

São Paulo 1997

Orientador : Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

Engenharia Naval e Oceânica
Área de Concentração:

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Mestre em Engenharia

**ANÁLISE DE ESFORÇOS DINÂMICOS
NA REGIÃO DO "TOUCH DOWN POINT"
DE UM RISER RÍGIDO EM CATENÁRIA**

LUCIANO DE ALMEIDA CAMPOS

DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado

à minha esposa, Simone,

aos meus filhos, Diego e Hugo,

à minha mãe e em memória de meu pai

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha esposa e filhos pela paciência que tiveram comigo ao longo do período de realização deste trabalho. Aos meus caros sogros pela assistência prestada.

À PETROBRAS pela oportunidade que me proporcionou de retornar aos estudos e à vida acadêmica de uma universidade.

À SOFTEC pelo suporte dado na utilização do programa ANSYS, ferramenta de inestimável importância para a realização das análises numéricas contidas neste trabalho.

Aos professores do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Universidade de São Paulo (USP):

J.A.P.Aranha, Nelson Achcar, Mardel B. de Conti, Celso P. Pesce.

Ao meu orientador Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins pelo estímulo, incentivo e diretrizes sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

SUMÁRIO

RESUMO

ABSTRACT

1) INTRODUÇÃO

1

2) MODELO ASSINTÓTICO DO SCR

6

2.1) INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ FLEXIONAL (EJ) NA REGIÃO DO TDP

14

2.2) MOVIMENTO HARMÔNICO EQUIVALENTE (MHE)

25

2.3) SOLUÇÃO ESTÁTICA

29

2.4) RESPOSTA DINÂMICA NA REGIÃO DO TDP

35

2.4.1) CONDIÇÕES DE CONTORNO NO TDP INSTANTÂNEO

36

2.4.2) LINEARIZAÇÃO DO PROBLEMA DINÂMICO E ESTIMATIVA DO

42

MOVIMENTO HORIZONTAL DO TDP INSTANTÂNEO, $x_0(t)$

49

2.4.3) TRAÇÃO DINÂMICA $r(t)$

52

2.4.4) CURVATURA TOTAL DO CABO NA REGIÃO DO TDP ESTÁTICO

56

2.4.5) EFEITO DA RIGIDEZ FLEXIONAL NO MOMENTO DINÂMICO

60

2.4.6) CONSIDERAÇÕES SOBRE FADIGA DO SCR

64

2.5) VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DA SOLUÇÃO ASSINTÓTICA

71

2.6) VALIDAÇÃO NUMÉRICA DA SOLUÇÃO ASSINTÓTICA

74

3) MODELO NUMÉRICO DO SCR

85

3.1) MODELO PARA ANÁLISE MODAL

86

3.2) MODELOS PARA ANÁLISE DINÂMICA NO DOMÍNIO DO TEMPO

92

4) RESULTADOS

92

4.1) ANÁLISE MODAL

94

4.2) ANÁLISE DINÂMICA NO DOMÍNIO DO TEMPO

105

4.3) SÉRIES TEMPORAIS DE CURVATURA (ANSYS X ASSINTÓTICA)

124

4.4) INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ DO SOLO

128

5) CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

128

ANEXOS

131

ANEXO A: ANÁLISE MODAL

ANEXO B: ANÁLISE HARMÔNICA REDUZIDA

134

ANEXO C: ANÁLISE DINÂMICA NO DOMÍNIO DO TEMPO

138

ANEXO D: MÉTODO DE NEWMARK DE INTEGRAÇÃO NO TEMPO

142

ANEXO E: MÉTODO ITERATIVO DE NEWTON-RAPHSON

147

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

153

APÊNDICES

A-1

APÊNDICE A: EQUAÇÃO DA CATENÁRIA

A-1

APÊNDICE B: SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL DE EQUILÍBRIO ESTÁTICO DO RISER (EJ \neq 0):

A-8

LISTA DE FIGURAS

2	FIGURA 1.1 - Configuração do SCR
8	FIGURA 2.1 - Forças de contato normal e tangencial
13	FIGURA 2.2 - Modelo Assintótico do SCR
15	FIGURA 2.1.1 - Compressão de gás e ondas de choque
18	FIGURA 2.1.2 - Equilíbrio de forças num trecho elementar de cabo
21	FIGURA 2.1.3 - Trecho elementar de viga submetido à tração T_0
22	FIGURA 2.1.4 - Trecho elementar de viga submetido a momento M
25	FIGURA 2.2.1 - Configuração estática do cabo
33	FIGURA 2.3.1 - Comparação entre curvaturas estáticas de catenária e riser
37	FIGURA 2.4.1.1 - Equilíbrio dinâmico de um trecho elementar de cabo
41	FIGURA 2.4.1.2 - Movimento do TDP instantâneo e "cilindro fictício"
47	FIGURA 2.4.2.1 - Posições extremas do TDP instantâneo
47	FIGURA 2.4.2.2 - Rótula no ponto O
50	FIGURA 2.4.3.1 - Trações dinâmicas nos nós 174(TDP), 221 e 222; mar3
51	FIGURA 2.4.3.2 - Tensões dinâmicas nos nós 174(TDP), 221 e 222; mar extremo
52	FIGURA 2.4.4.1 - Forças dinâmicas num trecho de cabo elementar
59	FIGURA 2.4.5.1 - Influência do movimento do TDP instantâneo no valor RMS
61	FIGURA 2.4.6.1 - TDP instantâneo do riser
64	FIGURA 2.5.1 - Esquema de montagem do experimento
66	FIGURA 2.5.2 - Curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$ do SG41
67	FIGURA 2.5.3 - RMS da curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$
67	FIGURA 2.5.4 - Média da curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$
68	FIGURA 2.5.5 - Valor pico a pico da curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$
68	FIGURA 2.5.6 - Curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$ do SG05
69	FIGURA 2.5.7 - Curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$ do SG07
69	FIGURA 2.5.6 - Curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$ do SG09
69	FIGURA 2.5.7 - Curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$ do SG17
70	FIGURA 2.5.8 - Curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$ do SG61
70	FIGURA 2.5.9 - Curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$ do SG81
72	FIGURA 2.6.1 - RMS do momento dinâmico - mar 3 - Assintótica x ORCAFLEX
73	FIGURA 2.6.2 - Valor pico a pico do momento dinâmico - mar 3 - Assintótica x ORCAFLEX
73	FIGURA 2.6.3 - RMS do momento dinâmico - mar extremo - Assintótica x ORCAFLEX
73	FIGURA 2.6.4 - Valor máximo do momento dinâmico - mar extremo - Assintótica x ORCAFLEX
76	FIGURA 3.1 - Catenária do riser de 16"
79	FIGURA 3.2 - Elemento de tudo imerso (PIPE59)
80	FIGURA 3.3 - Geometria e sistemas de coordenadas (PIPE59)
81	FIGURA 3.4 - Configurações do tubo imerso (PIPE59)
81	FIGURA 3.5 - Carregamento no tubo imerso (PIPE59)
84	FIGURA 3.6 - Tensões (PIPE59)
87	FIGURA 3.2.1 - Modelo 1 - 1500 m no solo
87	FIGURA 3.2.2 - Modelo 2 - 30 m no solo com elemento do mola
88	FIGURA 3.2.3 - Elemento de contato (CONTA49)
89	FIGURA 3.2.4 - Sistema local de coordenadas e "gap" (CONTA49)
90	FIGURA 3.2.5 - Deslocamentos tangenciais (CONTA49)
93	FIGURA 4.1.1 - 1º modo de vibração do SCR $T_N = 22,52$ seg
95	FIGURA 4.2.1 - Tração dinâmica no TDP estático do riser (mar 3-HH)
95	FIGURA 4.2.2 - Tração dinâmica no TDP estático do riser (mar 3-AH)
96	FIGURA 4.2.3 - Tração dinâmica no TDP estático do riser (mar extremo-AH)
97	FIGURA 4.2.4 - Momento dinâmico no TDP estático do riser (mar 3-HH)
97	FIGURA 4.2.5 - Momento dinâmico em $s / \lambda = -0,88$ (mar 3-AH)

98	FIGURA 4.2.6 - Momento dinâmico no TDP estático do riser (mar extremo-AH)
100	FIGURA 4.2.7 - RMS do momento dinâmico (Exp. assintótica x ANSYS - mar 3-HH)
101	FIGURA 4.2.8 - Modelo discreto e TDP instantâneo
101	FIGURA 4.2.9 - RMS do momento dinâmico; mar 3-HH ("shift" de malha de 1.25m)
102	FIGURA 4.2.10 - RMS do momento dinâmico (Exp. assintótica x ANSYS - mar 3-AH)
102	FIGURA 4.2.11 - RMS do momento dinâmico; mar 3-AH ("shift" de malha de 1.25m)
103	FIGURA 4.2.12 - RMS do momento dinâmico (Exp. assintótica x ANSYS - mar extr.-AH)
104	FIGURA 4.2.13 - Valor pico-a-pico do momento dinâmico - mar 3-HH
104	FIGURA 4.2.14 - Valor pico-a-pico do momento dinâmico - mar 3-AH
105	FIGURA 4.3.1 - Séries temporais de curvatura adimensional - mar 3-AH - Assintótica
105	FIGURA 4.3.2 - Séries temporais de curvatura adimensional - mar 3-AH - ANSYS
106	FIGURA 4.3.3 - Séries temporais de curvatura adimensional - mar extremo - Assintótica
106	FIGURA 4.3.4 - Séries temporais de curvatura adimensional - mar extremo - ANSYS
108	FIGURA 4.3.5 - Séries de momento fletor; mar 3-HH ($-1.88 \leq s/\lambda \leq -0.88$)
108	FIGURA 4.3.6 - Momento dinâmico nº 175; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.88$
109	FIGURA 4.3.7 - Momento dinâmico nº 176; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.76$
109	FIGURA 4.3.8 - Momento dinâmico nº 177; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.63$
110	FIGURA 4.3.9 - Momento dinâmico nº 178; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.51$
110	FIGURA 4.3.10 - Momento dinâmico nº 179; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.38$
111	FIGURA 4.3.11 - Momento dinâmico nº 180; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.26$
111	FIGURA 4.3.12 - Momento dinâmico nº 181; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.13$
112	FIGURA 4.3.13 - Momento dinâmico nº 174 (TDP estático); mar 3-HH; $s/\lambda = -1.00$
112	FIGURA 4.3.14 - Momento dinâmico nº 183; mar 3-HH; $s/\lambda = -0.88$
113	FIGURA 4.3.15 - Séries de momento fletor; mar 3-HH ($-0.76 \leq s/\lambda \leq 0.20$)
113	FIGURA 4.3.16 - Séries de momento fletor; mar 3-HH ($0.32 \leq s/\lambda \leq 1.27$)
114	FIGURA 4.3.17 - Séries de momento fletor; mar 3-HH ($1.39 \leq s/\lambda \leq 2.35$)
114	FIGURA 4.3.18 - Séries de momento fletor; mar 3-HH ($2.47 \leq s/\lambda \leq 3.42$)
115	FIGURA 4.3.19 - Séries de momento fletor; mar 3-HH ($3.54 \leq s/\lambda \leq 3.90$)
115	FIGURA 4.3.20 - Séries de momento fletor; mar 3-AH ($-1.88 \leq s/\lambda \leq -0.88$)
116	FIGURA 4.3.21 - Séries de momento fletor; mar extremo ($-3.79 \leq s/\lambda \leq -3.08$)
116	FIGURA 4.3.22 - Séries de momento fletor; mar extremo ($-2.96 \leq s/\lambda \leq -2.00$)
117	FIGURA 4.3.23 - Séries de momento fletor; mar extremo ($-1.88 \leq s/\lambda \leq -0.88$)
117	FIGURA 4.3.24 - Séries de momento fletor; mar extremo ($-0.76 \leq s/\lambda \leq 0.20$)
118	FIGURA 4.3.25 - Séries de momento fletor; mar extremo ($0.32 \leq s/\lambda \leq 1.27$)
118	FIGURA 4.3.26 - Séries de momento fletor; mar extremo ($1.39 \leq s/\lambda \leq 2.35$)
119	FIGURA 4.3.27 - Séries de momento fletor; mar extremo ($2.47 \leq s/\lambda \leq 3.42$)
119	FIGURA 4.3.28 - Séries de momento fletor; mar extremo ($3.54 \leq s/\lambda \leq 3.90$)
120	FIGURA 4.3.29 - Deslocamentos verticais; mar 3-HH
120	FIGURA 4.3.30 - Deslocamentos verticais; mar extremo-AH
121	FIGURA 4.3.31 - Tensões de flexão; mar 3-HH
121	FIGURA 4.3.32 - Tensões de cisalhamento; mar 3-HH
122	FIGURA 4.3.33 - Tensão de cisalhamento do TDP; mar 3-HH
122	FIGURA 4.3.34 - Tensões de Von Mises máximas nas seções transversais; mar 3-HH
123	FIGURA 4.3.35 - Tensão de Von Mises máxima no TDP; mar 3-HH
124	FIGURA 4.4.1 - RMS do momento na região do TDP; modelo1; mar 3-HH; $K_n = 1e3kN/m$
125	FIGURA 4.4.2 - RMS do momento na região do TDP; modelo1; mar 3-HH; $K_n = 1e5kN/m$
125	FIGURA 4.4.3 - RMS do momento na região do TDP; modelo1; mar 3-HH; $K_n = 1e7kN/m$
126	FIGURA 4.4.4 - RMS do momento na região do TDP; modelo2; mar 3-HH; $K_n = 1e3kN/m$
126	FIGURA 4.4.5 - RMS do momento na região do TDP; modelo2; mar 3-HH; $K_n = 1e5kN/m$
127	FIGURA 4.4.6 - RMS do momento na região do TDP; modelo2; mar 3-HH; $K_n = 1e9kN/m$
127	FIGURA 4.4.7 - RMS do momento na região do TDP; modelo2; mar 3-HH; $K_n = 1e11kN/m$
136	FIGURA B.1 - Relação entre componentes real e imaginária do M.H.
139	FIGURA C.1 - Resposta transitente e em regime
141	FIGURA C.2 - Fator de amplificação dinâmica
145	FIGURA D.1 - Esquema de aceleração constante de Newmark

148	FIGURA E.1 - Iteração de Newton-Raphson
149	FIGURA E.2 - Iteração subsequente de Newton-Raphson
150	FIGURA E.3 - Processo iterativo de Newton-Raphson
A-1	FIGURA a.1 - Trecho elementar de cabo
A-8	FIGURA b.1 - Trecho elementar do riser
A-9	FIGURA b.2 - Flexão pura do elemento de riser

LISTA DE TABELAS

65	TABELA 2.5.1 - Condições dinâmicas do experimento
71	TABELA 2.6.1 - RMS da tração dinâmica - SCR I6" - mar 3-AH
77	TABELA 3.2 - Keypoints do modelo do riser
78	TABELA 3.3 - Linhas do modelo do riser
92	TABELA 4.1.1 - Períodos naturais cabo x riser
96	TABELA 4.2.1 - RMS da tração dinâmica (RISDIN x ANSYS)
99	TABELA 4.2.2 - RMS do momento dinâmico; mar 3-HH (Exp. Assintótica x ANSYS)
107	TABELA 4.3.1 - Correspondência entre nós e seções do riser

LISTA DE SIMBOLOS

- F: força hidrodinâmica
- D: diâmetro do cilindro
- v : velocidade de oscilação do cilindro
- u: velocidade do escoamento
- C_d : coeficiente de arrasto
- C_m : coeficiente de inércia
- V: velocidade de partículas fluidas (onda + correnteza)
- m: massa do fluido no interior do cilindro por unidade de área
- ρ_0 : densidade do fluido no instante zero.
- ρ : densidade do fluido no instante Δt
- c: velocidade de propagação da onda sonora no meio
- v: velocidade da perturbação ($v = \Delta x/\Delta t$)
- q : peso (submerso) por unidade de comprimento
- m_t : massa total do riser por unidade de comprimento ($m_t = m + m_a$)
- m : massa própria do riser por unidade de comprimento
- m_a : massa adicional do riser por unidade de comprimento
- T_0 : tração estática no TDP do cabo
- λ : comprimento flexional
- λ : comprimento flexional considerando $\tau(t)$

- K : número de onda
- Λ : comprimento da onda flexional
- c_0 : velocidade da onda transversal, no cabo, na região do TDP
- \mathcal{M} : número de Mach
- $x_0(t)$: posição do TDP instantâneo
- \dot{x}_0 : velocidade do TDP instantâneo
- X_0 : amplitude de $x_0(t)$
- ω : frequência de onda do mar
- $S(\omega)$: espectro de energia de ondas
- $H_R(\omega)$: função de transferência do movimento em **B**
- $S_R(\omega)$: espectro do movimento em **B**
- R_B : amplitude do movimento harmônico circular equivalente em **B**
- ω_R : frequência média entre zeros ascendentes do movimento em **B**
- $R_B^{1/3}$: movimento significativo em **B** (amplitude simples)
- R_B^{max} : amplitude máxima esperada em **B**
- E_I : rigidez flexional
- $T(s)$: tração estática
- $\theta(s)$: ângulo estático da catenária
- s : coordenada curvilínea
- $\Delta x(t)$: comprimento suspenso do trecho de cabo
- $F(t)$: força de impacto entre o cabo e solo

- $R^c(t)$: raio de curvatura do cabo no TDP instantâneo
- ϵ : deformação estática
- ϵ_y : deformação de escoamento
- $U^{\dot{\epsilon}}$: energia dissipada em 1 ciclo por um amortecimento linear
- c_e : coeficiente de amortecimento equivalente
- U^n : energia dissipada em 1 ciclo por um amortecimento não linear
- F_{vt} : força de amortecimento viscoso linear
- $\tau(t)$: tração dinâmica
- τ_1 : amplitude de $\tau(t)$
- M_0 : momento fletor estático no cabo
- $M_{t,0}(s)$: momento fletor estático no riser
- $M(t)$: momento fletor total (estático + dinâmico) no cabo
- $M_t(s,t)$: momento fletor total (estático + dinâmico) no riser
- $\alpha(s,t)$: ângulo dinâmico
- $\alpha(0,t)$: ângulo dinâmico na articulação O
- ϕ : ângulo de fase entre $x_0(t)$ e a tração dinâmica $\tau(t)$
- $F_z^z(s,t)$: força dinâmica vertical
- $F_x^x(s,t)$: força dinâmica horizontal
- $T(s,t)$: tração dinâmica total
- $Q(s,t)$: força cortante dinâmica
- $\Theta(s,t) = \theta(s) + \alpha(s,t)$: ângulo total (estático + dinâmico)

- $Z_0(x)$: geometria do cabo, no problema estático, na vizinhança de O
- $Z_{f,0}(x)$: geometria do riser, no problema estático, na vizinhança de O
- $Z(x, t)$: geometria do cabo, no problema dinâmico, na vizinhança de O
- $Z^f(x, t)$: geometria do riser, no problema dinâmico, na vizinhança de O
- χ_0 : curvatura estática do cabo no TDP
- $\chi^d(t)$: curvatura dinâmica do cabo no TDP
- $\chi(t)$: curvatura total (estática + dinâmica) do cabo no TDP
- ΔM_{max} : variação máxima do momento fletor (dupla amplitude)
- $\{F/L\}^d$: vetor de carga hidrodinâmica por unidade de comprimento.
- C_D : coeficiente de arrasto normal
- p_w : densidade da água
- D_e : diâmetro externo do tubo
- $\{u^n\}$: vetor de velocidade relativa normal
- $\{u^t\}$: vetor de velocidade relativa tangencial
- C_M : coeficiente de inércia
- $\{\ddot{u}^n\}$: vetor de aceleração relativa normal
- C_T : coeficiente de arrasto tangencial
- σ_x : tensão axial média
- σ_h : tensão circumferencial
- f_h : força normal no contato
- K_n : rigidez normal de contato

- g : "gap"
- η : projeção do deslocamento tangencial sobre a superfície alvo
- f_s : força tangencial no contato
- F : fator de atrito estático/cinemático
- F_s : força de atrito
- μ : coeficiente de atrito
- K_t : rigidez tangencial de contato

RESUMO

A indústria do petróleo tem, nos últimos anos, direcionado esforços no sentido

de identificar e desenvolver soluções, econômica e tecnicamente viáveis, para a produção de hidrocarbonetos a partir de campos situados em águas profundas. Neste contexto, os risers rígidos em catenária ("Steel Catenary Riser" - SCR) surgem como alternativa para os risers flexíveis utilizados na interligação das linhas de exportação de óleo e gás dos sistemas flutuantes de produção ("Floating Production Systems" - FPS). O projeto do SCR requer, contudo, um significativo esforço de engenharia,

para através da realização de extensas simulações dinâmicas e ensaios com modelos, garantir sua capacidade de operar de forma segura quando submetido às cargas ambientais e aos efeitos dos movimentos da plataforma. Análises anteriores demonstraram que a região do ponto de toque (Touch Down Point - TDP) é a mais suscetível ao fenômeno de fadiga pois a posição do TDP se altera de forma cíclica com o tempo, causando grandes variações de curvatura nesta região.

Este trabalho desenvolve um modelo numérico não linear do SCR utilizando o programa de elementos finitos ANSYS 5.3. Uma análise dinâmica no domínio do tempo é realizada e as respostas de momentos fletores na região do TDP são comparadas com os resultados de uma expressão analítica obtida por meio de técnicas assintóticas do tipo camada limite (Aranha, Martins & Pesce [6]), cuja validade foi comprovada numericamente. A concordância entre os resultados indica que o ANSYS pode ser utilizado como nova ferramenta de análise para o projeto do SCR.

ABSTRACT

The petroleum industry, during the last years, has focused efforts to identify and develop economical and technically feasible solutions for production of oil and gas from deep water fields.

The steel catenary riser (SCR) appears as an alternative to flexible risers, connecting floating production systems to gas and oil export lines.

The SCR project, however, requires a significant engineering effort consisting of extensive dynamic computational simulations and model testings to guarantee its capacity to safely withstand environmental loads and FPS (Floating Production System) motions .

Previous analysis have been demonstrated that touchdown point (TDP) region is more susceptible to fatigue phenomenon due to large variations of curvature caused by the TDP cyclic motion on the seabed.

This work focuses on development of SCR computational non-linear model, including the riser-seabed interaction and viscous drag, using the general purpose finite element program ANSYS 5.3.

A non-linear time dependent dynamic analysis has been performed and the response of dynamic bending moments, near the Touchdown point, compared with an analytical expression obtained by means of asymptotic methods and boundary layer theory (Aranha, Martins & Pesce [6]).

The agreement between the numerical and analytical results indicates that ANSYS can be used as a new tool for the SCR design.

1) INTRODUÇÃO

A indústria do petróleo tem se dedicado, nos últimos anos, ao estudo da viabilidade técnica dos risers rígidos em catenária (Steel Catenary Riser - SCR) utilizados para conectar as linhas de exportação de óleo e gás aos sistemas flutuantes de produção (Floating Production System - FPS) situados em águas profundas.

Tal interesse se justifica pelo fato de o SCR possuir um custo total (incluindo instalação) muito inferior ao custo de aquisição/instalação de uma linha flexível. O SCR oferece vantagens sobre os risers convencionais uma vez que não necessita de sistemas tensionadores e de compensação de movimentos de "heave", nem de conexões submarinas com equipamentos "subsea". Por sua vez, os sistemas híbridos de riser que combinam tubos rígidos, linhas flexíveis e bóias de aço submersas apresentam complexidades tanto a nível de projeto quanto de instalação.

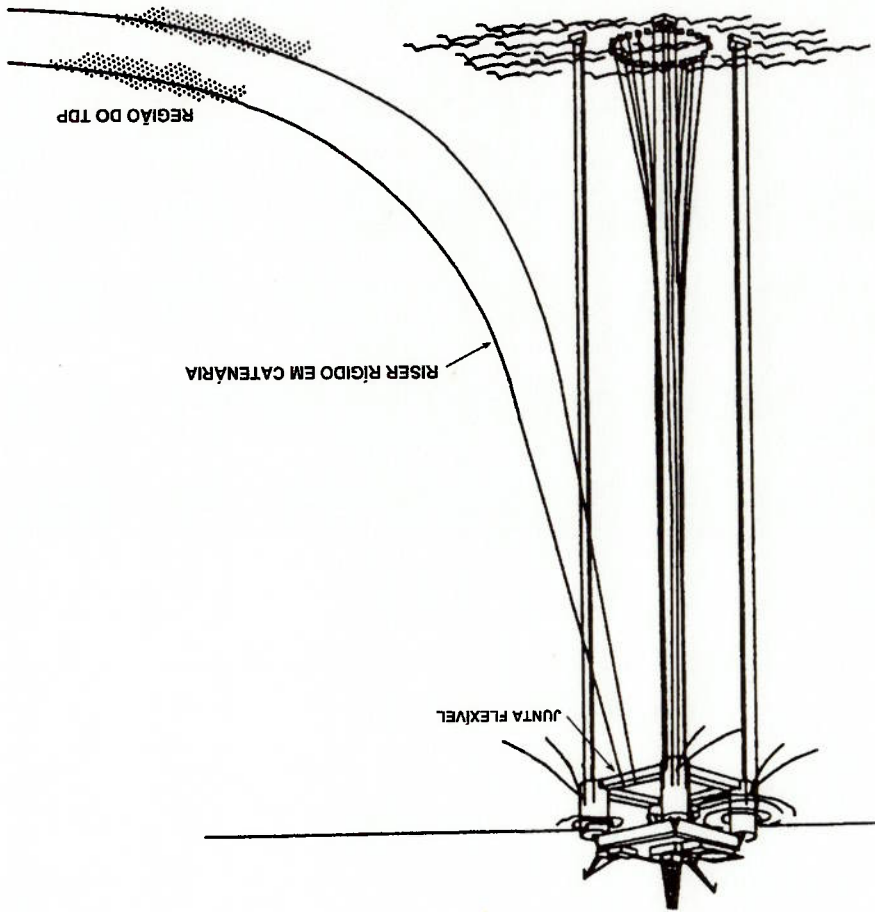
Apesar destas vantagens, um significativo esforço de projeto é necessário para garantir que o SCR possa operar de forma segura sob a ação das cargas ambientais e dos efeitos produzidos pelos movimentos da plataforma a qual o riser está conectado. Exaustivas análises dinâmicas para estimativa de respostas extremas e vida útil

devem ser realizadas.

O riser, quando instalado, assume uma forma próxima de catenária tendo em sua extremidade superior uma junta flexível que se apoia numa estrutura de suporte preferencialmente fixada ao "pontoon" da plataforma com o objetivo de reduzir a ação direta de ondas sobre o riser e o risco de avaria por impacto de barcos de

Os carregamentos sobre o SCR consistem da ação ambiental direta sobre o riser e dos movimentos da plataforma produzidos por esta ação ambiental. O efeito de ondas fica restrito à região próxima à superfície do mar. O efeito de correntezas se

FIGURA 1.1 - Configuração do SCR



A figura 1.1 mostra a configuração de um SCR instalado em uma plataforma

A extremidade inferior da catenária é o ponto de toque do riser no solo marinho

suprimentos. Condições mais seguras de estabilidade da plataforma também são alcançadas uma vez que as cargas do riser não são aplicadas diretamente ao convés.

TLP.

(TDP).

Os movimentos de 1ª ordem excitam a extremidade suspensa do riser cuja oscilação induz movimento ao TDP. Este movimento é responsável por uma variação cíclica de curvatura e em consequência de momentos fletores na região vizinha ao TDP. A junta flexível, por sua vez, fica submetida a numerosas rotações ao longo da

através de análise dinâmica.
movimentos de 1ª ordem impostos à extremidade suspensa devem ser determinadas Para se garantir um correto dimensionamento do SCR, suas respostas aos quase-estática relativamente aos movimentos de 1ª ordem.

As forças de deriva lenta produzem movimento oscilatório da plataforma em torno do "offset" médio. Este movimento de período longo pode ser tratado de forma mudança da configuração estática do riser.

produzem um deslocamento ("offset") médio da plataforma, responsável pela As forças de vento, correntezas e deriva média são tratadas estaticamente e (força de deriva lenta).

de deriva média) e outra que oscila com frequência inferior à frequência de ondas As forças de onda de 2ª ordem constituem-se de uma parcela constante (força "sway", "yaw", "roll", "pitch" e "heave").

responsáveis pelo surgimento dos movimentos de 1ª ordem da plataforma ("surge", 2ª ordem. As forças de 1ª ordem oscilam com a frequência de onda e são plataforma provocando o surgimento de dois tipos de forças: forças de 1ª ordem e de produzidos pela ação direta de ventos, correntezas e ondas. As ondas atuam sobre a importantes sobre o riser são aquelas causadas pelos movimentos da plataforma distribui ao longo do comprimento suspenso do riser. As solicitações mais

vida útil da plataforma, o que pode comprometer a integridade do material que a

constitui.

Para que a vida a fadiga do SCR possa ser estimada, as trações e momentos

fatores dinâmicos no TDP e na junta flexível devem ser calculados.

A dinâmica global do SCR é não linear com respeito ao movimento imposto em

sua extremidade suspensa. As principais não linearidades são o arrasto viscoso e as

forças de contato unilateral entre o riser e o solo.

Devido a estas não linearidades os programas comerciais para análise de SCRS

geralmente utilizam algoritmos de simulação dinâmica no domínio do tempo. O

processo iterativo de solução das equações de equilíbrio dinâmico utilizado por estes

algoritmos pode se tornar complicado em função das discrepâncias de escalas de

tempo e comprimento inerentes ao problema.

Além disso, para mares moderados, os deslocamentos dinâmicos em torno da

configuração estática são geralmente pequenos.

As discrepâncias de escalas, que podem produzir problemas numéricos em

simulações no domínio do tempo, aliadas às pequenas perturbações dinâmicas em

torno da configuração estática, motivaram a utilização de métodos assintóticos do

tipo camada limite para a obtenção de uma solução analítica para o momento fletor

dinâmico na região do TDP (Aranha, Martins & Pesce [6]).

Esta solução analítica foi validada numericamente, quanto às hipóteses de

linearização dinâmica e caráter quase-estático da resposta na vizinhança do TDP, e

experimentalmente, a partir de ensaios realizados no Instituto de Pesquisas

Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT), quanto ao comportamento da curvatura

dinâmica no entorno do TDP.

A solução assintótica constitui uma ferramenta poderosa para a avaliação do comportamento dinâmico do SCR.

Este trabalho tem por objetivo desenvolver modelos numéricos não lineares do SCR, utilizando o programa ANSYS Versão 5.3. As respostas de momentos fletores, na vizinhança do TDP, resultantes das análises dinâmicas no domínio do tempo (ANSYS), são comparadas com aquelas obtidas pela expressão assintótica.

2) MODELO ASSINTÓTICO DO SCR

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os fundamentos matemáticos e

as hipóteses básicas para a elaboração de um modelo de análise dinâmica do SCR conforme proposta original apresentada por Aranha, Martins & Pesce na referência

[6].

A dinâmica global do SCR é não linear, sendo o arrasto hidrodinâmico e as forças de contato unilateral entre o riser e o solo, as principais fontes de não linearidades existentes no problema.

A força hidrodinâmica produzida por um escoamento oscilatório em torno de

um cilindro fixo esbelto é usualmente dada pela equação de Morison:

$$F = \frac{1}{2} \rho D C_d |u| u + \rho \frac{\pi D^2}{4} C_m \ddot{u} \quad (2.1)$$

onde:

ρ = densidade do fluido

D = diâmetro do cilindro

u = velocidade do escoamento

C_d = coeficiente de arrasto

C_m = coeficiente de inércia

O primeiro termo do lado direito de (2.1) representa a força de arrasto de origem viscosa enquanto que o segundo termo representa o arrasto de origem inercial e potencial.

A força hidrodinâmica produzida pelo movimento oscilatório de um cilindro, num meio fluido inerte, também é dada pela equação de Morisson usando-se o coeficiente de massa adicional C_a , no lugar de C_m .

Para um cilindro oscilando num campo de escoamento uniforme, a equação de Morisson modificada em termos da velocidade relativa é dada por:

$$F = \frac{1}{2} \rho D C_d |V + v|(V + v) + \rho \frac{\pi D^2}{4} C_a \dot{v} \quad (2.2)$$

onde:

V = velocidade de partículas fluidas (onda + correnteza)
 v = velocidade de oscilação do cilindro

Desenvolvendo (2.2) obtém-se:

$$F = \frac{1}{2} \rho D C_d V^2 + \rho D C_d V|v| + \frac{1}{2} \rho D C_d |v|v + \rho \frac{\pi D^2}{4} C_a \dot{v} \quad (2.3)$$

O primeiro termo de (2.3) corresponde à parcela estática da força de amortecimento que se torna dominante a medida que a velocidade de correnteza V

aumenta. Nesta situação, a parcela relativa ao amortecimento não linear tem pouca

influência sobre o comportamento dinâmico global do riser.

As forças de contato (normais e tangenciais) que surgem do processo de interação do SCR com o solo marinho são não lineares.

A figura 2.1 mostra como o comportamento não linear se manifesta através das

componentes normal e tangencial das forças de contato (modelo de atrito elástico de

Coulomb).

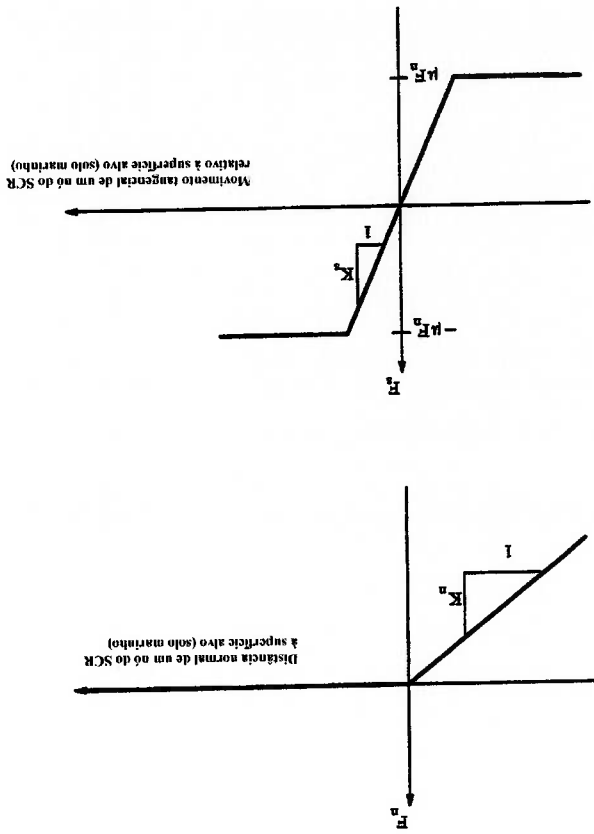


FIGURA 2.1 - Forças de contato normal e tangencial

Devido a estas não linearidades os algoritmos utilizados nos programas comerciais de análise dinâmica de SCRs empregam, em geral, métodos iterativos de simulação dinâmica no domínio do tempo.

As discrepâncias de escalas presentes no problema, porém, geralmente dificultam o processo iterativo de simulação, tornando a integração no tempo das equações de equilíbrio dinâmico relativamente problemática. Elementos de pequeno

sociedades classificadoras (DNV, ABS, etc.).
conforme os requeridos por normas de projeto (API, AWS, etc.) e regras de preferencialmente, na fase final de projeto para a obtenção de resultados mais gerais, A técnica de solução no domínio do tempo deve ser empregada, inaridades e linearização do termo de arrasto viscoso.

Todavia, as soluções no domínio da frequência incluem simplificações das não simples de se realizar. Ela é útil tanto nas fases preliminar quanto final do projeto. tem suas vantagens e desvantagens. A análise no domínio da frequência é mais análise de resposta no domínio da frequência e no domínio do tempo. Cada um deles: Dois métodos diferentes podem ser utilizados para a análise dinâmica do SCR:

numericamente para se determinar as respostas características do riser.
parâmetros do modelo tenham sido especificados, as equações são resolvidas de tensões, tais como nas regiões do TDP e da junta flexível. Uma vez que os devem ser utilizados em regiões onde se esperam elevados movimentos ou gradientes importância decisiva na precisão dos resultados. Elementos de pequeno comprimento A escolha das propriedades dos elementos e a localização dos nós têm equações é calculada nas interfaces entre elementos.

discretização do riser por meio de um conjunto de elementos sendo que a solução da Métodos de elementos finitos ou diferenças finitas podem ser usados através da método de discretização para a redução do problema a um conjunto de equações.

A solução da equação que governa a dinâmica do SCR requer a escolha de um

compimento devem ser utilizados nas regiões próximas do TDP e da junta flexível, com o propósito de se seguir melhor a variação do momento fletor nestas regiões. Pequenos incrementos de tempo devem ser considerados para se levar em conta os efeitos de distensão elástica.

Além disso, a análise deve ser efetuada durante um período de tempo suficientemente longo para que o movimento transiente possa ser amortecido. Para exemplificar estas discrepâncias de escalas pode-se citar:

- O período natural do riser, correspondente ao primeiro modo de vibração, que dita a dinâmica global do problema, é de aproximadamente 20 segundos, enquanto que a escala de tempo associada à distensão elástica é da ordem de 0,5 segundo.
- A escala de comprimento global do riser é da ordem da lâmina d'água, enquanto que a escala de comprimento local que comanda o problema de flexão na vizinhança do TDP é de aproximadamente 10 metros.

Ou seja, o problema envolve grandes escalas de tempo e comprimento relacionadas com a catenária e pequenas escalas de tempo, associadas à distensão elástica do material, e de comprimento associadas aos efeitos da rigidez flexional na região do TDP.

Estas discrepâncias de escalas, podem causar problemas ao processo de simulação no domínio do tempo.

Conforme mostrado por Aranha, Martins & Pesce [6], e descrito no item 2.3, a rigidez flexional EJ assume importante papel na vizinhança do TDP, onde ocorrem a máxima curvatura estática e a máxima variação da curvatura dinâmica do riser.

Pode-se definir um parâmetro chamado comprimento flexional, dado por $\lambda = \sqrt{EJ/T_0}$, que mede a escala de comprimento da região onde a influência de EJ é importante.

As discrepâncias de escalas e o fato de os deslocamentos dinâmicos do SCR, em torno de sua configuração estática, serem pequenos, possibilitam a obtenção de soluções analíticas através de métodos assintóticos.

O momento dinâmico na região do TDP pode, assim, ser obtido através de uma aproximação assintótica do tipo "camada limite". Para isto, o riser é modelado como se fosse um cabo (EJ=0) visto que a inclusão da rigidez flexional, EJ, conforme será visto em 2.3, influi muito pouco na geometria e dinâmica global do cabo. Os resultados de frequências naturais apresentados no capítulo 4 para os modelos de cabo (EJ=0; RISDIN) e de riser (EJ ≠ 0; ANSYS) demonstram este fato.

A dinâmica global do SCR é, portanto, similar à de um cabo, diferindo apenas nas regiões vizinhas ao TDP e à junta flexível. O parâmetro λ , mede a escala de comprimento destas regiões ("camada limite") onde a influência da rigidez flexional EJ não pode ser desprezada. O efeito de EJ suaviza a transição entre o valor nulo da curvatura à esquerda do TDP e seu valor de catenária à direita deste ponto, ao mesmo tempo que desloca o TDP estático do cabo de λ para a esquerda.

O fato de os deslocamentos dinâmicos serem pequenos, em relação à posição estática da catenária, permite a linearização do problema dinâmico e a consideração de uma articulação no TDP estático do cabo.

Com esta condição de contorno linear, o problema dinâmico do cabo pode ser resolvido no domínio da frequência obtendo-se as trações e ângulos dinâmicos na rótula. Estes ângulos são utilizados na estimativa do movimento do TDP.

Será visto, mais adiante, que os modelos que não consideram este movimento incorrem em erro grosseiro ao subestimarem a variação máxima do momento fletor, que tem importância decisiva na análise de fadiga.

