

OK

CONSULTA  
FD-3317  
Ed. rev.

São Paulo  
2002

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São  
Paulo para obtenção do título de Mestre  
em Engenharia.

**REPRESENTAÇÃO COMPUTACIONAL GRÁFICA DE SUPERFÍCIES  
"B-SPLINE" COMO SUBSÍDIO À CONFIGURAÇÃO DE FORMAS  
MOLDADAS DE CASCOS DE EMBARCAÇÕES**

PAULO HENRIQUES CHIXARO

PAULO HENRIQUES CHIXARO

**REPRESENTAÇÃO COMPUTACIONAL GRÁFICA DE SUPERFÍCIES  
"B-SPLINE" COMO SUBSÍDIO À CONFIGURAÇÃO DE FORMAS  
MOLDADAS DE CASCOS DE EMBARCAÇÕES**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São  
Paulo para obtenção do título de Mestre  
em Engenharia.

Área de Concentração:  
Engenharia Naval

Orientador:  
Prof. Dr. Mardel Bongiovanni de Conti

São Paulo  
2003

Aldous Leonard Huxley (1894-1963)

O, Wonder!  
How many goodly creatures are there here!  
How beauteous mankind is!  
O brave new world, that has such people in it!

A minha esposa Ivone e a meus  
filhos Paulo e Davi sem os  
quais eu nada teria  
conseguido

## AGRADECIMENTOS

Ao meu grande orientador e amigo Prof. Dr. Mardel Bongiovanni de Conti (espero que me perdoe pelo grande sem ser quantificado) pela atenção e dedicação a este orientando que gostou muito de ter tido a oportunidade de conhecê-lo.

A minha querida esposa Ivone por toda a força, ajuda e motivação.

Aos meus filhos Paulo e Davi pela compreensão e apoio, mesmo sabendo de todo o tempo que lhes foi roubado.

Aos amigos de jornada Prof<sup>ra</sup>. Elaine e Prof. Rogério, da Fatec Ourinhos.

Aos meus amigos por todas as palavras de motivação e incentivo.

Ao Centro Estadual de Educação Tecnológica "Paula Souza" que me ajudou e permitiu abraçar esta empreitada.

Ao Prof. e grande amigo Dr. Milton Damato, da Fatec Ourinhos.

Ao Prof. Ms. André Trindade Presende, da Fatec Ourinhos..

Ao Prof. Ms. Silvio Lago, da Fatec São Paulo.

Aos novos amigos do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da USP pelo apoio, incentivo e grandes "papos" nos almoços nos períodos em que estive em São Paulo.

Aos professores e amigos das Fatec's Jahu, Americana, Indaiatuba e ETE de Araraquara, pela boa convivência e amizade gerada nos fins de semana em Jahu.

Ao prof. Ms Sergio Lukine idealizador e batalhador deste projeto.

## SUMÁRIO

I	Lista de Figuras.....	1
II	Lista de Tabelas.....	ii
III	Lista de Símbolos.....	iii
IV	Resumo.....	iv
V	Abstract.....	v
I	1. Introdução.....	1
2	2. Curvas e superfícies "B-spline".....	3
2.1	2.1 Considerações gerais.....	3
2.2	2.2 Representação matemática de curvas e superfícies "B-spline".....	6
2.3	2.3 Técnica de determinação da distribuição de curvaturas.....	12
2.4	2.4 Estima de Coeficientes de forma, distribuição de áreas seccionais e centros de áreas.....	14
2.5	2.5 Obtenção de Planos de linhas.....	15
2.6	2.6 Outras técnicas.....	16
3	3. Desenvolvimento do programa de computador.....	20
3.1	3.1 Considerações gerais.....	20
3.2	3.2 Visualização da superfície.....	22
3.3	3.3 Modificações na superfície.....	24
3.4	3.4 Monitoramento de parâmetros representativos da superfície (coeficientes e relações de forma, áreas seccionais, centros etc.).....	25
4	4. Exemplos de aplicação.....	28
4.1	4.1 Aplicação a uma superfície de forma prismática.....	28
4.2	4.2 Aplicação a uma forma carenada.....	30
5	5. Conclusões.....	38
6	6. Referências Bibliográficas.....	39
7	7. Lista de sites.....	41
Anexo I	Anexo I Curvas de Bézier.....	42
Anexo II	Anexo II Geometria em 3D.....	45
Anexo III	Anexo III Exibir pontos na tela do computador com a sensação de tridimensionalidade.....	47
Anexo IV	Anexo IV Expressões para o cálculo dos coeficientes de forma.....	48

Figura 2.2.1 Curva "B-spline" .....	7
Figura 2.2.2 Segmento de reta em uma "B-spline" .....	8
Figura 2.2.3 Curva "B-spline" com mudança de um ponto de controle .....	9
Figura 2.2.4 Superfície "B-spline" .....	11
Figura 2.3.1 Gráfico de distribuição de curvatura (1 e 2) .....	12
Figura 2.3.2 Gráfico de distribuição de curvatura (3 e 4) .....	13
Figura 2.5.1 Planos de linhas (Balizas, Linhas d'água e perfil) .....	15
Figura 2.6.1 Síntese do modelo descrito em PRESS et al. [1998] .....	17
Figura 2.6.2 Síntese do modelo proposto em ANDRADE [2001] .....	19
Figura 3.1.1 Extrutograma do programa desenvolvido .....	21
Figura 3.2.1 Visualização de uma superfície "B-spline" .....	23
Figura 3.3.1 Mudanças nas coordenadas de pontos de controle .....	24
Figura 3.4.1 Superfície com os coeficientes de forma, centros e áreas .....	26
Figura 3.4.2 Superfície após mudança de coordenadas .....	27
Figura 4.1.1 Superfície com os coeficientes de forma .....	28
Figura 4.2.1 Casco com coeficientes de forma obtidos pelo programa .....	33
Figura 4.2.2 Casco após primeiro acerto .....	34
Figura 4.2.3 Casco com coeficientes após segundo acerto .....	35

## LISTA DE FIGURAS

Tabela 4.1.1 Comparação com valores obtidos pelo programa .....	29
Tabela 4.2.1 Cotas do casco considerado .....	30
Tabela 4.2.2 Coordenadas das larguras (x) em cada uma das 12 balizas (z).....	31
Tabela 4.2.3 Coordenadas das alturas (y) em cada uma das 12 balizas (z) .....	31
Tabela 4.2.4 Coordenadas das balizas (z) .....	32
Tabela 4.2.5 Coordenadas (x;y;z) dos pontos de controle .....	32
Tabela 4.2.6 Coordenadas após primeiro ajuste.....	34
Tabela 4.2.7 Coordenadas após segundo ajuste .....	35
Tabela 4.2.8 Comparação entre os coeficientes de forma.....	36

## LISTA DE TABELAS



Am	: área da seção mestra (m <sup>2</sup> ).
Ax	: área máxima de seção (m <sup>2</sup> ).
Awp	: área da linha d'água de projeto (m <sup>2</sup> ).
B	: boca (m).
B/H	: relação boca calado.
Cb	: coeficiente de bloco.
Cm	: coeficiente de seção mestra.
Cp	: coeficiente prismático longitudinal.
Cvp	: coeficiente prismático vertical.
Cwp	: coeficiente de linha d'água de projeto.
H	: calado (m).
Kb	: posição vertical do centro de carena (m).
L	: comprimento do casco na linha d'água de projeto (m).
LCB	: posição longitudinal do centro de carena, medida a partir da proa (m).
LCF	: coordenada longitudinal do centro de flutuação da linha d'água de projeto (m).
L/B	: relação comprimento boca.
L/H	: relação comprimento calado.
L/V <sup>1/3</sup>	: relação entre o comprimento e a raiz cúbica do volume.
V	: volume do casco (m <sup>3</sup> ).
V/L <sup>3</sup>	: relação entre o volume e o cubo do comprimento.

## LISTA DE SÍMBOLOS

O trabalho trata da representação computacional gráfica de superfícies “B-spline” como subsídio à configuração de formas moldadas de cascos de embarcações. Tal representação permite alterar as superfícies por meio de arraste de pontos de controle assim como exibir vistas em perspectiva, cortes (planos de linha), relações e coeficientes de forma, típicos da representação de cascos de deslocamento.

## RESUMO

## ABSTRACT

This study is about computational and graphical representation of "B-spline" surfaces as subsidy to the configuration of molded shapes of ship hulls. The system enables to modify the surfaces by changing the position of the points of control. It also shows perspective views, plan views and form coefficients typically used in the representation of ship hulls.

## 1. Introdução

O presente trabalho possui caráter interdisciplinar, envolvendo Tecnologias

da Informação, Computação Gráfica e Engenharia Naval.

Seu objetivo é propor, implementar e avaliar a representação computacional

gráfica de superfícies “B-spline” como subsídio à configuração de formas

moldadas de cascos de embarcações.

Aplica-se potencialmente ao projeto automatizado de cascos, em processos

de otimização, os quais não estão no escopo do presente trabalho.

No capítulo dois, discute-se a representação matemática de superfícies

“B-spline”. Apresentam-se também técnicas relativas à determinação de

distribuição de curvaturas, de coeficientes de forma e de obtenção de planos de

linha. Expõe-se brevemente um modelo de projeto otimizado de casco a partir

de HARRIES & ABT [1999] que utiliza as representações aqui estudadas.

Expõe-se também, de forma breve, a proposta de um modelo para

desenvolvimento de projetos preliminares de embarcação a partir de

ANDRADE [2001].

No capítulo três, discute-se o desenvolvimento do programa que permite a

visualização das superfícies “B-spline”, a possibilidade de modificação destas

superfícies pela mudança de posição de pontos de controle e o monitoramento

de coeficientes e relações de forma, áreas seccionais, centros etc.

No capítulo quatro, têm-se aplicações do programa a uma forma prismática

e a uma forma carenada (continuidade da função que descreve a superfície de

classe 2).

No capítulo cinco, têm-se as conclusões e, finalmente, a bibliografia e os

sítios pesquisados na "Internet".

## 2. Curvas e superfícies “B-spline”

### 2.1 Considerações gerais

No trabalho opta-se por representações “B-spline”, que segundo ABT at al. [2001] e ROGERS [1977], podem ser úteis na concepção de cascos de embarcações.

Carl de Boor, professor da Universidade de Wisconsin e autor, em 1972, da fórmula recursiva que define uma curva “B-spline”, considera I.J. Schoenberg<sup>1</sup> como sendo o criador dessas curvas. Essa consideração deve-se ao texto publicado em 1946 por Schoenberg no jornal “Quarterly Applied Mathematic”, com o título de “Contribution to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions”, onde se tem, pela primeira vez, a palavra “Basis-splines” sendo usada no sentido de aproximações polinomiais pedago a pedago conectadas de maneira “suave”. Essas idéias surgiram nas indústrias de construção de navios e aviões, durante a Segunda Guerra Mundial. Em BARTFELS [1987], Robin Forrest descreve a técnica usada pelas indústrias inglesas de fabricação de aviões na construção de moldes, que eram obtidos passando-se finas pranchas de madeira (virotes) através de pontos, chamados por Forrest de “patos”, prendidos no assaolho de um grande galpão como uma técnica de carenamento.

---

<sup>1</sup> I.J. Schoenberg nasceu em 21 de Abril de 1903, em Galatz na România. Morreu em Madison estado de Wisconsin nos EUA em 21 de Fevereiro de 1990, tendo estudado Matemática na Universidade de Jassy, em Berlim e também em Goettingen. Em 1930, foi para Universidade de Chicago e em 1933 transferiu-se para Princeton. Entre textos e livros teve 174 publicações, quarenta destas dedicadas às “B-splines”. Foi, durante muito tempo, membro do centro de pesquisas matemáticas avançadas na Universidade de Wisconsin-Madison. Bibliografia segundo BOOR [2002].

O inconveniente desse processo era que, se um desses galpões fosse destruído pelo inimigo, todo o projeto seria perdido. Essa preocupação levou Forrest a pensar em modelar as curvas entre os "patos" por seções cônicas, podendo assim documentar matematicamente cada projeto e refazê-lo caso fosse necessário. Tais modelos de carenamento cônico foram substituídos no início dos anos 60 pelo que se passou a chamar de "spline" por J.C. Ferguson, engenheiro da Boeing.

De acordo com SABO [1998], as "idéias geométricas" que fundamentam as curvas de Bézier (Anexo I) foram desenvolvidas por Paul de Casteljaou a partir de 1959, enquanto trabalhava na Citroën e, concomitantemente, por Pierre Bézier<sup>2</sup> trabalhando na Renault. Ambos pesquisavam métodos mais eficientes para a modelagem de carroçarias de automóveis. Entretanto, deve-se também creditar a esse projeto a importante participação de Birkhoff e Carl de Boor (na época Engenheiro da General Motors), que apresentaram em 1964 em um simpósio organizado pela GM o trabalho "Piecewise polynomial interpolation and approximation".

