

OK

São Paulo
2004

Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia

“ESTUDO DE UM MODELO ARQUETÍPICO DA DINÂMICA DE UNIDADES FLUTUANTES”

Cláudio Gomes Fernandes

Claudio Gomes Fernandes

**“ESTUDO DE UM MODELO ARQUETÍPICO DA
DINÂMICA DE UNIDADES FLUTUANTES”**

Dissertação apresentada ao Departamento de
Engenharia Naval e Oceânica da Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Mestre em Engenharia

Area de Concentração

Engenharia Naval e Oceânica


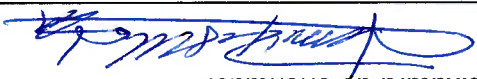
Orientador

Prof. Dr. Jessé Rebello de Souza Júnior

São Paulo

2004

FERNANDES, Cláudio Gomes
Estudo de um modelo arquetípico da dinâmica de unidades
futurantes. São Paulo, 2004.
130p.
Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.
Edição Revisada
1. Dinâmica não-linear 2. Modelo arquetípico 3. Sistemas
futurantes
I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento
de Engenharia Naval e Oceânica II. t

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão
original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência
de seu orientador.
São Paulo, 30 de Março de 2004.
Assinatura do autor

Assinatura do orientador


À Daniele.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais pelo apoio e suporte por todo meu período de formação acadêmica.
Ao meu orientador por suas idéias que motivaram e contribuíram muito para esse trabalho.

Lorenz, 1970

*"Depois de muito refletir, calcular e suar,
conclui paradoxalmente que o mundo é
composto de uma desordem organizada."*

Descartes, 1637

*"Pensar que a natureza é formada por fenômenos
previsíveis e imprevisíveis é, até certo ponto, sentir o
Criador. A previsibilidade dos fatos, sua lógica e razão
nos conduz facilmente à Matemática, enquanto
a imprevisibilidade, o caos, nos atola no
pântano da escuridão."*

Resumo	2
Abstract	3
LISTA DE FIGURAS	4
1. INTRODUÇÃO	7
2. DINÂMICA NÃO-LINEAR	12
2.1. Teoria qualitativa de equações diferenciais	13
2.2. Funções de Lapunov	18
2.3. Ciclos limite	23
2.4. Bifurcações	25
2.4.3. Bifurcação Fold	27
2.4.2. Bifurcações do tipo Hopf	30
3. MODELAGEM MATEMÁTICA	34
3.1. Modelagem do Sistema	35
3.1.1. Forças e Momentos Atuantes Sobre o Sistema	39
3.1.1.1. Forças e Momento devidos à Corrente	39
3.1.1.2. Amortecimento devido ao yaw	40
3.1.1.3. Amarras	41
3.1.1.4. Hawser	43
2.1.1.5. Forças e Momento devidos ao vento	44
3.2. Poços Potenciais	48
3.3. Modelo Arquetípico	55
3.4. Validação	75
4. RESULTADOS	79
4.1 Exploração do modelo arquetípico	88
4.1.1 Sistema de amarração DICAS	88
4.1.2 Sistema de amarração Turret	94
4.1.2.1 Parâmetros de projeto	107
4.1.2.2 Offloading	110
5. CONCLUSÕES	114
6. APÊNDICE	120
6.1 Derivação das funções modulo de seno e coseno	120
6.3 Algoritmo para construção de bacias de atração	123
7. BIBLIOGRAFIA	126

Resumo

Com a crescente utilização de navios convertidos em unidades de produção e armazenamento, surgiu a necessidade de modelos numéricos que simulem a movimentação dinâmica da embarcação sob a influência de agentes ambientais, tais como vento e corrente.

Modelos matemáticos que representam a dinâmica do sistema de forma realista são geralmente complexos. Tal complexidade é ainda maior quando se consideram dois navios conectados, como verifica-se na operação de descarga de petróleo de um FPSO (navio-mãe) para um navio "shuttle" (aliviador). Os modelos matemáticos envolvidos são difíceis de serem tratados analiticamente. Em algumas análises, mesmo simulações numéricas tornam-se custosas em termos de tempo de simulação, inviabilizando certos estudos.

Este trabalho consiste na elaboração de um modelo arquitetônico (simplificado) que mantém as principais características do modelo completo. Dessa forma, análises qualitativas do sistema tornam-se mais fáceis de serem realizadas, através de, por exemplo, criação de mapas de bifurcação e bacias de atração.

O modelo arquitetônico foi utilizado para realizar análises mais profundas da operação de descarregamento, até então não efetuadas para o modelo completo, assim como análise da influência da variação de alguns parâmetros de projeto do sistema sobre sua dinâmica.

Abstract

The growing use of converted tankers as deep-water floating production, storage and offloading (FSO) units has prompted the need for mathematical models capable of predicting accurately the dynamical behavior of these systems under the combined action of environmental agents such as wind and ocean currents.

Mathematical models representing the dynamics of FSOs realistically are usually complex. Complexity increases when two interconnected ships (for example, the FSO unit and a shuttle vessel in tandem configuration) are considered, as is the case when offloading operations are investigated. The resulting mathematical models are difficult to study by analytical means, and even numerical simulations can become time-consuming, precluding in-depth investigations.

The present work describes the development of an analytical (simplified) mathematical model for the dynamics of one or two vessels; it is shown that this model retains the main qualitative dynamical features of more complete models, such as their bifurcation diagrams and basins of attraction. The model has been also validated against experimental results.

The archetypal model proposed here has been used for in-depth analysis of the dynamics of offloading operations, not previously made with more sophisticated models. A qualitative parametric study was also carried out to assess the influence of some key design parameters upon the overall system dynamics.

LISTA DE FIGURAS

15	Figura 2.1 - Ponto de equilíbrio estável
23	Figura 2.2 - Ciclo limite estável
27	Figura 2.3 - Diagrama de fase para $m = 0.5$
28	Figura 2.4 - Diagrama de fase para $m = 0.0$
28	Figura 2.5 - Diagrama de fase para $m = -0.5$
31	Figura 2.6 - Bifurcação de Hopf supercrítica
31	Figura 2.7 - Bifurcação de Hopf subcrítica
32	Figura 2.8 - Trajetórias típicas da bifurcação de Hopf
34	Figura 3.1 - Referenciais empregados: sistema Turret (esquerda) e DICAS (direita)
46	Figura 3.2 - Comparação dos coeficientes do vento na condição lastreado
47	Figura 3.3 - Comparação dos coeficientes do vento na condição carregado
53	Figura 3.4 - Pogo potencial relativo aos aproximações
54	Figura 3.5 - Pogo potencial relativo a posição do navio shuttle
54	Figura 3.6 - Pogo potencial relativo a posição do navio FPSO
59	Figura 3.7 - $V > B$ e $\phi = 0$
60	Figura 3.8 - $V/A = 0.8$ e $\phi = \pi/2$
61	Figura 3.9 - $V/A = 0.2$ e $\phi = \pi$
63	Figura 3.10 - Função potencial do modelo arquitetônico
68	Figura 3.11 - Função potencial do sistema completo
68	Figura 3.12 - Vista Lateral da função potencial do sistema completo (Lhawser = 190m)
69	Figura 3.13 - Vista Lateral da função potencial do sistema completo (Lhawser = 100m)
70	Figura 3.14 - Vista Lateral da função potencial do sistema com vento e corrente
76	Figura 3.15 - Comparação entre dados experimentais e simulação com modelo
76	Figura 3.16 - Comparação entre simulação com modelo completo e arquitetônico
77	Figura 3.17 - Comparação entre dados experimentais e simulação com modelo
77	Figura 3.18 - Comparação entre simulação com modelo completo e arquitetônico
78	Figura 4.1 - Diagrama de bifurcação para modelo completo ($\psi^v = 10^\circ$) e
80	Figura 4.2 - Diagrama de bifurcação para modelo completo ($\psi^c = 180^\circ$) e
81	$\psi^v = 0^\circ$)
83	Figura 4.3 - Diagrama de bifurcação para o sistema DICAS ($\psi^v = 10^\circ$)
83	Figura 4.4 - Diagrama de bifurcação para o sistema DICAS ($\psi^v = 0^\circ$)
84	Figura 4.5 - Pogo potencial para modelo completo

Figura 4.6 - Pogo potencial para o modelo arquitetico.....	85
Figura 4.7 - Posicionamento com Turret na ponta do navio FPSO	85
Figura 4.8 - Turret posicionado à meia nau - Modelo Arquitetico.....	86
Figura 4.9 - Turret posicionado à meia nau - Modelo Completo.....	87
Figura 4.10 - Bacia de atração para sistema DICAS ($\sigma = 1.3, \psi^v = 10^\circ$ e $\psi^c = 180^\circ$).....	89
Figura 4.11 - Diagrama de fase para sistema DICAS ($\sigma = 1.3, \psi^v = 10^\circ$ e $\psi^c = 180^\circ$).....	90
Figura 4.12 - Sistema de amarração DICAS.....	90
Figura 4.13 - Bacia de atração para sistema DICAS ($\sigma = 0.3, \psi^v = 0^\circ$ e $\psi^c = 180^\circ$).....	91
Figura 4.14 - Diagrama de fase para sistema DICAS ($\sigma = 0.3, \psi^v = 0^\circ$ e $\psi^c = 180^\circ$).....	91
Figura 4.15 - Bacia de atração para sistema DICAS ($\sigma = 1.3, \psi^v = 0^\circ$ e $\psi^c = 180^\circ$).....	92
Figura 4.16 - Diagrama de fase para sistema DICAS ($\sigma = 1.3, \psi^v = 0^\circ$ e $\psi^c = 180^\circ$).....	93
Figura 4.17 - Diagrama de bifurcação segundo variação de angulo de vento ($\sigma = 2.0$).....	94
Figura 4.18 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi^v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi^c = \pi$).....	95
Figura 4.19 - Mapas de bifurcação para o navio aliviador ($\psi^v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi^c = \pi$)....	96
Figura 4.20 - Bacia de atração para sistema Turret ($\sigma = 4.0, \psi^v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi^c = \pi$).....	97
Figura 4.21 - Diagrama de fase para sistema Turret ($\sigma = 4.0, \psi^v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi^c = \pi$).....	97
Figura 4.22 - Bacia de atração para sistema Turret ($\sigma = 6.0, \psi^v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi^c = \pi$).....	97
Figura 4.23 - Diagrama de fase para sistema Turret ($\sigma = 6.0, \psi^v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi^c = \pi$).....	98
Figura 4.24 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi^v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi^c = \pi$).....	100
Figura 4.25 - Mapas de bifurcação para o navio aliviador ($\psi^v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi^c = \pi$).....	101
Figura 4.26 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi^v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi^c = \pi$).....	103

Figura 4.27 - Mapas de bifurcação para o navio aliviador ($\psi^v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi^c = \pi$). 103

Figura 4.28 - Diagrama de fase e de atração do navio FPSO para $\vartheta = 0.8$ 104

Figura 4.29 - Diagrama de fase e de atração do navio FPSO para $\vartheta = 1.0$ 105

Figura 4.30 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi^c = \pi$) 106

Figura 4.31 - Mapas de bifurcação para o navio aliviador ($\psi^c = \pi$) 106

Figura 4.32 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi^c = \pi$) 108

Figura 4.33 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi^c = \pi$) 109

Figura 4.34 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi^v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi^c = \pi$) 112

Figura 4.35 - Mapas de bifurcação para o navio aliviador ($\psi^v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi^c = \pi$). 113

Figura 6.1 - Função $\sin(x)|\sin(x)$ (azul) e $\sin^2(x)$ (vermelho)..... 121

Figura 6.2 - Ponto de equilíbrio estável 124

Figura 6.3 - Ciclo limite 124

1. INTRODUÇÃO

Sistemas de exploração de petróleo na plataforma continental, também denominadas *offshore*, têm sofrido várias mudanças tecnológicas com os passar dos anos. A necessidade crescente de exploração em regiões cada vez mais profundas vem pressionando o desenvolvimento de novas tecnologias, na tentativa de tornar tal exploração economicamente viável. Essa tendência tem sido observada em regiões tais como a Bacia de Campos, Brasil, e Golfo do México.

Quando se refere a inovações tecnológicas, tem-se em mente não somente o ferramental submarino necessário às atividades de prospecção, perfuração e exploração, como também a unidade flutuante de exploração. Nesse contexto, navios convertidos para sistemas de produção, tais como FPSO (Floating, Production, Storage e Offloading), e FPDOS (Floating, Production, Drilling, Storage e Offloading) têm sido amplamente utilizados.

Esses navios possuem uma planta de exploração instalada em seu convés, o que lhes permite agregar as funcionalidades de uma plataforma de exploração convencional, com a capacidade de armazenamento de um petroleiro. Uma outra vantagem desses navios é o fator econômico. Alguns dos que estão atualmente operando eram antigos navios-tanque, ainda com casco simples, considerados obsoletos para o transporte marítimo. Assim, sua conversão tornou-se uma alternativa atraente em relação à construção de uma nova unidade de exploração, tal como uma plataforma semi-submersível.

aplicação.

¹ O termo *Turret* será utilizado em inglês por ser um termo já consagrado dentro da área de

freqüentemente é a transferência de petróleo e seus derivados para navios exploração. Uma das operações que os sistemas de produção realizam casco. Isso torna mais difíceis suas operações, tais como perfuração, ou mesmo esforços ambientais em relação a sua direção relativa de incidência sobre o geometria de corpo esbelto do navio acarreta uma grande sensibilidade dos da grande superfície do casco exposta na altura da linha d'água. Além disso, a "sensíveis" à excitações ambientais, notadamente às ondas. Este fato decorre plataformas semi-submersíveis, possuem a desvantagem de serem mais Em termos de comportamento dinâmico, esses navios, comparados a instalação.

permite um maior deslocamento horizontal deste em relação a sua posição de restringe o movimento de rotação do navio (guinada ou *yaw*), e também essencialmente um cilindro vertical em torno do qual o navio pode girar, não para o qual convergem as linhas de amarração e *risers*. O *turret*, em seu aprornamento. O segundo sistema consiste na utilização de um *turret*, significativamente no plano horizontal, ou mesmo de efetuar grandes variações ambientais (vento, correntes e ondas), ficando, porém, impedido de se deslocar forma que o navio possui relativa liberdade de alinhamento com os agentes O primeiro sistema consiste em amarrações com complacência diferenciada, de amarração ao leito do mar. Os mais utilizados são os sistemas *DICAS* e *Turret*. Os navios convertidos também podem possuir diferentes formas de

A dinâmica de sistemas FPSO tem sido objeto de estudos já há alguns anos. Aghamohammadi e Thompson (1990) e Simos et al. (2001) mostram estudos experimentais da dinâmica de um navio tanque, amarrado por um único ponto (Single-Point Mooring), revelando uma variedade de regimes de resposta, tais como ciclo limite e bifurcações, mediante alteração de parâmetros do modelo, tais como comprimento da linha de amarração. Leite et al. (1998) e Bernittas et al. (1999) realizaram estudos também apenas com o navio FPSO, e revelaram que dependendo do modelo de corrente e vento adotados, a dinâmica pode

definidas. O comportamento do sistema de modo a atender as condições ideais pré-eventualmente projetar, as características dos navios, e assim o definidas operacionalmente. Porém o estudo da dinâmica permite analisar, e aspecto em seu projeto. As condições ideais durante essa operação são operação de descarregamento do óleo (*offloading*), representa um importante ambientais, tais como vento, corrente e ondas, principalmente durante a O conhecimento da dinâmica de tal sistema, sob ação de agentes envolvendo colisão ou rompimento de cabos ou dutos.

entre si posições relativas adequadas, que minimizem riscos de acidentes necessário portanto, que, durante esse acoplamento, os navios mantenham (*hawser*) em uma configuração em *tandem* (proa-pôpa ou proa-proa). É outras instalações de processamento. Os navios são conectados por um cabo através de um duto flexível (*hose*) para um outro navio, que irá levar o óleo a aliviadores. Durante essa operação, o navio principal tem que transferir o óleo

Nesse contexto, pretende-se buscar um modelo simplificado do sistema navio FPSO e navio aliviador (sistemas de amarração DICAS e *Turret*), modelo este que torne viável um estudo analítico do problema e permita aplicar

de equilíbrio um grande número de simulações deve ser feito. processamento, visto que para uma simples análise da estabilidade dos pontos de investigação numérica torna-se custosa do ponto de vista de tempo de e, portanto, limitando o poder de síntese de projeto. Até mesmo uma analítica do sistema, no sentido de conhecer os "fenômenos" de sua dinâmica, acoplamento dos seis graus de liberdade. Isso torna difícil uma investigação linearidades presentes nos modelos de corrente e vento, e principalmente pelo Tal sistema possui um nível de complexidade grande, dadas as não obtem-se diferentes comportamentos dinâmicos para o sistema.

sensibilidade. Variando-se também a forma de amarração do navio FPSO número de parâmetros, a cuja variação o modelo apresenta grande dinâmica enorme, não apenas pelos diferentes regimes de resposta, como pelo Com seis graus de liberdade acoplados, esse sistema apresenta uma variedade representando a operação de *offloading*, mediante ação de vento e corrente. dois navios amarrados em configuração *tandem*, (navio FPSO e navio aliviador), (1998) e Souza Junior et al. (2000) investigaram a dinâmica do movimento de valendo apenas para pequenos ângulos de aproamento. Morishita e Cornet hidrodinâmico de Bernitas é adaptado de modelos de manobra avançada, por isso, que indiquem caos. Contudo, vale a pena mencionar que o modelo apresentar bifurcações de pontos de equilíbrio, ciclos limite e até movimentos

ferramentas de dinâmica não linear que propiciem um melhor entendimento do sistema, identificando os fenômenos mais importantes de sua dinâmica.

A determinação do modelo simplificado, também denominado "arquetípico", parte do estudo das funções potenciais do modelo completo, no qual verificou-se que os graus de liberdade que representam os aproximações dos navios são os que regem a dinâmica do sistema. Portanto, pretende-se obter um modelo com apenas esses dois graus de liberdade, que represente, porém, da melhor maneira possível os fenômenos do modelo completo. Com o objetivo de se obter um modelo relativamente simples para os agentes ambientais de vento e corrente, pretende-se verificar quais dentre seus componentes mais influenciam os pontos de equilíbrio do sistema, através do estudo dos zeros das funções que os representam. Assim, através de resultados anteriores obtidos com o modelo completo e também de dados experimentais, pretende-se validar o modelo arquetípico, possibilitando a investigação de fenômenos de interesse no sistema completo.

Pretende-se, dessa forma, realizar um estudo da fenomenologia do problema com o modelo reduzido, investigar características dinâmicas importantes, as quais não seria possível analisar com o modelo completo, a fim de obter um melhor entendimento do sistema real.

2. DINÂMICA NÃO-LINEAR

O objetivo de uma revisão no campo da dinâmica não linear é a exposição da teoria envolvida nas ferramentas que serão utilizadas neste trabalho. Pretende-se assim expor o campo de aplicação de tais ferramentas, suas funcionalidades bem como suas limitações.

A principal motivação da dinâmica não-linear é a introdução de idéias geométricas e qualitativas que auxiliem na análise de sistemas não-lineares, cujas equações diferenciais não podem ser resolvidas de maneira analítica e também cuja não-linearidade é fator preponderante na fenomenologia do sistema.

Uma primeira tarefa da dinâmica não-linear é o conhecimento da estabilidade de um sistema em uma região do seu espaço de estado, e mais especificamente, ao redor de seus pontos de equilíbrio. O mapeamento dos pontos de equilíbrio de um sistema é de suma importância para o conhecimento de sua dinâmica. Para tanto, uma primeira tentativa de se obter tal mapeamento é o estudo das equações diferenciais envolvidas.

2.1. Teoria qualitativa de equações diferenciais

Dado um sistema autônomo representado por uma equação diferencial

na forma:

$$\dot{x} = f(x) \quad (1)$$

$f: U \rightarrow \mathbb{R}^n, x \in \mathbb{R}^n, U \subset \mathbb{R}^n, U$ aberto

Diz-se que um campo vetorial $f(x)$ de classe \mathcal{C}^1 gera o fluxo

$\phi_t: U \rightarrow \mathbb{R}^n$, onde $\phi_t(x) = \phi(x, t)$ é uma função contínua definida para todo

$x \in U \rightarrow \mathbb{R}^n$ e t em um intervalo $(a, b) \subseteq \mathbb{R}$. Assim ϕ_t satisfaz:

$$\frac{d}{dt} [\phi(x, t)]|_{t=\tau} = f(\phi(x, \tau)) \quad (2)$$

onde ϕ_t é única segundo o teorema da existência e unicidade, Hale e

Kogak (1991). Podemos tomar como exemplo um sistema linear da forma:

$$\dot{x} = Ax \quad x \in \mathbb{R}^n \text{ e } A \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (3)$$

Tem-se $\phi_t(x) = e^{At}x = x_0$ como solução para (3) com base em x_0 . Dessa

forma o operador e^{At} define um fluxo sobre \mathbb{R}^n e, pensando em termos

vetoriais, faz com que os autovetores da matriz A gerem sub-espacos

invariantes locais em \mathbb{R}^n , Guckenheimer e Holmes (1983):

$$|x_0 - \bar{x}| > \varepsilon \Leftrightarrow |\phi'(x_0) - \phi'(\bar{x})| > \varepsilon, \quad \forall \varepsilon > 0, \text{ ver Figura 2.1.}$$

estável $\xrightarrow{\text{def}}$ dado $\varepsilon > 0$ existir $\delta(\varepsilon)$ tal que:

Segundo Guckenheimer e Holmes (1983) \bar{x} é ponto de equilíbrio

$$f(\bar{x}) = 0$$

Por ponto de equilíbrio \bar{x} entende-se as soluções de:

local.

sobre a estabilidade de um ponto de equilíbrio, ou seja, sobre a estabilidade

Nesse contexto começa o estudo sobre estabilidade e, principalmente,

parte real nula.

E^c - sub-espaço central: gerado pelos autovetores cujos autovalores possuem

pelos autovetores cujos autovalores possuem parte real positiva.

E^u - sub-espaço instável (também chamado de variedade instável): gerado

autovetores cujos autovalores possuem parte real negativa.

E^s - sub-espaço estável (também chamado de variedade estável): gerado pelos

(4)

$$\xi = [J_{f'}]_{\bar{x}} \cdot \xi$$

fazendo a linearização:

comportamento local é estudar sua dinâmica perto da solução \bar{x} . Assim classe \mathcal{L}' , com ponto de equilíbrio \bar{x} , uma boa forma de se caracterizar seu dado um sistema não linear na forma $\dot{x} = f(x)$ com $x \in \mathbb{R}^n, f: U \rightarrow \mathbb{R}^n$ e de \bar{x} é o teorema de Hartman-Grobman, Wiggins (1991). Esse teorema relata que Nesse contexto utilizam-se os teoremas locais de estabilidade. Um deles de equilíbrio.

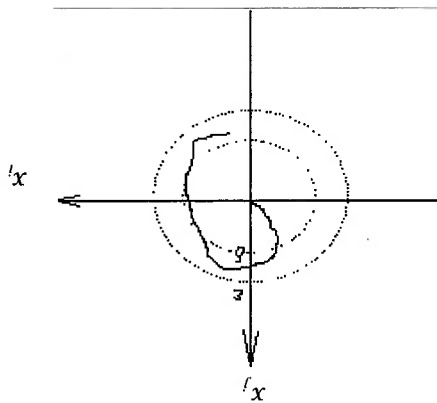
Tais definições representam condições necessárias e suficientes para a estabilidade. Porém não são práticas do ponto de vista algébrico, pois é necessário o conhecimento de ϕ_t para determinação da estabilidade do ponto

$$2 - \lim_{t \rightarrow \infty} \phi_t(x_0) = \bar{x}.$$

1- \bar{x} é ponto de equilíbrio estável e;

\bar{x} é ponto de equilíbrio assintoticamente estável $\xrightarrow{\text{def}}$:

Figura 2.1 - Ponto de equilíbrio estável



quando se obtém da linearização autovectores com parte real nula. acima, a impossibilidade de determinar a estabilidade do ponto de equilíbrio fronteiras de validade da linearização. Outra limitação é, como visto no teorema Em termos práticos, uma limitação dos teoremas locais é relativa às

pode-se afirmar a respeito da estabilidade de \bar{x} .

se $\exists \lambda_i \in \Gamma \mid \operatorname{Re}[\lambda_i] = 0$ e para todos os outros $\lambda_i \in \Gamma \mid \operatorname{Re}[\lambda_i] < 0 \Rightarrow$ nada

se $\exists \lambda_i \in \Gamma \mid \operatorname{Re}[\lambda_i] > 0 \Rightarrow \bar{x}$ é instável e

se $\operatorname{Re}[\lambda_i] < 0, \forall \lambda_i \in \Gamma \Rightarrow \bar{x}$ é assintoticamente estável!

o i -ésimo autovector de A:

o espectro de A (conjunto composto por todos os autovectores de A). Sendo λ_i

classe ℓ , com ponto de equilíbrio \bar{x} , sendo A a matriz jacobiana de $f(x)$ e Γ

teorema diz respeito a um sistema $\dot{x} = f(x)$ com $x \in \mathbb{R}^n, f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ e de

o qual, de certa forma, sintetiza as ideias principais do teorema anterior. O

Outro teorema local é o teorema da estabilidade linearizada de Liapunov,

parametrização do tempo.

preserva o sentido das órbitas e pode ser escolhido de maneira a preservar a

linear ϕ da equação (1) para o fluxo linear $e^{J_{f'}(\bar{x})t}$ de (4). Esse homeomorfismo

definido na vizinhança B de \bar{x} em \mathbb{R}^n que representa órbitas do fluxo não-

nenhum autovector puramente imaginário então existe um homeomorfismo h

Assim, segundo o teorema de Hartman-Grobman, se $J_{f'}(\bar{x})$ não possui

onde $J_{f'}(\bar{x})$ é a matriz jacobiana de $f(x)$ e $x = \bar{x} + \xi$, para ξ pequeno.

$$P: V \rightarrow \Sigma, \\ x \mapsto \phi(t, x),$$

mapa de Poincaré, o qual denota-se por P . Sendo mais preciso: associa pontos em V com seus primeiros pontos de retorno para Σ é chamado trajetórias começando em V retornam para Σ em um tempo T . O mapa que fluxo em x_0 . É possível encontrar um conjunto aberto $V \subset \Sigma$ tal que as $\phi(t, x_0) = \phi(t+T, x_0)$. Seja Σ uma superfície de dimensão $n-1$ transversal ao período T a partir de x_0 , a qual podemos denotar por $\phi(t, x_0)$, ou seja, suponha que a equação diferencial acima tenha uma solução periódica de onde $f: U \rightarrow \mathbb{R}^n$ é C^r em algum aberto $U \subset \mathbb{R}^n$. Seja ϕ_t o fluxo de $f(x)$ e

$$x = f(x) \quad x \in \mathbb{R}^n$$

Considere a seguinte equação diferencial ordinária:

periódica, de uma maneira mais completa da seguinte maneira:

Pode-se definir mapas de Poincaré na vizinhança de uma órbita

intersecção do fluxo ϕ_t com uma superfície transversal a ele.

de mapas de Poincaré, os quais são mapas de tempo discreto definidos pela estabilidade orbital. Uma forma eficaz de se verificar sua estabilidade é através

Autovalores cujas partes reais são nulas referem-se a pontos com

no item 2.2.

por exemplo, a ocorrência dos chamados ciclos limites os quais serão definidos Quando se menciona fronteiras de validade da linearização, refere-se,

necessárias.

Para caracterização da função de Liapunov algumas definições são

Liapunov assim definidas para o sistema.

estabilidade, por meio do estudo da variação (derivadas) das funções de

pontos não hiperbólicos também é possível avaliar qualitativamente sua

caracterizar sua estabilidade em estabilidade global ou apenas local. Para

qualitativa do domínio de estabilidade de pontos de equilíbrio, como também

Através do método direto de Liapunov consegue-se obter uma ideia

determinado ponto de equilíbrio.

possibilitando a identificação de regiões de atração em torno de um

consegue-se visualizar regiões de altos e baixos níveis energéticos,

como funções de energia potencial de um determinado sistema. Assim

As funções de Liapunov, em um caso particular, podem ser entendidas

2.2. Funções de Liapunov

de P correspondem a órbitas periódicas da equação diferencial acima citada.

Assim, uma importante característica de tais mapas é que pontos fixos

$$\tau(x) = T \quad e \quad P(x_0) = x_0$$

onde $\tau(x)$ é o tempo de primeiro retorno do ponto x para Σ . Assim:

$$\text{ii) } \forall(x) \vee(x) < 0; \exists x \in \mathfrak{R}^n.$$

$$\text{i) } \forall(x) = 0$$

para todo \mathfrak{R} vale:

Uma função $V(x)$ com $V : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ é globalmente positiva definida $\xleftrightarrow{\text{def}}$ se

- Função globalmente positiva definida

$$\text{ii) } \forall(x) \geq 0; \exists x \in C(x).$$

$$\text{i) } \forall(x) = 0$$

torno de \bar{x} para a qual:

redor de $\bar{x} \xleftrightarrow{\text{def}} \exists$ um domínio em \mathfrak{R} definida pela circunferência $C(\bar{x})$ em

Uma função $V(x)$ com $V : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ é localmente semi-definida positiva ao

- Função localmente semi-definida positiva

$$\text{ii) } \forall(x) < 0; \exists x \in C(x) \text{ exceto } \bar{x}.$$

$$\text{i) } \forall(x) = 0$$

de \bar{x} para a qual:

de $\bar{x} \xleftrightarrow{\text{def}} \exists$ um domínio em \mathfrak{R} definida pela circunferência $C(\bar{x})$ em torno

Uma função $V(x)$ com $V : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ é localmente positiva definida ao redor

- Função localmente definida positiva

e seja \bar{x} um ponto de equilíbrio do sistema de maneira que:

$$f(\bar{x}) = 0 \quad \text{com } f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n \text{ e } \bar{x} \in \mathbb{R}^n$$

- Seja um sistema descrito pela equação diferencial:

Lapunov:

Através disso pode-se definir o teorema da estabilidade local de

$$V' = \frac{dV}{dt} = \left[\frac{\partial V}{\partial t}; \frac{\partial V}{\partial x_1}; \frac{\partial V}{\partial x_2}; \dots; \frac{\partial V}{\partial x_n} \right] \cdot \dot{x}$$

$V(x)$ é localmente negativa semi-definida.

de Lapunov é uma função $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, localmente positiva definida, tal que

Com essas definições é possível definir uma função de Lapunov. Função

localmente/globalmente negativa definida ou semi-definida.