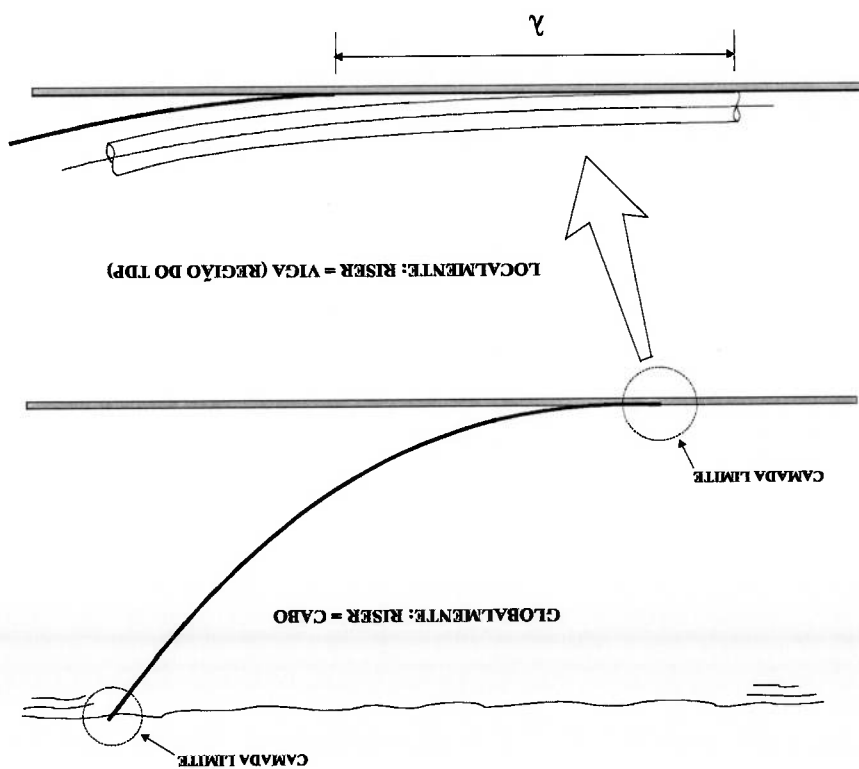
O modelo assintótico, portanto, pressupõe que as configurações estática e dinâmica do SCR sejam aproximadas por aquelas de um cabo. Estas configurações são determinadas numericamente considerando-se um modelo truncado no TDP estático e a existência, neste ponto, de uma articulação (linearização do problema dinâmico). A partir da solução linear do cabo no domínio da frequência obtém-se o ângulo e tração dinâmicos na articulação. Estas variáveis dinâmicas do cabo assumem importante papel na variação da curvatura dinâmica nas regiões de "camada limite".

O efeito da rigidez flexional é, em seguida, incorporado localmente ("camada limite") de forma analítica.

Assume-se, também, de forma a simplificar a análise, que o solo seja plano horizontal com rigidez infinita e que a excitação no topo do cabo seja aproximada por um movimento circular equivalente a uma excitação aleatória.

A figura 2.2 esquematiza o modelo assintótico de análise do SCR:

FIGURA 2.2 - Modelo Assintótico do SCR



2.1) INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ FLEXIONAL (EJ) NA REGIÃO DO TDP

A variação cíclica da posição do TDP sobre o solo marinho depende da dinâmica global do cabo e constitui uma importante variável dinâmica a ser

considerada na análise do SCR.

Pode-se definir como **TDP instantâneo** a posição assumida, sobre o solo marinho, pela extremidade inferior do comprimento suspenso do cabo num

determinado instante.

A velocidade do TDP instantâneo, pode ser comparada com a velocidade de

propagação da onda transversal no cabo na região do TDP através do parâmetro

adimensional conhecido como número de Mach (\mathcal{M}), que indica de forma qualitativa

a ocorrência ou não de impacto entre o cabo e o solo.

Supondo que o movimento do TDP sobre o solo seja harmônico, tem-se:

$$\mathcal{M} = \frac{\omega X_0}{c_0} \quad (2.1.1)$$

ωX_0 : amplitude da velocidade do TDP instantâneo (velocidade da perturbação)

c_0 : velocidade de propagação da onda transversal no cabo próximo do TDP.

Quando $\mathcal{M} < 1$, o contato do cabo com o solo se dá de forma suave, uma vez

que a velocidade do TDP instantâneo é menor que a velocidade que o cabo tem para

ajustar sua configuração geométrica, devido à excitação imposta em sua extremidade

suspensa. Se $M > 1$ o cabo choca-se com o fundo, num fenómeno similar ao de ondas

de choque em dinâmica de gases.

A onda de choque é uma região descontínua do escoamento de um fluido onde

as propriedades do fluido e do próprio escoamento variam abruptamente.

Considere-se o caso de um êmbolo se deslocando com velocidade v :

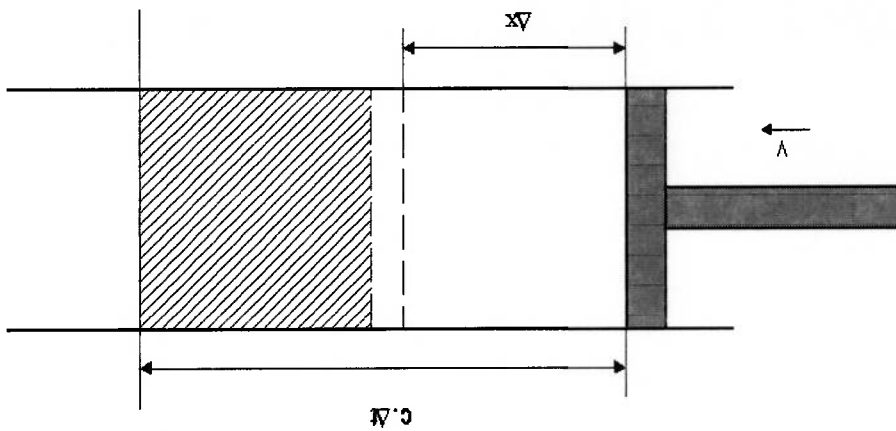


FIGURA 2.1.1 - Compressão de gás e ondas de choque

Se o intervalo de tempo necessário para o êmbolo se deslocar de Δx , as

partículas no interior do cilindro que sentirão a perturbação produzida pelo êmbolo,

durante este intervalo de tempo, estarão resritas à distância $c \cdot \Delta t$, onde c é a

velocidade de propagação da onda sonora no meio.

Aplicando-se o princípio de conservação da massa durante o intervalo Δt

obtem-se:

$$m = \rho_0 c \cdot \Delta t = \rho(c \cdot \Delta t - \Delta x)$$

(2.1.2)

O modelo proposto, porém, não considera uma importância não linearidade presente no caso real que esta relacionada ao fato de a velocidade c ser uma função no modelo linear considerado.

da figura 2.1.1 desaparece fazendo surgir uma singularidade, com densidade infinita, nova configuração imposta pelo êmbolo. Neste caso $\Delta x = c \cdot \Delta t$ e a região hachurada de perturbação "empurrando" as partículas, sem dar tempo a estas de se ajustarem à Δt tende para infinito. O êmbolo se comporta como se fosse a própria frente de onda para a velocidade de propagação do som no meio, a densidade do fluido no instante A medida que a velocidade v do êmbolo (velocidade da perturbação) tende

$$p = p_0 \left[\frac{1}{1 - \frac{v}{c}} \right] \quad (2.1.5)$$

$$p_0 c = p(c - v) \quad (2.1.4)$$

$$p_0 c \cdot \Delta t = p(c \cdot \Delta t - v \cdot \Delta t) \quad (2.1.3)$$

onde:

m = massa do gás no interior do cilindro por unidade de área

p_0 = densidade do gás no instante zero.

p = densidade do gás no instante Δt

c = velocidade de propagação da onda sonora no meio

v = velocidade da perturbação ($v = \Delta x / \Delta t$)

crescente de p . Assim, no caso real, ocorre uma "competição" entre v e c levando a uma mudança qualitativa no comportamento do fluido com o surgimento de ondas de choque à frente do êmbolo.

Fazendo analogia entre o problema de impacto do cabo com o solo e o problema de ondas de choque em dinâmica de gases, a velocidade do êmbolo v seria equivalente à velocidade c de propagação do som no meio fluido seria equivalente à velocidade c_0 de propagação da onda transversal na vizinhança do TDP estático do cabo .

Para determinarmos a expressão da velocidade c_0 , deve-se considerar a equação do movimento para um trecho elementar do cabo conforme a figura 2.1.2:

A direita do elemento a componente vertical da tração é dada por:

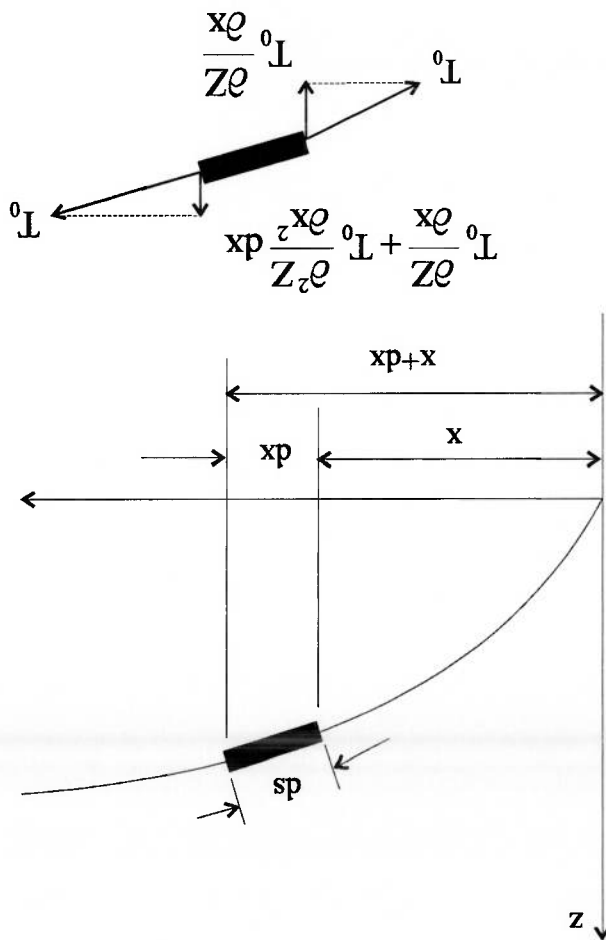
$$-T_0 \frac{\partial z(x,t)}{\partial x}$$

pequenas perturbações dinâmicas) :

cabo, a componente vertical da tração T_0 à esquerda do elemento será (considerando

Na vizinhança do TDP, $ds \approx dx$. Sendo $Z(x,t)$ a curva de deflexão dinâmica do

FIGURA 2.1.2 - Equilíbrio de forças num trecho elementar de cabo



Expandindo em série de Taylor a função $Z(x+dx, t)$ em torno da abscissa x

obtem-se:

$$Z(x+dx, t) = Z(x, t) + dx \frac{\partial Z(x, t)}{\partial x} + O(dx^2)$$

$$\therefore \frac{\partial Z(x+dx, t)}{\partial x} = \frac{\partial Z(x, t)}{\partial x} + dx \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.1.6)$$

Logo, a componente vertical da tração à direita do elemento será:

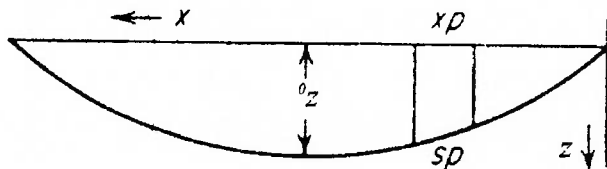
$$T_0 \frac{\partial Z(x+dx, t)}{\partial x} = T_0 \frac{\partial Z(x, t)}{\partial x} + T_0 dx \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.1.7)$$

Designando por m_1 a massa total (massa própria + massa adicional) por unidade de comprimento do cabo, a massa do elemento de comprimento dx é $m_1 dx$ e pela

segunda lei de Newton:

$$m_1 dx \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2} = T_0 \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} dx$$

$$\therefore m_1 \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2} = T_0 \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.1.8)$$



Considere-se um trecho elementar da viga de comprimento ds :

submetida à tração e flexão, através de balanço de energia. A rigidez flexional EI , porém, introduz uma dispersão na equação da onda inibindo o surgimento de choque do riser com o solo. Para demonstrar isto obtém-se a expressão da velocidade de propagação da onda flexional numa viga biapoiada

$$c_0 = \sqrt{\frac{T_0}{m_t}} \quad ; \quad m_t = m + m_a \quad (2.1.10)$$

onde a constante c representa a velocidade de propagação da onda. De (2.1.8) tem-se:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad (2.1.9)$$

Sabe-se que a expressão da equação da corda é da forma:

Integrando por partes obtêm-se:

$$U_{\text{cabo}} = \frac{1}{2} T_0 \int_0^z \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} \cdot z \cdot dx \quad (2.1.13)$$

potencial é dado por:

O trabalho armazenado na viga, devido a tração T_0 , sob a forma de energia

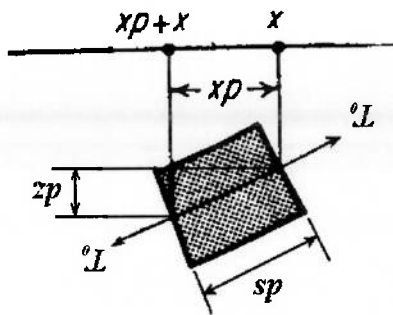
Δ = comprimento da onda propagante.

$$K = \frac{2\pi}{\Delta} \quad (2.1.12)$$

$$z(x,t) = z_0 \cos(K \cdot x - \omega \cdot t) \quad (2.1.11)$$

Considerando $z(x,t)$ a configuração dinâmica da viga, tem-se:

FIGURA 2.1.3 - Trecho elementar de viga submetido à tração T_0



O trabalho armazenado no elemento de viga devido a T_0 , sobe a forma de

energia potencial é dado por:

$$\int_0^l z \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} \cdot dx = z \cdot \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_0^l - \int_0^l \frac{\partial x}{\partial z} dz = - \int_0^l \frac{\partial x}{\partial z} dz = - \int_0^l \frac{\partial x}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} dx = - \int_0^l \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) dx \quad (2.1.14)$$

Considerando, agora, a influência do momento fletor no elemento de viga, tem-se que o trabalho realizado por M para produzir a deflexão $d\phi$, armazenado sob a

forma de energia potencial, é dado por:

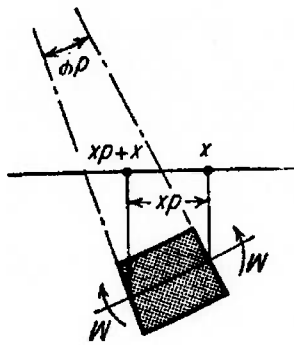


FIGURA 2.1.4 - Trecho elementar de viga submetido a momento M

$$U_{\text{viga}} = \frac{1}{2} M \frac{\partial \phi}{\partial x} dx \quad (2.1.16)$$

$$M = EI \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = EI \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (2.1.17)$$

(2.1.22)

$$\frac{dE}{dt} = -m_1 \omega^3 z_0^2 \sin(K \cdot x - \omega t) \cos(K \cdot x - \omega t) + T_0 \omega K^2 z_0^2 \sin(K \cdot x - \omega t) \cos(K \cdot x - \omega t) + EJ K^4 \omega z_0^2 \cos(K \cdot x - \omega t) \sin(K \cdot x - \omega t) = 0$$

(2.1.21)

$$E = \frac{1}{2} m_1 \omega^2 z_0^2 \sin^2(K \cdot x - \omega t) dx - \frac{1}{2} T_0 K^2 z_0^2 \sin^2(K \cdot x - \omega t) dx + \frac{1}{2} EJ K^4 z_0^2 \cos^2(K \cdot x - \omega t) dx$$

Considerando o princípio de conservação da energia:

(2.1.20)

$$E = \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)^2 dx - \frac{1}{2} T_0 \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} EJ \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right)^2 dx$$

Somando as energias cinética e potenciais para o elemento de viga obtém-se:

(2.1.19)

$$T = \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)^2 dx$$

A energia cinética do elemento é:

(2.1.18)

$$U_{\text{viga}} = \frac{1}{2} EJ \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right)^2 dx$$

A velocidade de propagação da onda flexional na viga submetida à tração e

flexão, obtida de (2.1.22), é dada por:

$$\frac{\omega}{K} = c = \sqrt{\frac{T_0 + EJK^2}{m_1}} = \sqrt{\frac{T_0}{m_1} + \frac{4\pi^2 EJ}{m_1 \cdot \lambda^2}} = c_0 \sqrt{1 + \left(\frac{V}{2\pi\lambda}\right)^2} \quad (2.1.23)$$

Portanto, quando o comprimento da onda flexional diminui, sua velocidade de propagação aumenta caracterizando uma dispersão anômala.

A medida que a amplitude do movimento imposto na extremidade superior do

riser aumenta, a velocidade do TDP instantâneo também aumenta. O riser passa a

vibrar em seus modos superiores que apresentam comprimentos da onda menores

levando a velocidades de propagação de onda flexional maiores.

No caso do SCR esta “competição” entre a velocidade do TDP instantâneo e a

velocidade de propagação da onda de flexão inibe o surgimento de ondas de choque

no riser.

A condição $M > 1$ deve ser evitada no projeto do SCR pois é responsável pelo

surgimento de tensões dinâmicas elevadas. Usualmente $M^2 \ll 1$, permitindo que o

problema dinâmico possa ser linearizado e que as forças inerciais possam ser

localmente (região do TDP) desprezadas com erro da ordem $[1 + O(M^2)]$, como será

visto no item 2.4.4.

2.2) MOVIMENTO HARMÔNICO EQUIVALENTE (MHE)

Considere-se um cabo ($EJ=0$) suspenso entre os pontos **B**, suposto apoiado num

Sistema Flutuante de Produção (FPS) situado em águas profundas, e **O** (TDP estático), com peso submerso por unidade de comprimento **q** assumindo a configuração geométrica de uma catenária. O ponto de ancoragem é **A** e o comprimento total é ℓ_g (comprimento apoiado no fundo) + ℓ (comprimento suspenso). A lâmina d'água é **h**. Sendo **s** a coordenada curvilínea ao longo do

comprimento suspenso e considerando $s = 0$ em **O**, $s = \ell$ em **B** e $\theta(s)$ o ângulo entre a tangente ao cabo e a horizontal, a geometria do cabo fica definida pelo par ordenado de funções $(x(s), z(s))$, com o equilíbrio estático caracterizado pela tração $T(s)$, com

$$T(0) = T_0 = T(\ell) = T_B.$$

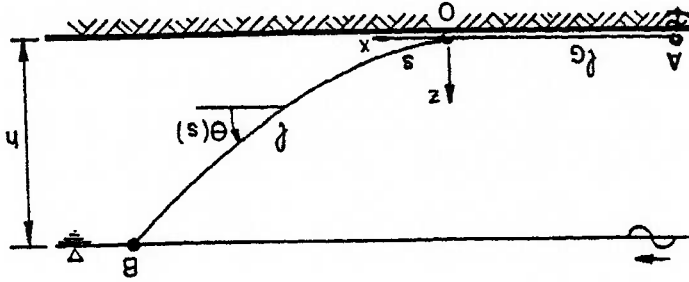


FIGURA 2.2.1 - Configuração estática do cabo

A dinâmica do cabo depende da amplitude do movimento imposto na extremidade suspensa **B**. Uma vez que as ondas do mar, que excitam a plataforma e em consequência a extremidade superior do cabo, são irregulares (não harmônicas) e

aleatórias (amplitudes não previsíveis) e que o problema é não linear, devido a presença das não linearidades inerentes às forças de amortecimento e forças de contato do riser com solo, deve-se esperar como resposta de curvatura no TDP uma variável aleatória não gaussiana e de banda larga.

Nos estudos de fadiga se utiliza a função de distribuição de probabilidades de Rayleigh para determinação dos parâmetros estatísticos da resposta (respostas significativas e máxima). Como esta distribuição depende da estreiteza da banda e da gaussianidade do processo e a resposta de curvaturas no TDP não atende a estas condições, não faz sentido realizar uma análise teoricamente consistente do problema, considerando-se a aleatoriedade e irregularidade da excitação.

É razoável, portanto, realizar-se uma análise simplificada a partir da consideração de um equivalente harmônico para a excitação produzida pelo mar real. Isto pode ser feito pela determinação de uma frequência e amplitude de excitação equivalentes à excitação real.

As seguintes variáveis são definidas, conforme a referência [6]:

$S(\omega)$: espectro de energia de ondas

$H_r(\omega)$: função de transferência do movimento em B

A função de transferência $H_r(\omega)$ pode ser calculada a partir do operador de amplitude de resposta ("response amplitude operator" - RAO) do sistema flutuante. Pode-se definir os seguintes parâmetros:

• espectro do movimento em **B**:

$$S_R(\omega) = |H_R(\omega)|^2 S(\omega) \quad (2.2.1)$$

• amplitude do movimento harmônico circular equivalente em **B**:

$$R_B = \left(2 \int_{-\infty}^{\infty} S_R(\omega) d\omega \right)^{1/2} = \sqrt{2} \cdot (\text{rms do movimento}) \quad (2.2.2)$$

$$\sigma_R = \left(\int_{-\infty}^{\infty} S_R(\omega) d\omega \right)^{1/2} = \text{rms do movimento em B} \quad (2.2.3)$$

• frequência média entre zeros ascendentes do movimento em **B**:

$$\omega_R = \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} S_R(\omega) d\omega \right)^{1/2}}{\left(\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_R(\omega) d\omega \right)^{1/2}} \quad (2.2.4)$$

• movimento significativo em **B** (amplitude simples) correspondente ao valor

médio do terço superior da curva de distribuição de movimentos em **B**:

$$R_B|_{1/3} = 2 \cdot \sigma_R = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sigma_R = \sqrt{2} \cdot R_B \quad (2.2.5)$$

• amplitude máxima esperada do movimento em **B**, em tempestade com 3 horas

de duração e com ondas de período médio entre zeros ascendentes de 10 segundos:

$$R_B|_{\max} = 1.87 \cdot R_B|_{1/3} = 1.87 \cdot \sqrt{2} \cdot R_B = 2.64 \cdot R_B \quad (2.2.6)$$

O movimento harmônico equivalente é definido como um movimento circular

imposto a extremidade suspensa do riser (**B**), com raio R_B e frequência ω_r , para a

estimativa da vida útil e com raio $R_B|_{\max}$ e frequência ω_r , para a verificação da

condição de tempestade.

2.3) SOLUÇÃO ESTÁTICA

A equação diferencial que governa o equilíbrio estático global do SCR,

considerado inextensível, é dada por:

$$EI \frac{d^2 \chi(s)}{ds^2} - T(s) \chi(s) = -q \cos \theta(s) \quad (2.3.1)$$

onde EI = rigidez flexional

$T(s)$ = tração

$\chi(s)$ = curvatura estática

q = carregamento por unidade de comprimento

s = coordenada curvilínea

A equação (2.3.1) não pode ser resolvida analiticamente de uma forma fechada.

Freqüentemente, em matemática aplicada, surgem equações diferenciais deste

tipo cujas soluções devem ser descritas de alguma forma qualitativa. Geralmente, o

problema contém um parâmetro pequeno e busca-se por uma descrição assintótica da

solução em termos deste parâmetro.

Considerando T_0 a escala de tração do problema, pode-se dividir os termos de

(2.3.1) por este valor, obtendo-se

$$\chi^2 \frac{d^2 \chi(s)}{ds^2} - T(s) \chi(s) = -\chi_0 \cos \theta(s) = 0 \quad (2.3.2)$$

onde: $\lambda = \sqrt{\frac{EI}{T_0}}$ (comprimento flexional)

$\hat{T}(s) = \frac{T_0}{L}$ (tração estática adimensional)

$\chi_0 = \frac{T_0}{q}$ (curvatura no TDP estático do cabo)

Sendo L a escala de comprimento global do problema, chega-se à seguinte equação adimensional,

$$\varepsilon^2 \frac{d^2 \hat{\chi}(s)}{ds^2} - \hat{T}(s) \hat{\chi}(s) = -\hat{\chi}_0 \cos \theta(s) \quad (2.3.3)$$

onde: $\hat{\chi}(s) = \chi(s) \cdot L$ (curvatura estática adimensional)

$\hat{s} = s/L$ (coordenada curvilínea adimensional)

$\hat{\chi}_0 = \chi_0 \cdot L$ (curvatura adimensional no TDP estático do cabo)

$\varepsilon^2 = (\lambda/L)^2$ (parâmetro flexional adimensional)

O parâmetro ε mede a influência da rigidez flexional, na estática global do riser. Sendo $\varepsilon^2 \ll 1$, o primeiro termo da equação (2.3.3) pode ser desprezado, recaído-se na equação (2.3.4),

$$\hat{T}(s) \hat{\chi}(s) = \hat{\chi}_0 \cos \theta(s) \quad (\text{equação da catenária}) \quad (2.3.4)$$

cuja solução analítica é bem conhecida.

A equação (2.3.3) representa um problema típico de perturbação singular, bem conhecido em matemática aplicada, que pode ser tratado por uma técnica de camada limite ("boundary layer).

Os métodos assintóticos são largamente utilizados para se obter soluções aproximadas de um determinado problema, baseadas em soluções exatas de problemas correlatos ao problema original.

A redução de ordem da equação diferencial (2.3.1) para (2.3.4), contudo, altera a qualidade da solução nos limites inferior e superior do domínio pois perde-se a continuidade de curvatura nestes pontos.

Como $\theta(s) \ll 1$ na região próxima do TDP estático do cabo, pode-se assumir $s \approx x$ nesta região e introduzir o efeito da rigidez flexional EJ na equação (2.3.4), obtendo-se a equação diferencial de equilíbrio estático do riser nas proximidades do ponto O (vide apêndice B):

$$\lambda^2 \frac{d^4 Z_{r_0}}{dx^4} - \frac{d^2 Z_{r_0}}{dx^2} = -\frac{T_0}{q} ; \quad \lambda = \sqrt{\frac{T_0}{EJ}} \quad (2.3.5)$$

cuja solução é dada por (vide expressão b.35 do apêndice B):

$$Z_{r_0}(x) = \frac{T_0}{q} \left[\frac{1}{2}(x^2 + \lambda^2) - \lambda^2 e^{-\frac{x}{\lambda}} \right] \quad (2.3.6)$$

onde $Z_{r_0}(x)$ é a configuração geométrica do equilíbrio estático do riser na

vizinhanga do TDP.

A derivada de (2.3.6) com relação a x fornece:

$$(2.3.7) \quad \frac{dZ_{r_0}(x)}{dx} = \frac{T_0}{q} \left[x + \lambda e^{-\frac{\lambda}{(x+\lambda)}} \right]$$

A expressão da curvatura do riser na vizinhanga de O fica:

$$(2.3.8) \quad \frac{d^2Z_{r_0}(x)}{dx^2} = \frac{T_0}{q} \left[1 - e^{-\frac{\lambda}{(x+\lambda)}} \right]$$

A configuração geométrica de equilíbrio estático do cabo, $Z_0(x)$, é dada por

(vide expressão a.9 do apêndice A):

$$(2.3.9) \quad Z_0(x) = \frac{q}{T_0} \left[\cosh\left(\frac{T_0}{q}x\right) - 1 \right]$$

onde H foi substituído por T_0 , tração estática no TDP, pois a componente horizontal

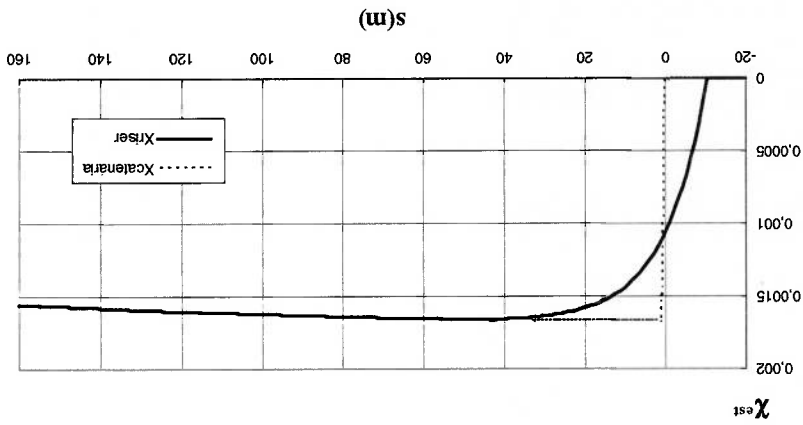
da tração no cabo é constante ao longo de seu comprimento suspenso.

O ângulo que a tangente ao cabo forma com a horizontal é dado por:

$$(2.3.10) \quad \frac{dZ_0(x)}{dx} = \sinh\left(\frac{T_0}{q}x\right)$$

A figura 2.3.1 mostra que a rigidez flexional EI tem influência apenas numa pequena região (camada limite) próxima do TDP estático do cabo. A curvatura da catenária é descontínua no TDP, visto que somente a condição de contorno de tangente nula é satisfeita. A introdução de EI, de forma local (camada limite), recupera a condição de contorno de curvatura nula e suaviza a variação de curvatura entre o valor zero à esquerda do TDP estático do riser e o valor q/T_0 (curvatura do cabo na região do TDP), ao mesmo tempo que desloca de λ para a

FIGURA 2.3.1 - Comparação entre curvaturas estáticas de catenária e riser



do TDP:

A figura 2.3.1 compara as curvaturas estáticas do cabo e do riser na vizinhança

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{\cosh^2 \left(\frac{q}{T_0} x \right)}{q/T_0}$$

(2.3.11)

A curvatura do cabo (expressão a.22 do apêndice A) é:

“esquerda”, a posição do TDP. O ponto onde ocorre a curvatura máxima é deslocado

de aproximadamente 3λ para a “direita”.

A expressão do momento fletor estático na vizinhança de O é dada por (vide

apêndice B):

$$M_{r_0}(s) = \frac{1}{2} (1 + \sin(s + \lambda)) (1 - e^{-(s+\lambda)/\lambda}) M_0$$

(2.3.12)

2.4) RESPOSTA DINÂMICA NA REGIÃO DO TDP

Os movimentos de 1ª ordem, produzidos pela ação das ondas sobre a plataforma, excitam a extremidade suspensa do SCR de uma forma aleatória e irregular.

Conforme discutido no item 2.2 é razoável realizar-se a análise do SCR considerando uma excitação harmônica equivalente à excitação do mar real. Esta excitação induz ao TDP um movimento dependente da dinâmica global do riser.

Define-se, como TDP instantâneo, a posição assumida sobre o solo marinho pela extremidade inferior do comprimento suspenso do riser num dado instante.

Considerando que o movimento do TDP instantâneo seja harmônico e dado por:

$$x_0(t) = X_0 \cos(\omega t + \phi) \quad (2.4.1)$$

onde: X_0 = amplitude do movimento

ϕ = ângulo de fase entre $x_0(t)$ e a tração dinâmica $r(t)$

e que $\dot{x}_0 > c_0$, para que não ocorra choque entre o cabo e o solo, veremos a seguir que condições de contorno análogas às do TDP estático deverão ser impostas ao TDP instantâneo.

2.4.1) CONDIÇÕES DE CONTORNO NO TDP INSTANTÂNEO

Seja $z = Z_0(x)$ a configuração estática do cabo ($EI=0$) na vizinhança do ponto O, as seguintes condições de contorno devem ser satisfeitas neste ponto:

$$Z_0(0) = 0 \quad (2.4.1.1)$$

$$\frac{dZ_0}{dx}(0) = 0 \quad (2.4.1.2)$$

Condições de contorno similares a (2.4.1.1) e (2.4.1.2) devem ser impostas ao TDP instantâneo, em cada instante, quando a velocidade deste ponto for menor que a velocidade da onda transversal no cabo (Triantafyllou [13]).

Se $z = Z(x, t)$ descreve a geometria do cabo no problema dinâmico, na vizinhança de O, e $x = x_0(t)$ descreve a posição do TDP instantâneo, então:

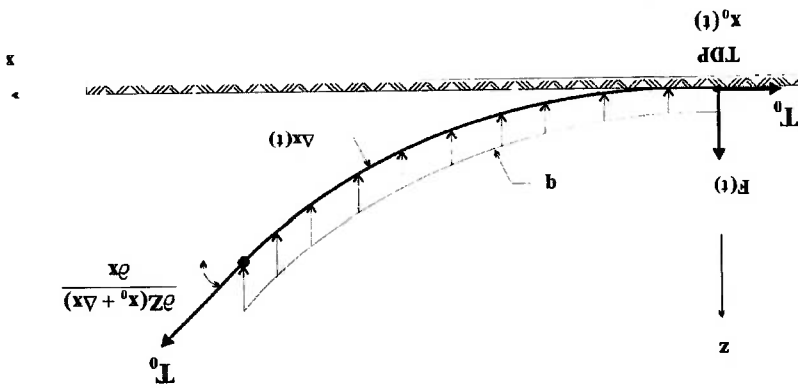
$$Z(x_0(t), t) = 0 \quad (2.4.1.3)$$

A derivada total de $Z(x_0(t), t)$ fornece:

$$\frac{\partial Z}{\partial t}(x_0(t), t) + \frac{dx_0(t)}{dt} \frac{\partial Z}{\partial x}(x_0(t), t) = 0 \quad (2.4.1.4)$$

Considere-se, a seguir, o equilíbrio dinâmico de um trecho de cabo de comprimento $\Delta x(t)$, entre o TDP instantâneo, cuja posição é dada por $x_0(t)$, e um ponto fixo do cabo à direita do TDP instantâneo, conforme a figura 2.4.1.1:

FIGURA 2.4.1.1 - Equilíbrio dinâmico de um trecho elementar de cabo



Sendo $F(t)$ uma possível força de impacto produzida pelo choque do cabo contra o solo, o equilíbrio de forças na direção z é dado por:

$$(2.4.1.5) \quad \frac{d}{dt} \left[(m + m_a) \Delta x(t) \frac{\partial z}{\partial t} \right] = F(t) + T_0 \frac{\partial x}{\partial x} (x_0 + \Delta x, t) - q \Delta x(t)$$

onde $(m + m_a) \Delta x(t)$ representa a massa total (própria + adicional) do trecho do cabo.

Para situações de mares moderados, a amplitude da tração dinâmica $\tau(t)$ é

muito menor que a tração estática T_0 . Este resultado, que pode ser constatado

numericamente, permite desprezar, no equilíbrio dinâmico do trecho de cabo

(expressão (2.4.1.5)), a parcela relativa à tração dinâmica. Tal simplificação não deve

ser considerada para situações de mares extremos.

Uma vez que solo impõe a restrição $Z(x, t) \geq 0$, e considerando (2.4.1.3), deve-se ter $\partial Z/\partial x \geq 0$ em $x = x_0(t)$. Ao mesmo tempo a força de impacto entre o cabo e o solo é do tipo unilateral (solo rígido), assim $F(t) \geq 0$. Segue-se da expressão (2.4.1.7) que tanto $F(t)$ como o ângulo $\partial Z/\partial x$ devem ser nulos quando a velocidade do TDP instantâneo (\dot{x}_0) for menor que a velocidade que o cabo tem para ajustar sua configuração geométrica nesta região (c_0).

$$\boxed{\frac{\partial Z}{\partial x}(x_0(t), t) = F(t)} \quad (2.4.1.7)$$

$$(m + m_a)(-\dot{x}_0(t)) = F(t) + c_0 \frac{\partial Z}{\partial x}(x_0(t), t)$$

(2.1.10), obtém-se:

Tomando-se o limite de (2.4.1.6) quando $\Delta x(t) \rightarrow 0$, considerando (2.4.1.4) e

$$-\dot{x}_0(t), \text{ ou seja, } \frac{d\Delta x(t)}{dt} = -\dot{x}_0(t).$$

A taxa de variação do comprimento $\Delta x(t)$, com o tempo, diminui na razão de

(2.4.1.6)

$$(m + m_a) \left[\frac{d\Delta x(t)}{dt} \frac{\partial Z}{\partial t} + \Delta x(t) \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} \right] = F(t) + T_0 \frac{\partial Z}{\partial x}(x_0 + \Delta x, t) - q\Delta x(t)$$

Desenvolvendo (2.4.1.5) obtém-se:

Quando $\dot{x}_0 > c_0$ tanto $F(t)$ como o ângulo $\partial Z/\partial x$ devem ser positivos tendo-se impacto do cabo com o solo e o surgimento de tensões dinâmicas elevadas neste ponto.

A condição de choque dificilmente ocorre no caso real e geralmente tem-se $\dot{x}_0 \ll c_0$.

Assim, o cabo satisfaz a seguinte condição de contorno no TDP instantâneo:

$$\frac{\partial Z}{\partial x}(x_0(t), t) = 0 \quad (2.4.1.8)$$

e portanto, de (2.4.1.4) obtêm-se:

$$\frac{\partial Z}{\partial t}(x_0(t), t) = 0 \quad (2.4.1.9)$$

A velocidade vertical do TDP instantâneo é nula quando não houver impacto

entre o cabo e o solo. Contudo, a aceleração vertical neste ponto é diferente de zero.

Derivando as expressões (2.4.1.8) e (2.4.1.9) com relação ao tempo (derivada total) :

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}(x_0(t), t) + \dot{x}_0 \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}(x_0(t), t) = 0 \quad (2.4.1.10)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}(x_0(t), t) + \dot{x}_0 \frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial t}(x_0(t), t) = 0 \quad (2.4.1.11)$$

De (2.4.1.10) e (2.4.1.11) obtêm-se:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}(x_0(t), t) = x_0 \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}(x_0(t), t) \quad (2.4.1.12)$$

Lembrando que:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = \frac{R_c(t)}{1} \quad (2.4.1.13)$$

onde $R_c(t)$ é o raio de curvatura do cabo no TDP instantâneo, a aceleração vertical

neste ponto será:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}(x_0(t), t) = \frac{R_c(t)}{x_0} \quad (2.4.1.14)$$

A partir das expressões (2.4.1.9) e (2.4.1.14) pode-se imaginar o TDP

instantâneo como o centro instantâneo de rotação de um "cilindro fictício" de raio

$R_c(t)$ rolando, sem deslizar, sobre o solo marinho com velocidade $\dot{x}_0(t)$.

A analogia de "cilindro fictício" proposta por Aranha, Martins & Pesce [6]

simplifica a visualização do processo de movimentação do TDP instantâneo sobre o

solo marinho.

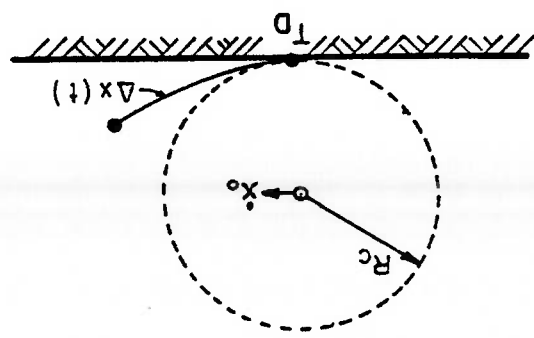
A figura 2.4.1.2 mostra o trecho de cabo ligado ao "cilindro fictício" no ponto

correspondente ao TDP instantâneo.

Neste ponto a velocidade vertical do cilindro é nula e a aceleração vertical correspondente à aceleração centrípeta é diferente de zero.

A medida que o “cilindro fictício” rola sobre o solo, sem deslizar, o cabo se enrola e se desenrola em torno do mesmo. Quando a velocidade do cilindro for menor que a velocidade de propagação da onda transversal local no cabo ($\mathcal{M} < 1$), não ocorrerá impacto do cabo com o solo. O cabo se enrolará de forma suave em torno do cilindro. Quando a velocidade do cilindro for próxima ou superior à velocidade de propagação da onda transversal local no cabo ($\mathcal{M} > 1$), este não mais se enrolará de forma suave em torno do cilindro, ocorrendo impacto do cabo com o solo. Neste caso o modelo assintótico perde sua validade.

FIGURA 2.4.1.2 - Movimento do TDP instantâneo e “cilindro fictício”



2.4.2) LINEARIZAÇÃO DO PROBLEMA DINÂMICO E ESTIMATIVA DO MOVIMENTO HORIZONTAL DO TDP INSTANTÂNEO, $x_0(t)$

Uma vez que a amplitude do movimento imposto à extremidade suspensa do SCR é pequena (na condição de tempestade esta amplitude é de aproximadamente 3 metros), os deslocamentos dinâmicos dos pontos do riser em relação à configuração estática inicial também são pequenos. Este fato pode ser constatado analisando-se a relação entre o movimento do TDP instantâneo e o raio de curvatura do riser nesta região.

