

CARLOS ROBERTO RIBEIRO

Engº Naval, Escola Politécnica da USP, 1975

PREVISÃO DO COMPORTAMENTO DO NAVIO  
EM MAR REALÍSTICO

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da USP para a obtenção  
do título de Mestre de Engenharia.

Orientador: Prof. Jorge Pinheira da Costa Veiga  
Professor Visitante do Departamento  
de Engenharia Naval da E.P.U.S.P.

São Paulo, 1979

Biblioteca da Escola Politécnica  
São Paulo

F- 5640

A G R A D E C I M E N T O S

Biblioteca da Escola Politécnica  
São Paulo

Ao professor Jorge Pinheiro da Costa Veiga pela orien  
tação, que ultrapassou os limites deste trabalho.

Ao professor Moysés Szajnbok pelo auxílio na formação  
matemática e acadêmica.

À Sra Neusa Maria Jorgino Oliveira e Srta Marlene Ferre  
ira da Rocha pelo extenuante trabalho de datilografia.

Ao Sr. Manoel Robles pelo trabalho de ilustração.

Aos professores e colegas, em cujas amizades e suges  
tões buscou-se o sustento da realização.

À Marinha Brasileira pelo apoio técnico e financeiro.

R E S U M O

Biblioteca da Escola Politécnica  
São Paulo

Neste trabalho é apresentado, além do modelo matemático, um programa computacional que calcula algumas médias estatísticas relacionadas com o desempenho do navio em mar irregular. Adota-se para o mar um espectro direcional de energia, admitindo-se ainda que o navio possui movimentos com seis graus de liberdade. São estudados os movimentos de avanço deriva, caturro, balanço, arfagem e aproamento. São estudados também movimentos em relação à superfície do mar, esforços solicitantes horizontais e verticais, ocorrência de culpada e de embarque de água no convés.

A B S T R A C T

This study presents, besides the mathematical model, a computational program which calculates some statistical means related to the seakeeping performance of a ship in a irregular seaway. A directional energy sea spectrum is employed and the ship is also supposed to be a six degrees of freedom system. All the ship motions: surge, sway, heave, roll, pitch and yaw are studied. It is also studied the ship motion relative to the free surface of the sea, vertical and horizontal loads, slamming and deck wetness.

## Í N D I C E

Agradecimentos . . . . .	i
Resumo . . . . .	ii
Abstract . . . . .	ii
Índice . . . . .	iii
Índice de figuras e tabelas . . . . .	vii
Lista de símbolos. . . . .	ix
CAPÍTULO I	
Introdução . . . . .	I.1
CAPÍTULO II	
Processo Aleatório . . . . .	II.1
2.1. Definições . . . . .	II.2
2.1.1 processo aleatório. . . . .	II.3
2.1.2 processo estacionário . . . . .	II.3
2.1.3 processo quase-ergódico . . . . .	II.3
2.1.4 processo ergódico . . . . .	II.4
2.1.5 processo gaussiano. . . . .	II.5
2.1.6 processo quase-estacionário . . . . .	II.7
CAPÍTULO III	
Análise no Domínio da Frequência . . . . .	III.1
3.1. A Série de Fourier . . . . .	III.2
3.2. A Integral de Fourier . . . . .	III.4
3.3. A Função Densidade Espectral. . . . .	III.7
3.4. A Função Densidade Espectral Cruzada. . . . .	III.9
3.5. Funções Densidade Espectrais Uni-Laterais . . . . .	III.12
CAPÍTULO IV	
Funções Densidades Espectrais de Onda . . . . .	IV.1
4.1. Espectro de Energia Tri-Dimensional Simplifica	

do . . . . .	IV.4
4.2. Espectro de Energia Uni-Direcional . . . . .	IV.8
4.3. Espectro Direcional de Energia . . . . .	IV.13

CAPÍTULO V

Respostas de Sistemas Lineares a Excitações Aleatórias . . . . .	V.1
5.1. Sistema Linear e Princípio de Superposição . . . . .	V.2
5.2. Extensão dos Resultados Para o Caso de Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas. . . . .	V.8
5.3. Cálculo da Função de Resposta em Frequência de um Sistema Com um Grau Liberdade . . . . .	V.12
5.4. Cálculo da Função de Resposta em Frequência de um Sistema Com Mais de um Grau de de Liberdade . . . . .	V.13

CAPÍTULO VI

Cálculos Estatísticos Relacionados com Análise Espectral . . . . .	VI.1
6.1. Número Esperado de Cruzamentos num Determinado Nível. . . . .	VI.1
6.2. Número Total Esperado de Máximos ou Picos, por Unidade de Tempo . . . . .	VI.5
6.3. Função Densidade de Probabilidade Relacionada com a Ocorrência de Picos. . . . .	VI.7
6.4. Cálculo das Médias Estatísticas das 1/n-ésima alturas . . . . .	VI.15

CAPÍTULO VII

Comportamento Aleatório do Navio no Mar . . . . .	VII.1
7.1. Cálculo dos Momentos das Funções Densidades Espectrais Relativas ao Comportamento do Navio no Mar . . . . .	VII.2
7.2. Processos Aleatórios Relacionados com o Comportamento do Navio em Mar Aleatório. . . . .	VII.5
7.2.1 movimentos de avanço, deriva e caturro . . . . .	VII.5

7.2.2	movimentos de balanço, arfagem e aproamento . . . . .	VII.5
7.2.3	esforços solicitantes . . . . .	VII.5
7.2.4	movimentos absolutos. . . . .	VII.6
7.2.5	movimentos relativos. . . . .	VII.6
7.2.6	embarque de água no convés e emersão do propulsor . . . . .	VII.6
7.2.7	ocorrência de culapada. . . . .	VII.6
7.3.	Cálculo das Funções de Resposta em Frequência .	VII.6
7.3.1	movimentos do centro de gravidade e esforços solicitantes. . . . .	VII.7
7.3.2	movimentos verticais absolutos e relativos . . . . .	VII.10
7.3.3	embarque de água no convés e emersão do propulsor . . . . .	VII.12
7.3.4	ocorrência de culapada. . . . .	VII.13
7.4.	Estatísticas Relacionadas com o Comportamento do Navio no Mar . . . . .	VII.14
7.4.1	movimentos. . . . .	VII.14
7.4.2	esforços solicitantes . . . . .	VII.16
7.4.3	embarque de água no convés ou emersão do propulsor . . . . .	VII.16
7.4.4	ocorrência de culapada. . . . .	VII.17

## CAPÍTULO VIII

	Exemplo de Aplicação . . . . .	VIII.1
8.1.	Análise de Desempenho . . . . .	VIII.1
8.2.	Obtenção das Curvas de Desempenho . . . . .	VIII.6
8.2.1	embarque de água . . . . .	VIII.6
8.2.2	acelerações . . . . .	VIII.10
8.2.3	culapadas . . . . .	VIII.13
8.2.4	conclusões. . . . .	VIII.13

CAPÍTULO IX

Conclusões e Recomendações . . . . .	IX.1
Apêndice A	
Determinação do Momento de Ordem Zero de $f_X(x)$ . . . . .	A.1
Apêndice B	
Determinação do Momento de Ordem Um de $f_X(x)$ . . . . .	B.1
Apêndice C	
Determinação da Relação Entre o Espectro da Entrada e o Espectro das Derivadas da Saída. . . . .	C.1
Apêndice D	
Listagem e Saída dos Resultados do Programa FORTRAN. . . . .	D.1
Apêndice E	
Comportamento do Navio em Mar Regular . . . . .	E.1
Apêndice F	
Integração do Espectro Direcional de Energia . . . . .	F.1
Referências Bibliográficas	

ÍNDICE DE FIGURAS E TABELAS

FIGURA 2.1	. . . . .	II.1
FIGURA 3.1	. . . . .	III.2
FIGURA 3.2	. . . . .	III.3
FIGURA 3.3	. . . . .	III.5
FIGURA 3.4	. . . . .	III.6
FIGURA 3.5	. . . . .	III.13
FIGURA 4.1	. . . . .	IV.6
FIGURA 4.2	. . . . .	IV.7
FIGURA 4.3	. . . . .	IV.11
FIGURA 5.1	. . . . .	V.2
FIGURA 5.2	. . . . .	V.8
FIGURA 5.3	. . . . .	V.10
FIGURA 6.1	. . . . .	VI.2
FIGURA 6.2	. . . . .	VI.9
FIGURA 6.3	. . . . .	VI.9
FIGURA 6.4	. . . . .	VI.11
FIGURA 6.5	. . . . .	VI.11
FIGURA 6.6	. . . . .	VI.12
FIGURA 6.7	. . . . .	VI.13
FIGURA 6.8	. . . . .	VI.16
FIGURA 6.9	. . . . .	VI.17
FIGURA 8.1	. . . . .	VIII.5
FIGURA 8.2	. . . . .	VIII.8
FIGURA 8.3	. . . . .	VIII.9
FIGURA 8.4	. . . . .	VIII.11
FIGURA 8.5	. . . . .	VIII.12
FIGURA 8.6	. . . . .	VIII.14
FIGURA 8.7	. . . . .	VIII.15
FIGURA 8.8	. . . . .	VIII.16
FIGURA 9.1(a)	. . . . .	IX.4

FIGURA 9.1(b)	. . . . .	IX.4
FIGURA 9.1(c)	. . . . .	IX.5
FIGURA 9.1(d)	. . . . .	IX.5
B.1	. . . . .	B.4
E.1	. . . . .	E.2
E.2	. . . . .	E.4
E.3	. . . . .	E.8
TABELA 6.1	. . . . .	VI.16
TABELA 6.2	. . . . .	VI.19

L I S T A   D E   S Í M B O L O S

- a : amplitude de onda
- A : parâmetro empírico do espectro de energia relativo a elevação da superfície do mar
- $(A_{jk})$  : matriz de massa hidrodinâmica do navio (massa adicional)
- $a_j$  : amplitude de oscilação do navio segundo a direção j
- A(n) : coeficiente da expansão de uma função em série Fourier (forma real)
- B(n) : coeficiente da expansão de uma função em série de Fourier (forma real)
- B : parâmetro empírico do espectro de energia relativo a elevação da superfície do mar
- $(B_{jk})$  : matriz de amortecimento hidrodinâmico do navio
- $b_j$  : amplitude do esforço solicitante do navio segundo a direção j
- $C_{X_i X_j}$  : covariância das variáveis aleatórias  $X_i$  e  $X_j$
- Cov(X) : covariância da variável aleatória X
- (C) : matriz de amortecimento de um sistema linear com vários graus de liberdade
- C : velocidade de fase de propagação da onda
- $(C_{jk})$  : matriz dos coeficientes hidrostáticos de restauração do navio
- $C_{XY}(\omega)$  : co-espectro das variáveis aleatórias X e Y
- d : profundidade da lâmina d'água

- $E(X)$  : média da variável aleatória  $X$
- $E(N^+(\zeta_0))$  : número médio de cruzamentos no nível  $\zeta_0$  por unidade de tempo
- $E(N(-\infty, 0))$  : número total de picos por unidade de tempo
- $\text{erf}(x)$  : função erro
- $F_X(x)$  : função densidade de probabilidade da variável aleatória  $X$
- $f_{X_1 X_2 \dots X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$  : função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias  $X_1, X_2, \dots, X_n$
- $f_{\zeta\dot{\zeta}}(\zeta, \dot{\zeta})$  : função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias  $\zeta, \dot{\zeta}$
- $f_{\zeta\ddot{\zeta}\dot{\zeta}}(\zeta, \ddot{\zeta}, \dot{\zeta})$  : função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias,  $\zeta, \ddot{\zeta}, \dot{\zeta}$
- $F(x)$  : função que define a probabilidade de ocorrência de um pico com altura maior ou igual a  $x$
- $F_n$  : número de Froude
- $G(x)$  : momento de primeira ordem de  $f_X(x)$  em torno de  $x = 0$
- $g$  : aceleração da gravidade
- $G(n)$  : coeficiente da expansão de uma função em série de Fourier (forma complexa)
- $G(\omega)$  : transformada de Fourier de  $X^{(1)}(t)$
- $H(t)$  : função de Heaveside
- $h(t)$  : resposta de um sistema linear a um impulso unitário
- $H(\omega)$  : transformada de Fourier de  $h(t)$
- $H^*(\omega)$  : função complexa conjugada de  $H(\omega)$
- $(H(\omega))$  : matriz de receptâncias

$(H(\omega))^T$	: matriz transposta de $H(\omega)$
$h_{1/3}$	: média do terço das maiores ocorrências (altura de onda significativa)
$H_{1/3}$	: média do terço das maiores ocorrências (altura de onda significativa)
$h_{1/10}$	: média do décimo das maiores ocorrências
$H(L/\lambda, \chi)$	: função de resposta em frequência
$H(x; L/\lambda, \chi)$	: função de resposta em frequência para um ponto de abscissa $x$ do casco
$H_{\eta r}(x; L/\lambda, \chi)$	: função de resposta em frequência para movimento relativo
$H_{\eta a}(x; L/\lambda, \chi)$	: função de resposta em frequência para movimento absoluto
$I_j$	: momento de inércia do navio na direção $j$
$I_{jk}$	: produto de inércia segundo as direções $j$ e $k$
$K$	: fator de amortecimento de um sistema com um grau de liberdade
$K$	: relação de dispersão ou número de onda
$K$	: parâmetro empírico que entra na formulação do espectro da ITTC
$(K)$	: matriz de rigidez de um sistema linear com vários graus de liberdade
$L(.)$	: operador linear
$m$	: média estatística
$m_0$	: momento de ordem zero de $\phi_{\zeta\zeta}(\omega)$
$m_2$	: momento de ordem dois de $\phi_{\zeta\zeta}(\omega)$
$m_4$	: momento de ordem quatro de $\phi_{\zeta\zeta}(\omega)$

$(m)$	: matriz de massa de um sistema linear com $v\bar{a}$ rios graus de liberdade
$m_n$	: momento de ordem $n$ da função espectro
$M(\mu)$	: função de dispersão
$(M_{jk})$	: matriz de massa generalizada do navio
$M$	: massa do navio
$N$	: número médio de culapadas por unidade de tempo
$N(\zeta_0, t_1, t_2)$	: número total de cruzamentos no nível $\zeta_0$ no in tervalo $(t_1, t_2)$
$Q(t)$	: solicitação de um sistema linear
$Q_0$	: amplitude da solicitação
$q(t)$	: resposta de um sistema linear
$q_0$	: amplitude da resposta
$\dot{q}(t)$	: derivada temporal da resposta
$\ddot{q}(t)$	: segunda derivada temporal da resposta
$q_T(t)$	: função truncada obtida de $q(t)$
$Q_T(t)$	: função truncada obtida de $Q(t)$
$\bar{q}_T(\omega)$	: transformada de Fourier de $q_T(t)$
$\bar{Q}_T(\omega)$	: transformada de Fourier de $Q_T(t)$
$R(\tau)$	: auto-covariância
$R_{XX}(\tau)$	: auto-covariância da função aleatória $X(t)$
$R_{XY}(\tau)$	: função de correlação cruzada das funções alea tórias $X(t)$ e $Y(t)$
RMS	: ("root mean square") média quadrática do pro cesso
$S_{QQ}(\omega)$	: função densidade espectral relativa a entrada $Q(t)$

$S_{qq}(\omega)$	: função densidade espectral relativa a saída $q(t)$
$S_{\dot{q}\dot{q}}(\omega)$	: função densidade espectral de $\dot{q}(t)$
$S_{\ddot{q}\ddot{q}}(\omega)$	: função densidade espectral de $\ddot{q}(t)$
$S_{XX}(\omega)$	: função densidade espectral de média quadrática da função aleatória $X(t)$
$S_{XY}(\omega)$	: função densidade espectral cruzada dos processos ergódicos $X(t)$ e $Y(t)$
$t$	: tempo
$x$	: variável adimensional que entra na formulação de $G(x)$
$t_0$	: constante adimensional que entra na formulação de $G(x)$
$U$	: velocidade de avanço do navio
$V_{crit}$	: velocidade crítica para a ocorrência de cuspada
$v_j$	: esforço solicitante na direção $j$
$X(t)$	: processo aleatório
$X^{(1)}(t)$	: realização específica de $X(t)$
$X_T(t)$	: função resultante do truncamento de $X^{(1)}(t)$
$Y(t)$	: processo aleatório
$\dot{Y}^{(1)}(t)$	: derivada temporal de $Y^{(1)}(t)$

Símbolos Gregos

$\alpha$	: constante empírica que entra na formulação do espectro da ITTC
$\gamma_{XY}(\omega)$	: função de coerência

$\delta(t)$	: função de Dirac
$\delta_j$	: ângulo de fase do esforço solicitante na direção <u>j</u> em relação à máxima elevação da onda na origem
$\Delta$	: matriz de covariâncias e varianças
$\varepsilon$	: largura de banda do espectro
$\varepsilon_j$	: ângulo de fase do movimento na direção <u>j</u> em relação à máxima elevação da onda na origem
$\zeta(t)$	: processo aleatório
$\zeta^{(1)}(t)$	: realização específica do processo $\zeta(t)$
$\dot{\zeta}(t)$	: derivada temporal da realização específica $\zeta^{(1)}(t)$
$\zeta_0$	: nível arbitrário de $\zeta(t)$
$\zeta_0$	: amplitude da onda
$\zeta_{1/n}$	: valor cuja probabilidade de ser excedido é $1/n$
$\bar{\zeta}_{1/n}$	: média das $1/n$ -ésimas observações
$\eta_j$	: deslocamento do navio na direção <u>j</u>
$\eta_r$	: deslocamento relativo do navio em relação à <u>onda</u>
$\theta$	: ângulo que a frente de onda forma com o eixo <u>OX</u>
$\lambda$	: comprimento de onda
$\mu$	: direção de propagação da onda
$\mu$	: ângulo que a direção predominante de sopro do vento forma com o eixo das abscissas
$\mu_0$	: ângulo formado entre a velocidade de avanço do navio e a direção predominante de sopro do <u>vento</u>

$\xi$	: ângulo que a direção de avanço do navio forma com o eixo OX
$\rho$	: densidade da água
$\sigma_X^2$	: variância da variável aleatória X
$\sigma$	: média quadrática do processo aleatório
$\phi(t, t_0)$	: função auxiliar no cálculo de G(x)
$\phi_{XX}(\omega)$	: função densidade espectral (ou espectro) fisicamente realizável do processo aleatório X(t)
$\phi_{XY}(\omega)$	: função densidade espectral cruzada, fisicamente realizável, dos processos aleatórios X(t) e Y(t)
$\phi_{\zeta\zeta}''(\omega, \mu)$	: espectro direcional de energia
$\phi_{\zeta\zeta}^*(\omega)$	: espectro uni-direcional de energia
$\chi$	: ângulo de aproamento do navio
$\omega$	: frequência da onda
$\omega_0$	: frequência natural de um sistema com um grau de liberdade
$\omega_0$	: frequência fundamental da expansão de uma função em série de Fourier
$\omega_e$	: frequência de encontro

## CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

No passado a previsão do comportamento do navio no mar era baseada inteiramente na experiência pessoal dos navegantes. Isto era possível porque, tanto o universo navegável, como as embarcações disponíveis eram conhecidos e testados há anos.

Com o rápido desenvolvimento da engenharia naval neste século, projetavam-se novas embarcações das quais se deveria ter, a priori, conhecimento de suas qualidades marinheiras. Para isso lançou-se mão do ensaio de modelo em tanques de provas ((22), (30), (31), (38)). Devido às dificuldades de simulação do mar ao qual estaria sujeito a embarcação, esses ensaios eram bastante simplificados e estavam longe de reproduzir a realidade. Geralmente os modelos eram submetidos a ondas regulares senoidais que atingiam o modelo de proa ou de banda. Muitos tanques de prova hoje, ainda seguem esse esquema de testes.

Há porém tanques de provas bem elaborados que simulam o mar revolto atingindo o navio, simultaneamente, em todas as direções ((26), (27)).

Paralelamente a este enfoque empírico desenvolveu-se técnicas teóricas de previsão do comportamento do navio no mar ((20) a (30)).

Os primeiros modelos teóricos datam do começo deste

século e eram bastante simplificados. O navio era excitado por ondas senoidais, que o atingiam de proa a popa, desprezando-se a influência do navio sobre as ondas que nele incidiam. A hipótese fundamental desta teoria é de que a boca é consideravelmente menor do que o calado e o comprimento do navio ("Thin ship theory") (43).

Nos últimos 20 anos esta teoria evoluiu para a teoria do corpo esbelto ("Slender body theory") ((20) a (30)) onde se considera os efeitos das ondas geradas ou refletidas pelo navio. A hipótese fundamental desta teoria é de que o calado e a boca são de mesma grandeza, porém bem menores do que o comprimento do navio.

Esta teoria inicialmente foi aplicada aos movimentos e esforços que ocorriam segundo o plano longitudinal de simetria do navio (2 graus de liberdade), (10), (20), (23), (28) quando o navio era excitado por ondas regulares senoidais que o atingiam na direção proa-popa. Os resultados determinísticos assim obtidos são então utilizados como dados para a análise estatística dos movimentos e esforços solicitantes aleatórios que o mar impõe ao navio.

Em 1970 surgiu a teoria de Salvensen, Tuck e Faltingen (25), que embora ainda considere o navio como um corpo esbelto, calcula movimentos e esforços solicitantes considerando o navio como um corpo com 6 graus de liberdade, excitado por ondas regulares senoidais que incidem sobre o navio segundo uma direção qualquer.

Baseado nesta teoria o NSRDC (Naval Ship Research

Development Center) desenvolveu um programa de computador (32) que calcula os movimentos e esforços solicitantes impostos ao navio por ondas regulares senoidais que se aproximam da embarcação de uma direção qualquer.

Os objetivos do trabalho, que gerou a presente dissertação, eram basicamente os dois seguintes: implantar-se o programa do NSRDC no computador B-6700 e, paralelamente, desenvolver outro programa que, utilizando os resultados determinísticos do programa do NSRDC, introduzisse o cálculo estatístico do comportamento de navio em mar aleatório.

Nos capítulos seguintes estão apresentados os fundamentos teóricos que permitiram o desenvolvimento deste programa ((1) a (19)) que visa obter resultados estatísticos relacionados com o comportamento do navio em mar aleatório.

Ambos os programas, o do NSRDC e o estatístico desenvolvido neste trabalho, passam a constituir uma única unidade que pretende fornecer resultados teóricos mais realistas do que aqueles que até então estavam sendo obtidos.

O programa desenvolvido acrescenta cerca de 5% ao tempo computacional do programa do NSRDC, que é bastante alto, podendo chegar a doze horas de processamento no B-6700.

A importância da análise do desempenho do navio no mar, durante a fase de projeto, pode ser ilustrada com o caso específico de navios de guerra (36).

Existe uma tendência moderna de se construir navios de guerra de pequeno porte (menos de 1000 toneladas) equipadas com mísseis, canhões, sensores, etc..., altamente sofisti

cados.

Devido ao pequeno porte, estes navios requerem peso estrutural próprio mínimo, permitindo transportar os equipamentos bélicos deslocando pequeno volume de água. Esta redução de peso é limitada pelos esforços solicitantes (de caráter aleatório) que o mar impõe ao casco.

Num determinado estado de mar estes navios pequenos estão mais sujeitos à ação do mar do que um navio grande (embarque de água pela proa, batidas exageradas da proa contra a superfície do mar (culapadas), emersões frequentes do propulsor, acelerações excessivas, etc...).

Quando o comandante da embarcação vê ameaçadas as condições operativas da mesma, sua tendência natural é reduzir a velocidade perdendo-se, com isso, uma das características mais importantes do navio que é sua alta velocidade.

Existem outros agravantes decorrentes de um mau desempenho no mar. O efeito prolongado do estado de mar sobre o organismo humano reduz a eficiência da tripulação em combate. Movimentos e acelerações excessivas impossibilitam à tripulação executar convenientemente suas tarefas. Vibrações ou movimentos influem negativamente no desempenho dos sensores de controle de armamento surgindo erros de medições e posicionamento das armas. Inadequado funcionamento das armas em si que, devido aos movimentos e vibrações transmitidos à plataforma, podem sofrer dispersões, inibições de disparo por controle automático e danos causados pelo embarque de água pela proa.

Movimentos, acelerações, culapadas, vibrações, em

barques de água, emersões do propulsores, tensões, etc..., são fenômenos tipicamente aleatórios que exigem tratamento estatístico quando se deseja analisar o desempenho de um navio no mar.

Outra vantagem de possuir um método teórico de se prever o comportamento do navio no mar surge durante o projeto da embarcação. Nesta fase um dos critérios que entram na avaliação das diversas alternativas que se apresentam ao engenheiro é o desempenho no mar. Dispondo-se de um programa de computador que realize automaticamente os cálculos pode-se testar muitas alternativas num tempo bem mais curto e a um custo bem mais reduzido do que o ensaio de modelos.

O modelo matemático adotado é o de análise de sistemas lineares no domínio da frequência. Parte-se de uma formulação teórico-empírico para o espectro de elevação da superfície do mar. Utilizando-se do programa de mar regular do NSRDC calcula-se as funções de resposta em frequência (RAO) para os diversos processos aleatórios abordados. Combinando-se o espectro do mar com as funções de resposta em frequência obtêm-se os espectros das respostas. Calculando-se diversos momentos dos espectros de respostas obtêm-se alguns resultados estatísticos de interesse prático.

O modelo é o mesmo seguido por outros programas de dois graus de liberdade ((20), (21)), porém surgem algumas complicações adicionais quando se passa a seis graus de liberdade, que serão gradativamente superadas nos capítulos finais.

Em seguida apresenta-se ligeira descrição do conteúdo

do dos capítulos e apêndices que compõem este trabalho.

O capítulo II trata de algumas definições relacionadas a funções aleatórias e que serão utilizadas nos capítulos subsequentes.

O capítulo III aborda o conceito de uma função densidade espectral, às vezes chamada de espectro de energia ou simplesmente espectro.

O capítulo IV mostra como o conceito de função densidade espectral é utilizado para descrever a elevação da superfície do mar. Contém também o espectro teórico-empírico do mar que será adotado pelo programa.

O capítulo V mostra como, a partir do espectro da solicitação (elevação da superfície do mar), pode-se chegar ao espectro das respostas (movimentos, acelerações, tensões, etc...) admitindo-se que o sistema excitado (navio) é um sistema linear.

O capítulo VI obtém alguns resultados estatísticos a partir da função espectro.

O capítulo VII introduz modificações na teoria dos capítulos anteriores para levar em conta o efeito da velocidade e do ângulo de singradura do navio na frequência de encontro das ondas contra o casco.

O capítulo VIII aplica os resultados obtidos pelo programa, como exemplo, ao projeto real de uma embarcação de guerra de pequeno porte.

O capítulo IX contém as limitações, possibilidades e ampliações futuras do programa desenvolvida e a comparação

com o resultado de um programa de dois graus de liberdade.

A listagem do programa, com ligeira descrição das sub-rotinas, acha-se no apêndice D.

Os outros apêndices visam complementar algumas passagens dos capítulos anteriores.

A matéria contida até o IV capítulo não deve apresentar novidades para quem está familiarizado com a abordagem estatística do comportamento do navio em mar aleatório com dois graus de liberdade. Pode-se omitir sua leitura sem prejuízos à compreensão do restante do texto.

## CAPÍTULO II

## Processo Aleatório

Suponha-se que exista um grande número, de bóias es palhadas por determinada região marinha, a fim de registrar as elevações instatâneas da superfície do mar em diversas po sições.

Denotando-se por  $x^{(1)}(t)$ ,  $x^{(2)}(t)$ , ...,  $x^{(n)}(t)$  os registros obtidos pelas bóias 1, 2, ..., n respectivamente, obter-se-ã gráficos semelhantes aos da figura 2.1.

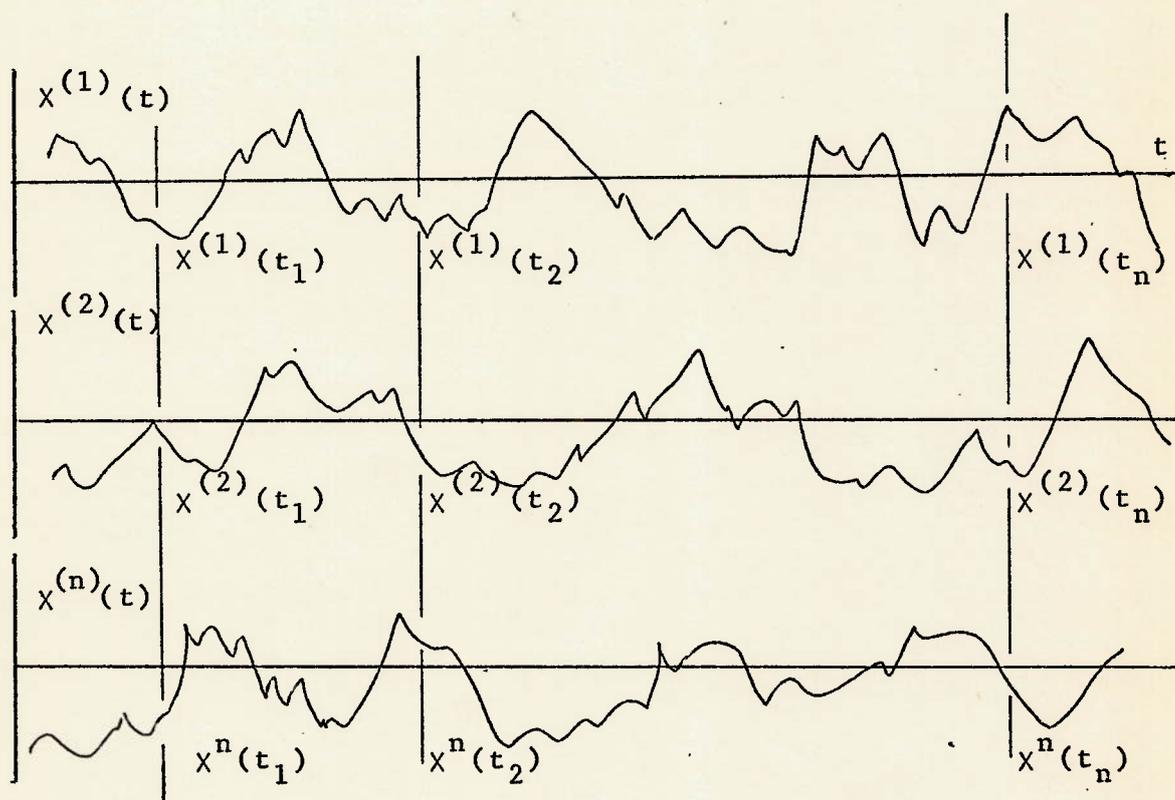


FIG. 2.1. - Realizações de um processo aleatório  $X(t)$ .

Note-se que qualquer registro  $X^{(K)}(t)$  do conjunto  $X(t) = \{X^{(1)}(t), X^{(2)}(t), \dots, X^{(n)}(t)\}$ , é meramente um exemplo especial, ou seja, uma realização específica de um número infinitamente grande de registros possíveis que poderiam ter sido observados.

Por esta razão é que características do conjunto  $X(t) = \{X^{(1)}(t), X^{(2)}(t), \dots, X^{(n)}(t)\}$ , são expressas em termos de propriedades estatísticas.

Como exemplo, considere-se um instante  $t_1$ , escolhido arbitrariamente, como mostra a figura 2.1. Amplitudes instantâneas, de todos os elementos do conjunto  $X(t_1) = \{X^{(1)}(t_1), X^{(2)}(t_1), \dots, X^{(n)}(t_1)\}$ , tem valores diferentes, mas pode-se calcular o valor médio dessas amplitudes:

$$E \{X(t_1)\} = \frac{1}{n} \sum_{K=1}^n X^{(K)}(t_1)$$

Em outro instante  $t_2 \neq t_1$  a média pode ser recalculada, mas, geralmente, os dois valores são diferentes.

Esta possível variação temporal das propriedades estatísticas, adicionada à necessidade de um grande número de registros, para se obter resultados satisfatórios, constituem entraves práticos que podem ser eliminados se admitidas as hipóteses da estacionaridade e ergodicidade do processo aleatório.

### 2.1. Definições

Apresenta-se a seguir algumas definições.

### 2.1.1. Processo aleatório

Um processo aleatório (ou estocástico) é uma família de variáveis aleatórias denotadas por  $\{X(t); t \in T\}$  as quais podem ser descritas através de propriedades estatísticas. O conjunto indicador  $T$  representa o tempo de observação.

Se  $T = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ , o processo estocástico é um processo temporal discreto. Se  $T = \{-\infty, \infty\}$ , o processo estocástico é referido como processo temporal contínuo de domínio infinito.

### 2.1.2. Processo estacionário

Um processo é dito estacionário no tempo se todas as propriedades estatísticas do conjunto  $X(t) = \{X^{(1)}(t), X^{(2)}(t), \dots, X^{(n)}(t)\}$  são constantes em relação ao instante considerado. Todas as funções estatísticas, calculadas sobre  $X(t)$ , que assumem valores particulares no instante  $t$ , assumirão os mesmos valores no instante  $(t+\tau)$  para todo  $\tau$ .

Assim num processo estacionário no tempo todas as propriedades estatísticas da variável aleatória  $X(t_1)$ , são as mesmas que as da variável aleatória  $X(t_2)$  (veja figura 2.1).

### 2.1.3. Processo quase-ergódico

Suponha-se que um processo aleatório  $X(t)$  satisfaça às seguintes condições:

(a) o processo é estacionário

(b) cada realização do processo aleatório é estatisticamente equivalente a qualquer outra realização.

(c) a média e a covariância do processo aleatório  $X(t)$ , quando calculadas num instante arbitrário, são iguais à média e à covariância de uma única realização de  $X(t)$ , quando calculadas num intervalo de tempo suficientemente grande, ou seja,

$$m = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{K=1}^n X^{(K)}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X^{(K)}(t) dt, \quad (2.1.1)$$

(K = 1, 2, \dots, n)

e

$$R(\tau) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{K=1}^n \{X^{(K)}(t)-m\} \{X^{(K)}(t+\tau)-m\} =$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \{X^{(K)}(t)-m\} \{X^{(K)}(t+\tau)-m\} dt, \quad (2.1.2)$$

(K = 1, 2, \dots, n),  $-\infty < \tau < \infty$

onde  $m$  é a média do processo e  $R(\tau)$  a covariância.

Nestas condições diz-se que  $X(t)$  é um processo quase-ergódico.

#### 2.1.4. Processo ergódico

Suponha-se que um processo aleatório  $X(t)$  satisfaça as seguintes condições:

- (a) o processo é estacionário
- (b) cada realização do processo aleatório é estatisticamente equivalente a qualquer outra realização.
- (c) o cálculo de qualquer propriedade estatística

de  $X(t)$  resulta num mesmo valor independentemente de ser calculado num instante arbitrário de  $X(t)$  ou ao longo de qualquer uma das realizações de  $X(t)$ , para um intervalo de tempo suficientemente grande, ou seja,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{K=1}^n F[X^{(K)}(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T F[X^{(K)}(t)] dt, \quad (2.1.3)$$

onde  $F(X^{(i)})$ ,  $i$  pertence a  $K = 1, 2, \dots, n$ , é uma propriedade estatística qualquer de  $X(t)$ .

Nestas condições diz-se que  $X(t)$  é um processo ergódico.

#### 2.1.5. Processo Gaussiano

Um processo é chamado de gaussiano ou normal se, para todo inteiro  $n$ , e para todo conjunto  $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$  de instantes de tempo, as variáveis aleatórias  $X_1 = X(t_1), X_2 = X(t_2), \dots, X_n = X(t_n)$ , como mostra a figura 2.1, possuem uma função densidade de probabilidade conjunta definida por:

$$f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\Delta|^{1/2}} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2|\Delta|} \sum_{J=1}^n \sum_{K=1}^n |\Delta|_{JK} (x_j - E(X_j))(x_K - E(X_K)) \right] \quad (2.1.4)$$

onde  $|\Delta| \neq 0$  é determinante da matriz de covariâncias e variâncias, ou seja

$$\Delta = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^2 & c_{X_1 X_2} & \dots & c_{X_1 X_n} \\ c_{X_2 X_1} & \sigma_{X_2}^2 & \dots & c_{X_2 X_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{X_n X_1} & c_{X_n X_2} & \dots & \sigma_{X_n}^2 \end{bmatrix}$$

onde

$$c_{X_i X_j} = E[(X_i - E[X_i])(X_j - E[X_j])] = c_{X_j X_i}, \quad i \neq j$$

e  $|\Delta_{jk}|$  é o cofator do elemento na  $j$ -ésima linha e  $k$ -ésima coluna.

Em particular, quando  $n = 3$ , a função, densidade de probabilidade conjunta de média zero das variáveis aleatórias  $X, Y, Z$  é dada por

$$f_{XYZ}(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} |\Delta|^{1/2}} \exp \left[ \frac{-1}{2|\Delta|} (\Delta_{xx}x^2 + \Delta_{yy}y^2 + \Delta_{zz}z^2 + 2\Delta_{xy}xy + 2\Delta_{yz}yz + 2\Delta_{xz}xz) \right] \quad (2.1.6)$$

$$\exp \left[ \frac{-1}{2|\Delta|} (\Delta_{xx}x^2 + \Delta_{yy}y^2 + \Delta_{zz}z^2 + 2\Delta_{xy}xy + 2\Delta_{yz}yz + 2\Delta_{xz}xz) \right]$$

onde

$$\Delta = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & c_{XY} & c_{XZ} \\ c_{XY} & \sigma_Y^2 & c_{YZ} \\ c_{XZ} & c_{YZ} & \sigma_Z^2 \end{bmatrix} \quad |\Delta| = \det \Delta$$

e

$$\Delta_{xx} = \sigma_Y^2 \sigma_Z^2 - C_{YZ}^2; \quad \Delta_{xy} = C_{XZ} C_{YZ} - C_{XY} \sigma_Z^2; \quad ;$$

$$\Delta_{yy} = \sigma_X^2 \sigma_Z^2 - C_{XZ}^2; \quad \Delta_{xz} = C_{XY} C_{YZ} - C_{XZ} \sigma_Y^2; \quad ;$$

$$\Delta_{zz} = \sigma_X^2 \sigma_Y^2 - C_{XY}^2; \quad \Delta_{yz} = C_{XY} C_{XZ} - C_{YZ} \sigma_X^2. \quad .$$

Quando  $n=2$ , a função densidade de probabilidade conjunta, de média zero, das variáveis aleatórias  $X, Y$  é dada por (2).

$$f_{XY}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y(1-\rho^2)^{1/2}} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left( \frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\rho xy}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} \right) \right] \quad (2.1.8)$$

onde

$$\rho = \frac{E(X.Y)}{\sigma_x\sigma_y}$$

### 2.1.6 Processo quase-estacionário

Se um processo aleatório obedece às seguintes condições:

(a) a função distribuição de probabilidade de  $X(t)$  =  $\{X^{(1)}(t), X^{(2)}(t), \dots, X^{(n)}(t)\}$ , depende do tempo;

(b) a média de  $X(t)$  é constante, ou seja,

$$E[X(t)] = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X^{(k)}(t) = m \quad \text{para todo } t$$

(c) a auto-covariância de  $X(t)$  depende somente de dife  
renças de tempo, ou seja,

$$\text{cov}[X(t), X(t+\tau)] = E\{[X(t) - E[X(t)]]\{X(t+\tau) - E[X(t+\tau)]\}} =$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{K=1}^n \{X^{(K)}(t) - m\} \{X^{(K)}(t+\tau) - m\}$$

$$= R(\tau) \text{ para todo } t,$$

o processo não é estacionário, estritamente falando, como em 2.1.2, mas será aqui designado por quase-es  
tacionário.

Se um processo é quase-estacionário e, além disso é gaussiano, então também é estacionário no sentido restrito, apresentado em 2.1.2 (referência [3]).

A definição de processo quase-estacionário pode ser estendida a dois processos aleatórios,  $X(t)$  e  $Y(t)$ , quando ambos os processos, além das condições (a), (b) e (c) acima, satisfizerem

$$(d) \text{Cov}[X(t), Y(t+\tau)] = \frac{1}{n} \sum_{K=1}^n \{X^{(K)}(t) - m_X\} \{Y^{(K)}(t) - m_Y\}$$

=  $R_{XY}(\tau)$  para todo  $t$ , ou seja, a covariância cru  
zada de  $X$  e  $Y$  só depende de diferenças de tempo  $\tau$ .

## CAPÍTULO III

## ANÁLISE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

## 3.1 A Série de Fourier

Pode-se escrever a série completa de Fourier, que representa uma função  $g(t)$  no intervalo  $(-T/2, T/2)$ , de duas formas. Uma real:

$$g(t) \sim A(0)/2 + \sum_{n=1}^{\infty} [A(n) \cos n\omega_0 t + B(n) \operatorname{sen} n\omega_0 t] \quad (3.1.1)$$

onde

$$A(n) = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g(t) \cos n\omega_0 t \, dt, \text{ para } n=0,1,2,\dots,$$

$$B(n) = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g(t) \operatorname{sen} n\omega_0 t \, dt, \text{ para } n=1,2,\dots,$$

$$\omega_0 = 2\pi/T,$$

e a outra na forma complexa

$$g(t) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(n) e^{in\omega_0 t} \quad (3.1.2)$$

onde

$$G(n) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g(t) e^{in\omega_0 t} \, dt, \text{ para } n=0, \pm 1, 2, \dots$$

A passagem de uma forma ã outra constitui simples manipulação algébrica, podendo-se relacioná-las pela expressão:

$$G(n) = \frac{1}{2} (A(n) - iB(n)) = \frac{1}{2} \sqrt{A(n)^2 + B(n)^2} \exp(-itan^{-1} B(n)/A(n))$$

Aplicando-se às expressões (3.1.1) e (3.1.2), a título de exemplo, à função  $g(t)$  esquematizada na figura 3.1 tem-se

$$\begin{cases} A(0) = 0 \\ A(n) = \frac{4A}{n\pi} \operatorname{sen} \frac{n\pi}{2} \quad (n \neq 0) \\ B(n) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} G(0) = 0 \\ G(n) = \frac{2A}{n\pi} \operatorname{sen} \frac{n\pi}{2} \quad (n \neq 0) \end{cases}$$

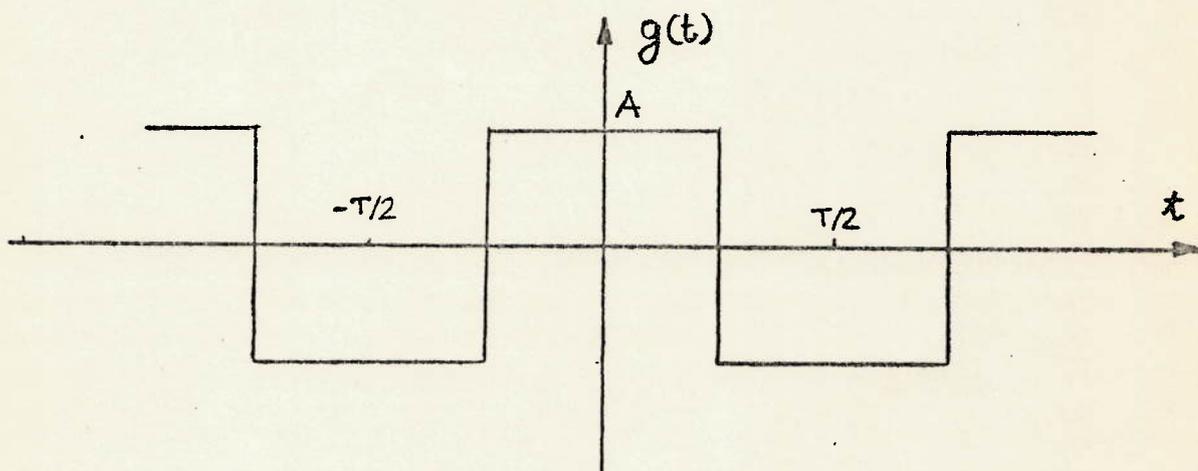


Fig.3.1 Função periódica típica

Colocando-se em gráfico os valores das amplitudes, dos diversos harmônicos, em função da frequência tem-se os espectros rudimentares apresentados na figura 3.2.

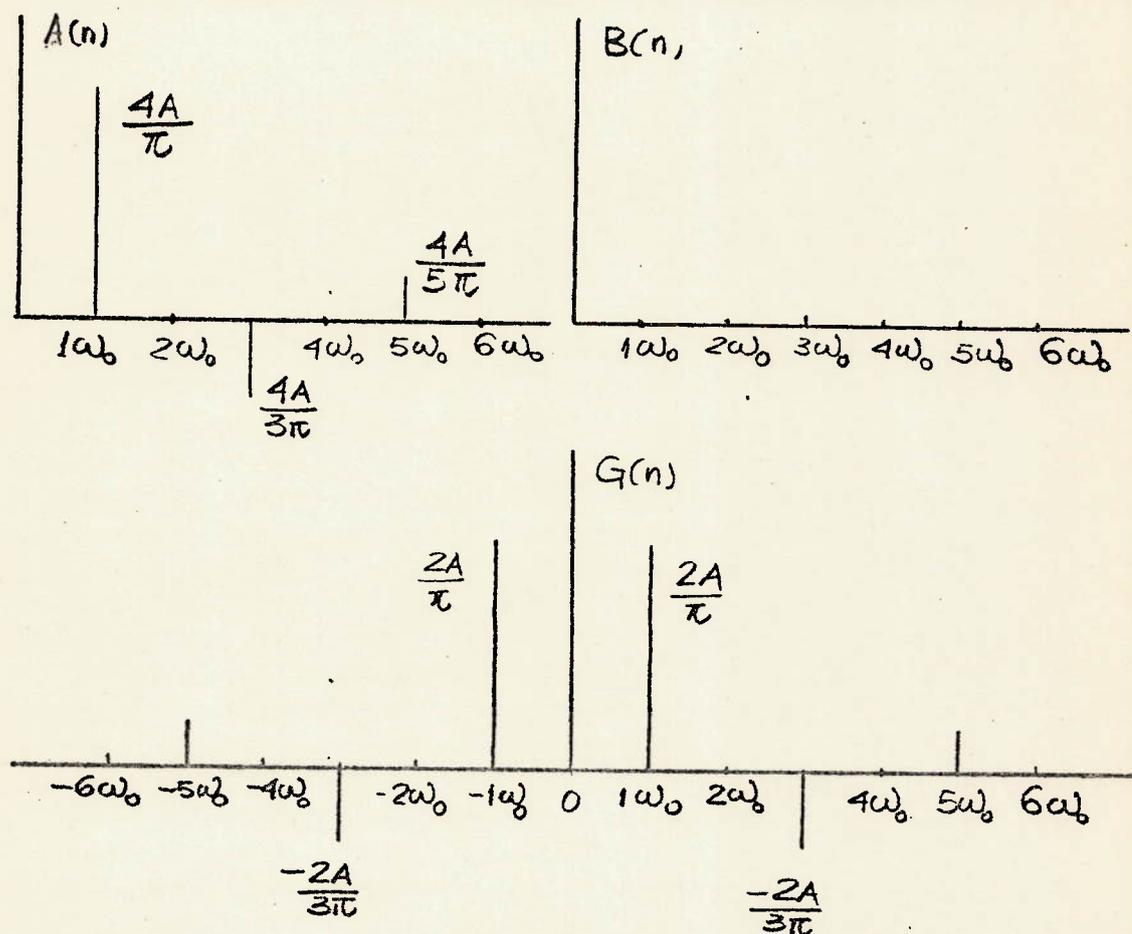


Fig. 3.2 Espectro de frequência da função periódica mostrada na figura 3.1.

