

ODAIR CALTABELOTI

Eng. Naval, Escola Politécnica da U.S.P., 1972

VERIFICAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES EM UMA CELULA  
FECHADA SUBMETIDA A ESFORÇOS DE FLEXÃO E TORÇÃO;  
COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COM OS OBTIDOS PELO MÉTODO  
DOS ELEMENTOS FINITOS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica  
da U.S.P. para a obtenção do título de Mestre  
em Engenharia.

Orientador: Prof.Dr. ALFREDO COARACY BRAZIL GANDOLFO  
Professor Livre-Docente do Departamento  
de Engenharia Naval da E.P.U.S.P.

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. OTAVIO GASPAR DE SOUZA RICARDO,  
pelas valiosas sugestões dele recebidas.

Ao Laboratório de Estruturas do Instituto  
Tecnológico de Aeronáutica, pela construção do mode-  
lo.

A Divisão de Engenharia Naval do Instituto  
de Pesquisas Tecnológicas, pela cessão de seus equi-  
pamentos e laboratórios.

Ao aluno FRANCISCO ZUCCATO JUNIOR, pela con-  
fecção dos desenhos e gráficos.

A D. SERGIA NOCETTE, pelos excelentes tra-  
bhos de datilografia.

## RESUMO

O principal objetivo deste trabalho, consiste no estudo de uma estrutura em alumínio, por três diferentes processos:

1. Método experimental;
2. Teorias aproximadas;
3. Método dos elementos finitos.

A estrutura em questão, é um modelo em forma de caixa, medindo 1,80 x 0,40 x 0,15 m com uma abertura central em um dos seus lados, com reforçadores longitudinais e diafragmas transversais, semelhante a uma barcaça fluvial ou uma estrutura de navio.

A estrutura, submetida a forças externas, teve suas tensões medidas com extensômetros elétricos. Os resultados obtidos experimentalmente, foram comparados e discutidos neste trabalho, com os obtidos por teorias aproximadas e método dos elementos finitos.

## ABSTRACT

The main objective of this research was to analyse a riveted aluminum structure with the aid of three distinctive approaches:

1. An experimental method;
2. Theoretical formulations; and
3. The finite element method.

The structure under analysis consisted of a  $1,80 \times 0,40 \times 0,15$  m Box-shaped model with a rectangular hole in one of the larger sides, besides longitudinal reinforcements and transversal bulkheads, resembling a barge or a ship structural cell.

The structure was first submitted to external forces, and the resulting tensions were measured with strain gages.

The results of this experimental approach were compared with those obtained from the analysis of the structure using both theoretical formulations and the finite element method.

The thesis contains details, discussions and comparisons of the applications and results.

## ÍNDICE

### ABREVIATURAS

### CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

- |     |   |     |
|-----|---|-----|
| 1.1 | Vantagens da Análise Experimental . . . . .   | I.1 |
| 1.2 | Dificuldades da Análise Experimental. . . . . | I.3 |

### CAPÍTULO II - DESCRIÇÃO DO MODELO EXPERIMENTAL

- |       |   |       |
|-------|---|-------|
| 2.1   | Estrutura do Modelo . . . . .               | II.1  |
| 2.2   | Material utilizado - Suas Propriedades. . . | II.2  |
| 2.3   | Montagem para Experiência em Flexão . . . . | II.3  |
| 2.4   | Montagem para Experiência em Torção . . . . | II.4  |
| 2.5   | Equipamentos Usados para os Ensaios . . . . | II.5  |
| 2.5.1 | Extensômetros elétricos. . . . .            | II.5  |
| 2.5.2 | Equipamento de medição . . . . .            | II.8  |
| 2.5.3 | Célula de carga. . . . .                    | II.10 |

### CAPÍTULO III - CÁLCULO TEÓRICO PARA FLEXÃO

- |       |  |        |
|-------|--|--------|
| 3.1   | Propriedades das Seções Transversais. . . . .                | III.1  |
| 3.2   | Instabilidade das Chapas em Compressão. . . .                | III.3  |
| 3.2.1 | Tensões admissíveis. . . . .                                 | III.3  |
| 3.2.2 | Largura efetiva em compressão. . . . .                       | III.6  |
| 3.3   | Influência da Abertura na Distribuição das Tensões . . . . . | III.11 |
| 3.3.1 | Método de cálculo. . . . .                                   | III.11 |
| 3.3.2 | Cálculo das tensões. . . . .                                 | III.15 |

### CAPÍTULO IV - CÁLCULO TEÓRICO PARA TORÇÃO

- |     |  |      |
|-----|--|------|
| 4.1 | Crítérios de Cálculo. . . . .                            | IV.1 |
| 4.2 | Propriedades Geométricas na Região Fechada. . . . .      | IV.2 |
| 4.3 | Propriedades Geométricas na Região da Abertura . . . . . | IV.4 |

4.3.1	Método de cálculo . . . . .	IV.4
4.3.2	Cálculo das Propriedades Geométricas	IV.4
4.4	Tensões Devidas à Torção na Região da Abertura . . . . .	IV.13

**CAPÍTULO V - ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS**

5.1	Programa de Computador Utilizado . . . . .	V.1
5.1.1	Descrição geral . . . . .	V.1
5.1.2	Elementos utilizados na análise . .	V.2
5.2	Preparação da Estrutura para Análise . . .	V.8
5.2.2	Malhas preparadas . . . . .	V.8
5.2.2	Condições de contorno e carregamentos . . . . .	V.10
5.2.3	Propriedades geométricas para análise. . . . .	V.13
5.2.4	Simulação da flambagem em flexão. .	V.13
5.2.5	Simulação da flambagem na torção. .	V.14

**CAPÍTULO VI - EXPERIÊNCIA E SEUS RESULTADOS**

6.1	Resultados em Flexão . . . . .	VI.1
6.2	Resultados em Torção . . . . .	VI.3
6.3	Algumas Observações sobre os Resultados. .	VI.3
6.3.1	Flexão. . . . .	VI.3
6.3.2	Torção. . . . .	VI.4

**CAPÍTULO VII - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS**

7.1	Método de Comparação . . . . .	VII.2
7.2	Resultados em Flexão . . . . .	VII.2
7.2.1	Antes de flambar. . . . .	VII.2
7.2.2	Depois de flambar . . . . .	VII.3
7.3	Resultados em Torção . . . . .	VII.4
7.3.1	Antes de flambar. . . . .	VII.4
7.3.2	Depois de flambar . . . . .	VII.5

## CAPÍTULO VIII - CONCLUSÕES

### CONCLUSÕES

8.1	Flexão . . . . .	VIII.1
8.2	Torção . . . . .	VIII.2

## CAPÍTULO IX - RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### BIBLIOGRAFIA

ANEXO A - Fotos dos ensaios

ANEXO B - Listagem do programa de computador para redução de dados.

## ABREVIATURAS

- $a, b$  = dimensões de um painél de chapa retangular  
 $d$  = diagonal de um painél  
 $o$  = denominação de uma origem ou polo  
 $p$  = distância perimetral em uma curva aberta, de uma origem  $o$  a um ponto  $i$ , no sentido  $s$   
 $q$  = esforço cortante corrente em uma chapa  
 $s$  = sentido de percurso em uma curva aberta, eixo local de um elemento  
 $t$  = espessura de uma chapa; eixo local de um elemento  
 $u, v$  = deslocamento no plano de um ponto  
 $y_{LN}$  = distância da linha neutra ao eixo adotado para cálculo das propriedades geométricas  
 $x, y, z$  = eixos globais de um elemento  
 $A$  = área da secção transversal de uma barra; área interna de uma célula fechada;  
 $A_t$  = área total da secção transversal de uma estrutura  
 $A_{so}$  = área sectorial em relação ao ponto  $o$   
 $B$  = bimomento de flexo-torção  
 $D$  = diâmetro de uma secção circular  
 $D_f$  = diâmetro de uma secção circular submetida a uma deformação  
 $E$  = módulo de elasticidade tangente  
 $G$  = módulo de elasticidade transversal  
 $H$  = força cortante  
 $I_{ii}$  = momento de inércia em relação a um eixo  $i$

- $I_{ii}$  = momento de inércia em relação a um eixo  $i$   
 $I_T$  = momento de inércia à torção  
 $K$  = constante elástica de uma barra prismática  
 $L$  = comprimento de um corpo; distância entre dois pontos  
 $M$  = momento fletor  
 $M_s$  = momento estático  
 $Q$  = força cortante  
 $S_w$  = momento estático sectorial  
 $T$  = momento torçor total  
 $T_s$  = momento de torção de Saint-Venant  
 $T_w$  = momento de flexo-torção  
 $w_i$  = retorção no ponto  $i$   
 $w_c$  = módulo de resistência na parte superior de uma estrutura  
 $w_f$  = módulo de resistência na parte inferior de uma estrutura  
 $\gamma$  = ângulo de distorção  
 $\epsilon$  = deformação  
 $\theta$  = rotação em torno de um eixo  
 $\nu$  = coeficiente de poisson  
 $\sigma$  = tensão normal  
 $\sigma_{crit}$  = tensão teórica de flambagem à compressão  
 $\bar{\sigma}_{cp}$  = tensão admissível de flambagem à compressão  
 $\tau$  = tensão de cisalhamento  
 $\tau_{crit}$  = tensão teórica de flambagem em cisalhamento  
 $\bar{\tau}_{ad}$  = tensão admissível de flambagem em cisalhamento  
 $X$  = momento estático sectorial  
 $\Gamma$  = momento de inércia sectorial.

## CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

1.1 Vantagens da Análise Experimental

Nos vários setores da engenharia, o uso de modelos para ensaios ou análises experimentais tem produzido excelentes resultados. Um modelo oferece inúmeras vantagens para determinação de parâmetros e ou variáveis que por métodos teóricos seriam complexos, trabalhosos, quando não impossíveis.

Hoje em dia, com a eficiência dos computadores digitais, o cálculo por teorias ou métodos especiais tem facilitado em muito a tarefa dos engenheiros, porém a verificação dos resultados somente é possível com o uso de modelos ou protótipos em ensaios e ou análises experimentais.

Nas engenharias Aeronáutica, Civil, Ferroviária, Mecânica, Naval e outras, devido ao avanço tecnológico nas últimas décadas vem crescendo o uso da análise experimental tendo-se como exemplos:

- ensaios realizados pela EMBRAER nos protótipos do avião Bandeirantes;

- ensaios realizados pelo METRÔ DE SÃO PAULO nos seus carros metroviários;

- ensaios realizados pela Divisão de Engenharia Naval do IPT S/A, para a CONFAB S/A. em tanques de teto flutuante para armazenamento de petróleo e seus derivados.

Além de comprovar a qualidade do projeto e sua construção, na maioria dos casos a análise experimental pode apontar falhas dos métodos de cálculo ou execução do protótipo em termos de detalhes e geometria.

O autor, teve uma formação sempre ligada ao uso do computador para cálculo de estruturas metálicas, mecânicas ou navais, até ter a grata satisfação de trabalhar ao lado do Prof. Dr. Octávio Gaspar de Souza Ricardo, engenheiro civil e aeronáutico, responsável por muitos ensaios e análises experimentais em aviões e vagões ferroviários, cultivando um grande interesse por verificações experimentais.

Deste contato, surgiu a idéia deste trabalho, onde procuramos comparar os resultados obtidos em ensaios experimentais, num modelo em liga de alumínio com os obtidos por

elementos finitos e uso de teorias exatas ou aproximadas [2], [3], [4], [5].

### 1.2 Dificuldades da Análise Experimental

As principais dificuldades para uma análise experimental se concentram em:

- a) elaboração do modelo ou protótipo
- b) montagem do ensaio
- c) equipamento de ensaio
- d) redução dos dados

As dificuldades na elaboração do modelo ou protótipo ficarão ligadas à complexidade do mesmo tipo de material e tamanho. Em muitos casos, os ensaios deverão ser efetuados em protótipos de grandes dimensões, criando sérios obstáculos no controle de variáveis tais como: temperatura, umidade, vento, vibrações e outras. Os ensaios em laboratórios ou abrigados, são muito mais fáceis de serem realizados.

Na montagem do ensaio, os principais problemas serão:

- condições de contorno, suas aplicações e controle
- colocação de indicadores de tensões, deformações, acelerações, temperatura e outros.

O equipamento oferece sempre problemas de calibração, pois, são em geral indicadores por comparação e quando ele eletrônicos, o controle da linha de alimentação deve ser rigoroso.

O trabalho final consiste na redução dos dados, onde uma cuidadosa seleção dos bons valores obtidos no ensaio de verá ser efetuado, para posteriormente partirmos para comparação, com outros métodos de cálculo. A grande massa de dados obtida nesses ensaios é a maior dificuldade, apesar de que o computador pode auxiliar bastante na pré-seleção dos dados (filtragem inicial) e esquema de apresentação por meio de tabelas ou gráficos.

Mas os resultados obtidos, sempre são significativos, e fornecem grande auxílio para melhoria do projeto ou método de cálculo.

## CAPÍTULO II

## DESCRIÇÃO DO MODELO EXPERIMENTAL

2.1 Estrutura do Modelo

O modelo consiste em uma caixa em chapa fina, com uma abertura na parte superior central, sendo esse chapeamento reforçado por perfis de chapa dobrada.

Nas figuras 2.1 e 2.2, temos com detalhes o desenho da estrutura, toda montada em rebites. Na verdade, como o material utilizado é liga de alumínio 2024, típico de aviação, a estrutura em muito se assemelha ao modelo de uma asa de avião, porém, pode ser considerado também como modelo simplificado de uma caixa de veículo ferroviário (carro de metrô), ou de uma barcaça fluvial.

Devido às dimensões do modelo, os reforçadores de châ

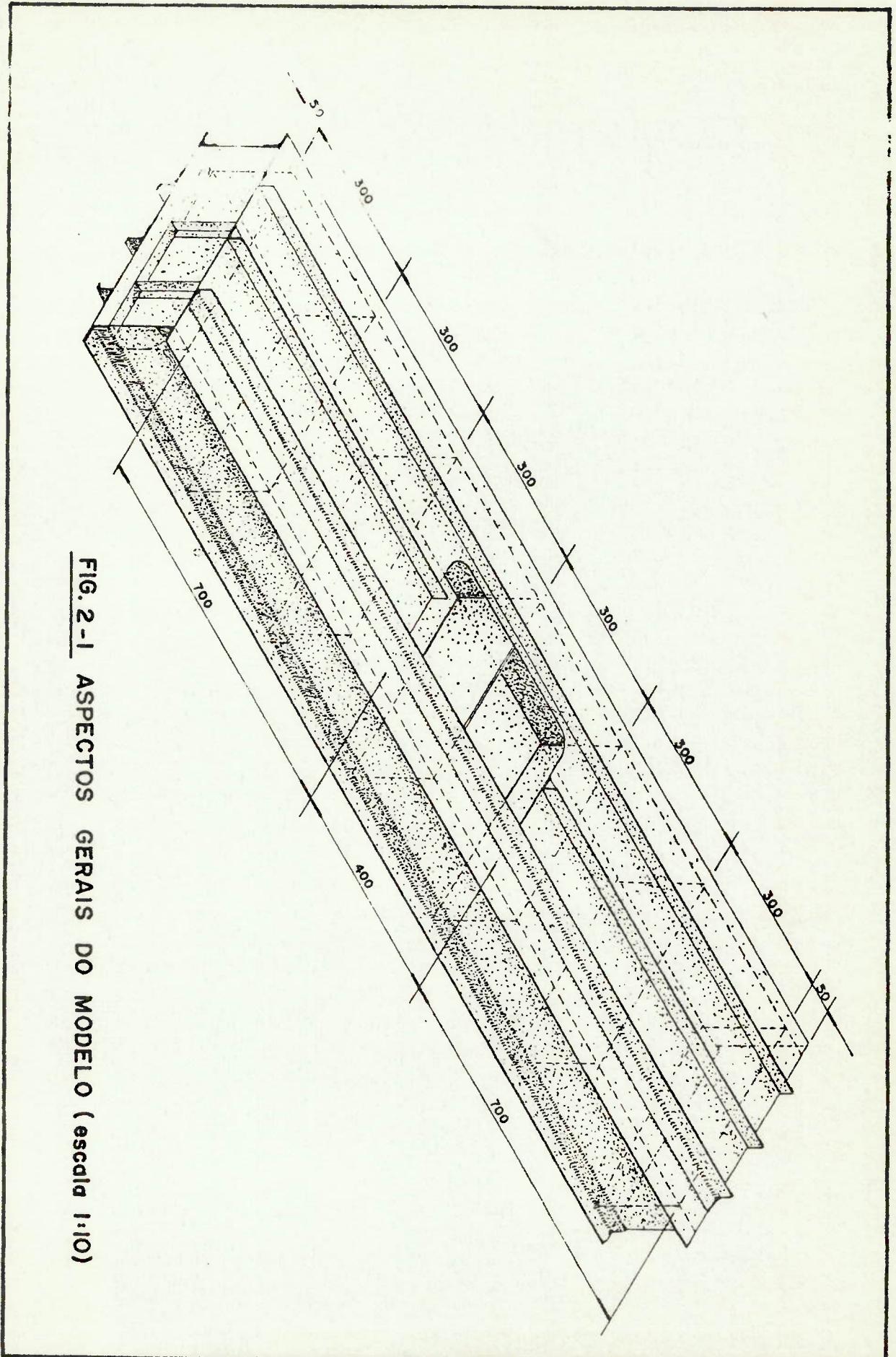


FIG. 2-1 ASPECTOS GERAIS DO MODELO (escala 1:10)

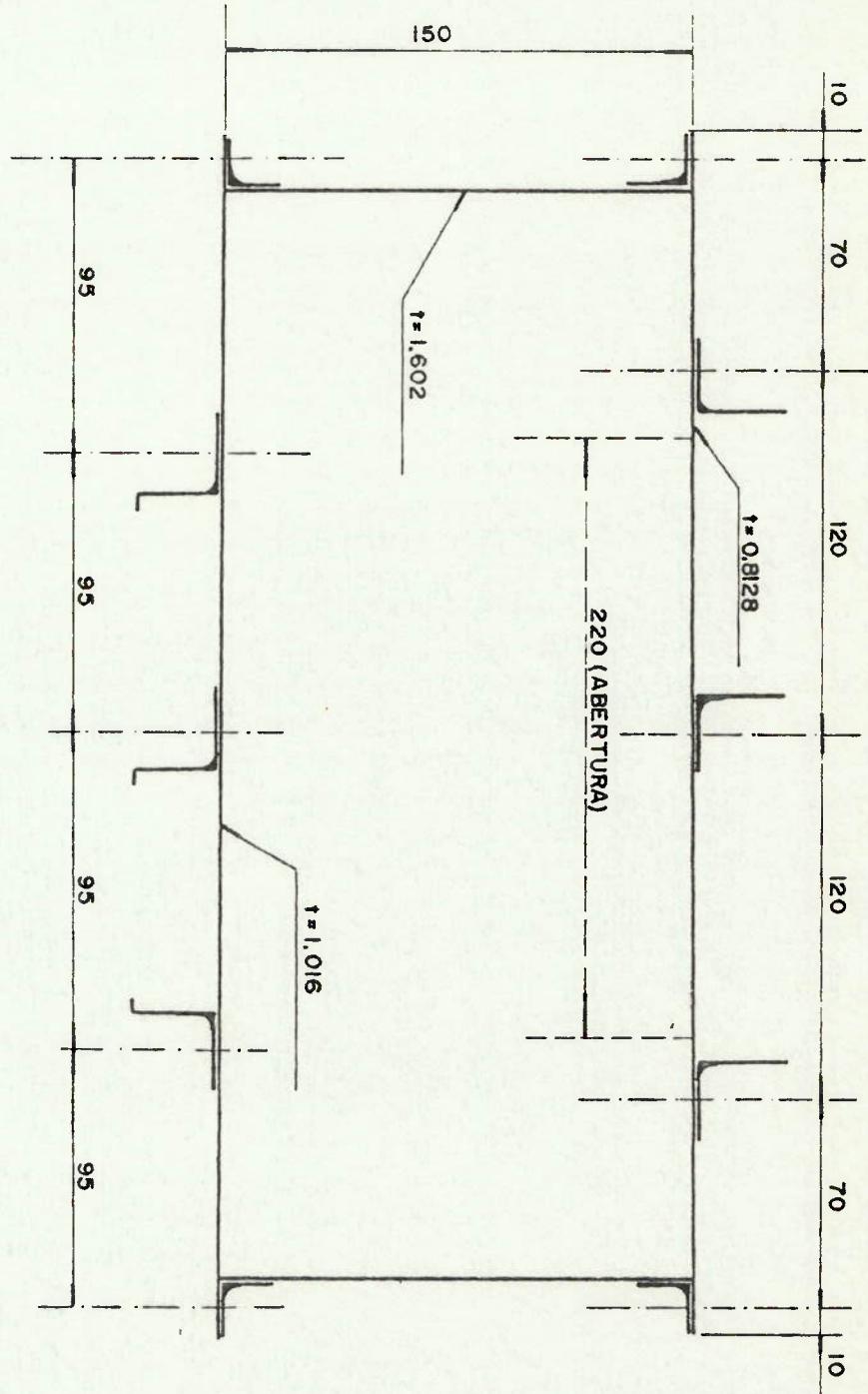


FIG. 2-2 SEÇÃO TRANSVERSAL DO MODELO

pa dobrada das partes superior e inferior foram colocadas externamente, simplificando bastante a construção do mesmo, sem modificar seu comportamento estrutural.

## 2.2 Material Utilizado - Suas Propriedades

O material usado para montagem do modelo, tanto das chapas como dos reforçadores de perfis, é uma liga de alumínio 2024S-T3, com as propriedades seguintes [17] [18].

Mecânicas a 24°C:

$$\sigma_r = 4\ 500,0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_r = 2\ 800,0 \text{ kg/cm}^2$$

$$E = 740\ 000,0 \text{ kg/cm}^2$$

Química (componentes de liga em %):

$$Si \approx 0,50$$

$$Fe \approx 0,50$$

$$Cu \approx 3,8 - 3,9$$

$$Mn \approx 0,3 - 0,9$$

$$Mg \approx 1,2 - 0,9$$

$$Cr \approx 0,10$$

$$Zn \approx 0,25$$

### 2.3 Montagem para Experiência em Flexão

A montagem da experiência, no laboratório de análise experimental da Divisão de Engenharia Naval do IPT S/A, foi feita com o auxílio de dois cavaletes, montados pelo laboratório de solda do Departamento de Engenharia Naval da USP.

Os cavaletes são apafusados as guias chumbadas no piso de concreto, sendo o modelo apoiado nos cavaletes por peças de madeira. Estas peças de madeira são forradas com feltro na parte de contacto com o modelo, para melhor acomodação.

Para aplicação das cargas, como o interesse maior está na distribuição de tensões ao longo da abertura na parte superior, resolvemos aplicar cargas na parte inferior nas posições dos diafragmas que limitam esta região. Para melhor atuação da carga, uma viga de aço receberá a carga no centro e distribuirá a cada peça de madeira abaixo dos diafragmas, metade da mesma. Desse modo, esta região ficará sob momento constante, o que facilitará e evidenciará o efeito da abertura na distribuição de tensões.

Na figura 2.3, temos o esquema geral da montagem em flexão, e nas fotos A1, A2 e A3 aspectos da montagem em flexão.

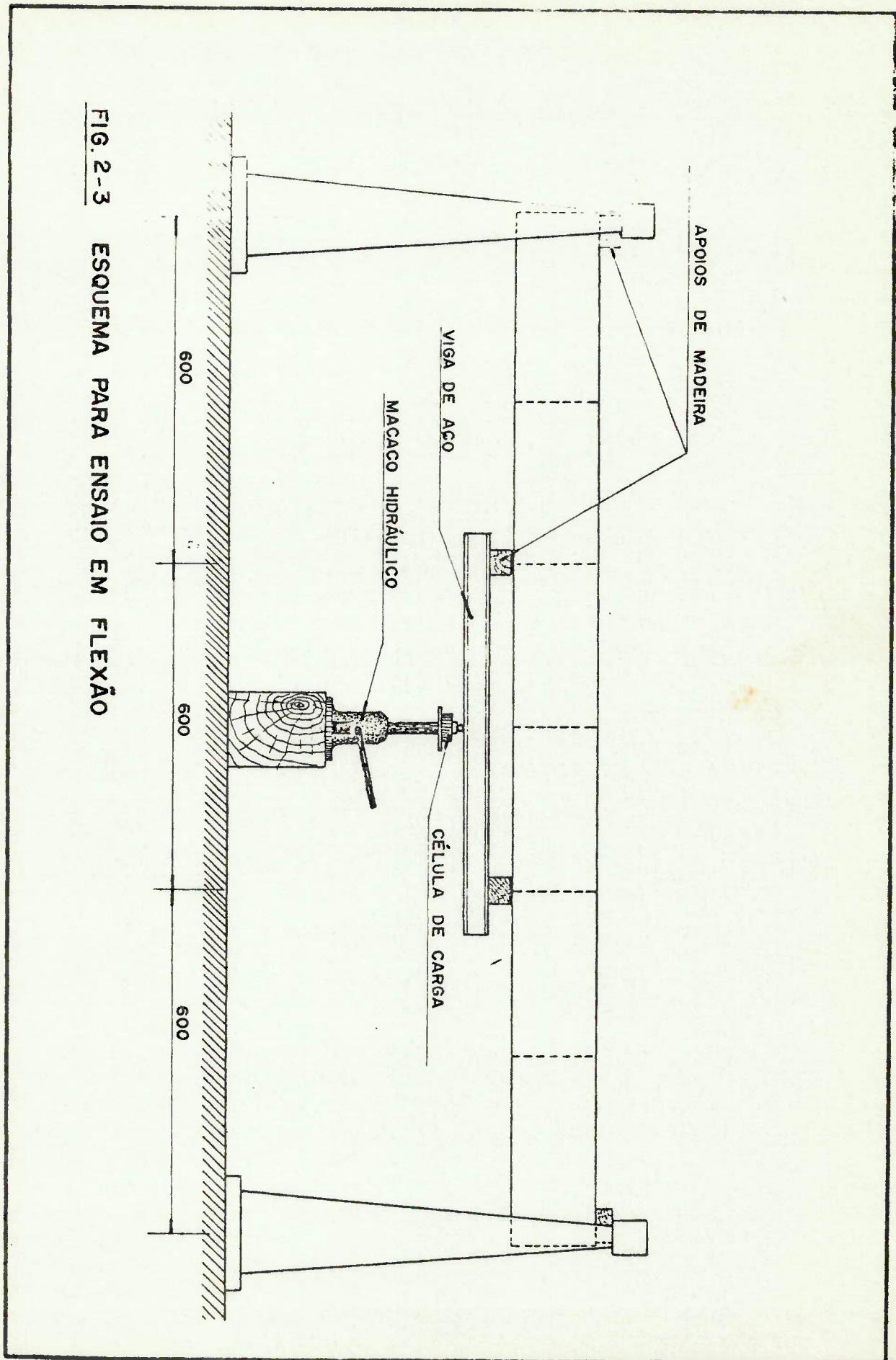
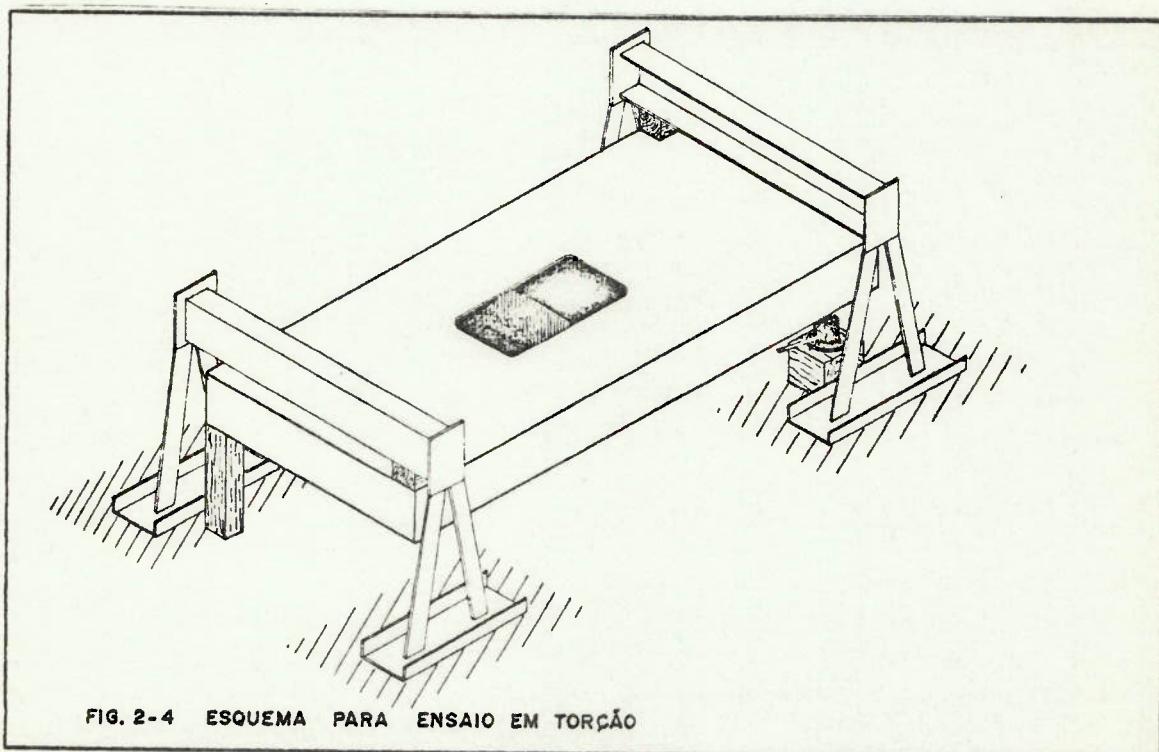


FIG. 2-3 ESQUEMA PARA ENSAIO EM FLEXÃO

#### 2.4 Montagem para Experiência em Torção

Usamos o mesmo material para a experiência em flexão, porém, alteradas as condições de contorno para aplicação de torção em uma das extremidades do modelo. Na figura 2.4, temos um esquema geral da montagem, e nas fotos A4 e A5 aspectos da montagem da experiência em torção.

O interesse desse carregamento é verificar o comportamento na região da abertura, quando submetida a torção constante e a influência das regiões fechadas como condição de contorno, e a distribuição de tensões normais ao longo dos reforçadores na parte superior, principalmente aqueles que acompanham a abertura.



## 2.5 Equipamentos Usados para os Ensaios

### 2.5.1 Extensômetros elétricos

Os extensômetros usados, do tipo de resistência elétrica construído em ligas metálicas, são baseados na alteração da resistência elétrica de um fio, quando este sofre deformações.

Para um fio de comprimento  $L$ , podemos escrever:

$$R = \rho \frac{A}{L} \quad (2.1)$$

diferenciando e dividindo por  $R$ , vem:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{A} - \frac{dA}{A} \quad (2.2)$$

e sendo a variação do diâmetro dada por:

$$D_f = D(1 - \nu \frac{dL}{L}) \quad (2.3)$$

desenvolvendo temos:

$$\frac{dA}{A} = \frac{(D_f^2 - D^2)}{D^2} = \left(\frac{D_f}{D}\right)^2 - 1 \quad (2.4)$$

e de (2.3):

$$\left(\frac{D_f}{D}\right)^2 = 1 - 2\nu \frac{dL}{L} + \nu^2 \left(\frac{dL}{L}\right)^2 \quad (2.5)$$

desprezando os infinitésimos de segunda ordem, temos

$$\frac{dA}{A} \approx -2\nu \frac{dL}{L} \quad (2.6)$$

e substituindo em (2.2)

$$\frac{dR}{R} = \frac{dp}{\rho} + \frac{dL}{L} (1 + 2\nu) \quad (2.7)$$

sabendo que

$$\frac{dL}{L} = \epsilon \quad (2.8)$$

temos

$$GF = \frac{dR/R}{\epsilon} = (1 + 2\nu) + \frac{d\rho/\rho}{\epsilon} \quad (2.9)$$

Podemos observar que a variação da resistência elétrica do fio depende de dois fatores:

- variação de dimensões
- variação na resistividade específica do material

Aparentemente, a variação da resistividade tem origem na variação dos elétrons livres e sua mobilidade quando o material sofre deformações.

O extensômetro básico, pode ser considerado o da figura 2.5, constituído de um fio na forma de uma mola plana ou grade.

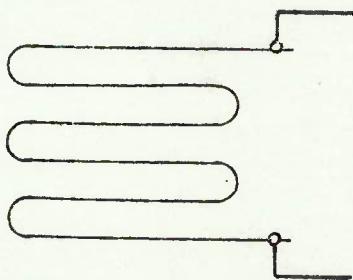


Figura 2.5

Este fio, montado em um sanduíche de material isolante, irá sofrer a mesma deformação do material ao qual estiver colado.

Uma série de efeitos, podem perturbar as medidas tais como:

- deformação transversal

esse efeito só é importante para os extensômetros que não possuem compensação na grade, ou conforme a Figura 2.6, onde na direção transversal a deformação terá pouca influência devida a grande área axial existente.

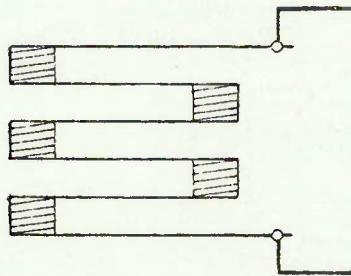


Figura 2.6

- variação da temperatura

a resistividade do material altera-se com a temperatura, logo no decorrer do ensaio é preciso utilizar um compensador de temperatura para anular este efeito, quando o extensômetro não tiver auto-compensação

- isolamento

o extensômetro deverá ter o melhor isolamento possível em relação à peça a ser medida, caso contrário

as medidas serão afetadas pela fuga de corrente para a peça.

O modelo foi instrumentado com 55 extensômetros do tipo:

- KFC-5C2-23, de fabricação da Kyowa Electronic Instruments CO, LTD-JAPÃO, tendo as seguintes características

Compensado para alumínio (23 PPM/°C)

Comprimento da grade 5,0 mm

Resistência 120,0 Ω ±

"Gage factor" 2,19 ± 1,8 με/°C

Nas figuras 2.7 e 2.8, temos o esquema da disposição dos extensômetros no modelo, sendo que em muitos pontos foram colocados dois extensômetros opostos (de cada lado da peça), para conhecermos o efeito devido a flexão local nos reforçadores ou chapas sob compressão.

A disposição dos extensômetros foi principalmente em função de estudarmos as distribuições de tensões nos reforçadores na região da abertura, e a transição para a região fechada. Alguns ensaios intermediários bem como cálculos pela teoria de elementos finitos, determinam novas posições de extensômetros.

Todos os extensômetros foram colocados na direção longitudinal.

#### 2.5.2 Equipamento de mediação

Para a seleção dos valores de cada extensômetro

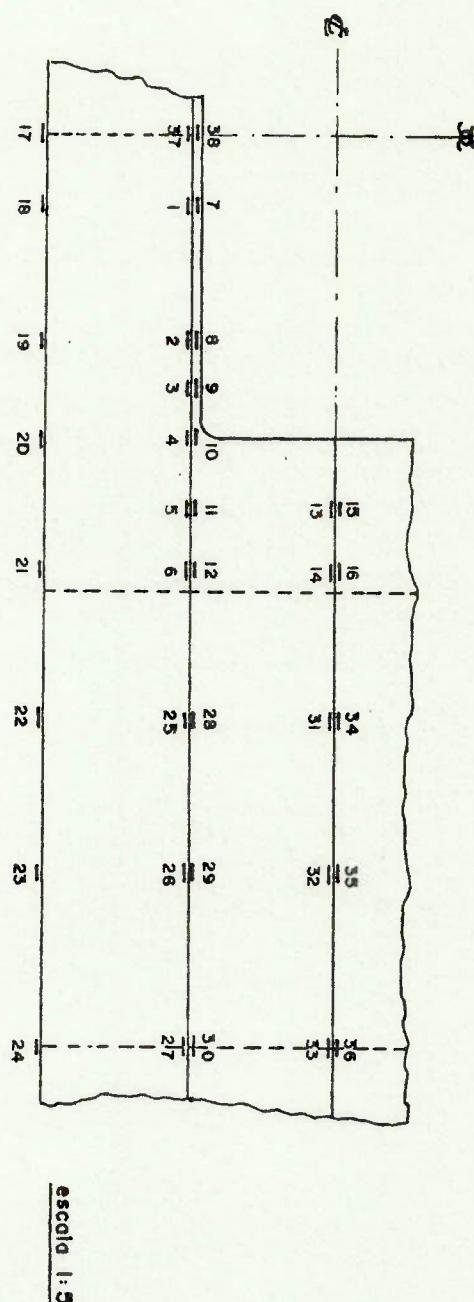


FIG. 2-7 DISPOSIÇÃO DOS EXTENSÔMETROS NA PARTE SUPERIOR DO MODELO

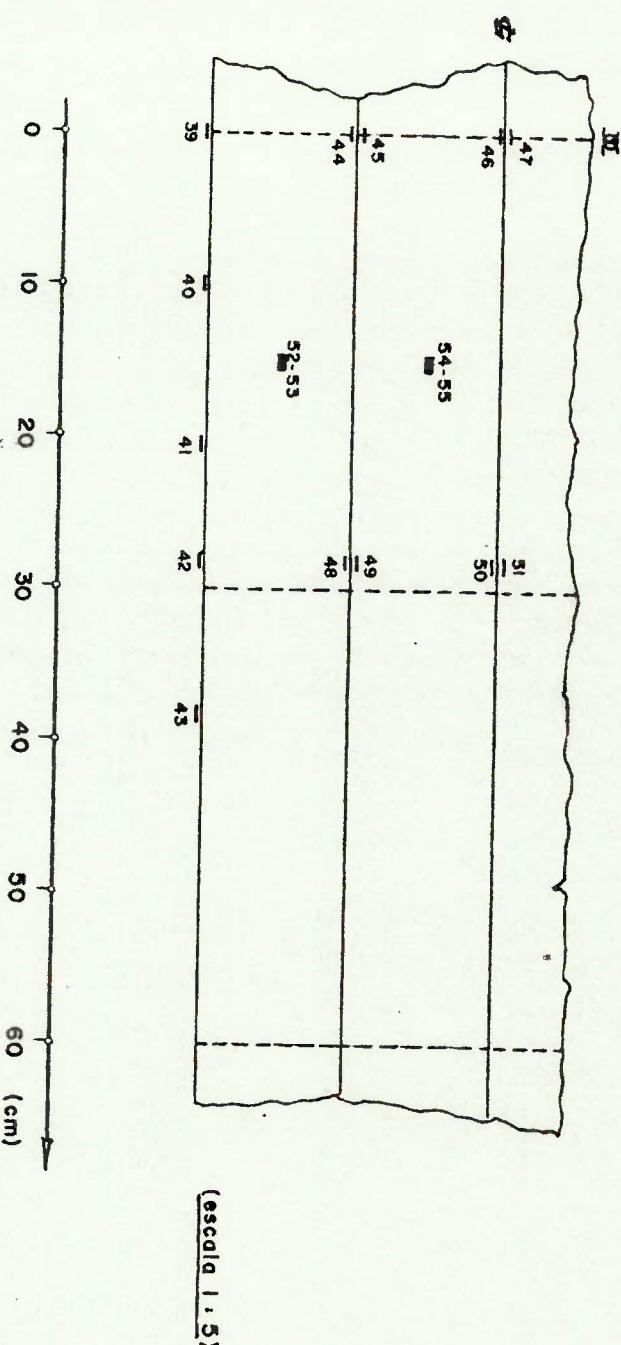


FIG. 2-8 DISPOSIÇÃO DOS EXTENSÔMETROS NA PARTE INFERIOR DO MODELO  
(os extensômetros 52, 53, 54 e 55 estão colados na chapa)

tro, foram usadas caixas seletoras da Kyowa, tipos:

SS-24R        e

SS-12R

Estas caixas possuem em cada canal seletor, uma ponte de wheatstone, ou

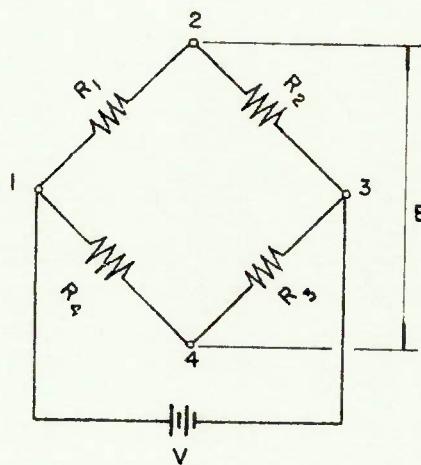


Figura 2.9

onde

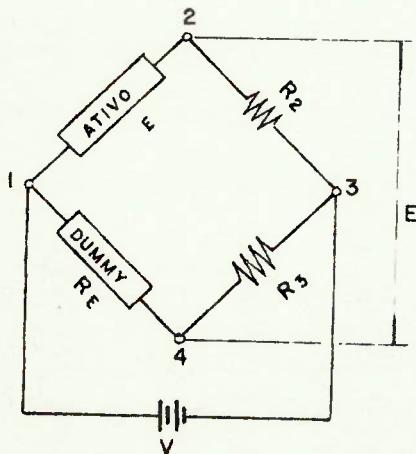
$$E = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V$$

estando em equilíbrio quando:  $R_1 R_3 = R_2 R_4$ ,

Ao ligarmos o extensômetro em um dos terminais da ponte, equilibramos a mesma, e toda variação de resistência emitirá um sinal ao indicador, que corresponderá à deformação.

Normalmente, usamos um extensômetro denominado "dummy" para apenas compensar a variação de temperatura, colado em um pedaço do mesmo material do modelo, pois os fios e terminais

nais provocam grandes variações e ou acréscimos de resistência, ficando a ligação na ponte:



$$\begin{aligned} R_1 &= R_4 = R_E \\ R_2 &= R_3 = r \\ V &= I_E R_E (1 + r) \end{aligned}$$

Figura 2.10

Os indicadores usados foram do tipo Kyowa SM = 60A com fundo de escala para  $\pm 10000 \mu\epsilon$ .

### 2.5.3 Célula de carga

Todas as cargas foram aplicadas através de um macaco hidráulico comum, com capacidade máxima de 4,0 toneladas. Para controlarmos os valores de carga, na extremidade do macaco colocamos uma célula de carga com capacidade de 4,0 toneladas.

Esta célula, tem como unidade sensora uma chapa circular de aço instrumentada com extensômetros, apoiada em uma caixa de aço circular. Os extensômetros formam uma ponte completa, e sua calibração foi feita, com o dinamômetro existente no laboratório da Divisão de Engenharia Naval do IPT S/A. Nas fotos A3 e A4 tem-se um aspecto da célula de carga.

## CAPÍTULO III

## CÁLCULO TEÓRICO PARA FLEXÃO

3.1 Propriedades das Seções Transversais

De acordo com o descrito em 2.1, o modelo apresenta ao longo de seu comprimento, duas seções transversais típicas:

- uma com abertura, figura 2.3
- uma fechada, ou sem abertura, figura 2.2.

Para determinação das propriedades geométricas destas duas seções, os reforçadores foram considerados como áreas pontuais, aplicadas no centro da chapa de conformação do modelo. Esta consideração deve-se ao fato de que os reforçadores, sendo do tipo cantoneira, são ligados a chapa por rebites nas suas mesas, posicionando o centro de gravidade dos mesmos muito próximos a chapa.

Nas figuras, 3.1 e 3.2, temos as duas seções devidamente

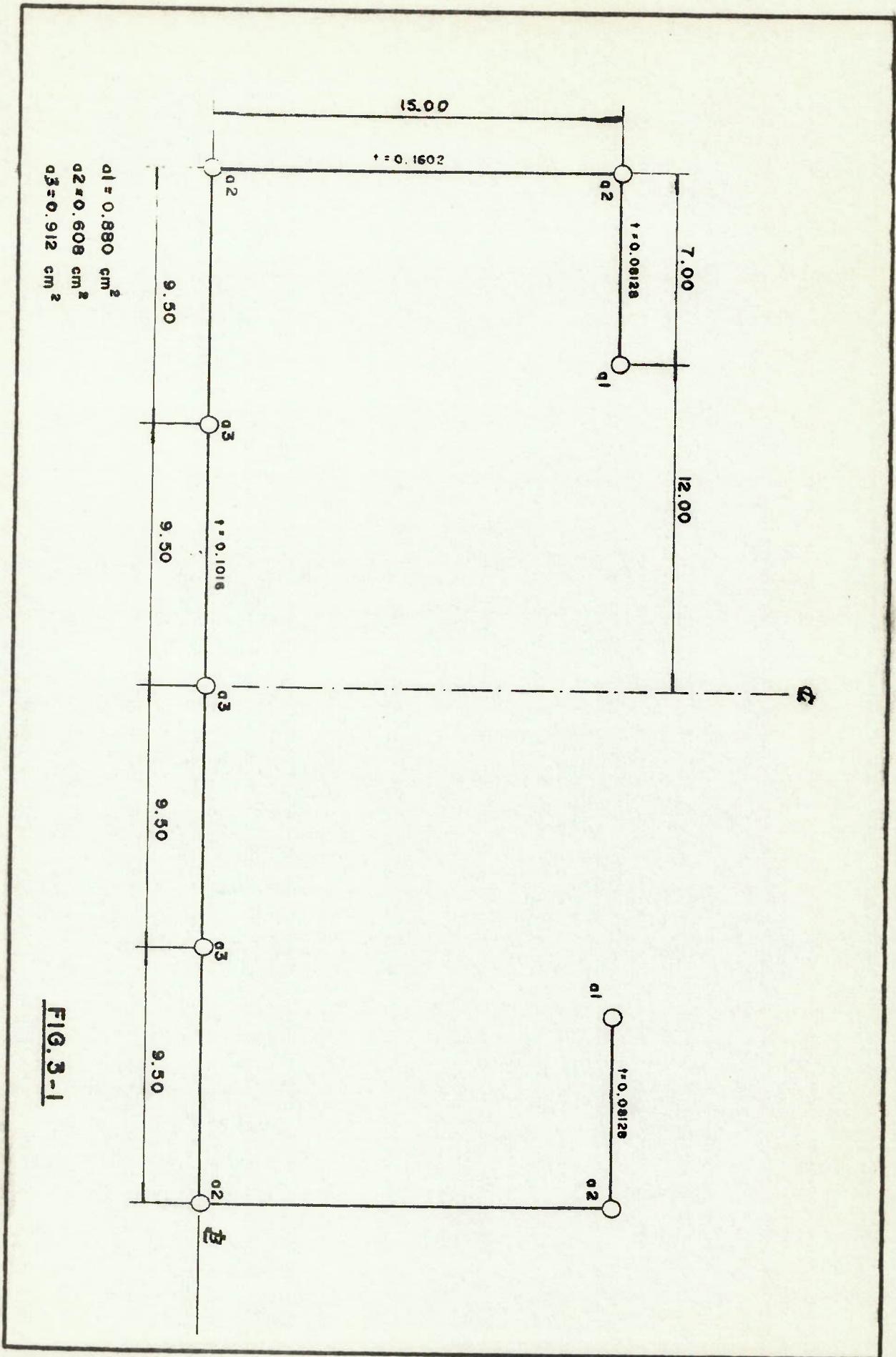
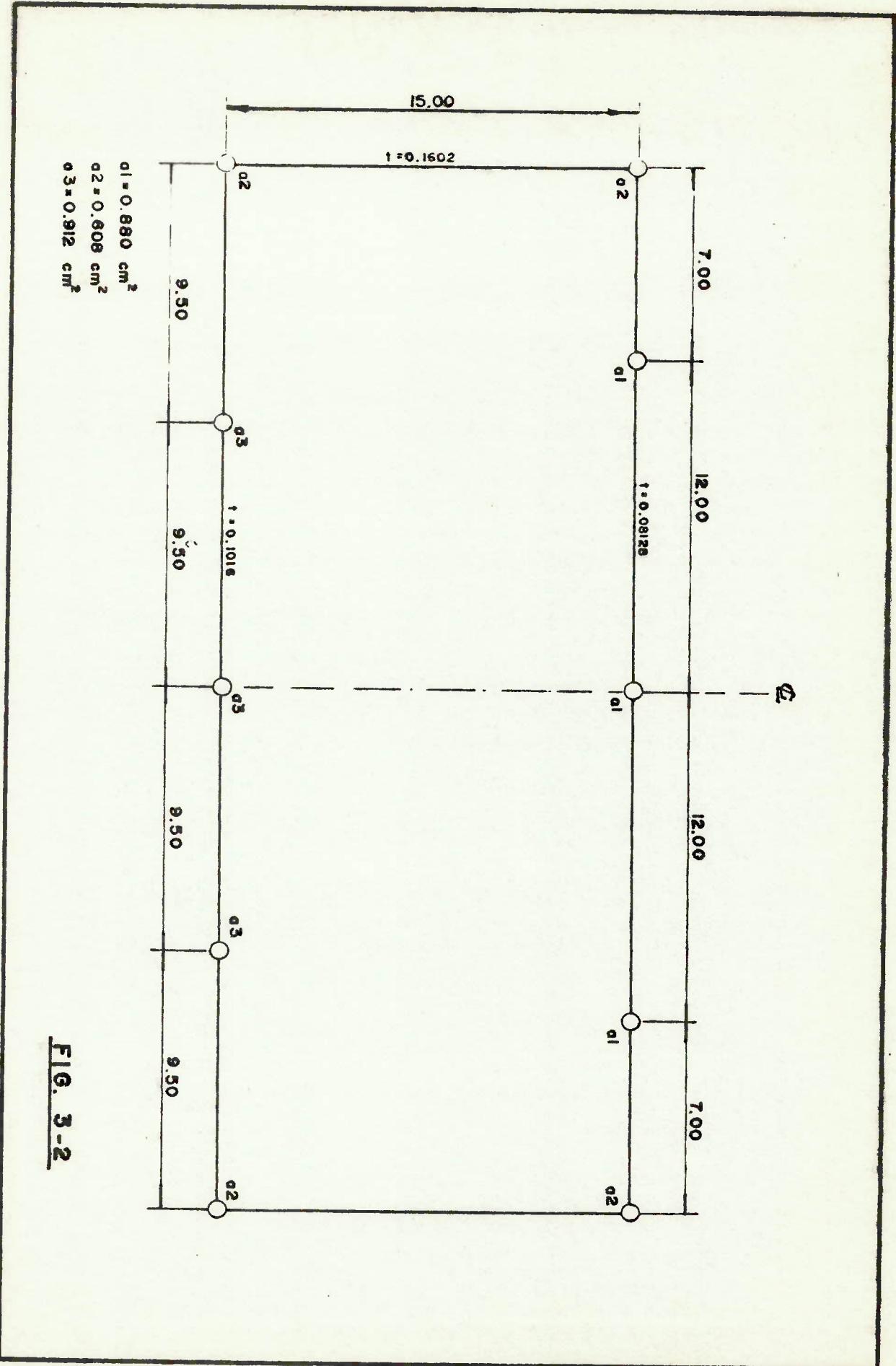


FIG. 3-



te simplificadas, para avaliação de suas propriedades geométricas.

Para a seção aberta, temos:

$$A_t = 16,726 \text{ cm}^2$$

$$y_{LN} = 5,842 \text{ cm}$$

$$I_{LN} = 696,818 \text{ cm}^4$$

$$w_c = 76,088 \text{ cm}^3$$

$$w_f = 119,277 \text{ cm}^3 \quad (\text{Fig. 3.1})$$

e para a seção fechada:

$$A_t = 19,558 \text{ cm}^2$$

$$y_{LN} = 7,166 \text{ cm}$$

$$I_{LN} = 961,206 \text{ cm}^4$$

$$w_c = 117,191 \text{ cm}^3$$

$$w_f = 128,116 \text{ cm}^3 \quad (\text{Fig. 3.2}).$$

Para o esquema de carregamento exposto no ítem 2.2, teremos o seguinte diagrama de momento fletor:

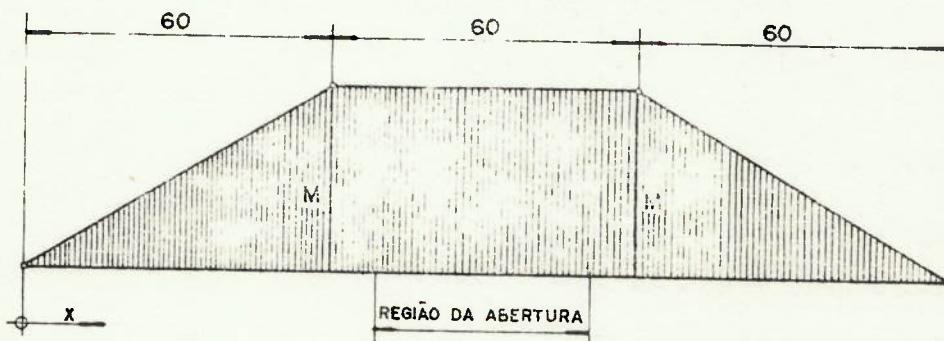


Figura 3.3

$$M = 60 \times P \quad (\text{Carga na célula de carga} = 2P)$$

A parte inferior da caixa estará sob compressão, sendo que na região da abertura teremos a máxima tensão, pois o

módulo de resistência no fundo da caixa é o menor, ou:

$$w_f = 119,277 \text{ cm}^3$$

Devemos então verificar as tensões admissíveis para as chapas do fundo, a fim de determinarmos as cargas em que ocorreria flambagem.

### 3.2 Instabilidade das Chapas em Compressão

#### 3.2.1 Tensões admissíveis

Fazendo um corte transversal da parte inferior da caixa, temos:

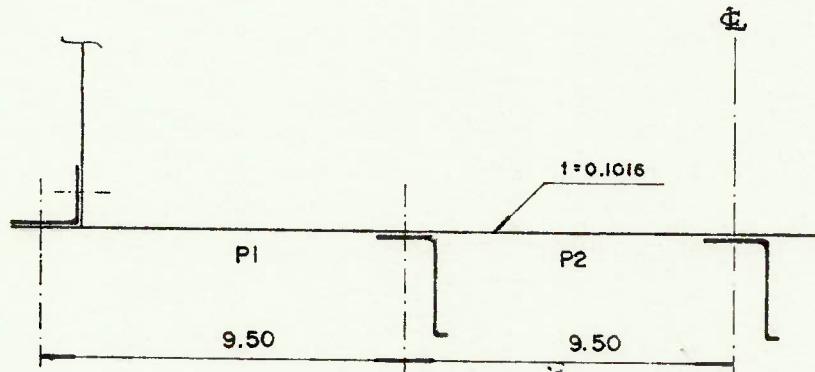


Figura 3.4

Sendo a distância entre os diafragmas transversais, de acordo com a Figura 2.1:

$$L = 30,0 \text{ cm}$$

para os painéis  $P_1$  e  $P_2$  resultam:

$$a = 30,0 \text{ cm}$$

$$b = 9,5 \text{ cm}$$

$$\frac{a}{b} = 3,158$$

Em virtude da baixa resistência a torção dos reforçadores que limitam  $P_2$ , e sendo sua razão de aspecto maior que 3,0, podemos considerar todos os lados simplesmente apoiados, o que resulta na tensão crítica teórica:

$$\sigma_{crit} = K \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (3.1)$$

e de acordo com |3| e |4|:

$$K = 4,0$$

$$E = 140,0 \text{ ton/cm}^2$$

$$t = 0,08128 \text{ cm}$$

$$b = 9,50 \text{ cm}$$

logo:

$$\sigma_{crit} = 0,306 \text{ ton/cm}^2$$

Para o painel  $P_1$ , a ligação com a lateral da caixa (Fig. 3.4) tem grande resistência a torção, logo como condições de contorno podemos adotar um lado longo engastado, resultando de acordo com |3| e (3.1).

$$K = 5,0$$

$$\sigma_{crit} = 0,423 \text{ ton/cm}^2$$

Devemos observar que estes valores de tensão crítica são teóricos, supondo a chapa perfeitamente plana o que não

ocorre na realidade e, um coeficiente de segurança tornará esses valores mais práticos. Adotando um valor para reduzir a tensão crítica teórica:

$$C.S = 1,25 \quad [7], [8]$$

$$\bar{\sigma}_{cp} = \frac{\sigma_{crit}}{1,25} \quad (3.2)$$

resulta

$$Chapa P_1 \quad \bar{\sigma}_{cp} = 0,338 \text{ ton/cm}^2$$

$$Chapa P_2 \quad \bar{\sigma}_{cp} = 0,245 \text{ ton/cm}^2$$

Com estes valores, podemos prever as cargas que irão ocasionar flambagem ou flambagem inicial devida a menor tensão crítica:

$$\bar{\sigma}_{cp} = 0,245 \text{ ton/cm}^2$$

$$w_f = 119,277 \text{ cm}^3$$

$$M = 60,0 \times P$$

logo

$$P = \frac{0,245 \times 119,277}{60} = 0,487 \text{ ton}$$

indicando para a célula de carga o valor:

$$P_{cc} = 2.P = 0,974 \text{ ton}$$

adotaremos para simplificar

$$P_{cc} = 1,000 \text{ ton}$$

A partir dessa carga, a seção transversal sofrerá uma alteração, pois, a chapa flambada não contribuirá total

mente para o módulo de resistência à flexão, e o diagrama de tensões irá se modificando ou:

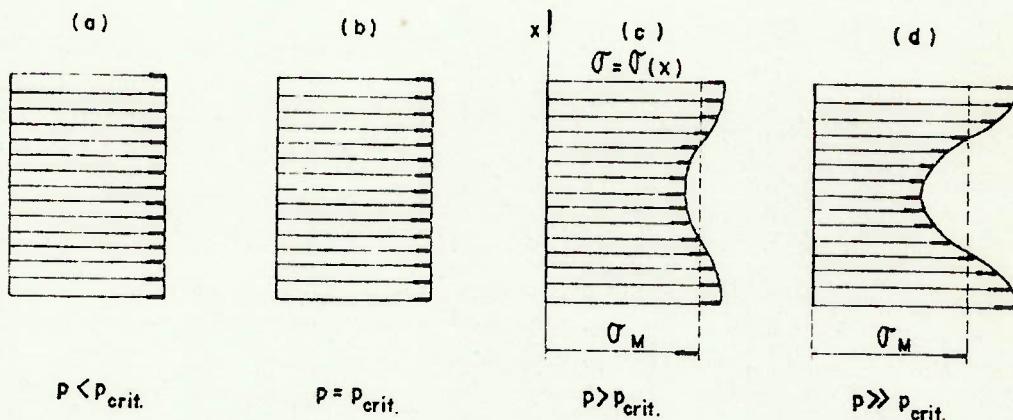


Figura 3.5

$$\sigma_M = \text{tensão média} = \frac{1}{b} \int_0^b \sigma(x) dx \quad (3.3)$$

Da Figura 3.5, notamos que com o aumento de  $P$ , vamos perdendo uma parcela da chapa que antes colaborava inteiramente com a resistência da seção (Fig. 3.5 a e b), e que agora descarrega o excesso de força aplicada nos reforçados longitudinais. Na Figura 3.5.d, temos que uma parte da chapa acompanhará o reforçador na resistência desse excesso de carga, ocasionando uma largura efetiva em compressão.

### 3.2.2 Largura efetiva em compressão

Para determinação da largura efetiva em compressão, usaremos o gráfico da |3|\*, adequado para ligas de alumínio, dentro da região elástica. Este gráfico nos

\*representado na figura 3.6.

CHAPAS PLANAS — LIGA DE ALUMÍNIO  
REGIÃO ELÁSTICA

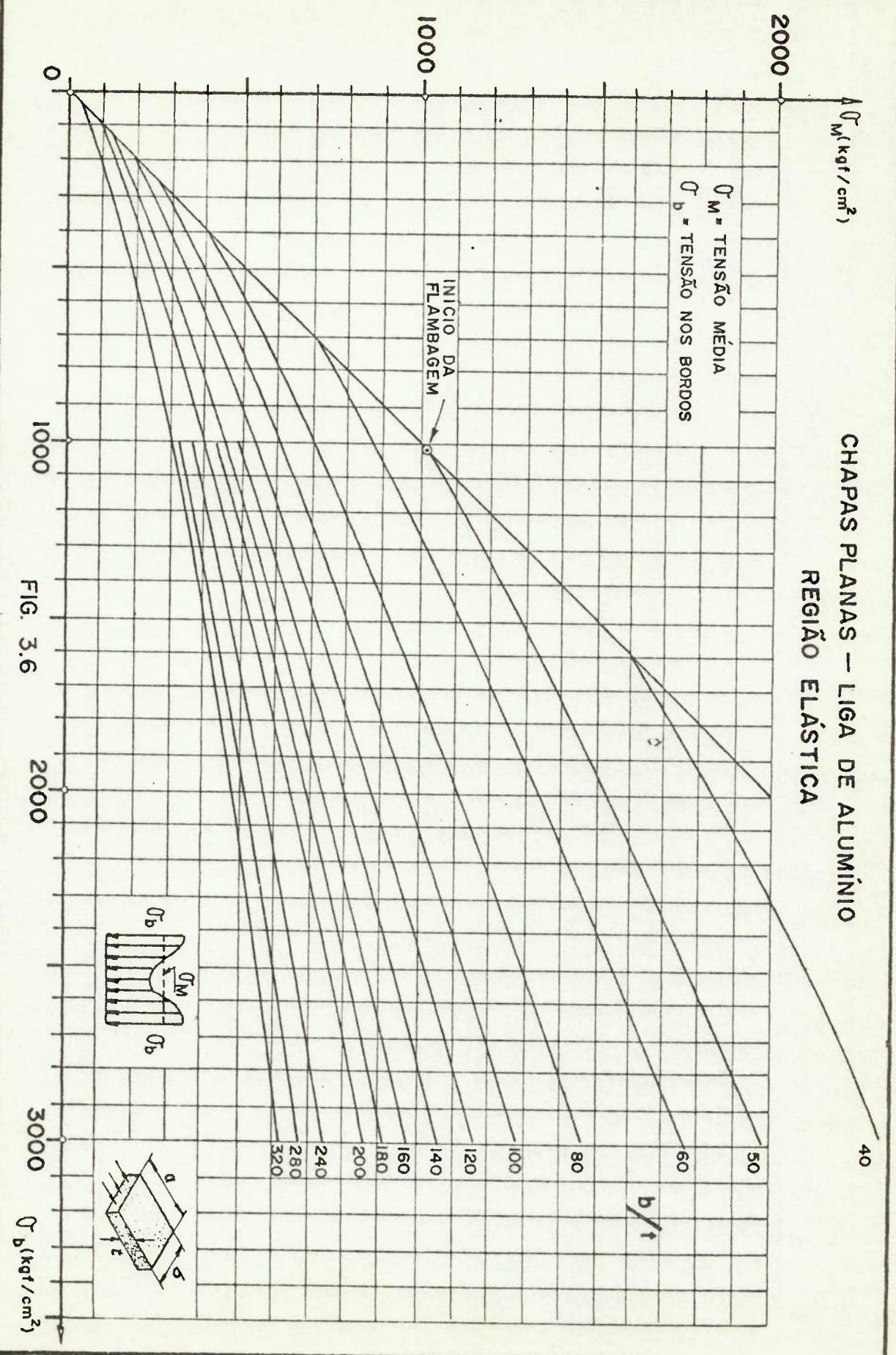


FIG. 3.6

dá a relação  $\sigma_M/\sigma_b$ , para um dado valor de  $b/t$  e para um valor de  $\sigma_M$  ou  $\sigma_b$ . Por outro lado, a definição de largura efetiva diz:

$$\frac{\sigma_M}{\sigma_b} = \frac{b_e}{b} \quad (3.4)$$

onde:

$b_e$  = largura efetiva em compressão

$b$  = largura total da chapa

$\sigma_b$  = tensão máxima de compressão

$\sigma_M$  = como definido em 3.2.1

$t$  = espessura da chapa

Porém, para a seção transversal da caixa, a cada valor de  $b_e$  corresponde um valor de  $\sigma_b$  sob um determinado momento fletor, logo o valor adequado de  $b_e$  poderá ser obtido do gráfico:

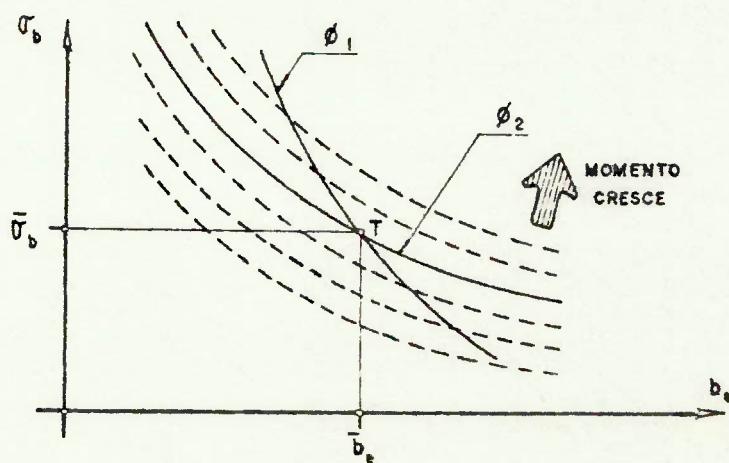


Figura 3.7

onde:

$\phi_1$  = função que representa  $\sigma_b = f(b_e)$ , para

$$\frac{b}{t} = 93,50$$

tirada da Figura 3.6.

$\phi_2$  = função que representa para um determinado momento fletor, a relação  $\sigma_b = f(b_e)$  para a seção transversal da caixa, como mostrado na Figura 3.8.

Para o levantamento da função  $\phi_1$ , adotamos para a curva da Figura 3.6, um ajuste polinomial de terceiro grau, ou:

$$\phi_1 = y = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 x^3$$

onde

$y$  - representa  $\sigma_M$

$x$  - representa  $\sigma_b$

Valores dos coeficientes:

$$a_1 = 0,1951$$

$$a_2 = 0,3323$$

$$a_3 = 0,1076$$

$$a_4 = 0,3000$$

Na tabela 3.1, temos a relação  $\sigma_b = f(b_e/b)$ , tirada da função acima determinada.

Tabela 3.1

$\sigma_b$ (ton/cm <sup>2</sup> )	$b_e/b$
0,400	0,858
0,500	0,769
0,600	0,711
0,700	0,672
0,800	0,643
0,900	0,622
1,000	0,605

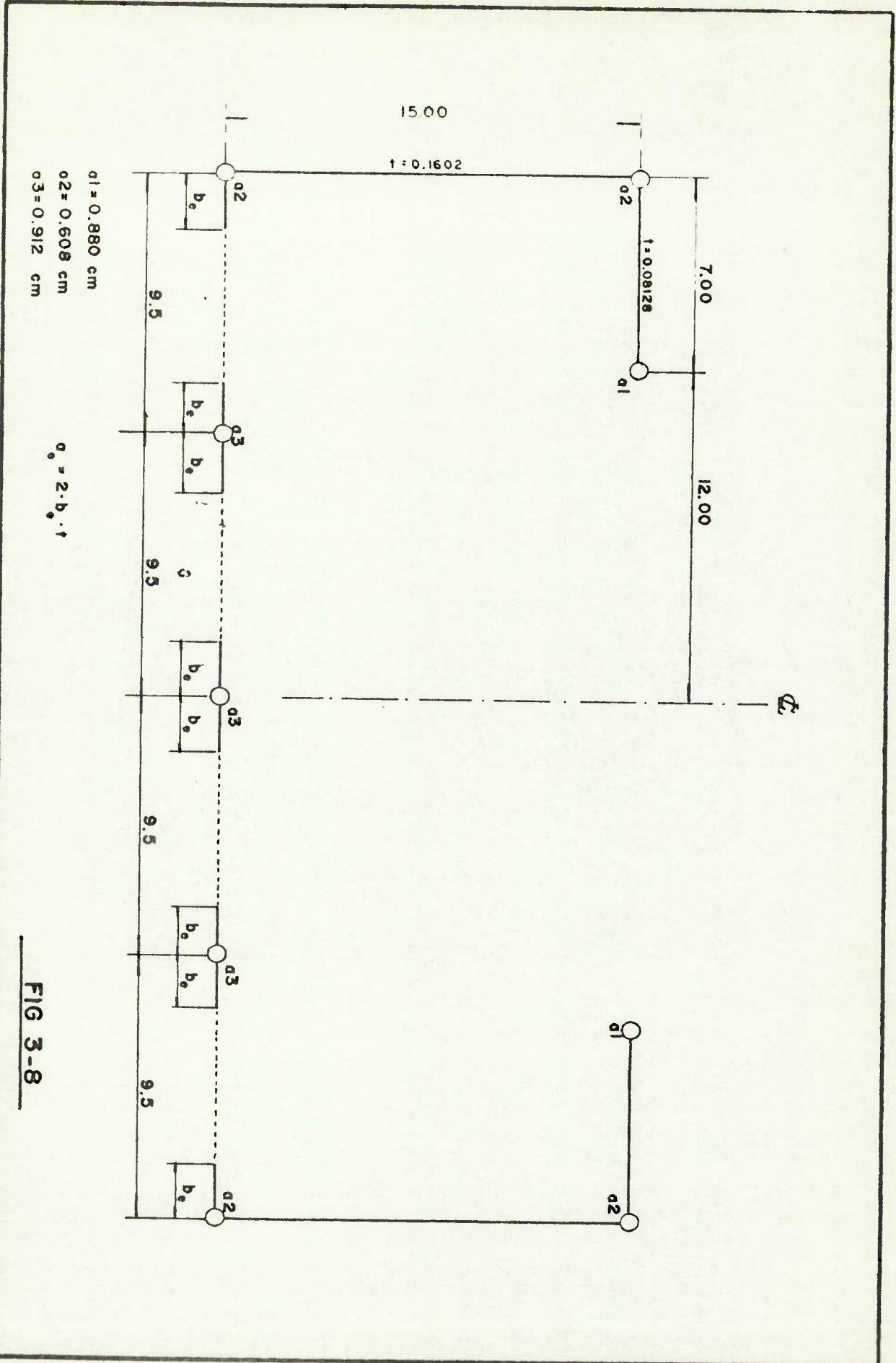


FIG 3-8

Para o levantamento da função  $\phi_2$ , de acordo com a Fig. 3.8, consideraremos as hipóteses:

- a) a tensão normal, devida a flexão da caixa no fundo é  $\sigma_b$ ;
- b) todo o fundo, abaixo da região de abertura está flambado.

Da Figura 3.8, resulta para 1/2 seção, adotando uma linha de referência passando pelo centro da chapa do fundo.

$$A_t = (6,433 + 2 \cdot A_e) \text{ cm}^2 \quad (3.1)$$

$$M_s = 48,855 \text{ cm}^3 \quad (3.2)$$

$$y_{LN} = \frac{48,855}{(6,433 + 2A_e)} \text{ cm} \quad (3.3)$$

$$I_{LN} = 633,829 - \frac{48,855^2}{(6,433 + 2A_e)} \text{ cm}^4 \quad (3.4)$$

$$w_c = \frac{I_{LN}}{(15,0 - y_{LN})} \text{ cm}^3 \quad (3.5)$$

$$w_f = \frac{I_{LN}}{y_{LN}} \text{ cm}^3 \quad (3.6)$$

$$\sigma_b = \frac{M}{w_f} \text{ ton/cm}^2 \quad (3.7)$$

e para o momento máximo devido a  $P_{cc} = 2,000 \text{ ton}$

$$M = \frac{P_{cc}}{2} \times 60,00 = 60,00 \text{ ton} \times \text{cm}$$

Na tabela 3.2, temos os valores de  $\sigma_b = f(b_e/b)$  para a seção transversal

Tabela 3.2

$A_e$ (cm <sup>2</sup> )	$b_e/b$	$\sigma_b$ (ton/cm <sup>2</sup> )
0,965	1,00	0,503
0,869	0,90	0,525
0,772	0,80	0,549
0,676	0,70	0,575
0,579	0,60	0,604
0,483	0,50	0,637
0,386	0,40	0,672
0,290	0,30	0,712
0,193	0,20	0,757
0,097	0,10	0,808
0,000	0,00	0,867

Na Figura 3.9, temos as duas funções plotadas, resultando o ponto T com:

$$\frac{b_e}{b} = 0,730$$

$$\sigma_b = 0,567 \text{ ton/cm}^2$$

$$a_e = 0,705 \text{ cm}^2, \text{ e com estes valores, temos para a seção transversal na abertura:}$$

$$A_t = 15,686 \text{ cm}^2$$

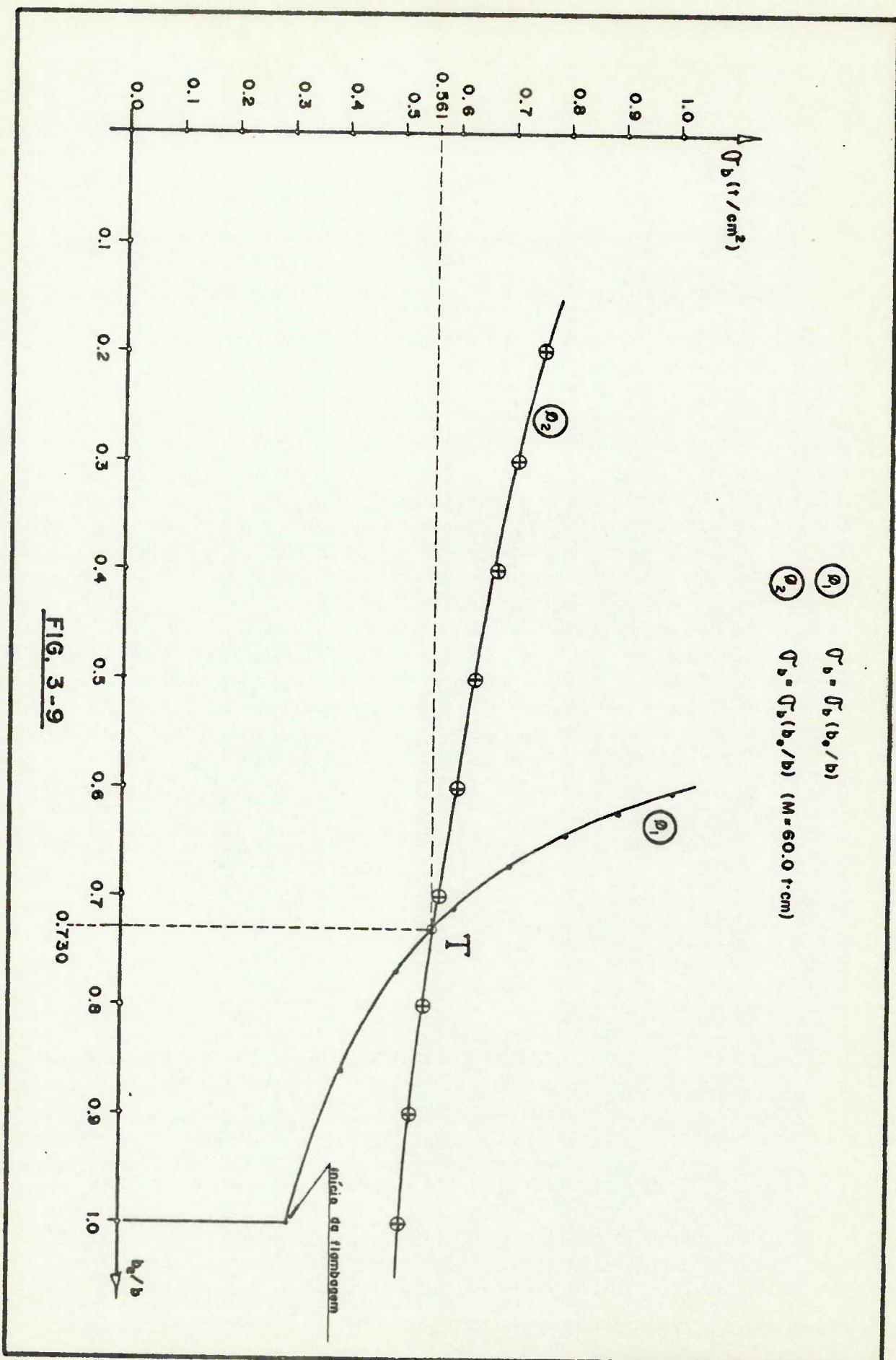
$$y_{LN} = 6,229 \text{ cm}$$

$$I_{LN} = 659,034 \text{ cm}^4$$

$$W_C = 75,138 \text{ cm}^3$$

$$W_f = 105,801 \text{ cm}^3$$

Devemos observar que houve pouca diminuição da resistência.



tência da seção transversal, após flambagem total na carga

$$P_{cc} = 2,000 \text{ ton}$$

### 3.3 Influência da Abertura na Distribuição de Tensões Normais

#### 3.3.1 Método de cálculo

Devido ao efeito de força cortante há uma alteração na distribuição das tensões normais, pois as chapas ou reforçadores afastados da alma (ou laterais), contribuem à resistência à flexão por meio do fluxo de cisalhamento existente na chapa intermediária. Estas chapas deformam-se angularmente por causa do cisalhamento;

$$\gamma = \frac{q}{t G} \quad (3.8)$$

onde

$\gamma$  = ângulo de distorção

$t$  = espessura

$G$  = módulo de elasticidade

Com isso a seção deixa de ser plana, havendo um afrouxamento das fibras alterando o diagrama de tensões normais.