O momento fletor estático no TDP instantâneo é igual a EJ/R_c . A tensão de flexão estática é dada por:

$$\sigma = \frac{EJ/R_c}{J/(D/2)} = E\varepsilon \quad (2.4.2.1)$$

$$\varepsilon = \frac{D}{2R_c} \quad (2.4.2.2)$$

Assumido uma deformação estática igual a 25% da deformação de escoamento ($\varepsilon = 0.25 * \varepsilon_y = 0.25 * (1/500) = 1/2000$) tem-se:

$$\frac{1}{2000} = \frac{D}{2R_c} \rightarrow R_c = 1000D \quad (2.4.2.3)$$

Para $D = 16''$ (406 mm) $\rightarrow R_c = 406$ m. Como X_0 é da ordem de 3 metros, para mares moderados, tem-se a relação $x_0(t) / R_c \ll 1$.

Isto indica que o problema dinâmico pode ser linearizado em torno do TDP estático do cabo (ver figura 2.2.1).

Expandindo a função $Z(x_0(t), t)$ em série de Taylor em torno do ponto O (figura 2.2.1) e considerando a própria definição do TDP instantâneo dada em (2.4.1.3) tem-se:

$$Z(x_0(t), t) = Z(0, t) + x_0(t) \frac{\partial Z}{\partial x}(0, t) + O(x_0^2(t)) \equiv 0 \quad (2.4.2.4)$$

A partir da condição de contorno para o TDP instantâneo dada em (2.4.1.8) obtêm-se:

$$\frac{\partial Z}{\partial x}(x_0(t), t) = \frac{\partial Z}{\partial x}(0, t) + x_0(t) \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}(0, t) + O(x_0^2(t)) \equiv 0 \quad (2.4.2.5)$$

Multiplicando (2.4.2.5) por $x_0(t)$ e subtraindo de (2.4.2.4), tem-se que $Z(0, t)$ é da ordem de $x_0^2(t) / R_c$. Desprezando o termo dinâmico quadrático:

$$Z(0, t) = 0 \quad (2.4.2.6)$$

Isto é, o TDP estático do cabo pode ser considerado como uma rótula no problema dinâmico linearizado

Esta condição de contorno linear, a desconsideração do trecho de cabo que fica

apoiado no solo (ver figura 2.2.1), visando eliminar as não linearidades inerentes às

forças de contato, e a linearização da força de amortecimento viscoso, permitem que

o problema dinâmico do cabo possa ser resolvido no domínio da frequência.

O critério adotado para linearização da força de amortecimento viscoso se

basa na equivalência da potência dissipada em 1 ciclo entre os modelos linear e não

linear de amortecimento . Admitindo que o movimento dos pontos do cabo seja

harmônico, a potência dissipada em 1 ciclo por um amortecimento viscoso linear,

c_z , pode ser obtida através de:

$$Z(x, t) = Z_0(x) \cos(\omega t) \quad (2.4.2.7)$$

(2.4.2.7)

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = -\omega Z_0(x) \sin(\omega t)$$

(2.4.2.8)

$$U_\ell = \int_0^T c_z \frac{\partial Z}{\partial t} \cdot \frac{\partial Z}{\partial t} dt$$

(2.4.2.9)

onde: U_ℓ = energia dissipada em 1 ciclo considerando amortecimento linear

c_z = coeficiente de amortecimento equivalente

$$U_\ell = c_z Z_0^2(x) \omega^2 \int_0^T \sin^2(\omega t) dt = c_z Z_0^2(x) \omega^2 \left[\frac{t}{2} - \frac{1}{4\omega} \sin(2\omega t) \right]_0^T \quad (2.4.2.10)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$U_{\epsilon} = \pi c_e Z_0^2(x) \omega \quad (2.4.2.11)$$

A energia dissipada pelo amortecimento viscoso não linear em 1 ciclo é:

$$U_n = \int_0^T c \left| \frac{\partial z}{\partial t} \right| \cdot \frac{\partial z}{\partial t} dt = c Z_0^3(x) \omega^3 \int_0^T |\sin(\omega t)| \sin^2(\omega t) dt \quad (2.4.2.12)$$

Igualando as duas potências e integrando entre 0 e T/2 para não anular o valor

da integral, obtêm-se o valor do coeficiente de amortecimento equivalente:

$$c_e = 2 \frac{\pi}{c} Z_0^2(x) \omega^2 \int_0^{T/2} \sin^3(\omega t) dt \quad (2.4.2.13)$$

$$c_e = 2 \frac{\pi}{c} Z_0^2(x) \omega \int_{\pi}^0 \sin^3(\beta) d\beta = 2 \frac{\pi}{c} Z_0^2 \omega \left[-\cos(\beta) + \frac{1}{3} \cos^3(\beta) \right]_0^{\pi} \quad (2.4.2.14)$$

$$c_e = \frac{8c}{3\pi} Z_0^2(x) \omega \quad (2.4.2.15)$$

Sendo $c = \frac{1}{2} \rho C_D D$ então:

(2.4.2.16)

$$c_0 = \frac{4}{3\pi} \rho C_D D Z_0(x) \omega$$

A força de amortecimento viscoso linear fica dada por:

$$F_{v\ell} = \frac{4}{3\pi} \rho C_D D Z_0(x) \omega \cdot \dot{Z}$$

(2.4.2.17)

$$F_{v\ell} = -\frac{4}{3\pi} \rho C_D D Z_0^2(x) \omega^2 \cdot \sin(\omega t)$$

A expressão (2.4.2.17) mostra que o caráter não linear da força de amortecimento não se perde com a linearização visto que $F_{v\ell}$ varia com o quadrado da amplitude do movimento.

O modelo de análise do cabo no domínio da frequência considera, portanto, a existência de uma rótula (linearização do problema dinâmico) no TDP estático e elimina o trecho de cabo apoiado no solo marinho de modo a não considerar as não linearidades do contato entre o cabo e o solo. O modelo também considera a linearização da força de amortecimento através do critério de equivalência de potência dissipada visto anteriormente.

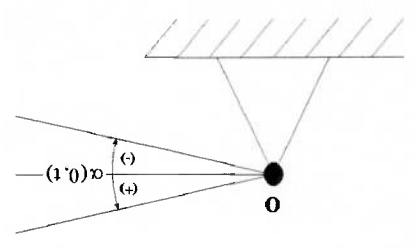
Deve-se observar, contudo, que o ângulo $\partial Z(0,t)/\partial x$ não é zero na rótula, uma vez que no problema dinâmico o TDP instantâneo não coincide com o ponto O (ver figura 2.2.1), como mostra a figura 2.4.2.1:

(2.4.2.18)

$$x_0(t) = -\frac{q}{T_0} \alpha(0, t) = X_0 \cos(\omega t + \phi)$$

Tal fato nos permite estimar a posição instantânea do TDP a partir de (2.4.2.5):

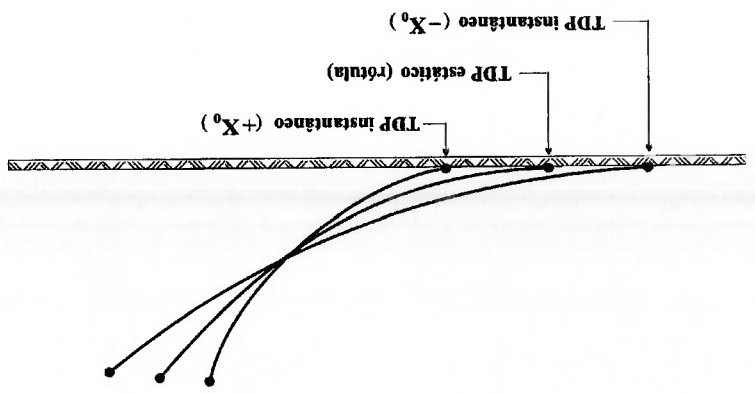
FIGURA 2.4.2.2 - Rótula no ponto O



contrário.

Um aumento do ângulo na rótula (giro no sentido anti-horário a partir do ângulo zero) indica que o TPD instantâneo estará se deslocando para a esquerda do TDP estático do cabo. Uma diminuição do ângulo indica um deslocamento no sentido contrário.

FIGURA 2.4.2.1 - Posições extremas do TDP instantâneo



partir da solução linear do cabo no domínio da frequência.

O ângulo dinâmico na rótula, $\alpha(0,t)$, e o ângulo de fase ϕ são determinados a

ϕ = fase relativa entre o ângulo dinâmico e a tração dinâmica em O

$$\frac{T_0}{q} \equiv \frac{\partial^2 Z(0,t)}{\partial x^2} = \text{curvatura de catenária em O (expressão a.15 do apêndice A)}$$

onde $\alpha(0,t) = \partial Z(0,t)/\partial t$ = ângulo dinâmico na rótula

2.4.3) TRACÇÃO DINÂMICA $\tau(t)$

Um cabo em forma de catenária vibra tanto transversalmente quanto na direção axial e estas vibrações são acopladas. Devido à sua curvatura ele pode acomodar um movimento imposto no ponto **B** (ver figura 2.2.1), reajustando sua configuração geométrica, se distendendo ou pela combinação dos dois. Isto é, uma parcela do movimento imposto em **B** é absorvida através da mudança da configuração geométrica enquanto outra parcela é absorvida pela deformação elástica axial do cabo.

A ordem de grandeza destas parcelas depende da relação entre a rigidez de catenária e a rigidez elástica do cabo. Geralmente, a rigidez axial é bem maior que a rigidez geométrica fazendo com que uma maior parcela do movimento em **B** seja absorvida por mudança de geometria do cabo.

As forças de amortecimento viscoso, porém, impedem restrição à alteração da configuração geométrica fazendo aumentar a parcela do movimento de **B** absorvida por deformação elástica.

A medida que a frequência do movimento em **B** aumenta inicia-se um processo de “enrijecimento geométrico” do cabo reduzindo as amplitudes dos deslocamentos dos pontos ao longo do comprimento suspenso. Este processo continua até o ponto em que o cabo praticamente se “congela” numa configuração similar à configuração estática inicial.

A relação entre a rigidez elástica (distensão) e a rigidez de catenária (mudança de configuração geométrica) assume, assim, importante papel na determinação das trações dinâmicas do cabo.

Na faixa de frequências usuais das ondas do mar, os modos de vibração axiais do cabo não são excitados e a amplitude da tração dinâmica é praticamente constante ao longo do comprimento suspenso do cabo. A demonstração analítica deste resultado é apresentada na referência [8].

Este resultado também pode ser comprovado numericamente a partir da análise dinâmica no domínio do tempo realizada com o programa ANSYS. A figura 2.4.3.1 mostra os dois últimos ciclos da tração axial dinâmica (estado de mar 3) para os nós 174 (TDP), 221 (x=50m) e 222 (x=100m), podendo-se constatar que a amplitude é essencialmente constante ao longo de uma grande extensão do comprimento suspenso do SCR.

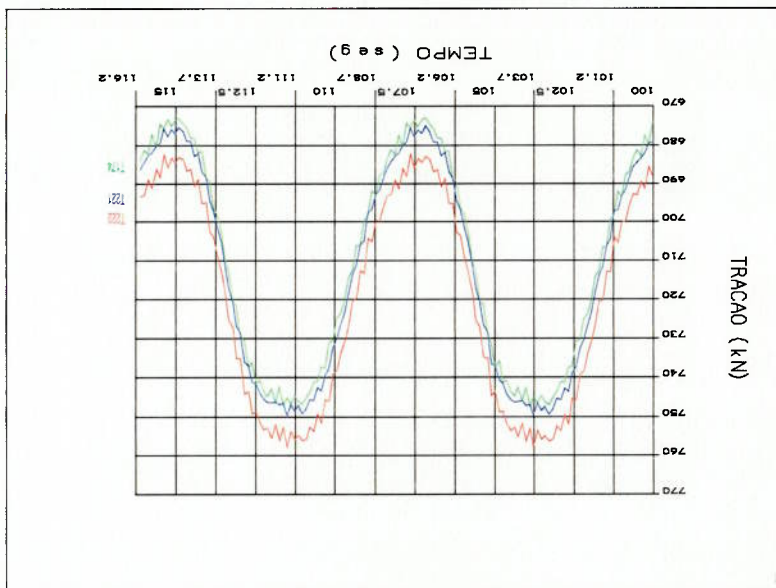


FIGURA 2.4.3.1 - Trações dinâmicas nos nós 174(TDP), 221 e 222; mar3

A figura 2.4.3.2 mostra a tensão axial para a situação de mar extremo

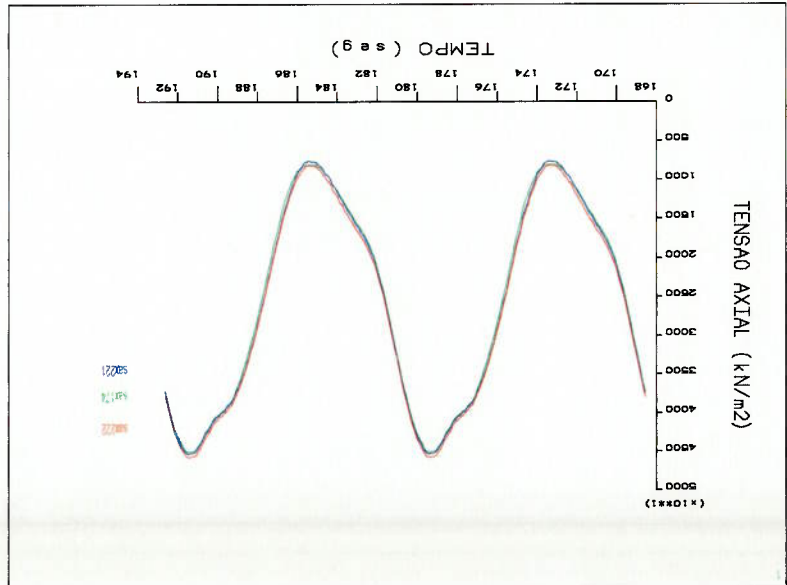


FIGURA 2.4.3.2 - Tensões dinâmicas nos nós 174(TDP), 221 e 222; mar extremo

Na vizinhança de O pode-se assumir, portanto, que $\tau(s,t) \equiv \tau(t)$ com:

$$\tau(t) = \tau_1 \cos(\omega t) \tag{2.4.3.1}$$

onde τ_1 é determinado a partir da análise linear do cabo no domínio da

frequência.

2.4.4) CURVATURA TOTAL DO CABO NA REGIÃO DO TDP ESTÁTICO

A figura 2.4.4.1 mostra as forças dinâmicas num trecho elementar de cabo de comprimento ds.

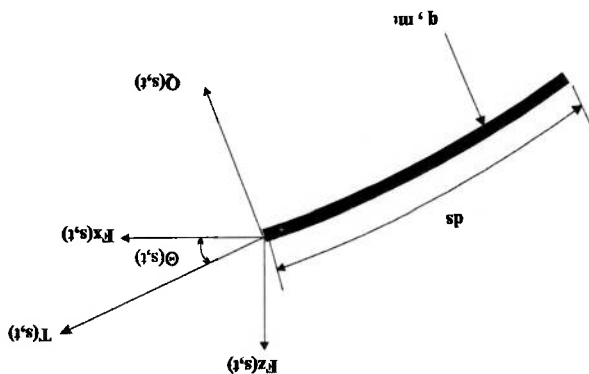


FIGURA 2.4.4.1 - Forças dinâmicas num trecho de cabo elementar

Usando a aproximação $s \approx x$, uma vez que $\theta(s) \ll 1$, na vizinhança de O, o equilíbrio das forças na direção z, incluindo a força de arrasto viscoso será:

$$\frac{\partial F_z}{\partial s}(x, t) = q + (m + m_a) \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}(x, t) + \frac{1}{2} \rho C_D D \left| \frac{\partial Z}{\partial t}(x, t) \right| \frac{\partial Z}{\partial x}(x, t) \quad (2.4.4.1)$$

A força de correntezas foi desprezada na vizinhança do TDP uma vez que a normal ao cabo é praticamente vertical nesta região, enquanto que as correntezas atuam horizontalmente.

Usando em (2.4.4.1) as expressões (2.4.1.9) e (2.4.1.12) obtém-se:

$$\frac{\partial F_z}{\partial s}(x_0(t), t) = q + (m + m_a) \ddot{x}_z^0(t) \frac{\partial x_0(t)}{\partial Z} \quad (2.4.4.2)$$

As forças viscosas foram localmente desprezadas, com erro de ordem θ^2 .

Desprezando os termos cúbicos na série de Taylor (2.4.2.5), isto é

$\partial^2 Z(x_0(t), t) / \partial x^2 \equiv \partial^2 Z(0, t) / \partial x^2 = q / T_0$, e usando (2.1.10), tem-se:

$$\frac{\partial F_z}{\partial s}(x_0(t), t) = q \left[1 + \left(\frac{x_0}{c_0} \right)^2 \right] ; \quad x \approx x_0(t) \quad (2.4.4.3)$$

Sendo $\Theta(s, t) = \theta(s) + \alpha(s, t)$ o ângulo total, $T(s, t)$ a tração efetiva, $F_x(s, t)$ e

$F_z(s, t)$ as forças dinâmicas horizontal e vertical (ver figura 2.4.4.1), por definição

tem-se:

$$T(s, t) = F_x(s, t) \cos \Theta(s, t) + F_z(s, t) \sin \Theta(s, t) \quad (2.4.4.4)$$

A força cortante, idênticamente nula pois $EJ=0$ (modelo de cabo), é dada por:

$$Q(s, t) = F_x(s, t) \sin \Theta(s, t) - F_z(s, t) \cos \Theta(s, t) \equiv 0 \quad (2.4.4.5)$$

Derivando (2.4.4.5) com respeito a s e notando que $\Theta(s, t) \equiv 0$ na vizinhança do

TDP estático do cabo, obtêm-se:

$$\frac{\partial F_x(s, t)}{\partial s} \sin \Theta(s, t) + F_x(s, t) \cos \Theta(s, t) \frac{\partial \Theta(s, t)}{\partial s} - \frac{\partial F_z(s, t)}{\partial s} \cos \Theta(s, t) + F_z(s, t) \sin \Theta(s, t) \frac{\partial \Theta(s, t)}{\partial s} \equiv 0$$

Como $\Theta(s, t) \equiv 0 \rightarrow \sin \Theta(s, t) \equiv \Theta(s, t) \equiv 0$ e $\cos \Theta(s, t) \equiv 1$, levando a:

de-se obter a expressão (2.4.4.11) na vizinhança do TDP do cabo:

$\chi_d(t)$: curvatura dinâmica

$\chi_0(t) = \frac{T_0}{q}$: curvatura estática no TDP do cabo

$\chi(t)$: curvatura total

$$\frac{\partial \Theta}{\partial s}(s, t) = \chi(t) = \frac{T_0}{q} + \chi_d(t) \quad (2.4.4.10)$$

$$T(s, t) = T_0 + \tau(t) \quad (2.4.4.9)$$

Observando as relações

$$T(s, t) \frac{\partial \Theta}{\partial s} = q \left[1 + \left(\frac{\dot{\chi}_0}{c_0} \right)^2 \right] \quad (2.4.4.8)$$

De (2.4.4.4), $F_x(s, t) \equiv T(s, t)$, logo:

$$F_x(s, t) \frac{\partial \Theta}{\partial s} = \frac{\partial \Theta}{\partial F_z(s, t)} \quad (2.4.4.7)$$

$$F_x(s, t) \cos \Theta(s, t) \frac{\partial \Theta}{\partial s} - \frac{\partial \Theta}{\partial F_z(s, t)} \cos \Theta(s, t) \equiv 0 \quad (2.4.4.6)$$

A expressão (2.4.4.14), para a curvatura dinâmica do cabo, é exata a menos de um erro da ordem de $[1 + O(\mathcal{M}^2)]$ relativo aos efeitos inerciais locais. Para os estados de mar moderados, que são os que mais contribuem para a fadiga, análises dinâmicas não lineares demonstraram que este erro é de ordem de 1% (ver [6]), confirmando a validade da hipótese de se desprezarem os efeitos inerciais locais na expressão analítica da curvatura dinâmica do cabo.

$$\chi(t) = \frac{\left[1 + \frac{\tau(t)}{T_0} \right]}{\chi_0} ; \quad x \geq x_0(t) \quad (2.4.4.14)$$

$$\chi(t) \left[1 + \tau(t)/T_0 \right] = \frac{q}{T_0} \quad (2.4.4.13)$$

$$T_0 \chi(t) \left[1 + \tau(t)/T_0 \right] = q \quad (2.4.4.12)$$

região do TDP estático do cabo:

quadrado do número de Mach ($\mathcal{M}^2 \ll 1$), pode-se obter a curvatura total $\chi(t)$, na

Desprezando o termo dinâmico quadrático $\left(\frac{\dot{\chi}_0}{c_0} \right)^2$, que é equivalente ao

$$(T_0 + \tau(t)) \cdot \chi(t) = q \left[1 + \left(\frac{\dot{\chi}_0}{c_0} \right)^2 \right] \quad (2.4.4.11)$$

2.4.5) EFEITO DA RIGIDEZ FLEXIONAL NO MOMENTO DINÂMICO

Na vizinhança do TDP a curvatura total $\theta/\partial s$ é dada por $\partial^2 Z/\partial x^2$ com $z = Z(x, t)$ representando a configuração dinâmica do cabo nesta região. Usando esta notação em (2.4.4.11) e ignorando o termo dinâmico quadrático, obtém-se:

$$-\left(T_0 + \tau(t)\right) \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = -q ; x \geq x_0(t)$$

(2.4.5.1)

A expressão (2.4.5.1) é a equação dinâmica linearizada do cabo com peso q sujeito à tração $(T_0 + \tau(t))$. Lembrando que $M(t) = EJ \partial^2 Z/\partial x^2$ e $M_0 = EJq/T_0$, pode-se obter a partir de (2.4.4.14) a expressão para o momento dinâmico, nas proximidades do TDP estático do cabo:

$$M(t) = \frac{M_0}{\left[1 + \frac{\tau(t)}{T_0}\right]} ; x \geq x_0(t)$$

(2.4.5.2)

Se a rigidez flexional for incluída na análise, de forma local, obtém-se:

$$EJ \frac{\partial^4 Z}{\partial t^4} - \left(T_0 + \tau(t)\right) \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = -q ; x \geq x_f(t)$$

(2.4.5.3)

onde $x_f(t)$ é posição do TDP instantâneo quando a rigidez flexional é considerada.

A equação (2.4.5.3) é similar a (2.3.5) e sua solução pode ser obtida de maneira análoga (ver apêndice B). O comprimento flexional é dado agora por:

$$\tilde{\lambda} = \sqrt{\frac{EJ}{T_0 + \tau(t)}} \quad (\text{comprimento flexional dinâmico})$$

$$\tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 + \frac{\tau(t)}{T_0}}} \quad (2.4.5.4)$$

A rigidez flexional atua deslocando o TDP instantâneo do cabo de $\tilde{\lambda}$ para a “esquerda”, implicando em $x_r(t) = x_0(t) - \tilde{\lambda}$.

O momento dinâmico do riser, na região do TDP ($s \approx x$), fica dado por:

$$\beta(s, t) = (s - x_0(t) + \tilde{\lambda}) / \tilde{\lambda} \quad (2.4.5.5)$$

$$\frac{M_r(s, t)}{M_0} = \frac{1}{2} (1 + \text{snal}\beta(s, t)) [1 - e^{-\beta(s, t)}] \frac{1 + \tau(t) / T_0}{1} \quad (2.4.5.6)$$

A função $\text{snal}\beta(s, t)$ assume o valor 1 se $\beta(s, t) \geq 0$ e -1 se $\beta(s, t) < 0$

A expressão (2.4.5.6), portanto, depende de duas variáveis associadas ao comportamento dinâmico global do cabo: a tração dinâmica $\tau(t)$ e o ângulo dinâmico

$\alpha(0, t)$ na articulação O (ver expressão (2.4.2.18)), que podem ser obtidas a partir da

solução linear do cabo no domínio da frequência, e de uma variável associada ao

comportamento estático global: a tração estática T_0 .

As seguintes considerações podem ser feitas sobre a expressão do momento

dinâmico $M_f(s, t)$:

• A expressão (2.4.5.6) recupera a solução estática (2.3.12) quando $x_0(t) = 0$ e

a tração dinâmica $\tau(t)$ é nula.

• Na solução dinâmica, localmente quase estática ($\mathcal{M}^2 \ll 1$), o TDP do riser é

deslocado para a “esquerda” de λ relativamente à posição do TDP instantâneo do

cabo, dada por $x_0(t)$

• A equação é válida quando a relação $\tau(t) / T_0 > 1$, uma vez que do contrário

haveria compressão dinâmica no cabo e este se tornaria instável não podendo ser

utilizado como base para a solução do riser.

• Os efeitos inerciais locais são desprezados uma vez que o fator $[1 + O(\mathcal{M}^2)]$ é

muito pequeno.

• O movimento do TDP instantâneo ($x_0(t)$), que produz um pico no valor do

momento fletor dinâmico nas proximidades do TDP estático do riser, assume

fundamental importância na análise de fadiga. De fato, quando o TDP instantâneo se

move, os pontos do riser na vizinhança do TDP ficam ora repousando no solo ora se

elevando do mesmo de forma cíclica, causando uma variação de momento entre zero e um valor próximo de valor de catenária (EIq / T_0).

Quando o movimento do TDP não é considerado o pico de $M_r(s, t)$ desaparece.

A figura 2.4.5.1 demonstra este comportamento.

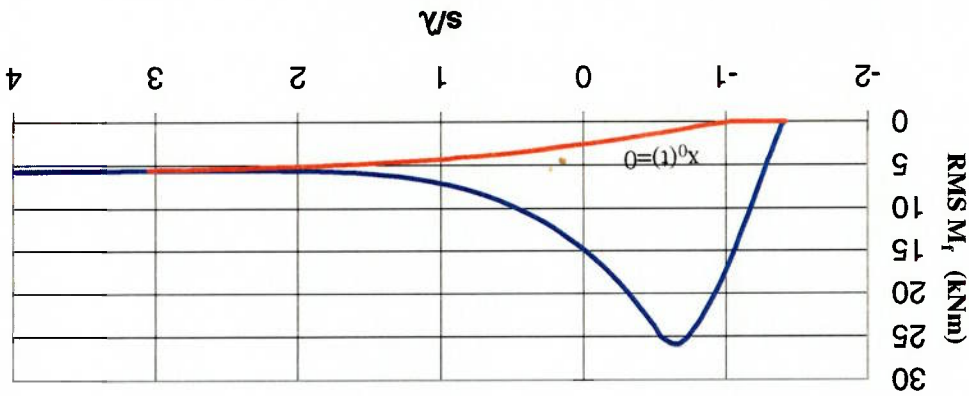


FIGURA 2.4.5.1 - Influência do movimento do TDP instantâneo no valor RMS

Os modelos matemáticos que não levam em conta o movimento do TDP substituem a forma grosseira a variação máxima (pico a pico) do momento dinâmico, que é de fundamental importância para a análise de fadiga.

2.4.6) CONSIDERAÇÕES SOBRE FADIGA DO SCR

As variações cíclicas do momento fletor produzidas quando o riser é excitado por mares moderados, assumem importância decisiva para a análise de fadiga. Embora o dano por unidade de tempo produzido pelos mares extremos seja superior ao produzido pelos mares moderados, sua probabilidade de ocorrência é bem inferior à dos mares moderados.

Para mares moderados a relação $\tau_1/T_0 \ll 1$. Desprezando esta parcela na equação (2.4.5.6) obtém-se:

$$M_f(s,t) = \frac{M_0}{2} (1 + \sin \beta(s,t)) [1 - e^{-\beta(s,t)}] \quad (2.4.6.1)$$

A expressão para $\beta(s,t)$ fica dada por:

$$\beta(s,t) = (s - X_0 \cos(\omega t) + \lambda) / \lambda \quad (2.4.6.2)$$

Sabendo que $x_f(t) = x_0(t) - \lambda$ representa o posição do TDP instantâneo do riser, o ponto onde ocorre a máxima variação de momentos fletores dinâmicos (ΔM_{max}), para um dado estado de mar, é obtido estudando-se a variação de momentos fletores nas posições extremas do movimento do TDP instantâneo do riser (nestes pontos o momento dinâmico mínimo é zero) :

$$\Delta M(s^*, t) = M(s^*, t)_{\max} - M(s^*, t)_{\min} = \left[1 - e^{-\frac{2X_0}{\lambda}} \right] M_0 \quad (2.4.6.6)$$

A variação do momento fletor dinâmico em s^* será:

$$\beta(s^*, t)_{\min} = 0 \Rightarrow M(s^*, t)_{\min} = 0 \quad (2.4.6.5)$$

$$\beta(s^*, t)_{\max} = 2X_0 / \lambda \Rightarrow M(s^*, t)_{\max} = \left[1 - e^{-\frac{2X_0}{\lambda}} \right] \cdot M_0 \quad (2.4.6.4)$$

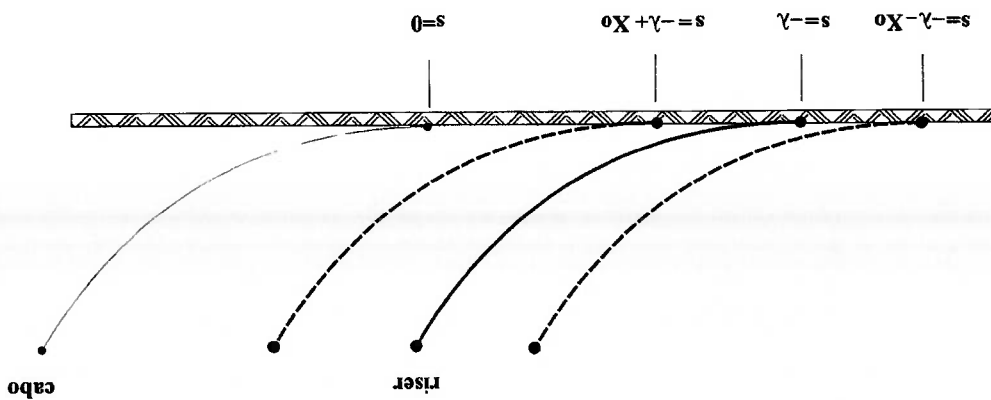
Fletor dinâmico na posição s^* :

De (2.4.6.1) e (2.4.6.3) obtêm-se os valores máximo e mínimo do momento

$$\beta(s^*, t) = X_0 (1 - \cos(\omega t)) / \lambda \quad (2.4.6.3)$$

Para a posição $s = X_0 - \lambda = s^*$ tem-se:

FIGURA 2.4.6.1 - TDP instantâneo do riser



$$\Delta M_{\max} = \Delta M(s^*, t) = \left[1 - e^{-\frac{\lambda X_0}{2}} \right] M_0$$

(2.4.6.11)

ocorrerá em $s^* = X_0 - \lambda$ e terá o valor:

Logo, a máxima variação do momento dinâmico, para um dado estado de mar,

$$\Delta M(s^{**}, t) = M(s^{**}, t)_{\max} - M(s^{**}, t)_{\min} = 0$$

(2.4.6.10)

A variação do momento fletor dinâmico em s^{**} será:

$$\beta(s^{**}, t)_{\min} = -\frac{\lambda}{2X_0} \Rightarrow \sin \beta(s^{**}, t)_{\min} = -1 \Rightarrow M(s^{**}, t)_{\min} = 0$$

(2.4.6.9)

$$\beta(s^{**}, t)_{\max} = 0 \Rightarrow M(s^{**}, t)_{\max} = 0$$

(2.4.6.8)

fletor dinâmico na posição s^{**} :

De (2.4.6.1) e (2.4.6.7) obtêm-se os valores máximo e mínimo do momento

$$\beta(s^{**}, t) = -X_0(1 + \cos(\omega t)) / \lambda$$

(2.4.6.7)

Para a posição $s = -X_0 - \lambda = s^{**}$ tem-se:

A posição $s^* = X_0 - \lambda$ corresponde ao limite mínimo do comprimento suspenso

do riser. A seção s^* do riser ao tocar o solo é imediatamente elevada e este processo ocorre uma única vez a cada ciclo do movimento.

A expressão (2.4.6.11) mostra que a análise de fadiga do riser depende da

curvatura estática da catenária ($M_0 = E I q / T_0$) e da razão entre a amplitude do movimento do TDP, X_0 , e o comprimento flexional, λ . Os modelos matemáticos que não levam em conta o movimento do TDP, substituem o valor de ΔM_{\max} (ver

item 2.4.5).

O aumento de EI na vizinhança de O, tem um efeito benéfico sobre a fadiga pois aumenta o comprimento flexional fazendo com que ΔM_{\max} diminua.

Na realidade, uma vez que o valor de X_0 varia com o estado de mar, o ponto do riser onde ocorre a máxima variação do momento dinâmico se altera, fazendo com que os efeitos que causam dano por fadiga não fiquem concentrados numa única seção do riser.

2.5) VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DA SOLUÇÃO ASSINTÓTICA

A validade da solução assintótica de camada limite foi confirmada experimentalmente através de ensaios com modelo em escala reduzida realizado no Laboratório de Engenharia Oceânica do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT) no período de maio a junho de 1996.

O modelo consistia de uma barra circular de aço com diâmetro de 0.0127 m (1/2") e 19 m de comprimento. O comprimento suspenso da catenária foi considerado como aproximadamente dez vezes maior que o comprimento flexional λ . O modelo foi apoiado no trilho do carro de reboque do tanque de provas de forma a simular uma situação de contato rígido com o solo.

A figura 2.5.1 mostra o esquema de montagem do experimento (Pesce et al., 1997, [20])

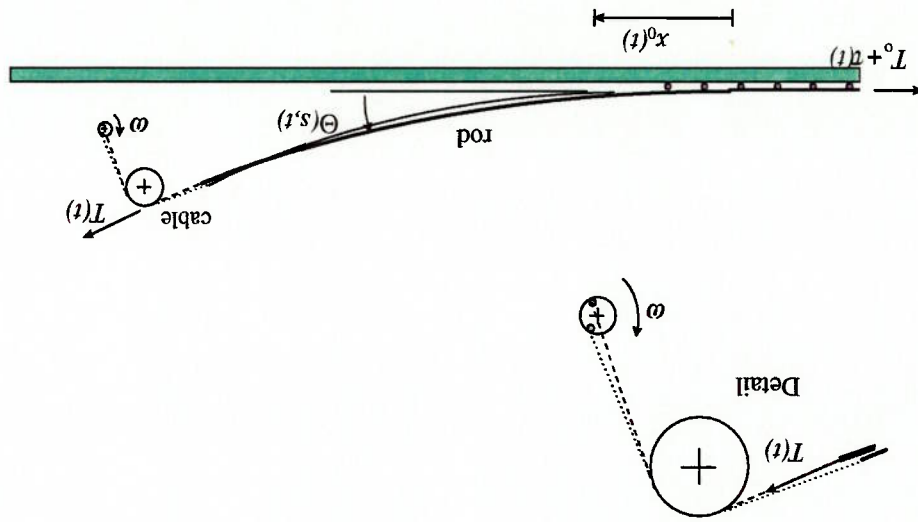


FIGURA 2.5.1 - Esquema de montagem do experimento

Ao modelo foram conectados 100 "strain gages" em 50 seções do riser (2 por seção dispostos de forma diametralmente oposta). No trecho apoiado no fundo foram instalados apoios cilíndricos de madeira, conforme mostra a figura 2.5.1, com o intuito de se evitar a interferência dos S.G.s com o trilho. Nas fases finais dos ensaios, os apoios cilíndricos foram eliminados.

As condições dinâmicas do experimento estão listadas na tabela 2.5.1 (fonte: ref. [20]).

T_0 (kN)	0.2396
χ_0 (m ⁻¹)	0.0409
λ (m)	0.9640
\bar{T}_{top} (kN)	0.2727
\bar{T}_{top} (kN)	0.2514
a_0 (m)	1.125
ϕ (degrees)	180
ω (rad / s)	2.3621
$v_0 = \omega a_0$ (m / s)	2.6456
c_0 (m/s)	48.4672
τ_0 / T_0	0.2004
τ_0 / \bar{T}_{top}	0.1910
a_0 / λ	1.1619
m_0 ('Mach nr.')	0.0546
m_0^2	0.0030

TABELA 2.5.1 - Condições dinâmicas do experimento

Uma tração dinâmica quase-senoidal de período 2.66 seg foi aplicada ao modelo do riser. O número de Mach (0.0546) garantia que a condição de choque não era atingida.

Os sinais dos SGs. 05, 07, 09, 17, 41, 61 e 81 foram analisados sendo que o SG41 correspondia à seção crítica do modelo. Esta seção é imediatamente elevada ao

tocar o solo num processo que ocorre uma única vez a cada ciclo do movimento do

TDP instantâneo.

As séries temporais e os valores rms, médio e de dupla amplitude da curvatura

adimensional ($\chi(t)/\chi_0$) analítica foram comparados com os obtidos a partir do

experimento.

A figura 2.5.2 (fonte: ref. [20]) mostra a excelente concordância entre as séries

temporais de curvatura adimensional para o SG41 (seção crítica).

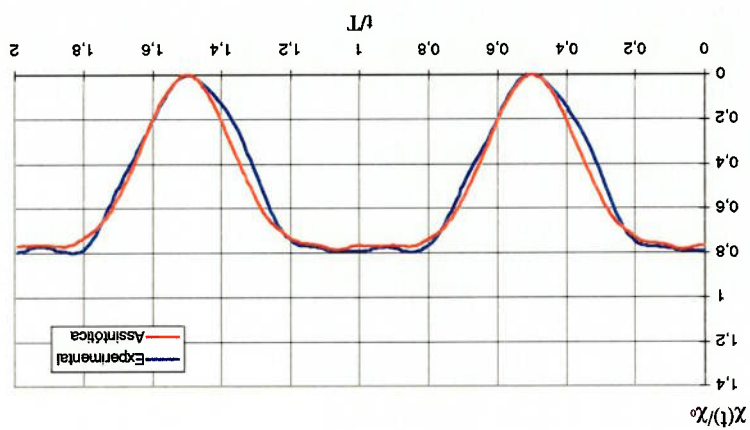


FIGURA 2.5.2 - Curvatura adimensional $\chi(t)/\chi_0$ do SG41

As figuras 2.5.3, 2.5.4 e 2.5.5 (fonte: ref. [20]) compararam os valores rms, médio

e variação pico a pico, analíticos e experimentais. Em todos os casos a concordância

para a seção crítica é excelente.

