

OK

São Paulo
2003

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do
Título de Mestre em Engenharia

AMORTECIMENTO EM LINHAS DE ANCORAGEM

JULIAN DE FREITAS HALLAI

JULIAN DE FREITAS HALLAI

AMORTECIMENTO EM LINHAS DE ANCORAGEM

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do
Título de Mestre em Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia Naval e Oceânica

Orientador:
Prof. Dr. Oscar Brito Augusto

São Paulo

2003

*Aos meus pais e a Daniella,
que sempre me apoiaram
e me incentivaram.*

AGRADECIMENTOS

Ao amigo e mentor Prof. Dr. Oscar Brito Augusto, cuja orientação desde os tempos de graduação tem sido essencial para o meu desenvolvimento.

Ao apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo (ANP) e da Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP) através do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor de Petróleo e Gás – PRH-ANP/MCT.

RESUMO

O amortecimento em linhas de ancoragem é uma parcela importante quanto à dissipação de energia em sistemas flutuantes ancorados. Até cerca de 15 anos atrás, ele era desprezado, mas hoje é considerado fundamental para determinar o comportamento dinâmico em baixa frequência de sistemas flutuantes ancorados, pois os movimentos em baixa frequência são ressonantes. Além disso, o crescimento dos movimentos em frequência de onda incrementa abruptamente a dissipação de energia e devem ser considerados no cálculo desta.

Os primeiros métodos para o cálculo do amortecimento nas linhas impõem que a linha se movimenta de forma quase-estática e, muitas vezes, desprezam o efeito da correnteza e dos movimentos em frequência de onda. Métodos no domínio do tempo são capazes de análises não-lineares complexas, mas demandam muito tempo computacional, frequentemente indisponível.

Portanto, métodos simplificados que considerem todas as nuances presentes neste fenômeno são necessários, principalmente nas etapas iniciais de projeto.

A proposta deste trabalho é apresentar o desenvolvimento de um modelo linearizado do amortecimento para que sejam possíveis análises no domínio da frequência. Para não eliminar totalmente a não-linearidade apresentada pelo fenômeno, opta-se pelo cálculo iterativo.

Ao eliminar a hipótese quase-estática, é possível calcular a dinâmica da linha em 1ª ordem. São propostas correções no cálculo da dissipação de energia nas linhas ao incluir movimentos em frequência de onda e a presença de correnteza.

Os resultados do modelo assim desenvolvido são comparados com resultados de cálculos no domínio do tempo e no domínio da frequência.

ABSTRACT

Among the several contributions to the damping of moored floating structures, the mooring line damping is a very important part of the energy dissipation during the motions of these structures. It was usually neglected until the mid 80s, but nowadays its calculation is essential in order to determine the low frequency resonant motions of moored floating structures. Furthermore, the superposed wave frequency motions dramatically increase the energy dissipation, so they should be properly taken into account.

Although the quasi-static approach is much faster than the more accurate time domain simulations, it rests upon the assumption that the line is always described by the catenary equations. These simple analytic methods usually neglect the effects of current and wave frequency motions superposed on the low frequency motions.

Therefore, simplified methods that consider these effects are desired and useful for conceptual designing.

This text presents a frequency domain method based on a linear, but iterative, damping model. The method takes into account the effects of current and wave frequency motions on the dissipation of energy during the mooring line motions and does not require the quasi-static behavior of the lines.

The results are compared to results obtained by frequency domain methods and time domain methods.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS
LISTA DE TABELAS
LISTA DE SÍMBOLOS

1	INTRODUÇÃO	1
2	O AMORTECIMENTO NOS SISTEMAS OSCILATÓRIOS	15
1.1	Agentes Ambientais	4
1.1.1	Agentes Ambientais	4
1.2	REVISÃO DA LITERATURA	9
1.3	APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	13
3	VIBRAÇÕES HARMÔNICAS AMORTECIDAS - 1 GRAU DE LIBERDADE	25
3.1	AMORTECIMENTO VISCOZO (LINEAR)	26
3.2	AMORTECIMENTO QUADRÁTICO	30
3.3	EFEITO DA CORRENTEZA	36
3.3.1	Velocidade da Correnteza Maior que a Amplitude de Velocidade do Corpo	38
3.3.2	Velocidade da Correnteza Menor que a Amplitude de Velocidade do Corpo	41
3.4	EFEITO DA SUPERPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS	43
3.4.1	Aplicação das Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV)	48
3.5	EFEITO DA SUPERPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS E DA CORRENTEZA	50
	SIMULTANEAMENTE	50

4	LINEARIZAÇÃO DO AMORTECIMENTO E MÉTODO ITERATIVO	56
4.1	MATRIZ DE AMORTECIMENTO HIDRODINÂMICO	56
4.1.1	<i>Superposição de Movimentos HF+LF</i>	61
4.1.2	<i>Efeito da Correnteza</i>	62
4.1.3	<i>Superposição de Movimentos HF+LF e Correnteza Combinados</i>	62
4.1.4	<i>Matriz de Amortecimento</i>	63
4.2	ANÁLISE DE ESTRUTURAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	64
4.3	O ELEMENTO TRELIÇA PLANA	66
4.3.1	<i>Matriz de Rigidez</i>	66
4.3.2	<i>Matriz de Massa</i>	67
4.3.3	<i>Matriz Mudança de Coordenadas</i>	67
4.4	MÉTODO ITERATIVO PARA A DETERMINAÇÃO DO AMORTECIMENTO	68
5	EXEMPLOS DE CÁLCULO E COMPARAÇÕES	70
6	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	81

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Sistemas Flutuantes de Produção	1
Figura 3.1: Sistema com 1 Grau de Liberdade.....	25
Figura 3.2: Amplificação Dinâmica - Um Grau de Liberdade.....	28
Figura 3.3: Sistema com 1 Grau de Liberdade – Amortecimento Quadrático.....	31
Figura 3.4: Amplificação Dinâmica - Amortecimento Quadrático.....	35
Figura 3.5: Amplificação Dinâmica - Amortecimento Quadrático.....	36
Figura 3.6: Modelo Amortecimento Quadrático + Correnteza.....	37
Figura 3.7: Amplificação Dinâmica – Com Correnteza ($\Pi_3=1$).....	40
Figura 3.8: Energia Adimensional Com Correnteza $ \Pi_3 \leq 1$	42
Figura 3.9: Deslocamento durante um ciclo de baixa frequência.....	46
Figura 3.10: Velocidade durante um ciclo de baixa frequência.....	46
Figura 3.11: Energia Adimensional – Movimento Bicromático (HUSE; MATSUMOTO, 1988).....	47
Figura 3.12: Energia Adimensional – Movimento Bicromático (VIV).....	49
Figura 3.13: Energia Adimensional – Movimento Bicromático e Correnteza.....	52
Figura 3.14: Inversão do Sentido da Força de Arrasto	54
Figura 4.1: Deslocamento do elemento durante um ciclo.....	56
Figura 4.2: Variação de comprimento do elemento.....	57
Figura 4.3: Variação de Π_3 em função de $(\Pi_1 - \Pi_2)$	60
Figura 4.4: Graus de Liberdade do Elemento	63
Figura 5.1: Resultados Monocromáticos (Linha 1)	72
Figura 5.2: Resultados Monocromáticos (Linha 2)	73
Figura 5.3: Resultados Bicromáticos (Linha 1)	74
Figura 5.4: Resultados Bicromáticos (Linha 2)	74

Figura 5.6: Energia Dissipada por ciclo na Linha 2 (*10⁶ J)..... 80

Figura 5.5: Energia Dissipada por ciclo na Linha 1 (*10⁶ J)..... 77

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Matriz Dimensional da eq. (3.22)	34
Tabela 3.2: Aproximação para Movimentos Bicromáticos	45
Tabela 3.3: Padrões de Geração de Vórtices	48
Tabela 3.4: Aproximações no Cálculo da Energia Dissipada quando $\Pi_3 < 1$	55
Tabela 5.1: Características das Configurações Calculadas	70
Tabela 5.2: Linha 1 – Coeficiente de Amortecimento da Linha (kN*s/m)	72
Tabela 5.3: Linha 2 - Coeficiente de Amortecimento da Linha (kN*s/m)	73
Tabela 5.4: Parâmetros de Excitação Considerados	75
Tabela 5.5: Energia Dissipada por ciclo na Linha 1 (*10 ⁶ J)	76
Tabela 5.6: Energia Dissipada por ciclo na Linha 1 (*10 ⁶ J)	76
Tabela 5.7: Energia Dissipada por ciclo na Linha 1 (*10 ⁶ J)	77
Tabela 5.8: Energia Dissipada por ciclo na Linha 2 (*10 ⁷ J)	78
Tabela 5.9: Energia Dissipada por ciclo na Linha 2 (*10 ⁷ J)	79
Tabela 5.10: Energia Dissipada por ciclo na Linha 2 (*10 ⁷ J)	79
Tabela 5.11: Energia Dissipada por ciclo na Linha 2 (*10 ⁷ J)	80

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Coefficiente de amortecimento quadrático	$(N \cdot s^2/m^2)$
A	Área da seção transversal	(m^2)
B	Coefficiente de amortecimento da linha	$(N \cdot s/m)$
c	Coefficiente de amortecimento viscoso	$(N \cdot s/m)$
c_c	Coefficiente de amortecimento viscoso crítico	$(N \cdot s/m)$
c_{eq}	Coefficiente de amortecimento equivalente	$(N \cdot s/m)$
C	Matriz de amortecimento	$(N \cdot s/m)$
C_D, C_{DL}	Coefficientes de arrasto	
C_{D1}, C_{D2}	Coefficientes de arrasto	
C_M	Coefficiente de massa adicional	
C_1, C_2	Constantes	
D	Diámetro	(m)
E	Módulo de elasticidade	(N/m^2)
f_s	Frequência de geração de vórtices	(Hz)
F	Força	(N)
F_0	Amplitude de força	(N)
F_D	Força de amortecimento	(N/m)
F_x	Força - equação de Morison	(N/m)
F	Vetor de forças	(N)
H	Função de transferência	(N/m)
k	Coefficiente de rigidez	(N/m)
K	Matriz de rigidez	(N/m)
K_G	Matriz de rigidez geométrica	(N/m)
K_C	Número de Keulegan-Carpenter	
l	Coordenada	(m)

l_0	Comprimento inicial	(m)
m	Massa	(kg)
M	Matriz de massa	(kg)
M_a	Matriz de massa adicional hidrodinâmica	(kg)
N	Tração	(N)
Re	Número de Reynolds	
t	Tempo	(s)
T, T^H, T^L	Períodos de excitação	(s)
T	Matriz para mudança de coordenadas	
V_C	Velocidade da correnteza	(m/s)
V_r	Velocidade Reduzida	
W_D	Energia dissipada	(J)
x, x^d	Posições	(m)
x_1, x_2	Posições dos nós	(m)
$\dot{x}, \dot{x}_1, \dot{x}_2$	Velocidade	(m/s)
\ddot{x}_n	Velocidades dos nós	(m/s)
\dot{x}_n	Velocidade normal do fluxo	(m/s)
\ddot{x}	Aceleração	(m/s^2)
X, X^H, X^L	Amplitudes de deslocamento	(m)
X_1, X_2	Amplitudes de deslocamento dos nós	(m)
X	Vetor deslocamentos	(m)
α	Ângulo	rad
β	Número de Stokes	
ζ	Fator de amortecimento	
η	Constante	
θ	Ângulo entre os eixos de coord. local e global	rad
ν	Viscosidade cinemática	(m^2/s)

Π_1, Π_2	Adimensionais
Π_3, Π_4	Adimensionais
ρ	Massa específica do material da linha (kg/m^3)
ρ_w	Massa específica da água do mar (kg/m^3)
σ_H	Desvio padrão das velocidades em freq. de onda (m/s)
σ_L	Desvio padrão das velocidades em baixa freq. (m/s)
ϕ	Ângulo de fase <i>rad</i>
$\omega, \omega^H, \omega^L$	Frequências de excitação (rad/s)
ω_d	Frequência natural amortecida (rad/s)
ω_n	Frequência natural (rad/s)

1 INTRODUÇÃO

Nos primórdios da exploração de hidrocarbonetos no mar eram utilizadas estruturas fixas ao fundo do mar. Após a descoberta de campos localizados em profundidades cada vez maiores tornou-se inviável técnica e economicamente o uso de plataformas fixas. A alternativa óbvia era o uso de estruturas flutuantes, que passaram a ser estudadas e desenvolvidas com maior afinco. Como resultado, foram e continuam sendo propostos novos conceitos. Entre os sistemas flutuantes já consagrados encontram-se: Plataforma Semi-Submersível (Semi-FPS), TLP, SPAR e FPSO. A escolha do sistema mais adequado depende dos requisitos específicos de cada projeto como a capacidade de armazenamento e comportamento dinâmico do sistema, entre outros.

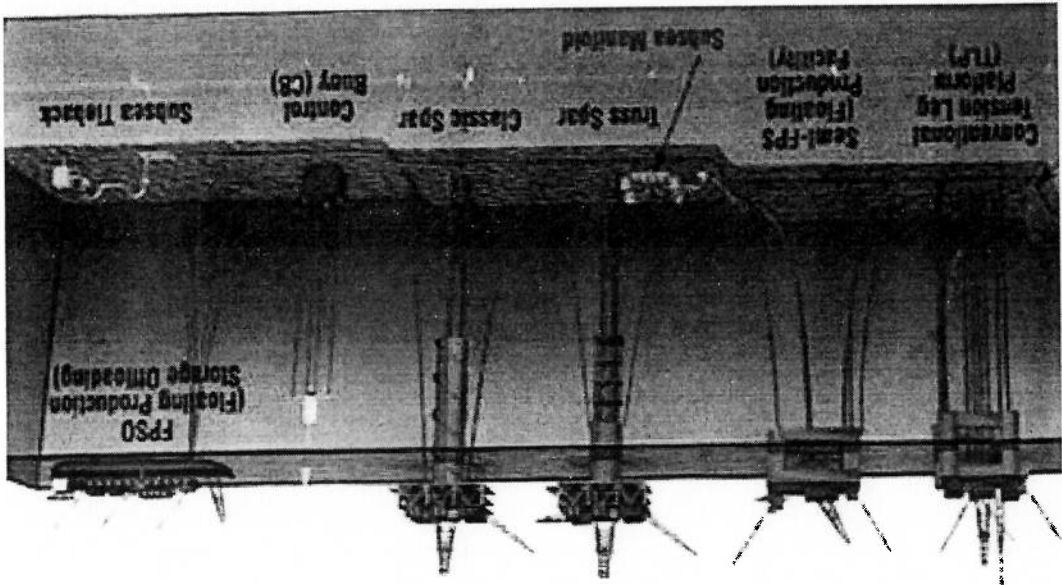


Figura 1.1: Sistemas Flutuantes de Produção

Todos os sistemas flutuantes necessitam de um sistema que os mantenha na posição desejada. Atualmente, são duas as opções: ancoragem e posicionamento dinâmico.

Os sistemas de posicionamento dinâmico são caracterizados por diversos propulsores que, através de um sistema de controle, operam em conjunto com o objetivo de manter a embarcação em posição. A principal vantagem desse sistema é o custo e, por isso, não se usa posicionamento dinâmico em sistemas de produção

permanente. É uma alternativa atrativa quando se trata de sistemas de perfuração, por exemplo, quando o intervalo de tempo que uma unidade permanece em cada locação é pequeno.

É possível, inclusive, o uso combinado de ancoragem e posicionamento dinâmico, que pode ser ativado apenas no caso de condições ambientais extremas.

Os sistemas de ancoragem são compostos, principalmente, pelas linhas de ancoragem e âncoras. As linhas de ancoragem são componentes fundamentais que conectam os sistemas flutuantes de produção ao fundo do mar. Inicialmente, eram utilizadas apenas amarras (correntes). Porém, operando em águas cada vez mais profundas, o peso das linhas tornou-se um fator limitante de projeto e começaram a ser considerados outros materiais. Começaram a ser utilizadas linhas heterogêneas, inicialmente compostas de amarras e cabos de aço. Por sua vez, o uso combinado de cabos de aço e amarras tornou-se inviável também. Desde então, têm sido estudados materiais sintéticos como o poliéster, o náilon e o HMPE¹ (polietileno de alto módulo).

Atualmente, amarras são geralmente empregadas nas duas terminações das linhas devido à facilidade de conexão com a embarcação e também à resistência à abrasão. Entre os trechos de amarra, podem ser utilizados trechos de cabos de aço, cabos sintéticos ou ambos.

Os sistemas de ancoragem podem ser divididos em dois grupos: sistemas em catenária e sistemas *taut leg* (configurações retesadas). A restauração fornecida pelos sistemas de ancoragem se deve a duas parcelas:

- Rigidez geométrica: a mudança na configuração geométrica da linha, aumentando (ou diminuindo) o comprimento suspenso, incrementa (ou diminui) a sua rigidez equilibrando os esforços ambientais;
- Rigidez elástica (ou axial): constante, exceto no caso dos materiais sintéticos, relaciona os esforços e deformações axiais.

¹ *High Modulus PolyEthylene.*

classificados como *Spread Mooring* ou SPM (*Single Point Mooring*). Como Quanto ao arranjo das linhas de ancoragem, os sistemas podem ser carregamento ortogonal ao plano do fundo.

- Necessidade de âncoras que resistam a uma componente de
- Linhas de ancoragem de maior diâmetro;

Enquanto os sistemas *taut leg* apresentam como desvantagens:

- Alto peso do sistema de ancoragem.
- Maior amplitude de movimentos da embarcação no plano horizontal;
- Grande raio de ancoragem e, conseqüentemente, *layout* no fundo do mar mais complicado;

apresentam as seguintes desvantagens:

Comparando os sistemas em catenária e *taut leg*, os sistemas em catenária

dos materiais sintéticos em linhas de ancoragem.

configurações em catenária como retesadas. A PETROBRAS é pioneira na utilização

Porém, os materiais sintéticos têm sido empregados, com êxito, tanto em

catenária) é proibitivo.

ultraprofundas para as quais o peso do sistema de ancoragem convencional (em menor peso submerso. Tais sistemas são destinados, principalmente, a águas

Nos sistemas *taut leg* utilizam-se principalmente os materiais sintéticos, de

equações constitutivas dos materiais sintéticos empregados nas linhas.

ancoragem, outros efeitos não-lineares são a interação linha-solo e também as sistemas de ancoragem. Além desta não-linearidade e do arrasto nas linhas de

A rigidez geométrica é uma das não-linearidades presentes na análise de

depende principalmente da rigidez axial (EA) da linha de ancoragem.

enquanto que nos sistemas *taut leg* a parcela dominante é a rigidez elástica, que geométrica e a restauração depende principalmente do peso submerso da linha ou menos importante. Nos sistemas em catenária, a parcela dominante é a rigidez Dependendo do sistema de ancoragem empregado, cada uma das parcelas será mais As parcelas acima atuam simultaneamente e de forma interdependente.

alternativa ao SPM, foi desenvolvido ainda o sistema DICAS². Abaixo, apresenta-se uma curta descrição destes sistemas de ancoragem.

➤ *Spread Mooring*: utilizado em Plataformas Semi-Submersíveis, por exemplo. O carregamento devido aos agentes ambientais nestas estruturas flutuantes é relativamente independente da direção de incidência. Assim, não é necessário alinhar a estrutura aos agentes ambientais.

➤ SPM: utilizado em sistemas FPSO, que se alinham com os agentes ambientais de forma a minimizar o carregamento resultante na estrutura flutuante. O FPSO pode ser equipado com um *turret* externo ou interno, em torno do qual possui rotação livre (movimento de *yaw*), ou pode ser ancorado a uma monobóia (sistemas CALM e SALM³).

➤ DICAS: Desenvolvido pela PETROBRAS para sistemas FPSO; A rigidez da ancoragem na popa da embarcação é diferente da rigidez na proa. Esse sistema inovador permite a remoção de dispositivos complexos e caros como o *turret*, utilizado em sistemas SPM.

1.1.1 Agentes Ambientais

Conforme já exposto, a função principal dos sistemas de ancoragem é manter o posicionamento da embarcação. Dessa forma, o projeto do sistema de ancoragem objetiva restringir os movimentos da embarcação no plano horizontal (denominados *offsets*) e depende da correta avaliação das forças estáticas e dinâmicas resultantes dos agentes ambientais: ondas, vento e correnteza, específicos da locação considerada. As intensidades e direções de cada um dos agentes definem as condições ambientais utilizadas na análise do comportamento estático e dinâmico do sistema. A cada uma destas condições ambientais, está associada uma probabilidade de ocorrência.

² *Differential Compliance Anchoring System*

³ *Catenary Anchor Leg Mooring e Single Anchor Leg Mooring*.

As ondas são caracterizadas por espectros de energia, que indicam a distribuição de energia em função da frequência para cada estado de mar⁴. Entre as formulações mais utilizadas encontram-se os espectros de **Pierson-Moscowitz**⁵ e **JONSWAP**⁶ (MICHEL, 1999). Os parâmetros que determinam um estado de mar são a altura significativa de onda (média do terço das maiores alturas de onda) e o período de pico do espectro (ou, alternativamente, o período médio).

O vento é geralmente caracterizado por um perfil de velocidades. Para uma determinada altura acima da superfície do mar, dispõe-se da velocidade em função da direção de incidência e do período de retorno. Para a obtenção do perfil de velocidades em função da altura, utilizam-se formulações empíricas. Adicionalmente, podem ser utilizados espectros para caracterizar as rajadas. As formulações mais utilizadas são: **API, NPD**, aplicável no Mar do Norte e no Atlântico Norte, e **Harris**, utilizado em águas benignas. Existem ainda outras formulações, entre elas: **Davenport, Quenffeuilou e Kaimal**. Devido à grande variabilidade nas medições, na verdade, não há um espectro particular universalmente aceito (AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE, 1997).

A correnteza é caracterizada por perfis de velocidades que fornecem a magnitude e direção da correnteza em função da profundidade, período de retorno e direção na superfície.

A probabilidade de ocorrência de cada condição de projeto deve ser especificada. Em geral, entre 8 e 12 direções fornecem uma boa representação direcional dos eventos ambientais de longa duração. O número requerido de estados de mar fica, geralmente, entre 10 e 50.

⁴ Período de tempo curto, geralmente de 3 horas, para o qual as propriedades estatísticas das ondas permanecem constantes (processo estacionário).

⁵ Na verdade, o espectro de Pierson-Moscowitz é um caso específico do espectro gama.

⁶ *Joint North Sea Wave Project.*

1.1.2 Projeto de Sistemas de Ancoragem e o Amortecimento nas Linhas

O resultado dos projetos de sistemas de ancoragem é a determinação do número e arranjo das linhas de ancoragem bem como das características de cada linha, caracterizada por comprimento, diâmetro e materiais dos segmentos que a compõem. Adicionalmente, devem ser selecionados o tipo e peso das âncoras.

O projeto de sistemas de ancoragem deve atender aos critérios e recomendações das normas propostas pelas sociedades classificadoras. Os critérios mais importantes referem-se à limitação dos *offsets* e das tensões máximas e mínimas nas linhas, incluindo a análise da vida em fadiga das linhas de ancoragem.

Os movimentos do sistema devido aos agentes ambientais podem ser divididos em três componentes⁷:

1. Deslocamento (*offset*) estático (médio) resultante das forças médias de vento, ondas (deriva média) e correnteza;

2. Movimentos ressonantes de grande amplitude em baixa frequência (movimentos de 2ª ordem). Ocorrem devido às forças de deriva lenta (ou variável) das ondas (*wave drift forces*) e do vento. São os movimentos no plano horizontal: *surge, sway* e *yaw*;

3. Movimentos de amplitude moderada em frequência de onda (movimentos de 1ª ordem: *heave, roll* e *pitch*) resultantes da ação direta das ondas. Admite-se, usualmente, que esses movimentos independem do sistema de ancoragem, pois a frequência de excitação é muito maior que a frequência natural do sistema e, conforme é demonstrado no Capítulo 3, nesse caso a amplificação dinâmica depende principalmente da inércia do sistema. Além disso, no caso dos movimentos de 1ª ordem, a restauração hidrostática é muito maior que a fornecida pelo sistema de ancoragem.

⁷ As linhas de ancoragem (exceto as amarras) se movimentam ainda devido às vibrações induzidas por vórtices. Tais vibrações ocorrem em frequências muito altas.

Os movimentos em frequência de onda e em baixa frequência podem ser considerados dois fenômenos físicos estatisticamente independentes, pois ocorrem em escalas de tempo distintas. Portanto, podem ser calculados separadamente e depois somados, obtendo-se então o deslocamento dinâmico total da embarcação (HUSE; MATSUMOTO, 1989).

