

PAULO HUMBERTO CORREA DA COSTA PARRA



MODELO SEMI-EMPÍRICO DE VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR
VORTEX SHEDDING - ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Mestre em Engenharia.

São Paulo
1996

BIBLIOTECA DE CIÊNCIAS FÍSICAS
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

1996

São Paulo

Orientador: Prof. Dr. J.A.P. Aranha

Area de Concentração: Engenharia Naval

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Mestre em Engenharia.

MODELO SEMI-EMPÍRICO DE VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR
VORTEX SHEDDING - ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL

PAULO HUMBERTO CORREA DA COSTA PARRA

(Manfred Eigen (1927 -)

be right, but irrelevant"

A model has a third possibility: it may

being right or wrong.

" A theory has only the alternative of

DEDALUS - Acervo - EPMN



31600010077

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Augusto Pentecado Aranha, pelo grande auxílio no entendimento do problema, na análise dos resultados e na elaboração deste trabalho, pelas críticas e sugestões sempre pertinentes, além do permanente incentivo.

Aos meus colegas do IPT, em especial, ao Eng. Jairson de Lima, que junto trabalhou na análise do problema de *vortex shedding*, além de auxiliar no entendimento de certas questões deste trabalho, e ao Eng. Kazuo Hirata, pelo apoio e incentivo dados para a conclusão deste estudo.

A PETROBRAS, em especial, ao Eng. Francis, do CENPES, pela cessão dos dados experimentais apresentados neste estudo.

A todos aqueles que direta ou indiretamente colaboraram para a elaboração desta dissertação.

E principalmente aos meus familiares, pelo apoio em todas as minhas iniciativas e atividades na vida.

SUMÁRIO

RESUMO

ABSTRACT

1	1. INTRODUÇÃO.....
7	2. DESCRIÇÃO DO FENÔMENO DE GERAÇÃO DE VÓRTICES.....
10	2.1 Força de Lift Resultante do Desprendimento dos Vórtices.....
14	2.2 Frequência de Strouhal.....
15	2.3 Lock in.....
16	2.4 Velocidade Reduzida.....
17	2.5 Comprimento de Correlação.....
18	3. DESCRIÇÃO DO MODELO ANALÍTICO.....
18	3.1 Descrição do Modelo Fenomenológico.....
22	3.2 Obtenção dos Coeficientes do Modelo.....
35	3.3 Modelo de Iwan & Blevins.....
42	4. DESCRIÇÃO DA PARTE EXPERIMENTAL.....
42	4.1 Descrição do Aparato Experimental.....
45	4.2 Descrição do Modelo e das Condições de Ensaio.....
47	4.3 Descrição do Procedimento de Ensaio.....
48	4.4 Tratamento dos Dados de Ensaio.....
51	5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E COMPARAÇÃO COM ESTIMATIVAS TEÓRICAS.....
65	6. MODELOS COM SUPRESSOR DE VÓRTICES.....
79	7. CONCLUSÕES E FUTURAS INVESTIGAÇÕES.....
82	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....

Um modelo semi-empírico de descrição das oscilações transversais de uma estrutura devido ao desprendimento alternado de vórtices é estudado. Ensaios com cilindros circulares lisos em tanque de provas na faixa do número de Reynolds em torno de 10^4 foram realizados visando a comparação dos resultados com os valores obtidos teoricamente através do modelo, demonstrando que apesar da simplicidade de um modelo de apenas um grau de liberdade baseado na equação de van der Pol, este consegue reproduzir o comportamento global da estrutura possuindo uma capacidade preditiva, principalmente na região de ressonância onde é importante o conhecimento de amplitudes e frequências de vibração para estimativa de vida em fadiga.

RESUMO

ABSTRACT

A semi empirical model describing the transversal oscillations of a structure caused by vortex shedding has been studied. Experiments with smooth circular cylinders in towing tank in Reynolds numbers of about 10^4 were realized for comparison with results from the studied model, showing that, in spite of the simplicity of a one-degree-of-freedom model based on van der Pol equation, it reproduces fairly well the structure's global behaviour, having a predictive capability, specially in the resonance region where the knowledge of amplitudes and frequencies is important for estimating stress life of the structure.

Nos últimos anos, com o advento de computadores mais velozes e com maior capacidade de processamento, métodos numéricos estudados no passado e mais recentemente têm sido implementados. A vantagem de se utilizar esta ferramenta é a capacidade de simulação e visualização de determinadas situações de escoamento, permitindo inferir maneiras de se atuar sobre o escoamento de forma a minimizar a

O VIV é complexo por se tratar de um fenômeno hidrodinâmico, onde há dependência entre as oscilações da estrutura e o carregamento resultante dos vórtices ao mesmo tempo em que este carregamento depende das amplitudes de oscilação da estrutura. A descrição do escoamento à ré do corpo, que deve a rigor levar em consideração os efeitos viscosos, possui tratamento matemático trabalhoso e difícil.

sistemas oceânicos.

Estruturas sujeitas a escoamentos podem experimentar oscilações transversais com amplitudes da ordem do comprimento de sua seção transversal, comprometendo sua integridade estrutural e seu funcionamento. São exemplos altas chaminés, antenas, cabos elétricos suspensos e estruturas oceânicas como captadores de água e *risers* vinculados a

investigações.

O problema de vibrações induzidas pelo desprendimento de vórtices, também conhecido como VIV, é um fenômeno há muito estudado e que devido à sua complexidade e efeitos danosos a determinadas estruturas, constitui ainda um vasto campo de estudos e

1. INTRODUÇÃO

emissão dos vórtices. Uma desvantagem é que os métodos numéricos ainda requerem grandes máquinas, além de um tempo de processamento elevado, restringindo sua utilização como ferramenta de auxílio ao projeto para análises de viabilidade na síntese e na verificação de estruturas existentes.

Com o objetivo de obter uma ferramenta mais funcional para a fase inicial de projeto, vários autores buscaram desenvolver modelos analíticos simplificados, quase todos baseados em resultados experimentais, de aplicação relativamente fácil e rápida. Estes modelos, apesar de simples, descrevem bem o fenômeno globalmente, reproduzindo o comportamento da estrutura em situações reais, como demonstram as comparações com resultados experimentais, e como vai ser demonstrado ao longo deste trabalho, utilizando um destes modelos.

Como já mencionado, o problema de *vortex shedding* vem sendo estudado há muito tempo. A primeira evidência do problema remonta os tempos da Grécia antiga, onde foram observados e descritos os tons eólicos de cordas tensionadas expostas ao vento. Em 1878, Strouhal fez a primeira investigação científica com fios esticados expostos a um escoamento de ar, concluindo que a frequência do tom eólico era função da geometria do fio (diâmetro) e da velocidade do escoamento incidente. Notou também que quando os tons eólicos coincidiam com uma das frequências naturais do fio, o som era amplificado, indicando uma condição de ressonância. Em 1879, Lord Rayleigh observou que esta vibração se dava no plano normal ao escoamento e definiu um adimensional, batizado de número de Strouhal, em homenagem ao precursor destes estudos, definido como

onde f_n é a frequência natural do fio, D é o seu diâmetro e U a velocidade do

escoamento incidente.

Em 1911 von Karman demonstrou matematicamente a existência de uma configuração estável de vórtices alternados na esteira de um escoamento quando a relação geométrica entre as distâncias longitudinal e transversal de cada fileira de vórtices, descrita abaixo, é

satisfeita:

$$\sinh\left(\frac{\pi h_w}{a_w}\right) = 1$$

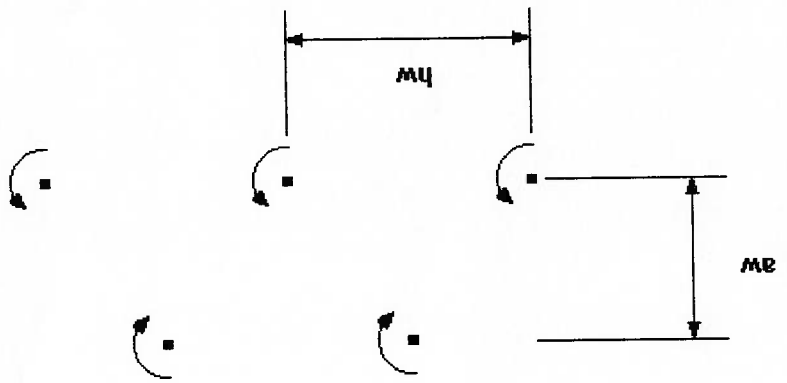


Figura 1 - Esteira de von Karman

A esteira de vórtices também é comumente conhecida como esteira de Karman, graças a este resultado. CHEN (1972) concluiu através de dados experimentais que o resultado

O problema de VIV é atual. A exploração de petróleo em lâminas d'água mais profundas fez com que as frequências naturais das estruturas imersas, como os *risers*, diminuíssem favorecendo a ocorrência de vibrações em função de correnteza e ondas. Empresas como PETROBRAS e SHELL têm investido nesta área de pesquisa através de ensaios e desenvolvimento de códigos computacionais para análise e síntese de estruturas.

Quantos à minimização do problema de vibrações induzidas, várias alternativas de supressão dos vórtices emitidos são apresentadas e discutidas por ZDRAVKOVICH (1989) em sua coletânea, todas possuindo uma peculiaridade em comum. A efetividade e eficiência das estruturas foram verificadas experimentalmente dado que não existem modelos que descrevam a mecânica destes supressores sobre a formação e dinâmica dos vórtices.

Volando agora aos modelos analíticos e semi-empíricos, vários autores tem estudado desenvolvido variantes. BISHOP; HASSAN (1963) basearam-se na ideia de Birkhoff e Zaranonello de modelar o carregamento de vórtices como um oscilador não-linear, acoplando este carregamento a um oscilador linear, no caso a estrutura exposta ao escoamento.

de von Karman não é aplicável a situações reais de desprendimento de vórtices, observado apenas em algumas condições particulares. Cabe lembrar que a análise feita por von Karman não considerava a presença do corpo no escoamento, admitindo somente a esteira dos vórtices.

Na seção 2, o mecanismo de geração de vórtices é apresentado inicialmente de uma forma intuitiva, partindo-se de argumentos físicos simples. Posteriormente o fenômeno é formalmente introduzido e parâmetros relevantes são discutidos.

Nesta dissertação, é estudado um modelo semi-empírico de descrição das oscilações transversais de uma estrutura devido ao desprendimento alternado de vórtices. Foram realizados ensaios com cilindros circulares lisos em tanque de prova na faixa do número de Reynolds em torno de 10^4 , visando a comparação dos resultados com os valores obtidos teoricamente através do modelo, demonstrando que apesar da simplicidade de um modelo de apenas um grau de liberdade baseado na equação de van der Pol, este consegue reproduzir o comportamento global da estrutura possuindo uma capacidade preditiva, principalmente na região de ressonância, onde é importante o conhecimento de amplitudes e frequências de vibração para estimativa de vida em fadiga. A seguir são descritas as etapas restantes que compõem este estudo.

estudos feitos nas áreas anteriores.

- elaboração de uma ferramenta de análise e síntese de estruturas baseada nos
- modelos experimentais;
- modelos computacionais;
- modelos analíticos;

distintas mas complementares estão sendo atacadas:

Atualmente está sendo desenvolvido um projeto temático nesta área financiado pela FAPESP envolvendo pesquisadores da USP-POLI e do IPT. Neste projeto quatro áreas

Na seção 3, é desenvolvido um modelo simplificado da dinâmica de uma estrutura sujeita ao desprendimento de vórtices a partir da física do problema e de hipóteses feitas, gerando um conjunto de equações diferenciais que descrevem a dinâmica de dois osciladores acoplados, um deles referente à estrutura, o outro ao fluido. O carregamento fluido sobre a estrutura, de caráter auto-excitado e auto-regulado, é descrito pela equação de van der Pol. O modelo de IWAN; BLEVINS (1974) é apresentado, fazendo-se um paralelo com as equações obtidas de forma simplificada e intuitiva no início desta seção.

Na seção 4, a parte experimental é apresentada descrevendo-se o aparato utilizado, os modelos, as condições de ensaio e a forma como os dados foram posteriormente tratados.

Na seção 5, os resultados experimentais são apresentados. São feitas comparações entre estes resultados e os valores estimados através da simulação numérica das equações do modelo de Iwan e Blevins no domínio do tempo.

Na seção 6, a questão da supressão dos vórtices para minimização dos danos causados à estrutura é discutida. Os mecanismos de supressão, tipos de supressores e resultados experimentais são apresentados e comparados aos do modelo sem supressor algum.

Finalmente, na seção 7, as conclusões deste trabalho são apresentadas. Sugestões para futuras investigações no sentido de implementar o modelo, adequando-o a situações mais próximas dos casos práticos de engenharia são feitas.

Um escoamento com velocidade U , ao passar por um corpo rombudo (não afilado) com dimensão característica D , encontra um campo de pressões existente na porção traseira deste corpo, decorrente das baixas velocidades do escoamento nesta região. Isto dificulta o percurso do fluido ao longo do contorno da superfície, causando o desprendimento das camadas fluidas próximas à superfície, que seguem trajetórias paralelas ao escoamento. Estas camadas desprendidas são geralmente designadas na literatura como *shear layers* ou *entrainment layers*. Nestas camadas as partículas fluidas possuem uma parcela de velocidade de translação e outra rotacional, decorrente do gradiente de velocidades provocado pelo atrito entre as partículas fluidas com velocidade nula na superfície do corpo e as das camadas sobrejacentes, antes do desprendimento.

- número de Reynolds;
- turbulência do escoamento incidente;
- tridimensionalidade do escoamento;
- rugosidade da superfície do corpo;
- dissipação estrutural do corpo;
- resposta elástica do corpo.

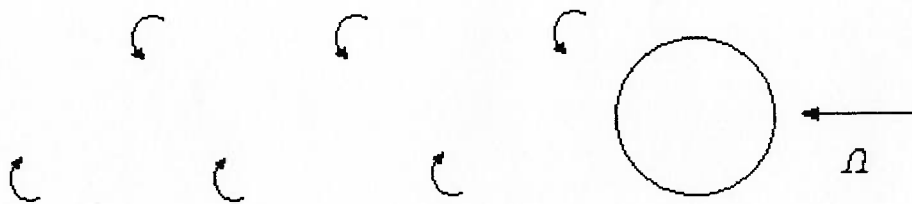
O fenômeno de *vortex shedding* constitui-se em um problema hidroelástico complexo, não linear, onde afetam seu comportamento fatores como:

2. DESCRIÇÃO DO FENÔMENO DE GERAÇÃO DE VÓRTICES

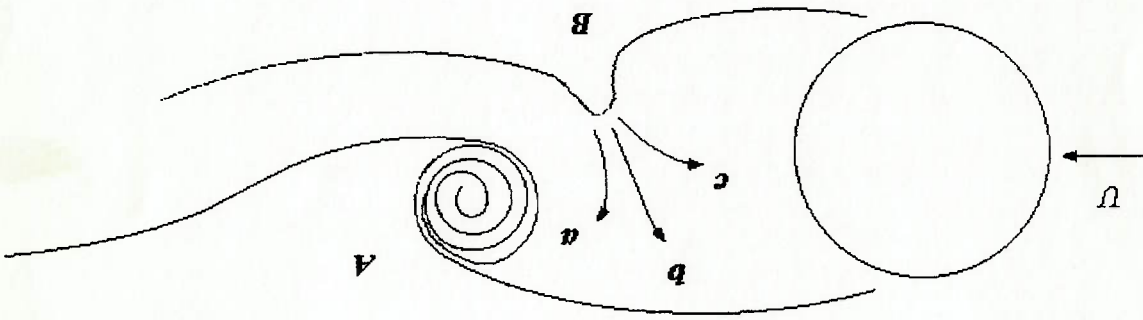
Num determinado instante inicia-se a formação de um vórtice em uma das camadas, que cresce alimentado pela circulação existente na região próxima (*entrainment layers*), adquirindo certa intensidade. Nesta hora este vórtice passa a influenciar a outra camada, atraiendo-a para si. Como esta camada atraiada também possui vorticidade mas com sentido contrário, parte dela contribui para a redução da intensidade do vórtice e a outra parcela que adquire uma velocidade normal ao escoamento induzida pelo vórtice, acaba por interromper a ligação existente entre o vórtice formado e a sua camada de origem provocando seu desprendimento. A Figura 3 representa esquematicamente este processo.

O processo descrito acima ocorre de forma alternada entre as duas camadas, dando origem a um campo de pressões alternado, variante no tempo na esteira do corpo, causando um carregamento alternado, sendo que a esteira adquire uma certa estabilidade dinâmica com determinada configuração de largura e frequência de emissão destes vórtices e distância do ponto de confluência ao corpo, ponto este descrito adiante.

Figura 2 - Cilindro em Escoamento com Vórtices



O ponto onde ocorre o encontro e a interação entre as duas camadas é denominado ponto de confluência (*confluence point*). A frequência do processo de emissão dos vórtices tem relação direta com a alternância deste ponto em torno do centro da estrea formada. A distância deste ponto ao corpo está relacionada com o grau de turbulência do escoamento incidente.



onde A: vórtice formado

B: camada atraiada

a: parte da camada incorporada ao vórtice

b: parcela fluida que interrompe a ligação do vórtice e a sua camada de origem
c: parcela que induz a formação de um novo vórtice, dando continuidade ao

processo

Figura 3 - Esquema do Processo de Formação dos Vórtices GERRARD (1966) apud

WILLE (1980)

2.1 Força de Lift Resultante do Desprendimento dos Vórtices

Grças ao desprendimento alternado dos vórtices e a consequente variação do campo de pressões próximo à superfície da seção, surge uma força também alternada e normal à direção do escoamento incidente (força de *lift*). Considerando o escoamento real como um escoamento ideal na região fora da camada limite, admitida como uma fina região próxima à superfície da seção, confundindo-se com a mesma, para que haja conservação da circulação total no escoamento, já que a montante da seção ele é laminar com velocidade constante e uniforme, é necessário que surja uma parcela de mesma intensidade que a de cada vórtice desprendido ao longo do tempo, com sinal contrário. Esta parcela, correspondente à circulação ao longo da seção, possui um caráter oscilatório. Devido a esta parcela, surge uma força normal L à direção do escoamento, com o mesmo caráter oscilatório que a circulação.