FIGURA 2.5.4 - Média da curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$

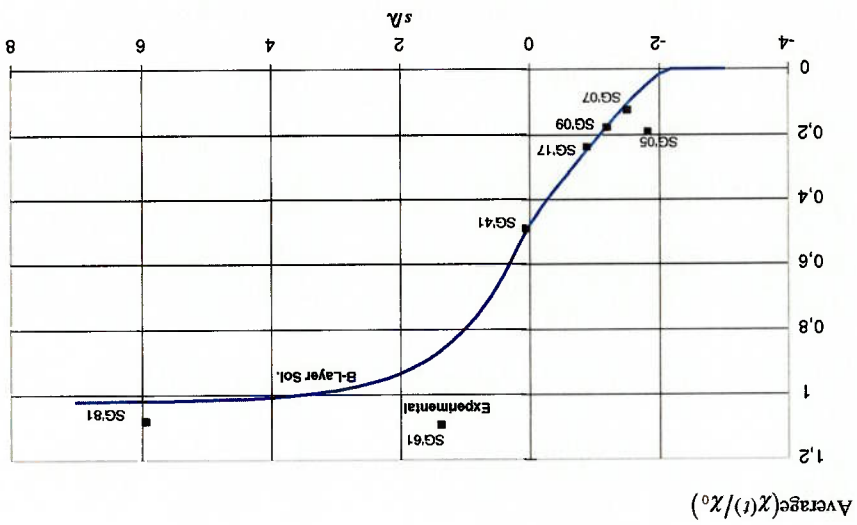


FIGURA 2.5.3 - RMS da curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$

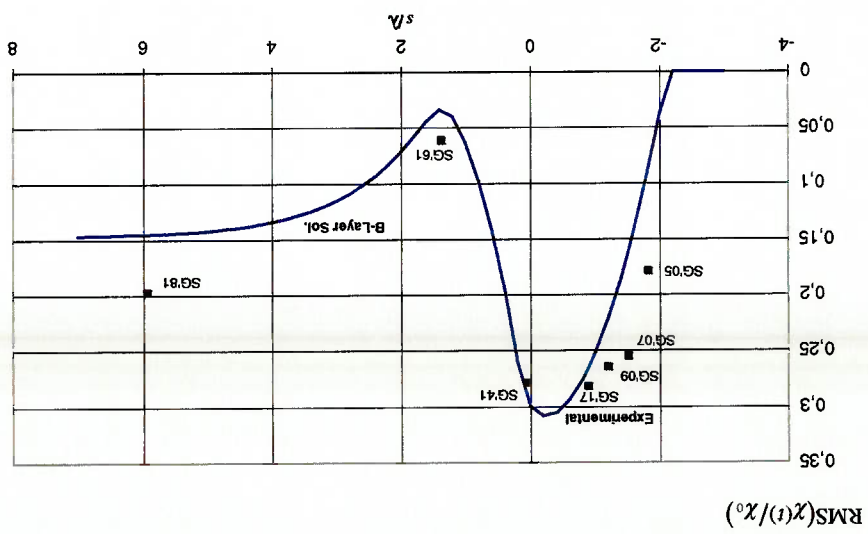
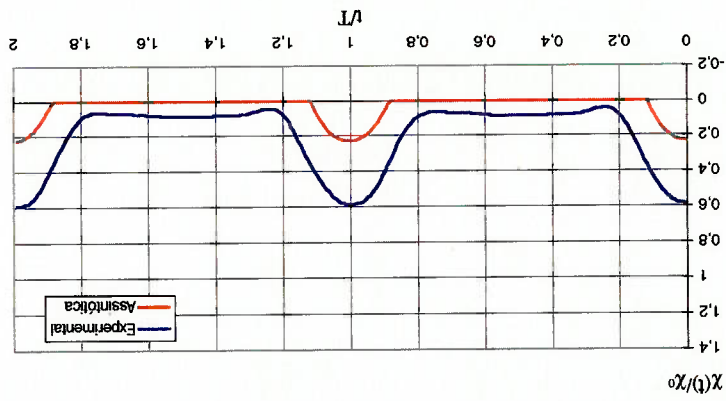


FIGURA 2.5.6 - Curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$ do SG05



notável (fonte: ref. [20])

As séries temporais para os SGs. 05, 07, 09, 17, 61 e 81 estão mostradas nas figuras 2.5.6 a 2.5.11. A concordância entre os resultados experimentais e analíticos é

FIGURA 2.5.5 - Valor pico a pico da curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$

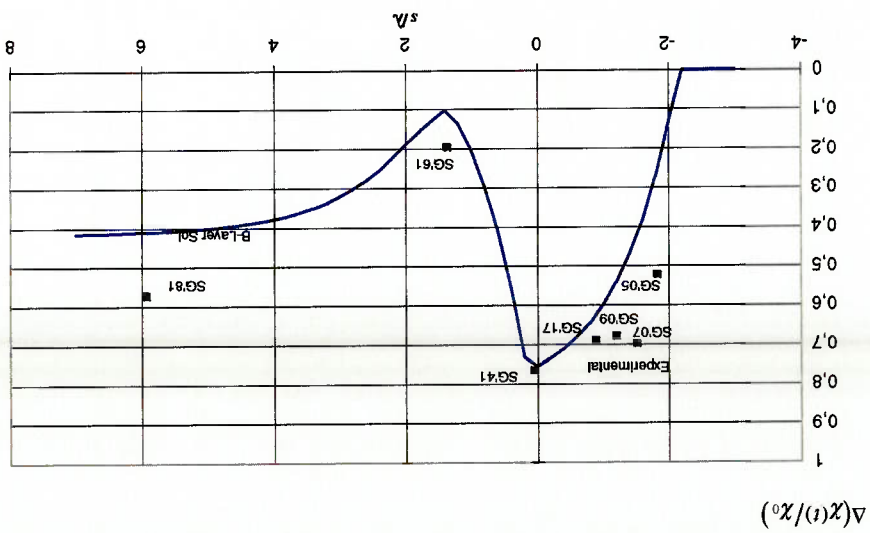


FIGURA 2.5.9 - Curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$ do SG17

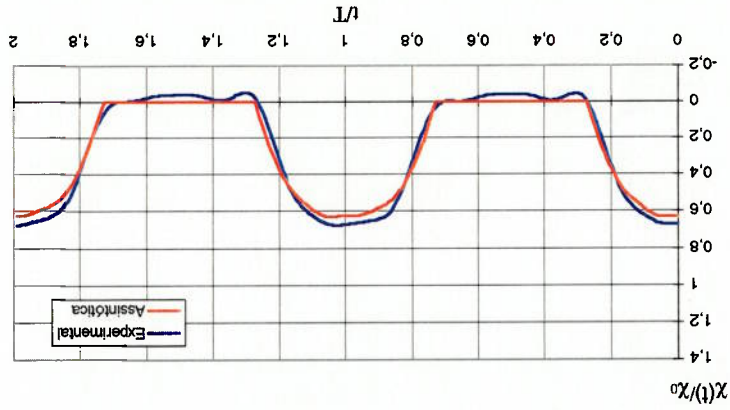


FIGURA 2.5.8 - Curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$ do SG09

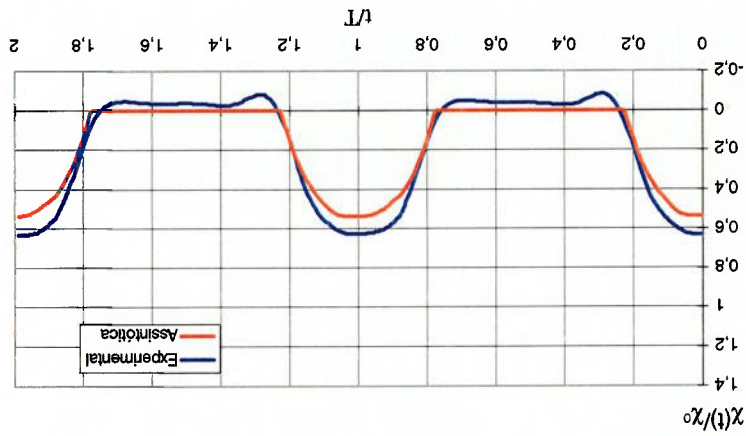
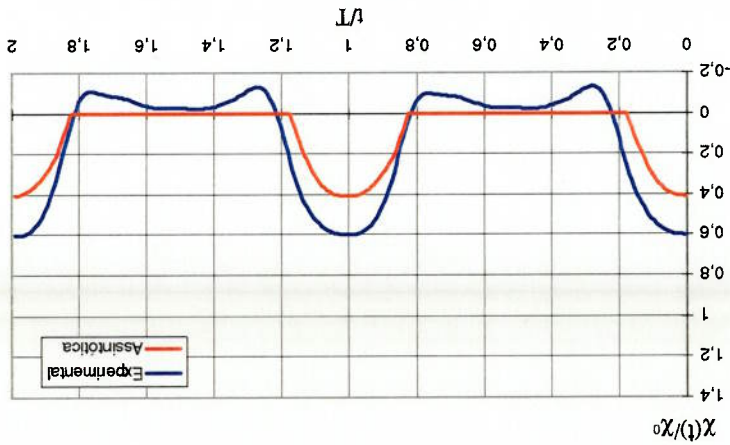


FIGURA 2.5.7 - Curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$ do SG07



Observa-se que os SGs 07, 09 e 17 apresentaram valores negativos de curvatura nos intervalos de tempo em que deveriam permanecer em contato com o trilho. Tal comportamento pode estar relacionado com a propagação da onda flexional na região do solo, dentro da camada limite. O SG 81 teve seus resultados influenciados pela proximidade da extremidade suspensa. Os ensaios realizados no IPT confirmaram os resultados previstos pela solução assintótica. Os resultados relativos aos valores rms, médio e de pico a pico foram recuperados ao longo do comprimento do riser, bem como a estrutura harmônica das séries temporais para cada SG, validando a solução assintótica de maneira completa no espaço e no tempo.

FIGURA 2.5.11 - Curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$ do SG81

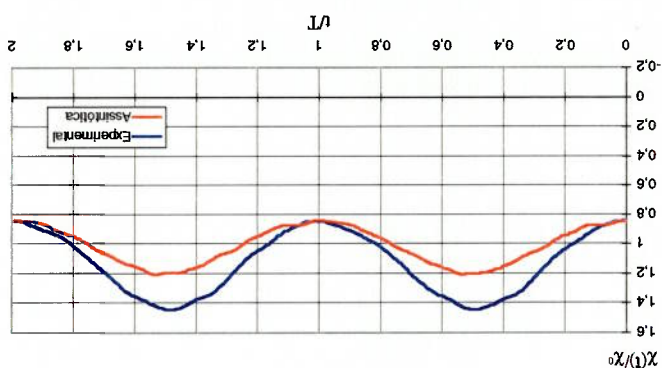


FIGURA 2.5.10 - Curvatura adimensional $\chi(t) / \chi_0$ do SG61

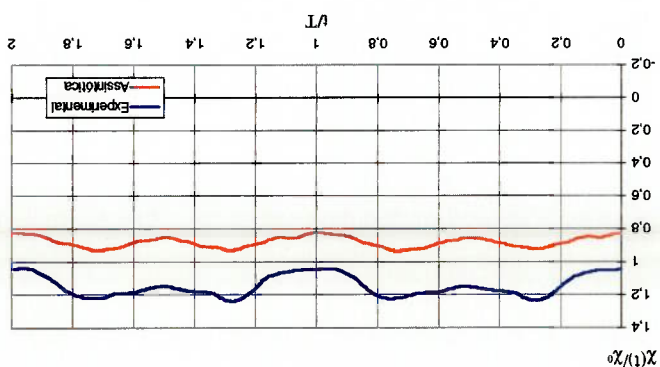


TABELA 2.6.1 - RMS da tração dinâmica - SCR 16" - mar 3-AH

MAR	RISDIN	ORCAFLFX
1	12.6	11.9
2	22.0	18.9
3	31.9	30.2
4	46.4	43.0
5	57.3	55.0
6	73.2	73.0
7	89.0	88.9
8	111.1	108.0
9	133.2	132.5
EXT.	266.8	253.3

Considerou-se um riser de 16" com movimento circular no sentido anti-horário.

linearizada que é utilizada na análise no domínio da frequência. Este coeficiente é utilizado no cálculo da força de amortecimento equivalente. Este coeficiente é utilizado no cálculo da força de amortecimento da potência dissipada em um ciclo entre uma força de amortecimento linear e uma das forças de amortecimento viscoso utilizando um critério baseado na equivalência dinâmica linear de cabos no domínio da frequência. O programa trata a linearização RISDIN, desenvolvido pela USP. O RISDIN é um programa de análise modal e valor rms da tração dinâmica obtido pelo ORCAFLFX com o obtido pelo programa A tabela 2.6.1 compara, para diversos estados de mar da Baía de Campos, o "masses") e solo rígido (ref. [6]).

considerava um modelo não linear do SCR, com matriz de massa reduzida ("lumped comparação de seus resultados com os de um programa comercial (ORCAFLFX) que A solução assintótica também foi validada numericamente a partir da

2.6) VALIDAÇÃO NUMÉRICA DA SOLUÇÃO ASSINTÓTICA

Conforme descrito na referência [6], a resposta de momentos dinâmicos na região do TDP é, algumas vezes, muito sensível ao sentido da rotação imposta à extremidade suspensa do riser. Uma vez que o modelo de análise quasi-linear do cabo no domínio da frequência capturou bem esta característica e que a única não linearidade deste modelo é o arrasto viscoso, a sensibilidade do riser ao sentido de rotação se deve à parcela não linear do arrasto viscoso.

As figuras 2.6.1, 2.6.2, 2.6.3 e 2.6.4 (fonte: ref. [6]) compararam a solução assintótica com os resultados do ORCAFLEX, para os dois sentidos de rotação do movimento circular imposto à extremidade suspensa do riser.

A concordância entre os resultados é notável e mostra de maneira inequívoca a sensibilidade do riser ao sentido da rotação do movimento circular equivalente.

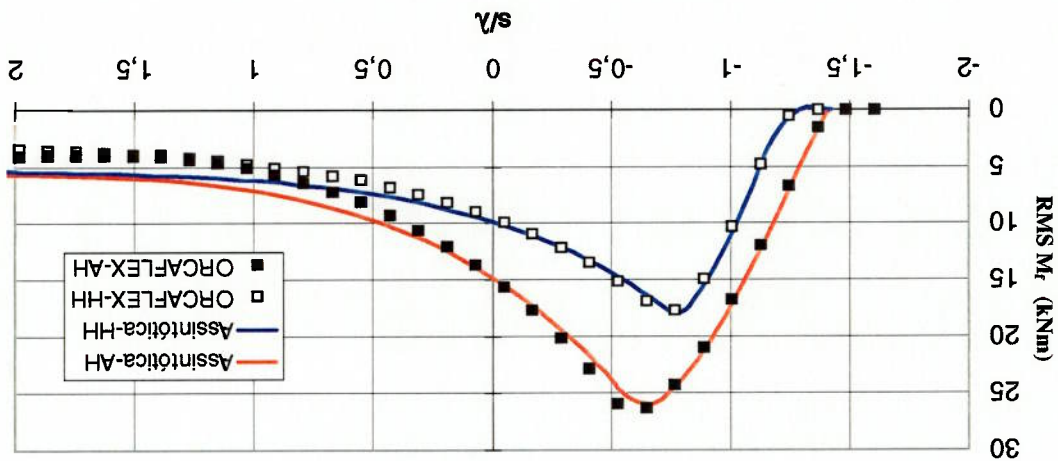


FIGURA 2.6.1 - RMS do momento dinâmico - mar 3 - Assintótica x ORCAFLEX

FIGURA 2.6.4 - Valor máximo do momento dinâmico - mar extremo - Assintótica x ORCAFLEX

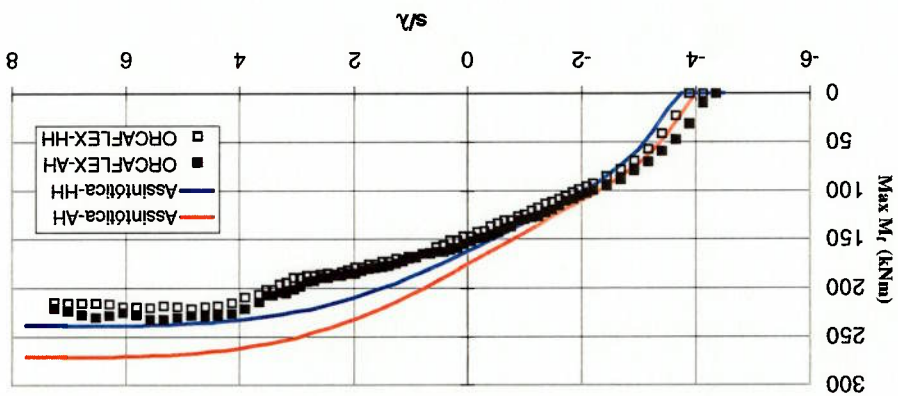


FIGURA 2.6.3 - RMS do momento dinâmico - mar extremo - Assintótica x ORCAFLEX

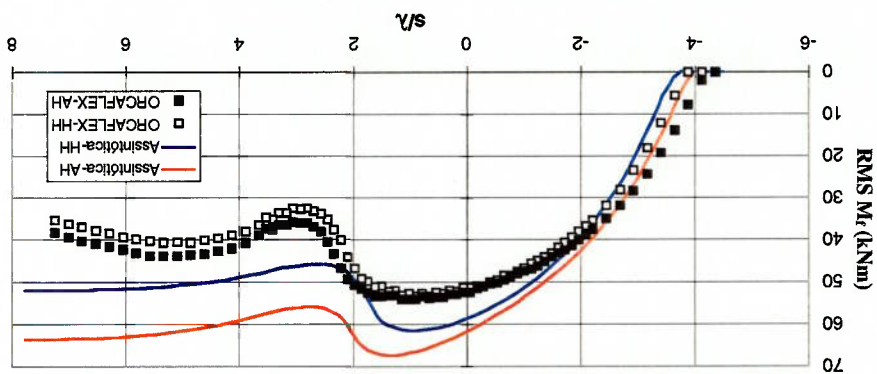
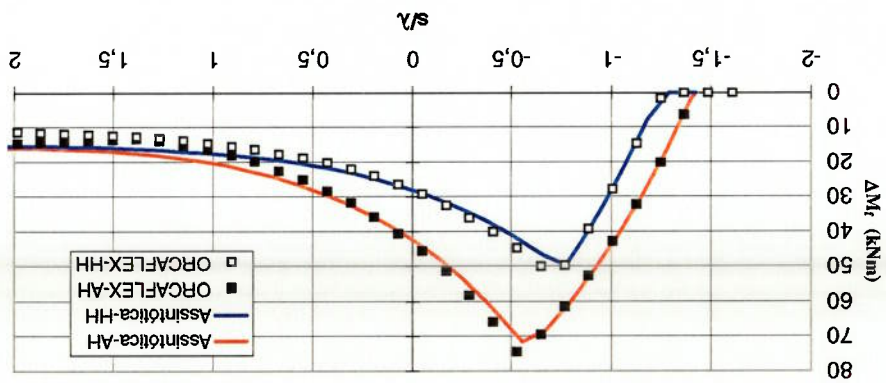


FIGURA 2.6.2 - Valor pico a pico do momento dinâmico - mar 3 - Assintótica x ORCAFLEX



3) MODELO NUMÉRICO DO SCR

O SCR foi modelado utilizando-se o programa ANSYS versão 5.3. O ANSYS é um programa de elementos finitos de uso geral que pode ser utilizado para analisar, por exemplo, o comportamento de estruturas que apresentem resposta não linear a uma solicitação externa dependente do tempo.

Dois modelos foram considerados:

- 1) Modelo linear para análise modal (ver item 3.1).
- 2) Modelo não linear para análise dinâmica no domínio do tempo (ver item 3.2).

Os modelos foram criados em sua configuração de catenária uma vez que não se obteve convergência numa análise de grandes deslocamentos que considerava o riser se deformando sob a ação de seu peso próprio (submerso).

Tal fato resultou em momentos fletores estáticos próximos de zero, visto que a variação de curvatura entre a configuração de catenária inicial e a configuração a partir da aplicação do carregamento estático foi muito pequena. Este resultado, contudo, não afeta o valor RMS do momento fletor dinâmico que é usado na análise de fadiga.

As características do riser modelado (riser de exportação de óleo de 16") estão

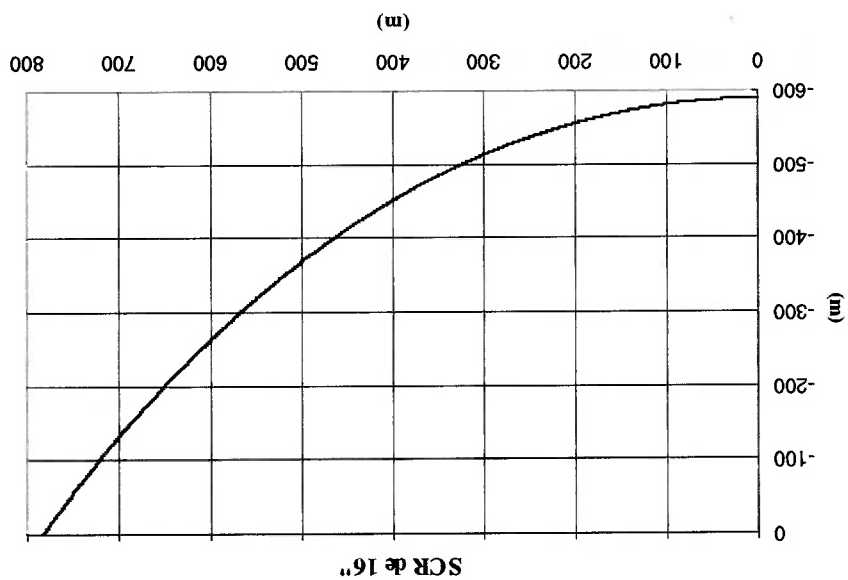
descritas na tabela 3.1:

Tabela 3.1 Características do Riser de 16"

h (lâmina d'água)	575 m
D (diâmetro externo)	0.4064 m
t (espessura da parede)	0.01581 m
A (área da seção transversal)	0.0194 m ²
q (peso submerso por unidade de comprimento)	1.19 kN/m
E (módulo de elasticidade do material)	2.06×10^8 kN/m ²
EI (rigidez flexional)	78000 kN.m ²
EA (rigidez axial)	4×10^6 kN
x _B (abscissa da extremidade suspensa)	781 m
y _B (ordenada da extremidade suspensa)	586 m
ℓ (comprimento suspenso)	1022 m
θ _B (ângulo entre a catenária e a horizontal em B)	59.7°
T _B (tração estática na extremidade suspensa)	1411 kN
T ₀ (tração estática no TDP)	714 kN
c ₀ (velocidade de propagação da onda transversal)	43 m/s
λ (comprimento flexional)	10.45 m

A catenária foi modelada criando-se linhas ("splines") entre grupos de pontos ("keypoints"). Estas entidades formam a base para a definição dos elementos.

FIGURA 3.1 - Catenária do riser de 16"



$$Z(x) = 598.93 * [\text{Cosh}(0.00167 * x) - 1]$$

A equação da catenária que se ajusta a estes parâmetros estáticos tem a forma:

Procurou-se concentrar mais pontos nas extremidades da catenária garantindo, desta forma, uma discretização adequada ao longo do comprimento flexional.

TABELA 3.2 - Keypoints do modelo do riser

KEYPOINT	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	-1500	0	-589,6368
2	-20	0	-589,6368
3	0	0	-589,6368
8	50	0	-587,5514
13	100	0	-581,2808
18	150	0	-570,7814
23	200	0	-555,9801
28	250	0	-536,7741
33	300	0	-513,03
38	350	0	-484,5825
43	400	0	-451,2341
48	450	0	-412,7528
53	500	0	-368,8713
58	550	0	-319,2843
63	600	0	-263,6474
68	650	0	-201,5737
73	700	0	-132,6317
78	750	0	-56,34216
82	784	0	0

Os "keypoints" utilizados estão especificados na tabela 3.2:

As seguintes linhas foram geradas:

LINE	KEYPOINT I	KEYPOINT J	LENGTH	NDIV	NONODES	NO.ELEM
1	1	2	1,48E+03	80	79	80
2	2	3	20	16	15	16
3	3	8	50,1	40	39	40
4	8	13	50,4	20	19	20
5	13	18	51,1	10	9	10
6	18	23	52,2	5	4	5
7	23	28	53,6	5	4	5
8	28	33	55,4	5	4	5
9	33	38	57,5	5	4	5
10	38	43	60,1	5	4	5
11	43	48	63,1	5	4	5
12	48	53	66,5	5	4	5
13	53	58	70,4	5	4	5
14	58	63	74,8	5	4	5
15	63	68	79,7	5	4	5
16	68	73	85,2	5	4	5
17	73	78	91,2	10	9	10
18	78	82	65,8	10	9	10

TABELA 3.3 - Linhas do modelo do riser

Em seguida, as linhas foram subdivididas conforme a coluna NDIV da tabela 3.3. Percebe-se que as linhas na vizinhança do TDP (keypoint 3) ficaram com dimensão de aproximadamente 1,25 metros.

O elemento utilizado nos modelos do SCR é descrito a seguir:

• PIPE59: Elemento de tubo imerso

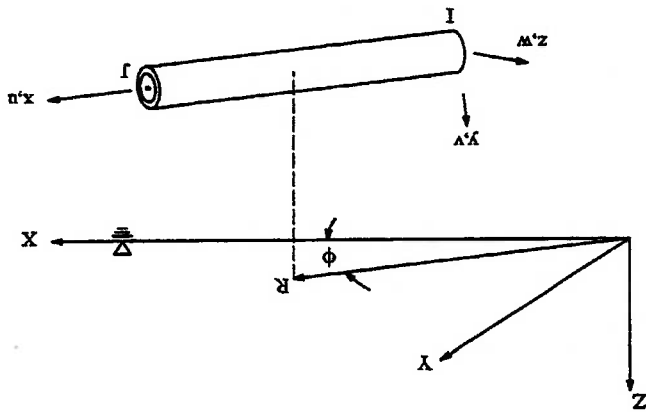


FIGURA 3.2 - Elemento de tubo imerso (PIPE59)

O PIPE59 é um elemento uniaxial retilíneo de tubo, imerso num fluido qualquer, que admite esforços de tração, compressão, torção e flexão. Forças de ondas e correntezas podem ser aplicadas ao elemento.

O elemento possui 6 graus de liberdade por nó, sendo 3 translações nas direções nodais x , y e z e 3 rotações em torno dos eixos nodais x , y e z .

A geometria, localizações nodais e sistema de coordenadas para o PIPE59 estão

mostrados na figura 3.3:

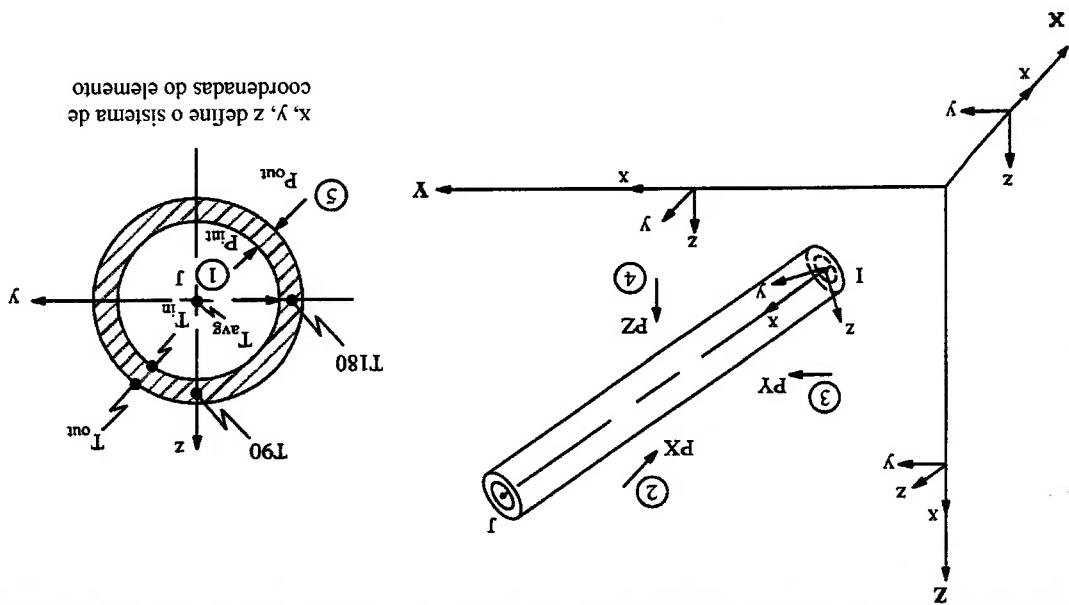
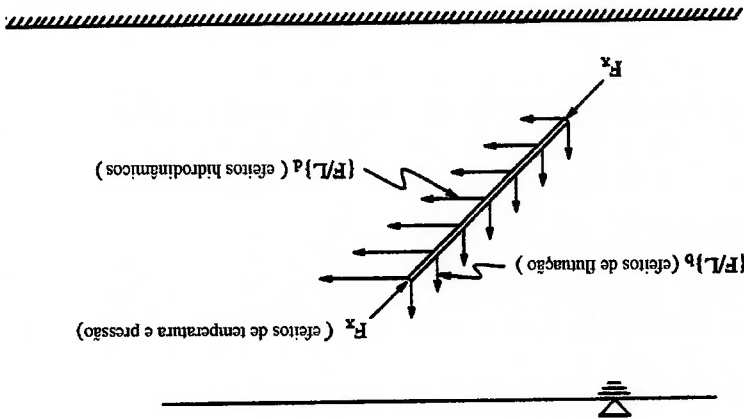


FIGURA 3.3 - Geometria e sistemas de coordenadas (PIPE59)

Os parâmetros do elemento incluem os nós inicial e final, diâmetro externo e espessura do tubo e propriedades do material (módulo de elasticidade, densidade, coeficiente de Poisson, etc).

O eixo x é orientado do nó I (nó inicial) para o nó J (nó final). O eixo y é calculado de modo a ser paralelo ao plano global X-Y. A origem do sistema global de coordenadas deve ser considerada na superfície da água conforme mostra a figura 3.4:

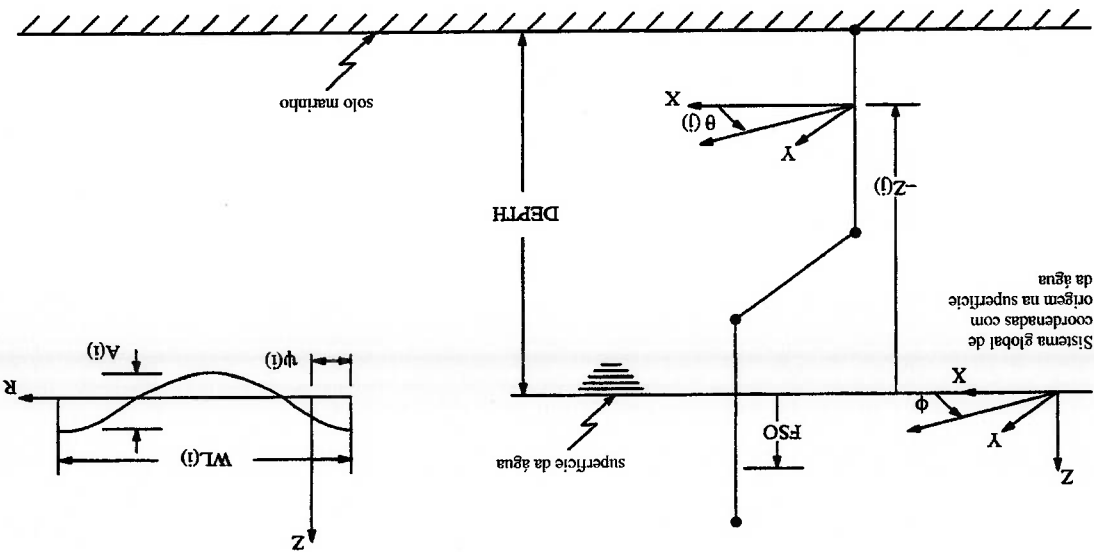
FIGURA 3.5 - Carregamento no tubo imerso (PIPES9)



3.5.

O carregamento aplicado sobre o elemento pode incluir efeitos hidrodinâmicos (massa adicional e arrasto viscoso) e de flutuação conforme esquematizado na figura

FIGURA 3.4 - Configurações do tubo imerso (PIPES9)



A descrição de ondas, correntezas e densidade da água (ou qualquer outro

fluido) é feita através de tabelas hidrodinâmicas. Quando estas tabelas não são

definidas, assume-se que a tubulação se encontra emersa.

Pode-se determinar, para cada nó, as velocidades relativas normal e tangencial

entre a estrutura e o fluido, $\{u_n\}$ e $\{u_t\}$.

As velocidades das partículas fluidas são obtidas a partir da combinação das

velocidades devido a ondas mais correntezas. A velocidade da estrutura é obtida do

processo de Newmark de integração direta das equações dinâmicas no domínio do

tempo (ver Anexo D).

A equação de Morison usada para cálculo do carregamento hidrodinâmico

distribuído nos elementos é a seguinte:

$$\{F/L\}_a = \frac{1}{2} \rho_w D^e C_D |\{u_n\}| \{u_n\} + \rho_w \frac{\pi D^2}{4} C_M \{\ddot{u}_n\} + \frac{1}{2} \rho_w D^e C_T |\{u_t\}| \{u_t\} \quad (3.1)$$

onde:

$\{F/L\}_a$ = vetor de carga hidrodinâmica por unidade de comprimento.

C_D = coeficiente de arrasto normal

ρ_w = densidade da água

D^e = diâmetro externo do tubo

$\{u_n\}$ = vetor de velocidade relativa normal

$\{u_t\}$ = vetor de velocidade relativa tangencial

- C_M = coeficiente de inércia
- $\{ \ddot{u}_n \}$ = vetor de aceleração relativa normal
- C_T = coeficiente de arrasto tangencial

Os efeitos de ondas e correntezas não foram considerados nas análises deste trabalho.

Fluidos internos à tubulação de diferentes características também podem ser incluídos na análise.

O PIPE59 admite as seguintes não linearidades:

- Enrijecimento devido ao estado de tensões (“stress stiffening”): Este efeito normalmente precisa ser considerado para estruturas onde a rigidez flexional é muito menor que a rigidez axial.
- Grandes deflexões

Maiores detalhes sobre estas não linearidades são apresentados nos Manuais do

programa ANSYS, referência [18].

Os resultados associados ao PIPE59 são constituídos dos deslocamentos nodais

e de diversas modalidades de tensões. A figura 3.6 mostra algumas destas tensões:

$$\sigma_h = \frac{2P_1 D_2^2 - P_0 (D_2^2 + D_1^2)}{D_2^2 - D_1^2} \quad (3.3)$$

A tensão circunferencial ("hoop stress") na superfície externa do tubo é:

P_0 = pressão externa (estática + hidrodinâmica)

P_1 = pressão interna

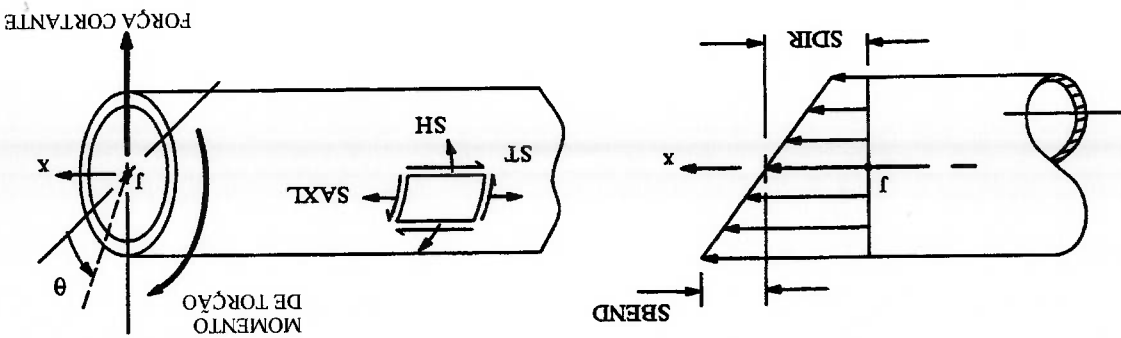
F_n = força de reação axial no elemento

onde:

$$\sigma_x = \frac{F_n}{A} + \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_2^2 P_1 - D_1^2 P_0} \quad (3.2)$$

A tensão axial média é:

FIGURA 3.6 - Tensões (PIPES9)



3.1) MODELO PARA ANÁLISE MODAL

Neste modelo considerou-se uma articulação no TDP (linearização do problema dinâmico), liberando-se o grau de liberdade de rotação em torno do eixo local y. Os demais graus de liberdade neste ponto foram restringidos.

O modelo foi truncado no TDP, não se considerando o trecho do riser apoiado no solo marinho, com o intuito de se eliminar as não linearidades associadas ao contato do SCR com o solo.

Na extremidade superior do SCR (junta flexível) considerou-se também um apoio articulado.

Uma análise para extração das frequências e modos naturais de vibração do modelo de riser, utilizando o programa ANSYS (ver apêndice A), foi realizada e os resultados de períodos naturais comparados com os de um modelo de cabo ideal ($EJ=0$), obtidos com o programa RISDIN (ver item 4.1).

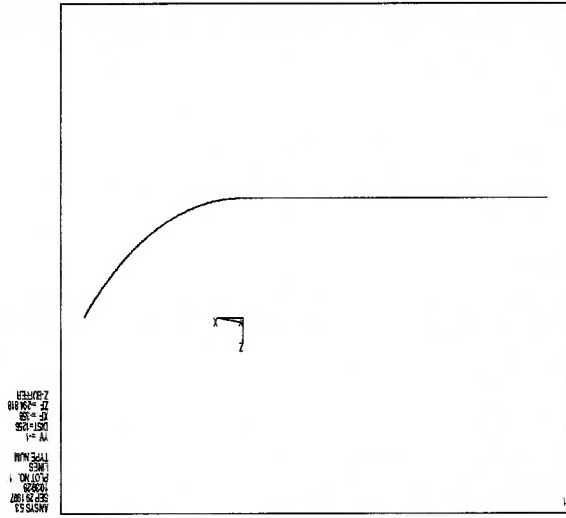
3.2) MODELOS PARA ANÁLISE DINÂMICA NO DOMÍNIO DO TEMPO

Dois modelos foram criados, incluindo as seguintes características não lineares:

elementos de contato, que simulam a interação entre o riser e o solo marinho, amortecimento produzido por arrasto viscoso e enrijecimento devido ao estado de tensões.

- Modelo I: considera um trecho de tubulação com aproximadamente 1500

metros apoiado no solo e engastado no ponto de ancoragem (ver figura 2.2.1). O TDP é liberado para se movimentar livremente, permitindo que o riser possa estar ora apoiado, ora elevado em relação ao solo marinho, na região próxima do ponto de “touchdown”. O modelo utiliza elementos de contato em toda a extensão do trecho apoiado, com maior concentração de elementos no interior da camada limite. Um modelo de atrito elástico de Coulomb é associado aos elementos de contato, com coeficiente de atrito $\mu = 0.4$.



• Modelo 2: considera um elemento de mola simulando a rigidez elástica do trecho de tubulação apoiado no solo sob influência do atrito. Sendo μ o coeficiente de atrito entre o tubo e o solo e EA a rigidez axial do tubo, então

$$\ell_{ef} = \min \left\{ \frac{T_0}{\mu q}; \ell_G \right\}$$

onde: ℓ_{ef} = comprimento de tubo sob influência do atrito (1500 m)

ℓ_G = comprimento de tubo apoiado no solo (3978 m)

$$K^{mola} = \frac{EA}{\ell_{ef}} = 2667 \text{ kN/m} \quad (3.2.2)$$

O modelo 2 utiliza elementos de contato numa extensão de 30 metros a esquerda do TDP estático do riser, desconsiderando o atrito neste trecho.

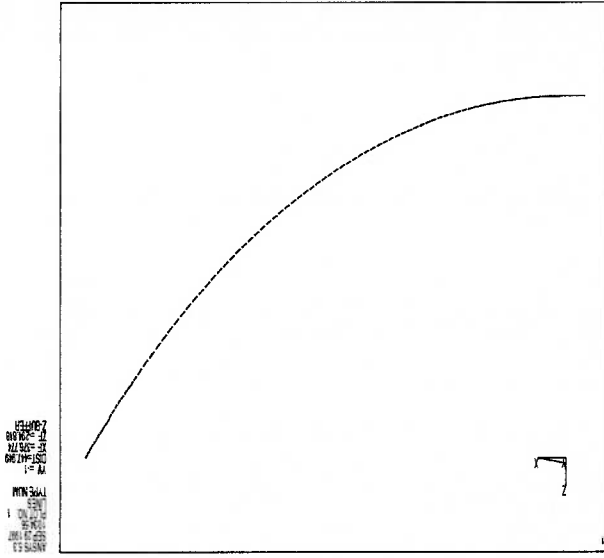


FIGURA 3.2.2 - Modelo 2 - 30 m no solo com elemento de mola

O modelo 2 foi elaborado visando a redução do tempo total das análises

dinâmicas não lineares, em função do menor número de elementos de contato utilizados. Contudo, conforme será visto em 4.4, o modelo 1 apresentou uma maior

aderência aos resultados da expressão assintótica que o modelo 2.

