

CESAREO DE LA ROSA SIQUEIRA

**RESOLUÇÃO DE ESCOAMENTOS BIDIMENSIONAIS VISCOSOS
TURBULENTOS E INCOMPRESSÍVEIS EM REGIME PERMANENTE ATRAVÉS
DA UTILIZAÇÃO DE MECÂNICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL**

(VOLUME 1)

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia

São Paulo

1995

CESAREO DE LA ROSA SIQUEIRA

**RESOLUÇÃO DE ESCOAMENTOS BIDIMENSIONAIS VISCOSOS
TURBULENTOS E INCOMPRESSÍVEIS EM REGIME PERMANENTE ATRAVÉS
DA UTILIZAÇÃO DE MECÂNICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL**

(VOLUME 1)

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia Naval

Orientador:
Prof. Doutor Kazuo Nishimoto

São Paulo

1995

AGRADECIMENTOS

Ao orientador Prof. Doutor Kazuo Nishimoto pelas diretrizes seguras e liberdade de expressão.

Aos meus pais, pelo inegável exemplo que eles têm sido em minha vida.

À engenheira e amiga Valentina Domiciano pela ajuda na revisão do texto.

A todos que, direta ou indiretamente, colaboraram na execução desta dissertação.

DEDALUS - Acervo - EPMN



31600010043

ERRATA

Correções no ABSTRACT: 1º parágrafo- primeira linha:“...(CFD) has **left**...”; quarta linha: “...to reduce the **huge** number...”; sexta linha: “...development **costs**...”. 2º parágrafo- primeira linha: omitir a palavra **still**; quarta linha: substituir **which** por **whose**; quinta linha: “...still **unknown**...”.

Correções no CAPÍTULO 2: página 6, 2º parágrafo: acrescentar a **estabilidade da solução** como restrição dos métodos numéricos; página 16, equação (2.4): o primeiro termo é igual a $\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \phi \, sc \, d\Omega$; página 17, equações (2.10) e (2.11): o primeiro termo é igual a $\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \vec{\phi} \, sc \, d\Omega$ página 24, quarta linha: “...conservação de massa, energia e **quantidade de movimento**...”.

Correções no CAPÍTULO 3: página 31, equação (3.4): o primeiro termo do segundo membro da equação é igual a $\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j})$; 3º parágrafo: não há a necessidade de utilizar tais hipóteses; página 32, 2º parágrafo, terceira linha: “..igual a **v**...” e “...torna-se igual a **k/ρCp**...”; página 33, tabela 3: substituir μ por **v**, k/Cp por **K/ρCp**.

Correções no CAPÍTULO 4: página 70, 5º parágrafo, segunda linha: “...valor de flutuação são **nulos**...”; página 72, equação (4.31): o segundo termo do primeiro membro é igual a $\frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j}$; página 78, 2º parágrafo: o correto é **BOUSSINESQ**.

Correções no CAPÍTULO 5: página 98, 4º parágrafo, quarta linha: “...onde água (**nas fases líquida e vapor**) e ar...”; página 99, tabela 7, linha de KE: “...a primeira fase é o **default**”; página 121: omitir o termo “**na equação (5.18)**”; página 132, tabela 10: o tipo de relaxação aplicada às variáveis do problema (forte ou fraca) refere-se ao processo de **sobrerelaxação** (em inglês *overrelaxation*) ou **subrelaxação** (em inglês *underrelaxation*), respectivamente. O processo de *overrelaxation* é usado em conjunto com o método de Gauss-Seidel, resultando o processo conhecido como SOR (Successive Over-Relaxation); página 142: a unidade do campo de pressões é Pa (Pascal); página 146, tabela 15: Número de Reynolds = $V*c/v$; página 179, 1º parágrafo, sexta linha: “...não se **observou**...”.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS

LISTA DE SÍMBOLOS

RESUMO

ABSTRACT

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. NÍVEIS DE FORMULAÇÃO DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.....	4
2.1. AS EQUAÇÕES BÁSICAS DA DINÂMICA DOS FLUIDOS.....	13
2.1.1. FORMA GERAL DE UMA LEI DE CONSERVAÇÃO.....	14
2.1.1.1. Lei de conservação na forma escalar.....	14
2.1.1.2. Lei de conservação na forma vetorial.....	17
2.1.2. A EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DA MASSA.....	18
2.1.3. A LEI DE CONSERVAÇÃO DO MOMENTUM OU EQUAÇÃO DO MOVIMENTO.....	19
2.1.4. A EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DA ENERGIA.....	21
3. MÉTODOS DE DISCRETIZAÇÃO UTILIZADOS EM MECÂNICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL.....	25
3.1. MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS (MDF).....	38
3.2. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....	45
3.3. MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS (MVF).....	49
4. O FENÔMENO DA TURBULÊNCIA.....	59

4.1. A NATUREZA DA TURBULÊNCIA E SUAS CARACTERÍSTICAS.....	59
4.2. MODELAGEM MATEMÁTICA DE ESCOAMENTOS VISCOSOS TURBULENTOS.....	68
4.2.1. EQUAÇÕES QUE GOVERNAM OS ESCOAMENTOS TURBULENTOS	68
4.2.2. OS MODELOS DE TURBULÊNCIA.....	77
4.2.2.1. Modelo de turbulência de primeira ordem (“Zero-Equation Model”).....	80
4.2.2.2. Modelo de turbulência de uma equação (“One-Equation Model”).....	81
4.2.2.3. Modelo de turbulência K- ϵ (“Two-equation Model”).....	82
4.2.2.4. Modelos de tensões de Reynolds.....	83
4.2.2.5. Modelos utilizando funções de parede.....	84
5. OS PROGRAMAS DE MECÂNICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL DE SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS.....	87
5.1. UM CÓDIGO QUE UTILIZA O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS: O PROGRAMA SHIPFLOW.....	87
5.2. EXEMPLOS DE CÓDIGOS QUE UTILIZAM O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS: OS PROGRAMAS FLOTRAN E ALGOR.....	90
5.3. UM CÓDIGO QUE UTILIZA O MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS: O PROGRAMA PHOENICS DE SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS.....	93
5.3.1. DESCRIÇÃO GERAL.....	93
5.3.2. OS COMPONENTES DO PROGRAMA PHOENICS.....	95
5.3.3. COMO O PROGRAMA PHOENICS DESCREVE OS FENÔMENOS FÍSICOS.....	98
5.3.3.1. Variáveis Dependentes.....	98
5.3.3.2. Variáveis Independentes.....	100
5.3.3.3. Variáveis auxiliares.....	100

5.3.3.4. Discretização do contínuo.....	101
5.3.4. AS EQUAÇÕES QUE SÃO RESOLVIDAS PELO PROGRAMA PHOENICS.....	104
5.3.4.1. Equações Diferenciais.....	104
5.3.4.2. Fechamento do conjunto de equações.....	107
5.3.5. AS EQUAÇÕES DO MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS QUE SÃO RESOLVIDAS PELO PROGRAMA EARTH.....	111
5.3.6. COMO O PROGRAMA PHOENICS CONTABILIZA A DISTRIBUIÇÃO DAS VARIÁVEIS DEPENDENTES.....	114
5.3.7. O TRATAMENTO DA GEOMETRIA NO PROGRAMA PHOENICS....	117
5.3.7.1. Tipos de grid ou malha computacional.....	117
5.3.7.2. Como a geometria do grid é especificada.....	118
5.3.8. A CONVERGÊNCIA NO PROGRAMA PHOENICS.....	118
5.3.8.1. Os níveis de iteração do programa PHOENICS.....	118
5.3.8.2. Os tipos de relaxação do programa PHOENICS.....	121
5.3.8.2.1. Relaxação linear.....	121
5.3.8.2.2. Relaxação Falso Time-Step.....	121
5.3.9. A ESTRUTURA DO ARQUIVO DE DADOS Q1.....	123
5.3.10. A ESCOLHA DO TIPO DE FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES.....	124
5.3.10.1. Escolha de Formulação Parabólica e Formulação Elíptica.....	124
5.3.10.2. Uso da Formulação Implícita e Formulação Explícita.....	125
5.3.10.3. Uso de Esquema Upwind e Esquema Híbrido.....	126
5.3.11. OS MODELOS DE TURBULÊNCIA NO PROGRAMA PHOENICS... 127	127
6. RESOLUÇÃO DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS BIDIMENSIONAIS INCOMPRESSÍVEIS EM REGIME PERMANENTE UTILIZANDO O PROGRAMA PHOENICS.....	129

6.1. RESOLUÇÃO DO ESCOAMENTO EM TORNO DE UM RESSALTO HIDRÁULICO (DEGRAU).....	130
6.1.1. Primeira configuração: Resolução do escoamento em degrau utilizando 2400 células (60x40).....	132
6.1.2. Segunda configuração: Resolução do escoamento em degrau utilizando 3800 células (95x40).....	135
6.2. RESOLUÇÃO DO ESCOAMENTO EM TORNO DE UM PERFIL NACA0012 COM ÂNGULO DE ATAQUE DE 9.86°	144
6.3. ANÁLISE PARAMÉTRICA DO ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL VISCOZO TURBULENTO EM TORNO DE FÓLIOS COM FLAP (AILERON).....	154
6.3.1. Resolução do escoamento em torno do fólio com flap a 5 graus: Primeira configuração: utilização de 4340 células (70x62).....	159
6.3.2. Resolução do escoamento em torno do fólio com flap a 10 graus: Primeira configuração: utilização de 4340 células (70x62).....	169
6.3.3. Resolução do escoamento em torno do fólio com flap a 15 graus: Primeira configuração: utilização de 4340 células (70x62).....	176
6.3.4. Resolução do escoamento em torno do fólio com flap a 20 graus: Primeira configuração: utilização de 4340 células (70x62).....	184
6.3.5. Resolução do escoamento em torno do fólio com flap a 25 graus: Primeira configuração: utilização de 4340 células (70x62).....	191
6.3.6. Resolução do escoamento em torno do fólio com flap a 5 graus: Segunda configuração: utilização de 8400 células (100x84).....	198
6.3.7. Resolução do escoamento em torno do fólio com flap a 10 graus: Segunda configuração: utilização de 8400 células (100x84).....	206
6.3.8. Resolução do escoamento em torno do fólio com flap a 15 graus: Segunda configuração: utilização de 8400 células (100x84).....	216
6.3.9. Resolução do escoamento em torno do fólio com flap a 20 graus: Segunda configuração: utilização de 8400 células (100x84).....	223
6.3.10. Resolução do escoamento em torno do fólio com flap a 25 graus: Segunda configuração: utilização de 8400 células (100x84).....	230
6.3.11. Análise comparativa do valor da queda de pressão no dorso dos fólhos com flap para as duas configurações realizadas.....	237

6.3.12. Cálculo do coeficiente de pressão para o fôlio com flap a 20 e 25 graus (segunda configuração).....	238
7. DISCUSSÕES GERAIS.....	241
7.1. A RESTRIÇÃO DOS RECURSOS COMPUTACIONAIS UTILIZADOS NESTE TRABALHO.....	242
7.2. A FORTE DISCRETIZAÇÃO DA CAMADA LIMITE UTILIZADA EM ALGUNS EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DE OUTROS CÓDIGOS DE CFD NA ANÁLISE DE ESCOAMENTOS EXTERNOS.....	244
7.3. A DIFICULDADE EM SE OBTER A CONVERGÊNCIA PARA OS CASOS ESTUDADOS NESTE TRABALHO USANDO O PROGRAMA PHOENICS.....	248
7.4. A NECESSIDADE DO ESTUDO DA EXTENSÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL PARA OS PROBLEMAS DE ESCOAMENTO EXTERNO UTILIZADOS NESTE TRABALHO.....	252
8. CONCLUSÕES.....	255
ANEXO A - CONCEITOS BÁSICOS SOBRE DIFUSÃO NUMÉRICA OU FALSA DIFUSÃO.....	260
ANEXO B - Arquivo de dados do problema do ressalto hidráulico para a segunda configuração (DEGRAU4.Q1) e evolução dos resíduos das variáveis nas últimas iterações	266
ANEXO C - Arquivo de dados do problema do perfil NACA0012 com ângulo de ataque de 9.86 graus (NACA12.Q1) e evolução dos resíduos das variáveis para as últimas iterações	271
ANEXO D - Arquivo de dados do problema do fôlio com flap a 5 graus para a primeira configuração (LHR5.Q1) e evolução dos resíduos das variáveis nas últimas iterações	277
ANEXO E - Arquivo de dados do problema do fôlio com flap a 10 graus para a primeira configuração (LHR10.Q1) e evolução dos resíduos das variáveis nas últimas iterações	283
ANEXO F - Arquivo de dados do problema do fôlio com flap a 15 graus para a primeira configuração (LHR15.Q1) e evolução dos resíduos das variáveis nas últimas iterações	290

ANEXO G - Arquivo de dados do problema do fólho com flap a 20 graus para a primeira configuração (LHR20.Q1) e evolução dos resíduos das variáveis nas últimas iterações	297
ANEXO H - Arquivo de dados do problema do fólho com flap a 25 graus para a primeira configuração (LHR25.Q1) e evolução dos resíduos das variáveis nas últimas iterações	304
ANEXO I - Arquivo de dados do problema do fólho com flap a 5 graus para a segunda configuração (LHR51.Q1) e evolução dos resíduos das variáveis nas últimas iterações	311
ANEXO J - Arquivo de dados do problema do fólho com flap a 10 graus para a segunda configuração (LHR101.Q1) e evolução dos resíduos das variáveis nas últimas iterações	317
ANEXO K - Arquivo de dados do problema do fólho com flap a 15 graus para a segunda configuração (LHR151.Q1) e evolução dos resíduos das variáveis nas últimas iterações	324
ANEXO L - Arquivo de dados do problema do fólho com flap a 20 graus para a segunda configuração (LHR201.Q1) e evolução dos resíduos das variáveis nas últimas iterações	330
ANEXO M - Arquivo de dados do problema do fólho com flap a 25 graus para a segunda configuração (LHR251.Q1) e evolução dos resíduos das variáveis nas últimas iterações	336
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	342

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Modelos computacionais segundo HIRSCH ¹	11
Figura 2 - Forma geral de uma lei de conservação para uma grandeza escalar	15
Figura 3 - Estrutura de uma simulação numérica segundo HIRSCH ¹	30
Figura 4 - Influência de um ponto qualquer P do escoamento no caso elíptico, parabólico e hiperbólico, ao longo de uma dada coordenada	35
Figura 5 - Domínio computacional D e um volume elementar qualquer onde serão calculadas as variáveis dependentes	36
Figura 6 - Interpretação geométrica das fórmulas de diferenças para derivadas de primeira ordem	40
Figura 7 - Discretização cartesiana (não recomendada neste caso)	42
Figura 8 - Transformação do plano físico no plano computacional	43
Figura 9 - Discretização de pontos em uma malha arbitrária unidimensional	44
Figura 10 - Subdivisão de um domínio computacional utilizando elementos finitos	46
Figura 11 - Volume elementar centrado em P	50
Figura 12 - Função de interpolação para ϕ_e no tempo	53
Figura 13 - Análise de conservação a nível elementar	56
Figura 14 - Escala de comprimentos, fenômenos de difusão e convecção em uma camada limite laminar de uma placa plana	64
Figura 15 - Escalas de comprimento e velocidade em uma camada limite turbulenta. O tempo transcorrido para o fluido percorrer L é da ordem de L/U	65
Figura 16 - Coeficiente de drag para um a placa plana. Nota-se que a transição é bastante sensível a pequenas perturbações	67
Figura 17 - Zonas de estudo de escoamento do programa SHIPFLOW	89
Figura 18 - Componentes do programa PHOENICS	95

Figura 19 - Discretização do contínuo no programa PHOENICS segundo referência [10]	102
Figura 20 - Exemplo de arranjo bidimensional da malha para cálculo das variáveis no programa PHOENICS	103
Figura 21 - Esquema de um slab de células em uma malha computacional	116
Figura 22 - Níveis de iteração do programa PHOENICS	120
Figura 23 - Geometria do problema do degrau	130
Figura 24 - Modelagem das condições de contorno do problema do degrau no programa PHOENICS	131
Figura 25 - Perfil de velocidades e linhas de corrente do escoamento do problema do degrau para a primeira configuração	134
Figura 26 - Inclusão do bloco fluido na modelagem das condições de contorno para a segunda configuração	135
Figura 27 - Malha computacional do problema do degrau para a segunda configuração	136
Figura 28 - Perfil de velocidades do escoamento do problema do degrau para a segunda configuração	140
Figura 29 - Perfil de velocidades e linhas de corrente do escoamento do problema do degrau em uma zona maior de observação para a segunda configuração	141
Figura 30 - Distribuição de pressão do escoamento do problema do degrau para a segunda configuração	142
Figura 31 - Resultados do escoamento do problema do degrau obtidos pelo programa FLOTRAN em seu manual de benchmarck	143
Figura 32 - Geometria do problema (perfil NACA0012)	145
Figura 33-Modelagem das condições de contorno do problema do fôlio no PHOENICS	147
Figura 34 - Critério para determinação do domínio externo para os problemas estudados neste trabalho utilizando o programa PHOENICS	148
Figura 35 - Malha computacional do problema do perfil NACA0012	150
Figura 36 - Distribuição de pressões do perfil NACA0012 obtida através do programa PHOENICS	151

Figura 37 - Contornos de pressão do perfil NACA0012 a 9.86 graus segundo o manual de benchmarck do programa FLOTRAN (referência [13])	152
Figura 38 - Comparação entre o coeficiente de pressão do perfil NACA0012 a 9.86 graus apresentado pelo programa FLOTRAN (ref.[13]) e o resultado obtido através de simulação realizada no programa PHOENICS	153
Figura 39 - Geometria do problema do fólio com flap (α_f : ângulo do flap)	156
Figura 40 - Modelagem das condições de contorno do problema do fólio com flap no programa PHOENICS	157
Figura 41 - Malha computacional do problema do fólio com flap a 5 graus para a primeira configuração	165
Figura 42 - "Zoom" da malha computacional do problema do fólio com flap a 5 graus para a primeira configuração	166
Figura 43 - Perfis de velocidade do problema do fólio com flap a 5 graus para a primeira configuração	167
Figura 44 - Distribuição de pressão do problema do fólio com flap a 5 graus para a primeira configuração	168
Figura 45 - Malha computacional do problema do fólio com flap a 10 graus para a primeira configuração	172
Figura 46 - "Zoom" da malha computacional do problema do fólio com flap a 10 graus para a primeira configuração	173
Figura 47 - Perfis de velocidade do problema do fólio com flap a 10 graus para a primeira configuração	174
Figura 48 - Distribuição de pressão do problema do fólio com flap a 10 graus para a primeira configuração	175
Figura 49 - Malha computacional do problema do fólio com flap a 15 graus para a primeira configuração	180
Figura 50 - "Zoom" da malha computacional do problema do fólio com flap a 15 graus para a primeira configuração	181
Figura 51 - Perfis de velocidade do problema do fólio com flap a 15 graus para a primeira configuração	182

Figura 52 - Distribuição de pressão do problema do fôlio com flap a 15 graus para a primeira configuração	183
Figura 53 - Malha computacional do problema do fôlio com flap a 20 graus para a primeira configuração	187
Figura 54 - “Zoom” da malha computacional do problema do fôlio com flap a 20 graus para a primeira configuração	188
Figura 55 - Perfis de velocidade do problema do fôlio com flap a 20 graus para a primeira configuração	189
Figura 56 - Distribuição de pressão do problema do fôlio com flap a 20 graus para a primeira configuração	190
Figura 57 - Malha computacional do problema do fôlio com flap a 25 graus para a primeira configuração	194
Figura 58 - “Zoom” da malha computacional do problema do fôlio com flap a 25 graus para a primeira configuração	195
Figura 59 - Perfis de velocidade do problema do fôlio com flap a 25 graus para a primeira configuração	196
Figura 60 - Distribuição de pressão do problema do fôlio com flap a 25 graus para a primeira configuração	197
Figura 61 - Malha computacional do problema do fôlio com flap a 5 graus para a segunda configuração	202
Figura 62 - “Zoom” da malha computacional do problema do fôlio com flap a 5 graus para a segunda configuração	203
Figura 63 - Perfis de velocidade do problema do fôlio com flap a 5 graus para a segunda configuração	204
Figura 64 - Distribuição de pressão do problema do fôlio com flap a 5 graus para a segunda configuração	205
Figura 65 - Malha computacional do problema do fôlio com flap a 10 graus para a segunda configuração	212
Figura 66 - “Zoom” da malha computacional do problema do fôlio com flap a 10 graus para a segunda configuração	213
Figura 67 - Perfis de velocidade do problema do fôlio com flap a 10 graus para a segunda configuração	214

Figura 68 - Distribuição de pressão do problema do fólio com flap a 10 graus para a segunda configuração	215
Figura 69 - Malha computacional do problema do fólio com flap a 15 graus para a segunda configuração	219
Figura 70 - “Zoom” da malha computacional do problema do fólio com flap a 15 graus para a segunda configuração	220
Figura 71 - Perfis de velocidade do problema do fólio com flap a 15 graus para a segunda configuração	221
Figura 72 - Distribuição de pressão do problema do fólio com flap a 15 graus para a segunda configuração	222
Figura 73 - Malha computacional do problema do fólio com flap a 20 graus para a segunda configuração	226
Figura 74 - “Zoom” da malha computacional do problema do fólio com flap a 20 graus para a segunda configuração	227
Figura 75 - Perfis de velocidade do problema do fólio com flap a 20 graus para a segunda configuração	228
Figura 76 - Distribuição de pressão do problema do fólio com flap a 20 graus para a segunda configuração	229
Figura 77 - Malha computacional do problema do fólio com flap a 25 graus para a segunda configuração	233
Figura 78 - “Zoom” da malha computacional do problema do fólio com flap a 25 graus para a segunda configuração	234
Figura 79 - Perfis de velocidade do problema do fólio com flap a 25 graus para a segunda configuração	235
Figura 80 - Distribuição de pressão do problema do fólio com flap a 25 graus para a segunda configuração	236
Figura 81 - Coeficiente de pressão para o fólio com flap a 20 graus (segunda configuração) normalizado em função da corda total	239
Figura 82 - Coeficiente de pressão para o fólio com flap a 25 graus (segunda configuração) normalizado em função da corda total	240

Figura 83 - Malha computacional do problema do perfil NACA0012 utilizada pelo programa FLOTRAN em seu manual de benchmarck. Note a forte discretização da camada limite em torno do perfil, na tentativa de “capturar” a camada limite	246
Figura 84 - O problema da especificação das condições de contorno cíclicas em malhas computacionais tipo O. A linha AB conduz a geração da malha ao redor do corpo	247
Figura 85 - Malha computacional do problema do fólio com flap em regime transiente com superfície livre. Note novamente a forte discretização em torno do perfil	248
Figura 86 - Representação das zonas de convergência e divergência de um problema numérico em função da velocidade de resolução do sistema de equações	249
Figura 87 - Ordem crescente de dificuldade para a obtenção da solução convergida para os casos estudados neste trabalho usando o programa PHOENICS	251
Figura 88 - Campo de velocidades em todo o domínio do problema do fólio com flap a 20 graus (segunda configuração)	253
Figura 89 - Campo de velocidades em todo o domínio do problema do fólio com flap a 25 graus (segunda configuração)	254
Figura A.1 - Solução do problema unidimensional de convecção/difusão	263
Figura A.2 - Análise de difusão numérica	264

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Níveis de formulação dos modelos segundo MALISKA ²	12
Tabela 2 - A estrutura dos métodos numéricos segundo HIRSCH ¹	29
Tabela 3 - Valores de ϕ , Γ e S^ϕ para as diversas equações de conservação para o caso de um escoamento bidimensional segundo MALISKA ²	33
Tabela 4 - Valores das constantes do modelo de turbulência K- ϵ	83
Tabela 5 - Análise comparativa dos principais modelos de turbulência	86
Tabela 6 - Processos de análise do programa ALGOR	92
Tabela 7 - Variáveis dependentes do programa PHOENICS conforme referência [10]	99
Tabela 8 - Estrutura do arquivo de dados Q1	123
Tabela 9 - Condições iniciais e propriedades do fluido utilizado no escoamento em degrau	131
Tabela 10 - Parâmetros de processamento da primeira configuração para o problema do degrau	132
Tabela 11 - Resultados obtidos na primeira configuração para o problema do degrau	133
Tabela 12 - Parâmetros de processamento da segunda configuração para o problema do degrau	137
Tabela 13 - Resultados obtidos na segunda configuração para o problema do degrau	137
Tabela 14 - Tabela de cotas do perfil NACA0012 conforme ref.[16]	146
Tabela 15 - Propriedades do fluido utilizado para o escoamento subsônico em torno de um perfil NACA0012	146
Tabela 16 - Parâmetros de processamento do problema do perfil NACA0012 a 9.86^0 (escoamento subsônico)	149
Tabela 17 - Condições iniciais e propriedades do fluido utilizado no escoamento em torno do fôlio com flap	156

Tabela 18 - Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 5 graus para a primeira configuração	161
Tabela 19 - Parâmetros finais de processamento da primeira configuração do problema do fôlio com flap a 5 graus	163
Tabela 20 - Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 10 graus para a primeira configuração	169
Tabela 21 - Parâmetros finais de processamento da primeira configuração do fôlio com flap a 10 graus	170
Tabela 22 - Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 15 graus para a primeira configuração	176
Tabela 23 - Parâmetros finais de processamento da primeira configuração do problema do fôlio com flap a 15 graus	178
Tabela 24 - Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 20 graus para a primeira configuração	184
Tabela 25 - Parâmetros finais de processamento da primeira configuração do fôlio com flap a 20 graus	185
Tabela 26 - Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 25 graus para a primeira configuração	191
Tabela 27 - Parâmetros finais de processamento da primeira configuração do fôlio com flap a 25 graus	192
Tabela 28 - Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 5 graus para a segunda configuração	199
Tabela 29 - Parâmetros finais de processamento da segunda configuração do fôlio com flap a 5 graus	200
Tabela 30 - Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 10 graus para a segunda configuração	209
Tabela 31 - Parâmetros finais de processamento da segunda configuração do fôlio com flap a 10 graus	210
Tabela 32 - Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 15 graus para a segunda configuração	217
Tabela 33 - Parâmetros finais de processamento da segunda configuração do fôlio com flap a 15 graus	217

Tabela 34 - Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fólio com flap a 20 graus para a segunda configuração	209
Tabela 35 - Parâmetros finais de processamento da segunda configuração do fólio com flap a 20 graus	224
Tabela 36 - Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fólio com flap a 25 graus para a segunda configuração	230
Tabela 37 - Parâmetros finais de processamento da segunda configuração do fólio com flap a 25 graus	231
Tabela 38 - Resumo dos resultados de queda de pressão no dorso para o problema do fólio com flap	237
Tabela 39 - Comparação de performance entre equipamentos (workstations)	243
Tabela 40 - N ^o de processamentos preliminares para cada configuração realizada em função do ângulo de flap	251

LISTA DE ABREVIATURAS

CFD - Computacional Fluid Dynamics

NACA - National Advisory Committee for Aeronautics

RAM - Random Access Memory

EDO - Equação Diferencial Ordinária

MDF - Método das Diferenças Finitas

MEF - Método das Diferenças Finitas

MVF - Método dos Volumes Finitos

CHAM - Concentration, Heat and Moment

BFC - Body-Fitted Coordinates

MB - Megabytes

Mips - Milhões de informações por segundo

CPU - Central Processing Unit

LISTA DE SÍMBOLOS

- A - área de uma célula computacional
- A_E - coeficiente de ϕ_E no ponto E
- A_e - área da face e
- B_P - termo fonte no ponto P
- C_D - coeficiente do modelo de energia turbulenta de Bradshaw
- C_d - coeficiente de arraste viscoso
- C_{fe} - convecção da propriedade considerada através da face e
- C_p - calor específico a pressão constante
- C_p - coeficiente de pressão
- C_{total} - corda total
- $C_{1\varepsilon}$ - constante do modelo de turbulência K- ε
- $C_{2\varepsilon}$ - constante do modelo de turbulência K- ε
- C_μ - constante de Kolmogorov-Prandtl
- C_μ' - constante do modelo de turbulência K- ε
- D - domínio computacional da solução
- D - drag D por unidade de largura
- D_{fe} - difusão da propriedade considerada através da face e
- D_h - diâmetro hidráulico
- $Diff \langle u_i u_j \rangle$ - difusão provocada pelas interações viscosas turbulentas
- dl - elemento diferencial de comprimento
- dt - elemento diferencial de tempo
- dV - elemento diferencial de volume
- $d\vec{S}$ - elemento de superfície
- E - energia total
- EP - taxa de dissipação da energia cinética turbulenta no programa **PHOENICS**
- e - número neperiano

e - energia interna

\vec{F} - vetor fluxo total

\vec{F}_c - contribuição convectiva do vetor fluxo \vec{F}

\vec{F}_d - contribuição difusiva do vetor fluxo \vec{F}

\vec{f}_e - forças de volume externas

\vec{f}_i - forças internas

$\overline{\overline{F}}$ - tensor F

G_{ij} - produção realizada pelas forças de empuxo

H_{degrau} - altura do degrau no problema do ressalto hidráulico

h - altura do degrau no problema do ressalto hidráulico

IX - posição da célula computacional na coordenada x no programa **PHOENICS**

IY - posição da célula computacional na coordenada y no programa **PHOENICS**

IZ - posição da célula computacional na coordenada z no programa **PHOENICS**

\vec{I} - tensor unitário

K - energia cinética turbulenta

KE - energia cinética turbulenta no programa **PHOENICS**

k - coeficiente de condutibilidade térmica

L - comprimento

L_m - livre caminho médio

L_S - comprimento característico do escoamento turbulento

L_t - escala de comprimento para a turbulência

l - escala de comprimento viscoso

l_t - comprimento de mistura

\dot{m}_{f_e} - fluxo de massa através da face e

NX - número de células na direção X

NY - número de células na direção Y

NZ - número de células na direção Z

$N_I(x)$ - funções de interpolação no método dos elementos finitos

P - pressão

P1 - valor da pressão no programa **PHOENICS**

P_{absoluta} - Pressão absoluta em Pascal

P_{atmosférica} - Pressão atmosférica em Pascal

Pe - número de Peclet

P_{ij} - processo de produção realizado pelo escoamento médio

Pr - Número de Prandtl

P_{referência} - Pressão de referência em Pascal

p - flutuação da pressão

p_{ij} - distribuição das flutuações de pressão

Q_s - fonte superficial

Q_v - fonte volumétrica

Q1 - arquivo de entrada de dados do programa **PHOENICS**

q - raiz quadrada da intensidade turbulenta total

R - resíduo da solução

R - constante universal dos gases

RESREF(ϕ) - valor de referência no programa **PHOENICS** para avaliação de resíduos

Re - número de Reynolds

r_i - fração de volume da fase i

S - variável que representa os termos fonte na equação de Navier-Stokes

S ^{ϕ} - termo fonte da propriedade transportada em consideração (taxa de geração de ϕ)

T - temperatura absoluta

t - tempo

t_m - tempo entre colisões moleculares

t_{novo} - instante atual

t_t - escala de tempo para a turbulência

t_{velho} - instante anterior

U - velocidade do escoamento não perturbado (escoamento médio)

U_I, I = 1,2...n, - coeficientes da função de interpolação

U_{ie} - velocidade em x da fase i armazenada na face e

U_R - velocidade paralela resultante próxima à parede

U_1 - velocidade na direção x

U^* - velocidade de fricção

u - componente de velocidade na direção x

u_i - componente de velocidade na direção i

u_j - componente de velocidade na direção j

u_k - componente de velocidade na direção k

u_x - valor da derivada da função no ponto x

\tilde{u} - valor aproximado de $u(x)$

V - velocidade do escoamento ao longe

VO - volume de controle

V_P - volume da célula

V_S - velocidade característica do escoamento turbulento

V_x - velocidade de entrada na direção x

V_y - velocidade de entrada na direção y

V_1 - velocidade na direção y

v - componente de velocidade na direção y

X_E - coordenada em x do ponto E

X_r - posição de realinhamento do fluxo no problema do degrau

x_2 - direção normal ao escoamento

W - peso molecular

W_f - trabalho das forças de volume externas

w - componente de velocidade na direção z

w - função peso

α - fator de relaxação

α_N - ângulo de ataque

α_e - coeficiente de interpolação linear de ϕ_e

α_f - ângulo do flap
 α_1 - variável auxiliar
 β_e - coeficiente de interpolação linear de ϕ_e
 δ_{IJ} - delta de Kronecker
 δ^* - espessura de deslocamento da camada limite
 γ - relação entre os coeficientes de calor específico a pressão e volume constantes
 Δ_{TF} - intervalo de tempo para falso time-step
 Δt - intervalo de tempo
 Δx - variação de comprimento na direção x
 Δy - variação de comprimento na direção y
 ε - taxa de dissipação da energia cinética turbulenta
 ϕ - qualquer variável de interesse conservada
 ϕ_P - valor da variável ϕ no ponto P
 ϕ_{SC} - variável escalar qualquer
 $\vec{\phi}_{SC}$ - variável vetorial qualquer
 ϕ_e - valor da variável ϕ na face e
 ϕ_{novo} - novo valor da variável ϕ
 ϕ_{velho} - antigo valor da variável ϕ
 $\phi_{P,velho}$ - valor da variável ϕ resultante da iteração anterior no ponto P
 $\tilde{\phi}$ - aproximação do valor exato de ϕ_P
 ϕ^* - valor da variável ϕ resultante da iteração atual
 Γ - variável que representa os termos difusivos na equação de Navier-Stokes
 Γ_l - coeficiente de troca laminar
 Γ_t - coeficiente de troca turbulenta
 Γ^ϕ - difusividade da propriedade transportada em consideração (coeficiente de troca de calor)
 η, ζ - curvas que definem o plano computacional de um problema de CFD

η, ξ - curvas que definem o plano físico de um problema de CFD

μ - viscosidade dinâmica

μ_t - viscosidade do vórtice ou *eddy viscosity*

ν - viscosidade cinemática

ρ - densidade do fluido

ρ_P - densidade do fluido no ponto P

ρ_i - densidade da fase i

σ_k - constante do modelo de turbulência K- ϵ

σ_ϵ - constante do modelo de turbulência K- ϵ

σ_l - número de Prandtl/Schmidt para transferência de calor e massa laminar

σ_t - número de Prandtl/Schmidt para transferência de calor e massa turbulenta

$\overline{\sigma}$ - tensor das tensões internas

τ_w - tensão de cisalhamento

$\overline{\tau}$ - tensor das tensões viscosas

$\vec{\nabla}$ - vetor gradiente

ν_l - viscosidade cinemática laminar

ν_t - viscosidade cinemática turbulenta

Θ - flutuação da grandeza ϕ

\otimes - produto tensorial

χ - constante de Von Karman

ψ - constante de difusividade

RESUMO

Nos últimos 30 anos, a Mecânica dos Fluidos Computacional ou CFD (Computational Fluid Dynamics) deixou de ser uma ciência de aplicação meramente acadêmica para se tornar uma importante ferramenta no projeto e análise de equipamentos ou corpos na presença de fluidos. O CFD pode ser usado para reduzir o número de experiências as quais são necessárias para otimizar um projeto ou mostrar determinadas características do escoamento em estudo. Tal análise torna-se bastante interessante pois custos de desenvolvimento de projeto podem ser reduzidos.

Esta dissertação tem por objetivo mostrar e discutir a resolução de alguns escoamentos bidimensionais viscosos turbulentos e incompressíveis em regime permanente, através da utilização da Mecânica dos Fluidos Computacional. Os resultados foram obtidos via programa **PHOENICS**, programa que emprega o Método dos Volumes Finitos para a discretização das equações de conservação, utilizando as equações completas de *Navier-Stokes* em todo o domínio de interesse e o processo de *Time Averaging Method* para a modelagem matemática do escoamento turbulento. Optou-se pela utilização do modelo de turbulência K- ϵ para os casos analisados.

Este trabalho procura fornecer ainda uma revisão dos conceitos e formulações básicas ligadas à Mecânica dos Fluidos Computacional ou CFD (*Computational Fluid Dynamics*), além dos estudos de validação através do programa **PHOENICS** para alguns escoamentos bidimensionais, cujos resultados estão disponíveis na literatura, e para estudos paramétricos de casos de interesse com solução não conhecida.

ABSTRACT

In the last 30 years, the Computational Fluid Dynamics (CFD) has heft its original role of being a merely academic science to become an important tool for design and analysis of equipment or bodies in the presence of fluids. The CFD can either be used to reduce the hughe number of experiments which are necessary to optimize a design or to show particularities of some fluid flow. Such analysis are very interesting nowadays because the development coasts for a new design might be strongly reduced.

This dissertation aims to show and discuss the solution of some bidimensional viscous turbulent flow in steady state, by utilization of Computational Fluid Dynamics. The results were obtained via **PHOENICS**, a CFD code which uses the Finite Volume Method for the discretisation of conservation equations. The *Navier-Stokes* complete equations and the Time Averaging Method were employed to make the mathematical model of the turbulent viscous flow. The turbulence model K- ϵ was chosen for the considered cases.

This work still tries to give a review of concepts and formulations related to CFD. It will be shown some validation studies using **PHOENICS** code comparing its results to the well-know values available in the literature. Finally, the **PHOENICS** software was also used to make parametrical studies for special problems which solutions are still unknow.

1. INTRODUÇÃO

Esta dissertação tem por objetivo mostrar e discutir a resolução de alguns escoamentos bidimensionais viscosos turbulentos e incompressíveis em regime permanente, através da utilização de Mecânica dos Fluidos Computacional. Os resultados foram obtidos via programa **PHOENICS**, programa que emprega o Método dos Volumes Finitos para a discretização das equações de conservação, utilizando as equações completas de *Navier-Stokes* em todo o domínio de interesse e o processo de *Time Averaging Method* para a modelagem matemática do escoamento turbulento. Optou-se pela utilização do modelo de turbulência K- ϵ para os casos analisados.

Este trabalho procura fornecer uma revisão dos conceitos e formulações básicas ligadas à Mecânica dos Fluidos Computacional ou CFD (*Computational Fluid Dynamics*), além dos estudos de validação através do programa **PHOENICS** para alguns escoamentos bidimensionais, cujos resultados estão disponíveis na literatura e estudos paramétricos para casos de interesse com solução não conhecida.

Dessa forma o capítulo 2 apresenta os níveis de formulação existentes nas simulações numéricas de uma maneira geral, mostrando a estrutura e o nível de aproximação dos modelos computacionais aplicados a estudos de CFD. São apresentadas ainda as formulações usualmente empregadas em hidrodinâmica em função da contabilização dos efeitos viscosos.

O capítulo 3 mostra os métodos de discretização utilizados em Mecânica dos Fluidos Computacional e a estrutura dos métodos numéricos em função do tipo de modelo matemático adotado. Também são apresentados os conceitos básicos da discretização a nível elementar, além de mostrar os princípios de formulação do Método das Diferenças

Finitas e Método dos Elementos Finitos. O Método dos Volumes Finitos é descrito com maiores detalhes por ser o método de resolução adotado no desenvolvimento deste trabalho.

O capítulo 4 traz considerações a respeito do fenômeno da turbulência, sua natureza e características. A análise dimensional é aplicada a uma placa plana para escoamento laminar e turbulento, mostrando as relações entre o coeficiente de arraste e o número de Reynolds. A modelagem matemática dos escoamentos turbulentos também é aqui apresentada, além dos modelos de turbulência. Já o capítulo 5 descreve alguns programas de simulação de escoamentos para cada método de discretização apresentado. O programa **PHOENICS** é descrito em detalhes por ser a ferramenta utilizada para a resolução dos casos apresentados neste trabalho.

O objetivo do capítulo 6 é apresentar e discutir a resolução dos seguintes problemas:

- **Escoamento bidimensional viscoso turbulento em um degrau (ressalto hidráulico):** Buscou-se determinar o campo de velocidades e distribuição de pressões, comparando-se resultados com o programa FLOTRAN (Método dos Elementos Finitos) e com informações provenientes de análise experimental disponíveis em literatura;
- **Escoamento bidimensional viscoso turbulento em um perfil NACA0012 com ângulo de ataque de 9.86 graus (escoamento subsônico):** Buscou-se determinar um campo de pressões ao redor deste fólio imerso no ar que pudesse ser validado por informações obtidas através de simulações numéricas realizadas pelo programa FLOTRAN e resultados experimentais disponíveis em literatura;
- **Análise paramétrica do escoamento bidimensional viscoso turbulento em torno de fólios com flap (aileron):** Buscou-se validar a distribuição de pressões de fólios com flap imersos em água, onde o ângulo de flap variou de 5 a 25 graus. Ao contrário dos fólios com

flap usuais, a parte móvel destes perfis (flap) é grande quando comparada à parte fixa, valendo 44% da corda total (parte fixa + parte móvel).

Os equipamentos utilizados para a resolução destes problemas foram um microcomputador 486 DX4 100 Mhz com 32 MB de memória RAM e uma estação de trabalho (workstation) SpareStation 10 da Sun Microsystems Incorporation, modelo Gx plus com 256 MB de memória RAM.

Finalmente o capítulo 7 traz as discussões gerais e conclusões a respeito do trabalho desenvolvido, mostrando a restrição computacional enfrentada ao utilizar para a resolução desses problemas os equipamentos acima descritos. Esta restrição é comprovada através de comparações de performance com equipamentos utilizados por outras empresas que também utilizam Mecânica dos Fluidos Computacional.

Também é mostrada a forte discretização da camada limite observada em alguns exemplos de outros códigos de CFD na análise de escoamentos externos. O problema da difícil obtenção da convergência para os casos estudados com o programa PHOENICS também é abordado.

Considerações finais são realizadas no capítulo 7 situando a qualidade dos resultados obtidos no tocante a sua possível utilização em projetos e são dadas sugestões para a continuidade deste trabalho.

2. NÍVEIS DE FORMULAÇÃO DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

O advento dos computadores de alta velocidade e de grande capacidade de armazenamento tornou viável o uso de técnicas numéricas para a solução de complexos problemas de engenharia. Em função desta disponibilidade computacional, que cresce exponencialmente, surgiu a necessidade de desenvolvimento de algoritmos para a solução dos mais variados problemas com o uso de técnicas de alta versatilidade e relativa simplicidade de aplicação. O sucesso da aplicação de tais métodos numéricos, contudo, não pode estar dissociado do termo aproximação, pois em última análise um modelo matemático tentará representar um modelo físico.

Fundamentalmente, existem quatro ferramentas que podem ser utilizadas na solução de um determinado problema físico: métodos analíticos, experimentação em laboratório (incluindo análise dimensional e semelhança dinâmica), métodos numéricos (experimentação numérica) e métodos analógicos.

Os **métodos analíticos** têm a desvantagem de serem aplicados apenas a problemas cujas hipóteses simplificadoras o desviam demasiadamente do fenômeno físico real, além de serem aplicados normalmente a geometrias e condições de contorno simples. Porém as soluções analíticas nunca devem ser descartadas na totalidade e uma das suas importantes aplicações é exatamente validar os casos limites dos métodos numéricos. Uma de suas vantagens é a obtenção da solução através de tempos computacionais pequenos.

A **experimentação em laboratório** tem a grande vantagem de tratar com a configuração real, com a possibilidade de observar novos fenômenos. Entretanto existe um altíssimo custo envolvido tornando em alguns casos inviável a realização do experimento.

Um outro aspecto que envolve a experimentação em laboratório é o fato de que muitas vezes esta não pode ser realizada, por exemplo, devido a questões de segurança, como no caso da análise da transferência de calor no núcleo de reatores nucleares. Já em determinadas situações existe a dificuldade de reprodução das condições reais, como no caso do estudo de vibrações induzidas por emissão de vórtices em oleodutos e *risers*. Um outro exemplo desta dificuldade é a análise de escoamento supersônico a grandes altitudes.

A análise dimensional e semelhança dinâmica fazem parte da experimentação em laboratório. Em relação à análise dimensional, os parâmetros adimensionais têm contribuído de modo significativo para a compreensão dos fenômenos que ocorrem em determinado escoamento. Eles permitem que resultados experimentais restritos sejam aplicáveis a situações envolvendo dimensões físicas distintas e, freqüentemente, diferentes propriedades dos fluidos. A análise dimensional, aliada à compreensão da mecânica do tipo de escoamento em estudo, torna possível a generalização dos dados experimentais. As conseqüências de tal generalização são múltiplas, já que é possível descrever o fenômeno no seu todo e não ficar restrito à discussão de uma experiência específica que foi realizada. Dessa forma é possível realizar poucas experiências (bem selecionadas) para descobrir as facetas ocultas de um problema e, conseqüentemente, obter economia de tempo e custos associados.

A semelhança dinâmica e os estudos de modelos permitem observar determinado escoamento e obter certos dados numéricos como, por exemplo, rendimentos e vazões de bombas e turbinas, distribuições de velocidades, pressões e determinados esforços. Porém, para a obtenção de dados quantitativos precisos a partir de um estudo em modelo é necessário que haja **semelhança dinâmica** entre modelo e protótipo. Isto implica: 1) perfeita semelhança geométrica entre modelo e protótipo e 2) A relação entre as pressões dinâmicas em pontos correspondentes é uma constante. Este último requisito também pode

ser expresso como uma semelhança cinemática, isto é, as linhas de corrente devem ser geometricamente semelhantes.

Para haver semelhança dinâmica completa, os números de Mach, Reynolds e Froude devem assumir os mesmos valores tanto no modelo como no protótipo. Geralmente, a observância rigorosa destas condições é impossível, exceto em uma escala 1:1. É o caso por exemplo dos ensaios para a determinação da resistência ao avanço de embarcações.

Os **métodos numéricos** praticamente não possuem restrições (a não ser aquelas relacionadas com a capacidade computacional disponível), podendo resolver problemas com condições de contorno complicadas envolvendo geometrias arbitrárias e apresentando resultados de forma bastante rápida. Contudo vale ressaltar que uma metodologia numérica não possui validade caso não seja criteriosamente testada, através de comparações com resultados conhecidos ou através de experiências realizadas em laboratório.

No projeto de equipamentos como aviões, por exemplo, o uso de técnicas numéricas diminui sensivelmente o trabalho de laboratório, mas não o substitui totalmente. Um exemplo marcante foi o caso do projeto do BOEING 737-300, o qual apresentava uma nova dimensão do reator e uma nova posição do mesmo em relação à asa. Na versão anterior do BOEING, modelo 737-200, o reator era de menor dimensão e colocado sob a asa. Já no modelo 737-300 o reator é posicionado avançado em relação à asa. Esta nova configuração somente foi possível de ser determinada pois inúmeras simulações foram realizadas consumindo apenas poucos dias. No túnel de vento as experiências consumiriam meses e o custo associado seria elevado.

Nos últimos trinta anos, a Mecânica dos Fluidos Computacional (ou *CFD - Computational Fluid Dynamics*) deixou de ser uma ciência de aplicação meramente

acadêmica para se tornar uma importante ferramenta no projeto e análise de equipamentos na presença de fluidos. O *CFD* pode ser usado para reduzir o número de experiências as quais são necessárias para otimizar um projeto ou mostrar determinadas características do escoamento em estudo. Tal análise torna-se bastante interessante pois, conforme mostrado anteriormente, custos de desenvolvimento de projeto podem ser reduzidos.

Em contrapartida deve-se dizer que o *CFD* nunca substituirá a realização das experiências de laboratório, ainda que o seu processo de análise esteja assegurado pela rápida evolução dos algoritmos e pelo aumento simultâneo do poder de processamento e diminuição dos custos computacionais.

A tendência que se observa, portanto, é a realização de experiências em laboratório cada vez mais sofisticadas com o intuito de usar os resultados na validação de métodos numéricos. O laboratório deixaria de realizar a tarefa repetitiva, que ficará a cargo do computador. O que se busca, então, é a associação adequada da simulação numérica com a experiência em laboratório selecionada. A união dessas técnicas resultará em um projeto melhor e mais barato.

Finalmente têm-se uma quarta ferramenta para a solução de determinado problema físico: os **métodos analógicos**. Como o próprio nome sugere, esta técnica busca resolver determinado problema através da analogia com outros estudos cuja solução é conhecida, ou ainda através de resolução de equações que por analogia podem ser empregadas em problemas distintos. É o caso por exemplo do emprego das equações de Maxell para a solução de determinado problema físico. A solução para o sistema de equações formado pode servir para outros problemas cuja natureza das equações é parecida ou análoga. Entretanto, as variáveis dependentes das equações devem ser adequadas ao novo fenômeno que se pretende resolver.

De uma forma geral pode-se estabelecer que um modelo matemático que representa o comportamento de um sistema físico, particularmente no estudo de escoamento de fluidos, somente pode ser definido depois de se considerar um certo nível de aproximação requerido, tal que se possa obter uma acurácia mínima no tratamento do conjunto de equações, conjunto esse que contém as variáveis básicas necessárias para descrever completamente o sistema considerado. Porém, conforme dito anteriormente, a física do problema está ligada aos níveis de aproximação existentes, onde pode-se destacar inicialmente o nível de aproximação que define o tempo do estudo de determinado fenômeno ou **nível de constância**.

A determinação do **nível de constância** implica na estima de várias constantes de tempo do escoamento em questão e a escolha da menor delas será levada em conta na modelagem do sistema fluido. Um bom exemplo deste procedimento são as equações de *Navier-Stokes* para um escoamento viscoso turbulento. Neste caso um cálculo médio é realizado sobre as flutuações da velocidade originadas pela turbulência, uma vez que as constantes de tempo das demais variações do escoamento são menores. Dessa forma, para que não haja equívoco na escolha da constante de tempo que rege o fenômeno, termos extras surgirão nas equações de *Navier-Stokes*, como é o caso das tensões de Reynolds, as quais são produtos das flutuações de velocidade no escoamento.

Outro nível de aproximação é o **nível espacial**, nível que define o número de variáveis de espaço usadas no modelo. Neste estágio deve-se decidir se uma descrição uni, bi ou tridimensional trará informação suficiente sobre o estudo de determinado escoamento. Vale notar que caso o fenômeno seja tratado de forma tridimensional, qualquer descrição que envolva menos variáveis pode ser obtida desconsiderando as variações em relação a determinada coordenada espacial que deixou de existir. Entretanto, o modelo que passará a descrever agora uma região uni ou bidimensional ainda conterá termos que medem a

influência do movimento do fluido em um espaço tridimensional. Estes termos, análogos às tensões de Reynolds, são geralmente desprezados devido ao fato de não influenciarem na resolução do problema em questão.

Enfim, um terceiro nível de aproximação é o **nível dinâmico**, o qual está relacionado com a influência das várias forças e suas componentes no comportamento do sistema. Essa análise das componentes de forças predominantes torna-se necessária para a simplificação do modelo matemático. Um exemplo disso é que, embora as forças gravitacionais estejam sempre presentes no estudo de determinado escoamento, em muitos casos a influência dessas forças é desprezível.

O estudo detalhado da influência da viscosidade por PRANDTL, o qual levou ao conceito da camada limite, mostra a importância da análise detalhada da influência relativa dessas forças. Assim, o conceito de camada limite levou a definição de regiões de validade de fluidos invíscidos, onde as forças viscosas podem ser desprezadas.

A figura 1, de acordo com HIRSCH ¹, mostra um diagrama de blocos ilustrando a interação entre os diferentes níveis de aproximação, definindo o modelo matemático do sistema fluido e a simulação numérica, esta consistindo de uma combinação de várias discretizações: discretização no espaço, responsável pela definição da malha computacional e a discretização do conjunto de equações, a qual conduzirá ao modelo numérico.

Estes modelos devem representar bem o fenômeno físico, sendo necessário estabelecer a que nível de formulação os balanços de conservação serão realizados. Citando os extremos, os balanços de conservação podem ser feitos a nível molecular, originando uma equação para cada molécula. Podem ser feitos ainda sobre volumes de controle que em determinadas direções coincidirão com o domínio da solução.

Os níveis de formulação existentes, segundo MALISKA ², são mostrados na tabela 1, onde foram usadas as seguintes definições:

- t : tempo médio sobre os quais os balanços de conservação são realizados;
- L : comprimento médio sobre os quais os balanços de conservação são realizados;
- t_m : tempo entre colisões moleculares;
- L_m : livre caminho médio;
- t_t : escala de tempo para turbulência;
- L_t : escala de comprimento para a turbulência.

A solução de problemas dentro dos níveis 1 e 2 é computacionalmente impraticável, seja pela dificuldade de discretização (nível 1) ou pela dificuldade de se resolver equações diferenciais em intervalos de tempo da ordem das flutuações turbulentas, embora existam atualmente tentativas de abordar os problemas de Mecânica dos Fluidos Computacional a esse nível.

Os modelos de interesse em engenharia que resolvem os problemas de transferência de calor e massa em fluidos encontram-se dentro dos níveis 3 e 4.

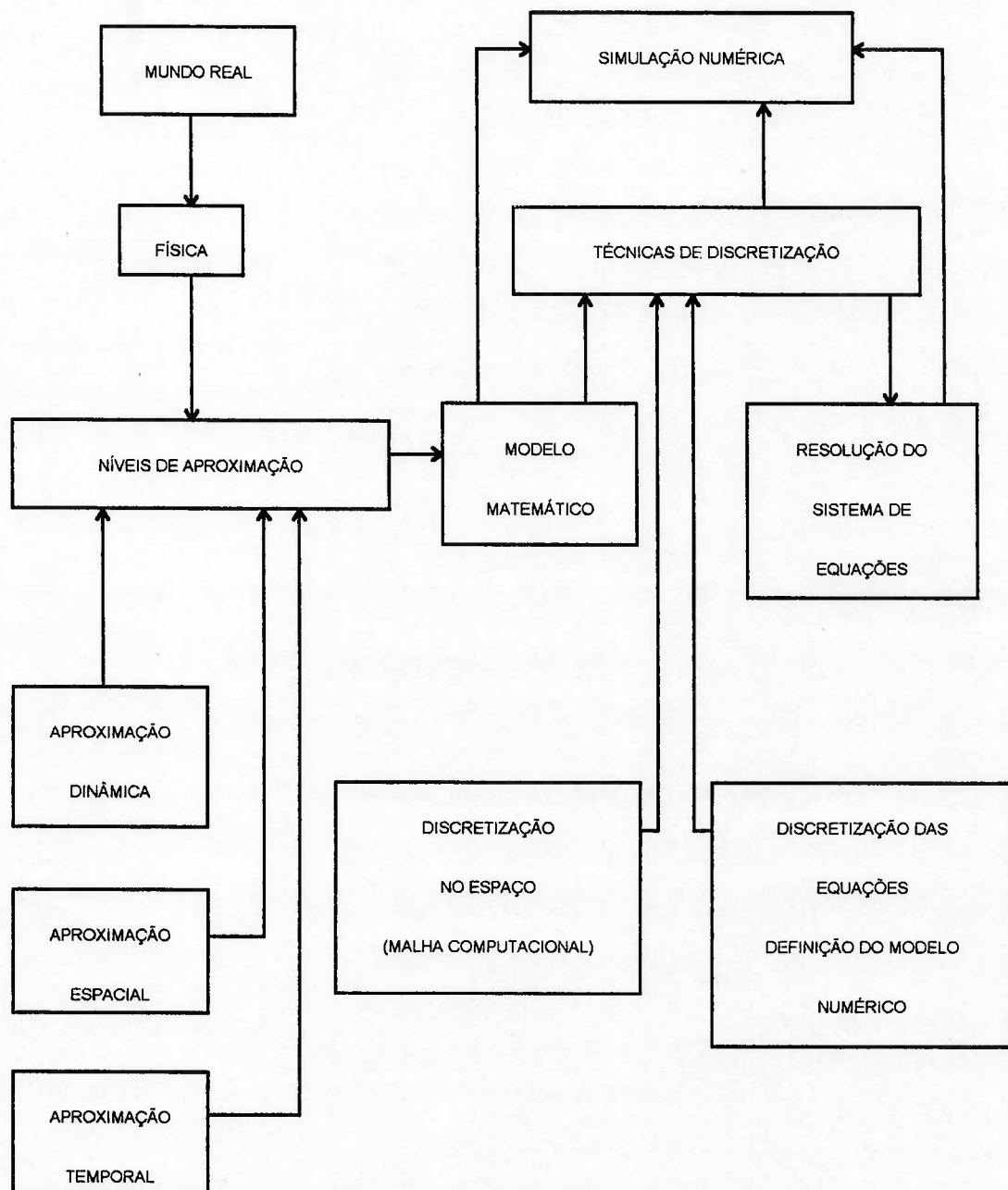


Fig. 1. Modelos Computacionais segundo HIRSCH ¹

Nível em que os balanços de conservação são realizados	Informações necessárias	Tipo de equação resultante
1. Nível molecular (Vol. célula $\ll L_m^3$)	Massa molecular, leis de troca de quantidade de movimento, campos de forças: elétrico, magnético, etc., condições de contorno.	Equação para cada molécula
2. Balanços onde: $t_m \ll t \ll t_t$ $L_m \ll L \ll L_t$	Propriedades que refletem o comportamento molecular como densidade, viscosidade cinemática, etc., condições de contorno.	Conjunto de equações diferenciais parciais
3. Balanços onde: $t \gg t_t$ $L \gg L_t$	Além das propriedades do item anterior, devem ser fornecidas as tensões de Reynolds e relações de transferência de calor e massa turbulenta, condições de contorno.	Conjunto de equações diferenciais parciais
4. Balanços onde o volume de controle coincide com o domínio da solução em alguma(s) direção	Além das informações exigidas nos itens anteriores, deve-se fornecer condições de contorno nas direções onde o volume de controle coincide com o domínio da solução	Equações diferenciais parciais, ordinárias ou algébricas

Tabela 1. Níveis de formulação dos modelos segundo MALISKA ²

2.1. AS EQUAÇÕES BÁSICAS DA DINÂMICA DOS FLUIDOS

As leis da dinâmica dos fluidos podem ser estabelecidas e formuladas de várias maneiras equivalentes. Elas podem, por exemplo, ser deduzidas a partir da observação de que um sistema físico está completamente determinado através das equações de conservação. Isto equivale dizer que durante o escoamento qualquer de um fluido um certo número de propriedades, tais como massa, quantidade de movimento e energia são *conservadas*. Entretanto, algumas informações adicionais são necessárias além das leis dinâmicas, tais como a consideração de fluido incompressível, gás perfeito, viscosidade do fluido, etc.

O escoamento de um fluido é considerado conhecido quando, em qualquer instante de tempo, o campo de velocidades e um número mínimo de propriedades estáticas são conhecidas em qualquer ponto. Estas propriedades estáticas que deverão ser determinadas são dependentes da natureza do fluido. Para o caso de um escoamento incompressível, a propriedade estática a ser determinada é a pressão, enquanto que para um escoamento compressível ou um gás perfeito deverão ser conhecidas a pressão e a densidade.

O conceito de **conservação**, segundo HIRSCH ¹, estabelece que a variação de uma propriedade conservada qualquer ϕ dentro de um dado volume de controle é influenciada pelo efeito de algumas fontes internas e à quantidade da propriedade que cruza as fronteiras do mesmo. Esta quantidade é conhecida como *fluxo*, e a sua expressão resulta das propriedades mecânicas e termodinâmicas do fluido. Os fluxos e as fontes são, em geral, dependentes do movimento do fluido em determinado escoamento.

Os fluxos associados são *vetores* para uma propriedade conservada escalar e *tensores* para uma propriedade conservada vetorial, como a quantidade de movimento. Os fluxos são gerados através de duas contribuições: uma parcela devida ao transporte convectivo do fluido e a outra devida ao movimento molecular, o qual está sempre presente mesmo quando o fluido está em repouso.

O efeito do movimento molecular expressa a tendência do fluido em direção ao equilíbrio e a uniformidade. A contribuição do fluxo total será proporcional ao gradiente da propriedade considerada.

Nem sempre os fluxos difusivos estão presentes; em uma análise das propriedades físicas do fluido, por exemplo, sabe-se que em escoamento monofásico em repouso nenhuma difusão da densidade é possível, uma vez que qualquer variação da densidade implicaria em deslocamentos das partículas fluidas. Dessa forma, não haveria contribuição de fluxos difusivos para equação da conservação da massa.

2.1.1. FORMA GERAL DE UMA LEI DE CONSERVAÇÃO

2.1.1.1. Lei de conservação na forma escalar

Será considerada uma grandeza escalar qualquer por unidade de volume ϕ_{SC} , atuando em um volume arbitrário Ω , fixado no espaço e limitado por uma superfície S , conforme mostrado na figura 2. A intensidade local de ϕ_{SC} varia através do efeito dos fluxos, os quais expressam as contribuições dos pontos vizinhos para o valor local em consideração e a influência das fontes Q .

O vetor fluxo \vec{F} contém duas componentes: a contribuição convectiva \vec{F}_c e a contribuição difusiva \vec{F}_d .

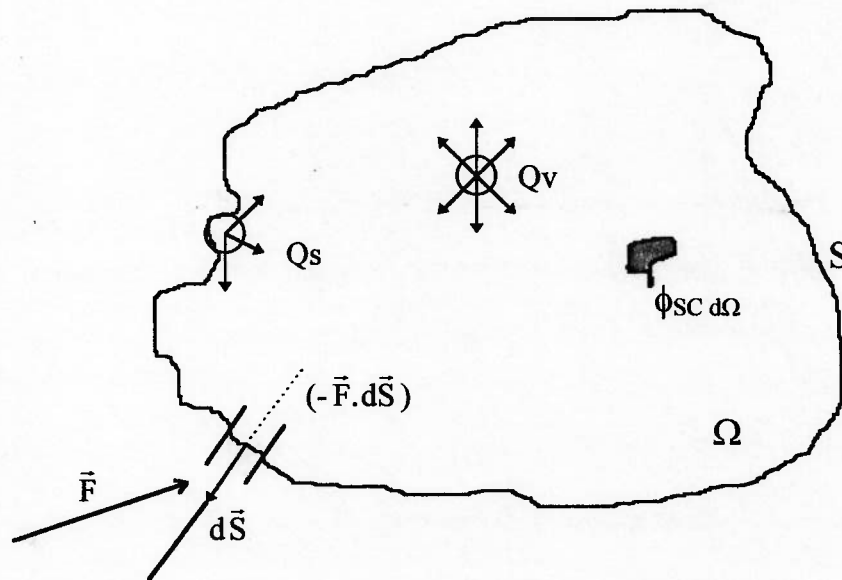


Fig. 2. Forma geral de uma lei de conservação para uma grandeza escalar

A forma geral de uma lei de conservação é expressa através da variação por unidade de tempo da grandeza ϕ_{sc} dentro do volume Ω :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \phi_{sc} d\Omega \quad (2.1)$$

Esta variação deve ser igual à contribuição dos fluxos através da face S dada a seguir, onde o elemento de superfície $d\vec{S}$ aponta para fora:

$$-\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} \quad (2.2)$$

Deve-se adicionar à integral acima descrita as contribuições das fontes da grandeza ϕ_{SC} . Estas fontes podem ser divididas em fontes de superfície e fontes de volume, respectivamente \bar{Q}_s e Q_v . Portanto a contribuição total será dada por:

$$\int_{\Omega} Q_v d\Omega + \oint_{\bar{S}} \bar{Q}_s \cdot d\bar{S} \quad (2.3)$$

Portanto, a forma geral da equação de conservação fica:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \phi_{sc} d\Omega + \oint_{\bar{S}} \bar{F} \cdot d\bar{S} = \int_{\Omega} Q_v d\Omega + \oint_{\bar{S}} \bar{Q}_s \cdot d\bar{S} \quad (2.4)$$

Ou, aplicando o teorema de *Gauss*^{*}, para fluxos e fontes de superfície contínuos:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \phi_{sc}}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \bar{\nabla} \cdot \bar{F} d\Omega = \int_{\Omega} Q_v d\Omega + \int_{\Omega} \bar{\nabla} \cdot \bar{Q}_s d\Omega \quad (2.5)$$

Esta última equação conduzirá à forma diferencial da equação de conservação, uma vez que ela pode ser escrita para um volume arbitrário Ω da seguinte forma:

$$\frac{\partial \phi_{sc}}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \bar{F} = Q_v + \bar{\nabla} \cdot \bar{Q}_s \quad (2.6)$$

Ou:

$$\frac{\partial \phi_{sc}}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\bar{F} - \bar{Q}_s) = Q_v \quad (2.7)$$

Embora os termos fonte possam ser tratados da mesma forma que os fluxos, a distinção entre eles será mantida devida à interpretação física que possuem.

A grandeza ϕ_{SC} transportada com velocidade \bar{V} será dada pela seguinte equação, que representa o fluxo convectivo:

* O teorema de Gauss ou da divergência diz que: $\oint_{\bar{S}} \bar{F} \cdot d\bar{S} = \iiint_{\Omega} \bar{\nabla} \cdot \bar{F} d\Omega$

$$\bar{F}_c = \bar{V} \phi_{sc} \quad (2.8)$$

Já o fluxo difusivo é definido pela contribuição do fluido em repouso, devido à agitação molecular e térmica. Este fluxo pode ser expresso pela lei de *Fick*:

$$\bar{F}_d = - \psi \rho \bar{V} \frac{\phi_{sc}}{\rho} \quad (2.9)$$

Nesta equação ψ é uma constante de difusividade.

2.1.1.2. Lei de conservação na forma vetorial

Agora a propriedade conservada é descrita por um vetor $\vec{\phi}_{sc}$, o fluxo e o termo fonte de superfície pelos tensores \bar{F} e \bar{Q}_s respectivamente. Já o termo fonte de volume é representado por um vetor \bar{Q}_v , resultando a seguinte equação de conservação:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \vec{\phi}_{sc} d\Omega + \oint_{\Sigma} \bar{F} \cdot d\bar{S} = \int_{\Omega} \bar{Q}_v d\Omega + \oint_{\Sigma} \bar{Q}_s \cdot d\bar{S} \quad (2.10)$$

Aplicando novamente o teorema de Gauss, considerando os fluxos e as fontes de superfície contínuas, têm-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \vec{\phi}_{sc} d\Omega + \oint_{\Sigma} \bar{V} \cdot \bar{F} \cdot d\Omega = \int_{\Omega} \bar{Q}_v d\Omega + \oint_{\Sigma} \bar{V} \cdot \bar{Q}_s \cdot d\Omega \quad (2.11)$$

E, para a forma equivalente diferencial:

$$\frac{\partial \vec{\phi}_{sc}}{\partial t} + \bar{V} \cdot (\bar{F} - \bar{Q}_s) = \bar{Q}_v \quad (2.12)$$

Novamente, as fontes de superfície têm o mesmo efeito que os fluxos. Expressando a componente convectiva do tensor fluxo, chega-se a:

$$\bar{F}_c = \bar{V} \otimes \vec{\phi}_{sc} \quad (2.13)$$

Na equação acima \otimes representa o produto tensorial dos vetores \vec{V} e $\vec{\phi}$ sc. Já a componente difusiva do fluxo assume a seguinte forma:

$$Fd_{ij} = - \rho \psi \frac{\partial \phi_{scj}}{\partial x_i} \quad (2.14)$$

Nesta equação $i, j = 1, 2, 3$ (notação tensorial).

2.1.2. A EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DA MASSA

A lei da conservação da massa é de natureza cinemática, isto é, independe da natureza do fluido ou das forças que atuam sobre ele. Ela expressa a informação empírica de que, em um sistema fluido, a massa não pode desaparecer nem ser criada.

A propriedade considerada agora nas equações de conservação é a densidade ρ . Conforme foi mostrado anteriormente, nenhum fluxo de difusão existe para o transporte de massa, o que significa que a massa somente pode ser transportada através do movimento de convecção.

Não serão consideradas para o desenvolvimento dado a seguir mudança de fase ou introdução de termos fonte originários de reações químicas. Dessa forma, têm-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \, d\Omega + \oint_{\partial \Omega} \rho \vec{V} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2.15)$$

E, para a forma diferencial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.16)$$

Pode-se obter para a equação acima uma expressão equivalente através da utilização da *derivada convectiva ou material*, ou seja:

$$\frac{d}{dt} := \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \quad (2.17)$$

Obtendo-se dessa maneira a seguinte forma para a lei da conservação da massa:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.18)$$

Uma observação importante é que, embora as equações (2.16) e (2.18) sejam equivalentes do ponto de vista matemático, somente a equação (2.16) será utilizada quando uma discretização numérica for realizada. Esta equação corresponde à forma geral da lei de conservação e diz-se estar escrita na **forma divergente ou conservativa**.

A importância da forma dada em (2.16) para uma discretização numérica reside no fato de que, ao contrário da equação (2.18), todos os fluxos que atravessam a fronteira da malha computacional cancelar-se-ão. Dessa forma o método numérico conservará constante a massa total. LAX (1954) demonstrou a importância desta condição para as simulações numéricas.

2.1.3. A LEI DE CONSERVAÇÃO DO MOMENTUM OU EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

O *momentum* ou quantidade de movimento é uma grandeza vetorial, portanto sua lei de conservação terá a forma dada pelas equações (2.10) e (2.12). A fim de determinar os termos que irão fazer parte dessas novas equações, torna-se necessário

estabelecer a influência dos termos fonte na variação da quantidade de movimento. Sabe-se, por intermédio das leis newtonianas, que as fontes responsáveis por tais variações são causadas pelas forças que atuam em determinado sistema físico. Pode-se dividir tais forças em forças de volume externas \vec{f}_e e forças internas \vec{f}_i .

As forças internas dependem da natureza do fluido considerado e podem ser determinadas a partir de informações sobre as propriedades das deformações e tensões internas do fluido.

Assumindo a hipótese de que o fluido é newtoniano, as tensões internas $\vec{\sigma}$ podem ser dadas por:

$$\vec{\sigma} = -p\vec{I} + \vec{\tau} \quad (2.19)$$

onde:

p: pressão;

\vec{I} : tensor unitário;

$\vec{\tau}$: tensor das tensões viscosas.

Obtém-se a equação da conservação de momentum através de :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \vec{V} d\Omega + \oint_{\Sigma} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot d\vec{S}) &= \int_{\Omega} \rho \vec{f}_e d\Omega + \oint_{\Sigma} \vec{\sigma} \cdot d\vec{S} \\ &= \oint_{\Omega} \rho \vec{f}_e d\Omega - \oint_{\Sigma} p d\vec{S} + \oint_{\Sigma} \vec{\tau} \cdot d\vec{S} \end{aligned} \quad (2.20)$$

aplicando o teorema de Gauss, têm-se:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \rho \vec{V} d\Omega + \oint_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \otimes \vec{V}) d\Omega = \int_{\Omega} \rho \vec{f}_e d\Omega + \oint_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} d\Omega \quad (2.21)$$

E, para a forma diferencial da equação do movimento:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \otimes \vec{V} + p\vec{I} - \vec{\tau}) = \rho \vec{f}_e \quad (2.22)$$

Para um fluido viscoso newtoniano obtém-se as equações de Navier-Stokes utilizando uma forma alternativa para a expressão de $\vec{\tau}$, escrita em notação tensorial dada na referência [1]. Chega-se portanto a:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla} p + \mu [\Delta \vec{V} + \frac{1}{3} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{V})] + \rho \vec{f}_e \quad (2.23)$$

Para um fluido ideal sem tensões de cisalhamento internas, ou seja, para um **fluido invíscido** a equação assume a forma da *equação de Euler do movimento*, dada a seguir:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{f}_e \quad (2.24)$$

2.1.4. A EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

Em um fluido a energia total a ser considerada na equação de conservação é a soma de sua energia interna e energia cinética por unidade de massa $\vec{V}^2/2$. A energia total E será dada por:

$$E = e + \vec{V}^2/2 \quad (2.25)$$

Na equação acima o termo e representa a energia interna por unidade de massa.