A importância das "B-splines" pode ser observada ainda, de acordo com DAVIS [1996] (professor do Instituto Politécnico Worcester), pelas

---

<sup>2</sup> Pierre Etienne Bézier nasceu em 1 de Setembro de 1910 em Paris e morreu em 1999. Gradou-se em Engenharia Mecânica pela *Ecole des Arts et Métiers* em 1930. Em 1933, Bézier entrou para a fábrica de Automóveis Renault, onde trabalhou por 42 anos. Bézier começou suas pesquisas em CAD/CAM em 1960, quando devotou seu tempo trabalhando no seu sistema UNISURF. A partir 1960, suas pesquisas focaram o desenho de máquinas, curvas *free-form* interativas e desenhos de superfície. A carreira acadêmica de Bézier começou em 1968 quando tornou-se professor de Engenharia de Produção no *Conservatoire National des Arts et Métiers*, onde lecionou até 1979. Ele escreveu quatro livros, inúmeros *papers* e recebeu vários títulos como "Doctor Honoris Causa" inclusive da Universidade de Berlim. Biografia publicada no volume 22 (novembro 1990) em uma edição especial voltada para as técnicas desenvolvidas por Bézier) da revista *Computer Aided Design*.

palavras de Ray Sarraga, do Centro de pesquisas da General Motors. Quando lhe perguntaram qual o impacto das "B-splines" nos projetos geométricos dos automóveis, ele respondeu: "Isto é a mesma coisa que perguntar qual o impacto do uso do motor a gasolina nos automóveis". Tom Grandine da companhia de aviação Boeing acrescentou: "Nenhum avião deixa a Boeing sem levar alguns bilhões de "B-splines" em seu desenvolvimento. As "splines" demonstram que algumas coisas boas acontecem quando se usa corretamente a matemática" e, citando FARIN [1990], lembra: "A decisão de usar computadores para desenvolvimento de projetos força ao projetista descrever todos os desenhos em termos matemáticos".



## 2.2 Representação matemática de curvas e superfícies "B-spline"

Define-se uma curva "B-spline" da seguinte maneira:

Dados:

- $n + 1$  pontos de controle  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$  em  $\mathbb{R}^3$ , com  $n \in \mathbb{N}$ ;
- $m \in \mathbb{N}^*$ , ordem que se deseja para a curva "B-spline" (valor que define o grau dos polinômios que irão compor a curva);
- vetor no  $U = \{n_0, n_1, n_2, \dots, n_s\} \subset \mathbb{N}$  com  $s = m + n$  com a condição de que para todo  $n_k \in U$  com  $k \in \{x \in \mathbb{N} / 0 \leq x < s\}$  tenha-se  $n_k \leq n_{k+1}$  e as diferenças  $n_{k+m} - n_{k+m-1}$  com  $k \in \{x \in \mathbb{N} / 0 \leq x \leq s - 2m + 1\}$  tenham sempre o mesmo valor;
- $t \in \mathbb{R}$  com  $n_0 \leq t < n_s$ ;

A curva "B-spline" pode ser definida por meio da relação

$$BS(t) = \sum_{i=0}^t N_{i,m}(t) \cdot P_i \quad \text{onde os polinômios } N_{i,m}(t) \text{ de grau } m-1 \text{ são}$$

escritos por meio da seguinte fórmula recursiva:

$$N_{i,m}(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } n_i \leq t < n_{i+1} \\ 0 & \text{se } t > n_i \text{ ou } t \geq n_{i+1} \end{cases} \text{ e}$$

$$N_{i,m}(t) = \frac{n_{i+1} - t}{n_{i+1} - n_i} N_{i,m-1}(t) + \frac{t - n_i}{n_{i+1} - n_i} N_{i+1,m-1}(t)$$

Quando  $m = 1$  tem-se para os polinômios do grau zero e, neste caso, apenas os pontos de controle pertencem à curva.

Nessa fórmula recursiva, define-se  $\frac{0}{0}$  como sendo igual a 0.

Na figura 2.2.1 ilustra-se uma curva "B-spline" dada por quatro

segmentos, definidos por polinômios de terceiro grau, obtida a partir dos

pontos  $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ .

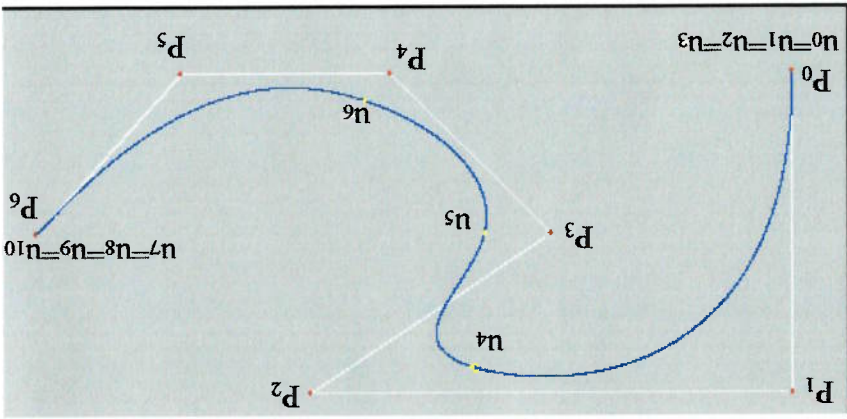


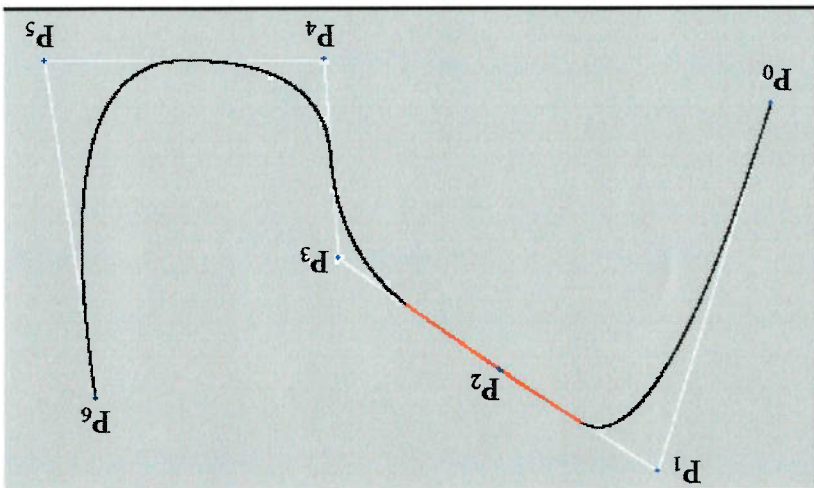
Figura 2.2.1 Curva "B-spline"

Ordem  $m = 4$ , vetor nó  $U = \{0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 4, 4, 4\}$  e  $P_0 = (0,8; 0,8), P_1 = (0,8; 5,1), P_2 = (7,1; 5,1), P_3 = (3,9; 3), P_4 = (6; 0,8), P_5 = (8,8; 0,8)$  e  $P_6 = (10,7; 3)$ .

Uma curva "B-spline" no plano, definida por  $n+1$  pontos de controle  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$  e de ordem  $m$ , tem os segmentos obtidos para  $u_i \leq t < u_{i+m}$  totalmente contidos nas regiões convexas, definidas pelos segmentos de retas mais externos, tomando-se os pontos  $P_i, P_{i+1}, \dots, P_{i+m-2}, P_{i+m-1}, P_{i+m}$  dois a dois. Essa propriedade permite que existam trechos de retas em uma curva "B-spline" bastando para isso que existam  $m$  pontos de controle, consecutivos, alinhados, no trecho em que se deseja, um segmento de reta para a curva.

Na figura 2.2.2 ilustra-se uma curva "B-spline" com o trecho em

vermelho sendo um segmento de reta.



**Figura 2.2.2 Segmento de reta em uma "B-spline"**  
 $P_0 = (0,6; 1,2), P_1 = (2,2; 6,2), P_2 = (4,2; 4,8), P_3 = (6,4; 3,3), P_4 = (6,5; 0,7)$   
 $P_5 = (10,2; 0,7), P_6 = (9,5; 5,2)$  com ordem  $m = 3$  e vetor nó  
 $U = \{0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 5\}$ .

Dada a curva "B-spline"

$$BS(t) = \sum_n^{i=0} N_{i,m}(t) \cdot P_i$$

mudando-se de posição apenas o ponto de controle  $P_k$  para  $P'_k$ , tem-se

uma nova curva  $BS'(t)$

$$BS'(t) = \sum_{k-1}^{i=0} N_{i,m}(t) \cdot P'_i + N_{k,m}(t) \cdot P'_k + \sum_n^{i=k+1} N_{i,m}(t) \cdot P_i$$

Como  $P'_k = P_k + V$ , tem-se:

$$BS'(t) = \sum_{k-1}^{i=0} N_{i,m}(t) \cdot P'_i + N_{k,m}(t) \cdot P'_k + \sum_n^{i=k+1} N_{i,m}(t) \cdot P_i + V$$

ou ainda:  $BS(t) = BS'(t) + N_{k,m}(t) \cdot V$ .

Tem-se, portanto, que  $BS(t) \neq BS'(t)$  somente quando  $N_{k,m}(t) \neq 0$  ou

seja, nos trechos obtidos quando  $u_k \leq t < u_{k+m}$ . Essa propriedade da curva

“B-spline” permite mudanças em trechos limitados da curva.

Ilustra-se na figura 2.2.3 uma mudança no ponto de controle  $P_1$  da

“B-spline”. Tal mudança, de acordo com o que se comentou acima, tem

reflexos apenas nos trechos obtidos por  $u_1 \leq t < u_4$ .

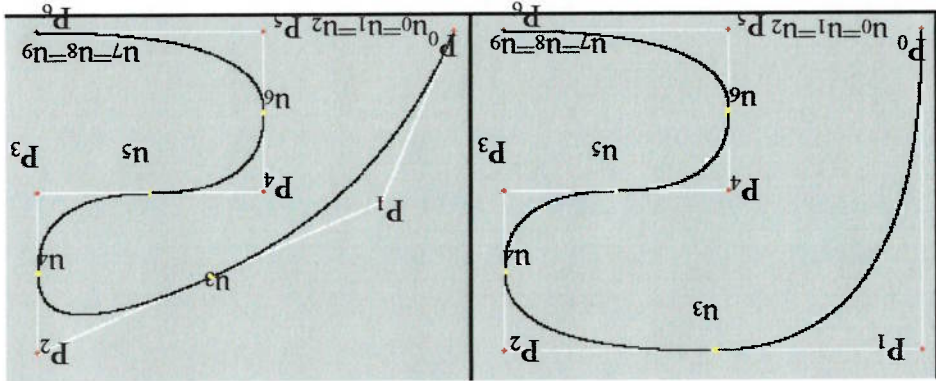


Figura 2.2.3 Curva “B-spline” com mudança de um ponto de controle

$P_0 = (0,2; 0,2)$ , gráfico à esquerda  $P_1 = (0,2; 4,2)$ , à direita  $P_1 = (1,2; 2,5)$ ,  $P_2 = (5,7; 4,2)$ ,  $P_3 = (4,2; 2,3)$ ,  $P_4 = (2,7; 2,3)$ ,  $P_5 = (2,7; 0,2)$ ,  $P_6 = (4,2; 0,2)$ , com ordem  $m = 3$  e vetor nó  $U = \{0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 5\}$ .

Define-se superfície “B-Spline” da seguinte maneira:

Dados:

- $(m+1).(n+1)$  pontos de controle representados na matriz

$$\begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & \dots & P_{0n} \\ P_{10} & P_{11} & \dots & P_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{m0} & P_{m1} & \dots & P_{mn} \end{pmatrix}$$

com suas coordenadas em  $\mathbb{R}^3$ , com  $m \in \mathbb{N}$  e

$$n \in \mathbb{N};$$

▪  $k, l \in \mathbb{N}^*$ , ordem que se deseja para as curvas "B-spline" definidas

pelos pontos respectivamente das  $(m+1)$  linhas e  $(n+1)$  colunas;

▪ o vetor n $o$   $X = \{x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_s\} \subset \mathbb{N}$  com  $s = m+k$  com a

condi $\tilde{c}$ o de que para todo  $x_i \in X$  com  $i \in \{a \in \mathbb{N}/0 \leq a < s\}$

tenha-se  $x_i \leq x_{i+1}$  e as diferen $\tilde{c}$ as  $x_{i+m} - x_{i+m-1}$  com

$i \in \{a \in \mathbb{N}/0 \leq a \leq s - 2m + 1\}$  tenham sempre o mesmo valor;

▪ o vetor n $o$   $Y = \{y_0, y_1, y_2, y_3, \dots, y_s\} \subset \mathbb{N}$  com  $r = n+l$  com a

condi $\tilde{c}$ o de que para todo  $y_i \in Y$  com  $i \in \{a \in \mathbb{N}/0 \leq a < r\}$

tenha-se  $y_i \leq y_{i+1}$  e as diferen $\tilde{c}$ as  $y_{i+n} - y_{i+n-1}$  com

$i \in \{a \in \mathbb{N}/0 \leq a \leq r - 2n + 1\}$  tenham sempre o mesmo valor;

▪  $t, n \in \mathbb{R}$  com  $x_0 \leq t < x_s$  e  $y_0 \leq n < y_r$ ;