Os movimentos em baixa frequência são ressonantes e, portanto, o amortecimento desempenha papel fundamental na limitação destes movimentos. Tipicamente, o amortecimento nessas estruturas é pequeno, frequentemente muito abaixo do amortecimento crítico. Portanto, a amplificação dinâmica e, consequentemente, a resposta dessas estruturas varia sensivelmente em função do amortecimento. Por isso, é necessário que o amortecimento seja calculado com razoável precisão. Adicionalmente, a tais movimentos correspondem tensões de grande magnitude. Percebe-se, então, claramente a importância do amortecimento como limitador dos deslocamentos e tensões dinâmicas nas linhas.

O dano por fadiga é inversamente proporcional ao quadrado do amortecimento⁸. Conseqüentemente, a vida em fadiga de linhas de ancoragem e *risers* pode ser otimizada em função do amortecimento devido ao arrasto.

Conclui-se, a partir desta introdução, que a análise dinâmica em baixa frequência de estruturas flutuantes ancoradas depende fortemente do sistema de ancoragem enquanto em frequência de onda o sistema de ancoragem pode ser desprezado. Apesar disso, para determinar as tensões dinâmicas nas linhas de ancoragem, também deve ser feita a análise em frequência de onda, nesse caso, impondo-se às linhas os deslocamentos da embarcação, previamente determinados. Até meados da década de 80, considerava-se que a área das linhas de ancoragem exposta ao arrasto era desprezível comparada com a área da embarcação e, conseqüentemente, que o amortecimento nas linhas de ancoragem podia ser desprezado. Ensaio em escala reduzida eram realizados substituindo as linhas de

⁸ Na verdade, esta aproximação depende do material do cabo (da sua curva de fadiga). Para amarras e cabos de aço, o dano por fadiga é função do amortecimento elevado a uma constante que varia entre -1,6 e -2,5 (AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE, 1997).

ancoragem por molas horizontais, pois se admitia que a única característica das linhas que era importante era a rigidez.

Porém, comparando os resultados dos ensaios utilizando molas horizontais com os obtidos dos modelos completos, com as linhas de ancoragem, Huse (1986), constatou a importância da dissipação nas linhas de ancoragem.

Atualmente, é evidente que para entender e prever adequadamente o comportamento dinâmico de sistemas ancorados é essencial considerar o amortecimento nas linhas de ancoragem, principalmente em águas profundas. Recomenda-se, inclusive, que sejam consideradas não só as linhas de ancoragem, mas também os *risers*.

É tão grande a importância do amortecimento que o cálculo deste é recomendado pelas sociedades classificadoras. A DNV, por exemplo, recomenda o seguinte: "O amortecimento nas linhas de ancoragem deve ser considerado no cálculo da resposta em baixa frequência. Os efeitos podem ser linearizados, mas a linearização deve ser aplicada à configuração estática de referência, que depende das condições ambientais" (DET NORSKE VERITAS, 2000). A API também ressalta a importância do amortecimento: "Boas estimativas do amortecimento são essenciais para o cálculo dos movimentos em baixa frequência. Métodos de cálculo dos movimentos em baixa frequência ainda estão em desenvolvimento (...). O amortecimento em linhas de ancoragem é um fenômeno complexo e frequentemente desprezado devido à falta de entendimento desta componente. (...) desprezã-la pode levar a cálculos superestimados dos movimentos em baixa frequência" (AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE, 1997).

A maior dificuldade no cálculo do amortecimento é a sua não-linearidade que exige que a análise seja feita no domínio do tempo ou que uma linearização seja feita para a análise no domínio da frequência. As análises no domínio do tempo demandam muito tempo computacional, pois as equações de equilíbrio devem ser resolvidas em inúmeros instantes de tempo, separados por um *time step* que deve ser pequeno o bastante para analisar os efeitos dinâmicos em frequência de onda, garantindo estabilidade e convergência, enquanto a duração total da simulação deve incluir ciclos em baixa frequência, ou seja, grandes períodos.

Têm sido utilizados métodos cada vez mais sofisticados para avaliar as cargas às quais as linhas estão sujeitas bem como o comportamento dinâmico destas. Contudo, tais métodos estão geralmente limitados às fases finais de projeto e verificação. As fases iniciais ainda dependem de métodos expeditos que, apesar de simplificados, fornecem boas estimativas a um custo computacional baixo.

1.2 Revisão da Literatura

Huse e Matsumoto foram os pioneiros no estudo do amortecimento em linhas de ancoragem. Os seus trabalhos publicados, (HUSE, 1986); (HUSE, MATSUMOTO, 1988); (HUSE, MATSUMOTO, 1989); (HUSE, 1991); (MATSUMOTO, 1991), apresentaram a constatação da importância do amortecimento nas linhas de ancoragem e métodos para o cálculo de energia dissipada devido ao mesmo. Os autores primeiramente assumem como hipótese que a linha se movimenta lentamente devido aos movimentos em baixa frequência. Dessa forma, pode-se considerar que a linha esteja em equilíbrio estático em cada instante de tempo durante o ciclo e, portanto, podem ser utilizadas as equações de catenária para definir a configuração geométrica da linha em cada instante. Esta é a chamada hipótese quase-estática⁹. Este modelo quase-estático também foi validado experimentalmente por Raaijmakers; Battjes (1997).

Outra abordagem possível para o cálculo da energia dissipada é integrar o produto da componente horizontal da força na linha pela velocidade instantânea em um ponto, o *fairlead*¹⁰, e pode ser feita utilizando o método dos elementos finitos no domínio do tempo. Esta abordagem considera a dinâmica da linha, ou seja, sua inércia, mas requer muito tempo computacional.

Huse; Matsumoto (1989) verificaram a necessidade de considerar a superposição dos movimentos em baixa frequência e em frequência de onda. Outros

⁹ Ressalta-se que, neste caso, a inércia da linha é totalmente desprezada.

¹⁰ O *fairlead* é o ponto de amarração, onde a linha é conectada à embarcação.

trabalhos também confirmam que a combinação resulta em aumento considerável no amortecimento das linhas de ancoragem, como os publicados por Wichers; Huijsmans (1990) e Triantafyllou; Yue; Tein (1994). Para considerar os movimentos em frequência de onda, Huse e Matsumoto introduziram o conceito de "coeficiente de arrasto aparente".

Huse e Mastumoto compararam, ainda, as três abordagens citadas (quase-estática, domínio do tempo e superposição de movimentos) e, conforme seria de se esperar, as duas últimas se aproximam mais dos resultados experimentais.

Com o objetivo de melhorar o método quase-estático proposto por Huse (1986) que, apesar de simples e rápido, é de aplicação limitada, Liu; Bergdahl (1998) propuseram algumas modificações. O novo método foi comparado com análises não-lineares no domínio do tempo e também com resultados experimentais, indicando que o método é confiável, inclusive em águas profundas e considerando os movimentos em frequência de onda. A principal diferença é que os autores dividem o ciclo de oscilação em duas parcelas, observando que devido à não-linearidade geométrica das equações de catenária a diferença de amplitude das duas metades do ciclo pode ser grande, ou seja, quando a linha oscila em torno da configuração de referência, o movimento não é simétrico. Conseqüentemente, a energia dissipada calculada através deste novo modelo pode ser o quádruplo da calculada pelo modelo de Huse!

Os métodos de Huse e de Liu e Bergdahl são descritos e comparados por Bauduin; Naciri (2000), que apresentam um novo método quase-estático. A proposta destes autores é aumentar a precisão no cálculo dos deslocamentos ao longo da linha incluindo os deslocamentos horizontais no cálculo dos deslocamentos transversais, pois os métodos de Huse e de Liu e Bergdahl consideram apenas os deslocamentos verticais. Este novo método também é comparado com resultados experimentais e com uma análise no domínio do tempo, fornecendo resultados encorajadores.

Outro método quase-estático, baseado na linearização das equações de catenária, é apresentado por Brinati et al. (1997) e também, mais detalhadamente, por Nishimoto et al. (1999).

O aparato necessário para os ensaios experimentais de sistemas de ancoragem muitas vezes não é disponível ou adequado devido aos problemas com escala, principalmente quando se trata de águas ultraprofundas. Os resultados experimentais não são abundantes. Usualmente, são utilizadas escalas pequenas, da ordem de 1:100. Além disso, é difícil generalizar os resultados para outras situações com laminas d'água e geometrias das linhas diversas (BROWN; LYONS; LIN, 1995).

Brown; Mavrakos (1999) coordenaram um estudo comparativo, do qual participaram 15 colaboradores. O objetivo era a análise dinâmica de amarras e cabos de aço no domínio do tempo e no domínio da frequência, incluindo excitações bicomáticas. Este estudo salienta a necessidade de considerar de forma adequada o amortecimento nas linhas de ancoragem ao utilizar métodos no domínio da frequência.

Webster (1995) apresenta uma análise paramétrica do amortecimento em linhas de ancoragem considerando a influência da frequência e amplitude de oscilação, pré-tensão, rigidez axial, comprimento da linha, profundidade, velocidade da correnteza e coeficiente de arrasto. Os parâmetros são escolhidos de acordo com uma análise dimensional. A análise é feita no domínio do tempo utilizando o método dos elementos finitos. A energia dissipada foi obtida calculando-se a área do *loop* de histerese, característica do gráfico "Força x deslocamento". A principal conclusão deste trabalho é a possibilidade de projetar sistemas de ancoragem que possam reduzir as tensões dinâmicas otimizando o amortecimento.

A abordagem assintótica de Nielsen; Bindingbø (2000) é interessante porque mantém a simplicidade da hipótese quase-estática, mas considera o efeito da redução das amplitudes de deslocamentos devido ao arrasto. A força de arrasto é calculada de duas formas: integrando-a ao longo do comprimento da linha e considerando a parcela da tensão dinâmica em fase com a velocidade da linha. Os autores consideram ainda o efeito da correnteza e dos movimentos bicomáticos e propõem uma correção aproximada que apresenta boa precisão. São comparados os resultados desta abordagem com resultados de análises não-lineares e também resultados experimentais. São feitas comparações com o trabalho de Webster.

excitada estocasticamente. Liu; Bergdahl (1997a) linearizam o amortecimento de forma semelhante ao presente texto. Porém, a formulação linearizada depende do perfil de velocidades em cada elemento e deve, portanto, ser integrada em cada elemento enquanto o método proposto nesta dissertação fornece o amortecimento linearizado para cada elemento

Sarkar; Taylor (2000) determinam o amortecimento de forma semelhante considerando tanto os movimentos de 1ª ordem como os de 2ª ordem, no domínio da frequência, utilizando a técnica de linearização estocástica. O processo é iterativo e converge entre 4 e 7 iterações. Os coeficientes de amortecimento da embarcação também são linearizados e, nessa abordagem, a excitação é aleatória. Em um trabalho posterior (SARKAR; TAYLOR, 2002), incluem o amortecimento linearizado devido ao atrito entre a linha e o solo e analisam o efeito da correnteza no amortecimento, o efeito da largura de banda do espectro de excitação e o efeito do uso de linhas não homogêneas. Esse trabalho ilustra a influência do amortecimento devido ao arrasto, dependente da amplitude de deslocamentos ao longo da linha, quando a linha é

Le Boulluec et al. (1994), além de investigarem experimentalmente as contribuições individuais ao amortecimento em sistemas flutuantes ancorados, validam métodos analíticos por meio de testes em escala reduzida. O modelo de cálculo de amortecimento em linhas de ancoragem é descrito em detalhes por Bompais et al. (1994) e baseia-se na linearização das equações de catenária. Os movimentos em frequência de onda são linearizados estocasticamente, admitindo que o processo seja gaussiano. A equação obtida depende do desvio padrão das velocidades de 1ª ordem em cada ponto da linha (de acordo com a discretização adotada). As velocidades são obtidas através de uma função de transferência que relaciona a velocidade em um ponto qualquer da linha com a velocidade horizontal no topo.

(1990) e Matsumoto (1991). trabalhos que se enquadraram nessa categoria são os de autoria de Wichers; Huijsmans em baixa frequência das estruturas flutuantes ancoradas. Alguns dos importância relativa de cada uma das contribuições ao amortecimento que afeta os Alguns ensaios em escala reduzida têm sido utilizados para investigar a

baseando-se somente nas amplitudes de velocidades dos nós, sendo desnecessária a integração ao longo da linha. O procedimento de Liu; Bergdahl é iterativo e converge rapidamente (3 a 5 iterações em linhas retas). São feitas comparações entre o método no domínio da frequência e uma análise no domínio do tempo. Os resultados de Liu; Bergdahl (1997a) e Liu; Bergdahl (1997b) encorajam a utilização de métodos no domínio da frequência, que podem fornecer resultados confiáveis e muito próximos dos métodos no domínio do tempo.

Em suma, o amortecimento em linhas de ancoragem pode ser calculado essencialmente de três maneiras, a partir de uma análise quase-estática ou de uma análise dinâmica, que pode ser feita no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Na literatura, a maioria dos trabalhos que tratam do amortecimento em linhas de ancoragem encontra-se em uma das seguintes categorias:

1. Modelos analíticos simplificados (quase-estáticos);
2. Cálculo baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF);
3. Ensaios utilizando modelos em escala reduzida.

1.3 Apresentação do Trabalho

O objetivo do presente trabalho é calcular o amortecimento nas linhas de ancoragem, de forma iterativa, sem a necessidade de assumir que as linhas se movimentem quase-estaticamente, sendo, dessa forma, possível calcular a dinâmica da linha em 1ª ordem. Para tal, é utilizado o método dos elementos finitos, utilizando o elemento de treliça para modelar as linhas de ancoragem. A matriz de amortecimento considera apenas a dissipação de energia devida ao arrasto. Para a análise no domínio da frequência, o amortecimento é, obviamente, linearizado utilizando-se o método do amortecimento viscoso equivalente.

A não-linearidade é eliminada ao custo da necessidade de um processo iterativo, pois o coeficiente de amortecimento viscoso (linearizado) é função das amplitudes de deslocamentos. Apesar de iterativo, o processo converge rapidamente. A proposta é implementar um método rápido, ao contrário dos cálculos no domínio do tempo, e ao mesmo tempo preciso e confiável, ao contrário dos métodos

quase-estáticos. São considerados os efeitos da adição de movimentos de 1ª ordem e também da correnteza, que, conforme já estabelecido na literatura, aumentam drasticamente o amortecimento nas linhas de ancoragem.

Após a introdução, apresentada no Capítulo 1, associada a uma breve revisão da literatura pertinente e também da apresentação do trabalho, no Capítulo 2 o estudo do amortecimento é introduzido inicialmente de forma generalista e depois mais especificamente nos sistemas oceânicos.

No Capítulo 3, são analisados os sistemas de um grau de liberdade não amortecidos, com amortecimento viscoso (linear) e posteriormente com amortecimento quadrático. São considerados os efeitos da correnteza e dos movimentos bicromáticos, ambos frequentes no âmbito da análise de linhas de ancoragem. Este capítulo fornece subsídios para o entendimento do amortecimento em sistemas oscilatórios e contribui para o método proposto no Capítulo 4.

No Capítulo 4, é desenvolvida a formulação proposta para a linearização do amortecimento e é apresentado o método iterativo de cálculo dos deslocamentos da linha de ancoragem bem como da dissipação de energia devida a esses movimentos. Alguns exemplos de cálculo, incluindo comparações com resultados disponíveis na literatura, são apresentados no Capítulo 5 e, finalmente, no Capítulo 6 conclui-se o trabalho.

2 O AMORTECIMENTO NOS SISTEMAS OSCILATÓRIOS

Apesar de ser bastante estudado, o entendimento dos mecanismos de amortecimento ainda é primitivo. Ao contrário das forças de inércia e de rigidez, muitas vezes não se sabe quais são as variáveis de estado relevantes à determinação das forças de amortecimento. A abordagem mais comum é supor que a velocidade é a única variável relevante para determinar o amortecimento, muitas vezes admitindo que este é função linear da velocidade. Neste caso, o amortecimento é denominado viscoso e esta abordagem foi introduzida pela primeira vez por Rayleigh, que também concebeu a matriz de amortecimento como uma combinação linear das matrizes de inércia e de rigidez. Esta matriz, conhecida como "Amortecimento de Rayleigh", "Amortecimento Proporcional" e "Amortecimento Clássico", é bastante conveniente matematicamente, mas, infelizmente, não existe razão física para que um sistema se comporte desta maneira.

O amortecimento é uma característica intrínseca a todos os sistemas oscilatórios e pode se manifestar em diversas formas. Seu efeito é a dissipação de energia, ou seja, a transformação da energia mecânica em calor ou outra forma de energia. Dessa forma, remove energia do sistema, resultando na diminuição da amplitude de deslocamentos.

Alguns tipos de amortecimento conhecidos:

- Amortecimento viscoso: proporcional à velocidade;
- Amortecimento estrutural: no presente texto, esse termo abrange todos os mecanismos através dos quais é dissipada energia no interior de um elemento de determinado material (NASHIF, 1985);
- Amortecimento de Coulomb: devido ao atrito seco entre duas superfícies;
- Amortecimento devido à radiação de ondas (denominado acústico);
- Amortecimento devido à vibração de um elemento imerso em um fluido.

Pode ser medido precisamente através de ensaios em escala reduzida de decaimento em águas tranquilas, sendo o modelo ancorado por linhas horizontais e molas (HUSE; MATSUMOTO, 1989). Le Boulluec et al. (1994) apresentam um estudo desta contribuição em TLP's e em plataformas semi-submersíveis. Ressalta-se que se inclui ainda nessa parcela o arrasto devido ao vento.

2.1.3 Amortecimento devido ao Arrasto e Arrito na embarcação

Começou a ser sistematicamente estudado no começo da década de 1970. Refere-se à influência da velocidade de deriva (movimentos de 2ª ordem) nas forças de deriva. Pode ser demonstrado que quando a embarcação se desloca lentamente em direção às ondas a força de deriva é maior do que quando esta se desloca com as ondas. A força de amortecimento, neste caso, é função da frequência de onda e proporcional ao quadrado da altura de onda. Um método para a estimativa é a investigação da mudança do fluxo devido à deriva da embarcação, resolvendo os potenciais de difração e radiação na superfície livre e diferenciando numericamente a força de deriva para obter o amortecimento. Mais informações sobre *wave drift damping* são fornecidas por Le Boulluec et al. (1994), Triantafyllou; Yue; Tein (1994) e Brinati et al. (1997).

2.1.2 Wave Drift Damping

BOULLUEC et al., 1994).
Devido à geração de ondas: Esta parcela é geralmente desprezível (LE

2.1.1 Amortecimento Acústico

O amortecimento em sistemas oceânicos está presente tanto na embarcação quanto nas linhas de ancoragem. Em ambos, pode ser gerado na própria estrutura ou pode resultar da interação entre esta e o meio onde ela se encontra. As mais importantes contribuições são descritas a seguir.

2.1 O Amortecimento em Estruturas Flutuantes Ancoradas

Tradicionalmente, o amortecimento nas linhas de ancoragem era geralmente desprezado, pois a área sujeita ao arrasto das linhas de ancoragem é muito menor que a área da própria estrutura ancorada. Há cerca de 15 anos, a importância da contribuição do amortecimento gerado nas linhas de ancoragem no comportamento de sistemas ancorados em catenária foi demonstrada, através de um trabalho pioneiro, por Huse (1986). Ele sugeriu que os deslocamentos transversais da linha são muito maiores que os deslocamentos no topo, impostos à linha pela embarcação.

fornecida pelo amortecimento nas linhas de ancoragem.

Também denominado "Amortecimento Hidrodinâmico nas Linhas de Ancoragem", é estudado mais detalhadamente no presente texto. Huse; Matsumoto (1989) realizaram uma série de testes para determinar as contribuições individuais de algumas das formas de amortecimento citadas acima. De acordo com este estudo, o amortecimento devido às linhas de ancoragem pode chegar a 80% do total, no ensaio em ondas, o que ressalta a importância dessa contribuição. Matsumoto (1991) também investigou as contribuições de algumas formas de amortecimento tanto experimentalmente como teoricamente e concluiu que a maior contribuição era a

2.1.6 Amortecimento nas Linhas de Ancoragem devido às Forças de Arrasto

Inclui a dissipação devido ao atrito entre pernas e/ou arames, no caso de cabos de aço e entre elos no caso de amarras. Os materiais sintéticos também apresentam amortecimento estrutural, calculado através da determinação dos ciclos de histerese correspondentes. O amortecimento estrutural geralmente é desprezado (Triantafyllou; Yue; Tein 1994).

2.1.5 Amortecimento Estrutural nas Linhas de Ancoragem

Aconselha-se, como referência, o trabalho de Huse (1986). Segundo Triantafyllou; Yue; Tein (1994), essa contribuição é importante na análise de movimentos de 1ª ordem, mas desprezível para os de 2ª ordem. São importantes principalmente, os movimentos no plano da linha. Sarkar; Taylor (2000) apresentam a linearização estocástica dessa contribuição.

2.1.4 Amortecimento devido ao Atrito entre as Linhas de Ancoragem e o Solo

A abordagem acima é atrativa durante os estágios iniciais de projeto, pois é simples e de fácil implementação. Contudo, em muitos casos, o arrasto normal à linha se torna significativo e impede que a linha se movimente de forma quase-estática. Este fenômeno é denominado *drag locking*. No caso de oscilações em alta frequência, as forças de arrasto impediriam os movimentos transversais da linha e a linha se comportaria quase como se estivesse confinada dentro de um tubo, a linha permaneceria “congelada”, ou seja, ocorreriam apenas deformações axiais (desprezando os efeitos inerciais) e, consequentemente, a amplitude de tensão

tangencial (*skin drag*).

consideradas apenas as forças de arrasto normais às linhas, desprezando-se o arrasto aumentado se ocorrerem vibrações induzidas por vórtices. Geralmente, são de arrasto, de acordo com Huse; Matsumoto (1989). O coeficiente pode ainda ser de ser incluído ou utilizando a velocidade relativa total ou corrigindo o coeficiente de oscilação em baixa frequência. O efeito dos movimentos em frequência de onda da linha. Utilizando a equação de Morison, calcula-se a energia dissipada por ciclo frequência são quase-estáticos e obter a velocidade normal ao longo do comprimento de ancoragem é assumir que os movimentos das linhas de ancoragem em baixa energia dissipada. A maneira mais simples de se estimar o amortecimento nas linhas fluido, pois, conforme a linha se movimenta, ao arrasto na linha corresponde a O amortecimento nas linhas de ancoragem se deve à interação estrutura-de ancoragem.

mesmo no caso de sistemas *taut leg*, é importante estimar o amortecimento nas linhas sistemas *taut leg* em águas profundas, as linhas têm grande comprimento. Portanto, apresentado por sistemas em catenária. Porém, quando se considera o uso de O amortecimento em linhas de ancoragem de sistemas *taut leg* é menor que o

(WHICHERS; HUIJSMANS, 1990); (BAUDUIN; NACIRI, 2000). que o gerado pelos movimentos da embarcação, principalmente em águas profundas devido ao arrasto nas linhas e, consequentemente, o amortecimento pode ser maior proporcional ao cubo da amplitude de oscilação e, por isso, a dissipação de energia vezes o deslocamento no topo. Cabe ainda ressaltar que a energia dissipada é Andrade (1994) demonstra que os deslocamentos ao longo da linha são mais de três

Comparando aos sistemas lineares, os sistemas não-lineares apresentam duas características marcantes. Primeiramente, o princípio da superposição de efeitos não é válido. Justamente por esta razão, não se pode calcular o amortecimento devido aos

conservador e, na pior das hipóteses, o sistema estaria sujeito a falhas catastróficas. Do contrário, na melhor das hipóteses, o projeto seria excessivamente adequada. Em sua vida em serviço, devem ser consideradas as não-linearidades de forma carregamento (de acordo com uma probabilidade de ocorrência especificada) durante Como os sistemas devem ser projetados para resistir ao pior caso de amplitude de vibração aumenta.

em diversas formas e geralmente se tornam cada vez mais significativas conforme a realmente linear. Em sistemas mecânicos e estruturais, as não-linearidades aparecem determinado sistema. Contudo, é importante ressaltar que nenhum sistema real é O uso de modelos lineares em engenharia simplifica bastante a análise de um significativamente o custo computacional empregado na análise.

de uma dada estrutura pode ser calculada no domínio da frequência, o que reduz utilização de modelos lineares equivalentes. Após a linearização, a resposta dinâmica geralmente os problemas reais são não-lineares, e, muitas vezes, necessaria a relacionamento linear entre a força de amortecimento e a velocidade. Porém, como simples do amortecimento é a do amortecimento viscoso que assume um isso, formulações simplificadas têm sido desenvolvidas. A representação mais Geralmente, a descrição matemática do amortecimento é complicada e, por

2.2 Linearização

simulações no domínio do tempo. No caso da amplitude de tensões dinâmicas na linha ser maior do que a tensão estática, em alguns momentos a tensão é nula. Nesse caso, deve-se optar por linha é fundamental e deve ser considerada. não é válida. Adicionalmente, para a análise em frequência de onda, a inércia da por Liu; Bergdahl (1997a) e, neste caso, a abordagem quase-estática, obviamente, dinâmica na linha seria amplificada. Este efeito é descrito na literatura, por exemplo,

movimentos em frequência de onda e o devido aos movimentos em baixa frequência separadamente e somá-los. Além disso, ao contrário dos sistemas lineares, para os quais existe apenas uma posição de equilíbrio, os sistemas não-lineares podem apresentar mais de uma posição de equilíbrio.

