

CONSULTA
FD-3109

São Paulo
2002

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do Título de Mestre em
Engenharia.

**CÁLCULO DA RESISTÊNCIA DE ONDAS ATRAVÉS DE UM
MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO**

VALENTINA DOMICIANO

**CÁLCULO DA RESISTÊNCIA DE ONDAS ATRAVÉS DE UM
MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO**

VALENTINA DOMICIANO

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do Título de Mestre em
Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia Naval e Oceânica

Orientador:
Prof. Dr. Mardel Bongiovanni de Conti

São Paulo

2002

AGRADECIMENTOS

Ao orientador Prof. Dr. Mardel Bongiovanni de Conti pelo incentivo e apoio sempre presentes, sem os quais não teria sido possível a realização deste trabalho.

A todos que de alguma forma contribuíram para a execução das atividades

relacionadas a esta pesquisa.

RESUMO

Com o objetivo de calcular a resistência devida à formação de ondas, utiliza-se um método de elementos de contorno para resolução do escoamento potencial tridimensional em torno de um corpo que avança com velocidade constante na presença de superfície livre, em águas originalmente calmas.

De forma a possibilitar a linearização do problema, admite-se que o potencial é composto por três parcelas que são: o escoamento uniforme ao longe, a perturbação devida à presença do corpo e a perturbação devida à presença da superfície livre. O problema é dividido em duas etapas. Na primeira etapa a superfície de separação ar-água é suposta rígida, sendo a presença do corpo a única fonte de perturbação. Na segunda etapa são incluídos os efeitos da presença da superfície livre.

A condição de contorno sobre a superfície do corpo é imposta em sua forma exata, enquanto a condição de contorno sobre a superfície livre é linearizada em relação ao escoamento ao longe.

Uma equação integral sobre a superfície de contorno do escoamento é obtida através da aplicação da identidade de Green. A função de Green utilizada é a fonte de Rankine.

Discretiza-se a superfície de contorno em painéis planos, sobre os quais o potencial de perturbação é suposto distribuído de acordo com "splines" parabólicas. A resistência de ondas é calculada através do método do corte transversal.

Alguns exemplos de aplicação são apresentados, cujos resultados são comparados com formulações analíticas e valores experimentais.

ABSTRACT

The goal of this work is the calculation of wave resistance using a boundary element method for resolution of the three dimensional potential flow around a body advancing with constant speed nearby a free surface, in otherwise calm water.

In order to linearize the problem, the potential is assumed composed by three parts: the uniform free stream, the perturbation due to the presence of the body and the perturbation related to the free surface.

The problem is divided in two steps. In the first one, the surface between water and air is assumed to be a rigid wall, being the perturbations caused by the body presence. In the second step, the effects of the free surface are included.

The boundary condition on the body surface is imposed in its exact form, while the boundary condition on the free surface is linearized about the incoming stream.

An integral equation over the flow boundary surface is obtained by applying Green's identity. The Rankine source is used as the Green's function.

The boundary surface is discretized in planar panels, over which the perturbation potential is described by parabolic splines.

The wave resistance is calculated using the transversal cut method.

Some application examples are presented, being the results compared to analytical formulations and experimental values.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	
LISTA DE TABELAS	
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	
LISTA DE SÍMBOLOS	
1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - Revisão bibliográfica	1
1.2 - O presente trabalho	4
2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	6
2.1 - O problema com superfície de separação ar-água suposta rígida	8
2.2 - O problema com superfície livre	10
2.3 - Formulação integral	13
2.4 - Cálculo da resistência devida à formação de ondas	19
3 - O PROBLEMA DISCRETIZADO	23
3.1 - Representação da superfície de contorno	23
3.2 - Distribuição do potencial de acordo com "splines" parabólicas	26
3.3 - Discretização das equações para determinação do potencial	30
3.4 - Discretização para cálculo da resistência de ondas	38
4 - PROGRAMAS DE COMPUTADOR DESENVOLVIDOS	41
4.1 - Programa para solução do problema com superfície de separação ar-água suposta rígida	41
4.2 - Programa para solução do problema com superfície livre	44

5 - RESULTADOS.....	48
5.1 - Esfera abaixo da superfície rígida horizontal.....	50
5.2 - Semi-esfera com centro na superfície rígida horizontal.....	54
5.3 - Esfera totalmente submersa na presença de superfície livre.....	58
5.4 - Casco de Wigley na presença de superfície livre.....	83
6 - CONCLUSÕES.....	106
LISTA DE REFERÊNCIAS.....	109

LISTA DE FIGURAS

6	Figura 2.1 - Sistema de coordenadas.	
25	Figura 3.1.1 - Correspondência entre o quadrado no sistema $O\xi\xi$ e o painel quadrilátero no sistema $Ox^i y^j z^k$.	
27	Figura 3.2.1 - Valores de m e n para o painel central e seus vizinhos (a posição relativa é indicada pela notação de pontos cardeais).	
30	Figura 3.3.1 - Numeração dos painéis da malha na superfície livre a boreste.	
31	Figura 3.3.2 - Numeração dos painéis da malha na superfície do corpo a boreste.	
42	Figura 4.1.1 - Fluxograma simplificado do programa para solução do problema com superfície de separação ar-água suposta rígida.	
44	Figura 4.2.1 - Fluxograma simplificado do programa para solução do problema com superfície livre.	
48	Figura 5.1 - Esfera de raio \bar{R} com centro posicionado a uma distância \overline{prof} abaixo da superfície rígida horizontal.	
48	Figura 5.2 - Semi-esfera de raio \bar{R} com centro na superfície rígida horizontal.	
49	Figura 5.3 - Esfera de raio \bar{R} com centro posicionado a uma distância \overline{prof} abaixo da superfície livre.	
51	Figura 5.1.1 - Malha para esfera com $\frac{R}{\bar{g}} = 1$ e $\frac{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}}{\overline{prof}} = 10$.	
52	Figura 5.1.2 - Malha para esfera com $\frac{R}{\bar{g}} = 1$ e $\frac{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}}{\overline{prof}} = 2$.	

53 - Distribuição de pressões em termos de coluna d'água na superfície rígida horizontal para esfera com $\frac{2\pi\bar{U}^2}{R} = 1$ e $\frac{prof}{\bar{U}^2} = 10$

53 - Distribuição de pressões em termos de coluna d'água na superfície rígida horizontal para esfera com $\frac{2\pi\bar{U}^2}{R} = 1$ e $\frac{prof}{\bar{U}^2} = 2$

55 - Malha para semi-esfera com $\frac{2\pi\bar{U}^2}{R} = 1$

56 - Comparação entre o método numérico e a solução analítica para o potencial em uma seção transversal próxima à extremidade de uma semi-esfera com $\frac{2\pi\bar{U}^2}{R} = 1$

56 - Comparação entre o método numérico e a solução analítica para o potencial em uma seção transversal próxima à seção central da semi-esfera com $\frac{2\pi\bar{U}^2}{R} = 1$

57 - Distribuição de pressões em termos de coluna d'água na superfície rígida horizontal para semi-esfera com $\frac{2\pi\bar{U}^2}{R} = 1$

61 - Domínio de cálculo na superfície livre para o caso da esfera totalmente submersa.

65 - Resistência de ondas em função da posição das fileiras transversais da malha. Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{U}^2} = 0,5$ e $\frac{prof}{\bar{U}^2} = 2,7$

66 - Espectro das ondas para esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{U}^2} = 0,5$ e $\frac{prof}{\bar{U}^2} = 2,7$

68 - Comparação dos valores obtidos numericamente com os resultados analíticos (LAMB, 1879) para a resistência devida à formação de ondas adimensionalizada pelo deslocamento da esfera.

69 Figura 5.3.5 - Malha utilizada para esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{U}^2} = 0,5$ e $\frac{\overline{prof}}{\bar{U}^2} = 2,7$

69 Figura 5.3.6 - Elevação da superfície livre para esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{U}^2} = 0,5$ e $\frac{\overline{prof}}{\bar{U}^2} = 2,7$

70 Figura 5.3.7 - Curvas de nível da superfície livre para esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{U}^2} = 0,5$ e $\frac{\overline{prof}}{\bar{U}^2} = 2,7$

71 Figura 5.3.8 - Elevação da superfície livre calculada no centro dos painéis pertencentes à fileira longitudinal adjacente ao plano $z = 0$, para esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{U}^2} = 0,5$ e $\frac{\overline{prof}}{\bar{U}^2} = 2,7$

74 Figura 5.3.9 - Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{U}^2} = 0,5$ e $\frac{\overline{prof}}{\bar{U}^2} = 2,7$. Valores obtidos para a resistência de ondas em função da extensão longitudinal do domínio na superfície livre. Painéis de dimensão variável na direção do eixo oz .

75 Figura 5.3.10 - Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{U}^2} = 0,5$ e $\frac{\overline{prof}}{\bar{U}^2} = 2,7$. Resistência de ondas em função da posição das fileiras transversais da malha para os diversos domínios considerados. Painéis de dimensão variável na direção do eixo oz .

76 Figura 5.3.11 - Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{U}^2} = 0,5$ e $\frac{\overline{prof}}{\bar{U}^2} = 2,7$. Espectro das ondas para os diversos domínios considerados. Painéis de dimensão variável na direção do eixo oz .

78 Figura 5.3.12 - Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{U}^2} = 0,5$ e $\frac{\overline{prof}}{\bar{U}^2} = 2,7$. Valores obtidos para a resistência de ondas em função da extensão longitudinal do domínio na superfície livre. Painéis de dimensão constante na direção do eixo oz .

79 Figura 5.3.13 - Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{U}^2} = 0,5$ e $\frac{\overline{prof}}{\bar{U}^2} = 2,7$. Resistência de ondas em função da posição das fileiras transversais da malha para os diversos domínios considerados. Painéis de dimensão constante na direção do eixo oz .

80	Espectro das ondas para os diversos domínios considerados. Painéis de dimensão constante na direção do eixo oz .	80
82	Figura 5.3.15 - Influência do número de painéis por comprimento de onda transversal no valor calculado para a resistência de ondas da esfera totalmente submersa.	82
85	Figura 5.4.1 - Resultados experimentais para o casco de Wigley.	85
86	Figura 5.4.2 - Domínio de cálculo na superfície livre para o caso do casco de Wigley.	86
87	Figura 5.4.3 - Malha na superfície do casco de Wigley com 50 fileiras transversais e 8 fileiras longitudinais.	87
88	Figura 5.4.4 - Malha na superfície livre com 103 fileiras transversais e 38 fileiras longitudinais, sendo 50 fileiras transversais na região do casco de Wigley.	88
89	Figura 5.4.5 - Espectro das ondas para o casco de Wigley com $F_n = 0,3$ e malhas com 66 fileiras transversais de painéis na região do casco (wp0366: malha com espaçamento variável; wp0366u: malha com espaçamento uniforme).	89
90	Figura 5.4.6 - Coeficiente de resistência de ondas em função da posição das fileiras transversais. Casco de Wigley com $F_n = 0,2$ e malha com 50 fileiras transversais na região do casco.	90
91	Figura 5.4.7 - Coeficiente de resistência de ondas para o casco de Wigley. Valores obtidos numericamente (malha com 50 fileiras transversais na região do casco) e limites da faixa de valores experimentais (ITTC, 1984).	91
92	Figura 5.4.8 - Espectro das ondas para o casco de Wigley com $F_n = 0,2$ e malha com 50 fileiras transversais na região do casco.	92
95	Figura 5.4.9 - Coeficiente de resistência de ondas para o casco de Wigley com $F_n = 0,2$.	95
95	Figura 5.4.10 - Espectro das ondas para o casco de Wigley com $F_n = 0,2$ e malhas com 50, 60, 70 e 80 fileiras transversais na região do casco.	95
96	Figura 5.4.11 - Coeficiente de resistência de ondas para o casco de Wigley com $F_n = 0,3$.	96

Figura 5.3.14 - Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\delta} = 0,5$ e $\frac{\bar{U}^2}{\delta \cdot \rho \omega^2} = 2,7$

96	Figura 5.4.12 - Espectro das ondas para o casco de Wigley com $F_n=0,3$ e malhas com 50, 60, 70 e 80 fileiras transversais na região do casco.
97	Figura 5.4.13 - Coeficiente de resistência de ondas para o casco de Wigley com $F_n=0,4$.
97	Figura 5.4.14 - Espectro das ondas para o casco de Wigley com $F_n=0,4$ e malhas com 50, 60, 70 e 80 fileiras transversais na região do casco.
99	Figura 5.4.15 - Malha com 60 fileiras transversais de painéis na região do casco, utilizada para o casco de Wigley com $F_n=0,2$.
100	Figura 5.4.16 - Elevação da superfície livre para o casco de Wigley com $F_n=0,2$ e malha com 60 fileiras transversais na região do casco.
101	Figura 5.4.17 - Curvas de nível da superfície livre para o casco de Wigley com $F_n=0,2$ e malha com 60 fileiras transversais na região do casco.
102	Figura 5.4.18 - Elevação da superfície livre calculada no centro dos painéis pertencentes à fileira longitudinal que contorna o casco de Wigley com $F_n=0,2$ e malha com 60 fileiras transversais na região do casco.
103	Figura 5.4.19 - Influência da extensão do domínio a ré do casco no valor calculado para o coeficiente de resistência de ondas do casco de Wigley.

LISTA DE TABELAS

60	Tabela 5.3.1 -	Adimensionais para os casos processados.
61	Tabela 5.3.2 -	Características do domínio na superfície livre.
63	Tabela 5.3.3 -	Tempos de processamento para cada caso da esfera totalmente submersa (número total de painéis igual a 1958).
64	Tabela 5.3.4 -	Número de painéis por comprimento de onda transversal $(\frac{2\pi\bar{U}^2}{g})$, máximo número de onda $(k_{Nw}^{\bar{h}})$ adimensionalizado por $\frac{\bar{h}}{g/U^2}$ e razão de aspecto dos painéis adjacentes à linha de centro (\bar{h}/\bar{h}_x) .
67	Tabela 5.3.5 -	Comparação dos valores obtidos numericamente com os resultados analíticos (LAMB, 1879) para a resistência devida à formação de ondas adimensionalizada pelo deslocamento da esfera.
73	Tabela 5.3.6 -	Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{g} \cdot \overline{prof}} = 0,5$ e $\frac{\overline{U^2}}{\bar{g} \cdot \overline{prof}} = 2,7$. Características dos casos processados e resultados obtidos. Malhas com painéis de dimensão variável na direção do eixo oz .
77	Tabela 5.3.7 -	Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{g} \cdot \overline{prof}} = 0,5$ e $\frac{\overline{U^2}}{\bar{g} \cdot \overline{prof}} = 2,7$. Características dos casos processados e resultados obtidos. Malhas com painéis de dimensão constante na direção do eixo oz .
82	Tabela 5.3.8 -	Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{g} \cdot \overline{prof}} = 0,3$ e $\frac{\overline{U^2}}{\bar{g} \cdot \overline{prof}} = 1,1$. Características dos casos processados e resultados obtidos.
86	Tabela 5.4.1 -	Valores do comprimento (L) adimensionalizado por $2\pi\bar{U}^2/g$ para cada número de Froude.

88	Tempo de processamento para cada caso de casco de Wigley (número total de painéis igual a 4314).....
94	Tabela 5.4.3 - Valores mínimos e máximos do número de onda de Nyquist para cada número de Froude.....
104	Tabela 5.4.4 - Casco de Wigley com $F_n = 0,2$. Características dos casos processados e resultados obtidos.....
104	Tabela 5.4.5 - Casco de Wigley com $F_n = 0,3$. Características dos casos processados e resultados obtidos.....
105	Tabela 5.4.6 - Casco de Wigley com $F_n = 0,4$. Características dos casos processados e resultados obtidos.....

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BB	bombordo
BE	boreste
ITTC	International Towing Tank Conference

LISTA DE SÍMBOLOS

Na lista que se segue, símbolos sublinhados indicam grandezas dimensionais enquanto símbolos não sublinhados indicam grandezas adimensionais.

\bar{A}	área da seção mestra
A	matriz
$b_2^m(\xi)$	funções parabólicas na direção ξ
$b_2^n(\zeta)$	funções parabólicas na direção ζ
\bar{B}	boca na linha d'água
B	vetor dos termos independentes
c	coeficientes da "spline" que descreve o potencial da perturbação devida à presença do corpo (ϕ)
C	vetor dos coeficientes da "spline" que descreve o potencial da perturbação devida à presença do corpo (ϕ)
\hat{c}	coeficientes da "spline" que descreve o potencial da perturbação devida à presença da superfície livre (ϕ_{fs})
\hat{C}	vetor dos coeficientes da "spline" que descreve o potencial da perturbação devida à presença da superfície livre (ϕ_{fs})
C_B	coeficiente de bloco
C_P	coeficiente prismático
C_S	coeficiente de superfície molhada
C_w	coeficiente de resistência de ondas

C^x	coeficiente de seção mestra
$C(k_z, x)$	parte real da transformada de Fourier da elevação das ondas para um corte transversal na superfície livre
D	calado
\bar{E}	espectro das ondas
E	espectro das ondas (\bar{E}) adimensionalizado por $\left(\frac{\bar{U}^2}{g}\right)^2$
F_i	parte imaginária do espectro das ondas
F_n	número de Froude
g	aceleração da gravidade
G_r	parte real do espectro das ondas
\bar{h}	dimensão dos painéis da malha na superfície livre
h	dimensão dos painéis da malha na superfície livre (\bar{h}) adimensionalizada por $\frac{\bar{U}^2}{g}$
\bar{h}_x	comprimento do painel medido na direção do eixo ox
\bar{h}_z	comprimento do painel medido na direção do eixo oz
i	unidade imaginária, porém quando utilizado como índice se refere à fileira transversal da malha
$J(\xi, \zeta)$	jacobiano da transformação de coordenadas $(\xi, \zeta) \leftarrow (x, z)$
\bar{k}	número de onda
k	número de onda (\bar{k}) adimensionalizado por $\frac{\bar{U}^2}{g}$, porém quando utilizado como índice se refere ao número do painel
\bar{k}_{Nyq}	número de onda de Nyquist

k_{Nyq}	número de onda de Nyquist (k_{Nyq}) adimensionalizado por $\frac{\bar{U}_2}{g}$
\bar{k}_x	número de onda na direção do eixo ox
k_x	número de onda na direção do eixo ox (\bar{k}_x) adimensionalizado por $\frac{\bar{U}_2}{g}$
\bar{k}_z	número de onda na direção do eixo oz
k_z	número de onda na direção do eixo oz (\bar{k}_z) adimensionalizado por $\frac{\bar{U}_2}{g}$
K_0 e K_1	funções de Bessel
\bar{L}	comprimento na linha d'água
\bar{M}	massa de fluido deslocada
\bar{n}	normal à superfície, apontando no sentido do fluido
n_x	projecção da normal na direção do eixo ox
n_y	projecção da normal na direção do eixo oy
n_z	projecção da normal na direção do eixo oz
N	número de painéis da malha
$\frac{N}{2}$	número de painéis da malha a boreste
N_{fs}	número de painéis na superfície livre
$\frac{N_{fs}}{2}$	número de painéis na superfície livre a boreste
N_h	número de painéis na superfície do corpo
$\frac{N_h}{2}$	número de painéis na superfície do corpo a boreste

$\frac{N}{z}$ painéis na fileira mais a vante ou na fileira mais a ré da superfície livre, para malhas apenas a boreste

$ox\bar{x}z$ sistema de coordenadas fixo no casco, sendo que ox é o eixo na direção do avanço, oz é positivo para cima, oz é positivo para boreste e $ox\bar{x}z$ é o plano horizontal coincidente com a superfície livre indeformada

xyz idem a $ox\bar{x}z$, porém com coordenadas adimensionalizadas por $\frac{U}{g}$

o_i ponto médio dos quatro pontos que definem o painel

$o_i'x_i'y_i'z_i'$ sistema de coordenadas local de cada painel

$o_i\bar{x}_i$ sistema de coordenadas no qual o painel é representado por um quadrado de lado igual a 2

p pressão

$prof$ profundidade de imersão do centro da esfera

P ponto fixado dentro de \mathfrak{M} ou sobre a superfície de contorno de \mathfrak{M} ou fora de \mathfrak{M} , no qual está localizada uma singularidade

\bar{Q} ponto que percorre a superfície S_p na realização das integrais

$r_{P\bar{Q}}$ distância entre o ponto P e o ponto \bar{Q}

$\bar{r}_{P\bar{Q}}$ distância do ponto P ao ponto \bar{Q} (simétrico de \bar{Q} a bordo) ou distância do ponto \bar{Q} até um ponto \bar{P} (simétrico de P a bordo)

\bar{R} raio da esfera

\mathfrak{M} região do espaço $ox\bar{x}z$

\bar{R}_w resistência devida à formação de ondas

R_w resistência devida à formação de ondas (\bar{R}_w) adimensionalizada por $\rho U^2 \left(\frac{g}{U^2} \right)^z$

S área da superfície molhada

S superfície de contorno da região \mathfrak{M}

S^{-P} superfície S com a exclusão do ponto P , se P estiver sobre ela

S_f superfície de separação ar-água, quer seja suposta rígida ou deformável

S_{fs-P} superfície S_f com a exclusão do ponto P , se P estiver sobre ela

S_h superfície imersa do corpo

S_{h-P} superfície S_h com a exclusão do ponto P , se P estiver sobre ela

S_∞ superfície que limita a região fluida

$S(k_z, x)$ parte imaginária da transformada de Fourier da elevação das ondas para um corte transversal na superfície livre

\bar{U} velocidade de avanço

\bar{v} velocidade

\bar{A} volume de deslocamento

\bar{x} vetor posição, cujas componentes são $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$

\bar{x} vetor posição (\bar{x}) com componentes adimensionalizadas por $\frac{\bar{U}^2}{g}$

Letras gregas:

β ângulo geométrico da malha na superfície livre

$\bar{\eta}$ elevação da superfície livre

η elevação da superfície livre $(\bar{\eta})$ adimensionalizada por $\frac{\bar{U}^2}{g}$

θ	direção de propagação da onda
ρ	densidade do fluido
Φ	potencial da perturbação causada pela presença do corpo
ϕ	potencial da perturbação causada pela presença do corpo ($\bar{\Phi}$)
	adimensionalizado por $\frac{U^2}{g}$
$\bar{\Phi}$	potencial total
$\bar{\phi}_{fs}$	potencial da perturbação devida à presença da superfície livre
ϕ_{fs}	potencial da perturbação devida à presença da superfície livre ($\bar{\phi}_{fs}$)
	adimensionalizado por $\frac{U^2}{g}$
$\bar{\phi}_i$	potencial incógnita
$\bar{\phi}_{per}$	potencial de perturbação
∇	operador gradiente em coordenadas cartesianas dimensionais

Operadores:

I - INTRODUÇÃO

1.1 - Revisão bibliográfica

A busca de métodos para cálculo da resistência devida à formação de ondas tem, desde o final do século dezanove, motivado a realização de muitas pesquisas, as quais têm sido desenvolvidas através da teoria de escoamento potencial.