Essas mesmas definições podem ser aplicadas para funções

$$\text{ii) } V(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

$$\text{i) } V(\bar{x}) = 0$$

se para todo \mathbb{R} vale:

Uma função $V(x)$ com $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é globalmente positiva semi-definida \leftarrow

- Função globalmente positiva semi-definida.

$$f(x)=0$$

Se \exists uma função $V(x)$, com $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ e $V(x)$ é uma função de Liapunov, então \bar{x} é localmente estável.

Caso a função de Liapunov seja globalmente positiva definida e $V(x)$ seja globalmente negativa semi-definida, então \bar{x} é globalmente estável.

Através do método de Liapunov pode-se garantir também a estabilidade assintótica de um ponto de equilíbrio. Dessa forma se $\exists V(x)$ com $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$,

com derivadas contínuas, tal que:

- A1) $V(x)$ é positiva definida ao redor de $C(\bar{x})$ e
- A2) $V(x)$ é negativa definida ao redor de $C(\bar{x})$.

Então \bar{x} é localmente, assintoticamente estável. Dessa forma, consegue-

se obter informação sobre estabilidade do ponto definido através de uma função de Liapunov previamente definida.

No entanto, nem sempre a definição de uma função de Liapunov é uma operação trivial. Porém, em alguns casos, a função potencial de um determinado sistema definido por:

$$V = - \int f(x) dx \quad \text{com } f(x) = 0 \quad (5)$$

pode representar uma função de Liapunov. Dado um ponto de equilíbrio que se

Para o caso de um oscilador de Van der Pol, por exemplo, o surgimento dos ciclos limite não seria percebido pelo estudo da função potencial. Nesse caso, tem-se um acoplamento entre x e \dot{x} . Porém, em sistemas mecânicos, cujo elemento dissipativo seja dependente apenas de \dot{x} , e todas as não-

Uma vantagem de se analisar apenas a função de energia potencial (e não a utilização de uma função de Liapunov) é que se reduz o número de variáveis de $V(x)$, já que, para se obter $V(x)$, \dot{x} é considerado zero (apenas variação de energia potencial). Assim apenas a variação de energia da função restauração do sistema é estudada. Porém, em sistemas cuja não linearidade apresenta-se no termo dependente de \dot{x} (em geral, termo dissipativo) perde-se poder de análise com essa abordagem.

deseja estudar, pode-se normalizar $V(x)$ de maneira que $V(x)=0$. Dessa forma pode-se definir $V(x)$ como localmente definida/semi-definida positiva ou negativa e caso \bar{x} seja realmente ponto de equilíbrio $V(x)$ será localmente definida/semi-definida positiva ou negativa, já que em um ponto de equilíbrio o nível energético é mínimo/máximo respectivamente ($V(\bar{x})$). Dessa forma, o estudo da função potencial torna-se um caso particular do método de Liapunov. Como dito, para pontos não hiperbólicos, dependendo do sistema, pode-se analisar a variação da energia potencial em relação à variável de estado. Conclusões podem ser tiradas a partir de $V(x)$, assim como o domínio de atração de um determinado ponto. Analisando graficamente $V(x)$, pode-se observar "vales" e "picos" na função potencial, e avaliar as regiões de atração para cada ponto de equilíbrio.

linearidades do sistema provém dos elementos de restauração, a análise da função $V(x)$ é uma forma simples e eficaz de se analisar tal sistema.

2.3. Ciclos limite

Ciclos limite consistem em atratores periódicos que apresentam trajetórias fechadas e isoladas no espaço de estado. Particularizando, para se ter um ciclo limite estável, por exemplo, sobre um ponto de equilíbrio \bar{x} , deve-se garantir que a origem $(\bar{x}, 0)$ no espaço de estado seja instável, assim as trajetórias de pequena amplitude movem-se no sentido de se afastar da origem, enquanto que trajetórias de grande amplitude movem-se no sentido de se aproximar do ponto $(\bar{x}, 0)$.

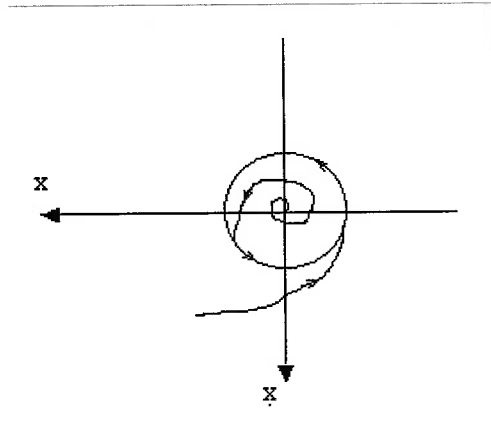


Figura 2.2 - Ciclo limite estável

propriedades são satisfeitas:

aberto em \mathbb{R}^n , tem um ponto de equilíbrio (x_0, μ_0) na qual as seguintes

- Suponha que um sistema $\dot{x} = f(x, \mu)$, $x \in \mathbb{R}^n$, $\mu \in \mathbb{R}$ e U um

periódicas:

de um único parâmetro, chamado de μ , e que para $\mu=0$ tem-se soluções

Hopf que garante a existência de um ciclo limite para um sistema dependente

Com respeito a existência dos ciclos limite, podemos citar o teorema de

permanente, pois chegando perto do ponto $(0,0)$ é novamente repellido.

sigam no sentido do ponto de equilíbrio, ficando porém em uma oscilação

e como consiste de um amortecimento positivo, faz com que as trajetórias

instável. Porém, para grandes amplitudes o termo não linear é preponderante,

o que significa que o ponto de equilíbrio $(0,0)$ no espaço de estado é um foco

oscilador linear do tipo massa-mola-amortecedor com amortecimento negativo,

equação (6) apenas eliminando o termo não linear. Com isso, resta apenas um

Para pequenas amplitudes pode-se linearizar o sistema descrito pela

$$m\ddot{x} - c\dot{x} + d.x^3 + k.x = 0$$

(6)

um oscilador na forma:

Um exemplo é mostrado em Thompson e Stewart (1986) considerando

Segundo Thompson e Stewart (1986) pode-se definir ponto de bifurcação como todo ponto que, no espaço de parâmetro de controle em estudo, apresente um campo vetorial (trajetórias no espaço de estado) estruturalmente instável. Essa definição mostra-se bastante genérica, abrangendo bifurcações locais dinâmicas e estáticas, assim como bifurcações globais nos retratos de fase. Outros autores, tais como Hilborn (1994) definem teoria das bifurcações como o estudo de como as características de pontos fixos (referência à mapas discretos de Poincaré) e outros tipos de atratores no espaço de estado mudam mediante alteração de parâmetros do sistema. De certa forma, também é uma definição abrangente, porém mais específica a pontos de equilíbrio.

Para um sistema autônomo genérico da forma $\dot{x} = N(x)$, Thompson e Stewart (1986) cita o uso da teoria das variedades centrais para o estudo de

2.4. Bifurcações

distância $O \left[\left| \Delta \mu \right|^{\frac{1}{2}} \right]$ de x_0 .

$\Delta \mu = \mu - \mu_0$ para os quais cada μ corresponde um único ciclo limite a uma

Então há uma faixa de valores, tanto positivos quanto negativos de

$$2) \frac{d}{d\mu} [\operatorname{Re} \lambda(\mu)]|_{\mu=\mu_0} = d \neq 0$$

imaginários puros $(\lambda(\mu), \bar{\lambda}(\mu))$ e nenhum outro autovalor com parte real nula.

1) $D_x f_{\mu_0}(x_0)$, sua matriz jacobiana, tem um par simples de autovalores

a estabilidade do sistema através de uma variedade central e assim facilitando

Dessa forma para a região $|x| > \delta$ do espaço de estado, pode-se estudar

comportamento assintótico de pequenas soluções para o sistema completo.

A equação acima contém toda informação necessária para determinar o

$$\dot{u} = Au + f(u, h(u))$$

dimensional:

$|x| > \delta$ e que o fluxo na variedade central é governada pelo sistema n-

Pela teoria, garante-se a existência da variedade central $y = h(x)$ para

h lisa e $h(0) = 0$ e $h'(0) = 0$ então $h(x)$ é dita variedade central.

$= 0$ e $g'(0,0) = 0$. De forma geral, se existe variedade invariante $y = h(x)$ com

negativa. As funções f e g são de classe \mathcal{C}^2 com $f(0,0) = 0, f'(0,0) = 0, g(0,0)$

de A tem parte real nula enquanto que os autovalores de B tem parte real

com $x \in \mathfrak{R}^n, y \in \mathfrak{R}^m$ e A e B sendo matrizes constantes tais que os autovalores

$$\dot{y} = B \cdot y + g(x, y)$$

$$\dot{x} = Ax + f(x, y)$$

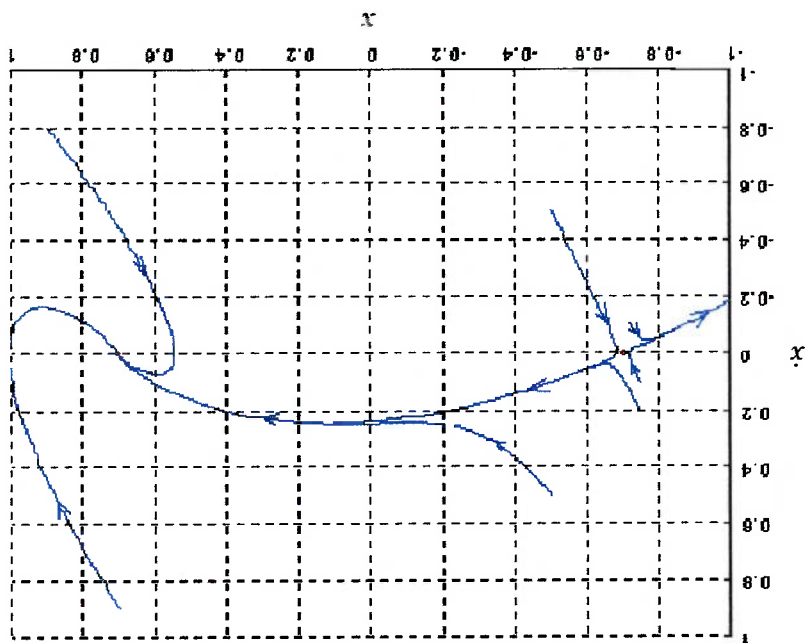
Em linhas gerais a teoria cita o sistema:

sistema.

em equações desacopladas, reduzindo o número de graus de liberdade do

bifurcações. A ideia principal de tal teoria é a tentativa de reescrever o sistema

Figura 2.3 - Diagrama de fase para $\mu = 0.5$



(7) $\dot{x} + x + x^2 = \mu$

A bifurcação fold também é conhecida como bifurcação sela-nó. Para melhor compreendê-la, pode-se tomar como exemplo um oscilador não linear, com restauração quadrática, e uma forçante parametrizada em μ .

2.4.3. Bifurcação Fold

o estudo de bifurcações. Vale ressaltar que tal teoria é local e, portanto, é válida apenas ao redor de um domínio restrito dentro do espaço de estado. Por bifurcações locais, pode-se destacar duas, as quais, como será visto, irão ser observadas no sistema em estudo.

Figura 2.5 - Diagrama de fase para $\mu = -0.5$

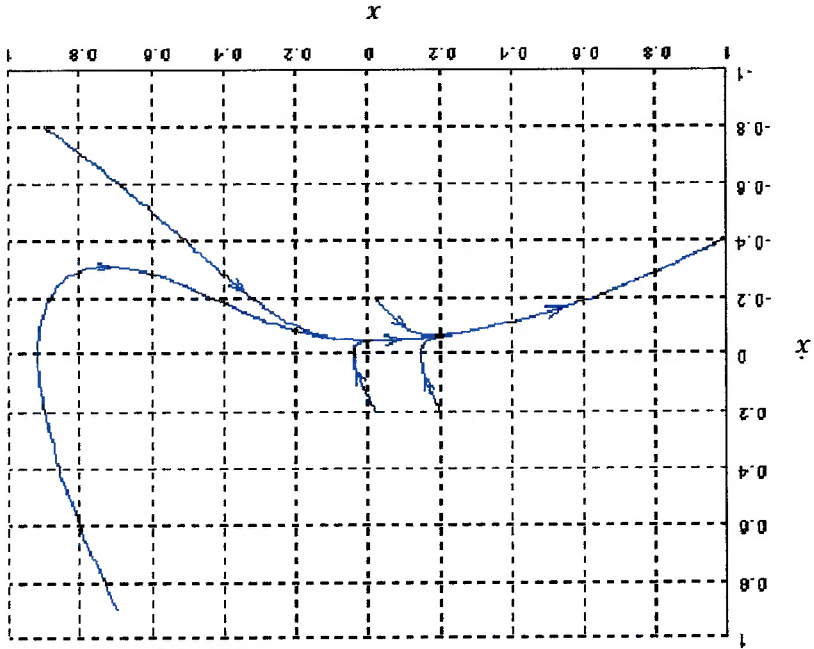
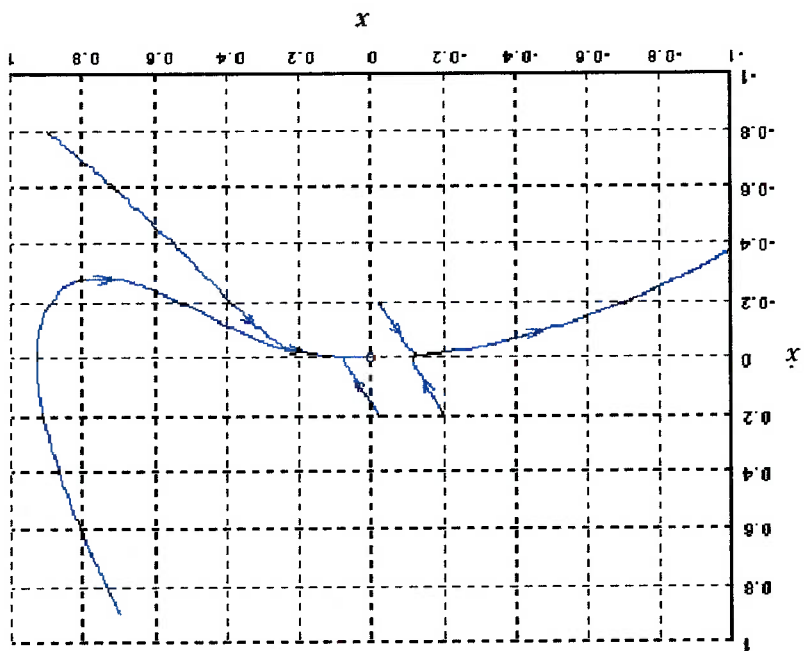


Figura 2.4 - Diagrama de fase para $\mu = 0.0$



Considerando a adição de mais termos equivalentes à expansão em série

de controle, e possui termo não-linear de baixa ordem (x^2).

representa-la com um diagrama de fase uni-dimensional, apenas um parâmetro

Esta representa a mais simples forma de bifurcação local, pois pode-se

com a variação de μ).

o que gera um equilíbrio dito parabólico (um caminho estável e outro instável)

Como mencionado, para $x=0$ existe uma relação quadrática entre μ e x ,

$$\dot{x} - \mu = x^2 \quad (8)$$

(1978/1979), o campo vetorial de um fold pode ser expresso na forma:

variedade central. Aplicando assim a teoria da variedade central J. Carr

A bifurcação fold pode ser representada e considerada restrita à sua

espaço de estado tendem a $-\infty$.

Para $\mu > 0$ não tem-se ponto de equilíbrio real, e todas as trajetórias no

zero, tendem a instabilidade e vão para $-\infty$.

para o ponto de equilíbrio $x = 0$. Já as trajetórias com posição inicial menor que

Para $\mu = 0$, as trajetórias com posição inicial (x_0) maior que zero, vão

um ponto de equilíbrio sela-nó, para $\mu = 0$.

dois pontos de equilíbrio se aproximam, até unirem-se e tornarem-se apenas

estável em $x = \sqrt{0.5}$ e uma cela em $x = -\sqrt{0.5}$. A medida que diminui-se μ , os

ser visto nas Figuras de 2.3 a 2.5. Para $\mu = 0.5$, há um atrator assintoticamente

O retrato de fase do sistema acima, para diferentes valores de μ pode

Essa equação apresenta um ponto de equilíbrio em $x = 0$ e apresenta uma bifurcação de Hopf a medida que μ muda de negativo para positivo. Para $\mu > 0$ tem-se um amortecimento não-linear positivo (x^3) e um amortecimento linear também positivo, fazendo com que a origem seja um ponto assintoticamente estável. Para $\mu = 0$ o ponto continua assintoticamente estável, porém a convergência é muito lenta. Para $\mu < 0$, o termo linear de amortecimento é negativo e dominante para baixas amplitudes de oscilação,

$$\ddot{x} + \dot{x} + x - \mu x^3 = 0$$

dissipativo não-linear na forma:

Chama-se bifurcação de Hopf a bifurcação contínua de um atrator em um ciclo limite. Como por exemplo podemos citar um oscilador com elemento

2.4.2. Bifurcações do tipo Hopf

sistemas dinâmicos que possuem esse tipo de bifurcação. de Taylor da variedade, pode-se descobrir que essa adição não altera qualitativamente a dinâmica local. Ou seja, uma pequena perturbação na dinâmica não irá alterar a bifurcação qualitativamente. Em outras palavras, pode-se dizer que a bifurcação fold é estruturalmente estável. Assim a variedade central expressa em (8) pode ser válida até mesmo em complicados sistemas dinâmicos que possuem esse tipo de bifurcação.

Figura 2.7 - Bifurcação de Hopf subcrítica

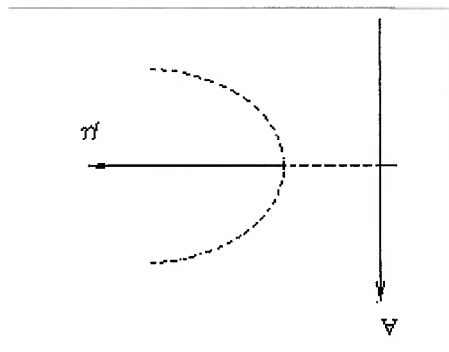
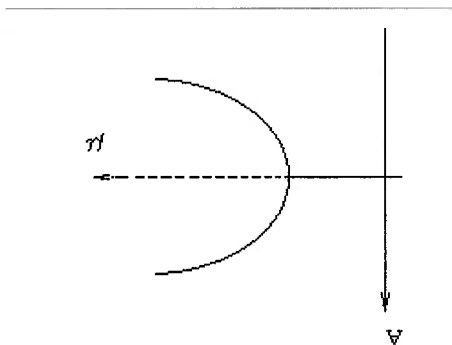


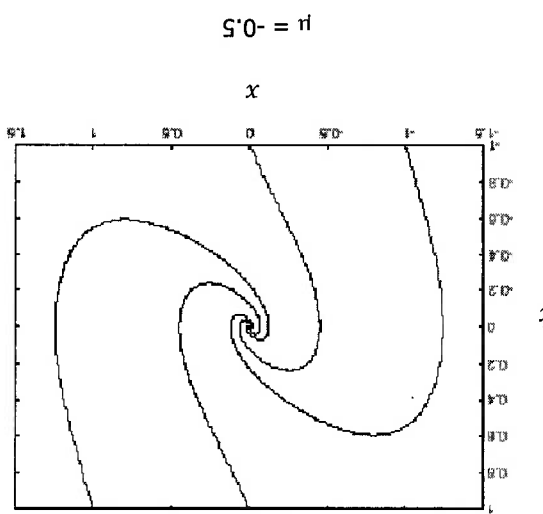
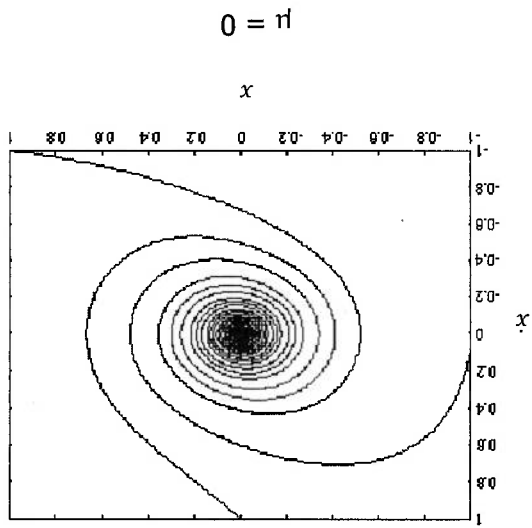
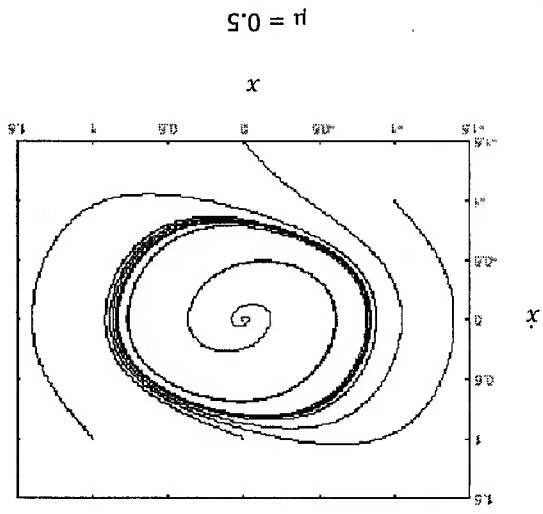
Figura 2.6 - Bifurcação de Hopf supercrítica



fazendo com que a origem torne-se instável. No entanto, para oscilações maiores, o termo não-linear é dominante, levando as trajetórias no espaço de estado para uma oscilação dentro de um ciclo limite. E quanto mais se aumenta μ , o raio do ciclo limite também aumenta.

Esse tipo de bifurcação de Hopf é chamada de Hopf supercrítica (Figura 2.6). Um outro tipo de bifurcação de Hopf, mais crítica em termos de estabilidade, é o caso da Hopf subcrítica (Figura 2.7). As trajetórias no espaço de estado, para esse tipo de bifurcação são iguais à supercrítica, apenas com o sentido inverso das trajetórias. As trajetórias da bifurcação de Hopf podem ser vistas na Figura 2.8, de acordo com a variação de μ .

Figura 2.8 - Trajetórias típicas da bifurcação de Hopf



Também chamada de Hopf em forma catástrofica, segundo Thompsom e Stewart (1986), o ponto de bifurcação é caracterizado pela mudança de um ponto de equilíbrio instável para um ponto de equilíbrio estável, porém com sua região de atração delimitada por um ciclo limite. Trajetórias fora desse ciclo limite, são repelidas, e trajetórias dentro dele, são atraídas para o ponto de equilíbrio. Um bom exemplo de sistema onde ocorre esse tipo de bifurcação pode ser encontrado nas equações de Lorenz.

3. MODELAGEM MATEMÁTICA

Primeiramente, pretende-se detalhar o modelo matemático do sistema baseado no qual quer-se construir um modelo arquetípico. Na Figura 3.1 tem-se uma ilustração do sistema (tanto para amarração com *Turret* como em complacência DICAS) com os referenciais utilizados. Os graus de liberdade envolvidos na modelagem são os movimentos de avanço (*surge*), deriva (*sway*) e guinada (*yaw*).

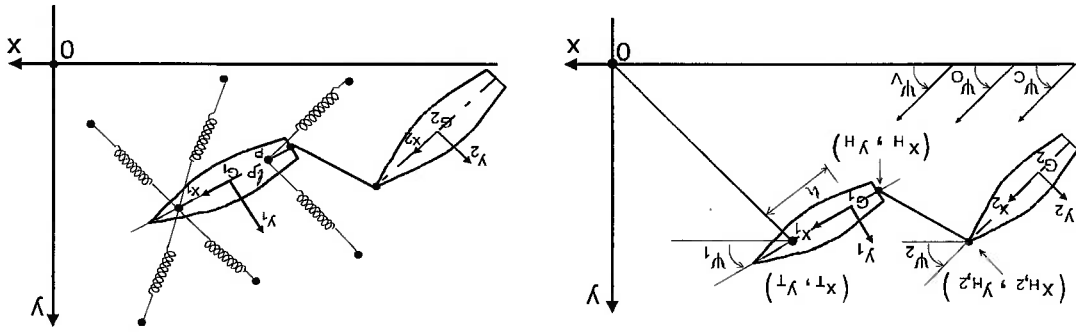


Figura 3.1 - Referenciais empregados: sistema Turret (esquerda) e DICAS (direita)

O primeiro referencial, $OXYZ$, é fixo à Terra (inercial). Os índices 1 e 2 representam respectivamente o navio carregador e o navio aliviador. O segundo e terceiro referenciais, G_1XYZ e G_2XYZ , são respectivamente presos ao centro de gravidade do navio de produção e do navio aliviador. Os eixos de cada referencial preso aos navios coincidem com os eixos principais de inércia das embarcações.

No caso do sistema Turret o ponto T representa sua posição. O ponto H

é o ponto de amarração do "hawser" no FPSO, os pontos G_1 e G_2 os centros de

gravidade do FPSO e navio allivador, respectivamente. No segundo caso, com o navio FPSO com linhas de amarração em complacência, as molas representam as linhas de amarração, com sua rigidez dada por equações de catenária, conforme será mostrado na seção 3.1.1.4.

3.1. Modelagem do Sistema

Os resultados do estudo da dinâmica do sistema FPSO dependem do modelo hidrodinâmico adotado. Os primeiros modelos utilizados em estudos recentes foram propostos por Bernitas & Papoulias (1986), Garza-Rios & Bernitas (1999), Nishimoto & Brinati & Fucatu (1995). O modelo utilizado por tais autores baseia-se em equações de movimento de manobra, com as derivadas hidrodinâmicas obtidas de Obokata et al. (1981) e Takashina (1986). No entanto, alguns resultados, tais como definição de regiões de respostas dinâmicas (ciclos limite, respostas caóticas, etc) dependem da ordem das equações de manobra e das derivadas hidrodinâmicas utilizadas. Além disso, validações experimentais com tal modelo não estão consolidadas, além do fato de um modelo com número elevado de parâmetros, dificulta qualquer tipo de análise sobre uma validação. O modelo adotado aqui foi inicialmente proposto por Leite et al. (1998), baseado na teoria de asa de baixa razão de aspecto e na correção do fator de forma (Clarke et al, 1983). As expressões do modelo, corrente, das principais dimensões do navio e alguns coeficientes

$$x_0 = \psi \cos \psi - \psi \sin \psi$$

inercial são obtidos das seguintes equações:

- A posição e aprofundamento de cada embarcação em relação ao referencial de surge, sway e yaw;
- X , Y e N representam as forças externas totais respectivamente nas direções
- I_z é o momento de inércia em relação ao eixo GZ ;
- r é a velocidade angular;
- velocidades da corrente relativas às direções GX e GY respectivamente;
- u e v são respectivamente as velocidades de surge e sway, u_c e v_c são as
- m_{z6} é a massa adicional em sway devido ao movimento de yaw ($m_{z6} = m_{6z}$).
- yaw, respectivamente;
- m_{11} , m_{22} , m_{33} são as massas derivadas hidrodinâmicas em surge, sway e
- m é a massa do navio;

onde:

$$I_z \ddot{\psi} - m_{z6} \dot{r} = (m_{22} - m_{11}) \dot{u} - m_{11} \dot{v} - m_{z6} r + X + Y \quad (11)$$

$$(m - m_{22}) \dot{v} = (m_{11} - m) \dot{u} - m_{11} r - m_{z6} \dot{r} + Y \quad (10)$$

$$(m - m_{11}) \dot{u} = (m - m_{22}) \dot{v} - m_{11} r - m_{z6} \dot{r} + X \quad (9)$$

por:

A dinâmica de cada navio, no referencial fixo a ele, pode ser descrita hidrodinâmicos bem conhecidos.

$$\begin{aligned}
 X^i &= X^{c_i} + X^{v_i} + X^{o_i} + X^{k_i} + X^{t_i} + X^{H_i} \\
 Y^i &= Y^{c_i} + Y^{D_i} + Y^{v_i} + Y^{o_i} + Y^{k_i} - Y^{H_i} + X^{t_i} \\
 N^i &= N^{c_i} + N^{D_i} + N^{v_i} + N^{o_i} + N^{k_i} - N^{H_i} + X^{t_i} \\
 X^{k_2} &= X^{t_2} = X^{k_2} = N^{k_2} = N^{t_2} = 0
 \end{aligned}$$

As forças X , Y e o momento N são dados por:

Figura 3.1).

onde V^c é a velocidade da corrente referida à Terra e ψ^c é a sua direção (ver

$$\begin{aligned}
 v^c &= V^c \sin(\psi^c - \psi) \\
 u^c &= V^c \cos(\psi^c - \psi)
 \end{aligned}$$

As componentes u^c e v^c da corrente são calculadas de:

OX e OY , e ψ é o ângulo de apraqueamento do veículo.

onde x_0 e y_0 são as velocidades da embarcação respectivamente nas direções

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_0 &= u \sin \psi + v \cos \psi \\
 \dot{x}_0 &= v
 \end{aligned}$$

A seguir são mostrados cálculos de forças e momentos atuando nos navios, os quais são válidos para ambos os navios. Os índices 1 e 2 foram omitidos como forma de simplificação. Para o presente trabalho, como já mencionado, apenas forças de corrente e vento serão levadas em consideração.

avante).