O elemento de contato utilizado na modelação da interação riser/solo é descrito

a seguir:

• CONTACT49: Contato 3D entre superfícies

O elemento possui 5 nós com 3 graus de liberdade por nó: translações nas

direções nodais x , y e z . O contato ocorre quando o nó da superfície de contato, M ,

penetra a base da superfície alvo formada pelos nós I , J , K e L . A geometria,

localizações nodais e sistema de coordenadas estão mostrados na figura 3.2.3:

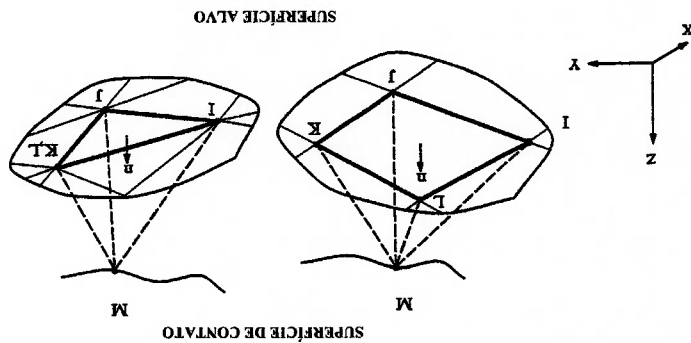


FIGURA 3.2.3 - Elemento de contato (CONTACT49)

Os nós I , J , K e L estão associados à superfície alvo (solo) enquanto que o nó

M está associado à superfície de contato (riser).

A rigidez de contato, K_n , é usada para a determinação das forças de contato

normais entre as superfícies. K_n corresponde a uma rigidez que atua na direção da

normal à superfície alvo, limitando a penetração do nó M nesta superfície. Esta penetração é representada por um valor negativo do "gap" (g) e representa uma violação da compatibilidade de deslocamentos.

Para satisfazer a compatibilidade de deslocamentos, forças se desenvolvem na direção normal à superfície alvo tendendo a diminuir a penetração do nó M a um nível numérico aceitável.

Além das forças normais, forças tangenciais se desenvolvem devido ao atrito entre as superfícies em contato. As forças normais e tangenciais se referenciam ao sistema local de coordenadas x-y-z mostrado na figura 3.2.4:

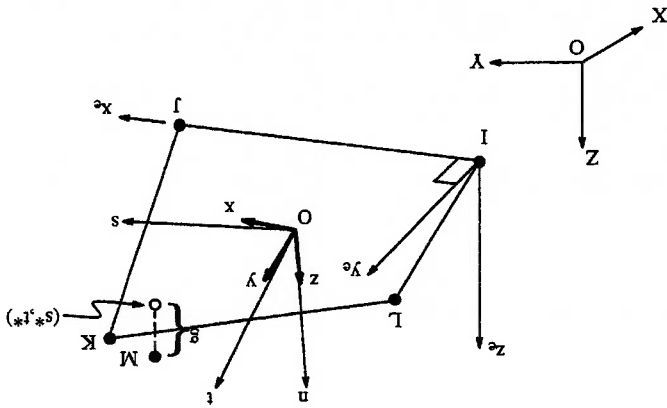


FIGURA 3.2.4 - Sistema local de coordenadas e "gap" (CONTACT49)

Um método de função penalidade é empregado para satisfazer a compatibilidade de deslocamentos no contato, através da rigidez de contato K_n . A força normal é dada por:

$$f_n = K_n g \quad \text{se } g \leq 0$$

(3.2.3)

As forças tangenciais devido ao atrito surgem quando o nó da superfície de

contato se move sobre a superfície alvo. Um modelo de atrito elástico de Coulomb é

utilizado para o elemento. Neste caso faz-se necessária a especificação do coeficiente

de atrito μ . Para este modelo de atrito necessita-se calcular as deformações

tangenciais do nó M relativas à superfície alvo. A figura 3.2.5 mostra o movimento

total (u) do nó M ao longo da superfície alvo, onde η representa a projeção de u

sobre a superfície alvo.

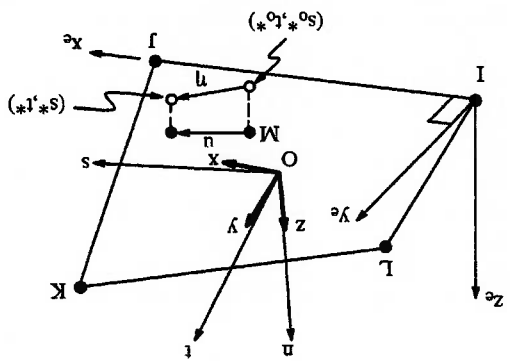


FIGURA 3.2.5 - Deslocamentos tangenciais (CONTA49)

Dois pontos projetados podem ser mapeados nas coordenadas naturais (s,t). O

ponto (s*, t*) é a projeção do nó M corrente e o ponto (s₀, t₀*) representa a posição de

M no instante de tempo anterior. A deformação é então decomposta em suas

componentes locais x e y:

$$\eta = (\eta_x^2 + \eta_y^2)^{1/2}$$

(3.2.4)

Em seguida as componentes são separadas em suas partes elásticas e inelásticas:

$$\eta_x = \eta_e^x + \eta_s^x \quad (3.2.5)$$

$$\eta_y = \eta_e^y + \eta_s^y \quad (3.2.6)$$

As forças tangenciais associadas são:

$$f_x = K_t \eta_x^e \quad (3.2.7)$$

$$f_y = K_t \eta_y^e \quad (3.2.8)$$

$$K_t = \text{rigidez tangencial (valor "default" = } K_n / 100)$$

Segue-se que a magnitude da força tangencial é dada por:

$$f_s = (f_x^2 + f_y^2)^{1/2} \quad (3.2.9)$$

A caracterização das situações de atrito estático e cinemático é dada por:

$$f_s = \bar{f}_s \quad ; \quad \text{condição de atrito cinemático} \quad (3.2.10)$$

$$f_s > F \cdot \bar{f}_s \quad ; \quad \text{condição de atrito estático}$$

F = fator de atrito estático/cinemático

$$\bar{f}_s = -\mu \cdot f_n \quad (3.2.11)$$

4) RESULTADOS

4.1) ANÁLISE MODAL

A tabela 4.1.1 compara os períodos naturais do R1SDIN, para um modelo de cabo ideal (EJ=0) em catenária, e do ANSYS, para um modelo de SCR (EJ ≠ 0).

MODOS	T ^{NAT(R1SDIN)} (seg)	T ^{NAT(ANSYS)} (seg) ¹
1	22.54	22.52
2	14.71	14.66
3	10.55	10.50
4	8.47	8.39
5	6.96	6.87
6	5.99	5.87
7	5.20	5.07
8	4.64	4.49
9	4.16	4.00

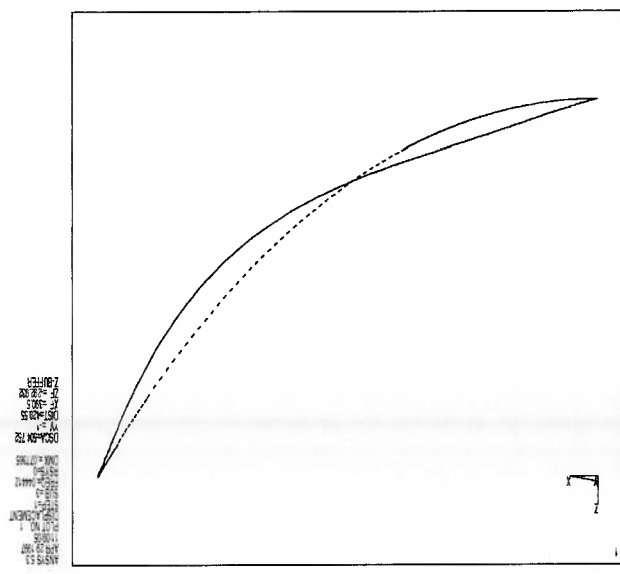
TABELA 4.1.1 - Períodos naturais cabo x riser

Estes resultados confirmam que a inclusão da rigidez flexional EJ tem influência desprezível no comportamento dinâmico global do cabo em catenária. A similaridade entre as dinâmicas globais do SCR e do cabo constitui-se numa hipótese básica para a elaboração do modelo assintótico.

A figura 4.1.1 mostra o primeiro modo natural de vibração do SCR.

¹ Utilizou-se o método de Block Lanczos de extração de autovalores e autovetores.

FIGURA 4.1.1 - 1º modo de vibração do SCR $T_N = 22,52$ seg



4.2) ANÁLISE DINÂMICA NO DOMÍNIO DO TEMPO

Análises dinâmicas não lineares, no domínio do tempo (ver apêndice C), foram realizadas com o programa ANSYS, para os estados de mar 3 e extremo, impondo-se um movimento harmônico circular na extremidade suspensa do SCR. O movimento circular foi criado por meio de deslocamentos discretos (u_x e u_z) aplicados ao ponto B do SCR (ver figura 2.2.1), ao longo do tempo.

Para o estado de mar 3, o período do movimento circular (7.74 seg) foi subdividido em 32 partes ("time step"=0.2419 segundos) para se ter uma perfeita continuidade dos deslocamentos aplicados ao ponto B. O tempo da análise foi de 18 ciclos para que o movimento transiente pudesse ser amortecido.

Para o mar extremo, subdividiu-se o período (12.04 seg) em 100 partes ("time step"=0.1204 segundos) e a análise foi efetuada para 16 ciclos.

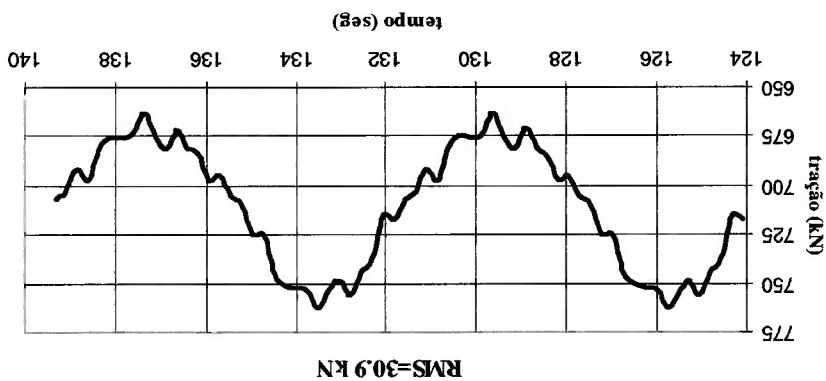
No caso do mar 3 o movimento circular foi aplicado nos sentidos horário e anti-horário com o intuito de se verificar a influência que o sentido de rotação exerce sobre a resposta dinâmica do SCR na vizinhança do TDP estático.

O mar extremo foi analisado no sentido anti-horário.

As séries temporais de tração, no TDP estático do riser, para os mares 3 e extremo estão mostradas nas figuras 4.2.1, 4.2.2 e 4.2.3.

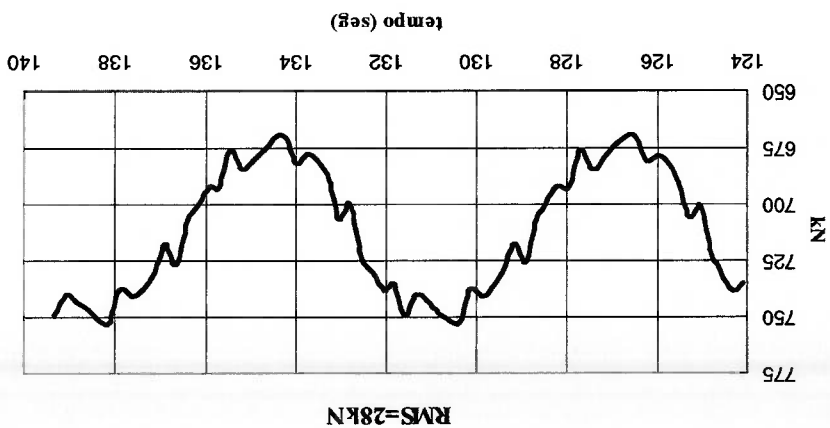
2 Movimento circular no sentido horário
3 Movimento circular no sentido anti-horário

FIGURA 4.2.2 - Tração dinâmica no TDP estático do riser (mar 3-AH)



• mar 3-AH³

FIGURA 4.2.1 - Tração dinâmica no TDP estático do riser (mar 3-HH)



• mar 3-HH²

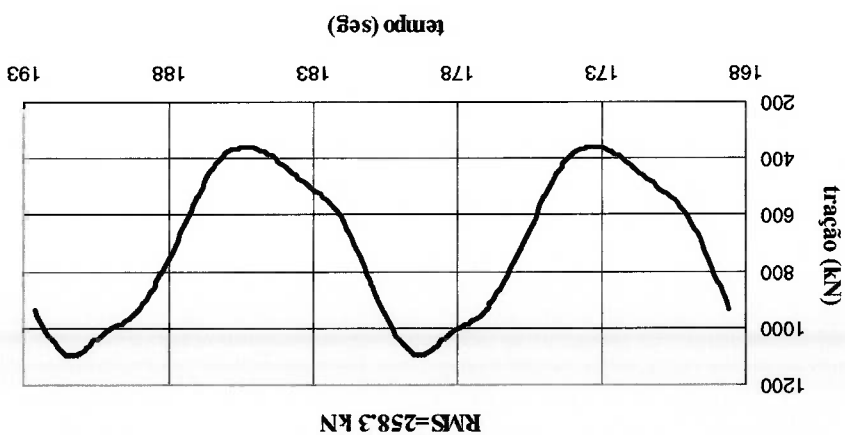
A concordância entre os resultados do ANSYS (modelo não linear) e do RISDIN (modelo linear) é boa, mesmo para a condição de mar extremo que apresenta um forte efeito não linear. O programa ANSYS recuperou a influência que o sentido

TABELA 4.2.1 - RMS da tração dinâmica (RISDIN x ANSYS)

MAR	R_B (m)	PERÍODO (seg)	RISDIN	ANSYS
3-HH	0.2	7.74	28.0	28.0
3-AH	0.2	7.74	31.9	30.9
extremo-AH	2.2	12.04	266.8	258.3

A tabela 4.2.1, compara os resultados de RMS da tração dinâmica (kN), no TDP estático do riser, entre os programas ANSYS (análise não linear no domínio do tempo; modelo de riser; $EJ \neq 0$) e RISDIN (análise quase-linear no domínio da frequência; modelo de cabo; $EJ=0$).

FIGURA 4.2.3 - Tração dinâmica no TDP estático do riser (mar extremo-AH)



● mar extremo-AH

de rotação do movimento circular exerce sobre a resposta de trações dinâmicas na

camada limite do TDP.

Este importante aspecto, também capturado pelo modelo linear (RISDIN), é produzido pela parcela não linear do arrasto viscoso, visto que esta foi a única não linearidade considerada no modelo do RISDIN.

As séries temporais de momento fletor, no TDP estático, para os mares 3 e extremo estão mostradas nas figuras 4.2.4, 4.2.5 e 4.2.6.

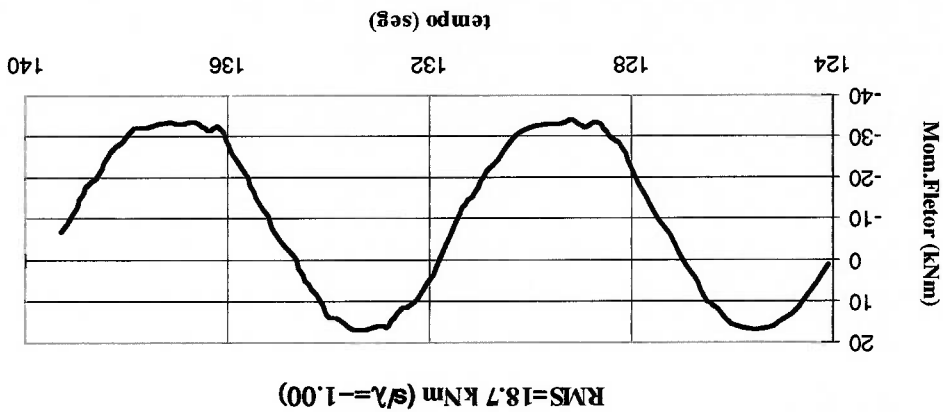


FIGURA 4.2.4 - Momento dinâmico no TDP estático do riser (mar 3-HH)

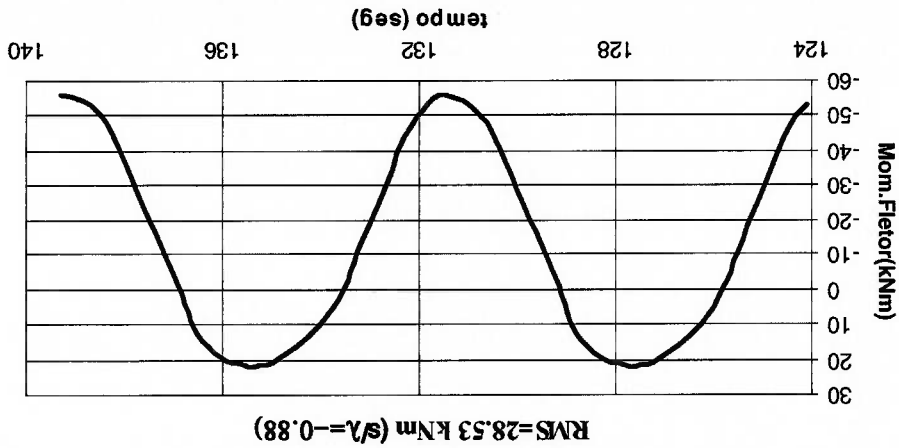


FIGURA 4.2.5 - Momento dinâmico em $s/\lambda = -0.88$ (mar 3-AH)

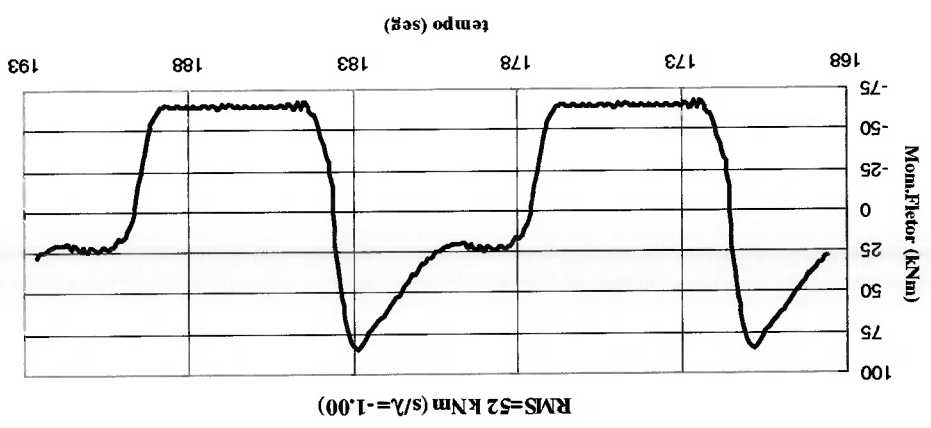


FIGURA 4.2.6 - Momento dinâmico no TDP estático do riser (mar extremo-AH)

tempo (ANSYS).

dinâmico da expressão assintótica e dos dois últimos ciclos da análise no domínio do

A figura 4.2.7 compara para o estado de mar 3-HH, os valores rms do momento

TABELA 4.2.2 - RMS do momento dinâmico; mar 3-HH (Exp. Assintótica x ANSYS)

s/v	ANSYS	Assintótica
-2.435	0.03	0.00
-2.316	0.04	0.00
-2.196	0.05	0.00
-2.076	0.21	0.00
-1.957	0.74	0.00
-1.837	1.42	0.00
-1.718	1.63	0.00
-1.598	1.74	0.00
-1.478	3.72	0.00
-1.359	6.71	0.00
-1.239	10.28	0.00
-1.120	14.29	5.19
-1.000	18.72	11.11
-0.880	18.09	15.77
-0.761	16.24	18.01
-0.641	14.60	16.22
-0.522	13.16	14.65
-0.402	11.88	13.28
-0.282	10.76	12.08
-0.163	9.77	11.05
-0.043	8.91	10.15
0.077	8.15	9.37
0.196	7.48	8.70
0.316	6.90	8.13
0.435	6.40	7.64
0.555	5.97	7.23
0.675	5.59	6.88
0.794	5.27	6.59
0.914	4.99	6.34
1.033	4.75	6.14

• Comparação entre valores RMS do momento dinâmico na região do TDP:

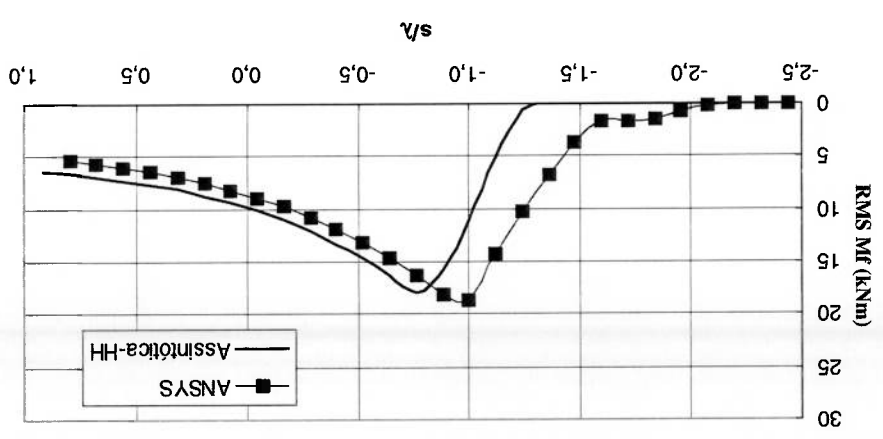
A diferença na posição dos valores de pico se deve, basicamente, à incapacidade do modelo discreto de representar corretamente a posição do TDP

resultados experimentais relativos aos "gages" 05, 07, 09 e 17 (ver item 2.5).
 impõe momento fletor nulo à esquerda da seção $s = -X_0 - \lambda$ e que explica os TDP, uma característica que não é considerada no modelo assintótico (o modelo comportamento possa estar associado à propagação da onda de flexão na região dos momentos entre o modelo numérico e o assintótico. Especula-se que este Para $-1.5 < s/\lambda < -2.5$, verificou-se uma diferença qualitativa da resposta de um comportamento similar para $-1.0 < s/\lambda < -1.5$.

assintótica caem bruscamente para $-0.75 < s/\lambda < -1.25$. O modelo numérico apresenta Para $s/\lambda < -0.75$ a concordância é razoável. Os valores rms da expressão kNm em $s/\lambda = -0.76$.

(18.7 kNm) ocorre em $s/\lambda = -1$ (TDP do riser), e para o modelo assintótico (18.0 A concordância é boa para $s/\lambda > -0.75$. O valor máximo para o modelo numérico

FIGURA 4.2.7 - RMS do momento dinâmico (Exp. assintótica x ANSYS - mar 3-HH)



instantâneo. A figura 4.2.8 mostra uma situação em que o TDP instantâneo não

coincide com o TDP nodal.

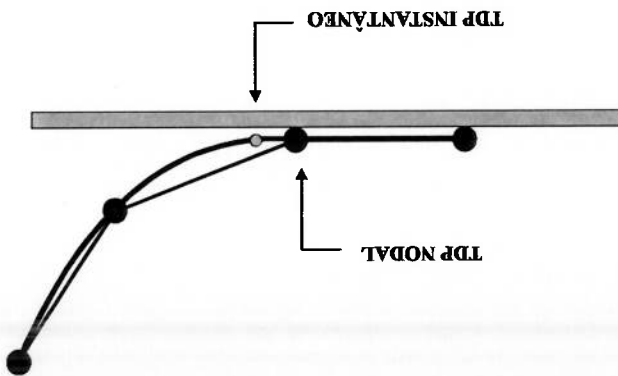


FIGURA 4.2.8 - Modelo discreto e TDP instantâneo

O erro máximo cometido ao se aproximar a posição instantânea do TDP por sua

posição nodal é da ordem do comprimento do elemento na região do TDP (1.25 m).

Tal fato possibilita deslocar a malha do modelo numérico deste valor para a "direita".

A figura 4.2.9 compara os resultados para o estado de mar 3-HH após o "shift"

de 1.25 m na malha do modelo numérico.

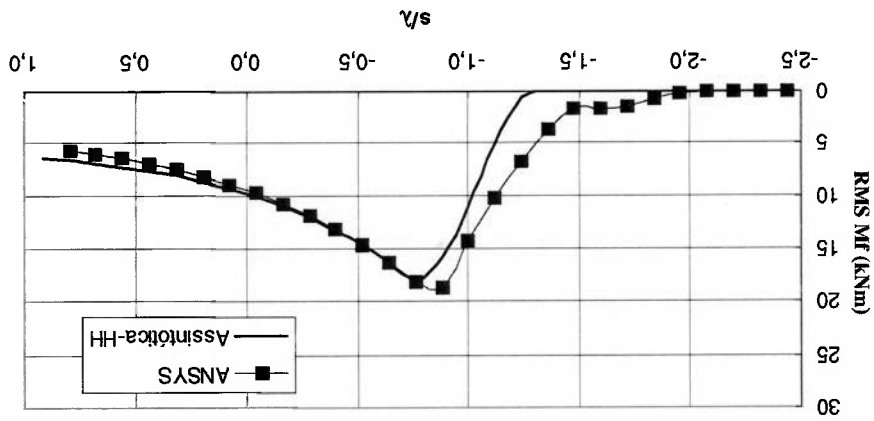
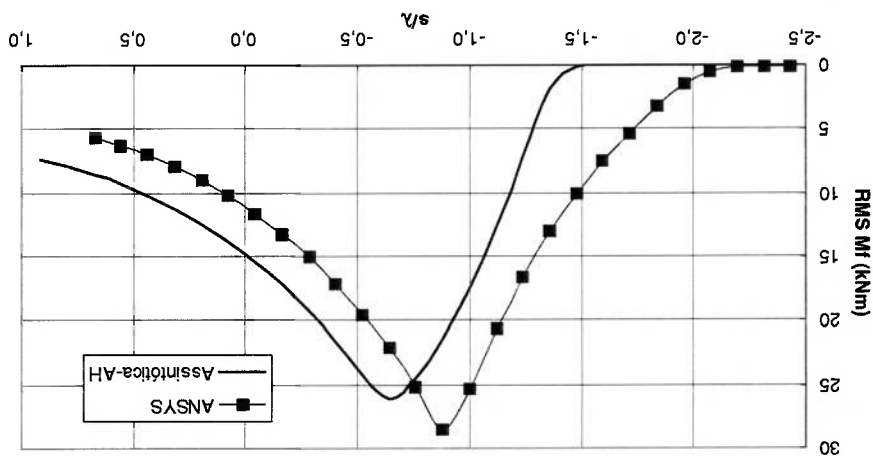


FIGURA 4.2.9 - RMS do momento dinâmico; mar 3-HH ("shift" de malha de 1.25m)

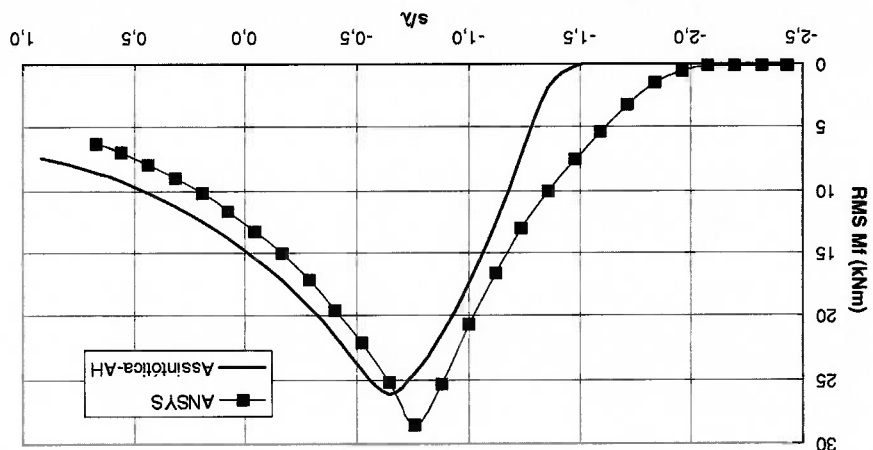
A figura 4.2.10 compara para o estado de mar 3-AH, os valores rms do momento dinâmico da expressão assintótica e dos dois últimos ciclos da análise no domínio do tempo (ANSYS).

FIGURA 4.2.10 - RMS do momento dinâmico (Exp. assintótica x ANSYS - mar 3-AH)



A figura 4.2.11 compara os resultados para o estado de mar 3-AH após o “shift” de 1.25 m na malha do modelo numérico.

FIGURA 4.2.11 - RMS do momento dinâmico; mar 3-AH (“shift” de malha de 1.25m)



O ANSYS recuperou, de maneira geral, a influência que o sentido de rotação do

movimento circular, imposto à extremidade suspensa do riser, exerce sobre a resposta de momentos fletores na camada limite do TDP. Para o estado de mar 3 o movimento anti-horário amplificou por um fator de ordem dois o pico do valor rms em relação ao movimento no sentido horário.

A figura 4.2.12 compara os valores máximos do momento fletor para a condição de mar extremo-AH.

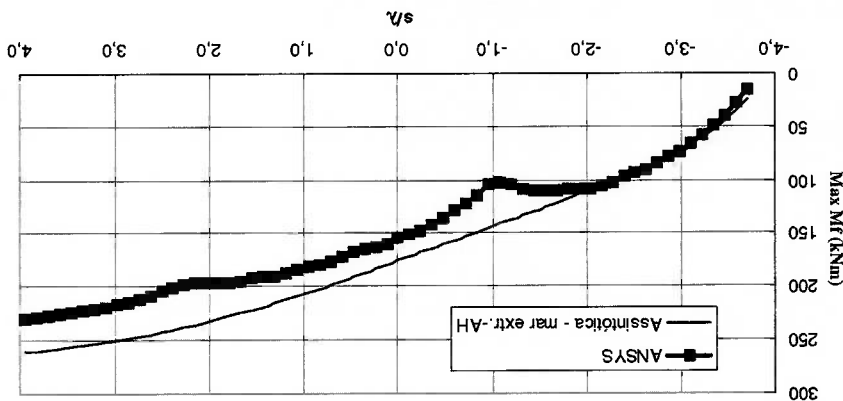


FIGURA 4.2.12 - RMS do momento dinâmico (Exp. assintótica x ANSYS - mar extr.-AH)

O resultado é compatível com o erro esperado da solução assintótica quando os termos inerciais, associados ao número de Mach, são desprezados localmente (camada limite). Neste caso $\dot{x}_0 / c_0 \equiv 0,38$ e o erro esperado da expressão assintótica, quando se despreza o termo $(\dot{x}_0 / c_0)^2$, é da ordem de 15%.

As figuras 4.2.13 e 4.2.14 compararam o valor pico-a-pico do momento fletor dinâmico na vizinhança do TDP.

A diferença no valor máximo para o movimento horário é de aproximadamente 4%. Para o movimento anti-horário a diferença é de 10%. As curvas dos modelos numérico e assintótico apresentaram uma tendência similar para os dois sentidos de rotação do movimento circular equivalente.

FIGURA 4.2.14 - Valor pico-a-pico do momento dinâmico - mar 3-AH

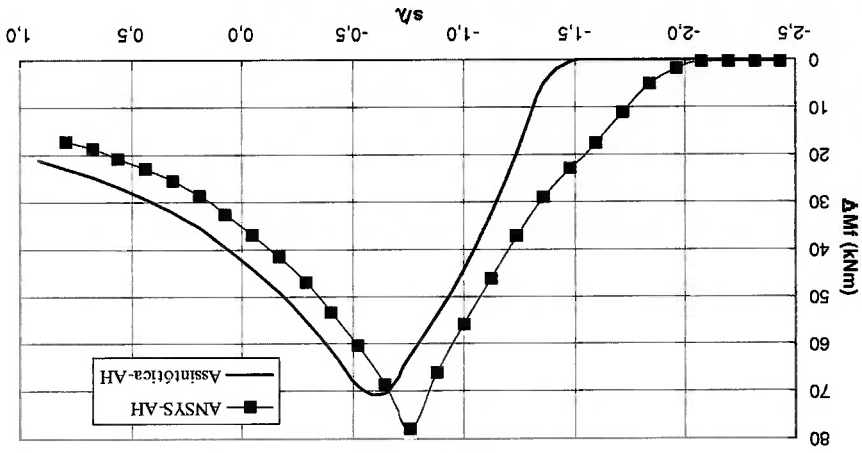
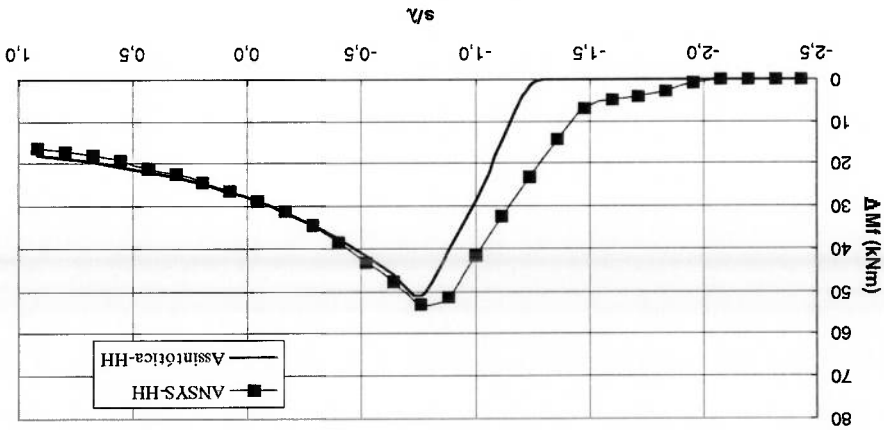


FIGURA 4.2.13 - Valor pico-a-pico do momento dinâmico - mar 3-HH



4.3) SÉRIES TEMPORAIS DE CURVATURA (ANSYS x ASSINTÓTICA)

Comparou-se as séries temporais de curvatura para determinadas seções ao longo do comprimento do riser para os estados de mar 3-AH e extremo.

Para o mar 3-AH, ocorreram curvaturas negativas na série da seção $s/\lambda = -1,00$. Um comportamento similar foi observado nos resultados experimentais relativos aos "gages" 07, 09 e 17. As figuras 4.3.1 e 4.3.2 apresentam as séries temporais do modelo assintótico e do ANSYS.

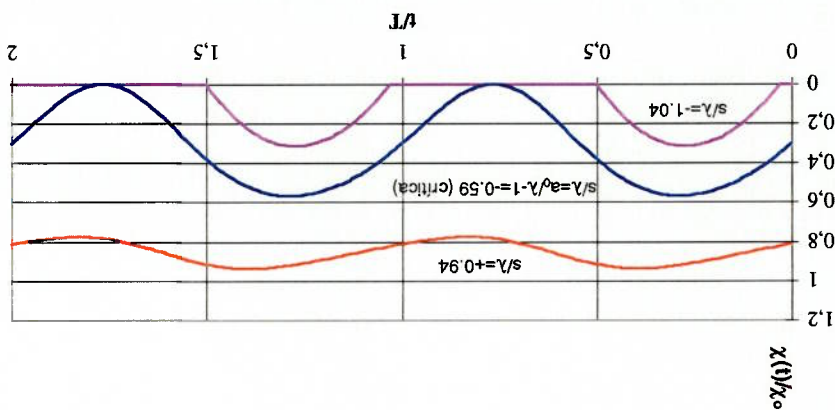


FIGURA 4.3.1 - Séries temporais de curvatura adimensional - mar 3-AH - Assintótica

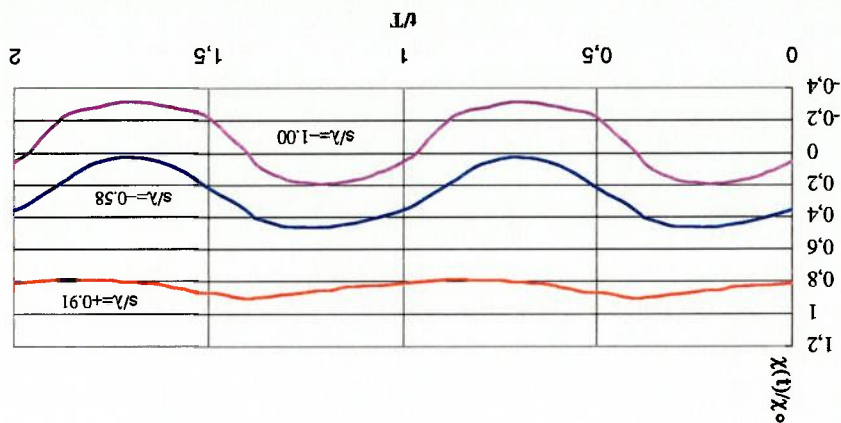


FIGURA 4.3.2 - Séries temporais de curvatura adimensional - mar 3-AH - ANSYS

Para a situação de mar extremo, as séries temporais apresentaram uma tendência similar. A figura 4.3.3 apresenta as séries do modelo assintótico e a figura 4.3.4 as séries do ANSYS, para algumas seções ao longo do riser.

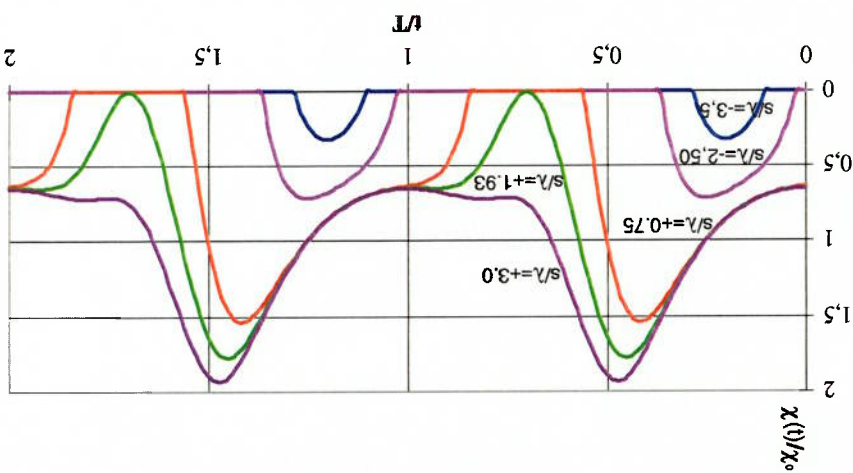


FIGURA 4.3.3 - Séries temporais de curvatura adimensional - mar extremo - Assintótica

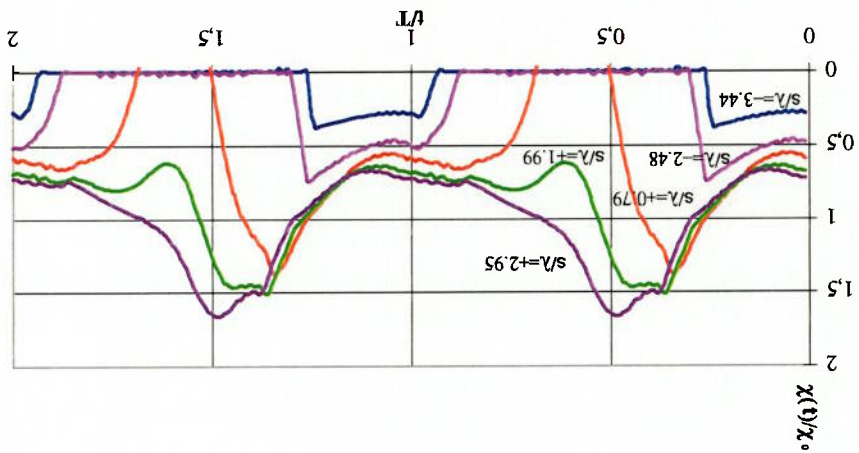


FIGURA 4.3.4 - Séries temporais de curvatura adimensional - mar extremo - ANSYS

As figuras 4.3.5 a 4.3.28 apresentam as séries temporais de momento fletor

dinâmico (ANSYS) para as seções do riser situadas entre $-3.79 \leq s/\lambda \leq 3.90$.

A correspondência entre os pontos nodais e as seções do riser é dada na tabela

4.3.1.