A superf $\tilde{c}$ ie "B-spline" pode ser definida por meio da rela $\tilde{c}$ o

$$SBS(t, n) = \sum_n^m \sum_{j=0}^{t=0} M^{i,k}(t) N^{j,l}(n) \cdot P_{ij} \quad \text{onde os polin\`omios}$$

$M^{i,k}(t)$  e  $N^{j,l}(n)$  de grau  $m-1$  e  $n-1$ , respectivamente, s $\tilde{a}$ o escritos por

meio das seguintes f\`ormulas recursivas:

Para os  $M^{i,k}(t)$  tem-se:

$$M^{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i \leq t < x_{i+1} \\ 0 & \text{se } t > x_i \text{ ou } t \geq x_{i+1} \end{cases} \text{ e}$$

$$M^{i,k}(t) = \frac{M^{i,k-1}(t) \cdot (x_i - x_{i+k-1})}{(t - x_i) \cdot M^{i,k-1}(t)} + \frac{M^{i,k-1}(t) \cdot (x_{i+k} - x_{i+1})}{(x_{i+k} - t) \cdot M^{i,k-1}(t)}$$

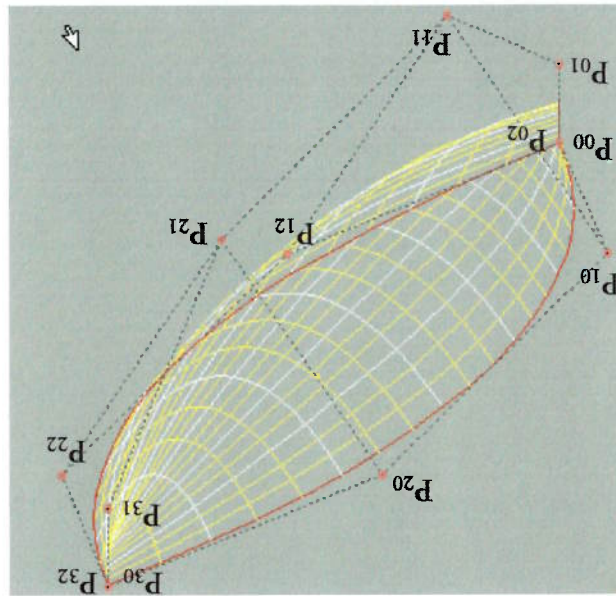
e para os  $N^{j,l}(n)$  tem-se:

$$N_{j,l}(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } y_j \leq n < y_{j+1} \\ 0 & \text{se } n > y_j \text{ ou } n \geq y_{j+1} \end{cases} \text{ e}$$

$$N_{j,l}(n) = \frac{(n - y_j) \cdot N_{j,l-1}(n)}{(y_{j+1} - y_j)} + \frac{y_{j+1} - n}{y_{j+1} - y_j} \cdot N_{j+1,l-1}(n)$$

Nessas fórmulas recursivas, define-se  $\frac{0}{0}$  como sendo igual a 0.

Na figura 2.2.4 ilustra-se uma superfície "B-spline" dada por 12 pontos de controle  $k = 3$  e  $l = 3$ , vetor no  $X = \{0,0,0,1,2,2,2\}$ , vetor no  $Y = \{0,0,0,1,1,1\}$ .



**Figura 2.2.4 Superfície "B-spline"** dada pelos pontos:  $P_{00}=(0,15,40)$ ,  $P_{01}=(0,10,40)$ ,  $P_{02}=(0,15,40)$ ,  $P_{10}=(-10,15,30)$ ,  $P_{11}=(0,0,30)$ ,  $P_{12}=(10,15,30)$ ,  $P_{20}=(0,15,10)$ ,  $P_{21}=(0,0,10)$ ,  $P_{22}=(10,15,10)$ ,  $P_{30}=(0,15,0)$ ,  $P_{31}=(0,10,0)$  e  $P_{32}=(0,15,0)$ .

### 2.3 Técnica de determinação da distribuição de curvaturas

Segundo BEIER [1987], a distribuição de curvaturas ao longo de uma curva no plano ou no espaço pode dar indicações de qualidade no traçado

dessa curva.

Pode-se exibir, em pontos da curva, segmentos de reta indicando a curvatura. Em BEIER [1987] tem-se algoritmos que permitem obter esses segmentos os quais são utilizados nos gráficos das figuras 2.3.1 e 2.3.2.

No gráfico 1 da figura 2.3.1 (gráfico da esquerda), tem-se uma distribuição de curvatura sem descontinuidade, coisa que não ocorre no gráfico 3 da figura 2.3.2 (gráfico da esquerda). No gráfico 2 da figura 2.3.1 (gráfico da direita), tem-se uma descontinuidade no ponto onde a curva se liga com um segmento de reta. Já no gráfico 4 da figura 2.3.2 (gráfico da direita), localizam-se os dois pontos de inflexão da curva.

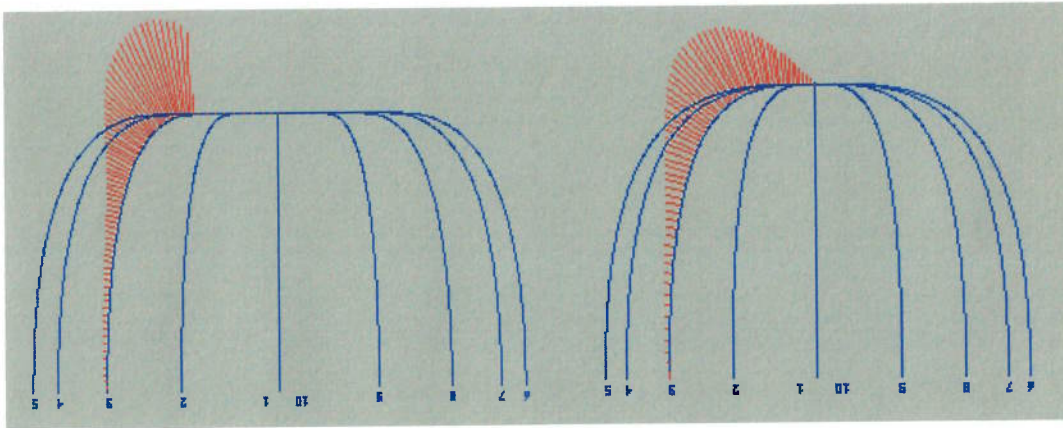


Figura 2.3.1 Gráfico de distribuição de curvatura (1 e 2).

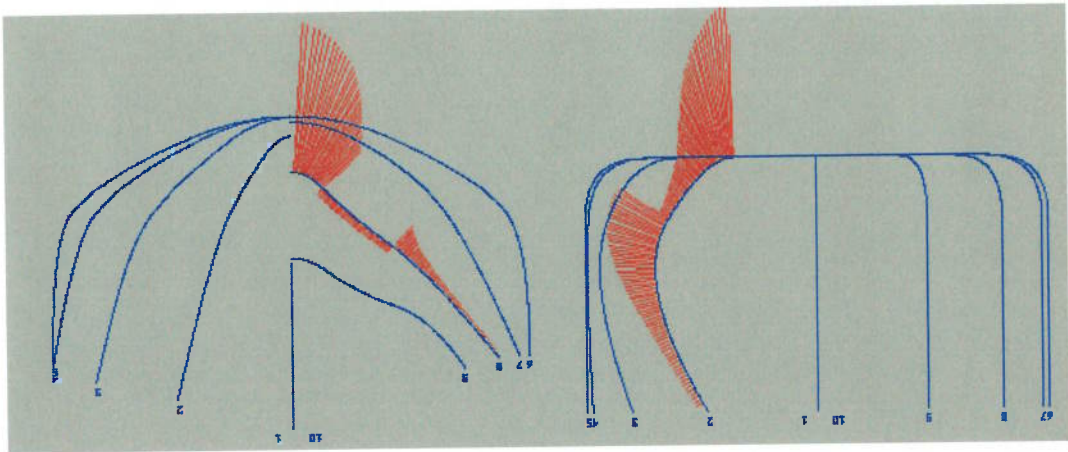


Figura 2.3.2 Gráfico de distribuição de curvatura (3 e 4).

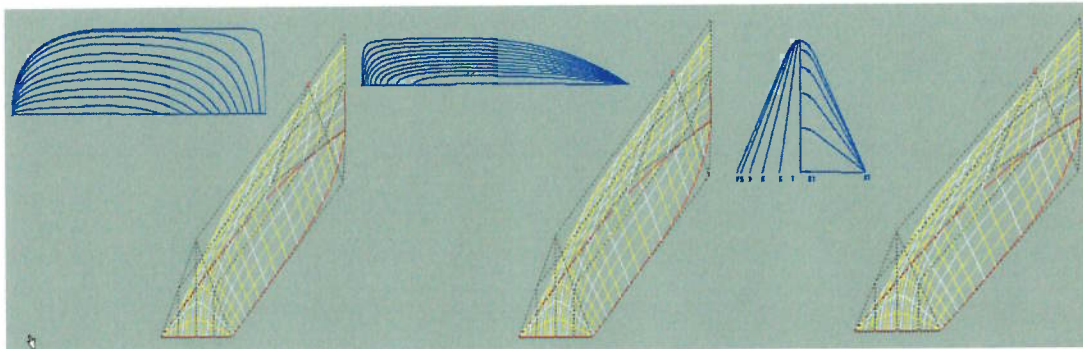


## **2.4 Estima de Coeficientes de forma, distribuição de áreas seccionais e centros de áreas**

Com a representação matemática da superfície "B-spline" tem-se a possibilidade, também, do cálculo aproximado dos coeficientes de forma da superfície que se está representando. A finalidade desse processo é possibilitar que o projetista acompanhe o que acontece com esses coeficientes, com a distribuição de áreas seccionais e centros de áreas, enquanto alterações nos pontos de controle são feitas. As fórmulas utilizadas para esses cálculos estão descritas no Anexo IV.

## 2.5 Obtenção de Planos de Linhas

Tem-se ainda a possibilidade de obtenção do plano de linhas da superfície: linhas d'água; plano de balizas; planos de alto. Na figura 2.5.1 ilustra-se um casco com seus planos de linhas dividido em 12 seções.



**Figura 2.5.1 Planos de linhas (Balizas, Linhas d'água e perfil)**

Superfície dada pelos pontos (0;10;30) , (0;5;30) , (0;0;30) , (0;10;30) , (0;10;30) , (-5;10;22,5) , (-2,5;5;22,5) , (2,5;5;22,5) , (5;10;22,5) , (-5;10;0) , (-2,5;5;0) , (2,5;5;0) , (5;10;0) , (-5;10;0) , (-2,5;5;0) , (0;10;0) , (0;10;0) , (2,5;10;0) e (5;10;0) .

## 2.6 Outras técnicas

A maneira tradicional de projetos de cascos demanda tempo. Desenha-se, modela-se e testa-se em tanques de prova até que se tenha o casco desejado.

Contraopondo-se a esse modelo tradicional, ABT et al. [2001] apresenta uma abordagem de modelo paramétrico para projeto de cascos de embarcações com a qual se pode criar, segundo os autores, cascos rápida e eficientemente, usando-se programas de análise hidrodinâmica e de modelagem de cascos.

O método se baseia principalmente nos parâmetros de forma para obtenção das balizas. Nesse processo é introduzida uma definição de linguagem paramétrica, orientada a projetos com descritores de alto nível para características de cascos que são bem conhecidas na Arquitetura Naval. Além disso, apresenta-se também um modelo de sistema que produz uma descrição matemática completa do casco, via otimizações geométricas, habilitando a possibilidade de variações efetivas no casco, mantendo constante alguns parâmetros selecionados, enquanto ajusta automaticamente outros.

As superfícies são produzidas, ainda segundo os autores, com excelente carenagem. A técnica de modelagem apresentada no documento é baseada em uma abordagem de geração de curvas paramétricas desenvolvida por HARRIES & ABT [1999] e tem sido utilizada pelo autor, com sucesso, para a geração e otimização automática de “cascos lisos (sem saliências)”.

Desse modo, o método utiliza um processo de geração de curvas

paramétricas em que os vértices de todas as curvas "B-spline" são

calculados para uma otimização geométrica, empregando critérios de

careenamento como medida de mérito e capturando características globais da

embarcação como restrições, sendo o careenamento, nesse processo,

automático.