- l_t é a distância entre o turrel e o centro de gravidade do navio (positiva gravidade do navio (positiva avante));

- l_h é a distância entre o ponto de amarração do hawser e o centro de

- L é o comprimento do navio;

alivador;

- os índices 1 e 2 referem-se respectivamente ao navio FPSO e ao navio respectivamente;

(caso DICAS), forças no turrel (caso Turrel), hawser e amortecimento

- os subscritos $c, v, o, k, t, H, e D$, representam corrente, vento, ondas, amarras

onde:

26
$$C_{\rho}(\beta) = \left[C_{\gamma} - \frac{T}{\pi L} \left| \sin(\beta) \right| \sin(\beta) \cos(\beta) \right] \left[\frac{2}{1 + |\cos(\beta)|} \right] - \left[\frac{T}{\pi L} \left| \sin(\beta) \right| \sin(\beta) \cos(\beta) \right] \left[\frac{2}{1 - 2.4 \frac{T}{L}} \right] \sin(\beta) \cos(\beta)$$

25
$$C_{z_c}(\beta) = \left[C_{\gamma} - \frac{T}{\pi L} \left| \sin(\beta) \right| \sin(\beta) \cos(\beta) \right] + \frac{2L}{\pi T} \sin^3(\beta) + \frac{T}{\pi L} \left[1 + 0.4 \frac{T}{C_B} \right] \sin(\beta) \cos(\beta)$$

24
$$C_{i_c}(\beta) = \left[\frac{0.09375}{S} \frac{TL}{\cos(\beta)} + \frac{8}{1} \frac{T}{\pi L} \cos(3\beta) - \cos(\beta) \right] (\log(\text{Re}) - 2)^2$$

onde os coeficientes hidrodinâmicos são dados por:

$$N = \sqrt{(n - n_z)^2 + (v - v_z)^2}$$

23
$$N(\beta, \nu) = \frac{2}{1} \sigma_{TL} C_{\rho}(\beta) |N_r|^2$$

22
$$X(\beta, \nu) = \frac{2}{1} \sigma_{TL} C_{z_c}(\beta) |N_r|^2$$

21
$$X(\beta, \nu) = \frac{2}{1} \sigma_{TL} C_{i_c}(\beta) |N_r|^2$$

1998:
As forças e momento devidos à corrente são dados pelas equações desenvolvidas para o modelo de asa curta e apresentadas em Leite et al.,

3.1.1.1.1. Forças e Momentos Atuantes Sobre o Sistema
3.1.1.1.1. Forças e Momento devidos à Corrente

40

29

$$X^d = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D \frac{A}{m} \left(-0,035 \frac{V}{V_0} - 0,007 \frac{V}{V_0} \left| \frac{V}{V_0} \right| \right)$$

28

$$X^d = -\frac{1}{4} \rho V^2 C_D \frac{A}{m} \left(-\frac{16}{n} \frac{V}{V_0} \left| \frac{V}{V_0} \right| \right)$$

determinados por (Araha, 1998):

As forças e momento de amortecimento devido ao movimento de guinada também são baseados no modelo de asa curta e podem ser

3.1.1.2. Amortecimento devido ao yaw

27

$$\beta = \arctan\left(\frac{n - n_c}{r - r_c}\right)$$

O ângulo β é definido por:

- β é o ângulo de ataque.

seção média do navio;

- l_g mede a distância longitudinal entre o centro de massa do casco e a

- Re é o número de Reynolds (baseado no comprimento L);

- C_y é o coeficiente de força lateral para corrente transversal;

- C_B é o coeficiente de bloco;

- S a superfície molhada;

- B e T respectivamente a boca e o calado do navio;

sendo:

35
$$x(s) = \frac{EA}{H} s + \frac{\gamma}{H} \left(\operatorname{arcsen} h \frac{H}{\gamma s + V_0} - \operatorname{arcsen} h \frac{H}{V_0} \right)$$

das seguintes equações:

Os cabos de amarração devem ser modelados como catenárias através

3.1.1.3. Amarras

com "barra rígida" realizados no IPT (Simos et al, 2001).

Estas formulações foram validadas experimentalmente através de testes

34
$$C_{d,6} = \frac{\pi T}{B} \left(1 + 0,16 \frac{T}{B} - 2,2 \frac{T}{B} \right)$$

33
$$C_{d,2} = \frac{\pi T}{B} \left(1 - 4,4 \frac{T}{B} + 0,16 \frac{T}{B} \right)$$

em sway e yaw, dados por:

onde: $C_{d,i}$ para $i=2,6$ são os coeficientes de amortecimento respectivamente

32
$$v_r = v - v_c$$

31
$$n_r = n - n_c$$

30
$$N^d = -\frac{2}{1} \rho T L^3 C_{d,6} |n_r| r - \frac{3}{20} \rho T L^3 C_{d,6} |v_r| r - \frac{1}{32} \rho T L^4 C_{d,6} |r| r$$

- É uma representação estática das amarras.
- ao longo do comprimento da linha;
- Não se considera a existência de bóias, pesos ou outras forças concentradas
- Aplicam-se apenas a linhas homogêneas;
- São válidas apenas para o trecho suspenso da linha;
- é, não se leva em consideração a força de corrente ao longo da amarra;
- As linhas de amarração são submetidas exclusivamente ao próprio peso, isto
- Estas equações porém, se aplicam apenas às seguintes condições:
- γ é o peso linear (N/m) da amarra.
- E é o módulo de Young, A é a área da seção transversal;
- V_0 é a componente vertical da força de tração na extremidade $s = 0$;
- longo de todo o comprimento);
- H é a componente horizontal da força de tração da amarra, (constante ao
- amarra, sendo que $x_e(0) = y_e(0) = 0$;
- x_e, y_e são respectivamente as coordenadas horizontal e vertical, no plano da
- amarra com o fundo;
- onde: - s é a coordenada sobre a catenária, sendo $s = 0$ no ponto de toque da

$$y_e(s) = \frac{EA}{s} \left(\frac{2}{\lambda} L_0 + s \right) + \frac{\lambda}{1} \left(\sqrt{H^2 + L_0^2} - \sqrt{H^2 + L_0^2} \right) \quad (36)$$

A equação clássica da catenária foi usada para modelar o hawser considerando apenas sua massa própria e assumindo sua geometria como sendo simétrica em relação ao seu ponto médio, isto é, a configuração da catenária é a mesma para ambos os lados do ponto médio. A partir destas hipóteses, não há força vertical atuando no ponto médio do hawser e a relação entre a distância horizontal e a força horizontal é dada por:

$$\Delta x^H = \frac{F_H}{E.A} + \frac{w}{F_H} \cdot \left[\operatorname{asinh} \left(\frac{w.L^H}{2.F_H} \right) \right]$$

37

onde: - Δx^H é a distância horizontal do hawser (alongamento);

- F^H é a força horizontal do hawser;

- E é o módulo de elasticidade;

- A é a área transversal; w é o peso específico;

- L^H é o comprimento do hawser.

A distância Δx^H é obtida por:

$$\Delta x^H = \frac{\sqrt{(x^{H1} - x^{H2})^2 + (y^{H1} - y^{H2})^2}}{2}$$

38

$$\psi^v - \psi = \psi^v$$

45

$$N^v = \frac{1}{2} \cdot C_{N^v} \cdot \psi^v \cdot \rho^v \cdot A_{LBP} \cdot V^2$$

44

$$Y^v = \frac{1}{2} \cdot C_{Y^v} \cdot \psi^v \cdot \rho^v \cdot A_{LBP} \cdot V^2$$

43

$$X^v = \frac{1}{2} \cdot C_{X^v} \cdot \psi^v \cdot \rho^v \cdot A_{LBP} \cdot V^2$$

FPFO como para o navio aliviador, são (ver OCIMF, 1994):

As equações utilizadas para o cálculo dos esforços do vento, tanto para o

2.1.1.5. Forças e Momento devidos ao vento

42

$$\gamma^i = \arctan\left(\frac{Y_{H,i} - \gamma_{H,2} \cdot X_{H,1} - X_{H,2}}{X_{H,1}}\right)$$

41

$$\omega^i = -\pi + \gamma^i - \psi^i$$

40

$$Y_{H,i} = F_{H,i} \cdot \sin(\omega^i) \quad i=1,2$$

39

$$X_{H,i} = F_{H,i} \cdot \cos(\omega^i)$$

As projeções das forças do hawser sobre o FPFO e aliviador, são dadas por:

aliviador, respectivamente.

onde $X_{H,i}$, $Y_{H,i}$, $i=1,2$ são as coordenadas da popa do FPFO e da proa do navio

Os coeficientes C_{xv} , C_y e C_{Nv} podem ser obtidos experimentalmente. A título de exemplo, nas Figuras 3.2 e 3.3 estão ilustrados os coeficientes obtidos pela DMI (1999) para o FPSO P-43 e para um navio aliviador VLCC sugeridos pela OCIMF (1994), são válidos para condições entre 150000 e 500000 DWT.

- V_v é a velocidade do vento a uma altitude de 10 m.
 - A_T e A_L são respectivamente as áreas das seções transversal e longitudinal do navio expostas à ação do vento (áreas vélicas).
 - ψ_v é o ângulo de ataque do vento.
- onde: - C_{xv} , C_y e C_{Nv} são coeficientes dados em função do ângulo de ataque do vento ψ_v .

Figura 3.2 - Comparação dos coeficientes do vento na condição lastreado

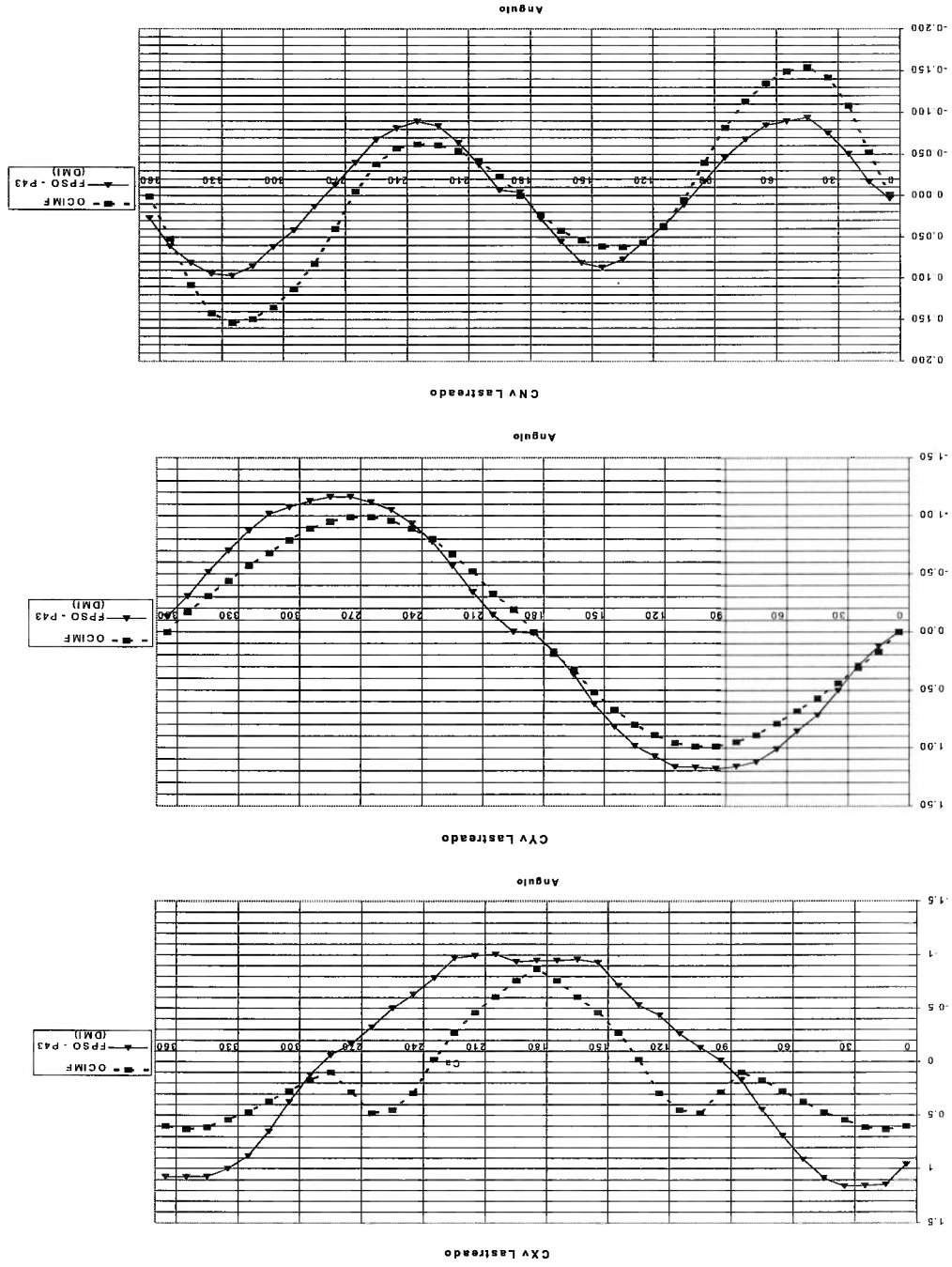
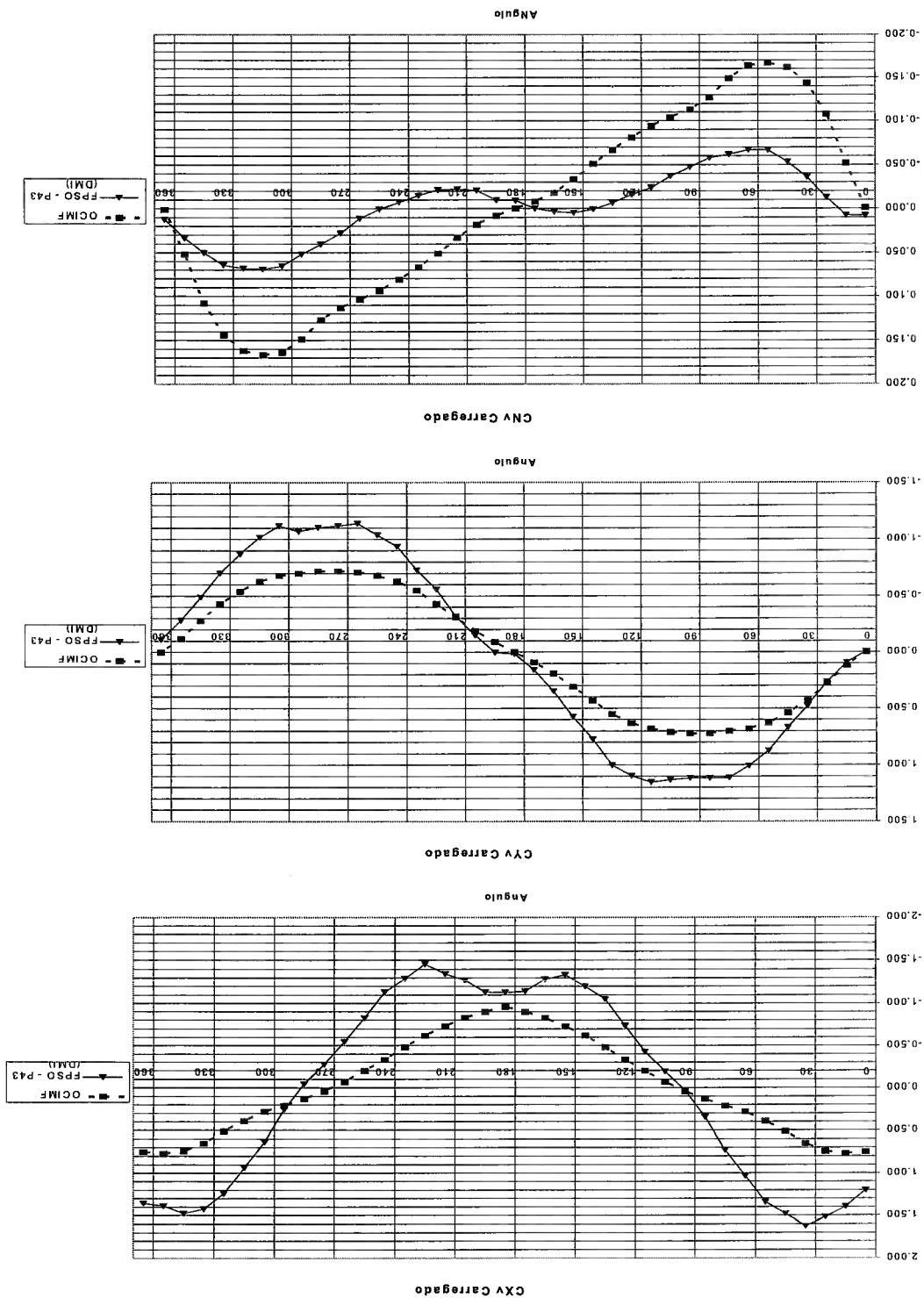


Figura 3.3 - Comparação dos coeficientes do vento na condição carregado



3.2. Poços Potenciais

O modelo matemático descrito no item 3.1 apresenta grande complexidade algébrica. Constitui-se em um sistema fortemente² não linear, não sendo possível obter soluções analíticas para as equações diferenciais que regem sua dinâmica. Através de simulações numéricas pode-se investigar o comportamento do sistema. Porém, é difícil obter um completo entendimento de tal comportamento apenas com simulações.

Uma das alternativas encontradas para se efetuar uma exploração preliminar da dinâmica envolvida foi através da obtenção do potencial do sistema. Através da sua análise pode-se avaliar não apenas pontos de equilíbrio (estáveis e instáveis, o que correspondem a pontos críticos do potencial) para uma dada condição ambiental, como também visualizar as regiões de influência de cada ponto.

A possibilidade de avaliação de poços potenciais para esse sistema surge do fato de depender apenas de variáveis de posição. Assim, do ponto de vista dinâmico, pode-se entender tal dependência como esforços de "mola", e como tal, tem-se por objetivo analisar como a energia potencial de tais esforços varia no espaço de estado.

No entanto, para o sistema como um todo, em seus seis graus de

² Um sistema *fortemente* não-linear é aquele para o qual aproximações lineares fornecem respostas inadequadas para a análise que se pretende efetuar. Este é o caso do sistema em estudo, conforme será mostrado a seguir.

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1^2} = \left\{ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1^2} \right\} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1 \partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial x_1} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_2 \partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial x_2} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_2^2} \left(\frac{\partial x_2}{\partial x_1} \right)^2$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_2^2} = \left\{ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_2^2} \right\} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1 \partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial x_1} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_2 \partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial x_2} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1^2} \left(\frac{\partial x_1}{\partial x_2} \right)^2$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1 \partial x_2} = \left\{ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1 \partial x_2} \right\} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1^2} \frac{\partial x_1}{\partial x_2} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_2^2} \frac{\partial x_2}{\partial x_1} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_1^2} \left(\frac{\partial x_1}{\partial x_2} \right)^2 + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x_2^2} \left(\frac{\partial x_2}{\partial x_1} \right)^2$$

função potencial do sistema em estudo tem-se:

O fato das forças ambientais serem dependentes de apenas um dos graus de liberdade do sistema, no caso, o aprorroamento da embarcação torna matematicamente impossível a obtenção de uma única função potencial $\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots)$ como descrito acima. Pois tomando as derivadas cruzadas da

$$\int f^1(x_1, x_2, \dots) dx_1 = \mathcal{L}(x_1, x_2, \dots) + \text{const.}$$

.

.

.

$$\int f^2(x_1, x_2, \dots) dx_2 = \mathcal{L}(x_1, x_2, \dots) + \text{const.}$$

$$\int f^3(x_1, x_2, \dots) dx_3 = \mathcal{L}(x_1, x_2, \dots) + \text{const.}$$

de uma função potencial única é feita na forma:

liberdade, não é possível determinar um poço potencial único. Isso se deve ao fato do sistema não ser um sistema gradiente, ou seja, derivado do gradiente de uma função potencial. Para sistemas multivariáveis gradientes, a obtenção

A principal ideia de uma função pseudo-potencial é que ela depende apenas de alguns graus de liberdade, sendo os outros mantidos em valores constantes. Em termos práticos, para o caso do sub-potencial dos momentos aplicados na embarcação, mantêm-se as posições X e Y das duas embarcações constantes, e estuda-se a variação de energia potencial do sistema mediante

potenciais separados para os graus de liberdade angulares e lineares. Essa "independência", é possível determinar "pseudo-potenciais" ou sub-própria, independente das forças lateral e longitudinal da embarcação. Devido a agentes ambientais. O momento gerado é representado por uma equação sem influência na equação de momento gerado na embarcação por estes estas são consideradas aplicadas no centro de massa da embarcação, ou seja, No modelo das forças de vento e corrente apresentado no item 3.1, potencial única.

satisfeitas para o sistema, e dessa forma, não é possível obter uma função zero, diferentemente de $\frac{\partial f_2}{\partial x_3}$ e $\frac{\partial f_1}{\partial x_3}$. Por isso, tais igualdades não podem ser

apenas da variável de aprornamento (x_3). Dessa forma $\frac{\partial f_3}{\partial x_2}$ e $\frac{\partial f_3}{\partial x_1}$ são iguais a

No entanto, para o modelo em estudo, sabe-se que f_1 , f_2 e f_3 dependem

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_3} = \frac{\partial f_3}{\partial x_2} \quad \text{e} \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_3} = \frac{\partial f_3}{\partial x_1}$$

E se a função potencial for única, vale:

$$V^y = - \int X_1 dx_1 - \int X_2 dx_2 - \int X_1 dy_1 - \int X_2 dy_2$$

Onde M são as parcelas dos momentos atuantes nos navios que dependem apenas das variáveis de aprornamento. Para os graus de liberdade de posição horizontal dos navios define-se:

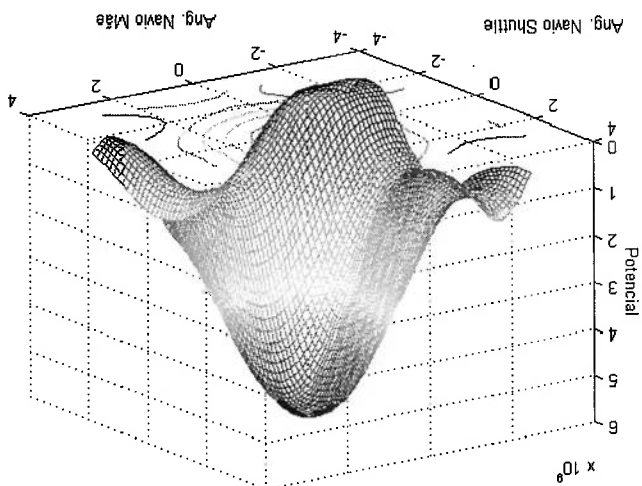
$$V^y = - \int M_1 d\psi_1 - \int M_2 d\psi_2$$

Onde f representa as forças de um sistema dinâmico que dependem apenas de variáveis de posição (angular ou linear) e ds os respectivos deslocamentos nestas variáveis. Para o sistema estudado define-se o sub-potencial para os aproramentos:

$$V = - \int f ds$$

Como função potencial de um sistema entende-se: potencial para referenciar as funções pseudo-potenciais. Por questão de brevidade, adiante será mencionado apenas o termo em todos os pseudo-potenciais. equilíbrio para um sistema, é necessário que esse ponto seja um ponto crítico de cada navio. Vale a pena ressaltar que para um determinado ponto ser de variação do aprornamento das embarcações. E da mesma forma para as posições

Figura 3.4 - Poço potencial relativo aos aproximações



O potencial relativo ao posicionamento dos navios foi desmembrado em dois gráficos apenas por questões de visualização. Quando analisada a variação de energia potencial do posicionamento de um navio, o outro foi mantido em sua posição de equilíbrio.

Navio Shuttle : VLCC

Navio FPSO : P-43

$$V_c = 1 \text{ m/s} \quad \psi_c = \pi/8$$

$$V_w = 8 \text{ m/s} \quad \psi_w = 0$$

seguintes condições ambientais:

estão ilustrados os poços potenciais para um ponto de equilíbrio estável nas análises qualitativamente o comportamento do sistema. Nas Figuras 3.4 a 3.5 Através das equações (49) e (50) pode-se visualizar os sub-potenciais e

Pode-se observar que a maior parte da dinâmica é ditada pelos apoamentos das embarcações. Seu posicionamento horizontal constitui poços potenciais com apenas um ponto de equilíbrio e estável. Ou seja, os navios em seus apoamentos de equilíbrio, podem sofrer qualquer perturbação em seus

Figura 3.6 - Poço potencial relativo a posição do navio FPSO

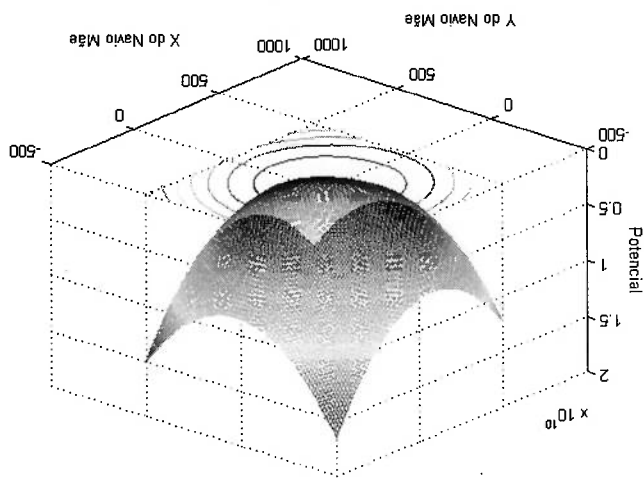
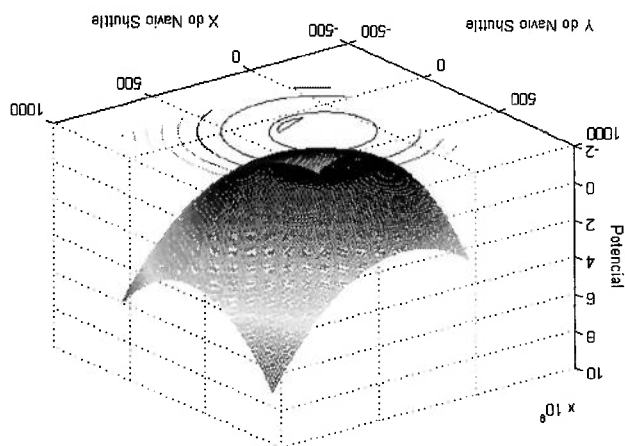


Figura 3.5 - Poço potencial relativo a posição do navio shuttle



representem os pontos de equilíbrio típicos para o modelo. Para isso é necessário estudar as funções que compõem os modelos de vento e corrente, para extrair, para o modelo reduzido, apenas as funções que modelo completo.

deverá representar, qualitativamente, mapas de bifurcação semelhantes do escolhidos foram os pontos de equilíbrio do sistema. Assim, o modelo reduzido forma uma representação do modelo reduzido. Um dos parâmetros parâmetro de comparação deste com o modelo completo, e que de alguma Para a caracterização do modelo arquetípico, deve-se estabelecer um

3.3. Modelo Arquetípico

embarcações. dinâmica "rica" do sistema, ou seja, a dinâmica dos aproamentos do modelo simplificado (arquetípico), o qual leva em consideração apenas a A observação desta característica do sistema sugeriu a elaboração de um primeiros potenciais mencionados.

este passe à outro ponto de equilíbrio, diferentemente do visto para os Nesses pontos, qualquer perturbação no aproamento do navio fará com que responsáveis pela instabilidade do sistema nesses pontos são os aproamentos. equilíbrio instáveis. Dessa maneira, torna-se claro que os graus de liberdade Para o caso dos aproamentos (Figura 3.4), pode-se observar pontos de posicionamentos, e sempre retornarão aos seus pontos de equilíbrio originais.

$$A|\cos(\beta)| + \sin(\beta) = 0$$

Primeiramente, escolhendo o primeiro termo do modelo de corrente:

$$A|\cos(\beta)| + \sin(\beta) + B \cdot \cos(\beta) + C|\sin(\beta)| + D|\cos(\beta)| + \sin(\beta)$$

liberdade de aprornamento são:

Os termos presentes no modelo de corrente de asa curta, para o grau de

modelo de asa curta.

de corrente, com apenas um termo, por exemplo, ou todos os termos do melhor, se bifurcações podem ocorrer quando se usa um modelo mais simples todos os termos do modelo de corrente são estruturalmente estáveis, ou determinam os pontos de equilíbrio do sistema. Por isso deve-se inspecionar se das funções que a compõem. Sabe-se que são as funções que a compõem que Para as forças de corrente, deve-se realizar um estudo mais profundo

como uma boa aproximação para as funções de vento.

os gráficos dos coeficientes de vento apresentados na seção 3, apresenta-se determinadas pelos valores experimentais. Tal representação, tendo em vista será tomada como uma função senoidal, com a frequência e amplitude coeficientes experimentais (Figuras 3.2 e 3.3), a variação destes coeficientes Para o caso das forças de vento, as quais são obtidas através de

Para quaisquer outros valores para A e B a equação possui as quatro soluções mencionadas. Escolhendo $B > A > C$, todos maiores que zero, cuja proporção é encontrada no modelo de corrente, tem-se sempre os pontos de equilíbrio 0 e π e adicionalmente mais dois pontos resultantes da equação:

$$\frac{|\cos(\beta)|}{B} = \frac{A}{B}$$

Sabe-se, de antemão, que os pontos $\beta = 0, \pi/2, \pi$ e $3\pi/2$ são soluções. Caso A seja numericamente igual a B, teremos infinitos pontos de equilíbrio no intervalo negativo do *coseno*, pois:

$$A|\cos(\beta)|\sin(\beta) + B.\cos(\beta).\sin(\beta) = 0$$

Escolhendo um segundo termo a seguinte equação deve ser resolvida para se obter os pontos de equilíbrio:

$$\beta = 0; \pi/2; \pi; 3\pi/2$$

Sabe-se que tal sistema possui quatro pontos de equilíbrio, os quais são os zeros respectivos das funções *seno* e *coseno*.

$$f(\beta) = B \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\beta) + A \cdot \sin(\beta) + \phi = 0$$

a adição de força de vento:

tomando-se como modelo de corrente apenas a parcela de $\cos \cdot \sin$ tem-se com relativos às funções representativas de vento e corrente. Dessa forma modelos pode sugerir possíveis bifurcações quando da variação dos parâmetros principais características do sistema em questão, deve-se avaliar qual destes maneiras a escolher um modelo reduzido de corrente, o qual não perca funções de corrente, mas também sua influência com a função de vento. De forças de vento e corrente se opõem. Assim deve-se estudar não somente as modelo reduzido, é o aumento do número de pontos de equilíbrio, quando as Uma das características do modelo completo que se deseja representar no equilíbrio citados anteriormente.