Seja a figura seguir, onde é representada a seção sob o escoamento e a parcela de

velocidade v devido à circulação Γ_0

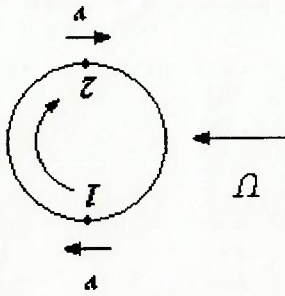


Figura 4 - Seção com Circulação e Parcelas v Decorrentes da Mesma

Pelo teorema de Bernoulli a pressão em um determinado ponto do escoamento é

determinada pela expressão

$$d = \gamma \left(\frac{U^2}{2} + \frac{p}{\rho_0} + z \right)$$

onde p é a pressão em função do escoamento, γ constante gravitacional, ρ_0 é a pressão ao longe no escoamento, γ é a massa específica e z a cota em que se encontra o ponto de interesse da determinação da pressão resultante.

A pressão resultante na direção normal ao escoamento sobre a seção circular é aproximadamente o resultado da diferença entre as pressões nos pontos 1 e 2 da figura anterior. Observando-se que os valores de p_0 e z são iguais para os dois pontos, obtêm-se a expressão:

$$d = -\frac{\gamma}{2} [U^2 + v^2 - (U^2 + v^2)] = -\rho U v$$

Como $v = f(T_0)$ e a força é proporcional à pressão, então

$$L \propto \rho U T_0$$

O resultado acima pode ser obtido de uma maneira mais formal através da descrição do escoamento real por um escoamento potencial composto da superposição de

singularidades. A superposição de um escoamento uniforme, um dipolo e de um vórtice de Rankine resulta na seguinte expressão para a função potencial de velocidades

$$\phi = -Ux \cos \theta - \frac{N \cos \theta}{\Gamma_0} + \frac{2\pi}{\Gamma_0} \theta$$

onde N é intensidade do dipolo, θ é o ângulo com relação a direção do escoamento U , Γ_0 é a circulação ao longo da seção circular. As expressões das parcelas de velocidades

nas coordenadas r e θ são

$$U_r = -\frac{d\phi}{dr} = U \cos \theta - \frac{N \cos \theta}{2\pi r^2}$$

$$U_\theta = -\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -U \sin \theta - \frac{N \sin \theta}{\Gamma_0} - \frac{2\pi r}{2\pi r^2}$$

A circunferência de raio $r_0 = \left(\frac{2\pi U}{N}\right)^{1/2}$ define o contorno da superfície da seção

transversal (linha de corrente). Substituindo então $N = 2\pi U r_0^2$ na função potencial

resulta:

$$\phi = -Ux \cos \theta \left(r + \frac{r_0^2}{r} \right) + \frac{\Gamma_0}{2\pi} \theta$$

As expressões das velocidades resultam

$$U_r = U \cos \theta \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right)$$

$$U_\theta = -U \sin \theta \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right) - \frac{r_0^2}{2\pi r}$$

Próximo à superfície do corpo $r \approx r_0 = \frac{D}{2}$, portanto,

$$U_r = 0$$

$$U_\theta = -2 \sin \theta - \frac{\pi D}{\Gamma_0}$$

A força de sustentação L é determinada a partir da integração da pressão ao longo do contorno, projetada na direção normal ao escoamento,

$$L = \int_{-\pi}^0 p \frac{D}{2} \sin \theta \, d\theta = \Gamma_0 U$$

onde $p = \frac{\rho U^2}{2}$.

2.2 Freqüência de Strouhal

A freqüência da alternância do desprendimento dos vórtices, típica do fenômeno, pode ser identificada utilizando argumentos de escala, obtendo-se um resultado semelhante ao de Lord Rayleigh. Tomando o comprimento característico da seção como a escala natural de comprimento e a razão do comprimento característico pela velocidade como a escala natural de tempo, é razoável supor que

$$\omega_n \equiv \frac{D}{U}$$

Rayleigh definiu o número de Strouhal como sendo $S = f_n \frac{D}{U}$. Comparando as duas expressões anteriores, considerando ainda a relação $\omega_n = 2\pi f_n$, obtêm-se uma expressão para S,

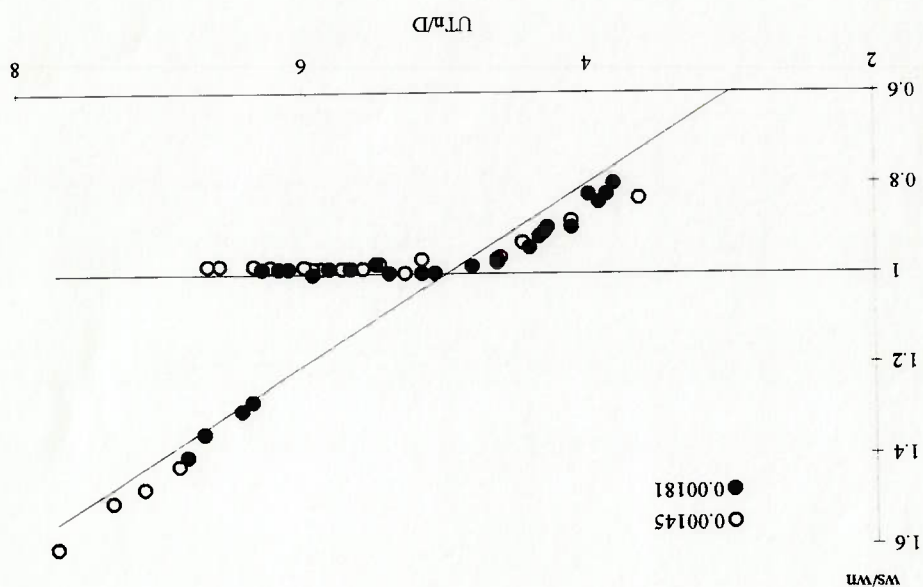
$$S = \frac{1}{2\pi} \approx 0,16$$

O valor do número de Strouhal determinado experimentalmente para uma seção circular é de aproximadamente 0,20, o que demonstra coerência no raciocínio exposto.

2.3 Lock in

Um fato observado no fenômeno de VIV é a sincronização da frequência de oscilação da estrutura com a frequência natural em uma faixa de frequências assimétrica em torno da mesma, conhecido como *lock in*. Com o aumento da velocidade incidente, a estrutura passa a vibrar transversalmente na frequência $\omega_s = 2\pi S U / D$. Próximo à frequência natural da estrutura, observa-se que a estrutura passa a vibrar na frequência natural, mesmo com a alteração da frequência de excitação. Tal região é designada como faixa de sincronismo ou banda de *lock in*.

Gráfico 1 - Curva de Frequência Adimensional Experimental x Velocidade Reduzida FENG (1968) apud BLEVINS (1977)



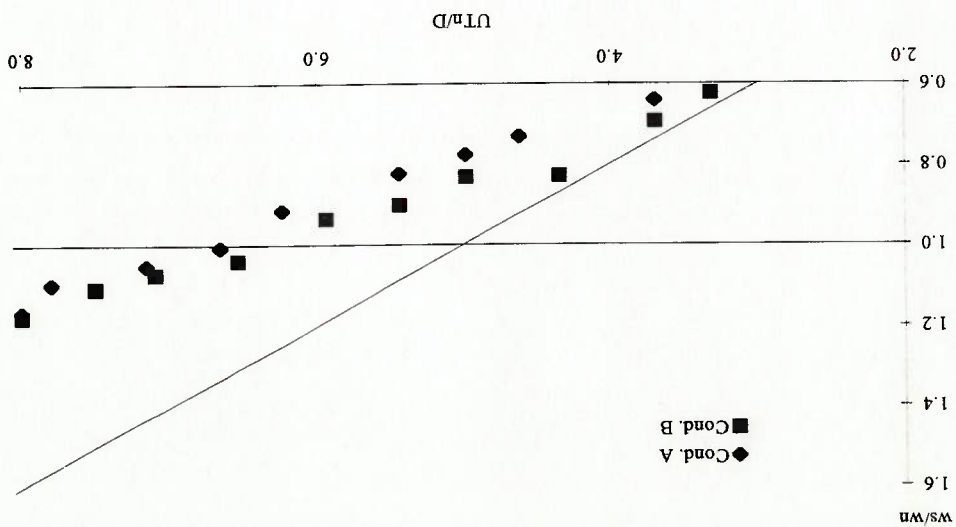
$$\text{e } 1,2 < V_r < 3,8.$$

O parâmetro velocidade reduzida V_r , correspondente ao inverso do número de *Strouhal*, é importante na determinação de ocorrência de *lock in*, já que um dos dados de entrada para esta verificação é a velocidade do escoamento incidente na estrutura em questão, conhecendo-se suas frequências naturais de vibração. A faixa de *lock in* para oscilações transversais de estruturas imersas na água é $4 < V_r < 10$. A faixa para vibrações *in-line*

2.4 Velocidade Reduzida

O Gráfico 1 ilustra o fenômeno de *lock in* em ensaios realizados no ar por Feng. No Gráfico 2 os pontos experimentais levantados no IPT (1994) em ensaios com cilindros imersos em água. Em ambos os gráficos, a frequência de *Strouhal*, ω_s , foi determinada experimentalmente. Nota-se que no caso dos resultados obtidos no ar, o salto das oscilações para a frequência de excitação é muito mais nítido, definindo mais claramente a faixa de *lock in*, além da faixa na água ser mais ampla que no ar.

Gráfico 2 - Curva de Frequência Adimensional Experimental x Velocidade Reduzida



2.5 Comprimento de Correlação

O comprimento de correlação corresponde a porção de uma estrutura onde o carregamento é correlacionado, ou seja, onde seções adjacentes possuem o mesmo campo de pressão. O coeficiente quantifica esta correlação, variando entre 0 e 1. Quando este se aproxima do valor unitário, diz-se que o escoamento aproxima-se do bidimensional, já que todas as seções ao longo do comprimento estão sujeitas ao mesmo carregamento fluido. Uma implicação importante é que a força atuante na estrutura, decorrente do desprendimento dos vórtices é diretamente proporcional ao coeficiente. A correlação do escoamento cresce com o aumento de amplitude das oscilações da estrutura, conforme ilustra o Gráfico 2.

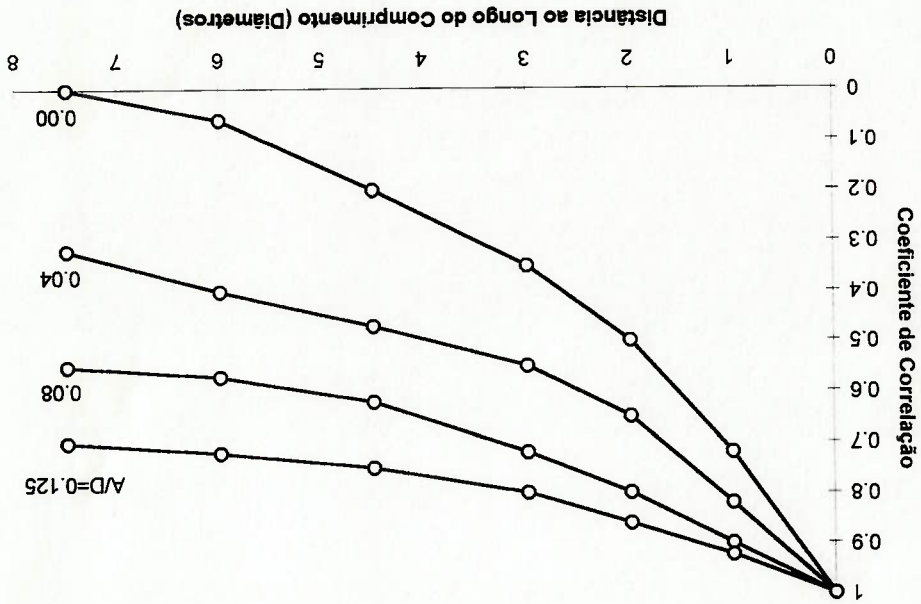


Gráfico 2 - Coeficiente de Correlação em Função da Amplitude de Oscilação TOBBES

(1969) apud BLEVINS (1977)

3. DESCRIÇÃO DO MODELO ANALÍTICO

Neste capítulo inicialmente um modelo fenomenológico é desenvolvido partindo-se de argumentos físicos e do conhecimento de características do fenômeno, resultando num sistema de equações diferenciais que representam a dinâmica do sistema estrutura-fluido. Do sistema de equações surgem três incógnitas a serem determinadas, cuja obtenção a partir de resultados experimentais é discutida. Finalmente, o modelo de Iwan e Blevins é apresentado, fazendo-se uma comparação entre as suas equações e as obtidas anteriormente, demonstrando a proximidade dos dois modelos.

3.1 Descrição do Modelo Fenomenológico

A fim de desenvolver um modelo analítico que descreva as oscilações transversais de uma estrutura cilíndrica não flexível induzidas pelo desprendimento alternado de vórtices, uma abordagem simplificada partindo-se de argumentos físicos e algumas hipóteses é adotada nesta seção.

A observação do fenômeno indica que a estrutura em questão pode ser modelada através de um oscilador linear, cuja massa corresponde a massa da estrutura mais uma possível massa virtual. O termo de amortecimento corresponde à dissipação externa e interna, como é o caso do amortecimento fluido e estrutural respectivamente, e o termo de restauração, associado às condições de vínculo e de características da estrutura (flexibilidade, por exemplo). Sendo assim, a equação que descreve a dinâmica da estrutura é a seguinte:

onde: $\frac{d^2z}{dt^2}$, $\frac{dz}{dt}$, z = aceleração, velocidade e deslocamento transversal;
 ω_s = frequência natural do oscilador fluido;
 m_f = massa do fluido;
 c_f = coeficiente de amortecimento do fluido;

$$(2) \quad \frac{d^2z}{dt^2} + 2\omega_s c_f \frac{dz}{dt} + \omega_s^2 z = -\frac{f(t)}{m_f}$$

O termo forçante da estrutura cilíndrica se deve à presença do fluido. Novamente, a observação do fenômeno motiva a descrição desta massa fluida próxima ao cilindro como um oscilador, devido à natureza da resposta da estrutura. Pelo princípio da ação e reação esta massa fluida está sujeita a mesma força que atua na estrutura, só que com sinal oposto. A equação do oscilador fluido é a seguinte:

onde: $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{dy}{dt}$, y = aceleração, velocidade e deslocamento transversal;
 ω_n = frequência natural da estrutura;
 m = massa da estrutura + massa virtual da estrutura;
 c = coeficiente de amortecimento da estrutura;
 $f(t)$ = termo forçante.

$$(1) \quad \frac{d^2y}{dt^2} + 2\omega_n c \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 y = \frac{f(t)}{m}$$

O sistema descrito pelas equações (1) e (2), acopladas através do termo forçante, não possui nenhuma componente que acrescente energia ao longo do tempo. Por outro lado, o que se observa na prática, em determinadas situações, é que as estruturas permanecem oscilando com amplitudes praticamente constantes, apesar de o sistema não ser conservativo. Isto motiva a descrever o oscilador fluido, e consequentemente o termo forçante, como um oscilador não-linear do tipo van der Pol, que possui a característica

C_L = coeficiente da força de sustentação.
 U = velocidade do escoamento incidente;
 D = comprimento transversal característico;
 ρ = densidade do meio fluido;

onde: $\left(\frac{dz}{dy} - \frac{dt}{dy}\right) =$ velocidade relativa;

$$f(t) = \frac{1}{2} \rho D C_L U \left(\frac{dz}{dy} - \frac{dt}{dy} \right) \quad (3)$$

aproximadamente $\left(\frac{dz}{dy} - \frac{dt}{dy}\right) / U$. A expressão da força é:

incidente U e a velocidade transversal relativa $\left(\frac{dz}{dy} - \frac{dt}{dy}\right)$. O ângulo formado é

ângulo do escoamento resultante da combinação entre a velocidade do escoamento coeficiente de sustentação C_L na direção normal ao escoamento é proporcional ao mostrado na seção 2.1. O termo forçante é descrito pela expressão abaixo, onde o desprendimento dos vórtices, gera uma força de sustentação variante no tempo, como foi A variação da pressão ao longo da seção transversal da estrutura, causada pelo

de auto-excitação e auto-regulação. Neste caso o oscilador não-linear se assemelha ao linear já descrito, a menos do termo de dissipação, definido por

$$c_f = -\alpha \left[1 - \beta \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \quad (4)$$

onde α e β são coeficientes.