Com programas de hidrodinâmica, testam-se as modificações. As

ferramentas integradas com o programa de modelagem permitem repetir

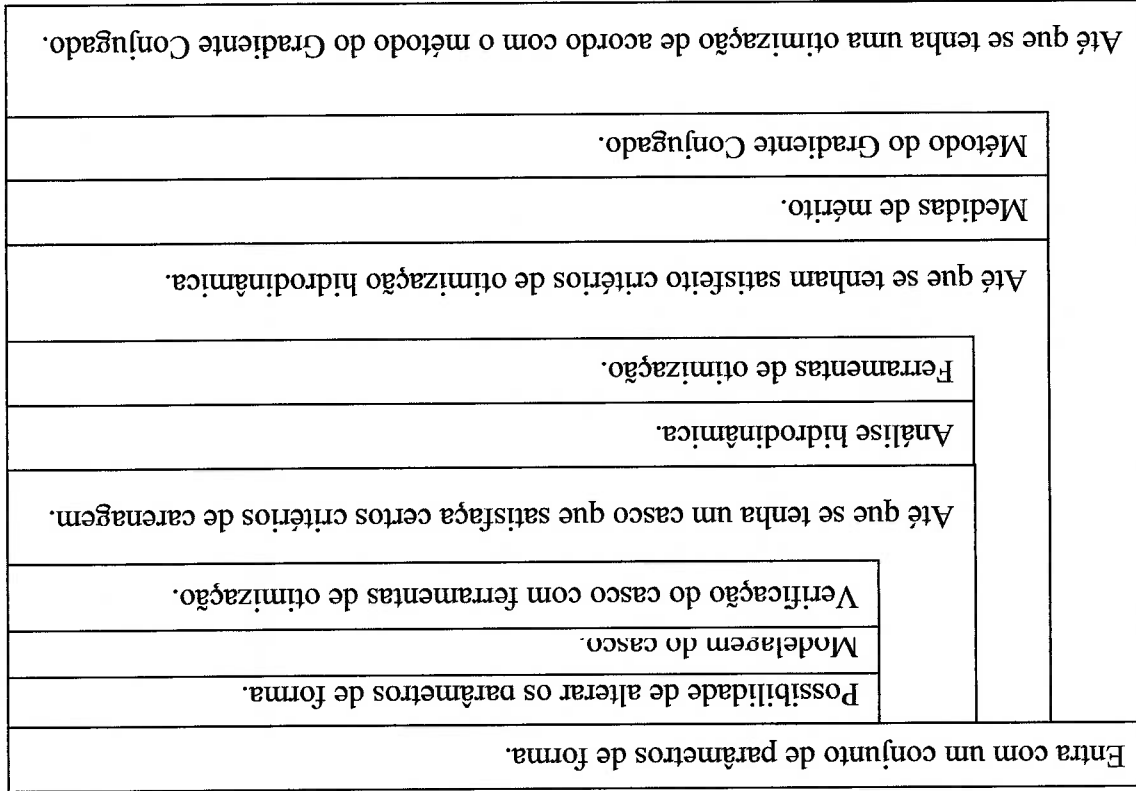
systematicamente o processo de modelar e testar. A técnica utilizada de

verificação das medidas de mérito é a do Gradiente conjugado, descrita em

PRESS et al. [1998].

No extrutograma da figura 2.6.1, há uma síntese do modelo descrito.

Figura 2.6.1 Síntese do modelo descrito em PRESS et al. [1998]



Além dos modelos descritos, destaca-se também a proposta apresentada por ANDRADE [2001]. Em sua tese, o autor propõe um modelo para projetos preliminares de embarcação, formulados como um problema de otimização por múltiplos critérios, em que a definição da forma do casco é incorporada, de modo hierárquico, como objetivo desse processo de otimização.

Há no extrutograma da figura 2.6.2 uma síntese do modelo proposto.

Figura 2.6.2 Síntese do modelo proposto em ANDRADE [2001]

Valores iniciais para dimensões principais e coeficientes de forma.	
Modelo de otimização proposto por Lyon e Mistree com base na técnica da programação por objetivos.	Até que se tenha uma solução ótima de acordo com o modelo de otimização
Acertos nas dimensões principais e coeficientes de forma.	
Definição da linha d'água de Projeto.	Até que se tenha esta otimização.
Otimização por múltiplos critérios, empregando-se técnicas de programação por objetivos.	
Distribuição das áreas das linhas d'água ao longo do calado.	Até que se tenha esta otimização.
Otimização por múltiplos critérios, empregando-se técnicas de programação por objetivos.	
Seção mestra.	Até que se tenha esta otimização.
Otimização por múltiplos critérios, empregando-se técnicas de programação por objetivos.	
Perfil longitudinal da embarcação.	Até que se tenha esta otimização.
Otimização por múltiplos critérios, empregando-se técnicas de programação por objetivos.	
Plano de linhas d'água.	Até que se tenha esta otimização.
Otimização por múltiplos critérios, empregando-se técnicas de programação por objetivos.	
Até que se tenha um casco otimizado.	

### **3. Desenvolvimento do programa de computador**

#### **3.1 Considerações gerais**

A intenção de se ter desenvolvido um programa no contexto desta dissertação foi a de concretizar a implementação de uma ferramenta para visualização e interação com superfícies “B-spline”:

O programa é estruturado em três blocos, a saber:

- Bloco de acertos do ambiente e entrada de dados;
- Bloco de manipulação da superfície através de pontos de controle com uso do “mouse”, e visualização da mesma em 3D (técnica descrita no ANEXO III);
- Bloco de visualização da superfície.

A figura 3.3.1 apresenta no extrutograma uma síntese do programa.

<b>INÍCIO DO PROGRAMA</b>	
<p>Acertos no ambiente do programa com possibilidades de mudanças nas cores dos textos, nas cores das barras de interação com o usuário, na quantidade de pontos de controle e na escala de exibição da superfície.</p>	
<p>Entrada dos dados via teclado, via arquivo anteriormente salvo pelo próprio programa, via arquivo externo gerado por outros programas ou uso de arquivo já existente no próprio programa</p>	
<p>Acertos na superfície via "mouse" ou teclado com a possibilidade de exibir valores dos coeficientes de forma, curva de áreas seccionadas e plano de baliza.</p>	<p>Até que não se queira mais fazer acertos.</p>
<p>Visualização da superfície com possibilidades de rotação, translação, ampliação ou redução (Anexo II). Mudar o valor do grau das curvas que compõem a superfície. Salvar a superfície em arquivo para uso posterior. Imprimir a superfície em papel. Alterar o grau dos polinômios que compõem a superfície. Visualizar plano de linhas com técnica de distribuição de curvatura.</p>	<p>Até que não se queira mais utilizar os procedimentos acima.</p>
<p>Até que não se queira mais executar o programa.</p>	
<b>FIM</b>	

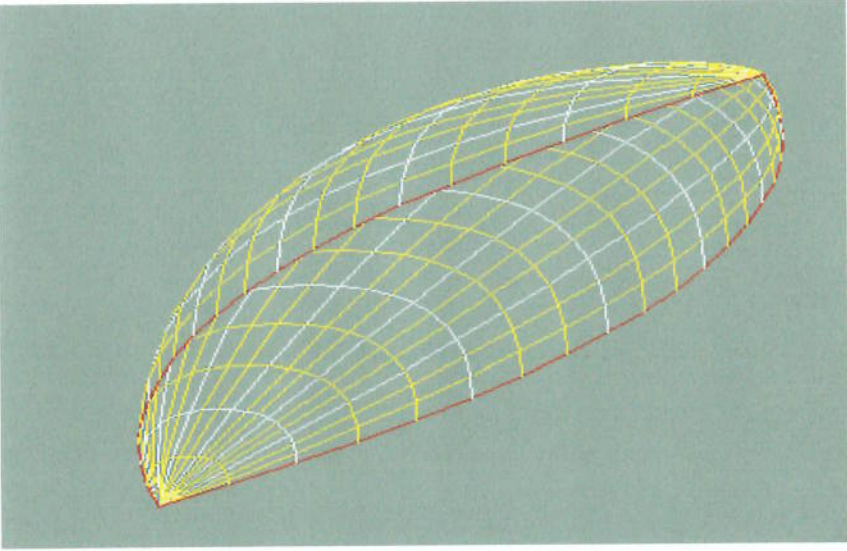
**Figura 3.1.1 Extrutograma do programa desenvolvido.**



### 3.2 Visualização da superfície

O processo de visualização da superfície resulta da utilização de alguns procedimentos descritos a seguir.

No programa, obtêm-se apenas alguns pontos da superfície, espaçados uniformemente. Ligam-se esses pontos por meio de quadriláteros que são preenchidos com uma cor cinza. Toma-se o ponto médio de cada um desses quadriláteros e obtêm-se a distância desses pontos até uma posição predefinida de um observador em relação aos três eixos de coordenadas. Após todas essas distâncias serem calculadas, elas são classificadas em ordem decrescente, tomando-se o cuidado de se levar, junto com as coordenadas dos poliedros, as cores de contorno de cada um dos lados dos quadriláteros. Em seguida, é só exibir os quadriláteros, com suas respectivas cores de contorno, começando pelos que estão mais distantes até os mais próximos. Assim, tem-se a superfície com as linhas escondidas sobrepostas pelas linhas que o observador vê por estarem mais próximas. Os pontos são projetados conforme expressões matemáticas descritas no Anexo III. Na figura 3.2.1 tem-se uma superfície obtida dessa forma.



**Figura 3.2.1** Visualização de uma superfície “B-spline”

Dada pelos pontos  $(0;10;40)$  ,  $(0;10;40)$  ,  $(0;10;40)$  ,  $(-10;10;30)$  ,  $(-10;10;30)$  ,  $(-10;10;30)$  ,  $(-10;10;10)$  ,  $(-10;10;10)$  ,  $(-10;0;30)$  ,  $(10;0;30)$  ,  $(10;0;30)$  ,  $(10;10;10)$  ,  $(10;10;10)$  ,  $(10;0;10)$  ,  $(0;10;0)$  ,  $(0;10;0)$  ,  $(0;10;0)$  ,  $(0;10;0)$  ,  $(0;10;0)$  e  $(0;10;0)$  .

### 3.3 Modificações na superfície

Entre as facilidades apresentadas pelo programa tem-se a possibilidade de se mudar, com auxílio de um "mouse", a posição de qualquer dos pontos de controle. Para melhor visualização, o programa exibe os pontos que podem ser escolhidos pelo usuário e seu "mouse" em uma cor diferente dos outros. Assim, se o usuário deseja mudar um ponto qualquer de posição, basta vincular o "mouse" a esse ponto. Após se chegar à posição desejada, libera-se o "mouse" do ponto escolhido.

Tem-se por definição, no programa, que os pontos de controle são sempre simétricos em relação ao plano zy e as mudanças de rotação, aumento, diminuição e translação somente são consideradas para efeitos visuais, pois a matriz dos pontos não sofre alterações com essas mudanças. Assim, esses pontos iniciais somente sofrem deformações que são transmitidas a seus simétricos por meio de somas ou diferenças nas suas coordenadas. Na superfície da figura 3.3.1 observa-se uma mudança nas coordenadas (-5;10;22,5) e (5;10;22,5) para (-10;10;22,5) e (10;10;22,5).

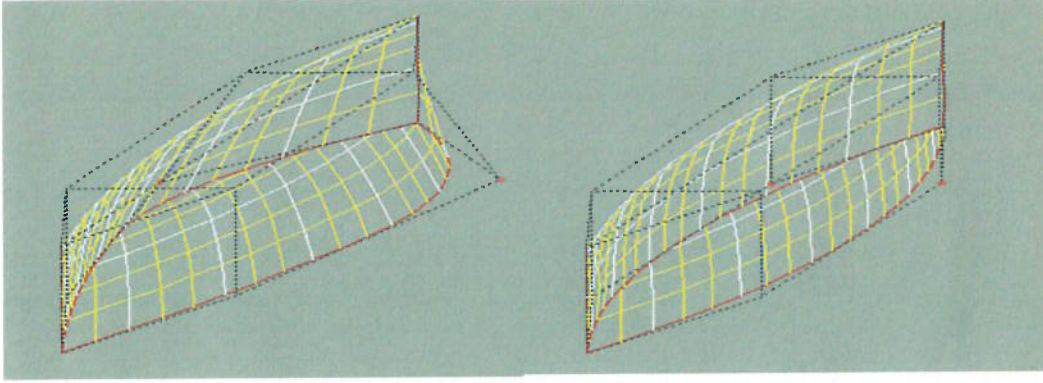


Figura 3.3.1 Mudanças nas coordenadas de pontos de controle.

Superfície dada pelos pontos (0;10;30), (0;0;30), (0;0;30), (0;10;30), (0;10;30), (-5;10;22,5), (-5;0;22,5), (0;0;22,5), (0;0;22,5), (5;10;22,5), (5;10;22,5), (-5;10;7,5), (-5;0;7,5), (0;0;7,5), (0;0;7,5), (5;10;7,5), (5;10;7,5), (0;10;0), (0;0;0), (0;0;0), (0;10;0), (0;10;0), (0;0;0).

### 3.4 Monitoramento de parâmetros representativos da superfície

(coeficientes e relações de forma, áreas seccionais, centros etc.)

No programa, para o cálculo desses coeficientes, primeiramente obtêm-se a altura da linha d'água de projeto (DWL). Em seguida, obtêm-se os comprimentos: (L) do casco; (B) da boca; (H) do calado. Secciona-se o casco em 60 balizas e, por somas de trapézios, obtêm-se a área de cada uma das balizas. Novamente, por soma de trapézios, integram-se todas estas áreas e tem-se o volume do casco submerso.

Para o cálculo dos demais coeficientes obtêm-se as áreas da seção máxima ( $A_x$ ), dos planos de linha d'água etc.. também por somas de trapézios.

Para cada alteração nos pontos do poliedro de controle, o programa exibe o valor dos coeficientes e relações de forma, assim como os centros e curva de áreas seccionadas. Mostra também as variações em porcentagem em relação à última alteração feita.