Porém tal termo acarreta apenas uma translação desses dois pontos de

$$D|\cos(\beta)| \cdot \sin(\beta)$$

inserção do quarto termo do modelo de corrente.

fator C/B , e equiparar-se com as funções restantes. O mesmo acontece com a ângulos a parcela correspondente a função *seno* é maior, apenas reduzida do Tais pontos ocorrem nas proximidades de $\pi/2$ e $3\pi/2$. Pois perto desses

$$\frac{A}{B}|\cos(\beta)| + \frac{C}{B}|\sin(\beta)| = -\cos(\beta) \quad \text{para } \sin(\beta) \neq 0$$

$$A|\cos(\beta)| + V\sin(\beta) = 0$$

dados pela equação:

sistema se comporta de maneira diferente. Os pontos de equilíbrio podem ser

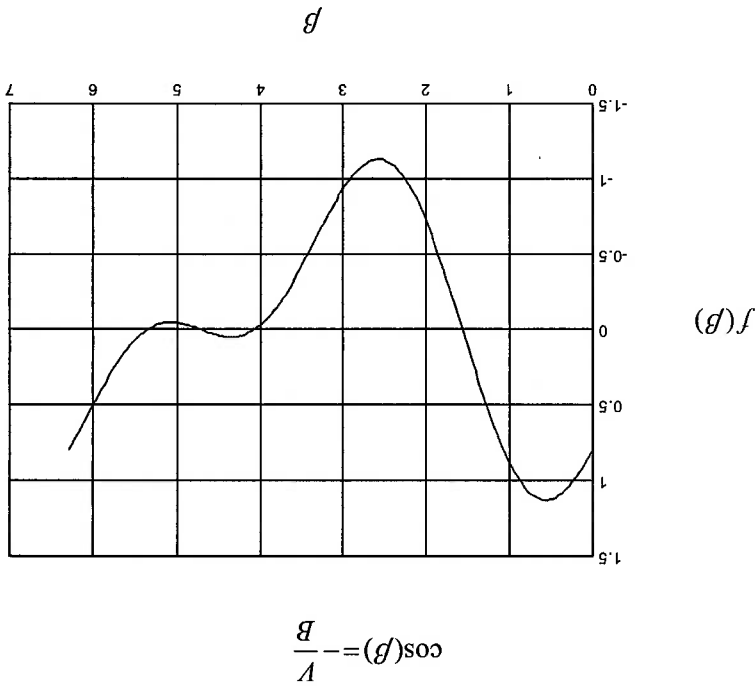
Contudo, escolhendo como função de corrente a função $|\cos(\beta)|\sin(\beta)$ o

o sistema sempre possuirá quatro pontos de equilíbrio.

de $\pi/2$, não ocorre mais nenhum outro tipo de bifurcação, ou seja, para $B > V$,

Mesmo com a adição de uma fase, por exemplo, perto de π ou mesmo

Figura 3.7 - $V < B$ e $\Phi = 0$

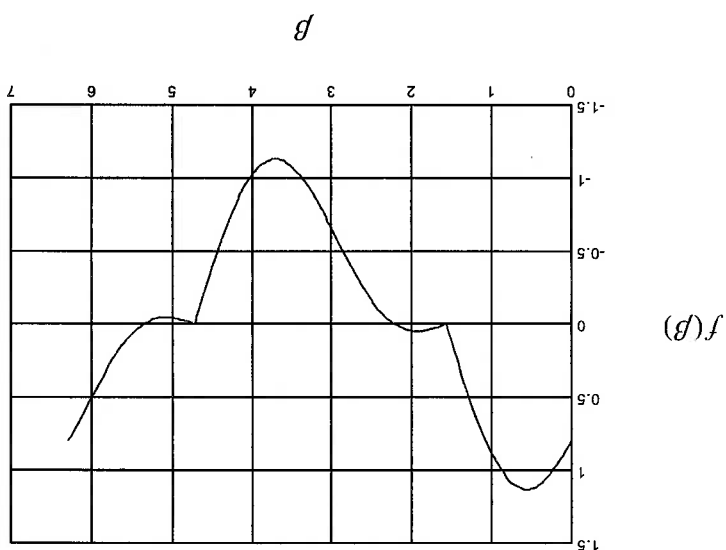


tem-se mais dois pontos de equilíbrio, dados por:

Para $B=V$ tem-se apenas dois pontos de equilíbrio 0 e π . Já para $B > V$

Forém quando se opõem as supostas forças de corrente e vento, ou seja, para um ângulo de fase de 180 graus, esse modelo ganha mais duas raízes, para as mesmas condições anteriores, ou seja $A > V$. Isso pode ser visto

Figura 3.8 - $V/A = 0.8$ e $\Phi = \pi/2$



próximas às anteriores quanto mais próximo de um for essa razão.

Quando se diminui a razão V/A , o sistema ganha duas novas raízes, tão

$(\pi/2$ e $3\pi/2)$.

$V=A$, o sistema continua com apenas duas raízes, porém as raízes do *coseno*

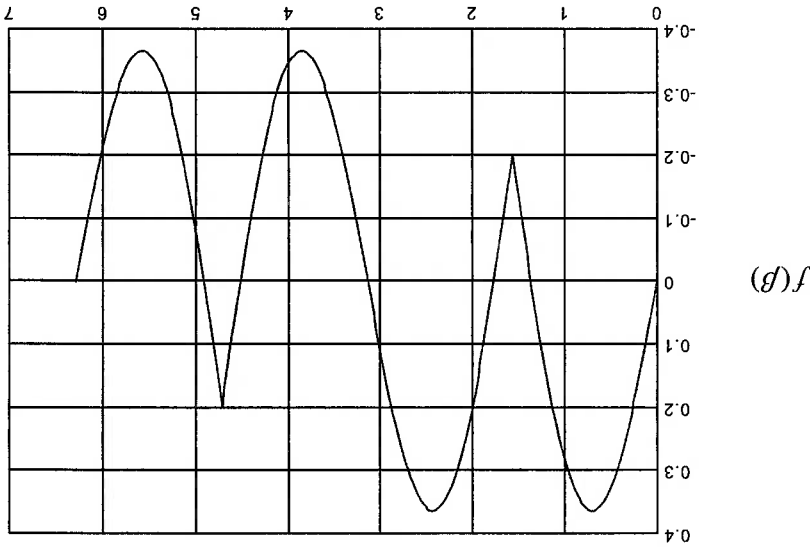
A qual não possui raiz. Tomando uma fase Φ de $\pi/2$, por exemplo, e com

$$|\cos(\beta)| = -\frac{V}{A}$$

quaisquer outros pontos, vale a equação:

Para $\Phi = 0$, só existem dois pontos de equilíbrio, 0 e π . Pois para

Figura 3.9 - $V/A = 0.2$ e $\Phi = \pi$



Quando a função *seno* muda de sinal, o que ocorre perto de π e $V/A < 1$ existirão sempre dois pontos de equilíbrio perto de $\pi/2$ e mais outros dois perto de $3\pi/2$. Nesses pontos $|\cos(\beta)|$ fica numericamente próximo de V/A e $\sin(\beta) = -\sin(\beta + \pi)$. Isso só ocorre, pois trata-se da função módulo de *coseno*, caso contrário o sinal dessa função não permitiria a existência de tais raízes. Quanto maior a razão V/A , maior é o afastamento dessas raízes de $\pi/2$ e $3\pi/2$.

$$|\cos(\beta)| \sin(\beta) = -\frac{V}{A} \sin(\beta + \pi)$$

pela equação abaixo:

que pretende-se construir, visto que, as funções pré-selecionadas $|\cos(\beta)|_{\sin(\beta)}$ e $|\sin(\beta)|_{\cos(\beta)}$. Tal função representa uma mudança qualitativa no modelo reduzido que difere dos coeficientes mencionados anteriormente e é proporcional a O coeficiente de maior valor absoluto presente na força de corrente, e ângulo de apraamento dessas forças não podem ser desprezados.

pontos de equilíbrio do sistema. E dessa forma, os coeficientes dependentes do direção transversal dos navios, também devem influenciar qualitativamente os navio até o centro de massa deste. Assim, as forças de corrente e vento, na através do braço determinado pela distância do seu ponto de amarração no forças de corrente e vento geradas no navio se convertam em momento, *hanser*. Ele funciona como um ponto de reação do navio, fazendo com que as equilíbrio do sistema é o elemento de ligação entre os navios, ou seja, o Outro fator importante do sistema completo que influencia os pontos de

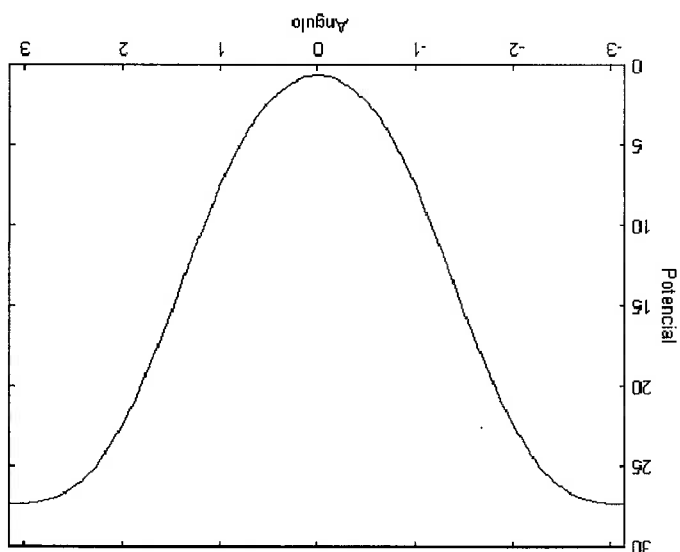
adicionadas no modelo reduzido. alteram qualitativamente os pontos de equilíbrio, e por isso não serão compõem o modelo para o grau de liberdade de apraamento, como visto, não também influencia os pontos de equilíbrio do sistema. As outras funções que representa a função de maior coeficiente do modelo de asa curta apresentado e modelo de corrente reduzido, assim como a função $|\cos(\beta)|_{\sin(\beta)}$, já que esta Com isso, percebe-se que a função $|\cos(\beta)|_{\sin(\beta)}$ deve estar presente no dois pontos de equilíbrio ocorrerão perto de 0 e π .

O mesmo ocorre se tomarmos a função $|\sin(\beta)|_{\cos(\beta)}$ porém os novos

$$V^{av} = -A \cdot \cos(\psi) \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \text{sen}^2(\psi) + \frac{2}{3} \right) - B \cdot \cos(\psi) \cdot |\cos(\psi)| + C \cdot \text{sen}^2(\psi) + \sigma \cdot \cos(\psi) - \psi$$

Cuja equação é representada por:

Figura 3.10 - Função potencial do modelo arqueológico



gerado na embarcação.

das funções matemáticas escolhidas acima, presentes no momento de corrente

Assim, seja um potencial mostrado na Figura 3.10, construído a partir

equiparassem com os resultados do modelo completo.

introdução desse termo fez com que os resultados do modelo reduzido se

Nos resultados que irão ser apresentados, poder-se-á observar que a

“físico”, levar em consideração a influência do *hawses* no modelo arqueológico.

$\sin(\beta)$, $\pi/2$ e $3\pi/2$ deixam de ser raízes. Tal introdução tem por objetivo

e $\cos(\beta) \cdot \sin(\beta)$ tem raízes em 0 , $\pi/2$, π e $3\pi/2$ e com a introdução da função

Esse fator denominado R significa a introdução de uma parcela de ajuste que refina o cálculo dos coeficientes do modelo arquetípico. Neste trabalho tal coeficiente foi ajustado através de resultados experimentais. Além disso, foi observado que apenas um fator R foi necessário para obter uma boa correlação

R uma parcela de ajuste.

do Turret/hawser.

L_H é a distância entre o centro de gravidade do navio e o ponto de amarração

C_B o coeficiente de bloco;

L o comprimento do navio;

B e T a boca e o calado respectivamente da embarcação;

sendo:

$$C = -\frac{\pi \cdot T}{2L} - R$$

$$B = \frac{\pi \cdot T}{L} \cdot \left[1 + 0.4 \cdot \frac{T}{C_B \cdot B} \right] + R$$

$$A = \frac{2\pi \cdot T \cdot L_H}{L^2} + R$$

à (26));

determinado navio através das seguintes relações (derivadas das equações (24)

Os coeficientes A, B e C acima citados podem ser estimados para um

entre o modelo e os resultados experimentais.

No entanto, uma vez de posse dos valores de R_i , observou-se uma grande semelhança entre os poços potenciais do modelo completo e arqueológico. Dessa observação motivou-se a obter tal fator de ajuste por meio de comparação entre os potenciais. A primeira tentativa foi igualar a ordem de grandeza dos potenciais, e assim obter R . No entanto, o resultado, ou melhor, o valor final dos coeficientes não foram os mesmos comparados com os obtidos com posse de dados experimentais. Ou seja, percebeu-se que um simples ajuste na ordem de grandeza dos poços não foi suficiente para determinar a precisão de R uma vez que o resultado não alterou substancialmente a forma do poço potencial do modelo arqueológico.

Dessa forma notou-se que mais condições devem ser impostas à equiparação dos dois potenciais. Deve-se garantir também que a topologia seja semelhante, como por exemplo, variação de energia equivalente em uma dada região, pontos de mínimo/máximo de mesma ordem de grandeza, etc. Assim, métodos numéricos podem ser utilizados para chegar em tal equivalência, como por exemplo, o Método dos Mínimos Quadrados. Através dele, e da utilização de, por exemplo, três diferentes parâmetros de ajuste (R_1 , R_2 e R_3) pode-se obter os valores dos coeficientes A , B e C apenas com a utilização do modelo completo, sem a necessidade de recorrer a uma validação experimental.

Contudo, verificou-se que considerar tal resíduo igual a zero já se apresenta como uma boa estimativa dos coeficientes das funções para o potencial do modelo arqueológico.

Aghamohammadi e Thompson (1990) e Simos et al. (2001) realizaram

a ocorrência dos ciclos limite foi necessário. completo, no modelo reduzido. No entanto, um estudo mais aprofundado sobre decidiu-se introduzir um Van der Pol para restaurar a característica do sistema liberdade, no caso o apraamento, perdeu-se tal característica. Por essa razão, diferentes. Contudo, com a redução do sistema para apenas um grau de funciona como um oscilador de Van der Pol, porém para graus de liberdade entre apraamento e velocidades encontradas na força de corrente. Tal relação comportamento tem como fator de influência uma relação de dependência do sistema completo, cuja dinâmica apresenta regiões de ciclo limite. Tal A introdução de um oscilador Van der Pol deve-se a uma característica

53

$$\frac{\partial V}{\partial \psi} f(\psi) = 0$$

Onde $f(\psi)$ é a restauração mencionada, calculada por:

52

$$\psi + D \cdot \left(-E \cdot \sqrt{V_c} \cdot [\log \operatorname{Re} - 2]^2 + \frac{\sigma + 1}{\sigma} \right) + |\psi| + f(\psi) = 0$$

der Pol. Assim a equação diferencial para o sistema fica: equivalente, em função de ψ , a qual pretende-se adicionar um oscilador Van Utilizando-se dessa função potencial, obtém-se uma função restauração

estudos, incluindo dados experimentais, sobre os ciclos limite que surgem em um sistema de um navio amarrado, e sobre as regiões de sua ocorrência mediante a variação de parâmetros, tais como, o comprimento da amarração, no nosso caso em particular, o comprimento do *hawser*. No entanto, não realizaram estudos sobre os motivos de sua ocorrência.

Com o objetivo de verificar a razão da ocorrência de ciclos limite no sistema, recorreu-se novamente aos sub-potenciais, cujos resultados motivaram a elaboração de um modelo arquetípico, mesmo sabendo que os potenciais não levam em consideração velocidades dos graus de liberdade. No entanto, a dinâmica do sistema é consideravelmente lenta em comparação com velocidades de corrente e vento. Dessa forma, para uma análise qualitativa, é considerada aceitável a adoção das velocidades relativas de vento e corrente como as próprias velocidades dos agentes ambientais.

Assim analisando os pseudo-potenciais nos graus de liberdade correspondentes ao movimento de translação da embarcação, pode-se obter informações importantes sobre a ocorrência de tal fenômeno dinâmico. Nas Figuras 3.11 e 3.12 pode-se observar os pseudo-potenciais acima citados, para condição de força externa apenas de corrente. A Figura 3.12 é apenas uma vista lateral do mesmo potencial.

Pode-se notar a presença de um patamar equipotencial em torno da posição de equilíbrio. Isso significa que o sistema, nessa condição, passa a possuir um plano de equilíbrio, no qual pode oscilar. Essa condição dinâmica é fortemente influenciada pelo *hawser*, que devido ao seu comprimento, limita a

Figura 3.12 - Vista Lateral da função potencial do sistema completo (Lhawser = 190m)

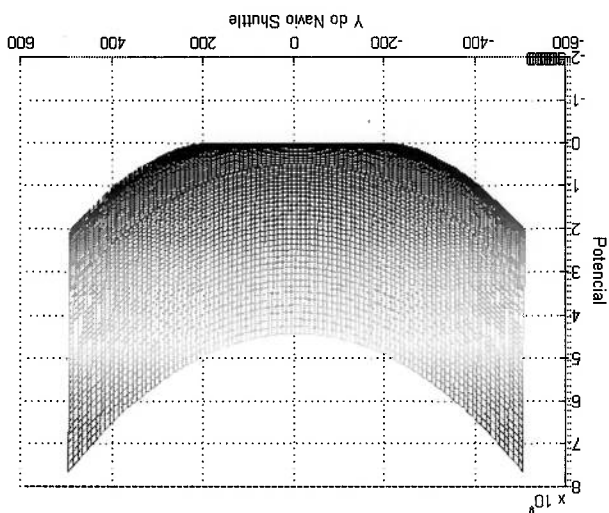
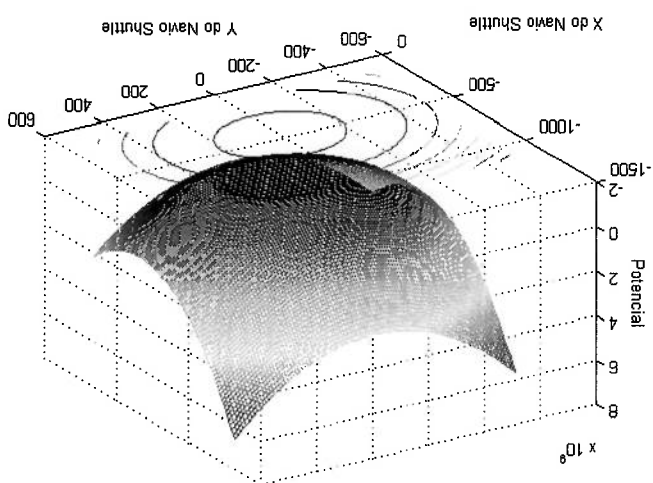
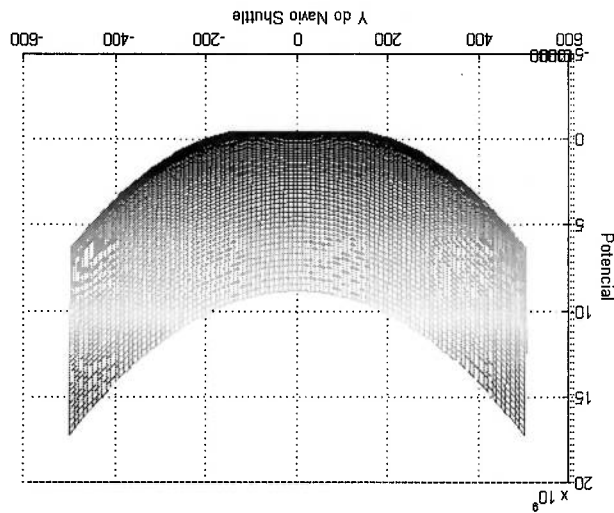


Figura 3.11 - Função potencial do sistema completo



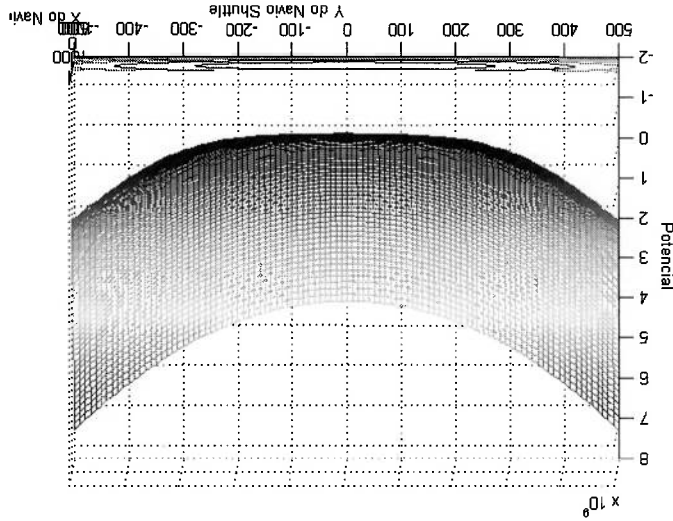
Outra característica do ciclo limite presente na dinâmica em estudo, é sua diminuição de amplitude com o aumento das forças de vento comparativamente com as forças de corrente (verificado em simulação). Tal característica também foi observada nos pseudo-potenciais. Observa-se na Figura 3.14, condição de velocidade de vento 30 vezes maior que a corrente, que o plano equipotencial citado anteriormente praticamente não existe, reduzindo a região equipotencial do ponto de equilíbrio.

Figura 3.13 - Vista Lateral da função potencial do sistema completo (Lhawser = 100m)



região desse patamar equipotencial. Observa-se na Figura 3.13, em comparação com a Figura 3.12, que a região equipotencial diminuiu quando da diminuição do comprimento do *lhawser*. O navio oscilando em seu plano horizontal excita oscilações no apraamento, e o que se observa é a oscilação nos três graus de liberdade do sistema.

Figura 3.14 - Vista Lateral da função potencial do sistema com vento e corrente



de algum trabalho algébrico, obtêm-se as relações (56) e (57).

Substituindo nas equações do sistema (equações (1), (2) e (3)) e depois amplitude A e frequência w (equações (54) e (55)).

grau de liberdade no plano horizontal, sejam oscilações senoidais, com verificação. Como hipótese, sugere que as oscilações do ciclo limite em cada Nesse contexto, foi proposta uma metodologia simplificada para essa ciclo limite varia, com a alteração das condições ambientais, por exemplo. característica. Contudo, é necessário saber como a amplitude de oscilação do isso a necessidade da introdução de um oscilador Van der Pol, para restituir tal embarcações, o qual foi suprimido para a construção do modelo reduzido. Por que o ciclo limite ocorre devido ao grau de liberdade de translação das Em suma, percebe-se pela variação de energia nos pontos de equilíbrio,

limite no modelo reduzido.

constantes D e E podem ser calibradas, através de simulação com o modelo completo, por exemplo, para uma representação quantitativa da região do ciclo

é $\frac{\sigma}{1+\sigma} \sqrt{V^c \cdot [\log \text{Re} - 2]^2}$, assim como visto para o caso do modelo completo. E as

qual o amortecimento passa de um valor negativo para positivo é proporcional

forma: $D \cdot \left(-E \cdot \frac{\sigma}{1+\sigma} \sqrt{V^c \cdot [\log \text{Re} - 2]^2} + |\psi| \right) \cdot \psi$. Dessa forma a fronteira da região na

Por isso, na equação (52) foi introduzido o oscilador de Van der Pol na

variação dos pontos de equilíbrio do sistema.

agentes externos pela velocidade da corrente, a qual é o fator determinante na

número de Reynolds. A introdução da razão σ deve-se à normalização dos

diretamente proporcional à raiz da velocidade da corrente e com o quadrado do

amplitude do ciclo limite varia proporcionalmente ao inverso da razão σ , e

Onde σ é a relação $\frac{L^c}{L}$. As expressões (56) e (57) revelam que a

$$A_{1,2} \approx c + d \sqrt{V^c \cdot [\log \text{Re} - 2]^2} \quad 57$$

$$A_{1,2} \approx a + \frac{\sigma}{b} \quad 56$$

$$Y = A_2 \cdot \sin(w_2 t) \quad 55$$

$$X = A_1 \cdot \sin(w_1 t) \quad 54$$

Assim, o modelo definido pela equação (52), segundo os estudos sobre

as funções matemáticas que regem as forças de corrente e vento sobre uma embarcação representa a dinâmica de um navio em uma configuração conhecida como SPM (single point moored). Tal configuração se assemelha dinamicamente à condição de dois navios em tandem na configuração DICAS de amarração. Pois a dinâmica do sistema, como um todo, é pouco influenciada pela dinâmica no navio FPSO. Com isso, define-se um modelo de um grau de liberdade, que apresenta as mesmas características dinâmicas de um sistema com seis graus.

Para o segundo caso citado neste trabalho, na configuração de amarração Turret do navio FPSO, um segundo grau de liberdade deve ser adicionado ao modelo arquetípico, para obter equivalências dinâmicas entre o modelo completo e o modelo reduzido que se pretende obter. Tal grau de liberdade representa a dinâmica de outro navio SPM, com características de resposta à ação ambiental diferentes.

No entanto percebe-se a necessidade de se acrescentar outro termo na restauração, equivalente aos momentos gerados pelo vínculo entre os navios, o haver. Este termo tem por característica gerar um "auto-alinhamento" entre os dois ângulos, proporcional a uma rigidez equivalente desse haver.

Investigando as funções matemáticas relativas ao haver no modelo completo, pode-se extrair uma função, que possui as características supra citadas, e que, além disso, também representa uma função potencial, mantendo as características do sistema.

alivador:

álgebra utilizada para obtenção do aprornamento de equilíbrio para o navio
 Essa independência pode ser entendida matematicamente através da
 alivador, em termos de pontos de equilíbrio, para com o navio FPSO.
 perdeu-se uma característica do sistema que é a independência do navio
 Vale ressaltar, no entanto, que com a introdução do termo do hawser

$$59 \quad \psi_2 + D \left(-E \cdot \frac{\sqrt{V_c} \cdot [\log \operatorname{Re} - 2]}{\sigma + 1} + |\psi| \right) \cdot \psi_2 + f(\psi_2) + f_{hawser}(\psi_1, \psi_2) = 0$$

$$\psi_1 + D \left(-E \cdot \frac{\sqrt{V_c} \cdot [\log \operatorname{Re} - 2]}{\sigma + 1} + |\psi| \right) \cdot \psi_1 + f(\psi_1) + f_{hawser}(\psi_1, \psi_2) = 0$$

Assim, o modelo arquitetônico para a configuração acima citada fica:

na configuração Turret.

modelo arquitetônico, representando os aprornamentos dos dois navios em tandem
 comprimentos dos navios e ψ_1 e ψ_2 são os dois graus de liberdade do novo
 alinhante" no modelo reduzido, l_1 e l_2 são as variáveis representativas dos
 Onde Kh representa a rigidez do hawser, ou do "momento auto-

$$58 \quad f_{hawser} = Kh \left[\frac{l_1 l_2}{2} \cdot \cos(\psi_1) \cdot \sin(\psi_2) - \frac{l_1 l_2}{2} \cdot \sin(\psi_1) \cdot \cos(\psi_2) \right]$$

Essa função esta apresentada na equação (58).