TABELA 4.3.1 - Correspondência entre nós e seções do riser

nó	s/λ	nó	s/λ
159	-3,79	192	0,20
160	-3,67	193	0,32
161	-3,55	194	0,44
162	-3,44	195	0,55
163	-3,32	196	0,67
164	-3,20	197	0,79
165	-3,08	198	0,91
166	-2,96	199	1,03
167	-2,84	200	1,15
168	-2,72	201	1,27
169	-2,60	202	1,39
170	-2,48	203	1,51
171	-2,36	204	1,63
172	-2,24	205	1,75
173	-2,12	206	1,87
158	-2,00	207	1,99
175	-1,88	208	2,11
176	-1,75	209	2,23
177	-1,63	210	2,35
178	-1,50	211	2,47
179	-1,38	212	2,59
180	-1,25	213	2,71
181	-1,13	214	2,83
174	-1,00	215	2,95
183	-0,88	216	3,07
184	-0,76	217	3,19
185	-0,64	218	3,31
186	-0,52	219	3,42
187	-0,40	220	3,54
188	-0,28	221	3,66
189	-0,16	222	3,78
190	-0,04	223	3,90
191	0,08		

FIGURA 4.3.6 - Momento dinâmico no 175; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.88$

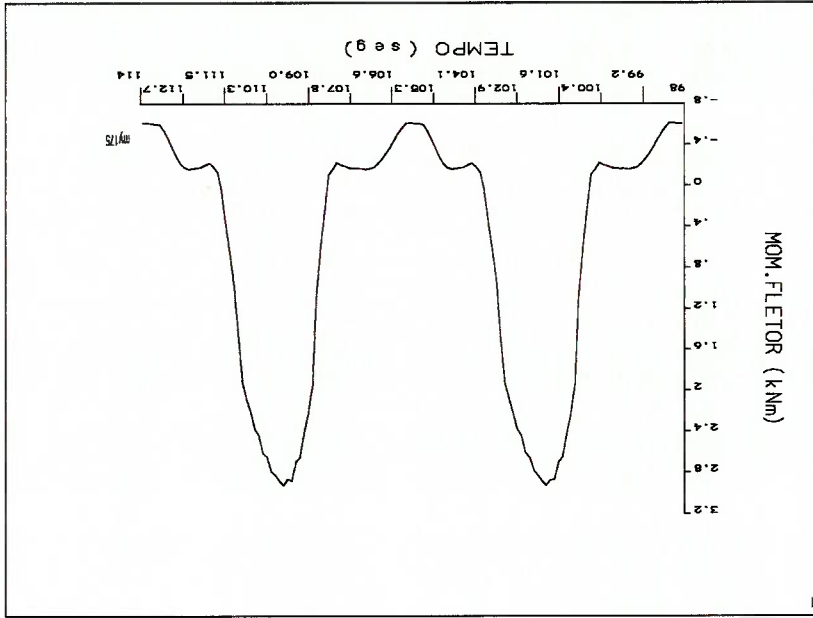


FIGURA 4.3.5 - Série de momento fletor; mar 3-HH ($-1.88 \leq s/\lambda \leq -0.88$)

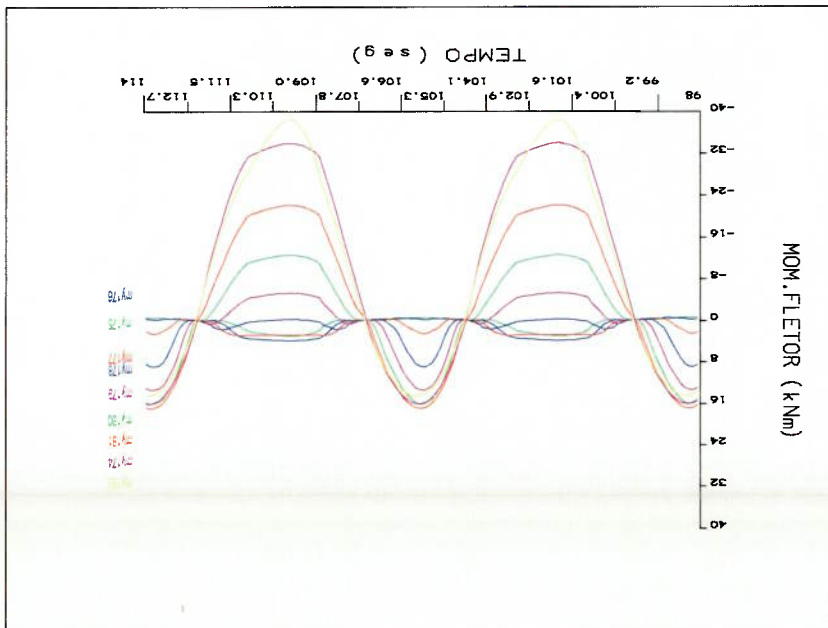


FIGURA 4.3.8 - Momento dinâmico nº 177; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.63$

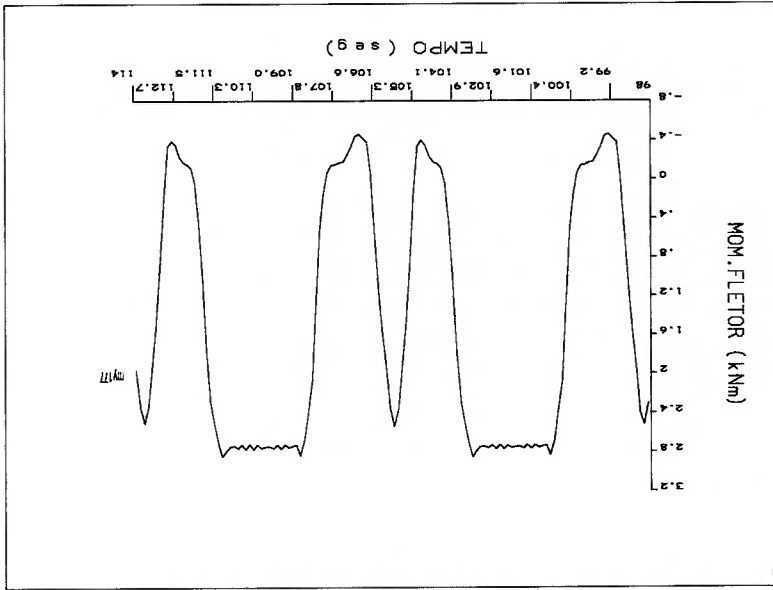


FIGURA 4.3.7 - Momento dinâmico nº 176; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.76$

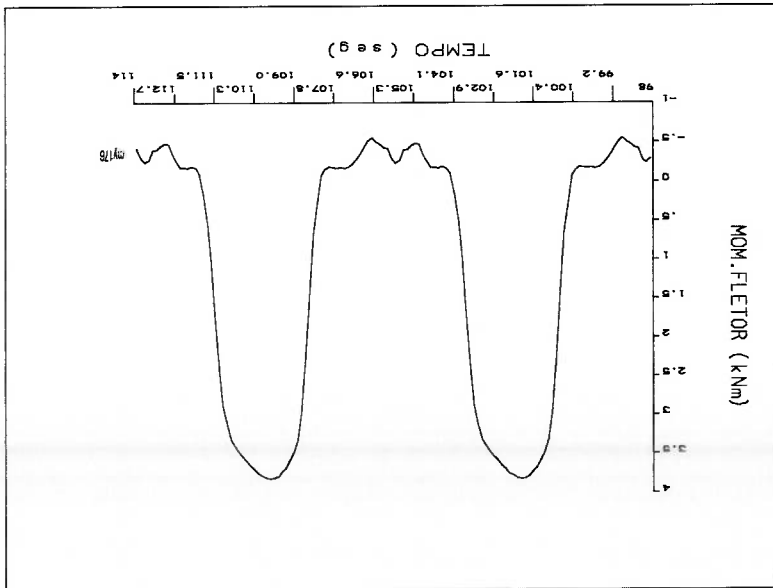


FIGURA 4.3.10 - Momento dinâmico no 179; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.38$

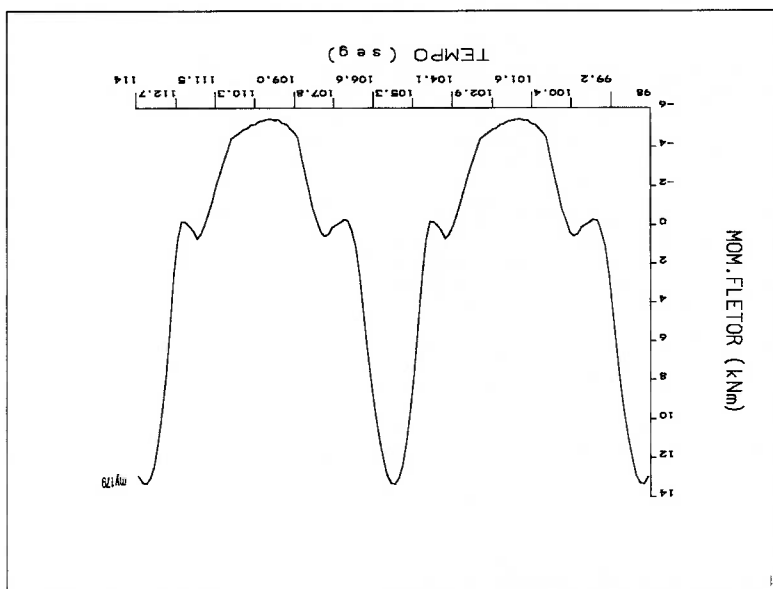


FIGURA 4.3.9 - Momento dinâmico no 178; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.51$

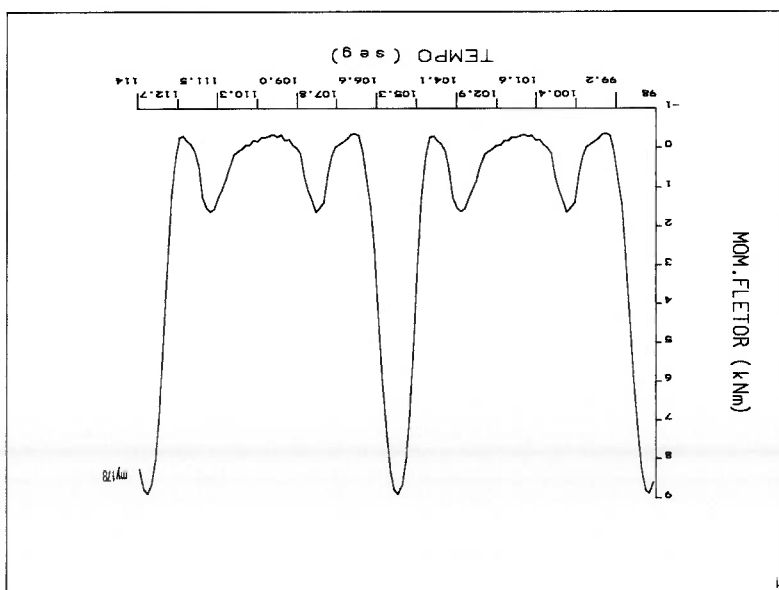


FIGURA 4.3.12 - Momento dinâmico no 181; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.13$

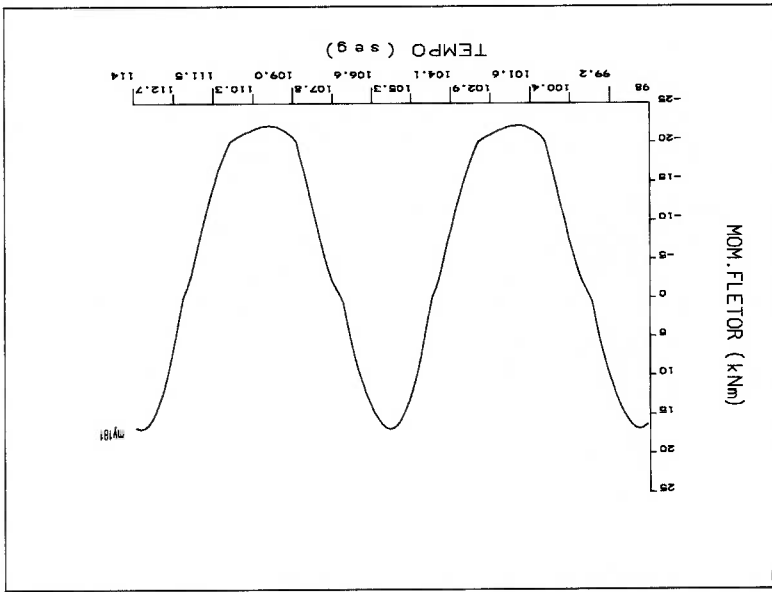


FIGURA 4.3.11 - Momento dinâmico no 180; mar 3-HH; $s/\lambda = -1.26$

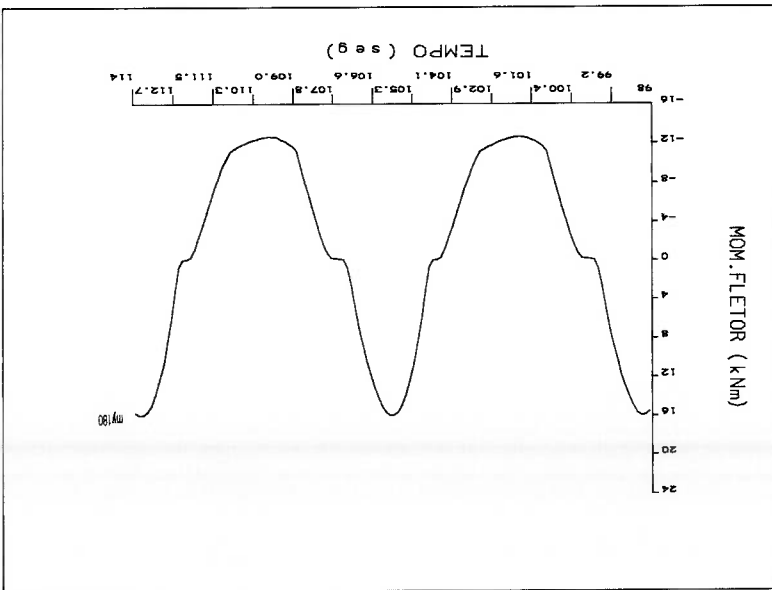


FIGURA 4.3.14 - Momento dinâmico no 183; mar 3-HH; $s/\lambda = -0.88$

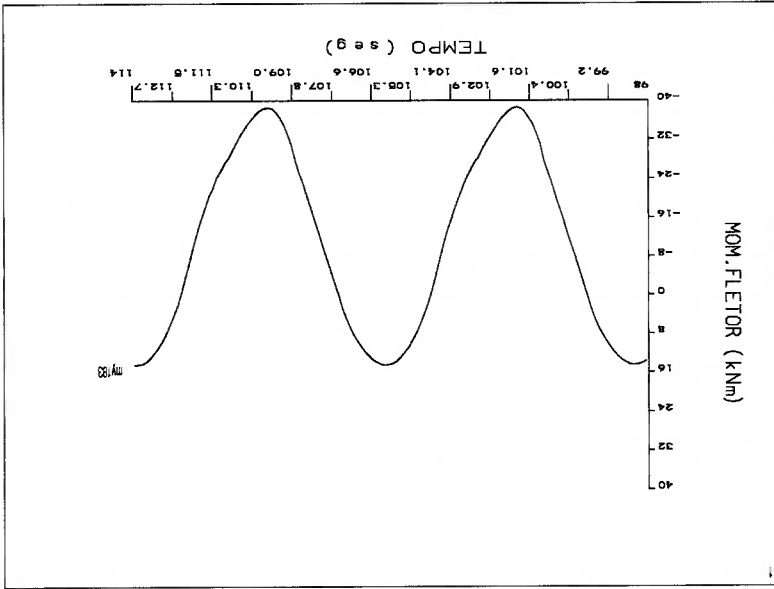


FIGURA 4.3.13 - Momento dinâmico no 174 (TDP estático); mar 3-HH; $s/\lambda = -1.00$

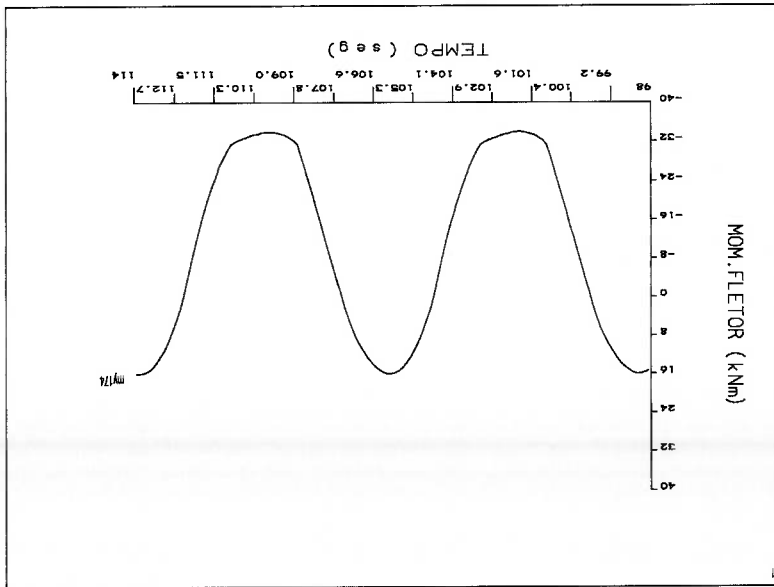


FIGURA 4.3.16 - Séries de momento fletor; mar 3-HH ($0.32 \leq \lambda \leq 1.27$)

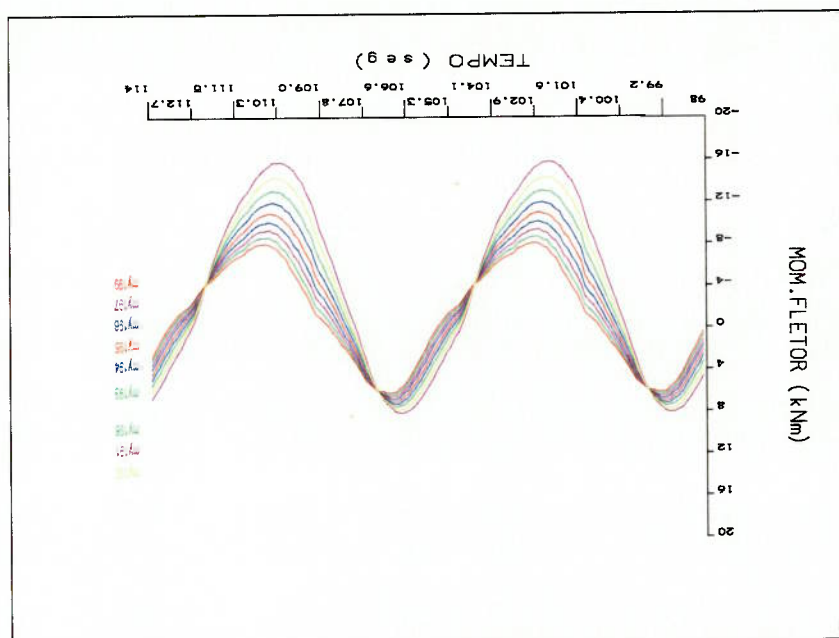


FIGURA 4.3.15 - Séries de momento fletor; mar 3-HH ($-0.76 \leq \lambda \leq 0.20$)

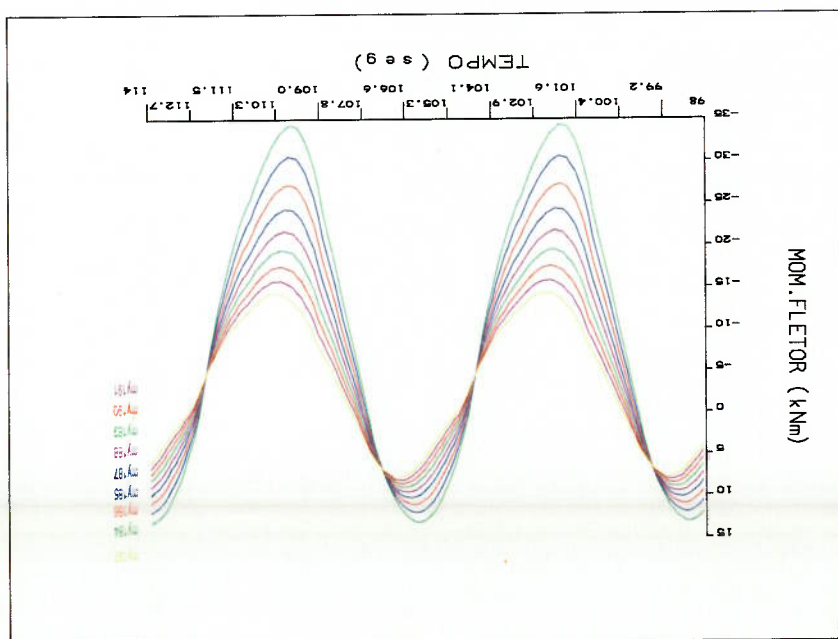


FIGURA 4.3.18 - Séries de momento fletor; mar 3-HH (2.47 s/λ ≤ 3.42)

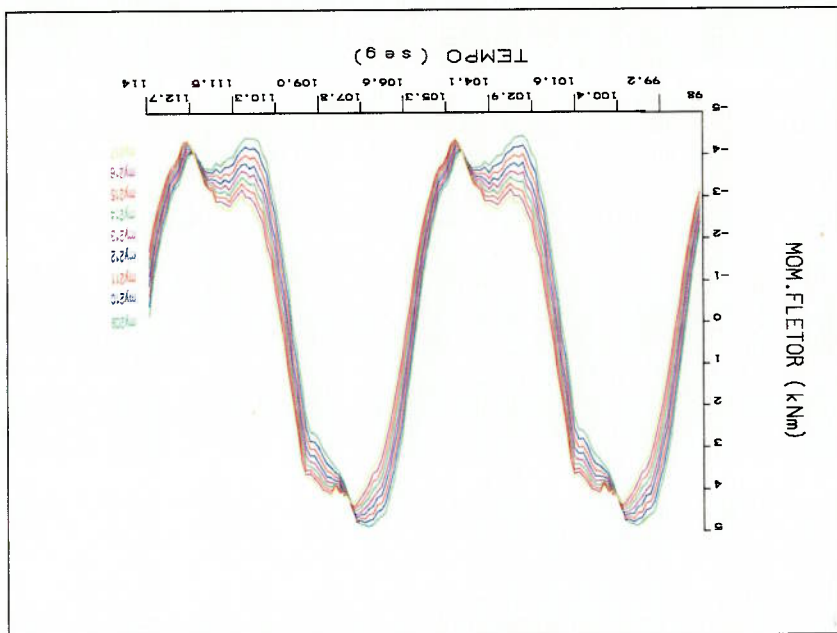


FIGURA 4.3.17 - Séries de momento fletor; mar 3-HH (1.39 s/λ ≤ 2.35)

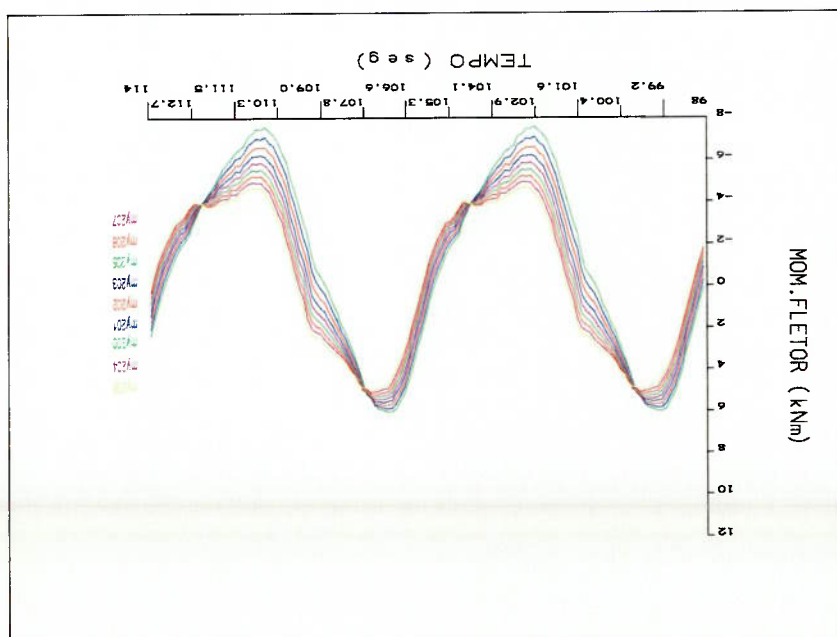


FIGURA 4.3.20 - Séries de momento fletor; mar 3-AH ($-1.88 \leq s/\lambda \leq -0.88$)

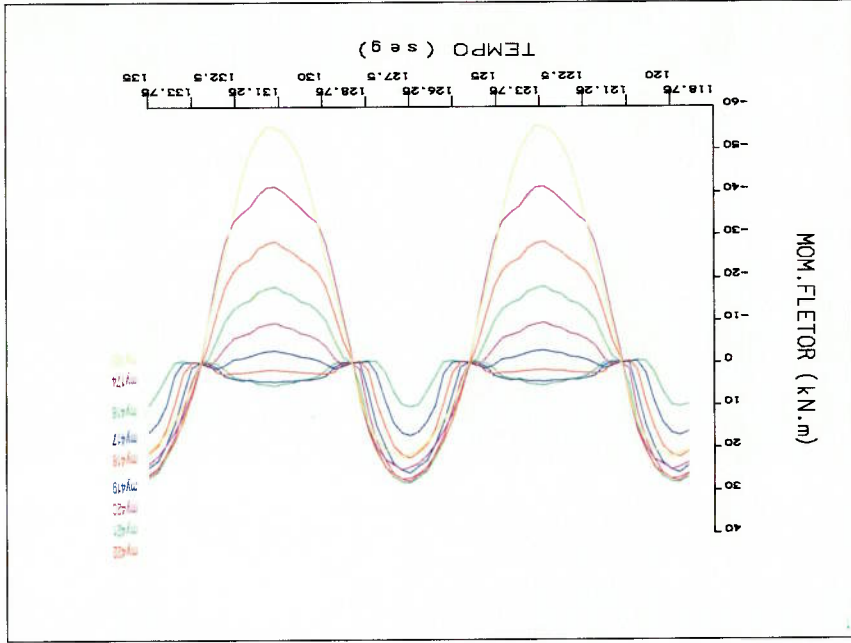


FIGURA 4.3.19 - Séries de momento fletor; mar 3-HH ($3.54 \leq s/\lambda \leq 3.90$)

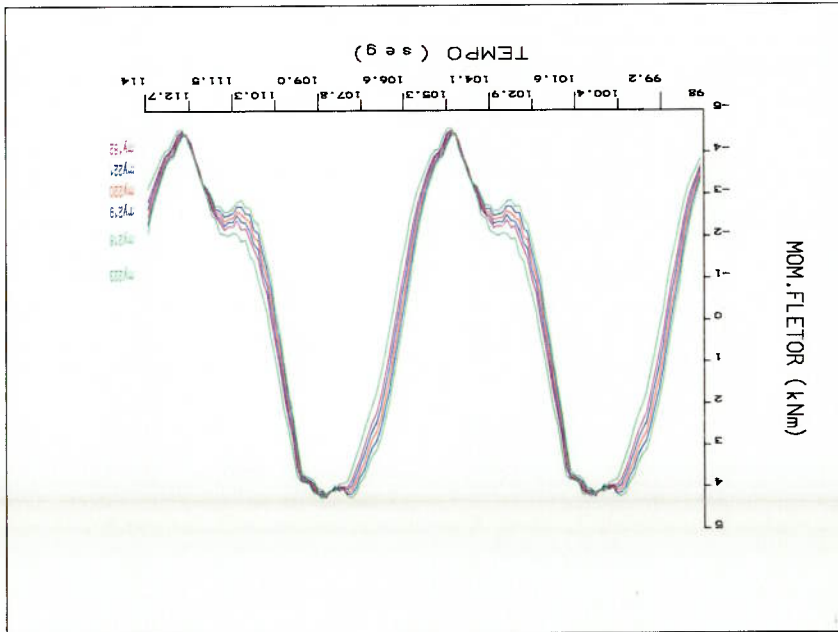


FIGURA 4.3.22 - Séries de momento fletor; mar extremo ($-2.96 \leq s/\lambda \leq -2.00$)

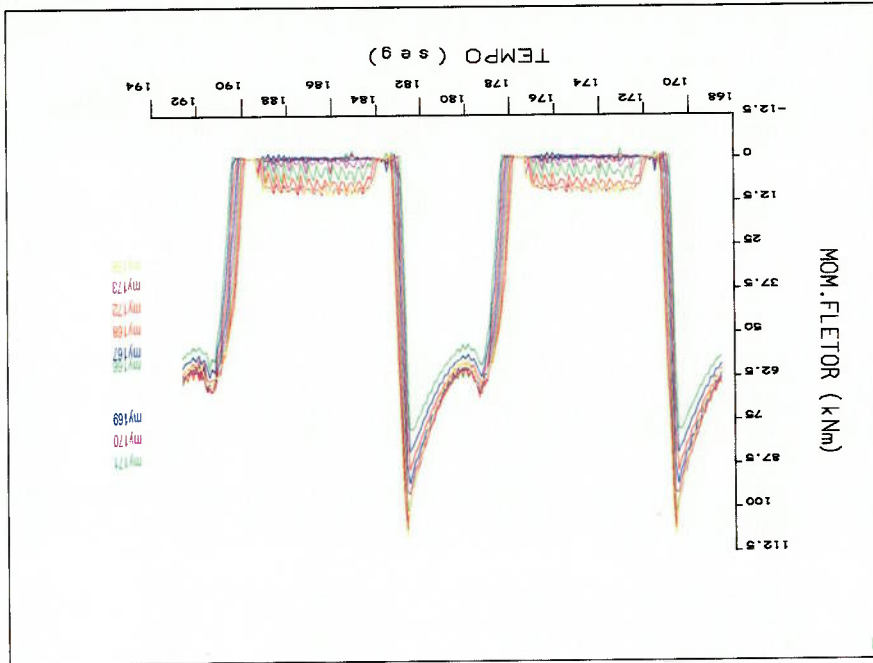


FIGURA 4.3.21 - Séries de momento fletor; mar extremo ($-3.79 \leq s/\lambda \leq -3.08$)

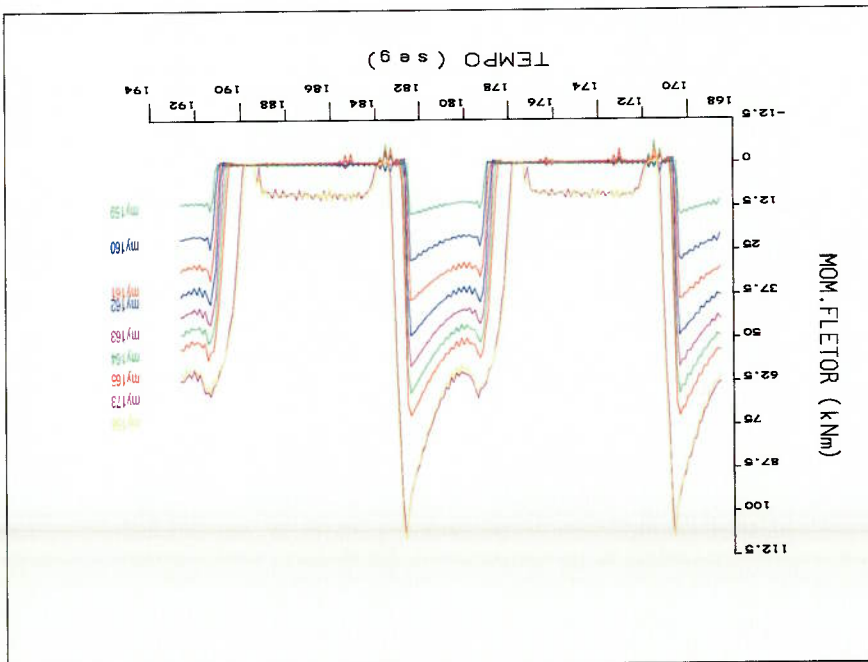


FIGURA 4.3.24 - Séries de momento fletor; mar extremo ($-0.76 \leq s/\lambda \leq 0.20$)

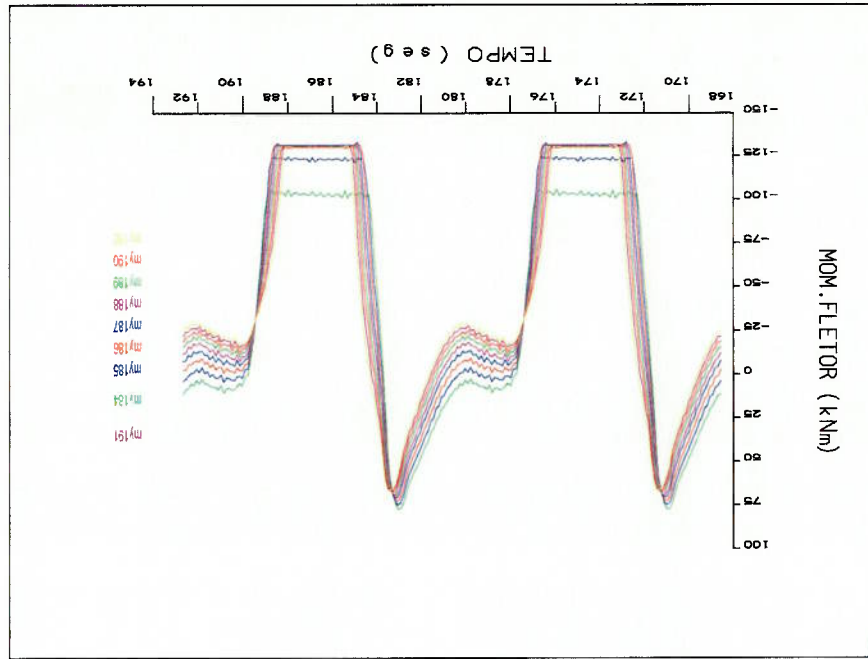


FIGURA 4.3.23 - Séries de momento fletor; mar extremo ($-1.88 \leq s/\lambda \leq -0.88$)

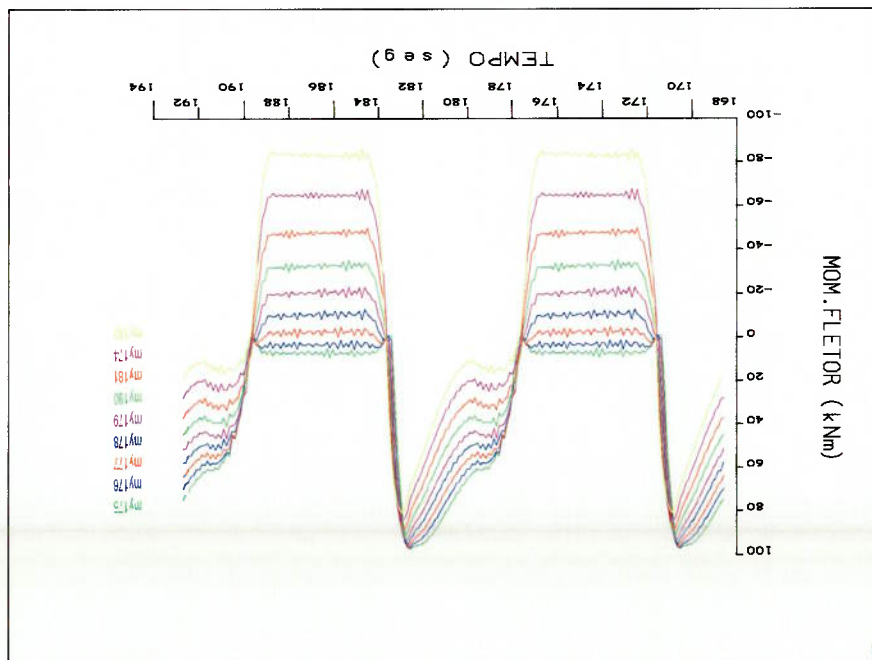


FIGURA 4.3.26 - Séries de momento fletor; mar extremo ($1.39 \leq s/\lambda \leq 2.35$)

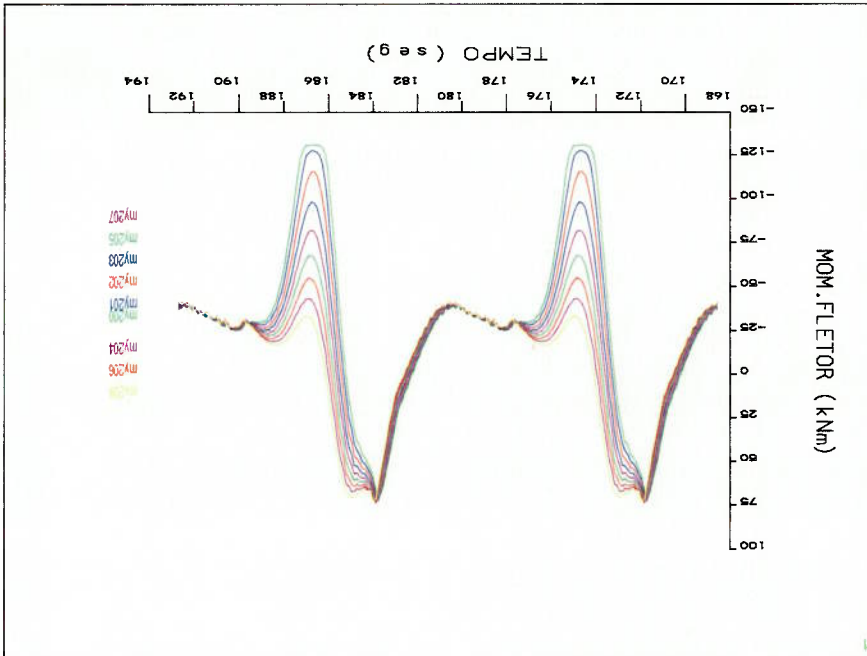


FIGURA 4.3.25 - Séries de momento fletor; mar extremo ($0.32 \leq s/\lambda \leq 1.27$)

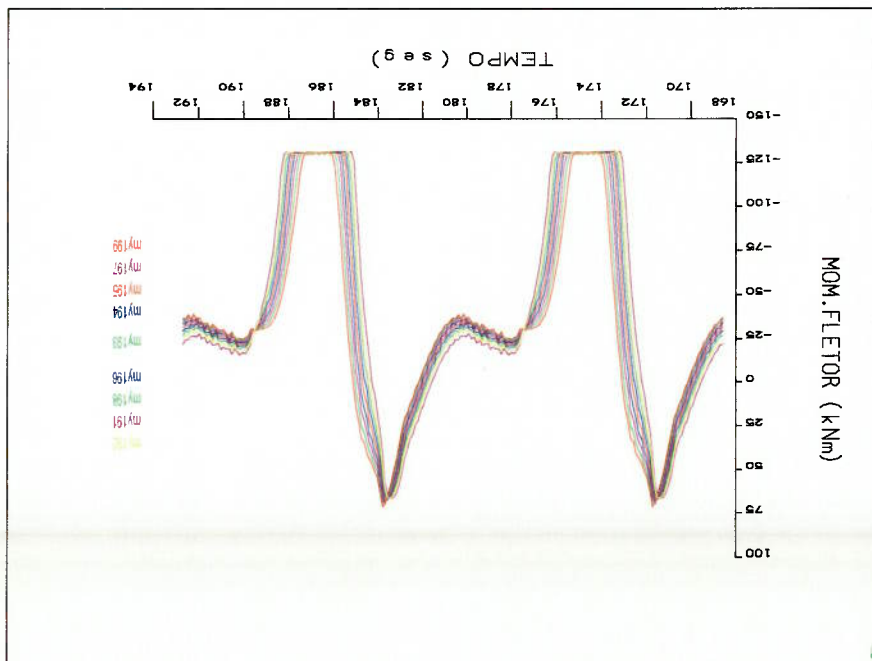


FIGURA 4.3.28 - Séries de momento fletor; mar extremo ($3.54 \leq s/\lambda \leq 3.90$)

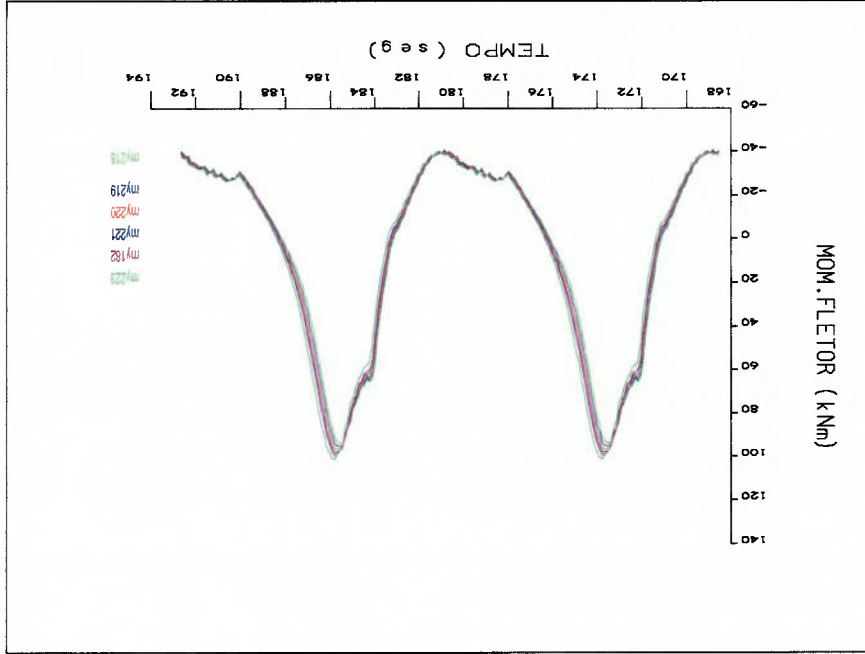
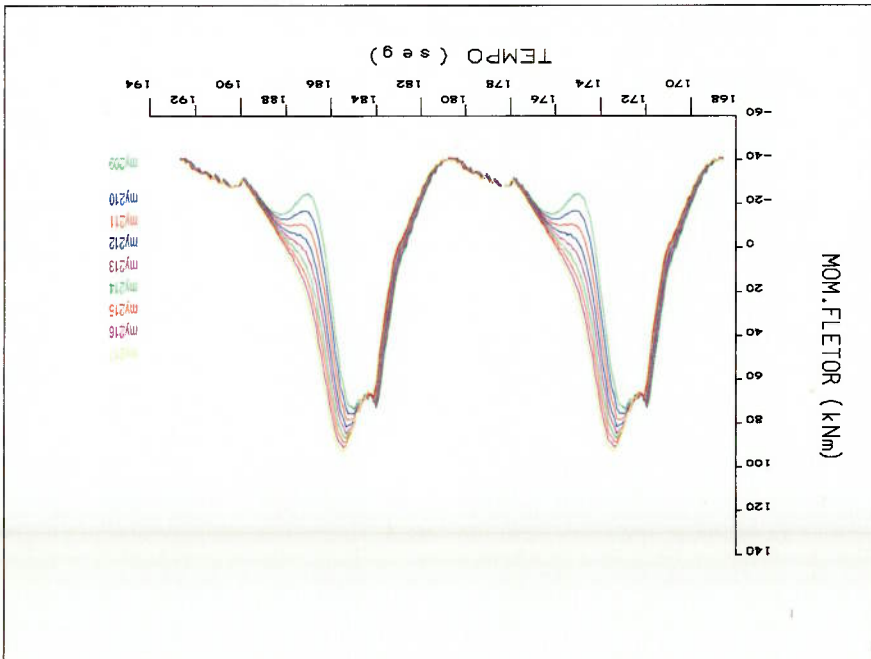


FIGURA 4.3.27 - Séries de momento fletor; mar extremo ($2.47 \leq s/\lambda \leq 3.42$)



As figuras 4.3.29 e 4.3.30 mostram os deslocamentos verticais, na região da

camada limite, para os mares 3 e extremo.