Na figura 3.4.1 há um casco com os respectivos coeficientes de forma, distribuição de áreas seccionais e centros de áreas.

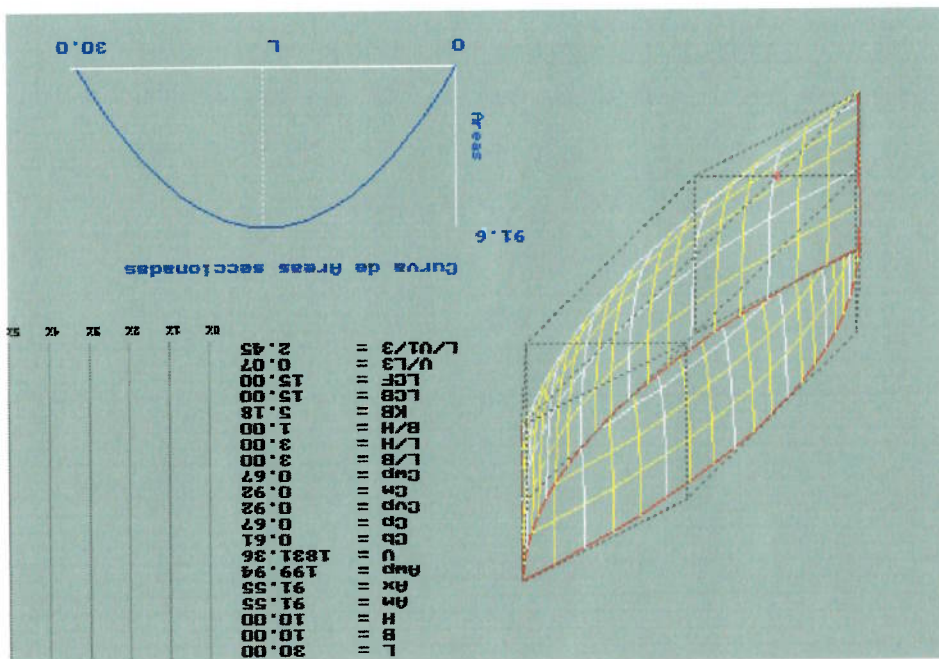


Figura 3.4.1 Superfície com os coeficientes de forma, centros e áreas

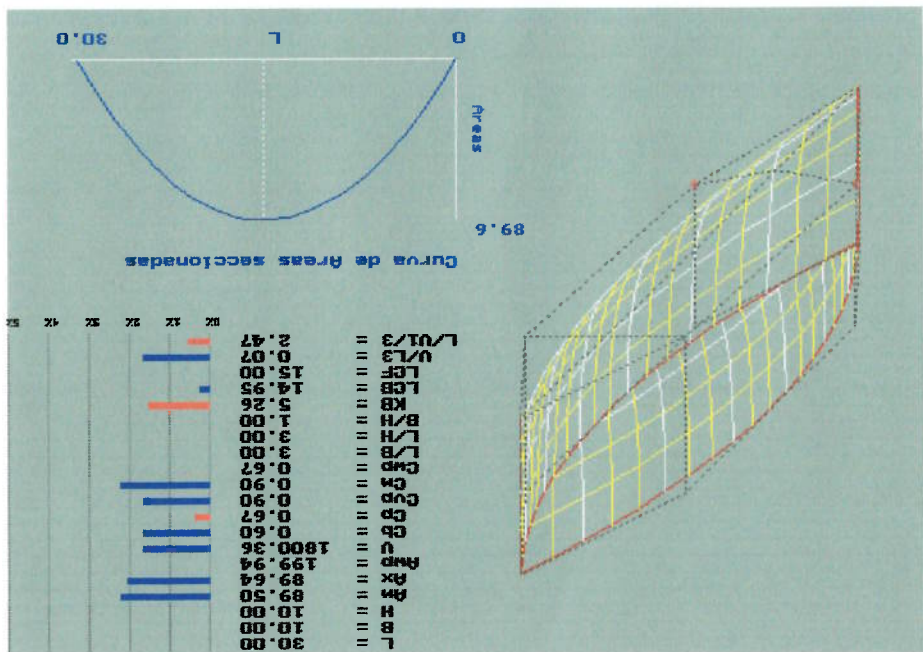
Dada pelos pontos (0;10;30) , (0;0;30) , (0;0;30) , (0;10;30) , (0;10;30) , (0;10;30) , (-5;10;22,5) , (-5;10;22,5) , (-5;10;22,5) , (-5;10;7,5) , (-5;10;7,5) , (-5;10;7,5) , (0;0;0) , (0;0;0) , (0;0;0) , (0;10;0) , (0;10;0) , (0;10;0) , (0;0;0) , (0;0;0) , (0;0;0) e (0;10;0)

Mudando-se as coordenadas dos pontos (-5;0;22,5) e (5;0;22,5) para (-5;1;22,5) e (5;1;22,5) tem-se um novo casco com os valores dos

coeficientes de forma na figura 3.4.2.

Observa-se, por meio dessa alteração, que alguns coeficientes apresentaram mudanças para valores menores (assinalados em azul) e outros para valores maiores (assinalados em vermelho). Tais mudanças não foram maiores que 3% em relação aos valores iniciais conforme se observa na escala com os traços verticais que vai de 0% a 5%. As maiores mudanças ocorreram na área da seção mestra (Am) e do coeficiente da seção mestra (Cm). Nota-se também na figura que alguns coeficientes se mantiveram inalterados como a Awp (área de linha d'água de projeto), o LCF (centro longitudinal de flutuação) e o Cwp (Coeficiente de linha d'água de projeto).

**Figura 3.4.2 Superfície após mudança de coordenadas**  
 Dada pelos pontos (0;10;30), (0;0;30), (0;0;30), (0;10;30), (-5;10;22,5), (-5;10;22,5), (5;10;22,5), (-5;10;7,5), (-5;10;7,5), (5;10;7,5), (0;0;7,5), (5;0;7,5), (0;10;0), (0;0;0), (0;0;0) e (0;10;0)



## 4. Exemplos de aplicação

### 4.1 Aplicação a uma superfície de forma prismática

A forma escolhida para aplicação do programa é a da figura 4.1.1, obtida por uma superfície "B-spline" com ordens  $k = 2$  e  $l = 2$  (método descrito no capítulo 2.2). A escolha dessa superfície deve-se à facilidade de obtenção de suas dimensões e de seus coeficientes de forma (expressões para o cálculo, definidas no Anexo IV), pois a superfície é formada totalmente por placas planas. Essa superfície é descrita no programa por meio dos valores das coordenadas dos seus pontos de controle.

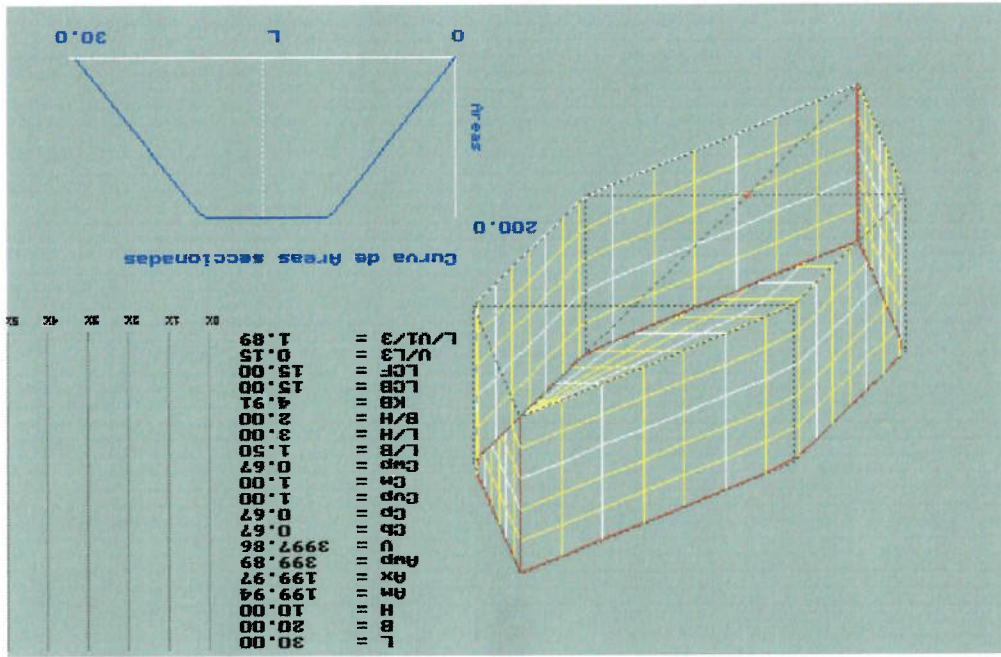


Figura 4.1.1 Superfície com os coeficientes de forma obtida pelos pontos de controle: (0;10;30), (0;0;30), (0;0;30), (0;10;30), (-10;10;20), (-10;10;20), (-10;10;20), (0;0;20), (0;0;20), (10;0;20), (10;0;20), (10;10;10), (10;10;10), (0;0;10), (0;0;10), (10;0;10), (10;10;10), (0;0;0), (0;0;0), (0;0;0), (0;10;0), (0;10;0), (10;0;0), (10;10;0), (0;0;0), (0;0;0), (0;10;0), (0;10;0).

Tem-se uma comparação entre os valores obtidos pelas expressões matemáticas e os valores obtidos pelo programa, na tabela 4.1.1. Nessa tabela as unidades de medida são:  $m$  (metros);  $m^2$  (metro quadrado);  $m^3$  (metro cúbico).

**Tabela 4.1.1 Comparação com valores obtidos pelo programa**

	Valores obtidos pelo programa	Valores de referência	% de desvio em relação ao valor de referência
$L$	30,00	30	0,00%
$B$	20,00	20	0,00%
$H$	10,00	10	0,00%
$A_m$	199,94	200	0,03%
$A_x$	199,97	200	0,02%
$A_w$	399,89	400	0,03%
$V$	3997,86	4000	0,05%
$C_b$	0,67	2/3	-0,50%
$C_p$	0,67	2/3	-0,50%
$C_{wp}$	1,00	1	0,00%
$C_m$	1,00	1	0,00%
$C_{wp}$	0,67	2/3	-0,50%
$L/B$	1,50	3/2	0,00%
$L/H$	3,00	3	0,00%
$B/H$	2,00	2	0,00%
$KB$	4,91	5	1,80%
$LCB$	15,00	15	0,00%
$LCF$	15,00	15	0,00%
$V/L^3$	0,15	$4000/30^3$	-1,28%
$L/\sqrt[3]{V}$	1,89	$30/\sqrt[3]{4000}$	-0,01%

Com os valores obtidos na tabela 4.1.1, tem-se um desvio médio de -0,04 % e um desvio padrão de 0,54 %, com relação aos valores de referência.



#### 4.2 Aplicação a uma forma carenada

A segunda forma escolhida para aplicação do programa é um casco

dado pela tabela de cotas 4.2.1, obtida a partir de USNA [2002], conforme

se observa abaixo.

Meia-boca a partir da Linha de Centro (medidas em pés)

Balizas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Amurada	3,85	8,14	10,19	11,15	11,40	11,40	11,26	11,07	10,84	10,53	10,09
Linhas d'água (valores em pés)											
18	3,72										
16	3,20	7,92	10,13	11,15							
14	2,41	7,36	9,93	11,10	11,39	11,40	11,26	11,07	10,84	10,53	10,09
12	1,58	6,26	9,20	10,70	11,19	11,32	11,21	11,02	10,76	10,45	10,02
10	0,97	5,19	8,39	10,21	10,93	11,17	11,05	10,84	10,59	10,27	9,84
8	0,46	4,07	7,43	9,63	10,64	10,98	10,87	10,66	10,41	10,07	9,65
6	0,00	2,94	6,25	8,81	10,15	10,65	10,56	10,32	9,97	9,56	9,04
4		1,80	4,60	7,23	8,88	9,65	9,67	9,25	8,50	7,27	3,08
2		0,72	2,44	4,44	5,85	6,39	5,46	0,80			

Alturas a partir da linha de Base (medidas em pés)

Balizas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Amurada	18,50	17,62	16,85	16,19	15,65	15,24	14,97	14,79	14,71	14,71	14,70
Linhas de alto (valores em pés)											
10			14,20	9,24	5,63	4,48	4,49	5,11	6,08	7,52	11,75
8		16,59	9,14	4,82	3,24	2,71	2,77	3,16	3,71	4,36	4,97
6		11,51	5,65	3,00	2,07	1,88	2,10	2,55	3,10	3,69	4,30
4		7,87	3,40	1,76	1,32	1,41	1,78	2,30	2,86	3,45	4,08
2	13,09	4,36	1,63	0,82	0,73	1,02	1,53	2,10	2,68	3,27	3,91
Quilha	6,00	0,66	0,10	0,09	0,28	0,71	1,34	1,95	2,54	3,14	3,76

Tabela 4.2.1 Cotas do casco considerado

Os pontos de controle da superfície "B-spline" que correspondem a essa

forma, foram obtidos com o uso das técnicas de ajuste de superfícies descritas em