Algumas propriedades da função  $g(t)$ , apresentada na figura 3.1, podem ser calculadas a partir dos espectros da figura 3.2.

(i) média

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g(t) dt = \frac{1}{2} A(0) = G(0) = 0$$

(ii) média quadrática

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g^2(t) dt = \frac{A(0)^2}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^2 + B_n^2) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |G(n)|^2$$

(iii) auto-correlação

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g(t)g(t+\tau) dt = \frac{1}{4} A^2(0) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^2 + B_n^2) \cos n\omega_0 \tau = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} |G(n)|^2 \cos n\omega_0 \tau \end{aligned}$$

Observa-se que  $R(0)$  representa a média quadrática calculada em (ii)

### 3.2 A Integral de Fourier

Se, em vez da função  $g(t)$  da figura 3.1, cujos espectros de amplitude em função da frequência foram apresentados na figura 3.2, deseja-se fazer a análise da função aleatória  $x(t)$  da figura 2.1 algumas modificações serão necessárias.

Admitindo-se que  $x(t)$  seja um processo estacionário e tomando-se uma realização específica deste processo, por exemplo  $x^{(1)}(t)$ , tem-se o gráfico da figura 3.3.

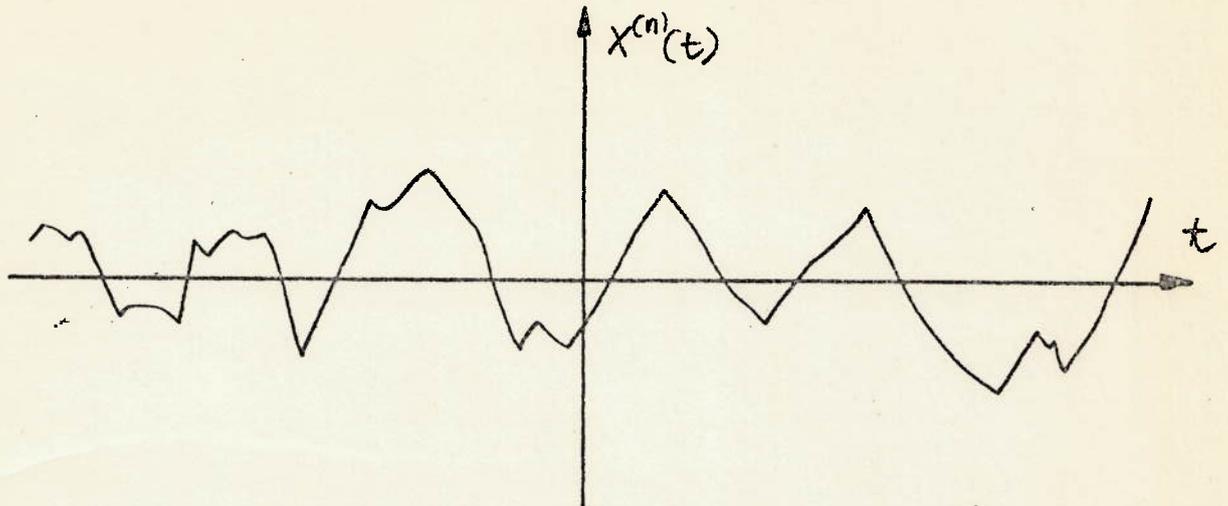


Fig. 3.3 Uma realização específica  $x^{(1)}(t)$  de um processo aleatório estacionário.

A função  $x^{(1)}(t)$  apresenta uma particularidade em relação à  $g(t)$ :  $x^{(1)}(t)$  não é periódica ou, dizendo de outra forma,  $x^{(1)}(t)$  tem período infinito. A representação de  $x^{(1)}(t)$  passa pois a ser efetuada pela integral de Fourier.

$$(3.2.1) \quad x^{(1)}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

onde

$$G(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x^{(1)}(t) e^{-i\omega t} dt$$

A função  $G(\omega)$  é conhecida como a transformada de Fourier de  $x^{(1)}(t)$ .

O espectro da função periódica  $g(t)$ , que era uma função discreta apresentada na figura 3.2, tornou-se uma função contínua ao representar a função não periódica  $x^{(1)}(t)$ . (figura 3.4).

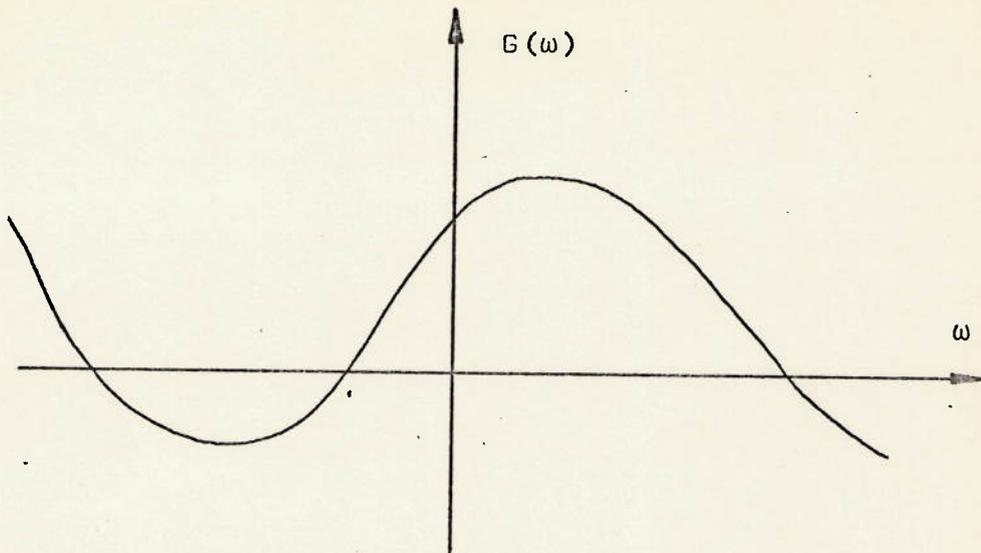


Fig. 3.4 Um espectro típico de amplitudes de uma função não periódica

Algumas condições devem ser impostas sobre  $x^{(1)}(t)$  para se garantir, tanto a existência de  $G(\omega)$  como a convergência da integral da equação (3.2.1) para a função  $x^{(1)}(t)$ . Estas condições são:

(a) é suficiente que  $\int_{-\infty}^{\infty} |x^{(1)}(t)| dt < \infty$ ,

(b) é suficiente que  $x^{(1)}(t)$  seja contínua e que  $\int_{-\infty}^{\infty} |x^{(1)}(t)|^2 dt < \infty$ .

Visando preencher tais condições convém truncar  $x^{(1)}(t)$  da seguinte maneira:

$$x_T(t) = \begin{cases} x^{(1)}(t) & -T/2 < t < T/2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Tal como se procedeu anteriormente em 3.1, pode-se calcular as mesmas propriedades para  $x^{(1)}(t)$ , a partir do gráfico da figura 3.4.

(i) média

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_T(t) dt \right\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} G_T(0) \right\}$$

(ii) média quadrática

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_T^2(t) dt \right\} = \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} |G_T(w)|^2 \right\} dw$$

(iii) auto-correlação

$$\begin{aligned} R_{XX}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \int_{-T/2}^{T/2} x_T(t) \cdot x_T(t+\tau) dt \right\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} |G_T(w)|^2 \right\} \cos w\tau dw \end{aligned}$$

Como anteriormente  $R_{XX}(0)$  representa a média quadrática do processo.

### 3.3 A Função Densidade Espectral

Observando-se (i),(ii),(iii) de 3.2 acima nota-se a importância da função

$$S_{XX}(w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} |G_T(w)|^2 \right\} \quad (3.3.1)$$

no cálculo da média, média quadrática e auto-correlação de  $x_T^{(1)}(w)$ . Esta função surgiu de considerações puramente matemáticas e não pode ser obtida experimentalmente, já que o intervalo de frequências vai de  $-\infty$  a  $\infty$ .

A função  $S_{XX}(w)$  recebe diversos nomes conforme o campo da engenharia em que é aplicada: função densidade espectral, função densidade espectral de energia, função densidade espectral de média quadrática ou função densidade espectral de potência.

Para um processo estacionário, esta função está relacionada com a transformada de Fourier da função de auto-correlação  $R_{XX}(\tau)$ , e sua inversa, pelas equações de Wiener - Khintchine:

$$S_{XX}(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{XX}(\tau) e^{-i w \tau} d\tau \quad (3.3.2)$$

$$R_{XX}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{XX}(w) e^{i w \tau} dw$$

Além disso pode-se demonstrar que (4)

$$R_{XX}(0) = E[|X(t)|^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{XX}(w) dw \quad (3.3.3)$$

O aspecto relevante desta última equação é mostrar que  $S_{XX}(w)\delta w$  é a contribuição à média quadrática das componentes que tem frequência situadas entre  $w$  e  $w+\delta w$ , quando  $\delta w \rightarrow 0$

Sob a hipótese de que  $X(t)$  é ergódico pode-se re

presentar  $X(t)$  por uma de suas realizações  $x^{(1)}(t)$ , conjuntamente com a função densidade espectral  $S_{XX}(w)$ . As informações obtidas de  $X(t)$  dessa maneira são muito menores que as fornecidas pelas funções densidade de probabilidade de todas as ordens, as quais definiriam  $X(t)$  estritamente.

A seguir apresenta-se um resumo das propriedades da função densidade espectral  $S_{XX}(w)$  [5].

- 1) A função densidade espectral é uma função real, par, não negativa definida no intervalo de frequência  $(-\infty, \infty)$ . Estes limites são adotados por conveniência matemática.
- 2) A função de auto-correlação e a função densidade espectral formam um par de transformadas de Fourier desde que  $|R_{XX}(\tau)|$  seja integrável no intervalo  $(-\infty, \infty)$ .
- 3) Se a função de auto-correlação é periódica, a função densidade espectral é discreta e indica a distribuição dos componentes harmônicos no domínio da frequência.
- 4) A área sob a curva contínua da função densidade espectral representa a média quadrática do processo aleatório e as dimensões de  $S_{XX}(w)$  dependem das do processo aleatório.

### 3.4 A Função densidade espectral cruzada

Os processos aleatórios ergódicos  $X(t)$  e  $Y(t)$  podem ser representados pelos processos truncados

$$x_T(t) \begin{cases} X(t) & \text{em } -T/2 < t < T/2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$Y_T(t) = \begin{cases} Y(t) & \text{em } -T/2 < t < T/2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

com transformadas de Fourier  $X_T(w)$  e  $Y_T(w)$  respectivamente.

A função de correlação cruzada dos processos truncados é definida como

$$R_{X_T Y_T}(\tau) = \int_{-T/2}^{T/2} X_T(t) Y_T(t+\tau) dt \quad (3.4.1)$$

Como anteriormente a função de correlação cruzada de  $X(t)$  e  $Y(t)$  pode ser determinada

$$\begin{aligned} R_{XY}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} X_T^*(w) Y_T(w) \right\} e^{i w \tau} dw \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{XY}(w) e^{i w \tau} dw \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

onde  $X_T^*(w)$  é o conjugado complexo de  $X_T(w)$  e

$$S_{XY}(w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} X_T^*(w) Y_T(w) \right\} \quad (3.4.3)$$

é definida como função densidade espectral cruzada dos processos aleatórios ergódicos  $X(t)$  e  $Y(t)$ .

Da mesma forma tem-se

$$S_{YX}(w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} Y_T^*(w) X_T(w) \right\} \quad (3.4.4)$$

de maneira que

$$S_{XY}(w) = S_{YX}^*(w) = S_{YX}(-w) \quad e$$

$$R_{XY}(\tau) = R_{YX}(-\tau) \quad (3.4.5)$$

A função densidade espectral cruzada é uma função complexa que pode ser escrita em termos de suas partes: real e imaginária.

$$S_{XY}(w) = C_{XY}(w) - i Q_{XY}(w) \quad (3.4.6)$$

O módulo do espectro cruzado, ou seja o espectro de amplitudes é dado por

$$|S_{XY}(w)| = \sqrt{\{C_{XY}(w)\}^2 + \{Q_{XY}(w)\}^2}$$

e a diferença de fase do processo  $Y(t)$  em relação a  $X(t)$  é dada por

$$\epsilon(w) = \tan^{-1} \left\{ \frac{Q_{XY}(w)}{C_{XY}(w)} \right\}$$

Em se tratando de funções de densidade espectral cruzada é comum definir-se a função real  $\gamma_{XY}^2(w)$ .

$$0 < \gamma_{XY}^2(w) = \frac{|S_{XY}(w)|^2}{S_{XX}(w) \cdot S_{YY}(w)} < 1$$

Esta função é chamada de função de coerência. Quando  $\gamma_{XY}^2(\omega) = 0$  para todas as frequências os processos aleatórios  $X(t)$  e  $Y(t)$  são estatisticamente independentes, enquanto que se  $\gamma_{XY}^2(\omega) = 0$ , numa frequência particular, os processos são chamados incoerentes naquela frequência. Se  $\gamma_{XY}^2(\omega) = 1$  para todas as frequências os processos  $X(t)$  e  $Y(t)$  são ditos completamente coerentes.

A hipótese de que um processo gaussiano é linearmente dependente de outro é geralmente aceita se a coerência entre eles é maior ou igual a 0.85 para todas as frequências nas quais a função densidade espectral é significativa para o processo. (41)

Um conjunto completo de curvas de análise espectral dos movimentos de arfagem (pitch) e caturro (heave) de um navio contra-torpedeiro é mostrado na figura 3.5.

### 3.5 Funções densidades espectrais uni-laterais

Como as funções  $S_{XX}(\omega)$  e  $S_{XY}(\omega)$  não são realizáveis fisicamente, porque o intervalo de frequências onde são matematicamente definidas vai de  $-\infty$  a  $\infty$ , costuma-se definir duas outras funções correspondentes a estas, definidas no intervalo de frequências  $(0, \infty)$ .

$$\phi_{XX}(\omega) = \begin{cases} 2 S_{XX}(\omega) & \text{em } 0 \leq \omega < \infty \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.5.1)$$

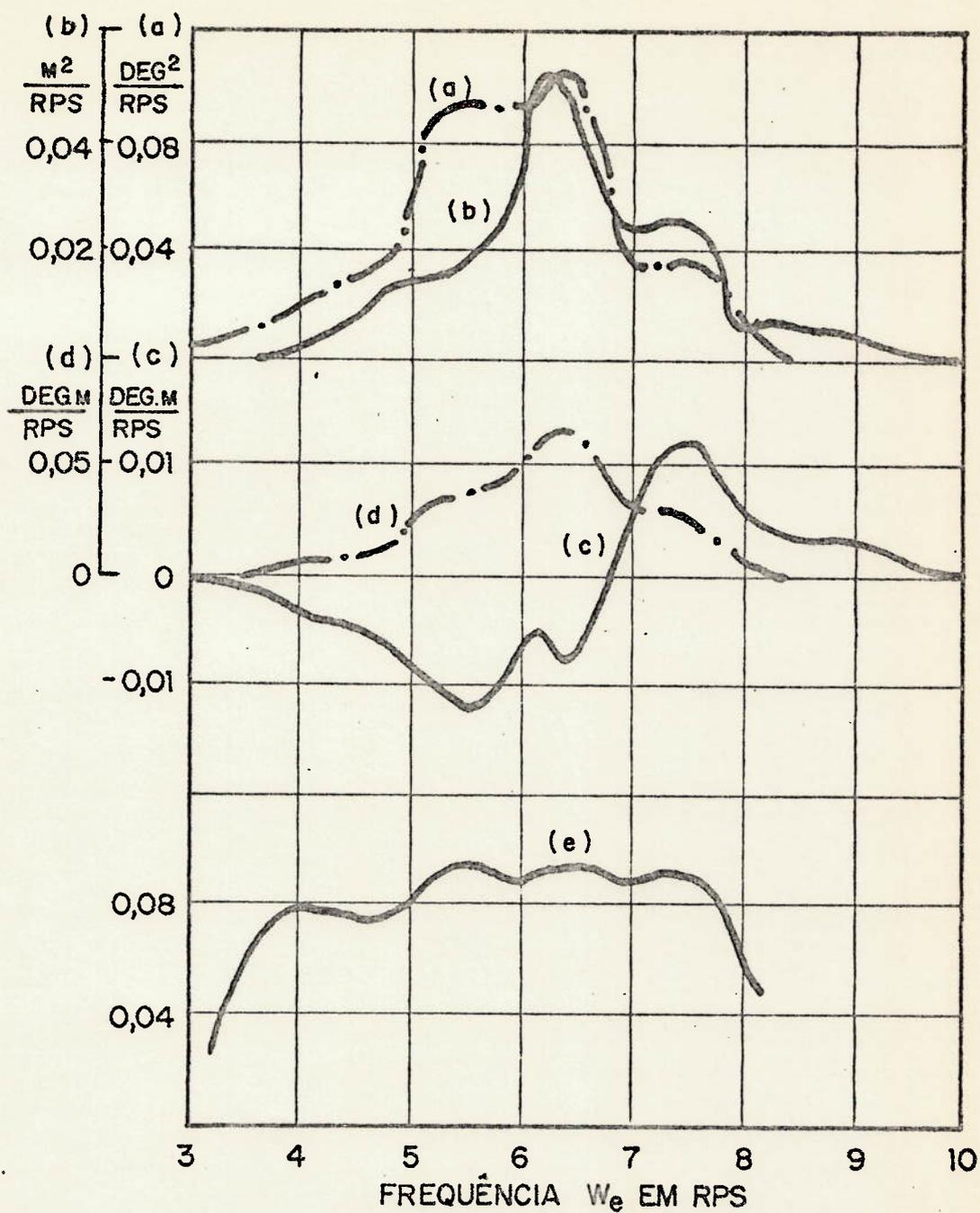


Figura 3.5 - Auto-espectros (a e b), espectros cruzados (c e d) e coerência (e) entre os movimentos de arfagem e caturro.

$$\phi_{XY}(w) = \begin{cases} 2 S_{XY}(w) & \text{em } 0 \leq w < \infty \\ \eta & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.5.2).$$

Como foi dito anteriormente em 3.3 a função  $S_{XX}(w)$  é real e par, conseqüentemente  $\phi_{XX}(w)$  contém as mesmas informações que  $S_{XX}(w)$ .

A função  $S_{XY}(w)$  por outro lado não possui as mesmas propriedades de simetria. É uma função complexa e suas partes, real e imaginária, (equação (3.4.6)) satisfazem às seguintes relações (4):

$$4 \operatorname{Re} C_{XY}(w) = \phi_{XY}(w) + \phi_{YX}(w)$$

$$4 \operatorname{Im} C_{XY}(w) = i\{\phi_{XY}(w) - \phi_{YX}(w)\}$$

A função  $C_{XY}(w)$  é conhecida como co-espectro e a função  $Q_{XY}(w)$  como espectro de quadratura. Pode-se pois notar que a função densidade espectral cruzada  $S_{XY}(w)$ , necessita de duas outras funções para ser descrita completamente.

## CAPÍTULO IV

## Funções densidades espectrais de ondas

Pode-se generalizar os estudos feitos para a função uni-dimensional  $x_T(t)$  do capítulo II, para abranger - funções bi ou tri-dimensionais.

Definindo-se a realização específica tri-dimensional truncada  $x_T(x,y,t)$  como

$$x_T(x,y,t) = \begin{cases} x^{(1)}(x,y,t) & \text{para } -\lambda_x/2 < x < \lambda_x/2, \\ & -\lambda_y/2 < y < \lambda_y/2, \\ & -T/2 < t < T/2 \quad (4.0.1) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O par de transformadas de Fourier desta realização é agora

$$G_T(k_x, k_y, w) = \frac{1}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_T(x,y,t) e^{-i(k_x x + k_y y - wt)} dx dy dt \quad (4.0.2)$$

$$x_T(x,y,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_T(k_x, k_y, w) e^{i(k_x x + k_y y - wt)} dk_x dk_y dw$$

Da mesma forma pode-se definir a função densidade - espectral de média quadrática

$$S_{XX}(k_x, k_y, w) = \lim_{\substack{\lambda_x \rightarrow \infty \\ \lambda_y \rightarrow \infty \\ \lambda_T \rightarrow \infty}} \left\{ \frac{8\pi^3}{\lambda_x \lambda_y T} |G_T(k_x, k_y, w)|^2 \right\} \quad (4.0.3)$$

Valendo ainda as mesmas relações entre esta e a função de auto-correlação

$$R_{XX}(\rho_x, \rho_y, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{XX}(k_x, k_y, w) e^{i(k_x \rho_x + k_y \rho_y - w\tau)} dk_x dk_y dw$$

$$S_{XX}(k_x, k_y, w) = \frac{1}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{XX}(\rho_x, \rho_y, \tau) e^{-i(k_x \rho_x + k_y \rho_y - w\tau)} d\rho_x d\rho_y d\tau$$

A média quadrática de  $x^{(1)}(t)$  pode ser calculada também a partir do conhecimento da função densidade espectral de média quadrática ou da função de auto-correlação

$$\begin{aligned} E [X^{(1)2}(x, y, t)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{XX}(k_x, k_y, w) dk_x dk_y dw \\ &= R_{XX}(0, 0, 0) \end{aligned} \quad (4.0.4)$$

Adotando-se a função densidade espectral fisicamente realizável, isto é, restringindo-se o intervalo de frequências de 0 a  $\infty$ , e substituindo-se a letra  $x$  por  $\zeta$ , para indicar que o processo aleatório refere-se à elevação das ondas vem

$$\phi_{\zeta\zeta}(k_x, k_y, w) = \begin{cases} 8S_{\zeta\zeta}(k_x, k_y, w) & \text{para } k_x > 0, k_y > 0, w > 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.0.5)$$

$$R_{\zeta\zeta}(\rho_x, \rho_y, \tau) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \phi_{\zeta\zeta}(k_x, k_y, w) \cos(k_x \rho_x + k_y \rho_y - w\tau) dk_x dk_y dw$$

$$\phi_{\zeta\zeta}(k_x, k_y, \omega) = \frac{2}{\pi^3} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty R_{\zeta\zeta}(\rho_x, \rho_y, \tau) \cos(k_x \rho_x + k_y \rho_y - \omega \tau) d\rho_x d\rho_y d\tau$$

Isto é possível porque a função densidade espectral é uma função real e par.

A energia total, por unidade de comprimento de onda, de uma única onda senoidal é proporcional à média quadrática de sua elevação [6], isto é, energia =  $\rho g a^2 / 2$ . Quando se superpõe várias dessas ondas pode-se obter um perfil qualquer  $\zeta(x, y, t)$  cuja média quadrática será

$$E[\zeta^2(x, y, t)] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_i^2 \quad (4.0.6)$$

As equações (4.0.4) e (4.0.5) mostram que a média quadrática de uma realização  $\zeta^{(1)}(x, y, t)$  é igual a integral da função densidade espectral, ou seja,

$$\begin{aligned} E[\zeta^{(1)2}(x, y, t)] &= \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \phi_{\zeta\zeta}(k_x, k_y, \omega) dk_x dk_y d\omega \\ &= R_{\zeta\zeta}(0, 0, 0) \end{aligned} \quad (4.0.7)$$

Comparando-se (4.0.7) com (4.0.6) conclui-se que a energia total, associada a uma dada configuração da superfície do mar, é proporcional ao resultado da integração da função densidade espectral, em média quadrática. Daí a razão da denominação de espectro de energia para esta função.

A função tri-dimensional de densidade espectral de média quadrática,  $\phi_{\zeta\zeta}(k_x, k_y, \omega)$ , é de grande interesse prático

co pois valores médios de graus mais elevados são inviáveis de se obter. Mesmo  $\phi_{\zeta\zeta}(kx, ky, w)$  é extremamente difícil de ser levantada, por isso, algumas simplificações serão necessárias.

#### 4.1 Espectro de energia tri-dimensional simplificado

Se uma fotografia em relêvo é batida da superfície do mar pode-se, pelo menos teoricamente, levantar o espectro de energia das ondas, que aparecem na região fotografada, no momento do disparo da fotografia. Este espectro não é, porém, a função  $\phi_{\zeta\zeta}(kx, ky, \tau)$  mencionada, porque os cálculos seriam realizados num instante fixo.

Aqui faz-se a primeira simplificação ao admitir-se que o processo é ergódico, ou seja estatisticamente independente do tempo.

A quantidade  $R_{\zeta\zeta}(\rho x, \rho y, \tau)$  em  $\tau = 0$  é dada por

$$R_{\zeta\zeta}(\rho x, \rho y, 0) = \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \phi_{\zeta\zeta}(kx, ky, w) \cos(kx\rho x + ky\rho y) dkx \cdot dky \cdot dw \quad (4.1.1)$$

Usando-se a notação

$$\phi'_{\zeta\zeta}(kx, ky) = \int_0^\infty \phi_{\zeta\zeta}(kx, ky, w) dw \quad (4.1.2)$$

resultará

$$R_{\zeta\zeta}(\rho x, \rho y, 0) = \int_0^\infty \int_0^\infty \phi'_{\zeta\zeta}(kx, ky) \cos(kx\rho x + ky\rho y) dk_x \cdot dk_y \quad (4.1.3)$$

cuja transformada inversa é

$$\phi'_{\zeta\zeta}(kx, ky) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty R_{\zeta\zeta}(\rho x, \rho y, 0) \cos(kx\rho x + ky\rho y) d\rho x \cdot d\rho y \quad (4.1.4)$$

Esta função,  $\phi'_{\zeta\zeta}(kx, ky)$ , é a que seria obtida da referida fotografia.

Usando-se (4.1.4) a média quadrática vale

$$E[\zeta^2(x, y, t)] = \int_0^\infty \int_0^\infty \phi'_{\zeta\zeta}(kx, ky) dk_x dk_y \quad (4.1.5)$$

A equação geral de uma onda senoidal que se desloca numa direção  $\mu$  [6] com o eixo  $x$  (figura 4.1) é dada por:

$$\zeta(x, y, t) = a \cos(k \cdot \cos \mu \cdot x + k \cdot \sin \mu \cdot y - \omega t + \alpha) \quad (4.1.6)$$

A velocidade de fase desta onda é dada por

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)} \quad (4.1.7)$$

onde  $d$  é a profundidade da lâmina d'água. Quando  $d/\lambda \rightarrow 0$  ou  $kd \rightarrow 0$  (águas rasas) a velocidade da onda é independente do seu comprimento valendo

$$c = \sqrt{\lambda g d}$$

Por outro lado quando se trata de águas profundas,  $d/\lambda \rightarrow \infty$  ou  $kd \rightarrow \infty$ , a velocidade de propagação será

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = \frac{g}{w} \quad (4.1.8)$$

e  $k = \frac{w^2}{g}$ , que é a chamada relação de dispersão para ondas em águas profundas

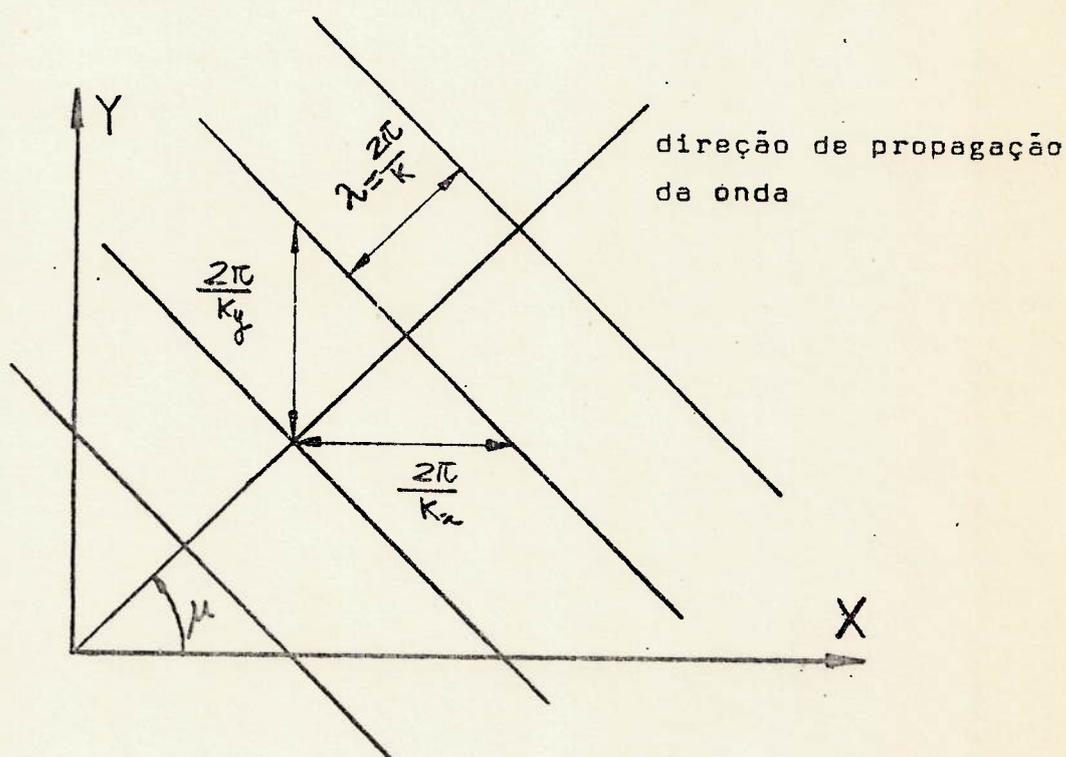


Fig. 4.1 Ondas senoidais deslocando-se com um ângulo  $\mu$  em relação ao eixo horizontal fixo OX, ilustrando o significado dos números  $k_x$  e  $k_y$ .

De acordo com a figura 4.1 tem-se

$$k_x = k \cos \mu = \frac{w^2}{g} \cos \mu$$

$$k_y = k \sin \mu = \frac{w^2}{g} \sin \mu$$

Introduzindo-se esta mudança de variáveis na integral da equação (4.1.5) resulta

$$E[\zeta^2(x,y,t)] = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} \phi_{\zeta\zeta}''(\omega, \mu) \omega d\omega d\mu \quad (4.1.9)$$

A função  $\phi_{\zeta\zeta}''(\omega, \mu)$  é conhecida como espectro direcional de frequências. É uma função real, positiva, esquematizada na figura 4.2.

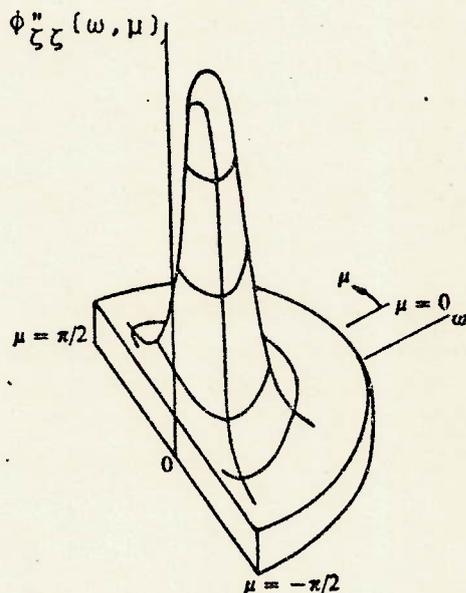


FIG. 4.2 - Espectro de frequências direcional

Resumindo: a partir de um espectro geral  $\phi_{\zeta\zeta}(k_x, k_y, \omega)$  chegou-se a um espectro simplificado  $\phi_{\zeta\zeta}''(\omega, \mu)$  usando - se a hipótese da ergodicidade e as relações fundamentais fornecidas pelas equações da onda.

Outra simplificação é introduzida neste ponto. Admitte-se que  $\phi''_{\zeta\zeta}(w, \mu)$  é de variáveis separáveis.

$$\phi''_{\zeta\zeta}(w, \mu) = \phi^*_{\zeta\zeta}(w) \cdot M(\mu) \quad (4.1.10)$$

A média quadrática do processo aleatório descrito por (4.1.10) vale

$$\begin{aligned} E[\zeta^2(x, y, t)] &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} \phi^*_{\zeta\zeta}(w) \cdot M(\mu) \, dw \, d\mu \\ &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} M(\mu) \, d\mu \int_0^{\infty} \phi^*_{\zeta\zeta}(w) \, dw \end{aligned} \quad (4.1.11)$$

Exigindo-se que  $\phi^*_{\zeta\zeta}(w)$  represente a função densidade espectral uni-dimensional, que seria obtida por um observador situado num único ponto da superfície do mar, pode-se ver, pela equação acima que  $M(\mu)$  deve ser definida de maneira que

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} M(\mu) \, d\mu = 1 \quad (4.1.12)$$

Assim  $\phi^*_{\zeta\zeta}(w)$  dá a contribuição da frequência  $w$  à média quadrática, independentemente da direção associada a esta frequência.

Muitos esforços teóricos foram dispendidos nos últimos anos para se formular matematicamente as funções  $M(\mu)$  e  $\phi^*_{\zeta\zeta}(w)$ . Alguns resultados são apresentados a seguir

#### 4.2 Espectro de energia uni-direcional

As referências [8] e [9] apresentam, além de ampla bibliografia, um sumário dos estudos que tem sido realizados nos últimos anos na formulação do espectro uni-direcional  $\phi_{\zeta\zeta}^*(w)$ . Seguindo a conclusão da 13ª ITTC [9], o espectro uni-direcional, que será utilizado nos cálculos computacionais será o de Bretschneider, definido como

$$\phi_{\zeta\zeta}^*(w) = \frac{A}{w^5} \exp\left(-\frac{B}{w^4}\right) \quad (4.2.1)$$

onde A e B são parâmetros do espectro cujas dimensões são respectivamente ( $L^2 T^{-4}$ ) e ( $T^{-4}$ ) e w é a frequência angular - em rad/seg.

Em unidades métricas os valores adotados pela ITTC para A e B são

$$A = \alpha g^2, \quad B = \frac{\alpha g^2}{4\sigma^2} \quad (4.2.2)$$

onde  $\alpha = 0,0081/k^4$ ;  $\sigma$  e  $k$  são dois parâmetros que determinam a forma particular do espectro.

O n-ésimo momento espectral é definido como

$$M_n = \int_0^\infty w^n \phi_{\zeta\zeta}^*(w) dw \quad (4.2.3)$$

Tanto  $\sigma$  como  $k$  podem ser obtidos calculando-se certos momentos espectrais. A área sob a curva espectral, dada pelo momento de ordem zero, define  $\sigma$ :

$$\sigma^2 = M_0 = \int_0^\infty \phi_{\zeta\zeta}^*(w) dw \quad (4.2.4)$$

$\sigma$  é conhecido na língua inglesa como RMS (root mean square) e será aqui chamado de média quadrática do processo.

Aceita-se atualmente, em engenharia naval, que o valor obtido por observadores treinados, quando estimam visualmente a elevação da superfície do mar, corresponde aproximadamente a média do terço das maiores alturas que estão ocorrendo naquele momento. Denominando-se esta média  $H_{1/3}$  pode-se determinar  $\sigma$  pela equação

$$\sigma = \frac{H_{1/3}}{4.0} \quad (4.2.5)$$

A razão do número 4.0 no denominador será exposta no capítulo seguinte, mas pode-se adiantar que esta equação é válida sob a hipótese de que o mar é um processo estacionário de banda estreita.

Existem referências que vão além do que aqui foi apresentado, ao procurarem relacionar a média  $H_{1/3}$  com as causas que provocam a elevação da superfície do mar. Dentre essas causas, a que mais interessa ao engenheiro naval é a velocidade do vento. Considere-se uma área aberta do oceano, inicialmente em repouso, submetida a ação de um vento constante e que sopra em uma só direção. A taxa na qual a energia é transferida para o mar, gerando ondas, depende da velocidade do vento, da área do mar em contato com o vento, e provavelmente da amplitude das ondas já geradas. A energia total transferida depende ainda do intervalo de tempo durante o qual sopra o vento sobre a superfície.

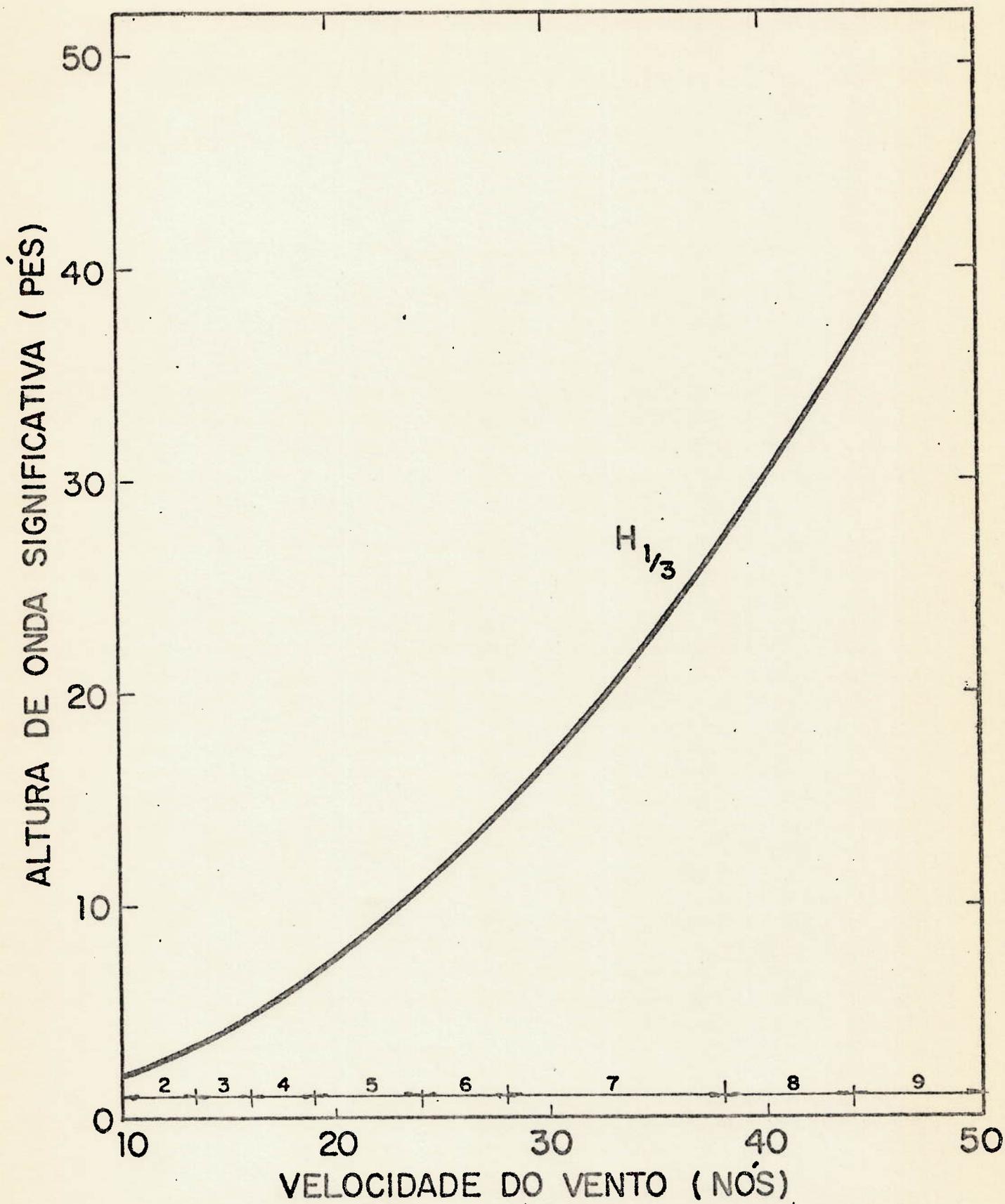


FIG. 4.3 - Relação entre a velocidade do vento e a altura de onda significativa.

O crescimento das ondas é limitado pela dissipação, devida, por exemplo, ao quebrar das ondas. A condição de equilíbrio é alcançada quando a energia dissipada iguala a transferida. Neste ponto o mar é dito completamente desenvolvido e é neste estado que se pretende a validade das relações definidoras do espectro de energia. A referência [10] apresenta um gráfico (figura 4.3) que relaciona a velocidade do vento com a altura de onda significativa  $H_{1/3}$ . Baseando-se neste gráfico a equação (4.2.5) que define  $\sigma$  poderia ser reescrita da seguinte maneira:

$$\sigma = \frac{H_{1/3}}{4.0} = \frac{f(v)}{4.0} \quad (4.2.6)$$

onde  $v$  é a velocidade do vento e  $f(v)$  é dada implicitamente pelo gráfico da figura 4.3.

Evidentemente o fenômeno de formação de ondas é muito mais complexo do que a aparente simplicidade aqui exposta pressupõe. A especulação fenomenológica pertence todavia ao oceanógrafo ([11] a [15]) interessando ao engenheiro naval a formulação espectral mais adequada do ponto de vista teórico e prático. É o que se pretende conseguir ao se adotar o espectro da ITTC.

O outro parâmetro ainda não definido,  $k$ , pode ser obtido através das seguintes equações equivalentes:

$$k = \frac{T_{-1}}{26,85} \sqrt{\frac{g}{\sigma}} \quad \text{onde} \quad T_{-1} = 2\pi \frac{M_{-1}}{M_0}, \quad (4.2.7)$$

$$k = \frac{T_0}{31,82} \sqrt{\frac{g}{\sigma}} \quad \text{onde} \quad T_0 = \frac{2\pi}{M_0}, \quad (4.2.8)$$

$$k = \frac{T_1}{24,17} \sqrt{\frac{g}{\sigma}} \quad \text{onde} \quad T_1 = 2\pi \frac{M_0}{M_1} \quad (4.2.9)$$

$$k = \frac{T_2}{22,25} \sqrt{\frac{g}{\sigma}} \quad \text{onde} \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{M_0}{M_2}} \quad (4.2.10)$$

Recentes experiências indicam que o período  $T_{-1}$  pode, em média, ser admitido como o período obtido por observadores treinados. Alternativamente os períodos médios poderiam ser obtidos através de medições e análises estatísticas da superfície do mar.

Deve-se observar que quando  $k=1$  o espectro resultante coincide com o clássico de Pierson e Moskowitz para mar completamente desenvolvido. Neste caso a família de espectros obtidas depende de um só parâmetro, a altura de onda significativa  $H_{1/3}$ , eliminando-se a influência do período.

#### 4.3 Espectro direcional de energia

Como foi deduzido em 4.1, além do espectro uni-direcional  $\phi_{\zeta\zeta}^*(w)$  (chamado de  $S(w)$  pela ITTC), torna-se necessário definir-se a função  $M(\mu)$ , chamada de função de dispersão, a fim de se obter o espectro direcional de energia.

$$\phi_{\zeta\zeta}''(w, \mu) = \phi_{\zeta\zeta}^*(w) \cdot M(\mu) \quad (4.3.1)$$

Pode-se dizer que nenhum trabalho foi até hoje conclusivo a este respeito. Seguir-se-á a recomendação da ITTC adotando-se, nos cálculos computacionais, a função

$$M(\mu) = \frac{2}{\mu} \cos^2 \mu \quad (4.3.2)$$

Quando desenvolvimentos futuros lançarem mais luz sobre a adoção da função de dispersão poder-se-á modificar facilmente o programa para a nova função porventura surgida.

Introduzindo-se a equação (4.3.2) e (4.2.1) na equação (4.3.1) obtém-se:

$$\phi''_{\zeta\zeta}(\omega, \mu) = \frac{2}{\mu} \cos^2 \mu \frac{A}{\omega^5} \exp\left(-\frac{B}{\omega^4}\right) \quad (4.3.3)$$

## CAPÍTULO V

*Respostas de Sistemas Lineares a Excitações Aleatórias*

Ao submeter-se um sistema a uma excitação aleatória a resposta obtida, em geral também será aleatória. Neste capítulo procurar-se-á desenvolver a relação existente entre a função densidade espectral da entrada e a função densidade espectral da saída. Esta relação é muito útil quando se conhece a função densidade espectral da entrada (por exemplo a elevação da superfície do mar) e se procura determinar a função densidade espectral da saída (por exemplo os movimentos do navio como um corpo rígido).

As hipóteses mais importantes, adotadas neste capítulo, são:

- a excitação é um processo aleatório ergódico e gaussiano.
- o sistema que responderá a esta excitação é um sistema linear.

As consequências relevantes da adoção dessas hipóteses são:

- se a excitação é um processo aleatório gaussiano e o sistema é linear então a resposta também será um processo gaussiano,
- se, tanto a excitação como a resposta, são processos aleatórios gaussianos, então ambas podem ser completamente descritas por suas médias e médias quadráticas.

### 5.1. Sistema linear e princípio da Superposição

Um sistema é linear se, e somente se, a seguinte condição for verificada:

$$L[\alpha u(t) + \beta v(t)] = \alpha [u(t)] + \beta [v(t)] \quad (5.1.1)$$

onde

- ( i )  $L$  é um operador, dito linear,
- ( ii )  $u(t)$  e  $v(t)$  são as variáveis de entrada
- ( iii )  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes arbitrárias

Quando um impulso unitário  $\delta(t-t_0)$  é aplicado a um sistema linear no instante  $t = t_0$  o sistema irá responder com uma função  $h(t)$  de maneira que  $h(t) = 0$  se  $t < t_0$  (figura 6.1).