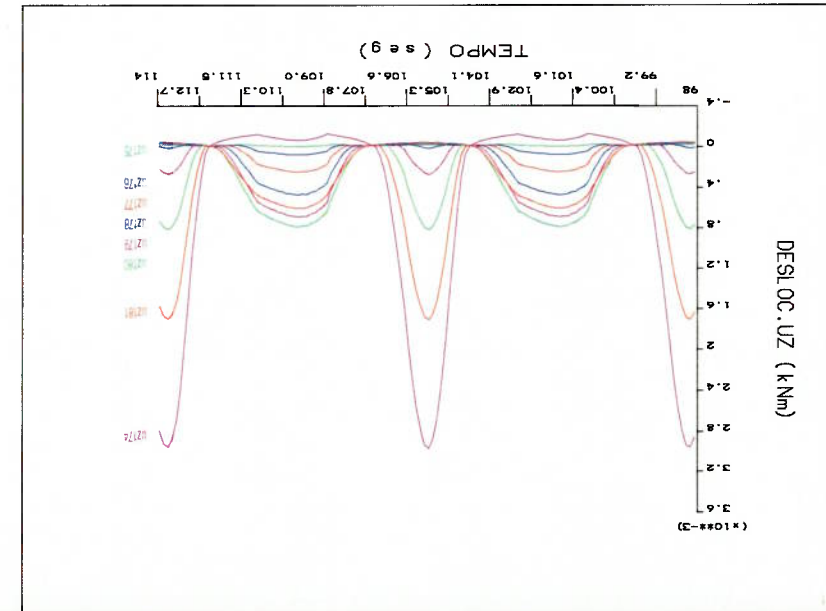


FIGURA 4.3.29 - Deslocamentos verticais; mar 3-HH

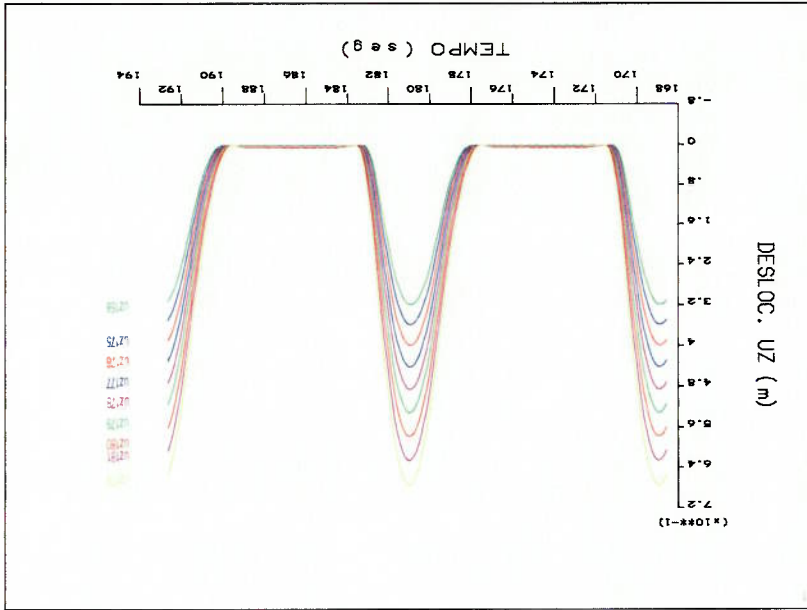


FIGURA 4.3.30- Deslocamentos verticais; mar extremo-AH

As figuras 4.3.31 a 4.3.35 mostram alguns resultados de tensões dinâmicas para o estado de mar 3-HH, na região da camada limite.

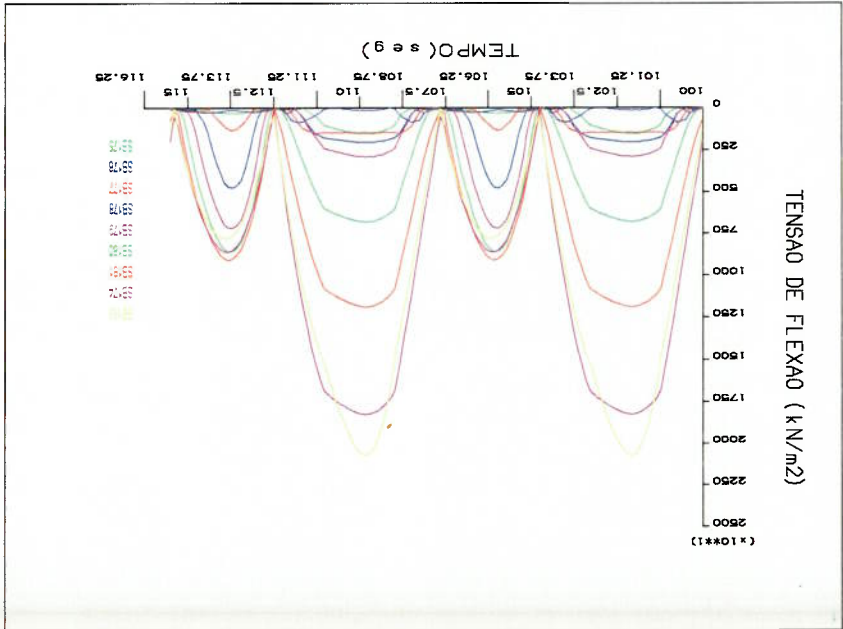


FIGURA 4.3.31- Tensões de flexão; mar 3-HH

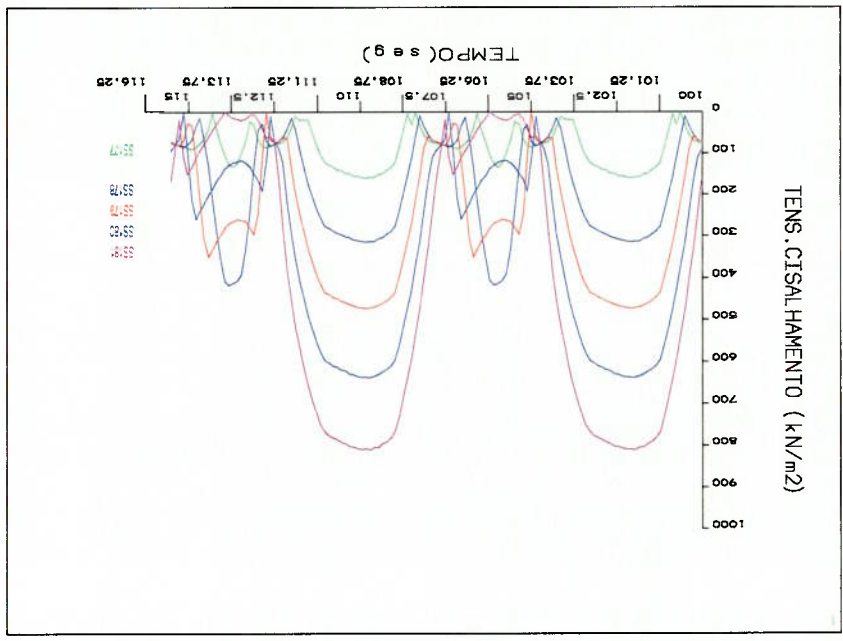


FIGURA 4.3.32- Tensões de cisalhamento; mar 3-HH

FIGURA 4.3.34- Tensões de Von Mises máximas nas seções transversais; mar 3-HH

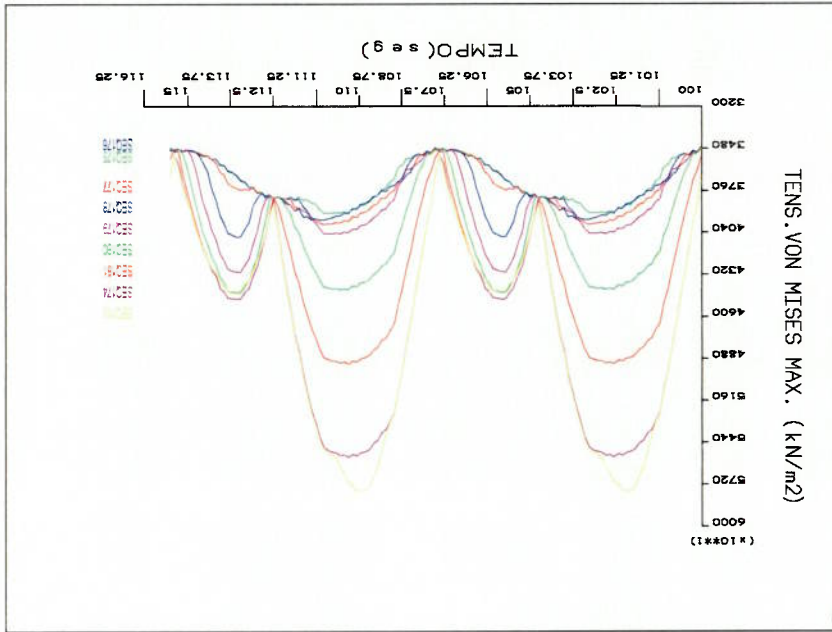
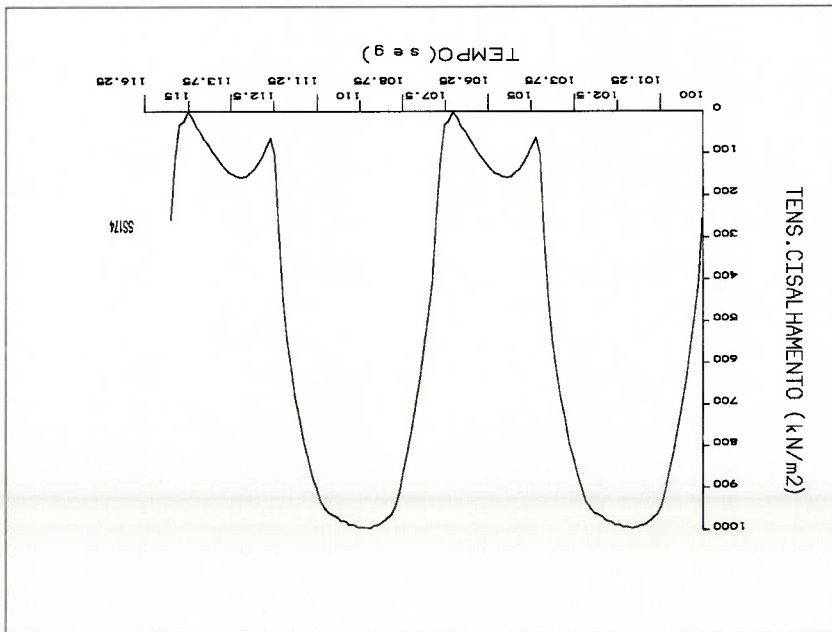


FIGURA 4.3.33- Tensão de cisalhamento do TDP; mar 3-HH



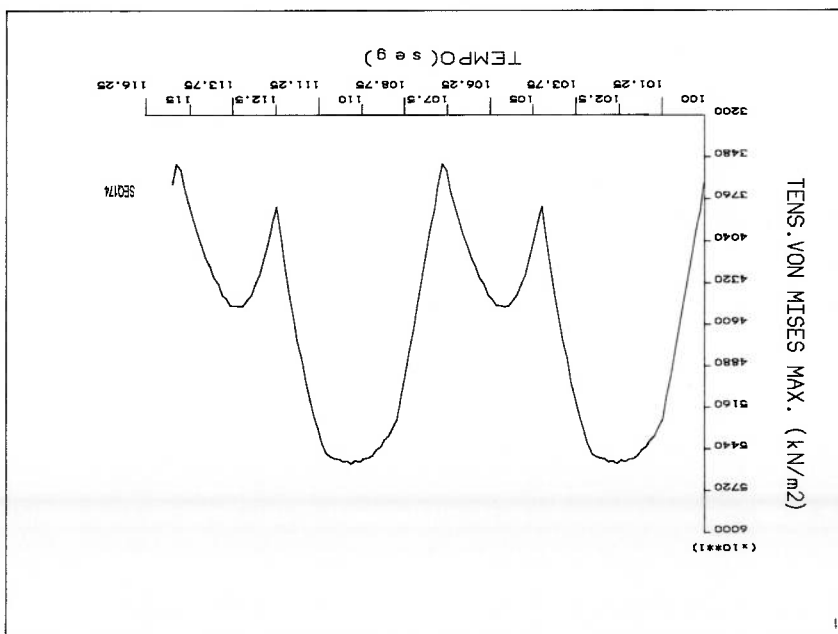


FIGURA 4.3.35- Tensão de Von Mises máxima no TDP; mar 3-HH

4.4) INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ DO SOLO

A influência da rigidez do solo (K_n) na resposta de momentos fletores na vizinhança do TDP foi analisada para os dois modelos não lineares do ANSYS. Verificou-se problemas no processo iterativo de solução a medida que o valor de K_n aumentava, o que resultava em longos tempos de execução do programa. Para valores de K_n maiores que $1e11$ kN/m não se conseguiu convergência.

- Modelo com 1500m de riser apoiado no solo (modelo 1).

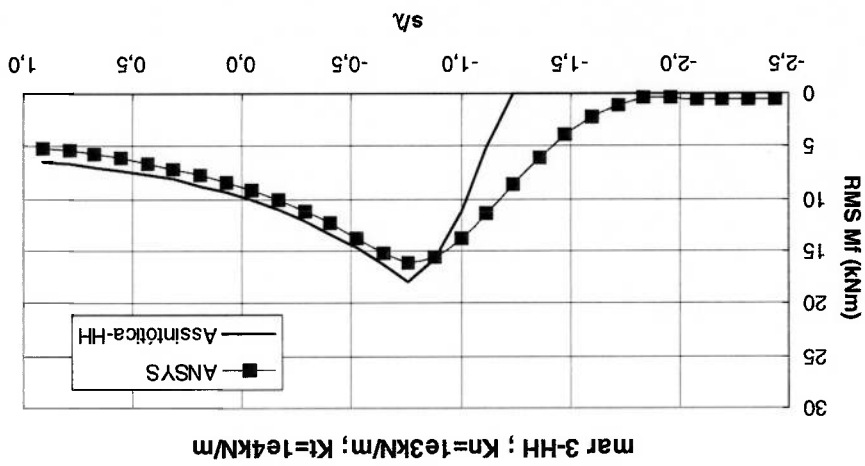


FIGURA 4.4.1 - RMS do momento na região do TDP; modelo1; mar3-HH; $K_n=1e3kN/m$

FIGURA 4.4.3 - RMS do momento na região do TDP; modelo1; mar3-HH; Kn=1e7kN/m

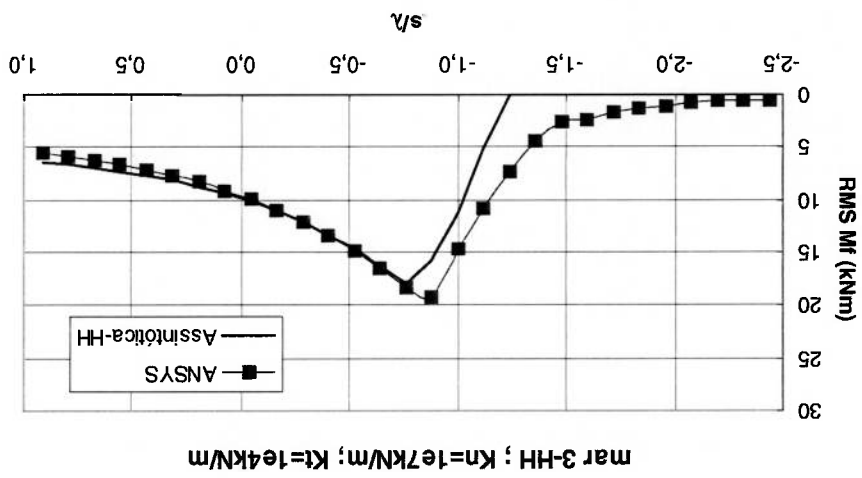
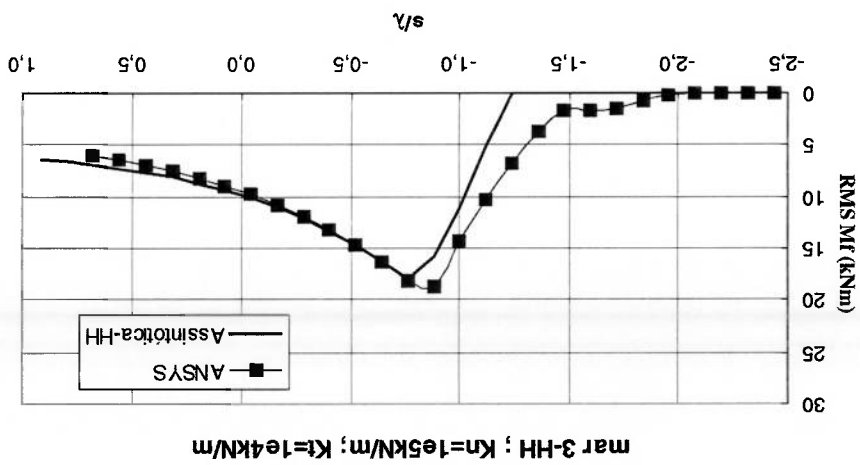


FIGURA 4.4.2 - RMS do momento na região do TDP; modelo1; mar3-HH; Kn=1e5kN/m



- Modelo com mola simulando trecho de riser no solo sob influência do atrito

(modelo 2).

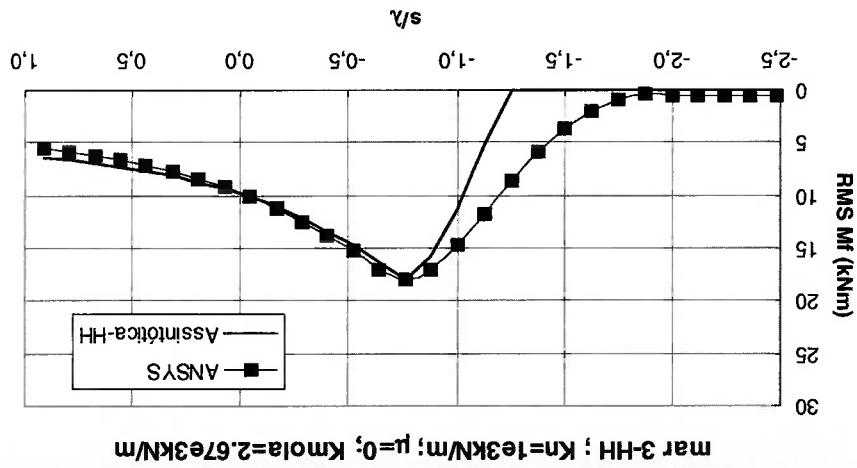


FIGURA 4.44 - RMS do momento na região do TDP; modelo2; mar3-HH; Kn=1e3kN/m

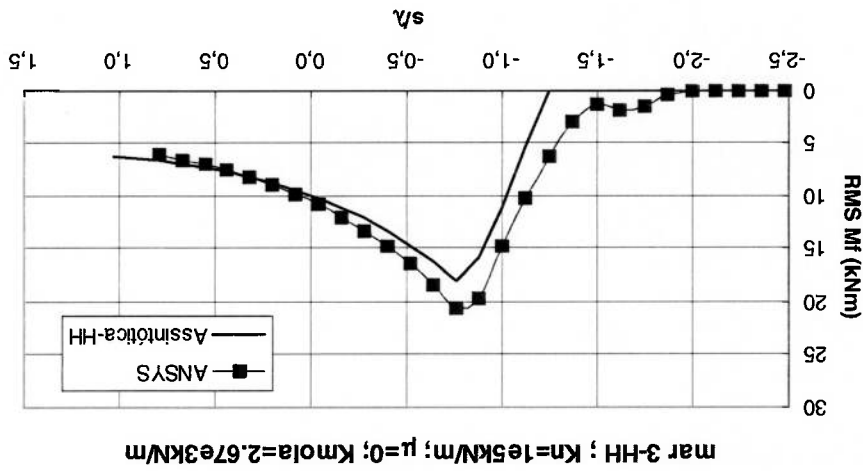


FIGURA 4.45 - RMS do momento na região do TDP; modelo2; mar3-HH; Kn=1e5kN/m

Os dois modelos apresentaram um comportamento “ondulatório” da resposta, a esquerda da seção $s/\lambda = -1,5$, que era amplificado a medida que K_n aumentava.

As curvas de rms do modelo 1, figuras 4.4.1 a 4.4.3, apresentam uma maior aderência à solução analítica que as do modelo 2, figuras 4.4.4 a 4.4.7, em especial para o valor de $K_n=1e5kN/m$. Para os dois modelos o valor máximo do rms aumentava com K_n .

FIGURA 4.4.7 - RMS do momento na região do TDP; modelo2; mar3-HH; $K_n=1e11kN/m$

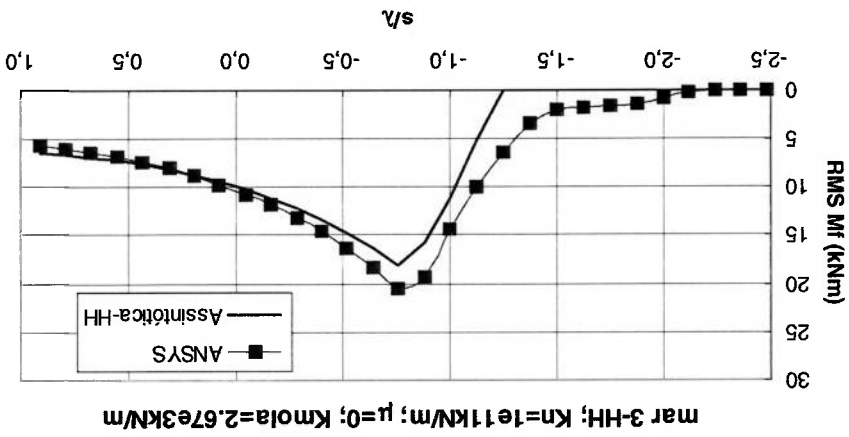
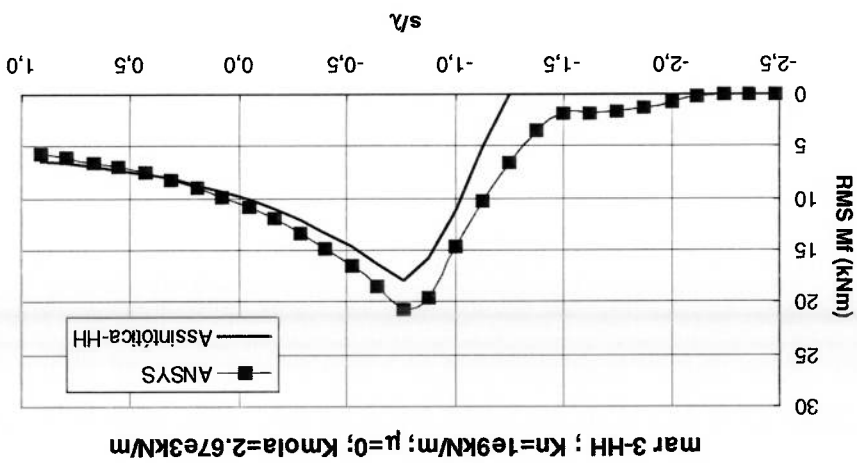


FIGURA 4.4.6 - RMS do momento na região do TDP; modelo2; mar3-HH; $K_n=1e9kN/m$



5) CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A análise de resposta dinâmica de um riser rígido em catenária (SCR), a partir de um modelo não linear de elementos finitos, elaborado com o programa ANSYS, demonstrou uma boa concordância entre os resultados do modelo numérico e da expressão analítica obtida por meio de técnicas assintóticas do tipo camada limite.

Esta expressão assintótica para o momento fletor dinâmico na vizinhança do ponto de "touchdown", proposta por Aranha, Martins & Pesce [6] e validada através de ensaios experimentais e de simulações no domínio do tempo realizadas com programa o ORCAFLEX, serviu de base para a verificação dos resultados obtidos com o programa ANSYS.

Os estados de mar 3 (maior probabilidade de ocorrência na Baía de Campos) e extremo foram analisados. Para o mar 3 considerou-se o movimento circular imposto à extremidade suspensa do riser nos sentidos horário e anti-horário. Para o mar extremo apenas o sentido anti-horário foi analisado.

O programa ANSYS conseguiu recuperar a sensibilidade do riser ao sentido de rotação do movimento circular imposto à sua extremidade suspensa, um efeito não linear importante produzido pelo arrasto viscoso.

As séries temporais de curvatura dinâmica na camada limite foram recuperadas, mesmo para a situação de mar extremo, apesar da forte não linearidade que caracteriza esta condição.

Os valores RMS e de variação pico a pico do momento fletor dinâmico, ao longo da camada limite, também apresentaram uma boa aderência aos resultados

obtidos pela expressão assintótica. Para o mar extremo a resposta de momentos máximos foi compatível com o erro esperado da solução assintótica ao desprezar os efeitos inerciais locais na vizinhança do TDP.

Os resultados do modelo numérico, porém, apresentaram uma diferença qualitativa em relação aos da expressão assintótica, na região de contato entre o riser e o solo. Especula-se que esta discrepância possa estar associada ao efeito local produzido pela propagação da onda de flexão, uma característica que não é levada em conta no modelo assintótico, que impõe curvatura nula à “esquerda” da seção $s = -X_0 - \lambda$. Este efeito foi observado nos resultados experimentais relativos aos “gages” 07, 09 e 17, com o surgimento de curvaturas negativas nas séries temporais, nos intervalos de tempo onde o riser deveria permanecer repousado sobre o solo.

Estas discrepâncias, porém, são quantitativamente irrelevantes e não afetam as conclusões relativas à validade da solução de camada limite.

Quanto aos resultados da seção crítica, que são os mais importantes do ponto de vista de projeto do SCR, as respostas do modelo numérico e assintótico concordaram tanto na previsão da posição da seção crítica quanto nos valores de RMS e pico a pico do momento fletor dinâmico.

Com relação à tração dinâmica no TDP do riser, os resultados concordaram perfeitamente, validando as hipóteses de linearização consideradas no programa RISDIN (análise no domínio da frequência). Mesmo para a condição de mar extremo a concordância foi muito boa.

A influência da rigidez do solo sobre a resposta do SCR na região do TDP, também foi analisada de forma preliminar.

Em resumo, a partir da comparação entre os resultados da análise dinâmica não linear no domínio do tempo e da solução assintótica de camada limite, conclui-se que o programa ANSYS pode vir a ser utilizado como nova ferramenta de análise para as fases finais do projeto de risers rígidos em catenária.

Como prosseguimento dos estudos já realizados, sugere-se uma avaliação mais profunda da influência da rigidez do solo na resposta dinâmica do SCR. Outra questão a ser considerada seria a inclusão de perdas de correntezas no modelo numérico e a verificação de sua influência sobre o comportamento dinâmico do riser. Finalmente, seria interessante desenvolver um sistema “customizado” com o programa ANSYS que contemplasse um processo de geração da malha de elementos finitos do SCR, a partir dos parâmetros geométricos principais, permitindo a análise do problema de forma automática sem a necessidade de intervenção do usuário. O pós processador, por exemplo, geraria as curvas de variação do momento fletor dinâmico na região do TDP, determinando a seção crítica do SCR para efeito de fadiga.

ANEXOS

ANEXO A: ANÁLISE MODAL

O problema de autovalor consiste em se determinar os valores de λ e ϕ que satisfazam a equação:

$$K\phi = \lambda\phi \quad (A.1)$$

K = matriz de rigidez de ordem n do modelo de elementos finitos

Se K for positiva definida ou positiva semi definida, existirá n autovalores e

autovetores tal que:

$$0 \leq \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_n \quad (A.2)$$

A solução para os p primeiros pares (λ_i, ϕ_i) é:

$$K\Phi = \Phi\Lambda \quad (A.3)$$

Φ = matriz $n \times p$ cujas colunas são os p autovetores

Λ = matriz diagonal $p \times p$ cuja diagonal são os p autovalores

Um problema de autovalor que frequentemente surge em análise de vibrações é:

que se reduz ao problema de (A.1) se M for a matriz identidade. A solução para os p primeiros pares (λ_i, ϕ_i) é:

$$K\Phi = \lambda M\Phi \quad (\text{A.4})$$

$$K\Phi = M\Phi\Lambda \quad (\text{A.5})$$

Os autovetores devem satisfazer as condições de M -ortonormalidade e de K -ortogonalidade dadas por:

$$\phi_i^T M \phi_j = \delta_{ij} \quad (\text{A.6})$$

$$\phi_i^T M \phi_j = \lambda_i \delta_{ij} \quad (\text{A.7})$$

$$\delta_{ij} = 1 \text{ se } i=j$$

$$\delta_{ij} = 0 \text{ se } i \neq j$$

Uma importante propriedade dos autovalores é que eles são as raízes do polinômio característico:

$$p(\lambda) = \det(K - \lambda M) \quad (\text{A.8})$$

singular.

que é satisfeita para soluções não triviais de ϕ_1 desde que a matriz $(K - \lambda_1 M)$ seja

$$(K - \lambda_1 M)\phi_1 = 0 \quad (A.9)$$

Esta propriedade deriva de (A.4) que pode ser rescrita na forma:

ANEXO B: ANÁLISE HARMÔNICA REDUZIDA

A seguir apresentam-se os fundamentos teóricos da análise harmônica reduzida

conforme descrição contida nos manuais do programa ANSYS [18].

A análise de resposta harmônica determina a resposta em regime permanente de uma estrutura linear submetida a um carregamento harmônico. Este tipo de análise calcula a resposta harmônica da estrutura para várias frequências de força de excitação e permite a obtenção das funções de transferência da estrutura quando se consideram carregamentos harmônicos com amplitude unitária.

As funções de transferência são gráficos que relacionam a resposta da estrutura, para uma excitação com amplitude unitária, com as frequências de excitação.

A resposta transiente que ocorre no início da excitação não é calculada por esta análise.

A análise harmônica resolve a equação:

$$[M]\{u\} + [C]\{u\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (\text{B.1})$$

para estruturas lineares submetidas à excitações harmônicas.

Os deslocamentos da estrutura podem ser definidos como:

$$\{u\} = \{u_{\max} e^{i\phi}\}_{\Omega} \quad (\text{B.2})$$

u_{\max} = amplitude do deslocamento

Ω = frequência da excitação (radianos/segundo)

ϕ = ângulo de fase (radianos)

A equação (B.2) pode ser rescrita como:

$$\{u\} = \{u_{\max}(\cos\phi + i.\sin\phi)\}e^{i\Omega t} \quad (\text{B.3})$$

ou como:

$$\{u\} = (\{u_1\} + i\{u_2\})e^{i\Omega t} \quad (\text{B.4})$$

$$\{u_1\} = \{u_{\max}\cos\phi\} = \text{vetor de deslocamento real} \quad (\text{B.5})$$

$$\{u_2\} = \{u_{\max}\sin\phi\} = \text{vetor de deslocamento imaginário} \quad (\text{B.6})$$

$$u_{\max} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \quad (\text{B.7})$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{u_2}{u_1}\right) \quad (\text{B.8})$$

O ângulo de fase ϕ é relativo ao ângulo de fase θ da forçante.
O vetor de força de excitação pode ser definido como:

(B.9) $\{F\} = \{F_0 e^{i\theta}\} e^{i\Omega t}$

(B.10) $\{F\} = \{F_0 (\cos \theta + i \sin \theta)\} e^{i\Omega t}$

(B.11) $\{F\} = (\{F_1\} + i\{F_2\}) e^{i\Omega t}$

F_0 = amplitude da força

θ = ângulo de fase (radianos)

$\{F_1\} = \{F_0 \cos \theta\}$ = vetor de força real

(B.12)

$\{F_2\} = \{F_0 \sin \theta\}$ = vetor de força imaginária

(B.13)

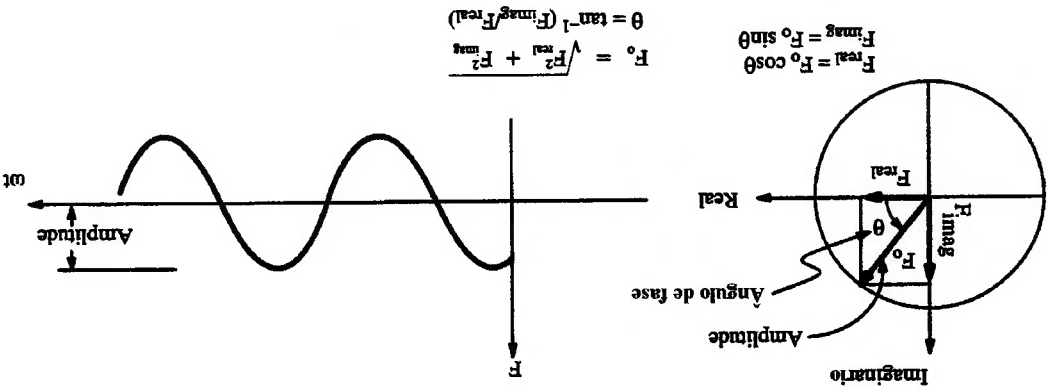


FIGURA B.1 - Relação entre componentes real e imaginária do M.H.

Substituindo as equações (B.4) e (B.9) em (B.1) tem-se:

A equação (B.14) independe do tempo, dependendo apenas da frequência de

excitação.

A análise harmônica pode ser simplificada reduzindo-se as matrizes aos graus de liberdade essenciais que caracterizam a resposta dinâmica do sistema. Estes graus de liberdade são chamados graus "masters". A redução da expressão (B.14) resulta em:

$$([K] - \Omega^2[M] + i\Omega[C])(\{u_1\} + i\{u_2\}) = \{F_1\} + i\{F_2\} \quad (\text{B.15})$$

onde $\{u_1\}$ e $\{u_2\}$ representam matrizes e vetores reduzidos.

O método reduzido resolve a equação (B.15) diretamente usando aritmética complexa e um método de solução chamado "wavefront".

ANEXO C: ANÁLISE DINÂMICA NO DOMÍNIO DO TEMPO

A seguir apresentam-se os fundamentos teóricos da análise dinâmica no domínio do tempo conforme descrição contida nos manuais do programa ANSYS

[18].

Esta análise é utilizada para se determinar a resposta dinâmica da estrutura a um carregamento qualquer que dependa do tempo. A escala de tempo do carregamento é tal que os efeitos inerciais e de amortecimento não podem ser desprezados.

A equação básica do movimento que governa a resposta de um sistema dinâmico linear de elementos finitos é:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\} \quad (C.1)$$

onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do modelo e $\{F(t)\}$ é o vetor de carregamento dependente do tempo. $\{\ddot{u}\}$, $\{\dot{u}\}$ e $\{u\}$ são os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos do conjunto de elementos finitos. A equação (C.1) pode ser escrita como:

$$F_I(t) + F_D(t) + F_E(t) = F(t) \quad (C.2)$$

$F_I(t)$ = forças inerciais dependentes do tempo

$F_D(t)$ = forças de amortecimento dependentes do tempo

$F_B(t)$ = forças elásticas dependentes do tempo

Numa análise dinâmica no domínio do tempo, o equilíbrio estático, em intervalos discretos de tempo, levando em conta efeitos inerciais e de amortecimento é considerado.

Matematicamente a equação (C.1) representa um sistema de equações

diferenciais lineares de 2ª ordem, cuja solução pode ser obtida por procedimentos padrões de solução de equações diferenciais com coeficientes constantes. Tais procedimentos podem se tornar muito complicados quando o ordem das matrizes for grande.

O programa ANSYS utiliza o método de Newmark (ver apêndice D) de

integração no tempo para a solução do sistema de equações (C.1) em pontos discretos de tempo, obtendo as respostas transitente e em regime permanente do modelo.

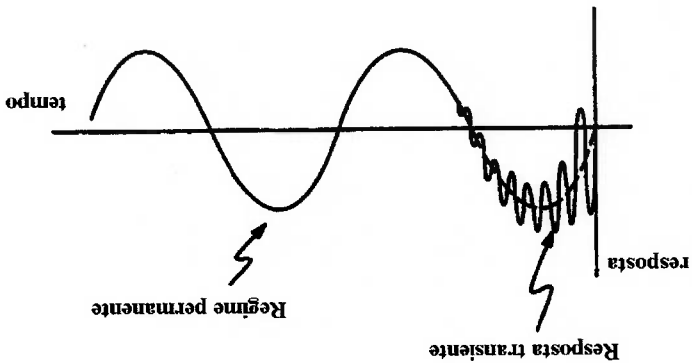


FIGURA C.1 - Resposta transitente e em regime

O incremento entre dois pontos consecutivos de tempo é chamado "time step".

Em vez de se tentar satisfazer as equações (C.1) em qualquer tempo t , tenta-se

satisfazê-las somente em pontos discretos de tempo separados de Δt . Basicamente,

busca-se por situações de equilíbrio (estático), que incluam efeitos inerciais e de amortecimento, em pontos discretos do tempo.

Assume-se, dentro de cada intervalo Δt , variações de deslocamentos, velocidades e acelerações. Para tanto, os valores iniciais destas grandezas devem ser conhecidos no instante zero.

O intervalo da solução (0 a T) é subdividido em n intervalos de tempo Δt ($\Delta t = T/n$) e o processo de integração fornece soluções nos pontos discretos de tempo.

A escolha do incremento de tempo Δt assume importância decisiva para o método de integração utilizado.