ROGERS & ADAMS [1990], a partir de programa desenvolvido por LAZANHA

[2002]. Para ser possível usar essas técnicas, foram acrescidos alguns pontos à

tabela 4.2.1, obtidos a partir do plano de balizas encontrado na própria referência,

para se ter 23 pontos desde a quilha até a linha d'água a 14 pés (12 pontos de

cada lado e mais o ponto da quilha), distribuídos em 12 balizas e listados nas tabelas<sup>4</sup> 4.2.2, 4.2.3 e 4.2.4. A parte acima da linha d'água a 14 pés foi desprezada. O casco é colocado nos eixos xyz com: comprimento popa / proa na direção do eixo z com popa a partir de z igual a zero; a boca na direção do eixo x com eixo de simetria (meia boca) em x igual a zero e linhas d'água na direção do eixo y com os pontos da quilha a partir de y igual a zero. Os valores listados nas tabelas 4.2.2, 4.2.3 e 4.2.4 têm como unidade, pés.

z \ x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,30	0,40	0,46	0,70	0,80	0,90	0,97	1,20	1,58	2,00	2,41
3	0,00	0,72	1,80	2,00	2,94	4,00	4,07	5,19	5,70	6,26	7,00	7,36
4	0,00	2,00	2,44	4,00	4,60	6,00	6,25	7,43	8,00	8,39	9,20	9,93
5	0,00	2,00	4,00	4,44	6,00	7,23	8,00	8,81	8,63	10,21	10,70	11,10
6	0,00	2,00	4,00	5,85	6,00	8,00	8,88	10,15	10,64	10,93	11,19	11,39
7	0,00	2,00	4,00	6,00	6,39	8,00	9,65	10,65	10,98	11,17	11,32	11,40
8	0,00	2,00	4,00	5,46	6,00	8,88	9,67	10,56	10,87	11,05	11,21	11,26
9	0,00	2,00	4,00	5,00	6,00	8,00	9,25	10,32	10,66	10,84	11,02	11,07
10	0,00	2,00	4,00	4,20	6,00	8,00	8,50	9,97	10,41	10,59	10,76	10,84
11	0,00	2,00	2,80	4,00	6,00	8,00	8,80	9,56	10,07	10,27	10,45	10,53
12	0,00	2,00	3,08	4,00	6,00	8,00	9,04	9,65	9,84	10,00	10,02	10,09

Tabela 4.2.2 Coordenadas das larguras (x) em cada uma das 12 balizas (z)

z \ y	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	14,00	14,00	14,00	14,00	14,00	14,00	14,00	14,00	14,00	14,00	14,00	14,00
2	6,00	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00	11,00	12,00	13,09	14,00
3	0,66	2,00	4,00	4,36	6,00	7,87	8,00	10,00	11,00	12,00	13,00	14,00
4	0,10	1,63	2,00	3,40	4,00	5,65	6,00	5,00	9,14	10,00	12,00	14,00
5	0,09	0,82	1,76	2,00	3,00	4,00	4,82	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00
6	0,28	0,73	1,32	2,00	2,07	3,24	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00
7	0,71	1,02	1,41	1,88	2,00	2,71	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00
8	1,34	1,53	1,78	2,00	2,10	2,77	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00
9	1,95	2,10	2,30	2,45	2,55	3,16	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00
10	2,54	2,68	2,86	3,00	3,10	3,71	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00
11	3,14	3,27	3,30	3,45	3,69	4,36	5,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00
12	3,76	3,91	4,00	4,08	4,30	4,97	6,00	8,00	10,00	11,75	12,00	14,00

Tabela 4.2.3 Coordenadas das alturas (y) em cada uma das 12 balizas (z)

<sup>4</sup> Estão listados 12 dos 23 pontos de cada uma das balizas. Os outros 11 se obtêm por simetria.

Os valores estão listados da esquerda para a direita, de cima para baixo, valores em pés, desde a baliza em que  $z=105,9$  pés até a baliza em que  $z = 0,0$  pés. As unidades dos valores obtidos são: pés; pés quadrados; pés cúbicos.

Colocam-se no programa as coordenadas dos pontos, listados na tabela 4.2.5 e obtêm-se a superfície que é mostrada na figura 4.2.1 com seus coeficientes de forma, centros e áreas seccionadas do casco.

Tabela 4.2.5 Coordenadas (x;y;z) dos pontos de controle

X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
10,0	14,0	105,9	-11,5	14,5	70,3	-11,0	14,3	27,0
0,0	14,0	105,9	-9,8	7,3	70,3	-11,2	7,9	27,0
0,0	14,0	105,9	-7,8	3,3	70,3	0,0	2,2	27,0
0,0	14,0	105,9	0,0	0,3	70,3	0,0	2,2	27,0
0,0	14,0	105,9	7,8	3,3	70,3	8,0	2,2	27,0
0,0	14,0	105,9	9,8	7,3	70,3	11,2	7,9	27,0
0,0	14,0	105,9	11,5	14,5	70,3	11,0	14,3	27,0
-3,0	14,4	101,4	-11,4	14,2	59,5	-10,7	14,3	16,2
-0,7	8,6	101,4	-11,2	8,0	59,5	-10,8	7,7	16,2
-0,9	6,3	101,4	-8,3	2,0	59,5	-7,4	2,2	16,2
0,0	2,4	101,4	0,0	0,4	59,5	0,0	3,3	16,2
0,0	6,3	101,4	-8,3	2,0	59,5	-7,4	2,2	16,2
-0,7	8,6	101,4	-11,2	8,0	59,5	-10,8	7,7	16,2
-3,0	14,4	101,4	-11,4	14,2	59,5	-10,7	14,3	16,2
-7,8	14,2	91,6	-11,4	14,2	48,6	-10,2	14,3	5,4
-6,5	11,8	91,6	-11,6	8,1	48,6	-10,7	7,5	5,4
-3,6	8,1	91,6	-8,6	1,7	48,6	-7,4	4,1	5,4
0,0	-0,7	91,6	0,0	1,0	48,6	0,0	3,1	5,4
3,6	8,1	91,6	8,6	1,7	48,6	7,4	4,1	5,4
6,5	11,8	91,6	11,6	8,1	48,6	10,7	7,5	5,4
7,8	14,2	91,6	11,4	14,2	48,6	10,2	14,3	5,4
-10,2	13,9	81,1	-11,1	14,2	37,8	-9,9	14,0	0,0
-7,8	8,2	81,1	-11,5	8,1	37,8	-10,7	10,3	0,0
6,3	4,9	81,1	8,0	1,6	37,8	7,6	3,7	0,0
0,0	-0,4	81,1	0,0	1,9	37,8	0,0	4,1	0,0
6,3	4,9	81,1	8,0	1,6	37,8	7,6	3,7	0,0
7,8	8,2	81,1	11,5	8,1	37,8	10,7	10,3	0,0
10,2	13,9	81,1	11,1	14,2	37,8	9,9	14,0	0,0

listados na tabela 4.2.5.

Com o ajuste, obtêm-se uma matriz com 12 linhas e 7 colunas. Cada elemento dessa matriz está associado a 3 valores (x, y e z), correspondem aos pontos de controle da superfície "B-spline" e tem como coordenadas os valores

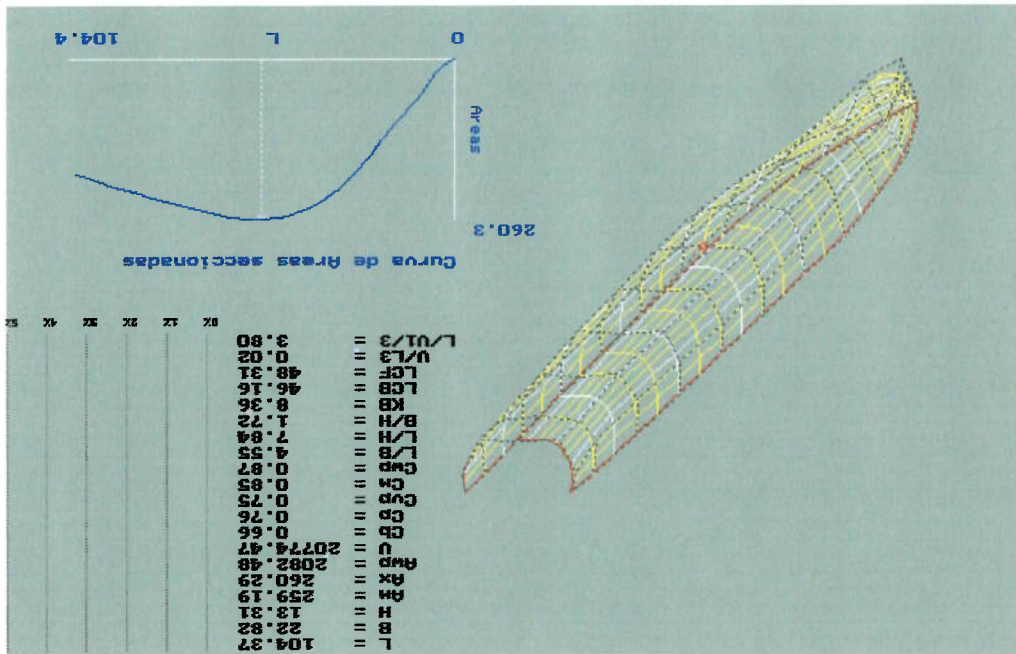
Tabela 4.2.4 Coordenadas das balizas (z)

Z	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	105,92	102,0	91,8	81,6	71,4	61,2	51,0	40,8	30,6	20,4	10,2	0,0

As unidades dos valores obtidos são: pés; pés quadrados; pés cúbicos.

Em seguida, fazem-se por meio do programa, mudanças na tabela de pontos de controle, somente nos pontos da borda do plano de linha d'água de projeto, para que se tenham os valores das coordenadas dos pontos da borda iguais aos valores informados pela tabela de cotas dada. Com isso, tem-se uma nova tabela de pontos 4.2.6, assinalados em vermelho, os valores das coordenadas dos pontos que foram alterados por meio do programa. Os pontos dessa tabela geram uma nova superfície, que está na figura 4.2.2.

Figura 4.2.1 Casco com coeficientes de forma obtidos pelo programa



Novamente, mudam-se alguns pontos de controle, agora, somente pontos referentes à quilha, para que se tenham os valores das coordenadas dos pontos da quilha iguais aos valores informados nos pontos da tabela de cota dada. Desse modo, tem-se uma nova tabela de pontos 4.2.7, assinalados em vermelho, os

Figura 4.2.2 Casco após primeiro acerto

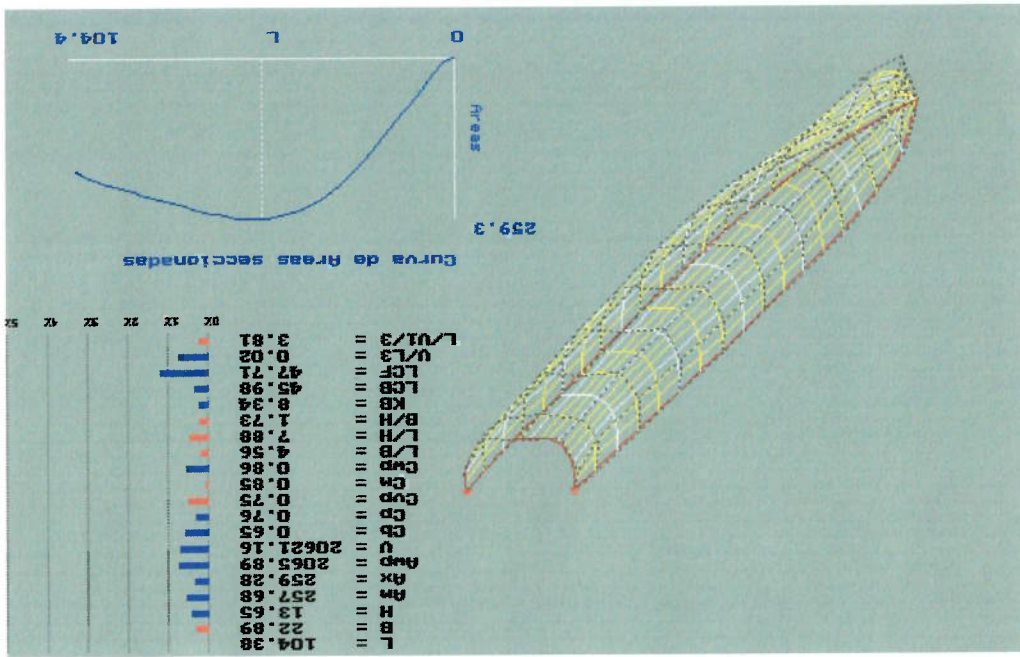


Tabela 4.2.6 Coordenadas após primeiro ajuste

X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
0.0	14.0	105.9	-11.1	14.0	70.8	0.0	14.0	105.9
0.0	14.0	105.9	-9.8	7.3	70.3	0.0	14.0	105.9
0.0	14.0	105.9	-7.8	3.3	70.3	0.0	14.0	105.9
0.0	14.0	105.9	0.0	-0.3	70.3	0.0	14.0	105.9
0.0	14.0	105.9	7.8	3.3	70.3	0.0	14.0	105.9
0.0	14.0	105.9	9.8	7.3	70.3	0.0	14.0	105.9
0.0	14.0	105.9	11.1	14.0	70.2	0.0	14.0	105.9
-2.3	14.1	101.1	-11.3	14.1	59.4	-2.3	14.1	101.1
-0.7	8.6	101.4	-11.2	8.0	59.5	-0.7	8.6	101.4
-0.9	6.3	101.4	-8.3	2.0	59.5	-0.9	6.3	101.4
0.0	2.4	101.4	0.0	0.4	59.5	0.0	2.4	101.4
0.9	6.3	101.4	8.3	2.0	59.5	0.9	6.3	101.4
2.3	14.1	101.1	11.3	14.1	59.4	2.3	14.1	101.1
-7.5	14.1	91.5	-11.5	14.1	48.6	-7.5	14.1	91.5
-6.5	11.8	91.6	-11.6	8.1	48.6	-6.5	11.8	91.6
-3.6	8.1	91.6	-8.6	1.7	48.6	-3.6	8.1	91.6
0.0	-0.7	91.6	0.0	1.0	48.6	0.0	-0.7	91.6
3.6	8.1	91.6	8.6	1.7	48.6	3.6	8.1	91.6
6.5	11.8	91.6	11.6	8.1	48.6	6.5	11.8	91.6
-7.8	14.0	81.0	-11.4	14.1	37.8	-7.8	14.0	81.0
-6.3	4.9	81.1	-8.0	1.6	37.8	-6.3	4.9	81.1
0.0	-0.4	81.1	0.0	1.9	37.8	0.0	-0.4	81.1
6.3	4.9	81.1	8.0	1.6	37.8	6.3	4.9	81.1
7.8	8.2	81.1	11.5	8.1	37.8	7.8	8.2	81.1
10.0	14.0	81.0	11.4	14.1	27.8	10.0	14.0	81.0