A primeira lei da termodinâmica estabelece que as fontes de variação da energia total são o trabalho realizado pelas forças atuando no sistema mais o calor transmitido ao sistema. Considerando a forma geral da lei de conservação para a grandeza E têm-se o fluxo de energia convectivo \vec{F}_c :

$$\vec{F}_c = \rho \vec{V} (e + \vec{V}^2 / 2) = \rho \vec{V} E \quad (2.26)$$

Já o fluxo difusivo será dado por:

$$\vec{F}_d = - \gamma \rho \chi \vec{V} e \quad (2.27)$$

Nota-se que não há, por definição, fluxo difusivo associado com o movimento. O coeficiente χ é um coeficiente de difusão térmica e deve ser definido empiricamente, junto com a viscosidade dinâmica μ . O coeficiente γ expressa a relação entre os coeficientes de calor específico a pressão e a volume constantes, ou seja, $\gamma = C_p/C_v$.

A equação (2.27), que expressa a difusão de calor devida à condução térmica molecular em um sistema fluido em repouso, pode ser escrita através da lei de Fourier para condução de calor:

$$\vec{F}_d = - k \vec{V} T \quad (2.28)$$

Nesta equação T é a temperatura absoluta e k é o coeficiente de condutibilidade térmica. Têm-se ainda a seguinte relação:

$$k = \rho C_p \chi = \frac{\mu C_p}{Pr} \quad (2.29)$$

O termo Pr é o número de Prandtl, dado por:

$$Pr = \nu/\chi = \mu C_p/k \quad (2.30)$$

Será dada a seguir a equação da energia na forma conservativa, onde não serão consideradas reações químicas ou efeitos de radiação.

A equação da conservação da energia na forma integral é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E \, d\Omega + \oint_{\Sigma} \rho E \vec{V} \cdot d\vec{S} &= \\ = \oint_{\Sigma} k \vec{\nabla} T \cdot d\vec{S} + \oint_{\Omega} \rho \vec{f}_e \cdot \vec{V} \, d\Omega + \oint_{\Sigma} (\vec{\sigma} \cdot \vec{V}) \cdot d\vec{S} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Após a transformação desses termos em integrais de volume a forma conservativa da equação da energia será dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} E) = \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + \vec{\nabla} \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{V}) + W_f \quad (2.32)$$

Na equação acima W_f é o trabalho das forças de volume externas, dado pela seguinte relação:

$$W_f = \rho \vec{f}_e \cdot \vec{V} \quad (2.33)$$

Após a apresentação das equações básicas que regem a dinâmica dos fluidos, sabe-se que, com exceção dos escoamentos laminares, os quais podem ser resolvidos através das equações de *Navier-Stokes* adicionadas de informações empíricas para a viscosidade e coeficientes de transferência de calor, todas as demais formulações são limitadas por informações a respeito da turbulência, como as tensões de Reynolds comentadas anteriormente. Modelos sobre camada limite fina são válidos caso não existam grandes regiões de separação e, de forma análoga, termos adicionais irão aparecer nas equações de *Navier-Stokes*. Já os modelos de fluidos invíscidos somente são válidos em regiões longe da presença de paredes ou quando a influência da camada limite pode ser desprezada.

Em linhas gerais, a resolução de um escoamento tridimensional incompressível monofásico empregando as **equações de Navier-Stokes** resultará em um sistema acoplado de cinco equações diferenciais parciais não lineares de segunda ordem, no tempo e no espaço, descrevendo conservação de massa e energia. A presença de viscosidade torna o estudo do problema extremamente complexo. Já para a análise de um escoamento tridimensional compressível monofásico empregando as equações de *Navier-Stokes* resultará em um sistema acoplado de seis equações: as cinco equações citadas anteriormente para o caso incompressível (conservação da massa, conservação da quantidade de movimento nas três direções e conservação de energia) e a equação de estado, usada para o fechamento do problema.

Caso o fluido seja irrotacional e isoentrópico pode-se resolver o escoamento via **formulação potencial**. Neste caso a conservação da quantidade de movimento não estará totalmente satisfeita na presença de ondas de choque.

3. MÉTODOS DE DISCRETIZAÇÃO UTILIZADOS EM MECÂNICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

Após a escolha do nível de aproximação para o problema físico a ser resolvido, deve-se determinar o **método de discretização** para a formulação matemática e suas duas componentes (discretização do espaço e das equações), conforme foi mostrado na figura 1. A discretização do espaço consiste basicamente em se dividir o espaço de interesse em um número finito de pontos onde os valores numéricos das variáveis possam ser calculados. De uma maneira intuitiva a precisão da aproximação numérica estará diretamente ligada ao tamanho da malha computacional, isto é, quanto maior o número de pontos melhor será o resultado numérico. Em outras palavras, o erro da simulação numérica tende a zero quando o tamanho das células tende a zero, e esta variação será caracterizada pela ordem de discretização das equações.

Em se tratando de complexas geometrias a solução também dependerá da forma da malha ou grid, uma vez que para estes casos esta tenderá a se aproximar do contorno de determinados detalhes do escoamento, como a presença de corpos ou paredes sólidas, aumentando-se ou não o número de células conforme a necessidade.

A máxima existente quando o tema é tamanho da malha computacional ou concentração de pontos em determinadas regiões de interesse é: **a melhor malha é aquela que possui o menor número de pontos e que fornece bons resultados**, ou seja, uma relação custo/benefício deve estar sempre presente pois uma malha com grande número de células pode trazer bons resultados mas utilizar tempos computacionais excessivamente grandes, inviabilizando seu emprego.

Uma vez definida a malha, as equações podem ser discretizadas, proporcionando a transformação das equações diferenciais ou integrais em equações algébricas envolvendo operações com as variáveis de interesse nos pontos da malha computacional. Esta é a base de todos os métodos numéricos: **transformar as equações do problema físico em um sistema de equações algébricas, lineares ou não.**

Para problemas com dependência no tempo um passo intermediário é obtido, chamado de sistema de *equações diferenciais ordinárias (EDOs) no tempo*, onde a integração das equações levará à resolução das variáveis em um determinado nível de tempo previamente estabelecido.

Torna-se importante neste momento fazer a distinção entre formulação dependente e formulação independente do tempo. A primeira destas formulações destina-se ao estudo de problemas associados a escoamentos de caráter transiente, ou àqueles relacionados a condições de contorno que variam em relação ao tempo. Já na segunda classe de formulação encontram-se os problemas estacionários ou com condições de contorno e características de escoamento não variantes com o tempo. Para este caso existe a alternativa de se utilizar a formulação independente do tempo, ou aplicar um modelo de formulação dependente acompanhando-se a solução numérica (no tempo) até ser atingido o regime permanente. Esta última classe de métodos é freqüentemente chamada de **marcha no tempo** ou **falso transiente** uma vez que não é exigida uma grande precisão no tempo a fim de se alcançar o regime permanente no menor número possível de iterações no tempo. Neste caso a solução do problema virá da utilização de sistemas de equações tipo EDOs no tempo, enquanto no caso de problemas de formulação transiente deverão ser utilizadas técnicas de solução de sistemas de equações algébricas no espaço.

Embora a discretização do tempo leve a um sistema de equações algébricas com determinado grupo de variáveis que em um determinado instante são função das

variáveis da iteração anterior, a estrutura desse sistema é bem mais simples daquele obtido através da formulação independente. Pode-se distinguir neste momento duas famílias de métodos: o **método explícito** e o **método implícito**.

No **método explícito** a matriz que contém as incógnitas do novo instante é uma matriz diagonal, enquanto que o lado direito do sistema depende somente das variáveis do escoamento do instante anterior. Conseqüentemente pode-se inverter a matriz rapidamente e obtém-se a solução com um número mínimo de operações algébricas em cada instante de tempo. Entretanto problemas de estabilidade e convergência impõem limites neste procedimento, ainda que isto não represente um grande obstáculo para a resolução de problemas transitórios. Neste caso um grande número de iterações será necessário para atingir-se a condição de regime permanente e posterior utilização da formulação independente do tempo.

No **método implícito** a matriz a ser invertida não é diagonal, uma vez que mais de um grupo de variáveis é desconhecido no mesmo instante de tempo. Ocasionalmente a estrutura da matriz poderá ser mais simples, porém com número de operações requerido para resolvê-la superior ao exigido para o método explícito. Contudo muitos métodos implícitos não possuem, especialmente para problemas lineares, limitação de intervalos de tempo e poucas iterações serão necessárias para se alcançar o regime permanente.

Existem dois tipos de métodos para a resolução de sistemas de equações algébricas para a formulação independente do tempo: **métodos diretos** e **métodos iterativos**. O **método direto** resume-se a resolver o sistema linear em um único step, enquanto o **método iterativo** irá requerer muitos steps. Quando o problema de interesse for de natureza não linear o enfoque deverá ser iterativo. Em relação a este último método, técnicas de aceleração de convergência têm sido desenvolvidas para melhorar a solução

numérica. São os métodos multigrid ou pré-condicionadores. A tabela 2 ilustra o que foi discutido até aqui em relação à estrutura dos métodos numéricos.

As técnicas de resolução dos sistemas de equações algébricas podem ser fortemente influenciadas pelo tipo de discretização escolhida bem como pelas características das propriedades físicas do sistema fluido em consideração. Exemplo disso ocorre nas discretizações dos sistemas gerados pela formulação Euleriana.

Em resumo, os seguintes passos devem ser seguidos dentro das técnicas de discretização para o processo de resolução numérica de problemas de CFD:

- 1) **Escolha** do método de discretização das equações. Isto implica selecionar um dos métodos existentes: Método das Diferenças Finitas (MDF), Método dos Elementos Finitos (MEF) ou Método dos Volumes Finitos (MVF). Determinar o nível de precisão espacial e eventualmente discretização do tempo.
- 2) **Escolha** do método de resolução para o sistema de equações diferenciais ordinárias no tempo, para o sistema de equações algébricas e para o tratamento iterativo de eventuais não linearidades.
- 3) **Análise** do algoritmo numérico escolhido. A análise refere-se às vantagens do algoritmo no tocante a estabilidade e convergência bem como a investigação dos erros encontrados.

Os vários métodos de discretização e as técnicas de resolução associadas não são necessariamente equivalentes, tanto em precisão como em características de performance. Dessa maneira um conhecimento prévio dos parâmetros convergência, precisão e estabilidade é necessário para que se possa escolher um método numérico que melhor se adapte ao estudo do escoamento em questão. A figura 3 mostra de forma esquemática a estrutura da simulação numérica.

Problema Físico	Modelo Matemático	Método Numérico	Técnica de Solução	Limitações
Dependência no tempo	Equações de dependência no tempo	<ul style="list-style-type: none"> • Discretização do tempo e do espaço • Exigência de precisão no tempo 	<ul style="list-style-type: none"> • EDOs no tempo • Técnicas Explícita e Implícita quando é exigida precisão no tempo 	<ul style="list-style-type: none"> • Δt e Δx para as EDOs • Δt limitado pela precisão para as Técnicas Explícita e Implícita
Independência no tempo	Equações de regime permanente	Discretização das equações no espaço	Resolução do sistema de equações algébricas:	<ul style="list-style-type: none"> • Critério de dominância diagonal • Taxas de convergência • Técnicas de aceleração
	• Lineares		• Método Direto	
	• Não Lineares	Procedimento de linearização	Solução Iterativa das não - linearidades	Taxas de aceleração de convergência
	Formulação de Falso Transiente	Integração do tempo até alcançar o regime permanente	Sistemas de EDOs:	<ul style="list-style-type: none"> • Limitações de Δt • Geralmente não há limitações de Δt
Equações com dependência no tempo	Não há exigência de precisão no tempo	<ul style="list-style-type: none"> • Explícitos • Implícitos 		

Tabela 2. A estrutura dos métodos numéricos segundo HIRSCH ¹

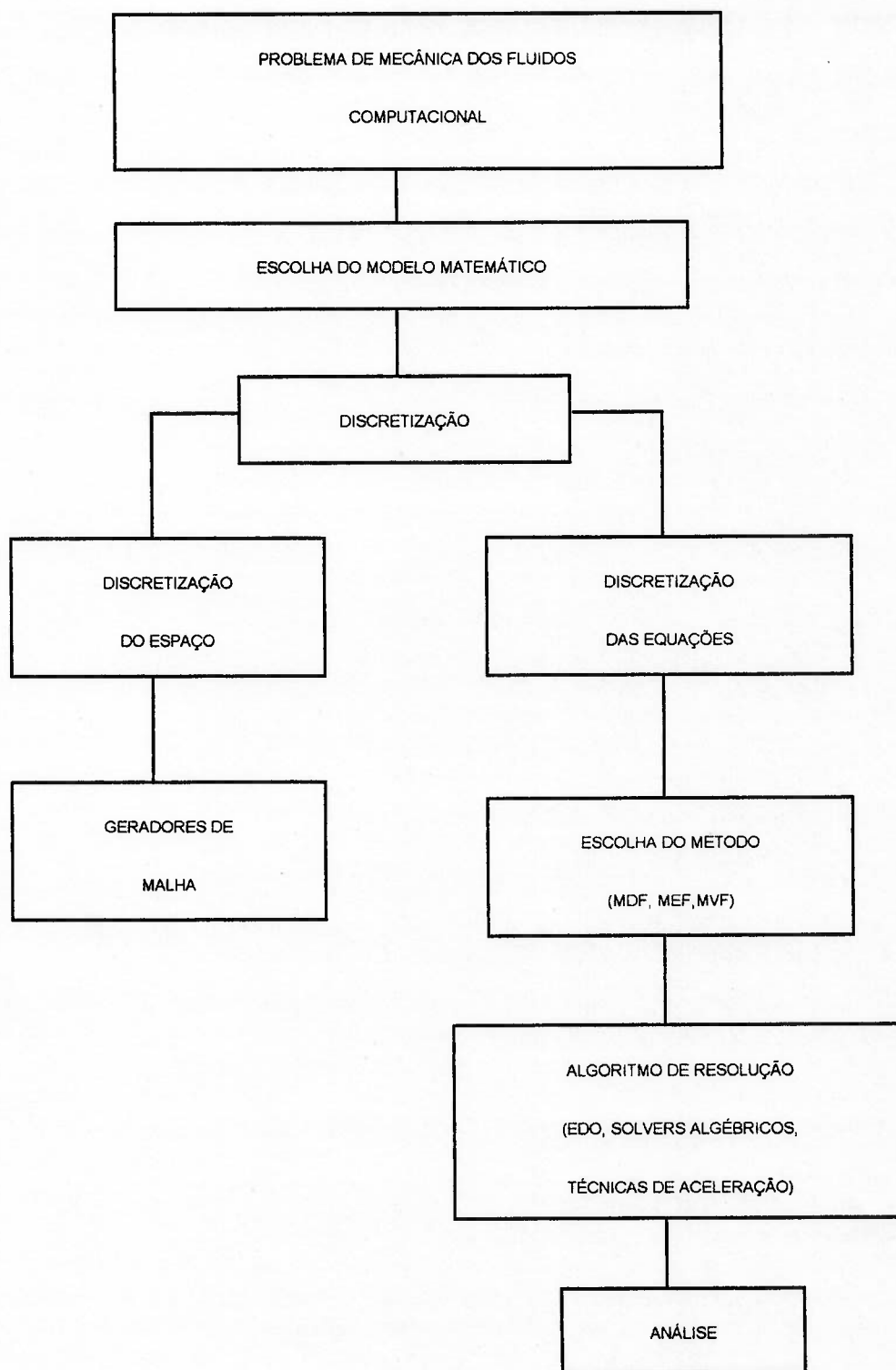


Fig. 3. Estrutura de uma simulação numérica segundo HIRSCH ¹

Conforme a tabela 1 mostrada anteriormente, as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia para os níveis 2 e 3 são respectivamente, para o sistema cartesiano de coordenadas ($i, j = 1, 2, 3$):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) + S \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho T) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j T) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\frac{k}{C_p} \frac{\partial T}{\partial x_j}) + S^T \quad (3.3)$$

As equações acima podem ser escritas para um campo escalar geral ϕ , onde ϕ pode representar a massa específica, quantidade de movimento, concentração de massa, energia ou qualquer outra propriedade conservada. Têm-se, portanto:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j}) + S^\phi \quad (3.4)$$

Nestas equações utilizou-se a hipótese de que C_p (calor específico a pressão constante), k (condutibilidade térmica) e μ (viscosidade dinâmica) são termos constantes.

Pode-se manipular a equação (3.4) obtendo-se as diversas equações de conservação. Para escrever a equação da conservação da massa basta igualar a zero o termo S^ϕ e fazer $\phi = 1$. Já as equações do movimento nas três direções coordenadas são obtidas fazendo-se ϕ igual a u , v e w (componentes da velocidade nas direções x , y e z respectivamente) com o apropriado termo fonte que neste caso inclui o gradiente de

pressão. A equação de conservação de energia é obtida fazendo-se $\phi = T$, também incluindo neste caso o termo fonte apropriado.

O termo $\rho\Gamma^\phi$ representa o produto da massa específica pela difusividade da propriedade transportada em consideração. Para as equações de *Navier-Stokes* o termo Γ^ϕ é igual a μ e para a equação de conservação da energia este termo torna-se igual a k/C_p . A tabela 3 mostra os valores de S^ϕ para as diversas variáveis no caso de um escoamento bidimensional.

A conservação de outras propriedades pode ainda ser representada pela equação (3.4), como por exemplo a conservação da energia cinética turbulenta K e a dissipação da energia cinética turbulenta (ϵ), gerando outras duas equações diferenciais que se acrescentam ao sistema quando por exemplo o modelo de turbulência (K - ϵ) é utilizado para modelar problemas de escoamentos turbulentos.

A equação de estado $\rho = \rho(P,T)$, equação (3.5), é utilizada para o fechamento do sistema de equações e no caso de um problema tridimensional compressível obter-se-ão seis equações (continuidade, *Navier-Stokes* nas três direções, energia e estado) para seis incógnitas (ρ , u , v , w , P e T). Já o problema incompressível será tratado no capítulo 5.

Em se tratando do problema numérico, torna-se importante conhecer as características das equações para estimar o tempo computacional e armazenamento das variáveis. Dessa maneira pode-se optar ou não pela resolução de escoamentos pelo processo de **marcha** descrito anteriormente, dependendo das vantagens computacionais que esta escolha irá proporcionar. Torna-se importante neste momento apresentar a classificação dos problemas de Mecânica dos Fluidos Computacional quanto à compatibilização do conceito

físico com o conceito matemático e numérico. Os problemas serão divididos em 3 tipos: problemas **elípticos, parabólicos e hiperbólicos**.

A classificação dos problemas segundo MALISKA ² é essencialmente matemática e consiste basicamente em identificar o tipo de equação que governa o fenômeno utilizando uma relação entre os coeficientes da equação diferencial parcial. Porém, como os problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor são resolvidos através de sistemas de equações, a classificação é sempre mista. Assim a melhor maneira seria não classificar o sistema de equações como um todo mas sim observar as características de cada equação em uma dada direção coordenada.

Equação de Conservação	ϕ	Γ	S^ϕ
Massa	1	0	0
Conservação do Momentum na direção x	u	μ	$-\partial P/\partial x + 1/3\mu[\partial/\partial x(\partial u/\partial x + \partial v/\partial y)]$
Conservação do Momentum na direção y	v	μ	$-\partial P/\partial y + 1/3\mu[\partial/\partial y(\partial u/\partial x + \partial v/\partial y)]$
Energia	T	k/Cp	$1/Cp[(\partial P/\partial t + \partial/\partial x(uP) + \partial/\partial y(vP) - P\partial u/\partial x - P\partial v/\partial y)]$

Tabela 3. Valores de ϕ , Γ e S^ϕ para as diversas equações de conservação para o caso de um escoamento bidimensional segundo MALISKA ²

De uma forma geral pode-se dizer que os problemas **parabólicos** e **hiperbólicos** permitem o procedimento de marcha, enquanto que os problemas **elípticos** não o permitem. Dentre os problemas de natureza parabólica e hiperbólica identificam-se dois tipos de procedimentos de marcha: nos problemas parabólicos a marcha se dá ao longo de uma coordenada enquanto que nos problemas hiperbólicos a marcha ocorre ao longo das características do problema. Assim, o que difere basicamente um problema parabólico e hiperbólico de um problema elíptico é que no primeiro grupo está associada a necessidade de condições de contorno a montante, enquanto que nos problemas elípticos deve-se conhecer as condições de contorno a montante e a jusante.

Tomando-se como exemplo as equações de *Navier-Stokes* para escoamentos compressíveis observa-se a formação de um sistema de equações denominado misto hiperbólico/parabólico se os termos transientes são mantidos e misto elíptico/hiperbólico caso estes termos sejam desprezados. Portanto a equação do movimento para escoamento viscoso e transiente é um problema cuja solução marchará no tempo, resolvendo-se problemas elípticos no espaço (sem marcha no espaço) para cada intervalo de tempo.

Observa-se ainda que os efeitos de pressão são efeitos elípticos os quais requerem condições de contorno em ambos os sentidos da coordenada em consideração. Estes efeitos viajam no sentido contrário ao da velocidade, dando assim um caráter elíptico ao escoamento. Caso o número de Mach do escoamento seja menor que a unidade os efeitos de pressão viajam no sentido contrário do escoamento até o infinito (caso elíptico), enquanto que escoamentos com Mach maior que a unidade a informação viaja até uma posição onde localizar-se-á a onda de choque (caso parabólico).

A figura 4 conforme MALISKA ² mostra o domínio da influência de um ponto P sobre o escoamento nos casos elípticos, parabólicos e hiperbólicos. No caso **elíptico** uma perturbação no ponto P irá influenciar o domínio a montante e a jusante de P,

apenas a montante no caso **parabólico** e apenas a jusante de P em uma determinada região (não conhecida) no caso **hiperbólico**. Conforme foi dito anteriormente, o primeiro caso não admite o procedimento de resolução em marcha enquanto que os outros dois casos o permitem.

Existem casos em que do ponto de vista estritamente matemático ocorrem fenômenos hiperbólicos e parabólicos em um mesmo escoamento (por exemplo um escoamento supersônico sobre uma placa plana). Contudo, o importante a ser considerado é que do ponto de vista numérico os dois fenômenos são problemas com procedimento de resolução em marcha, possuindo dessa forma uma importante característica em comum.

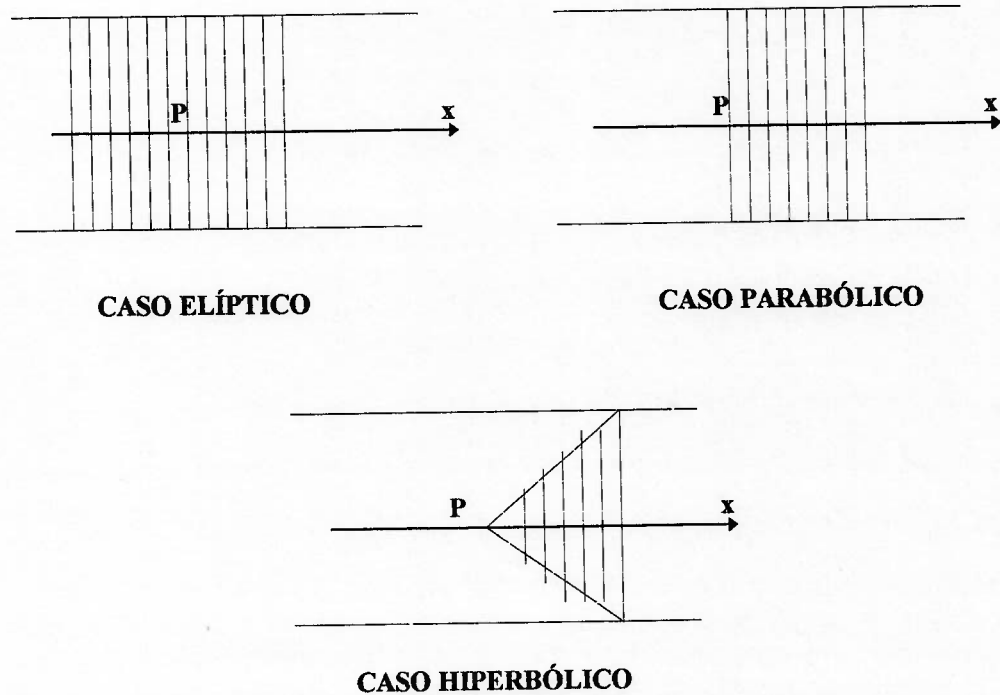


Fig. 4. Influência de um ponto qualquer P do escoamento no caso elíptico, parabólico e hiperbólico, ao longo de uma dada coordenada

O próximo passo visando a resolução do escoamento via Mecânica dos Fluidos Computacional é a obtenção das equações aproximadas e a discretização do domínio de interesse. Independente do tipo de discretização existem várias maneiras de aproximar a equação que se deseja resolver.

A figura 5 mostra o domínio computacional D da solução e o ponto P onde se deseja calcular a variável de interesse ϕ . Apenas por simplicidade foi considerada uma discretização estruturada.

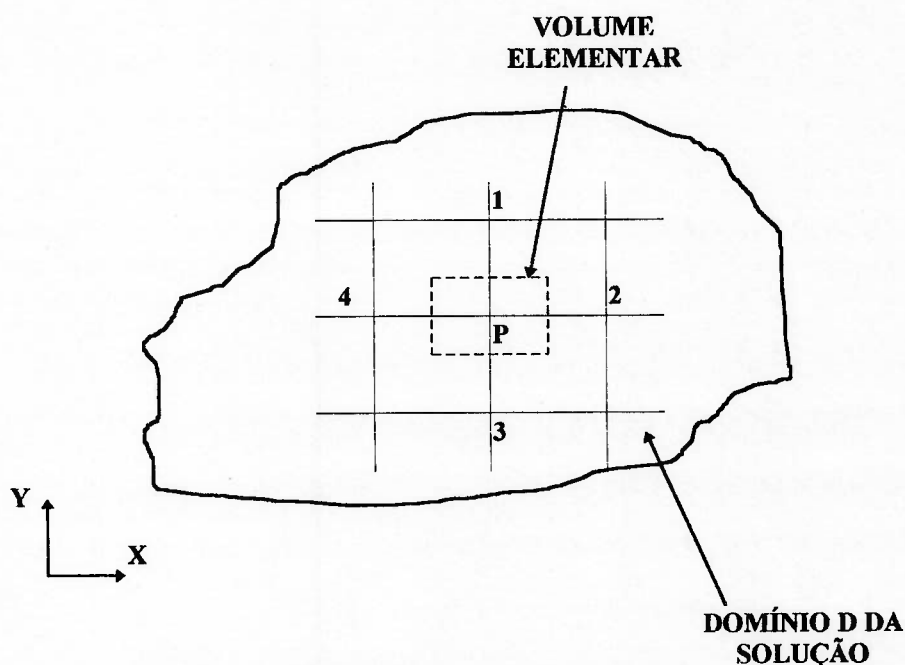


Fig. 5. Domínio computacional D e um volume elementar qualquer onde serão calculadas as variáveis dependentes

Ao longo do domínio D mostrado na figura acima, a equação da continuidade para uma variável conservada qualquer ϕ será dada por:

$$L(\phi) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla \cdot (\rho \vec{V}\phi - \Gamma \nabla\phi) - S^\phi \quad (3.6)$$

O objetivo dos métodos de discretização é estimar os valores de ϕ em cada nó dentro do domínio D da solução. A equação em cada nó será uma aproximação algébrica da equação (3.6) envolvendo valores das funções nos pontos vizinhos, cujo número de pontos depende do tipo de discretização e método empregado.

Para o caso mostrado na figura 5, a equação algébrica para o ponto P tem a seguinte forma:

$$A_P\phi_P = A_1\phi_1 + A_2\phi_2 + A_3\phi_3 + A_4\phi_4 + B_P \quad (3.7)$$

Equações similares a equação (3.7) são formadas para cada nó, formando um sistema de equações a ser resolvido. Estas equações geralmente são não lineares uma vez que os coeficientes $A_1, A_2, \dots, A_4, B_P$ dependem de ρ, V, Γ e termos em S^ϕ . Como em geral os coeficientes A_i dependem da própria função incógnita ϕ , o sistema de equações deve ser resolvido diversas vezes atualizando-se os coeficientes. A solução deste sistema de equações não lineares é obtida através da resolução de um conjunto de equações lineares, cada uma com um conjunto de coeficientes que irão convergir para a solução não linear. A questão central dos códigos de *CFD* é justamente encontrar a melhor maneira de estimar estes coeficientes.

Muitos métodos de discretização atualmente em uso podem ser obtidos do método dos resíduos ponderados aplicados a determinados subdomínios em D como mostrado na figura 5. Para fins desta discussão, a equação para ϕ será considerada constante e de formulação bidimensional. A fim de encontrar a equação para ϕ_P , uma distribuição de ϕ será prescrita dentro do subdomínio de interesse. Assim, seja $\tilde{\phi}$ a aproximação do valor exato de ϕ_P . Introduzindo $\tilde{\phi}$ no operador $L(\phi)$ da equação (3.6) o resultado não será mais zero, mas sim igual a um resíduo R. Têm - se, portanto:

$$L(\tilde{\phi}) = R \quad (3.8)$$

Para determinar o melhor valor de $\tilde{\phi}$, o resíduo R deverá ser forçado a zero no domínio D , ponderado com uma função w (função peso), ou seja:

$$\int_D w.R.dV = 0 \quad (3.9)$$

A característica principal que distingue os diversos métodos numéricos é a escolha da função peso w . No Método das Diferenças Finitas (MDF) a função peso w é igual à função delta centrada no ponto P , ou seja, o resíduo é forçado a zero no ponto P . No método clássico de *Galerkin* (utilizado no Método dos Elementos Finitos) a função peso w é igual às funções tentativas e com a ajuda do método dos mínimos quadrados minimiza-se o resíduo R no ponto P . Já no Método dos Volumes Finitos (MVF) a função peso w é igual a 1 no volume elementar da figura 5 (o erro é levado a zero nesta célula) e zero no restante do domínio de integração D (o erro é forçado a zero nas demais células).

A seguir são apresentados os conceitos básicos de três diferentes métodos de discretização: Método das Diferenças Finitas (MDF), Método dos Elementos Finitos (MEF) e Método dos Volumes Finitos (MVF), este último descrito com maior detalhes por ser o método de resolução adotado no desenvolvimento deste trabalho.

3.1. MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS (MDF)

Fundamentalmente, o método das diferenças finitas é baseado nas propriedades das expansões da série de *Taylor* e na aplicação do conceito de derivada. Dentre os três métodos de discretização a serem apresentados, talvez seja o método mais

simples de ser aplicado, principalmente em malhas uniformes, requerendo por sua vez uma alta regularidade na elaboração das mesmas. Em particular, a malha deve ser colocada de uma forma estruturada, onde os nós situar-se-ão nas intersecções das linhas que compõem a malha.

A utilização do MDF é a forma mais antiga de se obter soluções numéricas de equações diferenciais, tendo como primeira aplicação a ser considerada aquela desenvolvida por EULER em 1768. A idéia das diferenças finitas é bastante simples, e corresponde ao cálculo da derivada da razão de duas diferenças de acordo com a própria definição de derivada.

Para uma função $u(x)$, a derivada no ponto x é definida por:

$$u_x \equiv \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x} \quad (3.10)$$

Caso Δx seja pequeno porém finito, a expressão do lado direito da equação é uma aproximação para o valor exato de u_x . Esta aproximação melhora na medida que ocorre uma redução do valor de Δx , porém sempre haverá um erro (erro de truncamento) que irá para zero quando Δx tender a zero.

Desenvolvendo $u(x + \Delta x)$ através das expansões de Taylor chega-se a :

$$u(x + \Delta x) = u(x) + \Delta x \cdot u_x(x) + \frac{\Delta x^2}{2} u_{xx}(x) + \dots \quad (3.11)$$

E, para ordens superiores em Δx , tem-se:

$$\frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x} = u_x(x) + \frac{\Delta x}{2} u_{xx}(x) + \dots \quad (3.12)$$

Esta aproximação para $u_x(x)$ é conhecida como *aproximação de primeira ordem em Δx* , e pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x} = u_x(x) + o(\Delta x) \quad (3.13)$$

Dessa forma o erro de truncamento $o(\Delta x)$ irá para zero na primeira potência em Δx .

Considera-se agora um espaço unidimensional onde uma discretização foi realizada de tal forma que o *continuum* é dividido em N pontos discretos x_i , $i = 1, \dots, N$ conforme mostrado na figura 6. Os valores da função $u(x)$ nos pontos x_i serão chamados de u_i , isto é, $u_i = u(x_i)$, e a distância entre os pontos discretos será constante e igual a Δx . Pode-se considerar ainda que $x_i = i \cdot \Delta x$.

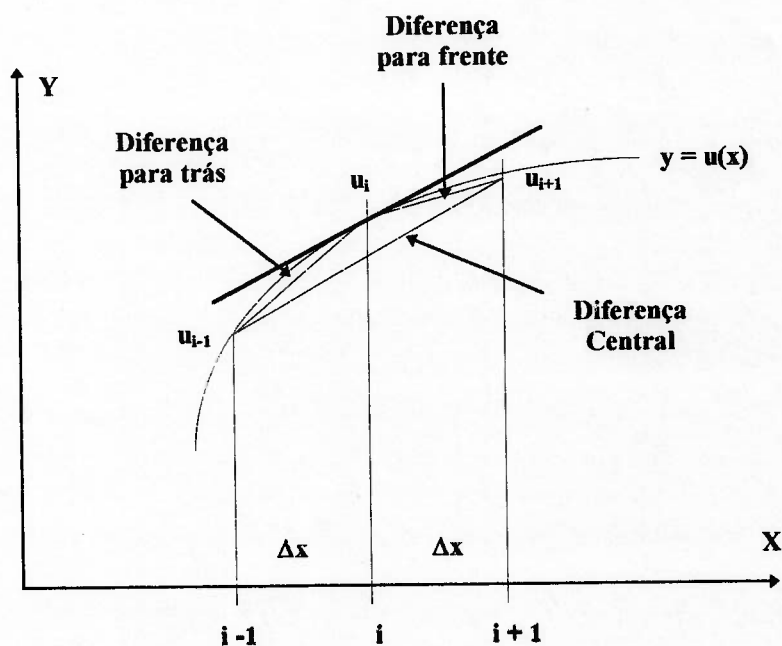


Fig. 6. Interpretação geométrica das fórmulas de diferenças para derivadas de primeira ordem

Define-se dessa forma as diferenças finitas para derivadas de primeira ordem

$$(u_x)_i \equiv (\partial u / \partial x)_{x=x_i}:$$

$$(u_x)_i \equiv \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=x_i} = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} + 0(\Delta x) \quad (3.14)$$

$$(u_x)_i \equiv \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x} + 0(\Delta x) \quad (3.15)$$

Em relação ao ponto $x = x_i$ a fórmula (3.14) é chamada de *diferenças para frente*, enquanto a fórmula (3.15) é chamada de *diferenças para trás*, ambas consideradas aproximações de primeira ordem para $(u_x)_i$. Para as chamadas *diferenças centrais*, uma aproximação de segunda ordem é realizada, chegando-se a:

$$(u_x)_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2 \Delta x} + 0(\Delta x^2) \quad (3.16)$$

Para verificar este resultado deve-se aplicar duas vezes a expansão da série de *Taylor* de u_{i+1} ao redor do ponto x_i .

Um aspecto importante a ser ressaltado em relação às fórmulas de diferenças finitas é que a fórmula de *diferenças para frente* para $(u_x)_i$ é considerada como *diferença central* em relação ao ponto $x_{i+1/2} = (x_i + x_{i+1})/2$, conduzindo a uma aproximação de segunda ordem para a derivada $(u_x)_{i+1/2}$ neste ponto. Isto significa que a mesma fórmula (3.14) pode ser usada como uma aproximação de primeira ordem como *diferenças para frente* para $(u_x)_i$ ou como uma aproximação de segunda ordem como *diferença central* para $(u_x)_{i+1/2}$ porém envolvendo os mesmos pontos da malha i e $(i + 1)$. Têm-se ainda que:

$$(u_x)_{i+1/2} \equiv \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1/2} = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} + 0(\Delta x^2) \quad (3.17)$$

E de forma análoga para $(i - 1/2)$:

$$(u_x)_{i-1/2} = \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x} + 0(\Delta x^2) \quad (3.18)$$

Comparando as fórmulas (3.14) e (3.15) para $(u_x)_i$ observa-se que houve um ganho de uma ordem de precisão considerando as mesmas expressões para as aproximações para os pontos intermediários $(i + 1/2)$ ou $(i - 1/2)$, respectivamente.

Do ponto de vista de resolução de problemas de *CFD*, serão mostradas as fórmulas de diferenças finitas para malhas cartesianas não uniformes. O conceito de transformação do plano físico para o plano computacional, válido para qualquer método de discretização, também é apresentado.

No desenvolvimento de modelos numéricos generalizados o uso de sistemas coordenados ortogonais conhecidos, como o cartesiano, cilíndrico e esférico apresentam grandes limitações pois são adequados apenas a geometrias cujas fronteiras coincidam com o sistema coordenado. Nada impede, porém, que uma discretização como aquela mostrada na figura 7 seja adotada, entretanto interpolações devem ser feitas na fronteira para que as condições de contorno possam ser aplicadas, comprometendo a qualidade da solução devido principalmente à falta de precisão.

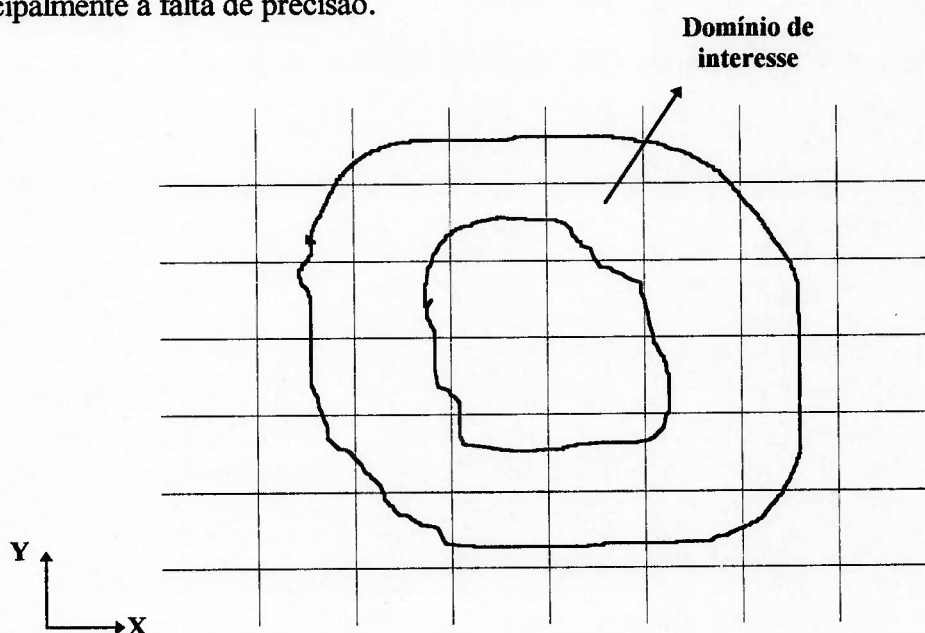


Fig. 7. Discretização Cartesiana (não recomendada neste caso)

Dessa forma, para que a discretização das equações possa ser realizada transforma-se o plano físico (x,y,z) em um plano cartesiano computacional (ξ, η, ζ) onde as fórmulas mostradas anteriormente podem ser aplicadas. As relações entre os dois espaços são definidas através de fórmulas de transformação de coordenadas tal como $\xi = \xi(x,y,z)$ e fórmulas similares para η e ζ , considerando um mapeamento entre os dois planos, conforme mostrado na figura 8.

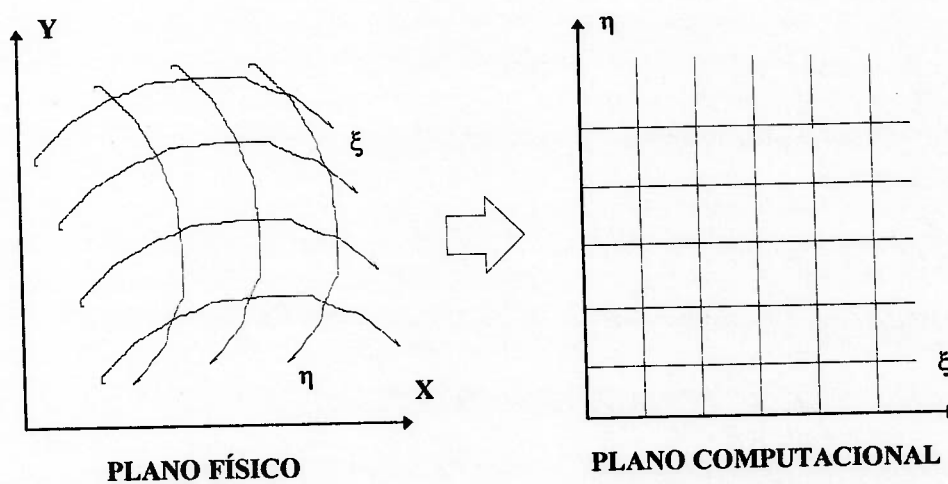


Fig. 8. Transformação do plano físico no plano computacional

Estas equações transformadas conterão coeficientes métricos os quais também deverão ser discretizados.

A única restrição ao Método das Diferenças Finitas aplicado a geometrias arbitrárias é que todos os pontos da malha devem estar posicionados em famílias de curvas

que não se interceptam. Por exemplo, na figura 8 as linhas ξ não devem interceptar-se entre si, pois dessa maneira existiriam dois valores diferentes para o mesmo ponto.

Para uma distribuição arbitrária de pontos em um espaço unidimensional são fornecidas as seguintes fórmulas para as derivadas de primeira ordem, segundo a figura 9 conforme referência [2]:

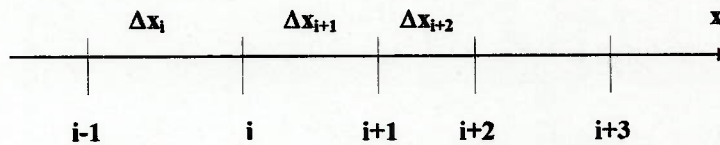


Fig. 9. Distribuição de pontos em uma malha arbitrária unidimensional

Diferenças para frente:

$$(u_x)_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x_{i+1}} - \frac{\Delta x_{i+1}}{2} u_{xx} \quad (3.19)$$

Diferenças para trás:

$$(u_x)_i = \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x_i} - \frac{\Delta x_i}{2} u_{xx} \quad (3.20)$$

onde: $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ (3.21)

Diferença Central:

$$(u_x)_i = \frac{1}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \left[\frac{\Delta x_i}{\Delta x_{i+1}} (u_{i+1} - u_i) - \frac{\Delta x_{i+1}}{\Delta x_i} (u_i - u_{i-1}) \right] - \frac{\Delta x_i \Delta x_{i+1}}{6} u_{xx} \quad (3.22)$$

3.2. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

Especialmente entre as décadas de 40 e 60 desenvolveu-se o Método dos Elementos Finitos, cujas origens podem ser encontradas no campo da análise estrutural, em particular no cálculo de tensões. O desenvolvimento da técnica de dividir uma estrutura em subestruturas menores de formas diferentes utilizando “elementos” foi iniciada por TURNER em 1956, em um estudo no qual apresentava as propriedades de um elemento triangular para problemas de estado plano de tensões. Posteriormente, em 1960, CLOUGH utilizou pela primeira vez o termo *elementos finitos*.

Após a consagração do método na resolução de problemas mecânicos-estruturais lineares ou não, ZIENKIEWICZ e CHEUNG em 1965 começaram a empregá-lo na análise de problemas de meio contínuo. A partir daí o método dos elementos finitos passou a ser um método de aproximação para a obtenção da solução numérica de problemas físicos descritos por equações de campo em meios contínuos, utilizando em muitos casos os conceitos do método das diferenças finitas.

Atualmente o método dos elementos finitos possui condições matemáticas precisas para a sua utilização, como critérios de convergência e funções de erro, consolidando dessa forma seu emprego como ferramenta na resolução de problemas de engenharia.

A discretização do espaço através do método dos elementos finitos é feita através da subdivisão do domínio em elementos de forma e tamanho arbitrários. Uma vez que qualquer estrutura poligonal pode ser dividida em figuras triangulares ou quadrangulares, divide-se o *continuum* utilizando essas duas figuras básicas tomando-se o

cuidado de não sobrepor os elementos entre si e não deixar de cobrir todo o domínio computacional.

A figura 10 mostra um esquema da subdivisão de um domínio computacional através de elementos finitos. Dentro de cada elemento um certo número de pontos é definido, os quais podem estar posicionados ao longo das linhas que definem o elemento ou no interior do mesmo. Os nós serão os pontos onde o valor numérico das funções e eventualmente suas derivadas deverão ser calculados. O número total de incógnitas, valores de funções e suas derivadas serão chamados de graus de liberdade do problema numérico, ou **valores nodais**.

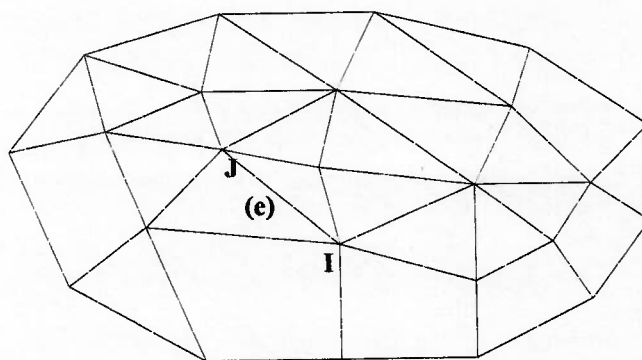


Fig. 10. Subdivisão de um domínio computacional utilizando elementos finitos

Neste método as variáveis são aproximadas por combinações lineares de funções bases conhecidas (também chamadas de funções de forma, interpolação ou tentativa). Caso \tilde{u} seja o valor aproximado de $u(\bar{x})$, pode-se escrever então expansões de séries da seguinte forma:

$$\tilde{u}(\bar{x}) = \sum_I u_I N_I(\bar{x}) \quad (3.23)$$

(onde a somatória estende-se por todos os nós I)

Dessa forma uma função de interpolação é colocada em cada valor nodal ou grau de liberdade. Estas funções $N_I(\bar{x})$ podem ser gerais, variando os graus de continuidade nas fronteiras dos elementos.

As funções de interpolação podem ser funções trigonométricas como as séries de Fourier, onde as funções $N_I(\bar{x})$ são definidas como *polinômios ortogonais de Legendre e Chebyshev* ou tipos similares. Outra alternativa é a utilização de funções *spline* onde os coeficientes u_I são obtidos através de expansões de séries das funções base.

No Método dos Elementos Finitos clássico as funções de interpolação são *polinômios localmente definidos* dentro de cada elemento, sendo iguais a zero fora dele. Assim, os coeficientes u_I da expansão serão os valores nodais desconhecidos das variáveis dependentes u . Como consequência disso as funções de interpolação local deverão satisfazer as seguintes condições em cada elemento (e) , sendo I um nó de (e) , conforme figura 10:

$$N_I^{(e)}(\bar{x}) = 0 \quad (3.24)$$

(caso \bar{x} não esteja no elemento (e))

e uma vez que u_I são os valores das incógnitas no nó I :

$$\tilde{u}(x_I) = u_I \quad (3.25)$$

e para um ponto qualquer \bar{x}_j :

$$N_I^{(e)}(\bar{x}_j) = \delta_{ij} \quad (3.26)$$

Na equação acima δ_{ij} é o *delta de kronecker*, valendo 1 caso $i = j$ ou 0 se $i \neq j$.

Tem-se ainda a seguinte condição devido ao fato de se requerer $u(\bar{x}) = \text{constante}$:

$$\sum_I N_I^{(e)}(\bar{x}) = 1 \quad \text{para qualquer } \bar{x} \in (e) \quad (3.27)$$

Finalmente obtém-se a função N_I através das contribuições $N_I^{(e)}$ de todos os elementos que possuem o nó I.

O ponto mais importante do Método dos Elementos Finitos no tocante à discretização das equações é a *formulação integral* do problema físico equivalente às equações de campo a serem resolvidas. Existem duas possibilidades para o tratamento deste problema: obtém-se a formulação integral via *princípio variacional* ou através da *formulação fraca*, também chamada de *método dos resíduos ponderados*.

Embora muitos problemas físicos possam ser modelados através do princípio variacional (por exemplo, escoamento potencial), as equações de *Navier-Stokes* não podem ser resolvidas através deste método, uma vez que as derivadas das variáveis do escoamento que não são contínuas não estão definidas neste caso. Dessa forma a formulação fraca ou método dos resíduos ponderados torna-se a técnica mais geral para a obtenção da formulação integral.

As equações (3.24) - (3.27) definem as propriedades das funções polinomiais de interpolação usadas nas aproximações de elementos finitos. Geralmente duas famílias de elementos são consideradas, de acordo com a sua relação entre os elementos e os valores nodais. Caso os valores nodais sejam definidos pelos valores das funções desconhecidas, então a continuidade entre os elementos da fronteira é suficiente para os sistemas descritos por não mais que duas equações diferenciais parciais. Esta é a formulação *Lagrangiana*.

Se por outro lado as derivadas parciais de primeira ordem das funções desconhecidas sejam consideradas, passa-se para a formulação dos *elementos Hermitianos*. Quando as condições de continuidade são satisfeitas ao longo de todo o elemento da fronteira, este elemento é chamado de *elemento conforme*. Esta condição na maior parte das

vezes não é obedecida, resultando em elementos com condição de continuidade satisfeita em um número limitado de pontos. São os chamados *elementos não conformes*.

3.3. MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS (MVF)

Os primeiros estudos de Mecânica dos Fluidos Computacional utilizando o Método dos Volumes Finitos foram realizados nos Estados Unidos (Los Alamos National Lab) e Inglaterra (Imperial College) nas décadas de 60 e 70. PATANKAR e SPALDING destacaram-se no desenvolvimento deste método.

McDONALD (1971), McCORMACK e PAULLAY (1972) utilizaram o Método dos Volumes Finitos para a obtenção da solução bidimensional das equações de *Euler* com dependência no tempo, sendo estendida sua aplicação por RIZZI e INOUE (1973) para escoamentos tridimensionais.

Neste método obtém-se a formulação integral das leis de conservação através de discretizações feitas de forma direta no espaço físico de interesse. Entretanto, há quem considere que o Método dos Volumes Finitos seja igual ao Método das Diferenças Finitas aplicado à forma conservativa das equações diferenciais, escritas em coordenadas arbitrárias, ou ainda como uma variante da formulação fraca do Método dos Elementos Finitos citada anteriormente.

Este método possui grande flexibilidade em relação aos demais métodos já citados, seja pela possibilidade de modificação da forma e localização dos volumes de controle associados com um ponto da malha ou pela variação das definições dos fluxos através das superfícies de controle. Em última análise a obtenção das equações discretas no

método dos volumes finitos nada mais são do que balanços de conservação sobre os volumes elementares. Dessa maneira, independentemente do tamanho do volume elementar os princípios de conservação são absolutamente respeitados.

O primeiro passo para a obtenção da conservação a nível de volumes elementares é escrever as equações aproximadas partindo da forma integral das equações de conservação ou integrar a forma diferencial sobre o volume elementar. Assim as condições de contorno são incorporadas ao sistema de equações a ser resolvido resultando em esquemas numéricos conservativos também na fronteira.

Por simplicidade será considerado agora um sistema cartesiano bidimensional para aplicar o procedimento de conservação. A figura 11 apresenta a nomenclatura do volume sobre o qual os balanços de conservação serão realizados, sendo que a variável ϕ será armazenada nos volumes representados por letras maiúsculas enquanto que as letras minúsculas representam as faces destes volumes.

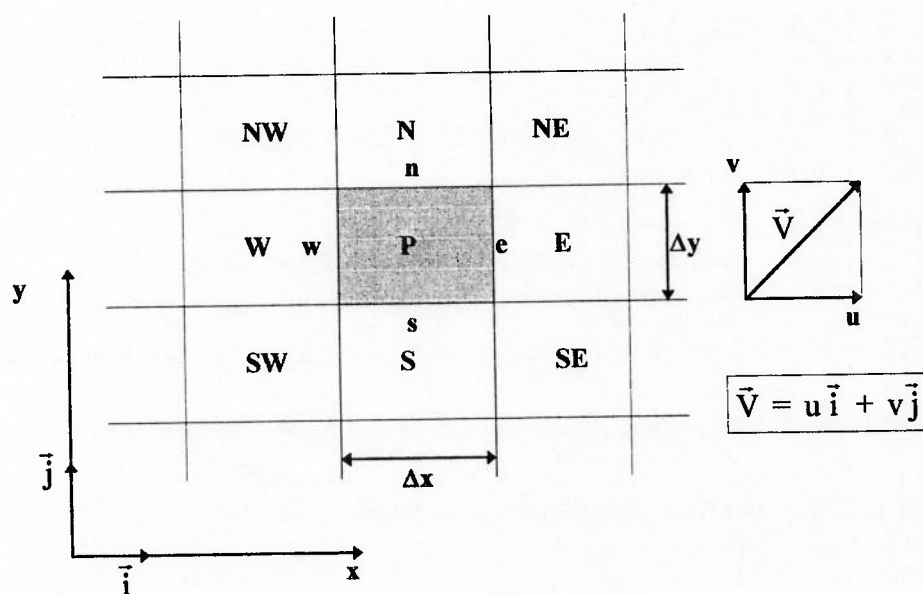


Fig. 11. Volume elementar centrado em P

Utilizando a equação (3.4) sobre o volume centrado em P, no espaço e no tempo, chega-se a :

$$\begin{aligned} & \int \int \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) dV dt + \int \int \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) dV dt + \int \int \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \phi) dV dt = \\ & \int \int \frac{\partial}{\partial x} (\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}) dV dt + \int \int \frac{\partial}{\partial y} (\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}) dV dt + \int \int S^\phi dV dt \end{aligned} \quad (3.28)$$

Realizando as integrais termo a termo, conforme a equação (3.28), tem-se:

Termo (1):

$$\int \int \{ (\rho \phi)^{t+\Delta t} - (\rho \phi)^t \} dx dy \quad (3.29)$$

Termo (2):

$$\int \int \{ (\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w \} dy dt = (C_{fe} - C_{fw}) \Delta t \quad (3.30)$$

Termo (3):

$$\int \int \{ (\rho v \phi)_n - (\rho v \phi)_s \} dx dt = (C_{fn} - C_{fs}) \Delta t \quad (3.31)$$

Termo (4):

$$\int \int \{ (\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x})_e - (\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x})_w \} dy dt = - (D_{fe} - D_{fw}) \Delta t \quad (3.32)$$

Termo (5):

$$\int \int \{ (\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y})_n - (\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y})_s \} dx dt = - (D_{fn} - D_{fs}) \Delta t \quad (3.33)$$

Termo (6):

$$\int \int \int S^\phi dx dy dt = S^\phi \Delta V \Delta t \quad (3.34)$$

Nas equações acima, os coeficientes C_{fe} e D_{fe} representam, respectivamente, a convecção e a difusão da propriedade através da face e (leste) do volume de controle mostrado na figura 11, o mesmo valendo para os outros termos das demais faces. Observa-se que até o presente momento nenhuma aproximação foi introduzida. Agrupando-se os termos da equação (3.28), tem-se:

$$\int \{ (\rho\phi)^{t+\Delta t} - (\rho\phi)^t \} dV = \{ C_{fw} + C_{fs} - C_{fe} - C_{fn} + D_{fw} + D_{fs} - D_{fe} - D_{fn} + S^{\phi}\Delta V \} \Delta t \quad (3.35)$$

Torna-se necessária neste momento a introdução de aproximações para o cálculo dos fluxos nas fronteiras do elemento. Tomando-se o termo $C_{fe}\Delta t$, têm-se:

$$C_{fe}\Delta t = \int \phi_e \{ \int \rho u dy \} dt \quad (3.36)$$

Na expressão (3.36) ϕ_e foi considerada constante ao longo da face e (leste) desde y_s até y_n . Define-se ainda que o fluxo de massa através da face leste \dot{m}_{fe} será dado por:

$$\dot{m}_{fe} = \int \rho u dy \quad (3.37)$$

Obtém-se portanto:

$$C_{fe}\Delta t \approx \int \phi_e \dot{m}_{fe} dt \quad (3.38)$$

A integral da expressão acima somente poderá ser efetuada através do conhecimento da variação de ϕ no intervalo de tempo Δt . Neste caso adotar-se-á uma variação linear de ϕ com o tempo, ilustrada pela figura 12 e representada pelas equações (3.39) e (3.40):

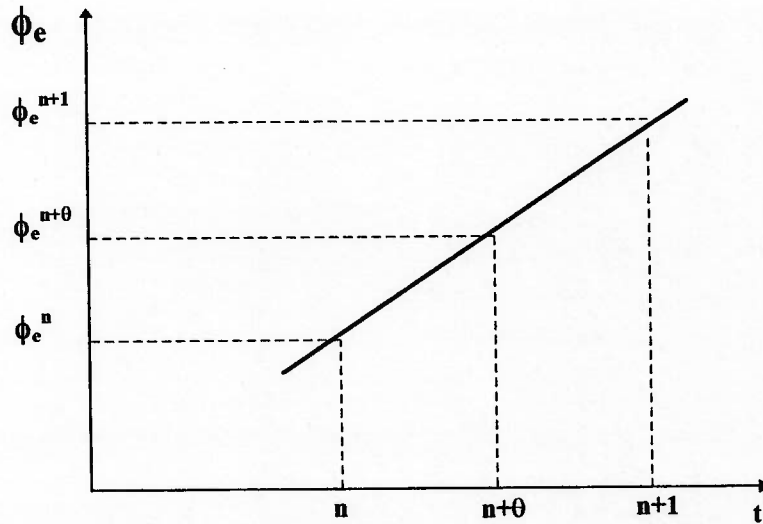


Fig. 12. Função de interpolação para ϕ_e no tempo

$$\phi_e^{t+\theta\Delta t} = \theta\phi_e^{t+\theta\Delta t} + (1-\theta)\phi_e^t \quad (3.39)$$

$$\phi_e^{n+\theta} = \theta\phi_e^{n+1} + (1-\theta)\phi_e^n \quad (3.40)$$

Portanto a equação (3.38) fica:

$$C_{fe}\Delta t \approx [\phi_e \dot{m}_{fe}]^{n+\theta} \Delta t \quad (3.41)$$

Considerações análogas devem ser feitas em relação a difusão da propriedade na face, isto é, o fluxo por difusão é considerado constante sobre a face em consideração e no intervalo de tempo é avaliado em $n+\theta$. Têm-se portanto:

$$D_{fe}\Delta t \approx - [\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}]_e^{n+\theta} \Delta y \Delta t \quad (3.42)$$

No volume elementar considerar-se-á que o termo fonte S é constante e avaliado em $n+\theta$, de tal forma que:

$$S_P^{n+\theta} \Delta V \Delta t = \iiint [S_P^{n+\theta}] dx dy dt \quad (3.43)$$

Em resumo funções de interpolação devem ser assumidas para o cálculo da propriedade em consideração nos pontos nodais, uma vez que os valores de ϕ são conhecidos no centro dos volumes elementares. Dessa forma a função de interpolação pode ser assumida de acordo com o problema físico em questão.

Observando-se as equações (3.41) e (3.42) nota-se a necessidade de se conhecer o valor de ϕ na face e (ϕ_e) e o gradiente de ϕ na mesma face ($\partial\phi/\partial x$). Existem diversas maneiras de ligar os pontos P e E da figura 11 para que esses valores possam ser determinados, cujo procedimento também deve ser aplicado entre os pontos W e P, P e N e S e P.

Adotar-se-á para ϕ um valor aproximado dado por:

$$\phi_e = (1/2 + \alpha_e)\phi_P + (1/2 - \alpha_e)\phi_E \quad (3.44)$$

Nesta equação α_e é um coeficiente cujo valor dependerá do problema físico, podendo variar dentro do domínio da solução. Observa-se que se $\alpha_e = 0$ a aproximação recai em uma interpolação linear entre ϕ_P e ϕ_E . Para o gradiente de ϕ na interface será usada a seguinte aproximação:

$$\Gamma_e^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \cong \beta_e \Gamma_e^\phi \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x} \right) \quad (3.45)$$

De forma análoga a α_e , β_e é um coeficiente que caso seja igual a 1 aproximará o gradiente de ϕ através de diferenças centrais em P. Vale ressaltar que os demais coeficientes ($\alpha_W, \alpha_N, \alpha_S$ e $\beta_W, \beta_N, \beta_S$) também deverão ser estimados.

Completando-se a aproximação da equação diferencial, equações como a (3.29) serão aproximadas por:

$$\begin{aligned} \iint \{(\rho\phi)^{t+\Delta t} - (\rho\phi)^t\} dx dy &= \iint \{(\rho\phi)^{n+1} - (\rho\phi)^n\} dx dy \approx \\ &\approx \{[\rho\phi]_P^{n+1} - [\rho\phi]_P^n\} \Delta V \end{aligned} \quad (3.46)$$

Finalmente utilizando-se a equação da continuidade na forma discretizada e reunindo-se todos os termos descritos acima, têm-se:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_P^{n+1} \phi_P^{n+1} + \bar{A}_P \phi_P^{n+\theta} &= A_e \phi_E^{n+\theta} + A_n \phi_N^{n+\theta} + A_w \phi_W^{n+\theta} + \\ A_s \phi_S^{n+\theta} + S^{n+\theta} \Delta V + \rho_P^n \phi_P^n \frac{\Delta V}{\Delta t} \end{aligned} \quad (3.47)$$

onde:

$$\bar{A}_P = A_e + A_w + A_n + A_s - \rho_P^{n+1} \frac{\Delta V}{\Delta t} + \rho_P^n \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (3.48)$$

E ainda:

$$A_e = -(\rho u)_e^{n+\theta} \left(\frac{1}{2} - \alpha_e\right) \Delta y + \beta_e D_e^{n+\theta} \quad (3.49)$$

$$A_w = +(\rho u)_w^{n+\theta} \left(\frac{1}{2} + \alpha_w\right) \Delta y + \beta_w D_w^{n+\theta} \quad (3.50)$$

$$A_n = -(\rho v)_n^{n+\theta} \left(\frac{1}{2} - \alpha_n\right) \Delta x + \beta_n D_n^{n+\theta} \quad (3.51)$$

$$A_s = +(\rho v)_s^{n+\theta} \left(\frac{1}{2} + \alpha_s\right) \Delta x + \beta_s D_s^{n+\theta} \quad (3.52)$$

onde:

$$D_e^{n+\theta} = \Gamma_e^{n+\theta} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (3.53)$$

$$D_w^{n+\theta} = \Gamma_w^{n+\theta} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (3.54)$$

$$D_n^{n+\theta} = \Gamma_n^{n+\theta} \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (3.55)$$

$$D_s^{n+\theta} = \Gamma_s^{n+\theta} \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (3.56)$$

O parâmetro θ tem como valores extremos 0 e 1, caracterizando formulação explícita para o valor 0 e implícita para $\theta \neq 0$. Basta agora substituir ϕ na equação (3.47) pelas variáveis envolvidas no problema obtendo-se então o conjunto de sistemas de equações algébricas a ser resolvido.

A seguir será apresentado um desenvolvimento que mostrará a importância da conservação das propriedades a nível elementar e a adequada representação dos termos das equações de balanço. O lado esquerdo da equação (3.4) pode ser escrito como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \overbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi)}^{\text{Termo A}} = \dots \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \underbrace{\rho u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j}}_{\text{Termo B}} = \dots \quad (3.58)$$

Os balanços de conservação serão realizados considerando-se os termos convectivos (termos A e B) das equações (3.57) e (3.58) nos volumes de controle computados na figura 13.

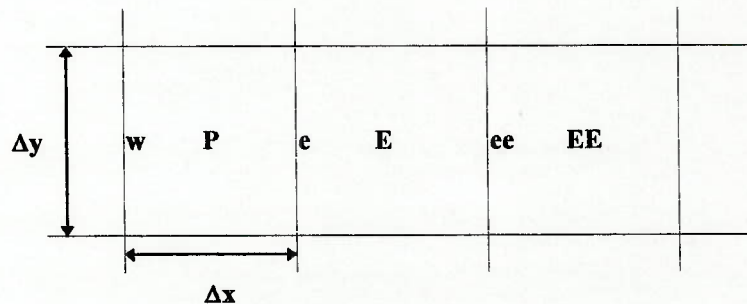


Fig. 13. Análise de conservação a nível elementar

Considerando-se o volume de controle centrado em P de dimensão Δx e integrando-se o termo convectivo A da equação (3.57) tem-se:

$$\iint \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) dx dy = \int \{ (\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w \} dy = \dot{m}_{fe} \phi_e - \dot{m}_{fw} \phi_w \quad (3.59)$$

Utilizando-se agora o volume centrado em E também de dimensão Δx e integrando o mesmo termo chega-se a:

$$\begin{aligned} \iint \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) dx dy &= \int \{ (\rho u \phi)_{ee} - (\rho u \phi)_e \} dy = \\ &= \dot{m}_{fee} \phi_{ee} - \dot{m}_{fe} \phi_e \end{aligned} \quad (3.60)$$

Finalmente considerando-se o volume centrado na face e de dimensão $2\Delta x$ e integrando obtém-se:

$$\begin{aligned} \iint \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) dx dy &= \int \{ (\rho u \phi)_{ee} - (\rho u \phi)_w \} dy = \\ &= \dot{m}_{fee} \phi_{ee} - \dot{m}_{fw} \phi_w \end{aligned} \quad (3.61)$$

Observa-se que a soma das equações (3.59) e (3.60) resulta a equação (3.61), mostrando dessa forma que na fronteira dos volumes P e E não existe nem geração nem sumidouro da propriedade ϕ . Conclui-se com este desenvolvimento, conforme mostrado por MALISKA ², que o fluxo da propriedade que sai de P é o mesmo que entra em E, resultando em um esquema numérico **conservativo**.

Considerando-se agora o volume de controle centrado em P de dimensão Δx e integrando-se o termo convectivo B da equação (3.58) tem-se:

$$\iint \rho u \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy = \int \rho_P u_P (\phi_e - \phi_w) dy =$$

$$= \rho_p u_p \phi_e \Delta y - \rho_p u_p \phi_w \Delta y \quad (3.62)$$

Utilizando-se agora o volume centrado em E também de dimensão Δx e integrando o mesmo termo chega-se a:

$$\iint \rho u \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy = \rho_E u_E \phi_{ee} \Delta y - \rho_E u_E \phi_e \Delta y \quad (3.63)$$

Finalmente considerando-se o volume centrado na face e de dimensão $2\Delta x$ e integrando obtém-se:

$$\iint \rho u \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy = \rho_e u_e \phi_{ee} \Delta y - \rho_e u_e \phi_w \Delta y \quad (3.64)$$

Neste momento observa-se que os fluxos da propriedade que deixam um volume de controle não são os mesmos que entram no volume de controle vizinho. Conclui-se que existem gerações e sumidouros da propriedade nas interfaces dos volumes de controle, podendo acarretar problemas à convergência da solução e à precisão dos valores da propriedade ϕ . Dessa forma deve-se buscar escrever o modelo matemático com características conservativas a nível de volumes elementares. Um raciocínio análogo é feito para os termos difusivos, os quais devem ser escritos na forma $\partial/\partial x(\Gamma \partial \phi/\partial x)$ e não na forma $\Gamma \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \Gamma}{\partial x}$.

O anexo A segundo MALISKA ² mostra os conceitos básicos da *difusão numérica ou falsa difusão*, cuja ocorrência está associada ao uso da aproximação de primeira ordem dos termos convectivos, comprometendo a precisão da solução. Este anexo mostra ainda a importância da especificação dos coeficientes α e β mostrados anteriormente para que não ocorra divergência no processo de resolução das equações.

A seguir são apresentados conceitos fundamentais sobre o fenômeno da turbulência, sua natureza, características básicas e modelagens matemáticas associadas para aplicação em problemas de engenharia.

4. O FENÔMENO DA TURBULÊNCIA

4.1. A NATUREZA DA TURBULÊNCIA E SUAS CARACTERÍSTICAS

O estudo do fenômeno da turbulência e suas características torna-se importante devido ao fato de que muitos escoamentos que ocorrem na natureza e em particular aqueles com aplicações no campo da engenharia são turbulentos. Como exemplos pode-se citar que a camada limite da atmosfera da Terra é turbulenta, a formação das nuvens ocorre através de movimentos turbulentos, muitos processos de combustão e escoamentos de gás natural e óleo ao longo de tubulações também são turbulentos.

A turbulência não é uma característica de fluidos mas sim do **escoamento de fluidos**. Uma de suas propriedades, segundo TENNEKES E LUMLEY³, é a **irregularidade**, exigindo portanto um tratamento estatístico e não determinístico do estudo do problema. A **difusividade** da turbulência, a qual provoca uma mistura rápida e aumento das taxas de *momentum*, calor e transferência de massa é outra característica importante dos escoamentos turbulentos, sendo responsável também pela separação da camada limite de aerofólios com grandes ângulos de ataque e aumento das taxas de transferência de calor em máquinas de qualquer tipo. Também atua no aumento de transferência de momento entre os ventos e as correntes oceânicas.

A **dissipação** é outra característica dos escoamentos turbulentos. As tensões de cisalhamento viscosas produzem trabalho de deformação o qual aumenta a energia interna do fluido para a produção de energia cinética turbulenta. Dessa forma a turbulência necessita de um contínuo fornecimento de energia para suprir essas perdas devido à viscosidade. Caso isto não ocorra, a turbulência decairá rapidamente. Existem movimentos randômicos tais como determinados tipos de ondas sonoras (ruídos) que possuem perdas

viscosas insignificantes, não caracterizando portanto escoamentos turbulentos. Em resumo, a grande diferença entre ondas randômicas e a turbulência é que as primeiras são essencialmente não-dissipativas (embora freqüentemente sejam dispersivas), enquanto que a turbulência é essencialmente dissipativa.

Os escoamentos turbulentos ocorrem em elevados números de Reynolds onde as instabilidades geradas são provenientes da interação entre os termos viscosos e termos de inércia não lineares das equações do movimento. Esta interação é extremamente complexa pois as equações diferenciais parciais não lineares envolvidas no problema não foram desenvolvidas a um ponto onde soluções gerais possam ser dadas. O caráter randômico e a não linearidade torna o problema difícil de ser tratado, apesar de ser governado por equações da Mecânica dos Fluidos. Vale ressaltar que a turbulência é um dos principais problemas não resolvidos até hoje pela Física e Matemática modernas, não existindo até o presente momento modelos de turbulência adequados.

A turbulência é um fenômeno tridimensional e rotacional, caracterizado por flutuações de vorticidades presentes no escoamento. Os escoamentos que em essência são bidimensionais, como o caso de ciclones na atmosfera os quais interferem nas condições de tempo, não são turbulentos, ainda que suas características sejam fortemente influenciadas pela turbulência de pequena escala (gerados pela viscosidade) que interage com o escoamento principal de grande escala. Outro exemplo disso são as ondas randômicas na superfície dos oceanos que não estão em movimento turbulento por serem essencialmente irrotacionais. Dessa maneira as flutuações randômicas da vorticidade que caracterizam a turbulência deixam de existir quando as flutuações de velocidade forem bidimensionais.

A teoria da turbulência, conforme TENNEKES E LUMLEY³, é limitada da mesma forma que a Mecânica dos Fluidos estaria se a relação de *Stokes* entre tensão e taxa de deformação de fluidos Newtonianos fosse desconhecida.

Esta analogia mostra a necessidade de se elaborar para a turbulência uma relação entre tensão e deformação que envolva a modelagem da **viscosidade do vórtice** (em inglês *eddy viscosity*) o qual terá um papel similar à da viscosidade molecular em escoamentos laminares. Este enfoque é baseado na maneira como os movimentos moleculares e as flutuações de velocidade turbulentas transferem momento e troca de calor. Conceitos como **viscosidade do vórtice** (no lugar da viscosidade molecular) e **comprimento de mistura** (em analogia com o livre caminho médio das moléculas na Teoria Cinética dos Gases) foram desenvolvidos por TAYLOR, PRANDTL e outros visando estabelecer relações para o estudo da turbulência.