A forma mais fácil de linearização é simplesmente eliminar os termos não-lineares, mas, geralmente, procura-se uma expressão aproximada que represente da melhor forma possível a expressão não-linear.

Uma abordagem intuitiva no tratamento de problemas não-lineares é a substituição do conjunto de equações não-lineares por um conjunto equivalente de equações lineares, minimizando a diferença entre as respostas de ambas de forma apropriada.

No caso do amortecimento devido ao arrasto, função quadrática da velocidade relativa entre o meio e a estrutura, determina-se usualmente um coeficiente de amortecimento equivalente, igualando a energia dissipada por ciclo de oscilação em regime permanente pelo amortecimento não-linear e a energia dissipada por ciclo pelo amortecimento linear equivalente (BANDSTRA, 1983). Este método é denominado "Método do Amortecimento Viscoso Equivalente" e é mencionado em livros clássicos de vibração como, por exemplo, o texto de Thomson (1993).

Alternativamente, através de ensaios de decaimento em vibrações livres, é possível determinar um coeficiente de amortecimento linear.

No caso de excitações aleatórias, é empregada a técnica da Linearização Estocástica¹¹, que foi proposta por Caughney em 1963 com o objetivo de simplificar as não-linearidades estocásticas na análise dinâmica de estruturas (ROBERTS; SPANOS, 1990). O método minimiza o erro quadrático médio resultante da diferença entre os resultados obtidos pelas equações não-lineares e pelas equações lineares, fornecendo os parâmetros médios que governam as equações lineares. Esta técnica é empregada na linearização de sistemas complexos, com muitos graus de liberdade, sujeitos a excitações também complexas.

¹¹ Também chamada "Linearização Equivalente" ou "Linearização Estatística".

oscilação. coeficientes C_D e C_M são geralmente admitidos constantes durante o ciclo de cilindro, que varia em função do tempo, e C_M o coeficiente de massa adicional. Os do cilindro, C_D o coeficiente de arrasto, x_n a velocidade do fluxo normal ao sendo ρ_w a massa específica do fluido (no caso, água do mar), D o diâmetro

$$F_x = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot D \cdot C_D \cdot x_n \cdot \left| \dot{x}_n \right| + \frac{1}{4} \cdot \rho_w \cdot \pi \cdot D^2 \cdot C_M \cdot \dot{x}_n \quad (2.1)$$

fenômeno complexo. em um cilindro. É uma solução aproximada, proposta como modelagem de um abaixo fornece a força, devida a um fluxo oscilatório, por unidade de comprimento, conhecida como equação de Morison (MORISON et al., 1950), a expressão

CARPENTER, 1958).

da esfera (força de inércia) e outro da velocidade (força de arrasto) (KEULEGAN; viscoso consiste da soma linear de dois termos. Um termo dependente da aceleração Stokes mostrou que a força atuante em uma esfera que oscila imersa em um fluido

Através de um artigo sobre o movimento de pêndulos publicado em 1851, qual se encontram.

estruturas resultante do movimento relativo entre tais estruturas e o meio fluido no camada limite e geração de vórtices. O objetivo é prever o carregamento em dos fluidos há décadas por causa de fenômenos físicos complexos como separação da O fluxo em torno de cilindros é um tópico de pesquisa no âmbito da mecânica

2.3 Equação de Morison e Coeficiente de Arrasto

de invariância. comparações, entre tais métodos, baseadas no erro quadrático médio e propriedades arrasto em duas e três dimensões com e sem correnteza. Leira apresenta, ainda, Leira (1987) desenvolve diversos métodos para a linearização da força de

Stokes foi o primeiro a demonstrar que os coeficientes C_D e C_M dependem tanto do número de Keulegan-Carpenter como do número de Reynolds (SARPKAYA, 1985).

Para movimentos harmônicos, o número de Keulegan-Carpenter pode ser expresso por (KEULEGAN; CARPENTER, 1958)¹²:

$$KC = \frac{D}{2 \cdot \pi \cdot X} \quad (2.2)$$

sendo X a amplitude do deslocamento harmônico.

Além de C_D e C_M variarem em função de KC , este adimensional indica ainda a importância relativa das forças de arrasto e de inércia (ZHOU; GRAHAM, 2000).

- $KC < 5$: É chamado "regime de inércia" pois nesta faixa a parcela mais importante é a força de inércia. É importante ressaltar que, mesmo a força de arrasto sendo pequena comparada à força de inércia, o amortecimento depende da força de arrasto e, portanto, esta é relevante mesmo nesta faixa;
- $5 < KC < 25$: É denominado "regime de inércia/arrasto" pois ambas as parcelas são importantes;
- $KC > 25$: É definido como "regime de arrasto". Salienta-se que mudanças na força de inércia podem afetar significativamente as frequências naturais do sistema.

Outro adimensional importante para a caracterização do fluxo é o número de Stokes:

¹² Neste artigo, este adimensional é denominado *period parameter*. Os autores investigam a variação dos coeficientes de arrasto e de massa adicional e sugerem um significado físico para o adimensional, posteriormente batizado de número de Keulegan-Carpenter.

¹³ Utilizando a velocidade relativa na equação de Morison. Nesse caso, a equação é denominada "Equação de Morison Modificada".

sendo V_c a velocidade da correnteza. Nesse caso, são utilizados dois coeficientes de arrasto distintos. Zhou; Graham (2000) concluem que a eq.(2.5) é mais adequada para $KC \leq 8$ enquanto a equação de Morison modificada é mais adequada para $KC \geq 18$. A equação de Morison modificada é a seguinte:

$$F_x = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot D \cdot C_{D1} \cdot x_n \cdot \left| \dot{x}_n \right| + \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot D \cdot C_{D2} \cdot V_c \cdot |V_c| + \frac{1}{4} \cdot \rho_w \cdot \pi \cdot D^2 \cdot C_M \cdot \frac{dx_n}{dt} \quad (2.5)$$

conforme a equação abaixo:

relativa entre a estrutura e o fluido, é a separação do termo de arrasto em duas partes, alternativa ao uso da equação de Morison modificada, que utiliza a velocidade pesquisas, dos mesmos autores, indicam que o coeficiente de arrasto diminui¹³. Uma Complicando ainda mais, ao combinar um fluxo harmônico com correnteza, e se propagam.

fluxo, ou seja, se ocorre ou não geração de vórtices e como estes se formam, crescem alteram em função de KC para β constante. O valor de KC indica qual o regime de Zhou; Graham (2000) analisam como o fluxo e os coeficientes C_D e C_M se

$$Re = \frac{X \cdot \omega \cdot D}{\nu} \quad (2.4)$$

sendo ω a frequência do movimento harmônico, ν a viscosidade cinemática e Re o número de Reynolds, definido, para movimentos harmônicos, por:

$$\beta = \frac{KC}{Re \cdot \omega \cdot D^2} = \frac{KC}{2 \cdot \pi \cdot \nu} \quad (2.3)$$

$$F_x = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot D \cdot C_D \cdot \dot{x}_n \cdot \left(x_n - V_C \right) \cdot \left| \dot{x}_n - V_C \right| + \frac{1}{4} \cdot \rho_w \cdot \pi \cdot D^2 \cdot C_M \cdot \dot{\frac{dx_n}{dt}} \quad (2.6)$$

O coeficiente de arrasto depende não só do número de Reynolds e do número de Keulegan-Carpenter como também da forma e rugosidade do elemento considerado, que pode aumentar devido às incrustações marinhas. Além disso, conforme demonstrado no Capítulo 3, os movimentos devidos às vibrações induzidas por vórtices (VIV) podem amplificar o coeficiente de arrasto por um fator, muitas vezes, maior que 3 (TRIANTAFYLLOU, 1994).

Para as linhas de ancoragem, o coeficiente de arrasto pode variar desde 1,2 até 3,0 (HUSE; MATSUMOTO, 1989); (TRIANTAFYLLOU; YUE; TEIN, 1994).

Considerando-se a complexidade na determinação do coeficiente de arrasto de acordo com o acima exposto e constatando que tal análise foge do escopo do presente trabalho, optou-se por considerar o coeficiente de arrasto (e também o coeficiente de massa adicional) uma constante. Os valores utilizados são os publicados pelas regras aplicáveis, amplamente utilizados pela indústria.

Ressalta-se que o diâmetro “efetivo” das amarras é o dobro do diâmetro nominal e que a rugosidade superficial das amarras é inferior à rugosidade dos cabos de aço. Por isso, o coeficiente de arrasto das amarras é um pouco menor que o dobro do coeficiente admitido para cabos de aço. Maiores informações a respeito dos materiais empregados em cabos de ancoragem são fornecidas por Hallai; Augusto (2002).

3 VIBRAÇÕES HARMÔNICAS AMORTECIDAS - 1 GRAU DE LIBERDADE

A proposta do presente trabalho é o cálculo do amortecimento em linhas de ancoragem utilizando o método dos elementos finitos. Portanto, cada linha é discretizada em um número finito de nós e elementos, ou seja, a linha continua passa a ser representada por segmentos. O sistema que é resolvido então possui um número finito de graus de liberdade.

É interessante, antes de analisar sistemas de n graus de liberdade, estudar um sistema simples, que possui apenas 1 grau de liberdade. O sistema oscilatório amortecido mais simples que existe é o oscilador ilustrado na Fig. 3.1. É um modelo constituído de uma massa, uma mola e um amortecedor, que caracterizam a inércia, rigidez e amortecimento, respectivamente.

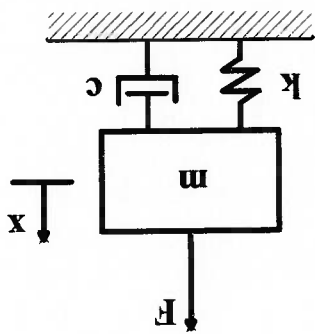


Figura 3.1: Sistema com 1 Grau de Liberdade

Apesar de simples, esse sistema fornece subsídios para a análise de sistemas com grande número de graus de liberdade. Portanto, é interessante analisar o comportamento desse sistema em regime permanente sujeito a uma força harmônica. É importante ressaltar que, apesar do objetivo ser analisar a resposta do sistema em regime permanente sujeito a uma excitação harmônica, obtêm-se subsídios conceituais para a análise de sistemas sujeitos a outros tipos de excitação, como as excitações aleatórias.

Quando o amortecimento é nulo, o sistema é denominado conservativo e quando o amortecimento é positivo o oscilador é denominado dissipativo. Analisa-se, primeiramente o caso dissipativo linear e, na sequência, o caso dissipativo quadrático.

Este capítulo inclui ainda a análise do efeito da correnteza e da excitação bicromática. São análises fundamentais, pois, conforme já exposto, as linhas de ancoragem estão sujeitas à ação dos agentes ambientais como correnteza e ondas. Além dos movimentos em frequência de onda, existem os movimentos em baixa frequência (também devidos às ondas) e a composição de ambos é justamente um movimento bicromático.

3.1 Amortecimento Viscoso (Linear)

O amortecimento viscoso é o modelo matemático mais simples utilizado para representar o amortecimento de um sistema. Contudo, infelizmente esta abstração raramente representa situações reais.

No caso do amortecimento estrutural, com o objetivo de aproximar o modelo da realidade, têm sido propostos diversos modelos baseados na combinação de amortecimento viscoso e molas (modelos reológicos). Já para a força de amortecimento devido ao arrasto, admite-se muitas vezes uma combinação entre os modelos linear e quadrático (ROBERTS; SPANOS, 1990). Para pequenas velocidades, o modelo viscoso (linear) geralmente é válido.

Considera-se, então, um sistema de um grau de liberdade com amortecimento viscoso sujeito a uma força harmônica, ilustrado na Fig. 3.1. A equação diferencial que descreve o movimento é a seguinte (THOMSON, 1993):

$$(3.1) \quad m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = F_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

A solução da equação diferencial acima consiste de duas partes: a solução da equação homogênea, correspondente à vibração livre amortecida, e a solução particular, que corresponde à oscilação em regime permanente na mesma frequência que a excitação. A solução completa é a seguinte (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985):

$$(3.2) \quad x = e^{-(c/2m)t} \cdot [C_1 \cdot \text{sen}(\omega^d \cdot t) + C_2 \cos(\omega^d \cdot t)] + X \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \phi)$$

sendo C_1 e C_2 constantes que dependem das condições iniciais e a

frequência natural amortecida do sistema:

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2 \cdot m}\right)^2} \quad (3.3)$$

Como o objetivo é analisar a resposta do sistema em regime permanente, considera-se a solução particular da eq.(3.1). Assumindo que a solução particular

seja:

$$x_p = X \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \phi) \quad (3.4)$$

E substituindo a eq.(3.4) na eq.(3.1), obtêm-se:

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m \cdot \omega^2)^2 + (c \cdot \omega)^2}} \quad (3.5)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{c \cdot \omega}{k - m \cdot \omega^2} \right) \quad (3.6)$$

Sendo:

X : amplitude de oscilação;

ϕ : diferença de fase entre a resposta (deslocamento) e a excitação.

Definindo:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{(frequência natural não amortecida)} \quad (3.7)$$

$$c_c = 2 \cdot m \cdot \omega_n \quad \text{(amortecimento crítico)} \quad (3.8)$$

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \text{ (fator de amortecimento)} \quad (3.9)$$

As equações (3.5) e (3.6) podem ser escritas de forma adimensional:

$$X = \frac{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_n}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left[2 \cdot \zeta \cdot \left(\frac{\omega_n}{\omega}\right)\right]^2}}{F_0/k} \quad (3.10)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{2 \cdot \zeta \cdot \left(\frac{\omega_n}{\omega}\right)}{1 - \left(\frac{\omega_n}{\omega}\right)^2} \right] \quad (3.11)$$

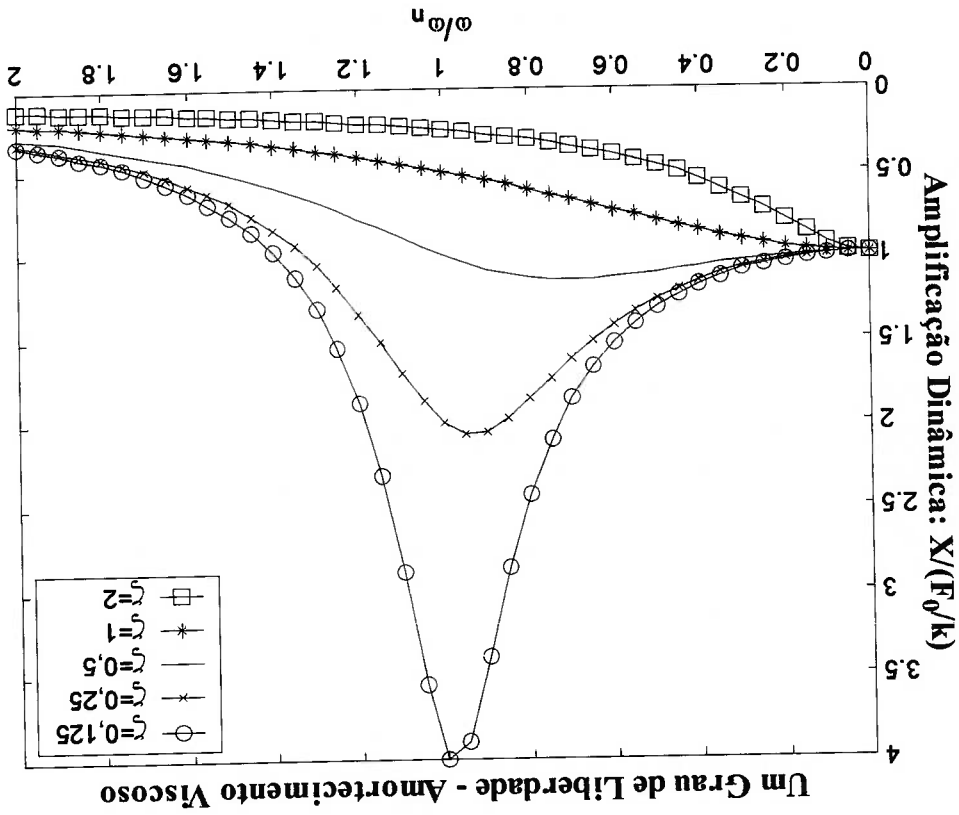


Figura 3.2: Amplificação Dinâmica - Um Grau de Liberdade

Percebe-se, através da equação (3.10), a influência do amortecimento nas frequências próximas à ressonância (frequência de excitação igual à frequência natural do sistema). O gráfico acima (Fig. 3.2) ilustra a importância da precisão no cálculo do amortecimento nessas frequências.

Para $\omega/\omega_n \ll 1$, o comportamento do sistema é determinado pela rigidez k enquanto que para $\omega/\omega_n \gg 1$ a resposta do sistema é determinada pela massa m . Na ressonância, as forças de inércia e de restauração se anulam e a amplificação dinâmica é determinada apenas pelo amortecimento.

A energia dissipada por ciclo é uma medida amplamente aceita como medida do amortecimento (BANDSTRA, 1983). A dissipação devida a uma força de amortecimento F_D é calculada através da equação abaixo:

$$W_D = \oint F_D \cdot dx \quad (3.12)$$

Pois a energia dissipada por ciclo é equivalente ao trabalho da força de amortecimento.

Geralmente, W_D é função de várias variáveis, como temperatura, frequência e amplitude de oscilação. No caso do amortecimento viscoso, linear, a força de amortecimento é dada por:

$$F_D = c \cdot \dot{x} \quad (3.13)$$

Assumindo que o deslocamento seja descrito pela eq.(3.4), a energia dissipada por ciclo é dada por:

$$W_D = c \cdot \omega^2 \cdot X^2 \cdot \int_{2\pi/\omega}^0 \cos^2(\omega \cdot t - \phi) \cdot dt = \pi \cdot c \cdot \omega \cdot X^2 \quad (3.14)$$

A equação (3.13) pode ser escrita, também, da seguinte forma:

Seja $\eta = 1$. Portanto, a força de arrasto é função quadrática da velocidade instantânea. Ou seja, admite-se que a força de arrasto pode ser dada pela equação de Morison.

Seja $0 \leq \eta \leq 1$. O parâmetro η depende do número de Reynolds e no presente texto admite-se que $\eta = 1$. Portanto, a força de arrasto é função quadrática da velocidade instantânea. Ou seja, admite-se que a força de arrasto pode ser dada pela equação de Morison.

$$F_D = a \cdot x \cdot \left| \frac{dx}{dt} \right|^\eta \quad (3.16)$$

Admite-se muitas vezes que para um corpo imerso em um fluido, a força de arrasto é obtida por (NAVYFHH; MOOK, 1979):

As vibrações não-lineares começaram a ser estudadas no final do século XIX por Poincaré e Lyapunov. Contribuições específicas ao estudo do amortecimento não-linear têm sido feitas por muitos, incluindo Den Hartog no amortecimento de Coulomb, Snowdon (1968) no amortecimento quadrático e no amortecimento de Coulomb e Dinca e Teodosiu em sistemas de um grau de liberdade. Lazan estudou extensivamente o amortecimento estrutural (BANDSTRA, 1983).

3.2 Amortecimento Quadrático

linhas de ancoragem através de uma análise paramétrica.

Webster (1995) apresenta os ciclos de histerese de diversas configurações de

ser nula.

caso de vibrações não-amortecidas, o *loop* de histerese é uma reta, pois a área deve amortecimento linear, o *loop* de histerese, conforme demonstrado, é uma elipse e no caso de O gráfico força x deslocamento é denominado *loop* de histerese. No caso de

eq.(3.14) é equivalente à área da elipse dada pela equação acima.

A eq.(3.15) é a equação de uma elipse. Portanto, a energia calculada pela

$$\left(\frac{F_D}{c \cdot \omega \cdot X} \right)^2 + \left(\frac{x}{X} \right)^2 = 1 \quad (3.15)$$

Para obter a resposta do sistema é conveniente linearizar a relação entre o amortecimento e a velocidade. O objetivo é obter uma equação análoga às equações (3.5) e (3.10).

Após tal linearização obtém-se um coeficiente de amortecimento viscoso equivalente e pode ser feita uma análise de forma análoga à do caso linear.

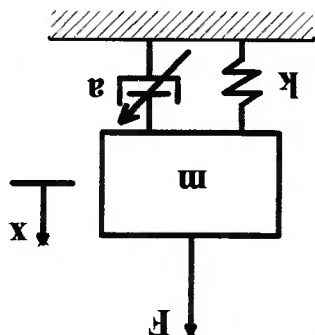


Figura 3.3: Sistema com 1 Grau de Liberdade – Amortecimento Quadrático

Assumem-se então como hipóteses que o movimento do sistema é harmônico¹⁴ e que a energia dissipada pelo amortecimento quadrático é a mesma que a dissipada pelo amortecimento viscoso equivalente durante cada ciclo de oscilação. O movimento do corpo, em regime permanente, pode ser representado, sem perda de generalidade, analogamente à eq.(3.4), por:

$$x = -X \cdot \cos(\omega \cdot t) \tag{3.17}$$

A força de amortecimento é dada por:

$$F_D = \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = a \cdot \dot{x} \tag{3.18}$$

Assim, a energia dissipada por ciclo é obtida através da equação abaixo:

¹⁴ Snowdon (1968) analisa as vibrações livres (transitórias) de sistemas de um grau de liberdade com amortecimento não-linear.

$$W_D = 2 \cdot a \cdot \omega_3 \cdot X_3 \cdot \int_{\pi/\omega}^0 \sin_3(\omega \cdot t) \cdot dt = \frac{3}{8 \cdot a \cdot \omega_2 \cdot X_3} \quad (3.19)$$

É interessante notar que é possível chegar ao mesmo resultado considerando a aproximação fornecida pela série de Fourier:

$$\sin(x) \cdot |\sin(x)| \equiv \left(\frac{3 \cdot \pi}{8}\right) \cdot \sin(x) \quad (3.20)$$

Iguando-se as energias dissipadas pelas equações (3.14) e (3.19), o coeficiente de amortecimento equivalente é dado por:

$$c_{eq} = \frac{8 \cdot a \cdot \omega_2 \cdot X_3}{3 \cdot \pi \cdot \omega \cdot X_2} = \frac{3 \cdot \pi}{8 \cdot a \cdot \omega \cdot X} \quad (3.21)$$

A abordagem acima pode ser utilizada para determinar coeficientes de amortecimento equivalentes para outros tipos de amortecimento, como o amortecimento de Coulomb e o amortecimento estrutural. Bandstra (1983) mostra que quanto menor o amortecimento, melhor é essa aproximação, que fornece ótimos resultados até cerca de 50% do amortecimento viscoso crítico, no caso do amortecimento quadrático.

O mesmo trabalho cita ainda uma tentativa de determinar o valor do amortecimento crítico no caso de amortecimento quadrático. Porém, o fenômeno não foi observado, ou seja, apesar das amplitudes de vibração diminuírem rapidamente, sempre havia oscilações em torno do zero. Mesmo utilizando altos coeficientes de amortecimento.

Porém, no caso do amortecimento em linhas de ancoragem, é fácil inferir que deve existir um determinado amortecimento crítico a partir da análise das causas do *drag locking*, fenômeno já citado no presente texto.

Substituindo a eq.(3.21) na eq.(3.1) e resolvendo para X , obtêm-se a amplitude de oscilação linearizada:

(3.23)

$$X = f(a, F_0, \omega, k, m)$$

Segundo a eq. (3.22), a amplitude é função de cinco variáveis:

menos o *rank* da matriz dimensional representativa de tais variáveis”.