Esse problema é agravado quando houver aberturas na estrutura, pois o fluxo de tensões deverá se acomodar na nova configuração, acarretando nas regiões de transição alterações na distribuição das tensões.

Na | 3 |, encontramos o método mais apropriado para a

estrutura em questão, denominado:

"Método dos três reforçadores"

Este método é baseado nas seguintes hipóteses:

- a) Dupla simetria;
- b) Caixa longa;
- c) Reforçadores de seção constante;
- d) Chapas de espessura uniforme ao longo de  $\bar{x}$ .

Consiste basicamente em substituir todos os reforçadores existentes na região de abertura, por apenas três, no esquema:

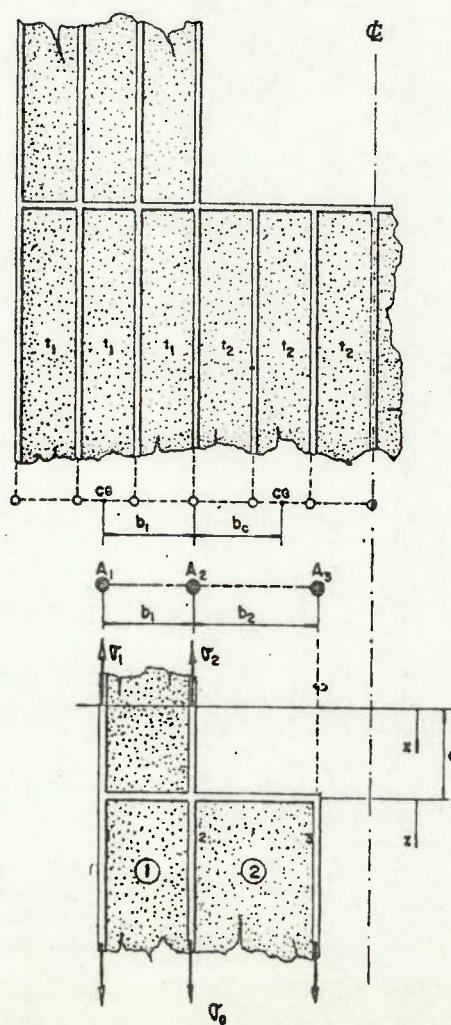


Figura 3.10

$A_1 = \Sigma$  áreas dos reforçadores a esquerda do reforçador limite, com centro de gravidade distando  $b_1$ .

$A_2$  = área do reforçador limite.

$A_3 = \Sigma$  áreas dos reforçadores a direita do reforçador limite, com centro de gravidade distando  $b_c$ ,

$$b_2 = b_c (0,65 + \frac{0,35}{n^2})$$

$n$  = número de reforçadores entre aberturas.

O formulário matemático é o seguinte:

$$K_1^2 = \frac{Gt_1}{Eb_1} \left| \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right| \quad (3.9)$$

$$K_2^2 = \frac{Gt_2}{Eb_2} \left| \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right| \quad (3.10)$$

$$\bar{K}^2 = K_1^2 K_2^2 - K_3 K_4 \quad (3.11)$$

$$K_3 = \frac{Gt_2}{Eb_1 A_2} \quad (3.12)$$

$$K_4 = \frac{Gt_1}{Eb_2 A_2} \quad (3.13)$$

$$D^2 = K_1^2 K_2^2 + 2\bar{K} \quad (3.14)$$

$$c_o = \frac{K_3 K_4}{K_2^2 \bar{K} + \bar{K}^2} \quad (3.15)$$

$$R = \frac{1}{1 + \operatorname{tgh}(K_1 d)} \quad (3.16)$$

e para a região da abertura ( $0 \leq x \leq d$ ), temos as seguintes fórmulas para as tensões:

$$\sigma_1 = \bar{\sigma} \left| 1 - \frac{R C_o A_2}{A_1} \frac{\cosh K_1 x}{\cosh K_1 d} \right| \quad (3.17)$$

$$\sigma_2 = \bar{\sigma} \left| 1 + R C_o \frac{\sinh K_1 x}{\cosh K_1 d} \right| \quad (3.18)$$

$$q_1 = \bar{\sigma} R C_o A_2 K_1 \frac{\sinh K_1 x}{\cosh K_1 d} \quad (3.19)$$

onde

$\bar{\sigma}$  = tensão normal média no centro da abertura ( $x = 0$ )

No ponto  $x = d$ , temos:

$$\sigma_{1N}, \sigma_{2N}, q_{1N} \quad e$$

$$q_{2N} = \bar{\sigma} A_2 \frac{K_1^4}{D} \left| 1 + R C_o + \frac{K_1^2}{K} \right| \quad (3.20)$$

A partir de  $z = 0$  (fim da abertura) a distribuição na região de  $\sigma_0$  constante é:

$$\sigma_3 = \sigma_0 \left| 1 - e^{-r_1 z} \right| \quad (3.21)$$

$$\sigma_2 = \sigma_0 + (\sigma_{2N} - \sigma_0) e^{-r_2 z} \quad (3.22)$$

$$\sigma_1 = \sigma_0 + \frac{A_2}{A_1} (\sigma_0 - \sigma_2) + \frac{A_3}{A_1} (\sigma_0 - \sigma_3) \quad (3.23)$$

$$q_2 = q_{2N} e^{-r_3 z} \quad (3.24)$$

$$q_1 = q_{2N} e^{-r_1 z} - (q_{2N} - q_{1N}) e^{-r_2 z} \quad (3.25)$$

onde

$$r_1 = \frac{q_{2N}}{A_3 \sigma_0} \quad (3.26)$$

$$r_2 = \frac{q_{2N} - q_{1N}}{A_2(\sigma_{2N} - \sigma_0)} \quad (3.27)$$

$$r_3 = \frac{G \sigma_{2N}}{E b_2 \tau_{2N}} \quad (3.28)$$

$$\tau_{2N} = \frac{q_{2N}}{t_2} \quad (3.29)$$

### 3.3.2 Cálculo das tensões

Para o modelo em questão, temos o seguinte esquema:

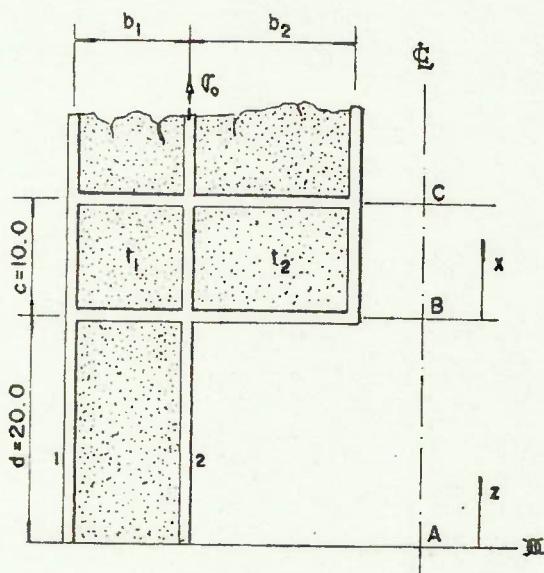


Figura 3.11

$$b_1 = 7,00 \text{ cm}$$

$$b_2 = 12,00 \text{ cm}$$

$$A_1 = 0,608 + 3,5 \times t_1 = 0,892 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 0,880 + 9,5 \times t_1 = 0,927 \text{ cm}^2$$

$$d = 20,00 \text{ cm}$$

$$c = 10,00 \text{ cm}$$

Resultando para os valores acima:

$$K_1 = 87,091 \times 10^{-3}$$

$$K_2 = 65,696 \times 10^{-3}$$

$$K_3 = 2,659 \times 10^{-3}$$

$$K_4 = 1,551 \times 10^{-3}$$

$$\bar{K} = 5,155 \times 10^{-3}$$

$$D = 150,319 \times 10^{-3}$$

$$C_0 = 59,625 \times 10^{-3}$$

$$R = 515,34 \times 10^{-3}$$

Para o valor de  $\sigma_0$ , temos antes de flambar:

$$\sigma_0 = \frac{0,5 \times 60}{117,191} = 0,256 \text{ ton/cm}^2$$

e depois de flambar:

$$\sigma_0 = \frac{1,0 \times 60}{117,191} = 0,512 \text{ ton/cm}^2$$

Para o valor de  $\bar{\sigma}$ , temos antes de flambar:

$$\bar{\sigma} = \frac{0,5 \times 60}{76,088} = 0,394 \text{ ton/cm}^2$$

e depois de flambar:

$$\bar{\sigma} = \frac{1,0 \times 60}{75,138} = 0,799 \text{ ton/cm}^2$$

Na tabela 3.3, temos a distribuição das tensões, e outros esforços correntes, antes e depois de flambar:

Tabela 3.3

$x$	$P_{CC} = 1,000 \text{ ton}$			$P_{CC} = 2,000 \text{ ton}$		
	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$
1,0	0,386	0,398	$0,52 \times 10^{-3}$	0,782	0,806	$0,105 \times 10^{-3}$
5,0	0,385	0,398	$0,265 \times 10^{-3}$	0,781	0,807	$0,105 \times 10^{-3}$
10,0	0,353	0,399	$0,583 \times 10^{-3}$	0,776	0,809	$1,181 \times 10^{-3}$
15,0	0,378	0,402	$1,012 \times 10^{-3}$	0,767	0,814	$2,051 \times 10^{-3}$
20,0	0,371	0,407	$1,637 \times 10^{-3}$	0,752	0,825	$3,317 \times 10^{-3}$

Na tabela 3.4, temos os resultados da distribuição de tensões do ponto B ao ponto C da figura 3.11, que é uma região de momento fletor constante. Para esta tabela, os seguintes valores de constantes foram usados:

Para  $P_{CC} = 1,000 \text{ ton}$

$$r_1 = 7,039 \times 10^{-2}$$

$$r_2 = 5,808 \times 10^{-2}$$

$$r_3 = 6,329 \times 10^{-2}$$

Para  $P_{CC} = 2,000 \text{ ton}$

$$r_1 = 6,948 \times 10^{-2}$$

$$r_2 = 5,954 \times 10^{-2}$$

$$r_3 = 6,325 \times 10^{-2}$$

Tabela 3.4

$P_{CC}$	$P_{CC} = 1,000 \text{ ton}$			$P_{CC} = 2,000 \text{ ton}$		
	$z$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
1	0,228	0,398	0,017	0,461	0,807	0,035
5	0,224	0,368	0,075	0,453	0,745	0,752
10	0,223	0,339	0,128	0,451	0,687	0,259
15	0,225	0,317	0,165	0,451	0,643	0,259
20	0,228	0,301	0,191	0,461	0,670	0,387

## CAPÍTULO IV

## CÁLCULO TEÓRICO PARA TORÇÃO

4.1 Critérios de Cálculo

Toda a teoria utilizada neste capítulo, está baseada na [2], desenvolvida por V.S.VLASOV em 1939-1940, e devi damente traduzida em [3].

Para o nosso modelo, temos duas regiões distintas, que estarão sujeitas a torção:

- a) região fechada;
- b) região com abertura .

Um método para o cálculo das tensões, será dividir a caixa em três regiões, de acordo com a figura 4.1, isolan do-se a parte com abertura para cálculos em separado, como mostra a região BC da figura 4.1.

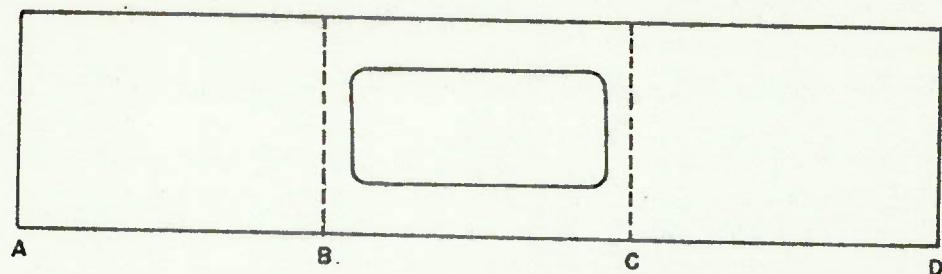


Figura 4.1

Como o momento torçor é aplicado em uma das extremidades, ele transmite-se ao longo da caixa, possibilitando assim a separação.

As condições de contorno, serão dadas pela relação de retorção entre a região fechada e a região com abertura.

#### 4.2 Propriedades Geométricas na Região Fechada

Para uma caixa fechada podemos escrever a seguinte equação, tirada de [2].

$$\frac{\partial w}{\partial s} = \frac{T}{G} \left| \frac{1}{2At} - \frac{P}{I_T} \right| \quad (4.1)$$

sendo

$$I_T = \frac{4A^2}{\int \frac{ds}{x}} \quad (4.2)$$

Simplificamos a seção transversal na região fechada, considerando os reforçadores como uma área distribuída ao

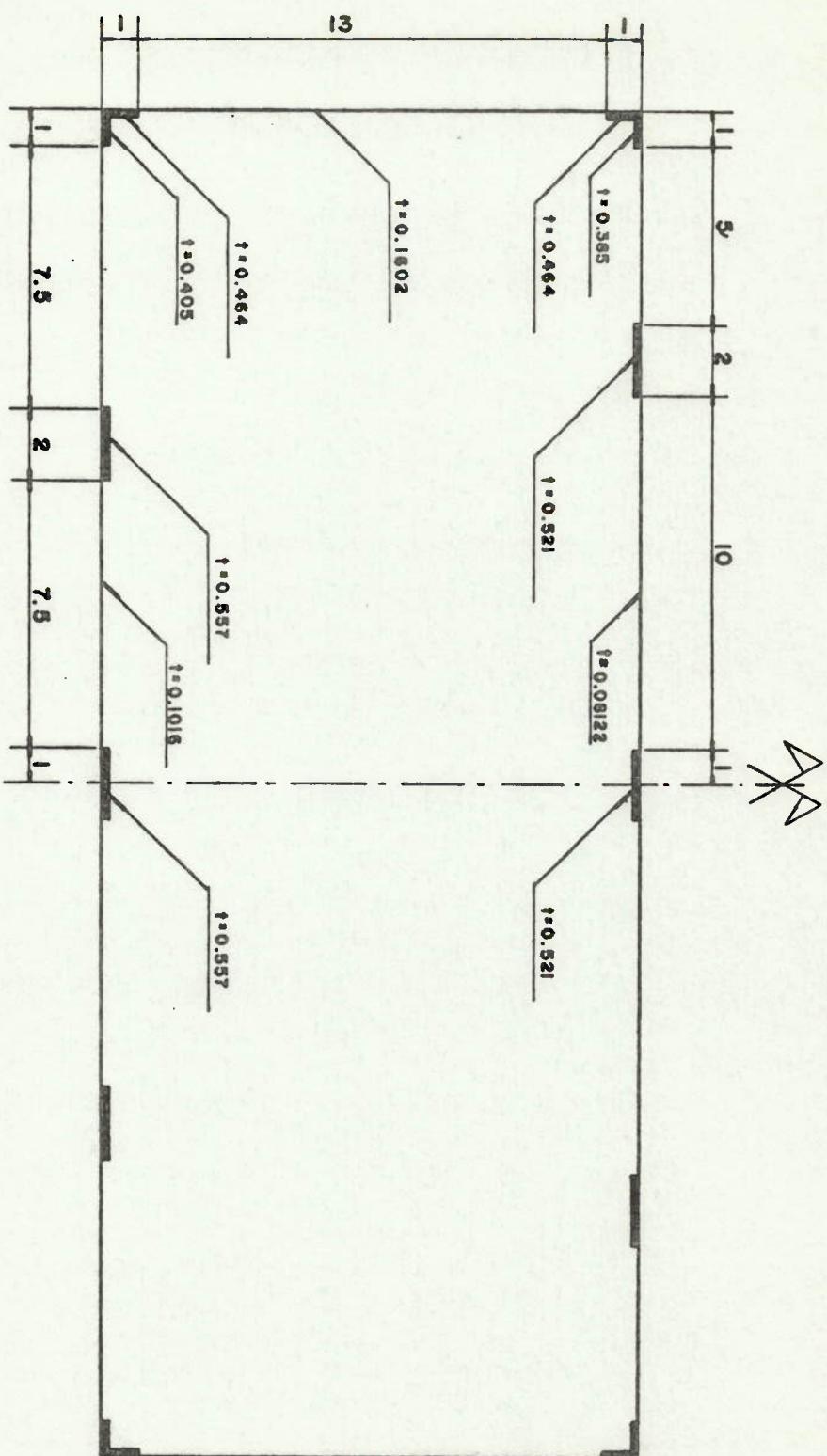


FIG. 4-2

longo de um comprimento  $\Delta S$ , como mostra a figura 4.2. O centro de torção coincide com o centro de gravidade, e de acordo com 4.1:

$$w \left|_O^S = \frac{T}{G} \left| \frac{1}{2At} - \frac{P}{IT} \right| \frac{\partial S}{\partial S} \right. \quad (4.3)$$

teremos a retorção para cada ponto.

Das dimensões da caixa, considerando um momento torçor unitário:

$$T = 1,000 \text{ ton x cm}$$

$$A = 570,0 \text{ cm}^2$$

$$I_T = 1263,215 \text{ cm}^4$$

resulta

Retorção no ponto A (Fig. 4.3)

$$w_A = 102,125 \times 10^{-6} \text{ cm}$$

Retorção no ponto B (Fig. 4.3)

$$w_B = -436,050 \times 10^{-6} \text{ cm}$$

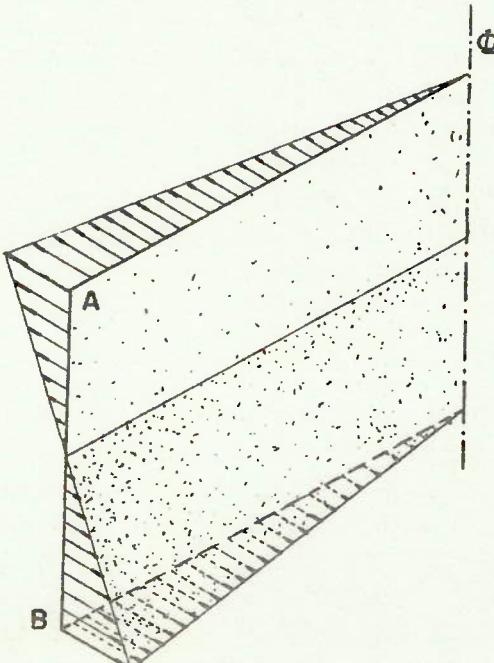


Figura 4.3

#### 4.3 Propriedades Geométricas na Região da Abertura

##### 4.3.1 Descrição do método de cálculo utilizado

Nesta região, calcularemos as propriedades como se a caixa fosse uma chapa de espessura variável, com reforçadores. Estes reforçadores só serão levados em conta como área transversal, ou seja, desprezaremos sua riqueza própria.

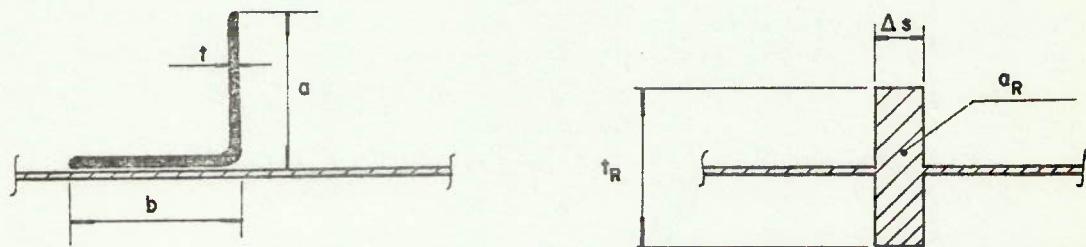


Figura 4.4

A figura 4.4, mostra a simplificação utilizada para os reforçadores, onde:

$$a_R = (a + b) \times t \quad e \quad t_R = \frac{a_R}{\Delta s} \quad (4.4)$$

De acordo com |2| e |3|, para uma chapa de espessura variável com reforçadores, temos:

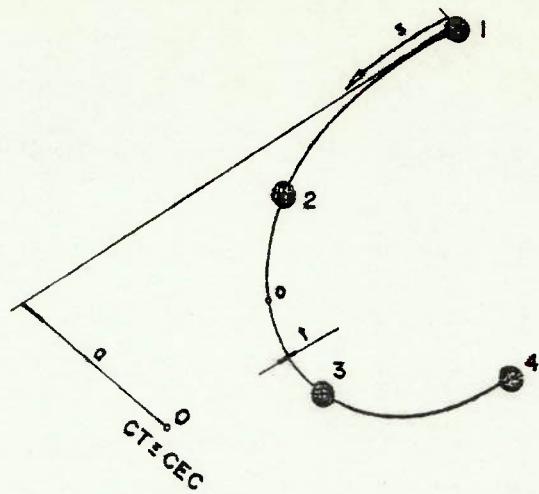


Figura 4.5

O ponto de partida da teoria é a relação

$$\gamma = \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad (4.5)$$

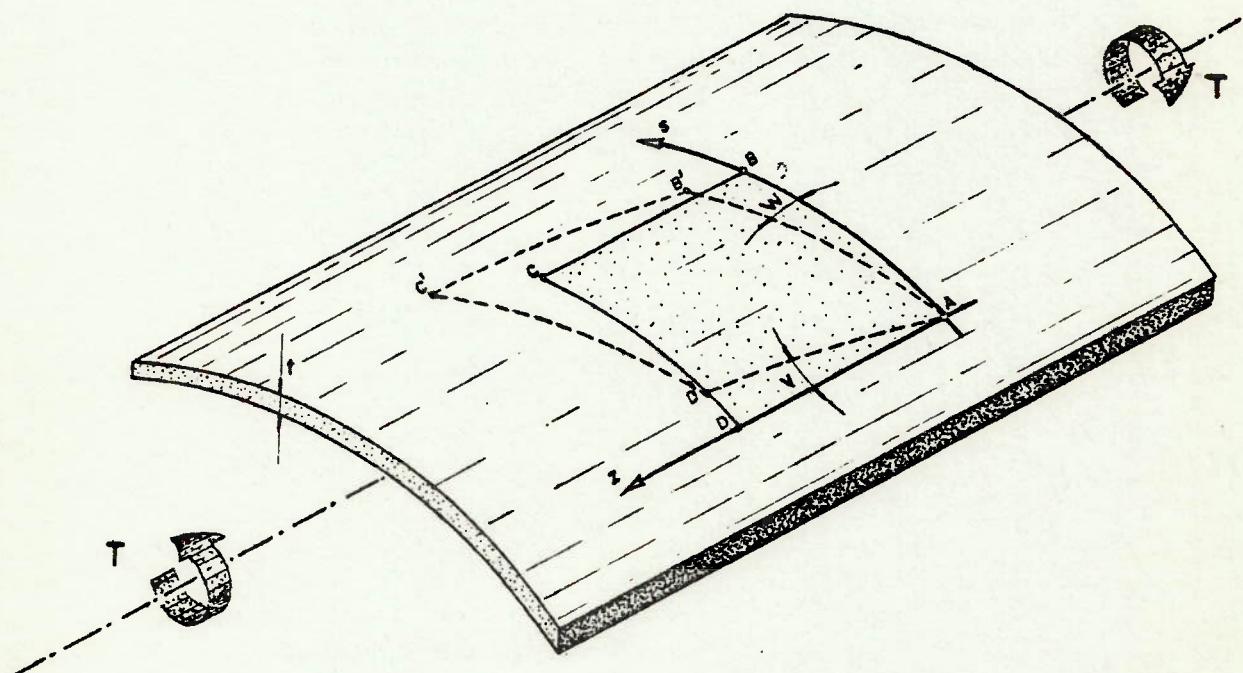


Figura 4.6

A figura 4.6, representa uma chapa sob torção, logo

sofre uma rotação  $\theta$  que provocará nos elementos uma deformação  $\gamma$ , ou

$$\gamma_1 = \frac{\partial v}{\partial z} \quad (4.6)$$

$$\gamma_2 = \frac{\partial w}{\partial s} \quad (4.7)$$

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad (4.8)$$

Em relação ao C.E.C, podemos escrever como relação geométrica:

$$\gamma_1 = \frac{\partial v}{\partial z} = p \frac{d\theta}{dz} \quad \text{logo:} \quad (4.9)$$

$$\gamma = \frac{\partial w}{\partial s} + p \frac{d\theta}{dz} \quad (4.10)$$

Quando tivermos toda a torção resistida por flexão, podemos adotar:

$$\gamma = 0, \quad \text{logo:}$$

$$\frac{\partial w}{\partial s} = - p \frac{d\theta}{dz} \quad (4.11)$$

e de relações geométricas

$$w \Big|_0^s = - 2A_s \frac{d\theta}{dz} \quad (4.12)$$

O ponto  $\theta$  representa a origem para determinação da área sectorial  $A_s$ , tal que:

$$\int_0^s 2A_s t ds = 0 \quad (4.13)$$

sendo essa área sectorial uma relação, que depende só do caminho a ser percorrido (ver fig. 4.5).

Os gráficos da figura 4.7, mostram o caminho para determinação de:

$A_{s0}$ ,  $A_{s\theta}$  e  $\Gamma$  para uma seção aberta com reforça-

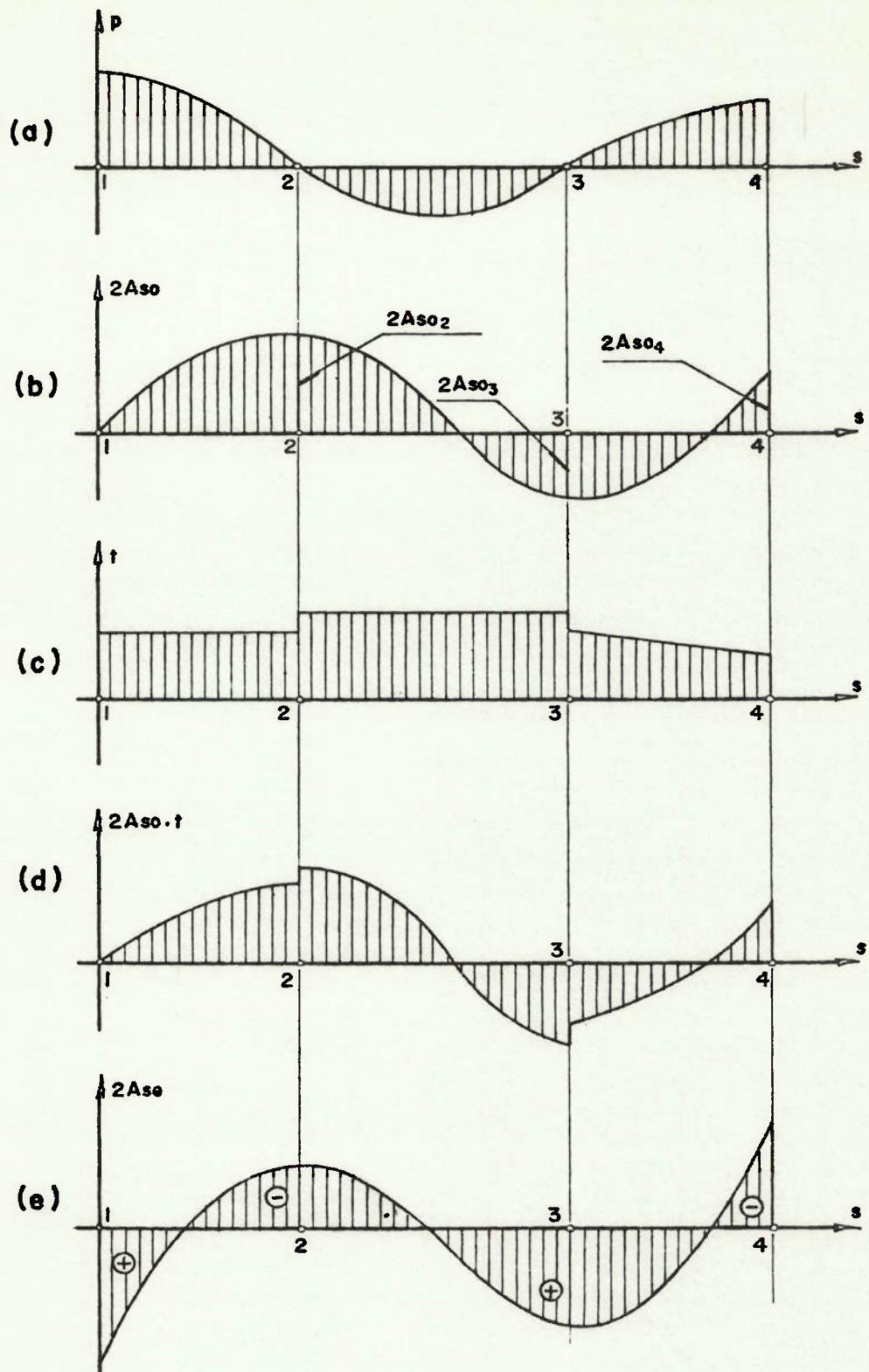


FIGURA 4.7.

dores, e espessura de chapa variável

O gráfico (a), representa a distância ao ponto do contorno  $s$ , a partir do C.T.

O gráfico (b), representa a integral de  $p = p(s)$ , ao longo de  $s$ , ou:

$$2A_{s0} = \int_0^s p ds \quad (4.14)$$

O gráfico (c), representa a distribuição de espessura da chapa ao longo de  $s$ , cuja integral vale  $ac$ , ou:

$$t = f(s) , \quad \int t ds = ac \quad (4.15)$$

O gráfico (d), representa o produto das curvas (b) e (c), ou:

$$2A_{s0} \cdot t = f(s) \quad (4.16)$$

O gráfico (e), representa a distribuição de área sectorial ao longo de  $s$ , já determinada a origem  $\theta$ , ou:

$$A_{s\theta} = f(s)$$

Podemos escrever do gráfico (d) que:

$$\int_0^s 2A_{s0} t ds = x_0 \quad (4.17)$$

Para determinarmos a origem  $\theta$ , temos que impor o equilíbrio, determinando:

$$\int_0^s |2A_{s0} - 2A_{\theta 0}| t ds = 0 \quad (4.18)$$

Porém, levando em conta os reforçadores, que devido a simplificação colaboram somente com área ao longo de um  $ds$ ,

vem:

$$\int_0^s |2A_{s\theta} - 2A_{\theta\theta}| t \, ds + a_{R1} |2A_{s\theta} - 2A_{\theta\theta}| + \\ + a_{R2} |2A_{s\theta_2} - 2A_{\theta\theta}| + \dots = 0 \quad (4.19)$$

onde  $2A_{s\theta_i}$ , estão representados no gráfico (b) da figura 4.7

Resulta para o equilíbrio:

$$2A_{\theta\theta} = \frac{x_o + a_{R1} 2A_{s\theta_1} + \dots}{ac + a_{R1} + a_{R2} + \dots} \quad (4.20)$$

Fica assim, determinado a distribuição de área sectorial ao longo de  $s$ , como mostra a figura (e)

Para determinação do momento de inércia sectorial, temos que determinar as funções;

$$|2A_{s\theta}|^2 = f(s) \quad (4.21)$$

$$|2A_{s\theta}|^2 t = g(s) \quad (4.22)$$

sendo que

$$\Gamma_{chapa} = \int_0^s |2A_{s\theta}|^2 t \, ds , \quad \text{e para levar}$$

em conta os reforçadores:

$$\Gamma_{total} = \Gamma_{chapa} + |2A_{s\theta_1}|^2 a_{R1} + |2A_{s\theta_2}|^2 a_{R2} + \\ + |2A_{s\theta_3}|^2 a_{R3} + \dots \quad (4.23)$$

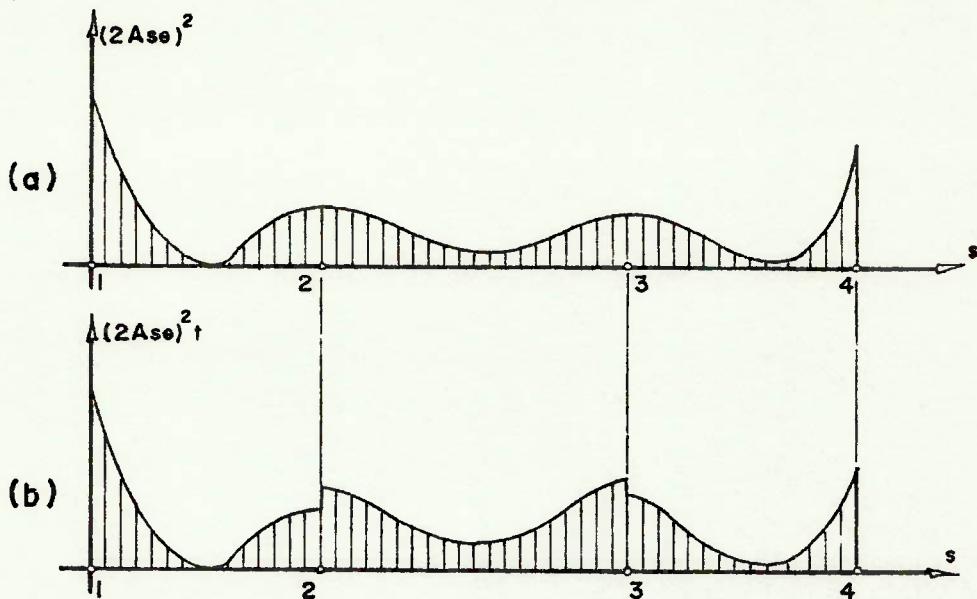


Figura 4.3

Representação das funções (4.21) e (4.22)

#### 4.3.2 Cálculo das propriedades geométricas

Inicialmente devemos determinar o C.T. ou C.E.C, para a figura 4.9, calculando o momento das tensões de cizalhamento em relação ao ponto A.

Para uma força  $Q$  aplicada na direção de  $\vec{x}$ , no C.E.C. temos:

$$Q \cdot d = M_A \quad (\text{ver figura 4.9}) \quad (4.24)$$

$$M_A = \int_0^s q ds \quad (4.25)$$

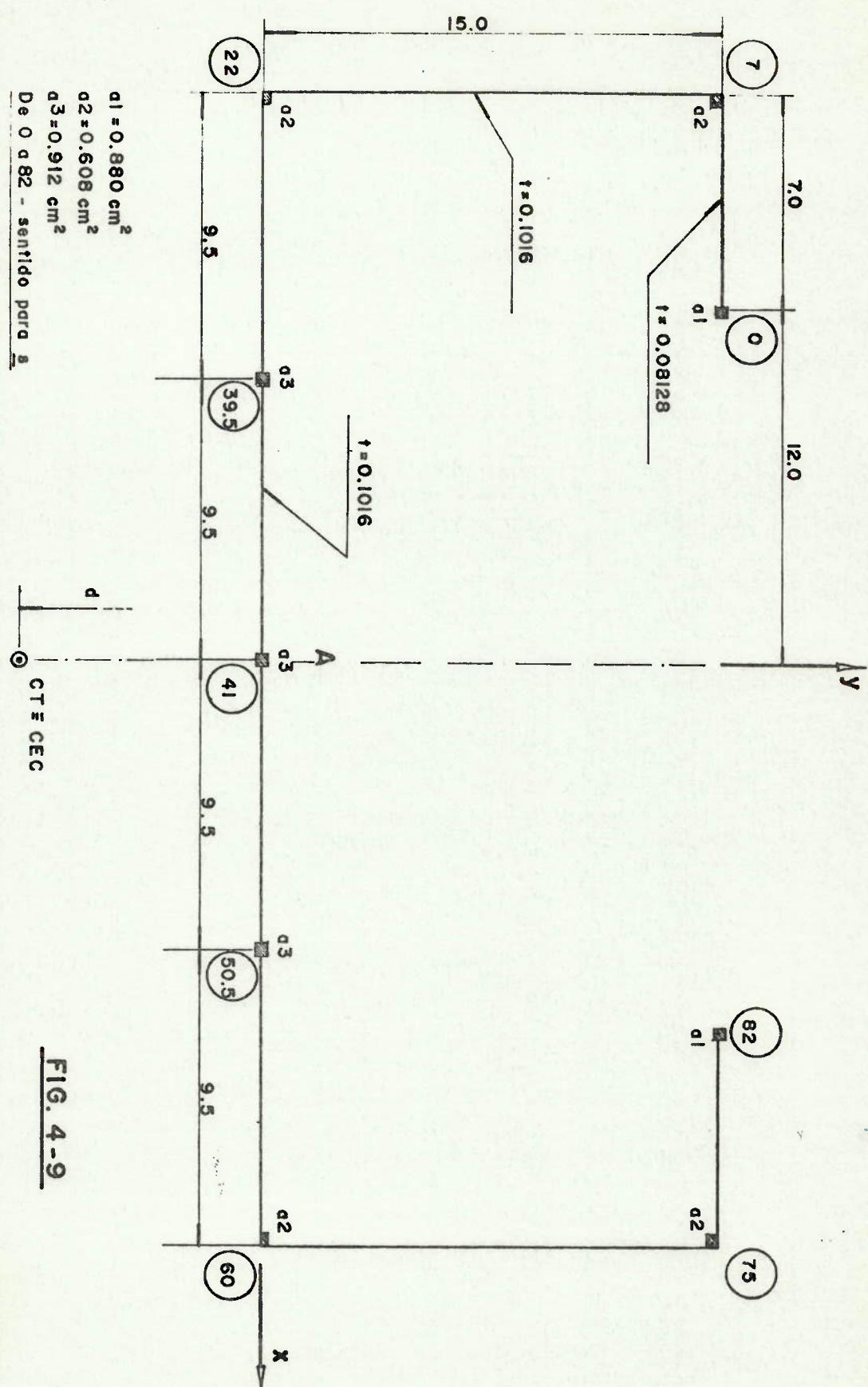


FIG. 4-9

$$q = \int_0^s \bar{y}_{LN} t ds \quad (4.26)$$

$\bar{y}_{LN}$  = distância do ponto do eixo que passa pelo C.T.

supondo  $Q = I_{yy}$  para a seção.

Na figura 4.10, temos a curva que representa

$\bar{y}_{LN}.t = f(s)$ , e na figura 4.11 a curva que representa

$$q = f(s) \quad (4.27)$$

Para o cálculo de  $M_A$  devido a  $q(s)$ , até o ponto da figura 4.9, resulta:

$$M_A = 33470,38 \text{ ton cm} \quad \text{e}$$

$$d = \frac{M_A}{Q} \quad \text{e como}$$

$$Q = I_{yy} = 3773,600 \text{ cm}^4$$

$$d = 8,870 \text{ cm} \text{ do ponto A, no eixo } \vec{y}$$

De acordo com a figura 4.11, temos na figura 4.12, a curva:

$p = p(s)$ , e na figura 4.13, temos a curva que representa (4.14), e os valores indicando (4.15).

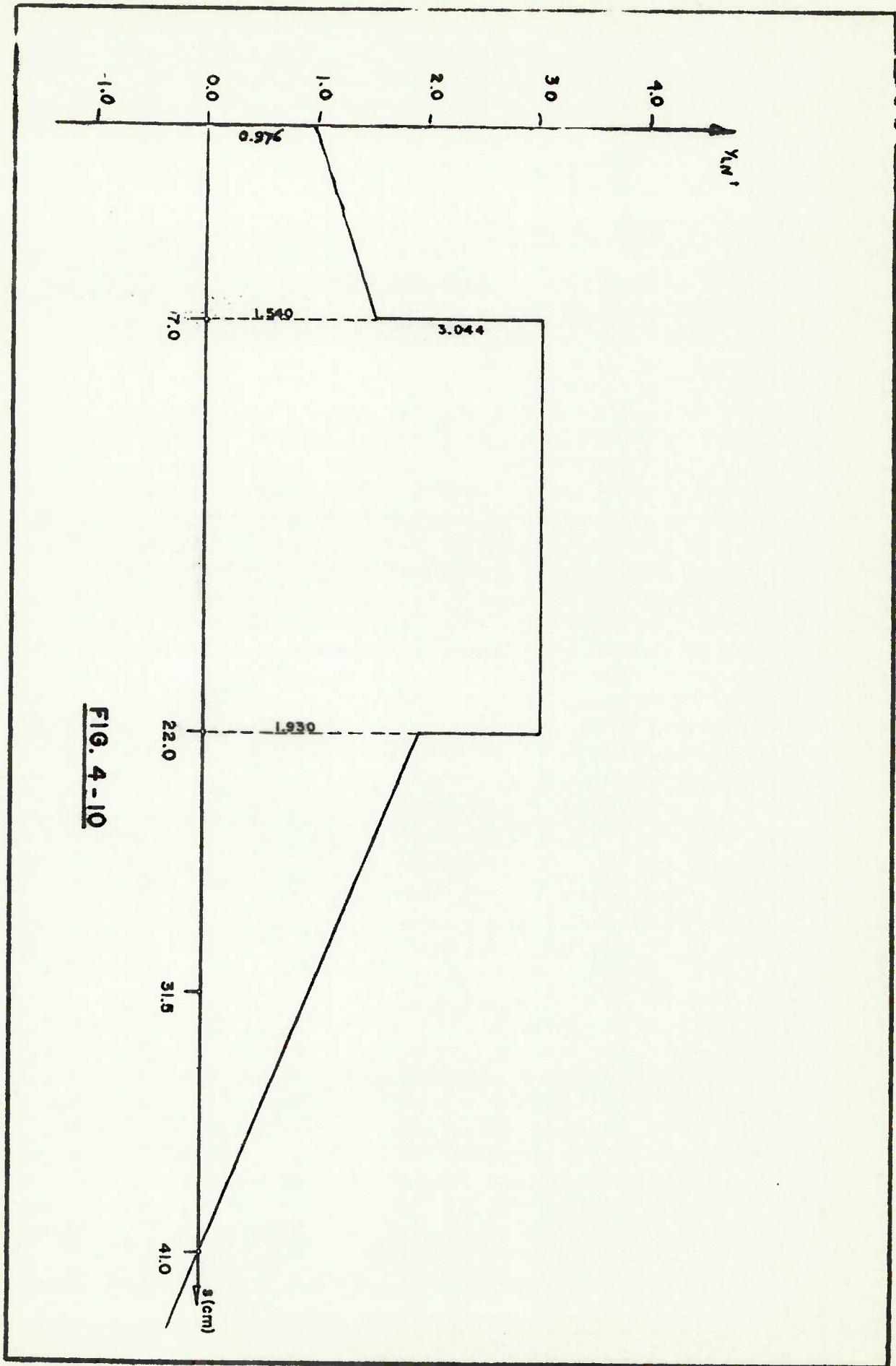


FIG. 4-10

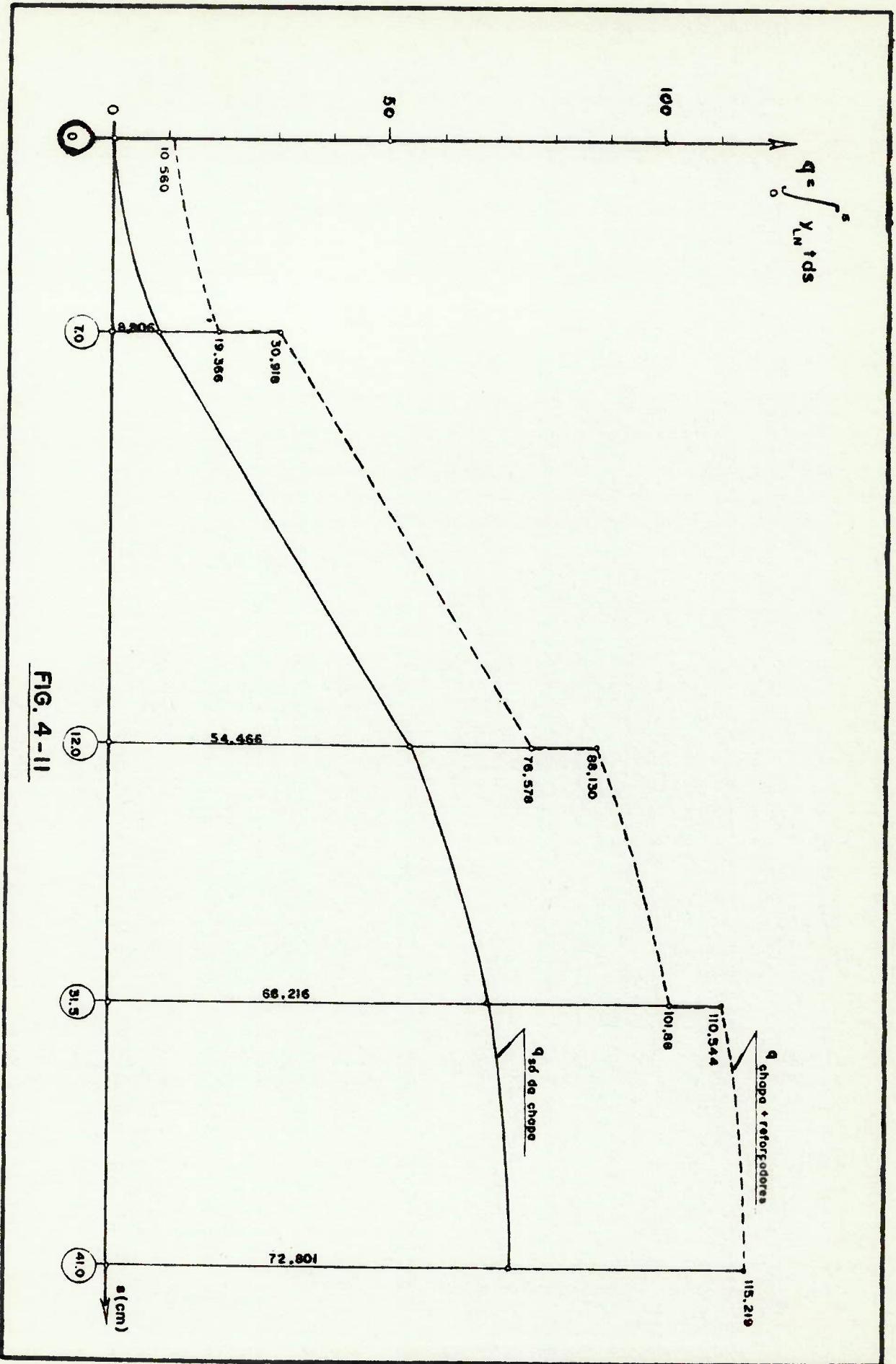


FIG. 4-11

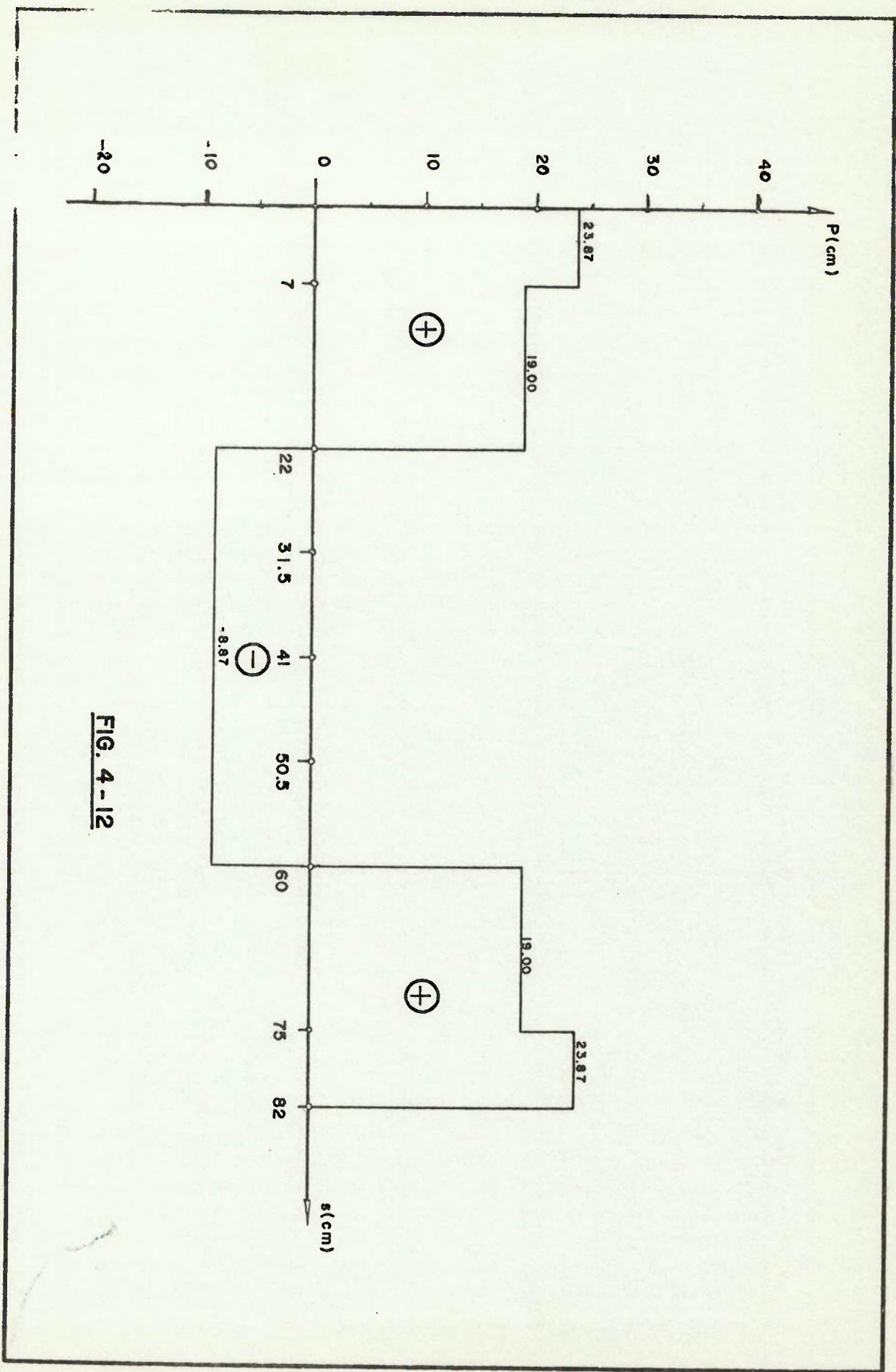


FIG. 4-12

Resultam os seguintes valores:

$$x_o = \int_0^s 2A_{so} x ds = 2773,770 \text{ cm}^4$$

$$a_c = 9,804 \text{ cm}^2$$

Da figura 4.13, tiramos os multiplicadores

$A_{soi}$ , para cada reforçador, resultando a

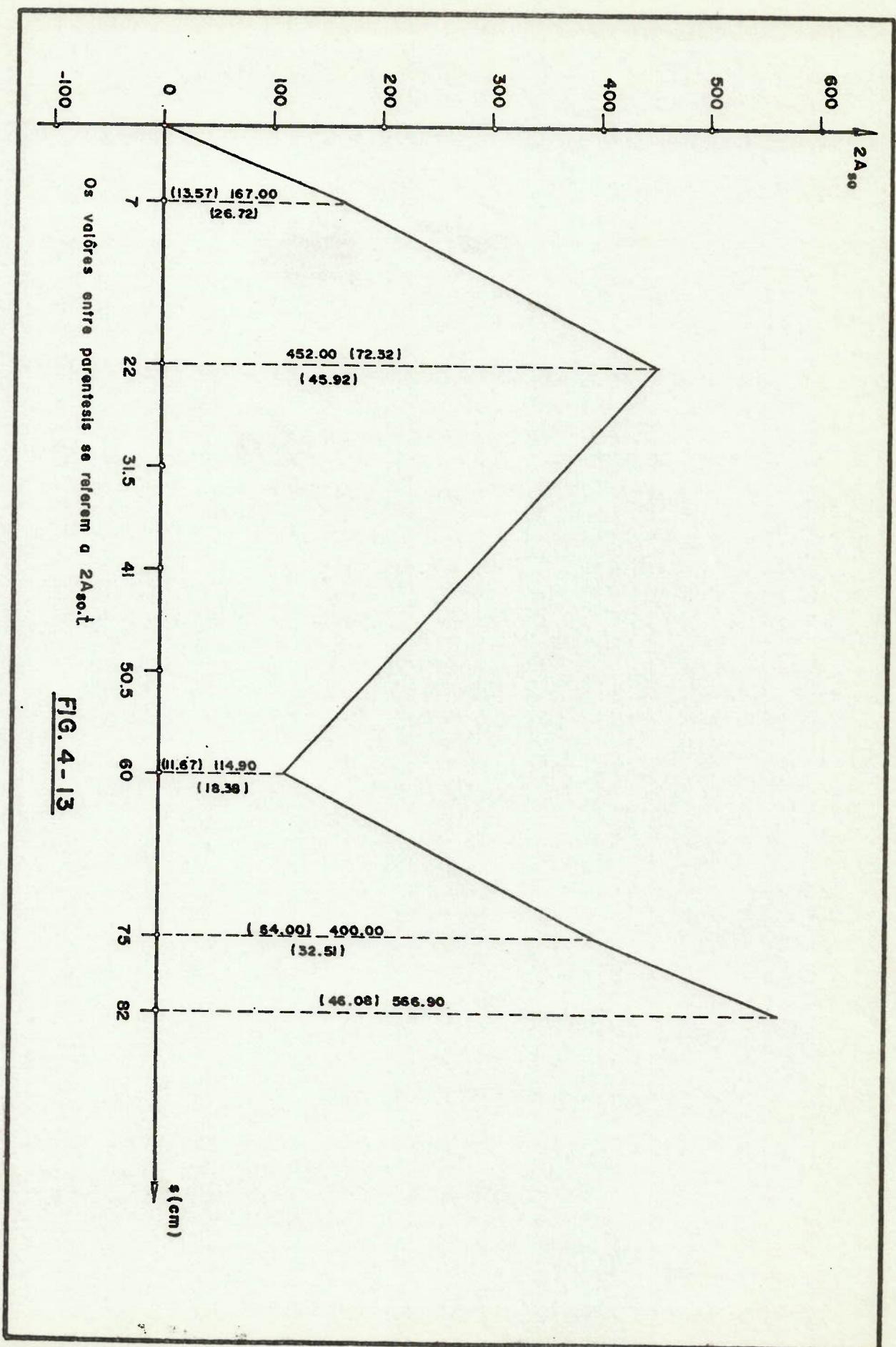
Tabela 4.1

Perfil	$2A_{soi} (\text{cm}^2)$	$a_{Ri} (\text{cm}^2)$	$2A_{soi} \cdot a_{Ri}$
em 0	0	0,880	0
" 7	167,00	0,608	101,54
" 22	452,00	0,608	274,82
" 31.5	365,00	0,912	332,88
" 45.0	290,00	0,912	255,36
" 50.5	195,00	0,912	177,84
" 60.0	115,00	0,608	69,92
" 75.0	400,00	0,608	243,20
" 82.0	566,90	0,880	498,87
$\Sigma$		6,930	1954,430

logo temos de (4.20)

$$A_{so} = 282,62 \text{ cm}^2$$

Fazendo a correção do gráfico da figura 4.13, obtemos a curva na figura 4.14, onde :



**FIG. 4-13**

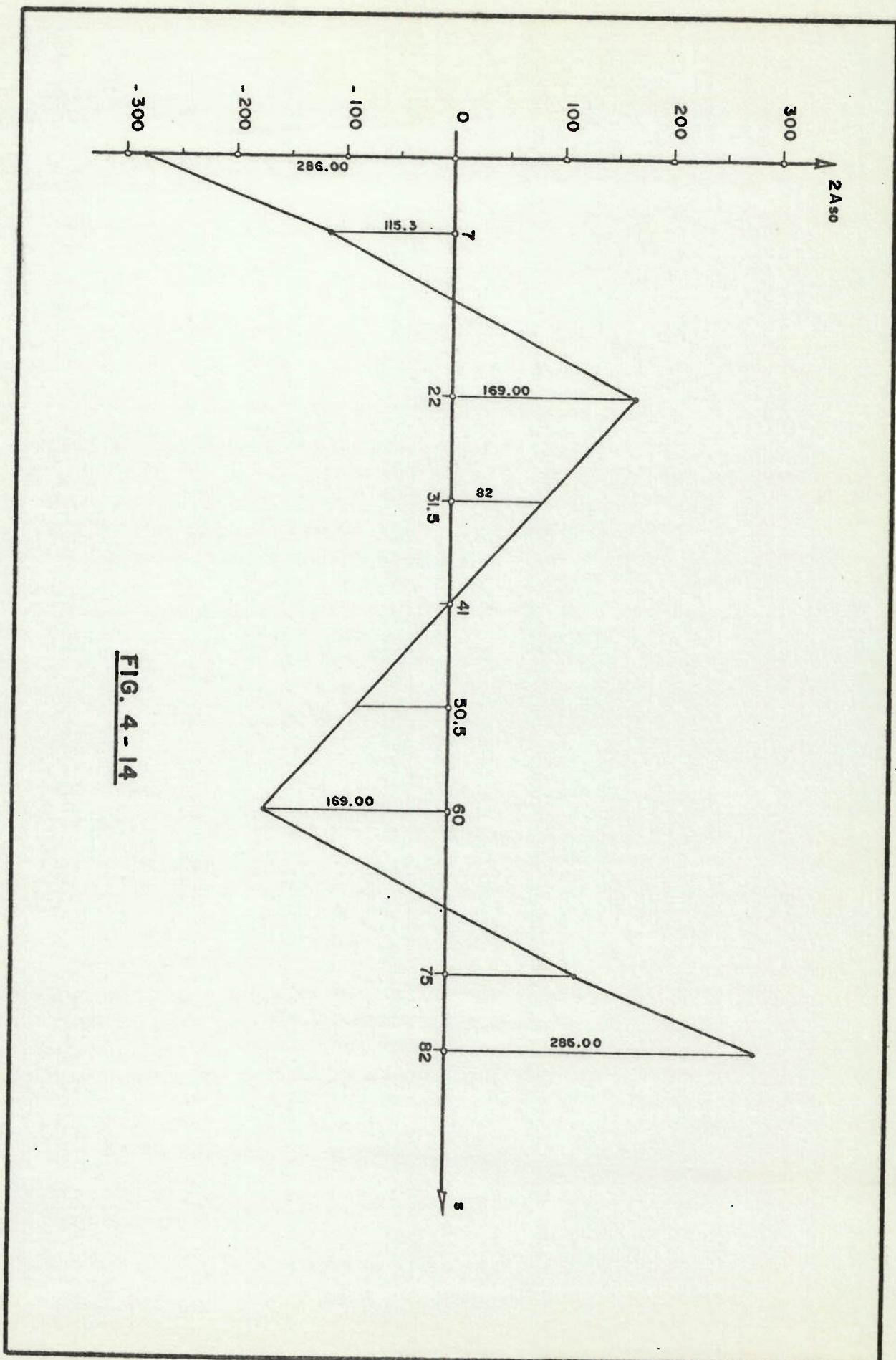
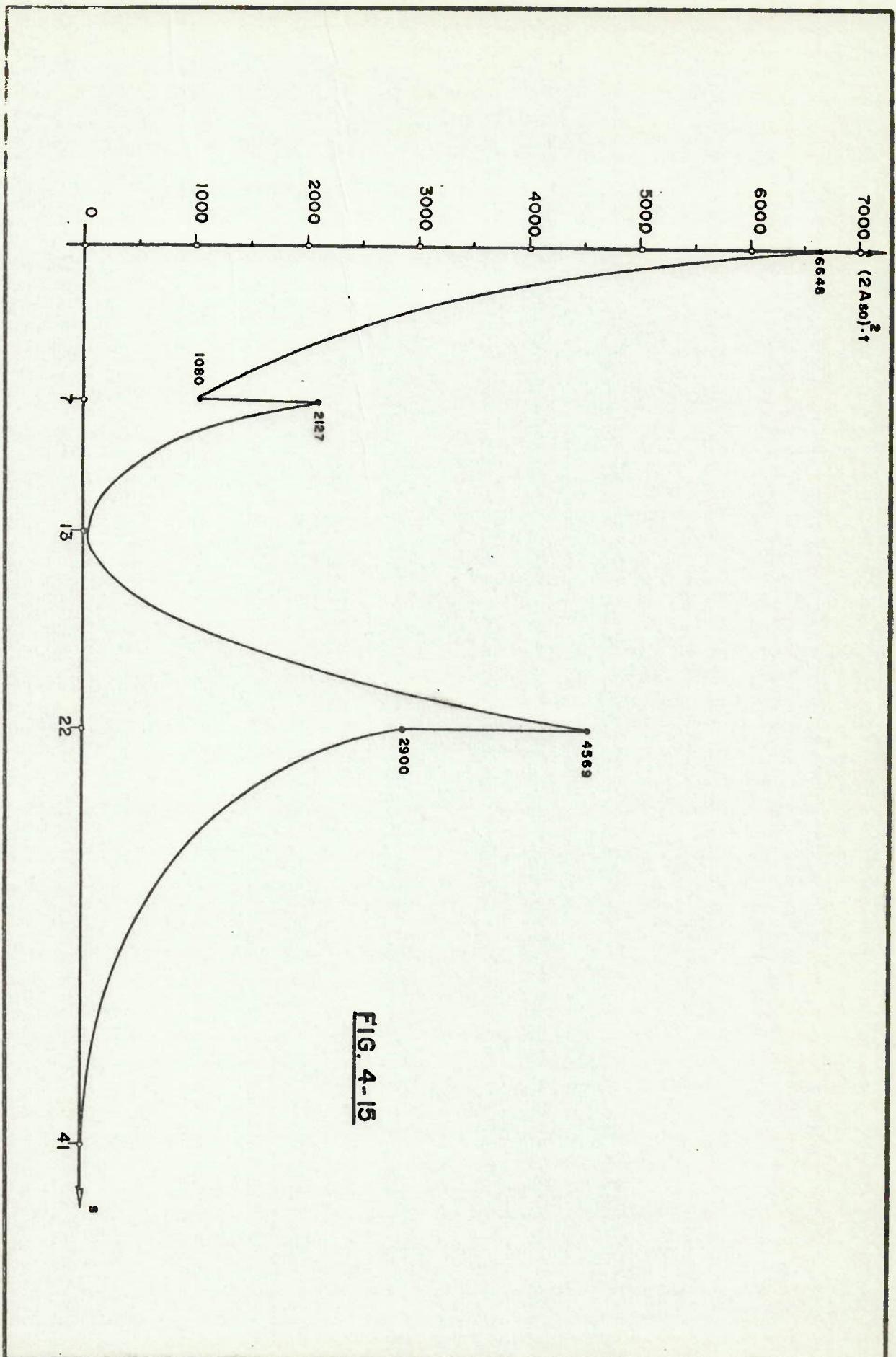


FIG. 4-14



$$\left| 2A_{s\theta} - 2A_{s\theta 0} \right| = f(s) = 2A_{s\theta 0} \quad (4.28)$$

Para o cálculo do momento de inércia sectorial, temos na figura 4.15, a curva que representa (4.22),

$$\left| 2A_{s\theta} \right|^2 t = f(s) ,$$

cuja integral determina o momento de inércia sectorial sómente da chapa, e vale:

$$\Gamma_{chapa} = \int_0^s \left| 2A_{s\theta} \right|^2 t ds$$

$$\Gamma_{chapa} = 11395,300 \text{ cm}^6$$

Devemos porém, acrescentar a contribuição dos reforçadores, ou de (4.23)

$$\Gamma_{total} = \Gamma_{chapa} + a_{R1} \left| 2A_{s\theta} \right|^2 + a_{R2} \left| 2A_{s\theta} \right|^2 + \dots$$

Na tabela 4.2, temos para 1/2 seção :

Tabela 4.2

Perfil	$\left  2A_{s\theta i} \right ^2$	$a_{R_i}$	$\left  2A_{s\theta i} \right ^2 \cdot a_{R_i}$
em 0	81 796,00	0,880	71 980,48
" 7	13 294,00	0,608	8 082,80
" 22	28 561,00	0,608	17 365,10
" 31.5	6 724,00	0,912	6 132,23
" 41.0	0	0,912	0

103 560,26

Resultando o momento de inércia sectorial:

$$\Gamma_{total} = 113959,3 + 2 \times 103560,26 = 321079,82 \text{ cm}^6$$

$$\Gamma_{total} = 321079,82 \text{ cm}^6$$

#### 4.4 Tensões Devidas a Torção na Região da Abertura

Para o cálculo das tensões devidas a retorção na região da abertura, podemos verificar que:

- a retorção na região fechada, é muito menor do que na região de abertura, ver 4.2 e 4.3.2;
- o momento torçor é constante ao longo de toda a região da abertura.

Logo, como uma simplificação para o cálculo das tensões, podemos esquematizar:

- as duas extremidades correspondentes às regiões fechadas, podem significar diafragmas rígidos para a região de abertura;
- o momento torçor é transmitido pelos diafragmas, podendo-se considerar no centro da região de abertura:

$$\theta = 0 \text{ (ângulo de torção)}$$

$$z = 0 \text{ (deslocamento na direção longitudinal);}$$

e de acordo com a figura 4.16:

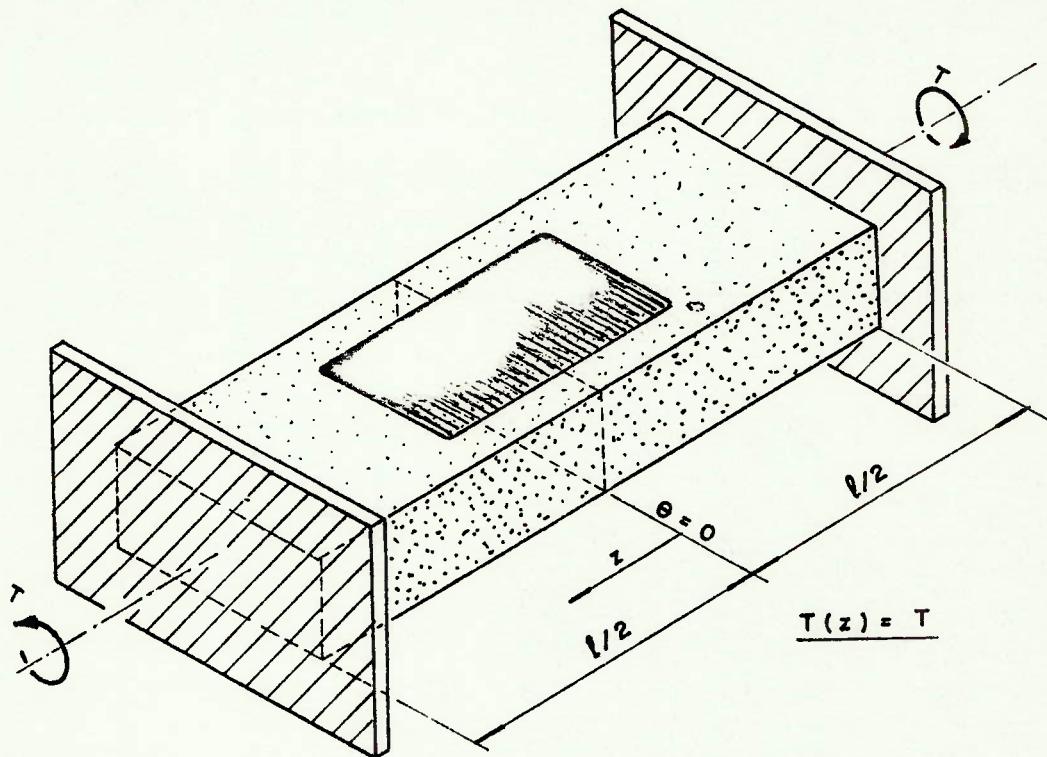


Figura 4.16

Para o esquema da figura 4.16, de | 2 | e | 3 |, temos partindo da equação geral;

$$\frac{d^4 \theta}{dz^4} - k^2 \frac{d^2 \theta}{dz^2} = f(z) \quad (4.29)$$

$$f(z) = \frac{1}{E\Gamma} \frac{dT}{dz} \quad (4.30)$$

$$k^2 = \frac{GI}{E\Gamma} T \quad (4.31)$$

resultando na solução geral

$$\theta(z) = c_1 + c_2 z + c_3 \sin h(kz) + c_4 \cos h(kz) + \theta_p(z) \quad (4.32)$$

sendo  $\theta_p(z)$  uma solução particular.

Para as condições de contorno da figura 4.16, temos:

$$\begin{array}{lll} z = 0 & \theta = 0 & B = 0 \\ z = L/2 & \theta' = 0 & T = T_0 \end{array}$$

resultando

$$\theta = \frac{T}{GI} \left| z - \frac{\sin h(kz)}{k \cos h(\frac{kL}{2})} \right| \quad (4.33)$$

$$B = T \frac{\sin h(kz)}{k \cos h(\frac{kL}{2})} \quad (4.34)$$

e da |2| e |3|, temos ainda que

$$\sigma_w = \frac{B}{\Gamma} (2A s_E \theta) \quad (4.35)$$

$$q_w = - \frac{T_w}{\Gamma} S_w(s) \quad (4.36)$$

onde

$T_w = T$  pois não tem resistência para torção de S.Venant, resultando:

$$\sigma_w = \frac{T \sin h(kz)}{\Gamma k \cos h(\frac{kL}{2})} \cdot (2A s_E \theta) \quad (4.37)$$

$$q_w = - \frac{T}{\Gamma} \frac{\cos h(kz)}{\cos h(\frac{kL}{2})} \cdot S_w(s) \quad (4.38)$$

sendo

$$Sw_E(s) = \int_0^s 2A_{SE\theta} t ds \quad (4.39)$$

denominado de momento estático sectorial.

Com os valores da estrutura, e os obtidos em 4.3.2, temos:

$$k = 371,370 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-1}$$

$$I_T = \sum \frac{\ell_i t_i^3}{3} = 0,117 \text{ cm}^4$$

$$G = 280,00 \text{ ton/cm}^2$$

$$E = 740,00 \text{ ton/cm}^2$$

$$\Gamma = 321,079,82 \text{ cm}^6$$

$$T = 1,00 \text{ ton x cm (momento unitário)}$$

Examinando a figura 4.17, notamos que a abertura não extende-se por toda a distância entre os diafragmas que a limitam, existindo uma chapa que diminui a abertura, logo, o valor de L poderá ser:

$L = 40,000 \text{ cm}$ , até que esta chapa flambe, por cisalhamento; e

$L = 60,000 \text{ cm}$ , quando esta chapa já flambou por cisalhamento.