Existe uma dificuldade adicional ao se utilizar a viscosidade do vórtice pois a viscosidade molecular é uma propriedade dos fluidos enquanto que a turbulência é uma característica do escoamento, conforme foi dito anteriormente. Contudo, por razões analíticas, pesquisas recentes indicam que em determinados escoamentos pode-se empregar o termo *fluido turbulento* no lugar de *escoamento turbulento*. Fluidos turbulentos são considerados não-Newtonianos: possuem viscoelasticidade e sofrem de efeitos de memória, ou seja, somente em determinadas condições favoráveis pode-se estabelecer relações entre tensão média e a taxa de deformação média.

A análise dimensional é uma das ferramentas mais poderosas no estudo do fenômeno da turbulência. Através dela pode-se estabelecer relações entre variáveis dependentes e independentes, entretanto seus resultados não valem para cálculo de coeficientes numéricos.

Os escoamentos que são originalmente laminares tornam-se turbulentos quando o número de Reynolds atinge valores elevados. Em escoamentos no interior de tubos, por exemplo, o fenômeno da turbulência começa a surgir para um valor de Reynolds igual a 2000 (baseado na velocidade média do escoamento e no diâmetro do tubo). Caso

não se tomem certos cuidados a transição do regime laminar para turbulento pode ser antecipada, principalmente devido a pequenas imperfeições da superfície que podem originar rugosidades adicionais. A camada limite com gradiente de pressão igual a zero torna-se instável para número de Reynolds igual a $V\delta^*/\nu = 600$, onde V é a velocidade do escoamento não perturbado, δ^* é a espessura de deslocamento da camada limite e ν é viscosidade cinemática. Outro exemplo que mostra os estágios iniciais da transição laminar-turbulento é a observação da fumaça que sai de um simples cigarro.

Do ponto de vista matemático, muitas das teorias existentes sobre as instabilidades que surgem em escoamentos laminares empregam formulações lineares, válidas somente para pequenas perturbações, não podendo lidar com os grandes níveis de flutuação que ocorrem nos escoamentos turbulentos. Por outro lado, quase todas as teorias utilizam a **formulação da invariância assintótica**, ou seja, uma vez que os escoamentos turbulentos possuem elevado número de Reynolds parece razoável admitir que as mesmas tenham um melhor comportamento à medida que este número tende ao infinito. Dessa forma os escoamentos turbulentos são quase que independentes da viscosidade (com exceção de movimentos de pequena escala). Esta formulação conduziu a conceitos como o da **similaridade do número de Reynolds**.

Em resumo, as teorias existentes sobre turbulência que se baseiam na formulação da invariância assintótica são razoavelmente válidas para altos números de Reynolds e incompletas ou ineficientes para números de Reynolds que não conseguem tornar o fenômeno da turbulência auto-sustentável. BATCHELOR em 1953 mostrou um estudo sobre turbulência em túneis de vento, construindo uma exceção a esta regra.

Caso os mecanismos de transferência de energia da turbulência se processem de uma maneira suficientemente rápida, os efeitos de memória citados anteriormente não mais dominarão a dinâmica do escoamento, sendo o fenômeno governado agora por

parâmetros locais tais como escalas de comprimento e tempo. Para escoamentos com escalas de comprimento impostas o número de Reynolds é proporcional à razão entre as escalas de tempo, enquanto que em escoamentos com escalas de tempo impostas o número de Reynolds é proporcional à raiz quadrada da razão entre as escalas de comprimento. Exemplos destas relações são mostradas em TENNEKES E LUMLEY ³, onde é salientado que o fenômeno da turbulência muitas vezes deve ser tratado como um problema multidimensional de escalas de comprimento.

Será mostrado a seguir o problema das escalas múltiplas que surgem em escoamentos viscosos laminares, em especial no tratamento de camada limite laminar. Considerando escoamento incompressível monofásico, viscosidade constante e regime permanente, manipula-se a equação (3.2) chegando-se a:

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4.1)$$

Para efeitos de cálculo do número de Reynolds deve-se estimar a relação entre as forças de inércia e forças viscosas, ou seja:

$$Re = \frac{U^2 L^2}{L \nu U} = \frac{UL}{\nu} \quad (4.2)$$

A relação (4.2) mostra que os termos viscosos podem ser desprezados para valores elevados do número de Reynolds. Entretanto, determinadas condições de contorno ou condições iniciais não permitirão que isso seja feito para todo o domínio do escoamento em questão. Como exemplo pode-se citar que a camada limite que se desenvolve ao longo de superfícies sólidas impõe uma condição de não escorregamento, ou seja, na superfície do corpo a velocidade deve ser igual a zero, mostrando que os efeitos viscosos devem estar associados a escalas de comprimento pequenas. Dessa forma deve-se escolher um valor de escala de comprimento l tal que os termos viscosos sejam da mesma ordem de magnitude que os termos de inércia. Formalizando, têm-se:

$$U^2/L \sim \nu U/l^2 \quad (4.3)$$

Portanto a razão entre o comprimento viscoso l e a escala de comprimento L do escoamento será dada por:

$$l/L \sim (\nu/UL)^{1/2} = Re^{-1/2} \quad (4.4)$$

A escala de comprimento viscoso l é uma *escala de comprimento transversal*, isto é, ela representa a espessura da camada limite já que a mesma está relacionada com a queda da difusão de momento molecular ao longo do escoamento, longe da superfície. A difusão molecular ao longo do escoamento é desprezível quando comparada ao transporte de momento realizado pelo próprio escoamento. A figura 14 conforme TENNEKES E LUMLEY³ ilustra esta situação para a camada limite laminar de uma placa plana.

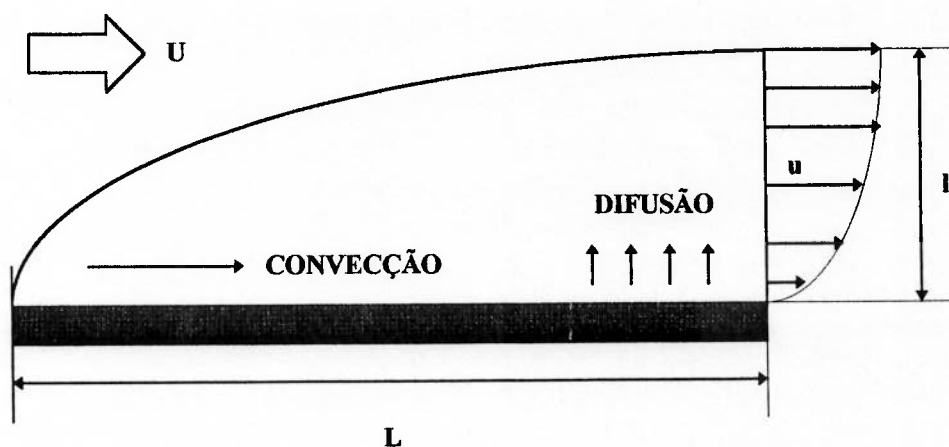


Fig. 14. Escala de comprimentos, fenômenos de difusão e convecção em uma camada limite laminar de uma placa plana

De forma análoga serão mostradas as escalas de comprimento e velocidades para uma camada limite turbulenta, esquematizadas na figura 15, segundo TENNEKES E LUMLEY³. As flutuações de velocidade serão da ordem u , enquanto que a espessura da camada limite l deve crescer obedecendo a relação $dl/dt \sim u$ (4.5). O intervalo de tempo transcorrido desde a origem da camada limite e uma posição a jusante L será da ordem L/U , de tal forma que :

$$l \sim ut \sim uL/U \quad (4.6)$$

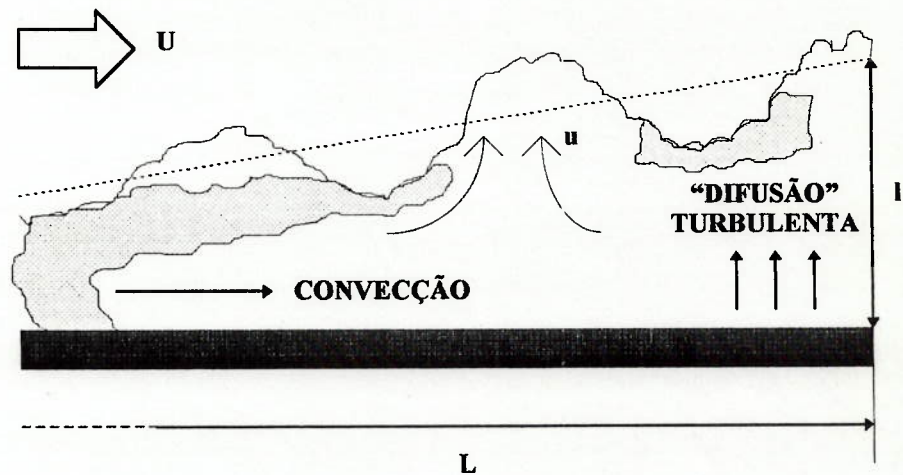


Fig. 15. Escalas de comprimento e velocidade em uma camada limite turbulenta. O tempo transcorrido para o fluido percorrer L é da ordem de L/U .

De forma análoga à análise da camada limite laminar, chega-se neste caso às seguintes relações:

$$l/L \sim u/U \quad (4.7)$$

$$l/u \sim L/U \quad (4.8)$$

Estas relações servem apenas para relacionar os comprimentos e velocidades características, não devendo ser usadas para estimar a taxa de crescimento de uma camada limite turbulenta.

Utilizando novamente como exemplo um escoamento laminar bidimensional sobre uma placa plana de comprimento L , o drag D por unidade de largura é por definição igual à perda total de *momentum*. Estimando esta perda como $\rho U^2 l$, onde l é a espessura da camada limite no final da placa, têm-se:

$$D \sim \rho U^2 l \quad (4.9)$$

E o coeficiente de drag ou coeficiente de fricção C_d será igual a:

$$C_d \equiv \frac{D}{1/2 \rho U^2 L} \quad (4.10)$$

Substituindo (4.9) em (4.10) e utilizando a relação l/L dada em (4.4) chega-se a:

$$C_d \sim 2 \frac{l}{L} = 2 \text{Re}^{-1/2} \quad (4.11)$$

Por outro lado, para uma camada limite turbulenta, a perda de massa no final da placa plana é, segundo TENNEKES E LUMLEY³, igual a $\rho u l$, de tal forma que a perda total de *momentum* é igual a $(\rho u l)U$. Consequentemente têm-se:

$$D \sim \rho u l U \quad (4.12)$$

E, para o coeficiente de drag:

$$C_d \sim 2 \frac{u l}{U L} \sim 2 \left(\frac{u}{U}\right)^2 \quad (4.13)$$

Resultados experimentais mostram que o nível de turbulência u/U varia muito lentamente com o número de Reynolds, podendo-se inferir que o coeficiente de drag de uma camada limite turbulenta, dado por (4.13), varia menos com o aumento do número de Reynolds que o coeficiente de drag de uma camada limite laminar, dado por (4.11). A figura 16, segundo TENNEKES E LUMLEY ³, ilustra este fato, ressaltando que conclusões análogas também são válidas para os coeficientes de transferência de calor e massa.

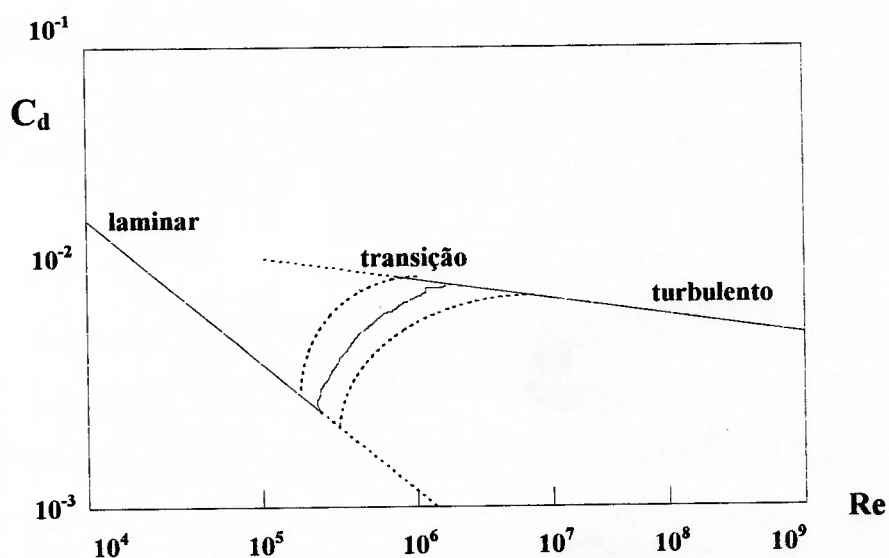


Fig. 16. Coeficiente de drag para uma placa plana. Nota-se que a transição é bastante sensível a pequenas perturbações.

As pequenas escalas de perturbação não serão analisadas neste trabalho, onde maiores detalhes podem ser encontrados na referência [3]. A seguir serão mostradas as equações que regem os escoamentos viscosos turbulentos e uma descrição de vários modelos de turbulência existentes.

4.2. MODELAGEM MATEMÁTICA DE ESCOAMENTOS VISCOSOS TURBULENTOS

4.2.1. EQUAÇÕES QUE GOVERNAM OS ESCOAMENTOS TURBULENTOS

A resolução do escoamento ao redor da superfície de um navio ou submersível tem um papel importante na metodologia moderna de projeto naval. Durante os últimos 20 anos um grande empenho tem sido feito para melhorar os modelos computacionais de escoamentos turbulentos.

A dificuldade básica que há neste campo é a incapacidade de se resolver a contento as equações completas de *Navier-Stokes* para números de Reynolds elevados com os recursos computacionais existentes. A simplificação usualmente adotada para a modelagem de escoamentos turbulentos é aproximar algumas variáveis das equações de *Navier-Stokes* por um valor médio e por um valor que corresponderá à flutuação da grandeza em consideração. Este procedimento é chamado na literatura de *Time Averaging Method*.

As equações obtidas dessa forma são ainda incompletas para resolver o problema (número de incógnitas maior que o número de equações) e modelos de turbulência são necessários para o fechamento do problema a fim de determinar os termos conhecidos como *tensões de Reynolds*. Ao longo dos anos uma grande variedade de modelos de turbulência foram desenvolvidos com diferentes graus de complexidade, baseados na análise de escoamentos bidimensionais com extensões no campo tridimensional.

A seguir será mostrado o desenvolvimento que utiliza o processo de *Time Averaging Method* nas equações de *Navier-Stokes* para um escoamento incompressível monofásico em regime permanente, sem considerar aceleração do fluido.

Uma descrição de todos os pontos de determinado escoamento turbulento no tempo e no espaço não é possível. Entretanto, seguindo REYNOLDS (1895), desenvolvem-se equações que governarão grandezas médias, tais como a velocidade média. Para um fluido incompressível monofásico em regime permanente têm-se as seguintes equações do movimento:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \tilde{\sigma}_{ij} \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.15)$$

Nas equações acima $\tilde{\sigma}_{ij}$ é o tensor das tensões; o símbolo \sim indica o valor da variável em um instante qualquer (x_i, t) no qual o processo de Time Averaging Method ou decomposição de Reynolds será aplicado.

Assumindo a hipótese de que o fluido é newtoniano, rescreve-se a equação (2.19) para o tensor $\tilde{\sigma}_{ij}$ chegando-se a:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = -\tilde{p} \delta_{ij} + 2\mu \tilde{s}_{ij} \quad (4.16)$$

Na equação acima δ_{ij} é conhecido como *delta de Kronecker* assumindo o valor 1 caso $i = j$ e valor 0 caso $i \neq j$, \tilde{p} é a pressão hidrodinâmica e μ é a viscosidade dinâmica (assumida constante). Já a taxa de deformação \tilde{s}_{ij} será definida por:

$$\tilde{s}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.17)$$

A velocidade \tilde{u}_i é decomposta em uma velocidade média (uniforme) U_i e uma flutuação u_i ($\tilde{u}_i = U_i + u_i$). A velocidade U_i é interpretada através de uma média no tempo, definida por:

$$U_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \tilde{u}_i dt \quad (4.18)$$

O valor médio de uma flutuação de determinada grandeza é zero por definição, ou seja:

$$\langle u_i \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (\tilde{u}_i - U_i) dt \equiv 0 \quad (4.19)$$

Uma das propriedades do valor médio de uma derivada espacial de uma variável é que esta é igual à correspondente derivada espacial do valor médio dessa variável. Dessa forma, têm-se:

$$\left\langle \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (4.20)$$

$$\left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_i \rangle = 0 \quad (4.21)$$

Estas equações são válidas, segundo TENNEKES E LUMLEY³, porque o processo é aplicado considerando-se um longo intervalo de tempo de integração.

Já os produtos das médias são computados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle &= \langle (U_i + u_i) (U_j + u_j) \rangle \\ &= U_i U_j + \langle u_i u_j \rangle + \langle U_i u_j \rangle + \langle U_j u_i \rangle \\ &= U_i U_j + \langle u_i u_j \rangle \end{aligned} \quad (4.22)$$

Os termos que consistem de um produto de um valor médio por um valor de flutuação são desprezados. Isto se deve ao fato de que, em um processo de Time Averaging, o valor médio atua como um coeficiente, e uma vez que a média de uma flutuação é zero, o produto dessas grandezas também torna-se zero.

Caso $\langle u_i u_j \rangle \neq 0$, diz-se que u_i e u_j estão correlacionadas; se $\langle u_i u_j \rangle = 0$, diz-se que u_i e u_j não estão correlacionadas.

Realizando a decomposição de variáveis sugerida acima na equação (3.2) e de posse das propriedades apresentadas, chega-se a:

$$\frac{\partial(U_i + u_i)}{\partial t} + (U_j + u_j) \frac{\partial(U_i + u_i)}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(P + p)}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2(U_i + u_i)}{\partial x_j^2} \quad (4.23)$$

E ainda:

$$\frac{\partial(U_i + u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (4.24)$$

Nas equações acima P é a pressão normal e p a flutuação da pressão, x_i as coordenadas do problema ($i = 1, 2, 3$) e ν a viscosidade cinemática do fluido.

Tomando-se o valor médio das equações (4.23) e (4.24) e assumindo que o valor médio de $\partial U_i / \partial t$ é igual a zero ($\langle \partial U_i / \partial t \rangle = 0$) devido ao fato de que o escoamento médio é uniforme (permanente), tem-se as seguintes equações para o movimento médio do fluido:

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \left\langle u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.26)$$

Subtraindo as equações (4.25) e (4.26) das equações (4.23) e (4.24) respectivamente, obtém-se as seguintes equações auxiliares:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \left\langle u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.28)$$

Através da equação da continuidade (equação 4.28) chega-se a:

$$\left\langle u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_i u_j \rangle \quad (4.29)$$

Este termo é análogo ao termo convectivo $U_j \partial U_i / \partial x_j$; ele representa o transporte médio de *momentum* causado pelas flutuações turbulentas de velocidade. Ele expressa portanto a troca de *momentum* entre a turbulência e o escoamento médio, ainda que o *momentum* médio das flutuações turbulentas de velocidade seja igual a zero ($\rho \langle u_i \rangle = 0$). Caso u_i e u_j forem *não correlacionadas* ($\langle u_i u_j \rangle = 0$), não haverá transferência de *momentum* turbulento.

Devido à decomposição de Reynolds, o movimento turbulento pode ser interpretado como sendo um agente que produz tensões em um escoamento médio.

Utilizando as equações (4.26) e (4.28) as equações de transporte de *momentum* podem ser escritas como:

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{\rho} \delta_{ij} P - \langle u_i u_j \rangle \right] \quad (4.30)$$

A diferença entre as equações de escoamentos viscosos laminares e as equações (4.30) é o termo $\langle u_i u_j \rangle$. Este termo multiplicado pela densidade, ou seja, $\rho \langle u_i u_j \rangle$, representa o termo conhecido como *tensões de Reynolds*. Estas tensões expressam a taxa média de transporte de *momentum* devido ao movimento turbulento do fluido.

De uma maneira alternativa, pode-se escrever esta taxa da seguinte forma:

$$U_i \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \quad (4.31)$$

Esta equação expressa o balanço da taxa de mudança de *momentum* por unidade de volume devido à advecção do mesmo pelo escoamento e pela ação das tensões de Reynolds, termos de pressão e viscosidade.

A contribuição do movimento turbulento para o tensor de tensões é designado pelo termo τ_{ij} , dado por:

$$\tau_{ij} \equiv -\rho \langle u_i u_j \rangle \quad (4.32)$$

Em homenagem ao trabalho realizado por Reynolds no desenvolvimento desta teoria, τ_{ij} é chamado de *tensor das tensões de Reynolds*. As tensões de Reynolds são simétricas: $\tau_{ij} = \tau_{ji}$.

Os componentes da diagonal principal de τ_{ij} são as pressões normais e seus valores valem $\langle \rho u_1^2 \rangle$, $\langle \rho u_2^2 \rangle$ e $\langle \rho u_3^2 \rangle$. Em muitos escoamentos estas pressões normais são desprezadas pois pouco contribuem para o transporte do *momentum* médio. Já os termos que se situam fora da diagonal principal são as tensões de cisalhamento, responsáveis pela maior parte da transferência de *momentum* médio pelo escoamento turbulento.

Observando as equações obtidas para o escoamento médio nota-se que estas contém as nove componentes do tensor τ_{ij} , onde apenas seis são independentes uma das outras. Estas componentes possuem incógnitas relacionadas com os termos de pressão e as três componentes de U_j .

Dessa forma existirão seis incógnitas adicionais ao problema: as tensões de Reynolds $-\rho \langle u_i u_j \rangle$. As três equações de momentum e as equações de continuidade não são suficientes para resolver o problema, sendo necessário portanto derivar equações para estas tensões. Este problema é conhecido como *problema de fechamento* e é a principal fonte de diferença entre os vários modelos de turbulência existentes.

As equações para as tensões de Reynolds podem ser obtidas diretamente a partir das equações de *Navier-Stokes* multiplicando seus termos por uma das componentes da flutuação antes de se aplicar o processo de *Time Averaging*. Caso isto seja feito surgirão produtos triplos tais como $\langle u_i u_i u_j \rangle$, gerados pelos termos de inércia não lineares das equações do movimento. Entretanto, ao se utilizar para esta última situação o processo de *Time Averaging*, produtos de quarta ordem irão surgir, adicionando mais incógnitas ainda ao problema.

O problema reside no fato de como obter o *fechamento* das equações (simplificadas) que regem determinado fenômeno através de considerações que respeitem a física do problema, além de tentar recuperar informações que foram perdidas devido ao processo de *Time Averaging* e à discretização do escoamento em consideração. Em resumo, surge a necessidade de desenvolver relações entre as incógnitas e as grandezas que são determinadas.

A adição de termos apropriados resultarão em equações que não são conservativas uma vez que as tensões de Reynolds não são grandezas conservativas. Por conseguinte não se obtém uma distribuição que levaria à solução exata do escoamento médio. A sua importância entretanto reside no fato de restringir o processo de transporte dessas quantidades. Obter-se-á, portanto:

$$\underbrace{U_j \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j}}_{\text{advecção causada pelo escoamento médio}} + \underbrace{\left(\langle u_i u_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \langle u_j u_i \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)}_{\text{produção causada pela interação entre a turbulência e o escoamento médio}} + \underbrace{\frac{\partial \langle u_i u_i u_j \rangle}{\partial x_j}}_{\text{ganho devido ao movimento de convecção da turbulência}} =$$

$$= - \left(\left\langle u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} \right\rangle + \left\langle u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} \right\rangle \right) + \nu \left(\left\langle u_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right\rangle + \left\langle u_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right\rangle \right) \quad (4.33)$$

↓
↓

ação do gradiente de pressão
ação das forças viscosas

A seguir será fornecida a equação da energia cinética turbulenta por unidade de volume, resultante da soma das três equações acima:

$$U_j \frac{\partial \langle q^2 \rangle}{\partial x_j} + 2 \langle u_i u_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle q^2 u_j \rangle}{\partial x_j}$$

↓
↓
↓

advecção pelo escoamento médio
produção de trabalho do meio fluido contra as tensões de Reynolds
transporte dos movimentos convectivos da turbulência (difusão)

$$= -2 \frac{\partial \langle p u_i \rangle}{\partial x_j} + 2\nu \left\langle \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right\rangle$$

↓
↓

trabalho devido à turbulência
tensões viscosas devido às flutuações turbulentas

(4.34)

A quantidade $\langle q^2 \rangle = \langle u_i^2 \rangle$ (soma ao longo de i) representa a intensidade turbulenta total. Na equação (4.34), que representa a conservação da energia cinética turbulenta, foi utilizada a relação dada em (4.29) para a obtenção do primeiro membro da segunda equação.

A energia cinética do escoamento médio pode ser obtida através de:

$$\underbrace{U_j \frac{\partial U_i^2}{\partial x_j}}_{\text{advecção}} + \underbrace{2U_i \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j}}_{\text{produção}} = \underbrace{-\frac{2}{\rho} \frac{\partial (PU_j)}{\partial x_j}}_{\text{trabalho realizado pela pressão}} + \underbrace{2\nu U_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2}}_{\text{dissipação}}$$

(4.35)

A soma das equações (4.34) e (4.35) fornece a conservação da energia cinética total:

$$\begin{aligned}
 & U_j \frac{\partial (\langle q^2 \rangle + U_i^2)}{\partial x_j} + 2 \frac{\partial (U_i \langle u_i u_j \rangle)}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle q^2 u_j \rangle}{\partial x_j} \\
 & = -\frac{2}{\rho} \frac{\partial (PU_i + \langle pu_j \rangle)}{\partial x_j} + 2\nu \left[U_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} + \left\langle u_i \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j^2} \right\rangle \right]
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

A seguir serão mostrados os diferentes modelos de turbulência existentes e os conceitos básicos de formulação associados.

4.2.2. OS MODELOS DE TURBULÊNCIA

Antes de iniciar a descrição dos modelos de turbulência propriamente dita, deve-se salientar que a turbulência, conforme analisada anteriormente, deve ser caracterizada por um **espectro de energia**. Este espectro representa a distribuição de energia cinética de vórtices de diferentes tamanhos. Os vórtices de grande energia serão responsáveis pela maior parte da transferência de calor, massa e *momentum*, relacionados ainda com a determinação das tensões de Reynolds e dos fluxos associados. É exatamente um vórtice com esta dimensão que os modelos de turbulência tentam simular.

Vale ressaltar que a grande maioria dos modelos de turbulência utilizam apenas um valor para a energia cinética turbulenta e para a escala de comprimento associado, embora o espectro de energia seja uma **função contínua** para o tamanho do vórtice, segundo LEMOS ⁴. Entretanto para escoamentos de interesse em engenharia este procedimento trará boas aproximações para efeitos de cálculo.

O processo de transferência de energia para vórtices de menor tamanho é conhecido na literatura como **cascata de energia**. As flutuações de baixa frequência extraem a energia do escoamento médio, cujo movimento randômico e rotacional desses elementos de fluido acabam alimentando as flutuações de alta frequência através da energia cinética. Este processo continua até um ponto que os menores vórtices existentes transformam esta energia em dissipação viscosa. Assim, para um elevado número de Reynolds, a fina estrutura da turbulência atinge um estado de *Isotropia Local*, uma vez que os efeitos direcionais têm uma baixa intensidade neste caso.

Dois conceitos básicos estritamente ligados ao tema devem ser apresentados. O primeiro deles é a **viscosidade turbulenta** ou **viscosidade do vórtice** μ_t (em inglês *eddy viscosity*) e o segundo é o **comprimento de mistura** l_t .

Em 1877 BOUSSINEQ afirmou que em um escoamento turbulento as tensões de Reynolds que atuam em um elemento fluido são proporcionais às taxas de deformação que atuam no mesmo, sendo análogas à transferência de momento que se dá entre as moléculas. Esta idéia teve origem na hipótese de que os vórtices, assim como as moléculas, trocam momento e calor quando interagem entre si. Dessa forma foi proposto para um fluido incompressível a seguinte equação, onde k é a energia cinética turbulenta:

$$-\rho \langle u_i u_j \rangle = \mu_t \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (4.37)$$

E para a transferência de calor e massa turbulenta chegou-se a:

$$-\rho \langle u_j \Theta \rangle = \frac{\mu_t}{\sigma_t \rho} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \quad (4.38)$$

Nesta equação Θ é a flutuação da grandeza ϕ e σ_t é conhecido como sendo o *número de Prandtl/Schmidt* para transferência de calor e energia turbulenta.

Em relação às equações (4.37) e (4.38), uma perfeita analogia entre escoamentos laminares e turbulentos não é possível, segundo LEMOS⁴, porque: a) em oposição ao que ocorre com as moléculas, os vórtices que carregam a maior parte da

energia têm dimensões da ordem do escoamento dentro do domínio de interesse; b) os vórtices não podem ser considerados como sendo corpos rígidos, pois perdem sua identidade depois de interagirem entre si; e c) μ_t é um parâmetro local e que depende do escoamento, apresentando variações conforme a direção de transporte considerada.

As equações (4.37) e (4.38) não constituem um modelo para as tensões de Reynolds e fluxos associados pois são necessárias informações adicionais para a determinação de μ_t .

Em 1925 PRANDTL, usando um argumento baseado na teoria cinética dos gases, assumiu que μ_t poderia ser calculado como sendo proporcional à flutuação da velocidade e de um comprimento característico l_t (que recebeu o termo “comprimento de mistura”). Dessa forma para a viscosidade μ_t obteve-se a seguinte relação:

$$\mu_t = \rho \nu_t = \rho l_t^2 \left| \frac{\partial U_i}{\partial x_2} \right| \quad (x_2 = \text{direção normal}) \quad (4.39)$$

Em 1930 VON KARMAN propôs a seguinte expressão para o cálculo do comprimento de mistura l_t :

$$l_t = \chi \left| \frac{\partial U_i / \partial x_2}{\partial^2 U_i / \partial x_2^2} \right| \quad (4.40)$$

onde $\chi = 0.41$ é a constante de Von Karman.

Após a definição destes conceitos básicos serão apresentados os diversos modelos de turbulência, os quais podem ser divididos em 3 grandes grupos: **modelos de turbulência de primeira ordem, modelos de turbulência de uma equação e modelo k- ϵ .**

4.2.2.1. Modelo de turbulência de primeira ordem ("Zero Equation Model")

Neste método o comportamento dos vórtices é explicado através da ligação das tensões de Reynolds no escoamento médio usando o conceito de comprimento de mistura. As equações de transporte são resolvidas somente para o escoamento médio, e para escoamentos tridimensionais as tensões de Reynolds serão dadas por:

$$-\rho \langle u_i u_j \rangle = \rho l_t^2 \left[\left| \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right| \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right]^{1/2} \left| \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right| - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (4.41)$$

A equação (4.41) tem pouca utilidade prática uma vez que a especificação de l_t para escoamentos tridimensionais é extremamente difícil. Já para escoamentos bidimensionais a equação é mais simples, ou seja:

$$-\rho \langle uv \rangle = \rho l_t^2 \frac{\partial U}{\partial y} \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (4.42)$$

De uma forma geral l_t é usualmente considerado como proporcional à espessura δ da camada limite, cujo valor em determinados escoamentos é definido como sendo a distância entre os pontos onde a diferença entre as velocidades locais é de 99% de U (velocidade do escoamento médio).

4.2.2.2. Modelo de turbulência de uma equação (“One-Equation Model”)

Também conhecido como *Modelo de Energia Turbulenta de Bradshaw*, este método tenta modelar as tensões de Reynolds ao invés de usar formulações para a viscosidade turbulenta. Outra característica é assumir que as escalas de comprimento e velocidade não são transportadas através do escoamento.

Este modelo tenta resolver uma equação de transporte adicional para a energia cinética turbulenta k , resultando para a viscosidade turbulenta a seguinte fórmula:

$$\mu_t = C_\mu \sqrt{k} l_t \quad (4.43)$$

Nesta equação C_μ é uma constante ($C_\mu = 0.5478$) e l_t é um comprimento de mistura associado com os vórtices de alta energia. A equação (4.43) é conhecida como expressão de *Kolmogorov-Prandtl*, a qual foi introduzida de maneira independente por KOLMOGOROV em 1942 e PRANDTL em 1945.

A equação para k (energia cinética turbulenta) será dada por:

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\mu_t}{\rho \sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \frac{\mu_t}{\rho} \left| \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right| + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \left| \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right| - C_D k^{3/2} l_t \quad (4.44)$$

O último termo do lado direito da equação acima é conhecido como *taxa de dissipação da energia cinética turbulenta* \mathcal{E} , cujo valor de C_D é igual a 0.1643.

4.2.2.3. Modelo de turbulência K-ε ("Two-Equation Model")

Para alguns escoamentos de interesse em engenharia o uso da equação (4.43) apresentada anteriormente pode representar satisfatoriamente a velocidade característica do escoamento turbulento, cuja expressão tem a seguinte forma:

$$V_s = k^{1/2} \quad (4.44)$$

Entretanto, o uso de formulações empíricas para o cálculo de L_s (comprimento característico ou escala de comprimento da turbulência) não produz os mesmos efeitos. Em outras palavras, a escala de comprimento L_s , de maneira análoga ao que ocorre com a velocidade característica V_s , está sujeita ao processo de convecção e difusão sendo necessário portanto uma equação de transporte para esta grandeza.

A escala de comprimento da turbulência não deve, necessariamente, ser a variável dependente na nova equação de transporte, cuja expressão possui como variável dependente o termo $Z = k^m l_t^n$ (4.45), onde m e n são constantes.

Define-se neste método a *taxa de dissipação da energia cinética turbulenta* ϵ :

$$\epsilon = C_D k^{3/2} / L_s \quad (4.46)$$

E para a viscosidade turbulenta μ_t a seguinte relação é sugerida:

$$\mu_t = \rho \nu_t = \rho C_\mu C_D k^2 / \epsilon \quad (4.47)$$

JONES E LAUNDER⁸ sugeriram a seguinte equação de transporte para ε :

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \frac{\mu_t}{\rho \sigma_k} \left| \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right| + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \left| \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right| - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4.48)$$

A tabela 4 abaixo fornece os valores das constantes σ 's e C 's para as equações apresentadas acima.

$C_{\mu'}$	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	σ_k	σ_ε
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

Tabela 4. Valores das constantes do modelo de turbulência k- ε

4.2.2.4. Modelos de tensões de Reynolds

Embora o modelo de turbulência k- ε seja o modelo mais usado atualmente na Mecânica dos Fluidos Computacional, em determinadas situações os seus resultados ainda são considerados insatisfatórios. Dessa forma foram desenvolvidos modelos que pudessem calcular as tensões de Reynolds considerando o plano geométrico de ação dos fluxos associados.

Segundo LEMOS ⁴ as tensões de Reynolds utilizando tais métodos podem ser calculadas a partir de :

$$\frac{D\langle u_i u_j \rangle}{Dt} = P_{ij} + G_{ij} + p_{ij} + 2/3\delta_{ij}\epsilon + \text{Diff}\langle u_i u_j \rangle \quad (4.49)$$

onde:

P_{ij} = Processo de produção realizado pelo escoamento médio;

G_{ij} = Produção realizada pelas forças de empuxo;

p_{ij} = Distribuição das flutuações de pressão;

$2/3\delta_{ij}\epsilon$ = Dissipação devido a efeitos moleculares

$\text{Diff}\langle u_i u_j \rangle$ = Difusão provocada pelas interações viscosas turbulentas.

A equação (4.49), aqui mostrada apenas para efeito de ilustração, é de difícil resolução, sendo seu emprego justificado apenas nas situações em que teorias mais simples não podem precisar o valor de $-\rho\langle u_i u_j \rangle$.

4.2.2.5. Modelos utilizando funções de parede

A condição de não escorregamento na parede implica que em uma região próxima a ela os efeitos viscosos nos processos de transporte são de grande intensidade. A

representação desses processos em um modelo matemático, segundo a referência [9], está sujeita basicamente a dois problemas: a) como contabilizar os efeitos viscosos próximo a parede e b) como determinar a rápida variação das variáveis do escoamento nesta região sem utilizar uma malha computacional extremamente fina.

Os métodos algébricos que utilizam funções de parede impõem determinadas condições de contorno para as equações de *momentum* e transporte das grandezas turbulentas. Estas fórmulas ligam as condições de contorno de parede com as variáveis dependentes na célula da malha computacional próxima à parede, a qual supõe-se estar na camada limite turbulenta do escoamento em questão.

A vantagem deste método, que não é um modelo de turbulência propriamente dito, reside no fato de não ser necessário estender a malha computacional para a parede e ainda evita a contabilização dos efeitos viscosos no modelo de turbulência.

O conjunto de funções de parede mais simples é dado na referência [9] e mostrado a seguir:

$$\frac{U_R}{U_*} = \frac{1}{\chi} \ln(Ey^+) \quad (4.50)$$

$$k = U_*^2 / (C_\mu C_D)^{1/2} \quad (4.51)$$

Nas equações acima U_R é a velocidade paralela resultante próximo à parede, U_* é a velocidade de fricção ($= (\tau_w/\rho)^{1/2}$, τ_w = tensão de cisalhamento), E é um parâmetro de rugosidade igual a 9.0, χ é a constante de Von Karman mostrada anteriormente e $y^+ = Uy/v$ (y é a distância do ponto considerado até a parede).

A tabela a seguir mostra uma análise comparativa dos diversos métodos.

Modelo de Turbulência	Característica Básica	Vantagens	Desvantagens
“Zero-Equation Models”	V_s e L_s são calculadas diretamente do escoamento médio	Fácil implementação computacional	Dificuldade para estimar o comprimento de mistura
“One-Equation Models”	V_s é calculada através de uma equação de transporte (geralmente para a energia cinética turbulenta k)	O procedimento para cálculo de V_s descreve melhor os efeitos de turbulência quando comparados aos modelos “Zero-Equation”	L_s é estimada através de formulações empíricas
“Two-Equation Models”	V_s e L_s são calculadas através de equações de transporte	Contabilizam os efeitos provocados pela turbulência nas equações de transporte	O número de Reynolds deve ser elevado; imposição de isotropia.
Modelos de tensões de Reynolds	As tensões de Reynolds e L_s são calculadas através de equações de transporte	Consideram o plano de ação das forças	Equações de difícil resolução

Tabela 5. Análise comparativa dos principais modelos de turbulência

5. OS PROGRAMAS DE MECÂNICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL DE SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS

O objetivo deste capítulo é apresentar, dentre os inúmeros programas existentes no mercado, um código de simulação de escoamentos de aplicações na Mecânica dos Fluidos Computacional e na área de projeto naval para cada método de discretização mostrado no capítulo 3 (Método das Diferenças Finitas, Método dos Elementos Finitos e Método dos Volumes Finitos).

Dessa forma será apresentado de forma sucinta o programa **SHIPFLOW** desenvolvido pela FLOWTECH INTERNATIONAL AB (Suécia) que utiliza para a resolução das equações completas de *Navier-Stokes* o Método das Diferenças Finitas. Para o Método dos Elementos Finitos serão feitas considerações também de maneira rápida para os programas **FLOTRAN** desenvolvido pela COMPUFLO (Estados Unidos) e **ALGOR** da ALGOR INCORPORATION (Estados Unidos). Já para o Método dos Volumes Finitos será descrito em detalhes o programa **PHOENICS** desenvolvido pela CHAM (Inglaterra), uma vez que este foi o programa utilizado para o desenvolvimento deste trabalho.

5.1. UM CÓDIGO QUE UTILIZA O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS: O PROGRAMA SHIPFLOW

Este programa de Mecânica dos Fluidos Computacional indicado somente para escoamentos externos, é de aplicação específica a navios de superfície ou qualquer outro veículo que se mova na água inclusive submarinos. O **SHIPFLOW** apresenta os resultados como se fossem oriundos de ensaios de tanques de prova convencionais,

representando uma importante ferramenta para o processo de projeto com grande rapidez a custos reduzidos. Entretanto, conforme foi comentado no capítulo 2, as experiências de laboratório ou tanques de prova não podem ser substituídas pelas simulações numéricas, uma vez que estas necessitam ser validadas por aqueles mecanismos.

Dentre as capacidades deste programa pode-se salientar:

- Cálculo de resistência de ondas;
- Cálculo de resistência viscosa;
- Cálculo de resistência induzida;
- Cálculo de Sustentação;
- Cálculo de esteira;
- Efeitos de interação casco-propulsor;
- Cálculo de trim e afundamento;
- Cálculo de distribuição de pressões;
- Cálculo de velocidades;
- Cálculo de linhas de corrente.

O programa **SHIPFLOW** possibilita o estudo do escoamento ao redor de embarcações tipo multicasco e possui um gerador de malha automático.

Para uma maior eficiência computacional o programa utiliza para a resolução dos escoamentos uma abordagem de *zonas de estudo* do problema, conforme ilustrado na figura 17 para um corte esquemático na linha d'água de um navio de superfície.

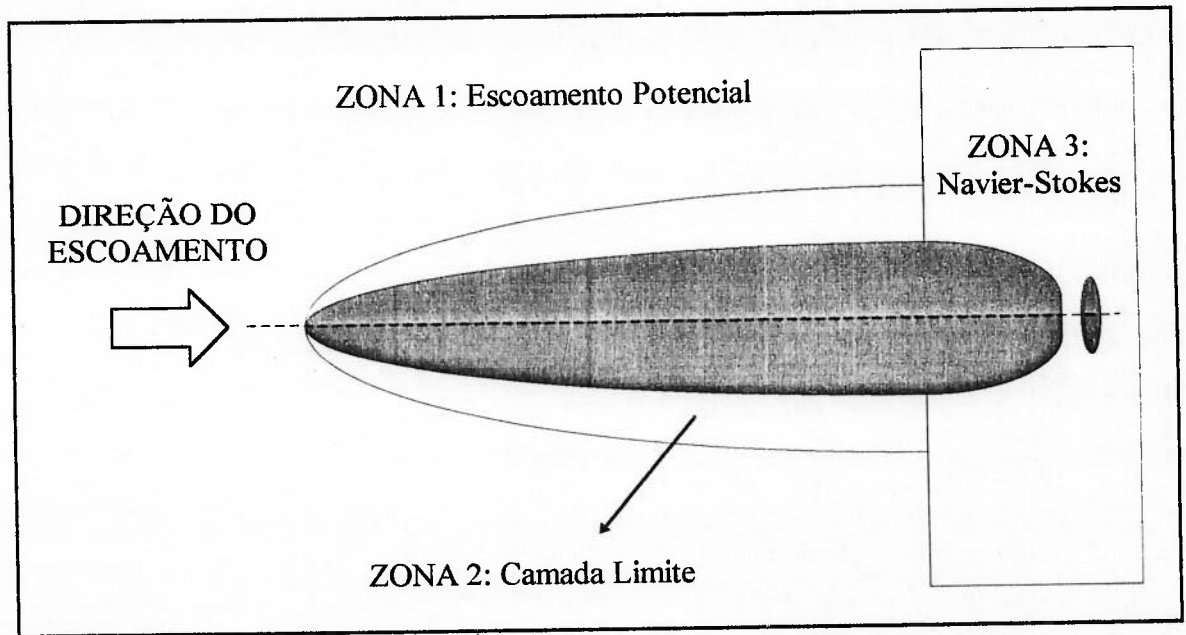


Fig. 17. Zonas de estudo de escoamento do programa SHIPFLOW

A descrição de cada zona de estudo é dada a seguir:

ZONA 1: Resolução do escoamento potencial através do Método dos Painéis com condições de contorno de superfície livre lineares ou não.

ZONA 2: Resolução da Camada Limite laminar e turbulenta através do método de integral de Momentum, com cálculo para transição laminar-turbulento.

ZONA 3: Aplicação das equações completas de *Navier-Stokes* utilizando o processo de *Time Averaging Method* e modelo de turbulência K- ϵ . Utilização do Método das Diferenças Finitas para a discretização das equações e utilização de coordenadas **BFC** (**Body-Fitted Coordinates**), onde a malha computacional molda-se ao contorno do corpo em consideração.

5.2. EXEMPLOS DE CÓDIGOS QUE UTILIZAM O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS: OS PROGRAMAS FLOTRAN E ALGOR

O programa **FLOTRAN** é um programa de Mecânica dos Fluidos Computacional de aplicação geral para a solução de problemas de engenharia nas áreas de escoamentos de fluidos e transferência de calor. Baseado no Método dos Elementos Finitos, este programa resolve escoamentos bi ou tridimensionais, em regime permanente ou não, compressíveis e incompressíveis, em ambiente de estações de trabalho (*workstations*), mainframes e microcomputadores pessoais.

O **FLOTRAN** possibilita grande flexibilidade para a determinação da geometria do problema devido à facilidade que os programas de elementos finitos possuem para a geração de malhas computacionais. Utiliza a formulação **upwind** (anexo A) para o tratamento dos termos convectivos, modelo de turbulência K- ϵ e funções de parede.

Este programa possui interfaces com outros programas de elementos finitos, a saber:

- PATRAN;
- I-DEAS;
- ANSYS (PREP7, POST1).

Estas interfaces tornam-se importantes na medida em que possibilitam uma melhor relação entre pré e pós-processadores. Desta forma, o programa tem o recurso de resolver problemas de interação fluido-estrutura.

O programa **ALGOR** desenvolvido pela **ALGOR INCORPORATION** é dividido em vários módulos, dentre os quais encontra-se o módulo de análise de escoamentos de fluidos. A seguir é descrita a estruturação dos módulos que compõem o programa:

- Análise de tensões lineares;
- Análise de vibrações;
- Análise de vibrações e tensões não lineares;
- Análise de transferência de calor;
- Análise de escoamentos de fluidos (bi ou tridimensionais);
- Análise eletrostática;
- Pós-processadores para visualização de resultados;
- Biblioteca.

A tabela 6 dada a seguir fornece para cada tipo de análise de escoamento, seja ele bi ou tridimensional, de regime permanente ou transitório, o que deve ser fornecido ao programa (Input) e a saída respectiva (Output). O **ALGOR** possui controle automático de convergência, ou seja, o usuário não influi no processo de resolução do sistema de equações através da escolha de parâmetros de relaxação.

O campo de aplicações do programa é bastante amplo, onde pode-se citar a título de exemplo: escoamentos internos a dutos, escoamentos entre canais, escoamentos externos de corpos com geometria arbitrária, projetos de chips de computadores, problemas de dispersão de poluentes na atmosfera, rios e oceanos, etc.

TIPO DE ANÁLISE	PROCESSO	INPUT	OUTPUT
ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL EM REGIME PERMANENTE	Cada nó suporta 2 graus de liberdade para a velocidade e 1 para a pressão, controle automático de convergência, modelo de turbulência.	Impor velocidades nodais nas fronteiras; fornecer condições de contorno e propriedades dos materiais	Vetor velocidade e pressão nos nós
ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL EM REGIME PERMANENTE	Cada nó suporta 3 graus de liberdade para a velocidade e 1 para a pressão, controle automático de convergência, método de Galerkin.	Impor velocidades nodais nas fronteiras; fornecer condições de contorno e propriedades dos materiais	Vetor velocidade e pressão nos nós
ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSITÓRIO	Método de Galerkin para o esquema upwind, controle automático de convergência e modelo de turbulência.	Impor velocidades nodais nas fronteiras em função do tempo; fornecer condições de contorno e propriedades dos materiais	Vetor velocidade e pressão nos nós para cada intervalo de tempo
ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSITÓRIO	Método de Galerkin, controle automático de convergência e modelo de turbulência.	Impor velocidades nodais nas fronteiras em função do tempo; fornecer condições de contorno e propriedades dos materiais	Vetor velocidade e pressão nos nós para cada intervalo de tempo

Tabela 6. Processos de análise do programa ALGOR

5.3. UM CÓDIGO QUE UTILIZA O MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS: O PROGRAMA PHOENICS DE SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS

5.3.1. DESCRIÇÃO GERAL

O código de computador utilizado para o desenvolvimento deste trabalho foi o programa **PHOENICS** de simulação de escoamentos, idealizado pela CHAM^{**}. Este programa, desenvolvido em linguagem FORTRAN, emprega a formulação do Método dos Volumes Finitos, cujos conceitos básicos foram mostrados no capítulo 3. A primeira versão do programa a nível comercial surgiu em 1981 e foi batizada de PHOENICS 81.

Durante esses anos de existência o programa foi utilizado em diversas áreas, cuja gama de aplicações é itemizada a seguir:

- Problemas zero, uni, bi ou tridimensionais;
- Problemas transientes (com dependência no tempo) ou de regime permanente (sem dependência no tempo);
- Problemas que podem ser representados em coordenadas cartesianas, cilíndricas polares ou **BFC (Body-Fitted Coordinates)**, onde a malha computacional molda-se ao contorno do corpo em consideração;
- Escoamentos laminares ou turbulentos;
- Escoamentos monofásicos ou multifásicos;

^{**} CHAM (*Concentration, Heat and Momentum*) é uma empresa de consultoria e software house especializada em aplicações industriais de CFD. Fundada em 1969 em Londres pelo professor Spalding, possui hoje representação nos cinco continentes.

- Problemas envolvendo reações químicas, combustão ou radiação;
- Problemas envolvendo transferência de calor;
- escoamentos subsônicos, transônicos ou supersônicos;
- Problemas em meio poroso;
- escoamentos com fronteiras móveis.

Já as aplicações industriais do programa **PHOENICS** são citadas a seguir:

- **Motores de combustão interna:** estudo do escoamento interno nos cilindros de motores a Diesel e gasolina, processos de injeção, projeto de válvulas de admissão, escoamento em *manifolds*, estudo de resfriamento de motores, conversores catalíticos;
- **Estudos aerodinâmicos:** aplicações em carros, aviões, navios e edifícios;
- **Equipamentos de geração de potência:** máquinas turbohidráulicas, fornalhas, trocadores de calor, condensadores, torres de resfriamento, reatores nucleares;
- **Processos industriais:** colunas de destilação;
- **Indústria metalúrgica:** equipamentos eletromagnéticos;
- **Problemas do meio ambiente :** poluição da atmosfera, dispersão de poluentes na água, simulação de escoamentos em estuários e oceanos;
- **Equipamentos de ar-condicionado e ventilação;**
- **Investigação e pesquisa :** modelagem da turbulência e escoamentos bifásicos.

5.3.2. OS COMPONENTES DO PROGRAMA PHOENICS

O programa **PHOENICS** não é formado apenas de um simples programa de computador, mas sim de uma combinação de dois códigos principais e alguns programas auxiliares. As relações entre eles são mostradas abaixo na figura 18 conforme referência [11].

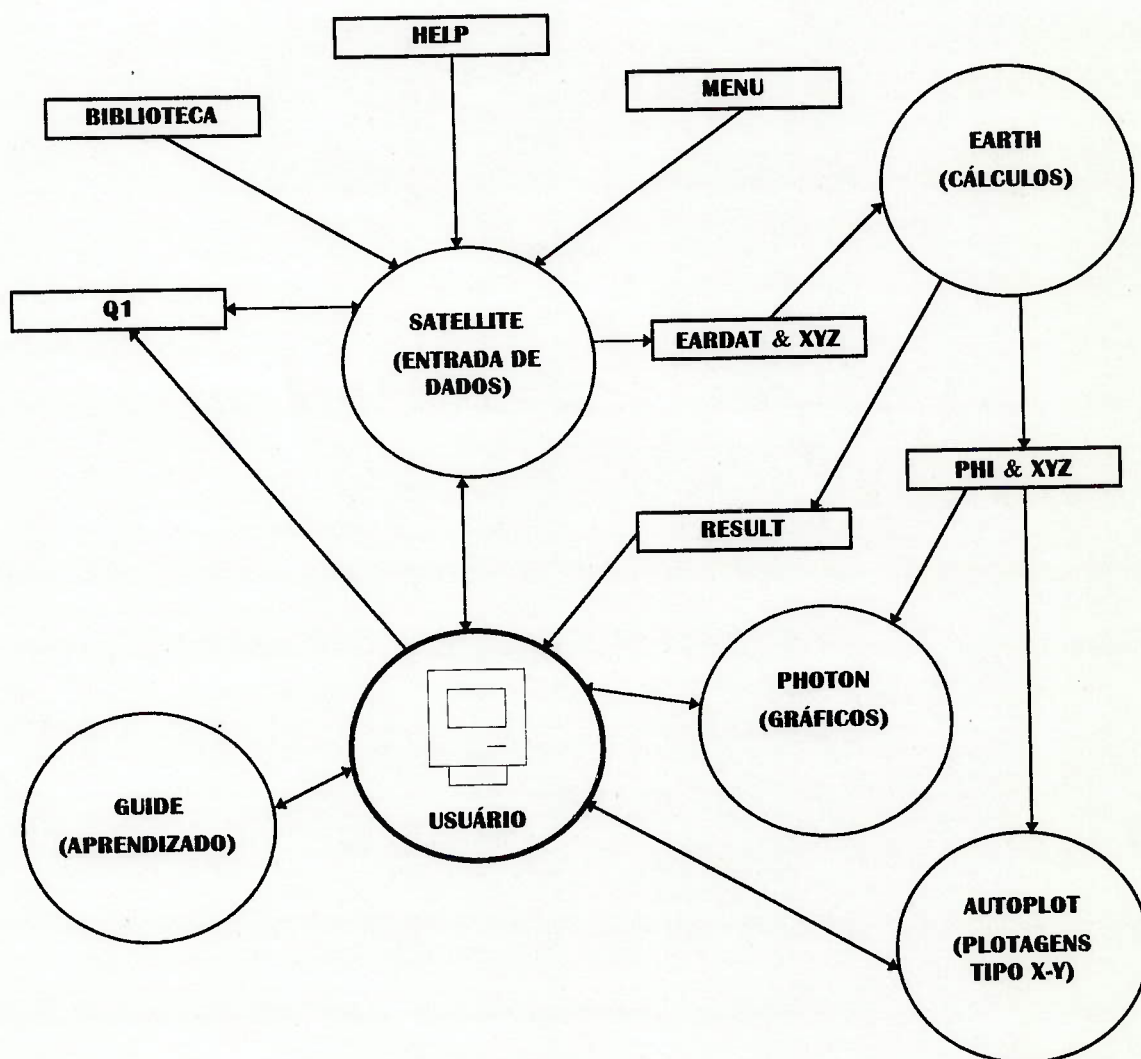


Fig. 18. Componentes do programa PHOENICS

Nesta figura as circunferências (com exceção daquela em que se lê a inscrição **USUÁRIO**) representam *programas*, enquanto que os retângulos significam *arquivos*.

Os principais códigos do programa **PHOENICS** são um pré-processador chamado **SATELLITE** e um processador chamado **EARTH**. Os códigos auxiliares são os pós-processadores **PHOTON**, **AUTO PLOT** e **PINTO** (que não consta da figura 18) e um programa para *self-instruction* chamado **GUIDE**. A seguir serão dadas informações a respeito de cada um desses programas.

O programa **SATELLITE** é um interpretador; através das informações fornecidas pelo usuário ele irá criar um arquivo de dados contendo instruções as quais podem ser entendidas e obedecidas pelo programa **EARTH**.

O **SATELLITE** pode receber as informações do usuário de várias maneiras, a saber:

- Através da leitura de um arquivo de instruções criado pelo usuário chamado **Q1**, escrito em uma linguagem de CFD denominada **PIL (PHOENICS Input Language)**;
- Carregando um arquivo de instruções proveniente da **BIBLIOTECA**;
- Através do uso da linguagem **FORTRAN**;
- Através de um sistema de utilização de **MENU**;
- Através da entrada de dados em uma sessão interativa com o usuário, sendo este assistido por um arquivo **HELP**; e
- Através da combinação dos itens acima.

O **SATELLITE** também possui uma subrotina em FORTRAN chamada **SATLIT** na qual algumas setagens do arquivo de dados podem ser inseridas pelo usuário, e uma outra subrotina chamada **MAIN** a qual permite mudar a dimensão da matriz a ser resolvida. Para isso a recompilação do **SATELLITE** torna-se necessária para que as mudanças possam se tornar efetivas.

O programa **EARTH** ocupa a maior parte do programa **PHOENICS**; ele incorpora as seqüências de código que contém as leis da Física e da Mecânica dos Fluidos aplicados a elementos de material distribuídos no tempo e no espaço. O **EARTH** lê o arquivo de dados fornecido pelo **SATELLITE** e executa as instruções necessárias; produz um arquivo de saída chamado **RESULT** o qual pode ser lido pelo usuário e um arquivo chamado **PHIDA** que pode ser lido pelos pós-processadores **PHOTON**, **AUTO PLOT** e **PINTO** ou pelo próprio **EARTH** quando uma nova “rodada” do programa é executada.

De maneira análoga ao **SATELLITE**, o **EARTH** possui subrotinas em FORTRAN que são acessíveis ao usuário. Além da subrotina **MAIN**, existe neste caso a subrotina **GROUND** responsável pelo fornecimento das condições de contorno, termos fonte, propriedade dos fluidos e características de controle de saída do programa que não se encontram no **EARTH**.

O programa **PHOTON** (**PHOENICS** Output Option) é um código interativo que produz a plotagem de grids, vetores, contornos, linhas de corrente e trajetórias de partículas. Inclui ainda uma facilidade para a realização de desenhos e uma opção para armazenamento de figuras.

O programa **AUTO PLOT** produz gráficos do tipo X-Y mostrando a variação de uma ou mais variáveis em relação a outra.

O programa **PINTO** (**PHOENICS** Interpolation Option) torna possível a transferência de dados de uma malha computacional para outra de diferente dimensão.

Finalmente o **GUIDE** fornece informação ao usuário no sentido de como utilizar corretamente o programa **PHOENICS** e torna-se recomendável também para aqueles que tenham um nível avançado em programas de CFD.

5.3.3. COMO O PROGRAMA PHOENICS DESCREVE OS FENÔMENOS FÍSICOS

5.3.3.1. Variáveis Dependentes

O programa **PHOENICS** descreve um fenômeno físico através da distribuição no tempo e no espaço de temperaturas, velocidades, pressões, concentrações e outras variáveis significativas. Estas variáveis são chamadas de **variáveis dependentes**. Estas distribuições envolvem descrições de valores numéricos em posições previamente definidas, os chamados *nós* ou *pontos do grid*, onde os conceitos básicos associados foram apresentados no capítulo 3. Caso seja empregada a formulação dependente do tempo (escoamento transiente), tais distribuições são calculadas para cada sucessão de intervalos de tempo.

O programa **PHOENICS** pode tratar com duas fases interpenetrantes, isto é, dois fluidos interagindo no mesmo escoamento. O escoamento de ar ou água são escoamentos monofásicos, porém o problema de ocorrência de cavitação exigirá um tratamento bifásico para a resolução do escoamento, onde água e ar serão as fases a serem consideradas.

O **EARTH** pode resolver até 50 variáveis dependentes ou tantas quantas forem especificadas pelo usuário. As variáveis default são mostradas na tabela 7 abaixo:

NOME	VARIÁVEL
P1	Pressão de ambas as fases
U1	Velocidade na direção x da primeira fase
U2	Velocidade na direção x da segunda fase
V1	Velocidade na direção y da primeira fase
V2	Velocidade na direção y da segunda fase
W1	Velocidade na direção z da primeira fase
W2	Velocidade na direção z da segunda fase
R1	Fração de volume da primeira fase
R2	Fração de volume da segunda fase
RS	Fração de volume da "sombra" da segunda fase
KE	Energia Cinética Turbulenta de uma das fases (a primeira fase é o
EP	Taxa de Dissipação da Energia Cinética Turbulenta da mesma fase
H1	Entalpia específica da primeira fase
H2	Entalpia específica da segunda fase
C1	Concentração de variável da primeira fase
C2	Concentração de variável da segunda fase
...	etc.
C35	Outra concentração de variável da primeira fase

Tabela 7. Variáveis dependentes do programa PHOENICS conforme referência [10]

As variáveis C1 a C35 não são necessariamente concentrações; o usuário pode decidir o que elas devem representar. Quando a segunda fase é uma fase dispersa, utiliza-se a **técnica da sombra** segundo SPALDING (1982), fornecendo uma maneira de estimar o tamanho (diâmetro) da partícula. Esta técnica considera uma terceira fase que se comporta como a fase dispersa, porém sem transferência de massa.

5.3.3.2. Variáveis Independentes

De uma forma geral, um fenômeno simulado no **PHOENICS** será *quadridimensional*, sendo as quatro dimensões dadas pelo *tempo e três dimensões espaciais*. Estas últimas serão chamadas, por facilidade, de: norte-sul, leste-oeste e alto-baixo. Explicitando:

t : mede o tempo na direção cedo-tarde (ver adiante na figura 19);

x : mede a distância (ou ângulo) na direção oeste-leste;

y : mede a distância (ou ângulo) na direção sul-norte; e

z : mede a distância (ou ângulo) na direção baixo-alto.

5.3.3.3. Variáveis auxiliares

As variáveis auxiliares são diferenciadas das variáveis dependentes por serem derivadas de equações algébricas e não de equações diferenciais. Alguns exemplos de variáveis auxiliares são dadas a seguir:

- Propriedades moleculares do meio, tais como viscosidade laminar, difusividade, número de Prandtl etc.;
- Propriedades termodinâmicas, tais como densidade, entalpia de saturação, temperatura (caso não seja definida como variável dependente), etc.;
- Quantidades que caracterizam o estado da turbulência, tais como escala de comprimento, viscosidade cinemática turbulenta, taxa de geração turbulenta, etc.; e
- Parâmetros de transporte da interfase, tais como taxas de evaporação e condensação, coeficiente de fricção da interfase e transferência de calor, etc.

Quando tais variáveis são constantes, as mesmas são representadas no **PHOENICS** por grandezas escalares. Caso isto não ocorra, elas podem ser armazenadas como variáveis de campo adotando-se para este propósito alguma das 50 variáveis dependentes.

5.3.3.4. Discretização do contínuo

As locações de tempo e espaço onde pressão e outras variáveis dependentes escalares serão computadas são de número finito. Elas podem ser imaginadas como um conjunto de células que ocupam todo o domínio sob consideração. A figura 19 conforme encontrado na referência [10] ilustra tal situação, porém deve ficar claro que as células da malha computacional não devem necessariamente serem iguais em tamanho, ou retangulares em relação à forma que possuem.

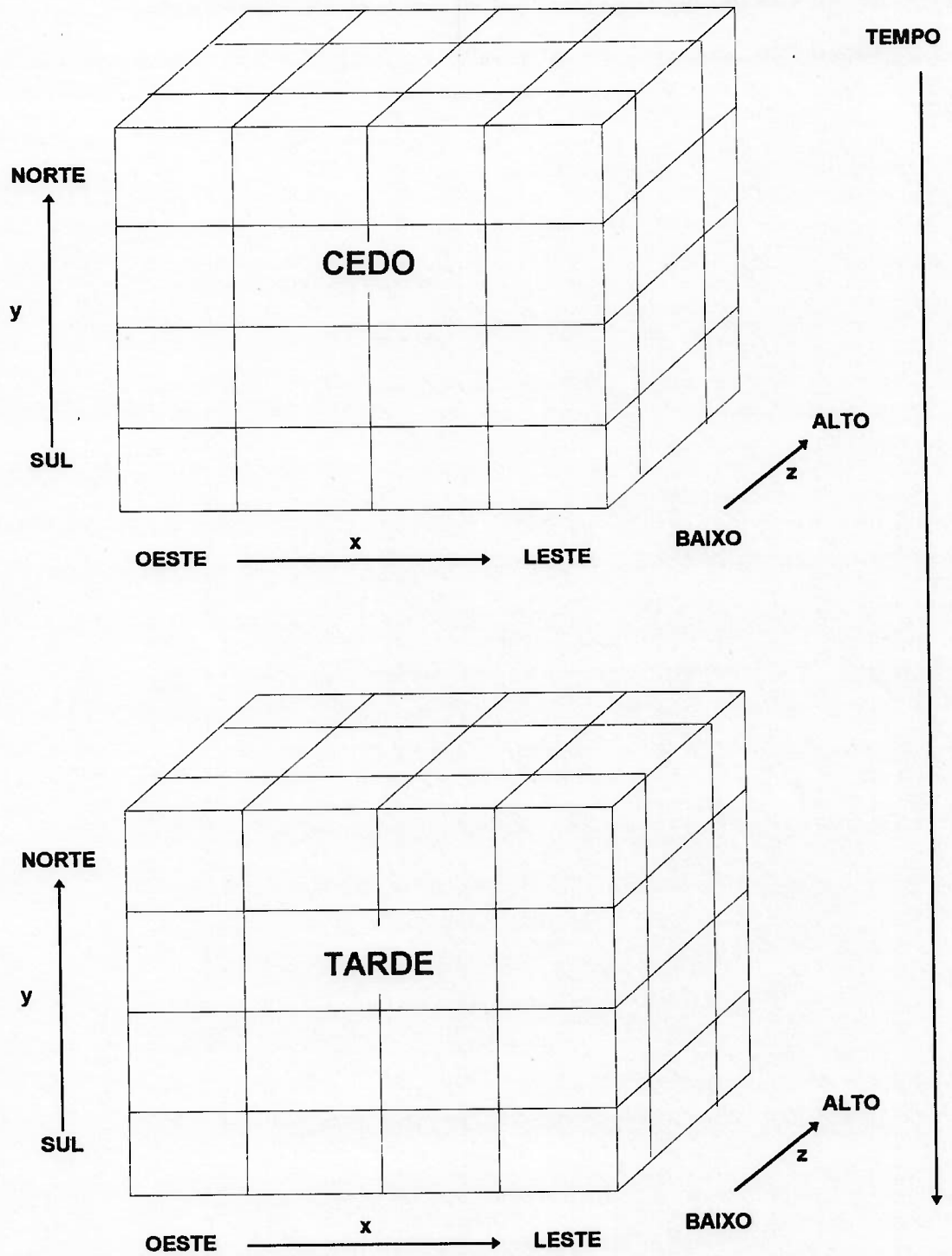


Fig. 19. Discretização do contínuo no programa PHOENICS segundo referência [10]

O programa **PHOENICS** calcula os valores das **velocidades** na parede das células. A figura 20 de acordo com a referência [10] ilustra este fato mostrando uma célula no plano com suas quatro células vizinhas.

As **temperaturas, pressões e concentrações** são calculadas pelo programa nos pontos **P, N, S, E, e W** localizados dentro das células; já as velocidades na direção oeste-leste serão calculadas nas faces **e** (leste) e **w** (oeste), e para a direção norte-sul nas faces **s** e **n**.

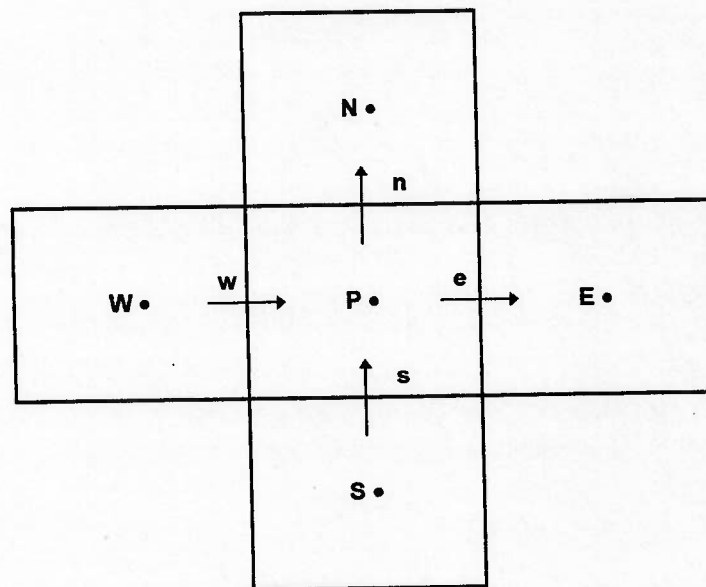


Fig. 20. Exemplo de arranjo bidimensional da malha para cálculo das variáveis no programa PHOENICS

Este arranjo de células e a maneira como devem ser calculadas as variáveis de interesse são conhecidos na literatura como arranjo *staggered-grid*.

No programa **PHOENICS** os valores das variáveis serão plotados no centro das células, realizando interpolações para os valores das outras posições. A posição das células será denotada pelos índices IX, IY e IZ para as três coordenadas espaciais e pelo índice ISTEP para a indicação do tempo. Para um escoamento em regime permanente, ISTEP será igual a 1.

5.3.4. AS EQUAÇÕES QUE SÃO RESOLVIDAS PELO PROGRAMA PHOENICS

5.3.4.1. Equações Diferenciais

De uma maneira geral o programa **PHOENICS** irá resolver as equações da Mecânica dos Fluidos que foram mostradas no capítulo 2. Entretanto, serão apresentadas agora na forma em que são encontradas no programa.

O programa irá resolver equações da seguinte forma:

$$\underbrace{\frac{\partial(r_i \rho_i \phi_i)}{\partial t}}_{\text{transiente}} + \underbrace{\text{div}(r_i \rho_i V_i \phi_i)}_{\text{convecção}} - \underbrace{\rho r_i \Gamma_{\phi_i} \text{grad}\phi_i}_{\text{difusão}} = \underbrace{r_i S_{\phi_i}}_{\text{fonte}} \quad (5.1)$$

onde:

t : tempo;

r_i : fração de volume da fase i;

ρ_i : densidade da fase i;

ϕ_i : uma propriedade conservada qualquer da fase i , como por exemplo entalpia, momento por unidade de massa, fração de massa de espécies químicas, energia turbulenta, etc.;

V_i : Velocidade vetorial da fase i ;

Γ_{ϕ_i} : coeficiente de troca de calor da propriedade ϕ_i ; e

S_{ϕ_i} : Taxa de geração de ϕ_i .

Quando o processo de *Time Averaging Method* é utilizado, expressões especiais para as quantidades turbulentas devem ser obtidas, em particular para Γ e S os quais devem levar em consideração as correlações entre velocidade, densidade, ϕ 's e outras grandezas do escoamento em questão. O usuário em última análise é o responsável pela escolha dessas relações e do modelo de turbulência apropriado no programa **PHOENICS**.

Muitas das equações mencionadas acima devem ser resolvidas de maneira simultânea uma vez que existe uma interligação entre elas.

A equação da continuidade para a fase i é obtida fazendo-se $\phi_i = 1$ na equação (5.1), o que resultará:

$$\frac{\partial (r_i \rho_i)}{\partial t} + \text{div}(r_i \rho_i V_i) = r_i S_{\phi_i} \quad (5.2)$$

Neste caso S_{ϕ_i} representará a taxa de admissão de massa para a fase considerada, por unidade de volume.

Quando o escoamento a ser considerado é monofásico, a fração de volume r_i desaparece das equações acima, levando a:

$$\frac{\partial (\rho \phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho V \phi - \rho \Gamma_{\phi} \text{grad} \phi) = S \quad (5.3)$$

E ainda, caso não se considere fonte de massa quando a segunda fase está ausente:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho V) = 0 \quad (5.4)$$

Porém, quando várias fases estão presentes no escoamento, surge a seguinte restrição:

$$\sum r_i = 1 \quad (5.5)$$

As equações apresentadas acima são válidas para os escoamentos laminares. Para escoamentos turbulentos o **PHOENICS** resolverá o problema empregando o *Time Averaging Method*. Supõe-se que o tempo a ser considerado para o emprego desta formulação é grande quando comparado à escala de tempo da turbulência, mas para problemas transientes ele deverá ser pequeno quando comparado à escala de tempo do escoamento médio.

Termos extras irão surgir representando as flutuações de velocidade, conforme foi comentado no capítulo 4. Obter-se-á, portanto:

$$\langle r \rho u \phi \rangle = - \Gamma_t \text{grad} \phi \quad (5.6)$$

Na equação acima Γ_t representa o coeficiente de troca turbulenta. O coeficiente de troca total será dado pela soma do coeficiente laminar com o turbulento, ou seja:

$$\Gamma_\phi = \Gamma_{l,\phi} + \Gamma_{t,\phi} \quad (5.7)$$

No programa **PHOENICS** esta soma é representada em termos da densidade (ρ), viscosidade cinemática laminar e turbulenta (ν_l e ν_t) e os números de Prandtl laminar e turbulento para as variáveis escalares ϕ ($\sigma_{l,\phi}$ e $\sigma_{t,\phi}$).