O termo dissipativo acrescenta energia ao sistema através de sua parcela linear para pequenas amplitudes de oscilação. Com o aumento das amplitudes, o termo não-linear passa a dominar, extraindo energia. Desta forma o sistema adquire ao longo do tempo uma condição de equilíbrio dinâmico com amplitudes e frequências de oscilação praticamente constantes, tendendo a um ciclo limite. Substituindo (3) em (1), tem-se:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + (2\omega_n c_m + \frac{p DUC_L}{2m_m}) \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 y = \frac{p DUC_L}{2m_m} \frac{dz}{dt} \quad (5)$$

Substituindo (3) e (4) em (2), tem-se:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_z^2 z = (2\omega_s \alpha - \frac{p DUC_L}{2m_f}) \frac{dz}{dt} - 2\omega_s \alpha \beta \left(\frac{dz}{dt} \right)^3 + \frac{p DUC_L}{2m_f} \frac{dy}{dt}$$

Das equações acima, é necessário determinar três coeficientes: C_L , α e β . Estas incógnitas são obtidas a partir de resultados experimentais utilizados em relações derivadas de condições de estabilidade do sistema, discutidas a seguir.

$$Z_{CL} = \left(\frac{3\beta\omega_s^2}{4} \right)^{1/2}$$

integrals acima, resolvendo-as, obtêm-se:

Admitindo que $\frac{dz}{dt} = \omega_s Z_{CL} \cos(\omega_s t)$, Z_{CL} amplitude do ciclo limite, substituindo nas

$$\alpha \int_T^0 \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 dt = \alpha \beta \int_T^0 \left(\frac{dz}{dt} \right)^4 dt$$

$$Potência dissipada = \int_T^0 [-\alpha + \alpha\beta \left(\frac{dz}{dt} \right)^2] \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 dt = 0$$

energia dissipada num ciclo seja nula. Então,

Sabe-se que existe um ciclo limite para o oscilador fluido, parte do sistema de interesse, dado o caráter das vibrações observadas. Uma condição para a sua existência é que a

- ensaio com oscilação forçada do modelo ($y = A \sin(\omega_s t)$).
- ensaio com o modelo cativo, sem oscilação ($y = 0$);

realizados:

Na determinação dos coeficientes C_L , α e β , dois experimentos distintos são

3.2. Obtenção dos Coeficientes do Modelo

Do ensaio com o modelo cativo, $y = 0$, medindo-se a força de lift $(F_L)_{FIXO}$ e a

velocidade do escoamento incidente U , e utilizando as expressões

$$(F_L) = \frac{1}{2} \rho U D \frac{dz}{dt} C_L \sin(\omega_s t) \quad (\text{modelo})$$

$$(F_L)_{FIXO} = \frac{1}{2} \rho D U^2 (C_L)_{FIXO} \sin(\omega_s t) \quad (\text{experimental})$$

$$\omega_s = 2\pi S \frac{U}{D}$$

obtem-se:

$$C_L Z_{CL} = (C_L)_{FIXO} \frac{2\pi S D}{D}$$

Então, conhecendo $(C_L)_{FIXO}$ e Z_{CL} , obtêm-se C_L .

No ensaio com oscilações forçadas do modelo, $y = A \sin(\omega_1 t)$, A e ω_1 são conhecidos.

A equação da dinâmica do oscilador fluido é

$$\frac{d^2 z}{dt^2} - 2\omega_s [\alpha - \alpha \beta] \left(\frac{dz}{dt} \right) + \omega_s^2 z = \frac{m_f}{\rho D U C_L} \frac{dy}{dt}$$

$$Z(T) = \frac{1}{2} A(\tau) [e^{\tau T} + e^{-\tau T}] + \alpha Z_1, \quad \tau = \alpha T$$

da equação anterior sejam da forma:

solução assintótica (pequenas perturbações) proposta a seguir. Supondo que as soluções

onde $2\alpha q = \frac{2C^L \Omega}{A} \frac{\pi^2 S}{Z^{CL}}$, lembrando que $\frac{Z^{CL}}{A}$ é da ordem de α para a validade da

$$\frac{d^2 Z}{dT^2} - 2\alpha \left[1 - \frac{3}{4} \left(\frac{dT}{dZ} \right)^2 \right] \frac{dZ}{dT} + Z = 2\alpha q \cos(\Omega T) \quad (\Omega T)$$

Podem-se escrever $m_f \omega_s = p \frac{\pi D^2}{4} 2\pi S \frac{D}{U}$ e $\frac{D}{dy} = \omega_1 A \cos(\Omega T)$. A expressão final é

$$\frac{d^2 Z}{dy^2} - 2\alpha \left[1 - \frac{3}{4} \left(\frac{dT}{dZ} \right)^2 \right] \frac{dZ}{dT} + Z = \frac{p DUC^L}{\omega_s^2 Z^{CL} m_f} \frac{dT}{dt}$$

resulta:

Como $Z^{CL} = \left(\frac{3\beta\omega_s^2}{4} \right)^{1/2}$, substituindo na expressão anterior e dividindo-a por $\omega_s^2 Z^{CL}$,

$$\omega_s^2 Z^{CL} \frac{d^2 Z}{dy^2} - 2\omega_s \left[\alpha - \alpha \beta \omega_s^2 Z^{CL} \left(\frac{dT}{dZ} \right)^2 \right] \frac{dZ}{dT} + \omega_s Z^{CL} Z = \frac{p DUC^L}{m_f} \frac{dT}{dy}$$

equação acima resultam:

Utilizando as adimensionalizações $T = \omega_s t$, $\Omega = \frac{\omega_s}{Z}$ e $Z = \frac{Z^{CL}}{\omega_s}$, as substituições na

Determinando-se $A(\tau)$ e Z_1 , obtêm-se a solução desejada. Substituindo a solução na

equação, desprezando-se termos de ordem superior, resulta:

$$p^2 Z_1 + Z_1 = -i! \left[\frac{dA(\tau)}{d\tau} + A(\tau)^3 - A(\tau) \right] e^{i\Omega\tau} + qe^{i\Omega\tau}$$

Das situações distintas de interesse são analisadas a seguir, uma onde a frequência de excitação não coincide com a frequência ressonante e outra, onde é muito próxima ou coincidente com a frequência ressonante.

Excitação não ressonante:

A frequência de excitação adimensional neste caso corresponde a $\Omega \neq 1$. Para que a solução assintótica não cresça infinitamente com o aumento do tempo, é necessário que

$$\frac{dA(\tau)}{d\tau} + A(\tau)^3 - A(\tau) = 0$$

Logo,

$$p^2 Z_1 + Z_1 = qe^{i\Omega\tau}$$

A solução de interesse da primeira equação é $A(\tau) = 1$, e a segunda é

$$Z_1(t) = \frac{1 - \Omega^2}{b} e^{i\Omega\tau}$$

A solução final é da forma

$$\frac{dp}{dt} b(\tau) + \left[\frac{dp}{dt} b(\tau) - A(\tau) \right] e^{i\phi(\tau)} = -iq e^{i\alpha\tau}$$

Seja $A(\tau) = b(\tau) e^{i\phi(\tau)}$, então,

$$\therefore \frac{dA(\tau)}{dt} + A(\tau) - A(\tau) = -iq e^{i\alpha\tau}$$

$$\frac{dA(\tau)}{dt} = -iq e^{i\alpha\tau}$$

Logo,

$$A(\tau) = \int -iq e^{i\alpha\tau} d\tau + q e^{i\alpha\tau}$$

$$Z_1 = \frac{d^2 Z_1}{dt^2} + A(\tau) = -iq e^{i\alpha\tau} + q e^{i\alpha\tau}$$

largura da banda de *lock in*. Substituindo a expressão de Ω , tem-se

Na situação em que a frequência de excitação é próxima da frequência ressonante, a frequência adimensional pode ser escrita como $\Omega = 1 + \alpha$, onde α é a amplitude da

Excitação ressonante:

e amplitude unitária, a menos de um termo de ordem α .

que é a solução de um oscilador livre fora da ressonância, vibrando com a frequência ω ,

$$Z(T) = \frac{1}{2} [e^{iT} + e^{-iT}] + \alpha \frac{1 - \Omega^2}{b} e^{i\Omega T} \equiv \cos T + O(\alpha)$$

$$b_z^0 \sigma - b = (1 - b_z^0) \sigma$$

relacionada com uma frequência σ :

Elvando as expressões acima ao quadrado e somando-as, obtêm-se uma relação entre b , σ e q , designada equação de frequência, onde cada amplitude de oscilação a_0 , é

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{p(\sigma - \psi^0)} &= \sigma = \frac{dp}{b \cos \psi^0} \\ b_z^0 - 1 &= \frac{q}{b} \sin \psi^0 \end{aligned} \right\}$$

sistema acima, tem-se:

Devido às características do fenômeno, interessam as soluções estacionárias, ou seja, $\frac{db(\tau)}{d\tau} = \frac{dp}{p} = 0$. Seja então (b_0, ψ_0) uma solução estacionária. Substituindo-a no

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{p} &= \frac{dp}{p(\sigma - \psi^0)} \\ \frac{db}{b} &= \frac{dp}{b \cos \psi^0} \end{aligned} \right\}$$

seguinte sistema de equações é obtido igualando termos semelhantes da equação acima:

onde $\psi(\tau) = \alpha \tau - \phi(\tau) = \sigma \tau - \phi(\tau)$. Como $-iqe^{i\psi(\tau)} = -i[\cos \psi(\tau) + i \sin \psi(\tau)]$. O

$$\frac{db(\tau)}{b(\tau)} + \frac{dp}{p} = -iqe^{i\psi(\tau)} = -i[\cos \psi(\tau) + i \sin \psi(\tau)]$$

$$\left. \begin{aligned} (u + \psi) \cos b - &= \frac{1p}{(u - \psi - 1\omega)p} (S + \psi) \\ (u + \psi) \sin b &= \frac{1p}{(S + \psi)p} \end{aligned} \right\}$$

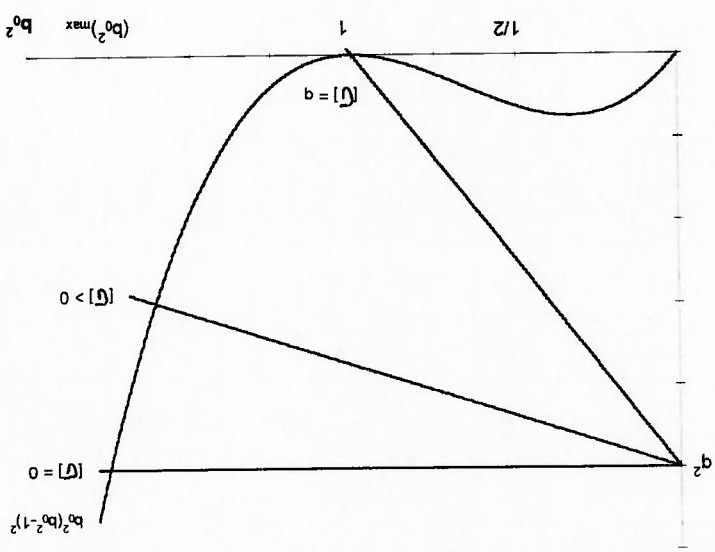
obtem-se:

$$\left. \begin{aligned} (1) \psi \cos b - &= \frac{1p}{(1)\phi p} (1)\psi \\ (1) \psi \sin b &= \frac{1p}{(1)q p} \end{aligned} \right\}$$

estacionaria do sistema abaixo,

No estudo da estabilidade das solucoes utilizando uma solucao do tipo $a(\tau) = b_0 + \psi(\tau) = \psi_0 + n$, onde $\psi_0 = O(\alpha)$ e (b_0, ψ_0) e uma solucao

Gráfico 3 - Resolução Gráfica da Equação de Frequência



$$\lambda_{1,2} = -\frac{2b_0^2}{\sigma} \pm \sqrt{\frac{4b_0^4}{\sigma^2} - 1}$$

autovalores obtidos da resolução desta equação são

A equação característica é $\lambda^2 - 2(2b_0^2 - 1)\lambda + \sigma^2 + (3b_0^2 - 1)(b_0^2 - 1) = 0$ e os

$$= 0 \begin{vmatrix} -\frac{b_0}{\sigma} & (b_0^2 - 1) - \lambda \\ (3b_0^2 - 1) - \lambda & b_0 \sigma \end{vmatrix}$$

As soluções são obtidas do problema de determinação dos autovalores, ou seja,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{p}{n} - \frac{1}{\sigma} b_0 + (b_0^2 - 1)n = 0 \\ \frac{p}{\sigma} + (3b_0^2 - 1)\sigma + b_0 n = 0 \end{array} \right.$$

superior, resulta

e as expressões $\sin \psi_0 = \frac{b_0}{b} (b_0^2 - 1)$ e $\cos \psi_0 = \frac{b_0}{b} \sigma$, desprezando termos de ordem

$$\cos(\psi_0 + n) = \cos \psi_0 \cos n - \sin \psi_0 \sin n = \cos \psi_0 \cos n - n \sin \psi_0$$

$$\sin(\psi_0 + n) = \sin \psi_0 \cos n + \cos \psi_0 \sin n = \sin \psi_0 \cos n + n \cos \psi_0$$

$$n \equiv \sin$$

Utilizando as seguintes igualdades trigonométricas, considerando que $\cos n \equiv 1$ e

$$(F^L) = \frac{1}{2} \rho DC^L U \omega_s (b_0^{CL} Z^{CL} - A) = \frac{1}{2} \rho DC^L U \omega_s Z^{CL} (b_0 - \frac{Z^{CL}}{A})$$

velocidade do modelo sob oscilação forçada:

A expressão da força de lift do modelo intuitivo pode ser escrita da seguinte forma a partir da solução do oscilador fluido obtida anteriormente, além da expressão de

$$\Delta \Omega = \frac{2C^L \Omega}{A} \frac{\pi_2 S}{Z^{CL}} = \frac{2C^L}{A} \frac{\pi_2 S}{Z^{CL}} (1 + \alpha \sigma) \cong \frac{2C^L}{A} \frac{\pi_2 S}{Z^{CL}}$$

Lembrando que $2\alpha q = \frac{2C^L \Omega}{A} \frac{\pi_2 S}{Z^{CL}}$ e que $\frac{Z^{CL}}{A} = O(\alpha)$, então

$$\Delta \Omega = 2\alpha q$$

Como $b_2^0 = 1$ corresponde ao ciclo limite do oscilador fluido quando o modelo é fixo, sem oscilação, e $(b_2^0)^{max}$ é a amplitude na situação ressonante com o modelo oscilante, então os valores de interesse que representam o fenômeno estão neste intervalo. Na faixa de amplitudes $1 \leq b_2^0 \leq (b_2^0)^{max}$, correspondendo aos valores $0 \leq |\sigma| \leq q$, a solução é sempre estável. Sendo assim, fica definida a faixa de ocorrência de *lock-in*, pois a frequência de oscilação é a imposta, $\Omega = 1 + \alpha \sigma$, e a solução é estável. Definida a banda de *lock-in* como $\Delta \Omega = 1 + \alpha \sigma - (1 - \alpha \sigma) = 2\alpha \sigma$, e como $0 \leq |\sigma| \leq q$, portanto

$$\text{se } b_4^0 \geq \sigma^2 \text{ então } -(2b_2^0 - 1) \pm \sqrt{b_4^0 - \sigma^2} > 0.$$

$$\text{se } b_4^0 < \sigma^2 \text{ então } b_2^0 > 1/2$$

negativa. Portanto,

Para que a solução seja assintoticamente estável, a parte real dos autovalores deve ser

obtem-se:

Na ressonância $\Omega = 1$, ou seja, $\sigma = 0$. Portanto, a partir da equação de frequência,

$$(b_0)^{MAX} = \frac{(C^L)^{FIXO}}{(C^L)^{FORCADO}}$$

A razão entre as duas expressões acima resulta

$$C^L \omega_s (b_0)^{MAX} Z^{CL} = U(C^L)^{FORCADO}$$

De modo análogo, no caso do modelo com oscilação quando $\Omega = 1$ ($b_0 = (b_0)^{MAX}$)

$$\frac{1}{2} p D C^L U \omega_s Z^{CL} = \frac{1}{2} p D U^2 (C^L)^{FIXO} \Rightarrow C^L \omega_s Z^{CL} = U(C^L)^{FIXO}$$

$$(F^L)^{MODELO} = (F^L)^{EXPERIMENTAL}$$

modelo fixo

Quando o modelo é fixo, $b_0 = 1$ e quando ele oscila $1 > b_0 \leq (b_0)^{max}$. Então no caso do

$$(F^L) = \frac{1}{2} p D C^L U \omega_s Z^{CL} b_0$$

Se desprezados termos de ordem α ($\frac{Z^{CL}}{A} = O(\alpha)$),

$$\beta = \frac{\mathfrak{E}(Z^{CL} \omega_s^2)}{4}$$

Logo:

resultando $(C^L)^2 = \frac{\pi}{4} \frac{A}{D} (C^L)_{FIXO} (\Delta \Omega)_{EXP} \cdot$ Com o valor de C^L , obtêm-se Z^{CL} .

$$Z^{CL} = \frac{2C^L}{A} \frac{\pi S}{(\Delta \Omega)_{EXP}}$$

$$C^L = (C^L)_{FIXO} \frac{2\pi S Z^{CL}}{D}$$

Os coeficientes C^L e β são obtidos a partir das seguintes expressões:

$$\alpha = \frac{2q}{(\Delta \Omega)_{EXP}}$$

Então o coeficiente α é obtido através da expressão

$$b = \sqrt{b_2^0 (b_2^0 - 1)} \Big|_{b_0 = (b_0)_{MAX}}$$

Simetizando as etapas de obtenção dos coeficientes do modelo fenomenológico, tem-se:

- do desenvolvimento do modelo fenomenológico surgem três coeficientes a serem determinados: C_L , α e β

- do ensaio com o modelo cativo, determina-se o coeficiente $(C_L)_{FIXO}$

- do ensaio com oscilação forçada, determina-se o coeficiente $(C_L)_{FORCADO}$ para $\omega_1 = \omega_s$ e a largura de banda de lock in $(\Delta\Omega)_{EXP}$

- o coeficiente α é determinado pela expressão

$$\alpha = \frac{2q}{(\Delta\Omega)_{EXP}} \text{ onde } q = \left[\frac{(C_L)_{FORCADO}}{(C_L)_{FIXO}} \right]^2 \left\{ \left[\frac{(C_L)_{FORCADO}}{(C_L)_{FIXO}} \right]^2 - 1 \right\}^2$$

- o coeficiente C_L é determinado através de $(C_L)^2 = \frac{\pi D}{4A} (C_L)_{FIXO} (\Delta\Omega)_{EXP}$

$$\beta = \frac{3(Z_{CL}\omega_s)^2}{4}$$

- e finalmente o coeficiente β é obtido através da expressão

$$Z_{CL} = \frac{(C_L)_{FIXO}}{D} \frac{C_L}{2\pi S} \quad \text{ou} \quad Z_{CL} = \frac{2C_L}{A} \frac{\pi^2 S}{(\Delta\Omega)_{EXP}}$$

- determina-se o valor da amplitude do ciclo limite Z_{CL} pela expressão

3.3 Modelo de Iwan e Blevins

Entre os modelos analíticos e semi-empíricos existentes, o modelo desenvolvido por IWAN; BLEVINS (1974) adotado neste trabalho em função de características descritas adiante, foi obtido através de raciocínio análogo ao modelo intuitivo, considerando a variação de momento num volume de controle englobando a estrutura e parte do escoamento para determinação das forças atuantes na estrutura. O modelo utiliza ainda uma *hidden variable*, que no modelo intuitivo corresponderia ao deslocamento do oscilador fluido z . A equação resultante para a parte fluida é também do tipo van der Pol. Os coeficientes a serem determinados dependem dos mesmos ensaios descritos no caso do modelo intuitivo.