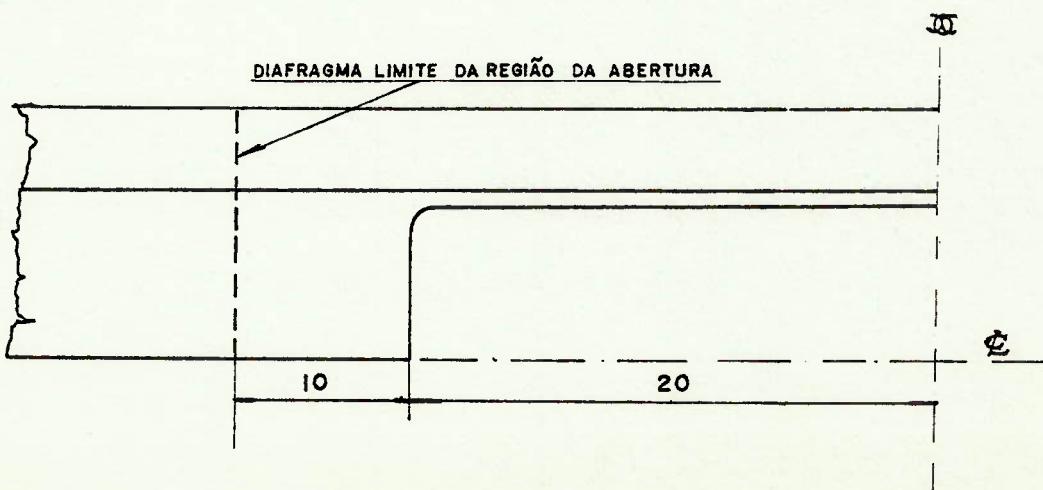


Figura 4.17

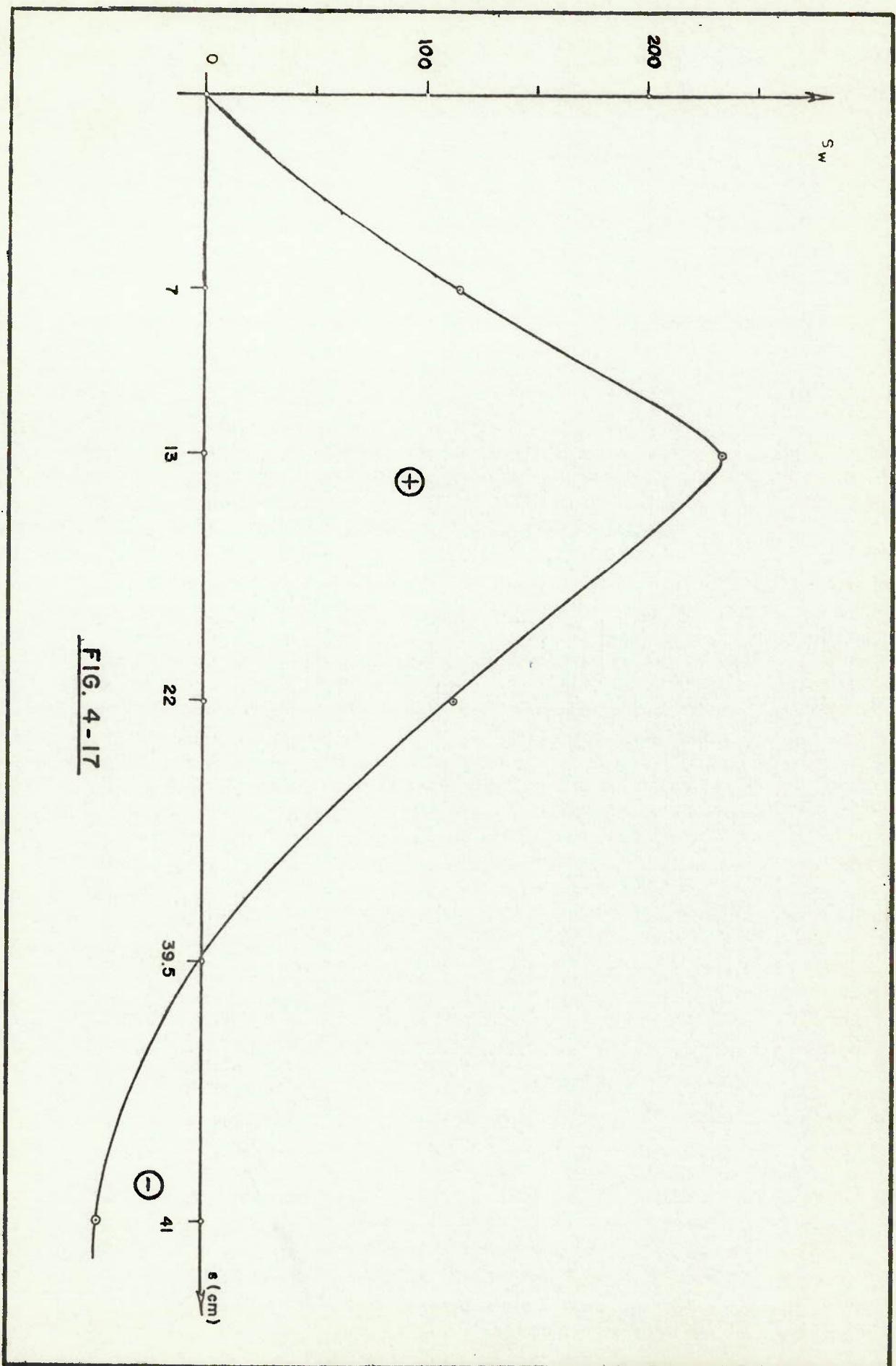


FIG. 4-17

Porém, para as duas fórmulas (4.36) e (4.37) o valor de L torna-se mais importante no denominador, ou do cálculo de:

$$\cos h \left( k \frac{L}{2} \right) ,$$

$$\text{para} \quad L = 40.00 \text{ cm} \quad \cos h \left( \frac{kL}{2} \right) = 1,000027$$

$$\text{para} \quad L = 60.00 \text{ cm} \quad \cos h \left( \frac{kL}{2} \right) = 1,000066 ,$$

estes valores dentro de nossa precisão poderão ser compre  
endidos como:

$$\cos h \left( \frac{kL}{2} \right) = 1,000 \quad \text{para os dois ca\_}$$

Portanto de acordo com os valores obtidos em 4.3.2, fazendo  $z$  variar de 0 - 30.00 cm, temos na tabela 4.3 e 4.4, os valores de  $\sigma_w$  e  $q_w$ , para os pontos da figura 4.9. Os valores de  $S_w = f(s)$  estar na figura 4.18, para meia seção transversal:

**TABELA 4.3**

$$\sigma w = f(z)$$

TABELA 4.4

$$qw = f(z)$$

Ponto	$sw_E$	$z$	de	$0,00$	$a$	$30,00$
0	0,00				$3,114 \times 10^{-6}$	
7	114,16				$355,550 \times 10^{-6}$	
22	47,74				$148,685 \times 10^{-6}$	
31,5	-73,39				$-228,572 \times 10^{-6}$	
41,0	-112,48				$-350,317 \times 10^{-6}$	

## CAPÍTULO V

## ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS

5.1 Programa de Computador Utilizado5.1.1 Descrição geral

O programa de computador utilizado, faz parte do projeto em desenvolvimento no Departamento de Engenharia Naval - EPUSP, sob a sigla NDPN 420 "Implantação de um Sistema de Programas para Análise de Estruturas" [9], [10].

O programa núcleo desse sistema, originariamente denominado por "SAP IV", possue plena capacidade para análise de estrutura no regime elástico, pelo método dos elementos finitos [12] [13] [14], estando implantado no C.C.E. da USP desde 1975.

Este sistema possue uma série de sub rotinas, cada uma

ma capacitada a desenvolver a matriz de rigidez de um determinado tipo de elemento, e um bloco de subrotinas central, capacitado a montar toda a matriz de rigidez da estrutura, resolver todo o sistema de equação, calculando todos os deslocamentos e tensões.

Os seguintes elementos podem ser utilizados no SAP-IV, para análise de estruturas:

- elemento de treliça no espaço;
- elemento de viga no espaço;
- elementos do estado plano de tensões ou de deformação;
- elemento sólidos no espaço;
- elemento de chapas ou cascas;
- elementos simuladores de condições de contorno ou deslocamentos;
- elemento de cascas finas.

Todos os elementos acima podem ser analisados isoladamente ou em conjunto, conforme a necessidade da estrutura.

### 5.1.2 Elementos utilizados na análise

Foram utilizados do SAP-IV; dois tipos de elementos:

Elemento do estado plano de tensão ou deformação

Este elemento foi utilizado para simular o compor-

tamento de membrana, da parte chapeada, do modelo em toda sua extensão. É um elemento isoparamétrico [10][11], que possue um sistema local de coordenadas, conforme mostra a figura 5.1.

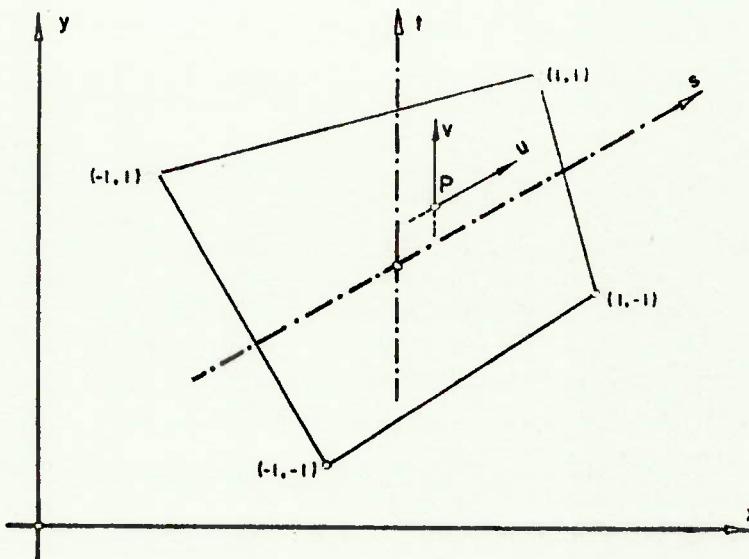


Figura 5.1

Para o sistema local  $(s, t)$ , as coordenadas dos pontos nodais 1, 2, 3 e 4, são unitárias. Para este elemento temos no programa SAP-IV a "função de forma" [11][12][14][15] seguinte:

$$u(s, t) = \sum_{i=1}^4 h_i u_i \quad (5.1)$$

$$v(s, t) = \sum_{i=1}^4 h_i v_i \quad (5.2)$$

onde temos

$$h_1 = \frac{1}{4} (1-s)(1-t) \quad (5.3)$$

$$h_2 = \frac{1}{4} (1+s)(1-t) \quad (5.4)$$

$$h_3 = \frac{1}{4} (1 + s) (1 + t) \quad (5.5)$$

$$h_4 = \frac{1}{4} (1 - s) (1 + t) \quad (5.6)$$

Em virtude dos lados serem retos, ao longo dos mesmos, teremos para as funções de deformação |15|;

$$\varepsilon_s = C_1 + C_2 t \quad (5.7)$$

$$\varepsilon_t = C_3 + C_4 s \quad (5.8)$$

$$\gamma_{st} = C_5 + C_6 t + C_7 s \quad (5.9)$$

onde

$$C_i (i = 1, 7)$$

são constantes devido a forma do elemento (ou devido as suas coordenadas).

Isto nos mostra, que na junção de dois elementos, haverá uma descontinuidade na deformação, provocando uma incompatibilidade na fronteira dos elementos. Em determinados casos, conforme a solicitação do elemento, este efeito não apresenta maus resultados, porém para certas solicitações como, flexão simples, este elemento não apresenta bom comportamento, como podemos ver na figura 5.2, caso (c).

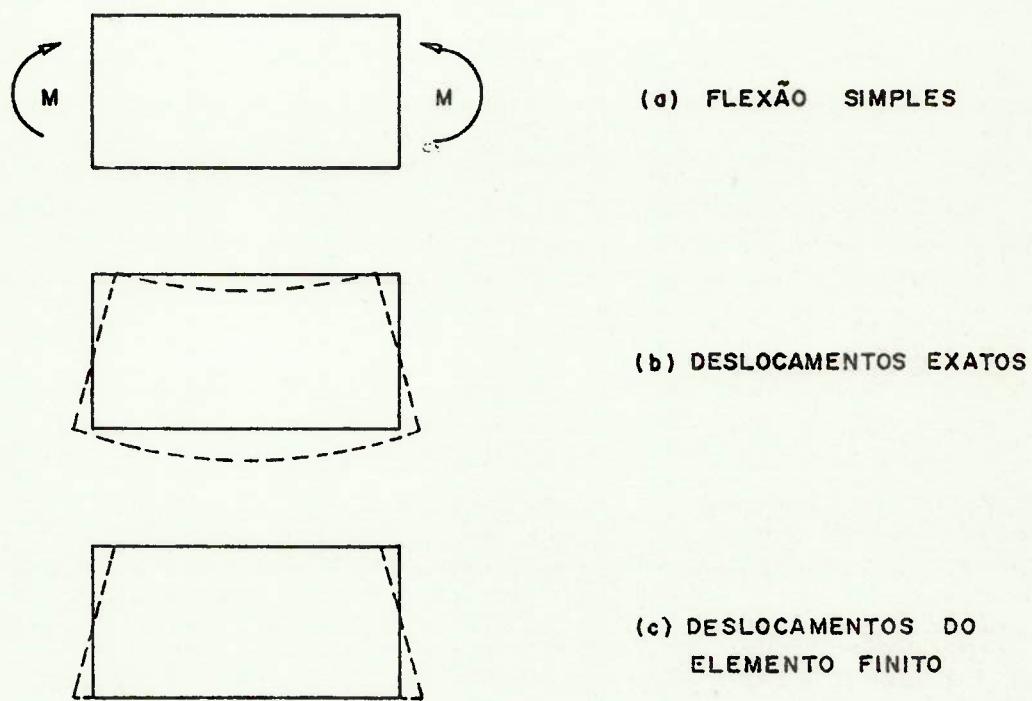


Figura 5.2

No programa SAP-IV, foi introduzida uma alteração para diminuir o erro devido ao comportamento do caso (c), figura 5.2. Consiste na alteração da "função de forma" para:

$$u(s,t) = \sum_{i=1}^4 h_i u_i + h_5 \alpha_1 + h_6 \alpha_2 \quad (5.10)$$

$$v(s,t) = \sum_{i=1}^4 h_i v_i + h_5 \alpha_3 + h_6 \alpha_4 \quad (5.11)$$

onde

$$h_5 = (1 - s^2) \quad (5.12)$$

$$h_6 = (1 - t^2) \quad (5.13)$$

As constantes  $\alpha_i$  ( $i = 1, 4$ ) são determinadas minimizando-se a energia dentro do elemento, de acordo com o método de Ritz. Neste caso, as formas dos lados deixarão de ser retas, como podemos ver nas deformações:

$$\epsilon_s = C_1 + C_2 s + C_3 t \quad (5.14)$$

$$\epsilon_t = C_4 + C_5 t + C_6 s \quad (5.15)$$

$$\gamma_{st} = C_7 + C_8 t + C_9 s \quad (5.16)$$

Esta alteração determina melhores resultados, pois, há uma aproximação melhor da realidade.

No programa SAP-IV, podemos usar o elemento isoparamétrico, com ou sem esta alteração.

#### Elemento de treliça no espaço

Este elemento, utilizamos para simular os reforçadores do modelo, pois como estudaremos somente esforços de membrana, só nos interessa a área axial do reforçador. Na figura 5.3, temos a representação geral deste elemento no espaço |11|, |13| e |16|.

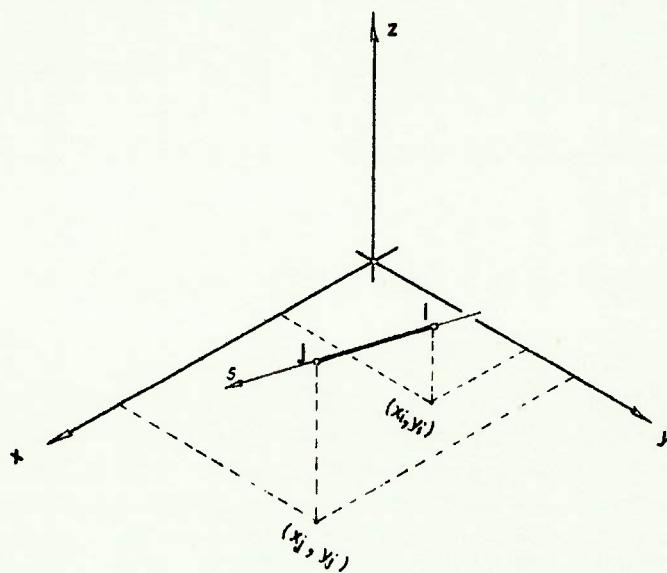


Figura 5.3

Na direção  $s$ , temos (deformação constante)

$$\mu_s = \mu_{s,i} + \frac{\delta}{L} (\mu_{s,j} - \mu_{s,i}) \quad (5.17)$$

e

$$\epsilon_s = \frac{1}{L} (\mu_{s,j} - \mu_{s,i}) \quad (5.18)$$

e para os eixos globais

$$\mu_s = \frac{L_x}{L} \mu_x + \frac{L_y}{L} \mu_y + \frac{L_z}{L} \mu_z \quad (5.19)$$

onde  $L_x$ ,  $L_y$  e  $L_z$  são os comprimentos projetados e  $L$  o comprimento total do elemento.

## 5.2 Preparação da Estrutura para Análise

### 5.2.1 Malhas preparadas

Em toda estrutura a ser analisada por elementos finitos, o número ou o tamanho dos elementos para confecção da malha é sempre uma interrogação. Isto porque, o tamanho do elemento em muitos casos tem razoável influência nos resultados da análise, com convergência para melhores resultados quando diminuimos seu tamanho.

Na figura 5.4, temos um esboço de uma série de análises, com diferentes números de elementos para uma mesma estrutura.

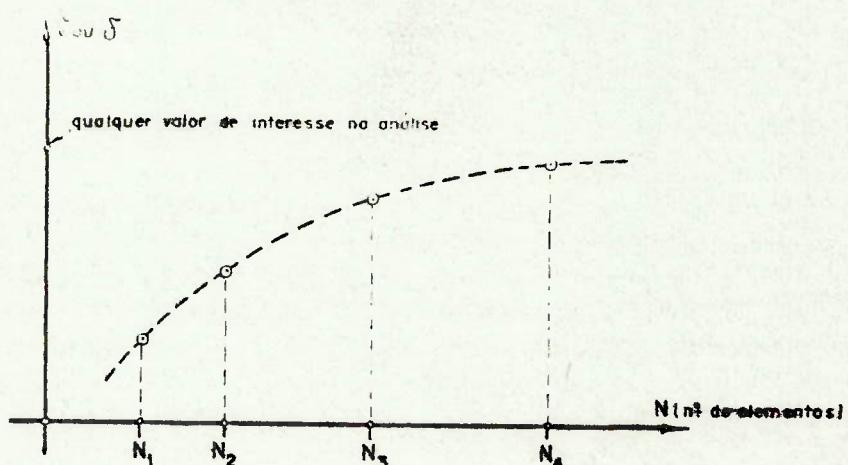


Figura 5.4

Podemos ver que  $N_3$  seria um bom valor para análise por elementos finitos, porém para sabermos isto seria necessário:

- passar pelas análises em  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$ , e  $N_4$ ;

- conhecermos por outra fonte de análise (teórica ou experimental) um resultado de interesse na análise;
- por experiências em análises semelhantes feitos anteriormente.

No nosso caso o 2º ítem adapata-se muito bem, pois temos resultados teóricos e experimentais, e portanto para determinação das malhas a serem efetuadas, seguimos o esquema:

- realizar a menor malha possível, tendo como pontos nodais os pontos de encontro entre reforçadores, diafragmas e aberturas;
- avaliar os resultados, comparando-os com os teóricos e experimentais, verificando a proximidade com os valores calculados e ou comportamento geral da estrutura;
- refinar a malha inicial, de acordo com os valores do ítem anterior;
- comparar os resultados com os obtidos da malha inicial, e talvez partir para outra malha.

Seguindo o critério acima, determinamos duas malhas, no seguinte esquema:

$D_1$ , menor malha possível para a estrutura, com os valores (ver figuras 5.5, 5.6, 5.7.):

160 pontos nodais

148 elementos de treliça no espaço

132 elementos do estado plano de tensão com altera

$y = 38.0$

	0	41	51		91	101		131	141
2	12			42	52		92	102	132

L1

$z = 13.0$

2	12	42	52	92	102	32	142		
4	14		44	54		94	104	134	144
6	16		46	56		96	106	136	146
8	18		48	58		98	108	138	148
10	20		50	60		100	110	140	150

S

L1

$y = 0.0$

	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
2	19														

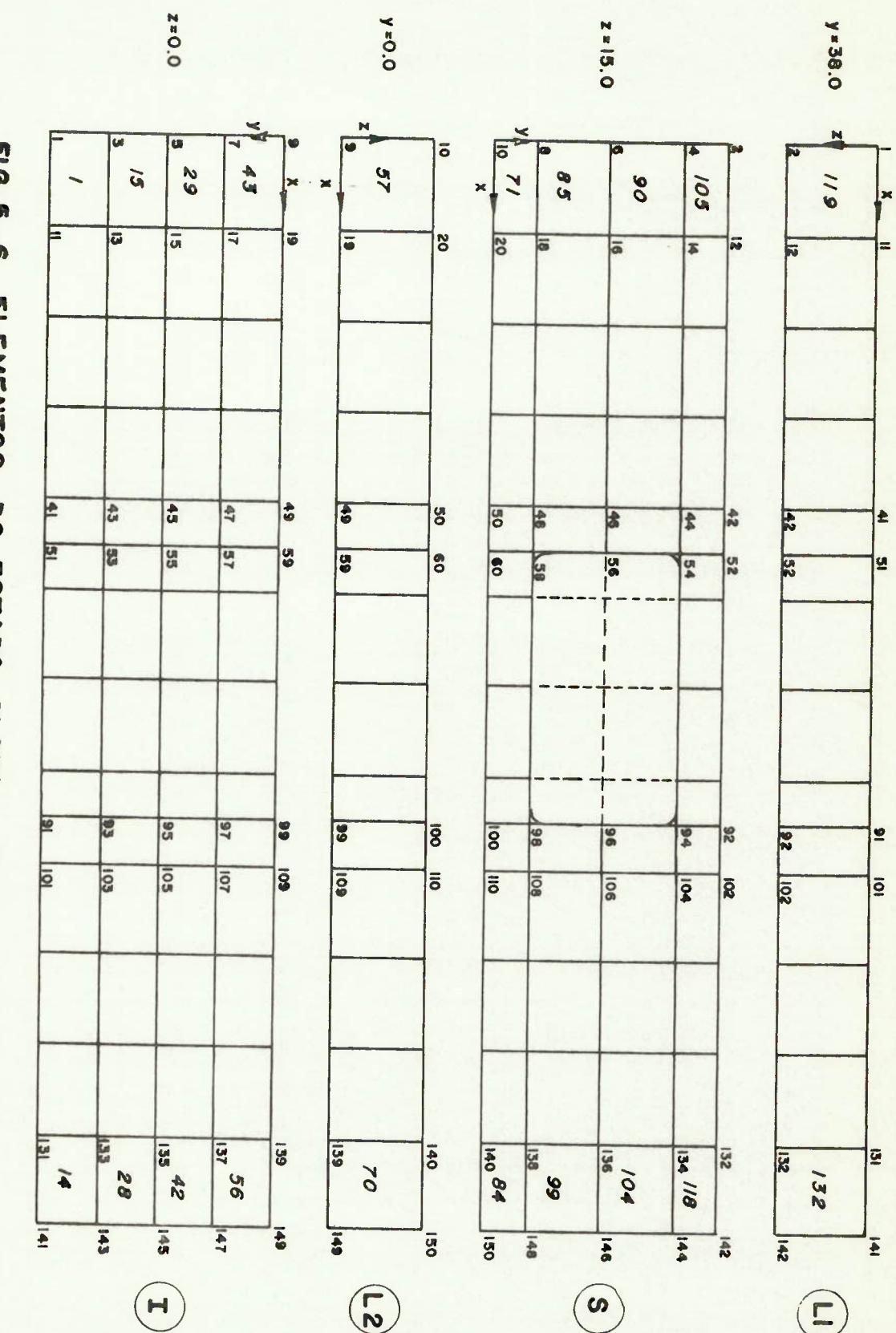
L2

$z = 0.0$

	9	19	29	39	49	59	69	79	89	99	109	119	129	139	149
7	17				47	57			97	107			137	147	
5	15				45	55			95	105			135	145	
3	13				43	53			93	103			133	143	
1	11				41	51			91	101			131	141	

I

FIG. 5-5 PONTOS NODAIS DI



**FIG. 5-6 ELEMENTOS DO ESTADO PLANO DI**

$y = 38.0$

$x$	II	41	51	91	101	131	141
z							

L1

$z = 15.0$

$x$	2	12	42	52	92	102	132	136	142
4	109	14		44	54		94	104	
6	99	16		113			118		
8	85	18		46	56		96	106	
10		20		48	58		104		
				89	60		98	108	
							94	100	
							140		
								148	
									150

S

$x$	10	20	50	60	100	110	140	150
$y = 0.0$								
z								

L2

$x$	9	19	49	59	99	109	139	70	149
7	43	17		47	57		97	107	
5	29	15		45	55		95	105	
3	15			43	53		93	103	
1				41	51		91	101	
							131	141	

I

FIG. 5-7 ELEMENTOS DE TRELIÇA NO ESPAÇO (REFORÇADORES) DI

ção para flexão simples.

28 elementos do estado plano de tensão

444 equações (deslocamentos nodais)

216 segundos de computador (B/6700) por análise

$D_2$  - malha mais refinada, com praticamente o dobro de pontos nodais (diminuiu o tamanho dos elementos em geral pela metade) com os valores (ver figuras 5.9, 5.10, 5.11.)

364 pontos nodais

258 elementos de treliça no espaço

312 elementos do estado plano de tensão

1043 equações

535 segundos de computador (B/6700) por análise

Os resultados obtidos por  $D_1$ , tanto em flexão como torção, quando comparados com os resultados teóricos e experimentais, mostraram boa aproximação; e os resultados obtidos por  $D_2$ , quando comparados com os obtidos por  $D_1$ , eram praticamente os mesmos mostrando que as duas malhas estavam na região de convergência.

### 5.2.2 Condições de contorno e carregamentos

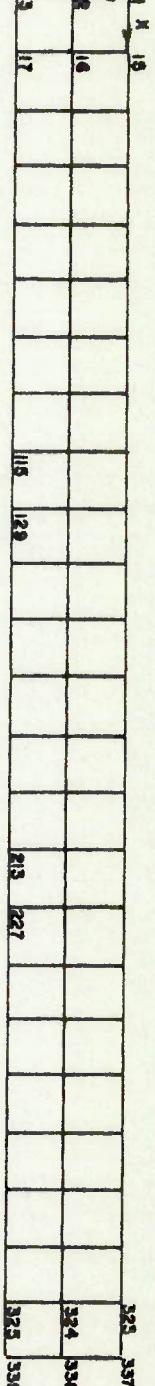
As condições de contorno utilizadas nas modelagens  $D_1$  e  $D_2$ , foram baseadas na montagem das experiências, de acordo com 2.2 e 2.3.

Para  $D_1$ , em flexão, os seguintes pontos nodais foram

$y = 38.0$

$x$

$z$

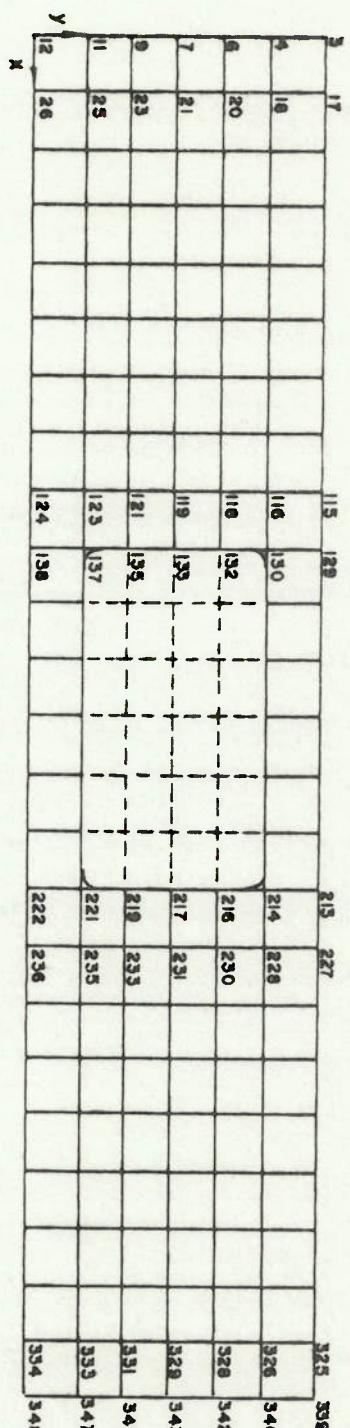


L1

$z = 15.0$

$x$

$y$

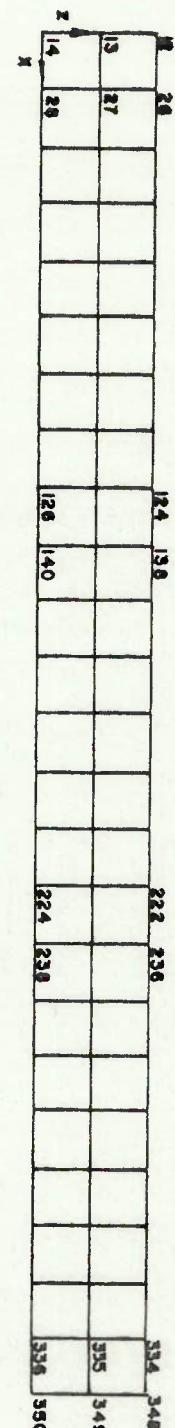


S

$y = 0.0$

$x$

$z$

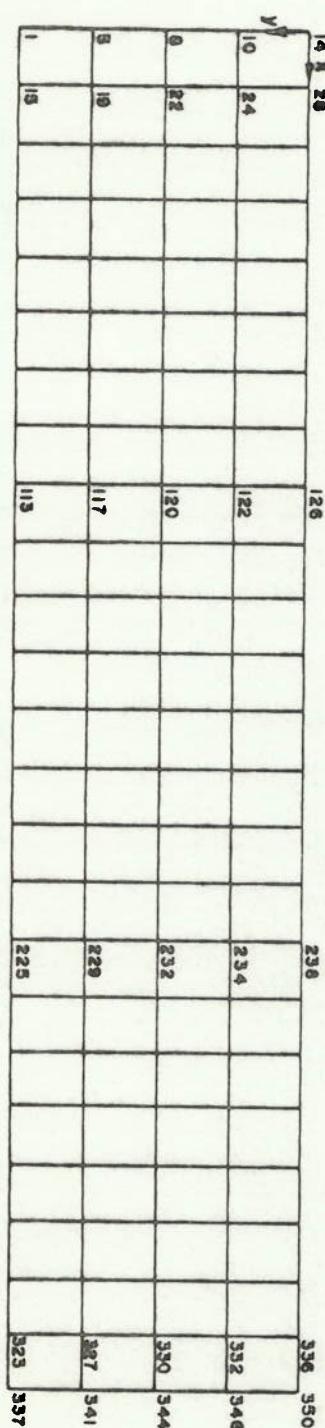


L2

$z = 0.0$

$x$

$y$



I

**FIG. 5-9 PONTOS NODAIS D2**

$y = 38.0$

$z = 2$	$x = 15$	323	337
$z = 26.5$	$x = 16$	$31/2$	338
$z = 5$	$x = 17$	324	339

$y = 38.0$

$z = 2$	$x = 15$	325	339
$z = 26.5$	$x = 16$	264	340
$z = 5$	$x = 17$	326	342

$z = 15.0$

$z = 15.0$	$x = 15$	325	339
$z = 15.0$	$x = 16$	232	340
$z = 15.0$	$x = 17$	326	342
$z = 15.0$	$x = 18$	231	343
$z = 15.0$	$x = 19$	233	345
$z = 15.0$	$x = 20$	234	347
$z = 15.0$	$x = 21$	235	348
$z = 15.0$	$x = 22$	236	349
$z = 15.0$	$x = 23$	237	350

L1

S

L2

I

$y = 0.0$

$z = 12$	$x = 26$	124	138
$z = 12$	$x = 27$	222	236
$z = 12$	$x = 28$	125	140
$z = 12$	$x = 29$	224	238
$z = 12$	$x = 30$	222	236

334 348

335 349

144

120

350

L1

S

L2

I

$y = 0.0$

$z = 10$	$x = 28$	126	238
$z = 10$	$x = 29$	122	234
$z = 10$	$x = 30$	124	236
$z = 10$	$x = 31$	125	237
$z = 10$	$x = 32$	126	238
$z = 10$	$x = 33$	127	239
$z = 10$	$x = 34$	128	240
$z = 10$	$x = 35$	129	241
$z = 10$	$x = 36$	130	242
$z = 10$	$x = 37$	131	243
$z = 10$	$x = 38$	132	244
$z = 10$	$x = 39$	133	245
$z = 10$	$x = 40$	134	246
$z = 10$	$x = 41$	135	247
$z = 10$	$x = 42$	136	248
$z = 10$	$x = 43$	137	249
$z = 10$	$x = 44$	138	250
$z = 10$	$x = 45$	139	251
$z = 10$	$x = 46$	140	252
$z = 10$	$x = 47$	141	253
$z = 10$	$x = 48$	142	254
$z = 10$	$x = 49$	143	255
$z = 10$	$x = 50$	144	256
$z = 10$	$x = 51$	145	257
$z = 10$	$x = 52$	146	258
$z = 10$	$x = 53$	147	259
$z = 10$	$x = 54$	148	260
$z = 10$	$x = 55$	149	261
$z = 10$	$x = 56$	150	262
$z = 10$	$x = 57$	151	263
$z = 10$	$x = 58$	152	264
$z = 10$	$x = 59$	153	265
$z = 10$	$x = 60$	154	266
$z = 10$	$x = 61$	155	267
$z = 10$	$x = 62$	156	268
$z = 10$	$x = 63$	157	269
$z = 10$	$x = 64$	158	270
$z = 10$	$x = 65$	159	271
$z = 10$	$x = 66$	160	272
$z = 10$	$x = 67$	161	273
$z = 10$	$x = 68$	162	274
$z = 10$	$x = 69$	163	275
$z = 10$	$x = 70$	164	276
$z = 10$	$x = 71$	165	277
$z = 10$	$x = 72$	166	278
$z = 10$	$x = 73$	167	279
$z = 10$	$x = 74$	168	280
$z = 10$	$x = 75$	169	281
$z = 10$	$x = 76$	170	282
$z = 10$	$x = 77$	171	283
$z = 10$	$x = 78$	172	284
$z = 10$	$x = 79$	173	285
$z = 10$	$x = 80$	174	286
$z = 10$	$x = 81$	175	287
$z = 10$	$x = 82$	176	288
$z = 10$	$x = 83$	177	289
$z = 10$	$x = 84$	178	290
$z = 10$	$x = 85$	179	291
$z = 10$	$x = 86$	180	292
$z = 10$	$x = 87$	181	293
$z = 10$	$x = 88$	182	294
$z = 10$	$x = 89$	183	295
$z = 10$	$x = 90$	184	296
$z = 10$	$x = 91$	185	297
$z = 10$	$x = 92$	186	298
$z = 10$	$x = 93$	187	299
$z = 10$	$x = 94$	188	300
$z = 10$	$x = 95$	189	301
$z = 10$	$x = 96$	190	302
$z = 10$	$x = 97$	191	303
$z = 10$	$x = 98$	192	304
$z = 10$	$x = 99$	193	305
$z = 10$	$x = 100$	194	306

335 350

96

332 346

72

330 344

48

327 341

24

323 337

FIG. 5-10 ELEMENTOS DO ESTADO PLANO DE TENSÃO D2

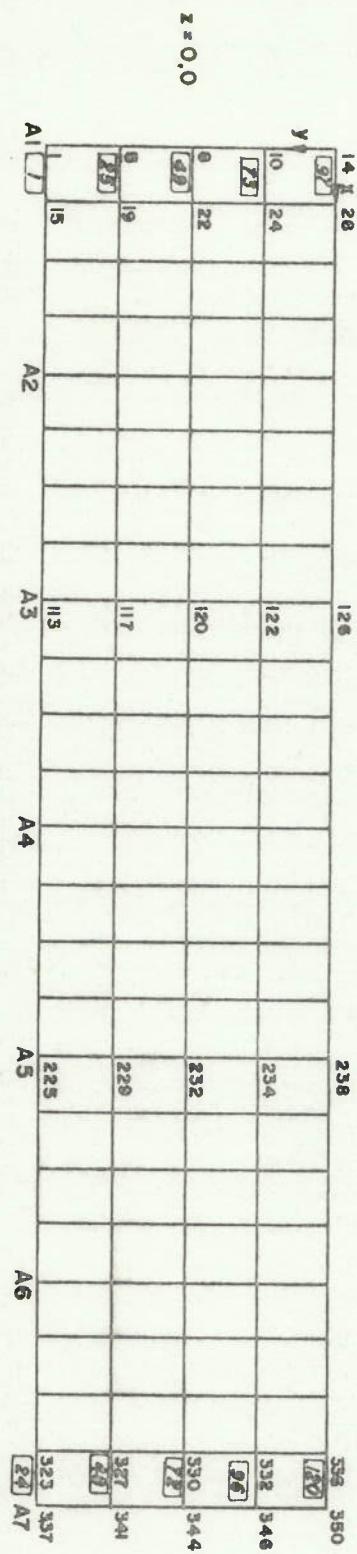
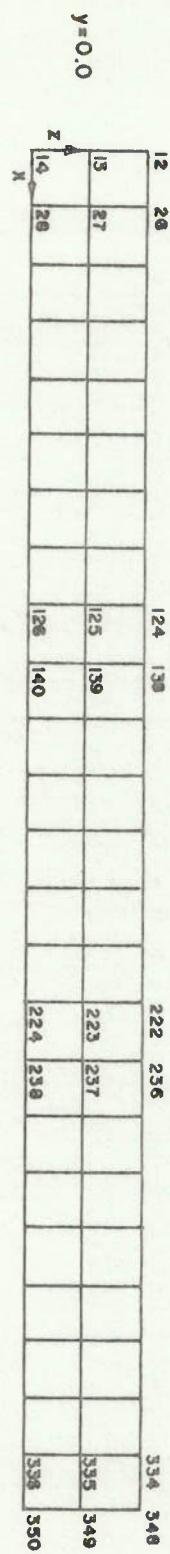
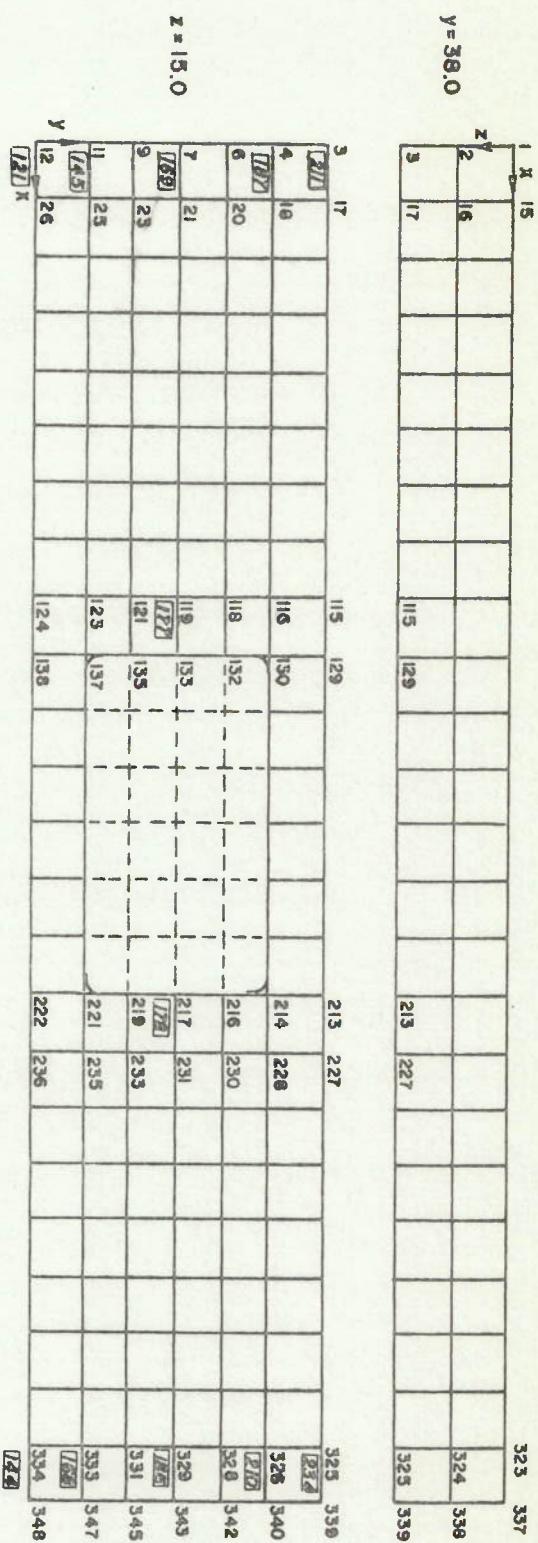


FIG. 5-II ELEMENTOS DA TRELIÇA ESPACIAL D22

restritos para simular as condições de contorno, conforme Tabela 5.1.

Tabela 5.1

Ponto nodal	Restrição em		
	z	y	z
-2, 4, 6, 8, 10,	0	0	1
-142, 144, 146,			
148, 150 -	1	0	1
- 149 -	0	1	0

1 - restrição ao movimento

0 - liberdade ao movimento

Para torção, no mesmo esquema, na tabela 5.2.

Tabela 5.2

Ponto nodal	Restrição em		
	x	y	z
- 2, 141 -	0	0	1
-142, 144, 146 -	1	0	0
- 149 -	0	1	0
- 150 -	1	0	1

Para carregamento em flexão, temos para  $\theta_1$ , na tabela 5.3, considerando carga unitária na celula de carga (ver 2.2) :

Tabela 5.3

<u>Ponto nodal</u>	<u>Carga na direção (ton)</u>		
	<u>x</u>	<u>y</u>	<u>z</u>
41, 43, 45, 47, 49	-	-	+0,100
101, 103, 105, 107, 109	-	-	+0,100

Para torção, 9 é o único ponto nodal carregado na direção z, com carga unitária.

Na modelagem  $\mathcal{V}_2$  em flexão, temos as condições de contorno, conforme tabela 5.4.

Tabela 5.4

<u>Ponto nodal</u>	<u>Restrição em</u>		
	<u>x</u>	<u>y</u>	<u>z</u>
3, 4, 6, 7, 9, 11, 12	0	0	1
339, 340, 342, 343,	1	0	1
345, 347, 348	0	1	0
349			

e para torção, conforme tabela 5.5

Tabela 5.5

<u>Ponto nodal</u>	<u>Restrição em</u>		
	<u>x</u>	<u>y</u>	<u>z</u>
3, 337	0	0	1
339, 340, 342, 343	1	0	0
345, 347	1	0	1
348			

Tabela 5.6

Ponto nodal	Carga na direção (ton)		
	x	y	z
113, 117, 120, 122, 126	0	0	+0,100
225, 229, 232, 234, 238	0	0	+0,100

Para torção, 14 é o único ponto nodal carregado com carga unitária, na direção z,

### 5.2.3 Propriedades geométricas para análise

As duas modelagens seguiram as dimensões e espessuras do desenho simplificado da seção transversal, figuras 3.1 e 3.2 do Capítulo III. As propriedades dos materiais foram as mesmas descritas no item 2.1.

### 5.2.4 Simulação da flambagem em flexão

De acordo com 3.2.2, deverá ocorrer flambagem no fundo, abaixo da região da abertura, com aproximadamente 1,000 ton na célula de carga.

Como o programa SAP-IV não detecta flambagem, teremos que simular este efeito, alterando a geometria do fundo do modelo, que de acordo com 3.2.2 deverá ter uma área

efetiva de compressão do chapeamento (ver figura 3.8), i gual a:

$$a_e = 0,705 \text{ cm}^2$$

o que equivale a diminuir a espessura na razão

$$\frac{t_e}{t} = \frac{b_e}{b} = 0,730$$

$$t_e = 0,074 \text{ cm}$$

ou seja alterar a espessura dos elementos que flambam para  $t_e$ .

As condições de contorno e os carregamentos não foram alterados, refazendo-se a análise com a nova espessura (ver figura 5.12 e 5.13)

#### 5.2.5 Simulação de flambagem na torção

De acordo com 4.4.1, constatamos flambagem ao longo da abertura, nas regiões fechadas, pois é superada a tensão crítica de flambagem por cisalhamento puro e de acordo com [3] e [4].

$$\tau_{crit} = 4,84 E \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

$$E = 740,00 \text{ ton/cm}^2$$

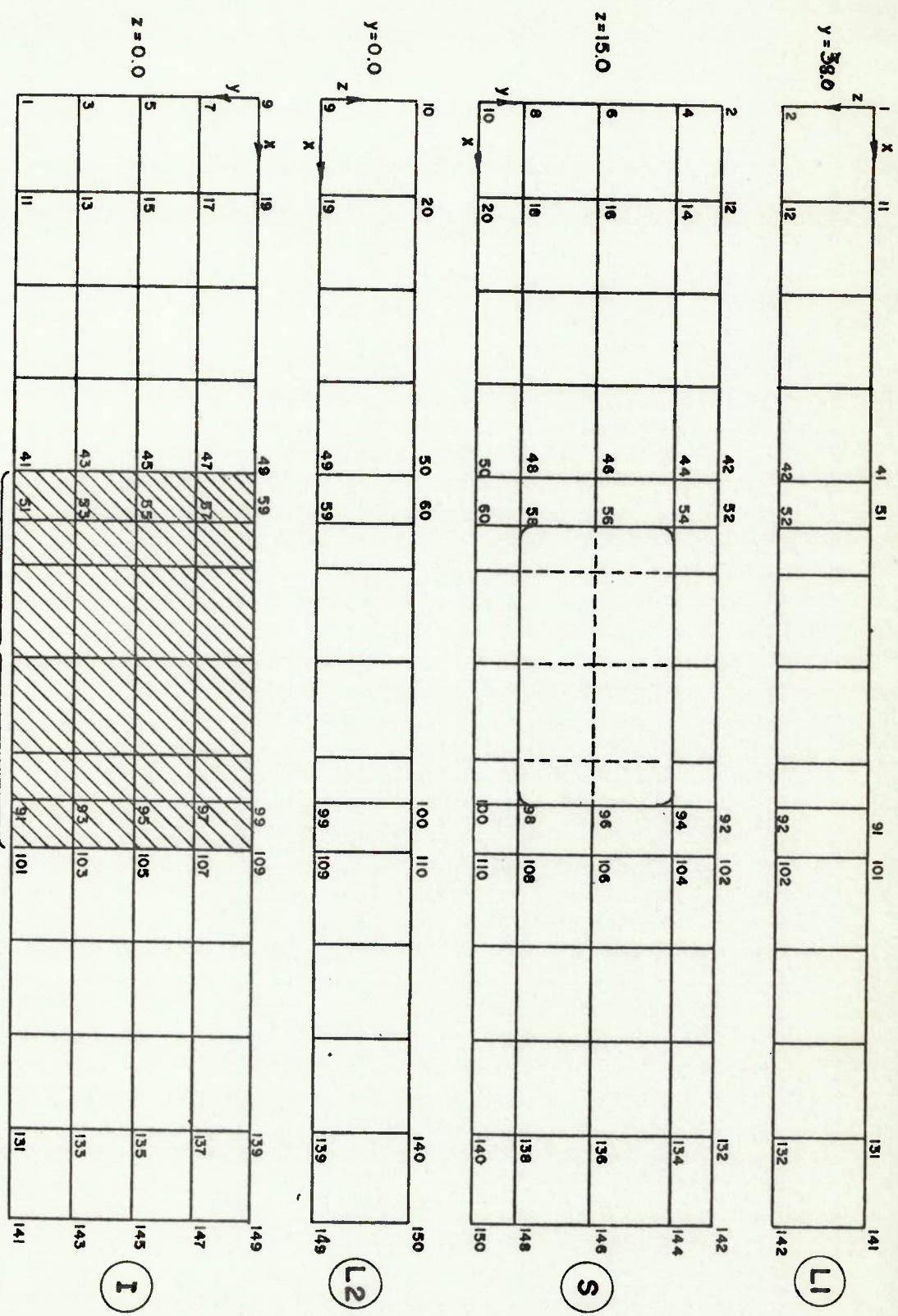
$$t = 0,08178 \text{ cm}$$

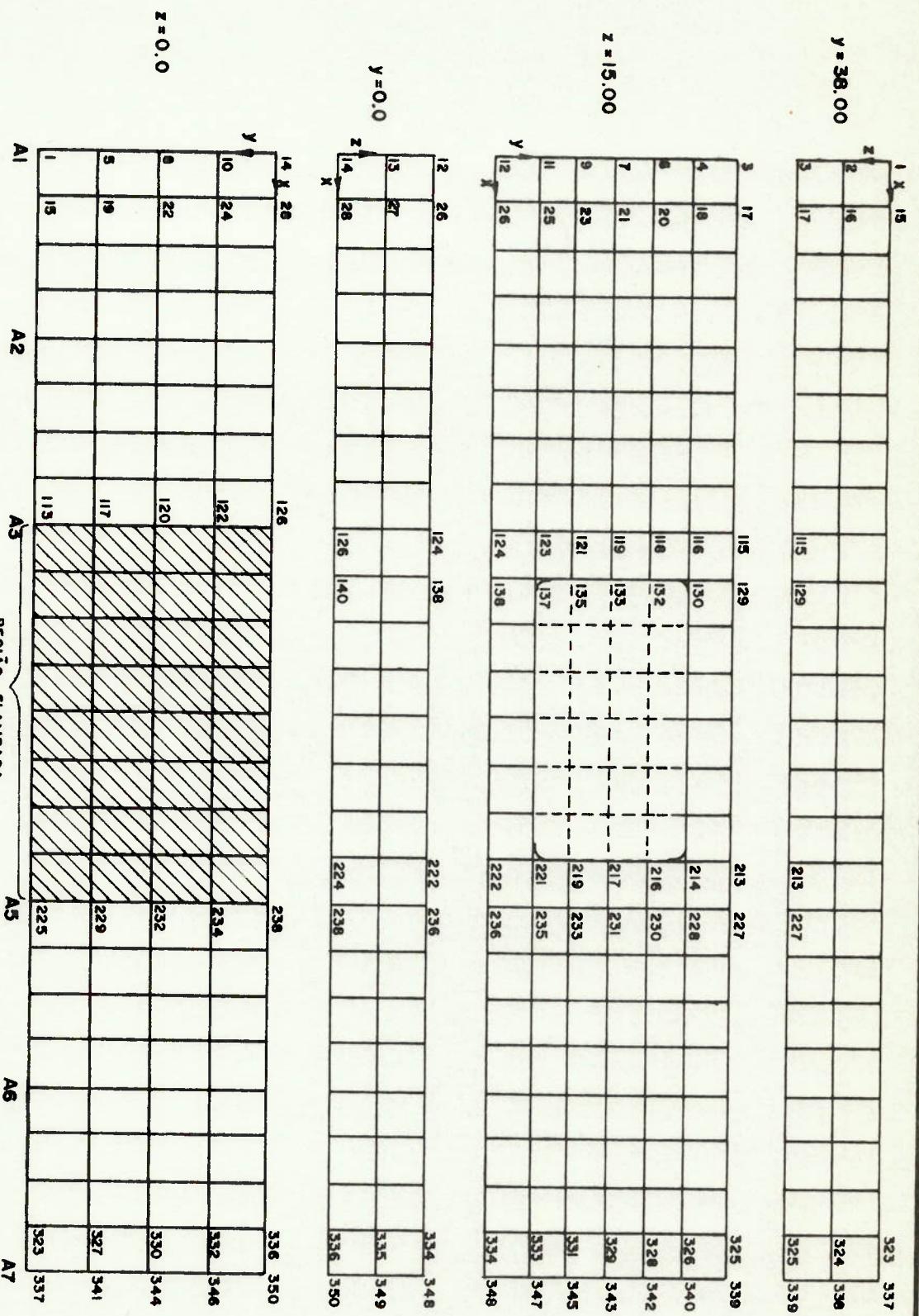
$$b = 12,00 \text{ cm}$$

resulta

$$\tau_{crit} = 0,164 \text{ ton/cm}^2$$

**FIG. 5-12. ELEMENTOS ALTERADOS PARA FLAMBAGEM DI**





### FIG. 5-13 ELEMENTOS ALTERADOS PARA FLAMBAGEM D2

Admitindo-se um coeficiente devido a deformação inicial igual a 1,25.

$$\bar{\tau}_{ad} = 0,131 \text{ ton/cm}^2$$

Dos resultados da análise pelo computador, constatamos que esta região iniciaria flambagem, com 0,188 ton na célula de carga, estando totalmente flambada com 0,500 ton na célula de carga (este valor foi tirado das experiências).

Portanto, a nossa simulação será feita com base em flambagem total da região acima mencionada.

Depois que a chapa flamba em cisalhamento, existirá uma parte que irá trabalhar a tração, ou:

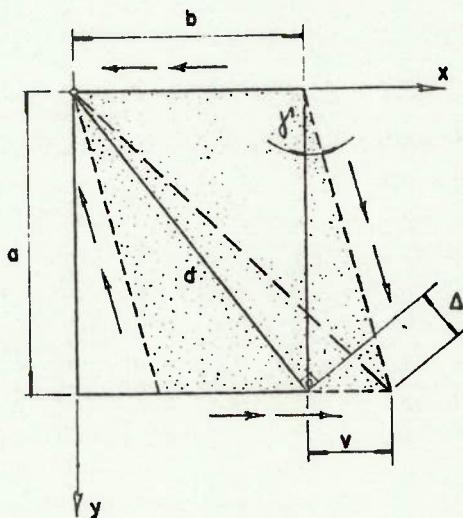


Figura 5.14

a diagonal  $d$ , irá resistir ao esforço de tração, com a deformação:

$$\epsilon = \frac{\Delta}{d} \quad (5.20)$$

$$\frac{\Delta}{b} = \frac{v}{d} \quad \therefore \quad \Delta = \frac{bv}{d} \quad (5.21)$$

$$\epsilon = \frac{bv}{d^2} \quad (5.22)$$

$$\sigma = E\epsilon = \frac{Eb v}{d^2} \quad (5.23)$$

$$F = A\sigma = \frac{AEbv}{d^2} \quad (5.24)$$

$$\frac{F}{H} = \frac{d}{b} \quad \therefore \quad H = \frac{F \cdot b}{d} = \frac{AEb^2v}{d^3} \quad (5.25)$$

porém, nos interessa a contribuição total das forças, suponto que existam infinitas tiras de largura unitária na direção da diagonal , como se fossem fios (só trabalhando à tração.)

$$A = 1 \cdot t \quad \therefore \quad F = \sigma \cdot t = \frac{t Eb v}{d^2} \quad (5.26)$$

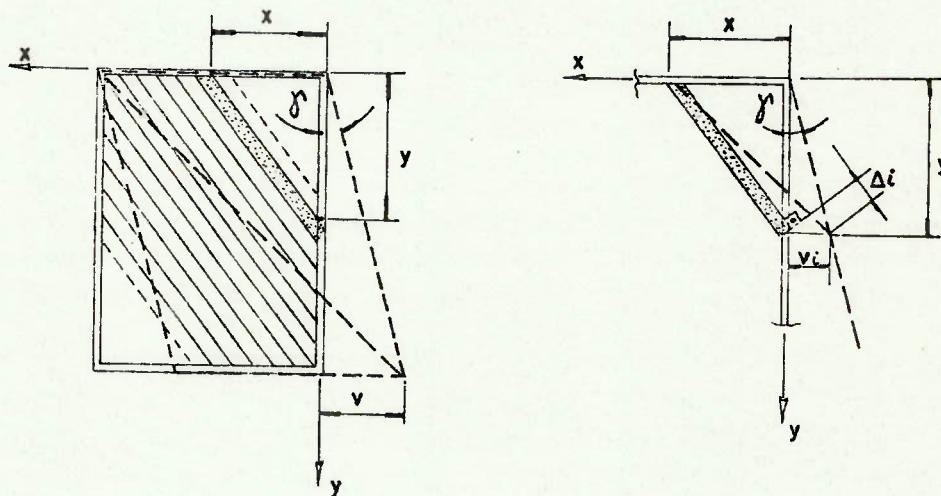


Figura 5.15

Calculando a deformação de cada fio, tem-se:

$\gamma = \text{cte}$  ( $\text{ângulo da distorção é constante}$ )

$$\epsilon_i = \frac{\Delta i}{d_i} \quad (5.27)$$

$$\Delta i = \frac{x v_i}{d_i} \quad (5.28)$$

$$\epsilon_i = \frac{x v_i}{d_i^2}$$

porém

$$v_i = y\gamma \quad \therefore \quad \epsilon_i = \frac{xy\gamma}{d_i^2} \quad (5.29)$$

e como todos os fios são paralelos a diagonal  $d$ , tem-se:

$$\frac{y}{a} = \frac{x}{b} \quad \therefore \quad y = \frac{xa}{b} \quad (5.30)$$

e sendo

$$d_i = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (5.31)$$

que resulta

$$\epsilon_i = x^2 \frac{a}{b} \cdot \frac{\gamma b^2}{x^2(a^2+b^2)} = \frac{ab\gamma}{d^2} = \epsilon \quad (5.32)$$

logo a deformação é constante para cada fio, sendo sua contribuição de força:

$$\delta_i = E \cdot t \frac{ab\gamma}{d^2} \quad (5.33)$$

logo a contribuição total será:

$$F_T = 2 \int_0^L \delta_i \, dl \quad (5.34)$$

que corresponde a largura disponível para cada lado da diagonal  $d$

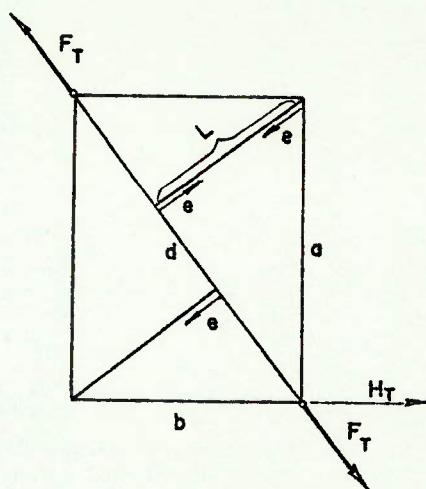


Figura 5.16

$$F_T = 2\delta_i \int_0^L d\ell \quad (5.35)$$

$$F_T = 2\delta_i L \quad \text{e como} \quad L = \frac{ab}{d} \quad (5.36)$$

$$F_T = 2.F.L = \frac{2Fab}{d} \quad (5.37)$$

$$F_T = 2.t.E \frac{a^2 b^2 \gamma}{d^3} \quad (5.38)$$

colocando  $\gamma = \frac{v}{a}$

$$F_T = 2.t.E \frac{ab^2 v}{d^3} \quad (5.39)$$

$$H_T = 2.t.E \frac{ab^3 v}{d^4} \quad (5.40)$$

para determinar-se a área transversal da barra simuladora, sabe-se que

$$F = K\delta \quad (5.41)$$

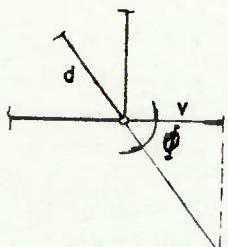
e tendo

$$F_T = 2 \cdot t \cdot E \frac{a^2 b^2}{d^3} \gamma \quad (5.42)$$

aplicando-se um deslocamento unitário na direção  $d$

$$v = \frac{1}{\cos \phi} = \frac{d}{b} \gamma = \frac{d}{ab} \quad (5.43)$$

sendo:



$$\gamma = \frac{v}{a}$$

$$\cos \phi = \frac{b}{d}$$

Figura 5.17

resulta:

$$F_T = 2tE \frac{a^2 b^2}{d^2} \frac{d}{ab} = 2tE \frac{ab^3}{d^2} \quad (5.44)$$

Para simular-se uma barra, deve-se ter:

$$K = \frac{EA}{L} \quad (5.45)$$

$L$  = comprimento

$A$  = área transversal

$E$  = módulo de elasticidade

logo

$$K = \frac{EA}{L} = 2 \cdot tE \frac{ab}{d} \quad (5.46)$$

e

$$L = d \quad \therefore A = 2t \frac{ab}{d} \quad (5.47)$$

que será a área transversal da barra para simular a flambagem.

Esta simulação é válida somente para um painel, sob o qual foi verificada a tensão crítica de flambagem, e no caso de um painel na modelagem estar subdividido em vários elementos, temos que satisfazer a igualdade das forças aplicadas, como na figura 5.18.

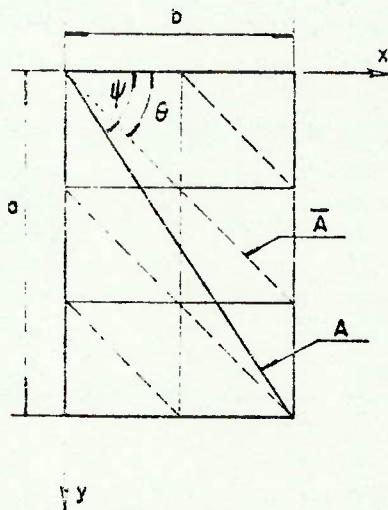


Figura 5.18

Como visto anteriormente, todas as barras têm a mesma deformação, logo:

$$\sigma_i = \bar{A} \cdot E \cdot \epsilon \quad (5.48)$$

na direção x,

$$\delta_{ix} = \delta_i \cos \theta \quad (5.49)$$

para todas as barras

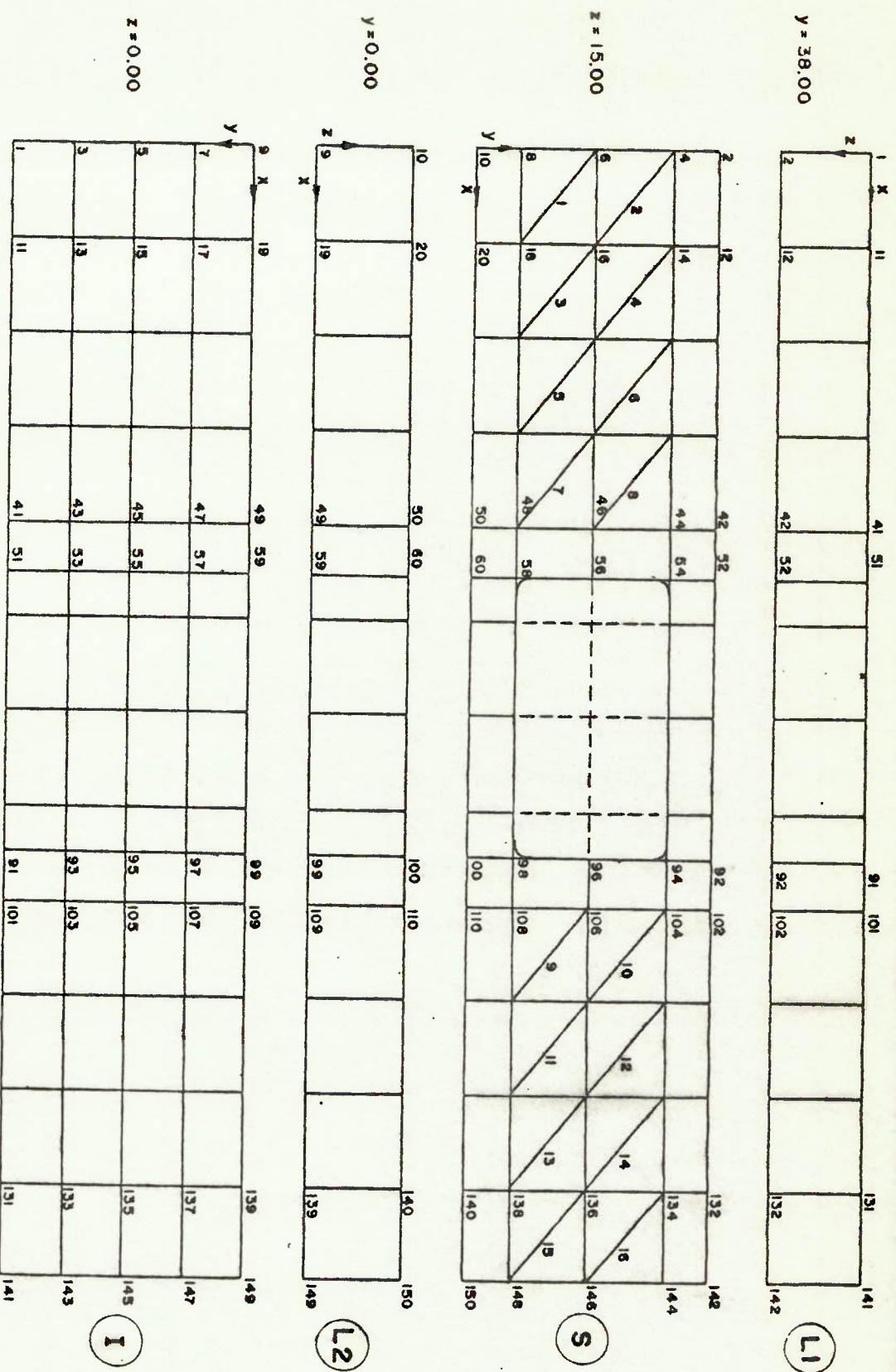
$$\sum_{i=1}^n \delta_i \cos \theta = A \cdot E \cdot \epsilon \cos \psi \quad (5.50)$$

resultando

$$\bar{A} = \frac{A}{n} \frac{\cos \psi}{\cos \theta} \quad (5.51)$$

área transversal para cada elemento.

Mantendo-se as mesmas condições de contorno, e o mesmo carregamento, as modelagens foram alteradas, para colocação das barras simuladoras e feitas novas análises. (ver figuras 5-19 e 5.20)



**FIG. 5-19** DISPOSIÇÃO DAS BARRAS SIMULADORAS DE FLAMBAGEM NA TORÇÃO DI

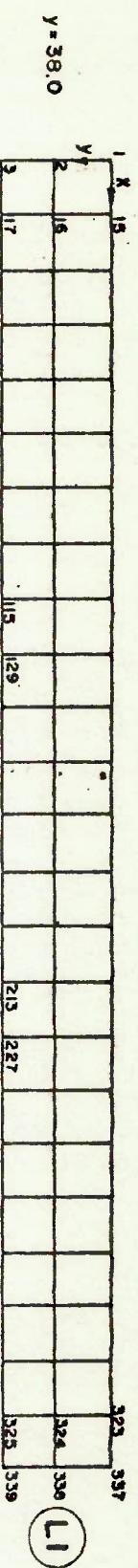


FIG. 5-20 DISPOSIÇÃO DAS BARRAS SIMULADORAS DE FLAMBAGEM NA TORÇÃO D2

A<sub>1</sub>      A<sub>2</sub>      A<sub>3</sub>      A<sub>4</sub>      A<sub>5</sub>      A<sub>6</sub>      A<sub>7</sub>

I

## CAPÍTULO VI

## EXPERIÊNCIAS E SEUS RESULTADOS

6.1 Resultados em Flexão

De acordo com o descrito em 2.2 o ensaio do modelo em flexão foi efetuado um grande número de vezes, variando-se a força na célula de carga no esquema:

Carregamento - 0,0 a 2,000 ton com medidas intermedias diárias a cada acréscimo de 0,250 ton.

Descarregamento após completar o carregamento, descarregar até 0,0 ton na célula de carga com medidas a cada 0,250 ton.

A cada acréscimo, eram lidas todas as deformações, e verificado o estado geral da estrutura (se havia ou não flambagem.)

Para os pontos onde colocamos dois extensômetros, tiramos a média das deformações, para eliminarmos o efeito de flexão local.

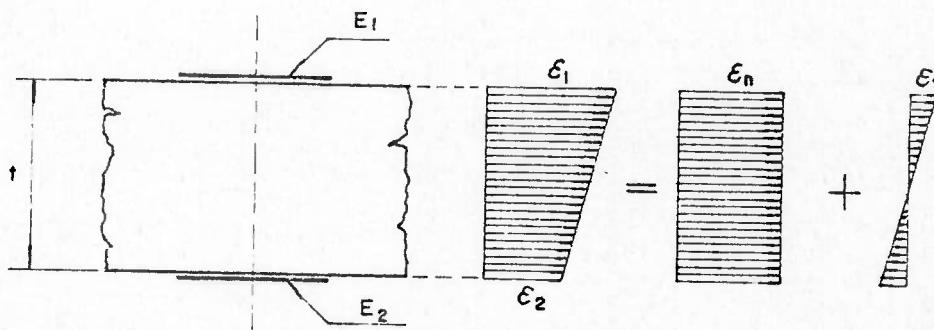


Figura 6.1

$E_1$  e  $E_2$  = extensômetros

$\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  = deformações lidas na experiência

$$\varepsilon_n = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} = \text{deformação normal} \quad (6.1)$$

$$\varepsilon_f = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} = \text{deformação em flexão} \quad (6.2)$$

Decorridos vários ensaios nas mesmas condições de carga, obtivemos o comportamento médio da estrutura, e utilizando o programa de computador especial para redução de dados implantado no PDP-15-DIGITAL (cuja listagem está no anexo B) da Divisão de Engenharia Naval do IPT-S/A, temos a curva característica de cada ponto, com tensão em função da força aplicada na célula de carga.

Nas figuras 6.2 a 6.35, temos a curva correspondente a cada ponto, conforme indicado nas figuras 2.7 e 2.8, as

sus devidas posições no modelo.

Os valores utilizados para comparações de resultados do Capítulo VII, foram tirados das tabelas no rodapé de cada figura.

### 6.2 Resultados em Torção

De acordo com o esquema da figura 2.3, para o ensaio em torção, a estrutura foi ensaiada seguindo os mesmos mé todos de 6.1, com o seguinte carregamento:

Carregamento 0,0 a 0,500 ton com medidas intermediárias a cada 0,125 ton de acréscimo de carga.

Descarregamento 0,500 a 0.0 ton, com medidas intermediárias a cada 0,125 ton de acréscimo de carga.

Os resultados do programa de redução de dados estão nas figuras 6.36 a 6.69, com os pontos, conforme indicados nas figuras 2.7 e 2.8.

### 6.3 Algumas Observações Sobre os Resultados

#### 6.3.1 Flexão

Verificando as figuras 6.2 a 6.35, temos em geral curvas bem comportadas, demonstrando claramente a alteração no comportamento da estrutura, quando há flambagem no fundo (ver Figuras 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6), por volta

de uma carga de 1.000,0 kg.

Nas figuras 6.8 e 6.9, aparentemente temos uma "nuvem" de pontos, porém estas figuras correspondem ao reforçador na região da abertura ainda com chapa, (ver figura 2.7) onde as tensões são muito baixas, sendo os valores devidos à torção do reforçador, pois este tem sua extremidade livre para torcer.

Na figura 6.34 que conforme a figura 2.8 representam os pontos da chapa do fundo, notamos claramente o início da instabilidade, com aproximadamente 1.000 kg e na figura 6.35 aproximadamente 1.300 kg. Os valores finais para tensão de flambagem, estão bem próximos dos estimados em 3.2.1, ou:

na figura 6.34, tensão de flambagem

$$\bar{\sigma}_{cp} \approx 0,350 \text{ ton/cm}^2 \text{ e a tensão estimada} \\ \bar{\sigma}_{cp} = 0,338 \text{ ton/cm}^2$$

e da figura 6.35,

$$\bar{\sigma}_{cp} \approx 0,240 \text{ ton/cm}^4 \text{ e a tensão estimada} \\ \bar{\sigma}_{cp} = 0,245 \text{ ton/cm}^2$$

### 6.3.2 Torção

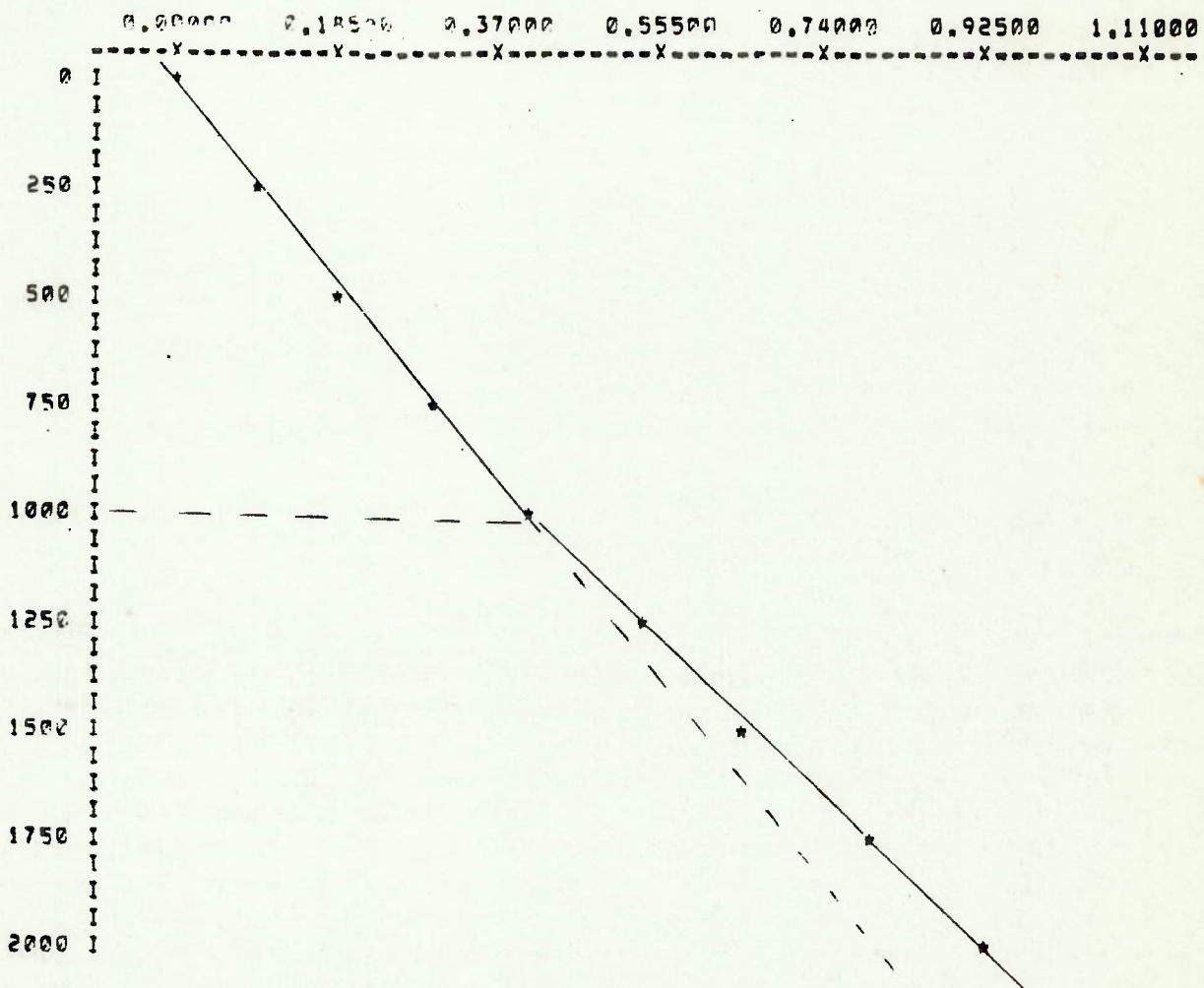
Nas figuras 6.37 a 6.40, notamos claramente o ponto de início de flambagem, devida à torção, em torno de

ma carga de 250,0 kg, correspondendo ao previsto no item 5.2.5.

Nas figuras 6.44, 6.45, 6.50, 6.51 e 6.54, notamos para o último carregamento uma grande diminuição da tensão, devendo-se ao fato de estar ocorrendo uma mudança no comportamento da estrutura, devida a flambagem nos painéis por cisalhamento.

Muitas figuras, como a 6.55, 6.57 e 6.60, apresentam um comportamento estranho devido aos baixos valores de tensão, que praticamente estão dentro da faixa de variação do ponto de zero do extensômetro.

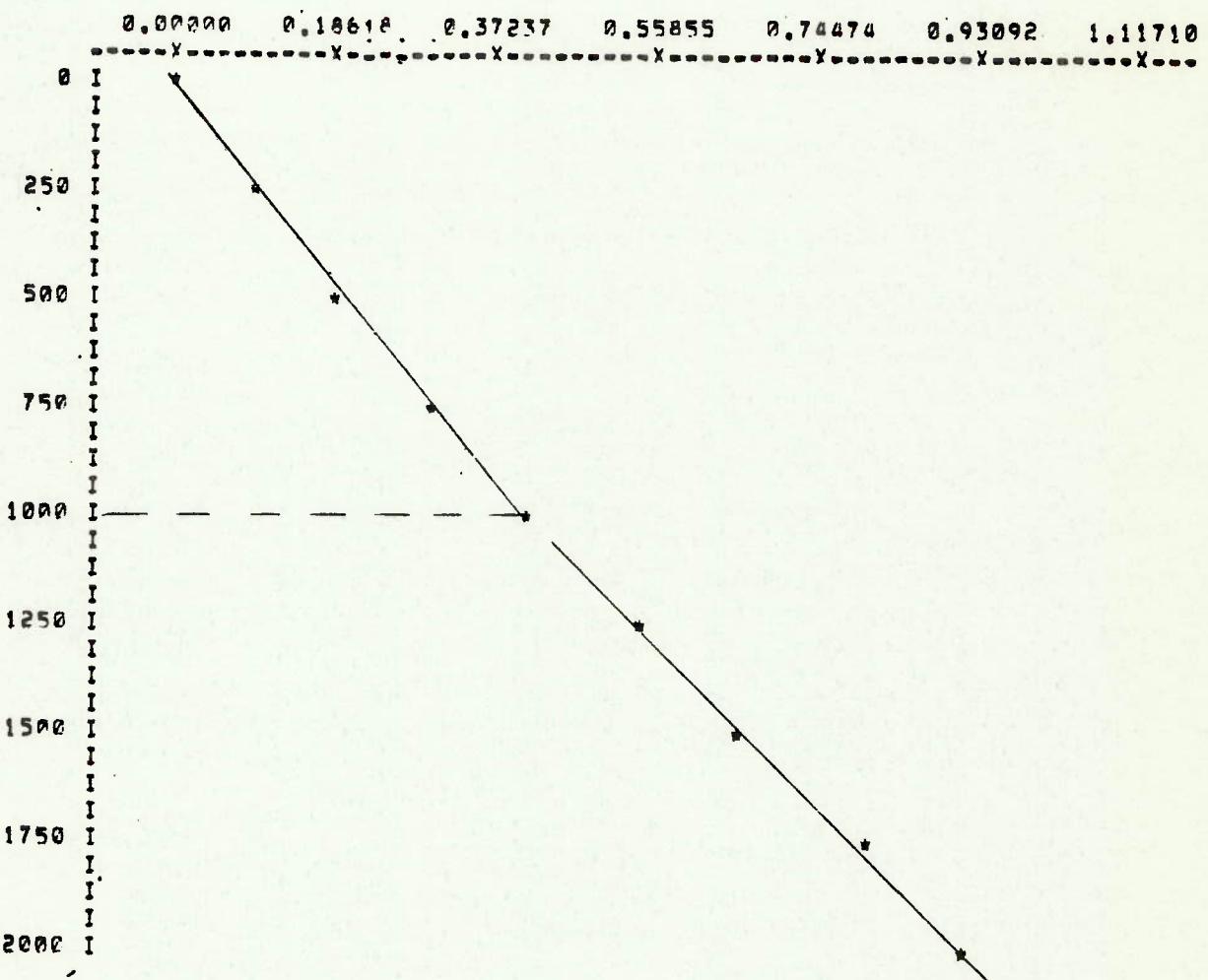
## REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"

CARGA (KG)	0.0	250.0	500.0	750.0	1000.0	1250.0	1500.0	1750.0	2000.0
TENSÃO (TON/CM <sup>2</sup> )	0.0000	0.1857	0.3714	0.5571	0.7428	0.9285	1.1142	1.3000	1.4857

FIGURA 6.2

## REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>

CARGA (KG)	0.0	250.0	500.0	750.0	1000.0	1250.0	1500.0	1750.0	2000.0
TENSÃO (TON/CM <sup>2</sup> )	0.0002	0.0962	0.1944	0.3019	0.4203	0.5402	0.6623	0.8014	0.9309

FIGURA 6.3

## REDUCAO DE DADOS

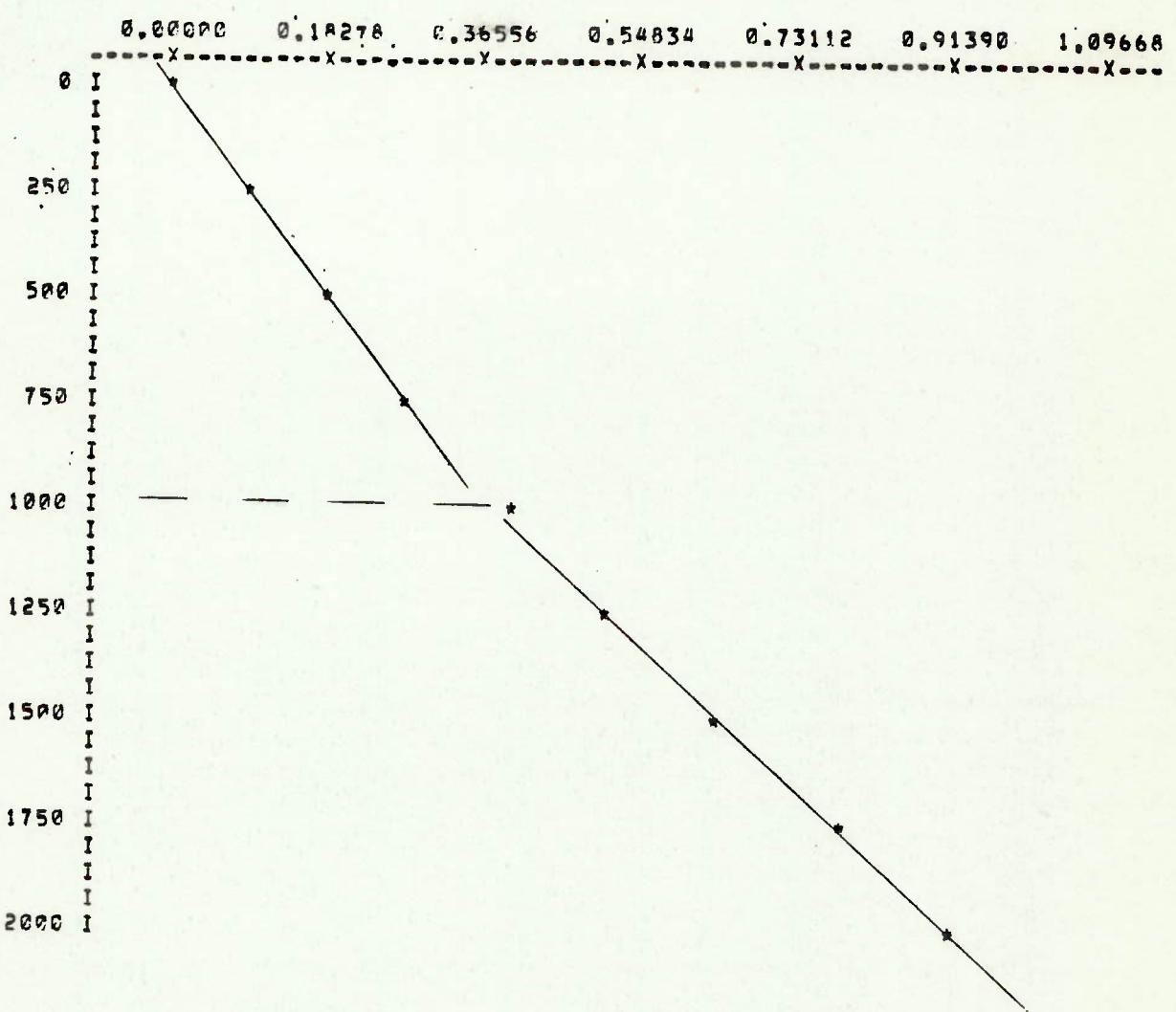
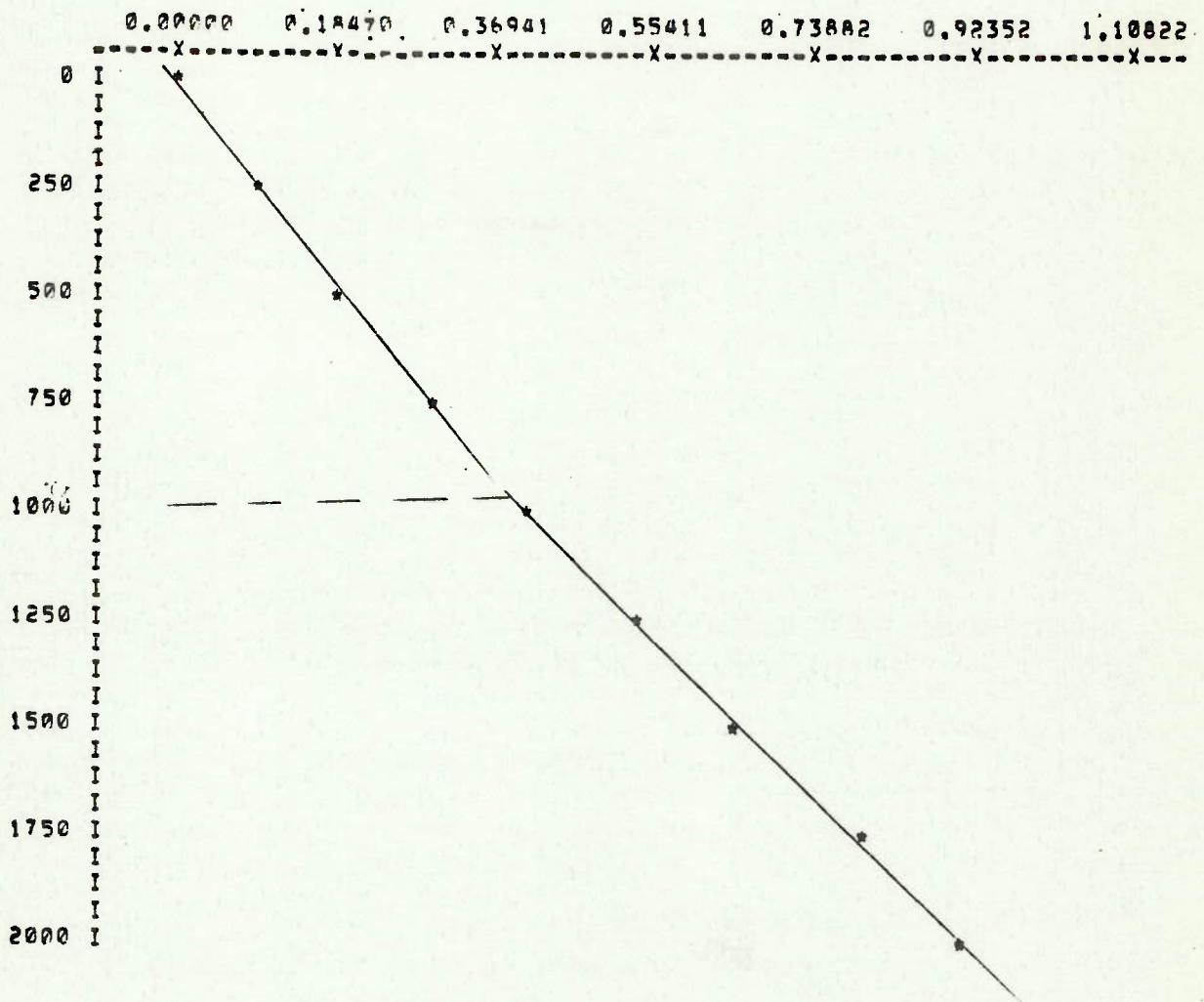
GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE \*\*TON/CM<sup>2</sup>

FIGURA 6.4

PONTO 4 - 10

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>

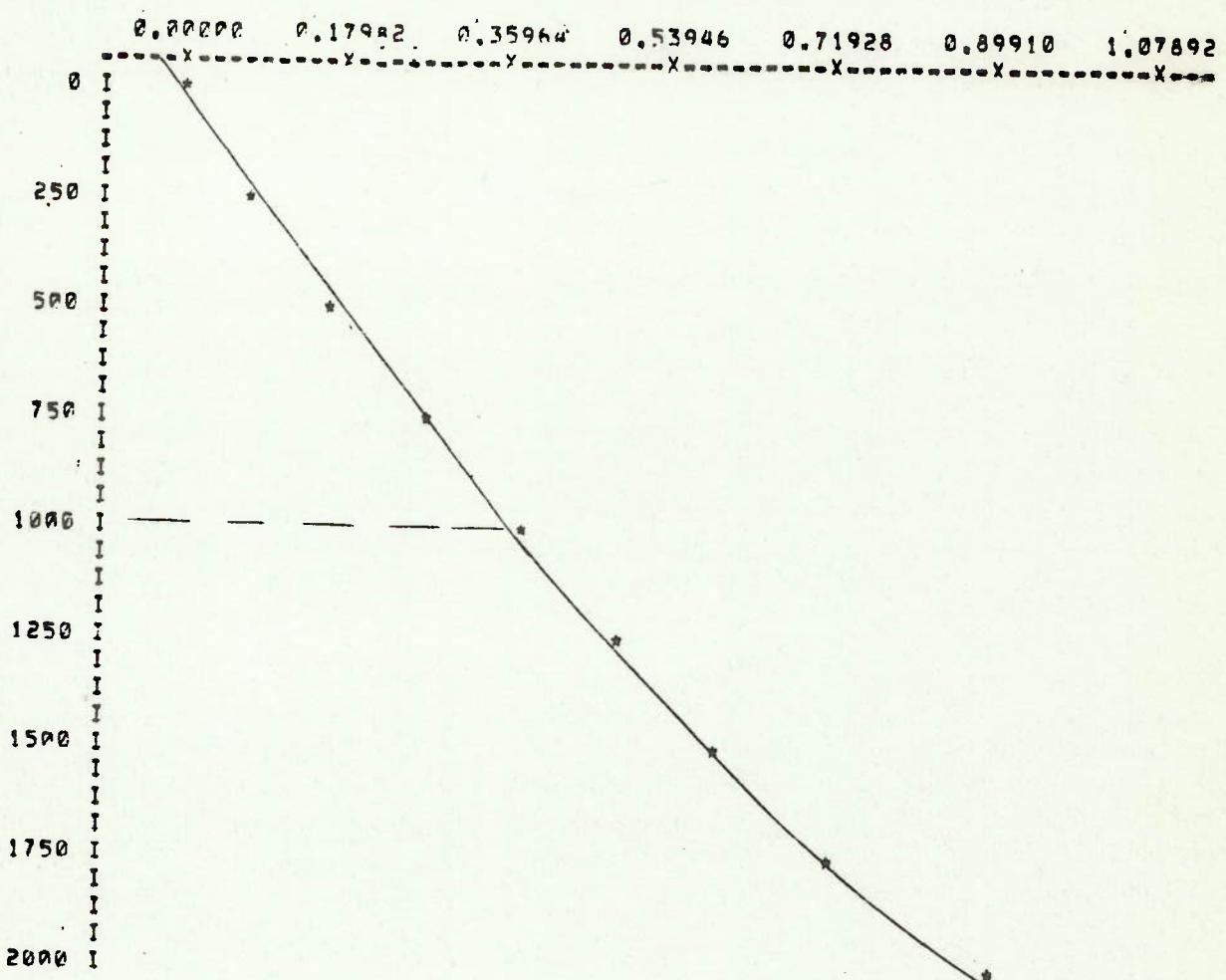


CARGA 0.0 250.0 500.0 750.0 1000.0 1250.0 1500.0 1750.0 2000.0  
(KG)

TENSÃO 0.0000 0.1847 0.3694 0.5541 0.7388 0.9235 1.1082  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.5

## REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>

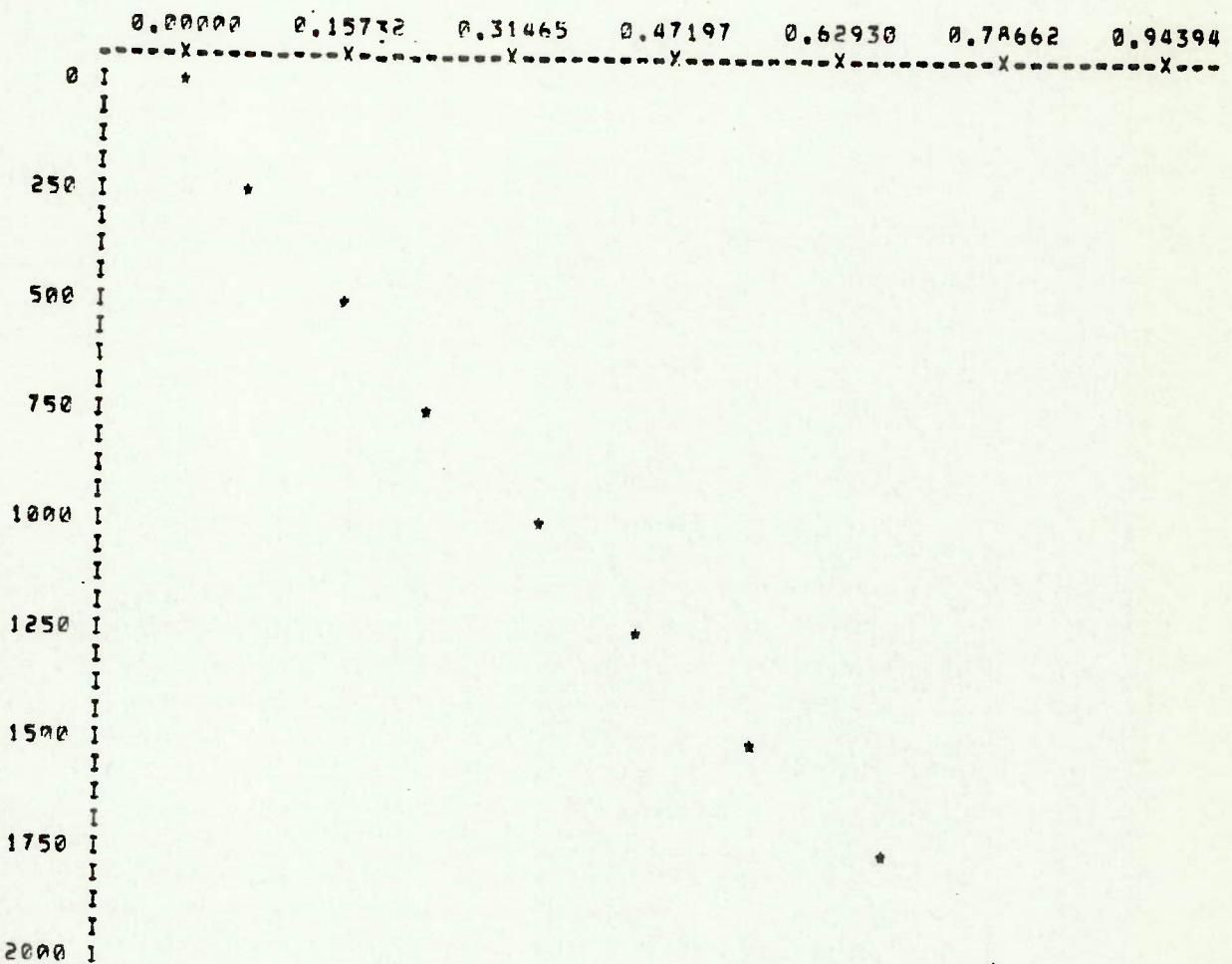
CARGA (KG)	0,0	250,0	500,0	750,0	1000,0	1250,0	1500,0	1750,0	2000,0
TENSÃO (TON/CM <sup>2</sup> )	0,0000	0,17982	0,35964	0,53946	0,71928	0,89910	1,07892		

FIGURA 6.6

PONTO 6 - 12

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = 'TON/CM<sup>2</sup>'



CARGA (KG)	0,0	250,0	500,0	750,0	1000,0	1250,0	1500,0	1750,0	2000,0
TENSÃO (TON/CM <sup>2</sup> )	0.00200	0.0777	0.1591	0.2516	0.3537	0.4536	0.5587	0.6771	0.7866

FIGURA 6.7

PONTO 13 - 15

RÉDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>

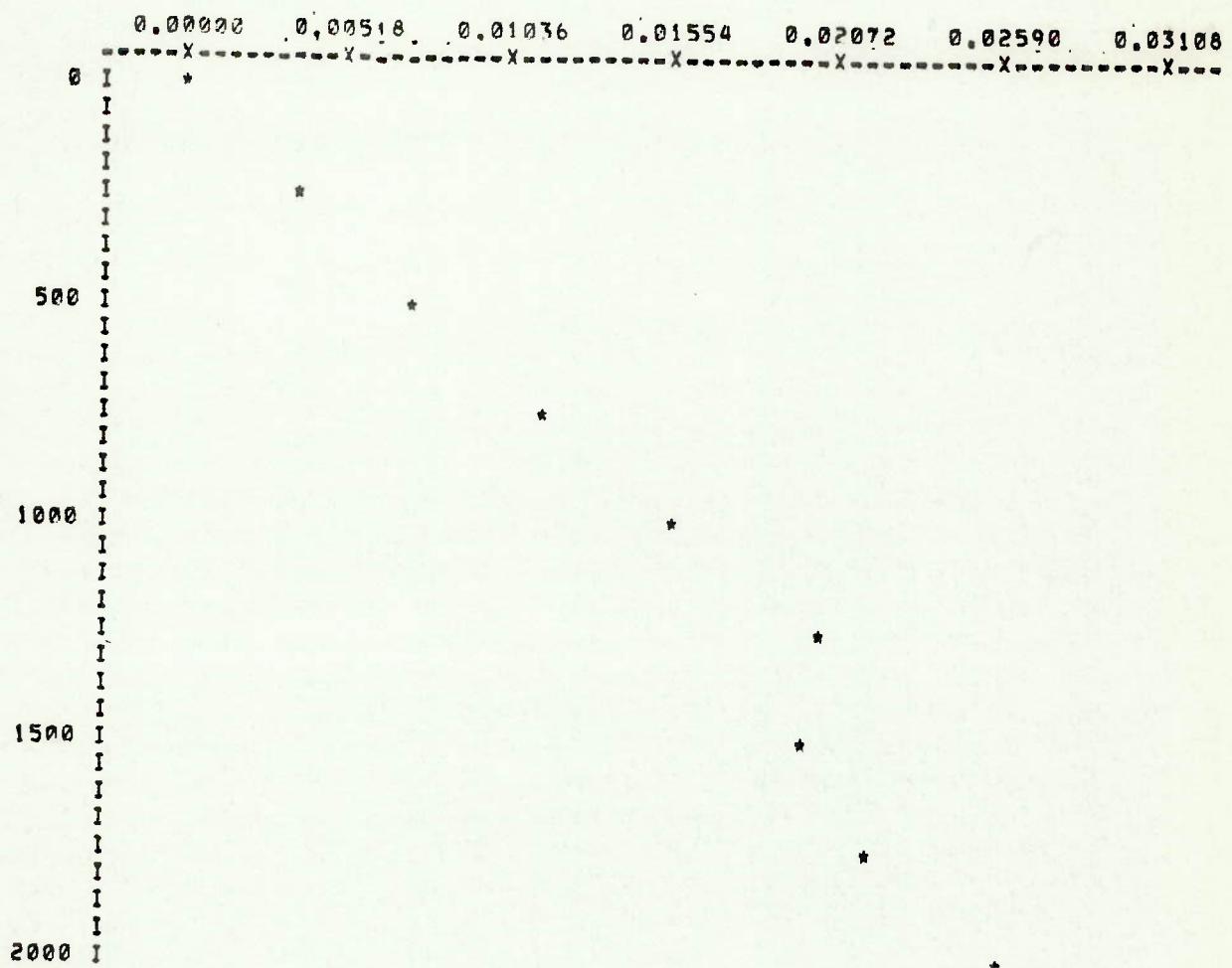
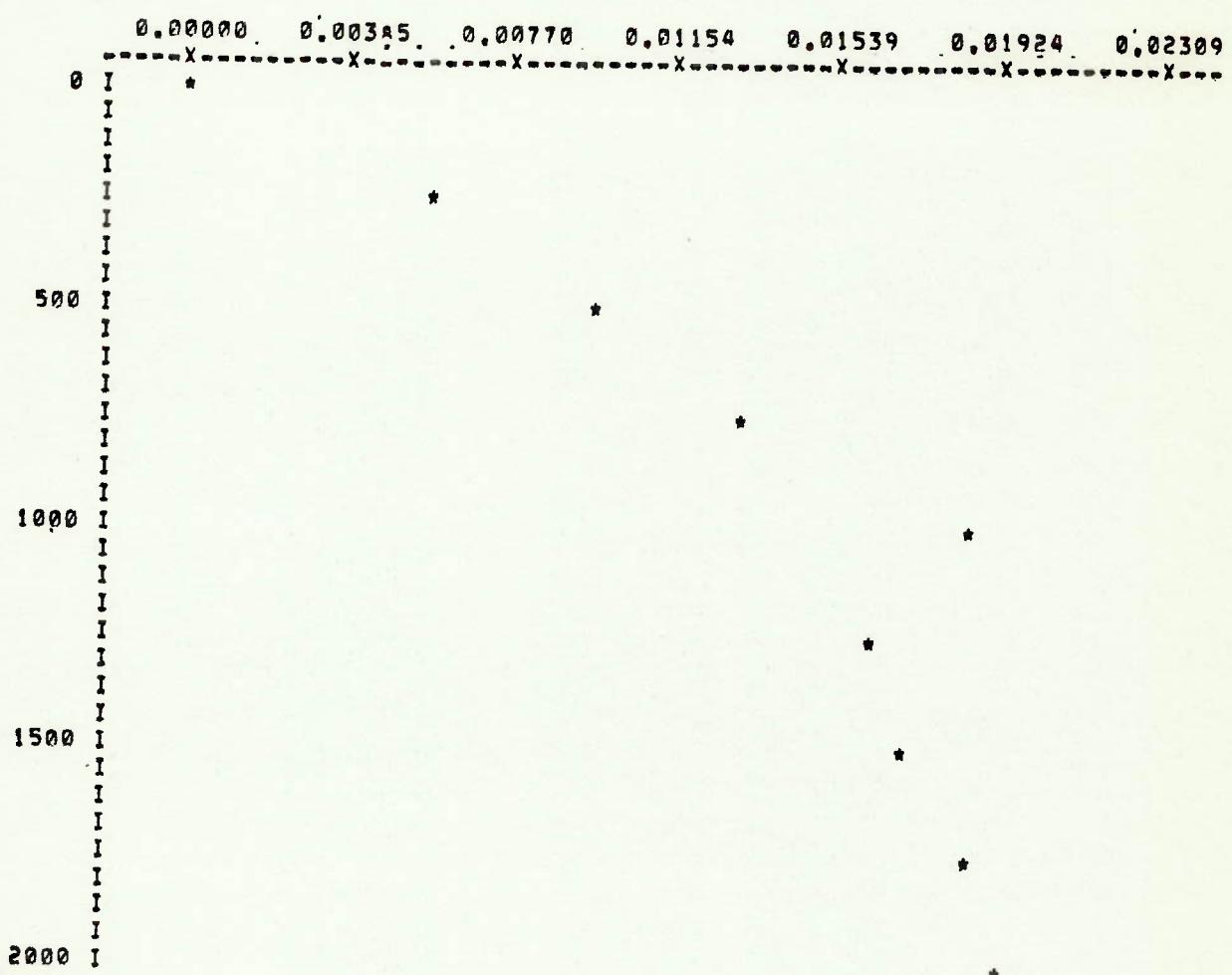


FIGURA 6.8

## REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE :<sup>2</sup>TON/CM<sup>2</sup>

CARGA            0.0    250.0    500.0    750.0    1000.0    1250.0    1500.0    1750.0    2000.0  
 (KG)

TENSÃO    0.0000  0.0059  0.0096  0.0133  0.0185  0.0163  0.0170  0.0185  0.0192  
 (TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.09

PONTO 17

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE =<sup>TON/CM<sup>2</sup></sup>

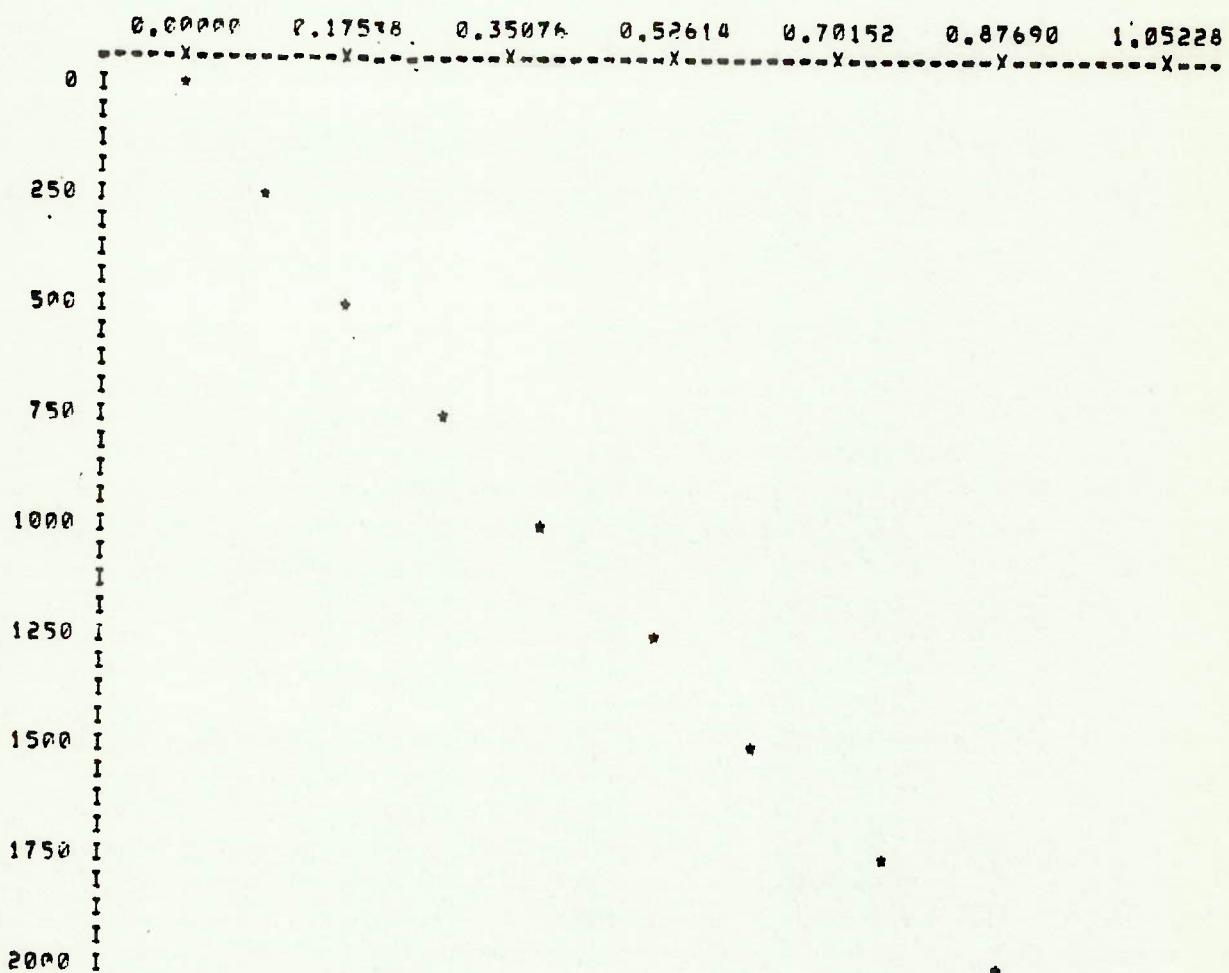
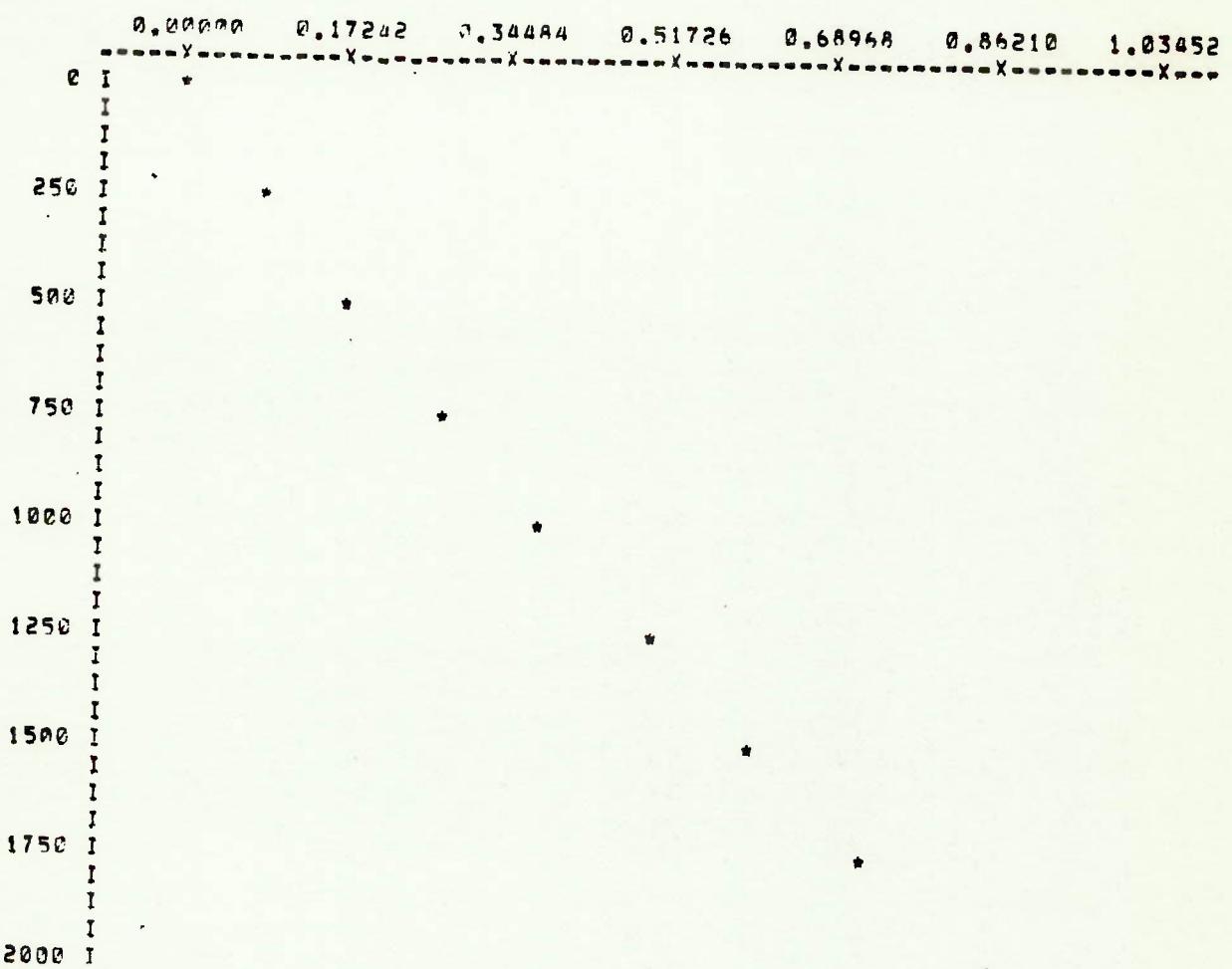


FIGURA 6.10

PONTO 18

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE : TON/CM<sup>2</sup>



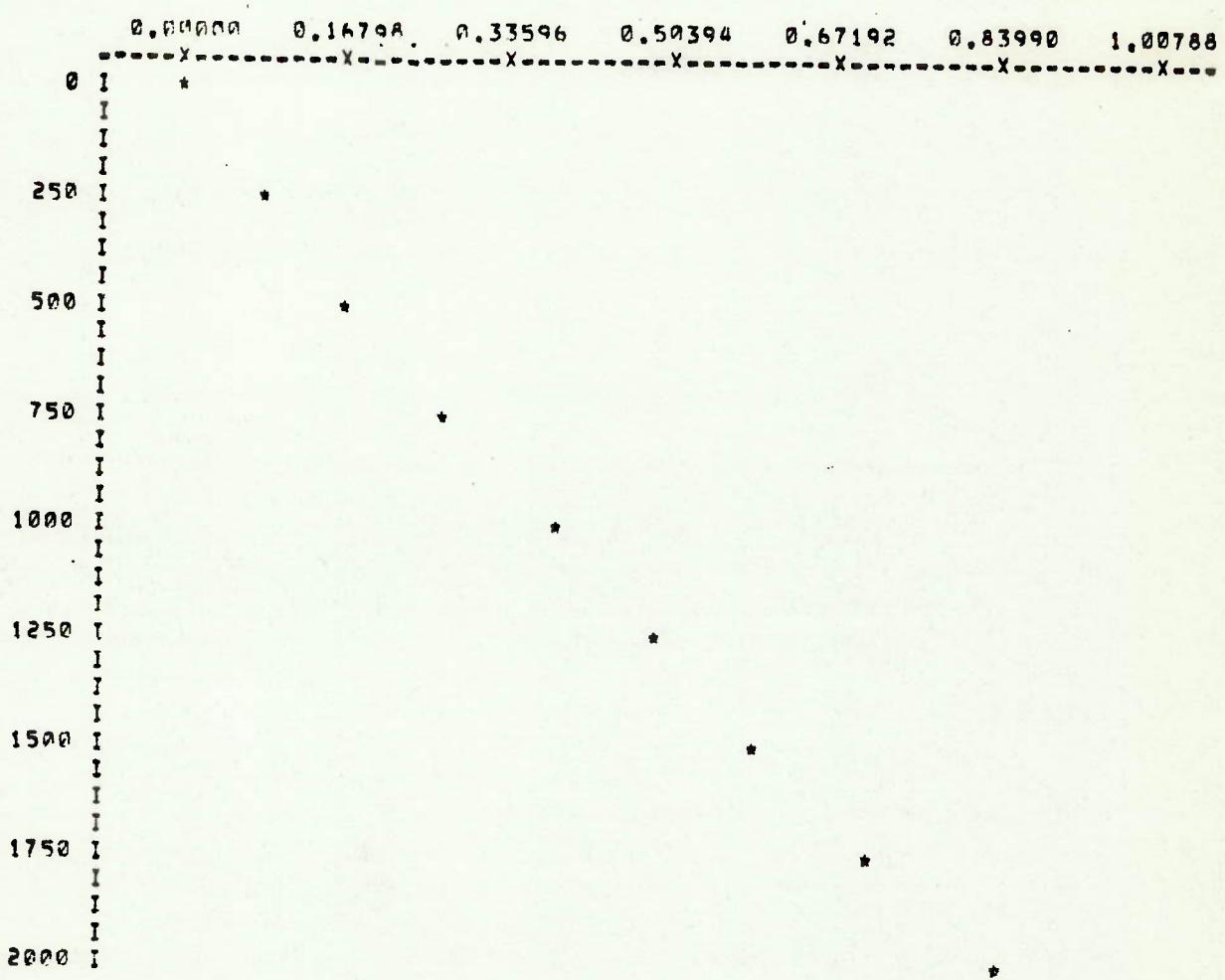
CARGA (KG)	TENSÃO (TON/CM <sup>2</sup> )
0,0	0,00000
250,0	0,0925
500,0	0,1850
750,0	0,2866
1000,0	0,3959
1250,0	0,5069
1500,0	0,6179
1750,0	0,7400
2000,0	0,8621

FIGURA 6.11

PONTO 19

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>



CARGA . 0,0 250,0 500,0 750,0 1000,0 1250,0 1500,0 1750,0 2000,0  
(KG)

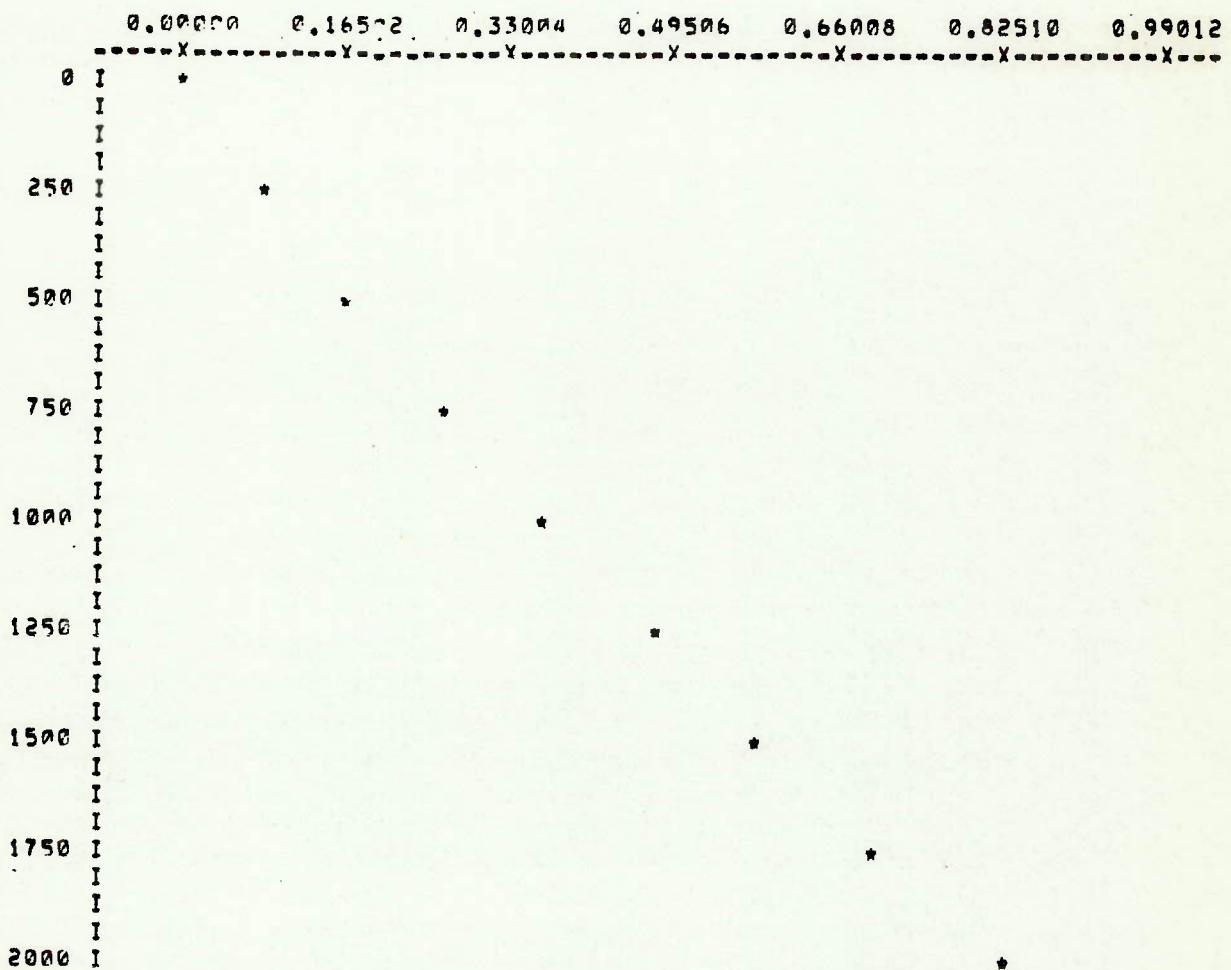
TENSÃO 0,0000 0,0888 0,1717 0,2512 0,3385 0,4995 0,6031 0,7215 0,8399  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.12

PONTO 20

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>



CARGA (KG)	0.0	250.0	500.0	750.0	1000.0	1250.0	1500.0	1750.0	2000.0
TENSÃO (TON/CM <sup>2</sup> )	0.00000	0.0851	0.1739	0.2738	0.3774	0.4847	0.5883	0.7067	0.8251

FIGURA 6.13

PONTO 21

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>

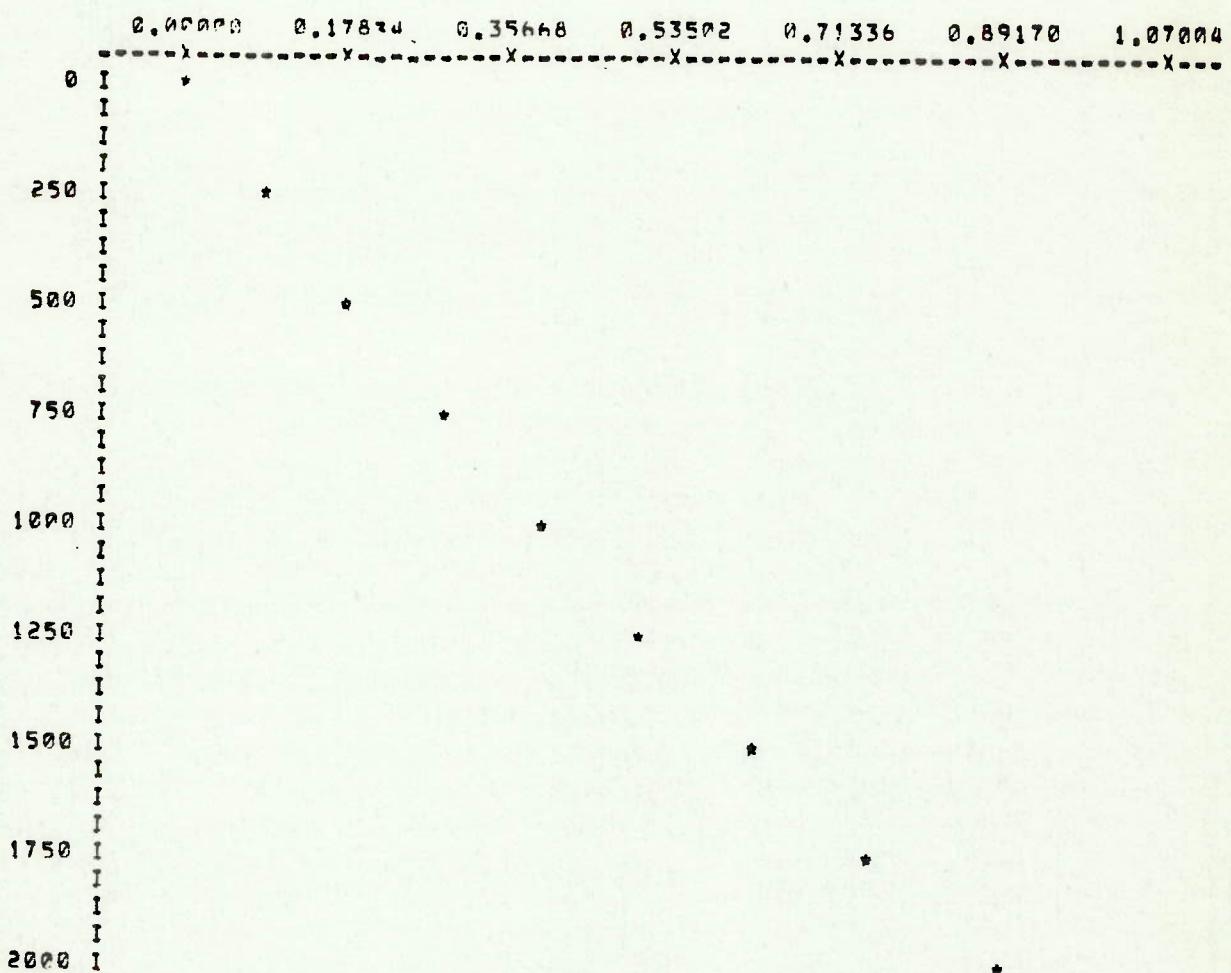


FIGURA 6.14

PONTO 22

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE =<sup>TON/CM<sup>2</sup></sup>

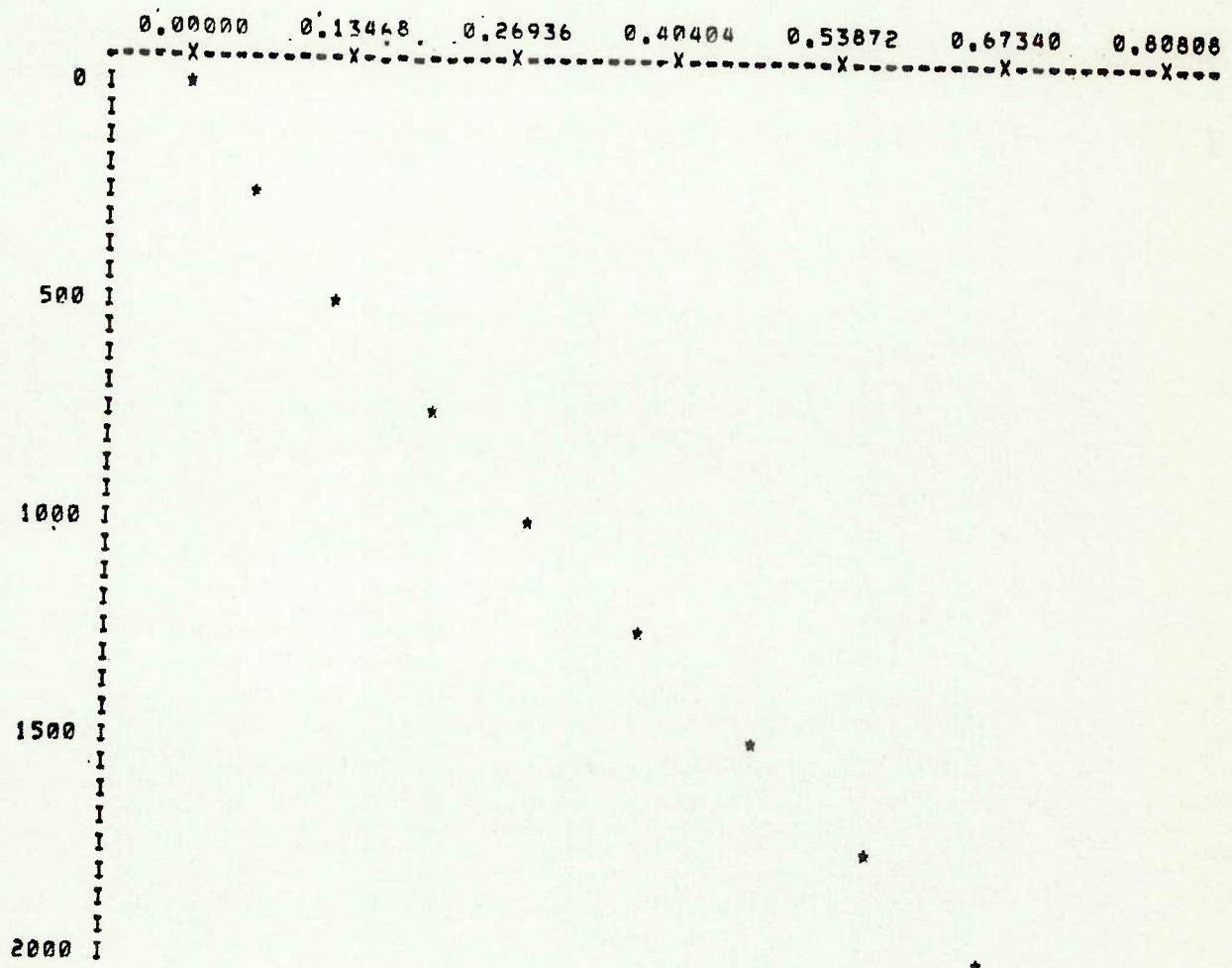
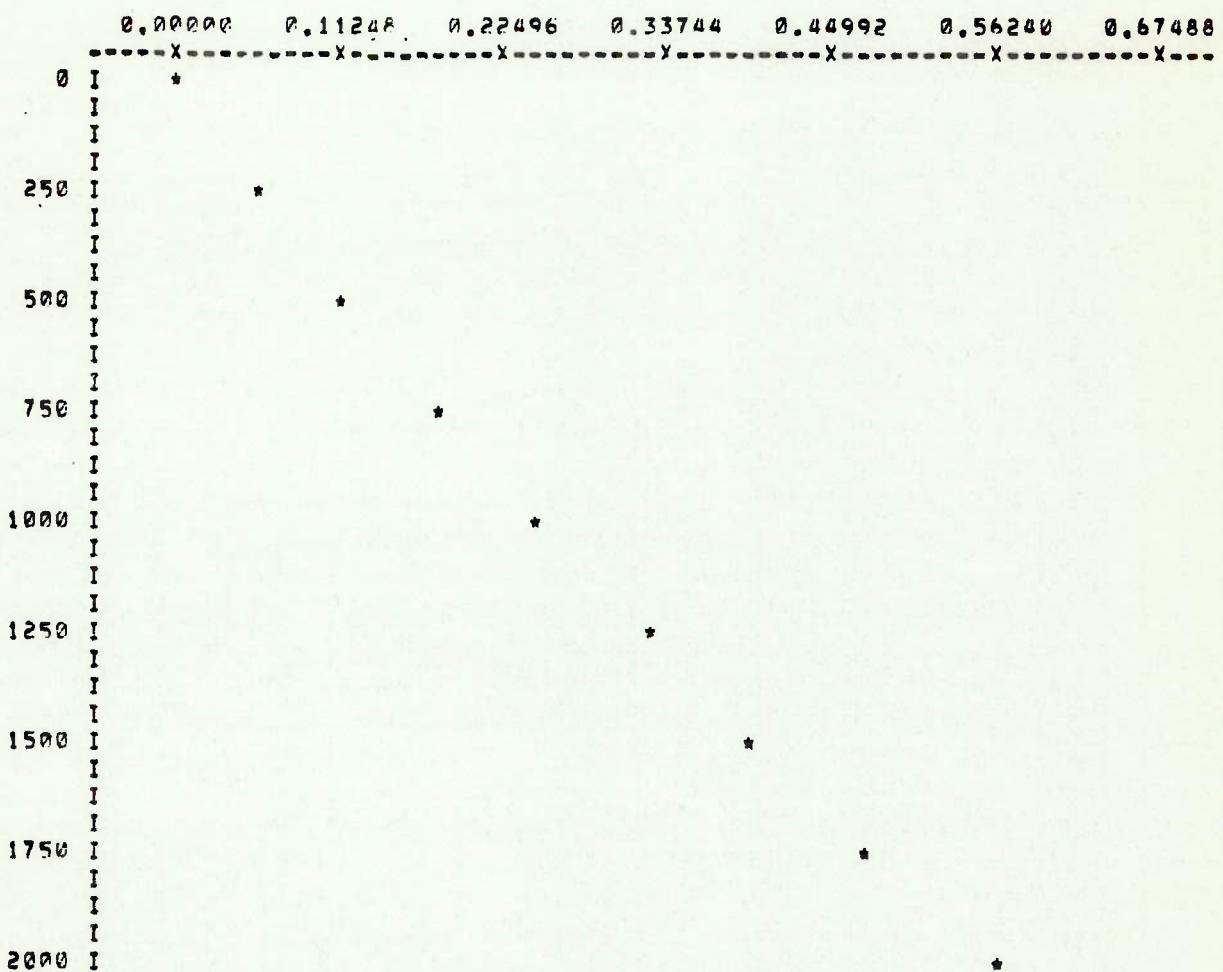


FIGURA 6.15

PONTO 23

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSOS - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"



CARGA      0,0    250,0    500,0    750,0    1000,0    1250,0    1500,0    1750,0    2000,0  
(KG)

TENSÃO    0,0030    0,0592    0,1184    0,1887    0,2553    0,3293    0,3996    0,4773    0,5624  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.16

PONTO 24

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE =<sup>TON/CM<sup>2</sup></sup>

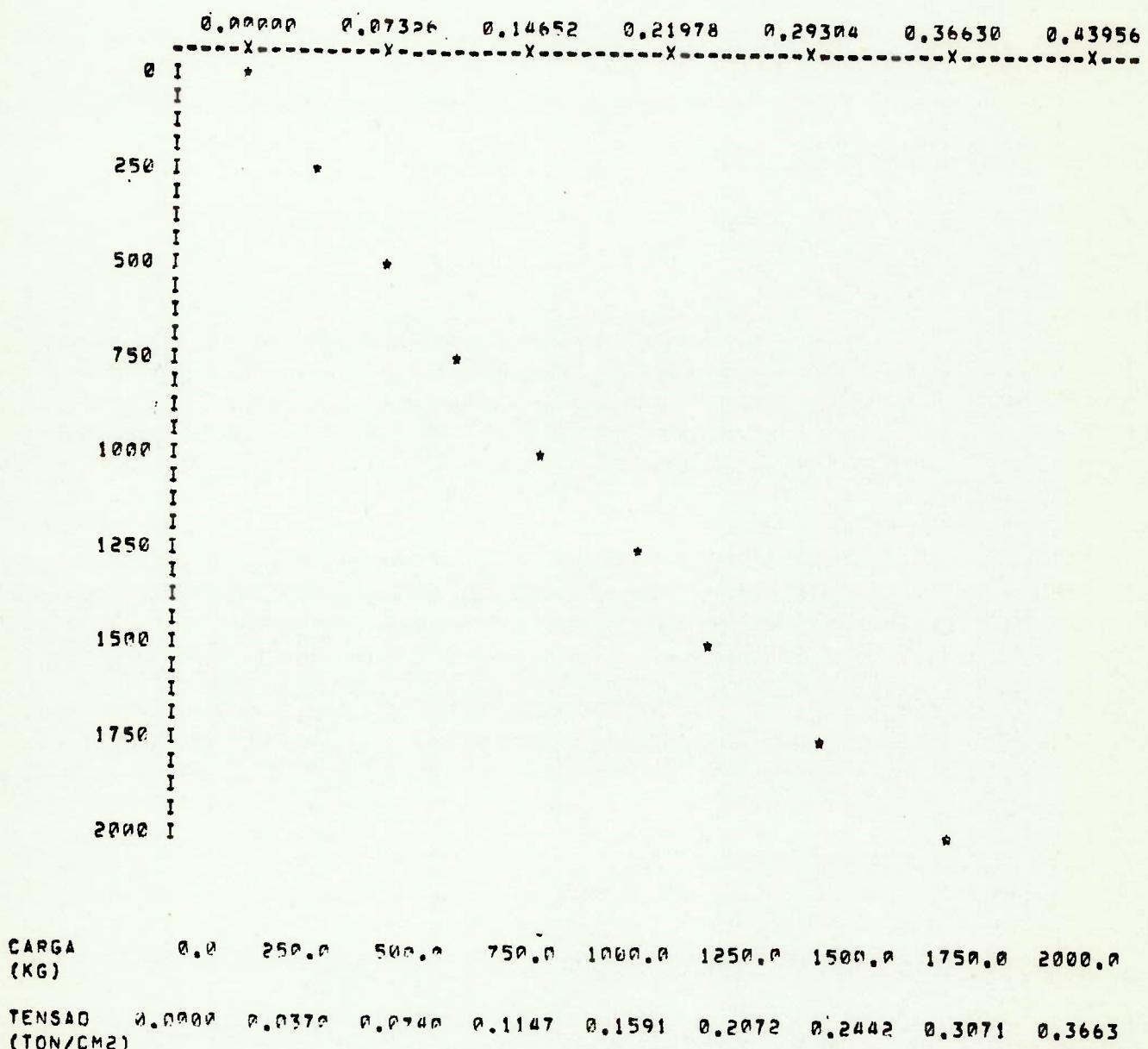
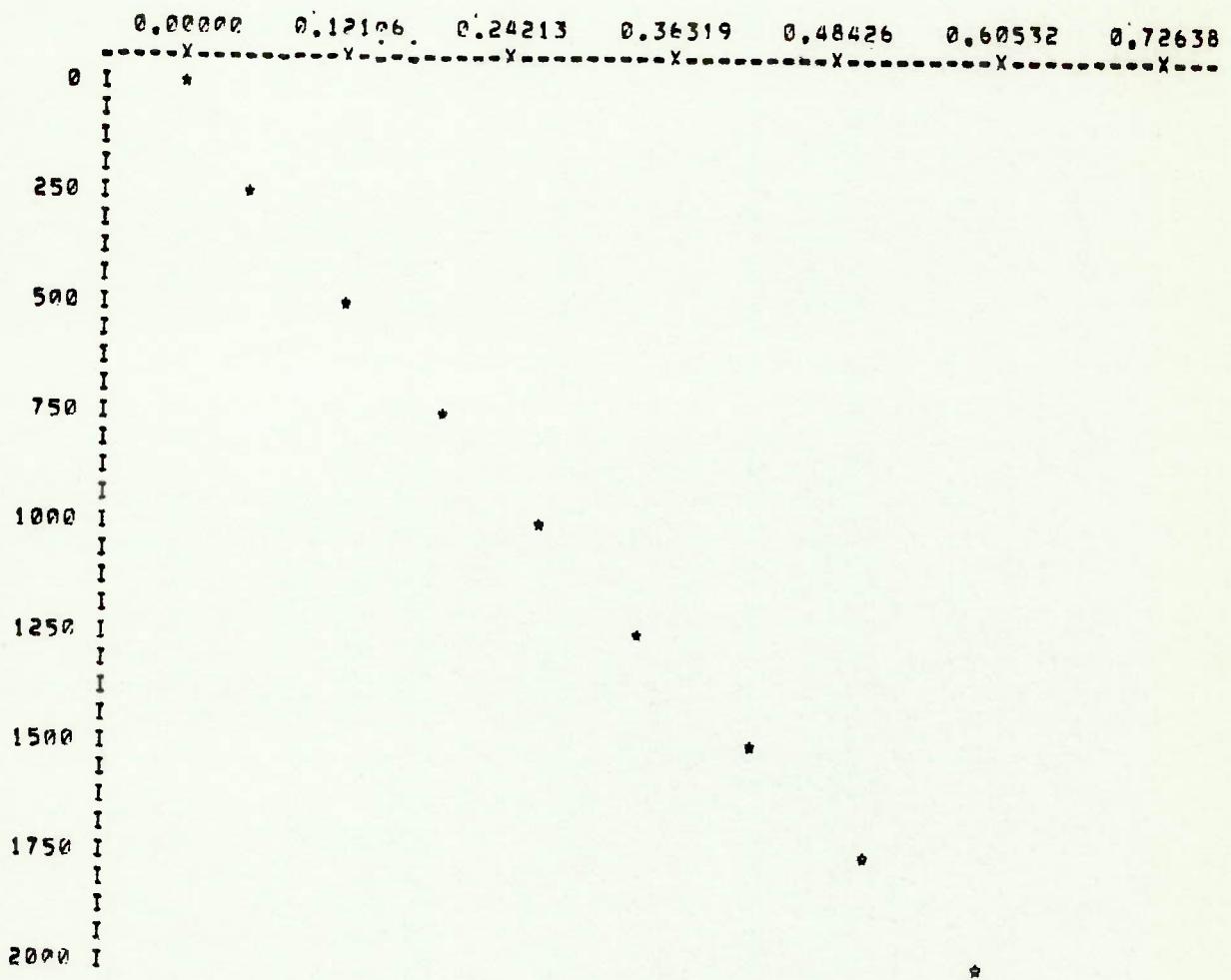


FIGURA 6.17

PONTO 25 - 28

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE \*TON/CM<sup>2</sup>\*

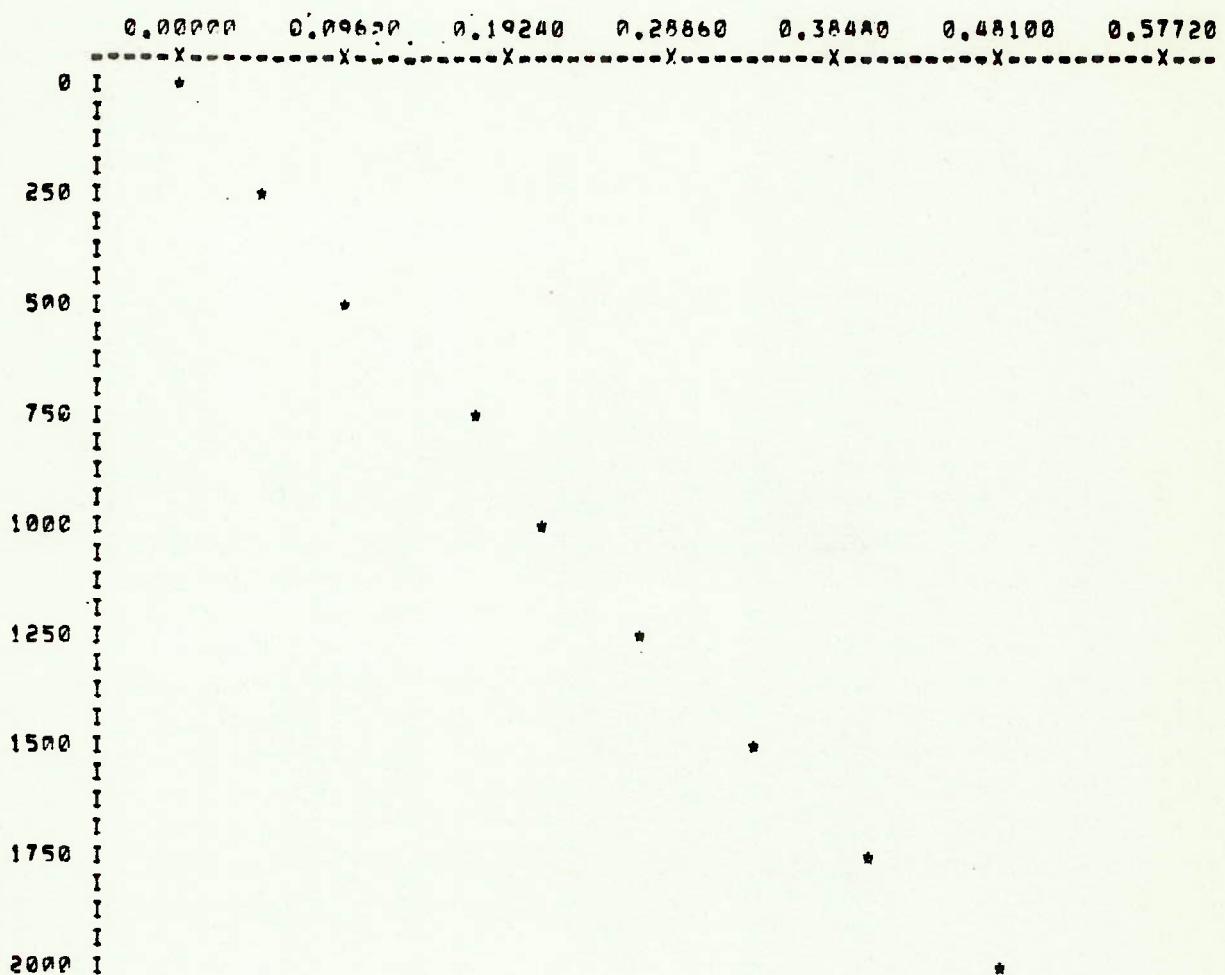


CARGA 0.0 250.0 500.0 750.0 1000.0 1250.0 1500.0 1750.0 2000.0  
(KG)

TENSÃO 0.00000 0.0577 0.121 0.1946 0.2686 0.3500 0.4277 0.5165 0.6053  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.18

## REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE :<sup>TON/CM<sup>2</sup></sup>

CARGA 0,0 250,0 500,0 750,0 1000,0 1250,0 1500,0 1750,0 2000,0  
(KG)

TENSÃO 0,0000 0,0481 0,0967 0,1761 0,2168 0,2775 0,3404 0,4129 0,4810  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.19

PONTO 27 - 30

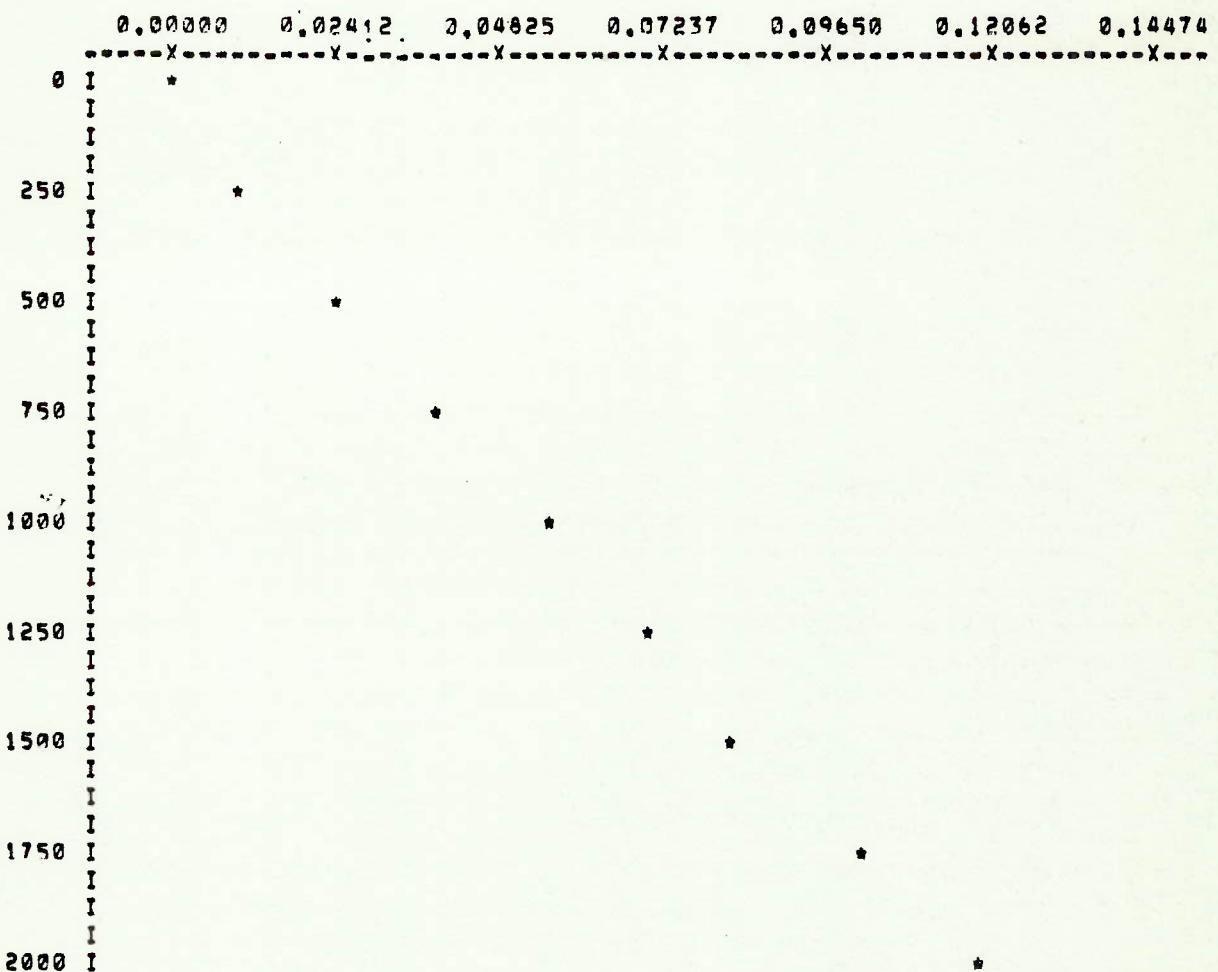
REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE =<sup>i</sup>TON/CM<sup>2</sup><sup>i</sup>



FIGURA 6.20

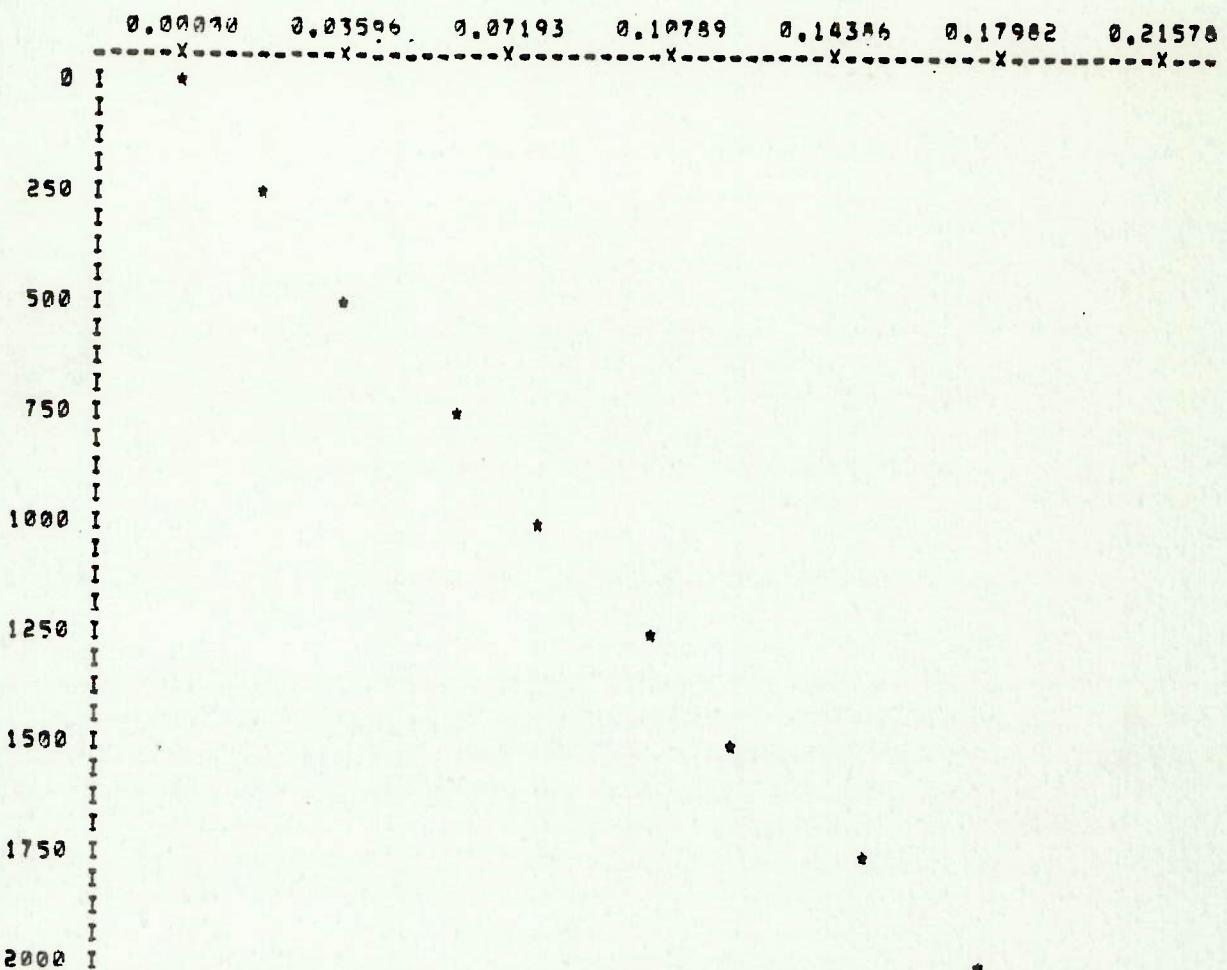
## REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"

CARGA (KG)	0.0	250.0	500.0	750.0	1000.0	1250.0	1500.0	1750.0	2000.0
TENSÃO (TON/CM <sup>2</sup> )	0.0000	0.0111	0.0259	0.0407	0.0555	0.0703	0.0836	0.1014	0.1206

FIGURA 6.21

## REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE \*TON/CM<sup>2</sup>\*

CARGA (KG)	0.0	250.0	500.0	750.0	1000.0	1250.0	1500.0	1750.0	2000.0
TENSÃO (TON/CM <sup>2</sup> )	0.00030	0.03596	0.07193	0.10789	0.14386	0.17982	0.21578		

FIGURA 6.22

## REDUCAO DE DADOS

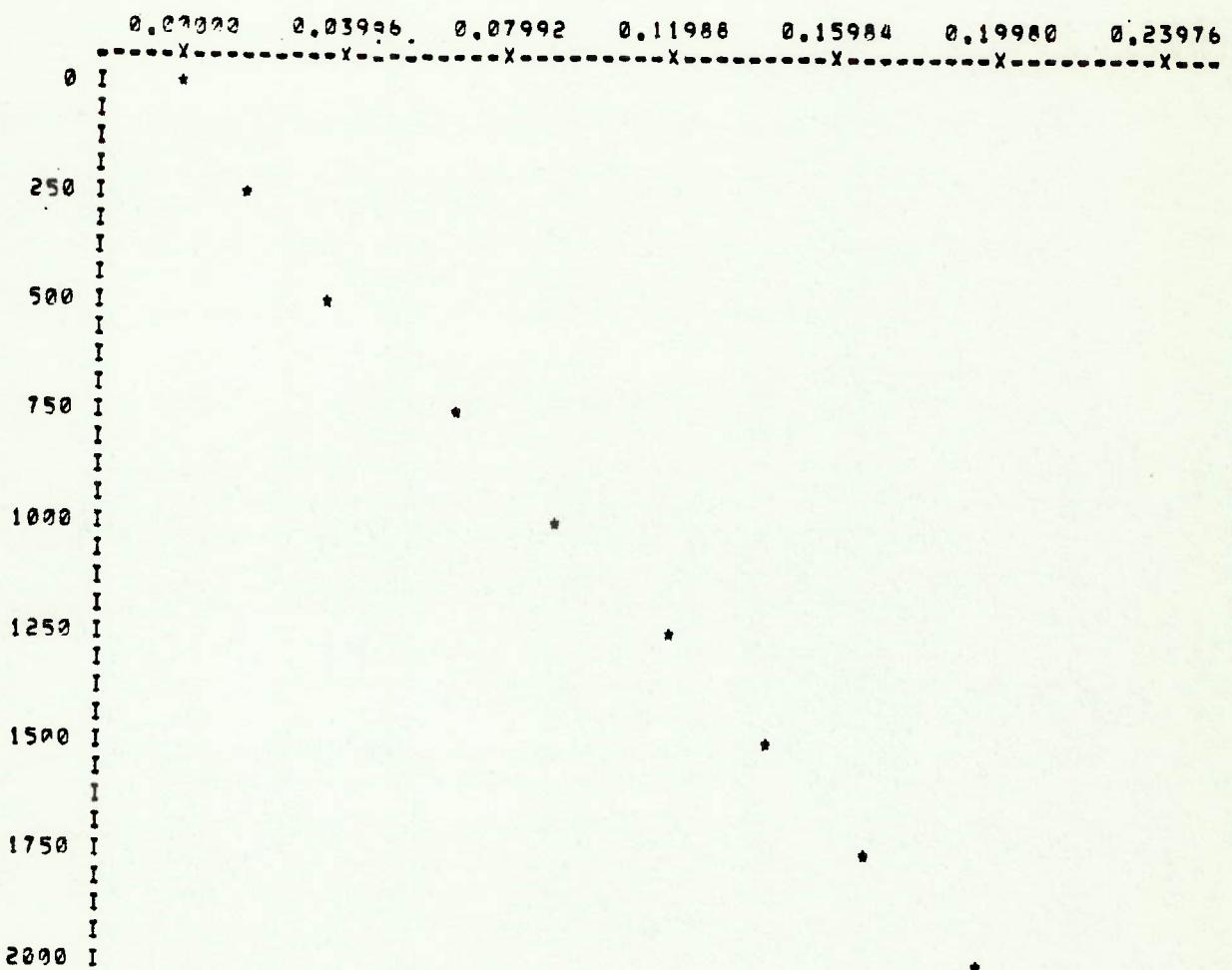
GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"

FIGURA 6.23

## REDUCAO DE DADOS

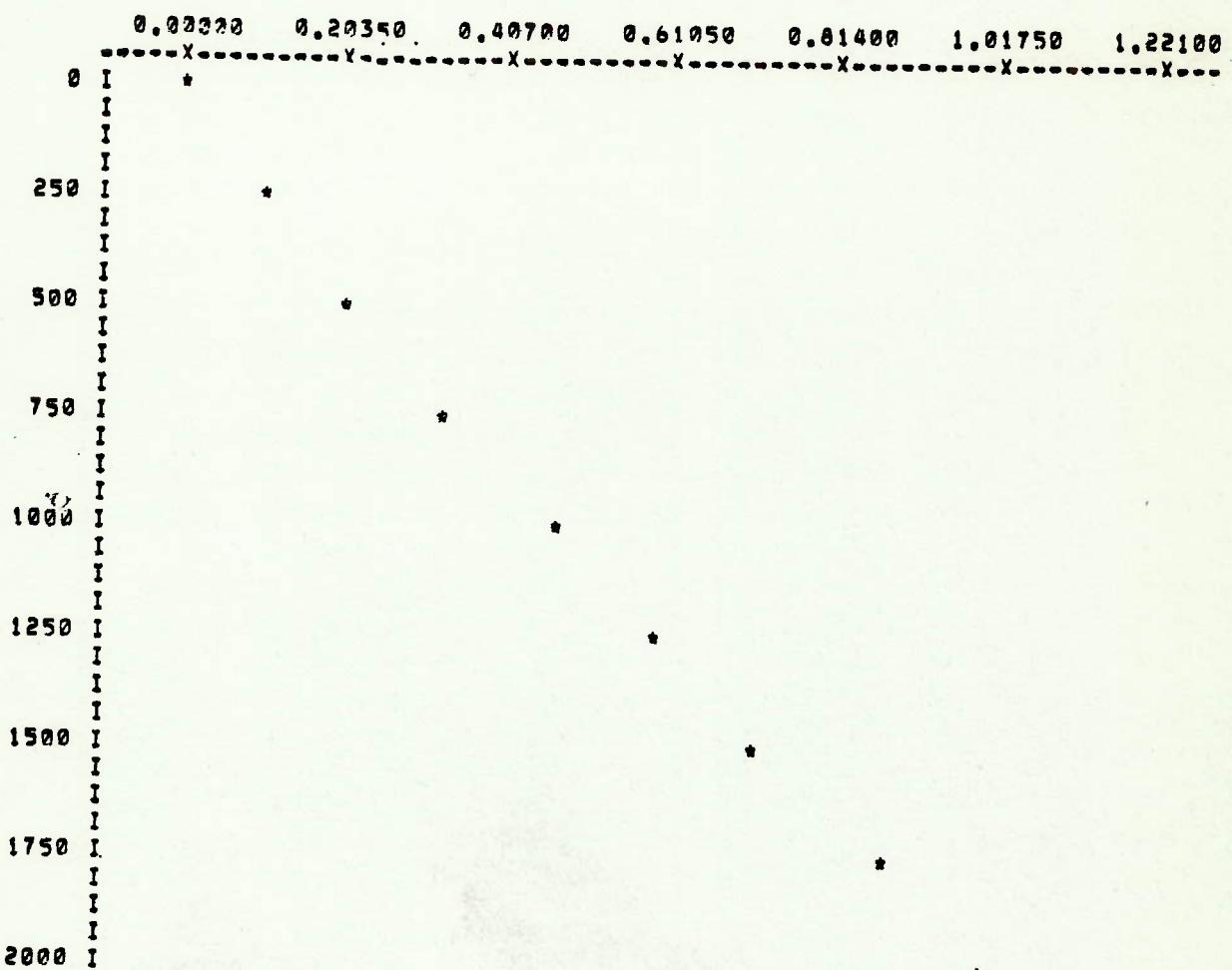
GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>

FIGURA 6.24

PONTO 39

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE :<sup>TON/CM<sup>2</sup></sup>

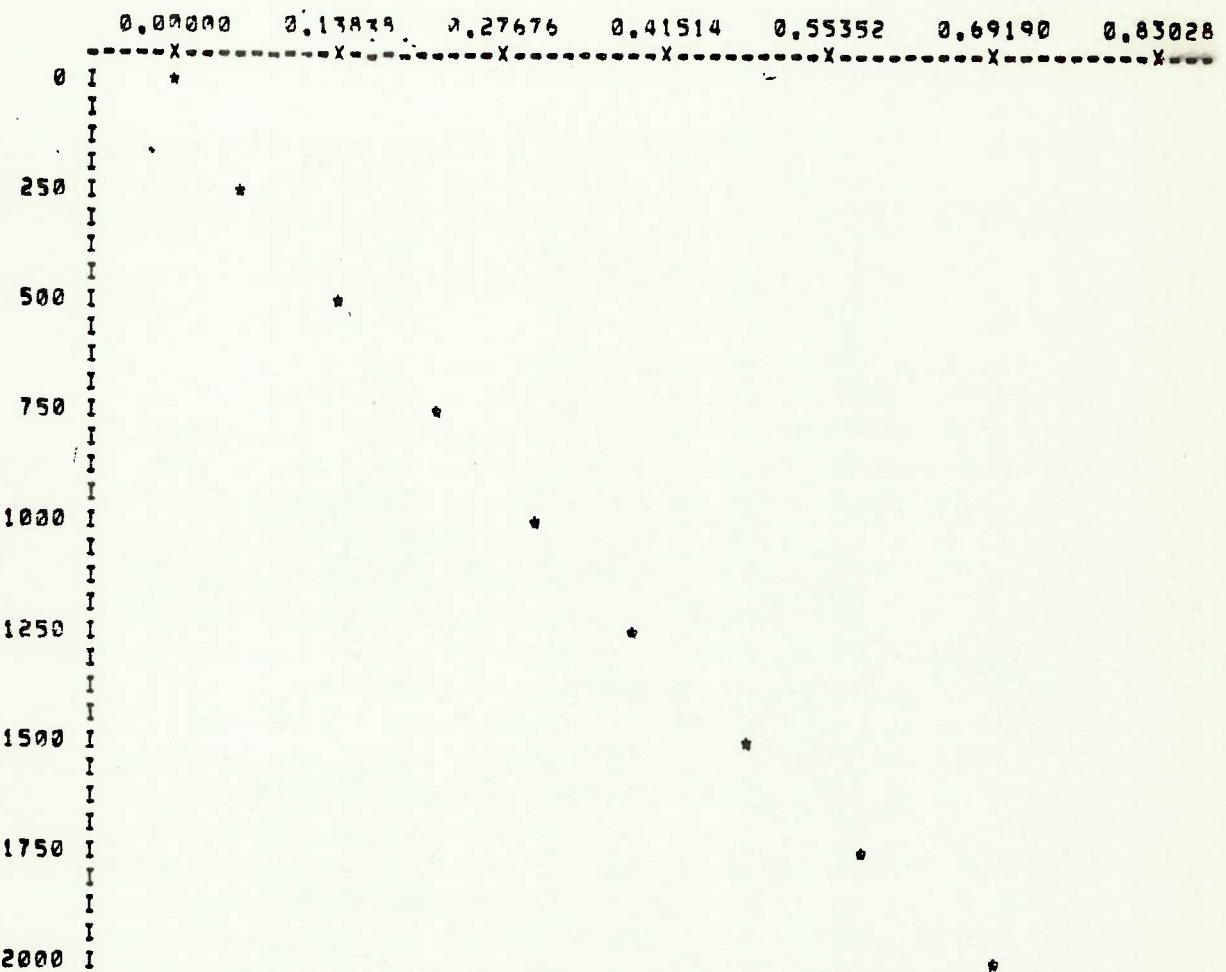
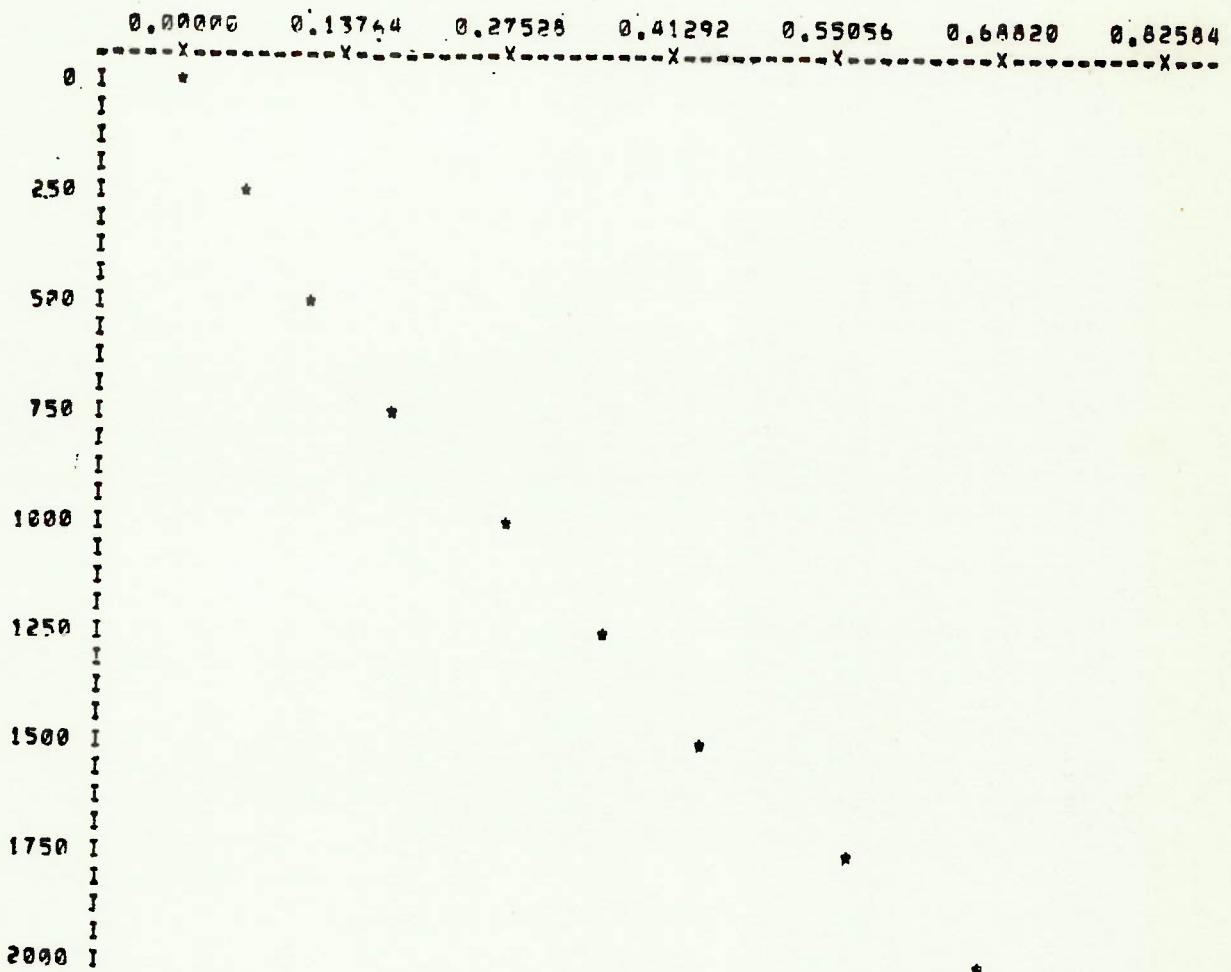


FIGURA 6.25

PONTO 40

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE :<sup>i</sup>TON/CM<sup>2</sup>



CARGA (KG)	TENSÃO (TON/CM <sup>2</sup> )
0.0	0.00000
250.0	-0.0555
500.0	-0.1221
750.0	-0.1887
1000.0	-0.2649
1250.0	-0.3663
1500.0	-0.4477
1750.0	-0.5661
2000.0	-0.6882

FIGURA 6.26

PONTO 41

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE \*(TON/CM<sup>2</sup>)



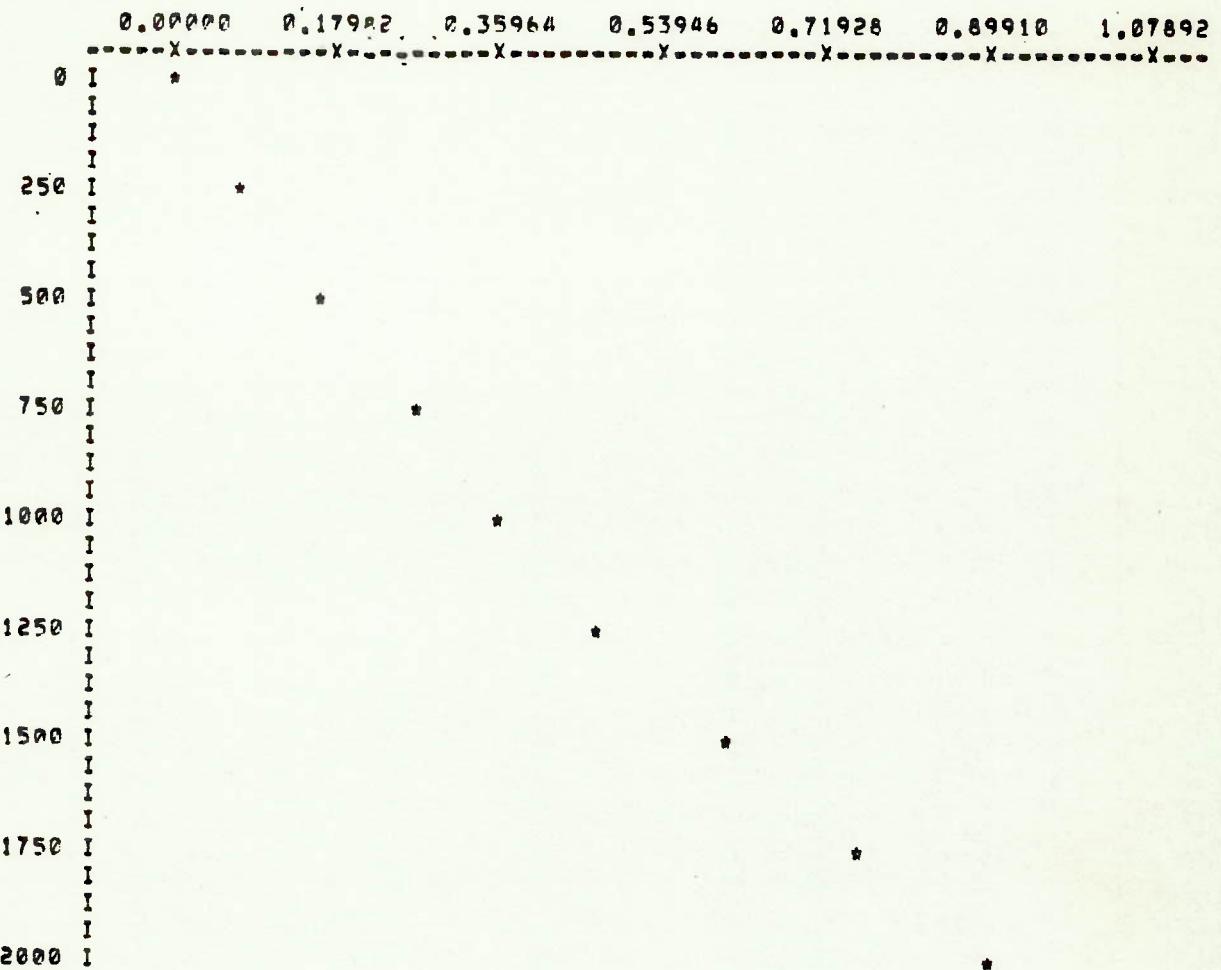
CARGA (KG)	0,0	250,0	500,0	750,0	1000,0	1250,0	1500,0	1750,0	2000,0
TENSÃO (TON/CM <sup>2</sup> )	0.0020	-0.0592	-0.1295	-0.2035	-0.2812	-0.3700	-0.4588	-0.5550	-0.6734

FIGURA 6.27

PONTO 42

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE "TON/CM<sup>2</sup>"



CARGA 0,0 250,0 500,0 750,0 1000,0 1250,0 1500,0 1750,0 2000,0  
(KG)

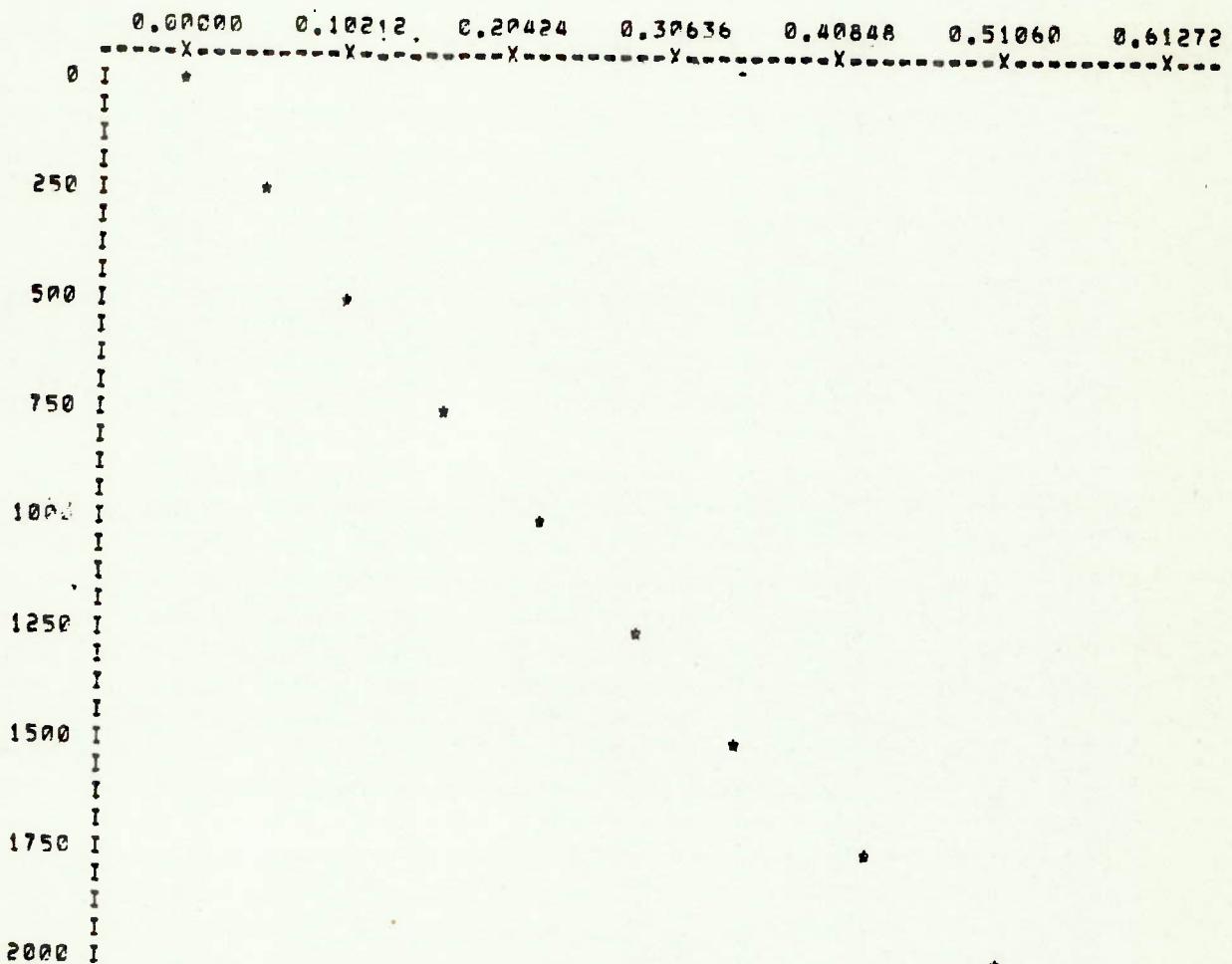
TENSÃO 0,0000 -0,0814 -0,1702 -0,2701 -0,3626 -0,4647 -0,6290 -0,7585 -0,8991  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.28

PONTO 43

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE =*TON/CM<sup>2</sup>*



CARGA 0,0 250,0 500,0 750,0 1000,0 1250,0 1500,0 1750,0 2000,0  
(KG)

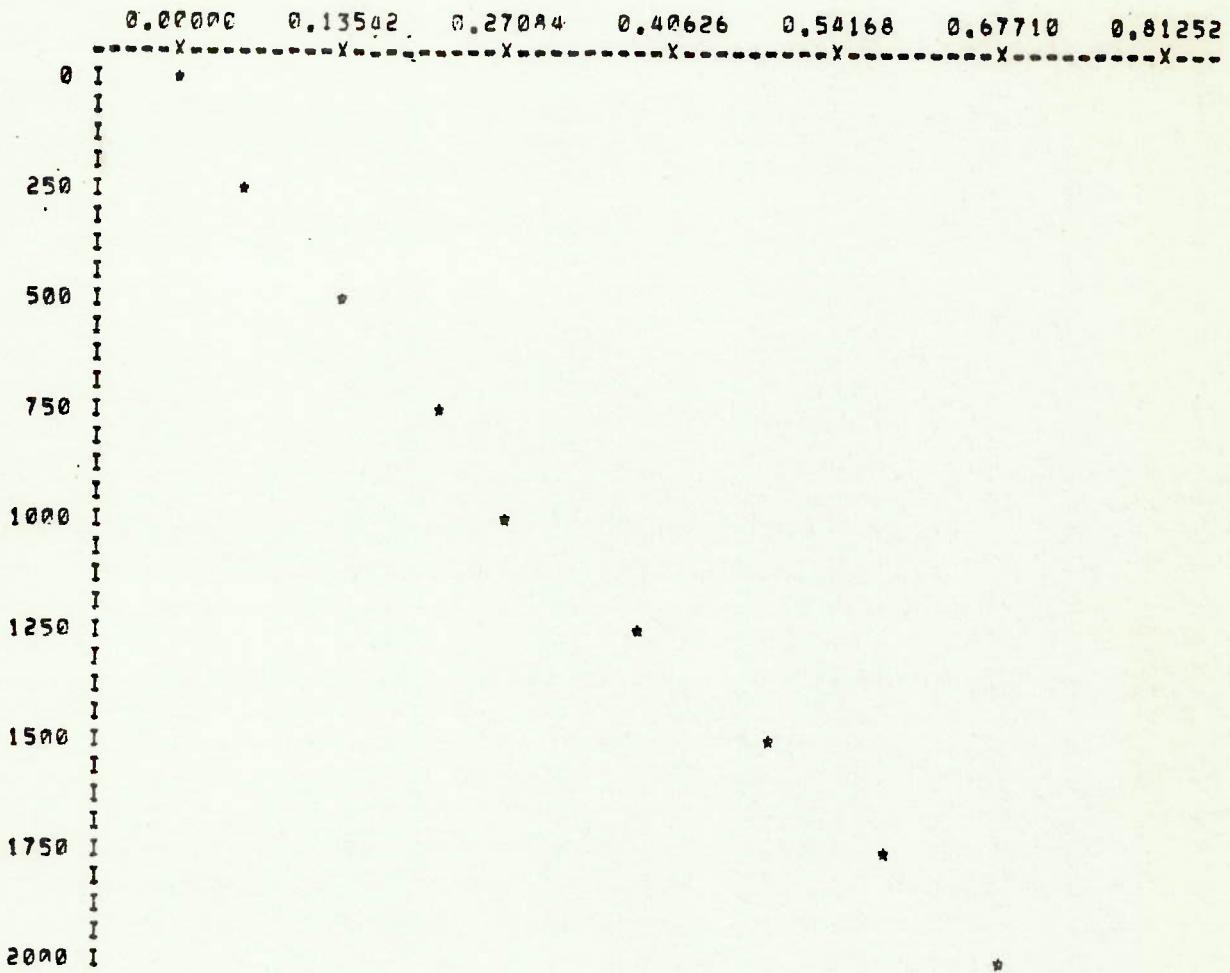
TENSÃO 0,0000 -0,0518 -0,1073 -0,1665 -0,2257 -0,2886 -0,3552 -0,4329 -0,5106  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.29

PONTO 44 - 45

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE =*"TON/CM<sup>2</sup>"*

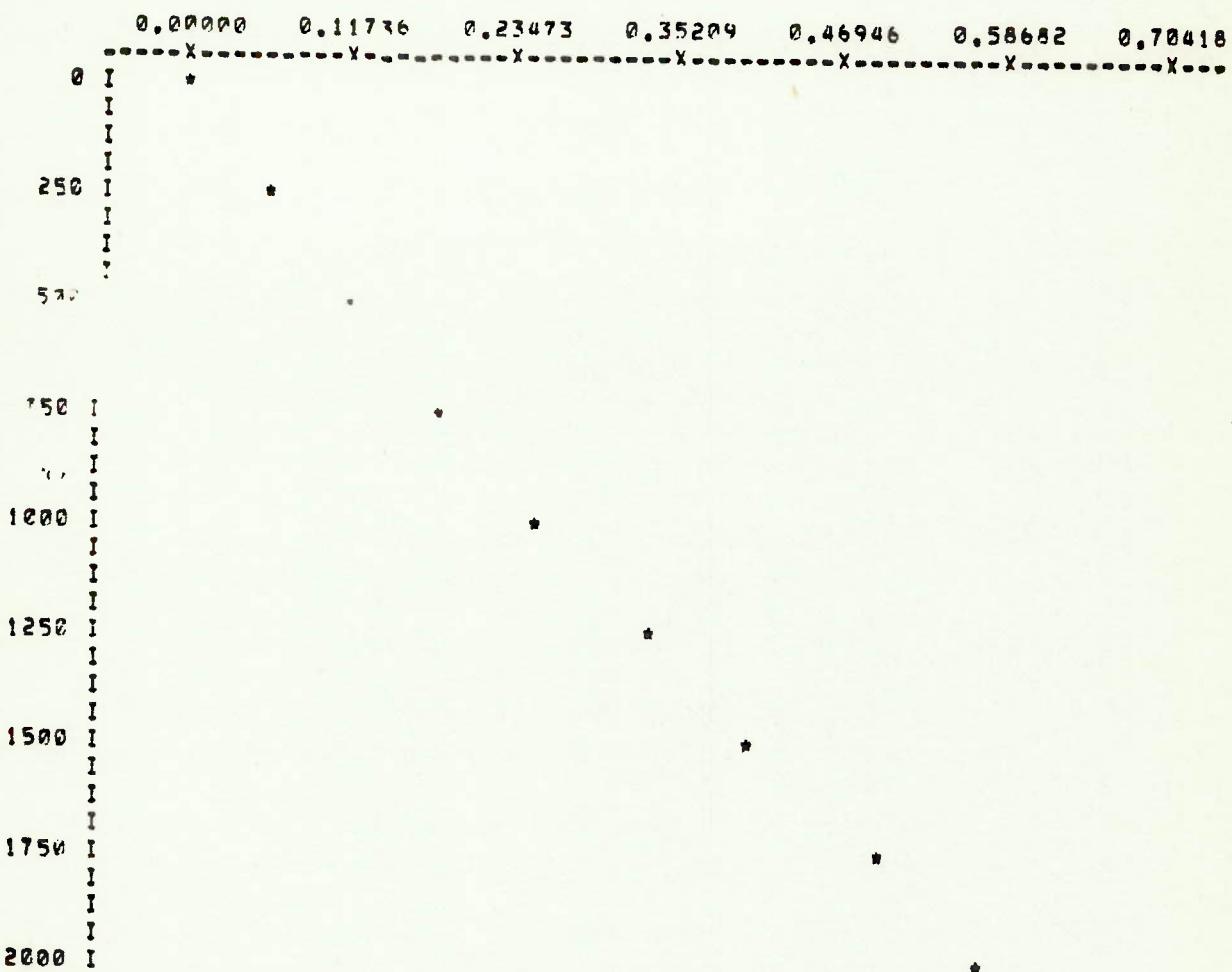


CARGA 0,0 250,0 500,0 750,0 1000,0 1250,0 1500,0 1750,0 2000,0  
(KG)

TENSÃO 0,00000 -0,0629 -0,1354 -0,2168 -0,2797 -0,3885 -0,4995 -0,5846 -0,6771  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.30

## REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"

CARGA 0,0 250,0 500,0 750,0 1000,0 1250,0 1500,0 1750,0 2000,0  
 (KG)

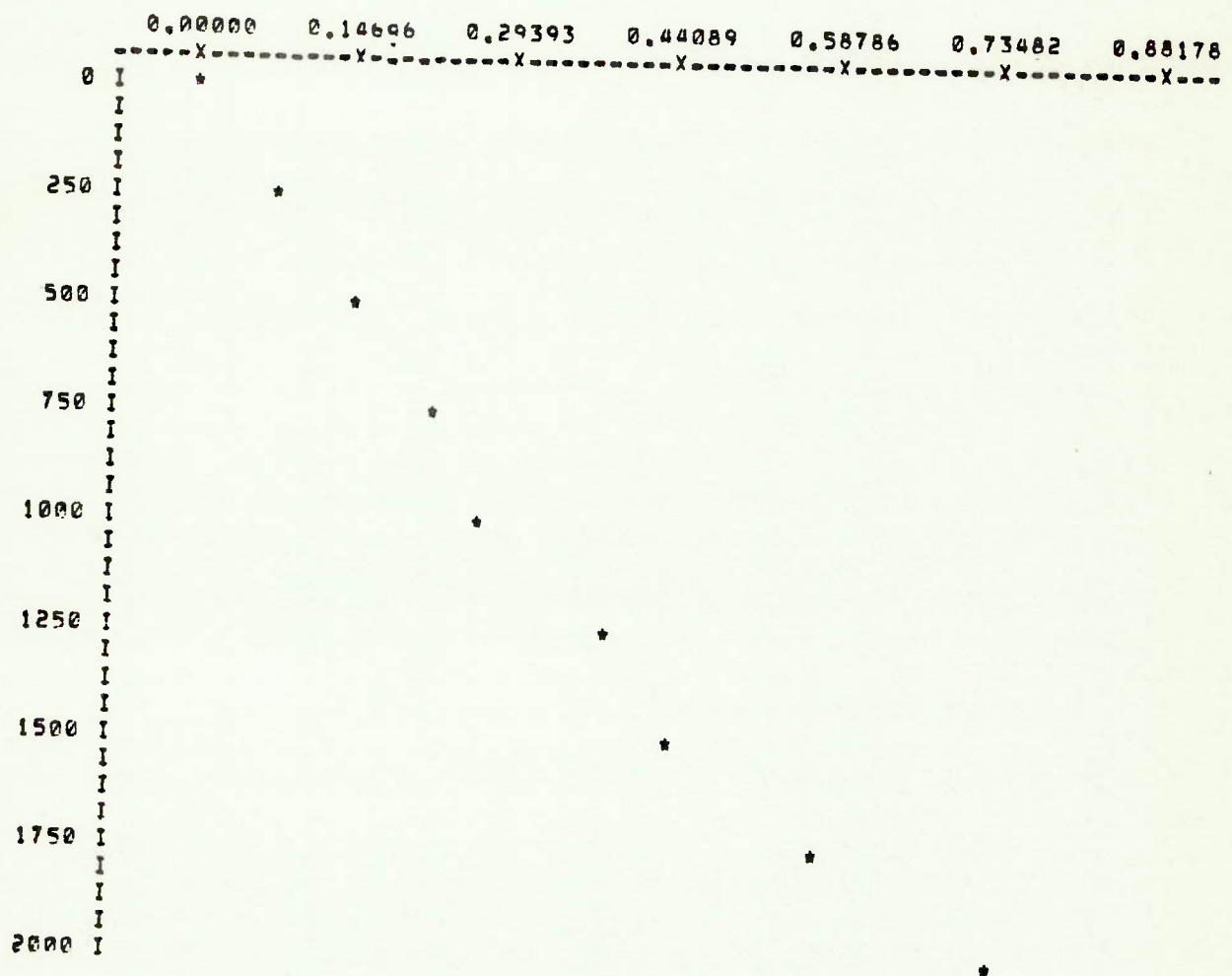
TENSÃO 0,0000 -0,0629 -0,1247 -0,1946 -0,2686 -0,3441 -0,4218 -0,5106 -0,5968  
 (TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.31

PONTO 48 - 49

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>



CARGA 0,0 250,0 500,0 750,0 1000,0 1250,0 1500,0 1750,0 2000,0  
(KG)

TENSÃO 0,0000 -0,0836 -0,1502 -0,2294 -0,2701 -0,3833 -0,4440 -0,5757 -0,7348  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.32

PONTO 50 = 51

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>

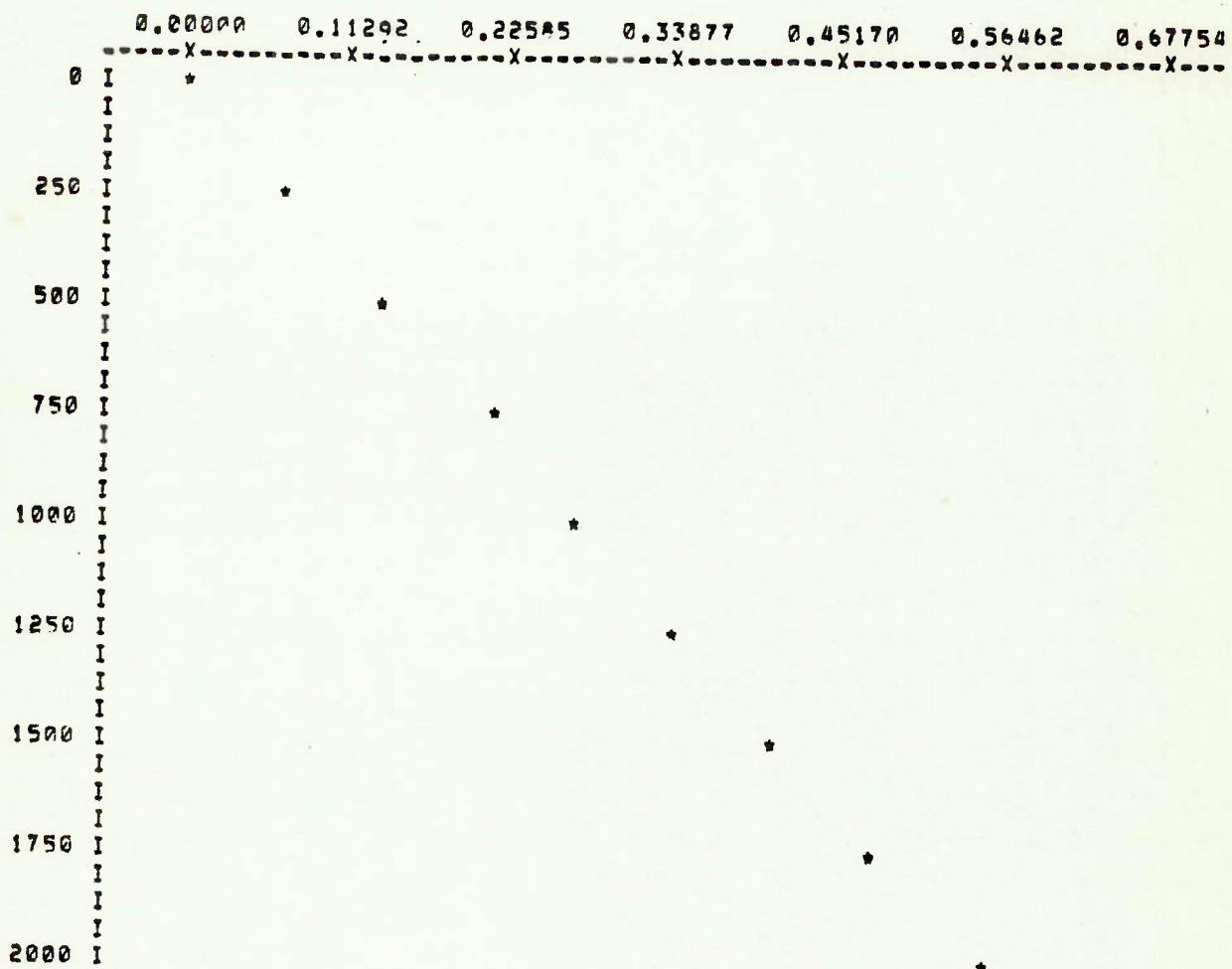
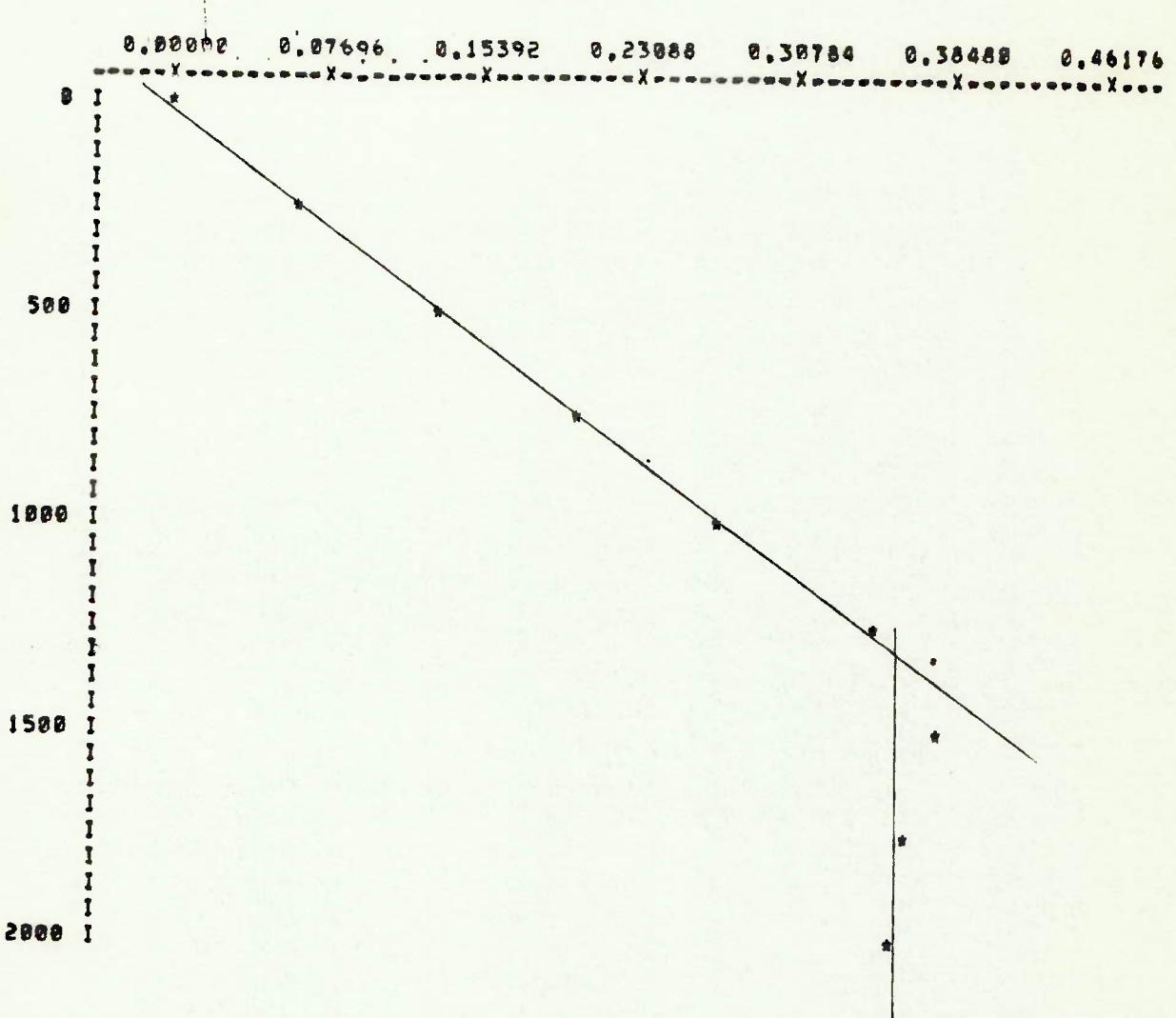


FIGURA 6.33

PONTO 52 - 53

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE =  $\text{TON}/\text{CM}^2$



\*ARGA 8,0 250,0 500,0 750,0 1000,0 1250,0 1500,0 1750,0 2000,0  
'KG)

\*ENSAO 0,0000 -0,0673 -0,1339 -0,2057 -0,2738 -0,3500 -0,3848 -0,3678 -0,3552  
'TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.34

PONTO 54 - 55

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE "TON/CM<sup>2</sup>"

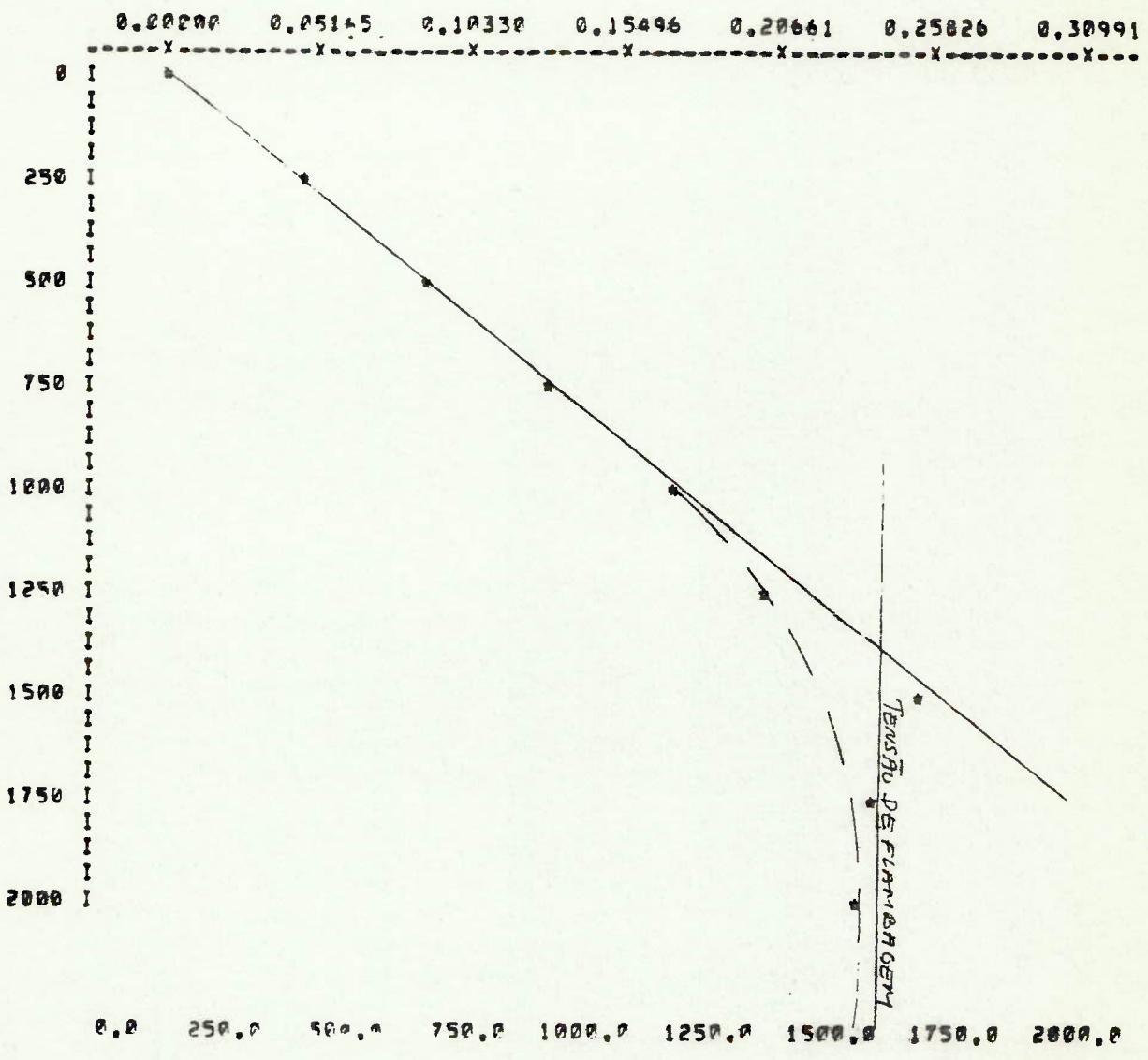


FIGURA 6.35

PONTO 1 - 1

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE : TON/CM<sup>2</sup>

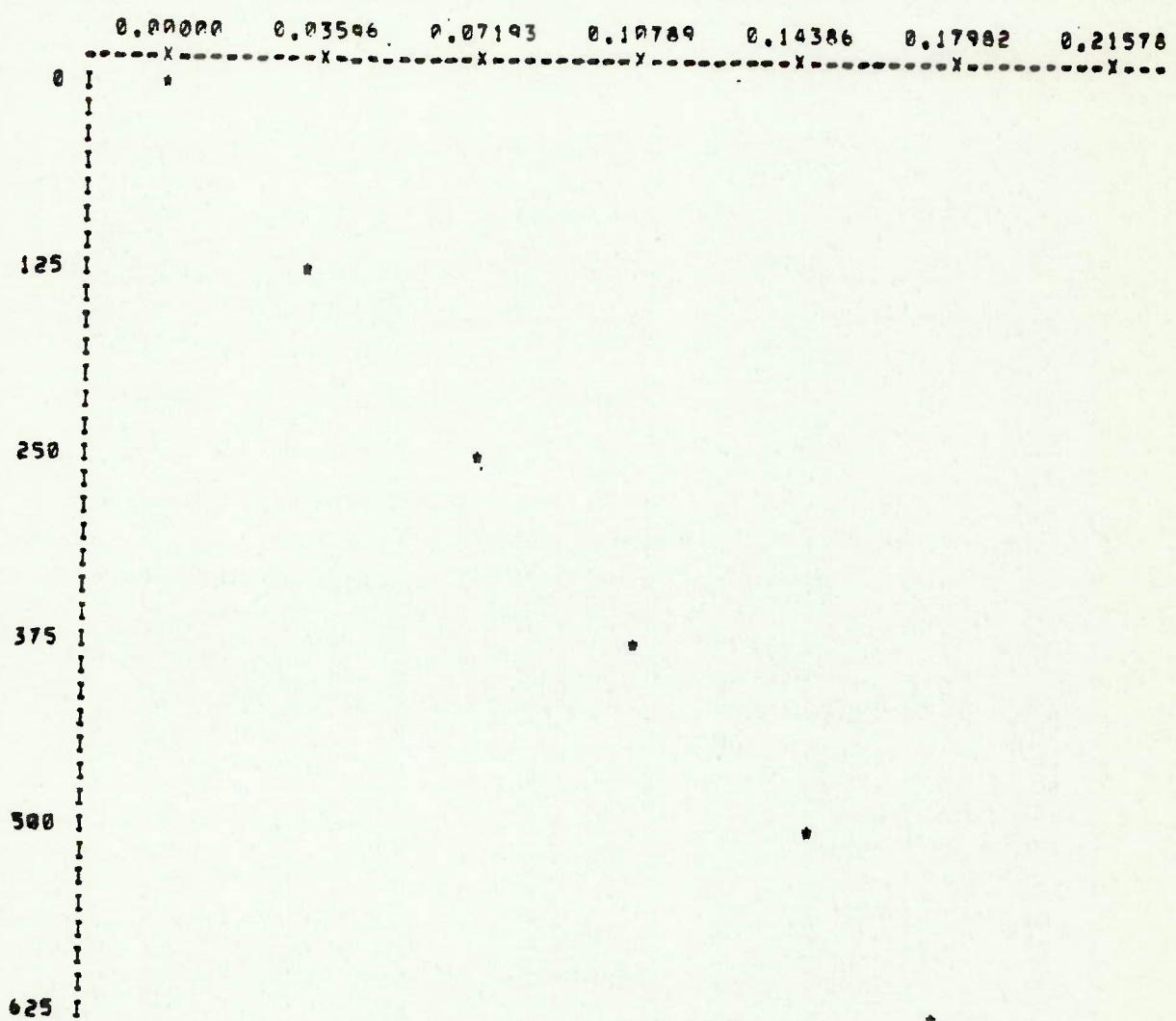


FIGURA 6.36

PONTO 2 - 3

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE "TON/CM<sup>2</sup>"

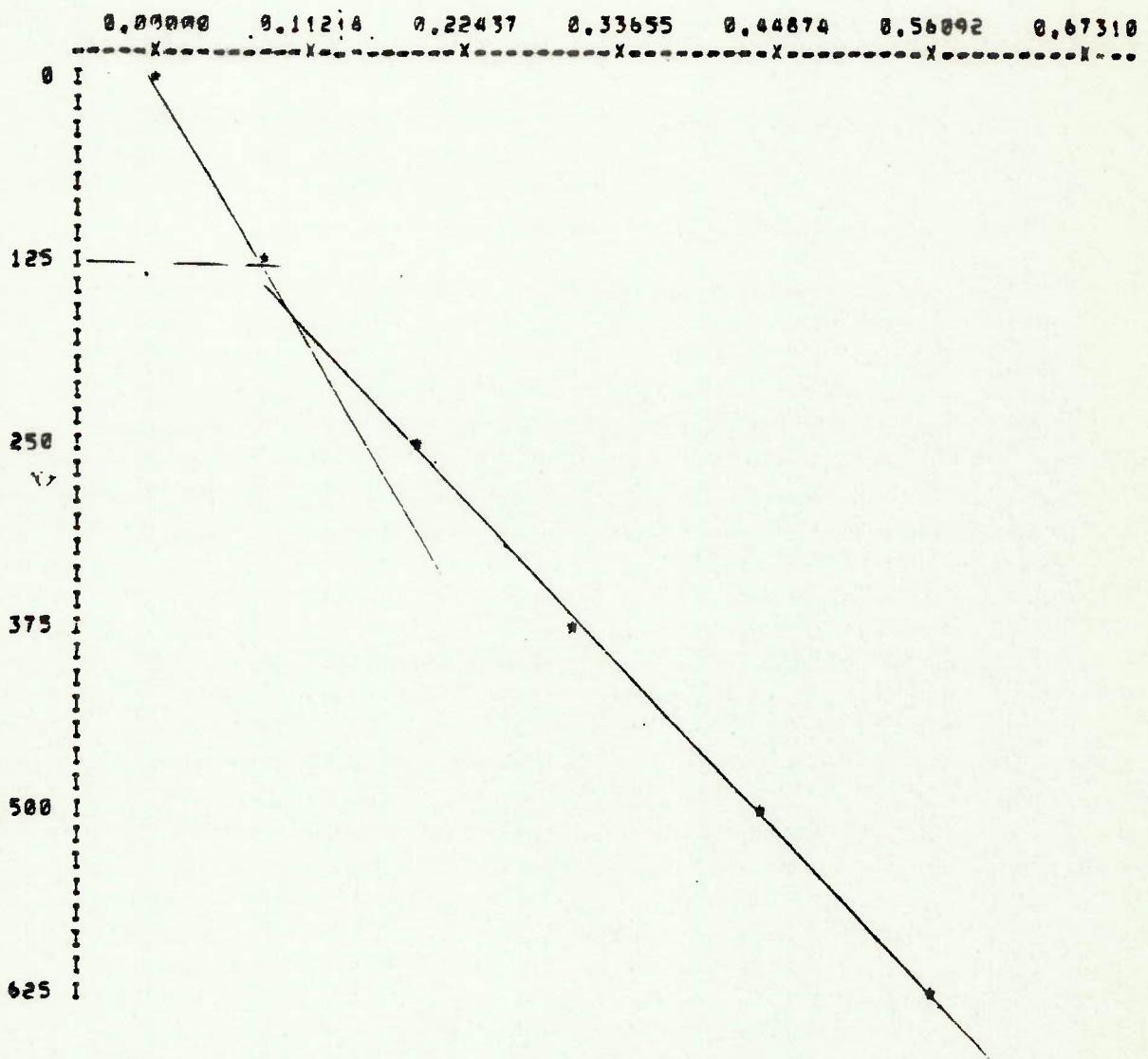
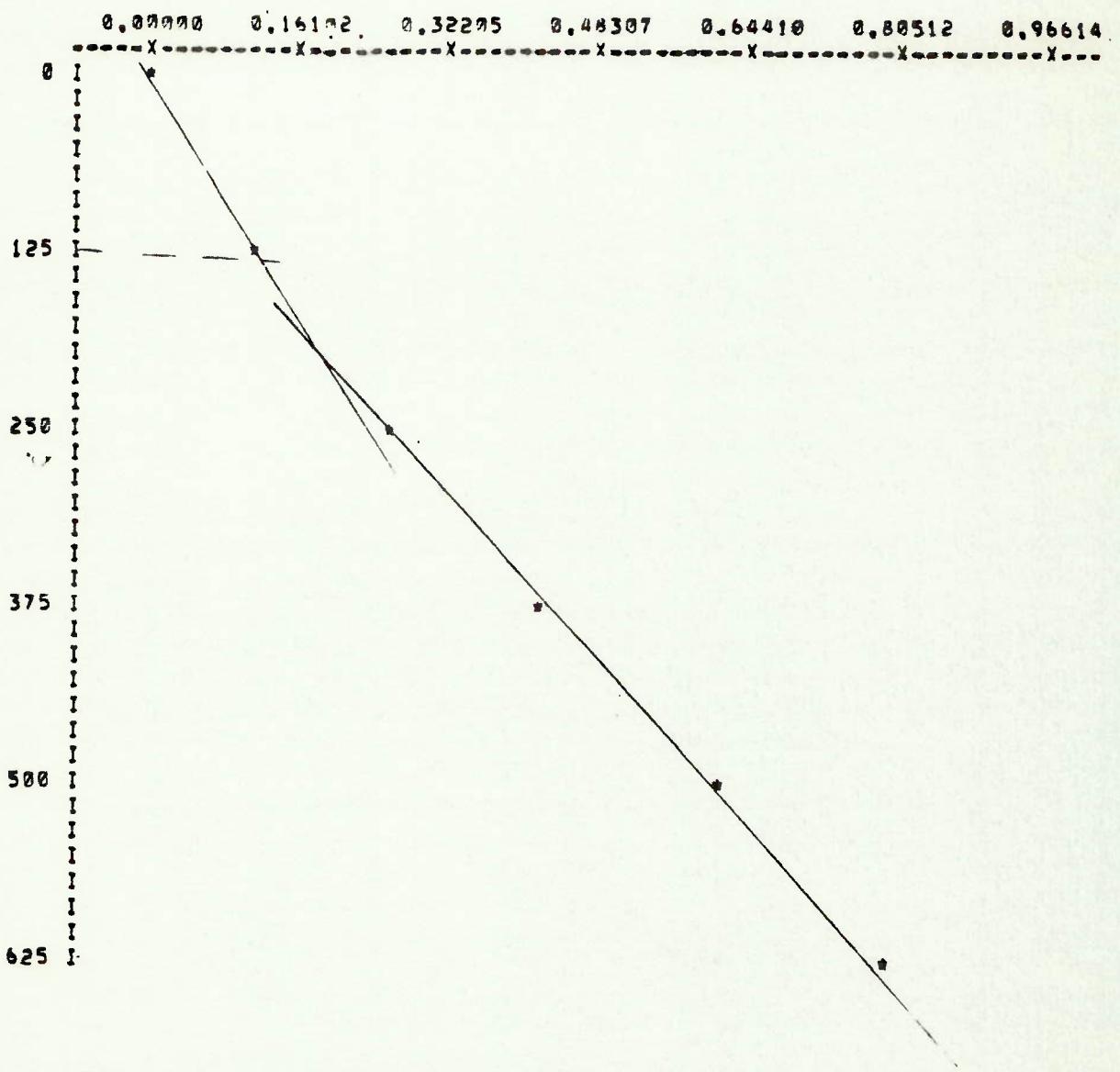


FIGURA 6.37

PONTO 3 - 9.

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"



CARGA (KG)	0.0	125.0	250.0	375.0	500.0	625.0
TENSÃO (TON/CM <sup>2</sup> )	0.0000	0.16192	0.32285	0.48377	0.64469	0.80512

FIGURA 6.38

PONTO 4 = 10

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = 'TON/CM<sup>2</sup>'

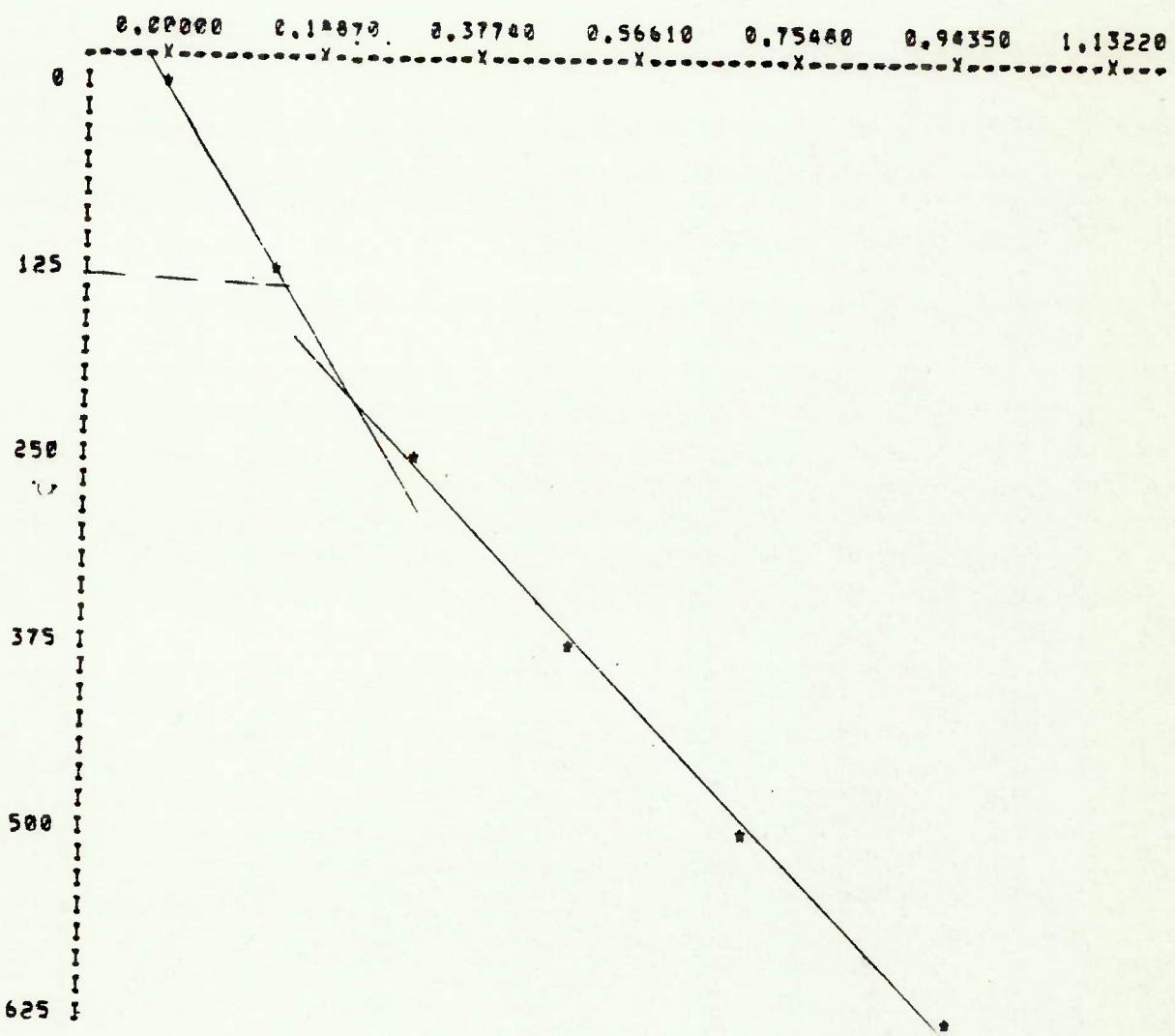
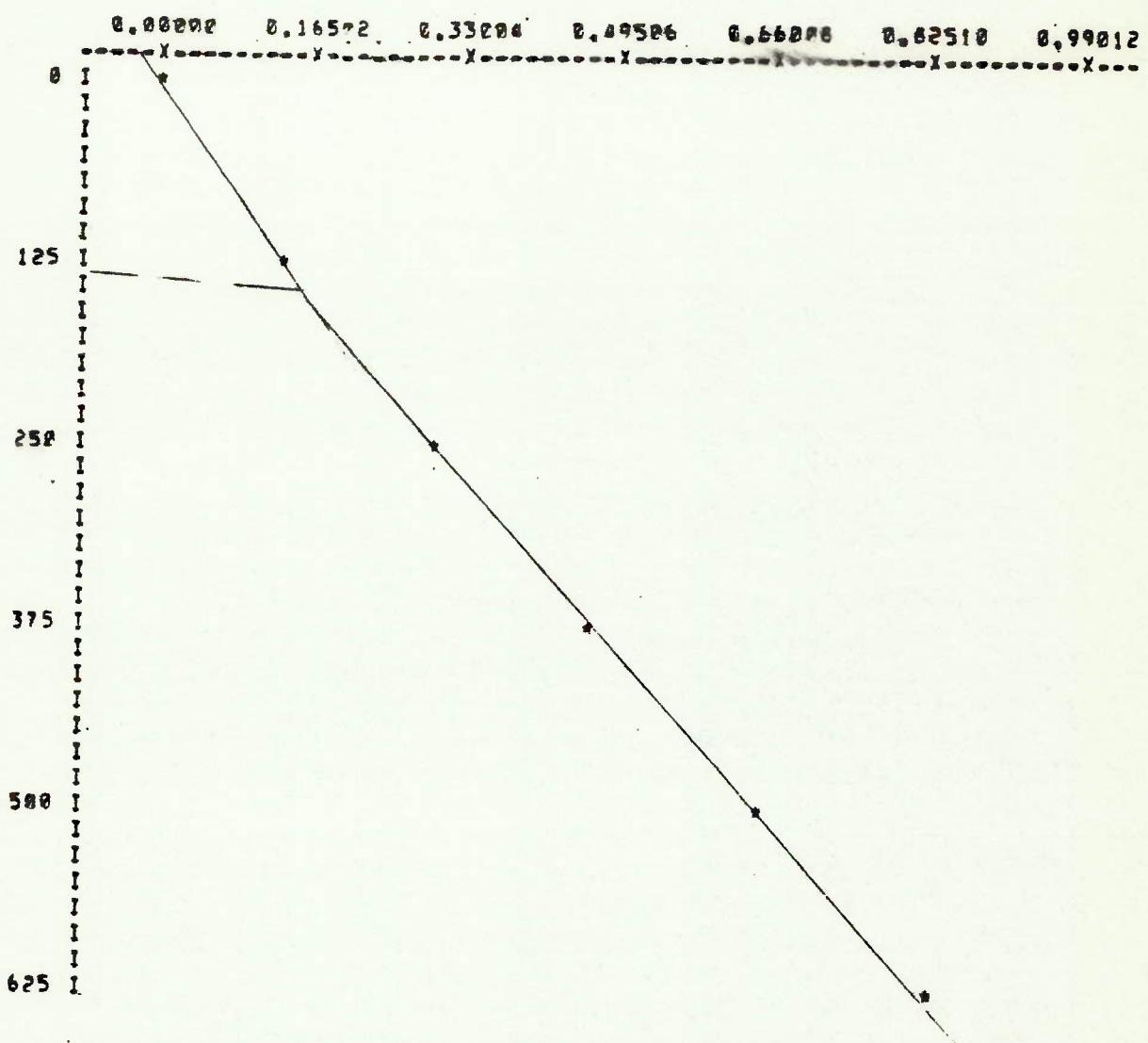


FIGURA 6.39

## REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>

CARGA      0,0    125,0    250,0    375,0    500,0    625,0  
 (KG)

TENSÃO    0,0002    0,1423    0,2846    0,4269    0,5692    0,7115  
 (TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.40

PONTO 6 - 12

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>

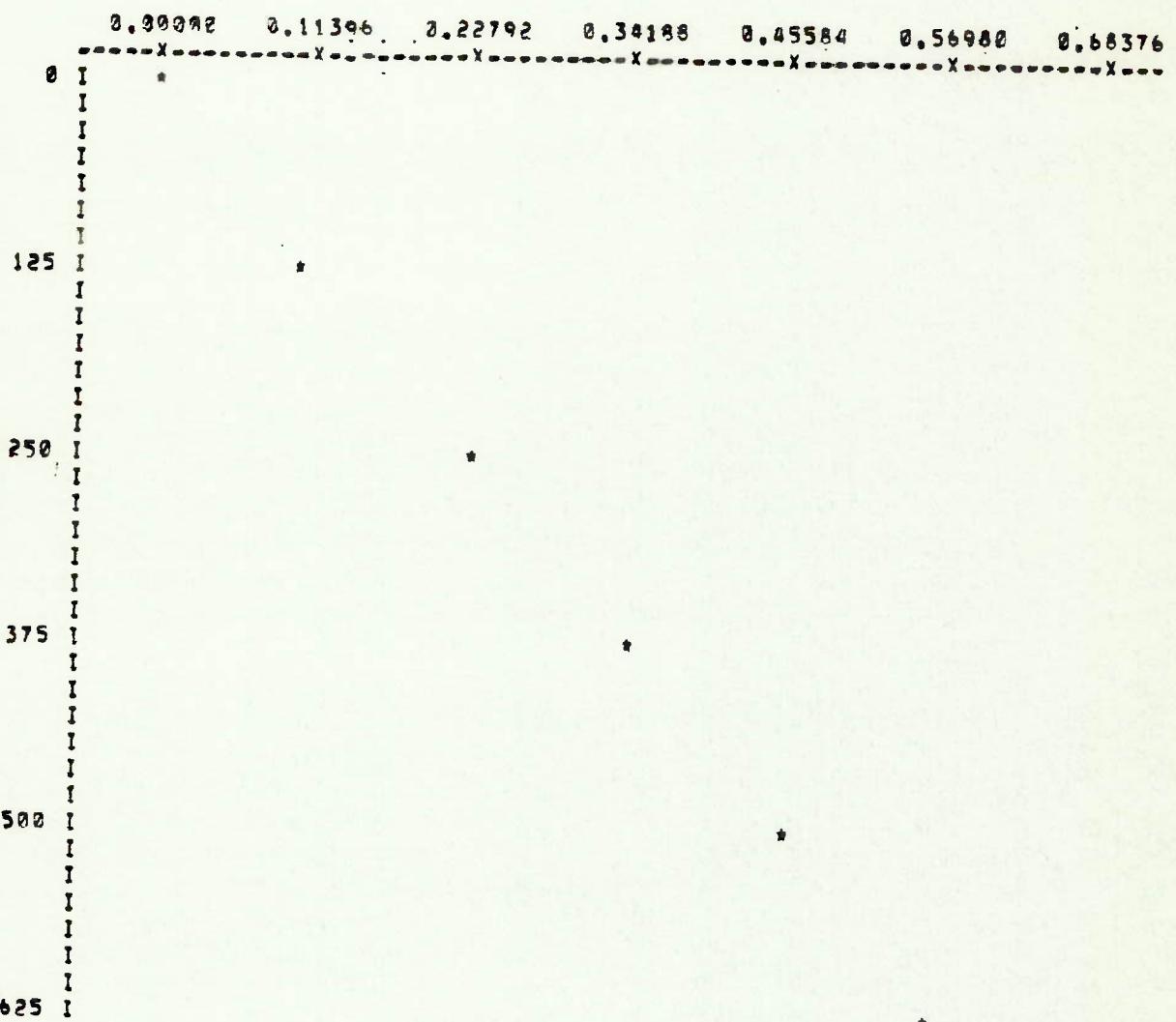
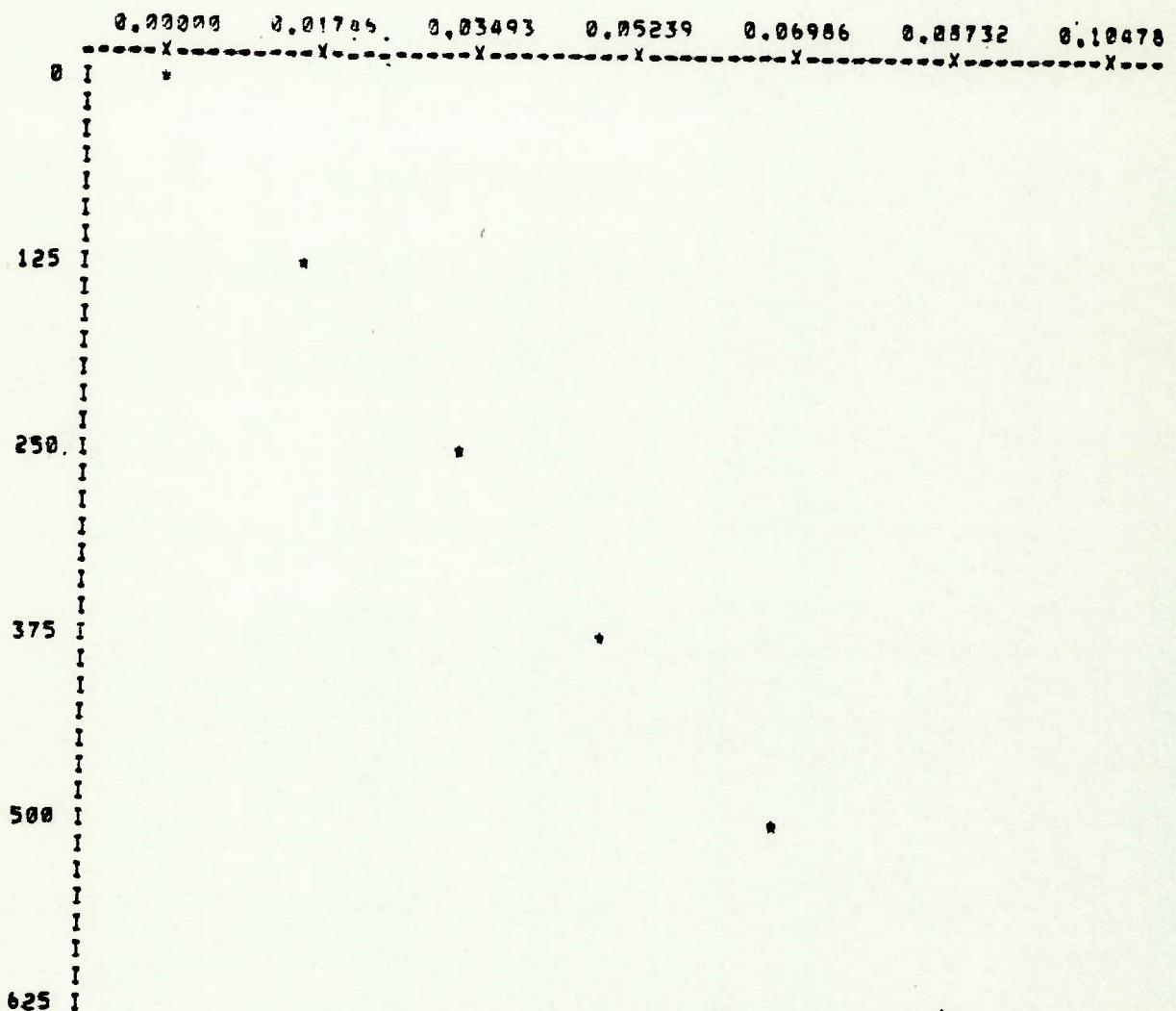


FIGURA 6.41

PONTO 13 - 13

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE : TON/CM<sup>2</sup>



CARGA 0,0 125,0 250,0 375,0 500,0 625,0  
(KG)

TENSÃO 0,0000 -0,0178 -0,0349 -0,0523 -0,0698 -0,0873  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.42

## REDUCAO DE DADOS

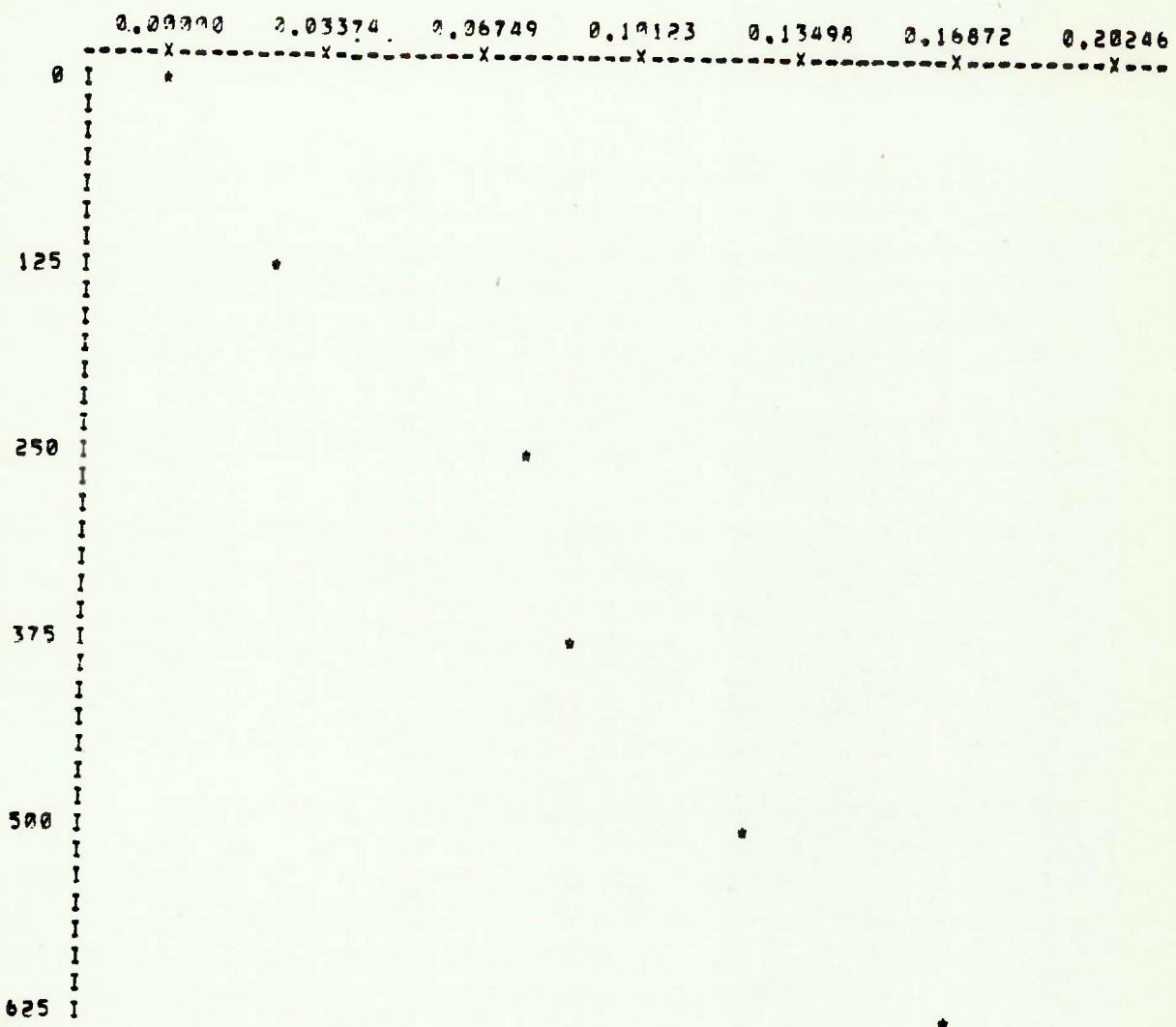
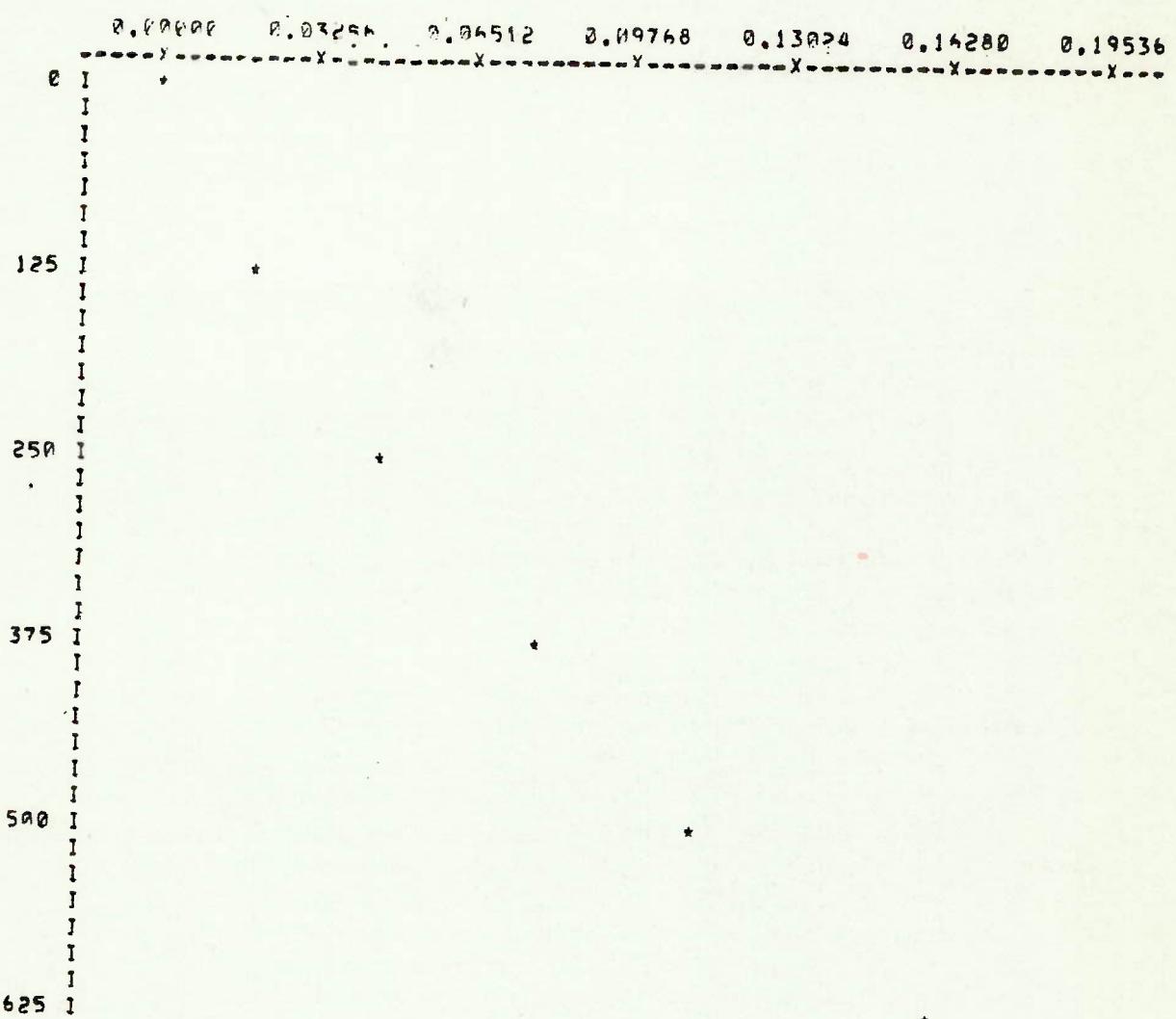
GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"

FIGURA 6.43

PONTO 17

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>



CARGA 0,0 125,0 250,0 375,0 500,0 625,0  
(KG)

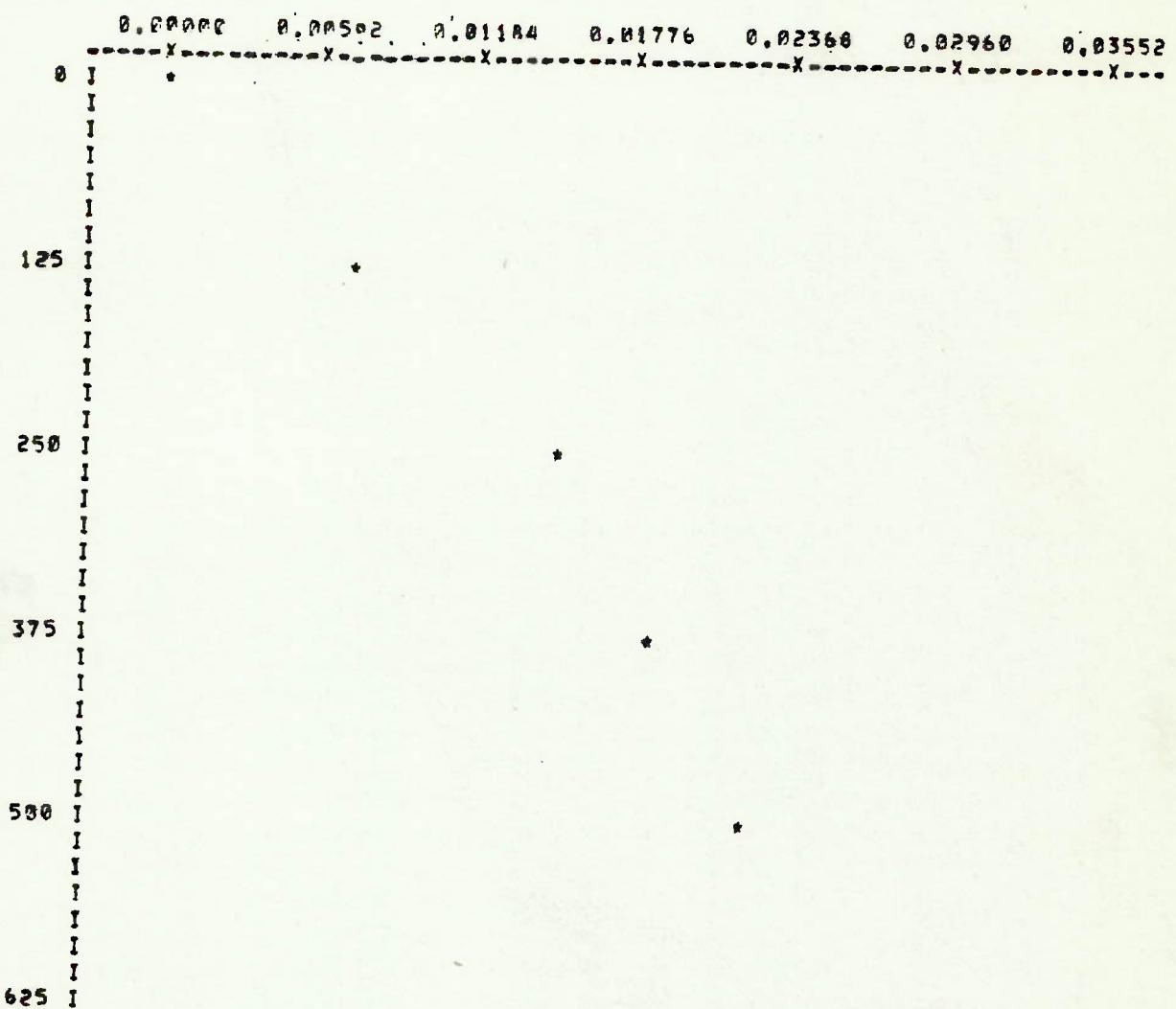
TENSÃO 0,0000 0,03256 0,06512 0,09768 0,13024 0,1628  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.44

PONTO 18

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"



CARGA 0.0 125.0 250.0 375.0 500.0 625.0  
(KG)

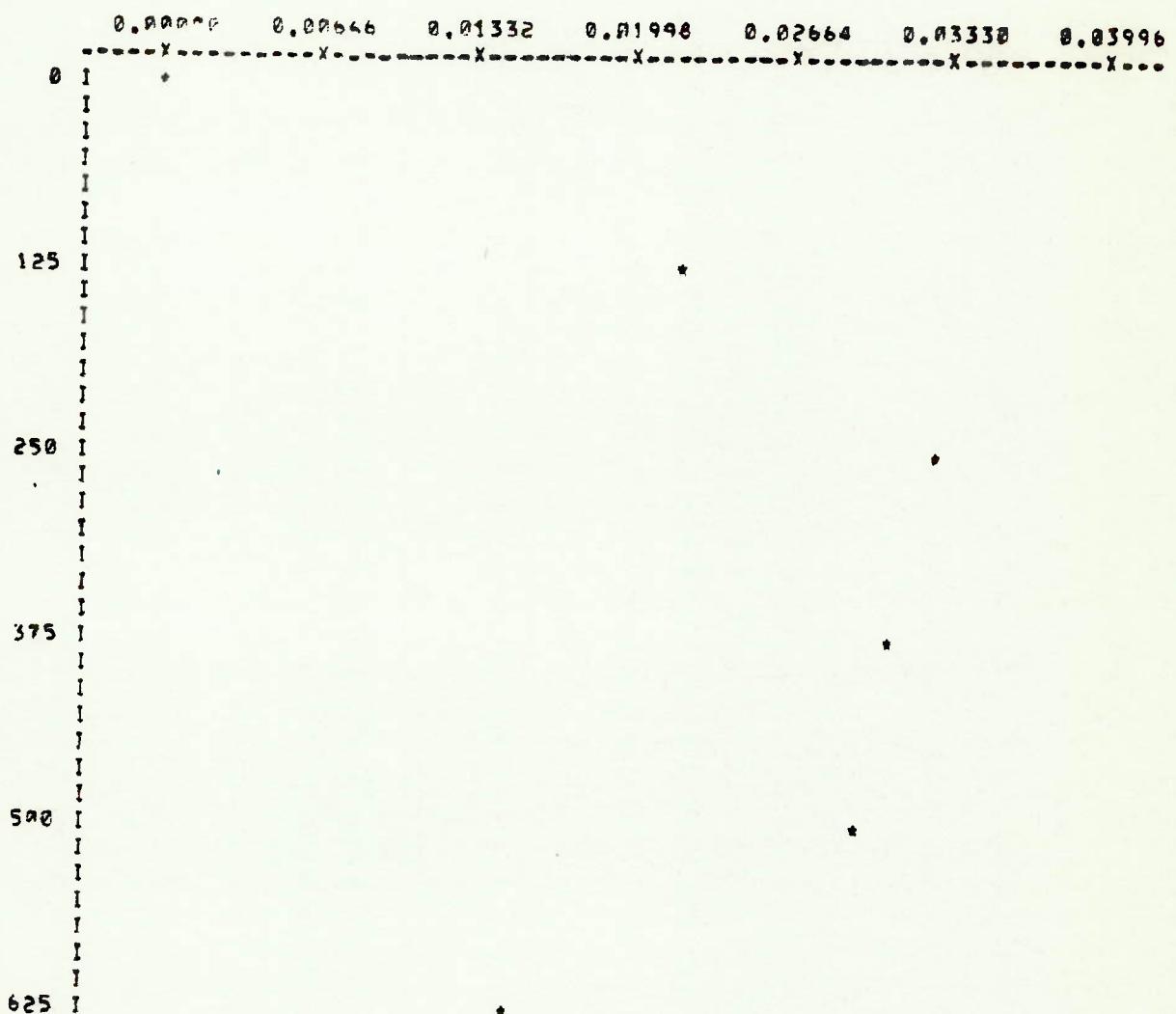
TENSÃO 0.0000 -0.0074 -0.0149 -0.0185 -0.0222 -0.0296  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.45

PONTO 19

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"



CARGA 0,0 125,0 250,0 375,0 500,0 625,0  
(kN)

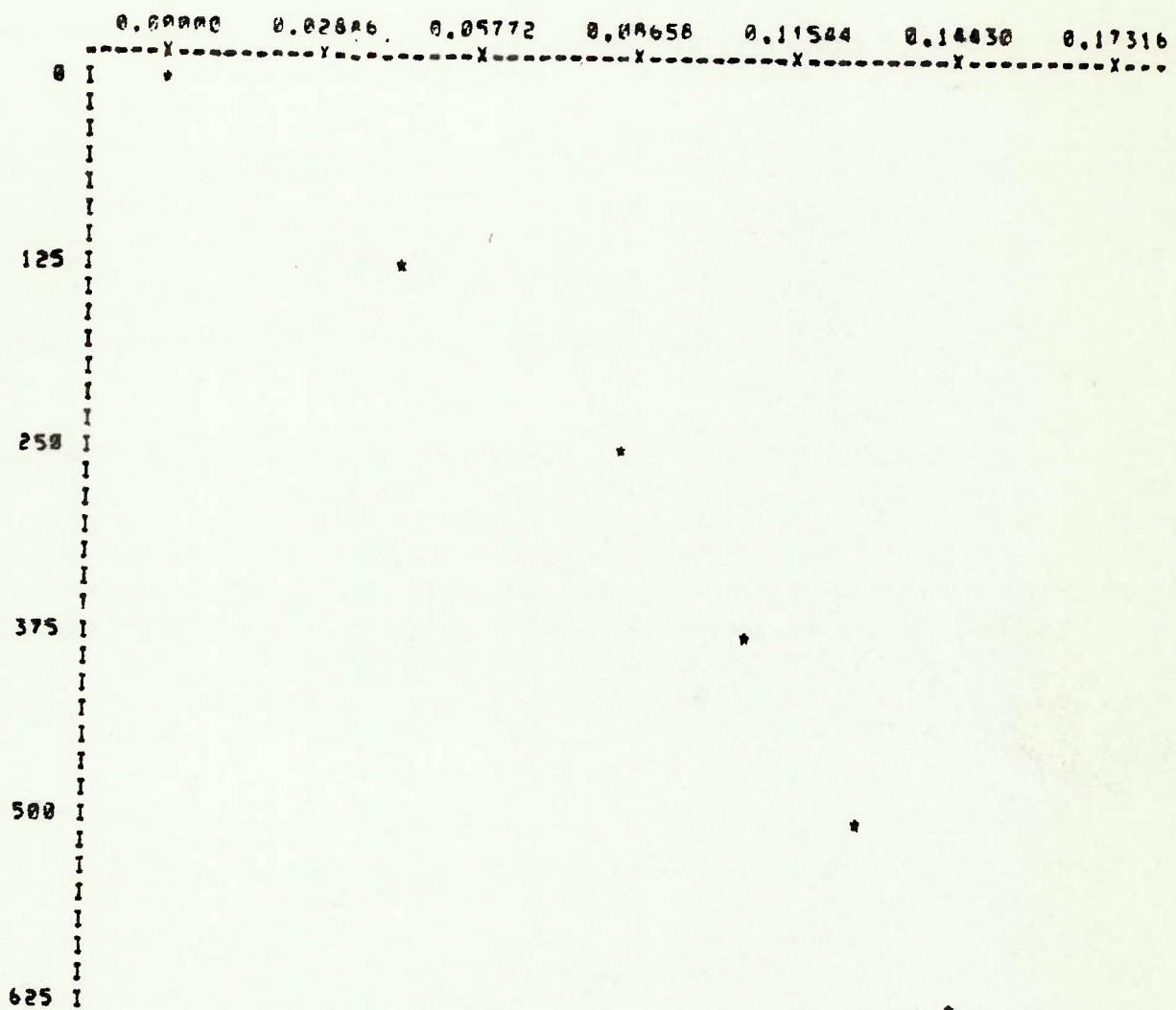
TENSÃO 0,0000 -0,0022 -0,0133 -0,0311 -0,0296 -0,0148  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.46

PONTO 20

REFLUXO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"



CARGA 0.0 125.0 250.0 375.0 500.0 625.0  
(KG)

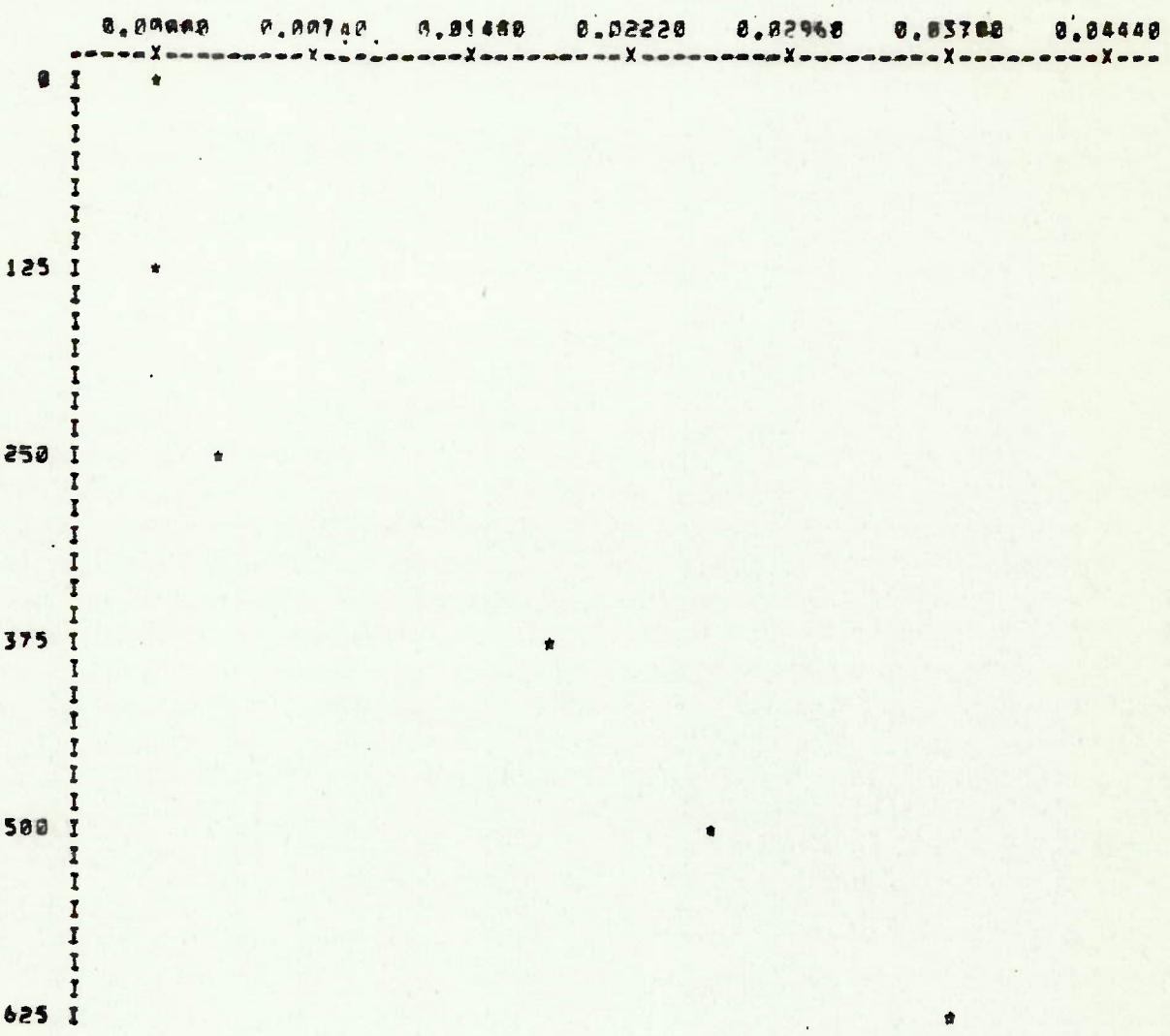
TENSÃO 0.09990 -0.02886 -0.05772 -0.08658 -0.11544 -0.14430  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.47

PONTO 21

REDUCAO DE BANDOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"



CARGA 0,0 125,0 250,0 375,0 500,0 625,0  
(KG)

TENSÃO 0,0000 0,0074 0,0148 0,0222 0,0296 0,0370  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.48

PONTO 22

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE (TON/CM<sup>2</sup>)

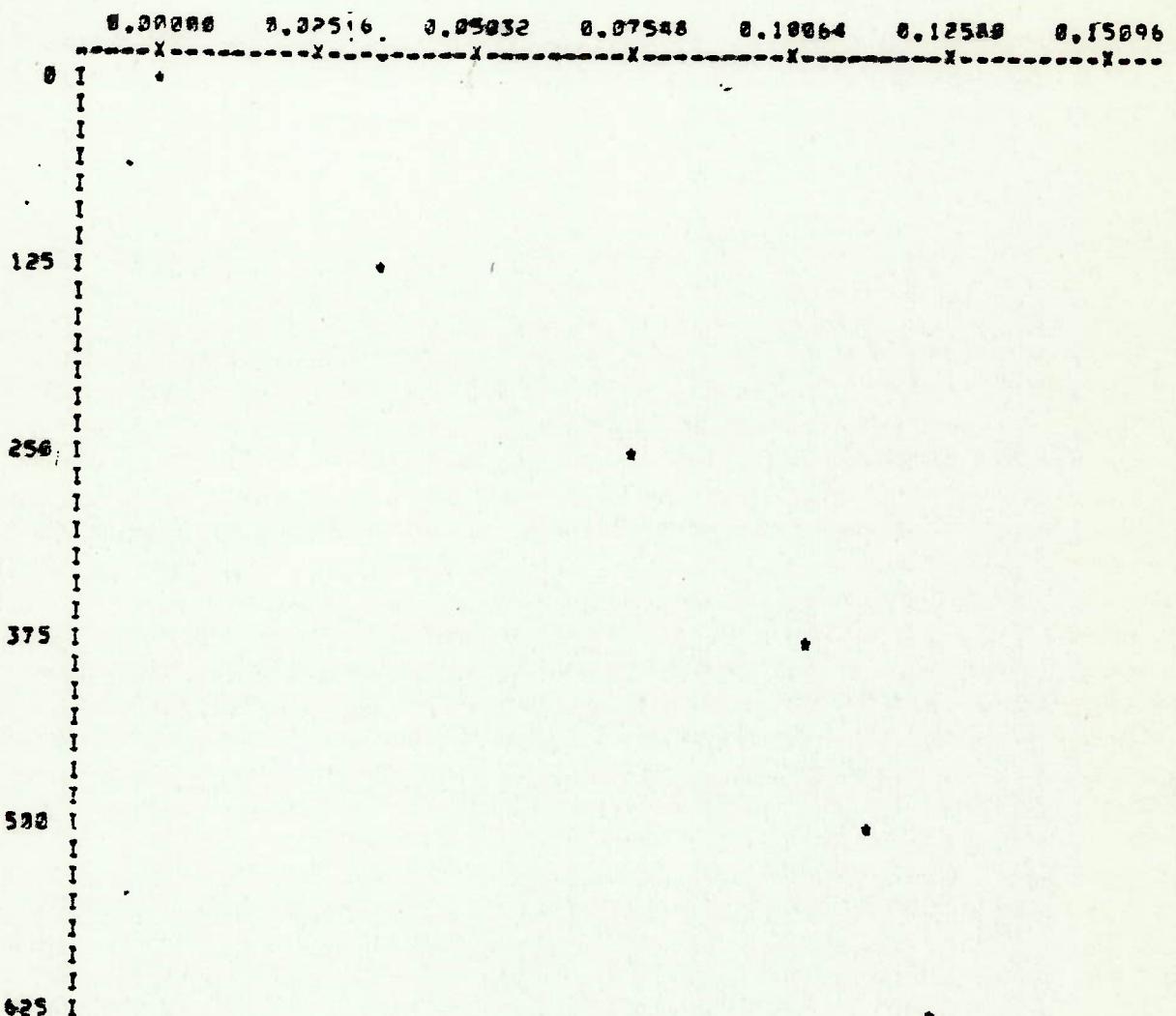


FIGURA 6.49

PONTO 23

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"

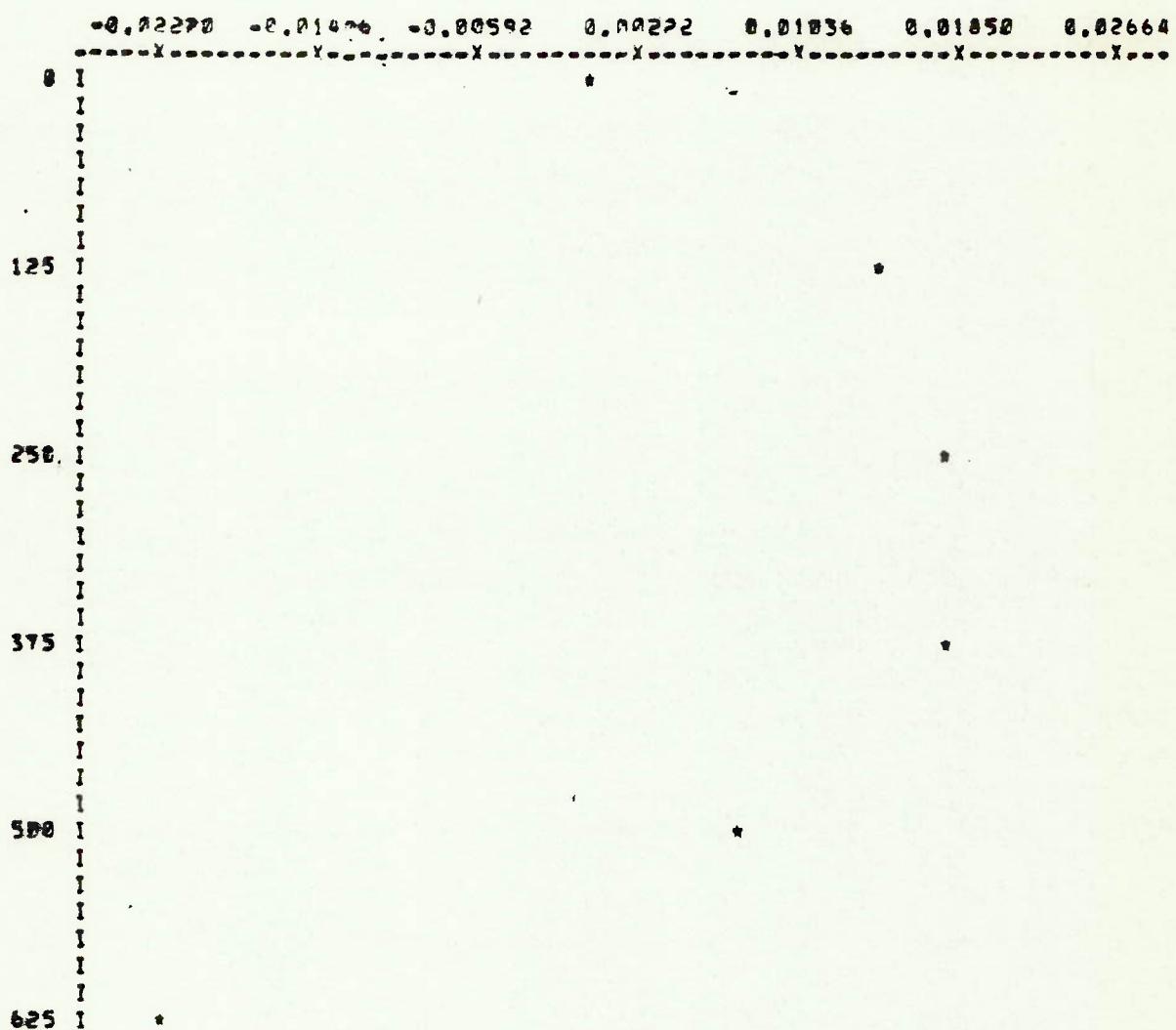
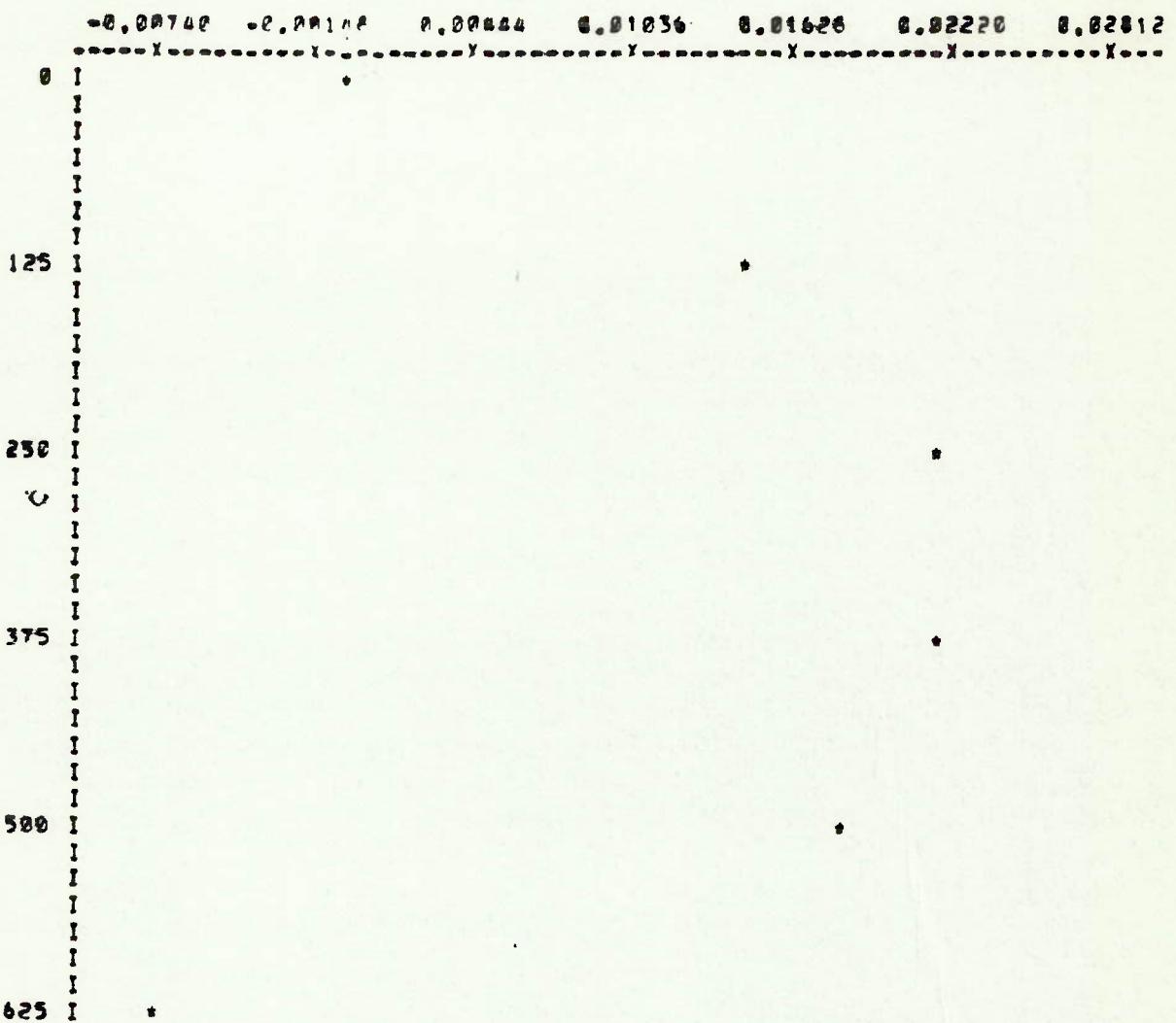


FIGURA 6.50

PONTO 24

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"

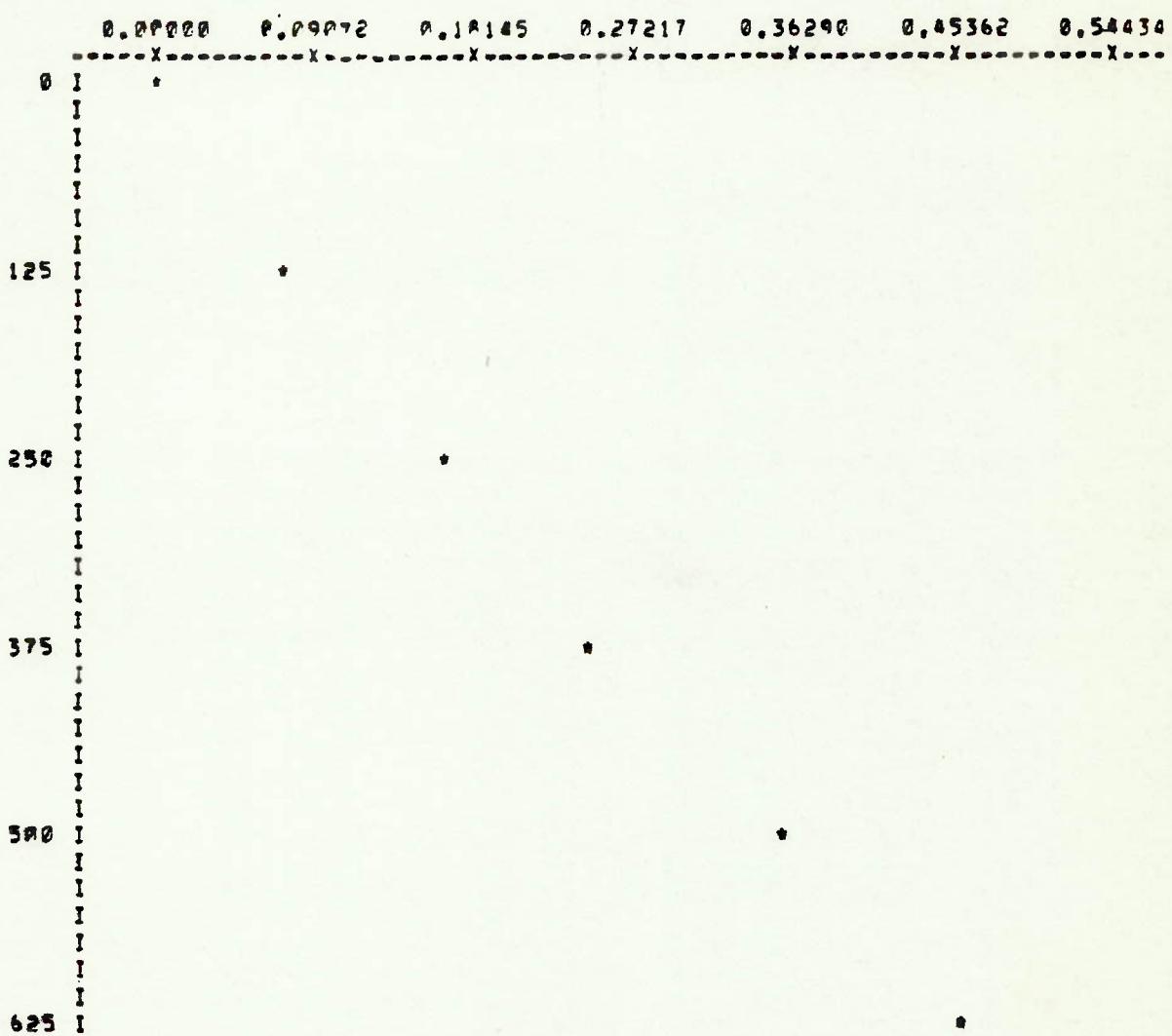


CARGA 0,0 125,0 250,0 375,0 500,0 625,0  
(KG)

TENSÃO 0,00742 0,00148 0,00844 0,01036 0,01626 0,02220 -0,02812  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.51

REDUCAO DE DADOS  
GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"



CARGA            0,0    125,0    250,0    375,0    500,0    625,0  
(KG)

TENSÃO    0,09220    0,09072    0,18145    0,27217    0,36290    0,45362  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.52

PONTO 26 = 29

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE :<sup>2</sup>TON/CM<sup>2</sup>

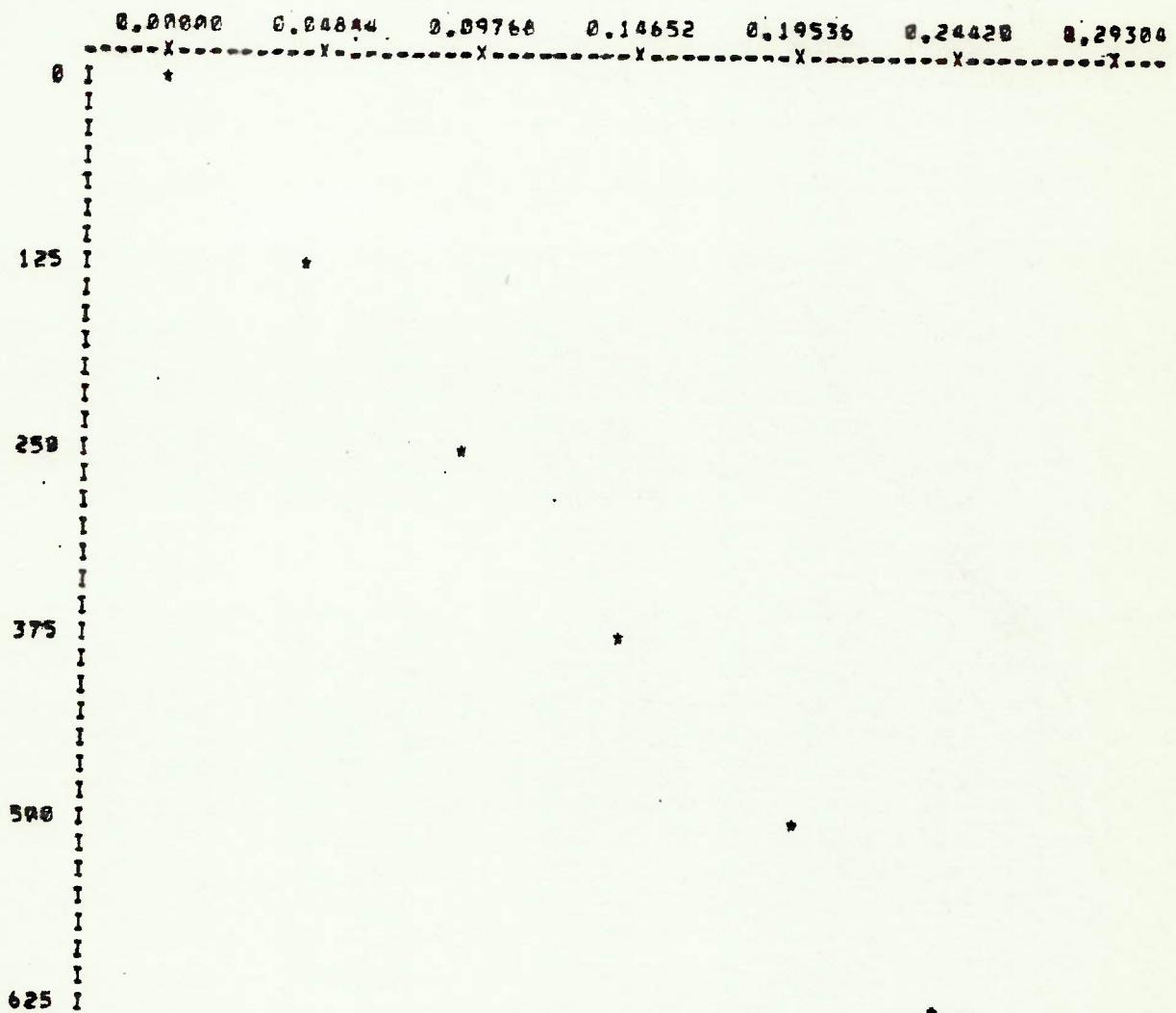


FIGURA 6.53

PONTO 27 - 30

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE : TON/CM<sup>2</sup>

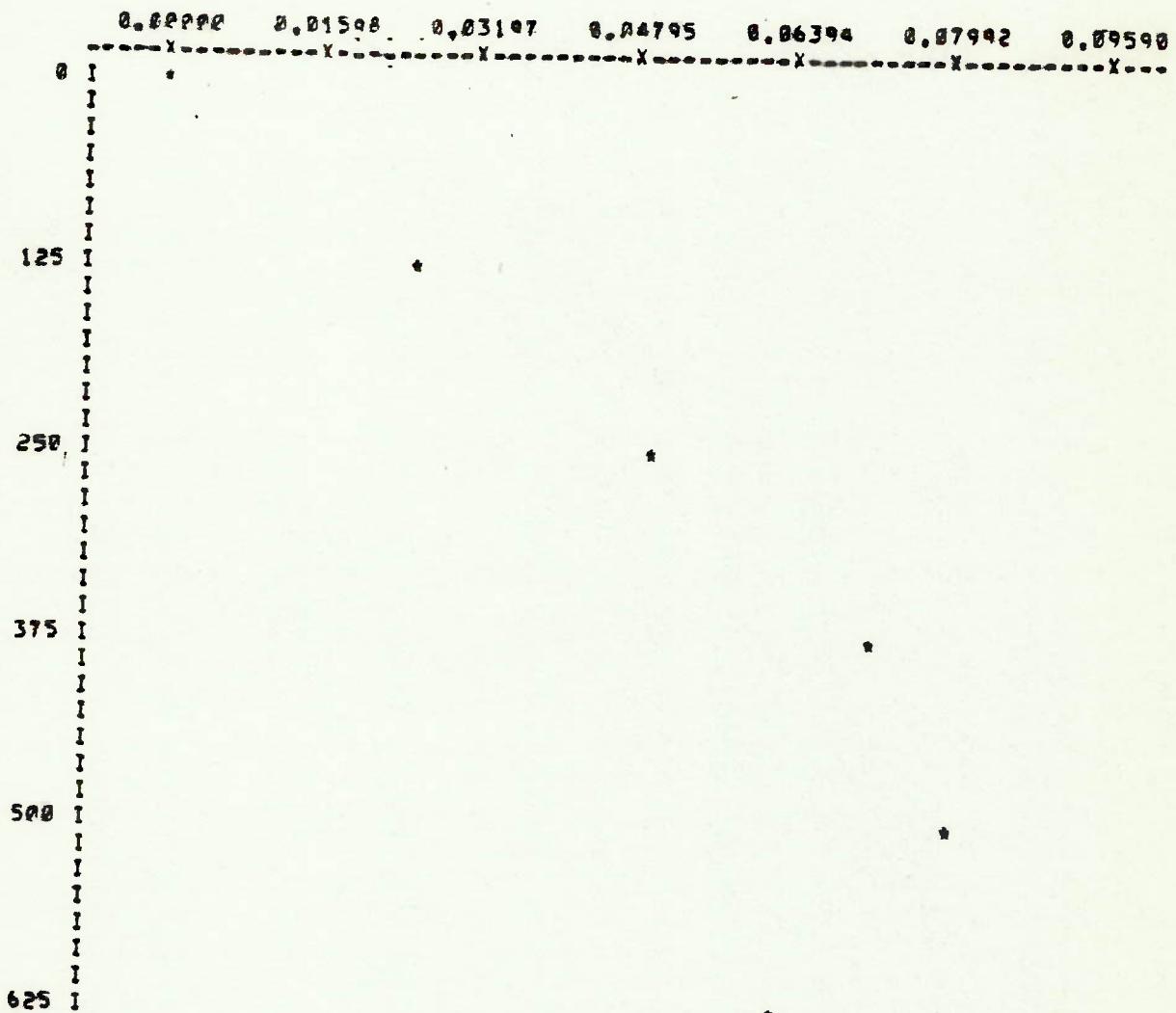
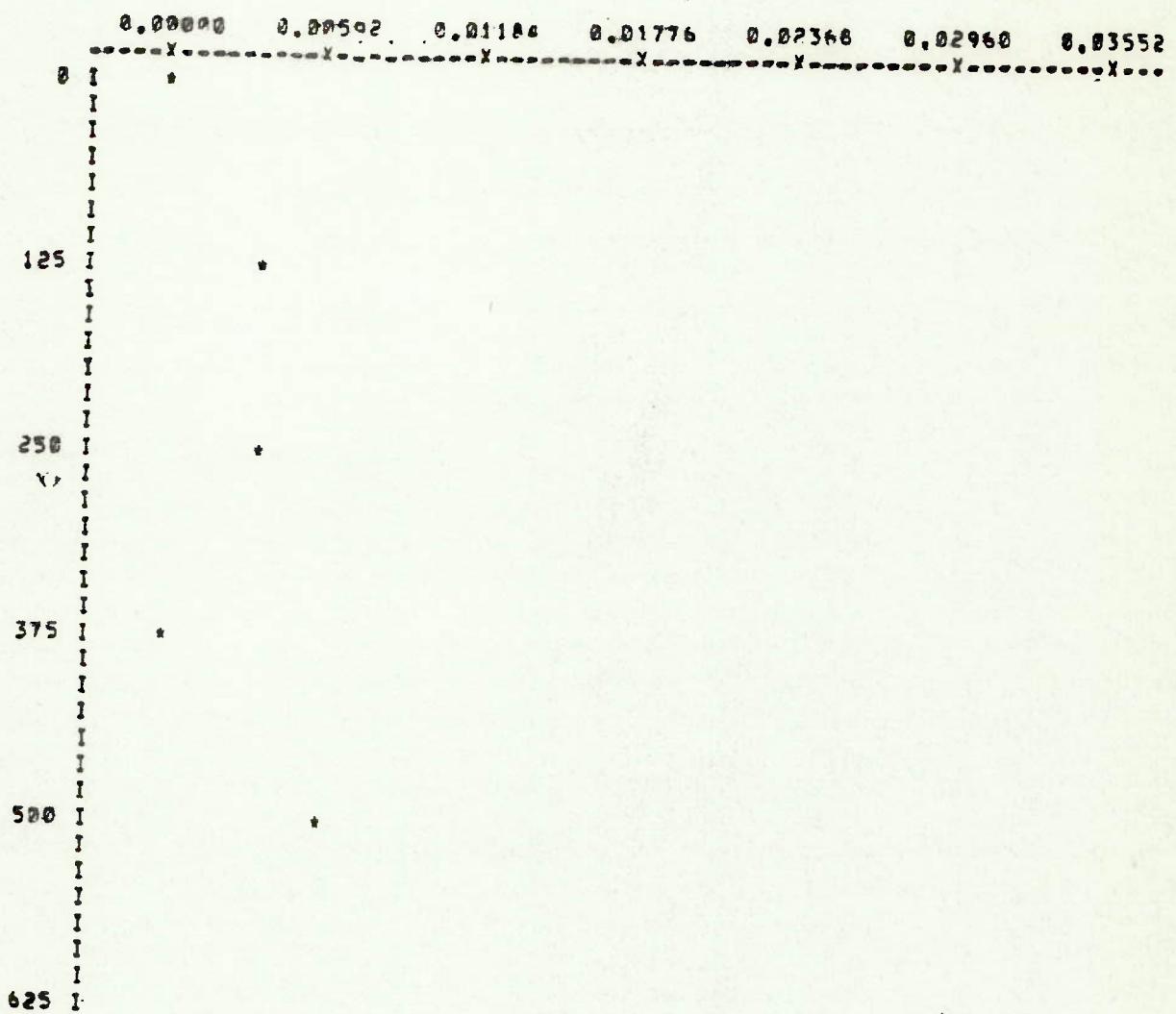


FIGURA 6.54

## REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE : TON/CM<sup>2</sup>

CARGA      0,0    125,0    250,0    375,0    500,0    625,0  
 (KG)

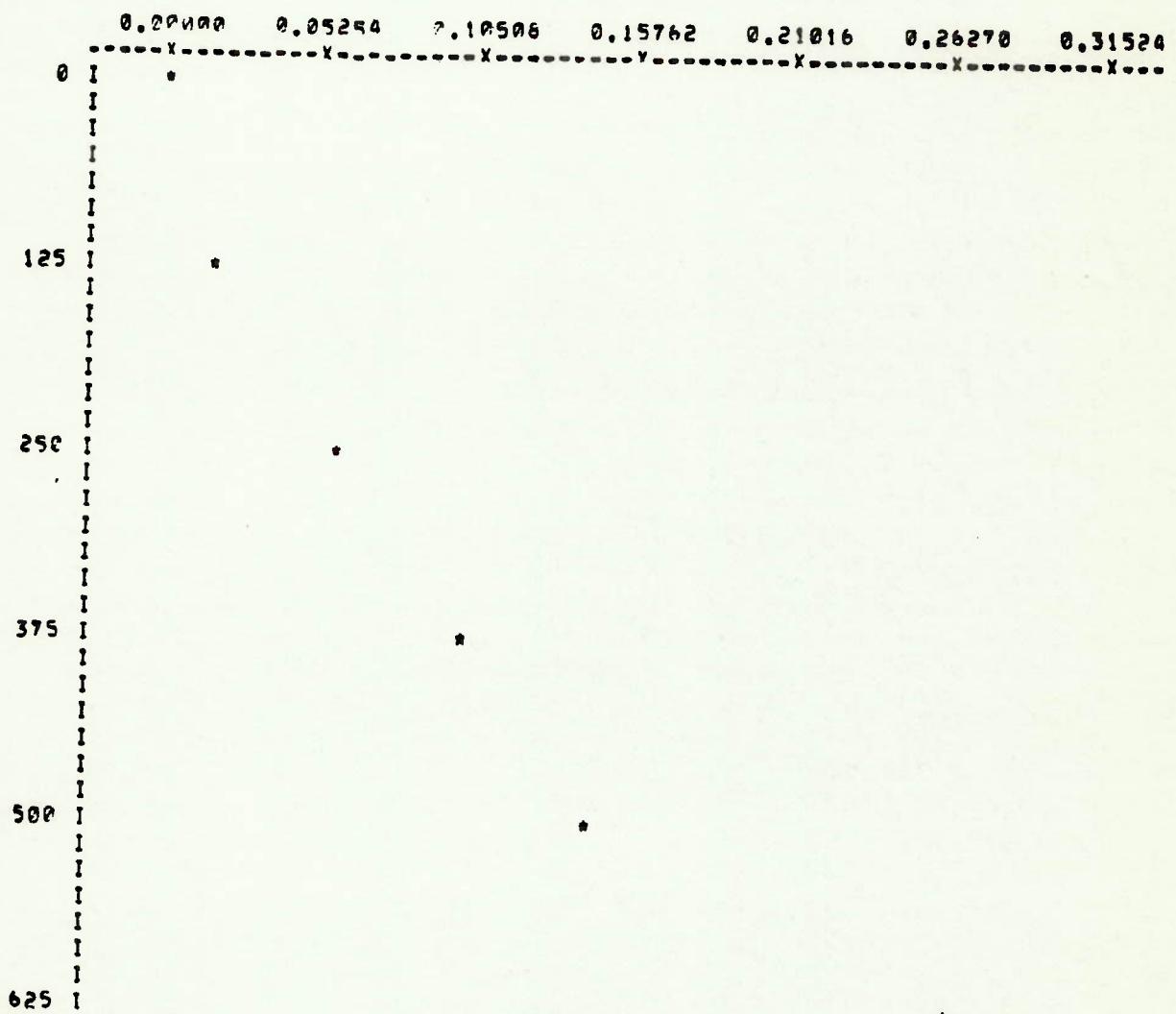
TENSÃO    0,0000 = 0,0037 = 0,0037    0,0000 = 0,0059 = 0,0296  
 (TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.55

PONTO 32 - 35

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"

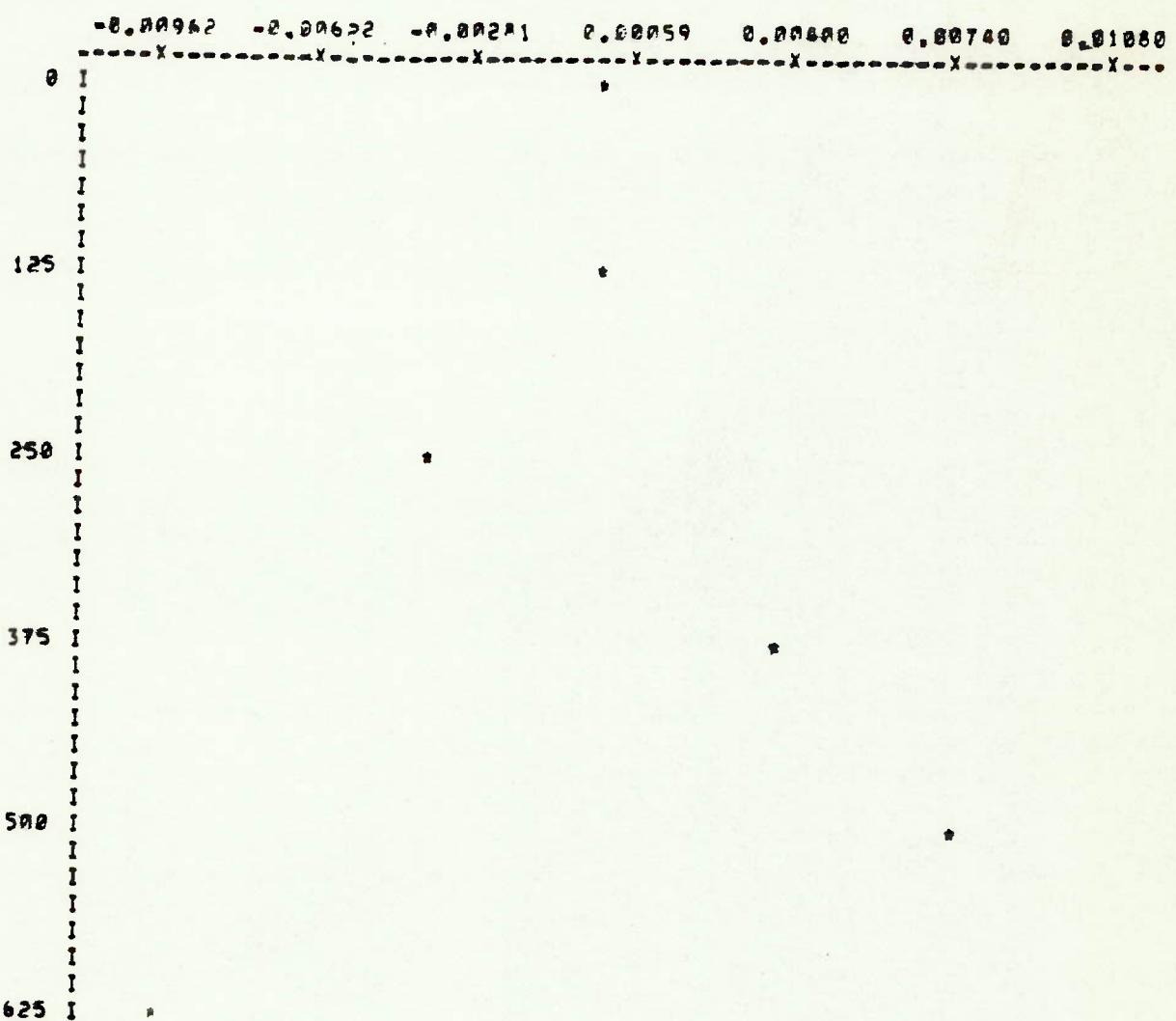


CARGA (KG) 0,0 125,0 250,0 375,0 500,0 625,0

TENSÃO (TON/CM<sup>2</sup>) 0,20000 - 0,05254 - 7,10506 - 0,15762 - 0,21016 - 0,26270

FIGURA 6.56

## REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE "TON/CM<sup>2</sup>"

CARGA      0,0    125,0    250,0    375,0    500,0    625,0  
(KG)

TENSÃO 0,00000 0,00000 -0,00337 0,00337 0,00740 -0,0096  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.57

PONTO 37 • 38

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>

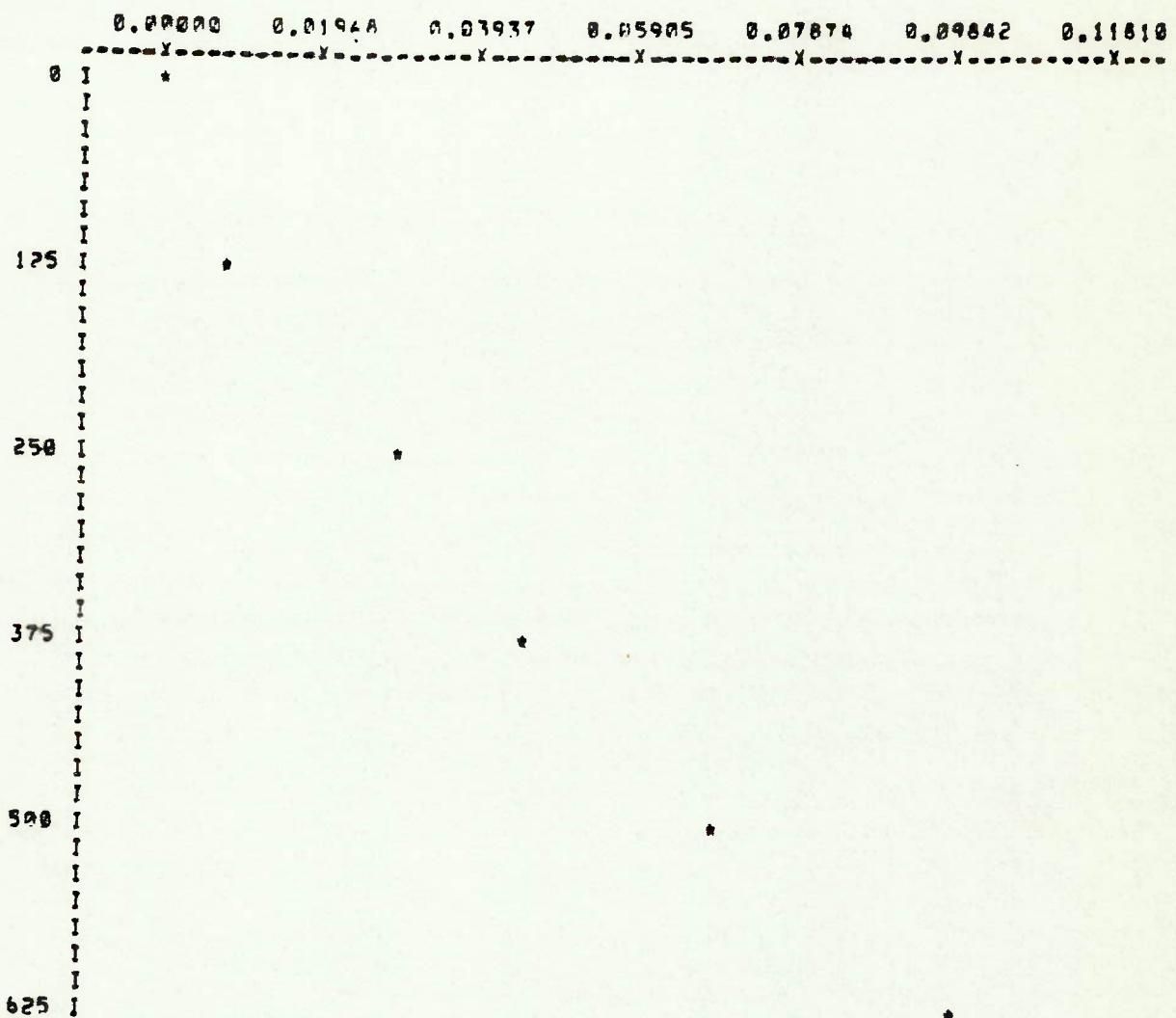
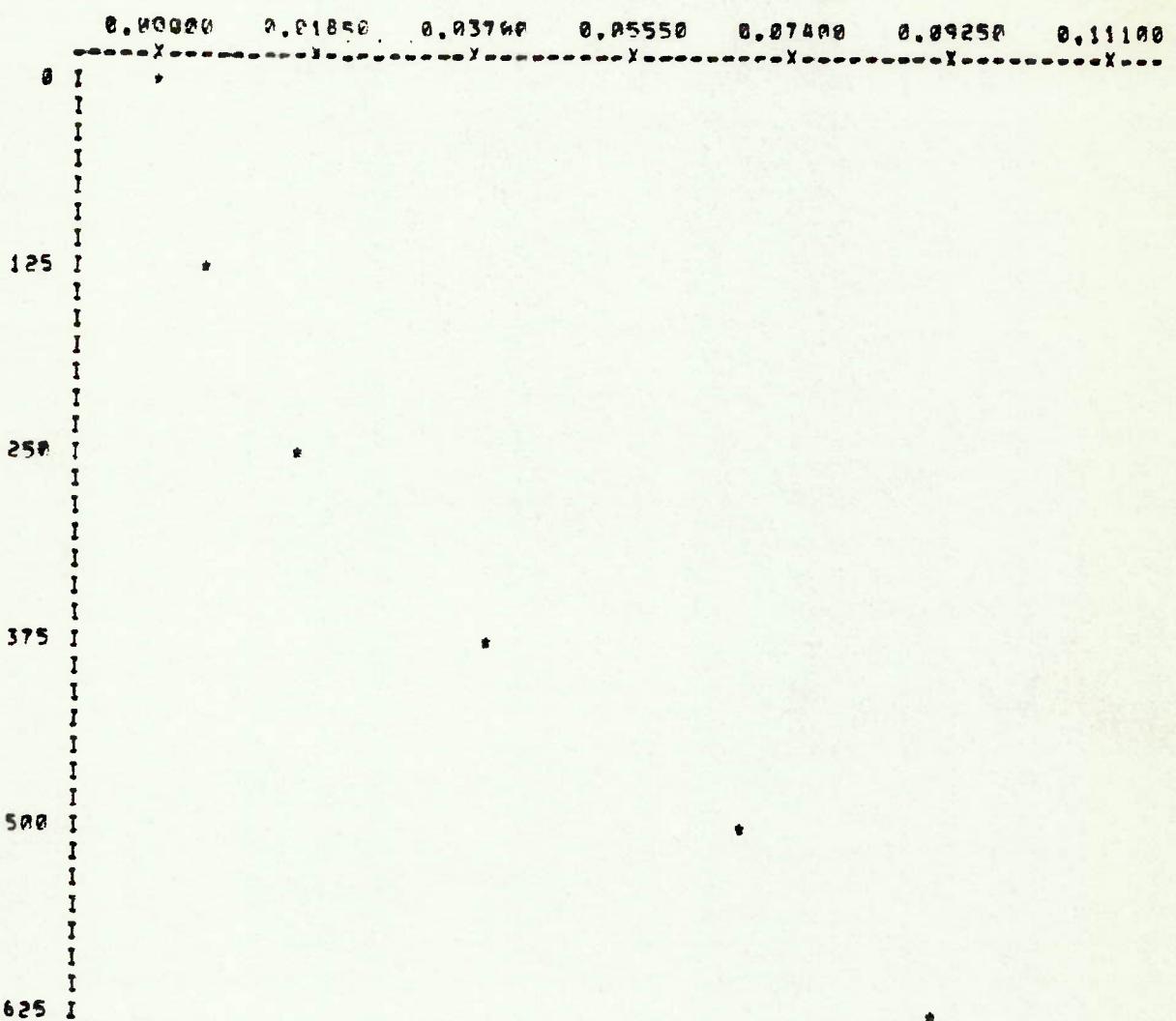


FIGURA 6.58

PONTO 39

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>



CARGA 0,0 125,0 250,0 375,0 500,0 625,0  
(KG)

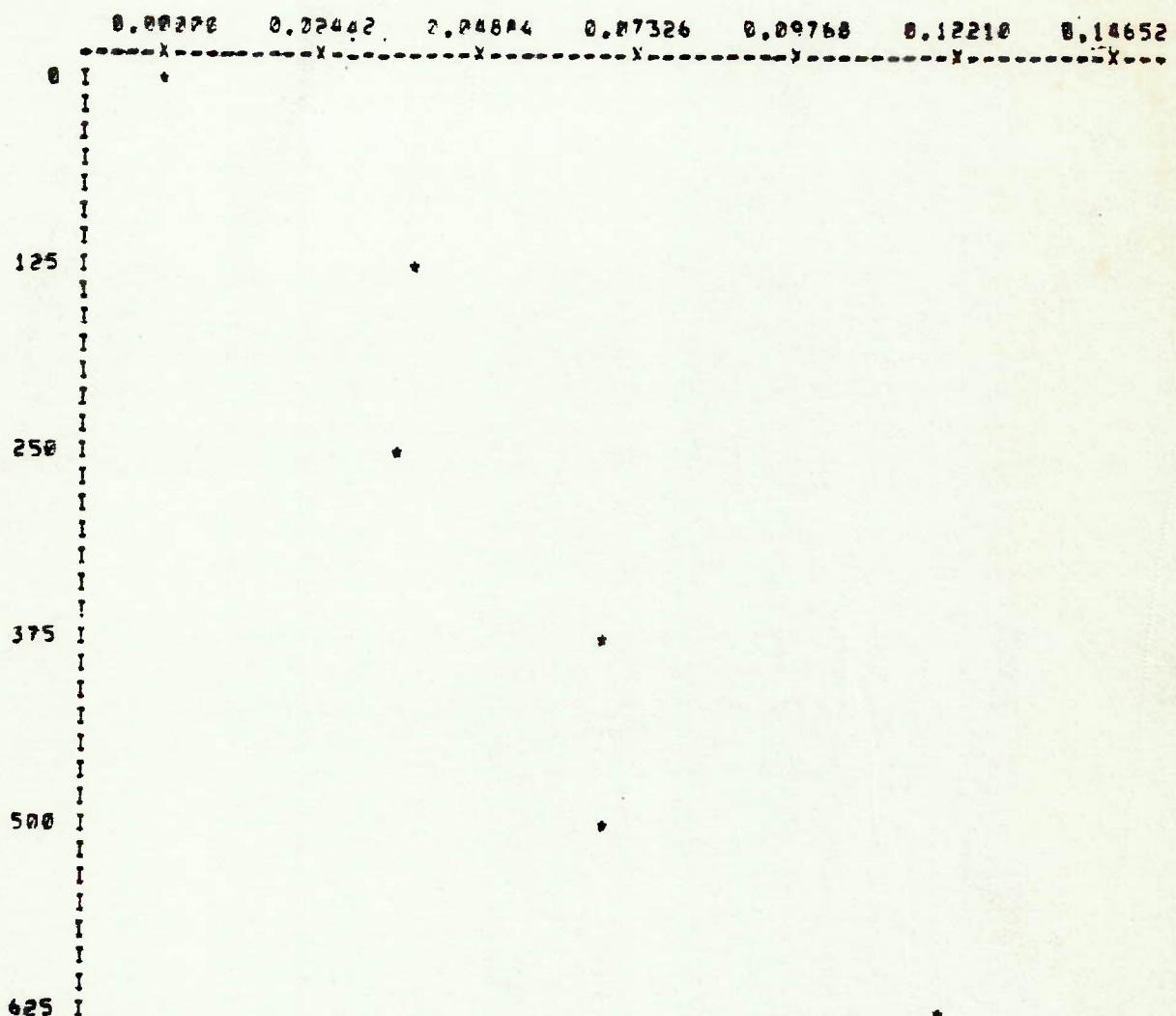
TENSÃO 0,0000 0,0074 0,0185 0,0407 0,0703 0,0925  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.59

PONTO 48

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>



CARGA 0,0 125,0 250,0 375,0 500,0 625,0  
(KG)

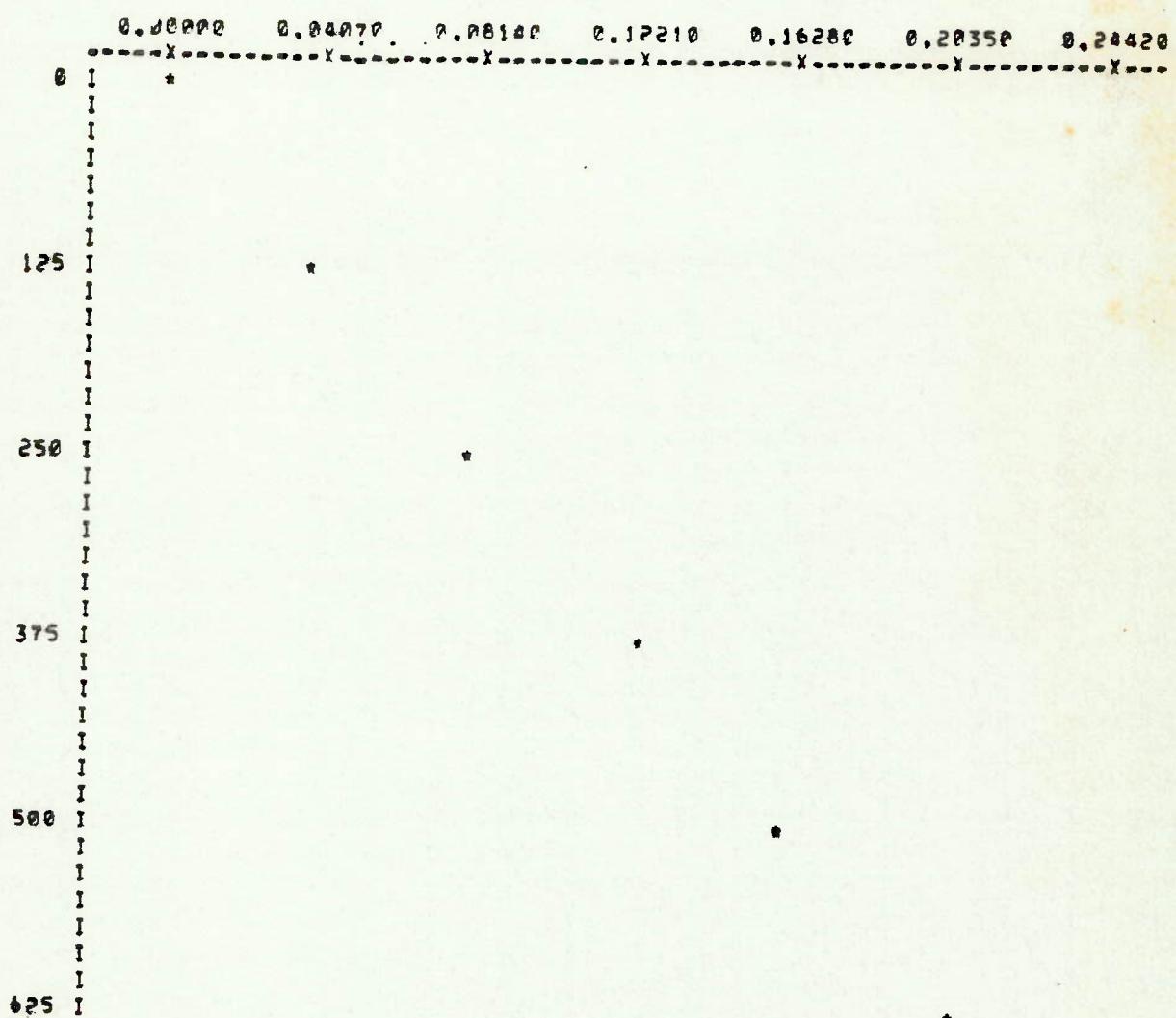
TENSÃO 0,00276 -0,02442 -0,04884 -0,07326 -0,09768 -0,12210  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.60

PONTO 41

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"



CARGA 0,0 125,0 250,0 375,0 500,0 625,0  
(KG)

TENSÃO 0,0000 -0,0370 -0,0810 -0,1221 -0,1628 -0,2035  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.61

PONTO 42

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"

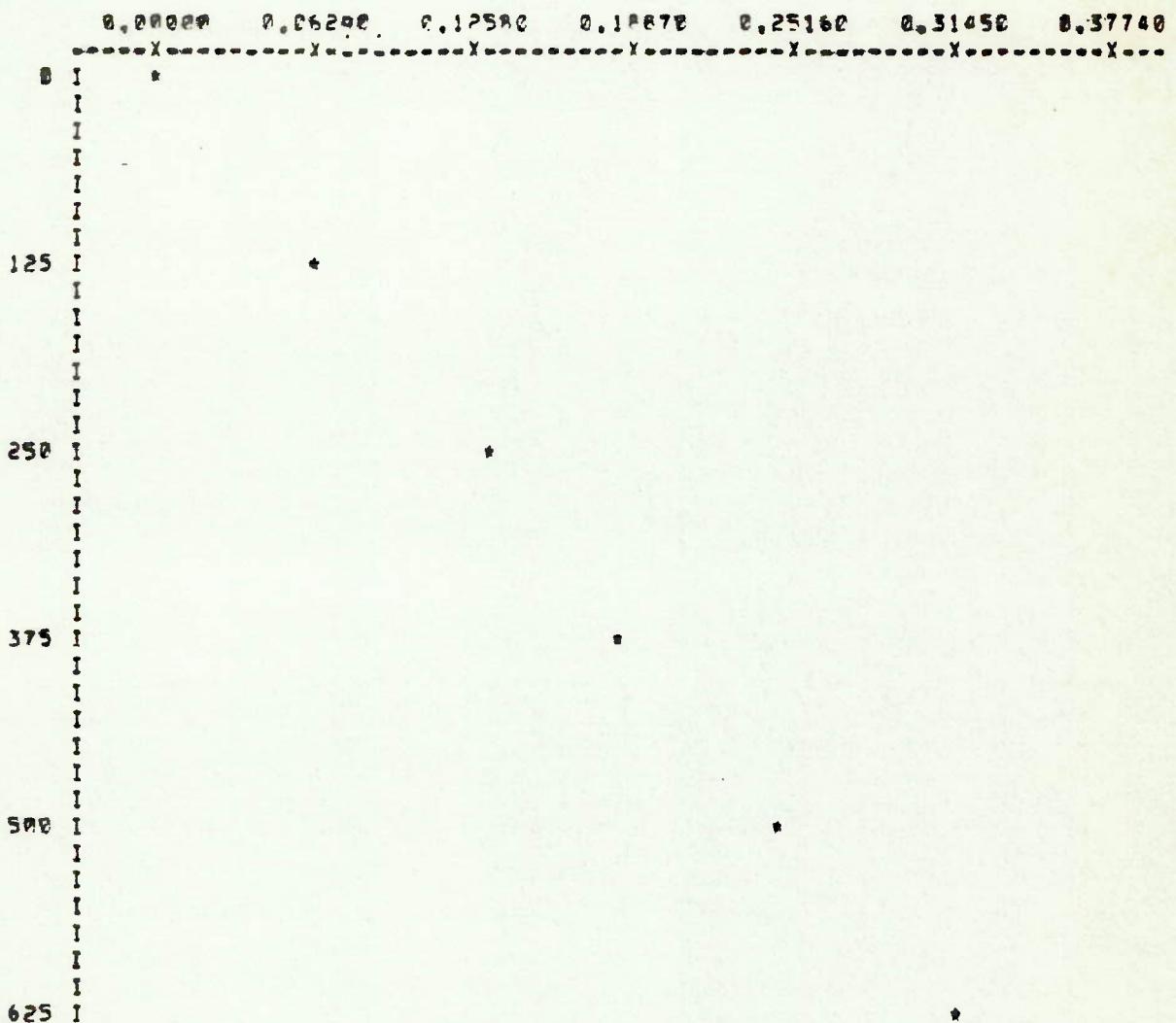


FIGURA 6.62

PONTO 43

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = "TON/CM<sup>2</sup>"

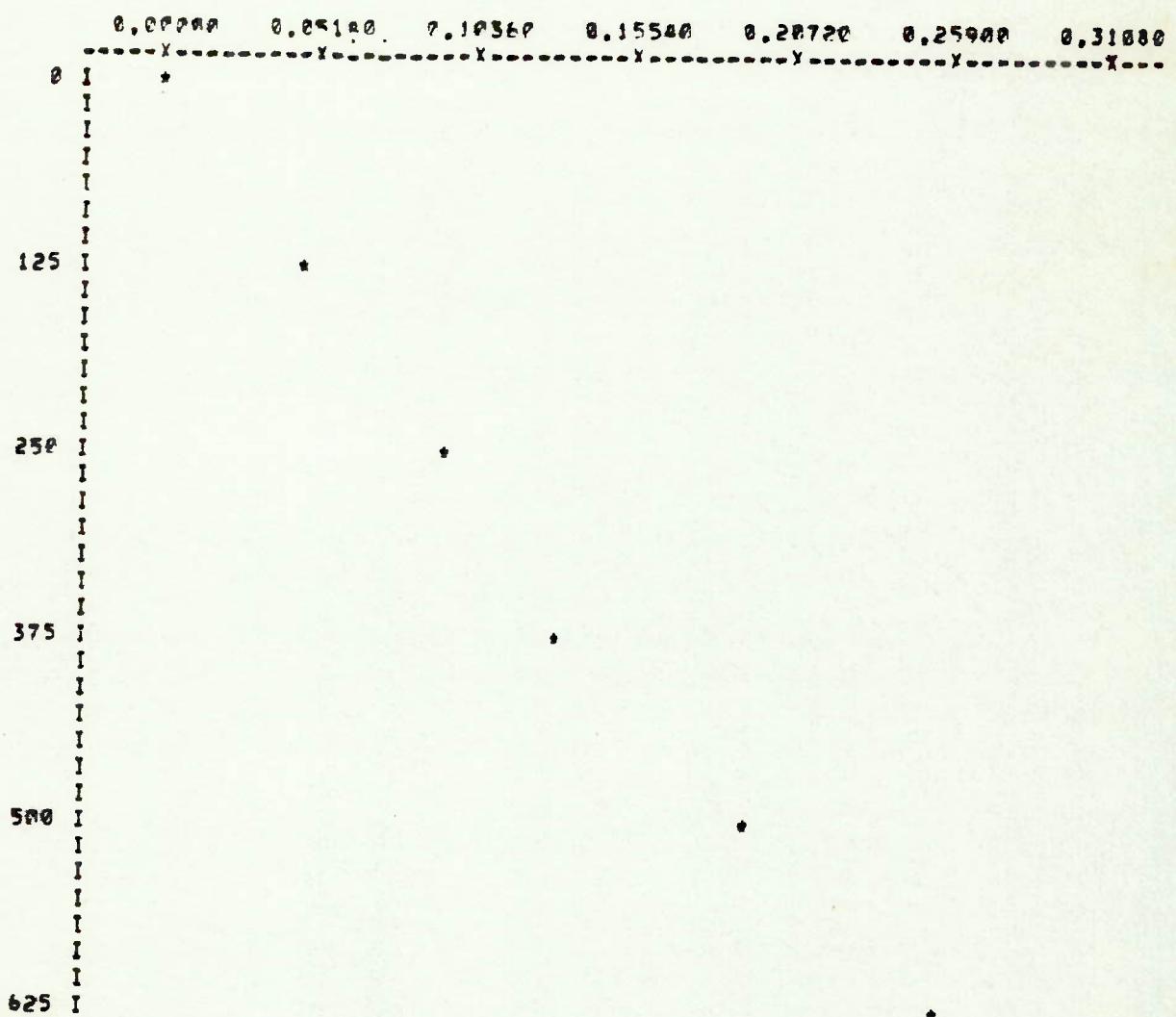


FIGURA 6.63

PONTO 44 - 45

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>

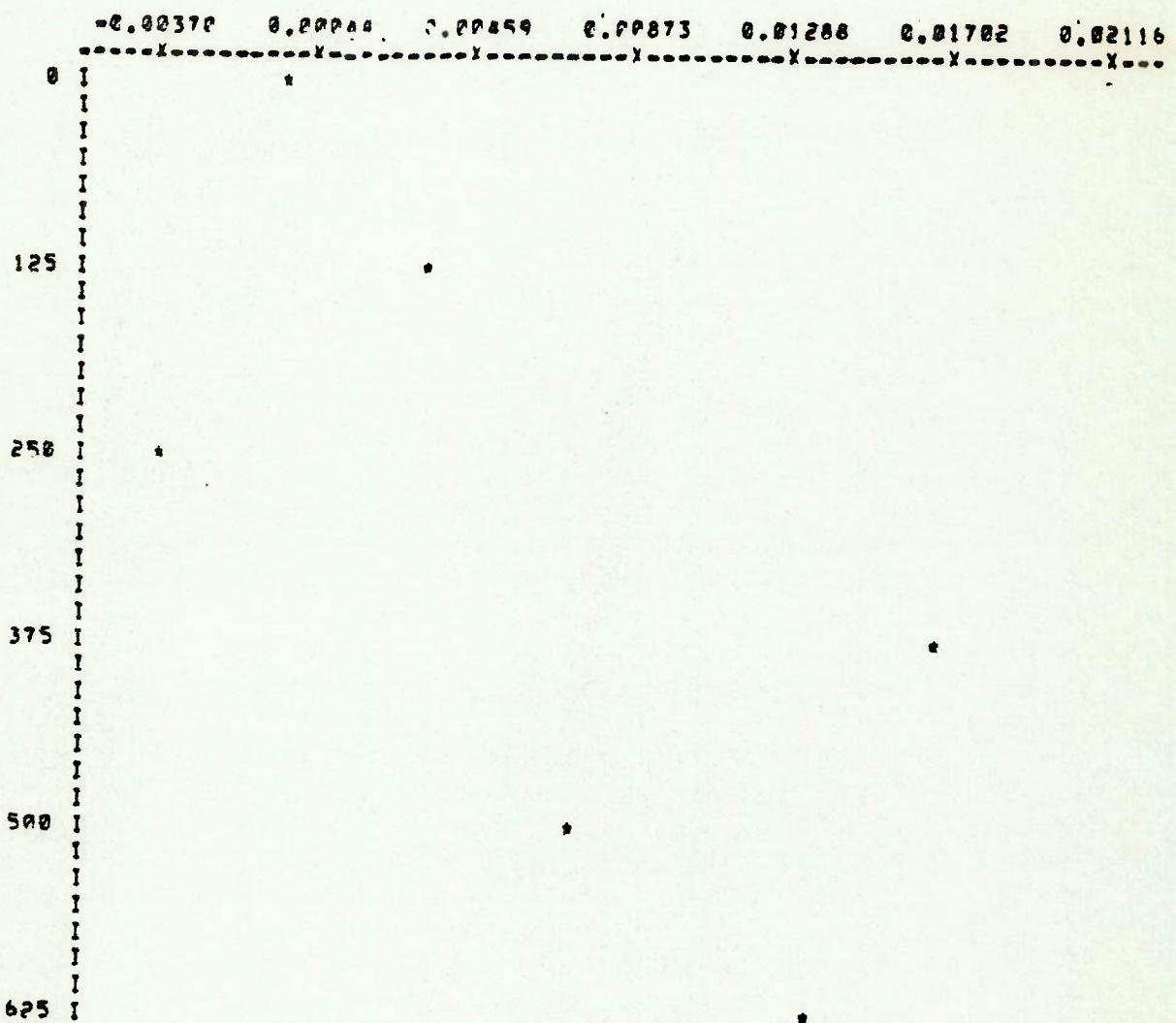
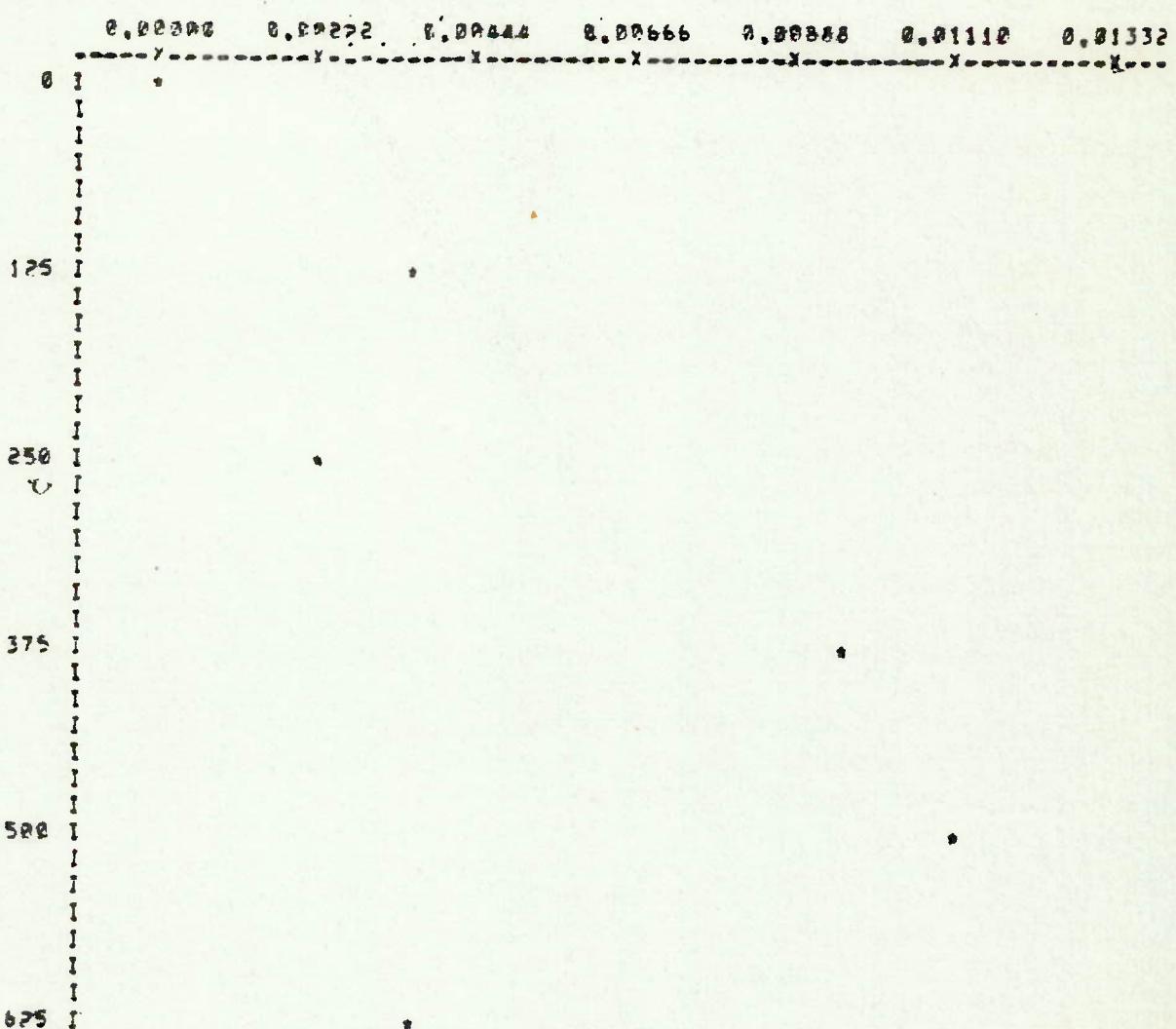


FIGURA 6.64

## REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE : TON/CM<sup>2</sup>

CARGA        0,0    125,0    250,0    375,0    500,0    625,0  
(KG)

TENSÃO    0,00300    0,00272    0,00244    0,00216    0,00188    0,01111  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.65

PONTO 48 - 49

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = 'TON/CM<sup>2</sup>'

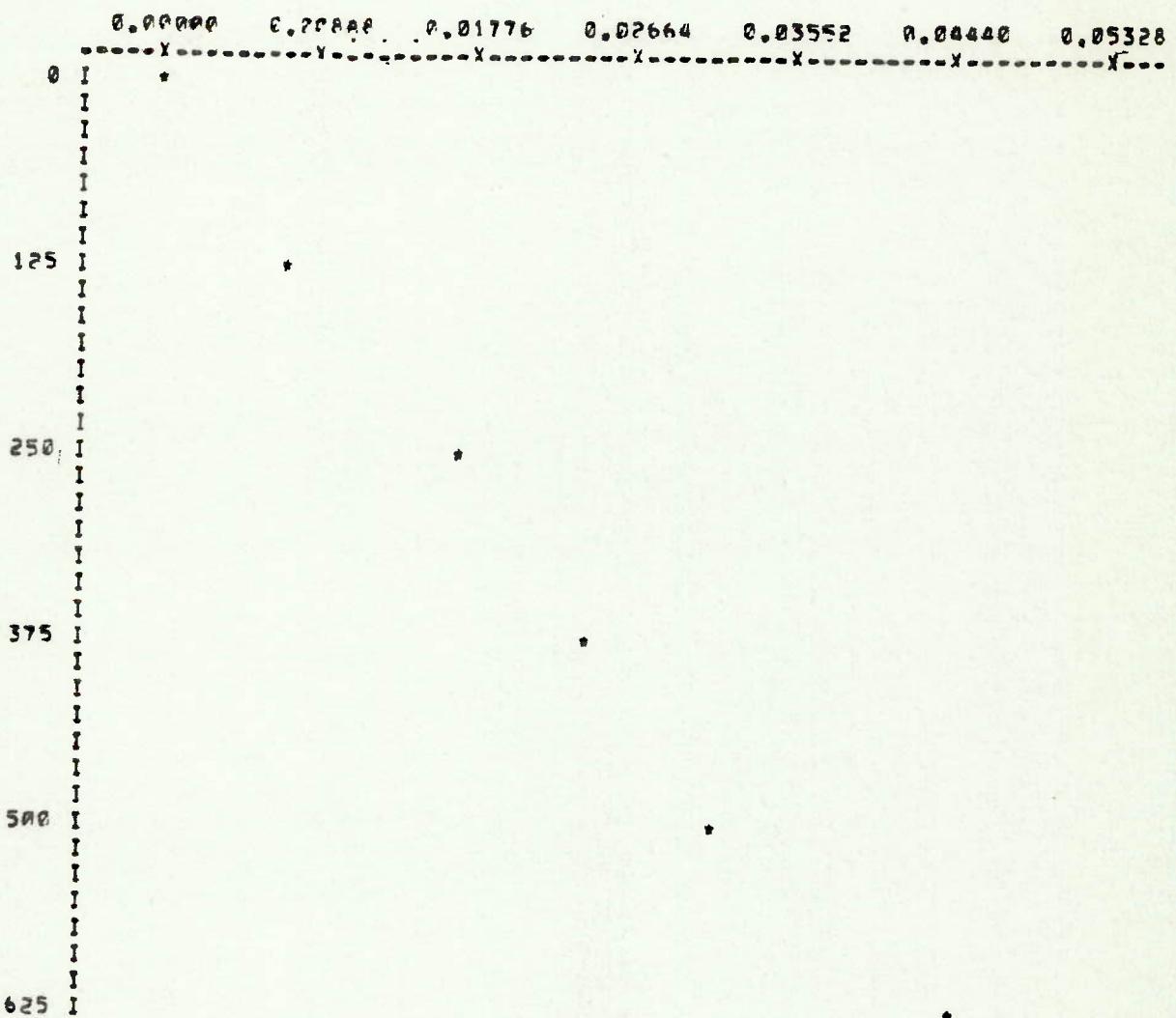


FIGURA 6.66

PONTO SA - 51

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE = TON/CM<sup>2</sup>

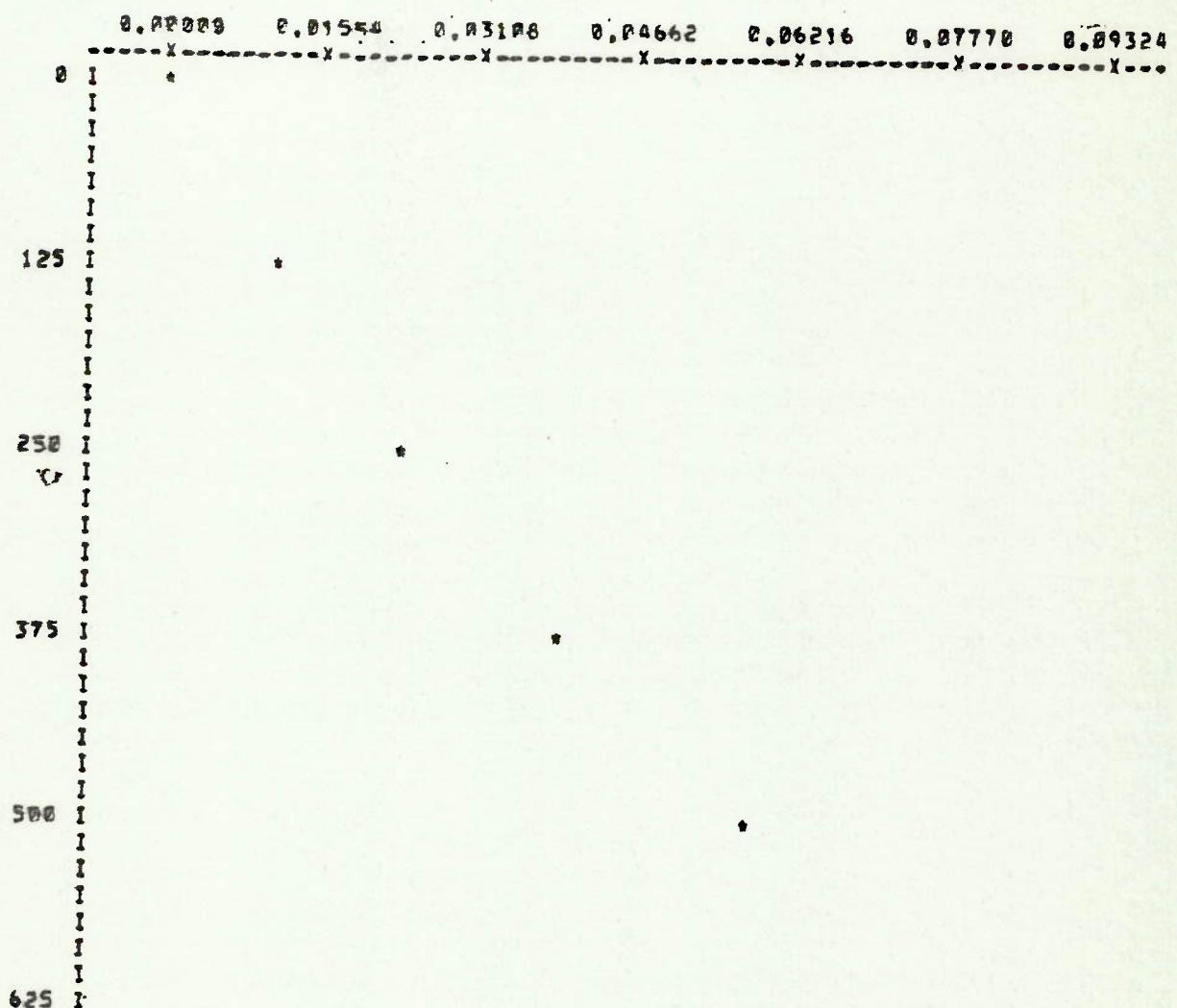


FIGURA 6.67

PONTO 52 - 53

REDUCAO DE DADOS

GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE "TON/CM<sup>2</sup>"

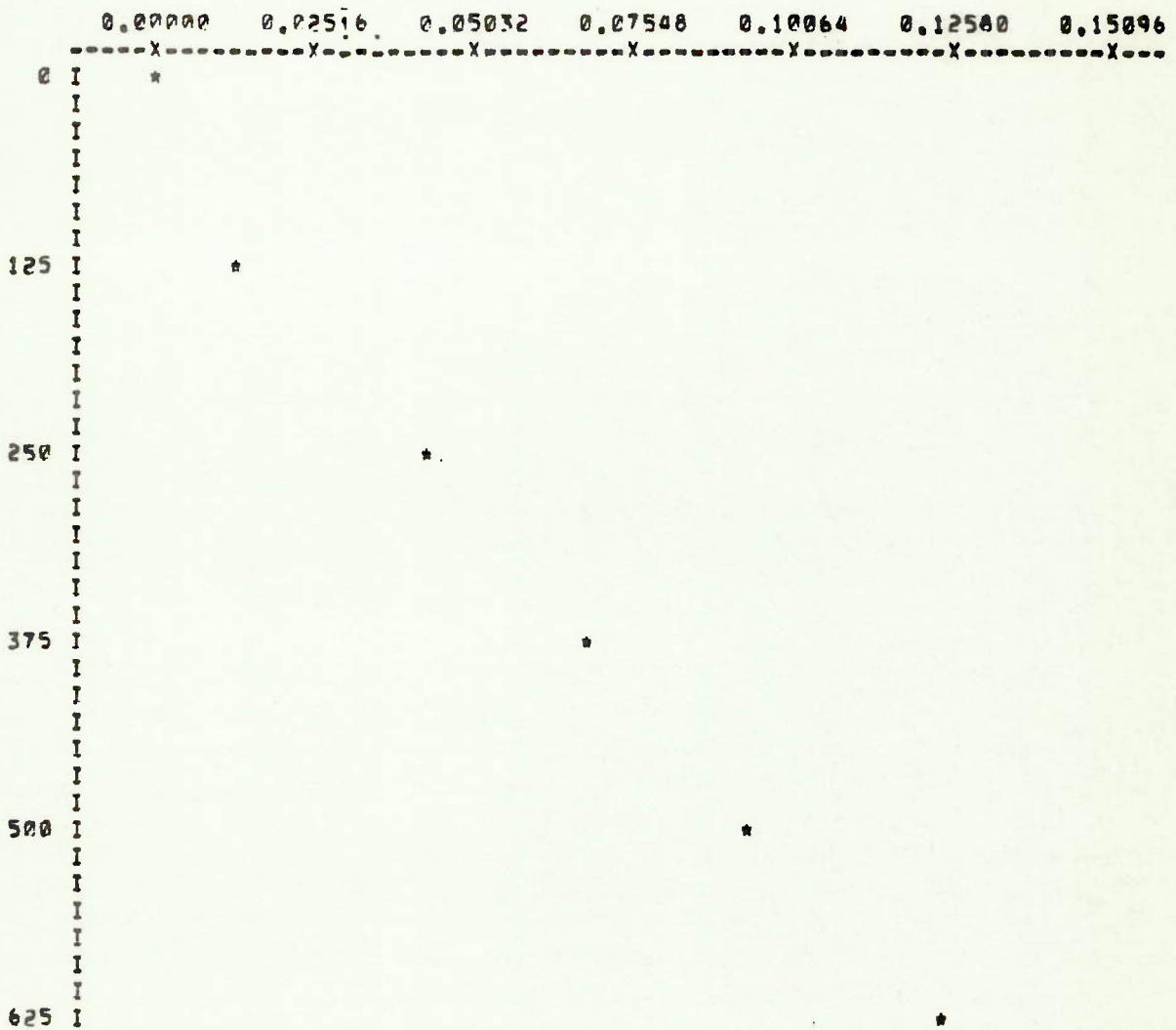
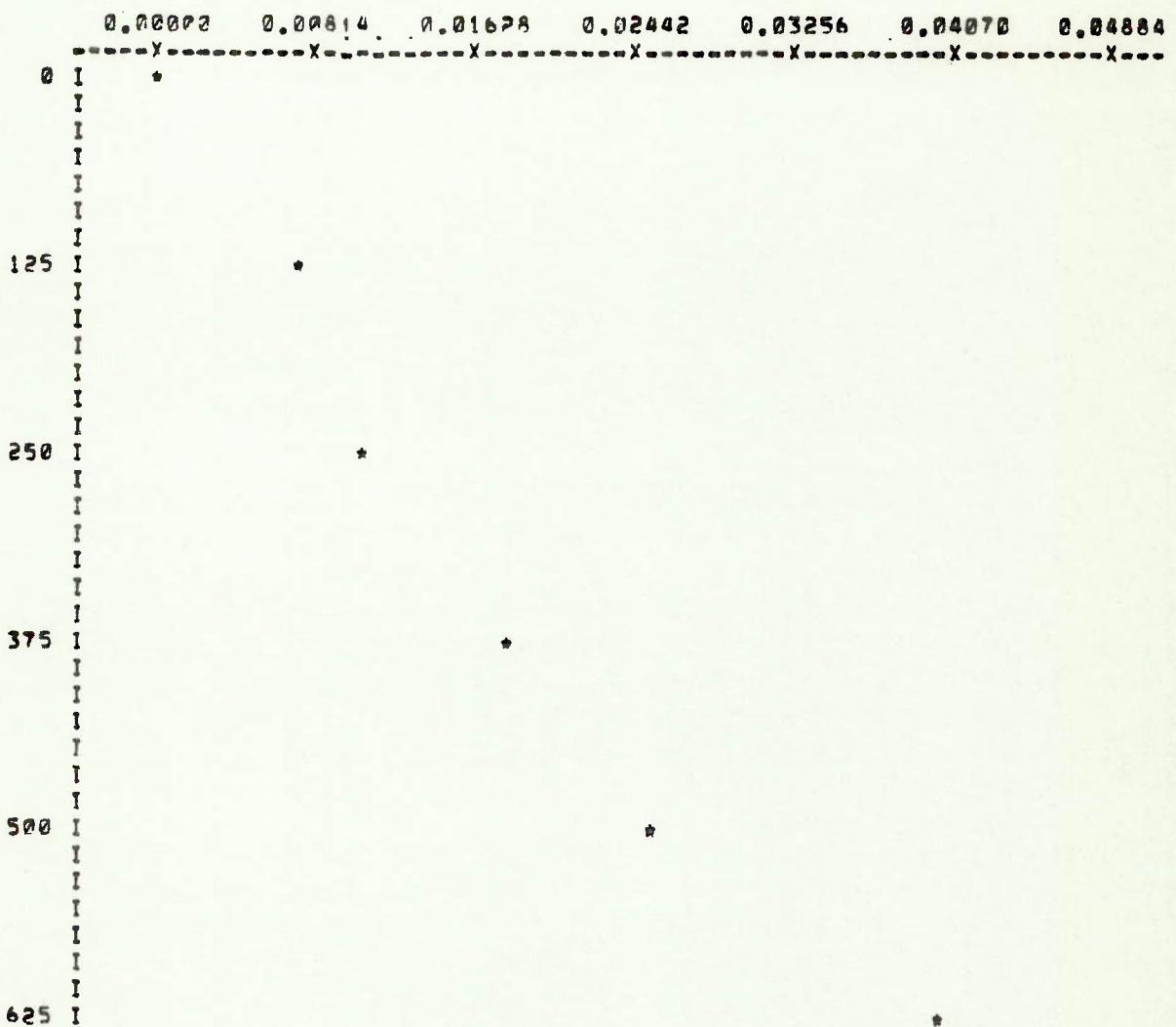


FIGURA 6.68

PONTO 54 - 55

REDUCAO DE DADOS  
GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE \*TON/CM<sup>2</sup>\*



CARGA 0.0 125.0 250.0 375.0 500.0 625.0  
(KG)

TENSÃO 0.00072 -0.00814 -0.01678 -0.02442 -0.03256 -0.04070  
(TON/CM<sup>2</sup>)

FIGURA 6.69

## CAPÍTULO VII

## COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

7.1 Método de Comparação

A comparação será feita para os reforçadores, em termos de tensões seguindo o esquema da Figura 7.1 quanto à indicação dos reforçadores.

Para flexão, serão comparados os resultados em dois estágios:

- antes de início de flambagem, correspondente a uma carga de 1,000 ton;
- depois de totalmente flambadas as chapas do fundo na região da abertura, correspondente à uma carga de 2,000 ton.

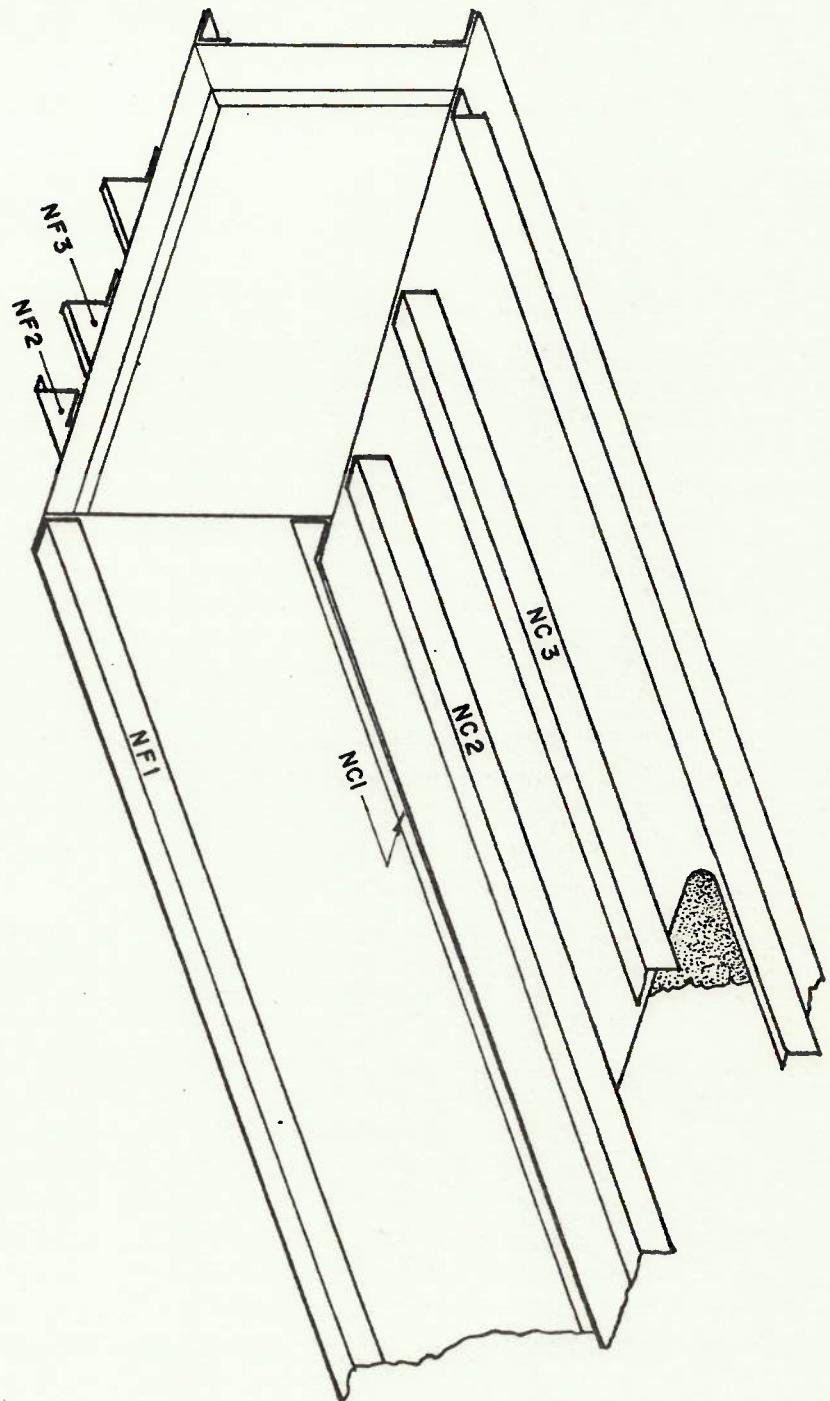


FIG. 7-1 DENOMINAÇÃO DOS REFORÇADORES

Os resultados teóricos foram os obtidos no Capítulo II; por elementos finitos os obtidos no Capítulo V; e os obtidos no Capítulo VI.

Cada figura corresponderá a um reforçador, de uma extremidade da caixa até o centro (os carregamentos são simétricos), sendo traçada uma curva base passando pelos pontos experimentais.

A seguinte representação será usada:

- Resultado teórico
- Resultado por elementos finitos, malha  $D_1$
- Resultado por elementos finitos, malha  $D_2$
- + Resultado experimental

Para torção será seguido o mesmo esquema que em flexão, com as cargas:

- 0,125 ton antes do início da flambagem;
- 0,500 ton depois de totalmente flambados os painéis em cisalhamento.

## 7.2 Resultado em Flexão

### 7.2.1 Antes de flambar ( $FLX_1$ )

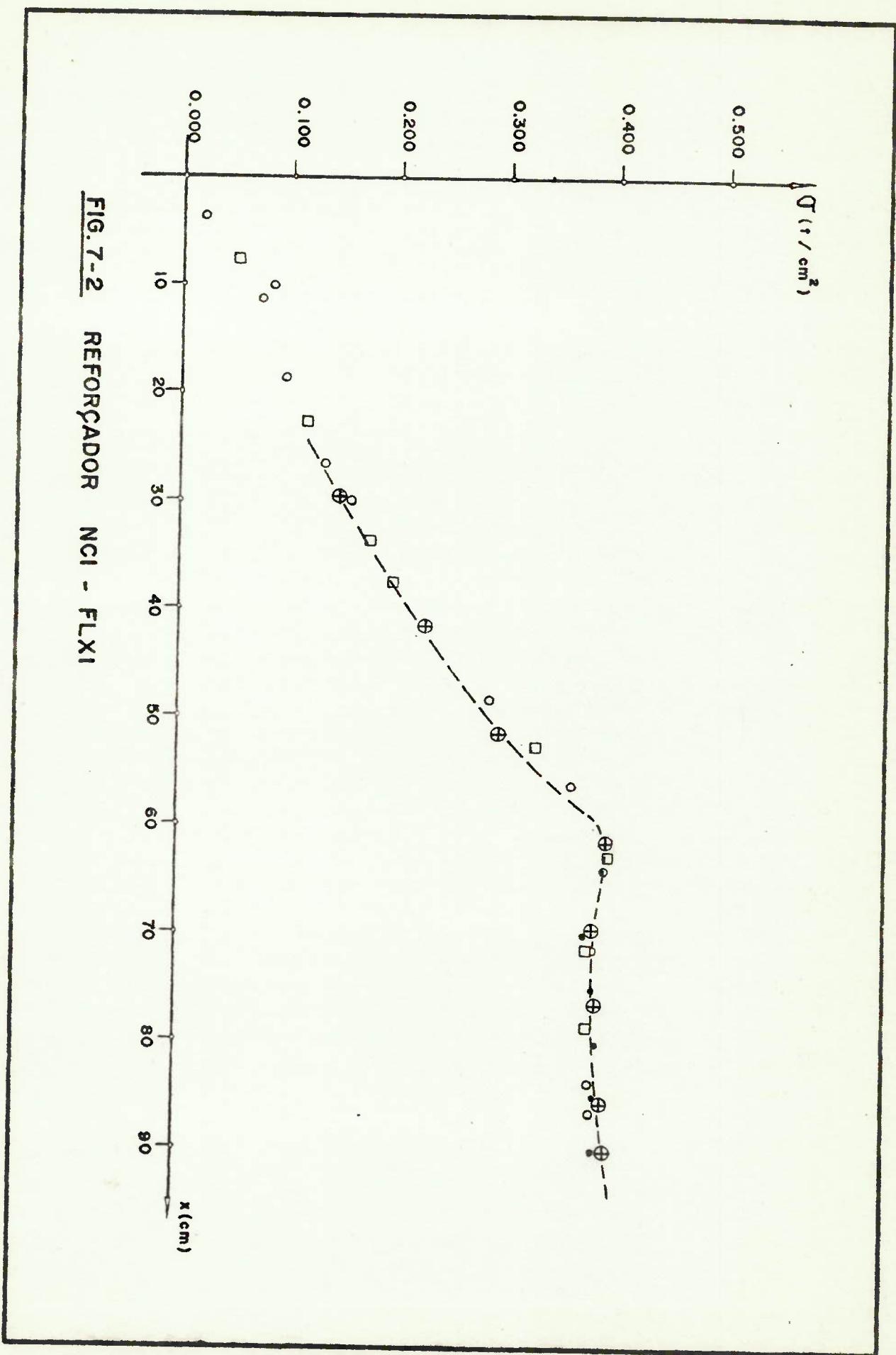


FIG. 7-2 REFORÇADOR NCI - FLXI

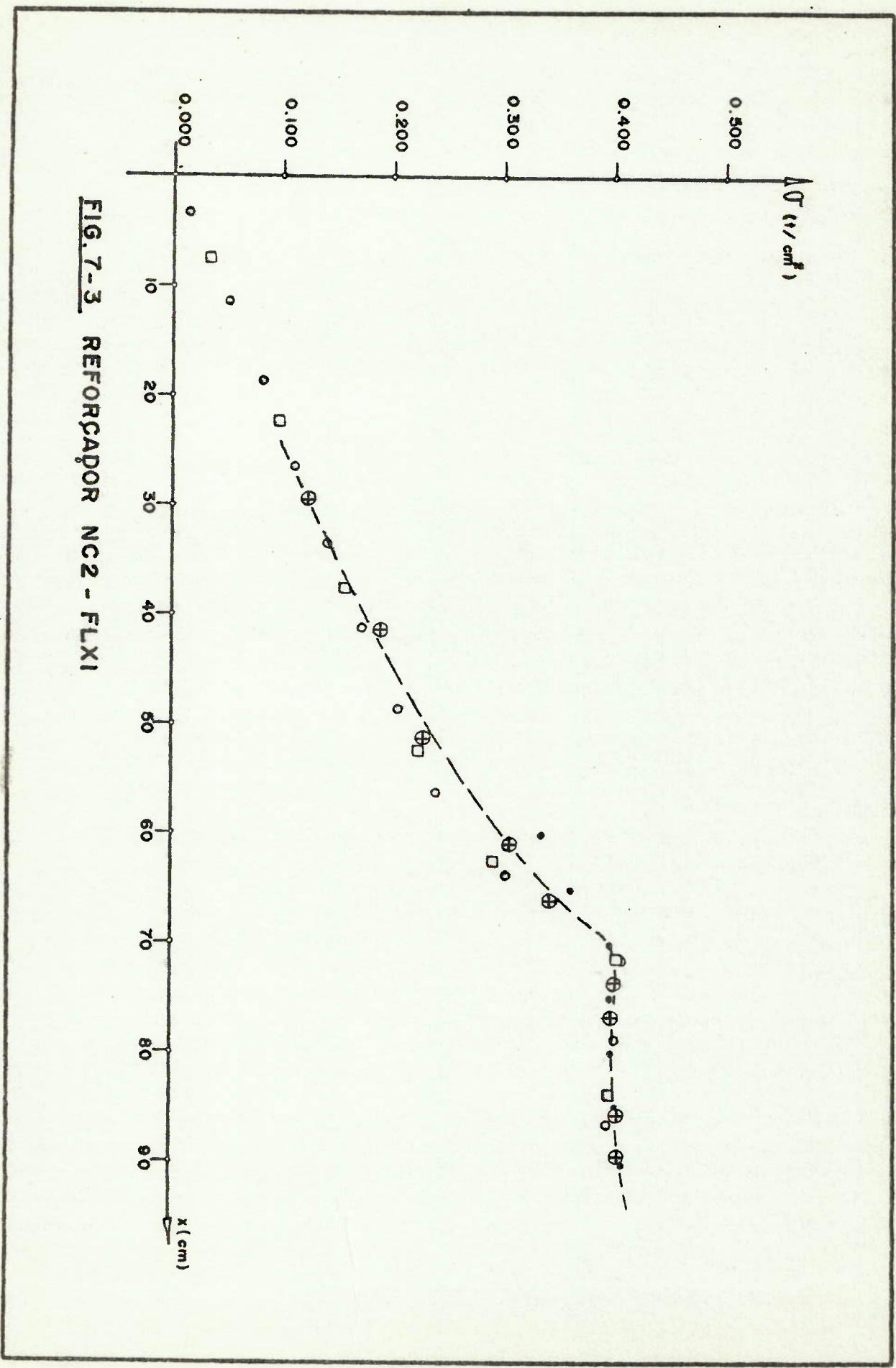


FIG. 7-3 REFORÇADOR NC2 - FLXI

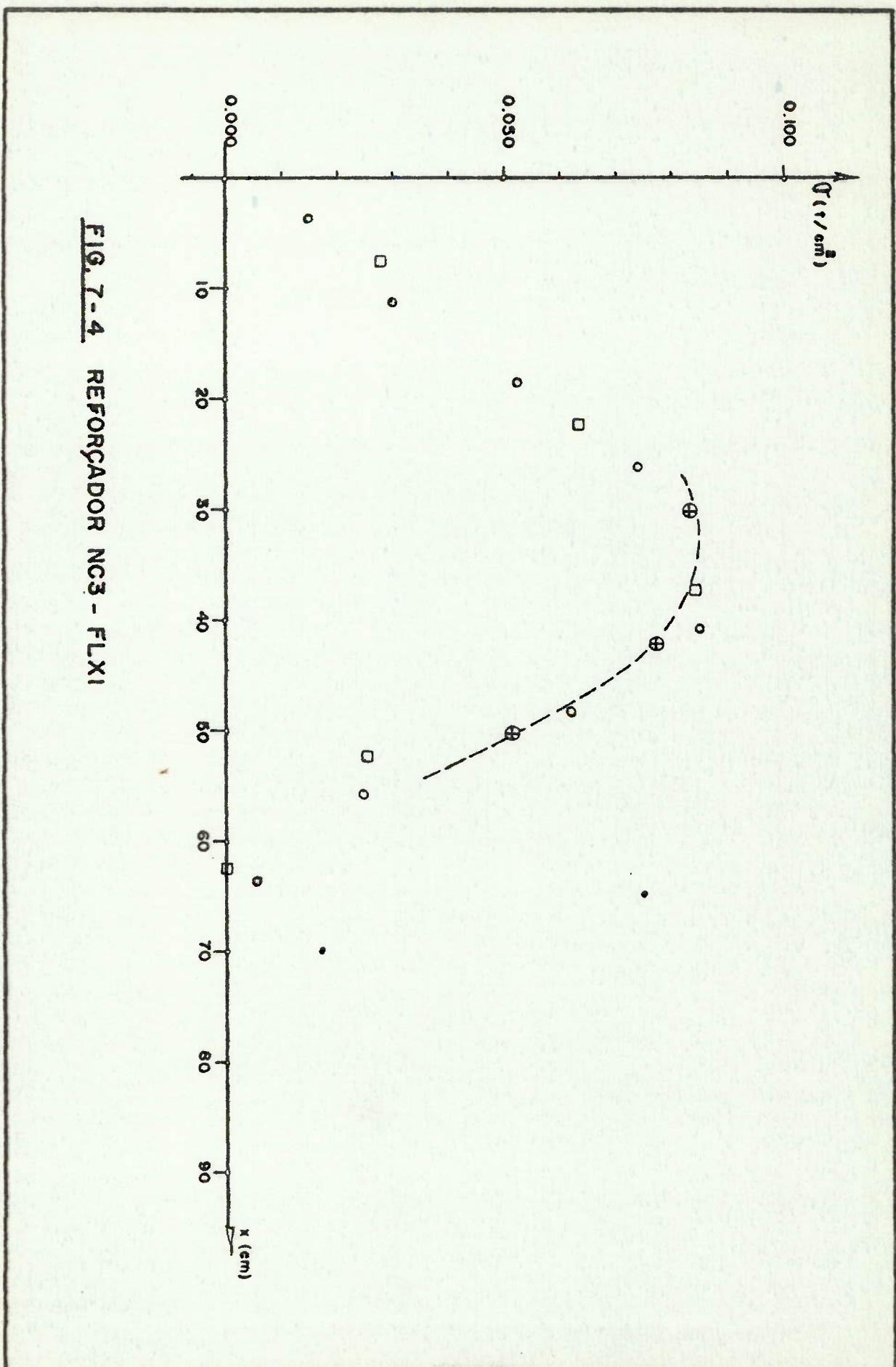


FIG. 7-4 REFORÇADOR NC3 - FLXI

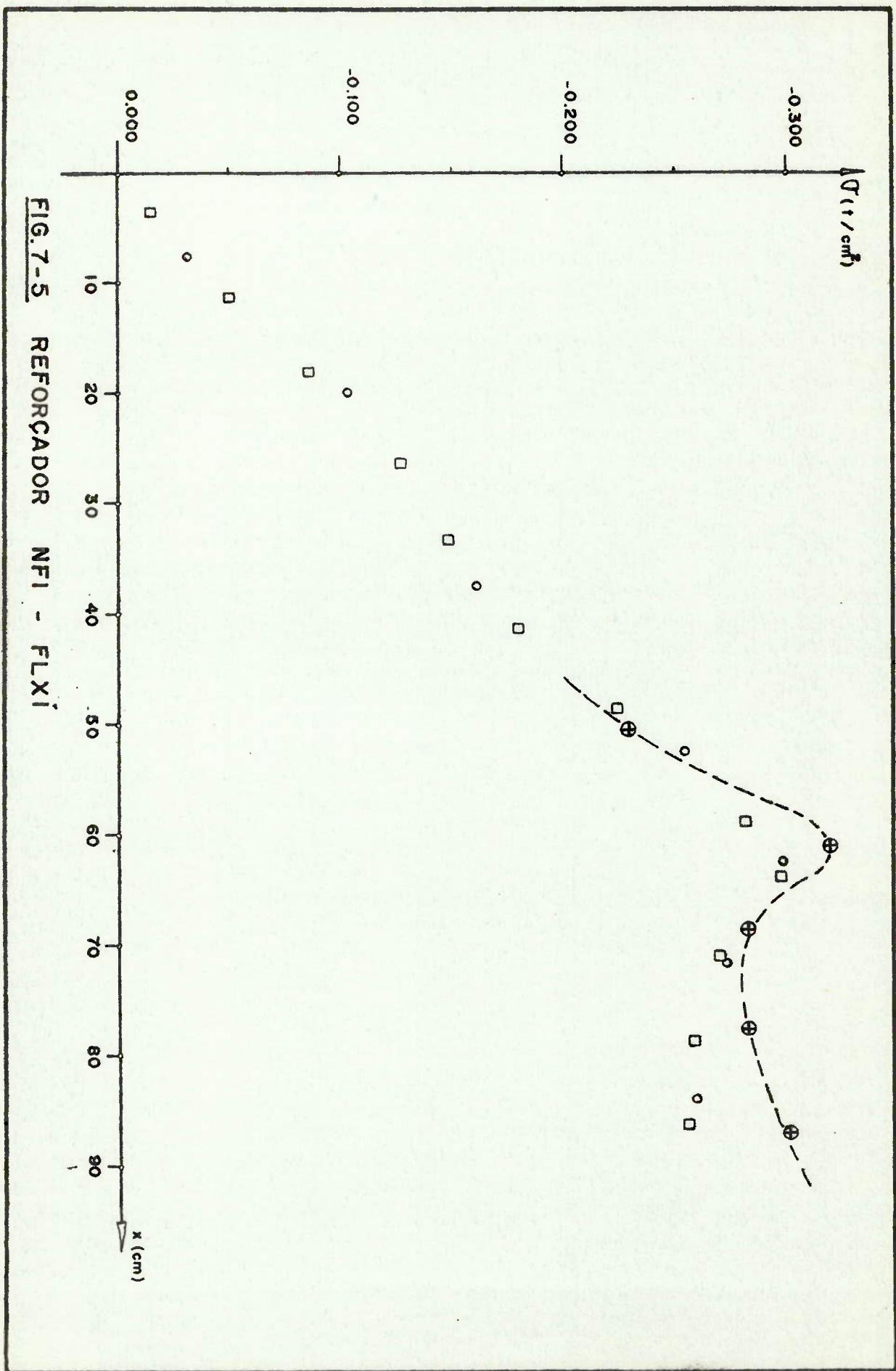


FIG. 7-5 REFORÇADOR NFI - FLX $i$

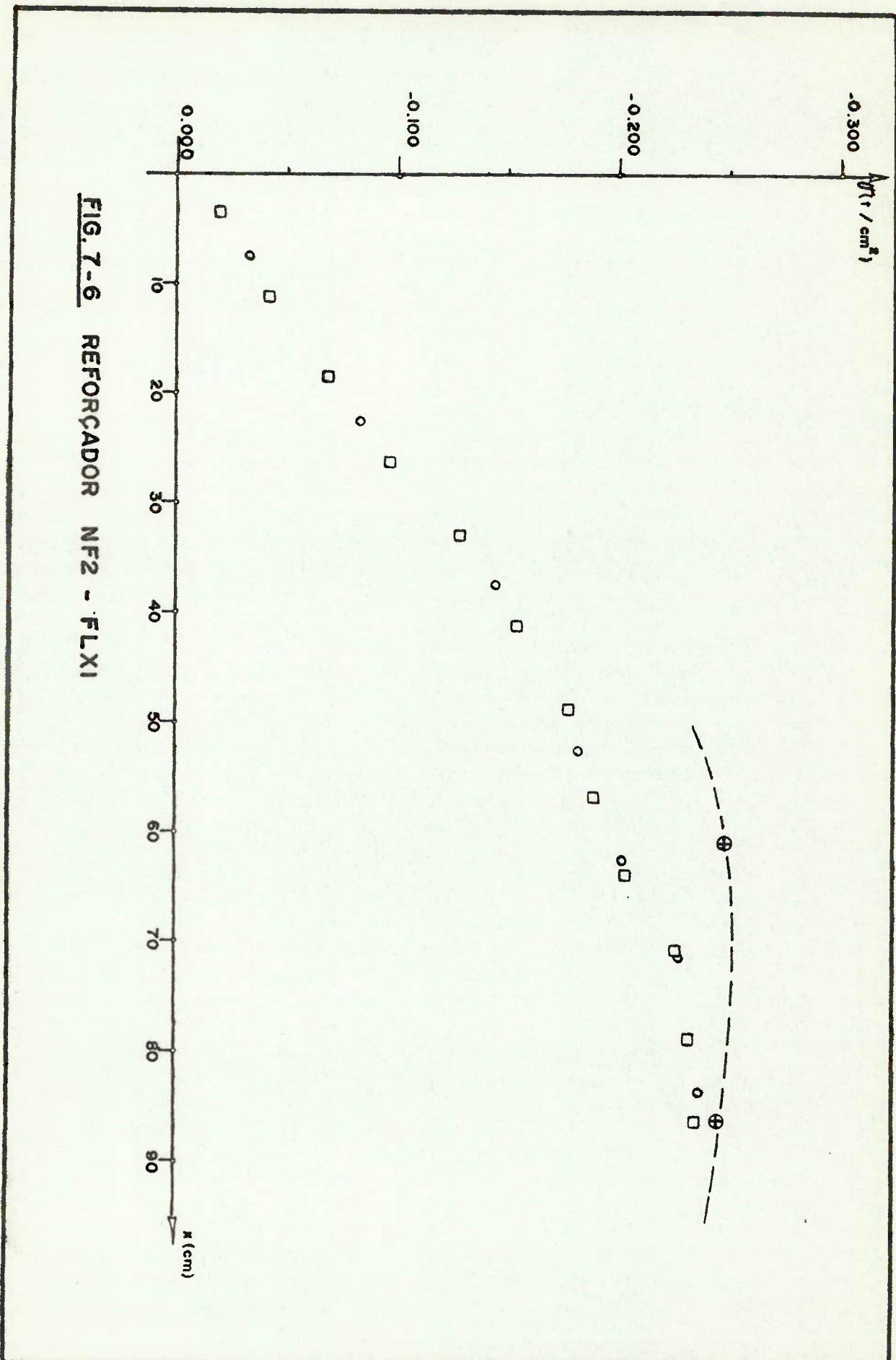


FIG. 7-6 REFORCADOR NF2 - FLXI

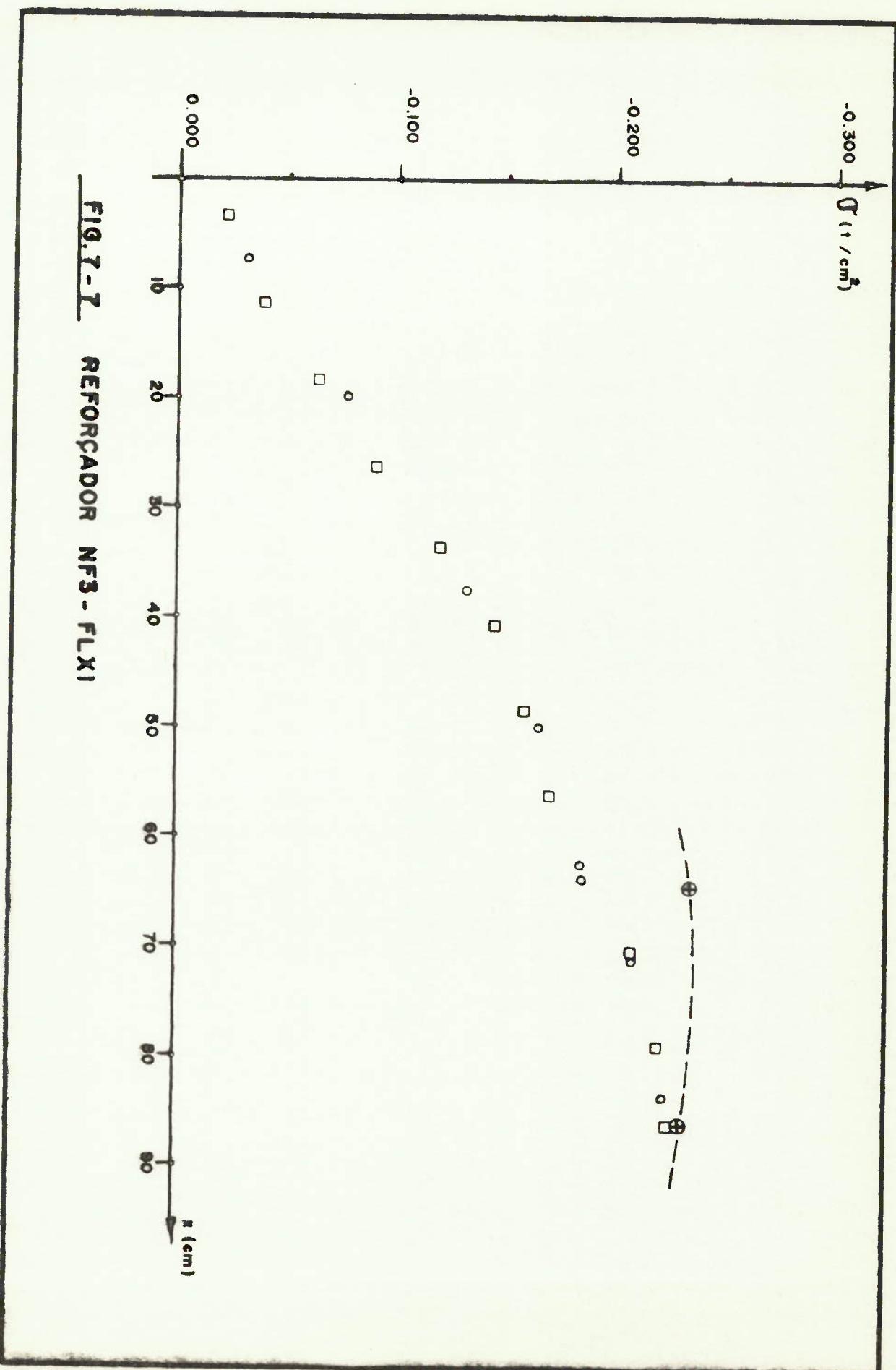


FIG.7-7 REFORÇADOR NF3 - FLXI

7.2.2 Flexão depois de flambar ( $FLX_2$ )

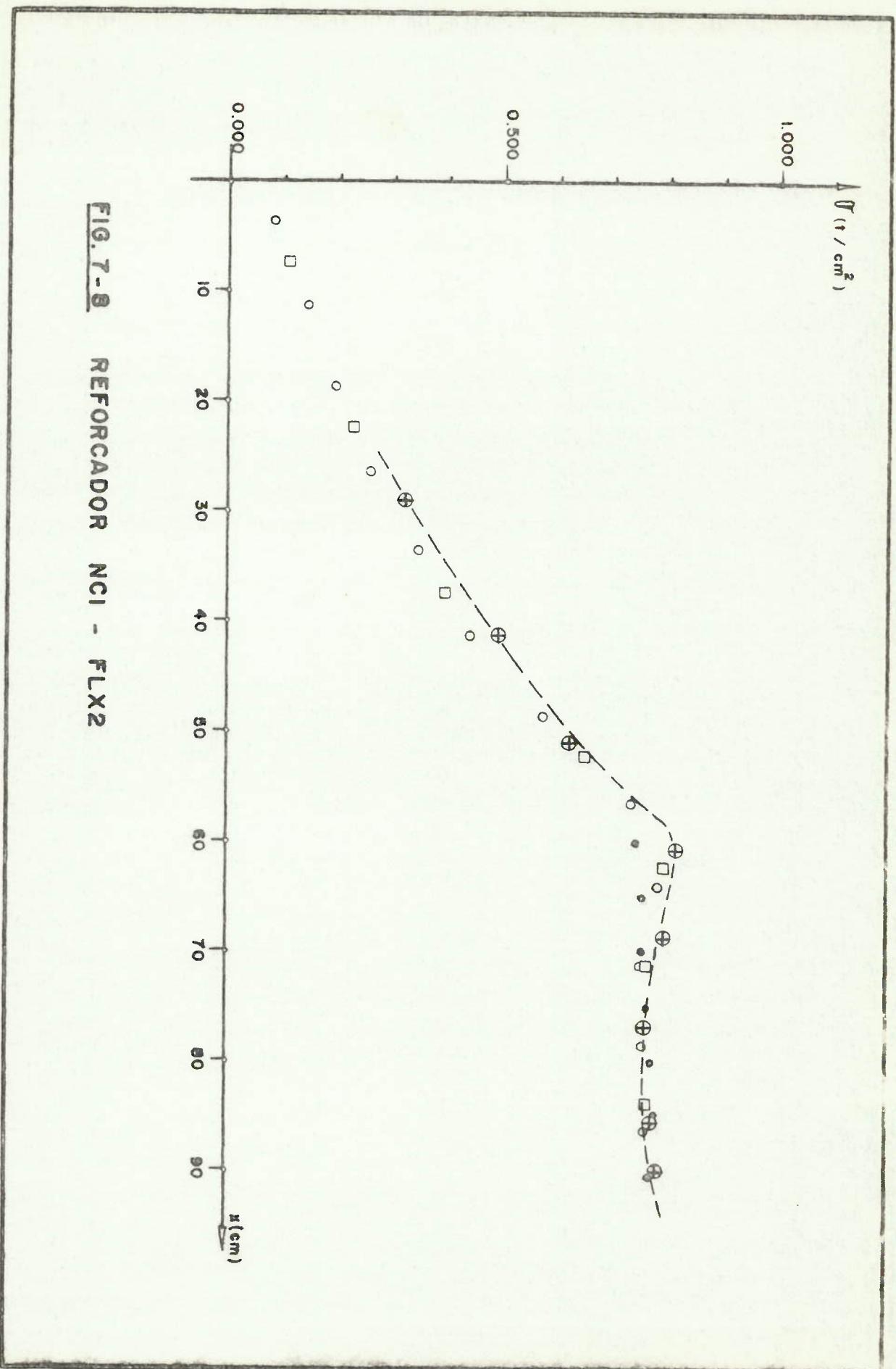


FIG. 7-8 REFORCADOR NCI - FLX2

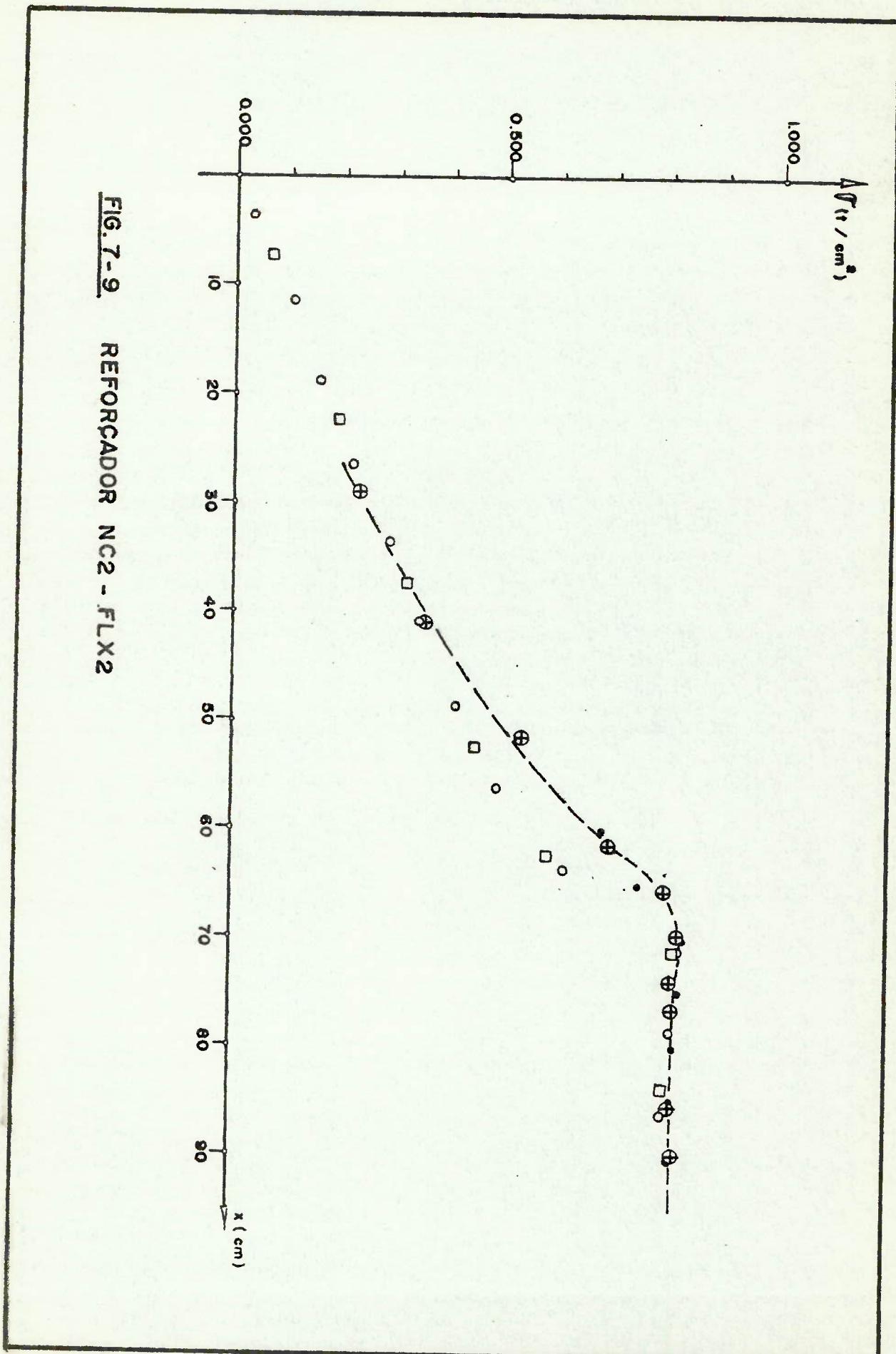


FIG. 7-9 REFORCADOR NC2 - FLX2

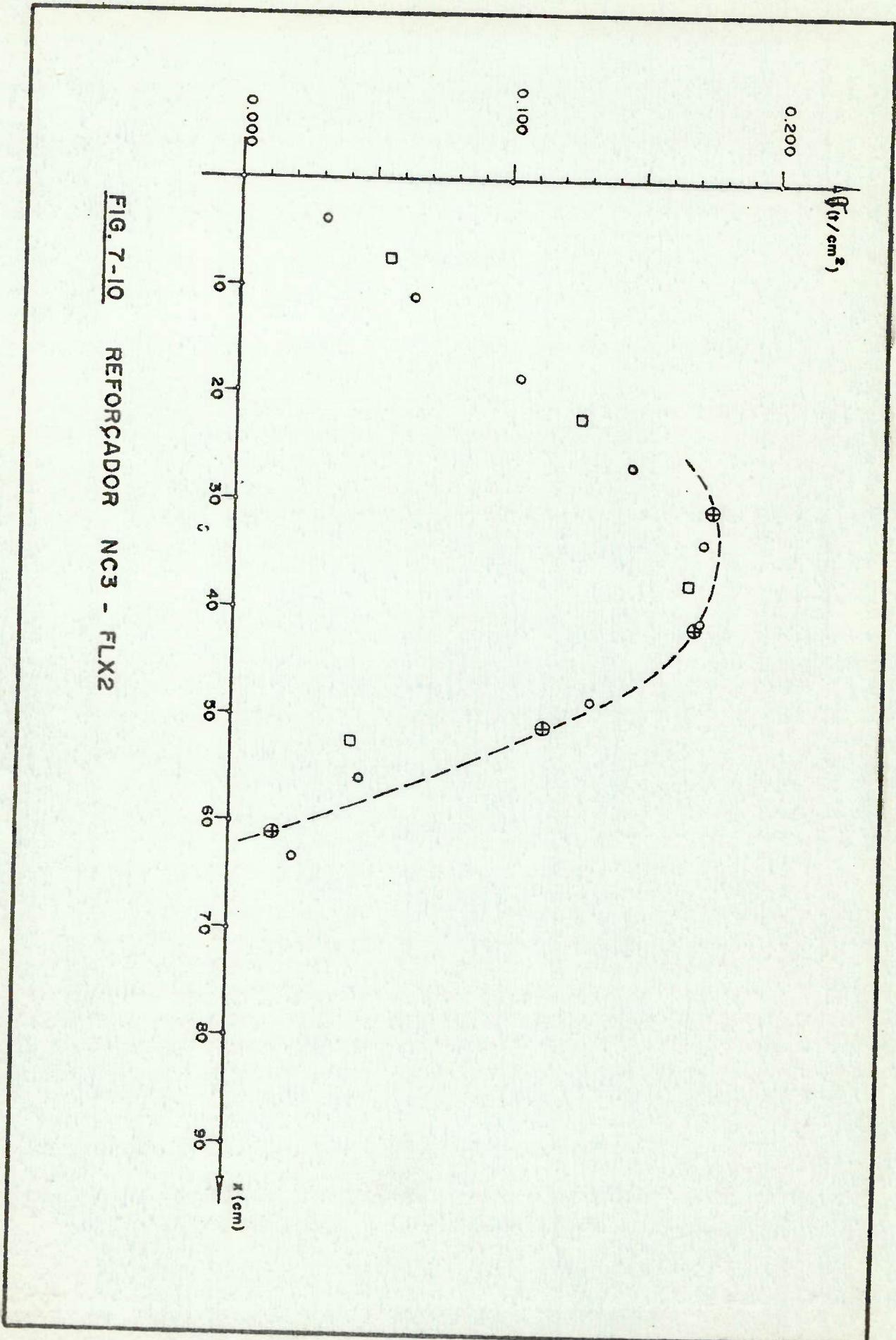


FIG. 7-10 REFORÇADOR NC3 - FLX2

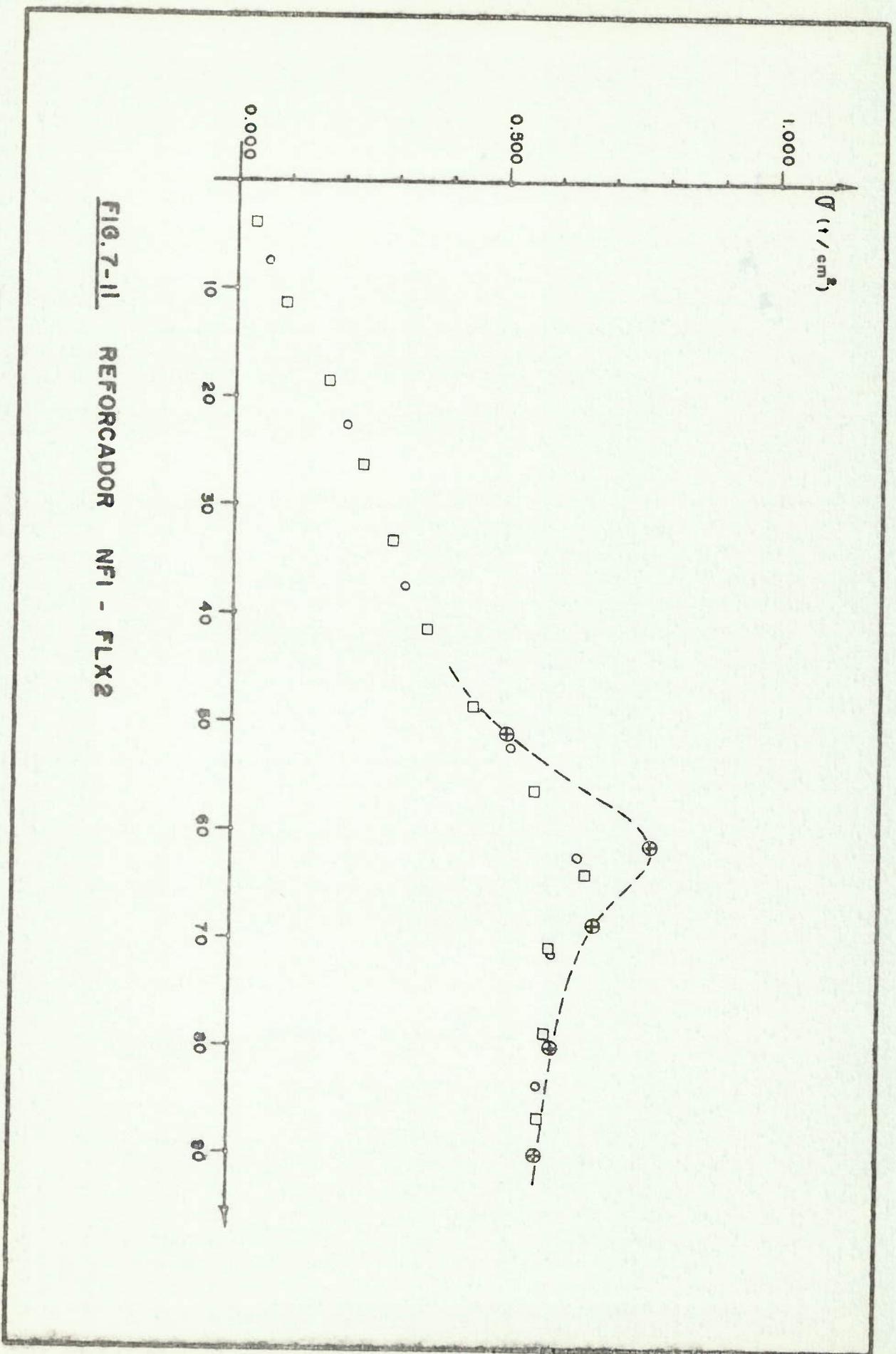


FIG. 7-II REFORCADOR NFI - FLX2

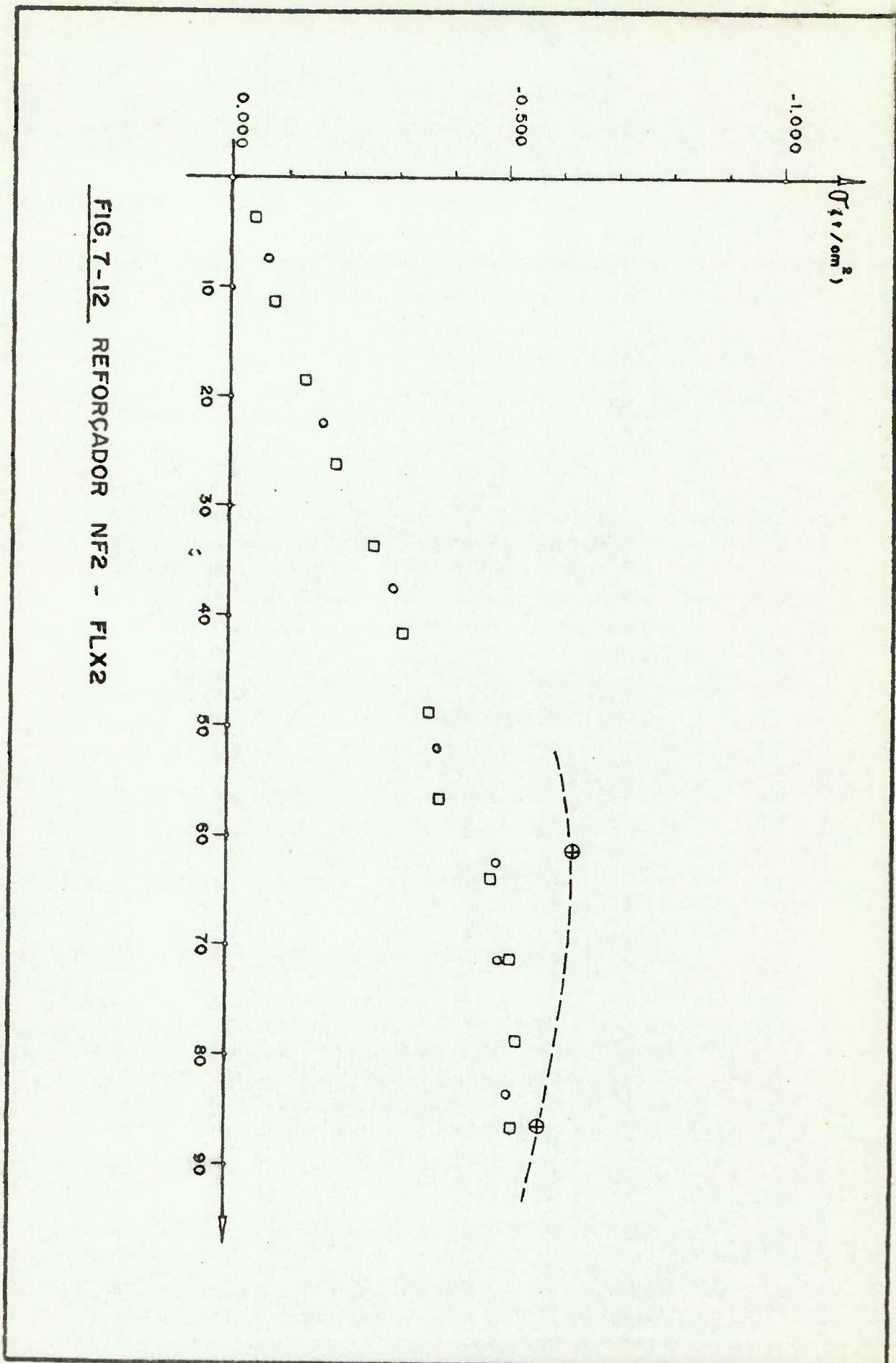


FIG. 7-12 REFORÇADOR NF2 - FLX2

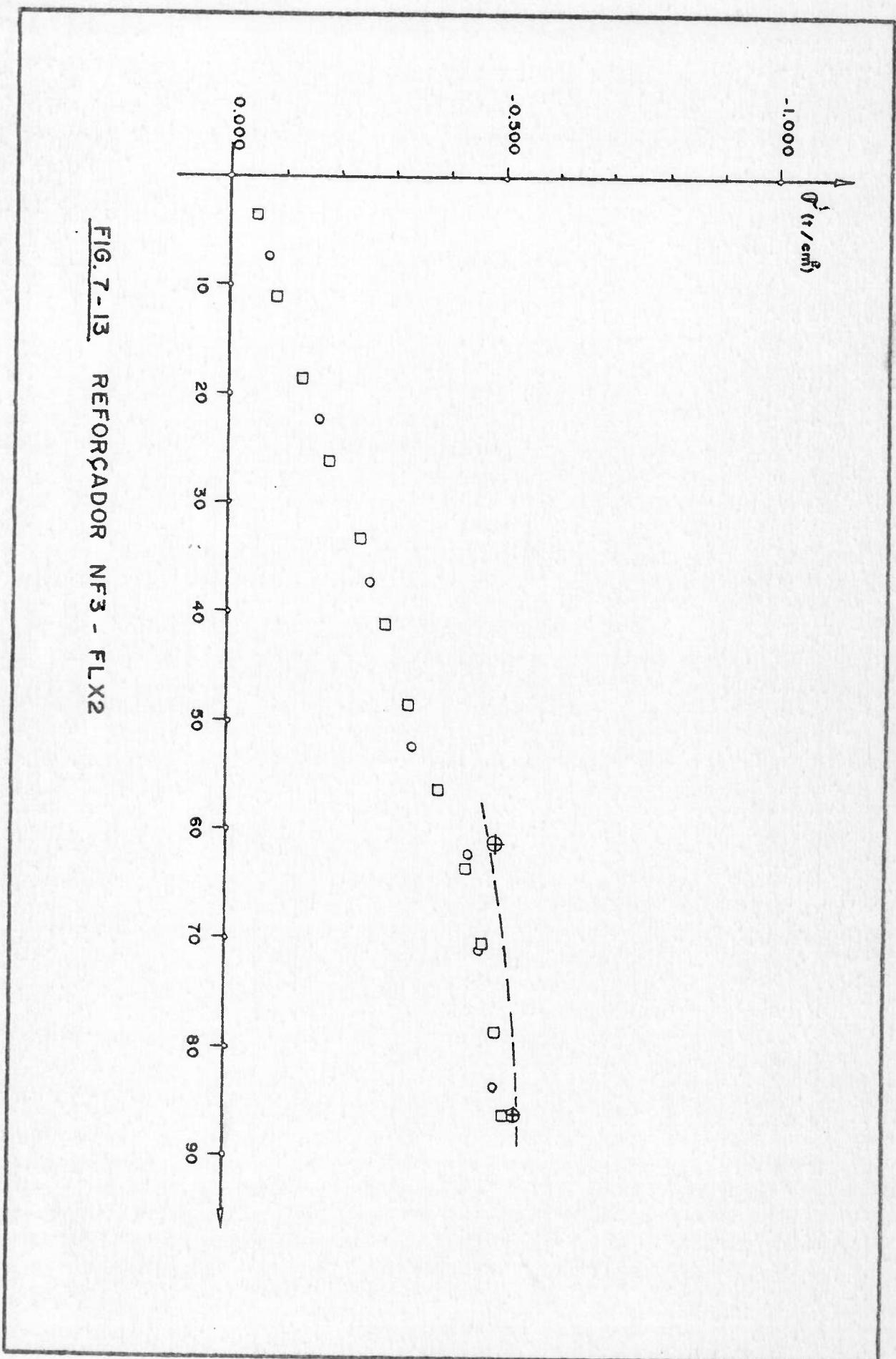


FIG. 7-13 REFORÇADOR NF3 - FLX2

7.3 Resultados em Torção

7.3.1 Antes de flambar (TC<sub>1</sub>)

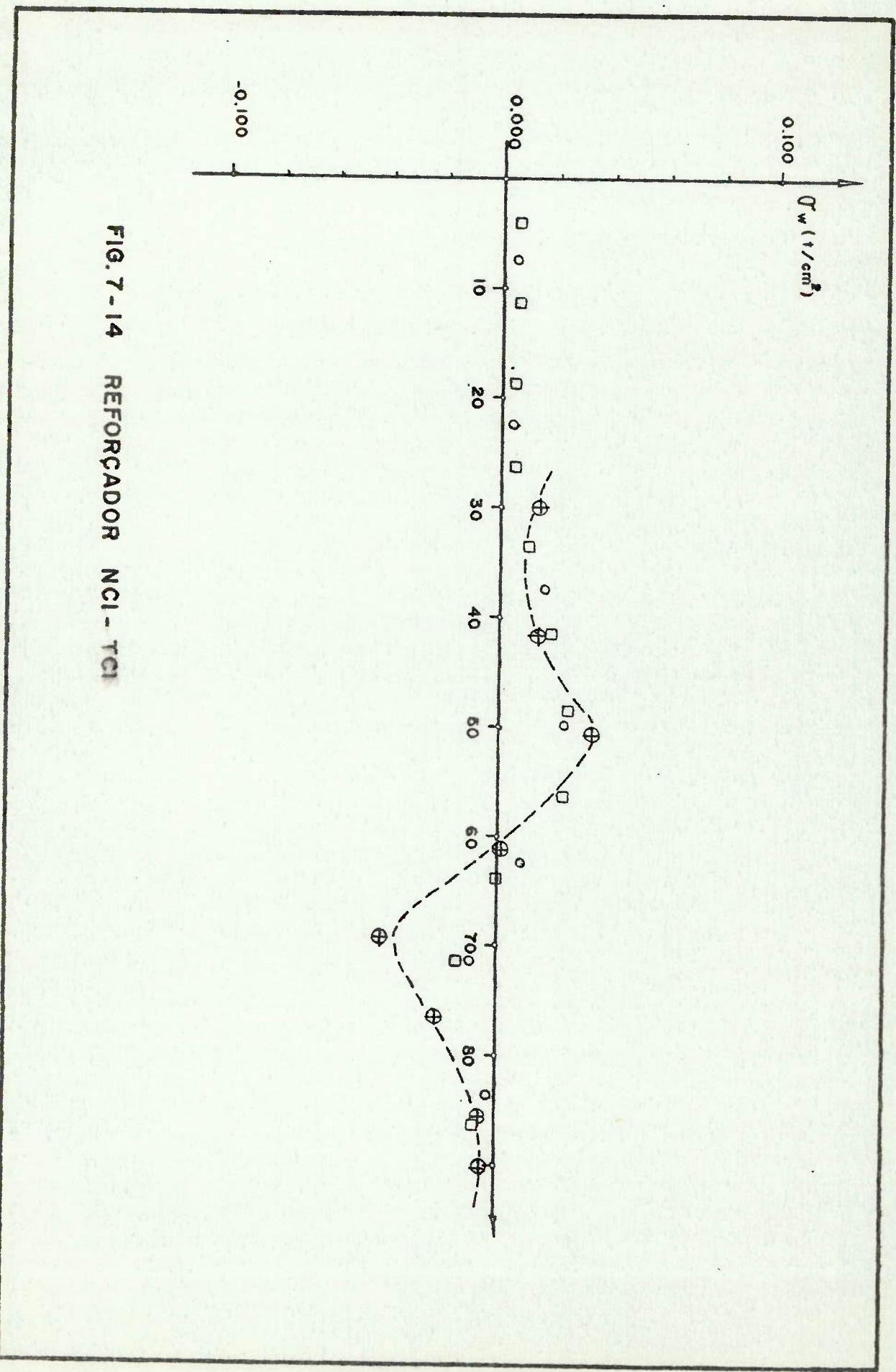


FIG. 7-14 REFORÇADOR NCI - Tc1

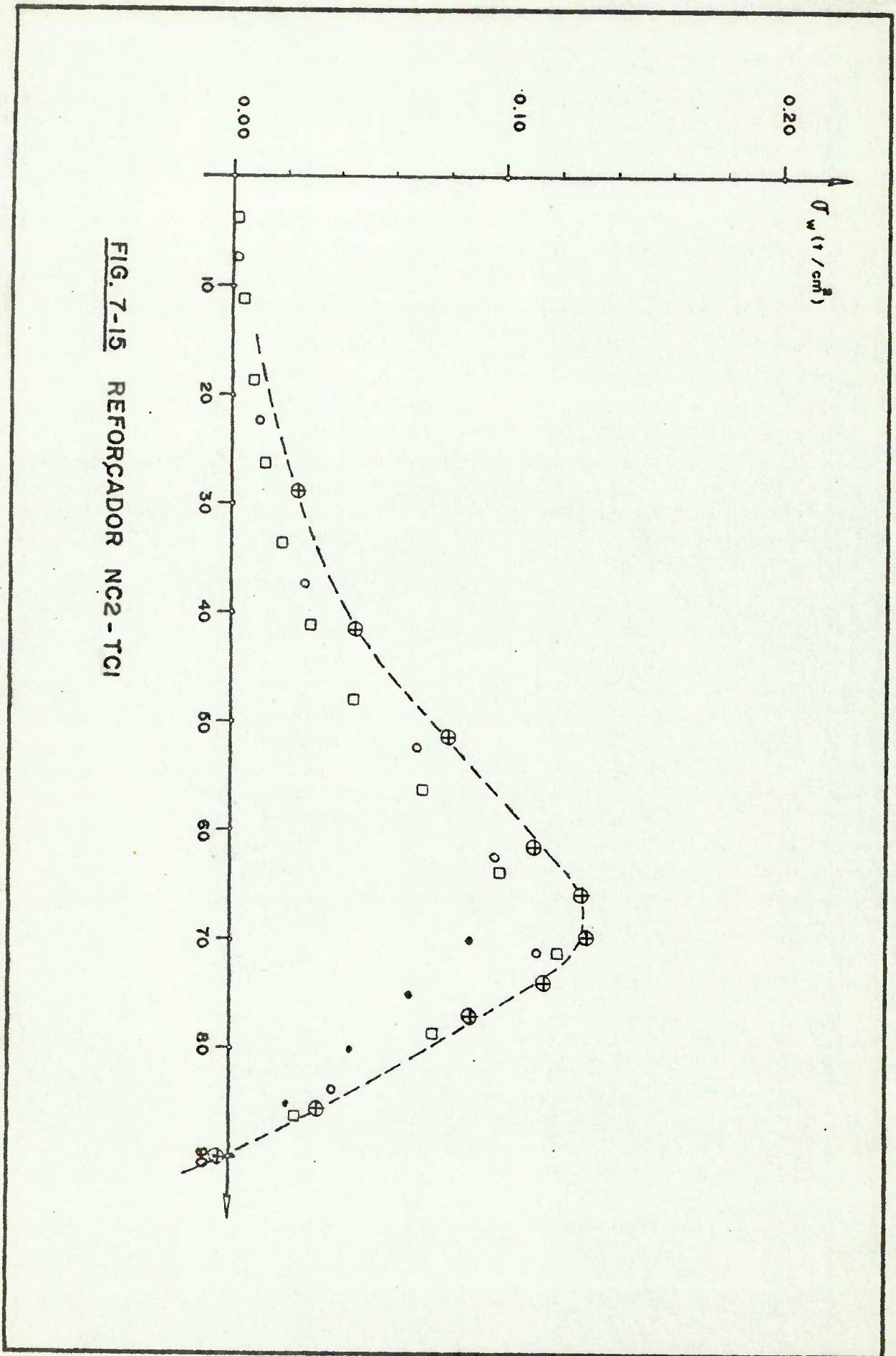


FIG. 7-15 REFORCADOR NC2-TCl

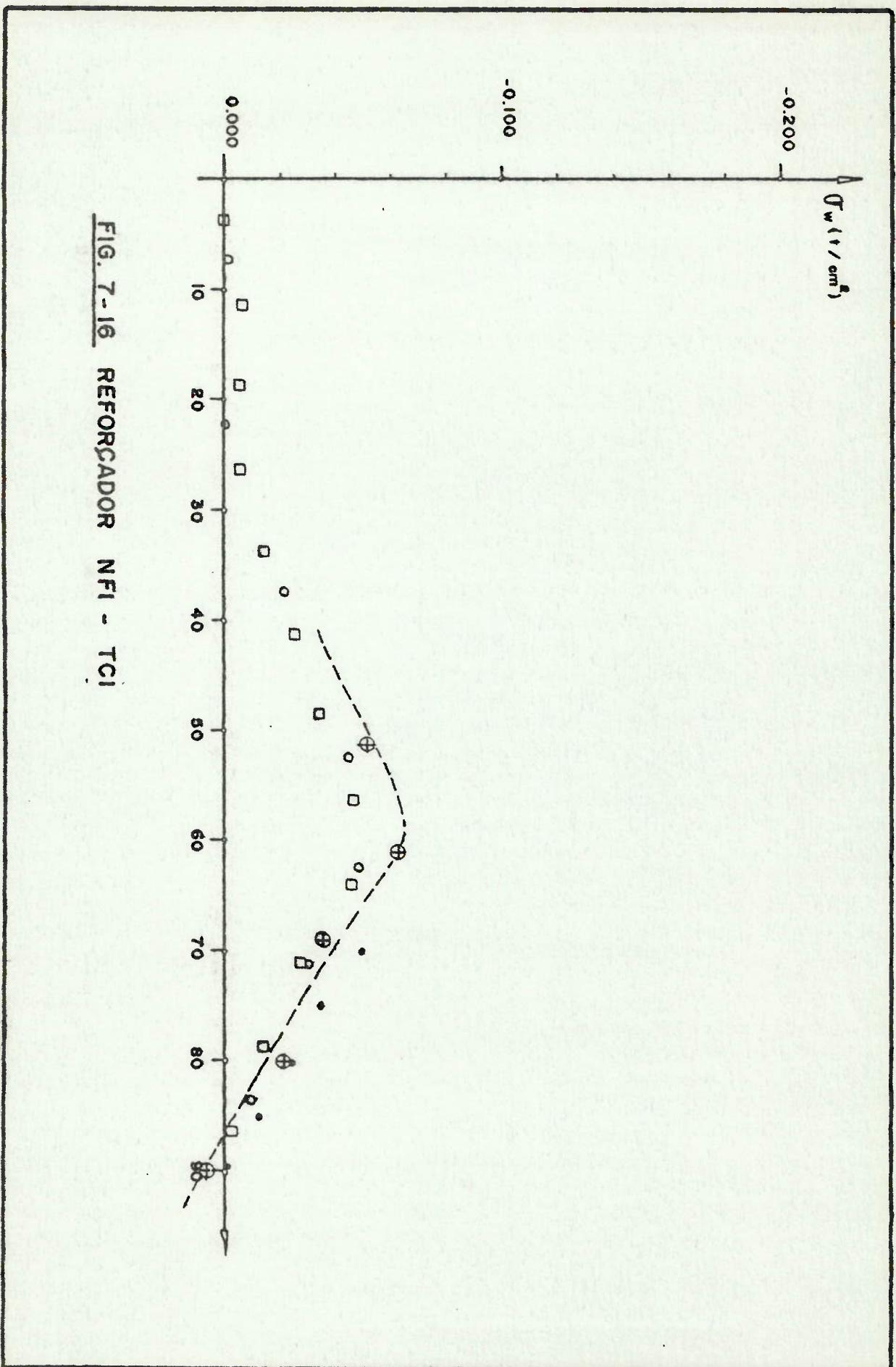


FIG. 7-16 REFORÇADOR NFI - TCI

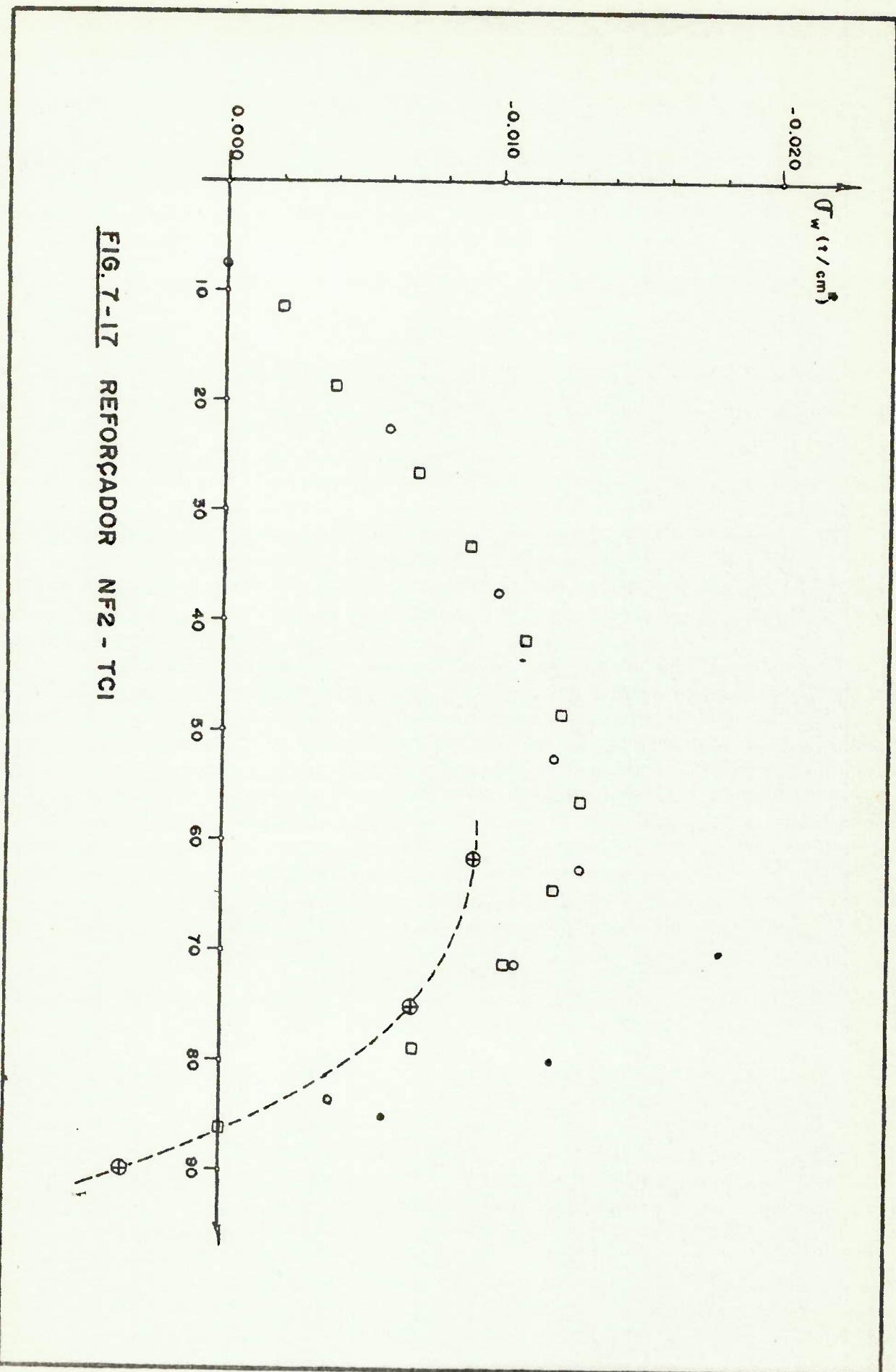


FIG. 7-17 REFORÇADOR NF2 - TCI

7.3.2 Depois de flambar ( $\text{TC}_2$ )

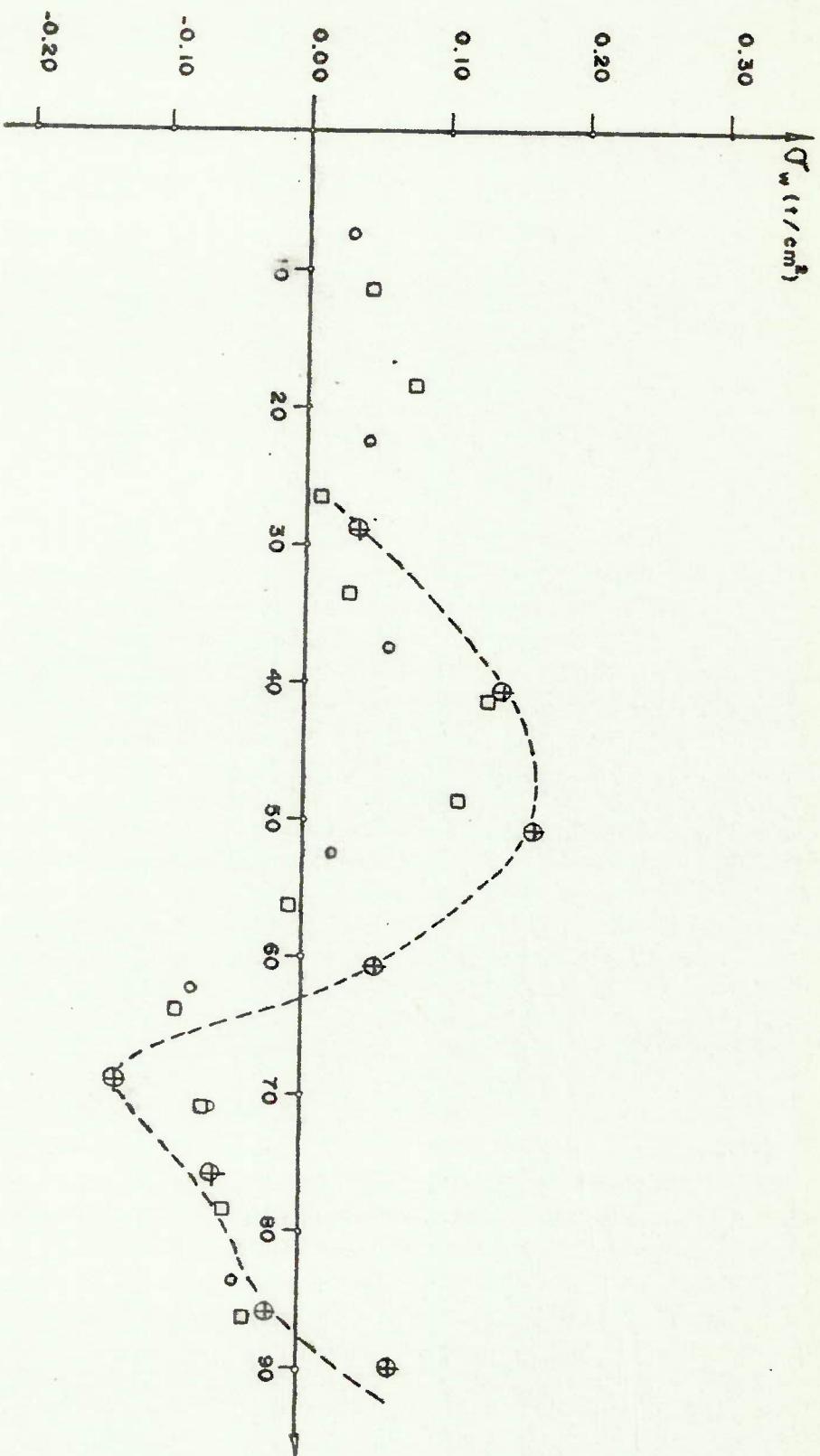


FIG. 7-18 REFORÇADOR NCI-TC2

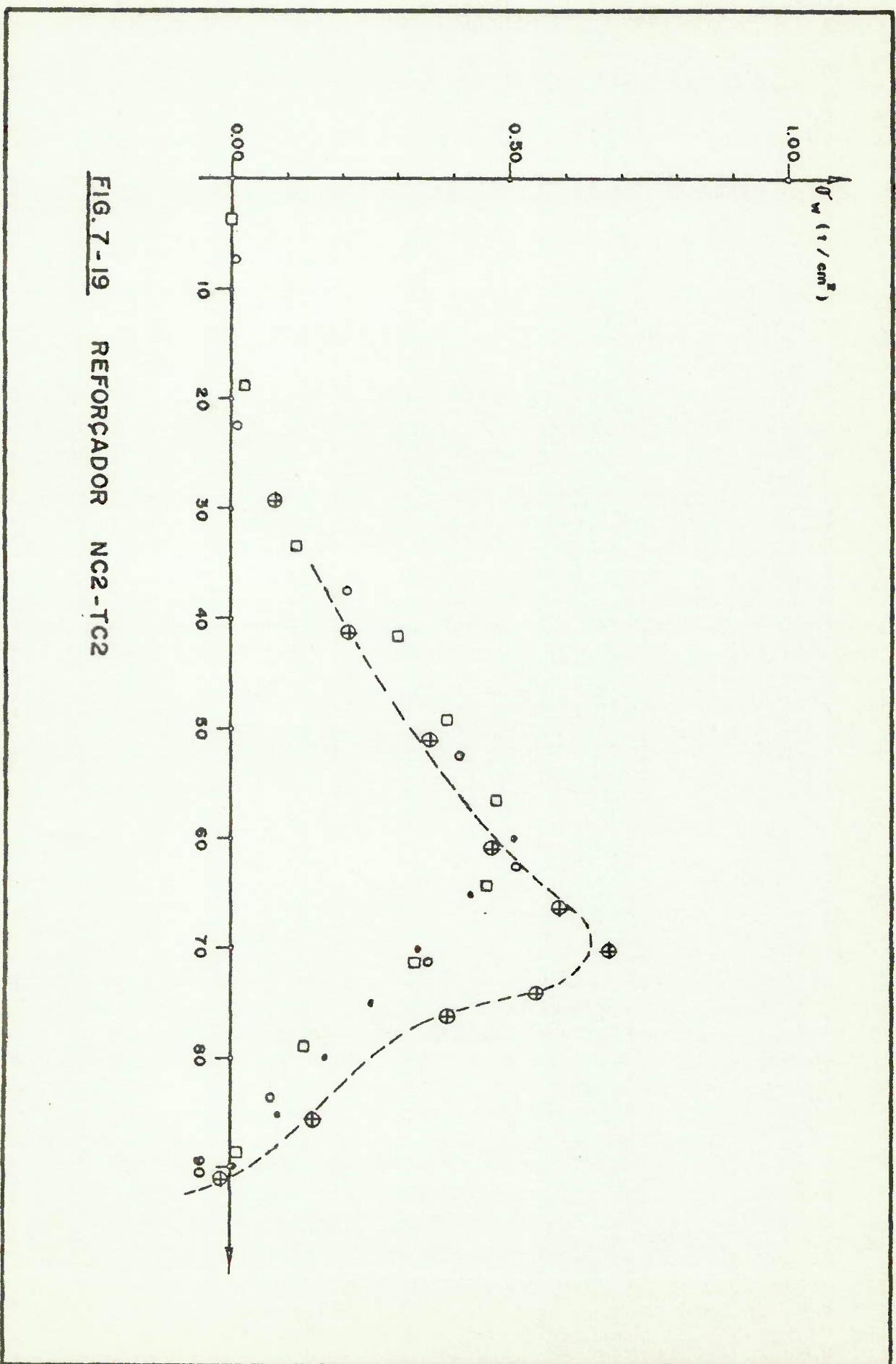


FIG. 7-19 REFORÇADOR NC2-TC2

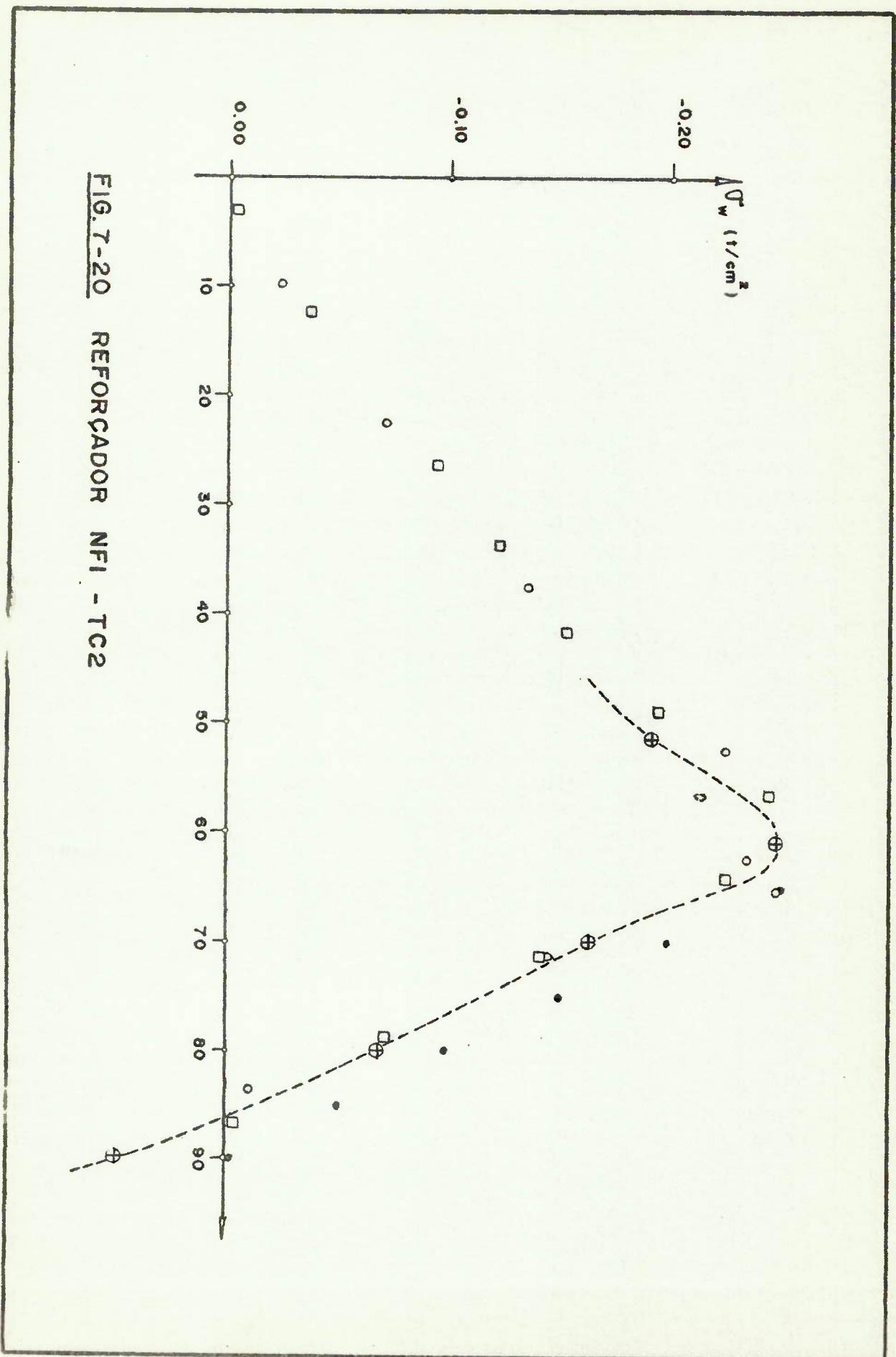


FIG. 7-20 REFORCADOR NFI - TC2

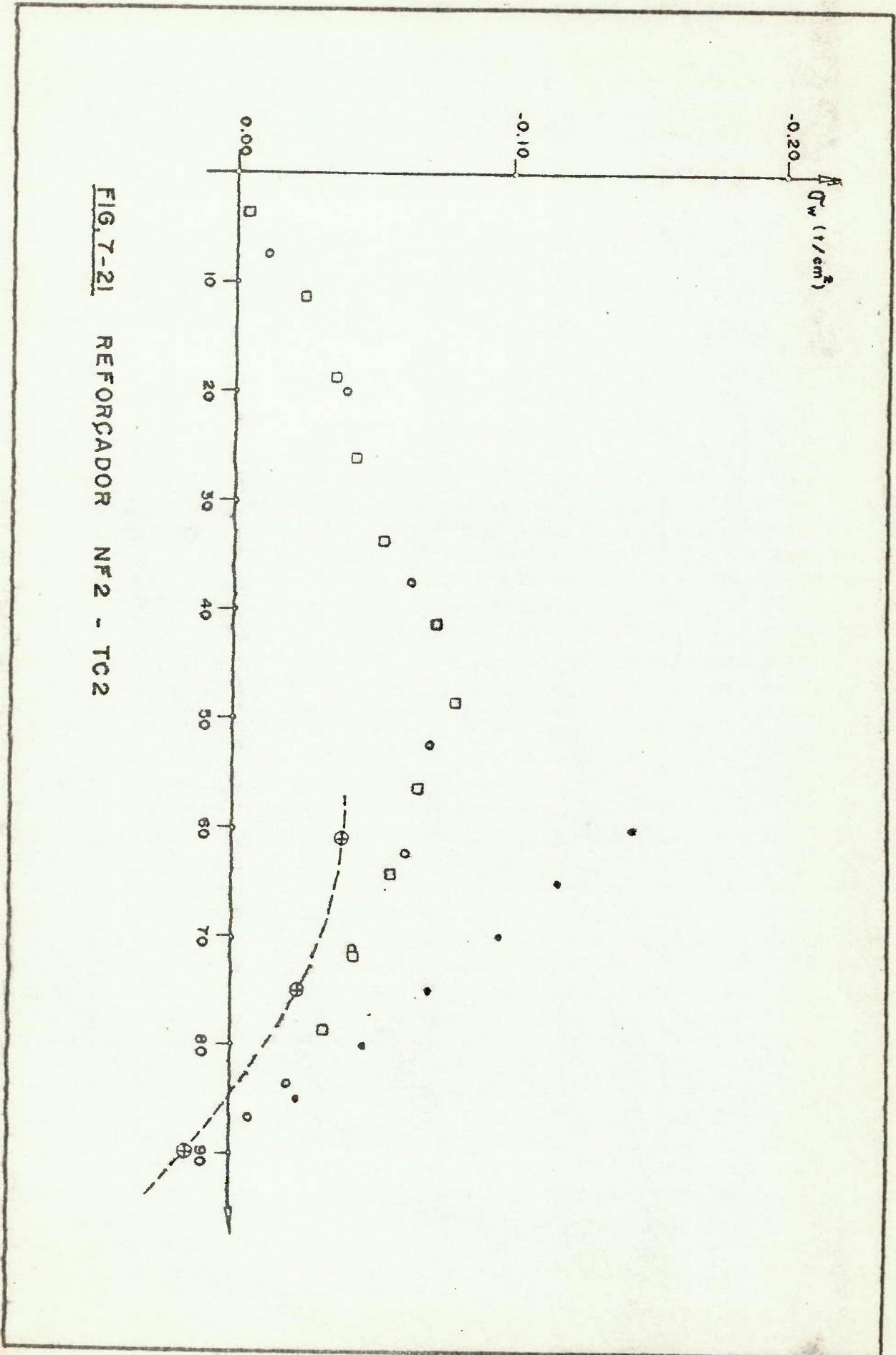


FIG. 7-21 REFORÇADOR N<sup>o</sup> 2 - TC2

## CAPÍTULO VIII

## CONCLUSÕES

8.1 Flexão

Analisando as Figuras 7.2 a 7.13, notamos para os resultados em flexão, sempre uma grande concordância nos valores obtidos experimentalmente, e os obtidos por elementos finitos, com poucas variações para os resultados obtidos pela teoria. A teoria usada para levar em conta a abertura na difusão das tensões nos reforçadores, principalmente para a região após a abertura mostra-se bastante fraca, concluindo-se que o erro introduzido quando assume-se variação exponencial (ver 3.3.1) é razoável.

Nas Figuras 7.6 e 7.7, temos uma pequena discrepânc

cia entre os valores, porém com só dois pontos instrumentados, torna-se bastante difícil o ajuste dos resultados experimentais, ocorrendo portanto certos desvios nos resultados.

Nas Figuras 7.9 e 7.11, entre as abscissas 50,0 e 70,0, notamos que os tesultados obtidos por elementos finitos estão ligeiramente abaixo dos experimentais, devemdo-se tal fato a chapa existente na região de abertura (ver foto A2), sofrer na realidade deformação devida à torção do reforçador  $NC_3$ .

Nas fotos A-6 e A-7, notamos as semi-ondas formadas no fundo, quando a caixa está sob uma carga de 2,000 ton.

### 8.2 Resultados em Torção

Analizando as Figuras 7.14 a 7.21, notamos maiores discrepâncias entre os resultados obtidos.

Os resultados obtidos por elementos finitos, em linhas gerais acompanharam os obtidos experimentalmente, porém em alguns casos, como na Figura 7.19, notamos certas diferenças. Estas diferenças devem-se principalmente, a que elementos de membrana quando utilizados formando ângulos, não transmitem certos esforços como na realidade deveriam, como podemos ver na Figura 8.1.

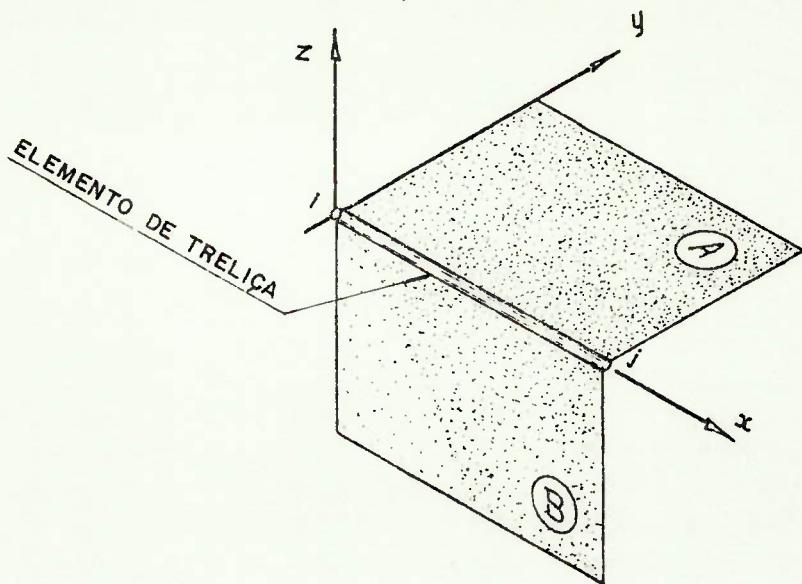


Figura 8.1

Todas as cargas transmitidas pelo elemento A na direção  $y$ , e reciprocamente, pelo elemento B na direção  $z$ , não serão convenientemente distribuídas como na realidade. Este fato agrava ainda mais o explicado no item 5.1.2, pois a fronteira entre os pontos  $i ej$  da Figura 8.1 terá maiores descontinuidades.

O uso de elementos para chapas ou cascas [10] [11], poderia diminuir este efeito, porém estes elementos não têm bom comportamento em membrana, que no caso é mais importante.

Os resultados teóricos, tiveram em alguns casos, comportamento bastante bom nas figuras 7.16 e 7.20, razoável nas Figuras 7.15 e 7.19. Nas demais, mostrou que as hipóteses simplificadoras utilizadas na teoria, principalmente

considerar que na equação diferencial mostrada em 4.3.1,  
| 3 | ;

$$\gamma = \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z}$$

o valor de  $\gamma = 0$  quando só existe resistência à torção por flexão, poderá ser exagerada, criando algumas imperfeições.

Quanto aos resultados experimentais, alguns extensômetros poderão estar medindo além das deformações principais, deformações secundárias, devidas a problemas locais de empenamento, flexão ou concentração de tensões.

## CAPÍTULO IX

## RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Notamos no decorrer deste trabalho, que em estruturas leves, normalmente constituidas de chapas finas, o problema de instabilidade com tensões bem abaixo das admissíveis para o material é um efeito importante. A análise experimental auxilia em muito os projetos dessas estruturas, porém, a análise por elementos finitos é muito mais útil nas fases iniciais do projeto, principalmente devido as facilidades de uso (não precisamos do protótipo ou modelo.)

Portanto, o desenvolvimento de programas considerando efeitos de instabilidade, é primordial, para o estudo de estruturas leves ou de chapas finas.

## BIBLIOGRAFIA

- | 1 | VLASOV, V.Z. "Thin-Walled Elastic Beans", IPST, 1961.
- | 2 | RICARDO, O.G. de S. "Introdução à Resistência dos Materiais", UNICAMP, 1976.
- | 3 | RICARDO, O.G. de S. "Análise Experimental de Estruturas", Notas de aula, EPUSP, 1977.
- | 4 | BLEICH, F. "Buckling Strength of Metal Structures", Mc Graw-Hill, 1952.
- | 5 | TIMOSHENKO, S. "Estabilidad Elástica", EDIAR, 1961.
- | 6 | BLODGETT, O.W. "Design of Welded Structures", The James F. Lincoln Arc. Foundation, 1975.
- | 7 | OLIVEIRA, N.C.G. "Dimensionamento, Notas de aula", EPUSP, 1968.
- | 8 | AISC "Orthotropic Steel Plate Deck Bridges", 1962.
- | 9 | MARTINEZ, M.A.B., CALTABELOTI, O. "Manual de Engenharia, NDPN 420", Departamento de Engenharia Naval, EPUSP, 1975.
- | 10 | WILSON, E.L., BATHE, K.J, PETERSON, F.E. "SAP-IV" "A Structural Analisys Program for Static and Dynamic Response of Linear System", College of Engineering University of California, 1974.
- | 11 | WILSON, E.L. "Solid SAP - A Static Program for Tree Dimensional Solid Structures", College of Engineering, University of California, 1971.

- | 12 | ZIENKIEWICZ, O.C. "The Finite Element Method in Engineering Science", Mc Graw-Hill 1971.
- | 13 | GANDOLFO, A.C.B. "Notas de aula do curso PNV 728, Mé todos matriciais Aplicados a Estrutura do Navio", Departamento de Engenharia Naval, EPUSP 1976.
- | 14 | GANDOLFO, A.C.B. "Notas de aula do curso PNV 726" Análise do Sistema Estrutural II", Departamento de Engenharia Naval, EPUSP 1976.
- | 15 | MARTINEZ, M.A.B. "Um Modelo de Placas e Vigas Excentricas para Análise de Chapeamentos Reforçados", Tese de Mestrado, EPUSP 1977.
- | 16 | GERE AND WEAVER "Analysis of Framed Structures", Von Norstrand Reinhold Co. 1965.
- | 17 | DALLY, J.W., RILEY, W.F. "Experimental Stress Analysis", Mc Graw-Hill 1965.
- | 18 | ALCOA "Aluminum Standards & Data from the Aluminum Association", 1970-1971.
- | 19 | ASM "Metals Handbook", 8th Edition.

ANEXO A

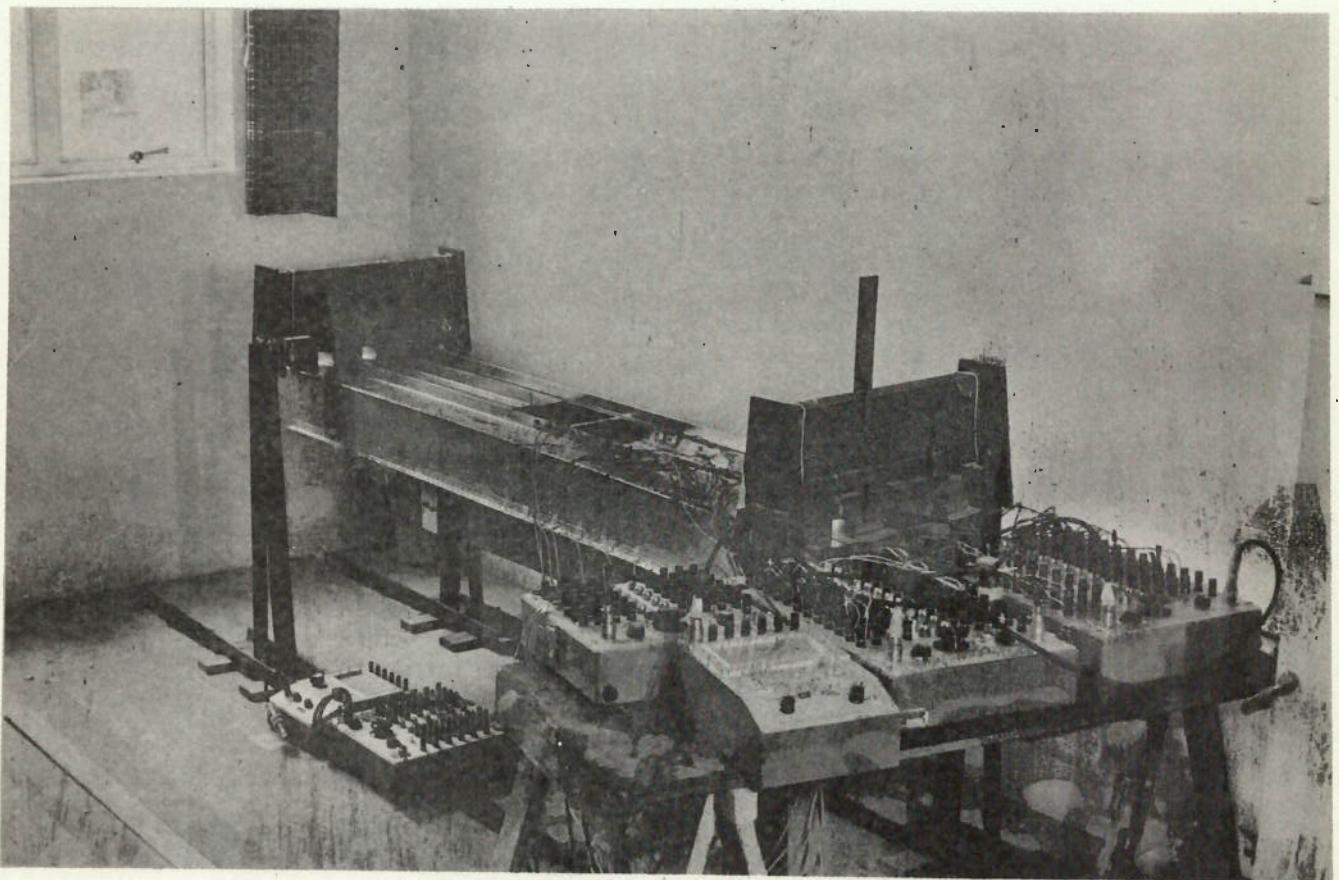


FOTO A.1

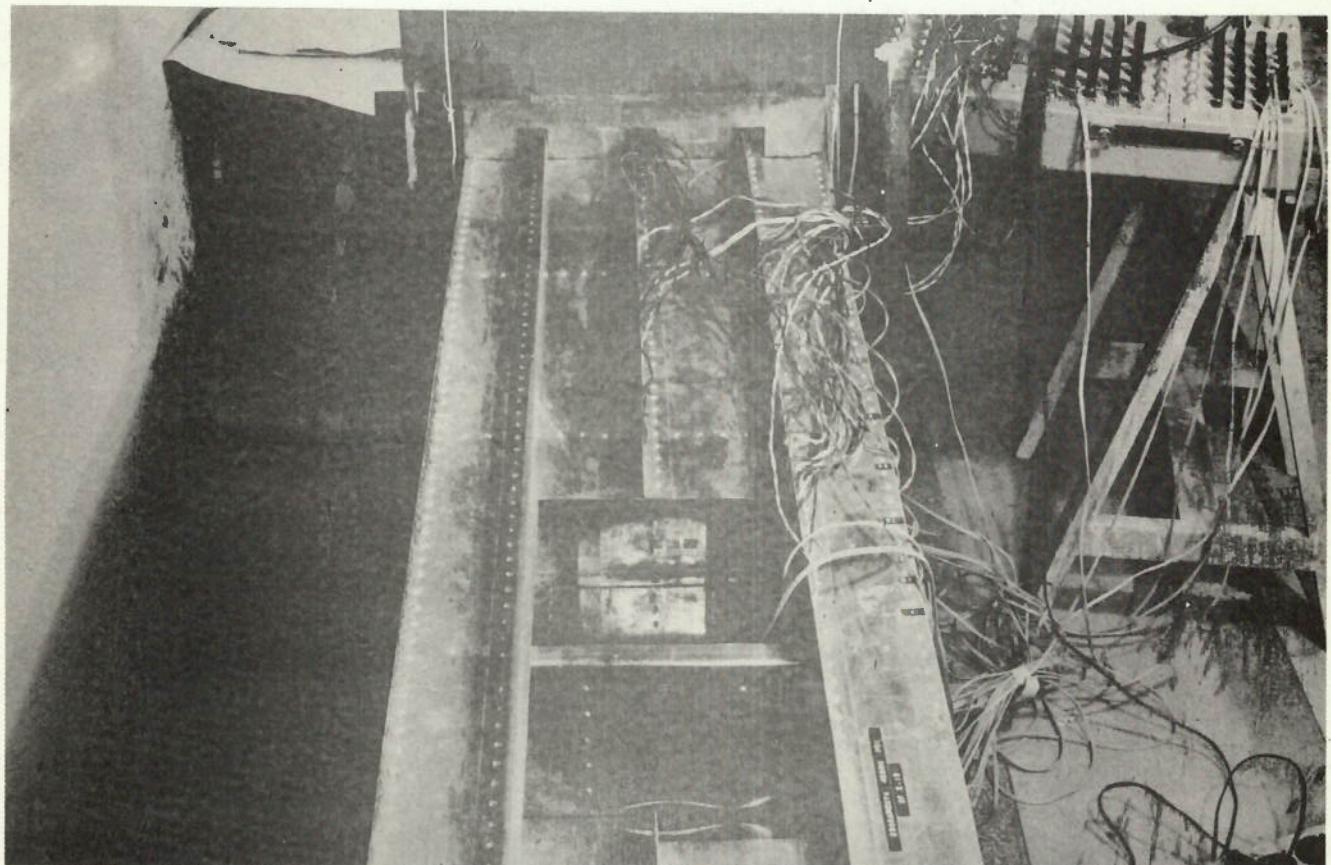


FOTO . A.2

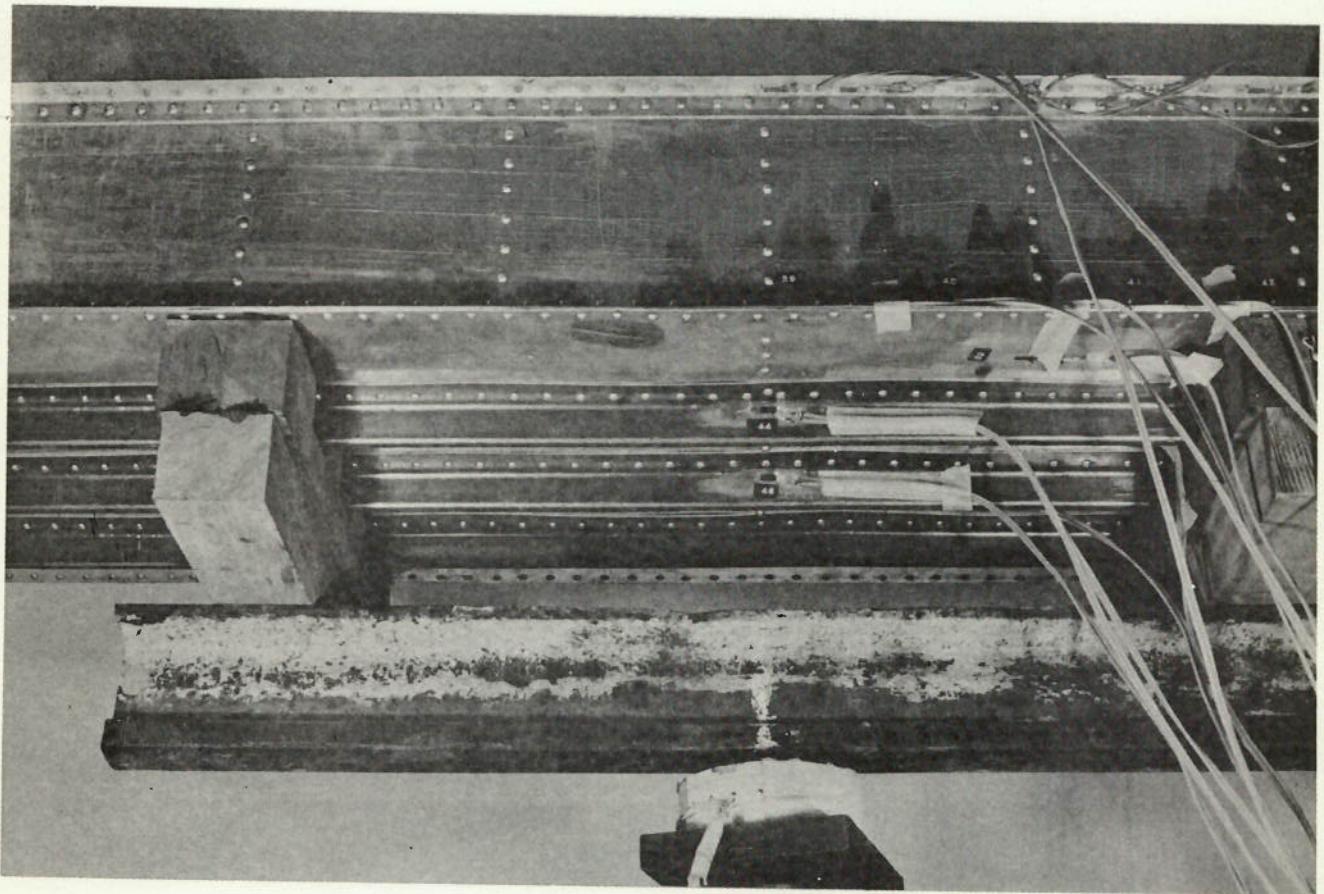


FOTO A.3

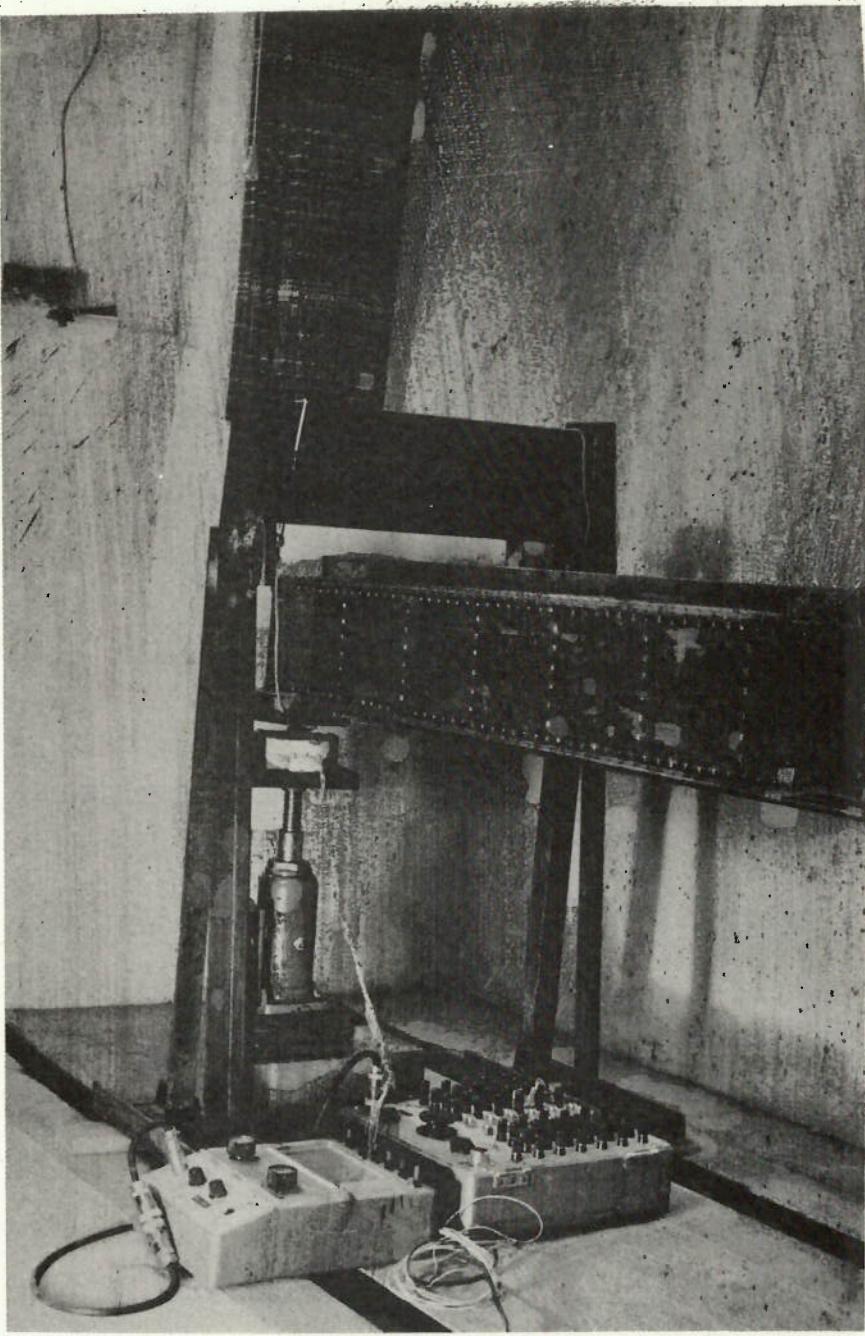


FOTO A.4

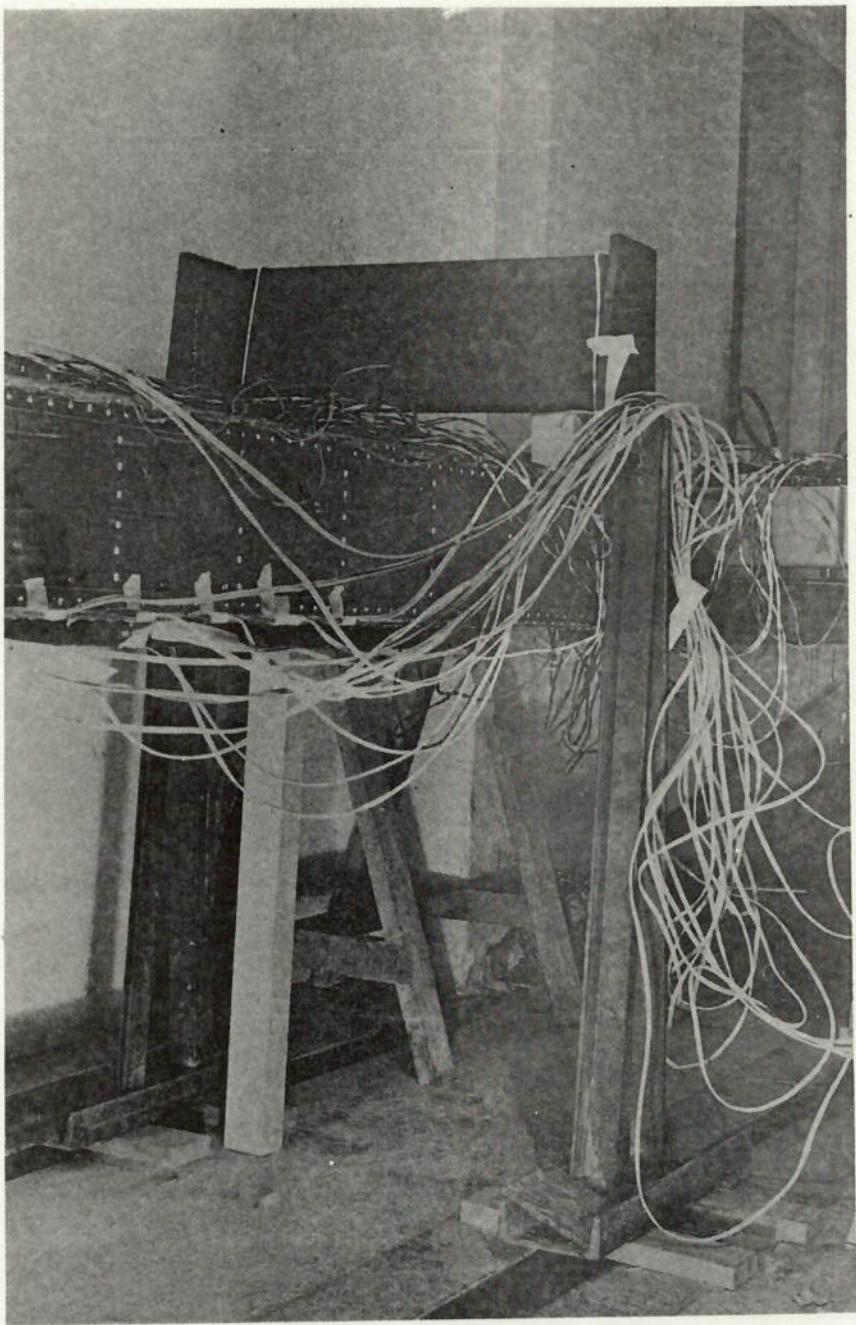


FOTO A.5

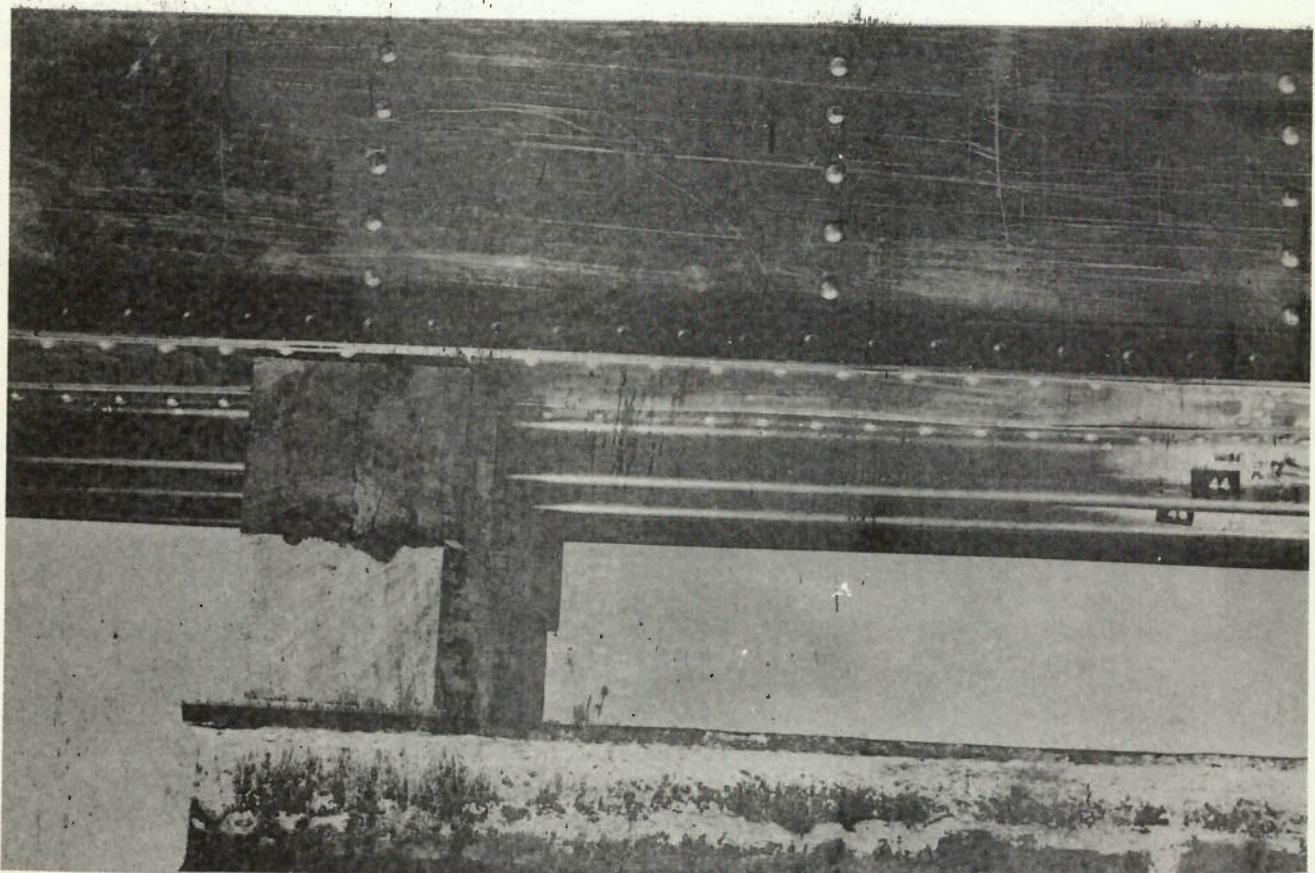


FOTO A.6

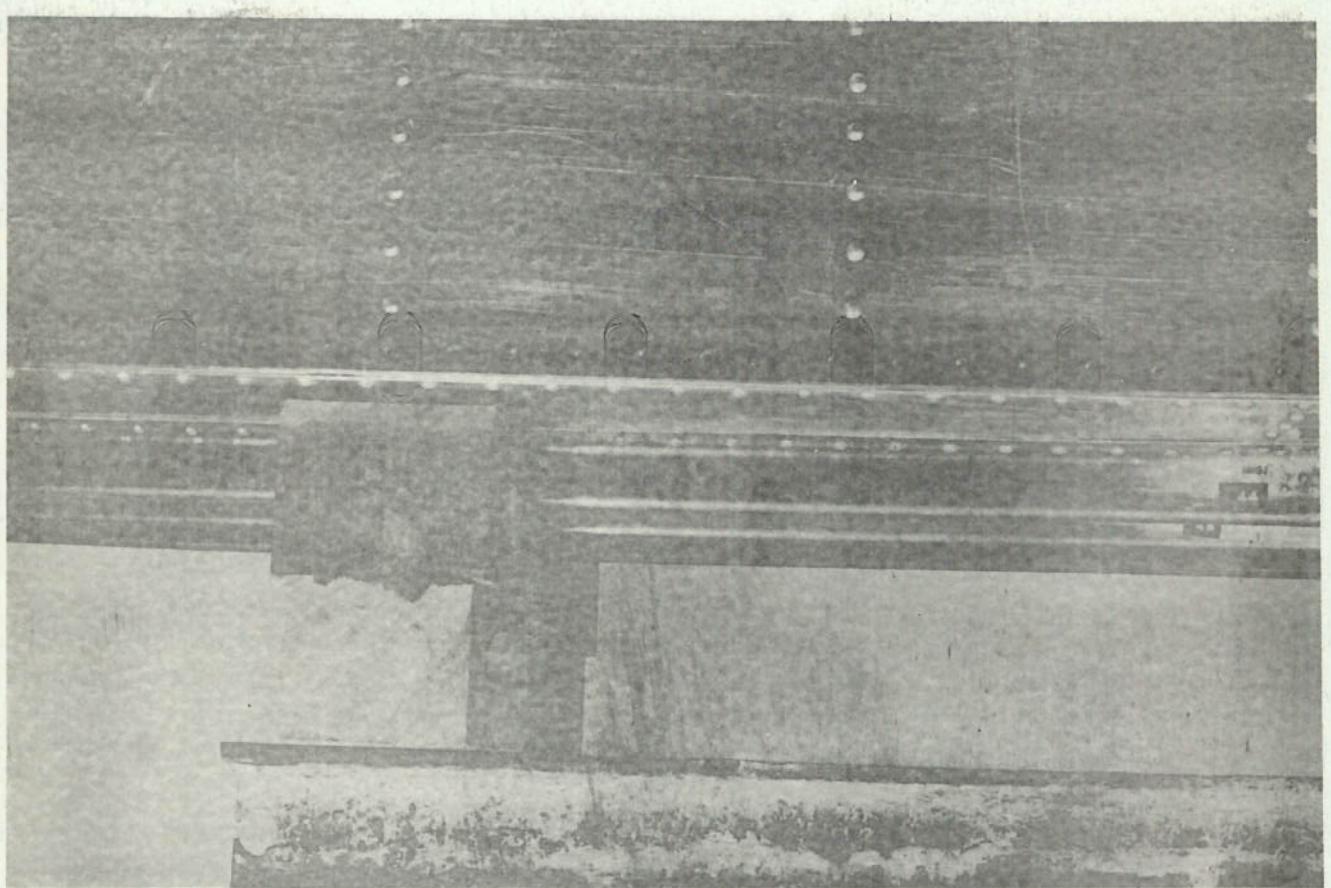


FOTO A.7

**ANEXO B**

LISTAGEM DE PROGRAMA DE COMPUTADOR  
PARA REDUÇÃO DE DADOS

```

001      SUBROUTINE PLOTGIND(A,N,M,NL,NS)
002      INTEGER YPR1
003      DIMENSION OUT(1M1),YPR(11),ANG(9),A(1)
004      COMMON /PONTO/ N1,N2
005      DATA BLANK/1H /,ANG/1H+,1H+,1H0,1H1,1H2,1H3,1H4,1H5,1H6/
006      C   OS COMANDOS PRECEDENTES DO CARTAO DE COMENTARIO " C ... ESPECIAL "
007      C   CONSTITUEM UMA ADAPTACAO PARA O PROJETO CONF002.
008      C   OS COMANDOS PRECEDENTES DO CARTAO DE COMENTARIO " C ... 80 COLUNAS "
009      C   SAO UMA ADAPTACAO PARA QUE SEJA UTILIZADA IMPRESSORA DE 80 COLUNAS
010      C
011      C ... ESPECIAL
012      1 FORMAT(1H1,60X,7H PONTO ,I2,' - ',I2,/1X)
013      2 FORMAT(1H ,I10,' I',4X,10IA1)
014      3 FORMAT(12X,'I')
015      4 FORMAT(10H 123454799)
016      5 FORMAT(10A1)
017      6 FORMAT(1X,10X,': T',4X,10IA1)
018      7 FORMAT(1H ,11X,"-----",10("-----X"))
019      C   ESPECIAL
020      8 FORMAT(1H0,10X,11F10.5)
021      9 FORMAT(1H1,60X,"PAGINA ",I4)
022      C ... ESPECIAL
023      111 FORMAT(3PX,"REDUCAO DE DADOS",//1X,
024          220X,"GRAFICO DE TENSÕES - UNIDADE =",9H'TON/CM2',///1X)
025      222 FORMAT(1H0,5PX,F10.1)
026      333 FORMAT(1H1,60X,7H PONTO ,I2,/1X)
027      C
028      C ..... .
029      NLL=NL
030      C ... ESPECIAL
031      IPRINX = 6
032      ICICL = A
033      NLINE = !
034      NPAGE = 2
035      C
036      IF(NS) 16,16,10
037      C
038      C   SORT BASE VARIABLE DATA IN ASCENDING ORDER
039      C
040      19 DO 15 I=1,N
041          DO 14 J=1,N
042              IF(A(I)=A(J)) 14, 14, 11
043      11 L=I-N
044          LL=J-N
045          DO 12 K=1,M
046              L=L+N
047          LL=LL+N
048          F=A(L)
049          A(L)=A(LL)
050          12 A(LL)=F
051          14 CONTINUE
052          15 CONTINUE
053      C
054      C   * TEST NLL
055      C
056      16 IF(NLL) 19, 18, 19
057      18 NLL=50
058      C
059      C   PRINT TITLE
060      C

```

```

061      C ... ESPECIAL
062      19 IF(N1) 20, 22, 23
063      20 WRITE(6,1) N1, N2
064      GO TO 24
065      22 WRITE(6,333) N2
066      24 WRITE(6,111)
067      NLINE = NLINE + 1
068      C
069      C       FIND SCALE FOR BASE VARIABLE
070      C
071      XSCALE=(A(N)-A(1))/(NLL-1)
072      C
073      C       FIND SCALE FOR CROSS-VARIABLES
074      C
075      M1=N+1
076      YMIN = A(M1)
077      YMAX = YMIN
078      M2 = M*N
079      C
080      C       YMIN AND YMAX WILL BE CALCULATED
081      C
082      DO 40 J=M1,M2
083      IF(A(J)=YMIN) 28, 26, 26
084      26 IF(A(J)=YMAX) 40, 40, 30
085      28 YM1N=A(J)
086      GO TO 40
087      30 YMAX=A(J)
088      40 CONTINUE
089      YMAX = 2*YMAX - YM1N
090      YSCALE=(YMAX-YM1N)/100.0
091      IF(YSCALE) 88, 2000, 88
092      2000 WRITE(6,222) YMAX
093      WRITE(6,7)
094      NLINE = NLINE + 1
095      GO TO 95
096      C
097      C       PRINT CROSS-VARIABLES NUMBERS
098      C
099      88 YPR(1) = YM1N
100      DC 90 KN=1,9
101      90 YPR(KN+1)=YPR(KN)+YSCALE*10.0
102      YPR(11)=YMAX
103      WRITE(6,8)(YPR(IP),IP=1,11)
104      WRITE(6,7)
105      NLINE = NLINE + 1
106      C
107      C       FIND BASE VARIABLE PRINT POSITION
108      C
109      95 XB = A(1)
110      L=1
111      MY=M-1
112      I=1
113      45 F=I-1
114      YPR=XB+F*XSCALE+0.10005
115      IF(A(L)=XPP) 50, 50, 70
116
117      C       FIND CROSS-VARIABLES
118      C
119      50 DO 55 IX=1,101
120      55 OUT(TX)=BLANK

```

```
121      IF(YSCL) 57, 96, 57
122      56 OUT(S1) = ANG(MY1
123          GO TO 51
124      57 DO 60 J= 1,MY
125          LL=L+J*N
126          JP=((A(LL)-YMIN)/YSCL)+1.0
127          OUT(JP)=ANG(J)
128      60 CONTINUE
129
130      C
131      C     PRINT LINE AND CLEAR, OR SKIP
132      C ... ESPECIAL
133      61 IF(IPRINX = TCTCL) 62, 62, 64
134      62 XPR1 = XPR
135          WRITE(6,2) XPR1, (OUT(IZ),IZ = 1,101)
136          ICTCL = 1
137          GO TO 68
138      64 WRITE(6,6)(OUT(IZ),IZ=1,101)
139          ICICL = TCTCL + 1
140          68 NLINE = NLNE + 1
141          IF(NLINE = 59) 710, 710, 700
142          700 WRITE(6,9) NPAGE
143          NPAGE = NPAGE + 1
144          NLINE = 1
145          710 L = L + 1
146          GO TO 80
147          70 WRITE(6,3)
148          ICICL = ICICL + 1
149          80 I=I+1
150          IF(I=NLL) 45, 84, 86
151          84 XPR=A(N)
152          GO TO 50
153          85 RETURN
154          END
```

```

001      C      PLOTER
002      C      *****
003      DIMENSION A(6,2), R(6), IA(6)
004      COMMON /PONTO/ N1, N2
005      C ... PLOTA 34 GRAFICOS INDEPENDENTES
006      DO 100 I = 1,6
007      A(I,1) = (I-1) * 125
008      100 B(I) = 0
009      DO 800 I = 1,34
010      READ(5,) N1, N2, (TA(J),J=1,6)
011      KAR = IA(2)
012      IF(KAR) 150, 250, 250
013      150 DO 200 K = 1,6
014      200 IA(K) = (-1) * IA(K)
015      250 DO 300 J = 1,6
016      300 A(J,2) = IA(J) * 0.00074
017      NO = I
018      N = 6
019      M = 2
020      NL = 36
021      NS = 0
022      500 CALL PLOTG(NO,I,N,M,NL,NS)
023      WRITE(6,550)
024      550 FORMAT(1X,///)
025      600 IF(KAR) 640,680,680
026      640 DO 660 K=1,6
027      660 A(K,2) = (-1) * TA(K) * 0.00074
028      680 WRITE(6,700)((A(J,K),J=1,6),K=1,2)
029      700 FORMAT(1X,'CARGA. ',6(F7.1,1X),/1X,'(KG)',//1X,
030      1 'TENSAO ',6(F7.4,1X),/1X,'(TON/CM2)')
031      800 CONTINUE
032      STOP
033      END

```