Cuja equação claramente só depende de ψ^z . Em termos físicos, percebe-se que é a presença do hawser que causa a dependência apenas de ψ^z nos aproximações de equilíbrio do navio allivador. Com a introdução da função do hawser no modelo arquetípico perdeu-se tal característica. No entanto, qualitativamente não houve mudança nos pontos de equilíbrio deste navio devido tal função, como será visto adiante.

$$M^v(\psi^z) + M^c(\psi^z) + X^v(\psi^z) + X^c(\psi^z) = 0$$

E finalmente,

$$X^v = X^c$$

Somatória das forças de sway e momentos no navio allivador igual a zero. Da primeira equação obtém-se:

$$M^v = M^c + X^v(\psi^z) + X^c(\psi^z) = 0$$

$$X^v = X^c + X^v(\psi^z) + X^c(\psi^z) = 0$$

3.4. Validação

De posse do modelo arquetípico, faz-se necessário comparação dos

resultados obtidos através desse modelo, e de alguns resultados já observados,

seja no modelo completo, seja em experimento. Tais comparações podem ser

feitas através de séries temporais. No entanto, tal comparação não caracteriza

um comportamento global para o sistema, principalmente se tratando de um

sistema não linear. Por isso pretende-se, nesse trabalho, fazer uma analogia

dos modelos arquetípico e completo do sistema em estudo, através de

características que descrevam sua dinâmica. Para tal comparação far-se-á uso

de mapas de bifurcação e poços potenciais dos modelos, pois eles fornecem um

mapeamento mais global de sua dinâmica, mostrando, por exemplo, a variação

dos pontos de equilíbrio a um determinado parâmetro, a robustez de um ponto

de equilíbrio, etc. Essas comparações serão realizadas no capítulo de resultados

deste trabalho.

No entanto, também é válida a comparação em séries temporais

principalmente com dados obtidos de experimento. Para tanto, foram utilizados

os resultados dos ensaios realizados por Simos et al. (1998), os quais se

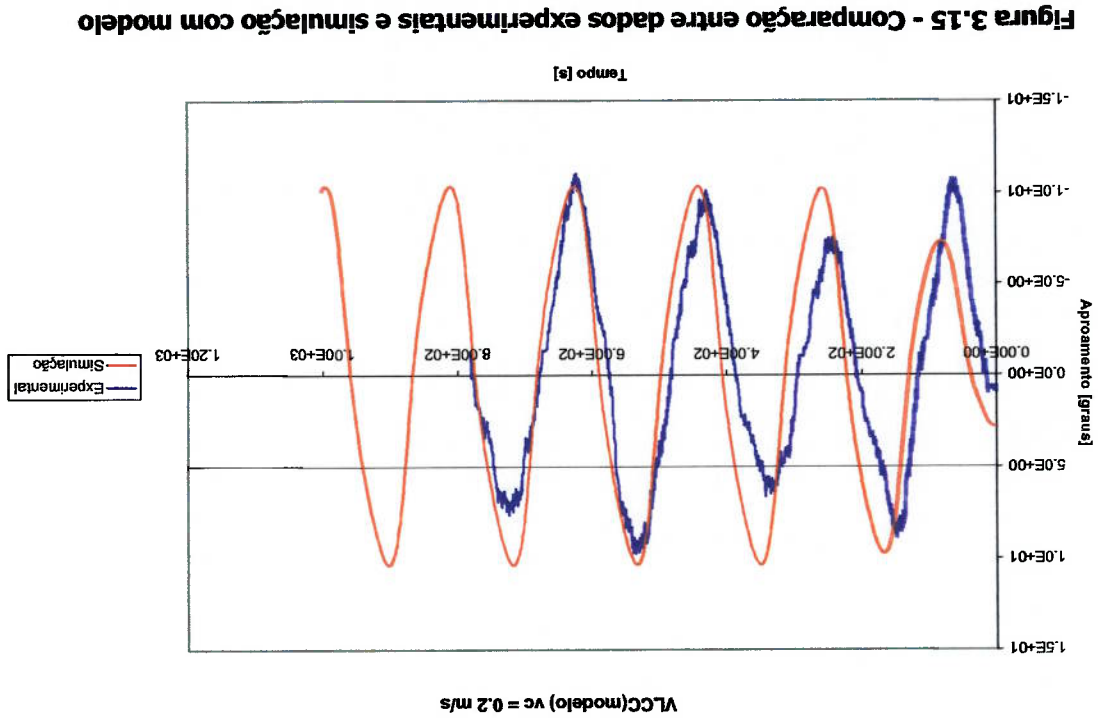
caracterizam por um modelo do VLCC, amarrado por um hawsér rígido, o que

não introduz a dinâmica deste no sistema.

Nas figuras 3.15 e 3.17 pode-se observar os resultados de simulação

com o modelo arquetípico e do experimento para duas velocidades de corrente

diferentes, em uma determinada condição de carga. Observa-se uma boa



correlação tanto em frequência e, principalmente, na amplitude do ciclo limite, confirmando a escolha de um oscilador de Van der Pol para a representação do fenômeno.

Foi realizada também uma comparação entre simulações com o modelo completo e o modelo arquétípico em estudo. Para isso, foram escolhidas as mesmas condições ambientais dos ensaios experimentais em modelo reduzido, e as embarcações foram simuladas na condição de lastro. Os resultados podem ser vistos na figuras 3.16 e 3.18.

Figura 3.17 - Comparação entre dados experimentais e simulação com modelo

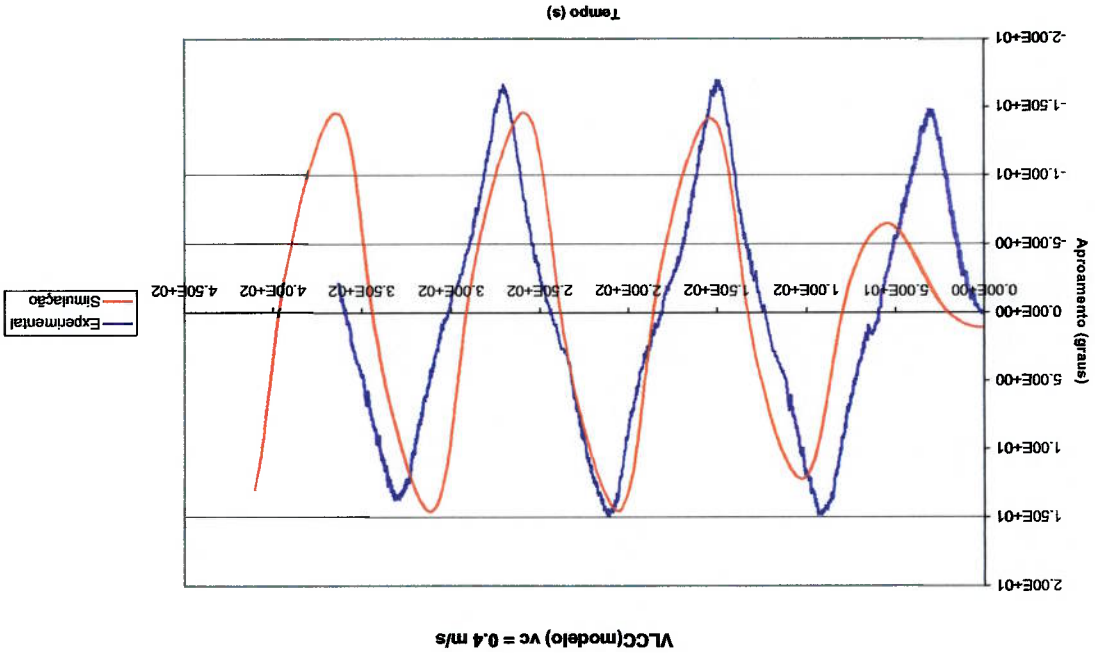
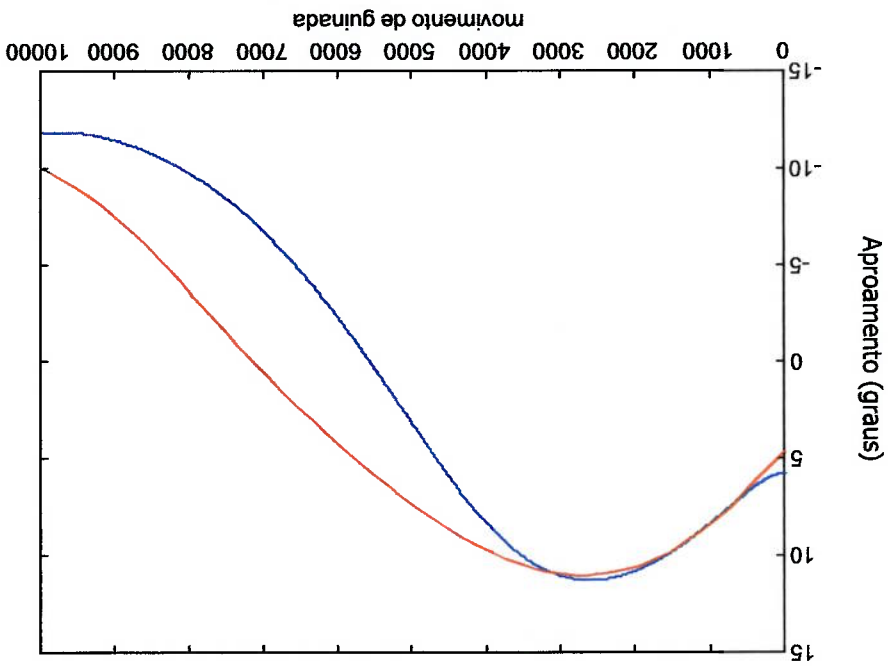


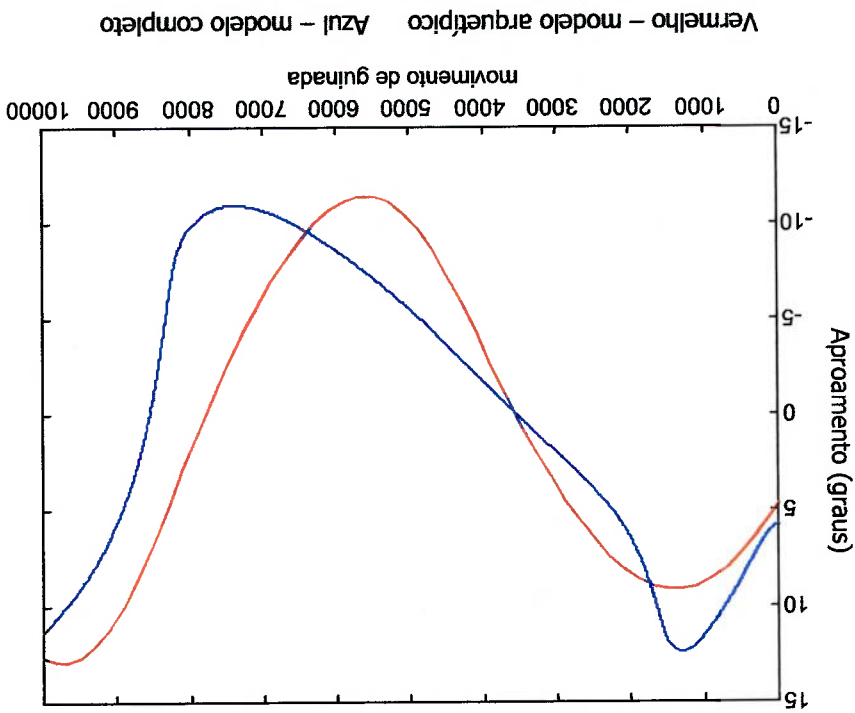
Figura 3.16 - Comparação entre simulação com modelo completo e arquetípico

Vermelho – modelo arquetípico Azul – modelo completo



Pode-se observar uma boa correlação nas séries temporais apresentadas, tanto quando comparadas com dados experimentais, quanto para os dados de simulação com modelo completo. Esses resultados confirmam a reprodutibilidade da dinâmica do sistema por parte do modelo arquetípico. Contudo, como foi mencionado, comparações mais aprofundadas entre o modelo completo e o modelo arquetípico ainda serão realizadas neste trabalho.

Figura 3.18 - Comparação entre simulação com modelo completo e arquetípico



4. RESULTADOS

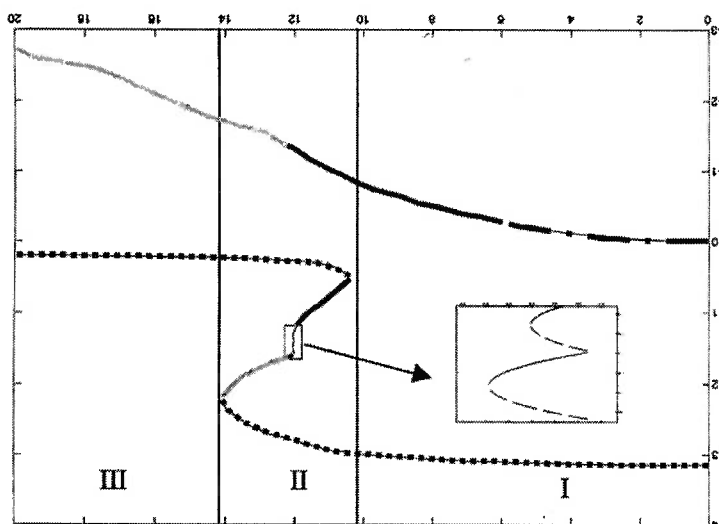
Tendo em vista o modelo arquitetónico desenvolvido pretende-se obter resultados comparativos que confirmem a reprodutibilidade da dinâmica do sistema completo com o modelo reduzido, reprodutibilidade esta observada no item de validação experimental. Como já mencionado, a simples comparação por séries temporais não implica em uma avaliação correta dos modelos, pois não contempla toda a fenomenologia de sua dinâmica. Por esse motivo, tem-se por objetivo comparar os resultados com o modelo completo através de mapas de bifurcação e diagrama de poços potenciais.

Alguns mapas de bifurcação do modelo completo foram elaborados por

Morshita et al (2001), tendo como parâmetro de controle a relação $\sigma = \frac{V_c}{V}$

(relação entre velocidades de vento e corrente). A escolha desse parâmetro tem por finalidade o estudo das possíveis variações de equilíbrio do sistema (atratores), quando da operação de descarregamento (off-loading), mediante possíveis variações de intensidade de vento e corrente. Essa investigação é de grande importância em termos de engenharia, pois identifica o "surgimento" de posições de equilíbrio indesejáveis, as quais podem representar algum risco prático para a operação, tal como a colisão dos navios. Para obtenção dos mapas de bifurcação foi utilizado o algoritmo de Newton-Raphson com a adição, para teste de convergência, de erro absoluto e relativo.

Figura 4.1 - Diagrama de bifurcação para modelo completo ($\psi^v = 10^\circ$ e $\psi^c = 180^\circ$)



Segundo Morshita et al (2001), pode-se observar nas Figuras 4.1 e 4.2 os mapas de bifurcação dos pontos de equilíbrio do sistema para duas situações distintas: na Figura 4.1 a direção da corrente é de $\psi^c = 180^\circ$ e a direção do vento é de $\psi^v = 10^\circ$ e na Figura 4.2, $\psi^c = 180^\circ$ e $\psi^v = 0^\circ$. amarração.

Em termos de modelo completo, esses mapas foram feitos para o sistema DICAS de amarração, por constituir um sistema mais simples em termos computacionais e assim, tornando o processo de obtenção dos mapas mais viáveis em termos de tempo de processamento. Tal simplicidade está no fato de que os graus de liberdade do navio FPSO são limitados devido à

As regiões I e III mostram-se semelhantes em relação ao número de pontos de Na Figura 4.2, para $\psi^c = 0^\circ$, nota-se também a presença de três regiões.

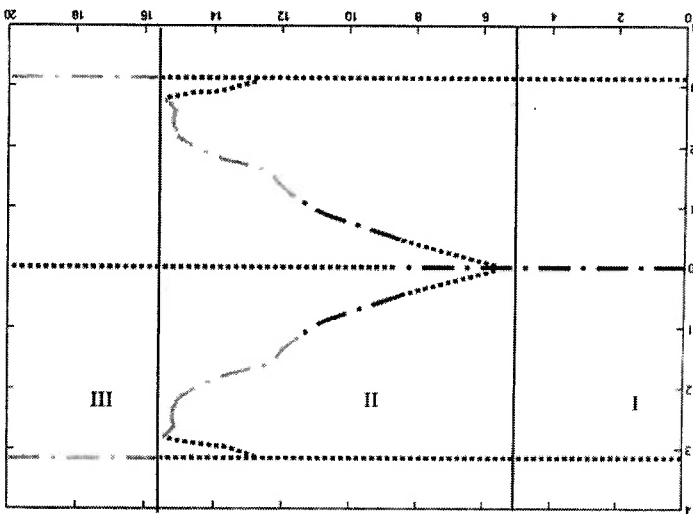
I, apenas com seus atratores em valores diferentes.

A região III possui qualitativamente as mesmas características da região

com sua estabilidade.

indesejável. Na mesma região II, o ponto de equilíbrio estável ($\psi > 0$) continua deles estáveis, porém, do ponto de vista de engenharia, em posição surgimento (bifurcações tipo fold) de mais pontos de equilíbrio, sendo alguns direção da resultante das forças de vento e corrente. Na região II nota-se o estável ($\psi > 0$), em linha contínua, representando o equilíbrio segundo a sendo um deles instável ($\psi < 0$), representado por linha tracejada, e outro de três regiões distintas. Região I, onde há apenas dois pontos de equilíbrio, De acordo com os autores, pode-se identificar pela Figura 4.1 a presença

Figura 4.2 - Diagrama de bifurcação para modelo completo ($\psi^c = 180^\circ$ e $\psi^v = 0^\circ$)



equilíbrio. No entanto na região I, há a presença de um ciclo limite estável (linha trazo ponto) para $\psi = 0$ e dois outros pontos de equilíbrio instáveis, diferentemente da região III, com dois pontos de equilíbrio assintoticamente estáveis e um instável.

Quando as forças de vento e corrente se equilibram ($\sigma \approx 2.0$), ocorre uma bifurcação, pela qual o ciclo limite muda para dois pontos de equilíbrio estáveis. Ainda na região II, aumentando-se σ , consegue-se obter outros pontos de equilíbrio que surgem através de bifurcações do tipo fold e, dessa forma, ora estáveis, ora instáveis. Aumentando-se σ , entra-se na região III.

Nas Figuras 4.3 e 4.4 pode-se observar os mapas de bifurcação para o modelo arquetípico, considerando o sistema DICAS de amarração. Na Figura 4.3, nota-se as mesmas regiões apresentadas nos mapas de bifurcação do modelo completo. Na região II o número de pontos de equilíbrio não é o mesmo, porém, qualitativamente, obtve-se o mesmo comportamento, inclusive os mesmos tipos de bifurcação folds.

Na Figura 4.4, nota-se também uma grande similaridade com o mapa do modelo completo. A presença de um ciclo limite na região I, uma bifurcação tornando esse ciclo limite em dois pontos de equilíbrio estáveis na região II, e os três pontos de equilíbrio na região III.

Nos mapas de bifurcação apresentados os pontos em cor verde representam condições de equilíbrio estável, sejam elas relativas a pontos hiperbólicos, não-hiperbólicos ou ciclos limite. Em vermelho estão representados os pontos de equilíbrio instáveis.

Figura 4.4 - Diagrama de bifurcação para o sistema DICAS ($\psi_v = 0^\circ$)

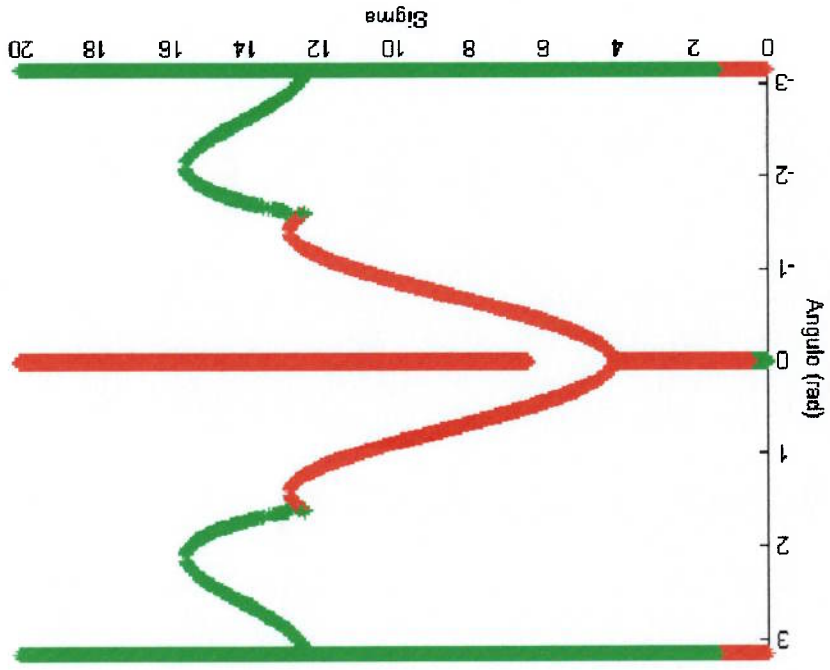
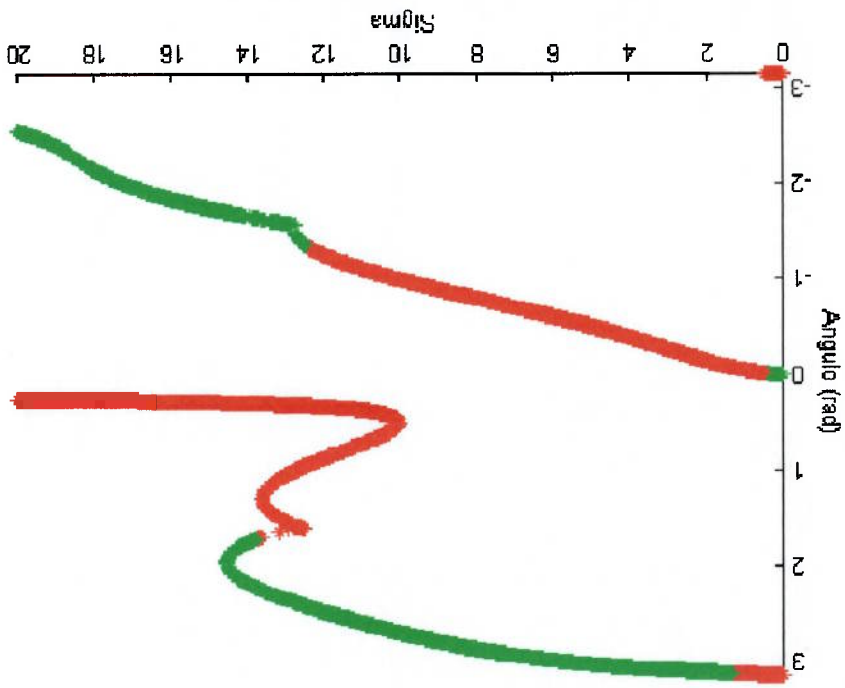
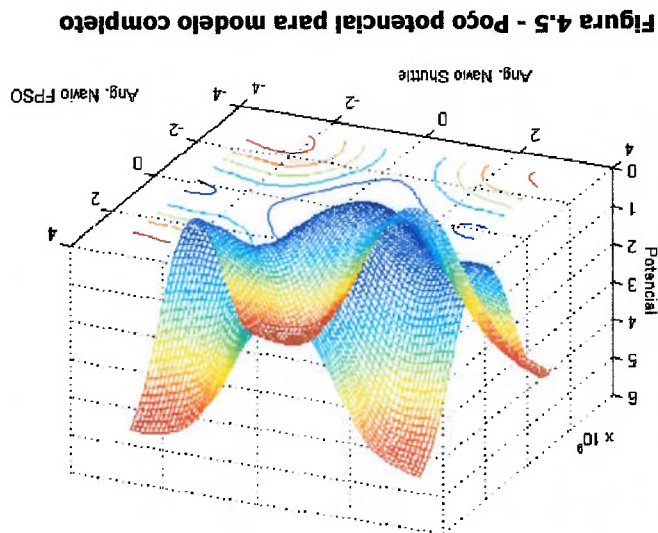


Figura 4.3 - Diagrama de bifurcação para o sistema DICAS ($\psi_v = 10^\circ$)





Para o sistema em Turret, devido à dificuldade de processamento matemático para o modelo completo, não se tem mapas de bifurcação deste modelo. No entanto, pode-se compará-lo com o modelo arquetípico através de poços potenciais.

Nas Figuras 4.5 e 4.6 tem-se os poços potenciais para os modelos completo e arquetípico, respectivamente, para o Turret posicionado na proa do navio FPSO, como pode ser visto na Figura 4.7. Tais poços foram obtidos para ângulos de corrente e vento de $\psi^c = 180^\circ$ e $\psi^v = 90^\circ$, respectivamente. Vale ressaltar que a maior diferença que o modelo arquetípico e o modelo completo apresentam é para ângulos de vento de través, visto que para tais ângulos, os coeficientes de vento (medidos experimentalmente) diferem da aproximação feita, pela qual os coeficientes variam segundo uma senóide.

De maneira geral ambos os poços possuem um mesmo comportamento qualitativo. Ambos apresentam uma região de mínima energia, em torno do ponto $(0,0)$, representando um ponto de equilíbrio estável. Para as posições extremas do potencial $(-\pi,-\pi)$, (π,π) , $(-\pi,\pi)$ e $(\pi,-\pi)$ tem-se regiões de máxima

Figura 4.7 - Posicionamento com Turret na ponta do navio FPSO

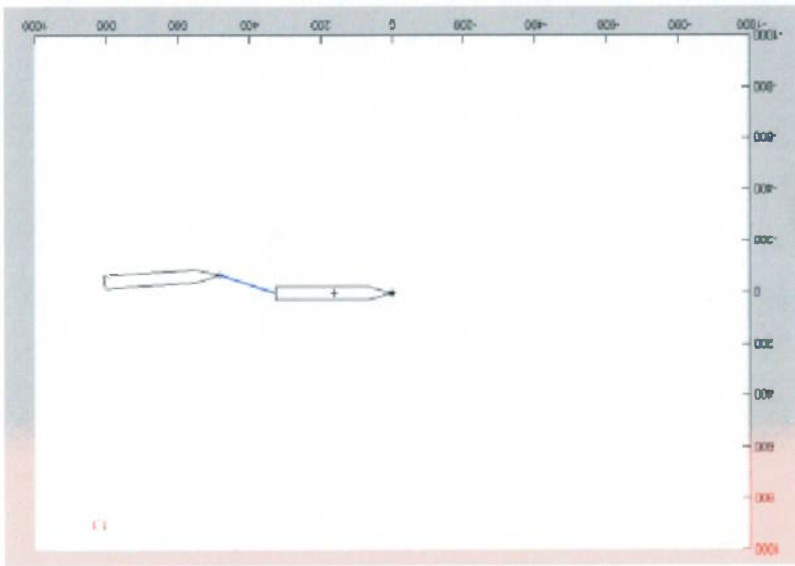


Figura 4.6 - Poço potencial para o modelo arquetípico

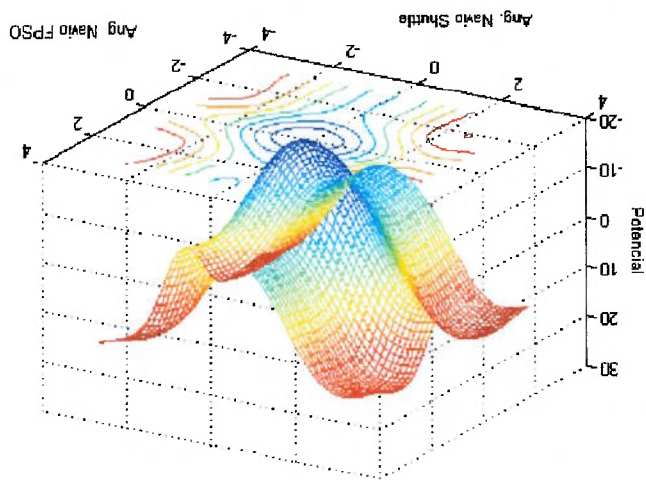
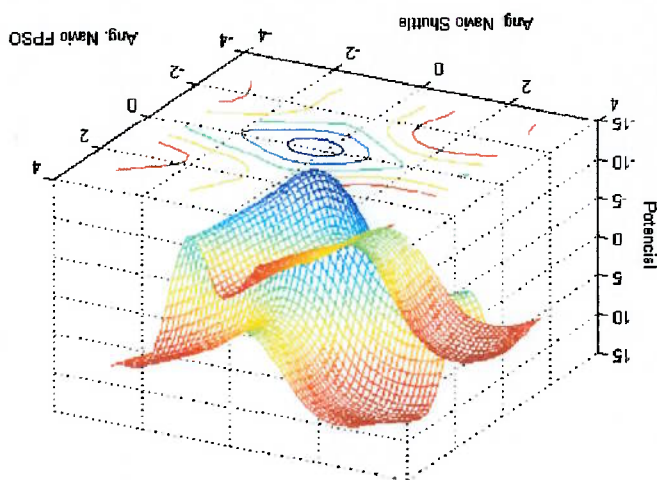


Figura 4.8 - Turret posicionado à meia nau - Modelo Arquético

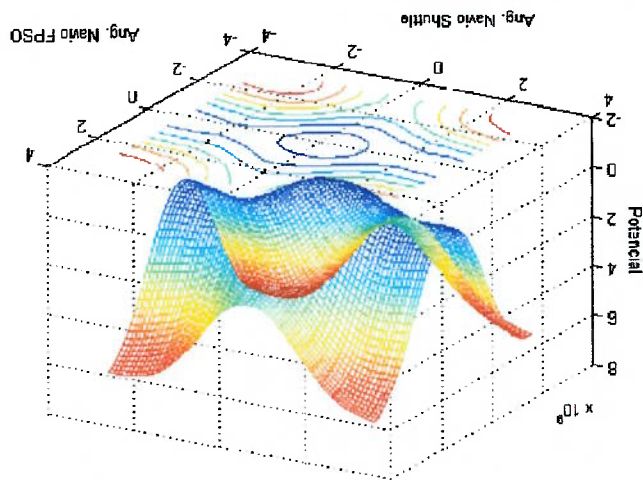


energia, as quais decaem tanto no sentido da variação do ângulo do navio FPSO, como para o ângulo do navio aliviador (navio shuttle). Para o ângulo do navio aliviador (ψ_2) igual a zero, têm-se para ângulos do navio FPSO (ψ_1) próximos à $-\pi$ e π , pontos de sela, representando uma instabilidade local. De outra forma, observando as linhas equipotenciais, apresentadas no plano de energia zero do gráfico, pode-se observar tendências semelhantes de variação de energia.