“O número de parâmetros adimensionais é igual ao número total de variáveis

Langhaar:

de uma matriz, considerar o TEOREMA abaixo, cuja prova também é fornecida por

Entretanto, é mais conveniente, utilizando o conceito de característica (*rank*)

adimensional”.

menos o número máximo destas variáveis que não formam um produto

“O número de parâmetros adimensionais é igual ao número total de variáveis

regra, que pode ser rigorosamente provada:

bastante conveniente, esta regra não é infalível. Van Driest (1946) propôs a seguinte

número total de variáveis menos o número de dimensões fundamentais. Apesar de

Segundo Buckingham, o número de parâmetros adimensionais seria igual ao

variação da viscosidade de um gás em função da temperatura.

Rayleigh já havia publicado uma aplicação da análise dimensional ao estudo da

evidências de sua validade. Mas antes do teorema de Buckingham, em 1899, Lord

Buckingham não provou rigorosamente o teorema apesar de ter apresentado

teorema não é, de forma alguma, óbvio e é interessante notar que o próprio

A prova deste teorema pode ser encontrada no texto de Langhaar (1983). Este

uma relação entre um conjunto de parâmetros (produtos) adimensionais”.

“Se uma equação é dimensionalmente homogênea, ela pode ser reduzida a

anterior. Buckingham (1914) propôs o seguinte TEOREMA:

é interessante recorrer à análise dimensional de forma análoga à apresentada na seção

Para melhor explicitar a variação da amplitude em função destas 5 variáveis,

$$X = \sqrt{\frac{128 \cdot a^2 \cdot \omega^4}{\left[\left(48 \cdot \pi \cdot a \cdot F_0 \cdot \omega^2 \right)^2 + \left[\beta \cdot \pi \cdot (k - m \cdot \omega^2) \right]^2 - \left[\beta \cdot \pi \cdot (k - m \cdot \omega^2) \right]^2 \right]^{1/2}}}$$

(3.22)

Tais variáveis podem ser reduzidas a três dimensões fundamentais, conforme a matriz dimensional abaixo:

Tabela 3.1: Matriz Dimensional da eq.(3.22)

	a	F_0	ω	k	m	X
M	1	1	0	1	1	0
L	-1	1	0	0	0	1
T	0	-2	-1	-2	0	0

Como o *rank* desta matriz é 3, são necessários 3 adimensionais para representar a eq.(3.22)¹⁵. Convenientemente, são definidos os seguintes adimensionais:

$$\Pi_1 = \omega \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \tag{3.24}$$

$$\Pi_2 = \frac{a \cdot F_0}{m \cdot k} \tag{3.25}$$

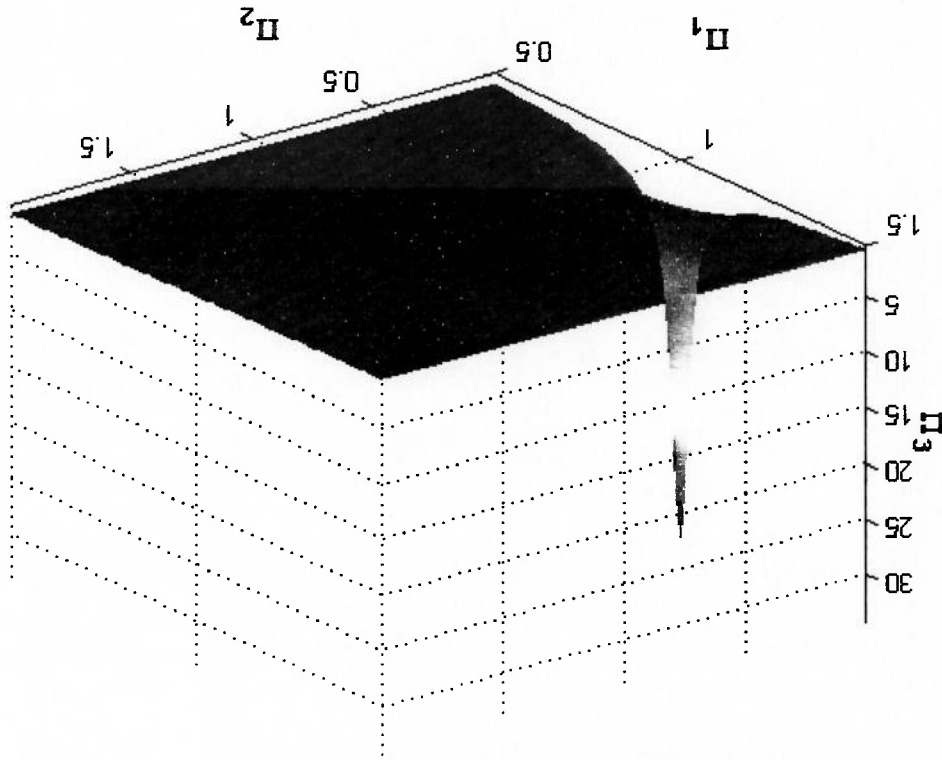
$$\Pi_3 = \frac{F_0}{X \cdot k} \tag{3.26}$$

Percebe-se facilmente que o adimensional Π_1 corresponde à razão ω/ω_n , já utilizada neste texto. O adimensional Π_3 é a amplificação dinâmica, o parâmetro de interesse nessa análise. O segundo adimensional é análogo ao fator de amortecimento ζ utilizado na análise de sistemas amortecidos linearmente. A diferença é a dependência deste parâmetro com a amplitude da força aplicada que, implicitamente, demonstra que o amortecimento depende da amplitude de deslocamento, o que se deve à linearização (conforme a eq.(3.21)).

¹⁵ Esta conclusão se aplica também à eq. (3.5).

Nota-se ainda que com o aumento do amortecimento a amplificação dinâmica máxima ocorre cada vez mais distante da ressonância, efeito ilustrado na Fig. (3.5). Isso ocorre de forma mais marcante que no caso de amortecimento linear, apresentada na Fig. (3.2).

Figura 3.4: Amplificação Dinâmica - Amortecimento Quadrático



Amplificação Dinâmica - Amortecimento Quadrático

Analisando a Fig. (3.4), percebe-se que as maiores amplificações dinâmicas ocorrem próximas à ressonância, de forma semelhante ao que ocorre com amortecimento viscoso (linear). Além disso, quanto maior o amortecimento, representado pelo adimensional Π_2 , menores são as amplificações dinâmicas, conforme esperado.

$$\Pi_3 = \sqrt{\frac{128 \cdot \Pi_1^4 \cdot \Pi_2}{\left(\sqrt{48 \cdot \pi \cdot \Pi_1 \cdot \Pi_2} + \beta \cdot \pi \cdot (1 - \Pi_1^2) \right)^2 - \beta \cdot \pi \cdot (1 - \Pi_1^2)^2}} \quad (3.27)$$

A eq.(3.22) pode ser então escrita como:

Inicialmente, considera-se a influência da correnteza no caso de amortecimento viscoso. Nesse caso, a equação diferencial do movimento é:

O objetivo desta seção é avaliar os efeitos resultantes da adição de uma velocidade de correnteza, constante em módulo, direção e sentido, à velocidade senoidal considerada na seção anterior. Esta avaliação é fundamental, pois, conforme será demonstrado, pode ocorrer um aumento dramático na dissipação de energia quando se adiciona a correnteza. Como as linhas de ancoragem estão sujeitas à ação de correntezas, é fundamental que este efeito seja incorporado às formulações ora desenvolvidas.

3.3 Efeito da Correnteza

Comparando o amortecimento quadrático com o linear, é interessante observar que para os maiores valores de amortecimento, a amplificação dinâmica aumenta enquanto para os menores valores, ela diminui.

Figura 3.5: Amplificação Dinâmica - Amortecimento Quadrático

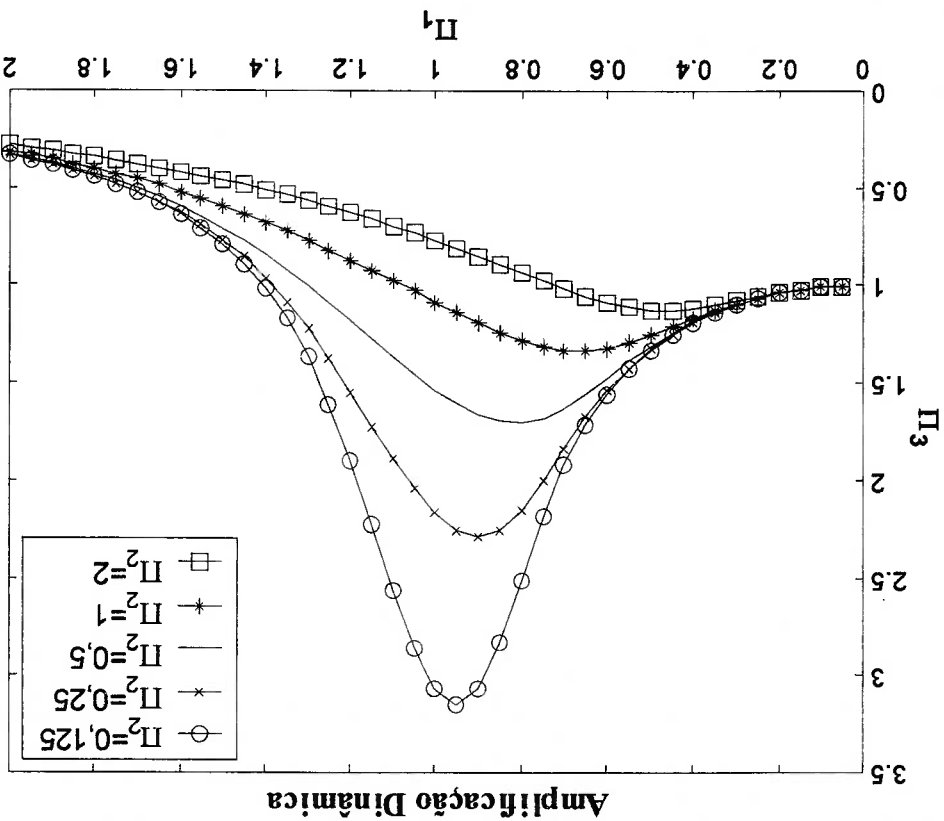
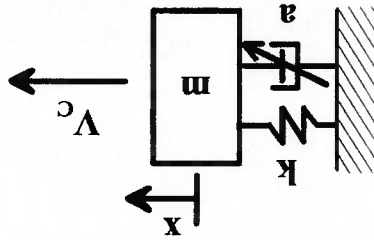


Figura 3.6: Modelo Amortecimento Quadrático + Correnteza



Percebe-se que, neste caso, o corpo não mais oscila em torno de $x = 0$; O movimento continua sendo harmônico porém oscilando em torno de $x = c \cdot V_c / k$. Além disso, pode ser demonstrado que a energia dissipada por ciclo também não se altera, pois, devido à linearidade, o incremento de energia dissipada em meio ciclo é idêntico à energia fornecida pela correnteza na outra metade do ciclo. Para incluir o efeito da adição da correnteza no caso de amortecimento quadrático, uma abordagem possível é a superposição, ou soma linear dos efeitos. Percebe-se facilmente que esta abordagem é pobre, pois é justamente a velocidade relativa que está sujeita à não-linearidade na equação de Morison. Portanto, de forma análoga à seção anterior, calcula-se a energia dissipada por ciclo com correnteza visando à obtenção de um coeficiente de amortecimento equivalente. O problema é dividido em dois: velocidade de correnteza maior ou menor que a amplitude de velocidade do corpo.

Seja X dado pela eq.(3.5) ou pela eq.(3.10).

$$x = X \cdot \sin(\omega \cdot t - \phi) + \frac{c \cdot V_c}{k} \quad (3.29)$$

Pois o amortecimento depende da velocidade relativa, soma da velocidade do corpo com a velocidade da correnteza. Uma solução possível da equação acima é:

$$m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = F_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (3.28)$$

3.3.1 Velocidade da Correnteza Maior que a Amplitude de Velocidade do Corpo

Assumindo como hipótese que:

$$|V^C| \geq X \cdot \omega \quad (3.30)$$

Admitindo que a força de arrasto e a velocidade do corpo sejam dados por:

$$F_D = a \cdot \left(\dot{x} - V^C \right) \cdot \left| \dot{x} - V^C \right| \quad (3.31)$$

$$\dot{x} = X \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (3.32)$$

A energia dissipada por ciclo é:

$$W_D = \int_{2\pi/\omega}^0 (-\text{sign } V^C) \cdot a \cdot [X \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) - V^C]^2 \cdot [X \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)] dt = 2 \cdot a \cdot \pi \cdot \omega \cdot |V^C| \cdot X^2 \quad (3.33)$$

De forma análoga à eq.(3.21), obtém-se um coeficiente de amortecimento

viscoso equivalente:

$$c_{eq} = \frac{2 \cdot a \cdot \pi \cdot \omega \cdot |V^C| \cdot X^2}{\pi \cdot \omega \cdot X^2} = 2 \cdot a \cdot |V^C| \quad (3.34)$$

Então, a componente da força de arrasto linearizada que varia no tempo é

dada por:

$$F_D = 2 \cdot a \cdot |V^C| \cdot X \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (3.35)$$

Alternativamente, através de uma expansão em série de Fourier da eq.(3.31)¹⁶:

$$F_D = a \cdot \left[(-\text{sign } V_C) \cdot \left(V_C^2 + \frac{X^2 \cdot \omega^2}{2} \right) + 2 \cdot |V_C| \cdot X \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \right] \quad (3.36)$$

que é a expressão completa da força de arrasto linearizada. Percebe-se que a eq.(3.35) é a parcela da força de arrasto que varia em função do tempo.

É fácil concluir, então, que a posição do corpo é dada pela expressão abaixo:

$$x = X \cdot \sin(\omega \cdot t) + \frac{(\text{sign } V_C) \cdot a}{k} \cdot \left(V_C^2 + \frac{X^2 \cdot \omega^2}{2} \right) \quad (3.37)$$

Substituindo a eq.(3.34) na eq.(3.1) e resolvendo para X , obtêm-se a

amplificação dinâmica:

$$\Pi_4 = \sqrt{\frac{8 \cdot \Pi_1^4 \cdot \Pi_2^2 \cdot \Pi_3^2}{\sqrt{16 \cdot \Pi_1^4 \cdot \Pi_2^2 \cdot \Pi_3^2 + (\Pi_2^2 - 1)^4} - (\Pi_2^2 - 1)^2}} \quad (3.38)$$

Sendo os adimensionais:

$$\Pi_1 = \omega \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.39)$$

$$\Pi_2 = \frac{a \cdot F_0}{m \cdot k} \quad (3.40)$$

$$\Pi_3 = \frac{V_C}{X \cdot \omega} \quad (3.41)$$

¹⁶ Desprezando o termo de 2ª ordem.

$$\Pi_4 = \frac{F_0}{X \cdot k} \quad (3.42)$$

Conforme esperado, quanto maior a velocidade de correnteza, menor é a amplificação dinâmica. A variação desta última em função dos adimensionais Π_1 e Π_2 ocorre da mesma forma que no caso de amortecimento quadrático sem correnteza. O gráfico da Fig. 3.7, semelhante ao da Fig. 3.4, exemplifica a redução de deslocamentos devida à correnteza.

Amplificação Dinâmica - Com Correnteza ($\Pi_3=1$)

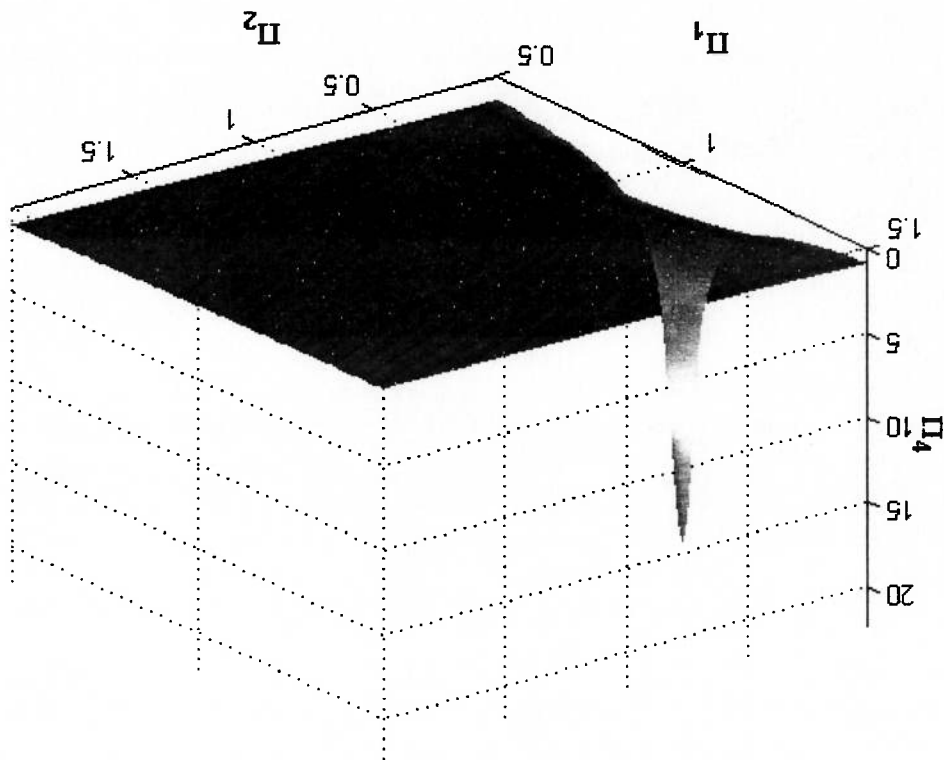


Figura 3.7: Amplificação Dinâmica - Com Correnteza ($\Pi_3=1$)

Ressalta-se que o corpo não oscila em torno de $x = 0$ pois a correnteza, além de reduzir os deslocamentos, muda a posição de referência em torno da qual o corpo oscila, de acordo com a eq.(3.37). Todavia, quanto à dissipação de energia, faz-se necessário apenas avaliar a redução da amplitude de deslocamentos.

Se a amplitude de deslocamento for a mesma, com ou sem correnteza, dividindo-se a eq.(3.33) pela eq.(3.19), obtêm-se:

$$\frac{(W_D)_{com\ correteza}}{(W_D)_{sem\ correteza}} = \frac{3 \cdot \pi}{4} \cdot |\Pi_3| \tag{3.43}$$

E conclui-se, portanto, que a energia dissipada é aproximadamente 2,4 vezes maior com correteza, quando $\Pi_3 = 1$, e aumenta linearmente com o aumento da correteza.

3.3.2 Velocidade da Correnteza Menor que a Amplitude de Velocidade do Corpo

O erro quadrático médio, resultante da diferença entre a força de arrasto não-linear e a linearizada, é minimizado expandindo a força não-linear numa série de Fourier e desprezando os harmônicos de ordem superior¹⁷. Para justificar esta simplificação, ressalta-se que as amplitudes dos harmônicos de ordem superior são menores do que a amplitude do fundamental. Adicionalmente, a dinâmica da linha filtra a contribuição de tais harmônicos à força de arrasto (KROLIKOWSKI; GAY, 1980).

Assumindo como hipótese que:

$$|V_c| \leq X \cdot \omega \tag{3.44}$$

e expandindo a eq.(3.31) numa série de Fourier, obtêm-se, desprezando os harmônicos de ordem superior, a força de amortecimento e a energia dissipada:

$$F_D = - \frac{a \cdot (X \cdot \omega)^2}{\pi} \left[(1 + 2 \cdot \Pi_3) \cdot \text{sen}^{-1}(\Pi_3) + 3 \cdot \Pi_3 \cdot \sqrt{1 - \Pi_3^2} \right] + \frac{4 \cdot a \cdot (X \cdot \omega)^2}{3 \cdot \pi} \left[3 \cdot \Pi_3 \cdot \text{sen}^{-1}(\Pi_3) + (2 + \Pi_3) \cdot \sqrt{1 - \Pi_3^2} \right] \cdot \cos(\omega \cdot t) \tag{3.45}$$

¹⁷ Esta técnica é denominada "Linearização Harmônica" e fornece os mesmos resultados que o "Método do Amortecimento Viscoso Equivalente", conforme já demonstrado anteriormente nas Seções 3.2 e 3.3.1.

$$W_D = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} F_D \cdot X \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) dt = \frac{4 \cdot a \cdot X^3 \cdot \omega^2}{3} \left[3 \cdot \Pi_3 \cdot \text{sen}^{-1}(\Pi_3) + (2 + \Pi_3^2) \cdot \sqrt{1 - \Pi_3^2} \right] \quad (3.46)$$

Se a amplitude de deslocamento for a mesma, com ou sem correnteza, dividindo-se a eq.(3.46) pela eq.(3.19), obtêm-se:

$$\frac{(W_D)_{\text{com correnteza}}}{(W_D)_{\text{sem correnteza}}} = \left[\frac{3 \cdot \Pi_3}{2} \cdot \text{sen}^{-1}(\Pi_3) + \left(1 + \frac{\Pi_3^2}{2} \right) \cdot \sqrt{1 - \Pi_3^2} \right] \quad (3.47)$$

O comportamento da função acima é ilustrado pelo gráfico a seguir, Fig. 3.8. Conforme esperado, quando $|\Pi_3| = 1$ as equações (3.43) e (3.47) fornecem o mesmo resultado.

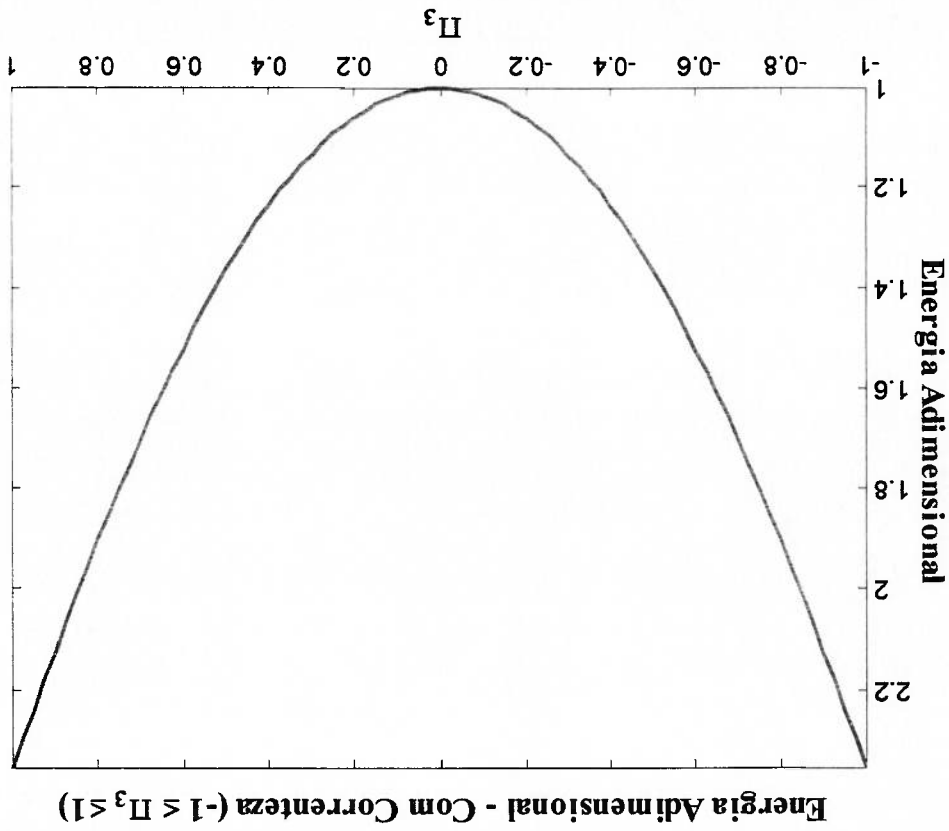


Figura 3.8: Energia Adimensional Com Correnteza $|\Pi_3| \leq 1$

Cabe ressaltar que a dissipação é sempre maior quando se considera a correnteza e a relação dada pela eq.(3.47) cresce monotonicamente em função do adimensional Π_3 .

Percebe-se facilmente que o gráfico apresentado na Figura 3.8 é aproximadamente parabólico. De fato, a seguinte simplificação apresenta erro máximo de 2,3%, sendo sempre conservadora:

$$(3.48) \quad \frac{(W_D)_{\text{com correnteza}}}{(W_D)_{\text{sem correnteza}}} = \left(3 \cdot \frac{\pi}{4} - 1 \right) \cdot \Pi_3^2 + 1$$

Em suma, demonstrou-se que a correnteza sempre aumenta a dissipação de energia, para quaisquer valores de velocidade. Percebe-se, então, a importância de se considerar a correnteza no cálculo do amortecimento em linhas de ancoragem.

3.4 Efeito da Superposição de Movimentos

A análise apresentada até agora considera que o movimento do sistema seja monocromático. Porém, sabe-se que as linhas de ancoragem se movimentam em baixa frequência e também em frequência de onda. Por isso, é interessante avaliar o comportamento do sistema de um grau de liberdade sujeito a uma excitação bicompativa. De forma análoga ao caso da correnteza, considera-se nesta seção o incremento na dissipação de energia devido à adição de um movimento em alta frequência ao movimento em baixa frequência.

Admitte-se, então, que o movimento do sistema seja representado pela equação abaixo:

$$(3.49) \quad x = -[X_H \cdot \cos(\omega_H \cdot t) + X_L \cdot \cos(\omega_L \cdot t)]$$

Onde as parcelas do lado direito da equação representam os movimentos em 1ª ordem (frequência de onda) e em 2ª ordem (baixa frequência), respectivamente.

Para calcular a energia dissipada por ciclo, poderia ser considerada a seguinte integral:

$$W_D = 2 \cdot \int_{\pi/\omega_L}^0 a \cdot \left| \dot{x} \right| \cdot x \cdot dt \quad (3.50)$$

Contudo, como o objetivo é calcular a resposta do sistema flutuante em baixa

frequência, apenas a velocidade correspondente ao movimento de 2ª ordem deve ser considerada na integração (LIU; BERGDAHL, 1998); (BROWN; MAVRAKOS,

1999).

Assim, a energia dissipada por ciclo é calculada pela equação abaixo:

$$W_D = 2 \cdot \int_{\pi/\omega_L}^0 a \cdot \left| \dot{x} \right| \cdot x \cdot [X_L \cdot \omega_L \cdot \text{sen}(\omega_L \cdot t)] \cdot dt \quad (3.51)$$

A obtenção de uma fórmula a partir da integral acima é dificultada pelas

várias inversões no sentido de arrasto a cada ciclo em baixa frequência. Como a

amplitude de velocidade em alta frequência é, tipicamente, maior que a amplitude de

velocidade em baixa frequência, a cada ciclo de oscilação em frequência de onda

ocorrem duas mudanças no sentido da força de arrasto resultante do movimento

bicromático. Uma aproximação muito boa foi proposta por Nielsen; Bindingbø

(2000):

$$\Pi_3 = \frac{3 \cdot \Pi_1 \cdot \Pi_2}{2} \cdot \left(1 + \frac{8 \cdot \Pi_1 \cdot \Pi_2}{1} \right) \quad (3.52)$$

Sendo os adimensionais:

$$\Pi_1 = \frac{\omega_H}{\omega_L} \quad (3.53)$$

$$\Pi_2 = \frac{X_H}{X_L} \quad (3.54)$$

$$\Pi_3 = \frac{W_D}{\left(8 \cdot a \cdot X_L^3 \cdot \omega_L^2 / 3\right)} \quad (3.55)$$

A tabela a seguir ilustra a precisão da equação proposta por Nielsen; Bindngbø (2000), onde a coluna NUM apresenta os resultados obtidos por integração numérica:

Tabela 3.2: Aproximação para Movimentos Bicomáticos

Π_1	Π_2	Π_3	
		NUM	EQ.(3.52)
100/13	5,4/30	2,207	2,212
100/13	8,0/30	3,149	3,168
100/13	5,4/10	6,188	6,276
100/13	8,0/10	9,067	9,261
100/10	5,4/30	2,806	2,804
100/10	8,0/30	4,071	4,070
100/10	5,4/10	8,135	8,135
100/10	8,0/10	12,024	12,023
330/13	5,4/30	6,902	6,895
330/13	8,0/30	10,196	10,182
330/13	5,4/10	20,635	20,575
330/13	8,0/10	30,602	30,471
330/10	5,4/30	8,944	8,942
330/10	8,0/30	13,223	13,221
330/10	5,4/10	26,741	26,741
330/10	8,0/10	39,606	39,607

Os autores recomendam esta aproximação quando $\Pi_1 \cdot \Pi_2 > 1$, ou seja, quando a amplitude de velocidade em frequência de onda é maior do que a amplitude de velocidade em baixa frequência. Nestes casos, a energia dissipada é sempre maior quando se adiciona um movimento em alta frequência a um movimento em baixa frequência. Para valores típicos de operação das linhas de ancoragem, a energia dissipada pode facilmente ser entre 2 e 4 vezes maior quando se considera o efeito dos movimentos de 1ª ordem. Este resultado está de acordo com a conclusão de Huse; Matsumoto (1989).

É interessante avaliar a variação da velocidade e da posição de um corpo sujeito a excitações bicomáticas durante um ciclo de baixa frequência.

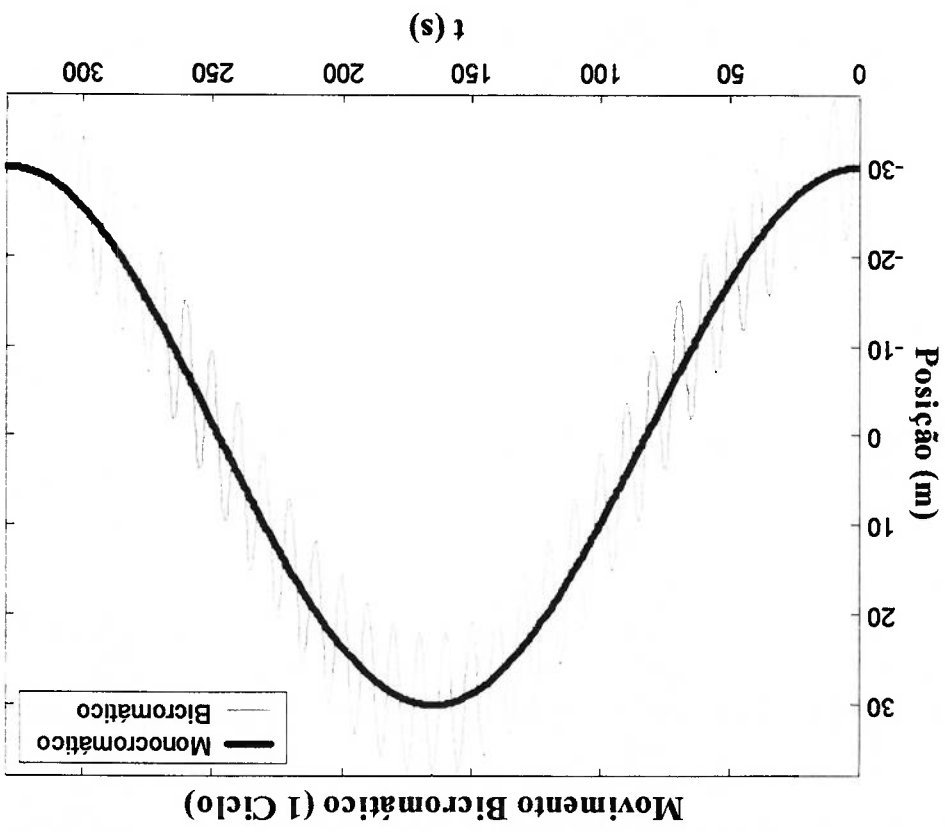


Figura 3.9: Deslocamento durante um ciclo de baixa frequência

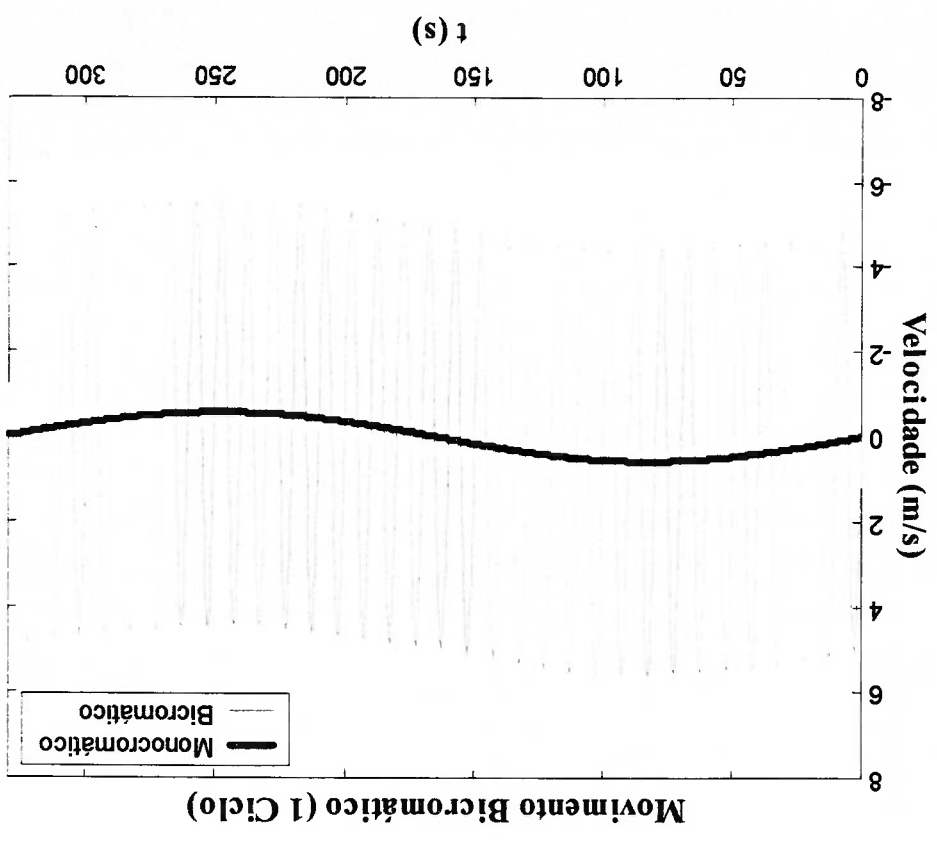


Figura 3.10: Velocidade durante um ciclo de baixa frequência

As Figuras 3.9 e 3.10 ilustram o efeito dos movimentos em frequência de onda na posição e velocidade, quando, por exemplo, $\Pi_1 = 330/10$ e $\Pi_2 = 8/30$. Estes gráficos mostram porque é importante considerar os movimentos em frequência de onda. Analisando a Fig. 3.10, é possível compreender a razão de tamanho incremento na dissipação de energia ao considerar os movimentos de 1ª ordem.

Huse; Matsumoto (1988) desenvolveram uma expressão semelhante para avaliar o efeito da adição dos movimentos em frequência de onda (Figura 3.11):

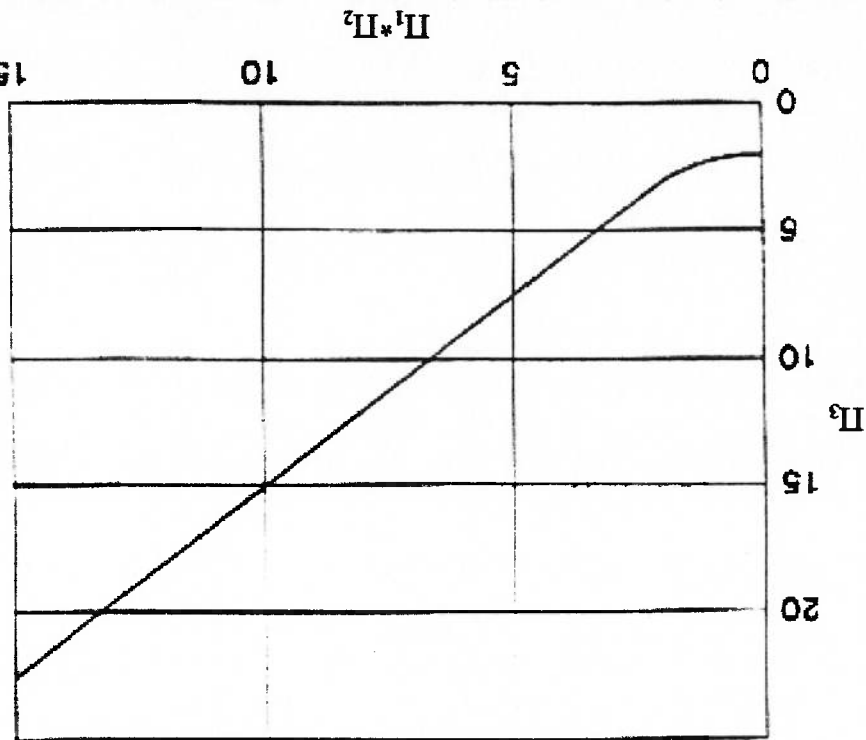


Figura 3.11: Energia Adimensional - Movimento Bicromático (HUSE; MATSUMOTO, 1988)

Percebe-se facilmente que quando $\Pi_1 \cdot \Pi_2 > 2,5$, o gráfico é uma reta, de acordo com o primeiro termo da eq.(3.52). Outra alternativa é a correção proposta por Huse (1991), denominada "Coeficiente de Arrasto Aparente":

$$C_{DL} = C_D \cdot \sqrt{1 + 2,2 \cdot \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_H}\right)^2}$$

(3.56)

sendo:

V_r	Padrão de Geração	X_H
1,2 a 2,5	In Line Simétrico	$0,25 \cdot D$
2,8 a 3,4	In Line Alternado	$0,25 \cdot D$
3,5 a 8,0	Cross flow	$1,25 \cdot D$

Tabela 3.3: Padrões de Geração de Vórtices

Dependendo do valor deste parâmetro, ocorre ou não geração de vórtices. Na Tabela 3.3, são apresentados os valores de V_r para os quais são gerados vórtices, os padrões de geração correspondentes bem como os valores de amplitude de vibração (DE LA MARE, 1985).

Sendo o parâmetro adimensional V_r denominado “Velocidade Reduzida”:

$$f_s = \frac{X_L \cdot \omega_L}{V_r \cdot D} \quad (3.58)$$

Para estimar o aumento na dissipação de energia devido às vibrações induzidas por vórtices, admite-se que um elemento de comprimento l_0 e diâmetro D esta sujeito a uma excitação bicromática, sendo a frequência de geração de vórtices a alta frequência. Tal frequência é calculada através da equação:

3.4.1 Aplicação às Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV)

Calculando-se a energia dissipada utilizando o coeficiente de arrasto acima, obtêm-se resultados muito próximos dos obtidos através da eq.(3.52).

$$C_{DL} = C_D \cdot \sqrt{1 + 2,2 \cdot (\Pi_1 \cdot \Pi_2)^2} \quad (3.57)$$

Quando a excitação é bisharmônica, a expressão equivalente é a seguinte:

- σ_L : Desvio padrão das velocidades normais em baixa frequência.
- σ_H : Desvio padrão das velocidades normais em frequência de onda.

Assumindo ainda que o movimento de baixa frequência seja caracterizado por amplitude de oscilação de 30 metros e período de 330 segundos¹⁸, o gráfico a seguir apresenta o incremento na dissipação de energia para um elemento de 0,13 metros de diâmetro, calculado através da eq.(3.52).

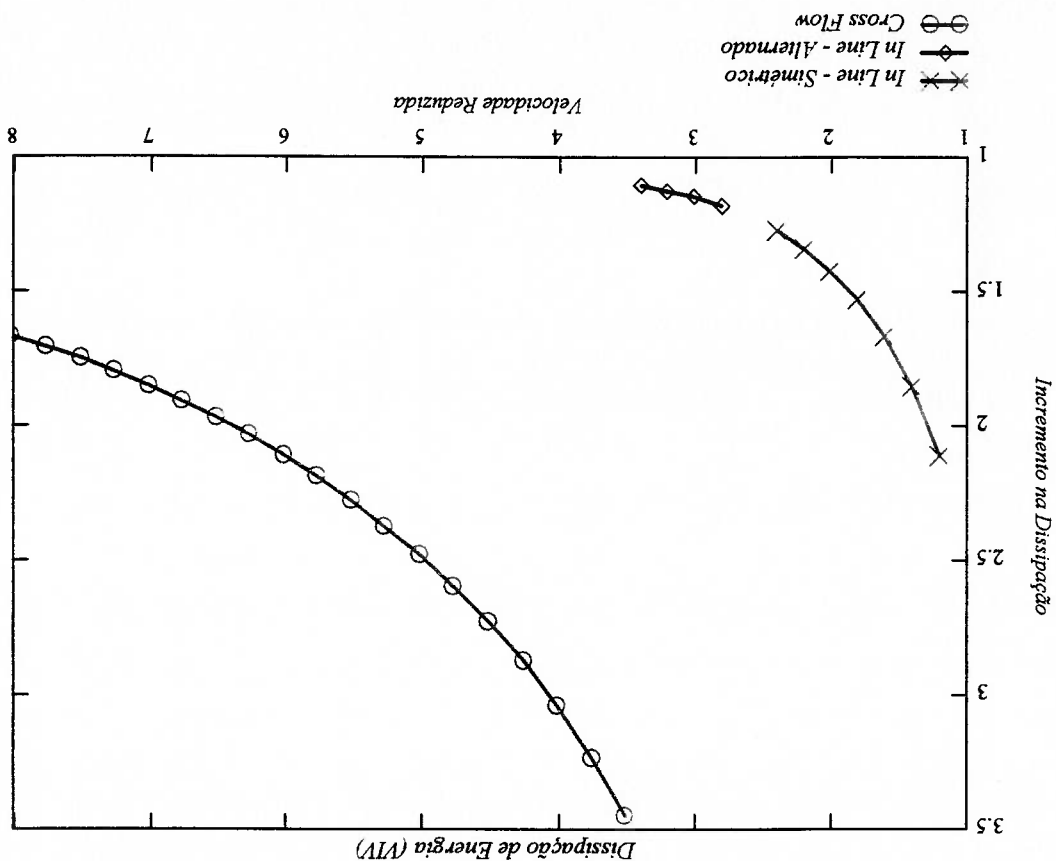


Figura 3.12: Energia Adimensional – Movimento Bicromático (VIV)

Este gráfico comprova teoricamente a “amplificação do coeficiente de arrasto” devida às vibrações induzidas por vórtices (TRIANTAFYLLOU, 1994).

¹⁸ Esta análise apresenta baixa sensibilidade quanto aos parâmetros do movimento em baixa frequência.

3.5 Efeito da Superposição de Movimentos e da Correnteza Simultaneamente

Para considerar os efeitos da combinação de correnteza e movimentos bicromáticos não basta apenas somá-los, pois o problema é não-linear.

Admitem-se como hipóteses que o movimento do sistema é representado pela eq.(3.49) e que a velocidade da correnteza é maior que a amplitude de velocidade do

corpo, de forma análoga à eq.(3.30), de acordo com:

$$(3.59) \quad |V_C| \geq X_H \cdot \omega_H + X_T \cdot \omega_T$$

Esta hipótese facilita o cálculo da integral da abaixo, pois não há inversão no sentido da força de amortecimento. Incluindo a correnteza, a energia dissipada é:

$$(3.60) \quad W_d = \int_{-\pi/\omega_T}^0 (-\text{sign } V_C) \cdot a \cdot x \cdot [X_T \cdot \omega_T \cdot \text{sen}(\omega_T \cdot t)] dt$$

Sendo a velocidade dada por:

$$(3.61) \quad \dot{x} = X_H \cdot \omega_H \cdot \text{sen}(\omega_H \cdot t) + X_T \cdot \omega_T \cdot \text{sen}(\omega_T \cdot t) - V_C$$

Admitindo, ainda, os seguintes adimensionais:

$$(3.62) \quad \Pi_1 = \frac{\omega_T}{\omega_H}$$

$$(3.63) \quad \Pi_2 = \frac{X_T}{X_H}$$

$$(3.64) \quad \Pi_3 = \frac{V_C}{X_H \cdot \omega_H + X_T \cdot \omega_T}$$

¹⁹ Vale ainda acrescentar que as Equações (3.43) e (3.47), referentes a movimentos monocromáticos com correteza, aplicadas ao movimento em baixa frequência fornecem valores muito próximos dos resultados que a eq. (3.66)!

uma simplificação:

Como a eq.(3.66) é, apesar de simples, bastante extensa, apresenta-se ainda que é, conforme esperado, a eq.(3.43)¹⁹.

$$\Pi^4 = \frac{4}{3 \cdot \pi \cdot |\Pi_3|} \quad (3.67)$$

Quando $\Pi_1 = \Pi_2 = 0$, a eq.(3.66) se reduz a:

$$\Pi^4 = 3 \cdot \left[\begin{aligned} &16 \cdot \pi \cdot \Pi_1^7 \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 - \Pi_3 - \Pi_6 \cdot \Pi_2^2 + \Pi_6 \cdot \Pi_2^2 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot \Pi_1) + \\ &+ 16 \cdot \Pi_2^6 \cdot \Pi_3 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \Pi_1) + 16 \cdot \pi \cdot \Pi_1^6 \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 + \\ &+ 16 \cdot \Pi_2^5 \cdot \Pi_3 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \Pi_1) - 84 \cdot \pi \cdot \Pi_1^5 \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 + \\ &+ 5 \cdot \Pi_2^4 \cdot \Pi_3 + 32 \cdot \Pi_2^4 \cdot \Pi_1^4 \cdot \Pi_2 - 32 \cdot \Pi_2^4 \cdot \Pi_1^4 \cdot \Pi_2 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \Pi_1) - \\ &- 5 \cdot \Pi_2^4 \cdot \Pi_3 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot \Pi_1) - 68 \cdot \Pi_2^4 \cdot \Pi_1^4 \cdot \Pi_2 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \Pi_1) - \\ &- 84 \cdot \pi \cdot \Pi_2^4 \cdot \Pi_3 - 68 \cdot \Pi_2^3 \cdot \Pi_3 \cdot \Pi_1^3 \cdot \Pi_2 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \Pi_1) + 84 \cdot \pi \cdot \Pi_2^3 \cdot \Pi_3 \cdot \Pi_1^3 \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 - \\ &- 4 \cdot \Pi_2^2 \cdot \Pi_3 - 40 \cdot \Pi_2^2 \cdot \Pi_1^2 \cdot \Pi_2 + 40 \cdot \Pi_2^2 \cdot \Pi_1^2 \cdot \Pi_2 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \Pi_1) + \\ &+ 4 \cdot \Pi_2^2 \cdot \Pi_3 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot \Pi_1) + 16 \cdot \Pi_2^2 \cdot \Pi_1^2 \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \Pi_1) + \\ &+ 84 \cdot \pi \cdot \Pi_2^2 \cdot \Pi_3 \cdot \Pi_1^2 \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 + 16 \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_1 \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 \cdot \Pi_1^2 \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 + \\ &+ 8 \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 - 8 \cdot \Pi_2 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \Pi_1) - 16 \cdot \pi \cdot \Pi_1 \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 \end{aligned} \right] \cdot \text{sign}(\Pi_3) \cdot (4 \cdot \Pi_1^6 - 21 \cdot \Pi_1^4 + 21 \cdot \Pi_1^2 - 4) \quad (3.66)$$

seguinte:

Após uma laboriosa manipulação algébrica, a solução da eq.(3.60) é a

$$\Pi^4 = \frac{W_D}{M^D} = \frac{(8 \cdot a \cdot X_3^T \cdot \omega^T \cdot 2 / 3)}{M^D} \quad (3.65)$$

$$\Pi_4 = \frac{3 \cdot \pi}{4} \cdot \left(\Pi_1 \cdot \Pi_2 + \frac{\Pi_2}{27} + 1 \right) \cdot |\Pi_3| \quad (3.68)$$

A diferença máxima entre as equações (3.68) e (3.66) é inferior a 0,2% na faixa de valores dos adimensionais utilizada na Figura 3.13.

Energia Adimensional ($\Pi_3=1.0$)

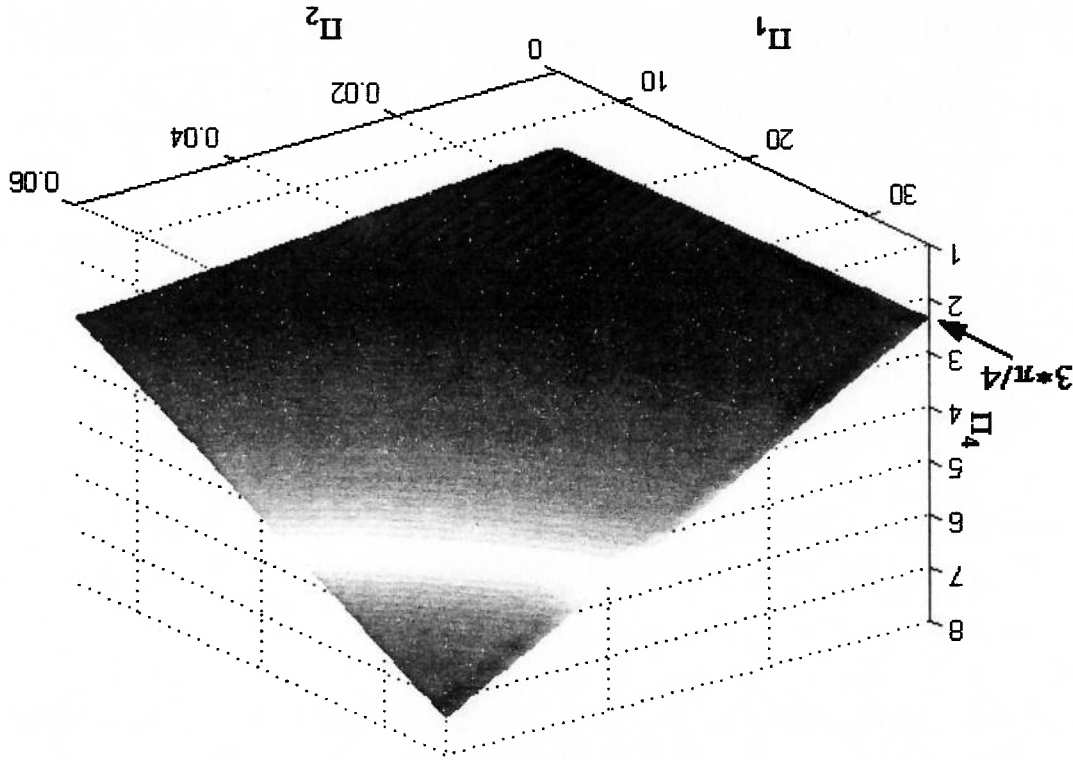


Figura 3.13: Energia Adimensional – Movimento Bicromático e Correnteza

Se, ao invés de calcular a energia dissipada a partir da eq.(3.60), fosse utilizada a eq.(3.69), o incremento na energia dissipada seria calculado através das Equações (3.70) e (3.71).

$$W_D = \int_0^{2\pi/\omega_1} (-\text{sign } V^c) \cdot a \cdot x \cdot [X_H \cdot \omega_H \cdot \text{sen}(\omega_H \cdot t) + X_L \cdot \omega_L \cdot \text{sen}(\omega_L \cdot t)] dt \quad (3.69)$$

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \cos(2 \cdot \pi \cdot \Pi_1) \\
 C_2 &= \cos(6 \cdot \pi \cdot \Pi_1) \\
 C_3 &= \sin(4 \cdot \pi \cdot \Pi_1) \\
 C_4 &= \cos(4 \cdot \pi \cdot \Pi_1) \\
 C_5 &= \sin(2 \cdot \pi \cdot \Pi_1) \\
 C_6 &= 12 \cdot (C_1 - 1) \cdot \Pi_3^2 - 6 \cdot C_3 \cdot \Pi_3 + 9 \cdot C_1 - C_2 - 8 \\
 C_7 &= \cos(2 \cdot \pi \cdot \Pi_1) - 1 \\
 C_8 &= \cos(4 \cdot \pi \cdot \Pi_1) - 1
 \end{aligned}$$

(3.70)

$$\Pi_4 = \left\{ \begin{aligned}
 &96 \cdot \pi \cdot \Pi_1^9 \cdot \Pi_3 \cdot \Pi_2^2 \cdot \Pi_3 + 4 \cdot \Pi_1^8 \cdot \Pi_2^2 \cdot \Pi_3 - \{C_6 \cdot \Pi_2 + 24 \cdot \pi \cdot \Pi_3\} - \\
 &- 24 \cdot \Pi_1^7 \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 \cdot \Pi_2^2 + [C_3 - 4 \cdot C_7 \cdot \Pi_3] \cdot \Pi_2 - 4 \cdot \pi + \\
 &+ 3 \cdot \Pi_1^6 \cdot \left\{ -7 \cdot C_6 \cdot \Pi_3^2 + [64 \cdot C_5 - 168 \cdot \pi] \cdot \Pi_3 + 6 \cdot C_8 \right\} \cdot \Pi_2^2 + \\
 &+ 16 \cdot C_7 \cdot \Pi_3 \cdot \Pi_2^2 + 32 \cdot \pi \cdot \Pi_3 \\
 &+ 6 \cdot \Pi_1^5 \cdot \Pi_2 \cdot \left\{ 84 \cdot \pi \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 + [-84 \cdot C_7 \cdot \Pi_3 + 21 \cdot C_3 \cdot \Pi_3] \cdot \Pi_2 + \right. \\
 &\left. + [32 \cdot C_5 - 84 \cdot \pi] \cdot \Pi_3 \right\} + \\
 &+ \Pi_1^4 \cdot \left\{ 21 \cdot C_6 \cdot \Pi_3^2 + [504 \cdot \pi - 816 \cdot C_5] \cdot \Pi_3 - 90 \cdot C_8 \right\} \cdot \Pi_2^2 + \\
 &+ [-252 \cdot C_7 \cdot \Pi_3^2 - 288 \cdot C_7] \cdot \Pi_2 - 504 \cdot \pi \cdot \Pi_3 \\
 &+ 6 \cdot \Pi_1^3 \cdot \left\{ -16 \cdot \pi \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 + [84 \cdot C_7 \cdot \Pi_3 - 21 \cdot C_3 \cdot \Pi_3] \cdot \Pi_2 + \right. \\
 &\left. + [84 \cdot \pi - 136 \cdot C_5] \cdot \Pi_3 \cdot \Pi_2 \right\} + \\
 &+ 4 \cdot \Pi_1^2 \cdot \left\{ -C_6 \cdot \Pi_3^2 + [(48 \cdot C_5 - 24 \cdot \pi) \cdot \Pi_3 + 18 \cdot C_8] \cdot \Pi_2^2 + \right. \\
 &\left. + [63 \cdot C_7 \cdot \Pi_3^2 + 90 \cdot C_7] \cdot \Pi_2 + 126 \cdot \pi \cdot \Pi_3 \right\} + \\
 &+ 24 \cdot \Pi_1 \cdot \left\{ -4 \cdot C_7 \cdot \Pi_3^2 + C_3 \cdot \Pi_3 + [4 \cdot (2 \cdot C_5 - \pi) \cdot \Pi_3] \cdot \Pi_2 \right\} + \\
 &+ \Pi_2 \cdot [-48 \cdot C_7 \cdot \Pi_3^2 - 72 \cdot C_7] - 96 \cdot \pi \cdot \Pi_3
 \end{aligned} \right\} \div [(sign V^c) \cdot (128 \cdot \Pi_1^6 - 672 \cdot \Pi_1^4 + 672 \cdot \Pi_1^2 - 128)]$$

(3.71)

A eq.(3.71) fornece valores até 5,5 vezes maiores do que os obtidos utilizando a eq.(3.66) na faixa de adimensionais considerada.

Uma simplificação possível para a eq.(3.71) é a eq.(3.72):

$$\Pi_4 = \frac{4}{3 \cdot \pi \cdot |\Pi_3|} \cdot \left[\Pi_3^2 \cdot \Pi_1^3 + (-\Pi_3^2 + \Pi_2^2) \cdot \Pi_1^2 + (10 \cdot \Pi_3^2 + \Pi_2^2) \cdot \Pi_1 - \right. \\
 \left. - 80 \cdot \Pi_3^2 - \Pi_2^2 - \frac{1}{18} \cdot \Pi_2 + 1 \right]$$

(3.72)

A diferença máxima entre as equações (3.72) e (3.71) é inferior a 1,3% na faixa de valores dos adimensionais utilizada na Figura 3.13. Para valores de Π_3 negativos ou maiores do que 1, o erro é maior mas a eq.(3.72) ainda fornece boas estimativas.

Quando $|V_c| > X_H \cdot \omega_H + X_L \cdot \omega_L$, a energia dissipada deve ser calculada através de integração numérica, pois ocorrem várias inversões no sentido da força de arrasto durante o ciclo de oscilação em baixa frequência e a obtenção de uma solução analítica seria demasiadamente trabalhosa.

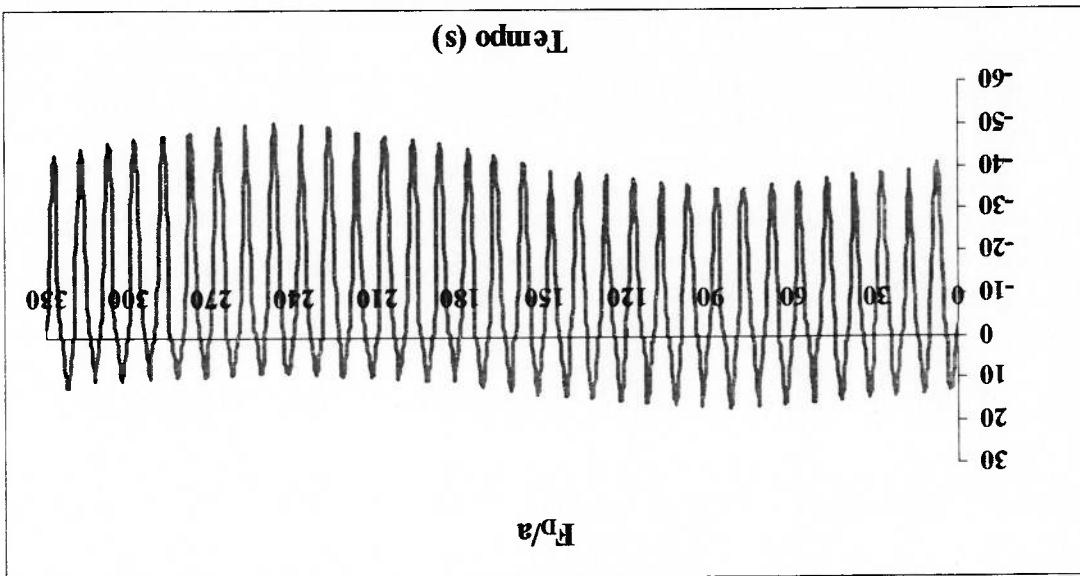


Figura 3.14: Inversão do Sentido da Força de Arrasto

A Figura 3.14 ilustra a inversão do sentido da força de arrasto durante um ciclo de oscilação em baixa frequência. O movimento bicromático é o mesmo apresentado na Figura 3.9 e Figura 3.10 e a velocidade da correnteza é 1,5 m/s ($\Pi_3 = 0,2680$).

Outras opções, analisadas a seguir, são o uso da própria eq.(3.66) ou, desprezando a contribuição da correnteza, admitir que o movimento pode ser aproximado por um movimento bicromático.

Se o movimento em frequência de onda for desprezado (monocromático em baixa frequência com correnteza), os resultados são muito próximos dos obtidos utilizando a eq.(3.66), conforme já citado anteriormente.

A Tabela 3.4 apresenta vários exemplos comparando ambas as abordagens com os valores obtidos por integração numérica.

Tabela 3.4: Aproximações no Cálculo da Energia Dissipada quando $\Pi_3 < 1$

Π_1	Π_2	$\Pi_3=0,25$			$\Pi_3=0,50$			$\Pi_3=0,75$		
		BI	BI+C	NUM	BI	BI+C	NUM	BI	BI+C	NUM
100/13	5,4/30	629	398	689	629	794	887	629	1190	1203
100/13	8,0/30	901	507	957	901	1012	1164	901	1518	1538
100/13	5,4/10	66	31	68	66	63	78	66	94	96
100/13	8,0/10	97	43	99	97	86	111	97	129	134
100/10	5,4/30	797	469	859	797	938	1065	797	1406	1424
100/10	8,0/30	1157	614	1226	1157	1228	1447	1157	1842	1873
100/10	5,4/10	86	40	89	86	79	101	86	119	123
100/10	8,0/10	127	56	132	127	112	147	127	167	175
330/13	5,4/30	180	86	189	180	171	215	180	257	264
330/13	8,0/30	266	120	277	266	239	311	266	359	374
330/13	5,4/10	20	8	21	20	17	23	20	25	27
330/13	8,0/10	29	12	31	29	24	34	29	37	39
330/10	5,4/30	233	107	243	233	213	274	233	320	332
330/10	8,0/30	345	151	359	345	301	400	345	452	475
330/10	5,4/10	26	11	27	26	21	30	26	32	35
330/10	8,0/10	38	16	40	38	31	44	38	47	51

Nesta tabela, BI, BI+C e NUM são os resultados obtidos utilizando a correção bicromática (eq.(3.52)), a eq.(3.66) e integração numérica, respectivamente. Os resultados apresentados são a energia dissipada por ciclo de baixa frequência dividida pela constante a , ou seja, $\frac{W}{a}$.

De acordo com a intuição, para valores baixos de correnteza, a abordagem bicromática fornece os melhores resultados. Para valores próximos do limite de validade da eq.(3.66), esta opção fornece os valores mais próximos dos obtidos por integração numérica. Observa-se ainda que como ambas as abordagens fornecem resultados subestimados, estão a favor da segurança.

4 LINEARIZAÇÃO DO AMORTECIMENTO E MÉTODO ITERATIVO

Neste capítulo, a partir dos subsídios apresentados, é desenvolvida a matriz de amortecimento equivalente para o elemento de treliça plana, utilizado na modelagem das linhas de ancoragem.

4.1 Matriz de Amortecimento Hidrodinâmico

A linearização do coeficiente de amortecimento para a treliça é feita de forma análoga à demonstrada para um grau de liberdade no Capítulo 3. Adicionalmente, é feita a integração da força de amortecimento ao longo do comprimento da treliça, que é variável em função do tempo. Em suma, admitem-se as seguintes hipóteses:

1. Os deslocamentos na direção do elemento são desprezíveis para efeito de cálculo da energia dissipada. O elemento se desloca, para efeito de determinação da dissipação de energia por ciclo, de acordo com a figura abaixo:

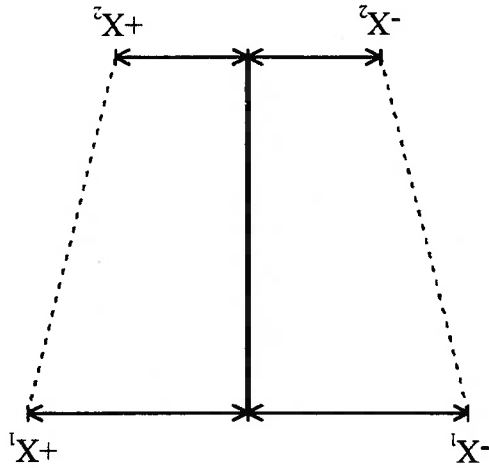


Figura 4.1: Deslocamento do elemento durante um ciclo

2. O problema é bidimensional, ou seja, o elemento movimenta-se no plano vertical da linha de ancoragem;
3. As extremidades do elemento, os nós, executam movimentos harmônicos de mesma frequência (movimento síncrono) em regime permanente, de acordo com a eq.(4.1):

$$x_1 = -X_1 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$x_2 = -X_2 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

(4.1)

4. A velocidade varia linearmente em função do comprimento do elemento:

$$\dot{x}(l,t) = \dot{x}_2 + \frac{l}{L_0} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}_1 - \dot{x}_2 \end{pmatrix} \cdot l$$

(4.2)

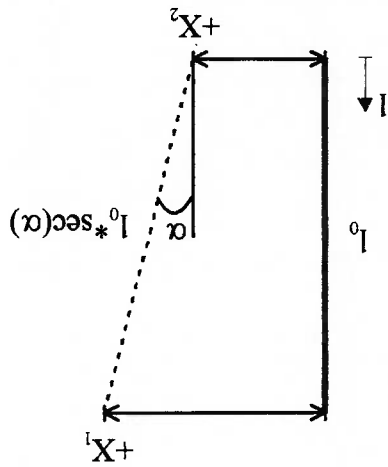


Figura 4.2: Variação de comprimento do elemento

5. A força de amortecimento é função da velocidade normal ao elemento, obtida

por:

$$\dot{x}_n = \dot{x} \cdot \sec(\alpha)$$

(4.3)

$$\alpha(t) = \arctan \left[\frac{l_0}{(x_1 - x_2)} \right]$$

(4.4)

6. O amortecimento é devido à força de arrasto, cujo cálculo é feito através da equação de Morison²⁰, considerando apenas o termo de arrasto normal ao elemento. O termo de inércia é desprezado porque não dissipa energia e admite-se que o arrasto tangencial é desprezível.

$$F_D = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot C_D \cdot D \cdot \dot{x}_n \cdot |x_n| \quad (4.5)$$

7. Apesar de o coeficiente de arrasto ser função dos números de Reynolds e Keulegan-Carpenter, admite-se que, para a faixa de velocidades considerada, C_D pode ser considerado constante.

8. A energia dissipada pelo elemento deve ser a mesma que a dissipada pelo deslocamento dos nós utilizando o coeficiente equivalente obtido.

Substituindo a eq.(4.5) na eq.(3.12), integrada ao longo do comprimento do elemento, obtém-se:

$$W_D = \int_0^l \phi F_D \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot C_D \cdot D \cdot \omega_z \cdot (X_1 + X_2) \cdot (X_1^2 + X_2^2) \cdot \left[\frac{48 \cdot l_0^2 \cdot (X_1 - X_2)^3}{3} \cdot \left(3 \cdot l_0^2 + 6 \cdot (X_1 - X_2) \cdot l_0 \cdot \operatorname{cosech}^{-1} \left[\frac{l_0 (X_1 - X_2)}{\sqrt{l_0^2 + (X_1 - X_2)^2}} \right] \cdot l_0^4 + \sqrt{l_0^2 + (X_1 - X_2)^2} \right) \right. \\ \left. - 3 \cdot l_0^4 + 16 \cdot (X_1 - X_2) \cdot l_0^2 + 4 \cdot (X_1 - X_2)^2 \cdot l_0 \cdot (X_1 - X_2) \right] \quad (4.6)$$

A eq.(4.6) é válida quando $X_1 \neq X_2$. Quando o elemento desloca-se puramente em translação, a energia dissipada é calculada por:

$$W_D = \frac{3}{2} \cdot \rho_w \cdot C_D \cdot D \cdot l_0 \cdot \omega_z \cdot (X_1 + X_2) \cdot (X_1^2 + X_2^2) \quad (4.7)$$

²⁰ Como as amplitudes de deslocamentos são bem maiores que os diâmetros, a equação de Morison pode ser utilizada para calcular o arrasto no elemento (LE BOULLUEC et al., 1994).

Percebe-se que a eq.(3.19) é um caso particular da eq.(4.7), referente ao caso

unidimensional.

De acordo com a eq.(3.14), a energia dissipada pelos nós no caso de

amortecimento viscoso é dada por:

$$W_D = \pi \cdot c \cdot \omega \cdot (X_1^2 + X_2^2) \quad (4.8)$$

Portanto, o coeficiente de amortecimento equivalente é obtido pela expressão:

$$c^{eq} = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot C_D \cdot D \right) \cdot \omega \cdot (X_1 + X_2)}{48 \cdot l_2^0 \cdot \pi \cdot (X_1 - X_2)^3} \cdot \left(\begin{array}{l} 3 \cdot (l_2^0 + 6 \cdot (X_1 - X_2)^2) \cdot \csc h^{-1} \left[\frac{l_0}{l_2} (X_1 - X_2) \right] \cdot l_2^0 + \sqrt{l_2^0 + (X_1 - X_2)^2} \cdot \\ (-3 \cdot l_2^0 + 16 \cdot (X_1 - X_2)^2 \cdot l_2^0 + 4 \cdot (X_1 - X_2)^4) \cdot (X_1 - X_2) \end{array} \right) \quad (4.9)$$

quando $X_1 \neq X_2$ e:

$$c^{eq} = \frac{\left(\rho_w \cdot C_D \cdot D \right) \cdot l_0 \cdot \omega \cdot (X_1 + X_2)}{3 \cdot \pi} \quad (4.10)$$

quando $X_1 = X_2$, sendo a constante a dada por:

$$a = \frac{\rho_w \cdot C_D \cdot D}{2} \quad (4.11)$$

É importante ressaltar que, devido à linearização, o coeficiente de

amortecimento equivalente é função não só da frequência de excitação mas também

das amplitudes X_1 e X_2 . Portanto, é necessário um procedimento iterativo para

determinar o amortecimento e, conseqüentemente, os deslocamentos em regime

permanente.

É interessante recorrer mais uma vez à análise dimensional para analisar a

eq.(4.9). Definindo como adimensionais:

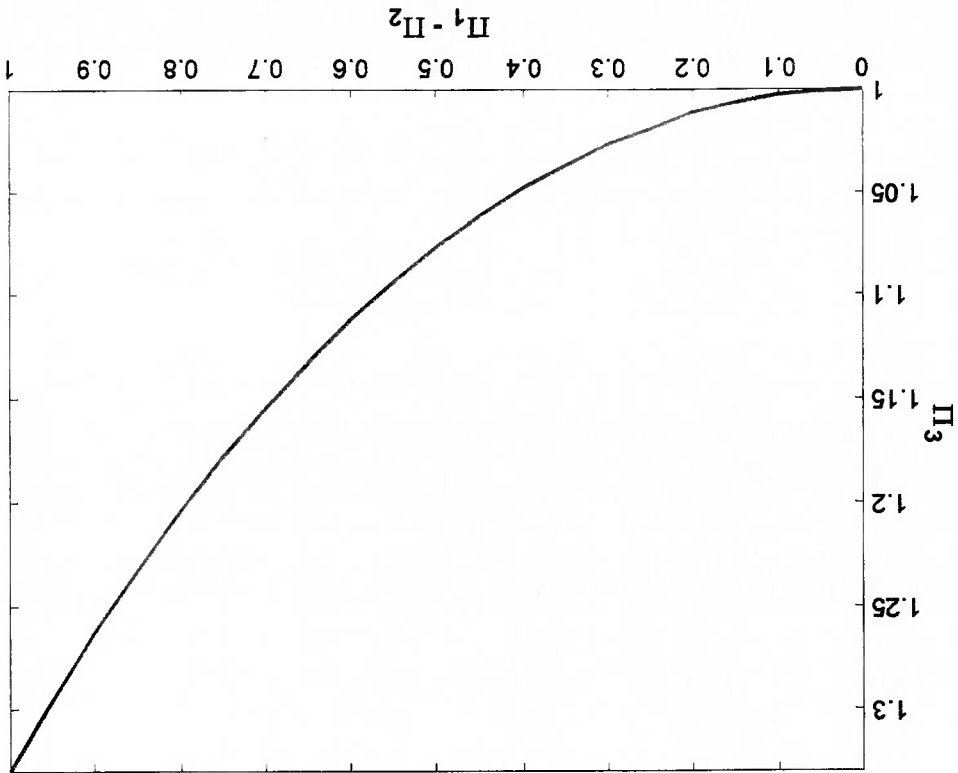


Figura 4.3: Variação de Π_3 em função de $(\Pi_1 - \Pi_2)$

$$C^{eq} = \frac{3 \cdot \pi}{(\rho_w \cdot C_D \cdot D) \cdot l_0^2 \cdot \omega \cdot (\Pi_1 + \Pi_2)} \cdot \Pi_3 \quad (4.15)$$

A eq.(4.9) pode ser, então, escrita da seguinte maneira:

$$\Pi_3 = \frac{32 \cdot (\Pi_1 - \Pi_2)^3}{\left\{ \left[3 + 16 \cdot (\Pi_1 - \Pi_2)^2 + 4 \cdot (\Pi_1 - \Pi_2)^4 \right] \cdot (\Pi_1 - \Pi_2) \right\} \cdot \left[3 \cdot \left[1 + 6 \cdot (\Pi_1 - \Pi_2)^2 \right] \cdot \sinh^{-1}(\Pi_1 - \Pi_2) + \sqrt{1 + (\Pi_1 - \Pi_2)^2} \right]} \quad (4.14)$$

$$\Pi_2 = \frac{X_2}{l_0} \quad (4.13)$$

$$\Pi_1 = \frac{X_1}{l_0} \quad (4.12)$$

O comportamento de Π_3 pode ser avaliado através da Figura 4.3. Percebe-se que este adimensional varia quadraticamente em função da diferença $(\Pi_1 - \Pi_2)$. Uma boa aproximação, na faixa apresentada acima, é a seguinte:

$$\Pi_3 = \frac{9}{\pi} \cdot \left[(\Pi_1 - \Pi_2)^2 - \frac{16}{(\Pi_1 - \Pi_2)} \right] + 1 \quad (4.16)$$

4.1.1 Superposição de Movimentos HF+LF

O coeficiente equivalente proposto pela eq.(4.9) considera os movimentos em uma única frequência. Porém, conforme já demonstrado neste texto, é importante que sejam considerados simultaneamente os movimentos de 1ª e 2ª ordem para a estimativa do amortecimento.

Usualmente, os movimentos de 1ª e 2ª ordem das linhas de ancoragem são determinados separadamente. Os movimentos em baixa frequência são obtidos por análises quase-estáticas enquanto os movimentos em frequência de onda são obtidos através de análises dinâmicas. Mas percebe-se que para a avaliação correta do amortecimento é necessária uma abordagem diferente, calculando-se os movimentos de 1ª ordem de maneira usual, mas considerando a influência destes nos movimentos de 2ª ordem.

De acordo com os resultados obtidos no Capítulo 3, a proposta é corrigir o coeficiente de amortecimento equivalente para considerar o aumento na dissipação de energia devido aos movimentos em frequência de onda. Assim, o coeficiente corrigido é obtido por:

$$c_{eq}^{LF+HF} = \Pi_3 \cdot c_{eq} \quad (4.17)$$

sendo Π_3 e c_{eq} obtidos, respectivamente, pelas equações (3.52) e (4.9).

4.1.2 Efeito da Correnteza

De forma idêntica à anterior, o coeficiente de amortecimento é corrigido:

$$(4.18) \quad c_{eq}^{cor} = \begin{cases} \left[\frac{3 \cdot \Pi_3}{2} \cdot \text{sen}^{-1}(\Pi_3) + \left(1 + \frac{\Pi_3}{2} \right) \cdot \sqrt{1 - \Pi_3^2} \right] \cdot c_{eq} & |\Pi_3| \leq 1 \\ \frac{3 \cdot \pi}{4} \cdot |\Pi_3| \cdot c_{eq} & |\Pi_3| \geq 1 \end{cases}$$

sendo Π_3 e c_{eq} obtidos, respectivamente, pelas equações (3.41) e (4.9). A

eq.(3.41) deve ser aplicada aos dois nós, adotando-se a média aritmética dos dois

valores.

Ressalta-se que a configuração estática de referência da linha já deve incluir a

ação da correnteza, ou seja, não se deve apenas utilizar as equações de catenária para

estabelecer a referência. Além disso, deve ser levado em consideração o ângulo entre

cada elemento e o plano horizontal para determinar a velocidade da correnteza

incidente em cada elemento. Ambas as considerações aplicam-se também ao

próximo item.

4.1.3 Superposição de Movimentos HF+LF e Correnteza Combinados

Analogamente, o coeficiente equivalente corrigido é:

$$(4.19) \quad (c_{eq}^{LF+HF+cor}) = \Pi_4 \cdot c_{eq}$$

sendo c_{eq} obtido, mais uma vez, através da eq.(4.9). Quando a hipótese

representada pela eq.(3.59) é válida, Π_4 é dado pela equação (3.66). Caso contrário,

de acordo com o apresentado na Seção 3.5, dependendo da magnitude da correnteza,

pode ser utilizada a equação (3.66) ou pode ser desprezada a correnteza, recorrendo à

análise bicromática. Ressalta-se ainda que, como alternativa à equação (3.66), a

eq.(3.68) pode ser obviamente utilizada.

4.1.4 Matriz de Amortecimento

A propriedade mais importante da matriz de amortecimento deve ser a dissipação da mesma energia calculada através da equação (4.6). Dessa forma, em cada ciclo, a energia dissipada pelo arrasto no elemento é a mesma que a dissipada devido aos deslocamentos dos dois graus de liberdade considerados para a obtenção do coeficiente de amortecimento viscoso equivalente (graus de liberdade 2 e 4).

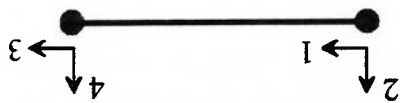


Figura 4.4: Graus de Liberdade do Elemento

Para garantir a dissipação correta, adota-se uma matriz de amortecimento deveras simples:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{eq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Essa matriz contraria a intuição quanto à distribuição da força resultante nos dois nós. Ou seja, a força devido ao deslocamento de um dos graus de liberdade é aplicada apenas no mesmo grau de liberdade, ao invés de ser distribuída entre os dois nós. É imediata a demonstração para o caso em que um dos graus de liberdade tem deslocamento nulo: se uma parcela da força for arbitrada para esse nó, como o seu deslocamento é nulo, o trabalho também o será e, a energia dissipada não será integralmente computada.

4.2 Análise de Estruturas no Domínio da Frequência

Descrever um fenômeno físico no domínio do tempo significa simplesmente acompanhar as variáveis de interesse em função do tempo. No domínio da frequência, estes fenômenos podem ser representados por espectros estacionários.

A análise da resposta dinâmica de um sistema pode ser feita tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo. A diferença é a forma como as equações de movimento são resolvidas. Normalmente, o movimento é descrito por equações diferenciais em função do tempo. A solução no domínio do tempo requer a integração destas equações impondo-se determinadas condições de contorno. No domínio da frequência as equações são algébricas, de resolução muito mais simples.

A análise no domínio da frequência é feita através de equações lineares, simplificadas enquanto a análise no domínio do tempo é adequada para o tratamento de não-linearidades, mas requer maiores recursos computacionais.

A análise no domínio da frequência é amplamente utilizada porque inclui os efeitos dinâmicos a um custo computacional razoável. A dinâmica da embarcação é determinada, em função de um espectro de energia do mar, através de um operador linear. A análise dinâmica linearizada pode ser feita praticamente com o mesmo custo de uma análise estática. A desvantagem óbvia desta abordagem é a perda de precisão devida à linearização do arrasto hidrodinâmico. Se a linearização for cuidadosamente realizada, o erro pode ser limitado.

Assim, nos estágios finais de projeto geralmente são feitas análises no domínio do tempo enquanto durante as etapas preliminares, é razoável analisar o sistema no domínio da frequência.

A necessidade de se empregar métodos no domínio da frequência é evidente quando são feitos cálculos de fadiga, que exigem que muitos casos de carregamento sejam analisados.

Assumindo que a linha de ancoragem vibra em torno da configuração estática de equilíbrio, os efeitos das não-linearidades devidos à massa adicional e à rigidez são pequenos. Após a linearização do coeficiente de amortecimento, a resposta do sistema pode ser calculada como a soma das respostas em todas as frequências

consideradas. As equações do movimento podem ser, então, escritas de forma matricial (LIU; BERGDahl, 1997a):

$$\mathbf{H}(\omega) \cdot \mathbf{X}(\omega) = \mathbf{F}(\omega) \quad (4.21)$$

sendo o operador linear \mathbf{H} denominado "Matriz de Rígidez Dinâmica", "Função de Resposta em Frequência", "Função de Transferência" ou RAO (*Response Amplitude Operator*), dado por:

$$\mathbf{H}(\omega) = [\mathbf{K} - (\mathbf{M} + \mathbf{M}_a) \cdot \omega^2 + i \cdot \omega \cdot \mathbf{C}] \quad (4.22)$$

A resposta (complexa) do sistema é obtida por:

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)^{-1} \cdot \mathbf{F}(\omega) \quad (4.23)$$

Percebe-se que através da equação acima, é possível obter o espectro de resposta do sistema. Alternativamente, pode-se criar uma série histórica de deslocamentos através da transformada de Fourier inversa.

As considerações do Capítulo 3 foram todas feitas no domínio da frequência. Percebe-se facilmente que a função de transferência, neste caso unidimensional, referente à seção 3.1 é:

$$\mathbf{H}(\omega) = \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right) \cdot i \right] \cdot k \quad (4.24)$$

sendo o módulo, utilizado na equação (3.10):

$$|\underline{\mathbf{H}}(\omega)| = \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left[2 \cdot \zeta \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right) \right]^2} \cdot k \quad (4.25)$$

4.3 O Elemento Treliça Plana

A rigidez à flexão nas amarras é efetivamente nula enquanto pode ser desprezada no caso de cabos de aço ou sintéticos, pois os diâmetros das linhas são muito menores que os comprimentos. Por isso, é utilizado elemento de treliça para a modelagem das linhas de ancoragem. A discretização é feita impondo-se um máximo à variação de ângulo, entre o elemento e o plano horizontal, em dois elementos sucessivos.

A seguir, apresentam-se as características principais deste elemento: suas matrizes de rigidez e de massa, necessárias para a montagem das matrizes do sistema. Ressalta-se que, admitindo linearidade, essas matrizes são admitidas constantes enquanto a linha oscila em torno da sua configuração de referência.

4.3.1 Matriz de Rigidez

A matriz de rigidez da treliça plana é a seguinte:

$$\mathbf{K} = \frac{E \cdot A}{l_0} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

sendo $(E \cdot A)$ a rigidez axial do elemento e l_0 o seu comprimento.

O cabo pode ser considerado um mecanismo, ou seja, uma estrutura cuja forma se altera como resultado do carregamento. Por essa razão, ao analisar a resposta de um cabo, deve-se lidar com um problema de não-linearidade geométrica: as forças internas dependem da forma e posição do elemento, que, *a priori*, são desconhecidos. Para considerar esta não-linearidade, nas análises utilizando o método dos elementos finitos, é calculada para o elemento de treliça uma matriz de rigidez geométrica, que é somada à matriz de rigidez axial. A matriz de rigidez geométrica é a seguinte:

(4.27)

$$\mathbf{K}_e = \frac{l_0}{N} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

sendo N a tração no elemento.

4.3.2 Matriz de Massa

A matriz de massa da treliça plana pode ser concentrada nos nós do elemento,

de acordo com a eq.(4.28). Alternativamente, pode ser utilizada a chamada "Matriz

de Massa Consistente", de acordo com a eq.(4.29).

(4.28)

$$\mathbf{M} = \frac{\rho \cdot A \cdot l_0}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(4.29)

$$\mathbf{M} = \frac{\rho \cdot A \cdot l_0}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

4.3.3 Matriz Mudança de Coordenadas

É útil ressaltar que as matrizes de rigidez, amortecimento e massa,

apresentadas acima, foram formuladas para as coordenadas locais dos elementos.

Para que se obtenha tais matrizes no sistema de coordenadas globais, é necessária

uma mudança de coordenadas. Por exemplo, para se obter a matriz de rigidez nas

coordenadas globais:

(4.30)

$$\underline{\mathbf{K}} = \mathbf{T}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{T}$$

sendo a matriz de mudança de coordenadas obtida através de:

matriz de rigidez da estrutura de maneira coerente com a topologia da estrutura analisada.

²¹ Por exemplo, uma maneira de otimizar o desempenho do programa é a armazenagem da

O procedimento acima é repetido até que a convergência seja alcançada. Foi desenvolvido um algoritmo para análise de linhas de ancoragem utilizando o método dos elementos finitos no domínio da frequência. O objetivo do programa é analisar a resposta da linha em regime permanente (*steady state*) sem e com amortecimento. Ressalta-se que é um algoritmo simplificado, pois apesar de resolver o problema proposto, não foram exaustivamente utilizadas técnicas que otimizem o cálculo da mesma forma que *softwares* profissionais²¹.

4. Repete-se o passo 2 com os novos deslocamentos e, posteriormente, o passo 3 com a nova matriz de amortecimento;
 3. Resolve-se o sistema no domínio da frequência, obtendo os deslocamentos em regime permanente;
 2. Calculam-se os coeficientes de amortecimento dos elementos, obtendo-se a matriz de amortecimento do sistema;
 1. Como estimativa inicial, admite-se que os deslocamentos transversais (considerando as coordenadas locais dos elementos) são, por exemplo, 5% do comprimento do elemento. Este valor é absolutamente arbitrário.
- Conforme exposto anteriormente, é necessário um cálculo iterativo do amortecimento. Abaixo, é descrito o procedimento adotado:

4.4 Método Iterativo para a Determinação do Amortecimento

e θ o ângulo entre os eixos de coordenadas local e global.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Esta abordagem foi escolhida após verificar que os programas comerciais disponíveis não são flexíveis a ponto de permitir o método iterativo no cálculo do amortecimento.

O programa foi desenvolvido no ambiente MATLAB. Além do cálculo quase-estático e da análise dinâmica monocromática não-amortecida, são possíveis três tipos de análise bicromática amortecida: adicionando os movimentos em frequência de onda ao longo de toda a linha, parcialmente ou aplicando a correção de dissipação de energia baseando-se apenas na relação de amplitudes do *farlead*.

No próximo Capítulo são apresentadas alguns exemplos de cálculo bem como comparações com resultados publicados na literatura.

5 EXEMPLOS DE CÁLCULO E COMPARAÇÕES

Com objetivo de validar o método proposto, foram calculadas duas linhas de ancoragem distintas, cada uma destas sujeita a alguns casos de excitação. Cada caso é definido pela(s) frequência(s) e amplitude(s) de oscilação no *fairlead*. Todos os casos foram também calculados por Liu; Bergdahl (1998) e por Bauduin; Naciri (2000) e encontram-se detalhadamente descritos por Brown; Mavrakos (1999).

A configuração da Linha 1 é uma linha homogênea constituída de amarras, enquanto a Linha 2, também homogênea, é um cabo de aço. Ressalta-se, porém, que apesar de as duas configurações serem homogêneas, o método pode ser facilmente aplicado a linhas heterogêneas. A seguir, apresentam-se as principais características das configurações estudadas.

Tabela 5.1: Características das Configurações Calculadas

	Linha 1	Linha 2
Lâmina d'água (m)	82,5	500,0
Material da Linha	Amarras	Cabo de aço
Diâmetro da Linha (m)	0,14	0,13
Comprimento total (m)	711,3	4000,0
Peso no ar (N/m)	3586,5	800,5
Peso submerso (N/m)	3202,0	664,4
Rigidez axial EA (N)	1,69e9	1,30e9
Força no <i>fairlead</i> na posição de equilíbrio estático (kN)	549,9	1133,6
Comprimento suspenso (m)	168,8	1747,0
Coefficiente de arrasto	3,2	1,8
Coefficiente de massa adicional	2,6	2,0

Os resultados monocromáticos (M) estão sempre dentro da faixa de resultados obtidos utilizando métodos no domínio da frequência, exceto no caso 2.6. Os resultados bicromáticos são calculados de três formas, sempre adicionando os movimentos em frequência de onda, calculados anteriormente, aos movimentos em baixa frequência. Na coluna denominada B1 estão os resultados obtidos quando os movimentos em frequência de onda são adicionados ao longo de toda a linha. Na coluna B2, estão os resultados obtidos admitindo uma única correção para toda a linha, baseada na relação de amplitudes dos movimentos em frequência de onda e em baixa frequência no *fairlead*. O método B3 resulta da aplicação da correção, calculada de forma análoga a do método B1, porém apenas numa fração do comprimento da linha, a partir do topo.

(1990), Liu, Bergdahl (1998) e Bauduin, Naciri (2000). resultados podem ser encontrados também nos trabalhos de Wichers, Huijsmans extremos obtidos por métodos no domínio do tempo e da frequência. Alguns dos dinâmica e amortecimento em linhas de ancoragem. São fornecidos os valores estudo comparativo cujo objetivo foi estimar a incerteza no cálculo de tensão por Brown, Mavtrakos (1999), baseados nas contribuições dos 15 participantes do oscilação em 2ª ordem no *fairlead*. Os resultados são comparados com os fornecidos de 2ª ordem, ω_L a frequência do movimento de 2ª ordem e $X_{L_fairlead}$ a amplitude de sendo W_D a energia total dissipada na linha durante um ciclo de oscilação de

$$B = \frac{\pi \cdot \omega_L \cdot X_{L_fairlead}^2}{W_D} \quad (5.1)$$

amortecimento da linha, calculado da seguinte forma:

Nestas tabelas, para cada um dos casos, é apresentado o coeficiente de A seguir, apresentam-se as tabelas que resumem todos os casos estudados.

feitas sempre com o comprimento suspenso constante.

aumento ou diminuição do comprimento suspenso. Portanto, as simulações foram método dos elementos finitos no domínio da frequência: não é possível simular o A rotina implementada com os dados acima apresenta uma falha, inerente ao

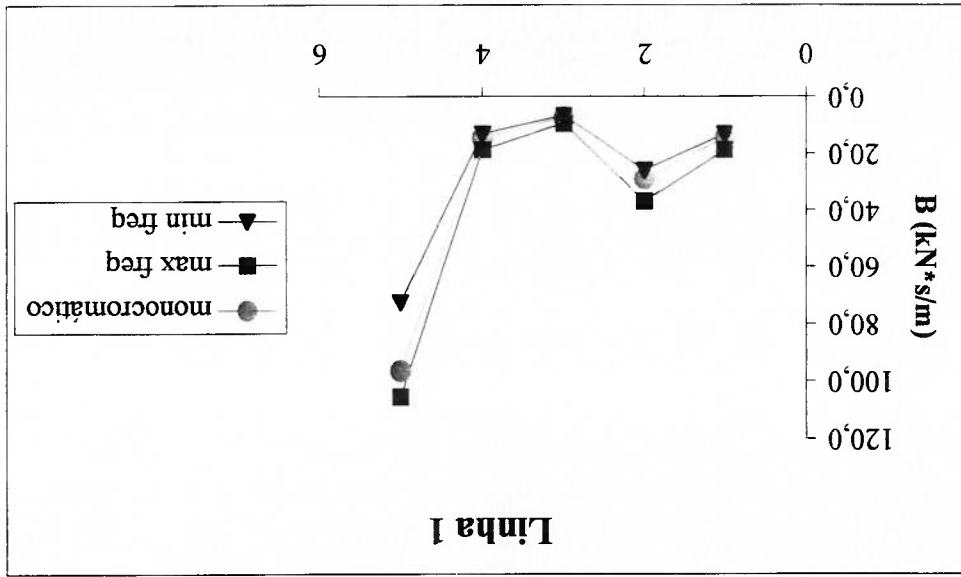


Figura 5.1: Resultados Monocromáticos (Linha 1)

Os valores máximos (mínimos) foram calculados somando (subtraindo) o desvio padrão à média, pois foram estes dois parâmetros estatísticos os resultados fornecidos pelos autores do estudo comparativo.

Caso	n°	Excitação (LF+WF)	Domínio do Tempo		Domínio da Frequência		M	B1	B2
			min.	max.	min.	max.			
1.1	10 m / 100 s	+5,4 m / 10 s	97,5	177,7	102,6	119,0	-	123,3	114,6
1.2	10 m / 100 s	10 m / 100 s	16,5	22,3	12,8	18,4	14,1	-	-
1.3	20 m / 100 s	20 m / 100 s	67,8	119,4	25,6	36,8	28,6	-	-
1.4	10 m / 200 s	10 m / 200 s	3,7	16,3	6,4	9,2	7,0	-	-
1.5	20 m / 200 s	20 m / 200 s	34,1	61,7	12,8	18,4	14,3	-	-
1.6	5,4 m / 10 s	5,4 m / 10 s	75,4	99,4	72,5	105,1	96,1	-	-
1.7	10 m / 100 s	10 m / 100 s	126,7	215,5	145,3	177,5	-	176,1	169,3
1.8	10 m / 100 s	+5,4 m / 13 s	88,9	164,5	79,7	91,5	-	93,0	88,5

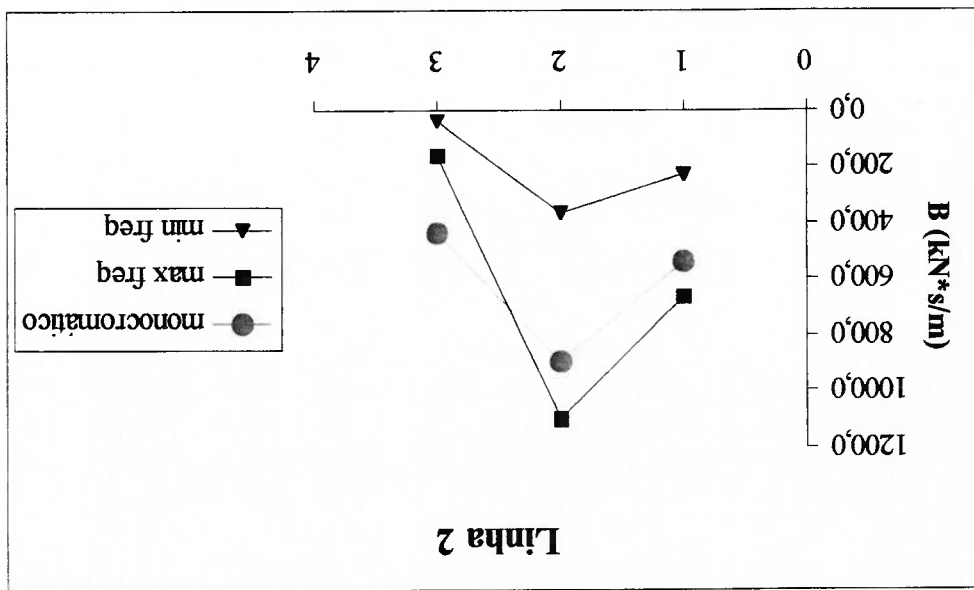
Tabela 5.2: Linha 1 – Coeficiente de Amortecimento da Linha (kN*s/m)

Caso n°	Excitação (LF+WF)	Domínio do Tempo		Domínio da Frequência		M	B1	B2	B3
		min.	max.	min.	max.				
2.1	30 m / 330 s +5,4 m / 10 s	691,0	1129,0	393,0	1927,0	-	2294,0	4328,7	1118,8
2.2	30 m / 330 s	404,0	488,0	224,0	660,0	538,1	-	-	-
2.3	50 m / 330 s	665,0	835,0	365,0	1095,0	895,9	-	-	-
2.4	30 m / 330 s +8 m / 10 s	816,0	1358,0	459,0	2367,0	-	2788,4	5854,3	1271,1
2.5	30 m / 330 s +5,4 m / 13 s	799,0	1133,0	410,0	1900,0	-	2184,8	3469,1	1089,4
2.6	5,4 m / 10 s	106,0	172,0	39,0	157,0	437,5	-	-	-

Tabela 5.3: Linha 2 - Coeficiente de Amortecimento da Linha (kN*s/m)

Para a Linha 1, o método B2 fornece resultados dentro da faixa de valores obtidos no domínio da frequência, enquanto o método B1 fornece valores ligeiramente superiores. Percebe-se que ambos fornecem boas estimativas do amortecimento nesta linha de ancoragem. É interessante ressaltar que a faixa de variação dos resultados obtidos através de cálculos no domínio do tempo é maior.

Figura 5.2: Resultados Monocromáticos (Linha 2)



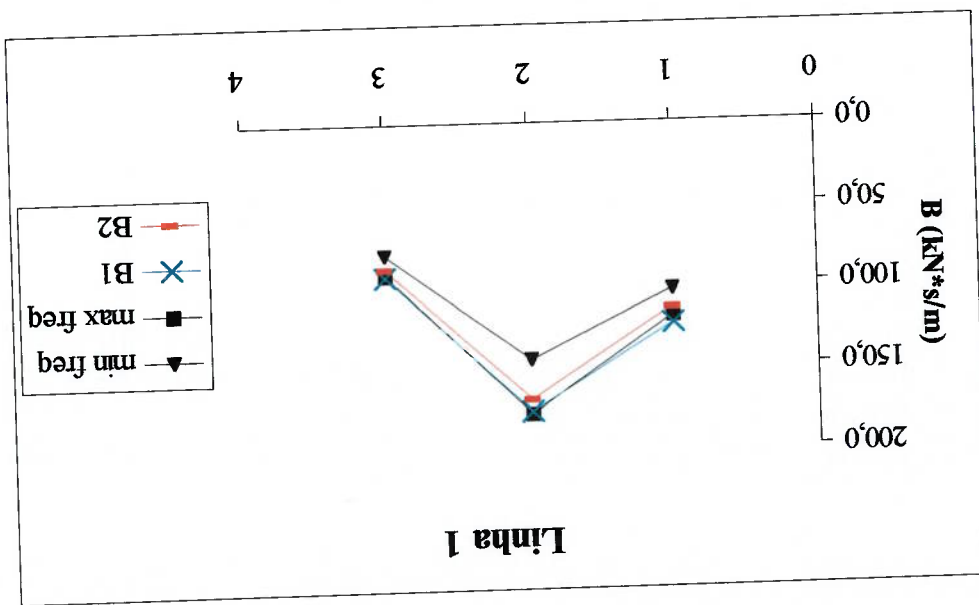


Figura 5.3: Resultados Bicomáticos (Linha 1)

Nos casos da Linha 2, a tendência se inverte: os maiores valores são obtidos com o método B2. O método B1 fornece valores ligeiramente superiores à média mais desvio padrão dos métodos no domínio da frequência. O método B3 fornece bons resultados, aplicado a 40% do comprimento da linha.

É interessante notar que a variação dos métodos no domínio da frequência para a Linha 2 é maior do que a dos métodos no domínio do tempo.