Assim, têm-se:

$$\Gamma_{\phi} = \rho(v_l/\sigma_{l,\phi} + v_t/\sigma_{t,\phi}) \quad (5.8)$$

O processo de *Time Averaging* irá produzir na equação (5.2) para escoamentos bifásicos uma correlação entre a velocidade e as flutuações das frações de volume, denotadas por $\langle \rho u r \rangle$. Dessa forma uma nova equação é obtida:

$$\langle \rho u r \rangle = - \rho(v_l/\sigma_{l,r} + v_t/\sigma_{t,r}) \text{grad } r \quad (5.9)$$

Os fluxos de ϕ causados por este mecanismo são conhecidos como *fluxos de difusão de fase*. As quantidades $\sigma_{l,r}$ e $\sigma_{t,r}$ são conhecidas como sendo os números de Prandtl laminar e turbulento para o fração de volume r .

5.3.4.2. Fechamento do conjunto de equações

Para fechar o conjunto de equações torna-se necessário especificar as variáveis auxiliares e as condições de contorno.

De uma forma geral, uma variável auxiliar α_1 pode ser uma função algébrica de outras variáveis auxiliares α_2, α_3 , etc. e de variáveis dependentes como P_1, U_1, \dots, C_{35} , ou seja:

$$\alpha_1 = f(\alpha_2, \dots, \alpha_n; P_1, U_1, \dots, C_{35}) \quad (5.10)$$

Um exemplo de uma relação auxiliar é a lei dos gases perfeitos:

$$\rho_1 = \frac{P_1 * W}{R * T} \quad (5.11)$$

Nesta equação W é o peso molecular, R é a constante universal dos gases e T é a temperatura em Kelvin. O **PHOENICS** possui muitas fórmulas e variáveis auxiliares, permitindo ainda que o usuário possa criar suas próprias relações de dependência caso julgue necessário.

Caso ρ_1 tenha variação considerável no domínio, então, conforme foi tratado no capítulo 3, a equação de estado relacionando densidade com temperatura e pressão é a relação empregada para o fechamento do problema. A equação de estado pode ser entendida como uma equação para a pressão enquanto a equação da continuidade o é para a massa específica. Esta formulação onde todas as variáveis dependentes possuem a sua equação de evolução é chamada de **formulação compressível**.

A princípio, qualquer problema compressível pode ser resolvido dentro da seqüência dada a seguir, avançando a solução de um instante t para um instante $t + \Delta t$:

- 1) Calcular a densidade no instante $t + \Delta t$ usando a equação da conservação da massa;
- 2) Calcular a temperatura a partir da equação da energia;
- 3) Com ρ_1 e T calcular a pressão através da equação de estado;
- 4) Calcular as velocidades através das equações de movimento para cada direção;
- 5) Reiniciar em 1 e avançar a solução para um novo intervalo de tempo até atingir o regime permanente ou a convergência.

Caso a massa específica não varie significativamente com a pressão, mas tenha variação considerável com a temperatura, o problema rigorosamente ainda pode ser definido como compressível. Entretanto, a equação de estado $P=P(\rho_1, T)$ não pode ser mais

usada como equação para a determinação de P porque pequenos erros cometidos no cálculo de ρ_1 , via equação da continuidade, poderá produzir grandes erros em P .

Caso a massa específica não dependa de P a equação de estado será utilizada para o cálculo da densidade, dependente apenas de T , $\rho_1 = \rho_1(T)$, onde T é determinada através da equação da conservação da energia. Dessa maneira a equação da continuidade passa a ser apenas uma restrição que deve ser obedecida pelo campo de velocidades.

Neste caso deve-se então determinar um campo de pressões que, quando inserido nas equações de movimento, originem um campo de velocidades que satisfaça a equação da conservação da energia. O fato da **densidade não variar com a pressão** introduz **um forte acoplamento entre a pressão e a velocidade**, causando dificuldades para a resolução do sistema de equações. Esta formulação é chamada de **formulação incompressível**. Observa-se dessa forma que os casos $\rho_1 = \rho_1(T)$ e $\rho_1 = \text{cte}$ recebem o mesmo tratamento do ponto de vista numérico.

Vale notar que se o sistema de equações fosse resolvido diretamente o problema do acoplamento pressão-velocidade não existiria. Em essência, este problema é causado pelo processo iterativo que é adotado para a solução do sistema de equações.

De maneira análoga à formulação compressível têm-se para este caso o seguinte procedimento para avançar a solução do instante t para o instante $t + \Delta t$:

- 1) Fornecer os valores iniciais das variáveis dependentes;
- 2) Calcular T usando a equação da energia;
- 3) Calcular ρ_1 usando $\rho_1 = \rho_1(T)$;

4) Calcular P através da utilização de algum algoritmo (o **PHOENICS** utiliza o método **SIMPLEST** para o caso de escoamentos monofásicos, conforme referência [10]);

5) Calcular as componentes do vetor velocidade usando as equações do movimento;

6) Verificar se as velocidades calculadas satisfazem a equação da conservação da massa. Caso isto não ocorra voltar ao item 4 e recalcular a pressão. Iterar dentro dos itens 4-5-6 até que a equação da continuidade seja satisfeita;

7) Como a temperatura depende das velocidades voltar ao item 2 e recomeçar o processo;

8) Após obtida a convergência avançar no novo intervalo de tempo até que o regime permanente seja alcançado.

Após a apresentação desses conceitos, válidos para qualquer método de discretização, nota-se a necessidade de fornecer condições de contorno a partir da integração da equação (5.2) sobre uma célula de volume VO e área igual ao valor A. Chega-se a:

$$\iiint_{VO} dV [r_i S_{\phi_i} - \frac{\partial (r_i \rho_i \phi_i)}{\partial t}] = \iint_A dA (r_i \rho_i V \phi_i - r_i \Gamma_i \text{grad} \phi_i)_n \quad (5.12)$$

Resta portanto especificar os fluxos convectivos e difusivos normais à superfície A, ou seja:

$$(r_i \rho_i V \phi_i - r_i \Gamma_i \text{grad} \phi_i)_n \quad (5.13)$$

O **PHOENICS** considera por default que estes fluxos valem zero em todas as fronteiras do domínio em questão. A tarefa de definir as condições de contorno reside no fato de especificar os fluxos e desprezá-los quando estes não forem necessários.

No caso da variável P1 (Pressão), a integração da equação (5.3) ao longo do volume da célula considerada e a aplicação do Teorema da Divergência mostram que o que deve ser especificado neste caso é o fluxo normal à superfície, isto é, $(r_i \rho_i V)_n$. Assim, a condição de contorno para P1 determinará o fluxo de massa.

5.3.5. AS EQUAÇÕES DO MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS QUE SÃO RESOLVIDAS PELO PROGRAMA EARTH

O programa **PHOENICS** resolve conjuntos de equações algébricas originadas de:

- Integração de equações diferenciais sobre um volume finito de uma célula computacional e sobre um intervalo de tempo finito (para problemas em regime não permanente); e
- Aproximação de variação de propriedades utilizando funções de interpolação.

O método de resolução adotado pelo programa **PHOENICS** é o **Método Implícito**, conforme mencionado no capítulo 2, utilizando o esquema **upwind** (ver anexo A). Isto implica que:

- Para os termos que são dependentes do tempo, todas as propriedades do fluido são consideradas independentes da posição que ocupam dentro da célula, de tal modo que a integral sobre o volume de $\partial(r_i\rho_i\phi_i)/\partial t$ é substituída por:

$$\frac{((r_i\rho_i\phi_i)_{\text{novo}} - (r_i\rho_i\phi_i)_{\text{velho}})}{(t_{\text{novo}} - t_{\text{velho}})}, \text{ para cada célula} \quad (5.14)$$

- Para os termos convectivos, todas as propriedades do fluido são uniformes ao longo das faces das células e, ainda, supõe-se que os valores da nova iteração prevalecem ao longo de todo o intervalo de tempo considerado. Com exceção das velocidades cujos valores da face e do centro das células são armazenados, os demais valores que se encontram nas faces das células são os mesmos do ponto mais próximo caminhando-se no esquema upwind. Por exemplo, se U_{ie} representa a velocidade em x da fase i armazenada na face leste (figura 20), e A_e representa a área desta face, o fluxo de massa da fase i que cruza a face leste da célula que contém o ponto P é dada por:

$$r_{iP}\rho_{iP}U_{ie}A_e \quad \text{para } U_{ie} > 0 \quad (5.15)$$

E ainda:

$$r_{iE}\rho_{iE}U_{ie}A_e \quad \text{para } U_{ie} < 0 \quad (5.16)$$

- Para obter o fluxo da variável ϕ que cruza a face leste basta multiplicar as equações (5.15) e (5.16) por ϕ_P e ϕ_E respectivamente, para o caso de $U_{ie} > 0$ e $U_{ie} < 0$.
- Para representar os termos difusivos, condução de calor e ações viscosas, as propriedades de transporte são uniformes ao longo das faces das células; os novos valores prevalecem ao longo de todo o intervalo, as propriedades devem variar de forma linear e as propriedades de

transporte são médias aritméticas ou harmônicas calculadas sobre as faces das células. Como exemplo, em escoamentos monofásicos, o fluxo difusivo de ϕ que atravessa a face leste é dado por:

$$A_e \left[\frac{(\Gamma_P + \Gamma_E)}{2} \right] (\phi_E - \phi_P) \quad (5.17)$$

- Para os termos que representam fontes, os valores nodais devem prevalecer em todo o volume da célula, sendo que os novos valores (valores no instante tarde, figura 19) devem permanecer ao longo de todo o intervalo de tempo.

Existem muitas variantes sobre os itens descritos acima, sendo que o programa **PHOENICS** permite ao usuário modificar determinadas relações através da subrotina escrita em FORTRAN chamada **GROUND**. Porém, qualquer que seja a opção adotada pelo usuário, o conjunto de equações terá a forma dada a seguir, onde H e L são pontos do centro da célula vizinha ao ponto P na direção baixo-alto e T representa o instante cedo (figura 19):

$$\phi_P = \frac{a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_H \phi_H + a_L \phi_L + a_T \phi_T + S}{a_E + a_W + a_N + a_S + a_H + a_L + a_T + a_P} \quad (5.18)$$

Os coeficientes a são primeiramente tratados como sendo constantes, sendo que os índices N, S, E, W, H e L expressam as interações entre células vizinhas através da difusão e convecção. Como exemplo, para escoamentos monofásicos o coeficiente a_E é dado por:

$$a_E = A_e \left[\frac{(\Gamma_P + \Gamma_E)}{2} \right], \text{ para } U_{ie} > 0 \quad (5.19)$$

E finalmente:

$$a_E = \rho_E |U_{ie}| A_e + \frac{A_e \Gamma \left(\frac{\Gamma_P + \Gamma_E}{2} \right)}{(X_E - X_P)}, \text{ para } U_{ie} < 0 \quad (5.20)$$

Os coeficientes a tem dimensão de massa por unidade de tempo, contribuindo para o tamanho geométrico das células e interpretação física do problema em questão.

Os termos S e a_P expressam a influência da fonte da propriedade ϕ . A contribuição total do termo fonte para o balanço de ϕ para a célula é igual a $S - a_P \phi_P$, equação (5.21), sendo esta expressão conhecida como *formulação linearizada do termo fonte*, responsável pela rápida convergência do processo de resolução das equações e diminuição dos custos computacionais associados com este procedimento.

5.3.6. COMO O PROGRAMA PHOENICS CONTABILIZA A DISTRIBUIÇÃO DAS VARIÁVEIS DEPENDENTES

Para uma variável dependente qualquer ϕ , o número de equações algébricas será igual ao número de células existente no domínio de integração. Dessa forma, existirão $NX * NY * NZ$ equações algébricas iguais à equação (5.18) para cada variável dependente, onde NX é o número de células na direção X e assim sucessivamente.

Como pode-se notar o número de equações a ser resolvido é grande, além do fato de que as mesmas estão fortemente acopladas entre si. O programa PHOENICS resolve este conjunto de equações de uma maneira iterativa, cujo objetivo é reduzir o desequilíbrio entre os lados da equação até chegar a valores desprezíveis. Os valores de

temperatura, pressão, velocidades, etc., plotados pelo programa representam as soluções, dentro de um nível de precisão considerado, das equações (5.18).

O processo iterativo de resolução do sistema de equações é bastante complicado pois as equações (5.18) embora possuam um aspecto linear, são geralmente não lineares devido ao acoplamento de variáveis. Comentários a esse respeito foram feitos no capítulo 3.

Um exemplo do forte acoplamento é o coeficiente a_E , função de:

$$a_E = \text{fn}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n; P_1, U_1, \dots, C_{35}) \quad (5.22)$$

Durante o processo de resolução, os coeficientes e os termos fonte são considerados inicialmente constantes, de tal forma que os solvers algébricos possam realizar seu trabalho sem maiores problemas. No próximo ciclo os coeficientes são atualizados juntamente com as variáveis dependentes, reiniciando-se o processo até a convergência.

Torna-se importante neste momento a introdução de conceitos relacionados ao processo de resolução das equações algébricas, como por exemplo *slabs*, *slabwise solution*, *sweeps* e *solução de campo inteiro*.

De acordo com a referência [10], *slabs* são fileiras de células (*arrays*) que possuem o mesmo valor na direção baixo-alto na coordenada Z. Muitas das operações matemáticas realizadas pelo programa PHOENICS são realizadas com apenas um slab e outras operações podem ser realizadas pelo programa antes de prosseguir para o próximo. Este procedimento é conhecido como *slabwise solution*.

A figura 21 dada a seguir conforme a referência [10] mostra um slab de células para um valor constante de IZ. Apenas a título de ilustração, porém de acordo com a convenção adotada anteriormente, a direção baixo-alto está mostrada na horizontal.

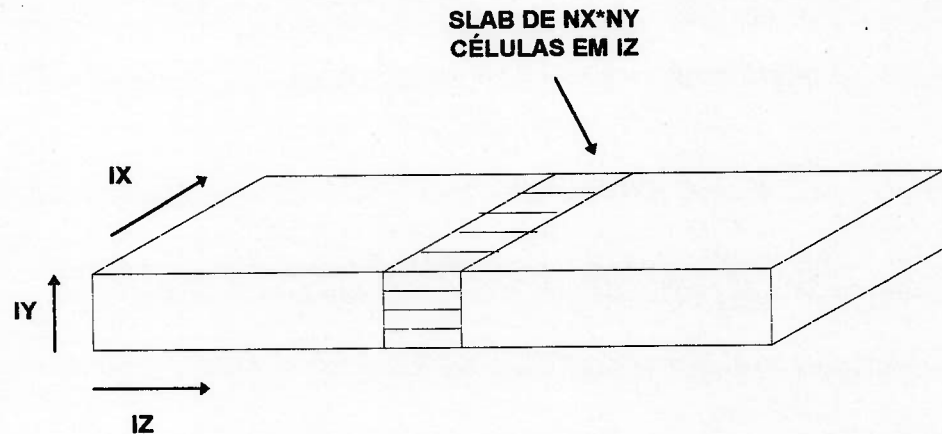


Fig. 21. Esquema de um slab de células em uma malha computacional

Um *sweep* é um conjunto de operações de *slabwise*, conduzidos na seqüência que começa no mais baixo slab em Z (a partir da esquerda na figura 21) para o mais alto (à direita na mesma figura).

De uma maneira sucessiva muitos sweeps serão feitos até o momento em que todas as equações estejam em perfeito balanço onde ajustes dos coeficientes não sejam mais necessários.

A *solução de campo inteiro* é um procedimento que pode ser empregado pelo PHOENICS para muitas variáveis. Ela reduz o número de sweeps porém exige um maior armazenamento computacional, sendo mais efetiva para fenômenos tais como condução de calor “pura”, escoamento potencial (irrotacional) ou para casos (raros) em que apenas um sweep seja necessário para que se obtenha a solução.

5.3.7. O TRATAMENTO DA GEOMETRIA NO PROGRAMA PHOENICS

5.3.7.1. Tipos de grid ou malha computacional

O programa **PHOENICS** utiliza três tipos de grid, a saber:

- cartesiano;
- cilíndrico polar; e
- curvilíneo.

O grid **cartesiano** é composto de células formadas da intersecção de planos perpendiculares e paralelos às três direções coordenadas.

O grid **cilíndrico-polar** consiste da intersecção de:

- planos $z = \text{cte}$, perpendicular ao eixo de rotação;
- planos $x = \text{cte}$, interceptados pelos demais planos (neste caso x representa o ângulo em radianos, não distância); e
- superfícies cilíndricas concêntricas, de coordenada constante radial y .

O grid **curvilíneo** é imaginado como sendo uma malha computacional que se molda aos contornos de corpos ou detalhes geométricos do escoamento em questão. O termo que designa tal grid é **BFC (Body-Fitted Coordinates)**.

5.3.7.2. Como a geometria do grid é especificada

Devido à regularidade dos grids cartesianos e cilíndricos, a quantidade de informação necessária para especificar suas geometrias é relativamente pequena. Para um grid com NX células na direção X , NY e NZ respectivamente nas direções Y e Z , é necessário fornecer apenas $3 + NX + NY + NZ$ itens de informação. Estes itens podem ser os comprimentos totais nas três direções.

Já a grande flexibilidade do grid tipo BFC requer um número maior de informações para a especificação da geometria. Para um grid com $NX * NY * NZ$ células serão necessários $3*(NX + 1)*(NY + 1)*(NZ + 1)$ itens de informação, correspondendo por exemplo a três coordenadas espaciais de todos os vértices das células.

O programa PHOENICS pode lidar com grids curvilíneos de qualquer formato, porém é recomendável que as células sejam ortogonais, ou seja, as linhas que unem os centros das células devem interceptar as faces das mesmas em ângulos retos.

5.3.8. A CONVERGÊNCIA NO PROGRAMA PHOENICS

5.3.8.1. Os níveis de iteração do programa PHOENICS

O programa PHOENICS possui três níveis de iteração, citados abaixo e esquematizados na figura 22, de acordo com a referência [10]:

- il1 : solver de equações lineares (iteração interna);
- il2 : SIMPLEST ou IPSA algoritmo (iteração externa ou hidrodinâmica); e
- il3 : o sweep.

Os três níveis de iteração encontram-se interligados entre si, pois il1 é um step de il2 e este é um step de il3.

O **primeiro nível de iteração il1** resolve o sistema de $NX * NY$ equações para uma variável ϕ em um dado slab, usando para tal:

- uma versão 2D do TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm) para resolução de sistemas lineares; ou
- Método de Jacobi.

O **segundo nível de iteração il2** resolve acoplamentos entre as variáveis dependentes, como o acoplamento pressão-velocidade. O SIMPLEST é utilizado para escoamentos monofásicos e o IPSA para escoamentos bifásicos.

O **terceiro nível de iteração il3** é o processo de resolução de sweeps comentado anteriormente.

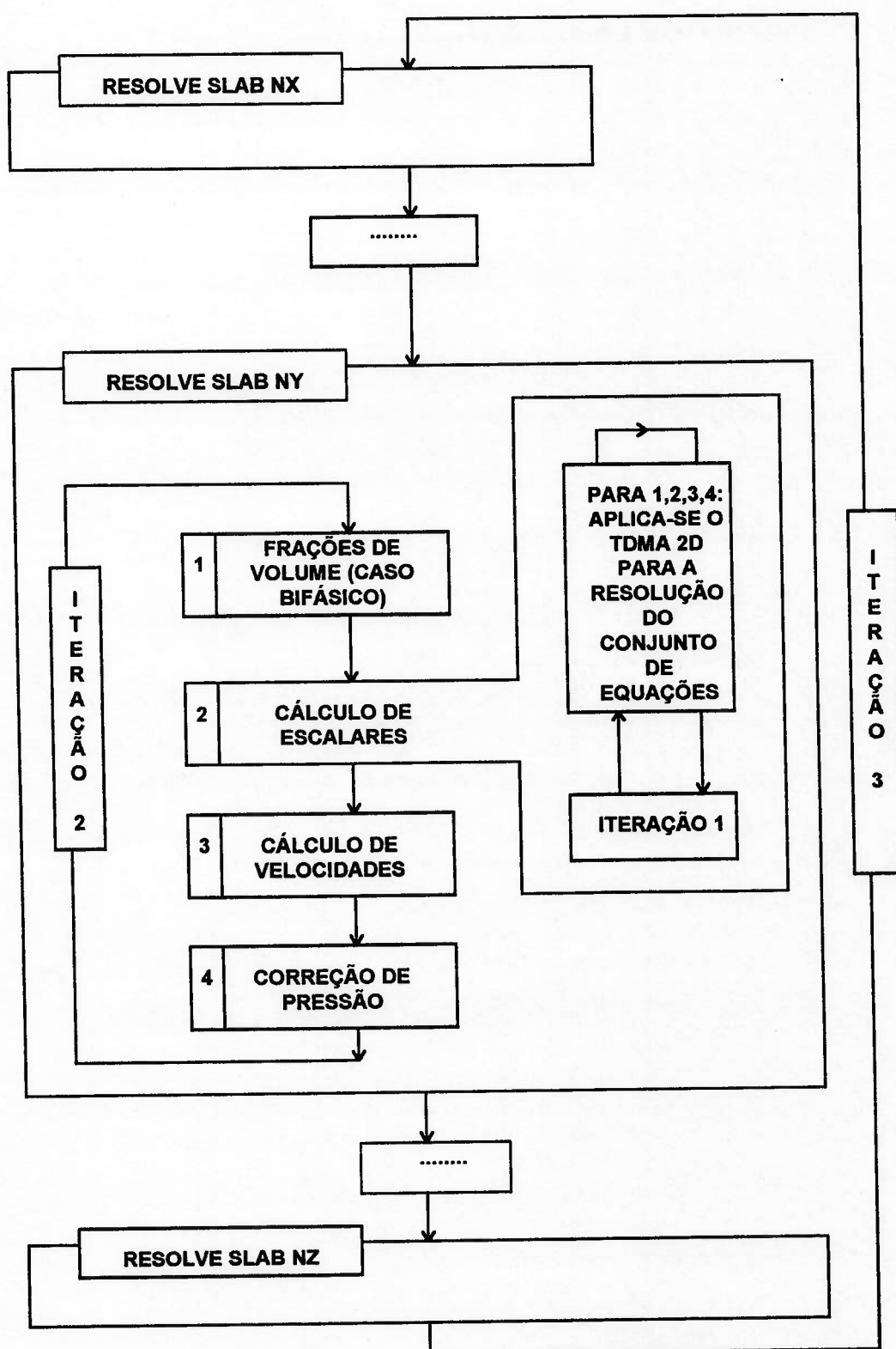


Fig. 22. Níveis de iteração do programa PHOENICS

5.3.8.2. Os tipos de relaxação do programa PHOENICS

5.3.8.2.1. Relaxação linear

Quando uma relaxação do tipo linear é aplicada a uma variável ϕ , o novo valor de ϕ , ϕ_{novo} , será dado por:

$$\phi_{\text{novo}} = \phi_{\text{velho}} + \alpha(\phi^* - \phi_{\text{velho}}) \quad (5.23)$$

onde:

ϕ_{velho} : valor corrente da variável, resultado da iteração anterior;

ϕ^* : valor resultante da iteração atual; e

α : fator de relaxação ($0 < \alpha \leq 1$).

Analisando a equação (5.23) nota-se que:

- caso $\alpha = 0$, então $\phi_{\text{novo}} = \phi_{\text{velho}}$ (nenhuma mudança ocorre no processo de convergência);
- caso $\alpha = 1$, então $\phi_{\text{novo}} = \phi^*$ (nenhuma relaxação é utilizada).

5.3.8.2.2. Relaxação Falso Time-Step

Basicamente, a relaxação tipo falso time-step significa adicionar o seguinte termo na equação (5.18):

$$\rho V_p(\phi_p - \phi_{p,\text{velho}})/\Delta T_f \quad (5.24)$$

onde:

ϕ_p : valor da célula de ϕ a ser computado;

$\phi_{p,\text{velho}}$: valor da célula de ϕ resultante da iteração anterior;

V_p : volume da célula;

ΔT_f : falso time-step a ser escolhido.

Observa-se então que:

- Para grandes valores de ΔT_f , o termo extra dado em (5.24) torna-se desprezível; a solução da equação é a mesma obtida sem relaxação.
- Para pequenos valores de ΔT_f , obtém-se $\phi_p \approx \phi_{p,\text{velho}}$ (nenhuma mudança ocorre no processo de convergência).

Este tipo de relaxação leva este nome pois o termo extra tem a mesma forma que o termo transiente na equação diferencial quando o cálculo ocorre em escoamentos transientes. Nesse caso, $\phi_{p,\text{velho}}$ é o valor do intervalo de tempo anterior e ΔT_f é o tamanho deste intervalo de tempo.

Em geral recomenda-se para ΔT_f :

$$\Delta T_f \propto \text{comprimento característico/velocidade característica}$$

(5.25)

5.3.9. A ESTRUTURA DO ARQUIVO DE DADOS Q1

A tabela 8 abaixo mostra a estrutura em grupos do arquivo de dados Q1:

GRUPO 1	Título da simulação
GRUPO 2	Transiência; Especificação de time-step
GRUPO 3	Especificação do grid na direção x
GRUPO 4	Especificação do grid na direção y
GRUPO 5	Especificação do grid na direção z
GRUPO 6	Body Fitted Coordinates ou distorção do grid
GRUPO 7	Variáveis a serem resolvidas
GRUPO 8	Termos de equações diferenciais
GRUPO 9	Propriedades do meio
GRUPO 10	Processos de interfase e propriedades
GRUPO 11	Inicialização de variáveis ou porosidades
GRUPO 12	(Grupo livre)
GRUPO 13	Condições de contorno e termos fonte
GRUPO 14	Pressão a jusante
GRUPO 15	Especificação de sweeps
GRUPO 16	Especificação de iterações
GRUPO 17	Mecanismos de sobre-relaxação
GRUPO 18	Limitação das variáveis
GRUPO 19	Dados do SATELLITE para o GROUND
GRUPO 20	Especificação de saída
GRUPO 21	Saída de variáveis
GRUPO 22	Especificação do ponto de monitoramento
GRUPO 23	Controle de plotagem
GRUPO 24	Especificação de restart do processamento

Tabela 8. Estrutura do arquivo de dados Q1

5.3.10. A ESCOLHA DO TIPO DE FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES

5.3.10.1. Escolha de Formulação Parabólica e Formulação Elíptica

O programa **PHOENICS** possui uma variável lógica chamada **PARAB** cujo valor default é **F** (Falso). Isto significa que, caso o usuário não altere este valor, o programa **PHOENICS** irá simular um **problema elíptico**.

Entretanto, para determinados escoamentos, a variável **PARAB** poderá assumir o valor **T** (Verdadeiro). Dessa forma o programa irá resolver um problema parabólico, representando para essa classe de escoamentos economia de tempo computacional e armazenamento de variáveis.

De uma forma geral, os seguintes escoamentos podem ser tratados como problemas parabólicos:

- escoamentos em regime permanente;
- escoamentos que possuem uma direção predominante de propagação, cujo vetor velocidade não possui nenhuma componente negativa;
- escoamentos que possuem curvatura suave, cujos gradientes de pressão tomados em direções normais à direção predominante de propagação têm pouca variação;
- escoamentos nos quais a difusão, condução, transporte de massa, calor e *momentum* na direção predominante de propagação podem ser desprezados.

No programa **PHOENICS**, a direção predominante de um escoamento parabólico é a direção z . Dessa forma, o procedimento de resolução das equações toma a forma de uma “marcha” na direção z , desde o valor mais baixo até o valor mais alto.

Por outro lado, a influência de um escoamento elíptico pode propagar-se em todas as direções espaciais incluindo valores negativos na direção z . Consequentemente, a resolução de tais escoamentos irá requerer repetidos sweeps no domínio de integração, onde cada célula será “visitada” muitas vezes.

Quando a formulação parabólica é empregada, três modificações ocorrem nas equações apresentadas no item (5.3.5). A primeira delas refere-se à omissão do coeficiente a_H na equação (5.18) e dos termos transientes, obtendo-se a seguinte equação:

$$\phi_P = \frac{a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_L \phi_L + S}{a_E + a_W + a_N + a_S + a_L + a_P} \quad (5.26)$$

A segunda modificação é a omissão da componente difusiva no coeficiente a_L . Já a terceira modificação diz respeito à representação do termo da pressão na direção da velocidade w da direção z .

5.3.10.2. Uso da Formulação Implícita e Formulação Explícita

Conforme visto anteriormente, a equação (5.18) fornece uma relação algébrica para ϕ_P envolvendo os valores das células vizinhas, isto é, ϕ_E , ϕ_W , ϕ_N , ϕ_S , ϕ_H , e ϕ_L . Quando os valores destas células vizinhas são considerados durante o step de integração atual, diz que a formulação é implícita. A variável lógica empregada pelo programa

PHOENICS neste caso é a variável SOLUTN, cujo valor está setado para formulação implícita (SOLUTN = N), por default.

Quando a formulação explícita é empregada (SOLUTN = Y), os valores das células vizinhas do final do step anterior são utilizados, sendo denotados por ϕ_{E-} , ϕ_{W-} , ϕ_{N-} , ϕ_{S-} , ϕ_{H-} , e ϕ_{L-} . Recomenda-se a utilização desta formulação quando se deseja obter uma economia de tempo e armazenamento computacional das variáveis.

O usuário pode utilizar, segundo o programa **PHOENICS**, o *critério de Courant* para decidir sobre o emprego da formulação explícita. Este critério diz que, caso $u \Delta t / \Delta x < 1$, onde u é a velocidade, Δt e Δx são respectivamente o tamanho dos steps de tempo e espaço utilizados no processo de integração, a formulação explícita poderá ser empregada.

Recomenda-se a utilização da formulação explícita para o tratamento daquelas variáveis que mudam de uma maneira muito lenta com o tempo quando comparadas com outras variáveis do problema. Neste caso a formulação é empregada por questões de economia abordadas anteriormente.

5.3.10.3. Uso de Esquema Upwind e Esquema Híbrido

Basicamente, a diferença entre esquema upwind e esquema híbrido reside no tratamento da especificação dos coeficientes α e β das equações (3.44) e (3.45). A utilização de α e β para o cálculo dos coeficientes nas equações aproximadas evitam as oscilações espaciais causadas quando diferenças centrais são empregadas em problemas de convecção dominante. Quando o número de Peclet aumenta (ver anexo A) a aproximação

do termo convectivo tem a forma de uma derivada a montante (esquema upwind). Este método foi introduzido primeiramente por COURANT, ISAACSON e REES (1952), sendo posteriormente desenvolvido por GENTRY, MARTIN e DALY (1966), BARAKAT e CLARK (1966) e finalmente por RUNCHAL e WOLFSHTEIN (1969).

Já no esquema híbrido α e β variam no domínio de cálculo procurando “pesar” as influências da convecção e difusão. O esquema híbrido foi desenvolvido por SPALDING e PATANKAR (1970).

A utilização do esquema híbrido busca evitar oscilações espaciais e, portanto, a divergência da solução. Conforme ocorre aumento das velocidades em determinado escoamento, aumenta também a difusão numérica ou falsa difusão, tratada no anexo A. Dessa forma o uso de esquemas híbridos podem garantir a obtenção de uma solução mas podem, entretanto, comprometer a precisão da mesma.

No programa **PHOENICS** o parâmetro DIFCUT permite ao usuário selecionar o esquema upwind (DIFCUT = 0.0) ou o esquema híbrido (DIFCUT = 0.5).

5.3.11. OS MODELOS DE TURBULÊNCIA NO PROGRAMA PHOENICS

O programa **PHOENICS** possui quatro modelos “built-in”, a saber:

- (1) Modelo que utiliza viscosidade turbulenta (μ_t) constante;
- (2) Modelo que utiliza comprimento de mistura de PRANDTL;
- (3) Modelo de turbulência de uma equação (“One-Equation Model”);
- (4) Modelo de turbulência K- ϵ (“Two-Equation Model”).

A CHAM desenvolveu outros modelos de turbulência que estão disponíveis através de serviços de consultoria. Dentre estes modelos, pode-se citar o modelo de turbulência para baixos números de Reynolds (Low- Reynolds number models), modelo de tensões algébricas e o modelo de transporte das tensões de Reynolds.

O usuário pode implementar um novo modelo de turbulência no programa **PHOENICS**. Para tal, os seguintes passos devem ser obedecidos:

- (a) Prover equações de transporte apropriadas;
- (b) Prover uma relação para o comprimento de escala. Para isto deve-se colocar no arquivo Q1 (grupo 9) o termo $EL1 = GRND$ e inserir seqüências de código apropriadas no **GROUND** (grupo 9, seção 12);
- (c) Prover uma fórmula para a viscosidade turbulenta. Deve-se colocar no arquivo Q1 (grupo 9) o termo $ENUT = GRND$ e inserir seqüências de código apropriadas no **GROUND** (grupo 9, seção 5);
- (d) Para as equações de transporte a serem resolvidas, deve-se prover apropriados termos fonte na forma linearizada. Para isto deve-se inserir seqüências de código apropriadas no grupo 13 do **GROUND** para os valores dos coeficientes;
- (e) Deve-se prover condições de contorno de parede apropriadas, como as funções de parede. A implementação dessas condições é feita de maneira análoga ao item (d).

6. RESOLUÇÃO DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS BIDIMENSIONAIS INCOMPRESSÍVEIS EM REGIME PERMANENTE UTILIZANDO O PROGRAMA PHOENICS

O objetivo deste capítulo é mostrar a resolução de alguns escoamentos turbulentos bidimensionais incompressíveis em regime permanente utilizando o programa **PHOENICS**.

Os seguintes problemas foram analisados:

- **Escoamento bidimensional viscoso turbulento em um degrau (ressalto hidráulico):** Buscou-se determinar o campo de velocidades e distribuição de pressões, comparando-se os resultados com o programa **FLOTRAN** e com informações provenientes de análise experimental disponíveis em literatura;
- **Escoamento bidimensional viscoso turbulento em um perfil NACA0012 com ângulo de ataque de 9.86° (escoamento subsônico):** Neste caso buscou-se determinar um campo de pressões ao redor deste fólio imerso no ar que pudesse ser validado por informações obtidas através de simulações numéricas realizadas pelo programa **FLOTRAN** e resultados experimentais disponíveis em literatura;
- **Análise paramétrica do escoamento bidimensional viscoso turbulento em torno de fólhos com flap (aileron):** Buscou-se validar a distribuição de pressões de fólhos com flap imersos em água, onde o ângulo de flap variou de 5 a 25 graus. A parte móvel destes perfis (flap) é grande quando comparada à parte fixa, valendo 44 % da corda total (parte fixa + parte móvel).

6.1. RESOLUÇÃO DO ESCOAMENTO EM TORNO DE UM RESSALTO HIDRÁULICO (DEGRAU)

A análise do escoamento viscoso bidimensional turbulento em torno de um degrau em regime permanente é um problema crítico para a validação de códigos de CFD (Computacional Fluid Dynamics). A motivação para a resolução deste problema deve-se ao fato de que a geometria envolvida é bastante simples mas o escoamento é extremamente complexo devido ao surgimento de recirculações no fluido. O objetivo desta simulação foi portanto determinar a posição onde ocorre o realinhamento do fluxo, ou seja, determinar a posição onde as vorticidades decorrentes do degrau deixam de existir. Desta forma este caso foi escolhido para ser resolvido pelo programa **PHOENICS**, utilizando-se um microcomputador 486 DX4 100 MHz com 32 MB de memória RAM.

Este escoamento é caracterizado por um ponto de separação bem definido, uma zona de escoamento com recirculação (formação de vórtices) e uma região de reunificação (realinhamento) do escoamento. A geometria do problema, as condições iniciais, as propriedades dos fluido utilizado no escoamento e a modelagem das condições de contorno no programa **PHOENICS** são mostradas a seguir:

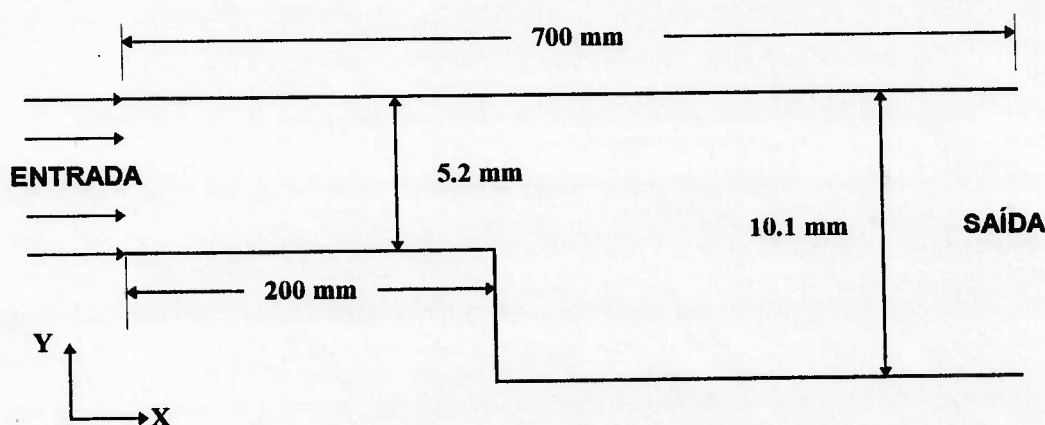


Fig. 23. Geometria do problema do degrau

Fluido	Ar	Unidades
Pressão de referência	1×10^5	Pa
Temperatura ambiente	27	$^{\circ}\text{C}$
Densidade nominal	1.176	Kg/m^3
Viscosidade nominal	1.60×10^{-5}	m^2/s
Número de Reynolds (baseado no diâmetro hidráulico $D_h = 2 * h$, onde h é altura do degrau)	7000	
Velocidade de entrada (uniforme)	14.29	m/s
Altura do degrau (para cálculo do Número de Reynolds)	4.9×10^{-3}	m
Condutibilidade Térmica	0.026513	$\text{J}/\text{ms}^{\circ}\text{C}$
Calor Específico a pressão constante	0.240	$\text{Kcal}/\text{Kg}^{\circ}\text{C}$

Tabela 9. Condições iniciais e propriedades do fluido utilizado no escoamento em degrau

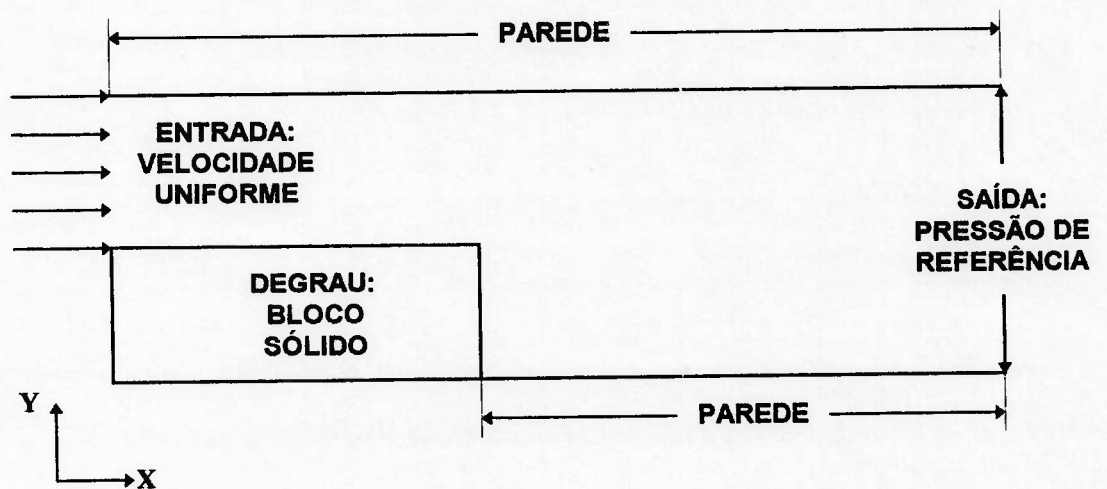


Fig. 24. Modelagem das condições de contorno do problema do degrau no programa PHOENICS

6.1.1. Primeira configuração: Resolução do escoamento em degrau utilizando 2400 células (60 X 40)

Numa primeira análise buscou-se utilizar uma malha pouco refinada, visando observar a existência de vorticidades decorrentes da presença do degrau e a partir dos resultados obtidos aumentar o número de células nas regiões onde a visualização não foi julgada satisfatória. Dessa forma foram utilizadas 2400 células, sendo 60 na direção X (direção do escoamento) e 40 células na direção Y.

A tabela 10 mostra os parâmetros de processamento desta primeira configuração, cujos resultados estão mostrados na tabela 11.

Malha computacional	2400 células (60 X 40)
Número de iterações (Nº de Sweeps)	300
Número de iterações por Slab	2
Tipo de Relaxação aplicada às variáveis do problema (Pressão, Velocidade, Energia Cinética Turbulenta e Dissipação Turbulenta)	Fraca
Valores finais e tipos de relaxação de cada variável	
P1 (Pressão)- Linear	1
U1 (Velocidade na direção X)- Falso ΔT	1E-6
V1 (Velocidade na direção Y)- Falso ΔT	1E-5
K (Energia Cinética Turbulenta)- Falso ΔT	2.525E-2
ϵ (Dissipação Turbulenta)- Falso ΔT	2.525E-2
Tempo de processamento	2917 segundos (48 min 37 s)

Tabela 10. Parâmetros de processamento da primeira configuração para o problema do degrau

Os resultados obtidos através do programa **PHOENICS** versão 2.0 para a primeira configuração do escoamento bidimensional turbulento em torno de um degrau (ressalto hidráulico) estão apresentados na tabela 11 e na figura 25 (linhas de corrente e perfil de velocidades).

Esta tabela fornece a relação entre a posição X_r onde ocorre o realinhamento do fluxo (ou seja, a partir desta posição as vorticidades decorrentes da presença do degrau deixam de existir) e a altura do degrau H_{degrau} . Nesta tabela os resultados obtidos através do programa **PHOENICS** são comparados com os resultados fornecidos por resultados experimentais disponíveis na literatura e pelo programa **FLOTRAN** (ref.[13]).

A figura 25 mostra o perfil de velocidades do escoamento em questão e linhas de corrente calculados pelo programa **PHOENICS** para a primeira configuração.

Observou-se a convergência das variáveis do problema em questão (pressão, velocidade, energia cinética turbulenta e dissipação turbulenta).

Número de Reynolds	Regime	X_r/H_{degrau} Resultado Experimental	X_r/H_{degrau} Programa FLOTRAN	X_r/H_{degrau} Resultado PHOENICS	Erro em relação ao resultado experimental	Erro em relação ao programa FLOTRAN
7000	Turbulento	8.0	7.32	5.80	27 %	20 %

Tabela 11. Resultados obtidos na primeira configuração para o problema do degrau

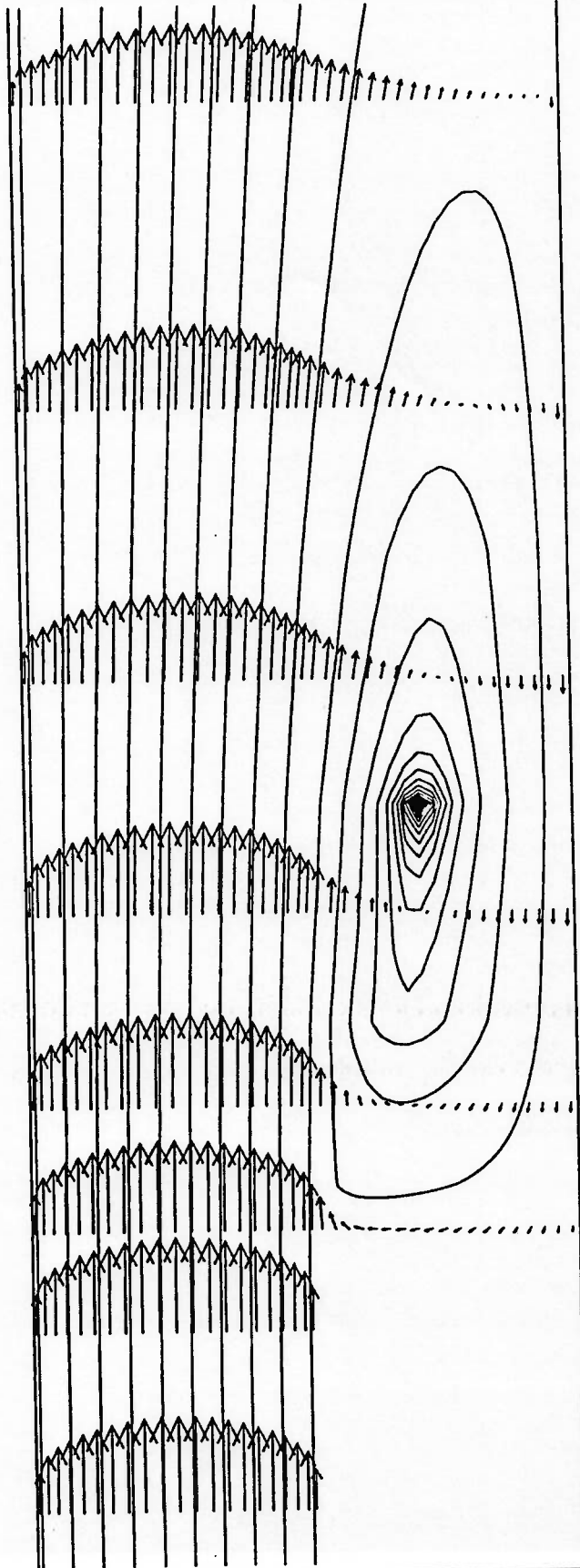
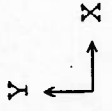


PHOTON

Vector

- 0.1
- 1.4
- 2.6
- 3.8
- 5.0
- 6.2
- 7.4
- 8.7
- 9.9
- 11.1
- 12.3
- 13.5
- 14.7
- 16.0
- 17.2

m/s



Min: 1.42E-01 Max: 1.72E+01

→ 21.2 m/s

DEGRAU

6.1.2. Segunda configuração: Resolução do escoamento em degrau utilizando 3800 células (95 X 40)

Em função dos resultados obtidos da primeira configuração (valor de X_r/H_{degrau} distante do ideal) julgou-se necessário aumentar o número de células para detalhar melhor a região de ocorrência das vorticidades. Dessa forma a nova malha computacional passou a ter 3800 células, tendo-se agora o cuidado de concentrá-las na região próxima ao degrau através da mudança da modelagem do problema no programa **PHOENICS** com a inclusão de um bloco fluido, mostrado na figura 26. Já a malha computacional decorrente deste procedimento é mostrada na figura 27.

O número de sweeps passou a ser 1100 e o número de iterações por Slab passou a ser 3, aumentando dessa forma o tempo de processamento.

A tabela 12 mostra os parâmetros de processamento desta segunda configuração, cujos resultados estão mostrados na tabela 13.

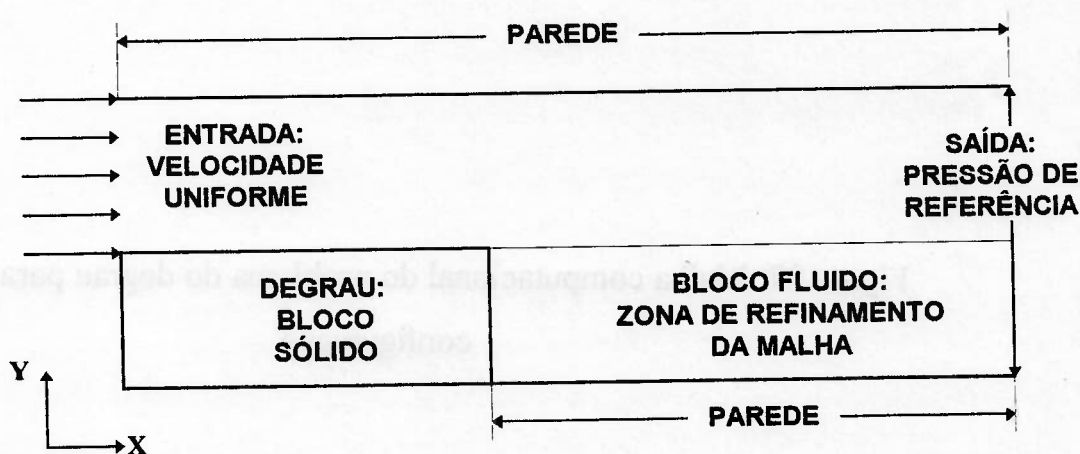
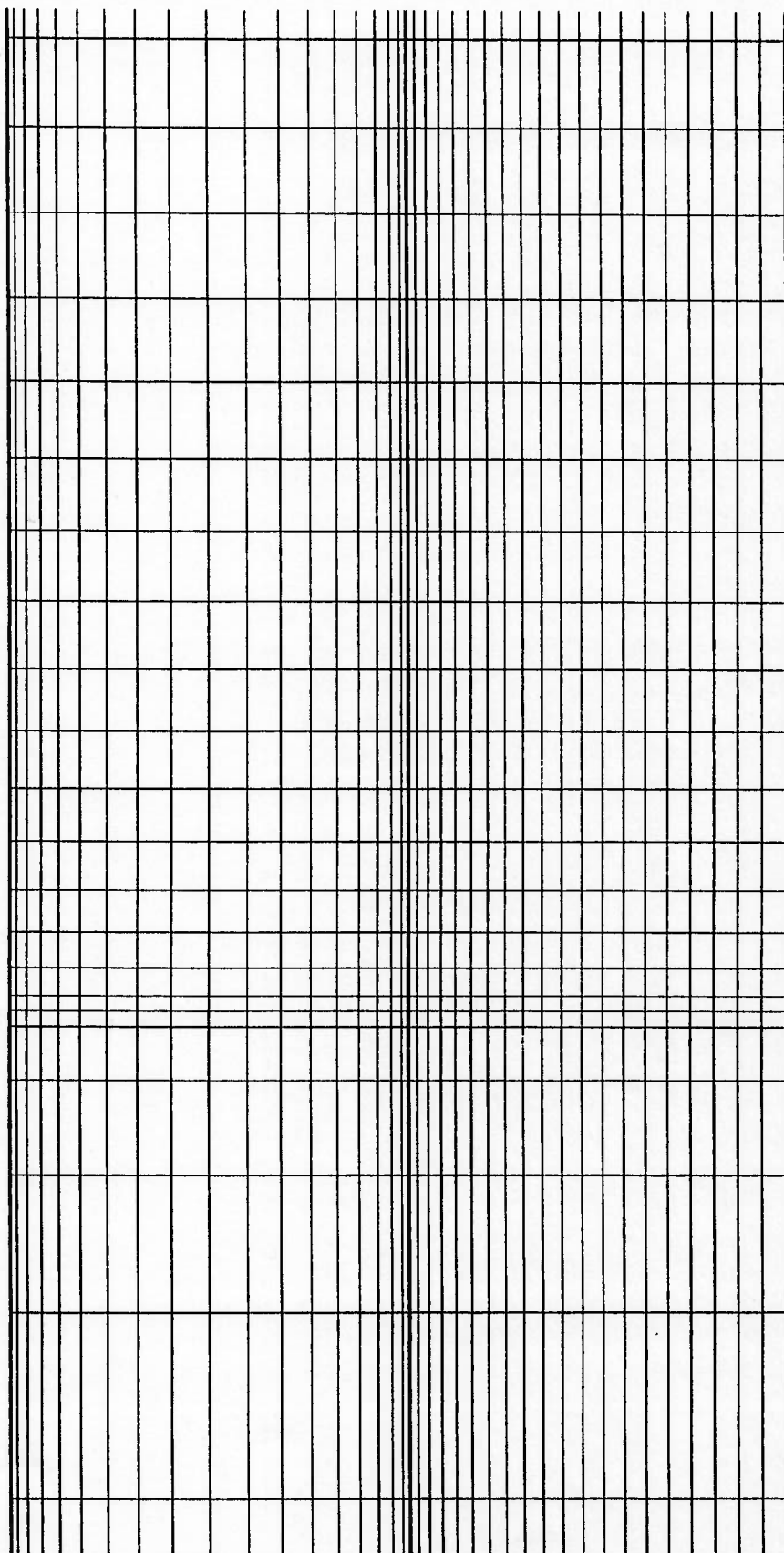
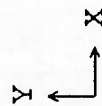


Fig. 26. Inclusão do bloco fluido na modelagem das condições de contorno para a segunda configuração



PHOTON



DEGRAU

Malha computacional	3800 células (95 X 40)
Número de iterações (Nº de Sweeps)	1100
Número de iterações por Slab	3
Tipo de Relaxação aplicada às variáveis do problema (Pressão, Velocidade, Energia Cinética Turbulenta e Dissipação Turbulenta)	Forte
Valores finais e tipos de relaxação de cada variável	
P1 (Pressão)- Linear	1
U1 (Velocidade na direção X)- Falso ΔT	1E-4
V1 (Velocidade na direção Y)- Falso ΔT	1E-4
K (Energia Cinética Turbulenta)- Falso ΔT	1E-4
ϵ (Dissipação Turbulenta)- Falso ΔT	1E-4
Tempo de processamento	6120 segundos (1h 42min 12s)

Tabela 12. Parâmetros de processamento da segunda configuração para o problema do degrau

Número de Reynolds	7000
Regime	Turbulento
Xr/Hdegrau Resultado Experimental	8.0
Xr/Hdegrau Programa FLOTRAN	7.32
Xr/Hdegrau Resultado PHOENICS	6.80
Erro em relação ao resultado experimental	15 %
Erro em relação ao programa FLOTRAN	7.1 %

Tabela 13. Resultados obtidos na segunda configuração para o problema do degrau

Foi observada a convergência das variáveis do problema em questão (pressão, velocidade, energia cinética turbulenta e dissipação turbulenta), podendo-se notar que não há diferença significativa entre os resultados obtidos por esses dois programas e o resultado experimental. Vale ressaltar que os processamentos foram finalizados pois encontrou-se para a última configuração um valor razoável para o erro da solução para este problema de engenharia. Entretanto, caso o objetivo deste problema fosse determinar a ocorrência de cavitação em determinado ponto do escoamento, o valor do erro da solução ainda estaria grande e novos processamentos deveriam ser realizados a fim de diminuir este valor.

Observando-se a figura 27 nota-se a presença de células dentro do degrau. Isto ocorre porque, para esta versão do programa **PHOENICS** (versão 2.0), as seguintes condições devem ser obedecidas, qualquer que seja o escoamento em estudo analisado neste trabalho:

- As linhas que compõem a malha computacional não podem ser interrompidas em nenhum ponto do domínio, ainda que encontrem blocos sólidos ou fluidos, porosidades, ou qualquer outro obstáculo;
- A malha deve cobrir todo o domínio computacional.

Contudo, a utilização de células dentro de corpos sólidos como é o caso do degrau, por exemplo, não interferem no tamanho da matriz das incógnitas ϕ , uma vez que estas não são calculadas no interior destes corpos, servindo apenas para condicionar a elaboração da malha computacional dentro do domínio de interesse.

A necessidade de inclusão de um bloco fluido serviu, conforme explicado anteriormente, para refinar a malha em uma determinada região onde estariam as eventuais recirculações do fluido. Este procedimento, apesar de ser empregado sem maiores

problemas em malhas cartesianas, traz problemas de instabilidade e convergência em grids tipo BFC, onde a concentração de malhas em determinadas regiões fluidas torna grandes os gradientes das propriedades devido à grande diferença entre o tamanho das células vizinhas, acarretando problemas de não ortogonalidade nas mesmas.

A nova versão do programa **PHOENICS**, versão 2.1, **não utilizada** no desenvolvimento deste trabalho, permite o refinamento da malha computacional em regiões de interesse, de forma que os resultados não sejam fortemente afetados pelos eventuais gradientes de volume que poderão surgir entre células vizinhas.

A figura 28 mostra o perfil de velocidades do escoamento em questão, as linhas de corrente estão mostradas na figura 29 junto com o perfil de velocidades em uma zona maior de observação e o contorno de pressão é apresentado na figura 30. Para efeitos de comparação a figura 31 fornece estes resultados para o problema do ressalto hidráulico fornecidos pelo programa **FLOTRAN** em seu manual de Benchmark (ref.[13]).

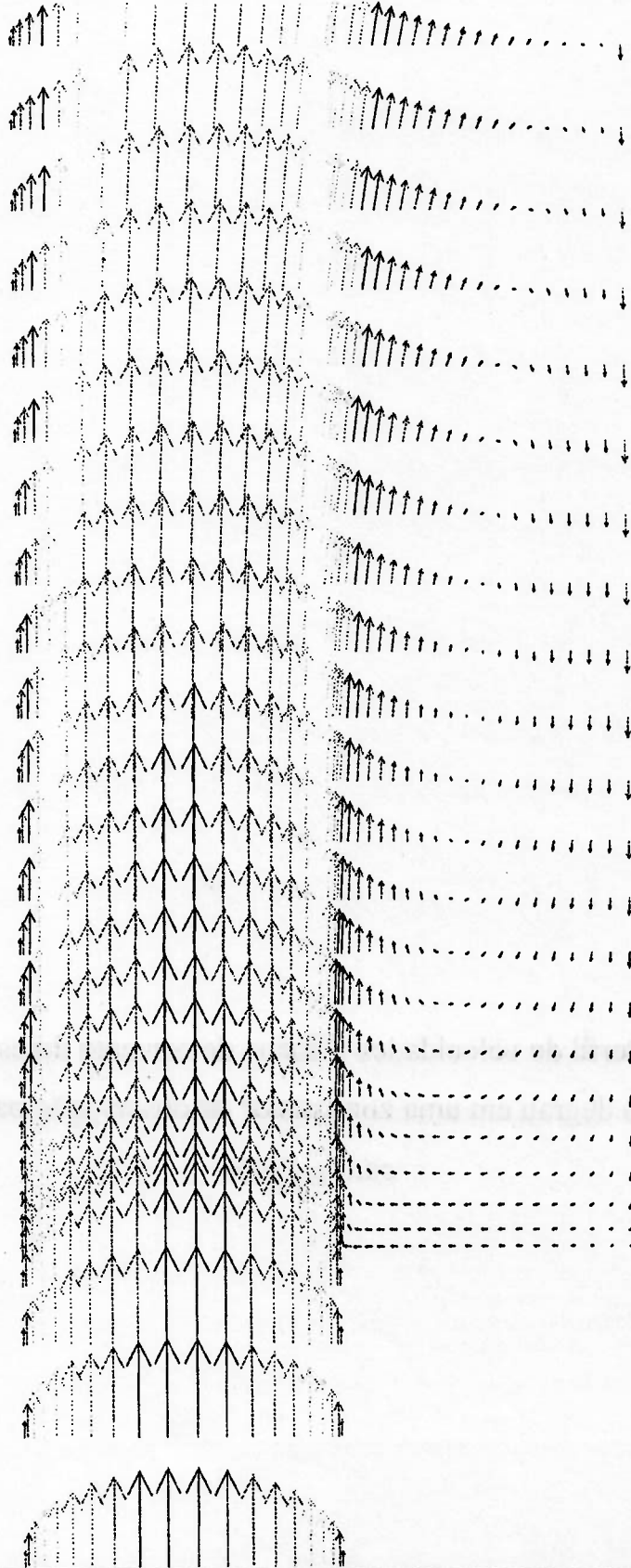
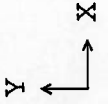
Os resultados do programa **FLOTRAN** não estão plotados para todo o domínio computacional do problema, estando apenas em uma região próxima ao degrau.

O **anexo B** contém o arquivo de dados Q1 do ressalto hidráulico (DEGRAU4.Q1) para a segunda configuração e a evolução dos resíduos das variáveis do problema para as últimas iterações.



PHOTON

Vector
 0.1
 1.4
 2.6
 3.9
 5.2
 6.5
 7.8
 9.0
 10.3
 11.6
 12.9
 14.2
 15.4
 16.7
 18.0
 m/s



Max: 1.80E+01

Min: 8.24E-02

→ 20.9 m/s

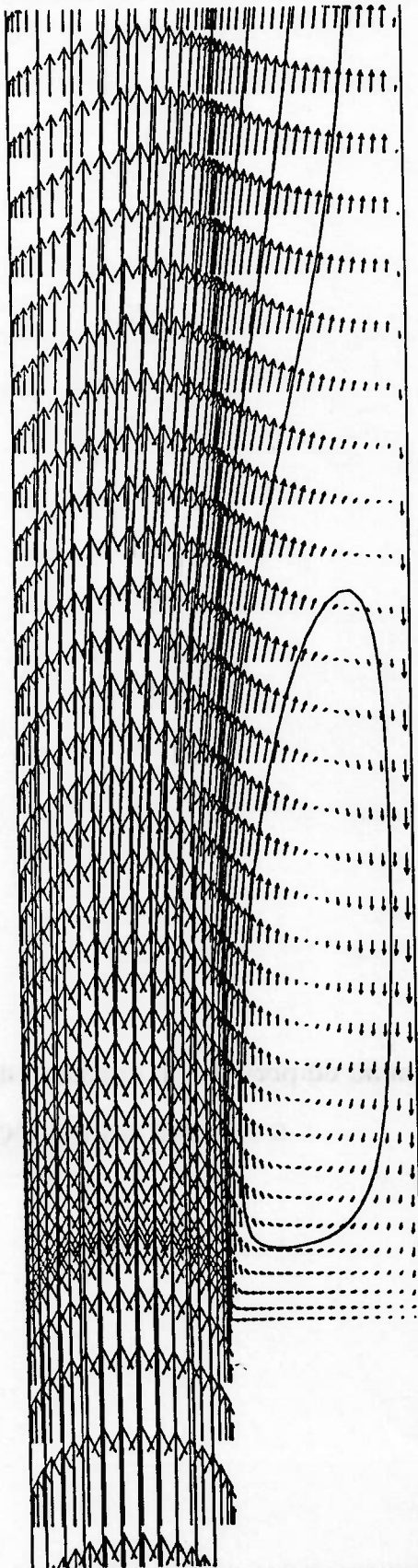
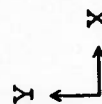


PHOTON

Vector

- 0.0
- 1.3
- 2.6
- 3.9
- 5.2
- 6.4
- 7.7
- 9.0
- 10.3
- 11.6
- 12.9
- 14.2
- 15.4
- 16.7
- 18.0

m/s



→ 20.9 m/s Min: 1.46E-02 Max: 1.80E+01

DEGRAU

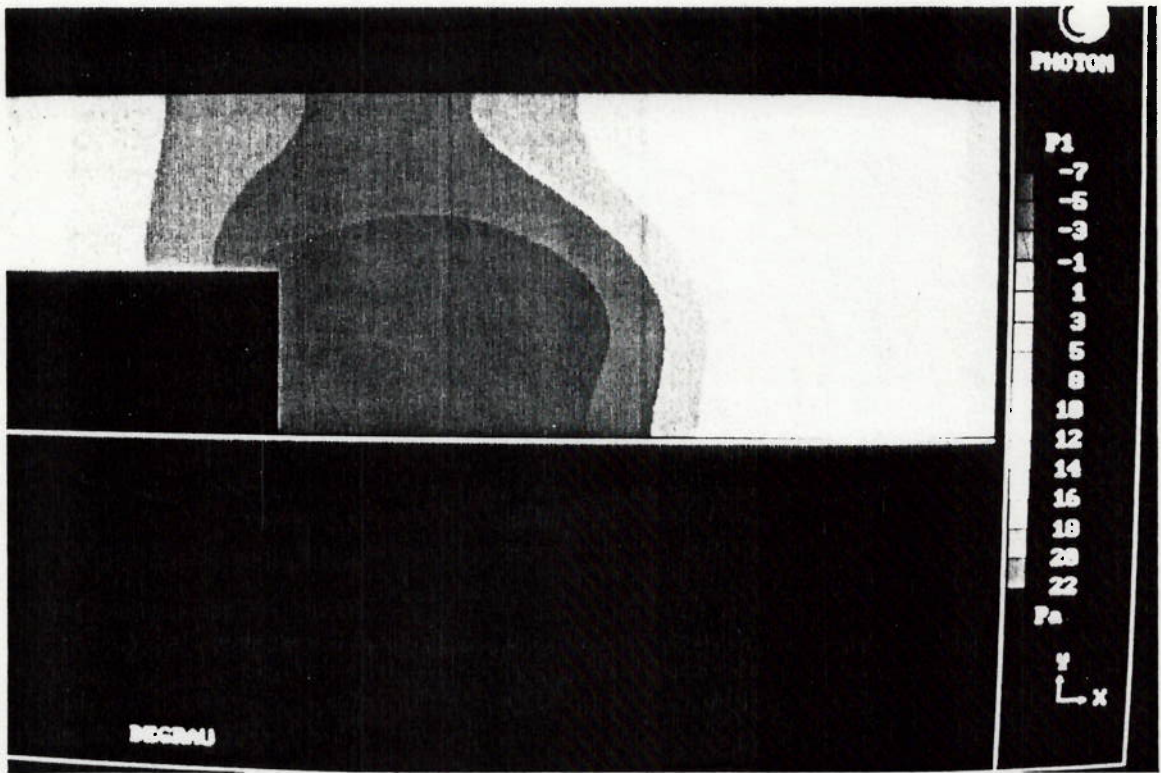
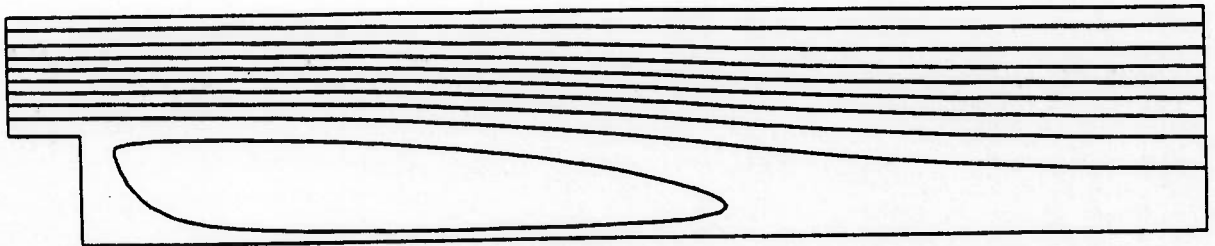


Figure 31. Results of scanning the structure of the ring of the photon
program FOTRAM in the form of the structure

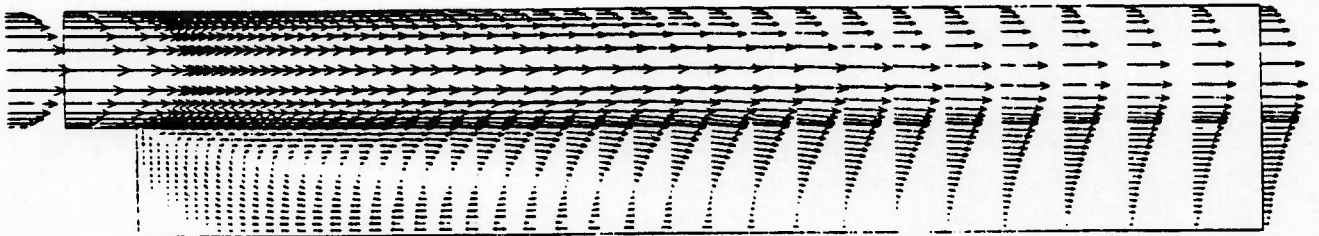
FLOTRAN Graphical Output Data
Turbulent Flow

A) STREAMLINES B) VELOCITY VECTORS C) PRESSURE CONTOURS

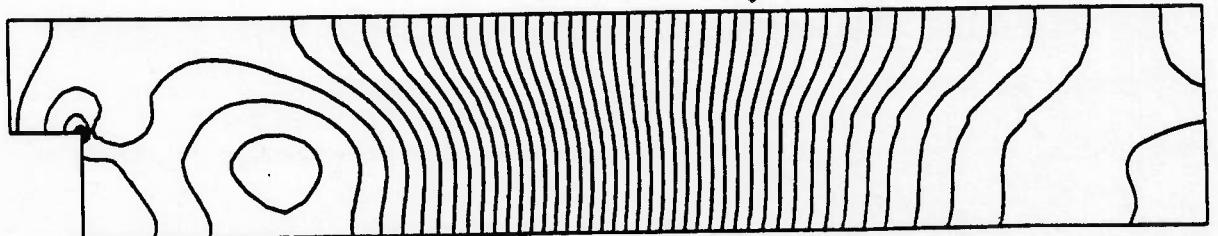
A) STREAMLINES :



B) VELOCITY VECTORS :



C) PRESSURE CONTOURS :



6.2. RESOLUÇÃO DO ESCOAMENTO EM TORNO DE UM PERFIL NACA0012 COM ÂNGULO DE ATAQUE DE 9.86°

A análise do escoamento viscoso bidimensional turbulento e incompressível em torno de um perfil NACA0012 em regime permanente também é, de maneira análoga ao problema do ressalto hidráulico, um problema crítico para validação de códigos de CFD (Computational Fluid Dynamics). A motivação para a resolução deste caso deve-se basicamente à grande disponibilidade de resultados experimentais e à larga utilização deste perfil nos campos da aerodinâmica e hidrodinâmica.

O objetivo desta simulação foi validar o campo de pressões ao redor deste fólio imerso no ar através de informações oriundas de simulações realizadas pelo programa FLOTRAN em seu manual de Benchmark (ref.[13]) e resultados experimentais disponíveis em literatura. Esta decisão foi tomada devido à inviabilidade da obtenção de soluções baseadas em malhas com forte discretização da camada limite, tais como o cálculo dos coeficientes de pressão e sustentação.

Embora os recursos computacionais empregados no desenvolvimento deste trabalho não tenham sido explorados na sua capacidade máxima, a análise comparativa de performance dos diferentes equipamentos utilizados em CFD por outras empresas (ver capítulo 7) indicam uma discretização bastante forte da camada limite, também observada nas referências [13] e [15]. Por conseguinte, o cálculo dos coeficientes de pressão e sustentação obtidos neste trabalho não deveriam ser comparados com aqueles obtidos pelas referências citadas, uma vez que estas utilizam malhas computacionais extremamente finas próximo a paredes ou contornos sólidos. Entretanto, o coeficiente de pressão foi calculado através do programa PHOENICS e foi comparado com o mesmo coeficiente obtido pelo

programa FLOTRAN, de modo a situar a nível quantitativo os resultados obtidos neste trabalho sem utilizar uma forte discretização da camada limite.

Devido a esta restrição que está relacionada apenas à capacidade computacional, buscou-se também analisar, porém agora a nível qualitativo, os contornos de pressão determinados pelo programa PHOENICS e pelo programa FLOTRAN em seu manual. Dessa forma compara-se qualitativamente a localização do ponto de estagnação e as de regiões de alta e baixa pressão no perfil fornecidos pelos dois programas, numa simulação realizada em um microcomputador 486 DX4 100 Mhz com 32 MB de memória RAM.