Nas Figuras 4.8 e 4.9 estão apresentados os poços potenciais para os modelos completo e arquetípico, respectivamente, para o turret posicionado à meia nau do navio FPSO, adotando-se as mesmas condições ambientais.

Novamente, as mesmas observações feitas para os gráficos anteriores podem ser feitas neste caso: ponto de mínimo na região da origem (0,0) e mesmas regiões de crescimento e decréscimo da função potencial. Uma característica a se observar são as linhas equipotenciais no plano de energia zero do poço. Observe-se, em ambos os modelos, a mudança de orientação das linhas em relação aos diagramas anteriores. Para o Turret na proa do navio FPSO, as linhas estavam orientadas no sentido de variação do ângulo navio/alivador, diferentemente dos gráficos das figuras 4.8 e 4.9. Com o turret posicionado à proa do navio FPSO, sua inércia rotativa em relação ao C.G. é maior quando comparada ao turret posicionado à meia nau (posição próxima ao C.G.). Com o turret a meia nau, as linhas tomam uma orientação no sentido da variação do ângulo do navio FPSO, mostrando que a maior inércia do sistema relaciona-se com a inércia do navio/alivador, a qual é maior proporcionalmente quando comparada com a do navio FPSO.

Figura 4.9 - Turret posicionado à meia nau - Modelo Completo



pontos de equilíbrio estáveis fossem representados por um asterisco (*) e ciclos qual será detalhado mais adiante. Como representação, foi adotado que os de 12. Para identificação da região de atração um algoritmo foi elaborado, o peculiar devido à equiparação das forças de vento e corrente para σ ao redor $\psi^* = 180^\circ$ (diagrama de bifurcação na Figura 4.3). Essa condição mostrou-se diagrama de fase, respectivamente, para $\sigma = 13$ na condição de $\psi^* = 10^\circ$ e Nas figuras 4.10 e 4.11 estão apresentadas a bacia de atração e o

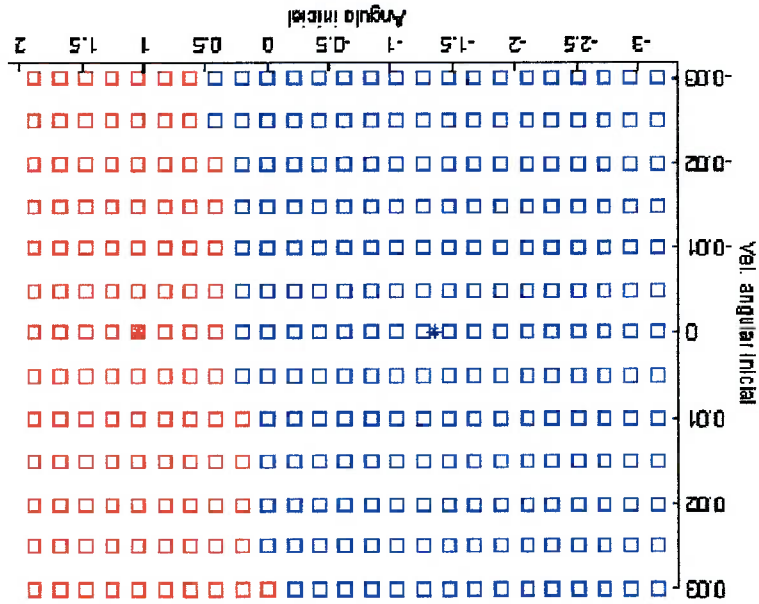
atrator, e dessa forma ter conhecimento de "quão forte" é um atrator. esses diagramas, pode-se conhecer o domínio de atração de cada ponto de arquétipo é a obtenção das bacias de atração dos pontos de equilíbrio. Com Um dos principais estudos nos quais objetiva-se utilizar o modelo

4.1.1 Sistema de amarração DICAS

4.1 Exploração do modelo arquétipo

objetivando analogias com a dinâmica do modelo completo. sistema em estudo, e por isso, pode ser usado para obtenção de resultados modelo arquétipo representa de maneira adequada a dinâmica qualitativa do dos diagramas de bifurcação apresentados. Pode-se notar com isso que o o sistema DICAS, percebe-se facilmente essa correlação através da semelhança liberdade, o modelo arquétipo representa bem o sistema como um todo. Para apresenta-se mais complexo devido ao aumento do número de graus de Dessa forma, mesmo para o sistema turrel de amarração, o qual

Figura 4.10 - Bacia de atração para sistema DICAS ($\sigma = 13$, $\psi^v = 10^\circ$ e $\psi^z = 180^\circ$)



Pode ser visto na bacia de atração que ambos pontos de equilíbrio estáveis possuem uma região de atração considerável, sendo que para o atrator $\psi_1 = 1.3 \text{ rad}$ a bacia apresentou-se menor em comparação com o segundo atrator $\psi_2 = -1.3 \text{ rad}$. Em termos de engenharia, o primeiro atrator representa uma posição indesejável, visto que o navio FPSO está ancorado com aprornamento relativo de zero radianos, e um aprornamento positivo do navio alivador representaria uma maior aproximação dos dois navios. (Figura 4.12)

por cores.

limite por um círculo (o). Os demais pontos representam pontos no espaço de estado pertencentes a região de atração de determinado atrator, identificados

observar a presença de um ciclo limite (identificado pelo símbolo de um círculo

diagrama de fase para o caso de $\psi_v = 0^\circ$ e $\psi_c = 180^\circ$ para $\sigma = 2.0$. Pode-se

Nas Figuras 4.13 e 4.14 estão apresentadas as bacias de atração e o

bacia de atração gerada.

O diagrama de fase apenas confirma os resultados obtidos através da

Figura 4.12 - Sistema de amarração DICAS

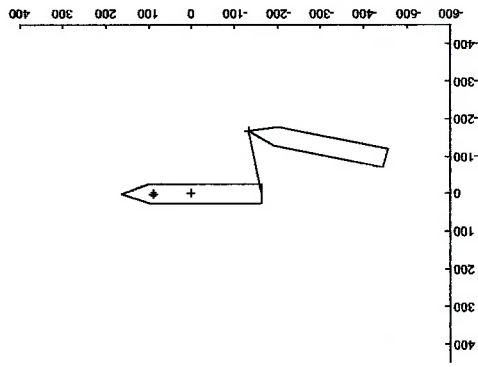


Figura 4.11 - Diagrama de fase para sistema DICAS ($\sigma = 13, \psi_v = 10^\circ$ e $\psi_c = 180^\circ$)

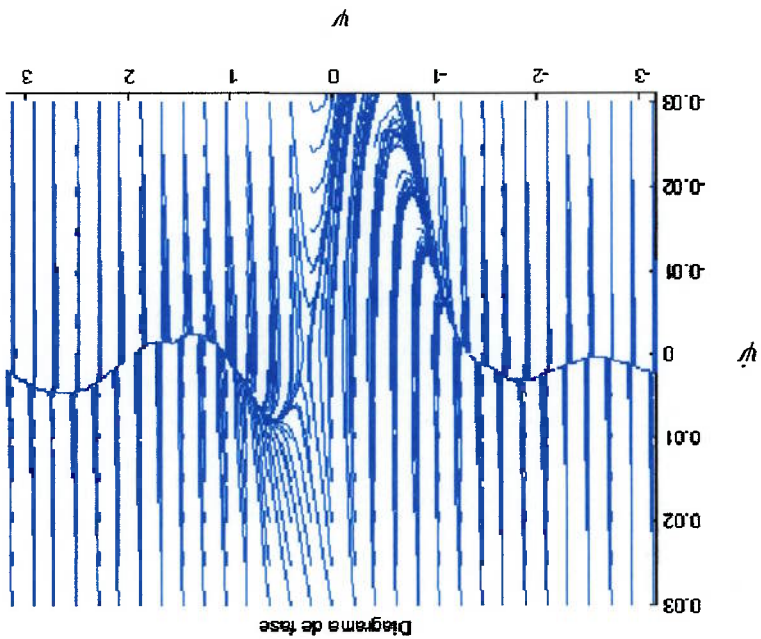


Figura 4.13 - Bacia de atração para sistema DICAS ($\sigma = 2.0, \psi^v = 0^\circ$ e $\psi^c = 180^\circ$)

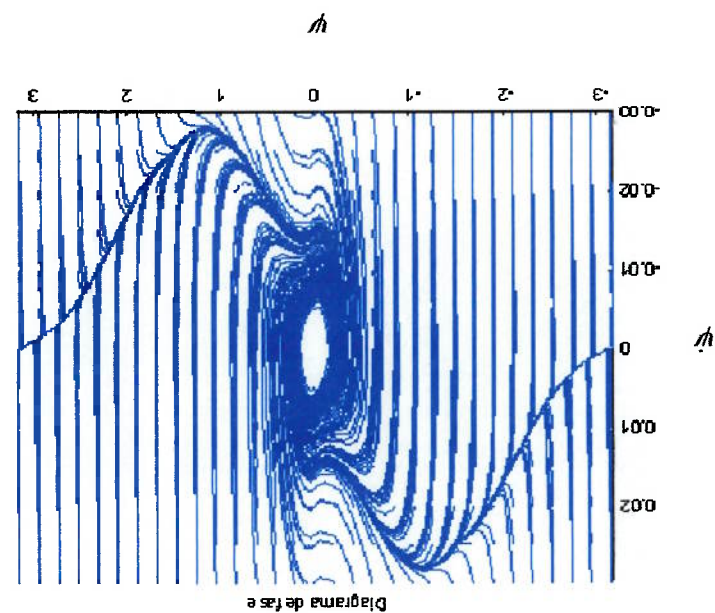
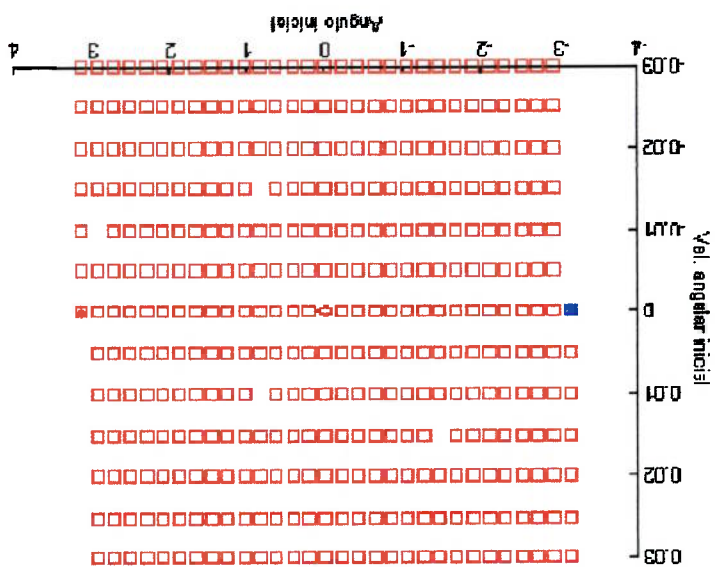
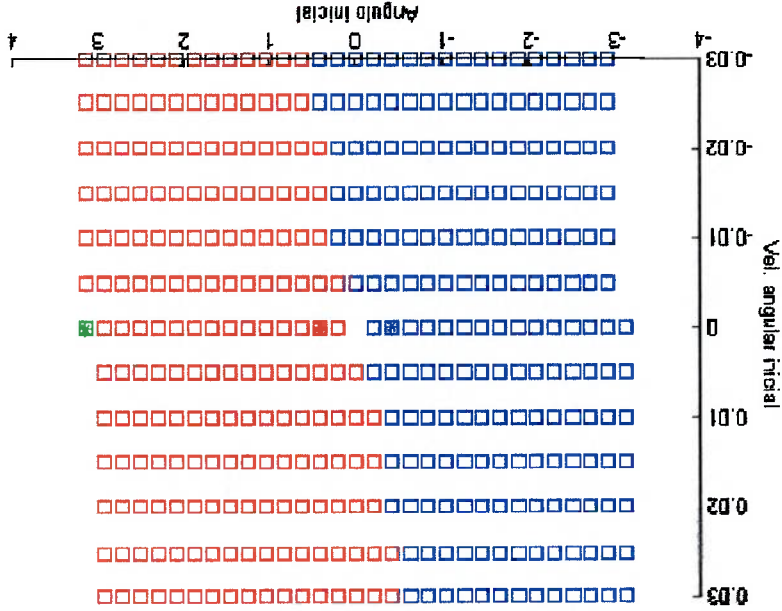


Figura 4.14 - Diagrama de fase para sistema DICAS ($\sigma = 2.0, \psi^v = 0^\circ$ e $\psi^c = 180^\circ$)



parâmetros analisados. em seu centro), com região de atração sendo definido por todo o espaço dos

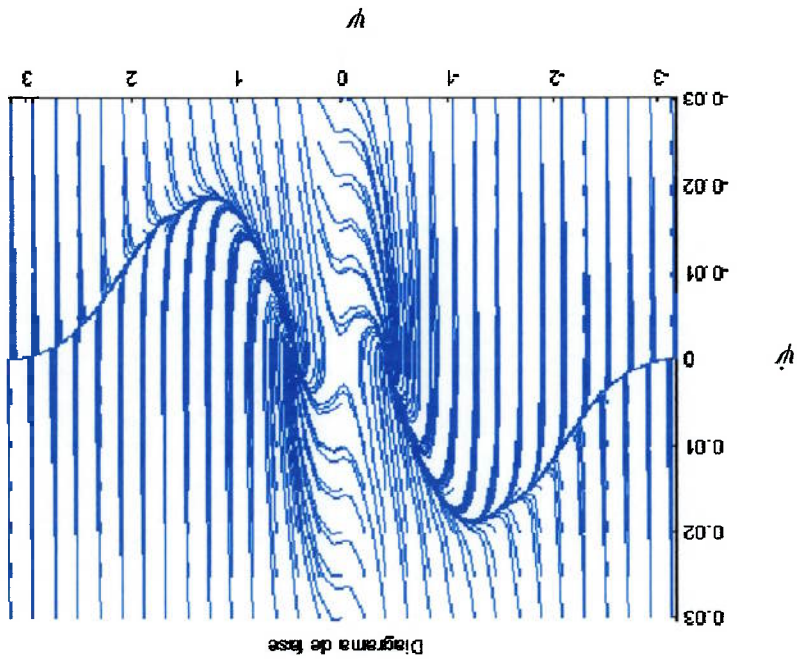
Figura 4.15 - Bacia de atração para sistema DICAS ($\sigma = 13$, $\psi^v = 0^\circ$ e $\psi^c = 180^\circ$)



Com o aumento do valor de sigma, ou melhor, a medida que a velocidade do vento se intensifica, ocorre um ponto de bifurcação (Figura 4.4), e o sistema passa a possuir 2 pontos de equilíbrio, os quais inicialmente se caracterizam por dois ciclos limite, passando posteriormente a pontos de equilíbrio assintoticamente estáveis. Pode-se notar através das Figuras 4.15 e 4.16 a bacias de atração e o diagrama de fase para o caso comentado ($\sigma = 13$). Observa-se que a região do espaço de parâmetros se divide de forma uniforme entre os dois atratores, pontos de equilíbrio assintoticamente estáveis. Vale ressaltar, no entanto, que tal condição ambiental se mostra, na prática, impraticável, pois tais características ocorrem apenas, numericamente, na situação de oposição entre as forças de vento e corrente.

Com os resultados obtidos, pode-se observar que as bifurcações ocorrem quando da equiparação das forças ambientais. Na Figura 4.17, por exemplo, está apresentado um diagrama de bifurcação também para o sistema DICAS de amarração, para uma dada relação de velocidades de velocidades (σ) e como parâmetro de controle o ângulo do vento. O ângulo da corrente foi fixado em π e como resultado obtve-se um cenário mais complexo em termos de dinâmica para $\psi_v > 0.5 \text{ rad}$, ratificando o surgimento de bifurcações quando da equiparação das forças ambientais, já que o ângulo de incidência da corrente é de $\pi \text{ rad}$ (180 graus).

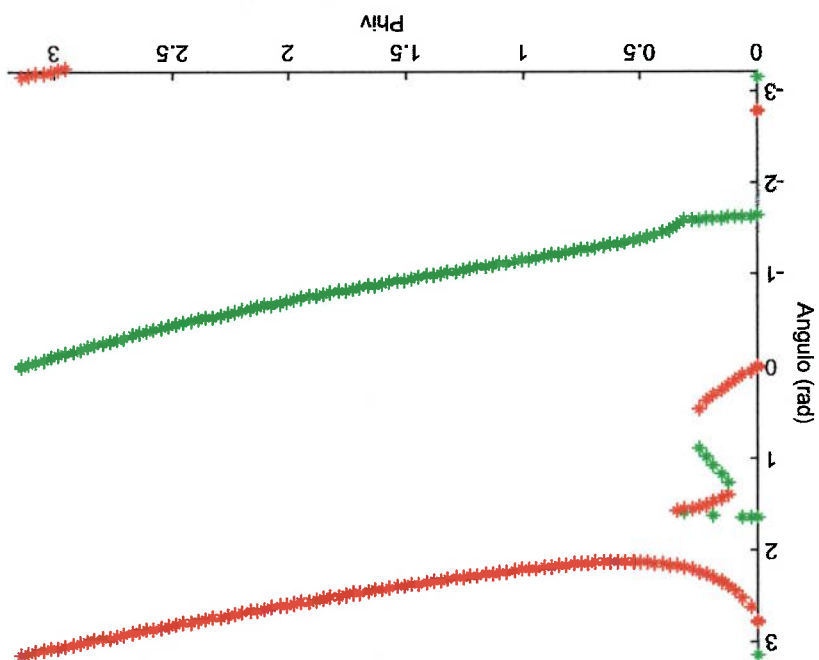
Figura 4.16 - Diagrama de fase para sistema DICAS ($\sigma = 13$, $\psi_v = 0^\circ$ e $\psi_c = 180^\circ$)



Para o sistema de amarração em Turret, tem-se um cenário um pouco mais complexo devido ao aumento dos graus de liberdade. Nesse sistema ambos os navios podem mudar seu aprornamento com relação às condições ambientais o que, de certa forma, reduz o risco de colisão, pois ambos os navios se acomodam em posições naturalmente afastadas. No entanto os navios podem se comportar de maneira distinta, ou seja, com tempos de resposta diferentes, e dessa forma possuem respostas a excitações diferentes, e isso pode provocar proximidade e com isso risco de colisão em regimes transitórios de resposta. Em situação de regime

4.1.2 Sistema de amarração Turret

Figura 4.17 - Diagrama de bifurcação segundo variação de ângulo de vento ($\sigma = 2.0$)



permanentemente, pode haver pontos de equilíbrio distintos para os navios, o que

ocasionaria, novamente, movimentos excessivos entre os navios. Do ponto de

vista de engenharia, tal movimentação é uma característica ruim para o

sistema, pois induz grandes esforços nos sistema de conexão entre os navios.

Como ponto de partida para a exploração do modelo arquetípico foi

construído um mapa de bifurcação dos pontos de equilíbrio, para uma condição

com o Turret posicionado na ponta do navio FPSO, ângulo de vento em torno

de $\frac{\pi}{4}$, ângulo de corrente a π e condições medianas de calados

(carregamento) para ambos navios. Pode-se observar nas Figuras 4.18 e 4.19

os mapas de bifurcação dos ângulos de equilíbrio para os navios FPSO e

aliviador, respectivamente, e como parâmetro de controle, tem-se a relação de

velocidades σ .

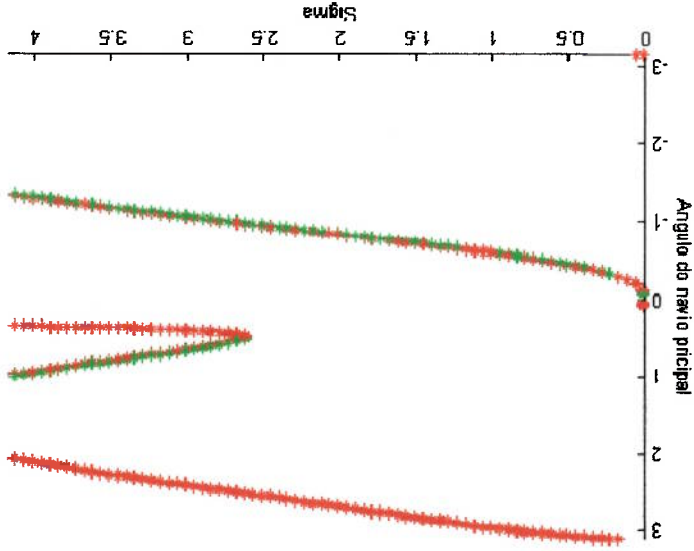


Figura 4.18 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi_v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi_c = \pi$)

Nota-se grande semelhança do mapa de bifurcação do navio allivador, quando comparado ao mesmo navio allivador, porém com o sistema DICAS de amarração para o sistema. No entanto, para o navio FPSO, nota-se um cenário diferente. Para $\sigma > 2.7$ tem-se a presença de outro ponto de equilíbrio ($\psi_1 < 0$). Esses dois pontos de equilíbrio mencionados "disputam" o equilíbrio do sistema, com diferentes áreas de atração, como pode ser vistas nas Figuras 4.20 a 4.23, as quais representam as bacias de atração e diagramas de fase para $\sigma = 3.0$ e $\sigma = 4.0$, respectivamente. A região de atração do ponto de equilíbrio $\psi_1 < 0$ é pequena quando comparada a do outro ponto de equilíbrio. A medida que a velocidade do vento é aumentada, aumentando sigma, sua região vai aumentando, dividindo espaço na região de atração com o outro ponto.

Figura 4.19 - Mapas de bifurcação para o navio allivador ($\psi_v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi_c = \pi$)

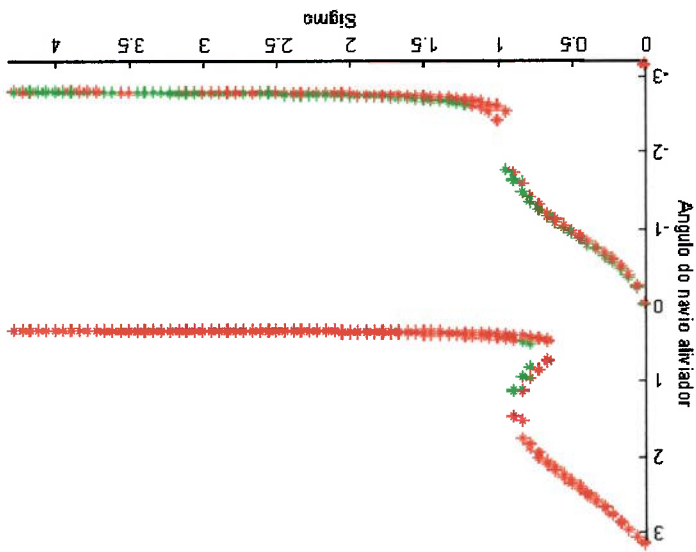


Figura 4.21 - Diagrama de fase para sistema Turret ($\sigma = 3.0, \psi_v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi_c = \pi$)

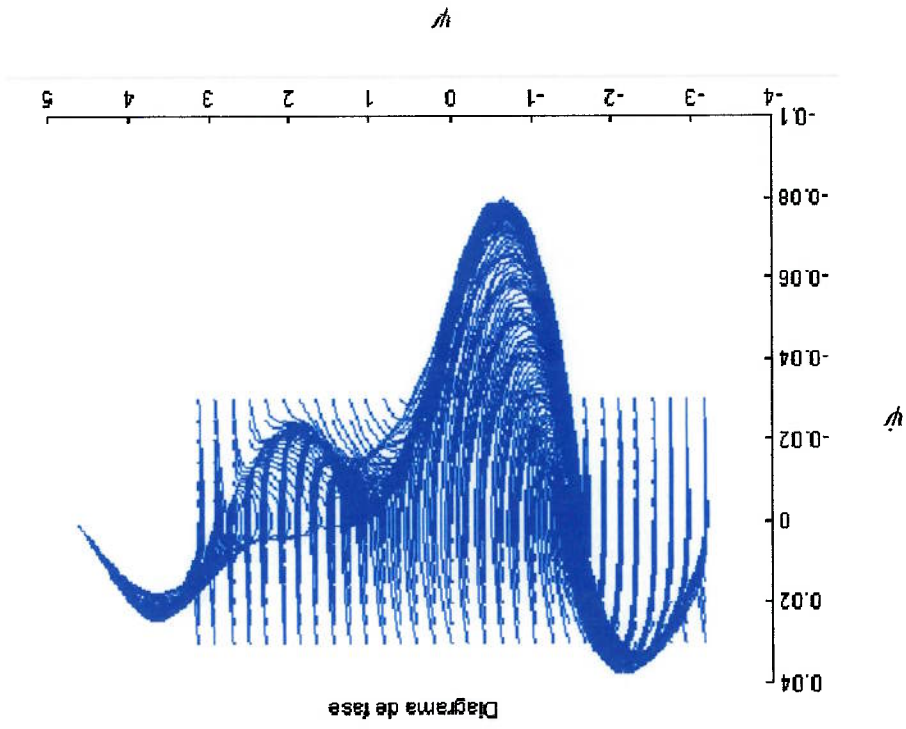


Figura 4.20 - Bacia de atração para sistema Turret ($\sigma = 3.0, \psi_v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi_c = \pi$)

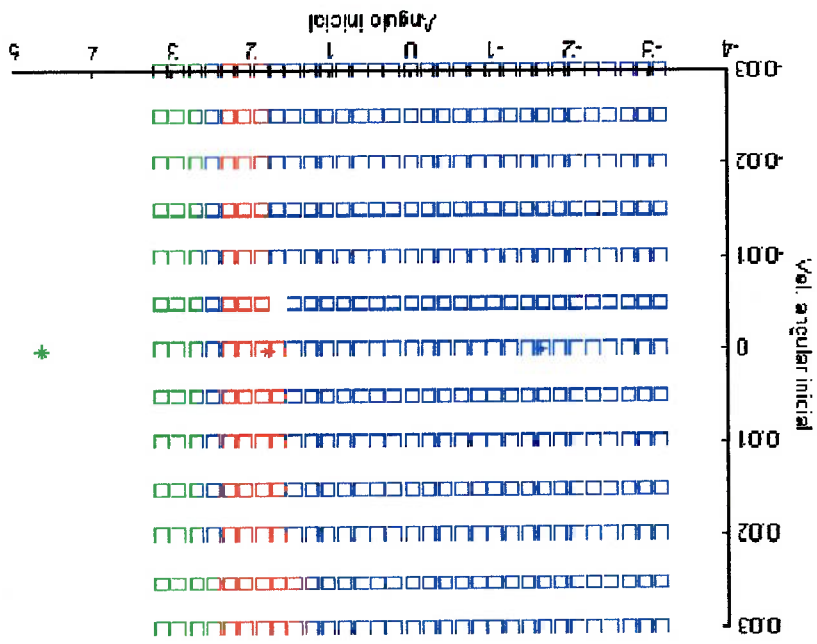


Figura 4.23 - Diagrama de fase para sistema Turret ($\sigma = 4.0, \psi_v = \frac{4}{\pi}$ e $\psi_c = \pi$)

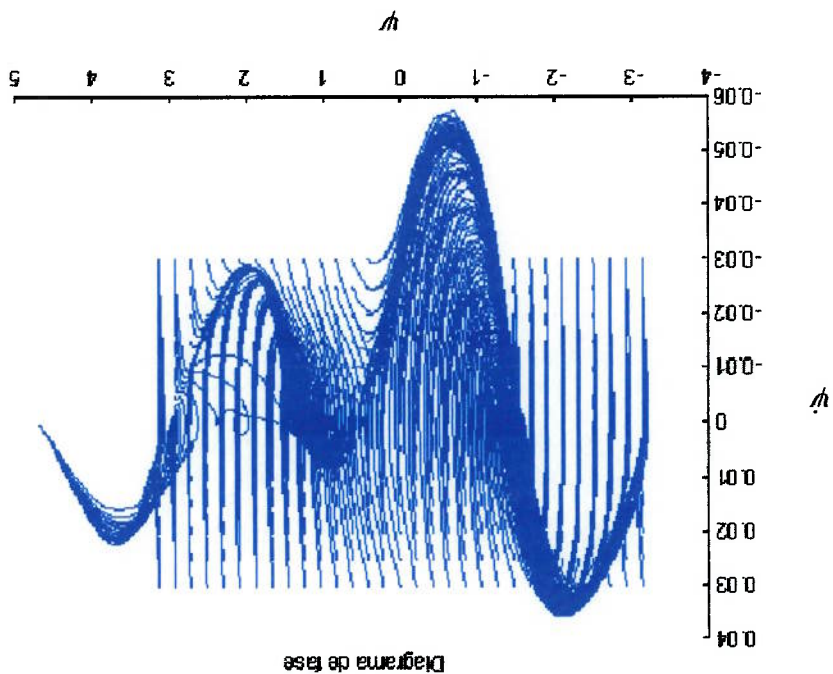
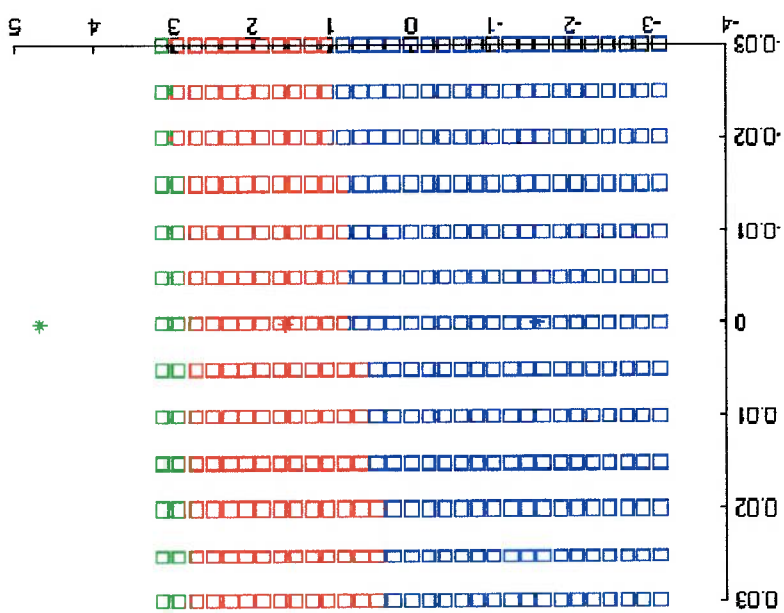


Figura 4.22 - Bacia de atração para sistema Turret ($\sigma = 4.0, \psi_v = \frac{4}{\pi}$ e $\psi_c = \pi$)



O número de pontos de equilíbrio apresenta-se maior que o sistema

DICAS de amarração, contemplando a maior complexidade do sistema Turret.