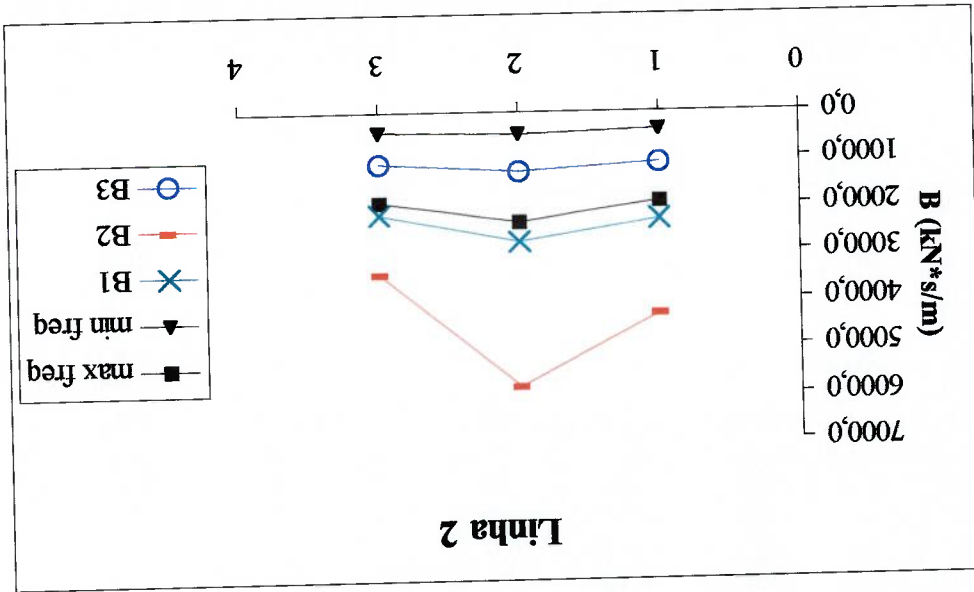


Figura 5.4: Resultados Bicomáticos (Linha 2)

Comparações mais sistemáticas foram feitas com os resultados de Liu; Bergdahl (1998), que, além dos casos acima, compararam resultados quase-estáticos e obtidos através de um método no domínio do tempo numa faixa maior de frequências e amplitudes de oscilação. A tabela a seguir contém as amplitudes de oscilação em frequência de onda e em baixa frequência bem como os períodos de excitação em baixa frequência avaliados.

Tabela 5.4: Parâmetros de Excitação Considerados

Casos	Linha	X_H	X_L	T_L
Tabela 5.5	1	5,4 m	20,0 m	100 s
Tabela 5.6	1	5,4 m	20,0 m	200 s
Tabela 5.7	1	5,4 m	10,0 m	100 s
Tabela 5.8	2	5,4 m	30,0 m	330 s
Tabela 5.9	2	5,4 m	30,0 m	165 s
Tabela 5.10	2	5,4 m	50,0 m	330 s
Tabela 5.11	2	5,4 m	10,0 m	165 s

Para cada um desses conjuntos de parâmetros, é variado o período de excitação em frequência de onda. As próximas tabelas contêm os resultados obtidos por dois métodos quase-estáticos e um método no domínio do tempo, além do método proposto. Oito dos catorze casos já considerados estão também incluídos entre os apresentados a seguir. A última linha de cada tabela contém o caso monocromático correspondente, em baixa frequência.

As análises no domínio do tempo (TD) foram feitas pelo programa MODEX enquanto os resultados fornecidos pelo método quase-estático proposto por Liu; Bergdahl (1998) estão na coluna QS21. A coluna QS1 fornece os resultados obtidos através do método pioneiro de Huse (1986).

Caso 1.5

T_H	TD	Q _{S1}	Q _{S21}	BI
-	2,16	0,67	1,68	0,56
200	7,80	1,63	4,83	0,62
14	10,01	3,92	5,77	3,44
12	8,67	4,55	5,93	4,06
10	11,52	5,44	6,16	4,94
8	12,89	6,79	6,51	6,11
6	15,62	9,03	6,56	7,57
5	15,14	10,82	6,56	8,41
4	14,81	13,52	6,56	9,90

Tabela 5.6: Energia Dissipada por ciclo na Linha 1 (*10⁶ J)

Caso 1.3

T_H	TD	Q _{S1}	Q _{S21}	BI
-	8,64	2,70	6,73	2,26
100	31,03	6,53	19,33	2,49
14	18,36	8,18	21,12	7,04
12	22,16	9,41	21,44	8,27
10	22,51	11,15	21,90	9,99
8	24,45	13,78	22,59	12,32
6	25,37	18,23	22,69	15,21
5	29,14	21,79	22,69	16,88
4	28,74	27,17	22,69	19,83

Tabela 5.5: Energia Dissipada por ciclo na Linha 1 (*10⁶ J)

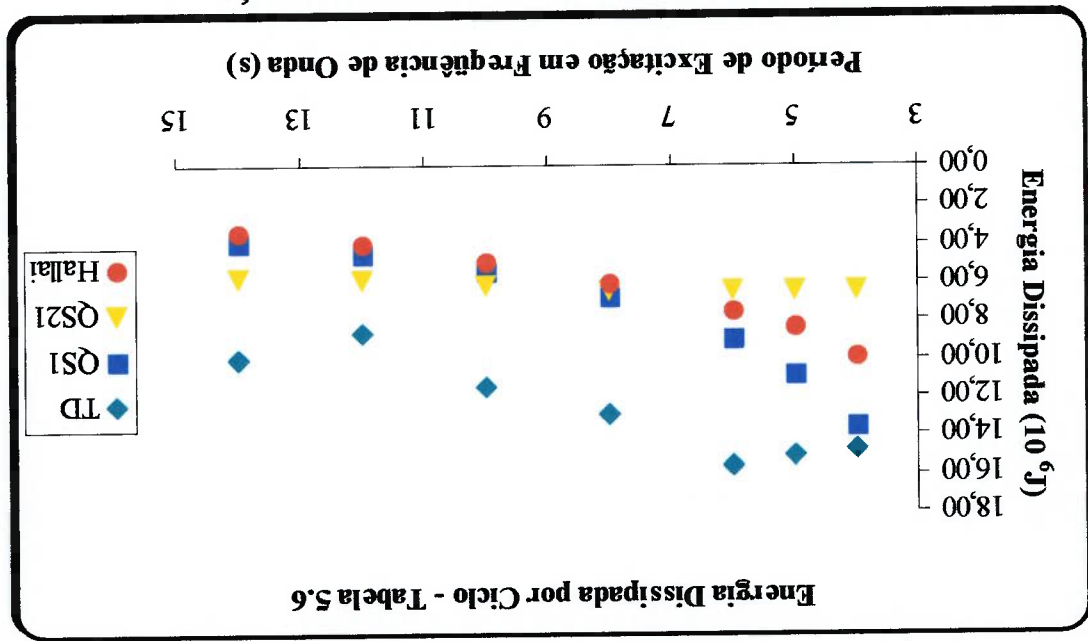


Figura 5.5: Energia Dissipada por ciclo na Linha 1 (*10⁶ J)

Conforme esperado, o método B1 fornece menores energias dissipadas ao se aumentar o período de excitação em alta frequência. Os métodos TD e QS1 também se comportam de acordo com a intuição, ao contrário do método QS21. Percebe-se ainda que o método no domínio do tempo não apresenta resultados monotonicamente decrescentes.

Tabela 5.7: Energia Dissipada por ciclo na Linha 1 (*10⁶ J)

T _H	TD	QS1	QS21	B1
4	4,60	4,95	3,60	4,85
5	4,36	3,96	3,61	4,12
6	3,39	3,31	3,61	3,72
8	3,05	2,49	3,56	3,01
10	3,04	2,00	3,23	2,43
12	2,83	1,67	3,02	2,00
14	2,83	1,44	2,87	1,70
100	2,33	1,02	2,02	0,32
-	0,40	0,25	0,36	0,28

Caso 1.2

Caso 1.1

O método B1 apresenta valores subestimados, se comparado ao método no domínio do tempo. Isso provavelmente se deve à hipótese de TDP fixo, que restringe o movimento de uma parcela não-desprezível da linha, considerando-se que é uma linha ancorada em menos de 100 metros de lâmina d'água.

Tabela 5.8: Energia Dissipada por ciclo na Linha 2 (*10⁷ J)

T _H	TD	QS1	QS21	B3
8	5,59	23,05	4,33	6,08
10	5,73	18,48	4,33	6,02
12	5,88	15,44	4,33	5,92
13	5,65	14,28	4,33	5,86
14	5,65	13,28	4,33	5,80
16	5,78	11,66	4,33	5,66
18	5,54	10,41	4,33	5,51
330	4,09	3,32	4,01	-
-	2,44	2,08	2,41	2,90

É interessante notar que a dissipação de energia não varia de forma intuitiva em função do período de excitação nos casos analisados para a Linha 2; Tanto o método proposto como o método no domínio do tempo e o método quase-estático QS21 não fornecem menores valores de energia dissipada ao aumentar o período de excitação em frequência de onda. Apenas o método QS1 apresenta esta tendência.

Percebe-se então que ambos os métodos quase-estáticos apresentam o mesmo comportamento tanto para a Linha 1 como para a Linha 2. Por outro lado, os métodos B1 e B3 parecem acompanhar a tendência dos resultados no domínio do tempo obtidos para as duas linhas de ancoragem analisadas.

²² Na falta de resultados experimentais, admite-se como paradigma o método no domínio do tempo, apesar de este fornecer resultados irregulares para a Linha 1.

Caso 2.3

T_H	TD	Q _{S1}	Q _{S21}	B ₃
8	15,59	56,93	16,46	20,95
10	15,84	45,83	16,46	20,79
12	16,12	38,48	16,46	20,51
13	15,68	35,67	16,45	20,35
14	15,73	33,28	16,45	20,17
16	15,91	29,41	16,44	19,79
18	15,55	26,43	16,46	19,39
330	16,09	11,14	16,13	-
-	11,90	8,52	11,74	13,40

Tabela 5.10: Energia Dissipada por ciclo na Linha 2 (*10⁷ J)

T_H	TD	Q _{S1}	Q _{S21}	B ₃
8	10,70	46,70	16,70	16,03
10	10,70	37,70	16,70	15,93
12	10,50	31,70	16,70	15,76
13	10,90	29,50	16,70	15,66
14	10,90	27,50	16,70	15,56
16	10,50	24,40	16,70	15,32
18	10,70	22,00	16,70	15,06
165	13,30	13,30	16,10	-
-	8,60	8,30	9,60	11,39

Tabela 5.9: Energia Dissipada por ciclo na Linha 2 (*10⁷ J)

Tabela 5.11: Energia Dissipada por ciclo na Linha 2 (*10⁷ J)

T _H	TD	QS1	QS21	B3
8	1,27	5,47	1,80	1,13
10	1,27	4,38	1,80	1,11
12	1,21	3,65	1,81	1,10
13	1,29	3,38	1,81	1,09
14	1,30	3,14	1,81	1,08
16	1,17	2,75	1,81	1,05
18	1,23	2,45	1,81	1,03
165	1,24	1,19	1,24	-
-	0,34	0,33	0,34	-

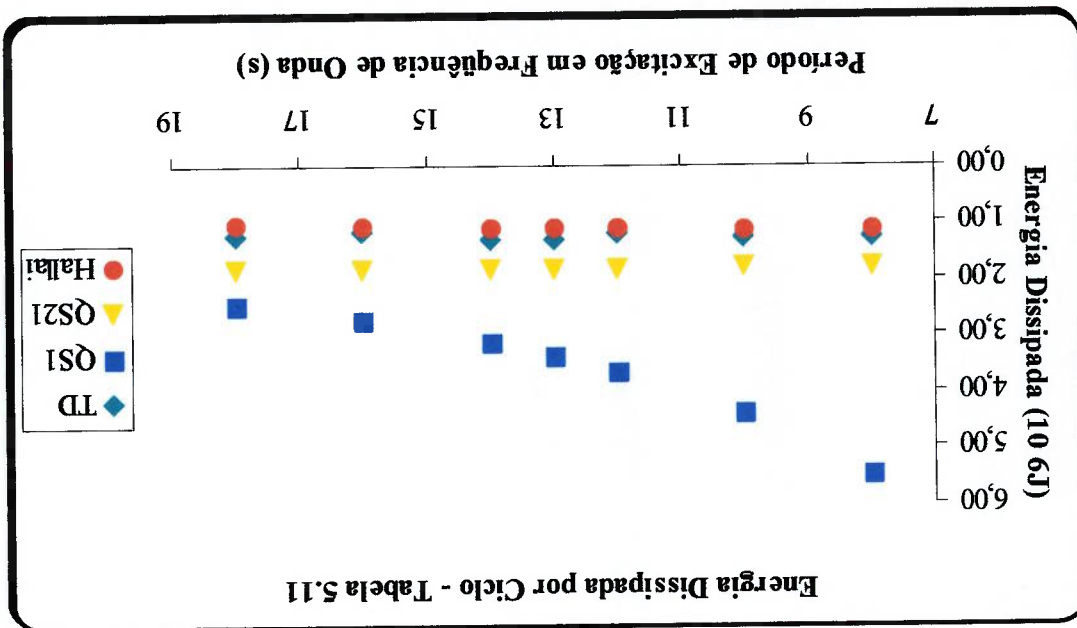


Figura 5.6: Energia Dissipada por ciclo na Linha 2 (*10⁶ J)

A seguir, são propostas as conclusões, recomendações para trabalhos futuros e conclui-se o presente trabalho.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Através deste trabalho, confirma-se mais uma vez a relevância do estudo do amortecimento nas linhas de ancoragem. O amortecimento limita os deslocamentos das linhas e, conseqüentemente, reduz as tensões e aumenta a vida em fadiga. Em diversos trabalhos disponíveis na literatura, é enfatizada a parcela de amortecimento nas linhas como uma das mais importantes, sendo a mais importante, em sistemas flutuantes ancorados.

A influência da correnteza e dos movimentos em frequência de onda foi claramente demonstrada. Não se deve pensar em calcular o amortecimento nas linhas desprezando estes dois fenômenos.

O método proposto mostrou-se de fácil aplicação e de baixo custo computacional. Infelizmente, não é possível utilizá-lo em programas comerciais de elementos finitos e algumas limitações impediram que o método fosse investigado em mais detalhes.

As análises bicromáticas B1 e B2 forneceram bons resultados para a Linha 1. Para a Linha 2, a rotina B2 forneceu resultados superestimados de amortecimento. Percebe-se que a simplificação proposta por esta rotina não se aplica à Linha 2, ou seja, devem ser considerados os movimentos em frequência de onda ao longo de toda a linha. A rotina B1 também apresentou resultados superestimados para a Linha 2, mas muito próximos da média mais desvio padrão dos métodos no domínio da frequência. A rotina B3, que superpõe os movimentos em frequência de onda apenas em parte da linha, forneceu resultados próximos à média dos resultados obtidos por métodos no domínio da frequência considerando apenas 40% da linha se movimentando de forma bicromática. Uma vez definida esta fração arbitrária, forneceu resultados consistentes para todos os casos analisados.

Em suma, o método proposto mostrou ser superior aos métodos quase-estáticos e ainda dispõe da flexibilidade de modelagem inerente ao método dos elementos finitos. Considerando o baixo custo computacional, é adequado às etapas iniciais de projeto.

Como recomendação para trabalhos futuros, faz-se necessário o entendimento dos resultados superestimados obtidos para a Linha 2. A implementação do método sem a hipótese de TDP fixo seria importante para a obtenção de resultados mais próximos da realidade.

Investigações experimentais que incluíssem correnteza e ondas para o cálculo do amortecimento seriam enriquecedores e serviriam de paradigma para a avaliação das correções sugeridas neste texto, bem como do método iterativo de cálculo do amortecimento nas linhas de ancoragem proposto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALBAUGH, E.K.; BRIERS, L.; NUTTER, T.; WEIR, J. 2002 Offshore Oil & Gas Industry Deepwater Solutions for Concept Selection. *Offshore Magazine*, v.62, n.5, 2002.
- AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. Recommended Practice for Design and Analysis of Stationkeeping Systems for Floating Structures – API RP2SK. Mar. 1997
- ANDRADE, B.L.R. *Dinâmica de Linhas de Amarração – Estudo Experimental e Método de Cálculo no Domínio da Freqüência*. 1994. 267p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo.
- BANDSTRA, J.P. Comparison of Equivalent Viscous Damping and Nonlinear Damping in Discrete and Continuous Vibrating Systems. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, v.105, p.382-392, 1983.
- BAUDUIN, C.; NACIRI, M. A Contribution on Quasi-Static Mooring Line Damping. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, v.122, p.125-133, 2000.
- BOMPAIS, X.; LE BOULLUEC, M.; DEKINDT, F.; MARIN, S.; MOLIN, B. Slow-Drift Motion: Practical Estimation of Mooring Line Damping. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON OFFSHORE MECHANICS AND ARCTIC ENGINEERING, 13, *Proceedings OMAE 1994*. New York: ASME, 1994. v.1. p.383-391.
- BRINATI, H.T.; NISHIMOTO, K.; FUCATU, C.H.; MASETI, I.Q.; FULLAHN, M. The Effects of Mooring Line Damping and Wave Drift Damping on Moored Tanker Dynamics. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON OFFSHORE ENGINEERING, 10, *Offshore Engineering*. Southampton: Computational Mechanics Publications, 1997. p.11-27.
- BROWN, D.T.; LYONS, G.J.; LIN, H.M. Advances in Mooring Line Damping. *Underwater Technology*, v.21, n.2, p.5-11, 1995.
- BROWN, D.T.; MAVRAKOS, S. Comparative Study on Mooring Line Dynamic Loading. *Marine Structures*, v.12, n.3, p.131-151, 1999.
- BUCKINGHAM, E. On Physically Similar Systems; Illustrations of the Use of Dimensional Equations. *Physical Review*, v.4, n.4, p.345-376, 1914.
- CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. *Dynamics of Structures*. New York: McGraw-Hill, 1993. 738p.
- DET NORSKE VERITAS. Position Mooring (POSMOOR) – OS-E301. July 2000.

- DE LA MARE, R. F. *Advances in Offshore Oil & Gas Pipeline Technology*. Houston: Gulf Pub. Co., 1985. 383p.
- GRAN, S. *A Course in Ocean Engineering*. Elsevier Science Ltd, 1992.
- HALLAI, J.F.; AUGUSTO, O.B. *Materiais de Cabos Empregados em Ancoragem*. Boletim Técnico do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica. São Paulo: EPUSP, 2002. 78p.
- HUSE, E. Influence of Mooring Line Damping upon Rig Motions. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 18., Houston, 1986. *Proceedings*. Paper 5204. p.433-438.
- _____. New Developments in Prediction of Mooring System Damping. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 23., Houston, 1991. *Proceedings*. Paper 6593. p.291-298.
- HUSE, E.; MATSUMOTO, K. Practical Estimation of Mooring Line Damping. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 20., Houston, 1988. *Proceedings*. Paper 5676. p.543-552.
- _____. Mooring Line Damping due to First and Second Order Vessel Motion. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 21., Houston, 1989. *Proceedings*. Paper 6137. p.135-148.
- KEULEGAN, G.H.; CARPENTER, L.H. Forces on Cylinders and Plates in an Oscillating Fluid. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, v.60, n.5, p.423-440, 1958.
- KWON, Y. W.; BANG, H. *The Finite Element Method using MATLAB*. Boca Raton: CRC Press, 1997. 519p.
- LANGHAAR, H.T. *Dimensional Analysis and Theory of Models*. New York: Wiley, 1983. 166p.
- KROLIKOWSKI, L.P.; GAY, T.A. An Improved Linearization Technique for Frequency Domain Riser Analysis. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 12., Houston, 1980. *Proceedings*. Paper 3777. p.341-353.
- LE BOULUEC, M.; LE BUHAN, P.; CHEN, X-B.; DELEUIL, G.; FOULHOUX, L.; MOLIN, B.; VILLEGER, F. Recent Advances on the Slow-Drift Damping of Offshore Structures. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE BEHAVIOUR OF OFFSHORE STRUCTURES, 7., BOSS'94. Oxford: Pergamon Press, 1994. v.1. p.9-30.
- LEIRA, B.J. Multidimensional Stochastic Linearisation of Drag Forces. *Applied Ocean Research*, v.9, n.3, p.150-162, 1987.
- LIU, Y.; BERGDAL, L. Frequency-Domain Dynamic Analysis of Cables. *Engineering Structures*, v.19, n.6, p.499-506, 1997a.

- _____ Influence of Current and Seabed Friction on Mooring Cable Response: Comparison Between Time-Domain and Frequency-Domain Analysis. *Engineering Structures*, v.19, n.11, p.945-953, 1997b.
- _____ Improvements on Huse's Model for Estimating Mooring Cable Induced Damping. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON OFFSHORE MECHANICS AND ARCTIC ENGINEERING, 17, *Proceedings OMAE 1998*. New York: ASME, 1998.
- MATSUMOTO, K. The Influence of Mooring Line Damping on the Prediction of Low-Frequency Vessel Motions at Sea. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 23, Houston, 1991. *Proceedings*. Paper 6660. p.119-128.
- MICHEL, W.H. Sea Spectra Revisited. *Marine Technology*, v.36, n.4, p.211-227, 1999.
- MORISON, J.R.; O'BRIEN, M.P.; JOHNSON, J.W.; SCHAAF, S.A. The Force Exerted By Surface Waves on Piles. *Petroleum Transactions, AIME*, v.189, p.149-154, 1950.
- NASHIF, A.D.; JONES, D.G.; HENDERSON, J.P. *Vibration Damping*. New York: Wiley, 1985. 453p.
- NAYFEH, A.H.; MOOK, D.T. *NonLinear Oscillators*. New York: John Wiley & Sons, 1979. 704p.
- NIELSEN, F.G.; BINDINGBØ, A.U. Extreme Loads in Taut Mooring Lines and Mooring Line Induced Damping: An Asymptotic Approach. *Applied Ocean Research*, v.22, n.2, p.103-118, 2000.
- NISHIMOTO, K.; KASTER, F.; MASETTI, I.Q.; MATSURA, J.; ARANHA, J.A.P. Full Scale Decay Test of a Tanker: Field Data and Theoretical Analysis. *Ocean Engineering*, v.26, n.2, p.125-145, 1999.
- RAAJMAKERS, R.M.; BATTES, J.A. An Experimental Verification of Huse's Model on the Calculation of Mooring Line Damping. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE BEHAVIOUR OF OFFSHORE STRUCTURES, 10, BOSS'97. Oxford: Pergamon Press, 1997. v.2. p.439-452.
- ROBERTS, J.B.; SPANOS, P.D. *Random Vibration and Statistical Linearization*. New York: John Wiley & Sons, 1990. 407p.
- SARKAR, A.; TAYLOR, R.E. Effects of Mooring Line Drag Damping on Response Statistics of Vessels Excited by First and Second Order Wave Forces. *Ocean Engineering*, v.27, n.6, p.667-686, 2000.
- _____ Dynamics of Mooring Cables in Random Seas. *Journal of Fluids and Structures*, v.16, n.2, p.193-212, 2002.

- SARPKAYA, T. Force on a Circular Cylinder in Viscous Oscillatory Flow at Low Keulegan-Carpenter Numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, v.165, p.61-71, 1985.
- SNOWDON, J.C. *Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems*. New York: John Wiley & Sons, 1968. 486p.
- THOMSON, W.T. *Theory of Vibration with Applications*. New York: Chapman & Hall, 1993. 546p.
- TRIANTAFYLLOU, M.S. Cable Mechanics for Moored Floating Systems. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE BEHAVIOUR OF OFFSHORE STRUCTURES, 7., BOSS'94. Oxford: Pergamon Press, 1994. v.2, p.57-78.
- TRIANTAFYLLOU, M.S.; YUE, D.K.P.; TEIN, D.Y.S. Damping of Moored Floating Structures. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 26., Houston, 1994. *Proceedings*. Paper 7489. p.215-224.
- VAN DRIEST, E.R. On Dimensional Analysis and the Presentation of Data in Fluid Flow Problems. *Journal of Applied Mechanics*, v.13, n.1, p.(A-34)-(A-40), 1946.
- WEBSTER, W.C. Mooring-Induced Damping. *Ocean Engineering*, v.22, n.6, p.571-591, 1995.
- WICHERS, J.E.W.; HUIJSMANS, R.H.M. The Contribution of Hydrodynamic Damping Induced by Mooring Chains on Low-Frequency Vessel Motions. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 22., Houston, 1990. *Proceedings*. Paper 6218. p.171-182.
- ZHOU, C.Y.; GRAHAM, J.M.R. A Numerical Study of Cylinders in Waves and Currents. *Journal of Fluids and Structures*, v.14, n.3, p.403-428, 2000.