valores das coordenadas dos pontos que foram alterados por meio do programa, que geram uma nova superfície apresentada na figura 4.2.3.

X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
0.0	14.0	105.9	-11.1	14.0	70.2	-11.1	14.0	70.2	0.0	14.0	105.9
0.0	14.0	105.9	-9.6	7.0	70.2	-9.6	7.0	70.2	0.0	14.0	105.9
0.0	14.0	105.9	-7.8	3.3	70.3	-7.8	3.3	70.3	0.0	14.0	105.9
0.0	14.0	105.9	0.0	-1.0	70.3	0.0	-1.0	70.3	0.0	14.0	105.9
0.0	14.0	105.9	8.3	2.0	59.5	8.3	2.0	59.5	0.0	14.0	105.9
0.0	14.0	105.9	10.7	8.0	59.5	10.7	8.0	59.5	0.0	14.0	105.9
0.0	14.0	105.9	11.3	14.1	59.5	11.3	14.1	59.5	0.0	14.0	105.9
-2.3	14.1	101.1	-10.7	8.0	59.5	-10.7	8.0	59.5	-2.3	14.1	101.1
-0.7	8.6	101.4	-8.3	2.0	59.5	-8.3	2.0	59.5	-0.7	8.6	101.4
-0.9	6.3	101.4	-0.0	-0.3	59.4	-0.0	-0.3	59.4	-0.9	6.3	101.4
0.0	0.3	101.1	0.0	0.0	59.5	0.0	0.0	59.5	0.0	0.3	101.1
2.3	14.1	101.1	11.3	14.1	59.5	11.3	14.1	59.5	2.3	14.1	101.1
-7.5	14.1	91.6	-11.5	14.1	48.6	-11.5	14.1	48.6	-7.5	14.1	91.6
-6.5	11.8	91.6	-11.2	8.3	48.6	-11.2	8.3	48.6	-6.5	11.8	91.6
-3.6	8.1	91.6	-8.6	1.7	48.6	-8.6	1.7	48.6	-3.6	8.1	91.6
0.0	-2.2	91.6	0.0	1.0	48.6	0.0	1.0	48.6	0.0	-2.2	91.6
3.6	8.1	91.6	11.6	1.7	48.6	11.6	1.7	48.6	3.6	8.1	91.6
6.5	11.8	91.6	11.2	8.3	48.6	11.2	8.3	48.6	6.5	11.8	91.6
7.5	14.1	91.6	11.5	14.1	48.6	11.5	14.1	48.6	7.5	14.1	91.6
-10.0	14.0	81.0	-11.4	14.1	37.8	-11.4	14.1	37.8	-10.0	14.0	81.0
-7.7	8.2	81.1	-10.8	8.3	37.8	-10.8	8.3	37.8	-7.7	8.2	81.1
-6.3	4.9	81.1	-8.0	1.6	37.8	-8.0	1.6	37.8	-6.3	4.9	81.1
0.0	-1.6	81.0	0.0	1.6	37.8	0.0	1.6	37.8	0.0	-1.6	81.0
6.3	4.9	81.1	8.0	1.6	37.8	8.0	1.6	37.8	6.3	4.9	81.1
7.7	8.2	81.1	10.8	8.3	37.8	10.8	8.3	37.8	7.7	8.2	81.1
10.0	14.0	81.0	11.4	14.1	37.8	11.4	14.1	37.8	10.0	14.0	81.0

Tabela 4.2.7 Coordenadas após segundo acerto

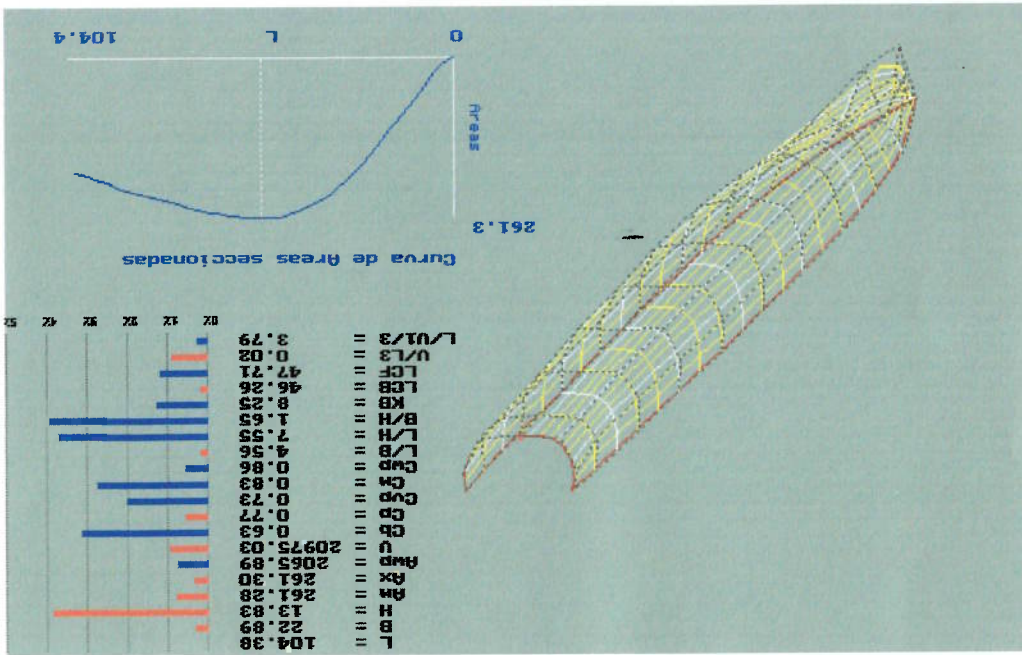


Figura 4.2.3 Casco com coeficientes após segundo acerto

A tabela 4.2.8 apresenta um resumo com os valores obtidos por meio das expressões matemáticas dos coeficientes de forma (estes valores são assumidos

<sup>8</sup> As unidades dos valores obtidos são: pés; pés quadrados; pés cúbicos.

como sendo os valores a que se quer chegar) e os valores obtidos pelo programa

após ajuste e mudanças nos pontos de controle da superfície.

Valores dados	Valores obtidos pela tabela de ajuste com	Valores obtidos após primeiro	Valores obtidos após segundo	Desvio		
				Padrão	2,69%	2,50%
$L$	105,92	104,37	104,38	104,38		
$B$	22,80	22,82	22,89	22,89		
$H$	13,91	13,31	13,65	13,65		
$A^m$	260,55	259,19	257,68	261,28		
$A^x$	260,55	260,29	259,28	261,30		
$A^{wp}$	2082,45	2082,48	2065,89	2065,89		
$V$	20787,58	20774,47	20621,16	20975,03		
$C_b$	0,62	0,66	0,65	0,63		
$C_p$	0,75	0,76	0,76	0,77		
$C_{vp}$	0,72	0,75	0,75	0,73		
$C_m$	0,82	0,85	0,85	0,83		
$C_{wp}$	0,86	0,87	0,86	0,86		
$L/B$	4,65	4,55	4,56	4,56		
$L/H$	7,61	7,84	7,88	7,55		
$B/H$	1,64	1,72	1,73	1,65		
$KB$	8,62	8,36	8,34	8,25		
$LCB$	46,23	46,16	45,98	46,26		
$LCF$	48,04	48,31	47,71	47,71		
$V/I^3$	0,02	0,02	0,02	0,02		
$L/\sqrt[3]{V}$	3,85	3,80	3,81	3,79		

**Tabela 4.2.8 Comparação entre os coeficientes de forma**

Tomando como referência a tabela 4.2.8 observa-se que o desvio padrão da superfície, após ajuste com programa de LAZANHA [2002], em relação aos valores calculados como referência, é de 2,69%; após o primeiro acerto esse desvio padrão passa a ser de 2,50% e, após o segundo acerto, é de 1,51%. Tem-

se, portanto, que com o uso do programa é possível se caminhar para o conjunto de valores, adotados como referência para o casco considerado.



## 5. Conclusões

Conforme o proposto, este trabalho de pesquisa teve como um dos seus objetivos conjugar de maneira interdisciplinar estudos referentes às áreas de Tecnologias da Informação, Computação Gráfica e Engenharia Naval. Desse modo, procurou-se mostrar que as ferramentas da Computação Gráfica usadas no programa desenvolvido, atendem satisfatoriamente à possibilidade de visualização e de interação com as superfícies "B-spline": Assim, observamos que a possibilidade do monitoramento dos Coeficientes de Forma, Centros e Áreas Seccionais, assim como a possibilidade de rotações, translações, ampliação e redução das superfícies e também a interação com Planos de Linhas e Distribuição de Curvaturas das superfícies, aliadas a uma interface amigável do programa podem contribuir como subsídios à configuração de formas moldadas de cascos de embarcações. Como continuidade desta pesquisa, sugerimos o desenvolvimento de uma metodologia que ligue as possibilidades do programa aqui estudado às metodologias de configuração de cascos já existentes, tais como as que foram abordadas no capítulo 2.6 deste trabalho. Como contribuição a essa continuidade, tem-se em anexo a esta dissertação um CD com os programas fontes e executáveis, relativos ao método implementado, assim como exemplos de aplicações para que possam vir a ser complementados e aprimorados, sendo o uso desses programas e arquivos de total responsabilidade de seu usuário.

## 6. Referências Bibliográficas

- ABT, Claus ; HARRIES, Stefan ; HOCHKIRCH, Karsten: **Hydrodynamic Modeling of Sailing Yachts**. 15<sup>th</sup> Chesapeake Sailing Yacht Symposium, Annapolis. 2001.
- ANDRADE, Bernardo L. R.: **Modelo de síntese e otimização por múltiplos critérios para o projeto preliminar de embarcações**. Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia. 2001.
- BARTELS; BEATTY; BARSKY: **An Introduction to Splines for Use in Computer Graphics and Geometric Modeling**. 1987.
- BEIER, Klaus Peter: **The Porcupine Technique**. University of Michigan – Department of Naval Architecture and Marine Engineering. October. 1987.
- DAVIS, Paul: **B-splines and Geometric design**. SIAM (Science and Industry Advance with Mathematics) News, vol. 29, no. 5. 1996.
- FARIN, Gerald: **Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design**. 2. ed. Arizona: Computer Science and Scientific Computing, 444 p. 1990.
- GILLMER Thomas C. ; JOHNSON Bruce: **Introduction to Naval Architecture**. Naval Institute Press. Distributed by Airlife Publishing Ltd. 1982.
- HARRIES, S. ; ABT, C.: **Parametric Design and optimization of sailing yachts**. 40<sup>th</sup> Chesapeake Sailing Yacht Symposium, Annapolis. 1999.
- LAZANHA, R.: **Programa para obtenção de pontos de controle de uma superfície “B-spline” através de interpolação**. Rogério Lazanha é aluno regular do

curso de mestrado da Poli-USP no Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.  
2002. Trabalho ainda não publicado.

PRESS, W.H. ; Flannery, B.P. ; Teukolsky, S.A. e Vetterling, W.T.: **Numerical recipes in C**. Cambridge University, New York. 1988.

ROGERS, David F.: **B-Spline Curves and Surfaces for Ship Hull Definition**. Paper presented at SCAH'D'77. Computer-Aided Hull Surface Definition Symposium Annapolis, Maryland. 1977.