A geometria do problema (incluindo a tabela de cotas do perfil), as condições iniciais, as propriedades do fluido utilizado no escoamento e a modelagem das condições de contorno no programa PHOENICS são mostradas a seguir:

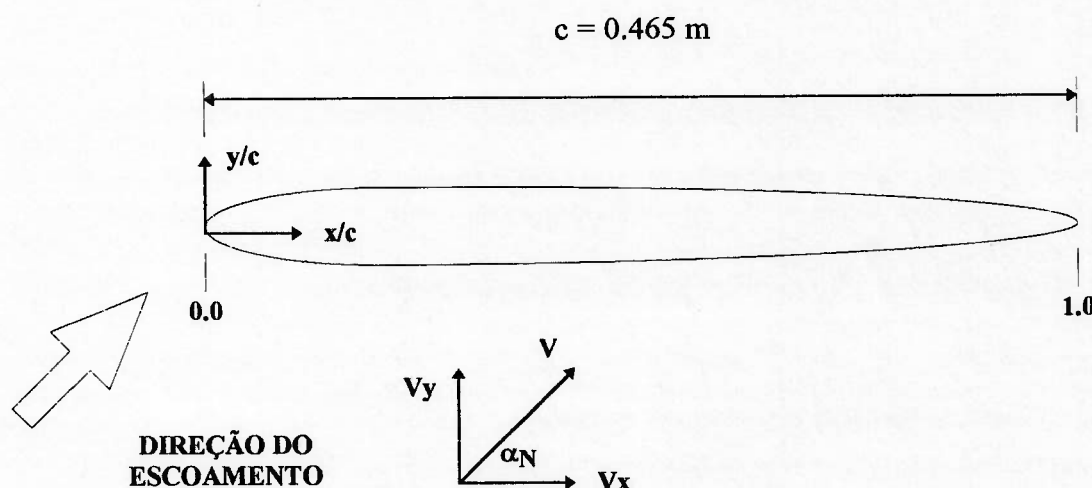


Fig. 32. Geometria do problema (perfil NACA0012)

x/c	y/c
0	0
0.005	1.221
0.0125	1.894
0.025	2.615
0.05	3.555
0.075	4.200
0.10	4.683
0.15	5.345
0.20	5.737
0.25	5.941
0.30	6.002
0.40	5.803
0.50	5.294
0.60	4.563
0.70	3.664
0.80	2.623
0.90	1.448
0.95	0.807
1.00	0.126

Tabela 14. Tabela de cotas do perfil NACA0012 conforme ref.[16]

Fluido	Ar	Unidades
Pressão de referência	1×10^5	Pa
Temperatura ambiente	27	$^{\circ}\text{C}$
Densidade nominal	1.177	Kg/m^3
Ângulo de ataque (α_N)	9.86	graus
Número de Mach	0.3	
Número de Reynolds	3×10^6	
Velocidade de entrada:		
Vx	102.46	m/s
Vy	17.809	m/s

Tabela 15. Propriedades do fluido utilizado para o escoamento subsônico em torno de um perfil NACA0012

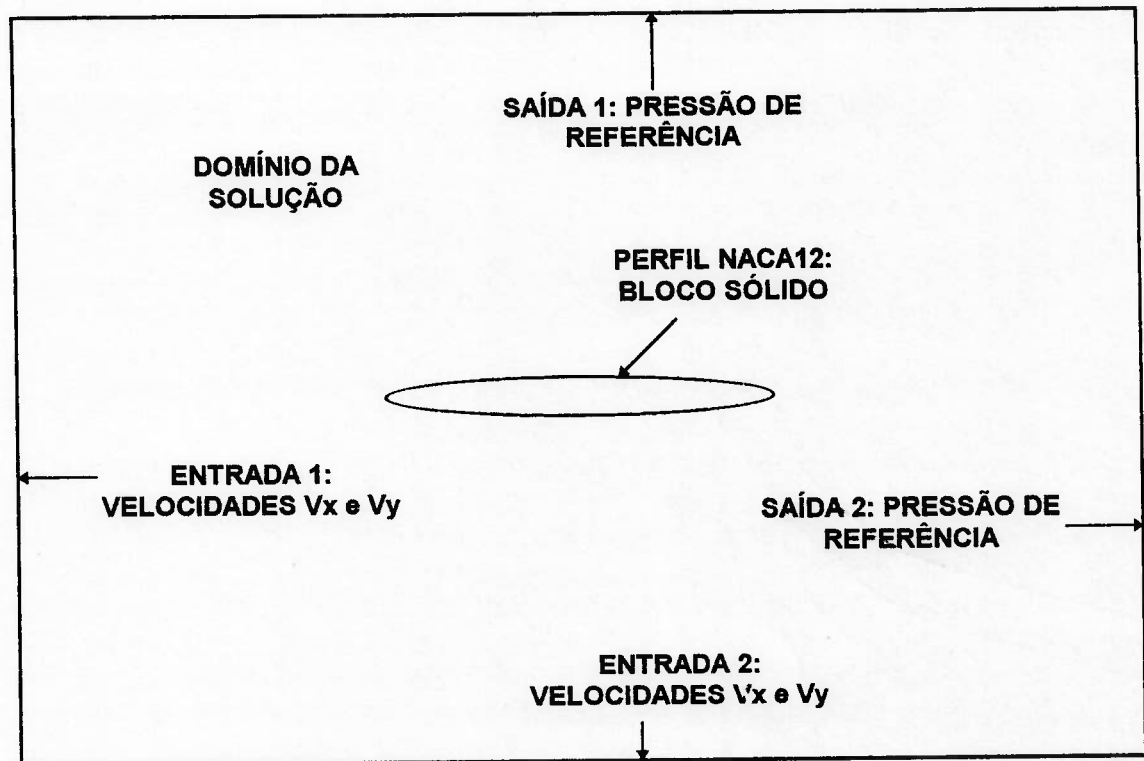


Fig. 33. Modelagem das condições de contorno do problema do fôlio no PHOENICS

Um dos grandes problemas da simulação de escoamentos externos na Mecânica dos Fluidos Computacional é a determinação da extensão do domínio de interesse, ou seja, estimar os limites do domínio onde a presença do corpo não mais perturba o escoamento.

Nesta simulação e para todas as demais que tratam de escoamentos externos utilizados para o desenvolvimento deste trabalho, adotou-se para a determinação do domínio externo o seguinte critério: os lados limites do domínio situam-se a uma distância de **cinco comprimentos característicos do corpo**, de acordo com a figura dada a seguir.

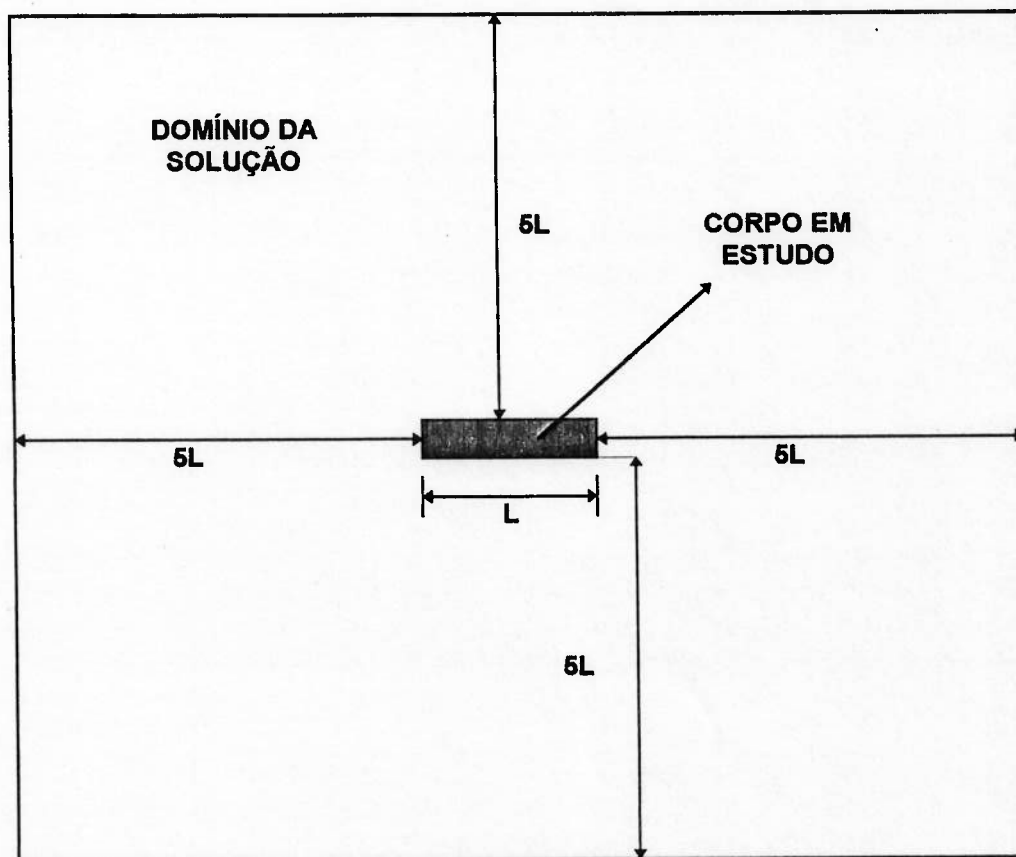


Fig. 34. Critério para determinação do domínio externo para os problemas estudados neste trabalho utilizando o programa PHOENICS

O capítulo 7 traz uma discussão a respeito da extensão do domínio externo adotado em face dos resultados obtidos neste trabalho. Pode-se adiantar aqui que a determinação do mesmo está condicionada à observação do campo de velocidades nos limites do domínio, o qual deve necessariamente ser igual ao campo não perturbado, confirmando a hipótese de que o corpo já não estaria exercendo influência no escoamento nessas posições. Dessa maneira um estudo particular sobre a extensão do domínio externo torna-se necessário, a fim de que se possa avaliar a influência do corpo no escoamento.

Foram utilizadas para a resolução do problema do fôlio 3410 células, sendo 55 na direção X e 62 células na direção Y, compondo a malha computacional mostrada na figura 35.

A tabela abaixo mostra os parâmetros de processamento do problema do escoamento bidimensional viscoso turbulento em um perfil NACA0012, cujos resultados de distribuição de pressão são mostrados na figura 36.

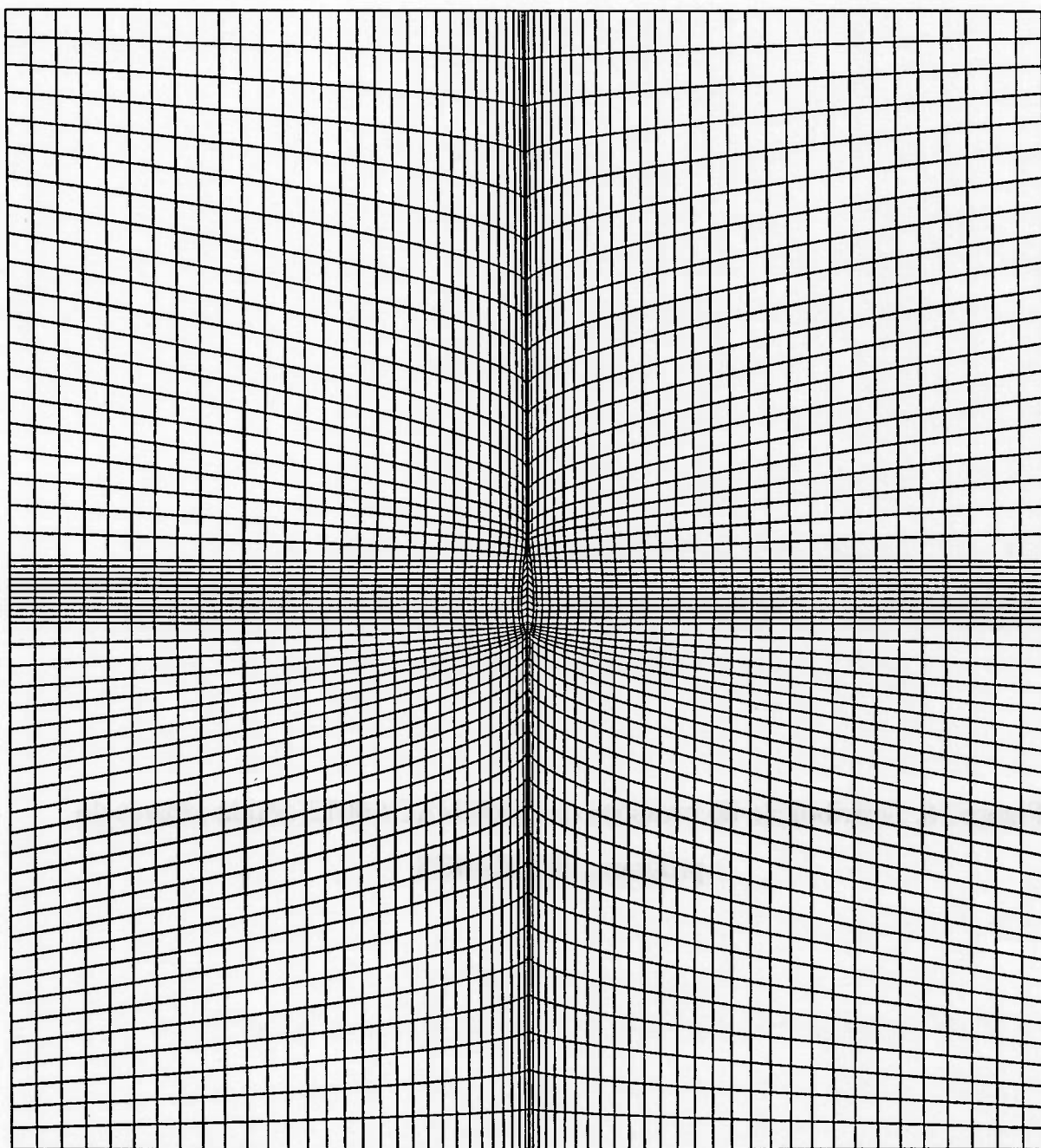
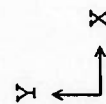
A título de comparação a figura 37 traz os resultados dos contornos de pressão do perfil NACA0012 extraídos do manual de Benchmark do programa FLOTRAN, referência [13]. O anexo C contém o arquivo de dados Q1 do problema do perfil NACA0012 (NACA12.Q1) e a evolução dos resíduos das variáveis para as últimas iterações.

Malha computacional	3410 células (55 X 62)
Número de iterações (Nº de Sweeps)	2000
Número de iterações por Slab	3
Tipo de Relaxação aplicada às variáveis do problema (Pressão, Velocidade, Energia Cinética Turbulenta e Dissipação Turbulenta)	Forte
Valores finais e tipos de relaxação de cada variável	
P1 (Pressão)- Linear	0.1
U1 (Velocidade na direção X)- Falso ΔT	1E-5
V1 (Velocidade na direção Y)- Falso ΔT	1E-5
K (Energia Cinética Turbulenta)- Falso ΔT	1E-5
ϵ (Dissipação Turbulenta)- Falso ΔT	1E-5
Tempo de processamento	39540 segundos (10 horas e 59min)

**Tabela 16. Parâmetros de processamento do problema do perfil NACA0012 a 9.86°
(escoamento subsônico)**



PHOTON



NACA12

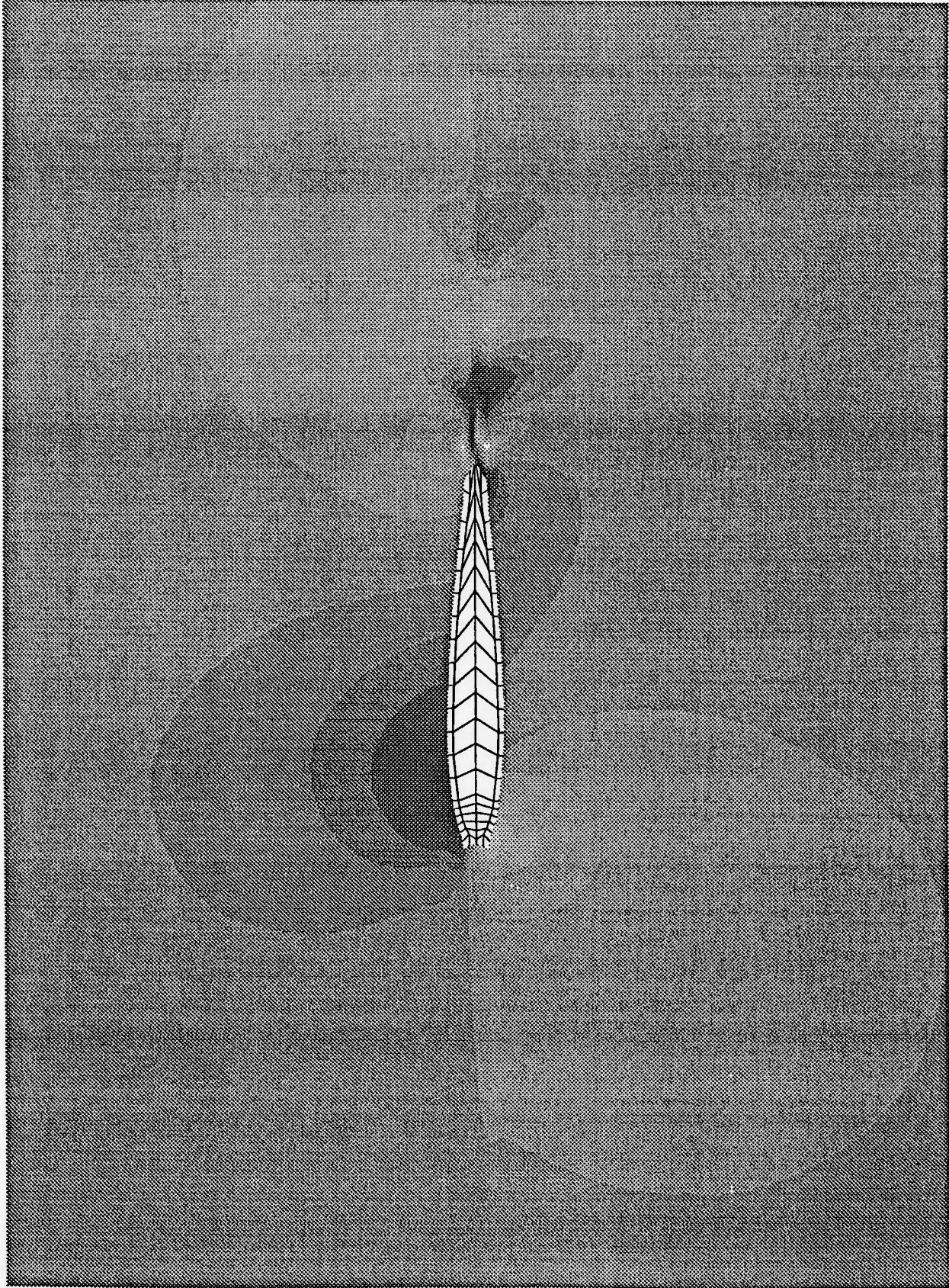
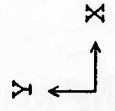


PHOTON

P1
-6878
-5977
-5076
-4175
-3275
-2374
-1473
-572
329
1229
2130
3031
3932
4833
5733



Pa



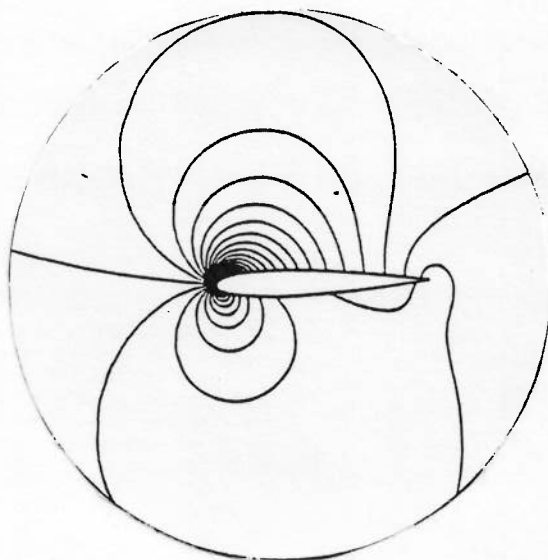


Fig. 37. Contornos de pressão do perfil NACA0012 a 9.86 graus segundo o manual de benchmarck do programa FLOTRAN (referência [13])

Observando-se os resultados obtidos pelos dois programas nota-se que as distribuições de pressões são qualitativamente equivalentes. Em relação aos resultados do programa PHOENICS, notam-se irregularidades apenas no bordo de fuga, porém as regiões de estagnação (regiões de pressões elevadas) encontram-se nas mesmas posições daquelas obtidas pelo programa FLOTRAN. O mesmo se pode dizer das regiões de baixa pressão, situadas no dorso do perfil.

Conforme esperado, a distribuição de pressões é assimétrica pois o escoamento ocorre com ângulo de ataque, indicando a presença de sustentação no perfil. A comparação em termos de valores de coeficiente de pressão é apresentada a seguir, mesmo havendo uma grande diferença de refinamento da malha na região da camada limite do perfil, conforme comentado anteriormente. A referência [13] mostra a forte discretização da camada limite utilizada pelo programa FLOTRAN, empregando recursos computacionais muito superiores aos utilizados neste trabalho, conforme será discutido no capítulo 7.

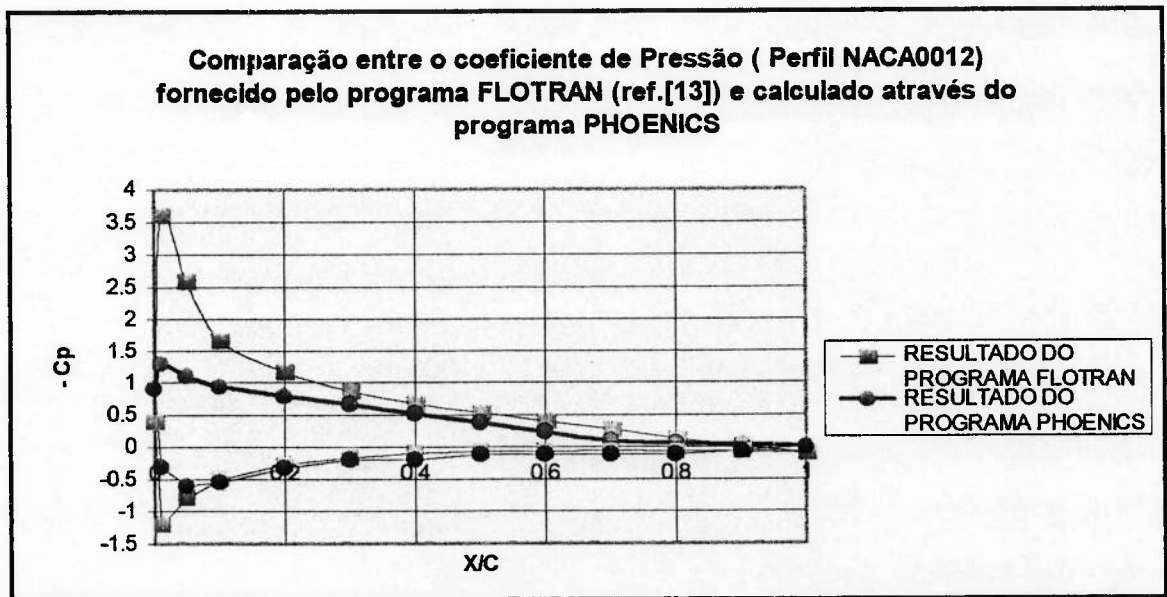


Fig. 38. Comparação entre o coeficiente de pressão do perfil NACA0012 a 9.86 graus apresentado pelo programa FLOTRAN (ref. [13]) e o resultado obtido através de simulação realizada no programa PHOENICS

O coeficiente de pressão neste caso é definido pela expressão abaixo:

$$C_p = \frac{P - P_{\text{referencia}}}{0.5 \rho V_{\infty}^2} = \frac{P1}{0.5 \rho (V_x^2 + V_y^2)} \quad (6.1)$$

onde:

P = Pressão absoluta total = $P1 + P_{\text{referencia}}$;

V_x = Componente da velocidade total do escoamento ao longe na direção x ;

V_y = Componente da velocidade total do escoamento ao longe na direção y .

Este coeficiente foi calculado através da distribuição de pressões obtida na camada de células mais próxima ao perfil NACA0012. Dessa forma, a primeira fileira de células do domínio computacional em contato com o corpo em estudo foi considerada para efeitos de cálculo.

Observando-se os resultados dados acima, nota-se uma grande diferença do valor do coeficiente de pressão do programa **PHOENICS** em relação ao programa **FLOTRAN** nas primeiras seções do dorso do perfil (curvas de $-C_p$ situadas acima do eixo das abcissas). Entre as estações $X/C = 0.0$ e $X/C = 0.2$ têm-se uma diferença relativa média em torno de 40 %. Já em relação à face do perfil (curvas de $-C_p$ localizadas abaixo do eixo das abcissas) as diferenças não são elevadas. Entretanto, a queda de pressão que se observa nas primeiras seções do dorso do perfil representa a maior contribuição para a sustentação total gerada neste fólio. Portanto, grandes diferenças no cálculo da pressão e conseqüentemente no valor de C_p conduzirão a valores incorretos do coeficiente de sustentação, principalmente quando estas diferenças ocorrem nas estações acima citadas.

6.3. ANÁLISE PARAMÉTRICA DO ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL VISCOZO TURBULENTO EM TORNO DE FÓLIOS COM FLAP (AILERON)

Conforme mencionado anteriormente, buscou-se com este estudo validar a distribuição de pressões de fólios com flap imersos em água, variando-se o ângulo da parte móvel (flap) de 5 a 25 graus. A característica particular destes perfis com flap utilizados para o desenvolvimento deste trabalho é que a parte móvel destes perfis (flap) é grande quando comparada à parte fixa, valendo 44% da corda total (parte fixa + parte móvel). Dessa maneira a geometria desses corpos é bastante diferente da geometria usual de fólios com aileron segundo as referências [15] e [16].

Devido principalmente à restrição computacional citada anteriormente, a qual inviabiliza o cálculo dos coeficientes de pressão, sustentação e arrasto viscoso baseado em malhas com forte discretização da camada limite, e ainda a inexistência de resultados experimentais, analíticos ou numéricos sobre o escoamento de fôlios com flap com esta característica peculiar de geometria, buscou-se validar a distribuição de pressões no dorso dos perfis. Isto implica que, **à medida que o ângulo do flap aumenta, a queda de pressão no dorso do perfil também aumenta**, daí a importância da análise paramétrica.

Para cada caso analisado (ângulos de flap a 5, 10, 15, 20 e 25 graus) foram realizadas duas configurações; a primeira utilizando 4340 células (70 X 62) e a segunda 8400 células (100 X 84). A única diferença entre as duas configurações realizadas no estudo deste problema reside apenas no número de células da malha computacional; não houve nenhuma variação das condições de contorno, concentração de células em subdomínios ou alteração da extensão do domínio (ainda foram utilizados cinco comprimentos característicos para a determinação da extensão do domínio externo). Buscou-se apenas refinar a malha computacional de uma maneira global (praticamente duplicando o número de células) e observar os novos resultados em função deste procedimento.

De maneira análoga ao problema do perfil NACA0012, o coeficiente de pressão foi calculado para dois casos do fôlio com flap (20 e 25 graus), ambos da segunda configuração, mesmo tendo-se conhecimento do pouco grau de refinamento da camada limite utilizado no desenvolvimento deste trabalho.

A análise do escoamento em torno de fôlios com flap para diferentes ângulos foi feita utilizando-se uma Workstation SparcStation 10 da Sun Microsystems Incorporation, modelo 52 Gx plus, com a seguinte configuração: 13 Mips (Milhões de informações por segundo), 2 CPU e 256 MB de RAM. Outras características deste equipamento tais como índices de performance são fornecidas no capítulo 7.

A geometria do problema, as condições iniciais, as propriedades do fluido utilizado no escoamento e a modelagem das condições de contorno no programa PHOENICS são mostradas a seguir:

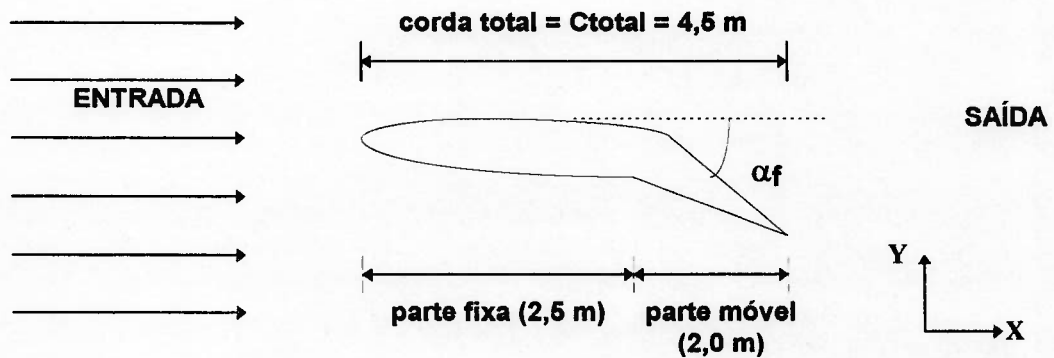


Fig. 39. Geometria do problema do fôlio com flap (α_f : ângulo do flap)

Fluido	Água	Unidades
Pressão de referência	1×10^5	Pa
Temperatura ambiente	27	$^{\circ}\text{C}$
Densidade nominal	1000	Kg/m^3
Viscosidade nominal (ν)	1.00×10^{-6}	m^2/s
Velocidade de entrada V (uniforme)	5.144	m/s
Número de Reynolds ($\text{Re} = V \cdot C_{\text{total}} / \nu$)	2.31×10^7	
Calor Específico a pressão constante	0.445	$\text{Kcal}/\text{Kg}^{\circ}\text{C}$

Tabela 17. Condições iniciais e propriedades do fluido utilizado no escoamento em torno do fôlio com flap

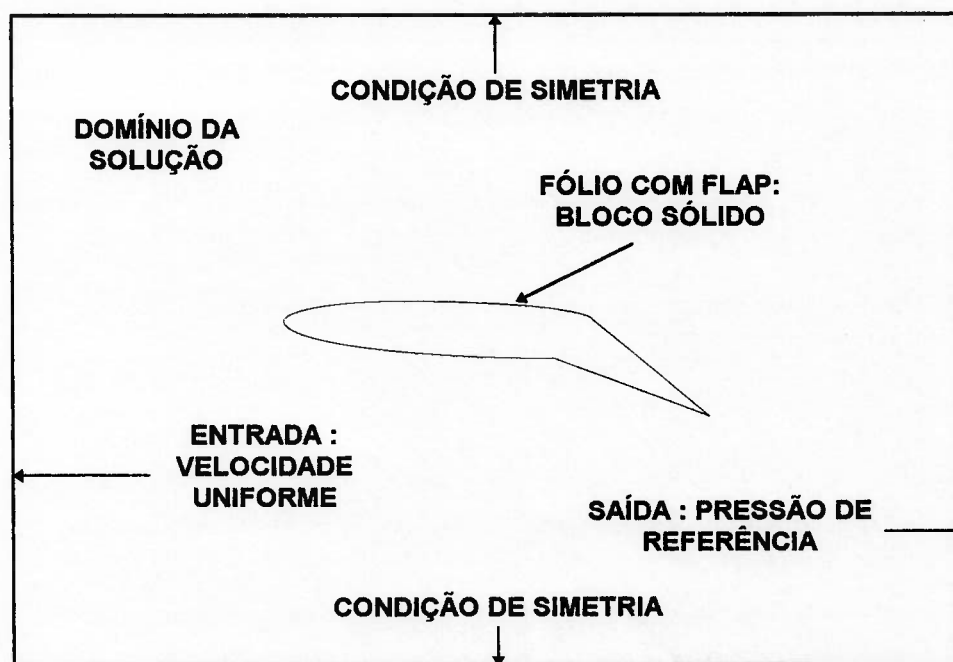


Fig. 40. Modelagem das condições de contorno do problema do fólio com flap no programa PHOENICS

A mudança na modelagem das condições de contorno surgida neste problema foi a inclusão da **condição de simetria** nos lados horizontais inferior e superior do domínio externo, cuja presença impõe restrições à passagem do fluido pelo corpo em estudo, atuando como se fosse um “espelho”. Dessa forma um plano de simetria é criado, onde tudo que ocorre na fileira de células mais próxima da fronteira se repete fora do domínio externo, em uma posição equidistante, apesar de não haver discretização nesta região (fora do domínio de interesse).

A implementação da condição de simetria no problema PHOENICS é bastante simples: basta não especificar a natureza da condição de contorno (entrada, saída, parede, etc.) nos lados onde se quer aplicar este recurso e o programa automaticamente assumirá o plano de simetria.

A adoção da condição de simetria **não** é a única opção existente para o tratamento deste problema, em especial nos lados do domínio em que condições de contorno do tipo entrada ou saída não podem ser utilizadas, uma vez que o escoamento não possui ângulo de ataque.

Duas outras opções poderiam ainda ser adotadas:

- Condição de contorno do tipo parede, situada nos lados horizontais inferior e superior do domínio computacional;
- Imposição de escoamento uniforme nos lados horizontais inferior e superior, com velocidade igual à velocidade de entrada.

O fator determinante para o sucesso da aplicação das condições de contorno citadas acima, contudo, reside mais uma vez na determinação da extensão do domínio externo. As três condições de contorno citadas (condição de simetria, parede e escoamento uniforme) podem ser utilizadas sem problemas admitida a hipótese de que, para os problemas estudados neste trabalho, cinco comprimentos característicos do corpo são suficientes para garantir que nas posições limites do domínio o corpo em estudo não mais influi no escoamento. Dessa forma, a natureza da condição de contorno do tipo parede, por exemplo, que a princípio contraria as características físicas do problema em questão, pode ser adotada, pois na posição em que será colocada o corpo já não exerceria mais influência sobre o escoamento. As mesmas observações valem para a condição de simetria e imposição de escoamento uniforme.

Nota-se, mais uma vez, a necessidade de realizar um estudo sobre a extensão do domínio externo, a fim de que se possa avaliar a influência do corpo no escoamento. Assim, vários domínios com diferentes extensões seriam utilizados para a resolução de um mesmo escoamento, obtendo-se dessa forma o número mínimo de comprimentos característicos necessários para determinação do domínio externo. Esta determinação seria adotada após a observação do campo de velocidades ou linhas de corrente nas regiões limites do domínio. O capítulo 7 voltará a tratar deste assunto.

6.3.1. Resolução do escoamento em torno do fólio com flap a 5 graus: Primeira configuração: utilização de 4340 células (70 X 62)

De maneira análoga ao procedimento adotado anteriormente na análise do escoamento em degrau, buscou-se numa primeira análise utilizar uma malha pouco refinada, visando inicialmente observar a evolução dos resíduos das variáveis a fim de se obter a solução convergida. Dessa forma foram empregadas 4340 células, sendo 70 na direção X (direção do escoamento) e 62 células na direção Y, compondo a malha computacional mostrada na figura 41. Já a figura 42 mostra um “zoom” da malha computacional na região próxima ao fólio com flap.

A obtenção da solução convergida para problemas que utilizam malhas do tipo BFC não é uma tarefa simples no programa **PHOENICS**. Em determinados casos vários processamentos são realizados até a obtenção do conjunto de parâmetros de relaxação ideal.

Neste trabalho foi adotada uma estratégia para obter o conjunto de parâmetros de relaxação ideal. O procedimento é o seguinte para um dado processamento:

- 1) Fixa-se um parâmetro de relaxação para a pressão P1 (o programa **PHOENICS** permite apenas relaxação do tipo linear para esta variável);
- 2) Adotam-se valores comuns de relaxação para U1 e V1 (relaxação tipo falso time step); e
- 3) Adotam-se valores comuns de relaxação para KE e EP (relaxação tipo falso time step).

Realizam-se processamentos na tentativa de obter a solução convergida variando-se os valores dos parâmetros de relaxação de U1, V1, KE e EP. Após um número razoável de combinações muda-se o valor do parâmetro de relaxação da pressão e reinicia-se o procedimento descrito acima. Busca-se obter um conjunto de parâmetros de relaxação que, uma vez setado, conduz o problema para a solução convergida. Dessa maneira, após a entrada desses parâmetros o usuário apenas acompanha a evolução dos resíduos, monitorando a resolução do problema numérico.

A tabela 18 dada a seguir mostra o histórico dos parâmetros de relaxação para os diversos processamentos realizados até obter-se a convergência do problema em questão. O histórico dos parâmetros de relaxação será apresentado para todos os casos do problema do fôlio com flap para as duas configurações realizadas.

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 1	JOB Nº 2	JOB Nº 3	JOB Nº 4	JOB Nº 5	JOB Nº 6
P1 (Linear)	0.1	0.1	0.1	0.1	0.01	0.01
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2
KE (Falso ΔT)	1E-4	1E-2	1E-7	1E-5	1E-2	7E-2
EP (Falso ΔT)	1E-4	1E-2	1E-7	1E-5	1E-2	7E-2
Variável que comandou a divergência	todas	P1	P1	P1	KE	KE

(continua...)

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 7	JOB Nº 8	JOB Nº 9	JOB Nº 10	JOB Nº 11	JOB Nº 12
PI (Linear)	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2
KE (Falso ΔT)	9E-2	0.1	0.15	0.20	0.25	0.40
EP (Falso ΔT)	9E-2	0.1	0.15	0.20	0.25	0.40
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 13	JOB Nº 14	JOB Nº 15			
PI (Linear)	0.01	0.01	0.01			
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2			
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2			
KE (Falso ΔT)	0.60	0.80	1.00			
EP (Falso ΔT)	0.60	0.80	1.00			
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	Convergiu			

Tabela 18. Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 5 graus para a primeira configuração

Nesta tabela cada "job" representa um processamento com o respectivo conjunto de parâmetros de relaxação escolhido, mantidas as condições de contorno e malha computacional. Em cada um desses processamentos é apresentada a variável ou o conjunto de variáveis que comandou o processo de divergência. Isto significa que tal variável ou um conjunto delas assumiu determinado valor (elevado) durante o processo de resolução das equações, ocasionando a interrupção do processo. Este modo de apresentação de

parâmetros de relaxação será adotado para todos os casos do fôlio com flap apresentados neste trabalho.

A estratégia empregada buscou manter para as variáveis U1, V1, KE e EP o tipo de relaxação que o programa **PHOENICS** utiliza como default, ou seja, relaxação tipo falso time-step.

A análise da tabela 18 mostra que o parâmetro inicial de relaxação de P1 (jobs nºs 1, 2 e 3) era elevado. Após a mudança deste valor para 0.01, a evolução dos resíduos começou a indicar o caminho da convergência, sendo necessário aumentar progressivamente os valores dos parâmetros de relaxação das variáveis KE e EP até obtenção da mesma. Este foi justamente o par de variáveis mais difícil de ajustar.

A experiência adquirida no uso do programa **PHOENICS** no desenvolvimento deste trabalho mostrou que o parâmetro de relaxação para a variável P1 (pressão) é o que possui maior influência no processo de resolução das equações.

A tabela 19 dada a seguir mostra os parâmetros finais de processamento desta primeira configuração, cujos resultados de distribuição de perfis de velocidade e pressão são mostrados respectivamente nas figuras 43 e 44.

O tempo de processamento apresentado na tabela 19 e nas próximas tabelas de parâmetros de processamento que virão a seguir (conforme o ângulo de flap) não indica o tempo real de utilização de CPU, não servindo portanto para efeitos de comparação. Vários casos foram processados ao mesmo tempo graças ao sistema operacional UNIX e notar-se-á grandes diferenças em relação a esse tempo. Isto decorre do fato de que alguns processamentos foram interrompidos em prol de determinado processamento cuja evolução dos resíduos tendia para a convergência. Este procedimento foi adotado para analisar melhor

o comportamento do programa durante o processo de resolução das equações e adquirir uma maior sensibilidade em relação aos parâmetros de relaxação.

Malha computacional	4340 células (70 X 62)
Número de iterações (Nº de Sweeps)	3000
Número de iterações por Slab	3
Tipo de Relaxação aplicada às variáveis do problema (Pressão, Velocidade, Energia Cinética Turbulenta e Dissipação Turbulenta)	Forte
Valores finais e tipos de relaxação de cada variável	
P1 (Pressão)- Linear	1E-2
U1 (Velocidade na direção X)- Falso ΔT	1E-2
V1 (Velocidade na direção Y)- Falso ΔT	1E-2
K (Energia Cinética Turbulenta)- Falso ΔT	1.0
ε (Dissipação Turbulenta)- Falso ΔT	1.0
Tempo de processamento	3000 segundos (50min)
Nº de processamentos preliminares	14

Tabela 19. Parâmetros finais de processamento da primeira configuração do problema do fôlio com flap a 5 graus

Na figura 43 que contém os perfis de velocidade do escoamento em estudo, onde os valores estão multiplicados por 10^3 , nota-se o contorno suave dos perfis de velocidade ao redor do fôlio com flap, com o surgimento de uma pequena recirculação do fluido localizada no bordo de ataque. Esta figura não contém todo o domínio computacional, apenas a região de “zoom” da malha conforme foi mostrado na figura 42.

Observando-se a figura 44 nota-se que a **maior queda de pressão no dorso vale $1.3E+07$ Pa**. Somando-se este valor à pressão de referência obtém-se a pressão absoluta nesta região. Assim, no programa **PHOENICS**, um valor $P1 = 0$ implicará que $P_{absoluta} = P_{referência} = P_{atmosférica} = 1.00E+05$ Pa.

A grande queda de pressão que ocorre no dorso do perfil acarreta aumento de velocidades nesta região, conforme pode ser observado na figura 43.

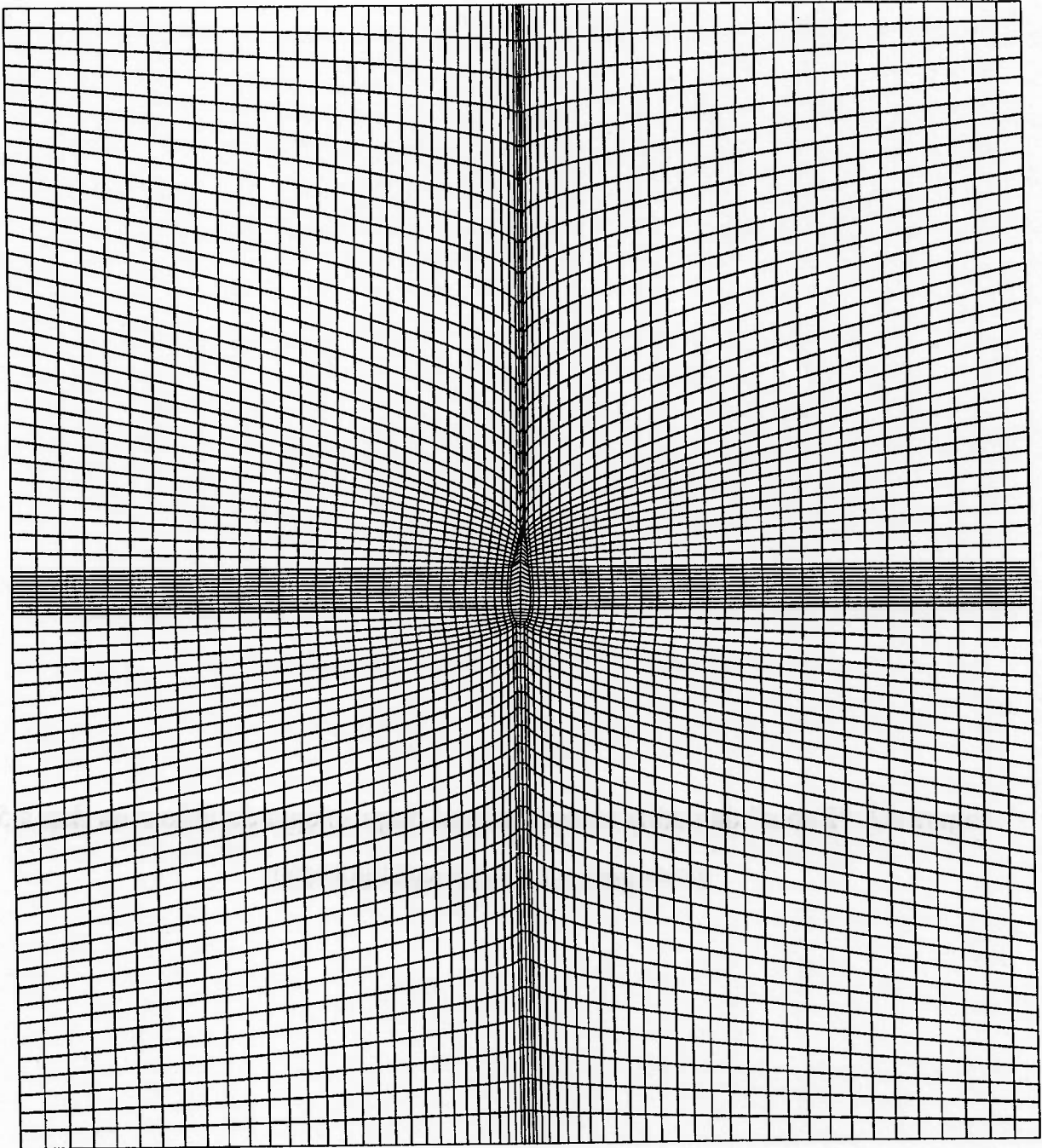
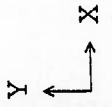
Nota-se ainda que na região do dorso deste fôlio com flap ocorre outra grande queda de pressão com o valor de $1.3E+07$ Pa na mudança de curvatura do perfil, exatamente no ponto onde começa a parte móvel (flap). Na região da face o fenômeno análogo não foi observado com esta malha computacional (na região da face seria esperado um aumento do valor da pressão na região de mudança de curvatura), provavelmente devido ao fato de que a transição parte fixa - parte móvel é mais suave, ou seja, a mudança de geometria não se faz de uma maneira tão abrupta quando o ângulo de flap vale 5 graus.

A região de estagnação (região de localização de pressões elevadas) situa-se no bordo de ataque, numa região próxima à face deste perfil.

O **anexo D** contém o arquivo de dados Q1 do fôlio com flap a 5 graus para a primeira configuração (LHR5.Q1) e a evolução dos resíduos das variáveis do problema para as últimas iterações.



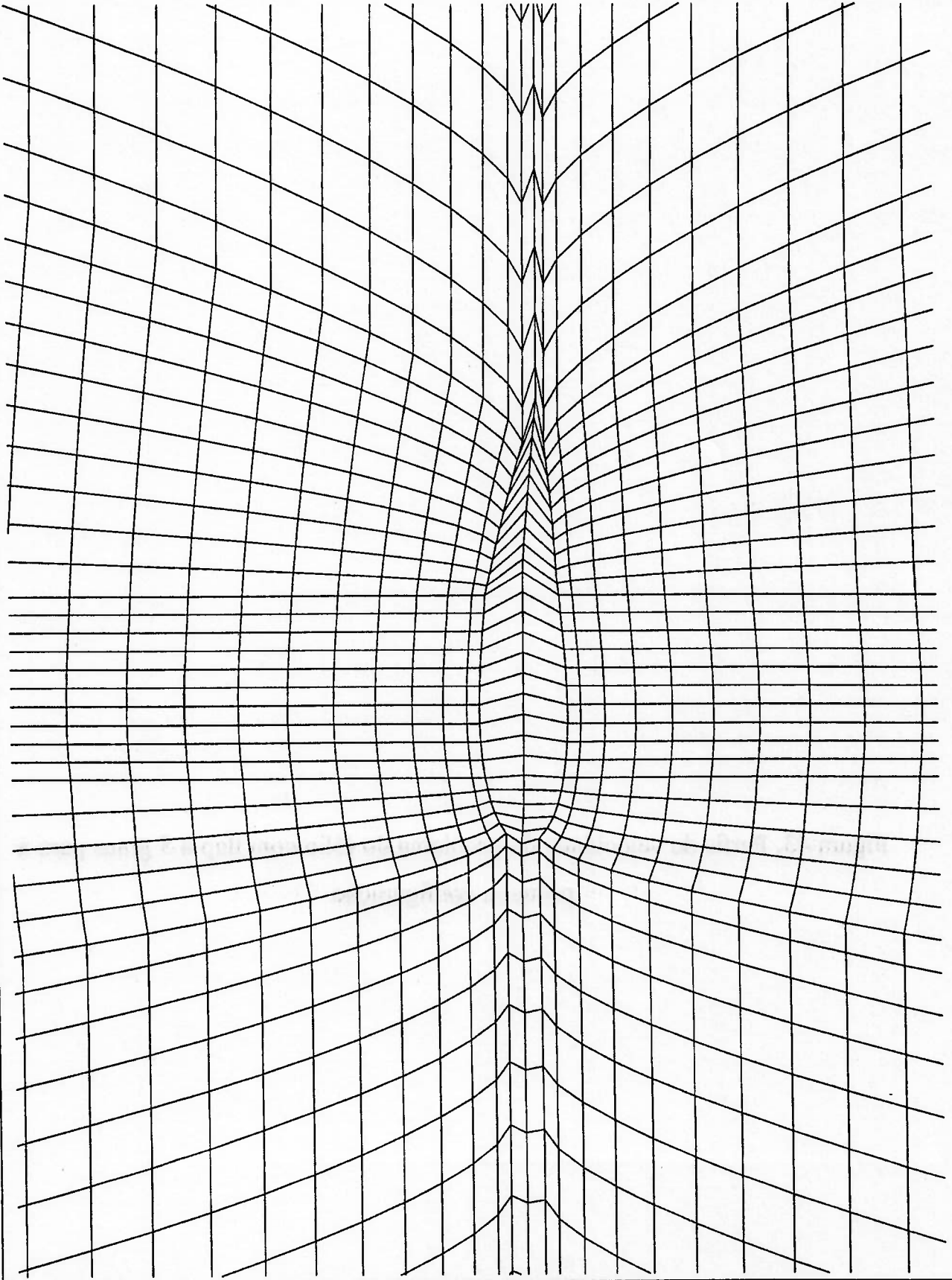
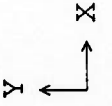
PHOTON



FOLIO COM FLAP A 5 GRAUS



PHOTON



FOLIO COM FLAP A 5 GRAUS

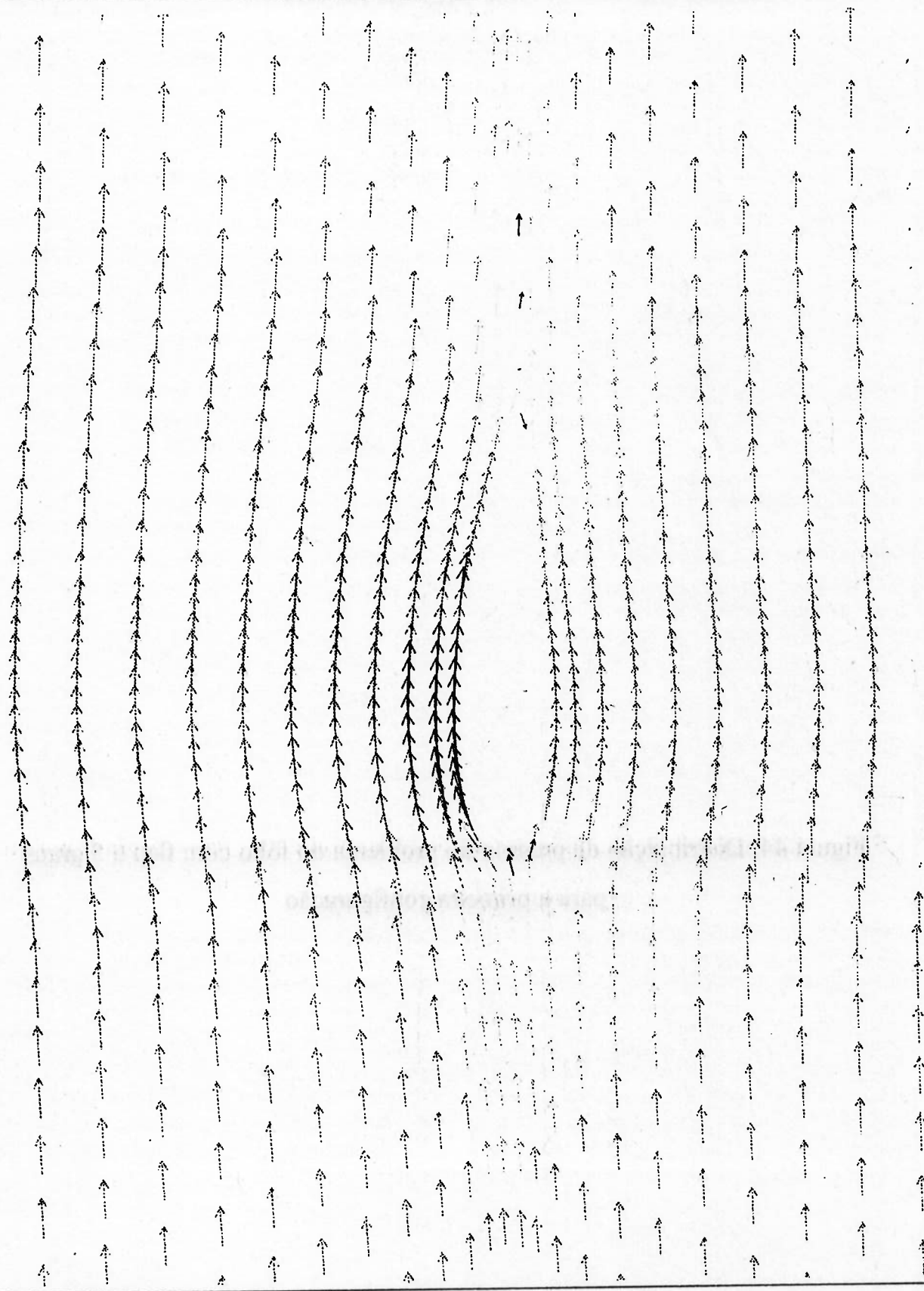
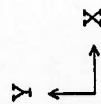


PHOTON

Vector

- 173
- 635
- 1097
- 1560
- 2022
- 2484
- 2946
- 3409
- 3871
- 4333
- 4795
- 5257
- 5720
- 6182
- 6644

m/s



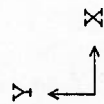
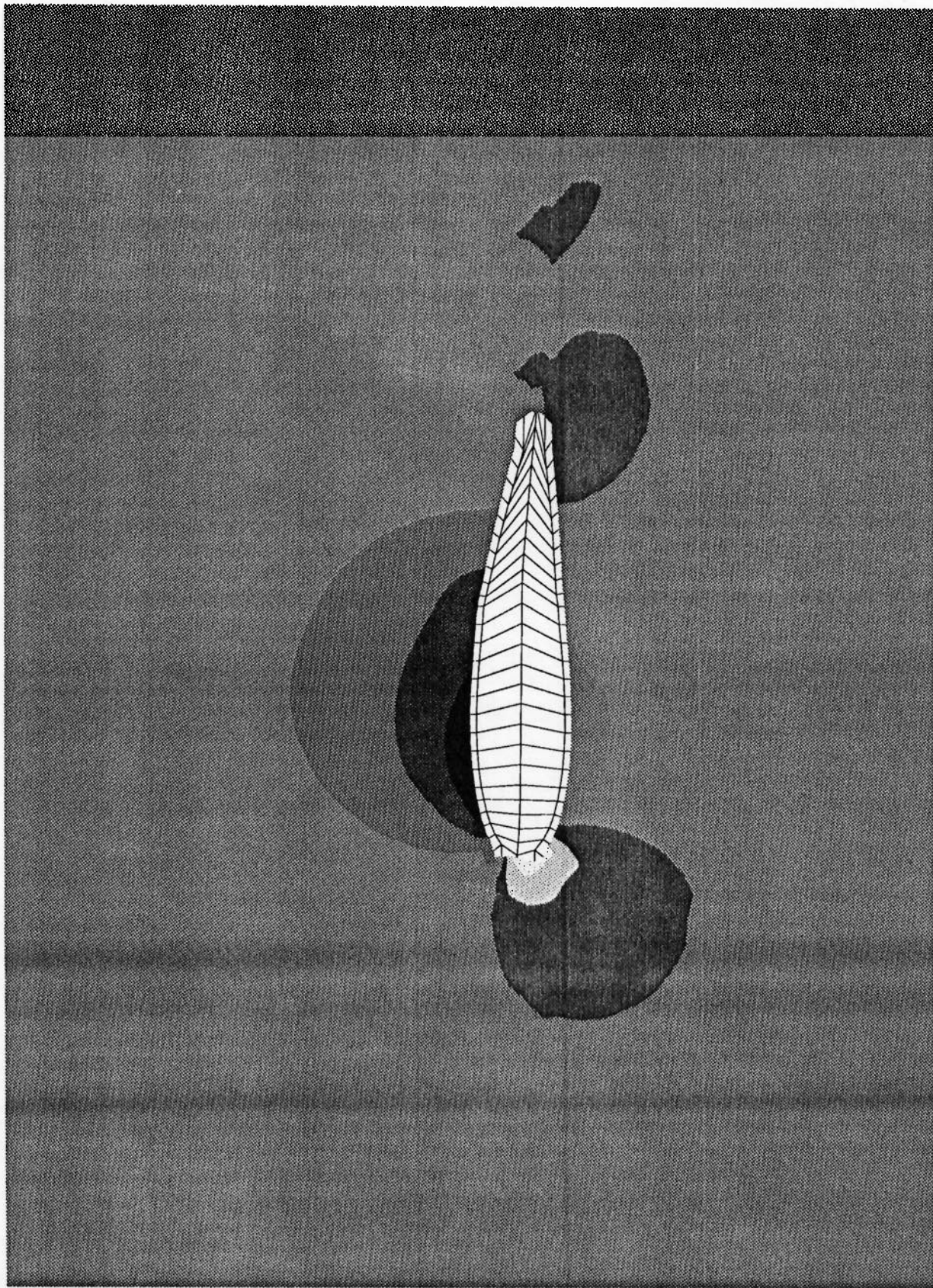
→ 1.298E+04 m/s Min: 1.73E+02 Max: 6.64E+03

FOLIO COM FLAP A 5 GRAUS



PHOTON

P1
 -1.3E+7
 -9.7E+6
 -6.9E+6
 -4.0E+6
 -1.2E+6
 1.7E+6
 4.5E+6
 7.3E+6
 1.0E+7
 1.3E+7
 1.6E+7
 1.9E+7
 2.2E+7
 2.4E+7
 2.7E+7
 Pa



**6.3.2. Resolução do escoamento em torno do fôlio com flap a 10 graus:
Primeira configuração: utilização de 4340 células (70 X 62)**

De maneira análoga foram utilizadas 4340 células, sendo 70 na direção X (direção do escoamento) e 62 células na direção Y, compondo a malha computacional mostrada na figura 45, onde o “zoom” da malha computacional na região próxima ao fôlio com flap é mostrado na figura 46.

A tabela 20 mostra o histórico dos parâmetros de relaxação desta primeira configuração, cujos resultados de distribuição de perfis de velocidade e pressão são mostrados respectivamente nas figuras 47 e 48.

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 1	JOB Nº 2	JOB Nº 3	JOB Nº 4
P1 (Linear)	0.1	0.1	0.1	0.1
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2
KE (Falso ΔT)	1E-4	1E-2	0.1	1E-7
EP (Falso ΔT)	1E-4	1E-2	0.1	1E-7
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	P1	Convergiu

Tabela 20. Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 10 graus para a primeira configuração

Neste caso do fôlio com flap foram setados inicialmente o mesmo conjunto de parâmetros de relaxação do caso anterior (fôlio com flap a 5 graus). Este conjunto foi escolhido para iniciar todos os processamentos desta primeira configuração, podendo dessa forma inferir sobre o comportamento dos resíduos em função do ângulo de flap. Observa-se que o número de processamentos preliminares diminuiu bastante em relação ao caso anterior.

A tabela 21 dada a seguir fornece os parâmetros finais de processamento do caso do fôlio com flap a 10 graus para a primeira configuração.

Malha computacional	4340 células (70 X 62)
Número de iterações (Nº de Sweeps)	3000
Número de iterações por Slab	3
Tipo de Relaxação aplicada às variáveis do problema (Pressão, Velocidade, Energia Cinética Turbulenta e Dissipação Turbulenta)	Forte
Valores finais e tipos de relaxação de cada variável	
P1 (Pressão)- Linear	0.1
U1 (Velocidade na direção X)- Falso ΔT	1E-2
V1 (Velocidade na direção Y)- Falso ΔT	1E-2
K (Energia Cinética Turbulenta)- Falso ΔT	1E-7
ε (Dissipação Turbulenta)- Falso ΔT	1E-7
Tempo de processamento	2100 segundos (35min)
Nº de processamentos preliminares	3

Tabela 21. Parâmetros finais de processamento da primeira configuração do fôlio com flap a 10 graus

Observando-se a figura 47 que contém os perfis de velocidade, onde os valores estão multiplicados por 10^3 , nota-se uma desaceleração maior do fluido na região do bordo de ataque quando comparada à desaceleração do perfil de velocidades obtida com o ângulo de flap a 5 graus para a mesma região.

Nota-se no bordo de fuga do perfil a presença de recirculações no fluido, de maneira análoga ao que foi observado na figura 43.

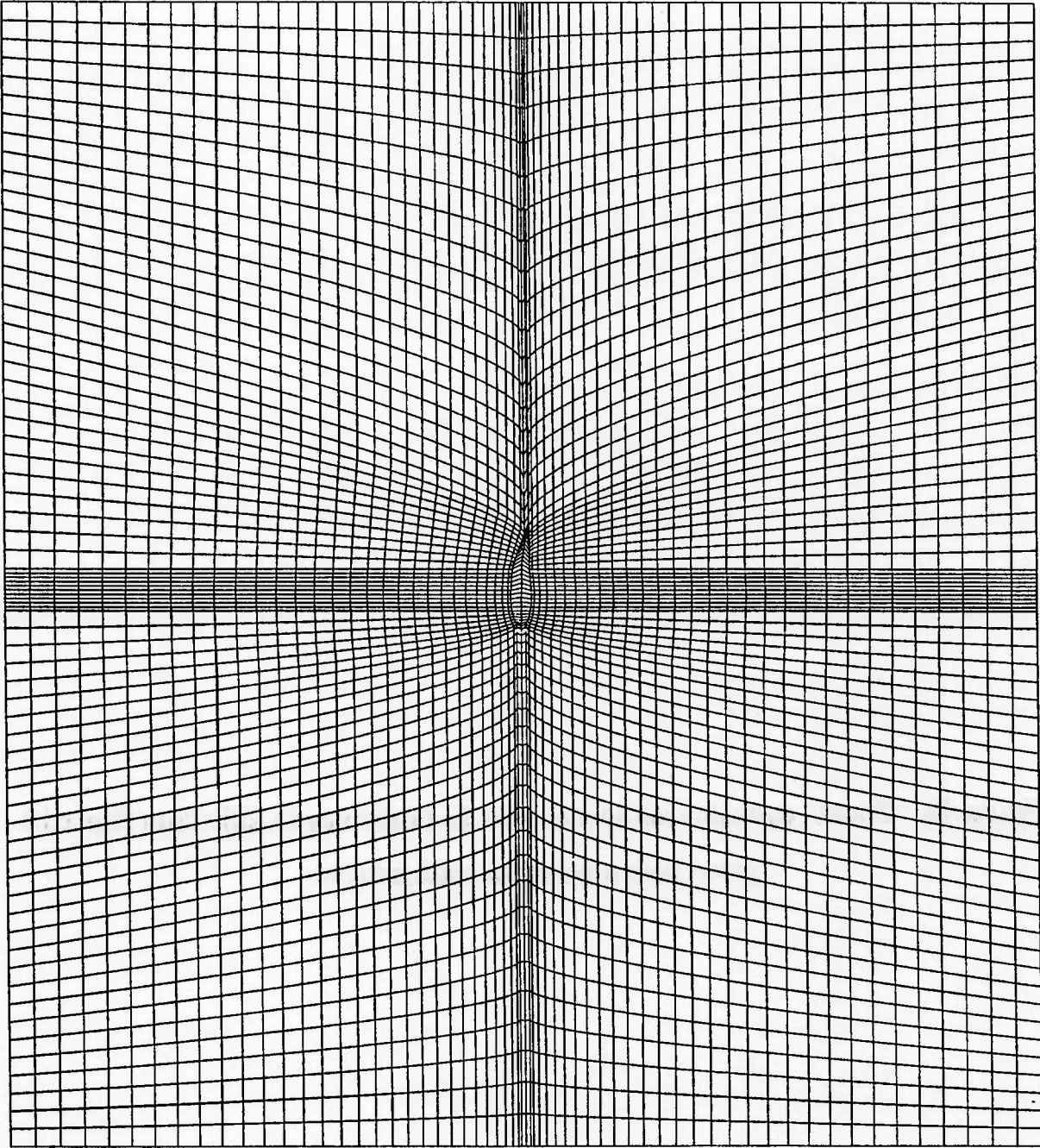
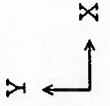
Analisando-se agora a figura 48 nota-se que **a maior queda de pressão no dorso vale $1.6E+07$ Pa**. A grande queda de pressão que ocorre no dorso do perfil acarreta um aumento de velocidades nesta região, conforme pode ser observado na figura 47. Observa-se ainda na região do dorso do perfil que ocorre outra grande queda de pressão com o valor de $1.6E+07$ Pa na mudança de curvatura do perfil, no ponto onde começa a parte móvel (flap). Desta vez observou-se uma região de aumento de pressão na região oposta (região da face) e numa região próxima ao bordo de fuga.

A região de estagnação (região de localização de pressões elevadas) situa-se no bordo de ataque, numa região próxima à face deste perfil, de maneira análoga ao que foi observado para o fôlio com flap a 5 graus.

O **anexo E** contém o arquivo de dados Q1 do fôlio com flap a 10 graus para a primeira configuração (LHR10.Q1) e a evolução dos resíduos das variáveis do problema para as últimas iterações.



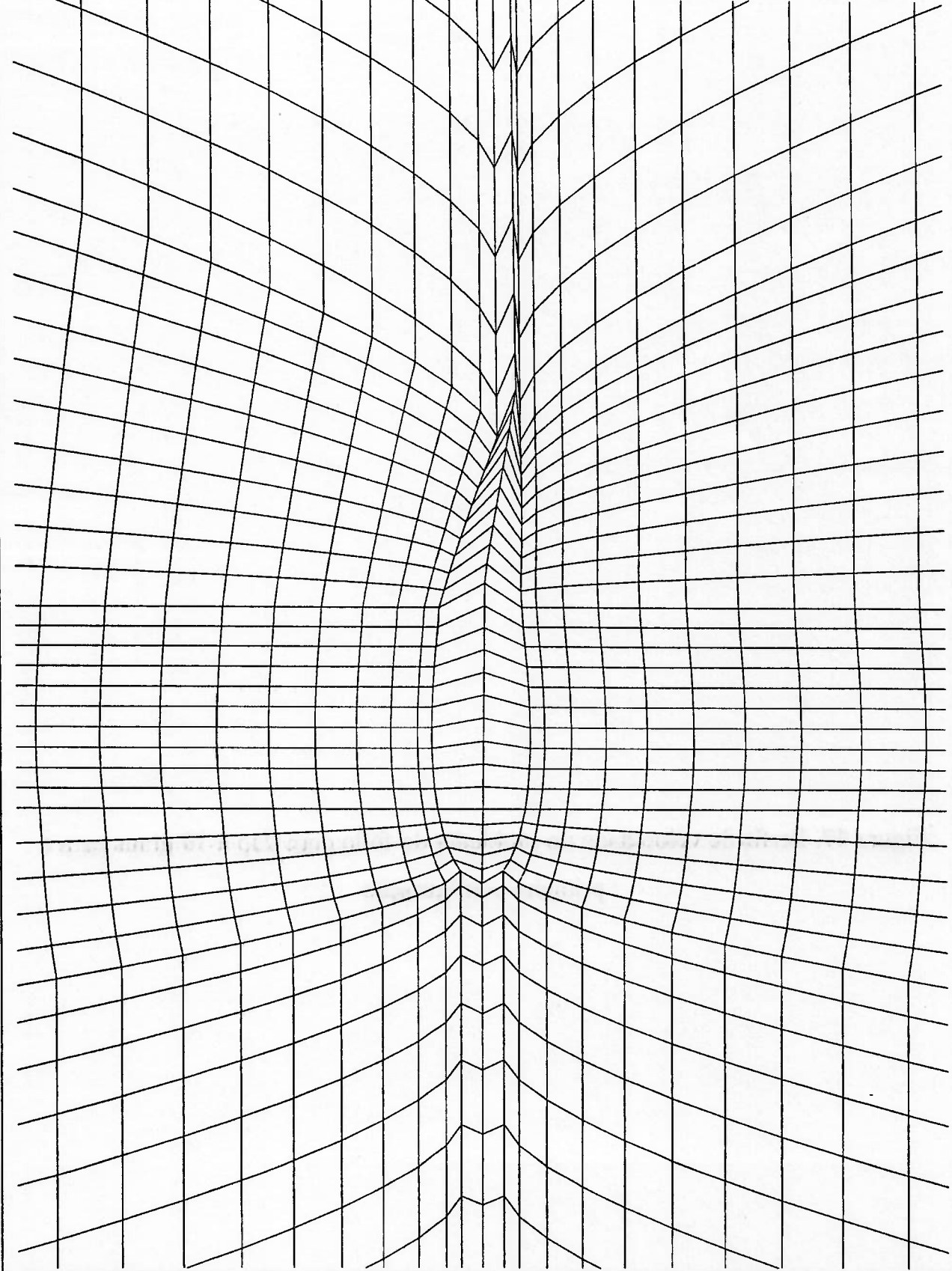
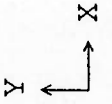
PHOTON



FOLIO COM FLAP A 10 GRAUS



PHOTON



FOLIO COM FLAP A 10 GRAUS

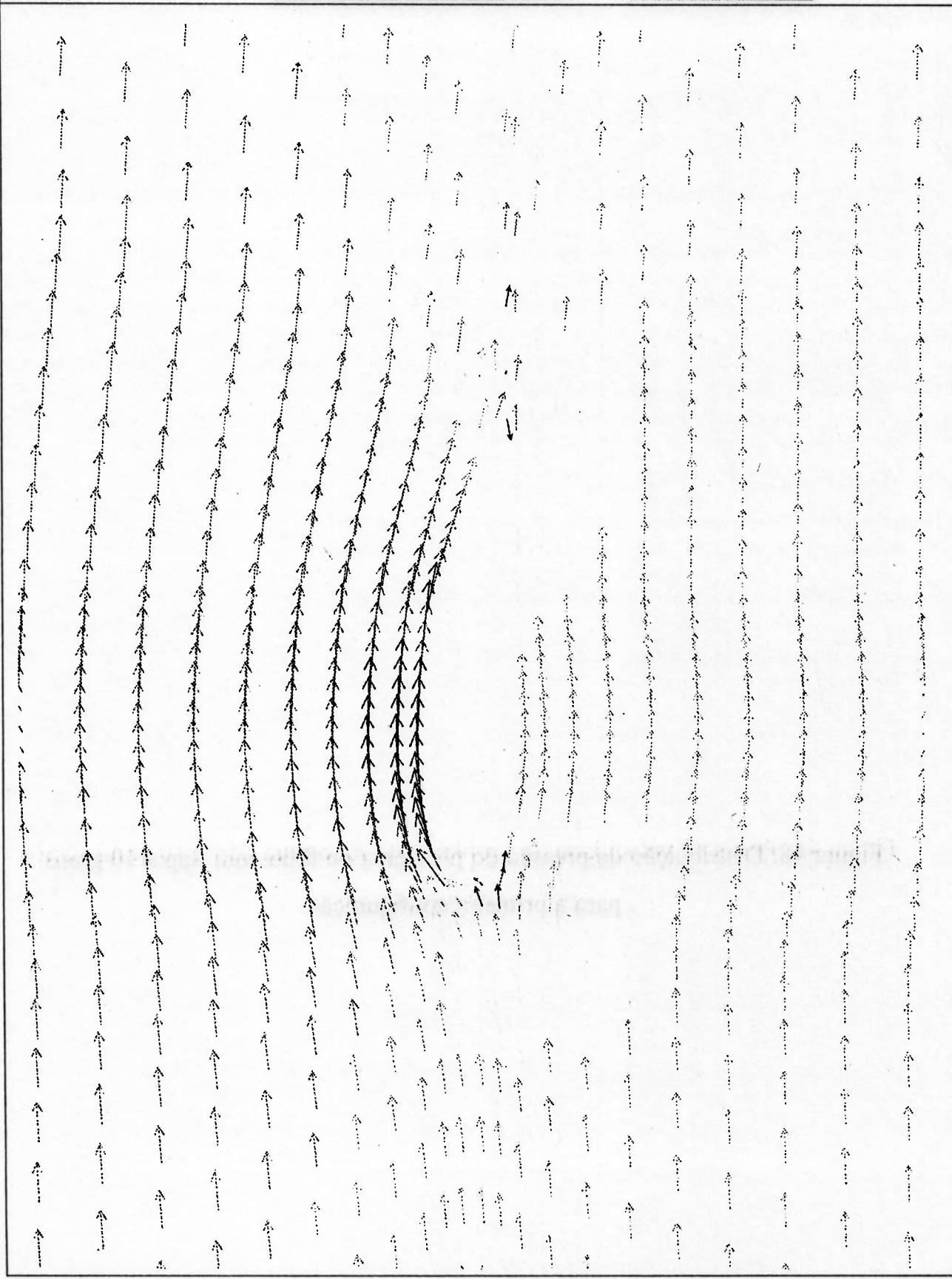
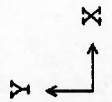


PHOTON

Vector

- 235
- 721
- 1207
- 1693
- 2179
- 2665
- 3151
- 3638
- 4124
- 4610
- 5096
- 5582
- 6068
- 6554
- 7040

m/s



→ 1.299E+04 m/s Min: 2.35E+02 Max: 7.04E+03

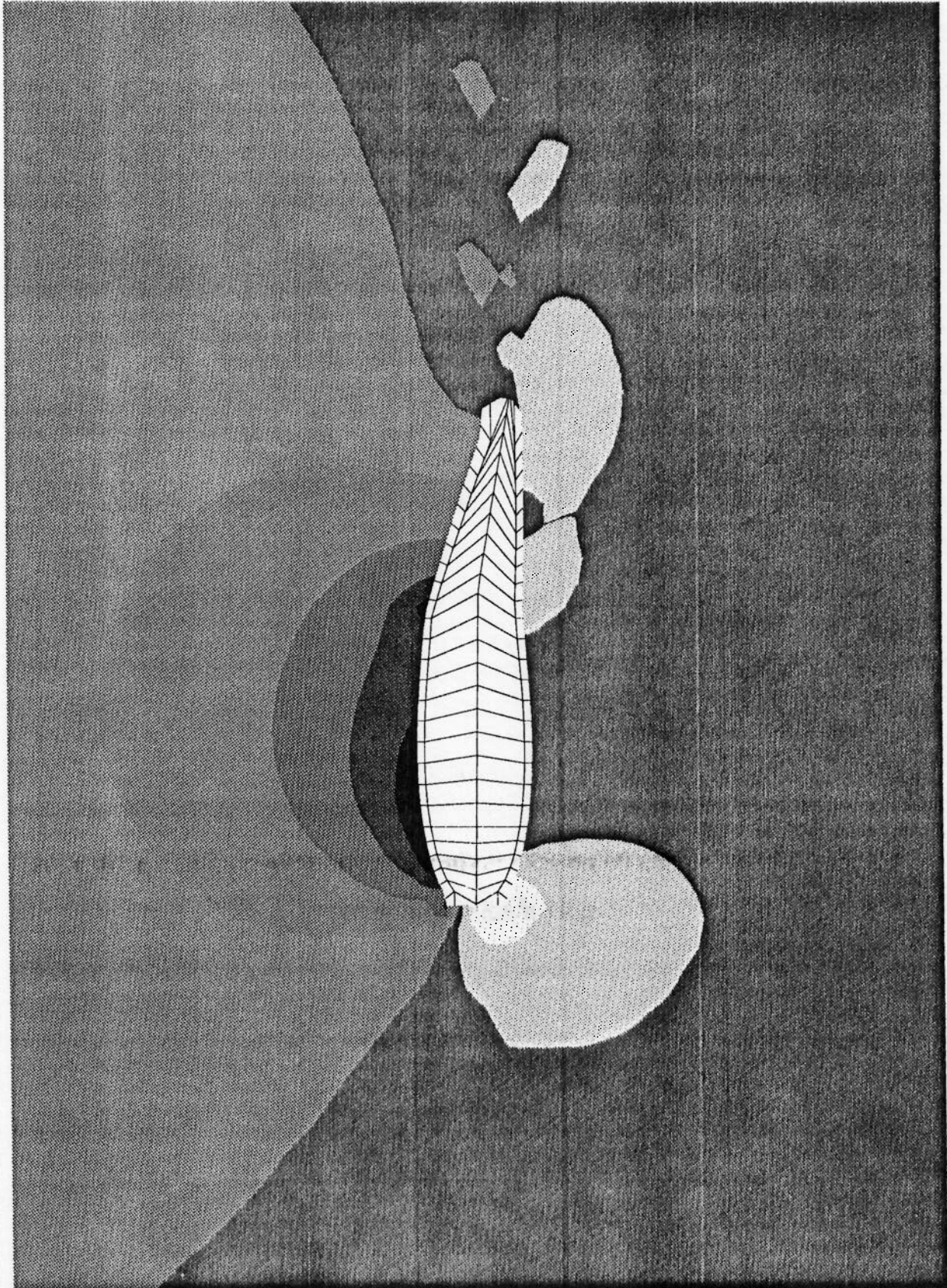
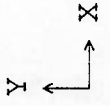
FOLIO COM FLAP A 10 GRAUS



PHOTON

- P1
- 1.6E+7
- 1.3E+7
- 1.0E+7
- 7.0E+6
- 3.9E+6
- 7.3E+5
- 2.4E+6
- 5.5E+6
- 8.7E+6
- 1.2E+7
- 1.5E+7
- 1.8E+7
- 2.1E+7
- 2.4E+7
- 2.7E+7

Pa



FOLIO COM FLAP A 10 GRAUS

**6.3.3. Resolução do escoamento em torno do fôlio com flap a 15 graus:
Primeira configuração: utilização de 4340 células (70 X 62)**

Foram utilizadas 4340 células, sendo 70 na direção X (direção do escoamento) e 62 células na direção Y, compondo a malha computacional mostrada na figura 49. Já a figura 50 mostra um “zoom” da malha computacional na região próxima ao fôlio com flap. A tabela 22, que termina na página seguinte, mostra o histórico dos parâmetros de relaxação desta primeira configuração, cujos resultados de distribuição de perfis de velocidade e pressão são mostrados respectivamente nas figuras 51 e 52.