A consideração básica na seleção de um modelo apropriado para o estudo do problema dinâmico é que somente os menores modos de vibração do sistema físico são excitados pelo carregamento. Se a decomposição do carregamento em série de Fourier demonstrar que somente frequências abaixo de ω_n estão contidas no mesmo, então, a malha de elementos finitos deve representar de forma precisa as frequências naturais até um máximo de $\omega_\infty = 4\omega_n$. Não há necessidade de se representarem as frequências mais altas porque a contribuição destas para a resposta do sistema é desprezível.

A figura C.2 mostra o fator de amplificação dinâmica, para um sistema com 1 grau de liberdade:

Verifica-se que a resposta para valores grandes de ω/ω_n é desprezível (o carregamento varia tão rapidamente que o sistema praticamente não se move) e que a resposta estática é obtida quando $\omega/\omega_n \rightarrow 0$ (o carregamento varia tão lentamente que o sistema o "segue" de forma estática).

O procedimento para a obtenção do "time step" ideal a ser utilizado no método de integração é:

- 1) Identificar as frequências contidas no carregamento usando série de Fourier, se necessário. Considerar a frequência mais alta como ω_n .
- 2) Escolher uma malha de elementos finitos que represente de forma apropriada a resposta estática da estrutura e todos os modos até cerca de $\omega_\infty = 4\omega_n$.
- 3) Utilizar o método de integração com $\Delta t \approx \frac{1}{20} T_\infty$ onde $T_\infty = \frac{2\pi}{\omega_\infty}$.

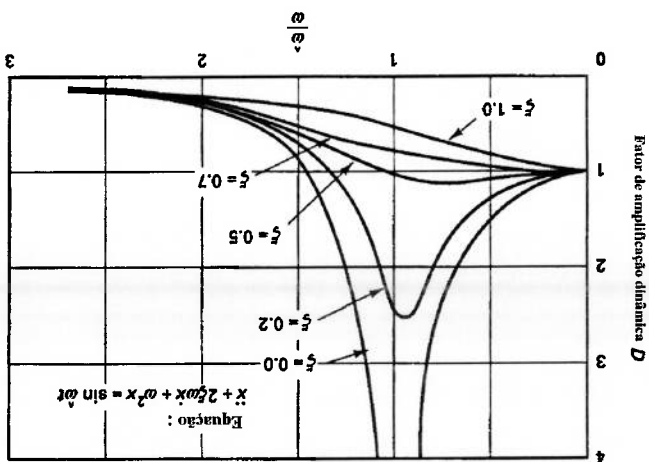


FIGURA C.2 - Fator de amplificação dinâmica

ANEXO D: MÉTODO DE NEWMARK DE INTEGRAÇÃO NO TEMPO

A seguir apresenta-se o Método de Newmark conforme descrição contida nos manuais do programa ANSYS [18].

A equação de equilíbrio dinâmico no domínio do tempo é da forma:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F_a\} \quad (D.1)$$

onde :

[M] = matriz de massa

[C] = matriz de amortecimento

[K] = matriz de rigidez

{ \ddot{u} } = vetor de acelerações nodais

{ \dot{u} } = vetor de velocidades nodais

{ u } = vetor de deslocamentos nodais

{ F } = vetor de cargas aplicadas

O procedimento empregado para a solução da equação dinâmica linear (D.1) é o método de integração de Newmark. O método usa expansões de diferenças finitas no intervalo de tempo Δt , no qual assume-se que:

$$\{u^{n+1}\} = \{u^n\} + [1 - \delta]\{u^n\} + \delta\{u^{n+1}\} \Delta t \quad (D.2)$$

$$\{u^{n+1}\} = \{u^n\} + \{u^n\} \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \{u^n\} + \alpha \{u^{n+1}\} \right] \Delta t^2 \quad (\text{D.3})$$

α, δ = parâmetros de integração de Newmark

$$\Delta t = t^{n+1} - t^n$$

$\{u^n\}$ = vetor de deslocamentos nodais no tempo t^n

$\{\dot{u}^n\}$ = vetor de velocidades nodais no tempo t^n

$\{\ddot{u}^n\}$ = vetor de acelerações nodais no tempo t^n

$\{u^{n+1}\}$ = vetor de deslocamentos nodais no tempo t^{n+1}

$\{\dot{u}^{n+1}\}$ = vetor de velocidades nodais no tempo t^{n+1}

$\{\ddot{u}^{n+1}\}$ = vetor de acelerações nodais no tempo t^{n+1}

Desde que o objetivo é o cálculo de $\{u^{n+1}\}$, a equação de equilíbrio dinâmico é

calculada no tempo t^{n+1} :

$$[M]\{\ddot{u}^{n+1}\} + [C]\{\dot{u}^{n+1}\} + [K]\{u^{n+1}\} = \{F^a\} \quad (\text{D.4})$$

A solução de deslocamentos no instante t^{n+1} é obtida reagrupando as equações

de diferenças finitas tal que:

$$\{\ddot{u}^{n+1}\} = a_0(\{u^{n+1}\} - \{u^n\}) - a_2\{\dot{u}^n\} - a_3\{\ddot{u}^n\} \quad (\text{D.5})$$

$$(D.6) \quad \{u^{n+1}\} = \{u^n\} + a_6 \{\ddot{u}^n\} + a_7 \{\ddot{\ddot{u}}^{n+1}\}$$

Substituindo $\{u^{n+1}\}$ na expressão de $\{u^{n+1}\}$, equações para $\{u^{n+1}\}$ e $\{\ddot{u}^{n+1}\}$ são

obtidas em termos da quantidade desconhecida $\{u^{n+1}\}$. As equações para $\{u^{n+1}\}$ e

$\{u^{n+1}\}$ são combinadas com a equação de equilíbrio dinâmico resultando em:

$$(D.7) \quad (a_0[M] + a_1[C] + [K])\{u^{n+1}\} = \{F^e\} + [M](a_0\{u^n\} + a_2\{\ddot{u}^n\} + a_3\{\ddot{\ddot{u}}^n\}) + \\ + [C](a_1\{u^n\} + a_4\{\ddot{u}^n\} + a_5\{\ddot{\ddot{u}}^n\})$$

onde:

$$(D.8) \quad a_0 = \frac{\alpha \Delta t^2}{1}; \quad a_1 = \frac{\alpha \Delta t}{\delta}; \quad a_2 = \frac{\alpha \Delta t}{1}; \quad a_3 = \frac{2\alpha}{1} - 1 \\ a_4 = \frac{\delta}{\Delta t} - 1; \quad a_5 = \frac{\Delta t}{\delta} \left(\frac{\alpha}{2} - 2 \right); \quad a_6 = \Delta t(1 - \delta); \quad a_7 = \delta \Delta t$$

Tendo-se $\{u^{n+1}\}$, as acelerações e velocidades são atualizadas segundo as

equações (D.5) e (D.6). Conforme descrito por Zienkiewicz [19], a solução da

equação (D.4) por meio das equações de Newmark (D.2) e (D.3) é

incondicionalmente estável para:

$$(D.9) \quad \alpha \geq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1} + \delta \right)^2, \quad \delta \geq \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} + \delta + \alpha > 0$$

Os valores para os parâmetros de Newmark, usados no ANSYS, são os

seguintes:

$$\alpha = \frac{1}{4}(1+\gamma)^2, \quad \delta = \frac{1}{2} + \gamma \quad (\text{D.10})$$

γ = fator de decaimento de amplitude

Por inspeção das equações (D.9) e (D.10), a estabilidade incondicional é

alcançada quando:

$$\delta = \frac{1}{2} + \gamma, \quad \alpha \geq \frac{1}{4}(1+\gamma)^2 \quad \text{e} \quad \gamma \geq 0 \quad (\text{D.11})$$

Assim, todas as soluções da equação (D.4) são estáveis se $\gamma \geq 0$.

Newmark originalmente propôs como um esquema incondicionalmente estável

o método da aceleração média constante (também chamado regra trapezoidal) no qual

$$\delta = \frac{1}{2}, \quad \alpha = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad \gamma = 0$$

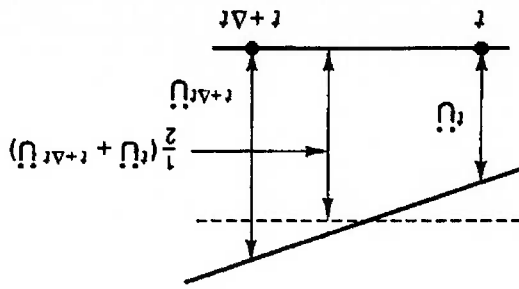


FIGURA D.1 - Esquema de aceleração constante de Newmark

Os resultados do método da aceleração média constante não mostram qualquer amortecimento numérico em termos de erros da amplitude dos deslocamentos. Se outras fontes de amortecimento não existirem, a falta de amortecimento numérico pode produzir níveis indesejáveis de ruído numérico nas frequências mais altas da estrutura. Tipicamente utilizam-se $\gamma = 0.005$, $\delta = 0.505$ e $\alpha = 0.25250625$.

ANEXO E: MÉTODO ITERATIVO DE NEWTON-RAPHSON

A seguir apresenta-se o Método de Newton-Raphson conforme descrição

contida nos manuais do programa ANSYS [18].

O processo de discretização por elementos finitos implica na montagem de um conjunto de equações simultâneas do tipo:

$$[K]\{u\} = \{F^a\} \quad (E.1)$$

onde:

$[K]$ = matriz de coeficientes

$\{u\}$ = vetor de graus de liberdade desconhecidos

$\{F^a\}$ = vetor de cargas aplicadas

Se a matriz $[K]$ for uma função dos graus de liberdade desconhecidos (ou suas derivadas) então a equação (E.1) é uma equação não linear e pode ser escrita como (ver Bathe [3]) :

$$[K_T^i]\{\Delta u_i\} = \{F^a\} - \{F_m^i\} \quad (E.2)$$

$$\{u_{i+1}\} = \{u_i\} + \{\Delta u_i\} \quad (E.3)$$

$[K_T^i]$ = matriz jacobiana (matriz tangente)

i = subscrito representando a iteração de equilíbrio corrente

$\{F_m^i\}$ = vetor de cargas nos elementos (cargas de restauração)

Ambos $[K_T^i]$ e $\{F_m^i\}$ são calculados baseados nos valores de $\{u_i\}$. O lado

direito da equação (E.2) é o vetor de cargas residuais ou desbalanceadas que dá uma

medida do desequilíbrio do sistema. Uma iteração da solução é descrita graficamente

na figura E.1, para um modelo com 1 grau de liberdade:

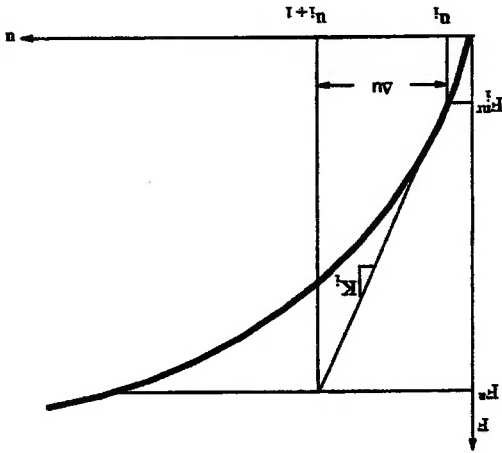


FIGURA E.1 - Iteração de Newton-Raphson

Numa análise estrutural, $[K_T^i]$ é a matriz de rigidez tangente, $\{u_i\}$ é o vetor de

deslocamentos e $\{F_m^i\}$ é o vetor de força de restauração, que inclui efeitos inerciais e

de amortecimento.

Como visto na figura anterior, mais de uma iteração é necessária para se obter

convergência da solução.

O algoritmo geral de Newton-Raphson se processa da seguinte maneira:

1. Assume-se $\{u_0\}$ como a solução que convergiu no "time step" anterior. No

primeiro "time step", $\{u_0\} = \{0\}$.

2. Calcula-se a matriz $[K_T^i]$ atualizada e o vetor $\{F_m^i\}$ a partir de $\{u_i\}$.
3. Calcula-se $\{\Delta u_i\}$ da equação (E.2).
4. Soma-se $\{\Delta u_i\}$ a $\{u_i\}$ e obtém-se $\{u_{i+1}\}$.
5. Repetem-se os passos 2 a 4 até que a convergência seja obtida.

A figura E.2 mostra a iteração $\{u_{i+1}\}$. As iterações subsequentes se processam de uma maneira similar.

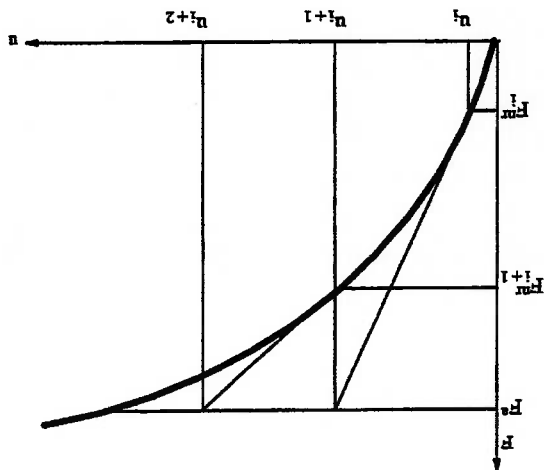


FIGURA E.2 - Iteração subsequente de Newton-Raphson

A solução obtida ao final do processo iterativo corresponderá ao nível de carregamento $\{F^e\}$. A solução final, que convergiu, estará em equilíbrio tal que o vetor de forças de restauração $\{F_m^i\}$ deverá ser igual ao vetor de cargas aplicadas $\{F^e\}$.

Isto é conseguido através de um processo incremental passo a passo, isto é, o nível de carregamento final $\{F^a\}$ é alcançado aplicando-se a carga em incrementos de carga e realizando-se iterações de Newton-Raphson em cada passo:

$$[K_{n,i}^T] \{\Delta u_i\} = \{F_a^n\} - \{F_m^{n,i}\} \tag{E.4}$$

$[K_{n,i}^T]$ = matriz tangente para o "time step" n, iteração i

$\{F_m^{n,i}\}$ = vetor de força de restauração para o "time step" n, iteração i

$\{F_a^n\}$ = vetor de força total aplicada no "time step" n.

O processo de Newton-Raphson está mostrado na figura E.3:

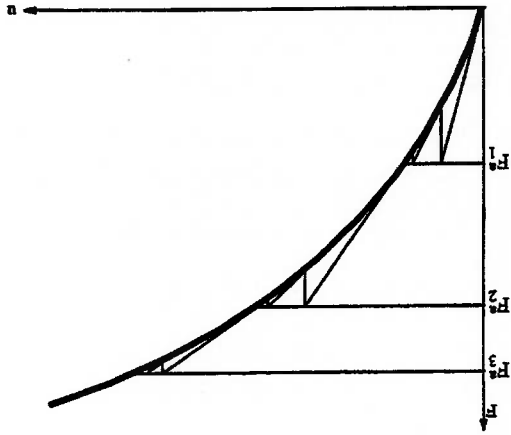


FIGURA E.3 - Processo iterativo de Newton-Raphson

Quando a matriz de rigidez é atualizada em cada iteração, o processo é denominado de Newton-Raphson completo.

O processo iterativo de Newton-Raphson continua até que a convergência seja

atingida. A convergência é atingida quando:

$$\|R\| < \epsilon_R R_{ref} \quad (E.5)$$

e/ou

$$\|\Delta u_i\| < \epsilon_u u_{ref} \quad (E.6)$$

onde $\{R\}$ é o vetor de carregamento residual :

$$\{R\} = \{F^a\} - \{F^m\} \quad (E.7)$$

que é termo do lado direito da equação (E.2). $\{\Delta u_i\}$ é o vetor de graus de liberdade

incrementais, ϵ_R e ϵ_u são tolerâncias, R_{ref} e u_{ref} são valores de referência. $\|\bullet\|$ é uma

norma vetorial, isto é, uma medida escalar da magnitude de um vetor.

A convergência, assim, é obtida quando o tamanho do resíduo (desequilíbrio) é

menor que uma tolerância vezes um valor de referência e/ou quando o tamanho do

incremento do grau de liberdade é menor que uma tolerância vezes um valor de

referência.

Três diferentes normas podem ser usadas:

$$1. \text{ norma infinita } \|R\|_{\infty} = \max |R_i| \quad (E.8)$$

$$2. \text{ norma L1 } \|R\|_1 = \sum |R_i| \quad (E.9)$$

$$3. \text{ norma L2 } \|R\|_2 = \left(\sum R_i^2 \right)^{1/2} \quad (E.10)$$

Para a convergência por incrementos de graus de liberdade, deve-se substituir R por Δu nas expressões (E.8), (E.9) e (E.10). A norma infinita é simplesmente o valor máximo no vetor, a norma L1 é a soma dos valores absolutos dos termos e a norma L2 é a raiz quadrada da soma dos quadrados dos termos, também chamada norma Euclidiana.

Se problemas de convergência surgem durante o processo de solução, utiliza-se uma técnica chamada de **decaimento adaptativo** que considera uma matriz mais rígida, retornando à matriz tangente quando a solução converge. A matriz usada na equação de Newton-Raphson (E.2) é definida como a soma de duas matrizes:

$$[K_T^i] = \xi [K_S^i] + (1 - \xi) [K_T^i] \quad (\text{E.11})$$

onde:

$[K_S^i]$ = matriz secante

$[K_T^i]$ = matriz tangente

ξ = parâmetro de decaimento.

O parâmetro de decaimento é ajustado durante as iterações de equilíbrio, de forma a acelerar o processo de convergência. Os elementos de contato utilizados para simular a interação SCR/solo requerem o uso da técnica de **decaimento adaptativo** juntamente com o processo de Newton-Raphson completo.

- [1] DEN HARTOG, J.P. Vibrações nos sistemas mecânicos. Tradução de Mauro Orneu Cardodo Amorelli. Sao Paulo, Edgard Blucher, Ed. da Universidade de Sao Paulo, 1972.
- [2] BOYCE, W.E.; DIPPIMA, R.C. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. Tradução de Antonio Carlos Campos de Carvalho e Carlos Alberto Aragão de Carvalho. Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1985
- [3] BATHE, K.J. Finite Element Procedures. Revision of: Finite Element Procedures in Engineering Analysis. New Jersey, Prentice Hall, 1996.
- [4] BRONSHTEIN, I.N.; SEMENDYAYEV, K.A. Handbook of Mathematics. English translation edited by K.A. Hirsch. New York, Van Nostrand Reinhold, 1985.
- [5] ARANHA, J.A.P.; MARTINS, C.A.; PESCE, C.P.; PINTO, M.O. Monografia 1: Modelo de Análise Dinâmica do SCR. Sao Paulo, EPUSP, 1996.
- [6] ARANHA, J.A.P.; MARTINS, C.A.; PESCE, C.P. Analytical Approximation for the Dynamic Bending Moment at the Touchdown Point of a Catenary riser. Sao Paulo, EPUSP, 1997 (to appear in IJOPE).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [7] PESCE, C.P.; PINTO, M.O. First-order dynamic variation of curvature and tension in catenary risers. /Paper presented at ISOPE-96.
- [8] ARANHA, J.A.P.; MARTINS, C.A.; PESCE, C.P.; ANDRADE, B.L.R. Mechanics of submerged cables: Asymptotic solution and dynamic tension. Vol. II, p.345-356. /Proceedings of the Third (1993) International Offshore and Polar Engineering Conference, Singapore, 6-11 June 1993.
- [9] PHIFER, E.H. et al. Design and installation of Auger steel catenary risers (OTC 7620). /Proceedings of the 26th Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas, U.S.A., 2-5 May 1994.
- [10] SERTA, O.B. et al. Steel catenary riser for the Marlim Field FPS P-XVIII (OTC 8069). /Proceedings of the 28th Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas, 6-9 May 1996.
- [11] HAYS, P.R. Steel catenary risers semisubmersibles based floating production (OTC 8245). /Proceedings of the 28th Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas, 6-9 May 1996.
- [12] SHAFIE-FAR, M.; MASSIE, W.W.; VUGTS, J.H. The validity of Morrison equation extensions. /Proceedings of the 28th Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas, 6-9 May 1996.

- [13] TRIANTAFYLLOU, M.S.; BLIEK, A.; SHIN, H. Dynamic analysis as a tool for open-sea mooring system design. /Paper presented at the Annual Meeting of The Society of Naval Architects and Marine Engineers, New York, N.Y., November 13-16, 1985.
- [14] LEONARD, J.W. Nonlinear dynamics of curved cable elements. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.99, p.616-621.
- [15] ANDRADE, B.L.R. Dinâmica de linhas de amarração: Estudo experimental e método de cálculo no domínio da frequência, MSc Thesis, Depto. de Engenharia Naval e Oceânica, EPUSP, São Paulo, 1995.
- [16] AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. Recommended Practice for Design and Operation of Subsea Production Systems (API - RP17A). First edition, September 1, 1987.
- [17] AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. Recommended Practice for Design and Operation of Marine Drilling Riser Systems (API - RP2Q). Second edition, April 15, 1984.
- [18] SWANSON ANALYSIS SYSTEMS. ANSYS User's Manual for revision 5.0 Vol. I, II, III e IV, Houston, 1994.
- [19] ZIENKIEWICZ, O.C. The finite element method fourth edition Vol.1 - Basic formulation and linear problems. McGraw-Hill International Editions 1989.

[20] PESCE, C.P.; ARANHA, J.A.P.; MARTINS, C.A.; RICARDO, O.G.S.; SILVA, S. Dynamic Curvature in Catenary Risers at the Touch Down Point: An Experimental Study and the Analytical Boundary-Layer Solution. /Proceedings of the Seventh (1997) International Offshore and Polar Engineering Conference, Honolulu, USA, May 25-30, 1997.

APÊNDICES

APÊNDICE A: EQUAÇÃO DA CATENÁRIA

As equações de catenária deste apêndice consideram as seguintes hipóteses:

- inexistência de correntezas
- q (peso por unidade de comprimento) constante
- cabo totalmente submerso

A figura a.1 considera um trecho elementar de cabo de comprimento ds .

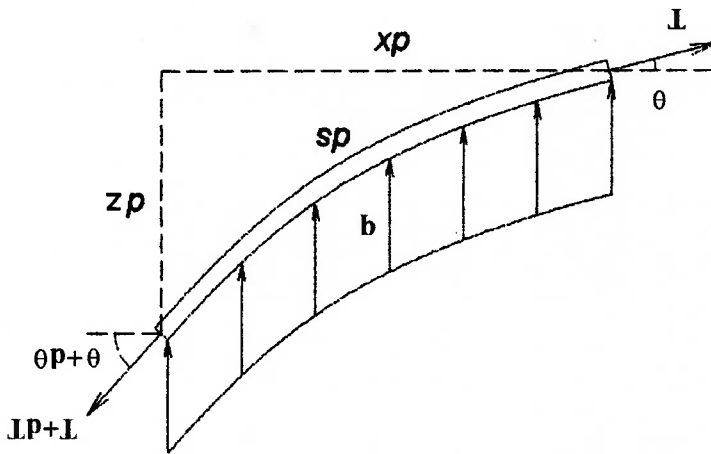


FIGURA a.1 - Trecho elementar de cabo

As equações geométricas relacionando x , z , s e θ são:

$$d(T \cos \theta) = 0$$

$$dT \cos \theta - T \sin \theta \cdot d\theta = 0$$

$$T \cos \theta = T \cos \theta + dT \cos \theta - T \sin \theta \cdot d\theta$$

$$T \cos \theta = (T + dT)(\cos \theta - \sin \theta \cdot d\theta)$$

$$T \cos \theta = (T + dT)(\cos \theta \cdot \cos d\theta - \sin \theta \cdot \sin d\theta)$$

$$T \cos \theta = (T + dT) \cos(\theta + d\theta)$$

Do equilíbrio de forças na direção x obtém-se:

$$\frac{dp}{ds} = \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2} \quad (\text{a.3})$$

$$ds = \sqrt{(dx)^2 + (dz)^2}$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin \theta \quad (\text{a.2})$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta \quad (\text{a.1})$$

$$\frac{dz}{dx} = \tan \theta$$

(a.6)

$$T \sin \theta \cdot dx = T \cos \theta \cdot dz$$

Do equilíbrio de momentos obtém-se:

$$\frac{d}{ds} (T \sin \theta) = q$$

(a.5)

$$q \cdot ds = dT \sin \theta + T \cos \theta \cdot d\theta$$

$$T \sin \theta + q \cdot ds = T \sin \theta + dT \sin \theta + T \cos \theta \cdot d\theta$$

$$T \sin \theta + q \cdot ds = (T + dT)(\sin \theta + \cos \theta \cdot d\theta)$$

$$T \sin \theta + q \cdot ds = (T + dT)(\sin \theta \cdot \cos \theta + \cos \theta \cdot \sin \theta)$$

$$T \sin \theta + q \cdot ds = (T + dT) \sin(\theta + d\theta)$$

Do equilíbrio de forças na direção z obtém-se:

(a.4)

$$T \cos \theta = H = \text{cte}$$

De (a.4), (a.5) e (a.6) obtêm-se:

$$T \cos \theta \cdot \tan \theta = H \cdot \tan \theta$$

$$\frac{dT \sin \theta}{dz} = H \frac{dx}{dz}$$

$$\frac{dT}{ds} \left(\frac{dx}{ds} \right) = H$$

$$\frac{dT}{ds} = H \frac{dx}{ds} + C$$

no TDP $s=0$ e $\frac{dx}{dz} = 0 \rightarrow C = 0$

$$(a.7) \quad \frac{dx}{dz} = \frac{H}{qs} \leftarrow \frac{dx}{dz} = \frac{H}{q} \frac{dx}{ds}$$

Usando (a.3), a equação diferencial da catenária fica:

$$(a.8) \quad \frac{dx}{dz} = \frac{H}{b} \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2}$$

A solução analítica da equação diferencial não linear de 2ª ordem (a.8) tem a

$$\text{forma } z(0)=0 \text{ e } \frac{dz}{dx}(0) = 0) :$$

$$(a.9) \quad z(x) = \frac{q}{H} \left[\cosh \left(\frac{H}{q} x \right) - 1 \right]$$

De (a.7) tem-se:

$$(a.10) \quad \operatorname{tg} \theta(s) = \frac{q}{H}$$

Usando (a.6), (a.9) e (a.10) obtém-se:

$$(a.11) \quad x(s) = \frac{q}{H} \operatorname{arcsinh} \left(\frac{H}{q} s \right)$$

Introduzindo (a.11) em (a.9) obtém-se:

$$(a.12) \quad z(s) = \frac{q}{H} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{H}{q} s \right)^2} - 1 \right]$$

A curvatura no TDP do cabo pode ser obtida de (a.10):

$$\tan \theta(x) = \frac{dz}{dx} = \sinh \left(\frac{H}{b} x \right) \quad (\text{a.17})$$

A força de tração que atua em cada ponto do cabo pode ser obtida a partir de :

$$\chi = \frac{H}{b} \frac{T_2}{H^2} \longleftarrow \chi = \frac{T_2}{qH} \quad (\text{a.16})$$

$$\chi(s) = \frac{H}{b} \cos^2 \theta(s)$$

seguinte forma (usando (a.4) e (a.14)):

A curvatura em cada ponto do cabo se relaciona com a força de tração da

onde $H = T_0$ no ponto de "touchdown" estático do cabo

$$\frac{d\theta}{ds}(0) = \chi_0 = \frac{T_0}{q} \quad (\text{a.15})$$

$$\frac{d\theta}{ds}(s) = \frac{H}{b} \cos^2 \theta(s) \quad (\text{a.14})$$

$$\frac{d(\lg \theta(s))}{ds} = \frac{d}{ds} \left(\frac{H}{q} \right) \longleftarrow \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{ds} = \frac{H}{q} \quad (\text{a.13})$$

$$\chi(x) = \frac{\cosh^2\left(\frac{H}{q}x\right)}{q/H}$$

(a.22)

em termos da coordenada x:

Substituindo (a.20) em (a.16) obtêm-se a expressão da curvatura da catenária

do TDP. Para a seção $s = \lambda$ o erro incorrido é de 0.015%.

De (a.21) pode-se se calcular o erro cometido ao assumir $H = T_0$ na vizinhança

$$T(x) = H \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{H}{q}x \right)^2 + \dots \right]$$

(a.21)

Expandindo (a.20) em série de potências obtêm-se:

$$T(x) = H \cosh^2\left(\frac{H}{q}x\right)$$

(a.20)

Introduzindo (a.17) em (a.18) e usando (a.19) obtêm-se:

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

(a.19)

Sabe-se que:

$$T(\theta) = \frac{H}{\cos \theta} = H \sqrt{1 + \tan^2 \theta}$$

(a.18)

De (a.4) :

APÊNDICE B: SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL DE EQUILÍBRIO ESTÁTICO DO RISER (EJ ≠ 0):

A equação diferencial que governa o equilíbrio estático do riser na vizinhança do TDP pode ser obtida a partir da consideração do equilíbrio de um trecho elementar do riser, conforme mostrado na figura b.1:

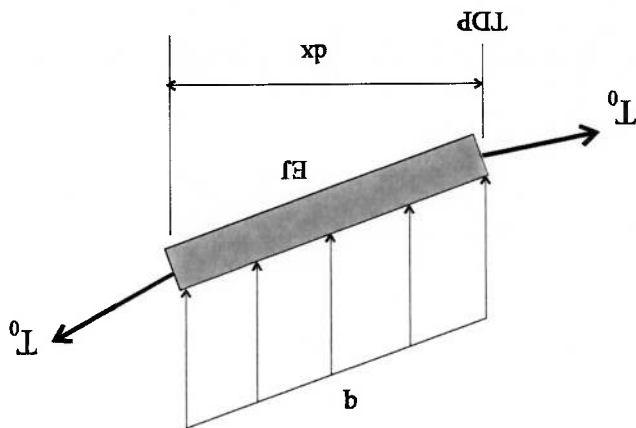


FIGURA b.1 - Trecho elementar do riser

A componente vertical da tração à esquerda do elemento é dada por:

(b.1)
$$T_0 \frac{dz_{r,0}}{dx}(x)$$

A componente à direita é:

(b.2)
$$T_0 \frac{dz_{r,0}}{dx}(x+dx) = T_0 \frac{dz_{r,0}}{dx}(x) + T_0 \frac{d^2z_{r,0}}{dx^2}(x) dx$$

A figura b.2 mostra o elemento do riser de comprimento ds e rigidez EJ , submetido apenas ao momento fletor M .

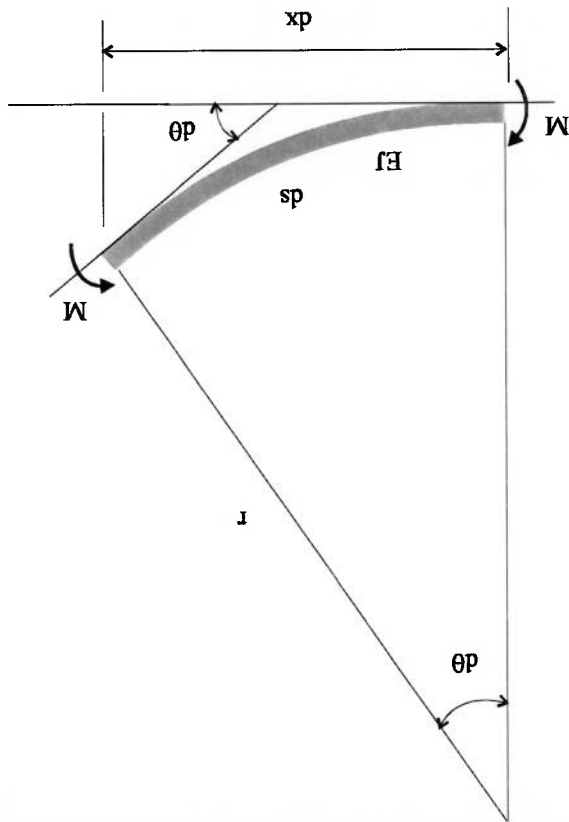


FIGURA b.2 - Flexão pura do elemento de riser

Da teoria de flexão de vigas tem-se:

$$\frac{1}{r} = \frac{d\theta(s)}{ds} = \frac{M}{EJ} \quad (b.3)$$

Considerando pequenos deslocamentos e na vizinhança do TDP ($\theta \ll 1$):

$$ds \approx dx \quad (b.4)$$

dada por:

Das equações (b.1), (b.2) e (b.7) a equação de equilíbrio estático do riser fica

$$M_0 = EJ\chi_0 \quad (b.9)$$

$$M_0 = M(0) = EJ \frac{T_0}{q} \quad (b.8)$$

primeira aproximação, por (ver expressão a.15):

O momento fletor no ponto correspondente ao TDP estático do cabo é dado, em

$$q = - \frac{dQ}{dx} = - \frac{d^2M}{dx^2} = -EJ \frac{d^4Z_{f,0}}{dx^4} \therefore q \cdot dx = -EJ \frac{d^4Z_{f,0}}{dx^4} dx \quad (b.7)$$

$$Q = \frac{dM}{dx} \quad (b.6)$$

Sabe-se que a força cortante e o carregamento são dados por:

$$\frac{1}{EI} = \frac{d^2Z_{f,0}}{dx^2} = \frac{M}{EI} \leftarrow M = EJ \frac{d^2Z_{f,0}}{dx^2} \quad (b.5)$$

o momento fletor passa a ser aproximado por:

onde $Z_{r_0}(x)$ representa a configuração geométrica de equilíbrio estático do riser na

vizinhança do ponto O.

O polinômio característico de (b.10) é:

$$EJ \frac{d^4 Z_{r_0}}{dx^4} - T_0 \frac{d^2 Z_{r_0}}{dx^2} = -q \quad (b.10)$$

$$EJr^4 - T_0 r^2 = 0$$

(b.11)

$$\text{com } \lambda = \sqrt{\frac{T_0}{EJ}} = \text{comprimento flexional}$$

As raízes do polinômio característico são:

$$r_1 = r_2 = 0; r_3 = -\sqrt{\frac{T_0}{EJ}}; r_4 = \sqrt{\frac{T_0}{EJ}} \quad (b.12)$$

A solução da equação homogênea é:

$$Z_{r_0}(x) = C_4 + C_3 x + C_1 e^{-\lambda(x-x_f)} + C_2 e^{\lambda(x-x_f)} \quad (b.13)$$

onde x_f é a posição do TDP quando a rigidez flexional EJ é incluída no problema.

Uma solução particular será:

(b.14)
$$Z_{T_0}(x)^p = \frac{p}{2T_0} (x - x^f)^2$$

A solução geral assume a forma:

(b.15)
$$Z_{T_0}(x) = \frac{p}{2T_0} (x - x^f)^2 + C_4 + C_3 x + C_1 e^{\frac{\lambda}{-(x-x^f)}} + C_2 e^{\frac{\lambda}{(x-x^f)}}$$

Derivando a solução geral com relação a x tem-se:

(b.16)
$$\frac{dZ_{T_0}}{dx} = \frac{p}{T_0} x - \frac{T_0}{b} x^f + C_3 - C_1 e^{\frac{\lambda}{-(x-x^f)}} + C_2 e^{\frac{\lambda}{(x-x^f)}}$$

(b.17)
$$\frac{d^2 Z_{T_0}}{dx^2} = \frac{p}{b} x + C_3 - C_1 e^{\frac{\lambda}{-(x-x^f)}} + C_2 e^{\frac{\lambda}{(x-x^f)}}$$

onde $C_3 = C_3 - \frac{T_0}{b} x^f$.

Derivando novamente com relação a x tem-se:

(b.18)
$$\frac{d^2 Z_{T_0}}{dx^2} = \frac{p}{b} + \frac{T_0}{C_1} e^{\frac{\lambda}{-(x-x^f)}} + \frac{T_0}{C_2} e^{\frac{\lambda}{(x-x^f)}}$$

$$(b.25) \quad EI \frac{d^2 Z_{T_0}}{dx^2} = M_0 x - \lambda C_1 e^{\frac{\lambda}{-(x-x_f)}} + \lambda C_2 e^{\frac{\lambda}{(x-x_f)}} + EI C_3$$

$$(b.24) \quad EI \frac{d^2 Z_{T_0}}{dx^2} = M_0 x + EI C_3 - \frac{EI C_1}{\lambda} e^{\frac{\lambda T_0}{-(x-x_f)}} + \frac{EI C_2}{\lambda} e^{\frac{\lambda T_0}{(x-x_f)}}$$

$$(b.23) \quad EI \frac{d^2 Z_{T_0}}{dx^2} = EI \frac{T_0}{q} x + EI C_3 - \frac{EI C_1}{\lambda} e^{\frac{\lambda}{-(x-x_f)}} + \frac{EI C_2}{\lambda} e^{\frac{\lambda}{(x-x_f)}}$$

Multiplicando (b.17) por EI tem-se:

$$(b.22) \quad \text{onde } C_1 = T_0 C_1; C_2 = T_0 C_2$$

$$(b.21) \quad M^{T_0}(x) = M_0 + C_1 e^{\frac{\lambda}{-(x-x_f)}} + C_2 e^{\frac{\lambda}{(x-x_f)}}$$

$$(b.20) \quad M^{T_0}(x) = M_0 + T_0 C_1 e^{\frac{\lambda}{-(x-x_f)}} + T_0 C_2 e^{\frac{\lambda}{(x-x_f)}}$$

$$(b.19) \quad EI \frac{d^2 Z_{T_0}}{dx^2} = EI \frac{T_0}{q} + \frac{EI C_1}{\lambda} e^{\frac{\lambda T_0}{-(x-x_f)}} + \frac{EI C_2}{\lambda} e^{\frac{\lambda T_0}{(x-x_f)}}$$

Multiplicando (b.18) por EI obtém-se a expressão do momento fletor $M^{T_0}(x)$:

Quando $x/\lambda \gg 1$ deve-se ter:

$$M_{r_0}(x) \rightarrow M_0 \tag{b.26}$$

$$EJ \frac{dZ_{r_0}}{dx} \rightarrow M_0 x \tag{b.27}$$

visto que a solução de (b.10) deverá se aproximar da catenária neste

limite. Logo, as constantes $C_2 = C_3 = 0$. Com $C_3 = 0$, tem-se:

$$C_3 = 0 = C_3 - \frac{T_0}{q} x_r \rightarrow C_3 = \frac{T_0}{q} x_r \tag{b.28}$$

No TDP, onde $x = x_r$, a seguinte condição deverá ser satisfeita:

$$M_{r_0}(x_r) = \frac{dZ_{r_0}}{dx} = 0 \tag{b.29}$$

Para isto ocorrer, usando (b.21), deve-se ter $C_1 = -M_0$ e $x_r = -\lambda$. Ou seja, o

TDP do cabo é deslocado de λ para a "esquerda", com a inclusão de EJ na análise.

A solução geral de (b.10) fica, usando (b.22):

$$Z_{r_0}(x) = \frac{2T_0}{q}(x + \lambda)^2 + C_4 - \frac{T_0}{q\lambda}x - \frac{T_0}{M_0}e^{-\frac{x}{\lambda}} \tag{b.30}$$

(b.36)

$$M_{r,0}(s) = \frac{1}{2} (1 + \sin(s + \lambda)) [1 - e^{-(s+\lambda)/\lambda}] M_0$$

O momento fletor na vizinhança de 0 é dado por ($x \equiv s$):

(b.35)

$$Z_{r,0}(x) = \frac{q}{2} \left[\frac{T_0}{1} (x^2 + \lambda^2) - \lambda^2 e^{-\frac{\lambda}{x+\lambda}} \right]$$

A solução de (b.10) fica:

(b.34)

$$Z_{r,0}(x) = \frac{q}{2} (x^2 - \lambda^2) + \frac{T_0}{M_0} \left(1 - e^{-\frac{\lambda}{x+\lambda}} \right)$$

(b.33)

$$Z_{r,0}(x) = \frac{q}{2} x^2 + \frac{T_0}{M_0} - \frac{q\lambda^2}{2T_0} M_0 e^{-\frac{\lambda}{x+\lambda}}$$

(b.32)

$$Z_{r,0}(x) = \frac{q}{2} (x + \lambda)^2 + \frac{T_0}{M_0} - \frac{q\lambda^2}{2T_0} M_0 e^{-\frac{\lambda}{x+\lambda}}$$

(b.31)

$$C_4 = \frac{T_0}{M_0} - \frac{q\lambda^2}{2T_0}$$

Quando $x = -\lambda$, deve-se ter $Z_{r,0}(x) = 0$, logo: