

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

BRUNNO AVILES PESCE

**Estudo da dinâmica de um *glider* subaquático restrito a se
movimentar no plano vertical**

São Paulo

2023

BRUNNO AVILES PESCE

Estudo da dinâmica de um *glider* subaquático restrito a se movimentar no plano vertical

Versão Corrigida

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências.

Área de concentração:

Engenharia Naval e Oceânica

Orientador:

Prof. Dr. Celso Pupo Pesce

São Paulo

2023

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

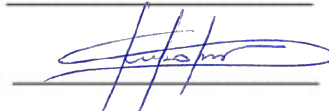
Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 3 de fevereiro de 2023

Assinatura do autor:



Assinatura do orientador:



Catálogo-na-publicação

Pesce, Bruno Aviles

Estudo da dinâmica de um glider subaquático restrito a se movimentar no plano vertical / B. A. Pesce -- versão corr. -- São Paulo, 2023.
105 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.

1.Veículo subaquático 2.Dinâmica 3.Hidrodinâmica 4.Equações de Lagrange
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica II.t.

Este trabalho é dedicado à minha família que sempre permaneceu ao meu lado me dando apoio, conselho e incentivo.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus que me proporcionou a oportunidade de realizar o Mestrado, na qual pude aprender e evoluir muito como profissional e como pessoa.

À minha família por todo suporte e apoio dado durante o período de Mestrado.

Ao Prof. Dr. Celso Pupo Pesce pela atenção, apoio e dedicação durante o processo de orientação.

Ao Prof. Dr. Renato M. M. Orsino pelo apoio e auxílio prestados para a conclusão da minha Dissertação de Mestrado.

Ao Instituto Oceanográfico da USP, em particular ao Prof. Dr. Marcelo Dottori e seus colaboradores, pelo apoio prestado para a realização do presente projeto de pesquisa.

Agradeço explicitamente ao Eng. Éverton Lins de Oliveira, MSc e doutorando, pela ajuda para a conclusão do meu Mestrado.

Agradeço aos meus colegas do Laboratório de Mecânica Offshore por toda ajuda e apoio para a conclusão do meu Mestrado.

Agradeço ao PPGEN (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Naval e Oceânica) e à bolsa de Mestrado outorgada pela CAPES.

Aos meus amigos que, direta ou indiretamente, me deram apoio para a conclusão do Mestrado.

RESUMO

Este trabalho aborda a dinâmica e a hidrodinâmica de um *glider* subaquático, mais especificamente do modelo *Slocum G2* com capacidade de mergulho de 1000 m. O *glider* é um equipamento pertencente à classe dos *Autonomous Underwater Vehicles* (AUV) e é usualmente composto por um corpo no formato de um torpedo, equipado com asas e fólio. Esse tipo de veículo foi concebido para o monitoramento do ambiente oceânico com o intuito de fazer a coleta de dados de propriedades físico-químicas da água. O seu movimento, quando observado no plano vertical, é realizado através de dois mecanismos, que se utilizam essencialmente do campo gravitacional. O primeiro está relacionado com a redistribuição interna de massa promovida pela movimentação longitudinal de um conjunto de baterias móvel, chamadas de contrapeso, que permite a mudança da posição do centro de gravidade. O segundo é devido a um atuador hidráulico responsável também pela variação do centro de gravidade do veículo e pela variação do peso imerso. Além desses dois mecanismos, a contribuição das asas, do fólio e do leme, permite o surgimento de forças viscosas de arrasto e de sustentação que auxiliam o movimento do *glider*. Dessa forma, o veículo consegue efetuar a sua trajetória em fases quase senoidais, percorrendo grandes distâncias de maneira autônoma e com baixo consumo de energia através da coluna d'água. As equações de movimento no plano vertical são derivadas a partir das Equações de Lagrange, considerando quatro graus de liberdade: três para descrever a dinâmica do corpo rígido e o quarto relacionado ao deslocamento do contrapeso. Duas leis de controle em malha aberta são propostas, para estabelecer o deslocamento do contrapeso e a variação do peso imerso, de modo que uma trajetória prescrita possa ser seguida. As forças hidrodinâmicas são determinadas a partir de modelagem CFD, com o uso do *software* ANSYS[®], considerando pequenos a moderados ângulos de ataque. As equações de movimento são resolvidas no domínio do tempo, através de um código especificamente programado em ambiente Matlab[®], de forma que uma trajetória projetada possa ser simulada. Um estudo de caso é escolhido para ilustrar as simulações.

Palavras-chave: *glider subaquático*, veículo autônomo, dinâmica, hidrodinâmica, Equações de Lagrange, modelo de ordem reduzida.

ABSTRACT

This work addresses the dynamics and hydrodynamics of an underwater glider more specifically the Slocum G2 model with a diving capacity of 1000 *m*. The glider is a scientific equipment belonging to the Autonomous Underwater Vehicles (AUV) class and is usually composed of a torpedo-shaped body, equipped with wings and foils. This type of vehicle was designed for monitoring the ocean environment in order to collect data on the physical-chemical properties of water. Its movement, when observed in the vertical plane, is carried out through two mechanisms, which essentially use the gravitational field. The first is related to the internal redistribution of mass promoted by the longitudinal movement of a set of mobile batteries, called counterweights, which allow the change of position of the center of gravity. The second is due to a hydraulic actuator also responsible for the variation of the vehicle's center of gravity and for the variation of the immersed weight. In addition to these two mechanisms, the contribution of wings, the foil and the rudder, allows the appearance of viscous forces of drag and lift that help the movement of the glider. In this way, the vehicle can carry out its trajectory in almost sinusoidal phases, covering large distances autonomously and with low energy consumption through the water column. The equations of motion in the vertical plane are derived from the Lagrange equations, considering four degrees of freedom: three to describe the dynamics of the rigid body and the fourth related to the displacement of the counterweight. Two open-loop control laws are proposed to establish the displacement of the counterweight and the variation of the immersed weight, so that a prescribed trajectory can be followed. The hydrodynamic forces are determined from CFD modeling, using ANSYS[®] software, considering small to moderate angles of attack. The equations are solved in the time domain, through a code specifically programmed in Matlab[®], so that a designed trajectory can be simulated. A case study is chosen to illustrate the simulations.

Keywords: underwater glider, autonomous vehicle, dynamics, hydrodynamics, Lagrange's Equations, reduced order model.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Ilustração do glider do modelo Spray	5
Figura 2 – Ilustração do glider do modelo Seaglider	6
Figura 3 – Ilustração do glider do modelo Slocum.....	7
Figura 4 – Definições das massas do glider	10
Figura 5 – Imagem do glider elétrico do modelo G2 Slocum	14
Figura 6 – Desenho do glider em perspectiva	14
Figura 7 – Desenho das vistas do glider.....	15
Figura 8 – Ilustração da localização dos componentes internos do glider.....	16
Figura 9 – Imagem do computador central de navegação.....	17
Figura 10 – Imagem do computador central	17
Figura 11 – Imagem dos componentes internos do glider	18
Figura 12 – Imagem da bateria fixa	19
Figura 13 – Imagem da bateria móvel	19
Figura 14 – Imagem do conjunto de baterias móvel.....	20
Figura 15 – Imagem do circuito hidráulico	22
Figura 16 – Imagem dos orifícios.....	23
Figura 17 – Imagem da bomba pneumática	24
Figura 18 – Imagem da bexiga	25
Figura 19 – Ilustração do mecanismo de funcionamento da bexiga.....	25
Figura 20 – Ilustração da trajetória do glider no plano vertical.....	27
Figura 21 – Ilustração dos eixos e graus de liberdade do glider	30
Figura 22 – Ilustração dos eixos e ângulos de referência.....	32
Figura 23 – Ilustração do contrapeso	35
Figura 24 – Desenho do conjunto de baterias	36
Figura 25 – Desenho do diagrama das forças do glider	38
Figura 26 – Ilustração do atuador hidráulico.....	40
Figura 27 – Ilustração das forças conservativas de natureza gravitacional	45
Figura 28 – Ilustração da força de arrasto, da força de sustentação e do momento	50
Figura 29 – Ilustração do glider em perspectiva.....	54
Figura 30 – Gráfico dos coeficientes hidrodinâmicos para um elipsoide de revolução ..	57
Figura 31 – Ilustração das velocidades	58
Figura 32 – Ilustração do efeito do momento de Munk	59
Figura 33 – Ilustração do momento de Munk no glider.....	60
Figura 34 – Ilustração da velocidade da correnteza.....	61
Figura 35 – Ilustração do circuito hidráulico	63
Figura 36 – Ilustração das distâncias do atuador hidráulico	64
Figura 37 – Gráfico do coeficiente de arrasto em função do ângulo de ataque	68
Figura 38 – Gráfico do coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque	68
Figura 39 – Gráfico do coeficiente de momento hidrodinâmico em função do ângulo de ataque	69
Figura 40 – Gráfico de comparação entre os coeficientes de arrasto em função do ângulo de ataque.....	70

Figura 41 – Gráfico de comparação entre os coeficientes de sustentação em função do ângulo de ataque	71
Figura 42 – Gráfico de comparação entre os coeficientes de momento em função do ângulo de ataque	71
Figura 43 – Tempo de simulação de 1440 s, com intervalo de acionamento de 360 s.	76
Figura 44 – Tempo de simulação de 14400 s, com intervalo de acionamento de 3600 s	83
Figura 45 – Gráfico da profundidade Z pelo intervalo de tempo de acionamento.....	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Relação dos graus de liberdade com suas respectivas grandezas	31
Tabela 2 – Parâmetros do glider utilizados para a simulação	74
Tabela 3 – Parâmetros de controle utilizados para a simulação	75

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AUV	Autonomous Underwater Vehicle
CE	Centro de Empuxo
CFD	Computational Fluid Dynamics
CG	Centro de Gravidade
GPS	Global Positioning System
IO	Instituto Oceanográfico
LMO	Laboratório de Mecânica Offshore
SDV	Swimmer Delivery Vehicle
SIO	Scripps Institution of Oceanography
USP	Universidade de São Paulo
WHOI	Woods Hole Oceanographic Institution

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto Grego

α	Ângulo de ataque
β	Ângulo de <i>pitch</i>
Δ	Variação
γ_a	Fator de ganho adotado no sistema de controle de posição do contrapeso
λ	Coefficiente de massa adicional
ω	Rotação
ω_a	Parâmetro de tempo que regula os sistemas de controle de posição do contrapeso e do atuador hidráulico do lastro
ρ	Massa específica
θ	Ângulo de mergulho
ξ	Grau de liberdade relacionado com o movimento do contrapeso

Alfabeto Romano

A	Área da seção transversal
a	Comprimento longitudinal
a_L	Distância do ponto O até a extremidade do atuador hidráulico
A_c	Área da coroa no sistema hidráulico
A_t	Área total
b	Comprimento transversal
c_β	Coefficiente de amortecimento hidrodinâmico em <i>pitch</i>
c_{cp}	Coefficiente de amortecimento do sistema de controle do contrapeso
c_D	Coefficiente de arrasto
c_L	Coefficiente de sustentação
c_M	Coefficiente de momento hidrodinâmico
D	Força de arrasto
d	Curso do pistão
E	Empuxo
F	Força
f	Vetor de forças generalizadas
G	Vetor das forças de Coriolis e forças centrípetas
g	Aceleração da gravidade
$I_{c_{p_y}}$	Momento de inércia do contrapeso
I_{O_y}	Momento de inércia do corpo
J_D	Momento central de inércia da massa deslocada
k_{cp}	Rigidez do sistema de controle do contrapeso
L	Força de sustentação
L_T	Comprimento longitudinal do <i>glider</i>
l	Posição do pistão
l_0	Posição do pistão no equilíbrio hidrostático
l_{cp}	Amplitude de deslocamento do contrapeso
M	Momento de força
\hat{M}	Matriz de massa no referencial do corpo

\widehat{M}_a	Matriz de massa adicional no referencial do corpo
m_c	Massa do corpo
m_{cp}	Massa do contrapeso
m_D	Massa deslocada
m_L	Massa do lastro
m_{L_0}	Massa do lastro na posição de equilíbrio hidrostático
\widehat{M}_T	Matriz de massa total no referencial do corpo
N_O	Momento de Munk
q	Vetor de coordenadas generalizadas
Q	Vetor de forças generalizadas
R	Raio da seção transversal
T	Energia cinética do sistema material
T_c	Energia cinética do corpo
T_{cp}	Energia cinética do contrapeso
U	Velocidade
V	Volume
v_0	Volume do <i>glider</i>
v_M	Velocidade do centro de massa do contrapeso
v_O	Velocidade do ponto O
x_E	Coordenada do centro de empuxo na direção x
x_G	Coordenada do centro de massa na direção x
x_L	Coordenada do centro de massa do lastro na direção x
x_{L_0}	Coordenada do centro de massa do lastro na posição de equilíbrio na direção x
Z_E	Coordenada vertical do centro de empuxo até a superfície livre
z_E	Coordenada do centro de empuxo na direção z
z_G	Coordenada do centro de massa na direção z
Z_G	Coordenada vertical do centro de massa do corpo até a superfície livre
Z_L	Coordenada vertical do centro de massa do lastro até a superfície livre
Z_M	Coordenada vertical do centro de massa do contrapeso até a superfície livre

GLOSSÁRIO

Glider

Planador. No presente trabalho, o termo irá se referir ao planador subaquático.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. GLIDER: UMA BREVE DESCRIÇÃO HISTÓRICA	4
2.1 Modelos dinâmicos encontrados na literatura	9
3. O CASO EM ESTUDO	13
3.1 Características gerais	13
3.2 Componentes internos	16
3.3 Objetivos e Metodologia	28
4. EQUAÇÕES DE MOVIMENTO	29
4.1 Posições e ângulos de referência	29
4.2 Equações de movimento derivadas a partir das Equações de Lagrange	33
4.2.1 Função de energia cinética	34
4.2.2 Forças conservativas	45
4.2.3 Forças de natureza não conservativa	50
4.2.4 Forças hidrodinâmicas inerciais	54
4.3 Modelo do atuador hidráulico	63
5. DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES HIDRODINÂMICOS	67
5.1 Equações dos coeficientes hidrodinâmicos	67
5.2 Gráficos dos coeficientes hidrodinâmicos	68
6. EQUAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS E SIMULAÇÕES	72
6.1 Equação no espaço de estados	72
6.2 Simulações	73
7. CONCLUSÃO	87
8. BIBLIOGRAFIA	90
APÊNDICES	92
APÊNDICE A1	92
APÊNDICE A2	94
APÊNDICE A3	98
APÊNDICE A4	99

1. INTRODUÇÃO

Conforme descrito em Pesce et al. (2017), o *glider* subaquático, ou planador subaquático, se enquadra na categoria de *Autonomous Underwater Vehicle* (AUV), que visa realizar monitoramento oceanográfico e, quando instrumentado com sensores, permite a coleta de dados físico-químicos da água, tais como medidas de profundidade, ruído ambiente, temperatura, salinidade e distância até o fundo do oceano, além de dados tridimensionais do ambiente marinho no espaço oceânico, como objetos e obstáculos. Quando os *gliders* emergem para a superfície, possibilitam a comunicação com a base de controle de navegação através de satélites, na qual descarregam os dados coletados.

De acordo com Pesce et al. (2017), os *gliders* apresentam baixo consumo de energia e possuem grande autonomia, capazes de operar por meses e de cobrir distâncias de centenas ou de milhares de milhas náuticas, constituindo, quando comparados a outros métodos de coleta de dados no oceano, uma alternativa de baixo custo operacional e de manutenção. São considerados seguros e não prejudiciais ao ecossistema marinho, emitindo níveis de ruído e vibração mínimos, possibilitando dessa forma, aplicações a missões sensíveis.

Para navegar, os *gliders* são impulsionados por forças de natureza gravitacional, através da redistribuição interna de massa e da variação do peso imerso, o que os leva a realizar movimentos de submersão e de emersão, sem a utilização de propulsores. Segundo Pesce et al. (2017), bússolas de precisão avançadas e sensores de inclinação são utilizados para manter sua trajetória, realizando eventuais ajustes de posição com o uso do sistema de posicionamento global, o *Global Positioning System* (GPS), quando na superfície.

Os *gliders* são veículos autônomos compostos por mecanismos, instrumentos e códigos de programação relacionadas com o controle que permitem a realização de movimentos debaixo da água para cumprirem sua trajetória e efetuar sua missão. De acordo com Pesce et al. (2017), o *glider* é um veículo muito versátil, possuindo um tamanho reduzido e atuando sem intervenção humana, não necessitando de tripulação. Existem modelos para operação tanto perto da costa quanto em águas profundas.

Segundo Barros (2018)¹, os AUV são veículos robóticos móveis constituídos com um certo grau de autonomia e dependentes de um número de funções estabelecidas *onboard*. A autonomia é a habilidade que o veículo possui de executar, independentemente da intervenção humana, ações que são explicitamente especificadas em sua programação intrínseca. Assim, algumas atividades podem ser captadas e desempenhadas, dentre elas: a percepção ambiental, a análise da missão que está incumbido de fazer e o planejamento da trajetória a ser realizada. O *software* responsável pelo controle e coordenação dessas funções em tempo real é chamado de arquitetura de controle.

Ao longo dos anos, a indústria ligada às áreas de engenharia *offshore* e engenharia naval e oceânica, com o intuito de atender às suas necessidades relacionadas à exploração marítima por meio da aplicação de uma gama de conhecimentos que incorpora àqueles próprios das engenharias elétrica, automação e controle, dedicou-se à construção de projetos de veículos submarinos autônomos.

O presente trabalho visa estudar o *glider* subaquático no que tange a apresentação de seus instrumentos, mecanismos e equações de movimento que possibilitam a navegação do veículo em baixo da água.

O capítulo 2 apresenta, do ponto de vista histórico, o surgimento e a aplicação de alguns dos tipos de veículos subaquáticos. Além disso, são abordados alguns estudos que foram realizados para a análise do *glider*.

No capítulo 3, é feito um estudo do conceito *glider*, em que o modelo G2 *Slocum* com capacidade de mergulho de 1000 m, é tomado como referência para o estudo. São apresentadas as características mecânicas e funcionais do veículo e descrita sua dinâmica. O capítulo se encerra estabelecendo as metas do presente trabalho e as formas pelas quais essas metas serão concretizadas.

¹ Notas de aula Ettore Apolonio de Barros, PMR5243 – Introdução a Sistemas de Controle Aplicados à Robótica Submarina e Engenharia Oceânica, 2018.

No capítulo 4, por meio da Mecânica Analítica, através do formalismo de Lagrange, são derivadas as equações de movimento que regem a dinâmica do *glider* subaquático no plano vertical. As equações são construídas a partir das funções de energia cinética – que inclui os termos inerciais associados ao tensor de massa adicional e de energia potencial, e das forças hidrodinâmicas não conservativas de natureza viscosa.

O capítulo 5 trata dos parâmetros e modelos de escoamento que foram utilizados no *software* ANSYS® para a representação das forças hidrodinâmicas e do momento hidrodinâmico, em pequenos a moderados ângulos de ataque. Por meio de métodos algébricos, são construídas curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em função do ângulo de ataque, a serem utilizados no cálculo das forças de natureza não conservativa.

O capítulo 6 apresenta as equações de movimento escritas na forma de espaço de estado, permitindo sua resolução no *software* Matlab®, para a simulação da dinâmica do *glider* no plano vertical. Leis de controle em malha aberta são propostas para a atuação dos sistemas de posicionamento do contrapeso e de regulação do peso imerso. Exemplos de simulação são apresentados e discutidos.

No capítulo 7 são apresentadas as conclusões sobre o trabalho e sugeridas tarefas complementares a serem realizadas no futuro.

O capítulo 8 traz as referências bibliográficas usadas para a realização desse trabalho.

2. GLIDER: UMA BREVE DESCRIÇÃO HISTÓRICA

Os *gliders* subaquáticos foram originalmente concebidos no início dos anos 1960, a partir do *Concept Whisper*, um protótipo tripulado por dois homens conhecido como *swimmer delivery vehicle* (SDV), construído pela *General Dynamics Corporation*. Um protótipo do *Concept Whisper* foi construído e testado em mergulhos rasos em *San Diego Bay*, na Califórnia, em 1964 (DHANAK, 2016).

Nos anos 1970, análises de energia dos *gliders* subaquáticos, bem como uma avaliação de várias aplicações, foram desenvolvidas pela *Naval Electronics Laboratory*. No fim dos anos 1980, *Stommel* propôs a criação de uma frota de *gliders* autônomos referidos como *Slocum* para traçar o perfil das propriedades da água do oceano. Pouco tempo depois, os *gliders* começaram a ser desenvolvidos com sensores de plataformas úteis, como resultado de um financiamento sustentado pelo *Office of Naval Research*. Esses *gliders* subaquáticos foram desenvolvidos e testados principalmente com o propósito de traçar o perfil das propriedades da água do oceano, compatível com a função inicialmente prevista por *Stommel*. Neste contexto, são simplesmente denominados *gliders*. Os *designs* dos modelos mais conhecidos, *Spray*, *Seaglider* e *Slocum*, são baseados em um corpo de revolução convencional dotados de asas e fólios (DHANAK, 2016).

Um breve comentário sobre esses três tipos de modelos de *glider* será feito, tomando Graver (2005) como referência.

- *Spray*

O modelo *Spray*, desenvolvido no *Scripps Institution of Oceanography* (SIO), possui um comprimento de 2 m e uma massa de 50 kg. O grupo de pesquisa de Russ Davis no *Scripps*, projetou e opera os *gliders Spray*.

O *Spray* tem um alcance de milhares de quilômetros, dependendo de alguns fatores como a velocidade, sensoriamento, comunicações e outros usos de energia. Usa baterias de lítio, que possuem melhor densidade energética e desempenho do que as baterias alcalinas.

O *Spray* possui um casco de pressão cilíndrica composto por duas asas e uma cauda vertical. Uma carenagem inundada forma a parte traseira do casco e abriga uma bexiga externa com óleo para o sistema de lastro. A bomba de lastro hidráulico tem um *design* melhorado que inclui uma bomba de escorva e uma maior razão de compressão. Essas melhorias de *design*, tornam a bomba mais adequada para uso em um *glider*, permitindo sua operação em diferentes orientações e evita a perda da bomba de escorva devido à formação de bolhas no fluido bombeado.

O *design* do *Spray* utiliza duas massas móveis internas, uma para o controle de *pitch* e outra para o controle de *roll*, em contraste aos modelos *Seaglider* e *Slocum*, em que um único conjunto de baterias é movimentado.

Figura 1 – Ilustração do *glider* do modelo *Spray*



Fonte: Imagem extraída da internet. Disponível em: < www.cencoos.org/observations/sensor-platforms/gliders/ >. Acesso em: 04. ago. 2021.

- *Seaglider*

O *Seaglider*, desenvolvido por *The University of Washington Applied Physics Lab*, é projetado para missões de amostragem oceanográfica estendidas, com um alcance de 6000 km. Possui uma massa de 52 kg e seu casco é composto por um casco interno, resistente à pressão hidrostática, envolto por uma carenagem externa. A carenagem tem 1,8 m de comprimento e 30 cm de diâmetro, sendo livre de inundações.

O *Seaglider* foi projetado para mergulhar até 1500 m. Mergulhos mais profundos aumentam a eficiência de sua bomba.

O *Seaglider* possui uma asa fixa com envergadura de 1 m e caudas verticais localizadas acima e abaixo do corpo. As asas são localizadas junto a cauda, proporcionando uma melhora do comportamento dinâmico do veículo, no que tange à estabilidade. Os movimentos de *pitch* e *roll* são controlados através da movimentação de um conjunto interno de baterias.

Figura 2 – Ilustração do glider do modelo *Seaglider*



Fonte: Imagem extraída da internet. Disponível em: <
www.ocean.washington.edu/story/Seaglider_Licensed_to_Kongsberg>. Acesso em: 04. ago. 2021.

- *Slocum*

Existem dois tipos do modelo *Slocum*, com diferentes características. Os atributos aqui apresentados para esse modelo, permitem uma visão geral das funcionalidades e do comportamento dinâmico do veículo.

Os modelos *Slocum* podem ser de dois tipos: elétrico e térmico. Os *gliders* movidos a eletricidade operam até 1000 *m* de profundidade por meio do movimento de um contrapeso e de uma bomba de controle de lastro alojada na proa do veículo. Em contrapartida, os *gliders* movidos termicamente operam em profundidades de até 1500 *m*.

Um dos modelos de *glider* elétrico *Slocum*, objeto de estudo do presente trabalho, possui um comprimento total de 1,8 *m* e uma massa de 50 *kg*. Mergulha em profundidades de até 1000 *m* com velocidades típicas na faixa de 0,3 a 0,5 *m/s*.

O *Slocum* apresenta asas fixas planas, com seções transversais retangulares de pequeníssima espessura, e uma cauda, dotada de um leme e um fólio. A cauda também abriga uma antena para posicionamento GPS e comunicação. O movimento de *pitch* é controlado através da movimentação de uma bateria que se encontra no corpo de proa.

Figura 3 – Ilustração do *glider* do modelo *Slocum*



Fonte: Imagem extraída da internet. Disponível em: < www.researchgate.net/figure/Illustration-of-Slocum-Glider-Movement_fig2_260432237 >. Acesso em: 14. fev. 2019.

Para esses três tipos de *gliders*, de acordo com Dhanak (2016), a ênfase foi colocada na otimização do desempenho de seus perfis para navegar para cima e para baixo, através da coluna de água em ângulos íngremes, com a finalidade de se obter perfis verticais de propriedades da massa de água.

Segundo Dhanak (2016), todos os modelos existentes são similares em tamanho e peso, com cerca de 2 m de comprimento, 1 m de envergadura, 50 L no volume total e operam com uma flutuabilidade líquida de cerca de 1 a 3 N. Esses três tipos de *gliders* subaquáticos já registraram centenas de dias no mar durante uma determinada missão, coletando perfis oceânicos.

Na última metade dos anos 2000, um outro tipo de *glider* subaquático foi desenvolvido para longo alcance horizontal e para missões de longa duração de monitoramento passivo do oceano (DHANAK, 2016).

Esses novos *gliders* têm maior capacidade de carga e enfatizam a eficiência de transporte ponto a ponto. Vários projetos desses novos *gliders* foram construídos e atualmente passam por testes no mar. Dois exemplos desses *gliders* incluem os modelos Liberdade/XRay e Liberdade/ZRay. Os projetos do XRay e do ZRay, usam um sistema de flutuação à base de água do mar, análogo ao sistema de lastro de submarinos, enquanto outros projetos de *gliders* usam versões maiores de sistemas de flutuação à base de óleo (DHANAK, 2016).

Por fim, existe um modelo térmico de *glider*. Esse veículo é aplicável para alcance ultra longo e cobertura de profundidade ilimitado. O conceito fornece ao *glider* a capacidade de renovar seus estoques de energia a bordo colhendo energia ambiental do reservatório de calor do oceano, especificamente das diferenças de temperatura das águas profundas frias e da água superficial mais quente (DHANAK, 2016).

A coleta dessa energia térmica depende da mudança de volume associada à mudança de estado de um material com um ponto de fusão e congelamento na faixa da temperatura dos oceanos. O calor é absorvido da água da superfície quente, causando uma mudança do estado sólido para fluido e que é liberado para o refrigerador. A passagem do veículo através da termoclina, de águas rasas para águas mais profundas, resulta em uma mudança de estado de volta ao estado sólido. O volume de troca de calor ocorre dentro de tubos que percorrem o comprimento do veículo e fornecem uma grande área de superfície para um rápido fluxo de calor (DHANAK, 2016).

Com o avanço da tecnologia e das ferramentas da engenharia, pesquisas mais aprofundadas vêm sendo realizadas com a intenção de criar projetos de *gliders* com perfis hidrodinâmicos melhores, mais leves e com uma capacidade de atuação dos conjuntos eletromecânicos com a parte de controle mais sofisticados. Para isso, são utilizados programas computacionais para geração de desenhos, simulações fluidodinâmicas e análises de gráficos que representam o percurso de sua trajetória. Além disso, testes em escala reduzida são realizados em tanques de provas ou em ambientes abertos com o objetivo de validar o modelo e o de confrontar os resultados com a fundamentação teórica.

2.1 Modelos dinâmicos encontrados na literatura

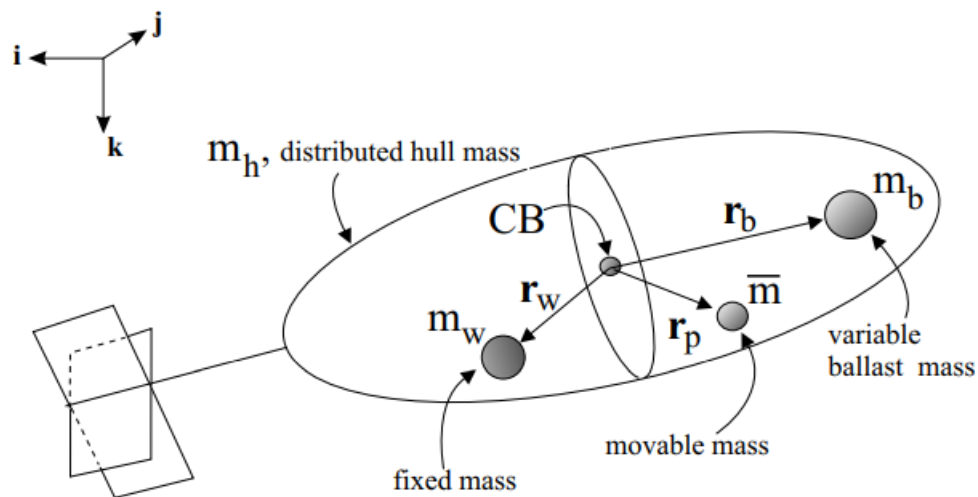
Um grande estudo e uma análise profunda sobre o *glider* foi realizada por Graver (2005). Uma parte de seu trabalho foi dedicada ao *glider* do modelo Slocum. As equações de movimento foram então derivadas, por meio das Equações de Newton-Euler, e apresentadas no referencial do corpo para três graus de liberdade, considerando o *glider* com um corpo rígido restrito a se movimentar no plano vertical. A origem do sistema de coordenadas adotado coincide com o centro de empuxo do corpo. O modelamento do *glider* foi feito considerando um corpo rígido, imerso em um fluido, com as asas e a cauda fixas.

Conforme descrito em Graver (2005), experimentos com o *glider* do modelo Slocum WE01, foram realizados perto de Chub Key, Bahamas, pertencente e operada pelo Woods Hole Oceanographic Institution (WHOI), Woods Hole, MA. Com os dados coletados, gráficos do ângulo de *pitch* e de profundidade no domínio do tempo puderam ser levantados.

No modelo dinâmico, a massa do corpo foi representada como $m_s = m_h + m_w + m_b$, sendo m_h é a massa do casco, m_w uma massa pontual que pode ser deslocada do centro de empuxo e m_b a massa variável do lastro, que também pode ser deslocada do centro de empuxo. A massa pontual é denotada por \bar{m} . A massa total do veículo é então $m_v = m_h + m_w + m_b + \bar{m} = m_s + \bar{m}$. A massa do fluido deslocado pelo veículo é denominada m . A variação de flutuabilidade é definida como $m_0 = m_v - m$, de modo que o veículo apresenta empuxo negativo se m_0 for positivo.

As posições das massas m_w e m_b são dadas pelos vetores r_w e r_b do centro de empuxo até os respectivos centros. O vetor $r_p(t)$ descreve a posição da massa móvel \bar{m} no instante de tempo t .

Figura 4 – Definições das massas do *glider*



Fonte: Graver (2005).

Nas equações de movimento do *glider* elétrico do modelo *Slocum*, um controle foi aplicado em duas massas internas no veículo, sendo uma associada à massa de lastro e a outra ao movimento de um conjunto de baterias. As massas internas utilizadas para essa modelagem incluem m_b , \bar{m} e m_w . O modelo descreve o acoplamento não linear entre o veículo e as massas deslocadas.

As principais forças foram incorporadas para o modelamento do *glider*, que incluem as forças de natureza gravitacional, os momentos e forças devidos ao movimento da massa interna e as forças hidrodinâmicas.

Dessa forma, através dos termos considerados e dos parâmetros utilizados por Graver (2005), as equações de movimento puderam ser escritas e simuladas.

O trabalho desenvolvido por Hussain et al. (2011), possui as mesmas características de equacionamento encontradas em Graver (2005). Porém, algumas simplificações foram feitas para tornar a modelagem mais fácil. A massa m_w foi

eliminada e r_b foi considerada nula para cancelar o efeito de acoplamento inercial devido ao deslocamento do ponto de massa fixo e o acoplamento entre o lastro e o momento de inércia do veículo relacionado ao ângulo de *pitch*. Os termos de acoplamento e os acoplamentos dinâmicos foram negligenciados e uma massa adicional constante foi adotada na derivação da equação de movimento.

A geometria externa do *glider* foi considerada simétrica, com a contribuição das asas dominada pelas forças de arrasto e de sustentação apenas em pequenos ângulos de ataque e a influência da massa adicional foi assumida não crítica.

Com as equações de movimento, Hussain et al. (2011) fizeram o uso do *software* Matlab® para simular a dinâmica que rege o *glider* no plano vertical.

Uma abordagem das equações de movimento do *glider* no plano vertical, também foi realizada por Singh et al. (2017), que apresenta, de um modo muito similar, as equações descritas por Graver (2005).

Em Singh et al. (2017), a massa total do *glider*, considerada como m , é dada por $m = m_h + m_m \pm m_b$, sendo m_h a massa do casco, m_m a massa móvel interna e m_b a massa de lastro. A variação de empuxo é expressa como $\Delta B = mg - B$. Por essa expressão, é possível deduzir que se o peso for igual ao empuxo, o *glider* estará em equilíbrio. Se o peso for maior do que o empuxo, o *glider* mergulhará. Se o peso for menor do que o empuxo, o *glider* irá ascender.

Em seu trabalho, Singh et al. (2017) valeram-se de um modelo parecido a Graver (2005), para descrever o movimento do *glider* no plano vertical. As forças hidrodinâmicas, o momento e a massa adicional, foram inclusas nas equações de movimento. Uma entrada de controle no sistema foi usada para representar a variação do lastro e a atuação de forças internas que agem nas massas. Os parâmetros utilizados foram decompostos nos eixos do sistema solidário ao corpo para representar os movimentos.

Através das equações de movimento, Singh et al. (2017) efetuaram simulações da dinâmica do *glider*, apresentando a profundidade e o ângulo de *pitch* no domínio do tempo, e as comparou com as simulações efetuadas por Graver (2005), obtendo resultados praticamente iguais.

Por outro lado, em seu livro “*Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*”, Fossen (2011) apresenta as equações de movimento para embarcações

marítimas considerando seis graus de liberdade, sob a hipótese de corpo rígido. O equacionamento é feito a partir das equações de Newton-Euler. São explanados os termos relacionados à hidrostática, à hidrodinâmica, às forças ambientais, ao amortecimento, ao momento de Munk e aos parâmetros de controle.

Após deduzir as equações gerais que regem o movimento de uma embarcação, Fossen (2011) descreve o caso particular de um veículo subaquático, considerando simplificações que nelas podem ser feitas.

Várias análises foram realizadas por Fossen (2011) para mostrar simulações e gráficos dos parâmetros que envolvem a dinâmica de embarcações de superfície e de veículos subaquáticos.

Diferentemente, no que tange ao método empregado, o presente trabalho utiliza-se do formalismo da Mecânica Analítica, por meio das Equações de Lagrange, para derivar as equações de movimento que regem a dinâmica do *glider* do modelo *Slocum* no plano vertical.

Além disso, de forma distinta ao que foi apresentado pelos autores anteriormente citados, Graver (2005), Hussain et al. (2011) e Singh et al. (2017), as equações de movimento derivadas no presente trabalho consideram quatro graus de liberdade: três relacionados ao movimento de corpo rígido no plano vertical, e um quarto grau de liberdade associado ao movimento do conjunto móvel de baterias relativamente ao corpo do *glider*.

3. O CASO EM ESTUDO

Esse capítulo possui como finalidade apresentar, de forma aprofundada, as características do *glider* elétrico do modelo G2 *Slocum* com capacidade de mergulho de 1000 *m* de profundidade.

O capítulo abrange comentários sobre os materiais que compõem o veículo e a ilustração de desenhos do *glider* com suas dimensões externas. São mostrados seus componentes internos com uma explicação sobre os mecanismos que permitem a realização de seu movimento dentro da água.

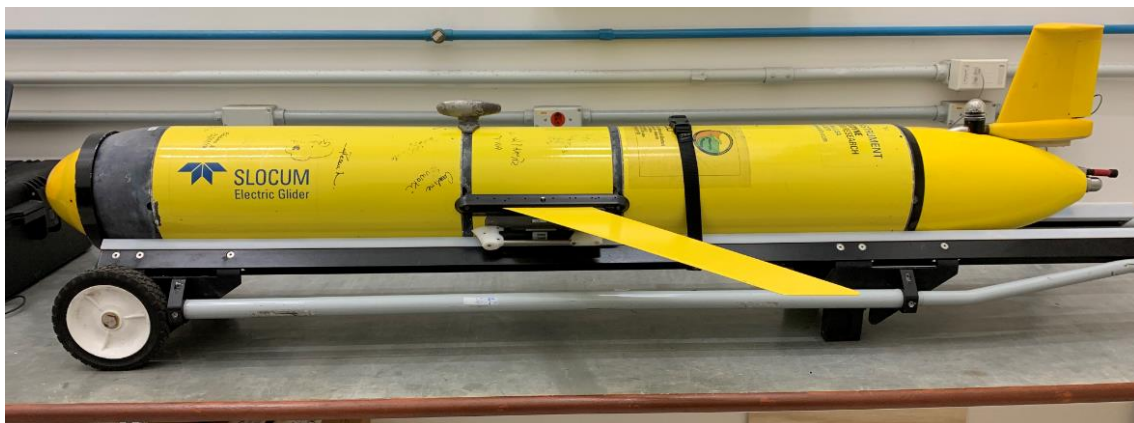
3.1 Características gerais

O estudo e a compreensão do *glider* elétrico do modelo G2 *Slocum*, conforme mostrado na figura 4, foi possível através do auxílio prestado pelo Instituto Oceanográfico (I.O.) da Universidade de São Paulo (USP). Uma análise do veículo, que englobou tanto a coleta de suas dimensões como também o entendimento do seu mecanismo de funcionamento, foi efetuada no Laboratório de Mecânica Offshore (LMO) da USP. Vale ressaltar que o Instituto Oceanográfico da USP dispõe de três unidades do *glider* do modelo *Slocum*.

A disponibilidade do modelo de propriedade da universidade permitiu que se alcançasse um melhor entendimento acerca das características do veículo. O modelo de *glider* em estudo possui um formato de torpedo, equipado de asas e de uma cauda, dotada de leme e fólio. As asas são fixas e têm espessura de 3 *mm*. O fólio tem perfil hidrodinâmico. O leme garante estabilidade direcional ao *glider*.

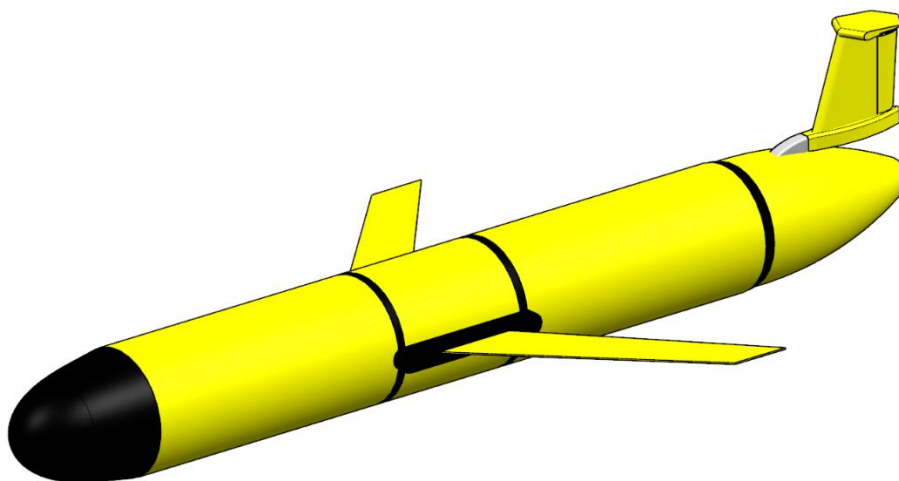
Além disso, uma característica importante a ser mencionada é a composição de materiais do *glider*. A parte central do corpo (local em que se encontram as asas), é feito de alumínio 6070. Já as outras partes são feitas de fibra de carbono.

Esse modelo de *glider* possui uma massa total de 60 *kg* e realiza sua trajetória dentro da água com velocidades típicas de mergulho de 0,3 *m/s*.

Figura 5 – Imagem do *glider* elétrico do modelo G2 *Slocum*

Fonte: Autor.

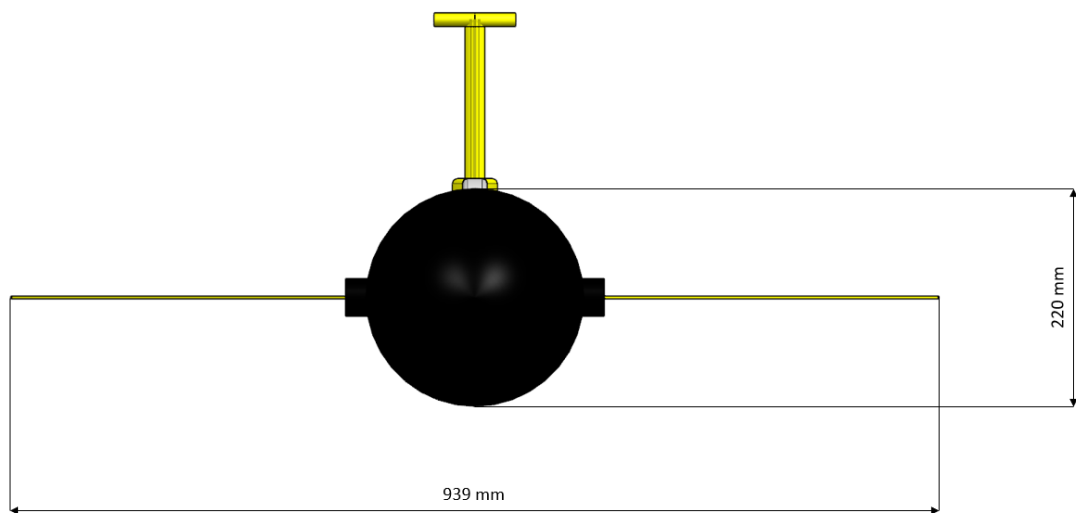
Um desenho do *glider* na escala 1:1 foi feito por meio do *software* NX[®] com a intenção de proporcionar a visualização tridimensional do veículo e apresentar as vistas frontal e lateral com suas dimensões externas. O desenho foi baseado no *glider* elétrico do modelo G2 *Slocum* com a capacidade de mergulho de 1000 *m* de profundidade.

Figura 6 – Desenho do *glider* em perspectiva

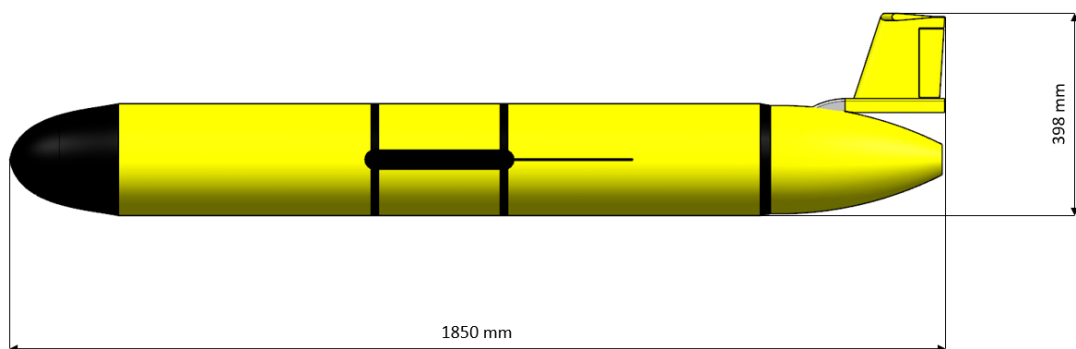
Fonte: Autor.

Conforme pode ser visto nas figuras a seguir, o *glider* possui uma envergadura de 939 mm , um comprimento de 1850 mm e uma altura de 398 mm ; seu casco tem um diâmetro de 220 mm .

Figura 7 – Desenho das vistas do *glider*



(a)



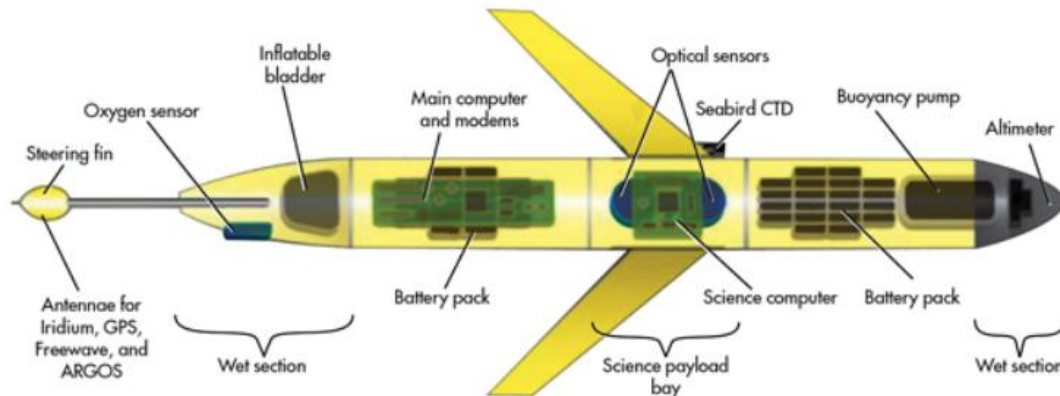
(b)

Fonte: Autor.

3.2 Componentes internos

Com relação aos componentes internos existentes no *glider* em estudo, a figura a seguir permite a visualização de componentes imprescindíveis para o seu funcionamento.

Figura 8 – Ilustração da localização dos componentes internos do *glider*



Fonte: Imagem extraída da internet. Disponível em: <www.machinedesign.com/batteriespower-supplies/long-range-underwater-drone-uses-little-fuel>. Acesso em: 14. fev. 2019.

A visualização e o entendimento desses componentes são de extrema importância para a compreensão de seu funcionamento e para o estabelecimento das estratégias de modelagem da dinâmica do veículo.

Existem no *glider* dois computadores, um localizado na parte de trás, chamado de computador central de navegação, e outro na parte central, chamado de computador central. O primeiro é o responsável por todo o conjunto de programação de *hardware* que auxilia o *glider* nos comandos que devem ser efetuados para que ele opere de forma autônoma e precisa. O segundo tem função científica, ou seja, é incumbido de coletar as propriedades da água. Além dessa função, o computador central estabelece uma comunicação com o computador central de navegação.

Figura 9 – Imagem do computador central de navegação



Fonte: Autor.

Figura 10 – Imagem do computador central

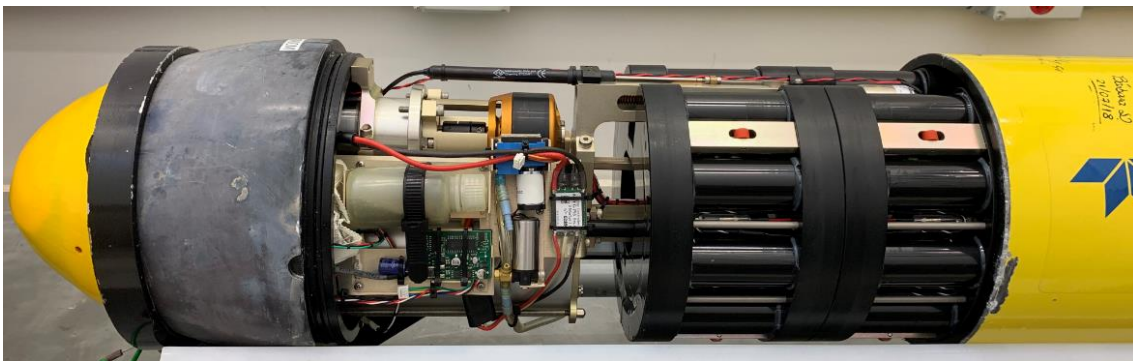


Fonte: Autor.

Segundo Pesce et al. (2017), o *glider* subaquático é um veículo autônomo que se utiliza de redistribuição interna de massa para deslocar-se por gravidade. Sua manobra, ou seja, o controle de sua trajetória ao mergulhar ou ascender, é feita através do controle de atitude (ângulos) com respeito ao plano horizontal e vertical e de controle do peso imerso.

Para que o *glider* efetue sua trajetória no plano vertical, duas características são importantes: redistribuição interna de massa e a dinâmica de um atuador hidráulico.

Figura 11 – Imagem dos componentes internos do *glider*



Fonte: Autor.

Para que esses mecanismos funcionem, eles estão conectados com o computador central de navegação que, através da programação do controle, estabelece as ações de controle sobre o atuador de posição do conjunto móvel de baterias e sobre o circuito hidráulico que regula o peso imerso.

Através do computador central de navegação, os mecanismos podem operar em instantes pré-estabelecidos para garantir que a manobra de inversão de movimento do *glider* na água ocorra de forma precisa.

- Redistribuição interna de massa

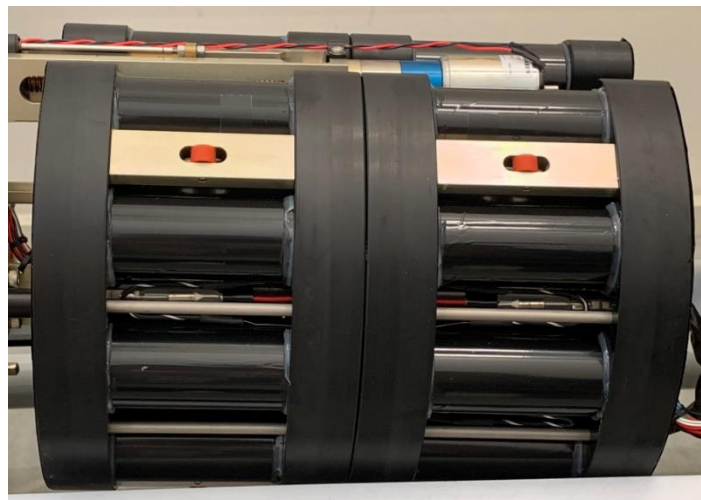
Há dentro do *glider* duas baterias, uma localizada na popa e uma na proa. A principal diferença entre essas duas baterias é que a primeira é feita de lítio e é fixa. Já a segunda, é uma bateria móvel, responsável pela mudança da posição do centro de gravidade (CG) do veículo.

Figura 12 – Imagem da bateria fixa



Fonte: Autor.

Figura 13 – Imagem da bateria móvel

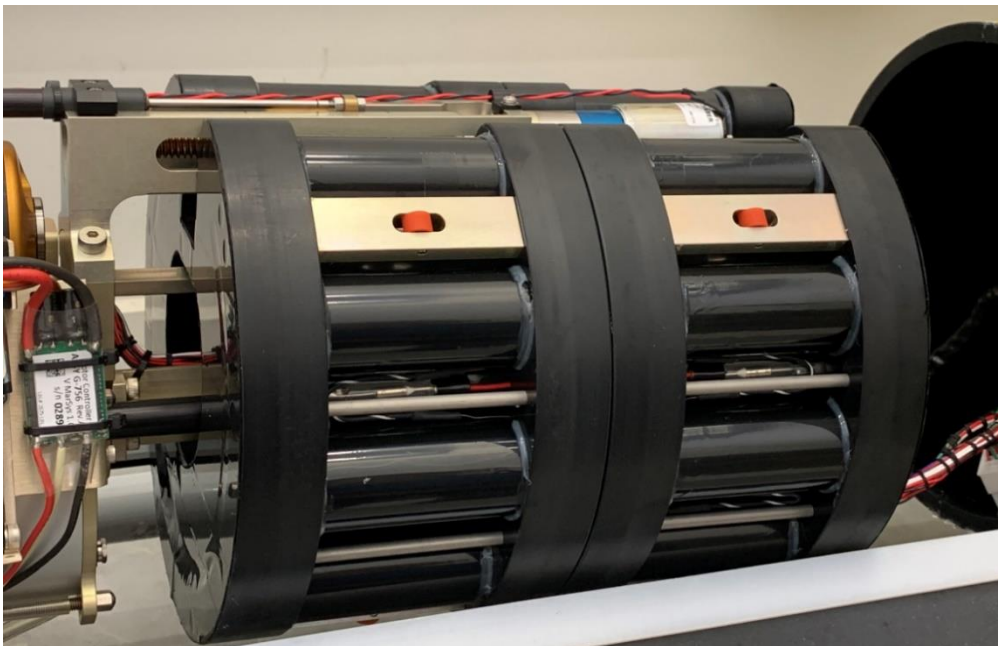


Fonte: Autor.

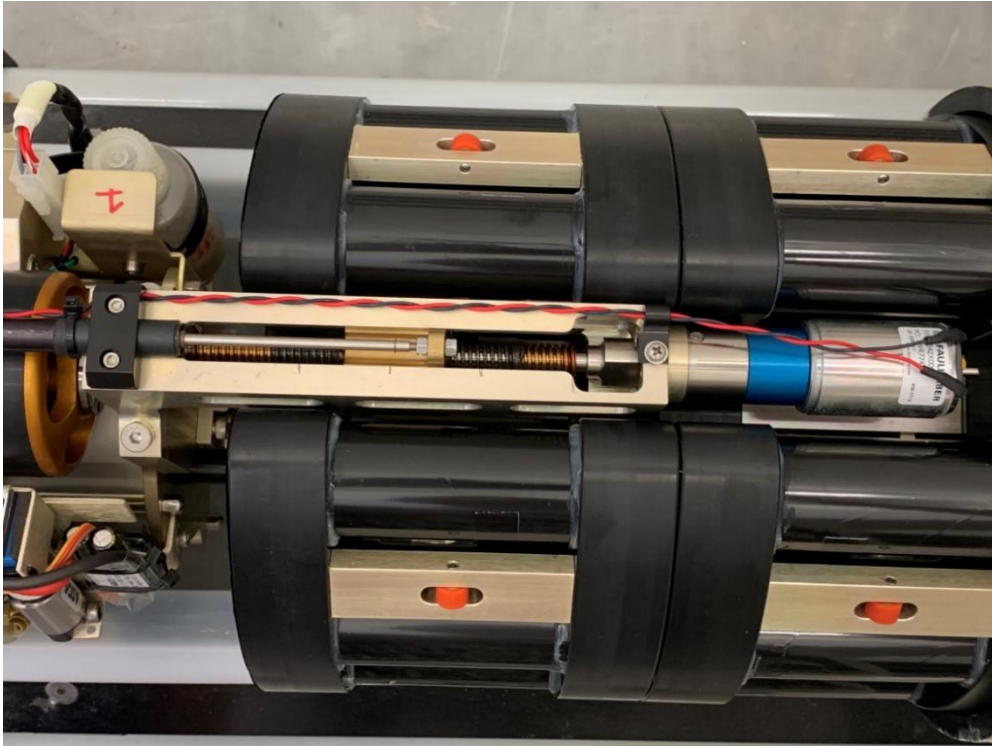
De acordo com Pesce et al. (2017), o controle de atitude se faz através do reposicionamento do centro de massa do veículo no plano central-longitudinal (e, eventualmente, no transversal). Por meio de acionamentos eletromecânicos, uma movimentação do conjunto móvel de baterias ocorre no eixo longitudinal do *glider* alterando seu centro de gravidade.

Para que esse movimento ocorra, um motor elétrico transmite potência que aciona um parafuso de movimento. Esse fuso possui um curso total de $101,60\text{ mm}$ de comprimento e apresenta movimento de avanço e de recuo, com $50,80\text{ mm}$ de amplitude, sendo o responsável pelo movimento longitudinal do conjunto de baterias móvel. A existência de alguns roletes permite um melhor deslizamento das baterias.

Figura 14 – Imagem do conjunto de baterias móvel



(a)



(b)

Fonte: Autor.

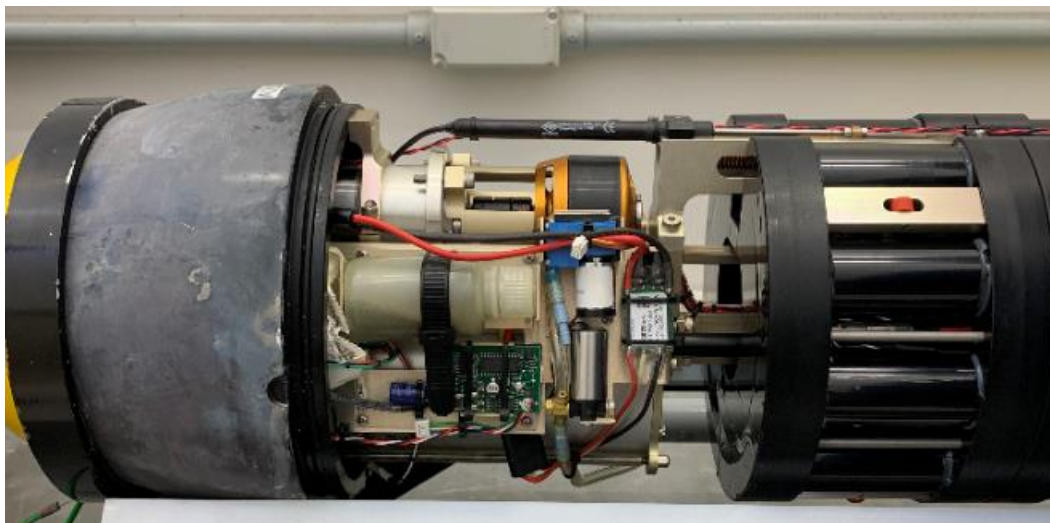
- Circuito hidráulico

Um outro mecanismo que contribui para o *glider* se movimentar é a presença de um circuito hidráulico. O seu funcionamento compreende um motor elétrico que fornece potência à uma bomba hidráulica. Entre esses dois componentes existe um amortecedor. Essa bomba, por sua vez, está conectada com um atuador hidráulico, o qual é responsável também pela mudança do centro de gravidade do veículo e pelo peso imerso.

O atuador hidráulico é composto por um pistão. No atuador entra uma vazão Q_1 e sai uma vazão Q_2 . O fluido que é recalado pela bomba e que é admitido na entrada do atuador é óleo. Já o fluido que sai é água.

O movimento do pistão é proporcionado pela variação do volume de óleo e água que ocorre dentro do atuador hidráulico.

Figura 15 – Imagem do circuito hidráulico



Fonte: Autor.

É importante mencionar que a água, que está associada à vazão Q_2 , possui uma comunicação com o ambiente externo conseguida através de alguns orifícios que se encontram na proa do *glider*, conforme mostra a figura 16.

Figura 16 – Imagem dos orifícios



Fonte: Autor.

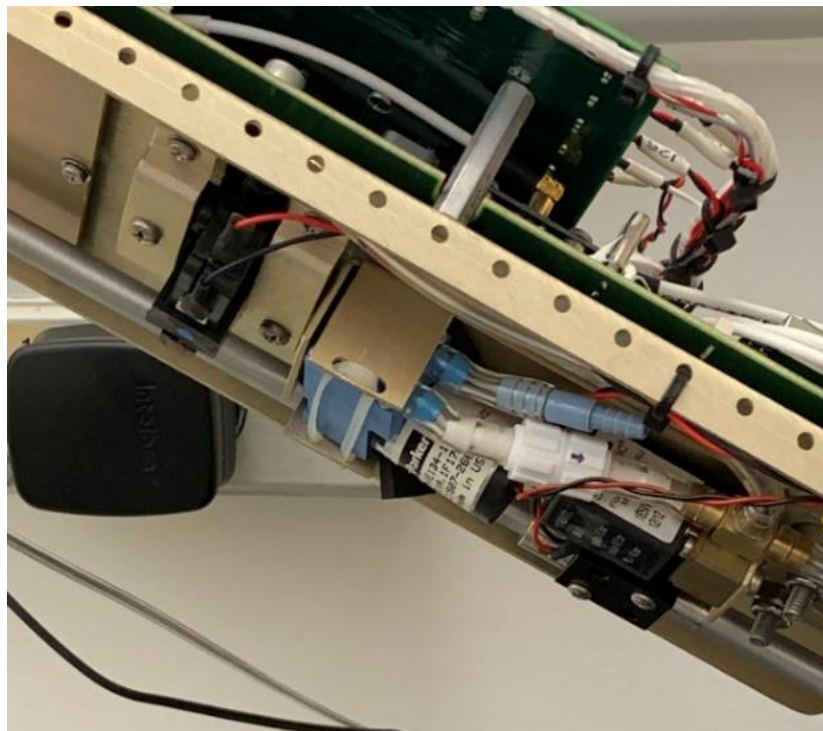
- Mecanismo da bexiga

Antes do *glider* ser colocado na água e efetuar sua navegação, é realizado um ajuste do ar contido no interior do veículo. Cumpre mencionar que essa operação não é objeto do modelo hidrodinâmico desenvolvido no presente trabalho.

O processo é realizado por meio de uma bomba de vácuo composta por um manômetro para calibrar a pressão do ar. Uma pequena quantidade de ar permanece dentro do veículo. Uma bomba pneumática (componente azul) é responsável por encher uma bexiga usando o resquício de ar que se encontra no interior do veículo.

A bexiga, localizada na popa do *glider*, é acionada quando o veículo se encontra à 5 m da superfície, auxiliando em seu retorno.

Figura 17 – Imagem da bomba pneumática



Fonte: Autor.

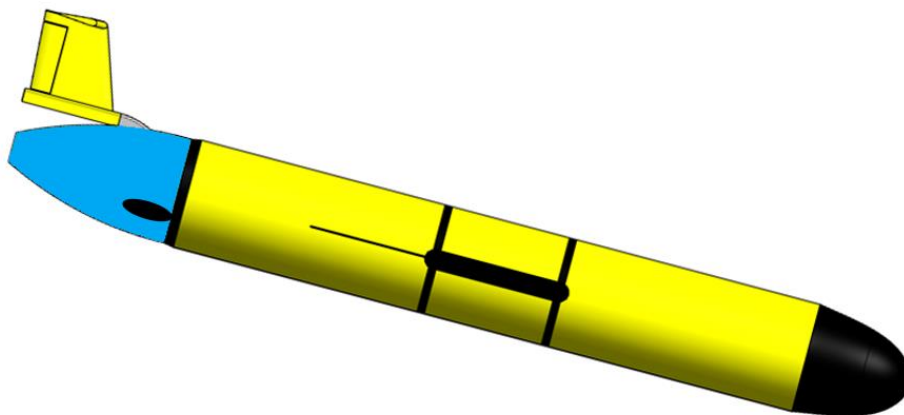
Figura 18 – Imagem da bexiga



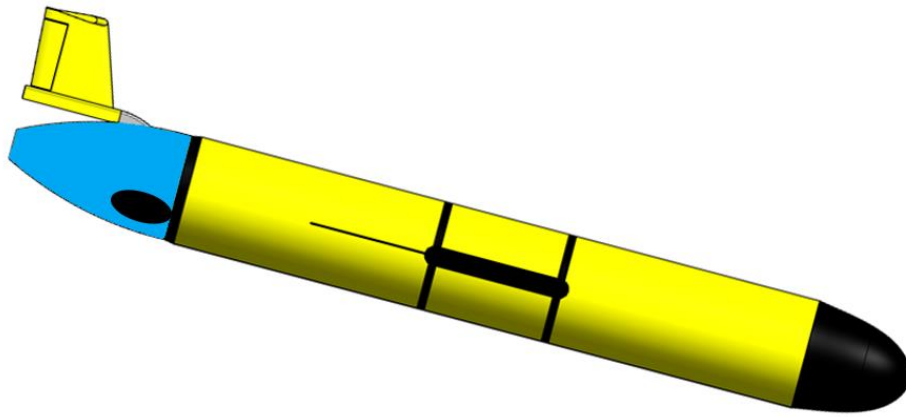
Fonte: Autor.

As figuras a seguir mostram a bexiga inflando com a entrada de ar. É importante notar que conforme ocorre a expansão da bexiga, a água no seu entorno é expulsa para o meio externo por meio de uma abertura no veículo, diminuindo dessa forma, o volume de água contido no interior do casco.

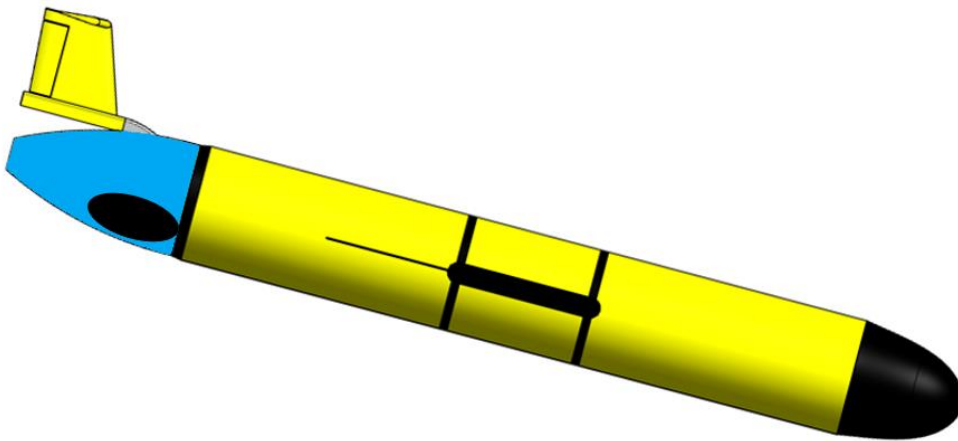
Figura 19 – Ilustração do mecanismo de funcionamento da bexiga



(a)



(b)



(c)

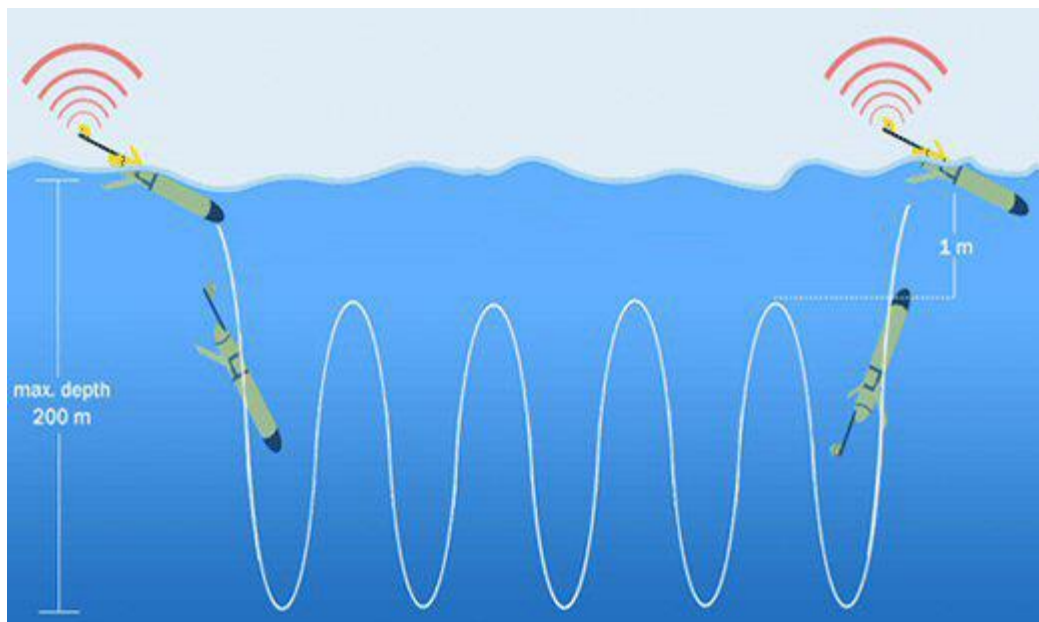
Fonte: Autor.

- Outros mecanismos

Além dos mecanismos apresentados, o surgimento de forças viscosas de arrasto e de sustentação que atuam nas asas e no fólio, contribuem para a realização do movimento do *glider* dentro da água.

Dessa forma, segundo Pesce et al. (2017), o *glider* realiza a sua trajetória em formato quase senoidal, alterando as fases de mergulho e ascensão, através da coluna d'água.

Figura 20 – Ilustração da trajetória do *glider* no plano vertical



Fonte: Imagem extraída da internet. Disponível em: < www.noc.ac.uk/facilities/marine-autonomous-robotic-systems/gliders >. Acesso em: 2. dez. 2022.

3.3 Objetivos e Metodologia

O principal objetivo do presente trabalho é o desenvolvimento de um modelo de ordem reduzida que permita realizar o estudo da dinâmica do *glider* subaquático no plano vertical. Adicionalmente aos três graus de liberdade que caracterizam o movimento de um corpo rígido no plano, um quarto grau de liberdade é considerado, associado à redistribuição interna de massa devido à movimentação do contrapeso.

As equações de movimento são aqui derivadas através da Mecânica Analítica, fazendo uso das equações de Lagrange, e apresentadas no sistema de referências que instantaneamente coincide com o referencial do corpo. A função de energia cinética considera a contribuição do tensor de massa adicional. As forças generalizadas incluem forças de natureza conservativa (associadas ao campo gravitacional) e forças de natureza não conservativa, associadas ao escoamento viscoso em torno do *glider*. Um amortecimento hidrodinâmico complementar, associado ao movimento de *pitch*, é considerado através de modelagem Rayleighiana.

Os coeficientes das forças não conservativas, que correspondem às forças viscosas de arrasto, de sustentação e ao momento hidrodinâmico, são obtidos por meio de simulações de técnica de fluidodinâmica computacional (CFD), por meio do *software* ANSYS® com o uso do código Fluent®. Tais simulações são realizadas sob hipóteses de escoamento em regime permanente, pequenos a moderados ângulos de ataque, em condições quase-estáticas. As simulações são feitas utilizando a geometria do *glider* desenhada no *software* NX®. O Método dos Mínimos Quadrados é então aplicado para a construção de equações representativas dos coeficientes hidrodinâmicos em função do ângulo de ataque instantâneo.

As equações de movimento, escritas na forma de espaço de estados, são implementadas em código específico elaborado no *software* Matlab® para a realização de simulações da trajetória do *glider* no domínio do tempo.

Estudos de caso são então empreendidos e a dinâmica revelada pelo modelo é analisada.

4. EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

Esse capítulo apresenta o desenvolvimento de um modelo de ordem reduzida, representado por equações diferenciais ordinárias de segunda ordem, que regem a dinâmica do *glider* subaquático movimentando-se no plano vertical. Um quarto grau de liberdade relacionado à movimentação do contrapeso é considerado, o que não é encontrado na literatura técnica dedicada ao assunto.

As equações de movimento são derivadas através da metodologia da Mecânica Analítica, por meio das equações de Lagrange, e representadas no sistema de referências que instantaneamente coincide com o referencial do corpo.

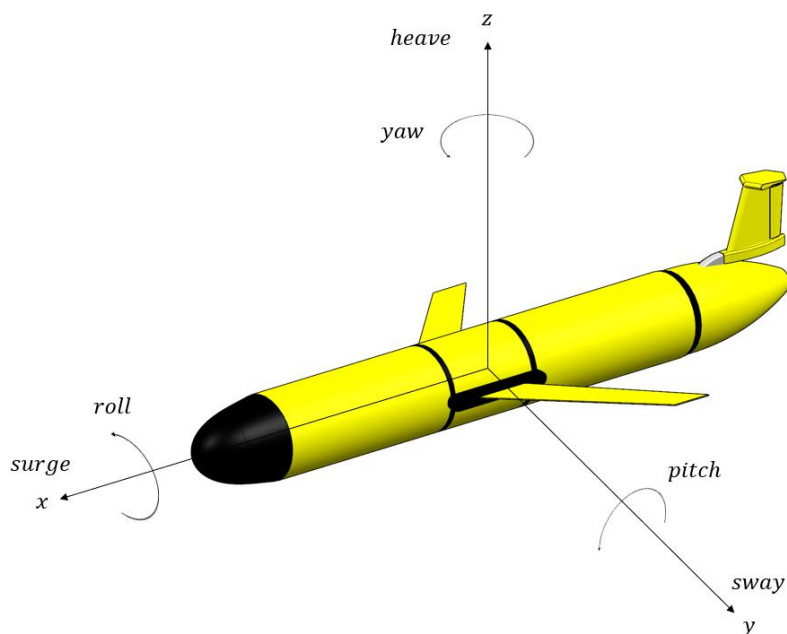
Adicionalmente dois modelos de controle em malha aberta são propostos para a atuação dos sistemas de posicionamento do contrapeso e de funcionamento do atuador hidráulico.

4.1 Posições e ângulos de referência

A figura a seguir mostra os seis graus de liberdade que representam os deslocamentos e rotações de um corpo rígido e que especificam completamente sua posição e orientação.

Os índices x , y e z representam o sistema de coordenada fixo no corpo. As nomenclaturas de *surge*, *sway* e *heave* e as rotações *roll*, *pitch* e *yaw* retratam, respectivamente, os movimentos translacionais e angulares nas direções x , y e z .

Figura 21 – Ilustração dos eixos e graus de liberdade do glider



Fonte: Autor.

Sob a hipótese de corpo rígido, as equações de movimento, se expressas no sistema de referências do corpo, segundo os seis graus de liberdade que o caracterizam são dadas, segundo Fossen (2011), por:

$$\begin{aligned}
 m[\dot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] &= X \\
 m[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] &= Y \\
 m[\dot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})] &= Z \\
 I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} \\
 + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)] &= K \\
 I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} \\
 + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)] &= M \\
 I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{zx} \\
 + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)] &= N
 \end{aligned}$$

onde X , Y , Z denotam as componentes da resultante das forças e K , M e N representam os respectivos momentos. Esse modelo é a base para a simulação no domínio do tempo para embarcações marinhas.

A tabela abaixo, que segue a notação da SNAME (1950) para embarcações marinhas, sintetiza o significado dos parâmetros das equações acima.

Tabela 1 – Relação dos graus de liberdade com suas respectivas grandezas

Graus de liberdade		Forças e momentos	Velocidades linear e angular	Posições e ângulos
1	movimento na direção x (<i>surge</i>)	X	u	x
2	movimento na direção y (<i>sway</i>)	Y	v	y
3	movimento na direção z (<i>heave</i>)	Z	w	z
4	rotação em torno do eixo x (<i>roll</i>)	K	p	ϕ
5	rotação em torno do eixo y (<i>pitch</i>)	M	q	β
6	rotação em torno do eixo z (<i>yaw</i>)	N	r	ψ

Fonte: Autor. Adaptado de Fossen (2011).

Se o movimento for restrito ao plano vertical, os movimentos de *sway*, *roll* e *yaw* deixam de existir e as equações expressas no referencial do corpo, ficam:

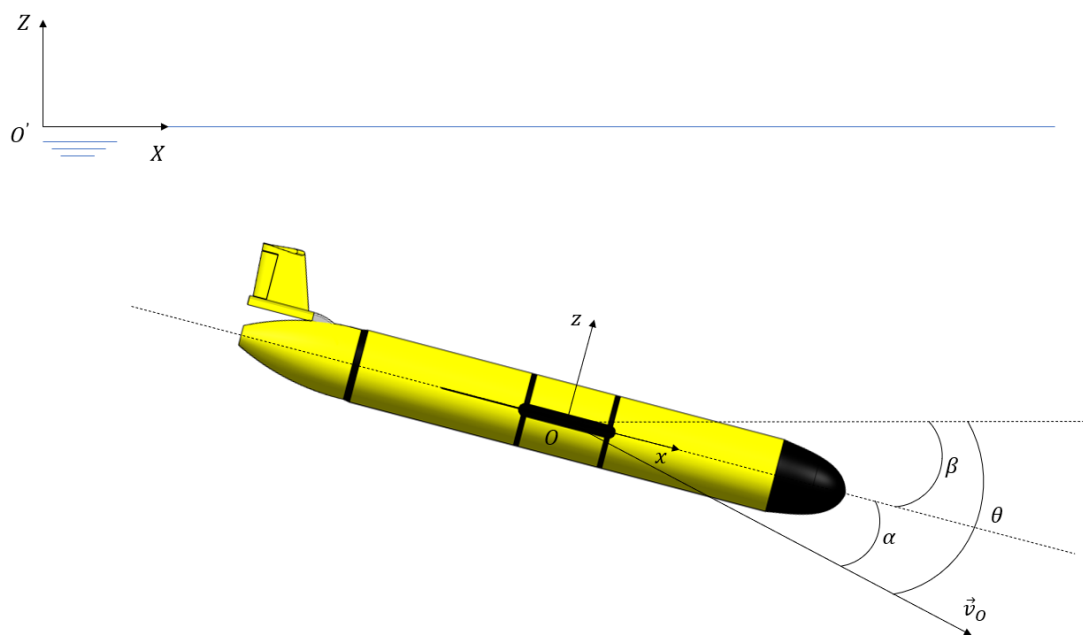
$$m[\dot{u} + wq - x_G q^2 + z_G \dot{q}] = X$$

$$m[\dot{w} - uq - z_G q^2 - x_G \dot{q}] = Z$$

$$I_y \dot{q} + m[z_G(\dot{u} + wq) - x_G(\dot{w} - uq)] = M$$

No caso em estudo, de um *glider* se movimentando no plano vertical, a figura 22 ilustra os sistemas de coordenadas utilizados e define os ângulos que compõem as equações de movimento.

Figura 22 – Ilustração dos eixos e ângulos de referência



Fonte: Autor.

Na figura 22, $XO'Z$ é o sistema de coordenadas cartesianas que orienta o referencial inercial, e cuja origem se encontra situada na superfície livre; xOz orienta o sistema de referência do corpo; β é o ângulo de *pitch*; α é o ângulo (instantâneo) de ataque; θ é o ângulo de mergulho, i.e. o ângulo do vetor de velocidade \vec{v}_O do ponto O com relação à horizontal; no caso ilustrado, na ausência de correnteza, esse ângulo fica expresso pela soma do ângulo de *pitch* e do ângulo de ataque, ou seja, $\theta = \alpha + \beta$.

4.2 Equações de movimento derivadas a partir das Equações de Lagrange

As equações de Lagrange para sistemas holônomos podem ser escritas na forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j \quad (1)$$

com $i = 1, \dots, n$ os índices dos graus de liberdade considerados e com Q_j as respectivas forças generalizadas. Na equação, T é a energia cinética do sistema material em estudo.

Considerando o sistema com quatro graus de liberdade, i.e., incluindo o movimento do contrapeso relativamente ao corpo do *glider*, o vetor de coordenadas generalizadas fica aqui definido como $q = [X \ Z \ \beta \ \xi]^t$, com X , Z , β conforme identificados na figura 22 e com ξ a posição longitudinal do centro de massa do contrapeso com respeito a O . Consistentemente, o vetor de forças generalizadas será definido como $Q = [Q_X \ Q_Z \ Q_\beta \ Q_\xi]^t$.

A energia cinética do sistema é a soma das energias cinéticas do corpo, do contrapeso, do atuador hidráulico (que inclui a água de lastro)² e daquela associada ao tensor de massa adicional, definido com o polo no ponto O . As forças generalizadas serão particionadas na forma $Q_i = Q^c + Q^{nc}$, Q^c representando as de natureza conservativa (neste caso, gravitacional) e Q^{nc} as não conservativas (neste caso, as forças viscosas associadas ao escoamento).

As equações de movimento serão desenvolvidas no referencial inercial e com a utilização da matriz de mudança de base (ver APÊNDICE A1), serão expressas no referencial inercial que instantaneamente coincide com o referencial do corpo.

O polo O , conforme mostrado na figura 22, é um ponto do corpo arbitrariamente escolhido ao longo do seu eixo longitudinal.

² Na realidade este é um sistema de massa variável, posto que a água de lastro varia no tempo. Consistentemente, a Equação de Lagrange estendida para sistemas de massa variável, deduzida em Pesce (2003), deveria ser utilizada. No entanto, admite-se que a velocidade com que a massa de lastro é perdida ou ganha seja muito pequena, de tal sorte que os termos associados à variação de massa são de segunda ordem, podendo assim ser desprezados. Discussão aprofundada acerca deste tema está fora do escopo do presente texto e é deixada como sugestão para trabalhos futuros.

Para cada grau de liberdade considerado, a força generalizada é expressa como:

$$Q_j = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \cdot \frac{\partial P_i}{\partial q_j} \quad (2)$$

em que \vec{F}_i são as forças aplicadas no corpo e P_i são os pontos de aplicação das forças. No caso das forças peso, P_i é o centro de massa do corpo, do contrapeso ou da massa de lastro líquida; no caso da força de empuxo hidrostático, P_i é o centro de empuxo (ou de carena).

4.2.1 Função de energia cinética

Conforme mencionado, a energia cinética do sistema é a soma das energias cinéticas do corpo, do contrapeso, do atuador hidráulico e daquela associada ao tensor de massa adicional, definido tomando-se polo no ponto O .

- Energia cinética do corpo

A energia cinética do corpo do *glider*, considerado como rígido, é dada, de acordo com Pesce (2009), no caso de movimentos gerais por:

$$T_c = \frac{1}{2} m_c \vec{v}_O^2 + m_c \vec{v}_O \cdot \vec{\omega} \wedge (G - O) + \frac{1}{2} \vec{\omega}^t \mathbf{I}_O \vec{\omega} \quad (3)$$

na qual m_c é a massa do corpo do *glider*; \vec{v}_O é a velocidade do ponto O ; $\vec{\omega}$ é o vetor rotação e \mathbf{I}_O é a matriz de inércia do corpo.

No caso em estudo, de movimento no plano vertical, com $\vec{j} = \vec{J}$ o versor perpendicular ao plano, o vetor rotação fica escrito:

$$\vec{\omega} = \dot{\beta} \vec{j} = \dot{\beta} \vec{J}$$

e a velocidade do ponto O é:

$$\vec{v}_O = \dot{X} \vec{I} + \dot{Z} \vec{K}$$

Os versores \vec{I} , \vec{J} e \vec{K} orientam, respectivamente, os eixos X , Y e K , conforme ilustrado na figura 22.

O vetor posição do centro de massa do corpo do *glider*, expresso no sistema $Oxyz$, orientado pelos versores \vec{i} , \vec{j} e \vec{k} , é apresentado como:

$$(G - O) = x_G \vec{i} + z_G \vec{k}$$

A matriz mudança de base do referencial do corpo para o referencial inercial pode ser vista no APÊNDICE A1.

A função de energia cinética do corpo do *glider* é então obtida na forma:

$$T_c = \frac{1}{2} m_c \dot{X}^2 + \frac{1}{2} m_c \dot{Z}^2 - m_c x_G \sin \beta \dot{X} \dot{\beta} + m_c z_G \cos \beta \dot{X} \dot{\beta} \quad (4)$$

$$- m_c x_G \cos \beta \dot{Z} \dot{\beta} - m_c z_G \sin \beta \dot{Z} \dot{\beta} + \frac{1}{2} I_{O_y} \dot{\beta}^2$$

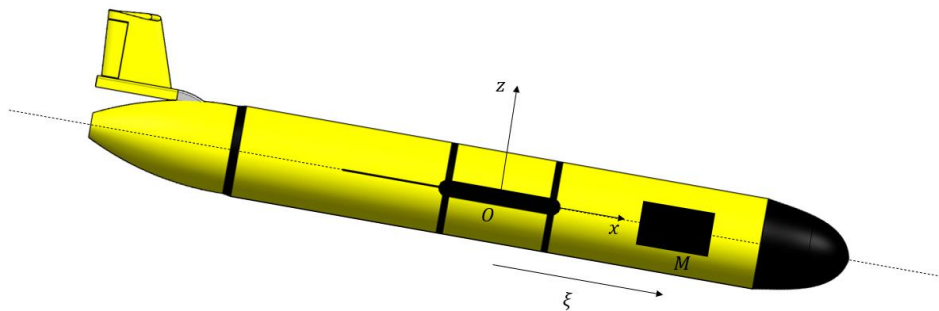
- Energia cinética do contrapeso

Por sua vez, a função de energia cinética do contrapeso é dada por:

$$T_{cp} = \frac{1}{2} m_{cp} \vec{v}_M^2 + \frac{1}{2} \vec{\omega}^t I_{cp_y} \vec{\omega} \quad (5)$$

onde m_{cp} é a massa do contrapeso; \vec{v}_M é a velocidade do seu centro de massa, M , e I_{cp_y} é sua matriz de inércia calculada em relação ao sistema cartesiano paralelo aos eixos $Oxyz$ e com origem em M .

Figura 23 – Ilustração do contrapeso



A figura 23 ilustra o contrapeso formado pelo conjunto de baterias, cujo movimento reposiciona o centro de massa do veículo. Esse movimento é medido pela coordenada generalizada ξ , o quarto grau de liberdade do sistema em estudo, de tal forma que $(M - O) = \xi \vec{i}$. Ou seja, o ponto M está alinhado com o eixo O_x por definição.

Portanto, as velocidades dos pontos M e O estão relacionadas através do vínculo cinemático:

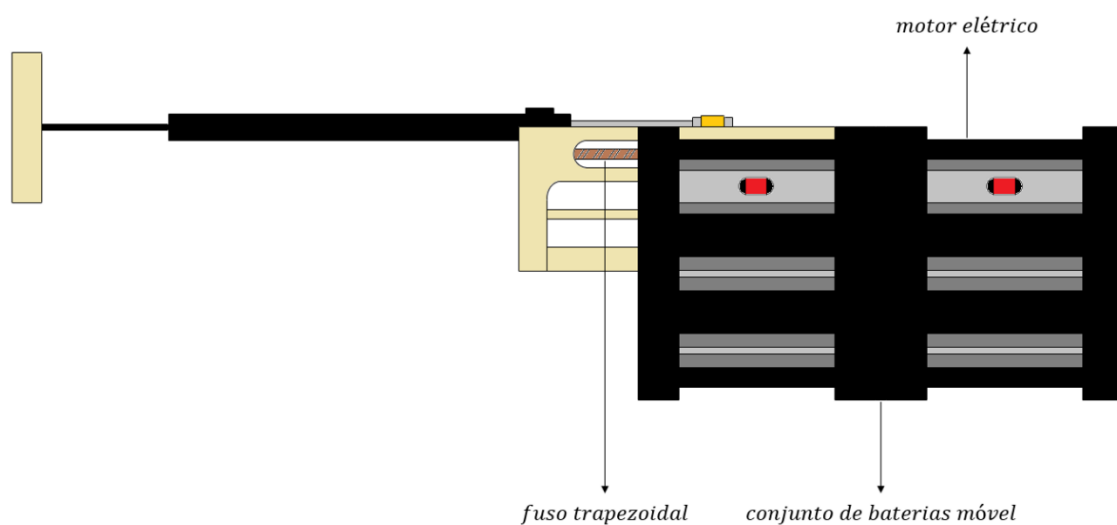
$$\vec{v}_M = \vec{v}_O + \vec{\omega} \wedge (M - O) + \dot{\xi} \vec{i}$$

A energia cinética do contrapeso fica então escrita, com I_{cpy} o momento de inércia central do contrapeso em torno de eixo perpendicular ao plano do movimento:

$$T_{cp} = \frac{1}{2} m_{cp} \left((\dot{X} - \xi \sin \beta \dot{\beta} + \cos \beta \dot{\xi})^2 + (\dot{Z} - \xi \cos \beta \dot{\beta} - \sin \beta \dot{\xi})^2 \right) + \frac{1}{2} I_{cpy} \dot{\beta}^2 \quad (6)$$

A figura a seguir mostra a representação do funcionamento do conjunto de baterias móvel. A movimentação do contrapeso ocasiona uma redistribuição interna de massa provocando uma mudança no centro de gravidade (CG) do *glider*. Isso permite com que o veículo realize sua inversão de movimento.

Figura 24 – Desenho do conjunto de baterias



Fonte: Autor.

Por meio de um motor elétrico, potência é transmitida para um parafuso de movimento que, através do curso de avanço e recuo, é o responsável pelo deslocamento do conjunto de baterias. Para auxiliar as baterias a se locomoverem, existem alguns roletes que permitem o seu deslizamento.

Para representar o movimento do contrapeso, uma lei de controle em malha aberta é proposta para que o *glider* possa realizar sua trajetória. Lógica similar de lei de controle é aplicada ao movimento do pistão do atuador hidráulico, já que os movimentos do contrapeso e do pistão devem ocorrer de forma síncrona.

Para compor a força aplicada pelo fuso ao contrapeso, a partir de um instante genérico de acionamento, t_k , a seguinte função de deslocamento, que tende assintoticamente a uma constante, é proposta:

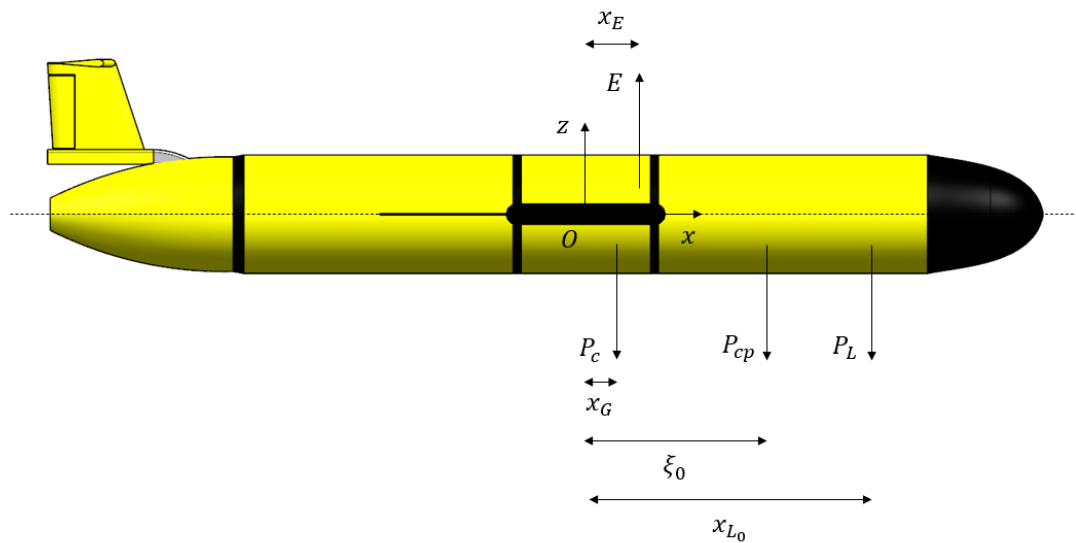
$$\tanh(\omega_a(t - t_k)) \quad (7)$$

Utilizando a função acima e, adicionalmente, considerando uma rigidez e um amortecimento linear representativos do sistema de acionamento, propõe-se a seguinte lei de controle para a força de acionamento:

$$F = m_{cp}(-1)^{(k-1)}l_{cp} \left(2\omega_a^2 \tanh(\omega_a(t - t_k)) (1 - \tanh^2(\omega_a(t - t_k))) \right) \gamma_a \quad (8)$$

$$- k_{cp}(\xi - \xi_0) - c_{cp}\dot{\xi}$$

em que l_{cp} relaciona-se à amplitude de deslocamento do contrapeso, k_{cp} é a rigidez e c_{cp} é o coeficiente de amortecimento do sistema. O parâmetro γ_a é um fator de ganho a ser estabelecido na simulação. O parâmetro ξ_0 representa a distância do centro de massa do contrapeso até o ponto O que permite ao *glider* ficar na posição horizontal.

Figura 25 – Desenho do diagrama das forças do *glider*

Fonte: Autor.

Através da figura 25, é possível escrever a equação que permite o cálculo do parâmetro ξ_0 responsável por manter o *glider* em equilíbrio na posição horizontal.

O momento calculado em relação ao ponto O na condição de equilíbrio resulta em:

$$m_c g x_G + m_{cp} g \xi_0 + m_{L_0} g x_{L_0} - E x_E = 0$$

sendo m_{L_0} a massa do lastro do atuador hidráulico na posição de equilíbrio, x_{L_0} a distância do centro de massa do lastro até o ponto O , E o empuxo e x_E a posição longitudinal do centro de empuxo do casco.

Pode-se escrever o empuxo da seguinte forma:

$$E = \rho g v_0$$

na qual ρ é a massa específica da água, g é a aceleração da gravidade e v_0 é o volume deslocado pelo *glider*.

A massa deslocada pode ser escrita como:

$$m_D = \rho v_0$$

Portanto, na posição de equilíbrio na horizontal, o parâmetro ξ_0 resulta em:

$$\xi_0 = \frac{(m_D x_E - m_C x_G - m_{L_0} x_{L_0})}{m_{cp}}$$

O parâmetro k , que define o instante de acionamento, t_k , é o responsável pela inversão de movimento do contrapeso. Quando k for um número ímpar, o contrapeso sofrerá uma força positiva e tenderá a se mover para frente, fazendo com que o *glider* mergulhe. Ao contrário, quando k for um número par, o contrapeso sofrerá uma força negativa tendendo a se locomover para trás, fazendo com que o *glider* ascenda.

Pelo princípio de ação e reação entre o ponto M' pertencente ao parafuso de movimento e o ponto M , é possível escrever a força generalizada que representa o movimento do contrapeso. Assim:

$$Q_j = (-F\vec{i}) \cdot \frac{\partial \vec{v}_{M'}}{\partial \dot{q}_j} + (F\vec{i}) \cdot \frac{\partial \vec{v}_M}{\partial \dot{q}_j}$$

Portanto, o vetor que representa o movimento do contrapeso é dado por:

$$\hat{Q}_{cp} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F \end{bmatrix}$$

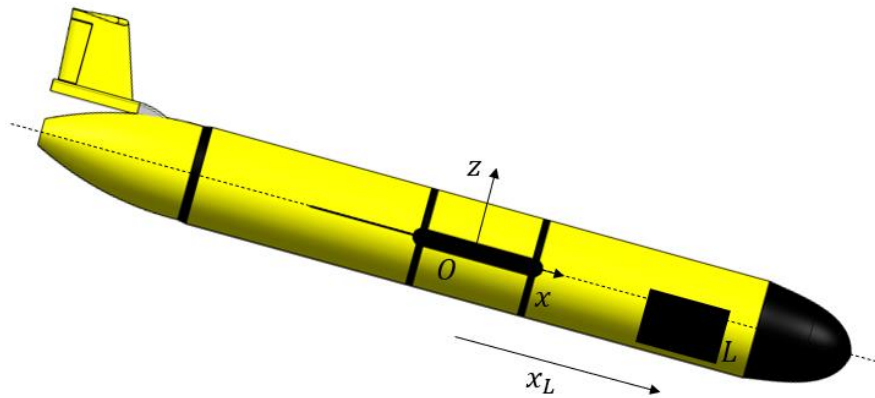
- Energia cinética da massa líquida de lastro

A energia cinética da água de lastro contida no atuador hidráulico pode ser escrita como:

$$T_L = \frac{1}{2} m_L \vec{v}_L^2 \quad (9)$$

sendo m_L a massa do lastro e \vec{v}_L a velocidade do seu centro de massa.

Figura 26 – Ilustração do atuador hidráulico



Fonte: Autor.

As velocidades dos pontos L e O estão relacionadas através do vínculo cinemático:

$$\vec{v}_L = \vec{v}_O + \vec{\omega} \wedge (L - O)$$

Apesar da linha de centro do atuador hidráulico se encontrar abaixo da linha de centro do *glider*, a troca da vazão de água que se encontra dentro do atuador hidráulico com o ambiente externo ocorre na linha de centro do *glider*, o que permite considerar a coordenada z_L como sendo zero, de forma que $(L - O) = x_L \vec{i}$.

Portanto, a energia cinética da massa de lastro comandada pelo atuador hidráulico fica expressa como:

$$T_L = \frac{1}{2} m_L \left((\dot{X} - x_L \sin \beta \dot{\beta})^2 + (\dot{Z} - x_L \cos \beta \dot{\beta})^2 \right) \quad (10)$$

- Equações de movimento

As equações de movimento, escritas no referencial inercial, são finalmente derivadas na forma:

$$\begin{aligned}
 (m_c + m_{cp} + m_L)\ddot{X} & \quad (11) \\
 & + (-m_c x_G \sin \beta + m_c z_G \cos \beta - m_{cp} \xi \sin \beta \\
 & - m_L x_L \sin \beta)\ddot{\beta} + m_{cp} \cos \beta \ddot{\xi} \\
 & - (m_c x_G \cos \beta + m_c z_G \sin \beta + m_{cp} \xi \cos \beta)\dot{\beta}^2 \\
 & - 2m_{cp} \sin \beta \dot{\xi} \dot{\beta} = Q_X
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (m_c + m_{cp} + m_L)\ddot{Z} & \quad (12) \\
 & - (m_c x_G \cos \beta + m_c z_G \sin \beta + m_{cp} \xi \cos \beta + m_L x_L \cos \beta)\ddot{\beta} \\
 & - m_{cp} \sin \beta \ddot{\xi} \\
 & + (m_c x_G \sin \beta - m_c z_G \cos \beta + m_{cp} \xi \sin \beta)\dot{\beta}^2 \\
 & - 2m_{cp} \cos \beta \dot{\xi} \dot{\beta} = Q_Z
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (-m_c x_G \sin \beta + m_c z_G \cos \beta - m_{cp} \xi \sin \beta - m_L x_L \sin \beta)\ddot{X} & \quad (13) \\
 & - (m_c x_G \cos \beta + m_c z_G \sin \beta + m_{cp} \xi \cos \beta + m_L x_L \cos \beta)\ddot{Z} \\
 & + (I_{O_y} + m_{cp} \xi^2 + I_{cp_y} + m_L x_L^2)\ddot{\beta} + 2m_{cp} \xi \dot{\xi} \dot{\beta} = Q_\beta
 \end{aligned}$$

$$m_{cp} \cos \beta \dot{X} - m_{cp} \sin \beta \dot{Z} + m_{cp} \ddot{\xi} - m_{cp} \xi \dot{\beta}^2 = Q_\xi \quad (14)$$

Detalhes da derivação dessas equações podem ser vistas no APÊNDICE A2.

Para se expressar as equações de movimento no referencial do corpo, será necessário realizar algumas manipulações matemáticas. Assim, a ideia é multiplicar as equações (11) e (12) pelos cossenos diretores e somá-las de forma a resultar nas equações finais:

$$(11). \cos \beta + (12). - \operatorname{sen} \beta = Q_X \cos \beta - Q_Z \operatorname{sen} \beta$$

$$(11). \operatorname{sen} \beta + (12). \cos \beta = Q_X \operatorname{sen} \beta + Q_Z \cos \beta$$

Adicionalmente, deve-se recorrer às relações cinemáticas:

$$u = \dot{X} \cos \beta - \dot{Z} \operatorname{sen} \beta \quad (15)$$

$$w = \dot{X} \operatorname{sen} \beta + \dot{Z} \cos \beta \quad (16)$$

Portanto, efetuando as operações e as substituições, as equações de movimento escritas no referencial do corpo resultam:

$$\begin{aligned} (m_c + m_{cp} + m_L)\dot{u} + m_c z_G \ddot{\beta} + m_{cp} \ddot{\xi} - (m_c x_G + m_{cp} \xi) \dot{\beta}^2 \\ + (m_c + m_{cp}) w \dot{\beta} = \hat{Q}_x \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} (m_c + m_{cp} + m_L)\dot{w} - (m_c x_G + m_{cp} \xi + m_L x_L) \ddot{\beta} - m_c z_G \dot{\beta}^2 \\ - (m_c u + m_{cp} u + 2m_{cp} \dot{\xi}) \dot{\beta} = \hat{Q}_z \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} m_c z_G \dot{u} - (m_c x_G + m_{cp} \xi + m_L x_L) \dot{w} + (I_{O_y} + m_{cp} \xi^2 + I_{cp_y} + m_L x_L^2) \ddot{\beta} \\ + (m_c x_G u + m_c z_G w + m_{cp} \xi u + 2m_{cp} \xi \dot{\xi}) \dot{\beta} = \hat{Q}_\beta \end{aligned} \quad (19)$$

$$m_{cp} \dot{u} + m_{cp} \ddot{\xi} - m_{cp} \xi \dot{\beta}^2 + m_{cp} w \dot{\beta} = \hat{Q}_\xi \quad (20)$$

Se os termos relacionados com o contrapeso forem desconsiderados, as equações de movimento possuirão três graus de liberdade e recairão nas equações mostradas por Fossen (2011).

- Equações de movimento na forma matricial

A equação de movimento no referencial do corpo pode ser escrita na forma:

$$(\widehat{M} + \widehat{M}_a)\ddot{\hat{q}} + \widehat{G}(\dot{\hat{q}}, \hat{q}) = \widehat{Q}^c + \widehat{Q}^{nc}$$

na qual $\widehat{M}_T = \widehat{M} + \widehat{M}_a$ é a matriz de massa total e \widehat{G} é um vetor que engloba as forças de Coriolis e as forças centrípetas. Os vetores de força generalizada \widehat{Q}^c e \widehat{Q}^{nc} representam, respectivamente, as forças de natureza conservativa e não conservativa.

Note que os efeitos inerciais associados ao tensor de massa adicional, \widehat{M}_a , a serem discutidos no item 4.2.4, foram já introduzidos nesta equação.

A matriz de massa do conjunto sólido é dada por:

$$\widehat{M} = \begin{bmatrix} \hat{m}_{11} & \hat{m}_{12} & \hat{m}_{13} & \hat{m}_{14} \\ \hat{m}_{21} & \hat{m}_{22} & \hat{m}_{23} & \hat{m}_{24} \\ \hat{m}_{31} & \hat{m}_{32} & \hat{m}_{33} & \hat{m}_{34} \\ \hat{m}_{41} & \hat{m}_{42} & \hat{m}_{43} & \hat{m}_{44} \end{bmatrix}$$

Onde:

$$\hat{m}_{11} = \hat{m}_{22} = (m_c + m_{cp} + m_L)$$

$$\hat{m}_{12} = \hat{m}_{21} = 0$$

$$\hat{m}_{13} = \hat{m}_{31} = (m_c z_G)$$

$$\hat{m}_{14} = \hat{m}_{41} = (m_{cp})$$

$$\hat{m}_{23} = \hat{m}_{32} = -(m_c x_G + m_{cp} \xi + m_L x_L)$$

$$\hat{m}_{24} = \hat{m}_{42} = 0$$

$$\hat{m}_{33} = (I_{O_y} + m_{cp} \xi^2 + I_{cp_y} + m_L x_L^2)$$

$$\hat{m}_{34} = \hat{m}_{43} = 0$$

$$\hat{m}_{44} = (m_{cp})$$

A matriz de massa adicional, construída no item 4.2.4, possui a forma:

$$\hat{M}_a = \begin{bmatrix} m_{xx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{\beta\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

O vetor das forças de Coriolis e forças centrípetas é dado por:

$$\hat{G}(\dot{\hat{q}}, \hat{q}) = \begin{bmatrix} \hat{g}_1 \\ \hat{g}_2 \\ \hat{g}_3 \\ \hat{g}_4 \end{bmatrix}$$

Onde:

$$\hat{g}_1 = -(m_c x_G + m_{cp} \xi) \dot{\beta}^2 + (m_c w + m_{cp} w) \dot{\beta}$$

$$\hat{g}_2 = (-m_c z_G) \dot{\beta}^2 - (m_c u + m_{cp} u + 2m_{cp} \dot{\xi}) \dot{\beta}$$

$$\hat{g}_3 = (m_c x_G u + m_c z_G w + m_{cp} \xi u + 2m_{cp} \xi \dot{\xi}) \dot{\beta}$$

$$\hat{g}_4 = (-m_{cp} \xi) \dot{\beta}^2 + (m_{cp} w) \dot{\beta}$$

É interessante notar que a matriz de massa é simétrica e que o vetor \hat{G} apresenta alguns termos que aparecem na matriz \hat{M} , possuindo o mesmo sinal ou sinal oposto.

4.2.2 Forças conservativas

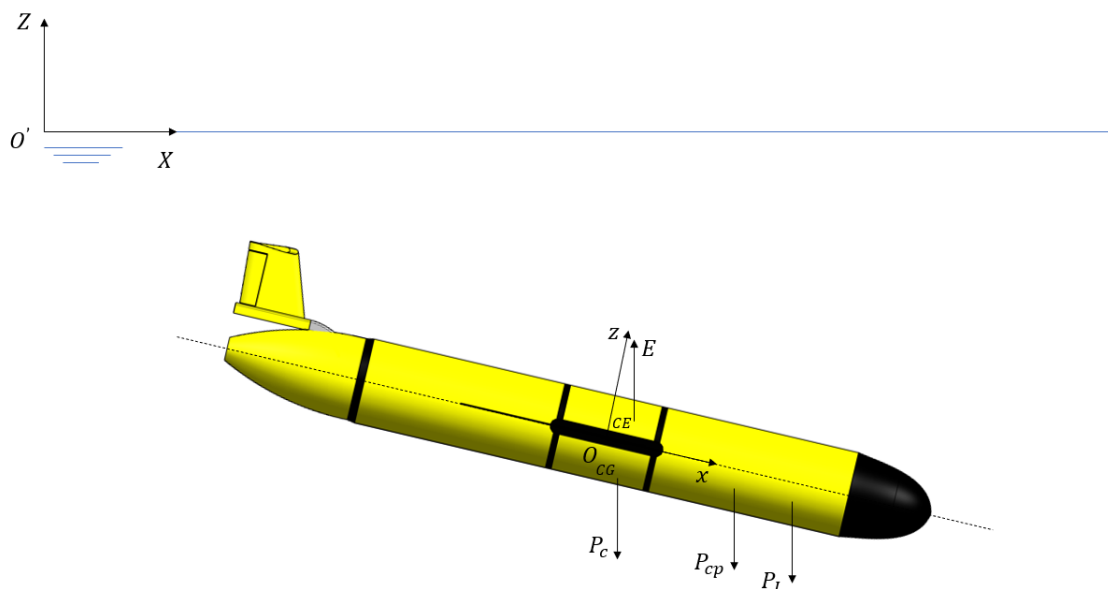
As forças de natureza conservativa se devem ao campo gravitacional e são derivadas da função de energia potencial, associadas ao peso do corpo e do contrapeso e à força de empuxo. Os pontos de aplicação das forças peso são os respectivos centros de massa (do corpo do veículo no ponto G ; do contrapeso no ponto M ; da massa de lastro no ponto L); o ponto de aplicação da força de empuxo hidrostático é o denominado centro de empuxo (CE), localizado no ponto E .

De acordo com a figura 27, as forças do peso e do contrapeso possuem resultantes apontadas para baixo. Já a força de empuxo surge apontada para cima. Dessa maneira, a energia potencial é dada por:

$$V = m_c g Z_G + m_{cp} g Z_M + m_L g Z_L - E Z_E \quad (21)$$

onde Z_G , Z_M e Z_L são, respectivamente, as coordenadas verticais dos centros de massa do corpo do *glider*, do contrapeso e do lastro e Z_E é a coordenada vertical do centro de empuxo, todas elas medidas a partir da superfície livre.

Figura 27 – Ilustração das forças conservativas de natureza gravitacional



Fonte: Autor.

É importante destacar que a posição do CG do conjunto se encontra abaixo do CE, garantindo ao veículo uma posição de equilíbrio hidrostático estável.

A equação da energia potencial pode ser expressa em função dos parâmetros Z , β e do centro de massa do corpo, do contrapeso, do atuador hidráulico e do empuxo, ou seja, $Z_G = Z_G(Z, x_G, z_G, \beta)$, $Z_M = Z_M(Z, \xi, \beta)$, $Z_L = Z_L(Z, x_L, \beta)$ e $Z_E = Z_E(Z, x_E, z_E, \beta)$.

Assim, pode-se escrever o vetor posição desses centros, para corpo, contrapeso, atuador hidráulico e empuxo.

- Para Z_G :

$$(G - O') = (G - O) + (O - O')$$

Sendo:

$$(G - O) = x_G \vec{i} + z_G \vec{k}$$

E:

$$(O - O') = X \vec{i} + Z \vec{k}$$

O que fornece:

$$(G - O') = (x_G \cos \beta + z_G \sin \beta + X) \vec{i} + (-x_G \sin \beta + z_G \cos \beta + Z) \vec{k}$$

- Para Z_M :

$$(M - O') = (M - O) + (O - O')$$

Sendo:

$$(M - O) = \xi \vec{i}$$

E:

$$(O - O') = X\vec{I} + Z\vec{K}$$

O que fornece:

$$(M - O') = (\xi \cos \beta + X)\vec{I} + (-\xi \sin \beta + Z)\vec{K}$$

- Para Z_E :

$$(E - O') = (E - O) + (O - O')$$

Sendo:

$$(E - O) = x_E \vec{i} + z_E \vec{k}$$

E:

$$(O - O') = X\vec{I} + Z\vec{K}$$

O que fornece:

$$(E - O') = (x_E \cos \beta + z_E \sin \beta + X)\vec{I} + (-x_E \sin \beta + z_E \cos \beta + Z)\vec{K}$$

- Para Z_L :

$$(L - O') = (L - O) + (O - O')$$

Sendo:

$$(L - O) = x_L \vec{l}$$

E:

$$(O - O') = X \vec{I} + Z \vec{K}$$

O que fornece:

$$(L - O') = (x_L \cos \beta + X) \vec{I} + (-x_L \sin \beta + Z) \vec{K}$$

Portanto, a equação da energia potencial de natureza gravitacional fica³:

$$V = m_c g(-x_G \sin \beta + z_G \cos \beta + Z) + m_{cp} g(-\xi \sin \beta + Z) \quad (22)$$

$$+ m_L g(-x_L \sin \beta + Z) - E(-x_E \sin \beta + z_E \cos \beta + Z)$$

Para escrever a força conservativa, é preciso recorrer à seguinte definição:

$$Q_j = -\frac{\partial V}{\partial q_j}$$

Os cálculos das derivadas podem ser vistos no APÊNDICE A3.

³ Para a mudança de base, ver APÊNDICE A1.

O vetor das forças generalizadas de natureza conservativa fica então expresso como:

$$Q^c = \begin{bmatrix} Q_X^c \\ Q_Z^c \\ Q_\beta^c \\ Q_\xi^c \end{bmatrix}$$

Onde:

$$Q_X^c = 0$$

$$Q_Z^c = -m_c g - m_{cp} g - m_L g + E$$

$$Q_\beta^c = m_c g x_G \cos \beta + m_c g z_G \sin \beta + m_{cp} g \xi \cos \beta + m_L g x_L \cos \beta - E x_E \cos \beta - E z_E \sin \beta$$

$$Q_\xi^c = m_{cp} g \sin \beta$$

Através da matriz de rotação, que pode ser vista no APÊNDICE A1, é possível escrever esse vetor no referencial do corpo.

Assim:

$$\hat{Q}^c = \begin{bmatrix} \hat{Q}_x^c \\ \hat{Q}_z^c \\ \hat{Q}_\beta^c \\ \hat{Q}_\xi^c \end{bmatrix}$$

Onde:

$$\hat{Q}_x^c = (m_c g + m_{cp} g + m_L g - E) \sin \beta$$

$$\hat{Q}_z^c = (-m_c g - m_{cp} g - m_L g + E) \cos \beta$$

$$\hat{Q}_\beta^c = m_c g x_G \cos \beta + m_c g z_G \sin \beta + m_{cp} g \xi \cos \beta + m_L g x_L \cos \beta - E x_E \cos \beta - E z_E \sin \beta$$

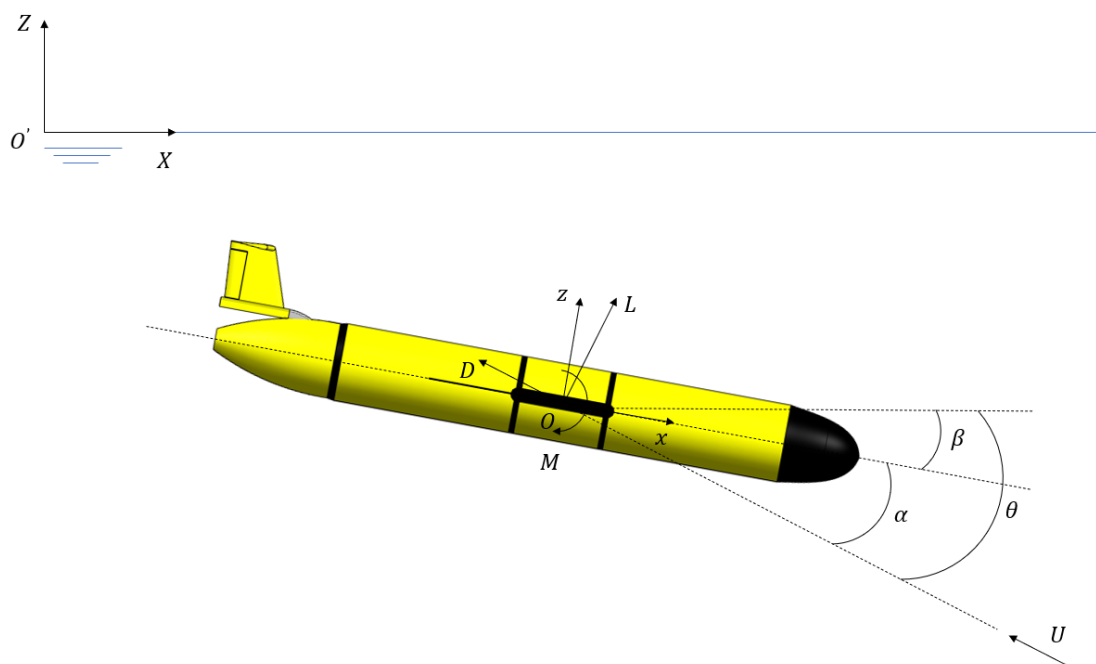
$$\hat{Q}_\xi^c = m_{cp} g \sin \beta$$

4.2.3 Forças de natureza não conservativa

As forças não conservativas correspondem às forças decorrentes do escoamento viscoso ao redor do corpo, que originam as denominadas forças de arrasto, de sustentação e o momento hidrodinâmico.

Para se escrever as equações da força de arrasto, da força de sustentação e do momento, é necessário avaliar a dinâmica do *glider* no plano de mergulho. Será considerado que a força de arrasto e a força de sustentação estão aplicadas no ponto O , escolhido como o polo de momento.

Figura 28 – Ilustração da força de arrasto, da força de sustentação e do momento



Fonte: Autor.

- Força de arrasto

Conforme mostrada na figura, a força de arrasto, por definição, é paralela à direção da velocidade relativa do ponto O com respeito ao meio fluido externo, medida ao longe do corpo, cuja intensidade é dada por:

$$D = \frac{1}{2} \rho c_D A U^2 \quad (23)$$

onde ρ é a massa específica da água; c_D é o coeficiente de arrasto hidrodinâmico; A é a área da seção transversal do corpo e U é a velocidade relativa.

- Força de sustentação

A força de sustentação, por definição, é perpendicular à força de arrasto, conforme ilustrada na figura. Sua intensidade é dada por:

$$L = \frac{1}{2} \rho c_L A U^2 \quad (24)$$

onde c_L é o coeficiente de sustentação hidrodinâmico.

- Momento

O momento hidrodinâmico, calculado em relação ao polo escolhido, tem sua intensidade dada por:

$$M = \frac{1}{2} \rho c_M A U^2 L_T \quad (25)$$

onde c_M é o coeficiente de momento hidrodinâmico e L_T é o comprimento longitudinal do corpo.

As forças de arrasto e de sustentação são então decompostas e escritas no referencial inercial. Assim:

$$\vec{F} = (-D \cos \theta + L \sin \theta)\vec{I} + (D \sin \theta + L \cos \theta)\vec{K}$$

Para o cálculo das forças e momento hidrodinâmicos, simulações em CFD foram realizadas no *software* ANSYS®, por meio da ferramenta Fluent®. Por facilidade de processamento, o *glider* foi separado em quatro partes, conforme apresentado no APÊNDICE A4. Para cada parte, o vetor posição do ponto de aplicação das forças, escrito no referencial inercial, é dado por:

$$(P_i - O') = (P_i - O) + (O - O')$$

Sendo:

$$(P_i - O) = x_i\vec{i} + z_i\vec{k}$$

E:

$$(O - O') = X\vec{I} + Z\vec{K}$$

O que fornece:

$$(P_i - O') = (x_i \cos \theta + z_i \sin \theta + X)\vec{I} + (-x_i \sin \theta + z_i \cos \theta + Z)\vec{K}$$

Assim:

$$Q^{nc} = \begin{bmatrix} Q_X^{nc} \\ Q_Z^{nc} \\ Q_\beta^{nc} \\ Q_\xi^{nc} \end{bmatrix}$$

Onde:

$$Q_X^{nc} = -D \cos \theta + L \sin \theta$$

$$Q_Z^{nc} = D \sin \theta + L \cos \theta$$

$$Q_\beta^{nc} = M_o$$

$$Q_\xi^{nc} = 0$$

Por meio da matriz de rotação, mostrada no APÊNDICE A1, o vetor das forças não conservativas, escrito no referencial do corpo, é então construído:

$$\hat{Q}^{nc} = \begin{bmatrix} \hat{Q}_x^{nc} \\ \hat{Q}_z^{nc} \\ \hat{Q}_\beta^{nc} \\ \hat{Q}_\xi^{nc} \end{bmatrix}$$

Onde:

$$\hat{Q}_x^{nc} = -D \cos \alpha + L \sin \alpha$$

$$\hat{Q}_z^{nc} = D \sin \alpha + L \cos \alpha$$

$$\hat{Q}_\beta^{nc} = M_o$$

$$\hat{Q}_\xi^{nc} = 0$$

4.2.4 Forças hidrodinâmicas inerciais

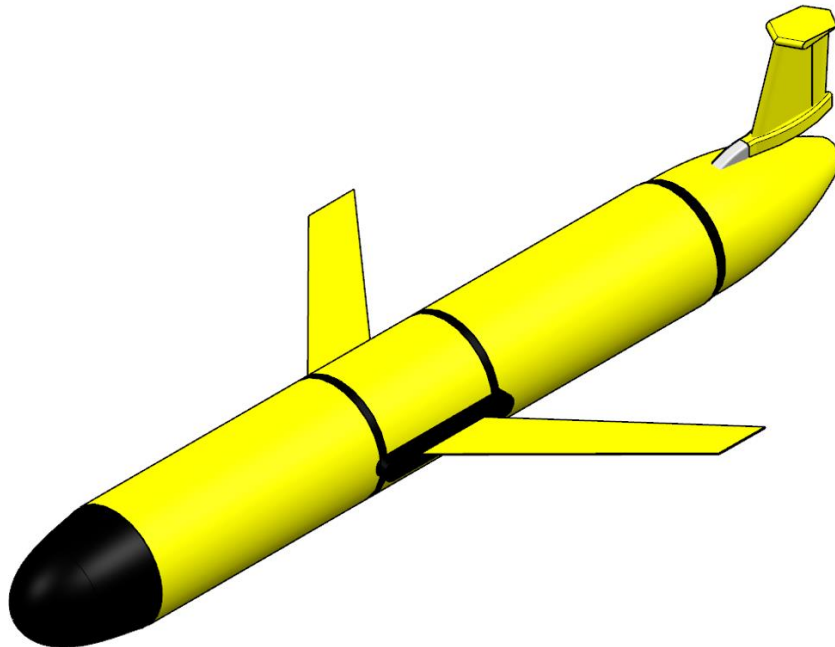
- Massa adicional

Para a composição das forças hidrodinâmicas de natureza inercial, será considerado o conceito de massa adicional. De acordo com Aranha (2009), o conceito de massa adicional está relacionado à energia cinética fornecida ao fluido pelo movimento do corpo nele imerso, aumentando dessa forma, a inércia do sistema hidromecânico.

Para o cálculo da massa adicional, deve-se levar em consideração três aspectos fundamentais para a sua introdução no sistema:

- Geometria do corpo
- Direção do movimento
- Imersão do corpo no fluido

Figura 29 – Ilustração do *glider* em perspectiva



Fonte: Autor.

O tensor de massa adicional do corpo do *glider* no plano vertical é aqui avaliado de forma aproximada, considerando-o representado por um elipsoide de revolução.

Segundo Korotkin (2010), o tensor de massa adicional para um elipsoide de revolução em um fluido infinito é dado por:

$$\widehat{M}_a = [m_{ij}] \quad (26)$$

com $i, j = 1, \dots, 6$.

No presente caso, a matriz de massa adicional no referencial do corpo é então escrita:

$$\widehat{M}_a = \begin{bmatrix} m_{xx} & m_{xz} & m_{x\beta} & 0 \\ m_{zx} & m_{zz} & m_{z\beta} & 0 \\ m_{\beta x} & m_{\beta z} & m_{\beta\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Assumindo, por simplicidade, tripla simetria geométrica, tem-se:

$$m_{ij} = 0$$

para $i \neq j$.

O corpo do *glider* possui um formato de torpedo. Segundo Korotkin (2010), é possível definir um elipsoide equivalente para estimar o tensor de massa adicional. Sejam a e b os semieixos longitudinal e transversal do elipsoide de revolução equivalente. Assim:

$$a = \frac{L}{2}$$

E:

$$b = \sqrt{\frac{3}{2}} R$$

na qual L é o comprimento do eixo longitudinal e R é o raio do eixo da seção transversal.

Os coeficientes adimensionais são expressos como:

$$k_{ii} = \frac{\lambda_{ii}}{m_D} \quad (27)$$

para $i = 1, 2, 3$.

$$m_D = \rho \frac{4}{3} \pi a b^2$$

na qual λ é o coeficiente de massa adicional; m_D é a massa deslocada; ρ é a massa específica; a é o comprimento longitudinal e b é o comprimento do eixo transversal do elipsoide equivalente.

E:

$$k_{ii} = \frac{\lambda_{ii}}{J_D} \quad (28)$$

para $i = 5, 6$.

$$J_D = \rho \frac{4}{15} \pi a b^2 (a^2 + b^2)$$

em que J_D é o momento central de inércia da massa deslocada em torno do eixo y e z .

Os cálculos dos coeficientes adimensionais da massa adicional, de acordo com Korotkin (2010), podem ser determinados através das relações:

$$A_0 = \frac{2\nu}{(\nu^2 - 1)^{3/2}} \left[\ln(\sqrt{\nu^2 - 1} + \nu) - \frac{\sqrt{\nu^2 - 1}}{\nu} \right]$$

$$B_0 = \frac{\nu^2}{\nu^2 - 1} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{1}{\nu \sqrt{\nu^2 - 1}} \ln \left(\frac{\nu + \sqrt{\nu^2 - 1}}{\nu - \sqrt{\nu^2 - 1}} \right) \right]$$

Sendo:

$$v = \frac{a}{b}$$

Assim:

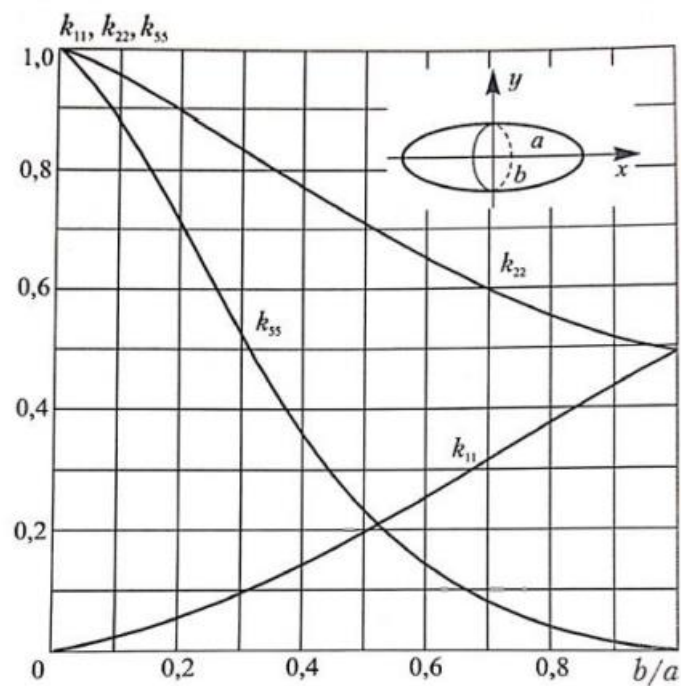
$$k_{11} = \frac{A_0}{2B_0}$$

$$k_{33} = \frac{B_0}{B_0 + A_0}$$

$$k_{55} = \frac{(v^2 - 1)^2}{v^2 + 1} \frac{B_0 - A_0}{2(v^2 - 1) + (A_0 - B_0)(v^2 + 1)}$$

O gráfico a seguir mostra as curvas dos coeficientes da massa adicional para um elipsoide de revolução em função da relação de b/a .

Figura 30 – Gráfico dos coeficientes hidrodinâmicos para um elipsoide de revolução



Fonte: Korotkin (2010).

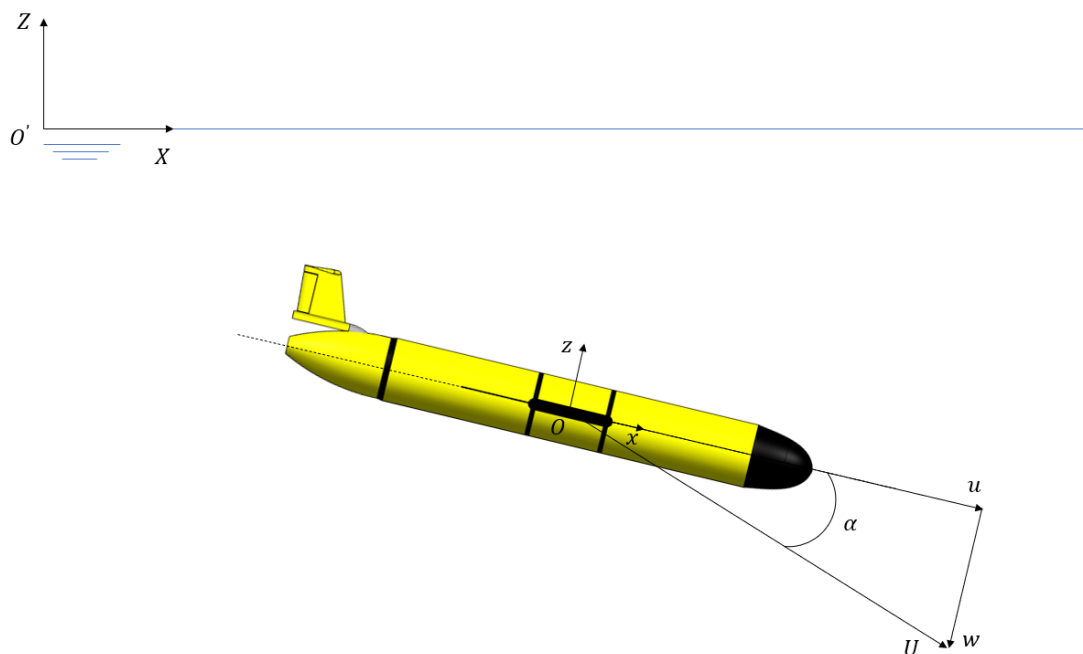
- Momento de Munk

Um importante conceito vinculado com a dinâmica do *glider* subaquático é o aparecimento do momento de Munk.

Ao mergulhar, o veículo realiza um movimento com uma velocidade resultante U , decorrente das velocidades u e w . Dessa forma, surge um triângulo de velocidades, com o aparecimento do ângulo de ataque α .

Quando um corpo alongado se movimenta com um ângulo de ataque, surge o denominado ‘Momento de Munk’.

Figura 31 – Ilustração das velocidades



Fonte: Autor.

O momento de Munk, de acordo com Aranha (2009), é dado por:

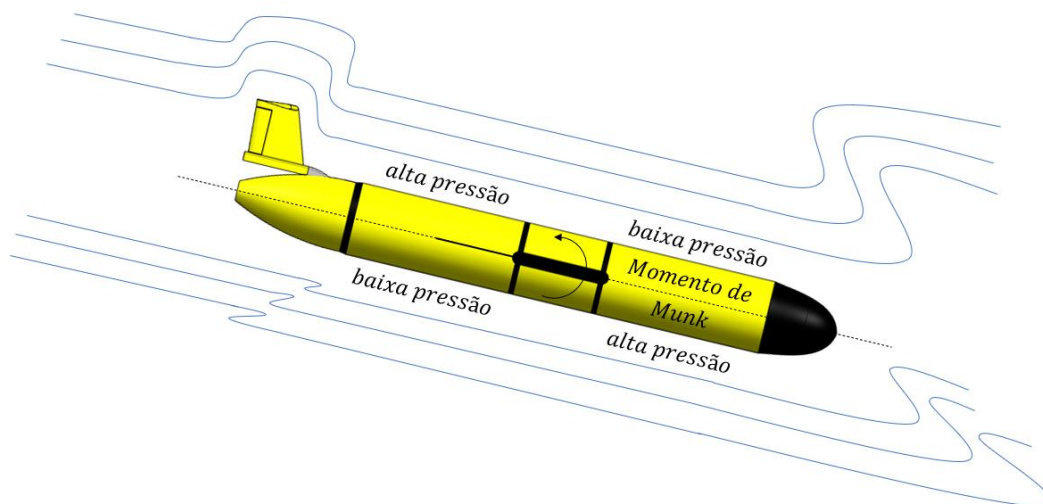
$$N_O = -(M_{11} - M_{33})U_1U_3e_3$$

na qual M representa os coeficientes de inércia; U representa as velocidades e e_3 a direção de rotação.

O momento de Munk possui uma importância fundamental na estabilidade direcional do *glider*.

O aumento no ângulo de ataque causa o aumento da intensidade do momento de Munk maior, provocando no *glider* um efeito desestabilizador (divergência). De acordo com Lewandowski (2004), isso é uma consequência da distribuição da pressão do fluxo potencial decorrente do fluxo ao redor das extremidades do corpo, criando regiões de baixa e alta pressão.

Figura 32 – Ilustração do efeito do momento de Munk



Fonte: Autor.

É possível escrever, conforme mostrado na figura 31, uma relação entre o ângulo de ataque e as velocidades:

$$\tan \alpha = \frac{w}{u} \quad (29)$$

Para um ângulo de ataque pequeno:

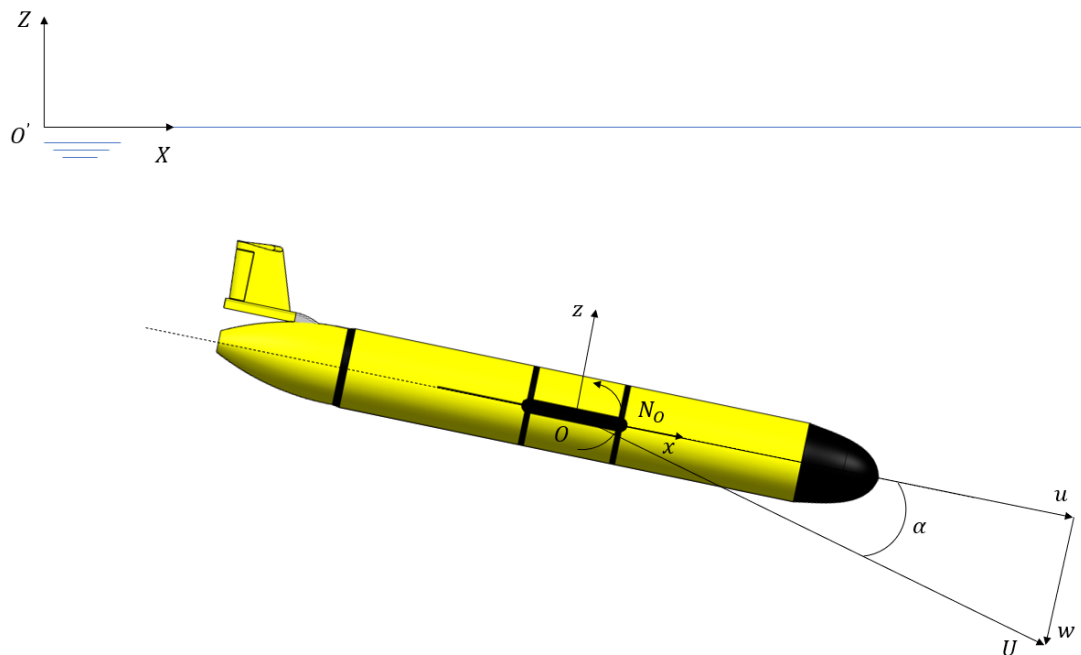
$$w = \tan \alpha \cdot U = U \cdot \alpha$$

Segundo Aranha (2009), em decorrência do ângulo de ataque, o momento de Munk pode ser escrito como:

$$N_O \cong -\rho V U^2 \alpha e_3 \quad (30)$$

na qual ρ é a massa específica, V é o volume, U é a velocidade e α é o ângulo de ataque.

Figura 33 – Ilustração do momento de Munk no *glider*



Fonte: Autor.

Para se contrapor ao efeito destabilizador do momento de Munk é necessária a ação de fólios, conhecidos como ‘empenagem’ em aerodinâmica, e das asas.

Conforme comentado, foi realizada uma simulação no *software* ANSYS®, por meio do Fluent®, na qual o *glider* foi separado em quatro partes: corpo central, asas, fólio e leme, para a coleta das forças hidrodinâmicas e do momento, como pode ser visto no APÊNDICE A4. No caso do cálculo do momento, o ANSYS®, que resolve o escoamento viscoso, tem o momento de Munk já incluído nos cálculos.

- Efeito da correnteza oceânica

As correntezas oceânicas são sistemas de circulação horizontal e vertical das águas do oceano, produzidas pela gravidade, ação do vento e pela variação da densidade da água em diferentes partes do oceano (FOSSSEN, 2011), em geral afetadas ou mesmo sustentadas pelas forças de Coriolis devidas à rotação da Terra.

A velocidade do *glider* movimentando-se no plano vertical é dada por:

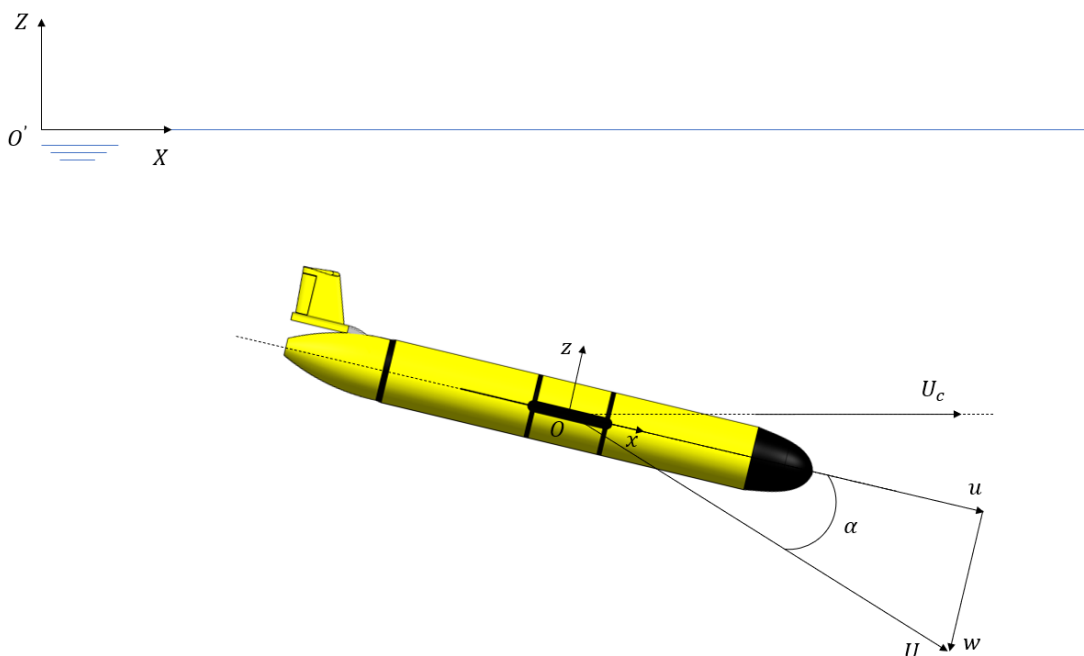
$$U = \sqrt{u^2 + w^2} \quad (31)$$

Na presença de corrente oceânica, a velocidade do *glider* se transforma em velocidade relativa, expressa por:

$$U_r = \sqrt{(u - u_c)^2 + (w - w_c)^2}$$

na qual u_c e w_c representam as velocidades da correnteza.

Figura 34 – Ilustração da velocidade da correnteza



Fonte: Autor.

Dessa forma, as velocidades relativas no plano vertical são fornecidas por:

$$u_r = u - u_c$$

$$w_r = w - w_c$$

Portanto, a velocidade relativa pode ser escrita como:

$$U_r = \sqrt{u_r^2 + w_r^2} \quad (32)$$

Se a velocidade da correnteza U_c estiver direcionada no sentido positivo de X , conforme indicado na figura 34, então as velocidades relativas podem ser expressas como:

$$u_r = u - U_c \cos \beta$$

$$w_r = w + U_c \sin \beta$$

Resulta:

$$u_r = (\dot{X} - U_c) \cos \beta - \dot{Z} \sin \beta \quad (33)$$

$$w_r = (\dot{X} + U_c) \sin \beta + \dot{Z} \cos \beta \quad (34)$$

Assim, para pequenos ângulos, o ângulo de ataque pode ser aproximado por:

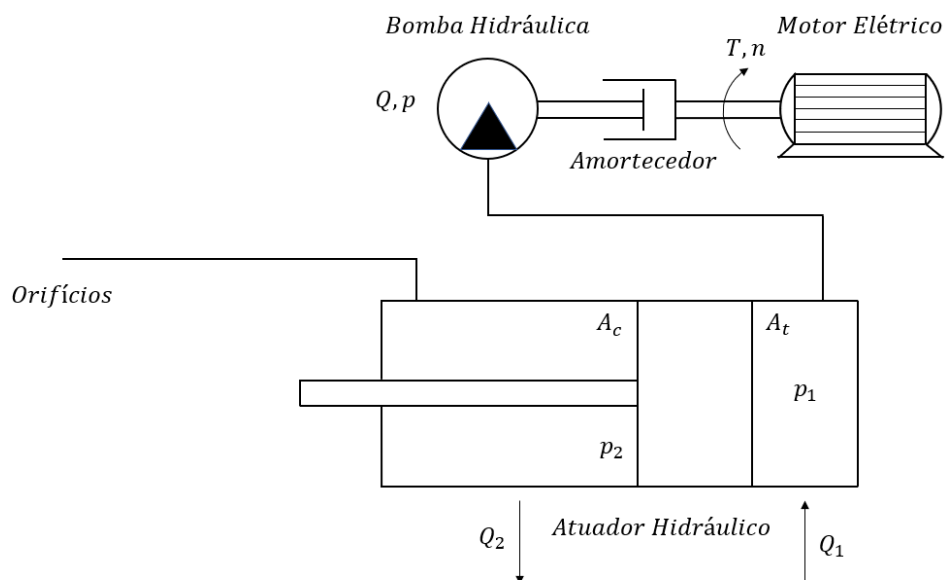
$$\alpha_r \approx \frac{w - w_c}{U_r}$$

4.3 Modelo do atuador hidráulico

Na figura 35, pode-se observar o mecanismo de funcionamento do atuador hidráulico. Um motor elétrico fornece um torque e uma rotação para um eixo que está conectado a uma bomba hidráulica. No eixo encontra-se a presença de um amortecedor. Na entrada do atuador hidráulico existe a presença de óleo e na saída existe água. Dentro do atuador hidráulico existe a presença de um pistão. A bomba hidráulica, que possui uma pressão, succiona o óleo de um reservatório e recalca o fluido para a entrada do atuador hidráulico. O fluido que sai do atuador é água.

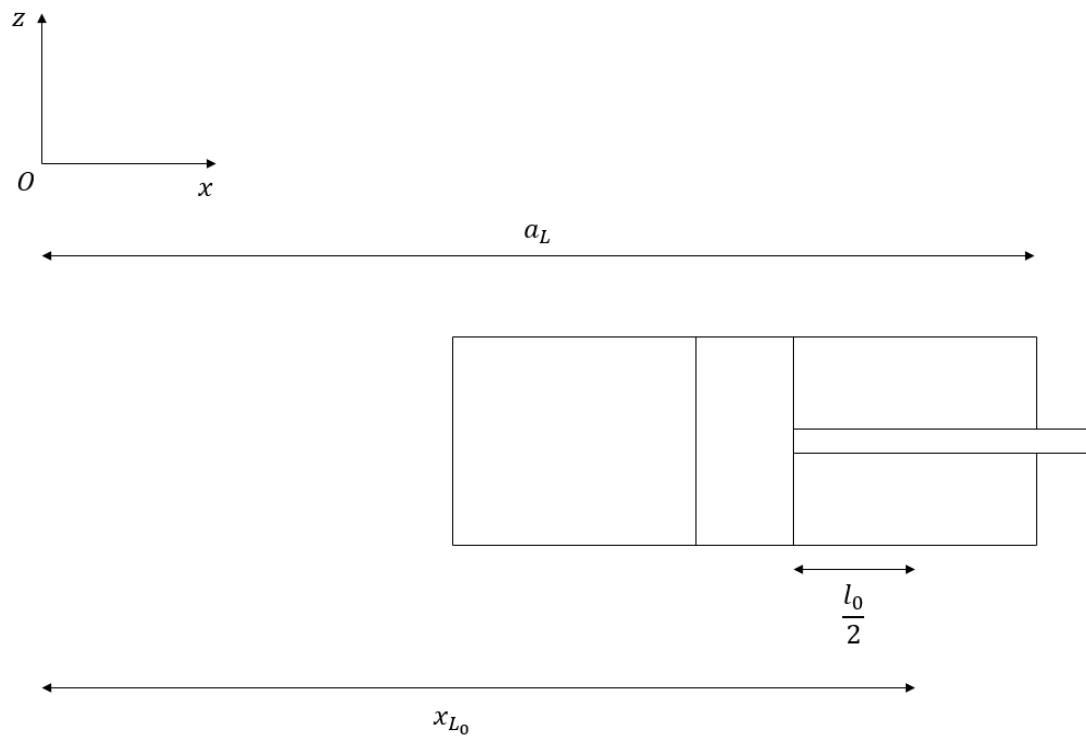
O movimento do pistão ocorre devido à variação de volume do óleo e da água. Conforme a vazão Q_1 do óleo diminui, o pistão se movimenta para trás e a vazão Q_2 de água aumenta. Nessa situação, o *glider* mergulha. No cenário oposto, o veículo ascende. Existe uma comunicação entre a água que se encontra no atuador hidráulico com o ambiente externo feita através de alguns orifícios que se encontram na proa do *glider*, o que garante o equilíbrio da pressão interna do veículo. Por meio do movimento do pistão, ocasionado pelos fluidos, é que ocorre a mudança do CG e do CE do veículo.

Figura 35 – Ilustração do circuito hidráulico



O fluxo da quantidade de movimento da água que sai pelos orifícios do *glider* é, na prática, muito pequeno. Dessa forma, a equação que representa o movimento do pistão pode ser descrita de forma quase-estática. Por esse motivo, pode-se utilizar a equação de Lagrange em sua forma convencional. Como já mencionado, estudo completo envolveria o uso da Equação de Lagrange estendida para o caso de sistemas com massa variável, conforme Pesce (2003). No presente caso os efeitos dinâmicos decorrentes da expulsão ou agregação de massa (de lastro) são considerados de segunda ordem. O empuxo do casco, que tem em seu interior o contrapeso e a água de lastro contida no atuador hidráulico, será considerado invariante no tempo.

Figura 36 – Ilustração das distâncias do atuador hidráulico



Fonte: Autor.

Num determinado instante de acionamento t_k , o comprimento alagado, que corresponde à quantidade de água que se encontra no interior do atuador hidráulico, pode ser calculada da seguinte forma:

$$l_k(t) = l_{k-1} + (-1)^{(k-1)} d \tanh(\omega_a(t - t_k)) \quad (35)$$

para $k = 1, 2, 3, \dots$, sendo d o curso do pistão. Na figura 36, l_0 representa a posição do pistão na situação de equilíbrio hidrostático.

A compreensão da lógica da equação acima proporciona o entendimento do mecanismo de funcionamento do movimento do pistão, responsável pela variação do centro de massa da água de lastro. A equação calcula o valor de l a partir da posição anterior em que se encontrava o pistão. Para tanto, é preciso conhecer a ‘posição neutra’ do pistão para que a lógica funcione. A posição neutra corresponde ao estado de equilíbrio hidrostático do *glider*.

Pelo desenho da figura 36, é possível escrever a posição do centro de massa do atuador hidráulico:

$$x_L = a_L - \frac{l}{2}$$

sendo a_L a distância do ponto O até a extremidade da parede do atuador hidráulico.

Além disso, é possível determinar a quantidade de massa de lastro que se encontra dentro do atuador hidráulico:

$$m_L = \rho A_c l$$

na qual A_c é a área da coroa.

Na ‘posição neutra’ o peso é igual ao empuxo. Portanto, pelo desenho da figura 25, pode-se escrever:

$$-m_c g - m_{cp} g - m_{L_0} g + E = 0$$

Dessa forma:

$$m_{L_0} = m_D - (m_c + m_{cp})$$

Através da figura 36, é possível calcular a massa de lastro na ‘posição neutra’, ou seja, quando o pistão se encontra posicionado no meio do atuador hidráulico.

Assim:

$$m_{L_0} = \rho A_c l_0$$

Portanto:

$$l_0 = \frac{m_D - (m_c + m_{cp})}{\rho A_c}$$

Conforme comentado, os acionamentos do movimento do pistão e do movimento do contrapeso devem ocorrer de forma sincronizada.

Inicialmente, o pistão se encontra na posição neutra, ou de equilíbrio. Quando água é admitida no atuador hidráulico, o pistão se movimenta para trás e l aumenta, acarretando um aumento da massa do lastro, fazendo o *glider* mergulhar.

Na outra situação, quando a água sai de dentro do atuador hidráulico, o pistão se movimenta para frente e l diminui, ocasionado uma diminuição da massa do lastro, fazendo com que o *glider* ascenda.

Quando k for um número ímpar, l será a soma da posição anterior do pistão com d . Quando k for um número par, l será a subtração da posição anterior do pistão com d . Portanto, na presente lógica de controle de acionamento, para k ímpares, o *glider* mergulha e para k pares, o *glider* ascende.

A lógica proposta para o acionamento do atuador hidráulico é consistente com a lógica do acionamento do contrapeso, que com ela age em sincronia.

5. DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES HIDRODINÂMICOS

Esse capítulo terá como enfoque a apresentação das equações representativas dos coeficientes hidrodinâmicos que compõem as forças de natureza viscosa, em função do ângulo de ataque.

5.1 Equações dos coeficientes hidrodinâmicos

Para construir as equações dos coeficientes hidrodinâmicos, foram realizadas simulações em CFD no *software* ANSYS[®], por meio do Fluent[®], utilizando-se o desenho da geometria do *glider* efetuado no *software* NX[®]. A geometria do *glider* foi particionada em quatro, admitindo-se de forma simplificada que a interferência de escoamento em torno delas seja desprezível, conforme descrito no APÊNDICE A4.

Com as forças hidrodinâmicas e o momento, devidamente compostos, o Método dos Mínimos Quadrados foi aplicado para deduzir equações que permitem calcular os coeficientes hidrodinâmicos para pequenos a moderados ângulos de ataque. Para tanto, foram realizados processamentos de CFD para os seguintes ângulos: 0°, 2°, 4°, 6°, 8° e 10°, admitindo-se, por simplicidade, perfeita simetria geométrica.

As equações dos coeficientes hidrodinâmicos, escritas em função do ângulo de ataque, foram então estabelecidas no presente estudo como:

$$c_D = 0,2884 + 6,3230 \operatorname{sen}^2 \alpha \quad (36)$$

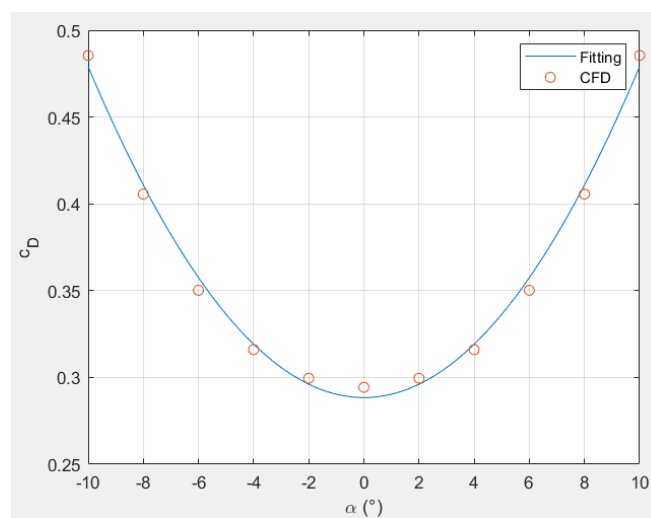
$$c_L = 6,2941 \operatorname{sen} \alpha + 6,4903 \operatorname{sen} \alpha |\operatorname{sen} \alpha| \quad (37)$$

$$c_M = 0,6470 \operatorname{sen} \alpha \quad (38)$$

5.2 Gráficos dos coeficientes hidrodinâmicos

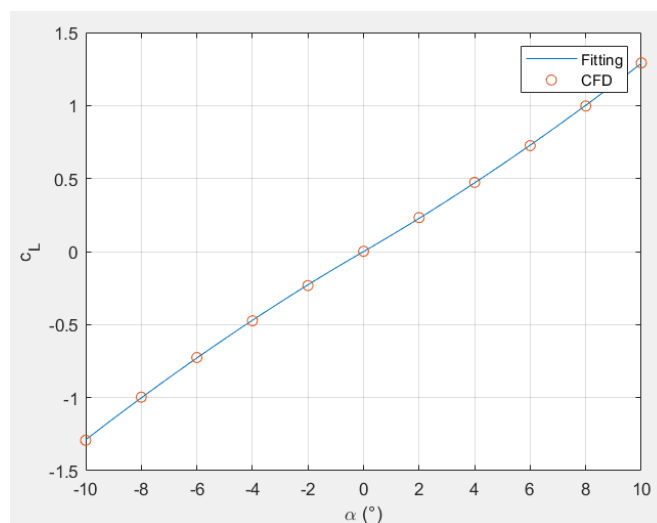
As equações (36) a (38) são plotadas nas figuras 37 a 39, e confrontadas com os valores obtidos nas simulações de CFD, através do processamento do software ANSYS®, com uso do módulo Fluent®. Note que, nos gráficos, os ângulos são apresentados em graus.

Figura 37 – Gráfico do coeficiente de arrasto em função do ângulo de ataque



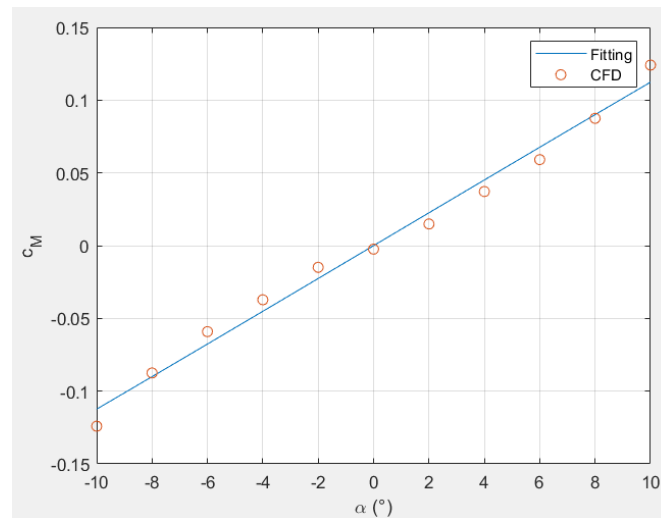
Fonte: Autor.

Figura 38 – Gráfico do coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque



Fonte: Autor.

Figura 39 – Gráfico do coeficiente de momento hidrodinâmico em função do ângulo de ataque



Fonte: Autor.

Os gráficos mostram que as equações (36) a (38) recuperam de forma bastante satisfatória os valores calculados ponto a ponto nas simulações em CFD.

Por seu turno, em seu trabalho, Graver (2005) apresentou as equações dos coeficientes hidrodinâmicos também considerando pequenos ângulos de ataque. Essas equações foram utilizadas em um modelo de *glider* geometricamente similar ao apresentado no presente trabalho.

As equações dos coeficientes hidrodinâmicos em função do ângulo de ataque apresentadas por Graver (2005) foram determinadas a partir de uma variedade de métodos que incluem dados de referência hidrodinâmicas para formas genéricas, aeronaves, navios e submarinos, análises de CFD, dados de túnel de vento e dados de teste de voo.

As equações dos coeficientes de arrasto e de momento, de acordo com Graver (2005), são expressas como:

$$c_D(\alpha) = 0,214 + 32,3\alpha^2$$

$$c_M(\alpha) = 0,63\alpha$$

A equação do coeficiente de sustentação, segundo Jenkins et al.⁴ (2003, apud GRAVER, 2005, p. 165), é dada por:

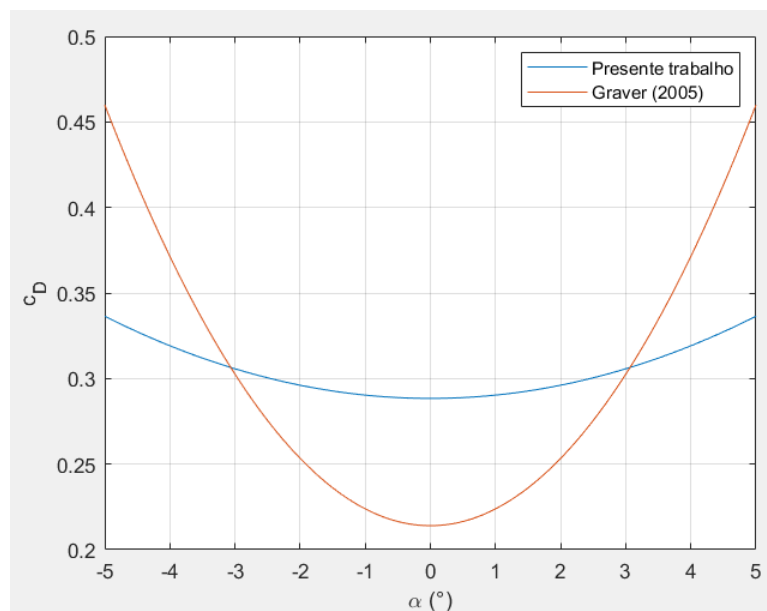
$$c_L(\alpha) = 11,76\alpha + 4,6\alpha|\alpha|$$

A intenção das comparações mostradas nos gráficos abaixo, é simplesmente validar qualitativamente o comportamento e a ordem de grandeza dos coeficientes hidrodinâmicos em função do ângulo de ataque apresentado no presente trabalho com a literatura para modelos de *glider* subaquáticos geometricamente próximos.

Como pode ser observado nas figuras 40 e 41, os coeficientes de arrasto e de sustentação determinados no presente estudo apresentam ordens de magnitude comparável àqueles de Graver (2005). Como mencionado, os *gliders* são geometricamente semelhantes, o que pode explicar as diferenças observadas.

Surpreendentemente, a figura 42 mostra curvas de coeficiente de momento hidrodinâmicos muito próximas entre si, apesar das mencionadas diferenças geométricas.

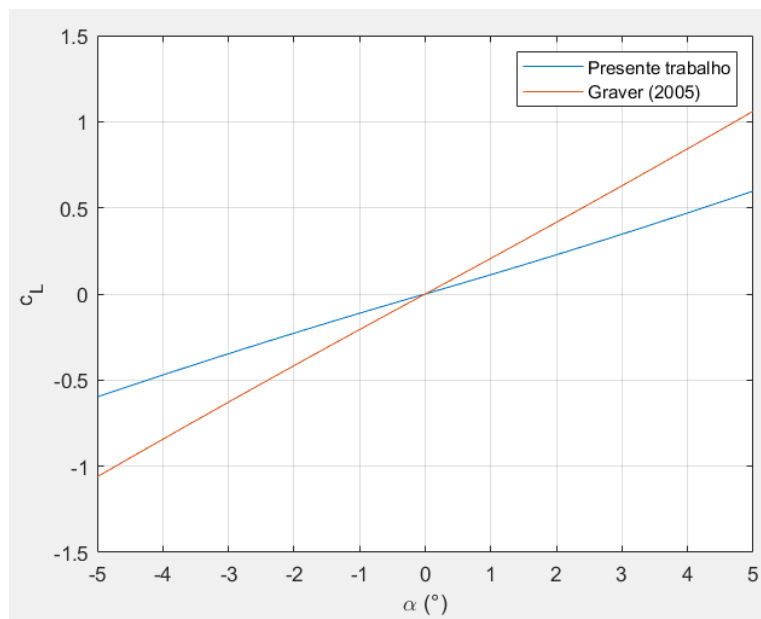
Figura 40 – Gráfico de comparação entre os coeficientes de arrasto em função do ângulo de ataque



Fonte: Autor.

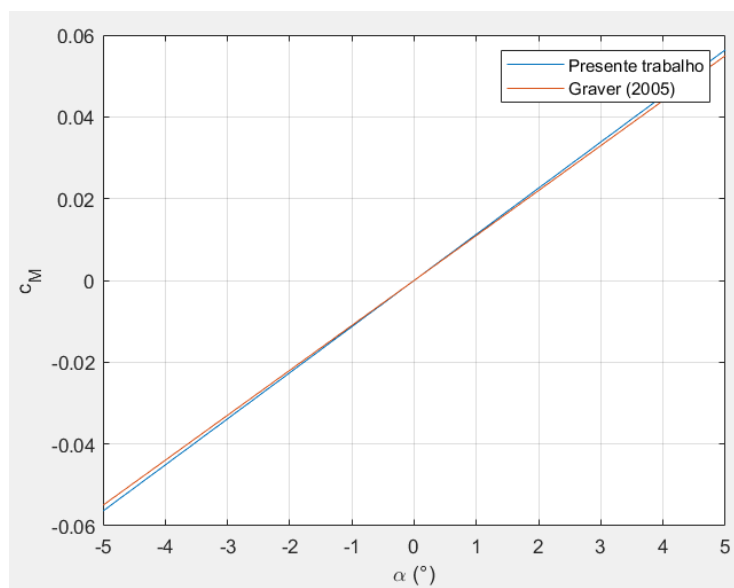
⁴ JENKINS, S. A., HUMPHREYS, D. E., SHERMAN, J., OSSE, J., JONES, C., LEONARD, N. E., BACHMAYER, R., GRAVER, J., CLEM, T., CARROLL, P., DAVIS, P., BERRY, J., WORLEY, P., WASYL, J. **Underwater glider system study**. Technical report, Office of Naval Research, 2003.

Figura 41 – Gráfico de comparação entre os coeficientes de sustentação em função do ângulo de ataque



Fonte: Autor.

Figura 42 – Gráfico de comparação entre os coeficientes de momento em função do ângulo de ataque



Fonte: Autor.

6. EQUAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS E SIMULAÇÕES

Esse capítulo apresenta as equações de movimento escritas no referencial do corpo na forma de espaço de estados. Através do *software* Matlab[®], as equações de movimento serão simuladas para representar a trajetória do *glider* no plano vertical.

6.1 Equação no espaço de estados

Devido ao acoplamento existente entre acelerações, as equações de movimento serão escritas na forma de espaço de estados.

A equação de movimento, escrita no referencial do corpo, é dada por:

$$(\hat{M} + \hat{M}_a)\ddot{\hat{q}} + \hat{G}(\dot{\hat{q}}, \hat{q}) = \hat{Q}^c + \hat{Q}^{nc} + \hat{Q}_{cp}$$

A equação do espaço de estados é escrita como:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (39)$$

O vetor de estados é dado por:

$$\begin{bmatrix} X \\ Z \\ \beta \\ \xi \\ u \\ w \\ \dot{\beta} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \end{bmatrix}$$

Como a equação de movimento está apresentada no referencial do corpo, é necessário valer-se das seguintes relações cinemáticas:

$$\dot{X} = u \cos \beta + w \sin \beta \quad (40)$$

$$\dot{Z} = -u \sin \beta + w \cos \beta \quad (41)$$

As forças generalizadas e aquelas de natureza inercial não-linear são agrupadas em um único vetor. Assim:

$$f = [-\hat{G}(\hat{q}, \dot{\hat{q}}) + \hat{Q}^c + \hat{Q}^{nc} + \hat{Q}_{cp}]$$

Portanto, a equação de movimento escrita na forma de espaço de estados é dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \\ \dot{y}_5 \\ \dot{y}_6 \\ \dot{y}_7 \\ \dot{y}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \beta & \sin \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ (\hat{M} + \hat{M}_a)^{-1} f \end{bmatrix}$$

6.2 Simulações

A simulação foi realizada no Matlab[®] utilizando as equações de movimento na forma de espaço de estados. É empregado o método de Runge-Kutta para a integração numérica das equações no domínio do tempo, de forma a obter a trajetória do *glider* no plano vertical.

As equações de movimento foram simuladas considerando três graus de liberdade do corpo rígido com a adição de um quarto grau de liberdade associado ao movimento do contrapeso. Juntamente, foi introduzida uma equação que retratasse o movimento do pistão do atuador hidráulico. Para representar o movimento do contrapeso e o movimento do pistão, leis de controle em malha aberta foram desenvolvidas de modo que os acionamentos sejam síncronos.

As equações de movimento foram então simuladas, com atuação de controle em malha aberta, considerando-se condições iniciais do *glider* na horizontal, em repouso e em equilíbrio hidrostático e, neste primeiro estudo de caso, sem a presença de correnteza.

As tabelas a seguir mostram os parâmetros utilizados para a realização da simulação.

Tabela 2 – Parâmetros do *glider* utilizados para a simulação

Parâmetro	Valor
m_c	50 kg
x_G	0,01 m
z_G	-0,025 m
I_{O_y}	14 kgm ²
m_{cp}	10 kg
I_{cpy}	1,038 kgm ²
ρ	1025 kg/m ³
g	9,81 m/s ²
a_L	0,635 m
v_0	0,058738 m ³
E	590,6 N
A_c	0,005027 m ²
x_E	0,062 m
z_E	0,01 m
L_T	1,85 m
A	0,04453 m ²
m_{xx}	2 kg
m_{zz}	67 kg
$m_{\beta\beta}$	10 kg

Fonte: Autor.

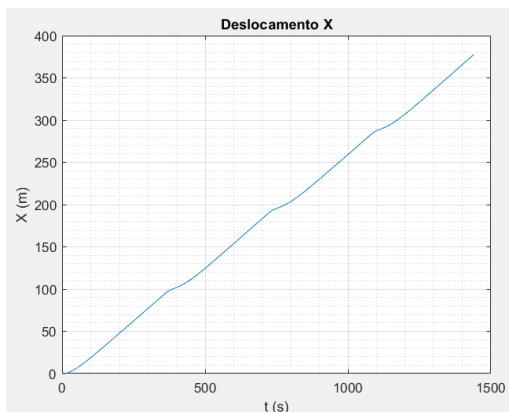
Tabela 3 – Parâmetros de controle utilizados para a simulação

Parâmetro	Valor
l_{cp}	0,05 m
γ_a	1
k_{cp}	650 N/m
c_{cp}	100 Ns/m
ω_a	0,114 s ⁻¹
d	0,04 m
c_β	200 Nms

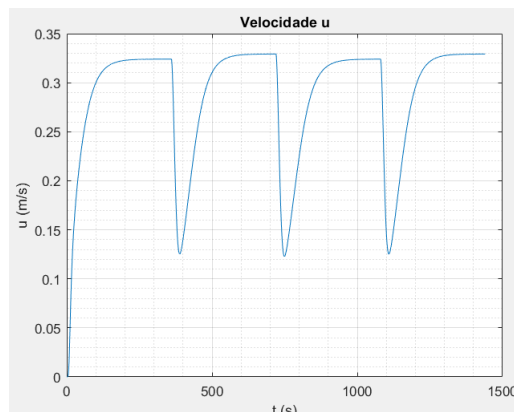
Fonte: Autor.

Os resultados gráficos da simulação podem ser vistos a seguir.

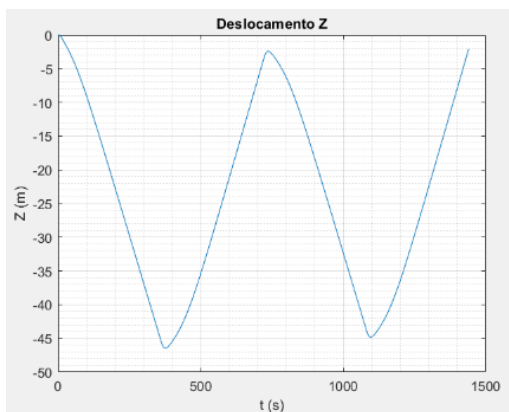
Figura 43 – Tempo de simulação de 1440 s, com intervalo de acionamento de 360 s



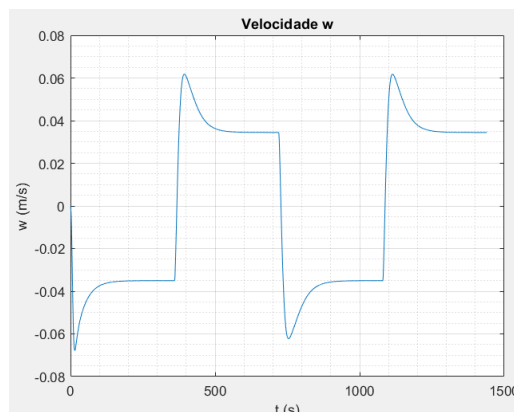
(a)



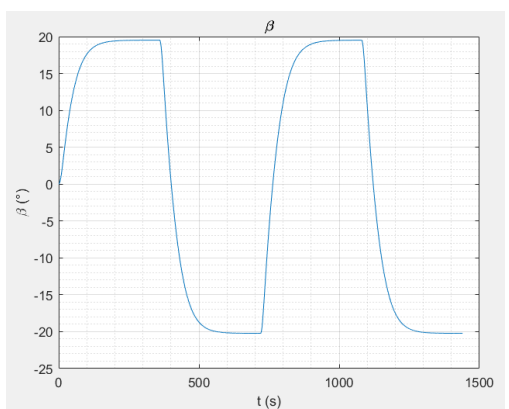
(b)



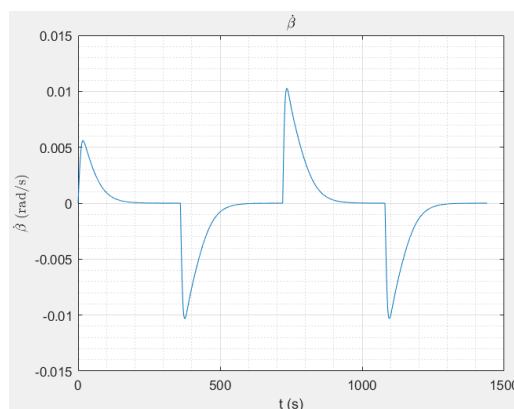
(c)



(d)

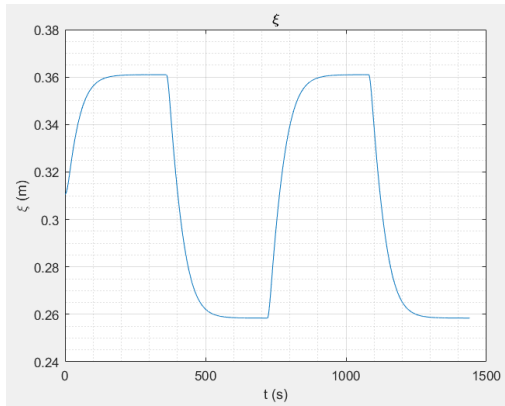


(e)

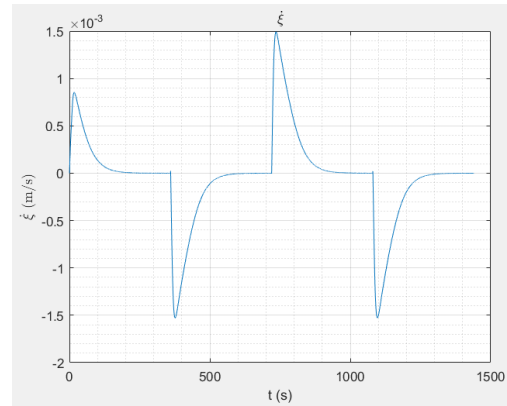


(f)

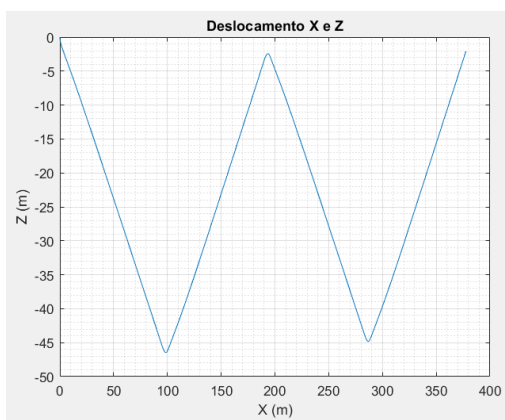
Fonte: Autor.