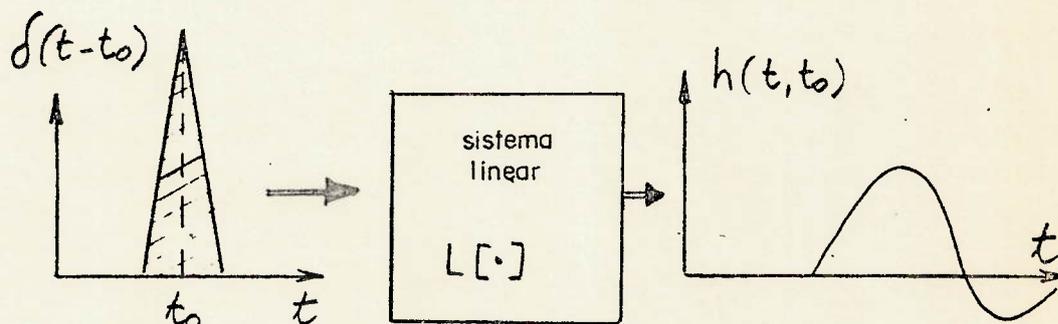


Fig. 5.1 - Ilustração da saída  $h(t, t_0)$  de um sistema linear quando solicitado por um impulso  $\delta(t-t_0)$

Expressando-se uma solicitação qualquer  $Q(t)$  como uma soma de funções impulsos obtem-se:

(5.1.2)

$$Q(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Q(t_0) \delta(t-t_0) dt_0$$

Aplicando-se, a ambos os lados de (5.1.2), o operador linear  $L(\cdot)$ , resulta:

$$\begin{aligned} L[Q(t)] &= L\left[\int_{-\infty}^{\infty} Q(t_0) \delta(t-t_0) dt_0\right] \quad \text{ou} \\ q(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} L[Q(t_0) \delta(t-t_0)] dt_0 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} Q(t_0) L[\delta(t-t_0)] dt_0 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} Q(t_0) h(t, t_0) dt_0 \end{aligned} \quad (5.1.3)$$

conclui-se que a resposta  $q(t)$ , à solicitação arbitrária  $Q(t)$ , pode ser expressa como uma soma de funções  $h(t, t_0)$ , que são as respostas aos impulsos unitários  $\delta(t-t_0)$ .

Um sistema linear é dito invariante em relação ao tempo, quando duas solicitações impulsivas aplicadas com determinada defasagem temporal  $\sigma$ , produzirem respostas iguais defasadas da mesma quantidade  $\sigma$ . Sob esta hipótese tem-se

$$L[\delta(t-t_0)] = h(t-t_0) \quad (5.1.4)$$

Substituindo-se (5.1.4) em (5.1.3) resulta

$$q(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Q(t_0) h(t-t_0) dt_0 = \int_{-\infty}^{\infty} Q(t-\tau) h(\tau) d\tau \quad (5.1.5)$$

onde foi feito  $\tau = t - t_0$ .

Em relação a esta equação pode-se dizer que

( i ) uma condição necessária para o sistema ser fisicamente realizável é que  $h(\tau) = 0$  se  $\tau < 0$ . Isto significa que a resposta do sistema não ocorre num instante anterior à ocorrência da solicitação (por isso, na figura 5.1,  $h(t, t_0) = 0$  se  $t < t_0$ .)

( ii ) uma condição necessária e suficiente para o sistema linear ser estável é que tanto a entrada como a saída sejam limitadas, ou seja

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) d\tau < \infty$$

Truncando-se convenientemente  $q(t)$  e  $Q(t)$  a equação (5.1.5) fornece

$$q_T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Q_T(t-\tau) h(\tau) d\tau \quad (5.1.6)$$

onde

$$q_T(t) = \begin{cases} q(t) & \text{se } -T/2 \leq t \leq T/2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.1.7)$$

o mesmo valendo em relação a  $Q_T(t)$ . Calculando a transformada de Fourier da equação (5.1.6) obtém-se:

$$\int_{-\infty}^{\infty} q_T(t) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} Q_T(t-\tau) h(\tau) d\tau \right] e^{-i\omega t} dt \quad (5.1.8)$$

Denominando-se de  $\bar{q}_T(\omega)$  e  $\bar{Q}_T(\omega)$  as transformadas de  $q_T(t)$  e  $Q_T(t)$  a equação (5.1.8) fica

$$\bar{q}_T(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} Q_T(t-\tau) e^{-i\omega t} dt \right] d\tau$$

com a mudança de variável  $t-\tau = v$  na integral interna obtem-se

$$\bar{q}_T(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-i\omega\tau} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} Q_T(v) e^{-i\omega v} dv \right] d\tau$$

$$\bar{q}_T(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-i\omega\tau} [\bar{Q}_T(\omega)] d\tau = \bar{Q}_T(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

finalmente

$$\bar{q}_T(\omega) = \bar{Q}_T(\omega) \cdot H(\omega) \quad (5.1.9)$$

onde a função complexa

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (5.1.10)$$

é a transformada de Fourier de  $h(t)$ , que é a resposta do sistema a um impulso unitário.

Pode-se agora determinar a relação entre a função de densidade espectral da saída e a função de densidade espectral da entrada. Para isso parte-se da definição da função de densidade espectral dada no capítulo III. (equação 3.1.3).

$$S_{XX}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} |G_T(\omega)|^2 \right\} \quad (5.1.11)$$

onde  $G_T(\omega)$  é a transformada de Fourier da função truncada  $X_T(t)$ .

Para a saída  $q(t)$  deste capítulo vem

$$S_{qq}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} |\bar{q}_T(\omega)|^2 \right\} \quad (5.1.12)$$

Substituindo-se  $\bar{q}_T(\omega)$  por  $\bar{Q}_T(\omega) \cdot H(\omega)$  (equação (5.1.9)) vem

$$S_{qq}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} |\bar{Q}_T(\omega)|^2 \right\} |H(\omega)|^2 \quad (5.1.13)$$

Por definição, a expressão entre chaves é a função densidade espectral da entrada  $Q(t)$ , portanto

$$S_{qq}(\omega) = S_{QQ}(\omega) |H(\omega)|^2 = S_{QQ}(\omega) H(\omega) H^*(\omega) \quad (5.1.14)$$

onde  $H^*(\omega)$  é a função complexa conjugada de  $H(\omega)$ .

Assim chegou-se à importante conclusão de que a função densidade espectral da saída é igual à da entrada multiplicada por  $|H(\omega)|^2$ . Em engenharia naval  $|H(\omega)|^2$  é conhecida como RAO ("response amplitude operator") do sistema.

Duas outras equações, que fornecem as relações entre a função densidade espectral da entrada e as funções densidades espectrais das derivadas da saída, foram deduzidas no apêndice C. Estas equações são

$$S_{\dot{q}\dot{q}}(\omega) = \omega^2 S_{QQ}(\omega) |H(\omega)|^2 = \omega^2 S_{qq}(\omega) \quad (5.1.15)$$

$$S_{\ddot{q}\ddot{q}}(\omega) = \omega^4 S_{QQ}(\omega) |H(\omega)|^2 = \omega^4 S_{qq}(\omega) \quad (5.1.16)$$

onde  $\dot{q}(t)$  e  $\ddot{q}(t)$  são as duas primeiras derivadas de  $q(t)$  em relação ao tempo.

No capítulo IV (equações (4.0.4), (4.0.5), (4.0.7), (4.1.5), (4.1.9), (4.1.11) mostrou-se que, integrando-se a função densidade espectral, obtem-se a média quadrática do processo, ou seja,

$$m_0 = E[\zeta^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \varnothing_{\zeta\zeta}(\omega) d\omega, \quad (5.1.17)$$

Utilizando-se as equações (5.1.15), (5.1.16) e (5.1.17) deduz-se que

$$m_2 = E[\dot{\zeta}^2(t)] = \int_0^{\infty} \omega^2 \varnothing_{\zeta\zeta}(\omega) d\omega, \quad (5.1.18)$$

$$m_4 = E[\ddot{\zeta}^2(t)] = \int_0^{\infty} \omega^4 \varnothing_{\zeta\zeta}(\omega) d\omega. \quad (5.1.19)$$

5.2. Extensão dos resultados para o caso de múltiplas entradas e múltiplas saídas.

A equação (5.1.14) pode ser estendida a um sistema linear, invariável no tempo, submetido a uma ou mais entradas e respondendo com uma ou mais saídas (figura 5.2).

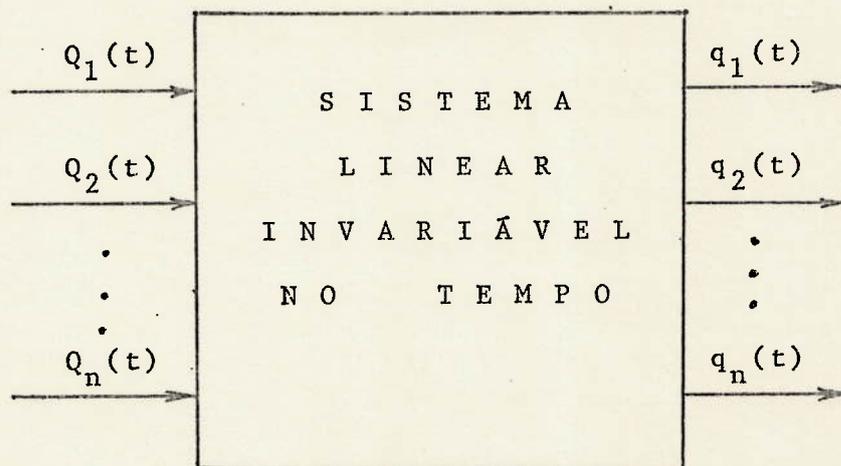


Fig. 5.2 - Ilustração de um sistema linear com múltiplas entradas e saídas.

As referências (4) apresenta detalhadamente esta extensão, o que não será feito neste trabalho.

A relação entre a função densidade espectral da saída e a função densidade espectral da entrada, expressa pela e

quação (5.1.14), ou seja,

$$S_{qq}(\omega) = S_{QQ}(\omega) |H(\omega)|^2 = S_{QQ}(\omega) H(\omega) H^*(\omega) \quad (5.2.1)$$

tem uma correspondente, no caso de entradas e saídas múltiplas, dada por

$$[S_{qq}(\omega)] = [H^*(\omega)] \cdot [S_{QQ}(\omega)] \cdot [H(\omega)]^T$$

onde  $[S_{QQ}(\omega)]$ ,  $[S_{qq}(\omega)]$  e  $[H(\omega)]$  são matrizes de dimensões  $m \times m$ ,  $n \times n$  e  $n \times m$  respectivamente, ou seja

$$[S_{QQ}(\omega)] = \begin{bmatrix} S_{Q_1 Q_1}(\omega) & S_{Q_1 Q_2}(\omega) & \dots & S_{Q_1 Q_m}(\omega) \\ S_{Q_2 Q_1}(\omega) & S_{Q_2 Q_2}(\omega) & \dots & S_{Q_2 Q_m}(\omega) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{Q_m Q_1}(\omega) & S_{Q_m Q_2}(\omega) & \dots & S_{Q_m Q_m}(\omega) \end{bmatrix}$$

(analogamente para  $[S_{qq}(\omega)]$  cuja dimensão é  $n \times n$ .)

$$[H(\omega)] = \begin{bmatrix} H_{q_1 q_1}(\omega) & H_{q_1 q_2}(\omega) & \dots & H_{q_1 q_m}(\omega) \\ H_{q_2 q_1}(\omega) & H_{q_2 q_2}(\omega) & \dots & H_{q_2 q_m}(\omega) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{q_n q_1}(\omega) & H_{q_n q_2}(\omega) & \dots & H_{q_n q_m}(\omega) \end{bmatrix}$$

Na equação (5.2.1)  $m$  representa o número de entradas e  $n$  o número de saídas do sistema linear (figura 5.2).

Substituindo-se as funções  $|S_{QQ}(\omega)|$  e  $|S_{qq}(\omega)|$  pelas funções fisicamente realizáveis,  $|\emptyset_{QQ}(\omega)|$  e  $|\emptyset_{qq}(\omega)|$ , ter-se-á

$$[\emptyset_{qq}(\omega)] = [H^*(\omega)] \cdot [\emptyset_{QQ}(\omega)] \cdot [H(\omega)]^T \quad (5.2.2)$$

Exemplificando as afirmações acima, com um sistema de entrada única e saída tripla, esquematizado na figura 5.3, vem

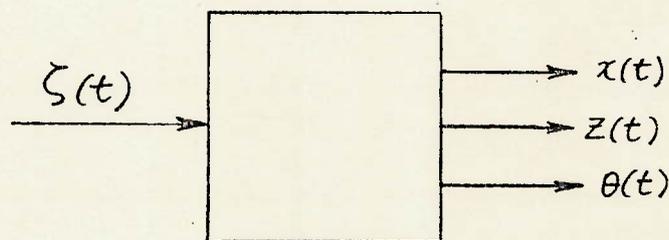


Fig. 5.3 - Exemplo de um sistema de entrada simples e saída tripla

$$[\emptyset_{qq}(\omega)] = \begin{bmatrix} \emptyset_{xx}(\omega) & \emptyset_{xz}(\omega) & \emptyset_{x\theta}(\omega) \\ \emptyset_{zx}(\omega) & \emptyset_{zz}(\omega) & \emptyset_{z\theta}(\omega) \\ \emptyset_{\theta x}(\omega) & \emptyset_{\theta z}(\omega) & \emptyset_{\theta\theta}(\omega) \end{bmatrix}$$

$$[H(\omega)] = \begin{bmatrix} H_{x\zeta}(\omega) \\ H_{z\zeta}(\omega) \\ H_{\theta\zeta}(\omega) \end{bmatrix}$$

$$[\emptyset_{QQ}(\omega)] = [\emptyset_{\zeta\zeta}(\omega)]$$

Aplicando-se a fórmula (5.2.2)

$$[\emptyset_{qq}(\omega)] = [H^*(\omega)] \cdot [\emptyset_{QQ}(\omega)] \cdot [H(\omega)]^T$$

e isolando-se os termos da diagonal principal vem

$$\varnothing_{xx}(\omega) = H_{xz}^*(\omega) \varnothing_{zz}(\omega) H_{xz}(\omega) = \varnothing_{zz}(\omega) |H_{xz}(\omega)|^2$$

$$\varnothing_{zz}(\omega) = H_{zz}^*(\omega) \varnothing_{zz}(\omega) H_{zz}(\omega) = \varnothing_{zz}(\omega) |H_{zz}(\omega)|^2$$

$$\varnothing_{\theta\theta}(\omega) = H_{\theta z}^*(\omega) \varnothing_{zz}(\omega) H_{\theta z}(\omega) = \varnothing_{zz}(\omega) |H_{\theta z}(\omega)|^2$$

que são as fórmulas já deduzidas na seção anterior para saída e entrada simples.

### 5.3. Cálculo da função de resposta em frequência de um sistema com um grau liberdade

Considere-se um sistema linear amortecido, com um grau de liberdade, governado pela seguinte equação diferencial ordinária

$$\ddot{q}(t) + 2K\omega_0 \dot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) = Q(t) \quad (5.3.1)$$

onde  $K$  é o fator de amortecimento e  $\omega_0$  a frequência natural do sistema. Ao impor-se uma excitação harmônica

$$Q(t) = Q_0(t) e^{i\omega t} \quad (5.3.2)$$

a resposta permanente do sistema será do tipo

$$q(t) = q_0 e^{i\omega t} = H(\omega) Q_0 e^{i\omega t} \quad (5.3.3)$$

onde

$$H(\omega) = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2ik\omega_0\omega} \quad (5.3.4)$$

Para se mostrar que a função  $H(\omega)$  acima é a mesma de finida na seção 5.1., equação (5.1.10), como

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (5.3.5)$$

basta considerar a resposta  $q(t)$  na forma integral (equação (5.1.5))

$$q(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) Q(t-\tau) d\tau \quad (5.3.6)$$

e introduzir (5.3.2) em (5.3.5) resultando

$$q(t) = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \right\} Q_0 e^{i\omega t} \quad (5.3.7)$$

ou seja,

$$q(t) = H(\omega) Q_0 e^{i\omega t} \quad (5.3.8)$$

Comparando-se (5.3.8), (5.3.4), (5.3.3) conclui-se que  $H(\omega)$ , para este sistema, pode ser calculada dividindo-se a amplitude da resposta pela amplitude da solicitação, ou seja

$$H(\omega) = \frac{q_0 e^{i\omega t}}{Q_0 e^{i\omega t}} = \frac{q_0}{Q_0} \quad (5.3.9)$$

#### 5.4. Cálculo da função de resposta em frequência de um sistema com mais de um grau de liberdade

As equações do movimento de um sistema linear amortecido com  $n$  graus de liberdade podem ser escritas na forma matricial (42).

$$(m) \{\ddot{q}(t)\} + (c) \{\dot{q}(t)\} + (K) \{q(t)\} = \{Q(t)\} \quad (5.4.1)$$

onde  $(m)$ ,  $(c)$  e  $(K)$  são matrizes simétricas de dimensão  $n \times n$ , chamadas de matriz de inércia, amortecimento e rigidez, respectivamente. O vetor  $\{q(t)\}$  de dimensão  $n \times 1$  contém as coordenadas generalizadas  $q_i(t)$ , enquanto que o vetor  $\{Q(t)\}$  contém as forças generalizadas associadas  $Q_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). O interesse aqui focaliza-se nas respostas às excitações  $Q_i(t)$  quando estas representam processos aleatórios ergódicos.

A resposta geral de um sistema amortecido, com mais de um grau de liberdade, a uma excitação externa não pode ser obtida de imediato, nem mesmo quando a excitação é determinística. Isto ocorre porque a análise modal clássica, de uma maneira geral, não pode ser aplicada para desacoplar o sistema de equações (5.4.1) (referência (42) seção 11.6).

No caso particular, em que o amortecimento é pequeno, uma razoável aproximação pode ser obtida, ignorando-se os termos que acoplam as equações transformadas, e aplicando-se a análise modal clássica. Neste caso um conjunto de equações, análogas à equação (5.3.4) pode ser obtido (referência (42)).

$$H_r(\omega) = \frac{1}{\omega_r^2 - \omega^2 + 2iK_r\omega_r\omega}, \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (5.4.2)$$

onde  $H_r(\omega)$  é a função de resposta em frequência associada com o  $r$ -ésimo modo natural.

## CAPÍTULO VI

*Cálculos estatísticos relacionados com Análise Espectral*

No capítulo anterior verificou-se que, a partir da função densidade espectral da excitação e da função de resposta em frequência de um sistema linear, se pode chegar à função densidade espectral da resposta.

Neste capítulo parte-se do conhecimento da função densidade espectral para se calcular algumas médias estatísticas, de grande interesse prático.

## 6.1. Número esperado de cruzamento num determinado nível

Considere-se um processo aleatório gaussiano  $\zeta(t)$  e um nível arbitrário  $\zeta_0$ , onde se deseja estudar o número de cruzamentos esperados num intervalo de tempo  $\tau = t_2 - t_1$  (figura 6.1). Utilizando-se a função degrau de Heaveside definida como

$$H(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ 1 & \text{se } t > 0 \\ H(0) & < \infty \end{cases} \quad (6.1.1)$$

pode-se construir um novo processo aleatório  $\gamma(t)$  dado por

$$\gamma(t) = H\{\zeta(t) - \zeta_0\} = \begin{cases} 0 & \text{se } \zeta(t) < \zeta_0 \\ 1 & \text{se } \zeta(t) > \zeta_0 \end{cases} \quad (6.1.2)$$

mostrado na figura 6.1 (b)

Admite-se que  $\zeta(t)$  e  $\gamma(t)$  são processos ergódicos podendo, serem representados por qualquer uma de suas realizações específicas. Doravante os processos aleatórios ergódi

cos  $\zeta(t)$  e  $Y(t)$  passarão a ser representados por suas realizações específicas denominadas, respectivamente, por  $\zeta^{(1)}(t)$  e  $Y^{(1)}(t)$ .

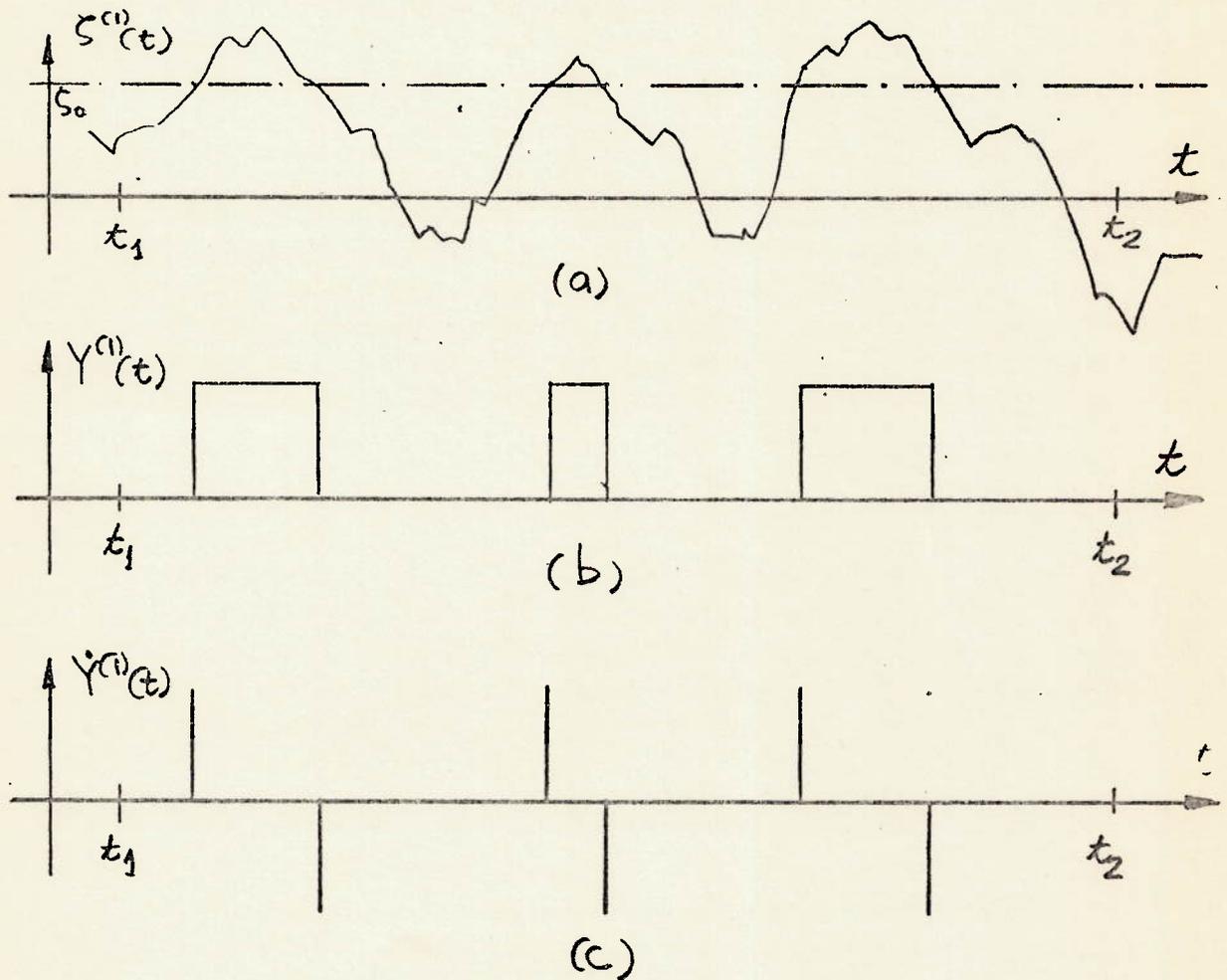


Fig. 6.1 Realizações de um processo aleatório: (a) elevação da onda, (b) o processo derivado mostrando intervalos nos quais  $\zeta^{(1)}(t) > \zeta_0$  e (c) o processo derivado mostrando a ocorrência de cruzamentos para cima e para baixo no nível  $\zeta_0$ .

Derivando-se a realização específica  $\gamma^{(1)}(t)$  obtem-se:

$$\dot{\gamma}^{(1)}(t) = \dot{\zeta}^{(1)}(t) \cdot \delta\{\zeta^{(1)}(t) - \zeta_0\} \quad (6.1.3)$$

que é mostrada na figura 6.1(c)

Na equação acima  $\delta(t)$  é a função de Dirac. Como se sabe da teoria das distribuições esta função é a derivada da função de Heaveside, ou seja

$$\frac{d}{dt} H(t) = \delta(t)$$

Devido à presença da função de Dirac a equação (6.1.3) anular-se-á em todos os pontos exceto onde  $\zeta^{(1)}(t) = \zeta_0$ . Nestes pontos existe um impulso, cuja integral será negativa ou positiva dependendo do sinal de  $\dot{\zeta}^{(1)}(t)$  na equação (6.1.3) (figura 6.1.c).

Partindo-se do seguinte funcional definido por Middleton (17):

$$n(\zeta_0, t) = |\dot{\zeta}^{(1)}(t)| \delta\{\zeta^{(1)}(t) - \zeta_0\} = |\dot{\gamma}^{(1)}(t)| \quad (6.1.4)$$

pode-se calcular o número total de cruzamentos no intervalo  $(t_1, t_2)$ . Para isso basta integrar-se (6.1.4) no intervalo  $(t_1, t_2)$ , ou seja,

$$N(\zeta_0, t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} |\dot{\zeta}^{(1)}(t)| \delta\{\zeta^{(1)}(t) - \zeta_0\} dt \quad (6.1.5)$$

A equação (6.1.5) define um processo aleatório, que fornece o número total de cruzamentos de  $\zeta^{(1)}(t)$  no intervalo  $(t_1, t_2)$ . Calculando-se a média (ou número esperado) deste processo aleatório vem

$$\begin{aligned}
E[N(\zeta_0, t_1, t_2)] &= \int_{t_1}^{t_2} E[|\dot{\zeta}(t)| \delta\{\zeta(t) - \zeta_0\}] dt \\
&= \int_{t_1}^{t_2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{|\dot{\zeta}(t)| \delta\{\zeta(t) - \zeta_0\} f_{\zeta\dot{\zeta}}(\zeta, \dot{\zeta}) d\zeta d\dot{\zeta} dt \\
&= (t_2 - t_1) \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{\zeta}| f_{\zeta\dot{\zeta}}(\dot{\zeta}, \zeta_0) d\dot{\zeta}
\end{aligned} \tag{6.1.6}$$

A função densidade de probabilidade conjunta  $f_{\zeta\dot{\zeta}}$  pode ser determinada a partir da equação (2.1.8), seção 2.1.5.

$$\begin{aligned}
f_{\zeta\dot{\zeta}}(\zeta, \dot{\zeta}) &= \frac{1}{2\pi \sqrt{m_0 m_2 (1 - \rho^2)}} \cdot \\
&\cdot \exp \left[ \frac{-1}{2(1 - \rho^2)} \left( \frac{\zeta^2}{m_0} - \frac{2\rho\zeta\dot{\zeta}}{\sqrt{m_0 m_2}} + \frac{\dot{\zeta}^2}{m_2} \right) \right]
\end{aligned} \tag{6.1.7}$$

onde

$$\rho = \frac{E[\zeta(t) \dot{\zeta}(t)]}{\sqrt{m_0 m_2}} \tag{6.1.8}$$

$$m_0 = E[\zeta^2(t)], \tag{6.1.9}$$

$$m_2 = E[\dot{\zeta}^2(t)]. \tag{6.1.10}$$

Admitindo-se que o processo seja ergódico e de média nula ter-se-á

$$E[\zeta(t) \dot{\zeta}(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \zeta^{(1)}(t) \dot{\zeta}^{(1)}(t) dt = 0 \tag{6.1.11}$$

Comparando-se (6.1.11) com (6.1.8) conclui-se que  $\rho = 0$ , simplificando a equação (6.1.7), que torna-se

$$f_{\zeta\dot{\zeta}}(\zeta, \dot{\zeta}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{m_0 m_2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\zeta^2}{m_0} + \frac{\dot{\zeta}^2}{m_2}\right)\right] \quad (6.1.12)$$

Introduzindo-se a equação (6.1.12) na equação (6.1.6) e considerando-se somente cruzamentos para cima, por unidade de tempo ter-se-á:

$$\begin{aligned} E[N + (\zeta_0)] &= \frac{1}{2} \cdot \frac{E[N(\zeta_0, t_1, t_2)]}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{\zeta}| f_{\zeta\dot{\zeta}}(\zeta_0, \dot{\zeta}) d\dot{\zeta} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\dot{\zeta}|}{4\pi\sqrt{m_0 m_2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\zeta_0^2}{m_0} + \frac{\dot{\zeta}^2}{m_2}\right)\right] d\dot{\zeta} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \exp\left(-\frac{\zeta_0^2}{2m_0}\right) \quad (6.1.13) \end{aligned}$$

6.2. Número total esperado de máximos ou picos, por unidade de tempo

Um pico, ou um máximo, ocorre, numa realização típica  $\zeta^{(1)}(t)$  de um processo gaussiano  $\zeta(t)$  se, simultaneamente, ocorrerem os dois fatos seguintes: a realização  $\dot{\zeta}^{(1)}(t)$  do processo aleatório  $\dot{\zeta}(t)$  é nula e a realização  $\ddot{\zeta}^{(1)}(t)$  do processo aleatório  $\ddot{\zeta}(t)$  é negativa.

Procedendo-se de maneira análoga ao parágrafo anterior, embora com complicações adicionais, pode-se obter o número esperado de picos, maiores ou iguais a  $\zeta_0$ , por unidade de tempo, de um processo gaussiano de média nula ((18) ou (16)).

$$E [N (\zeta_0, 0)] = - \int_{\zeta_0}^{\infty} d\zeta \int_{-\infty}^0 \dot{\zeta} f_{\zeta \dot{\zeta} \ddot{\zeta}} (\zeta, 0, \ddot{\zeta}) d\ddot{\zeta} \quad (6.2.1)$$

onde  $f_{\zeta \dot{\zeta} \ddot{\zeta}}$  é a função densidade de probabilidade conjunta para as três variáveis  $\zeta, \dot{\zeta}, \ddot{\zeta}$ . Quando  $\dot{\zeta} = 0$  esta função, de acordo com o capítulo II, equação (2.1.6), vale

$$f_{\zeta \dot{\zeta} \ddot{\zeta}} (\zeta, 0, \ddot{\zeta}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} |\Delta|^{1/2}} \cdot \exp \left[ - \frac{1}{2|\Delta|} (m_2 m_4 \zeta^2 + 2m_2 \ddot{\zeta} \zeta + m_0 m_2 \ddot{\zeta}^2) \right] \quad (6.2.2)$$

onde

$$m_0 = E(\zeta^2(t)), \quad (6.2.3)$$

$$m_2 = E(\dot{\zeta}^2(t)), \quad (6.2.4)$$

$$m_4 = E(\ddot{\zeta}^2(t)), \quad (6.2.5)$$

$$\Delta = (m_0 m_4 - m_2^2) m_2, \quad (6.2.6)$$

tendo sido empregada ainda a condição

$$E[\zeta(t) \dot{\zeta}(t)] = E[\dot{\zeta}(t) \ddot{\zeta}(t)] = 0$$

Substituindo-se (6.2.2) em (6.2.1) levando-se a seguir  $\zeta_0$  a  $+\infty$ , obtém-se o número total de picos, por unidade de tempo. Isto feito tem-se

$$E [N (-\infty, 0)] = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \quad (6.2.7)$$

### 6.3. Função densidade de probabilidade relacionada com a ocorrência de picos

Na seção anterior, equação (6.2.7), calculou-se o número máximo esperado de picos, por unidade de tempo, independente das amplitudes a eles associadas, isto é, calculou-se o número total médio de picos, que ocorrem por unidade de tempo.

Se, em vez do número total médio de picos, por unidade de tempo, calcular-se o número médio de picos cujas amplitudes situam-se entre  $x$  e  $x + \delta x$ ; a equação (6.2.1) continua válida se se alterar os limites de integração, ou seja,

$$\begin{aligned}
 E[N(x,0)] &= - \int_x^{x+\delta x} d\zeta \int_{-\infty}^0 \ddot{\zeta} f_{\zeta\zeta\zeta}(\zeta,0,\ddot{\zeta}) d\ddot{\zeta} \\
 &= - \delta x \int_{-\infty}^0 \ddot{\zeta} f_{\zeta\zeta\zeta}(\zeta,0,\ddot{\zeta}) d\ddot{\zeta}
 \end{aligned} \tag{6.3.1}$$

Dividindo-se a equação (6.3.1) pela equação (6.2.1) obtêm-se

Número médio de picos por unidade de tempo, no intervalo  $(x, x+\delta x)$

-----  
 Número médio de picos, por unidade de tempo independente de suas amplitudes

$$\begin{aligned}
 &= \frac{E[N(x,0)]}{E[N(-\infty,0)]} = - 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \delta x \int_{-\infty}^0 \ddot{\zeta} f_{\zeta\zeta\zeta}(x,0,\ddot{\zeta}) d\ddot{\zeta} \\
 &= f(x) \delta x
 \end{aligned} \tag{6.3.2}$$

onde

$$f_X(x) = -2\pi \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \int_{-\infty}^{0..} \zeta f_{\zeta\zeta\zeta}(x, 0, \zeta) d\zeta \quad (6.3.3)$$

Substituindo-se  $f_{\zeta\zeta\zeta}$ , de acordo com a equação (6.2.2), a equação (6.3.3), após a integração, fica:

$$f_X(x) = \frac{\xi}{\sqrt{2\pi m_0}} \exp\left[-\frac{x^2}{2m_0 \epsilon^2}\right] + \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{m_0} x \cdot \exp\left[-\frac{x^2}{2m_0}\right] \cdot \left[0.5 + \operatorname{erf}\left\{\frac{x}{\epsilon} \left(\frac{1-\epsilon^2}{m_0}\right)^{1/2}\right\}\right] \quad (6.3.4)$$

onde

$$\epsilon^2 = 1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \quad (6.3.5)$$

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (6.3.5a)$$

Comparando-se as equações (6.2.3), (6.2.4) e (6.2.5) com as equações (5.1.17), (5.1.18) e (5.1.19) do capítulo anterior, conclui-se que os parâmetros da equação (6.3.4) podem ser obtidos se se conhece a função densidade espectral  $\phi_{\zeta\zeta}(\omega)$

do processo aleatório  $\zeta(t)$ , do qual se está calculando a função densidade de probabilidade  $f_X(x)$  (figura 6.2).

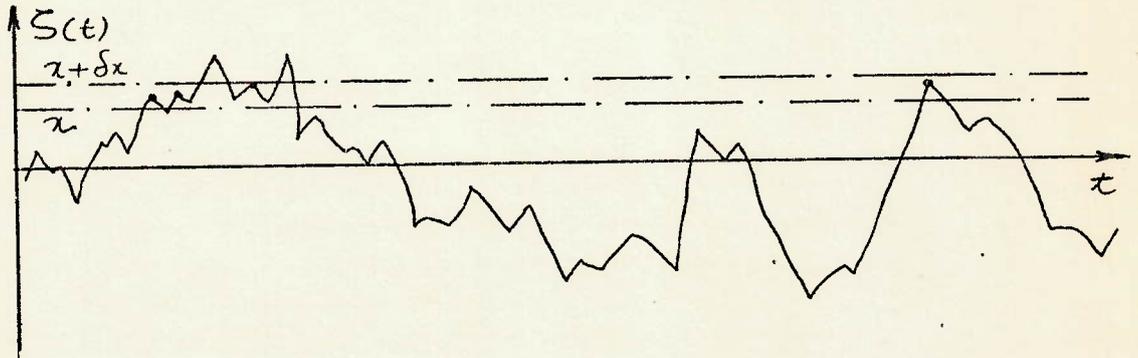


Fig. 6.2 - Ocorrência de picos no intervalo  $(x, x + \delta x)$

A função densidade de probabilidade  $f_X(x)$  pode ser melhor compreendida definindo-se o evento  $X(t)$  como:

$$X(t) = \{\text{ocorrência de um pico}\} \text{ e}$$

$$f_X(x) \cdot \delta x = P\{x < X < x + \delta x\} \text{ (figura 6.3)}$$

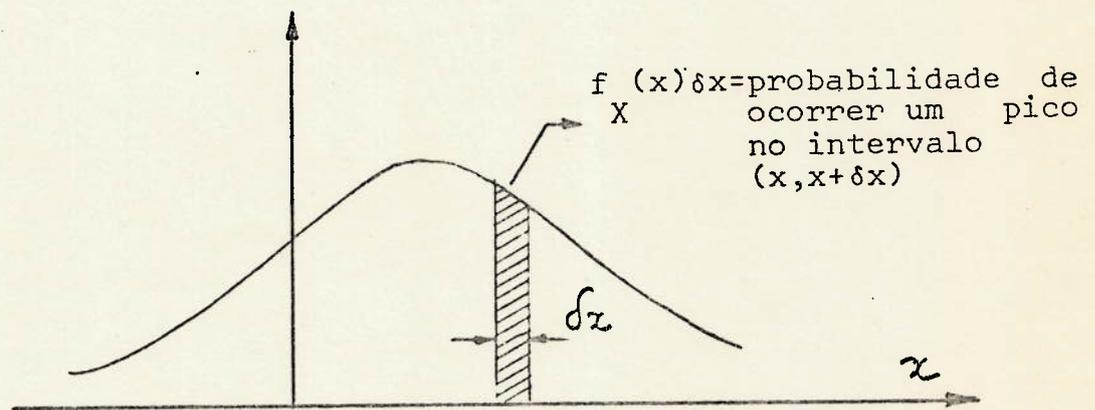


Fig. 6.3 - Ilustração do significado da função densidade de probabilidade do processo aleatório  $X(t)$  que descreve a distribuição de picos do processo aleatório  $\zeta(t)$ .

Como se verifica, pelas equações (6.3.4) e (6.3.5) o parâmetro  $\epsilon$ , relacionado com os momentos de ordem zero, dois e quatro da função densidade espectral do processo aleatório  $\zeta(t)$ , desempenha papel relevante na formulação de  $f_X(x)$ . Conhecido como largura de banda do espectro, pode-se provar que  $\epsilon$  está compreendido entre zero e um, para o que basta considerar-se a função

$$\beta(y) = \int_0^{\infty} (y + \omega^2)^2 \varphi_{\zeta\zeta}(\omega) d\omega = y^2 m_0 + 2y m_2 + m_4$$

onde  $\varphi_{\zeta\zeta}(\omega)$  é a função densidade espectral e  $m_0$ ,  $m_2$  e  $m_4$  são seus momentos de ordem zero, dois e quatro respectivamente, e portanto constituem-se em grandezas positivas. Como o integrando não pode ser negativo, a função  $\beta(y)$  será sempre positiva ou nula. Logo, a equação  $\beta(y) = 0$  nunca terá duas razões reais distintas, o que implica que o determinante  $m_2^2 - m_0 m_4$  será sempre negativo ou nulo. Portanto

$$0 \leq m_2^2 \leq m_0 m_4 \quad ,$$

$$0 \leq \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \leq 1 \quad ,$$

$$0 \geq \frac{-m_2^2}{m_0 m_4} \geq -1 \quad ,$$

$$1 \geq 1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \geq 0 \quad ,$$

logo  $1 \geq \epsilon \geq 0$ .

O caso limite de  $\epsilon \rightarrow 0$  está ilustrado na figura 6.4.

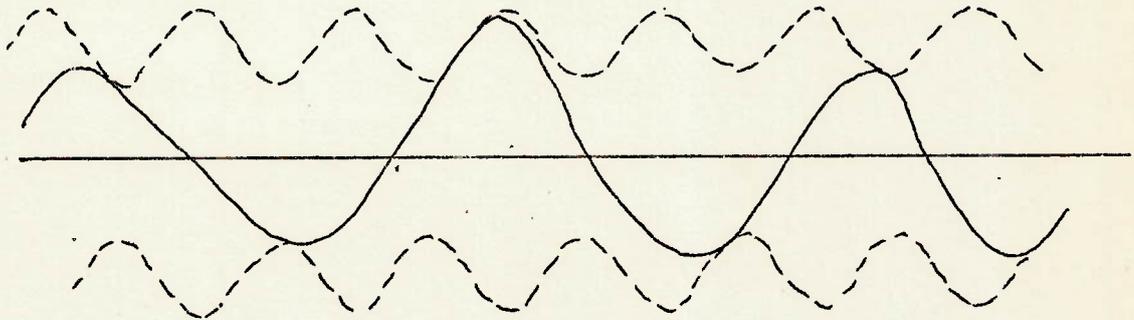


Fig. 6.4 - A história temporal de um processo de banda estreita ( $\epsilon \rightarrow 0$ ).

Neste caso o número esperado de picos, por unidade de tempo, é equivalente ao número esperado de cruzamentos no nível zero. A função densidade de probabilidade definida na equação (6.3.4) fica:

$$f_X(x) = \frac{x}{m_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0}\right) \quad (6.3.6)$$

que tem a forma de uma distribuição de Rayleigh.

O outro caso limite ocorre quando  $\epsilon \rightarrow 1$ . Corresponde a situação na qual ondas de alta frequência e pequenas amplitudes são superpostas a outra onda de baixa frequência (figura 6.5).

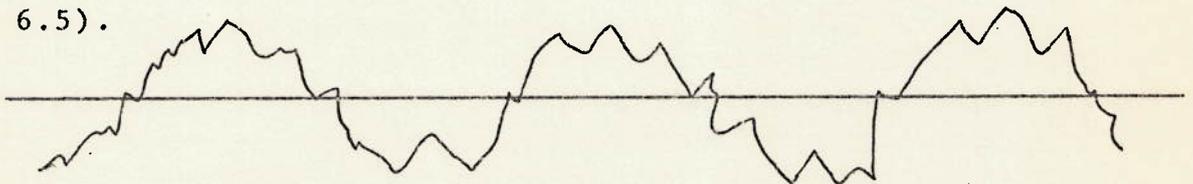


Fig. 6.5 - Exemplo de um processo aleatório onde  $\epsilon \rightarrow 1$ .

Agora o número esperado de picos é muito maior do que o número de cruzamentos no nível zero. A função densidade de probabilidade definida anteriormente torna-se

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0}\right) \quad (6.3.7)$$

que é uma distribuição normal de média zero.

Calculando-se a equação (6.3.4), por computador, em função dos adimensionais  $\varepsilon$  e  $X/\sqrt{m_0}$  e colocando-se os resultados em gráfico, obteve-se a figura 6.6

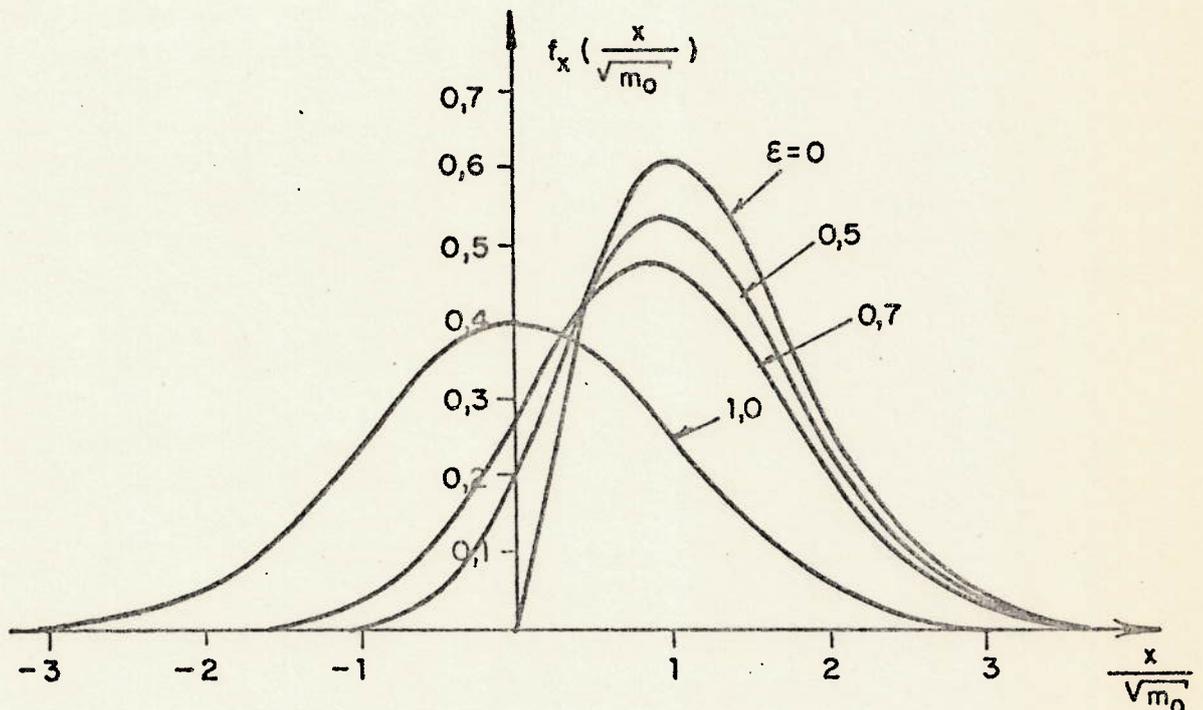


Fig. 6.6 - Função densidade de probabilidade de  $f_X(x)$  parametrizada em  $\varepsilon$

O momento de ordem zero de  $f_X(x)$  definido como

$$F(x) = \int_x^{\infty} f_X(y) dy \quad (6.3.8)$$

está calculado no apêndice A, valendo

$$F(x) = 0.5 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{\varepsilon \sqrt{m_0}} \right) + \sqrt{1-\varepsilon^2} \exp \left( \frac{-x^2}{2m_0} \right) \left\{ 0.5 + \operatorname{erf} \left( \frac{x}{\varepsilon \sqrt{m_0}} \sqrt{1-\varepsilon^2} \right) \right\} \quad (6.3.9)$$

$F(x)$  representa a probabilidade de ocorrência de um pico com altura maior ou igual a  $x$ .

A equação (6.3.9), calculada por computador, em função de  $\varepsilon$  e  $x/\sqrt{m_0}$ , resulta no gráfico da figura 6.7.

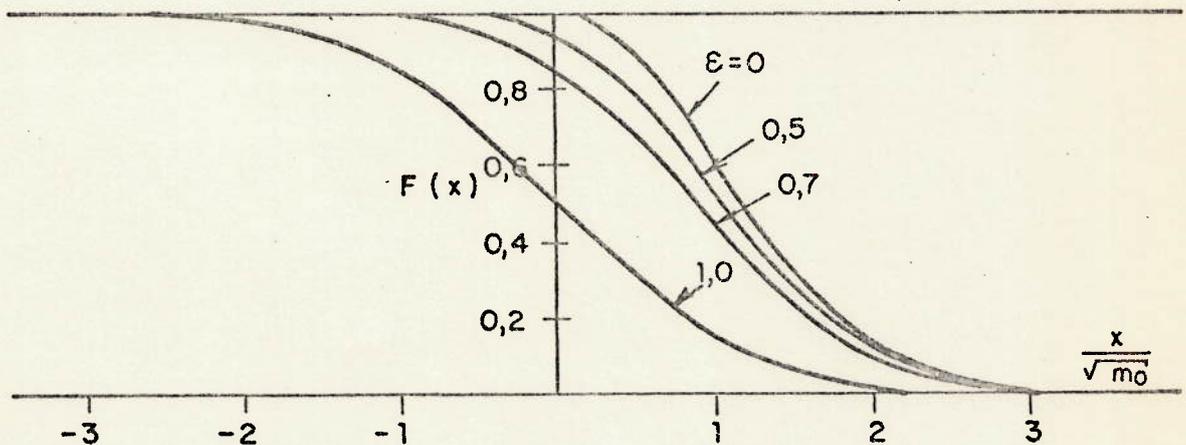


Fig. 6.7 - Probabilidade de que o máximo  $\frac{x}{\sqrt{m_0}}$  exceda um dado valor.

O momento de primeira ordem de  $f_X(x)$  definido como

$$G(x) = \int_x^{\infty} y f_X(y) dy \quad (6.3.10)$$

está calculado no apêndice B. O resultado desta integração po de ser desdobrado em 2 casos:

i)  $|t| < t_0$

$$\begin{aligned} \frac{G(t)}{\sqrt{m_0}} = & \frac{\epsilon}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\epsilon^2}\right) + \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{2} \left\{ t \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cdot \right. \\ & \cdot [1+2 \operatorname{erf}(\alpha t)] + \sqrt{2\pi} [0.5 - \operatorname{erf}(t) + \\ & \left. - 2 \operatorname{erf}(\alpha t) \operatorname{erf}(t)] \right\} + \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{2} \sqrt{2\pi} \operatorname{erf}(\alpha t_0) + \\ & - \frac{1-\epsilon^2}{\epsilon} \phi(t, t_0) \end{aligned} \quad (6.3.11)$$

ii)  $|t| > t_0$

$$\begin{aligned} \frac{G(t)}{m_0} = & \frac{\epsilon}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\epsilon^2}\right) + \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{2} \left\{ t \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cdot \right. \\ & \cdot [1+2 \operatorname{erf}(\alpha t)] + \sqrt{2\pi} [0.5 - \operatorname{erf}(t) + \\ & \left. - 2 \operatorname{erf}(\alpha t) \operatorname{erf}(t)] \right\} + \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{2} \sqrt{2\pi} \operatorname{erf}(\alpha/|t|) \end{aligned} \quad (6.3.12)$$

onde  $\alpha = \left(\frac{1-\epsilon^2}{\epsilon}\right)^{1/2}$ ,  $t = \frac{x}{\sqrt{m_0}}$

$t_0 = 6.91550$  (o maior argumento da função  $\operatorname{erf}(x)$ , im plicitamente implantada no computador

B 6700, cujo resultado difere do valor assintótico 0.5).

$$\emptyset(t, t_0) = \int_t^{t_0} \operatorname{erf}(Z) \exp\left(-\frac{\alpha^2 Z^2}{2}\right) dZ$$

(esta função é calculada numericamente usando-se integração através das fórmulas de quadratura gaussiana (19))

#### 6.4. Cálculo das médias estatísticas das $1/n$ -ésimas alturas.

Usando-se os resultados da seção anterior, pode-se calcular o valor de  $x$  cuja probabilidade de ser excedida é  $1/n$ . Denotando-se este valor por  $\zeta_{1/n}$  pode-se dizer que

$$P[X > \zeta_{1/n}] = \frac{1}{n} = \int_{\zeta_{1/n}}^{\infty} f_X(x) dx = F(x) \Big|_{x=\zeta_{1/n}} \quad (6.4.1)$$

onde  $f_X(x)$  e  $F(x)$  são definidas pelas equações (6.3.4) e (6.3.9). Como a incógnita, na equação anterior, é  $\zeta_{1/n}$  deve-se procurar o ponto onde a função  $F(x)$  cruza com a reta  $r(x) = \frac{1}{n}$  (figura 6.8). Dispondo-se tanto de  $F(x)$  como de sua derivada  $f_X(x)$  o método utilizado pelo programa computacional, para a busca de  $\zeta_{1/n}$  é o iterativo de Newton.

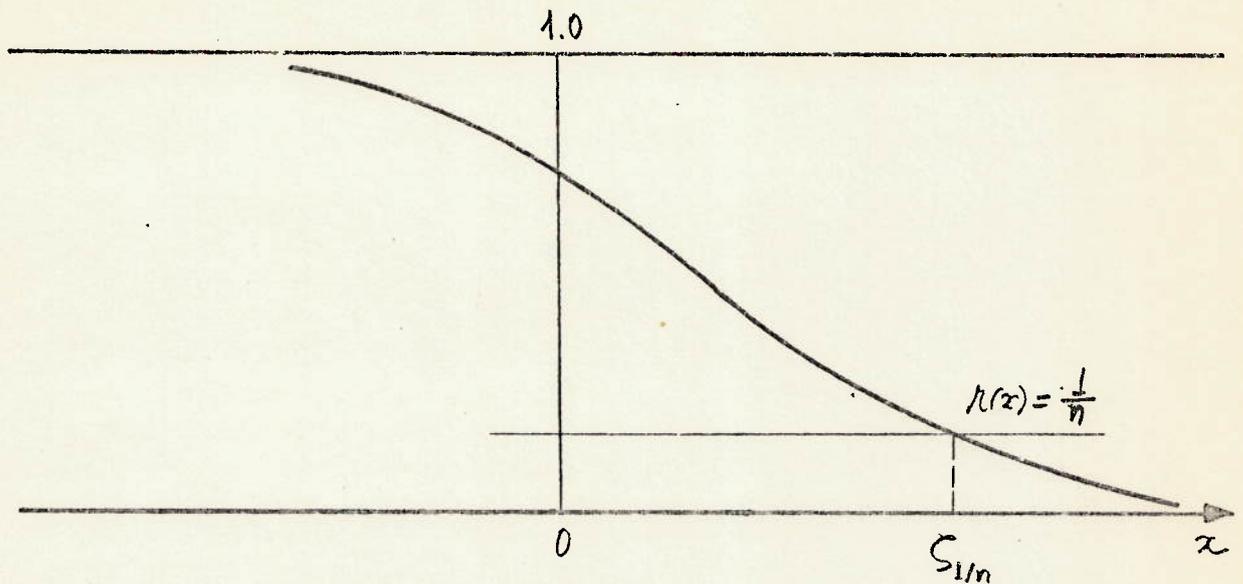


Fig. 6.8 - Cálculo do número  $\zeta_{1/n}$  cuja probabilidade de ser excedida é  $1/n$ .

Para a convergência rápida do método a estimativa inicial de  $\zeta_{1/n}$  é obtida fazendo-se  $\epsilon = 0$ . Neste caso ter-se-á.

$$F(x) = \exp\left[\frac{-x^2}{2m_0}\right]. \quad (6.4.2)$$

Substituindo-se  $x$  por  $\zeta_{1/n}$  vem

$$\exp\left[\frac{-\zeta_{1/n}^2}{2m_0}\right] = \frac{1}{n} \quad (6.4.3)$$

do que resulta  $\zeta_{1/n}^2 = 2m_0 \log_e n$ .

A partir deste valor inicial, com três ou quatro iterações, chega-se ao  $\zeta_{1/n}$  final com precisão de  $10^{-4}$ .

Tendo sido calculado,  $\zeta_{1/n}$  pode-se definir a média

das  $1/n$ -ésimas maiores ocorrências como sendo o centro de gravidade da área hachurada da figura 6.9, ou seja,

$$\bar{\zeta}_{1/n} = \frac{\int_{\zeta_{1/n}}^{\infty} x f_X(x) dx}{\int_{\zeta_{1/n}}^{\infty} f_X(x) dx} = \frac{G(\zeta_{1/n})}{1/n} = n G(\zeta_{1/n}) \quad (6.4.4)$$

onde  $G(x)$  está definido pelas equações (6.3.10), (6.3.11) e (6.3.12).

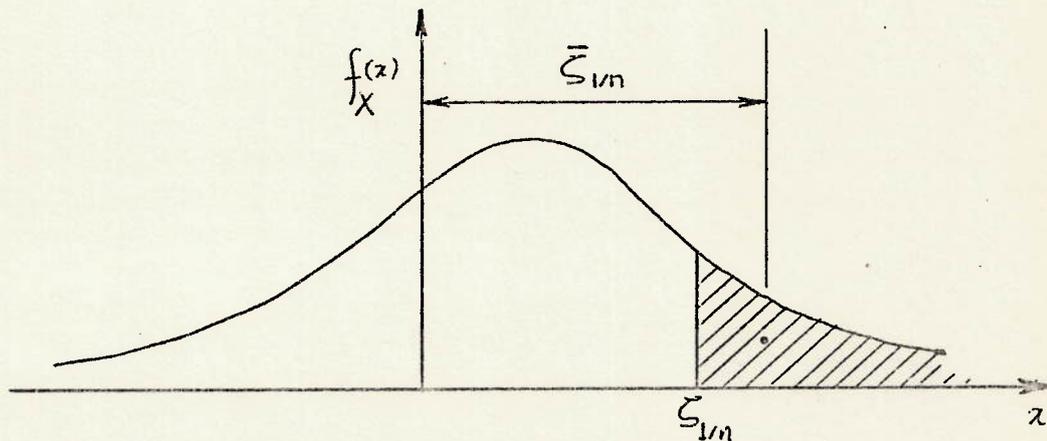


Fig. 6.9 - Definição da média das  $1/n$ -ésimas observações

Sabendo-se que a probabilidade de ocorrer um pico de altura superior a  $\zeta_{1/n}$  é igual a  $1/n$  (equação (6.4.1)), conclui-se que  $\bar{\zeta}_{1/n}$  representa uma média estatística de todos os picos cujas alturas excedem  $\zeta_{1/n}$ .

Calculando-se diversos valores de  $\bar{\zeta}_{1/n}$  em função da largura de banda do espectro  $\epsilon$ , e de  $1/n$  obteve-se a tabela, da figura 6.10, onde  $\bar{\zeta}_{1/n}$  está representado na forma adimensio

nal  $\bar{\zeta}_{1/n}/\sqrt{m_0}$ .

$\epsilon$ 1/n	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0,33	4,004	3,999	3,983	3,955	3,913	3,851	3,765	3,640	3,456	3,155	2,182
0,10	5,091	5,087	5,075	5,053	5,021	4,975	4,909	4,815	4,669	4,419	3,510
0,01	6,673	6,670	6,661	6,644	6,620	6,586	6,537	6,467	6,358	6,161	5,330

Tab. 6.1 - Tabela mostrando a variação de  $\zeta_{1/n}/\sqrt{m_0}$  em função de  $\epsilon$ .

Quando se trata do comportamento do navio no mar, é comum em engenheiro naval, simplificar o cálculo de  $\bar{\zeta}_{1/n}$  adotando, para isso, a hipótese de que o processo aleatório é de banda estreita, ou seja  $\epsilon = 0$  (referências (10), (20), (21) e (22)).

Sob esta hipótese a equação (6.3.4) reduz-se à equação (6.3.6), resultando numa grande simplificação dos cálculos que geram a função  $F(x)$  (equação (6.3.9) e  $G(x)$  (equações (6.3.11) e (6.3.12)).

Com a adoção da hipótese de  $\epsilon = 0$  elimina-se a variação da tabela 6.1 em relação a  $\epsilon$ , ou seja considera-se somente a coluna um da tabela, desprezando-se as outras. O erro que esta simplificação introduz está na tabela 6.2, onde se calculou o desvio percentual de cada elemento da tabela 6.1 em relação ao elemento correspondente da coluna um desta mesma tabela.

$\epsilon$ 1/n	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0,33	0,0	0,1	0,5	1,2	2,3	3,8	6,0	9,1	13,7	21,2	45,5
0,10	0,0	0,1	0,3	0,7	1,4	2,3	3,6	5,4	8,3	13,2	31,1
0,01	0,0	0,0	0,2	0,4	0,8	1,3	2,0	3,1	4,7	7,7	20,1

Tab. 6.2 - Tabela mostrando o erro percentual de  $\bar{\zeta}_{1/n}$  quando se adota a hipótese de  $\epsilon = 0$ .

Observando-se a tabela 6.2 verifica-se que, para processos de  $\epsilon \leq 0,5$ , esta hipótese introduz erros menores do que 5%. Como a maioria das referências que tratam do comportamento do navio no mar ((10), (20), (21) e (22)) afirmam que as respostas são de banda estreita o erro introduzido, ao adotar-se  $\epsilon = 0$ , é muito pequeno.

No programa aqui desenvolvido não é adotada tal hipótese pois as equações desenvolvidas para  $F(x)$  e  $G(x)$  introduzem um acréscimo no tempo computacional, que não alteram o custo global do processamento em sequer 1%.

Quando  $n = 3$ , o valor correspondente de  $\bar{\zeta}_{1/3}$ , é denominado de altura de onda significativa e escrito usualmente como  $h_{1/3}$  ou  $H_{1/3}$ .

No capítulo IV, equação (4.2.6), adotou-se a seguinte formulação do parâmetro  $\sigma$ , que entrava na formulação do espectro da ITTC.

$$\sigma = \sqrt{m_0} = \frac{H_{1/3}}{4.0}$$

Por esta fórmula conclui-se que  $H_{1/3}/\sqrt{m_0} = 4.0$ . A razão do número 4.0 pode ser compreendida ao observar-se a tabela 6.1, correspondendo ao valor de  $\bar{\zeta}_{1/3}/\sqrt{m_0}$  para  $\epsilon = 0$ .

## CAPÍTULO VII

*Comportamento Aleatório Do Navio No Mar*

A teoria desenvolvida nos capítulos precedentes aplica-se a processos aleatórios de uma maneira geral. Quando se particulariza os resultados, visando aplicações no estudo do comportamento do navio no mar, algumas modificações são necessárias.

Uma particularidade que existe, ao se enforçar o comportamento do navio no mar, é que o navio não é um corpo estacionário, pois se desloca no mar com velocidade média constante. Como as respostas do navio, às solicitações impostas pelas ondas, interessam sob o ponto de vista de quem está a bordo, deve-se considerar a influência da velocidade do navio nos resultados obtidos anteriormente.

Outra particularidade decorre da adoção de uma função densidade espectral, relativa à elevação da superfície do mar (equação (4.3.3)), que depende de duas variáveis  $\omega$  e  $\mu$ , ao invés de somente uma como foi feito nos capítulos V e VI.

Além destas duas particularidades as seguintes questões serão abordadas neste capítulo:

- quais são, especificamente, os processos aleatórios englobados pela denominação genérica "comportamento aleatório do navio no mar"?,

- como se obter as funções densidades espectrais destes processos, visando calcular algumas estatísticas que interessam ao engenheiro naval?,

- quais são as estatísticas que interessam ao en  
gheiro naval?.

### 7.1. Cálculo dos momentos das funções densidades espectrais re lativas ao comportamento do navio no mar

Todas as funções estatísticas desenvolvidas no capítu  
lo VI (equação (6.1.13), (6.2.27), (6.3.4), (6.3.9), (6.3.11),  
(6.3.12)), dependiam, não da ordenada da função densidade es  
pectral, mas sim dos momentos de ordem zero, dois e quatro desta  
função, que podem ser definidos genericamente por:

$$m_n = \int_0^{\infty} \omega^n \varnothing_{qq}(\omega) d\omega, \quad (7.1.1)$$

onde  $\varnothing_{qq}(\omega)$  refere-se à função densidade espectral de um pro  
ceso aleatório qualquer  $q$ .

A equação fundamental, que permite a obtenção da  
função  $\varnothing_{qq}(\omega)$ , é a equação (5.1.14), ou seja

$$S_{qq}(\omega) = S_{QQ}(\omega) |H_{qq}(\omega)|^2 \quad (7.1.2)$$

Em termos da função densidade espectral fisicamente  
realizável, definida pela equação (3.5.1), a equação (7.1.2)  
pode ser escrita como

$$\varnothing_{qq}(\omega) = \varnothing_{QQ}(\omega) |H_{qq}(\omega)|^2 \quad (7.1.3)$$

Introduzindo-se a equação (7.1.3) na equação (7.1.1)  
tem-se

$$m_n = \int_0^{\infty} \omega^n |H_{qq}(\omega)|^2 \varnothing_{qq}(\omega) d\omega \quad (7.1.4)$$

Quando se trata do comportamento do navio no mar todas as respostas resultam de uma mesma excitação: a elevação da superfície do mar. Denotando-se por  $\zeta$  esta elevação, a equação (7.1.4) pode ser escrita como

$$m_n = \int_0^{\infty} \omega^n |H_{qq}(\omega)|^2 \varnothing_{\zeta\zeta}(\omega) d\omega \quad (7.1.5)$$

O espectro de elevação da superfície do mar,  $\varnothing_{\zeta\zeta}(\omega)$ , foi discutido no capítulo IV, onde adotou-se a formulação proposta pela ITTC. De acordo com a equação (4.3.2) este espectro depende de duas variáveis,  $\omega$  e  $\mu$ , ao invés de somente de  $\omega$ , ou seja,

$$\varnothing_{\zeta\zeta}(\omega, \mu) = \frac{2}{\mu} \cos^2 \mu \frac{A}{\omega^5} \exp\left(-\frac{B}{\omega^4}\right), \quad (7.1.6)$$

Ao introduzir-se a equação (7.1.6) na equação (7.1.5) deve-se passar à integração dupla, isto é,

$$m_n = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} \omega^n |H_{qq}(\omega, \mu)|^2 \varnothing_{\zeta\zeta}(\omega, \mu) d\omega d\mu \quad (7.1.7)$$

De acordo com o que está exposto no apêndice E a seguinte particularidade surge quando se trata do comportamento do navio no mar: o navio não é um corpo estacionário, excitado por ondas de frequências absolutas  $\omega$ . Em vez de  $\omega$  o navio é excitado por frequências de encontro  $\omega_e$ , que dependem da velocidade do navio, do ângulo relativo entre o navio e a onda e das frequências absolutas  $\omega$  das ondas. De acordo com o apêndice F, a frequência de encontro é dada por

$$\omega_e = \sqrt{\frac{g}{L}} \left( \sqrt{2\pi \frac{L}{\lambda}} - F_n \frac{2\pi L}{\lambda} \cos \chi \right) \quad (7.1.8)$$

onde

$g$  = aceleração da gravidade,

$L$  = comprimento entre perpendiculares do navio,

$\lambda$  = comprimento de onda, relacionado com a frequência (eq. 4.1.8) ou seja,  $\omega^2 = \frac{2\pi g}{\lambda}$ ,

$F_n$  = número de Fronde =  $\frac{\bar{v}}{\sqrt{Lg}}$ ,

$U$  = velocidade de avanço do navio,

$\chi = \mu + \mu_0$ ,

$\mu_0$  = ângulo que a direção predominante de sopro do vento forma com a direção do navio.

De acordo com o apêndice E, a introdução da equação (7.1.8) na integral (7.1.7) resulta em

$$m_n = \frac{AL^2}{4\pi^3 g^2} \int_{(L/\lambda)_{\min}}^{(L/\lambda)_{\max}} \int_{\chi_1}^{\chi_2} \left\{ \sqrt{\frac{g}{L}} \left( \sqrt{2\pi \frac{L}{\lambda}} - F_n \frac{2\pi L}{\lambda} \cos \chi \right) \right\}^n \cdot \left| H\left(\frac{L}{\lambda}, \chi\right) \right|^2 \cdot \frac{\cos^2(\chi - \mu_0)}{(L/\lambda)^3} \exp \left[ \frac{-BL^2}{4\pi^2 g^2 (L/\lambda)^2} \right] d(L/\lambda) d\chi \quad (7.1.9)$$

Esta equação genérica aplica-se a todos os processos aleatórios resultantes da excitação provocada pela elevação da superfície do mar. O que diferencia um processo aleatório de outro é a função de resposta em frequência  $H\left(\frac{L}{\lambda}, \chi\right)$ . A obtenção desta é a parte mais trabalhosa do processo de análise estatística do comportamento do navio no mar.

Antes porém, de se descrever qual a abordagem escolhida para a obtenção de  $H(L|\lambda, \chi)$ , serão citados os processos aleatórios que foram escolhidos para compor a análise do comportamento do navio no mar.

## 7.2. Processos aleatórios relacionados com o comportamento do navio em mar aleatório

Os processos aleatórios descritos abaixo podem ser melhor compreendidos com a ajuda do resumo teórico apresentado no apêndice E ou através das referências de (22) a (30).

### 7.2.1 Movimentos de avanço, deriva e caturro

Correspondem aos movimentos oscilatórios de translação do centro de gravidade do navio, sendo mais conhecidos pelos seus nomes em literatura inglesa: "surge", "sway", e "heave", respectivamente.

### 7.2.2 Movimentos de balanço, arfagem e aproamento.

Correspondem aos movimentos oscilatórios de rotação do navio, considerado como corpo rígido. Seus nomes em inglês são: "roll", "pitch" e "yaw" respectivamente.

### 7.2.3 Esforços solicitantes

Os seguintes esforços solicitantes serão abordados: força cortante horizontal, força cortante vertical, momento fletor vertical, momento fletor horizontal e momento torsor.

#### 7.2.4 Movimentos absolutos

Serão calculadas estatísticas dos movimentos absolutos (deslocamento, velocidade e aceleração) de um ponto qualquer dado, pertencente ao plano longitudinal de simetria do navio.

#### 7.2.5 Movimentos relativos

Serão calculadas estatísticas dos movimentos, em relação à superfície do mar, de um ponto qualquer dado, pertencente ao plano longitudinal de simetria do navio.

#### 7.2.6 Embarque de água no convés e emersão do propulsor

Ocorrerá embarque de água no convés quando, num determinado instante, a elevação da superfície do mar supera a borda livre local do navio. O propulsor emergirá se o deslocamento relativo entre a superfície do mar e o propulsor for menor do que zero.

#### 7.2.7 Ocorrência de culapada

Mais conhecida pelo seu nome inglês "slam" a culapada caracteriza-se por um forte impacto do casco contra a água, fenômeno mais frequente em navios de guerra, por serem mais rápidos.

#### 7.3. Cálculo das funções de resposta em frequência

O procedimento adotado para cálculo da função de

resposta em frequência  $H(L/\lambda, \chi)$  depende do processo aleatório em questão.

A seguir mostrar-se-ã como serão calculadas as funções de resposta em frequência para os 7 processos aleatórios citados na seção anterior (processo (7.2.1) a (7.2.7)). Nesta seção estes 7 processos estarão agrupados de acordo com o procedimento adotado para o cálculo das suas respectivas funções de resposta em frequência.

Deve-se contudo notar que a maneira aqui apresentada não é a única, havendo outras abordagens teórico-empíricas (referências (29), (30), (31)) que se adotadas seguiriam uma outra linha de pesquisa diferente da que doravante será exposta.

### 7.3.1 Movimentos do centro de gravidade e esforços solicitantes

Nesta seção calcular-se-ã as funções de resposta em frequência dos processos aleatórios descritos no item 7.2 pe los itens (7.2.1), (7.2.2) e (7.2.3).

No capítulo V, seção 5.3, mostrou-se que a função de resposta em frequência de um sistema linear amortecido, com um grau de liberdade, podia ser calculada da seguinte maneira:

( i ) impõe-se ao sistema uma excitação senoidal de amplitude  $Q_0$  e frequência  $\omega$ ,

( ii ) calcula-se a resposta permanente do sistema, cuja amplitude será  $q_0$  e a frequência será  $\omega$ .

(iii) a função de resposta em frequência  $H(\omega)$ , para esta frequência  $\omega$ , é obtida dividindo-se a amplitude da respos

ta pela amplitude da solicitação

$$H(\omega) = \frac{q_0}{Q_0}$$

Na seção seguinte, 5.4, mostrou-se que este procedimento poderia ser estendido a um sistema linear amortecido, com mais de um grau de liberdade, caso se considere o amortecimento pequeno.

No apêndice E apresentou-se um resumo da teoria de Salvensen, Tuck e Faltinsen (25) onde, tanto os movimentos, como os esforços solicitantes, impostos ao navio por excitações senoidais da superfície do mar, podem ser calculados através de sistemas de equações diferenciais lineares.

Resolvendo-se estes sistemas de equações diferenciais e aplicando-se os procedimentos (i), (ii), (iii) expostos acima obtém-se as funções de resposta em frequência para os seis movimentos do navio e os cinco esforços solicitantes.

Deve-se contudo ressaltar que o cálculo dos coeficientes, que definem os sistemas de equações diferenciais lineares, que descrevem os movimentos e as cargas impostas ao navio por ondas regulares senoidais é altamente dispendioso em termos computacionais. Somente computadores de alta velocidade podem realizar tais cálculos de maneira que o tempo de processamento não se torne proibitivo.

A referência (32) apresenta um complexo programa de computador que permite calcular os movimentos e cargas impostos ao navio por elevações senoidais da superfície do mar. Utilizando-se das saídas desse programa, as funções de respos

ta em frequência  $H(L/\lambda, \chi)$  são calculadas, para os seis movimentos do navio e cinco esforços solicitantes, dividindo-se as amplitudes das respostas (avanço, deriva, caturro, balanço, arfagem, aproamento, força cortante horizontal, força cortante vertical, momento fletor horizontal, momento fletor vertical, momento torsor) pela amplitude da solicitação (elevação da superfície do mar).

Como cada resposta é composta por amplitude e fase a função de resposta em frequência pode ser representada por um número complexo da forma

$$H(L/\lambda, \chi) = H^R(L/\lambda, \chi) + H^I(L/\lambda, \chi)i \quad (7.3.1)$$

onde  $H^R(L/\lambda, \chi)$  e  $H^I(L/\lambda, \chi)$  referem-se às partes reais e imaginárias de  $H(L/\lambda, \chi)$ .

O programa do NSRDC (32) calcula, para cada ângulo de aproamento  $\chi$ , os movimentos e esforços solicitantes, impostos ao navio, por ondas regulares senoidais, cujas frequências vão de um mínimo a um máximo abrangendo respostas consideradas significantes do ponto de vista de engenharia naval.

O número de ângulos de aproamentos é no máximo 10 e o de frequência 40. Lembrando que

$$\omega^2 = \frac{2\pi g}{L} \left(\frac{L}{\lambda}\right),$$

$$L/\lambda > 0,$$

$$\omega > 0,$$

há uma correspondência biunívora entre  $\frac{L}{\lambda}$  e  $\omega$ .

Com os resultados do programa do NSRDC pode-se cons

truir tabelas de amplitudes e fases das respostas, para cada  $\chi$  e  $L/\lambda$ , e, numericamente, integrar-se a equação (7.1.9). Obtidos, desta maneira, os momentos  $m_0$ ,  $m_2$  e  $m_4$  algumas estatísticas relacionadas com os movimentos e esforços solicitantes são calculadas, de acordo com a teoria exposta no capítulo VI.

### 7.3.2 Movimentos verticais absolutos e relativos

As funções de resposta em frequência  $H(L/\lambda, \chi)$ , dos movimentos do centro de massa do navio, são calculadas diretamente pelo programa de mar regular do NSRDC conforme foi descrito na seção 7.3.1. Quando porém se tratar de movimentos de pontos situados fora do C. G. do navio, as funções  $H(L/\lambda, \chi)$  passarão a depender da abscissa do ponto considerado e serão denotados por  $H(x; L/\lambda, \chi)$ . A obtenção desta função para cada ponto  $x$  que o usuário especifique, é realizada pelo programa de mar irregular, a partir das funções de resposta em frequência dos movimentos do C. G. (onde  $x = 0$ ). Para um ponto pertencente ao plano longitudinal de simetria do navio, distanciado de  $x$  do C. G., a fórmula para a obtenção da função de resposta em frequência  $H(x; L/\lambda; \chi)$ , do deslocamento do ponto em relação a superfície revolta do mar é

$$\begin{aligned}
 |H_{nr}(x; L/\lambda, \chi)|^2 = & 1 + x^2 |H_{n5}(L/\lambda, \chi)|^2 + |H_{n3}(L/\lambda, \chi)|^2 + \\
 & - 2H_{n3}^R(L/\lambda, \chi) - 2x \{H_{n5}^R(L/\lambda, \chi) H_{n3}(L/\lambda, \chi)\}^R + \\
 & + 2x H_{n5}^R(L/\lambda, \chi)
 \end{aligned}
 \tag{7.3.2}$$

onde  $H\eta_3(L/\lambda, \chi)$  e  $H\eta_5(L/\lambda, \chi)$  representam a função de resposta em frequência dos movimentos do C. G. nas direções 3 e 5 (apêndice E), respectivamente, sendo estas as fornecidas pelo programa de mar regular.

A obtenção da fórmula acima é imediata considerando-se o deslocamento vertical de um ponto de abscissa  $x$  (para pequenos deslocamentos do navio de sua posição de equilíbrio em relação a elevação da onda):

$$\eta_r(t) = \eta_3(t) - x \eta_5(t) - \zeta(t)$$

Calculando-se a função de auto-correlação do processo  $\eta_r(t)$  vem (seção 3.2)

$$\begin{aligned} R_{\eta_r \eta_r}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \eta_r(t) \eta_r(t+\tau) dt \right\} = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [\eta_3(t) - x\eta_5(t) - \zeta(t)] \right. \\ &\quad \left. \cdot [\eta_3(t+\tau) - x\eta_5(t+\tau) - \zeta(t+\tau)] dt \right\} \\ &= R_{\eta_3 \eta_3}(\tau) + x^2 R_{\eta_5 \eta_5}(\tau) - R_{\zeta \zeta}(\tau) - R_{\zeta \eta_3}(\tau) + R_{\zeta \eta_3}(-\tau) + \\ &\quad - x \{ R_{\eta_5 \eta_3}(\tau) + R_{\eta_5 \eta_3}(-\tau) \} + x \{ R_{\zeta \eta_5}(\tau) + R_{\zeta \eta_5}(-\tau) \} \end{aligned}$$

(7.3.3)

A transformada de Fourier da equação acima, de acordo com a seção 3.3, é

$$\begin{aligned} \phi_{\eta_r \eta_r}(\omega) = & \phi_{\eta_3 \eta_3}(\omega) + x^2 \phi_{\eta_5 \eta_5}(\omega) + \phi_{\zeta \zeta}(\omega) + \\ & - 2 \phi_{\zeta \eta_3}^R(\omega) - 2x \phi_{\eta_5 \eta_3}^R(\omega) + 2x \phi_{\zeta \eta_5}^R(\omega) \end{aligned} \quad (7.3.4)$$

onde o R refere-se a parte real do número complexo correspondente.

De acordo com a equação (5.1.14), capítulo V, valem as seguintes relações

$$\phi_{\eta_r \eta_r}(\omega) = |H_{\eta_r \zeta}(\omega)|^2 \phi_{\zeta \zeta}(\omega) ,$$

$$\phi_{\eta_5 \eta_5}(\omega) = |H_{\eta_5 \zeta}(\omega)|^2 \phi_{\zeta \zeta}(\omega) , \quad (7.3.5)$$

etc....,

que, introduzidas na equação (7.3.4), levam a fórmula (7.3.2) procurada.

Pode-se refazer os passos acima, sem se considerar a elevação da onda  $\zeta$ , obtendo-se a fórmula correspondente aos deslocamentos absolutos

$$\begin{aligned} |H_{\eta_a}(x; L/\lambda, \chi)|^2 = & |H_{\eta_3}(L/\lambda, \chi)|^2 + x^2 |H_{\eta_5}(L/\lambda, \chi)|^2 + \\ & - 2x \{H_{\eta_5}^*(L/\lambda, \chi) H_{\eta_3}(L/\lambda, \chi)\} \end{aligned} \quad (7.3.6)$$

### 7.3.3 Embarque de água no convés e emersão do propulsor.

Ocorrerá embarque de água no convés quando, em determinado ponto do caso, a superfície do mar exceder a borda

livre ou, dizendo de outra forma, quando o deslocamento relativo entre a superfície do mar e a linha d'água do navio, no ponto considerado, for maior do que a borda livre local.

Para haver emersão do propulsor basta que o deslocamento relativo entre a elevação da superfície do mar e o ponto da linha d'água, situado na mesma abscissa do propulsor, seja menor ou igual a profundidade do propulsor.

Sempre se adota o deslocamento relativo entre a superfície do mar e um ponto do casco que se localiza na altura da linha d'água. Isto é feito porque os sistemas de coordenadas que descrevem os movimentos do navio estão situados na altura da linha d'água e os deslocamentos envolvidos tem, por isso, média nula, requisito básico para se aplicar as diversas funções estatísticas do capítulo VI.

Por se tratar de dois processos aleatórios relacionados com o movimento relativo entre um ponto do casco e a superfície do mar, o cálculo das funções de respostas em frequência correspondentes é feito de acordo com o exposto na seção 7.3.2 acima.

#### 7.3.4 Ocorrência de culapada

Quando o fundo do casco do navio emerge e, com comitente, a velocidade relativa entre a proa do navio e a superfície do mar atinge certo valor crítico, aparece um forte impacto do casco contra a água caracterizando-se a ocorrência de uma culapada. Vê-se assim que a culapada está relacionada com dois processos aleatórios distintos: o deslocamento relativo

entre um ponto do casco e a superfície do mar e a velocidade relativa entre esses dois pontos.

A obtenção da função de resposta em frequência correspondente ao deslocamento relativo foi discutida na seção 7.3.2 e a função de resposta em frequência correspondente à velocidade relativa é obtida a partir da função de resposta em frequência do deslocamento relativo. Para isso faz-se uso da equação (5.1.15).

#### 7.4. Estatísticas relacionadas com o comportamento do navio no mar.

Com o que foi exposto nas seções (7.1) e (7.3) pode-se obter os momentos espectrais (equação (7.1.9)) de todos os processos aleatórios relacionados na seção 7.2. Nesta seção, a partir destes momentos, calcular-se-ã algumas estatísticas relacionadas com os aludidos processos. Estas estatísticas tem aplicação no projeto do navio e um exemplo disto será apresentado no capítulo seguinte.

##### 7.4.1 Movimentos

As mesmas estatísticas estão sendo obtidas pelo programa de computador para os seguintes processos aleatórios (descritos na seção 7.2):

- movimentos de avanço, deriva, caturro, balanço, arfagem, aproamento, movimentos absolutos e relativos dos pontos do casco que o usuário especifique.

As estatísticas que estão sendo obtidas destes processos são as seguintes:

(a) largura de banda do espectro, dada pela equação (6.3.5), ou seja,

$$\epsilon = \left( 1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \right)^{1/2} \quad (7.4.1)$$

(b) média quadrática do processo, definida como a raiz quadrática da equação (5.1.7), ou seja,

$$\sigma = \sqrt{m_0} = \{E\{q(t)^2\}\}^{1/2} \quad (7.4.2)$$

onde  $q(t)$  refere-se a um processo aleatório genérico.

(c) média do terço e do décimo das maiores ocorrências.

Estas médias foram definidas na seção 6.4, equação (6.4.4), valendo, respectivamente.

$$\bar{h}_{1/3} = 3G(\zeta_{1/3})$$

$$\bar{h}_{1/10} = 10G(\zeta_{1/10}) \quad (7.4.3)$$

onde  $\zeta_{1/n}$  e  $G(x)$  foram definidos pelas equações (6.4.1) e (6.3.12) respectivamente.

Utilizando-se das relações existentes entre a função densidade espectral de um processo e as funções densidades espectrais das derivadas deste processo (equações (5.1.17), (5.1.18), (5.1.19)) as mesmas estatísticas (a), (b), (c) acima são calculadas para as velocidades e acelerações do navio. Os momentos de ordem zero das velocidades e acelerações são iguais, respectivamente, aos momentos de ordem dois e quatro

dos deslocamentos.

Os momentos de ordem dois das velocidades e acelerações são iguais, respectivamente aos momentos de ordem quatro e seis dos deslocamentos. A mesma regra vale para momentos de ordem superior.

#### 7.4.2 Esforços solicitantes

As estatísticas calculadas dos cinco esforços solicitantes, citados no item 7.2.3, são as seguintes: largura da banda do espectro, média do terço, do décimo, do centésimo e do milésimo das maiores ocorrências. O procedimento adotado nestes calculos é o mesmo da seção 7.4.1, relativo aos movimentos.

#### 7.4.3 Embarque de água no convés ou emersões do propulsor

Conhecendo-se os momentos da função densidade espectral correspondente aos deslocamentos relativos entre a superfície do mar e o ponto do casco, situado na mesma abscissa e na altura da linha d'água, calcula-se o número esperado de embarques ou de emersões do propulsor pela fórmula (6.1.13), ou seja:

$$N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \exp\left(\frac{-H^2}{2m_0}\right) \quad (7.4.4)$$

onde H é a borda livre ou a profundidade do propulsor.

## 7.4.4 Ocorrência de culapada

É geralmente aceito, apesar de haver discordâncias, que uma culapada ficará caracterizada se os dois eventos seguintes ocorrerem simultaneamente:

A: o fundo do casco emerge,

B: a velocidade relativa entre o fundo do casco e a superfície do mar, no ponto de emersão é maior do que certo valor crítico.

O valor sugerido por Ochi (37) para a velocidade crítica é o seguinte

$$v_{\text{crit}} = 0,093 \sqrt{Lg} \quad (7.4.5)$$

e será aqui adotado caso não se disponha de outro valor.

Definindo-se o evento C como a ocorrência de uma culapada vem

$$P(C) = P(A) \cap P(B) \quad (7.4.6)$$

Considerando-se os eventos A e B como estatisticamente independentes (4) resulta

$$P(C) = P(A) \cdot P(B) \quad (7.4.7)$$

O tratamento estatístico dos eventos A e B já foi discutido nas seções (7.4.1) e (7.4.3).

Baseando-se na equação (7.4.7) e no que foi discutido no último parágrafo da seção 7.4.1, a equação 7.4.4 fica

$$N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \exp \left( -\frac{H^2}{2m_0} + \frac{v_{\text{crit}}^2}{2m_2} \right) \quad (7.4.8)$$

onde  $H$  é o calado no ponto onde se está calculando a ocorrência de culapada e  $V_{crit}$  é a velocidade crítica de impacto (equação (7.4.5)).

## CAPÍTULO VIII

## Exemplo De Aplicação

Algumas estatísticas relacionadas com o comportamento do navio em mar aleatório, foram obtidas no capítulo anterior, seção 7.4. Apresentar-se-á neste capítulo um exemplo de aplicação destas estatísticas ao projeto de um navio real.

Embora este exemplo não constitua regra geral de abordagem do problema de comportamento do navio em mar aleatório, ilustra a potencialidade da aplicação da estatística ao projeto do navio.

O exemplo, que foi baseado na referência (36), fornecerá a máxima velocidade que o navio analisado pode manter em determinado estado de mar. Além disso estudar-se-á a influência do comprimento do navio no seu desempenho no mar.

Para isso serão analisados três navios geometricamente semelhantes com deslocamentos de 300, 355 e 410 toneladas que receberão respectivamente, os nomes de NAPARA REDUZIDO, NAPARA e NAPARA AMPLIADO.

### 8.1. Análise de desempenho

Para as três versões citadas calcular-se-á as seguintes estatísticas:

- média quadrática (RMS) do deslocamento relativo entre o convés e a superfície do mar,
- frequência de ocorrência de culapadas (Slamming),

- média do décimo das maiores acelerações do ca  
nhão de vante,
- média do décimo das maiores acelerações do C.O.C.  
(centro de operações de combate).

A justificativa para o cálculo das quatro estatísticas acima está no fato de que o navio NAPARA é um navio de guerra com as seguintes implicações:

1. O cálculo da média quadrática do deslocamento relativo entre o convés e a superfície do mar permite estimar o número médio de embarques de água no convés. Embarque excessivo de água provoca danos ao armamento e afeta a eficiência da tripulação em combate.

2. A ocorrência de culapadas afeta a segurança, o conforto e a eficiência da tripulação. Provoca ainda a dispersão ou inibição dos disparos dos armamentos de bordo.

3. Acelerações excessivas no canhão de vante irão dispersar os tiros ou acionar mecanismos automáticos que inibem o disparo desta arma de vital importância para a embarcação.

4. Acelerações excessivas no C.O.C. provocam erros de medição, inibição do disparo de mísseis e queda da eficiência do homem em combate.

O critério, que permitirá julgar se um navio tem melhor desempenho do que outro, será o de máxima velocidade. Quanto maior a velocidade que o navio possa manter, sem violar os limites que serão impostos às quatro grandezas acima, melhor será o seu desempenho.

O estabelecimento deste critério ficou a cargo do armador, no caso a marinha de guerra, estando fora de discussão para os presentes objetivos.

Outras características operacionais importantes poderiam ser inseridas tais como balanço (roll), acelerações do radar, etc... mas, a título de exemplo só serão analisadas as quatro acima, para não haver sobrecarga de gráficos e informações.

Deve-se por último estabelecer que números são aceitáveis como limites para as quatro grandezas acima. Como a máxima velocidade, que o comandante permite à sua embarcação, quando vêm ameaçadas as características operacionais da mesma, depende, em grande parte, do seu julgamento pessoal, torna-se difícil traduzir em números os limites procurados. Seguindo a referência (36), que se baseia em dados dos holandeses (38), americanos e russos (39) adotar-se-ão os seguintes valores:

- a média máxima de ocorrência de embarques de água no convés será a de 1 embarque em cada 23 oscilações,
- a média máxima de ocorrência de culapadas será a de 60 culapadas (Slams) por hora,
- a média da décima parte das maiores acelerações não deve ultrapassar  $g$ .

Os gráfico da figura 8.1 possui como abscissa a altura de onda significativa do mar (definida na seção 4.2) e como ordenada a máxima velocidade que cada navio pode atingir sem violar os limites impostos para embarques de água, culapa

das e acelerações. A obtenção deste gráfico será explicada na seção seguinte. Antes disso algumas conclusões serão tiradas deste gráfico.

Para mares cujas alturas significativas não ultrapassem 0,4m os três navios não estão limitados (evidentemente que o limite será imposto pela potência disponível e pela potência absorvida pelo casco para manter a velocidade no estado de mar correspondente).

Para mares cujas alturas significativas estão compreendidas entre 0,4m e 3,8m o NAPARA AMPLIADO apresenta melhor desempenho do que seus semelhantes. As outras duas versões, a reduzida e a normal alternam-se em relação ao desempenho no mar.

Como mares com altura de onda significativa maiores do que 2,0m (mar 5 em diante) são muito raros na costa brasileira pode-se dizer que o aumento do comprimento do navio NAPARA melhora seu desempenho no mar.

Sem se levar em conta o desempenho no mar o navio NAPARA tem condições propulsivas para desenvolver mais do que 30 nós. Quando se considera o desempenho no mar a figura 8.1 mostra que esta velocidade pode cair a 10 nós, dependendo do estado de mar. Esta violenta redução mostra a importância de se considerar o desempenho de um navio em mar aleatório ao se analisar determinada alternativa de projeto.

Outra conclusão que se pode tirar da figura 8.1 é que existe uma abrupta queda de velocidade para uma pequena variação da altura de onda significativa em torno de 0.4. Como

mares com altura de onda significativa desta ordem são bastante frequentes na costa brasileira, pode-se esperar sensíveis variações de velocidades máximas deste navio, dependendo do mar que encontra pela frente.

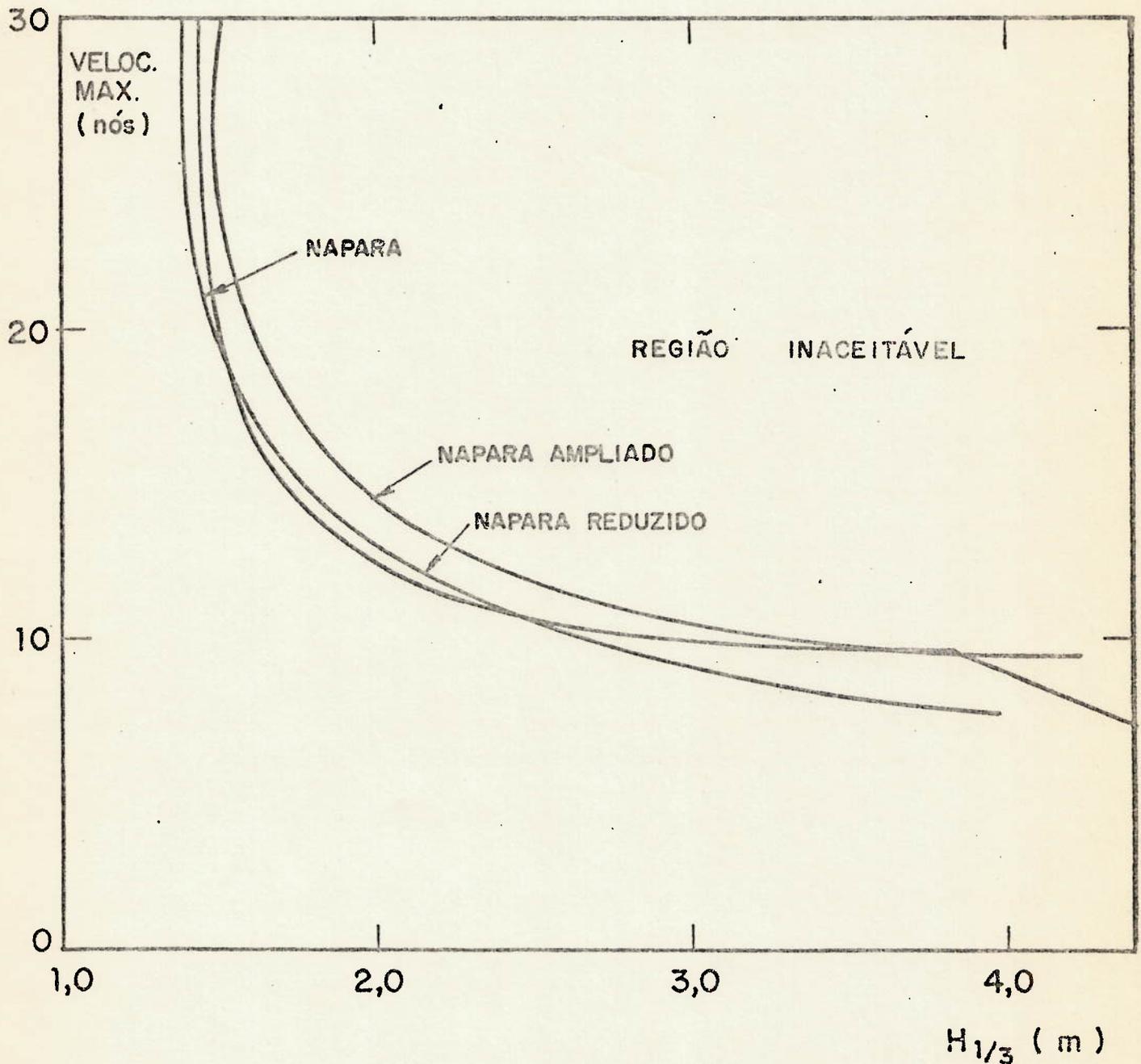


FIG. 8.1 - Comparação dos limites críticos de operação para três navios do tipo NAPARA:

## 8.2. Obtenção das curvas de desempenho

O gráfico da figura 8.1, que forneceu os elementos da análise desenvolvida na seção anterior, pode ser obtido da maneira descrita nos itens seguintes.

### 8.2.1 Embarque de água

Como o limite adotado foi a média de um embarque de água em cada 23 oscilações da embarcação conclui-se que a probabilidade de ocorrência deste evento é de  $1/23 \approx 4,3\%$ . Entendendo-se com este valor como ordenada do gráfico da figura 6.7 obtêm-se para abscissa o valor de

$$\frac{X}{\sqrt{m_0}} \approx 2,5 \quad (\epsilon < 0,7).$$

Definindo-se o evento  $X$  como o deslocamento relativo entre a superfície do mar e a linha d'água do navio e chamando de  $H$  a borda livre, medida a partir da linha d'água conclui-se que haverá embarque de água no convés toda vez que  $X$  for maior do que  $H$ . De acordo com o parágrafo anterior

$$P(X > H) = 1/23 \quad \text{implicando em}$$

$$\frac{H}{\sqrt{m_0}} > 2,5 \quad \text{ou}$$

$$\sqrt{m_0} < 2,5/H$$

chamando  $\sqrt{m_0}$  de RMS conclui-se que haverá embarque de água no convés se  $\text{RMS} > 2,5/H$ .

No capítulo VII (equação (7.1.9)) e capítulo IV (e

quações (4.2.2), (4.2.5) e (4.2.6)) mostrou-se que, para um da do navio,  $RMS = \sqrt{m_0}$  depende da altura de onda significativa do mar ( $H_{1/3}$ ) e da velocidade do navio.

Colocando-se em gráfico RMS em função de  $H_{1/3}$  e da velocidade do navio obteve-se, para a versão NAPARA AMPLIADO, o gráfico da figura 8.2.

Traçando-se, neste gráfico, a reta limite  $RMS = 2,5/H$  (igual a 1,44m para a versão NAPARA AMPLIADO) pode-se construir o gráfico da figura 8.3 onde se define a curva de velocidade máxima que o navio pode manter, num determinado estado de mar ( $H_{1/3}$ ), sem haver excesso de embarques de água.

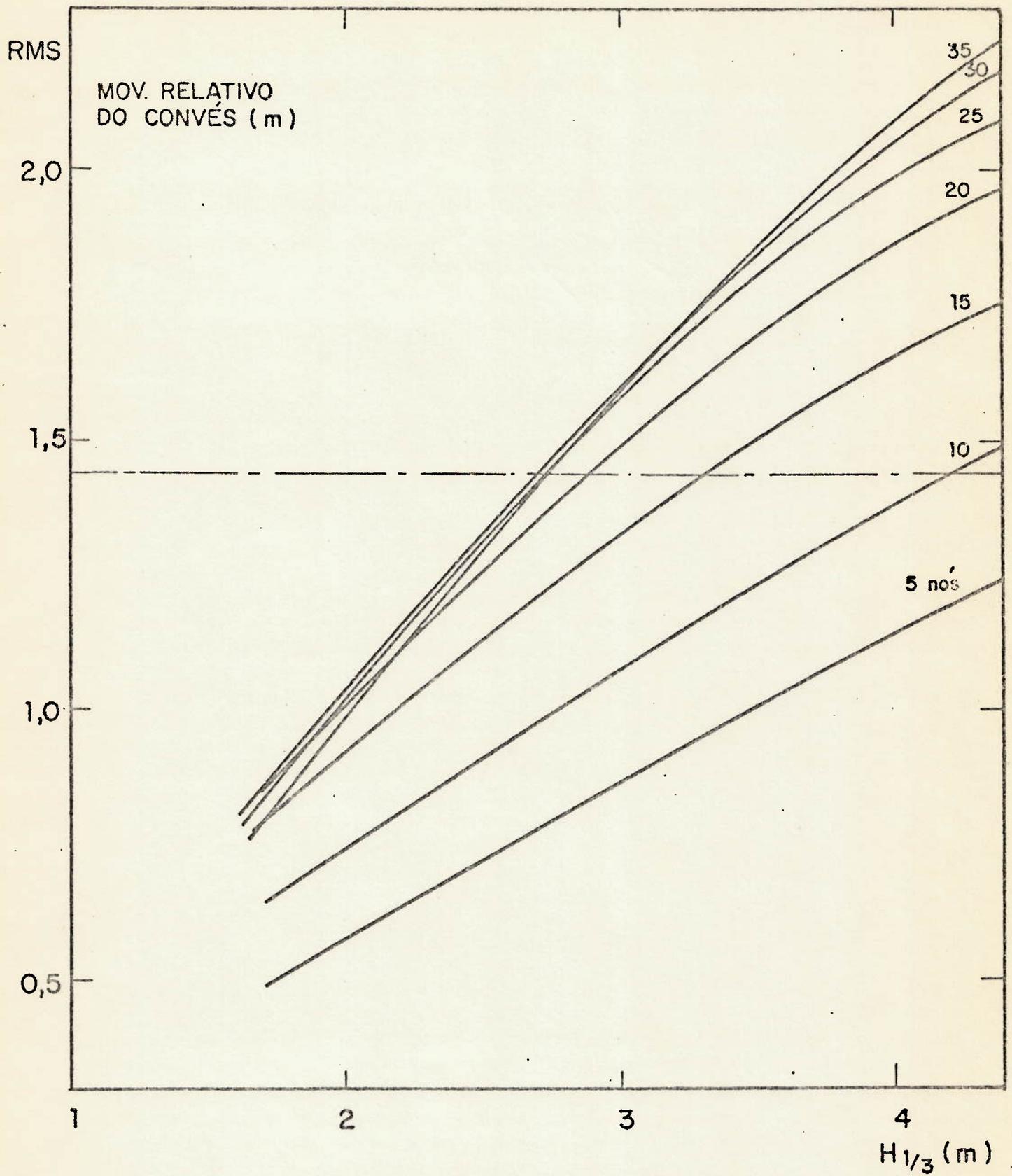


FIG. 8.2 - RMS do movimento relativo do convés em função da altura de onda significativa do mar.

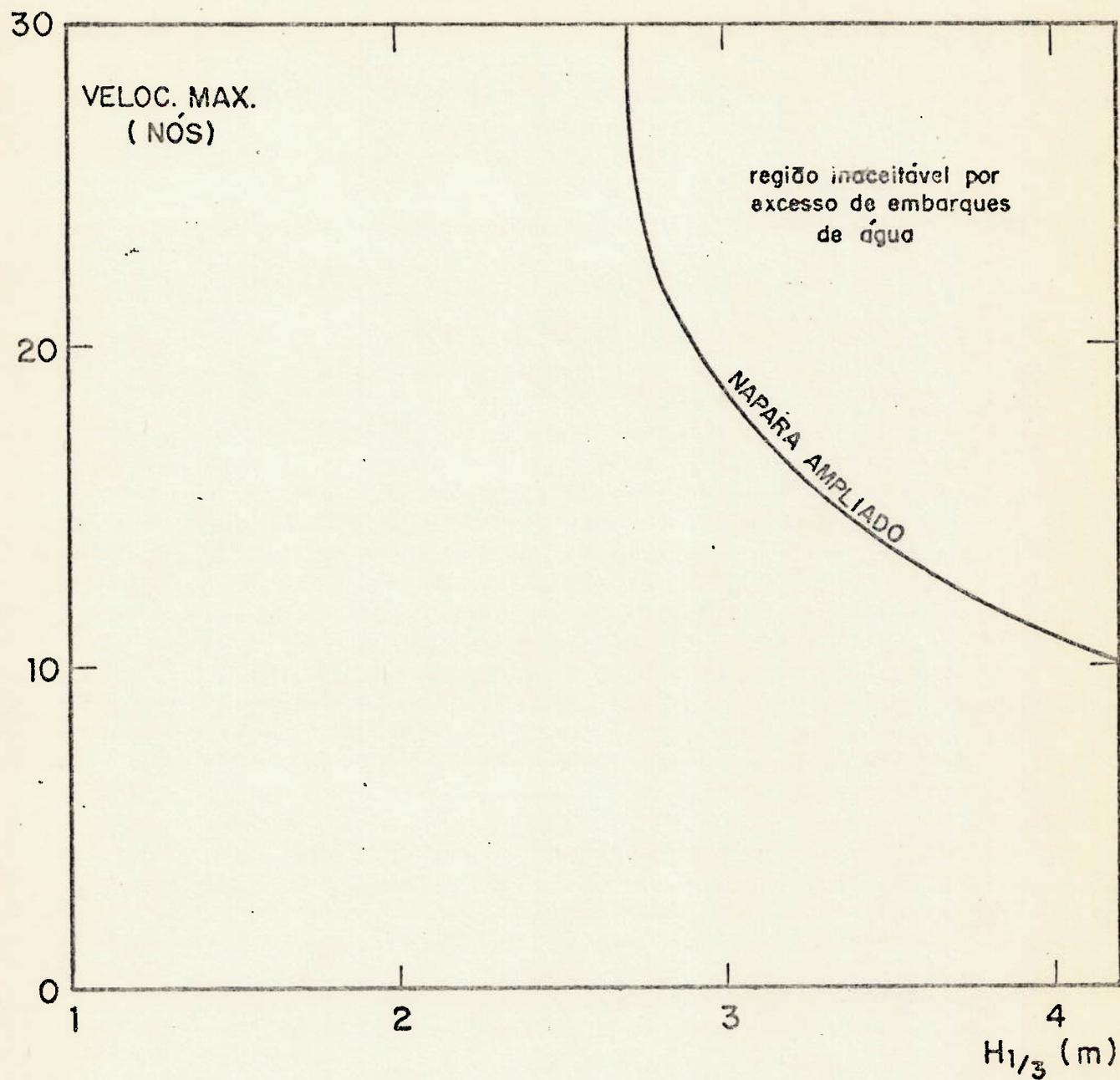


FIG. 8.3 - Velocidade máxima do navio para haver num máximo de 1 embarque de água em cada 23 oscilações.

## 8.2.2 Acelerações

De acordo com a tabela 6.1 a média do décimo das maiores ocorrências pode ser tomada aproximadamente como

$$\frac{\bar{\zeta}_{1/10}}{\sqrt{m_0}} \approx 5,1 \quad (\epsilon \leq 0,3)$$

O limite máximo, para o décimo das maiores acelerações, admitido na seção 8.1, foi o da aceleração da gravidade, ou seja

$$\bar{\zeta}_{1/10} \leq g, \quad \text{implicando em}$$

$$5,1 \sqrt{m_0} \leq g \quad \text{ou}$$

$$\text{RMS} = \sqrt{m_0} \leq \frac{g}{5,1} = 1,923$$

Como foi descrito anteriormente em 8.2.1, colocou-se em gráfico o RMS das acelerações do centro de operação de combate (C.O.C) e do canhão de vante, em função da velocidade do navio e da altura de onda significativa do mar (figura 8.4). Traçando-se, neste gráfico, a reta limite de  $\text{RMS} = 1,923$  construiu-se o gráfico da figura 8.5 onde estão mostrados os limites de velocidade do navio para se evitar acelerações excessivas.

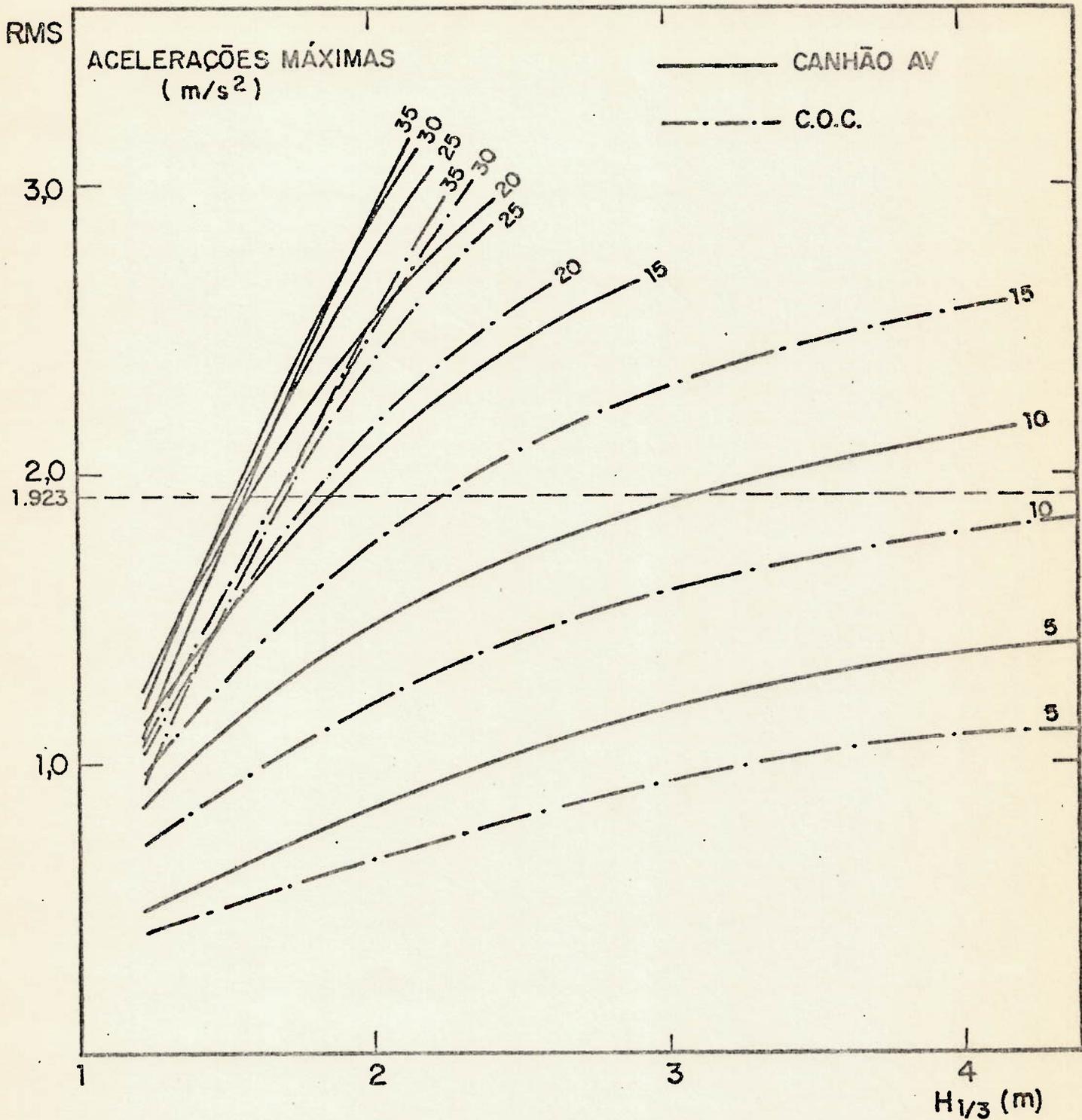


FIG. 8.4 - RMS das acelerações máximas que ocorrem no canhão de vante e no centro de operações de combate em função da altura de onda significativa do mar.

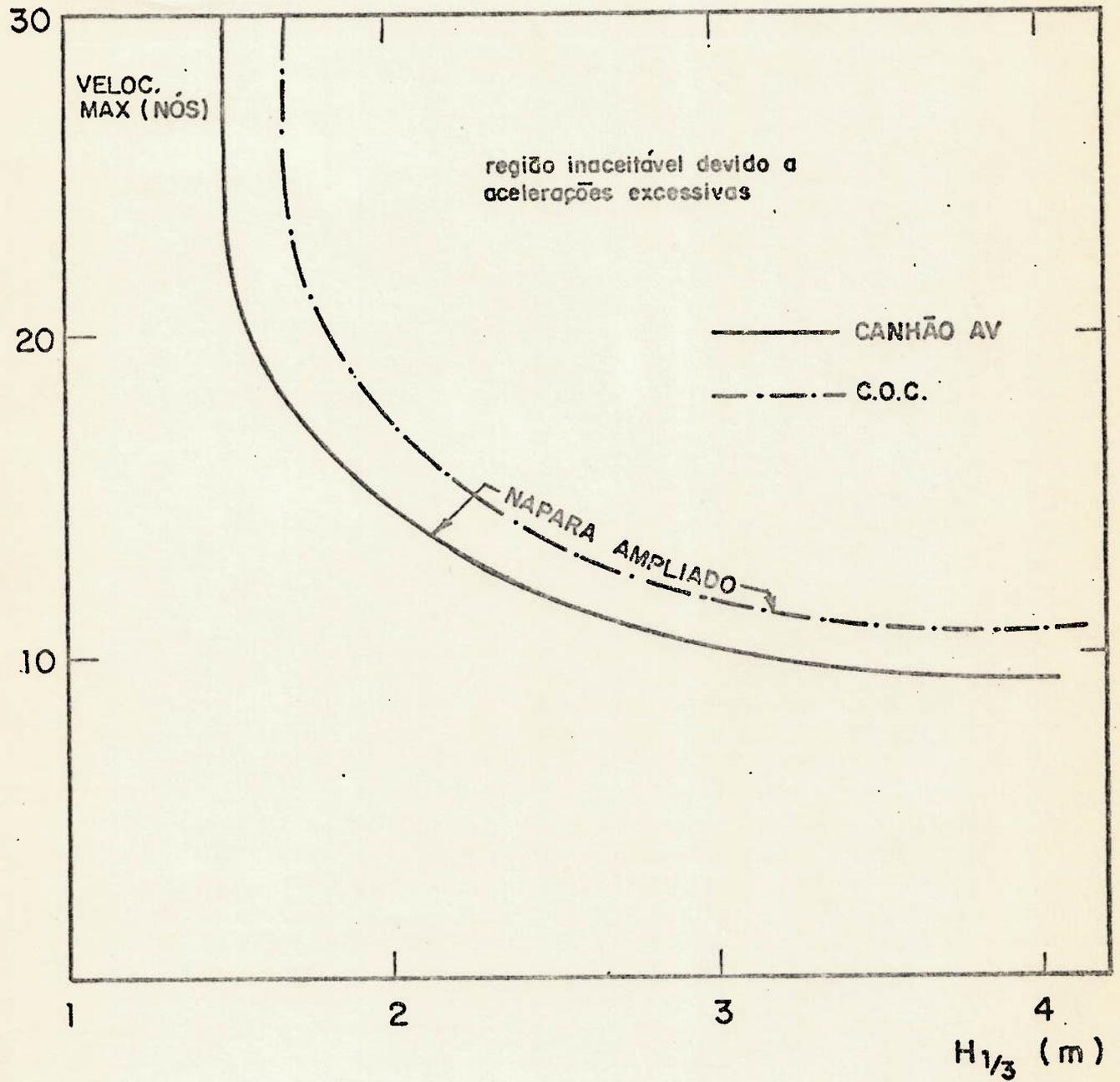


FIG. 8.5 - Velocidade máxima do navio para a que a média do  $\bar{d}_e$  cimo das maiores acelerações não ultrapasse g.

### 8.2.3 Culapadas

O número esperado de culapadas ("slams") por hora foi calculado a partir da equação (7.4.8). Colocando-se em gráfico o número de ocorrências deste evento em função do estado de mar ( $H_{1/3}$ ) e da velocidade do navio, obteve-se o gráfico da figura 8.6. Traçando-se neste gráfico a reta limite de 60 culapadas por hora construiu-se o gráfico da figura 8.7, onde está indicada a curva limite de velocidade do navio, em função do estado de mar, para que não se ultrapasse o limite imposto.

### 8.2.4 Conclusões

No exemplo apresentado existem quatro curvas que limitam a velocidade máxima do navio em função do estado de mar: embarque de água, aceleração do C.O.C, aceleração do canhão de vante e culapadas ("slamming").

Há uma curva limite global de velocidade do navio. Para obtê-la colocou-se as quatro curvas limites citadas (figuras 8.3, 8.5 e 8.7) num único gráfico (figura 8.8). A envoltória inferior de todas as curvas limites, que dá a curva limite global do navio, é, no caso do NAPARA AMPLIADO, a curva relativa a aceleração do canhão de vante (curva de traço contínuo). A curva limite global assim obtida foi lançada no gráfico da figura 8.1 com o nome de NAPARA AMPLIADO.

O mesmo procedimento (descrito nos itens 8.1.1, 8.1.2 e 8.1.3) foi repetido para as duas outras versões, NAPARA REDUZIDO e NAPARA, completando o gráfico da figura 8.1, onde os três navios podem ser comparados simultaneamente.

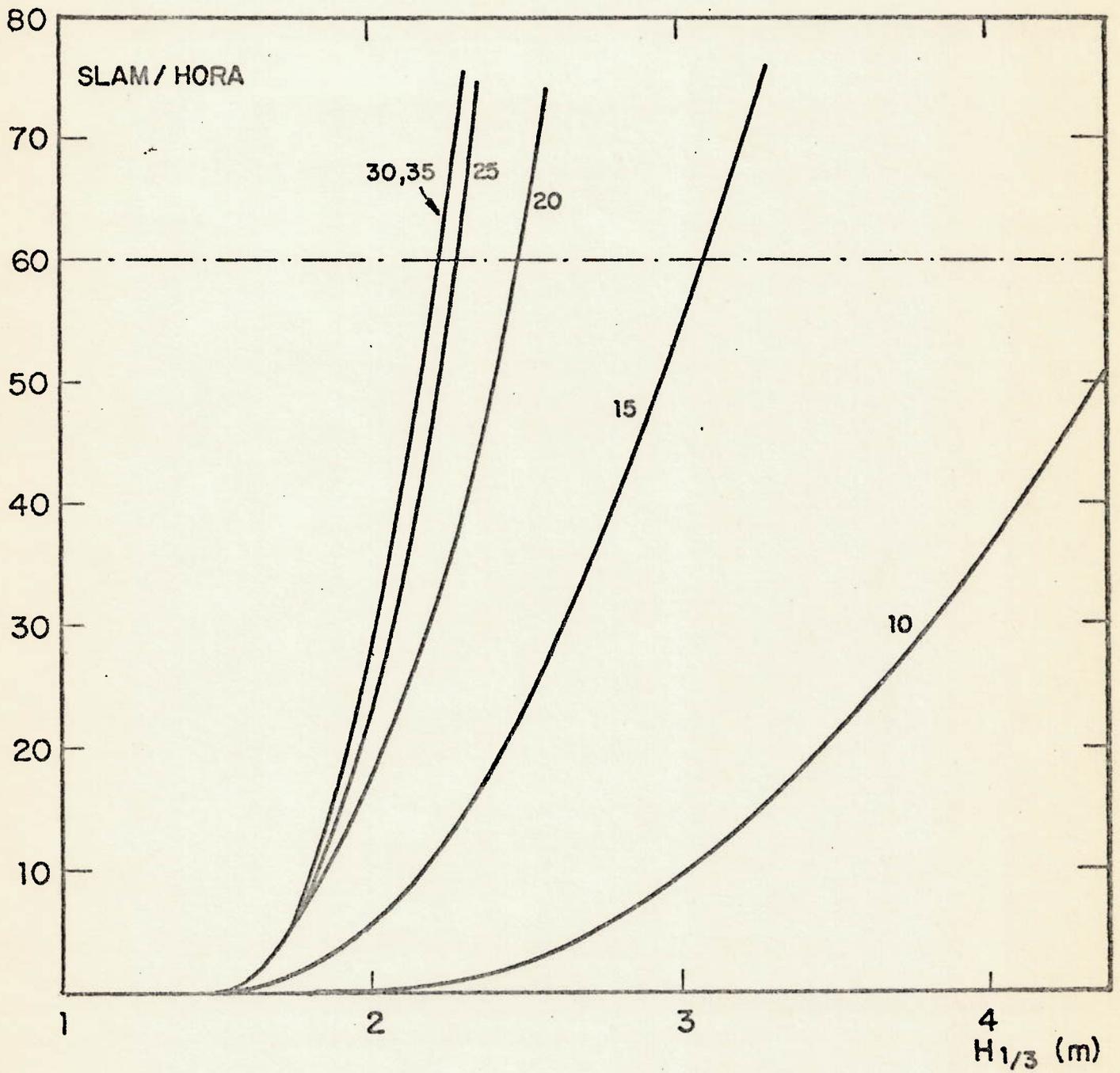


FIG. 8.6 - Número médio de culapadas (Slam) por hora em função da altura de onda significativa.

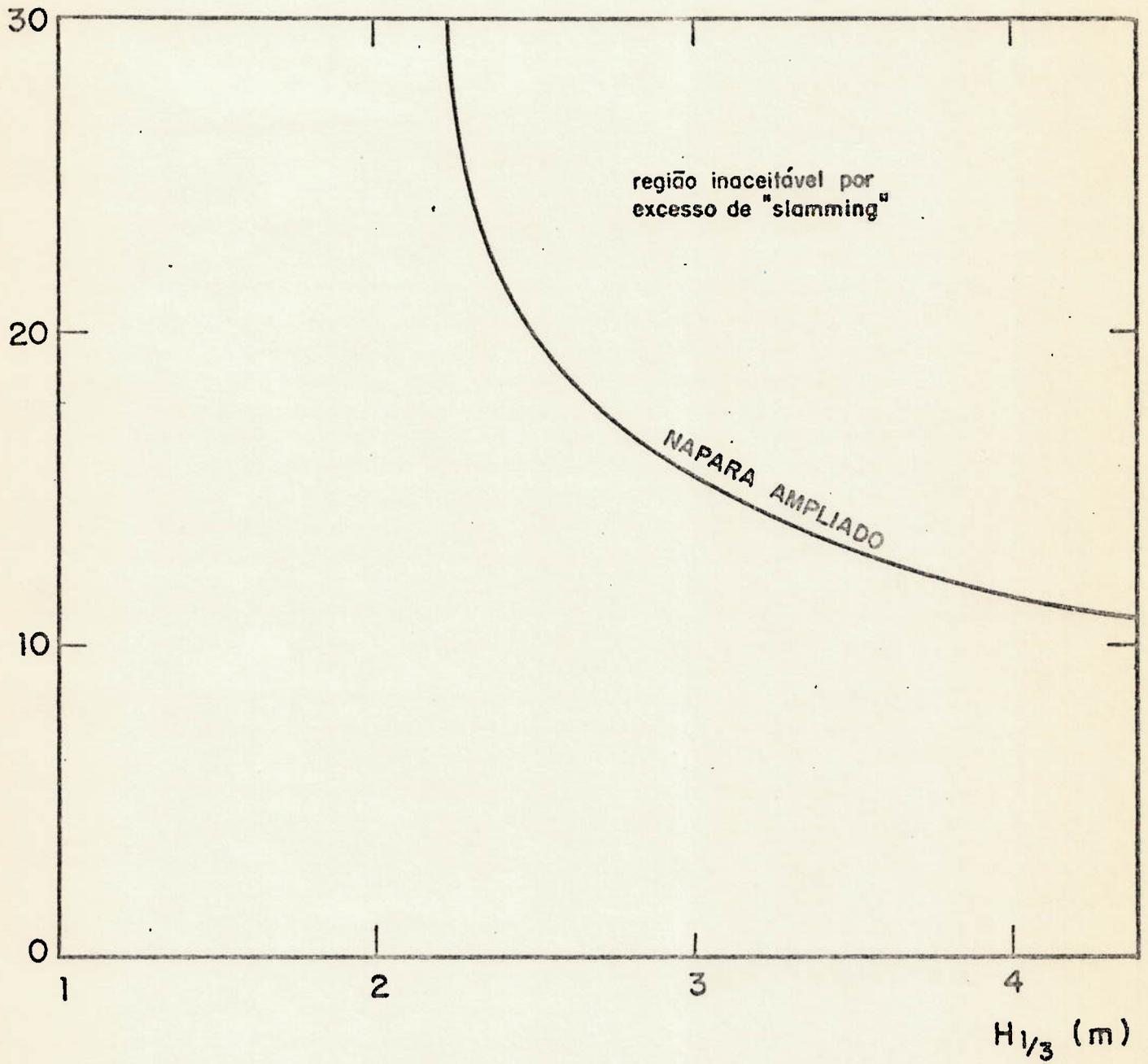


FIG. 8.7 - Velocidade máxima do navio para haver um máximo de 60 culapadas (Slam) por hora.

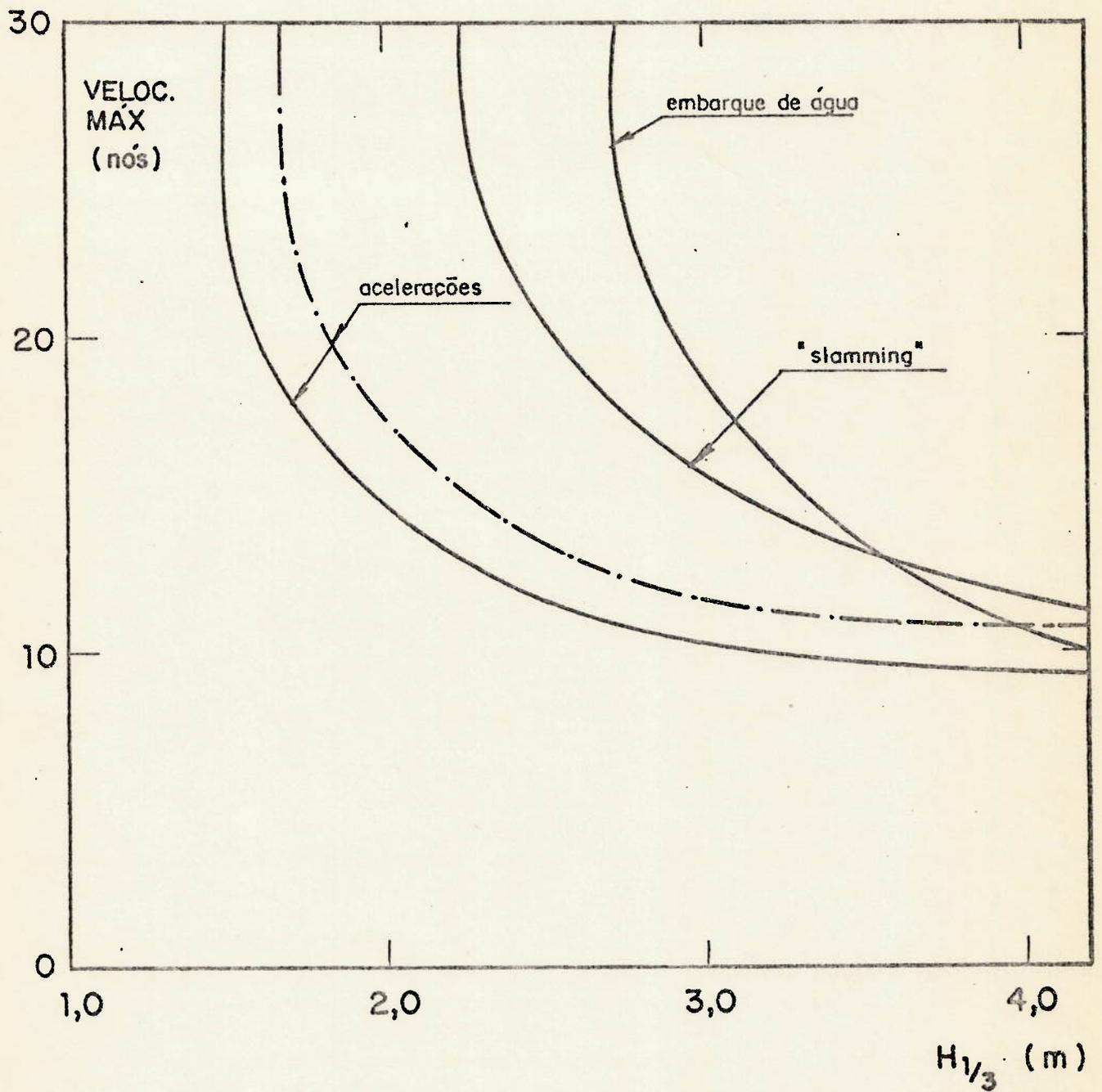


FIG. 8.8 - Integração das curvas de velocidades máximas permitidas para o navio.

## CAPÍTULO IX

*Conclusões e Recomendações*

O objetivo básico deste trabalho era o de se desenvolver um programa de computador que efetuasse cálculos estatísticos relacionados com o comportamento do navio em mar aleatório tridimensional. Com isso se complementaria o programa de determinístico do NSRDC (32), que consumia significativo tempo de processamento, sem fornecer resultados adequados, já que ondas regulares senoidais não correspondem à realidade.

Do ponto de vista teórico e computacional este objetivo foi alcançado. O programa desenvolvido (apêndice D) acrescenta, ao tempo computacional do programa do NSRDC, cerca de 5% (no estágio de desenvolvimento em que se encontra).

Mostrou-se, através de um exemplo (capítulo VIII), a potencialidade, ainda não de todo explorada, de aplicação do programa.

Do ponto de vista prático de confiabilidade nos resultados obtidos, algumas ressalvas devem ser feitas.

O modelo matemático, que serviu de base para a elaboração do programa de computador (apêndice D), foi obtido à custa de certas simplificações, sendo as seguintes as mais importantes.

- CAPÍTULO IV: o mar é admitido como um processo estacionário, ergódico, composto por uma infinidade de ondas senoidais, que se deslocam em águas pro

fundas; o espectro de energia associada à elevação da superfície do mar é admitido como sendo de variáveis separáveis; adota-se uma formulação teórico-empírica (a da ITTC) para o espectro do mar; os parâmetros que definem tal espectro dependem unicamente de duas variáveis, a velocidade do vento e o período médio de oscilação do mar,

- CAPÍTULO V: a solicitação (a elevação da superfície do mar) é admitida como um processo gaussiano de média nula; o sistema que responde a esta excitação (o navio) é um sistema linear invariante no tempo,

- CAPÍTULO VII: estão implícitas todas as hipóteses que permitem descrever o comportamento do navio em mar regular, através de um conjunto de equações diferenciais ordinárias, dentre as quais citam-se: os movimentos do navio são pequenos, desprezam-se efeitos viscosos, o navio é um corpo longo e simétrico.

Muitos trabalhos em engenharia naval já foram publicados comparando-se os resultados obtidos teoricamente (onde estão incluídas as hipóteses simplificadoras acima citadas) com medições realizadas ou em modelos ou em navios reais (referências (20) a (25)). Porém, estes trabalhos, ou se detêm no cálculo determinístico das respostas, ou, para calcular respostas estatísticas, só consideram os movimentos locais

lizadas ao longo do plano longitudinal de simetria do navio (movimentos de arfagem e caturro), quando este é excitado por ondas que o atinjam de proa (movimento plano).

Por se desconhecer publicação que mostre resultados estatísticos considerando os 6 graus de liberdade do navio (como é feito pelo presente programa) comparar-se-ã os resultados do apêndice D com um programa que considera apenas os movimentos e esforços solicitantes que ocorrem ao longo do plano longitudinal de simetria do navio.

A referência (21) foi escolhida já que, além de seguir o mesmo modelo matemático que gerou o programa atual, contém comparações com os resultados de outros programas de 2 graus de liberdade, mostrando a concordância razoável entre eles. O navio analisado é o da classe Mariner, que é muito utilizada em comparações, devido a abundância de dados publicados sobre esse tipo de navio convencional.

Observando-se os gráficos das figuras 9.1 (a) - (d) nota-se que os resultados do programa de 6 graus de liberdade para os movimentos de arfagem, caturro, velocidade relativa e momento fletor, são sempre inferiores aos resultados do programa de 2 dimensões, mantendo porém, a mesma tendência de crescimento. Pode-se dizer que isto é o que realmente se devia esperar da comparação, porque o programa 2-D submete o navio a um mar de cristas de largura infinita, que se deslocam paralelamente umas às outras, atingindo o navio de frente, enquanto o programa 6-D considera as ondas atingindo o navio de todas as direções. No primeiro caso diz-se tratar de um mar de cristas longas e

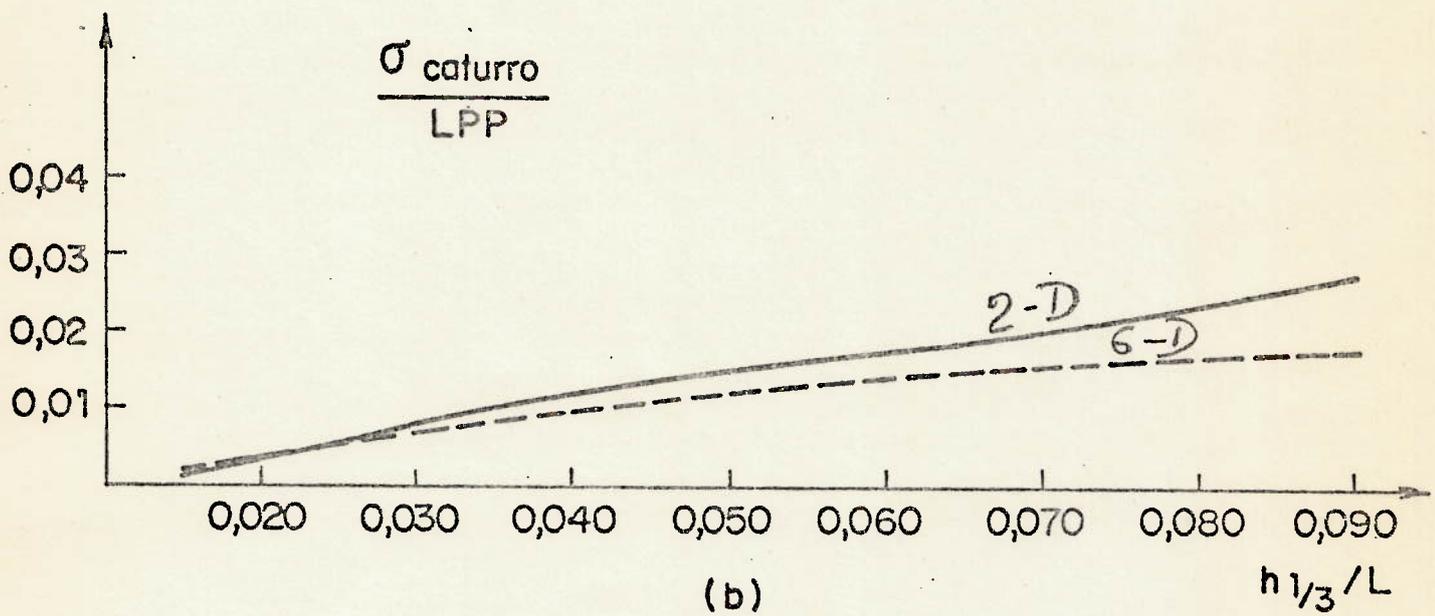
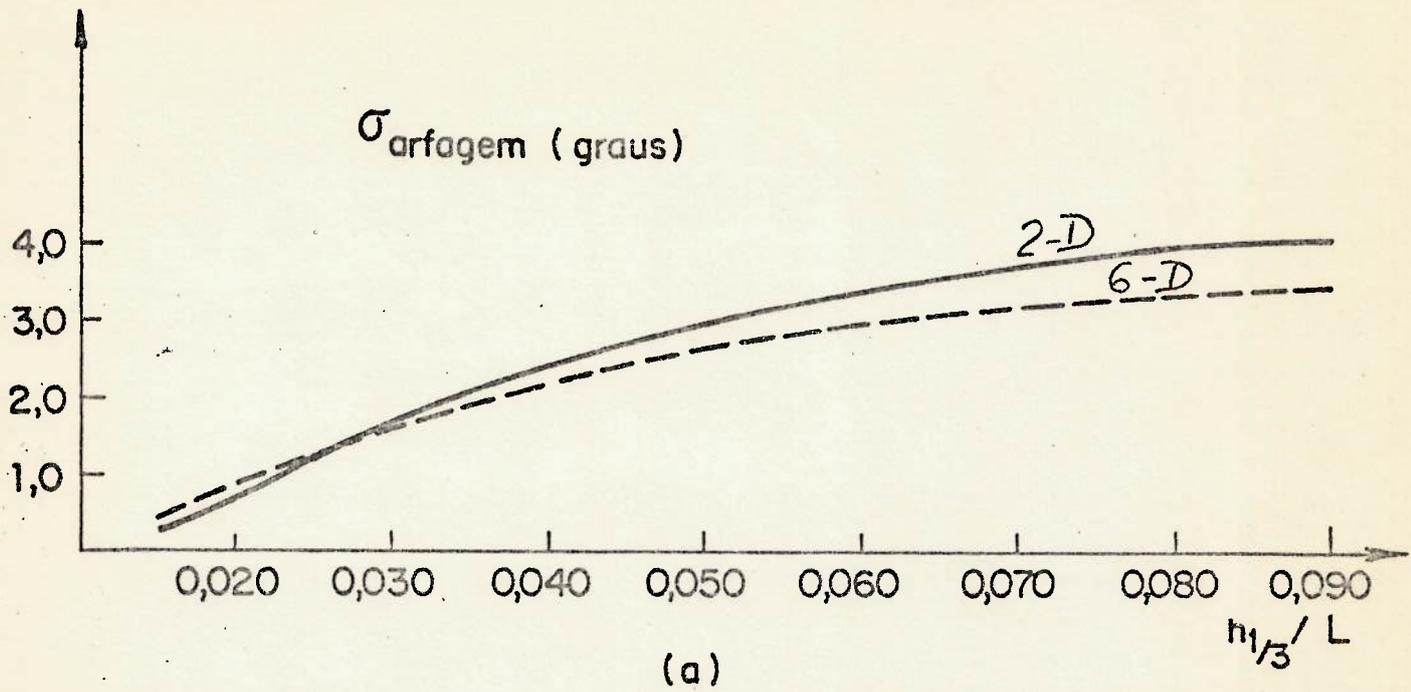


FIG. 9.1 (a), (b) comparações entre os resultados do programa de 6 dimensões (6-D) e duas dimensões (2-D) (21).

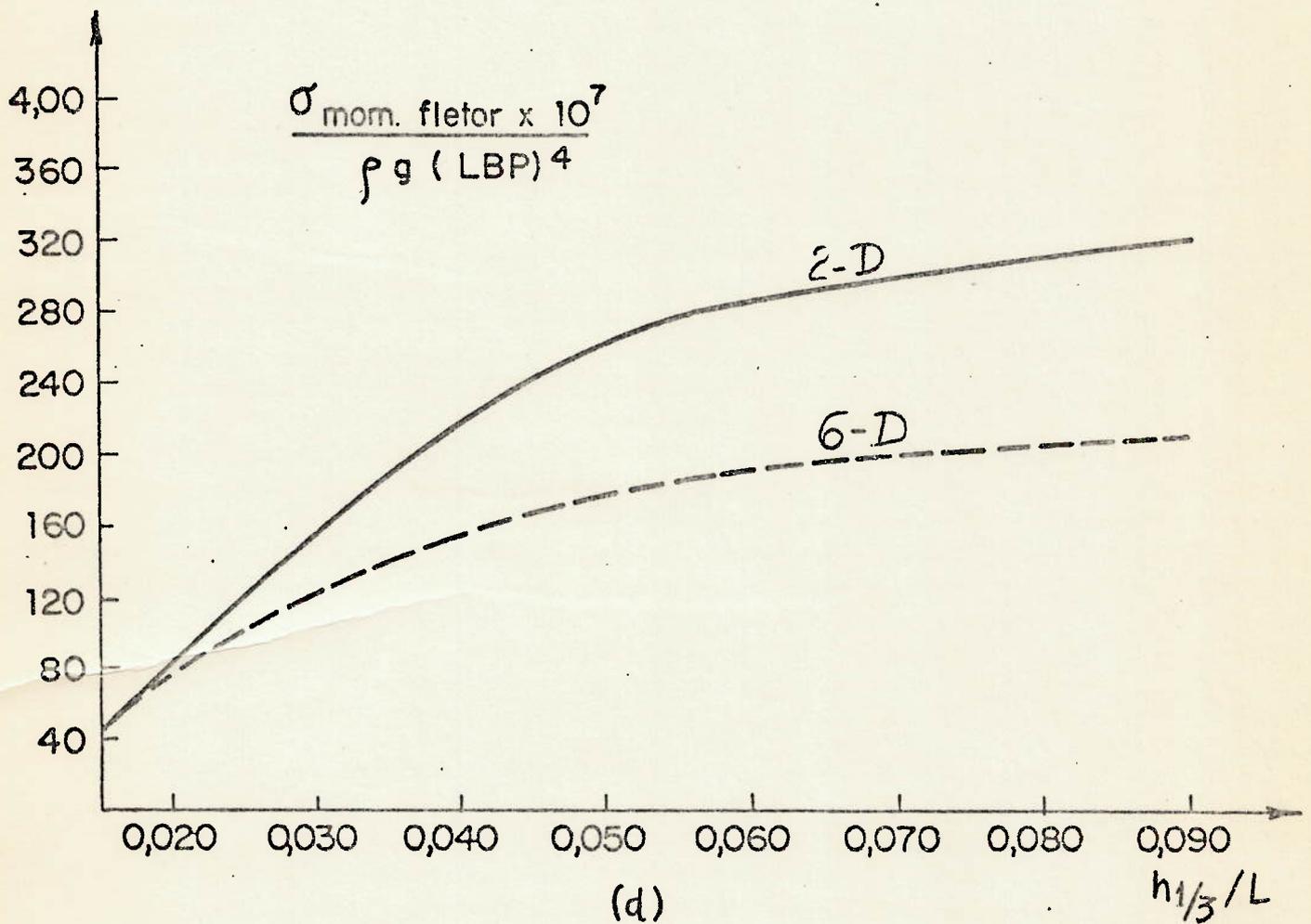
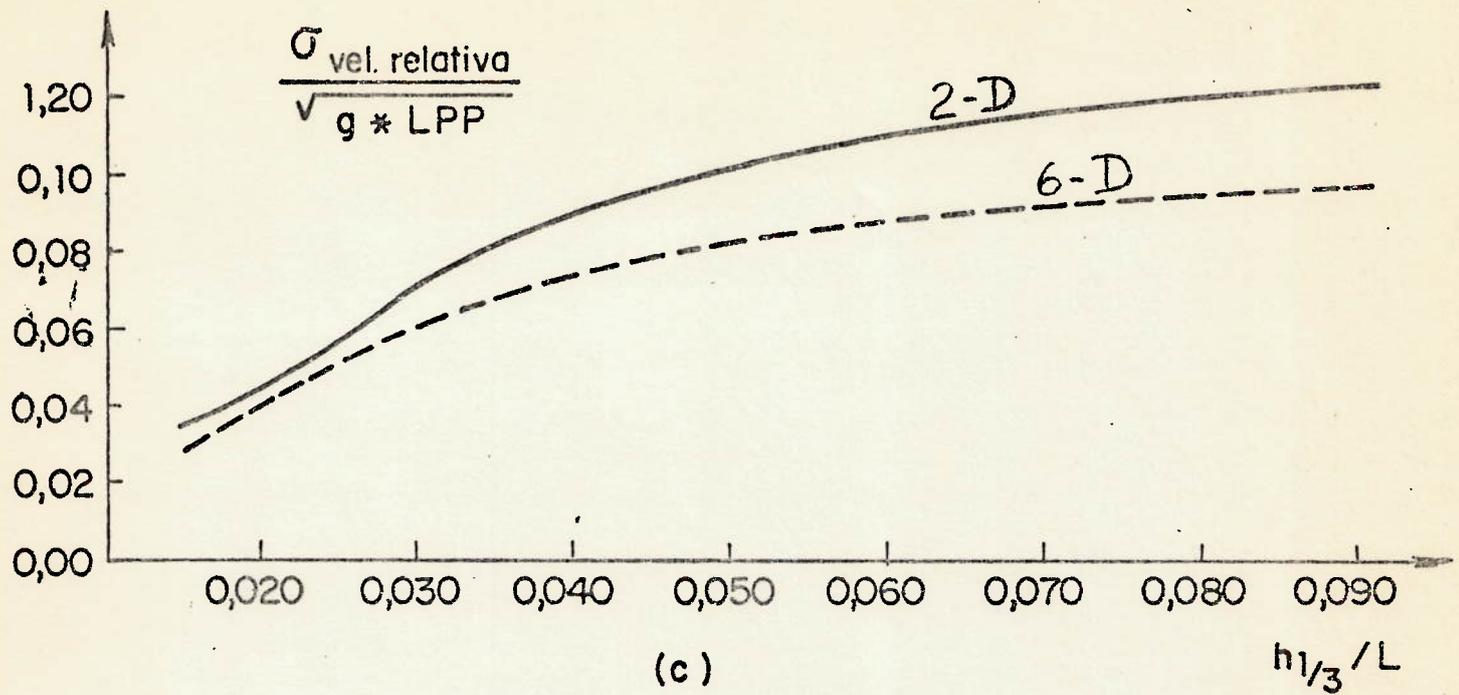


FIG. 9.1 - (c), (d) comparações entre os resultados do programa de 6 dimensões (6-D) e suas dimensões (2-D) |21|

no segundo de cristas curtas. Evidentemente que a ação de um mar de cristas longas, sobre o navio, é mais concentrada, em relação aos movimentos na direção do plano longitudinal de simetria do navio, do que a ação de uma mar de cristas curtas.

Por isso os resultados obtidos pelo programa 2-D (2 graus de liberdade) são maiores, em quase todo intervalo de  $H_{1/3}/L$ , aos resultados obtidos pelo programa 6-D (6 graus de liberdade).

Um indício de coerência é o "paralelismo" que as curvas mantêm entre si, mostrando que um acréscimo na intensidade do mar ( $H_{1/3}$ ) se reflete semelhantemente nos dois modelos.

Conclusões definitivas porém só podem ser obtidas a partir de medições realizadas a bordo. Estas medições, para terem significado estatístico, demandam tempo, necessitando-se acompanhar o navio durante muitas viagens para se encontrar os diversos estados de mar previstos pela teoria. Os dados coletados devem ser analisados, processados por computador, filtrados e após o cálculo das médias estatísticas citadas neste trabalho, proceder-se-á às comparações.

Uma continuação deste trabalho seria a obtenção destas medições, ou diretamente, ou através de publicações que forem surgido.

No capítulo VIII foi apresentado um exemplo de aplicação dos resultados do programa ao projeto do navio. Porém este exemplo é específico e a aplicação a outros navios está em aberto. Dependendo da missão do navio pode-se aplicar os resul

tados do programa de maneira diferente do que foi exposto.

A aplicação dos resultados de cálculos estatísticos ao projeto do navio ainda não foi suficientemente explorada. Uma complementação deste trabalho seria definir-se métodos de como isso poderia ser realizado.

Existem alguns fenômenos aleatórios que não foram abordados neste trabalho (tensões e deformações, por exemplo). À medida que se necessite de resultados de cálculos estatísticos relacionados com estes fenômenos pode-se ir complementando o programa acrescentando-lhe novas sub-rotinas.

## Apêndice A

Determinação do momento de ordem zero de  $f_X(x)$ 

No capítulo V foi mencionado o resultado final da integração da função densidade de probabilidade de um processo aleatório  $X(t)$  descrevendo a distribuição de picos de um processo aleatório  $\zeta(t)$ . A expressão deduzida para  $f_X(x)$  era

$$f_X(x) = \frac{\epsilon}{\sqrt{2\pi m_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0\epsilon^2}\right) + \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{m_0} \times \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0}\right) \left[0.5 + \operatorname{erf}\left\{\frac{x}{\epsilon} \left(\frac{1-\epsilon^2}{m_0}\right)^{1/2}\right\}\right]$$

Definindo-se

$$F(x) = \int_x^{\infty} f_X(y) dy$$

$I_1(x)$  = a integral no mesmo intervalo, da primeira parcela de  $f_X(x)$ ,

$I_2(x)$  = a integral no mesmo intervalo, da segunda parcela de  $f_X(x)$

vem:  $F(x) = I_1(x) + I_2(x)$

Calcular-se-á  $F(x)$  em duas etapas.

1) Cálculo de  $I_1(x)$

$$I_1(x) = \frac{\epsilon}{\sqrt{2\pi m_0}} \int_x^{\infty} \exp\left(\frac{-y^2}{2m_0\epsilon^2}\right) dy$$

Procedendo-se à seguinte mudança de variável

$$z^2 = \frac{y^2}{m_0\epsilon^2} \quad \text{vem}$$

$$I_1(x) = \frac{\epsilon^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{x}{\epsilon\sqrt{m_0}}}^{\infty} \exp\left(\frac{-z^2}{2}\right) dz$$

Definindo-se, como no capítulo V, a função

$$\text{erf}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz,$$

onde  $\text{erf}(0)=0$  e  $\text{erf}(\infty) = 0.5$ , resultará

$$I_1(x) = \epsilon^2 \left[ 0.5 - \text{erf}\left(\frac{x}{\epsilon\sqrt{m_0}}\right) \right]$$

2) Cálculo de  $I_2(x)$

$$I_2(x) = \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{m_0} 0.5 \int_x^{\infty} y \exp\left(\frac{-y^2}{2m_0}\right) dy +$$

$$+ \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{m_0} \int_x^{\infty} y \exp\left(\frac{-y^2}{2m_0}\right) \text{erf}\left\{\frac{y}{\epsilon} \left(\frac{1-\epsilon^2}{m_0}\right)^{1/2}\right\} dy$$

A primeira integral é imediata resultando em

$$(1-\epsilon^2)^{1/2} \cdot 0.5 \exp\left(\frac{-x^2}{2m_0}\right)$$

Chamando a outra integral de  $II(x)$  e procedendo-se a sua integração por partes, através da seguinte mudança de variáveis:

$$dv = y \exp\left(\frac{-y^2}{2m_0}\right) dy \quad \text{implicando em}$$

$$v = -m_0 \exp\left(\frac{-y^2}{2m_0}\right)$$

e

$$u(y) = \operatorname{erf}\left\{\frac{y}{\epsilon} \left(\frac{1-\epsilon^2}{m_0}\right)^{1/2}\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{y}{\epsilon} \left(\frac{1-\epsilon^2}{m_0}\right)^{1/2}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz$$

implicando em

$$u'(y) = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{1-\epsilon^2}{m_0}\right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\left[\frac{y}{\epsilon} \left(\frac{1-\epsilon^2}{m_0}\right)^{1/2}\right]^2 / 2}\right\}$$

Ter-se-á para  $II(x)$

$$II(x) = \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{m_0} \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{x}{\epsilon} \left(\frac{1-\epsilon^2}{m_0}\right)^{1/2}\right] \cdot \left[m_0 \exp\left(\frac{-x^2}{2m_0}\right)\right] + \right.$$

$$\left. \frac{m_0}{\epsilon} \left(\frac{1-\epsilon^2}{m_0}\right)^{1/2} \int_x^\infty \exp\left(\frac{-y^2}{2\epsilon^2 m_0}\right) dy \right\}$$

Esta última integral pode ser facilmente calculada usando-se a definição da  $\text{erf}(x)$ , resultando em

$$m_0(1-\epsilon^2)^{1/2} \left[ 0.5 - \text{erf} \left( \frac{x}{\epsilon\sqrt{m_0}} \right) \right] .$$

Somando-se todos os resultados obtidos em 1) e 2) obter-se-á  $F(x)$ :

$$F(x) = I_1(x) + I_2(x)$$

$$F(x) = 0.5 - \text{erf} \left( \frac{x}{\epsilon\sqrt{m_0}} \right) +$$

$$\sqrt{1-\epsilon^2} \exp \left( \frac{-x^2}{2m_0} \right) \left\{ 0.5 + \text{erf} \left( \frac{x}{\epsilon\sqrt{m_0}} \sqrt{1-\epsilon^2} \right) \right\}$$

## Apêndice B

Determinação do momento de ordem um de  $f_x(x)$

Procurando-se a fórmula analítica para

$$\begin{aligned}
 G(x) &= \int_x^\infty y f_x(y) dy \\
 &= \frac{\epsilon}{\sqrt{2\pi m_0}} \int_x^\infty y \exp\left(-\frac{y^2}{2m_0 \epsilon^2}\right) dy + \\
 &+ \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{m_0} \int_x^\infty y^2 \exp\left(-\frac{y^2}{2m_0}\right) \left[0.5 + \operatorname{erf}\left\{\frac{y}{\epsilon} \left(\frac{1-\epsilon^2}{m_0}\right)^{1/2}\right\}\right] dy
 \end{aligned}$$

proceder-se-á de maneira análoga ao apêndice A.

A primeira integral da fórmula acima está presente em qualquer tabela elementar de integrais valendo:

$$(a) \quad \frac{\epsilon^3}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\epsilon^2 m_0}\right)$$

A segunda integral pode ser desdobrada em duas:

$$1) \quad I_1(x) = \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{m_0} \int_x^\infty y^2 \exp\left(-\frac{y^2}{2m_0}\right) dy$$

Procedendo-se a seguinte mudança de variáveis:

$$z = \frac{y}{\sqrt{m_0}} \quad \text{virá}$$

$$\frac{I_1(x)}{\sqrt{m_0(1-\epsilon^2)}} = \frac{1}{2} \int_{\frac{x}{\sqrt{m_0}}}^{\infty} Z^2 \exp\left(-\frac{Z^2}{2}\right) dZ$$

$$= \frac{1}{2} \int_{\frac{x}{\sqrt{m_0}}}^{\infty} Z \exp\left(-\frac{Z^2}{2}\right) \cdot Z dZ$$

Integrando-se por partes e usando-se a definição da função erf(x) do apêndice A virá

$$(b) \quad \frac{I_1(x)}{\sqrt{m_0(1-\epsilon^2)}} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{x}{\sqrt{m_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{2m_0}\right) + \sqrt{2\pi} \left[0.5 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{m_0}}\right)\right] \right\}$$

$$2) \quad I_2(x) = \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{m_0} \int_x^{\infty} y^2 \exp\left(-\frac{y^2}{2m_0}\right) \operatorname{erf}\left[\frac{y}{\sqrt{m_0}} \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{\epsilon}\right] dy$$

Procedendo-se à seguinte mudança de variável

$$Z = \frac{y}{\sqrt{m_0}}$$

e chamando  $\alpha = \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{\epsilon}$ ,  $t = \frac{x}{\sqrt{m_0}}$  virá

$$I_2(t) = \alpha \epsilon \int_t^{\infty} Z \exp\left(-\frac{Z^2}{2}\right) \cdot Z \operatorname{erf}(\alpha Z) dZ$$

Para integrar-se por partes faz-se

$$u = Z \operatorname{erf}(\alpha Z)$$

$$du = \left[ \operatorname{erf}(\alpha Z) + \frac{\alpha Z}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-\alpha^2 Z^2}{2}\right) \right] \cdot dZ$$

e

$$dv = Z \exp\left(\frac{-Z^2}{2}\right) \text{ implicando em } v = -\exp\left(\frac{-Z^2}{2}\right)$$

Usando-se as propriedades da função erf (x) definidas no apêndice A a integração por parte leva a

$$\begin{aligned} \frac{I_2(t)}{\sqrt{m_0}} &= \alpha \epsilon \left\{ t \operatorname{erf}(\alpha t) \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right) + \frac{\alpha \epsilon^2}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-t^2}{2\epsilon^2}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \int_t^\infty \exp\left(\frac{-Z^2}{2}\right) \operatorname{erf}(\alpha Z) dZ \right\} \end{aligned}$$

Para a integração por partes da última integral faz-se

$$dv = \exp\left(\frac{-Z^2}{2}\right) \quad \text{portanto} \quad v = \sqrt{2\pi} \operatorname{erf}(Z)$$

$$u = \operatorname{erf}(\alpha Z) \quad \text{portanto} \quad du = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-\alpha^2 Z^2}{2}\right)$$

Isto leva a

$$\begin{aligned} (c) \quad \frac{I_2(t)}{\sqrt{m_0}} &= t \operatorname{erf}(\alpha t) \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right) + \frac{\alpha \epsilon^2}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-t^2}{2\epsilon^2}\right) + \\ &\quad + \sqrt{2\pi} \left[ \frac{1}{4} - \operatorname{erf}(\alpha t) \operatorname{erf}(t) \right] - \alpha \int_t^\infty \operatorname{erf}(Z) \exp\left(\frac{-\alpha^2 Z^2}{2}\right) dZ \end{aligned}$$

O problema agora consiste em determinar-se a última integral que será aqui denominada por  $II(t)$ .

$$II(t) = \int_t^{\infty} \operatorname{erf}(Z) \exp\left(\frac{-\alpha^2 Z^2}{2}\right) dZ$$

Como já se disse a função  $\operatorname{erf}(x)$  tende a 0.5 no infinito (fig. B.1).

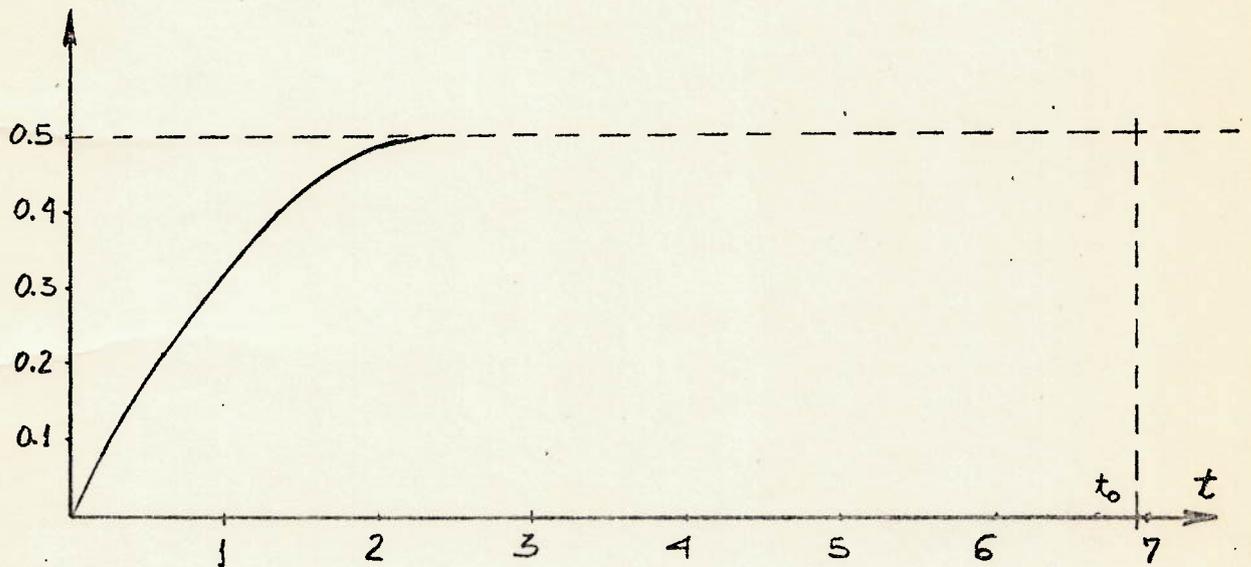


FIG. B.1 - Gráfico da função  $\operatorname{erf}(t)$

Existe um valor  $t_0$ , acima do qual o computador não consegue atribuir à função um número diferente de 0.5 (no Burroughs 6700 este valor é 6.91550). Baseado nisso pode-se dividir o intervalo de integração de  $II(t)$  em dois intervalos:  $(t, t_0)$ ,  $(t_0, \infty)$  e adotar o valor 0.5 para a função  $\operatorname{erf}(t)$  no segundo intervalo. Com isso tem-se

$$II(t) = \int_t^{t_0} \operatorname{erf}(Z) \exp\left(\frac{-\alpha^2 Z^2}{2}\right) dZ + 0.5 \int_{t_0}^{\infty} \exp\left(\frac{-\alpha^2 Z^2}{2}\right) dZ$$

$$(d) \quad II(t) = \phi(t, t_0) + 0.5 \sqrt{2\pi} [0.5 - \operatorname{erf}(\alpha t_0)]$$

onde  $\phi(t, t_0)$  é a função definida pela primeira integral. Deve-se notar que se  $t > t_0$

$$(e) \quad II(t) = 0.5 \sqrt{2\pi} [0.5 - \text{erf}(\alpha t)]$$

Combinando-se as expressões (a), (b), (c), (d), (e) chega-se a dois casos distintos:

$$i) \quad |t| < t_0$$

$$\begin{aligned} \frac{G(t)}{\sqrt{m_0}} &= \frac{\epsilon}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\epsilon^2}\right) + \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{2} \left\{ t \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cdot \right. \\ &\cdot [1 + 2 \text{erf}(\alpha t)] + \sqrt{2\pi} [0.5 - \text{erf}(t) + \\ &- 2 \text{erf}(\alpha t) \text{erf}(t)] \left. \right\} + \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{2} \sqrt{2\pi} \text{erf}(\alpha t_0) + \\ &- \frac{1-\epsilon^2}{\epsilon} \phi(t, t_0) \end{aligned}$$

$$ii) \quad |t| > t_0$$

$$\begin{aligned} \frac{G(t)}{m_0} &= \frac{\epsilon}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\epsilon^2}\right) + \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{2} \left\{ t \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cdot \right. \\ &\cdot [1 + 2 \text{erf}(\alpha t)] + \sqrt{2\pi} [0.5 - \text{erf}(t) + \\ &- 2 \text{erf}(\alpha t) \text{erf}(t)] \left. \right\} + \frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{2} \sqrt{2\pi} \text{erf}(\alpha/|t|) \end{aligned}$$

onde

$$t = \frac{x}{\sqrt{m_0}}$$

## APÊNDICE C

*Determinação da relação entre o espectro da entrada e o espectro das derivadas da saída*

No capítulo II foi definida a função de auto-correlação de um processo aleatório ergódico (ou quase-ergódico) de média nula:

$$(A) \quad R_{qq}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} q(t)q(t+\tau)dt \quad \text{ou}$$

$$(B) \quad R_{qq}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} q(t-\tau)q(t)dt \right\}$$

A passagem da primeira para a segunda fórmula é obtida com a mudança de variáveis  $t+\tau=\bar{t}$  substituindo-se, em seguida, a variável muda  $\bar{t}$  por  $t$ .

No capítulo III mostrou-se que a função espectro e a função de auto-correlação formam um par de transformadas de Fourier.

$$(C) \quad S_{qq}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{qq}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

$$(D) \quad R_{qq}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{qq}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

No capítulo VI mostrou-se que a função espectro da saída,  $S_{qq}(\omega)$ , estava relacionada com a função espectro da entrada,  $S_{QQ}(\omega)$  pela fórmula

$$(E) \quad S_{qq}(\omega) = S_{QQ}(\omega) |H(\omega)|^2 = S_{QQ}(\omega) H(\omega) H^*(\omega)$$

onde  $H(\omega)$  é transformada de Fourier de  $h(t)$ , ou seja,

$$(F) \quad H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt,$$

e  $h(t)$  é a resposta do sistema a um impulso unitário.  $H^*(\omega)$  é a função conjugada de  $H(\omega)$  e pode ser escrita como

$$(G) \quad H^*(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{i\omega t} dt$$

Substituindo-se a fórmula (E) em (D) vem

$$(H) \quad R_{qq}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{QQ}(\omega) \{H(\omega) H^*(\omega)\} e^{i\omega\tau} d\omega$$

Substituindo-se (G) e (F) em (H), tomando-se antes o cuidado de se trocar as variáveis mudas de integração de (F) e (G) por  $\tau_1$  e  $\tau_2$  vem

$$R_{qq}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{QQ}(\omega) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) e^{-i\omega\tau_1} d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) e^{i\omega\tau_2} d\tau_2 \right\} e^{i\omega\tau} d\omega$$

Rearranjando-se, ter-se-á

$$R_{qq}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} S_{QQ}(\omega) e^{i\omega(\tau + \tau_2 - \tau_1)} d\omega \right\} d\tau_1 d\tau_2$$

A integral mais interna, analogamente à fórmula (D), vale  $R_{QQ}(\tau + \tau_2 - \tau_1)$ , resultando

$$(I) \quad R_{qq}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{QQ}(\tau + \tau_2 - \tau_1) h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2$$

A partir desta fórmula pode-se estabelecer o seguinte resultado

$$(J) \quad R_{qq}^{\cdot\cdot}(\tau) = -\ddot{R}_{qq}(\tau)$$

onde  $\dot{q}(t)$  é a derivada da saída de  $q(t)$ .

Para mostrar a validade da fórmula acima deriva-se a fórmula (A), em relação a  $\tau$ , resultando:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \{R_{qq}(\tau)\} &= \dot{R}_{qq}(\tau) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} q(t) \dot{q}(t+\tau) dt = R_{qq}^{\cdot}(\tau) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} q(t-\tau) \dot{q}(t) dt = R_{qq}^{\cdot}(\tau) \end{aligned}$$

Derivando-se, novamente em relação a  $\tau$ , vem

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{d\tau^2} \{R_{qq}(\tau)\} &= \ddot{R}_{qq}(\tau) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} q(t) \ddot{q}(t+\tau) dt = R_{qq}^{\cdot\cdot}(\tau) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} -\dot{q}(t-\tau) \dot{q}(t) dt = -R_{qq}^{\cdot\cdot}(\tau) \end{aligned}$$

A primeira e a última igualdade acima correspondem à fórmula (J) procurada.

Tomando-se a fórmula (D) (para a entrada  $Q(t)$ ) e derivando-a em relação a  $\tau$  vem

$$\ddot{R}_{QQ}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} -\omega^2 S_{QQ}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

anti-transformando resulta

$$(K) \quad \omega^2 S_{QQ}(\omega) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{R}_{QQ}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

A partir da fórmula C obtem-se, por analogia,

$$(L) \quad S_{qq}^{\cdot\cdot}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{qq}^{\cdot\cdot}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

Utilizando-se as fórmulas (I) e (J) tem-se

$$R_{qq}^{\cdot\cdot}(\tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{R}_{QQ}(\tau + \tau_2 - \tau_1) h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2$$

que, substituída em (L), fornece

$$S_{qq}^{\cdot\cdot}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{R}_{QQ}(\tau + \tau_2 - \tau_1) h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \right\} e^{-i\omega\tau} d\tau$$

Rearranjando ter-se-á

$$S_{qq}^{\cdot\cdot}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) \left\{ -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{R}_{QQ}(\tau + \tau_2 - \tau_1) e^{-i\omega\tau} d\tau \right\} d\tau_1 d\tau_2$$

Procedendo-se a seguinte mudança de variável na integral interna:  $\tau + \tau_2 - \tau_1 = \bar{\tau}$ , vem

$$S_{qq}^{\cdot\cdot}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) \left\{ -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{R}_{QQ}(\bar{\tau}) e^{-i\omega\bar{\tau}} d(\bar{\tau}) \right\} e^{-i\omega\tau_2} e^{-i\omega\tau_1} d\tau_1 d\tau_2$$

A fórmula (K), introduzida na expressão entre colchetes fornece após rearranjos,

$$S_{qq}^{\cdot\cdot}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) e^{i\omega\tau_1} d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) e^{-i\omega\tau_2} d\tau_2 \{ \omega^2 S_{QQ}(\omega) \}$$

As fórmulas (F) e (G) substituídas acima fornecem

$$S_{qq}^{\cdot\cdot}(\omega) = H^*(\omega).H(\omega)\omega^2 S_{QQ}(\omega) = |H(\omega)|^2 \omega^2 S_{QQ}(\omega)$$

Este último resultado para a primeira derivada

$$S_{qq}^{\cdot\cdot}(\omega) = \omega^2 S_{QQ}(\omega) |H(\omega)|^2 = \omega^2 S_{qq}(\omega)$$

pode ser estendido, por analogia, para a aceleração

$$S_{qq}^{\cdot\cdot\cdot}(\omega) = \omega^4 S_{QQ}(\omega) |H(\omega)|^2 = \omega^4 S_{qq}(\omega)$$

## APÊNDICE D

*Listagem e Saída dos Resultados do Programa FORTRAN*

O programa de computador, que calcula médias estatísticas, relacionadas como os movimentos e cargas impostas ao navio em mar irregular, está dividido nas seguintes rotinas:

- programa principal

Lê os dados de entrada de cartões fornecidos pelo usuário e da fita magnética gerada pelo programa de mar regular (32). Imprime os dados fornecidos por cartões, controla o cálculo das médias estatísticas feitas por sub-rotinas.

- sub-rotina MOV

Calcula as médias quadráticas, o terço e o décimo das maiores ocorrências, para os seis movimentos, velocidades e acelerações do navio oscilando como um corpo rígido.

- sub-rotina DEFH

Calcula as funções  $H(x; L/\lambda, \chi)$  dos deslocamentos absolutos e relativos de pontos do casco (equações (7.3.2) e (7.3.6))

- sub-rotina HNLI (não está sendo usada)

Calcula os efeitos de não linearidades no movimento de balanço (roll). Este cálculo não foi abordado no presente trabalho por necessitar ainda de refinamentos.

- sub-rotina SIGMA

Calcula os momentos de ordem zero, dois e quatro das diversas respostas desejadas conforme o modelo exposto no capítulo VII (equação (7.19)).

- sub-rotina ESFOL

Lê os dados gerados em fita magnética, pelo programa de mar regular, em relação às cargas impostas pelo mar à estrutura do navio. Calcula a média quadrática, a média do terço, do décimo, do centésimo e do milésimo das maiores ocorrências. Cinco esforços solicitantes são analisados: forças cortantes horizontais e verticais, momentos fletorés horizontais e verticais e momento torsor.

- sub-rotina MOMEN

Calcula alguns termos da função integrando de  $m_n$ , (veja equação (P) do apêndice F) armazenando-os numa matriz multi-dimensional. Os cálculos são efetuados no começo do processamento e os resultados são utilizados muitas vezes durante os cálculos de momentos, através da sub-rotina SIGMA. Com isso se conseguiu grande economia de tempo de processamento que foi reduzido de 10 vezes aproximadamente.

- função BW

Calcula a partir de  $m_0$ ,  $m_2$  e  $m_4$ . (equação 7.4.1)

- função SIMPUN

Integra usando a regra de Simpson para qualquer espaçamento.

- função FER

Transforma a função erro do computador B-6700 na função erro definida na equação (6.3.5a)

- sub-rotina INVFX1

Através do método iterativo de Newton calcula o inverso da função  $F(x)$  (equação (6.3.9)) para se obter  $\zeta_{1/n}$ .

- função FX0

Corresponde à função  $f_x(x)$  da equação (6.3.7)

- função FX1

Idem para a função  $F(x)$ , equação (6.3.9)

- função FX2

Idem para a função  $G(x)$ , equação (6.3.11) e (6.3.12)

- função FI

Utilizando as fórmulas de quadratura de gauss [19] calcula a função  $\phi(t, t_0)$ , definida nas equações (6.3.11) e (6.3.12).

O algoritmo numérico foi baseado numa sub-rotina da IBM [40]

A seguir vem a listagem do programa e um exemplo de saída. O navio escolhido para exemplificar foi o MARINER, já que muitas publicações são feitas a respeito dele, com o objetivo de comprovação, podendo servir no futuro para testar o grau de confiabilidade deste programa.

L I S T A G E M

D O

P R O G R A M A

```

FILE 40=DOIS/MOV,UNIT=DISKPACK,RECORD=13,AREA=600*3,BLOCKING=600D.5
FILE 50=DOIS/LOAD,UNIT=DISKPACK,RECORD=11,AREA=600*75,BLOCKING=300
FILE 60=DOIS/EXC,UNIT=DISKPACK,RECORD=13,AREA=600*6,BLOCKING=600
FILE 70=DOIS/ROLL,UNIT=DISKPACK,RECORD=4,AREA=600*3,BLOCKING=600

```

```
REAL MIO,LPP,LAM,MI
```

```

C
COMMON/AAA/HEAD(20),H13(10),FN(5),LAM(30)
COMMON/BBB/PI,C,MIO,LPP,NFN,NCH,NLAM,NH13
COMMON/CCC/K,M,IM,Z,KM,L1,L2,LT,I68
COMMON/DDD/GXI(10,5,30),PNLI(10,5,30),RMAS(10,5,30),
* RCAMP(10,5,30),RREST(10,5,30)
COMMON/EEE/HFEX(10,5,30,6),FASEX(10,5,30,6)
COMMON/FFF/H(20,5,30,8),FASE(20,5,30,8)
COMMON/ZZZ/W(10),MI(10),CX(10),CL(30),CM(10,10,5,30,2)
DIMENSION XAB(10),XPEL(10),XEL(10),EL(10),Y(30),LOAD(30),LO(30),
* TITLO(20)
DATA PI/3.14159265359/, G/9.806/, Y/30*0./, RO/104.6/

```

```

C
WRITE(6,5)
5 FORMAT(18(/),10X,56(1H*),/10X,'*',54X,'*'/10X,
@ '* PREDICAO DO COMPORTAMENTO DO NAVIO EM MAR REALISTICO */10X,
@ '*',54X,'*'/10X,56(1H*),/13X,'-DEFINICOES-'/10X,
@ 'AOSA = ALTURA DE ONDA SIGNIFICATIVA' H(1/3), REPRESENTATIVA DO
@ '/15X, 'ESTADO DE MAR'/10X,
@ 'EPS = LARGURA DE BANDA DO ESPECTRO = SQRT(1-M2*M2/(M0*M4))',
@ 10X, 'M0 = MOMENTO DE ORDEM ZERO DO ESPECTRO = AREA SOB A CURVA ES=
@ '/15X, 'PECTRAL'/10X,
@ 'M2 = MOMENTO DE SEGUNDA ORDEM DO ESPECTRO'/10X,
@ 'M4 = MOMENTO DE QUARTA ORDEM DO ESPECTRO'/10X,
@ 'SIGMA = MEDIA QUARTICA DO PROCESSO'/10X,
@ 'H3,H10,H100,H1000 = MEDIA DO TERCO, DO DECIMO, DO CENTESIMO,
@ /15X, 'ETC... DAS MAIORES ALTURAS(DOBRO DAS AMPLITUDES)'/10X,
@ 'L = CUMPRIMENTO ENTRE PERPENDICULARES DO NAVIO'/10X,
@ 'G = ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE'/10X,
@ 'S = SEGUNDO'/10X,
@ 'GR = GRAU')

```

```
C*****
```

```

C LEITURA DOS DADOS
READ(5,1) TITLO

```

```

1 FORMAT(20A4)
READ(5,100) MIO,LPP,ROC,XSLAM,HSLAM,VSLAM,XPROP,HPRCP
100 FORMAT(8F10.3)
READ(5,200) NH13,NAE,NREL,NCONV,MLC,IRL
200 FORMAT(11I5)

```

```

      READ(5,100) (H13(I),I=1,NH13)
      IF( NAB .NE. 0)
      *READ(5,100) (XAB(I),I=1,NAB)
      IF( NREL .NE. 0)
      *READ(5,100) (XREL(I),I=1,NREL)
      IF( NCCNV .NE. 0)
      *READ(5,100) (XBL(I),I=1,NCCNV)
      IF( NCCNV .NE. 0)
      *READ(5,100) (BL(I),I=1,NCCNV)
      IF( MLC .NE. 0)
      *READ(5,300) LOAD
300 FFORMAT(30I1)
C FIM DA LEITURA DOS DADOS
C*****
      WRITE(6,9) TITLO
9 FFORMAT(1H1,9(/),1X,20A4)
      WRITE(6,11) MIO,LPP,BOC
11 FFORMAT(          9(/),22X,'-DADOS DE ENTRADA-'//1X,
      *')DIRECAO DE PROPAGACAO DO VENTO EM RELACAO A VELOCIDADE DO NAVIO '
      *',F10.2,' GR'/1X,
      *')COMPRIMENTO ENTRE PERPENDICULARES DO NAVIO',22X,F10.2,' M'/1X,
      *')BOCA MOLDADA DO NAVIO',43X,F10.2,' M')
      IF(XSLAM.EQ.0.0.AND.HSLAM.EQ.0.0) GO TO 17
      WRITE(6,15) XSLAM,HSLAM
15 FFORMAT(1X,'ABSCISSA PARA OS CALCULOS DE SLAM ',31X,F10.2,' M'/1X,
      *')CALADO NA ABSCISSA ACIMA',40X,F10.2,' M')
      IF(VSLAM.NE.0.0) WRITE(6,16) VSLAM
16 FFORMAT(1X,'VELOCIDADE MINIMA PARA A OCCORRENCIA DE SLAM',21X,F10.2,
      *') M/S')
17 IF(HPROP.NE.0.0.OR.XPROP.NE.0.0) WRITE(6,21) XPROP,HPROP
21 FFORMAT(1X,'ABSCISSA DO PRJPULSOR',44X,F10.2,' M'/1X,
      *')IMERSAO DO PROPULSOR',45X,F10.2,' M')
      WRITE(6,30) (H13(I),I=1,NH13)
30 FFORMAT(1X,'ALTURAS DE ONDA SIGNIFICATIVAS DOS DIVERSOS ESTADOS DE
      *')MARES (M)'/(15X,5F10.2))
      IF(NAB.NE.0) WRITE(6,40) (XAB(I),I=1,NAB)
40 FFORMAT(1X,'ABSCISSAS DOS PONTOS ONDE SERAO CALCULADOS MOVIMENTOS A
      *')ABSOLUTOS'/(15X,5F10.2))
      IF(NREL.NE.0) WRITE(6,50) (XREL(I),I=1,NREL)
50 FFORMAT(1X,'ABSCISSAS DOS PONTOS ONDE SERAO CALCULADOS MOVIMENTOS R
      *')ELATIVOS'/(15X,5F10.2))
      IF(NCCNV.NE.0) WRITE(6,60) (XBL(I),I=1,NCCNV)
60 FFORMAT(1X,'ABSCISSAS DOS PONTOS ONDE SERAO CALCULADOS EMBARQUES DE
      *')AGUA NO CONVES'/(15X,5F10.2))
      IF(NCCNV.NE.0) WRITE(6,70) (BL(I),I=1,NCCNV)
70 FFORMAT(1X,'BORDAS LIVRES NAS ABSCISSAS ACIMA'/(15X,5F10.2))
      IL=0
      DO 71 I=1,30
      IF(LOAD(I).EQ.0) GO TO 71
      IL=IL+1
      LJ(IL)=I
71 CONTINUE
      IF(IL.NE.0.AND.MLC.NE.0) WRITE(6,72) (LJ(I),I=1,IL)
72 FFORMAT(1X,'SECOES ONDE SERAO CALCULADOS OS ESFORCOS SOLICITANTES'/
      *')(20X,10I5)
      WRITE(6,80)PO,G
80 FFORMAT(//31X,'-VALORES ADOTADOS PELO PROGRAMA-'//10X'DENSIDADE DA
      *')AGUA =',F10.3,' KGF*S**2/M**4'/10X,'ACELERACAO GRAVITACIONAL =',
      *')F10.3,' M/S**2')
      IF( VSLAM .EQ. 0.) VSLAM =0.093*SQRT(LPP*G)

```

```

      IF( XSLAM .NE. 0.0 .OR. HSLAM .NE. 0.0) WRITE(6,81) VSLAM
81  FFORMAT(10X,'VELOCIDADE CRITICA PARA A OCORRENCIA DE SLAM =',F10.3,
     ' M/S')
      REWIND 40
      REWIND 50
      REWIND 60
      REWIND 70
      READ(40) NFN,NOH,NLAM,ML,NGSM
      READ(40) (FN(I),I=1,NFN)
      READ(40) (HEAD(I),I=1,NOH)
      DO 4000 L=1,NOH
      DO 4000 K=1,NFN
      DO 4000 J=1,NLAM
      READ(40) LAM(J),(H(L,K,J,I),FASE(L,K,J,I),I=1,6)
4000  CONTINUE
      IF( IRL .EQ. 0 ) GO TO 2000
      DO 1000 L=1,NOH
      DO 1000 K=1,NFN
      DO 1000 J=1,NLAM
      READ(60) GXI(L,K,J),(HFEX(L,K,J,I),FASEX(L,K,J,I),I=1,6)
      READ(70) PNLI(L,K,J),RMASS(L,K,J),RDAMP(L,K,J),RREST(L,K,J)
1000  CONTINUE
2000  FC=PI/180.
      MIO=MIO*FC
      NUHA=NOH
      NUH=2 *NOH
      IF( HEAD(NUHA) .EQ. 180. ) NOH=NOH-1
      DO 10 L=1,NUHA
      LL=NOH-L+1
      HEAD(LL)=360.-HEAD(L)
      DO 10 K=1,NFN
      DO 10 J=1,NLAM
      DO 10 I=1,6
      H(LL,K,J,I)=H(L,K,J,I)
10  CONTINUE
      DO 20 I=1,NOH
20  HEAD(I)=HEAD(I)*FC
      PI2=PI/2.
      IF( ABS(MIO-PI2) .GT. 0.001) GO TO 101
      KM=1
      X1=MIO+PI2
      X2=MIO+3.*PI2
      GO TO 201
101  KM=2
      X1=MIO-PI2
      X2=MIO+PI2
201  DO 401 L1=1,NOH
      IF( HEAD(L1)-X1 ) 301,501,501
301  IF( X1-HEAD(L1)-0.001 ) 701,701,401
401  CONTINUE
501  IF( HEAD(L1)-X1-0.001 ) 701,701,601
601  IF( KM .EQ. 1 ) L1=L1-1
701  DO 901 L2=L1,NOH
      IF( HEAD(L2)-X2 ) 801,1001,1001
801  IF( X2-HEAD(L2) - 0.001 ) 1201,1201,901
901  CONTINUE
1001 IF( HEAD(L2)-X2-0.001 ) 1201,1101,1101
1101 IF( KM .EQ. 2 ) L2=L2-1
1201 IF( L2-L1-1) 1301,1301,1501
1301 WRITE(6,1401) L1,L2

```

```

1401 FORMAT(/1X'NUM DE APROXIMAMENTOS(HEADING) INSUFICIENTE'/1X
*          'L1=',I2,'L2=',I2)
      STOP
1501 LL=0
      GO TO (1601,2001),K1
1601 LQ=0
      IF( HEAD(1) .LT. 0.001 ) LG=1
      LMAX=NCH+L1-LG
      GO 1901 L=L2,LMAX
      LL=LL+1
      IF(L=NCH) 1601, 1601,1701
1701 LQ=LQ+1
      Y(LL)=HEAD(LQ)
      MI(LL)=W(LL)-MIG
      GO TO 1901
1801 Y(LL)=HEAD(L)-2.*MI
      MI(LL)=W(LL)-MIO
1901 CONTINUE
      GO TO 2201
2001 GO 2101 L=L1,L2
      LL=LL+1
      Y(LL)=HEAD(L)
      MI(LL)=W(LL)-MIO
2101 CONTINUE
2201 LT=LL
      GO 2301 I=1,LT
      Y(I)=1.
      CX(I)=SIMPUN(W,Y,LT)
      Y(I)=0.
2301 CONTINUE
      GO 2401 I=1,NLAM
      Y(I)=1.
      CL(I)=SIMPUN(LAM,Y,NLAM)
      Y(I)=0.
2401 CONTINUE
      GO 99999 K=1,NFN
      V= SQRT(LPP*G)*FN(K)*1.9436
      WRITE(6,1111) FN(K),V
1111 FORMAT(1H1,26(/),25X,29(1H*,)/25X,'*',27X,'*',/25X,'* NUMERO DE FR
#JUDE =',F6.3, ' */25X,'*',27X,'*',/25X,'* VEL. DO NAVIO =',F6.2,
#' NUS */25X,'*',27X,'*',/25X,29(1H*,)/)
      CALL MOMEN
      INL=0
      GO 5000 IM=1,6
      WRITE(6,2222) IM
2222 FORMAT(1H1,/,10X,'*** RESPOSTAS NA DIRECAO',I2,' ***'/)
      II=1
      IF(IM .GT. 3) II=2
      CALL MOV(II)
5000 CONTINUE
      IF( IRU .EQ. 0) GO TO 107
C CALCULO DAS RESP EM ROLLING(CONSIDERANDO-SE NAO LINEARIDADES
      WRITE(6,12000)
12000 FORMAT(1H1,/,10X,'***RESPOSTAS EM ROLLING (CONSIDERANDO-SE EFEITOS
* NAO LINEARES***'/)
      INL=1
      CALL HMLI(NCHA)
      CALL MOV(2)
C CALCULO DO MOV VERTICAL DE UM PONTO QUALQUER PERTENCENTE AO PLANO LONG
C ITUDINAL DE SIMETRIA

```

```

107 IF( NAB .EQ. 0 ) GO TO 207
    INL=0
    IM=7
    DO 500 NM=1,NAB
    X=XAB(NM)
    WRITE(6,4444) X
4444 FORMAT(1H1//10X,'***RESPOSTAS DOS MOV ABSOLUTOS EM X =',F8.3,' M *
    ***')
    CALL DEFH(X)
    CALL MOV(1)
500 CONTINUE
207 IF( NREL .EQ. 0 ) GO TO 307
    IM=6
    DO 600 NM=1,NREL
    X=XREL(NM)
    WRITE(6,5555) X
5555 FORMAT(1H1//10X,'***RESPOSTAS DOS MOV RELATIVOS EM X =',F8.3,' M *
    ***')
    CALL DEFH(X)
    CALL MOV(1)
600 CONTINUE
C CALCULO DA PROBABILIDADE DA BORSA LIVRE SER EXCEDIDA8 PROVOCANDO O EM-
C BARQUE DE AGUA NO CONVES. CALCULO DO NUM ESPERADO DE OCORRENCIAS DE
C EMBARQUE
307 IF( NCONV .EQ. 0 ) GO TO 407
    IM=8
    Z=0
    I68=0
    DO 700 NM=1,NCONV
    X=XBL(NM)
    WRITE(6,6666) X ,BL(NM)
6666 FORMAT(1H1//,24X,'***EMBARQUE DE AGUA NO CONVES***'/28X,
    'ABSCISSA =',F7.2,' M',/28X,'BORDA LIVRE =',F7.2,' M'///13X,
    'AGS/ AOS PROBABILIDADE',6X,'NUMERO ESPERADO'/14X,
    'L',5X,' M ',3X,'DE EMBARQUE(%)',3X,'DE EMBARQUES P/ HORA'//)
    CALL DEFH(X)
    DO 700 M=1,NH13
    CALL SIGMA(SIG,SIGP,SIGPP,AUX,AUX)
    EPS=BW(SIG,SIGP,SIGPP)
    PIM=FX1(BL(NM)/SIG,EPS)*100.
    JEE=1800./PI*SIGP/SIG*EXP(-BL(NM)*BL(NM)/(2.*SIG*SIG) )
    WRITE(6,7777) H13(M)/LPP,H13(M),PIM,JEE
7777 FORMAT(12X,F6.4,1X,F5.2,6X,F5.2,13X,IS)
700 CONTINUE
C CALCULO DA PROBABILIDADE DA OCORRENCIA DE SLAM E DO NUM ESPERADO DE
C SLAMS POR HORA
407 IF( XSLAM .EQ. 0.0 .AND. HSLAM .EQ. 0.0 ) GO TO 507
    IM=8
    Z=0
    I68=0
    CALL DEFH(XSLAM)
    WRITE(6,8888) VSLAM,XSLAM,HSLAM
8888 FORMAT(1H1//,26X,'***OCORRENCIA DE SLAMS***'/24X,
    'VELOCIDADE CRITICA =',F6.2,' M/S'/24X,'ABSCISSA',11X,'=',F6.2,' M
    '/24X,'CALADO',13X,'=',F6.2,' M',//14X,
    'ADS/ AOS PROBABILIDADE NUMERO ESPERADO'/15X,
    'L',6X,' M ',3X,'DE OCORRENCIA(%) DE OCORRENCIAS P/ HORA'//)
    DO 600 M=1,NH13
    CALL SIGMA(SIG,SIGP,SIGPP,AUX,AUX)
    EPS=BW(SIG,SIGP,SIGPP)

```

```

EA=FX1(HSLAM/SIG,EP5)
EB=FX1(VSLAM/SIGP,EP5)
PSLAM=EA*EB*100.
AM0=SIG*SIG
AM2=SIGP*SIGP
VJS=1800./PI*SIGP/SIG*EXP(-0.5*(HSLAM*HSLAM/AM0+VSLAM*VSLAM/AM2) )
WRITE(6,9999) H13(M)/LPP,H13(M),PSLAM,NCS
9999 FORMAT(12X,F6.4,1X,F5.2,6X,F6.2,15X,I5)
800 CONTINUE
C CALCULO DAS EMERSONES DE PROPULSOR
507 IF( XPROP .EQ. 0.0 .AND. HPROP .EQ. 0 ) GO TO 607
IM=6
Z=0
I68=0
WRITE(6,6667) HPROP,XPROP
6667 FORMAT(1H1//26X,'***EMERSONES DE PROPULSOR***'/15X,
+ 'PROFUNDIDADE DO PONTO CRITICO DO PROPULSOR =' F6.2, ' M'/15X,
+ 'ABSCISSA DO PROPULSOR',22X,'=' F6.2, ' M'/16X,
+ 'AGS/ AGS PROBABILIDADE NUMERO ESPERADO'/16X,
+ ' M DE EMERSON(3) DE EMERSONES P/ HORA'/)
CALL DEFH(XPROP)
DO 750 M=1,NH13
CALL SIGMA(SIG,SIGP,SIGPP,ALX,AUX)
EPS=BW(SIG,SIGP,SIGPP)
PIM=FX1(HPROP/SIG,EP5)*100.
VEE=1800./PI*SIGP/SIG*EXP(-HPROP*HPROP/(2.*SIG*SIG))
WRITE(6,7778) H13(M)/LPP,H13(M),PIM,VEE
7778 FORMAT(14X,F6.4,1X,F5.2,6X,F5.2,13X,I5)
750 CONTINUE
607 IF( ML .NE. 2 .OR. MLC .EQ. 0 ) GO TO 99999
CALL ESFSOL(NOSM1,BCC,RC,NCHA,LOAD)
99999 CONTINUE
STOP
END
002:0380:1 IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMEN
002:0381:3 IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMEN
002:0382:5 IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMEN
002:0384:1 IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMEN
002:0385:3 IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMEN
002:0386:5 IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMEN
=====

```

```

SUBROUTINE MOV(II)
REAL MIO,LPP,LAM
COMMON/AAA/HEAD(20),H13(10),FR(5),LAM(30)
COMMON/BBB/PI,G,MIO,LPP,VEE,NCH,NLAM,NH13
COMMON/CCC/K,M,IM,Z,KM,L1,L2,LT,I68
COMMON /HHH/ HNL(10,30,10),INL ,SP(10)
COMMON/FFF/H(20,5,30,4),FASE(20,5,30,8)
DIMENSION SIG0(10),SIG2(10),SIG4(10),SIG6(10),SIG8(10)
I68=1
IF( II .EQ. 2 ) GO TO 10
Z=0
A01=LPP
A02=SQRT(LPP*G)

```

```

AD3=G
GO TO 20
10 Z=1
AD1=1.
AD2=SQRT(G/LPP)
AD3=G/LPP
20 DO 300 M=1,NH13
IF( INL .EQ. 0 ) GO TO 200
I4=8
DO 100 L=1,NOH
DO 100 J=1,NLAM
100 Y(L,K,J,8)=HNL(L,J,M)
200 CALL SIGMA(SIG0(M),SIG2(M),SIG4(M),SIG6(M),SIG8(M))
300 CONTINUE
IF(Z.EQ.0) WRITE(6,400)
IF(Z.EQ.1) WRITE(6,401)
400 FJRMAT(//29X,'DESLOCAMENTOS'///2X,'****RESPOSTAS DIMENSIONAIS****',
E'5X,'*****RESPOSTAS ADMENSIONAIS*****'//3X,'ADS EPS SIGMA
E'13 H10'7X,'ADS/ EPS SIGMA/ H3/ H10/'/
E'1X,'M',11X,'M',7X,'M',6X,'M',9X,'L',10X,'L',8X,'L',5X,'L'/)
401 FJRMAT(//12X,'DESLOCAMENTOS'///2X,'ADS ADS/ EPS SIGMA H3
E' H10'/3X,'M',5X,'L',12X,'GR',5X,'GR',5X,'GR'/)
DO 600 M=1,NH13
EPS=BW(SIG0(M),SIG2(M),SIG4(M))
CALL INVFX1(3,EPS,A3)
H3B=6.*SIG0(M)*FX2(A3,EPS)
CALL INVFX1(10,EPS,A10)
H10B=20.*SIG0(M)*FX2(A10,EPS)
ADSA=H13(M)/LPP
SIGA=SIG0(M)/AD1
H3A=H3B/AD1
H10A=H10B/AD1
IF( Z .EQ. 0 )
E'WRITE(6,500) H13(M),EPS,SIG0(M),H3B,H10B,ADSA,EPS,SIGA,H3A,H10A
IF(Z.EQ.1) WRITE(6,501) H13(M),ADSA,EPS,SIG0(M),H3B,H10B
500 FJRMAT(1X,F6.2,1X,F4.2,3(1X,F6.3,) 5X,F6.4,1X,F4.2,3(1X,F6.4,)1X)
501 FJRMAT(1X,F5.2,1X,F6.4,1X,F4.2,3(1X,F6.2,)1X)
600 CONTINUE
IF(Z.EQ.0) WRITE(6,700)
IF(Z.EQ.1) WRITE(6,701)
700 FJRMAT(//29X,'VELOCIDADES'///2X,'****RESPOSTAS DIMENSIONAIS****',
E'5X,'*****RESPOSTAS ADMENSIONAIS*****'//3X,'ADS EPS SIGMA
E' H3 H10'6X,'ADS/ EPS SIGMA/ H3/ H10'/4X,
E'M',10X,'M/S',5X,'M/S',3X,'M/S',7X,'L',9X,'SQRT(L*G) SQRT(L*G)',1X
E,'SQRT(L*G)'//)
701 FJRMAT(//25X,'VELOCIDADES'///1X,'***RESPOSTAS DIMENSIONAIS***',5X,
E'*****RESPOSTAS ADMENSIONAIS*****'//2X,'ADS EPS SIGMA H3
E' H10',6X,'ADS/ EPS SIGMA* H3* H10*'/3X,'M',8X,
E'GR/S GR/S GR/S',7X,'L',9X,3('SQRT(L/G)',1X,)/)
DO 800 M=1,NH13
EPS=BW(SIG2(M),SIG4(M),SIG6(M))
CALL INVFX1(3,EPS,A3)
H3B=6.*SIG2(M)*FX2(A3,EPS)
CALL INVFX1(10,EPS,A10)
H10B=20.*SIG2(M)*FX2(A10,EPS)
ADSA=H13(M)/LPP
SIGA=SIG2(M)/AD2
H3A=H3B/AD2
H10A=H10B/AD2
IF( Z .EQ. 0 )

```

```

WRITE(6,495) H13(M),EPS,SIG2(M),H3B,H10B,ADSA,EPS,SIGA,H3A,H10A
495 FORMAT(1X,F6.2,1X,F4.2,3(1X,F6.3)) 5X,F6.4,1X,F4.2,3(2X,F7.4))1X)
IF(Z.EQ.1)
WRITE(6,502) H13(M),EPS,SIG2(M),H3B,H10B,ADSA,EPS,SIGA,H3A,H10A
502 FORMAT(1X,F5.2,1X,F4.2,3(1X,F5.2)) 4X,F6.4,2X,F4.2,3(3X,F6.2))1X)
800 CONTINUE
IF(Z.EQ.0) WRITE(6,850)
IF(Z.EQ.1) WRITE(6,851)
850 FORMAT(/29X,'ACELEPACDES'//2X,'*****RESPOSTAS DIMENSIONAIS*****',
5X,'*****RESPOSTAS ADMENSICNAIS*****' //3X,'ADS EPS SIGMA
H3 H10',7X,'ADS/ EPS SIGMA/ H3/ H10'//4X,'M',8X,'M/S*
*2 M/S**2 M/S**2',6X,'L',12X,'G',8X,'G',5X,'G'//)
851 FORMAT(/25X,'ACELEPACDES'//1X,'***RESPOSTAS DIMENSIONAIS***',5X,
'*****RESPOSTAS ADMENSICNAIS*****'//2X,'ADS EPS SIGMA
H3 H10',9X,'ADS/ EPS SIGMA* H3* H10*'//3X,'M',7X,'GR/S**
*2 GR/S**2 GR/S**2',5X,'L',11X,'L/G',4X,'L/G',3X,'L/G'//)
JJ 900 M=1,NH13
EPS=BK(SIG4(M),SIG6(M),SIG8(M))
CALL INVFX1(3,EPS,A3)
H3B=6.*SIG4(M)*FX2(A3,EPS)
CALL INVFX1(10,EPS,A10)
H10B=20.*SIG4(M)*FX2(A10,EPS)
ADSA=H13(M)/LPP
SIGA=SIG4(M)/AD3
H3A=H3B/AD3
H10A=H10B/AD3
IF(Z.EQ.0)
WRITE(6,500) H13(M),EPS,SIG4(M),H3B,H10B,ADSA,EPS,SIGA,H3A,H10A
IF(Z.EQ.1)
WRITE(6,503) H13(M),EPS,SIG4(M),H3B,H10B,ADSA,EPS,SIGA,H3A,H10A
503 FORMAT(1X,F5.2,1X,F4.2,1X,F5.2,2X,F6.2,2X,F6.2,7X,F6.4,1X,F4.2,1X,
F6.2,2X,F6.2,1X,F6.2)
900 CONTINUE
IF(IM.NE.4) RETURN
JJ 950 I=1,NH13
950 SP(I)=SIG2(I)
RETURN
END

```

```

=====
SUBROUTINE DEFH(X)
REAL MIO,LPP,LAM,MI
COMMON/AAA/HEAD(20),H13(10),FN(5),LAM(30)
COMMON/BBB/PI,G,MIO,LPP,NFN,NQH,NLAM,NH13
COMMON/CCC/K,M,IM,7,KM,L1,L2,LT,I68
COMMON/FFF/H(20,5,30,8),FASE(20,5,30,6)
FC=PI/180.
FD= 2.*PI/LPP
JJ 100 NL=1,NLAM
JJ 100 NH=1,NQH
ALFA=FASE(NH,K,NL,5)*FC
AMPA=H(NH,K,NL,5)*FD*LAM(NL)
PRE1=AMPA*COS(ALFA)
PIM1=AMPA*SIN(ALFA)
BETA=FASE(NH,K,NL,3)*FC
AMPB=H(NH,K,NL,3)
PRE2=AMPB*COS(BETA)

```

```

PIM2=AMPB*SIN(BETA)
AUX1=PRE1*PRE2+PIM1*PIM2
S1=X*X*AMPA*AMPA+AMPB*AMPB-2.*X*AUX1
S2=-2.*PRE2+2.*X*PRE1+1.
S=S1
IF(IM.EQ.8) S=S1+S2
1(NH,K,NL,IM)=SQRT(S)
100 CONTINUE
RETURN
END

```

=====

```

SUBROUTINE FNLI(NDHA)
REAL MIO,LPP,LAM
COMMON/AAA/HEAD(20),H13(10),FN(5),LAM(30)
COMMON/BBB/PI,G,MIO,LPP,NFN,NCH,NLAM,NH13
COMMON/CCC/K,M,IM,Z,KM,L1,L2,LT,I68
COMMON/DDD/ GXI(10,5,30),PNLI(10,5,30),RMASS(10,5,30),
* RDAMP(10,5,30),RREST(10,5,30)
COMMON/EEE/ HFEX(10,5,30,6),FASEX(10,5,30,6)
COMMON/FFF/H(20,5,30,8),FASE(20,5,30,8)
COMMON /HHH/ HNL(10,30,10),INL,SP(10)
DIMENSION REC(10,30),BETAA(10,30),ZETAA(10,30),W0A(10,30)
FC=PI/180.*SQRT(LPP/G)
I68=0
DO 6000 L=1,NDHA
DO 6000 J=1,NLAM
RM=RMASS(L,K,J)
WND=GXI(L,K,J)
C44=RREST(L,K,J)
WA=SQRT(C44/RM)
W0A(L,J)=WA
ZETAA(L,J)=RDAMP(L,K,J)/(2.*RM*WA)
BETAA(L,J)=PNLI(L,K,J)/(RM*WND)
H2A2=1./((WA*WA-WND*WND)**2+(2.*ZETAA(L,J)*WND)**2)
H2A=SQRT(H2A2)
RR=HFEX(L,K,J,4)*H2A/(2.*RM)/90.
IF( RR .EQ. 0. ) RR=0.0001
REC(L,J)=H2A2*WND*WND
BETAA(L,J)=BETAA(L,J)/RR
6000 CONTINUE
DO 11000 M=1,NH13
SIGP=SP(M)
SIGP1=SIGP*FC
RD2=SQRT(2./PI)
ID=1
DO 10000 ITER=1,5
DO 7000 L=1,NDHA
LL=NDH-L+1
DO 7000 J=1,NLAM
AUX=BETAA(L,J)*RD2*SIGP1
DN=4.*AUX*(2.*ZETAA(L,J)*W0A(L,J)+AUX)
HA=REC(L,J)
RH=HA*DN
1NL(L,J,M)=SQRT(1.+RH*(-1.+RH))*H(L,K,J,4)
1(L,K,J,7)=HNL(L,J,M)
1NL(LL,J,M)=HNL(L,J,M)

```

```

      4(LL,K,J,7)=HNL(L,J,M)
7000 CONTINUE
      IM=7
      Z=1
      GO TO (9000,11000),ID
9000 CALL SIGMA(SIG,SIGP,SIGPP,AUX,AUX)
      SIGP2=SIGP*FC
      IF(ABS(SIGP2-SIGP1)/SIGP2.LT.0.01)ID=2
      SIGP1=SIGP2
10000 CONTINUE
11000 CONTINUE
      RETURN
      END

```

=====

```

SUBROUTINE SIGMA(SIG0,SIG2,SIG4,SIG6,SIG8)
REAL LPP,MI,MIO,LAM,MOM
COMMON/AAA/HEAD(20),H13(10),FN(5),LAM(30)
COMMON/BBB/PI,G,MIO,LPP,NFN,NOH,NLAM,NH13
COMMON/CCC/K,M,IM,Z,KM,L1,L2,LT,I68
COMMON/FFF/H(20,5,30,8),FASE(20,5,30,8)
COMMON/ZZZ/W(10),MI(10),CX(10),CL(30),CM(10,10,5,30,2)
DIMENSION MOM(5,10),SIG(5)
IZ=Z+1
LL=0
NMAX=5-2*(1-I68)
GO TO (100,700),KM
100 LQ=0
IF(HEAD(1).LT.0.001) LQ=1
LMAX=NOH+L1-LQ
DO 600 L=L2,LMAX
LL=LL+1
LR=L
IF(L-NOH)300,300,200
200 LQ=LQ+1
LR=LQ
300 DO 500 NN=1,NMAX
SOMA=0.
DO 400 J=1,NLAM
SOMA=SOMA+H(LR,K,J,IM)**2*CM(M,LL,NN,J,IZ)
MOM(NN,LL)=SOMA
500 CONTINUE
600 CONTINUE
GO TO 1000
700 DO 900 L=L1,L2
LL=LL+1
DO 900 NN=1,NMAX
SOMA=0.
DO 800 J=1,NLAM
SOMA=SOMA+H(L,K,J,IM)**2*CM(M,LL,NN,J,IZ)
MOM(NN,LL)=SOMA
900 CONTINUE
1000 DO 1200 NN=1,NMAX
SIG(NN)=0.
DO 1100 L=1,LL
1100 SIG(NN)=SIG(NN)+MOM(NN,L)*CX(L)
1200 CONTINUE

```

```

SIG0=SQRT(SIG(1))
SIG2=SQRT(SIG(2))
SIG4=SQRT(SIG(3))
SIG6=SQRT(SIG(4))
SIG8=SQRT(SIG(5))
RETURN
END

```

```

=====

SUBROUTINE MOMEN
REAL LPP,LAM,MIO,MI
COMMON/AAA/HEAD(20),H13(10),FN(5),LAM(30)
COMMON/BBB/PI,G,MIO,LPP,NFN,NCH,NLAM,NH13
COMMON/CCC/K,M,IM,Z,KM,L1,L2,LT,I68
COMMON/ZZZ/X(10),MI(10),CX(10),CL(30),CM(10,10,5,30,2)
DIMENSION AUX2(30),AUX3(30),AUX4(30),C11(30),C3(10),C5(10),C1(5)
A=G*G*0.0081
AN=2./PI
C2=2.*PI
C6=360./LPP
C7=LPP*LPP/(4.*PI*PI*G*G)
C8=A*C7/2.
C9=G/LPP
C10=FN(K)*C2
DO 100 J=1,NLAM
AL2=LAM(J)*LAM(J)
AUX2(J)=AL2*LAM(J)
AUX4(J)=C6*C6*AL2
100 C11(J)=SQRT(C2*LAM(J))
DO 200 L=1,LT
C3(L)=C10*CDS( X(L) )
200 C5(L)=AN*( CDS(MI(L)) )**2
DO 300 NN=1,5
V=NN+NN-2
300 C1 (NN)=C8*C9***(N/2)
DO 500 M=1,NH13
B=3.11/( H13(M)*H13(M) )
C4=B*C7
DO 400 J=1,NLAM
400 AUX3(J)=EXP( -C4/(LAM(J)*LAM(J)) )
DO 500 NN=1,5
V=NN+NN-2
DO 500 L=1,LT
DO 500 J=1,NLAM
AUX1=( C11(J)-C3(L)*LAM(J) )**V
C12=AUX1/AUX2(J)*AUX3(J)*C1 (NN)*C5(L)*CL(J)
CM(M,L,NN,J,1)=C12
CM(M,L,NN,J,2)=C12*AUX4(J)
500 CONTINUE
RETURN
END
=====

```

```

FUNCTION BW(SIG,SIGP,SIGPP)

```

```

E1=SIGP*SIGP/(SIG*SIGPP)
IF( ABS(E1-1.) .LT. 0.001 ) E1=1.
BW =SQRT(1.-E1*E1)
RETURN
END

```

```

=====

SUBROUTINE ESFSUL(NDSMI,B0C,PC,NOHA,LOAD)
REAL MIO,LPP,LAM,MI
COMMON/AAA/HEAD(20),H13(10),FN(5),LAM(30)
COMMON/BBB/PI,G,MIO,LPP,NFN,NCH,NLAM,NH13
COMMON/CCC/K,M,IM,Z,K,L1,L2,LT,I68
COMMON/FFF/H(20,5,30,8),FA5E(20,5,30,8)
DIMENSION LOAD(1)
FM1=PD*G*LPP*B0C
FM2=FM1*LPP
I68=0
Z=0
DO 7000 IS=1,NDSMI
IF( LOAD(IS) .EQ. 0 ) GO TO 7000
DO 6000 L=1,NOHA
NR=((L-1)*NFN+K-1)*NDSMI+IS-1)*NLAM +1
DO 6000 J=1,NLAM
READ(50=NR) LAM(J),H(L,K,J,I),FA5E(L,K,J,I),I=1,5)
NR=NR+1
6000 CONTINUE
DO 6100 L=1,NOHA
LL=NOH=L+1
DO 6100 J=1,NLAM
DO 6100 I=1,5
I(LL,K,J,I)=H(L,K,J,I)
6100 CONTINUE
DO 6900 IM=1,5
FM=FM1
IF( IM .GT. 2 ) FM=FM2
GO TO (100,200,300,400,500) , IM
100 WRITE(6,101) IS
101 FORMAT(1H1///'***FORÇA CONSTANTE HORIZONTAL-SECAO',I3,' ***'//)
GO TO 600
200 WRITE(6,201) IS
201 FORMAT(1H1///'***FORÇA CONSTANTE VERTICAL-SECAO',I3,' ***'//)
GO TO 600
300 WRITE(6,301) IS
301 FORMAT(1H1///'***MOMENTO TORSOR-SECAO',I3,' ***'//)
GO TO 600
400 WRITE(6,401) IS
401 FORMAT(1H1///'***MOMENTO VERTICAL-SECAO',I3,' ***'//)
GO TO 600
500 WRITE(6,501) IS
501 FORMAT(1H1///'***MOMENTO HORIZONTAL-SECAO',I3,' ***'//)
600 WRITE(6,601)
601 FORMAT(3X,'ADS      SQRT(M0)      SQRT(M2)',8X,'H3',9X,      'H10
     H100',7X,'H1000' ,5X,'EPS')
IF( IM .LE. 2 ) WRITE(6,602)
602 FORMAT(2X,' M ',8X,'KGF',6X,'KGF/S**2',7X,'KGF',9X,'KGF',8X,'KGF',
     9X,'KGF',/)

```

```

        IF( IM .GT. 2 ) WRITE(6,603)
603  FORMAT(2X,' M ',7X,'KGF*M',3X,'KGF*M/S**2',5X,'KGF*M',7X,'KGF*M',
        * 7X,'KGF*M',7X,'KGF*M' /)
        JJ 700 M=1,NH13
        CALL SIGMA(SIG,SIGP,SIGPP,ALX1,AUX1)
        EPS=BW(SIG,SIGP,SIGPP)
        CALL INVFX1(3,EPS,A3)
        H3B=6*SIG *FX2(A3,EPS)*FM
        CALL INVFX1(10,EPS,A10)
        H10B=20*SIG *FX2(A10,EPS)*FM
        CALL INVFX1(100,EPS,A100)
        H100B=200*SIG *FX2(A100,EPS)*FM
        CALL INVFX1(1000,EPS,A1000)
        H1000B=2000*SIG *FX2(A1000,EPS)*FM
        SIGD=SIG*FM
        SIGPD=SIGP*FM
        WRITE(6,697) H13(M),SIGD,SIGPD,H3B,H10B,H100B,H1000B,EPS
697  FORMAT(1X,F5.2,6(1X,F11.4),1X,F4.2)
700  CONTINUE
6900 CONTINUE
7000 CONTINUE
        RETURN
        END
        )12:00F0:1 IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMENT

```

```

=====
FUNCTION SIMPUN (X,Y,N)
DIMENSION X(1),Y(1)
IF( N=2 ) 7,5,4
5  S=(Y(1)+Y(2) )*(X(2)-X(1))/2.
   GO TO 6
7  S=0.
   GO TO 6
4  I=N-1
   S=(X(2)-X(1))/6.*(Y(1)*((X(2)-X(3))/(X(1)-X(3))+2.)+Y(2)*((X(1)-X(
K3)))/(X(2)-X(3))+2.)-Y(3)*(X(2)-X(1))*2/((X(1)-X(3))*(X(2)-X(3))))
   LB=2
   IF( N.EQ.3 ) GO TO 8
   S=S+(X(3)-X(2))/6.*(Y(2)*((X(3)-X(4))/(X(2)-X(4))+2.)+Y(3)*((X(2)-
KX(4)))/(X(3)-X(4))+2.)-Y(4)*(X(3)-X(2))*2/((X(2)-X(4))*(X(3)-X(4))
K))
   LB=3
8  JJ 1 K=LB,M
   IF(ABS(X(K+1)-X(1)).GE.ABS(X(K)-X(1))) GO TO 1
   GO TO 7
1  S=S+(X(K+1)-X(K))/6.*(Y(K)*((X(K+1)-X(K-1))/(X(K)-X(K-1))+2.)+Y(K+
M1))*((X(K)-X(K-1))/(X(K+1)-X(K-1))+2.)-Y(K-1)*(X(K+1)-X(K))*2/((X(
NK)-X(K-1))*(X(K+1)-X(K-1))))
6  SIMPUN=S
   RETURN
   END
=====

```

```

FUNCTION FER(X)
FER  =0.5*ERF(X/SQRT(2.))
RETURN
END

```

```

=====
SUBROUTINE INVFX1(N, EPS, X)
PREC=0.0001
IEND=20
R=N
XST=SQRT(2.*ALOG(R))
X=XST
TOL=X
IER=0
F=FX1(TOL, EPS)-1./R
DERF=-FX0(TOL, EPS)
TOLF=100.*PREC
)J 6 I=1, IEND
IF(F)1,7,1
1 IF(DERF)2,8,2
2 )X=F/DERF
X=X*DX
TOL=X
F=FX1(TOL, EPS)-1./R
DERF=-FX0(TOL, EPS)
TOL=PREC
A=ABS(X)
IF(A-1.)4,4,3
3 TOL=TOL*A
4 IF(ABS(DX)-TOL)5,5,6
5 IF(ABS(F)-TOLF)7,7,6
6 CONTINUE
IER=1
7 RETURN
8 IER=2
RETURN
END

```

```

=====
FUNCTION FX0(T, EPS)
FX0=0.
IF(ABS(T).GT.14.) RETURN
IF(EPS.LT.0.0001) GO TO 10
PI=3.14159265359
IF(EPS.GT.0.9999) GO TO 20
R=T/EPS
S=SQRT(1.-EPS*EPS)
FX0=S*T*EXP(-T*T/2.)*(0.5+FER(R*S))
IF(ABS(R).GT.14.) RETURN
FX0=EPS/SQRT(2.*PI)*EXP(-R*R/2.)+FX0
RETURN
10 FX0=T*EXP(-T*T/2.)
IF(FX0.LT.0) FX0=0.
RETURN

```

```

20 FX0=1./SQRT(2.*PI)*EXP(-T*T/2.)
   RETURN
   END

```

```

=====
FUNCTION FX1(T, EPS)
  FX1=0.
  IF( T .GT. 14. ) RETURN
  FX1=1.
  IF( T .LT. -14. ) RETURN
  FX1=EXP(-T*T/2.)
  IF(EPS.LT.0.0001) GO TO 10
  R=T/EPS
  S=SQRT(1.-EPS*EPS)
  FX1= FX1*S*(0.5+FER(R*S)) + 0.5 - FER(P)
  RETURN
10 IF(T.LE.0) FX1=1.
   END

```

```

=====
FUNCTION FX2(T, EPS)
  PI=3.14159265359
  T0=6.91550
  FX2=0.
  IF(ABS(T).GT.14) RETURN
  IF(EPS .LT. 0.0001) GO TO 50
  IF(EPS .GT. .999) GO TO 60
  R=T/EPS
  IF(R=14.) 10,10,20
10 FX2=EPS/SQRT(2.*PI)*EXP(-R*R/2.)
20 S=SQRT(1.- EPS*EPS)
   A=S/EPS
   B=FER(A*T)
   C=FER(T)
  FX2=FX2 + S/2.*(T*EXP(-T*T/2.)*(1.+2.*B) + SQRT(2.*PI)*(0.5 -C-
  * 2*B*C))
  IF( ABS(T)=T0) 40,30,30
30 FX2= FX2 + S/2.*SQRT(2.*PI)*FER(A*ABS(T))
   GO TO 70
40 FX2= FX2 + S/2.*SQRT(2.*PI)*FER(A*T0) -A*A*EPS*FI(T,T0,EPS)
   GO TO 70
50 FX2= EXP(-1*T/2.)*T + SQRT(2.*PI)*(0.5 - FER(T))
   GO TO 70
60 FX2= EXP(-1*T/2.)/SQRT(2.*PI)
70 RETURN
   END

```

```

=====
FUNCTION FI(T,T0,EPS)
  FCT(X,ALFA)=FER(X)*EXP(-ALFA*ALFA*X*X/2.)
  ALFA= SQRT(1.-EPS*EPS)/EPS

```

```
A=.5*(T0+T)
B=T0-T
C=.4869533*B
Y=.03333567*(FCT(A+C,ALFA) + FCT(A-C,ALFA) )
C=.4325317*B
Y=Y+.07472267*(FCT(A+C,ALFA)+FCT(A-C,ALFA))
C=.3397048*B
Y=Y+.1095432*(FCT(A+C,ALFA)+FCT(A-C,ALFA))
C=.2166977*B
Y=Y+.1346334*(FCT(A+C,ALFA)+FCT(A-C,ALFA))
C=.07443717*B
Y=B*(Y+.1477621*(FCT(A+C,ALFA)+FCT(A-C,ALFA)))
FI=Y
RETURN
END
```

=====  
NO ERRORS DETECTED. NUMBER OF CARDS = 820.  
COMPILATION TIME = 163 SECONDS ELAPSED. 14.42 SECONDS PROCESSING.  
J2 STACK SIZE = 73 WORDS. FILESIZE = 42876 WORDS. ESTIMATED CORE STC  
TOTAL PROGRAM CODE = 2755 WORDS. ARRAY STORAGE = 5522 WORDS.  
NUMBER OF PROGRAM SEGMENTS = 34. NUMBER OF DISK SEGMENTS = 228.  
PROGRAM CODE FILE = (117PNU)CRF ON PACK.  
COMPILER COMPILED ON 08/09/78 (FORTRAN ON PACK).

\*\*\*\*\*  
 \*  
 \* PREDICAO DO COMPORTAMENTO DO NAVIO EM MAR REALISTICO \*  
 \*  
 \*\*\*\*\*

-DEFINICOES-

AOSA = ALTURA DE ONDA SIGNIFICATIVA,  $H(1/3)$ , REPRESENTATIVA DO ESTADO DE MAR  
 EPS = LARGURA DE BANDA DO ESPECTRO =  $\text{SQRT}(1-M2*M2/(M0*M4))$   
 M0 = MOMENTO DE ORDEM ZERO DO ESPECTRO = AREA SOB A CURVA ESPECTRAL  
 M2 = MOMENTO DE SEGUNDA ORDEM DO ESPECTRO  
 M4 = MOMENTO DE QUARTA ORDEM DO ESPECTRO  
 SIGMA = MEDIA QUARATICA DO PROCESSO  
 H3, H10, H100, H1000 = MEDIA DO TERCO, DO DECIMO, DO CENTESIMO, ETC... DAS MAIORES ALTURAS (DOBR0 DAS AMPLITUDES)  
 L = COMPRIMENTO ENTRE PEPPENDICULARES DO NAVIO  
 G = ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE  
 S = SEGUNDO  
 GR = GRAU

## NAVIO EXEMPLO (MARINER)

## -DADOS DE ENTRADA-

DIRECAO DE PROPAGACAO DO VENTO EM RELACAO A VELOCIDADE DO NAVIO	180.00 GR
COMPRIMENTO ENTRE PERPENDICULARES DO NAVIO	160.93 M
BOCA MOLDADA DO NAVIO	23.07 M
ABSCISSA PARA OS CALCULOS DE SLAM	83.41 M
CALADO NA ABSCISSA ACIMA	8.84 M
ABSCISSA DO PROPULSOR	-77.53 M
IMERSAO DO PROPULSOR	1.50 M
ALTURAS DE ONDA SIGNIFICATIVAS DOS DIVERSOS ESTADOS DE MARES (M)	
	2.41      3.22      4.02      4.83      6.44
	8.05      12.07      16.09
ABSCISSAS DOS PONTOS ONDE SERAO CALCULADOS MOVIMENTOS ABSOLUTOS	
	0.00      77.53
ABSCISSAS DOS PONTOS ONDE SERAO CALCULADOS MOVIMENTOS RELATIVOS	
	0.00      77.53
ABSCISSAS DOS PONTOS ONDE SERAO CALCULADOS EMBARQUES DE AGUA NO CONVES	
	0.00      77.53
BORDAS LIVRES NAS ABSCISSAS ACIMA	
	4.47      9.75
SECOES ONDE SERAO CALCULADOS OS ESFORCOS SOLICITANTES	
	10

## -VALORES ADOTADOS PELO PROGRAMA-

DENSIDADE DA AGUA = 104.600 KGF\*S\*\*2/M\*\*4  
 ACELERACAO GRAVITACIONAL = 9.806 M/S\*\*2  
 VELOCIDADE CRITICA PARA A OCORRENCIA DE SLAM = 3.694 M/S

```
*****  
*  
* NUMERO DE FROUDE = 0.200 *  
*  
* VEL. DO NAVIO = 15.44 NOS *  
*  
*****
```

## \*\*\* RESPOSTAS NA DIRECÃO 2 \*\*\*

## DESLOCAMENTOS

## \*\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA M	H3 M	H10 M
2.41	0.40	0.042	0.163	0.209
3.22	0.37	0.040	0.354	0.454
4.02	0.37	0.152	0.597	0.765
4.83	0.37	0.223	0.876	1.123
6.44	0.39	0.317	1.475	1.892
8.05	0.39	0.520	2.036	2.612
12.07	0.38	0.767	3.007	3.855
16.09	0.38	0.895	3.513	4.502

## \*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*

ADS/ L	EPS	SIGMA/ L	H3/ L	H10/ L
0.0150	0.40	0.0003	0.0010	0.0013
0.0200	0.37	0.0006	0.0022	0.0028
0.0250	0.37	0.0009	0.0037	0.0048
0.0300	0.37	0.0014	0.0054	0.0070
0.0400	0.39	0.0023	0.0092	0.0118
0.0500	0.39	0.0032	0.0127	0.0162
0.0750	0.38	0.0048	0.0187	0.0240
0.1000	0.38	0.0056	0.0218	0.0280

## VELOCIDADES

## \*\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA M/S	H3 M/S	H10 M/S
2.41	0.48	0.038	0.145	0.188
3.22	0.45	0.072	0.281	0.362
4.02	0.44	0.112	0.437	0.562
4.83	0.43	0.154	0.600	0.772
6.44	0.44	0.236	0.917	1.179
8.05	0.44	0.306	1.191	1.532
12.07	0.44	0.423	1.645	2.116
16.09	0.44	0.482	1.876	2.413

## \*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

ADS/ L	EPS	SIGMA/ SQRT(L*G)	H3/ SQRT(L*G)	H10/ SQRT(L*G)
0.0150	0.48	0.0009	0.0037	0.0047
0.0200	0.45	0.0018	0.0071	0.0091
0.0250	0.44	0.0028	0.0110	0.0142
0.0300	0.43	0.0039	0.0151	0.0194
0.0400	0.44	0.0059	0.0231	0.0297
0.0500	0.44	0.0077	0.0300	0.0386
0.0750	0.44	0.0106	0.0414	0.0533
0.1000	0.44	0.0121	0.0472	0.0607

## ACELERAÇÕES

## \*\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA M/S**2	H3 M/S**2	H10 M/S**2
2.41	0.54	0.037	0.142	0.184
3.22	0.55	0.063	0.239	0.310
4.02	0.54	0.089	0.341	0.442
4.83	0.53	0.115	0.439	0.569
6.44	0.53	0.160	0.612	0.793
8.05	0.53	0.196	0.750	0.972
12.07	0.53	0.252	0.966	1.251
16.09	0.53	0.250	1.072	1.388

## \*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

ADS/ L	EPS	SIGMA/ G	H3/ G	H10/ G
0.0150	0.54	0.0038	0.0144	0.0187
0.0200	0.55	0.0064	0.0244	0.0316
0.0250	0.54	0.0091	0.0348	0.0450
0.0300	0.53	0.0117	0.0448	0.0580
0.0400	0.53	0.0163	0.0625	0.0809
0.0500	0.53	0.0200	0.0765	0.0991
0.0750	0.53	0.0257	0.0985	0.1276
0.1000	0.53	0.0286	0.1093	0.1416

## \*\*\* RESPOSTAS NA DIRECAC 1 \*\*\*

## DESLOCAMENTOS

## \*\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*\*

## \*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA M	H3 M	H10 M	ADS/ L	EPS	SIGMA/ L	H3/ L	H10/ L
2.41	0.32	0.032	0.126	0.161	0.0150	0.32	0.0002	0.0008	0.0010
3.22	0.33	0.070	0.277	0.354	0.0200	0.33	0.0004	0.0017	0.0022
4.02	0.35	0.119	0.470	0.602	0.0250	0.35	0.0007	0.0029	0.0037
4.83	0.38	0.177	0.695	0.891	0.0300	0.38	0.0011	0.0043	0.0055
6.44	0.41	0.307	1.201	1.541	0.0400	0.41	0.0019	0.0075	0.0096
8.05	0.41	0.433	1.693	2.173	0.0500	0.41	0.0027	0.0105	0.0135
12.07	0.40	0.657	2.569	3.297	0.0750	0.40	0.0041	0.0160	0.0205
16.09	0.39	0.774	3.032	3.889	0.1000	0.39	0.0048	0.0188	0.0242

## VELOCIDADES

## \*\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*\*

## \*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA M/S	H3 M/S	H10 M/S	ADS/ L	EPS	SIGMA/ SQRT(L*G)	H3/ SQRT(L*G)	H10/ SQRT(L*G)
2.41	0.39	0.031	0.120	0.154	0.0150	0.39	0.0008	0.0030	0.0039
3.22	0.36	0.061	0.240	0.307	0.0200	0.36	0.0015	0.0060	0.0077
4.02	0.37	0.090	0.375	0.480	0.0250	0.37	0.0024	0.0094	0.0121
4.83	0.39	0.132	0.516	0.662	0.0300	0.39	0.0033	0.0130	0.0167
6.44	0.42	0.204	0.796	1.023	0.0400	0.42	0.0051	0.0200	0.0257
8.05	0.44	0.269	1.045	1.345	0.0500	0.44	0.0068	0.0263	0.0338
12.07	0.45	0.378	1.470	1.892	0.0750	0.45	0.0095	0.0370	0.0476
16.09	0.45	0.435	1.690	2.175	0.1000	0.45	0.0109	0.0425	0.0547

## ACELERACÇES

## \*\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*\*

## \*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA M/S**2	H3 M/S**2	H10 M/S**2	ADS/ L	EPS	SIGMA/ G	H3/ G	H10/ G
2.41	0.47	0.031	0.121	0.156	0.0150	0.47	0.0032	0.0123	0.0159
3.22	0.44	0.056	0.219	0.281	0.0200	0.44	0.0057	0.0223	0.0287
4.02	0.43	0.082	0.318	0.409	0.0250	0.43	0.0083	0.0324	0.0417
4.83	0.43	0.100	0.412	0.529	0.0300	0.43	0.0108	0.0420	0.0540
6.44	0.45	0.148	0.576	0.741	0.0400	0.45	0.0151	0.0587	0.0756
8.05	0.47	0.183	0.708	0.912	0.0500	0.47	0.0187	0.0722	0.0930
12.07	0.49	0.230	0.917	1.184	0.0750	0.49	0.0243	0.0935	0.1208
16.09	0.50	0.285	1.022	1.320	0.1000	0.50	0.0271	0.1043	0.1346

## \*\*\* RESPOSTAS NA DIRECÃO 3 \*\*\*

## DESLOCAMENTOS

## \*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA M	H3 M	H10 M
2.41	0.22	0.222	0.885	1.127
3.22	0.22	0.436	1.932	2.463
4.02	0.24	0.762	3.026	3.859
4.83	0.28	1.025	4.061	5.185
6.44	0.34	1.479	5.909	7.560
8.05	0.38	1.896	7.448	9.547
12.07	0.42	2.560	9.996	12.638
16.09	0.43	2.901	11.309	14.534

## \*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

ADS/ L	EPS	SIGMA/ L	H3/ L	H10/ L
0.0150	0.22	0.0014	0.0055	0.0070
0.0200	0.22	0.0030	0.0120	0.0153
0.0250	0.24	0.0047	0.0188	0.0240
0.0300	0.28	0.0064	0.0252	0.0322
0.0400	0.34	0.0093	0.0367	0.0470
0.0500	0.38	0.0118	0.0463	0.0593
0.0750	0.42	0.0159	0.0621	0.0798
0.1000	0.43	0.0180	0.0703	0.0903

## VELOCIDADES

## \*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA M/S	H3 M/S	H10 M/S
2.41	0.27	0.198	0.786	1.034
3.22	0.24	0.414	1.644	2.096
4.02	0.24	0.624	2.480	3.163
4.83	0.26	0.810	3.214	4.101
6.44	0.30	1.108	4.382	5.600
8.05	0.34	1.331	5.244	6.710
12.07	0.38	1.668	6.538	8.383
16.09	0.40	1.833	7.170	9.202

## \*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

ADS/ L	EPS	SIGMA/ SQRT(L*G)	H3/ SQRT(L*G)	H10/ SQRT(L*G)
0.0150	0.27	0.0050	0.0198	0.0253
0.0200	0.24	0.0104	0.0414	0.0528
0.0250	0.24	0.0157	0.0624	0.0796
0.0300	0.26	0.0204	0.0809	0.1032
0.0400	0.30	0.0279	0.1103	0.1410
0.0500	0.34	0.0335	0.1320	0.1689
0.0750	0.38	0.0420	0.1646	0.2110
0.1000	0.40	0.0461	0.1805	0.2316

## ACELERAÇÕES

## \*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA M/S**2	H3 M/S**2	H10 M/S**2
2.41	0.36	0.151	0.713	0.914
3.22	0.29	0.361	1.428	1.824
4.02	0.27	0.527	2.091	2.669
4.83	0.27	0.666	2.640	3.370
6.44	0.29	0.870	3.444	4.399
8.05	0.31	1.007	3.978	5.085
12.07	0.34	1.195	4.704	6.021
16.09	0.36	1.251	5.034	6.448

## \*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

ADS/ L	EPS	SIGMA/ G	H3/ G	H10/ G
0.0150	0.36	0.0185	0.0727	0.0932
0.0200	0.29	0.0368	0.1456	0.1860
0.0250	0.27	0.0538	0.2132	0.2721
0.0300	0.27	0.0679	0.2693	0.3437
0.0400	0.29	0.0887	0.3512	0.4486
0.0500	0.31	0.1027	0.4057	0.5186
0.0750	0.34	0.1218	0.4797	0.6140
0.1000	0.36	0.1306	0.5134	0.6575

\*\*\* RESPOSTAS NA DIRECAC 4 \*\*\*

DESLOCAMENTOS

AOS M	ACS/ L	EPS	SIGMA GR	H3 GR	H10 GR
2.41	0.0150	0.52	0.11	0.43	0.55
3.22	0.0200	0.51	0.24	0.93	1.21
4.02	0.0250	0.51	0.47	1.79	2.31
4.83	0.0300	0.48	0.80	3.10	4.00
6.44	0.0400	0.41	1.69	6.60	8.47
8.05	0.0500	0.35	2.57	10.12	12.95
12.07	0.0750	0.29	4.09	16.17	20.65
16.09	0.1000	0.27	4.86	19.26	24.56

VELOCIDADES

\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*

\*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

AOS M	EPS	SIGMA GR/S	H3 GR/S	H10 GR/S	AOS/ L	EPS	SIGMA* SQRT(L/G)	H3* SQRT(L/G)	H10* SQRT(L/G)
2.41	0.54	0.11	0.43	0.56	0.0150	0.54	0.46	1.75	2.26
3.22	0.59	0.20	0.76	1.00	0.0200	0.59	0.82	3.10	4.03
4.02	0.61	0.33	1.24	1.62	0.0250	0.61	1.34	5.02	6.55
4.83	0.61	0.50	1.89	2.47	0.0300	0.61	2.04	7.67	10.01
6.44	0.57	0.94	3.57	4.64	0.0400	0.57	3.81	14.47	18.80
8.05	0.51	1.37	5.26	6.80	0.0500	0.51	5.55	21.31	27.55
12.07	0.44	2.10	8.16	10.50	0.0750	0.44	8.50	33.06	42.52
16.09	0.41	2.47	9.64	12.38	0.1000	0.41	9.99	39.05	50.13

ACELERACOES

\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*

\*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

AOS M	EPS	SIGMA GR/S**2	H3 GR/S**2	H10 GR/S**2	AOS/ L	EPS	SIGMA* L/G	H3* L/G	H10* L/G
2.41	0.48	0.13	0.52	0.66	0.0150	0.48	2.19	8.46	10.91
3.22	0.56	0.20	0.74	0.97	0.0200	0.58	3.22	12.19	15.85
4.02	0.64	0.27	1.01	1.32	0.0250	0.64	4.45	16.54	21.68
4.83	0.66	0.36	1.32	1.75	0.0300	0.66	5.93	21.74	28.67
6.44	0.71	0.57	2.08	2.75	0.0400	0.71	9.41	34.10	45.19
8.05	0.71	0.78	2.83	3.74	0.0500	0.71	12.77	46.39	61.41
12.07	0.67	1.13	4.14	5.45	0.0750	0.67	18.47	68.00	89.51
16.09	0.65	1.30	4.83	6.33	0.1000	0.65	21.36	79.20	103.93

## \*\*\* RESPOSTAS NA DIRECAO 5 \*\*\*

## DESLOCAMENTOS

ADS M	ADS/ L	EPS	SIGMA GR	H3 GR	H10 GF
2.41	0.0150	0.23	0.38	1.49	1.91
3.22	0.0200	0.23	0.79	3.14	4.00
4.02	0.0250	0.25	1.20	4.77	6.09
4.83	0.0300	0.27	1.57	6.23	7.95
6.44	0.0400	0.30	2.16	8.53	10.90
8.05	0.0500	0.33	2.58	10.19	13.04
12.07	0.0750	0.37	3.21	12.59	16.13
16.09	0.1000	0.38	3.50	13.72	17.60

## VELOCIDADES

## \*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*

## \*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA GR/S	H3 GR/S	H10 GR/S	ADS/ L	EPS	SIGMA* SQRT(L/G)	H3* SQRT(L/G)	H10* SQRT(L/G)
2.41	0.27	0.35	1.40	1.78	0.0150	0.27	1.43	5.65	7.22
3.22	0.24	0.70	2.79	3.56	0.0200	0.24	2.85	11.31	14.42
4.02	0.25	1.03	4.09	5.22	0.0250	0.25	4.18	16.59	21.16
4.83	0.26	1.31	5.19	6.62	0.0300	0.26	5.30	21.01	26.81
6.44	0.29	1.71	6.79	8.67	0.0400	0.29	6.95	27.51	35.13
8.05	0.31	1.99	7.85	10.03	0.0500	0.31	8.04	31.79	40.62
12.07	0.34	2.35	9.25	11.84	0.0750	0.34	9.51	37.48	47.95
16.09	0.35	2.51	9.87	12.64	0.1000	0.35	10.16	40.00	51.21

## ACELERACCES

## \*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*

## \*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA GR/S**2	H3 GR/S**2	H10 GR/S**2	ADS/ L	EPS	SIGMA* L/G	H3* L/G	H10* L/G
2.41	0.35	0.34	1.33	1.71	0.0150	0.35	5.56	21.87	28.00
3.22	0.29	0.64	2.54	3.25	0.0200	0.29	10.54	41.72	53.29
4.02	0.28	0.91	3.62	4.62	0.0250	0.28	14.98	59.34	75.76
4.83	0.28	1.13	4.47	5.71	0.0300	0.28	18.53	73.43	93.75
6.44	0.29	1.43	5.66	7.23	0.0400	0.29	23.47	92.95	118.70
8.05	0.30	1.62	6.40	8.17	0.0500	0.30	26.53	*****	134.10
12.07	0.31	1.85	7.30	9.34	0.0750	0.31	30.35	*****	153.26
16.09	0.32	1.95	7.69	9.83	0.1000	0.32	31.96	*****	161.30

## \*\*\* RESPOSTAS NA DIRECAO 6 \*\*\*

## DESLOCAMENTOS

ADS M	ADS/ L	EPS	SIGMA GR	H3 GR	H10 GP
2.41	0.0150	0.32	0.08	0.31	0.40
3.22	0.0200	0.35	0.13	0.53	0.68
4.02	0.0250	0.37	0.19	0.75	0.96
4.83	0.0300	0.40	0.24	0.95	1.22
6.44	0.0400	0.44	0.34	1.32	1.69
8.05	0.0500	0.46	0.42	1.62	2.09
12.07	0.0750	0.49	0.55	2.11	2.73
16.09	0.1000	0.49	0.61	2.36	3.05

## VELOCIDADES

## \*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*

## \*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA GR/S	H3 GR/S	H10 GP/S	ADS/ L	EPS	SIGMA* SQRT(L/G)	H3* SQRT(L/G)	H10* SQRT(L/G)
2.41	0.35	0.08	0.32	0.41	0.0150	0.35	0.33	1.28	1.64
3.22	0.37	0.13	0.50	0.64	0.0200	0.37	0.51	2.01	2.58
4.02	0.38	0.17	0.60	0.84	0.0250	0.38	0.68	2.66	3.41
4.83	0.40	0.20	0.79	1.02	0.0300	0.40	0.82	3.21	4.12
6.44	0.43	0.26	1.01	1.30	0.0400	0.43	1.05	4.09	5.27
8.05	0.46	0.30	1.17	1.51	0.0500	0.46	1.22	4.74	6.11
12.07	0.49	0.37	1.41	1.82	0.0750	0.49	1.48	5.71	7.37
16.09	0.50	0.40	1.52	1.97	0.1000	0.50	1.60	6.17	7.98

## ACELERACOES

## \*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*

## \*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA GR/S**2	H3 GR/S**2	H10 GP/S**2	ADS/ L	EPS	SIGMA* L/G	H3* L/G	H10* L/G
2.41	0.41	0.09	0.34	0.44	0.0150	0.41	1.43	5.60	7.19
3.22	0.41	0.13	0.50	0.64	0.0200	0.41	2.08	8.14	10.45
4.02	0.42	0.16	0.62	0.80	0.0250	0.42	2.61	10.19	13.08
4.83	0.43	0.18	0.72	0.92	0.0300	0.43	3.03	11.80	15.17
6.44	0.45	0.22	0.86	1.11	0.0400	0.45	3.63	14.11	18.16
8.05	0.46	0.25	0.95	1.23	0.0500	0.46	4.03	15.63	20.13
12.07	0.49	0.28	1.08	1.39	0.0750	0.49	4.58	17.67	22.81
16.09	0.50	0.29	1.13	1.46	0.1000	0.50	4.83	18.59	24.02

\*\*\*RESPOSTAS DOS MOV ABSCLUTOS EM X = 77.530 M \*\*\*

## DESLOCAMENTOS

\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*

\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA M	H3 M	H10 M	AOS/ L	EPS	SIGMA/ L	H3/ L	H10/ L
2.41	0.23	0.436	1.733	2.210	0.0150	0.23	0.0027	0.0108	0.0137
3.22	0.23	0.899	3.573	4.555	0.0200	0.23	0.0056	0.0222	0.0283
4.02	0.25	1.358	5.390	6.876	0.0250	0.25	0.0084	0.0335	0.0427
4.83	0.28	1.772	7.022	8.965	0.0300	0.28	0.0110	0.0436	0.0557
6.44	0.33	2.460	9.705	12.413	0.0400	0.33	0.0153	0.0603	0.0771
8.05	0.36	2.988	11.744	15.041	0.0500	0.36	0.0186	0.0730	0.0935
12.07	0.41	3.803	14.882	19.083	0.0750	0.41	0.0236	0.0925	0.1186
16.09	0.42	4.206	16.436	21.080	0.1000	0.42	0.0261	0.1021	0.1310

## VELOCIDADES

\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*

\*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA M/S	H3 M/S	H10 M/S	AOS/ L	EPS	SIGMA/ SQRT(L*G)	H3/ SQRT(L*G)	H10/ SQRT(L*G)
2.41	0.28	0.414	1.642	2.097	0.0150	0.28	0.0104	0.0413	0.0528
3.22	0.25	0.812	3.223	4.112	0.0200	0.25	0.0204	0.0811	0.1035
4.02	0.26	1.180	4.682	5.974	0.0250	0.26	0.0297	0.1179	0.1504
4.83	0.27	1.490	5.905	7.538	0.0300	0.27	0.0375	0.1487	0.1898
6.44	0.30	1.956	7.732	9.880	0.0400	0.30	0.0492	0.1946	0.2487
8.05	0.33	2.276	8.975	11.480	0.0500	0.33	0.0573	0.2259	0.2890
12.07	0.37	2.724	10.704	13.711	0.0750	0.37	0.0686	0.2695	0.3452
16.09	0.38	2.933	11.503	14.743	0.1000	0.38	0.0738	0.2896	0.3711

## ACELERACOES

\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*

\*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*

ADS M	EPS	SIGMA M/S**2	H3 M/S**2	H10 M/S**2	AOS/ L	EPS	SIGMA/ G	H3/ G	H10/ G
2.41	0.36	0.405	1.593	2.040	0.0150	0.36	0.0413	0.1624	0.2080
3.22	0.31	0.754	2.982	3.811	0.0200	0.31	0.0769	0.3041	0.3886
4.02	0.29	1.060	4.196	5.360	0.0250	0.29	0.1081	0.4279	0.5466
4.83	0.29	1.304	5.163	6.594	0.0300	0.29	0.1330	0.5265	0.6725
6.44	0.30	1.646	6.507	8.314	0.0400	0.30	0.1678	0.6636	0.8479
8.05	0.32	1.860	7.348	9.393	0.0500	0.32	0.1897	0.7493	0.9579
12.07	0.34	2.136	8.417	10.770	0.0750	0.34	0.2178	0.8584	1.0983
16.09	0.35	2.255	8.877	11.363	0.1000	0.35	0.2300	0.9052	1.1587

\*\*\*RESPOSTAS DOS MOV RELATIVOS EM X = 77.530 M \*\*\*

DESLOCAMENTOS

\*\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*\*

AOS M	EPS	SIGMA M	H3 M	H10 M
2.41	0.63	0.825	3.306	4.124
3.22	0.63	1.416	5.682	7.086
4.02	0.61	1.990	7.917	9.905
4.83	0.59	2.492	9.859	12.376
6.44	0.57	3.282	12.931	16.287
8.05	0.57	3.851	15.162	19.107
12.07	0.57	4.678	18.435	23.216
16.09	0.58	5.071	19.999	25.170

\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*

AOS/ L	EPS	SIGMA/ L	H3/ L	H10/ L
0.0150	0.63	0.0051	0.0205	0.0256
0.0200	0.63	0.0088	0.0353	0.0440
0.0250	0.61	0.0124	0.0492	0.0615
0.0300	0.59	0.0155	0.0613	0.0769
0.0400	0.57	0.0204	0.0804	0.1012
0.0500	0.57	0.0239	0.0942	0.1187
0.0750	0.57	0.0291	0.1146	0.1443
0.1000	0.58	0.0315	0.1243	0.1564

VELOCIDADES

\*\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*\*

AOS M	EPS	SIGMA M/S	H3 M/S	H10 M/S
2.41	0.58	1.076	4.244	5.342
3.22	0.66	1.545	6.269	7.814
4.02	0.69	1.981	8.144	10.201
4.83	0.70	2.346	9.690	12.185
6.44	0.71	2.879	11.938	15.063
8.05	0.71	3.231	13.418	16.959
12.07	0.72	3.701	15.400	19.515
16.09	0.72	3.910	16.287	20.667

\*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

AOS/ L	EPS	SIGMA/ SQRT(L*G)	H3/ SQRT(L*G)	H10/ SQRT(L*G)
0.0150	0.58	0.0271	0.1068	0.1345
0.0200	0.66	0.0389	0.1578	0.1967
0.0250	0.69	0.0499	0.2050	0.2568
0.0300	0.70	0.0590	0.2439	0.3067
0.0400	0.71	0.0725	0.3005	0.3792
0.0500	0.71	0.0813	0.3378	0.4269
0.0750	0.72	0.0932	0.3877	0.4912
0.1000	0.72	0.0984	0.4100	0.5202

ACELERACOES

\*\*\*\*RESPOSTAS DIMENSIONAIS\*\*\*\*

AOS M	EPS	SIGMA M/S**2	H3 M/S**2	H10 M/S**2
2.41	0.47	1.802	7.025	8.997
3.22	0.55	2.168	8.507	10.759
4.02	0.61	2.480	9.877	12.351
4.83	0.64	2.731	11.015	13.727
6.44	0.68	3.081	12.624	15.782
8.05	0.70	3.299	13.624	17.123
12.07	0.72	3.572	14.872	18.859
16.09	0.73	3.687	15.397	19.609

\*\*\*\*\*RESPOSTAS ADMENSIONAIS\*\*\*\*\*

AOS/ L	EPS	SIGMA/ G	H3/ G	H10/ G
0.0150	0.47	0.1838	0.7164	0.9175
0.0200	0.55	0.2211	0.8675	1.0972
0.0250	0.61	0.2529	1.0072	1.2595
0.0300	0.64	0.2785	1.1233	1.3998
0.0400	0.68	0.3142	1.2874	1.6094
0.0500	0.70	0.3365	1.3894	1.7462
0.0750	0.72	0.3643	1.5167	1.9232
0.1000	0.73	0.3760	1.5702	1.9997

\*\*\*OCORRENCIA DE SLAMS\*\*\*  
 VELOCIDADE CRITICA = 3.69 M/S  
 ABSCISSA = 83.41 M  
 CALADO = 8.84 M

ADS/ L	ADS M	PROBABILIDADE DE OCORRENCIA(%)	NUMERO ESPERADO DE OCORRENCIAS P/ HORA
0.0150	2.41	0.00	0
0.0200	3.22	0.00	0
0.0250	4.02	0.00	0
0.0300	4.83	0.08	0
0.0400	6.44	1.33	9
0.0500	8.05	3.79	26
0.0750	12.07	9.25	60
0.1000	16.09	12.23	78

\*\*\*EMBARQUE DE AGUA NO CONVES\*\*\*  
 ABSCISSA = 77.53 M  
 BORDA LIVRE = 9.75 M

ADS/ L	ADS M	PROBABILIDADE DE EMBARQUE(%)	NUMERO ESPERADO DE EMBARQUES P/ HORA
0.0150	2.41	0.00	0
0.0200	3.22	0.00	0
0.0250	4.02	0.00	0
0.0300	4.83	0.04	0
0.0400	6.44	0.99	6
0.0500	8.05	3.33	19
0.0750	12.07	9.34	51
0.1000	16.09	12.88	69

\*\*\*EMERSONES DO PROPULSOR\*\*\*  
 PROFUNDIDADE DO PONTO CRITICO DO PROPULSOR = 1.50 M  
 ABSCISSA DO PROPULSOR = 77.53 M

ADS/ L	ADS M	PROBABILIDADE DE EMERSAO(%)	NUMERO ESPERADO DE EMERSONES P/ HORA
0.0150	2.41	5.70	59
0.0200	3.22	31.04	270
0.0250	4.02	50.18	376
0.0300	4.83	60.81	411
0.0400	6.44	70.71	424
0.0500	8.05	74.89	420
0.0750	12.07	78.66	408
0.1000	16.09	79.89	402

## \*\*FORCA CURTANTE VERTICAL-SECAO 10 \*\*

ADS M	SQRT(M0) KGF	SQRT(M2) KGF/S**2	H3 KGF	H10 KGF	H100 KGF	H1000 KGF	EPS
2.41	.4121E+05	.6681E+05	.1606E+06	.2054E+06	.2716E+06	.3244E+06	0.48
3.22	.5463E+05	.8031E+05	.2136E+06	.2713E+06	.3591E+06	.4291E+06	0.53
4.02	.6464E+05	.8953E+05	.2536E+06	.3208E+06	.4242E+06	.5072E+06	0.55
4.83	.7198E+05	.9589E+05	.2832E+06	.3572E+06	.4720E+06	.5644E+06	0.57
6.44	.8154E+05	.1037E+06	.3220E+06	.4048E+06	.5342E+06	.6389E+06	0.58
8.05	.8722E+05	.1080E+06	.3453E+06	.4333E+06	.5711E+06	.6830E+06	0.59
12.07	.9418E+05	.1128E+06	.3743E+06	.4686E+06	.6163E+06	.7370E+06	0.60
16.09	.9710E+05	.1148E+06	.3866E+06	.4835E+06	.6353E+06	.7596E+06	0.61

## \*\*FORCA CURTANTE HORIZONTAL-SECAO 10 \*\*

ADS M	SQRT(M0) KGF	SQRT(M2) KGF/S**2	H3 KGF	H10 KGF	H100 KGF	H1000 KGF	EPS
2.41	.4221E+05	.6756E+05	.1661E+06	.2126E+06	.2799E+06	.3337E+06	0.35
3.22	.4923E+05	.7673E+05	.1935E+06	.2478E+06	.3264E+06	.3891E+06	0.36
4.02	.5327E+05	.8181E+05	.2093E+06	.2681E+06	.3531E+06	.4210E+06	0.37
4.83	.5575E+05	.8486E+05	.2189E+06	.2805E+06	.3695E+06	.4405E+06	0.37
6.44	.5847E+05	.8811E+05	.2295E+06	.2941E+06	.3875E+06	.4619E+06	0.38
8.05	.5985E+05	.8971E+05	.2348E+06	.3009E+06	.3965E+06	.4728E+06	0.38
12.07	.6134E+05	.9136E+05	.2405E+06	.3083E+06	.4063E+06	.4845E+06	0.39
16.09	.6191E+05	.9196E+05	.2427E+06	.3111E+06	.4101E+06	.4890E+06	0.39

## \*\*MOMENTO VERTICAL-SECAO 10 \*\*\*

ADS M	SQRT(M0) KGF*M	SQRT(M2) KGF*M/S**2	H3 KGF*M	H10 KGF*M	H100 KGF*M	H1000 KGF*M	EPS
2.41	.3122E+07	.3660E+07	.1218E+08	.1563E+08	.2063E+08	.2462E+08	0.44
3.22	.5219E+07	.5595E+07	.2041E+08	.2617E+08	.3452E+08	.4118E+08	0.42
4.02	.7037E+07	.7156E+07	.2753E+08	.3531E+08	.4657E+08	.5554E+08	0.41
4.83	.8507E+07	.8349E+07	.3328E+08	.4268E+08	.5629E+08	.6714E+08	0.41
6.44	.1060E+08	.9945E+07	.4144E+08	.5314E+08	.7012E+08	.8364E+08	0.42
8.05	.1194E+08	.1090E+08	.4664E+08	.5982E+08	.7895E+08	.9419E+08	0.43
12.07	.1368E+08	.1205E+08	.5337E+08	.6843E+08	.9036E+08	.1078E+09	0.44
16.09	.1443E+08	.1253E+08	.5629E+08	.7216E+08	.9531E+08	.1137E+09	0.45

## \*\*MOMENTO TORSOR-SECAO 10 \*\*\*

ADS M	SQRT(M0) KGF*M	SQRT(M2) KGF*M/S**2	H3 KGF*M	H10 KGF*M	H100 KGF*M	H1000 KGF*M	EPS
2.41	.1237E+06	.2170E+06	.4848E+06	.6215E+06	.8192E+06	.9768E+06	0.39
3.22	.1502E+06	.2445E+06	.5855E+06	.7498E+06	.9911E+06	.1183E+07	0.47
4.02	.1716E+06	.2624E+06	.6705E+06	.8526E+06	.1128E+07	.1348E+07	0.53
4.83	.1907E+06	.2752E+06	.7517E+06	.9466E+06	.1250E+07	.1495E+07	0.57
6.44	.2282E+06	.2935E+06	.9244E+06	.1152E+07	.1498E+07	.1785E+07	0.65
8.05	.2636E+06	.3069E+06	.1093E+07	.1379E+07	.1791E+07	.2122E+07	0.71
12.07	.3266E+06	.3281E+06	.1383E+07	.1822E+07	.2530E+07	.3277E+07	0.77
16.09	.3597E+06	.3390E+06	.1531E+07	.2059E+07	.3005E+07	.4254E+07	0.79

## \*\*MOMENTO HORIZONTAL-SECAD 10 \*\*\*

AOS M	SQRT(M0) KGF*M	SQRT(M2) KGF*M/S**2	H3 KGF*M	H10 KGF*M	H100 KGF*M	H1000 KGF*M	EPS
2.41	.2581E+07	.3324E+07	.1015E+08	.1300E+08	.1711E+08	.2040E+08	0.36
3.22	.3513E+07	.4233E+07	.1377E+08	.1765E+08	.2327E+08	.2774E+08	0.39
4.02	.4218E+07	.4865E+07	.1651E+08	.2117E+08	.2792E+08	.3330E+08	0.41
4.83	.4745E+07	.5309E+07	.1854E+08	.2378E+08	.3138E+08	.3744E+08	0.42
6.44	.5445E+07	.5860E+07	.2125E+08	.2725E+08	.3598E+08	.4293E+08	0.44
8.05	.5865E+07	.6170E+07	.2287E+08	.2932E+08	.3873E+08	.4623E+08	0.45
12.07	.6384E+07	.6525E+07	.2488E+08	.3186E+08	.4211E+08	.5028E+08	0.47
16.09	.6601E+07	.6666E+07	.2573E+08	.3292E+08	.4353E+08	.5197E+08	0.48

## APÊNDICE E

*Comportamento do navio em mar regular*

Considere-se um sistema de coordenadas OXYZ fixo, com o plano OXY coincidindo com a superfície média do mar e com o eixo OZ dirigido verticalmente para cima. Num ponto qualquer X, Y a elevação das ondas regulares, que se deslocam com velocidade C, formando um ângulo  $\theta$  com o eixo OX, é dada por

$$(A) \quad \zeta(X, Y, t) = \zeta_0 \cos(K \cos \theta \cdot X + K \sin \theta \cdot Y - \omega t)$$

onde 
$$K = \frac{\omega}{C}$$

Considere-se outro sistema de referências OX'Y' fixo, com OX'Y' também coincidindo com a superfície média do mar e OX' apontando na direção de aproamento do navio (fig. E.1).

Chamando de  $\bar{U}$  a velocidade média constante do navio e de  $\xi$  o ângulo médio, que a direção de avanço do navio forma com o eixo OX tem-se

$$(B) \quad \begin{aligned} X &= X' \cos \xi - Y' \sin \xi \\ Y &= X' \sin \xi + Y' \cos \xi \\ Z &= Z' \end{aligned}$$

O terceiro sistema a considerar-se será  $C^* X^* Y^* Z^*$ , que é um sistema em equilíbrio em relação a OXYZ, possuindo o movimento de translação  $\bar{U}$  do navio e com sua origem,  $C^*$ , coincidindo com a posição que o centro de gravidade do navio iria

ocupar se as ondas não causassem perturbação no navio.

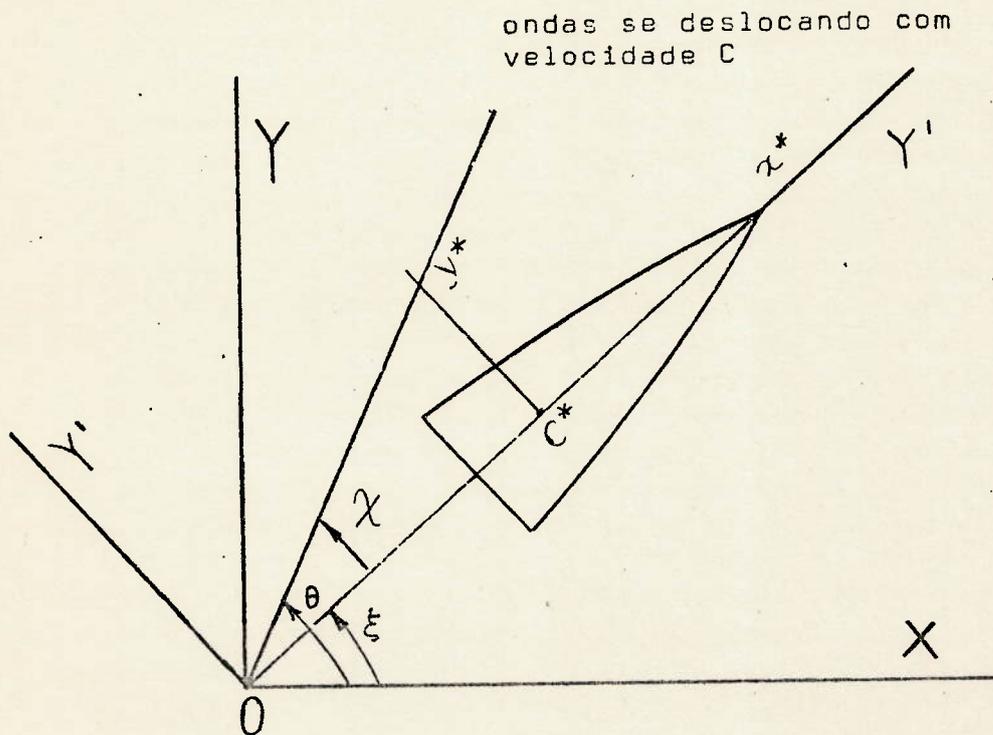


Fig. E.1 - Eixos de referências usados na análise do comportamento do navio no mar.

No instante  $t=0$  as origens  $O$  e  $C^*$  coincidem de maneira que, num instante genérico  $t$ , as coordenadas de um ponto qualquer do navio são

$$\begin{aligned}
 X &= x^* \cos \xi - y^* \sin \xi + \bar{U}t \cos \xi \\
 Y &= x^* \sin \xi + y^* \cos \xi + \bar{U}t \sin \xi \\
 Z &= z^*
 \end{aligned}$$

(C)

quando referidas a OXYZ.

A elevação da onda, em qualquer ponto, medida em relação aos eixos de equilíbrio é dada por

$$\begin{aligned}
 (D) \quad \zeta(x^*, y^*, t) &= \zeta_0 \cos [K \cos \theta \{x^* \cos \xi - y^* \sin \xi + \bar{U} t \cos \xi\} + \\
 &+ K \sin \theta \{x^* \sin \xi + y^* \cos \xi + \bar{U} t \sin \xi\} - \omega t] = \\
 &= \zeta_0 \cos [K x^* \cos(\theta - \xi) + K y^* \sin(\theta - \xi) - \{\omega - \bar{U} K \cos(\theta - \xi)\} t]
 \end{aligned}$$

Fazendo-se  $\theta - \xi = \chi$

$$\zeta(x^*, y^*, t) = \zeta_0 \cos(K x^* \cos \chi + K y^* \sin \chi - \omega_e t)$$

onde

$$(E) \quad \omega_e = \omega - \bar{U} K \cos \chi$$

é denominado a frequência de encontro.

Para águas profundas vale a relação de dispersão

$$K = \frac{\omega^2}{g}$$

de maneira que

$$(F) \quad \omega_e = \omega - \frac{\bar{U} \omega^2}{g} \cos \chi$$

Quando  $\theta - \xi = 0 = \chi$  o navio segue as ondas e a frequência de encontro com a popa é

$$(G) \quad \omega_e = \omega - \frac{\bar{U} \omega^2}{g}$$

Quando  $\theta - \xi = \pi = \chi$  o navio encontra as ondas e a frequência de encontro com a popa é

$$(H) \quad w_e = w + \frac{\bar{U}w^2}{g}$$

Denotando-se por  $\eta_j$  ( $j=1,2,\dots,6$ ) os seis movimentos possíveis do navio como corpo rígido e admitindo-se serem eles harmônicos, ou seja,

$$(I) \quad \eta_j = a_j \cos(\omega_e t - \epsilon_j) ; j = 1, 2, \dots, 6$$

onde os  $a_j$  são as amplitudes dos movimentos e  $\epsilon_j$  são os ângulos de fase dos movimentos em relação à máxima elevação da onda na origem 0. (fig. E.2). As seis equações diferenciais aco

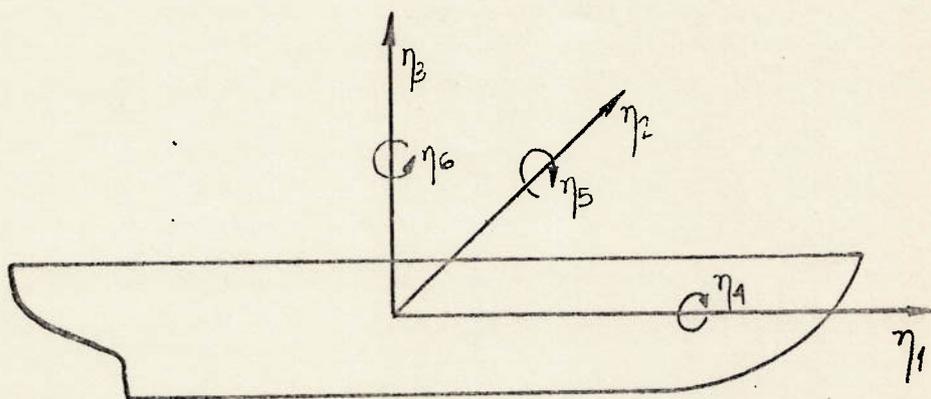


Fig. E.2 - Convenção de sinal para os deslocamentos de translação e rotação do navio.

pladas, que descrevem os movimentos serão

(J)

$$\sum_{K=1}^6 [(M_{jK} + A_{jK}) \ddot{\eta}_K + B_{jK} \dot{\eta}_K + C_{jK} \eta_K] F_j e^{i\omega_e t}$$

$$(j = 1, 2, \dots, 6)$$

onde os  $M_{jK}$  são as componentes da matriz de massa generalizada do navio,  $A_{jK}$  e  $B_{jK}$  são coeficientes hidrodinâmicos de massa e amortecimento,  $C_{jK}$  são coeficientes hidrostáticos de restauração e  $F_j$  são as amplitudes complexas das forças de momentos excitantes.  $F_1, F_2$  e  $F_3$  são as forças excitantes nas direções 1, 2 e 3.  $F_4, F_5$  e  $F_6$  são os momentos excitantes nas direções 4, 5 e 6.

É suposto que o navio tem simetria lateral (simetria em relação ao plano  $x^*z^*$ ) resultando na seguinte matriz de massa

$$[M_{jK}] = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & MZg & 0 \\ 0 & M & 0 & MZg & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & MZg & 0 & I_4 & 0 & I_{46} \\ MZg & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{46} & 0 & I_6 \end{bmatrix}$$

onde  $M$  é a massa do navio,  $I_j$  são momentos de inércia em relação ao eixo  $j$  e  $I_{jK}$  são produtos de inércia. Todos os termos de inércia são em relação ao sistema  $OX^*y^*z^*$ .

Para navios com simetria lateral as matrizes  $A_{jK}$  e  $B_{jK}$  são do mesmo feitio. Para  $A_{jK}$  tem-se

$$\begin{array}{l}
 [A_{jk}] = \\
 \text{ou} \\
 [B_{jk}]
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 A_{11} & 0 & A_{13} & 0 & A_{15} & 0 \\
 0 & A_{22} & 0 & A_{24} & 0 & A_{26} \\
 A_{31} & 0 & A_{33} & 0 & A_{35} & 0 \\
 0 & A_{42} & 0 & A_{44} & 0 & A_{46} \\
 A_{51} & 0 & A_{53} & 0 & A_{55} & 0 \\
 0 & A_{62} & 0 & A_{64} & 0 & A_{66}
 \end{bmatrix}$$

Quanto aos coeficientes hidrostáticos os únicos não nulos são

$$C_{33}, C_{44}, C_{55}; C_{35}; C_{53}$$

Lembremos que  $C_{35} = C_{53}$ .

Substituindo-se as matrizes acima nas equações dos movimentos resultará, para um navio com simetria lateral, dois conjuntos independentes contendo, cada um, três equações lineares acopladas.

O primeiro conjunto fornece os movimentos nas direções 1, 3 e 5.

$$\begin{aligned}
 & (A_{11} + M)\ddot{\eta}_1 + B_{11}\dot{\eta}_1 + A_{13}\ddot{\eta}_3 + B_{13}\dot{\eta}_3 + \\
 & + A_{15}\ddot{\eta}_5 + B_{15}\dot{\eta}_5 = F_1 e^{i\omega_e t} \\
 & A_{31}\ddot{\eta}_1 + B_{31}\dot{\eta}_1 + (A_{33} + M)\ddot{\eta}_3 + B_{33}\dot{\eta}_3 +
 \end{aligned}$$

$$+ C_{33} \eta_3 + A_{35} \ddot{\eta}_5 + B_{35} \dot{\eta}_5 + C_{35} \eta_5 = F_3 e^{i\omega_E t}$$

$$A_{51} \ddot{\eta}_1 + B_{51} \dot{\eta}_1 + A_{53} \ddot{\eta}_3 + B_{53} \dot{\eta}_3 + C_{53} \eta_3 +$$

$$+ (A_{55} + I_5) \ddot{\eta}_5 + B_{55} \dot{\eta}_5 + C_{55} \eta_5 = F_5 e^{i\omega_E t}$$

O segundo conjunto fornece os movimentos nas direções 2, 4 e 6.

$$(A_{22} + M) \ddot{\eta}_2 + B_{22} \dot{\eta}_2 + (A_{24} - Mz_g) \ddot{\eta}_4 +$$

$$+ B_{24} \dot{\eta}_4 + A_{26} \ddot{\eta}_6 + B_{26} \dot{\eta}_6 = F_2 e^{i\omega_E t}$$

$$(A_{42} - Mz_g) \ddot{\eta}_2 + B_{42} \dot{\eta}_2 + (A_{44} + I_4) \ddot{\eta}_4 + B_{44} \dot{\eta}_4$$

$$+ C_{44} \eta_4 + (A_{46} - I_{46}) \ddot{\eta}_6 + B_{46} \dot{\eta}_6 = F_4 e^{i\omega_E t}$$

$$A_{62} \ddot{\eta}_2 + B_{62} \dot{\eta}_2 + (A_{64} - I_{46}) \ddot{\eta}_4 + B_{64} \dot{\eta}_4 +$$

$$+ (A_{66} + I_6) \ddot{\eta}_6 + B_{66} \dot{\eta}_6 = F_6 e^{i\omega_E t}$$

Todos os coeficientes desta equação são calculados pelo programa do NSRDC, que fornece as respostas do navio às excitações senoidais para cada frequência de encontro, ângulo de aproamento, velocidade do navio e amplitude da onda incidente. Estas respostas, divididas pela amplitude da entrada, (elevação da onda) fornecem a função  $F(\omega)$ .

Após o cálculo dos movimentos o mesmo programa calcula, opcionalmente, as cargas induzidas pela onda em qualquer

seção transversal do casco.

Analogamente aos movimentos (fig. 6.6) as cargas são expressas como:

$$v_j = b_j \cos(\omega_e t - \delta_j) ; j = 1, 2, \dots, 6$$

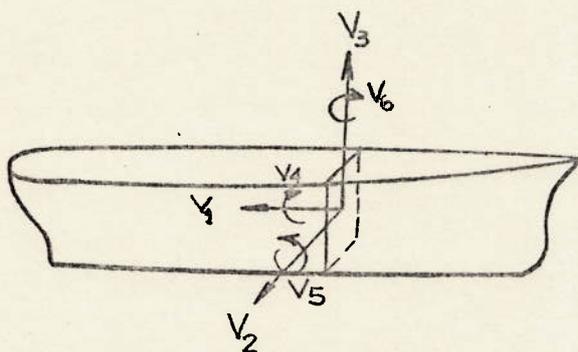


Fig. E.2 - Convenção de sinal para as componentes das cargas dinâmicas induzidas pelas ondas.

## APÊNDICE F

*Integração do espectro direcional de energia*

O cálculo de propriedades estatísticas, relacionadas com o comportamento do navio no mar, exige que a integral definida pela equação (7.17), válida para um sistema genérico, seja convenientemente modificada quando se trata de processos aleatórios relacionados com o sistema navio.

O cálculo da seguinte integral (equação 7.17):

$$(A) \quad m_n = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} \omega^n \phi_{\zeta\zeta}(\omega, \mu) d\omega d\mu$$

seria um problema de fácil solução se o navio fosse um corpo estacionário, excitado por ondas de frequências absolutas, que o atingissem num campo coberto pelo intervalo  $(-\pi/2, \pi/2)$ . Entretanto, no Apêndice E, verificou-se que em vez de  $\omega$  o navio era excitado por uma frequência de encontro  $\omega_e$  que dependia da velocidade do navio, do ângulo relativo entre o navio e a onda e da frequência absoluta  $\omega$  das ondas, isto é,

$$(B) \quad \omega_e = \omega - \frac{\bar{U}\omega^2}{g} \cos \chi$$

Enquanto que  $\omega$  refere-se a um observador fixo na Terra (referencial OXYZ),  $\omega_e$  está relacionado com a frequência que um observador, possuído do movimento não perturbado do navio (referencial  $c^* x^* y^* z^*$ ), atribuiria às ondas que atingissem o casco. Como o comportamento do navio no mar interessa sob o

ponto de vista de quem ou do que está a bordo deve-se espres sar o espectro do mar em relação ao referencial móvel  $c^*x^*y^*z^*$ .

A fórmula que transforma o espectro do mar para o referencial móvel é dada por

$$(C) \quad \phi_{\zeta\zeta}(\omega_e, \chi) = \frac{\phi_{\zeta\zeta}(\omega, \mu)}{\left| \frac{d\omega_e}{d\omega} \right|} = \frac{\phi_{\zeta\zeta}(\omega, \mu)}{\left| 1 - \frac{2\bar{U}}{g} \omega \cos \chi \right|}$$

Deduz-se a equação (C) considerando que a energia contida nas ondas deve ser a mesma independentemente do referencial que se adote, ou seja,

$$(D) \quad \int_R \int \phi_{\zeta\zeta}(\omega_e, \chi) d\omega_e d\chi = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} \phi_{\zeta\zeta}(\omega, \mu) d\omega d\mu$$

onde R é a região de integração correspondente ao referencial móvel.

Sabendo-se que (equação (B)):

$$(E) \quad \omega_e = \omega - \frac{\bar{U}\omega^2}{g} \cos \chi$$

$$\chi = \mu + \mu_0$$

onde  $\mu_0$  é o ângulo que a direção principal do vento forma com o eixo  $OX^*$ , o Jacobiano da transformação vale

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial \omega_e}{\partial \omega} & \frac{\partial \omega_e}{\partial \mu} \\ \frac{\partial \chi}{\partial \omega} & \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 - \frac{2\bar{U}\omega}{g} \cos \chi & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned} \text{ou } J &= 1 - \frac{2\bar{U}\omega}{g} \cos \gamma \\ &= \frac{\partial \omega_e}{\partial \omega} \end{aligned}$$

Conforme a teoria da mudança de variáveis em integrais múltiplas (33) vem

$$\begin{aligned} \phi_{\zeta\zeta}(\omega, \mu) &= \phi_{\zeta\zeta}[\omega_e(\omega, \mu), \chi(\omega, \mu)] \cdot |J| \\ &= \phi_{\zeta\zeta}(\omega_e, \chi) \cdot \left| \frac{\partial \omega_e}{\partial \omega} \right| \end{aligned}$$

Implicando em

$$(F) \quad \phi_{\zeta\zeta}(\omega_e, \chi) = \frac{\phi_{\zeta\zeta}(\omega, \mu)}{\left| \frac{\partial \omega_e}{\partial \omega} \right|} = \frac{\phi_{\zeta\zeta}(\omega, \mu)}{\left| 1 - \frac{2\bar{U}\omega}{g} \cos \chi \right|}$$

Introduzindo-se a equação (F) na integral (A) vem

$$(G) \quad m_n = \int_R \int \omega_e^n |H(\omega_e, \chi)|^2 \frac{\phi_{\zeta\zeta}(\omega, \mu)}{\left| \frac{d\omega_e}{d\omega} \right|} d\omega_e d\chi$$

Como  $\left| \frac{d\omega_e}{d\omega} \right|$  anula-se para  $\omega = \frac{g}{2\bar{U} \cos \chi}$  pode-se prever dificuldades no cálculo da integral acima. Outro ponto problemático é a determinação da região R de integração pois  $\omega_e$  e  $\chi$  dependem um do outro. Estes problemas são eliminados através de uma mudança de variáveis convenientes. Em vez de  $\omega_e$  adotar-se-á a grandeza adimensional  $L/\lambda$  como variável indep

dente, onde  $\tilde{\epsilon}$  é o comprimento da onda que se encontra com o navio, e  $L$  o comprimento do navio.

A relação entre o comprimento de onda e a frequência absoluta  $\omega$  é obtida da teoria das ondas valendo, para águas profundas, a fórmula (equação 4.1.8):

$$(H) \quad \omega^2 = \frac{2\pi g}{\lambda} = \frac{2\pi g}{L} \left( \frac{L}{\lambda} \right)$$

Com o auxílio de outro adimensional, o número de Froude, definido como

$$F_n = \frac{\bar{U}}{\sqrt{Lg}}$$

a frequência de encontro, antes dada pela equação (E), pode ser escrita como

$$(I) \quad \omega_e = \sqrt{\frac{g}{L}} \left( \sqrt{2\pi \frac{L}{\lambda}} - F_n \frac{2\pi L}{\lambda} \cos \chi \right)$$

Introduzindo-se esta equação na integral (G) resulta:

$$(J) \quad m_n = \int_R \int \left\{ \frac{g}{L} \left( \sqrt{2\pi \frac{L}{\lambda}} - F_n \frac{2\pi L}{\lambda} \cos \chi \right)^n \left| H\left(\frac{L}{\lambda}, \chi\right) \right|^2 \right. \\ \left. \frac{\phi_{\zeta\zeta} \left| \omega(L/\lambda, \chi), \mu(L/\lambda, \chi) \right|}{\left| \frac{d\omega_e}{d\omega} \right|} \right|_{d(L/\lambda)} \frac{d\omega_e}{d(L/\lambda)} dX$$

Para simplificar o manuseio algébrico denotar-se-á por  $F_n(L/\lambda, \chi)$  a seguinte expressão contida em (G):

$$(K) \quad F_n(L/\lambda, \chi) = \left\{ \frac{g}{L} \sqrt{2\pi} \frac{L}{\lambda} - F_n \frac{2\pi L}{\lambda} \cos \lambda \right\}^n$$

As derivadas que aparecem em (G) podem ser simplificadas lembrando-se que

$$(L) \quad \frac{\left| \frac{d\omega_e}{d(L/\lambda)} \right|}{\left| \frac{d\omega_e}{d\omega} \right|} = \left| \frac{d\omega}{d(L/\lambda)} \right| = \frac{\pi g}{L\omega}$$

Introduzindo-se (K) e (L) em (G) resulta

$$(M) \quad m_n = \int_{R'} \int F(L/\lambda, \chi) \phi_{\zeta\zeta}(\omega, \mu) \frac{\pi g}{L\omega} d(L/\lambda) d\chi$$

De acordo com o capítulo IV, equação (4.3.2) foi a dotada a seguinte formulação:

$$(N) \quad \phi_{\zeta\zeta}(\omega, \mu) = \frac{2}{\pi} \cos^2 \mu \frac{A}{\omega^5} \exp\left(\frac{-B}{\omega^4}\right)$$

onde, de acordo com as equações (E) e (H) tem-se

$$(O) \quad \begin{aligned} \mu &= \chi - \mu_0 \\ \omega^2 &= \frac{2\pi g}{L} \left(\frac{L}{\lambda}\right) \end{aligned}$$

Introduzindo-se (N) e (O) em (M) resulta

$$(P) \quad m_n = \int_{R'} \int F(L/\lambda, \chi) \frac{2}{\pi} \cos^2 (\chi - \mu_0) \frac{A}{\left(\frac{2\pi g}{L} \frac{L}{\lambda}\right)^3} \\ \exp \left[ \frac{-B}{\left(\frac{2\pi g}{L} \frac{L}{\lambda}\right)^2} \right] \frac{\pi g}{L} d(L/\lambda) d\chi =$$

Utilizando-se da equação (K) a equação (P) fica

$$(Q) \quad m_n = \frac{AL^2}{4\pi^3 g^2} \int_{(L/\lambda)_{\min}}^{(L/\lambda)_{\max}} \int_{\chi_1}^{\chi_2} \left\{ \sqrt{\frac{g}{L}} \left( \sqrt{2\pi \frac{L}{\lambda}} - F_n \frac{2\pi L}{\lambda} \cos \chi \right)^n \cdot \right. \\ \left. \left| H\left(\frac{L}{\lambda}, \chi\right) \right|^2 \cdot \frac{\cos^2 (\chi - \mu_0)}{(L/\lambda)^3} \exp \left[ \frac{-BL^2}{4\pi^2 g^2 (L/\lambda)^2} \right] d(L/\lambda) d\chi \right.$$

O intervalo de integração  $\left( \left(\frac{L}{\lambda}\right)_{\min}, \left(\frac{L}{\lambda}\right)_{\max} \right)$ , que matematicamente deveria ser  $(0, \infty)$ , foi escolhido de maneira que além de  $\left(\frac{L}{\lambda}\right)_{\max}$  os movimentos do navio são muito pequenos.

O programa do NSRDC (32) tem seus próprios meios de estabelecer esse limite. No caso do Navio Mariner as amplitudes dos movimentos em  $(L/\lambda)_{ax}$  são da ordem de um milésimo das amplitudes máximas, para ondas que se aproximam do navio a  $45^\circ$ . Quanto a  $(L/\lambda)_{\min}$  o problema é menor porque o integrando acima tende rapidamente a zero à medida que  $(L/\lambda)$  tende a zero.

Quanto a  $\chi$  este abrange um intervalo que vai de  $-90^\circ$  a  $90^\circ$  em relação a direção predominante do vento, ou seja

$$(R) \quad \mu_0 - 90^\circ < \chi < \mu_0 + 90^\circ$$

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BLANC-LAPIERRE, A. & FORTET, R.. *Theory of random functions* New York, Golden Breach, 1965.
2. MOOD, A.M., Graybill, F. A. & BOES, D.C.. *Introduction to the theory of statistics* Tokio, Mac Graw Hill KogaKusha Ltd, 1974.
3. YAGLOM, A. M.. *An introduction to the theory of stationary random functions*. New York, Prentice Hall Inc, 1962.
4. PRICE, W.G. & BISHOP, R.E.D.. *Probabilistic theory of ship dynamics*. London, Chapman and Hall, 1974.
5. CRAMER, H. & LEADBETTER, M.R.. *Stationary and related stochastic process: sample function properties and their applications*. New York, John Wiley & Sons Inc, 1966.
6. LAMB, H., *Hydrodynamics*. New York, Dover, 1945.
7. LONGUET-HIGGINS, M.S.. On the statistical heights of seas waves, *J. Marine Research*, 11(3): 245-266, 1952.
8. ABKOWITZ, M.. *The Interim standard sea spectral formulation of the 11th ITTC*, Roma, 12<sup>a</sup> ITTC, 1969.
9. MATHEWS, S.T.. *A critical review of the 12th ITTC Wave spectrum recommendations*, 13<sup>th</sup> ITTC, 1972.
10. LOUKAKIS, T.A.. *Computer aided prediction of seakeeping performance in ship design*, MIT Departament of Naval Architecture and Marine Engineering, Report nº 70-3, 1970.

11. KISMAN, B.. *Wind Waves* Englewood cliffs, New Jersey ,  
Prentice-Hall, 1965.
12. PHILIPS, O.M.. *The Dynamics of the upper ocean*,  
Cambridge University Press, 1966
13. MILES, J.W.. On the generation of surface waves by  
shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, London (3):  
185-204, 1957.
14. \_\_\_\_\_ . On the generation of surface waves by  
turbulent shear flows. *Journal of Fluid Mechanics* ,  
London, (7): 469-478, 1960.
15. LONGUET-HIGGINS, M.S.. *A non-linear mechanism for the  
generation of sea waves*. Proceeding of the Royal  
Society of London, 1969.
16. PIERSON, W.J. & MOSKOWITZ, L.. *A proposed spectral form  
for fully developed wind seas based on the similarity  
theory of S. A. Kitaigorodsku*, Technical report of the  
U.S. Oceanographic Office Contract N° 62306-1042, 1963.
17. MIDDLETON, D.. *An introduction to statistical communi-  
cation theory*, New York, Mac Graw-Hill, 1960.
18. CARTWRIGHT, D.E. & LONGUET-HIGGINS, M.S., *The statisti-  
cal distribution of the maxima of a random function*.  
Proceedings of the Royal Society of London, Series A,  
vol. 237, 1956.
19. KRYLOV, V.J.. *Aproximate Calculation of Integrals*,  
Macmillan, N.York London, pp. 100-111 and 337-340, 1962.

20. FRANK, W. & SALVENSEN, N.. *The Frank close-fit ship motion computer program*, NSRDC Report 3289, 1970.
21. LOUKAKIS, T.A. & CHRYSOSTOMIDIS, C.. Seakeeping standard series for cruiser stern ships, *Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers*, New York, 83, 1975.
22. KORVIN-KROUKOVSKY , B.V.. *Theory of Seakeeping*. New York, Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1961.
23. NEUMAN, J.N.. A linearised theory for the motion of a thin ship in regular waves, *Journal of Ship Research*, New York, 5: 34-55, 1961.
24. GERRITSMAN, J. & BEUKELMAN, W.. Analysis of the modified strip theory for the calculation of ship motions and wave bending moments. *International Shipbuilding Progress Rotterdam* 14: 319-337, 1967.
25. SALVENSEN, N., TUCK, E.O. & FALTINSEN, O.. Ship motions and sea loads. *Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers*, New York 78:250-287 , 1970.
26. VUGTS, J.H.. *The hydrodynamic forces and ship motions in oblique waves*, Netherlands Ship Research Center , Report n° 150S, 1971.

27. TASAI, F.. On the swaying, yawing and rolling motions of ship in oblique waves. *International Shipbuilding Progress*, Rotterdam, 14: 216-228, 1967.
28. \_\_\_\_\_ . On the damping force and added mass of ships heaving and pitching. Japan, Research Institute of Applied Mechanics, Kyushu University, 1970.
29. CUMMINS, W.E.. *The impulse response function and ship motion*. Symposium on ship theory, Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, 1962. David Taylor Model Basin Report 1661, 1962.
30. KORVIN-KROUKOVSKY, B.V. & JACOBS, W.R.. Pitching and heaving motions of a ship in regular waves. *Transactions Society of Naval Architects and Marine Engineers*, New York, vol. 65, 1957.
31. DAVIS, M.C. & ZARNICK, E.E.. *Testing ship models in Transient waves*. Fifth Symposium of Naval Hydrodynamics, Office of Naval Research ACR-112, 1964.
32. MEYERS, W.G., SHERIDAN, D.J. & SALVENSEN, N.. *Manual NSRDC ship-motion and sea-load computer program*, Report 3376, 1975.
33. KAPLAN, W.. *Cálculo Avançado*. São Paulo, Edgar Blücher, 1972.
34. CONOLLY, J.E.. *Standards of good seakeeping for frigates in head seas*. Proc. International Symp. on the Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, I. Mech.E. , London, Ed. R.E.D. Bishop and W.G. Price, 1974.

35. TICK, L.J.. Certain probabilities associated with bow submergence and slamming in irregular seas. *Journal of Ship Research*, New York, 2: 30-37, 1958.
36. VEIGA, J.P.C.. NAPARA-CODAD-4 eixos - 6º ciclo, *Estudo do Comportamento em Ondas, com Mares de Proa*. São Paulo, ETCN, 1977.
37. OCHI, M.K.. *Prediction of occurrence and severity of ship slamming at sea*, Fifth Symposium of Naval Hydrodynamics, Bergen, pp 545-596.
38. BLEDSOE, M.D., BUSSEMAKER, O. & CUMMINS, W.E.. *Seakeeping Trials on three Dutch Destroyers - Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers*, New York, 1960.
39. KOHSE, J.. *Destroyer seakeeping: ours and theirs*, Proceedings of the U.S. Naval Institute, 1973.
40. SYSTEM/360 *Scientific subroutine Package (360A-CM-03V)*, version 2.
41. FELLER, W.. *Introducción a la teoria de probabilidades y sus aplicaciones*, Editorial Limusa - Wiley, S.A., 1973.
42. MEIROVITCH, L.. *Elements of vibrations Analysis* Mc Graw-Hill, 1975.
43. VEIGA, J.P.C.. *Hidrodinâmica do Navio*, apostila de pós-graduação da Engenharia Naval da EPUSP.