

VIRGILIO RODRIGUES LOPES DE OLIVEIRA  
Eng. Naval, Escola Politécnica da U.S.P., 1970

DETERMINAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE SISTEMAS  
COMPLEXOS DE NAVIOS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica  
da U.S.P. para a obtenção do título de Mestre  
em Engenharia.

\*  
Orientador: Prof.Dr. ANTONIO GALVÃO NACLÉRIO NOVAES  
Professor Titular do Departamento de En  
genharia Naval da E.P.U.S.P.

São Paulo, 1978

### AGRADECIMENTOS

Desejo externar meus agradecimentos às seguintes pessoas que muito contribuíram para a realização deste trabalho:

- ao Prof.Dr. ANTONIO GALVÃO NACLÉRIO NOVAES, pela orientação e incentivo proporcionados ao longo do programa de mestrado.
- aos Prof.Dr. MOYSES SZAJNBOK e Prof.Dr. MARCO ANTONIO BRINATI, pelas valiosas sugestões apresentadas para o aperfeiçoamento da dissertação.
- ao Comandante MAURO CESAR RODRIGUES PEREIRA, do CASNAV Centro de Análises de Sistemas Navais, pelo apoio e incentivo prestados na execução de estudos sobre confiabilidade.
- aos colegas Comandante REYNALDO BROWN DO REGO MACEDO e Eng. CARLOS ROBERTO RIBEIRO pela grande colaboração prestada em várias etapas do trabalho.

### RESUMO

Neste estudo é analisado o problema da determinação da confiabilidade de sistemas complexos de navios em função da confiabilidade dos componentes.

Inicialmente o problema é abordado sob um enfoque analítico, utilizando-se como modelo matemático o processo de Markov. É ressaltada, então a dificuldade da obtenção de soluções analíticas para configurações complexas.

Em seguida é apresentado um método para determinação da confiabilidade e outros parâmetros correlatos de sistemas complexos, baseado na técnica de Monte Carlo.

### ABSTRACT

In this study the problem of determination of complex shipboard systems reliability as a function of components reliability is analysed.

Initially an analytical approach is used, with Markov processes as the mathematical model. The difficulty of obtaining analytical solutions for complex configurations is emphasized.

A method is then presented, to determine the reliability and other associated parameters of complex systems, based on Monte Carlo technique.

ÍNDICE

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 1.    | <i>INTRODUÇÃO</i> -----   | 1  |
| 2.    | <i>A EFETIVIDADE OPERACIONAL DE UM SISTEMA</i> -----                                  | 2  |
| 3.    | <i>A CONFIABILIDADE OPERACIONAL</i> -----   | 6  |
| 3.1   | A Função Confiabilidade -----   | 6  |
| 3.2   | O Conceito de Taxa Instantânea de Falha -----   | 7  |
| 3.3   | Modelos Estatísticos de Falhas -----  | 11 |
| 3.3.1 | Introdução -----  | 11 |
| 3.3.2 | O Processo de Poisson -----   | 11 |
| 3.3.3 | A Distribuição Exponencial -----  | 13 |
| 3.3.4 | A Distribuição de Erlang -----  | 14 |
| 3.3.5 | A Distribuição de Weibull -----   | 16 |
| 3.3.6 | A Distribuição Lognormal -----  | 17 |
| 3.3.7 | Outras Distribuições -----  | 19 |
| 3.4   | Estimação de Parâmetros -----   | 21 |
| 3.4.1 | Parâmetros da Distribuição Exponencial-----   | 22 |
| 3.4.2 | Parâmetros da Distribuição Gama -----   | 23 |
| 3.4.3 | Parâmetros da Distribuição de Weibull-----  | 25 |
| 3.4.4 | Parâmetros da Distribuição Lognormal-----   | 27 |
| 3.4.5 | Parâmetros da Distribuição Normal-----  | 28 |
| 4.    | <i>MANUTIBILIDADE E DISPONIBILIDADE</i> -----   | 29 |
| 4.1   | Manutibilidade -----  | 29 |
| 4.2   | Disponibilidade -----   | 30 |
| 5.    | <i>A CONFIABILIDADE DE SISTEMAS EM FUNÇÃO DA CONFIABILIDADE DOS COMPONENTES</i> ----- | 32 |
| 5.1   | Introdução -----  | 32 |
| 5.2   | Processos Estocásticos -----  | 33 |
| 5.2.1 | Definições Básicas -----  | 33 |
| 5.2.2 | O Processo de Falhas de Poisson -----   | 35 |

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 5.3   | Modelos de Confiabilidade para Sistemas sem Manutenção -----                              | 37 |
| 5.3.1 | Sistemas em Série -----   | 37 |
| 5.3.2 | Sistemas em Paralelo com Redundância em Stand-By -----                                    | 39 |
| 5.3.3 | Sistemas em Paralelo com Redundância Ativa -----  | 42 |
| 5.4   | Modelos de Confiabilidade para Sistemas com Manutenção -----                              | 43 |
| 5.4.1 | 0 Modelos Básico -----  | 43 |
| 5.4.2 | Sistemas de Um Componente -----   | 44 |
| 5.4.3 | Sistemas em Série -----   | 46 |
| 5.4.4 | Sistemas em Paralelo com Redundância Ativa -----  | 48 |
| 5.5   | Conclusões Parciais -----   | 49 |
| 6.    | <i>O PROCESSO DE DETERMINAÇÃO DA CONFIABILIDADE</i> -----                                 | 51 |
| 7.    | <i>MÉTODO PROPOSTO</i> -----  | 54 |
| 7.1   | Introdução -----  | 54 |
| 7.2   | Descrição Geral -----   | 55 |
| 7.2.1 | Características do Programa -----   | 55 |
| 7.2.2 | Saída do Programa -----   | 56 |
| 7.2.3 | Limitações do Programa -----  | 56 |
| 7.2.4 | Hipóteses Básicas -----   | 58 |
| 7.3   | Preparação dos Dados de Entrada -----   | 59 |
| 7.4   | Procedimento Computacional -----  | 61 |
| 7.4.1 | Descrição Geral -----   | 61 |
| 7.4.2 | Determinação do Número NSIM de Simulações de Falhas -----                                 | 62 |
| 7.4.3 | Geração dos Tempos até a Falha e Tempos de Reparo dos Elementos -----                     | 64 |
| 7.4.4 | Geração da Amostra -----  | 67 |
| 7.4.5 | Determinação do Tempo Médio até a Falha (MTTF) -----                                      | 74 |
| 7.4.6 | Determinação do Limite Inferior Assintótico de Confiança do Tempo Médio até a Falha ----- | 74 |

|        |   |     |
|--------|---|-----|
| 7.4.6  | Determinação do Limite Inferior Assintótico de Confiança do Tempo Médio até a Falha                                   | 74  |
| 7.4.7  | Determinação da Confiabilidade num Tempo de Missão Arbitrário -----   | 75  |
| 7.4.8  | Determinação do Limite Superior de Confiança da Confiabilidade num Nível de Confiança Arbitrário ( $1-\alpha$ ) ----- | 75  |
| 7.4.9  | Determinação da Distribuição dos Tempos até a Falha do Sistema -----  | 76  |
| 7.4.10 | Determinação da Função confiabilidade-----  | 81  |
| 7.4.11 | Determinação da Função Taxa de Falha-----   | 82  |
| 7.4.12 | Determinação da Função Taxa Instantânea de Falha -----  | 82  |
| 7.4.13 | Determinação do Tempo Médio de Reparo-----  | 83  |
| 7.4.14 | Determinação do Limite Superior Assintótico de Confiança do Tempo Médio de Reparo-----                                | 83  |
| 7.4.15 | Determinação da Manutibilidade num Tempo de Reparo Arbitrário -----   | 83  |
| 7.4.16 | Determinação do Limite Superior da Manutibilidade num Nível de Confiança Arbitrário ( $1-\alpha$ ) -----              | 84  |
| 7.4.17 | Determinação da Distribuição dos Tempos de Reparo -----   | 84  |
| 7.4.18 | Determinação da Função Manutibilidade-----  | 84  |
| 7.4.19 | Determinação da Disponibilidade Média-----  | 84  |
| 7.5    | Problema - Exemplo -----  | 85  |
| 7.6    | Listagem do Programa -----  | 102 |
|        | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS -----  | 121 |

## LISTA DE FIGURAS

- Fig. 1 - Curva típica da taxa instantânea de falha  
x tempo (curva de banheira) ----- 10
- Fig. 2 - Funções densidade, confiabilidade e taxas  
instantâneas de falha das distribuições nor\_  
mal, exponencial, gama, Weibull e uniforme--- 21
- Fig. 3 - Diagrama funcional - diagrama de confiabili\_  
dade ----- 53
- Fig. 4 - Exemplo de designação de um sistema----- 57
- Fig. 5 - Diagrama de blocos de confiabilidade do radar 86

## CAPÍTULO I

*INTRODUÇÃO*

Nos dias de hoje, em que os sistemas de bordo dos navios, principalmente daqueles de guerra, tornam-se cada vez mais complexos, a confiabilidade se apresenta como uma das importantes características através das quais a adequabilidade de um sistema aos seus fins é avaliada.

Por outro lado, à medida que a configuração de tais sistemas se torna mais complexa para fazer frente aos requisitos de desempenho mais sofisticados, a confiabilidade se torna mais difícil de ser definida e obtida como um parâmetro de projeto, mais difícil de ser demonstrada no desenvolvimento, e mais difícil de ser controlada na produção.

Muitas vezes o engenheiro, ao projetar um sistema, dispõe de informações sobre as características de falhas dos diversos componentes, mas a complexidade da configuração faz com que a avaliação da confiabilidade global do sistema por métodos analíticos seja extremamente difícil, ou mesmo praticamente impossível com os recursos disponíveis.

Este trabalho apresenta um método para determinação da confiabilidade e outros parâmetros correlatos de sistemas complexos, baseado na técnica de Monte Carlo.

Nos primeiros capítulos são apresentados alguns conceitos fundamentais necessários à caracterização da confiabi



lidade, manutibilidade e disponibilidade como elementos quantitativos de avaliação da adequabilidade de um sistema a seus fins.

Em seguida são introduzidos o método proposto e o respectivo programa de computador.

## CAPÍTULO II

## -A EFETIVIDADE OPERACIONAL DE UM SISTEMA

O valor de um determinado sistema, sub-sistema ou equipamento de bordo pode ser avaliado [24] <sup>(1)</sup> pela efetividade com a qual ele desempenha sua tarefa - sua efetividade operacional (Operational Effectiveness) <sup>(2)</sup>. Um nível de efetividade aceitável é requerido para qualquer sistema destinado a um uso operacional.

Para definirmos a efetividade operacional é necessário conceituar três características básicas da mesma: capacidade de desempenho, confiabilidade operacional e disponibilidade.

Capacidade de Desempenho (Performance Capability) - é a probabilidade de que o sistema venha a satisfazer os requisitos de desempenho da missão quando operando dentro de limites de projeto especificados. É uma medida de "quão bem" o sistema executa seu trabalho quando funcionando corretamente.

- 
- (1) Os números entre colchetes designam a referência bibliográfica, cuja relação encontra-se ao final do trabalho.
- (2) Certos termos, ao serem introduzidos, têm apresentada sua tradução inglesa, dado que nesta língua há terminologia consagrada de confiabilidade.

Confiabilidade Operacional (Operational Reliability)

é a probabilidade de que o sistema mantenha um nível especificado de desempenho ao longo do tempo de duração de uma dada missão. É uma medida de "por quanto tempo" o sistema é capaz de trabalhar sem falha.

Disponibilidade (Availability) ou Prontidão Operacional (Operational Readiness) é a probabilidade de que a qualquer instante o sistema esteja pronto para operar num nível de desempenho especificado quando for solicitado a tal. É uma medida de "quão frequentemente" o sistema está pronto quando solicitado.

A efetividade operacional é o produto dessas três características:

$$\text{Efetividade Operacional} = \text{Capacidade de Desempenho} \\ \times \text{Confiabilidade Operacional} \times \text{Disponibilidade}$$

Portanto a efetividade operacional de um sistema pode ser definida como a probabilidade de que ele satisfaça um requisito operacional ao longo da duração da missão, quando for solicitado a tal.

EXEMPLO: Um transceptor de VHF a ser utilizado pelo helicóptero de bordo nas suas comunicações com o navio é projetado para um alcance de 80 km, e verificou-se que em 90% dos casos conseguiu-se estabelecer comunicações em distâncias iguais ou superiores àquela, com o transceptor corretamente sintonizado. A capacidade de desempenho do equipamento em relação à sua especificação de projeto é, portanto,  $P = 0,90$ .

O transceptor demonstrou também que em 95% dos voos

5.

ele permaneceu pelo menos 3 horas em operação sem falhar. Sua confiabilidade para uma missão de 3 horas é, então,  $R = 0,95$ .

Foi observado, ainda, que em média 15% dos transceptores estão inoperantes, e portanto não poderiam ser considerados prontos para uso se necessário. A disponibilidade do transceptor para missões de voo seria, portanto,  $A = 0,85$ .

Assim sendo, a efetividade operacional do transceptor para missões de 3 horas no alcance de 80 km pode ser estimada em:

$$E = P \times R \times A = 0,90 \times 0,95 \times 0,85 = 0,73$$

Em outras palavras, podemos dizer que, a grosso modo, a cada 10 vezes que o navio for chamado a desempenhar essa missão com o helicóptero, 7 vezes o transceptor permitirá comunicações satisfatórias.

## CAPÍTULO III

## CONFIABILIDADE OPERACIONAL

3.1 A função confiabilidade

A confiabilidade de um sistema está diretamente relacionada com o tempo. Podemos, assim, definir uma função confiabilidade  $R(t)$ , que é a probabilidade de que o sistema opere sem falhas até o instante  $t$ . Desse modo, se a densidade de probabilidade dos tempos até a ocorrência da falha for dada por  $f(t)$ , para  $t > 0$ , e se admitirmos nula a probabilidade de o sistema se revelar falho no instante de entrada em operação ( $t = 0$ ), o que será feito doravante, a função distribuição de probabilidade dos tempos até a ocorrência da falha  $F(t)$  será:

$$F(t) = \int_0^t f(x) dx \quad (1)$$

A função confiabilidade será, então:

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(x) dx = \int_t^{\infty} f(x) dx \quad (2)$$

O tempo médio até a falha (mean time to failure), MTTF, é dado por:

$$MTTF = \int_0^{\infty} t f(t) dt \quad (3)$$

Consideremos agora dois instante  $t_1$  e  $t_2$ ,  $t_2 > t_1$ .

A probabilidade de a falha ocorrer no intervalo  $(t_1, t_2)$  será:

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt = R(t_1) - R(t_2) \quad (4)$$

### 3.2 O CONCEITO DE TAXA INSTANTÂNEA DE FALHA

Define-se taxa de falha num intervalo  $(t_1, t_2)$ ,  $FR(t_1, t_2)$ , como a razão entre a probabilidade de a falha ocorrer nesse intervalo, dado que não ocorreu antes do instante inicial  $t_1$  do mesmo, e a duração do intervalo. Considerando-se (4), tem-se, portanto:

$$FR(t_1, t_2) = \frac{R(t_1) - R(t_2)}{R(t_1)} \div (t_2 - t_1) = \frac{R(t_1) - R(t_2)}{R(t_1) (t_2 - t_1)} \quad (5)$$

A taxa instantânea de falha (hazard rate), é definida como o limite da taxa de falha quando a duração do intervalo tende a zero, ou seja, se fizermos  $t_2 = t_1 + h$  :

$$z(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t+h)}{h R(t)} = - \frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt} \quad (6)$$

Considerando-se as equações (2) e (6):

$$z(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (7)$$

Com base em considerações físicas, pode-se escolher a forma funcional de  $z(t)$  para um particular sistema ou equipamento. Uma vez feito isto obtém-se uma equação diferencial em  $z(t)$ , da qual podem ser determinados  $f(t)$  e  $R(t)$ .

Com efeito, admitindo-se  $R(0) = 1$ , como

$$\int_0^x f(s) ds = 1 - R(x) \quad (8)$$

$$\frac{d}{dx} R(x) = -f(x) \quad (9)$$

ter-se-á, da Eq. (7)

$$z(x) dx = \left[ -\frac{1}{R(x)} \cdot dR(x) \right]$$

ou

$$\int_0^t z(x) dx = - \ln R(x) \Big|_0^t$$

Como  $R(0) = 1$ , resulta:

$$\ln R(t) = - \int_0^t z(x) dx$$

ou

$$R(t) = \exp \left[ - \int_0^t z(x) dx \right] \quad (10)$$

Derivando:

$$f(t) = z(t) \exp \left[ - \int_0^t z(x) dx \right] \quad (11)$$

Na seção a seguir esta técnica será usada para desenvolver as distribuições de falhas usuais, e posteriormente serão apresentados métodos de estimação de parâmetros das mesmas.

Convém ressaltar que a escolha da taxa instantânea de falha que representará a vida do sistema ou equipamento deve se basear em considerações físicas, e que a experiência tem mostrado a existência de três tipos básicos de falhas:

a) Falhas precoces (Initial Failures), que se manifestam no início da vida do sistema e se caracterizam por uma taxa instantânea de falha decrescente com o tempo. Devem-se principalmente a defeitos de projeto, fabricação ou instalação.

b) Falhas aleatórias (Random failures), que ocorrem durante a vida do sistema, após o período inicial, e são atribuídas a condições de operação severas e imprevisíveis. Sua ocorrência é irregular e inesperada, mas a taxa instantânea de falha é aproximadamente constante.

c) Falhas por desgaste (Wear-out failures), que são um sintoma de envelhecimento do sistema, no fim de sua vida útil, e se caracterizam por uma taxa instantânea de falha crescente com o tempo.

Cada tipo básico de falha deve ser representado por uma distribuição estatística específica, e requer um tratamento matemático particular.

Os três tipos básicos podem ser ilustrados pela curva de banheira, (Bathtub curve) apresentada na Fig. 1, na qual



cada segmento da curva representa a taxa instantânea de falha para o respectivo período da vida do sistema.

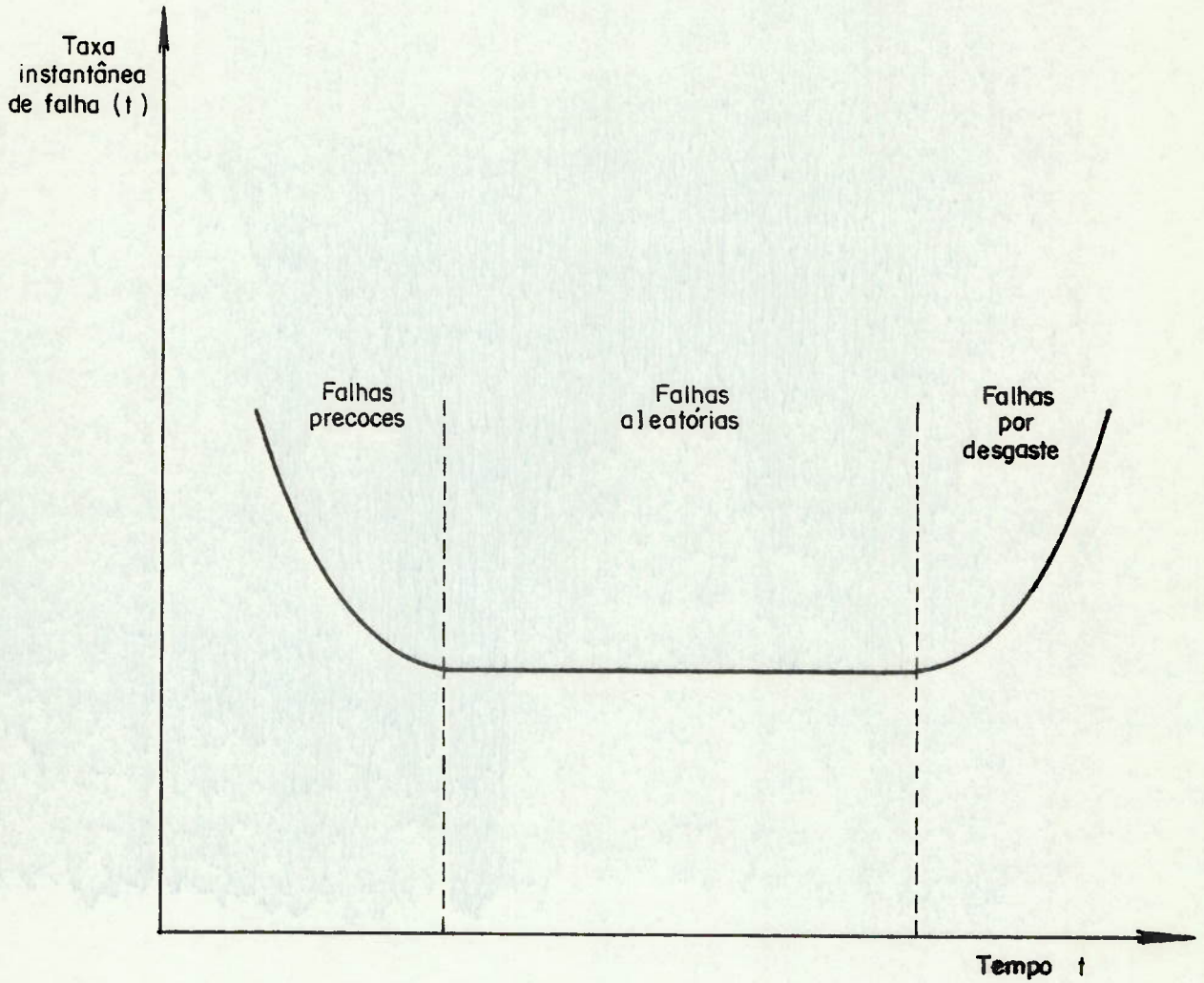


Fig. 1 - Curva típica da taxa instantânea de falha x tempo (curva de banheira).

### 3.3 MODELOS ESTATÍSTICOS DE FALHAS

No estudo da confiabilidade a distribuição exponencial desempenha um papel de importância análoga ao da distribuição normal em outras áreas da estatística. Embora muitas variáveis aleatórias representativas da vida de sistemas não possam ser descritas adequadamente pela distribuição exponencial, o entendimento desse caso facilita o tratamento de situações mais gerais, que envolvam distribuições de manuseio matemático mais complexo.

A grande vantagem da distribuição exponencial reside na sua simplicidade, além de sua associação com a bem desenvolvida teoria do processo de Poisson. Por outro lado sua aplicabilidade é limitada por sua propriedade de falta de memória, a qual requer que o uso prévio não afete a vida futura do sistema.

A fim de indicar como a distribuição exponencial pode ocorrer, e quais são as implicações em se admitir a mesma, discutiremos a seguir o processo de Poisson.

#### 3.3.2 O processo de Poisson

Consideremos um sistema sujeito a evoluções instantâneas devidas à ocorrência de eventos (choques). Todos estes eventos são admitidos como sendo da mesma espécie, e estamos interessados no seu número total.

Seja  $P_n(t)$  a probabilidade de que exatamente  $n$  eventos ocorram durante um intervalo de tempo de duração  $t$ .

Admitamos que, quando  $t$  tende para zero, existe, e é finito:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - P_0(t)}{t} = \lambda$$

onde  $\lambda$  é uma constante positiva, e  $1 - P_0(t)$  é a probabilidade de ocorrer pelo menos um evento no intervalo  $[0, t]$ . Admitindo-se  $P_0$  diferenciável, para um intervalo pequeno de comprimento  $h$ , a probabilidade de uma ou mais ocorrências do evento é  $1 - P_0(h) = \lambda h + g(h)$ , onde  $g(h)$  é uma função definida para  $h > 0$ , com a propriedade de que

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h)}{h} = 0$$

O processo de Poisson é caracterizado pelos seguintes postulados:

- a) As ocorrências do evento são independentes, e as características probabilísticas do sistema não se alteram com o tempo. Em particular  $\lambda$  deve permanecer constante. Assim, a probabilidade de ocorrência de pelo menos um evento no intervalo  $h$  é:

$$p(h) = \lambda h + g(h) \quad \lambda > 0, h \rightarrow 0$$

- b) A probabilidade de duas ou mais ocorrências no intervalo  $h$  é  $g(h)$ .

Esses postulados levam a um sistema de equações diferenciais, que pode ser resolvido, por exemplo, por meio de funções geratrizes de probabilidades (transformadas Z) [27] ou de transformadas de Laplace [28], chegando-se a

$$P_n(t) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^n}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

### 3.3.3 A distribuição Exponencial

A função densidade de probabilidade exponencial pode ser obtida tanto a partir do conceito de taxa instantânea de falha como considerando-se o tempo entre ocorrências do evento num processo de Poisson. Este último caso será abordado em primeiro lugar.

Consideremos uma situação na qual o sistema sob estudo está sujeito a choques distribuídos segundo Poisson, com um parâmetro  $\lambda$ . O sistema falhará se, e unicamente se, um choque ocorrer. Estamos interessados na variável aleatória  $T$ , que representa o intervalo de tempo entre duas ocorrências sucessivas de choques. Na situação considerada,  $T$  representa o tempo até a falha do sistema. Chamemos de  $R(t) = P(T > t)$  a probabilidade de que não ocorra nenhum choque no intervalo  $(0, t]$ , e seja  $t = 0$  o tempo de ocorrência do choque mais recente.

Como os choques ocorrem segundo um processo de Poisson, a probabilidade da ocorrência de nenhum choque no intervalo  $(0, t]$ ,  $R(t)$ , pode ser obtida da equação (12), e é:

$$R(t) = P_0(t) = e^{-\lambda t}$$

Portanto,

$$F(t) = P(T \leq t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

e a função densidade de probabilidade de  $T$  é dada por:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (13)$$

A mesma expressão poderia ser obtida a partir do conceito de taxa de falha instantânea; com efeito, a hipótese da ocorrência de choques segundo um processo de Poisson com parâmetro  $\lambda$  implica numa taxa instantânea de falha  $z(t) = \lambda$  constante para  $t > 0$ . Então a equação (11) nos dá

$$f(t) = \lambda \exp \left[ - \int_0^t \lambda \, dx \right]$$

e assim sendo

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Deve ser enfatizado que a distribuição exponencial só pode ser escolhida como distribuição de falhas se a hipótese de uma taxa instantânea de falha constante puder ser justificada. Esta hipótese implica em que a falha do sistema é devida a choques ocorrendo segundo um processo de Poisson, e não a uma deterioração do sistema com o tempo.

#### 3.3.4 A distribuição de Erlang

A distribuição de Erlang é uma extensão natural da exponencial, e pode ser obtida considerando-se o tempo para o k-ésimo evento (choque) num processo de Poisson.

Consideremos a situação em que o sistema em estudo opera em um meio no qual são gerados choques segundo uma distribuição de Poisson com parâmetro  $\lambda$ . Suponhamos que o sistema falhe quando da ocorrência de exatamente k choques. Estamos interessa

dos na variável aleatória  $T$ , tempo para ocorrência do  $k$ -ésimo choque, ou seja, tempo até a falha do sistema.

Para obtermos a função densidade de probabilidade de  $T$ ,  $f(t)$ , devemos observar que:

$$P [t < T \leq t + \Delta t] = P \left[ \begin{array}{l} \text{exatamente } (k-1) \text{ choques em } (0, t] \text{ e} \\ \text{exatamente } 1 \text{ choque em } (t, t + \Delta t] \end{array} \right]$$

Como a distribuição de probabilidades do número de choques que ocorrem em  $(0, t)$  é dada pela Eq. (12), segue-se que:

$$f(t) dt = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} P(t < T \leq t + \Delta t) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^{(k-1)} \lambda dt}{(k-1)!}$$

Portanto:

$$f(t) = \frac{e^{-\lambda t} t^{k-1} \lambda^k}{(k-1)!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots; \quad \lambda > 0, \quad t \geq 0 \quad (14)$$

A função distribuição de probabilidade  $F(t)$  pode ser obtida como se segue:

$$\begin{aligned} 1 - F(t) = P(T > t) &= P \left[ \text{no máx. } (k-1) \text{ choques em } (0, t) \right] = \\ &= \sum_{j=0}^{k-1} \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^j}{j!} \end{aligned}$$

Logo:

$$F(t) = 1 - \sum_{j=0}^{k-1} \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^j}{j!} \quad (15)$$

### 3.3.5 A distribuição de Weibull

A distribuição de Weibull se aplica a uma grande variedade de problemas de falhas. Enquanto a aplicação da distribuição exponencial é limitada pela hipótese de uma taxa instantânea de falha constante, a família de distribuições de Weibull pode incluir tanto taxas crescentes como decrescentes. Como grande parte das falhas encontradas na prática, principalmente em peças não eletrônicas, apresenta uma taxa instantânea de falha crescente com o tempo, devido ao desgaste ou à deterioração, a distribuição de Weibull é muito útil para descrever esse padrão de falhas.

A distribuição de Weibull pode ser obtida a partir do conceito de taxa instantânea de falha ou como a distribuição assintótica da estatística de primeira ordem de uma função distribuição de probabilidade especificada.

Vejamos primeiramente a dedução a partir da taxa instantânea de falha, e para tanto consideremos uma taxa  $z(t)$  da forma:

$$z(t) \begin{cases} = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t-\gamma}{\alpha}\right)^{\beta-1}, & \alpha > 0; \beta > 0; \gamma \geq 0; t \geq \gamma \\ = 0 & t < \gamma \end{cases}$$

As equações (11) e (1) nos dão:

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t-\gamma}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp \left[ - \left(\frac{t-\gamma}{\alpha}\right)^{\beta} \right], \quad t \geq \gamma; \gamma \geq 0; \alpha > 0; \beta > 0 \quad (16)$$

$$F(t) = 1 - \exp \left[ - \left(\frac{t-\gamma}{\alpha}\right)^{\beta} \right], \quad t \geq \gamma; \gamma \geq 0; \alpha > 0; \beta > 0 \quad (17)$$

Verifica-se que a taxa instantânea de falha é crescente com  $t$  para  $\beta > 1$ , decrecente com  $t$  para  $\beta < 1$ , e independente de  $t$  para  $\beta = 1$ , caso em que a distribuição de Weibull se reduz à exponencial. Quando  $\beta = 2$  a distribuição resultante é conhecida como distribuição de Rayleigh.

Os parâmetros da distribuição de Weibull são chamados respectivamente de parâmetro de escala ( $\alpha$ ), de forma ( $\beta$ ) e de localização ( $\gamma$ ).

Demonstra-se, também [18], que a distribuição de Weibull pode ser obtida como uma distribuição assintótica da estatística de primeira ordem de uma função distribuição de probabilidade  $F(t)$  da forma:

$$F(t) = \left(\frac{t-\gamma}{\alpha}\right)^\beta, \quad \gamma \leq t \leq \alpha + \gamma; \alpha > 0; \beta > 0; \gamma \geq 0$$

### 3.3.6 A distribuição Lognormal

A distribuição lognormal tem uma grande aplicação no campo da confiabilidade, principalmente na área de manutibilidade e em certos problemas de fraturas.

Ela implica em que os logaritmos dos tempos até a falha são distribuídos normalmente, e portanto pode ser facilmente deduzida por meio de uma transformação logarítmica simples. Sua taxa instantânea de falha apresenta-se inicialmente como uma função crescente com o tempo, seguida de uma função decrescente, tendendo a zero quando o tempo tende a zero ou infinito, e a dedução da função densidade de probabilidade a partir dessa taxa é difícil.

Apresenta-se a seguir a dedução através de trans-



formação logarítmica.

Seja  $T$  a variável aleatória tempo até a falha do sistema, e seja  $X = \ln T$  distribuído normalmente com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Então a função densidade de probabilidade de  $X$ ,  $g(x)$ , é:

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2 \right], \quad -\infty < X < \infty$$

Fazendo-se a transformação de variável chega-se à função densidade de probabilidade de  $t$ ,  $f(t)$ :

$$f(t) \begin{cases} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma t} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln t - \mu}{\sigma} \right)^2 \right], & t > 0 \\ = 0, & t \leq 0 \end{cases} \quad (18)$$

Um modelo de um processo físico que nos leva a uma distribuição lognormal é o de falha devida a trincas de fadiga [18], como se mostra a seguir.

Seja  $X_1 < X_2 < \dots < X_n$  uma sequência de variáveis aleatórias que representa os tamanhos de uma trinca de fadiga nos sucessivos estágios de seu crescimento. Admitamos que  $X_i - X_{i-1} = \pi_i X_{i-1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , onde os  $\pi_i$  são variáveis aleatórias distribuídas independentemente, que  $X_0$  seja o tamanho inicial da trinca, e que o sistema falhe quando o tamanho da trinca atingir  $X_n$ .

Então

$$\frac{X_i - X_{i-1}}{X_{i-1}} = \pi_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n \pi_i = \sum_{i=1}^n \frac{X_i - X_{i-1}}{X_{i-1}} = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta X_{i-1}}{X_{i-1}}$$

onde  $\Delta X_{i-1} = X_i - X_{i-1}$

No limite, quando  $\Delta X_i \rightarrow 0$  e  $n$  torna-se grande,

$$\sum_{i=1}^n \pi_i = \int_{X_0}^{X_n} \frac{1}{X} dX = \ln X_n - \ln X_0$$

ou

$$\ln X_n = \sum_{i=1}^n \pi_i + \ln X_0$$

Como os  $\pi_i$  são, por hipótese, variáveis aleatórias independentes, pelo teorema do limite central segue-se que convergem para uma distribuição normal. Portanto  $\ln X_n$  é assintoticamente normal, e assim  $X_n$  tem uma distribuição lognormal para  $n$  grande.

### 3.3.7 Outras distribuições

Além das distribuições acima, de largo emprego em problemas de confiabilidade, existem outras de aplicação crescente nos últimos anos, algumas das quais são resumidamente apresentadas a seguir.

A distribuição de Gumbel, por exemplo, é frequentemente usada como modelo de falha de sistemas em série e em paralelo, e em casos onde a falha se deve a um processo corrosivo. Sua função distribuição de probabilidade é dada por [18]:

$$F(t) = 1 - \exp \left[ - \exp \left( \frac{t - \gamma}{\alpha} \right) \right], \quad -\infty < t < \infty; \quad \alpha < 0; \quad \gamma > 0 \quad (19)$$

A distribuição de Birnbaum-Saunders é utilizada para modelar processos de falha por fadiga, e pode ser deduzida, [18] com o uso da teoria de renovações, a partir da idealização do número de ciclos necessários para que uma trinca de fadiga cresça além de um valor crítico. Sua função distribuição de probabilidade é:

$$F(t) = \Phi \left\{ \frac{1}{\alpha} \left[ \left( \frac{t}{\beta} \right)^{1/2} - \left( \frac{t}{\beta} \right)^{-1/2} \right] \right\} \quad 0 \leq t < \infty; \alpha > 0; \beta > 0 \quad (20)$$

onde  $\Phi\{x\}$  representa o valor da função distribuição de probabilidade de uma variável normal padrão no ponto  $x$ .

Todas as distribuições apresentadas até agora envolveram considerações físicas sobre o processo de falha. No entanto é comum ter-se que modelar o processo a partir de dados observados, por meio de outras distribuições, como a normal, a beta, a uniforme, a gama, etc. Tal modelagem seria feita, então, unicamente por considerações estatísticas, através de um teste de aderência.

A Figura 2 apresenta as funções densidade de probabilidade e confiabilidade e as taxas instantâneas de falha para diversas distribuições.

### 3.4 ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

Serão apresentados a seguir alguns métodos para estimação por ponto dos parâmetros das distribuições consideradas. Essa estimação se faz necessária para a aplicação de testes de aderência a amostras aleatórias constituídas por dados de falha observados em testes de confiabilidade ou na pró

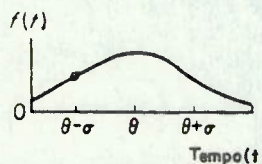
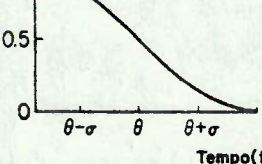
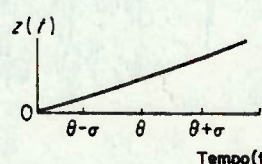
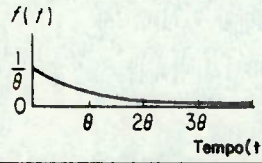
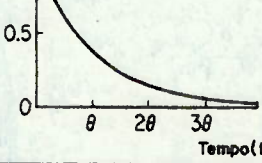
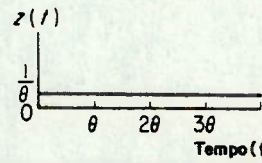
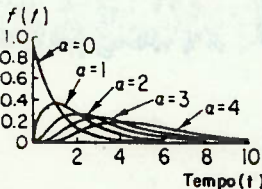
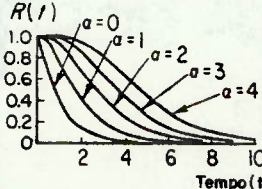
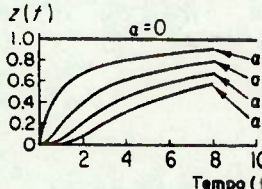
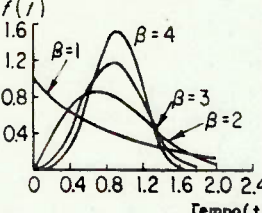
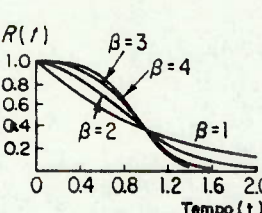
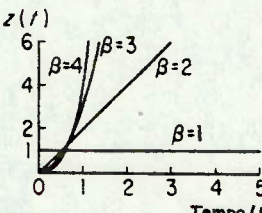
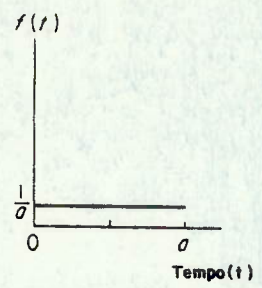
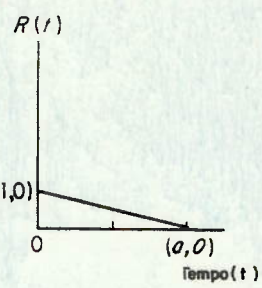
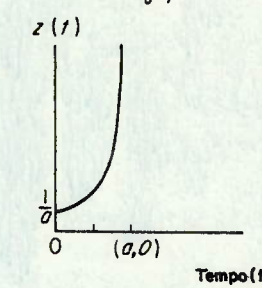
| Nome        | Função densidade<br>$f(t)$   | Função confiabilidade<br>$R(t)$  | Taxa instantânea de falha<br>$z(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$   |
|-------------|--|--|---|
| NORMAL      | $f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\theta)^2}{2\sigma^2}}$    | $R(t) = \int_t^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\theta)^2}{2\sigma^2}} dt$   | $z(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$   |
| EXPONENCIAL | $f(t) = \frac{1}{\theta} e^{-t/\theta}$   | $R(t) = e^{-t/\theta}$    | $z(t) = \frac{1}{\theta}$    |
| GAMA        | $f(t) = \frac{1}{\Gamma(\beta)\theta^\beta} t^{\beta-1} e^{-t/\theta}$<br>$\beta = 1, \alpha = 0, 1, 2, 3, 4,$          | $R(t) = \int_t^{\infty} \frac{1}{\Gamma(\beta)\theta^\beta} t^{\beta-1} e^{-t/\theta} dt$<br>$\beta = 1, \alpha = 0, 1, 2, 3, 4$  | $z(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$<br>$\beta = 1, \alpha = 0, 1, 2, 3, 4$                    |
| WEIBULL     | $f(t) = \frac{\beta t^{\beta-1}}{\theta^\beta} e^{-\frac{t^\beta}{\theta^\beta}}$<br>$\alpha = 1, \beta = 1, 2, 3, 4,$  | $R(t) = e^{-\frac{t^\beta}{\theta^\beta}}$<br>$\alpha = 1, \beta = 1, 2, 3, 4$    | $z(t) = \frac{\beta t^{\beta-1}}{\theta^\beta}$<br>$\alpha = 1, \beta = 1, 2, 3, 4$  |
| UNIFORME    | $f(t) = \frac{1}{\sigma}$   | $R(t) = 1 - \frac{t}{\sigma}$   | $z(t) = \frac{1}{\sigma - t}$    |

Fig.2 Funções densidade, confiabilidade e taxas instantâneas de falha das distribuições normal, exponencial, gama, Weibull e uniforme.

pria vida operacional do sistema.

### 3.4.1 Parâmetro da distribuição exponencial

O parâmetro  $\lambda$  da distribuição exponencial pode ser facilmente estimado pelo método da máxima verossimilhança.

Com efeito, dada a função densidade de probabilidade

$$f(t; \lambda) = \lambda e^{-\lambda t}$$

a função verossimilhança para uma amostra aleatória  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$  de tamanho  $n$  será

$$L(\lambda) = L(\lambda; t_1, \dots, t_n) = \prod_{i=1}^n f(t_i; \lambda) = \lambda^n e^{-\lambda \sum_{i=1}^n t_i}$$

O estimador de máxima verossimilhança  $\hat{\lambda}$  é aquele que maximiza  $L(\lambda)$ . Como o mesmo valor de  $\lambda$  maximiza  $L(\lambda)$  e  $\ln L(\lambda)$ , tomando-se o logaritmo da função verossimilhança, vem:

$$\ln L(\lambda) = n \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^n t_i$$

e, derivando em relação a  $\lambda$ :

$$\frac{\partial \ln L(\lambda)}{\partial \lambda} = \frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^n t_i$$

e igualando a zero, obtemos:

$$\lambda = \frac{n}{\sum_{i=1}^n t_i} = \frac{1}{\bar{t}} \quad (21)$$

onde  $\bar{t}$  é a média da amostra.

### 3.4.2 Parâmetros da distribuição gama

Consideremos a distribuição gama definida por sua função densidade de probabilidade.

$$f(t) = \frac{e^{-\lambda t} t^{k-1} \lambda^k}{(k-1)!}, \quad k \geq 0; \quad \lambda > 0; \quad t \geq 0 \quad (22)$$

Comparando-se as equações (22) e (14), observa-se que a forma da função densidade de probabilidade gama é exatamente a mesma da distribuição de Erlang, apresentada anteriormente, apenas com a generalização de que  $k$  pode assumir qualquer valor positivo ou nulo.

A determinação dos estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros  $\lambda$  e  $k$  é bastante complicada, e pode ser obtida com a utilização de métodos numéricos de soluções de equações. A referência [18] apresenta com detalhe tal determinação.

No programa de computador desenvolvido neste trabalho será utilizado o método dos momentos, pelo qual os estimadores são obtidos igualando-se os dois primeiros momentos da população e da amostra, e resolvendo-se o sistema de duas equações para os parâmetros.

A média e a variância da distribuição gama são respectivamente

$$\mu = \frac{k}{\lambda}$$

$$\sigma^2 = \frac{k}{\lambda^2}$$

Logo, os dois primeiros momentos da população são

$$\mu_1 = \mu = \frac{k}{\lambda}$$

$$\mu_2 = \sigma^2 + \mu^2 = \frac{k(1+k)}{\lambda^2}$$

Os dois primeiros momentos de uma amostra  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$  de tamanho  $n$  são, respectivamente,

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} = \bar{t}$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{n} = s^2 + \bar{t}^2$$

onde  $\bar{t}$  é a média da amostra e  $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2$  é a variância da amostra.

Fazendo-se  $m_1 = \mu_1$  e  $m_2 = \mu_2$  obtemos os estimadores  $\hat{k}$  e  $\hat{\lambda}$ :

$$\hat{k} = \frac{\bar{t}^2}{s^2} \quad (23)$$

$$\hat{\lambda} = \frac{\bar{t}}{s^2} \quad (24)$$

Ambos os estimadores são viciados. A referência [18] sugere um fator de correção para se obter estimativas

com vício aproximadamente nulo e com menor erro quadrático médio em cada caso. Aplicando-se tal fator, os estimadores ficam com as seguintes formas:

$$\hat{k} = \frac{\bar{t}^2}{s^2(1+2/n)} - \frac{5}{n} \quad (25)$$

$$\hat{\lambda} = \left[ \frac{\hat{t}^2}{s^2(1+2/n)} - \frac{5}{n} \right] \times \frac{1}{\bar{t}} \quad (26)$$

### 3.4.3 Parâmetros da distribuição de Weibull

A estimação analítica dos três parâmetros da distribuição de Weibull é extremamente trabalhosa, e em geral é feita com o uso de iteração. Neste trabalho, para fins de testes de aderência, consideraremos a distribuição com dois parâmetros, ou seja, com o parâmetro de localização nulo. Isto não implica em perda considerável de generalidade para efeitos práticos, já que é razoável se esperar que um sistema tenha probabilidade maior que zero de falhar a partir do momento em que é posto em operação.

Mesmo no caso de apenas dois parâmetros a estimação é bastante trabalhosa, requerendo via de regra iterações.

Será utilizado o método dos momentos, que embora proporcione estimadores menos eficientes que os métodos da máxima verossimilhança ou de estimação linear [18], apresenta vantagens sensíveis em termos de simplicidade e tempo de computação.

Deve ser mencionado que a complexidade da estimação dos parâmetros de Weibull, aliada ao largo emprego dessa distribui



ção nos estudos de confiabilidade, levou ao desenvolvimento de métodos gráficos aproximados de estimação, através do uso de folhas especiais para ajustagem gráfica.

Para o emprego do método dos momentos, consideremos inicialmente a função densidade de probabilidade da distribuição, sua média e sua variância, respectivamente:

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \quad t \geq 0; \alpha > 0; \beta > 0 \quad (27)$$

$$\mu = \alpha \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) \quad (28)$$

$$\sigma^2 = \alpha^2 \Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \mu^2 \quad (29)$$

onde  $\Gamma(x)$  representa valor da função gama de  $x$ . Assim sendo, tem-se os dois primeiros momentos da distribuição:

$$\mu_1 = \mu = \alpha \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)$$

$$\mu_2 = \sigma^2 + \mu^2 = \alpha^2 \Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right)$$

Igualando-se esses momentos respectivamente ao primeiro e ao segundo momento de uma amostra aleatória  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$  de tamanho  $n$ , que são

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} = \bar{t}$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{n} = s^2 + \bar{t}^2$$

onde  $\bar{t}$  e  $S^2$  são respectivamente a média e a variância da amostra, obtemos o sistema de duas equações

$$\alpha \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = \bar{t} \quad (30)$$

$$\alpha^2 \Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) = S^2 + \bar{t}^2 \quad (31)$$

A resolução desse sistema, que pode ser feita, por exemplo, pelo método iterativo de Newton, fornece os estimadores  $\hat{\alpha}$  e  $\hat{\beta}$ .

#### 3.4.4 Parâmetros da distribuição lognormal

Se a variável aleatória  $T$  tem uma distribuição lognormal com parâmetros  $\mu$  e  $\sigma^2$ , pode-se obter estimadores desses parâmetros considerando-se a distribuição  $W = \ln T$ , que é normal. Assim fazendo, é fácil chegar aos estimadores de máxima verossimilhança, a partir de uma amostra  $(t_1, \dots, t_n)$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln t_i \quad (32)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\ln t_i)^2}{n} - \left[ \frac{\sum_{i=1}^n \ln t_i}{n} \right]^2 \quad (33)$$

O estimador  $\hat{\mu}$  é justo, mas o mesmo não ocorre com  $\hat{\sigma}^2$ , que possui um vício igual a  $\frac{1}{n}$ . No entanto, como estaremos sempre tratando com amostras grandes, tal vício poderá ser desprezado.

3.4.5 Parâmetros da distribuição normal

Os estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros  $\mu$  e  $\sigma^2$  de uma população normal a partir de uma amostra  $(t_1, \dots, t_n)$  são facilmente obtidos:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i = \bar{t} \quad (34)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{n} - \left[ \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} \right]^2 \quad (35)$$

## CAPÍTULO IV

## MANUTIBILIDADE E DISPONIBILIDADE

4.1 MANUTIBILIDADE

A manutibilidade (maintainability) pode ser definida como a probabilidade de que um sistema que falhou seja reparado, ou seja, restituído à condição operacional, num determinado intervalo de tempo. Evidentemente ela é característica não só do sistema em questão como também do sistema de apoio da organização que o opera.

Analogamente ao caso da confiabilidade, dada uma função densidade de probabilidade dos tempos de reparo  $m(t)$ , podemos definir uma função manutibilidade  $M(t)$  e um tempo médio de reparo (mean time to repair) MTTR:

$$M(t) = \int_0^t m(t) dt \quad (36)$$

$$MTTR = \int_0^{\infty} tm(t) dt \quad (37)$$

A prática tem mostrado que frequentemente a distribuição dos tempos de reparo pode ser representada por uma log-normal.

#### 4.2 DISPONIBILIDADE

A disponibilidade, já definida em 2., é a probabilidade de que a qualquer instante o sistema esteja pronto para operar num nível de desempenho especificado quando solicitado a tal. É um conceito ligado tanto à confiabilidade como à manutibilidade.

No caso particular de sistemas com distribuição de tempos de falha e de reparo exponenciais, respectivamente com parâmetros  $\lambda$  e  $\mu$ , será visto posteriormente que a disponibilidade  $A(t)$  no instante  $t$ , ou seja, a probabilidade de que o sistema esteja operacional no instante  $t$ , é dada por:

$$A(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \exp [ -(\lambda + \mu) t ]$$

A disponibilidade média num período de tempo  $(0, t)$ ,  $A(0, t)$ , é dada por:

$$A(0, t) = \frac{1}{t} \int_0^t A(s) ds$$

e portanto, no caso ora em consideração:

$$A(0, t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)^2 t} - \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)^2 t} \exp [ -(\lambda + \mu) t ]$$

Observa-se, assim, que quando  $t \rightarrow \infty$ , a disponibilidade média torna-se

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A(0, t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (38)$$

Por outro lado, como ambas as distribuições são exponenciais tem-se; das equações (3) e (37),

$$MTTF = \frac{1}{\lambda}$$

$$MTTR = \frac{1}{\mu}$$

Logo, pode-se escrever:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A(0, t) = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} \quad (39)$$

## CAPÍTULO V

*A CONFIABILIDADE DE SISTEMAS EM FUNÇÃO DA  
CONFIABILIDADE DOS COMPONENTES*5.1 INTRODUÇÃO

Serão apresentadas a seguir algumas técnicas probabilísticas para o desenvolvimento de modelos analíticos da confiabilidade de um sistema em função da confiabilidade de seus componentes.

Ao se descrever a confiabilidade de um dado sistema é necessário especificar o processo de falha dos diversos componentes, descrever a maneira como os equipamentos são interligados e as respectivas regras de operação, e identificar os modos de falha do sistema. Além disso, se o sistema for tal que é possível a manutenção, o mecanismo desta também deve ser considerado.

Do ponto de vista matemático, uma hipótese simples que pode ser feita consiste em se admitir que em qualquer instante o sistema pode estar em um estado dentre um número finito de estados possíveis, e que os componentes falhem e sejam reparados de acordo com o modelo exponencial. Essa formulação torna possível empregar uma abordagem markoviana, que admite que a vida futura do sistema depende apenas do seu estado

atual, e não de sua história passada. A plausibilidade de tal abordagem foi demonstrada por diversos autores [18].

O desenvolvimento dos modelos matemáticos para a confiabilidade de sistemas será feito em geral com recurso à teoria dos processos estocásticos, principalmente processos de Markov, e por isso serão apresentados inicialmente alguns resultados básicos dessa teoria utilizados em seguida.

## 5.2 PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

### 5.2.1 Definições Básicas

Um processo estocástico  $\{X(t); t \in T\}$  é uma família de variáveis aleatórias tais que, para  $t \in T$ ,  $X(t)$  é uma variável aleatória. No estudo de confiabilidade a variável  $t$  normalmente representa o tempo, e  $X(t)$  representa o estado do sistema no instante  $t$ .

Um processo estocástico de parâmetro discreto  $\{X(t); t = 0, 1, 2, \dots\}$ , ou um processo estocástico de parâmetro contínuo  $\{X(t); t > 0\}$ , é dito um processo de Markov se, para qualquer conjunto de  $n$  valores da variável  $t$ ,  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ , contido no conjunto  $T$ , e para quaisquer números reais  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

$$P\{X(t_n) \leq x_n \mid X(t_1) = x_1, X(t_2) = x_2, \dots, X(t_{n-1}) = x_{n-1}\} =$$

$$= P\{X(t_n) \leq x_n \mid X(t_{n-1}) = x_{n-1}\}$$

Uma cadeia de Markov de tempo discreto  $\{X_n\}$  é um pro



cesso de Markov cujo espaço de estados é um conjunto enumerável ou finito, e para o qual  $T = (0, 1, 2, \dots)$ .

Uma cadeia de Markov de tempo contínuo  $\{X_t\}$  é um processo de Markov cujo espaço de estados é um conjunto enumerável ou finito e  $t > 0$  [16].

Seja

$$p_{ij}^{s,t} = P \{X_t = j \mid X_s = i\} \quad t > s$$

Então  $p_{ij}^{s,t}$  é chamada uma probabilidade de transição

Diz-se que uma cadeia de Markov de tempo contínuo tem probabilidades de transição estacionárias quando estes dependem apenas da diferença de tempo, isto é,

$$p_{ij}^{s,s+t} = p_{ij}^{r,r+t} = p_{ij}(t) \quad , \quad \forall r, s, t$$

A matriz de probabilidades de transição de uma cadeia de Markov de tempo contínuo com probabilidades de transição estacionárias é uma matriz dos  $p_{ij}(t)$ , isto é,  $\Pi(t) = (p_{ij}(t))$ , que satisfaz a

$$p_{ij}(t) \geq 0$$

$$\sum_{j=0}^N p_{ij}(t) = 1 \quad i, j \in S$$

$$p_{ik}(s+t) = \sum_{j=0}^N p_{ij}(s) \cdot p_{jk}(t) \quad t, s \geq 0$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} p_{ij}(t) = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

onde  $S = \{1, 2, \dots, N\}$  é o espaço de estados, que doravante será admitido finito

Um estado  $i$  é dito estado absorvente se, e somente se,  $p_{ij}(t) = 1$ .

### 5.2.2 0 processo de falha de Poisson

O processo de Poisson já foi discutido em 3.3.2, como um processo que dá lugar a uma distribuição de falhas exponencial. Aqui será mostrado como pode ser determinada a confiabilidade de um sistema cujos componentes falham de acordo com os postulados de um processo de Poisson.

Consideremos um sistema que tenha  $n$  componentes, e admitamos que apenas um componente possa falhar num dado instante. O estado do sistema é 0 quando todos os componentes estão operativos, e  $n$  quando todos os componentes falharam. Admitamos, ainda, que no instante 0 todos os componentes estão operativos, e que a falha de cada componente ocorre segundo um processo de Poisson com parâmetro  $\lambda$ .

Como as falhas podem ocorrer continuamente no tempo, podemos modelar o processo de falhas através de uma cadeia de Markov de tempo contínuo.

Considerando o caráter básico do processo, podemos afirmar que, se um componente está operante no instante  $t$ , a probabilidade condicional de ele falhar no intervalo  $(t, t + dt)$  é  $\lambda dt$ , e assim podemos construir a matriz de probabilidades

de transição  $\Pi(dt)$ , que define o processo em  $(t, t+dt)$ :

$$\Pi(dt) = \begin{array}{c|cccccc} & 0 & 1 & 2 & \dots & n-1 & n \\ \hline 0 & 1-\lambda dt & \lambda dt & 0 & & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1-\lambda dt & \lambda dt & \dots & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1-\lambda dt & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ \vdots & & & & & & \\ n-1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1-\lambda dt & \lambda dt \\ n & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{array}$$

Podemos definir a matriz diferencial de transição

A por

$$A = \frac{\Pi(dt) - I}{dt} \quad (40)$$

onde I é a matriz unitária de mesma ordem que  $\Pi(dt)$ , e assim:

$$A = \begin{array}{c|cccccc} & 0 & 1 & 2 & \dots & n \\ \hline 0 & -\lambda & \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -\lambda & \lambda & \dots & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -\lambda & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & \\ \vdots & & & & & \\ n & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{array}$$

Se  $P_i(t)$  representar a probabilidade de o sistema estar no estado i no instante t, e representarmos por  $P(t)$  o vetor dos

$P_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , pode-se demonstrar que | 27 |:

$$\frac{d P(t)}{dt} = P(t) \cdot A \quad (41)$$

que é denominada equação de Chapman-Kolmogorov.

Logo, tem-se o sistema de equações diferenciais:

$$\begin{aligned} P'_0(t) &= -\lambda P_0(t) \\ P'_1(t) &= \lambda P_0(t) - \lambda P_1(t) \\ &\vdots \\ P'_n(t) &= \lambda P_{n-1}(t) - \lambda P_n(t) \end{aligned}$$

com as condições iniciais  $P_0(0) = 1$ ,  $P_1(0) = P_2(0) = \dots = P_n(0) = 0$ .

Esse sistema pode ser resolvido usando-se, por exemplo, transformadas de Laplace, e chega-se a

$$P_n(t) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^n}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (42)$$

### 5.3 MODELOS DE CONFIABILIDADE PARA SISTEMAS SEM MANUTENÇÃO

#### 5.3.1 Sistemas em Série

Um sistema em série é uma configuração de componentes tal que o sistema é dito operante se e somente se todos os seus componentes estiverem operantes.

Consideremos o caso de um sistema constituído de  $n$  componentes em série, o que significa que a falha de qualquer um destes redundará na falha do sistema. Designemos as funções de confiabilidade dos componentes por  $R_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , a função de confiabilidade do sistema por  $R(t)$ , e as respectivas funções de densidade dos tempos de falha por  $f_i(t)$  e  $f(t)$ .

Admitindo-se que as falhas dos componentes sejam eventos independentes, e como para o sistema não falhar durante o tempo  $t$  é necessário que nenhum componente falhe, temos:

$$R(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \dots R_n(t) \quad (43)$$

Como a confiabilidade de um sistema é dada pela Eq. (3):

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt = \int_t^{\infty} f(t) dt$$

segue-se que a função densidade de probabilidade é expressa por:

$$f(t) = \frac{-dR(t)}{dt} \quad (44)$$

Por outro lado, considerando-se as Eqs. (7) e (44), tem-se

$$z(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = - \frac{d \ln R(t)}{dt}$$

Da eq. (43) obtém-se:

$$\ln R(t) = \sum_{i=1}^n \ln R_i(t)$$

Portanto, segue-se que:

$$z(t) = - \frac{d}{dt} \ln R(t) = - \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} \ln R_i(t) = \sum_{i=1}^n z_i(t) = \sum_{i=1}^n \frac{f_i(t)}{R_i(t)} \quad (45)$$

Verifica-se, assim, que a taxa instantânea de falha do sistema é igual à soma das taxas dos componentes, quaisquer que sejam as distribuições dos tempos de falha destes.

No caso de a distribuição de falhas de cada componente ser exponencial com taxa instantânea de falha  $z_i(t) = \lambda_i$  teremos:

$$z(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i = \lambda$$

e a confiabilidade do sistema será dada pela Eq.(10):

$$R(t) = \exp \left[ - \int_0^t \lambda dx \right] = \exp \left[ - \sum_{i=1}^n \lambda_i t \right] \quad (46)$$

ou seja, a distribuição dos tempos de falha do sistema também será exponencial, com parâmetro igual à soma dos  $\lambda_i$ .

### 5.3.2 Sistemas em paralelo com redundância em "Stand-By".

Um sistema em paralelo com redundância em "stand-by" é uma configuração de  $n$  componentes tal que o sistema falha quando um número especificado  $m \leq n$  de componentes falhar, sendo que apenas um número  $p < m$  de componentes opera de cada vez, ficando os demais componentes não falhos aguardando para entrar em operação um de cada vez à medida que forem ocorrendo falhas dos componentes em operação.

A determinação analítica da confiabilidade do sistema torna-se extremamente complexa quando  $n, m$  e  $p$  crescem, bem como quando as falhas dos componentes não seguem a lei exponencial.

A seguir é apresentado o procedimento para tal determinação no caso de um sistema com  $n=m=2$ ,  $p=1$ , e com os componentes tendo distribuições de falhas exponenciais, respectivamente com parâmetros  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  para o componente originalmente em operação e para o componente em "stand-by" quando em operação (admite-se que este não falhe quando em "stand-by").-

Utilizando-se o modelo de cadeia de Markov de tempo

contínuo apresentado em 5.2., temos a seguinte matriz de probabilidades de transição para o sistema:

$$\Pi(dt) = \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} 0 \\ \lambda_1 dt \\ 0 \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 1 - \lambda_1 dt \\ \lambda_2 dt \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 0 \\ 1 - \lambda_2 dt \\ 1 \end{array}$$

A matriz  $A$  correspondente é:

$$A = \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} 0 \\ -\lambda_1 \\ 0 \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ \lambda_1 \\ 0 \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ -\lambda_2 \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ \lambda_2 \\ 0 \end{array}$$

Considerando-se a equação de Chapman-Kolmogorov (41), temos o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$P_0'(t) = -\lambda_1 P_0(t)$$

$$P_1'(t) = \lambda_1 P_0(t) - \lambda_2 P_1(t)$$

$$P_2'(t) = \lambda_2 P_1(t)$$

com as condições iniciais  $P_0(0) = 1$ ,  $P_1(0) = P_2(0) = 0$

O sistema pode ser resolvido, por exemplo, com o uso de transformadas de Laplace, e obtemos:

$$P_0(t) = e^{-\lambda_1 t}$$

$$P_1(t) \begin{cases} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}) & \lambda_1 \neq \lambda_2 \\ = e^{-\lambda t} (1 + \lambda t) & \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \end{cases}$$

A confiabilidade do sistema é dada por  $R(t) = P_0(t) + P_1(t)$ , e portanto, para  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ :

$$R(t) = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}) \quad (47)$$

Esta equação pode ser posta sob a forma

$$R(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \quad (48)$$

e pode-se constatar que, do ponto de vista de confiabilidade, é irrelevante se o componente mais confiável entre em operação em primeiro ou em segundo lugar.

No caso simples, porém comum, em que  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ , a expressão da confiabilidade do sistema se reduz a:

$$R(t) = e^{-\lambda t} (2 + \lambda t) \quad (49)$$

A dedução acima foi feita observando-se a hipótese de que o componente em "stand-by" não falha antes de entrar em operação. No entanto, é possível que possa ocorrer tal falha em virtude das condições ambientais a que o componente fica sujeito, mesmo não operando. Se chamarmos de  $\lambda_s$  a taxa instan-



tânea de falha do componente nessas condições, pode-se demonstrar [3] que, para  $\lambda_1 + \lambda_s \neq \lambda_2$ .

$$R(t) = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \lambda_s) - \lambda_2} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_s)t}) \quad (50)$$

### 5.3.3 Sistemas em paralelo com redundância ativa

Um sistema em paralelo com redundância ativa é uma configuração de  $n$  componentes tal que o sistema falha quando um número especificado  $1 < m \leq n$  de componentes falhar, sendo que todos os componentes estão em operação concomitantemente.

Para determinarmos a confiabilidade de um tal sistema em função das confiabilidades de seus componentes seria necessário considerar todas as combinações possíveis dos  $n$  componentes que apresentem pelo menos  $(n-m+1)$  componentes em funcionamento, o que se torna tedioso quando  $n$  cresce e  $m$  não é próximo de 1 ou de  $n$ .

No caso particular, porém comum, em que é necessário apenas um componente em funcionamento ( $m=n-1$ ), o sistema só falhará se todos os componentes falharem, e portanto, se designarmos por  $R(t)$  e  $R_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , respectivamente as confiabilidades do sistema e dos componentes:

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i(t)) \quad (51)$$

Se as distribuições dos tempos de falhas dos componentes forem exponenciais, teremos, nesse caso

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda_i t}) \quad (52)$$

Quando, além disto, todos os componentes tiverem idênticas taxas instantâneas de falha, isto é,  $\lambda_i = \lambda$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ :

$$R(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^n \quad (53)$$

Nesta última expressão, se fizermos  $p = e^{-\lambda t}$ , teremos:

$$R(t) = 1 - (1 - p)^n$$

e podemos reconhecer um processo binomial. Assim sendo, pode ser facilmente generalizado que, para  $m$  qualquer:

$$R(t) = \sum_{i=n-m+1}^n \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$

#### 5.4 MODELOS DE CONFIABILIDADE PARA SISTEMAS COM MANUTENÇÃO

##### 5.4.1 O modelo básico

Sistemas com manutenção são sistemas nos quais é possível uma ação de manutenção num intervalo de tempo finito. Ao se tratar com tais sistemas, normalmente é de interesse uma nova figura de mérito, a disponibilidade do sistema, já definida como a probabilidade de que o sistema esteja pronto para operar num instante qualquer  $t$ .

Serão abordados aqui modelos de confiabilidade de sis-

temas com manutenção cujos componentes tenham processos de falha e também de reparo markovianos. Com essa formulação, o sistema pode passar de um estado a outro com tempos de falha e de reparos dos componentes distribuídos independente e exponencialmente com parâmetros  $\lambda$  e  $\mu$ , respectivamente. O processo de Markov resultante é chamado processo de geração e extinção. Tal processo é definido como aquele processo de Markov em que as transições possíveis a partir de um estado  $i$  são apenas três:

- a) do estado  $i$  para o estado  $i-1$ ;
- b) do estado  $i$  para o estado  $i+1$ ;
- c) permanência no estado  $i$ .

#### 5.4.2 Sistemas de um componente

Consideremos um sistema consistindo de um único componente, e designemos por 0 o estado operativo e 1 o estado falho desse componente. A matriz de probabilidade será, então:

$$\tilde{\Pi}(dt) = \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \left| \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 1-\lambda dt & \lambda dt \\ \mu dt & 1-\mu dt \end{array} \right|$$

e a matriz diferencial:

$$A = \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \left| \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -\lambda & \lambda \\ \mu & -\mu \end{array} \right|$$

Tem-se, então, o sistema de equações diferenciais:

$$P_0'(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$

$$P_1'(t) = \lambda P_0(t) - \mu P_1(t)$$

com as condições iniciais  $P_0(0) = 1$ ,  $P_1(0) = 0$ .

A solução nos dá  $P_0(t)$ , que é também a disponibilidade  $A(t)$ :

$$P_0(t) = A(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \exp [ -(\lambda + \mu) t ] \quad (56)$$

Se o sistema estivesse inicialmente falho, isto é,  $P_0(0) = 0$ ,  $P_1(0) = 1$ , teríamos:

$$P_0(t) = A(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \exp [ -(\lambda + \mu) t ] \quad (57)$$

Observa-se que, quando  $t \rightarrow \infty$ , as duas expressões (56) e (57) tornam-se equivalentes, ou seja, o comportamento do sistema torna-se independente do estado inicial.

A disponibilidade média para um período de tempo  $(0, t)$  é dada por

$$A(0, t) = \frac{1}{t} \int_0^t A(s) ds \quad (58)$$

e portanto, da Eq. (56), tem-se:

$$A(0, t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)^2 t} - \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)^2 t} e^{-(\lambda + \mu) t} \quad (59)$$

Quando  $t \rightarrow \infty$ , tem-se a disponibilidade em regime estacionário  $\bar{A}$  :

$$\bar{A} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (60)$$

#### 5.4.3. Sistemas em série

Consideremos um sistema em série constituído por dois componentes, e admitamos que os tempos de falha e de reparo se distribuam exponencialmente, com parâmetros  $\lambda$  e  $\mu$ , respectivamente.

A matriz de probabilidades de transição para o sistema será

$$\Pi(dt) = \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 1-2\lambda dt & 2\lambda dt & 0 \\ 1 & \mu dt & 1-(\lambda+\mu)dt & \lambda dt \\ 2 & 0 & \mu dt & 1-\mu dt \end{array}$$

e a matriz diferencial A :

$$A = \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & -2\lambda & 2\lambda & 0 \\ 1 & \mu & -(\lambda+\mu) & \lambda \\ 2 & 0 & \mu & -\mu \end{array}$$

Podemos escrever, então, o sistema de equações diferenciais:

$$P_0'(t) = -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$

$$P_1'(t) = 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu)P_1(t) + \mu P_2(t)$$

$$P_2'(t) = \lambda P_1(t) - \mu P_2(t)$$

Se as condições iniciais forem dadas, este sistema poderá ser resolvido para o período transitório, como já foi feito nos casos anteriores. No entanto, estamos geralmente interessados na solução em regime estacionário, que nos dá a proporção de tempo que o sistema passa em cada estado depois de estar em operação por um certo tempo. Como esta solução independe do estado inicial, ela não requer que o mesmo seja conhecido.

Pode-se demonstrar [18] que, nos processos de geração e extingão:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t) = P_i$$

o que implica em que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_i'(t) = 0$$

Assim sendo, para a solução em regime estacionário do sistema de equações, devemos igualar os primeiros membros das equações a zero, o que nos dá, em conjunto com a condição  $\sum_i P_i = 1$ :

$$P_0 = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2} \quad (61)$$

$$P_1 = \frac{2\lambda^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2} \quad (62)$$

$$P_2 = 1 - P_0 - P_1 = \frac{2\lambda\mu}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2} \quad (63)$$

A disponibilidade em regime estacionário  $\bar{A}$ , será igual a  $P_0$ :

$$\bar{A} = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2} \quad (64)$$

Deve-se observar que para um sistema em série a ação de manutenção não afeta a confiabilidade, que é dada por

$$R(t) = \exp \left[ - \sum_{i=1}^n \lambda_i t \right]$$

Verificar-se-á, no entanto, que nos sistemas em paralelo a ação de manutenção influencia a confiabilidade e o tempo médio até a falha.

#### 5.4.4 Sistemas em paralelo com redundância ativa

Consideremos um sistema em paralelo com redundância ativa, composto de dois componentes, e com os mesmos parâmetros de 5.4.3,  $\lambda$  e  $\mu$ .

A matriz de probabilidades de transição para este sistema será a mesma de 5.4.3, e a disponibilidade em regime estacionário será dada por

$$\bar{A} = \lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = P_0 + P_1 = \frac{\mu^2 + 2\lambda\mu}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2} \quad (65)$$

A função confiabilidade descreve a probabilidade de atingir o estado 2 num intervalo de tempo  $(0, t)$ , dado que o sistema estava no estado 0 no instante 0.

Ela pode ser determinada fazendo-se do estado 2 um estado absorvente [18], e é dada por:

$$R(t) = \frac{s_1 e^{s_2 t} - s_2 e^{s_1 t}}{s_1 - s_2} \quad (66)$$

onde

$$s_1 = \frac{-(3\lambda + \mu) + \sqrt{\lambda + \mu^2 + 4\mu\lambda}}{2} \quad (67)$$

$$s_2 = \frac{-(3\lambda + \mu) - \sqrt{\lambda + \mu^2 + 4\mu\lambda}}{2} \quad (68)$$

Os modelos de confiabilidade para sistemas em paralelo com redundância em "stand-by" podem ser obtidos com procedimento análogo.

## 5.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Os desenvolvimentos de modelos de confiabilidade foram feitos para configurações simples, e via de regra utilizando-se a hipótese de as falhas dos componentes ocorrerem segundo um processo de Poisson.

Pode-se entrever a dificuldade matemática de se obter os modelos para configurações mais complexas, envolvendo gran



de número de componentes em série e em paralelo, dificuldade essa que se agrava quando se trata de componentes cujas falhas não ocorrem de acordo com o processo de Poisson.

Como isto ocorre frequentemente em sistemas de bordo, faz-se mister desenvolver outras ferramentas para a determinação da confiabilidade, de mais fácil manuseio, e adaptáveis ao uso de computador: neste trabalho desenvolveu-se um método baseado na técnica de Monte Carlo, e que permite a análise da confiabilidade mesmo de sistemas bastante complexos.

## CAPÍTULO VI

*O PROCESSO DE DETERMINAÇÃO DA CONFIABILIDADE*

O processo de determinação da confiabilidade na fase de projeto de um sistema consta normalmente das seguintes fases:

a) Definição da configuração do sistema e características funcionais.

Consiste no desenvolvimento de diagramas de bloco funcionais, mostrando as interrelações entre as funções dos diversos componentes do sistema, acompanhados dos seguintes dados:

- descrição técnica da operação
- sequência de operação
- ciclos de trabalho
- parâmetros de interface (e respectivas tolerâncias):
  - elétricos-tensão, corrente, frequência, fase, etc.
  - mecânicos-conjugado, RPM, tensão, etc.
  - hidráulicos-pressão, vazão, etc.
  - ambientais-choque, vibração, temperatura, umidade, etc.

b) Desenvolvimento do diagrama de blocos de confiabilidade.

O diagrama de blocos de confiabilidade é desenvolvido a partir do diagrama de blocos funcional, e mostra os

caminhos em série e em paralelo dentro do sistema. A Figura 3 apresenta os dois diagramas de forma simplificada para o sistema de propulsão de um Navio-Patrolha. Tal sistema consiste de 4 motores que acionam 4 eixos independentes, e considera-se uma missão de patrulha que pode ser cumprida com duas linhas de eixo em funcionamento, sendo uma de cada bordo.

c) Definição dos modelos matemáticos

Nesta fase são desenvolvidos os modelos matemáticos que visam a determinação da confiabilidade do sistema em função de sua configuração e das confiabilidades dos componentes.

d) Definição dos critérios de falha

Para a determinação da confiabilidade de cada componente é necessário definir o que caracteriza uma falha do mesmo para os fins da missão em análise, para então poder ser levantada a distribuição das falhas a partir de dados estatísticos obtidos da vida operacional ou de testes específicos.

e) Cálculo da confiabilidade do sistema

A confiabilidade do sistema é calculada com o uso dos modelos matemáticos desenvolvidos anteriormente.

f) Interpretação dos resultados

A interpretação dos resultados permite, entre outras coisas, a caracterização de componentes críticos sob o ponto de vista de confiabilidade, e o exame de alternativas de configuração.

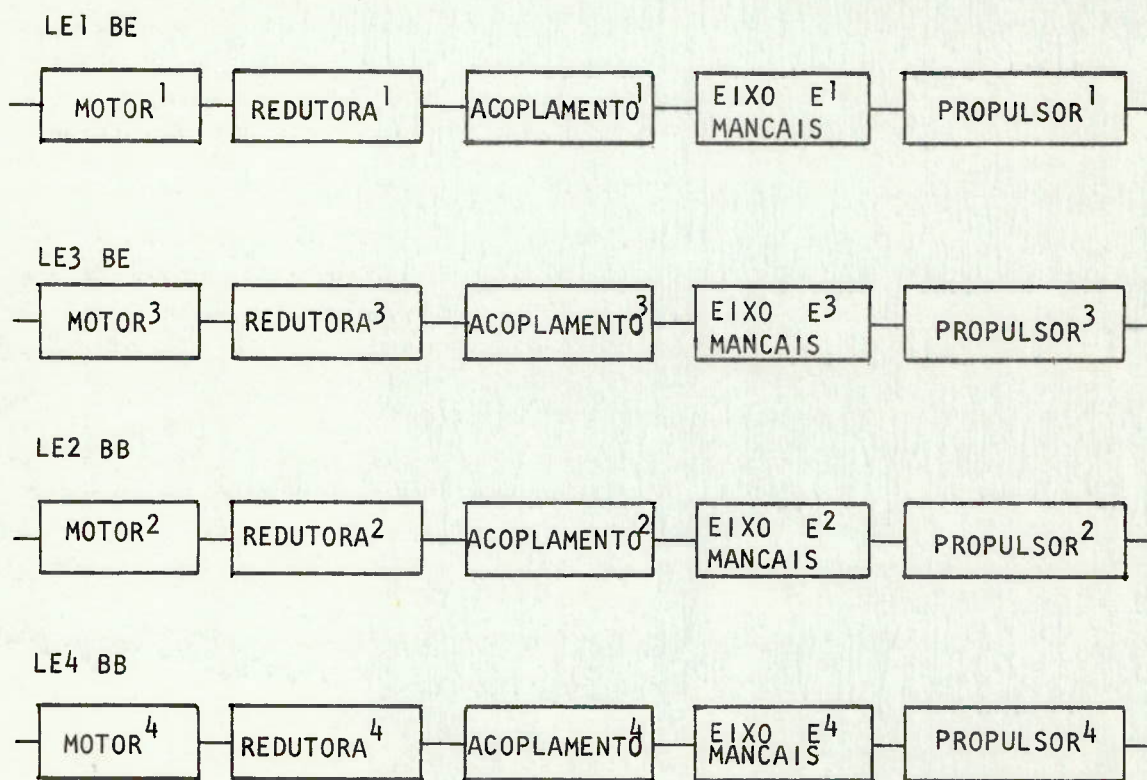


DIAGRAMA FUNCIONAL

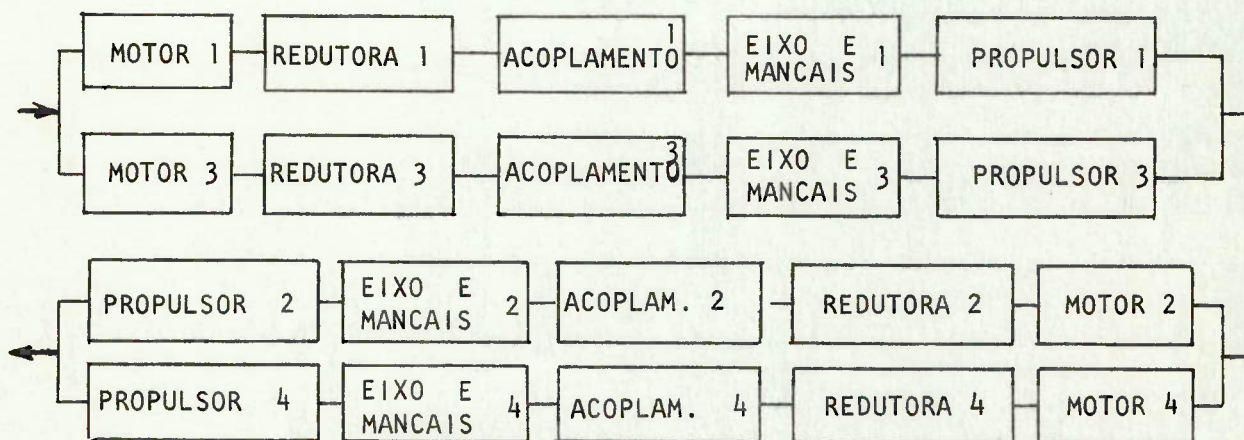


DIAGRAMA DE CONFIABILIDADE

FIGURA 3

## CAPÍTULO VII

MÉTODO PROPOSTO7.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão descritas as características e o uso de um programa para calcular parâmetros de confiabilidade, manutibilidade e disponibilidade de sistemas complexos.-

A técnica utilizada foi a simulação de Monte Carlo, e o programa se aplica a sistemas consistindo de blocos em série, os quais podem ter ramos em paralelo, em redundância ativa, que por sua vez podem consistir de componentes em série; finalmente estes podem consistir ainda de elementos em paralelo, também em redundância ativa.

Basicamente o programa simula os instantes de falha e instantes de término de reparo do sistema a partir das distribuições dos tempos de falha e de reparo dos elementos. Obtem-se assim um conjunto  $\{T_{f_1}, \dots, T_{f_n}\}$  de tempos até a falha e um conjunto  $\{T_{r_1}, \dots, T_{r_n}\}$  de tempos de reparo do sistema, onde  $n$  é determinado de modo que o MTTF e o MTTR do sistema sejam estimados com precisão de 10%, ao nível de confiança de 90%. Utilizando-se então o tempo da missão e o nível de confiança estabelecidos pelo usuário são estimados os diversos parâmetros de confiabilidade, manutibilidade e disponibilidade do sistema.

O uso do programa é ilustrado através da aplicação a um sistema de radar.

## 7.2 DESCRIÇÃO GERAL

### 7.2.1 Características do Programa

O programa estima, com base nas distribuições dos tempos de falha e tempos de reparo dos elementos, as seguintes quantidades para o sistema:

- a) Tempo médio até a falha (MTTF).
- b) Limite inferior de confiança assintótico do tempo médio até a falha num nível de confiança arbitrário.
- c) Distribuição dos tempos até a falha.
- d) Confiabilidade num tempo de missão arbitrário.
- e) Limite inferior de confiança da confiabilidade num nível de confiança arbitrário.
- f) Função confiabilidade.
- g) Função taxa de falha.
- h) Função taxa de falha instantânea.
- i) Tempo médio de reparo (MTTR).
- j) Limite superior de confiança assintótico do tempo médio de reparo num nível de confiança arbitrário.
- k) Manutibilidade num tempo arbitrário.
- l) Limite superior de confiança da manutibilidade num nível de confiança arbitrário.
- m) Função manutibilidade.
- n) Disponibilidade.

Cada elemento do sistema é identificado por quatro números I, J, K e L, que designam, respectivamente, no diagrama de blocos de confiabilidade:

- I - o bloco em série.
- J - o ramo em paralelo dentro de um bloco em série I.

K - o componente em série dentro de um ramo em paralelo J.

L - o elemento em paralelo dentro de um componente em série K.

Para completar a configuração do sistema é preciso especificar o número mínimo de elementos necessários ao funcionamento de cada componente K, e o número mínimo de ramos necessários ao funcionamento de cada bloco L.

A Figura 4 apresenta um exemplo de designação de um sistema.

### 7.2.2 Saída do Programa

A saída do programa consiste do seguinte:

- a) uma relação de todos os dados de entrada
- b) os resultados mencionados em 7.2.1, em tabelas e gráficos.

### 7.2.3 Limitações do Programa

As limitações do programa são as seguintes:

- a)  $1 \leq I \leq 50$  para o sistema  
 $1 \leq J \leq 6$  para cada I  
 $1 \leq K \leq 20$  para cada J  
 $1 \leq L \leq 5$  para cada K
- b) Distribuições de tempos de falha e de reparo aceitáveis como dados de entrada para os elementos:
  - Exponencial
  - Erlang

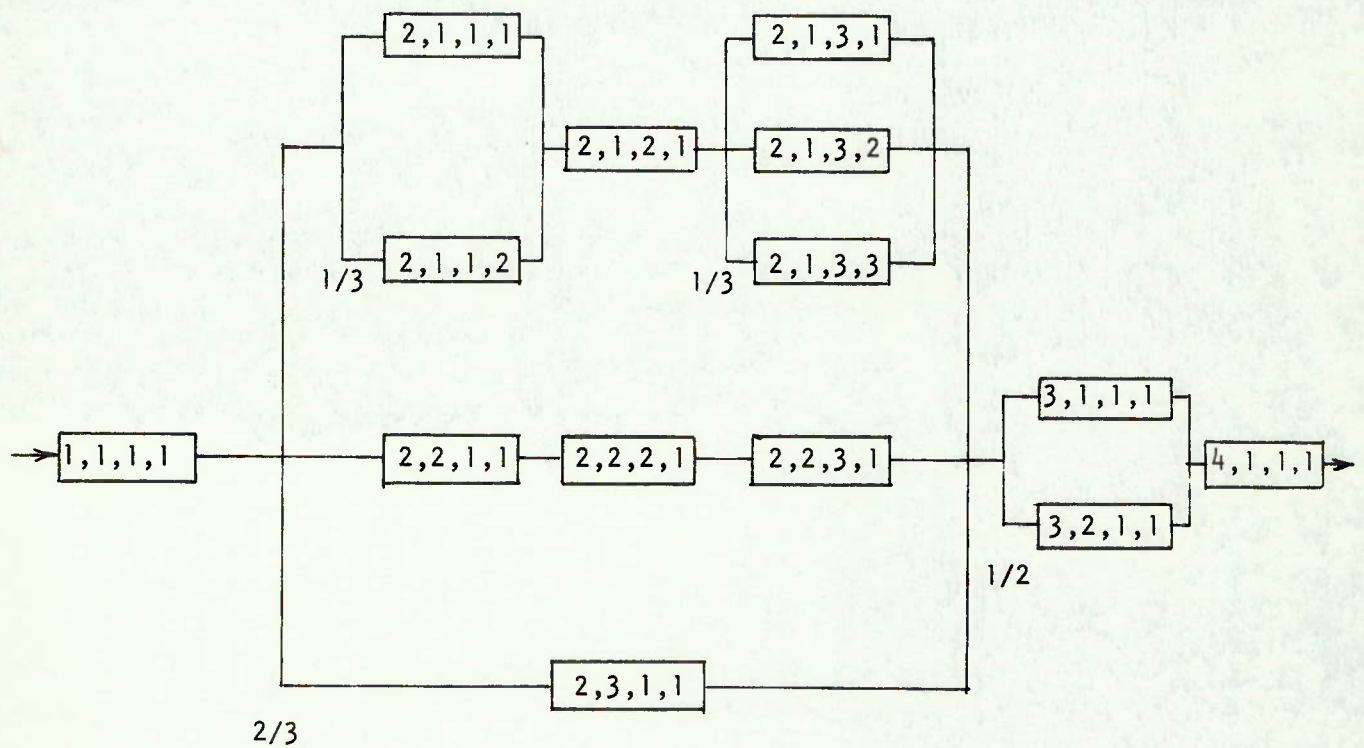


FIG. 4 - Exemplo de designação de um sistema

2/3 - Especificação do número mínimo de elementos (ramos) em funcionamento dentro de um componente (bloco). Por exemplo, 2/3 indica que deve haver pelo menos dois ramos em funcionamento no bloco, que é constituído por três ramos.



- Weibull
- Lognormal
- Normal.

c) Distribuições de tempos de falha consideradas para o sistema: as mesmas acima.

d) O programa está escrito na linguagem - FORTRAN-IV para o computador Burroughs B-6700, e utiliza 4 subrotinas da biblioteca do Centro de Computação Eletrônica da USP, que executam as seguintes tarefas:

- USPLH - Para plotagem de funções
- GFIT - Executa o teste de aderência do qui-quadrado.
- MDNOR - Obtém a função distribuição normal padronizada.
- MGAMMA - Obtém a função gama.

#### 7.2.4 Hipóteses Básicas

As seguintes hipóteses básicas foram admitidas:

- a) As distribuições dos tempos de falha e de reparo de cada elemento são independentes das respectivas distribuições dos demais.
- b) A distribuição dos tempos de falha de um elemento é independente da distribuição dos tempos de reparo do elemento.
- c) Ao ser reparado um elemento retorna à condição de novo.

### 7.3 PREPARAÇÃO DOS DADOS DE ENTRADA

#### Grupo 1 de cartões (dados gerais)

Este grupo constitui-se de um só cartão, através do qual são introduzidas as variáveis abaixo:

Cartão único FORMATO (15, 3F10.3)

NE = número de elementos do sistema

TMIS = tempo da missão em horas

TIN = tempo de reparo no qual a manutibilidade vai ser avaliada, em horas.

CONF = nível de confiança,  $0 < CONF < 1$ .

#### Grupo 2 de cartões (dados sobre os elementos do sistema).

Este grupo conterá tantos conjuntos de dois cartões como explicado abaixo quantos forem os elementos do sistema:

Cartão 1 FORMATO (3A6)

NOMEL = nome do elemento

Cartão 2 FORMATO (4I2,5X,1I,3F8,2,1X,12,3F8.2)

I = bloco em série

J = ramo em paralelo do bloco I

K = componente em série do ramo J

L = elemento em paralelo do componente K

II = tipo de distribuição dos tempos até a falha do elemento.

= 1 exponencial

= 2 Erlang

= 3 Weibull

= 4 Lognormal

= 5 normal

A1 = 1º parâmetro da distribuição dos tempos até a falha

Exponencial =  $\lambda$  (vide Eq.13)

Erlang =  $k$  (vide Eq.14)

Weibull =  $\gamma$  (vide Eq.16)

Lognormal =  $\mu$  (vide Eq.18)

Normal =  $\mu$  (média)

B1 = 2º parâmetro da distribuição dos tempos até a falha

Exponencial = 0

Erlang =  $\lambda$  (vide Eq.14)

Weibull =  $\alpha$  (vide Eq.16)

Lognormal =  $\sigma$  (vide Eq.18)

Normal =  $\sigma$  (desvio-padrão)

C1 = 3º parâmetro da distribuição dos tempos até a falha

Exponencial = 0

Erlang = 0

Weibull =  $\beta$  (vide Eq.16)

Lognormal = 0

Normal = 0

I2 = tipo de distribuição dos tempos de reparo (vide explicação de I1)

A2 = 1º parâmetro da distribuição dos tempos de reparo (vide explicação de A1)

B2 = 2º parâmetro da distribuição dos tempos de reparo (vide explicação de B1)

C2 = 3º parâmetro da distribuição dos tempos de reparo (vide explicação de C1).

Grupo 3 de cartões (número mínimo de ramos em paralelo necessário para que o respectivo bloco funcione).

Este grupo conterá o número de cartões necessários para que sejam introduzidos os dados sobre todos os blocos, tendo cada cartão 40 blocos.

CARTÃO i   FORMATO (4012)  
 I           = bloco em série (12)  
 NRFM2      = número mínimo de ramos em paralelo (12)

Grupo 4 de cartões (número mínimo de elementos em funcionamento para que o respectivo componente funcione).

Este grupo conterá o número de cartões necessários para que sejam introduzidos os dados sobre todos os componentes, tendo cada cartão 8 componentes.

CARTÃO i   FORMATO (8(312,14)  
 I           = bloco em série (12)  
 J           = ramo em paralelo do bloco I (12)  
 K           = componente em série do ramo J (12)  
 NRFM4      = número mínimo de elementos em paralelo (14)-

## 7.4 PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL

### 7.4.1 Descrição Geral

Temos um sistema complexo descrito de maneira que sua configuração e as distribuições dos tempos de falha e de reparo de todos seus elementos esteja bem definida. De-seja-se determinar os parâmetros de confiabilidade, manutibilidade e disponibilidade do sistema.

Utilizando-se o método descrito adiante, a vida do sistema é simulada até o instante em que tenham ocorrido

n falhas e os n tempos de reparo correspondentes. Com isso ob-  
têm-se uma amostra de n tempos de falha  $\{T_{f1}, T_{f2}, \dots, T_{fn}\}$   
e uma amostra de n tempos de reparo  $\{T_{r1}, T_{r2}, \dots, T_{rn}\}$ .

#### 7.4.2 Determinação do número NSIM de simulações de falhas

O valor de NSIM é determinado pelo programa de modo que tanto o tempo médio até a falha como o tempo médio de reparo do sistema sejam estimados com uma precisão superior a 10% no nível de confiança de 90%. A cada 50 simulações o programa verifica se a precisão desejada foi atingida.

Este é um problema de dimensionamento de amostra de população não normal de variância não conhecida.

Pode-se provar [15] que, se X tem uma distribuição qualquer com média  $\mu$ , e  $E[(X - \mu)^k] = \mu_k$  existe para  $k = 2, 3, 4$ , então a variância da amostra  $S^2$  converge em probabilidade para a variância da população  $\sigma^2$ . Assim sendo, na igualdade

$$\frac{\sqrt{n} (\bar{X} - \mu) / \sigma}{\sqrt{S^2 / \sigma^2}} = \frac{\sqrt{n} (\bar{X} - \mu)}{S}$$

onde  $\bar{X}$  é a média da amostra, o numerador do primeiro membro tem uma distribuição limite que é  $N(0,1)$  de acordo com o Teorema do Limite Central, e o denominador converge em probabilidade para 1. Portanto, o segundo membro tem uma distribuição limite que é  $N(0,1)$ . Isto nos autoriza a utilizar, para amostras grandes, a aproximação abaixo:

Desejamos a estimativa de  $\mu$  com 10% de precisão no nível de confiança de 90%, portanto:

$$\frac{\sqrt{n} (\bar{X} - 0,9\bar{X})}{s} = \xi_{0,45} = 1,64$$

ou

$$n = \frac{100 \times 1,64^2 \times s^2}{\bar{X}^2} \quad (69)$$

Como as variáveis utilizadas no programa são:

- FMED - Tempo médio até a falha
- VAR - Variância dos tempos até a falha
- FMEDI - Tempo médio de reparo
- VARI - Variância dos tempos de reparo
- NAC - Tamanho requerido para a amostra dos tempos até a falha.
- NACI - Tamanho requerido para a amostra dos tempos de reparo.
- NSIM - Número de simulações de tempos de falha e de reparo (múltiplo de 50).

temos:

$$NAC = \frac{100 \times 1,64^2 \times VAR}{FMED^2} \quad (69)$$

$$NACI = \frac{100 \times 1,64^2 \times VARI}{FMEDI^2} \quad (70)$$

A cada 50 simulações são feitas, então, as comparações de NAC e NACI com NSIM, utilizando-se os valores de

FMED, FMEDI, VAR E VARI até então obtidos, e a simulação prossegue até que tanto NAC como NACI sejam menores que NSIM, ou então que NSIM atinja 10.000.

#### 7.4.3 Geração dos tempos até a falha e tempos de reparo dos elementos.

A geração dos tempos até a falha e tempos de reparo dos diversos elementos é feita pela subrotina PROB, com base nas respectivas distribuições e parâmetros que são dados de entrada.

Os métodos de geração utilizados, obtidos da referência | 26 |, são descritos sucintamente a seguir.

##### a) Distribuição exponencial

Função densidade :  $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ ,  $\lambda > 0$  e  $t \geq 0$

Função distribuição:  $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$

Parâmetro de entrada:  $A1 = \lambda$

É usado o método da transformação inversa, que consiste em gerar um número aleatório  $r$  entre 0 e 1, igualá-lo a  $F(t)$ , e então obter a variável  $t$  segundo a distribuição desejada. Devido à simetria da distribuição uniforme de  $r$ ,  $F(t)$  e  $1-F(t)$  são intercambiáveis, e pode-se fazer:

$$r = e^{-\lambda t}$$

e portanto:

$$t = - \left( \frac{1}{\lambda} \right) \ln r \quad (70A)$$

b) Distribuição de Erlang

$$\text{Função densidade : } f(t) = \frac{\lambda^k t^{(k-1)} e^{-\lambda t}}{(k-1)!}$$

$$k = 0, 1, 2, \dots; \lambda > 0 \text{ e } t \geq 0$$

$$\text{Função distribuição : } F(t) = \sum_{j=0}^{k-1} \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^j}{j!}$$

$$\text{Parâmetros de entrada : } A_1 = k; A_2 = \lambda$$

A geração é feita através da soma de  $k$  variáveis exponenciais independentes de parâmetro  $\lambda$ , ou seja:

$$t = \sum_{i=1}^k x_i = -\frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^k \ln r_i = -\frac{1}{\lambda} \left( \ln \prod_{i=1}^k r_i \right) \quad (71)$$

c) Distribuição de Weibull

$$\text{Função densidade: } f(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left( \frac{t-\gamma}{\alpha} \right)^{\beta-1} \cdot \exp \left[ -\left( \frac{t-\sigma}{\alpha} \right) \right]$$

$$\text{Função distribuição: } F(t) = 1 - \exp \left[ -\left( \frac{t-\sigma}{\alpha} \right)^\beta \right]$$

$$t \geq \gamma; \gamma \geq 0; \alpha > 0; \beta > 0$$

$$\text{Parâmetros de entrada: } A_1 = \gamma; A_2 = \alpha; A_3 = \beta$$

Usando-se o método de transformação inversa:

$$r = e^{-\left( \frac{t-\gamma}{\alpha} \right)^\beta}$$



$$t = \gamma + \alpha (-\ln r)^{1/\beta} \quad (73)$$

d) Distribuição normal

$$\text{Função densidade: } f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Função distribuição: não existe em forma explícita.

Parâmetros de entrada:  $A_1 = \mu$ ;  $A_2 = \sigma$

O método utilizado consiste na geração de dois números aleatórios  $r_1$  e  $r_2$  para a posterior obtenção de:

$$z = (-2 \ln r_1)^{1/2} \cos -2\pi r_2 \quad (74)$$

que se distribui segundo uma normal padronizada.

Então a variável normal desejada é obtida por

$$t = \mu + \sigma z \quad (74)$$

e) Distribuição Lognormal

Se o logaritmo neperiano de uma variável aleatória  $T$  tem uma função densidade dada por

$$f(y) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2} \quad -\infty < y < \infty$$

onde  $\ln t = y$ ,  $t > 0$ , então  $T$  tem uma distribuição lognormal. Os parâmetros  $\mu_y$  e  $\sigma_y^2$  correspondem à média e variância de  $y$ .

Os parâmetros de entrada para o programa são:

$A_1 = \mu_t$  e  $A_2 = \sigma_t$ , respectivamente média e desvio padrão da lognormal T.

O valor da lognormal é gerado através da relação

$$t = e^{-(\mu_y + \sigma_y Z)} \quad (75)$$

onde

$$\mu_y = \ln \mu_t - \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{\sigma_t^2}{\mu_t^2} + 1 \right] \quad (76)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\ln \left[ \frac{\sigma_t^2}{\mu_t^2} + 1 \right]} \quad (77)$$

e Z é uma variável normal padronizada gerada através de

$$z = (-2 \ln r_1)^{1/2} \cdot \cos 2\pi r_2$$

#### 7.4.4 Geração da Amostra

O procedimento para geração da amostra, executado pelas sub-rotinas SIMULA, INOPER e MÍNIMO, é descrito a seguir de maneira resumida.

A simulação é feita por eventos, os quais são instantes de falha ou de volta a operação dos elementos (nível L). O relógio avança de evento a evento em ordem cronológica, e ao chegar a um evento é verificado o que ocorre com os níveis K, J e I em consequência daquele.

Inicialmente são gerados os primeiros tempos de falha de todos os elementos de acordo com as respectivas distribuições, e as variáveis de estado de todos os I, J, K e L são colocadas em 0 (o que significa que estão em funcionamento).

Em seguida é calculado qual é o instante de falha mais

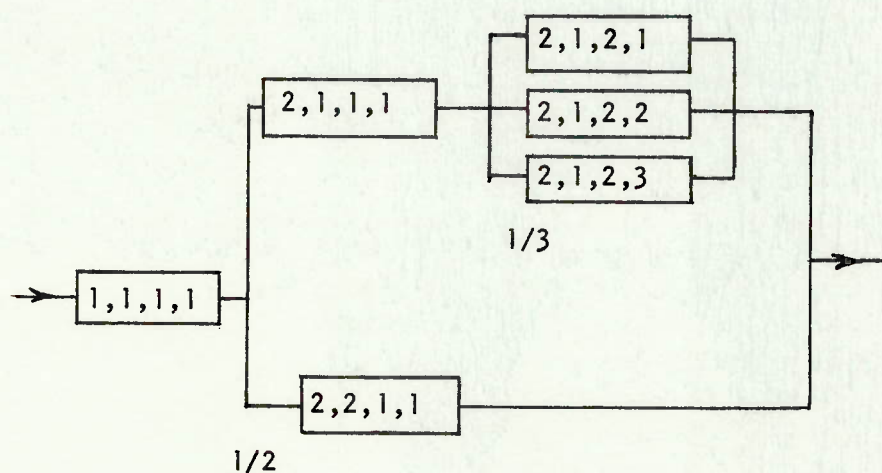
cedo, que será o próximo evento do sistema. O elemento que falhou tem sua variável de estado colocada em 1, e é feita a verificação se as variáveis de estado dos demais níveis devem ser alteradas. É gerado então o tempo de reparo do elemento que falhou, que será seu próximo evento.

A seguir o programa calcula qual será o próximo evento do sistema e o processo se repete.

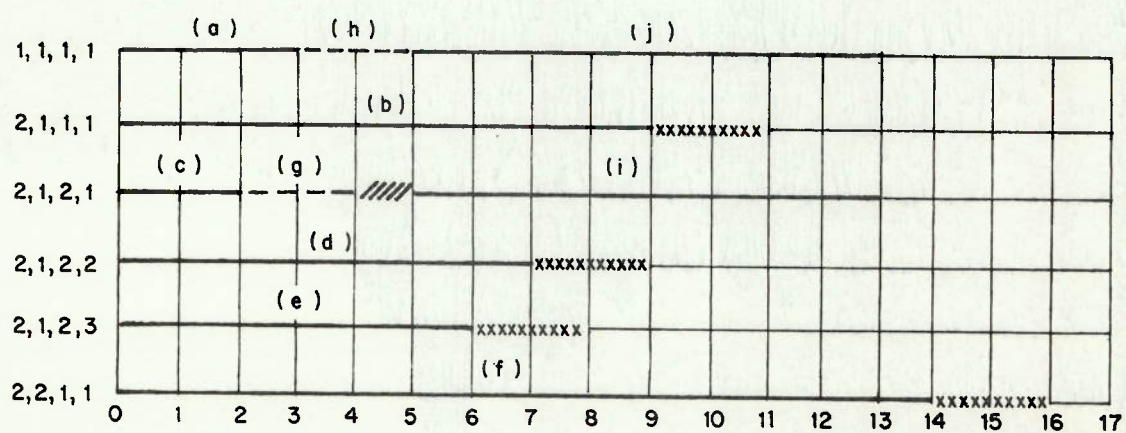
Os tempos até a falha e tempos inoperantes do sistema são guardados para a posterior obtenção das diversas estatísticas.

Um exemplo gráfico relativo a um sistema extremamente simples ilustrará o processo:

Seja o sistema:



Na figura a seguir os segmentos cheios representam tempos operacionais e os tracejados tempos inoperantes. As letras sobre os segmentos representam a ordem em que os tempos são gerados pelo computador ao simular a vida do sistema. Os segmentos marcados xxx e /// serão explicados a seguir.



1º PASSO: Gerar os tempos de falha (a), (b), (c), (d), (e) e (f) para todos os elementos do sistema.

| Elemento | Instante do próximo evento do elemento | Estado do elemento (I,J,K,L) | Estado do componente (I,J,K) | Estado do ramo (I, J) | Estado do bloco (I) |
|----------|--|------------------------------|------------------------------|-----------------------|---------------------|
| 1,1,1,1  | 3                                      | 0                            | 0                            | 0                     | 0                   |
| 2,1,1,1  | 9                                      | 0                            | 0                            |                       |                     |
| 2,1,2,1  | 2                                      | 0                            |                              |                       |                     |
| 2,1,2,2  | 7                                      | 0                            | 0                            | 0                     | 0                   |
| 2,1,2,3  | 6                                      | 0                            |                              |                       |                     |
| 2,2,1,1  | 14                                     | 0                            | 0                            | 0                     |                     |

Estado do sistema : 0

Próximo evento do sistema : instante 2, relativo ao elemento (2,1,2,1).

2º PASSO: Gerar o tempo de reparo (g) para o elemento  
(2,1,2,1). Temos, agora :

| Elemento | Instante do próximo evento do elemento | Estado do elemento (I,J,K,L) | Estado do componente (I,J,K) | Estado do ramo (I,J) | Estado do bloco (I) |
|----------|--|------------------------------|------------------------------|----------------------|---------------------|
| 1,1,1,1  | 3                                      | 0                            | 0                            | 0                    | 0                   |
| 2,1,1,1  | 9                                      | 0                            | 0                            | 0                    | 0                   |
| 2,1,2,1  | 4                                      | 1                            | 0                            |                      |                     |
| 2,1,2,2  | 7                                      | 0                            |                              |                      |                     |
| 2,1,2,3  | 6                                      | 0                            |                              |                      |                     |
| 2,2,1,1  | 14                                     | 0                            | 0                            | 0                    |                     |

Estado do sistema : 0

Próximo evento do sistema: instante 3, relativo ao elemento  
(1,1,1,1).

3º PASSO: Gerar o tempo de reparo (h) para o elemento  
(1,1,1,1)

| Elemento | Instante do próximo evento do elemento | Estado do elemento (I,J,K,L) | Estado do componente (I,J,K) | Estado do ramo (I,J) | Estado do bloco (I) |
|----------|--|------------------------------|------------------------------|----------------------|---------------------|
| 1,1,1,1  | 5                                      | 1                            | 1                            | 1                    | 1                   |
| 2,1,1,1  | 9                                      | 0                            | 0                            | 0                    | 0                   |
| 2,1,2,1  | 4                                      | 1                            | 0                            |                      |                     |
| 2,1,2,2  | 7                                      | 0                            |                              |                      |                     |
| 2,1,2,3  | 6                                      | 0                            |                              |                      |                     |
| 2,2,1,1  | 14                                     | 0                            |                              |                      |                     |

Estado do sistema: 1

0 sistema falhou, e o primeiro tempo de falha observado foi 3. Ele permanecerá inoperante até que o elemento .. (1,1,1,1) seja reparado, pois nesse intervalo de tempo:

- a) Nenhum elemento que estava em funcionamento falhará pois todos ficarão parados. O instante do próximo evento desses elementos será acrescido do intervalo de tempo em que (1,1,1,1) fica parado, ou seja 2 unidades de tempo (admite-se que a interrupção do funcionamento não influi sobre o tempo de funcionamento efetivo até a falha). Isso ocorre para os elementos (2,1,1,1), (2,1,2,2) (2,1,2,3) e (2,2,1,1) e está representado pelos respectivos segmentos xxxx.
- b) Um elemento que estava quebrado e tem seu reparo terminado antes do término do reparo de (1,1,1,1)

não põe o sistema em funcionamento. Por isso o seu término de reparo é adiado para o instante de reparo de (1,1,1,1). Isso ocorre com (2,1,2,1) e é representado pelo segmento ///. Além disso já é gerado seu novo instante de falha (i), e ele é colocado na condição 0.

4º PASSO: Fazer as atualizações mencionadas acima e gerar o tempo de falha (j) para o elemento (1,1,1,1).

| Elemento | Instante do próximo evento do elemento | Estado do elemento (I,J,K,L) | Estado do componente (i,J,K) | Estado do ramo (I,J) | Estado do bloco (I) |
|----------|--|------------------------------|------------------------------|----------------------|---------------------|
| 1,1,1,1  | 13                                     | 0                            | 0                            | 0                    | 0                   |
| 2,1,1,1  | 11                                     | 0                            | 0                            |                      |                     |
| 2,1,2,1  | 13                                     | 0                            |                              |                      |                     |
| 2,1,2,2  | 9                                      | 0                            | 0                            | 0                    | 0                   |
| 2,1,2,3  | 8                                      | 0                            |                              |                      |                     |
| 2,2,1,1  | 16                                     | 0                            | 0                            | 0                    |                     |

0 sistema voltou a funcionar e o tempo inoperante observado foi 2.

0 processo prossegue até que seja gerada a amostra de tamanho adequado.



#### 7.4.5 Determinação do tempo médio até a falha (MTTF)

Após ter sido verificado que a amostra de tempos até a falha tem o tamanho adequado (ou que foram gerados --- 10.000 tempos sem que atingida a precisão desejada) o programa calcula a média dos tempos até a falha.

#### 7.4.6 Determinação do limite inferior assintótico de confiança do tempo médio até a falha.

Sejam  $\mu$  o tempo médio até a falha do sistema e MTTF e S respectivamente a média e o desvio padrão da amostra  $\{T_{f1}, T_{f2}, \dots, T_{fn}\}$  dos tempos de falha, que admitimos a leatôria. Então  $\frac{\sqrt{n} (MTTF - \mu)}{S}$  converge em probabilidade para uma normal padrão.

Assim sendo,

$$\mu = MTTF - \frac{\xi_{1-\alpha} \cdot S}{\sqrt{n}} \quad (75)$$

é um limite inferior assintótico de  $\mu$  no nível de confiança 100 (1- $\alpha$ )%. O programa utiliza como dado de entrada o nível de confiança P na forma (1- $\alpha$ ), por exemplo 0,95, e  $\xi_{1-\alpha}$  é obtido através da fórmula empírica [23] :

$$\xi = T - \frac{(2,515517 + 0,802853 \cdot T + 0,010328 \cdot T^2)}{1 + 1,432788 \cdot T + 0,189269 \cdot T^2 + 0,001308 \cdot T^3} \quad (76)$$

para um nível de confiança maior ou igual a 0,50, onde:

$$T = \sqrt{\ln [1/(1-P)^2]} \quad (77)$$

Para um nível de confiança inferior a 0,50:

$$T = \sqrt{\ln [1/P^2]} \quad (78)$$

e recebe o sinal negativo.

#### 7.4.7 Determinação da Confiabilidade num tempo de missão arbitrário.

A confiabilidade do sistema num tempo de missão TMIS especificado pelo usuário é estimada pela razão entre o número de vezes em que o tempo entre falha do sistema supera TMIS e o número total de elementos da amostra NSIM.

#### 7.4.8 Determinação do limite inferior de confiança da confiabilidade num nível de confiança arbitrário (1 - $\alpha$ )

O limite inferior é obtido pelo seguinte procedimento:

Chamando-se:

$t$  = tempo da missão

$T_{fi}$  -  $i$ -ésimo tempo até a falha do sistema.

Definamos:

$$x_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } T_{fi} \geq t \\ 0, & \text{se } T_{fi} < t \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Portanto  $x_i(t) = Bi(1, R_s(t))$ , onde  $R_s(t)$  é a confiabilidade do sistema no tempo  $t$  e  $Bi(1, p)$  é uma binomial de parâmetros 1 e  $p$  (ou Bernouilli de parâmetro  $p$ ).

Consequentemente

$$\sum_{i=1}^n x_i(t) = B_i(n, R_s(t))$$

Assim,  $R_s(t)$  pode ser visto como o parâmetro de uma binomial. Como para este problema admitimos que  $n$  é grande,  $p$  não é pequeno, nem muito próximo de 1 e a amostra provém de uma população infinita, então a distribuição normal pode ser usada como aproximação da binomial. Portanto, um limite inferior de confiança assintótico para a confiabilidade ALIR pode ser calculado por:

$$ALIR = R_s(t) - \xi_{1-\alpha} \sqrt{S^2(R_s(t))} \quad (79)$$

onde

$$S^2(R_s(t)) = \frac{R_s(t) [1 - R_s(t)]}{n} \quad (80)$$

e  $\xi$  é o valor da variável normal padrão correspondente ao nível de confiança  $(1-\alpha)$ .

#### 7.4.9 Determinação da distribuição dos tempos até a falha do sistema.

Obtida a amostra dos tempos até a falha do sistema, o programa tenta ajustar uma distribuição teórica, na seguinte ordem:

- Exponencial
- Erlang
- Weibull
- Lognormal
- Normal

A seqüência do procedimento é a seguinte:

- a) Os tempos observados são colocados em ordem crescente pela subrotina ORDEM;
- b) Em seguida o controle é passado à subrotina AJUST, que inicialmente calcula o número de classes em que os dados serão subdivididos, para o teste de aderência, segundo a técnica de Mann e Wald [17]:

$$K = 4 \times \sqrt[5]{\frac{2 \times (n-1)^2}{\xi^2}} \quad (81)$$

onde:

- $K'$  = número de classes, igual ao inteiro mais próximo de  $K$
- $n$  = número de elementos da amostra (NSIM)
- $\xi$  = variável normal padrão correspondente ao nível de confiança.

- c) a subrotina LIMIT determina, então, para cada distribuição considerada, os limites de cada classe, limites estes tais que igualam as frequências esperadas de cada classe. Isto significa que cada classe tem frequência relativa esperada igual a  $1/K$ , e os valores da função distribuição nos limites das classes são  $0, 1/K, 2/K, \dots, \frac{k-1}{K}, 1$ .

Chamando-se FDI e FDS os valores da função distribuição nos limites inferior e superior de uma classe qualquer, os valores correspondentes TI e TS da variável são obtidos da seguinte maneira:

I) Distribuição Exponencial

Como  $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$  segue-se que  $t = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-F(t))$

Dispõe-se da estimativa  $\frac{1}{\text{FMED}}$  para o parâmetro  $\lambda$  (cf.3.4.1),

onde FMED é a média da amostra. Logo

$$T1 = - \text{FMED} \times \ln(1-FD1) \quad (82)$$

$$T5 = - \text{FMED} \times \ln(1-FD5) \quad (83)$$

II) Distribuição de Erlang

A função distribuição da Erlang é:

$$F(t) = 1 - \sum_{j=0}^{k-1} \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^j}{j!} = 1 - \left[ \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \dots + \frac{(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!} \right]$$

Dispõe-se das seguintes estimativas para  $k$  e  $\lambda$  (cf.3.4.2):

$$\hat{k} = \frac{\overline{\text{FMED}}^2}{\text{VAR}(1+2/\text{NSIM})} - \frac{5}{\text{NSIM}}$$

$$\hat{\lambda} = \frac{\hat{k}}{\text{VAR}}$$

Primeiramente é verificado se  $\hat{k}$  está num intervalo  $[l-0,2, l+0,2]$ , onde  $l$  é um inteiro positivo. Caso positivo  $\hat{k}$  assume o valor  $l$ , e em caso contrário é abandonada esta distribuição.

O valor de  $t$  não pode ser obtido diretamente a partir da expressão de  $F(t)$ , e por isso neste caso o programa utiliza o método iterativo de Newton [13] para buscar a solução.

ções das equações:

$$1 - \left[ \hat{\lambda}(TI) + \frac{[\hat{\lambda}(TI)]^2}{2!} + \dots + \frac{[\hat{\lambda}(TI)]^{k-1}}{(k-1)!} \right] - FDI = 0 \quad (84)$$

$$1 - \left[ \hat{\lambda}(TS) + \frac{[\hat{\lambda}(TS)]^2}{2!} + \dots + \frac{[\hat{\lambda}(TS)]^{k-1}}{(k-1)!} \right] - FDS = 0 \quad (85)$$

### III) Distribuição de Weibull

É considerado o caso em que o parâmetro de localização é nulo, e portanto a função distribuição é dada por:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta} \quad t \geq 0; \alpha > 0; \beta > 0$$

donde

$$t = \alpha e^{\frac{1}{\beta} \ln[-\ln(1-F(t))]}$$

Dispõe-se das estimativas para  $\alpha$  e  $\beta$  obtidas da solução das equações (30) e (31), feita através do método iterativo, e com o uso da subrotina MGAMMA.

Então, tem-se:

$$TI = \hat{\alpha} \exp \left[ \frac{1}{\hat{\beta}} \ln(-\ln(1-FDI)) \right] \quad (86)$$

$$TS = \hat{\alpha} \exp \left[ \frac{1}{\hat{\beta}} \ln(-\ln(1-FDS)) \right] \quad (87)$$

### IV) Distribuição Normal

A função A(P) calcula a variável normal padronizada para um dado valor da função distribuição, ou seja, faz correspon-

der a FDI e FDS os valores  $\xi_I$  e  $\xi_S$ , respectivamente. Dispõe-se das estimativas FMED e VAR, respectivamente média e variância da amostra.

Portanto:

$$TI = FMED + \xi_I \sqrt{VAR} \quad (88)$$

$$TS = FMED + \xi_S \sqrt{VAR} \quad (89)$$

#### V) Distribuição Lognormal

Dispõe-se das estimativas  $\hat{\mu}_t$  e  $\hat{\sigma}_t^2$  para  $\mu_t$  e  $\sigma_t^2$ , das equações (32) e (33), e válidas para a variável lognormal T.

Além disso, existe a seguinte relação entre os parâmetros  $\mu_t$  e  $\sigma_t^2$  e os parâmetros  $\mu_y$  e  $\sigma_y^2$  da variável  $y = \ln T$ , que é normal [26]:

$$\mu_y = \ln \mu_t - \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{\sigma_t^2}{\mu_t^2} + 1 \right]$$

$$\sigma_y^2 = \ln \left[ \frac{\sigma_t^2}{\mu_t^2} + 1 \right]$$

Pode-se, então, determinar  $\xi_I$  e  $\xi_S$  como mostrado em IV, e fazer

$$YI = \hat{\mu}_y + \xi_I \cdot \hat{\sigma}_y$$

$$YS = \hat{\mu}_y + \xi_S \cdot \hat{\sigma}_y$$

E em seguida obtêm-se TI e TS por:

$$TI = e^{-(XI)} \quad (90)$$

$$TS = e^{-(YS)} \quad (91)$$

- d) Após terem sido obtidos os limites das classes; a subrotina AJUST calcula as frequências observadas  $O_i$  e as frequências teóricas  $E_i$  para cada classe, e a estatística  $(O_i - E_i)^2/NSIM$ .
- e) Em seguida é chamada a subrotina GFIT, de biblioteca, que executa o teste de aderência do  $\chi^2$ . O procedimento descrito neste ítem é repetido até que uma distribuição seja ajustada, ou então que sejam esgotadas as distribuições consideradas.

#### 7.4.10 Determinação da função confiabilidade

Os valores da confiabilidade teórica e observada para 20 tempos são calculados e em seguida impressos sob forma de tabela e plotados num gráfico através da subrotina USPLX. A confiabilidade teórica no tempo  $t$  é calculada a partir da distribuição teórica ajustada pela fórmula.

$$R(t) = 1 - F(t)$$

A confiabilidade observada no tempo  $t$  é expressa pela razão entre o número de tempos de falha gerados superiores a  $t$  e o número total de observações.



#### 7.4.11 Determinação da função taxa de falha

As taxas de falha são calculadas para 20 intervalos de tempo, pelas fórmulas:

$$FR_{OBS} = \frac{R_{OBS}(t_2) - R_{OBS}(t_1)}{(t_2 - t_1) R_{OBS}(t_1)} \quad (92)$$

$$FR_{TEOR} = \frac{R_{TEOR}(t_2) - R_{TEOR}(t_1)}{(t_2 - t_1) R_{TEOR}(t_1)} \quad (93)$$

onde

$FR_{OBS}$  = taxa de falha observada

$FR_{TEOR}$  = taxa de falha teórica

$t_2$  = limite superior do intervalo de tempo

$t_1$  = limite inferior do intervalo de tempo

$R_{OBS}(t)$  = confiabilidade observada no tempo  $t$

$R_{TEOR}(t)$  = confiabilidade teórica no tempo  $t$

#### 7.4.12 Determinação da função taxa instantânea de falha

A taxa instantânea de falha é estimada para 20 tempos, pela fórmula (equação (7))

$$z(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

utilizando para tanto a subrotina DDF, que calcula o valor da função densidade de probabilidade para um dado valor da variã

vel aleatória.

#### 7.4.13 Determinação do tempo médio de reparo

O procedimento é inteiramente análogo ao da determinação do tempo médio até a falha (cf.7.4.5): após ter sido gerada a amostra de tempos inoperantes e verificado que o tamanho da mesma é suficiente para a precisão desejada, e estimada a média desses tempos.

#### 7.4.14 Determinação do limite superior assintótico de confiança do tempo médio de reparo.

Também aqui o procedimento é semelhante ao do caso do tempo médio até a falha.

Chamando:

ALSAMI - limite superior assintótico de confiança do tempo médio de reparo

FMEDI - média da amostra de tempos de reparo

VARI - variância da amostra de tempos de reparo

NSIM - tamanho da amostra de tempos de reparo

Tem-se

$$\text{ALSAMI} = \text{FMEDI} + \frac{\xi_{1-\alpha} \cdot \sqrt{(\text{VARI})}}{\sqrt{\text{NSIM}}} \quad (94)$$

#### 7.4.15 Determinação da manutibilidade num tempo de reparo arbitrário.

Analogamente ao caso do cálculo de confiabilidade --

(cf.7.4.7), a manutibilidade num tempo dado TIN especificado pelo usuário é estimada pela razão entre o número de vezes em que o tempo inoperante é inferior a TIN e o número total de elementos da amostra NSIM.

7.4.16 Determinação do limite superior de confiança da manutibilidade num nível de confiança arbitrário (1- $\alpha$ )

É calculado de modo análogo ao limite inferior da confiabilidade (cf. 7.4.8).

7.4.17 Determinação da distribuição dos tempos de reparo.

Análogo a 7.4.9, utilizando-se a amostra de tempos de reparo.

7.4.18 Determinação da função manutibilidade

Análogo a 7.4.10. Os resultados são impressos em ta bela e plotados num gráfico.

7.4.19 Determinação da disponibilidade média

A disponibilidade média é estimada pela fórmula:

$$\bar{A} = \frac{1}{1 + \frac{MTTF}{MTTR}} \quad (95)$$

### 7.5 PROBLEMA - EXEMPLO

O programa foi aplicado a um radar utilizado em navios de várias marinhas de guerra, e cujo diagrama de blocos de confiabilidade é apresentado na Figura 5. Os dados relativos a tempos de falha e de reparo dos componentes foram obtidos da referência [24]. Os resultados são apresentados a seguir.

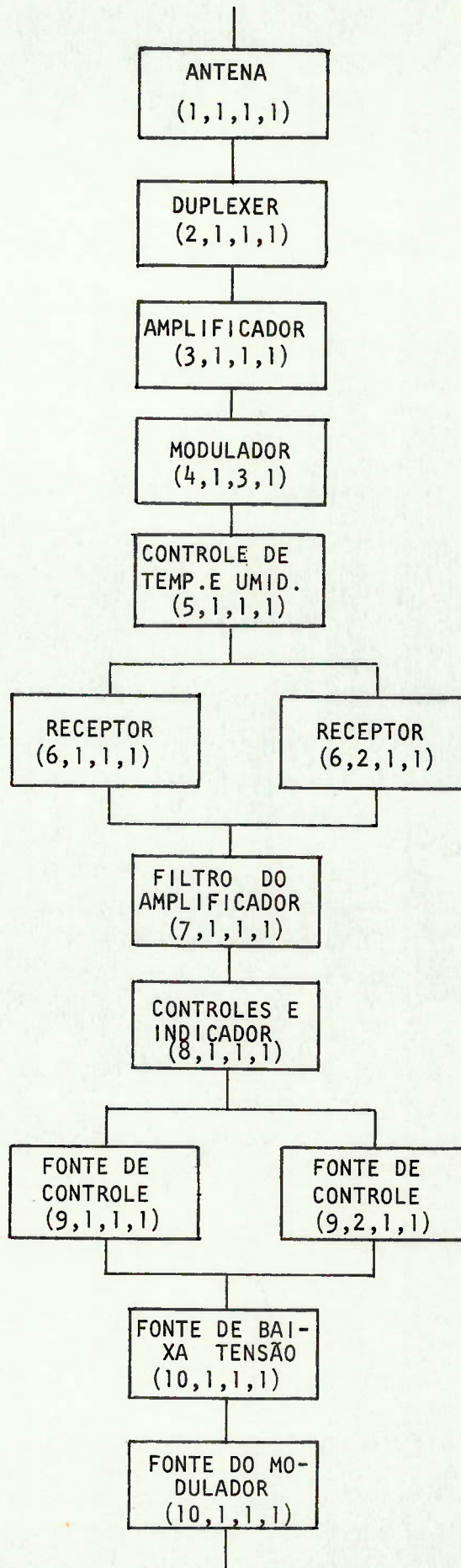


Fig. 5 - DIAGRAMA DE BLOCOS DE CONFIABILIDADE DO RADAR

```
*****  
*  
* DETERMINACAO DOS PARAMETROS DE CONFIABILIDADE *  
* MANUTIBILIDADE E DISPONIBILIDADE DE UM SISTEMA *  
*  
*****
```

```
*****  
*  
* DADOS DE ENTRADA *  
*  
*****
```





\*\*\*\*\*  
\*  
\* DADOS GERAIS \*  
\*  
\*\*\*\*\*

|                               |      |
|-------------------------------|------|
| TEMPO DA MISSAO EM HORAS..... | 72.0 |
| TEMPO DE REPARO EM HORAS..... | 24.0 |
| NIVEL DE CONFIANCA.....       | 0.95 |

NUMERO MINIMO DE RAMOS EM FUNCIONAMENTO

91.

BLOCO(I) NUMERO MINIMO

|    |   |
|----|---|
| 1  | 1 |
| 2  | 1 |
| 3  | 1 |
| 4  | 1 |
| 5  | 1 |
| 6  | 1 |
| 7  | 1 |
| 8  | 1 |
| 9  | 1 |
| 10 | 1 |
| 11 | 1 |

## NUMERO MINIMO DE ELEMENTOS EM FUNCIONAMENTO

BLOCO(I) RAMO(J) COMPONENTE(K) ELEMENTO(L)

|    |   |   |   |
|----|---|---|---|
| 1  | 1 | 1 | 1 |
| 2  | 1 | 1 | 1 |
| 3  | 1 | 1 | 1 |
| 4  | 1 | 1 | 1 |
| 5  | 1 | 1 | 1 |
| 6  | 1 | 1 | 1 |
| 6  | 2 | 1 | 1 |
| 7  | 1 | 1 | 1 |
| 8  | 1 | 1 | 1 |
| 9  | 1 | 1 | 1 |
| 9  | 2 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 |

\*\*\*\*\*  
\*  
\* RESULTADOS \*  
\*  
\*\*\*\*\*

```

*****
*
* RESULTADOS SOBRE TEMPOS ATE A FALHA *
*
*****

```

```

TAMANHO DA AMOSTRA..... 1100
TEMPO MEDIO ATE A FALHA (MTTF)..... 65.8
LIMITE INFERIOR DO MTTF..... 62.6
CONFIABILIDADE NO TEMPO 72.0.....0.367
LIMITE INFERIOR DA CONFIABILIDADE..0.343

```

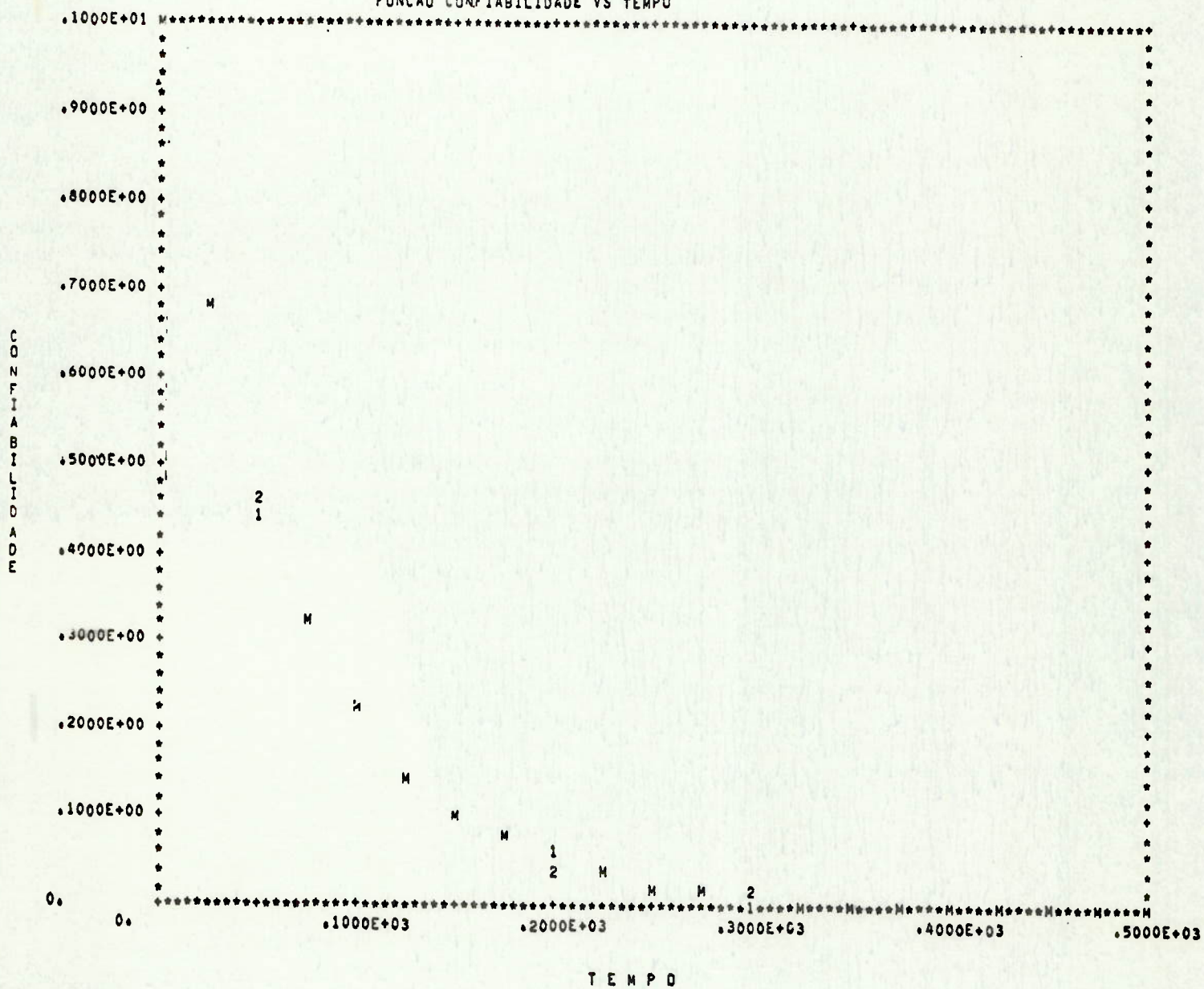
DISTRIBUICAO DOS TEMPOS ATE A FALHA

| TIPO        | PARAMETROS |        |        |
|-------------|------------|--------|--------|
|             | 1          | 2      | 3      |
| EXPONENCIAL | 0.0152     | 0.0000 | 0.0000 |

## FUNCAO CONFIABILIDADE

| TEMPO | OBSERVADA | TEORICA |
|-------|-----------|---------|
| 25.0  | 0.680     | 0.684   |
| 50.0  | 0.450     | 0.468   |
| 75.0  | 0.316     | 0.320   |
| 100.0 | 0.219     | 0.219   |
| 125.0 | 0.149     | 0.150   |
| 150.0 | 0.105     | 0.102   |
| 175.0 | 0.079     | 0.070   |
| 200.0 | 0.057     | 0.048   |
| 225.0 | 0.043     | 0.033   |
| 250.0 | 0.027     | 0.022   |
| 275.0 | 0.016     | 0.015   |
| 300.0 | 0.007     | 0.011   |
| 325.0 | 0.004     | 0.007   |
| 350.0 | 0.003     | 0.005   |
| 375.0 | 0.002     | 0.003   |
| 400.0 | 0.001     | 0.002   |
| 425.0 | 0.001     | 0.002   |
| 450.0 | 0.000     | 0.001   |
| 475.0 | 0.000     | 0.001   |
| 500.0 | 0.000     | 0.001   |

FUNCAO CONFIABILIDADE VS TEMPO



LEGENDA: 1-OBSERVADA; 2-TEORICA; M-COINCIDENCIA DAS CURVAS;

## FUNCAO TAXA DE FALHA

| INTERVALO    | OBSERVADA | TEORICA |
|--------------|-----------|---------|
| 0.0- 25.0    | 0.0128    | 0.0126  |
| 25.0- 50.0   | 0.0068    | 0.0063  |
| 50.0- 75.0   | 0.0040    | 0.0042  |
| 75.0- 100.0  | 0.0031    | 0.0032  |
| 100.0- 125.0 | 0.0026    | 0.0025  |
| 125.0- 150.0 | 0.0020    | 0.0021  |
| 150.0- 175.0 | 0.0014    | 0.0018  |
| 175.0- 200.0 | 0.0014    | 0.0016  |
| 200.0- 225.0 | 0.0011    | 0.0014  |
| 225.0- 250.0 | 0.0014    | 0.0013  |
| 250.0- 275.0 | 0.0015    | 0.0011  |
| 275.0- 300.0 | 0.0019    | 0.0011  |
| 300.0- 325.0 | 0.0015    | 0.0010  |
| 325.0- 350.0 | 0.0007    | 0.0009  |
| 350.0- 375.0 | 0.0009    | 0.0008  |
| 375.0- 400.0 | 0.0012    | 0.0008  |
| 400.0- 425.0 | 0.0000    | 0.0007  |
| 425.0- 450.0 | 0.0022    | 0.0007  |
| 450.0- 475.0 | 0.0000    | 0.0007  |
| 475.0- 500.0 | 0.0000    | 0.0006  |



## FUNCAO TAXA INSTANTANEA DE FALHA

| TEMPO | TAXA   |
|-------|--------|
| 25.0  | 0.0152 |
| 50.0  | 0.0152 |
| 75.0  | 0.0152 |
| 100.0 | 0.0152 |
| 125.0 | 0.0152 |
| 150.0 | 0.0152 |
| 175.0 | 0.0152 |
| 200.0 | 0.0152 |
| 225.0 | 0.0152 |
| 250.0 | 0.0152 |
| 275.0 | 0.0152 |
| 300.0 | 0.0152 |
| 325.0 | 0.0152 |
| 350.0 | 0.0152 |
| 375.0 | 0.0152 |
| 400.0 | 0.0152 |
| 425.0 | 0.0152 |
| 450.0 | 0.0152 |
| 475.0 | 0.0152 |
| 500.0 | 0.0152 |

```

*****
*
* RESULTADOS SOBRE TEMPOS DE REPARO *
*
*****

```

```

TEMPO MEDIO DE REPARO(MTTR)..... 8.8
LIMITE SUPERIOR DO MTTR..... 9.6
MANUTIBILIDADE NO TEMPO 24.0.....0.912
LIMITE INFERIOR DA MANUTIBILIDADE..0.898
DISPONIBILIDADE.....0.882

```

DISTRIBUICAO DOS TEMPOS DE REPARO

| TIPO        | PARAMETROS |        |        |
|-------------|------------|--------|--------|
|             | 1          | 2      | 3      |
| NAO AJUSTOU | 0.0000     | 0.0000 | 0.0000 |

## FUNCAO MANUTIBILIDADE

| TEMPO | OBSERVADA | TEORICA |
|-------|-----------|---------|
| 15.0  | 0.850     |         |
| 30.0  | 0.939     |         |
| 45.0  | 0.962     |         |
| 60.0  | 0.977     |         |
| 75.0  | 0.984     |         |
| 90.0  | 0.989     |         |
| 105.0 | 0.994     |         |
| 120.0 | 0.997     |         |
| 135.0 | 0.997     |         |
| 150.0 | 0.998     |         |
| 165.0 | 0.998     |         |
| 180.0 | 0.999     |         |
| 195.0 | 0.999     |         |
| 210.0 | 1.000     |         |
| 225.0 | 1.000     |         |
| 240.0 | 1.000     |         |
| 255.0 | 1.000     |         |
| 270.0 | 1.000     |         |
| 285.0 | 1.000     |         |
| 300.0 | 1.000     |         |



7.6 LISTAGEM DO PROGRAMA.



605 PARAMETROS DE CONFIABILIDADE, \*/34X, '\*', 48X, \*/34X, '\*' MANUTIB  
 7ILIDADE E DISPONIBILIDADE DE UM SISTEMA \*/34X, '\*', 48X, \*/34X, 50(  
 81H\*))

WRITE(6,9050)

9050 FORMAT(1H1,26(/),51X,20(1H\*)/51X, '\*', 18X, \*/51X, '\*' DADOS DE ENTRA  
 6DA \*/51X, '\*', 18X, \*/51X, 20(1H\*))

C  
 C LEITURA DO NUMERO DE ELEMENTOS, TEMPO DA MISSAO E NIVEL DE CONFIANC  
 C SA

READ(5,10) NE, TMIS, TIN, CONF

10 FORMAT(I5,3F10.3)

WRITE(6,9100)TMIS, TIN, CONF

9100 FOPMAT(1H1,52X,16(1H\*)/53X,1H\*,14X,1H\*/53X, '\*' DADOS GERAIS \*/53X,  
 61H\*,14X,1H\*/53X,16(1H\*),24(/),39X, 'TEMPO DA MISSAO EM HORAS',10(1H  
 7.),F7.1, //39X, 'TEMPO DE REPARO EM HORAS',10(1H.),F7.1, //39X, 'NIVEL  
 8 DE CONFIANCA',16(1H.),3X,F4.2)

C  
 C LEITURA DAS DISTRIBUICOES DE FALHAS E REPAROS

IMX=0.

JMX=0.

KMX=0.

LMX=0.

WRITE(6,9150)

9150 FORMAT(1H1,44X,27(1H\*)/45X,1H\*,25X,1H\*/45X,1H\*, ' CONFIGURACAO DO S  
 SISTEMA \*/45X,1H\*,25X,1H\*/45X,27(1H\*)////14X, 'ELEMENTO',17X, 'DIST  
 6RIBUICAO DOS TEMPOS DE FALHA',10X, 'DISTRIBUICAO DOS TEMPOS DE REPA  
 7RO' //10X, 'NOME',10X, 'CODIGO',8X, 'NOME',4X, 'COD',9X, 'PARAMETROS',13  
 8X, 'NOME',4X, 'COD',9X, 'PARAMETROS'/54X, '1',9X, '2',9X, '3',24X, '1',9X  
 9, '2',9X, '3', /)

DD 30 IG=1,NE

READ(5,19) (NOMEL(M),M=1,3)

19 FORMAT(3A6)

READ(5,20) I,J,K,L,I1,A1,B1,C1,I2,A2,B2,C2

20 FORMAT(4I2,5X,I1,3F8.2,9X,I1,3F8.2)

WRITE(6,9200)(NOMEL(M),M=1,3),I,J,K,L,NOMDI(I1,1),NOMDI(I1,2),I1,A  
 61,B1,C1,NOMDI(I2,1),NOMDI(I2,2),I2,A2,B2,C2

9200 FORMAT(3X,3A6,4I3,1X,2A6,1X,I1,2X,3(F9.4,1X),2A6,1X,I1,3(1X,F9.4))

IF( I .GT. IMX) IMX = I

IF( J .GT. JMX) JMX = J

IF( K .GT. KMX) KMX = K

IF( L .GT. LMX) LMX = L

IF(IMX.GT.IG.OR.JMX.GT.JD.OR.KMX.GT.KD.OR.LMX.GT.LD) GO TO 900

IJKL=((L-1)\*KD+K-1)\*JD+J-1)\*ID+I

AF(IJKL)=A1

BF(IJKL)=B1

CF(IJKL)=C1

AR(IJKL)=A2

BR(IJKL)=B2

CR(IJKL)=C2

TF(IJKL)=I1

TR(IJKL)=I2

30 CONTINUE

C  
 C LEITURA DE NRFM2(I)

READ(5,40) (NRFM2(I),I=1,IMX)

40 FORMAT(40I2)

```

WRITE(6,9250)
9250 FORMAT(1H1,40X,'NUMERO MINIMO DE RAMOS EM FUNCIONAMENTO'//45X,'BLO
6CO(I)',2X,'NUMERO MINIMO'//)
DO 42 I=1,IMX
WRITE(6,41)I,NRFM2(I)
41 FORMAT(48X,I2,11X,I1//)
42 CONTINUE

```

```

C
C
C
LEITURA DE NRFM4(I,J,K)

```

```

WRITE(6,9300)
9300 FORMAT(1H1,38X,'NUMERO MINIMO DE ELEMENTOS EM FUNCIONAMENTO'//38X,
6'BLOCO(I)',3X,'RAMO(J)',1X,'COMPONENTE(K)',1X,'ELEMENTO(L)'//)
DO 70 IG=1,1000
READ(5,50,END=80) (IA(I),JA(I),KA(I),NA(I),I=1,8)
50 FORMAT(3I2,I4,3I2,I4,3I2,I4,3I2,I4,3I2,I4,3I2,I4,3I2,I4)
DO 52 I=1,8
IF(IA(I).EQ.0)GO TO 52
WRITE(6,51)IA(I),JA(I),KA(I),NA(I)
51 FORMAT(40X,I2,9X,I1,9X,I2,13X,I1,//)
52 CONTINUE
DO 60 I=1,8
IJK=((KA(I)-1)*JD+JA(I)-1)*ID+IA(I)
IF( IJK .LT. 0 ) GO TO 70
NRFM4(IJK)=NA(I)
60 CONTINUE
70 CONTINUE
80 IMAX=IMX

```

```

C
C
C
DETERMINACAO DE JMAX (I)

```

```

DO 100 I=1,IMAX
JMAX(I)=1
DO 90 J=2,JMX
IJ11=(J-1)*ID+I
IF( AF(IJ11) ) 90,100,90
90 JMAX(I)=J
100 CONTINUE

```

```

C
C
C
DETERMINACAO DE KMAX(I,J)

```

```

DO 120 I=1,IMAX
DO 120 J=1,JMAX(I)
IJ=(J-1)*ID+I
KMAX(IJ)=1
DO 110 K=2,KMX
IJK1=((K-1)*JD+J-1)*ID+I
IF( AF(IJK1) ) 110,120,110
110 KMAX(IJ)=K
120 CONTINUE

```

```

C
C
C
DETERMINACAO DE LMAX(I,J,K)

```

```

DO 140 I=1,IMAX
DO 140 J=1,JMAX(I)
IJ=(J-1)*ID+I
DO 140 K=1,KMAX(IJ)
IJK=((K-1)*JD+J-1)*ID+I
LMAX(IJK)=1
DO 130 L=2,LMX

```



```

IJKL=(((L-1)*KD+K-1)*JD+J-1)*ID+I
IF( AF(IJKL) ) 130,140,130
130 LMAX(IJK)=L
140 CONTINUE
C
C   CALCULO DE CSI(1-ALFA)
C
C   CSI=A(CONF)
C
C   CALCULO DOS PARAMETROS DE CONFIABILIDADE
C
C   SOMFB=0.
C   SOMA=0.
C   SOMA2=0.
C   SOMIB=0.
C   SOMB=0.
C   SOMB2=0.
C   NS=50
C
C   DETERMINACAO DO TEMPO DE FALHA DO SISTEMA
C
C   DO 150 IG=1,200
C   IC=(IG-1)*NS+1
C   CALL SIMULA(IC,NS, TMIS, TIN, STFAL, S2TFAL, NFAL, SINOP, S2INOP, NIN)
C
C   CALCULO DA MEDIA E VARIANCIA DOS TEMPOS DE FALHA
C
C   SOMFB=SOMFB+FNFB
C   FNFB=NFAL
C   SOMA=SOMA+STFAL
C   SOMA2= SOMA2 + S2TFAL
C   SOMB=SOMB+SINOP
C   SOMB2=SOMB2+S2INOP
C   NSIM=IG*NS
C   FNSIM=NSIM
C   FMED= SOMA/FNSIM
C   SOMIB=SOMIB+NIN
C   FMED2= FMED*FMED
C   FMEDI=SOMB/(FNSIM-1.)
C   FMEDI2=FMEDI*FMEDI
C   VAR=(SOMA2-FNSIM*FMED2)/(FNSIM-1.)
C   VARI=(SOMB2-FNSIM*FMEDI2)/(FNSIM-1)
C   NAC=100.*CSI*CSI*VAR/FMED2
C   NACI=100.*CSI*CSI*VARI/FMEDI2
C   IF(NAC.LE.FNSIM .AND. NACI .LE. (FNSIM-1.)) GO TO 200
150 CONTINUE
C   GO TO 900
C
C   CALCULO DO LIMITE INFERIOR DE CONFIANCA ASSINTOTICO DA MEDIA
C
C   200 ALIAM= FMED-SQRT(VAR/FNSIM)*CSI
C   ALIAMI=FMEDI+SQRT(VARI/(FNSIM-1.))*CSI
C
C   CALCULO DA CONFIABILIDADE
C   RELT= 1.-SOMFB/FNSIM
C
C   CALCULO DO LIMITE INFERIOR DE CONFIANCA DA CONFIABILIDADE
C
C   ALIR= RELT- CSI*SQRT(RELT*(1.-RELT)/FNSIM)

```

C CALCULO DA DISTRIBUICAO DOS TEMPOS ENTRE FALHAS

```

C
C
NSIM=FNSIM
CALL ORDEM(NSIM)
CALL AJUST(NSIM,CSI,CONF)
WRITE(6,9450)
9450 FORMAT(1H1,26(/),53X,14(1H*)/53X,'*',12X,'*' /53X,'* RESULTADOS *' /
653X,'*',12X,'*' /53X,14(1H*))
WRITE(6,9500)NSIM,FMED,ALIAM,TMIS,RELT,ALIR,NOMDI(IAJUS,1),NOMDI(I
1AJUS,2),P1,P2,P3
9500 FORMAT(1H1,38X,40(1H*)/39X,'*',38X,'*' /39X,'* RESULTADOS SOBRE TEM
3POS ATE A FALHA *' /39X,'*',38X,'*' /39X,40(1H*),8(/),39X,'TAMANHO
4DA AMOSTRA',17(1H.),15//39X,'TEMPO MEDIO ATE A FALHA (MTTF)',5(1H.
5),F5.1//39X,'LIMITE INFERIOR DO MTTF',12(1H.),F5.1//39X,'CONFIABIL
6IDADE NO TEMPO',F6.1,6(1H.),F5.3//39X,'LIMITE INFERIOR DA CONFIABI
7LIDADE',2(1H.),F5.3,9(/),41X,'DISTRIBUICAO DOS TEMPOS ATE A FALHA
8'//37X,'TIPO',25X,'PARAMETROS' /60X,'1',9X,'2',9X,'3'//33X,2A6,8X,3
9(2X,F9.4))

```

C CALCULO DA FUNCAO CONFIABILIDADE X TEMPO

```

C
C
WRITE(6,2000)
2000 FORMAT(1H1,49X,'FUNCAO CONFIABILIDADE')
WRITE(6,2100)
IMA=20
IMM=IMA+1
2100 FORMAT(/,44X,'TEMPO',5X,'OBSERVADA',5X,'TEORICA')
W=OBS(NSIM)
DO 13 I=1,4
LIM=10**I
IF(W.LE.LIM) GO TO 11
13 CONTINUE
LIM=100000
GO TO 12
11 IF=LIM/10
DO 14 J=1,10
LIM=IF*J
IF(W.LE.LIM) GO TO 12
14 CONTINUE
12 FT=LIM/IMA
R=0.
LI=1
TTA=0.
TT=0.
ROBA=1.
RTEA=1.
RFTE=1.
RH=1.
DO 182 IY=1,IMA
TOA(IY)=TT
TT=IY*FT
TO(IY)=TT
IF(INO.EQ.1) GO TO 121
DO 119 IH=LI,NSIM
IF(OBS(IH).GT.TT) GO TO 127
R=R+1.
119 CONTINUE
INO=1
127 LI=IH
121 ROB=1.-R/FNSIM

```

```

COB(IY)=ROB
IF(ROBA.EQ.0.) GO TO 124
RF0B=(ROBA-ROB)/(TT-TTA)/ROBA
GO TO 125
124 RF0B=0.
125 CF0B(IY)=RF0B
ROBA=ROB
IF(IAJUS.EQ.8) GO TO 123
CALL PDF(TT,P)
RTE=1.-P
CTE(IY)=RTE
IF(RTEA.LT..00001) RFTE=0.
IF(RTEA.LT..00001) GO TO 185
RFTE=(RTEA-RTE)/(TT-TTA)/RTEA
185 CFTE(IY)=RFTE
RTEA=RTE
CALL DDF(TT,D)
IF(RTE.LT.00001) RH=0.
IF(RTE.LT..00001) GO TO 181
RH=D/RTE
181 RHZ(IY)=RH
GO TO 182
123 CTE(IY)=0.
CFTE(IY)=0.
RHZ(IY)=0.
TTA=TT
182 CONTINUE
WRITE(6,2200)(TO(IY),COB(IY),CTE(IY),IY=1,20)
MM=2
INC=1
IQ=IMM
TO(21)=0.
Y(IMM,1)=1.
Y(IMM,2)=1.
F(1,3)=0.
F(2,3)=LIM
F(3,3)=0.
F(4,3)=1.
CALL USPLH(TO,Y,IMM,MM,INC,IQ,F,IMAG4,IER)
WRITE(6,9908)
9908 FORMAT(/,30X,'LEGENDA: 1-OBSERVADA; 2-TEORICA; M-COINCIDENCIA DAS
6 CURVAS;')
2200 FORMAT(/43X,F6.1,7X,F5.3,8X,F5.3)
C
C   CALCULO DA FUNCAO TAXA DE FALHA X TEMPO
C
WRITE(6,2300)
2300 FORMAT(1H1,49X,'FUNCAO TAXA DE FALHA')
WRITE(6,2400)
2400 FORMAT(/,41X,'INTERVALO',6X,'OBSERVADA',5X,'TEORICA')
WRITE(6,2500)(TOA(IY),TO(IY),CF0B(IY),CFTE(IY),IY=1,20)
2500 FORMAT(/38X,F6.1,'-',F6.1,7X,F6.4,7X,F6.4)
C
C   CALCULO DA FUNCAO TAXA INSTANTANEA DE FALHA X TEMPO
C
CALL DDF(0.,D)
RHZ(21)=D
WRITE(6,2600)
2600 FORMAT(1H1,37X,'FUNCAO TAXA INSTANTANEA DE FALHA')
WRITE(6,2700)

```

```

2700 FORMAT(//,45X,'TEMPO',7X,'TAXA')
      WRITE(6,2800)(TO(IY),RHZ(IY),IY=1,20)
2800 FORMAT(/44X,F6.1,6X,F6.4)
C
C   CALCULO DA MANUTIBILIDADE
C
      XMANT=SOMIB/NSIM
C
C   CALCULO DO LIMITE INFERIOR DE CONFIANCA DA MANUTIBILIDADE
C
      ALIMA=XMANT-CSI*SQRT(XMANT*(1.-XMANT)/FNSIM)
C
C   CALCULO DA DISTRIBUICAO DOS TEMPOS INOPERANTES
C
      DO 2833 IC=1,NSIM
2833  OBS(IC)=OBI(IC)
      CALL ORDEM(NSIM)
      ESTL=OBS(1)
      ESTH=OBS(NSIM)
      FMEDF=FMED
      FMED=FMEDI
      VAR=VARI
      CALL AJUST(NSIM,CSI,CONF)
C
C   CALCULO DA DISPONIBILIDADE MEDIA
C
      DISPO=1./(1.+FMED/FMEDF)
      WRITE(6,9900)FMEDI,ALIAMI,TIN,XMANT,ALIMA,DISPO,NOMDI(IAJUS,1),NOM
1DI(IAJUS,2),P1,P2,P3
9900  FORMAT(1H1,39X,37(1H*)/40X,'*',35X,'*/40X,'* RESULTADOS SOBRE TEM
3POS DE REPARO */40X,'*',35X,'*/40X,37(1H*),4(/),39X,'TEMPO MEDIO
4 DE REPARO(MTTR)',8(1H.),F5.1//39X,'LIMITE SUPERIOR DO MTTR',12(1H
5.),F5.1//39X,'MANUTIBILIDADE NO TEMPO',F6.1,6(1H.),F5.3//39X,'LIMI
6TE INFERIOR DA MANUTIBILIDADE',2(1H.),F5.3//39X,'DISPONIBILIDADE',
720(1H.),F5.3,5(/),43X,'DISTRIBUICAO DOS TEMPOS DE REPARO'//37X,'TI
8PO',25X,'PARAMETROS'/60X,'1',9X,'2',9X,'3'//33X,2A6,8X,3(2X,F9.4))
C
C   CALCULO DA FUNCAO MANUTIBILIDADE X TEMPO
C
      WRITE(6,4000)
4000  FORMAT(1H1,49X,'FUNCAO MANUTIBILIDADE')
      WRITE(6,4100)
4100  FORMAT(//,44X,'TEMPO',5X,'OBSERVADA',5X,'TEORICA')
      W=OBS(NSIM)
      DO 713 I=1,4
      LIM=10**I
      IF(W.LE.LIM) GO TO 711
713  CONTINUE
      LIM=100000
      GO TO 712
711  IF=LIM/10
      DO 714 J=1,10
      LIM=IF*J
      IF(W.LE.LIM) GO TO 712
714  CONTINUE
712  FT=LIM/20.
      R=0.
      IND=0
      LI=1
      DO 4182 IY=1,20

```

```

TT=IY*FT
TO(IY)=TT
IF(INO.EQ.1) GO TO 4121
DO 4119 IH=LI,NSIM
IF(OBS(IH).GT.TT) GO TO 4127
R=R+1.
4119 CONTINUE
IND=1
4127 LI=IH
4121 ROB=R/FNSIM
DOB(IY)=ROB
IF(IAJUS.EQ.6) GO TO 4123
CALL PDF(TT,P)
RTE=P
GO TO 4199
4123 RTE=0.
WRITE(6,4209)TT,ROB
4209 FORMAT(/43X,F6.1,7X,F5.3)
GO TO 4182
4199 DTE(IY)=RTE
WRITE(6,4200)TT,ROB,RTE
4200 FORMAT(/43X,F6.1,7X,F5.3,8X,F5.3)
4182 CONTINUE
Z(IMM,1)=0.
Z(IMM,2)=0.
H(1,3)=0.
H(2,3)=LIM
H(3,3)=0.
H(4,3)=1.
CALL USPLH(TO,Z,IMM,MM,INC,IQ,H,IMAG4,IER)
WRITE(6,9908)
STOP
900 WRITE(6,1000)
1000 FORMAT(1X,' EPRD DE DIMENSAD')
STOP
END
002:02E5:3 IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMENT

```

```

=====
SUBROUTINE SIMULA(IC,NSIM, TMIS, TIN, STFAL, S2TFAL, NFAL, SINOP, S2INOP
5, NIN)

```

```

C
C SIMULA A VIDA DO SISTEMA
C

```

```

C INTEGER TR,TF

```

```

COMMON/AAA/ JMAX(50),NRF2(50),NRFM2(50)
COMMON/BBB/ KMAX(300),NF2(300)
COMMON/CCC/ LMAX(6000),NRF4(6000),NRFM4(6000)
COMMON/DDD/ AF(30 000)
COMMON/EEE/ BF(30 000)
COMMON/FFF/ CF(30 000)
COMMON/GGG/ AR(30 000)
COMMON/HHH/ BR(30 000)
COMMON/III/ CR(30 000)
COMMON/JJJ/ TF(30 000)
COMMON/KKK/ TR(30 000)

```

```

COMMON/LLL/ TE4(30 000)
COMMON/MMM/ NF4(30 000)
COMMON/NNN/ IMAX, ID, JD, KD
COMMON/OOO/OBS(10000), OBI(10000)

```

C

```

NFAL=0
NIN=0
TMINA=0.
TINOP=0.
STFAL=0.
S2TFAL=0.
SINOP=0.
S2INOP=0.
DO 40 I=1, IMAX
DO 30 J=1, JMAX(I)
IJ=(J-1)*ID+I
DO 20 K=1, KMAX(IJ)
IJK=((K-1)*JD+J-1)*ID+I
DO 10 L=1, LMAX(IJK)
IJKL=((L-1)*KD+K-1)*JD+J-1)*ID+I
NF4(IJKL)=0
CALL PROB(AF(IJKL), BF(IJKL), CF(IJKL), TF(IJKL), X)
TE4(IJKL)=X
10 CONTINUE
NRF4(IJK)=LMAX(IJK)
20 CONTINUE
NF2(IJ)=0
30 CONTINUE
NRF2(I)=JMAX(I)
40 CONTINUE
DO 230 IG=1, NSIM
50 CALL MINIMO(IM, JM, KM, LM, TMIN)
IJM=(JM-1)*ID+IM
IJKM=((KM-1)*JD+JM-1)*ID+IM
IJKLM=((LM-1)*KD+KM-1)*JD+JM-1)*ID+IM
IF(NF2(IJM))80, 60, 80
60 IF(NF4(IJKLM))90, 70, 90
70 NF4(IJKLM)=1
NRF4(IJKM )=NRF4(IJKM )-1
CALL PROB(AR(IJKL), BR(IJKL), CR(IJKL), TR(IJKL), X)
TE4(IJKLM)=TE4(IJKLM)+X
IF(NRF4(IJKM )-NRFM4(IJKM ))110, 50, 50
80 NF2(IJM)=0
NF4(IJKLM)=0
NRF2(IM)=NRF2(IM)+1
NRF4(IJKM )=NRF4(IJKM )+1
GO TO 100
90 NF4(IJKLM)=0
NRF4(IJKM )=NRF4(IJKM )+1
100 CALL PROB(AF(IJKL), BF(IJKL), CF(IJKL), TF(IJKL), X)
TE4(IJKLM)=TE4(IJKLM)+X
GO TO 50
110 NF2(IJM)=1
NRF2(IM )=NRF2(IM )-1
IF(NRF2(IM )-NRFM2(IM ))200, 120, 120
120 TTMIN=1.E+50
IJKM=((KM-1)*JD+JM-1)*ID+IM
DO 150 L=1, LMAX(IJKM)
IJKML=((L-1)*KD+KM-1)*JD+JM-1)*ID+IM
IF(NF4(IJKML))130, 150, 130

```

```

130 IF(TE4(IJKML)-TTMIN)140,150,150
140 TTMIN=TE4(IJKML)
150 CONTINUE
    DO 190 K=1,KMAX(IJM)
    IJMK=((K-1)*JD+JM-1)*ID+IM
    DD 190 L=1,LMAX(IJMK)
    IJMKL=((L-1)*KD+K-1)*JD+JM-1)*ID+IM
    IF(NF4(IJMKL))170,160,170
160 TE4(IJMKL)=TE4(IJMKL)+(TTMIN-TMIN)
    GO TO 190
170 IF(TE4(IJMKL))180,190,190
180 CALL PROB(AF(IJKL),BF(IJKL),CF(IJKL),TF(IJKL),X)
    TE4(IJMKL)=TTMIN+X
    NF4(IJMKL)=0
    NRF4(IJMK)=NRF4(IJMK)+1
190 CONTINUE
    GO TO 50
200 TFALS=TMIN-(TMINA+TINOP)
    OBS(IC)=TFALS
    TMINA=TMIN
    IF(TFALS=TMIS)210,220,220
210 NFAL=NFAL+1
220 STFAL=STFAL+TFALS
    S2TFAL=S2TFAL+TFALS*TFALS
    CALL INOPER(IM,TMIN,TINOP)
    OBI(IC)=TINOP
    IC=IC+1
    IF(TINOP-TIN)211,221,221
211 NIN=NIN+1
221 SINOP=SINOP+TINOP
    S2INOP=S2INOP+TINOP*TINOP
230 CONTINUE
    RETURN
    END

```

=====

```

SUBROUTINE INOPER(IMIN,TMIN,TINOP)

```

C

```

INTEGER TF

```

C

```

COMMON/AAA/ JMAX(50),NRF2(50),NRFM2(50)
COMMON/BBB/ KMAX(300),NF2(300)
COMMON/CCC/ LMAX(6000),NRF4(6000),NRFM4(6000)
COMMON/DDD/ AF(30 000)
COMMON/EEE/ BF(30 000)
COMMON/FFF/ CF(30 000)
COMMON/JJJ/ TF(30 000)
COMMON/LLL/ TE4(30 000)
COMMON/MMM/ NF4(30 000)
COMMON/NNN/ IMAX, ID, JD, KD

```

C

```

I=IMIN
TTMIN=1.E+50
DO 70 J=1,JMAX(I)
IJ=(J-1)*ID+I
IF( NF2(IJ) ) 10, 70, 10
10 DO 20 K=1,KMAX(IJ)

```

```

      IJK=((K-1)*JD+J-1)*ID+I
      IF( NRF4(IJK)-NRFM4(IJK) ) 30, 20, 20
20  CONTINUE
30  DO 60 L=1,LMAX(IJK)
      IJKL=((L-1)*KD+K-1)*JD+J-1)*ID+I
      IF( NF4(IJKL) ) 40, 60, 40
40  IF( TE4(IJKL)-TTMIN ) 50, 60, 60
50  TTMIN=TE4(IJKL)
60  CONTINUE
70  CONTINUE
      TINOP=TTMIN-TMIN
      DO 130 I=1,IMAX
      DO 130 J=1,JMAX(I)
      IJ=(J-1)*ID+I
      DO 130 K=1,KMAX(IJ)
      IJK=((K-1)*JD+J-1)*ID+I
      DO 130 L=1,LMAX(IJK)
      IJKL=((L-1)*KD+K-1)*JD+J-1)*ID+I
      IF( NF4(IJKL) ) 90, 80, 90
80  TE4(IJKL)=TE4(IJKL)+TINOP
      GO TO 130
90  IF( TE4(IJKL)-TTMIN ) 100, 100, 130
100 CALL PROB(AF(IJKL),BF(IJKL),CF(IJKL),TF(IJKL),X)
      TE4(IJKL)=TTMIN+X
      NF4(IJKL)=0
      IF( NRF4(IJK) - NRFM4(IJK) ) 110, 120, 120
110 NRF2(I)=NRF2(I)+1
      NF2(IJ)=0
120 NRF4(IJK)=NRF4(IJK)+1
130 CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

=====
SUBROUTINE PROB(A,B,C,I,X)

```

```

C
C  GERA OS TEMPOS DE FALHA E DE REPARO
C

```

```

COMMON/RRR/R

```

```

C
DATA IR/1048575/

```

```

C
GO TO(1,2,3,4,5),I

```

```

C
C  DISTRIBUICAO EXPONENCIAL
C

```

```

1  R=RANDOM(IR)
   X=-ALOG(R)/A
   RETURN

```

```

C
C  DISTRIBUICAO DE ERLANG
C

```

```

2  TR=1.
   K=A
   DO 50 I=1,K
   R=RANDOM(IR)
50  TR=TR*R

```



```
X=-ALOG(TR)/B
RETURN
```

```
C
C  DISTRIBUICAO DE WEIBULL
```

```
C
3 R=RANDOM(IR)
X=A+(-ALOG(R))**(1./C)*B
RETURN
```

```
C
C  DISTRIBUICAO LOGNORMAL
```

```
C
4 R1=RANDOM(IR)
R2=RANDOM(IR)
XP=SQRT(-2.*ALOG(R1))*COS(2.*3.1416*R2)
U=ALOG(B*B/(A*A)+1.)
SIG=SQRT(U)
AMU=ALOG(A)-.5*U
X=EXP(AMU+SIG*XP)
RETURN
```

```
C
C  DISTRIBUICAO NORMAL
```

```
C
5 R1=RANDOM(IR)
R2=RANDOM(IR)
XP=SQRT(-2.*ALOG(R1))*COS(2.*3.1416*R2)
X=A+XP*B
IF(X.GT.0.) GO TO 51
X=0.
51 RETURN
END
```

```
=====
```

```
SUBROUTINE MINIMO(IM,JM,KM,LM,TMIN)
```

```
C
C  CALCULA O PROXIMO EVENTO DO SISTEMA
```

```
C
C  INTEGER TF,TR
```

```
C
COMMON/AAA/ JMAX(50),NRF2(50),NRFM2(50)
COMMON/BBB/ KMAX(300),NF2(300)
COMMON/CCC/ LMAX(6000),NRF4(6000),NRFM4(6000)
COMMON/LLL/ TE4(30 000)
COMMON/NNN/ IMAX, ID, JD, KD
```

```
C
TMIN=1.E50
DO 20 I=1,IMAX
DO 20 J=1,JMAX(I)
IJ=(J-1)*ID+I
DO 20 K=1,KMAX(IJ)
IJK=((K-1)*JD+J-1)*ID+I
DO 20 L=1,LMAX(IJK)
IJKL=((L-1)*KD+K-1)*JD+J-1)*ID+I
IF(TE4(IJKL)-TMIN)10,20,20
10 TMIN=TE4(IJKL)
IM=I
JM=J
KM=K
```

```

LM=L
20 CONTINUE
RETURN
END

```

```

=====
SUBROUTINE URDEM(NSIM)

```

```

C
C   ORDENA ELEMENTOS DE UM VETOR
C
COMMON/000/OBS(10000),DBI(10000)
C
A=0.
DO 10 I=1,NSIM-1
DO 10 J=I+1,NSIM
IF(OBS(I)-OBS(J))10,20,20
20 A=OBS(I)
OBS(I)=OBS(J)
OBS(J)=A
10 CONTINUE
RETURN
END

```

```

=====
SUBROUTINE AJUST(NSIM,CSI,CONF)

```

```

C
C   EXECUTA O TESTE DO QUI QUADRADO
C
EXTERNAL PDF
C
COMMON/000/OBS(10000),DBI(10000)
COMMON/PPP/IAJUS,FMED,VAR,EST1,EST2
COMMON/000/NEG
COMMON/VVV/NOMDI(6,2)
COMMON/YYY/P1,P2,P3

```

```

C
DIMENSION CELLS(10000),COMP(10000)

```

```

C
C   CALCULO DO NUMERO DE CLASSES
C

```

```

K=4.*(2.*(NSIM-1.)**2/CSI**2)**.2
XK=K
FD=1./XK

```

```

C
C   CALCULO DOS LIMITES DAS CLASSES
C

```

```

DO 711 IAJUS=1,5
LI=1
DO 611 IK=1,K
CELLS(IK)=0.
XIK=IK
NEG=0
CALL LIMIT(XIK,FD,IAJUS,FMED,VAR,EST1,EST2,XI,XS>IDF,NSIM)

```

```
IF(NEG.EQ.1) GO TO 711
```

```
C
C
C
```

```
CALCULO DAS FREQUENCIAS OBSERVADAS POR CLASSE
```

```
DO 511 IZ=LI,NSIM
IF(OBS(IZ).GT.XS) GO TO 510
511 CELLS(IK)=CELLS(IK)+1.
510 LI=IZ
```

```
C
C
C
```

```
EXECUCAO DO TESTE
```

```
611 COMP(IK)=(CELLS(IK)-NSIM/XK)**2/NSIM
CALL GFIT(PDF,K,ORS,NSIM,CELLS,COMP,CS>IDF,G,IER)
ALFA=1.-CONF
IF(Q.GE.ALFA) GO TO 801
711 CONTINUE
IAJUS=6
P1=0.
P2=0.
P3=0.
GO TO 801
801 RETURN
END
```

```
=====
```

```
SUBROUTINE LIMIT(XIK,FD,IAJUS,FMED,VAR,EST1,EST2,XI,XS>IDF,NSIM)
```

```
C
C
C
```

```
CALCULA OS LIMITES DAS CLASSES PARA O TESTE DO QUI QUADRADO
```

```
COMMON/QQQ/NEG
```

```
C
```

```
FDI=(XIK-1.)*FD
IF(FDI.EQ.0.) FDI=.0001
FDS=XIK*FD
IF(FDS.GE.1.) FDS=.9999
GO TO (1,2,3,4,5),IAJUS
```

```
C
C
C
```

```
LIMITES DE CLASSE PARA EXPONENCIAL
```

```
1 XI=-FMED*ALOG(1.-FDI)
XS=-FMED*ALOG(1.-FDS)
IDF=1
GO TO 99
```

```
C
C
C
```

```
LIMITES DE CLASSE PARA ERLANG
```

```
2 IND=1
X=FMED
XKAPA=FMED**2/VAR/(1.+2./NSIM)-5./NSIM
KAPA=XKAPA
DKAPA=XKAPA-KAPA
IF(DKAPA.GE..2) GO TO 21
GO TO 23
21 IF(DKAPA.LE..8)GO TO 14
KAPA=KAPA+1
23 ALFA=XKAPA/VAR
IF(KAPA.GE.2.AND.KAPA.LE.9) GO TO 55
```

```

14 NEG=1
   GO TO 99
55 SOMA=1.
   AUX=1.
   Z=ALFA*X
   IF(Z.GT.50.) GO TO 14
   KAPP=KAPA=1
   DO 87 IE=1,KAPP
   AUX=AUX*IE
   SOMA=SOMA+Z**IE/AUX
87 P=1.-SOMA*EXP(-Z)
   PP=Z**KAPA*EXP(-Z)/(X*AUX)
   XX=X
   X=X-(P-FDI)/PP
   IF(ABS(X-XX).GT..0001) GO TO 55
   IF(IND.EQ.2) GO TO 56
   XI=X
   IND=2
   FDI=FDS
   GO TO 55
56 XS=X
   IDF=2
   GO TO 99

```

C  
C  
C  
LIMITES DE CLASSE PARA WEIBULL

```

3 R=VAR/FMED**2+1.
  D=5.3
74 DAUX=D
  DEL=.00001*D
  DD=2.*D
  DDEL=D+DEL
  DDDEL=2.*(D+DEL)
  CALL MGAMMA(D,GAM1,IER)
  CALL MGAMMA(DD,GAM2,IER)
  CALL MGAMMA(DDEL,GAMM1,IER)
  CALL MGAMMA(DDDEL,GAMM2,IER)
  XN=GAMM2*2./D/GAMM1**2-R
  XD=GAM2*2./D/GAM1**2-R
  D=D-DEL/(XN/XD-1.)
  IF(D.GT..01) GO TO 73
  NEG=1
  GO TO 99
73 IF(ABS(D-DAUX).LT..001) GO TO 75
  GO TO 74
75 B=FMED/D/GAM1
  B=FMED/D/GAM1
  IF(FDI.EQ.0.) FDI=.0001
  RI=-ALOG(1.-FDI)
  IF(FDS.GT.1.) FDS=.9999
  RS=-ALOG(1.-FDS)
  SI=D*ALOG(RI)
  SS=D*ALOG(RS)
  XI=B*EXP(SI)
  XS=B*EXP(SS)
  EST1=B
  EST2=1./D
  IDF=2
  GO TO 99

```

C

C LIMITES DE CLASSE PARA LOGNORMAL

C  
 4 VARY=ALOG(VAR/FMED\*\*2+1.)  
 FMEDY=ALOG(FMED)\*.5\*VARY  
 CSII=A(FDI)  
 YI=FMEDY+CSII\*SQRT(VARY)  
 XI=EXP(YI)  
 CSIS=A(FDS)  
 YS=FMEDY+CSIS\*SQRT(VARY)  
 XS=EXP(YS)  
 IDF=2  
 GO TO 99

C LIMITES DE CLASSE PARA NORMAL

C  
 5 CSII=A(FDI)  
 XI=FMED+CSII\*SQRT(VAR)  
 CSIS=A(FDS)  
 XS=FMED+CSIS\*SQRT(VAR)  
 IDF=2  
 99 RETURN  
 END

=====

SUBROUTINE PDF(X,P)

C DADO X CALCULA O VALOR DA FUNCAO DISTRIBUICAO P

C  
 COMMON/PPP/IAJUS,FMED,VAR,EST1,EST2  
 COMMON/SSS/ESTL,ESTH,ESTB1,ESTB2  
 COMMON/YYY/P1,P2,P3

C  
 P1=0.  
 P2=0.  
 P3=0.  
 GO TO (1,2,3,4,5),IAJUS

C DISTRIBUICAO EXPONENCIAL

C  
 1 P=1.-EXP(-X/FMED)  
 P1=1./FMED  
 GO TO 99

C DISTRIBUICAO DE ERLANG

C  
 2 ALFA=FMED/VAR  
 KAPA=ALFA\*FMED  
 SOMA=1.  
 AUX=1.  
 Z=ALFA\*X  
 KAPP=KAPA-1  
 DO 87 IE=1,KAPP  
 AUX=AUX\*IE  
 SOMA=SOMA+Z\*\*IE/AUX  
 87 P=1.-SOMA\*EXP(-Z)  
 P1=KAPA  
 P2=ALFA

GO TO 99

C  
C  
C

DISTRIBUICAO DE WEIBULL

3 E=(X/EST1)\*\*EST2  
P=1.-EXP(-E)  
P2=EST1  
P3=EST2  
GO TO 99

C  
C  
C

DISTRIBUICAO LOGNORMAL

4 VARY=ALOG(VAR/FMED/FMED+1.)  
FMEDY=ALOG(VARY\*\*.5)  
IF(X.EQ.0.) X=.001  
Y=ALOG(X)  
AUXY=(Y-FMEDY)/SQRT(VARY)  
CALL MDNOR(AUXY,P)  
P1=FMED  
P2=SQRT(VAR)  
GO TO 99

C  
C  
C

DISTRIBUICAO NORMAL

5 AUX=(X-FMED)/SQRT(VAR)  
CALL MDNOR(AUX,P)  
P1=FMED  
P2=SQRT(VAR)  
99 RETURN  
END

=====

SUBROUTINE DDF(X,D)

C  
C  
C

DADO X CALCULA A FUNCAO DENSIDADE DE PROBABILIDADE D

COMMON/PPP/IAJUS,FMED,VAR,EST1,EST2  
GO TO (1,2,3,4,5),IAJUS

C  
C  
C

DISTRIBUICAO EXPONENCIAL

1 D=1./FMED\*EXP(-X/FMED)  
GO TO 99

C  
C  
C

DISTRIBUICAO DE ERLANG

2 ALFA=FMED/VAR  
KAPA=ALFA\*FMED  
KAPP=KAPA-1  
AUX=1.  
DO 57 I=2,KAPP  
57 AUX=AUX\*I  
D=ALFA\*\*KAPA\*X\*\*KAPP\*EXP(-ALFA\*X)/AUX  
GO TO 99

C  
C  
C

DISTRIBUICAO DE WEIBULL

```

3 D=EST2/EST1*(X/EST1)**(EST2-1.)*EXP(-(X/EST1)**EST2)
  GO TO 99
C
C   DISTRIBUICAO LOGNORMAL
4 D=EXP(-(ALOG(X)-FMED)**2/2./VAR)/SQRT(2.*3.1416*VAR)/X
  GO TO 99
C
C   DISTRIBUICAO NORMAL
5 D=1./((SQRT(VAR*2.*3.1416))*EXP(-.5*((X-FMED)/VAR)**2))
99 RETURN
  END

```

```

=====
FUNCTION A(P)

```

```

C
C   CALCULA O VALOR X DO PERCENTIL P DA DISTRIBUICAO NORMAL PADRAO
C

```

```

D=P
IF(D.GT..5) D=1.-D
T2=ALOG(1.0/(D*D))
T=SQRT(T2)
X=T*(2.515517+0.802853*T+0.010328*T2)/(1.0+1.432788*T+0.189269*T2+
70.001308*T*T2)
IF(P.LT..5)X=X
A=X
RETURN
END

```

```

=====
WARNING:THE SUBROUTINE "USPLH" WAS NOT FOUND

```

```

WARNING:THE SUBROUTINE "GFIT" WAS NOT FOUND

```

```

WARNING:THE SUBROUTINE "MGAMMA" WAS NOT FOUND

```

```

WARNING:THE SUBROUTINE "MDNOR" WAS NOT FOUND

```

```

NO ERRORS DETECTED.  NUMBER OF CARDS = 994.
COMPILATION TIME = 109 SECONDS ELAPSED.  12.89 SECONDS PROCESSING.
D2 STACK SIZE = 86 WORDS.  FILESIZE = 140 WORDS.  ESTIMATED CORE STORAGE
TOTAL PROGRAM CODE = 2191 WORDS.  ARRAY STORAGE = 35851 WORDS.
NUMBER OF PROGRAM SEGMENTS = 32.  NUMBER OF DISK SEGMENTS = 227.

```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ABSHER JR, G.W. *"Reliability approach to ship systems"* Vienna, Va., USA, Bird Engineering REsearch Associates, Inc. 1975.
2. ALVEN, W.H.V. *"Reliability engineering"*. New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1964.
3. AMSTADTER, B.R. *"Reliability mathematics"*. New York, Mc Graw.Hill Book Company, 1971.
4. BRAM, J. *"Confidence limits for system reliability"*. Washington, D.C., Center for Naval Analyses, University of Rochester, 1968.
5. BURINGTON, R.S. & MAY JR., D.C. *"Handbook of probability and statistics with tables"*. New York, Mc Graw-Hill Book Company, 1970.
6. CRAMÉR, H. *"The elements of probability theory"*. New York, John Wiley & Sons, 1955.
7. DIPALO, A.J., *"Percentage increase in expected mean time to failure for a system through burn-in testing"*. Naval Engineers Journal, abril-1968, ASNE; 1968.
8. \_\_\_\_\_, *"Analyzing performance through maintenance management"*. Naval Engineers Journal, ASNE, ago. 1971.
9. ELLENRIEDER, A.V. *"Pesquisa operacional"*. Rio de Janeiro, Almeida Neves Editores, 1971.
10. FADIGAS, O.F.T., *"Curso de estatística"*. São Paulo, Departamento de Eng.de Produção, EPUSP, 1971.



11. GNEDENKO, B.; BELIAEV, Y. & SOLOVIEV, A. "*Méthodes mathématiques en théorie de la fiabilité*". Moscou, Editora, 1972.
12. HARRINGTON, R.L., COATS, J.W. & FARLEY, F.E. "*Reliability and maintainability analyses of shipboard systems*". Marine Technology, jan.1970, SNAME, 1970.
13. HARRINGTON, R.L. & RIDDICK JR., R.P. "*Reliability engineering applied to the marine industry*". Marine Technology, SNAME, out.1974.
14. HOEL, P.G. "*Introduction of mathematical statistics*". New York, John Wiley & Sons Inc., 1971.
15. HOGG, R.V. & CRAIG, A.T. "*Introduction to mathematical statistics*". New York, Collier Mac Millan International Editions, 1970.
16. KARLIN, S. "*A first course in stochastic processes*". New York, Academic Press, 1969.
17. MACEDO, R.B.R. "*O teste do qui quadrado e o teste de Kolmogorov-Smirnov*". São Paulo, Depto. de Engenharia Naval, EPUSP, 1974.
18. MANN, N.R.; SCHAFER, R.E. & SINGPURWALLA, N.D. "*Methods for statistical analysis of reliability and life data*". New York, John Wiley & Sons, 1974.
19. MANUAL HP-25 "*Programação aplicada*". Hewlett-Packard Company, 1975.
20. MIL-HDBK-217B. "*Reliability prediction of electronic equipment*". Washington, D.C., Departamento da Defesa, 1965.

21. MIL-STD.721B. *"Definitions of effectiveness terms for reliability, maintainability, human factors and safety"*. Washington, D.C., Departamento da Defesa, 1966
22. MIL-STD-756A. *"Reliability prediction"*. Washington, D.C., Departamento da Defesa, 1963.
23. NAVSHIPS 0967-483-5010. *"A user's manual for a general purpose program for calculating asymptotic lower confidence bounds of reliability and mean first system failure time of series-parallel systems"*. Washington, D.C., Naval Ship Engineering Center, U.S. Navy, 1970.
24. NAVWEPS 00-65-502. *"Reliability engineering handbook"*. Washington, D.C., Bureau of Naval Weapons, U.S. Navy, 1968.
25. MOOD, A.M.; GRAYBILL, F.A. & BOES, D.C. *"Introduction to the theory of statistics"*. Tokio, Mc Graw.Hill Kogakusha, Ltd., 1974.
26. NAYLOR; T.H.; BALINTFY, J.L.; BURDICK, D.S. & CHI, K. *"Técnicas de simulação em computadores"*. Rio de Janeiro, Editora Vozes, 1971.
27. NOVAES, A.G.N., *"Pesquisa operacional e transportes: modelos probabilísticos"*. São Paulo, Editora Mc Graw-Hill do Brasil Ltda., 1975.
28. SHIMIZU, T. *"Simulação em computador digital"*. São Paulo, Editora Edgard Blücher, 1975.
29. SOTSKOV, B., *"Fundamentos de la teoria y del calculo de fiabilidad"*. Moscou, Editora Mir, 1972.

30. TECHNICAL AND RESEARCH BULLETIN N° 3-22. *Reliability and maintainability engineering in the marine industry*". New York, Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1971.
31. VENTON, A.O.F. "*How numerate is terotechnology*". Transactions 1975, Institute of Marine Engineers, 1975.