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 1	JOB Nº 2	JOB Nº 3	JOB Nº 4 Restart	JOB Nº 5	JOB Nº 6
P1 (Linear)	0.1	0.1	0.1	0.1	0.01	0.01
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-3	1E-3	1E-2	1E-2
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-3	1E-3	1E-2	1E-2
KE (Falso ΔT)	1E-4	1E-2	1E-3	1E-3	1E-2	1E-3
EP (Falso ΔT)	1E-4	1E-2	1E-3	1E-3	1E-2	1E-3
Variável que comandou a divergência	KE, EP	P1	Nenhuma	P1	KE	todas
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 7	JOB Nº 8	JOB Nº 9	JOB Nº 10	JOB Nº 11	JOB Nº 12
P1 (Linear)	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
U1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-3	1E-3	1E-3	1E-2	1E-2
V1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-3	1E-3	1E-3	1E-2	1E-2
KE (Falso ΔT)	1E-3	1E-4	1E-5	1E-7	1E-5	1E-7
EP (Falso ΔT)	1E-3	1E-4	1E-5	1E-7	1E-5	1E-7
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP

(continua...)

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 13	JOB Nº 14	JOB Nº 15	JOB Nº 16	JOB Nº 17	JOB Nº 18
P1 (Linear)	0.01	0.01	0.01	0.01	0.1	0.1
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	5E-2	1E-2	1E-2
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	5E-2	1E-2	1E-2
KE (Falso ΔT)	0.1	0.3	0.8	0.8	0.1	1E-3
EP (Falso ΔT)	0.1	0.3	0.8	0.8	0.1	1E-3
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 19	JOB Nº 20	JOB Nº 21	JOB Nº 22	JOB Nº 23	
P1 (Linear)	0.01	0.01	0.01	0.1	0.1	
U1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-3	0.1	1E-3	1E-3	
V1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-3	0.1	1E-3	1E-3	
KE (Falso ΔT)	1E-2	0.1	1E-2	1E-4	1E-2	
EP (Falso ΔT)	1E-2	0.1	1E-2	1E-4	1E-2	
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	KE, EP	P1	<i>Convergiu</i>	

Tabela 22. Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 15 graus para a primeira configuração

Na tabela acima observa-se a palavra “restart” colocada abaixo da inscrição “job nº 4”. Isto significa que o processamento número 4 foi iniciado a partir dos resultados do processamento anterior (nº 3), devido à tendência de convergência.

Novamente o par de variáveis KE e EP comandou na maior parte das vezes a divergência do problema numérico.

A tabela 23 mostra os parâmetros finais de processamento desta primeira configuração, onde o número de sweeps passou a ser 5000.

Malha computacional	4340 células (70 X 62)
Número de iterações (Nº de Sweeps)	5000
Número de iterações por Slab	3
Tipo de Relaxação aplicada às variáveis do problema (Pressão, Velocidade, Energia Cinética Turbulenta e Dissipação Turbulenta)	Forte
Valores finais e tipos de relaxação de cada variável	
P1 (Pressão)- Linear	0.1
U1 (Velocidade na direção X)- Falso ΔT	1E-3
V1 (Velocidade na direção Y)- Falso ΔT	1E-3
K (Energia Cinética Turbulenta)- Falso ΔT	1E-2
ϵ (Dissipação Turbulenta)- Falso ΔT	1E-2
Tempo de processamento	28140 segundos (7 horas e 49 min)
Nº de processamentos preliminares	22

Tabela 23. Parâmetros finais de processamento da primeira configuração do problema do fólio com flap a 15 graus

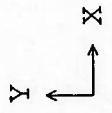
Observando-se a figura 51 que contém os perfis de velocidade, onde os valores estão multiplicados por 10^3 , nota-se uma desaceleração ainda maior do fluido na região do bordo de ataque quando comparada à desaceleração do perfil de velocidades obtida com ângulos de flap menores para a mesma região.

Nota-se no bordo de fuga do perfil a presença de recirculações no fluido, de maneira análoga ao que foi observado na figura 43.

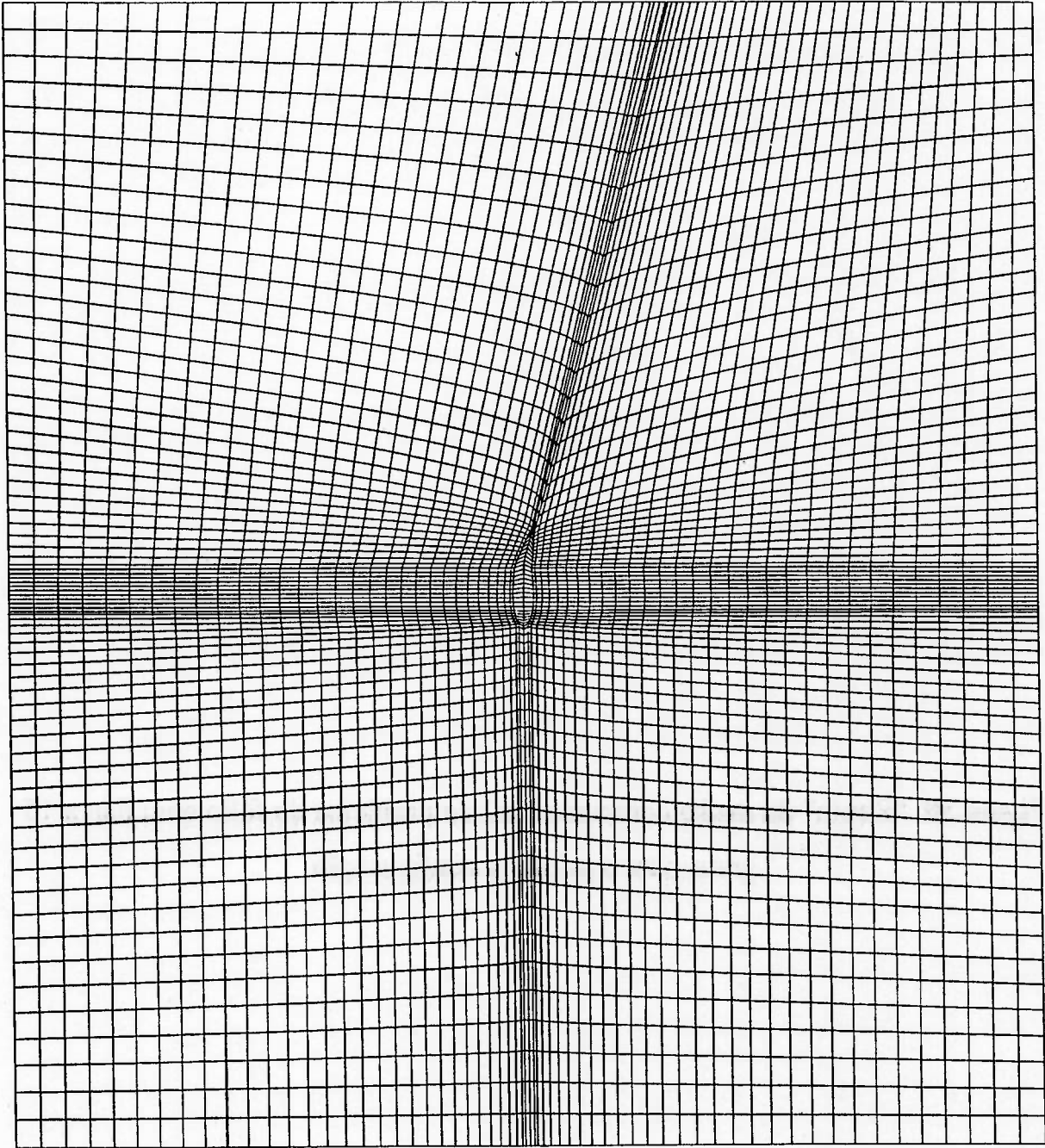
Analisando-se agora a figura 52 nota-se que **a maior queda de pressão no dorso vale $1.8E+07$ Pa**. A grande queda de pressão que ocorre no dorso do perfil acarreta um aumento de velocidades nesta região, conforme pode ser observado na figura 51. Observa-se ainda na região do dorso do perfil que ocorre outra grande queda de pressão com o valor de $1.8E+07$ Pa na mudança de curvatura do perfil, no ponto onde começa a parte móvel (flap). Desta vez não se observou-se uma região de aumento de pressão na região oposta (região da face) e numa região próxima ao bordo de fuga, conforme mostrado na figura 48.

A região de estagnação (região de localização de pressões elevadas) situa-se no bordo de ataque, numa região próxima à face deste perfil, de maneira análoga ao que foi observado para o fôlio com flap a 10 graus. Foram observadas irregularidades no bordo de fuga.

O **anexo F** contém o arquivo de dados Q1 do fôlio com flap a 15 graus para a primeira configuração (LHR15.Q1) e a evolução dos resíduos das variáveis do problema para as últimas iterações.



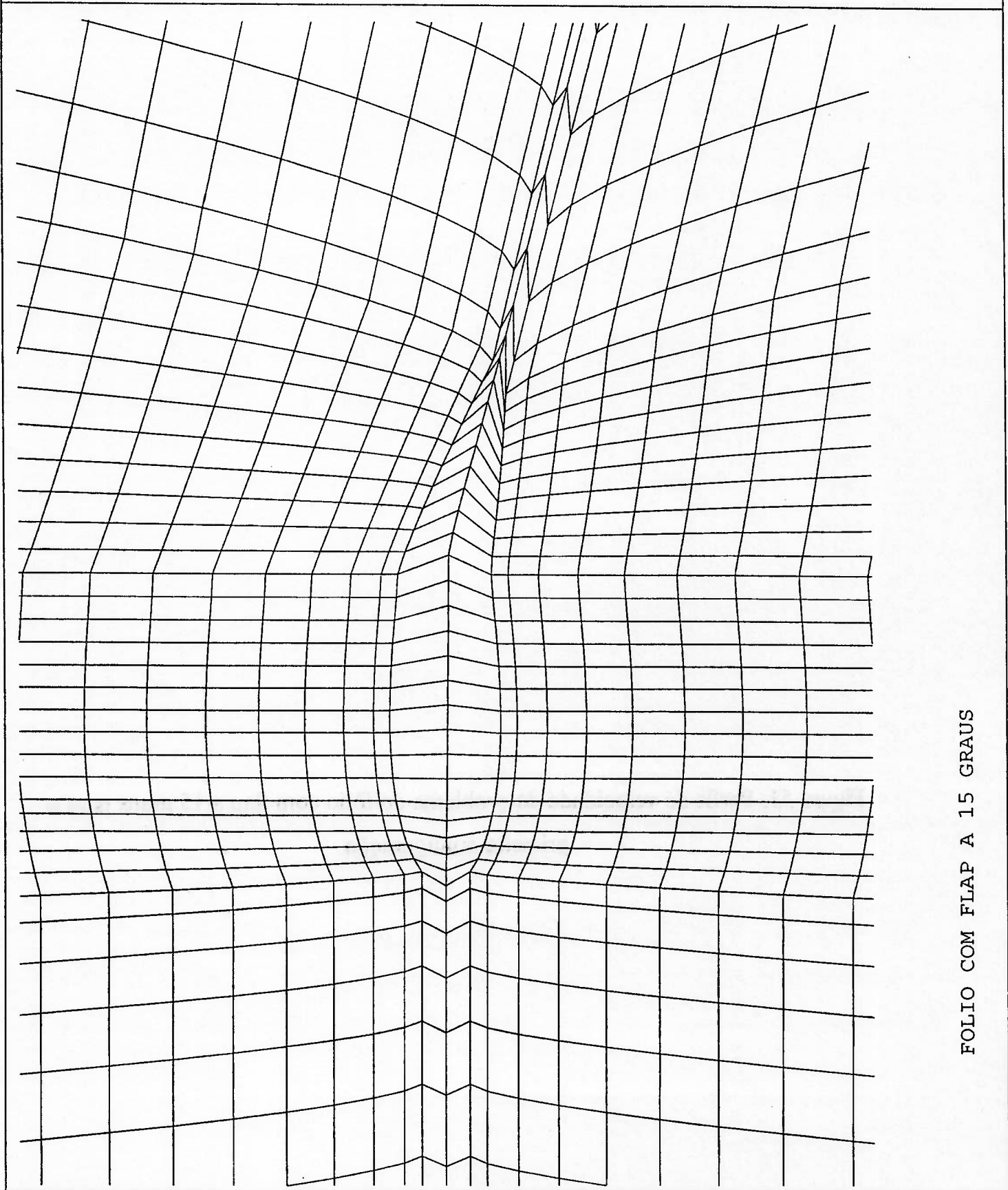
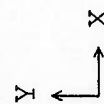
PHOTON



FOLIO COM FLAP A 15 GRAUS



PHOTON



FOLIO COM FLAP A 15 GRAUS



PHOTON

Vector

1387

1812

2237

2662

3087

3513

3938

4363

4788

5213

5638

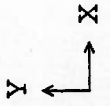
6063

6489

6914

7339

m/s



Max: 7.34E+03

Min: 1.39E+03

1.308E+04 m/s

FOLIO COM FLAP A 15 GRAUS



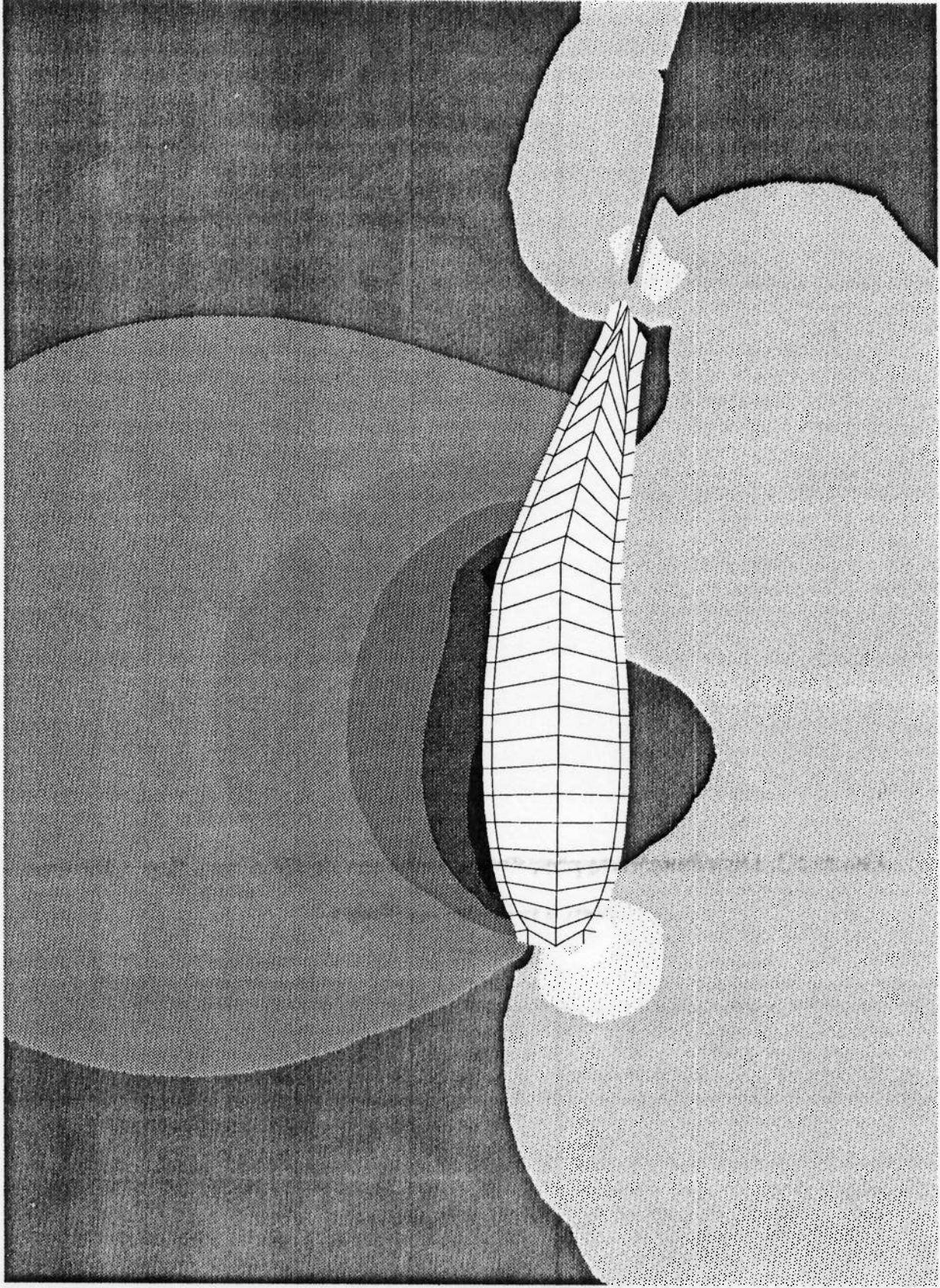
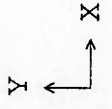
PHOTON

P1

- 1.8E+7
- 1.5E+7
- 1.2E+7
- 8.6E+6
- 5.3E+6
- 2.1E+6
- 1.1E+6
- 4.3E+6
- 7.6E+6
- 1.1E+7
- 1.4E+7
- 1.7E+7
- 2.0E+7
- 2.4E+7
- 2.7E+7



Pa



**6.3.4. Resolução do escoamento em torno do fôlio com flap a 20 graus:
Primeira configuração: utilização de 4340 células (70 X 62)**

De maneira análoga foram utilizadas 4340 células, sendo 70 na direção X (direção do escoamento) e 62 células na direção Y, compondo a malha computacional mostrada na figura 53, onde o “zoom” da malha computacional na região próxima ao fôlio com flap é mostrado na figura 54. A tabela 24 mostra o histórico dos parâmetros de relaxação desta primeira configuração, cujos resultados de distribuição de perfis de velocidade e pressão são mostrados respectivamente nas figuras 55 e 56.

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 1	JOB Nº 2	JOB Nº 3	JOB Nº 4	JOB Nº 5	JOB Nº 6
P1 (Linear)	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.01
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-3	1E-3	1E-3	1E-2
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-3	1E-3	1E-3	1E-2
KE (Falso ΔT)	1E-4	1E-2	1E-3	1E-5	1E-7	0.1
EP (Falso ΔT)	1E-4	1E-2	1E-3	1E-5	1E-7	0.1
Variável que comandou a divergência	KE, EP	todas	KE, EP	KE, EP	P1	todas
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 7	JOB Nº 8	JOB Nº 9	JOB Nº 10		
P1 (Linear)	0.1	0.1	0.1	0.01		
U1 (Falso ΔT)	1E-3	0.1	1E-2	1E-2		
V1 (Falso ΔT)	1E-3	0.1	1E-2	1E-2		
KE (Falso ΔT)	1E-2	1E-3	1E-3	1E-2		
EP (Falso ΔT)	1E-2	1E-3	1E-3	1E-2		
Variável que comandou a divergência	P1	todas	todas	Convergiu		

Tabela 24. Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 20 graus para a primeira configuração

Os parâmetros finais de processamento desta primeira configuração são mostrados abaixo na tabela 25.

Malha computacional	4340 células (70 X 62)
Número de iterações (Nº de Sweeps)	3000
Número de iterações por Slab	3
Tipo de Relaxação aplicada às variáveis do problema (Pressão, Velocidade, Energia Cinética Turbulenta e Dissipação Turbulenta)	Forte
Valores finais e tipos de relaxação de cada variável	
P1 (Pressão)- Linear	1E-2
U1 (Velocidade na direção X)- Falso ΔT	1E-2
V1 (Velocidade na direção Y)- Falso ΔT	1E-2
K (Energia Cinética Turbulenta)- Falso ΔT	1E-2
ϵ (Dissipação Turbulenta)- Falso ΔT	1E-2
Tempo de processamento	3600 segundos (1 hora)
Nº de processamentos preliminares	9

Tabela 25. Parâmetros finais de processamento da primeira configuração do fólio com flap a 20 graus

Nota-se a partir da análise da tabela 24 que o parâmetro de relaxação de P1 foi alterado para 0.01, principalmente em função da dificuldade em se observar qualquer tendência em favor da convergência.

Observando-se a figura 55 que contém os perfis de velocidade, onde os valores estão multiplicados por 10^3 , nota-se também uma desaceleração maior do fluido na

região do bordo de ataque quando comparada à desaceleração do perfil de velocidades obtida com o ângulo de flap a 5 graus para a mesma região.

Nesta simulação não foi observada a presença de recirculações no fluido no bordo de fuga do perfil.

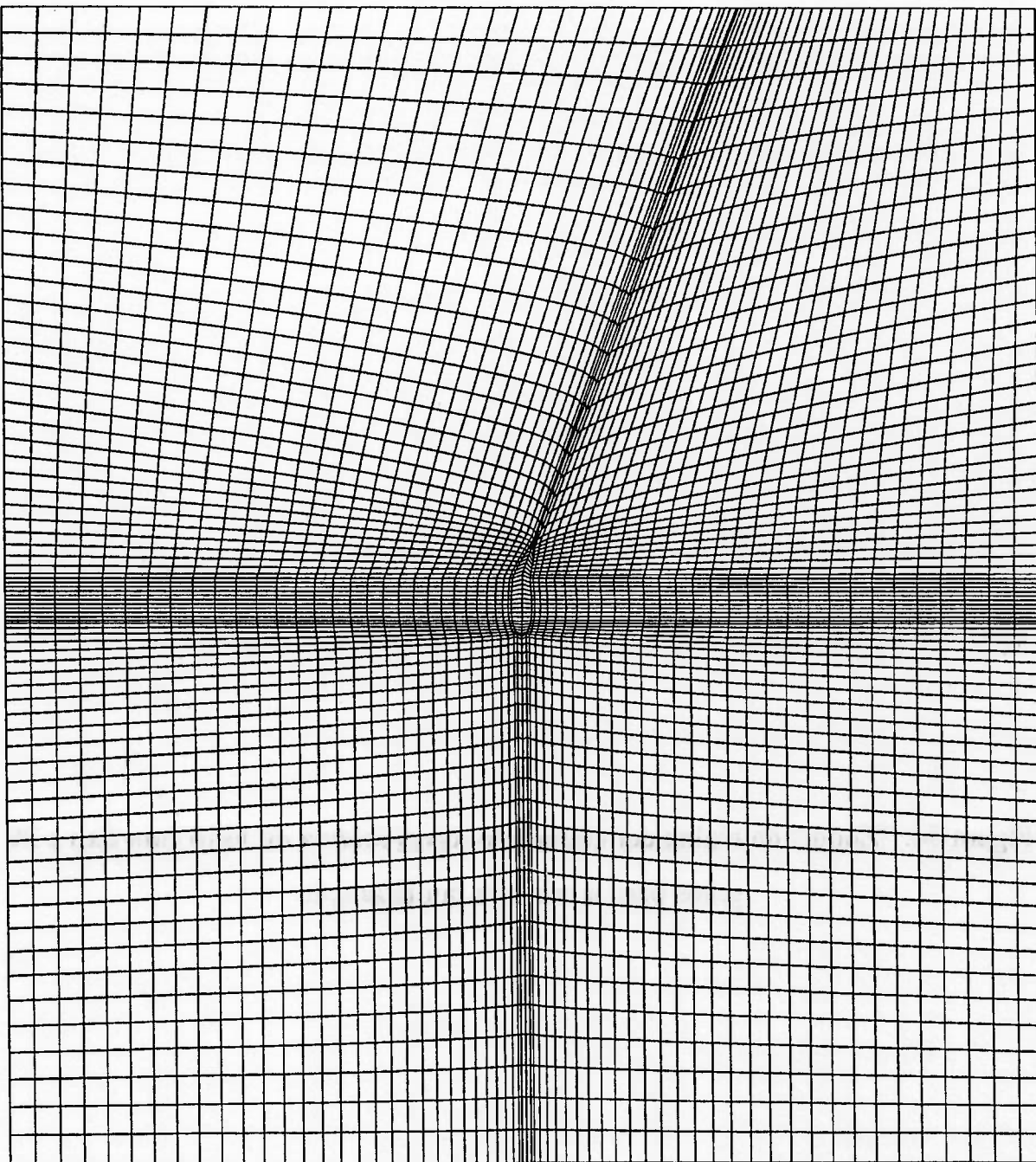
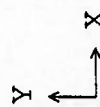
Analisando-se agora a figura 56 nota-se que **a maior queda de pressão no dorso vale $2.3E+07$ Pa**. A grande queda de pressão que ocorre no dorso do perfil acarreta um aumento de velocidades nesta região, conforme pode ser observado na figura 55. Observa-se ainda na região do dorso do perfil que ocorre outra grande queda de pressão com o valor de $2.3E+07$ Pa na mudança de curvatura do perfil, no ponto onde começa a parte móvel (flap). Também observou-se uma região de aumento de pressão na região oposta (região da face) e numa região próxima ao bordo de fuga, esta última de menor intensidade.

A região de estagnação (região de localização de pressões elevadas) situa-se no bordo de ataque, numa região próxima à face deste perfil, de maneira análoga ao que foi observado nos casos anteriores.

O **anexo G** contém o arquivo de dados Q1 do fôlio com flap a 20 graus para a primeira configuração (LHR20.Q1) e a evolução dos resíduos das variáveis do problema para as últimas iterações.



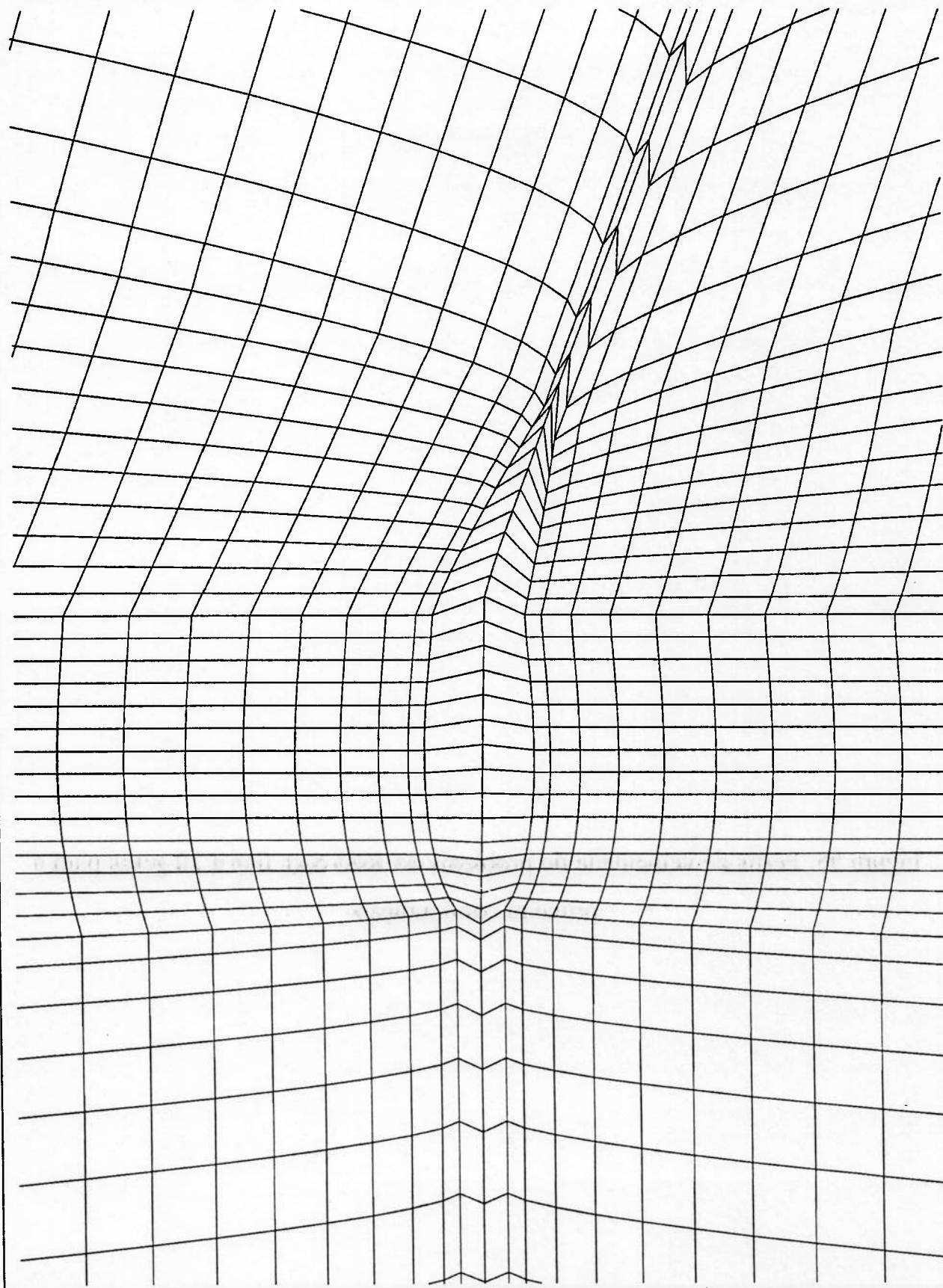
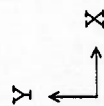
PHOTON



FOLIO COM FLAP A 20 GRAUS



PHOTON



FOLIO COM FLAP A 20 GRAUS



PHOTON

Vector

1886

2299

2712

3125

3539

3952

4365

4778

5191

5605

6018

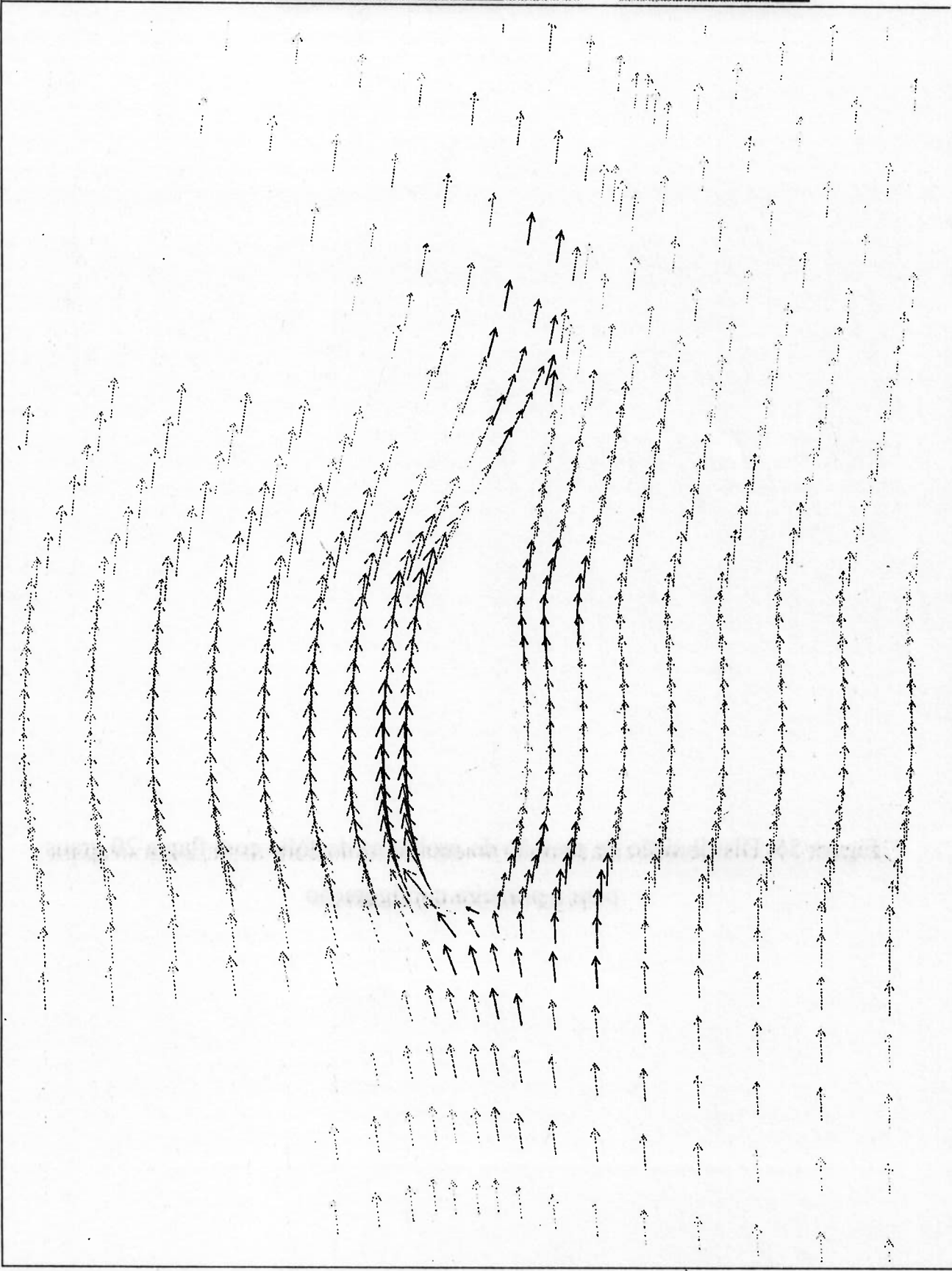
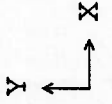
6431

6844

7258

7671

m/s



Max: 7.67E+03

Min: 1.89E+03

1.310E+04 m/s

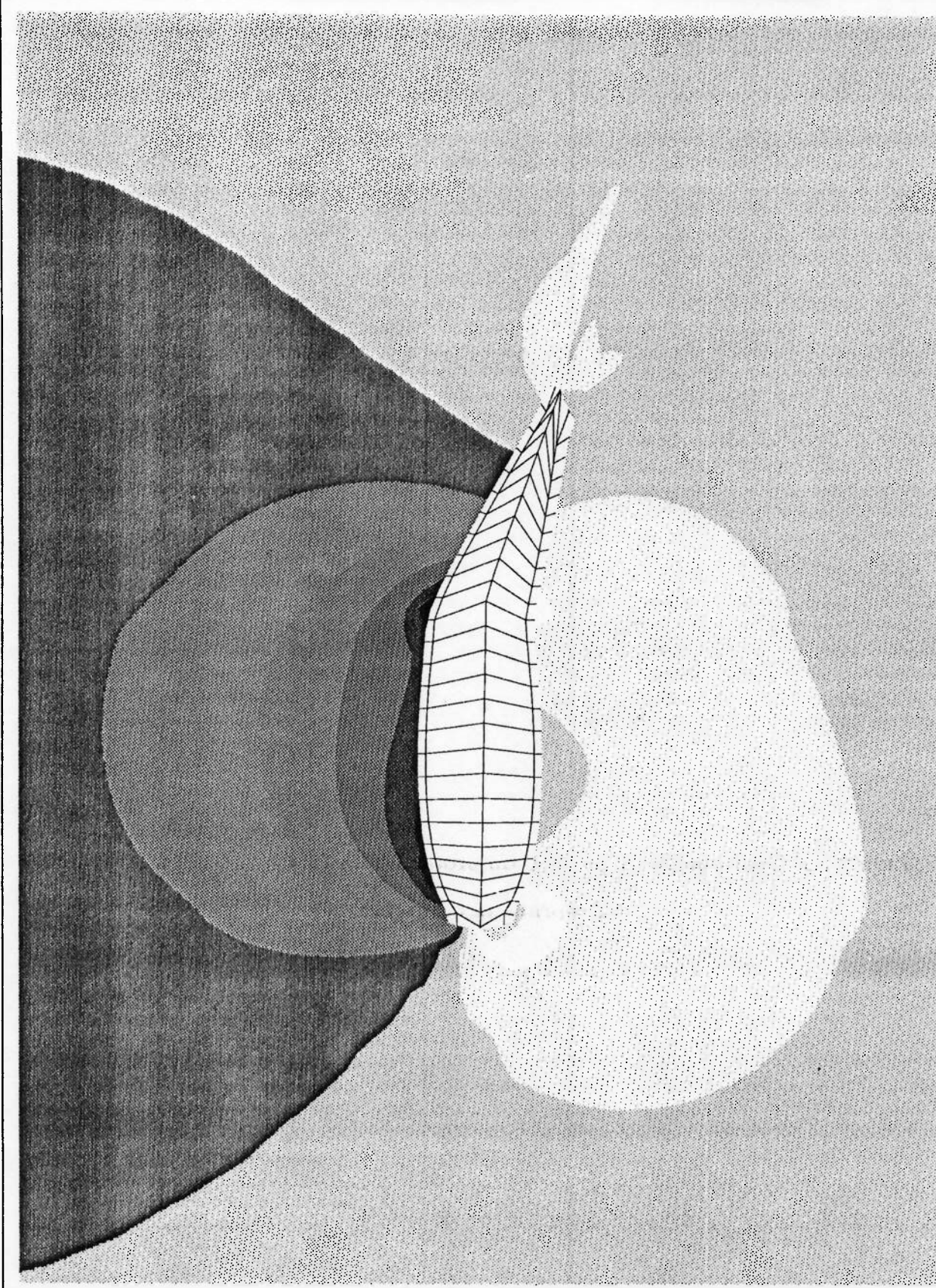
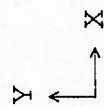
FOLIO COM FLAP A 20 GRAUS



PHOTON

- P1
- 2.3E+7
- 1.9E+7
- 1.5E+7
- 1.2E+7
- 8.4E+6
- 4.8E+6
- 1.3E+6
- 2.2E+6
- 5.8E+6
- 9.3E+6
- 1.3E+7
- 1.6E+7
- 2.0E+7
- 2.3E+7
- 2.7E+7

Pa



FOLIO COM FLAP A 20 GRAUS

**6.3.5. Resolução do escoamento em torno do fôlio com flap a 25 graus:
Primeira configuração: utilização de 4340 células (70 X 62)**

De maneira análoga foram utilizadas 4340 células, sendo 70 na direção X (direção do escoamento) e 62 células na direção Y, compondo a malha computacional mostrada na figura 57, onde o “zoom” da malha computacional na região próxima ao fôlio com flap é mostrado na figura 58.

A tabela 26 mostra o histórico dos parâmetros de relaxação desta primeira configuração, cujos resultados de distribuição de perfis de velocidade e pressão são mostrados respectivamente nas figuras 59 e 60.

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 1	JOB Nº 2
P1 (Linear)	0.1	0.1
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2
KE (Falso ΔT)	1E-4	1E-2
EP (Falso ΔT)	1E-4	1E-2
Variável que comandou a divergência	KE, EP	<i>Convergiu</i>

Tabela 26. Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 25 graus para a primeira configuração

Os parâmetros finais de processamento desta primeira configuração são dados a seguir na tabela 27.

Malha computacional	4340 células (70 X 62)
Número de iterações (Nº de Sweeps)	3000
Número de iterações por Slab	3
Tipo de Relaxação aplicada às variáveis do problema (Pressão, Velocidade, Energia Cinética Turbulenta e Dissipação Turbulenta)	Forte
Valores finais e tipos de relaxação de cada variável	
P1 (Pressão)- Linear	0.1
U1 (Velocidade na direção X)- Falso ΔT	1E-2
V1 (Velocidade na direção Y)- Falso ΔT	1E-2
K (Energia Cinética Turbulenta)- Falso ΔT	1E-2
ϵ (Dissipação Turbulenta)- Falso ΔT	1E-2
Tempo de processamento	7200 segundos (2 horas)
Nº de processamentos preliminares	1

Tabela 27. Parâmetros finais de processamento da primeira configuração do fólio com flap a 25 graus

Este foi o caso que obteve o menor número de processamentos preliminares até encontrar o conjunto ideal de parâmetros de relaxação.

Observando-se a figura 59 que contém os perfis de velocidade, onde os valores estão multiplicados por 10^3 , nota-se também uma desaceleração maior do fluido na região do bordo de ataque quando comparada à desaceleração do perfil de velocidades obtida com o ângulo de flap a 5 graus para a mesma região.

Nesta simulação também não foi observada a presença de recirculações no fluido no bordo de fuga do perfil.

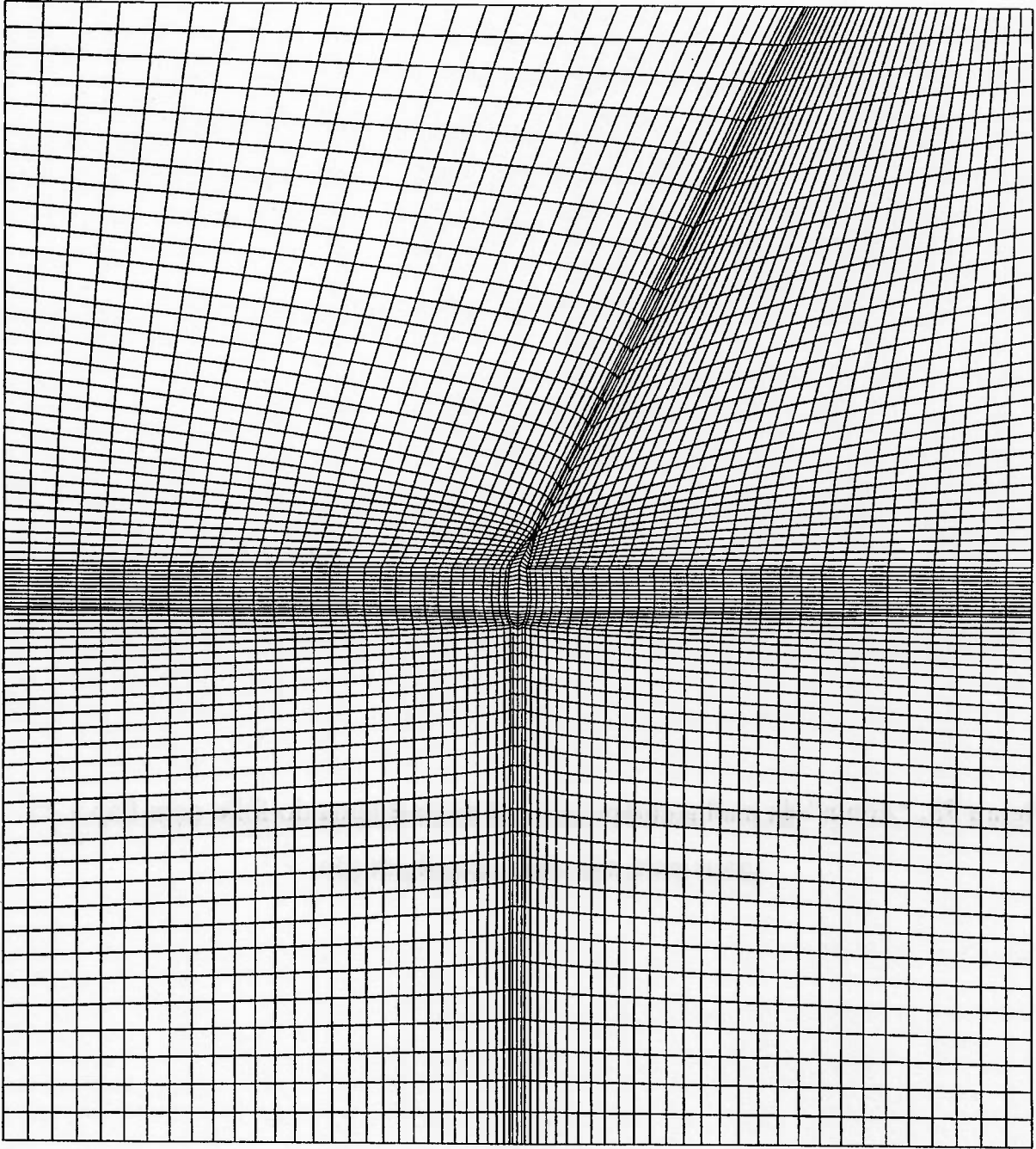
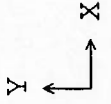
Analisando-se agora a figura 60 nota-se que **a maior queda de pressão no dorso vale $2.7E+07$ Pa**. A grande queda de pressão que ocorre no dorso do perfil acarreta um aumento de velocidades nesta região, conforme pode ser observado na figura 59. Observa-se ainda na região do dorso do perfil que ocorre outra grande queda de pressão com o valor de $2.7E+07$ Pa na mudança de curvatura do perfil, no ponto onde começa a parte móvel (flap). Também observou-se uma região de aumento de pressão na região oposta (região da face) e numa região próxima ao bordo de fuga, esta última de menor intensidade.

A região de estagnação (região de localização de pressões elevadas) situa-se no bordo de ataque, numa região próxima à face deste perfil, de maneira análoga ao que foi observado nos casos anteriores.

O **anexo H** contém o arquivo de dados Q1 do fólio com flap a 25 graus para a primeira configuração (LHR25.Q1) e a evolução dos resíduos das variáveis do problema para as últimas iterações.



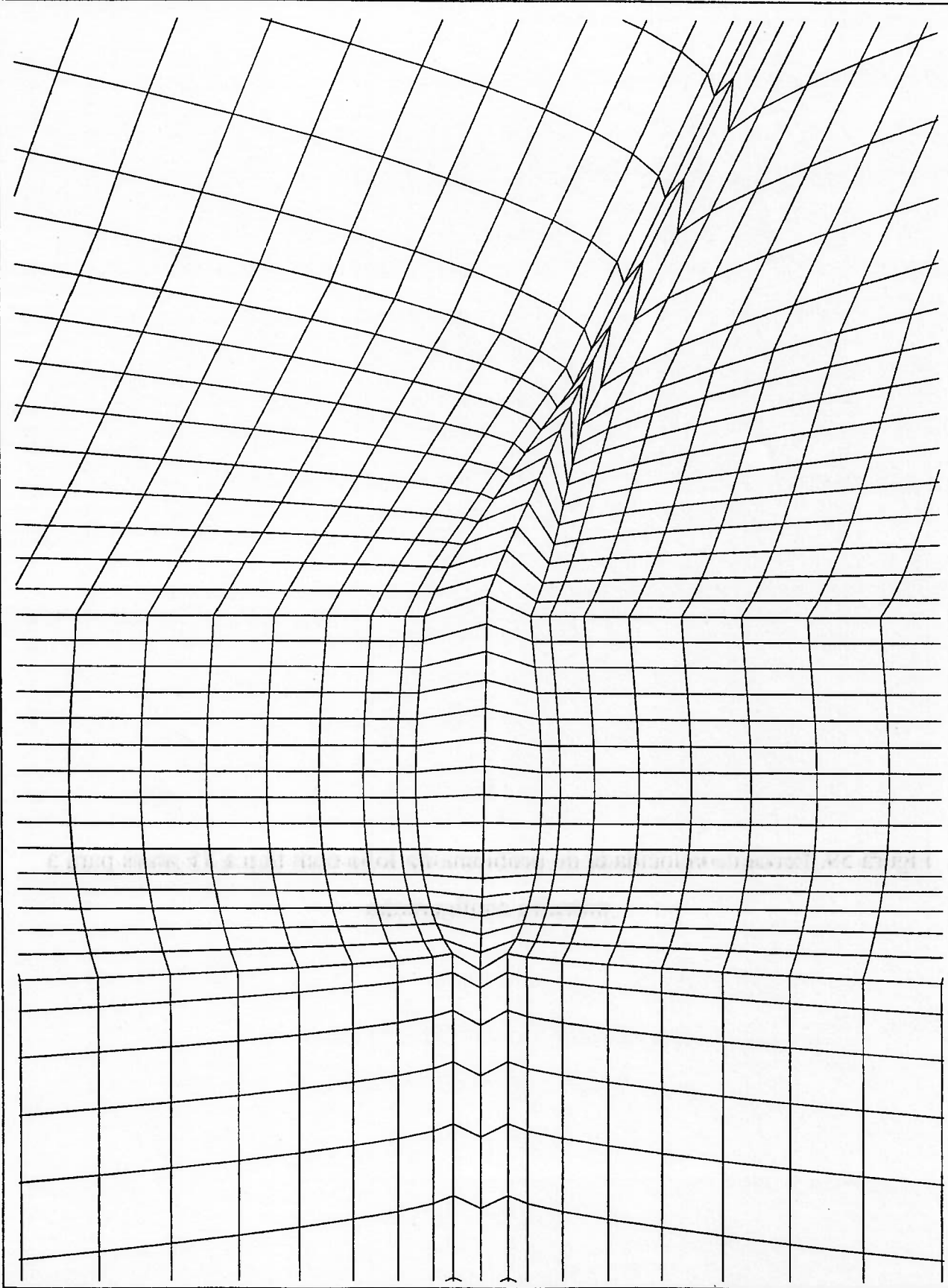
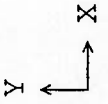
PHOTON



FOLIO COM FLAP A 25 GRAUS



PHOTON



FOLIO COM FLAP A 25 GRAUS

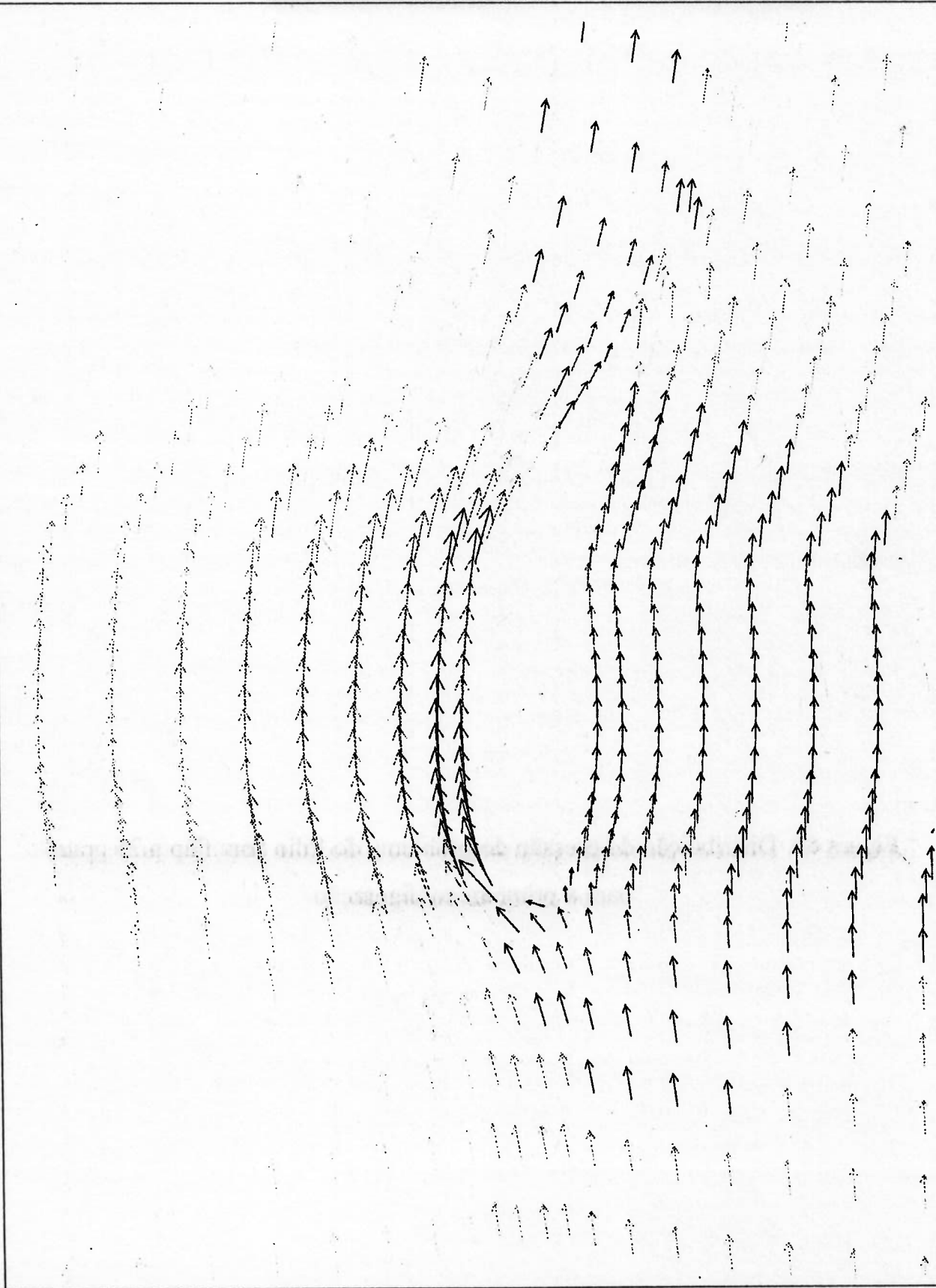
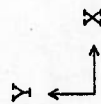


PHOTON

Vector

- 2005
- 2433
- 2861
- 3289
- 3717
- 4145
- 4573
- 5001
- 5429
- 5857
- 6285
- 6713
- 7141
- 7569
- 7997

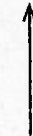
m/s



Max: 8.00E+03

Min: 2.01E+03

1.312E+04 m/s



FOLIO COM FLAP A 25 GRAUS

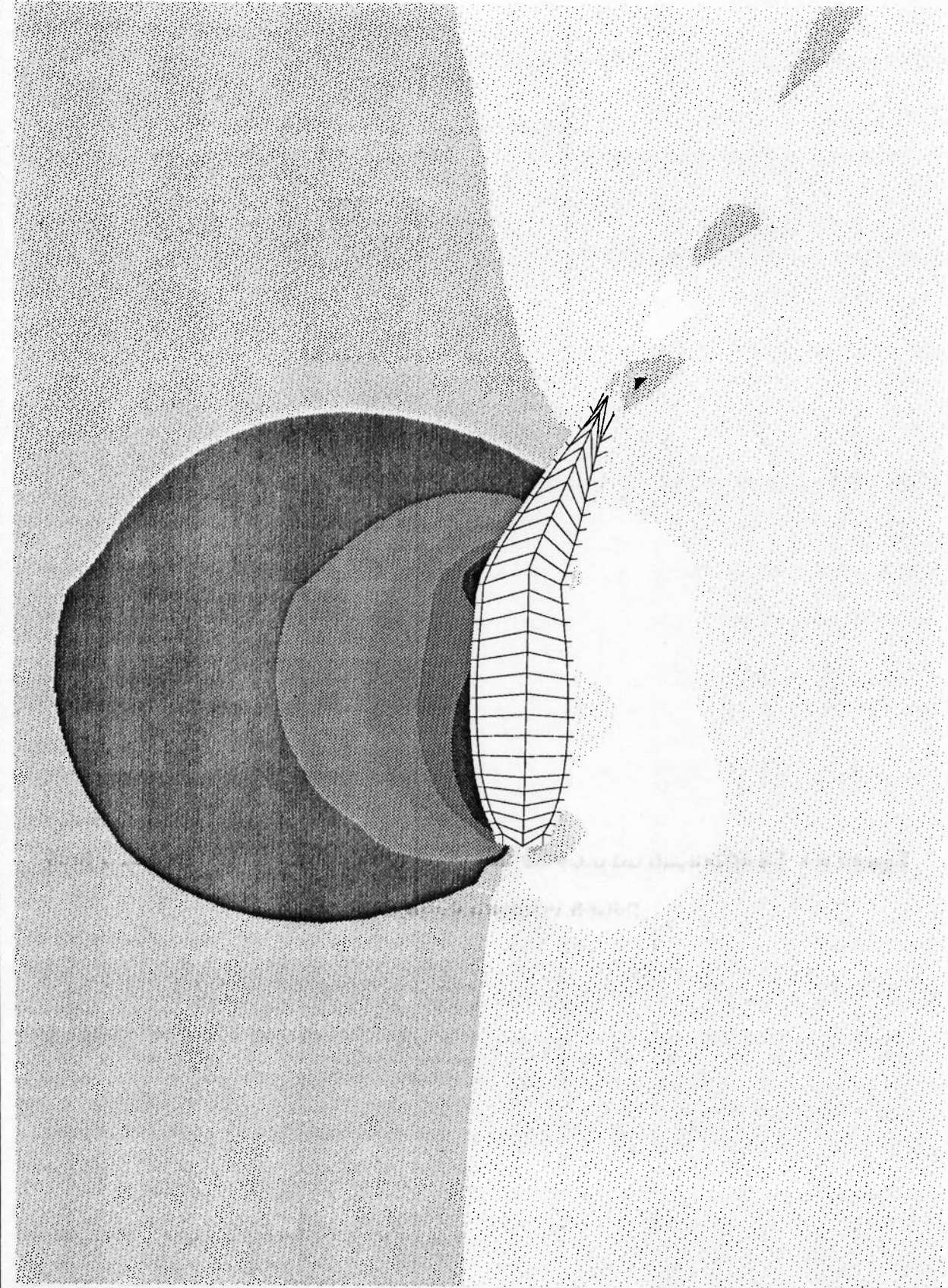
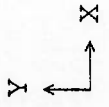


PHOTON

P1

-2.7E+7
-2.3E+7
-1.9E+7
-1.5E+7
-1.2E+7
-7.7E+6
-3.9E+6
-9.4E+3
3.9E+6
7.7E+6
1.2E+7
1.5E+7
1.9E+7
2.3E+7
2.7E+7

Pa



FOLIO COM FLAP A 25 GRAUS

**6.3.6. Resolução do escoamento em torno do fôlio com flap a 5 graus:
Segunda configuração: utilização de 8400 células (100 X 84)**

Após a análise dos resultados obtidos através da primeira configuração do escoamento do fôlio com flap, decidiu-se numa segunda etapa refinar a malha de uma maneira global, ou seja, nenhuma região do domínio recebeu atenção especial nesta segunda configuração. Dessa forma foram utilizadas 8400 células, sendo 100 na direção X (direção do escoamento) e 84 células na direção Y, compondo a malha computacional mostrada na figura 61. A figura 62 mostra um “zoom” da malha computacional na região próxima ao fôlio com flap. Nesta segunda configuração foram mantidas as condições de contorno e a extensão do domínio externo (uso de cinco comprimentos característicos) da primeira configuração.

A tabela 28, que continua na página seguinte, mostra o histórico dos parâmetros de relaxação desta primeira configuração, cujos resultados de distribuição de perfis de velocidade e pressão são mostrados respectivamente nas figuras 63 e 64.

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 1	JOB Nº 2	JOB Nº 3	JOB Nº 4	JOB Nº 5	JOB Nº 6
P1 (Linear)	0.01	0.1	0.01	0.01	0.01	0.01
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-3
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-3
KE (Falso ΔT)	1.0	1E-4	1E-4	1E-5	1E-3	1E-5
EP (Falso ΔT)	1.0	1E-4	1E-4	1E-5	1E-3	1E-5
Variável que comandou a divergência	KE, EP	P1	P1	P1	KE	todas

(continua...)

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 7	JOB Nº 8	JOB Nº 9	JOB Nº 10	JOB Nº 11	JOB Nº 12
P1 (Linear)	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
U1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-3	1E-2	1E-2	1E-2	1E-3
V1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-3	1E-2	1E-2	1E-2	1E-3
KE (Falso ΔT)	1E-4	1E-7	1E-2	8E-2	9E-2	1E-2
EP (Falso ΔT)	1E-4	1E-7	1E-2	8E-2	9E-2	1E-2
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 13	JOB Nº 14 Restart				
P1 (Linear)	0.01	0.01				
U1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-3				
V1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-3				
KE (Falso ΔT)	1E-3	1E-3				
EP (Falso ΔT)	1E-3	1E-3				
Variável que comandou a divergência	nenhuma	<i>Convergiu</i>				

Tabela 28. Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 5 graus para a segunda configuração

Novamente o par de variáveis KE e EP comandou na maior parte das vezes a divergência do problema numérico.

Os parâmetros finais de processamento do problema do fôlio com flap a 5 graus para a segunda configuração são dados a seguir na tabela 29.

Malha computacional	8400 células (100 X 84)
Número de iterações (Nº de Sweeps)	3000
Número de iterações por Slab	3
Tipo de Relaxação aplicada às variáveis do problema (Pressão, Velocidade, Energia Cinética Turbulenta e Dissipação Turbulenta)	Forte
Valores finais e tipos de relaxação de cada variável	
P1 (Pressão)- Linear	1E-2
U1 (Velocidade na direção X)- Falso ΔT	1E-3
V1 (Velocidade na direção Y)- Falso ΔT	1E-3
K (Energia Cinética Turbulenta)- Falso ΔT	1E-3
ϵ (Dissipação Turbulenta)- Falso ΔT	1E-3
Tempo de processamento	14880 segundos (4 horas 8 min)
Nº de processamentos preliminares	13

Tabela 29. Parâmetros finais de processamento da segunda configuração do fólio com flap a 5 graus

Observando-se a figura 63 que contém os perfis de velocidade, onde os valores estão multiplicados por 10^3 , nota-se o contorno suave dos perfis de velocidade ao redor do fólio com flap, sem surgimento de recirculações. Ocorre também uma pequena zona de desaceleração do fluido, bem próxima ao bordo de ataque do perfil. De forma análoga às figuras anteriores de perfis de velocidade, a figura 63 não contém todo o domínio computacional, apenas a região de “zoom” da malha conforme foi mostrado na figura 62.

Na figura 64 nota-se que a maior queda de pressão no dorso do perfil vale $1.1E+07$ Pa. Esta grande queda de pressão propicia um aumento de velocidades nesta região, conforme pode ser confirmado pela análise da figura 63. Observa-se ainda que na região do dorso do perfil ocorre outra queda de pressão com o valor de $1.1E+07$ Pa na

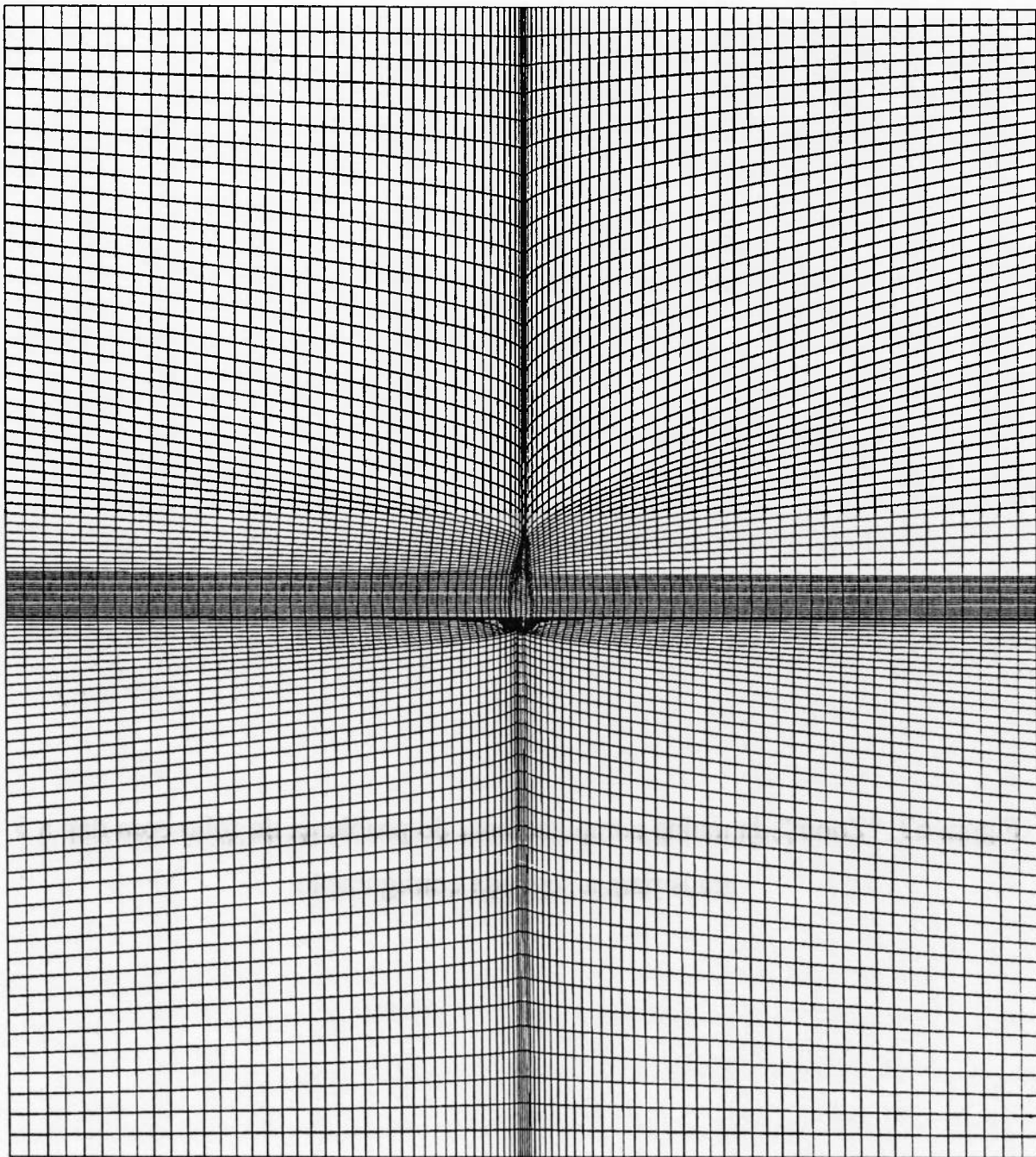
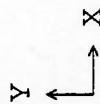
mudança de curvatura do perfil, no ponto onde começa a parte móvel (flap). Na região da face o fenômeno análogo não foi observado com esta malha computacional (na região da face seria esperado um aumento do valor da pressão na região da mudança de curvatura), devido ao fato de que, conforme foi dito na análise do fôlio com flap a 5 graus para a primeira configuração, a transição parte fixa - parte móvel é suave. Dessa forma a mudança da geometria não se faz de uma maneira tão abrupta quando o ângulo de flap vale 5 graus.

A região de estagnação (região de localização de pressões elevadas) situa-se no bordo de ataque. Observam-se irregularidades na distribuição de pressões no bordo de fuga, conforme figura 64.

O **anexo I** contém o arquivo de dados Q1 do fôlio com flap a 5 graus para a segunda configuração (LHR51.Q1) e a evolução dos resíduos das variáveis do problema para as últimas iterações.



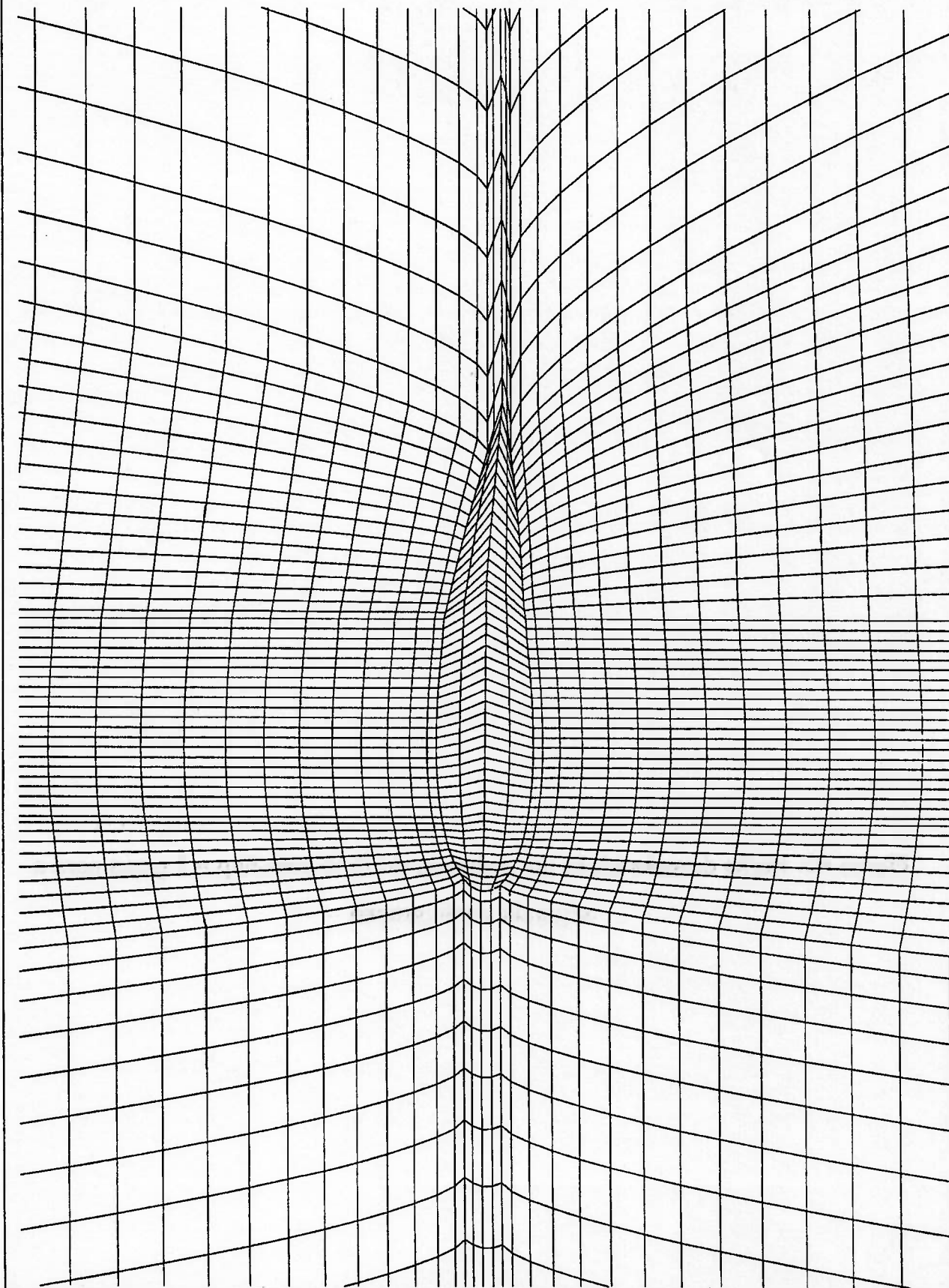
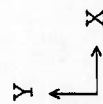
PHOTON



FOLIO COM FLAP A 5 GRAUS (REF. 1



PHOTON



FOLIO COM FLAP A 5 GRAUS (REF. 1)

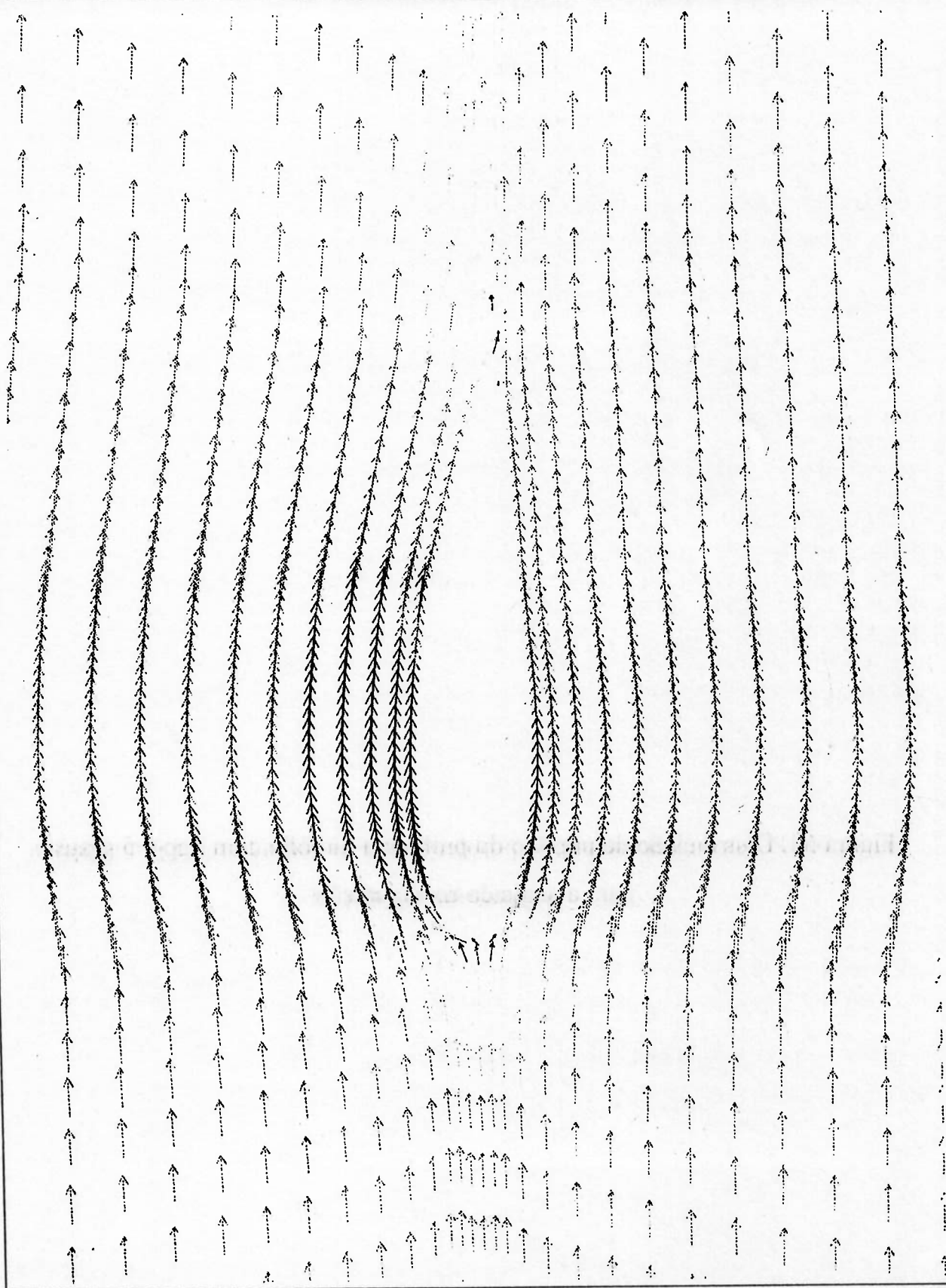
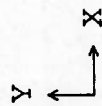


PHOTON

Vector

- 384
- 806
- 1228
- 1649
- 2071
- 2493
- 2914
- 3336
- 3757
- 4179
- 4601
- 5022
- 5444
- 5865
- 6287

m/s



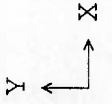
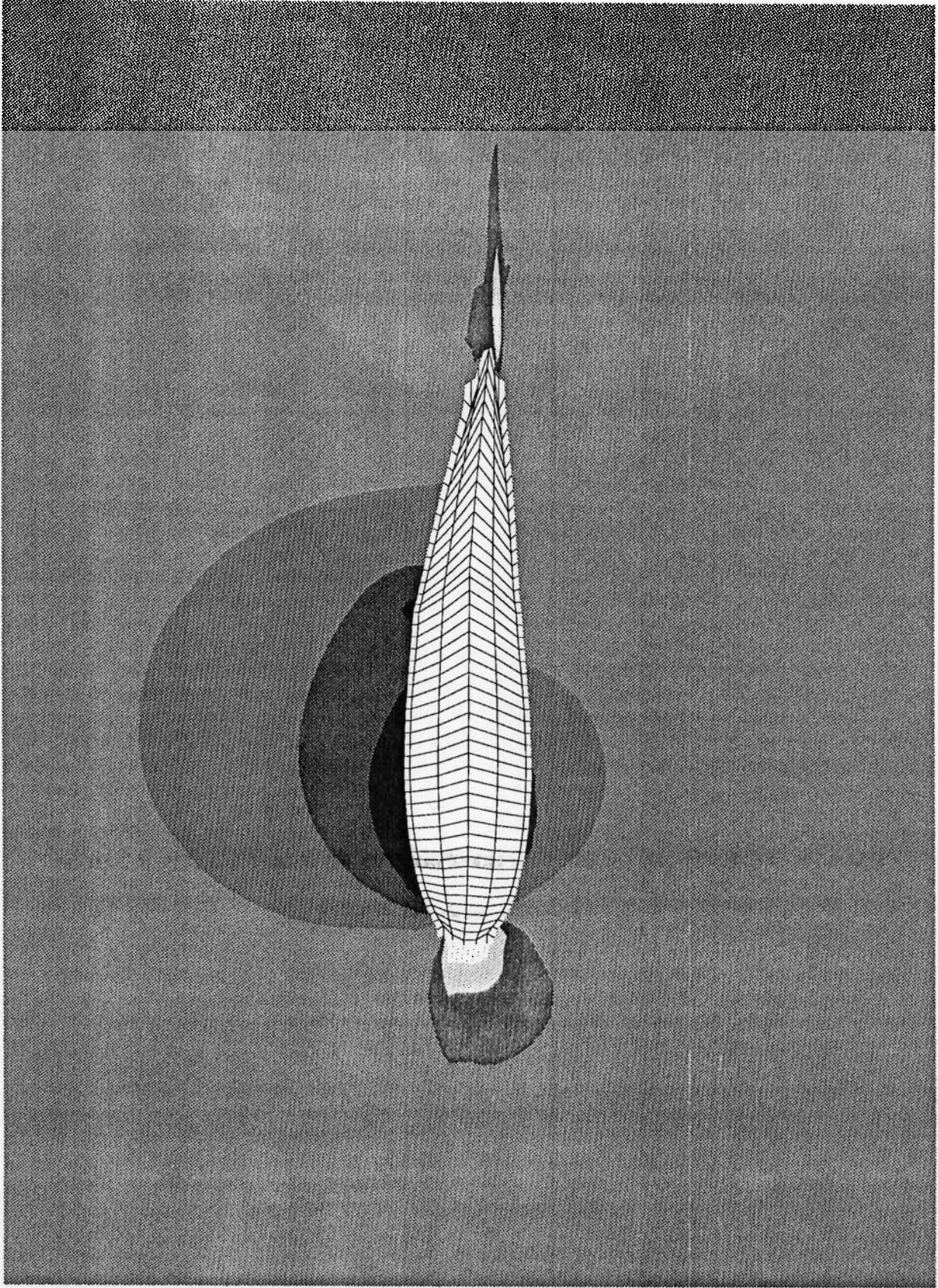
→ 1.298E+04 m/s Min: 3.84E+02 Max: 6.29E+03

FOLIO COM FLAP A 5 GRAUS (REF.1)



PHOTON

- P1
- 1.1E+7
- 7.9E+6
- 5.2E+6
- 2.6E+6
- 9.5E+4
- 2.8E+6
- 5.4E+6
- 8.1E+6
- 1.1E+7
- 1.3E+7
- 1.6E+7
- 1.9E+7
- 2.1E+7
- 2.4E+7
- 2.7E+7
- Pa



**6.3.7. Resolução do escoamento em torno do fôlio com flap a 10 graus:
Segunda configuração: utilização de 8400 células (100 X 84)**

De maneira análoga foram utilizadas 8400 células, sendo 100 na direção X (direção do escoamento) e 84 células na direção Y, compondo a malha computacional mostrada na figura 65, onde o “zoom” da malha computacional na região próxima ao fôlio com flap é mostrado na figura 66. A tabela 30 mostra o histórico dos parâmetros de relaxação desta segunda configuração, cujos resultados de distribuição de perfis de velocidade e pressão são mostrados respectivamente nas figuras 67 e 68.

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 1	JOB Nº 2	JOB Nº 3	JOB Nº 4	JOB Nº 5	JOB Nº 6
P1 (Linear)	0.1	0.1	0.01	0.01	0.01	0.01
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2
KE (Falso ΔT)	1E-7	1E-4	1E-4	1E-5	1E-3	1E-2
EP (Falso ΔT)	1E-7	1E-4	1E-4	1E-5	1E-3	1E-2
Variável que comandou a divergência	KE, EP	P1	P1	P1	KE	todas
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 7	JOB Nº 8	JOB Nº 9	JOB Nº 10	JOB Nº 11	JOB Nº 12
P1 (Linear)	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-4	1E-3	1E-3
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-4	1E-3	1E-3
KE (Falso ΔT)	0.1	1E-6	1E-7	1E-4	1E-4	1E-5
EP (Falso ΔT)	0.1	1E-6	1E-7	1E-4	1E-4	1E-5
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP

(continua...)

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 13	JOB Nº 14	JOB Nº 15	JOB Nº 16	JOB Nº 17	JOB Nº 18
P1 (Linear)	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
U1 (Falso ΔT)	0.1	1E-5	1E-3	1E-3	1E-3	1E-5
V1 (Falso ΔT)	0.1	1E-5	1E-3	1E-3	1E-3	1E-5
KE (Falso ΔT)	1E-2	1E-5	1E-2	1E-6	1E-3	1E-7
EP (Falso ΔT)	1E-2	1E-5	1E-2	1E-6	1E-3	1E-7
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 19	JOB Nº 20	JOB Nº 21	JOB Nº 22	JOB Nº 23	JOB Nº 24
P1 (Linear)	1E-3	1E-3	1E-3	1E-3	1E-3	1E-3
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-3	1E-4
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-3	1E-4
KE (Falso ΔT)	1E-4	1E-5	1E-7	1E-6	1E-6	1E-6
EP (Falso ΔT)	1E-4	1E-5	1E-7	1E-6	1E-6	1E-6
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	P1	KE, EP	KE, EP	KE, EP
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 25	JOB Nº 26	JOB Nº 27	JOB Nº 28	JOB Nº 29	JOB Nº 30
P1 (Linear)	1E-3	1E-3	0.01	1E-3	0.01	0.01
U1 (Falso ΔT)	1E-5	1E-2	1E-2	1E-4	1E-3	1E-2
V1 (Falso ΔT)	1E-5	1E-2	1E-2	1E-4	1E-3	1E-2
KE (Falso ΔT)	1E-6	1E-3	9E-2	1E-3	1E-3	1E-2
EP (Falso ΔT)	1E-6	1E-3	9E-2	1E-3	1E-3	1E-2
Variável que comandou a divergência	KE, EP	P1	KE, EP	KE, EP	KE, EP	P1

(continua...)

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 31	JOB Nº 32	JOB Nº 33	JOB Nº 34	JOB Nº 35
P1 (Linear)	0.01	1E-4	1E-3	1E-3	1E-3
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-6	1E-3	1E-3	1E-5
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-6	1E-3	1E-3	1E-5
KE (Falso ΔT)	1E-7	1E-6	1E-4	1E-5	1E-5
EP (Falso ΔT)	1E-7	1E-6	1E-4	1E-5	1E-5
Variável que comandou a divergência	KE, EP	P1	KE, EP	KE, EP	KE, EP
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 36	JOB Nº 37	JOB Nº 38	JOB Nº 39	JOB Nº 40
P1 (Linear)	1E-3	1E-3	1E-3	1E-3	1E-3
U1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-4	1E-4	1E-2	1E-7
V1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-4	1E-4	1E-2	1E-7
KE (Falso ΔT)	1E-7	1E-5	1E-7	1E-2	1E-7
EP (Falso ΔT)	1E-7	1E-5	1E-7	1E-2	1E-7
Variável que comandou a divergência	KE, EP	P1	KE, EP	KE, EP	KE, EP
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 41	JOB Nº 42	JOB Nº 43	JOB Nº 44	JOB Nº 45
P1 (Linear)	1E-3	1E-3	0.1	0.1	5E-2
U1 (Falso ΔT)	0.1	0.1	1E-2	1E-2	1E-2
V1 (Falso ΔT)	0.1	0.1	1E-2	1E-2	1E-2
KE (Falso ΔT)	1E-4	1E-4	1E-3	1E-5	1E-4
EP (Falso ΔT)	1E-4	1E-4	1E-3	1E-5	1E-4
Variável que comandou a divergência	P1	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP

(continua...)

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 46	JOB Nº 47	JOB Nº 48	JOB Nº 49	JOB Nº 50
P1 (Linear)	5E-2	5E-2	5E-2	5E-2	5E-2
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-3
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-3
KE (Falso ΔT)	1E-5	1E-7	1E-6	5E-6	1E-2
EP (Falso ΔT)	1E-5	1E-7	1E-6	5E-6	1E-2
Variável que comandou a divergência	P1	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 51	JOB Nº 52	JOB Nº 53	JOB Nº 54	JOB Nº 55
P1 (Linear)	5E-2	0.01	0.1	1E-4	1E-4
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-3	0.1
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-3	0.1
KE (Falso ΔT)	1E-4	1E-3	0.1	1E-4	1E-3
EP (Falso ΔT)	1E-4	1E-3	0.1	1E-4	1E-3
Variável que comandou a divergência	P1	KE, EP	KE, EP	P1	KE, EP
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 56	JOB Nº 57	JOB Nº 58		
P1 (Linear)	1E-5	1E-4	1E-3		
U1 (Falso ΔT)	1E-2	0.1	1E-3		
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-3		
KE (Falso ΔT)	1E-9	1E-7	1E-3		
EP (Falso ΔT)	1E-9	1E-7	1E-3		
Variável que comandou a divergência	KE, EP	P1	Convergiu		

Tabela 30. Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 10 graus para a segunda configuração

Observa-se que este foi o caso que ofereceu maiores dificuldades para a obtenção da convergência, onde o parâmetro de relaxação da variável P1 foi setado para 0.001.

Os parâmetros finais de processamento do caso do fôlio com flap a 10 graus para a segunda configuração são dados na tabela 31 abaixo.

Malha computacional	8400 células (100 X 84)
Número de iterações (Nº de Sweeps)	3000
Número de iterações por Slab	3
Tipo de Relaxação aplicada às variáveis do problema (Pressão, Velocidade, Energia Cinética Turbulenta e Dissipação Turbulenta)	Forte
Valores finais e tipos de relaxação de cada variável	
P1 (Pressão)- Linear	1E-3
U1 (Velocidade na direção X)- Falso ΔT	1E-3
V1 (Velocidade na direção Y)- Falso ΔT	1E-3
K (Energia Cinética Turbulenta)- Linear	1E-3
ϵ (Dissipação Turbulenta)- Linear	1E-3
Tempo de processamento	33300 segundos (9 horas e 15 min)
Nº de processamentos preliminares	57

Tabela 31. Parâmetros finais de processamento da segunda configuração do fôlio com flap a 10 graus

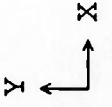
Observando-se a figura 67 que contém os perfis de velocidade, onde os valores estão multiplicados por 10^3 , nota-se o contorno suave dos perfis de velocidade ao redor do fôlio com flap, sem surgimento de recirculações. Ocorre também uma pequena

zona de desaceleração do fluido, bem próxima ao bordo de ataque do perfil. De forma análoga às figuras anteriores de perfis de velocidade, a figura 67 não contém todo o domínio computacional, apenas a região de “zoom” da malha conforme foi mostrado na figura 66.

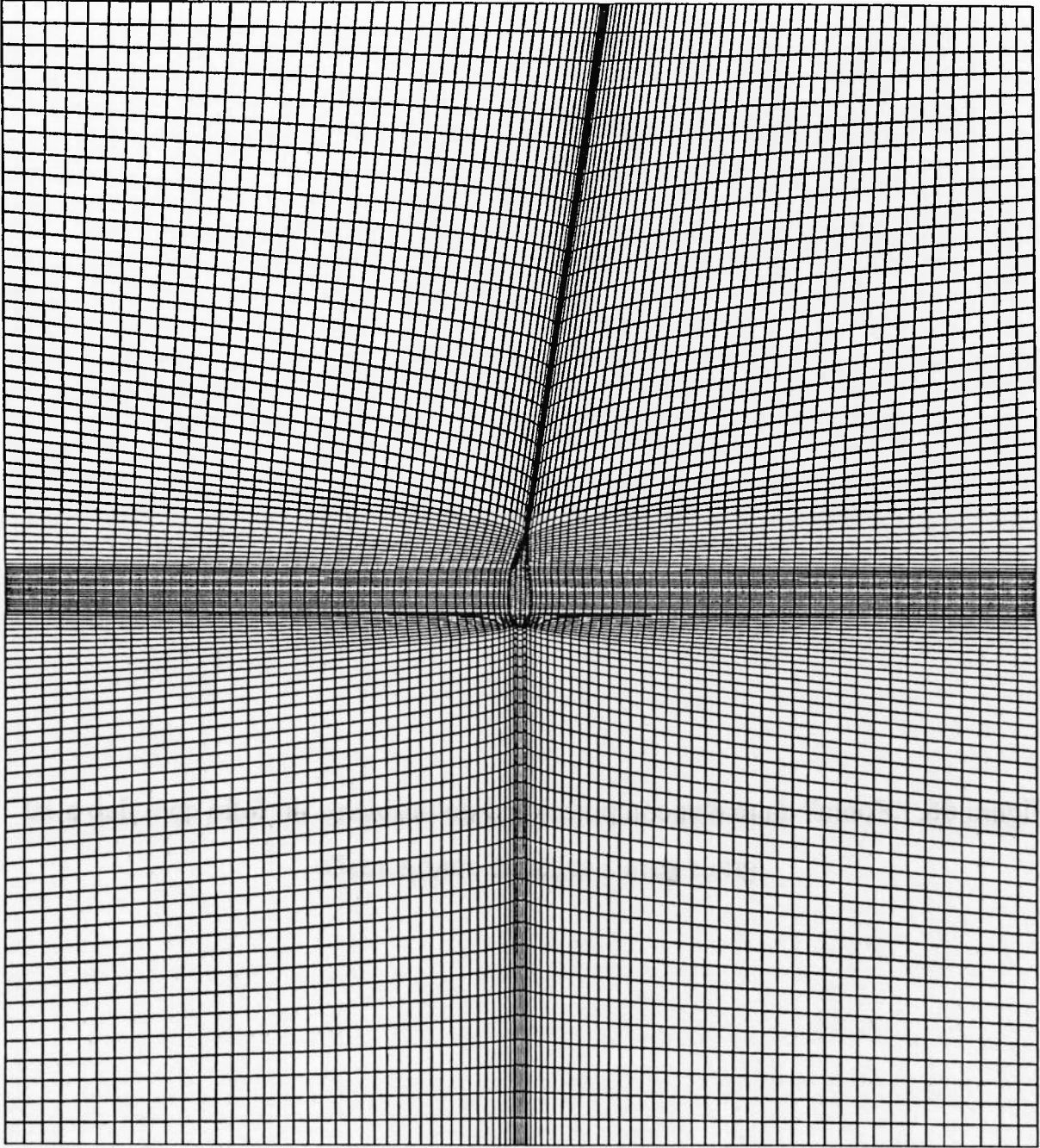
Na figura 68 nota-se que a **maior queda de pressão no dorso do perfil vale $1.2E+07$ Pa**. Esta grande queda de pressão propicia um aumento de velocidades nesta região, conforme pode ser confirmado pela análise da figura 67. Observa-se ainda que na região do dorso do perfil ocorre outra queda de pressão com o valor de $1.2E+07$ Pa na mudança de curvatura do perfil, no ponto onde começa a parte móvel (flap). Na região da face o fenômeno análogo foi observado com esta malha computacional (na região da face ocorreu um aumento do valor da pressão na região da mudança de curvatura), com um aumento de pressão de $6.3E+05$ Pa.

A região de estagnação (região de localização de pressões elevadas) situa-se no bordo de ataque. Observam-se irregularidades na distribuição de pressões no bordo de fuga, conforme figura 68.

O **anexo J** contém o arquivo de dados Q1 do fôlio com flap a 10 graus para a segunda configuração (LHR101.Q1) e a evolução dos resíduos das variáveis do problema para as últimas iterações.



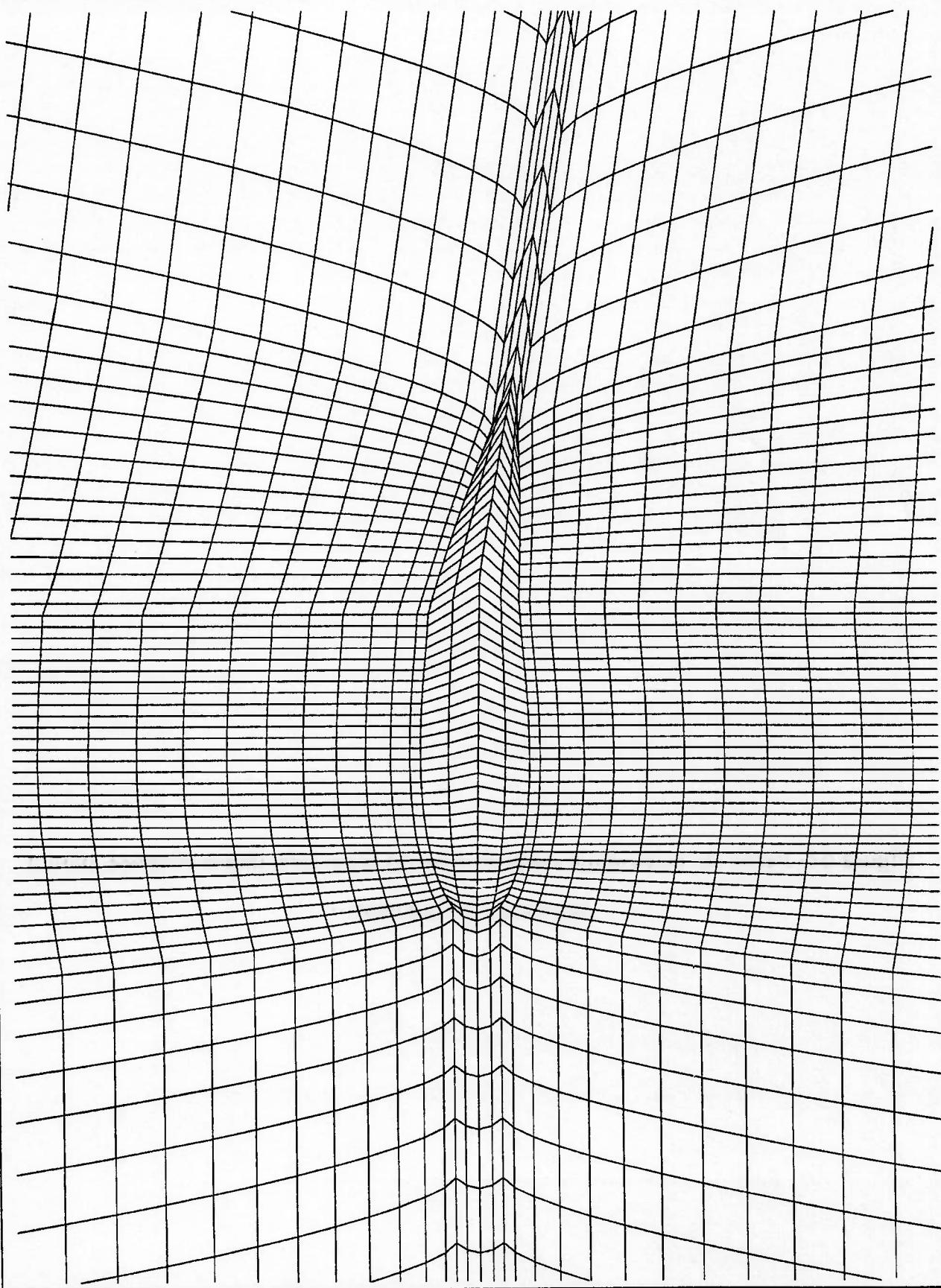
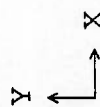
PHOTON



FOLIO COM FLAP A 10 GRAUS (REF. 1)



PHOTON



FOLIO COM FLAP A 10 GRAUS (REF. 1)



PHOTON

Vector

789

1187

1585

1983

2381

2779

3177

3575

3973

4371

4769

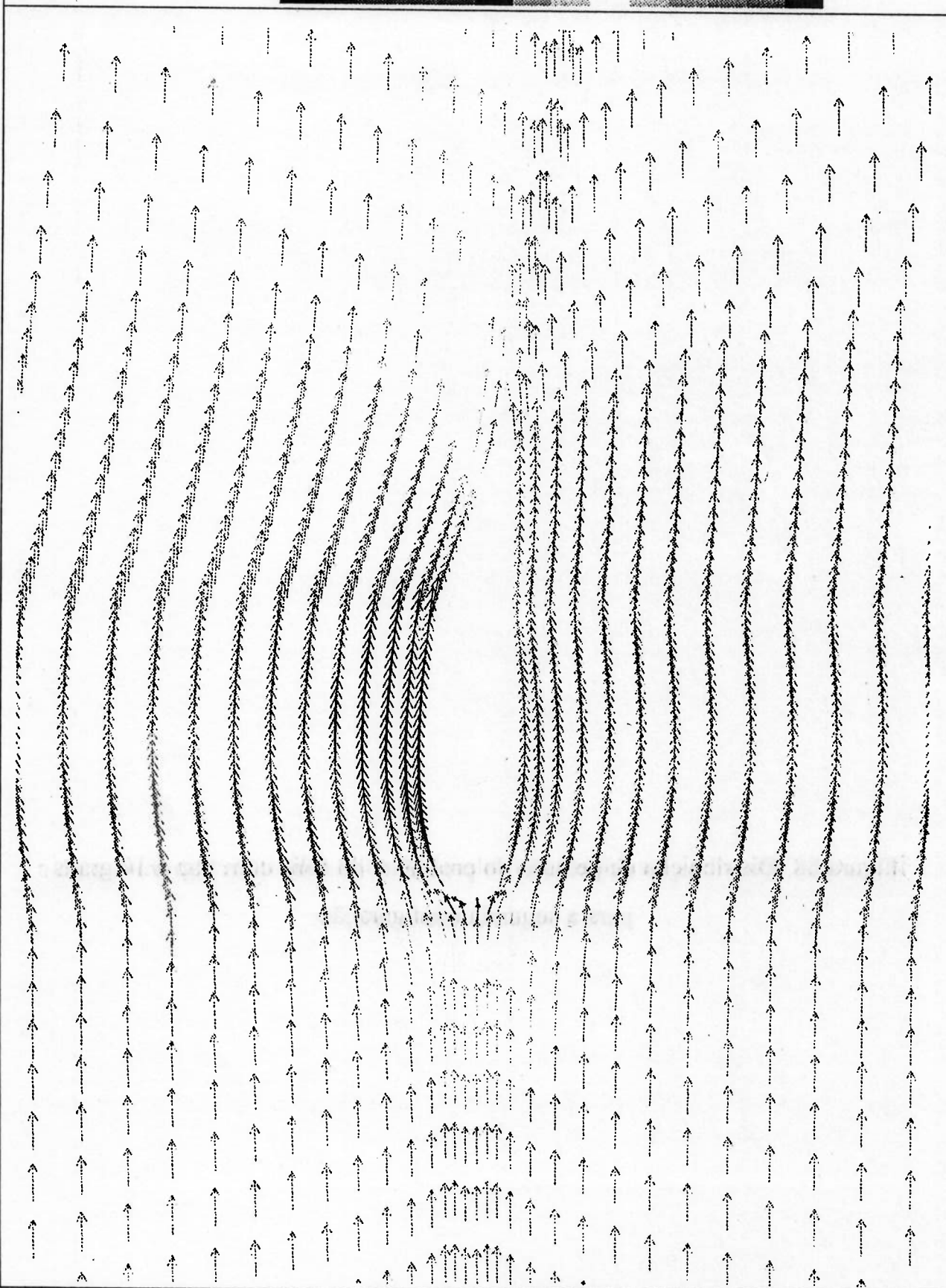
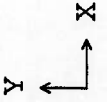
5167

5565

5963

6361

m/s



Max: 6.36E+03

Min: 7.88E+02

→ 1.301E+04 m/s

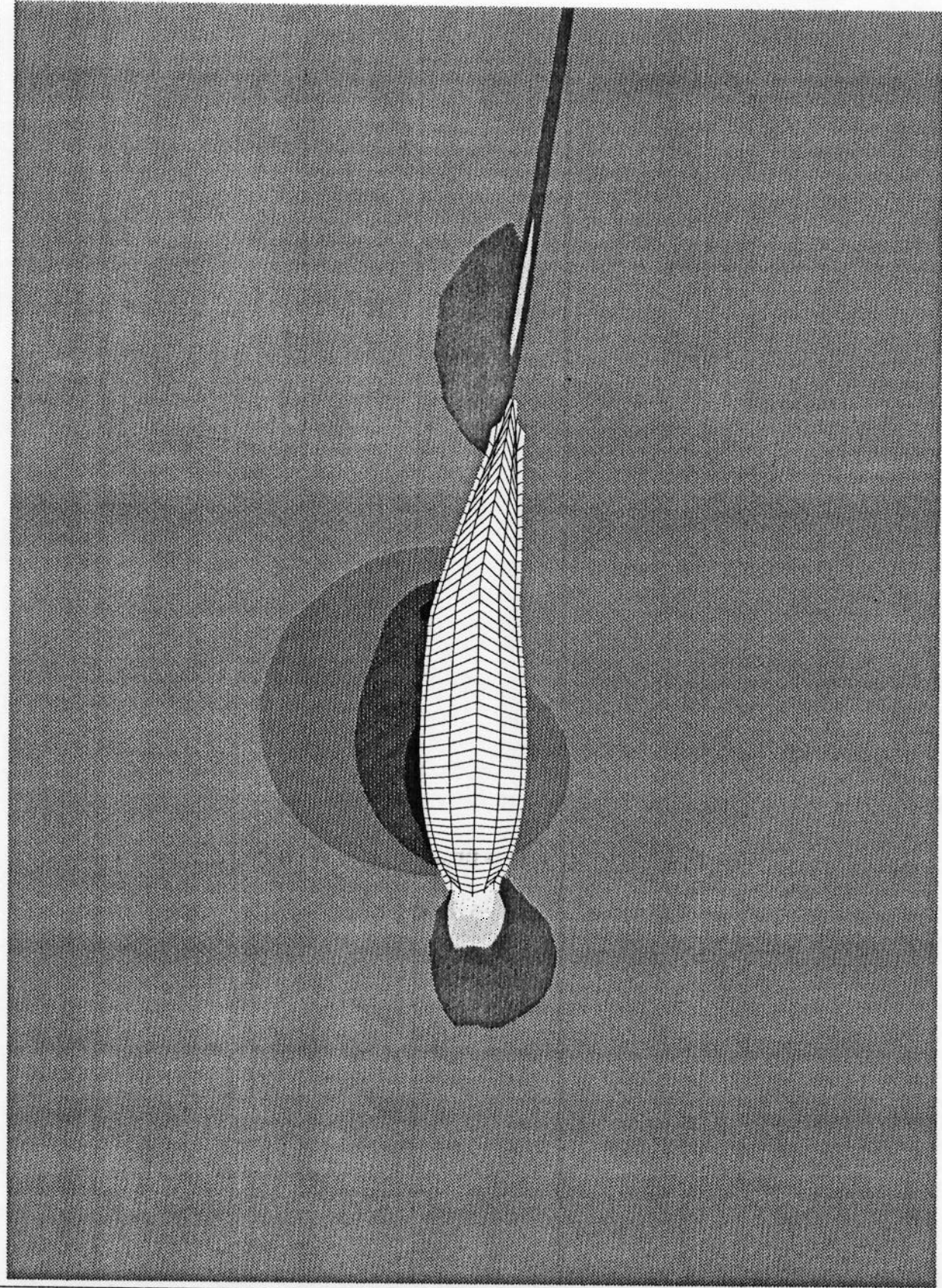
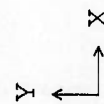
FOLIO COM FLAP A 10 GRAUS (REF.1)



PHOTON

- P1
- 1.2E+7
- 8.8E+6
- 6.1E+6
- 3.4E+6
- 6.3E+5
- 2.1E+6
- 4.8E+6
- 7.5E+6
- 1.0E+7
- 1.3E+7
- 1.6E+7
- 1.8E+7
- 2.1E+7
- 2.4E+7
- 2.7E+7

Pa



FOLIO COM FLAP A 10 GRAUS (REF. 1

**6.3.8. Resolução do escoamento em torno do fólho com flap a 15 graus:
Segunda configuração: utilização de 8400 células (100 X 84)**

Foram utilizadas 8400 células, sendo 100 na direção X (direção do escoamento) e 84 células na direção Y, compondo a malha computacional mostrada na figura 69, onde o “zoom” da malha computacional na região próxima ao fólho com flap é mostrado na figura 70. A tabela 32 mostra o histórico dos parâmetros de relaxação desta segunda configuração, cujos resultados de distribuição de perfis de velocidade e pressão são mostrados respectivamente nas figuras 71 e 72.

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 1	JOB Nº 2	JOB Nº 3	JOB Nº 4	JOB Nº 5	JOB Nº 6
		Restart	Restart			
P1 (Linear)	0.1	0.1	0.1	0.01	0.01	0.1
U1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-3	1E-3	1E-2	1E-3	1E-2
V1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-3	1E-3	1E-2	1E-3	1E-2
KE (Falso ΔT)	1E-3	1E-3	1E-3	1E-4	1E-4	1E-4
EP (Falso ΔT)	1E-3	1E-3	1E-3	1E-4	1E-4	1E-4
Variável que comandou a divergência	nenhuma	nenhuma	KE	P1	KE	todas
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 7	JOB Nº 8	JOB Nº 9	JOB Nº 10	JOB Nº 11	JOB Nº 12
P1 (Linear)	0.1	0.15	0.1	0.1	0.01	1E-4
U1 (Falso ΔT)	1E-4	1E-2	1E-3	1E-3	1E-3	1E-3
V1 (Falso ΔT)	1E-4	1E-2	1E-3	1E-3	1E-3	1E-3
KE (Falso ΔT)	1E-4	1E-3	1E-4	1E-5	1E-3	1E-3
EP (Falso ΔT)	1E-4	1E-3	1E-4	1E-5	1E-3	1E-3
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP

(continua...)

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 13	JOB Nº 14	JOB Nº 15	JOB Nº 16	JOB Nº 17	JOB Nº 18 Restart
P1 (Linear)	1E-6	0.7	1E-6	0.1	0.01	0.01
U1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-3	1E-6	1E-3	1E-3	1E-3
V1 (Falso ΔT)	1E-3	1E-3	1E-6	1E-3	1E-3	1E-3
KE (Falso ΔT)	1E-3	1E-4	1E-6	1E-4	1E-3	1E-3
EP (Falso ΔT)	1E-3	1E-4	1E-6	1E-4	1E-3	1E-3
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	KE, EP	Convergiu

Tabela 32. Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 15 graus para a segunda configuração

Os parâmetros finais de processamento do caso do fôlio com flap a 15 graus para a segunda configuração é dado na tabela abaixo.

Malha computacional	8400 células (100 X 84)
Número de iterações (Nº de Sweeps)	3000
Número de iterações por Slab	3
Tipo de Relaxação aplicada às variáveis do problema (Pressão, Velocidade, Energia Cinética Turbulenta e Dissipação Turbulenta)	Forte
Valores finais e tipos de relaxação de cada variável	
P1 (Pressão)- Linear	1E-2
U1 (Velocidade na direção X)- Falso ΔT	1E-3
V1 (Velocidade na direção Y)- Falso ΔT	1E-3
K (Energia Cinética Turbulenta)- Falso ΔT	1E-3
ϵ (Dissipação Turbulenta)- Falso ΔT	1E-3
Tempo de processamento	32400 segundos (9 horas)
Nº de processamentos preliminares	17

Tabela 33. Parâmetros finais de processamento da segunda configuração do fôlio com flap a 15 graus

Observando-se a figura 71 que contém os perfis de velocidade, onde os valores estão multiplicados por 10^3 , nota-se uma zona de desaceleração do fluido maior no bordo de ataque quando comparada à desaceleração do perfil de velocidades obtida com o ângulo de flap a 5 graus para a mesma região.

Nesta simulação não foi observada a presença de recirculações no fluido no bordo de fuga do perfil.

Analisando-se agora a figura 72 nota-se que **a maior queda de pressão no dorso vale $1.8E+07$ Pa**. A grande queda de pressão provoca o correspondente aumento de velocidades conforme observado na figura 71. Observa-se ainda que ocorre outra grande queda de pressão com o valor de $1.8E+07$ Pa na mudança de curvatura do perfil, no ponto onde começa a parte móvel (flap). Também foi observada uma região de aumento de pressão na região oposta (região da face).

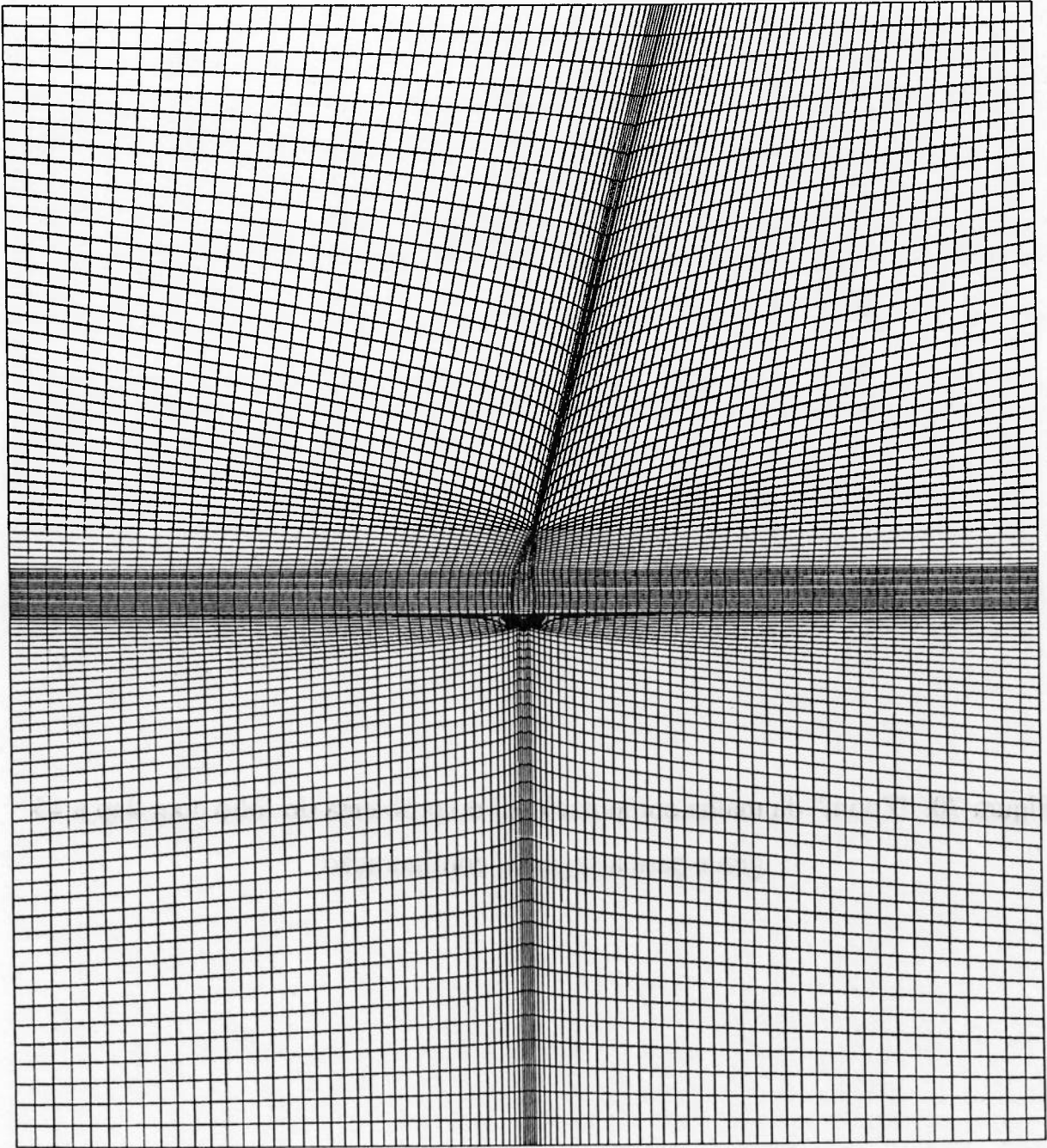
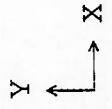
A região de estagnação (região de localização de pressões elevadas) situa-se no bordo de ataque.

Foram observadas irregularidades na distribuição de pressões no bordo de fuga, conforme figura 72.

O **anexo K** contém o arquivo de dados Q1 do fólio com flap a 15 graus para a segunda configuração (LHR151.Q1) e a evolução dos resíduos das variáveis do problema para as últimas iterações.



PHOTON

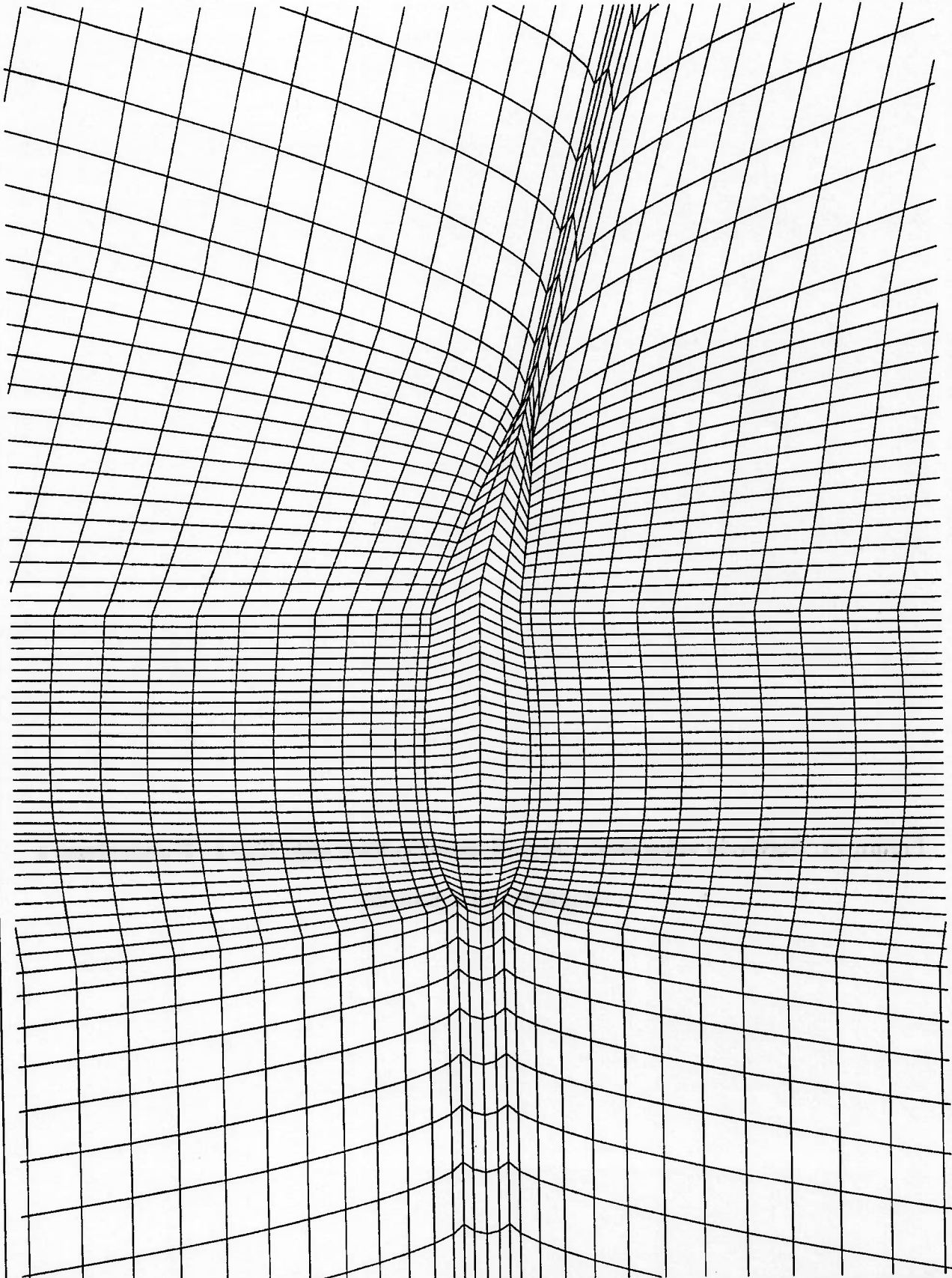
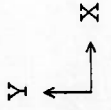


0,111

FOLIO COM FLAP A 15 GRAUS (REF. 1



PHOTON



FOLIO COM FLAP A 15 GRAUS (REF. 1

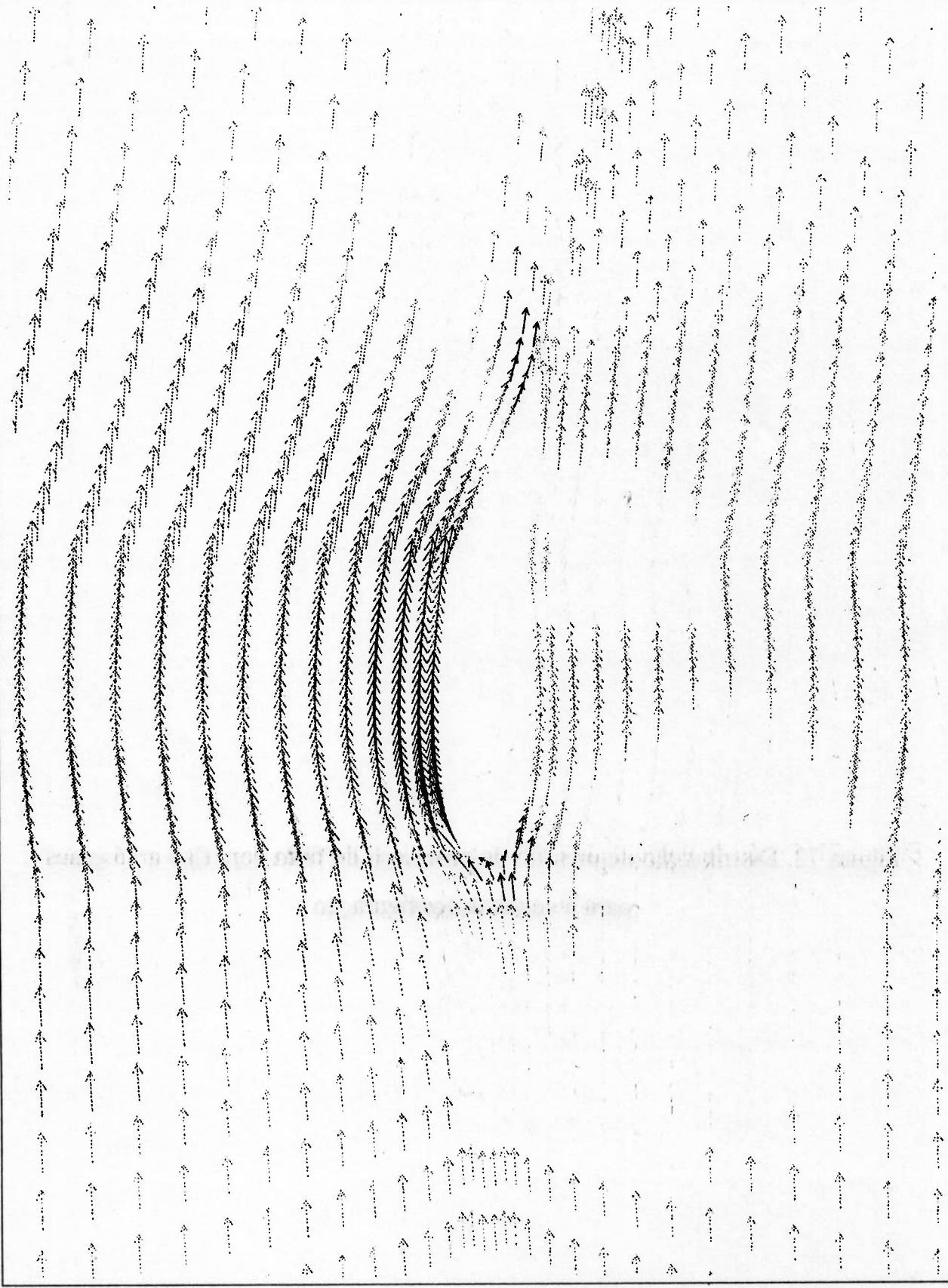
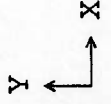


PHOTON

VECTOR

- 946
- 1384
- 1821
- 2259
- 2696
- 3134
- 3571
- 4009
- 4446
- 4884
- 5321
- 5759
- 6196
- 6633
- 7071

m/s



→ 1.303E+04 m/s Min: 9.46E+02 Max: 7.07E+03

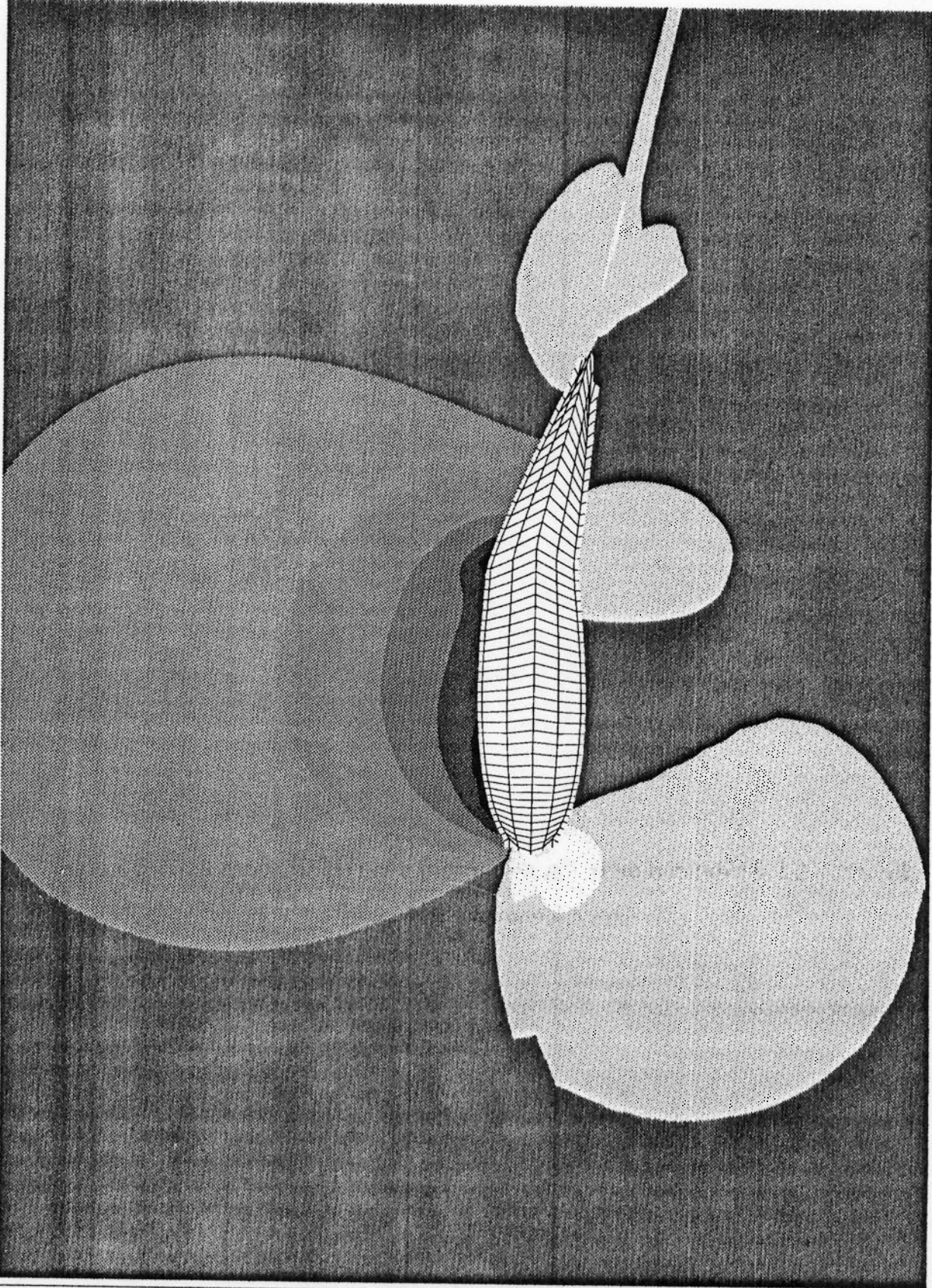
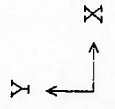
FOLIO COM FLAP A 15 GRAUS (REF.1)



PHOTON

- P1
- 1.8E+7
- 1.5E+7
- 1.2E+7
- 8.3E+6
- 5.1E+6
- 1.9E+6
- 1.3E+6
- 4.5E+6
- 7.7E+6
- 1.1E+7
- 1.4E+7
- 1.7E+7
- 2.1E+7
- 2.4E+7
- 2.7E+7

Pa



FOLIO COM FLAP A 15 GRAUS (REF. 1

**6.3.9. Resolução do escoamento em torno do fôlio com flap a 20 graus:
Segunda configuração: utilização de 8400 células (100 X 84)**

De maneira análoga foram utilizadas 8400 células, sendo 100 na direção X (direção do escoamento) e 84 células na direção Y, compondo a malha computacional mostrada na figura 73, onde o “zoom” da malha computacional na região próxima ao fôlio com flap é mostrado na figura 74. A tabela 34 mostra o histórico dos parâmetros de relaxação desta segunda configuração, cujos resultados de distribuição de perfis de velocidade e pressão são mostrados respectivamente nas figuras 75 e 76.

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 1	JOB Nº 2	JOB Nº 3	JOB Nº 4	JOB Nº 5	JOB Nº 6
P1 (Linear)	0.01	0.1	0.01	0.01	0.01	0.01
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2
KE (Falso ΔT)	1E-2	1E-4	1E-4	1E-3	1E-2	5E-2
EP (Falso ΔT)	1E-2	1E-4	1E-4	1E-3	1E-2	5E-2
Variável que comandou a divergência	KE	KE	KE	P1	KE	todas
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 7	JOB Nº 8	JOB Nº 9	JOB Nº 10 Restart		
P1 (Linear)	0.01	0.01	0.01	0.01		
U1 (Falso ΔT)	1E-2	0.1	1E-3	1E-2		
V1 (Falso ΔT)	1E-2	0.1	1E-3	1E-2		
KE (Falso ΔT)	7E-2	1E-3	9E-2	1E-3		
EP (Falso ΔT)	7E-2	1E-3	9E-2	1E-3		
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	KE, EP	Convergiu		

Tabela 34. Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 20 graus para a segunda configuração

Os parâmetros finais de processamento do caso do fôlio com flap a 20 graus para a segunda configuração são dados a seguir na tabela 35.

Malha computacional	8400 células (100 X 84)
Número de iterações (Nº de Sweeps)	3000
Número de iterações por Slab	3
Tipo de Relaxação aplicada às variáveis do problema (Pressão, Velocidade, Energia Cinética Turbulenta e Dissipação Turbulenta)	Forte
Valores finais e tipos de relaxação de cada variável	
PI (Pressão)- Linear	1E-2
U1 (Velocidade na direção X)- Falso ΔT	1E-2
V1 (Velocidade na direção Y)- Falso ΔT	1E-2
K (Energia Cinética Turbulenta)- Falso ΔT	1E-3
ϵ (Dissipação Turbulenta)- Falso ΔT	1E-3
Tempo de processamento	18780 segundos (5 horas e 13 min)
Nº de processamentos preliminares	9

Tabela 35. Parâmetros finais de processamento da segunda configuração do fôlio com flap a 20 graus

Observando-se a figura 75 que contém os perfis de velocidade, cujos valores estão multiplicados por 10^3 , nota-se uma zona de desaceleração do fluido no bordo de ataque do perfil ainda maior que aquela observada no fôlio com flap a 15 graus para a mesma região. De forma análoga a todas as figuras de perfis de velocidade apresentadas anteriormente, a figura 75 não contém todo o domínio computacional, apenas a região de “zoom” da malha conforme foi mostrado na figura 74.

Nesta simulação não foi observada a presença de recirculações no fluido no bordo de fuga do perfil.

Analisando-se agora a figura 76 nota-se que **a maior queda de pressão no dorso vale $2.4E+07$ Pa**. Esta grande queda de pressão propicia um aumento de velocidades nesta região, conforme pode ser confirmado pela análise da figura 75. Observa-se ainda que na região do dorso do perfil ocorre outra queda de pressão com o valor de $2.4E+07$ Pa na mudança de curvatura do perfil, no ponto onde começa a parte móvel (flap). Na região oposta (face) foi observada uma região de aumento de pressão.

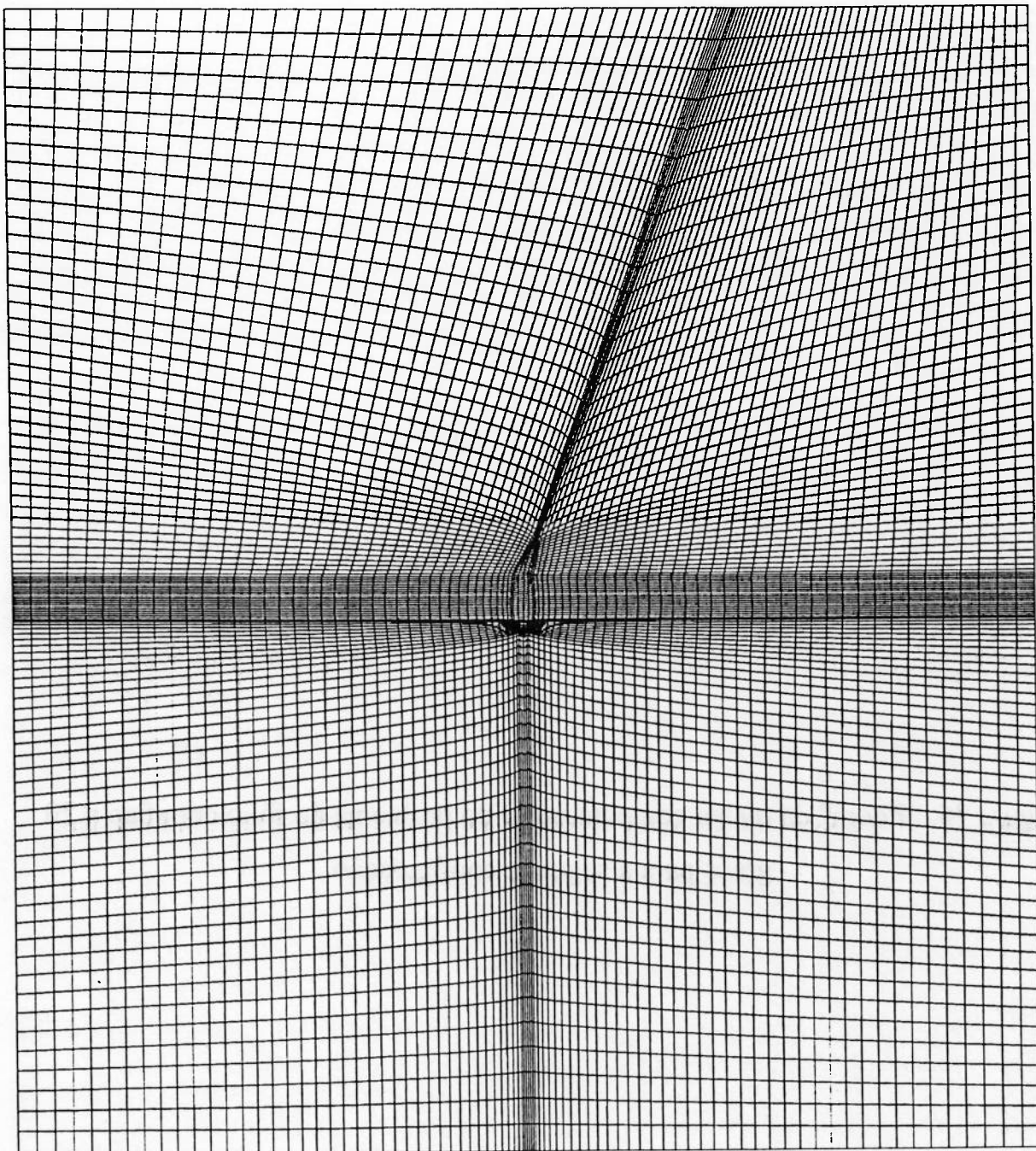
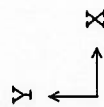
A região de estagnação (região de localização de pressões elevadas) situa-se no bordo de ataque, numa região próxima à face do perfil.

Foram observadas irregularidades na distribuição de pressões no bordo de fuga, conforme figura 76.

O **anexo L** contém o arquivo de dados Q1 do fôlio com flap a 20 graus para a segunda configuração (LHR201.Q1) e a evolução dos resíduos das variáveis do problema para as últimas iterações.



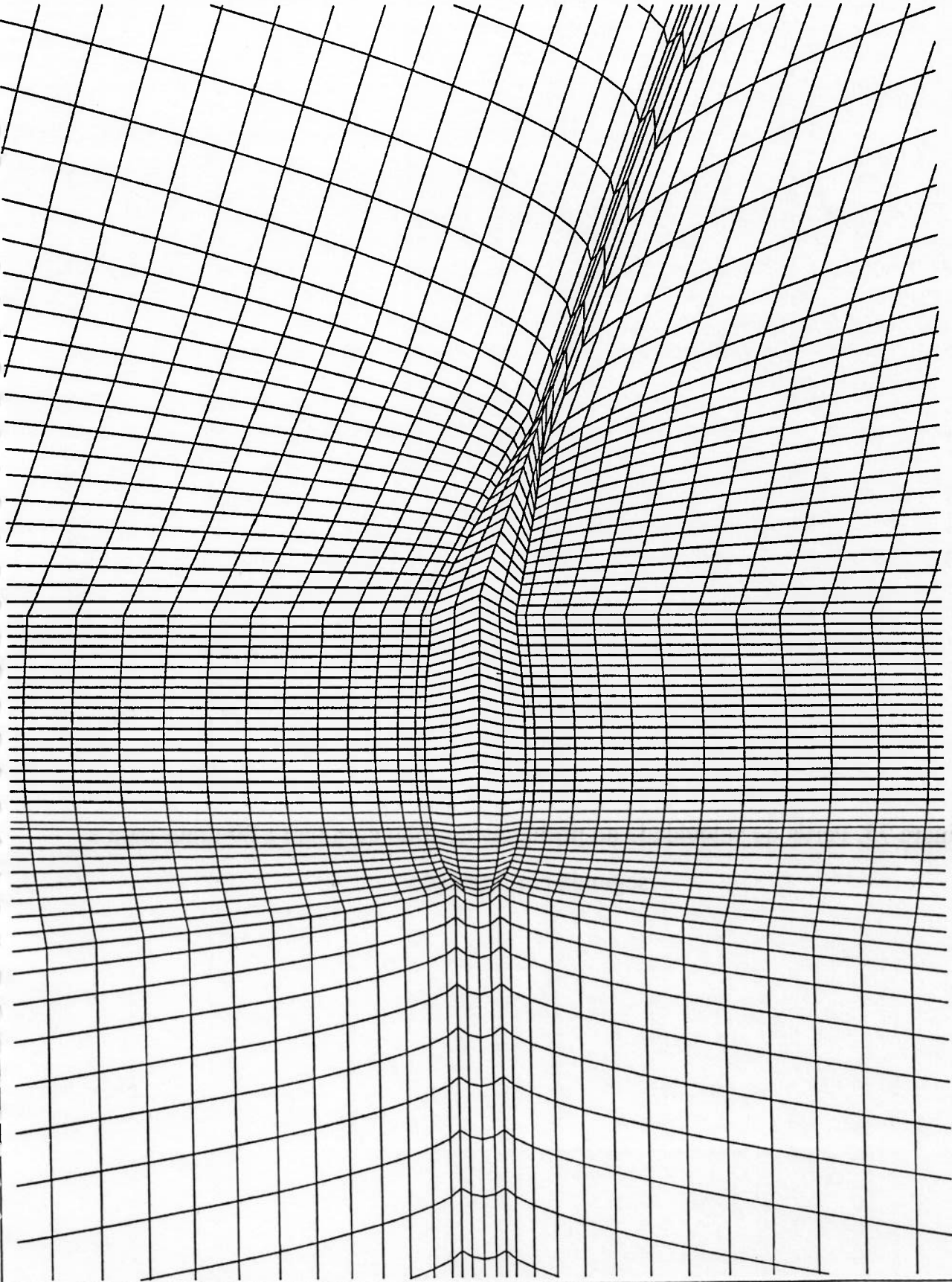
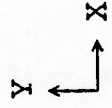
PHOTON



FOLIO COM FLAP A 20 GRAUS (REF. 1)



PHOTON



FOLIO COM FLAP A 20 GRAUS (REF. 1)

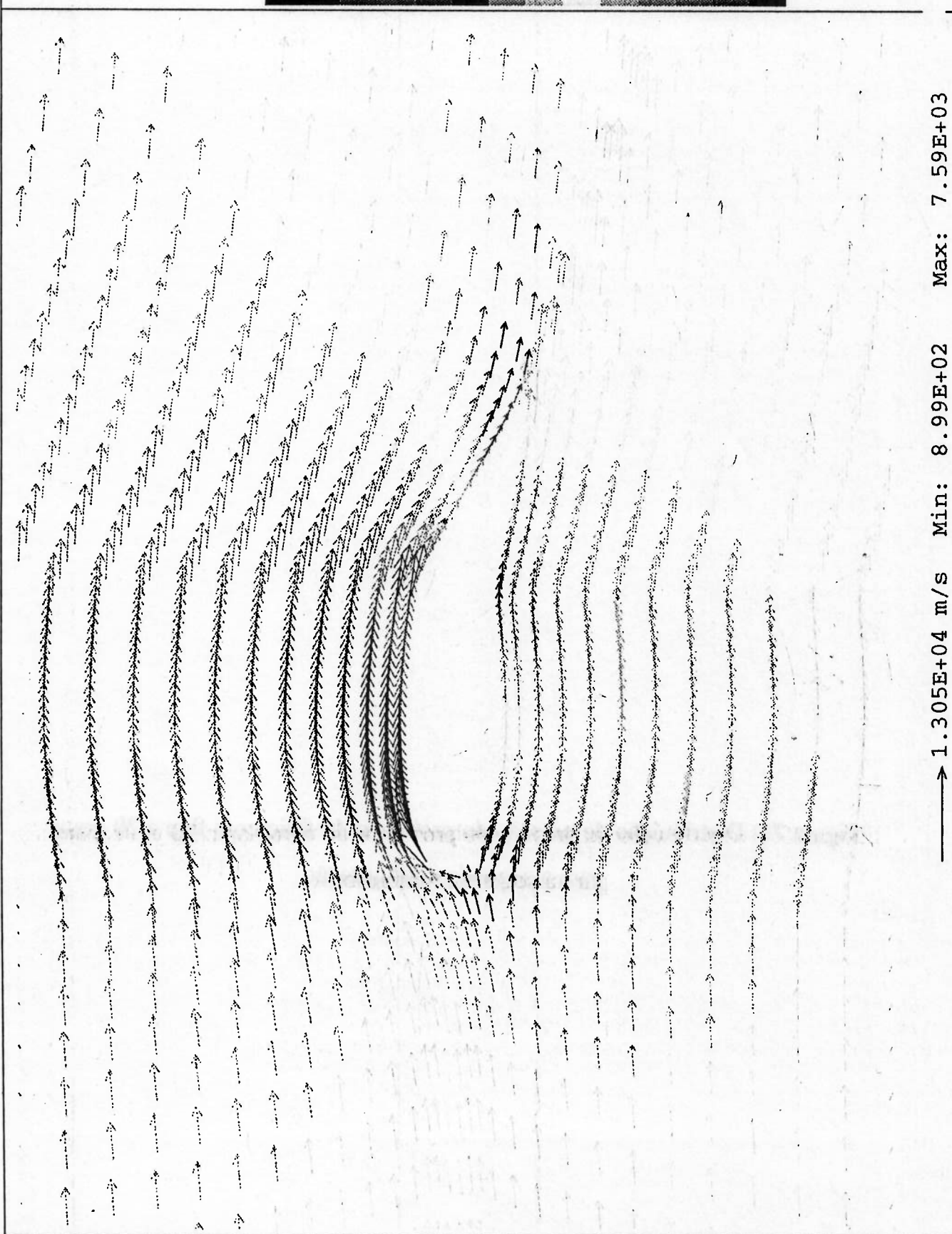
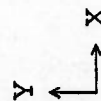


PHOTON

Vector

- 899
- 1376
- 1854
- 2332
- 2809
- 3287
- 3765
- 4242
- 4720
- 5197
- 5675
- 6153
- 6630
- 7108
- 7586

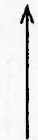
m/s



Max: 7.59E+03

Min: 8.99E+02

1.305E+04 m/s

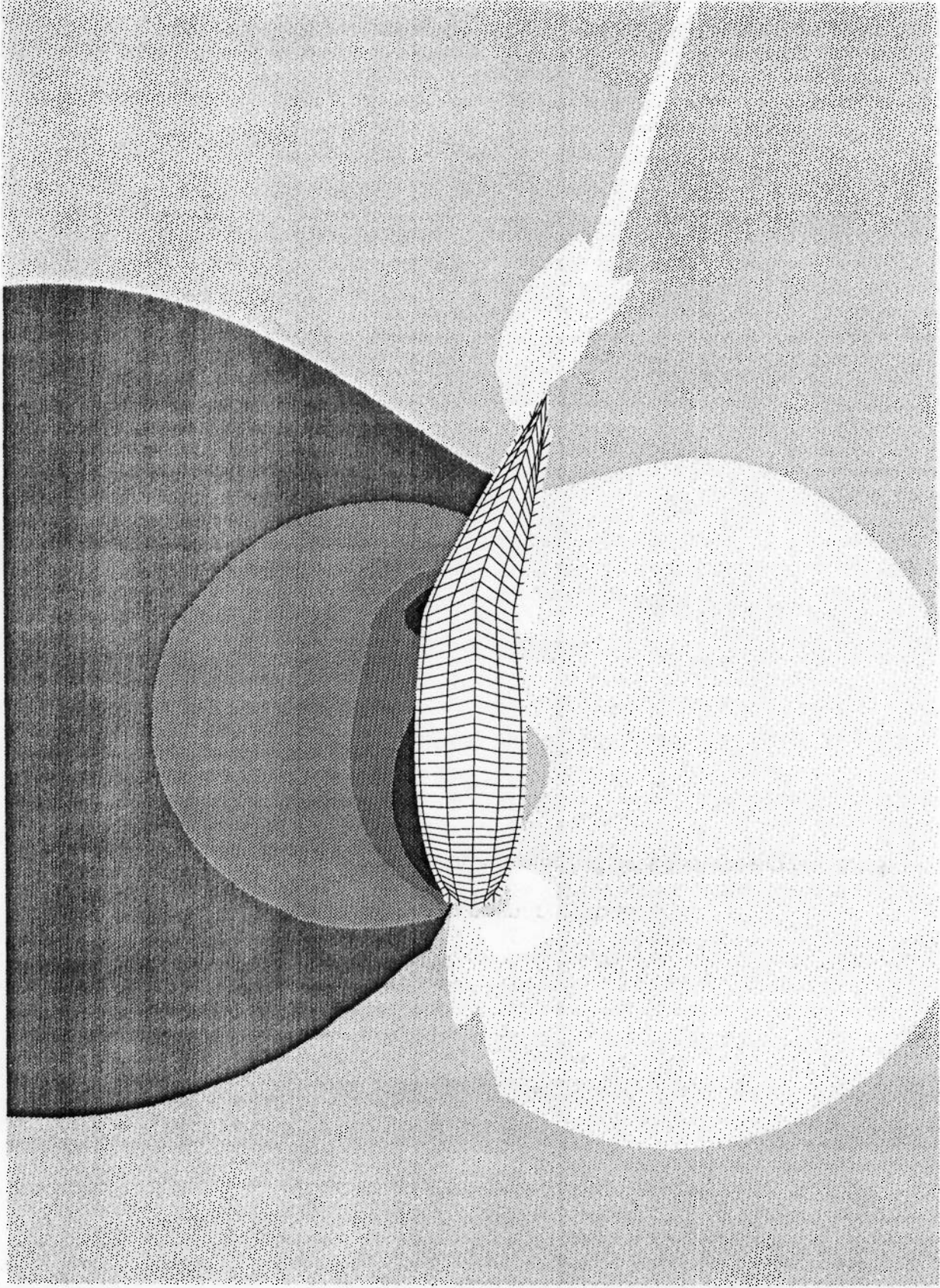
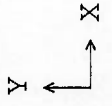


FOLIO COM FLAP A 20 GRAUS (REF.1)



PHOTON

P1	Pa
-2.4E+7	1.8E+6
-2.0E+7	5.4E+6
-1.6E+7	9.0E+6
-1.3E+7	1.3E+7
-9.1E+6	1.6E+7
-5.4E+6	2.0E+7
-1.8E+6	2.3E+7
1.8E+6	2.7E+7



FOLIO COM FLAP A 20 GRAUS (REF.1)

**6.3.10. Resolução do escoamento em torno do fôlio com flap a 25 graus:
Segunda configuração: utilização de 8400 células (100 X 84)**

Foram utilizadas 8400 células, sendo 100 na direção X (direção do escoamento) e 84 células na direção Y, compondo a malha computacional mostrada na figura 77, onde o “zoom” da malha computacional na região próxima ao fôlio com flap é mostrado na figura 78. A tabela 36 mostra o histórico dos parâmetros de relaxação desta segunda configuração, cujos resultados de distribuição de perfis de velocidade e pressão são mostrados respectivamente nas figuras 79 e 80.

Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 1	JOB Nº 2	JOB Nº 3	JOB Nº 4	JOB Nº 5	JOB Nº 6
P1 (Linear)	0.1	0.1	0.01	0.01	0.01	0.01
U1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2
V1 (Falso ΔT)	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2	1E-2
KE (Falso ΔT)	1E-2	1E-4	1E-4	1E-3	1E-2	5E-2
EP (Falso ΔT)	1E-2	1E-4	1E-4	1E-3	1E-2	5E-2
Variável que comandou a divergência	KE	KE	KE	P1	KE	todas
Variável e tipo de relaxação adotado	JOB Nº 7	JOB Nº 8	JOB Nº 9	JOB Nº 10 Restart		
P1 (Linear)	0.01	0.01	0.01	0.01		
U1 (Falso ΔT)	1E-2	0.1	1E-3	1E-2		
V1 (Falso ΔT)	1E-2	0.1	1E-3	1E-2		
KE (Falso ΔT)	7E-2	1E-3	9E-2	1E-3		
EP (Falso ΔT)	7E-2	1E-3	9E-2	1E-3		
Variável que comandou a divergência	KE, EP	KE, EP	KE, EP	Convergiu		

Tabela 36. Histórico dos parâmetros de relaxação utilizados no problema do fôlio com flap a 25 graus para a segunda configuração

Os parâmetros finais de processamento do caso do fôlio com flap a 25 graus para a segunda configuração são dados a seguir na tabela 37.

Malha computacional	8400 células (100 X 84)
Número de iterações (Nº de Sweeps)	3000
Número de iterações por Slab	3
Tipo de Relaxação aplicada às variáveis do problema (Pressão, Velocidade, Energia Cinética Turbulenta e Dissipação Turbulenta)	Forte
Valores finais e tipos de relaxação de cada variável	
PI (Pressão)- Linear	1E-2
U1 (Velocidade na direção X)- Falso ΔT	1E-2
V1 (Velocidade na direção Y)- Falso ΔT	1E-2
K (Energia Cinética Turbulenta)- Falso ΔT	1E-3
ϵ (Dissipação Turbulenta)- Falso ΔT	1E-3
Tempo de processamento	4200 segundos (70 min)

Tabela 37. Parâmetros finais de processamento da segunda configuração do fôlio com flap a 25 graus

Observando-se a figura 79 que contém os perfis de velocidade, cujos valores estão multiplicados por 10^3 , nota-se uma zona de desaceleração do fluido no bordo de ataque do perfil ainda maior que aquela observada no fôlio com flap a 20 graus para a mesma região. De forma análoga a todas as figuras de perfis de velocidade apresentadas anteriormente, a figura 79 não contém todo o domínio computacional, apenas a região de “zoom” da malha conforme foi mostrado na figura 78.

Nesta simulação não foi observada a presença de recirculações no fluido no bordo de fuga do perfil.

Analisando-se agora a figura 80 nota-se que **a maior queda de pressão no dorso vale $2.8E+07$ Pa**. Esta grande queda de pressão propicia um aumento de velocidades nesta região, conforme pode ser confirmado pela análise da figura 79. Observa-se ainda que na região do dorso do perfil ocorre outra queda de pressão com o valor de $2.8E+07$ Pa na mudança de curvatura do perfil, no ponto onde começa a parte móvel (flap). Novamente foi observada na região oposta (face) uma região de aumento de pressão.

A região de estagnação (região de localização de pressões elevadas) situa-se no bordo de ataque, numa região próxima à face do perfil.

Foram observadas irregularidades na distribuição de pressões no bordo de fuga, conforme figura 80.

O **anexo M** contém o arquivo de dados Q1 do fôlio com flap a 25 graus para a segunda configuração (LHR251.Q1) e a evolução dos resíduos das variáveis do problema para as últimas iterações.



PHOTON

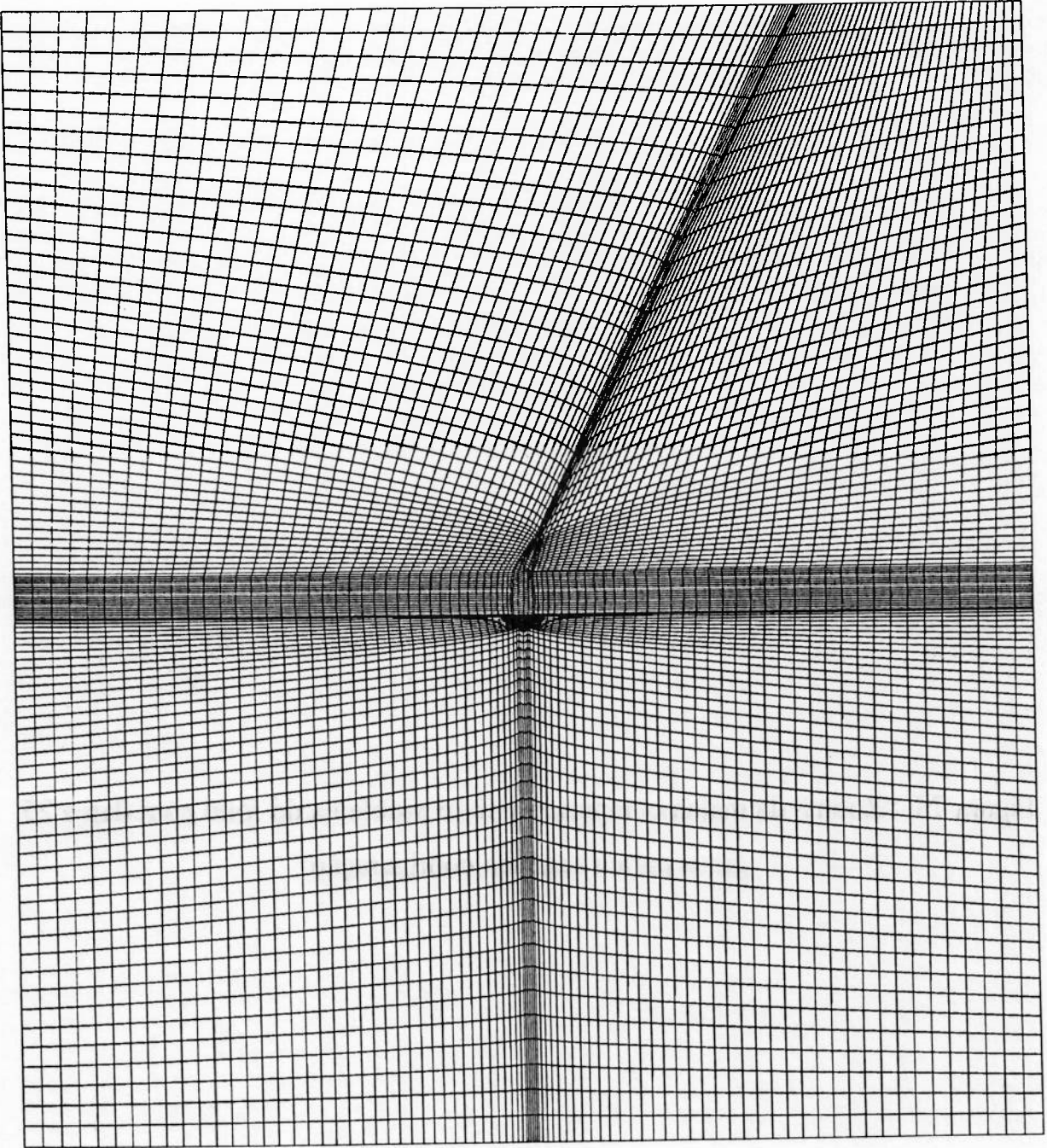
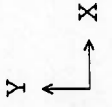
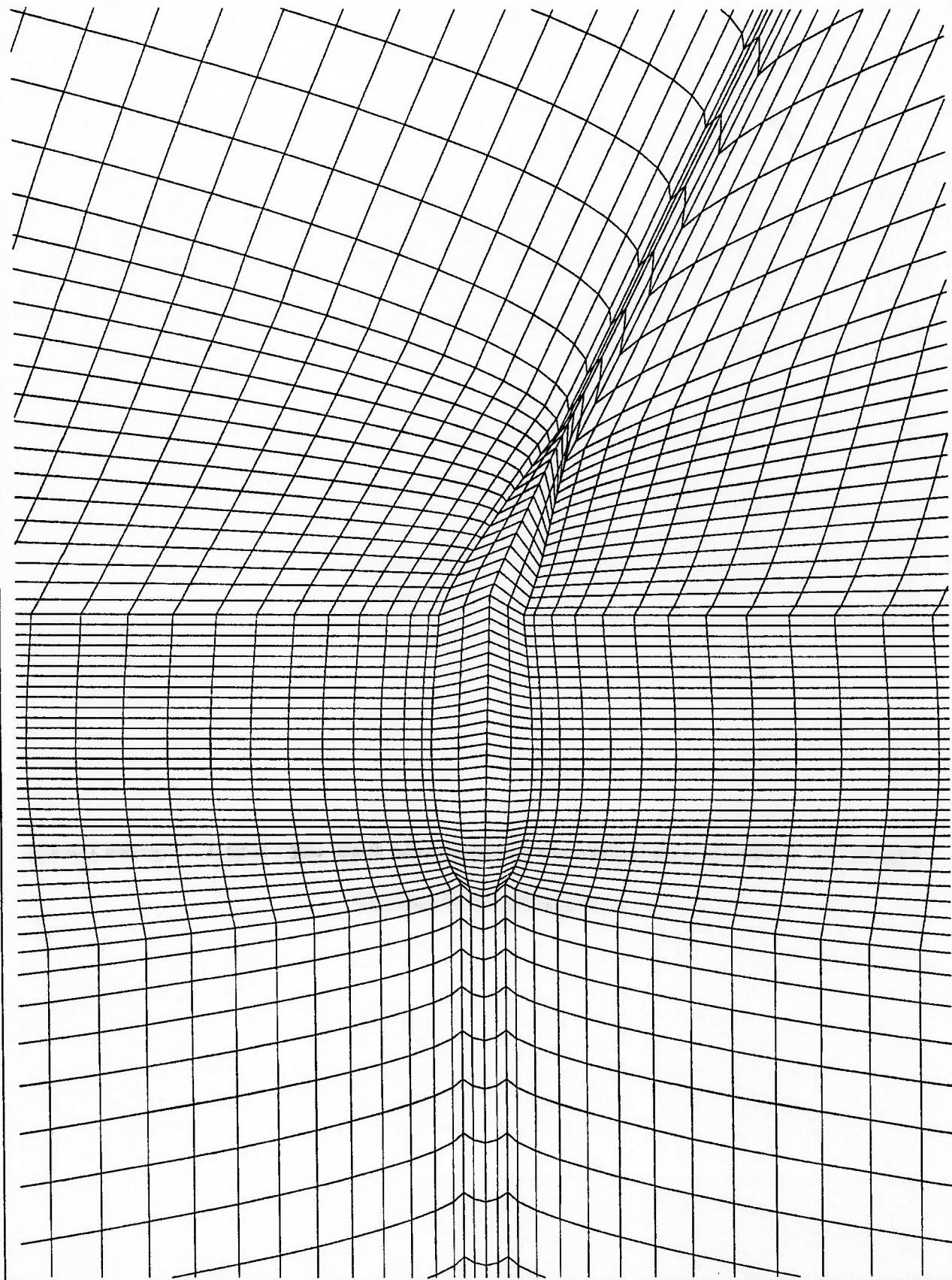
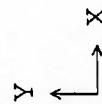


Fig. 1

FOLIO COM FLAP A 25 GRAUS (REF. 1)



PHOTON



FOLIO COM FLAP A 25 GRAUS (REF. 1

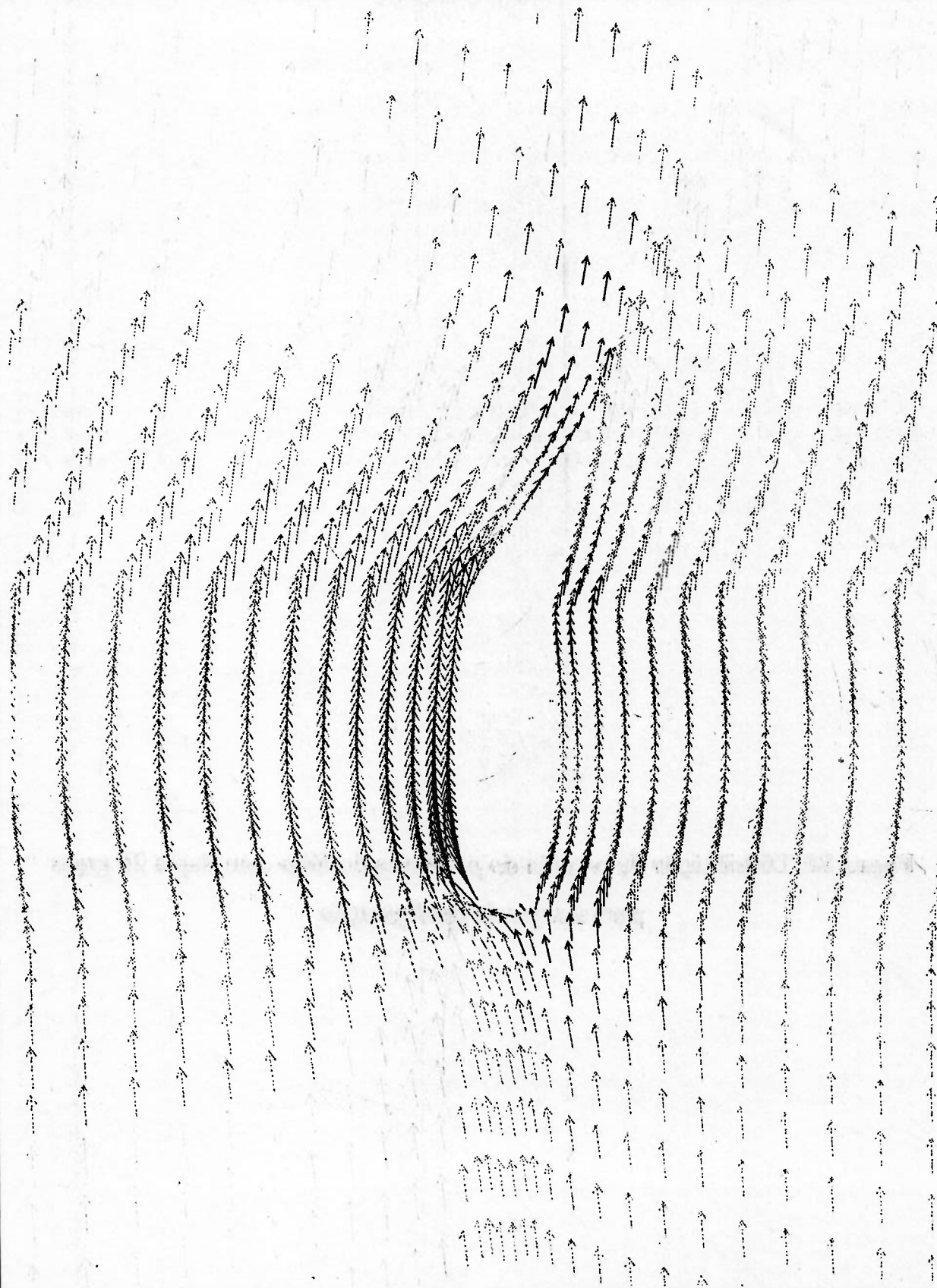
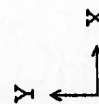


PHOTON

Vector

- 1004
- 1502
- 1999
- 2496
- 2994
- 3491
- 3989
- 4486
- 4984
- 5481
- 5979
- 6476
- 6974
- 7471
- 7969

m/s



Max: 7.97E+03

Min: 1.00E+03

1.307E+04 m/s

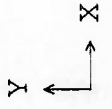
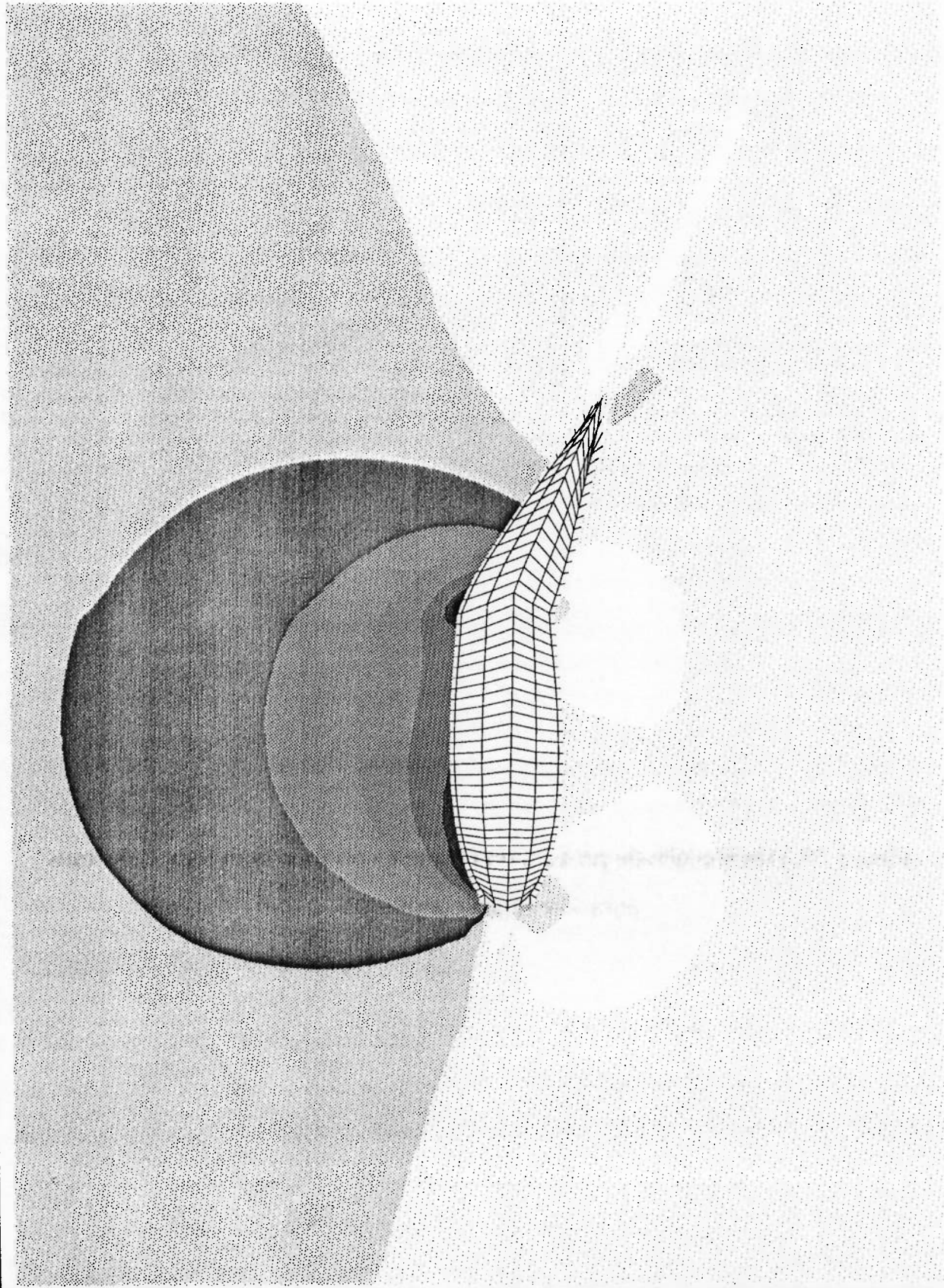


FOLIO COM FLAP A 25 GRAUS (REF.1)



PHOTON

- P1
- 2.8E+7
- 2.4E+7
- 2.0E+7
- 1.6E+7
- 1.2E+7
- 8.3E+6
- 4.3E+6
- 4.3E+5
- 3.5E+6
- 7.4E+6
- 1.1E+7
- 1.5E+7
- 1.9E+7
- 2.3E+7
- 2.7E+7
- Pa



6.3.11. Análise comparativa do valor da queda de pressão no dorso dos fólhos com flap para as duas configurações realizadas

A tabela abaixo fornece um resumo dos resultados da queda de pressão no dorso dos perfis para as duas configurações realizadas, onde nota-se que foi possível alcançar a validação física do problema do fólho com flap.

ÂNGULO DO FLAP (α_f)	Maior queda de pressão no dorso (1ª Configuração - 4340 células)	Maior queda de pressão no dorso (2ª Configuração - 8400 células)
5°	1.3E+07 Pa	1.1E+07 Pa
10°	1.6E+07 Pa	1.2E+07 Pa
15°	1.8E+07 Pa	1.8E+07 Pa
20°	2.3E+07 Pa	2.4E+07 Pa
25°	2.7E+07 Pa	2.8E+07 Pa

Tabela 38. Resumo dos resultados de queda de pressão no dorso para o problema do fólho com flap

Observa-se da tabela acima que, para uma dada configuração, a queda de pressão no dorso aumenta conforme o aumento do ângulo de flap, comprovando a validação do campo de pressões do problema. Em geral não ocorre grande diferença entre os

resultados obtidos entre as duas configurações realizadas para um mesmo ângulo de flap, notando-se uma diferença maior no caso do fôlio com flap a 10 graus.

6.3.12. Cálculo do coeficiente de pressão para o fôlio com flap a 20 e 25 graus (segunda configuração)

Neste item será apresentado o cálculo do coeficiente de pressão do fôlio com flap para os casos que possuem o maior ângulo do flap (20 e 25 graus). O cálculo do coeficiente de pressão foi baseado na distribuição de pressões obtida na segunda configuração, cuja malha computacional possui um número maior de células.

Para ambos os casos utilizou-se a seguinte definição para o coeficiente de pressão C_p :

$$C_p = \frac{P - P_{\text{referencia}}}{0.5 \rho V_{\infty}^2} = \frac{P1}{0.5 \rho V^2} \quad (6.2)$$

onde:

P = Pressão absoluta total = $P1 + P_{\text{referência}}$;

V = Velocidade total do escoamento ao longe.

De maneira análoga ao cálculo do coeficiente de pressão do perfil NACA0012, foi considerada a distribuição de pressões obtida na camada de células da malha computacional em contato com o corpo em estudo.

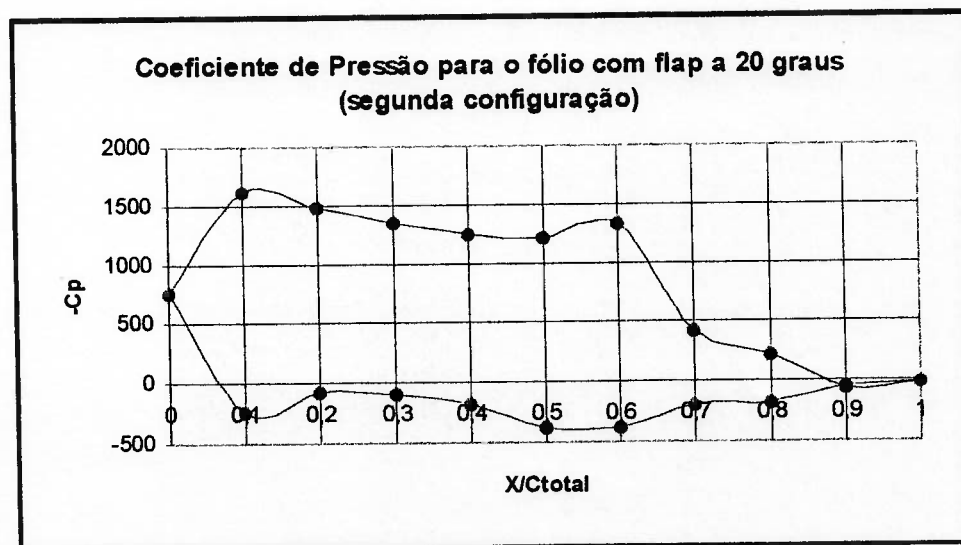


Fig. 81. Coeficiente de pressão para o fólio com flap a 20 graus (segunda configuração) normalizado em função da corda total

Analisando-se o gráfico acima nota-se, para a curva situada acima do eixo das abcissas (dorso do perfil), um “salto” do valor do coeficiente de pressão em torno da coordenada adimensional $X/C_{total} = 0,6$. Isto ocorre em função da mudança de curvatura do perfil (transição entre a parte fixa e a parte móvel) estar localizada nesta região, acarretando um aumento em valor absoluto da pressão. De maneira análoga, observa-se um aumento do coeficiente de pressão em torno da mesma posição, porém para a curva situada abaixo do eixo das abcissas (face do perfil). O aumento da pressão neste ponto em função da mudança de curvatura também eleva o coeficiente de pressão.

A figura a seguir mostra o coeficiente de pressão para o caso do fólio com flap a 25 graus para a segunda configuração, onde pode-se notar um comportamento análogo do coeficiente de pressão.

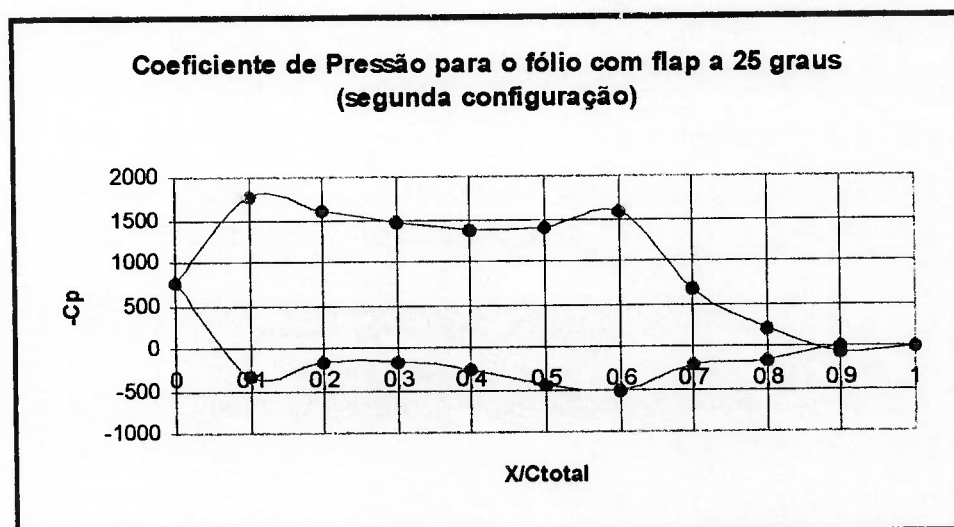


Fig. 82. Coeficiente de pressão para o fôlio com flap a 25 graus (segunda configuração) normalizado em função da corda total

As considerações feitas anteriormente em relação ao comportamento do coeficiente de pressão em torno do ponto $X/C_{total} = 0.6$ também valem para este caso. Uma outra observação importante surge da análise do coeficiente de pressão em torno da estação $X/C_{total} = 0.1$, também válida para o caso do fôlio com flap a 20 graus. Neste ponto ocorre aumento do valor da pressão na face do perfil, acarretando um valor do coeficiente de pressão. Comportamento semelhante surge no dorso do perfil, porém com aumento em valor absoluto da pressão. Para uma melhor compreensão do que foi dito até aqui, sugere-se retomar as figuras que mostram a distribuição de pressões para os dois casos citados, figuras 76 e 80.

7. DISCUSSÕES GERAIS

Este capítulo tem por finalidade apresentar os principais problemas surgidos durante o desenvolvimento deste trabalho e apresentar conclusões a respeito dos resultados obtidos dentro dos objetivos que foram estabelecidos. Também são fornecidas sugestões para a continuidade deste trabalho. Dessa maneira serão feitas considerações a respeito dos recursos computacionais utilizados neste trabalho em comparação com os recursos utilizados por outras empresas que empregam programas de Mecânica dos Fluidos Computacional, recursos esses que tornam viável a forte discretização da camada limite comentada anteriormente. Serão mostradas as malhas computacionais para o problema do perfil NACA0012 adotada no manual de benchmarck do programa FLOTRAN (ref.[13]) e a malha computacional adotada para o problema do fôlio com flap segundo a referência [15], neste último caso com efeito de superfície livre e regime transiente. Estes exemplos são úteis na medida em que mostram que grandes recursos computacionais como a utilização de supercomputadores ou poderosas workstations possibilitam fortes discretizações, com aplicação direta na análise do desenvolvimento da camada limite.

O problema da dificuldade de obtenção da solução convergida também é aqui abordado, pois inúmeros processamentos são realizados até que se obtenha o conjunto necessário de parâmetros de relaxação das variáveis de interesse para a solução do problema numérico, conforme foi observado no capítulo 6. Um exemplo disso foi o caso do fôlio com flap a 10 graus para a segunda configuração, onde um grande número de processamentos foi realizado para obter a solução convergida.

Finalmente são mostradas as conclusões deste trabalho a fim de situar a qualidade dos resultados obtidos no tocante a projeto, além de serem dadas sugestões para a continuidade do trabalho.

7.1. A RESTRIÇÃO DOS RECURSOS COMPUTACIONAIS UTILIZADOS NO DESENVOLVIMENTO DESTE TRABALHO

Este item trata de situar os recursos computacionais utilizados neste trabalho através de informações fornecidas pela empresa **TECHNOWAY**, empresa de consultoria de análise estrutural e representante do programa **FLUENT**, programa de Mecânica dos Fluidos Computacional desenvolvido para malhas não estruturadas. A estação de trabalho (workstation) utilizada para o desenvolvimento deste trabalho foi comparada através de índices de performance com outras máquinas de aplicação em CFD. Notar-se-á a grande diferença de capacidade de processamento, mostrando a grande limitação da workstation SparcStation 10 da Sun Microsystems Incorporation, modelo 52 Gx plus em comparação com máquinas equivalentes às utilizadas pela **COMPUFLO** para os processamentos realizados pelo programa **FLOTRAN** em seu manual de Benchmarck. As máquinas recomendadas pela **TECHNOWAY** para a utilização do programa **FLUENT** também são bastante superiores à SparcStation 10.

A tabela 39 fornece a comparação entre as diversas máquinas, onde o número **SPECint92** representa um índice de performance de operações com números inteiros e o número **SPECfp92** um índice para operações aritméticas com ponto flutuante.

Segundo a referência [13], os processamentos que constam do manual de Benchmarck do programa **FLOTRAN** foram realizados em uma **DECstation 3100**, máquina equivalente a uma **AlphaStation 5/266** segundo informações da **TECHNOWAY**.

A Sun Microsystems Incorporation não mais possui informações a respeito da máquina SparcStation 10; seus índices de performance para efeitos de comparação na tabela 39 foram estimados pela **TECHNOWAY** como sendo 50% do valor dos índices da máquina SparcStation 5.

EQUIPAMENTO	SPECint92	SPECfp92	Memória RAM (MegaBytes)	Espaço em Disco (Gygabytes)
SUN SPARCstation 10/52 Gx plus (utilizada no desenvolvimento deste trabalho)	32	27.3	256	1
SUN SPARCstation 10/30	45.2	54	512	1
SUN SPARCstation 10/40	50.2	60.2	512	1
SUN SPARCstation 5	64	54.6	512	1
SUN SPARCstation 10/51	65.2	83	512	1
SUN SPARCstation 20/61	88.9	102.8	512	2
HP 735 modelo 125	136	201	400	2
AlphaStation 4/266	198.6	262.5	512	3.15
AlphaStation 5/266	288.6	428.6	1000 (1 Gygabyte)	17.2
AlphaStation 5/300	337.8	503.2	1000 (1 Gygabyte)	17.2

Tabela 39. Comparação de performance entre equipamentos (workstations)

A análise da tabela 39 mostra que a máquina utilizada para a resolução de problemas no programa FLOTRAN possui índices de performance em média 10 vezes maiores que a Sun SparcStation 10, além de possuir uma memória RAM 4 vezes maior. Esses comentários também valem para os requisitos computacionais requeridos pelo programa FLUENT, cuja plataforma mínima recomendada pela TECHNOWAY é uma AlphaStation 5/266 ou 5/300. Nota-se, dessa forma, que o equipamento utilizado no desenvolvimento deste trabalho possui uma configuração muito abaixo das necessidades aconselhadas por empresas especializadas em estudos de CFD, influenciando diretamente na qualidade dos resultados do ponto de vista quantitativo.

A utilização de computadores de grande porte (Cray, por exemplo) é uma constante na análise de problemas de Mecânica dos Fluidos Computacional, principalmente pela grande capacidade de armazenamento e velocidade de processamento. A referência [15] utiliza supercomputadores para a análise do problema do fôlio com flap com superfície livre, possibilitando uma forte discretização da camada limite. Entretanto, o sucesso no emprego das técnicas de CFD não está condicionado ao emprego de supercomputadores, uma vez que dependendo do problema em questão um simples computador pessoal pode trazer resultados bastante satisfatórios.

7.2. A FORTE DISCRETIZAÇÃO DA CAMADA LIMITE UTILIZADA EM ALGUNS EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DE OUTROS CÓDIGOS DE CFD NA ANÁLISE DE ESCOAMENTOS EXTERNOS

A possibilidade de grande discretização da camada limite está diretamente relacionada ao poder de processamento e capacidade de armazenamento dos recursos computacionais disponíveis. O objetivo desta seção é mostrar a malha computacional do

problema do perfil NACA0012 utilizada no manual de benchmarck do programa FLOTRAN (ref.[13]) e a malha computacional do problema do fôlio com flap da referência [15]. Neste último problema as condições são bem diferentes do problema tratado no capítulo 6 com o programa PHOENICS, uma vez que a geometria é diferente (a corda do flap do perfil é bem pequena quando comparada à corda total), ocorre efeito de superfície livre e o problema não é em regime permanente. Ainda assim, torna-se interessante observar o critério de elaboração da malha e observar a concentração da mesma em torno do perfil, possibilitando um cálculo mais eficiente dos coeficientes hidrodinâmicos, como coeficiente de pressão e arraste.

A figura 83 mostra a discretização utilizada no problema do perfil NACA0012 pelo programa FLOTRAN, onde nota-se que a malha possui um formato circular, cuja designação na literatura é *malha tipo O*. Observa-se a forte discretização em torno do perfil, onde o número de células existentes na região da camada limite é maior que no restante do domínio. A implementação das condições de contorno neste tipo de malha é diferente daquela mostrada no capítulo 6, adotando-se neste caso *condições de contorno cíclicas*, cuja interpretação não é tão simples. A dificuldade que surge quando se utiliza tais condições de contorno é a especificação da condição de contorno tipo entrada e saída, pois não se sabe a princípio em que estação a condição de contorno deixa de ser do tipo entrada para transformar-se em condição de contorno do tipo saída. Neste tipo de malha, as linhas que formam o domínio computacional são geradas a partir de uma linha comum. A figura 84 ilustra o problema da especificação das condições de contorno cíclicas.

Embora os recursos computacionais utilizados no desenvolvimento deste trabalho não tenham sido explorados na sua capacidade máxima, a análise comparativa de performance dos diferentes equipamentos utilizados em CFD por outras empresas indicam a

inviabilidade da obtenção de soluções baseadas em malhas com forte discretização da camada limite.

A concentração de células em determinadas regiões de interesse (utilização de subdomínios) em determinadas situações com o programa **PHOENICS** versão 2.0 levam a problemas de convergência e instabilidade da solução, conforme foi discutido no capítulo 6. Tal procedimento poderia levar a discretizações melhores da camada limite se não houvesse comprometimento da solução numérica. A nova versão, versão 2.1, oferece este recurso.

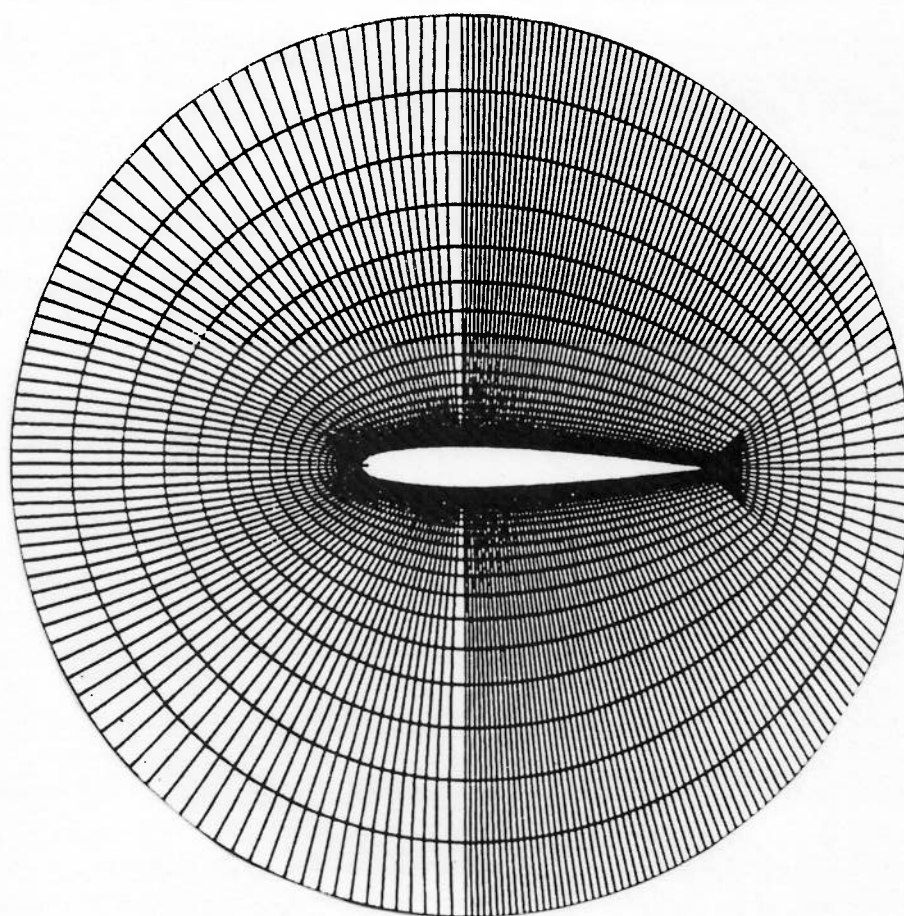


Fig. 83. Malha computacional do problema do perfil NACA0012 utilizada pelo programa FLOTRAN em seu manual de benchmark. Note a forte discretização em torno do perfil, na tentativa de “capturar” a camada limite.

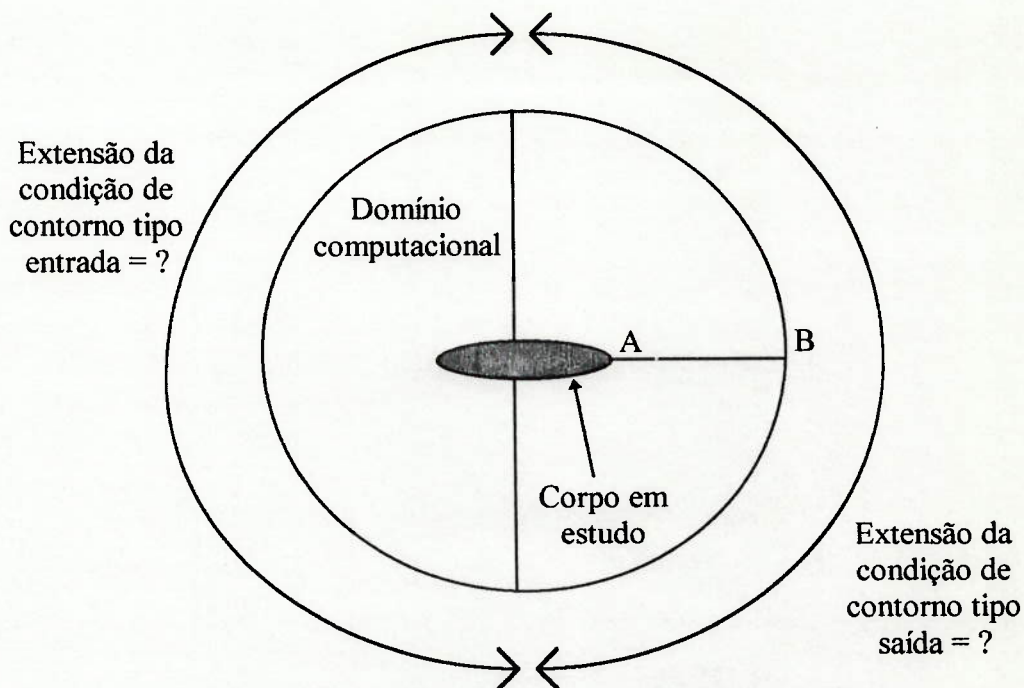


Fig. 84. O problema da especificação das condições de contorno cíclicas em malhas computacionais tipo O. A linha AB conduz a geração da malha ao redor do corpo.

A figura 85 mostra a malha computacional utilizada pela referência [15] para o problema do fôlio com flap em regime transiente e com superfície livre. O tipo de malha utilizada neste caso é diferente daquela mostrada no capítulo 6. O autor da referência [15] optou por discretizar melhor a região de transição entre a parte móvel e a parte fixa do perfil, além de concentrar células no bordo de ataque e de fuga em direções transversais.

Mais uma vez uma forte discretização ocorre em torno do perfil, na tentativa de representar bem a camada limite através da grande concentração de células em torno do corpo. Neste caso uma grande discretização também ocorre na fronteira do domínio, onde situa-se a superfície livre.

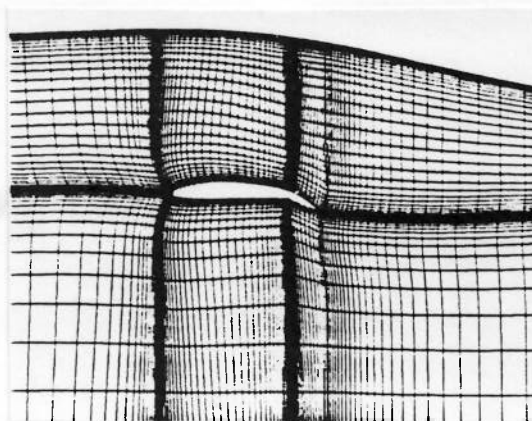


Fig. 85. Malha computacional do problema do fôlio com flap em regime transiente com superfície livre. Note novamente a forte discretização em torno do perfil.

7.3. A DIFICULDADE EM SE OBTER A CONVERGÊNCIA PARA OS CASOS ESTUDADOS NESTE TRABALHO USANDO O PROGRAMA PHOENICS

Durante o processo de resolução das equações de conservação do problema físico em questão, mostradas no capítulo 5, o programa **PHOENICS** analisa o desbalanço que ocorre na equação (5.18), terminando o processo de sweeps nos seguintes casos (o que ocorrer primeiro):

- A soma dos valores absolutos dos desbalanços da equação (5.18) no Método dos Volumes Finitos cai a um valor pré-fixado, conhecido como valor de referência **RESREF(ϕ)**. Este valor é da ordem de $1E-08$.
- O número máximo de sweeps fixado pelo usuário é atingido.

O programa **PHOENICS** possui ferramentas para monitorar a convergência, além de possuir mecanismos de aceleração para a obtenção da mesma. Uma das maneiras de

monitorar a convergência é prescrever para uma variável ϕ o **campo de variação dos valores** que esta poderá assumir no escoamento em estudo. Este procedimento é útil na medida em que evita valores extremamente elevados da variável durante o procedimento de iteração. Além disso, valores que fisicamente não seriam aceitáveis (como o caso da densidade assumir um valor negativo em um problema de escoamento compressível) são evitados durante o processo de resolução das equações.

Já o processo de convergência utilizando parâmetros de relaxação **altera os valores das variáveis** durante o procedimento de resolução das equações, podendo acelerar ou atrasar a convergência do problema em questão. Entretanto, deve-se enfatizar que a **relaxação não muda a solução convergida, apenas altera a taxa com a qual a mesma é obtida**. Dessa forma, a solução convergida representa a solução de um problema físico para uma dada configuração, configuração essa representada pela discretização do domínio de interesse (elaboração da malha computacional) e modelagem das condições de contorno. A figura 86 representa as zonas de divergência e convergência do problema numérico em função da velocidade de resolução do sistema de equações.

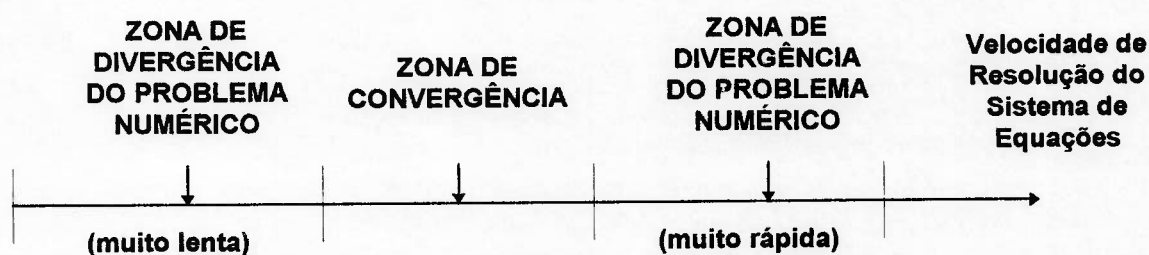


Fig. 86. Representação das zonas de convergência e divergência de um problema numérico em função da velocidade de resolução do sistema de equações.

Esta figura mostra como a velocidade de resolução do sistema de equações influencia na convergência do problema numérico. Nota-se que a relaxação excessiva pode acelerar demasiadamente o processo de resolução das equações, levando o problema para uma “zona de divergência”, o mesmo ocorrendo quando uma relaxação extremamente fraca é empregada. Existe em contrapartida um conjunto de parâmetros de relaxação que levam à “zona ideal”, onde ocorre a convergência do problema numérico.

A busca desse conjunto de parâmetros de relaxação das variáveis de interesse é uma tarefa extremamente difícil dentro do programa **PHOENICS**; a dificuldade aumenta na medida que grids do tipo BFC são utilizados como no caso do problema do perfil NACA0012 ou na análise paramétrica dos fólios com flap. Dessa maneira inúmeros processamentos são realizados até a obtenção do conjunto de parâmetros de relaxação ideal.

A figura 87 mostra em ordem crescente de dificuldade a obtenção da solução convergida para os casos analisados neste trabalho. De uma maneira geral, os escoamentos que possuem grandes ângulos de ataque e que desta forma estão sujeitos a grandes regiões de separação, como o caso dos fólios com flap a grandes ângulos (20 e 25 graus), são os casos cuja obtenção da solução convergida foi relativamente mais simples. Na análise paramétrica dos fólios com flap, as soluções dos casos a 20 e 25 graus ajudaram a encontrar os parâmetros de relaxação para os demais casos, cujos ângulos da parte móvel eram menores.

O caso mais difícil de obtenção da solução convergida foi o problema do perfil NACA0012 e dos fólios com flap com ângulos menores que 20 graus, em especial os casos a 10 e 15 graus. A obtenção da solução do problema do degrau, que utiliza malhas cartesianas, foi mais simples quando comparada aos demais casos estudados neste trabalho.

A tabela 40 dada a seguir mostra o número de processamentos preliminares necessários para a obtenção da solução convergida na análise paramétrica dos fólhos com flap conforme mostrado no capítulo 6.

Ângulo do Flap	Nº de processamentos preliminares (1ª Configuração)	Nº de processamentos preliminares (2ª Configuração)
5°	14	13
10°	3	57
15°	22	17
20°	9	9
25°	1	9

Tabela 40. Nº de processamentos preliminares para cada configuração realizada em função do ângulo de flap

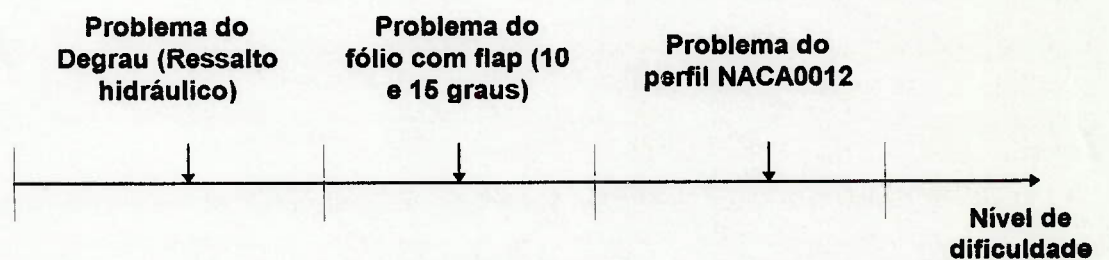


Fig. 87. Ordem crescente de dificuldade para a obtenção da solução convergida para os casos estudados neste trabalho utilizando o programa PHOENICS.

Em face do que foi exposto, nota-se o grau de dificuldade para se obter a solução convergida, requerendo-se uma grande sensibilidade do usuário ou experimentador numérico para avaliar as mudanças dos parâmetros de relaxação e modificá-los em alguns casos durante o processo de resolução das equações.

7.4. A NECESSIDADE DO ESTUDO DA EXTENSÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL PARA OS PROBLEMAS DE ESCOAMENTO EXTERNO UTILIZADOS NESTE TRABALHO

O critério para a determinação da extensão do domínio computacional utilizado neste trabalho para os problemas de escoamento externo foi dado no capítulo 6. Partiu-se do princípio que cinco comprimentos característicos seriam suficientes para garantir que nos limites do domínio externo o corpo não mais exerceria influência no escoamento. Entretanto, a análise da figura dada a seguir (figura 88), mostra que nos limites do domínio externo para o caso do fôlio com flap a 20 graus (segunda configuração), o campo de velocidades ainda é perturbado pela presença do corpo, pois ocorre uma inclinação (ainda que bem pequena) dos perfis de velocidade. Já o caso do fôlio com flap a 25 graus (segunda configuração) não apresenta tal característica, conforme pode ser comprovado através de análise da figura 89.

Dessa maneira, novos processamentos utilizando outro número de comprimentos característicos poderiam ser realizados, investigando dessa forma o critério adotado no desenvolvimento deste trabalho. Este critério dependerá do problema em questão, onde para cada tipo de corpo estudado requerer-se-á uma análise particular da extensão do domínio. Esta investigação fica a título de sugestão para a continuidade deste trabalho.

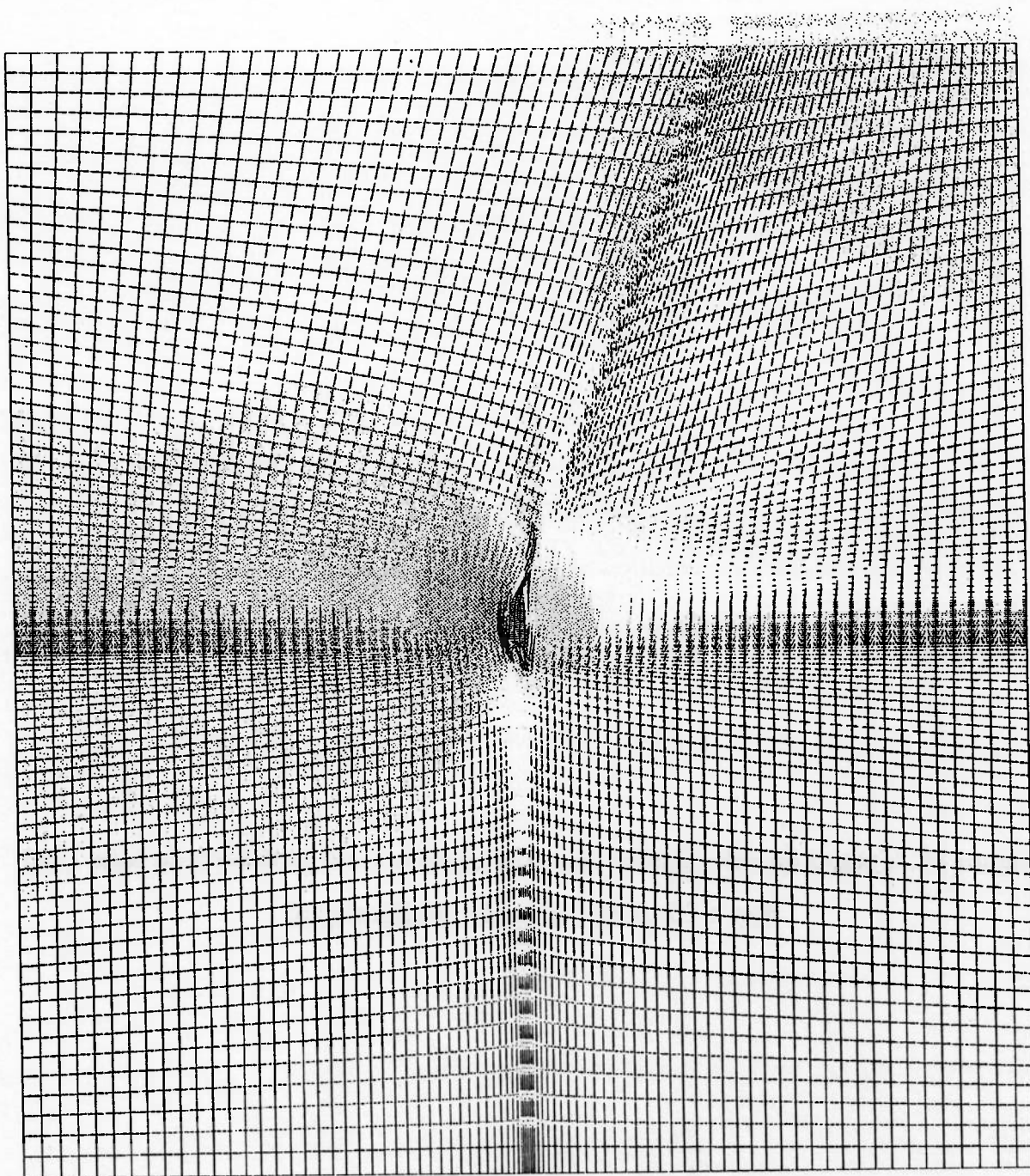
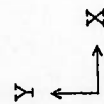


PHOTON

Vector

- 899
- 1376
- 1854
- 2332
- 2809
- 3287
- 3765
- 4242
- 4720
- 5197
- 5675
- 6153
- 6630
- 7108
- 7586

m/s



Max: 7.59E+03

Min: 8.99E+02

→ 1.305E+04 m/s

FOLIO COM FLAP A 20 GRAUS (REF.1)

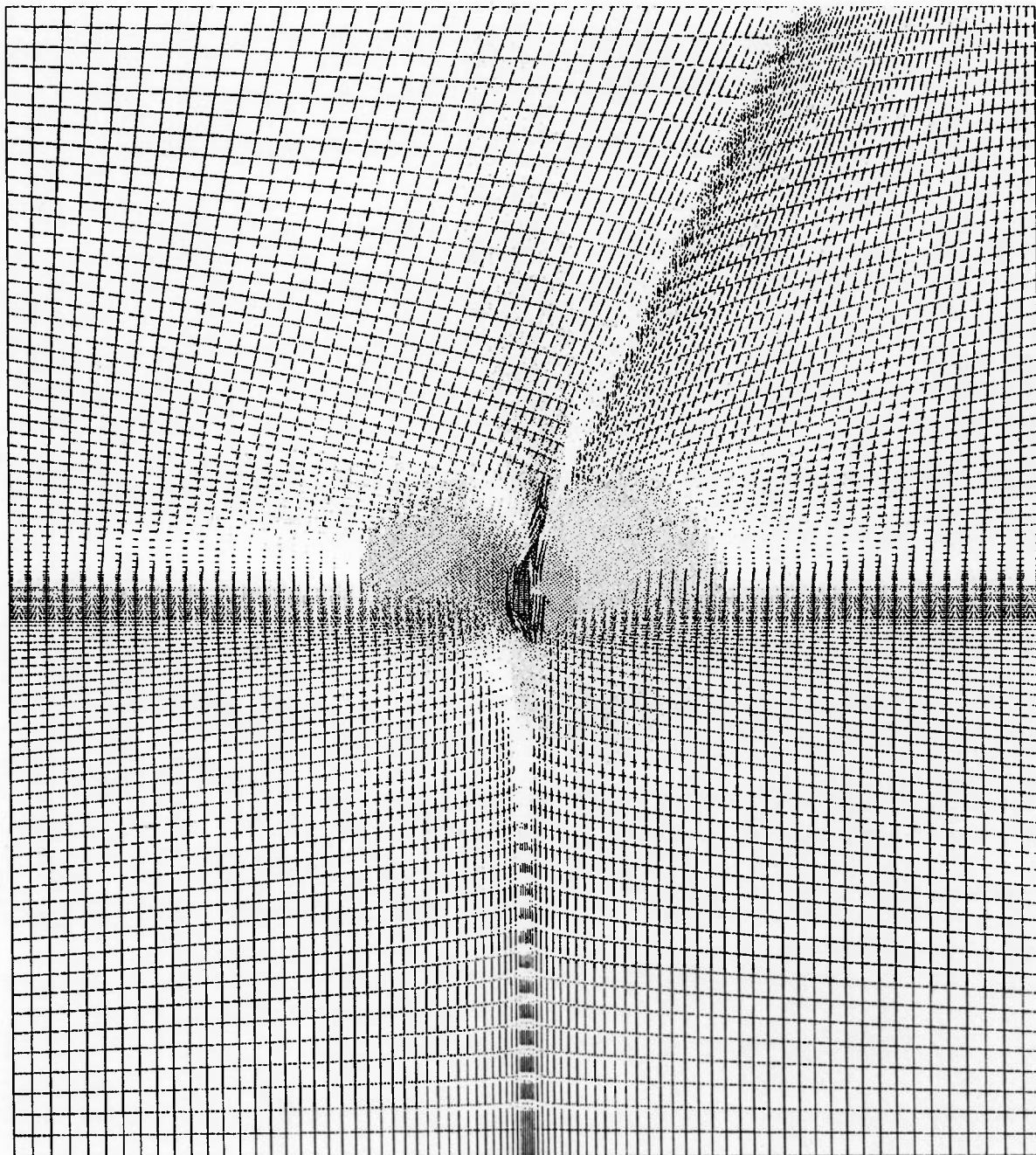
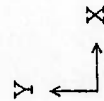


PHOTON

Vector

- 1004
- 1502
- 1999
- 2496
- 2994
- 3491
- 3989
- 4486
- 4984
- 5481
- 5979
- 6476
- 6974
- 7471
- 7969

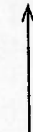
m/s



Max: 7.97E+03

Min: 1.00E+03

1.307E+04 m/s



FOLIO COM FLAP A 25 GRAUS (REF.1)

8. CONCLUSÕES

A utilização de métodos numéricos constitui uma poderosa ferramenta para a resolução de problemas de engenharia, devido principalmente à rápida evolução dos algoritmos e a grande capacidade computacional, cujo crescimento ocorre de maneira exponencial. Praticamente não há restrições quando se utiliza tais métodos, a não ser os problemas de capacidade computacional relacionados com o nível de resultados que se pretende atingir.

Ainda que grandes recursos computacionais estejam disponíveis, como o caso de utilização de supercomputadores na análise de problemas de CFD, as soluções analíticas e as experiências de laboratórios nunca deixarão de ser necessárias, pois o processo de validação de novas ferramentas para o projeto é um item indispensável.

A importância deste trabalho reside principalmente na resolução de problemas que são essenciais para a validação de códigos de Mecânica dos Fluidos Computacional. Dessa maneira são tratados problemas com características de geometria extremamente simples mas cujo escoamento é complexo devido principalmente ao surgimento de recirculações no fluido ou mudanças abruptas da seção por onde passa o escoamento.

Um outro aspecto relevante no tratamento dos problemas desenvolvidos neste trabalho através do programa PHOENICS é a resolução das equações completas de *Navier-Stokes* em todo o domínio computacional, acarretando dificuldades para a obtenção da solução convergida do problema numérico. Vale ressaltar que outros códigos de Mecânica dos Fluidos Computacional utilizam as equações completas de *Navier-Stokes* apenas em determinadas regiões do domínio, como no caso de análise da esteira.

A resolução do problema do degrau (ressalto hidráulico) através do programa PHOENICS forneceu para a configuração final analisada um resultado satisfatório, uma vez que a relação entre o ponto de realinhamento do escoamento (ponto onde não ocorrem recirculações) e a altura do degrau difere em apenas 7.1% do resultado obtido pelo programa FLOTRAN e 15% do resultado experimental. Para este problema de engenharia pode-se considerar validado este estudo, uma vez que não havia por exemplo a necessidade de verificar a ocorrência de cativação local, cujo erro da ordem de 10% seria inaceitável.

O problema do perfil NACA0012 forneceu uma distribuição de pressões qualitativamente equivalente àquela obtida no manual de benchmarck do programa FLOTRAN (ref.[13]). As irregularidades surgidas na distribuição de pressões no bordo de fuga do perfil não invalidam a qualidade da solução obtida, uma vez que as regiões de estagnação e de pressões baixas situam-se praticamente nas mesmas posições que são fornecidas pelo programa FLOTRAN. A importância destes resultados está na validação deste campo de pressões utilizando recursos computacionais pouco poderosos, trazendo informações a nível qualitativo. Já a nível quantitativo o cálculo do coeficiente de pressão apresentou grandes diferenças nas primeiras estações do perfil, com erros da ordem de 40% em média.

A análise paramétrica dos fólios com flap atingiu os objetivos da validação do campo de pressões do problema, pois para duas configurações de malha realizadas verificou-se o aumento da queda de pressão no dorso dos perfis conforme o aumento do ângulo de flap.

Quando não se dispõe de resultados analíticos, experimentais ou numéricos a respeito de determinado problema, a análise paramétrica torna-se um importante recurso para o estudo de problemas também no tocante a projeto. Neste problema do fólio com flap

com uma característica peculiar de geometria (o comprimento da parte móvel corresponde a 44% da corda total), a análise paramétrica serviu para mostrar a nível qualitativo como seria a variação de sustentação nestes perfis. Vale lembrar que os valores de pressão resultantes destas simulações não poderiam ser utilizados para o cálculo da sustentação diretamente, devido ao pouco grau de refinamento da malha computacional na região da camada limite conforme foi comentado anteriormente.

Como exemplo de ferramenta utilizada em projetos de engenharia na qual a análise paramétrica também assume importância relevante, pode-se citar os ensaios de visualização de linhas de fluxo realizados em túneis de vento. Nesses ensaios, a simples visualização do escoamento em determinadas superfícies de controle ou apêndices é insuficiente para definir a geometria ótima. São necessários também outros ensaios que utilizem configurações geométricas diferentes a fim de comparar as linhas de fluxo do escoamento, optando-se por aquelas que fornecerão os melhores resultados a nível qualitativo.

Algumas sugestões para a continuidade deste trabalho podem ser dadas. Uma delas seria a utilização do programa **PHOENICS** associado a recursos computacionais de maior porte, a fim de validar os resultados a nível quantitativo. Uma vez que os casos de interesse nem sempre possuem resultado conhecido na literatura, seria importante que estes novos estudos fossem complementados pela realização de experimentos em laboratório.

Entretanto, existem outras sugestões que podem ser adotadas utilizando os próprios recursos computacionais empregados no desenvolvimento deste trabalho. Pode-se, por exemplo, utilizar outro modelo de turbulência em lugar do modelo K- ϵ e investigar seus efeitos. Dessa forma, um outro modelo de turbulência "built-in" do programa **PHOENICS** citado no capítulo 5 poderia ser empregado.

Pode-se sugerir ainda a escolha de *formulação parabólica* para os problemas abordados neste trabalho. Conforme foi mencionado no capítulo 5, os escoamentos estudados nesta dissertação possuem as características básicas para serem tratados com este enfoque, tais como análise em regime permanente com direção predominante de propagação. Esta formulação possibilitaria uma economia de tempo computacional devido à redução de variáveis de armazenamento. Entretanto, uma observação em relação à modelagem do problema numérico deve ser feita neste instante. Em determinados problemas em que grandes regiões de separação estão presentes (como no caso do problema do perfil NACA0012 e na análise paramétrica dos fólios com flap), o emprego de resolução via regime transiente deve representar melhor o problema físico, pois fenômenos como *Vortex Shedding* podem surgir, conforme referência [19]. Dessa forma, a rigor, os escoamentos tratados neste trabalho tais como o problema do perfil NACA0012 e a análise paramétrica dos fólios com flap deveriam ser realizados utilizando-se *regime transiente*.

Outra sugestão associada com a investigação da determinação do domínio externo citada anteriormente é a utilização da condição de contorno tipo parede ou escoamento uniforme nos limites do domínio computacional. Seja qual for a condição de contorno a ser empregada (tal como a condição de simetria utilizada neste trabalho), deve-se realizar um estudo prévio da influência do corpo no escoamento ao longe.

Em se tratando da análise do problema do perfil NACA0012, poderiam ser utilizadas *condições de contorno cíclicas*, realizando-se um estudo para a determinação da extensão das condições de contorno do tipo entrada e saída.

Finalmente, a própria estratégia para a obtenção do conjunto de parâmetros de relaxação ideal que levam à convergência do problema numérico poderia ser alterada, tal como a utilização de parâmetros de relaxação tipo linear também para U1, V1, KE e EP. Até uma escolha mista poderia ser empregada para investigar os efeitos resultantes no

processo de resolução do sistema de equações, bem como na velocidade de obtenção da solução convergida.

Espera-se que este trabalho tenha contribuído para melhorar a compreensão geral a respeito da Mecânica dos Fluidos Computacional, bem como ratificar a importância do processo de validação desta nova ferramenta.