ROGERS, David F.; ADAMS, J. Alan: **Mathematical Elements for Computer Graphics**. 2. ed. McGraw-hill, 611 p. 1990.

SCHOENBERG, Isaac. J.: **Contribution to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions**. Journal - Quarterly Applied Mathematic, vol. 4, pp. 45-99, 112-141. 1946.

## 7. Lista de sítios

GRANERO, Juliano Chaves.: *Biblioteca para manipulação do mouse em um ambiente DOS V 2.0.* Disponível em <http://atlas.ucpel.tche.br/~jcggran/mouse.htm>. Acesso em 30 de julho de 2002.

BOOR, Carl de.: *Bibliografia de Isaac J. Schoenberg.* Disponível em: <http://www.cs.wisc.edu/~deboor>. Acesso em 25 de fevereiro de 2002.

SABO, DAVID W.: *Computer Graphics for Computer Systems Technology.* Disponível em: <http://apples.soe.bcit.ca/comp4560/TOC.html>. Acesso em 14 de março de 2002.

USNA.: *EN200 Naval Engineering I Course Objectives Chapter 2.* Disponível em: <http://www.usna.edu/NAOE/courses/en200/ch02.pdf>. Acesso em 2 de julho de 2002.

## Anexo I Curvas de Bézier

Para  $n + 1$  pontos  $(P_0, P_1, \dots, P_n)$  de  $\mathbb{R}^3$ , de acordo com FARIN [1990]

define-se a curva de Bézier pela relação  $B(t)$  dada por:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i P_i.$$

Os polinômios  $J_{n,i}(t) = \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i$  com  $i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$  e  $t \in [0, 1]$  são

chamados de polinômios de Bernstein. Na figura A1.1, têm-se os gráficos

desses polinômios para  $1 \leq n \leq 3$ .

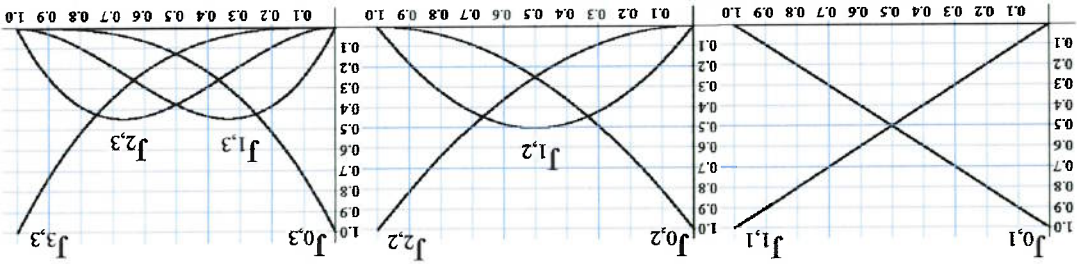


Figura A1.1 - Polinômios de Bernstein

Na figura A1.2, ilustra-se uma curva de Bézier obtida a partir de pontos

$P_0, P_1, P_2$  e  $P_3$  específicos.

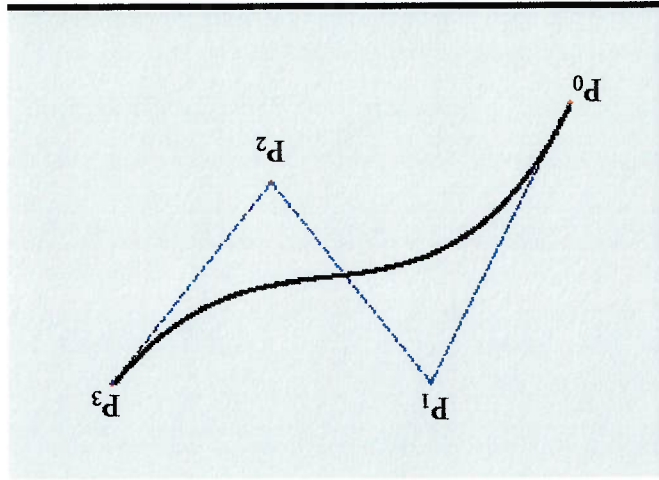


Figura A1.2 - Curva de Bézier dada por quatro pontos  $P_0=(1,2;1,5)$ ,  $P_1=(3;5,5)$ ,  $P_2=(5,1;2,6)$  e  $P_3=(7,2;5,5)$ .

Uma propriedade das curvas de Bézier, é o fato de elas serem

invariantes para uma transformação afim, ou seja, dada uma transformação

$T$  afim em  $\mathbb{R}^3$  e dada uma curva de Bézier  $B(t)$  através dos pontos

$P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$  de controle, aplicar esta transformação em  $B(t)$  é o

mesmo que aplicar a transformação em cada um dos pontos de controle e

depois obter a nova curva através dos pontos transformados.

São transformações afins as rotações, mudanças de escala, translações

e reflexões.

Dada a curva de Bézier

$$B(t) = \sum_{i=0}^t \binom{t}{i} (1-t)^{n-i} t^i P_i$$

se mudarmos de posição apenas o ponto de controle  $P^k$  para  $P'^k$ , tem-

se uma nova curva  $B'(t)$

$$B'(t) = \sum_{i=0}^t \binom{t}{i} (1-t)^{n-i} t^i P'_i + \sum_{i=k+1}^t \binom{t}{i} (1-t)^{n-i} t^i P_i$$

como  $P'^k = P^k + V$ , tem-se:

$$B'(t) = \sum_{i=0}^t \binom{t}{i} (1-t)^{n-i} t^i P'_i + \sum_{i=0}^k \binom{t}{i} (1-t)^{n-i} t^i P_i + \sum_{i=k+1}^t \binom{t}{i} (1-t)^{n-i} t^i P_i$$

ou ainda

$$B'(t) = B(t) + \binom{t}{k} (1-t)^{n-k} t^k V$$

Em  $B'(t)$ , para qualquer  $0 < t < 1$  o polinômio  $\binom{n}{k}(1-t)^{n-k}t^k$  assume

valores diferentes de zero e assim para qualquer  $t$  do intervalo,  $B'(t) \neq B(t)$ .

Portanto, nas curvas de Bézier, qualquer mudança em apenas um ponto de controle provoca alterações na curva inteira. Desse modo, o número de pontos de controle fixa o grau das curvas. Um polígono de controle com  $n+1$  pontos produz uma curva de grau  $n$ . Assim, o uso das curvas de Bézier implica em se trabalhar com polinômios de grau muito elevado, aumentando com isso o esforço computacional.

## Anexo II Geometria em 3D

### Transformações em pontos dados através de suas coordenadas em $\mathfrak{R}^3$

Dado um conjunto de pontos de  $\mathfrak{R}^3$  com coordenadas  $(x_1 ; y_1 ; z_1)$  ,

$(x_2 ; y_2 ; z_2)$  ,  $(x_3 ; y_3 ; z_3)$  ..etc., para obter-se uma mudança de

escala, rotação, reflexão e cisalhamento, multiplica-se a matriz

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}, \text{ formada pelos valores das coordenadas dadas, pela matriz}$$

$$T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \text{ com } a_{ij} \in \mathfrak{R} \text{ e } i, j \in \{1,2,3\}, \text{ obtendo-se a matriz } R = A \times T$$

que é a matriz das novas coordenadas dos pontos dados após a transformação.

### Mudança de escala

Para  $a_{11} = a_{22} = a_{33} = n$  e os demais valores iguais a zero, tem-se na matriz

$$R = A \times T \text{ um efeito de ampliação/redução.}$$

### Rotação em relação aos eixos

#### Eixo dos x

$$\text{Para } T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \text{ tem-se na matriz } R = A \times T \text{ uma rotação de}$$

um ângulo  $\alpha$  em relação ao eixo dos x .



**Eixo dos y**

Para  $T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}$  tem-se na matriz  $R = A \times T$  uma rotação de

um ângulo  $\alpha$  em relação ao eixo dos  $y$ .

**Eixo dos z**

Para  $T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  tem-se na matriz  $R = A \times T$  uma rotação de

um ângulo  $\alpha$  em relação ao eixo dos  $z$ .

**Translação**

Para obter-se uma translação, pode-se acrescentar uma quarta linha na

matriz transformação. É conveniente também acrescentar uma quarta coluna na

matriz dos pontos com números Um e uma quarta coluna na matriz

transformação com Zeros, com exceção da quarta linha e quarta coluna que se

preenchem com o número Um. Assim, tem-se a matriz transformação

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ a & b & c & 1 \end{bmatrix}$$

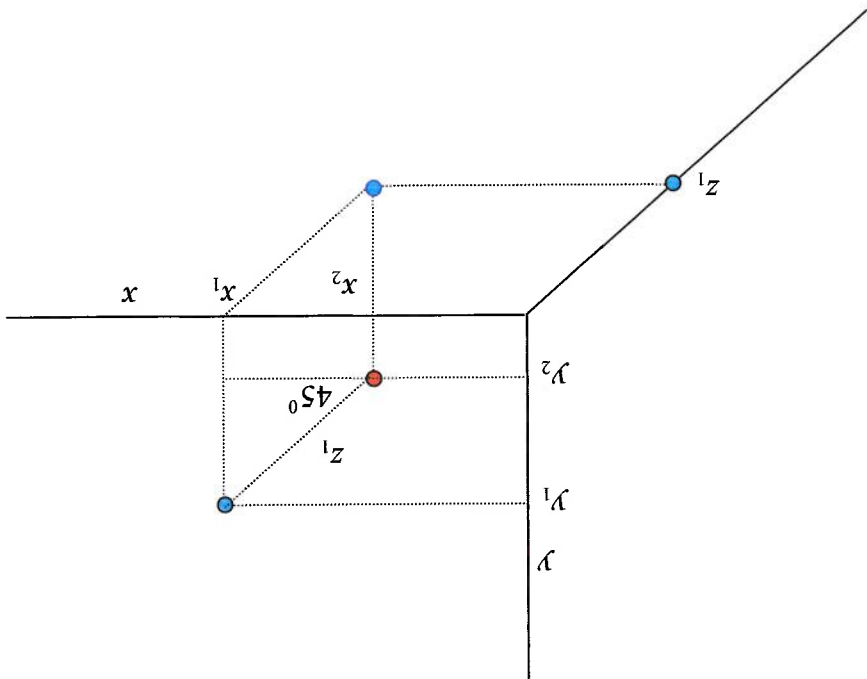
que leva o ponto de coordenadas  $(x; y; z)$  para a posição

transladada de coordenadas  $(x + a; y + b; z + c)$ .

**Anexo III Exibir pontos na tela do computador com a sensação de tridimensionalidade**

Colocando-se o ponto  $(x_1; y_1; z_1)$  conforme fig.AIV.1.1, com o eixo z sobre

a bissetriz entre os eixos x e y,



**Fig. AIII.1** Pontos de 3D marcados em 2D

tem-se:

$$\cos 45^\circ = \frac{x_1 - x_2}{z_1} \quad \text{e} \quad \text{sen} 45^\circ = \frac{y_1 - y_2}{z_1}$$

então:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} z_1 = x_1 - x_2 \quad \text{e} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} z_1 = y_1 - y_2$$

então:

$$x_2 = x_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} z_1 \quad \text{e} \quad y_2 = y_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} z_1$$

então:

$$(x_2, y_2) = \left( x_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} z_1, y_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} z_1 \right)$$

## Anexo IV Expressões para o cálculo dos coeficientes de forma

Estas expressões são encontradas em GILLMER [1982].

**Coefficiente de bloco** - razão entre o volume do casco e o volume do

$$C_b = \frac{B.L.H}{\Delta}$$

paralelepípedo cuja superfície circunscreve.

**Coefficiente prismático longitudinal** - razão entre o volume do casco

e o volume do cilindro de comprimento L e base igual à seção transversal

$$C_p = \frac{L.A_x}{\Delta}$$

de área máxima do navio.

**Coefficiente de seção mestra** - razão entre a área da seção média do

$$C_m = \frac{A_m}{B.H}$$

navio ( $A_m$ ) e área do retângulo de lados B e H.

**Coefficiente prismático vertical** - razão entre o volume do casco e o

volume do cilindro de altura H e base igual à área do plano de linha d'água

$$C_{pv} = \frac{H.A_w}{\Delta}$$

na altura H ( $A_w$ ).

**Coefficiente volumétrico** - razão entre o volume do casco e o

$$C_v = \frac{L^3}{\Delta}$$

comprimento (L).

**Relação Comprimento / Volume** -

$$\frac{L}{\sqrt[3]{\Delta}}$$

**Coefficiente de área de linha d'água de Projeto** - razão entre a área

do plano de linha d'água na altura H ( $A_w$ ) e a área do retângulo de lados L

$$e B. C_{wp} = \frac{L.B}{A_w}$$

$$KB = \frac{\int_0^H y \cdot A_{wp}(y) \cdot dy}{\Delta}$$

Centro Vertical de Carena -

$$LCB = \frac{\int_0^L z \cdot A_s(z) \cdot dz}{\Delta}$$

Centro Longitudinal de Carena -

$$LCF = \frac{A_{wp}}{2} \int_0^L z \cdot x(z) \cdot dz$$

Centro longitudinal de flutuação -