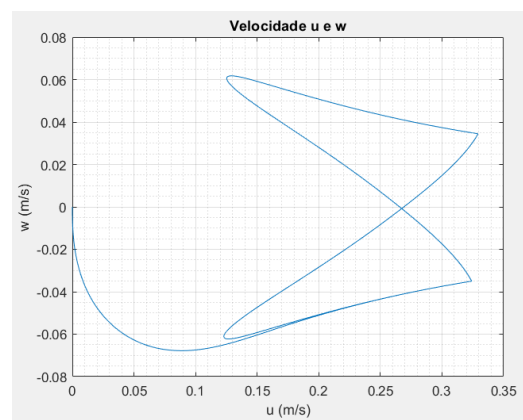
(g)



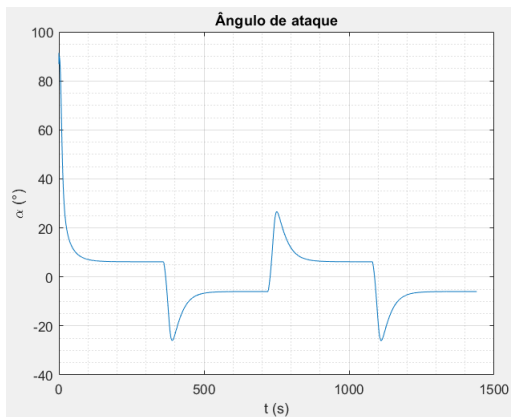
(h)



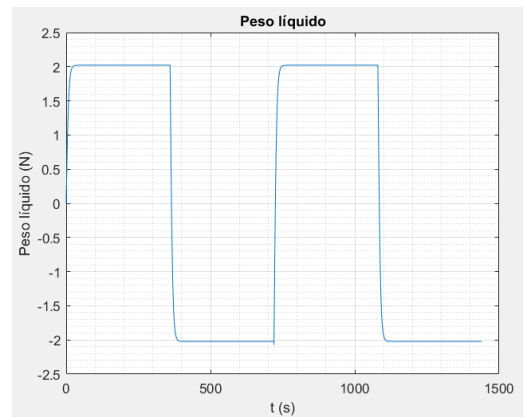
(i)



(j)

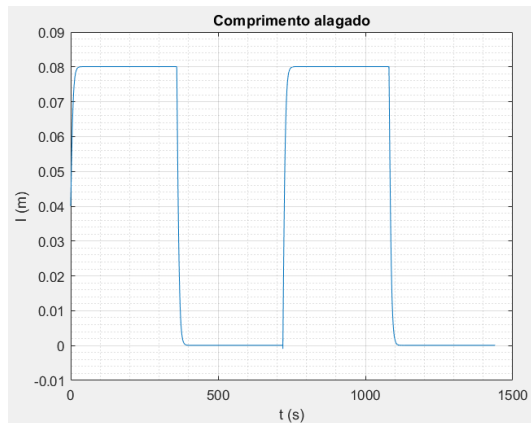


(k)

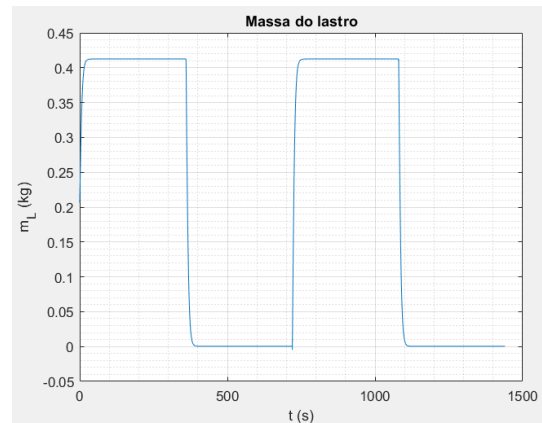


(l)

Fonte: Autor.



(m)



(n)

Fonte: Autor.

De um modo geral, os gráficos apresentados retratam a trajetória do *glider* subaquático no plano vertical. Qualitativamente, todos os gráficos representam de modo satisfatório a manobra que o veículo deve realizar dentro da água. Quantitativamente, as simulações expressam os valores que o *glider* atinge para navegar.

É possível notar que devido à atuação da lei controle do movimento do contrapeso e da lei de controle do movimento do pistão do atuador hidráulico, o veículo opera de forma consistente.

Como essas duas leis de controle regulam o movimento do *glider*, é possível notar que a aplicação de sua lógica condiz com o que o veículo deveria fazer. Pode-se observar que quando o valor de k é um número ímpar, os gráficos retratam o movimento de mergulho do *glider*. Quando k é um número par, os gráficos representam o movimento de ascensão do veículo.

Na figura 43 (a) está representado o deslocamento horizontal (X) do ponto O no domínio do tempo. É possível notar que o deslocamento é positivo e crescente, o que corresponde ao esperado uma vez que o *glider* se movimenta para frente.

No gráfico da componente de velocidade u , na direção do eixo longitudinal do *glider*, é possível notar que a velocidade cresce até atingir um valor limite, e logo após, varia, em resposta ao acionamento do controle de manobra.

De fato, os picos que aparecem no gráfico, representam a lei de controle de acionamento do movimento do contrapeso e do movimento do pistão, invertendo o sentido do veículo nos instantes pré-estabelecidos.

A figura 43 (c) representa o deslocamento vertical (Z) do ponto O no domínio do tempo. É possível verificar que o veículo atinge uma profundidade de aproximadamente 46 m . Sua inversão de movimento ocorre a partir do instante de acionamento do movimento do contrapeso e do movimento do pistão.

Pode-se notar no gráfico que o segundo mergulho não atinge o mesmo valor do primeiro. Isso ocorre pelo fato de que as equações de movimento estão sendo simuladas em malha aberta.

No gráfico da componente de velocidade w , perpendicular ao eixo longitudinal do glider, é possível verificar uma oscilação em torno do zero. Além disso, pode-se notar a atuação da lei de controle do movimento do contrapeso e do movimento do pistão, fazendo o veículo inverter seu movimento nos instantes pré-estabelecidos.

A figura 43 (e) representa o ângulo de *pitch*. Pode-se notar que sua variação ocorre em torno do zero, o que corresponde ao esperado, retratando corretamente a trajetória do *glider*.

É possível observar que a variação do ângulo atinge 20° , estando de acordo, em ordem de grandeza, ao ângulo que o *glider* deveria atingir.

Pode-se verificar a atuação da lei de controle que foi implementada para o movimento do contrapeso e o movimento do pistão, o que equivale ao instante em que a inversão do veículo acontece.

Também, no gráfico fica evidente que o ângulo de *pitch* começa oscilando de forma positiva, o que corresponde à atuação da lei de controle, já que o veículo inicia sua trajetória mergulhando.

Na figura 43 (f) é possível notar uma pequena inconsistência de integração numérica no início da simulação. Isso ocorre pelo fato de que as equações de movimento foram simuladas em malha aberta, caracterizando uma situação de singularidade. Porém, isso acontece somente no começo da simulação, o que poderia ser desconsiderado já que o seu comportamento se estabiliza.

Os picos que podem ser vistos correspondem à atuação da lei de controle que foi implementada para o movimento do contrapeso e o movimento do pistão, o que equivale ao instante em que a inversão da trajetória do veículo acontece.

Por fim, é possível notar que o valor com que a velocidade do ângulo de *pitch* oscila é muito pequeno.

Na figura 43 (g) está representado o deslocamento do contrapeso, que oscila em torno de sua posição neutra. Essa posição neutra corresponde à posição de equilíbrio hidrostático do veículo, em atitude perfeitamente horizontal

É possível visualizar o resultado do acionamento da lei de controle proposta, ocasionando movimento suave do contrapeso, e assim controlando a inversão da trajetória do veículo.

Pelo gráfico, pode ser notado que no início a oscilação é positiva, o que corresponde ao esperado, já que no começo da trajetória o veículo mergulha, como resposta ao movimento do contrapeso ao se deslocar para frente.

A escolha dos parâmetros γ_a , k_{cp} e c_{cp} foram fundamentais para a obtenção dos máximos e mínimos deslocamentos que o contrapeso atinge.

Na figura 43 (h) é possível verificar que a velocidade associada ao deslocamento do contrapeso varia em torno do zero. Os picos que aparecem no gráfico correspondem à atuação da lei de controle do movimento do contrapeso e do movimento do pistão, em que fica caracterizado a inversão de movimento do veículo.

O gráfico da figura 43 (i) representa a trajetória (do ponto O) do veículo no plano vertical. É possível verificar que no movimento da ascensão, o veículo quase atinge novamente a superfície. Isso ocorre pelo fato de que as equações de movimento foram simuladas sob lógica de controle em malha aberta. Também, é possível notar que o deslocamento horizontal (X) é maior do que o deslocamento vertical (Z). Pode-se observar que o segundo mergulho não atinge a profundidade do primeiro, novamente pelo fato de que as equações de movimento foram simuladas em malha aberta. De uma forma geral, o gráfico está condizente com a trajetória para o *glider* no plano vertical.

Na figura 43 (j) é possível verificar o comportamento das componentes de velocidades u e w . Pode-se notar que a velocidade w começa do zero e oscila entre valores negativos e positivos. Já a velocidade u parte do zero e se mantém positiva. A trajetória de fase atinge um ciclo que se repete.

Como pode ser observado na figura 43 (k), o ângulo de ataque varia em torno do zero, atingindo, respectivamente, de forma aproximada, valores máximos e mínimos de 6° e -6° , evidenciando uma simetria de comportamento ao longo da manobra. Esses valores estão dentro da faixa representativa das equações dos coeficientes hidrodinâmicos em função do ângulo de ataque.

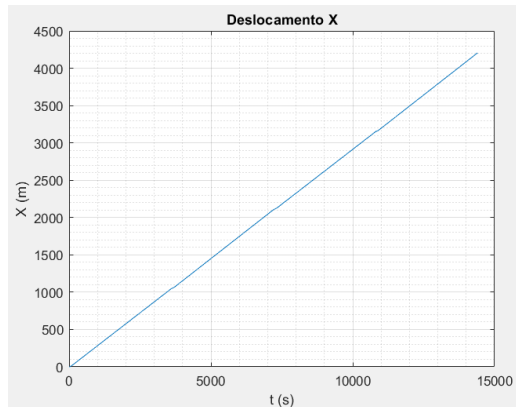
Pode-se notar que no início da simulação ocorre uma pequena oscilação do ângulo de ataque no domínio do tempo. Isso está relacionado ao fato de que a simulação foi realizada, com exceção do deslocamento inicial, considerando as demais condições iniciais iguais a zero e por isso no começo da simulação, ocorre uma pequena inconsistência de integração numérica, já que fica evidente uma situação de quase singularidade. Porém, isso ocorre em um intervalo de tempo muito pequeno e logo o ângulo de ataque começa a variar em torno do zero, atingindo-se consistência na simulação.

O gráfico da figura 43 (l) representa o peso líquido. Pode-se observar uma oscilação em torno do zero. É possível notar que o peso líquido é positivo no começo e depois se torna negativo, o que corresponde, respectivamente, ao movimento de mergulho e ascensão do *glider*.

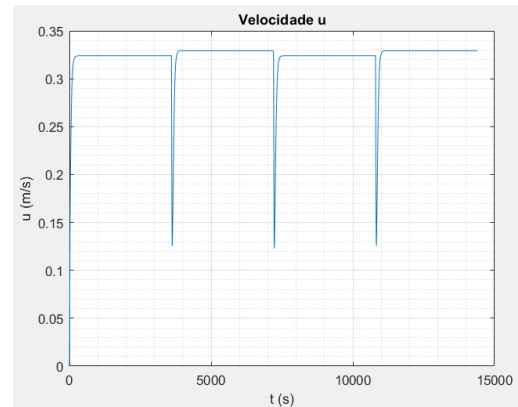
O gráfico da figura 43 (m) representa o comprimento alagado. Ele está relacionado com o movimento do pistão do atuador hidráulico. Como pode ser observado, o pistão oscila em torno da posição neutra, que corresponde à posição de equilíbrio hidrostático do veículo. Aqui é possível verificar a atuação da lei de controle que regula o movimento do pistão, presente na equação (35), que exprime que quando o parâmetro k é um número ímpar, l aumenta, levando à entrada de água no atuador hidráulico. Quando k é um número par, l diminui, causando a expulsão de água para o ambiente externo. No começo da simulação o pistão possui um deslocamento positivo, o que corresponde à entrada de água no atuador hidráulico, promovendo o mergulho do *glider*. No acionamento posterior, o pistão se desloca totalmente para frente, caracterizando a expulsão de água do atuador hidráulico. Nessa situação, o veículo ascende.

No gráfico da figura 43 (n) está representada a massa do lastro. O seu funcionamento está diretamente correlacionado com a explicação feita para o movimento do pistão do atuador hidráulico. Como pode ser observado, a massa do lastro oscila em torno do valor associado à posição neutra, correspondendo ao equilíbrio hidrostático do veículo. No início da simulação, a quantidade de massa de água aumenta, indicando sua entrada no atuador hidráulico, promovendo o mergulho do veículo. Após, a quantidade de massa de água é totalmente esgotada, representando sua expulsão para o ambiente externo, promovendo a ascensão do veículo.

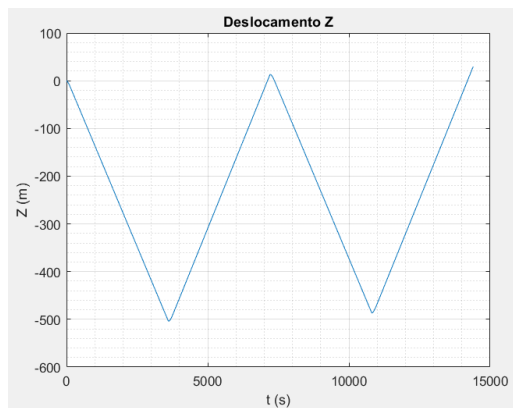
Figura 44 – Tempo de simulação de 14400 s, com intervalo de acionamento de 3600 s



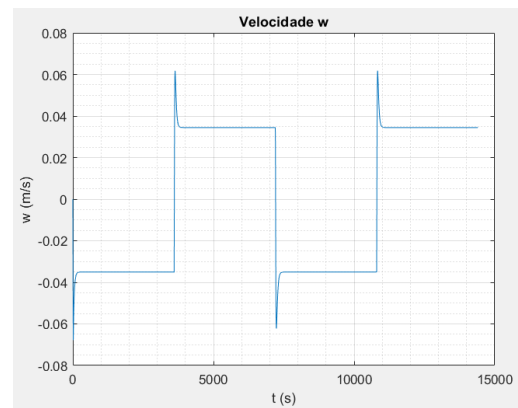
(a)



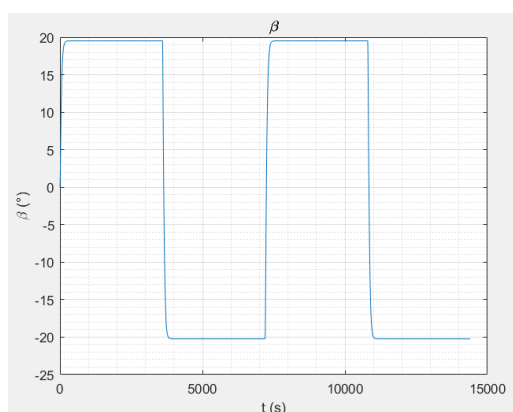
(b)



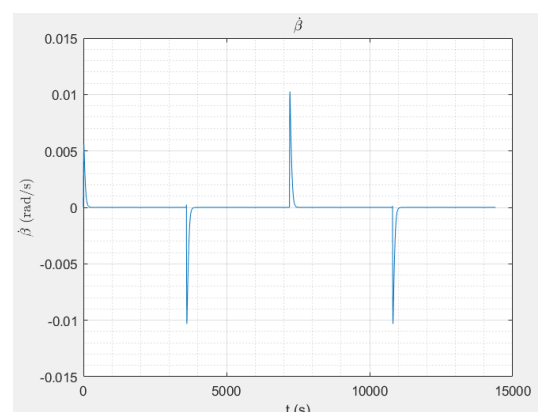
(c)



(d)

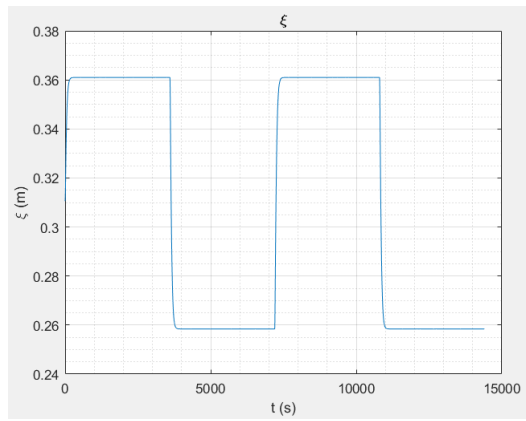


(e)

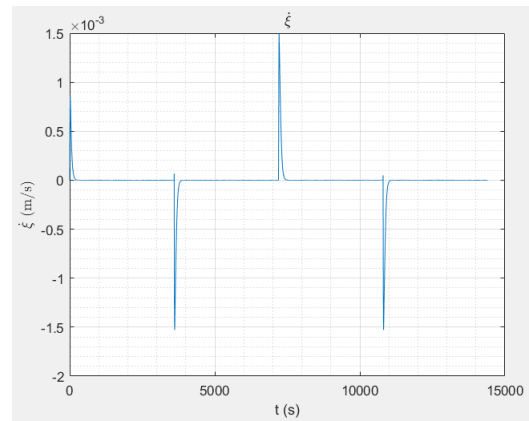


(f)

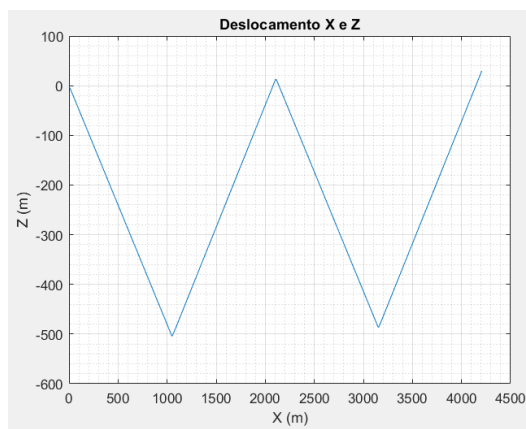
Fonte: Autor.



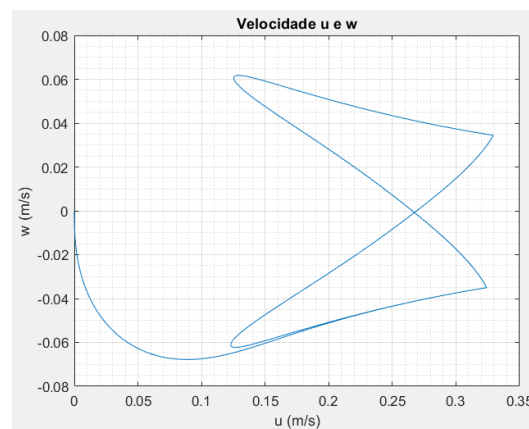
(g)



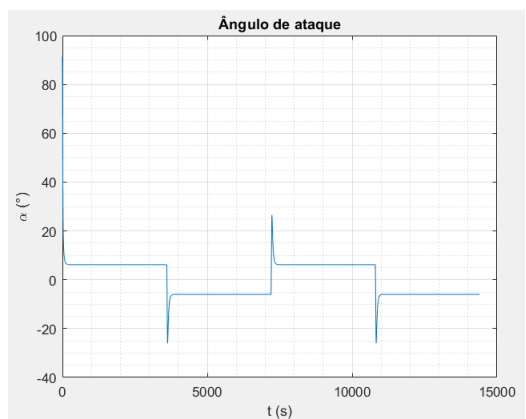
(h)



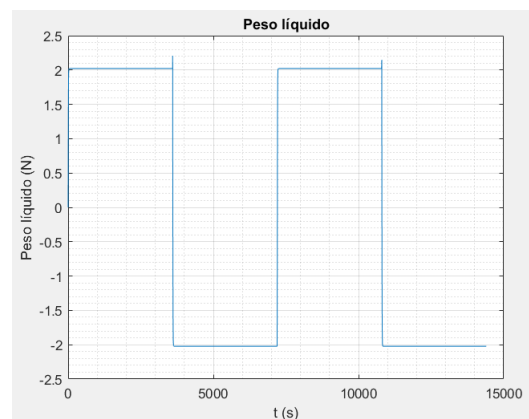
(i)



(j)

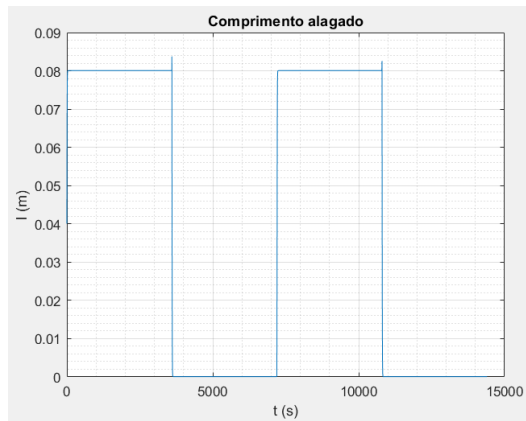


(k)

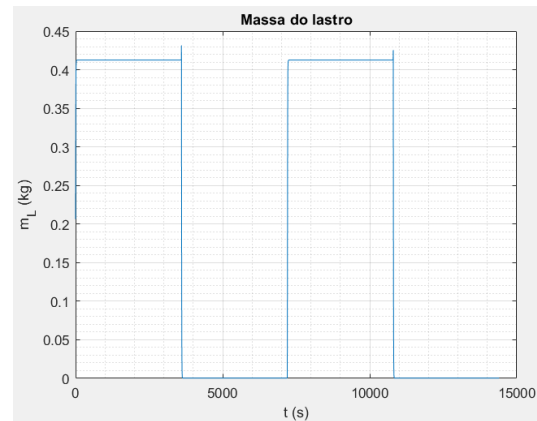


(l)

Fonte: Autor.



(m)



(n)

Fonte: Autor.

As simulações como um todo, após aumentar o tempo de simulação e o intervalo de acionamento, apresentam os mesmos comportamentos e explicações comentadas para o primeiro caso de simulação.

Obviamente, algumas diferenças podem ser verificadas. Evidentemente, com o aumento do tempo da simulação e do intervalo de acionamento, a profundidade máxima atingida aumenta proporcionalmente.

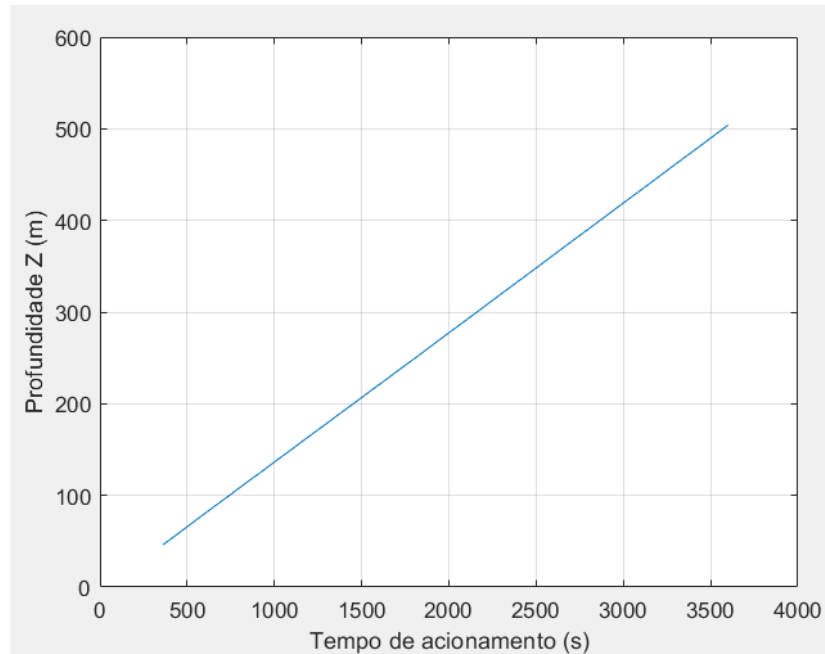
Nos gráficos das figuras 44 (a) e (c), representadas, respectivamente, pelo deslocamento X e pelo deslocamento Z , é possível notar deslocamentos horizontais e verticais maiores, porém, sem alterar seus comportamentos.

A única ressalva ocorre no gráfico da figura 44 (c) representado pelo deslocamento Z . Aqui, é possível notar que o veículo emerge atravessando a superfície, o que, obviamente, não é realista.

Esse aspecto também pode ser observado no gráfico da figura 44 (i), representado pelo deslocamento em X e em Z . Isso ocorre pelo fato de que as equações de movimento são simuladas com lógica de controle em malha aberta, e sem adaptação do modelo matemático em função de detecção de possível atingimento da superfície livre. em malha aberta. Porém, no geral, ambos os gráficos exprimem qualitativamente a trajetória que deve ser efetuada pelo *glider*.

- Análise da profundidade Z pelo intervalo de tempo de acionamento

Figura 45 – Gráfico da profundidade Z pelo intervalo de tempo de acionamento



Fonte: Autor.

Por fim, o gráfico da figura 45 retrata a profundidade máxima atingida durante a trajetória do veículo, em função do intervalo de acionamento. Este gráfico foi produzido a partir do estudo de quatro casos, com diferentes intervalos de acionamento, mantendo-se os demais parâmetros e condições iniciais inalterados, e mostra uma relação linear entre as duas variáveis. É possível notar que para um acionamento de 360 s, o veículo atinge uma profundidade de aproximadamente 46 m. Já, para um tempo de acionamento dez vezes superior, 3600 s, o veículo atinge uma profundidade de aproximadamente 504 m.

O comportamento quase-linear do gráfico é explicado pelo fato de que o valor do parâmetro ω_a adotado induz rápidos transitórios nos instantes de acionamento, quando comparados aos tempos de mergulho simulados. Como a duração do transitório independe do tempo de mergulho, é relativamente tão mais insignificante quanto maior for o intervalo de acionamento. Daí o caráter quase-linear do gráfico apresentado na figura 45.

7. CONCLUSÃO

O *glider* é um veículo subaquático encarregado de realizar monitoramento oceanográfico, por meio de sensores que permitem a coleta de dados físico-químicos da água e, quando emerge para a superfície, descarrega os dados para uma base de controle.

O veículo se desloca dentro da água por meio da redistribuição interna de massa e pela variação de empuxo. A redistribuição interna de massa ocorre através da movimentação de um conjunto móvel de baterias, responsável pela mudança do centro de gravidade do veículo. A movimentação de um pistão de um atuador hidráulico, que ocorre pela variação de volume de óleo e água, sendo a água um fluido que possui uma comunicação com o ambiente externo, é também responsável pela mudança da posição do centro de gravidade do veículo e pela variação do empuxo líquido.

A dinâmica de um *glider* no plano vertical foi estudada através de um modelo de ordem reduzida, derivando-se as equações de movimento, para isso utilizando-se o formalismo da Mecânica Analítica, por meio da equação de Lagrange. Para tanto foram considerados três graus de liberdade, que representam o movimento de corpo rígido do *glider* no plano vertical, e um grau de liberdade adicional, relacionado ao movimento do contrapeso. Leis de controle em malha aberta foram propostas para o acionamento dos sistemas de movimento do contrapeso e do pistão que regula o empuxo líquido do veículo, com o fim de estabelecer a trajetória do veículo de forma precisa, em função de poucos parâmetros.

Para a representação das forças de natureza não conservativa, simulações em CFD foram realizadas, utilizando o *software* ANSYS[®], com emprego do código Fluent[®], assim quantificando as forças hidrodinâmicas e o momento correspondente atuantes sobre o veículo. A geometria do *glider* foi descrita com o *software* NX[®]. Equações dos coeficientes hidrodinâmicos foram então construídas, em função do ângulo de ataque, para a devida composição dos termos relacionados com as forças de natureza viscosa.

Num estudo de caso, simulação das equações de movimento na forma de espaço de estados foi realizada no *software* Matlab[®], para descrever a trajetória e atitude do *glider* no plano vertical no domínio do tempo.

Após o refinamento dos parâmetros de simulação, foi observado que os resultados atenderam ao esperado, evidenciando-se um comportamento correspondente à trajetória projetada para o veículo.

Foi constatado que as equações adotadas para representar os coeficientes hidrodinâmicos em função do ângulo de ataque, introduzidas na simulação, demonstraram-se apropriadas para o cálculo das forças e do momento hidrodinâmicos.

Pode-se observar das simulações que a trajetória do *glider* se mostra suave e estável, evidenciando-se a atuação das forças e do momento hidrodinâmicos, decorrentes principalmente das asas e do fólio (empenagem), proporcionando ao veículo efetuar a manobra de inversão de movimento.

Cumprir notar que o comportamento dinâmico do veículo é também sensível à escolha dos parâmetros k_{cp} e γ_a que constituem a lei proposta para o controle de posicionamento do contrapeso. Sua escolha deve ser feita de forma criteriosa.

O controle de empuxo, através da lei de controle proposta para o acionamento do movimento do pistão se mostrou adequada e eficaz. Com a admissão de água no atuador hidráulico, e decorrente diminuição de empuxo líquido, o veículo mergulha. Na situação oposta, o veículo emerge.

Em suma, o modelo de ordem reduzida e as leis de controle em malha aberta propostas mostraram-se adequados para a representação da dinâmica do *glider* em estudo, levando o veículo a operar de forma satisfatória.

- Sugestão de trabalhos futuros

Cabe, por fim, sugerir atividades futuras, visando o aprimoramento e a extensão do presente modelo. Dentre elas:

- extensão da análise, com o fim de estabelecer faixas de operação dos parâmetros de controle, e então construir diagramas de operação do *glider* em estudo;
- introdução de controladores em malha fechada, para atuar como reguladores das leis de acionamento propostas, que permitam considerar perturbações introduzidas pelo meio ambiente;
- verificação experimental das estimativas dos coeficientes hidrodinâmicos;
- extensão do modelo de ordem reduzida para considerar movimentos em seis graus de liberdade;
- inclusão da dinâmica do atuador hidráulico;
- dedução das equações de movimento, através das equações de Lagrange, considerando um sistema de massa variável;
- inclusão de correnteza oceânica com velocidade variando em intensidade e direção ao longo da profundidade.

8. BIBLIOGRAFIA

- [1] ARANHA, J. A. P. **Estabilidade direcional e empenagem**. São Paulo, Escola Politécnica da USP, 2009.
- [2] ASSI, G., et al., Org. **Applied topics in marine hydrodynamics**. São Paulo, Escola Politécnica da USP, 2016.
- [3] BRUNETTI, F. **Mecânica dos fluidos**. 2. ed. São Paulo: Companion Website, Pearson Prentice Hall, 2008.
- [4] DHANAK, M. R., XIROS, N.I., Eds. **Handbook of ocean engineering**. [S.1]: Springer, 2016, 1345p.
- [5] EICKSTEDT, D. P., SIDELEAU, S. R. **The Backseat control architecture for autonomous robotic vehicles: a case study with the Iver2 AUV**. Ft Belvoir: Defense Technical Information Center, 2010.
- [6] FALTISEN, O. M. **Sea loads on ships and offshore structures**. Cambridge University Press, 1990.
- [7] FOSSEN, T. I. **Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control**. Chichester: Wiley, 2011.
- [8] FRIEDLAND, B. **Control system design: an introduction to state-space methods**. Mineola, New York: Dover Publications, 1986.
- [9] GRAVER, J. G. **Underwater gliders: dynamics, control and design**. Princeton University: Faculty of Princeton University, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, 2005.
- [10] HAMILL, P. **A student's guide to Lagrangians and Hamiltonians**. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. 172p.
- [11] HUSSAIN, N. A. A., ARSHAD, M. R., MOHD-MOKHTAR, R. Underwater glider modelling and analysis for net buoyancy, depth and pitch angle control. **Ocean Engineering**, v. 38, n. 16, p. 1782-1791, 2011.
- [12] IYENGAR, S. S., ELFES, A. **Autonomous mobile robots, control, planning, and architecture**. Los Alamitos, Calif.: IEEE Computer Society Press, 1991.

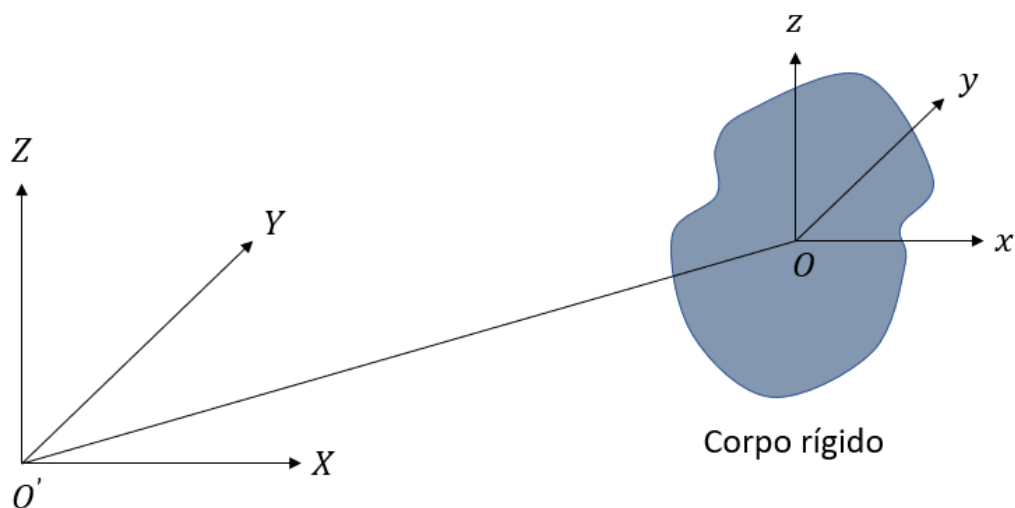
- [13] KOROTKIN, A. O. **Added masses of ship structures**. New York: Springer, 2010.
- [14] KORTENKAMP, D., BONASSO, P., MURPHY, R. **Artificial intelligence and mobile robots**. [S.l.]: MIT Press, 1998.
- [15] LEWANDOWSKY, E. M. **The Dynamics of marine craft: maneuvering and seakeeping**. [S.l.]; World Scientific, 2004.
- [16] LUST, E., STEVENS, J. **Autonomous vehicle for gathering oceanographic data in littoral regions**. [S.l.]: [s.n.], 2015. 81p. (I Preliminary Design, Review Report.)
- [17] NEWMAN, J. N. **Marine hydrodynamics**. Cambridge: The MIT Press, 1977.
- [18] PESCE, C. P. **Dinâmica dos corpos rígidos**. Monografia. Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, 2009.
- [19] PESCE, C. P. The Application of Lagrange equations to mechanical systems with mass explicitly dependent on position. **Journal of Applied Mechanics**, v. 70, p. 751-756, 2003.
- [20] PESCE, C. P., et. al. **Desenvolvimento de um glider nacional: proposta de projeto de P&D**. São Paulo: EP/IO-USP/MB, 2017.
- [21] PESCE, C. P., et. al. **Analysis of the interaction of a low-frequency marine seismic source prototype: SURDO – with the surrounding flow**. São Paulo: Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, 2016.
- [22] SINGH, Y., BHATTACHARYYA, S. K., IDICHANDY, V. G. CFD approach to modelling, hydrodynamic analysis and motion characteristics of a laboratory underwater glider with experimental results. **Journal of Ocean Engineering and Science**, v. 2, p. 90-119, 2017.
- [23] TELEDYNE WEBB RESEARCH. **Slocum G2 glider operators manual: P/N 4343: rev. B**. East Falmouth, MA: Teledyne Webb Research, 2012.
- [24] TELEDYNE WEBB RESEARCH. **Slocum G2 glider operators training guide: revised**. East Falmouth, MA Teledyne Webb Research, 2014.
- [25] TELEDYNE MARINE. Disponível em: <http://teledynemarine.com/slocum-glider>. Acesso em: 10. ago. 2022.
- [26] WHITE, F. M. **Fluid mechanics**. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2015.

APÊNDICES

APÊNDICE A1

Considere dois sistemas cartesianos, um de referencial inercial definido pelos versores \vec{I} , \vec{J} e \vec{K} com os eixos X , Y e Z e um de referencial fixo no corpo rígido definido pelos versores \vec{i} , \vec{j} e \vec{k} com os eixos x , y e z .

Figura A1 1 – Sistema de referência



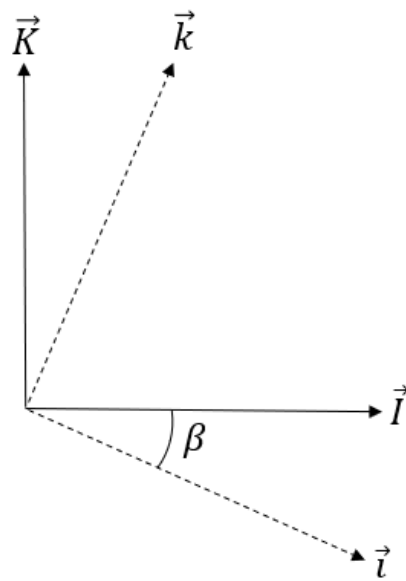
Fonte: Autor.

No caso considerado, de movimento no plano vertical, a simples rotação é dada pelas seguintes equações:

$$\vec{i} = \cos \beta \vec{I} - \text{sen } \beta \vec{K}$$

$$\vec{k} = \text{sen } \beta \vec{I} + \cos \beta \vec{K}$$

Figura A1 2 – Mudança de base



Fonte: Autor.

APÊNDICE A2

A derivação das equações de movimento foi realizada com o uso do formalismo da Mecânica Analítica, por meio da equação de Lagrange. Este apêndice traz detalhes desta derivação para os quatro graus de liberdade, q_i , $i = 1, \dots, 4$, considerados no modelo de ordem reduzida proposto.

- Para $q_i = X$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{X}} \right) - \frac{\partial T}{\partial X} = Q_x$$

Assim:

$$\frac{\partial T}{\partial X} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{X}} = & m_c \dot{X} - m_c x_G \sin \beta \dot{\beta} + m_c z_G \cos \beta \dot{\beta} + m_{cp} \dot{X} - m_{cp} \xi \sin \beta \dot{\beta} + m_{cp} \cos \beta \dot{\xi} \\ & + m_L \dot{X} - m_L x_L \sin \beta \dot{\beta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{X}} \right) = & m_c \ddot{X} - m_c x_G \sin \beta \ddot{\beta} - m_c x_G \cos \beta \dot{\beta}^2 + m_c z_G \cos \beta \ddot{\beta} - m_c z_G \sin \beta \dot{\beta}^2 \\ & + m_{cp} \ddot{X} - m_{cp} \xi \sin \beta \ddot{\beta} - m_{cp} \sin \beta \dot{\xi} \dot{\beta} - m_{cp} \xi \cos \beta \dot{\beta}^2 \\ & + m_{cp} \cos \beta \ddot{\xi} - m_{cp} \sin \beta \dot{\xi} \dot{\beta} + m_L \ddot{X} - m_L x_L \sin \beta \ddot{\beta} - m_L x_L \cos \beta \dot{\beta}^2 \end{aligned}$$

- Para $q_i = Z$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{Z}} \right) - \frac{\partial T}{\partial Z} = Q_z$$

Assim:

$$\frac{\partial T}{\partial Z} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{Z}} = & m_c \dot{Z} - m_c x_G \cos \beta \dot{\beta} - m_c z_G \sin \beta \dot{\beta} + m_{cp} \dot{Z} - m_{cp} \xi \cos \beta \dot{\beta} - m_{cp} \sin \beta \dot{\xi} \\ & + m_L \dot{Z} - m_L x_L \cos \beta \dot{\beta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{Z}} \right) = & m_c \ddot{Z} - m_c x_G \cos \beta \ddot{\beta} + m_c x_G \sin \beta \dot{\beta}^2 - m_c z_G \sin \beta \ddot{\beta} - m_c z_G \cos \beta \dot{\beta}^2 \\ & + m_{cp} \ddot{Z} - m_{cp} \xi \cos \beta \ddot{\beta} - m_{cp} \cos \beta \dot{\xi} \dot{\beta} + m_{cp} \xi \sin \beta \dot{\beta}^2 \\ & - m_{cp} \sin \beta \ddot{\xi} - m_{cp} \cos \beta \dot{\xi} \dot{\beta} + m_L \ddot{Z} - m_L x_L \cos \beta \ddot{\beta} + m_L x_L \sin \beta \dot{\beta}^2 \end{aligned}$$

- Para $q_i = \beta$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \beta} = Q_\beta$$

Assim:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = & -m_c x_G \cos \beta \dot{X} \dot{\beta} - m_c z_G \sin \beta \dot{X} \dot{\beta} + m_c x_G \sin \beta \dot{Z} \dot{\beta} - m_c z_G \cos \beta \dot{Z} \dot{\beta} \\ & - m_{cp} \xi \cos \beta \dot{X} \dot{\beta} - m_{cp} \sin \beta \dot{X} \dot{\xi} + m_{cp} \xi \sin \beta \dot{Z} \dot{\beta} - m_{cp} \cos \beta \dot{Z} \dot{\xi} \\ & - m_L x_L \cos \beta \dot{X} \dot{\beta} + m_L x_L \sin \beta \dot{Z} \dot{\beta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \beta} = & -m_c x_G \sin \beta \dot{X} + m_c z_G \cos \beta \dot{X} - m_c x_G \cos \beta \dot{Z} - m_c z_G \sin \beta \dot{Z} + I_{O_y} \ddot{\beta} \\ & - m_{cp} \xi \sin \beta \dot{X} - m_{cp} \xi \cos \beta \dot{Z} + m_{cp} \xi^2 \dot{\beta} + I_{cp_y} \ddot{\beta} - m_L x_L \sin \beta \dot{X} \\ & - m_L x_L \cos \beta \dot{Z} + m_L x_L^2 \dot{\beta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} \right) = & -m_c x_G \sin \beta \ddot{X} - m_c x_G \cos \beta \dot{X} \dot{\beta} + m_c z_G \cos \beta \ddot{X} - m_c z_G \sin \beta \dot{X} \dot{\beta} \\ & - m_c x_G \cos \beta \ddot{Z} + m_c x_G \sin \beta \dot{Z} \dot{\beta} - m_c z_G \sin \beta \ddot{Z} - m_c z_G \cos \beta \dot{Z} \dot{\beta} \\ & + I_{O_y} \ddot{\beta} - m_{cp} \xi \sin \beta \ddot{X} - m_{cp} \xi \cos \beta \ddot{Z} + m_{cp} \xi^2 \ddot{\beta} + 2m_{cp} \xi \dot{\xi} \dot{\beta} + I_{cp_y} \ddot{\beta} \\ & - m_L x_L \sin \beta \ddot{X} - m_L x_L \cos \beta \dot{X} \dot{\beta} - m_L x_L \cos \beta \ddot{Z} + m_L x_L \sin \beta \dot{Z} \dot{\beta} \\ & + m_L x_L^2 \ddot{\beta} \end{aligned}$$

- Para $q_i = \xi$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \xi} = Q_{\xi}$$

Assim:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}} = -m_{cp} \operatorname{sen} \beta \dot{X} \dot{\beta} - m_{cp} \cos \beta \dot{Z} \dot{\beta} + m_{cp} \xi \dot{\beta}^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = m_{cp} \cos \beta \dot{X} - m_{cp} \operatorname{sen} \beta \dot{Z} + m_{cp} \dot{\xi}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}} \right) = m_{cp} \cos \beta \ddot{X} - m_{cp} \operatorname{sen} \beta \ddot{Z} + m_{cp} \ddot{\xi}$$

APÊNDICE A3

Os cálculos a seguir, mostram as derivadas da energia potencial para cada grau de liberdade.

- Para $q_i = X$:

$$\frac{\partial V}{\partial X} = 0$$

- Para $q_i = Z$:

$$\frac{\partial V}{\partial Z} = m_c g + m_{cp} g + m_L g - E$$

- Para $q_i = \beta$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \beta} = & -m_c g x_G \cos \beta - m_c g z_G \sin \beta - m_{cp} g \xi \cos \beta - m_L g x_L \cos \beta + E x_E \cos \beta \\ & + E z_E \sin \beta \end{aligned}$$

- Para $q_i = \xi$:

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} = -m_{cp} g \sin \beta$$

APÊNDICE A4

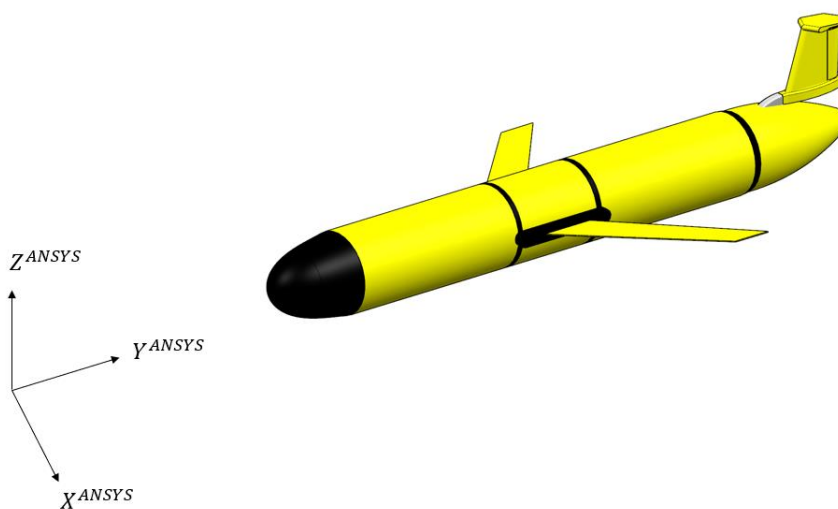
O cálculo do vetor das forças hidrodinâmicas generalizadas não conservativas foi realizado tendo como referência a simulação do *glider* efetuada no *software* ANSYS®, através do Fluent®, para a coleta das forças hidrodinâmicas e do momento. Desprezando-se, por simplicidade, a interação hidrodinâmica dos escoamentos em torno das peças que constituem o *glider*, as simulações foram efetuadas considerando-se quatro partições: corpo central, asas, fólio e leme. Os cálculos foram realizados em regime permanente de escoamento e para diversos ângulos de ataque, em uma sequência quase-estática.

A partir da devida composição das forças de arrasto, sustentação e momento, o Método dos Mínimos Quadrados foi aplicado para a construção das equações dos coeficientes hidrodinâmicos em função do ângulo de ataque.

A figura a seguir mostra o sistema de referência utilizado pelo ANSYS® para a realização da simulação.

Uma rotação em torno do eixo X promove ângulos de ataque positivos, o que corresponde ao veículo estar na situação de mergulho. No cenário oposto, o veículo terá ângulos de ataque negativos e irá ascender.

Figura A4 1 – Sistema de referência utilizado pelo ANSYS®

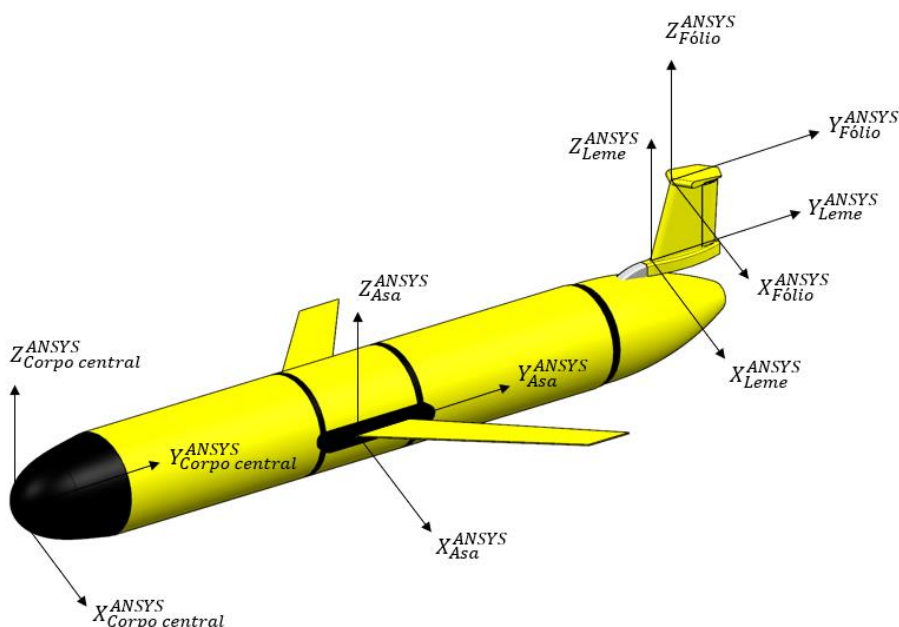


Fonte: Autor.

Conforme mencionado, a fim de facilitar a convergência das simulações, o *glider* foi separado em quatro partes: corpo central; asas; fólio e leme.

As simulações foram realizadas através da rotação de cada parte, em torno do eixo X , para os ângulos 0° , 2° , 4° , 6° , 8° e 10° . A direção do escoamento se manteve na direção e sentido do eixo Y . Simetria foi admitida por simplicidade. Todas as forças e momentos foram coletados na origem do sistema utilizado pelo ANSYS® para cada uma das quatro partes, conforme mostrado na figura a seguir.

Figura A4 2 – Origem do sistema de referência utilizado pelo ANSYS®



Fonte: Autor.

Admitiu-se o modelo de turbulência $k - \omega$. O fluido escolhido para realizar a simulação foi água com uma massa específica de $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$. A velocidade do escoamento para a simulação foi de $V = 0,3 \text{ m/s}$. O material escolhido para compor cada uma das quatro partes do *glider* foi o alumínio.

A tabela abaixo apresenta a área e o comprimento de referência com o número de iterações utilizado para cada parte do *glider* para conseguir a convergência dos resultados.

Tabela A4 1 – Área e comprimento de referência e o número de iterações

Parte	$A_{ref} (m^2)$	$L_{ref} (m)$	Iterações
Corpo central	0,038	1,85	100
Asa	0,001079	0,1476	100
Fólio	0,001162	0,127	100
Leme	0,00321	0,18	100

Fonte: Autor.

As tabelas abaixo apresentam as forças hidrodinâmicas e o momento coletados para cada uma das quatro partes do *glider*.

- Corpo central

Tabela A4 2 – Forças hidrodinâmicas e o momento coletados para o corpo central

Ângulo	$D (N)$	$L (N)$	$M (Nm)$
0°	0,41	0,00	0,00
2°	0,41	-0,06	0,07
4°	0,42	-0,13	0,14
6°	0,43	-0,19	0,21
8°	0,44	-0,26	0,27
10°	0,47	-0,34	0,31

Fonte: Autor.

- Asa

Tabela A4 3 – Forças hidrodinâmicas e o momento coletados para a asa

Ângulo	$D (N)$	$L (N)$	$M (Nm)$
0°	0,06	0,00	0,00
2°	0,07	-0,20	-0,04
4°	0,08	-0,40	-0,09
6°	0,11	-0,62	-0,14
8°	0,15	-0,85	-0,19
10°	0,22	-1,10	-0,25

Fonte: Autor.

A simulação foi feita considerando apenas uma asa. Como o *glider* apresenta duas asas simétricas, os resultados foram multiplicados por dois.

- Fólio

Tabela A4 4 – Forças hidrodinâmicas e o momento coletados para o fólio

Ângulo	$D (N)$	$L (N)$	$M (Nm)$
0°	0,02	0,00	0,00
2°	0,02	-0,02	0,00
4°	0,02	-0,04	0,00
6°	0,02	-0,06	0,00
8°	0,03	-0,08	0,00
10°	0,03	-0,10	0,00

Fonte: Autor.

- Leme

Tabelas A4 5 – Forças hidrodinâmicas e o momento coletados para o leme

Ângulo	D (N)	L (N)	M (Nm)
0°	0,05	0,00	0,00
2°	0,05	-0,01	0,00
4°	0,05	-0,01	0,00
6°	0,05	-0,01	0,00
8°	0,05	-0,01	0,00
10°	0,05	-0,01	-0,01

Fonte: Autor.

Na composição do momento hidrodinâmico, considerou-se o polo O do *glider* para o cálculo dos momentos das forças.

Para o sistema de referência no corpo no plano vertical, as forças de arrasto e de sustentação são dadas simplesmente por:

$$\vec{D}_i = D_i(-\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{k}) \quad (A4\ 1)$$

$$\vec{L}_i = L_i(\sin \alpha \vec{i} + \cos \alpha \vec{k}) \quad (A4\ 2)$$

Como o momento coletado na simulação foi calculado na origem do sistema de cada uma das partes, é necessário realizar a transferência de momento para o polo O do *glider*.

Dessa forma:

$$\vec{M}_O^i = \vec{M}_{P_i} + (P_i - O) \wedge \vec{R}_i \quad (A4\ 3)$$

para $i = 1, \dots, n$.

Sendo:

$$\vec{R}_i = \vec{D}_i + \vec{L}_i$$

E:

$$(P_i - O) = x_i \vec{i} + z_i \vec{k}$$

O sistema de coordenadas cartesianas adotadas para o *glider* tem orientação dos eixos diferente ao do ANSYS®. Desta forma, $\vec{M}_{P_i} = -\vec{M}_{P_i}^{ANSYS}$, já que $\alpha = -\alpha^{ANSYS}$. Além disso, $\vec{L}_i = -\vec{L}_i^{ANSYS}$, uma vez que as forças de sustentação coletas no ANSYS® possuem sinal negativo conforme mostrado nas tabelas.

Assim:

$$\vec{D} = \sum_i \vec{D}_i = \sum_i D_i (-\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{k})$$

Portanto:

$$D = |\vec{D}| = \sum_i D_i \quad (A4\ 4)$$

E:

$$\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i = \sum_i L_i (\sin \alpha \vec{i} + \cos \alpha \vec{k})$$

Portanto:

$$L = |\vec{L}| = \sum_i L_i \quad (A4\ 5)$$

Para o cálculo do momento, a soma será feita considerando a transferência de polo de momento para o polo O do *glider*.

Assim:

$$\vec{M}_O = \sum_i \vec{M}_O^i = \sum_i \vec{M}_{P_i} + \sum_i (P_i - O) \wedge \vec{R}_i$$

O que resulta:

$$\begin{aligned} \vec{M}_O = \sum_i \vec{M}_O^i = & \left[\sum_i M_{P_i} \right. & (A4\ 6) \\ & + \sum_i (-D_i x_i \operatorname{sen} \alpha - D_i z_i \cos \alpha - L_i x_i \cos \alpha \\ & \left. + L_i z_i \operatorname{sen} \alpha) \right] \vec{j} = M_O \vec{j} \end{aligned}$$

Nas equações de movimento foi adicionado um pequeno amortecimento Rayleighiano (linear) no movimento de *pitch*, através da introdução de um momento proporcional à velocidade angular, $c_\beta \dot{\beta}$.