Uma característica do sistema Turret é sua dependência para com a

posição de fixação do Turret. De acordo com sua posição, o navio FPSO tem

uma inércia relativa ao ponto de rotação diferente, alterando assim a dinâmica

do sistema como um todo.

Nas Figuras 4.24 e 4.25 estão apresentados os diagramas de bifurcação

para o sistema Turret, com as mesmas características do sistema anteriormente

discutido, porém com o Turret localizado à meia nau do navio FPSO. Como se

pode observar nos diagramas, o número de pontos de equilíbrio, sejam eles

estáveis ou instáveis, é maior que no caso anterior. O próprio algoritmo

utilizado, usando a mesma precisão numérica do caso anterior, encontrou

pontos de equilíbrio muito próximos uns dos outros, o que fisicamente

corresponderia apenas um ponto. Tal característica demonstra mudança no

sistema.

Com o Turret à meia nau, o equilíbrio com respeito ao navio FPSO passa

a ser "indiferente", ou seja, em termos de poços potenciais, seu poço é mais

"achatado", possuindo menor variação de energia, e assim, menor força de

atragão. Percebe-se pela figura 4.24 a presença de dois pontos de equilíbrio

para o navio FPSO até valores de sigma em torno de 3.0, quando então apenas

um atrator permanece mediante a preponderância das forças de vento. O

detalhe desse diagrama é que os pontos de equilíbrio para valores de sigma

próximos a zero, ou seja, na ausência de vento, são valores em torno de 1.3

rad e -1.3 rad. Tais variações dos pontos de equilíbrio são também verificadas com o modelo completo através de simulação.

Apesar da corrente estar alinhada a π , o navio FPSO não fica em equilíbrio alinhado a corrente, devido ao novo posicionamento do Turret. Já em relação ao navio aliviador, o comportamento qualitativo do diagrama permanece inalterado.

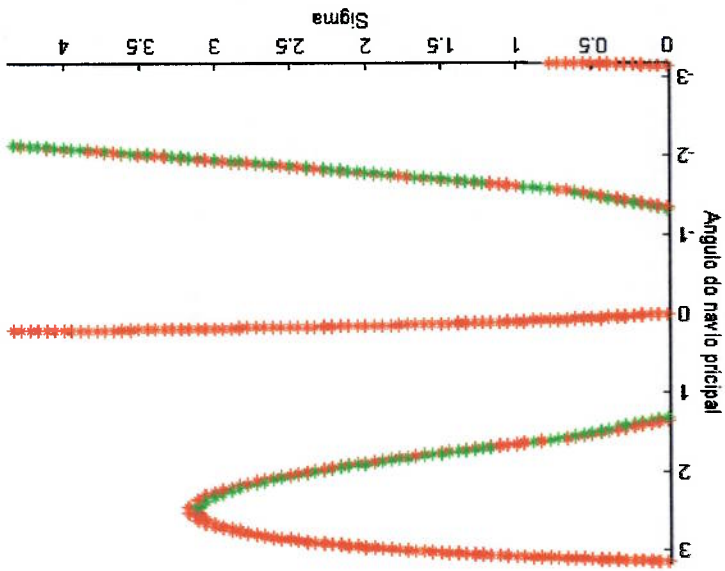


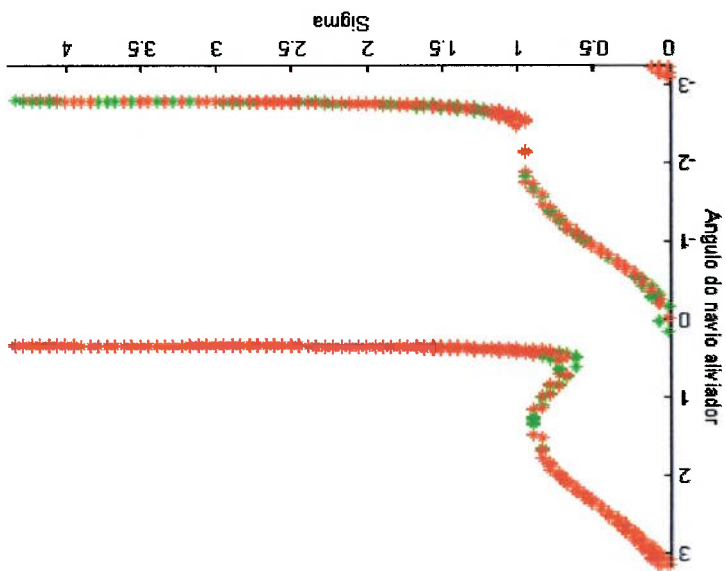
Figura 4.24 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi_y = \frac{\pi}{4}$ e $\psi_c = \pi$)

do Turret no navio FPSO. Esse parâmetro, denominado de θ , foi variado do bifurcação foi construído tendo como parâmetro de controle a posição relativa Com essa dependência em relação à posição do Turret, um diagrama de sistema não se altera substancialmente.

navio FPSO. O que significa, qualitativamente, que a dinâmica fundamental do presença de folds nas bifurcações constatadas, principalmente em relação ao Apesar da maior complexidade do sistema, nota-se qualitativamente a provocar a atração de um ou outro atrator.

dos agentes ambientais. Assim movimentações induzidas no navio FPSO podem região do diagrama de bifurcação, tomando como parâmetro as velocidades mudanças, pois para o navio FPSO, dois atratores coexistem por uma extensa Em termos de engenharia tal sistema apresenta-se mais susceptível a

Figura 4.25 - Mapas de bifurcação para o navio aliviador ($\psi^v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi^c = \pi$)



valor zero (Turret à meia nau) até 1.0 (Turret na ponta do navio). O diagrama pode ser visto nas Figuras 4.26 e 4.27. O que pode ser observado é que a medida que se posiciona o Turret mais para a meia nau do navio FPSO ($\theta > 0$), o segundo ponto de equilíbrio tende a desaparecer. Em termos de bacia de atração, vistas nas Figuras 4.28 e 4.29, para $\theta = 0.6$ e $\theta = 1.0$, respectivamente, pode-se observar que o ponto de equilíbrio $\psi < 0$ possui uma região de atração tão menor quanto maior o valor de θ . Em termos de projeto, o mapa de bifurcação mostra a partir de qual posição do navio FPSO é interessante posicionar o Turret a partir do qual o sistema possuirá apenas um ponto de equilíbrio para uma dada condição ambiental, caracterizando-se assim por um sistema mais robusto.

Outra condição interessante de se analisar a influência do posicionamento do Turret, é mediante determinada corrente, e ausência de vento. Nessa condição tem-se a presença da bifurcação de Hopf. Para o Turret posicionado a extrema proa do navio FPSO, tem-se a condição de ciclo limite estável. A medida que o Turret é posicionado mais a meia nau da embarcação, vê-se o surgimento de dois pontos de equilíbrio, também estáveis, com aproumentos não coincidentes com a direção da corrente. O diagrama de bifurcação para a condição citada pode ser visto nas Figuras 4.30 e 4.31.

Figura 4.27 - Mapas de bifurcação para o navio aliviador ($\psi_v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi_c = \pi$)

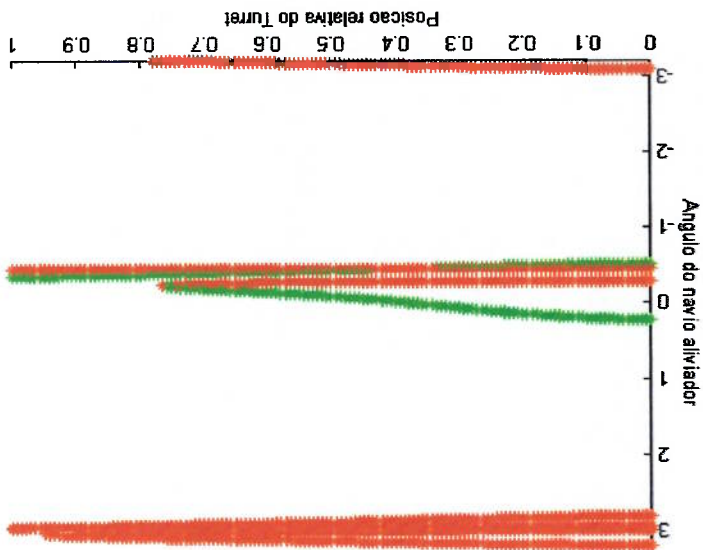


Figura 4.26 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi_v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi_c = \pi$)

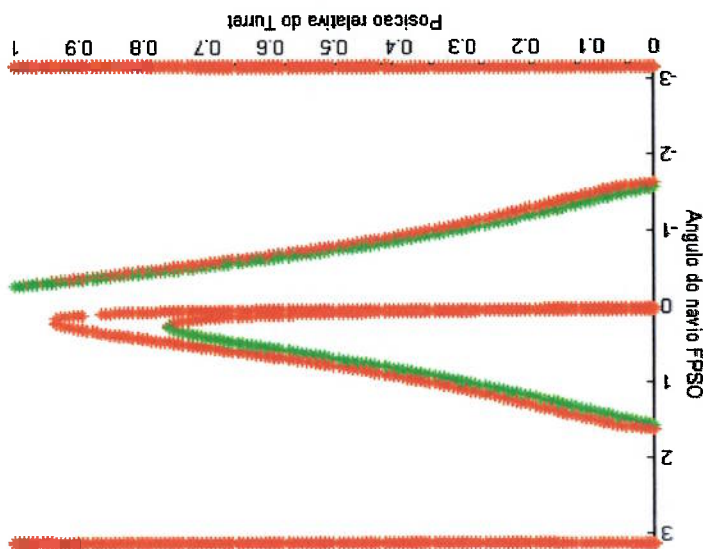


Figura 4.28 - Diagrama de fase e de atração do navio FPSO para $\theta = 0.8$

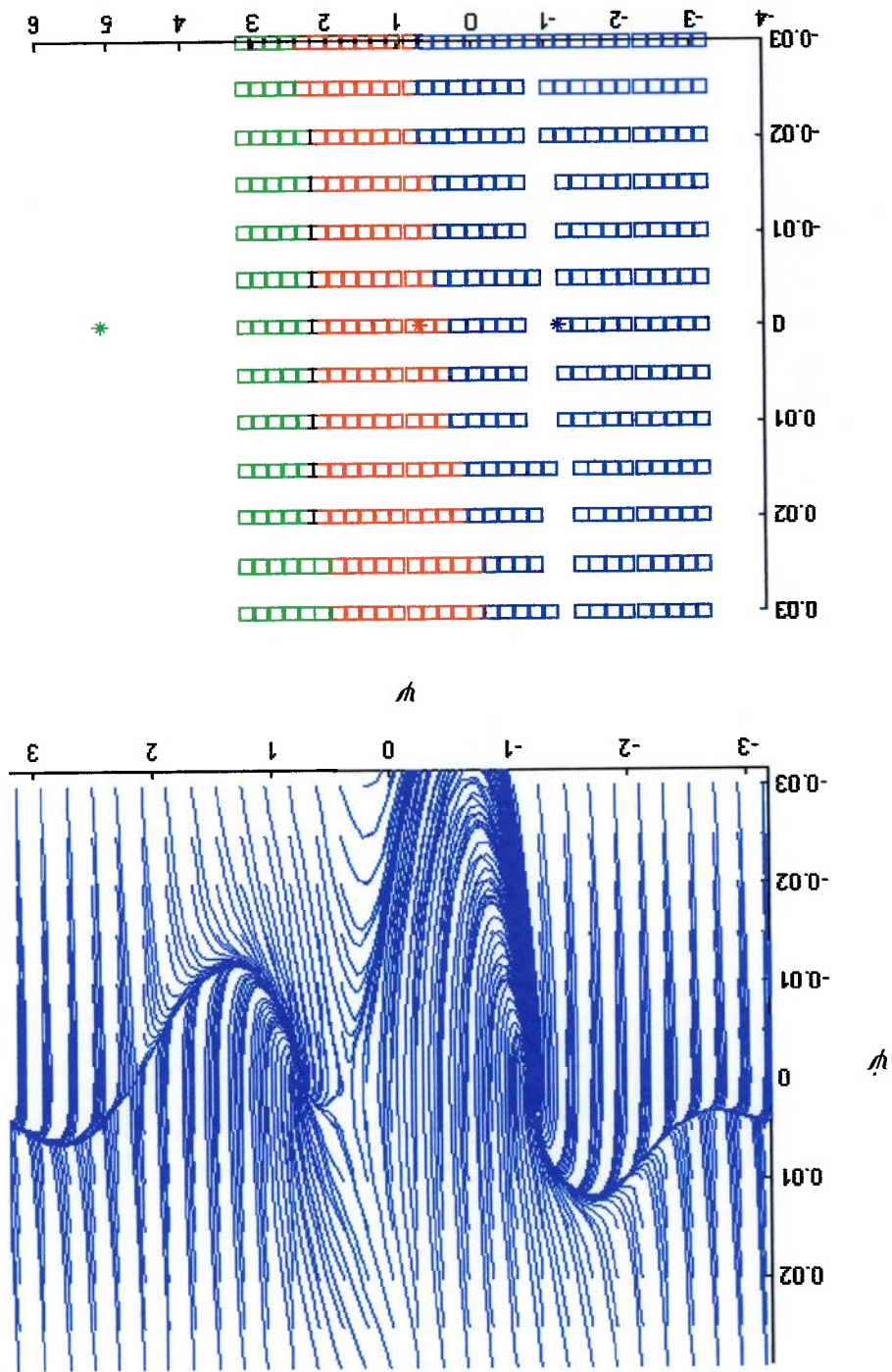


Figura 4.29 - Diagrama de fase e de atração do navio FPSO para $\theta = 1.0$

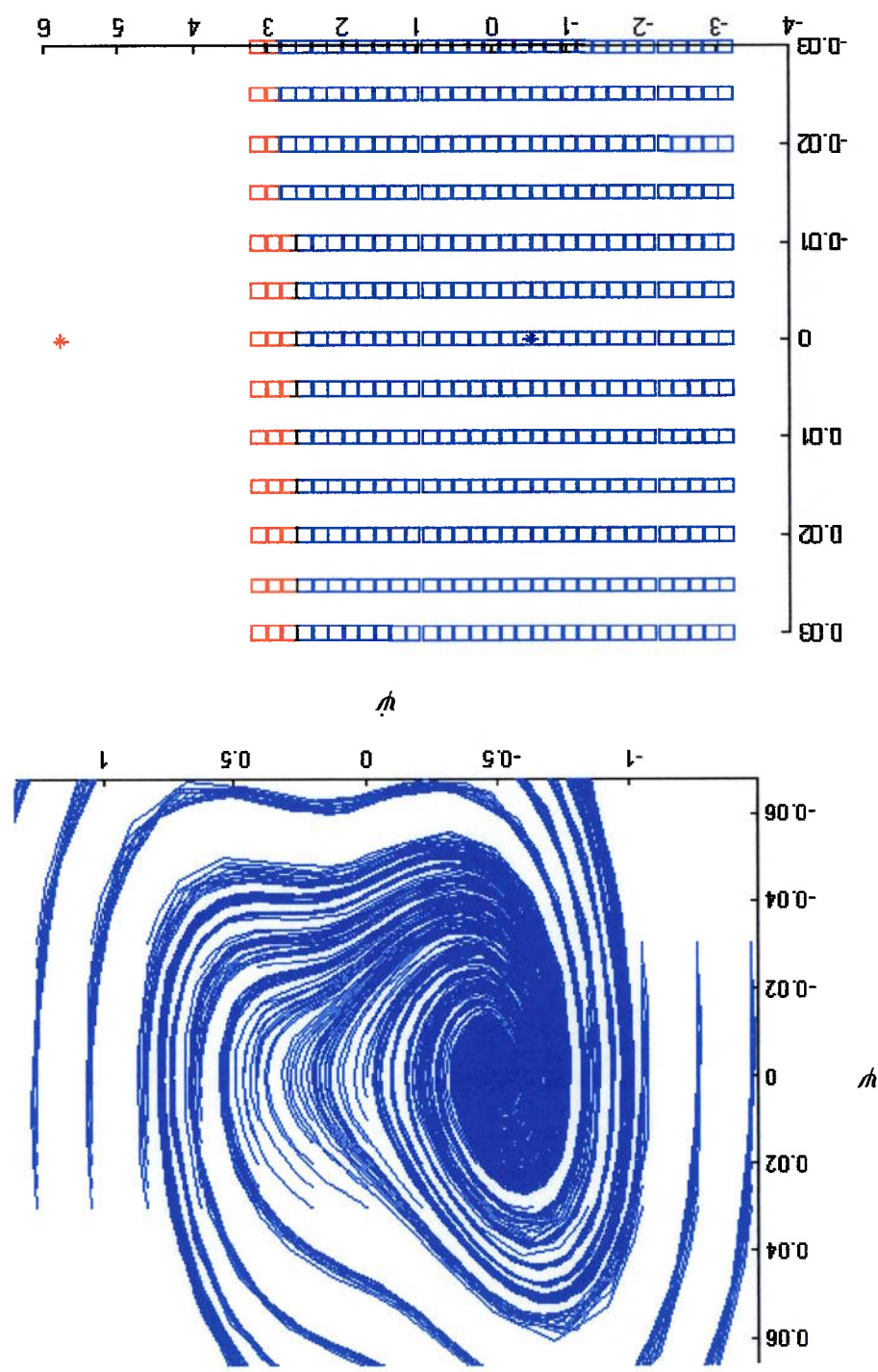


Figura 4.31 - Mapas de bifurcação para o navio alviador ($\psi_c = \pi$)

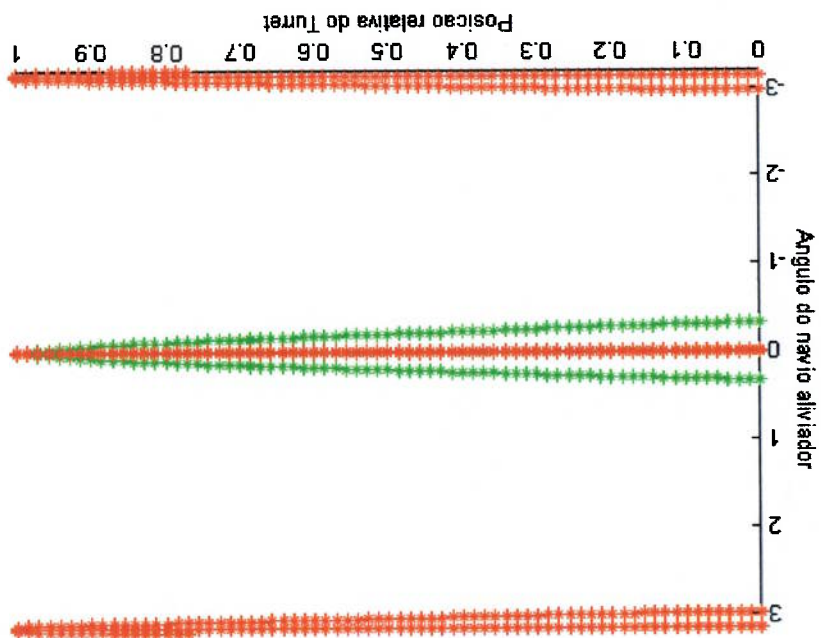
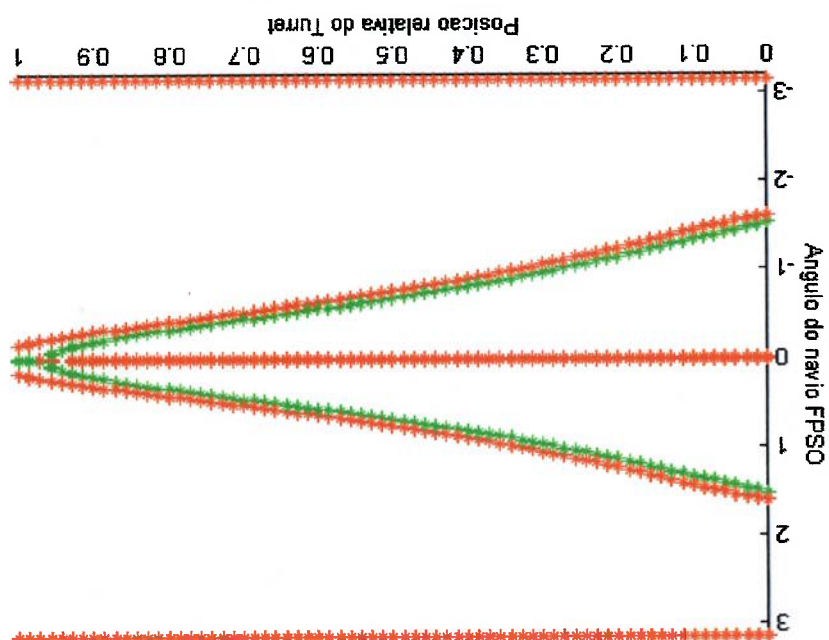


Figura 4.30 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi_c = \pi$)



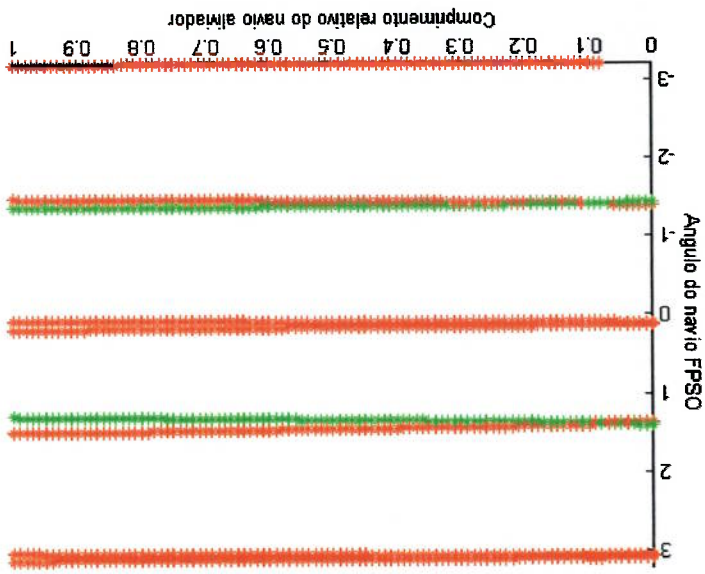
4.1.2.1 Parâmetros de projeto

De posse de um modelo arquetípico, uma interessante investigação a ser feita diz respeito à variação de características de projeto. Em etapas iniciais de definição de tal sistema, características globais tais como dimensões principais das embarcações podem ser escolhidas de forma a se obter um comportamento ótimo desejável. Um desses parâmetros mencionados é o comprimento do navio alivador. De acordo com seu comprimento, essa embarcação possui características diferentes em termos de resposta em relação a vento e corrente.

Em relação a corrente, utilizando-se as equações (24), (25) e (26) pode-se estabelecer a relação entre comprimento do navio de coeficientes de corrente. Com relação ao vento, pode-se fazer uma aproximação que os coeficientes de vento não sejam sensíveis a uma variação de comprimento do navio. Dessa forma a força devido ao vento sofre alteração apenas da área projetada. Como tais navios, geralmente, possuem coeficientes de bloco elevados, pode-se aproximar uma variação linear das forças e momentos do vento em relação ao comprimento.

Dessa forma, com o modelo arquetípico, mapas de bifurcações foram construídos tendo como parâmetro de variação o comprimento do navio alivador. Tal parâmetro tem como faixa de variação de zero a um, representando valor percentual relativo ao comprimento do navio FPSO. Para tal análise foram consideradas direções de corrente de $\psi = \pi$, vento de

Figura 4.32 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi^c = \pi$)



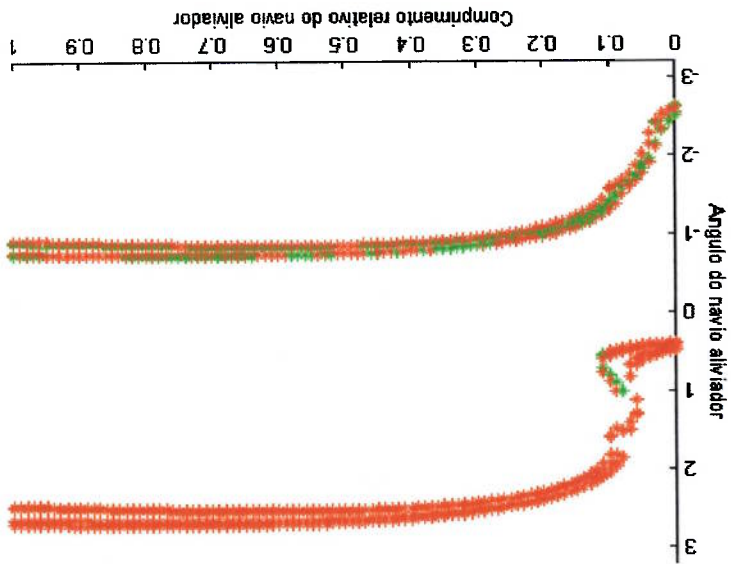
tais diagramas em relação ao navio FPSO e navio alviador, respectivamente. combinações podem ser testadas. Nas Figuras 4.32 e 4.33 pode-se observar $\psi^c = \frac{6}{\pi}$, $\sigma = 1.5$ e posição relativa do turet de $\theta = 0.5$. Inúmeras outras

Tal análise depende das características de cada navio. Por isso pode-se esperar formatos diferentes de tais diagramas de bifurcação para cada sistema analisado. No entanto, tal parâmetro apresenta importância em fase de projeto, pois no exemplo acima mostrado, uma configuração com o comprimento do navio aliviador menor que 15% do navio FPSO pode representar características indesejáveis, visto que a região de atração é compartilhada por dois diferentes

navio com maior comprimento.

maior sensibilidade ao vento que a corrente, quando comparado com o mesmo ambiental. Isso se deve ao fato do navio com menor comprimento possuir FPSO, mais pontos de equilíbrio surgem para a mesma dada condição comprimento do navio fica menor que 15% do comprimento do navio comprimento do navio aliviador. Pode-se notar, porém, que a medida que seu comprimento do navio FPSO mostra-se indifferente com relação ao

Figura 4.33 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi^c = \pi$)



atratores, o que pode implicar, por exemplo, grandes deslocamentos do navio

aliviador quando este "saltar" de um ponto para outro.

4.1.2.2 Offloading

Durante a operação de descarregamento do navio FPSO, na qual o navio aliviador "puxa" o óleo, as características de cada navio mudam de acordo com sua carga. A medida que o petróleo é esvaziado do navio FPSO, seu calado diminui, e a influência da força de corrente também diminui, ao passo que aumenta a influência do vento, pois a área vélica aumenta com a diminuição do calado. Da mesma forma, o navio aliviador tem seu calado aumentado, tornando a influência da corrente maior e a do vento menor. Tais variações, para uma dada condição ambiental, pode representar uma alteração da dinâmica do sistema durante o processo.

O que se pretende fazer é analisar a operação de descarregamento com respeito à alteração dos pontos de equilíbrio do sistema. Para isso é preciso saber quantitativamente como as forças de vento e corrente incidem sobre os navios variam com a alteração do deslocamento. Assim pode-se analisar, através de um diagrama de bifurcações, por exemplo, como os pontos de equilíbrio se comportam durante tal operação.

