesma altura de onda é apresentado, porém com a consideração de um ângulo de topo maior, o que leva a uma maior relação  $\frac{\sigma(\tau)}{T_s}$ . Ali percebe-se uma aderência muito maior com as previsões analíticas.

É digno de nota o fato desses casos de baixa magnitude relativa da tração dinâmica apresentarem uma envoltória que não tem o aspecto de um processo de banda estreita, e que apresenta oscilações com a mesma frequência do sinal que ela envolve.

A observação que pode ser feita, ainda que um pouco prematuramente dentro do estágio atual da pesquisa, já que novas investigações fazem-se necessárias, diz respeito à modelagem do amortecimento. A ferramenta utilizada parece não modelá-lo adequadamente, de tal modo que oscilações longitudinais de alta frequência percorrem a linha sem se dissipar, deturpando a resposta da tração dinâmica. Quando a linha possui rigidez flexional, a dispersão do meio se encarrega de “filtrar” tais oscilações, o que não acontece nas linhas e risers flexíveis, onde é desconsiderada a rigidez flexional.

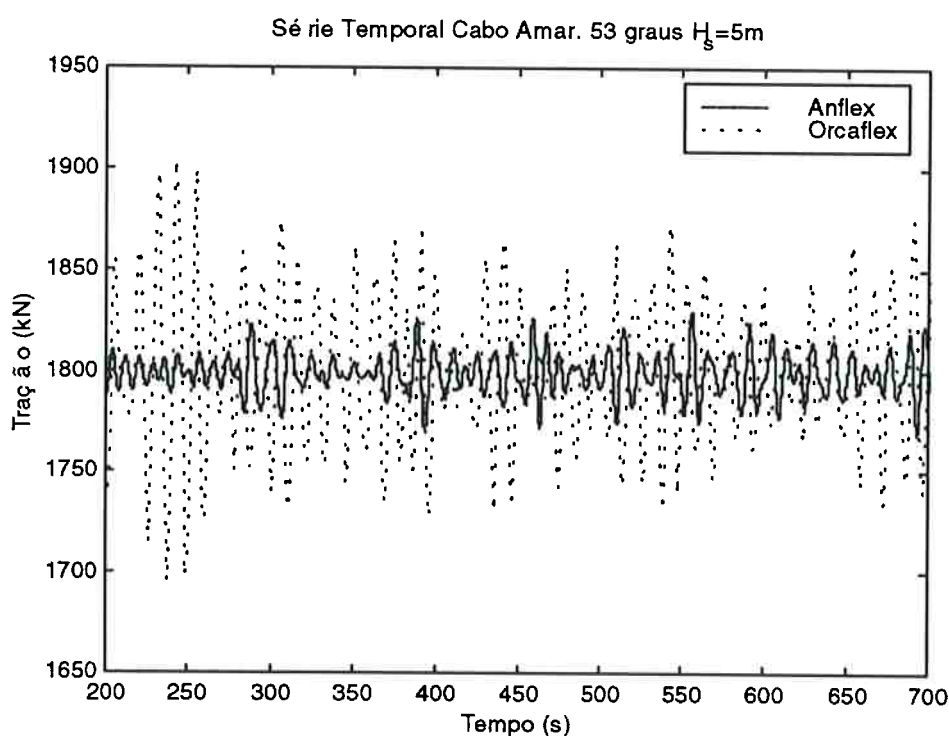


**Figura 4.24** - Série temporal da tração dinâmica antes e depois da filtragem;  
 envoltória da tração filtrada  
**Caso:** linha de amarração; **Incidência:**  $180^\circ$   
**Ângulo de topo:**  $53^\circ$ ; **H<sub>s</sub>:** 5m; **TOPO**

Esse caso foi, especificamente, bastante estudado. Foi através desse estudo aprofundado que se percebeu o que agora parece quase óbvio: a baixa previsibilidade de tração dinâmica em movimentos fracamente excitados, que são, no entanto, de pouco interesse prático.

Um dos estudos consistiu na varredura do comportamento sob excitação harmônica, gerando-se ondas de amplitude e períodos representativos, em termos de energia, do espectro de mar utilizado. Esse estudo mostrou uma grande discordância entre formulação analítica para tração dinâmica harmônica e os resultados de simulações do Orcaflex. Existe porém uma tendência à concordância conforme aumentam os valores de  $\sigma(\tau)$ . Os resultados deste estudo são apresentados no Anexo C.

Quanto à simulação aleatória, o caso em questão, de baixa excitação, também foi analisado com o uso do software Anflex, desenvolvido na Petrobrás. Os resultados divergem enormemente daqueles encontrados no Orcaflex. A Figura 4.25 apresenta uma janela temporal da tração no topo dessas simulações sobrepostas.



**Figura 4.25 – Janela temporal da simulação temporal com softwares Anflex e Orcaflex**  
**Caso: linha de amarração; Incidência: 180°**  
**Ângulo de topo: 53° ;  $H_s$ : 5m; TOPO**

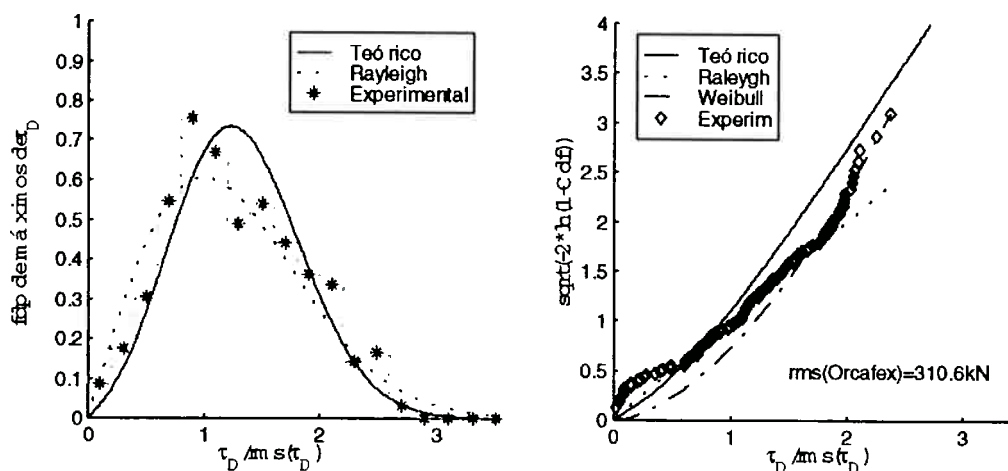
As diferenças são grandes. A tabela abaixo apresenta os valores da tração estática e dos desvios padrões da tração dinâmica no TOPO e no TDP para os dois softwares.

$(T_s + \bar{\tau})/\sigma(\tau)$	ORCAFLEX	ANFLEX	TEORIA
TOPO	1799,7 / 34,2	1798,1 / 10,6	1817,3/51,2
TDP	1083,9 / 25,0	1081,7 / 8,1	1093,9/52,3

**Tabela 4.6 – Desvio padrão de tração dinâmica: Orcaflex x Anflex**

Com relação específica ao projeto de posicionamento e determinação da configuração estática, através da pré tensão das linhas, é importante frisar que não existe uma situação de operação onde a tração estática seja grande e a amplitude de movimento pequena, ver Siqueira<sup>(32)</sup>. As grandes trações estáticas ocorrem quando o sistema oceânico é levado à posição dita “*far extrema*”, quando o estado de mar e corrente cooperam no sentido de deslocar o sistema para uma posição onde a linha fica mais retesada. Esses estados de mar são necessariamente de grande energia, isto é, ondas altas e fortes correntes, o que necessariamente implica em grandes oscilações e grandes amplitudes de tração dinâmica.

Se, por outro lado, a severidade do mar for aumentada para um valor artificial de  $H_s = 15\text{m}$ , mantendo-se a configuração estática, de maneira a aumentar o  $\sigma(\tau_D)$ , nota-se uma melhora significativa da aderência das previsões teóricas com os resultados experimentais.

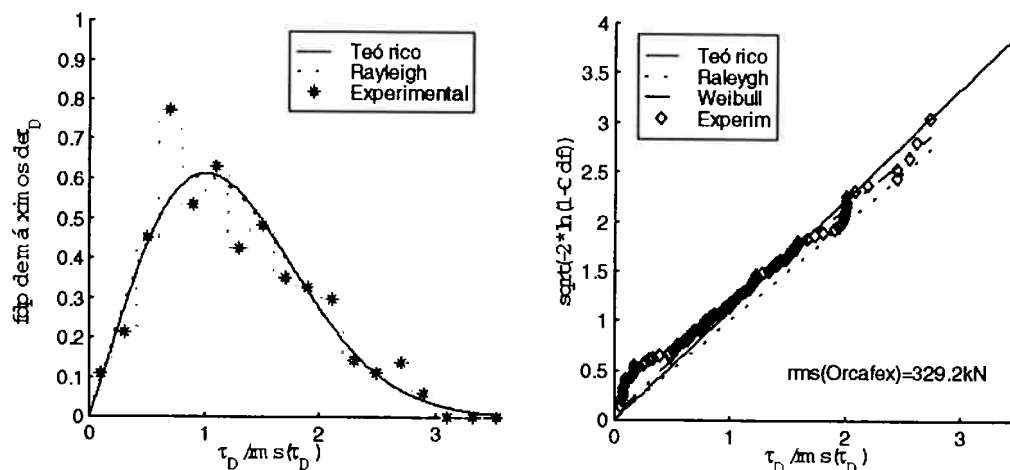


**Figura 4.26 (a,b)** - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos  
**Caso:** linha de amarração; **Incidência:** 180°; **H<sub>s</sub>:** 15m; **TOPO**  
**Compressão dinâmica = não;** **Ângulo de topo:** 53°;  $\sigma_U$  (mov. tang.) = 2.48m  
 $\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 309\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 307\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 253\text{kN}$ ;

Com essa nova altura significativa o valor da relação entre desvio padrão da tração dinâmica e tração estática sobe à 17%. A concordância não é perfeita, porém e no caso da curva de Weibull está principalmente associada à diferença entre os valores de desvio padrão de tração teórico e numérico. Mesmo assim, a análise da curva de probabilidade de extremos mostra a melhor aderência entre modelo analítico e numérico do que entre Rayleigh X modelo numérico, em um caso onde o ângulo no topo sugere comportamento de Rayleigh.

A distribuição de probabilidades melhora significativamente quando a análise “enxerga” o TDP, e a curva analítica bem como os pontos da simulação numérica concordam com Rayleigh. Tal melhora está associada à maior proximidade entre os valores de desvio padrão da tração.





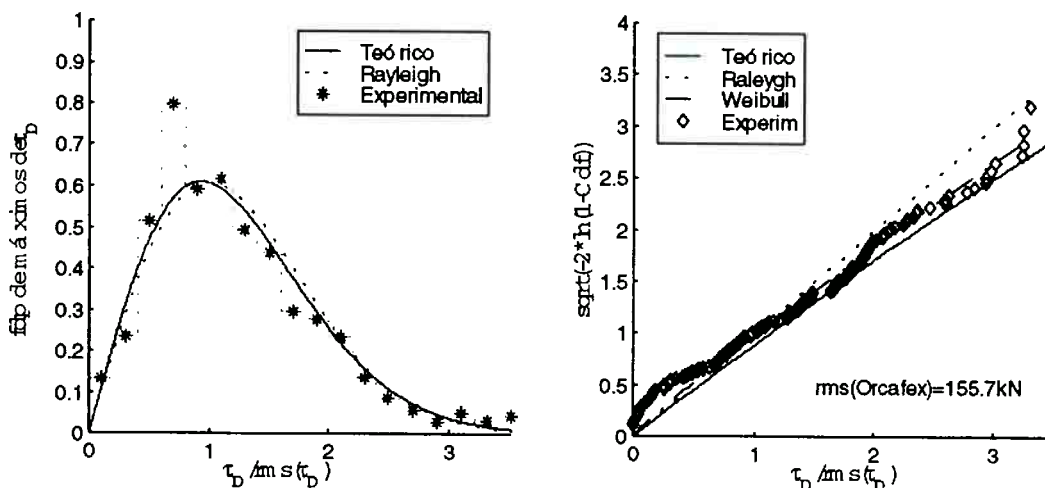
**Figura 4.27 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**  
**Caso: linha de amarração; Incidência: 180° TDP**  
**Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo: 53° ; H<sub>s</sub>: 15m;**  
 **$\sigma_{\tau}$  Orc. não filtrado = 327kN;  $\sigma_{\tau}$  Orc. filtrado = 326kN;  $\sigma_{\tau}$  Teórico = 297kN;**

$P_{\tau}(\tau > 2,2)$	Teórico	Weibull	Rayleigh
<b>TOPO</b>	0,81%	2,41%	8,89%
<b>TDP</b>	5,02%	6,47%	8,89%

**Tabela 4.7 - Probabilidade de valores extremos superiores  $P_{\tau}(\tau > 2,2)$**   
**Caso: linha de amarração; Incidência: 180°; H<sub>s</sub>: 15m;**  
**Ângulo de topo: 53°**

Quando  $\Lambda=O(1)$ , a rigidez geométrica é grande e a linha opera próxima ao limite elástico. Nessas condições, a frequência reduzida  $\Omega_U$  tende à unidade e a Lei de Hooke impõe uma relação mais linear entre tração e deslocamento. É de se esperar que a distribuição de probabilidades de máximos tenha uma maior aderência com a distribuição de Rayleigh, em se tratando de entrada gaussiana.

Na realidade prática o que se observa é que o parâmetro  $\Lambda$  dificilmente desce a valores inferiores a algo em torno de 7, no caso de correntes bem tracionadas. Esse comportamento é elucidado no caso a seguir, onde  $\Lambda=18$ .



**Figura 4.28 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**  
**Caso: linha de amarração; Incidência: 135°; H<sub>s</sub>: 10m; TOPO**  
**Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo: 65°;  $\sigma_U$  (mov. tang.) = 1.68m**  
 $\sigma_{\tau}$  Orc. não filtrado= 154kN;  $\sigma_{\tau}$  Orc. filtrado= 153kN;  $\sigma_{\tau}$  Teórico= 183kN;

A Figura 4.28 mostra a recuperação do mencionado comportamento. Ali, embora  $\Lambda$  não seja excepcionalmente pequeno, concorre também no sentido de tornar a distribuição “Rayleighana” o fato da amplitude de excitação ser grande. Quando a linha não está muito na vertical e as velocidades induzidas pelo movimento no topo são grandes, ocorre um “congelamento” transversal da linha, aumentando deformações axiais que a acomodam às novas condições de contorno. Esse congelamento ocorre pelo fato de as forças viscosas transversais, proporcionais ao quadrado da velocidade, se tornarem suficientemente grandes. O parâmetro que controla esse fenômeno é a

freqüência reduzida, introduzida no Capítulo 2, que no caso vale  $\Omega=0,52$ . Quanto maior a freqüência reduzida, maiores as chances de ocorrer o “congelamento”.

Em confronto, quando a linha opera mais na vertical, a rigidez geométrica é pequena e é ela que absorve os deslocamentos. No caso de riser rígido, inicialmente estudados na presente seção, tem-se tipicamente  $\Lambda \cong 97$  e  $\Omega \cong 0,10$ .

Um último caso encerra a apresentação de resultados para a linha de amarração e se refere à uma linha heterogênea. Esse resultado foi gerado com a intenção de ilustrar também a adequabilidade da formulação apresentada para obtenção de parâmetros de linha equivalente homogênea.

Foi considerada uma linha cujos tramos (corrente de fundo, cabo de aço intermediário e corrente de topo) têm as mesmas propriedades daquelas apresentadas no item 4.1, porém em configuração estática diferente, sob ângulo de topo de  $58,5^\circ$ , o que altera os comprimentos dos tramos. As propriedades da configuração estática são apresentadas na Tabela 4.8 e as propriedades da linha equivalente na Tabela 4.9.

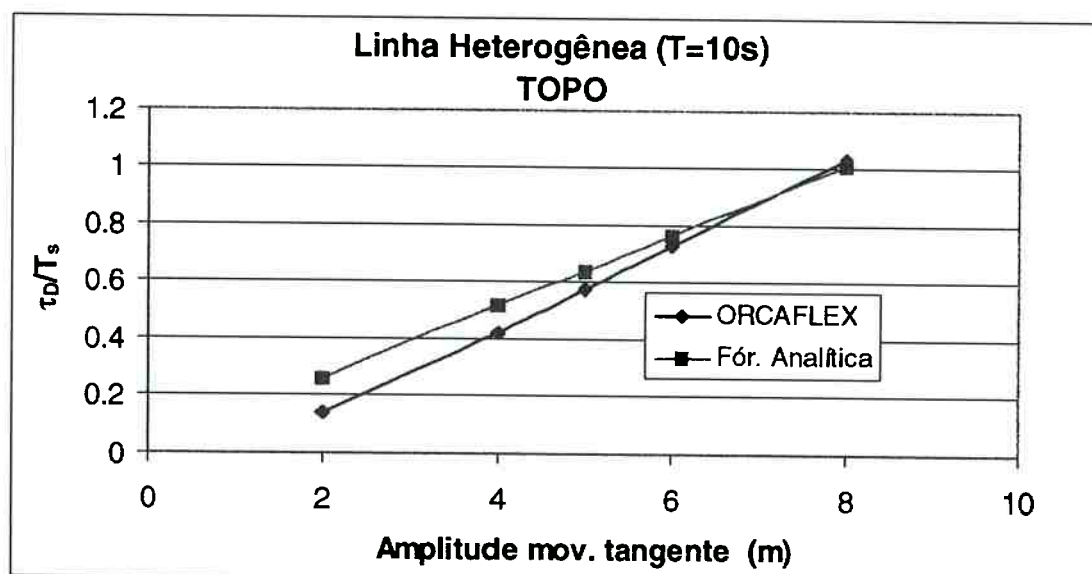
<b>PROPRIEDADES ESTÁTICAS</b>	F. Analítica	Orcaflex
Comprimento corrente no chão (m)	216	216
Comprimento corrente no topo (m)	206,8	200
Comprimento de cabo interm. (m)	1000	1000
Comprimento total (m)	1422,8	1416
Ângulo de topo	$58,7^\circ$	$58,5^\circ$
Tração Horizontal (kN)	678	678
Tração total topo (kN)	1304,5	1299

**Tabela 4.8 – Propriedades da configuração estática da linha de amarração N° 2**

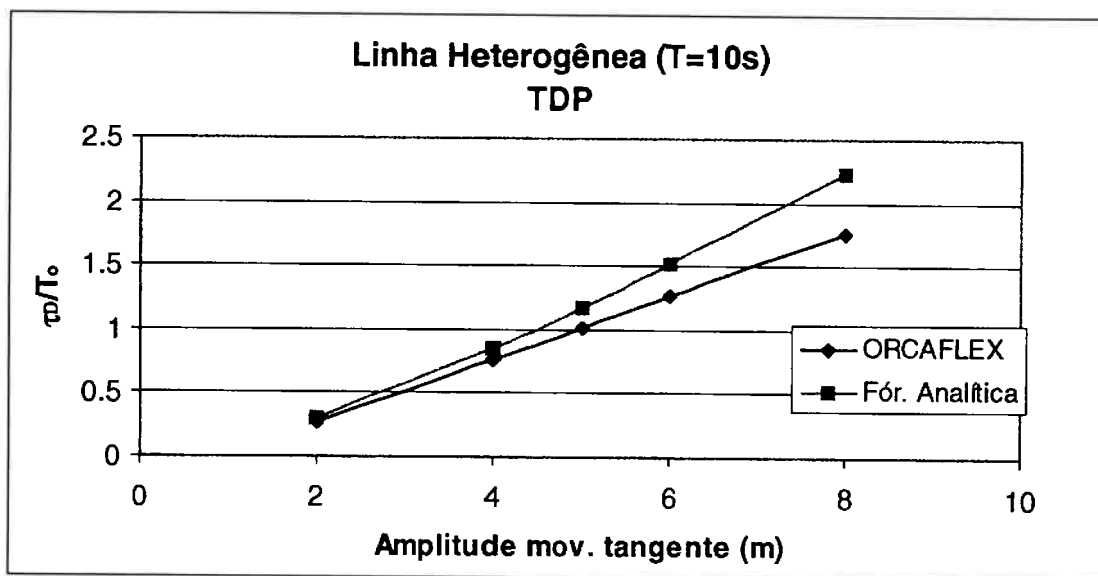
	Linha de Amarração N° 2			
	Corrente no chão	Cabo de Aço	Corrente no topo	Linha Equivalente
<i>D</i>	0,095 m	0,109 m	0,084 m	0,1898 m
<i>m</i>	203,0 kg/m	49,0 kg/m	160,0 kg/m	188,8 kg/m
<i>q</i>	1919,6 N/m	386,8 N/m	1513,4 N/m	783,3 N/m
<i>EA</i>	793880 kN	536790 kN	626680 kN	687860 kN
<i>Cm</i>	3,80	1,00	3,80	0,89
<i>Cd</i>	2	2	2	1

**Tabela 4.9 – Propriedades da linha homogênea equivalente N° 2**

Foram realizadas algumas simulações com excitação harmônica e os resultados são a seguir resumidos, mostrando uma boa concordância entre a formulação analítica apresentada no Capítulo 2 e o software utilizado (Figura 4.29 e Figura 4.30).

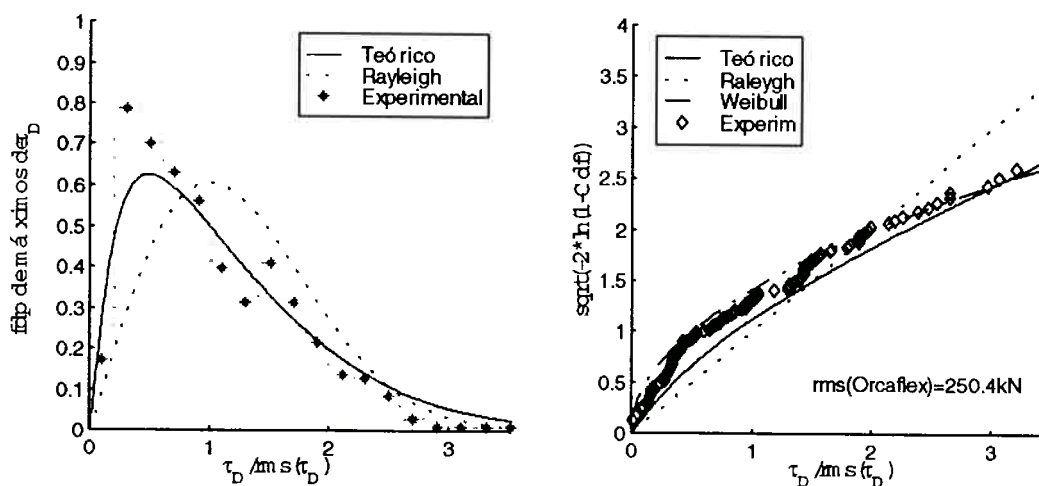


**Figura 4.29 – Comparação de resultados Orcaflex x F. Analítica sob excitação harmônica de período 10s - TOPO**

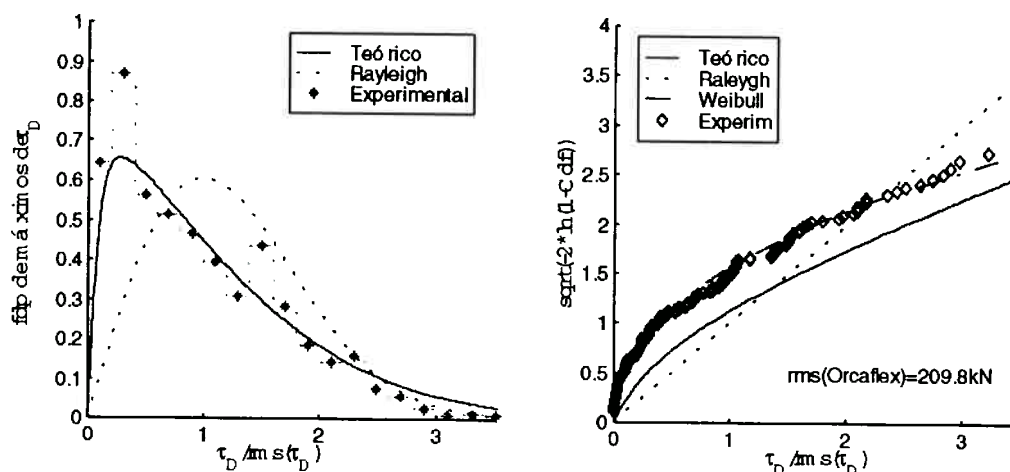


**Figura 4.30 - Comparação de resultados Orcaflex x F. Analítica sob excitação harmônica de período 10s - TDP**

Essa linha heterogênea foi também simulada sob excitação aleatória com mar de  $H_s = 10\text{m}$  e  $T_z = 9.4\text{s}$ . Os resultados estatísticos são apresentados nas Figura 4.31 - (a, b) e Figura 4.32 (a, b).



**Figura 4.31 - (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**  
**Caso: linha de amarração; Incidência: 180°;  $H_s$ : 10m; TOPO**  
**Compressão dinâmica = não; Ângulo de topo: 58.5°;  $\sigma_U$  (mov. tang.) = 2.60m**  
 $\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 249\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 247\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 277\text{kN}$ ;

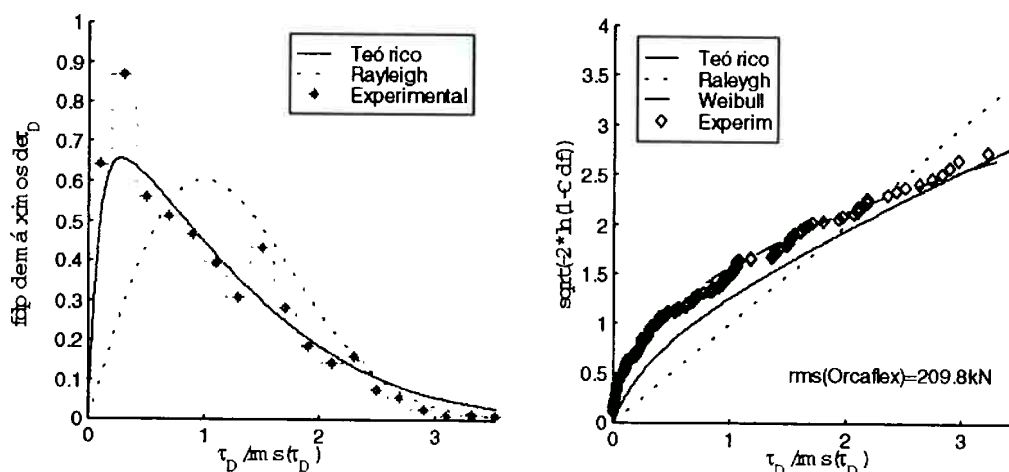


**Figura 4.32 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos**  
**Caso: linha de amarração; Incidência: 180°;  $H_s$ : 10m; TDP**  
**Compressão dinâmica = apenas pontualmente; Ângulo de topo: 58.5°**  
 $\sigma_{\tau \text{ Orc. não filtrado}} = 155\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Orc. filtrado}} = 154\text{kN}$ ;  $\sigma_{\tau \text{ Teórico}} = 183\text{kN}$ ;

Enfatizando a discussão acerca da previsibilidade de tração dinâmica para processos fracamente excitados, nesse último caso apresentado a linha encontra-se mais frouxa e o desvio padrão da tração dinâmica alcança 30% da tração estática no TDP. Isso leva a maiores concordâncias entre a teoria proposta e as simulações realizadas. Particularmente importante, nesses casos, é a recuperação pela teoria do pico de probabilidades associado a pequenas amplitudes de tração dinâmica, sem perder concordância para valores extremos.

O pequeno desvio apresentado entre teoria e curva de Weibull seria bem menor se, na normalização de dados, fosse feito uso do próprio desvio padrão associado a cada curva (isto é, normalização de resultados teóricos por valor de desvio padrão analítico e vice versa para os resultados numéricos). A Figura 4.33 (a, b) mostra esse efeito, e é importante frisar que o resultado seria, quase que na totalidade dos casos, no sentido de aproximar resultados se o mesmo fosse feito para todas as curvas traçadas. Deve ser

lembrado, conforme já discutido, que essa normalização foi efetuada sempre pelo desvio padrão dos resultados numéricos de maneira a tornar as curvas dimensionalmente compatíveis.



**Figura 4.33 (a, b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica e probabilidade acumulada de valores máximos extremos. Normalização por desvio padrão próprio de cada conjunto de dados**

**Caso: linha de amarração; Incidência: 180°;  $H_s$ : 10m; TDP  
Compressão dinâmica = apenas pontualmente; Ângulo de topo: 58.5°**

Um último ponto deve ser discutido, na busca da compreensão da adequabilidade da formulação proposta e diz respeito a ocorrência de compressão dinâmica.

#### 4.5.1 OCORRÊNCIA DE COMPRESSÃO DINÂMICA

Finalizando a discussão de resultados, um ponto merece algum destaque e diz respeito a ocorrência de compressão dinâmica na linha. O tópico compressão dinâmica em linhas submersas tem sido objeto de estudo há um longo tempo e mereceria ser tratado num trabalho a parte. Porém, no que diz respeito ao presente texto, basta saber

que, quando durante parte do ciclo dinâmico, a carga de compressão ultrapassa um determinado valor crítico, a curvatura desempenha o papel de “saturá-la” nesse nível.

Essa carga de saturação, em casos harmônicos, está associada a frequência do movimento imposto, e portanto, do número de onda da solução da equação de flexão linearizada de cabos infinitos.

$$(m + m_a) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (4.2)$$

Cuja solução é da forma

$$y = A \cdot e^{i(kx - \omega t)} \Rightarrow k^2 = \sqrt{\frac{(m + m_a)}{EJ}} \omega^2 \quad (4.3)$$

A partir da equação de equilíbrio estático obtêm-se a carga crítica de flambagem associada ao modo de número de onda  $k$ :

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + P_{cr} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow P_{cr} = k^2 EJ = \sqrt{(m + m_a) EJ} \omega^2 \quad (4.4)$$

Se o cabo têm curvatura inicial, demonstra-se que um fator 9 deve ser considerado na carga crítica

$$P_{cr} = 9k^2 EJ = 9 \sqrt{(m + m_a) EJ} \omega^2 \quad (4.5)$$

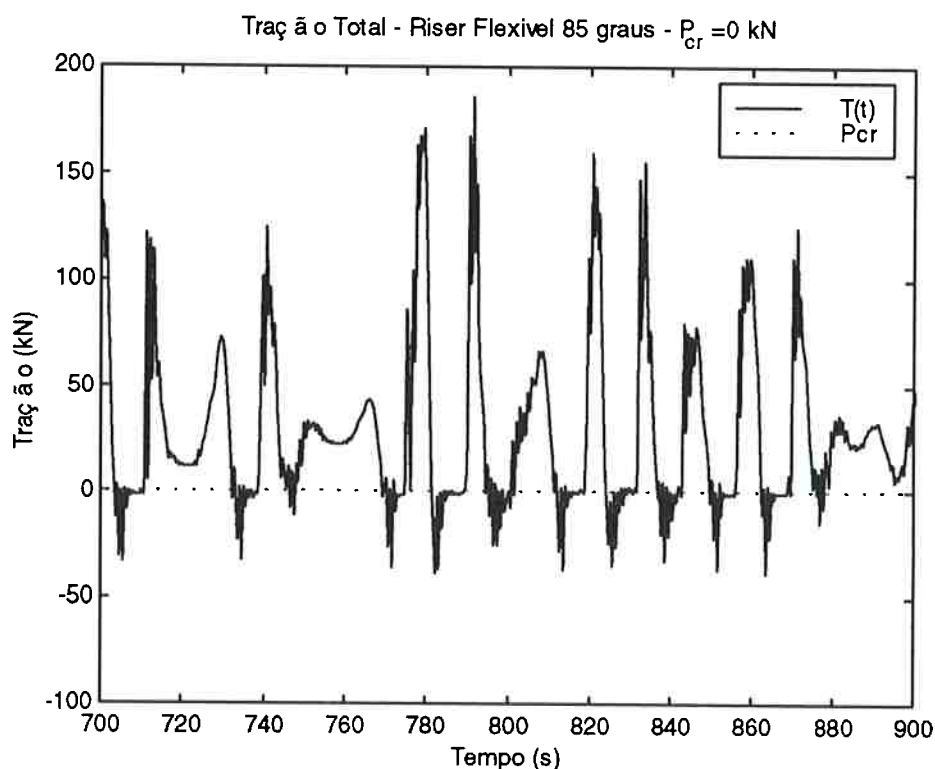
Isso dá origem ao resultado um pouco surpreendente à primeira vista: uma viga com curvatura inicial é mais rígida do que uma viga retilínea.



Quando a excitação é aleatória e o espectro é de banda estreita, parece razoável assumir uma carga crítica associada à frequência média do espectro de excitação. Essa expectativa é confirmada pelos resultados experimentais.

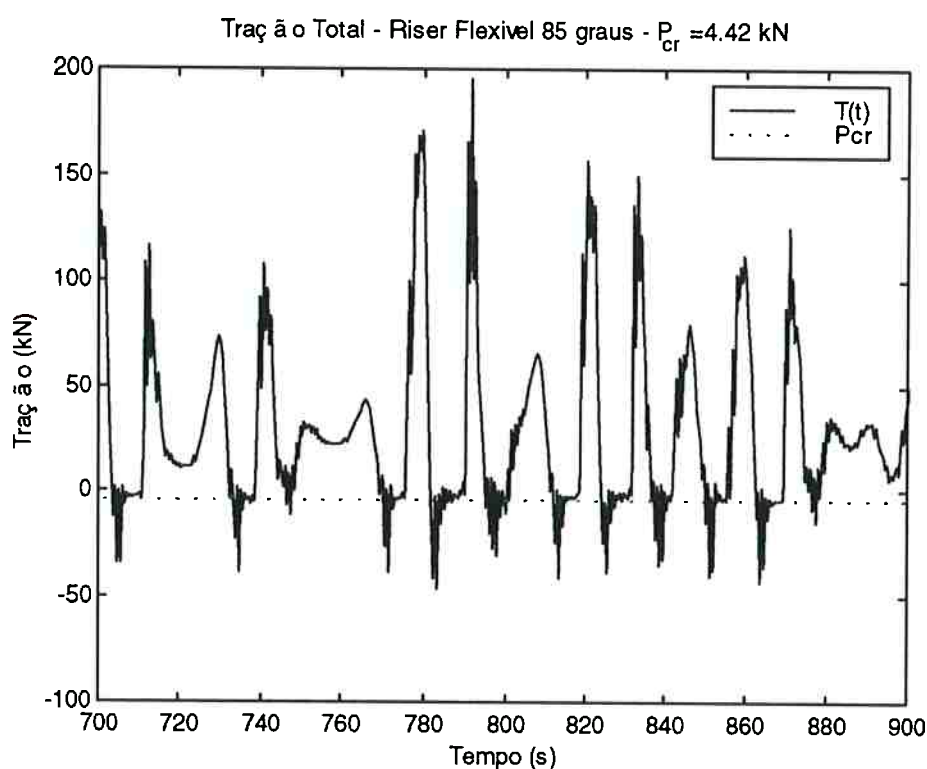
Inicia-se essa discussão, voltando-se ao caso de riser flexível em  $85^\circ$  de ângulo de lançamento. Esse riser foi simulado em duas situações distintas: quando a rigidez flexional é nula e quando ela vale  $9,8\text{kN.m}^2$ . A série temporal da Figura 4.29 ilustra o primeiro caso e mostra a saturação da tração no valor da carga crítica, que é nula, nesse caso, durante certos intervalos de tempo.

Nota-se que antes da saturação existem picos de tração inferiores à  $P_{cr}$  as quais serão comentados logo em seguida no texto.

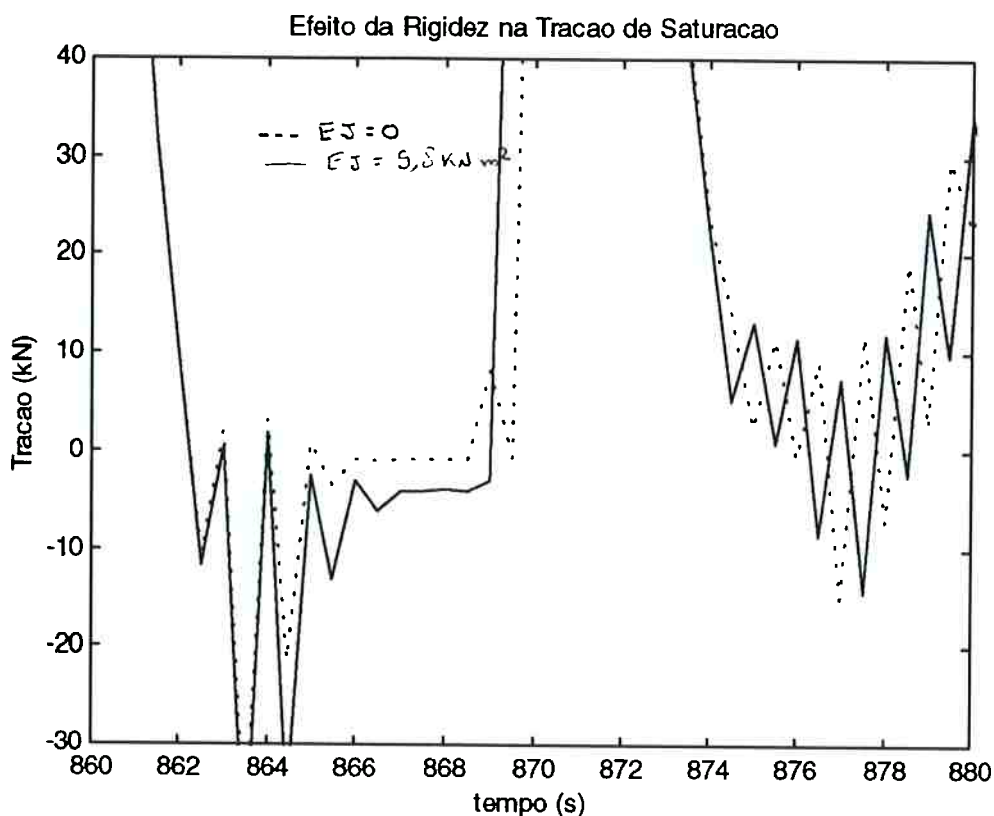


**Figura 4.34 – Série temporal de tração total com saturação da compressão na região do TDP –  $EJ=0$ ;**

Na Figura 4.35 a mesma simulação, com o mesmo sinal de entrada, é repetida, considerando-se agora a presença de rigidez flexional. A alteração é sutil e resume-se no valor de saturação da tração. Nesse caso, a frequência de centro do espectro de excitação é de 0,4842 rad/s e a rigidez da linha de 9,8 kN.m<sup>2</sup>, o que fornece o valor de carga crítica de flambagem em -4,42 kN. Na Figura 4.36 as duas simulações são apresentadas sobrepostas e faz-se um “zoom” na região de 870s. Então fica clara a diferença do nível de saturação, como resultado da rigidez flexional e a fidedignidade da previsão da carga de saturação.



**Figura 4.35 - Série temporal de tração total com saturação da compressão na região do TDP -  $EJ=9,8 \text{ kN.m}^2$ ;**



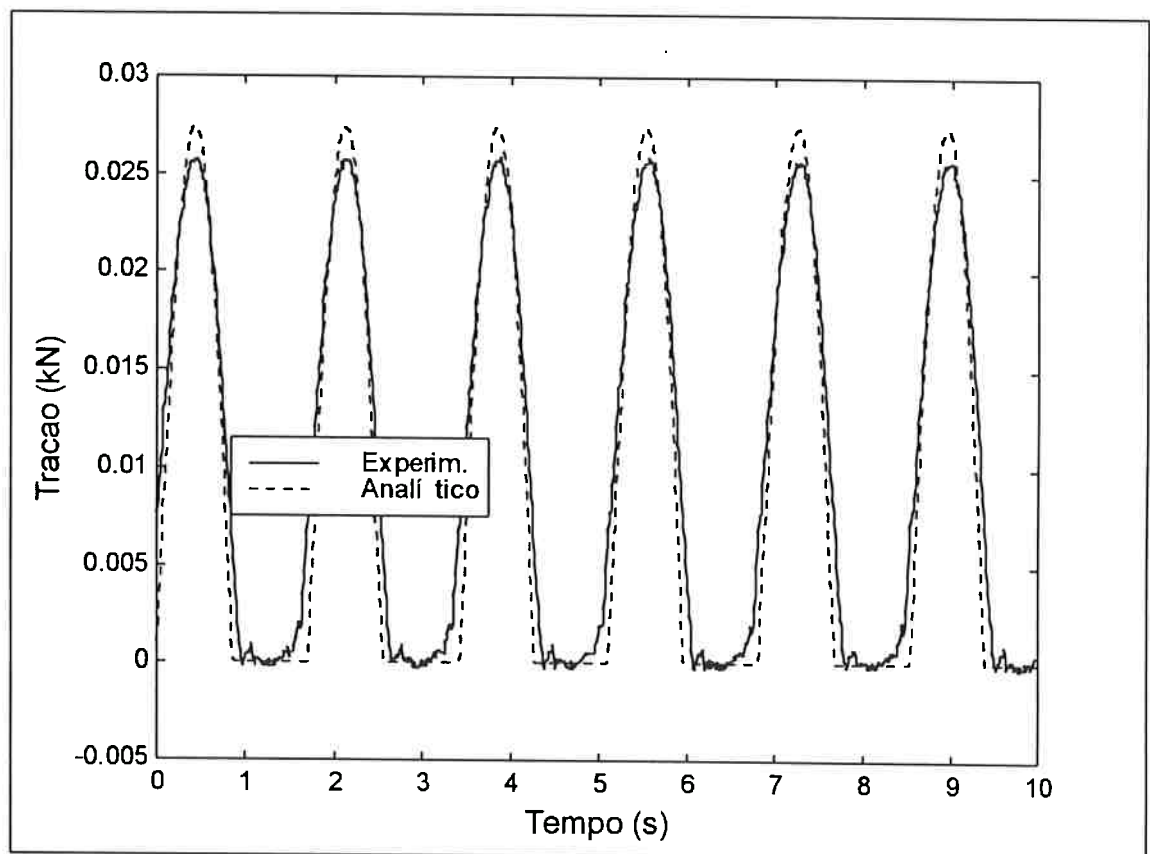
**Figura 4.36 - Série temporal de tração total com saturação da compressão na região do TDP quando a rigidez flexional vale  $9,8\text{kN.m}^2$  e quando é nula**

A ultrapassagem do nível de carga crítica, que aparece momentaneamente no início dos trechos comprimidos nos resultados de programas comerciais, não traduz uma realidade física e está associada a discretização utilizada. É um erro “congenito” ao método de modelagem por elementos de viga. Tal fato fica evidenciado pela comparação de resultado de um dos ensaios realizados por Andrade <sup>(1)</sup> (1983), no tanque de provas do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da USP, e os resultados previstos pelo software Orcaflex.

Nota-se que a utilização direta do resultado da simulação numérica nesse caso superestimaria a dupla amplitude de variação da tração em quase 30% devido a esses picos de compressão.

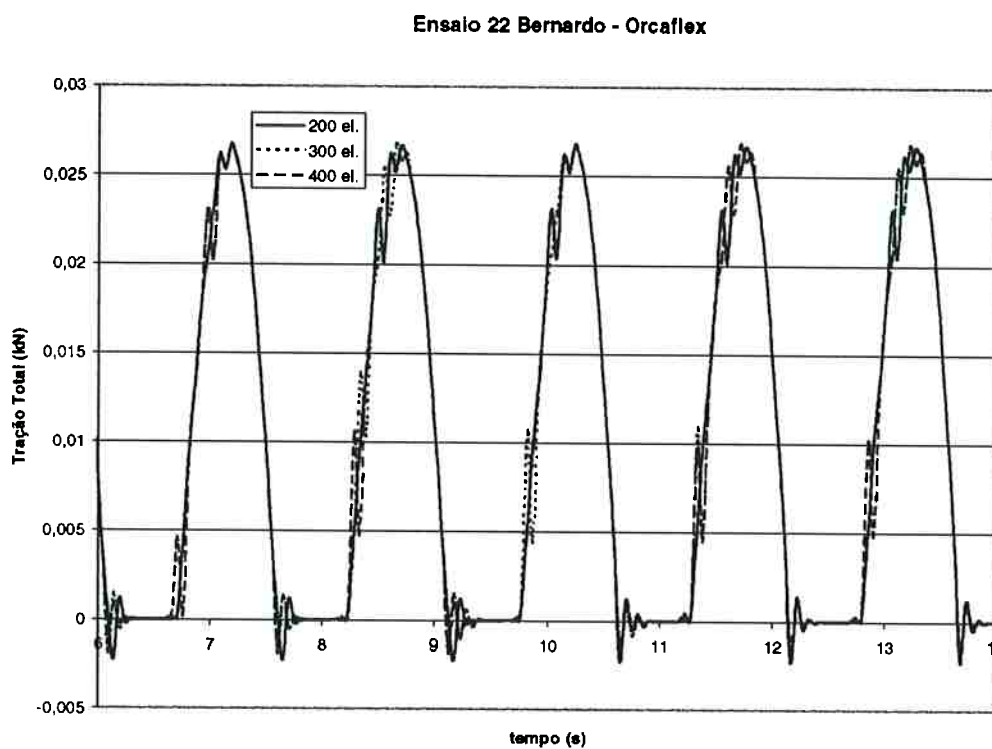
Nos ensaios de Andrade foram analisadas correntes de aço de comprimento 14,27m (entre outros), instaladas em catenária num tanque de 1,8m de profundidade (entre outras). No topo dessas linhas impôs-se movimentos circulares e monitorou-se a tração nessa região.

Note que a linha ensaiada é uma corrente e tem, portanto, rigidez flexional nula. Desse modo, a carga crítica de flambagem é também nula e a linha não admite compressão. O resultado experimental elucida bem a discussão.

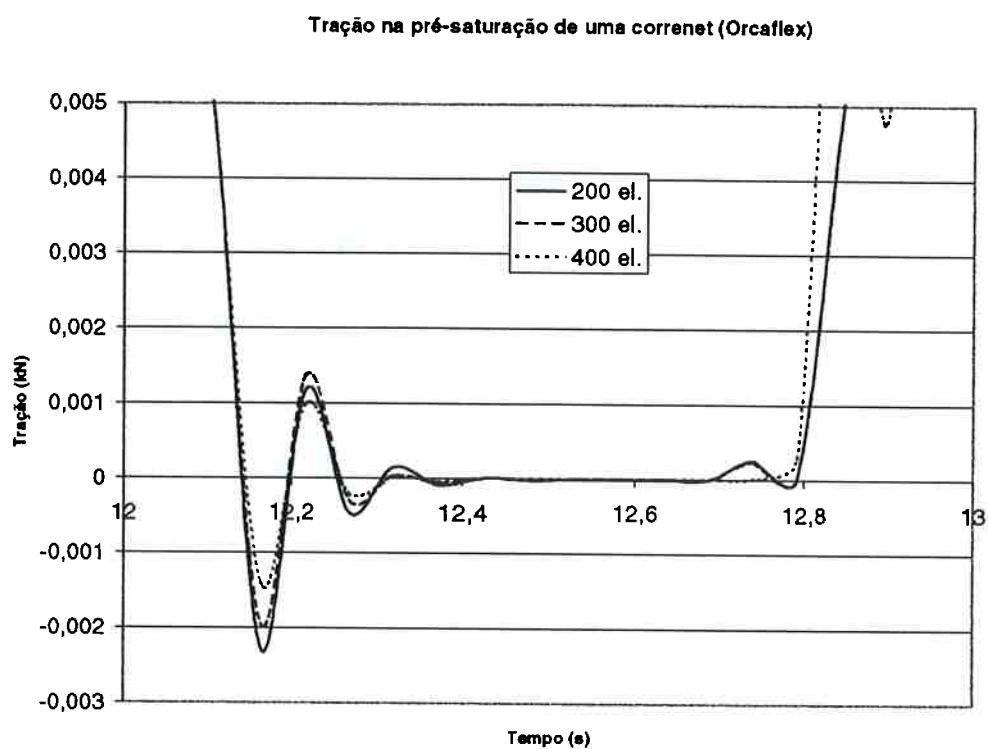


**Figura 4.37 – Tração dinâmica no topo da linha  
Ensaio realizado por Andrade (1993) com uma corrente  
sobrepsta à previsão analítica**

O mesmo caso foi simulado pelo Orcaflex, com a utilização de três diferentes discretizações da linha ( $\Delta s_1=7,1\text{cm}$ ;  $\Delta s_2=4,7\text{cm}$ ;  $\Delta s_3=3,5\text{cm}$ ). Todas as três simulações recuperam relativamente bem a tração máxima de 25,5kN, no entanto, aparecem ali picos de tração negativa que são tanto maiores quanto mais pobre é a discretização utilizada (ver Figura 4.38b). Esse resultado mostra que a tendência é o pico negativo sumir conforme a discretização vai tendendo a infinito.

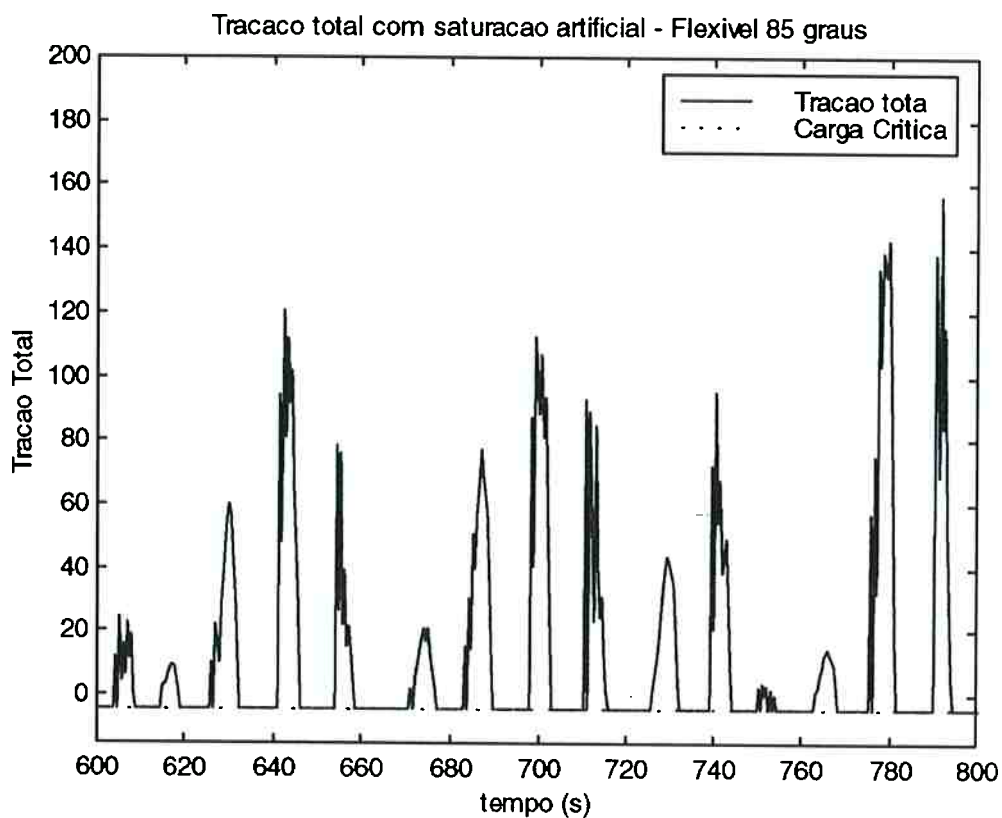


**Figura 4.38a – Tração dinâmica em simulação numérica semelhante ao ensaio N° 22 e Andrade, 1993**



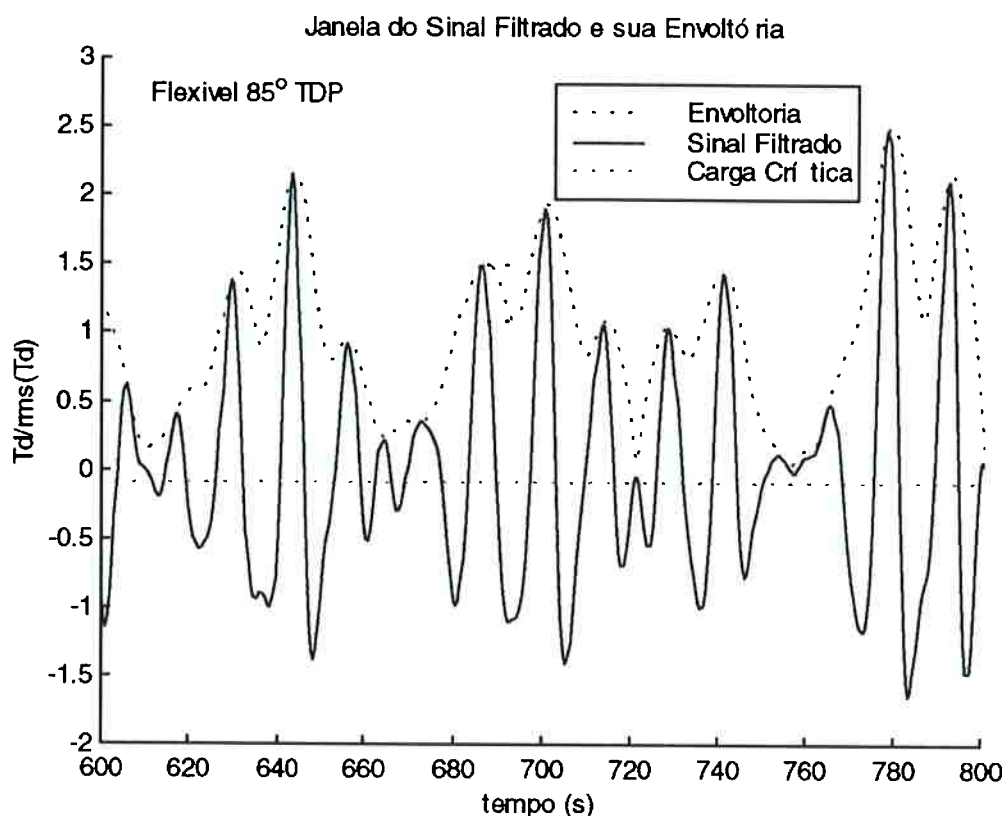
**Figura 4.38b - Idem à Figura 4.38a com ampliação na região de compressão**

Assim, quando nas simulações numéricas o valor da tração desce a níveis inferiores à carga crítica, seu valor deve ser corrigido “artificialmente” saturando-a no valor da carga crítica. Isso foi feito na figura seguinte que ilustra o mesmo riser flexível.