As características que contribuíram para a escolha do modelo de Iwan e Blevins são:

- proximidade com resultados experimentais;
- utilização de parâmetros no modelo assentados em princípios teóricos, baseados no fenômeno hidroelástico;
- capacidade preditiva do modelo já que a determinação destes parâmetros não é feita utilizando os resultados que o modelo pretende estimar, e sim ensaios de oscilação forçada e de modelo cativo;
- a referência utilizada apresenta a descrição da metodologia de desenvolvimento e determinação experimental dos parâmetros;

O modelo matemático considera a estrutura exposta ao escoamento como um sistema linear constituído por uma massa, um elemento de restauração e um elemento de dissipação, sujeito a um termo forçante correspondendo ao carregamento que surge devido ao desprendimento dos vórtices.

O escoamento nas proximidades do corpo, na esteira do mesmo é modelado como um oscilador não-linear auto-excitado e auto-limitado (equação de van der Pol). As hipóteses nas quais se baseiam o modelo são:

- desconsideração dos efeitos viscosos para o escoamento exterior a uma pequena região próxima à superfície do corpo, na sua esteira ;

- a esteira de vórtices possui configuração e frequência de desprendimento bem definidas;

- a vorticidade do escoamento é gerada nas proximidades da superfície do corpo, sendo que os vórtices crescem uniformemente até sua máxima intensidade, movendo-se depois a jusante;

- o escoamento é bidimensional;

- a força do escoamento sobre o cilindro depende somente da velocidade e aceleração relativa à secção;

- o escoamento é correlacionado, ou seja, o campo de pressões numa secção do corpo está correlacionado com qualquer outra secção adjacente, podendo-se admitir que o carregamento atue em todo o comprimento do modelo considerado.

Quanto à hipótese de que o escoamento seja bidimensional, isto é considerado para efeito de modelar o fenômeno para uma seção transversal da estrutura. De fato existe uma tridimensionalidade embutida no modelo, já que alguns dos seus coeficientes são obtidos de ensaios com modelos experimentais de comprimento finito, onde existe a tridimensionalidade do escoamento devido ao comprimento do modelo e principalmente à ausência de oscilação, no caso do modelo cativo, piorando a condição de correlação entre secções adjacentes, conforme discutido no item 2.5 e ilustrado no Gráfico 2.

O oscilador associado à estrutura é descrito por uma equação diferencial linear ordinária de segunda ordem,

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\zeta^r \omega^n \frac{dy}{dt} + \omega^n y = f(z, t)$$

onde: ω^n = frequência natural da estrutura, $\omega^n = \sqrt{k/m}$;

m = massa da estrutura + massa virtual da estrutura;

c = coeficiente de amortecimento da estrutura;

k = coeficiente de restauração da estrutura;

ζ^r = coeficiente de amortecimento total, $(\zeta^s \sqrt{k m / \omega^n} + \zeta^r)$;

ζ^s = coeficiente de amortecimento estrutural;

ζ^r = coeficiente de amortecimento fluido, $\zeta^r = a_4 \rho D U / (2 m \omega^n)$;

$f(z, t)$ = termo forçante, descrito pela expressão:

$$f(z, t) = \frac{\rho D^2 a_4}{m} \frac{dz}{dt}$$

O oscilador associado ao escoamento fluido é descrito por uma equação diferencial

não linear ordinária de segunda ordem,

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{a_1 - a_4}{a_2} U \frac{dz}{dt} - \frac{a_0}{a_2} \frac{D}{Dt} \left(\frac{dz}{dt} \right) + \omega_z^2 z = g(y, t)$$

onde $g(y, t)$ é o termo forçante do sistema fluido, dependente das oscilações da estrutura

e do tempo, escrito por

$$g(y, t) = \frac{a_4}{a_2} U \frac{dy}{dt} + \frac{a_0}{a_2} \frac{D}{Dt}$$

A variável z , designada pelos autores como fictícia ou *hidden variable*, não possui

significado físico algum.

Os parâmetros a_i , $0 \leq i \leq 4$, são determinados a partir dos resultados de dois ensaios

distintos utilizando:

- modelo sem liberdade de oscilação, ou seja, $y(t) = 0$;
- modelo com imposição de movimento harmônico conhecido, $y(t) = A \sin(\omega_1 t)$.

Do primeiro ensaio onde $y(t) = 0$, medindo a força de *lift* L , a velocidade do escoamento U e a velocidade de translação dos vórtices desprendidos u_v , e utilizando as três equações abaixo, obtêm-se relações entre os parâmetros a_0 e a_4 :

A partir de dados experimentais de vários autores, Iwan e Blevins obtiveram os seguintes valores médios para um cilindro circular na faixa do número de Reynolds subcrítico:

relações acima.

Arbitrando-se um dos cinco parâmetros a_i , os restantes são determinados através das

$$\lim_{A_y \rightarrow 0} \frac{\partial C_{F(y)}}{\partial \left(\frac{D}{A_y}\right)} = 4\pi S \left[\frac{6 \left(\frac{D}{A_z}\right)^4 (2\pi S)^4 a_z}{(C_{F(y)})^2} - a_4 \right]$$

harmônico conhecido, e utilizando uma quarta relação quando o modelo é fixo. Do segundo ensaio, com imposição de um movimento harmônico conhecido, e utilizando uma quarta relação quando o modelo é fixo. O sobresscrito refere-se à condição experimental, sendo igual a zero onde Γ é a circulação dos vórtices, A_z é a amplitude do oscilador fluido e $C_{F(y)}$ é o coeficiente de lift. O sobresscrito refere-se à condição experimental, sendo igual a zero

$$\left\{ \begin{aligned} \Gamma &= a_0 (2\pi S)^2 A_z^2 U^2 \\ C_{F(y)} &= \frac{2|L|}{\rho D U^2} = 4\pi S a_4 \frac{A_z^2}{D} \\ a_4 &= 2\pi S a_0 \frac{U^2}{n_i} \end{aligned} \right.$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_z^2 z &= a_1 - a_4 \frac{D}{dz} U \frac{dz}{dt} - \frac{a_0}{a_2} \frac{D}{dz} U \frac{dz}{dt} + \frac{a_0}{a_4} \frac{D}{dz} U \frac{dz}{dt} \\ \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\omega_n (\zeta_s + \zeta_p) \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 y &= \frac{m}{D} \frac{D}{dz} U \frac{dz}{dt} \end{aligned} \right\}$$

O sistema de equações que define a dinâmica de vibrações no modelo Iwan e Blevins é

$$a_4 = 0,38$$

$$a_2 = 0,20$$

$$a_1 = 0,44$$

$$a_0 = 0,48$$

Os parâmetros a_i calculados a partir dos dados anteriores resultam em

$$\lim_{A_y \rightarrow 0} \frac{\partial C_{F(y)}}{\partial A_y} = 1,68 \quad e \left(\frac{D}{A_y} \right)$$

$$S = 0,20$$

$$\frac{n_i}{T} U UD = 0,40$$

$$C_{F(y)}^0 = 0,50$$

lembrando que ζ_s é o coeficiente de amortecimento estrutural e ζ_f o coeficiente de

amortecimento fluido, $\zeta_f = a^4 \rho D U / (2m\omega_n)$. O sistema de equações obtido de modo

intuitivo e simplificado é

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_z^2 z &= (2\omega_s \alpha - \frac{\rho D U C_L}{2m_f}) \frac{dz}{dt} - 2\omega_s \alpha \beta \left(\frac{dz}{dt} \right)^3 + \frac{\rho D U C_L}{2m_f} \frac{dy}{dt} \\ \frac{d^2 y}{dt^2} + (2\omega_n \zeta_f + \frac{\rho D U C_L}{2m}) \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 y &= \frac{\rho D U C_L}{2m} \frac{dz}{dt} \end{aligned} \right.$$

Observa-se assim a semelhança entre os modelos apresentados.

4. DESCRIÇÃO DA PARTE EXPERIMENTAL

Os ensaios de *vortex shedding* IPT (1994 a,b) foram realizados no Tanque de Provas do Agrupamento de Hidrodinâmica da Divisão de Tecnologia de Transportes do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo. O Tanque, com dimensões nominais de 280 m de comprimento, 6 m de largura e 4 m de profundidade, possui um carro dinâmométrico capaz de se deslocar com velocidades constantes na faixa de 0,1 a 3,0 m/s ao longo de toda a sua extensão.

O objetivo dos ensaios realizados foi obter a resposta de uma estrutura cilíndrica de seção circular imersa em um escoamento incidente devido ao desprendimento de vórtices. Foram realizados também ensaios de decaimento para determinação dos coeficientes de amortecimento para utilização nas simulações numéricas do modelo analítico.

4.1 Descrição do Aparato Experimental

O dispositivo apresentado nas Fotos 1 e 2 foi dimensionado e construído para reproduzir as condições previstas na modelagem teórica. É constituído por uma base metálica rígida, com faces paralelas e em esquadro, onde eixos para rolamentos lineares foram montados. Nestes eixos é acoplado um carrinho através de quatro rolamentos lineares, onde o modelo é fixado por uma haste. Os rolamentos garantem movimento suave e atrito reduzido.

Foto 1 - Dispositivo de Ensaio Instalado no Carro Dinamométrico



As séries temporais das grandezas foram registradas com um microcomputador, utilizando-se uma placa de conversão Analógico/Digital com resolução de 12 bits da LYNX, gerenciada pelo programa de aquisição de dados AQDADOS, do mesmo fabricante. Este programa, além do gerenciamento, possibilitou a conversão dos sinais de tensão elétrica para unidades convenientes, o ajuste de fatores de calibração e a visualização dos sinais durante as medições, facilitando a monitoração dos ensaios do carro.

As grandezas medidas durante os ensaios foram o deslocamento transversal do modelo através de um sonar e a velocidade de deslocamento do carro dinamométrico, no qual o dispositivo fora fixado, através de um transdutor de rotação ótico junto a uma das rodas

Molas helicoidais, na função de elementos de restauração vinculam o carrinho à base. Estas molas foram confeccionadas e calibradas medindo-se seus deslocamentos em função da aplicação de cargas estáticas na faixa de deslocamentos esperados. Através da variação destas molas a frequência natural do conjunto ensaiado pôde ser variada.

arrito existente nos mancais. Aumenta-se o comprimento do modelo e, o comprimento do modelo está relacionado à bidimensionalidade do escoamento e ao os seus resultados;

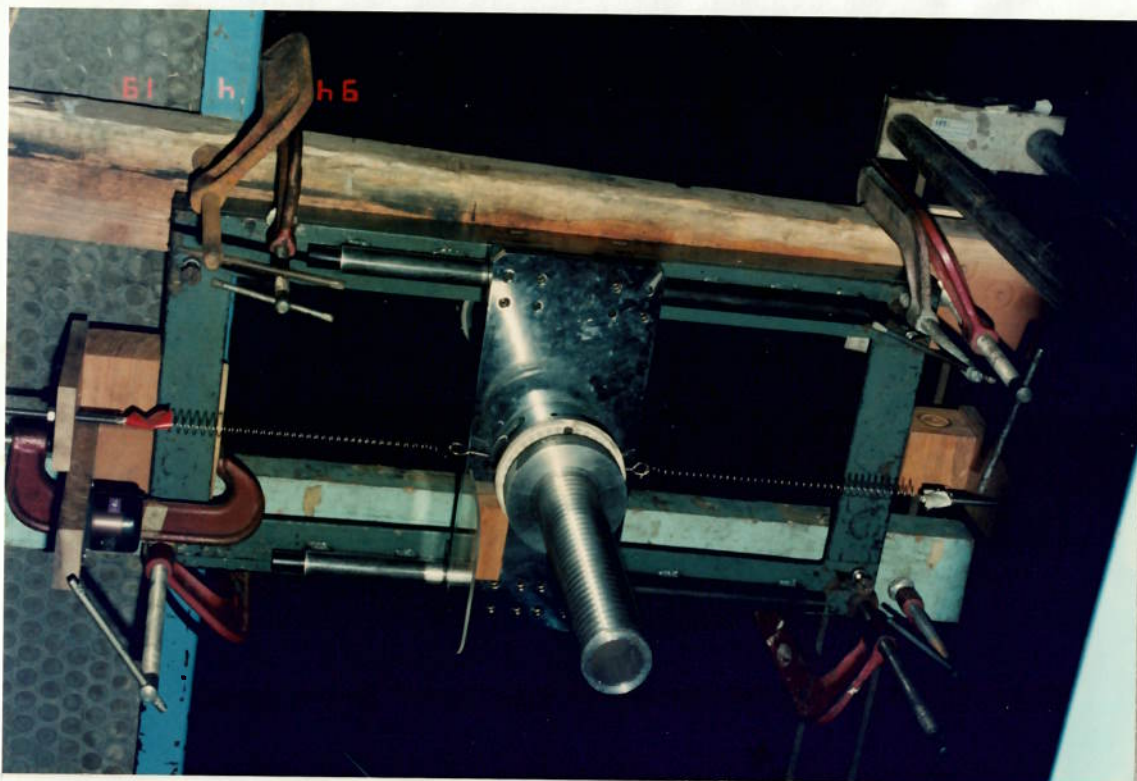
• a qualidade das medidas efetuadas está diretamente relacionada à ordem de grandeza das variáveis medidas, ou seja, quanto maiores os seus valores, melhores

também considerados os seguintes aspectos:

dimensões do tanque e na faixa de valores de velocidade do carro dinâmométrico. Foram A determinação das dimensões do modelo e das condições de ensaio foi baseada nas

4.2 Descrição do Modelo e das Condições de Ensaio

Foto 2 - Detalhe do Modelo com Molas Acopladas no Dispositivo de Ensaio



O modelo é constituído de um tubo de secção circular, de paredes lisas e paralelas, fechado em ambas as extremidades através de tampas de vedação. As massas

Características do Modelo Liso	
Dímetro Externo D (m)	0,11
Comprimento L (m)	1,95
Massa no ar (kg/m)	2,90
Massa adicional (kg/m)	9,50
Massa total m (kg/m)	26,91
Material	PVC

Tabela 1 - Dados do Modelo Liso

ensaio utilizadas.

Na Tabela 1 estão as características do modelo utilizado e na Tabela 2 as condições de

experimentalmente.

- o fato de o modelo atravessar a superfície livre não afeta os resultados, pois devido às velocidades envolvidas, a onda gerada é desprezível. Tal hipótese foi verificada
- as massas do carrinho, da haste que vincula o modelo ao dispositivo e da instrumentação acoplada a ele são consideradas como parte da massa total do modelo. Como por construção o sistema possui apenas um grau de liberdade, o de translação, esta consideração não prejudica a comparação com resultados teóricos, onde estas massas são distribuídas ao longo do comprimento do cilindro;
- amortecimento estrutural já que por hipótese está sendo adotado um modelo rígido;
- o atrito existente no dispositivo de ensaio é considerado como a parcela de consequentemente a força sobre o mesmo, para que a parcela de atrito não interfira nos ensaios, especialmente em baixas velocidades;

apresentadas na tabela acima são por unidade de comprimento, pois o modelo analítico é bidimensional. A massa total do modelo corresponde a massa do modelo no ar + massa adicional + massa do dispositivo e instrumentação acoplada ao modelo, que é de 14,51 kg. A massa adicional foi calculada considerando-se um coeficiente de massa adicional unitário.

Tabela 2 - Condições de Ensaio do Modelo Liso

Condição	A	B
ω_n (rad/s)	1,671	2,238
U (m/s)	0,146	0,196
Re	16090	21550

Obs.: A velocidade U acima refere-se a situação de coincidência da frequência de *Strouhal* com a natural (ressonância).

4.3 Descrição do Procedimento de Ensaio

O dispositivo descrito anteriormente foi fixado ao carro dinâmométrico com seu grau de liberdade normal ao sentido de deslocamento do carro, observando-se seu nivelamento e alinhamento.

Foram realizados ensaios com modelo livre, onde o carro era deslocado em várias velocidades ao longo do tanque, permitindo que o modelo oscilasse transversalmente devido ao desprendimento dos vórtices.