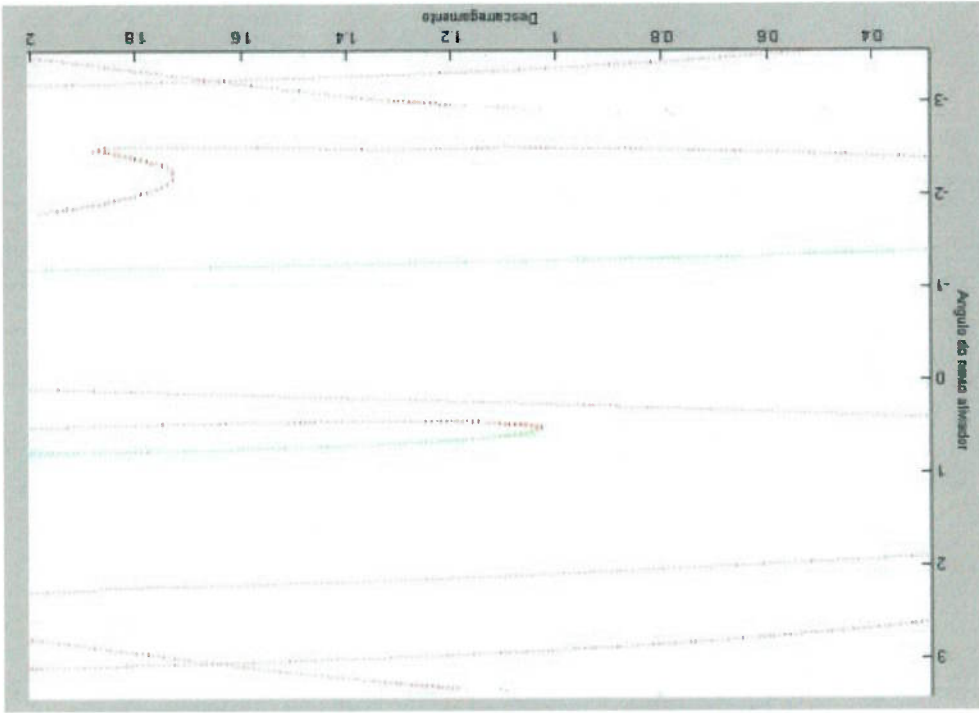
De acordo com os coeficientes de força e momento de corrente já observados nas equações (24), (25) e (26), percebe-se a dependência com o calado (T) dos navios. Supondo navios com alto coeficiente de bloco, pode-se

As escalas apresentadas nas abscissas dos mapas são apenas referências para o tempo de duração da operação de descarregamento. Pode-se observar que durante a metade do processo de descarregamento ocorre uma bifurcação pela qual surge um novo ponto de equilíbrio estável. Em termos de engenharia

para o sistema Turret. Os mapas podem ser vistos na Figuras 4.34 e 4.35. carregada, para as mesmas condições ambientais mostradas anteriormente até 40%, ao passo que para o navio aliviador, da condição vazia, para 100% foi adotada uma variação de deslocamento do navio FPSO de 100% carregado, equilíbrio do sistema durante a operação de descarregamento. Para referência, construção de um mapa de bifurcação, o qual mostra a variação dos pontos de mínimos dos coeficientes de momentos para vento e corrente, possibilitando a como base para os estudos. Foram determinados os valores máximos e deslocamento para os navios P43 (FPSO) e VLCC (navio aliviador) tomados Com essas hipóteses, foram analisadas variações mínimas e máximas de variação respectiva de forças e momentos seja linear.

aproximação, pode-se adotar uma variação da área projetada tal que a da força é resultante apenas da variação de sua área projetada. E, por em dizer que sua forma exposta ao vento não varie, conclui-se que a alteração consideravelmente para um navio com alto coeficiente de bloco, o que implica respeito ao vento, assumindo que seus coeficientes não variem variação das forças de corrente com o deslocamento da embarcação. Já com deslocamento da embarcação. Portanto, consegue-se obter a relação da fazer uma aproximação de variação linear do calado com a variação do

Figura 4.34 - Mapas de bifurcação para o navio FPSO ($\psi_v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi_c = \pi$)



tal comportamento não é desejável, visto que as embarcações podem mudar de posição, quando as condições de posição e velocidade das embarcações estiverem dentro da região de atração de um novo ponto de equilíbrio, durante a operação. Com tal análise, pode-se, para determinada condição ambiental, projetar os navios (parâmetros que refletem nos coeficientes de corrente e vento), os quais não possuem tal característica. Em suma, é desejável embarcações que durante qualquer operação não adquiram posições de equilíbrio novas, e com isso, não acarretem movimentações relativas durante a operação.

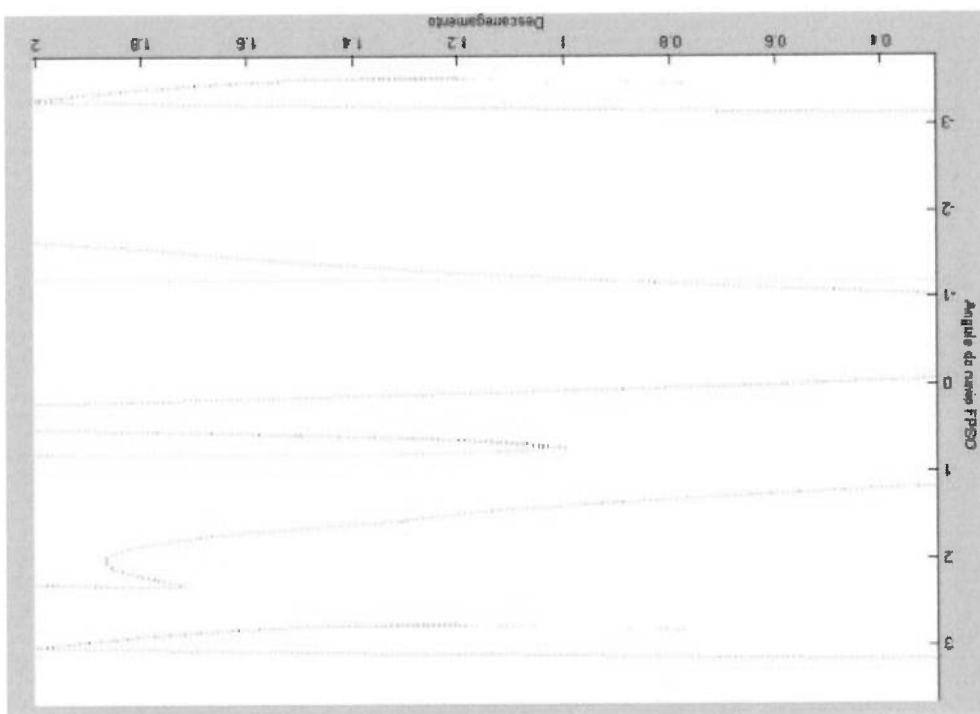


Figura 4.35 - Mapas de bifurcação para o navio aliviador ($\psi_v = \frac{\pi}{4}$ e $\psi_c = \pi$)

5. CONCLUSÕES

Como principal objetivo deste trabalho, focou-se na obtenção de um modelo matemático simplificado, dito arquetípico, que possibilitasse um estudo qualitativo mais aprofundado do sistema FPSO de exploração, mais precisamente durante a operação de descarga de petróleo, seja com sistema de amarração DICAS ou *Turret*.

Através de um estudo da variação de energia potencial do sistema completo, pôde-se obter características peculiares deste, tal como a presença da dinâmica dita "interessante" apenas nos graus de aprornamento dos navios. Tal conclusão serviu como ponto de partida para obtenção do modelo arquetípico, o qual contempla apenas os graus de liberdade relativos a apramentos. A ausência dos graus de liberdade de deslocamento implica, de certa forma, a impossibilidade de identificação de, por exemplo, uma posição de equilíbrio do sistema dita "de risco", caracterizada pela proximidade dos dois navios. Todavia, uma vez tendo-se um conhecimento profundo da dinâmica relevante do sistema, através do modelo arquetípico, e de, por exemplo, identificação de regiões de atração de certos pontos de equilíbrio, este pode ser verificado no modelo completo para simples identificação da possibilidade de colisão. Embora para certos pontos de equilíbrio, conhecendo os apramentos pode-se, intuitivamente, ter uma noção das prováveis posições dos navios.

Através das comparações de resultados do modelo arquetípico com o modelo completo, assim como com resultados experimentais, pode-se observar uma boa correlação dos resultados. Vale a pena ressaltar que as comparações

Com relação ao sistema Turret de amarração observou-se uma maior complexidade. Um maior número de parâmetros influenciaram a dinâmica de tal sistema, tais como, velocidade e aprornamento de vento e corrente, como no sistema anterior, relação de deslocamento entre os navios e posição do Turret no navio FPSO. Para uma melhor compreensão deste sistema, assim como para o sistema DICAS, foram obtidos mapas de bifurcação tendo como parâmetro a relação de velocidades entre vento e corrente. Pode-se concluir que bifurcações ocorrem também devido à oposição entre vento e corrente, assim como para o

dividem diferentemente a região de atração. Dependendo da relação velocidade de vento e corrente, os quais dependendo da relação velocidade de vento e corrente, um segundo ponto de equilíbrio para determinada condição de vento e pontos. Para o sistema com amarração DICAS, foi confirmada a presença de situações, verificar uma divisão da região de atração entre dois diferentes domínios de atração de diferentes pontos de equilíbrio, assim como, em certas foi a construção de bacias de atração. Através delas foi possível observar o maneira a obter um melhor entendimento do sistema. Uma ferramenta utilizada Uma vez de posse do modelo arquetípico, várias análises foram feitas de investigar.

foi considerado representativo para a dinâmica do sistema que se pretende como um todo apresentou boa correlação com o modelo completo, e por isso, características fundamentais do modelo. Dessa forma o modelo arquetípico como também através de mapas de bifurcação, os quais apresentam com o modelo completo, deram-se não somente através de séries temporais,

mapas sem o auxílio do modelo arquétípico seriam difíceis de serem obtidos. parâmetro na presença de vento com aprornamento diferente da corrente. Tais também a presença de bifurcações folds, quando da variação deste mesmo fenômeno, quando na ausência de vento e corrente a π radianos, como como parâmetro tal posicionamento, foi possível não somente identificar tal foi constatada no modelo arquétípico. Através de mapas de bifurcação tendo bifurcação de Hopf quando da variação do posicionamento do Turret, também Uma característica considerada típica de tal sistema, a presença de uma do navio.

navio FPSO, e com maior intensidade para o Turret mais próximo da meia nau bacias de atração. Tal característica se observa principalmente em relação ao de bifurcação, assim como apresentam maior domínio de atração, notado nas oposição de vento e corrente, se apresentam em um domínio maior nos mapas de equilíbrio ditos secundários, os quais são resultados de bifurcações devido Em termos de resultados, percebeu-se que para o sistema Turret, pontos característica também pode ser observada no modelo completo.

distintos, com valores próximos numericamente um dos outros. Tal "sensibilidade numérica" do modelo, o qual apresenta pontos de equilíbrios radianos entre os aprornamentos. Outra característica observada foi a maior nau do navio FPSO, bifurcações ocorrem mesmo para uma diferença de $\pi/2$ sistema anterior. Principalmente quando o Turret está posicionado mais a meia-necessariamente opostos para a ocorrência de bifurcações, o que ocorre no sistema DICAS. Porém, os aprornamentos do vento e corrente não precisam estar

Outras investigações foram procuradas no sentido de analisar variações de características do sistema, e correspondentemente alteração no comportamento do sistema. A primeira característica analisada foi a influência do comprimento relativo dos navios sobre a dinâmica global. Dessa forma, para uma dada configuração de vento e corrente, foi obtido um mapa de bifurcação tendo como parâmetro o comprimento relativo dos navios. Observou-se que para comprimento do navio aliviador abaixo de 15% (para as condições simuladas) o sistema apresenta bifurcação, possuindo um segundo ponto de equilíbrio, o que pode significar grandes amplitudes de movimento caso o sistema "salte" de um ponto de equilíbrio para outro, já que o domínio de atração é dividido entre dois atratores. Dessa forma percebe-se que se pode projetar tal embarcação de maneira a evitar fenômenos indesejáveis do ponto de vista de engenharia.

Outro fenômeno observado nesse sistema foi a variação da dinâmica do sistema durante a operação de descarregamento (*offloading*). Mapas de bifurcação foram obtidos tendo como parâmetro o progresso da operação de descarga, sendo esta caracterizada pela diminuição de deslocamento do navio FPSO e respectivo aumento do navio aliviador. Novamente tais mapas foram obtidos para uma determinada condição de vento e corrente. Observou-se que durante a operação, ocorre uma bifurcação em termos de ponto de equilíbrio tanto para o navio aliviador como para o navio FPSO. Tal característica é indesejável em termos de engenharia, pois implica em uma divisão da região de atração entre dois pontos de equilíbrio, a qual era dominada apenas por um atrator quando do começo da operação. Isso significa que durante a operação,

No presente trabalho, apenas forças de corrente e vento foram levadas em consideração. Porém, forças na embarcação geradas através de ondas também têm grande influência sobre a dinâmica do sistema. Esforços de ondas caracterizam-se não somente por forças de deriva lenta (as quais possuem valor médio não nulo) como também forças oscilatórias, as quais dependendo da frequência podem gerar diferentes reações no sistema. Dessa forma, um aperfeiçoamento que pode ser feito no modelo arquetípico é a introdução de comportamento.

De posse de um modelo arquetípico, vários diferentes estudos podem ser feitos sobre o mesmo sistema descrito. Neste trabalho apenas alguns casos ditos "interessantes" de condições ambientais foram investigados. Porém pode-se realizar um estudo sistemático, sobre condições típicas de vento e corrente em determinada região no decorrer de um tempo, e mapear todos os possíveis cenários envolvendo tais condições. Dessa forma, pode-se investigar alternativas de projeto do sistema que objetivem uma melhoria de

por ação de variação de algum agente externo, o sistema pode mudar de atrator e gerar deslocamentos relativos dos navios durante regime transiente. Tais deslocamentos podem gerar tensões excessivas nas linhas de conexão entre os navios e prejudicar a operação. Tal evidência motiva o estudo de características ideais do sistema, de maneira a evitar tal fenômeno para uma dada condição ambiental pré-estabelecida em projeto. Vale ressaltar que sem um modelo arquetípico, tal constatação seria muito difícil em termos práticos, visto a complexidade do modelo completo.

forças de onda, e a verificação de como os diagramas de bifurcação, por exemplo, se alteram com tais forças. Com a introdução de forças de ondas, tem-se um cenário mais complexo, pois a influência em pontos de equilíbrio dá-se pela combinação de três fatores ambientais. Dessa forma os mapas de bifurcação tendo como parâmetro a relação de velocidade de vento e corrente (o) sofreriam alteração para cada condição de onda, e assim mapas de bifurcação em três dimensões podem ser construídos. Estudos feitos neste trabalho tais como a influência sobre a operação de descarregamento, bem como a influência de parâmetros das embarcações, tais como o comprimento do navio aliviador, poderiam ser elaborados e assim avaliar a influência apenas dos esforços de ondas sobre os resultados. Dessa forma, ter-se-ia uma avaliação de qual a influência dos esforços de ondas sobre a dinâmica do sistema completo.

6. APÊNDICE

6.1 Derivação das funções módulo de seno e cosseno

Para desenvolvimento de uma função analítica para os pontos potenciais do sistema em estudo, foi necessário obter analiticamente a integral das funções $|\cos x|$ e $|\sin x|$. Porém tais integrais, ou mesmo derivadas dessas funções não foram encontradas em tabelas de funções matemáticas. Por isso foi necessário fazer o desenvolvimento de tal derivada (ou integral).

Sabe-se que a derivada da função $\sin^2(x)$ é dada por :

$$\frac{d \sin^2(x)}{dx} = 2 \cdot \cos(x) \cdot \sin(x)$$

60

No entanto sabe-se também que a função $|\sin(x)|$ tem mesmo valor numérico da função $\sin^2(x)$ porém com o sinal da função igual ao sinal da função seno.

Com isso a derivada da função $f(x) = \sin(x) \cdot |\sin(x)|$ deve ser

numericamente igual a $2 \cdot \cos(x) \cdot \sin(x)$, porém com o sinal da função cosseno.

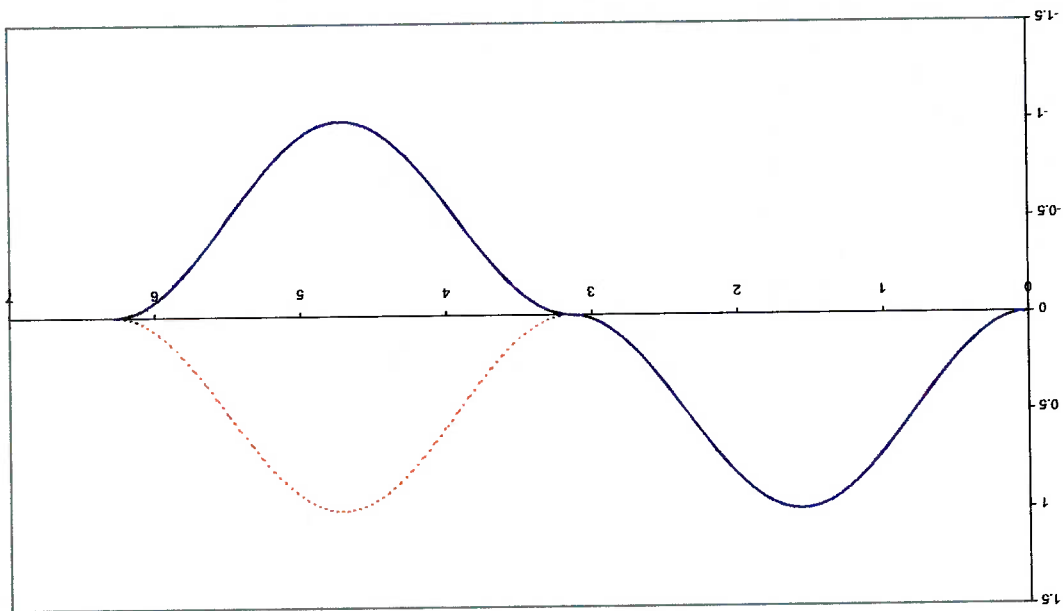
Tal conclusão pode ser tirada de, de maneira simples, analisando o gráfico das funções $\sin^2(x)$ e $\sin(x) \cdot |\sin(x)|$ (Figura 6.1). Analisando a tangente a cada

ponto das duas funções, pode-se concluir que ambas possuem tangentes de

$$\frac{d}{dx} |\sin(x)| = 2 \cdot \cos(x) |\sin(x)|$$

A partir do que foi dito acima pode-se concluir:

Figura 6.1 - Função $\sin(x) |\sin(x)|$ (azul) e $\sin^2(x)$ (vermelho)



$\frac{\pi}{2}$ e $\frac{3\pi}{2}$ rad, e novamente positivo até 2π .

coseno: valor positivo para ângulos menores que $\frac{\pi}{2}$ rad, valor negativo entre

mesmo valor em módulo a cada ponto, porém, com sinais diferentes. Pode-se notar que as tangentes da função $f(x) = \sin(x) |\sin(x)|$ acompanha o sinal do

por partes.

no sistema, como por exemplo, $|\sin x| \cdot \sin x$ ou $|\sin x| \cdot \cos x$, através de integração

Através da equação 64 foi possível obter a integral de funções presentes

$$64 \quad \frac{d|\sin(x)|}{dx} = \frac{d|\sin(x)| \cdot \cos(x)}{\cos(x) \cdot \text{sign}(\sin(x))} = \cot \text{ang}(x) \cdot |\sin(x)|$$

E, por fim :

$$63 \quad \frac{d|\sin(x)|}{dx} = \frac{d|\sin(x)| \cdot 2 \cdot \cos(x)}{2 \cdot \cos(x) \cdot |\sin(x)| - \frac{d|\sin(x)|}{dx} \cdot |\sin(x)|}$$

seno obtêm-se:

Assim isolando a parcela a derivada que contém a derivada da função modulo de

$$62 \quad \frac{d|\sin(x)|}{dx} = \frac{d|\sin(x)| \cdot |\sin(x)| + \sin(x)}{d|\sin(x)| \cdot |\sin(x)| + \sin(x)} = 2 \cdot \cos(x) \cdot |\sin(x)|$$

Porém,

O algoritmo elaborado neste trabalho baseia-se em convergência de séries. Analisando o diagrama de fase de um sistema dinâmico pode-se fazer uma relação entre a característica de um determinado ponto de equilíbrio e a forma do diagrama de fase do sistema ao redor de tal ponto. A principal ideia do algoritmo pode ser melhor explicada através das Figuras 6.2 e 6.3. Tais figuras representam o diagrama de fase de um sistema dinâmico exemplificado no capítulo 2. A primeira figura representa um ponto de equilíbrio assintoticamente estável do sistema, enquanto a segunda um ciclo limite.

Para a identificação de bacias de atração deve-se utilizar um algoritmo eficiente e rápido, pois para determinação das regiões de atração é necessário simular o modelo, numericamente, para cada diferente condição do parâmetro analisado. No caso deste trabalho, por exemplo, deve-se simular o modelo para cada condição inicial de posição e velocidade. Assim, dependendo da resolução desejada para a bacia de atração, tal processo pode custar muito tempo de simulação.

6.3 Algoritmo para construção de bacias de atração

$$65 \quad \frac{d|\cos(x)|}{dx} = -\frac{\sin(x)|\cos(x)|}{\cos(x)} = -\tan(x) \cdot |\cos(x)| = \sin(x) \cdot \text{sign}(\cos(x))$$

Fazendo o mesmo desenvolvimento para a função $\cos^2(x)$ obtêm-se:

Com pequenos círculos, estão marcados os pontos de intersecção com a abscissa do diagrama de fase, ou seja, pontos da trajetória com velocidade zero. Pode-se observar na Figura 6.2, que os pontos de intersecção do lado positivo, assim como do lado negativo, representam uma série convergente, com valor final (0,0). O mesmo pode-se observar na Figura 6.3, porém os

Figura 6.3 - Ciclo limite

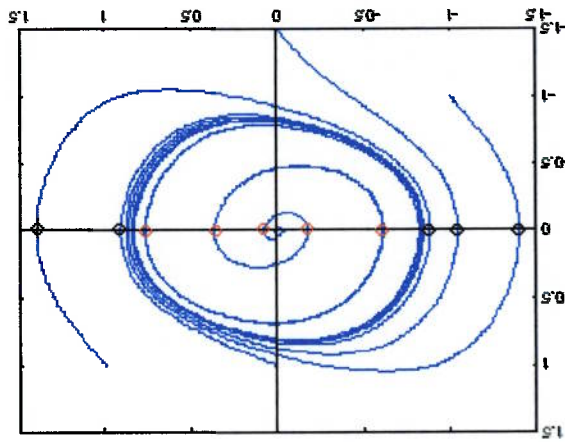
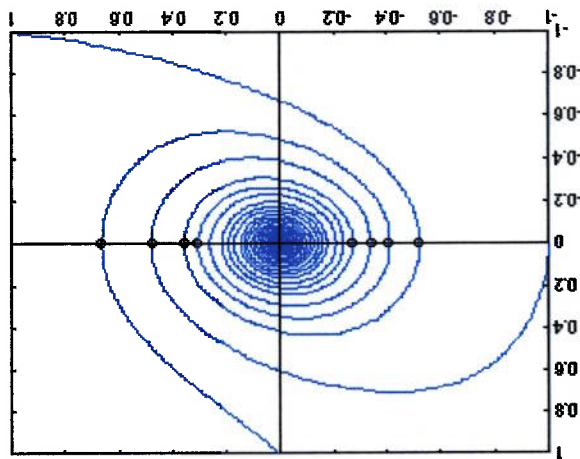


Figura 6.2 - Ponto de equilíbrio estável



pontos do lado negativo tendem a um valor determinado negativo (aproximadamente -0.75 no exemplo), enquanto os pontos do lado positivo tendem a um valor positivo (aproximadamente 0.75). Nota-se, portanto, que através do reconhecimento da série dos pontos da trajetória de velocidade zero é possível identificar a origem deste. Se a série do lado positivo tende ao mesmo ponto da série do lado negativo, assim o ponto possui estabilidade assintótica. Caso a série do lado negativo convirja para um valor diferente da série do lado positivo, então o ponto central possui uma estabilidade orbital. Ou seja, pode ser um ciclo limite, ou um ponto de equilíbrio estável. Para diferenciar ambos, basta comparar a posição inicial (deslocamento inicial), com o valor de convergência da série. Se o valor de convergência coincidir com a posição inicial para uma dada precisão numérica, este se caracteriza por um ponto de equilíbrio, ou seja, uma órbita estável não isolada no espaço de estado. Caso contrário, o ponto se caracteriza por um ciclo limite, ou seja, uma órbita fechada e isolada.

Dessa forma, em um mesmo algoritmo, pode-se identificar cada tipo de ponto de equilíbrio encontrado no sistema em estudo, bem como sua região de atração, apenas analisando o ponto de convergência de cada ponto de origem.

7. BIBLIOGRAFIA

- AGHAMOHAMMADI, F.; THOMPSON, J. M. T. An experimental study of the large amplitude fish-tailing instabilities of a tanker at a single point mooring. Applied Ocean Research, Vol.12 No. 1, 1990.
- ALLGOWER, E.L.; GEORG, K. **Numerical Continuation Methods: An Introduction.** Springer-Verlag, 1990.
- BERNITAS, M. M. ; PAPOULIAS, F. A. Stability of single point mooring systems. Applied Ocean Research, 8(1), 49-58,1986.
- BERNITAS, M. M.; GARZA-RIOS, L.O.; KIM, B. Mooring Design Base on Catastrophes of Slow Dynamics, Transactions of the SNAME, 1999.
- CARR, J. Applications of Center Manifold Theory, Applied Mathematical Sciences, v35. Springer-Verlag, 1978/1979.
- CLARKE, D.; GEDLING, P.; HINE, G. The application of manoeuvring criteria in hull design using linear theory. Proc. of the Royal Institute of Naval Arch., pp. 45-68, 1983.

FERNANDES, A.C. and SPHAIER, S. Dynamic Analysis of a FPSO System. In: The Proceedings of the Seventh International Offshore and Polar Engineering Conference, Vol. 1, p:330-35, Honolulu, Hawaii.

GARZA-RIOS, L.O. and BERNITAS, M. M. Mathematical Model for the Slow Motion Dynamics of Turret Mooring Systems, Report to the University of Michigan, Department of Naval Architecture and Marine Engineering, Ann Arbor, Publication No. 336, 1998.

GUCKENHEIMER, JOHN; HOLMES, PHILIP. **Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields.** Applied mathematical sciences, v. 42. Springer-Verlag, 1983.

HALE, JACK; KOÇAK, HUSSEIN. **Dynamics and Bifurcations.** Texts in Applied Mathematics, v. 3. Springer-Verlag, 1991.

HILBORN, R.C. Chaos and Nonlinear Dynamics, An introduction for scientists and Engineers. Oxford University Press, 1994.

LEITE, A.J.P., ARANHA, J.A.P., UMEDA, C., DE CONTI, M.B. Current Forces in Tankers and Bifurcation of Equilibrium of Turret System: Hydrodynamic Model and Experiments. In: Applied Ocean Research, 1998.

MORISHITA, H.M. e CORNET, B.J.J. Dynamics of a Turret-FPSO and shuttle

vessel due to current. In: IFAC CONFERENCE, Fukuoka, Control Applications in

Marine Systems. Kyushu, p. 101-6, 1998.

MORISHITA, H. M.; SOUZA JÚNIOR, J. D. R. de; FERNANDES, C. G.

Nonlinear dynamics of a FPSO and shuttle vessel in tandem configuration. In:

International Offshore and Polar Engineering Conference, 11. Stavanger, 2001.

Proceedings. Cupertino : International Society of Offshore and Polar Engineers,

2001.v. 1, p. 336-342.

NAYFEH, A. H.; BALACHANDIAN, B. Applied nonlinear dynamics: analytical,

computational and experimental methods. Wiley Series in Nonlinear Science,

1933.

NISHIMOTO, K., BRINATI, H.L. AND FUCATU, C.H. Analysis of the Point Moored

Tanker using Manoeuvring Hydrodynamic Model. In: Proceeding of the 14th

International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Vol.1

Pt.B. p.253-61, Kopenhagen, 1995.

OBOKATA, J. On the basic design of single point mooring systems. J. of the

Society of Naval Architects of Japan, vol.161, June 1987.

OCIMF. Predictions of Wind and Current Loads on VLCCs. Oil Companies. In:

International Marine Forum, 1994.

PARKER, THOMAS; CHUA, LEON. **Practical numerical algorithms for**

chaotic systems. Springer-Verlag, 1989.

SIMOS, A. N., TANNURI, E.A., PESCE, C.P. Dynamics of a Turret-FPSO System

and Hydrodynamic Model. In: Proceeding of the 17th International Offshore and

Polar Engineering Conference, Lisbon, 1998.

SIMOS, A. N., TANNURI, E.A., ARANHA, J.A.P. Theoretical Analysis and

Experimental Evaluation of the Fish-tailing Phenomenon in a Single-Point

Moored Tanker. In: Proceeding of the 11th International Offshore and Polar

Engineering Conference, Stavanger, Norway 2001.

SOUZA JUNIOR, J. D. R. de; FERNANDES, C. G. Nonlinear dynamics an

archetypal model of ships motions in Tandem. In: International Workshop on

Dynamics and Control, 12. Los Angeles, 2002. Dynamics and control of complex

systems in nature and society: abstracts. California : USC, 2002.p. 23.

SOUZA JÚNIOR, J. D. R. de; MORISHITA, H. M.; FERNANDES, C. G.; CORNET, B. J. J. Nonlinear dynamics and control of a shuttle tanker. In: International Conference on Nonlinear Dynamics, Chaos, Control and their Applications in Engineering Sciences, Campos do Jordão, 2000. ICONNE'2000: proceedings. S. 1. : ABCM, 2000.

SOUZA JÚNIOR, J. D. R. de, FERNANDES, C. G. Nonlinear Dynamics of an Archetypal Model of Ship Motions in Tandem In: XII International Workshop on Nonlinear Dynamics and Control, 2002, Los Angeles, California, EUA.

TAKASHINA, J. Ship maneuvering motion due to tugs boats and its mathematical model. J. of the Society of Naval Architects of Japan, vol.160, Dec. 1986.

THOMPSON, J.M.T.; STEWART, H.B. **Nonlinear dynamics and chaos**. Wiley & Sons Ltd, 1986.

WIGGINS, STEPHEN. **Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos**. Texts in Applied Mathematics, v. 2, Springer-Verlag, 1991.