**Figura 4.39 - Série temporal de tração total com saturação da compressão na região do TDP (saturação artificial)**

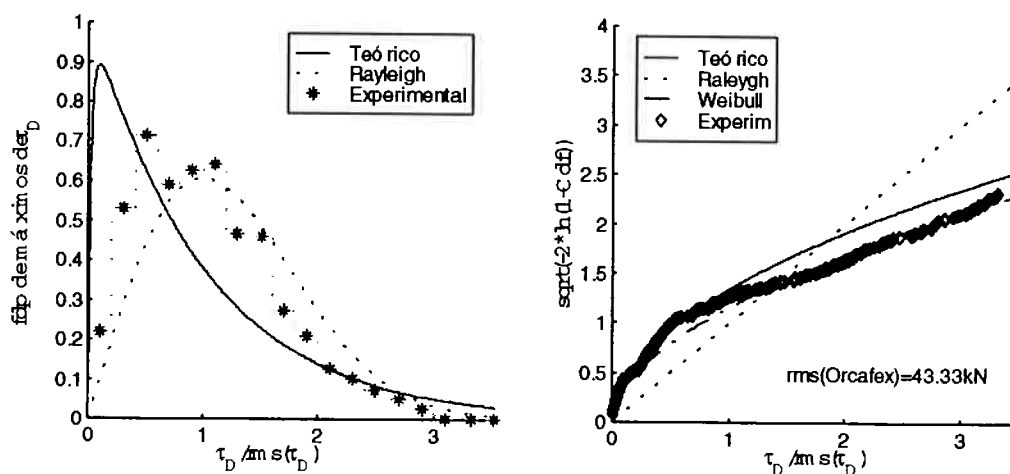
Nesses casos, o tratamento do sinal via análise da envoltória fornece resultados errôneos. A envoltória tenta acompanhar essa saturação, introduzindo participação de probabilidade em faixas de tração que não existem na realidade.



**Figura 4.40 – Envoltória sobre a série temporal de tração total filtrada na região do TDP**

Note-se que, por exemplo na Figura 4.40 , em torno dos 690 segundos, a envoltória desce de um pico de tração, tentando recuperar o valor inferior do sinal filtrado (a filtragem mascara a carga crítica), para depois retornar ao próximo pico de tração. Assim, na região interior àquela grafada em linhas pontilhadas pretas, não deveria existir trecho de envoltória. Essa ocorrência vai dar origem a um nível de incidência espúria na curva de densidade de probabilidade, como mostra a Figura 4.41 em torno da região de  $\frac{\tau}{\sigma(\tau)} = 1,1$ .





**Figura 4.41 (a,b) - Distribuição estatística de máximos de tração dinâmica no TDP**  
**Caso: riser flexível; Incidência: 90°**  
**Ângulo de topo: 85° ; H<sub>s</sub>: 10m; TDP**

Nota-se que essa ocorrência espúria não existe na Figura 4.41 (b), já que essa é traçada a partir da ocorrência de picos de tração.

Pelo que foi observado, conclui-se que nesses casos a comparação dos resultados previstos teoricamente com resultados numéricos não pode ser feita via técnica usual de envoltória. Portanto, sempre que houver compressão além da carga crítica, a curva de distribuição de probabilidades de máximos de tração dinâmica numericamente obtida fica deformada. Uma nova envoltória deve ser definida, de maneira tal que considere de forma apropriada a região da carga crítica.

Um outro ponto importante, quando da ocorrência de compressão dinâmica, diz respeito ao valor do desvio padrão da tração dinâmica. Dada uma série de valores de tração  $T_i$ , tomados em intervalos igualmente espaçados, define-se desvio padrão por:

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})^2}{N-1}}, \quad (4.6)$$

onde  $\bar{T}$  é o valor médio da tração e é igual, a menos de pequenos desvios e quando não existe compressão dinâmica, ao valor da tração estática. Nesse casos, pode-se ainda

definir o desvio padrão como  $\sigma_T = \sigma_\tau = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \tau_i^2}{N-1}}$  e esse valor fornece uma medida do desvio com relação à média. Quando o sinal é igualmente distribuído em torno da tração estática esse valor está associado também a amplitude “média” da tração dinâmica.

No entanto, se existe compressão dinâmica, a tração média é diferente da estática. A formulação analítica, da maneira como apresentada, assume que o valor médio da tração é igual ao valor estático e também não “enxerga” a saturação da compressão dinâmica. Por isso, o valor que ela fornece como desvio padrão de tração corresponde à um sinal não “saturado” e não pode ser comparado com valores das saídas de qualquer código numérico. Ainda assim, é importante comparar algum valor associado ao quanto a tração dinâmica sobrepuja a média, nos casos experimentais e teóricos. A maneira que se encontrou de fazê-lo é descrita a seguir.

Se compararmos o valor do desvio padrão dos seguintes sinais:

$$1) \quad T = T_0 \cdot \cos \omega t, \quad \forall t \in \mathfrak{R}$$

$$2) \quad T = \begin{cases} T_0 \cdot \cos \omega t, & 0 + 2k\pi < t < \pi + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{N} \\ 0, & \pi + 2k\pi < t < 2\pi + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{N} \end{cases}$$

obter-se-á  $\sigma_{T_2} = \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2}} \sqrt{2} \cdot \sigma_{T_1}$ . Dessa maneira o que se fez foi tomar a série

temporal da tração e, artificialmente, torná-la nula onde  $T(t) < T_{\text{estático}}$ . A partir daí

calcula-se o desvio padrão da série gerada e dividindo-o pelo fator  $\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2}} \sqrt{2}$ . Este é

o valor associado à amplitude de tração dinâmica e é comparado com o valor previsto analiticamente.

As tabelas a seguir apresentam os desvios padrões calculados pela definição, pela técnica acima explicada e aqueles previstos analiticamente para todos os casos simulados. Aqueles grafados em negrito correspondem a casos onde houve compressão dinâmica.

- TOPO - CASOS	$\sigma_{\tau}$		
	Numéricos		Analítico
	Definição 4.7	Técnica Apresentada	
Rígido; 60°; $H_s=9\text{m}$ ; s/c	260	309	339
Rígido; 60°; $H_s=9\text{m}$ ; c/c	280	354	330
Rígido; 73°; $H_s=9\text{m}$ ; s/c	136	155	161
Rígido; 73°; $H_s=9\text{m}$ ; c/c	145	187	158
Linha; 50°; $H_s=8\text{m}$ ; s/c	129	129	111
Linha; 53°; $H_s=10\text{m}$ ; s/c	166	166	153
Linha; 53°; $H_s=10\text{m}$ ; c/c	169	169	150
Linha; 53°; $H_s=15\text{m}$ ; s/c	309	309	254
Linha; 58°; $H_s=10\text{m}$ ; s/c	248	250	277
Linha; 63°; $H_s=10\text{m}$ ; s/c	101	101	127
Linha; 65°; $H_s=10\text{m}$ ; s/c	155	155	183
Flex.; 78°; $H_s=9\text{m}$ ; s/c	85	85	98
Flex.; 78°; $H_s=11\text{m}$ ; s/c	116	116	144
Flex.; 83°; $H_s=10\text{m}$ ; s/c	112	112	84
Flex.; 85°; $H_s=10\text{m}$ ; s/c <sup>3</sup>	67	67	84
Flex.; 80°; $H_s=10\text{m}$ ; s/c	85	85	129

**Tabela 4.10 – Comparação de valores analíticos e numéricos de  $\sigma_{\tau}$ , como medida da amplitude média do sinal acima da tração estática. (valores não filtrados). Em negrito estão grafados os casos onde existe compressão dinâmica.**

<sup>3</sup> Nesse caso foi adotado um “turret” posicionado em  $a/L=0,4$ , que fornece  $\sigma_0=3,45\text{m}$  e  $T_z=12,76\text{s}$ . Se a mesma configuração estática fosse considerada em  $a/L=0,2$ , semelhantemente a todos os outros casos simulados, seriam obtidos  $\sigma_0=3,02\text{m}$  e  $T_z=12,90\text{s}$ .

- TDP - CASOS	$\sigma_{\tau}$		
	Numérico		Analítico
	Definição 2.4	Técnica Apresentada	
Rígido; 60°; $H_s=9m$ ; s/c	260	312	338
Rígido; 63°; $H_s=9m$ ; c/c	281	363	328
Rígido; 73°; $H_s=9m$ ; s/c	128	155	148
Rígido; 73°; $H_s=9m$ ; c/c	139	187	144
Linha; 50° ; $H_s=8m$ ; s/c	121	121	125
Linha; 53° ; $H_s=10m$ ; s/c	158	158	162
Linha; 53° ; $H_s=10m$ ; c/c	162	162	160
Linha; 53° ; $H_s=15m$ ; s/c	328	328	298
Linha; 58°; $H_s=10m$ ; s/c	206	206	251
Linha; 63° ; $H_s=10m$ ; s/c	79	79	88
Linha; 65° ; $H_s=10m$ ; s/c	128	128	137
Flex.;78°; $H_s=9m$ ; s/c	72	82	92
Flex.;78°; $H_s=11m$ ; s/c	97	123	145
Flex.;83°; $H_s=10m$ ; s/c	111	152	68
Flex.;85°; $H_s=10m$ ; s/c	43	63	63
Flex.; 80° $H_s=10m$ ;s/c	72	100	123

**Tabela 4.11 - Comparação de valores analíticos e numéricos de  $\sigma_{\tau}$ , como medida da amplitude média do sinal acima da tração estática (valores não filtrados). Em negrito estão grafados os casos onde existe compressão dinâmica.**

Nota-se que nem sempre a aplicação dessa técnica aproxima o desvio padrão numericamente calculado do seu valor previsto analiticamente. Justamente nos casos onde os mesmos afastam-se mais são casos onde se nota a presença de fortes componentes em alta frequência, que não podem ser filtradas pois, como explicado, o filtro aplicado a sinais saturados não representa técnica adequada. Essas componentes de alta frequência são claramente perceptíveis na Figura 4.38a e não estão presentes na realidade, como mostra a Figura 4.37 a partir do ensaio físico. A origem dessas oscilações “espúrias” é discutida mais a fundo no capítulo subsequente.

Aqui termina a apresentação parcial de resultados. Os conjunto completo de resultados, de todos os casos simulados, pode ser encontrada no Anexo B. Ali são apresentadas curvas semelhantes às aqui apresentadas, porém desenvolvidas

sistematicamente para o TDP e TOPO de cada linha, sob vários parâmetros de corte do filtro passa baixa.

## 5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma formulação analítica para a tração dinâmica ao longo de linhas oceânicas suspensas em catenária e sob excitação harmônica. Fez-se também um breve resumo do estudo de comparação dos resultados previstos por essa formulação com aqueles obtidos por programas de solução no domínio do tempo, além da comparação com resultados de experimentos físicos em escala reduzida.

Utilizando a formulação analítica e explorando o fato de o espectro dos movimentos impostos ao topo dessas linhas ser de banda estreita, derivou-se um modelo analítico de previsão estatística de cargas de tração dinâmica em linhas suspensas em catenária, que leva em consideração as não-linearidades inerentes a estes sistemas.

Os resultados previstos por essa formulação foram comparados com os resultados de simulações numéricas de linhas, sob a ação de mares aleatórios, utilizando-se de um programa comercial. Foram considerados representantes de linhas de amarração, risers rígidos e flexíveis, suspensos em um VLCC típico do cenário brasileiro. Foram analisados diferentes incidências de ondas, posições de “*turret*”, configurações estáticas para cada linha, bem como diversos estados de mar, compondo uma análise bastante ampla de casos.

A estatística de valores máximos de tração dinâmica foi comparada sob dois tratamentos diferentes. O primeiro analisa a envoltória da tração, determinando parâmetros estatísticos a partir da ponderação da parcela de tempo da simulação no qual essa envoltória se mantém dentro de uma determinada faixa de limites. O segundo

analisa diretamente os valores de picos de tração, determinando parâmetros estatísticos a partir da contagem desses picos. Os dois tratamentos são complementares.

Os resultados dessa comparação mostraram que, em geral, as predições analíticas recuperam as distribuições obtidas numericamente, com um nível de concordância ligeiramente maior no TDP, se comparada à análise junto ao TOPO. Existem casos, no entanto, onde não houve grande concordância dos resultados teóricos com os numéricos. Nem todas as discordâncias puderam, por ora, ser explicadas. Grande parte delas, no entanto, pode ser explicada e de uma forma que imprime confiança na formulação proposta e na sua robustez.

Nesse contexto, a formulação analítica deve ser encarada como complemento aos métodos discretos, permitindo que se aumente a compreensão dos fenômenos envolvidos, ganhando-se do ponto de vista de análise dos resultados numéricos.

Desse ponto de vista, algumas explicações para divergências de resultados foram aventadas, apontando em muitos casos para dificuldades específicas da ferramenta numérica utilizada e de sua modelagem da realidade física. Dessas, algumas puderam ser comprovadas e outras permanecem como conjecturas.

Verificou-se aderência fraca entre resultados teóricos e numéricos em casos de baixa amplitude de tração (resultantes de excitação harmônicas) ou de baixo desvio padrão de tração (resultantes de excitação aleatória). Em dois casos aleatórios de baixo nível de tração dinâmica, foi efetuada simulação também com o uso de outro software, e

grandes desvios foram encontrados entre os resultados dos dois programas. No entanto, estes casos são de pequeno interesse prático.

Em tais ocorrências, não há como qualificar uma pobre aderência da teoria proposta que, não obstante, deve estar recuperando resultados fidedignos, já que permanece dentro dos limites de validade de hipóteses fundamentais que são, inclusive, reforçadas já que o problema fica geometricamente mais linear.

A questão que parece estar por trás da pobre comparação nesses casos, com relação aos resultados numéricos, é o fato de que, quando a excitação é baixa, dificuldades numéricas têm influência não desprezível na solução. Parece então necessária uma comparação com resultados obtidos a partir de experimentos físicos confiáveis, ou mesmo de uma ferramenta numérica da qual se tenha completa confiança, através do acesso a um amplo conjunto de parâmetros e coeficientes físicos que controlem a dinâmica da linha (nesses casos de baixa amplitude), aliado a um amplo domínio da influência desses parâmetros.

Não obstante, um ponto não pode se perder nas conjecturas: se a solução do problema de comportamento global da linha depender enormemente da influência de parâmetros locais, dos quais não se tem e não se pode ter conhecimento com exatidão (como, por exemplo, do coeficiente de rigidez do solo), então a engenharia deveria abrir mão de tal solução e utilizar outra metodologia para inferir o que se faz necessário. Fica a sugestão para trabalhos futuros.



Outra causa de falha de aderência numérica está associada à existência de oscilações espúrias de alta frequência nas saídas numéricas, estando essas oscilações mais ou menos presentes, dependendo da discretização geométrica utilizada em cada caso. Conforme mostrado em Aranha et alii<sup>(2)</sup>, a discretização por massas concentradas induz à ocorrência de choques dessas massas concentradas com o solo, dando origem a oscilações de alta frequência que não são observadas em experimentos físicos. O problema físico real não apresenta choques pois o elemento flexível se acomoda ao solo como se estivesse sendo “desenrolado de um carretel”.

A ocorrência de oscilações de alta frequência parecem ter quatro efeitos fundamentais. Em primeiro lugar tende a “alargar” a banda do sinal de saída, o que torna a análise de probabilidade de máximos via envoltória do sinal incorreta. Em segundo e terceiro lugar, se as oscilações de alta frequência têm magnitude comparável à da tração dinâmica, sua participação, por um lado, altera significativamente o nível de máximos e de mínimos de tração, corrompendo o resultado de qualquer análise de saída, tanto por envoltória do sinal, como por contagem de picos (probabilidade de extremos). Por outro lado, induzem, via acoplamento, respostas em outras frequências e deturpam o sinal de saída dinâmica. Finalmente, em quarto lugar, se a tração estática for baixa, como ocorre na região do TDP, as oscilações espúrias de alta frequência podem desempenhar papel relevante no próprio equilíbrio global da linha, já que, dada a não linearidade intrínseca do problema, a média de sinais dinâmicos não é nula. Tal fato seria, inclusive, responsável pela não recuperação de resultados semelhantes com diferentes “softwares” para excitações de amplitudes muito baixas em também baixas frequências, como foi observado em algumas simulações harmônicas.

Uma observação que ainda diz respeito à influência das oscilações de alta frequência, é de que a melhor aderência de resultados teóricos e numéricos foi encontrada para os casos de risers rígidos. Uma eventual explicação para esse fato está associada ao papel que a rigidez flexional desempenha na dinâmica dos elementos finitos do modelo numérico junto ao solo, ao introduzir um efeito suavizador de choques. Esse efeito levaria a diminuição da sua intensidade. Deste modo, a série temporal da tração dinâmica, sobre a qual se faz o tratamento estatístico, apresenta-se “bem comportada” em tais simulações.

Com respeito a casos onde existe compressão dinâmica durante parte dos ciclos de tração, algumas ferramentas numéricas e, especificamente, o Orcaflex não respeitam níveis de saturação de tração momentaneamente, níveis estes que são função da frequência média do espectro e da rigidez flexional da linha. O tratamento estatístico direto da série temporal de tração gerada é, pois, mascarado por essas ocorrências de tração em níveis inferiores à realidade. Quando a série temporal de saída é saturada “artificialmente”, porém de forma a respeitar a fenomenologia envolvida, a concordância com as predições teóricas mostrou melhora significativa.

Nas condições discutidas, embora o modelo teórico proposto não esteja absolutamente validado, sua utilidade é patente. Quando o nível do desvio padrão da tração dinâmica alcança 20% da tração estática, todos os casos simulados apresentaram boa concordância. A formulação proposta consegue inclusive prever com fidedignidade a estatística de máximos de tração dinâmica para casos comprimidos dinamicamente, tendo portanto uma robustez elevada. A utilização desse modelo teórico em ciclos iniciais de projeto permite, de uma maneira extremamente rápida, a escolha

de configurações aceitáveis aos critérios de fadiga e de máxima probabilidade de ocorrência de extremos. Ciclos finais de projeto podem ser percorridos com o uso de ferramentas numéricas que sejam considerados confiáveis. No entanto, o que se faz premente levantar é o fato de que algumas comparações efetuadas entre diferentes softwares, para casos onde o desvio padrão de tração dinâmica é inferior a 20% da tração estática, não apresentam concordância entre si, de tal modo que não se justifica a utilização de outra ferramenta em detrimento da formulação analítica, pelo menos até o presente momento, e considerando-se estritamente os resultados aos quais se teve acesso.

Obviamente que o uso adequado de ferramentas numéricas é sempre de grande auxílio. Porém, alguns fenômenos que só receberam a devida atenção recentemente, têm mostrado uma influência muito grande nas saídas dessas ferramentas, de tal modo que ainda não se encontrou (e esse não foi objetivo do presente trabalho) a melhor maneira de adequar parâmetros numéricos de tal modo a controlar numericamente esses fenômenos.

Considerando o atual estágio da pesquisa, faz-se necessária uma investigação mais profunda com relação a esse ponto, ficando também como sugestão a trabalhos futuros.

## 6. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS

- 1.) Andrade, B.L.R., - "*Dinâmica de linhas de amarração – Estudo Experimental e Método de Cálculo no Domínio da Frequência*" - Tese M.Sc., Programa de Engenharia Naval e Oceânica EPUSP, 1994.
- 2.) Aranha, J.A.P., Martins, C.A, Pesce, C.P., *Analytical Approximation for the Dynamic Bending Moment at the Touch-Down Point of a Catenary Riser*. International Journal of Offshore and Polar Engineering, vol. 7, no.4, Dec, 1997, 293-300
- 3.) Aranha, J.A.P, Pesce, C.P., Martins, C.A. & Andrade, B.L.R. *Mechanics of Submerged Cables: Asymptotic Solution and Dynamic Tension*. 3rd International Offshore & Polar Engineering Conference, Singapore, Jun. 6-11, 1993; vol. II, pp.345-356.
- 4.) Aranha, J.A.P, Pinto, M.M.O. - "*Tração Dinâmica Em Cabos Submersos: Estudo de "Risers", Umbilicais E Linhas De Amarração*" – Monografia publicada internamente ao Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da EPUSP, 1999.
- 5.) Aranha, J.A.P, Martins, C.A., Pesce, C.P. e Pinto, M.M.O. – "*Saturação da Compressão Dinâmica em Linhas Oceânicas*" - Relatório interno de projeto dentro do convênio EPUSP- Petrobrás, 2000
- 6.) Aranha, J.A.P. e Pinto M.M.O. - "*The Dynamic Tension in Risers and Mooring Lines in a Random Excitations: Analytic Aproximation for the Wave Envelope Probability Density Function*" - Applied Ocean Research - submetido.
- 7.) Aranha, J.A.P. e Pinto M.M.O. - "*On the Dynamic Compression of Risers and Mooring Lines: An Analytical Expression for the Critical Load*" - Applied Ocean Research -submetido.

- 8.) Aranha, J.A.P. e Pinto M.M.O. - "*Dynamic Tension in Risers and Mooring Lines: An Algebraic Approximation for Harmonic Excitation*" - Journal of Ship Research – submetido
- 9.) Bernitsas, M.M., Hoff, C.J. & Kokarakis, J.E. – "*Non-Linear Inverse Perturbation in Structural Dynamics Redesign of Risers*"- OMAE, 1985, Huston, Texas.
- 10.) Faltinsen, O.M. - "*Sea Loads on Ships and Offshore Structures*"- Cambridge University Press, Cambridge, England, 1993.
- 11.) Giacaglia, G.E.O, *Vibrações Não-lineares*. Monografia do Departamento de Engenharia Mecânica; no. 44/89. EPUSP, 1989, 902 pp.
- 12.) Howell, C. T. - "*Investigation of the Dynamics of Low Tension Cables*" - PhD. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1992.
- 13.) Hsu, C.S. – "*The Response of a Parametric Excites Hanging String in Fluid*" - J. Sound and Vibrations, V.39,Pg305-316,, 1975.
- 14.) Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo.- "*Ensaio com Modelo de Riser Rígido.*" Rel. no. 34486, 1996.
- 15.) Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo. *Ensaio Complementares com Modelo Truncado de Riser Rígido*. Rel. no. 34643, 1996.
- 16.) Laissa, A.W. & Saad,A.M. - "*Large Amplitude Vibrations of Strings*" - J.Appl. Mech. 61 Transactions – 1994.
- 17.) Larsen, C.M. –"*Flexible Riser Analysis – Comparison of Results from Computer Programs.*"- Marine Structures, Design, Construction e& Safety. Vol. 5, No 5, 1992; Special Issue on Flexible Riser (Part I), pp 103-119

- 18.) Leira, B.J. & Remseth, S.N. – “*A Comparison of Linear and Non-Linear Methods for Dynamic Analysis of Marine Risers*”- Behavior of Offshore Structures Symposium, BOSS, 1985, Amsterdam, The Netherlands
- 19.) Longuet-Higgins, M.S. – “*On The Statistical Distribution of The Heights of The Sea*”- Journal of Maritime Research, 1952, vol 9, pp.245-266
- 20.) Loren D. Lutes & Shahram Sarkami – “*Stochastic Analysis of Structural and Mechanical Vibrations*” – Prentice Hall, New Jersey, 1997
- 21.) Martins, C.A. Aranha, J.A.P. & Pecse, C.P. – “*Programa RISTAT 1.4. Manual do Usuário*”, EPUSP, 1992.
- 22.) Patel, M.H. & Sayed, F.B. – “*Review of Flexible Riser Modelling and Analysis Technics*”- Engineering Structures, vol 17 (4), 1995, pp293-304.
- 23.) Patel, M.H. & Park, H.I. - “*Dynamics of Tension Leg Platform Tether at Low Tension. Part I - Mathieu Stability at Large Parameters*” - Marine Structures, 4 Pg 257-273 – 1991
- 24.) Patel, M.H. & Park, H.I. - “*Dynamics of Tension Leg Platform Tether at Low Tension. Part II - Combined Excitation*” - OMAE V.1-A, Offshore Technology ASME, 1992
- 25.) Pesce, C.P. 1997 *Mecânica de Cabos e Tubos Submersos lançados em "Catenária": uma abordagem analítica e experimental*. Tese de Livre Docência, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1997, 350pp.
- 26.) Pesce, C.P. *Cabos e Tubos Sumersos em Configuração de Catenária: elementos de análise e dimensionamento; fadiga*. Monografia, EPUSP, 1994, 42 pp.

- 27.) Pesce, C.P., Aranha, J.A.P., Martins, C.A., Tanaka, D., Taniguchi, C. *Estudos Preliminares Visando o Desenvolvimento de Métodos de Previsão de Vida Útil de Cabos Umbilicais e Tubos Flexíveis para Operação Offshore*. Programa Básico de Pesquisa e Desenvolvimento. Relatório Técnico 02, EPUSP, out., 1993. Convênio USP/PIRELLI; 50 pp
- 28.) Pesce, C.P., Aranha, J.A.P., Martins, C.A. & Pinto, M.M.O. “*Steel Catenary Risers for Deep Water Applications*”. 5th International Offshore & Polar Engineering Conference, The Hague, Jun. 11-16 , vol. 2, pp. 190-202, 1995.
- 29.) Pesce, C.P., “*Cálculo de Força de Deriva Sobre Corpos Cilíndricos Flutuantes sujeitos à Ação de Ondas Aleatórias*” - Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1984, 480pp.
- 30.) Pesce, C.P., & Pinto, M.M.O. “*First-order Dynamic Variation of Curvature and tension in Catenary Risers*”. 6th International Offshore & Polar Engineering Conference, Los Angeles, May 26-31, 1996, Proceedings, vol. 2 , pp 163-175.
- 31.) Price, W.G. & Bishop, R.E.D. “*Probabilistic Theory of Ship Dynamics*”. London, Chapman and Hall, 1974, 311 pp.
- 32.) Siqueira, M.Q. – “*Random Fatigue Analysis of a Steel Catenary Riser in Frequency and Time Domain*” - International Symposium on Offshore Engineering BRASIL OFFSHORE'97, Rio de Janeiro, Brasil (1997).
- 33.) Triantafyllou, M.S & Bliet, A. & Shin, H: “*Dynamic Analysis as a Tool for Open Sea Mooring System Design*”, Anual Meeting of The Society of Naval Architects and Marine Eng., November 1985, N.Y.

- 34.) Trintafyllou, M.S. & Howell, C. T. - "*Dynamic Response of Cables Under Negative Tension: an Ill-Posed Problem*" - Journal of of Sound and Vibrations, 173 (4), pp. 433-447, 1994.
- 35.) Zurita, B.I.G. - "*Estatística de Valores Extremos de Series Temporais Gaussianas e Não Gaussianas*", Tese M.Sc., Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, 1999.



## ANEXO A

### RESOLUÇÃO DO SISTEMA (2.40) E DERIVAÇÃO DA FORMULAÇÃO PARA DISTRIBUIÇÃO ESTATÍSTICA DE MÁXIMOS DE TRAÇÃO DINÂMICA

A tração dinâmica da linha no Touch Down Point vem da solução do sistema (2.40):

$$(-1 + i\zeta)\Omega^2 V_T = \frac{\tau_d(0)}{a} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\tau_d(0)}{a} = 1 - V_T \quad (\text{A.2})$$

Igualando a (A1.1) com a (A1.2) obtêm-se

$$(-1 + i\zeta)\Omega^2 V_T = 1 - V_T$$

$$(-1 + i\zeta)\Omega^2 V_T + V_T = V_T(1 + (-1 + i\zeta)\Omega^2) = 1$$

Isolando  $V_T$  e reagrupando

$$\begin{aligned} V_T &= \frac{1}{[1 + (-1 + i\zeta)\Omega^2]} = \frac{1}{[(1 - \Omega^2) + i\zeta\Omega^2]} = \\ &= \frac{1}{[(1 - \Omega^2) + i\zeta\Omega^2]} \frac{[(1 - \Omega^2) - i\zeta\Omega^2]}{[(1 - \Omega^2) - i\zeta\Omega^2]} \\ V_T &= \frac{(1 - \Omega^2) - i\zeta\Omega^2}{(1 - \Omega^2)^2 + \zeta^2\Omega^4} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Seja o coeficiente de amortecimento "linearmente" interpolado entre os casos com e sem corrente oceânica apresentado em (2.51):

$$\zeta^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\left[ \left( \frac{1-\Omega^2}{\Omega^2} \right)^2 + \zeta_c^2 \right]^2 + 4 \frac{\zeta_0}{\Omega^4} a^2} + \frac{1}{2} \left[ \zeta_c^2 - \left( \frac{1-\Omega^2}{\Omega^2} \right)^2 \right]$$

ou

$$\zeta^2 = \frac{1}{2} \sqrt{b_u^2 + 4 \frac{\zeta_0}{\Omega^4} a^2} + \frac{1}{2} \left[ \zeta_c^2 - \left( \frac{1-\Omega^2}{\Omega^2} \right)^2 \right] \quad (\text{A.4})$$

$$\text{com } b_u = \left( \frac{1-\Omega^2}{\Omega^2} \right)^2 + \zeta_c^2$$

Substituindo a (A1.5) na (A1.6) e desenvolvendo

$$\frac{\tau_d(0)}{a} = 1 - V_T \rightarrow \frac{\tau_d(0)}{a} = \frac{(1-\Omega^2)^2 + \zeta^2 \Omega^4 - (1-\Omega^2) + i\zeta \Omega^2}{(1-\Omega^2)^2 + \zeta^2 \Omega^4}$$

$$\frac{\tau_d(0)}{a} = \frac{(1-\Omega^2)[(1-\Omega^2)-1] + \zeta^2 \Omega^4 + i\zeta \Omega^2}{(1-\Omega^2)^2 + \zeta^2 \Omega^4} =$$

$$\frac{(1-\Omega^2)[(1-\Omega^2)-1] + \zeta^2 \Omega^4 + i\zeta \Omega^2}{(1-\Omega^2)^2 + \zeta^2 \Omega^4}$$

$$\frac{\tau_d(0)}{a} = \frac{\Omega^2(\Omega^2-1) + \zeta^2 \Omega^4 + i\zeta \Omega^2}{(1-\Omega^2)^2 + \zeta^2 \Omega^4} = \frac{\frac{(\Omega^2-1)}{\Omega^2} + \zeta^2 + i\frac{\zeta}{\Omega^2}}{\left[ \frac{(1-\Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2} \quad (\text{A.5})$$

Reapresentando a relação (2.42) como (A1.8) e resolvendo para a tração no topo, com o auxílio de (A1.9)

$$\frac{1}{a} [\tau_d(1) - \tau_d(0)] = -\frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 V_T \quad (\text{A.6})$$

Nesse instante a derivação diverge daquela que recuperaria o resultado apresentado em (2.52), já que ali se desconsiderou a parcela de variação da tração dinâmica ao longo da linha, que é proporcional à própria tração dinâmica no TDP. O resultado aqui obtido para a expressão da tração dinâmica ao longo da linha, bem como de sua distribuição estatística, apresenta diferenças muito pequenas com relação aquele apresentado no Capítulo 2, o qual, pela sua maior simplicidade foi preferido e mantido no corpo do texto final.

Desenvolvendo a (A1.6)

$$\begin{aligned} \frac{\tau_d(1)}{a} &= \frac{\tau_d(0)}{a} - \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \frac{(1-\Omega^2) - i\zeta\Omega^2}{(1-\Omega^2)^2 + \zeta^2\Omega^4} = \frac{\tau_d(0)}{a} - \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \frac{1}{\left[ \frac{(1-\Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2} \\ &= \frac{\frac{(\Omega^2-1)}{\Omega^2} + \zeta^2 + i\frac{\zeta}{\Omega^2}}{\left[ \frac{(\Omega^2-1)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2} - \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \frac{1}{\left[ \frac{(\Omega^2-1)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2} \end{aligned}$$

A tração no topo fica:

$$\frac{\tau_d(1)}{a} = \frac{\frac{(\Omega^2-1)}{\Omega^2} \left[ 1 + \frac{1}{\Omega^2} \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \right] + \zeta^2 + i\frac{\zeta}{\Omega^2} \left[ 1 + \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 \right]}{\left[ \frac{(1-\Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2}$$

(A.7)

Assumindo agora uma variação linear entre o TDP e o topo,

apresentada em (2.26):

$$\tau_d(s) = \tau_d(0) + [\tau_d(1) - \tau_d(0)]s \quad (\text{A.8})$$

ou

$$\frac{\tau_d(s)}{a} = \frac{\tau_d(0)}{a} + \left[ \frac{\tau_d(1)}{a} - \frac{\tau_d(0)}{a} \right] s$$

$$\frac{\tau_d(s)}{a} = \frac{\frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} + \zeta^2 + i \frac{\zeta}{\Omega^2}}{\left[ \frac{(1 - \Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2} + \left[ \frac{\frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} \left[ 1 + \frac{1}{\Omega^2} \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] + \zeta^2 + i \frac{\zeta}{\Omega^2} \left[ 1 + \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]}{\left[ \frac{(1 - \Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2} - \frac{\frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} + \zeta^2 + i \frac{\zeta}{\Omega^2}}{\left[ \frac{(1 - \Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2} \right] s$$

$$\frac{\tau_d(s)}{a} = \frac{\frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} + \zeta^2 + i \frac{\zeta}{\Omega^2}}{\left[ \frac{(1 - \Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2} + \left[ \frac{\frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} \left[ 1 + \frac{1}{\Omega^2} \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] + i \frac{\zeta}{\Omega^2} \left[ 1 + \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]}{\left[ \frac{(1 - \Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2} \right] s$$

$$\frac{\tau_d(s)}{a} = \frac{\frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} \left[ 1 + \frac{1}{\Omega^2} \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] s + \zeta^2 + i \frac{\zeta}{\Omega^2} \left[ 1 + \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] s}{\left[ \frac{(1 - \Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2}$$

tomando módulos

$$\left| \frac{\tau_d(s)}{a} \right| = \sqrt{\frac{\left[ \frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} \right]^2 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega^2} \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]^2 s^2 + 2 \zeta^2 \left[ \frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} \right] \left[ 1 + \frac{1}{\Omega^2} \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] s + \zeta^4 + \frac{\zeta^2}{\Omega^4} \left[ 1 + \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]^2 s^2}{\left\{ \left[ \frac{(1 - \Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2 \right\}^2}}$$

$$\left| \frac{\tau_d(s)}{a} \right| = \sqrt{\frac{\left[ \frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} \right]^2 \left\{ \left[ 1 + \frac{2}{\Omega^2} \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] s + \left[ \frac{1}{\Omega^2} \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]^2 s^2 \right\} + 2 \zeta^2 \left[ \frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} \right] \left[ \Omega^2 + \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] s + \zeta^4 + \frac{\zeta^2}{\Omega^4} \left[ 1 + 2 \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 s + \left[ \frac{l + l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]^2 s^2 \right\}}{\left\{ \left[ \frac{(1 - \Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2 \right\}^2}}$$

$$\left| \frac{\tau_d(b)}{a} \right| = \sqrt{\frac{2 \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \left\{ \left[ \frac{(\Omega^2-1)}{\Omega^2} \right]^2 \frac{1}{\Omega^2} + \frac{\zeta^2}{\Omega^2} \left[ \frac{(\Omega^2-1)}{\Omega^2} \right] + \frac{\zeta^2}{\Omega^2} \right\} + \left[ \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]^2 \left\{ \left[ \frac{(\Omega^2-1)}{\Omega^2} \right]^2 \frac{1}{\Omega^4} + \frac{\zeta^2}{\Omega^4} \right\} + \frac{\zeta^2}{\Omega^4} + \left[ \frac{(\Omega^2-1)}{\Omega^2} + \zeta^2 \right]^2}{\left\{ \left[ \frac{(1-\Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2 \right\}^2}}$$

Identificando termos e trabalhando algebricamente com cada um deles de maneira isolada

$$(1) \zeta^2 = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0}{\Omega^4} a^2} + \frac{1}{2} \left[ \zeta_c^2 - \left( \frac{1-\Omega^2}{\Omega^2} \right)^2 \right];$$

$$(2) \left[ \frac{(\Omega^2-1)}{\Omega^2} \right]^2 \frac{1}{\Omega^2} + \frac{\zeta^2}{\Omega^2} \left[ \frac{(\Omega^2-1)}{\Omega^2} \right] + \frac{\zeta^2}{\Omega^4} =$$

=

$$\frac{1}{\Omega^2} \left\{ \frac{\Omega^4 - 2\Omega^2 + 1}{\Omega^4} + \left[ \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0}{\Omega^4} a^2} + \frac{1}{2} \left[ \zeta_c^2 - \left( \frac{1-\Omega^2}{\Omega^2} \right)^2 \right] \right] \left[ \frac{(\Omega^2-1)}{\Omega^2} + \frac{1}{\Omega^2} \right] \right\}$$

=

$$\frac{1}{\Omega^2} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{1-\Omega^2}{\Omega^2} \right)^2 + \left[ \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0}{\Omega^4} a^2} + \frac{1}{2} [\zeta_c^2] \right] \right\} = \frac{1}{\Omega^2} \left\{ \left[ \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0}{\Omega^4} a^2} + \frac{1}{2} b \right] \right\}$$

$$(3) \left[ \frac{(\Omega^2-1)}{\Omega^2} \right]^2 \frac{1}{\Omega^4} + \frac{\zeta^2}{\Omega^4} = \frac{\Omega^4 - 2\Omega^2 + 1}{\Omega^8} + \frac{-1 + 2\Omega^2 - \Omega^4}{2\Omega^8} + \frac{\left[ \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0}{\Omega^4} a^2} + \frac{1}{2} [\zeta_c^2] \right]}{\Omega^4}$$

$$= \frac{\Omega^4 - 2\Omega^2 + 1}{2\Omega^8} + \frac{\left[ \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0}{\Omega^4} a^2} + \frac{1}{2} [\zeta_c^2] \right]}{\Omega^4} = \frac{\left[ \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0}{\Omega^4} a^2} + \frac{1}{2} b \right]}{\Omega^4}$$

$$(4) \left\{ \left[ \frac{(1-\Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2 \right\}^2 = \left\{ \left[ \frac{(1-\Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2 \right\} \left\{ \left[ \frac{(1-\Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2 \right\} =$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \frac{1}{2} b \right\} \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \frac{1}{2} b \right\}$$

a amplitude da tração dinâmica fica

$$\left| \frac{\tau_{d(s)}}{a} \right| = \sqrt{\frac{\frac{2}{\Omega^2} \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s + \frac{1}{\Omega^4} \left[ \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s \right]^2}{\frac{1}{2} \left[ \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + b \right]} + \frac{\zeta^2 + \left[ \frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} + \zeta^2 \right]^2}{\left\{ \left[ \frac{(1-\Omega^2)}{\Omega^2} \right]^2 + \zeta^2 \right\}^2}}$$

$$\left| \frac{\tau_{d(s)}}{a} \right| = \sqrt{\frac{\frac{4}{\Omega^2} \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s + \frac{1}{\Omega^4} \left[ \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s \right]^2}{\sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + b} + \frac{4 \zeta^2 + 4 \left[ \frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} + \zeta^2 \right]^2}{\left\{ \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + b \right\}^2}}$$

como ainda

$$4 \left[ \frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} + \zeta^2 \right]^2 = \left[ \frac{2(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} + \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \left[ \zeta_c^2 - \left( \frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} \right)^2 \right] \right]^2$$

$$\frac{2(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} - \left( \frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} \right)^2 = \frac{2\Omega^4 - 2\Omega^2}{\Omega^4} + \frac{-\Omega^4 + 2\Omega^2 - 1}{\Omega^4} = \frac{\Omega^4 - 1}{\Omega^4}$$

e o último termo pode ser escrito como

$$4 \frac{\zeta^2}{\Omega^4} + 4 \left[ \frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} + \zeta^2 \right]^2 =$$

$$= 4 \frac{\left[ \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \frac{1}{2} \left[ \zeta_c^2 - \left( \frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} \right)^2 \right] \right]^2}{\Omega^4} + \left[ \sqrt{b^2 + 4 \frac{\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \zeta_c^2 + \frac{\Omega^4 - 1}{\Omega^4} \right]^2$$

e finalmente a tração dinâmica fica dada por

$$\left| \frac{\tau_d(s)}{a} \right| = \sqrt{\frac{\frac{4}{\Omega^2} \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s + \frac{2}{\Omega^4} \left[ \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s \right]^2}{\sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + b}} + \frac{\frac{2}{\Omega^4} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \zeta_c^2 - \left( \frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} \right)^2 \right] + \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \zeta_c^2 + \frac{\Omega^4 - 1}{\Omega^4} \right]^2}{\left\{ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + b} \right\}^2}} \quad (\text{A.9})$$

Passar-se-á, agora, a buscar uma forma mais concisa. Quadrando

(A1.13) obtêm-se

$$\left| \frac{\tau_d(s)}{a} \right|^2 = \frac{\frac{4}{\Omega^2} \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s + \frac{2}{\Omega^4} \left[ \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s \right]^2}{\sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + b}} + \frac{\frac{2}{\Omega^4} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \zeta_c^2 - \left( \frac{(\Omega^2 - 1)}{\Omega^2} \right)^2 \right] + \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \zeta_c^2 + \frac{\Omega^4 - 1}{\Omega^4} \right]^2}{\left\{ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + b} \right\}^2}$$

Trabalhando algebricamente com cada termo

$$1 \text{ termo} \quad \frac{\frac{4}{\Omega^2} \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s + \frac{2}{\Omega^4} \left[ \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s \right]^2}{\sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + b}} =$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\frac{4}{\Omega^2} \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 s + \frac{2}{\Omega^4} \left[ \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 s \right]^2}{\sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + b}} \frac{\sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b}}{\sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b}} = \\
& = \frac{\left\{ \frac{4}{\Omega^2} \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 s + \frac{2}{\Omega^4} \left[ \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 s \right]^2 \right\} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b} \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{2 termo} \quad & \frac{2}{\Omega^4} \frac{\left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + \zeta_c^2} - \left( \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right)^2 \right]}{\left\{ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + b} \right\}^2} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\frac{2}{\Omega^4} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + \zeta_c^2} - \left( \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right)^2 \right] \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b} \right]^2}{\left\{ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + b} \right\}^2 \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b} \right]} = \frac{2}{\Omega^4} \frac{\left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + \zeta_c^2} - \left( \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right)^2 \right] \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b} \right]^2}{\left[ \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 \right]^2} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\frac{2}{\Omega^4} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + \zeta_c^2} + \left( \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right)^2 - 2 \left( \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right)^2 \right] \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b} \right]^2}{\left[ \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 \right]^2} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& = \frac{\frac{2}{\Omega^4} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + b} - 2 \left( \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right)^2 \right] \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b} \right]^2}{\left[ \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 \right]^2} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\frac{2}{\Omega^4} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 + b} - 2 \left( \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right)^2 \right] \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b} \right]^2}{\left[ \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 \right]^2} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& = \frac{\frac{2}{\Omega^4} \frac{4\zeta_0}{\Omega^4} a \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b} \right]}{\left[ \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 \right]^2} - \frac{2}{\Omega^4} \frac{2 \left( \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right)^2 \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b} \right]^2}{\left[ \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 \right]^2} =
\end{aligned}$$



$$\frac{\frac{2}{\Omega^4} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - \frac{4 \left( \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right)^2 \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]^2}{\left[ \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 \right]^2} = \frac{\frac{2}{\Omega^4} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - \frac{\left( \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right)^2 \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]^2}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 \left[ \zeta_0^2 a^2 \right]}$$

3 termo

$$\frac{\left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \zeta_c^2 + \frac{\Omega^4 - 1}{\Omega^4} \right]^2 \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]^2}{\left\{ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + b \right\}^2 \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]} = \frac{\left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \zeta_c^2 + \frac{\Omega^4 - 1}{\Omega^4} \right]^2 \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]^2}{\left[ \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 \right]^2} =$$

$$= \left[ \frac{\left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \zeta_c^2 + \frac{\Omega^4 - 1}{\Omega^4} \right] \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} \right]^2 =$$

$$= \left[ \frac{\left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \zeta_c^2 + \left[ \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right]^2 - \left[ \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right]^2 + \frac{\Omega^4 - 1}{\Omega^4} \right] \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} \right]^2 =$$

$$= \left[ \frac{\left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + b - \left[ \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right]^2 + \frac{\Omega^4 - 1}{\Omega^4} \right] \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} \right]^2 = \left[ 1 + \frac{\left[ \frac{\Omega^4 - 1}{\Omega^4} - \left[ \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right]^2 \right] \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} \right]^2$$

mas

$$\frac{\Omega^4 - 1}{\Omega^4} - \left[ \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right]^2 = \frac{\Omega^4 - 1}{\Omega^4} + \frac{-\Omega^4 + 2\Omega^2 - 1}{\Omega^4} = \frac{2\Omega^4 - 2\Omega^2}{\Omega^4} = 2 \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^4}$$

e, portanto

$$\left[ 1 + \frac{\left[ -\left[ \frac{(\Omega^2 - 1)^2}{\Omega^2} \right] + \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^4} \right] \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]^2}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} \right]^2 = \left[ 1 + 2 \frac{\frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^4} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} \right]^2 =$$

$$1 + 4 \frac{\frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^4} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \frac{\left[ \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right]^2 \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]^2}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 [\zeta_0^2 a^2]}$$

Agrupando termos novamente

$$\left| \frac{\tau_{d(s)}}{a} \right|^2 = \frac{\left\{ \frac{4}{\Omega^2} \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 s + \frac{2}{\Omega^4} \left[ \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 s \right]^2 \right\} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \frac{2}{\Omega^4} \frac{\left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - \frac{\left( \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right)^2 \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]^2}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 [\zeta_0^2 a^2]}$$

$$+ 4 \frac{\frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^4} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + \frac{\left[ \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right]^2 \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]^2}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 [\zeta_0^2 a^2]}$$

$$\left| \frac{\tau_{d(s)}}{a} \right|^2 = \frac{\left\{ \frac{4}{\Omega^2} \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 s + \frac{2}{\Omega^4} \left[ \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 s \right]^2 + \frac{2}{\Omega^4} + 4 \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^4} \right\} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + 1$$

e finalmente:

$$\left| \frac{\tau_{d(s)}}{a} \right|^2 = \frac{\left\{ \frac{4}{\Omega^2} \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 s + \frac{2}{\Omega^4} \left[ \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 s \right]^2 + \frac{2}{\Omega^4} + 4 \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^4} \right\} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} + 1$$

$$\left| \frac{\tau_{d(s)}}{a} \right|^2 = \frac{\left\{ 4 \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s + \frac{2}{\Omega^4} \left[ \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s \right]^2 + \frac{2}{\Omega^2} + 4 \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \right\} \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b} \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4}} + a^2 =$$

$$\left| \frac{\tau_{d(s)}}{a} \right|^2 = \frac{c_1 \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b} \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4}} + a^2$$

conduzindo a

$$\left| \frac{\tau_{d(s)}}{a} \right| = \left[ \frac{c_1 \left[ \sqrt{b^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2 - b} \right]}{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4}} + a^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.10})$$

onde

$$c_1(s) = 4 \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s + \frac{2}{\Omega^2} \left[ \frac{l+l''}{l} \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right)^2 s \right]^2 + \frac{4\Omega^2 - 2}{\Omega^2}.$$

A expressão (A1.15) deve ser interpretada sob dois pontos de vista:

em primeiro lugar, fornecem a amplitude da tração dinâmica para

movimento harmônico da superfície do mar, e nesse caso  $a(t) = cte =$

$\sqrt{2}$ , em segundo lugar, fornecem a envoltória da tração dinâmica para

casos onde o movimento da superfície do mar é aleatório, mas de banda

estreita. Nesse ultimo caso  $a(t)$  é uma função temporal e traduz a

envoltória do movimento imposto na extremidade suspensa.

Seja agora a determinação da função densidade de probabilidade de máximos de tração dinâmica, determinada a partir da hipótese de que  $a$  têm distribuição de Rayleigh.

Relembrando a definição da função

$$f(a) = \sqrt{b_u^2 + \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4} a^2} - b_u \quad (\text{A.11})$$

a tração dinâmica fica expressa por

$$\tau(f) = \sqrt{\frac{\Omega^2}{4\zeta_0^2} c_1 f + a^2} \quad (\text{A.12})$$

A inversa de  $f(a)$  fornece

$$a(f) = \frac{\Omega^2}{2\zeta_0} \sqrt{f^2 + 2fb_u}$$

Substituindo em (A1.18), obtêm-se

$$\tau(f) = \frac{\Omega^2}{2\zeta_0} \sqrt{f^2 + \left[2b_u + \frac{c_1}{\Omega^2}\right] f}.$$

Como o movimento do sistema oceânico  $U(t)$  é gaussiano, a sua envoltória  $a(t)$  segue a distribuição de Rayleigh e é dada por

$$P_a(a) = ae^{-\frac{a^2}{2}}$$

Ao se introduzir a função dada por (A1.20) dever-se-á ter

$$P_f(f) = \left( a \frac{da}{df} \right) e^{-\frac{a^2(f)}{2}}$$

ou

$$P_\tau(\tau) = p_f(f(\tau)) \frac{df}{d\tau}(\tau) \quad (\text{A.13})$$

Sejam então as inversas das funções  $f(a)$  e  $\tau(f)$

$$a(f) = \frac{\Omega^2}{2\zeta_0} \sqrt{f^2 + 2fb_u} \quad (\text{A.14})$$

$$f(\tau) = -b_u - \frac{c_1}{2\Omega^2} + \sqrt{\left[ b_u + \frac{c_1}{2\Omega^2} \right]^2 + \tau(f)^2 \left[ \frac{2\zeta_0}{\Omega^2} \right]^2}. \quad (\text{A.15})$$

Suas derivadas ficam dadas por

$$\frac{da}{df} = \frac{\Omega^2}{2\zeta_0} \frac{f + b_u}{\sqrt{f^2 + 2fb_u}} \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{df}{d\tau} = \frac{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4}}{\sqrt{\left[ b_u + \frac{c_1}{2\Omega^2} \right]^2 + \tau(f)^2 \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4}}} \tau_{d(s)} \quad (\text{A.17})$$

Substituindo-as em (A1.21) obtém-se

$$\begin{aligned} P_f(f) &= \left( a \frac{da}{df} \right) e^{-\frac{a^2(f)}{2}} = \frac{\Omega^2}{2\zeta_0} \sqrt{f^2 + 2fb_u} \frac{\Omega^2}{2\zeta_0} \frac{f + b_u}{\sqrt{f^2 + 2fb_u}} e^{-\frac{\Omega^4}{8\zeta_0^2} [f^2 + 2fb_u]} = \\ &= \frac{\Omega^4}{4\zeta_0^2} [f + b_u] e^{-\frac{\Omega^4}{8\zeta_0^2} [f^2 + 2fb_u]} = \end{aligned}$$

$$= \frac{\Omega^4}{4\zeta_0^2} \left[ -\frac{c_1}{2\Omega^2} + \sqrt{\left[ b_u + \frac{c_1}{2\Omega^2} \right]^2 + \tau(f)^2 \left[ \frac{2\zeta_0}{\Omega^2} \right]^2} \right] e^{-\frac{\Omega^4}{8\zeta_0^2} \left[ \left[ -b_u - \frac{c_1}{2\Omega^2} + \sqrt{\left[ b_u + \frac{c_1}{2\Omega^2} \right]^2 + \tau(f)^2 \left[ \frac{2\zeta_0}{\Omega^2} \right]^2} \right]^2 + 2 \right]} =$$

$$P_\tau(\tau) = \frac{\Omega^4}{4\zeta_0^2} [f + b_u] e^{-\frac{\Omega^4}{8\zeta_0^2} [f^2 + 2fb_u]} \frac{\frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4}}{\sqrt{\left[ b_u + \frac{c_1}{2\Omega^2} \right]^2 + \tau(f)^2 \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4}}} \tau_d(s)$$

ou, finalmente

$$P_\tau(\tau) = \tau_d(s) \left[ 1 - \frac{c_1}{2\Omega^2 \sqrt{\left[ b_u + \frac{c_1}{2\Omega^2} \right]^2 + \tau(f)^2 \frac{4\zeta_0^2}{\Omega^4}}} \right] e^{-\frac{\Omega^4}{8\zeta_0^2} \left[ \left[ -b_u - \frac{c_1}{2\Omega^2} + \sqrt{\left[ b_u + \frac{c_1}{2\Omega^2} \right]^2 + \tau(f)^2 \left[ \frac{2\zeta_0}{\Omega^2} \right]^2} \right]^2 + 2 \right]}$$

(A.18)

É fácil verificar que

$$\int_0^{\infty} P_\tau(\tau) d\tau = 1$$

Considere-se a mudança de variáveis

$$t = \frac{\Omega^4}{8c_1\zeta_0^4} [f^2 + 2fb_u] \Rightarrow f = \sqrt{b_u^2 + \frac{8c_1\zeta_0^2}{\Omega^4} t} - b_u$$

$$dt = \frac{\Omega^4}{4c_1\zeta_0^4} [f + b_u] df$$

Os limites da integral tornam-se

$$a = 0 \Rightarrow \tau = 0 \Rightarrow f = 0 \Rightarrow t = 0$$

$$a = \infty \Rightarrow \tau = \infty \Rightarrow f = \infty \Rightarrow t = \infty$$

e, finalmente ...

$$\int_0^{\infty} \frac{dt}{df} e^{-t} \frac{df}{d\tau} d\tau = \int_0^{\infty} e^{-t} dt = 1$$

Seja agora a normalização da tração dinâmica pelo seu desvio padrão, que é definido por

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} E[\tau^2] = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \tau^2 P_f(f(\tau)) d\tau$$

Mantendo a mesma mudança de variáveis deveremos calcular

$$\int_0^{\infty} \tau^2 \frac{dt}{df} e^{-t} \frac{df}{d\tau} d\tau = \int_0^{\infty} \tau^2 e^{-t} d\tau$$

$$t = \frac{\Omega^4}{8\zeta_0^2} [f^2 + 2fb_u] \Rightarrow f^2 + 2fb_u - \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4} t = 0$$

com

$$f = \sqrt{b_u^2 + \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4} t} - b_u$$

como

$$f(\tau) = -b_u - \frac{c_1}{2\Omega^2} + \sqrt{\left[b_u + \frac{c_1}{2\Omega^2}\right]^2 + \tau^2 \left[\frac{2\zeta_0}{\Omega^2}\right]^2} \Rightarrow$$

Igualando as duas expressões para  $f$

$$\begin{aligned}
-b_u - \frac{c_1}{2\Omega^2} + \sqrt{\left[b_u + \frac{c_1}{2\Omega^2}\right]^2 + \tau^2 \left[\frac{2\zeta_0}{\Omega^2}\right]^2} &= -b_u + \sqrt{b_u^2 + \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4}t} \\
\sqrt{\left[b_u + \frac{c_1}{2\Omega^2}\right]^2 + \tau^2 \left[\frac{2\zeta_0}{\Omega^2}\right]^2} &= +\sqrt{b_u^2 + \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4}t} + \frac{c_1}{2\Omega^2} \\
\left[b_u + \frac{c_1}{2\Omega^2}\right]^2 + \tau^2 \left[\frac{2\zeta_0}{\Omega^2}\right]^2 &= +b_u^2 + \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4}t + \frac{c_1}{\Omega^2} \sqrt{b_u^2 + \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4}t} + \left[\frac{c_1}{2\Omega^2}\right]^2 \\
\tau^2 \left[\frac{2\zeta_0}{\Omega^2}\right]^2 &= b_u^2 + \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4}t + \frac{c_1}{\Omega^2} \sqrt{b_u^2 + \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4}t} + \left[\frac{c_1}{2\Omega^2}\right]^2 - \left[b_u + \frac{c_1}{2\Omega^2}\right]^2 \\
\tau^2 &= \left[\frac{\Omega^2}{2\zeta_0}\right]^2 \left\{ \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4}t + \frac{c_1}{\Omega^2} \sqrt{b_u^2 + \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4}t} - b_u \frac{c_1}{\Omega^2} \right\}
\end{aligned}$$

e o desvio padrão fica

$$\begin{aligned}
\sigma^2 &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \left[\frac{\Omega^2}{2\zeta_0}\right]^2 \left\{ \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4}t + \frac{c_1}{\Omega^2} \sqrt{b_u^2 + \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4}t} + b_u^2 \left[\frac{c_1}{2\Omega^2} - 1\right] - b_u \frac{c_1}{\Omega^2} \right\} e^{-t} dt = \\
&= \frac{1}{8} \frac{\Omega^4}{\zeta_0^2} \left[ \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4} \int_0^\infty t e^{-t} dt + \frac{c_1}{\Omega^2} \int_0^\infty \sqrt{b_u^2 + \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4}t} e^{-t} dt + \int_0^\infty \left\{ b_u^2 \left[\frac{c_1}{2\Omega^2} - 1\right] - b_u \frac{c_1}{\Omega^2} \right\} e^{-t} dt \right]
\end{aligned}$$

Como

$$\int_0^\infty \sqrt{a+bt} e^{-t} dt = \frac{1}{2} \sqrt{b} \sqrt{\pi} e^{\frac{a}{b}} + \sqrt{a} - \frac{1}{2} \sqrt{b} e^{\frac{a}{b}} \sqrt{\pi} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)$$

$$\int_0^\infty e^{-t} dt = 1$$

$$\int_0^\infty t e^{-t} dt = 1$$



Tem-se finalmente

$$\sigma^2 = \frac{1}{8} \frac{\Omega^4}{\zeta_0^2} \left[ \frac{8\zeta_0^2}{\Omega^4} + \frac{c_1}{\Omega^2} \left\{ \frac{\sqrt{2}\zeta_0}{\Omega^2} e^{\frac{\Omega^4 b_u^2}{8\zeta_0^2}} \sqrt{\pi} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{b_u \Omega^2}{2\sqrt{2}\zeta_0} \right) \right] + b_u \right\} - b_u \frac{c_1}{\Omega^2} \right] =$$

$$\sigma^2 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{c_1}{\zeta_0} e^{\frac{\Omega^4 b_u^2}{8\zeta_0^2}} \sqrt{\pi} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{b_u \Omega^2}{2\sqrt{2}\zeta_0} \right) \right] \quad (\text{A.19})$$

Assim, se  $r(t, s) = \tau(r, t) / \sigma(s)$  for a envoltória da tração

dinâmica, normalizada pelo seu desvio padrão tem-se por definição:

$$P_E(r) = \sigma P_E(\tau) \Big|_{\tau = \sigma r}$$

utilizando

$$f(\sigma r, s) = -b_u - \frac{c_1(s)}{2\Omega^2} + \sqrt{\left[ b_u + \frac{c_1(s)}{2\Omega^2} \right]^2 + (\sigma r)^2 \left[ \frac{2\zeta_0}{\Omega^2} \right]^2}$$

chega-se a

$$P_E(r, s) = r(s) \sigma(s)^2 \left[ 1 - \frac{c_1(s)}{2\Omega^2 \left[ f(\sigma r, s) + b_u + \frac{c_1(s)}{2\Omega^2} \right]} \right] e^{-\frac{\Omega^4}{8\zeta_0^2} (f(\sigma r, s)^2 + 2f(\sigma r, s)b_u)} \quad (\text{A.20}).$$

## ANEXO B

### RESULTADOS GLOBAIS PARA TODOS OS CASOS SIMULADOS.

Nas páginas seguintes são apresentadas as curvas de distribuição estatística de todos os casos simulados, quando se consideram parâmetros de frequência de corte variáveis. São consideradas frequências de corte, para efeito de filtro do sinal, de 1,5; 2; 2,5 e 3 vezes a frequência de pico do espectro de movimentos.

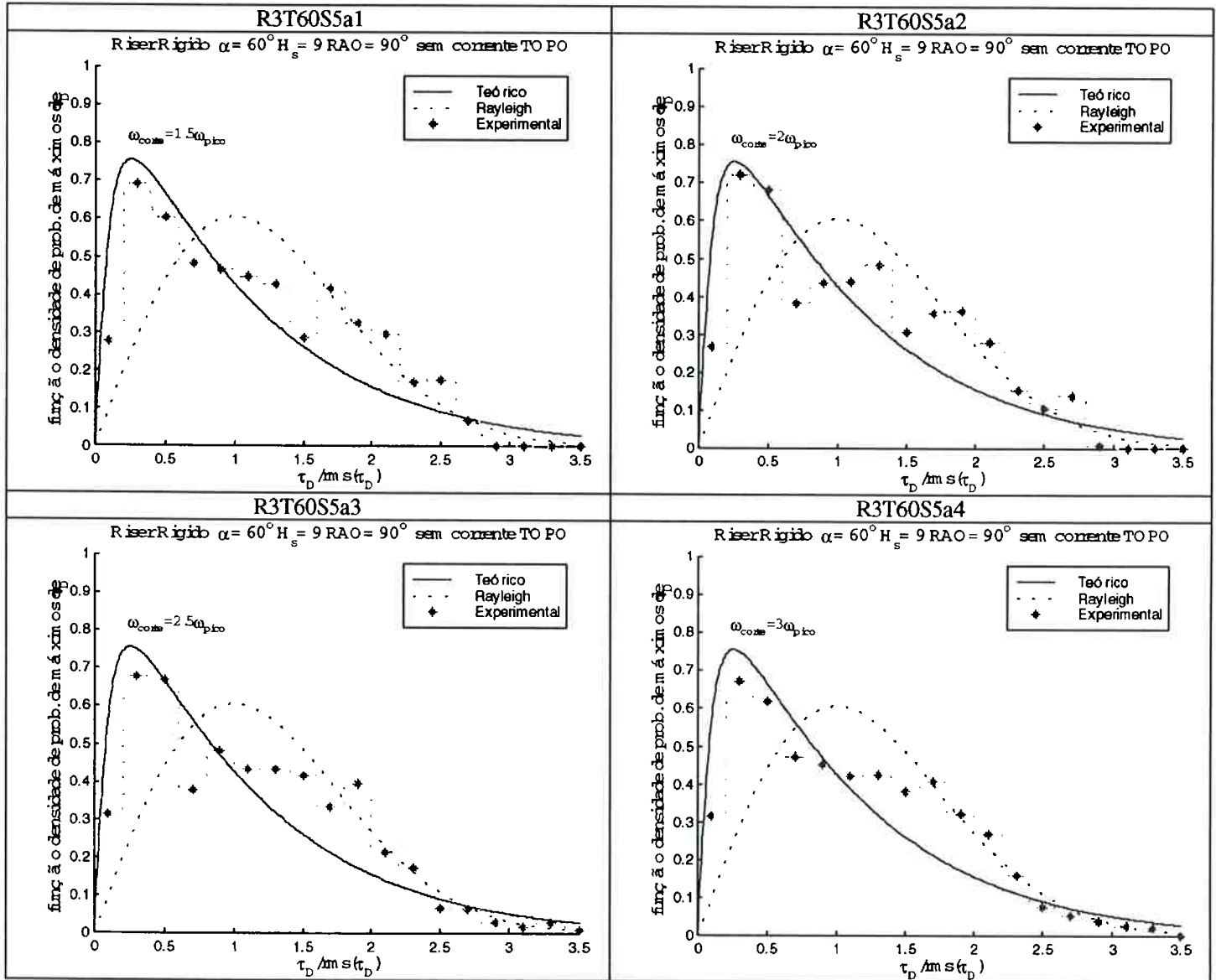
Os casos apresentados seguem a ordem apresentada na Tabela 4.3.

Linha oceânica	Arquivo	Incidência de ondas ao VLCC	Ângulo da linha c/ horizontal	Altura significativa de onda (m)	Corrente Oceânica
Rígido	R9060S5a	90°	60°	9	Não
	R9060C5a	90°	60°	9	Sim
	R9073S5a	90°	73°	9	Não
	R9073C5a	90°	73°	9	Sim
Linha de amarração	C1850S4a	180°	50°	8	Não
	C1853S1a	180°	53°	5	Não
	C1853S6a	180°	53°	10	Não
	C1853C6a	180°	53°	10	Sim
	C1853S0a	180°	53°	15	Não
	C9058S6H <sup>1</sup>	90°	58,5°	10	Não
	C1863S6a	180°	63°	10	Não
	C1365S6a	135°	65°	10	Não
Flexível	F9078S5a	90°	78°	9	Não
	F9078S7a	90°	78°	11	Não
	F9080S6a	90°	80°	10	Não
	F9083S6a	90°	83°	10	Não
	F9085S6T <sup>1</sup>	90°	85°	10	Não

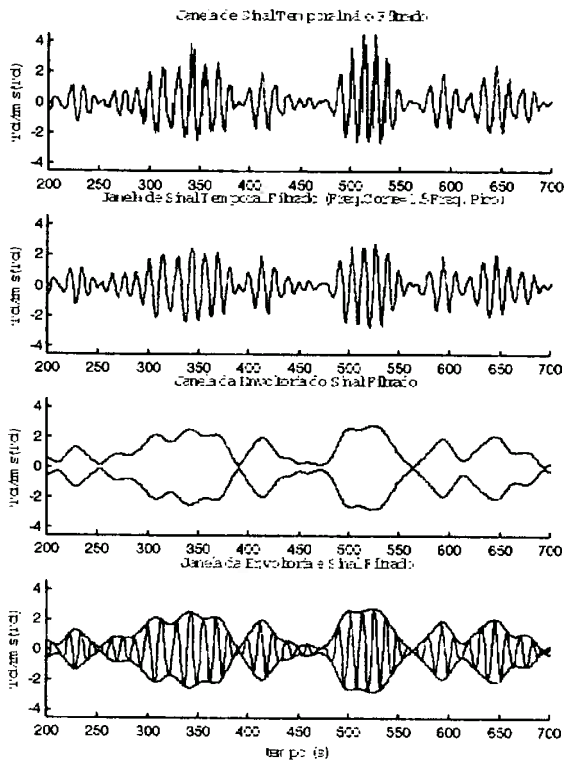
**Tabela 4.1 – Quadro resumo dos casos simulados**

<sup>1</sup> Em todos os casos analisados se considerou um “turret” instalado em 20% do comprimento do navio à vante da seção mestra ( $a/L=0.2$ ), excetuando-se esse último caso, onde foi considerado um “turret” em  $a/L=0.4$ .

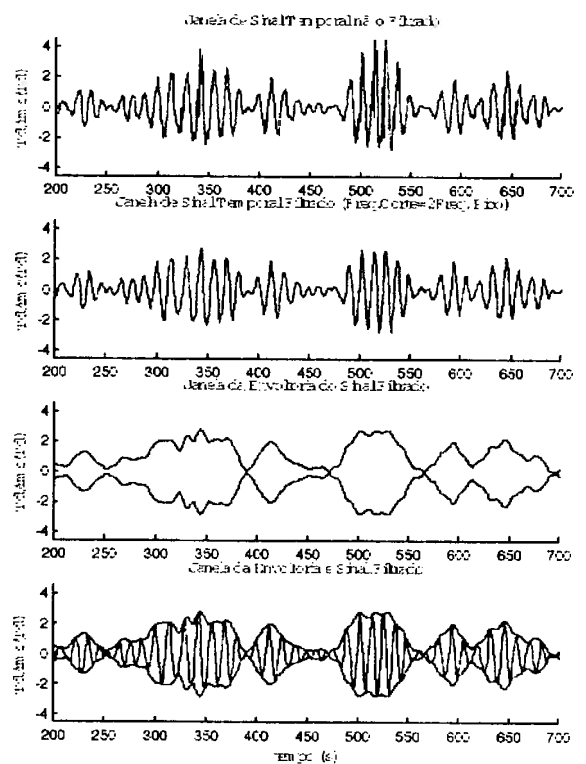
**Riser rígado - Ângulo de topo:  $60^\circ$  -  $H_s=9\text{m}$  -  $RAO=90^\circ$   
sem corrente oceânica**



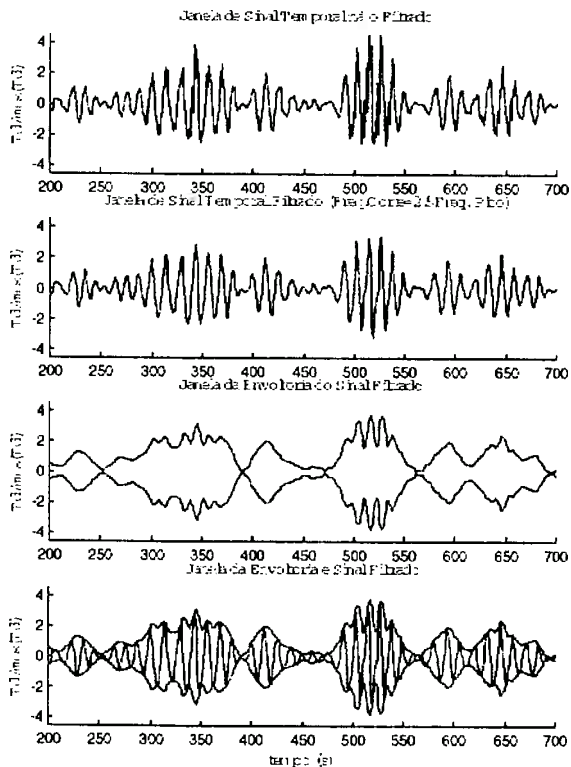
R3T60S5a12



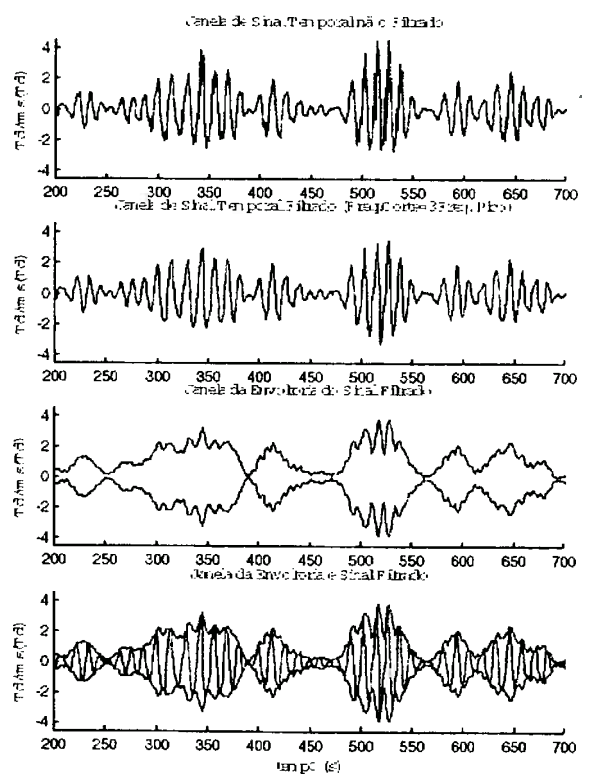
R3T60S5a22



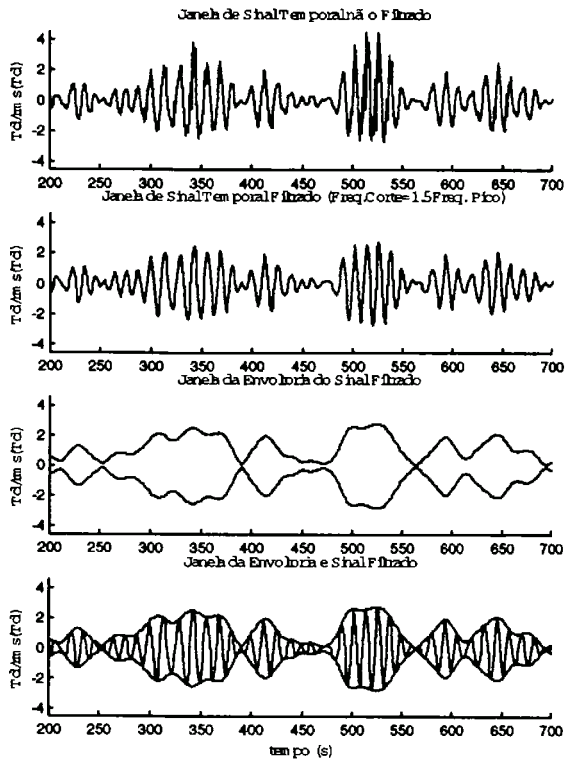
R3T60S5a32



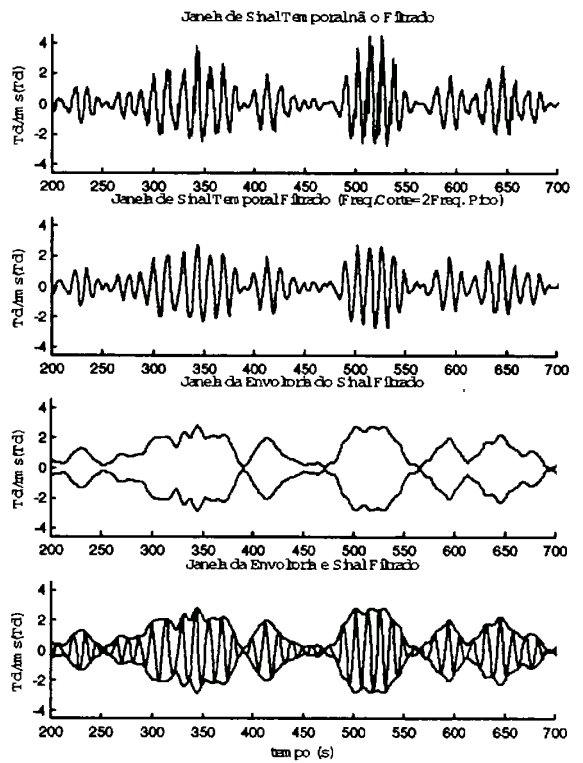
R3T60S5a42



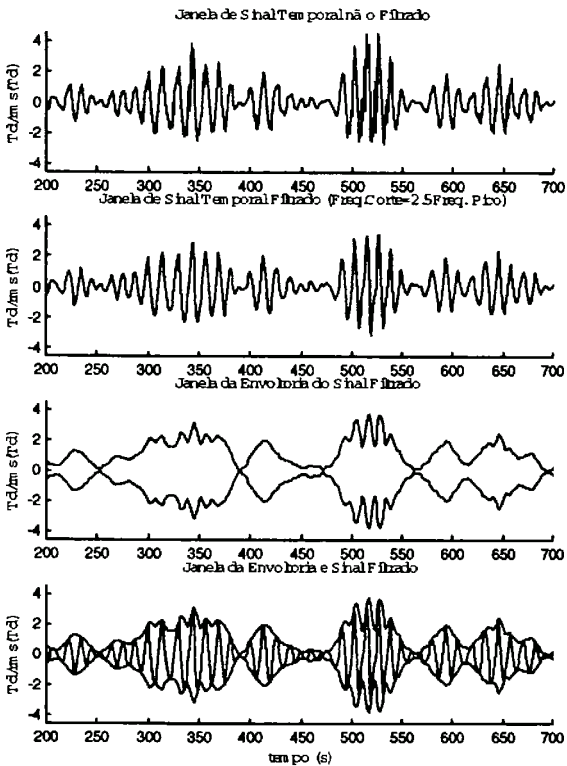
R3T60S5a12



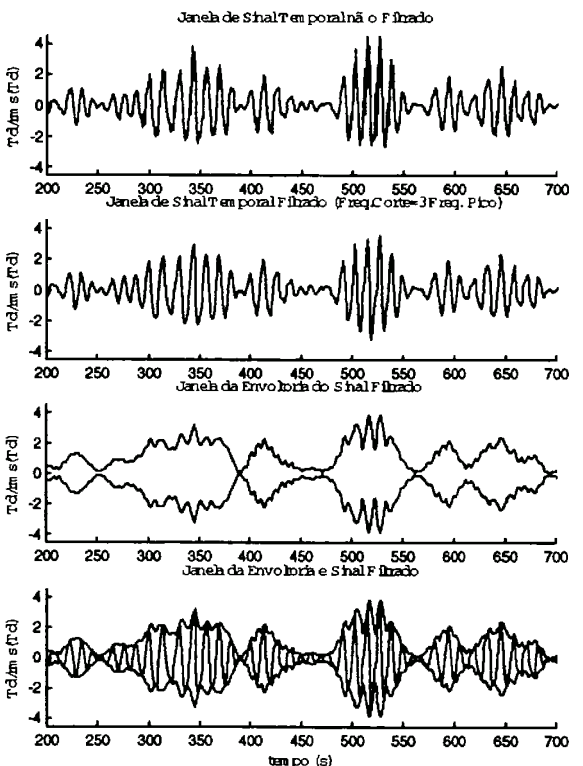
R3T60S5a22



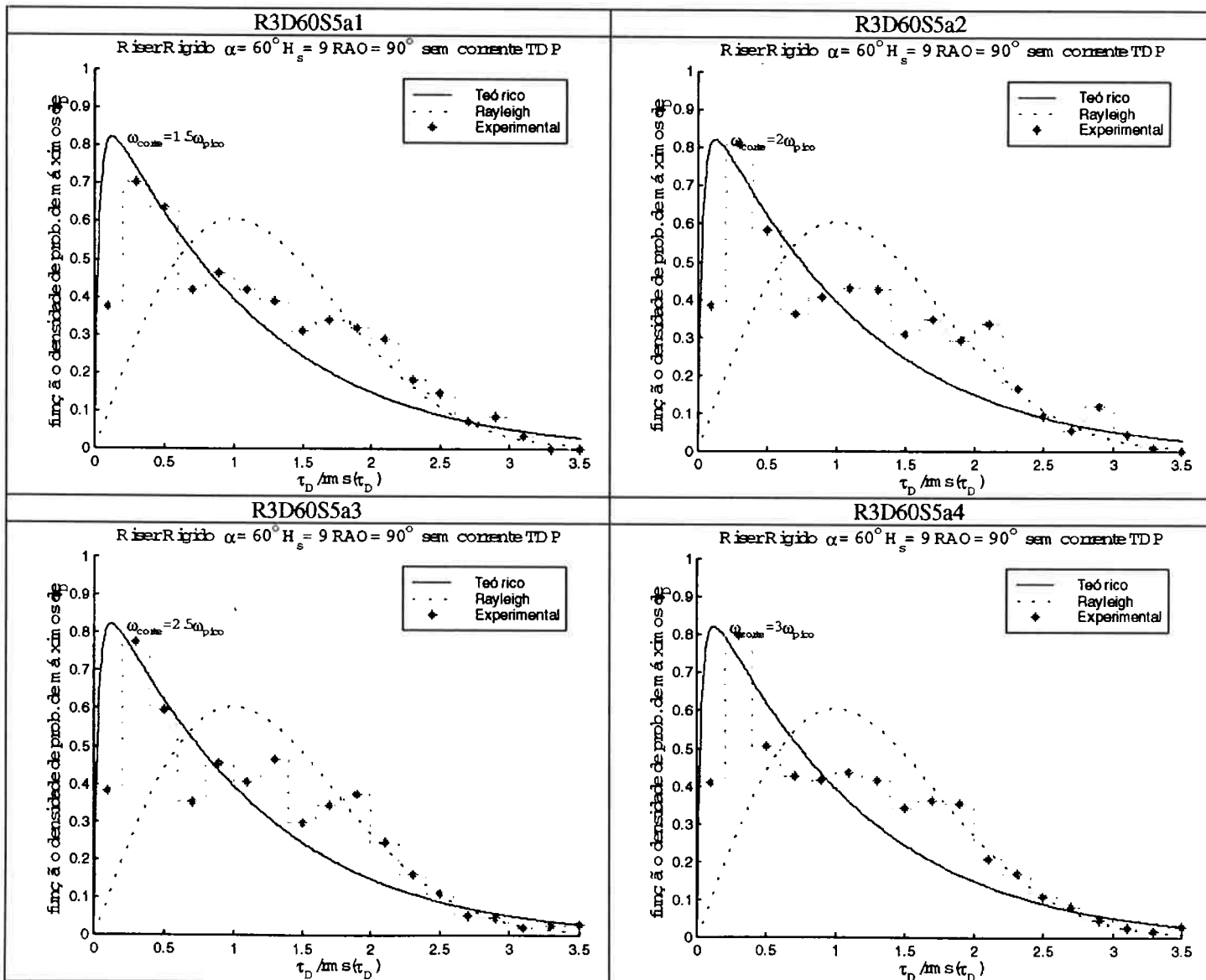
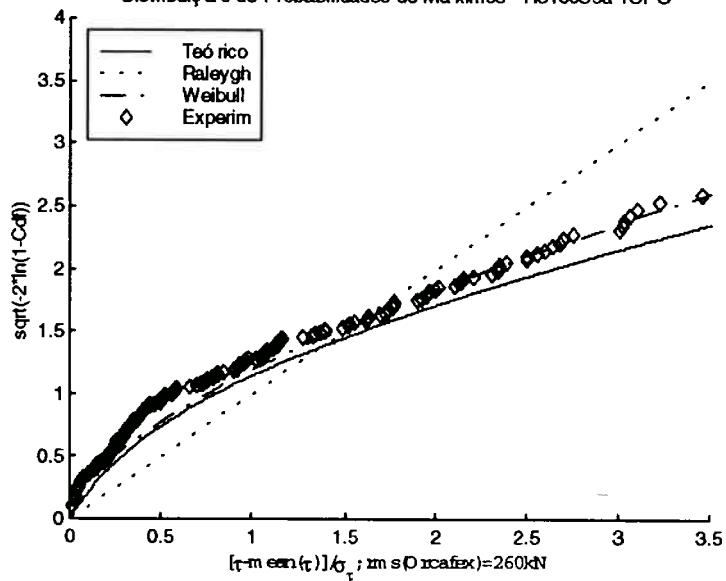
R3T60S5a32



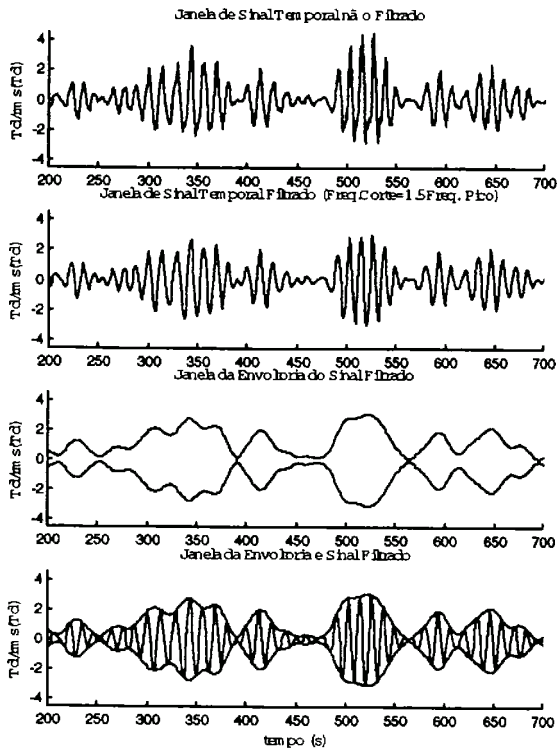
R3T60S5a42



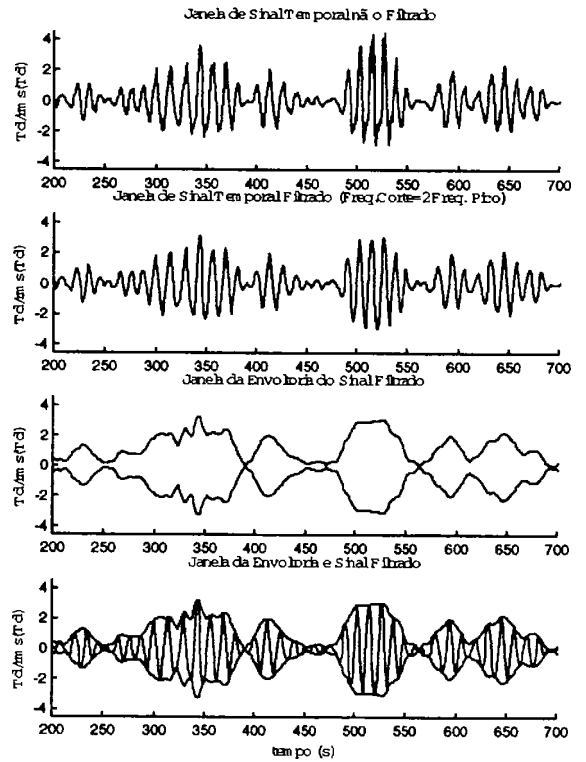
Distribuição de Probabilidades de Máximos - R3T60S5a TOPO



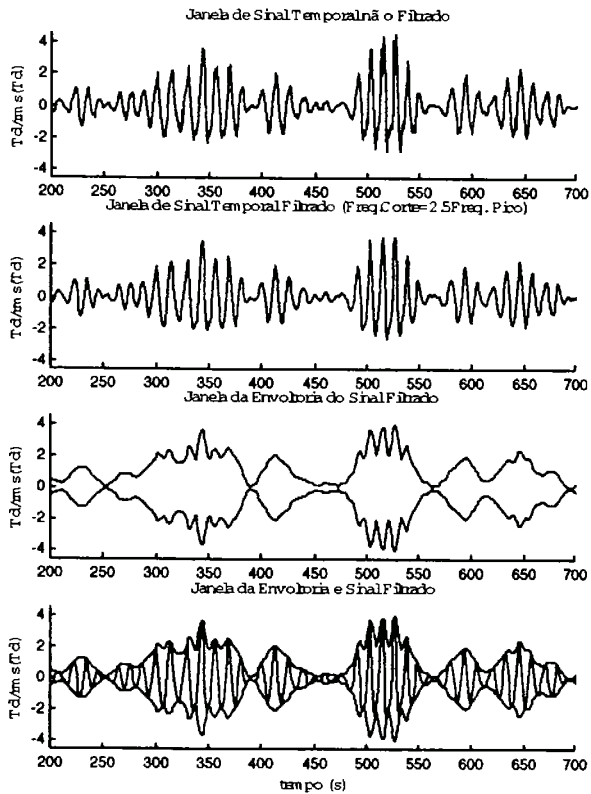
R3D60S5a12



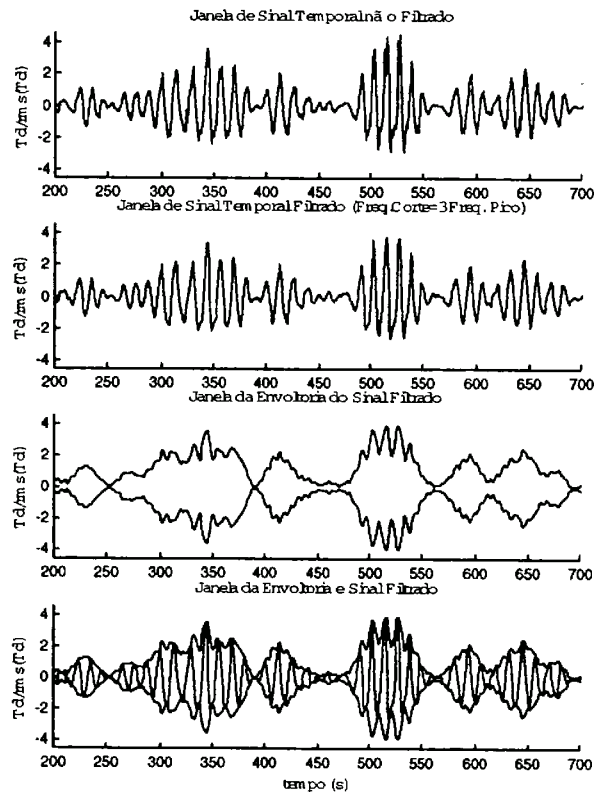
R3D60S5a22



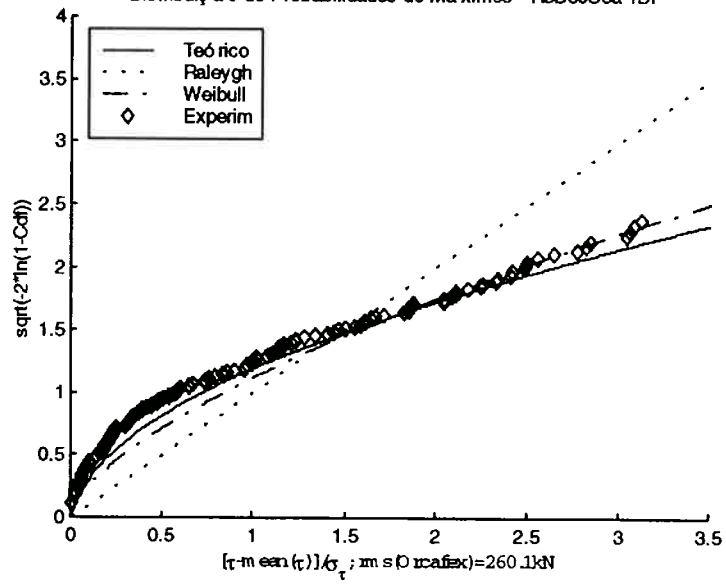
R3D60S5a32



R3D60S5a42

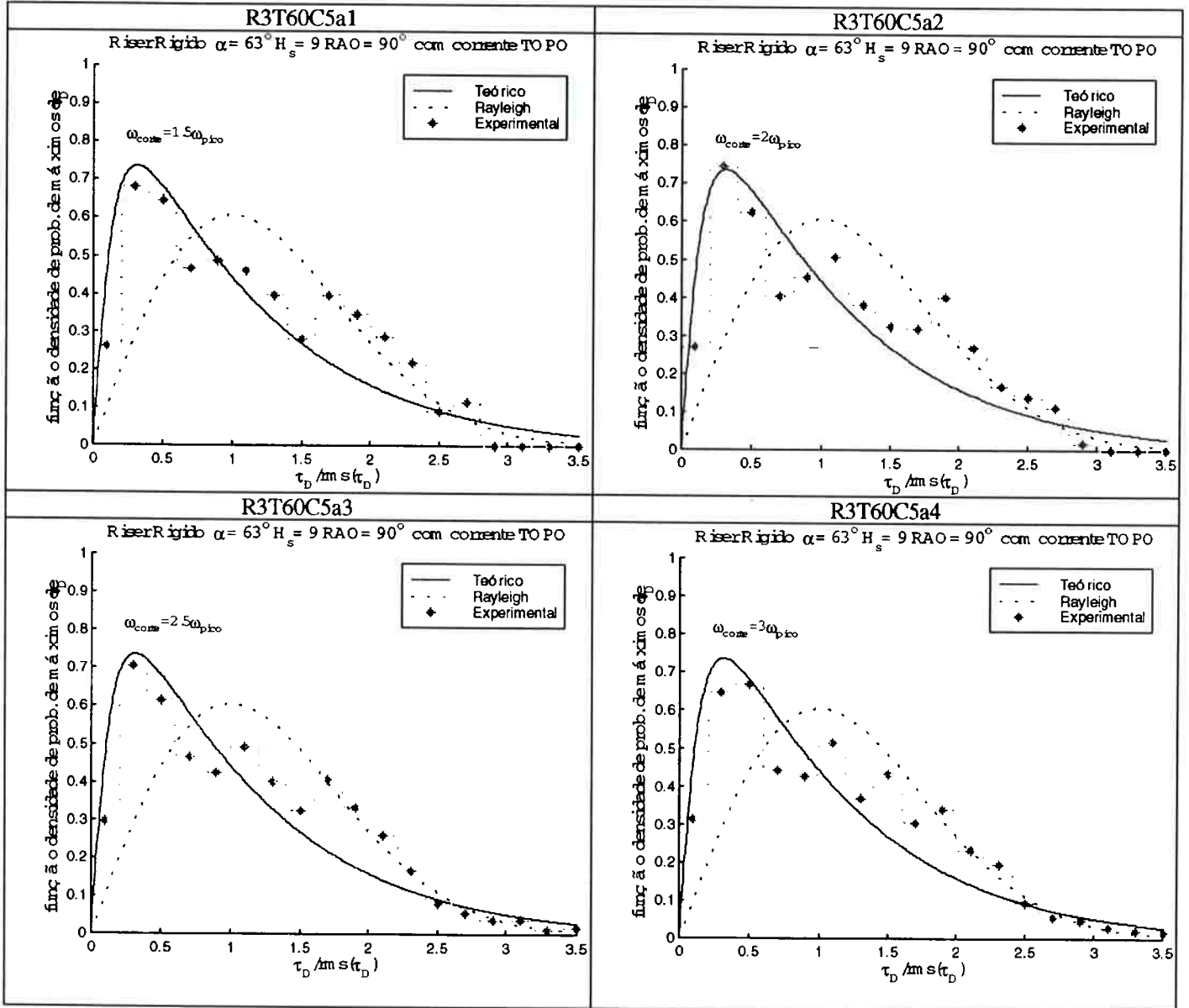


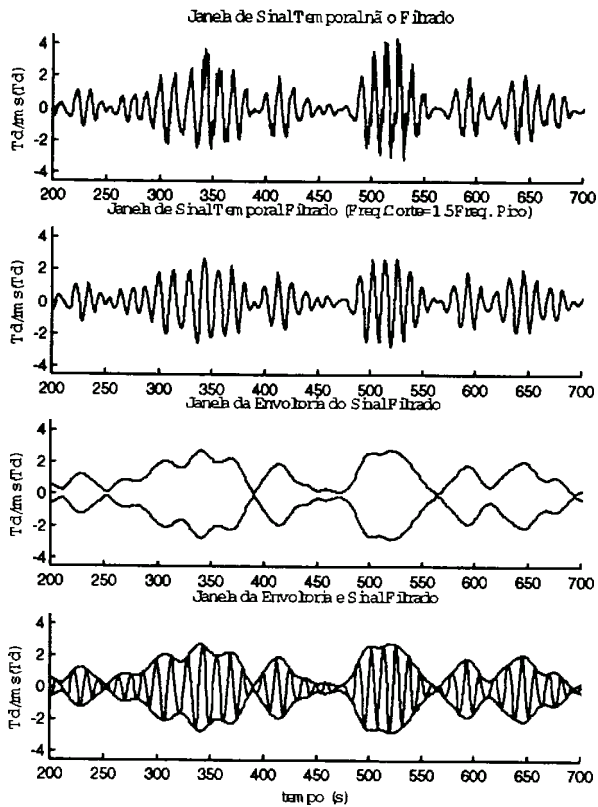
Distribuição de Probabilidades de Máximos - R3D60S5a TDP



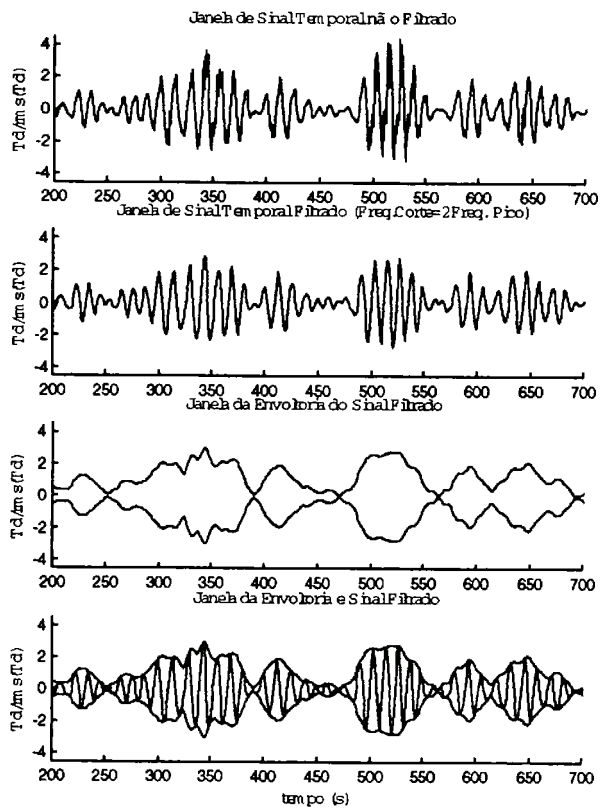


**Riser rígido - Ângulo de topo:  $60^\circ$  -  $H_s=9\text{m}$  -  $\text{RAO}=90^\circ$   
com corrente oceânica**

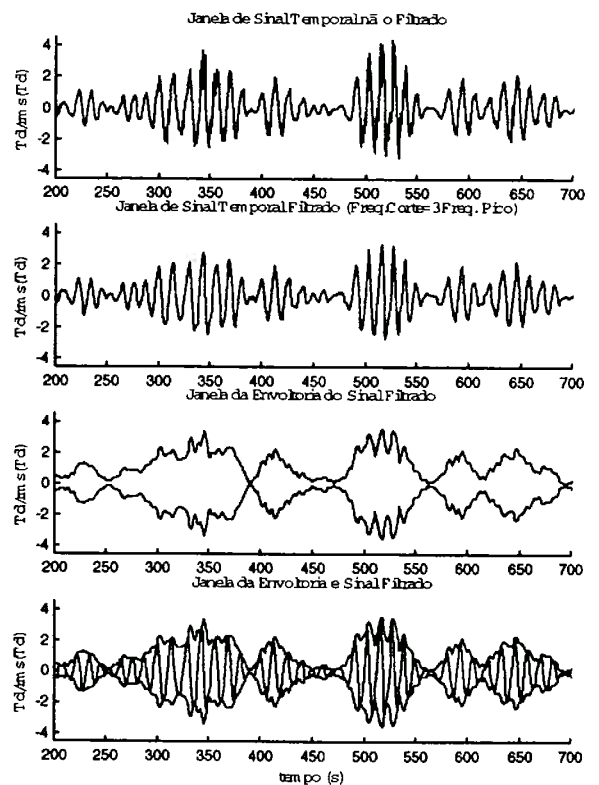
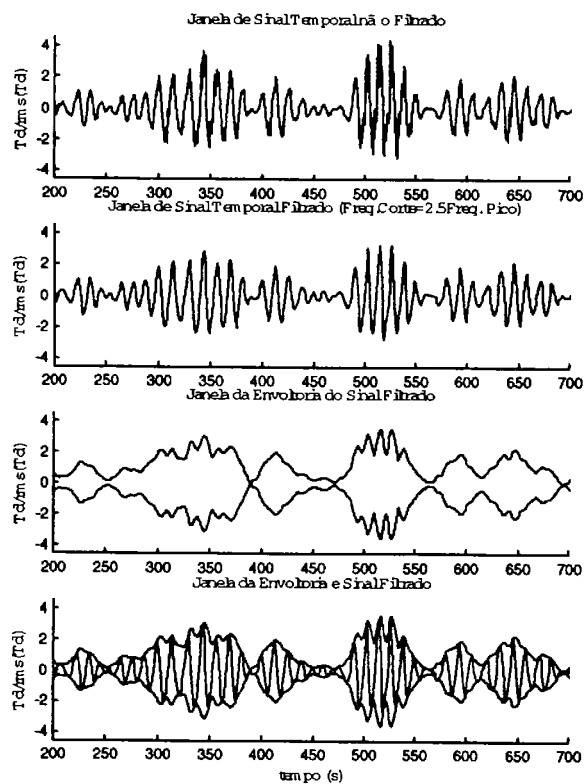




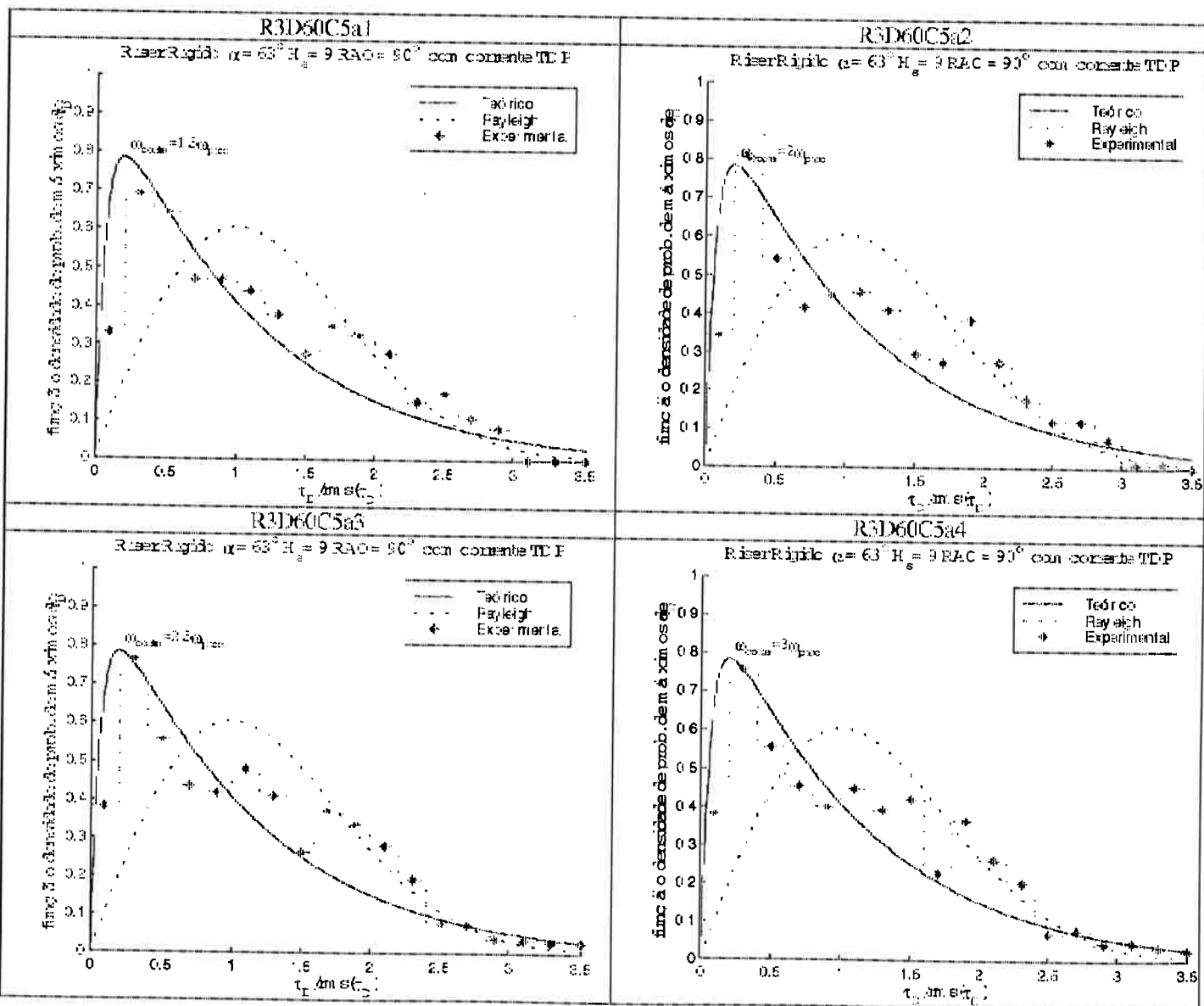
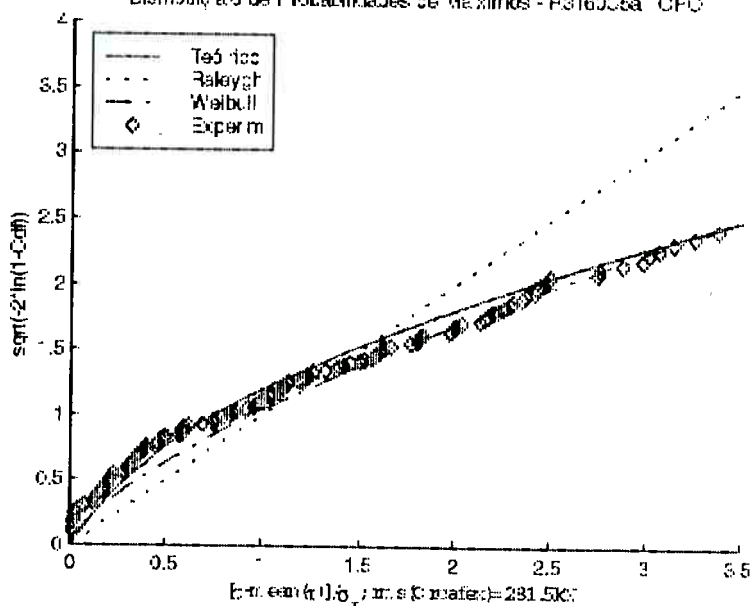
R3T60C5a32



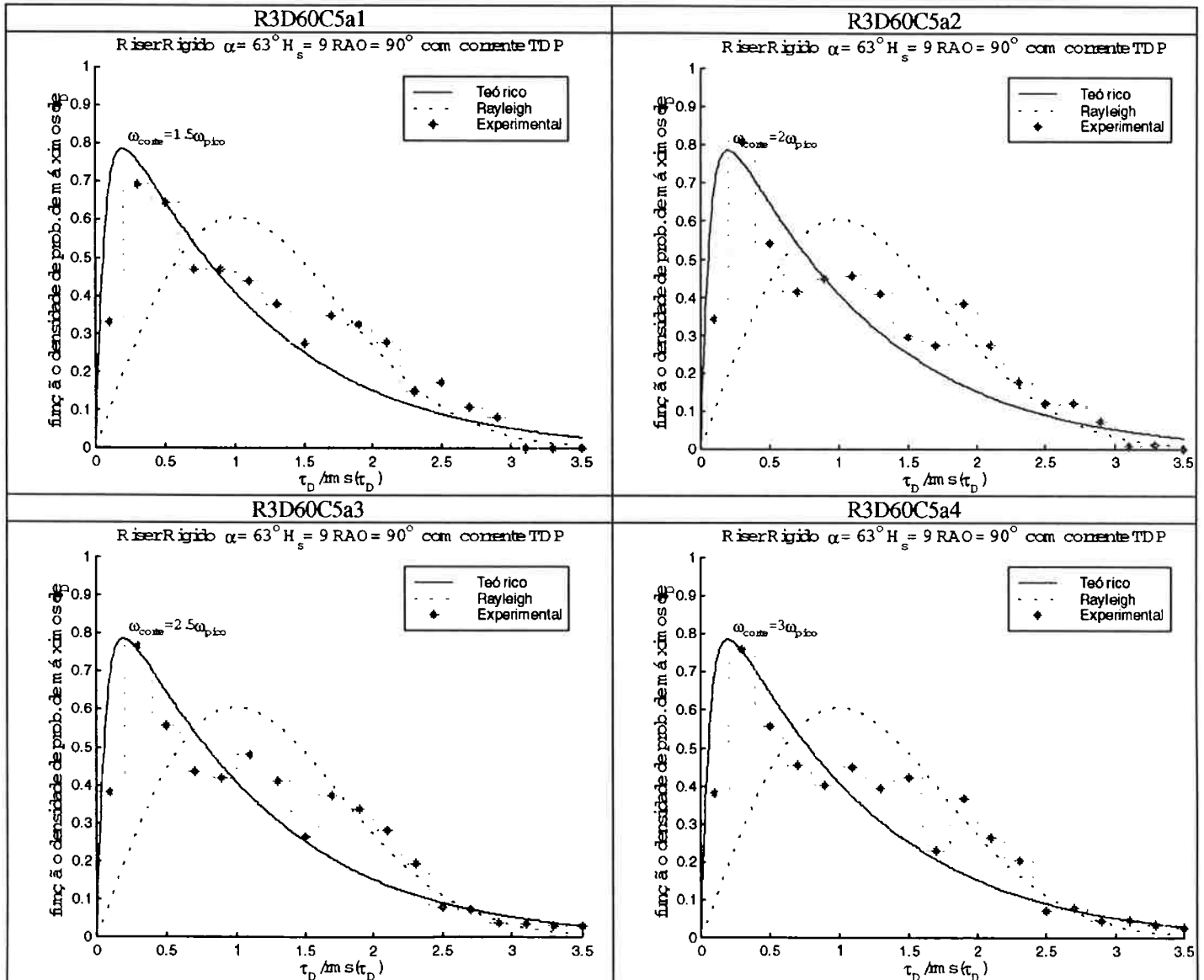
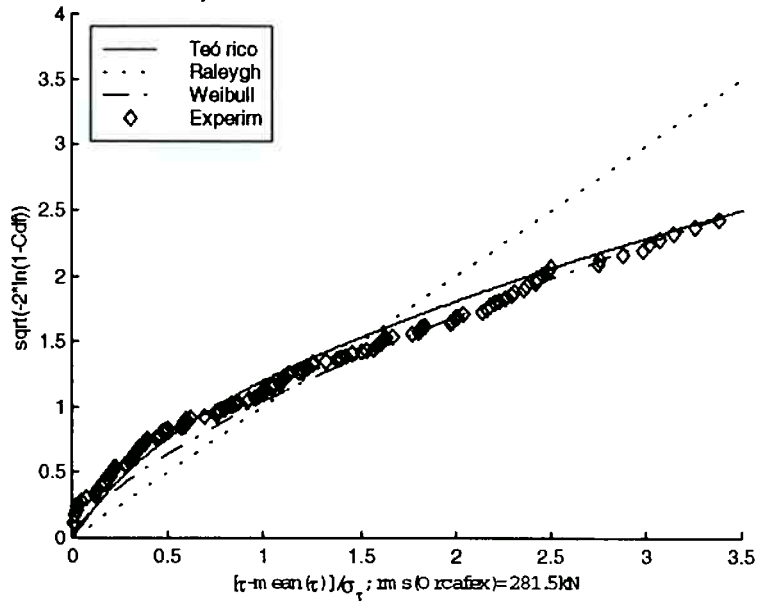
R3T60C5a42



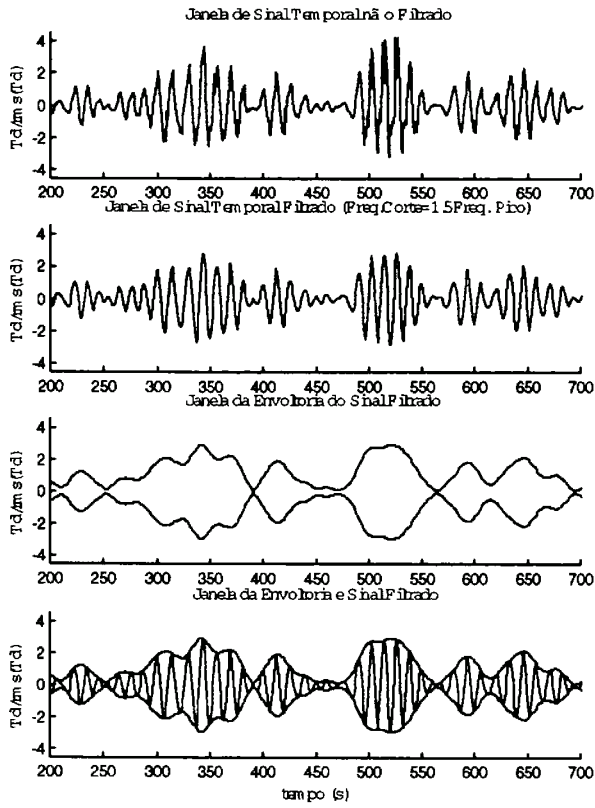
Distribuição de Probabilidades de Máximos - R3D60C5a TOPC



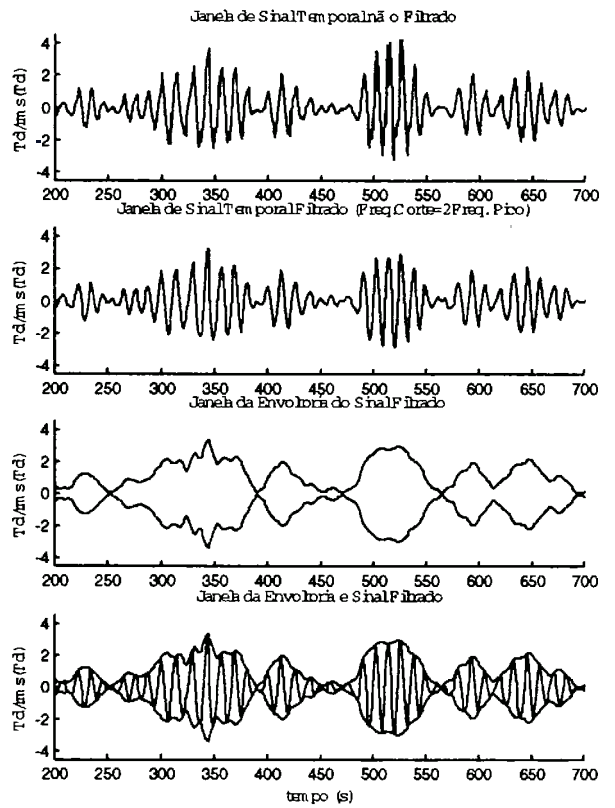
Distribuição de Probabilidades de Máximos - R3T60C5a TOPO



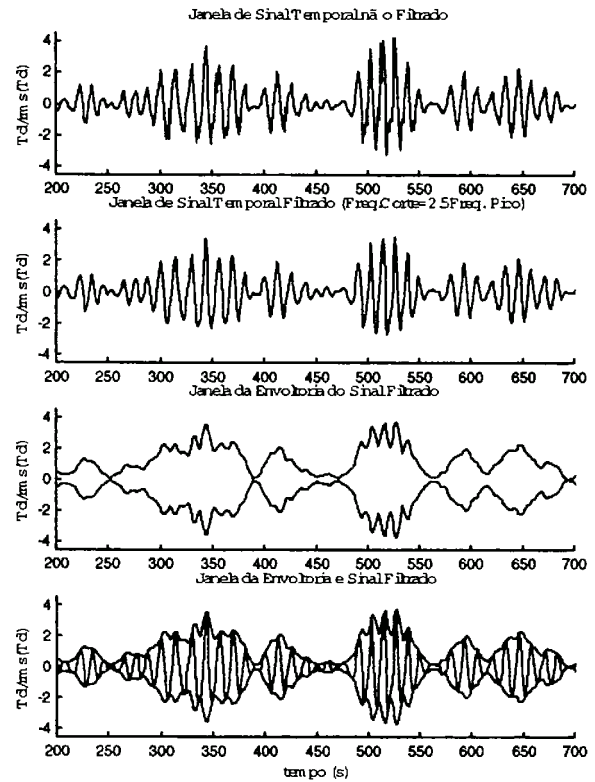
R3D60C5a12



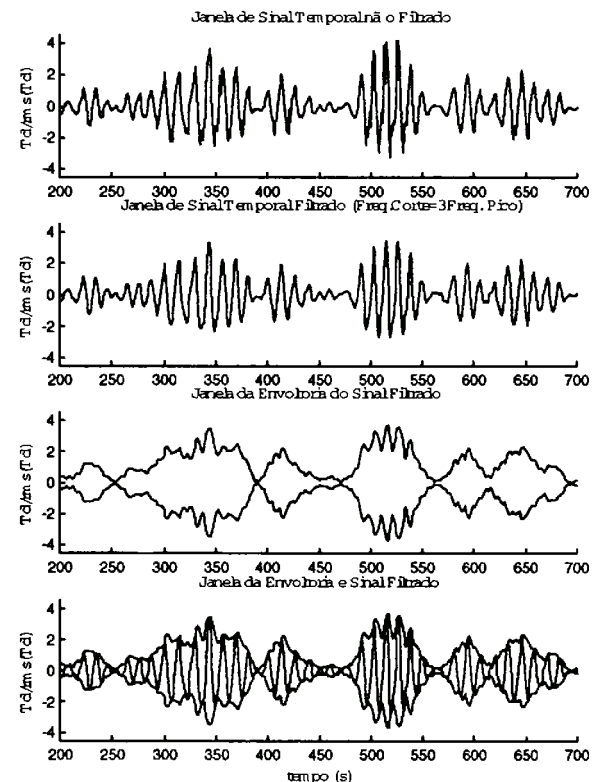
R3D60C5a22



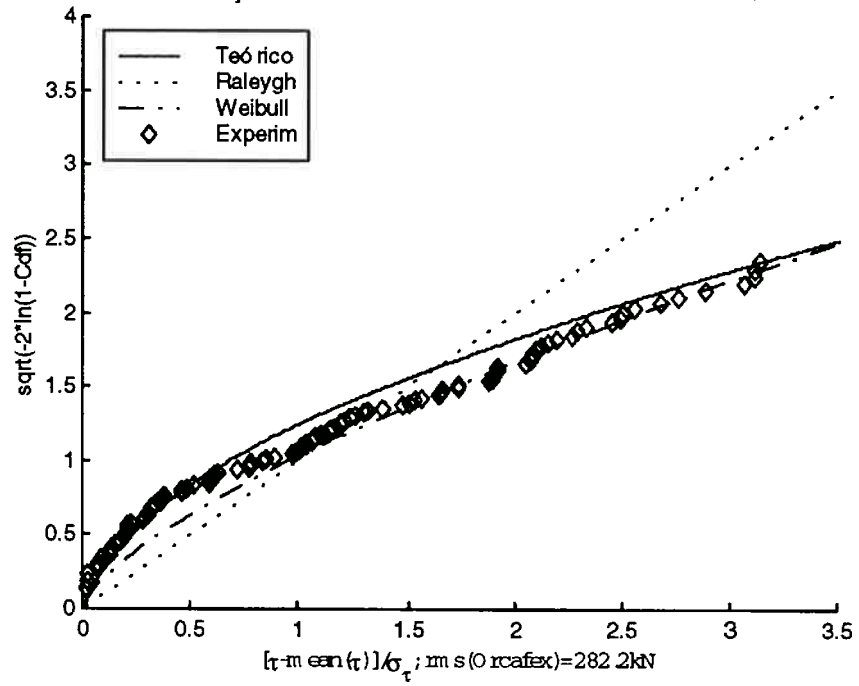
R3D60C5a32



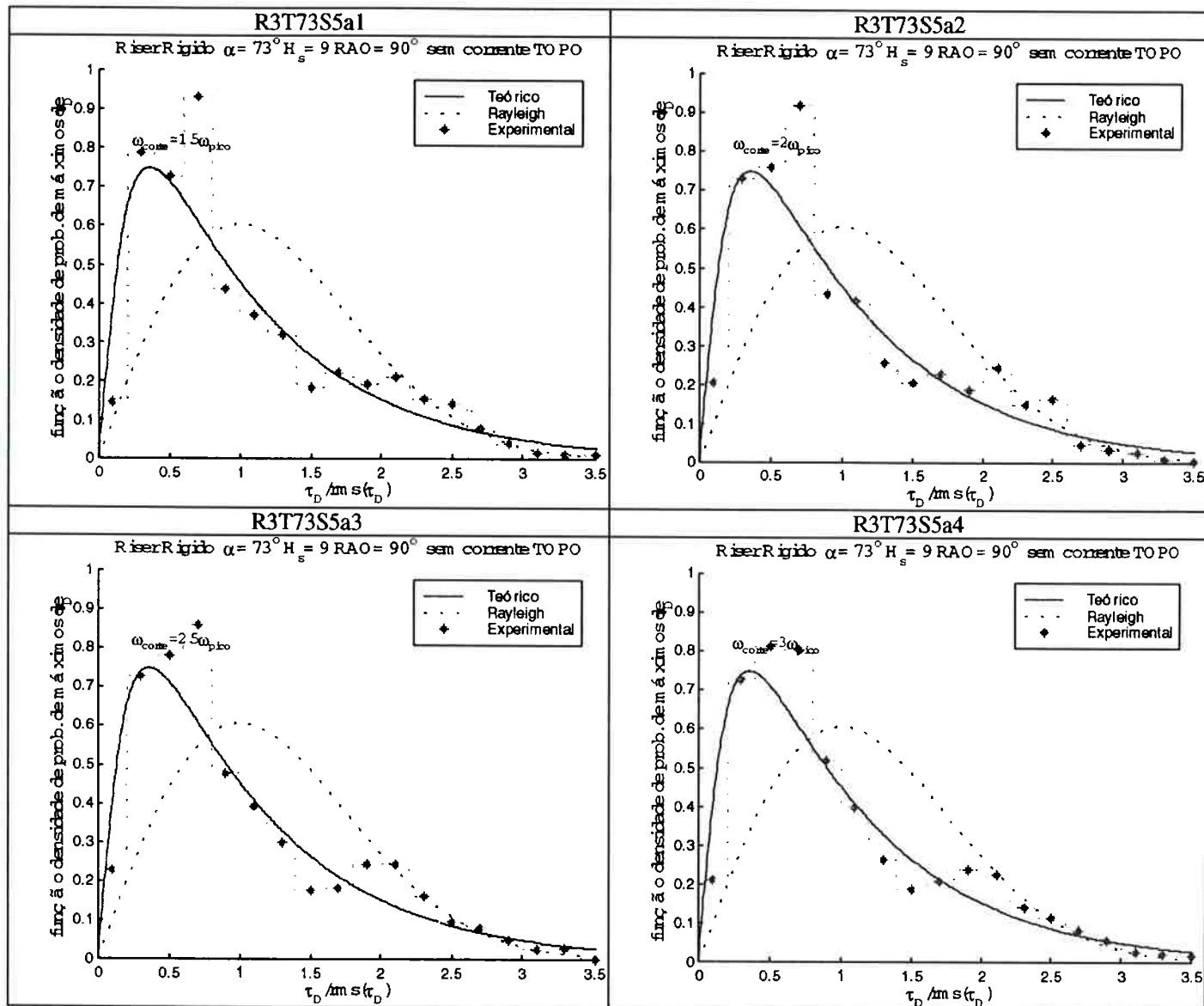
R3D60C5a42



Distribuição de Probabilidades de Máximos - R3D60C5a TDP

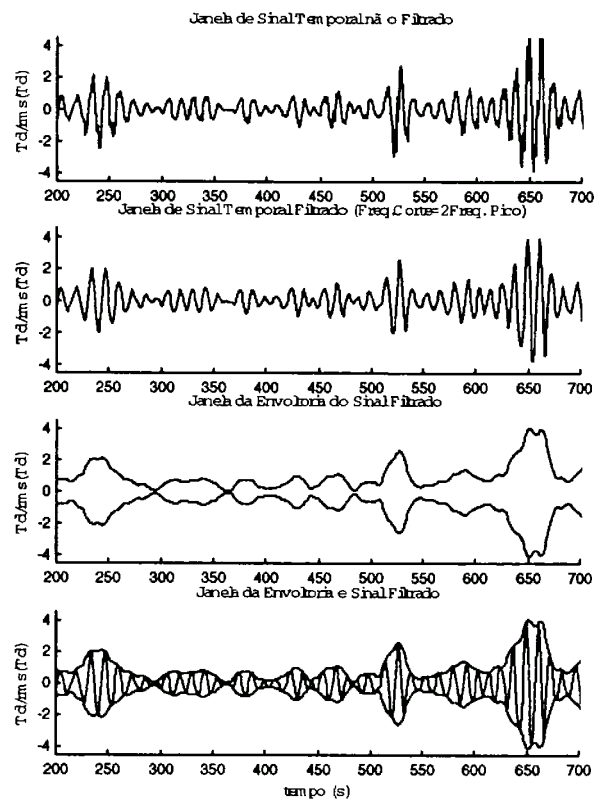
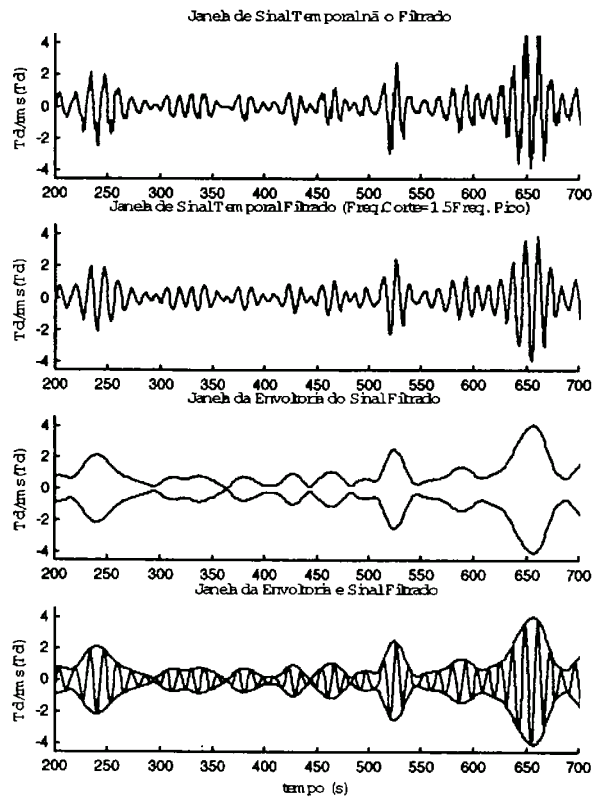


**Riser rígado - Ângulo de topo:  $73^\circ$  -  $H_s=9\text{m}$  -  $\text{RAO}=90^\circ$   
sem corrente oceânica**



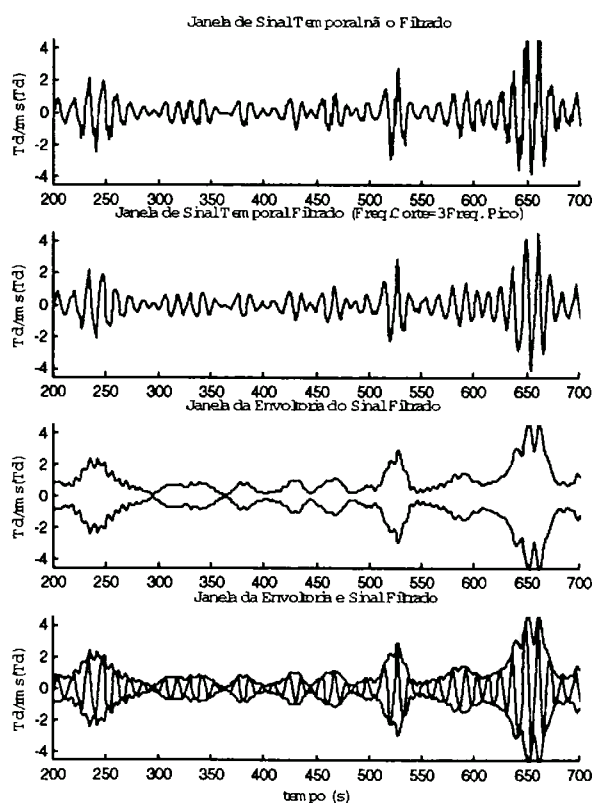
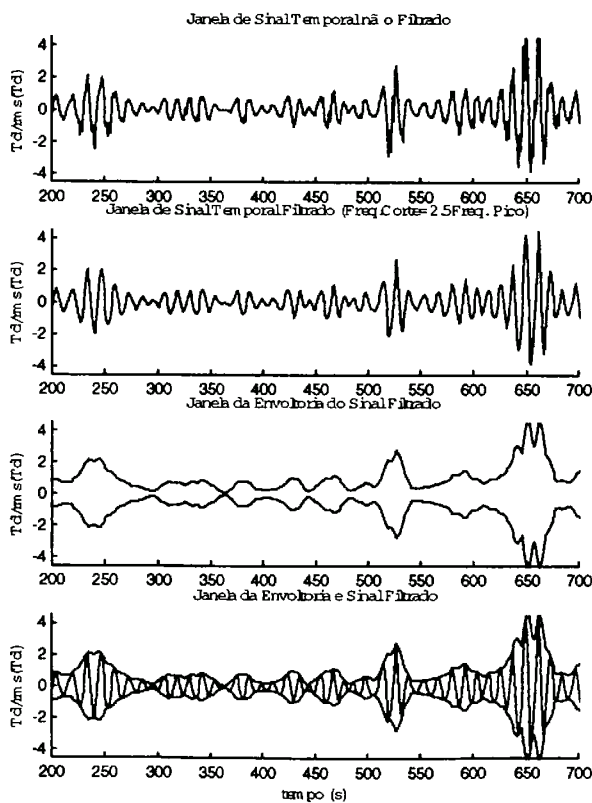
R3T73S5a12

R3T73S5a22



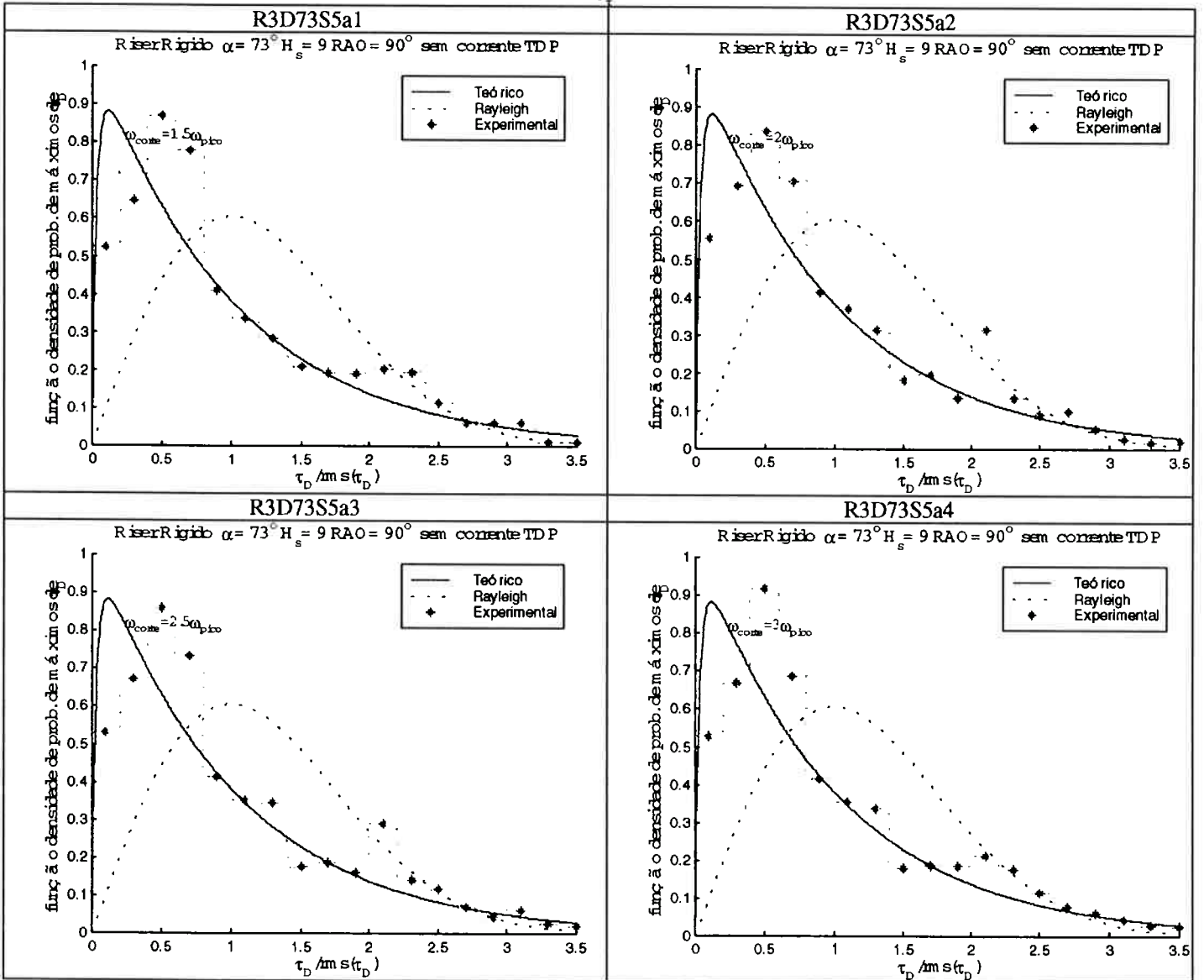
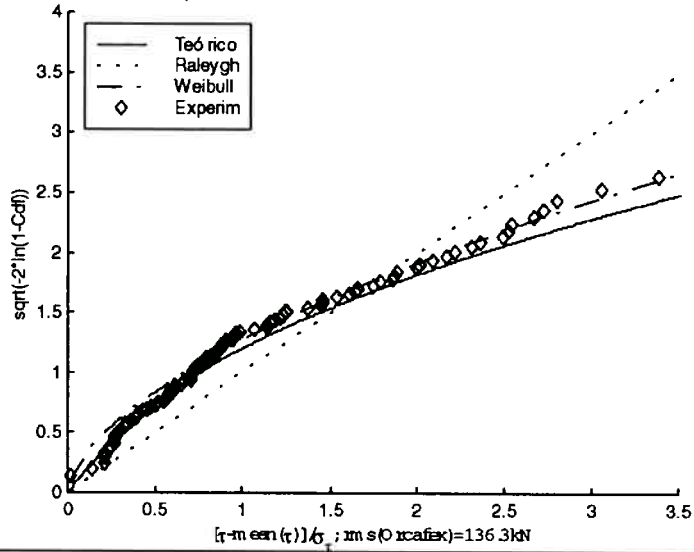
R3T73S5a32

R3T73S5a42



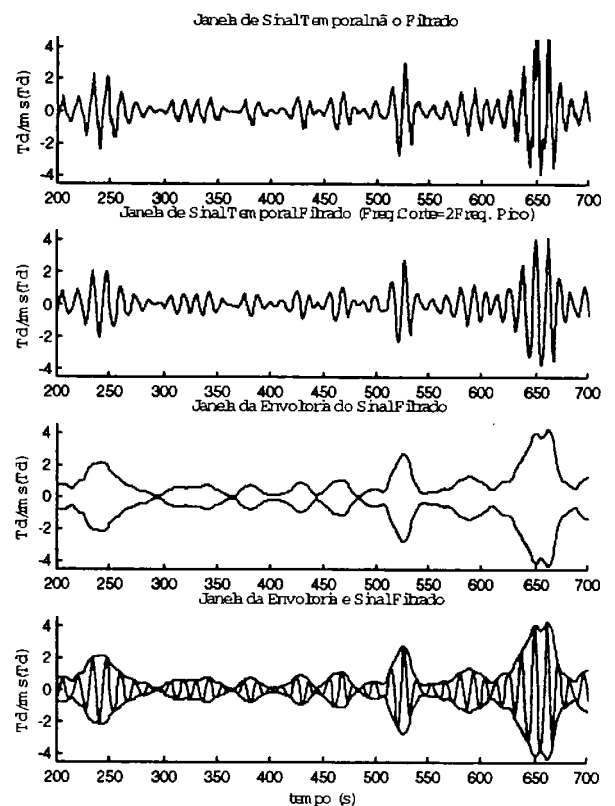
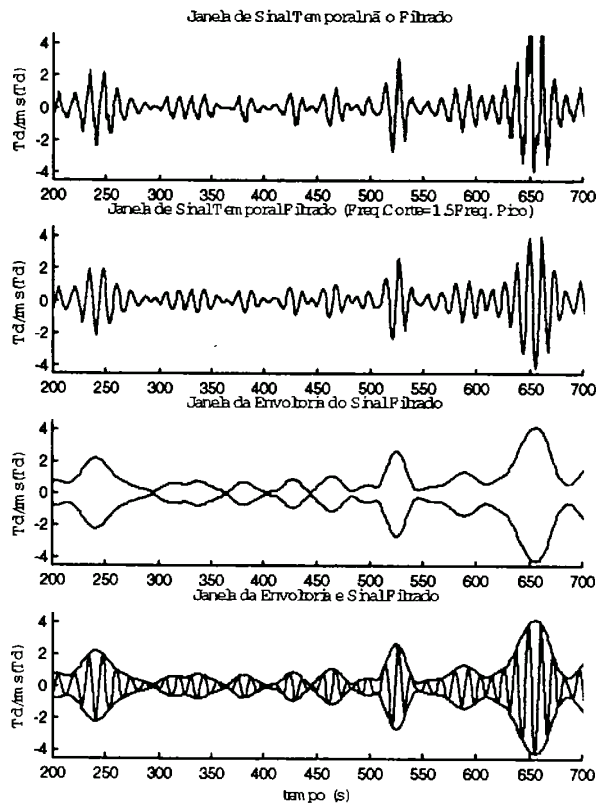


Distribuição de Probabilidades de Máximos - R3T73S5a TOPO



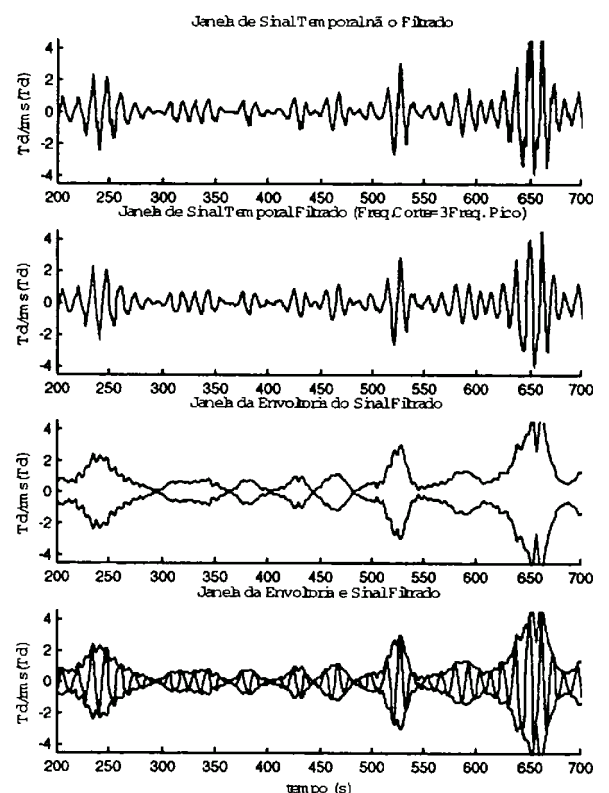
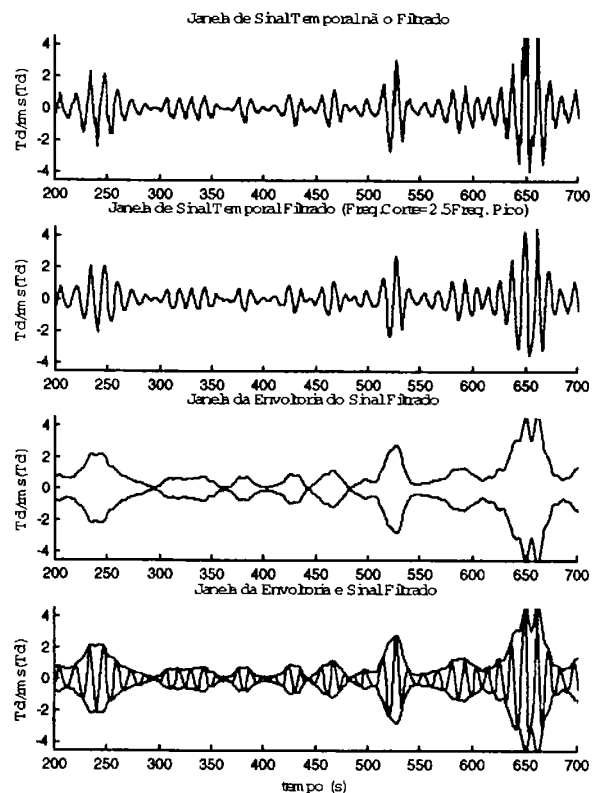
R3D73S5a12

R3D73S5a22

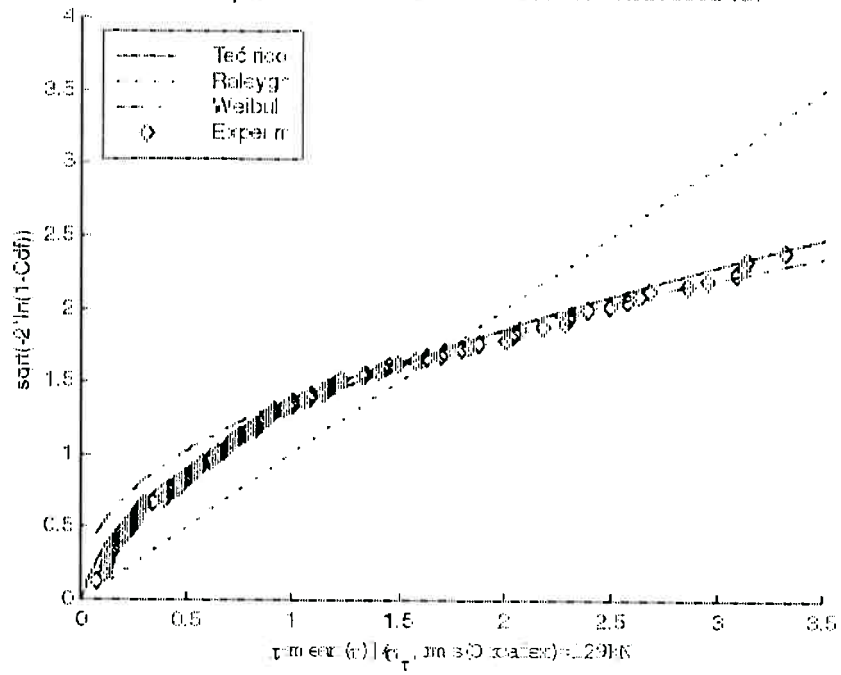


R3D73S5a32

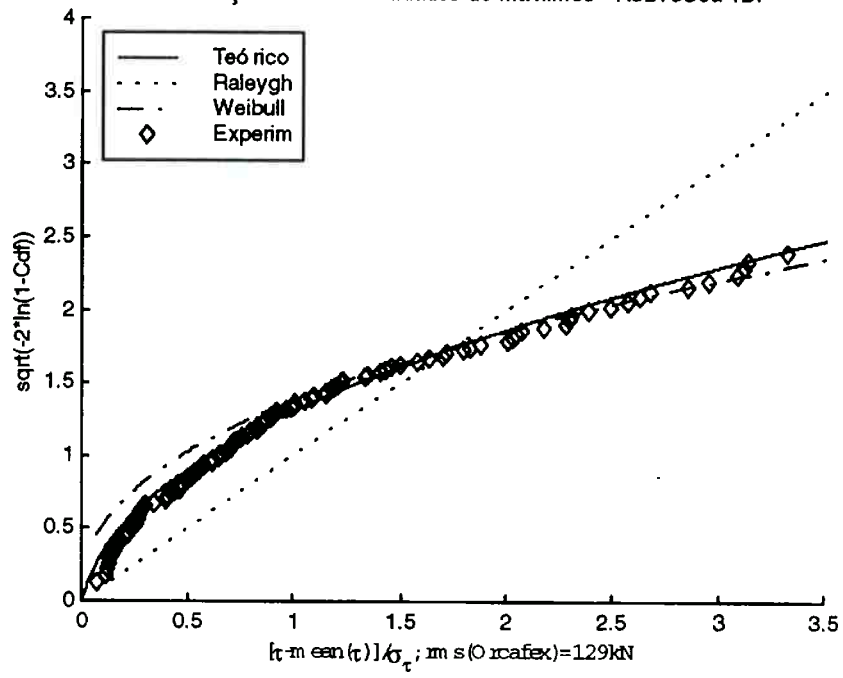
R3D73S5a32



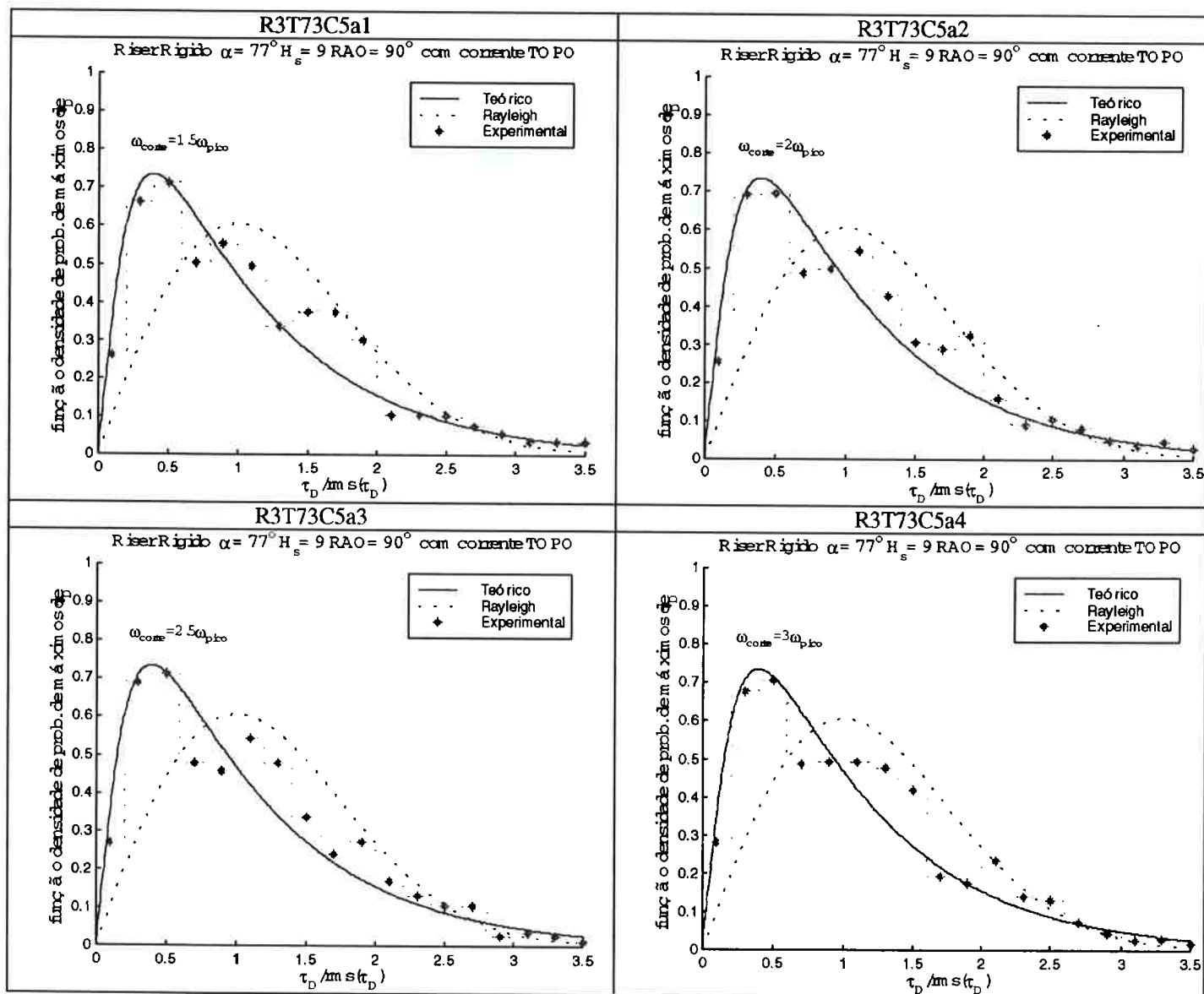
Distribuição de Probabilidades de Máximos - R2B7335a TDP



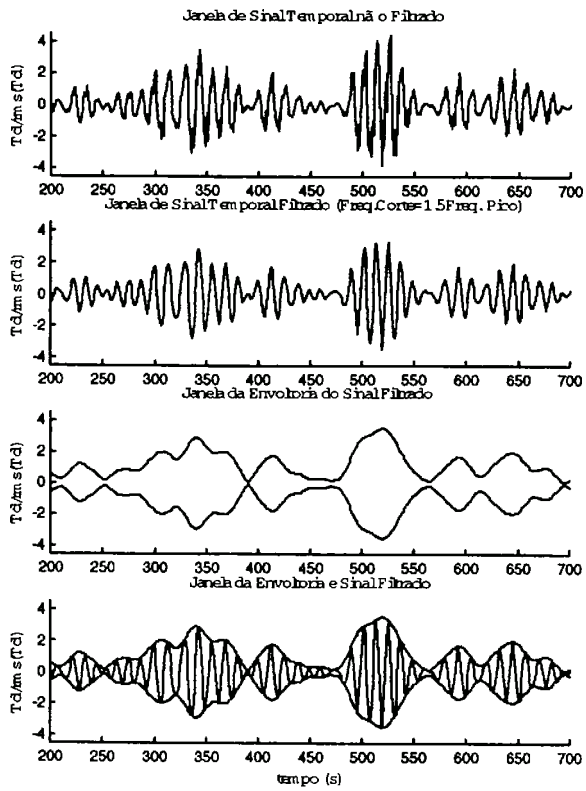
Distribuição de Probabilidades de Máximos - R3D73S5a TDP



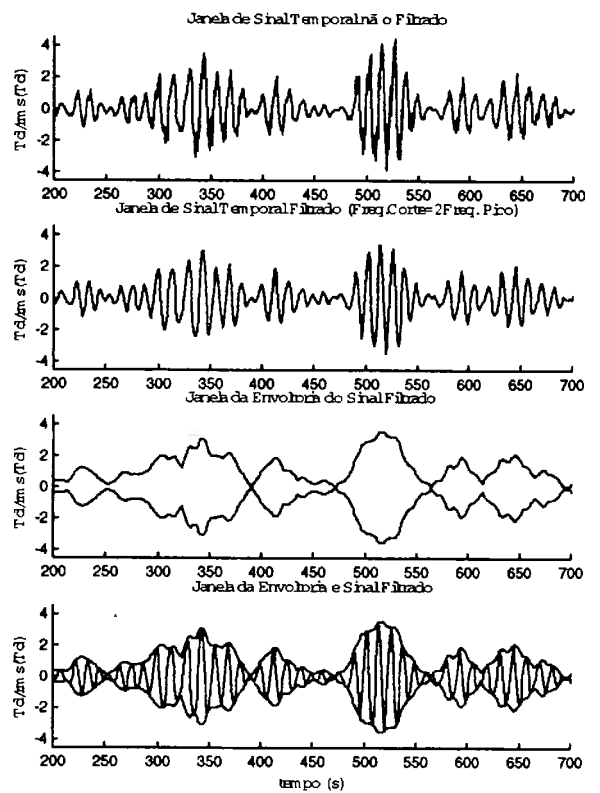
**Riser rígado - Ângulo de topo:  $73^\circ$  -  $H_s=9\text{m}$  -  $\text{RAO}=90^\circ$   
com corrente oceânica**



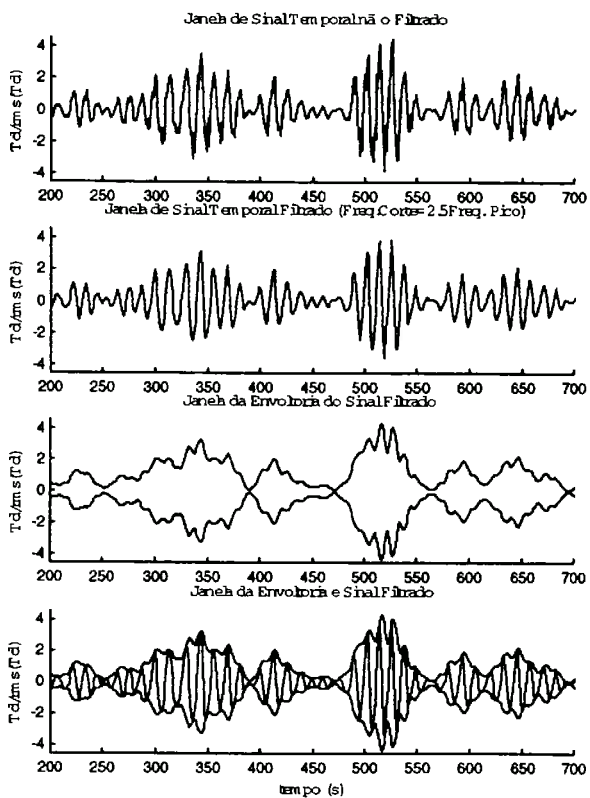
R3T73C5a12



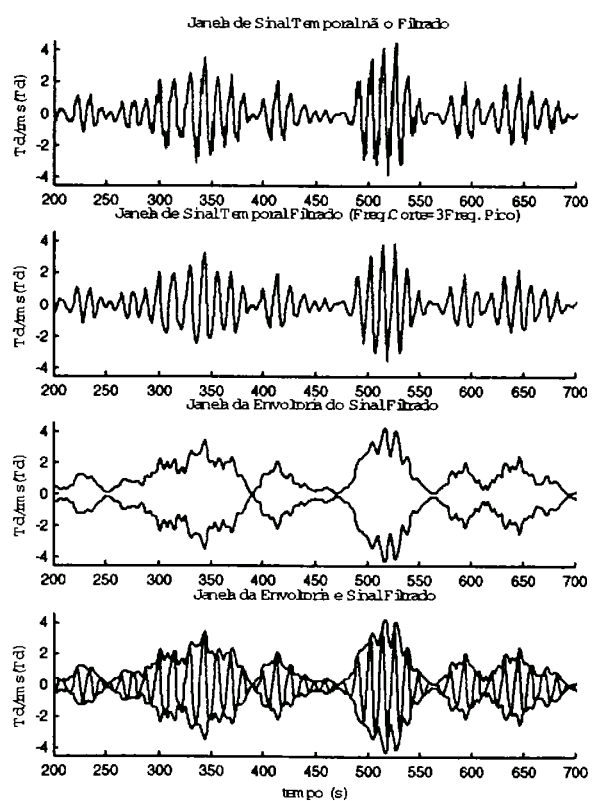
R3T73C5a22



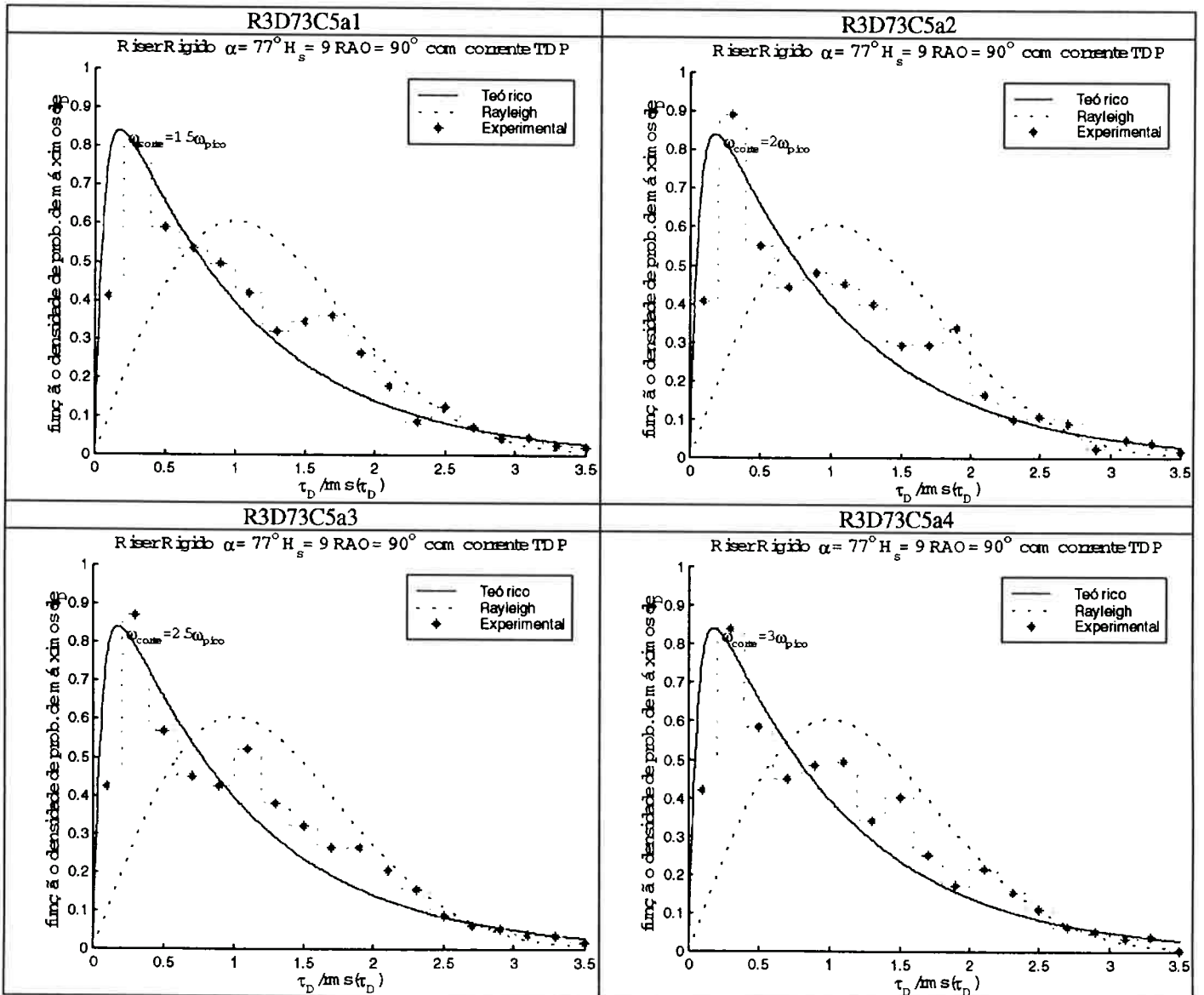
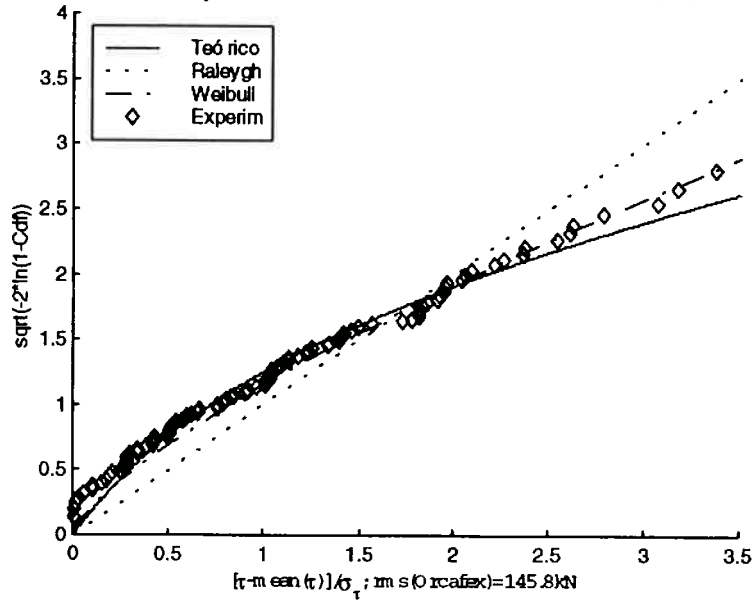
R3T73C5a32



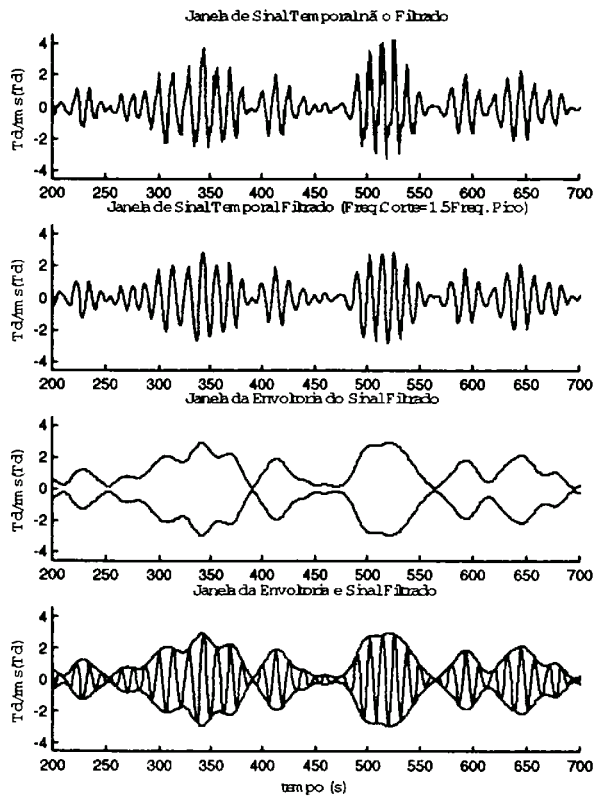
R3T73C5a42



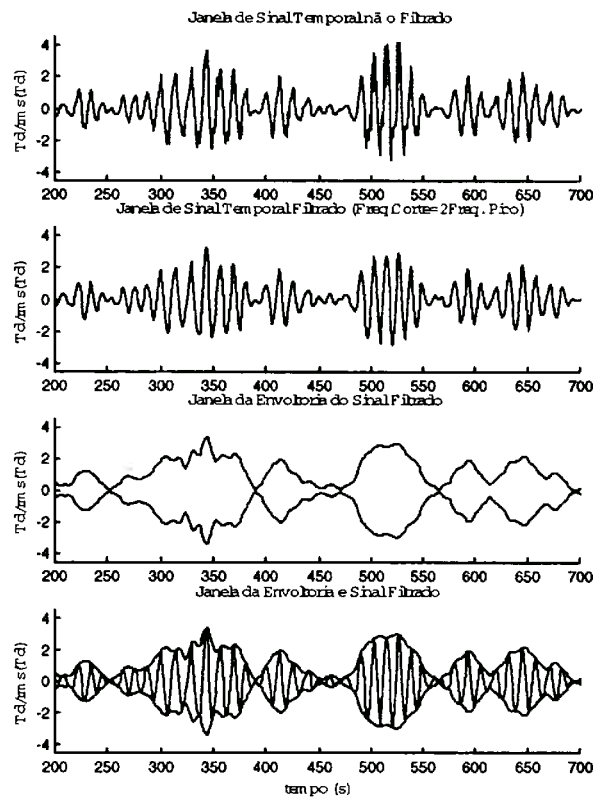
Distribuição de Probabilidades de Máximos - R3T73C5a TOPO



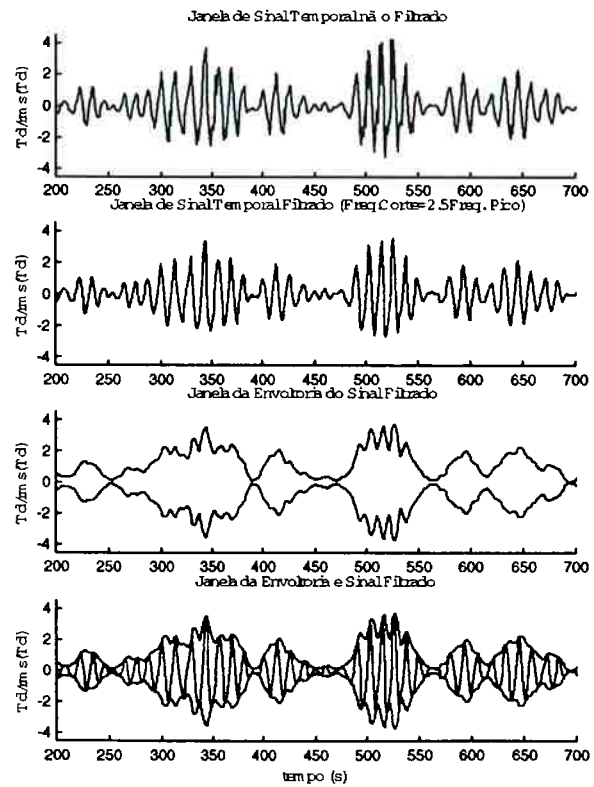
R3D73C5a12



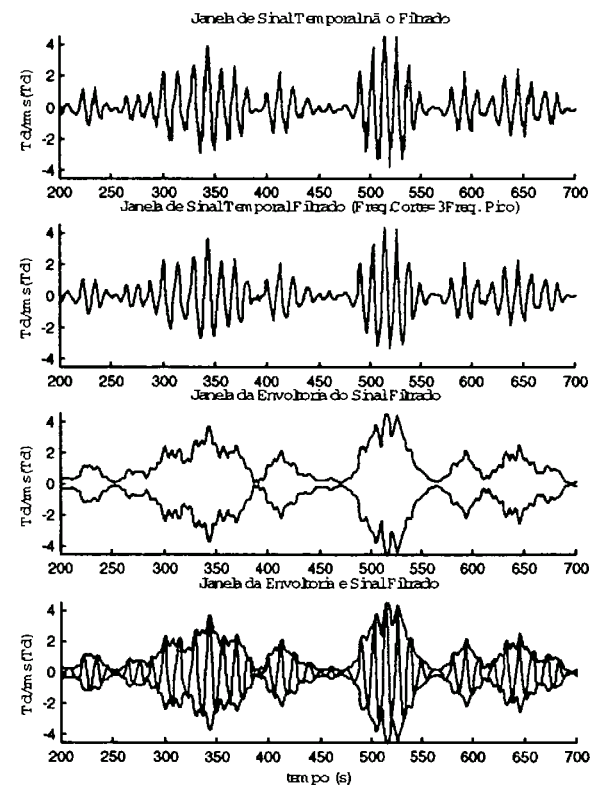
R3D73C5a22



R3D73C5a32

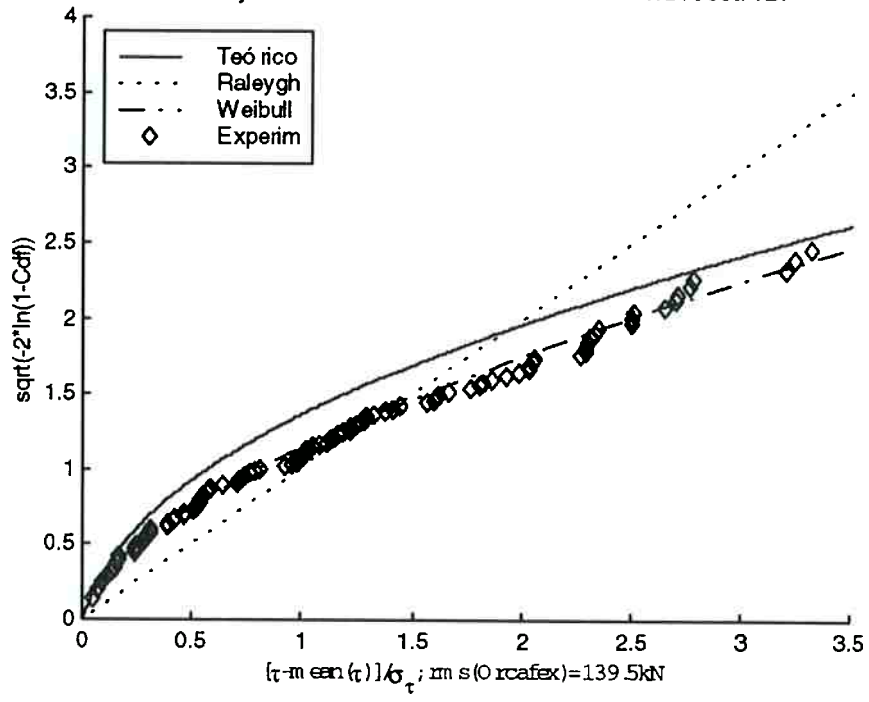


R3D73C5a32

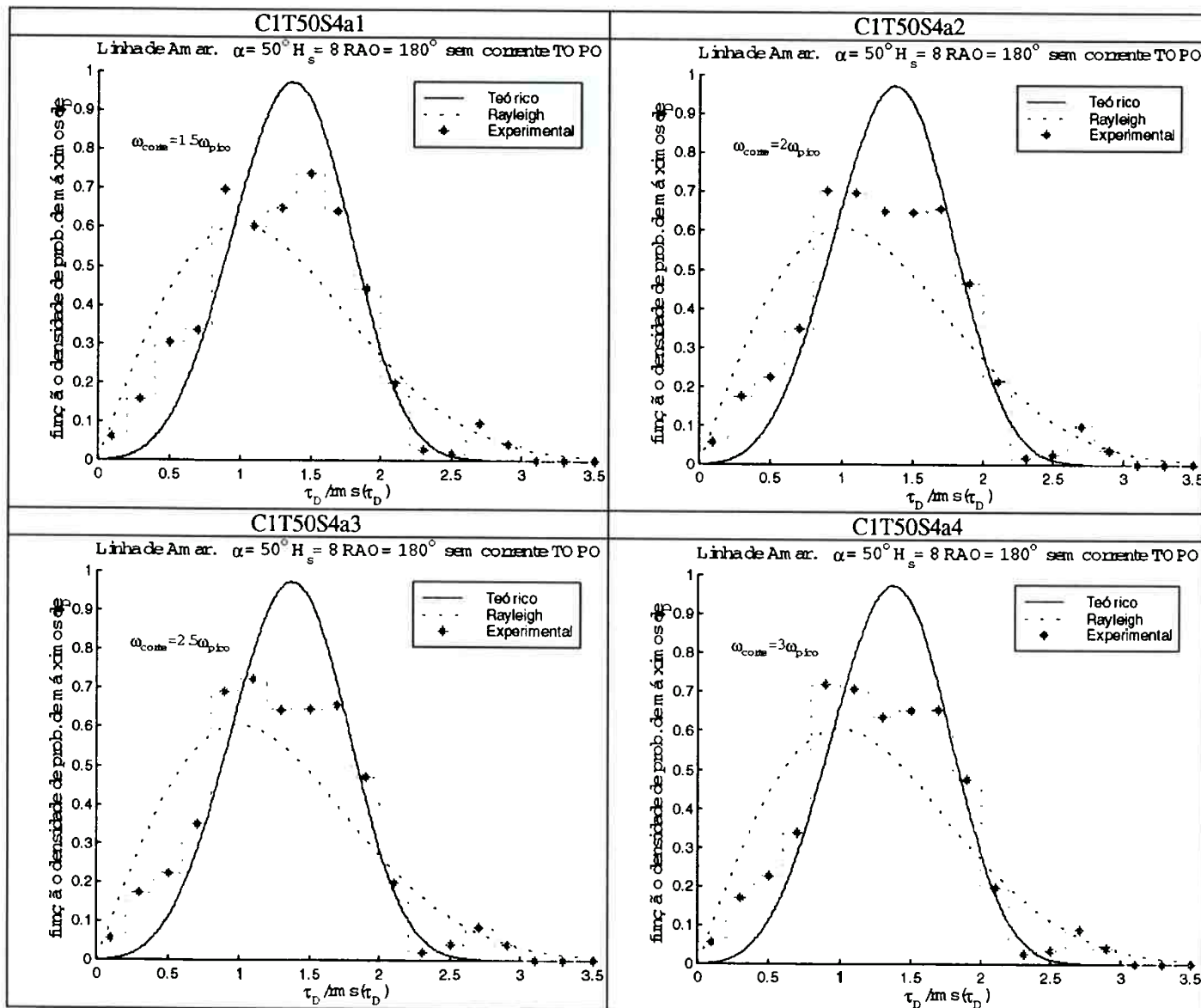




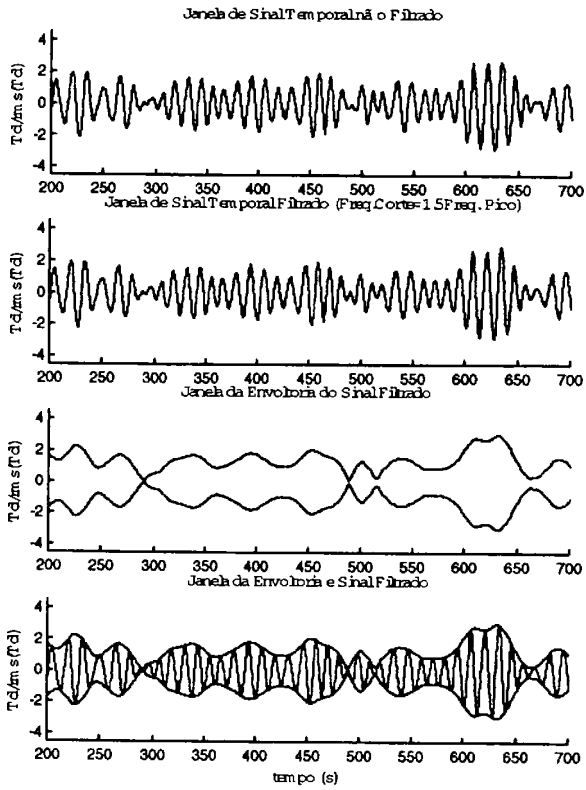
Distribuição de Probabilidades de Máximos - R3D73C5a TDP



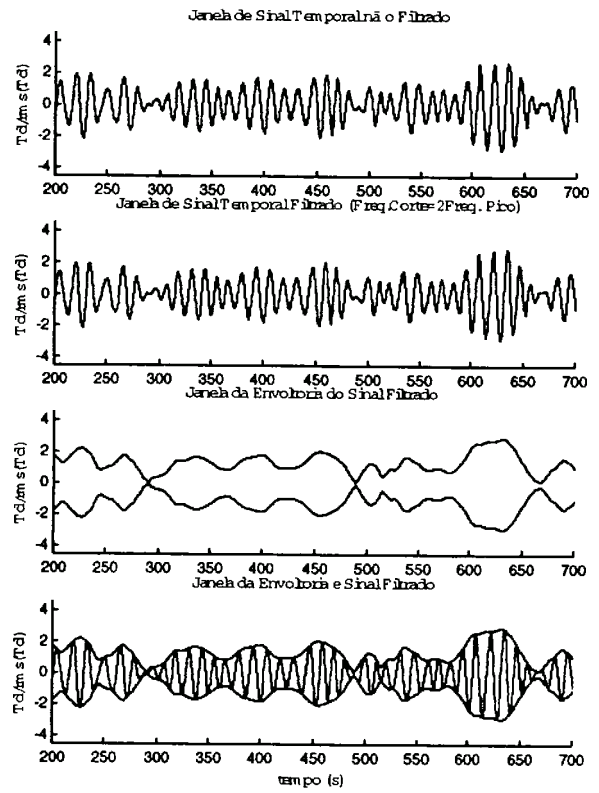
**Linha de amarração - Ângulo de topo:  $50^\circ$  -  $H_s=8m$  -  $RAO=180^\circ$   
sem corrente oceânica**



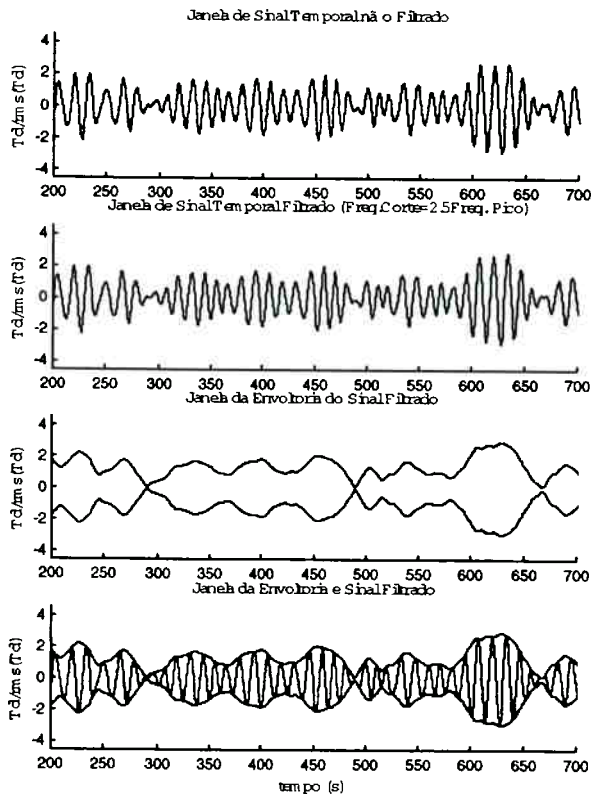
CIT50S4a12



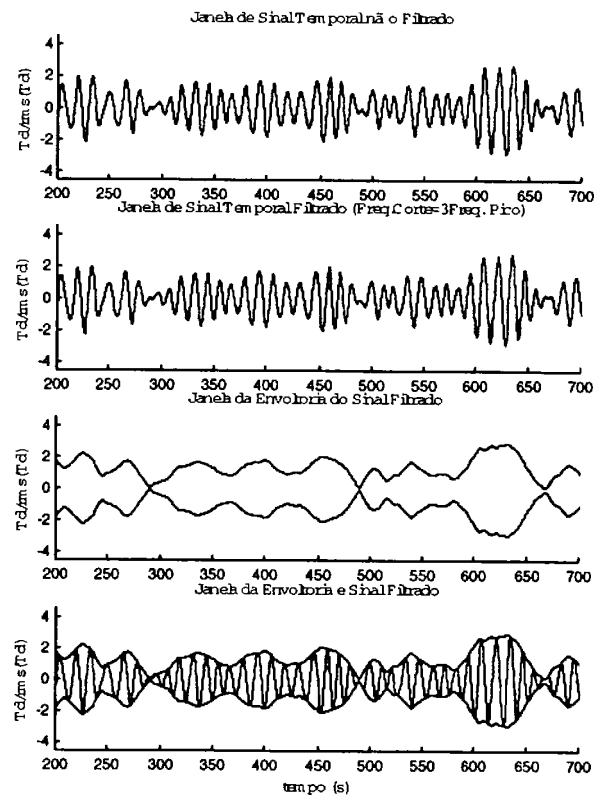
CIT50S4a22



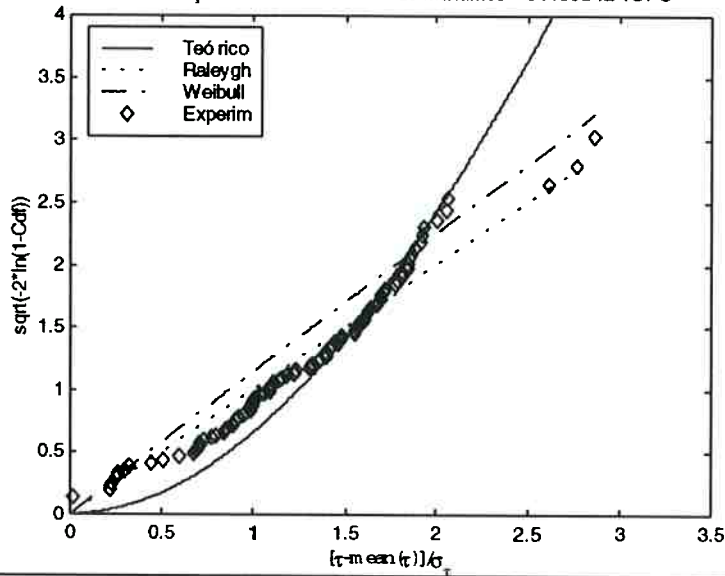
CIT50S4a32



CIT50S4a42

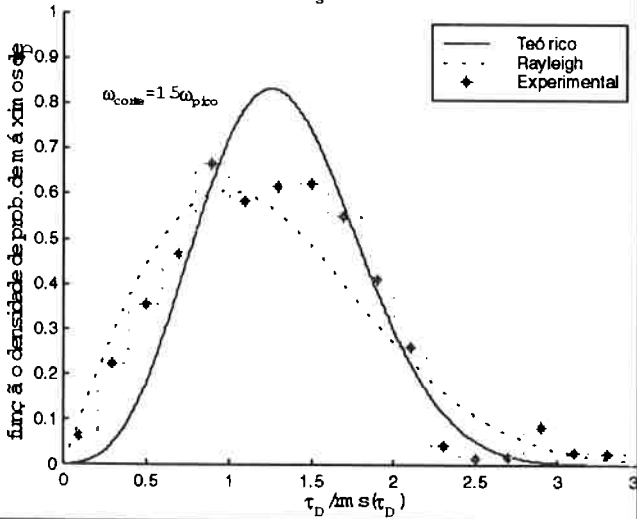


Distribuição de Probabilidades de Máximos - C1T50S4a TOPO



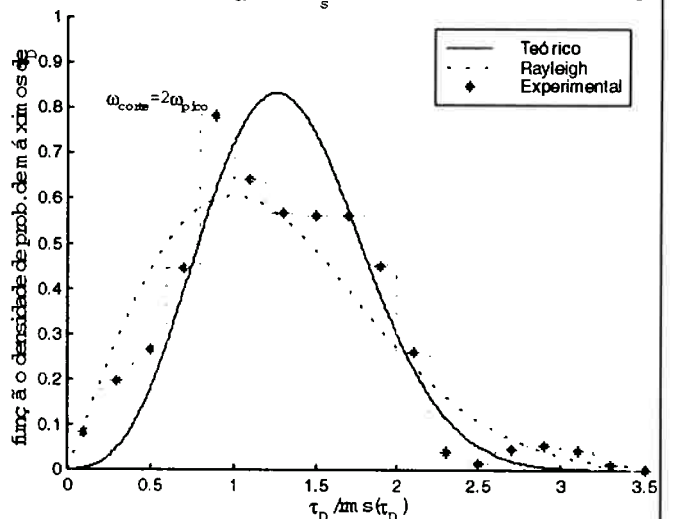
C1D50S4a1

Linha de Am ar.  $\alpha = 50^\circ H_s = 8$  RAO =  $180^\circ$  sem corrente TDP



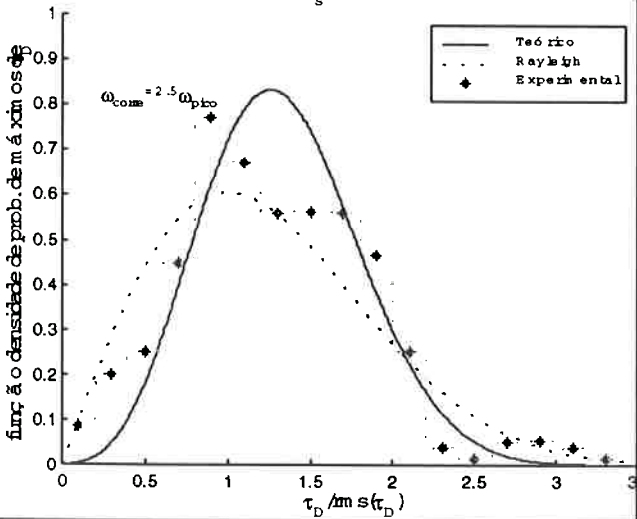
C1D50S4a2

Linha de Am ar.  $\alpha = 50^\circ H_s = 8$  RAO =  $180^\circ$  sem corrente TDP



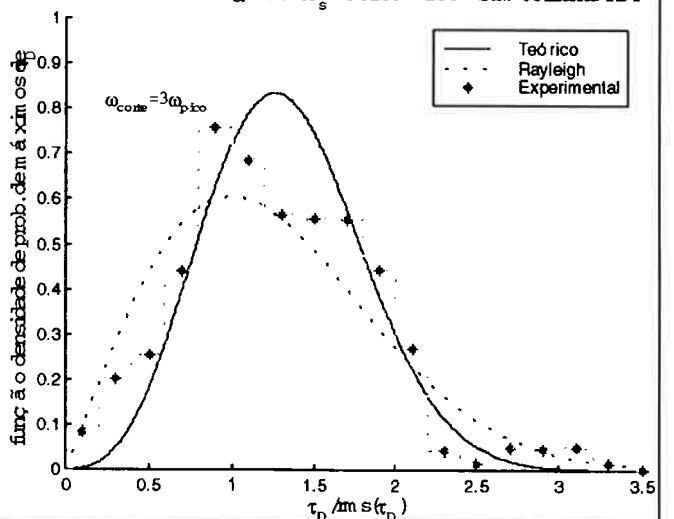
C1D50S4a3

Linha de Am ar.  $\alpha = 50^\circ H_s = 8$  RAO =  $180^\circ$  sem corrente TDP

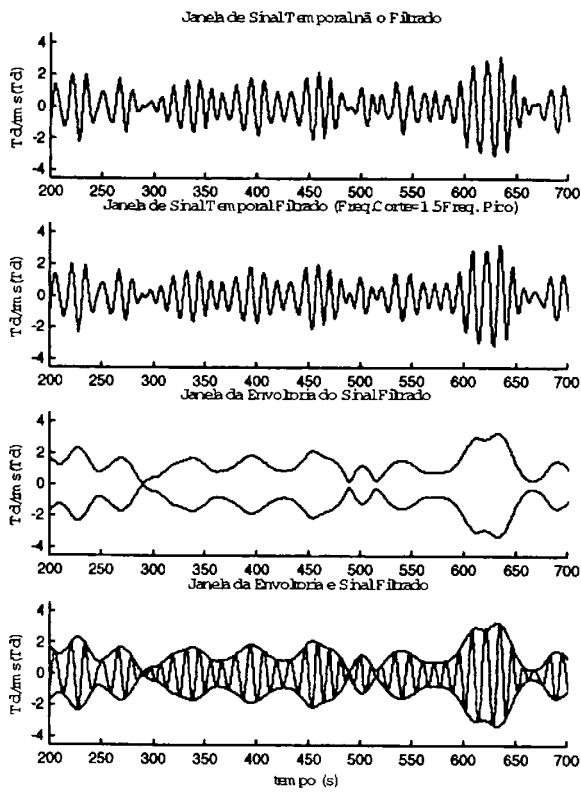


C1D50S4a4

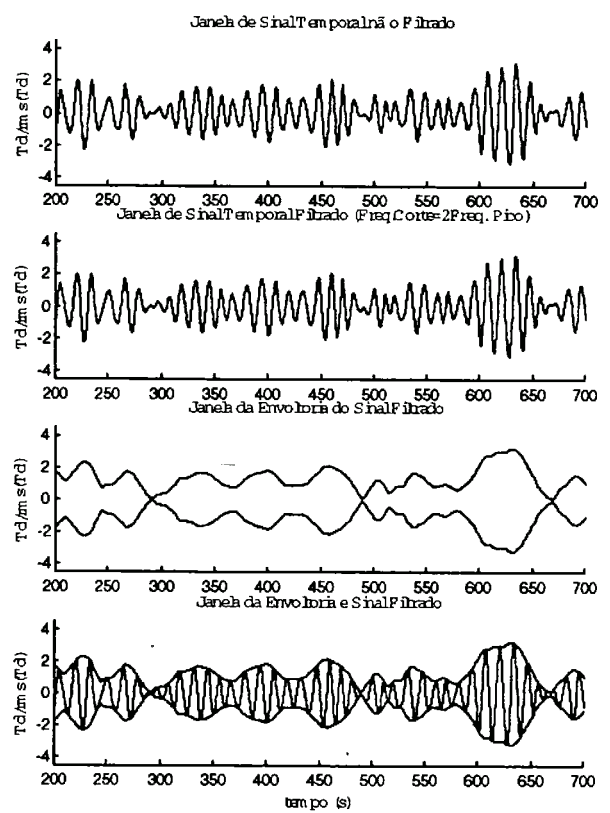
Linha de Am ar.  $\alpha = 50^\circ H_s = 8$  RAO =  $180^\circ$  sem corrente TDP



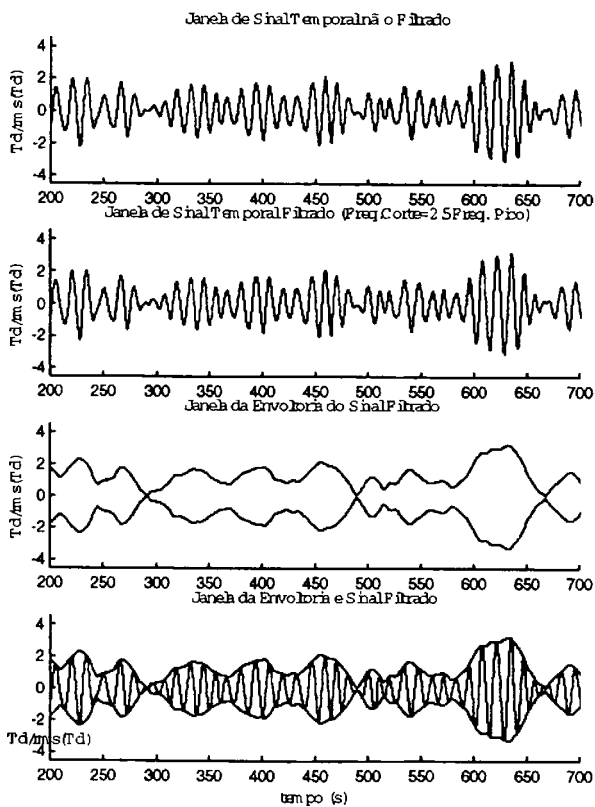
C1D50S4a12



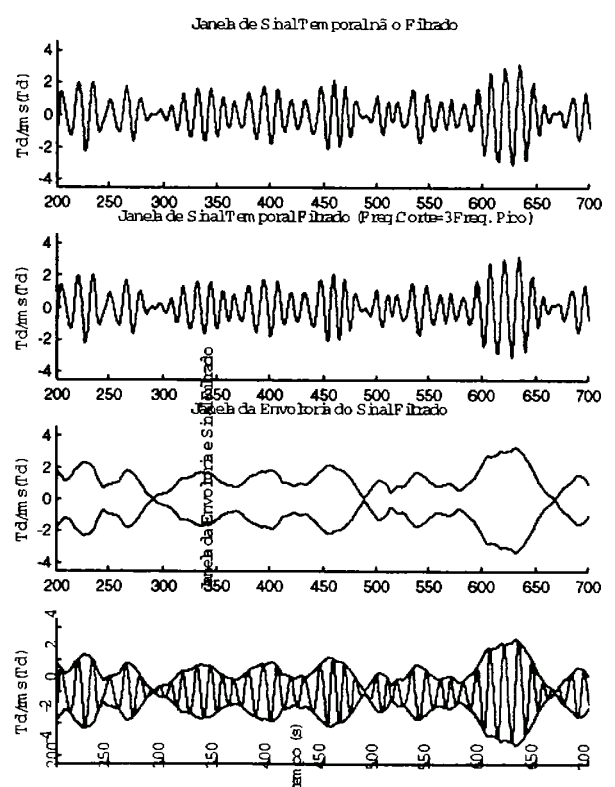
C1D50S4a22

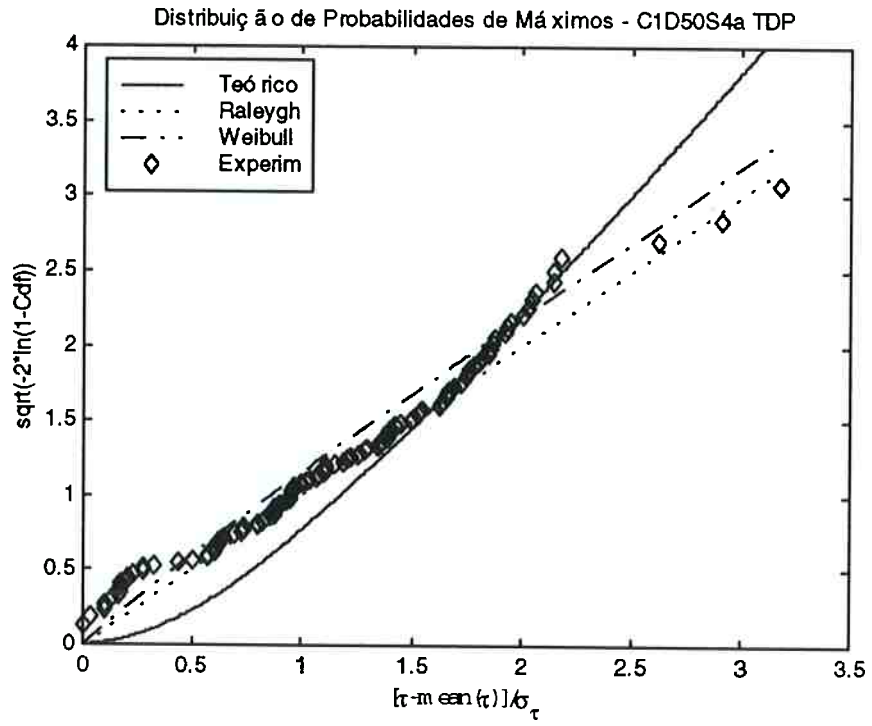


C1D50S4a32

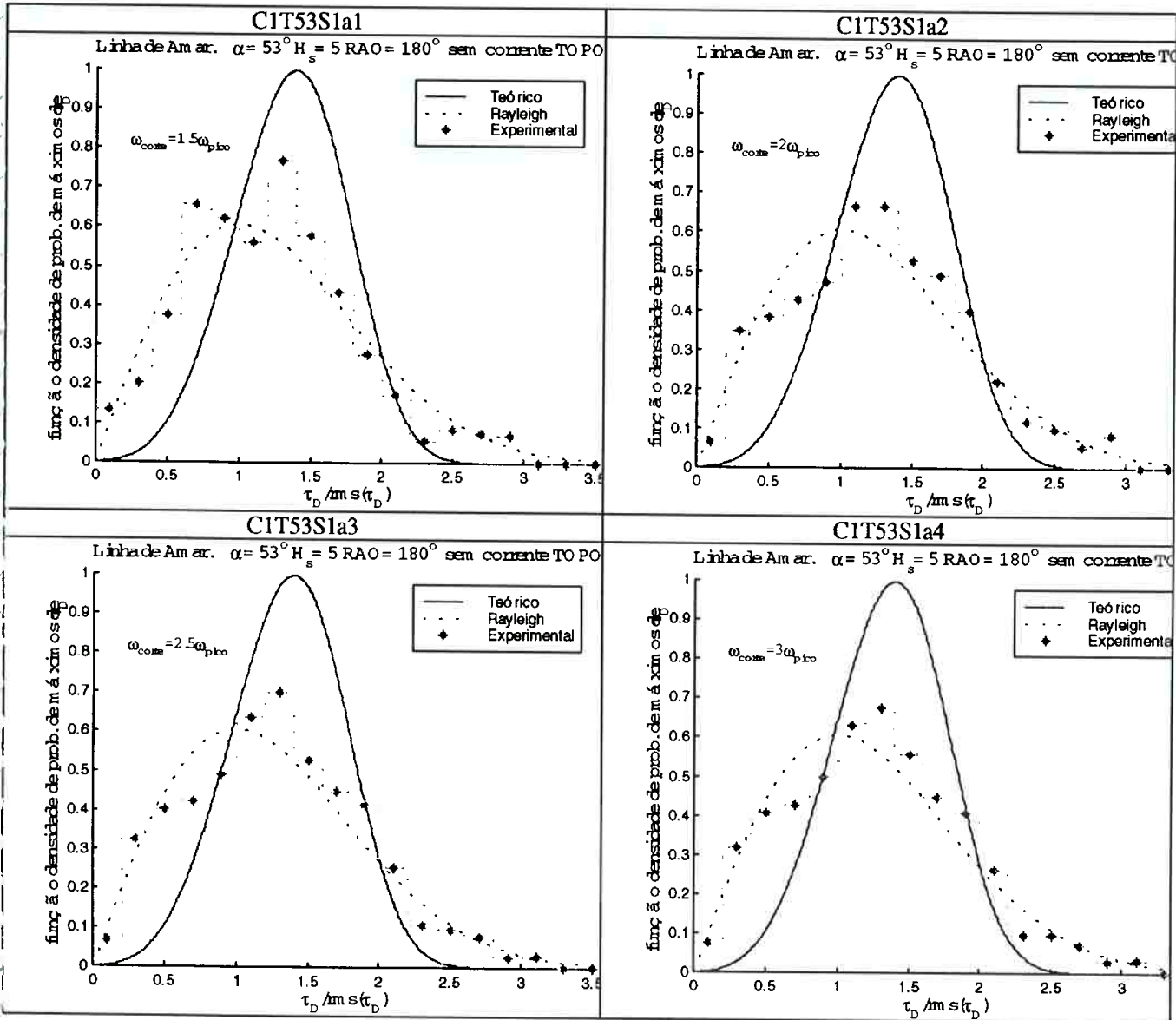


C1D50S4a32

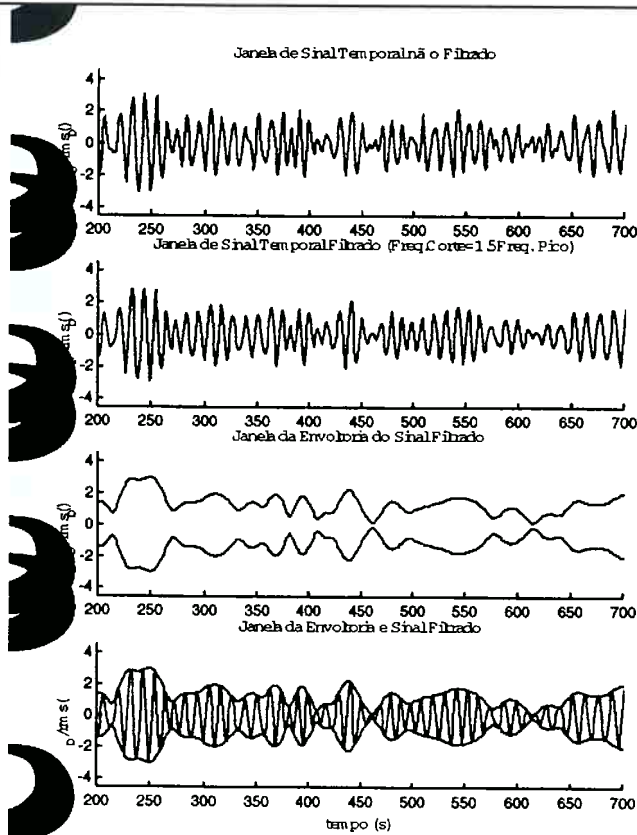




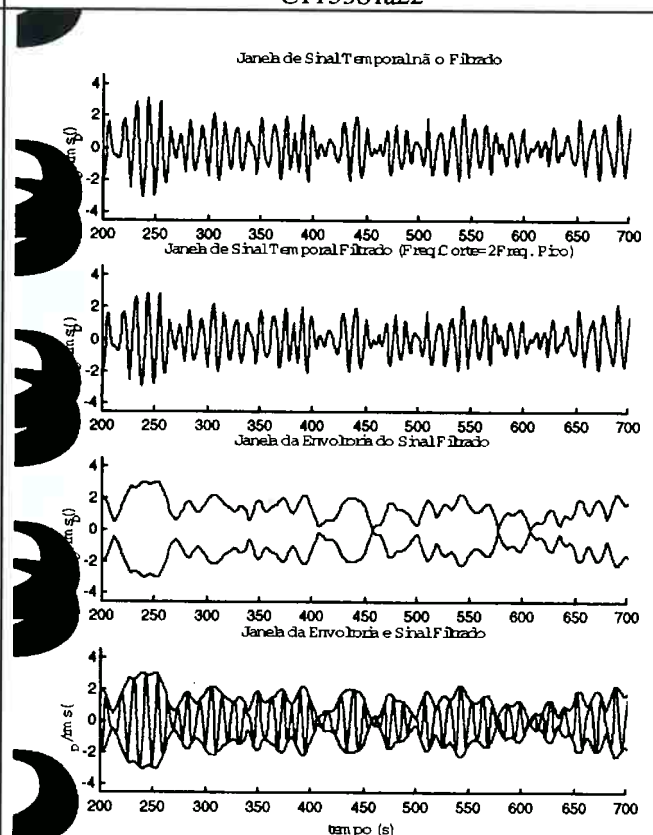
**Linha de amarração - Ângulo de topo:  $53^\circ$  -  $H_s=5m$  -  $RAO=180^\circ$   
sem corrente oceânica**



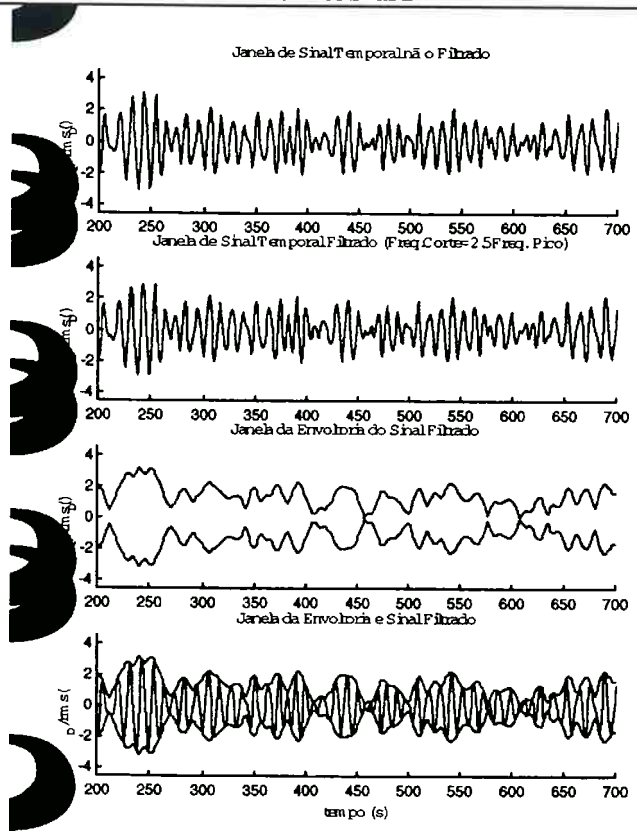
CIT53S1a12



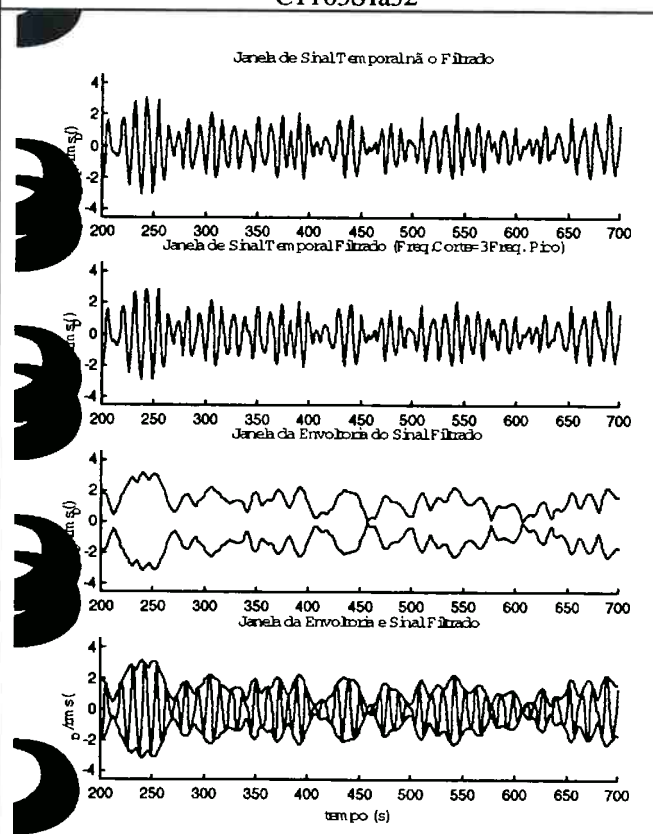
CIT53S1a22



CIT63S1a32

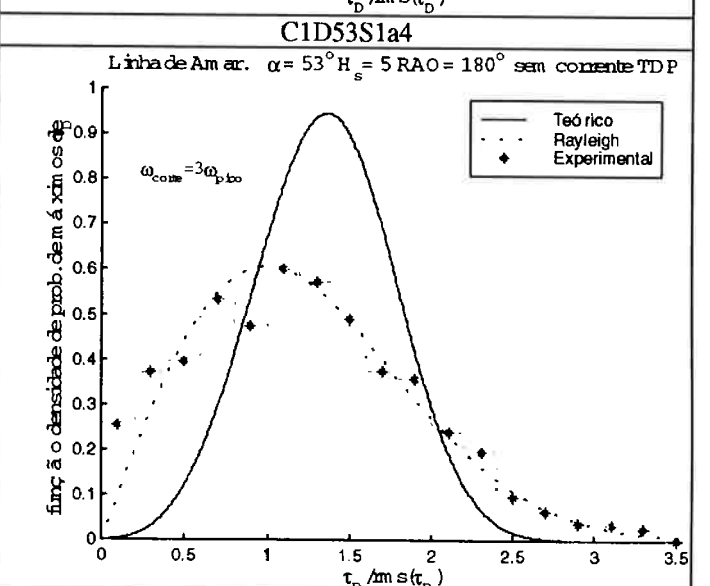
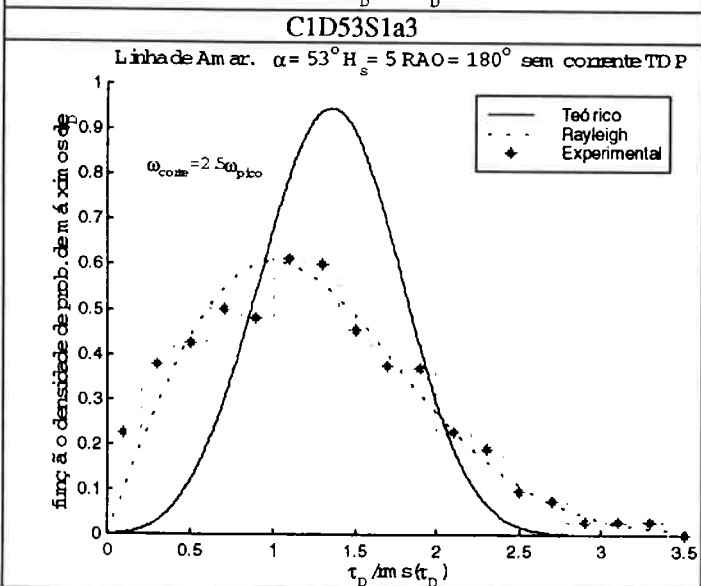
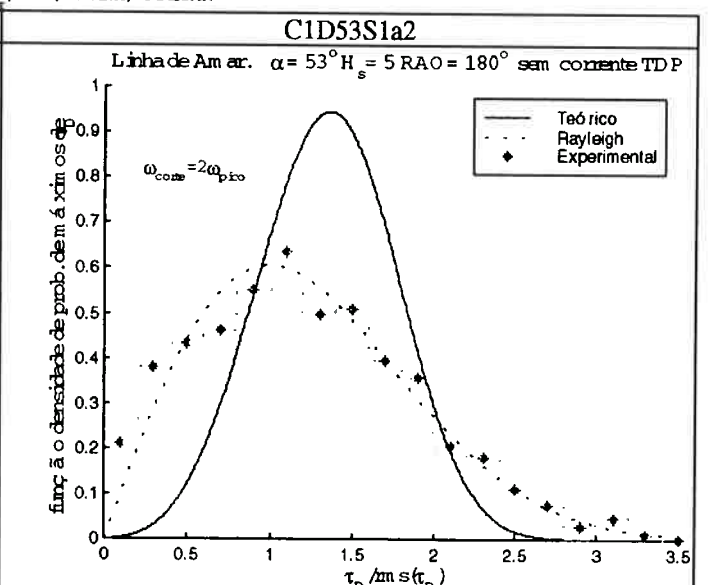
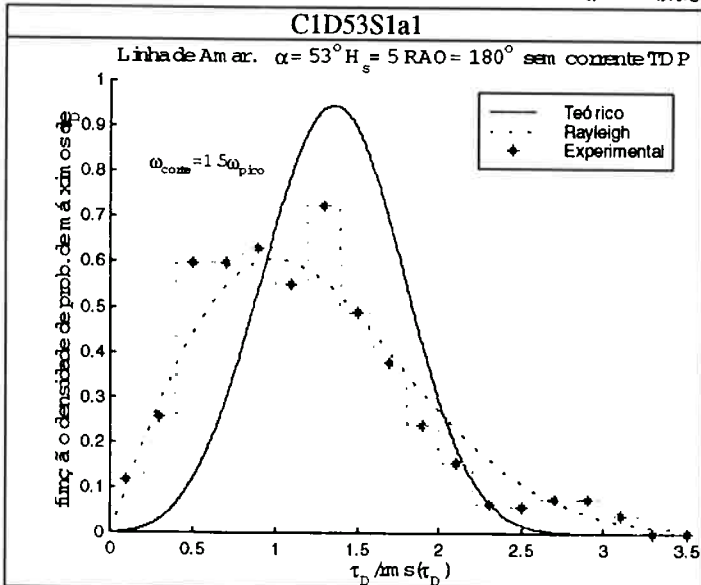
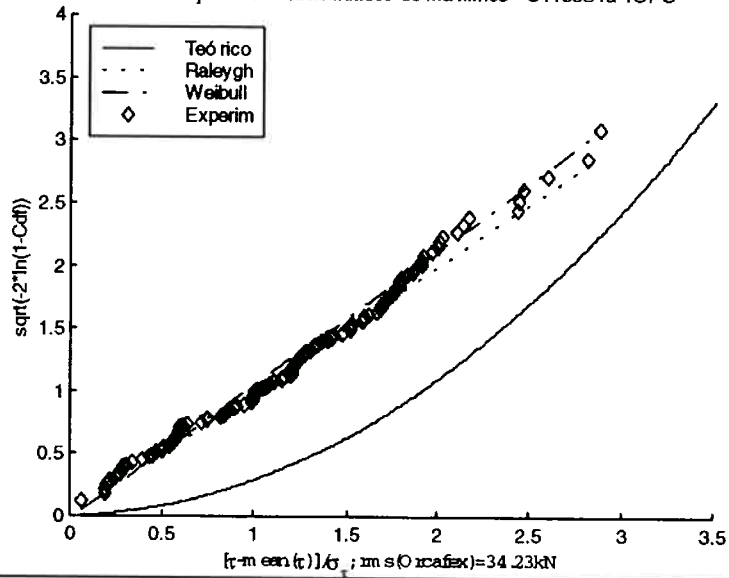


CIT63S1a32

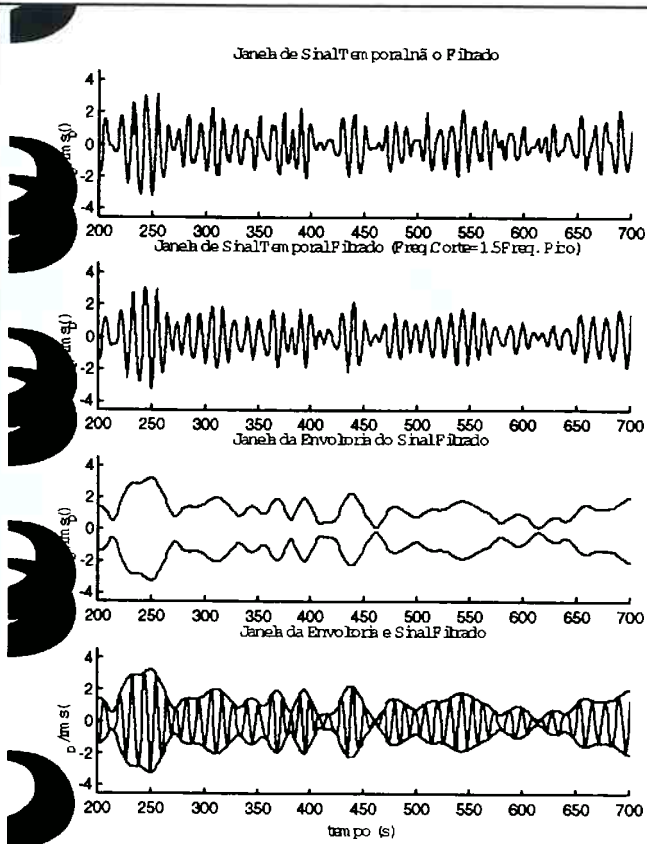




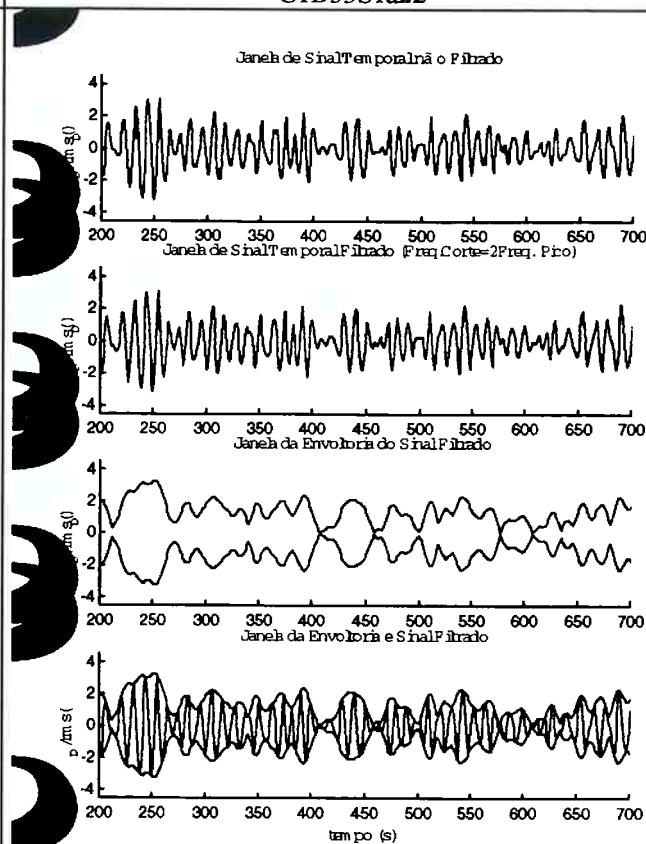
Distribuição de Probabilidades de Máximos - C1T53S1a TOPO



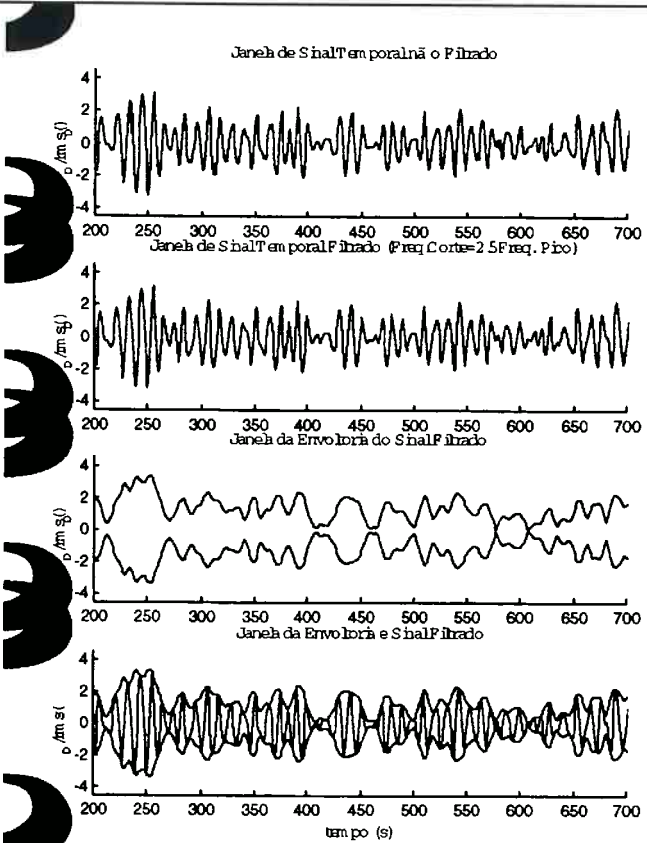
C1D53S1a12



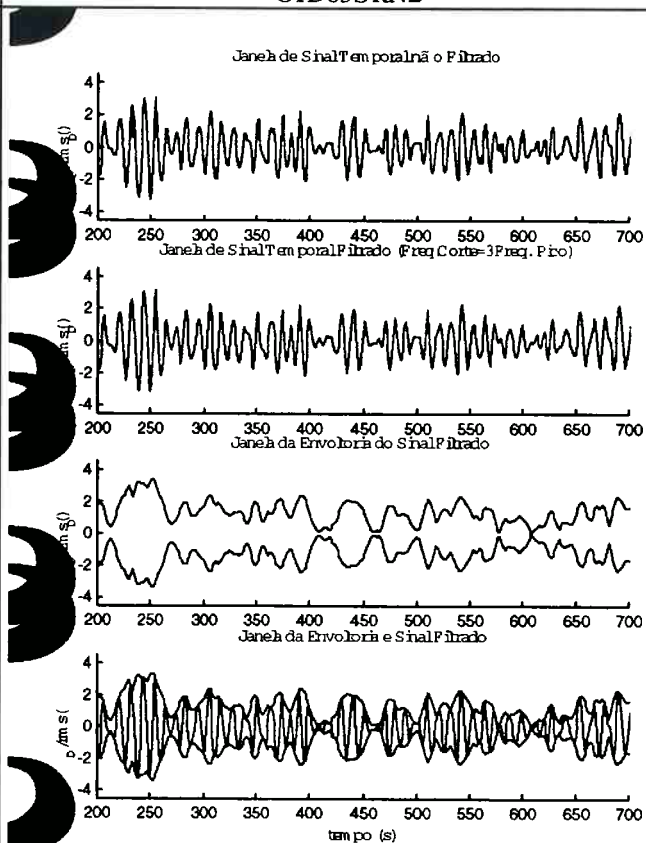
C1D53S1a22



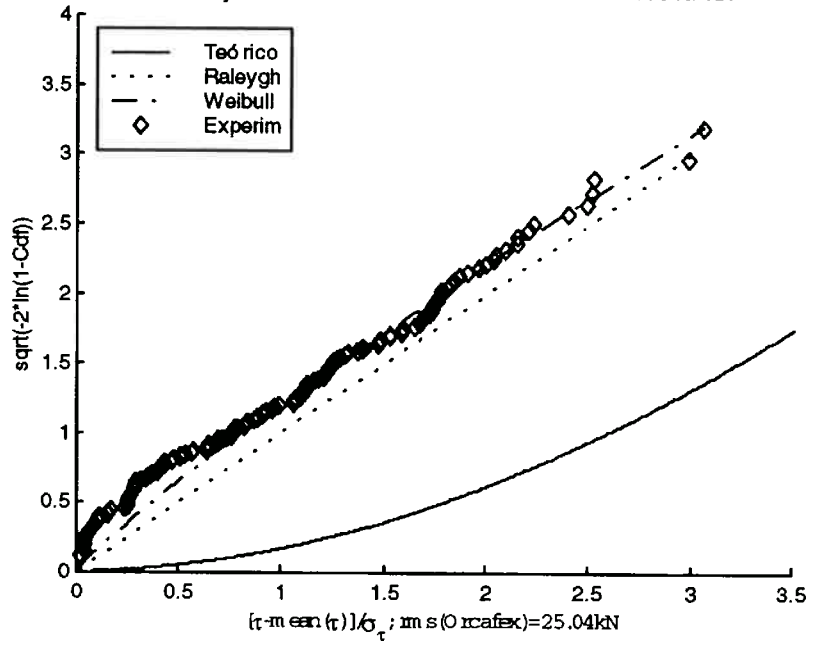
C1D63S1a32



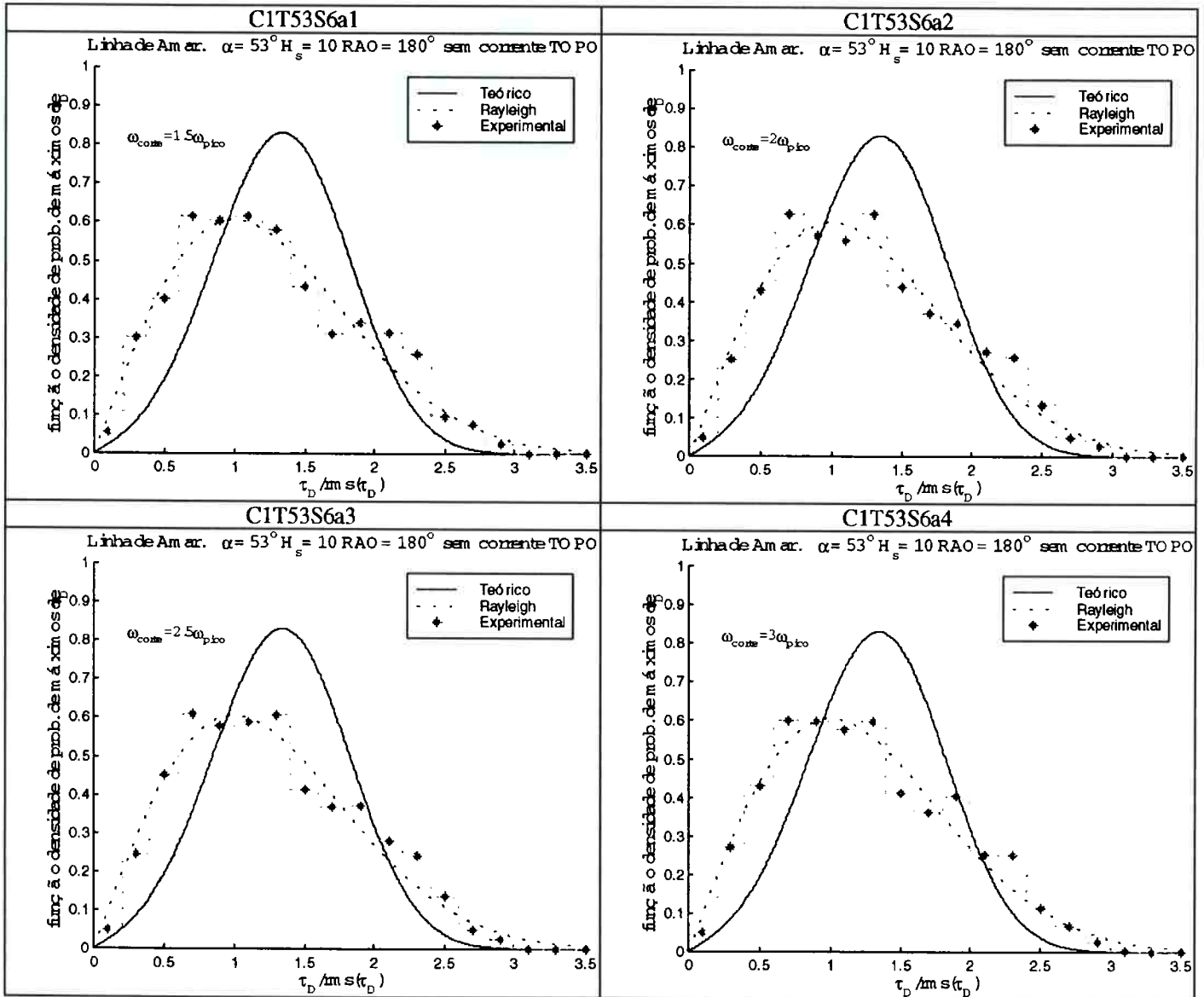
C1D63S1a42



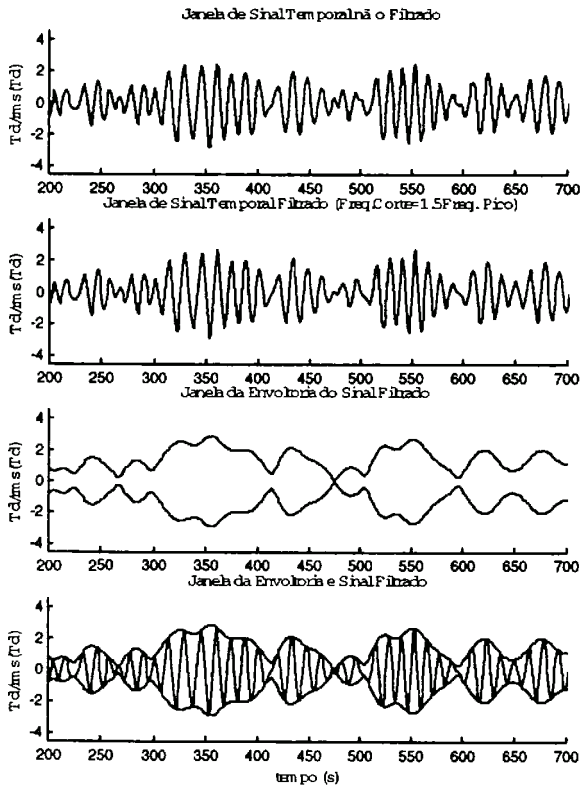
Distribuição de Probabilidades de Máximos - C1D53S1a TDP



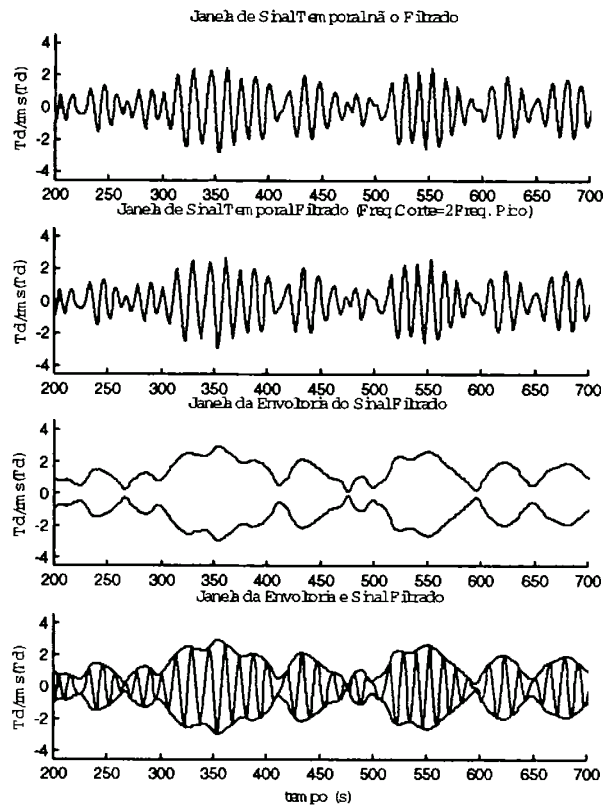
**Linha de amarração - Ângulo de topo:  $53^\circ$  -  $H_s=10\text{m}$  -  $\text{RAO}=180^\circ$   
sem corrente oceânica**



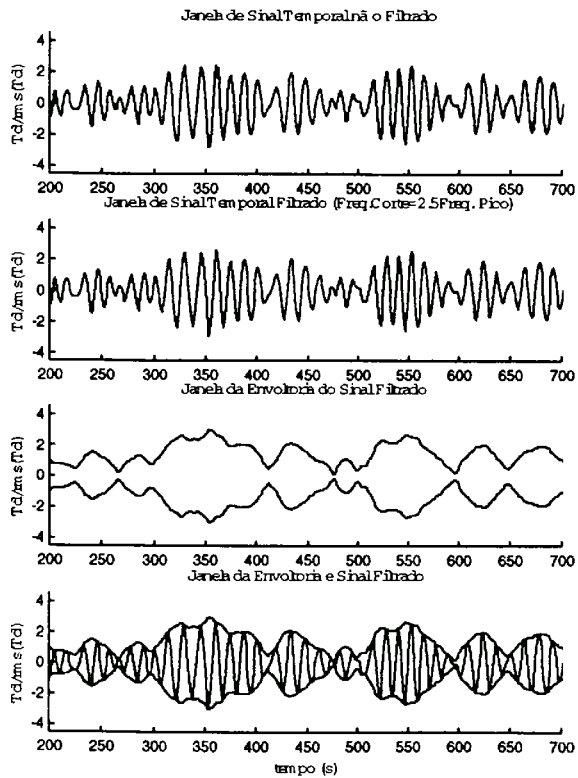
CIT53S6a12



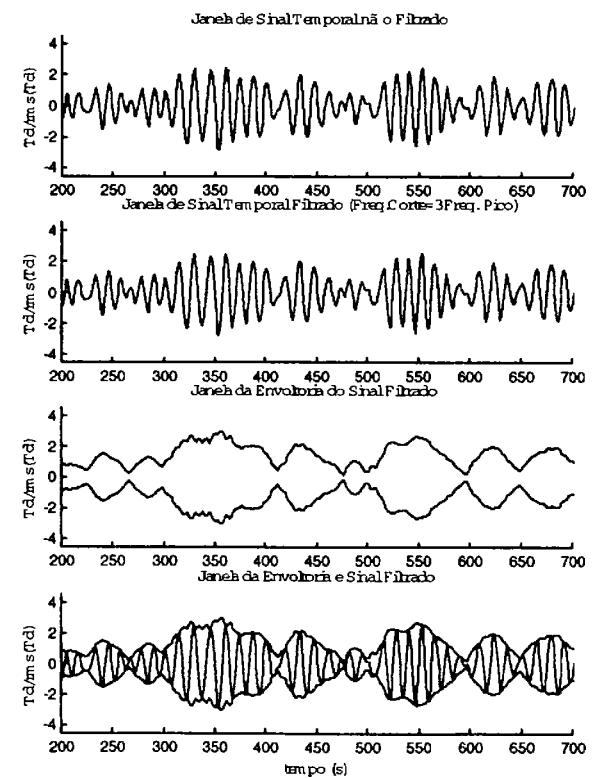
CIT53S6a22



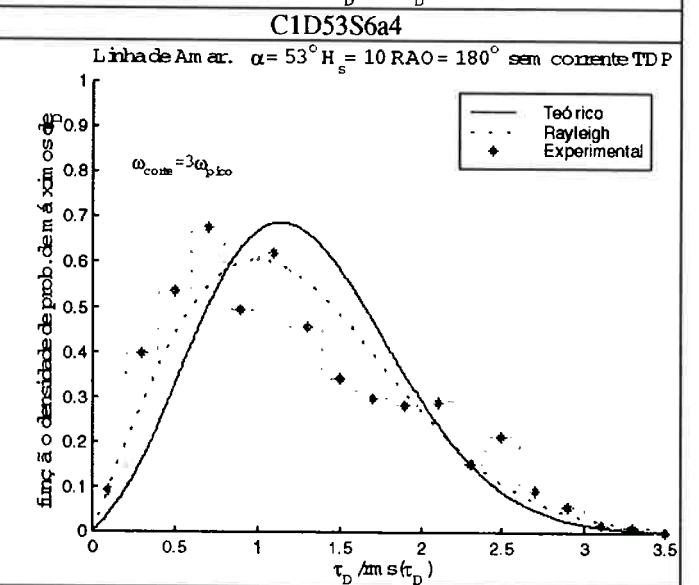
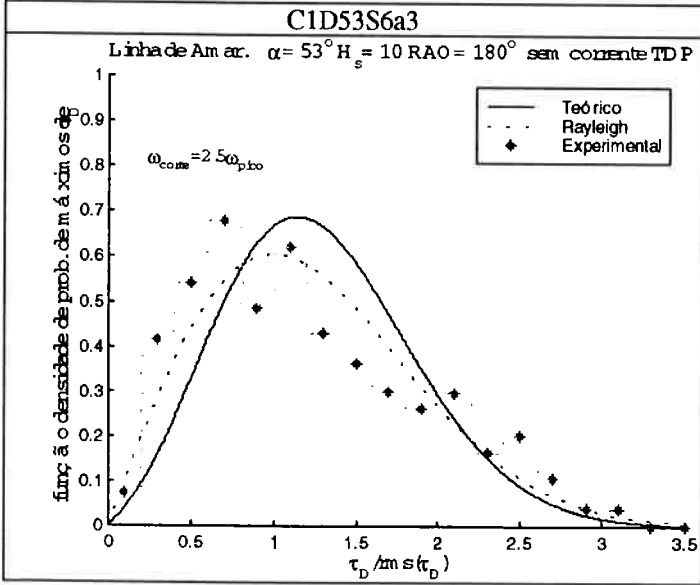
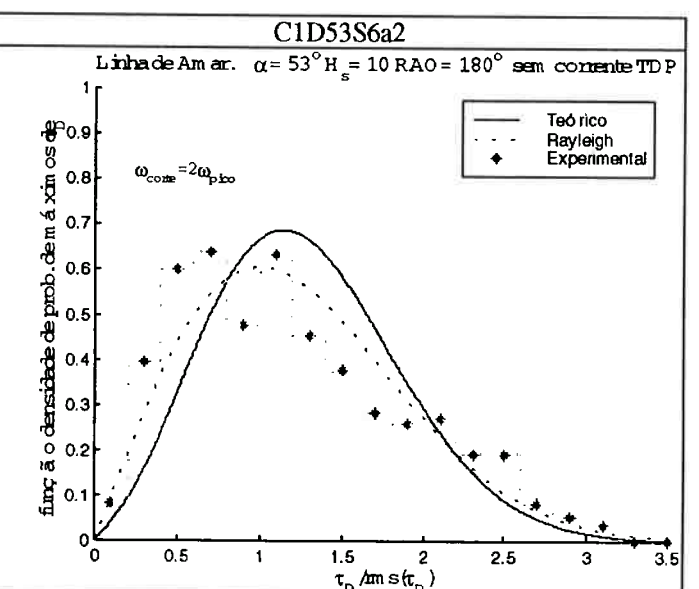
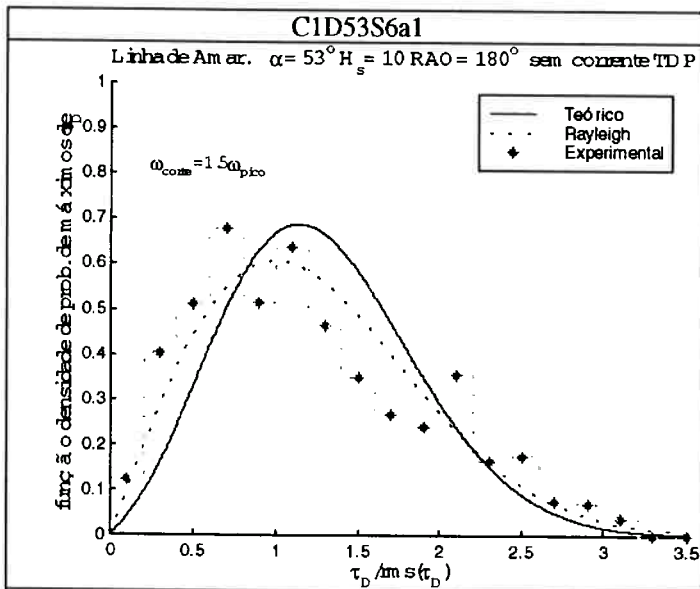
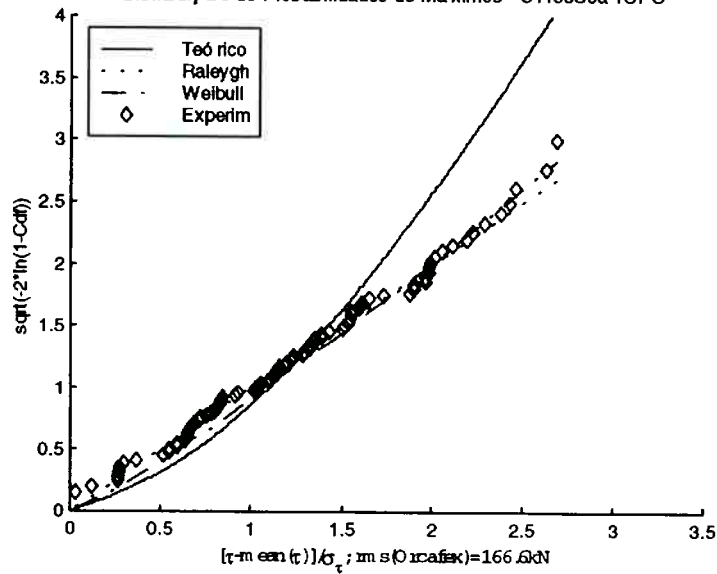
CIT53S6a32



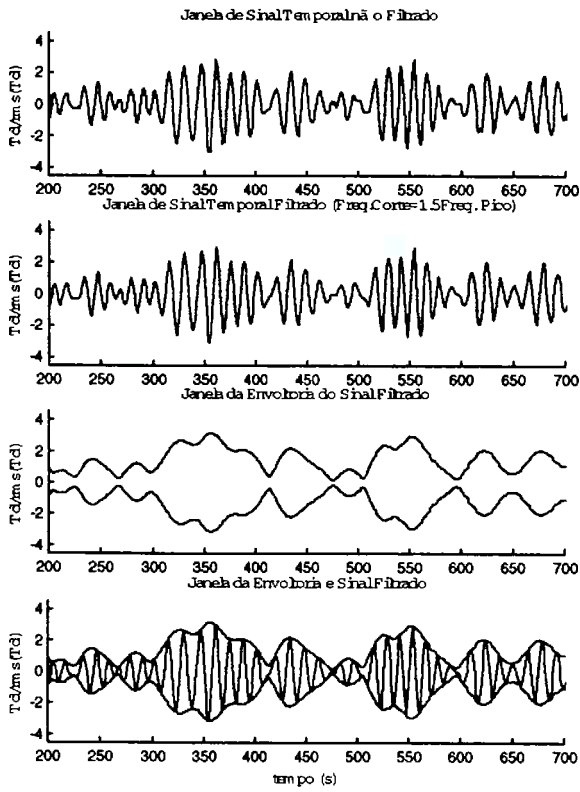
CIT53S6a32



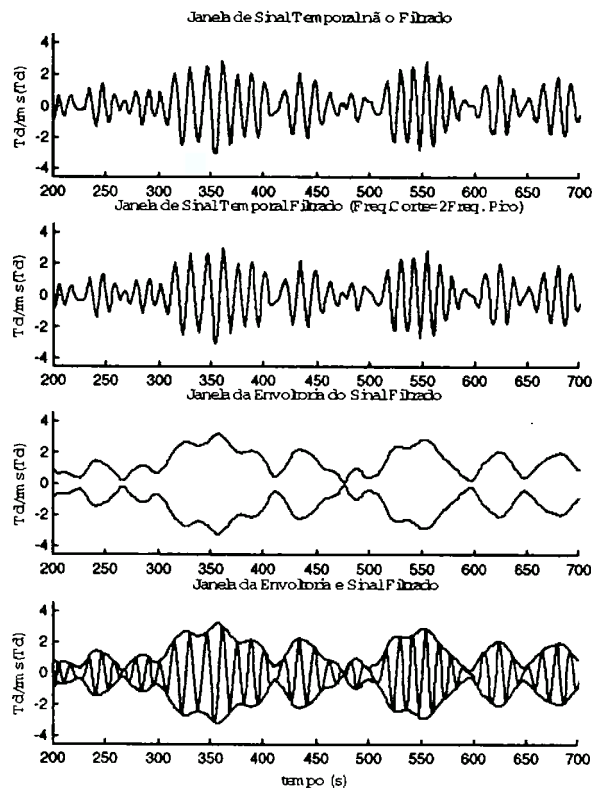
Distribuição de Probabilidades de Máximos - C1T53S6a TOPO



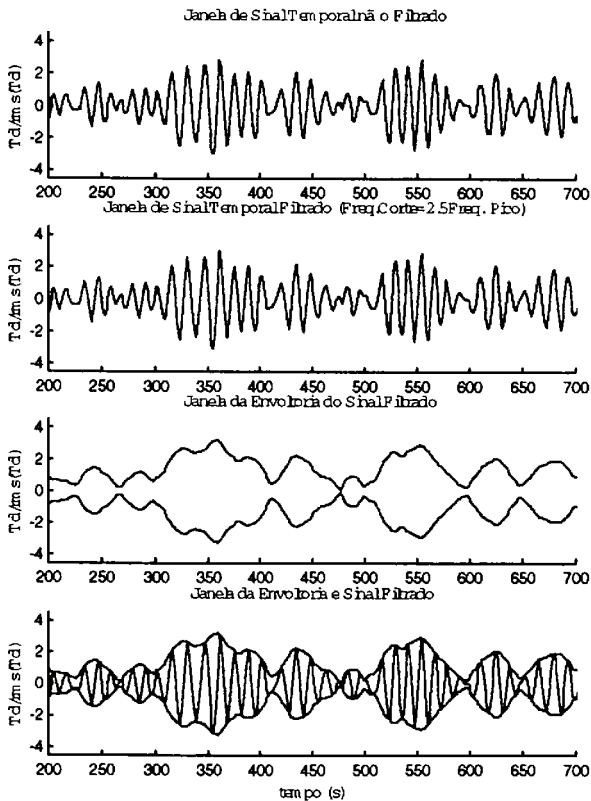
C1D53S6a12



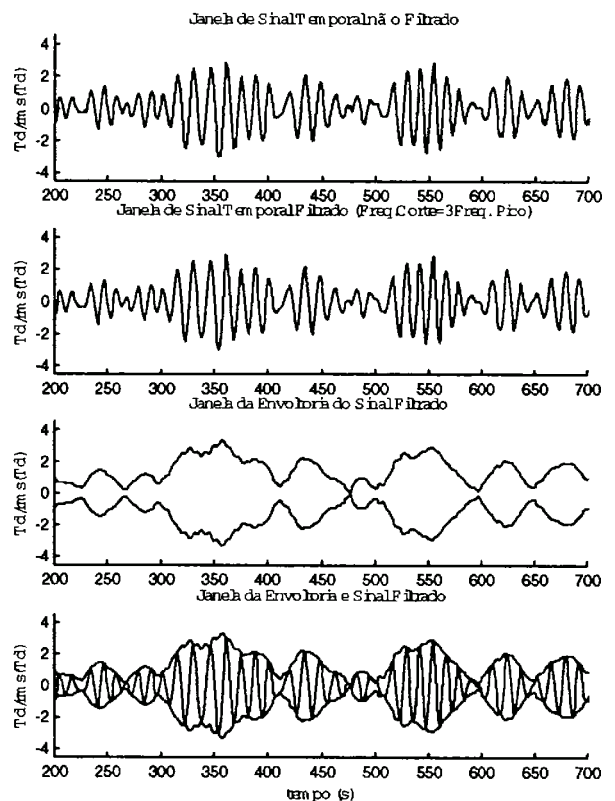
C1D53S6a22



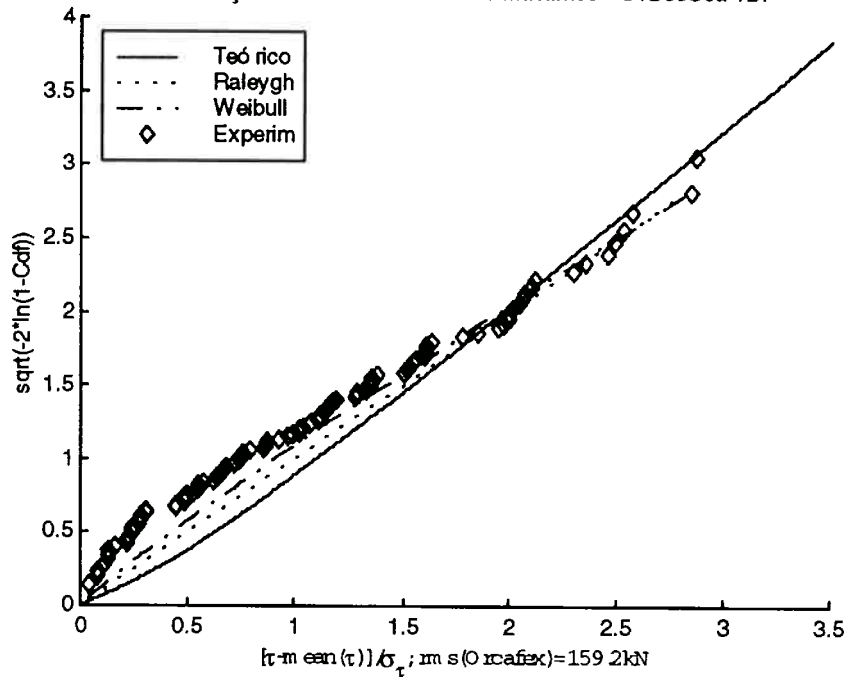
C1D53S6a32



C1D53S6a42

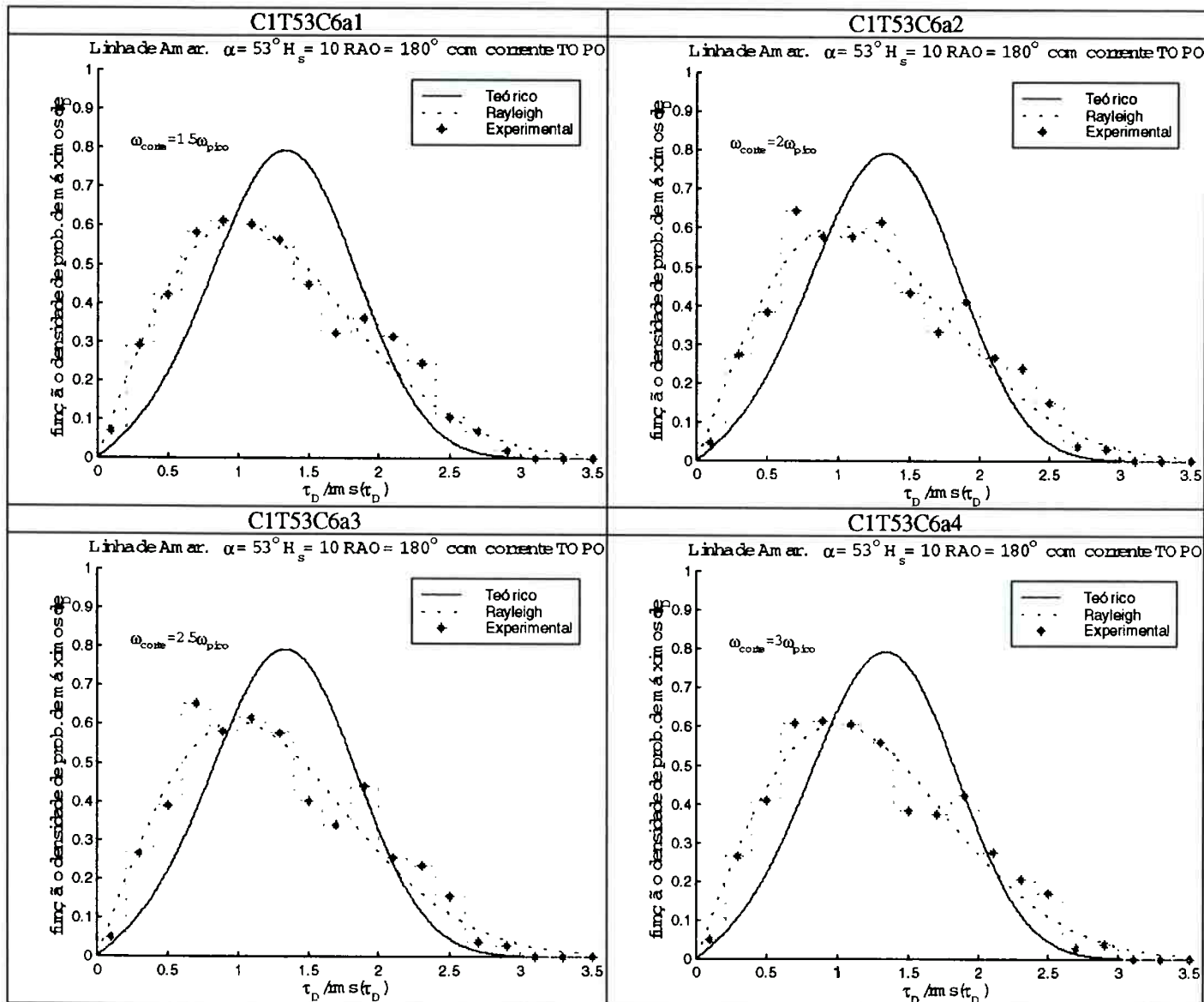


Distribuição de Probabilidades de Máximos - C1D53S6a TDP

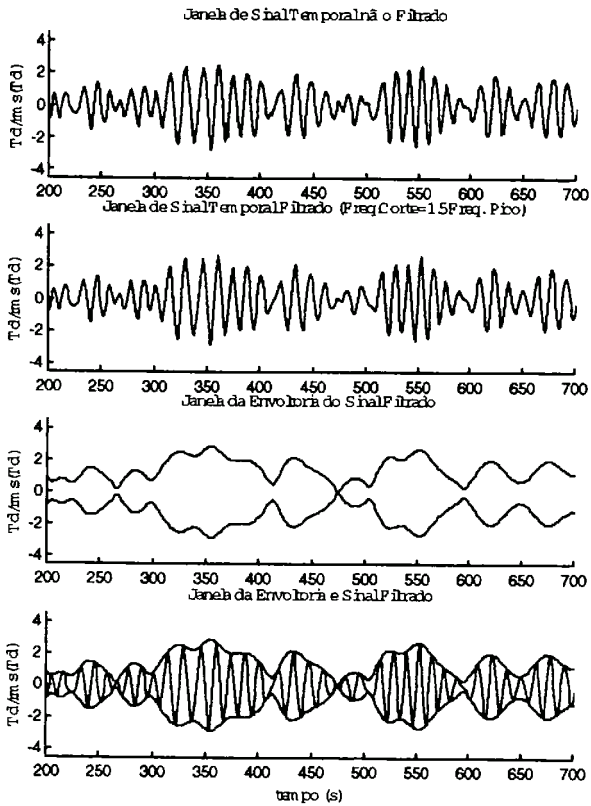




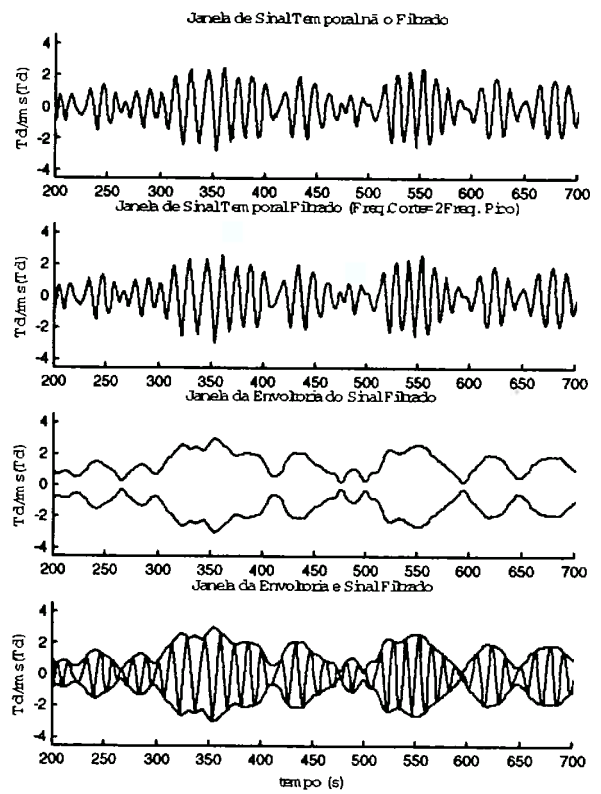
**Linha de amarração - Ângulo de topo:  $53^\circ$  -  $H_s=10\text{m}$  -  $\text{RAO}=180^\circ$   
com corrente oceânica**



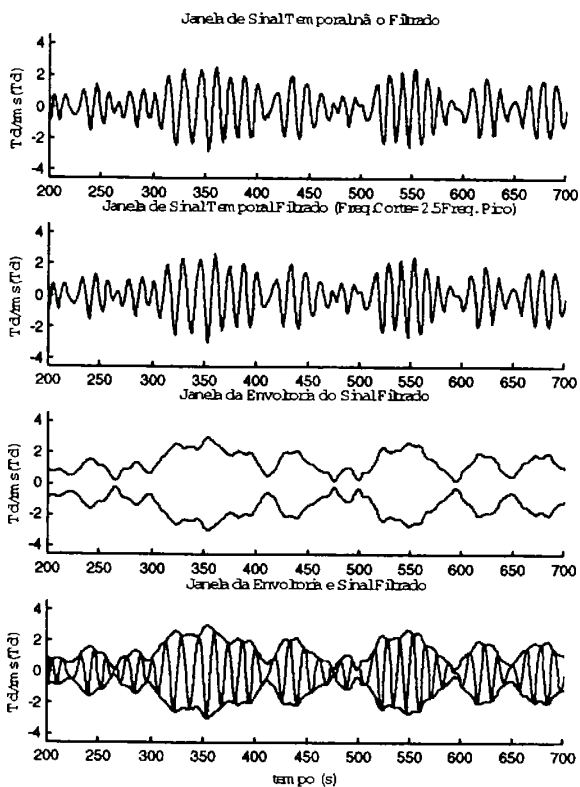
CIT53C6a12



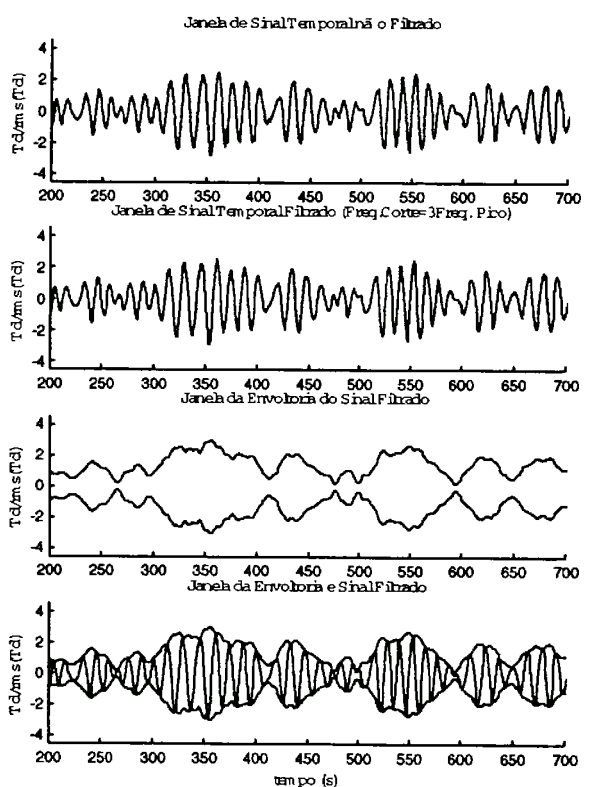
CIT53C6a22



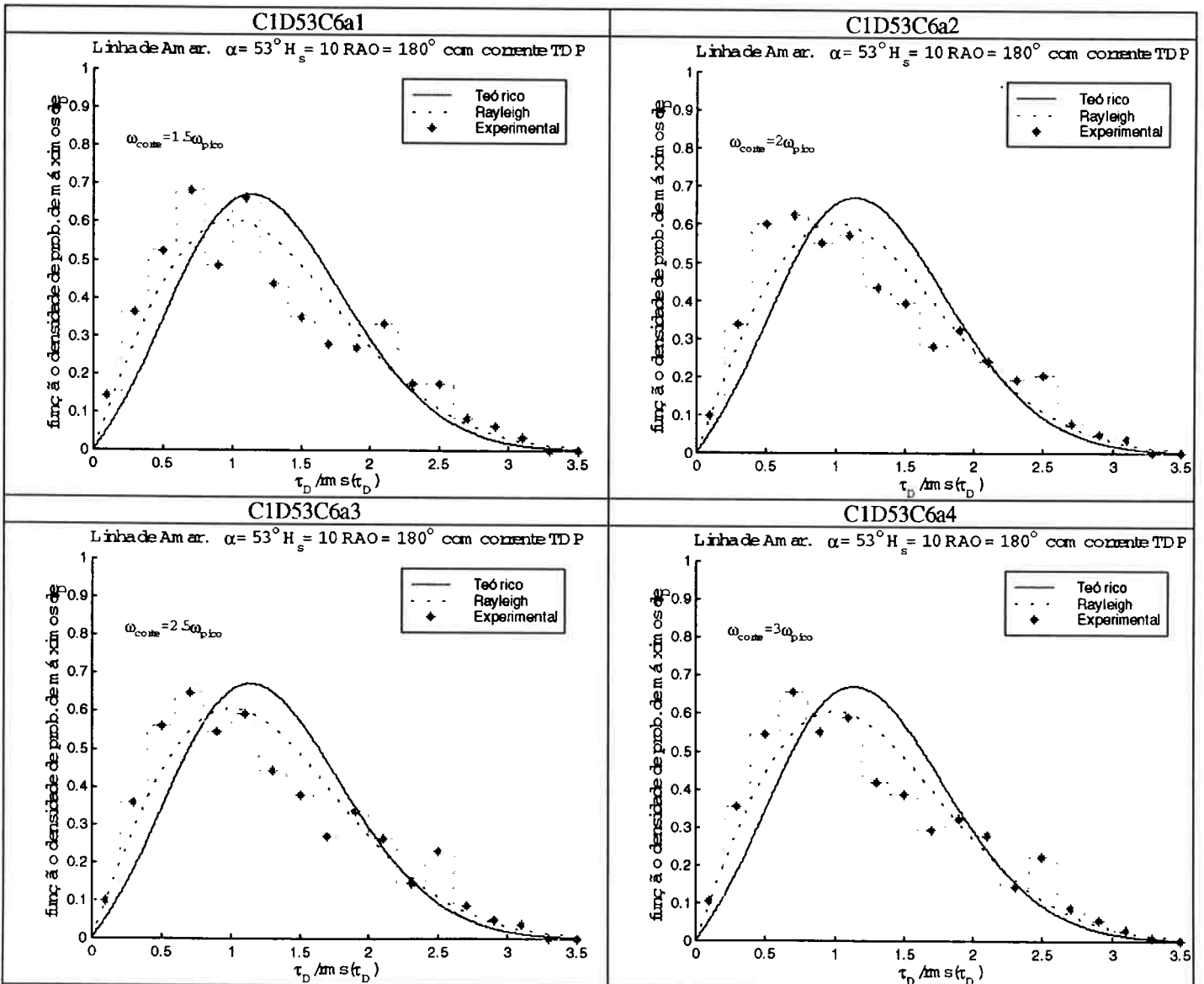
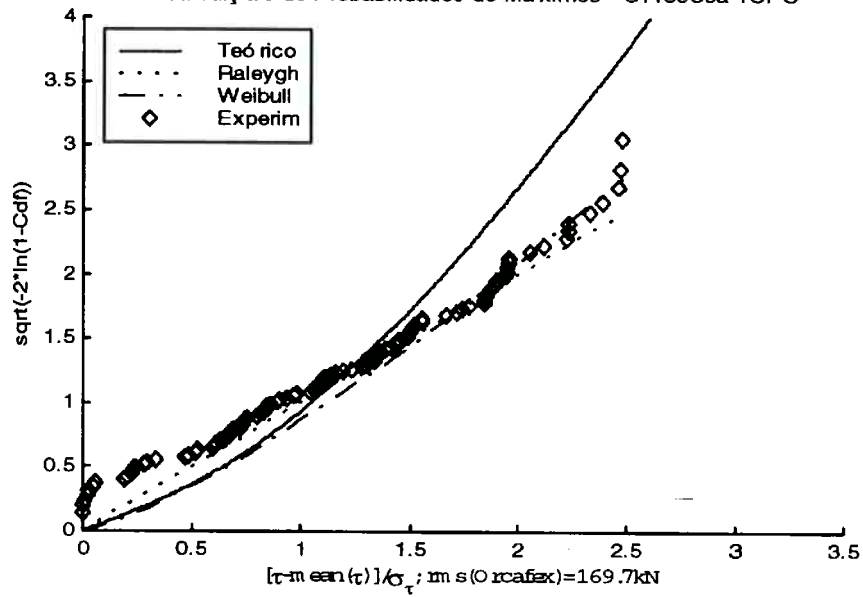
CIT53C6a32



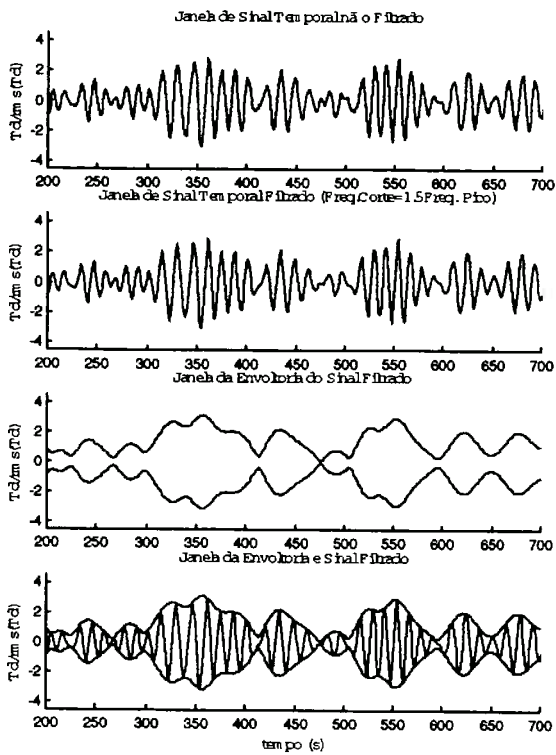
CIT53C6a32



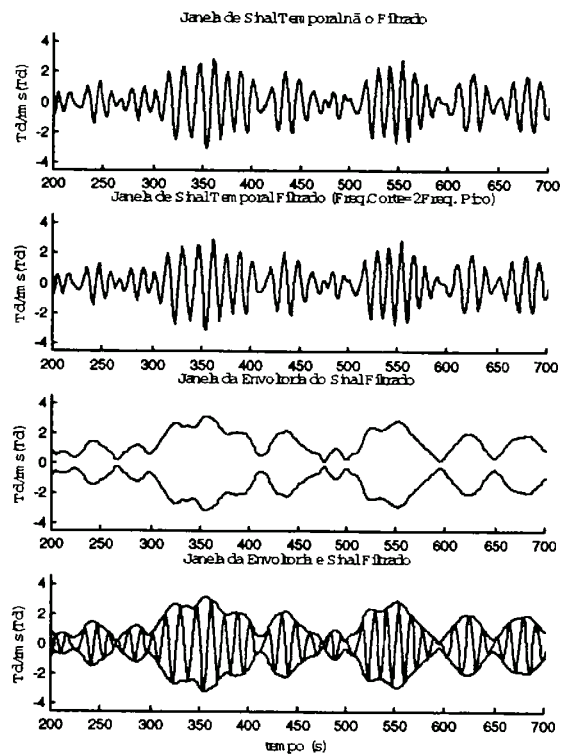
Distribuição de Probabilidades de Máximos - C1T53C6a TOPO



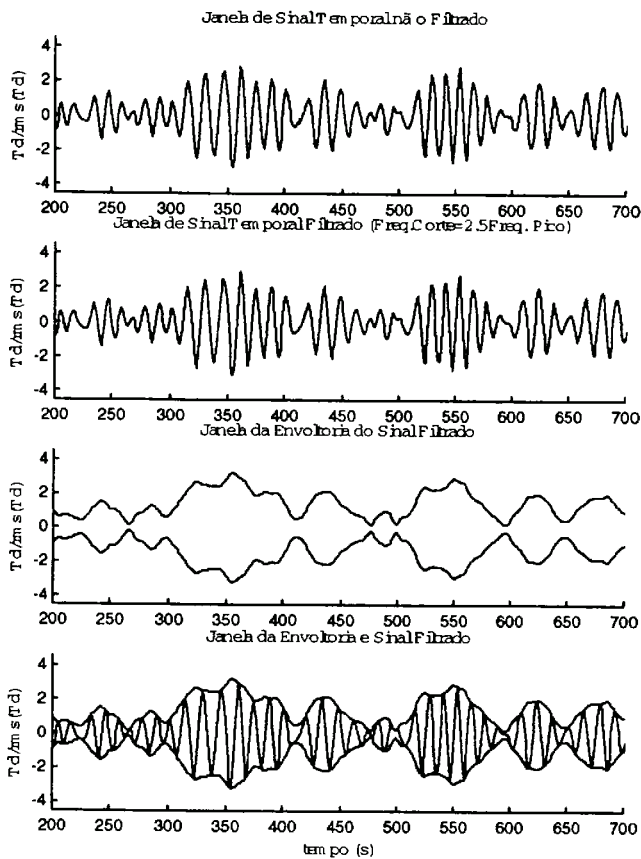
C1D53C6a12



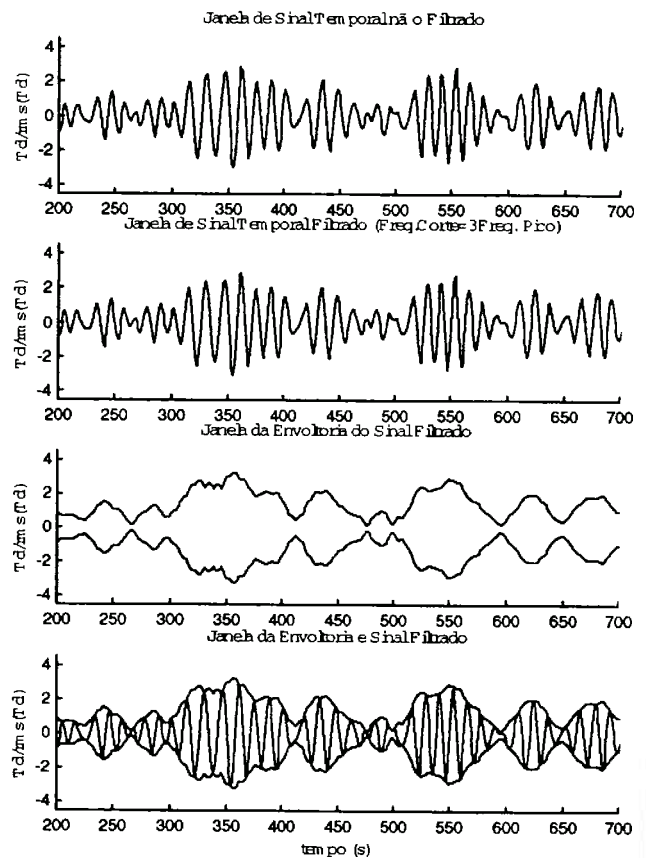
C1D53C6a22

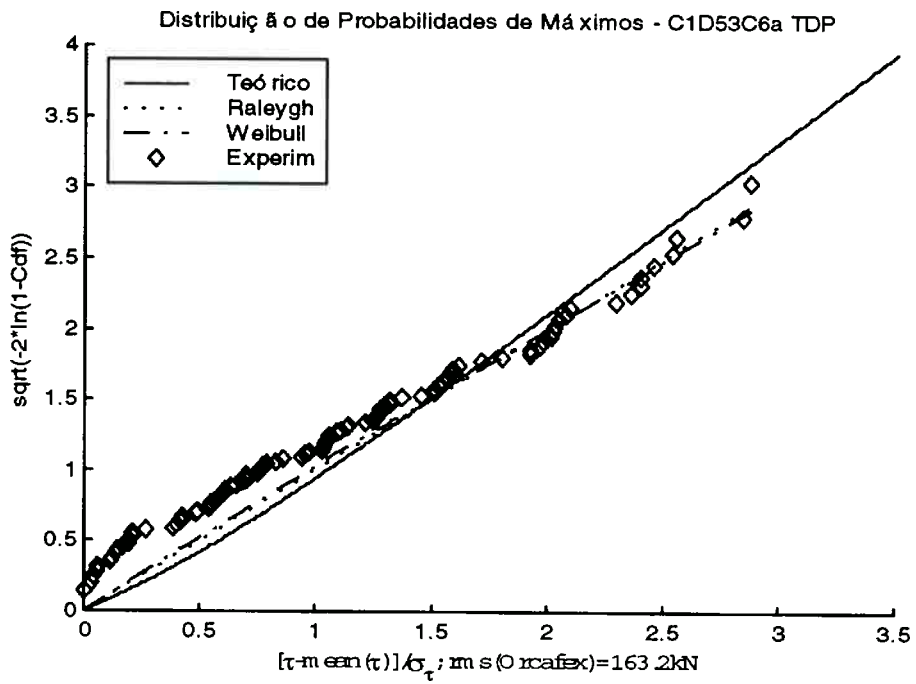


C1D53C6a32

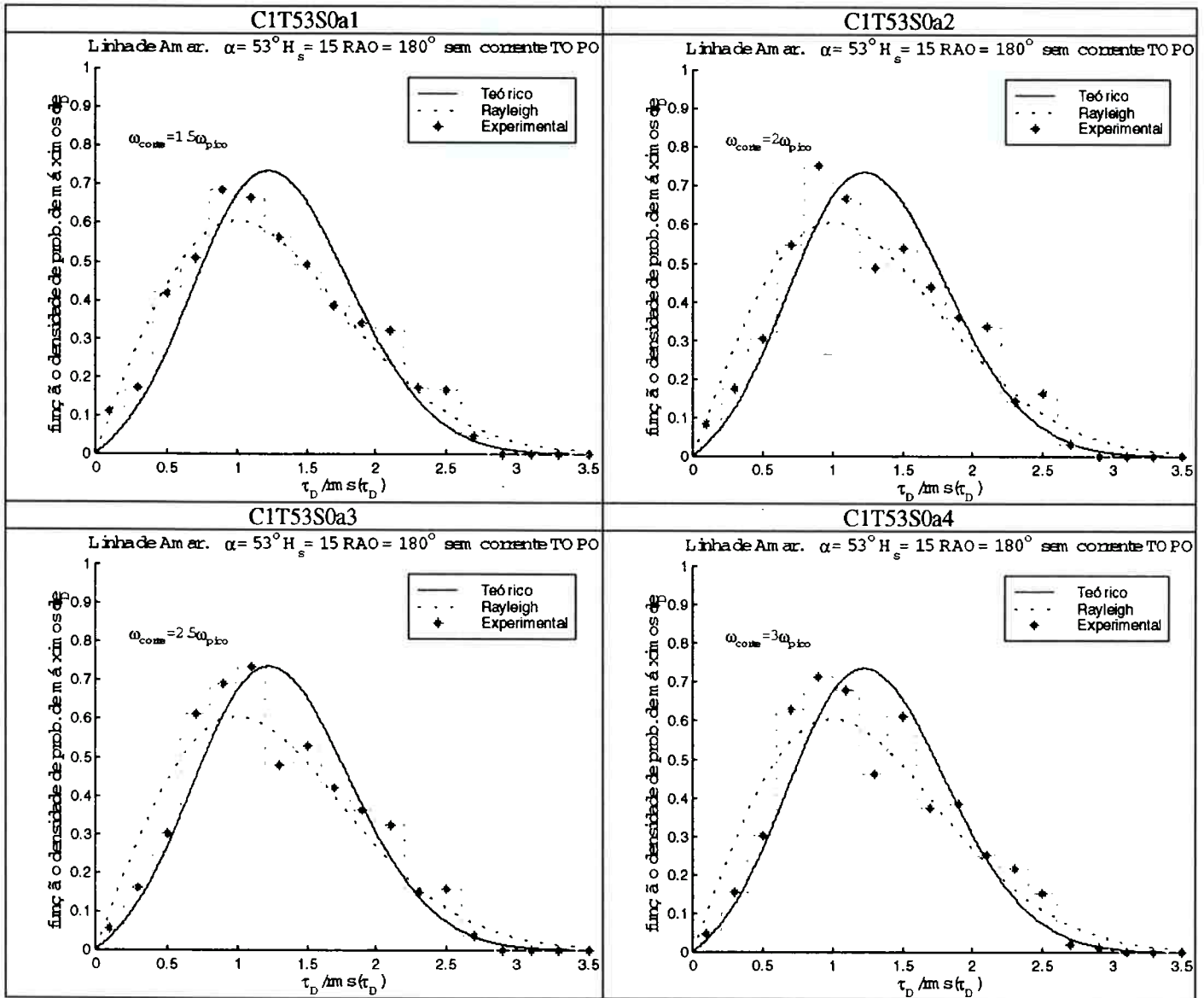


C1D53C6a42

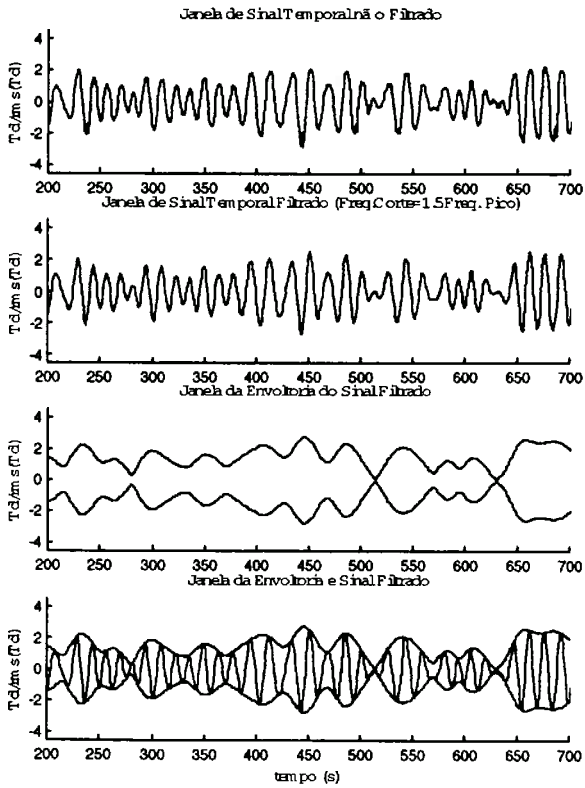




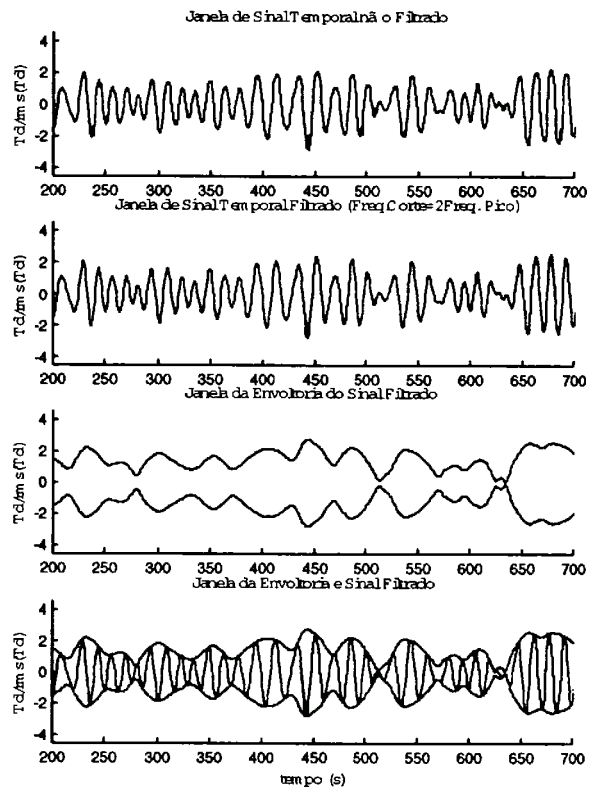
**Linha de amarração - Ângulo de topo:  $53^\circ$  -  $H_s=15m$  -  $RAO=180^\circ$   
sem corrente oceânica**



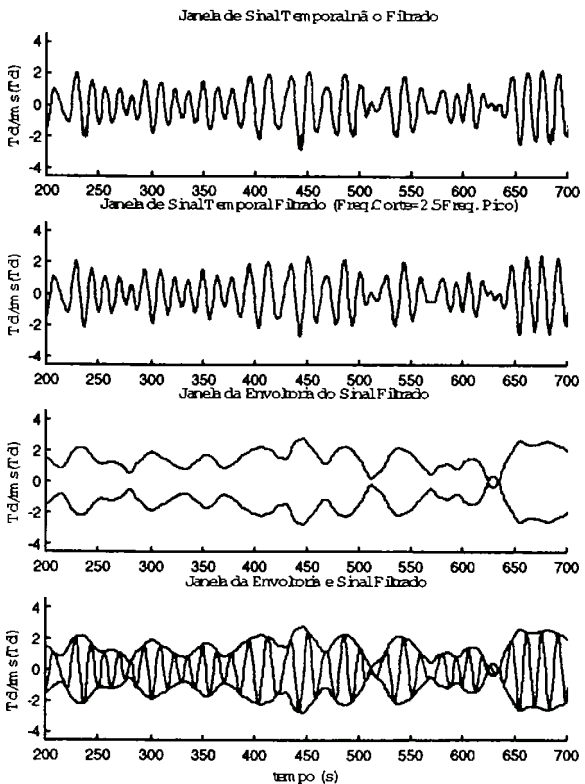
CIT53S0a12



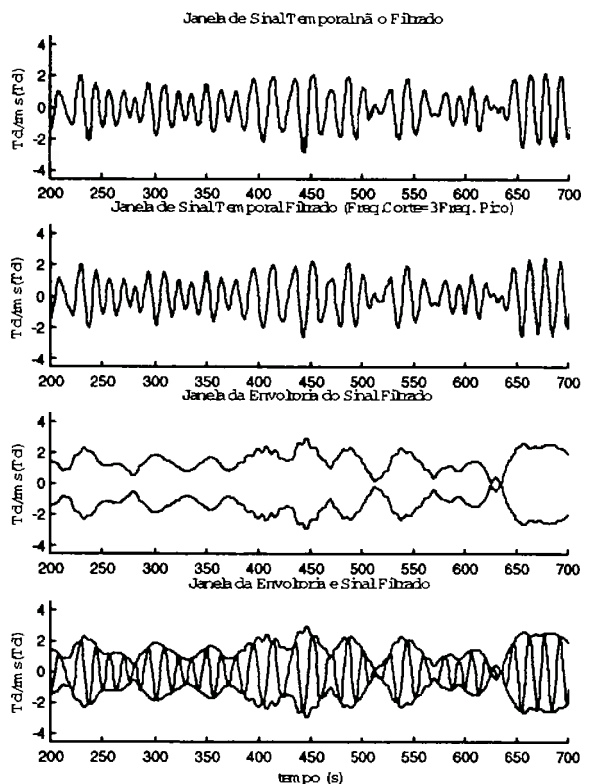
CIT53S0a22



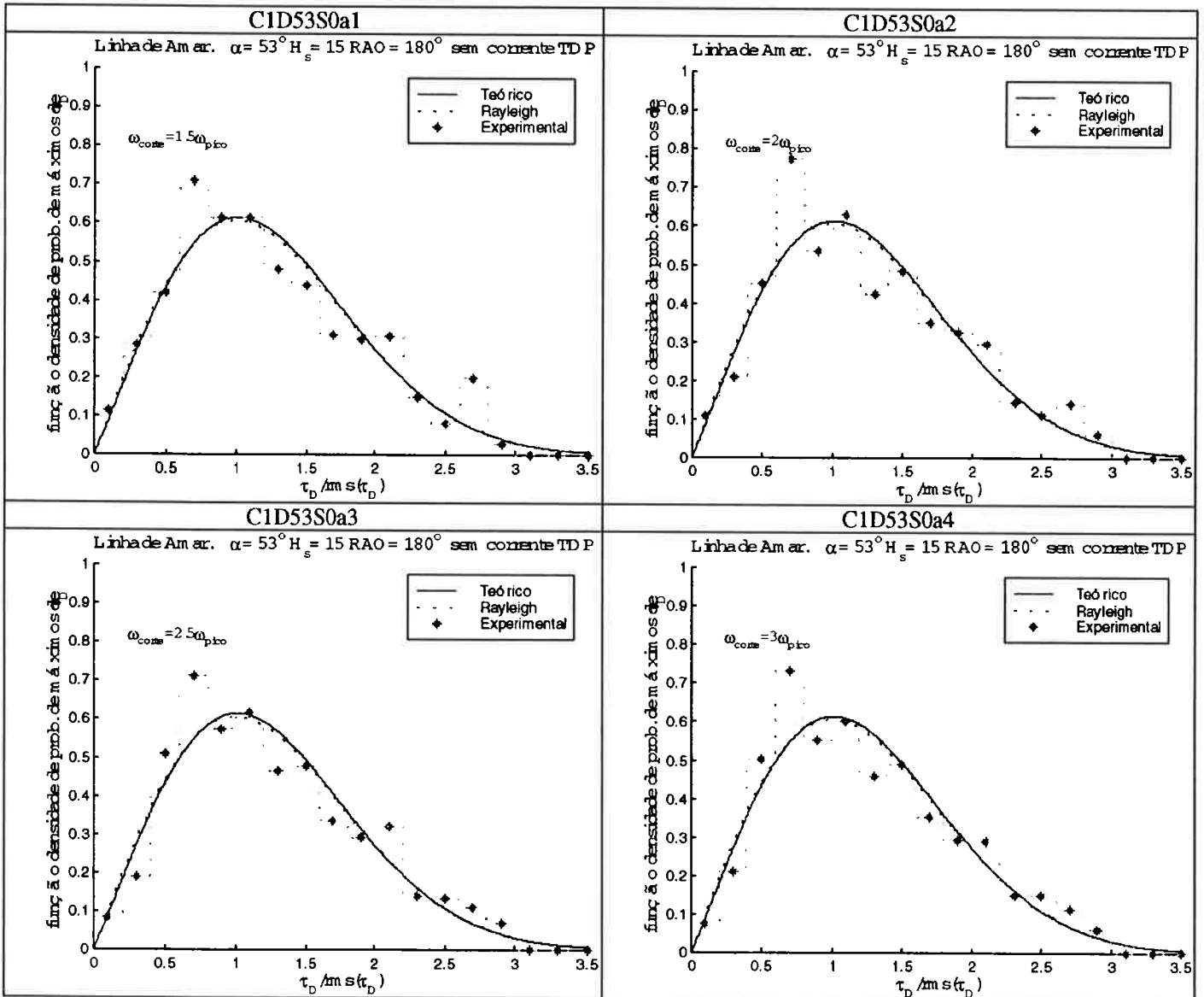
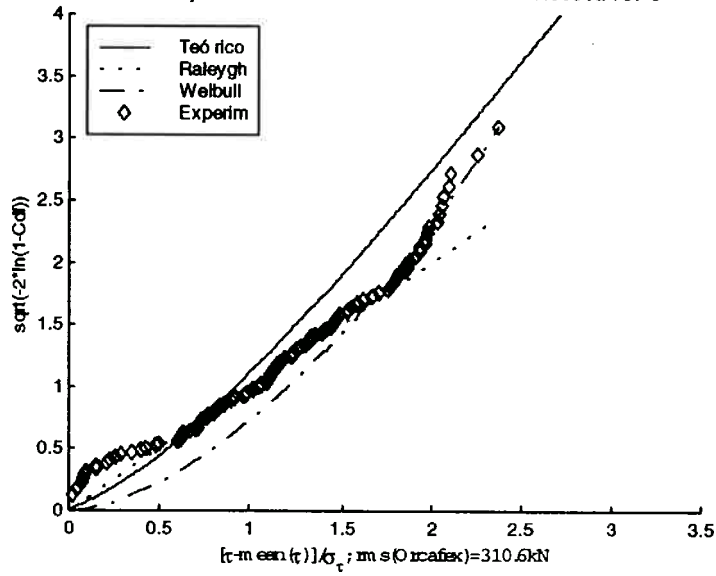
CIT53S0a32



CIT53S0a32

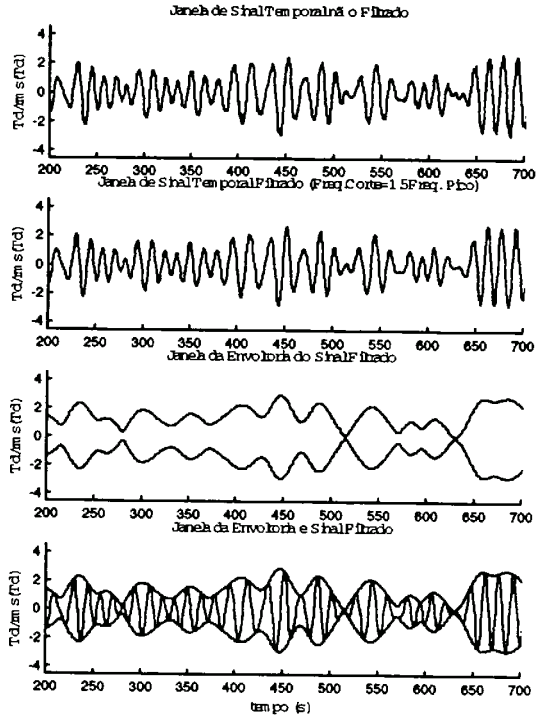


Distribuição de Probabilidades de Máximos - C1T53S0a TOPO

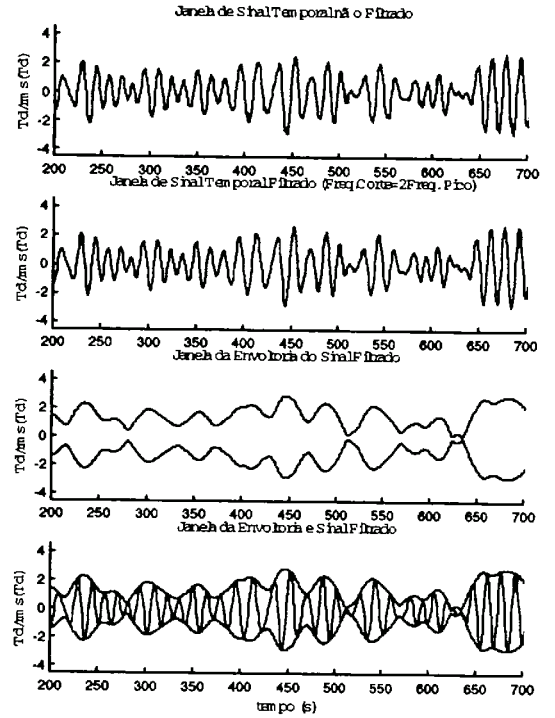




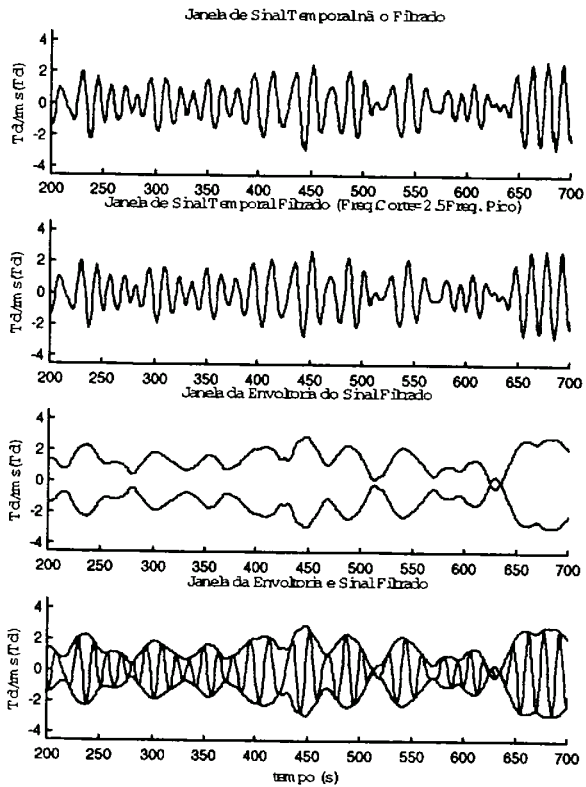
C1D53S0a12



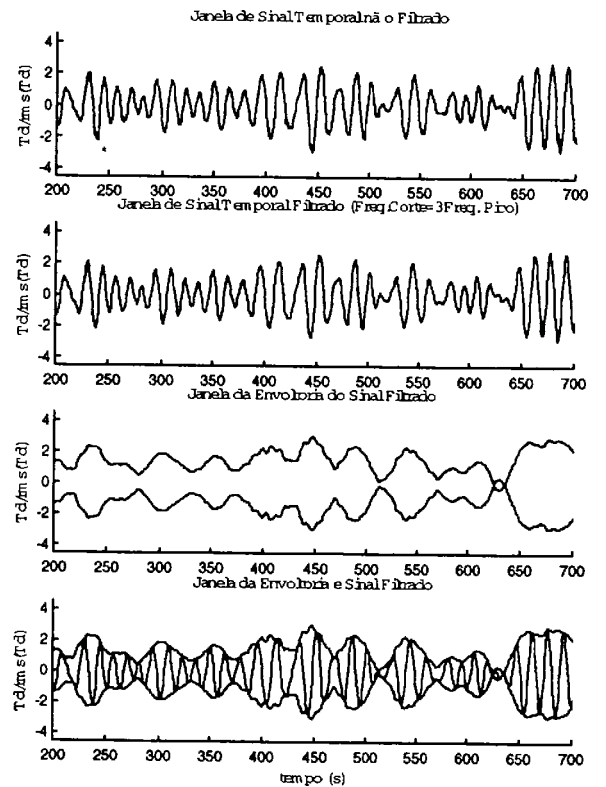
C1D53S0a22



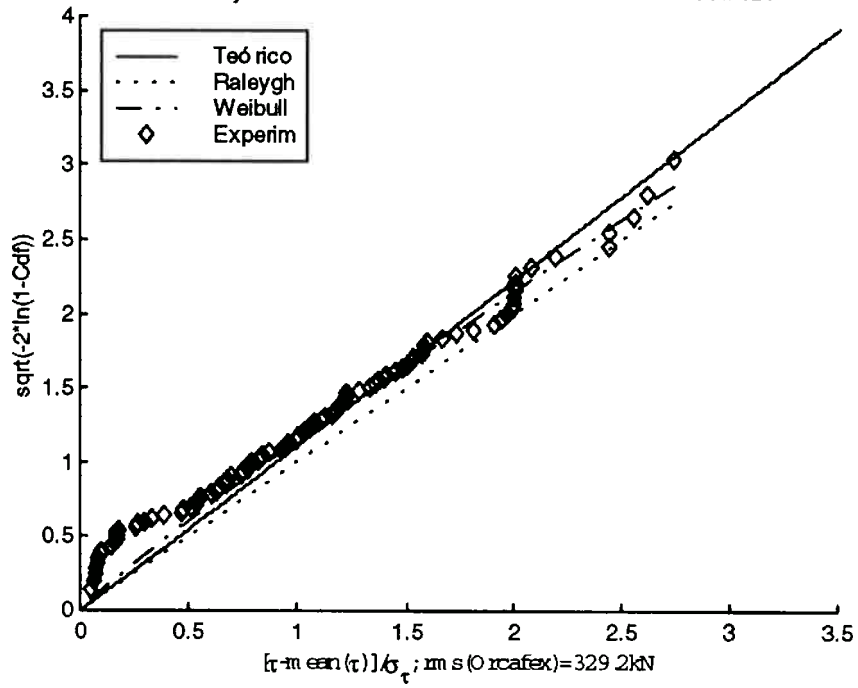
C1D53S0a32



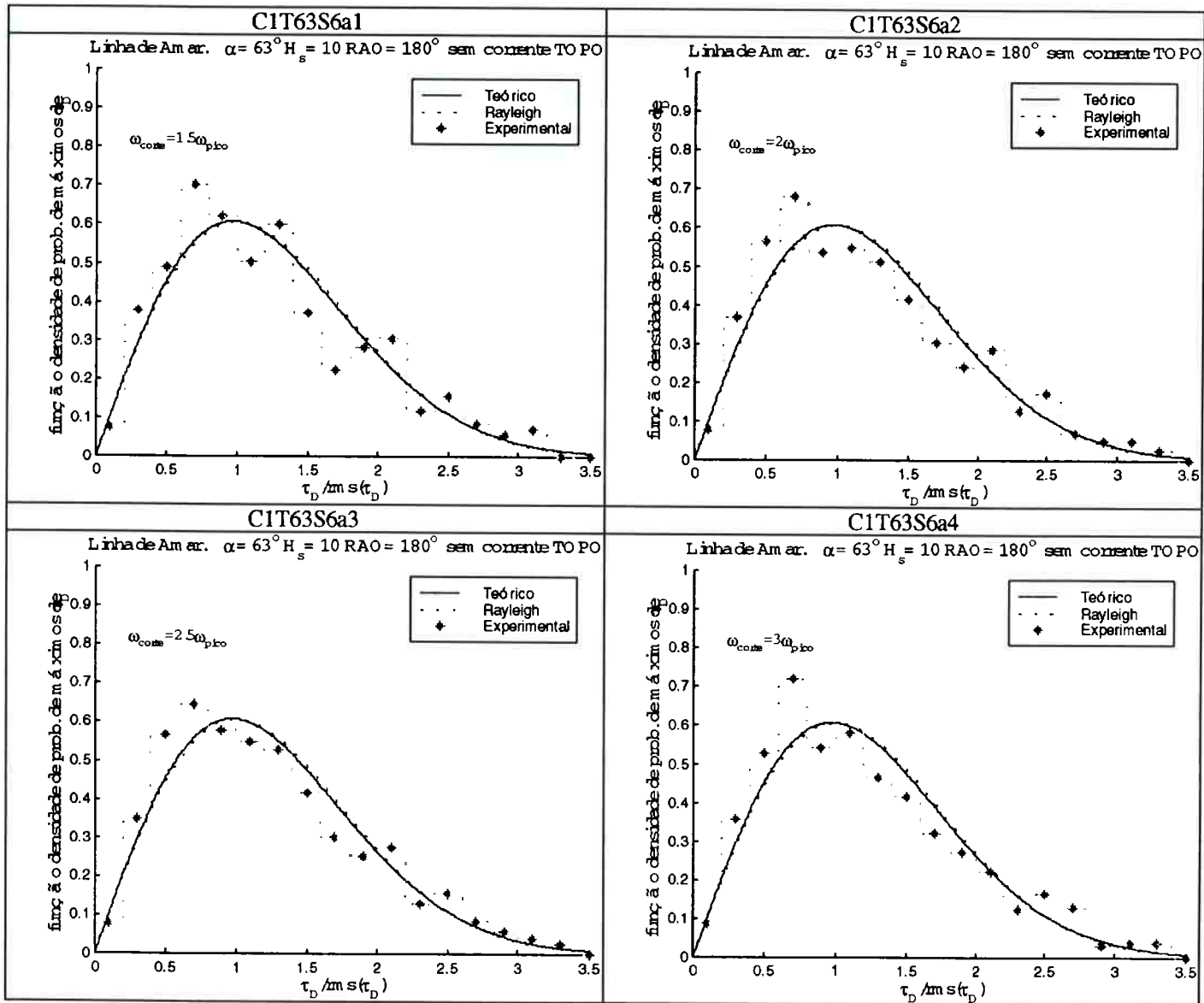
C1D53S0a42



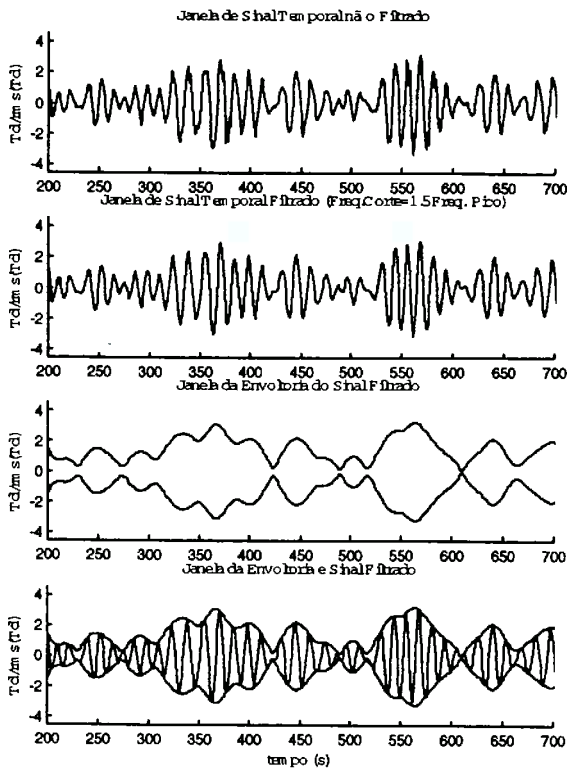
Distribuição de Probabilidades de Máximos - C1D53S0a TDP



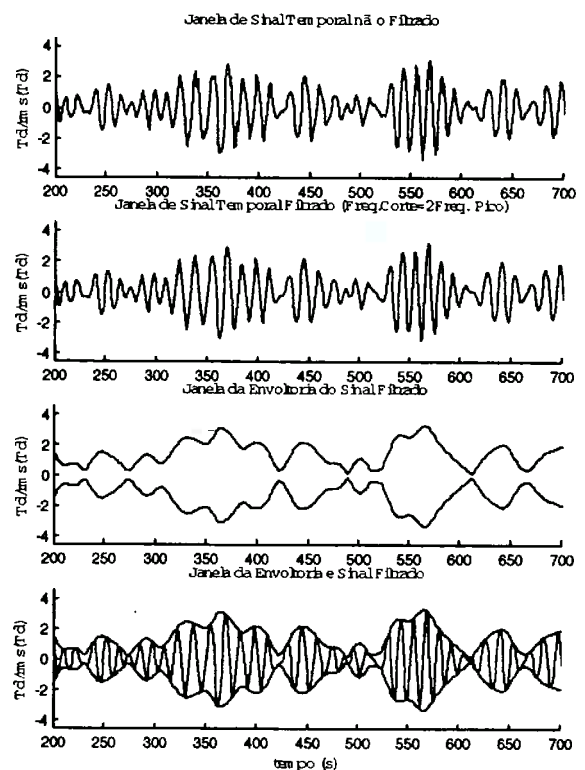
**Linha de amarração - Ângulo de topo:  $63^\circ$  -  $H_s=10\text{m}$  -  $\text{RAO}=180^\circ$   
sem corrente oceânica**



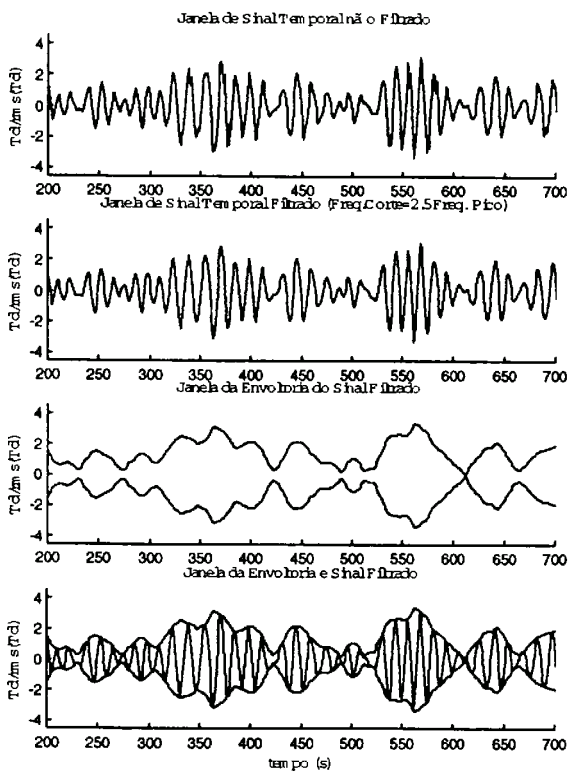
C1T63S6a12



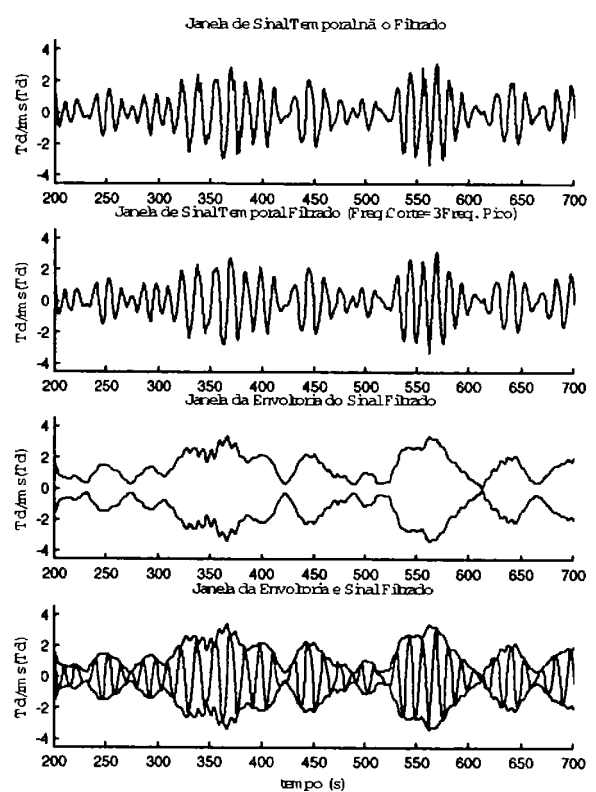
C1T63S6a22



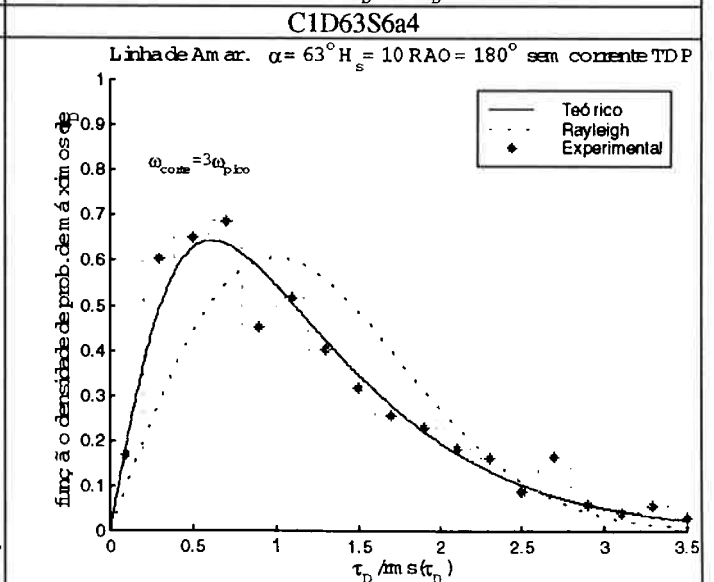
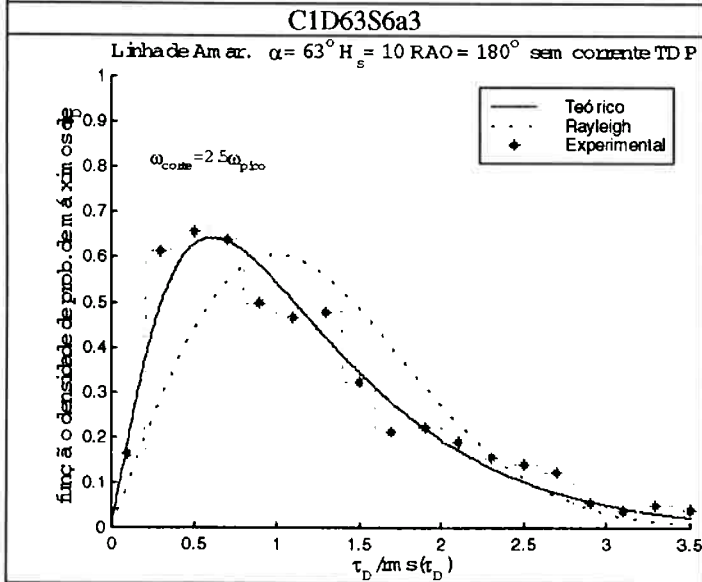
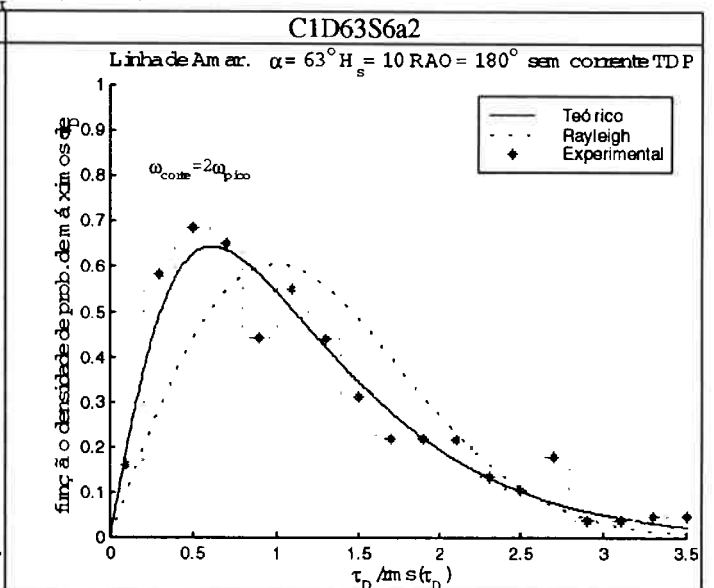
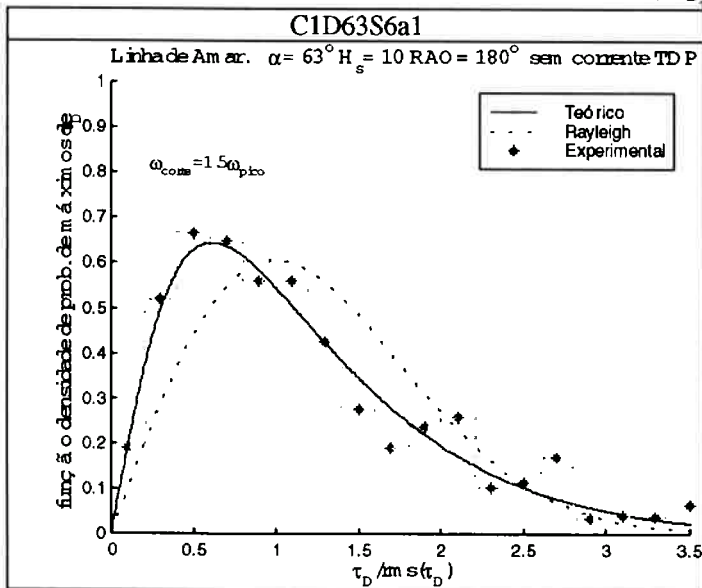
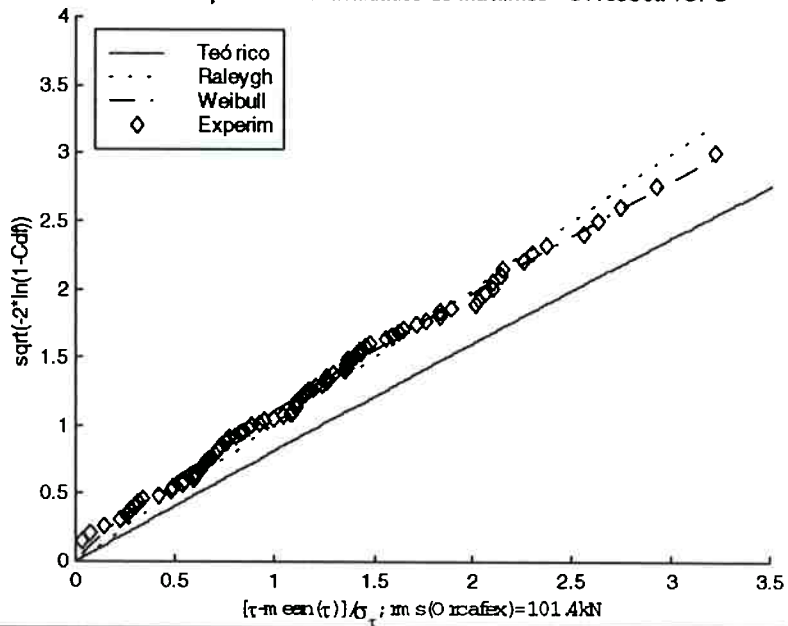
C1T63S6a32



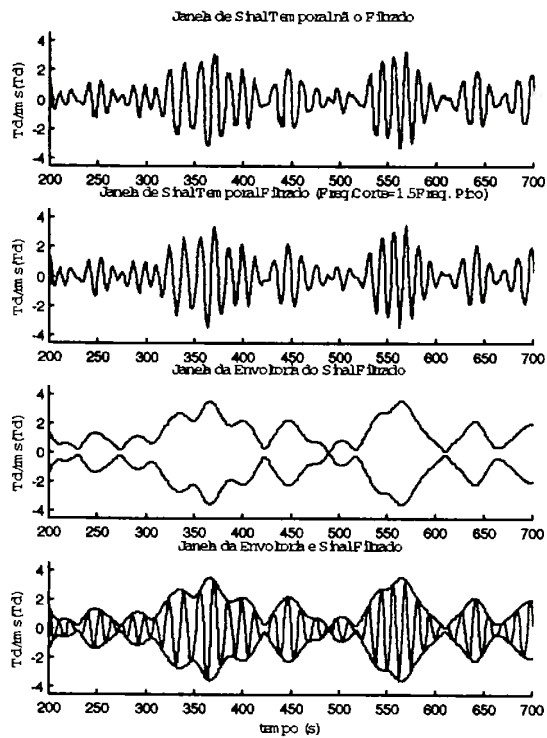
C1T63S6a32



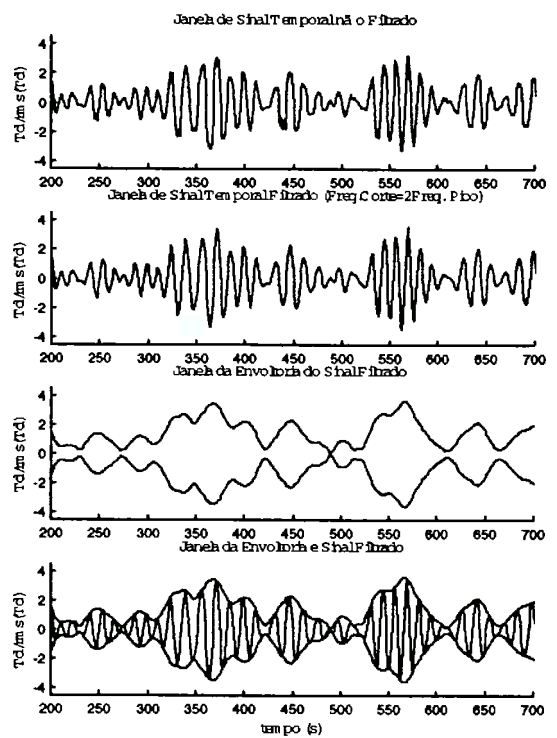
Distribuição de Probabilidades de Máximos - C1T63S6a TOPO



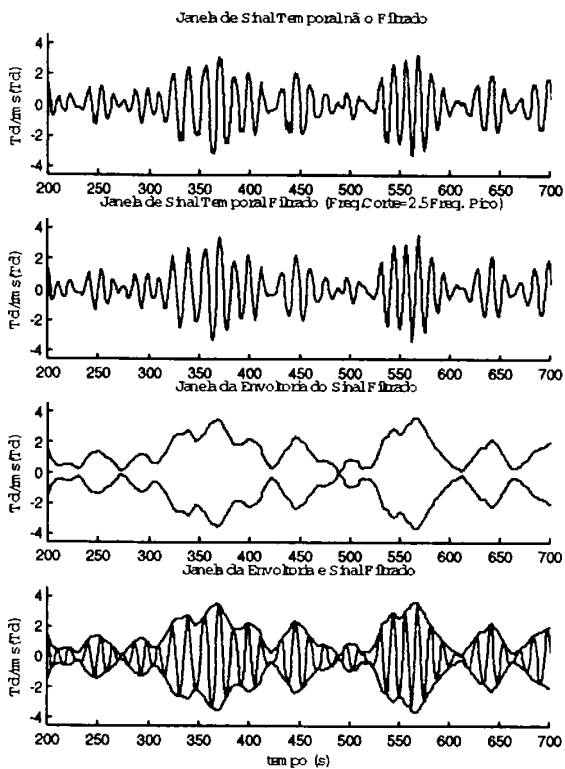
C1D63S6a12



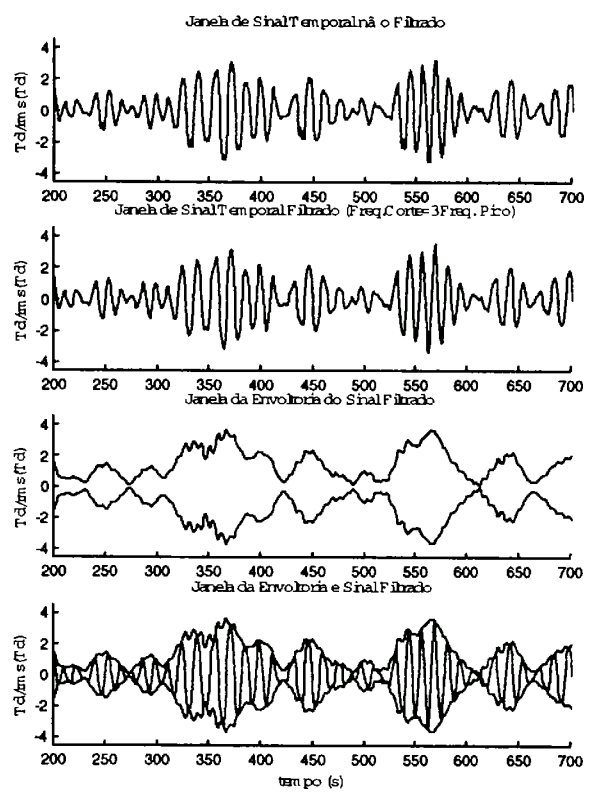
C1D63S6a22



C1D63S6a32

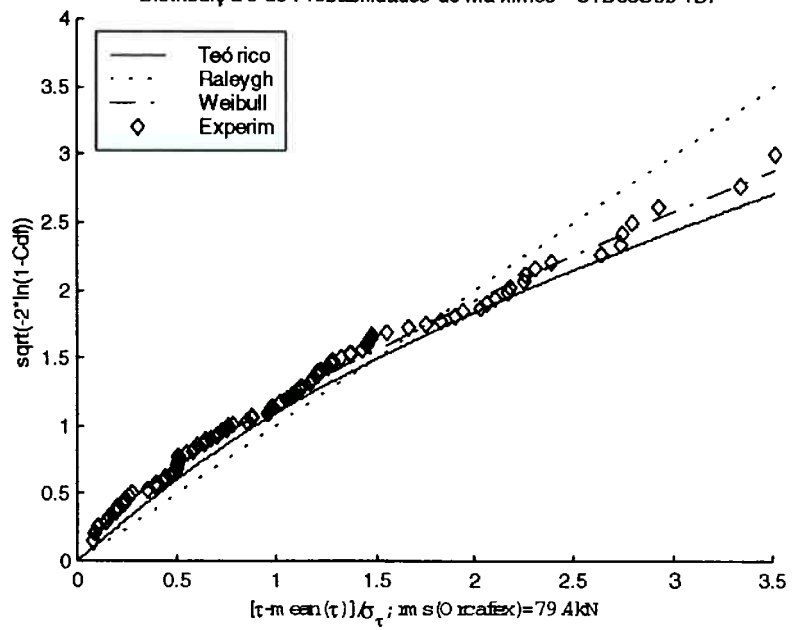


C1D63S6a42

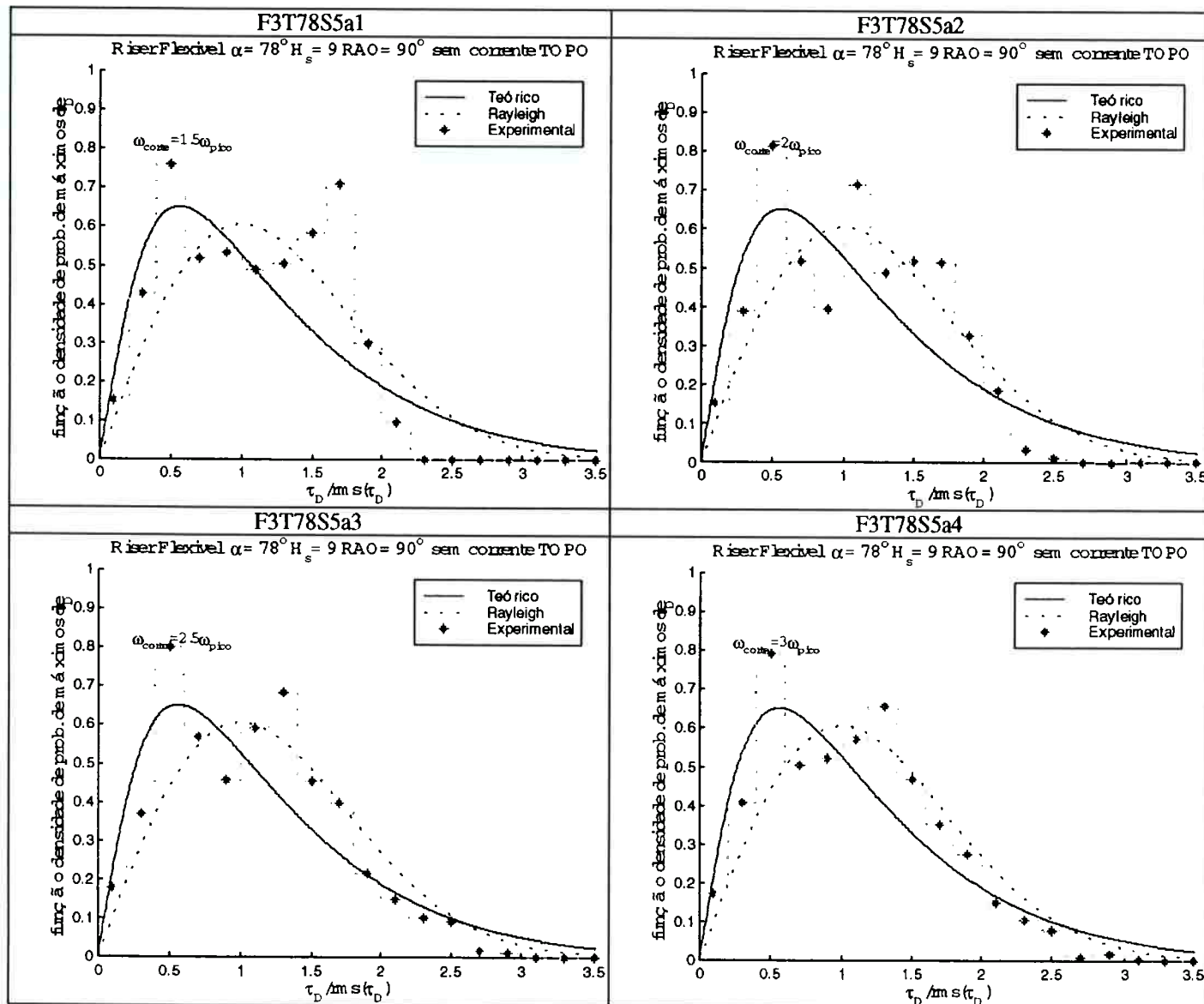


em seguida com a normalização correta e a serie filtrada

Distribuição de Probabilidades de Máximos - C1D63S6b TDP

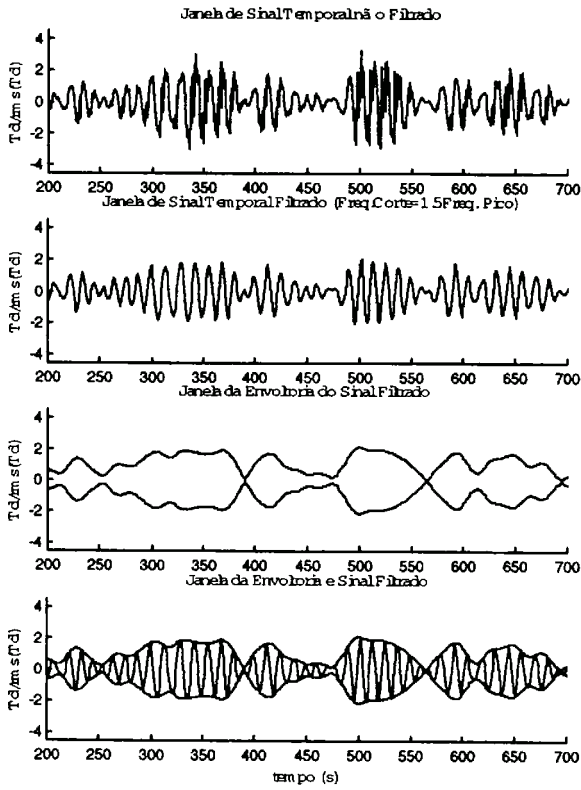


**Riser flexível - Ângulo de topo:  $78^\circ$  -  $H_s=9\text{m}$  -  $\text{RAO}=90^\circ$   
sem corrente oceânica**

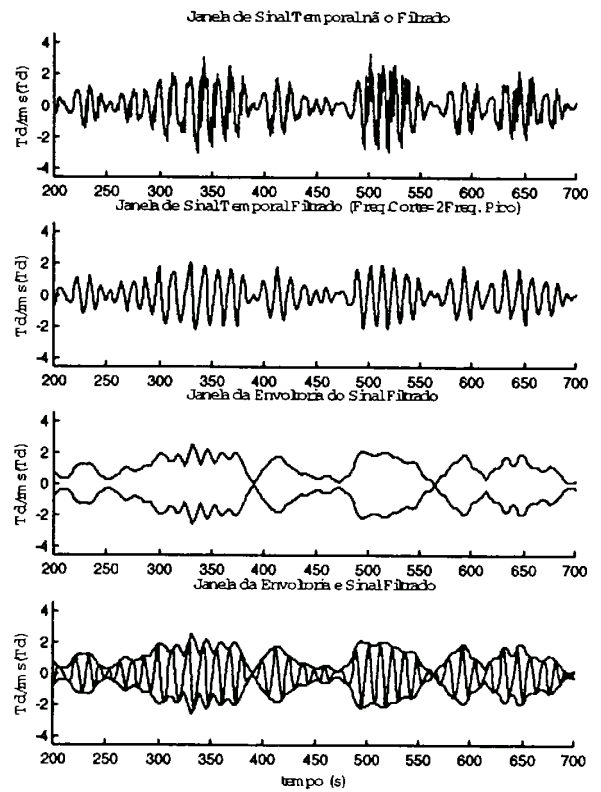




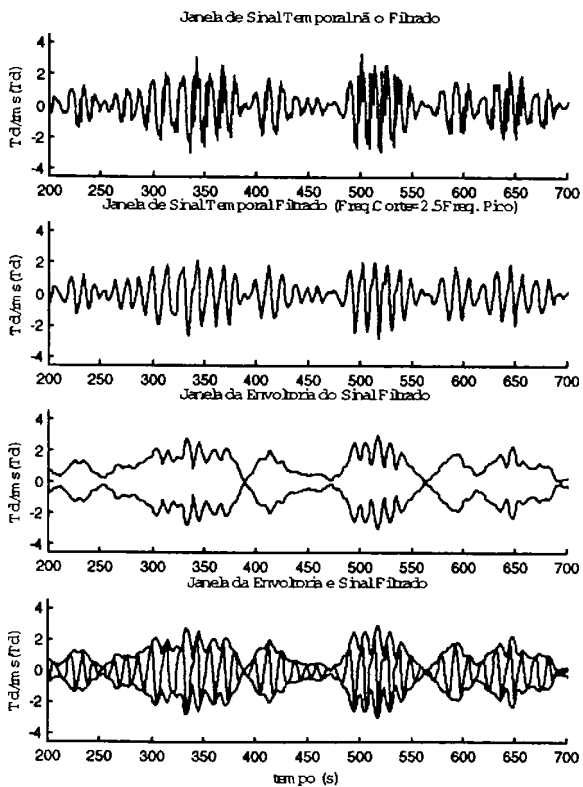
F3T78S5a12



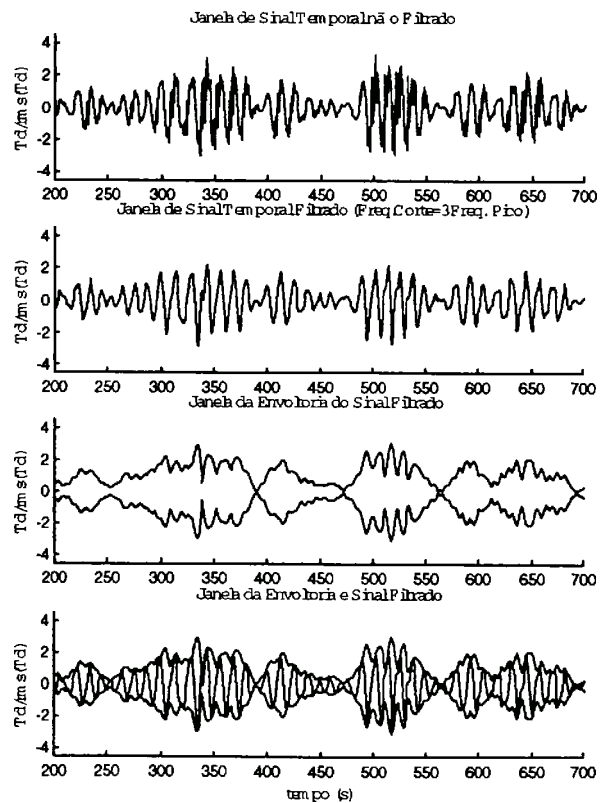
F3T78S5a22



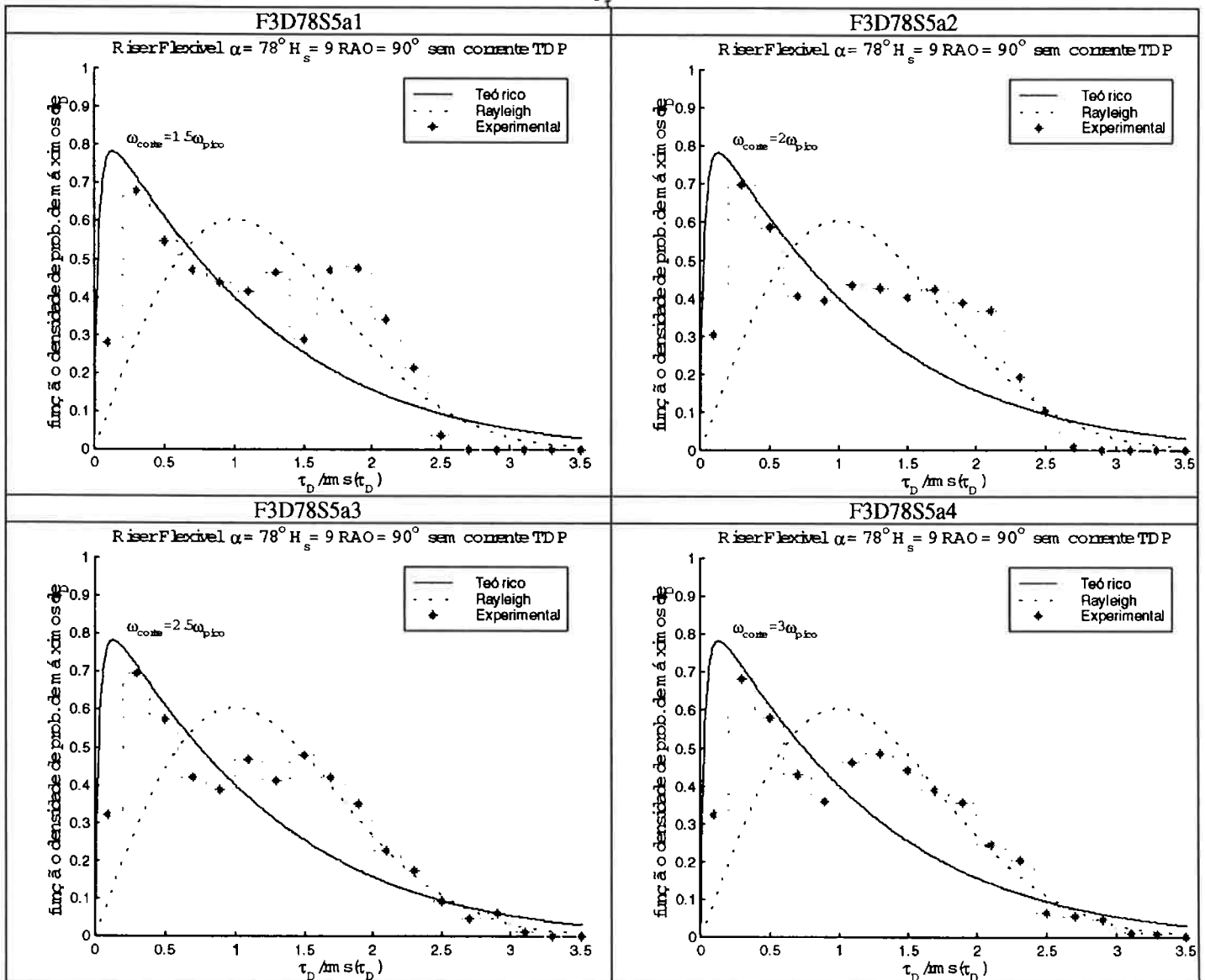
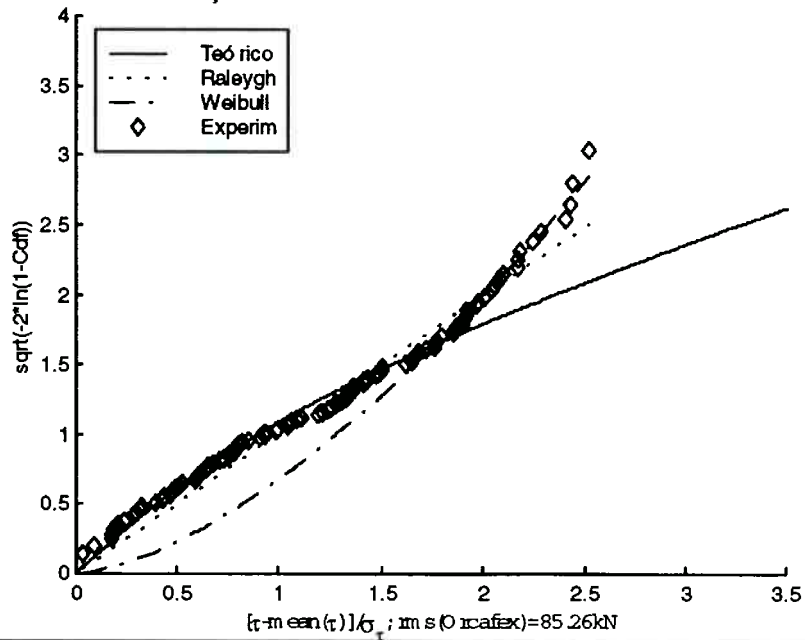
F3T78S5a32



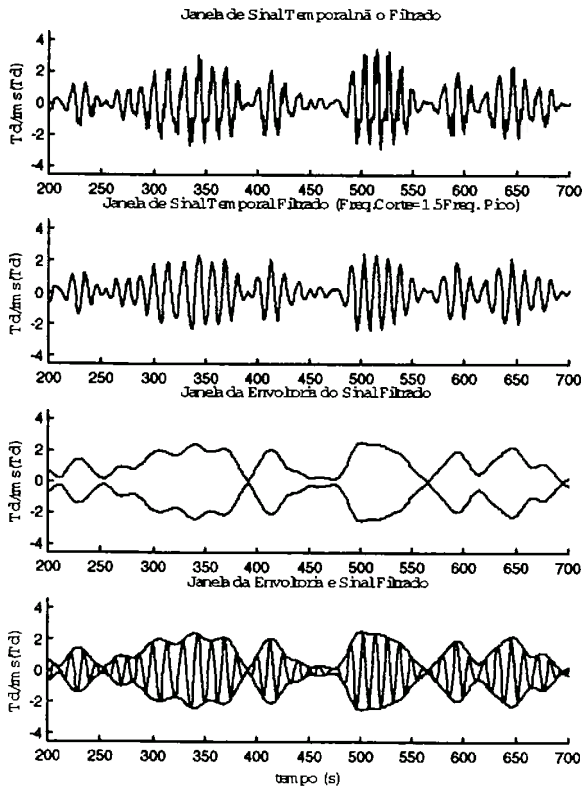
F3T78S5a42



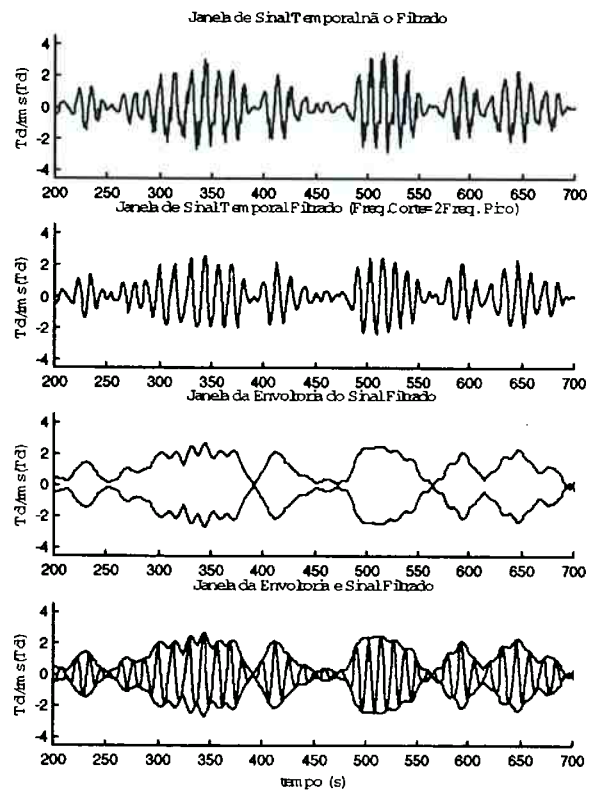
Distribuição de Probabilidades de Máximos - F3T78S5a TOPO



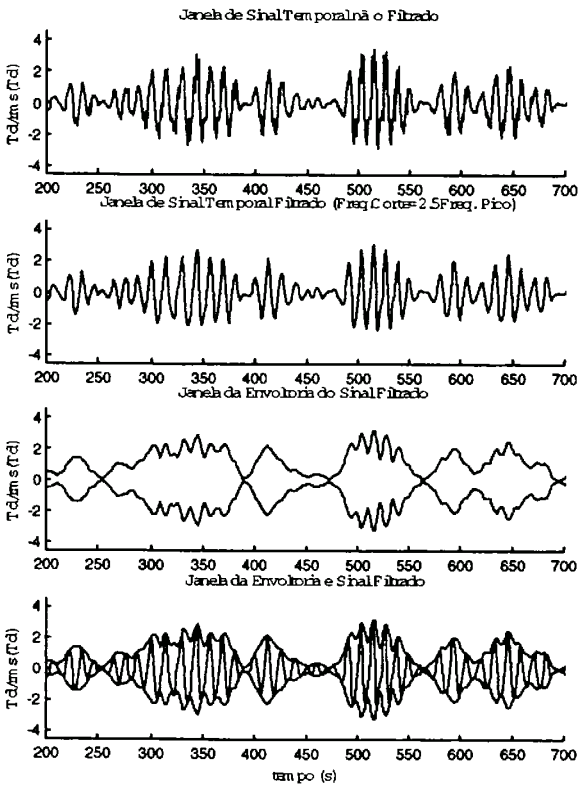
F3D78S5a12



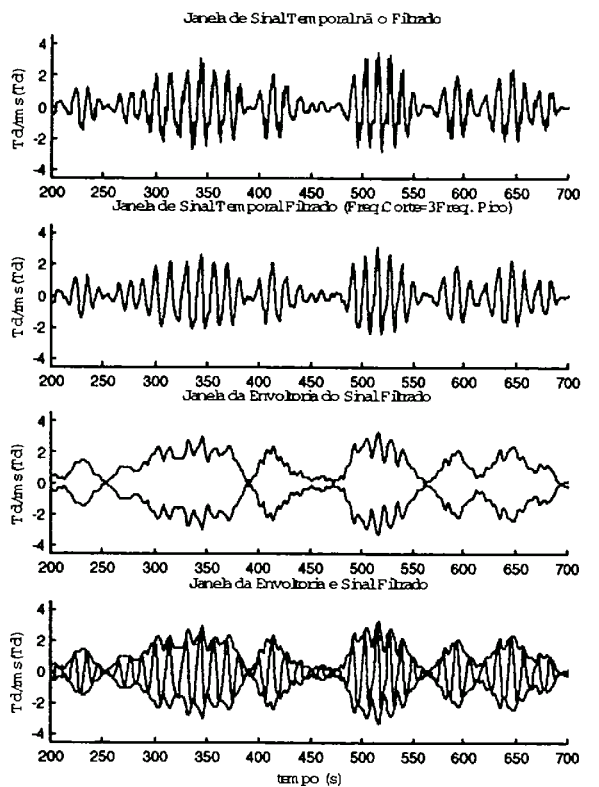
F3D78S5a22



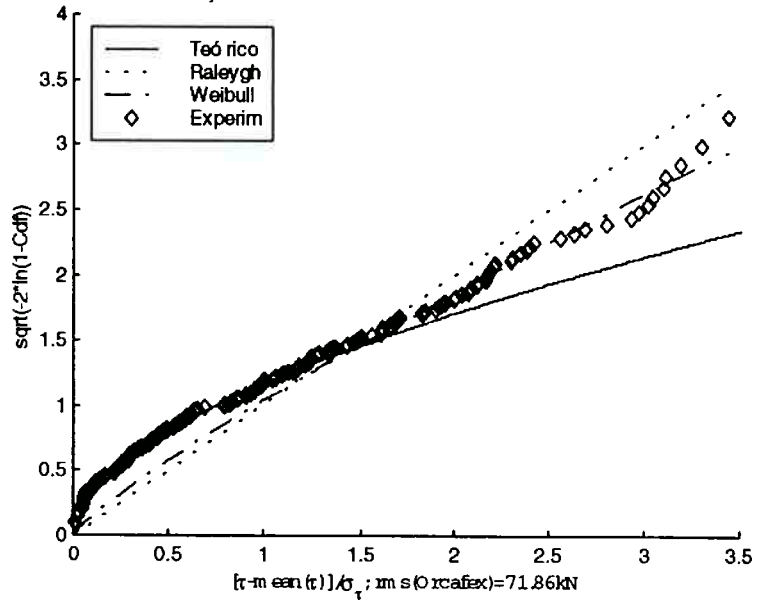
F3D78S5a32



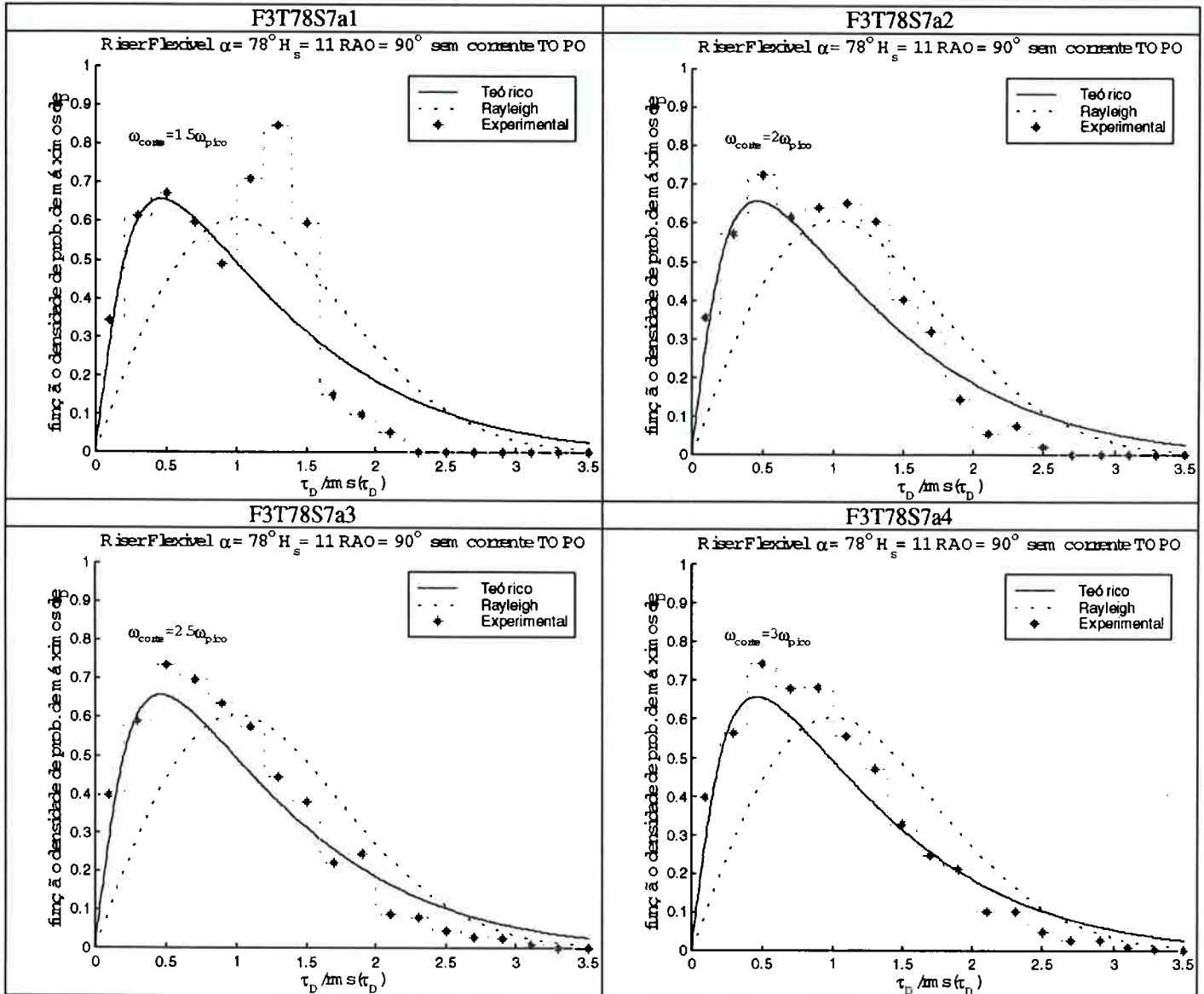
F3D78S5a32



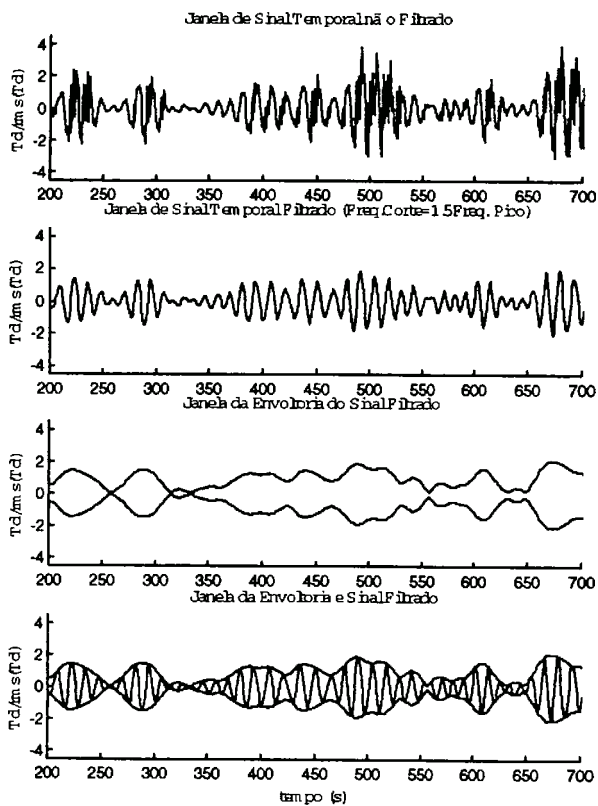
Distribuição de Probabilidades de Máximos - F3D78S5a TDP



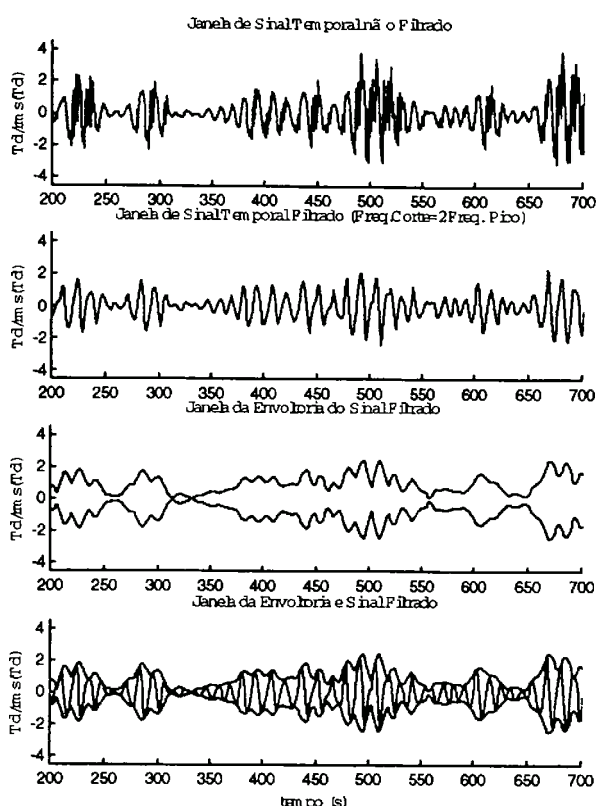
**Riser flexível - Ângulo de topo: 78° -  $H_s=11m$  - RAO=90°  
sem corrente oceânica**



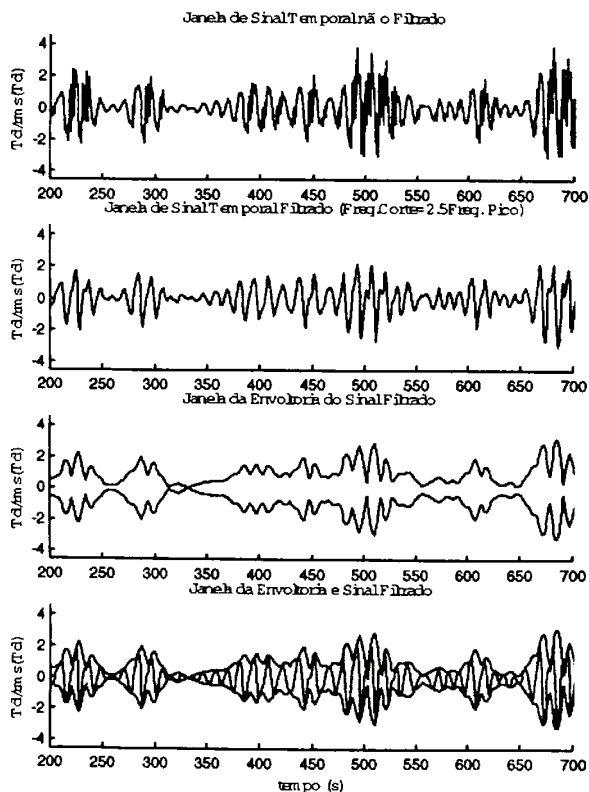
F3T78S7a12



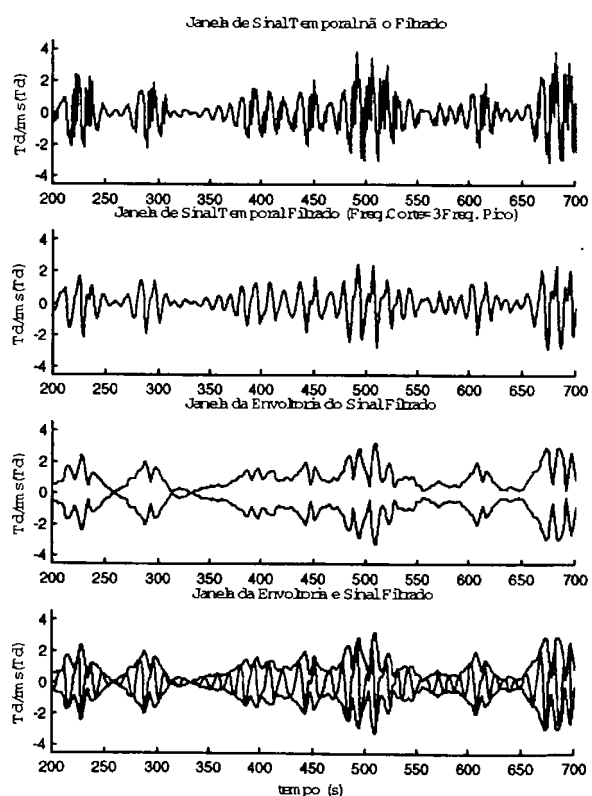
F3T78S7a22



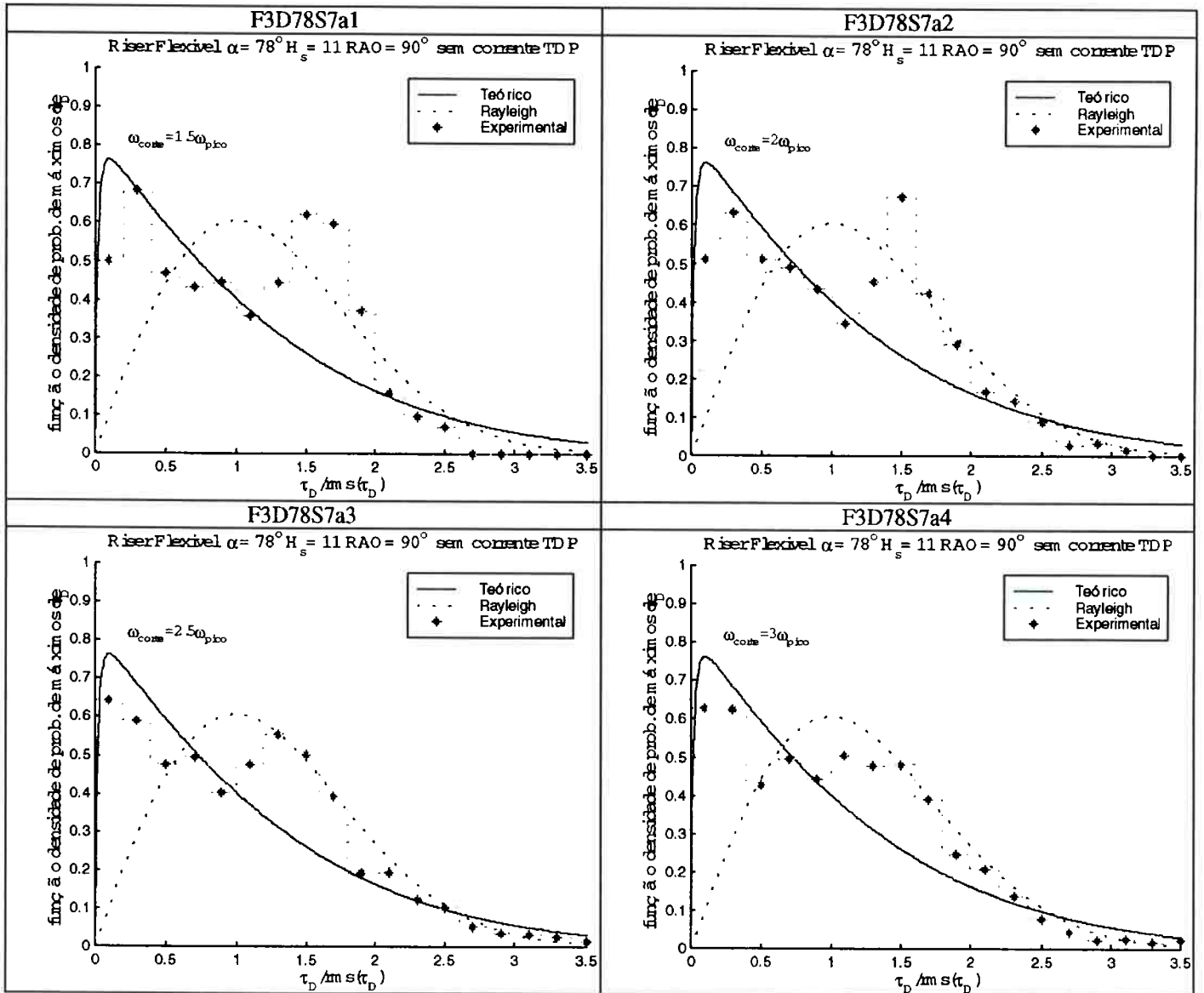
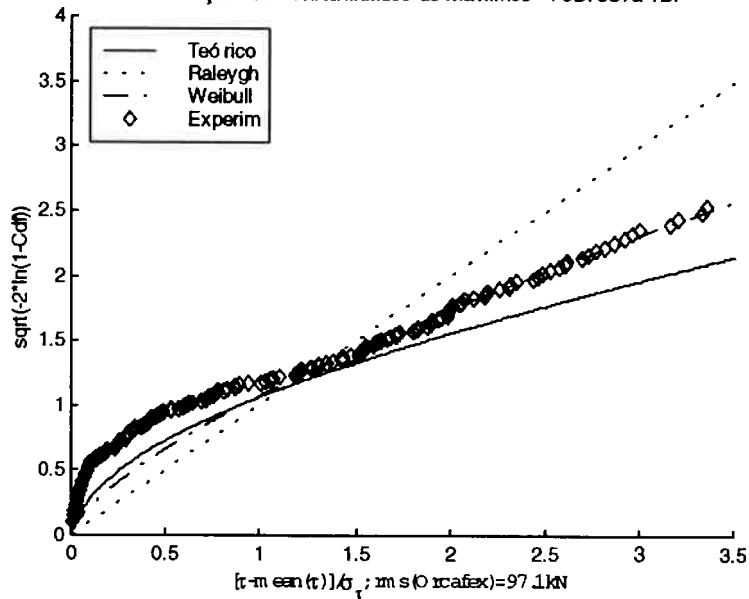
F3T78S7a32



F3T78S7a42

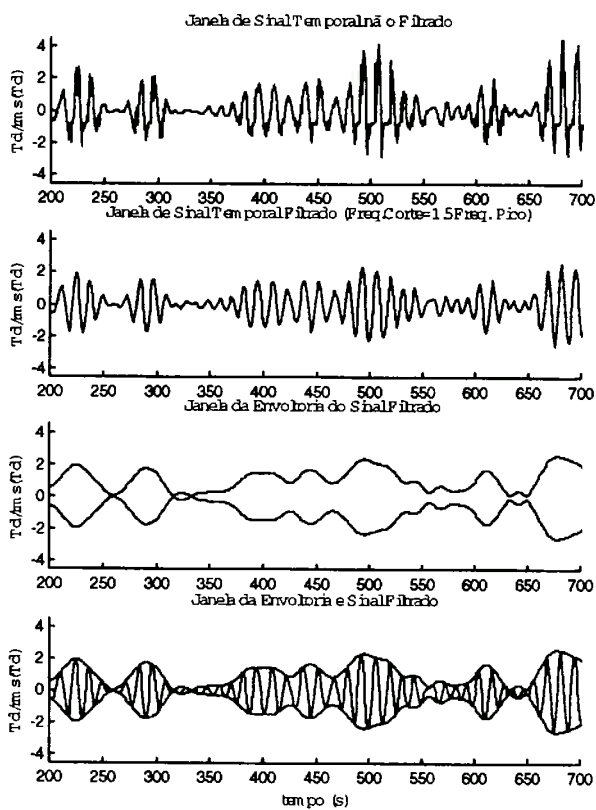


Distribuição de Probabilidades de Máximos - F3D78S7a TDP

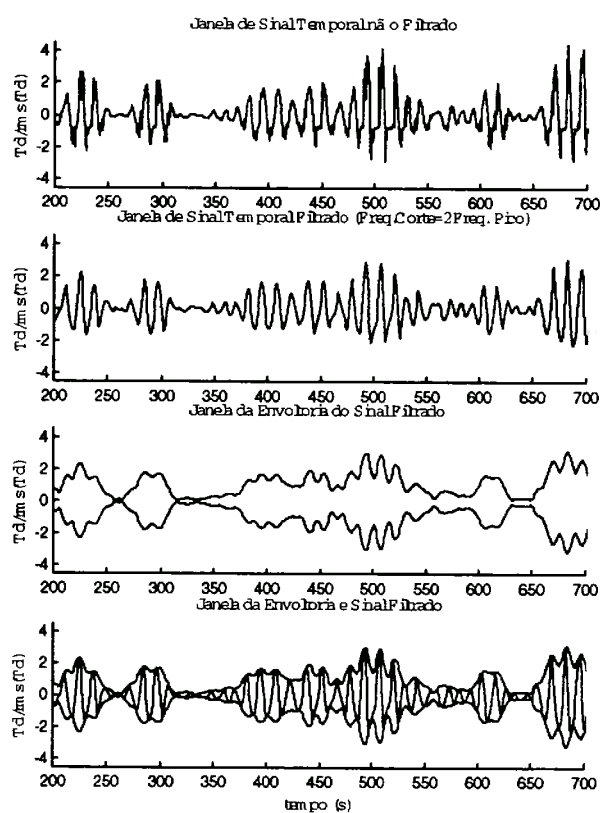




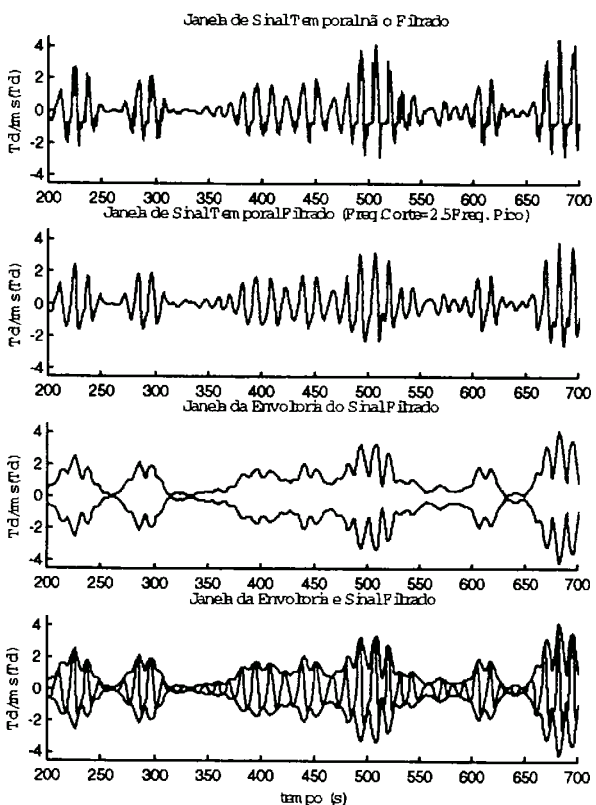
F3D78S7a12



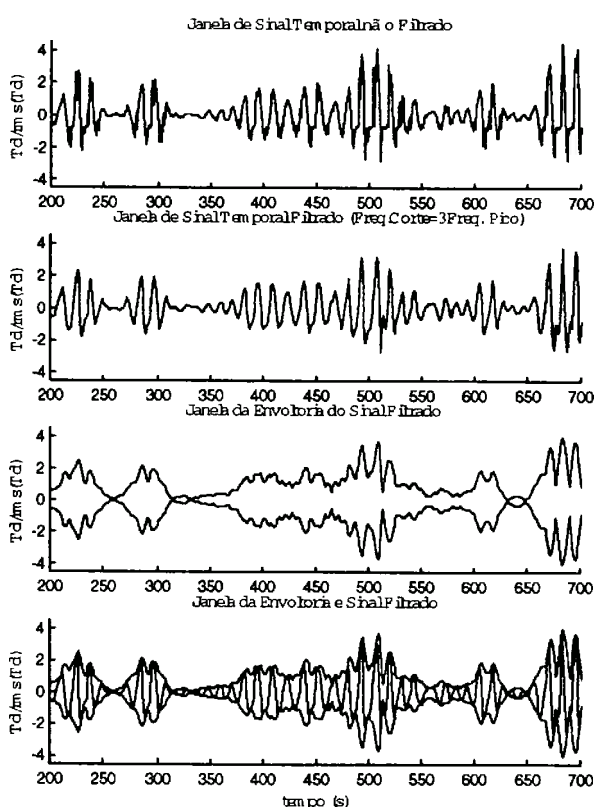
F3D78S7a22



F3D78S7a32

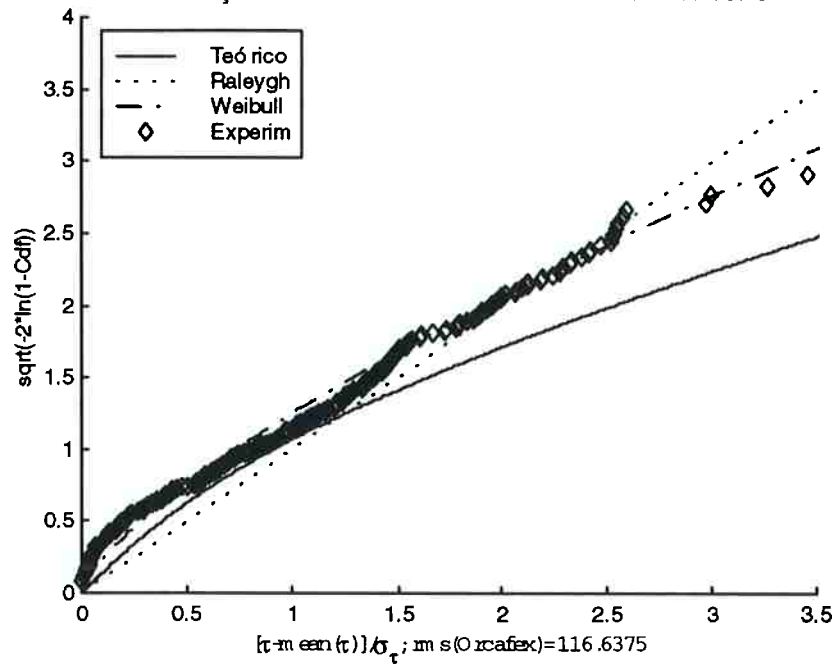


F3D78S7a32

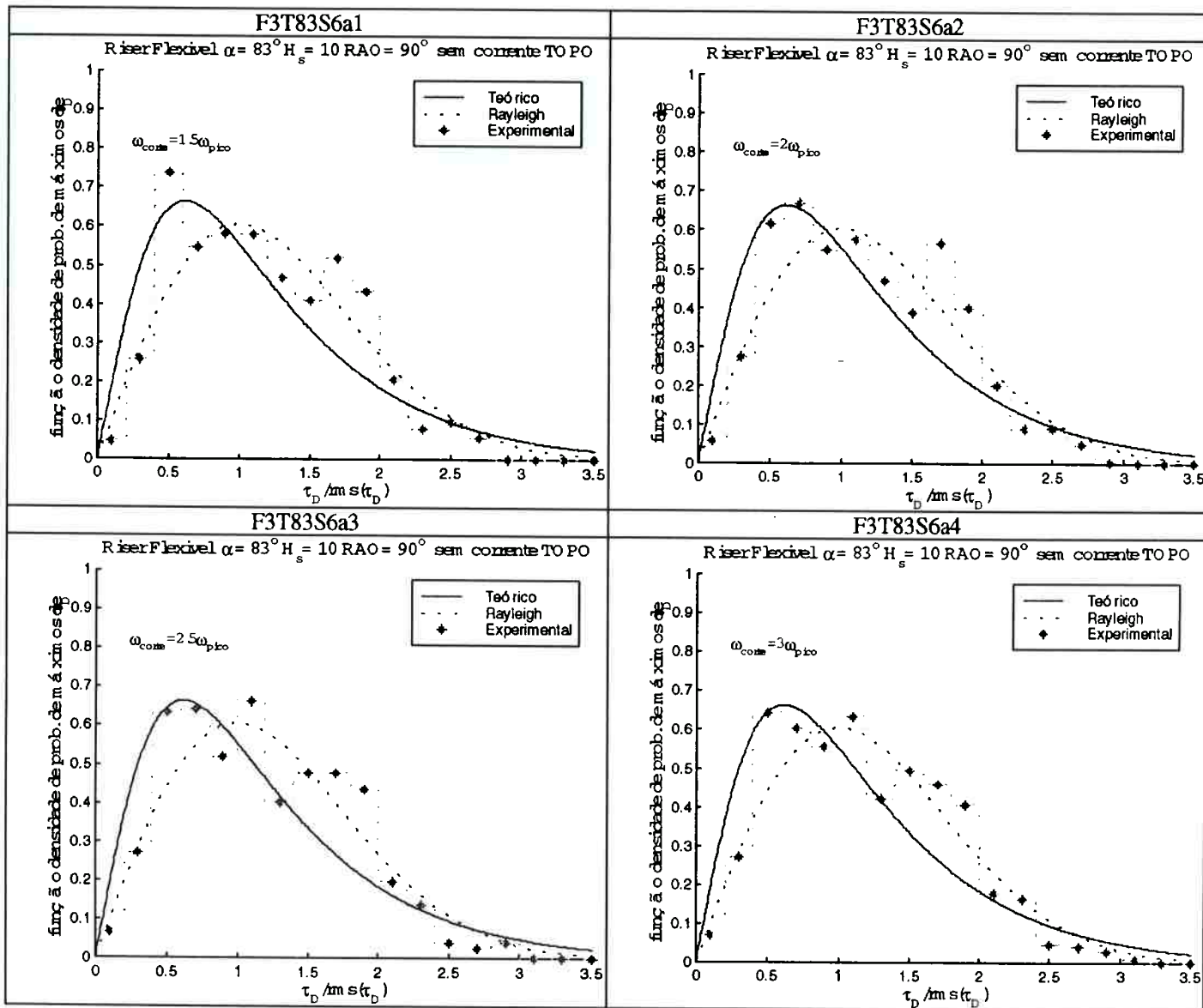




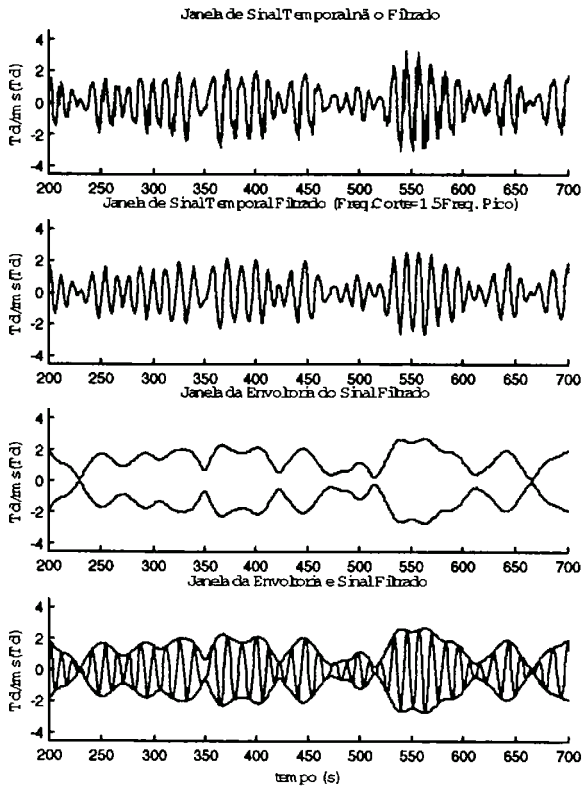
Distribuição de Probabilidades de Máximos - F3T78S7a TOPO



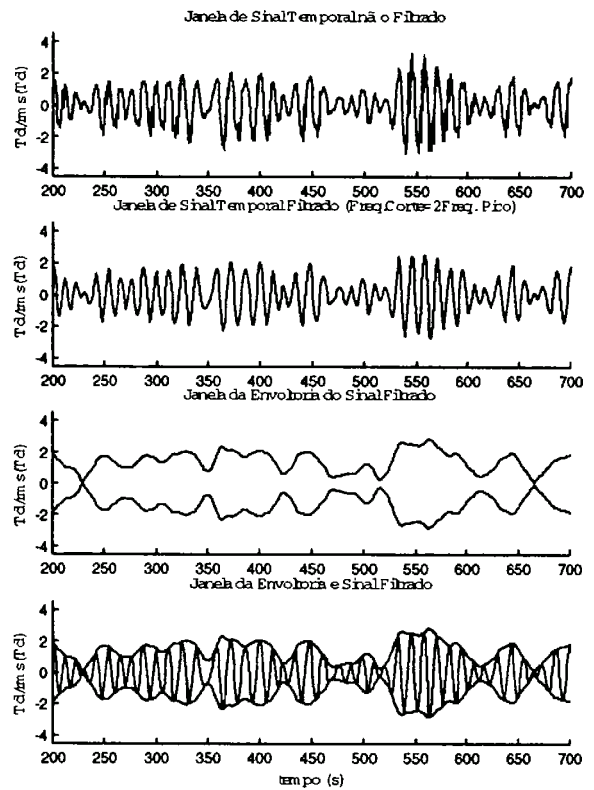
**Riser flexível - Ângulo de topo: 83° -  $H_s=10\text{m}$  -  $\text{RAO}=90^\circ$   
sem corrente oceânica**



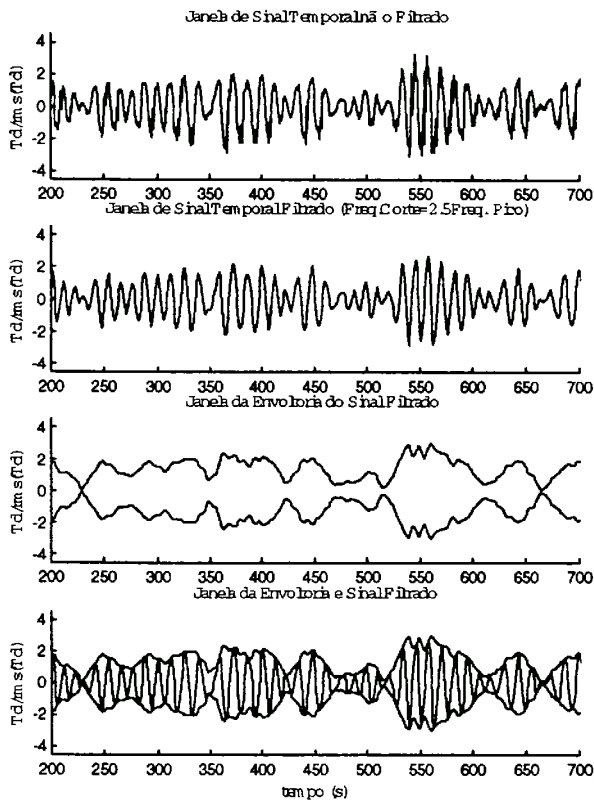
F3T83S6a12



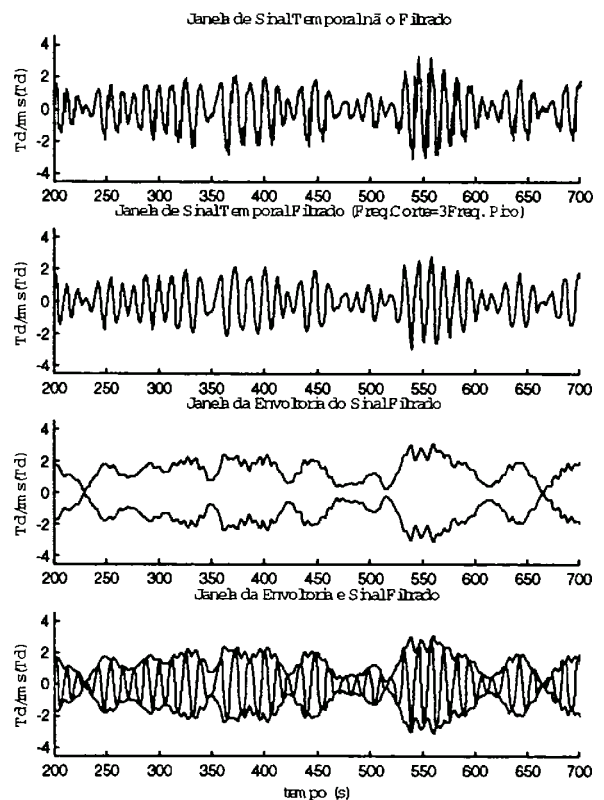
F3T83S6a22



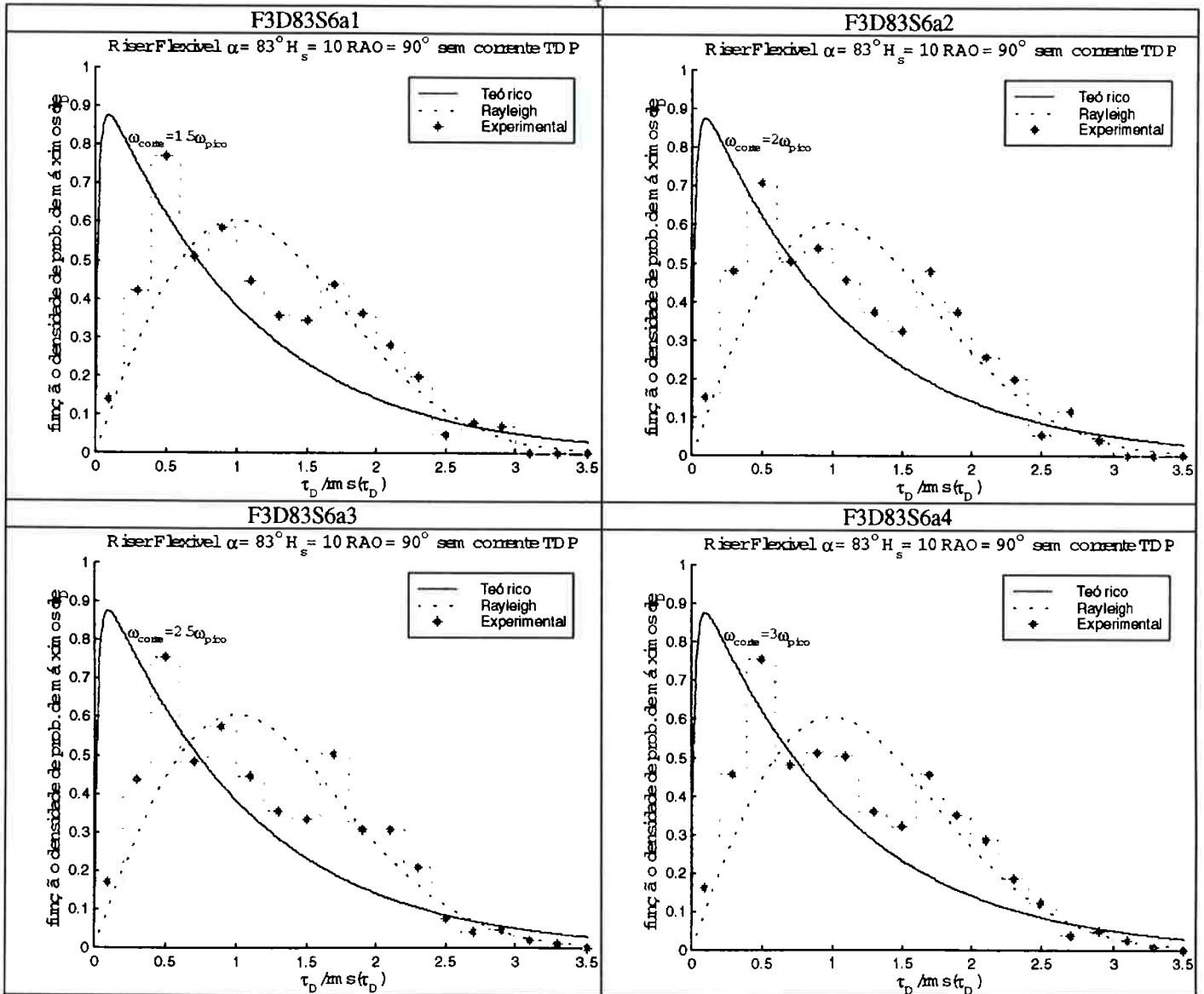
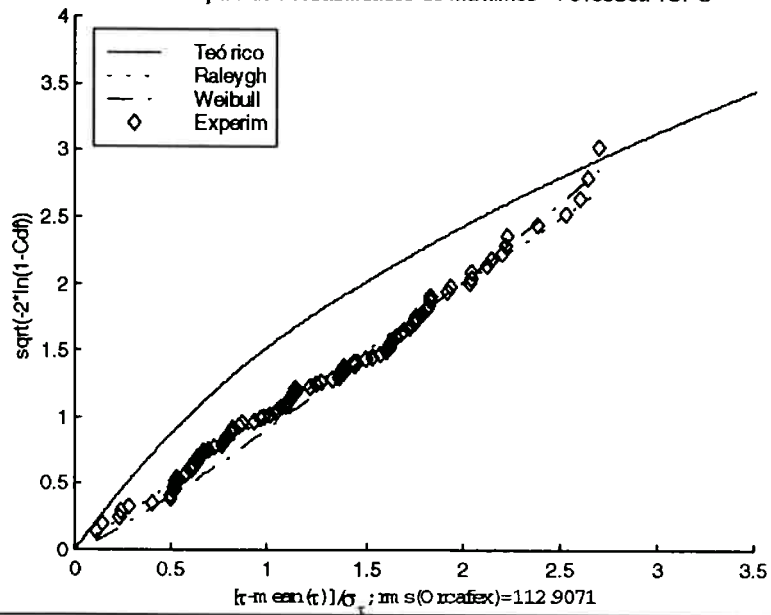
F3T83S6a32



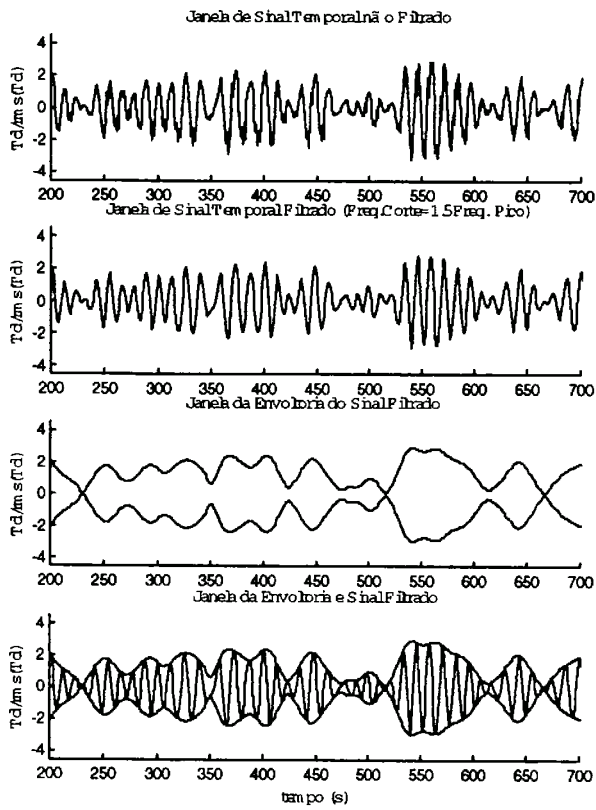
F3T83S6a42



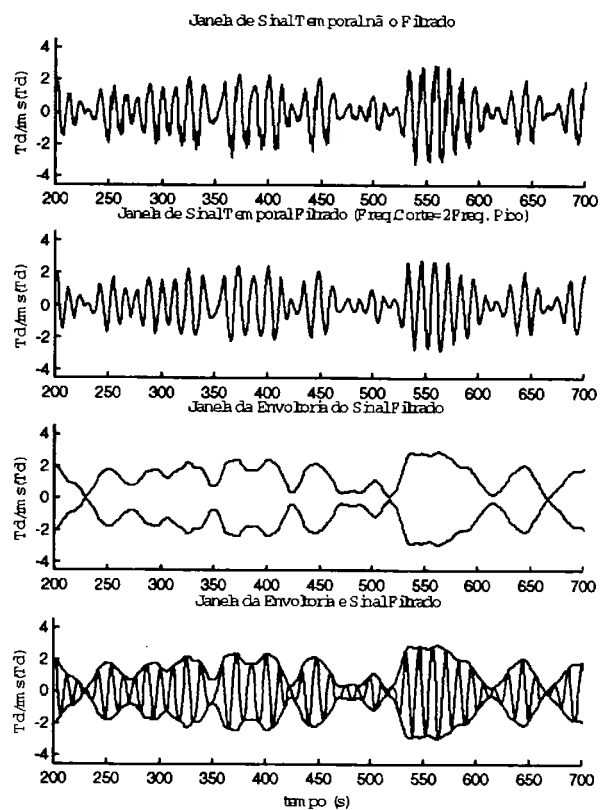
Distribuição de Probabilidades de Máximos - F3T83S6a TOPO



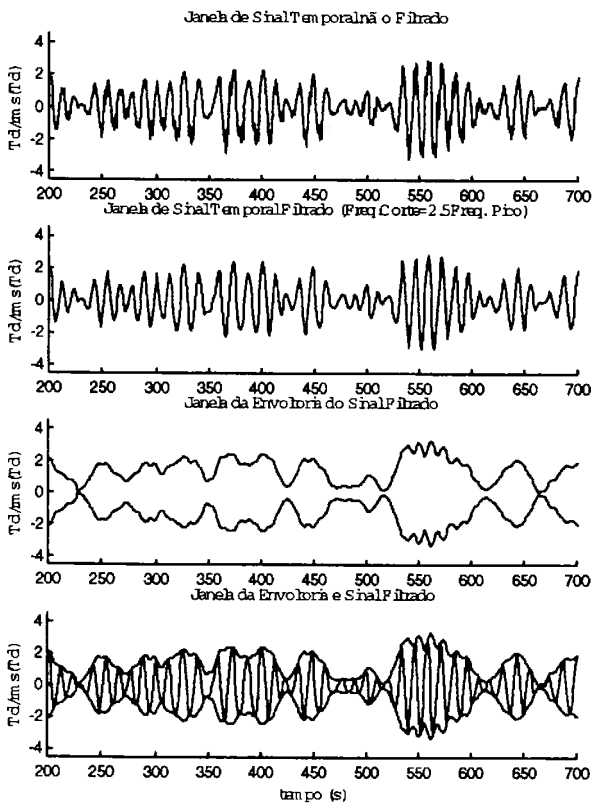
F3D83S6a12



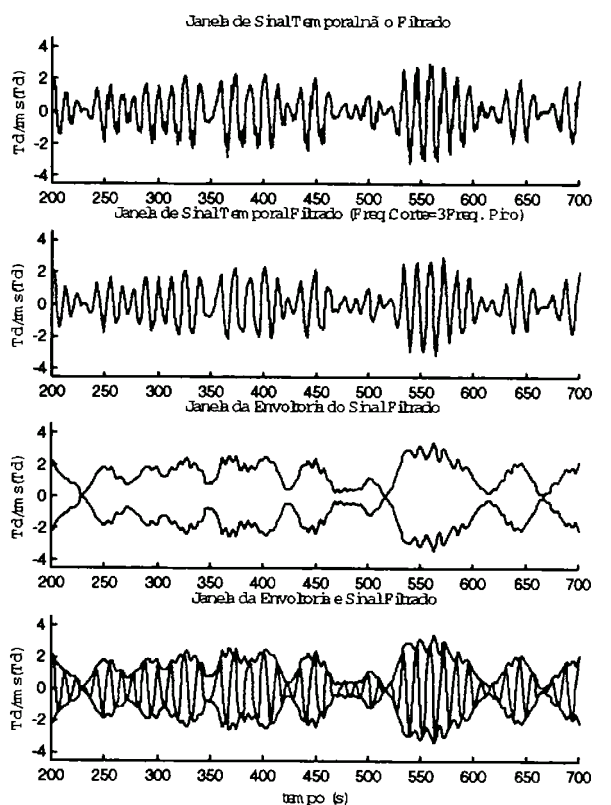
F3D83S6a22



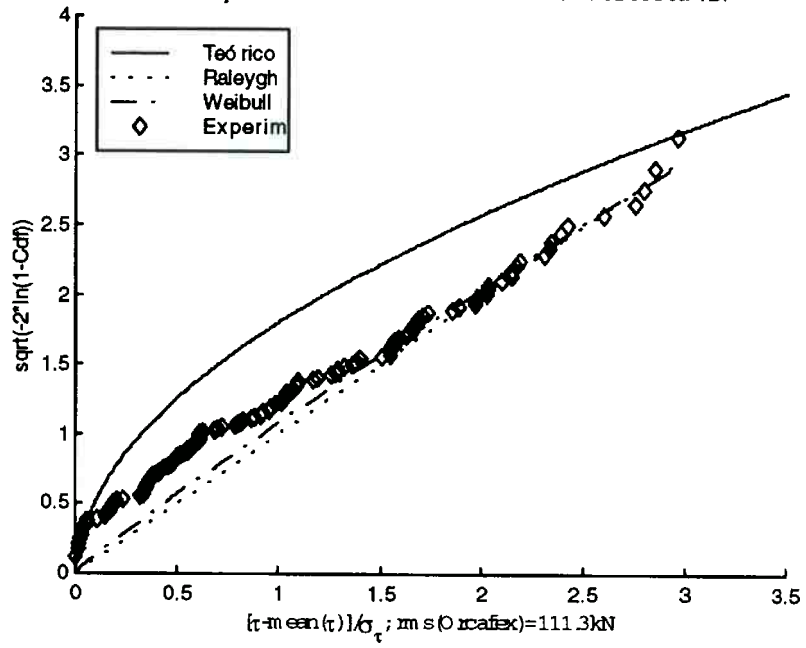
F3D83S6a32



F3D83S6a32



Distribuição de Probabilidades de Máximos - F3D83S6a TDP



## ANEXO C

### COMPARAÇÃO DE RESULTADOS SOB EXCITAÇÃO HARMÔNICA ESTUDO DO CASO C1853S1a

Motivado pelas discrepâncias encontradas especificamente numa simulação aleatória de  $H_s=5\text{m}$  ( $T_p=9.13\text{s}$ ) sob ângulo no topo de  $53^\circ$ , foi efetuado um estudo harmônico de uma gama representativa de estados de mar desse espectro. Esse estudo visa determinar se existe concordância das previsões via fórmula analítica com os resultados numéricos, especificamente do Orcaflex.

A distribuição estatística motivadora desse estudo é apresentada na figura abaixo:

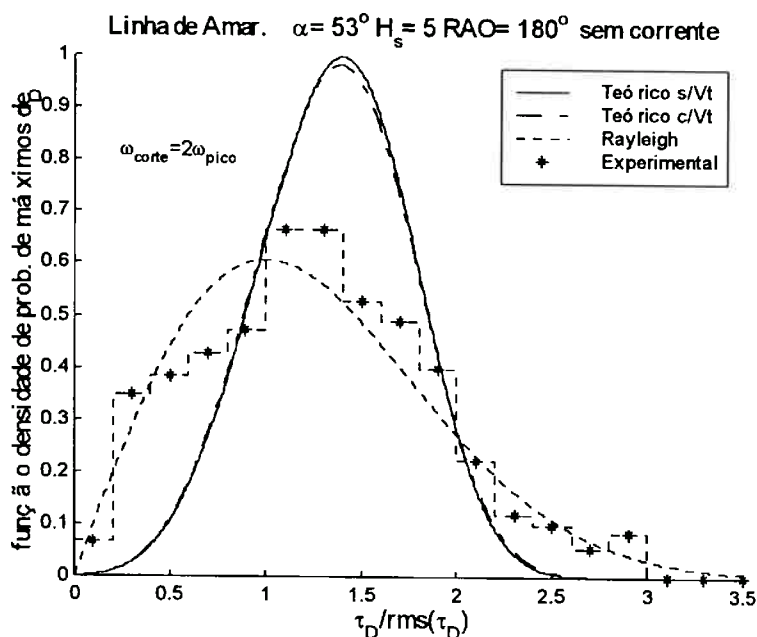


Figura C.1 – Distribuição Estatística de Máximos de Tração Dinâmica  
Caso: Linha de amarração; Aproximação:  $180^\circ$   
Compressão Dinâmica = não; Ângulo de Topo:  $53^\circ$ ;  $H_s$ : 5m; TOPO

Os estados de mar harmônicos foram definidos como:

$H_s$ (m)	T(s)
3	6
4	6
5	6 e 8
6	8 e 10
7	8, 10
8	8, 10 e 12
10	12
12	12

**Tabela C.1 – Alturas e períodos de onda de estados de mar harmônicos presentes no espectro**

A amplitude de movimento foi definida pela curva de resposta em frequência do movimento tangente.

Amp.Mov. Tangente (m)	PERÍODOS				
	$H_s$	6	8	10	12
3		0.0084			
4		0.0112			
5		0.014	<b>0.0431</b>		
6			0.0517	0.2519	1.1672
7			0.0603	0.2939	
8			0.0689	0.3359	1.5563
10					1.9453
12					2.3344

**Tabela C.2 – Amplitude de movimento tangente para cada estado de mar harmônico**

Foram determinadas as amplitudes de tração dinâmica no TOPO e no TDP. Todas as simulações do ORCAFLEX apresentam bom comportamento no último período.



<b>T. Dinâmica F. Analítica TOPO (kN)</b>	<b>PERÍODOS</b>				
	<b>H<sub>s</sub></b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>12</b>
<b>3</b>		1.75	0.4	34.86	138.12
<b>4</b>		2.33	0.53	43.87	159.92
<b>5</b>		2.91	0.66	51.89	179.23
<b>6</b>		3.47	0.8	59.12	196.78
<b>7</b>		4.05	0.94	65.72	213
<b>8</b>		4.64	1.09	71.83	228.18
<b>10</b>		5.8	1.39	82.89	256.15
<b>12</b>		6.97	1.71	92.76	281.71

**Tabela C.3 – Amplitude de tração dinâmica no TOPO segundo previsão teórica**

<b>T. Dinâmica ORCAFLEX TOPO (kN)</b>	<b>PERÍODOS</b>				
	<b>H<sub>s</sub></b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>12</b>
<b>3</b>		6.2			
<b>4</b>		10.22			
<b>5</b>		13.39	42.02		
<b>6</b>		Cable=20!!	49.27	81.46	217.76
<b>7</b>			55.51	94.96	
<b>8</b>			61.53	108.14	291.25
<b>10</b>					342.8
<b>12</b>					386.72

**Tabela C.4 – Amplitude de tração dinâmica no TOPO segundo ORCAFLEX**

<b>T. Dinâmica F. Analítica TDP (kN)</b>	<b>PERÍODOS</b>				
	<b>H<sub>s</sub></b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>12</b>
<b>3</b>		1.34	5.75	50.15	148.04
<b>4</b>		1.79	7.66	63.43	177.06
<b>5</b>		2.24	9.57	75.44	204.55
<b>6</b>		2.67	11.48	86.44	231.02
<b>7</b>		3.12	13.38	96.65	256.8
<b>8</b>		3.57	15.29	106.25	282.1
<b>10</b>		4.46	19.12	124.02	331.63
<b>12</b>		5.36	22.92	140.38	380.23

**Tabela C.5 – Amplitude de tração dinâmica no TDP segundo previsão teórica**

<b>T. Dinâmica ORCAFLEX TDP (kN)</b>	<b>PERÍODOS</b>			
	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>12</b>
<b>H<sub>s</sub></b>				
<b>3</b>	10.39			
<b>4</b>	13.61			
<b>5</b>	16.54	35.21		
<b>6</b>		41.34	73.54	224.06
<b>7</b>		46.77	86.05	
<b>8</b>		52.64	97.98	304.25
<b>10</b>				372.61
<b>12</b>				434.8

**Tabela C.6 – Amplitude de tração dinâmica no TDP segundo ORCAFLEX**