A cada condição de ensaio, fosse ela uma velocidade distinta ou uma frequência natural distinta (condição A ou B), foram efetuadas corridas longas aproveitando toda a

As séries temporais foram analisadas no domínio da frequência através do programa de análise harmônica ANHARM, desenvolvido na DITT-IPT. Os sinais de deslocamento transversal do modelo possuem um espectro de potência de banda estreita, conforme ilustra o Gráfico 4, indicando a existência de uma frequência bem característica. Assim, admitiu-se a frequência de pico do espectro como a frequência de excitação predominante em cada ensaio. A partir do cálculo do momento espectral de ordem zero,

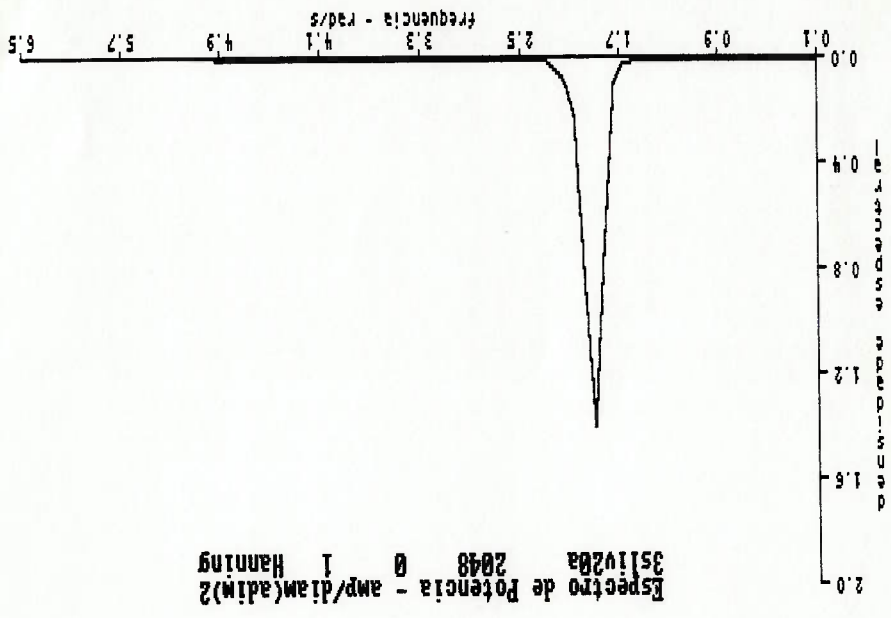
4.4 Tratamento dos Dados de Ensaio

Também foram realizados ensaios de decaimento no ar com o dispositivo utilizado para a determinação da sua contribuição de dissipação, considerada nas simulações como parcela de amortecimento estrutural. A amplitude inicial de deslocamento durante o decaimento foi da ordem do diâmetro dos modelos, característica do fenômeno na região ressonante. Massas foram acrescentadas ao dispositivo para reproduzir a massa do modelo, já que o mecanismo de dissipação é o atrito seco, dependente da força normal atuante sobre os rolamentos.

Algumas condições foram realizadas mais de uma vez visando avaliar a repetibilidade dos resultados, dependente das condições experimentais, dos procedimentos de ensaio e do próprio fenômeno. caracterização do fenômeno e a sua análise estatística. extensão útil do tanque para a obtenção de séries temporais longas, melhorando a

As velocidades de cada corrida foram obtidas através da análise estatística da série temporal do sinal de velocidade utilizando o AQPADOS, obtendo-se um valor médio. O coeficiente de amortecimento estrutural ζ_s foi obtido através do ajuste de uma envoltória exponencial nos picos iniciais das curvas experimentais de decaimento do dispositivo no ar.

Gráfico 4 - Espectro de Potência do Sinal de Deslocamento Adimensional



onde m_0 é o momento espectral de ordem zero.

$$\left(\frac{D}{A}\right)_{RMS} = \sqrt{2 m_0}$$

característica do ensaio:

obteve-se o valor da amplitude equivalente à energia do sinal, sendo considerada como

Procurou-se avaliar as incertezas experimentais para a definição de um intervalo onde o resultado obtido na forma de um valor médio estivesse inserido com um certo grau de confiança. Obteve-se a variabilidade do processo metrológico a partir das repetições feitas para a avaliação da repetibilidade dos resultados em um dos casos estudados. Para os casos onde não foram realizadas repetições, admitiu-se que o mesmo desvio-padrão pudesse ser considerado, assumindo que fosse representativo das incertezas sistemáticas e aleatórias do ensaio, não havendo dependência com a mudança da mola utilizada ou outros fatores não considerados.

O intervalo de confiança da média obtida é calculado a partir do desvio-padrão, do nível de significância desejado e do número de repetições efetuadas (WAENY, 1992). A expressão para a amplitude do intervalo de confiança é a seguinte:

$$d(X) = t(n - 1, \frac{\alpha}{2}) * \frac{s}{\sqrt{n}}$$

onde X : média da grandeza medida;

n : número de repetições da medida (graus de liberdade);

α : nível de significância;

s : desvio-padrão estimado da medida efetuada;

$t(n - 1, \frac{\alpha}{2})$: t de student para $(n - 1)$ repetições e $\frac{\alpha}{2}$ nível de significância.

O intervalo de confiança fica então definido como sendo:

$$X - d(X) < X < X + d(X)$$

O nível de significância utilizado foi de 95 %.

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E COMPARAÇÃO COM

ESTIMATIVAS TEÓRICAS

Os resultados experimentais e as comparações com resultados teóricos são apresentados na forma de gráficos e tabelas. Algumas séries temporais de oscilação dos modelos lisos ilustram o aspecto característico das oscilações observadas durante os ensaios.

Os resultados teóricos foram obtidos com a simulação no domínio do tempo do sistema de equações do modelo de Iwan e Blevins. A simulação foi feita através do programa SIMNON, utilizando os coeficientes originais do modelo apresentados no item 3.3, além do valor de amortecimento estrutural obtido experimentalmente e apresentado adiante.

São apresentados gráficos com curvas de A/D (amplitude adimensional) em função de UT_n / D , velocidade reduzida, onde U é a velocidade do escoamento incidente, T_n é o período natural da estrutura e D o diâmetro da sua seção transversal.

Os Gráficos 5 a 7 apresentam trechos da amplitude de deslocamento adimensional, A/D , para três velocidades de escoamento distintas ao longo do tempo.

Gráfico 6 - Série Temporal de A/D do Modelo Liso Condição B, $U = 0,22$ m/s

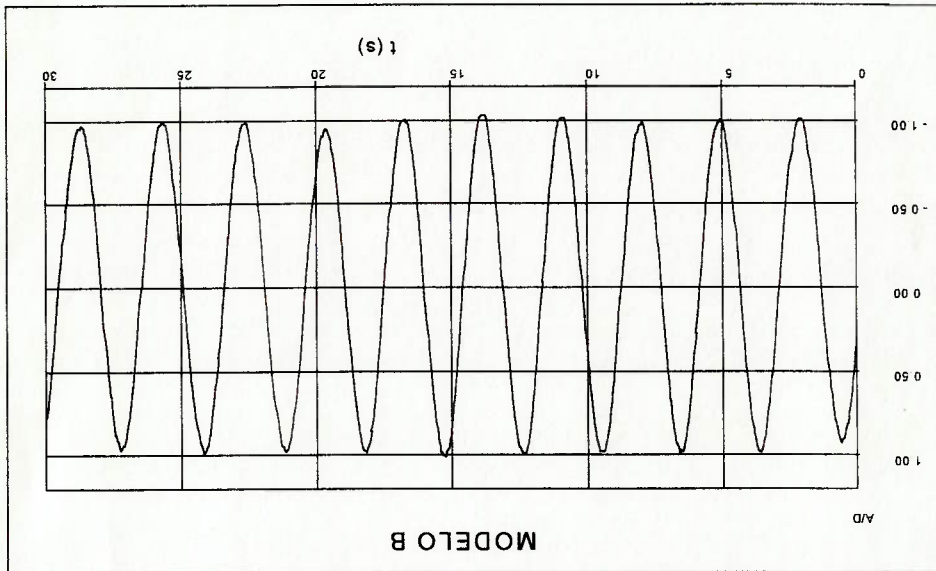
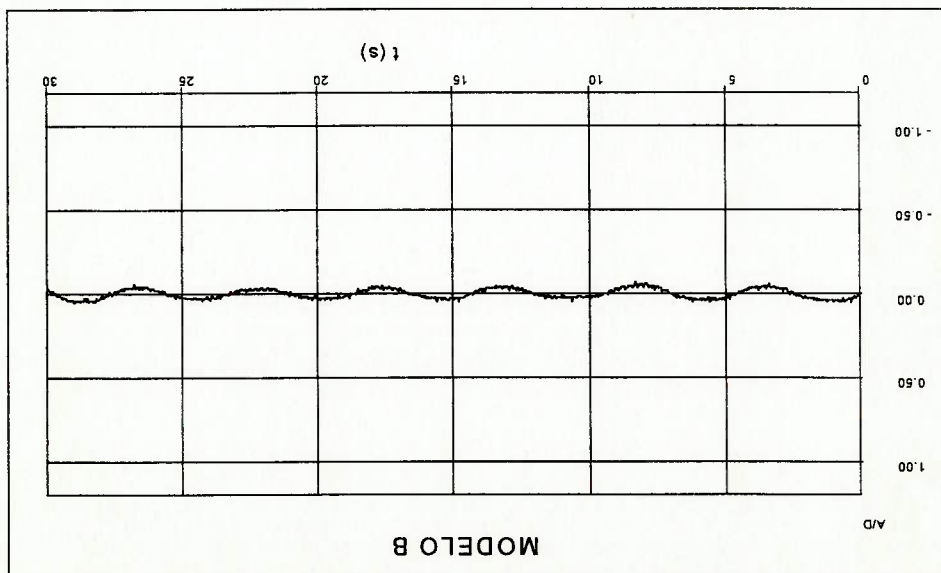


Gráfico 5 - Série Temporal de A/D do Modelo Liso Condição B, $U = 0,13$ m/s

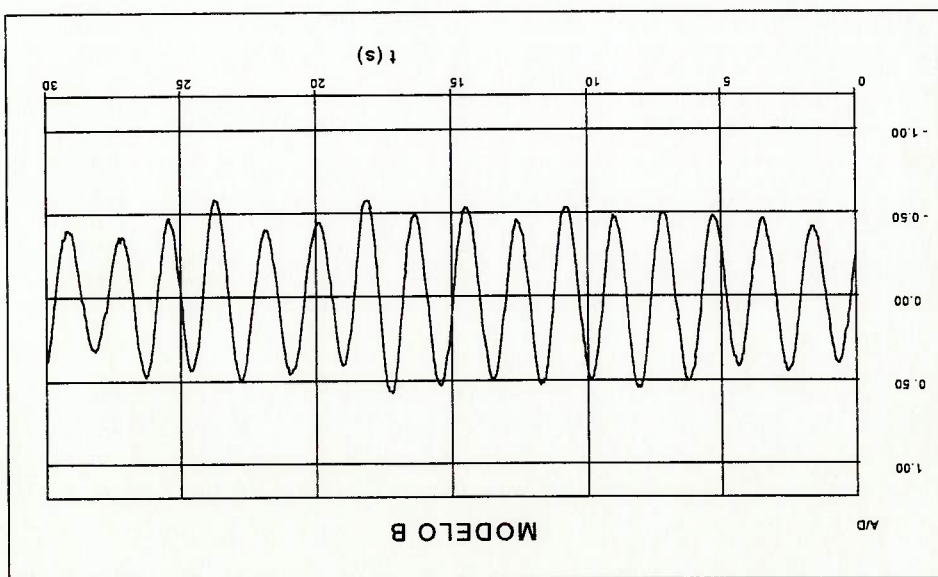


O Gráfico 8 apresenta resultados com o modelo livre, onde foram feitas repetições de um mesmo caso para verificar a repetibilidade dos resultados obtidos, associada às condições experimentais e ao próprio fenômeno. Como a dispersão apresentada é pequena, e tendo em vista a dificuldade de realizar repetições para todas as situações de ensaio, assumiu-se que este desvio obtido poderia ser transferido para todos os outros casos, admitindo que estivesse relacionado apenas às condições experimentais, não dependendo do tipo de modelo, da velocidade incidente, nem da frequência de oscilação da estrutura.

apresentadas a seguir, este fato fica bem caracterizado.

Nos gráficos anteriores as oscilações em torno de uma posição de equilíbrio possuem caráter quase-harmônico. É possível observar o aumento da oscilação com o aumento da velocidade do escoamento incidente, passando pela condição ressonante (Gráfico 6), e a posterior diminuição para velocidades maiores. Nas curvas de $A/D \times UT_n / D$

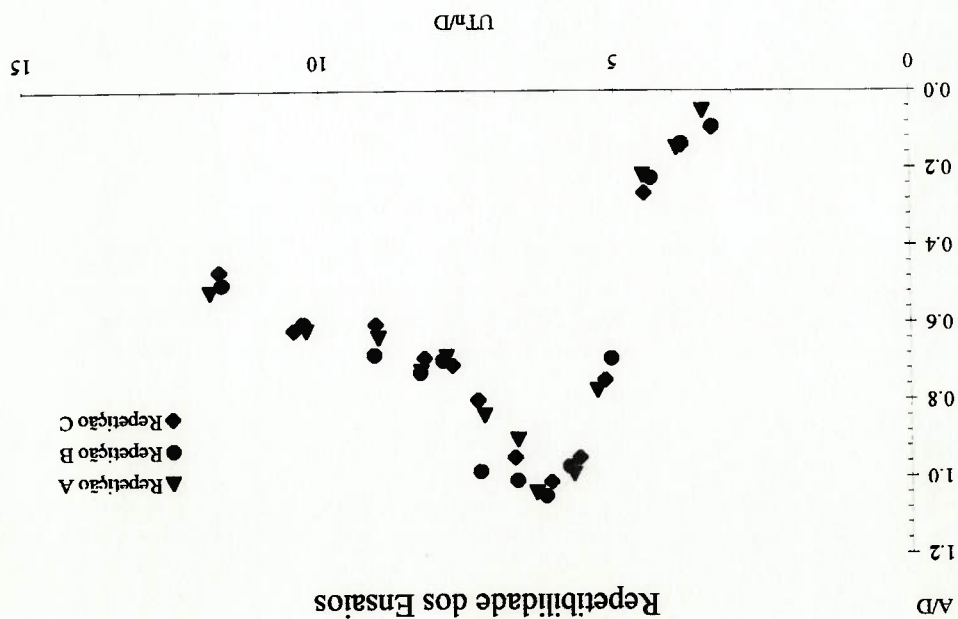
Gráfico 7 - Série Temporal de A/D do Modelo Liso Condição B, $U = 0,45 \text{ m/s}$



Repetição A			Repetição B			Repetição C		
U (m/s)	UT ^μ D	A/D	U (m/s)	UT ^μ D	A/D	U (m/s)	UT ^μ D	A/D
0,464	11,842	0,519	0,457	11,664	0,500	0,458	11,689	0,468
0,401	10,234	0,621	0,403	10,285	0,601	0,409	10,438	0,621
0,353	9,009	0,638	0,356	9,086	0,683	0,355	9,060	0,605
0,325	8,295	0,726	0,326	8,320	0,729	0,323	8,244	0,692
0,308	7,861	0,687	0,311	7,937	0,697	0,304	7,759	0,711
0,283	7,223	0,838	0,286	7,299	0,985	0,287	7,325	0,802
0,261	6,661	0,902	0,262	6,687	1,009	0,263	6,712	0,950
0,249	6,355	1,040	0,243	6,202	1,048	0,239	6,100	1,014
0,224	5,717	0,992	0,227	5,793	0,971	0,220	5,615	0,950
0,208	5,309	0,777	0,199	5,079	0,692	0,203	5,181	0,749
0,177	4,517	0,218	0,172	4,390	0,225	0,176	4,492	0,265
0,154	3,930	0,148	0,151	3,854	0,136	0,151	3,854	0,142
0,137	3,497	0,052	0,131	3,343	0,093	0,131	3,343	0,096

Tabela 3 - Dados dos Ensaios de Repetibilidade

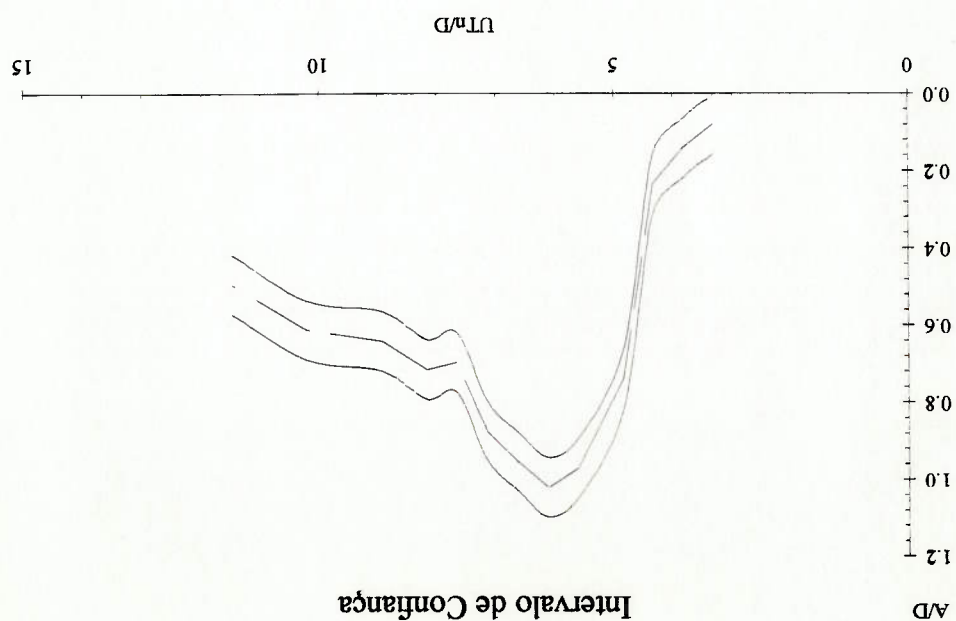
Gráfico 8 - Ensaio de Repetibilidade dos Ensaios (Modelo Liso Condição B)



U (m/s)	UT/D	Intervalo Inf.	Média	Intervalo Sup.
0,130	3,318	0,003	0,080	0,157
0,150	3,828	0,065	0,142	0,219
0,170	4,339	0,159	0,236	0,313
0,190	4,849	0,662	0,739	0,816
0,220	5,615	0,894	0,971	1,048
0,240	6,125	0,945	1,022	1,099
0,260	6,636	0,877	0,954	1,031
0,280	7,146	0,798	0,875	0,952
0,300	7,657	0,621	0,698	0,775
0,320	8,167	0,639	0,716	0,793
0,350	8,933	0,565	0,642	0,719
0,400	10,209	0,537	0,614	0,691
0,450	11,485	0,419	0,496	0,573

Tabela 4 - Dados do Intervalo de Confiança de A/D Calculados

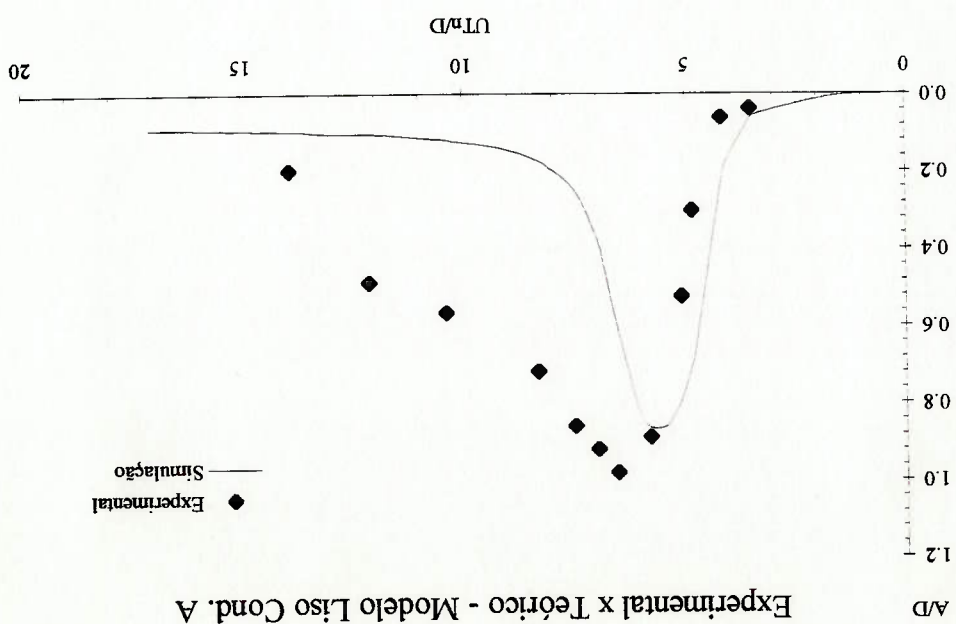
Gráfico 9 - Intervalo de Confiança Obtido a partir dos Ensaios de Repetibilidade



A/D		U (m/s)	UT [#] D	Experimental	Teórico
		0,103	3,521	0,039	0,064
		0,122	4,170	0,082	0,222
		0,142	4,854	0,303	0,700
		0,149	5,093	0,525	0,788
		0,170	5,811	0,889	0,865
		0,192	6,563	0,981	0,605
		0,205	7,007	0,921	0,378
		0,220	7,520	0,860	0,248
		0,244	8,340	0,638	0,173
		0,304	10,391	0,566	0,120
		0,355	12,135	0,426	0,105
		0,407	13,912	0,198	0,097

Tabela 5 - Dados do Ensaio de Modelo Liso Condição A

Gráfico 10 - Ensaio x Teoria - Modelo Liso Condição A

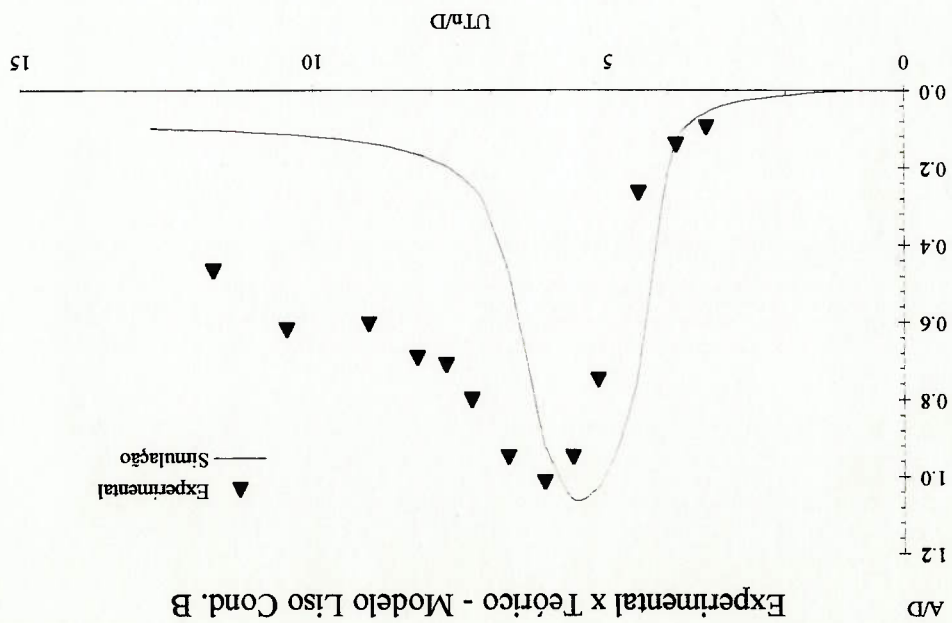


Através dos Gráficos 10 e 11, onde são comparados resultados experimentais com curvas obtidas da simulação das equações diferenciais do modelo de Iwan e Blevins,

A/D		U (m/s)	UT/D	Experimental	Teórico
0,458	11,689	0,468	0,105		
0,409	10,438	0,621	0,115		
0,355	9,060	0,605	0,138		
0,323	8,244	0,692	0,166		
0,304	7,759	0,711	0,197		
0,287	7,325	0,802	0,249		
0,263	6,712	0,950	0,470		
0,239	6,100	1,014	0,924		
0,220	5,615	0,950	1,060		
0,203	5,181	0,749	1,030		
0,176	4,492	0,265	0,730		
0,151	3,854	0,142	0,135		
0,131	3,343	0,096	0,058		

Tabela 6 - Dados do Ensaio de Modelo Liso Condição B

Gráfico 11 - Ensaio x Teoria - Modelo Liso Condição B



nota-se que existe uma boa aderência dos dados experimentais, principalmente na região de máximas amplitudes (*lock in*), indicando que o modelo analítico tem uma capacidade preditiva razoável, já que prediz os valores de amplitude e frequência nesta região, utilizados na estimativa de vida em fadiga de estruturas sujeitas ao *VIV*.

Como mencionado anteriormente, o amortecimento do dispositivo utilizado foi considerado como parcela de dissipação estrutural, que no modelo analítico estudado é modelada como um termo linear proporcional à velocidade de oscilação da estrutura, ou seja, $F_{DISSIPACAO} = -c \frac{dy}{dt}$, onde c é a constante de amortecimento. O atrito seco é o mecanismo de dissipação do dispositivo, devido a sua construção, acarretando em uma

parcela não linear do tipo $F_{DISSIPACAO} = -\mu g \text{sign}(\frac{dy}{dt})$, onde μ é coeficiente de atrito seco e $\text{sign}(\frac{dy}{dt})$ é a função que atribui o sinal da velocidade ao termo dissipativo. O

coeficiente de amortecimento adimensional ζ utilizado nas simulações foi calculado a partir dos dados de decaimento do dispositivo no ar. Da igualdade da potência dissipada num ciclo pelas parcelas linear e não linear mencionadas acima, apresentada a seguir, obtém-se uma expressão de equivalência entre os dois mecanismos de amortecimento:

$$\int_0^T \frac{1}{T} \int_0^T \text{sign}(\frac{dy}{dt}) \frac{dy}{dt} dt = \int_0^T \frac{1}{T} c \frac{dy}{dt} \frac{dy}{dt} dt$$

Se $\frac{dy}{dt} = \omega^n A(T) \sin(\omega^n t)$, então, substituindo na expressão acima, e integrando-as,

obtem-se a equivalência das parcelas através do coeficiente

$$c = \frac{4 \mu m g}{\pi \omega^n A(T)}$$

Devido ao empuxo, o peso efetivo dos modelos sobre o dispositivo é $(1 - \frac{m}{2m_a})mg$,

onde m_a é a massa adicional. Logo:

$$\zeta_s = \frac{c}{2m\omega^n} = \frac{2}{\mu g} \frac{\pi \omega^n A(T)}{2m_a} (1 - \frac{m}{2m_a})$$

O Gráfico 12 apresenta a curva de decaimento do dispositivo no ar. O ensaio foi realizado com força normal atuante nos rolamentos equivalente a dos ensaios com os modelos acoplados ao dispositivo, acrescentando massa ao carrinho do mesmo.

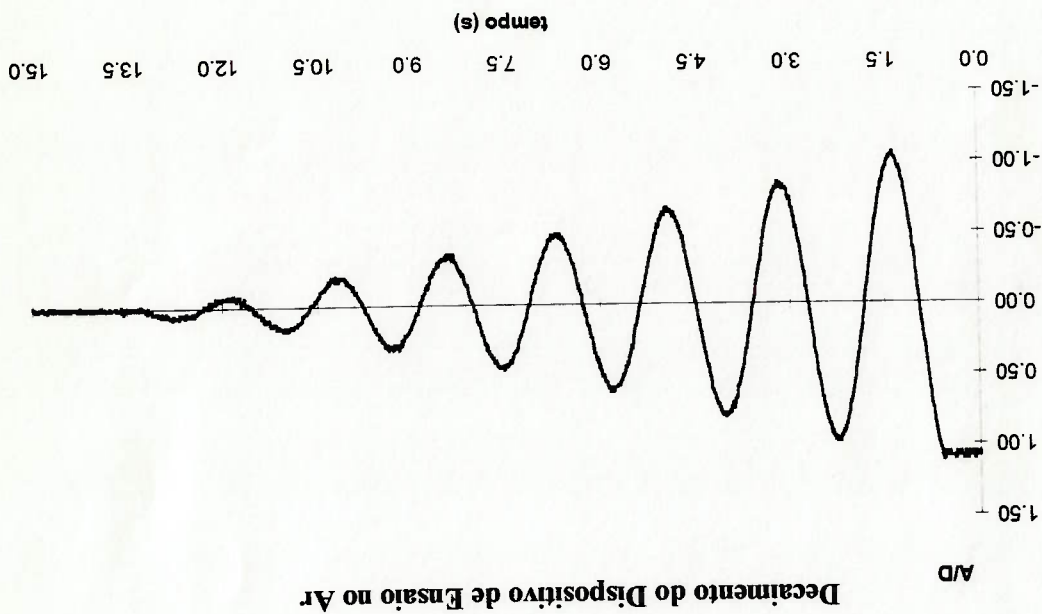


Gráfico 12 - Curva de Decaimento no Ar do Dispositivo de Ensaio

Considerando a equação do oscilador linear com o coeficiente de amortecimento c

equivalente abaixo

$$\frac{d^2 y}{dy} - \omega_n^2 y = -\frac{4}{\mu g} \frac{\pi \omega_n A(T)}{dt}$$

e se $y = A(T) \cos(\omega_n t)$ e $T = \varepsilon t$, então:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega_n^2 y - 2\omega_n \frac{dA(\varepsilon t)}{dt} \sin(\omega_n t)$$

Da igualdade das duas expressões anteriores:

$$\frac{dA(t)}{dt} = -\frac{2}{\mu g} \pi \omega_n$$

$$A(t) - A_0 = -\frac{2}{\mu g} \pi \omega_n t = -\zeta_{EQUIVAL} t$$

O decaimento das amplitudes de oscilação do oscilador não-linear (atrito seco) livre é linear, como demonstrou a expressão acima.

Para verificar se de fato a dissipação do dispositivo segue o modelo de atrito seco, ou seja, se as amplitudes de oscilação decrescem linearmente com o tempo, foi calculada a

regressão dos picos máximos. O Gráfico 13 apresenta a comparação entre os picos extraídos da curva de decaimento do Gráfico 12 e a regressão calculada com estes mesmos pontos, demonstrando a proximidade entre eles e, consequentemente, a consistência da consideração feita quanto a linearidade do decaimento e quanto ao mecanismo de dissipação do dispositivo.

Linearidade do Decaimento do Dispositivo

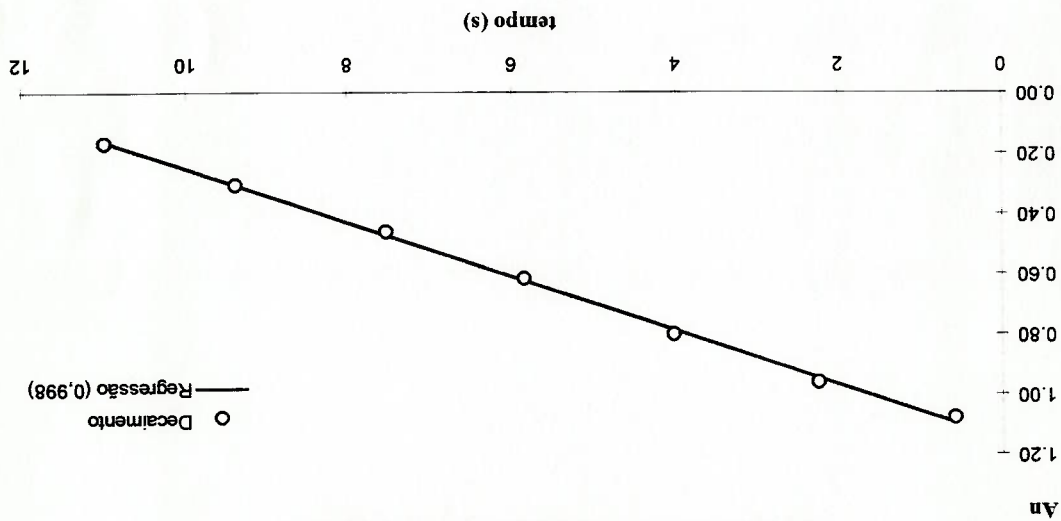


Gráfico 13 - Linearidade do Decaimento das Amplitudes de Oscilação do Dispositivo

O coeficiente ζ_s médio obtido a partir dos pontos experimentais, segundo a expressão $\zeta_s = \frac{1}{A_n} (1 - \frac{A_0}{A_n})$, é 0,0215. O coeficiente de atrito μ do dispositivo na condição de

ensaio é:

$$\mu = \frac{\pi \omega_z^2 A_0}{g} \zeta_s = 5,554 \cdot 10^{-3}$$

e o coeficiente de amortecimento estrutural adimensional utilizado nas simulações para as condições do modelo liso foram:

- condição A: $\zeta_s = 0,0308$;
- condição B: $\zeta_s = 0,0171$.

O Gráfico 14 apresenta a comparação entre os pontos experimentais e resultados de simulação considerando-se a parcela linearizada de dissipação do dispositivo e inserindo no modelo o termo não linear de atrito seco, ambos para o modelo liso, condição B. A proximidade entre os dois é bastante próxima. Além destes pontos são apresentados pontos experimentais obtidos por KHALAK, WILLIAMSON (1996), em condições experimentais semelhantes às do IPT, utilizando um dispositivo de ensaio com baixa dissipação. Os pontos são coincidentes, sendo que ambos apresentam o patamar de amplitude após o pico de ressonância.

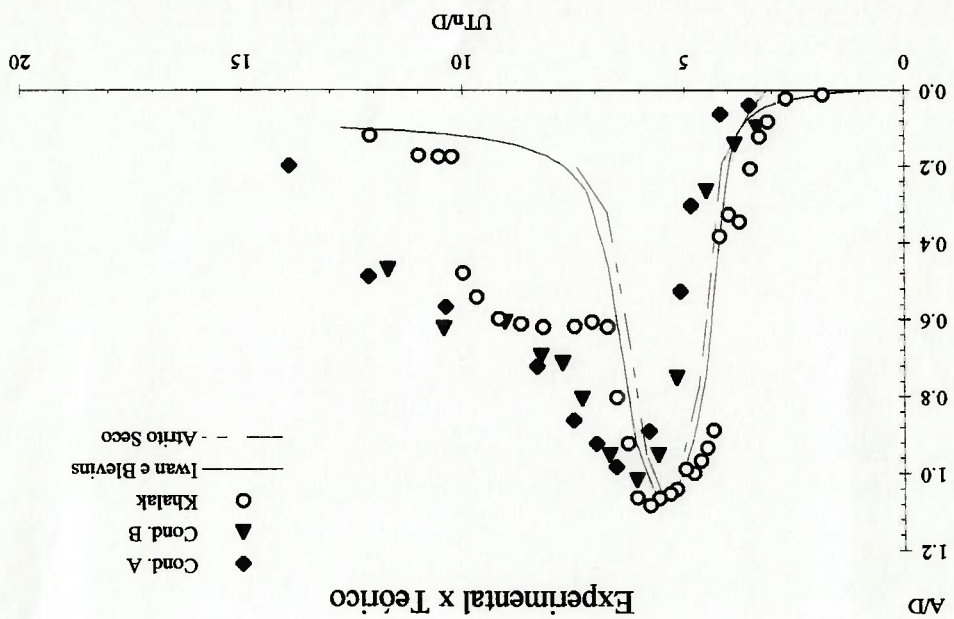


Gráfico 14 - Amplitude Adimensional x Velocidade Reduzida Teórica e Experimental

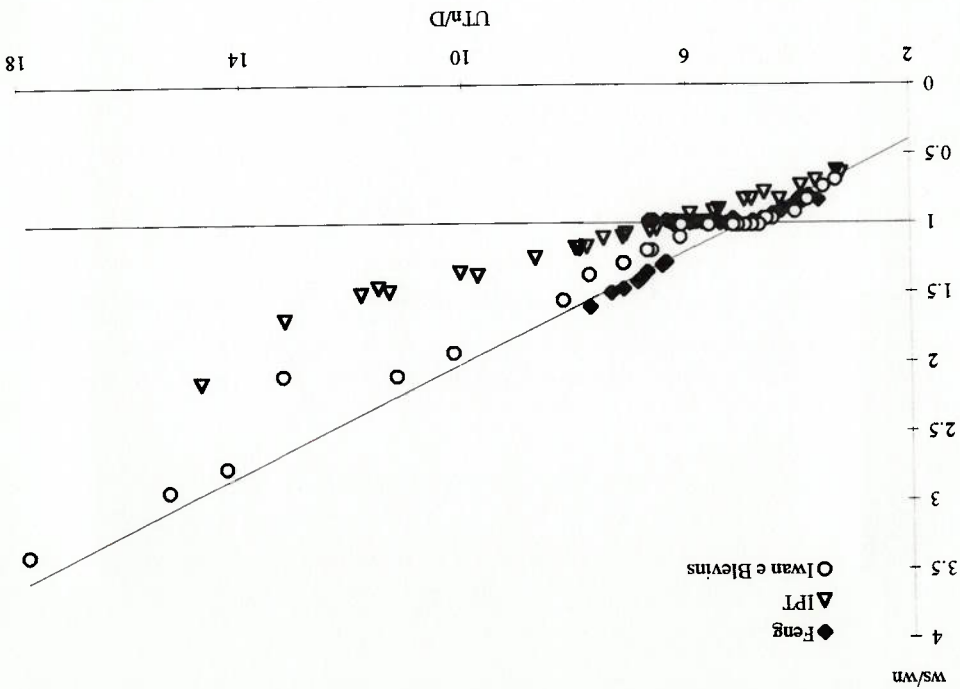
Os resultados obtidos da simulação utilizando os coeficientes acima estão próximos dos dados experimentais. No caso da condição A, a diferença entre as amplitudes é de aproximadamente 11,8% e no caso da condição B, 4,4%. Em ambas as condições, o pico de ressonância ocorre em velocidades inferiores às observadas durante os ensaios, 11,5% menor na condição A e 7,9% menor na condição B. Esta tendência foi observada também por Iwan e Blevins na comparação do modelo aos resultados experimentais de Feng. Neste caso a diferença observada era mais acentuada, sugerindo a inclusão de um termo no modelo para tentar ajustar a ocorrência do pico conforme as observações experimentais.

Outro aspecto observado nas comparações entre os resultados teóricos e experimentais é que no caso dos ensaios, a resposta dos modelos após o pico ressonante possui amplitudes maiores que na simulação numérica, sugerindo a existência de um patamar.

Este comportamento pode estar relacionado com a faixa mais ampla de *lock in* de estruturas imersas em água quando comparado aos resultados obtidos no ar, conforme ilustram os Gráficos 1 e 2 da seção 2.3 e o Gráfico 15, lembrando que os coeficientes do modelo analítico estão diretamente vinculados à largura de banda de *lock in*, determinada experimentalmente.

O Gráfico 15 apresenta a comparação entre as frequências adimensionais ω_s/ω_n obtidas experimentalmente por Feng e pelo IPT e as determinadas a partir da análise das séries temporais obtidas na simulação do modelo de Iwan e Blevins para várias velocidades de escoamento incidente utilizando os parâmetros do modelo liso condigão B. Nota-se que a banda de *lock in* do modelo analítico se aproxima mais dos pontos de Feng, suportando a hipótese quanto às diferenças observadas entre os resultados teóricos e experimentais após a região de ressonância.

Gráfico 15 - Curva de Frequência Adimensional x Velocidade Reduzida



6. MODELOS COM SUPRESSOR DE VÓRTICES

Partindo da descrição simplificada do processo de formação da esteira de vórtices fornecida no item 2.2, é possível destacar três pontos nos quais se poderia intervir visando modificar o comportamento da esteira:

- linhas ou pontos de desprendimento de vórtices (*separation* ou *point lines*);
- camadas desprendidas (*shear* ou *entrainment layers*);
- ponto de confluência (*confluence point*).

ZDRAVKOVICH (1989) em sua coletânea classifica as soluções de supressão existentes com base nos pontos acima destacados da seguinte forma:

- protuberâncias (*surface protrusions*): colocadas sobre a superfície do corpo em e/ou fazendo surgir linhas ou pontos de desprendimento de vórtices bem definidos. Alguns exemplos deste tipo são os *strakes*, *spoilers*, *fins* (aletas), estêras e fios;

- coberturas vazadas (*shrouds*): uma espécie de capa envolvente com orifícios que permitem a passagem do escoamento, cuja função é atuar sobre as camadas que se desprendem, desorganizando o escoamento do fluido, provocando o aparecimento de um número grande de pequenos vórtices desordenados, minimizando então a contribuição destas camadas na formação da esteira de vórtices;

- estabilizadores (*near wake stabilisers*) : estruturas que quando colocadas na esteira do corpo, afetam a alternância do ponto de confluência. Bandeiras (*flags*), duros (*guiding vanes*), placas (*guiding plates*) e aerofólios ou carenadores (*fairings*) são exemplos desta família de supressores.

Foram utilizados alguns modelos cujo intuito foi não só verificar a efetividade de elementos passivos de supressão como *strakes* e *flags*, mas também a influência de fatores como a redução do número de supressores, o amortecimento fluido e o acabamento superficial na minimização das oscilações transversais. Os modelos são apresentados através das Fotos 3 a 9 e da Figura 5.



Foto 3 - Modelo com Supressor Tipo *Strake*, 03 *Strakes*, Altura 0,10 D e Passo 18 D

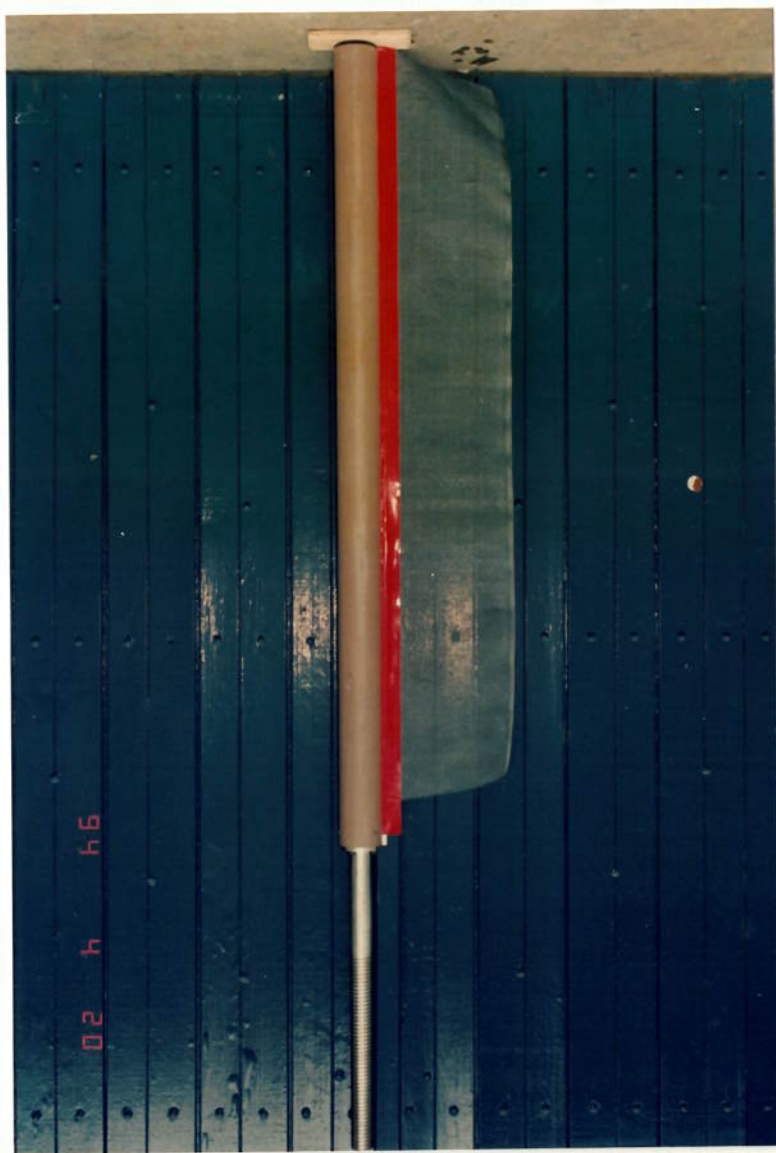


Foto 4 - Modelo com Supressor Tipo *Flag*, Largura 3 D

Foto 5 - Modelo com Supressor Tipo *Strakes*, 02 *Strakes*, Altura 0,10 D e Passo 18 D
(Modelo A)



Foto 6 - Modelo com Supressor Tipo Strakes, 02 Strakes, Altura 0,10 D e Passo 18 D (Modelo B)

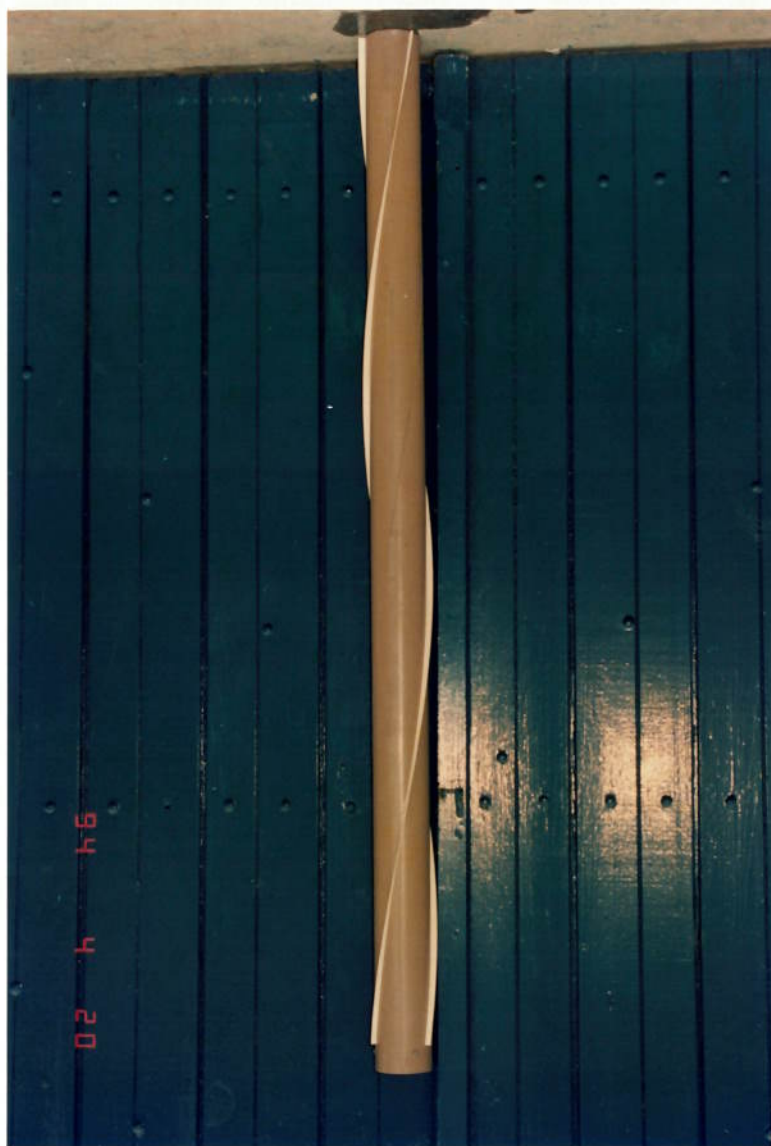


Foto 7 - Modelo com Supressor Tipo *Sirake*, 01 *Sirake*, Altura 0,10 D e Passo 18 D
(Modelo A)



Foto 8 - Modelo com Supressor Tipo *Strake*, 01 *Strake*, Altura 0,10 D e Passo 18 D
(Modelo B)



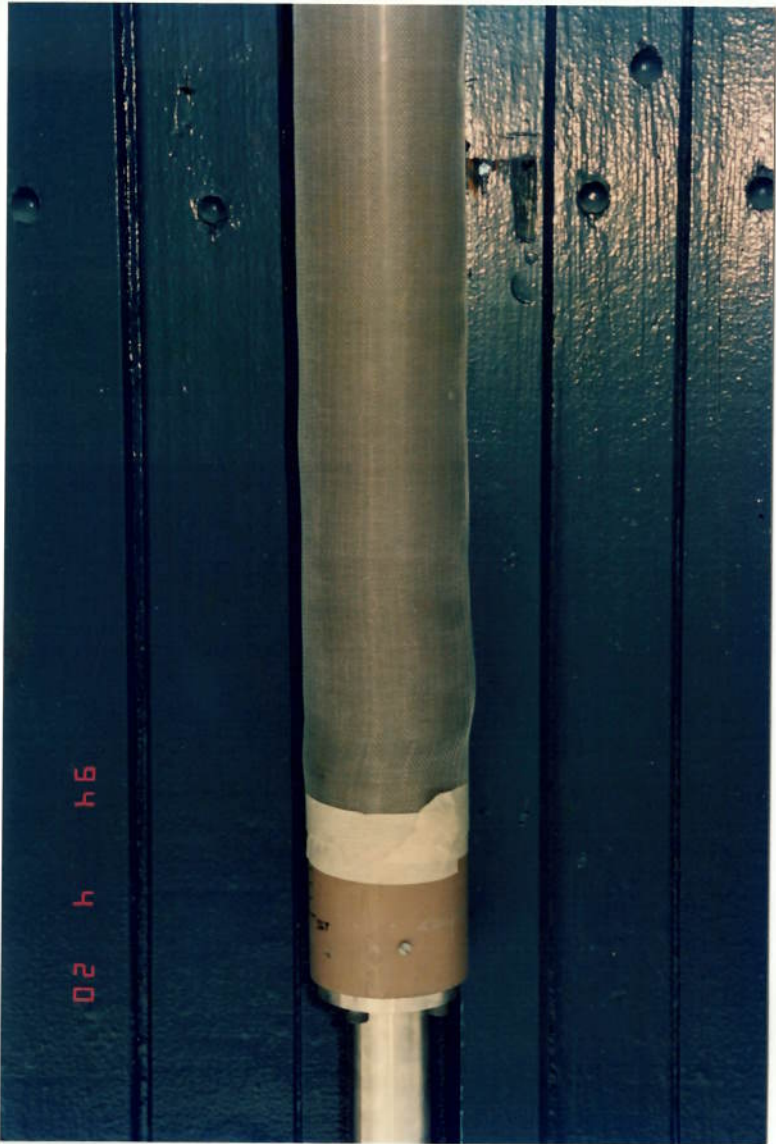


Foto 9 - Modelo Rugoso

Supressores tipo *strake* e *flag*:

No Gráfico 16 é apresentada a comparação entre a curva teórica do modelo liso e a do mesmo modelo com três *strakes* rígidos com altura 0,10 D e passo de 18 D (Foto 3). A redução observada é total em toda a faixa de comparação.

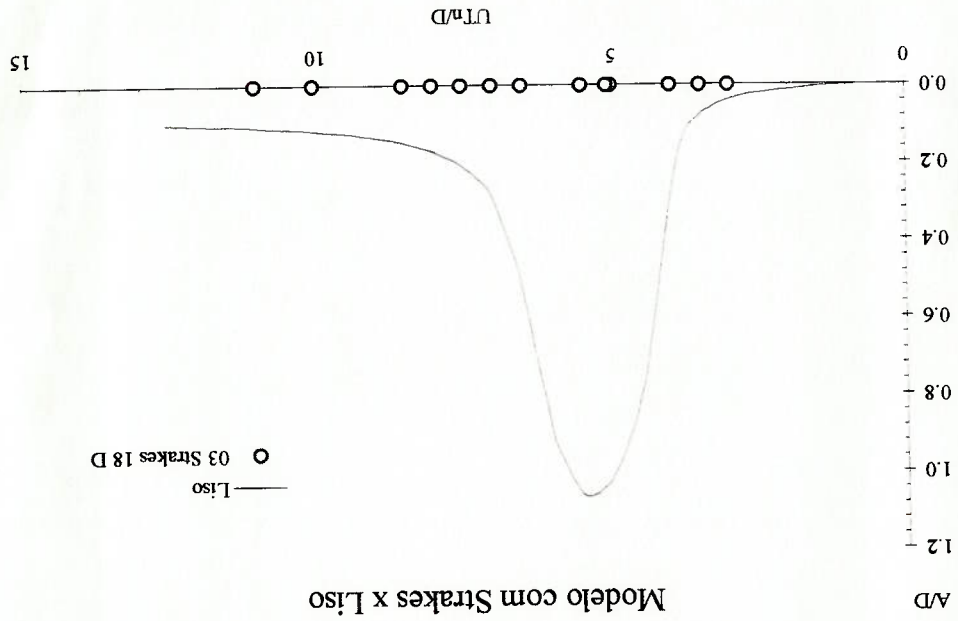
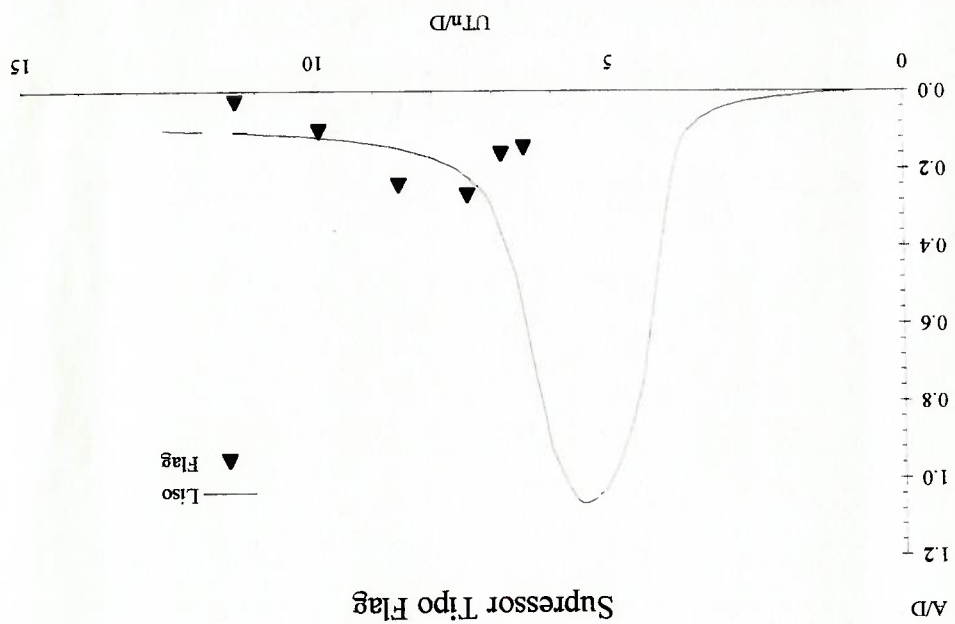


Gráfico 16 - Comparação entre Modelo Liso e com Supressor Tipo 03 Strakes, Altura 0,10 D e Passo 18 D

O Gráfico 17 apresenta a resposta do modelo com um supressor tipo *flag*, colocado ao longo de todo o comprimento submerso, com largura de 03 D, constituído de tela de *nylon* flexível.

O *flag* também se mostrou como uma alternativa eficaz e simples. Com o aumento da velocidade de escoamento assemelha-se a uma placa rígida, indicando que placas também seriam efetivas na minimização das oscilações transversais. Relativamente a sua aplicação em estruturas, é necessário que o supressor possa se alinhar ao escoamento. Uma outra vantagem é a diminuição do arrasto da estrutura na direção do escoamento incidente devido à sua presença, fato que não ocorre na aplicação dos *strakes* HOERNER (1965).



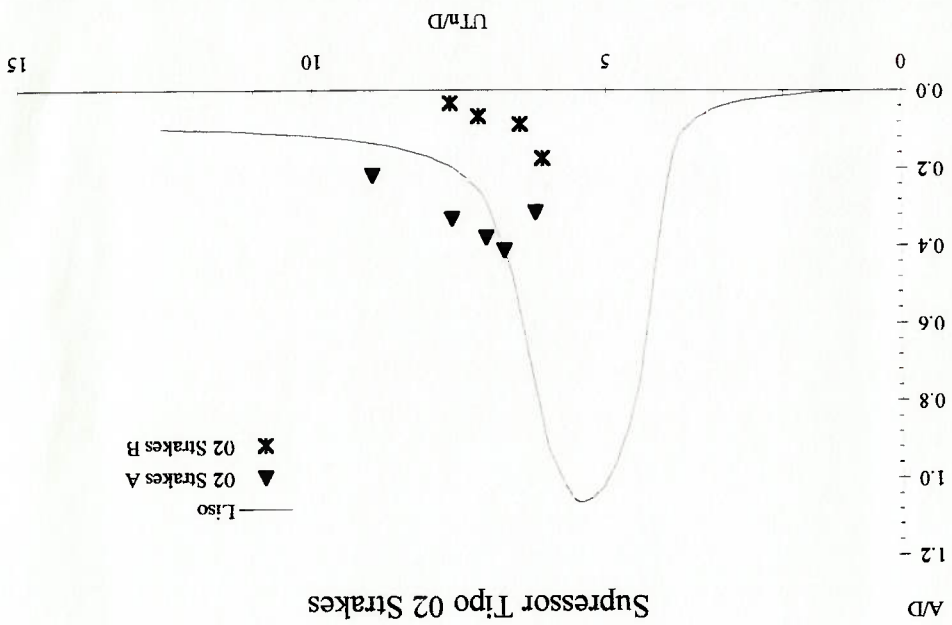
Efeito da redução do número de *strakes*:

Aproveitando as condições existentes, foram gerados quatro outros modelos distintos com a retirada de *strakes* do modelo original, sendo dois deles com apenas um *strake* e os outros com dois *strakes*. A idéia básica destes modelos foi verificar a sensibilidade da

resposta com as alterações mencionadas. A distinção entre os pares pode ser observada nas Fotos 5 a 8, cujas áreas frontais ao escoamento diferem entre si.

Nos Gráficos 18 e 19 são apresentadas as respostas dos quatro modelos gerados, com *strakes* de mesmas características do modelo anterior, mas com redução do número de

supressores.



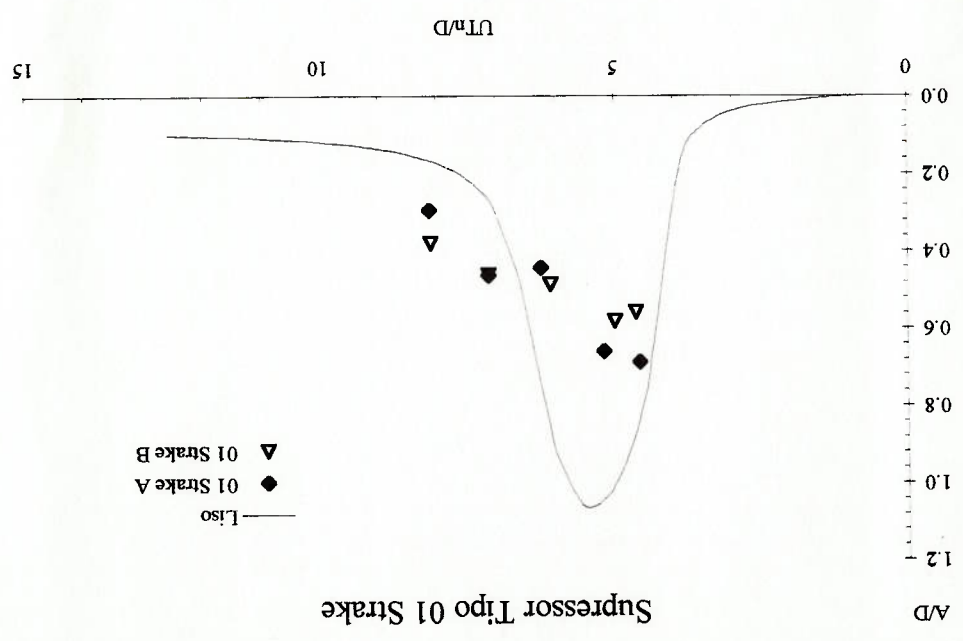
No Gráfico 18 observa-se que há uma redução na efetividade do supressor com a retirada de um *strake*, além da diferença de resposta entre o modelo A e B (02 *strakes*).

Para efeito de quantificação desta rugosidade, considerou-se que a rugosidade relativa, definida como a razão entre a altura média das irregularidades superficiais e o diâmetro do corpo, seja calculada tomando-se o diâmetro do fio da tela como a dimensão do modelo liso, conforme ilustra o Gráfico 20.

Através da colocação de uma tela de *nylon* sobre a superfície do modelo liso, verificou-se a existência de uma redução nas amplitudes seguindo a mesma tendência de resposta do modelo liso, conforme ilustra o Gráfico 20.

Efeito da rugosidade:

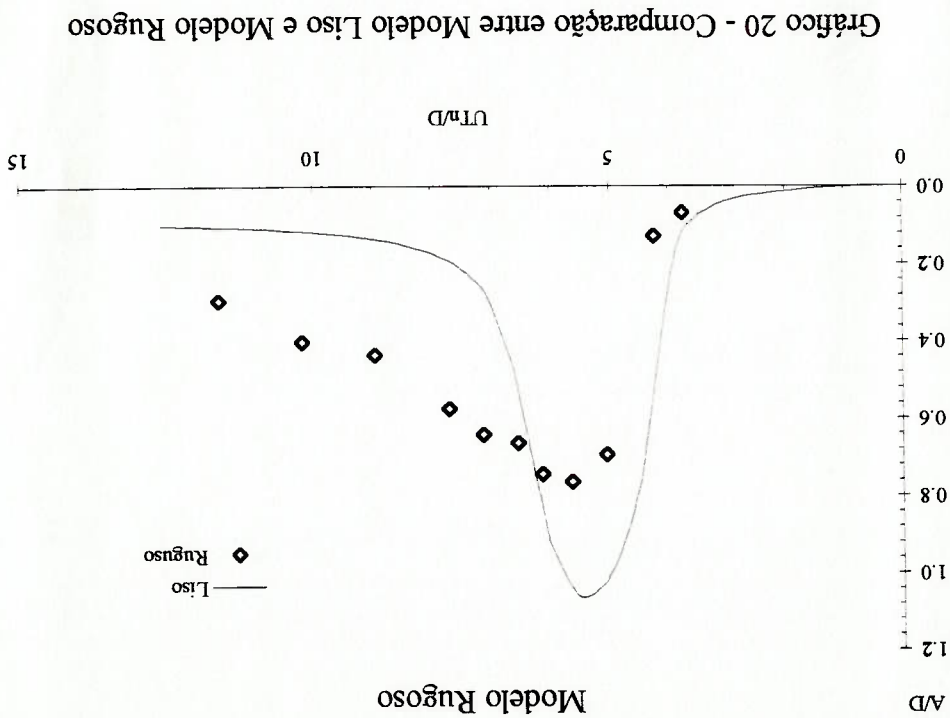
Gráfico 19 - Comparação entre Modelo Liso e com Supressor Tipo 01 *Strake*, Altura 0,10 D e Passo 18 D



No Gráfico 19 os modelos com apenas um *strake* apresentavam uma redução maior na efetividade do supressor. Neste caso a resposta já não é tão sensível à área frontal de incidência de escoamento, como no caso dos modelos com dois *strakes*.

A idéia de utilizar os modelos com aletas consistiu em inserir algum apêndice que supostamente não afetasse muito o escoamento através da seção, consequentemente, a formação dos vórtices, mas que aumentasse o amortecimento fluido no sentido transversal ao escoamento. Foram então colocadas aletas paralelas ao comprimento do modelo, com mesma altura dos strakes utilizados, verificando-se no Gráfico 21 a resposta dos modelos, onde nota-se que existe uma redução das oscilações, embora os modelos ainda apresentassem um comportamento distinto na região após o pico

Efeito do amortecimento fluido:



característica das irregularidades. Desta forma, a rugosidade relativa obtida é de aproximadamente 0,0001.

ressonante, onde a amplitude de oscilação é mantida, ampliando a faixa de frequência de ocorrência de máximas amplitudes.

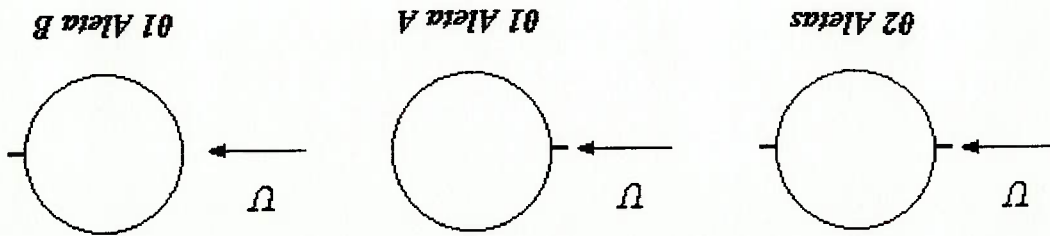


Figura 5 - Modelos com Aletas

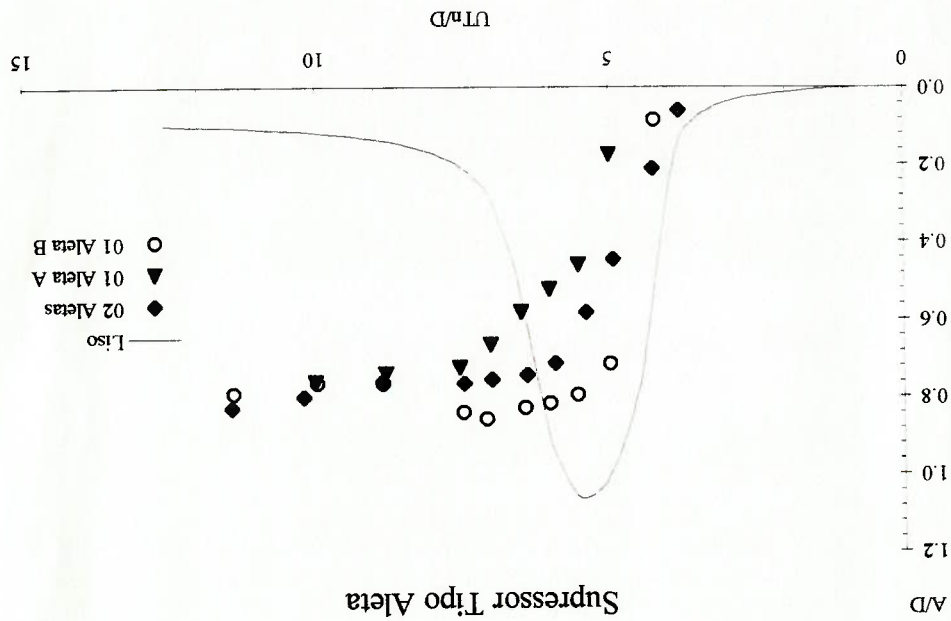


Gráfico 21 - Comparação entre Modelo Liso e Modelo com Aletas

Parte da efetividade dos supressores adotados poderia ser atribuída ao mecanismo de dissipação fluida, análogo aos osciladores lineares, cujo amortecimento é fundamental na determinação das amplitudes na região ressonante. No entanto aparentemente este não se mostrou um fator fundamental, segundo os resultados experimentais obtidos.

7. CONCLUSÕES E FUTURAS INVESTIGAÇÕES

As conclusões extraídas do estudo desenvolvido e apresentado neste trabalho são:

- as comparações entre os resultados experimentais e os obtidos da simulação das equações do modelo de Iwan e Blevins demonstram a validade do modelo para a estimativa das amplitudes de oscilação de uma estrutura rígida com um grau de liberdade de translação, sujeita a um escoamento uniforme e unidirecional em torno da região de ressonância do sistema. O modelo também reproduz a tendência observada nos ensaios, bem como a faixa de frequências e/ou velocidades de ocorrência do fenômeno;

- a utilização do modelo de Iwan e Blevins para a estimativa dos resultados apresentados através da ferramenta computacional utilizada (SIMNON) é fácil e rápida, permitindo a exploração do modelo em várias situações de interesse, como análises de sensibilidade dos parâmetros envolvidos;

- o modelo teórico é sensível à variação do coeficiente de amortecimento estrutural, conforme demonstram as curvas obtidas utilizando coeficientes distintos para as condições A e B do modelo liso;

- os supressores utilizados se mostraram eficientes na redução das oscilações. Quanto à influência dos fatores estudados, pôde-se verificar que o amortecimento fluido não é a

parcela fundamental na minimização das vibrações, pois supressores que acrescentam uma grande dissipação fluida se mostraram menos eficientes que os *strakes*, por exemplo. Provavelmente o mecanismo de supressão esteja diretamente relacionado à alteração do escoamento;

- a capacidade laboratorial de execução de ensaios nesta área ficou demonstrada através da qualidade das medidas feitas, que reproduziram os resultados apresentados na literatura.

O caso de uma estrutura supostamente rígida, possuindo apenas um grau de liberdade, sob a ação de um escoamento laminar uniforme possui uma certa distância dos casos práticos. Geralmente as estruturas possuem um número maior de graus de liberdade e o escoamento ao qual estão sujeitas não tem um caráter tão simplificado, podendo variar tanto em intensidade, quanto em direção de incidência ao longo do comprimento da estrutura.

Algumas sugestões para futuras investigações visando incrementar o modelo e aproximá-lo aos casos práticos são:

- utilização de modelos flexíveis com mais graus de liberdade, mais próximos da realidade das estruturas sujeitas a ação de *vortex shedding*; incorporando o efeito das oscilações da estrutura;

- estudo detalhado e sistemático das estruturas de supressão de vórtices, visando o entendimento do mecanismo de supressão, a determininação dos fatores que afetam seu desempenho, como por exemplo as oscilações da estrutura, o regime de escoamento incidente e outros, e a proposição de um modelo analítico ou semi-empírico para dimensionamento destas estruturas a partir dos dados do problema.
- estudo de estruturas com ângulos de inclinação em relação ao escoamento incidente, representando situações como a de um tubo em catenária sob ação da correnteza, elementos de jaquetas, etc.;
- utilização de perfis de escoamento não uniformes (*shear flow*) para o estudo do fenômeno de *lock-in*;

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARANHA, J.A.P. 1996. *Notas de aula*. São Paulo. 18 p. (Notas de aula, Departamento de Engenharia Naval da Escola Politécnica da USP)
- BLEVINS, R.D. 1977. *Flow-induced Vibrations*. New York: Van Nostrand Reinhold Company. 363 p.
- CHEN, Y.N. 1972. Fluctuating Lift Forces of the Karman Vortex Streets on Single Circular Cylinders and in Tube Bundles, Part 1 - The Vortex Street Geometry of the Single Circular Cylinder. *Journal of Engineering for Industry*. Transactions of the ASME. p.603-612. may.
- HOERNER, S.F. 1965. *Fluid-dynamic drag*. New York. v. paginações.

INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS DO ESTADO DE SÃO PAULO

- S.A. 1994. Divisão de Tecnologia de Transportes. *Uma Introdução ao Problema de Vortex Shedding. Modelos Matemáticos Simplificados*. São Paulo. 54 p. (Relatório n.º 32.542).

- _____. 1994. Divisão de Tecnologia de Transportes. *Análise Experimental de Vibrações Induzidas por Vortex Shedding no Captador de Águas Profundas*. São Paulo. 98 p. (Relatório n.º 32.506).

- IWAN, W.D., BLEVINS, R.D. 1974. A model for vortex induced oscillation of structures. *Journal of Applied Mechanics*. Transactions of the ASME. p.581-586. sept.

- KHALAK, A., WILLIAMSON, C.H.K. 1996. Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping. (submetido para publicação ao *Journal of Fluids and Structures*, jul.).

- MEIROVITCH, L. 1986. *Elements of Vibration Analysis*. New York: McGraw-Hill. 560 p.
- MENEGHINI, J.R. 1993. *Numerical simulation of bluff body flow control using a discrete vortex method*. London, 280p. (Tese de Doutorado - Imperial College/University of London).
- SCHIOZER, D. 1990. *Mecânica dos Fluidos*. São Paulo: Ed. Araguaia. 587 p.
- STOKER, J.J. 1957. *Nonlinear Vibrations in Mechanical and Electrical Systems*. New York: Interscience Publishers, John Wiley & Sons, Inc. 273 p.
- WAENY, J.C.C. 1992. *Controle Total da Qualidade em Metrologia*. São Paulo: Ed. McGraw-Hill. 152 p.
- WEAVER, W. 1961. Wind-induced vibrations in antenna members. *Journal of the Engineering Mechanics Division*. n. 1. p. 141-165. feb.
- WILLE, R. 1980. Generation of Oscillatory Flow. In: Naudascher, E., Rockwell, D. *Practical experiences with flow-induced vibrations*. New York: Spring-Verlag. p. 1-16.
- ZDRAVKOVICH, M.M. 1989. Review and classification of various aerodynamic and hydrodynamic means for suppressing vortex shedding. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. v.7. p. 145-189.