Na teoria do navio fino, que de acordo com NEWMAN (1977) foi introduzida por J. H. Michell em 1898, considera-se que a boca da embarcação é muito menor do que as demais dimensões características, isto é, o comprimento e o calado. Com base nessa hipótese, a condição de contorno de impermeabilidade não é imposta sobre a superfície do corpo, mas sim no plano longitudinal de simetria.

Para navios de dimensões usuais, a boca é da mesma ordem de grandeza que o calado. Uma aproximação menos restritiva do que a teoria do navio fino é a aproximação do navio esbelto, na qual considera-se que a boca e o calado são pequenos quando comparados com o comprimento. Essa hipótese permite a utilização da teoria das faixas, na qual o escoamento é suposto bidimensional em cada seção transversal do corpo. Exemplos de aplicação da teoria das faixas para cálculo da resistência de ondas, podem ser vistos em OGHARA; MARUO; IKEHATA (1969) e LEVI DA CONCEIÇÃO; HIRATA (1976).

Para escoamentos potenciais tridimensionais, muitos esforços têm sido dedicados à obtenção de solução numérica através da aplicação do método de painéis ou método de elementos de contorno. Nesse método, utiliza-se a identidade de Green em conjunto com as condições de contorno do problema para obtenção de uma equação integral sobre a superfície de contorno do escoamento, a qual é discretizada

A linearização em relação ao escoamento ao longe é usualmente aplicada a corpos esbeltos em baixos números de Froude, enquanto a linearização em relação ao escoamento de duplo casco, a qual surgiu da necessidade de se considerar corpos de formas cheias em baixos números de Froude, tem também sido aplicada em números de Froude mais elevados para cascos esbeltos (ver SCLAVOUNOS; NAKOS, 1990,

corpo.

b) a linearização em relação ao escoamento de duplo casco (método de Dawson), na qual considera-se que a perturbação devida à presença da superfície livre é pequena em relação ao escoamento de duplo casco, que compreende o escoamento ao longe e a perturbação devida à presença do

a) a linearização em relação ao escoamento uniforme ao longe (que combinada com a condição de contorno exata sobre a superfície do corpo dá origem ao problema de "Neumann-Kelvin"), na qual as perturbações geradas tanto pela presença do corpo como pela presença da superfície livre são supostas pequenas quando comparadas com o escoamento ao longe; e

possibilidades:

No problema da resistência de ondas, o corpo avança com velocidade constante em águas originalmente calmas. O problema pode ser tratado como um problema em regime permanente através da escolha de um sistema de referência adequado, o qual se desloca com a mesma velocidade do corpo. Sobre a superfície do corpo, a condição de impermeabilidade é imposta em sua forma exata, contudo a condição de contorno sobre a superfície livre requer linearização, existindo duas

distribuições de singularidades (fontes e ou dipolos) sobre sua superfície. de várias maneiras, de forma a se mostrar que o corpo pode ser representado por uma feito através do trabalho de DE CONTI (1998), onde a identidade de Green é escrita uma distribuição de singularidades. Um paralelo entre as duas alternativas pode ser das condições de contorno do problema, supondo que o corpo é representado por e RIGBY et al. (2001), os quais obtêm as equações a serem utilizadas diretamente de Green é a abordagem adotada por LARSSON et al. (1990), KIM; LUCAS (1990) em painéis (NAKOS; SCLAVOUNOS, 1994). Uma alternativa ao uso da identidade

NAKOS; SCLAVOUNOS, 1994 e RIGBY et al., 2001). Uma análise detalhada a respeito da adequabilidade de cada uma das linearizações citadas é apresentada por RAVEN (1990). LARSSON et al. (1990) utiliza um método iterativo, no qual a primeira iteração é feita utilizando-se a linearização de duplo casco, enquanto nas iterações seguintes considera-se linearização em relação à solução anterior.

Os métodos de painéis para aplicação em problemas com superfície livre podem ser divididos em dois grandes grupos, que diferem entre si quanto à escolha da singularidade, ou função de Green, utilizada. No primeiro grupo estão métodos que utilizam a fonte de Kelvin-Havelock, a qual atende à condição de contorno na superfície livre com a aproximação de Neumann-Kelvin, exigindo apenas a discretização da superfície do corpo (BINGHAM, 1994 e DANMEIER, 1999). No segundo grupo estão métodos que utilizam a fonte de Rankine, nos quais a condição de contorno na superfície livre deve ser imposta de forma explícita, o que torna necessária a discretização, não só da superfície do corpo, mas também de parte da superfície livre (LARSSON et al., 1990, KIM; LUCAS, 1990, NAKOS; SCLAVOUNOS, 1994 e RIGBY et al., 2001). A utilização da fonte de Rankine apresenta como atrativo a flexibilidade quanto à escolha da linearização a ser utilizada para a condição de contorno na superfície livre.

A discretização da superfície de contorno é feita utilizando-se painéis planos ou curvos, sobre os quais arbitra-se uma forma para a distribuição do potencial. BINGHAM (1994) utiliza painéis planos com potencial constante em cada painel, enquanto MANIAR (1995) utiliza "splines" para representação da geometria e também do potencial. Na abordagem seguida por DANMEIER (1999), o potencial é descrito por "splines", porém a discretização da solução hidrodinâmica é independente da representação da superfície do corpo, para a qual são aceitos vários tipos de parametrização.

A solução da equação integral pode ser obtida através do método de colocação, no qual o atendimento à equação é imposto em pontos de controle, que normalmente são posicionados no centróide de cada painel (BINGHAM, 1994). MANIAR (1995) e DANMEIER (1999) utilizam o método de Galerkin, no qual busca-se minimizar a integral dos resíduos ponderados da equação sobre todo o

domínio. Os dois métodos citados são casos particulares de aplicação do método de resíduos ponderados e maiores detalhes são fornecidos em BREBBIA; TELLES; WROBEL, 1984.

Após resolvido o escoamento potencial, para o corpo que se desloca na presença de superfície livre, a resistência de ondas pode ser calculada pela integral de pressões sobre a superfície do corpo. Contudo, a implementação computacional dessa integral pode levar ao aparecimento de erros numéricos, uma vez que a resistência é a uma pequena diferença entre grandes forças de pressão atuantes na proa e na popa. Alternativamente, podem ser utilizados métodos baseados em fluxos de energia. HAVELock (1934a, 1934b) mostra, através de considerações envolvendo energia e trabalho, que a resistência devida à formação de ondas pode ser obtida através da análise das ondas geradas pelo corpo em avanço, sendo esse fato utilizado no desenvolvimento dos métodos apresentados por EGERS; SHARMA; WARD (1967).

1.2 - O presente trabalho

O objetivo do presente trabalho é o estudo do método de elementos de contorno para cálculo da resistência de ondas e sua implementação em um programa de computador, de forma que o conhecimento do programa fonte permita sua ampliação ou modificação de acordo com necessidades que venham a surgir e como resultado de pesquisas futuras.

Atualmente, alguns alunos de pós-graduação do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica desenvolvem, em seus estudos, programas que poderão vir a ser utilizados como pré e pós-processadores do programa do qual trata o presente trabalho, formando assim um conjunto com possibilidades de utilização prática no projeto de embarcações.

A formulação utilizada é apresentada no capítulo 2, onde o problema de determinação do potencial total é dividido em um problema com superfície de separação ar-água suposta rígida e um problema com superfície livre. A condição de contorno sobre a superfície do corpo é imposta na forma exata, enquanto a condição sobre a superfície livre é linearizada em relação ao escoamento uniforme ao longe. A equação integral correspondente a cada um dos problemas citados é obtida com auxílio da identidade de Green, onde a função de Green utilizada é a fonte de Rankine, e portanto a superfície de contorno compreende a superfície do corpo e parte da superfície livre. Apresenta-se, ainda no capítulo 2, a formulação para cálculo da resistência devida à formação de ondas com base no método do corte transversal.

No capítulo 3, o problema é discretizado através da representação da superfície de contorno por uma malha de painéis quadriláteros planos, sobre os quais o potencial de perturbação é suposto distribuído de acordo com "splines" parabólicas. O sistema de equações a ser resolvido é obtido pelo método de colocação e tem como incógnitas os coeficientes das "splines".

Os programas de computador desenvolvidos em linguagem "C" são descritos no capítulo 4.

No capítulo 5, são apresentados os resultados obtidos para corpos de formato esférico e para o casco de Wigley, os quais são comparados respectivamente com formulações analíticas e com resultados experimentais.

As conclusões, além das sugestões para próximos trabalhos, são apresentadas no capítulo 6.

2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O fluido é suposto ideal e incompressível, o escoamento irrotacional e desprezam-se efeitos de tensão superficial.

Seja um referencial $o\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ que acompanha o corpo com sua velocidade de avanço \bar{U} , com $o\bar{x}$ o eixo na direção do avanço e $o\bar{x}\bar{z}$ o plano horizontal coincidente com a superfície livre indeformada, sendo que $o\bar{z}$ é positivo para boreste e $o\bar{y}$ é positivo para cima (ver figura 2.1). Visto do referencial $o\bar{x}\bar{y}\bar{z}$, o escoamento é permanente.

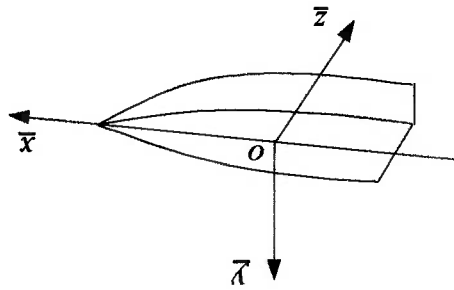


Figura 2.1 - Sistema de coordenadas.

O escoamento é potencial, e o potencial total $\bar{\phi}$ leva ao campo de velocidades $\bar{v} = \nabla\bar{\phi}$ (onde $\nabla = \frac{\partial}{\partial \bar{x}}\bar{i} + \frac{\partial}{\partial \bar{y}}\bar{j} + \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\bar{k}$).

¹ Símbolos sublinhados são utilizados para representar grandezas dimensionais, enquanto símbolos não sublinhados representam grandezas adimensionais, as quais são definidas mais adiante.

Nas seções 2.1 e 2.2, descreve-se cada uma das etapas citadas acima e apresentam-se as condições de contorno a serem consideradas. A metodologia apresentada pode ser utilizada para o estudo do escoamento em torno de corpos totalmente submersos ou em torno de corpos que cruzam a superfície livre.

2ª) inclusão dos efeitos decorrentes da presença da superfície livre.

ar-água é rígida;

1ª) determinação do escoamento considerando-se que a superfície de separação

A determinação do potencial total ϕ pode ser feita em duas etapas:

$$\phi = -U\bar{x} + \bar{\phi} \quad (2.3)$$

da superfície livre é $\bar{\phi}$. Assim, o potencial total é dado por:

Para um observador no referencial $Ox\bar{y}z$, o escoamento ao longe é uniforme, com velocidade igual a $-U\bar{i}$ e potencial igual a $-U\bar{x}$. O potencial da perturbação causada pela presença do corpo é $\bar{\phi}$ e o potencial da perturbação devida à presença

uma constante.

onde \bar{p} é a pressão, $\bar{\rho}$ é a densidade do fluido, \bar{g} é a aceleração da gravidade e C é

$$\bar{p} + \frac{1}{2}\bar{\rho}\bar{\Delta}\bar{\phi} + \bar{\rho}\bar{g}\bar{z} = C \quad (2.2)$$

e a conservação da quantidade de movimento, pela equação de Bernoulli:

$$\bar{\Delta}^2\bar{\phi} = 0 \quad (2.1)$$

A conservação de massa é expressa pela equação de Laplace:

No desenvolvimento que se segue, a superfície imersa do corpo é designada por S_h e a superfície de separação ar-água, quer seja suposta rígida ou deformável, é designada por S_f .

2.1 - O problema com superfície de separação ar-água suposta rígida

Nesta etapa do problema, supõe-se que a superfície de separação ar-água seja rígida, isto é indeformável, e não apresente nenhum tipo de mobilidade permanecendo sempre horizontal e coincidente com o plano oxz .

O escoamento em torno do corpo sob a superfície rígida horizontal pode ser obtido de duas formas, cujos resultados são equivalentes. As duas alternativas de análise são:

A) Considera-se o escoamento duplicado especularmente em relação à superfície rígida horizontal. Se o corpo original cruza esta superfície, a parte imersa do corpo original e sua imagem refletida formam um só corpo fechado, em torno do qual se desenvolve o escoamento. Se o corpo original está totalmente imerso, o corpo original e sua imagem refletida correspondem a dois corpos simétricos. Resulta assim, um escoamento sem superfície rígida horizontal, em torno de um ou dois corpos, havendo simetria com relação ao plano horizontal em que originalmente se encontrava a superfície rígida.

B) Considera-se o escoamento ao redor do corpo no semi-espaço limitado superiormente pela superfície rígida horizontal.

A possibilidade de resolução do problema através da alternativa A conduz à denominação “escoamento de duplo casco”, muitas vezes utilizada na literatura para designar o escoamento no qual efeitos de superfície livre não são considerados.

No presente trabalho utiliza-se a alternativa B. Vantagens e desvantagens da utilização de cada uma das alternativas são apresentadas em DE CONTI, DOMICIANO (2000).

Uma vez que a superfície de separação ar-água é suposta indeformável, a presença do corpo é a única fonte de perturbação. Desta forma, nesta etapa do problema, tem-se $\bar{\phi} = 0$ e o potencial total é igual a $-\bar{U}\bar{x} + \bar{\phi}$, sendo $\bar{\phi}$ a incógnita a ser determinada.

Vale a condição de impermeabilidade na superfície do corpo e na superfície rígida horizontal, a qual é dada por $\bar{v} \cdot \bar{n} = 0$, sendo \bar{n} a normal à superfície, apontando no sentido do fluido. Como $\bar{v} = \nabla(-\bar{U}\bar{x} + \bar{\phi})$, tem-se $(-\bar{U}\bar{i} + \nabla\bar{\phi}) \cdot \bar{n} = 0$, de onde:

$$(2.11) \quad \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{n}} = \bar{U} \bar{n}_x,$$

sendo \bar{n}_x a projeção da normal na direção do eixo $o\bar{x}$. Cabe notar que a superfície rígida horizontal está no plano $o\bar{x}\bar{z}$, tendo-se aí $\bar{n}_x = 0$, e portanto $\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{n}} = 0$. Desta

forma tem-se:

$$(2.12) \quad \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{n}} = \bar{U} \bar{n}_x \quad \text{em } S_h$$

$$(2.13) \quad \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{n}} = 0 \quad \text{em } S_f.$$

Longe do corpo, isto é no infinito, as perturbações devidas à presença do corpo devem se extinguir. Essa condição é dada por:

$$\nabla \bar{\phi} \rightarrow 0 \text{ quando } |\bar{x}| \rightarrow \infty, \quad (2.1.4)$$

onde \bar{x} é o vetor posição, cujas componentes são $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$.

2.2 - O problema com superfície livre

Nesta etapa do problema, passa-se a para levar em conta a mobilidade da superfície de separação ar-água, chamada agora de superfície livre, com a consequente formação de ondas na esteira do corpo em avanço.

O potencial total é dado por $-\bar{U}\bar{x} + \bar{\phi} + \bar{\phi}_s$. Considere-se que o potencial $\bar{\phi}$,

que representa os efeitos da presença do corpo, é obtido a partir da resolução da primeira etapa do problema (descrita na seção 2.1), enquanto o potencial $\bar{\phi}_s$, que representa os efeitos decorrentes da mobilidade da superfície livre, é a incógnita

atual.

Sabendo-se que $\bar{r} = \nabla \bar{\phi}$ e utilizando-se a equação (2.3) tem-se:

$$\bar{r} \cdot \bar{n} = -\bar{U}\bar{n}_x + \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{\phi}_s}{\partial \bar{x}}, \quad (2.2.1)$$

onde \bar{n}_x é a componente da normal segundo o eixo ox .

Na superfície do corpo e também na superfície de separação ar-água tem-se $\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{n}} = \bar{U}\bar{n}_x$ (ver equação (2.1.1)), que substituída em (2.2.1) fornece:

A condição combinada na superfície livre é obtida a partir da condição cinemática e da condição dinâmica. Na condição cinemática impõe-se que, na direção normal à superfície livre, a velocidade do fluido deve ser igual à velocidade da superfície, isto é, aplica-se a condição de impermeabilidade. Na condição dinâmica utiliza-se a equação de Bernoulli (2.2) e impõe-se que a pressão na superfície livre é a pressão atmosférica. A condição combinada é então linearizada na hipótese de que as perturbações são pequenas em relação ao escoamento ao longe.

Observa-se na equação (2.2.4) que, devido à linearização da condição de contorno, a mesma é aplicada em $\gamma = 0$, isto é, na posição média da superfície livre.

onde $\overline{\phi_{per}}$ é o potencial de perturbação, que de acordo com a equação (2.3) é igual a $\overline{\phi} + \overline{\phi_{fs}}$, isto é, a soma dos potenciais das perturbações causadas pela presença do corpo e pela presença da superfície livre.

$$(2.2.4) \quad \frac{\partial \overline{\phi_{per}}}{\partial \gamma} = -\frac{\overline{U}^2}{g} \frac{\partial^2 \overline{\phi_{per}}}{\partial x^2} \quad \text{em } \gamma = 0,$$

relação ao escoamento ao longe:

Na superfície livre (S^f) é utilizada a condição combinada linearizada em

$$(2.2.3) \quad \frac{\partial \overline{\phi_{fs}}}{\partial \overline{n}} = 0 \quad \text{em } S^h.$$

$\vec{r} \cdot \vec{n} = 0$, que em conjunto com (2.2.2) conduz a:

Na superfície do corpo (S^h) vale a condição de impermeabilidade dada por

que é válida tanto em S^h como em S^f .

$$(2.2.2) \quad \vec{r} \cdot \vec{n} = \frac{\partial \overline{\phi_{fs}}}{\partial \overline{n}},$$

Destá forma, passa-se a considerar que S_{fs} representa a superfície livre em sua posição média. Portanto, pode-se reescrever a equação (2.2.4) como:

$$(2.2.5) \quad \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial (\bar{\phi} + \bar{\phi}_{fs})} = - \frac{\bar{\gamma}}{\bar{U}} \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial z} \frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{\phi}_{fs}} \quad \text{em } S_{fs}$$

Partindo-se da equação anterior e levando-se em consideração que em S_{fs}

tem-se $\bar{n} = -\bar{j}$, portanto $\frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial \bar{n}} = -\frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial z}$, e ainda que $\frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial \bar{\phi}} = 0$ (equação (2.1.3)), chega-se

a:

$$(2.2.6) \quad \frac{\partial \bar{n}}{\partial \bar{\phi}_{fs}} = \frac{\bar{\gamma}}{\bar{U}} \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial z} \frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{\phi}_{fs}} \quad \text{em } S_{fs}$$

A expressão linearizada para a elevação da superfície livre, obtida a partir da condição dinâmica, é dada por:

$$(2.2.7) \quad \bar{n} = \frac{\bar{\gamma}}{\bar{U}} \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial (\bar{\phi} + \bar{\phi}_{fs})} \quad \text{em } \bar{\gamma} = 0$$

Na expressão (2.2.7), $\frac{\bar{\gamma}}{\bar{U}} \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial \bar{\phi}}$ representa a parcela da elevação devida à

presença do corpo. Ao se resolver a primeira etapa do problema, na qual a superfície de separação ar-água é suposta rígida, $\frac{\bar{\gamma}}{\bar{U}} \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial \bar{\phi}}$ corresponde à pressão, em termos de

coluna d'água, sobre essa superfície. Essa pressão provoca a elevação da superfície de separação quando, na segunda etapa do problema, permite-se sua deformação e

impõe-se que a pressão sobre ela seja igual à pressão atmosférica. Por outro lado, $\overline{U} \frac{\partial \phi}{\partial x}$ é a parcela da elevação devida à própria presença da superfície livre.

Na superfície livre, deve-se ainda considerar condições de contorno de radiação, de forma a impedir que as ondas se propagem a montante do corpo. Conforme sugerido por SCLAVOUNOS, NAKOS (1988) e NAKOS, SCLAVOUNOS (1994), essas condições são satisfeitas a partir da imposição de que a elevação da superfície livre e sua derivada em relação à direção do avanço sejam nulas em uma determinada posição da superfície livre a vante do corpo:

$$\eta = 0 \tag{2.2.8}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \tag{2.2.9}$$

2.3 - Formulação integral

A formulação integral dos problemas apresentados em 2.1 e 2.2 é obtida com auxílio da identidade de Green, a qual é apresentada a seguir, onde a função de Green considerada é a fonte de Rankine e o potencial incógnita do problema é genericamente denominado de ϕ :

A superfície de contorno (S) é formada pela superfície imersa do corpo (S_h), pela superfície livre (S_f) e por uma superfície que limita a região fluida (S_∞).

ponto \bar{O} .

sendo $r_{p\bar{o}} = \sqrt{\left(\bar{x}_p - \bar{x}_{\bar{o}}\right)^2 + \left(\bar{y}_p - \bar{y}_{\bar{o}}\right)^2 + \left(\bar{z}_p - \bar{z}_{\bar{o}}\right)^2}$ a distância entre o ponto P e o

- $\frac{\bar{r}_{p\bar{o}}}{\epsilon}$ é a função potencial de uma fonte de intensidade \bar{c} localizada no ponto P ,
 - \bar{O} é um ponto que percorre a superfície S_{-p} na realização da integral dupla;
 - P estiver sobre ela;
 - S_{-p} é a superfície de contorno S (fronteira de \mathfrak{R}) com a exclusão do ponto P , se de \mathfrak{R} , no qual está localizada uma singularidade;
 - P é um ponto fixado dentro de \mathfrak{R} ou sobre a superfície de contorno de \mathfrak{R} ou fora os pontos da superfície de contorno S ;
 - $\bar{\phi}_i$ é uma função potencial definida em todos os pontos da região \mathfrak{R} e em todos
 - \bar{n} é a normal à superfície de contorno S sendo orientada para dentro de \mathfrak{R} ;
 - S é a superfície de contorno da região \mathfrak{R} ;
 - \mathfrak{R} é uma região do espaço $oxyz$;
- onde:

(2.3.1)

$$\iint_{S_{-p}} \left\{ \bar{\phi}_{i,\bar{o}} \frac{\partial \bar{n}}{\partial \bar{r}_{p\bar{o}}} \left(\frac{\bar{r}_{p\bar{o}}}{\epsilon} \right) - \left(\frac{\bar{r}_{p\bar{o}}}{\epsilon} \right) \left(\frac{\partial \bar{\phi}_i}{\partial \bar{r}_{p\bar{o}}} \right) \right\} dS_{\bar{o}} = \begin{cases} 4\pi\bar{c}\bar{\phi}_{i,p}, & \text{para } P \text{ dentro de } \mathfrak{R} \\ 2\pi\bar{c}\bar{\phi}_{i,p}, & \text{para } P \text{ sobre o contorno de } \mathfrak{R}, \\ 0, & \text{para } P \text{ fora de } \mathfrak{R} \end{cases}$$

(2.3.3)

$$2\pi\epsilon\overline{\phi}_{i,p} = \iint_{S_{h-p}} \left(\frac{\partial \overline{\phi}_i}{\partial \overline{x}} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{x}} + \frac{\partial \overline{\phi}_i}{\partial \overline{y}} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{y}} \right) d\overline{S} - \iint_{S_{fs-p}} \left(\frac{\partial \overline{\phi}_i}{\partial \overline{x}} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{x}} + \frac{\partial \overline{\phi}_i}{\partial \overline{y}} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{y}} \right) d\overline{S},$$

Na equação anterior existem integrais que devem ser realizadas em toda a superfície imersa do corpo ou em toda a superfície livre, conforme indicado, sendo \overline{Q} o ponto que percorre essas superfícies na realização das integrais.

Em caso de existência de simetria boreste-bombordo, as integrais em (2.3.2) podem ser substituídas por integrais realizadas apenas na parte de boreste da superfície de contorno, fazendo-se:

- S_{fs-p} é a superfície livre com a exclusão do ponto P , se P estiver sobre ela;
 - S_{h-p} é a superfície imersa do corpo com a exclusão do ponto P , se P estiver sobre ela;
- onde:

(2.3.2)

$$2\pi\epsilon\overline{\phi}_{i,p} = \iint_{S_{h-p}} \left(\frac{\partial \overline{\phi}_i}{\partial \overline{x}} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{x}} + \frac{\partial \overline{\phi}_i}{\partial \overline{y}} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{y}} \right) d\overline{S} - \iint_{S_{fs-p}} \left(\frac{\partial \overline{\phi}_i}{\partial \overline{x}} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{x}} + \frac{\partial \overline{\phi}_i}{\partial \overline{y}} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{y}} \right) d\overline{S},$$

Aplicando-se a identidade de Green e admitindo-se que sobre a superfície S_∞ a integral se anula, tem-se, para o ponto P sobre a superfície de contorno:

sendo agora:

- S^{h-p} a parte de boreste da superfície imersa do corpo com a exclusão do ponto P , se P estiver sobre ela;
- S^{h-p} a parte de boreste da superfície livre com a exclusão do ponto P , se P estiver sobre ela; e

- $\overline{r_{p\bar{Q}}}$ a distância do ponto P ao ponto \bar{Q} (simétrico de \bar{Q} a bordo), sendo os

termos que envolvem esta distância introduzidos na equação para considerar a contribuição da parte de bordo da superfície de contorno e podendo tal distância ser também calculada como a distância do ponto \bar{Q} até um ponto \bar{P} (simétrico de P a bordo).

A seguir utiliza-se a equação (2.3) para obtenção das formulações integrais a serem consideradas na primeira e na segunda etapas do problema.

Para o problema com superfície de separação ar-água suposta rígida, considera-se a equação (2.3) com $\bar{\phi} = \bar{w}$, sendo que devem ser atendidas as

condições de contorno expressas por (2.1.2) e (2.1.3), isto é, $\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} = \bar{U} n_x$ em S_h e

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} = 0 \text{ em } S_{fs}. \text{ Chega-se a:}$$

$$2\pi\bar{c}\bar{\phi}_P = \iint_{S_h} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} \left(\frac{\bar{r}_{p\bar{Q}}}{\bar{c}} + \frac{\bar{r}_{p\bar{D}}}{\bar{c}} \right) dS_{\bar{Q}} + \iint_{S_{fs}} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} \left(\frac{\bar{r}_{p\bar{Q}}}{\bar{c}} + \frac{\bar{r}_{p\bar{D}}}{\bar{c}} \right) dS_{\bar{Q}} - \iint_{S_h} \bar{U} \left(\frac{\bar{r}_{p\bar{Q}}}{\bar{c}} + \frac{\bar{r}_{p\bar{D}}}{\bar{c}} \right) dS_{\bar{Q}} + \iint_{S_{fs}} \bar{u} \left(\frac{\bar{r}_{p\bar{Q}}}{\bar{c}} + \frac{\bar{r}_{p\bar{D}}}{\bar{c}} \right) dS_{\bar{Q}}.$$

(2.3.4)

¹ Símbolos sublinhados representam grandezas dimensionais enquanto símbolos não sublinhados representam grandezas adimensionais.

dimensionais chega-se respectivamente a:

Reescrevendo-se as equações (2.3.4) e (2.3.5) utilizando-se variáveis não

$$(2.3.6) \quad \frac{\bar{\delta}}{\bar{U}_2} = \frac{\bar{\delta}}{\bar{U}_2} \text{ distâncias}; \quad \frac{\bar{\delta}}{\bar{U}_2} \text{ areas} = \frac{\bar{\delta}}{\bar{U}_2} \left(\frac{\bar{\delta}}{\bar{U}_2} \right)^2; \quad \text{e } \frac{\bar{\delta}}{\bar{U}_3} \text{ potenciais} = \frac{\bar{\delta}}{\bar{U}_3} \text{ potenciais}$$

As variáveis do problema podem ser adimensionalizadas considerando-se ¹:

conhecido a partir da resolução da primeira etapa do problema.

Observa-se que a equação anterior envolve o potencial $\bar{\phi}$, o qual é suposto

(2.3.5)

$$2\pi\epsilon\bar{\phi}_{fs} = \iint_{S_n} \frac{\partial \bar{\phi}_{fs}}{\partial \bar{n}} dS + \frac{\partial \bar{\phi}_{fs}}{\partial \bar{n}} \Big|_{\bar{z}=\bar{z}_2} \left[\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{z}} + \bar{\phi}_{fs} \right] + \frac{\partial \bar{\phi}_{fs}}{\partial \bar{n}} \Big|_{\bar{z}=\bar{z}_2} \left[\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{z}} + \bar{\phi}_{fs} \right] + \frac{\partial \bar{\phi}_{fs}}{\partial \bar{n}} \Big|_{\bar{z}=\bar{z}_2} \left[\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{z}} + \bar{\phi}_{fs} \right]$$

$$(2.2.3) \text{ e } (2.2.6), \text{ isto é, } \frac{\partial \bar{\phi}_{fs}}{\partial \bar{n}} = 0 \text{ em } S_n \text{ e } \frac{\partial \bar{\phi}_{fs}}{\partial \bar{n}} = \frac{\bar{\delta}}{\bar{U}_2} \frac{\partial \bar{n}}{\partial \bar{z}} \text{ em } S_{fs}. \text{ Chega-se a:}$$

$\bar{\phi}_{fs} = \bar{\phi}_{fs}$, sendo que devem ser atendidas as condições de contorno expressas por

Para o problema com superfície livre, considera-se a equação (2.3.3) com

Nas seções e capítulos seguintes são utilizadas, sempre que possível, variáveis não dimensionais definidas de acordo com (2.3.6). Em casos onde se faz necessária a utilização de variáveis dimensionais, as mesmas são indicadas por símbolos sublinhados.

onde n é a elevação da superfície livre (\bar{n}) adimensionalizada por $\frac{\bar{U}^2}{g}$.

$$(2.3.9) \quad n = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

conduz a:

quando escrita em função de variáveis adimensionais conforme definidas em (2.3.6), A expressão que fornece a elevação da superfície livre (equação (2.2.7)),

(2.3.8)

$$2\pi\phi_{fs,p} = \iint_{S_{h-p}} \phi \frac{\partial u}{\partial \bar{r}} \left(\frac{\bar{r}}{1} + \frac{\bar{r}}{1} \right) dS_{\bar{r}} - \iint_{S_{h-p}} \left(\frac{\bar{r}}{1} + \frac{\bar{r}}{1} \right) \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] dS_{\bar{r}}$$

e

(2.3.7)

$$2\pi\phi_p = \iint_{S_{h-p}} \phi \frac{\partial u}{\partial \bar{r}} \left(\frac{\bar{r}}{1} + \frac{\bar{r}}{1} \right) dS_{\bar{r}} + \iint_{S_{h-p}} \phi \frac{\partial u}{\partial \bar{r}} \left(\frac{\bar{r}}{1} + \frac{\bar{r}}{1} \right) dS_{\bar{r}}$$

2.4 - Cálculo da resistência devida à formação de ondas

O método escolhido para cálculo da resistência devida à formação de ondas é o método do corte transversal apresentado por EGGERS; SHARMA; WARD (1967).

Definem-se as seguintes variáveis adimensionais:

$$R_w = \frac{\bar{p} U_z}{R_w} \left(\frac{\bar{g}}{\bar{U}_z} \right)^2, \quad k = \frac{\bar{g}}{k} \frac{U_z}{k} \quad \text{e} \quad F = \frac{F}{F} \left(\frac{\bar{U}_z}{\bar{g}} \right)^2, \quad (2.4.1)$$

onde:

- \bar{R}_w é a resistência devida à formação de ondas;

- $\bar{\rho}$ é a densidade do fluido;

- \bar{g} é a aceleração da gravidade;

- \bar{k} é o número de onda; e

- \bar{E} é o espectro das ondas.

Considere-se um corte transversal da superfície livre em uma determinada posição $x \leftarrow -\infty$, para o qual sejam conhecidas a elevação das ondas $\eta(x, z)$ e sua derivada $\frac{\partial \eta(x, z)}{\partial x}$, definem-se então as seguintes transformadas de Fourier:

$$C(k_z, x) + iS(k_z, x) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(x, z) \exp(ik_z z) dz \quad (2.4.2)$$

$$(2.4.3) \quad e \quad \frac{\partial C(k_z, x)}{\partial x} + i \frac{\partial S(k_z, x)}{\partial \eta(x, z)} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial x}{\partial \eta(x, z)} \exp(ik_z z) dz ,$$

onde k_z é o número de onda na direção do eixo oz , o qual é dado por $k_z = k \sin(\theta)$, sendo θ a direção de propagação da onda ($-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$) e k o número de onda na direção θ .

Para casos onde existe simetria boreste-bombordo, tem-se $\eta(x, z) = \eta(x, -z)$ e as equações (2.4.2) e (2.4.3) conduzem a:

$$(2.4.4) \quad C(k_z, x) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(x, z) \cos(k_z z) dz = 2 \int_0^{\infty} \eta(x, z) \cos(k_z z) dz ,$$

$$(2.4.5) \quad \frac{\partial C(k_z, x)}{\partial x} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial x}{\partial \eta(x, z)} \cos(k_z z) dz = 2 \int_0^{\infty} \frac{\partial x}{\partial \eta(x, z)} \cos(k_z z) dz$$

$$(2.4.6) \quad e \quad S(k_z, x) = \frac{\partial S(k_z, x)}{\partial x} = 0 .$$

Conforme equação (2.3.9) a elevação da superfície livre é dada por $\eta(x, z) = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial \phi_s}$. Fazendo-se o limite para $x \rightarrow -\infty$, tem-se:

$$(2.4.7) \quad \eta(x, z) \Big|_{x \rightarrow -\infty} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial \phi_s} \right) = \frac{\partial x}{\partial \phi_s}$$

Na equação anterior observa-se que φ é a parcela do potencial de perturbação causada pela presença do corpo, a qual pode ser denominada de perturbação local, uma vez que a mesma diminui à medida que aumenta a distância ao corpo. A indicação $x \rightarrow -\infty$ representa uma distância a ré do corpo grande o suficiente para que a elevação da superfície livre causada por perturbações locais possa ser desprezada, restando apenas a parcela da elevação associada ao potencial ϕ_{fs} .

A partir de (2.4.4) e (2.4.5), juntamente com (2.4.7) pode-se escrever:

$$C(k_z, x) = 2 \int_{-\infty}^0 \frac{\partial \phi_{fs}}{\partial x} \cos(k_z z) dz \quad (2.4.8)$$

$$e \quad \frac{\partial C(k_z, x)}{\partial x} = 2 \int_{-\infty}^0 \frac{\partial^2 \phi_{fs}}{\partial x^2} \cos(k_z z) dz \quad (2.4.9)$$

Segundo EGGERS; SHARMA; WARD (1967), a resistência de ondas pode ser avaliada a partir da seguinte expressão:

$$R_w = \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^0 E(k_z) \left(\frac{1 + \sqrt{1 + 4k_z^2}}{\sqrt{1 + 4k_z^2}} \right)^2 dk_z \quad (2.4.10)$$

onde o espectro das ondas é dado por:

$$E(k_z) = G(k_z) + iF(k_z) \quad (2.4.11)$$

$$\text{com} \quad F(k_z) = 2C(k_z, x) \operatorname{sen}(k_x x) + \frac{k_x}{2} \frac{\partial C(k_z, x)}{\partial x} \cos(k_x x) \quad (2.4.12)$$

$$e \quad G^e(k_z) = 2C(k_z, x) \cos(k_x x) - \frac{k_x}{2} \frac{\partial C(k_z, x)}{\partial x} \text{sen}(k_x x), \quad (2.4.13)$$

sendo k_x o número de onda na direção do eixo ox , isto é, $k_x = k \cos(\theta)$.

Em (2.4.12) e (2.4.13), o subscrito 'e' é utilizado para indicar que as funções $F^e(k_z)$ e $G^e(k_z)$ são pares, uma vez que, em virtude da simetria BE-BB, as partes

ímpares se anulam.

Os números de onda nas direções dos eixos ox e oz satisfazem a relação de

dispersão:

$$k = \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad \text{ou} \quad k_x^2 = \sqrt{k_z^2 + k_z^2}, \quad (2.4.14)$$

de onde chega-se a $k_x = \left(\frac{1 + \sqrt{1 + 4k_z^2}}{2} \right)^{1/2}$ e portanto para $0 \leq k_z < \infty$ tem-se

$$1 \leq k_x < \infty.$$

3 - O PROBLEMA DISCRETIZADO

3.1 - Representação da superfície de contorno

A superfície de contorno do escoamento é suposta estar representada por uma malha de N painéis quadriláteros.

Cada painel é definido a partir de quatro pontos cujas coordenadas no sistema global xyz são: $(x_1, y_1, z_1), \dots, (x_4, y_4, z_4)$. Os pontos 1, 2, 3 e 4 devem estar dispostos no sentido horário para a superfície de contorno vista a partir do fluido.

Em cada painel define-se um sistema de coordenadas local $o^i x^i y^i z^i$, tal que :
 o^i é o ponto médio dos quatro pontos que definem o painel e suas coordenadas no sistema global são (x^{oc}, y^{oc}, z^{oc}) ;

- o eixo $o^i y^i$ tem a direção do produto vetorial entre os vetores diagonais $\vec{24} \wedge \vec{13}$, apontando portanto para o meio fluido;

- o plano $o^i x^i z^i$ passa por o^i e é perpendicular a $o^i y^i$;
 - o eixo $o^i x^i$ é a intersecção do plano $o^i x^i z^i$ com um plano paralelo a oxz passando por o^i ;

- o posicionamento do eixo $o^i z^i$ decorre do posicionamento dos eixos $o^i x^i$ e $o^i y^i$.

Os pontos 1, 2, 3 e 4 não são necessariamente coplanares, então os mesmos são projetados no plano $o^i x^i y^i z^i$ obtendo-se os pontos P_1, P_2, P_3 e P_4 , cujas coordenadas no sistema global xyz são iguais a $(x_{p1}, y_{p1}, z_{p1}), \dots, (x_{p4}, y_{p4}, z_{p4})$.

No sistema local $o^i x^i y^i z^i$ os pontos P_1, P_2, P_3 e P_4 têm coordenadas indicadas por $(x^{lp1}, y^{lp1}, z^{lp1}), \dots, (x^{lp4}, y^{lp4}, z^{lp4})$, sendo $y^{lp1} = y^{lp2} = y^{lp3} = y^{lp4} = 0$, uma vez que esses pontos pertencem ao plano $o^i x^i z^i$.

Cada painel passa então a ser definido pelos pontos projetados de forma que se tenha sempre painéis planos. O conjunto de painéis resultantes, que passa a representar a superfície de contorno, não forma necessariamente uma superfície fechada.

A normal a cada painel tem a direção do eixo do $o^i y^i$ e suas componentes no sistema global são indicadas por (n^x, n^y, n^z) , sendo uma aproximação da normal à superfície de contorno.

O procedimento detalhado para projeção dos vértices do painel e para cálculo de suas coordenadas no sistema local é apresentado em DE CONTI, DOMICIANO (2000).

Cada painel quadrilátero plano, descrito no sistema local $o^i x^i y^i z^i$, passa ainda por uma transformação de coordenadas, de modo que sua geometria fique sendo a de um quadrado de lado igual a 2 no sistema $o^i \xi^i$. A relação (não linear) entre as coordenadas (ξ, ζ) e as coordenadas (x^i, z^i) é:

$$(3.1.1) \quad x^i = \vartheta^1(\xi, \zeta) x^{lp1} + \vartheta^2(\xi, \zeta) x^{lp2} + \vartheta^3(\xi, \zeta) x^{lp3} + \vartheta^4(\xi, \zeta) x^{lp4}$$

$$(3.1.2) \quad z^i = \vartheta^1(\xi, \zeta) z^{lp1} + \vartheta^2(\xi, \zeta) z^{lp2} + \vartheta^3(\xi, \zeta) z^{lp3} + \vartheta^4(\xi, \zeta) z^{lp4}$$

onde:

$$\theta_1(\xi, \zeta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \zeta), \tag{3.1.3}$$

$$\theta_2(\xi, \zeta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \zeta), \tag{3.1.4}$$

$$\theta_3(\xi, \zeta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \zeta), \tag{3.1.5}$$

$$\theta_4(\xi, \zeta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \zeta). \tag{3.1.6}$$

A transformação descrita faz corresponder aos vértices $(1,1)$, $(-1,1)$, $(-1,-1)$ e $(1,-1)$ do quadrado no sistema $o\xi\zeta$ respectivamente os vértices P_1 , P_2 , P_3 e P_4 do quadrilátero no sistema local $o^i x^i y^i z^i$ (ver figura 3.1.1).

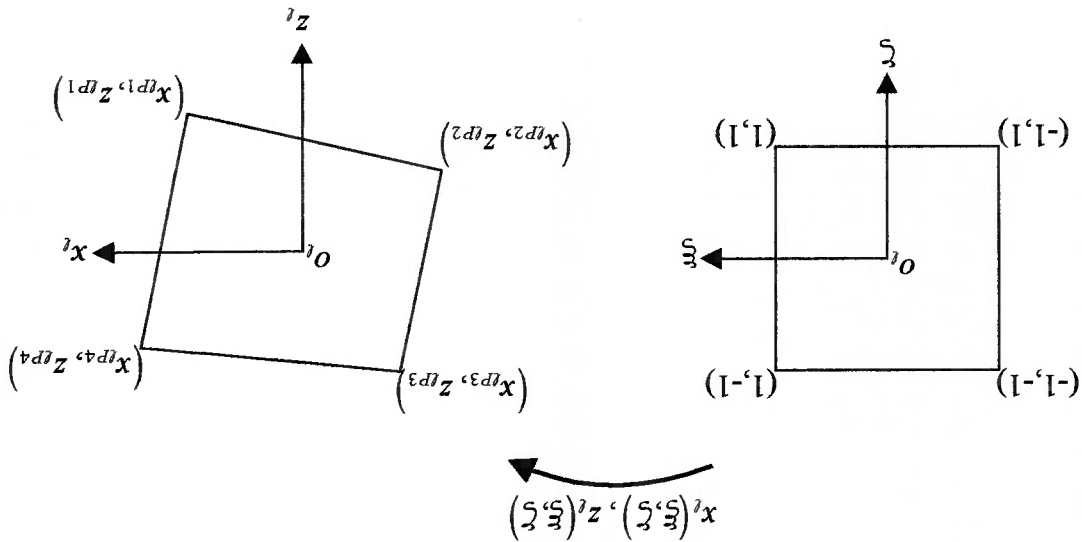


Figura 3.1.1 - Correspondência entre o quadrado no sistema $o^i \xi^i \zeta^i$ e o painel quadrilátero no sistema $o^i x^i y^i z^i$.

3.2 - Distribuição do potencial de acordo com "splines" parabólicas

No sistema σ_{ξ}^2 de cada painel, admite-se que os potenciais de perturbação $(\varphi$ e $\phi_{fs})$ estão distribuídos de acordo com "splines" parabólicas nas direções ξ e ζ , ficando assim garantida a continuidade da função potencial e de suas derivadas primeiras.

Na construção das "splines", associa-se um coeficiente a cada painel k da malha de N painéis. Os coeficientes c_k , $k = 1, \dots, N$ são os coeficientes da "spline" que descreve o potencial da perturbação devida à presença do corpo (φ) , enquanto os coeficientes c_k , $k = 1, \dots, N$ são os coeficientes da "spline" devida à presença da superfície livre (ϕ_{fs}) .

Sobre a superfície de cada painel k , os potenciais φ e ϕ_{fs} recebem contribuições do próprio painel e de seus oito vizinhos, sendo expressos por:

$$(3.2.1) \quad \varphi(\xi, \zeta) = \sum_1^{m-1} \sum_1^{m-1} c_{f(k, m, n)} b_2^m(\xi) b_2^n(\zeta)$$

$$(3.2.2) \quad \phi_{fs}(\xi, \zeta) = \sum_1^{m-1} \sum_1^{m-1} c_{f(k, m, n)} b_2^m(\xi) b_2^n(\zeta),$$

onde:

- os índices $m=1, 0, 1$ e $n=-1, 0, 1$ indicam qual é o painel contribuinte (a combinação $m=0$ e $n=0$ corresponde ao painel central k , e as demais combinações aos seus vizinhos, conforme figura 3.2.1);

- os coeficientes $c_{f(k,m,n)}$ e $c_{f(k,m,n)}$ definem a intensidade da contribuição de cada painel (central e vizinhos), sendo que a função $f(k,m,n)$ remete ao número do painel vizinho ao painel k , e
- $b_2^m(\xi)$ e $b_2^n(\zeta)$ são funções parabólicas nas direções ξ e ζ , dadas pelas equações (3.2.3a, b), (3.2.4a, b) e (3.2.5a, b).

NO $m=-1$ $n=-1$	N $m=0$ $n=-1$	NE $m=1$ $n=-1$
O $m=-1$ $n=0$	painel central $m=0$ $n=0$	E $m=1$ $n=0$
SO $m=-1$ $n=1$	S $m=0$ $n=1$	SE $m=1$ $n=1$

Figura 3.2.1 - Valores de m e n para o painel central e seus vizinhos (a posição relativa é indicada pela notação de pontos cardiais).

As funções $b_2^m(\xi)$ e $b_2^n(\zeta)$ são apresentadas a seguir:

$$(3.2.3a, b) \quad b_2^{-1}(\xi) = \frac{1}{8}(-\xi + 1)^2, \quad b_2^1(\zeta) = \frac{1}{8}(-\zeta + 1)^2,$$

$$(3.2.4a, b) \quad b_2^0(\xi) = \frac{1}{4}(-\xi^2 + 3), \quad b_2^0(\zeta) = \frac{1}{4}(-\zeta^2 + 3),$$

$$(3.2.5a, b) \quad b_2^1(\xi) = \frac{1}{8}(\xi + 1)^2, \quad b_2^1(\zeta) = \frac{1}{8}(\zeta + 1)^2.$$

No decorrer das seções 3.3 e 3.4 é necessário conhecer expressões para $\frac{\partial \phi}{\partial x}$,

$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$, $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ e $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$, as quais devem ser válidas na superfície livre, onde os painéis estão dispostos em faixas paralelas ao eixo *oz*. Reunem-se aqui tais expressões para facilitar sua utilização posterior:

$$(3.2.6) \quad \frac{\partial \phi(\xi, \zeta)}{\partial x} = - \sum_1^m \sum_1^{m-1} c_{f(k,m,n)} \left[\frac{d b_2^m(\xi)}{d \xi} b_2^n(\zeta) \frac{d \xi}{x^{lp1}} + b_2^m(\xi) \frac{d b_2^n(\zeta)}{d \zeta} \frac{d \xi}{\partial x'} \right],$$

$$(3.2.7) \quad \frac{\partial^2 \phi(\xi, \zeta)}{\partial x^2} = \sum_1^m \sum_1^{m-1} c_{f(k,m,n)} F(\xi, \zeta, m, n),$$

$$(3.2.8) \quad \frac{\partial \phi_{fs}(\xi, \zeta)}{\partial x} = - \sum_1^m \sum_1^{m-1} c_{f(k,m,n)} \left[\frac{d b_2^m(\xi)}{d \xi} b_2^n(\zeta) \frac{d \xi}{x^{lp1}} + b_2^m(\xi) \frac{d b_2^n(\zeta)}{d \zeta} \frac{d \xi}{\partial x'} \right]$$

$$(3.2.9) \quad e \quad \frac{\partial^2 \phi_{fs}(\xi, \zeta)}{\partial x^2} = \sum_1^m \sum_1^{m-1} c_{f(k,m,n)} F(\xi, \zeta, m, n),$$

onde:

$$F(\xi, \zeta, m, n) = \frac{d^2 b_2^m(\xi)}{d \xi^2} b_2^n(\zeta) \frac{d \xi}{x^{lp1}} + \frac{d b_2^m(\xi)}{d \xi} \frac{d^2 b_2^n(\zeta)}{d \zeta^2} + b_2^m(\xi) \frac{d^2 b_2^n(\zeta)}{d \zeta^2} + b_2^m(\xi) \frac{d b_2^n(\zeta)}{d \zeta} \frac{d \xi}{\partial x'}$$

(3.2.10)

Expressões para $\frac{\partial \xi}{\partial x_i}$, $\frac{\partial \xi}{\partial z_i}$ e $\frac{\partial x_i}{\partial \xi}$, as quais são obtidas a partir das

equações (3.1.1) a (3.1.6), são apresentadas a seguir:

$$(3.2.11) \quad \frac{\partial \xi}{\partial x_i} = -\frac{\partial x_i}{BC + 4Dz_i^2} (C + Dx_i)^2,$$

$$(3.2.12) \quad \left(\frac{\partial \xi}{\partial z_i} \right)^2 = \left[-\frac{(C + Dx_i)^2}{BC + 4Dz_i^2} \right]^2 = \frac{(C + Dx_i)^4}{(BC + 4Dz_i^2)^2}$$

$$(3.2.13) \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial z_i^2} = \frac{\partial x_i}{2D(BC + 4Dz_i^2)},$$

sendo:

$$(3.2.14) \quad B = \frac{x_i^{lp1}}{z_i^{lp1} - z_i^{lp2} - z_i^{lp3} + z_i^{lp4}},$$

$$(3.2.15) \quad C = z_i^{lp1} + z_i^{lp2} - z_i^{lp3} - z_i^{lp4}$$

$$(3.2.16) \quad D = \frac{x_i^{lp1}}{z_i^{lp1} - z_i^{lp2} + z_i^{lp3} - z_i^{lp4}}.$$

3.3 - Discretização das equações para determinação do potencial

A superfície de contorno é representada por N painéis, sendo N_{fs} painéis na superfície livre e N_h painéis na superfície do corpo. Em casos onde existe simetria boreste-bombordo, a malha é construída apenas a boreste. Desta forma, tem-se o total de $\frac{N}{2}$ painéis, sendo $\frac{N_{fs}}{2}$ painéis na superfície livre a boreste e $\frac{N_h}{2}$ painéis na superfície do corpo a boreste.

A numeração dos painéis da malha na superfície livre é apresentada na figura 3.3.1 e a numeração dos painéis da malha na superfície do corpo é apresentada na figura 3.3.2.

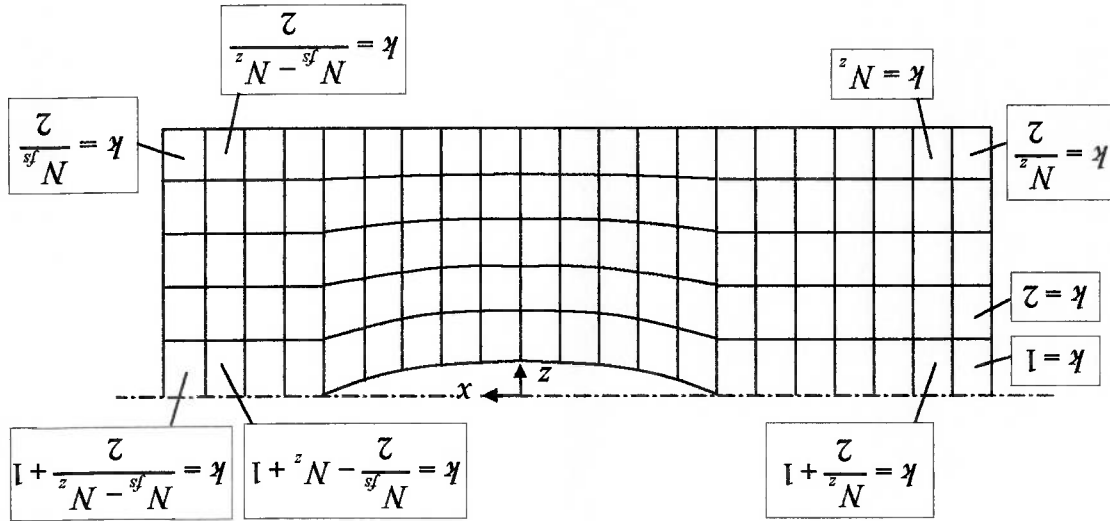


Figura 3.3.1 - Numeração dos painéis da malha na superfície livre a boreste.

painéis do corpo. a boreste são feitas nos painéis de $\frac{N_{fs}}{2} + 1$ a $\frac{N_{fs} + N_h}{2}$, isto é, em todos os

feitas nos painéis de $\frac{N_z}{2} + 1$ a $\frac{N_{fs} - N_z}{2}$ e as integrais na superfície do corpo

fileira mais a ré. Desta forma, as integrais na superfície livre a boreste são

têm-se $\frac{N_z}{2}$ painéis na fileira mais a vante da superfície livre e $\frac{N_z}{2}$ painéis na

pela não existência de todos os vizinhos. Para malhas apenas a boreste,

mais a ré da superfície livre, onde a descrição do potencial fica prejudicada

painéis com exceção daqueles localizados na fileira mais a vante ou na fileira

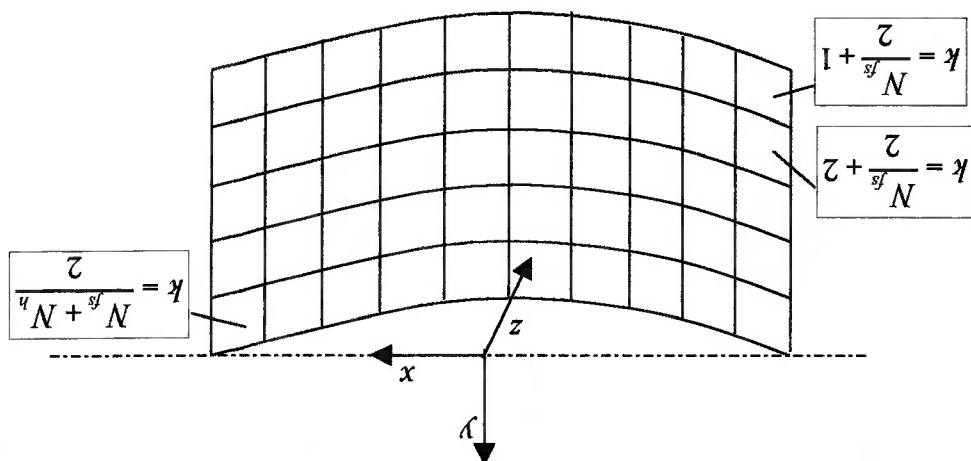
integrais realizadas em cada painel. As integrais são realizadas em todos os

1) As integrais na superfície de contorno são substituídas por somatórias de

passos descritos abaixo:

A discretização das equações integrais (2.3.7) e (2.3.8) é feita seguindo-se os

Figura 3.3.2 - Numeração dos painéis da malha na superfície do corpo a boreste.



2) Substitui-se $\frac{\partial}{\partial n_{\bar{\sigma}}}$ por $\frac{\partial}{\partial y_{i\bar{\sigma}}}$, uma vez que em cada painel a normal tem a direção do eixo local $O_i y_i$.

3) Utilizam-se as expressões (3.2.1) e (3.2.2) para descrição dos potenciais ϕ e ϕ_{fs} e as expressões (3.2.7) e (3.2.9) para descrição de $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$ e $\frac{\partial^2 \phi_{fs}}{\partial x^2}$, sendo as coordenadas do ponto P iguais a (ξ_p, ζ_p) e as coordenadas do ponto Q iguais a $(\xi_{\bar{\sigma}}, \zeta_{\bar{\sigma}})$.

4) Obtem-se $\frac{N_{fs} + N_h}{2} - N_z$ equações, considerando-se em cada uma delas a

colocação do ponto P no centro de um dos painéis da malha ($\xi_p = \zeta_p = 0$). Consideram-se todos os painéis com exceção dos painéis localizados na fileira mais a frente ou na fileira mais a ré da superfície livre.

Partindo-se da equação (2.3.7), seguindo-se os passos de 1) a 4) e rearranjando-se as incógnitas no primeiro membro, obtém-se a equação discretizada a ser considerada na primeira etapa do problema, isto é, no problema com superfície de separação ar-água suposta indeformável, a qual é apresentada a seguir:

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{\frac{N}{2} - N_z}^{\frac{N}{2} - N_z + 1} \sum_{n=1}^{m-1} \sum_{m=1}^{n-1} C_{f(k, m, n)} \int_1^{-1} \int_1^{-1} b_2^m(\xi_{\bar{\sigma}}) b_2^n(\zeta_{\bar{\sigma}}) \left[\frac{\partial y_{i\bar{\sigma}}}{\partial} \left(\frac{r_{p\bar{\sigma}}}{1} + \frac{r_{\bar{\sigma}}}{1} \right) \right] J(\xi_{\bar{\sigma}}, \zeta_{\bar{\sigma}}) d\xi_{\bar{\sigma}} d\zeta_{\bar{\sigma}} = \\
 & - \sum_{\frac{N}{2} - N_h}^{\frac{N}{2} - N_h + 1} \sum_{n=1}^{m-1} \sum_{m=1}^{n-1} C_{f(k, m, n)} \int_1^{-1} \int_1^{-1} b_2^m(\xi_{\bar{\sigma}}) b_2^n(\zeta_{\bar{\sigma}}) \left[\frac{\partial y_{i\bar{\sigma}}}{\partial} \left(\frac{r_{p\bar{\sigma}}}{1} + \frac{r_{\bar{\sigma}}}{1} \right) \right] J(\xi_{\bar{\sigma}}, \zeta_{\bar{\sigma}}) d\xi_{\bar{\sigma}} d\zeta_{\bar{\sigma}} - \\
 & 2\pi \sum_{n=1}^{m-1} \sum_{m=1}^{n-1} C_{f(k, m, n)} b_2^m(0) b_2^n(0) -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{\frac{N}{2}+1}^{k-\frac{N}{2}+1} \sum_{1}^{m-1} \sum_{1}^{n-1} \mathcal{C}^{f(k,m,n)} \iint_{1}^{1} b_2^m(\xi_{\bar{\sigma}}) b_2^n(\xi_{\bar{\sigma}}) \left[\frac{\partial \varphi_{i\bar{\sigma}}}{\partial} \left(\frac{r_{p\bar{\sigma}}}{1} + \frac{r_{f\bar{\sigma}}}{1} \right) \right] J(\xi_{\bar{\sigma}}, \xi_{\bar{\sigma}}) d\xi_{\bar{\sigma}} d\xi_{\bar{\sigma}} + \\
& - \sum_{\frac{N}{2}+1}^{k-\frac{N}{2}+1} \sum_{1}^{m-1} \sum_{1}^{n-1} \mathcal{C}^{f(k,m,n)} \iint_{1}^{1} b_2^m(\xi_{\bar{\sigma}}) b_2^n(\xi_{\bar{\sigma}}) \left[\frac{\partial \varphi_{i\bar{\sigma}}}{\partial} \left(\frac{r_{p\bar{\sigma}}}{1} + \frac{r_{f\bar{\sigma}}}{1} \right) \right] J(\xi_{\bar{\sigma}}, \xi_{\bar{\sigma}}) d\xi_{\bar{\sigma}} d\xi_{\bar{\sigma}} - \\
& - \sum_{\frac{N}{2}+1}^{k-\frac{N}{2}+1} \sum_{1}^{m-1} \sum_{1}^{n-1} \mathcal{C}^{f(k,m,n)} \iint_{1}^{1} b_2^m(\xi_{\bar{\sigma}}) b_2^n(\xi_{\bar{\sigma}}) \left[\frac{\partial \varphi_{i\bar{\sigma}}}{\partial} \left(\frac{r_{p\bar{\sigma}}}{1} + \frac{r_{f\bar{\sigma}}}{1} \right) \right] J(\xi_{\bar{\sigma}}, \xi_{\bar{\sigma}}) d\xi_{\bar{\sigma}} d\xi_{\bar{\sigma}} = \\
& - 2\pi \sum_{1}^{m-1} \sum_{1}^{n-1} \mathcal{C}^{f(k,m,n)} b_2^m(0) b_2^n(0) -
\end{aligned}$$

De forma análoga, a partir da equação (2.3.8), obtêm-se a equação discretizada a ser considerada na segunda etapa do problema, isto é, no problema com superfície livre, a qual é apresentada a seguir:

(3.3.1)

$$\begin{aligned}
& \text{com } k_p = \frac{N}{z} + 1, \dots, \frac{2}{N_f + N_h} \text{ no corpo BE} \\
& \text{com } k_p = \frac{N}{z} + 1, \dots, \frac{2}{N_f - N_z} \text{ na superfície rígida horizontal BE} \\
& - \sum_{\frac{N}{2}+1}^{k-\frac{N}{2}+1} \sum_{1}^{m-1} \sum_{1}^{n-1} \mathcal{C}^{f(k,m,n)} \iint_{1}^{1} b_2^m(\xi_{\bar{\sigma}}) b_2^n(\xi_{\bar{\sigma}}) \left[\frac{\partial \varphi_{i\bar{\sigma}}}{\partial} \left(\frac{r_{p\bar{\sigma}}}{1} + \frac{r_{f\bar{\sigma}}}{1} \right) \right] J(\xi_{\bar{\sigma}}, \xi_{\bar{\sigma}}) d\xi_{\bar{\sigma}} d\xi_{\bar{\sigma}},
\end{aligned}$$

- Nas equações (3.3.1) e (3.3.2), observa-se que:
- k identifica o painel de integração, isto é, o painel no qual está localizado o ponto Q , com $-1 \leq \xi_Q \leq 1$ e $-1 \leq \zeta_Q \leq 1$, de forma que o ponto Q percorre a superfície do painel na realização das integrais duplas;
 - k_p identifica o painel de colocação do ponto P , com P sendo localizado no ponto médio do painel ($\xi_p = \zeta_p = 0$);
 - os coeficientes $c_{f(k,m,n)}$ e $c_{f(k_p,m,n)}$ se referem à contribuição do painel de integração e de seus vizinhos, sendo que a função $f(k,m,n)$ remete ao número que identifica cada painel vizinho ao painel k (incluindo ele mesmo);
 - os coeficientes $c_{f(k_p,m,n)}$ e $c_{f(k,m,n)}$ se referem à contribuição do painel de colocação e de seus vizinhos, sendo que a função $f(k_p,m,n)$ remete ao número que identifica cada painel vizinho ao painel k_p (incluindo ele mesmo);
 - as funções $b_2^m(\xi)$ e $b_2^n(\zeta)$ são dadas pelas expressões (3.2.3a, b), (3.2.4a, b) e (3.2.5a, b);
 - a função $F(\xi, \zeta, m, n)$ é dada pela expressão (3.2.10);
 - a notação $\gamma_{iQ} = 0$ é utilizada para indicar que as correspondentes grandezas devem ser calculadas na superfície de cada painel, onde justamente γ_i se anula;

(3.3.2)

$$= - \sum_{\substack{2 \\ N}}^{k - \frac{1}{z} + 1} \sum_{1}^{m-1} \sum_{1}^{n-1} c_{f(k,m,n)} \int_{1}^{-1} \int_{1}^{-1} F(\xi, \zeta, m, n) \left(\frac{r_{PQ}}{1} + \frac{r_{PQ}}{1} \right) J(\xi_Q, \zeta_Q) d\xi_Q d\zeta_Q, \quad \gamma_{iQ} = 0$$

com $k_p = \frac{N}{z} + 1, \dots, \frac{N}{z} - N$ na superfície livre BE

e $k_p = \frac{N}{z} + 1, \dots, \frac{N}{z} + N$ no corpo BE.

- $J(\xi, \zeta)$ é o jacobiano da transformação de coordenadas $(\xi, \zeta) \rightarrow (x_i, z_i)$, descrita pelas equações (3.1.1) a (3.1.6), isto é, $J(\xi, \zeta) = \frac{\partial x_i}{\partial \xi} \frac{\partial z_i}{\partial \zeta} - \frac{\partial x_i}{\partial \zeta} \frac{\partial z_i}{\partial \xi}$.

No problema com superfície de separação ar-água suposta indeformável, as

incógnitas são os coeficientes c_k , $k = 1, \dots, \frac{N}{2}$, com $\frac{N}{2} = \frac{N}{N_f + N_h}$. Desta forma, além das $\frac{N}{N_f + N_h} - N^z$ equações representadas em (3.3.1), é necessário obter mais N^z equações. Essas equações adicionais são obtidas com auxílio da condição de contorno (2.1.4), que estabelece que $\Delta \varphi \rightarrow 0$ quando $|x| \rightarrow \infty$.

Considera-se que a malha na superfície rígida horizontal tenha extensão suficiente para que nos painéis localizados na segunda fileira a partir do limite de $(k = \frac{N}{2} + 1, \dots, N^z)$ e nos painéis localizados na segunda fileira a partir do limite de

vante $(k = \frac{N}{N_f} - N^z + 1, \dots, \frac{N}{N_f - N^z})$, possa ser admitido que as velocidades geradas pela presença do corpo tenham se anulado $(\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0)$, restando apenas a

velocidade de escoamento ao longe.

Utilizando-se a expressão (3.2.6) para $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ e impondo-se $\frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$ no ponto médio (o_j) de cada um dos painéis citados no parágrafo anterior, obtêm-se as N^z equações adicionais, que são:

$$\sum_1^{m-1} \sum_1^{n-1} c_{f(k, m, n)} \left[\frac{db_z^m(\xi)}{d\xi} \right]_{\xi=0} b_z^n(0) \frac{x_{zp1}}{1} + b_z^m(0) \left[\frac{db_z^m(\xi)}{d\xi} \right]_{\xi=0} \left. \frac{\partial x_i}{\partial \xi} \right|_{x_i=z_i=0} = 0,$$

com $k = \frac{N}{2} + 1, \dots, N^z$ e $k = \frac{N}{N_f} - N^z + 1, \dots, \frac{N}{N_f - N^z}$ na superfície rígida horizontal BF.

(3.3.3)

Assim, para o problema com superfície de separação ar-água suposta rígida, N^z equações são dadas por (3.3.1) e $N^z - \frac{2}{N^h + N^f}$ equações são dadas por (3.3.3).

No problema com superfície livre as incógnitas são os coeficientes c_k^z , $k = 1, \dots, \frac{2}{N}$, com $\frac{2}{N} = \frac{N^f + N^h}{2}$. Desta forma, além das $\frac{2}{N^f + N^h} - N^z$ equações

representadas em (3.3.2), é necessário obter mais N^z equações. Essas equações adicionais são obtidas a partir da imposição das condições de contorno de radiação, dadas por (2.2.8) e (2.2.9), no ponto médio dos painéis da superfície livre localizados na segunda fileira a partir do limite de vante da malha

$$(k = \frac{2}{N^f} - N^z + 1, \dots, \frac{2}{N^f - N^z}).$$

Utilizando-se a expressão (2.3.9) para a elevação da superfície livre, a

condição (2.2.8) pode ser escrita como: $\eta = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$, que

em conjunto com as expressões (3.2.6) para $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ e (3.2.8) para $\frac{\partial \phi}{\partial x}$, leva a:

$$= \sum_1^{m-1} \sum_1^{m-1} c_{f(k,m,n)} \left[\frac{db_z^m(\xi)}{d\xi} \right]_{\xi=0}^{\xi=0} b_z^n(0) \frac{x^{lp1}}{1} + b_z^m(0) \left[\frac{db_z^n(\xi)}{d\xi} \right]_{\xi=0}^{\xi=0} \frac{\partial x_{l'p1}}{\partial \xi} \Big|_{x_{l'=z_{l'=0}}}$$

$$= \sum_1^{m-1} \sum_1^{m-1} c_{f(k,m,n)} \left[\frac{db_z^m(\xi)}{d\xi} \right]_{\xi=0}^{\xi=0} b_z^n(0) \frac{x^{lp1}}{1} + b_z^m(0) \left[\frac{db_z^n(\xi)}{d\xi} \right]_{\xi=0}^{\xi=0} \frac{\partial x_{l'p1}}{\partial \xi} \Big|_{x_{l'=z_{l'=0}}}$$

com $k = \frac{2}{N^f} - N^z + 1, \dots, \frac{2}{N^f - N^z}$ na superfície livre BF.

(3.3.4)

os oito vizinhos dos painéis $k = \frac{N_z}{2} + 1, \dots, \frac{N_z}{2} - N_s - N_z$ pertencentes à superfície livre e para utilização das equações (3.3.1) a (3.3.5), é necessário que se conheçam por (3.3.5).

são dadas por (3.3.2), $\frac{N_z}{2}$ equações são dadas por (3.3.4) e $\frac{N_z}{2}$ equações são dadas desta forma, para o problema com superfície livre, $\frac{N_z}{N_s + N_h} - N_z$ equações

(3.3.6)

$$F(0,0,m,n) = \left. \frac{d^2 b^m}{d\xi^2} \right|_{\xi=0} + \frac{b^m}{1} x^{2p_1} + 2 \left. \frac{d b^m}{d\xi} \right|_{\xi=0} \frac{d x^{2p_1}}{d\xi} \left. \frac{d x^{2p_1}}{d\xi} \right|_{x^2=z^2=0} + \left. \frac{d^2 b^m}{d\xi^2} \right|_{\xi=0} \left(\frac{\partial x^i}{\partial \xi} \right)_z + b^m(0) \left. \frac{d^2 b^m}{d\xi^2} \right|_{\xi=0} \frac{d x^i}{d\xi} \left. \frac{d x^i}{d\xi} \right|_{x^2=z^2=0}$$

sendo que a partir de (3.2.10) tem-se:

(3.3.5)

com $k = \frac{N_z}{2} - N_s + 1, \dots, \frac{N_z}{2} - N_s - N_z$ na superfície livre BE,

$$\sum_1^{m-1} \sum_1^{n-1} c_{f(k,m,n)} F(0,0,m,n) = - \sum_1^{m-1} \sum_1^{n-1} c_{f(k,m,n)} F(0,0,m,n),$$

$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$, que em conjunto com (3.2.7) e (3.2.9), leva a:

A condição (2.2.9) pode ser escrita como: $\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \Leftrightarrow$

também dos painéis $k = \frac{N_s}{2} + 1, \dots, \frac{N_s + N_n}{2}$ pertencentes à superfície do corpo.

Algumas considerações devem ser feitas a respeito dos painéis adjacentes ao plano vertical de simetria (plano oxy) e dos painéis adjacentes ao limite lateral da malha.

Para os painéis adjacentes ao plano vertical de simetria (plano oxy), sejam estes pertencentes à superfície livre ou à superfície do corpo, a definição dos oito vizinhos é feita considerando-se a reflexão da malha com relação a esse plano.

O limite lateral da malha é considerado como uma parede vertical que confina o escoamento e tem o efeito de espelho. Isso pode ser feito desde que a distância entre o limite lateral da malha e o corpo seja grande o suficiente para que as velocidades geradas pelas potenciais de perturbação sejam desprezíveis sobre esse limite. Desta forma, para os painéis localizados na superfície livre, na fileira adjacente ao limite lateral da malha, a definição dos oito vizinhos é feita considerando-se a reflexão da malha com relação a um plano vertical paralelo ao plano oxy com coordenada z correspondente ao limite lateral da malha.

Observa-se ainda que, para os painéis localizados nos limites de vante e de ré da malha na superfície livre, não se definem os oito vizinhos e portanto nenhuma equação é aplicada a esses painéis.

3.4 - Discretização das equações para cálculo da resistência de ondas

Para cálculo da resistência de ondas através do método do corte transversal, é necessária a realização das integrais indicadas em (2.4.8) e (2.4.9), que devem ser escritas na forma discretizada.

Na superfície livre, os painéis estão dispostos em fileiras transversais paralelas ao eixo oz , tendo esse fato sido considerado na obtenção das expressões

(3.2.8) e (3.2.9) para $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ e $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$. Na posição x na qual é feito o corte transversal, a

malha, além de possuir fileiras transversais paralelas ao eixo oz , tem fileiras

longitudinais paralelas ao eixo ox , de forma que $\xi = \frac{z}{z_{pl}}$ e $\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right) = \frac{\partial x}{\partial \xi} = 0$,

e as expressões (3.2.8) e (3.2.9) se reduzem a:

$$(3.4.1) \quad \frac{\partial \phi}{\partial x}(\xi, \zeta) = - \sum_1^{m-1} \sum_1^{n-1} c_{f(k,m,n)} \frac{d^2 b_m^n(\xi)}{d\xi^2} b_n^m(\zeta) \frac{x^{pl}}{1}$$

$$(3.4.2) \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}(\xi, \zeta) = \sum_1^{m-1} \sum_1^{n-1} c_{f(k,m,n)} \frac{d^2 b_m^n(\xi)}{d\xi^2} b_n^m(\zeta) \frac{x^{2pl}}{1}$$

Embora as expressões (2.4.8) e (2.4.9) determinem que a integração na variável z seja feita no intervalo $[0, \infty]$, sabe-se que o trem de ondas está contido dentro do ângulo de Kelvin, e portanto a integração pode ser realizada dentro dos limites da malha, desde que esta tenha sido construída com dimensões adequadas.

As integrais em (2.4.8) e (2.4.9) são substituídas por somatórias de integrais realizadas ao longo dos painéis de uma fileira transversal fixada. Por conveniência, é escolhido um valor de x coincidente com a coordenada x_{ol} dos painéis da fileira transversal, de forma que se tenha $x_{ol} = \xi = 0$. As integrais passam ainda por uma mudança de variável de z para ξ , considerando-se que $z = z_l + z_{ol}$ e $z_l = z_{pl} \xi$ e portanto:

$$(3.4.3a, b) \quad z = z_{pl} \xi + z_{ol} \quad \text{e} \quad dz = z_{pl} d\xi$$

Assim, a partir de (2.4.8) e (2.4.9), utilizando-se (3.4.1), (3.4.2) e (3.4.3a, b)

chega-se a:

onde h é a dimensão dos painéis da malha na superfície livre. Desta forma, na expressão (2.4.10) destinada ao cálculo da resistência de ondas, o extremo superior de integração, que é igual a ∞ , deve ser substituído por k_{Nyq} .

$$(3.4.6) \quad k_{Nyq} = \frac{2\pi}{2h}$$

A discretização da superfície livre em painéis implica que, de acordo com o teorema de Nyquist, o maior número de onda que pode ser representado pela malha

são apresentados em DE CONTI, DOMICIANO (2000)).
 superfície livre a boreste (detalhes sobre a numeração dos painéis e fileiras da malha fileira transversal escolhida e $\frac{2}{N}$ o número de fileiras longitudinais da malha na Em (3.4.4) e (3.4.5), o índice k identifica o painel de integração, sendo i a

(3.4.5)

$$\frac{\partial C(k_z, x)}{\partial x} = 2 \left\{ \sum_{\frac{z}{2}}^{k-\frac{z}{2}+1} \sum_{1}^{m-1} \sum_{1}^{n-1} C_f^{(k, m, n)} \int_{\xi=0}^{-1} d^2 b_m^2(\xi) \left| \frac{d\xi}{\xi} \right| b_n^2(\xi) \frac{x^{lp_1}}{1} \cos[k_z(z^{lp_1}\xi + z^{ol})] z^{lp_1} d\xi \right\}$$

e

(3.4.4)

$$C(k_z, x) = -2 \left\{ \sum_{\frac{z}{2}}^{k-\frac{z}{2}+1} \sum_{1}^{m-1} \sum_{1}^{n-1} C_f^{(k, m, n)} \int_{\xi=0}^{-1} d^2 b_m^2(\xi) \left| \frac{d\xi}{\xi} \right| b_n^2(\xi) \frac{x^{lp_1}}{1} \cos[k_z(z^{lp_1}\xi + z^{ol})] z^{lp_1} d\xi \right\}$$

4 - PROGRAMAS DE COMPUTADOR DESENVOLVIDOS

A formulação apresentada nos capítulos anteriores é implementada em dois programas de computador em linguagem "C". O primeiro programa destina-se à solução do problema com superfície de separação ar-água suposta rígida e o segundo, à solução do problema com superfície livre, incluindo o cálculo da resistência devida à formação de ondas.

4.1 - Programa para solução do problema com superfície de separação ar-água suposta rígida

As principais rotinas do programa são indicadas no fluxograma simplificado apresentado na figura 4.1.1.

A rotina LEIA lê os dados do caso a ser processado e gerencia qual rotina deve ser utilizada para a geração da malha. O programa possui rotinas de geração de malhas para semi-estera, estera e casco de Wigley. Outras formas podem ser processadas, desde que sejam fornecidos os dados dos pontos e painéis que constituem a malha.

Os dados da malha são armazenados em um arquivo pela rotina ESCRVA.

O sistema de equações lineares a ser resolvido pode ser escrito na forma $AC = B$, onde A é uma matriz de dimensão $\frac{N}{2} \times \frac{N}{2}$, B é um vetor de dimensão $\frac{N}{2}$.

de potencial ψ .
 e C é o vetor das incógnitas, com $\frac{N}{2}$ elementos que são os coeficientes da "spline"

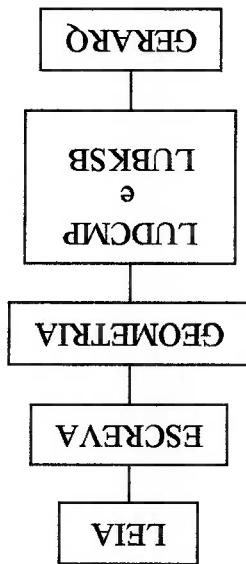


Figura 4.1.1 - Fluxograma simplificado do programa para solução do problema com superfície de separação ar-água suposta rígida.

Na rotina GEOMETRIA são construídos a matriz A e o vetor B . As equações utilizadas são (3.3.1) e (3.3.3), onde os elementos da matriz A são os fatores que multiplicam os coeficientes $C^{f(k,m,n)}$ e $C^{f(k_p,m,n)}$, enquanto os elementos do vetor B são os termos independentes.

Quando se utilizam as equações (3.3.1), observa-se que os elementos da matriz A e do vetor B são integrais da forma:

$$\int_1^{-1} \int_1^{-1} b_2^m(\xi_2) b_n^2(\xi_2) \left(\frac{\partial y_{i\sigma}}{\partial} \left(\frac{r_{p\sigma}}{1} + \frac{r_{p\sigma}}{1} \right) \right) J(\xi_2, \xi_2) d\xi_2 d\xi_2$$

as quais têm solução analítica em ξ_0 , devendo a integração em ξ_0 ser avaliada numericamente.

A solução analítica para as integrais em ξ_0 é apresentada em DE CONTI, DOMICIANO (2000).

A integração numérica em ξ_0 é feita utilizando-se o método de quadratura de Gauss com 10 pontos no intervalo de integração (BREBBIA; TELLES; WROBEL, 1984 e PRESS et al., 1990).

Quando o painel de colocação da singularidade coincide com o painel de integração, o integrando é impróprio. Nesses casos, com o objetivo de aumentar a precisão, divide-se o intervalo de integração em duas partes e utiliza-se a quadratura de Gauss com 10 pontos em cada sub-intervalo ($[-1,0]$ e $[0,1]$).

Após obtidos todos os elementos da matriz **A** e do vetor **B**, o sistema de equações **AC = B** é resolvido através do método da decomposição LU. As rotinas utilizadas com essa finalidade são LUDCMP e LUBKSB, as quais foram obtidas na integra em PRESS et al. (1990). Observa-se que a matriz **A** é cheia e não simétrica.

Resolvido o sistema de equações, isto é, obtidos os coeficientes da "spline" do potencial ϕ (coeficientes c_k , $k = 1, \dots, \frac{N}{2}$), utiliza-se a rotina GERARQ para obter arquivos com o valor do potencial ϕ e com a distribuição de pressões em termos de coluna d'água na superfície rígida horizontal.

$$e \int_1^{-1} \int_1^{-1} \left(\frac{r_{pd}}{1} + \frac{r_{pd}}{1} \right) J(\xi_0, \xi_0) d\xi_0 d\xi_0, \quad \gamma_0=0$$

4.2 - Programa para solução do problema com superfície livre

Em linhas gerais, este programa tem estrutura muito semelhante à utilizada no programa anterior. O fluxograma simplificado é apresentado na figura 4.2.1.

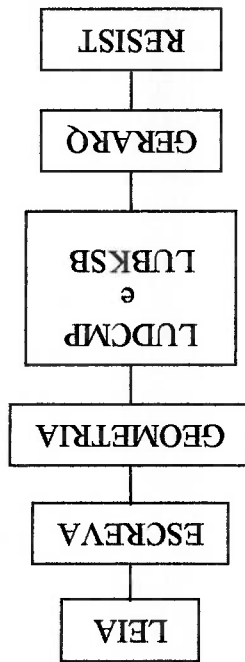


Figura 4.2.1 - Fluxograma simplificado do programa para solução do problema com superfície livre.

A rotina LEIA, além de ler os dados do caso a ser processado, lê também um arquivo em formato binário, gerado pelo programa para solução do problema com superfície de separação ar-água suposta rígida, o qual contém os dados da malha e os coeficientes c_k , $k = 1, \dots, \frac{N}{2}$.

O sistema de equações a ser resolvido é indicado por $A\hat{C} = B$, onde \hat{C} é o vetor das incógnitas, com $\frac{N}{2}$ elementos que são os coeficientes da "spline" do potencial ϕ_{fs} .

A construção da matriz **A** e do vetor **B**, feita na rotina GEOMETRIA, utiliza as equações (3.3.2), (3.3.4) e (3.3.5). Nessas equações, os elementos da matriz **A** são os fatores que multiplicam os coeficientes $c_{f(k,m,n)}$ e $c_{f(k,p,m,n)}$, enquanto os elementos do vetor **B** são os termos independentes.

Quando se utilizam as equações (3.3.2), observa-se que os elementos da matriz **A** envolvem integrais da forma:

$$\int_1^{-1} \int_1^{-1} b_2^n(\xi_0) \left(\frac{\partial y_{i0}}{\partial p} \right) \left(\frac{r_{p0}}{1} + \frac{r_{p0}}{1} \right) \left[\int_1^{-1} b_2^m(\xi_0) d\xi_0 d\xi_0 \right],$$

as quais são resolvidas da mesma maneira que a utilizada no programa com superfície de separação ar-água suposta rígida, isto é, com integração analítica em ξ_0 e integração numérica em ζ_0 .

Ainda nas equações (3.3.2), os elementos da matriz **A** e do vetor **B** envolvem integrais da forma:

$$\int_1^{-1} \int_1^{-1} F(\xi_0, \zeta_0, m, n) \left(\frac{r_{p0}}{1} + \frac{r_{p0}}{1} \right) \left[\int_1^{-1} J(\xi_0, \zeta_0) d\xi_0 d\xi_0 \right],$$

as quais têm solução analítica em ζ_0 , enquanto a integração em ξ_0 é feita numericamente.

De forma análoga à descrita na seção 4.1, utiliza-se a quadratura de Gauss com 10 pontos para integração numérica e divide-se o intervalo de integração em duas partes quando o integrando é impróprio.

O sistema de equações $AC = B$ é resolvido através do método da decomposição LU, com utilização das rotinas LUDCMP e LUBKSB, as quais foram obtidas em PRESS et al. (1990).

Resolvido o sistema de equações, isto é, obtidos os coeficientes da "spline" do potencial ϕ_k (coeficientes c_k , $k = 1, \dots, \frac{N}{2}$), utiliza-se a rotina GERARQ para criar um arquivo com os valores da elevação da superfície livre.

A determinação da resistência devida à formação de ondas é feita pela rotina RESIST, utilizando-se a equação (2.4.10). Para uso dessa equação é necessário escolher uma posição na qual é feito um corte transversal na superfície livre. Na rotina RESIST o cálculo da resistência é realizado repetidas vezes, considerando-se a cada vez o corte transversal posicionado no centro de uma fileira transversal da malha. As fileiras transversais consideradas são:

- no caso de corpos totalmente submersos: as fileiras transversais localizadas na superfície livre no semi-plano $x < 0$; e
- no caso de corpos que cruzam a superfície livre: as fileiras transversais localizadas na superfície livre a ré da popa.

Para utilização da equação (2.4.10) é necessário avaliar $C(k_z, x)$ e $\frac{\partial C(k_z, x)}{\partial x}$ em (3.4.4) e (3.4.5) têm solução analítica.

Conforme já citado na seção 3.4, o extremo superior de integração da equação (2.4.10), que é igual a ∞ , deve ser substituído por $k_{Nvg} = \frac{2\pi}{2h}$, que é o maior número de onda que pode ser representado pela malha com painéis de dimensão h . Desta forma, o intervalo de integração passa a ser $\left[0, \frac{2\pi}{2h}\right]$.

Com o objetivo de aumentar a precisão do cálculo, o intervalo de integração da equação (2.4.10) é dividido nos seguintes subintervalos: $\left[0, \frac{1}{10} \left(\frac{2\pi}{5h}\right)\right]$, $\left[\frac{1}{10} \left(\frac{2\pi}{5h}\right), \frac{2}{10} \left(\frac{2\pi}{5h}\right)\right]$, $\left[\frac{2}{10} \left(\frac{2\pi}{5h}\right), \frac{3}{10} \left(\frac{2\pi}{5h}\right)\right]$, $\left[\frac{3}{10} \left(\frac{2\pi}{5h}\right), \frac{4}{10} \left(\frac{2\pi}{5h}\right)\right]$, $\left[\frac{4}{10} \left(\frac{2\pi}{5h}\right), \frac{5}{10} \left(\frac{2\pi}{5h}\right)\right]$.

$\left[\frac{4}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right), \frac{10}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right) \right], \left[\frac{5}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right), \frac{10}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right) \right], \left[\frac{6}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right), \frac{10}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right) \right],$
 $\left[\frac{7}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right), \frac{10}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right) \right], \left[\frac{8}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right), \frac{10}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right) \right], \left[\frac{9}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right), \frac{10}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right) \right], \left[\frac{10}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right), \frac{10}{2\pi} \left(\frac{5h}{2\pi} \right) \right],$
 $\left[\frac{2\pi}{2\pi}, \frac{3h}{2\pi} \right]$, sendo que em cada subintervalo é utilizada a quadratura de Gauss com 10 pontos.

5 - RESULTADOS

Quatro exemplos de aplicação são considerados.

Os dois primeiros exemplos têm como finalidade a avaliação dos resultados do problema com superfície de separação ar-água suposta indeformável, são eles:

- esfera abaixo da superfície rígida horizontal (figura 5.1); e
- semi-esfera com centro na superfície rígida horizontal (figura 5.2).

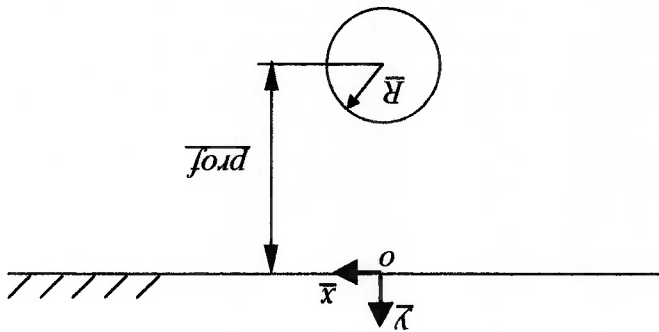


Figura 5.1 - Esfera de raio R com centro posicionado a uma distância $prof$ abaixo da superfície rígida horizontal.

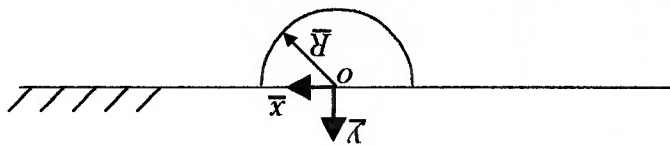
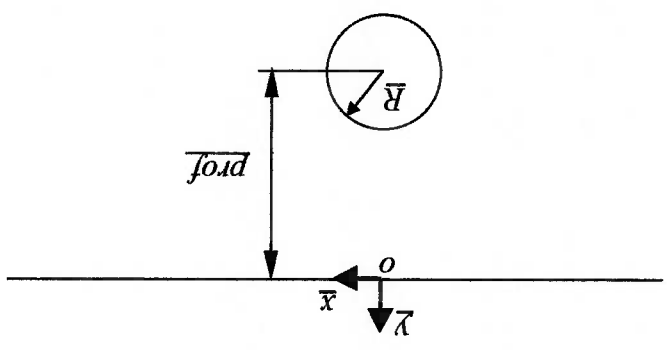


Figura 5.2 - Semi-esfera de raio R com centro na superfície rígida horizontal.

- um computador DEC Alpha 4100 (Compaq Digital) do LCCA-CCE-USP (Laboratório de Computação Científica Avançada do Centro de Computação Eletrônica da Universidade de São Paulo) com 4 processadores de 466 MHz (2.3 Gflops) e 2 GB de memória RAM, no qual cada processamento pode consumir no máximo 100 horas de CPU e 1 GB de memória RAM.
 - um computador Apple Macintosh modelo iMac com processador PowerPC G3 333 MHz e 256 MB de memória RAM; e
- características são as seguintes:

Para processamento dos casos utilizam-se dois computadores, cujas são comparados com resultados experimentais. Os resultados obtidos para os corpos de forma esférica ou semi-esférica são comparados com soluções analíticas e os resultados obtidos para o casco de Wigley são comparados com resultados experimentais.

Figura 5.3 - Esfera de raio R com centro posicionado a uma distância \overline{prof} abaixo da superfície livre.



- casco de Wigley;
 - esfera totalmente submersa (figura 5.3); e
- considera-se a mobilidade da superfície livre. Esses exemplos são:
- No terceiro e quarto exemplos, considera-se a presença da superfície livre e portanto resolvem-se tanto a primeira parte do problema, na qual a superfície de separação ar-água é suposta rígida, como a segunda parte do problema, na qual

O programa fonte desenvolvido em linguagem "C" foi também testado com sucesso em micro-computadores PC com sistema operacional Windows.

5.1 - Esfera abaixo da superfície rígida horizontal

Uma vez que a superfície rígida horizontal tem o efeito de um plano de simetria, o escoamento em torno de uma esfera de raio \bar{R} com centro posicionado a uma distância \overline{prof} abaixo da superfície rígida horizontal é equivalente ao escoamento em meio infinito em torno de duas esferas de raio \bar{R} , sendo $2\overline{prof}$ a distância entre os centros das esferas.

O potencial de perturbação ($\bar{\phi}$) devido à presença das duas esferas pode ser representado pela soma de dois dipolos com centro em $(0, -\overline{prof}, 0)$ e $(0, \overline{prof}, 0)$:

$$(5.1.1) \quad \bar{\phi} = \frac{-U\bar{R}^3}{2} \left(\frac{\bar{x}_z + (\bar{\gamma} + \overline{prof})_z + \bar{z}_z}{\bar{x}} + \frac{(\bar{x}_z + (\bar{\gamma} - \overline{prof})_z + \bar{z}_z)}{\bar{x}} \right)^{3/2}$$

que, utilizando-se variáveis adimensionais definidas pela equação (2.3.6), fica:

$$(5.1.2) \quad \phi = \frac{2}{-xR^3} \left(\frac{x_z + (\gamma + \overline{prof})_z + z_z}{1} + \frac{(x_z + (\gamma - \overline{prof})_z + z_z)}{1} \right)^{3/2}$$

Dois casos foram testados para a esfera abaixo da superfície rígida horizontal. Em ambos os casos, o raio da esfera adimensionalizado por $2\pi U^2/g$ é igual a 1. A

distância do centro da esfera à superfície horizontal adimensionalizada por $2\pi\bar{U}^2/\bar{g}$ é igual a 10 no primeiro caso e igual a 2 no segundo caso.

Em ambos os casos a malha construída tem 880 painéis, sendo 480 painéis na superfície rígida horizontal (32 fileiras transversais e 15 fileiras longitudinais) e 400 painéis na superfície da esfera (20 fileiras transversais e 20 fileiras longitudinais). A malha na superfície rígida horizontal é tal que a distância entre a linha de centro e o limite lateral da malha é igual a 10 vezes o raio e a extensão longitudinal da malha é igual a 20 vezes o raio, sendo metade a vante e metade a ré do centro da esfera. A malha é apresentada nas figuras 5.1.1 e 5.1.2.

O tempo de processamento de cada caso é igual a 5 minutos e 42 segundos no computador iMac.

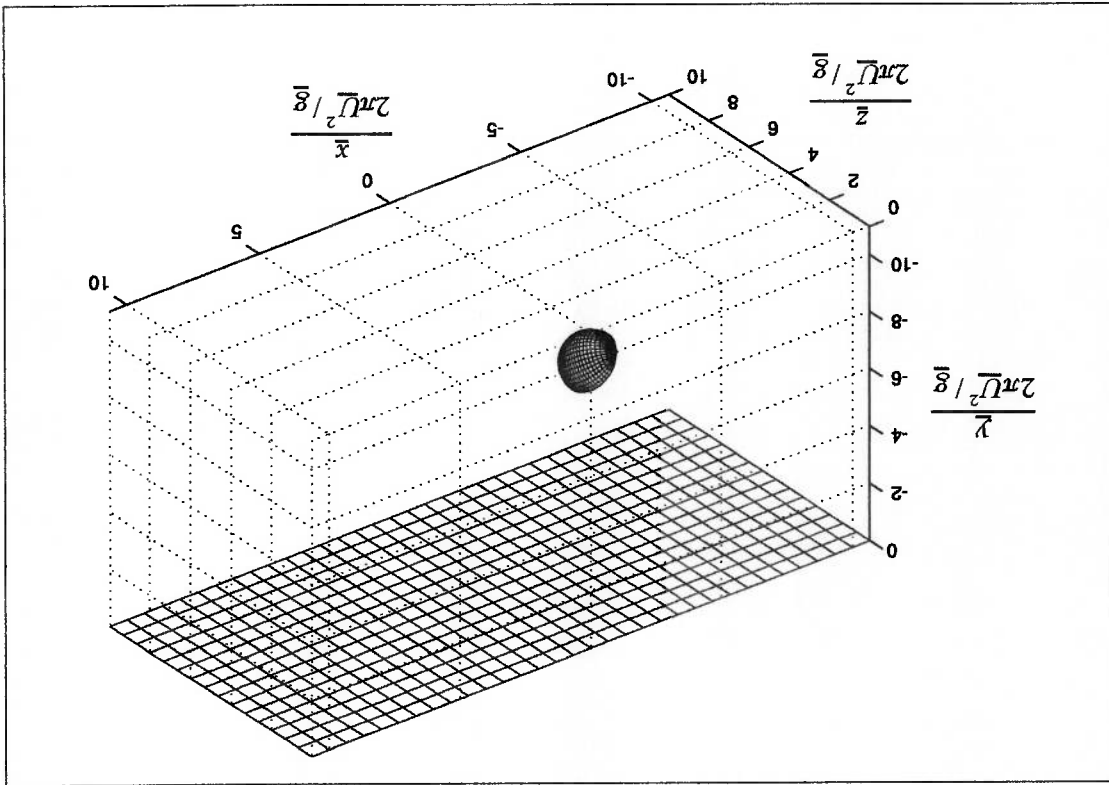
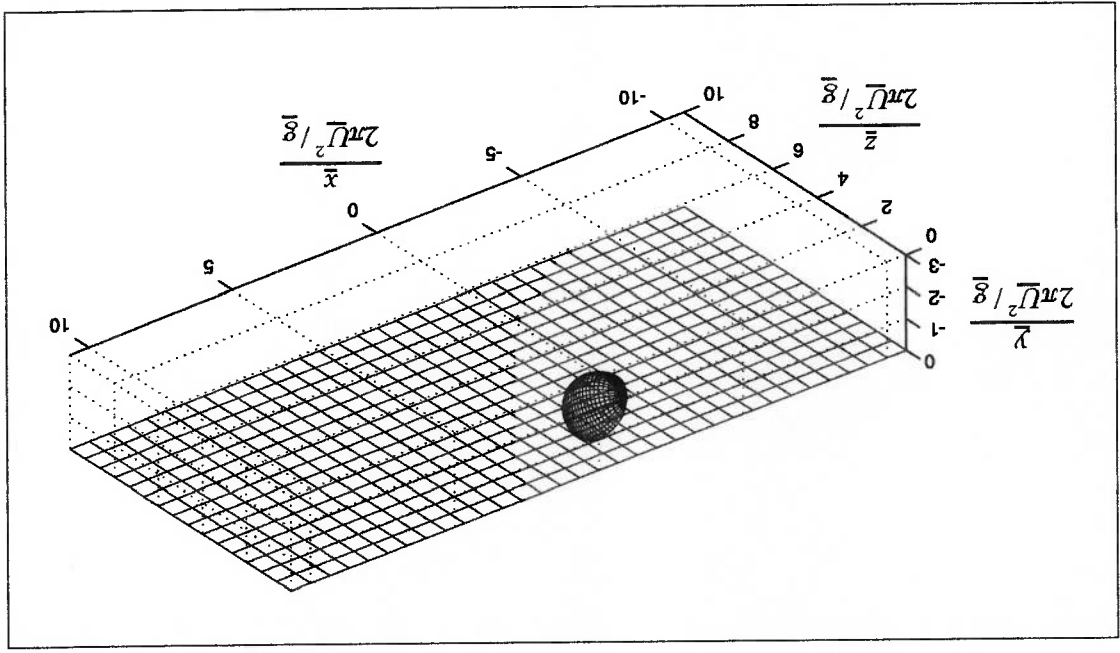


Figura 5.1.1 - Malha para esfera com $\frac{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}}{R} = 1$ e $\frac{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}}{prof} = 10$.

Nas figuras 5.1.3 e 5.1.4 ilustra-se, para cada caso, a distribuição de pressões em termos de coluna d'água na superfície rígida horizontal. Embora tenha sido considerada malha apenas a boreste, os resultados são apresentados espelhados em relação ao plano $\bar{z} = 0$, para efeito de visualização.

Através da comparação dos valores obtidos numericamente para o potencial no centro de cada painel com os resultados analíticos (equação (5.1.2)), foram observados erros inferiores a 3% para o primeiro caso ($\frac{prof}{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}} = 10$) e inferiores a 2% para o segundo caso ($\frac{prof}{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}} = 2$).

Figura 5.1.2 - Malha para esfera com $\frac{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}}{R} = 1$ e $\frac{prof}{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}} = 2$.



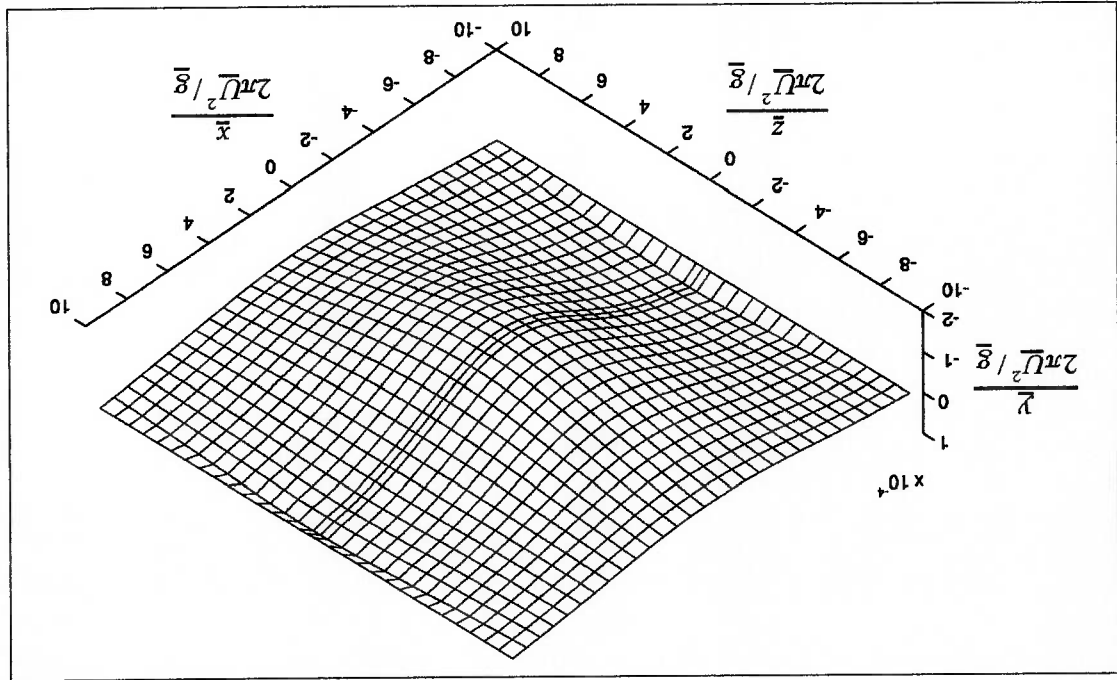


Figura 5.1.3 - Distribuição de pressões em termos de coluna d'água na superfície rígida horizontal para esfera com $\frac{R}{\text{prof}} = 1$ e $\frac{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}}{\text{prof}} = 10$.

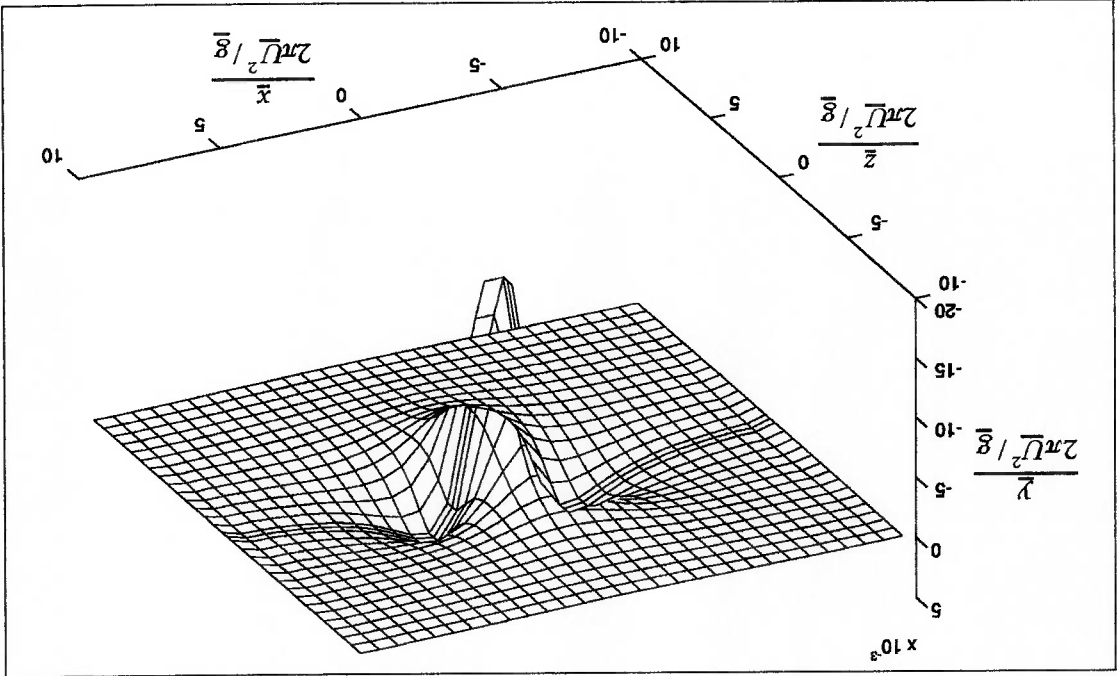


Figura 5.1.4 - Distribuição de pressões em termos de coluna d'água na superfície rígida horizontal para esfera com $\frac{R}{\text{prof}} = 1$ e $\frac{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}}{\text{prof}} = 2$.

5.2 - Semi-esfera com centro na superfície rígida horizontal

Uma vez que a superfície rígida horizontal tem o efeito de um plano de simetria, o escoamento em torno de uma semi-esfera de raio \bar{R} com centro na superfície rígida horizontal é equivalente ao escoamento em meio infinito em torno de uma esfera de raio \bar{R} .

O potencial de perturbação ($\bar{\phi}$) devido à presença da esfera pode ser representado por um dipolo com centro em $(0,0,0)$:

$$\bar{\phi} = \frac{-U\bar{R}^3}{\bar{x}} \frac{2}{\left(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2\right)^{3/2}} \quad (5.2.1)$$

que na forma adimensionalizada (ver equação (2.3.6)) fica:

$$\phi = \frac{-R^3}{x} \frac{2}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}} \quad (5.2.2)$$

Foi considerado o caso de uma semi-esfera de raio adimensionalizado por $2\pi\bar{U}^2/\bar{g}$ igual a 1. A malha construída tem 864 painéis sendo 684 painéis na superfície rígida horizontal (38 fileiras transversais e 18 fileiras longitudinais) e 180 painéis na superfície da semi-esfera (12 fileiras transversais e 15 fileiras longitudinais). A malha na superfície rígida horizontal é tal que a distância entre a linha de centro e o limite lateral da malha é igual a 3 vezes o raio e a extensão longitudinal da malha é igual a 6 vezes o raio, sendo metade a vante e metade a ré do centro da semi-esfera. A malha é apresentada na figura 5.2.1.

O tempo de processamento foi de 3 minutos e 11 segundos no computador iMac.

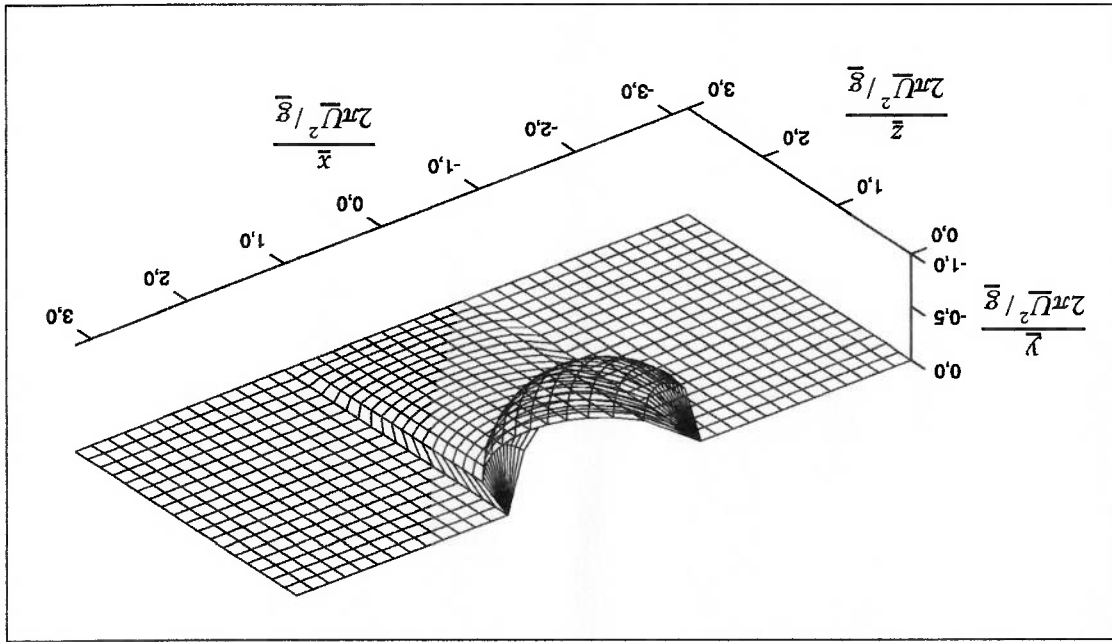


Figura 5.2.1 - Malha para semi-esfera com $\frac{R}{\bar{x}} = 1$.

Comparando-se os valores obtidos numericamente para o potencial no centro de cada painel com os resultados analíticos (equação (5.2.2)) foram observados erros abaixo de 6%. Nas figuras 5.2.2 e 5.2.3 apresentam-se os valores obtidos numericamente e a solução analítica para o potencial em duas seções transversais da semi-esfera, a primeira delas próxima à extremidade de ré ($\frac{2\pi\bar{U}^2}{\bar{g}} = -9,17E-01$) e a segunda próxima à seção central ($\frac{2\pi\bar{U}^2}{\bar{g}} = -8,33E-02$). Nas figuras 5.2.2 e 5.2.3, os painéis de 1 a 15 estão na superfície da semi-esfera e os demais na superfície rígida horizontal. Observa-se que os desvios entre o método numérico e a solução analítica são maiores na seção próxima à extremidade da semi-esfera.

Figura 5.2.3 - Comparação entre o método numérico e a solução analítica para o potencial em uma seção transversal próxima à semi-estera com $\frac{2\pi U^2}{g} = 1$.

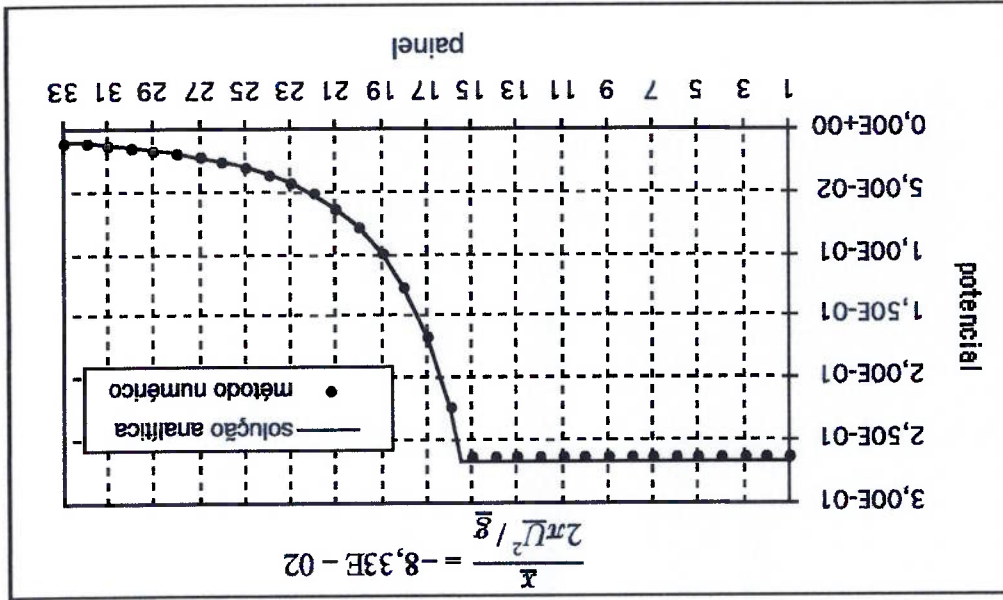
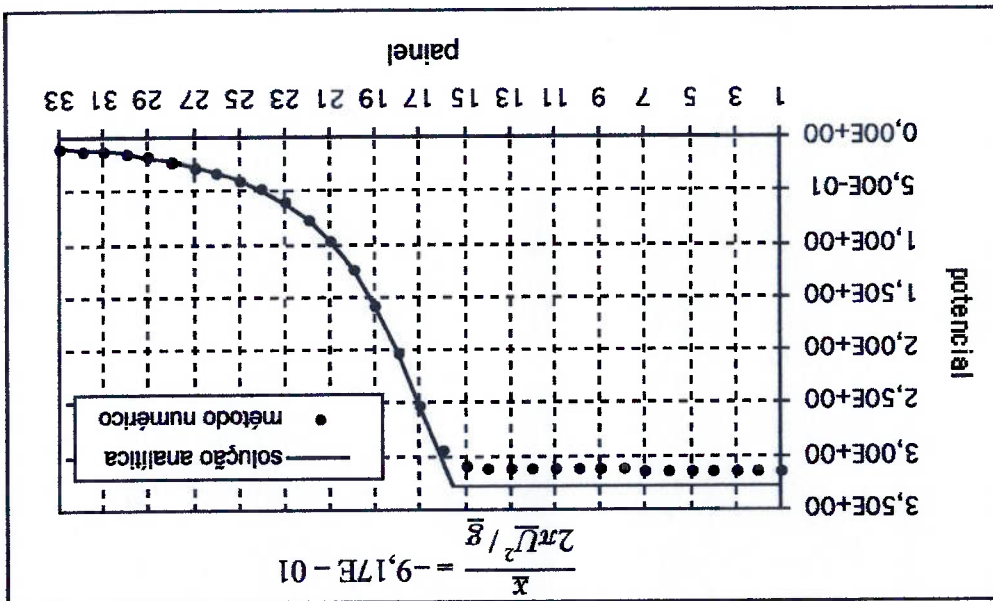


Figura 5.2.2 - Comparação entre o método numérico e a solução analítica para o potencial em uma seção transversal próxima à extremidade de ré da semi-estera com $\frac{2\pi U^2}{g} = 1$.



A distribuição de pressões em termos de coluna d'água na superfície rígida horizontal é ilustrada na figura 5.2.4.

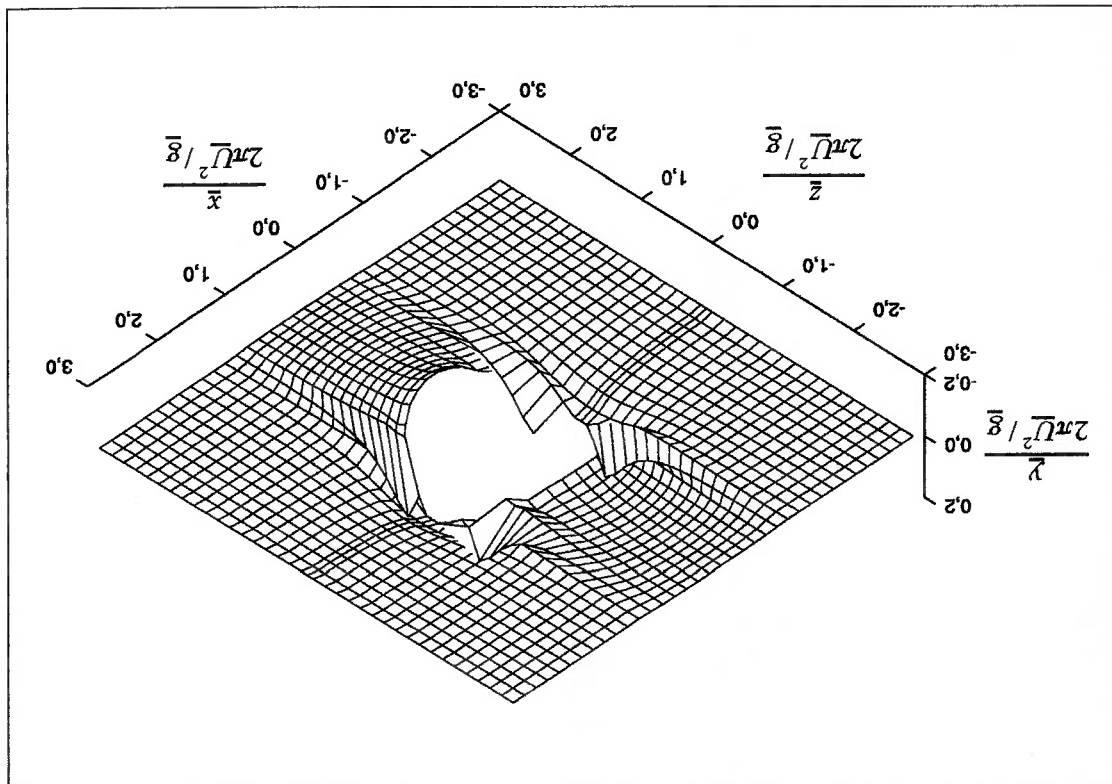


Figura 5.2.4 - Distribuição de pressões em termos de coluna d'água na superfície rígida horizontal para semi-estera com $\frac{R}{\bar{R}} \frac{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}}{\bar{g}} = 1$.

5.3 - Esfera totalmente submersa na presença de superfície livre

Considera-se uma esfera de raio \bar{R} , sendo \overline{prof} a profundidade de imersão do centro da esfera, medida a partir da superfície livre indeformada. As coordenadas do centro da esfera no sistema de referência adotado são $(0, -\overline{prof}, 0)$.

A resistência devida à formação de ondas para uma esfera totalmente submersa pode ser calculada a partir da formulação analítica apresentada por LAMB (1879), a qual é reproduzida a seguir:

$$(5.3.1) \quad \frac{R_w}{Mg} = 3 \left(\frac{\overline{prof}}{\bar{R}} \right) \alpha^3 I(\alpha),$$

$$(5.3.2) \quad \text{com } I(\alpha) = \frac{1}{4} e^{-\alpha} \left\{ K_0(\alpha) + \left(1 + \frac{1}{2\alpha} \right) K_1(\alpha) \right\},$$

onde:

- \bar{R}_w é a resistência devida à formação de ondas;
- M é a massa de fluido deslocada, dada por $M = \frac{4}{3} \pi \bar{R}^3 \rho$;
- \bar{R} é raio da esfera;
- ρ é a densidade do fluido;
- g é a aceleração da gravidade;
- \overline{prof} é profundidade de imersão do centro da esfera;

- o número de Froude (F_n) calculado com base no diâmetro da esfera ($2\bar{R}$);
 - a profundidade de imersão (\overline{prof}) adimensionalizada pelo comprimento das ondas transversais ($2\pi\bar{U}^2/\bar{g}$); e
 - o raio da esfera (\bar{R}) adimensionalizado pelo comprimento das ondas transversais ($2\pi\bar{U}^2/\bar{g}$).
- Com o objetivo de comparar os resultados do “software” elaborado com os valores obtidos a partir da equação (5.3.1), várias combinações de raio da esfera, profundidade de imersão e velocidade de avanço foram consideradas. Na tabela 5.3.1 apresentam-se para cada processado:
- a razão entre o raio da esfera (\bar{R}) e a profundidade de imersão do centro da esfera (\overline{prof});
 - o adimensional $\alpha = \frac{\bar{g} \cdot \overline{prof}}{\bar{U}^2}$;
 - \bar{U} é a velocidade de avanço; e
 - K_0 e K_1 são funções de Bessel.

Na figura 5.3.1 ilustra-se o domínio de cálculo na superfície livre. Apenas a região de boreste é considerada e o domínio se estende de \bar{x}^{min} a \bar{x}^{max} na direção do eixo ox e de zero a \bar{z}^{max} na direção do eixo oz , sendo β o ângulo geométrico da malha. Para cada caso processado, os valores de \bar{x}^{min} , \bar{x}^{max} , \bar{z}^{max} e β são apresentados na tabela 5.3.2, onde observa-se que as dimensões do domínio são

Características da malha utilizada, incluindo as dimensões do domínio na superfície livre, foram influenciadas pelos recursos computacionais disponíveis na ocasião do início dos processamentos, os quais limitavam o número total de painéis a 2000. Os recursos disponíveis atualmente permitem avaliar malhas com número de painéis em torno de 10000, contudo os resultados obtidos com a limitação inicial são aqui apresentados, uma vez que, conforme é visto mais adiante, os mesmos podem ser considerados satisfatórios quando comparados com valores obtidos pela formulação analítica.

Tabela 5.3.1 - Adimensionais para os casos processados.

nome do processamento	$\frac{R}{prof}$	$\alpha = \frac{\bar{g} \cdot prof}{\bar{U}^2}$	$F_n = \frac{\sqrt{g_2 R}}{\bar{U}}$	$\frac{prof}{\bar{g}}$	$\frac{2\pi \bar{U}^2}{R}$	$\frac{2\pi \bar{U}^2}{\bar{g}}$
estF0505	0,5	0,5	1,414	0,080	0,040	0,080
estF0511	0,5	1,1	0,953	0,175	0,088	0,175
estF0518	0,5	1,8	0,745	0,286	0,143	0,286
estF0527	0,5	2,7	0,609	0,430	0,215	0,430
estF0540	0,5	4,0	0,500	0,637	0,318	0,637
estF0550	0,5	5,0	0,447	0,796	0,398	0,796
estF0570	0,5	7,0	0,378	1,114	0,557	1,114
estF0411	0,4	1,1	1,066	0,175	0,070	0,175
estF0427	0,4	2,7	0,680	0,430	0,172	0,430
estF0311	0,3	1,1	1,231	0,175	0,053	0,175
estF0327	0,3	2,7	0,786	0,430	0,129	0,430

estabelecidas levando-se em consideração o comprimento das ondas transversais $(2\pi\bar{U}^2/\bar{g})$ e também o diâmetro da esfera $(2\bar{R})$.

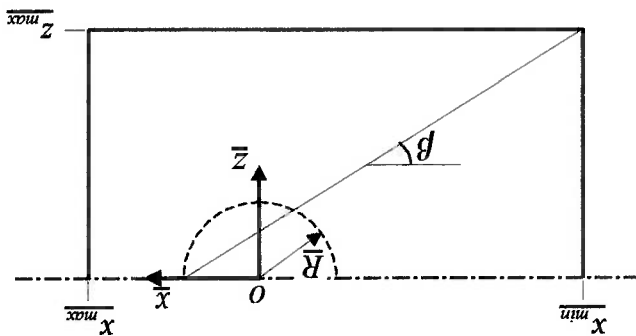


Figura 5.3.1 - Domínio de cálculo na superfície livre para o caso da esfera totalmente submersa.

Tabela 5.3.2 - Características do domínio na superfície livre.

nome do processamento	$\frac{x_{min}}{x}$	$\frac{2\pi\bar{U}^2}{\bar{g}}$	$\frac{x_{max}}{x}$	$\frac{z_{min}}{z}$	$\frac{2\pi\bar{U}^2}{z_{max}}$	$\frac{x_{min}}{z}$	$\frac{z_{max}}{z}$	β (graus)
estf0505	-2,188	1,313	2,069	-27,500	16,500	26,0	42,879	
estf0511	-2,188	1,313	2,101	-12,500	7,500	12,0	42,709	
estf0518	-2,865	1,719	2,865	-10,000	6,000	10,0	43,603	
estf0527	-5,371	3,223	5,157	-12,500	7,500	12,0	42,709	
estf0540	-6,366	3,820	6,366	-10,000	6,000	10,0	43,603	
estf0550	-7,958	4,775	7,958	-10,000	6,000	10,0	43,603	
estf0570	-11,141	6,685	11,141	-10,000	6,000	10,0	43,603	
estf0411	-2,188	1,313	2,101	-15,625	9,375	15,0	42,930	
estf0427	-3,438	2,063	3,438	-10,000	6,000	10,0	43,603	
estf0311	-2,166	0,985	1,891	-20,625	9,375	18,0	40,433	
estf0327	-3,223	1,934	3,094	-12,500	7,500	12,0	42,709	

Os tempos necessários para o processamento de cada caso da esfera totalmente submersa são apresentados na tabela 5.3.3. De forma a permitir a comparação de desempenho entre os computadores utilizados, os valores são apresentados tanto para o computador iMac como para o computador DEC.

O valor unitário para a razão de aspecto dos painéis adjacentes à linha de centro e o valor de $l, 1$ para a razão de expansão da dimensão dos painéis segundo o eixo oz são sugeridos por NAKOS, SCLAVOUNOS (1994).

- 20 fileiras longitudinais e 20 fileiras transversais na superfície da esfera adjacentes à linha de centro; e
 - razão de aspecto próxima do valor unitário para os painéis da superfície livre centro;
 - 19 fileiras longitudinais na superfície livre, cujo espaçamento aumenta geometricamente na razão de $l, 1$ à medida que as fileiras se afastam da linha de localização a ré de x_{min} e uma fileira localizada a vante de x_{max} ;
 - 82 fileiras transversais igualmente espaçadas na superfície livre, sendo 80 fileiras localizadas na região compreendida entre x_{min} e x_{max} (figura 5.3.1), uma fileira 1558 na superfície livre;
 - número total de painéis igual a 1958 sendo 400 painéis na superfície da esfera e
- Para todos os casos processados, a malha tem as seguintes características:

representando portanto valores mínimos ou ideais. decorrentes de estudos de variações paramétricas das dimensões do domínio, não quais resultados satisfatórios foram obtidos. Salienta-se que tais valores não são Os valores apresentados na tabela 5.3.2 correspondem a dimensões com as

Conforme equação (3.4.6), o número de onda máximo que pode ser representado por uma malha com painéis de dimensão \bar{h} é dado por $k_{Nyq} = \frac{2\pi}{2\bar{h}}$ (Teorema de Nyquist). Desta forma, quanto menor a dimensão dos painéis maior é o número de onda que a malha tem resolução para representar. Como a dimensão dos painéis na direção do eixo oz é variável, o valor do máximo número de onda é calculado com base na dimensão dos painéis na direção do eixo ox (\bar{h}_x).

O número de painéis por comprimento de onda transversal é dado por $\frac{2\pi U^2 / g}{\bar{h}_x}$, sendo o valor correspondente a cada caso processado apresentado na tabela 5.3.4, juntamente com o valor do máximo número de onda (k_{Nyq}) adimensionalizado por $\frac{g}{U^2}$. Observa-se que, para um mesmo valor de $\frac{g}{U^2}$, o número de painéis utilizados por comprimento de onda transversal aumenta com o aumento do número de Froude. Apresenta-se também na tabela 5.3.4 a razão de aspecto dos painéis da superfície livre adjacentes à linha de centro, definida como a razão entre o comprimento do painel medido na direção do eixo ox (\bar{h}_x) e o comprimento do painel medido na direção do eixo oz (\bar{h}_z).

Tabela 5.3.3 - Tempos de processamento para cada caso da esfera totalmente submersa (número total de painéis igual a 1958).

tempo de processamento (hh:mm:ss)		!Mac	DEC
primeira parte: problema com superfície de separação ar-água suposta rígida	00:22:18	00:09:54	
segunda parte: problema com superfície livre	01:49:29	00:45:24	
total	02:11:47	00:55:19	

- existe uma região na extremidade de ré do domínio na qual os valores são influenciados pelo truncamento do domínio na superfície livre.
 - existe uma região na qual os valores calculados são influenciados por efeitos locais devidos à presença da esfera (cujo centro tem coordenadas $\bar{x} = 0$, $\bar{y} = -\overline{prof}$ e $\bar{z} = 0$); e
 - existe uma região na qual os valores calculados são influenciados por efeitos locais devidos à presença da esfera (cujo centro tem coordenadas $\bar{x} = 0$, $\bar{y} = 0$, e $\bar{z} = \overline{prof}$); e
- Pode-se observar na figura 5.3.2 que:

O valor da resistência de ondas é calculado pelo "software" para todas as fileiras transversais situadas no semi-plano $\bar{x} < 0$. Apresenta-se, na figura 5.3.2, o gráfico da resistência em função da posição das fileiras para o caso de nome est0527.

Tabela 5.3.4 - Número de painéis por comprimento de onda transversal ($\frac{2\pi\bar{U}^2}{g\bar{h}_x}$), máximo número de onda (k_{Nyq}) adimensionalizado por \bar{g}/\bar{U}^2 e razão de aspecto dos painéis adjacentes à linha de centro (\bar{h}_x/\bar{h}_z).

nome do processamento	$\frac{\bar{R}}{\overline{prof}}$	$F_n = \frac{\sqrt{g2\bar{R}}}{\bar{U}}$	$\frac{2\pi\bar{U}^2}{g\bar{h}_x}$	$\frac{k_{Nyq}}{\bar{g}/\bar{U}^2}$	$\frac{\bar{h}_x}{\bar{h}_z}$
est0505	0,5	1,414	22,848	11,424	1,082
est0511	0,5	0,953	22,848	11,424	1,066
est0518	0,5	0,745	17,453	8,727	1,023
est0527	0,5	0,609	9,308	4,654	1,066
est0540	0,5	0,500	7,854	3,927	1,023
est0550	0,5	0,447	6,283	3,142	1,023
est0570	0,5	0,378	4,488	2,244	1,023
est0411	0,4	1,066	22,848	11,424	1,066
est0427	0,4	0,680	14,544	7,272	1,023
est0311	0,3	1,231	25,387	12,693	1,066
est0327	0,3	0,786	15,514	7,757	1,066

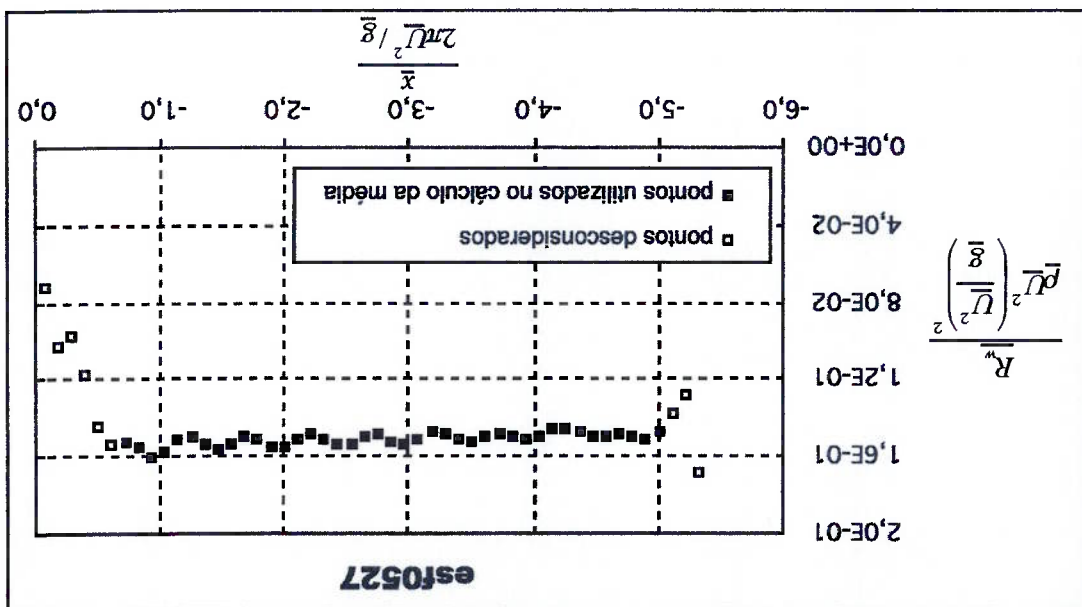
O valor final da resistência devida à formação de ondas é calculado através da média dos valores obtidos para as várias fileiras transversais, excluindo-se as fileiras localizadas na região influenciada por efeitos locais e as fileiras localizadas na região influenciada pelo truncamento do domínio.

Após análise dos gráficos obtidos para os vários casos processados, verificou-se que a região influenciada por efeitos locais, devidos à presença do corpo, se estende por uma distância igual a três vezes o raio da esfera medida a partir da posição $\bar{x} = 0$.

Quantos à extremidade de ré do domínio, considerou-se que a região afetada por efeitos de truncamento corresponde a uma distância igual a 0,25 vezes o comprimento das ondas transversais. Esse valor é mencionado por NAKOS; SCLAVOUNOS (1988) e mostrou-se adequado na análise dos casos tratados no presente trabalho.

$$\frac{R}{\bar{R}} = 0,5 \text{ e } \frac{\bar{R} \cdot \overline{prof}}{\bar{U}^2} = 2,7$$

Figura 5.3.2 - Resistência de ondas em função da posição das fileiras transversais da malha. Esfera totalmente submersa com



Um critério utilizado para avaliar a qualidade dos resultados obtidos consiste na análise do espectro das ondas. Para que os resultados sejam considerados válidos, o número de onda no qual o espectro se extingue deve ser menor do que o máximo número de onda que pode ser representado na malha em questão.

Para exemplificar o critério, reproduz-se a seguir o espectro para o caso de nome estf0527, que de acordo com a tabela 5.3.3 apresenta $\frac{k_{Nyq}}{\bar{U}_z}$ igual a 4,654

(valor que é indicado no gráfico pelo símbolo 'o'). O espectro apresentado corresponde a uma fileira transversal que está posicionada aproximadamente a meia distância entre a extremidade de ré do domínio e $\bar{x} = 0$.

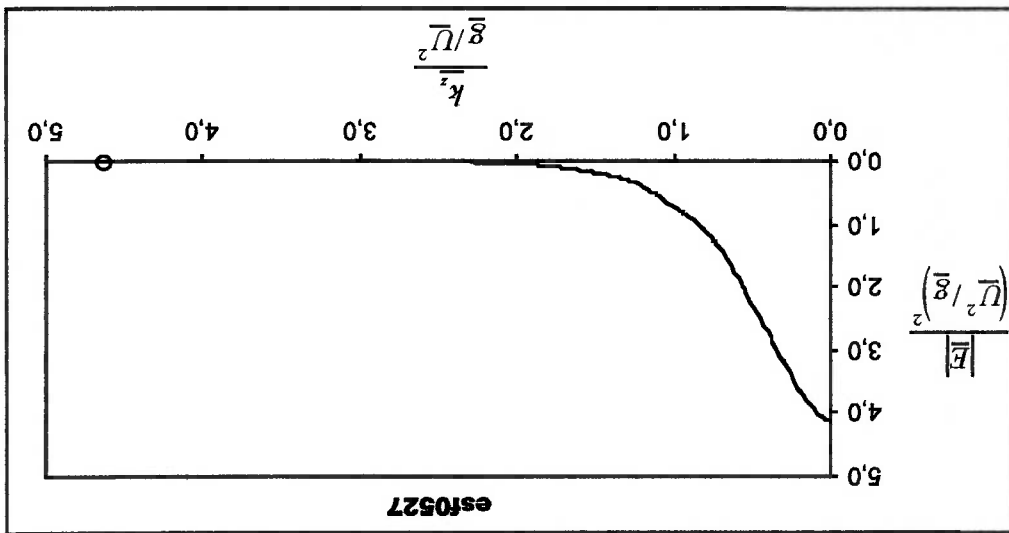


Figura 5.3.3 - Espectro das ondas para esfera totalmente submersa com $\frac{\overline{f_{prof}}}{R} = 0,5$ e $\frac{\overline{U_z}}{\overline{U_z}} = 2,7$.

Na figura 5.3.3 observa-se que a magnitude do espectro se reduz a valores praticamente nulos para números de onda inferiores a k_{Nyq} . Caso isto não ocorresse, o caso deveria ser novamente processado, com um número maior de painéis por comprimento de onda transversal.

A comparação dos resultados obtidos através do “software” com os resultados analíticos (equação (5.3.1)) é apresentada na tabela 5.3.5 e na figura 5.3.4. Os desvios observados são inferiores a 6%.

nome do processamento	$\frac{R}{prof}$	$\alpha = \frac{\bar{R} \cdot prof}{\bar{U}^2}$	relação ao resultado analítico (%)	
			analítico	numérico
esf0505	0,5	0,5	3,012E-02	2,852E-02
esf0511	0,5	1,1	4,598E-02	4,441E-02
esf0518	0,5	1,8	3,428E-02	3,476E-02
esf0527	0,5	2,7	1,459E-02	1,459E-02
esf0540	0,5	4,0	2,770E-03	2,837E-03
esf0550	0,5	5,0	6,428E-04	6,560E-04
esf0570	0,5	7,0	2,673E-05	2,800E-05
esf0411	0,4	1,1	2,354E-02	2,278E-02
esf0427	0,4	2,7	7,472E-03	7,410E-03
esf0311	0,3	1,1	9,932E-03	9,711E-03
esf0327	0,3	2,7	3,152E-03	3,114E-03

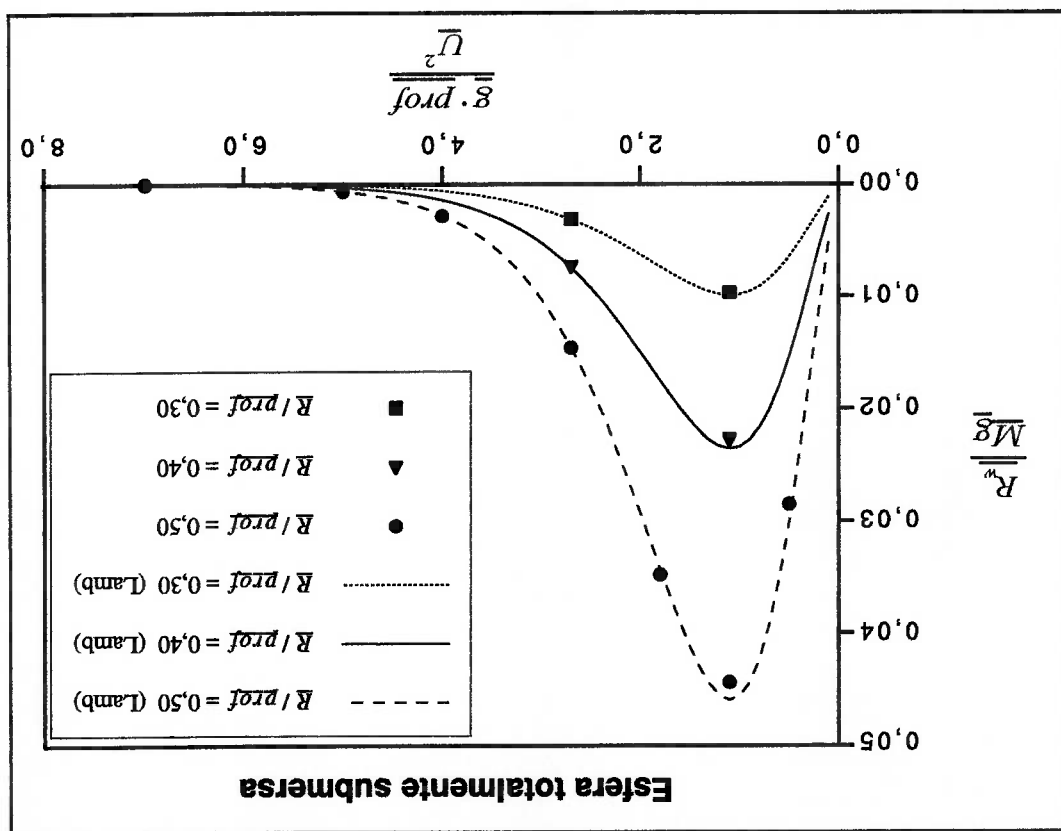
Tabela 5.3.5 - Comparação dos valores obtidos numericamente com os resultados analíticos (LAMAB, 1879) para a resistência devida à formação de ondas adimensionalizada pelo deslocamento da estera.

As figuras de 5.3.5 a 5.3.8 são utilizadas para apresentar a malha e resultados obtidos para o processamento de nome est0527.

A malha utilizada é ilustrada na figura 5.3.5, na qual pode-se observar que, conforme citado anteriormente, a dimensão dos painéis é constante na direção do eixo ox , enquanto a dimensão dos painéis na direção do eixo oz cresce à medida que aumenta a distância ao plano $z = 0$.

A elevação da superfície livre e as correspondentes curvas de nível são apresentadas nas figuras 5.3.6 e 5.3.7, onde os resultados obtidos considerando-se apenas a região de boreste são espelhados em relação ao plano $z = 0$.

Figura 5.3.4 - Comparação dos valores obtidos numericamente com os resultados analíticos (LAMB, 1879) para a resistência devida à formação de ondas adimensionalizada pelo deslocamento da esfera.



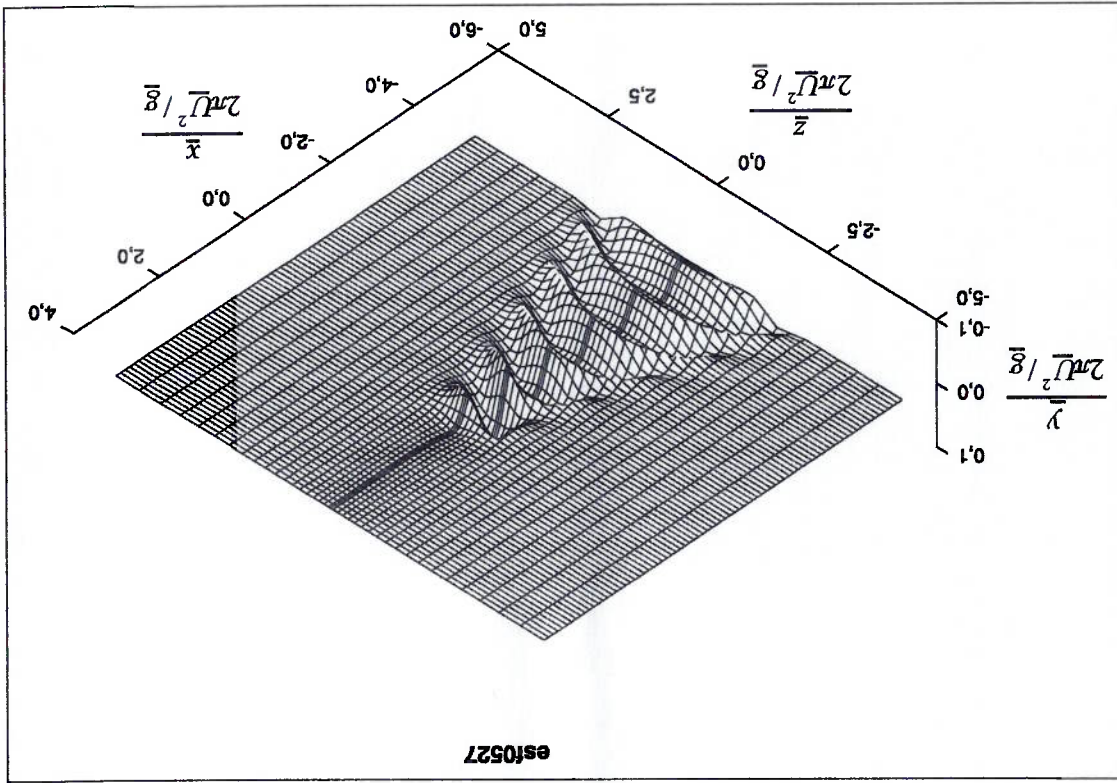


Figura 5.3.6 - Elevação da superfície livre para esfera totalmente submersa com $\frac{\overline{U}^2}{R \overline{\rho}} = 0,5$ e $\frac{\overline{U}^2}{g \cdot \overline{\rho}} = 2,7$.

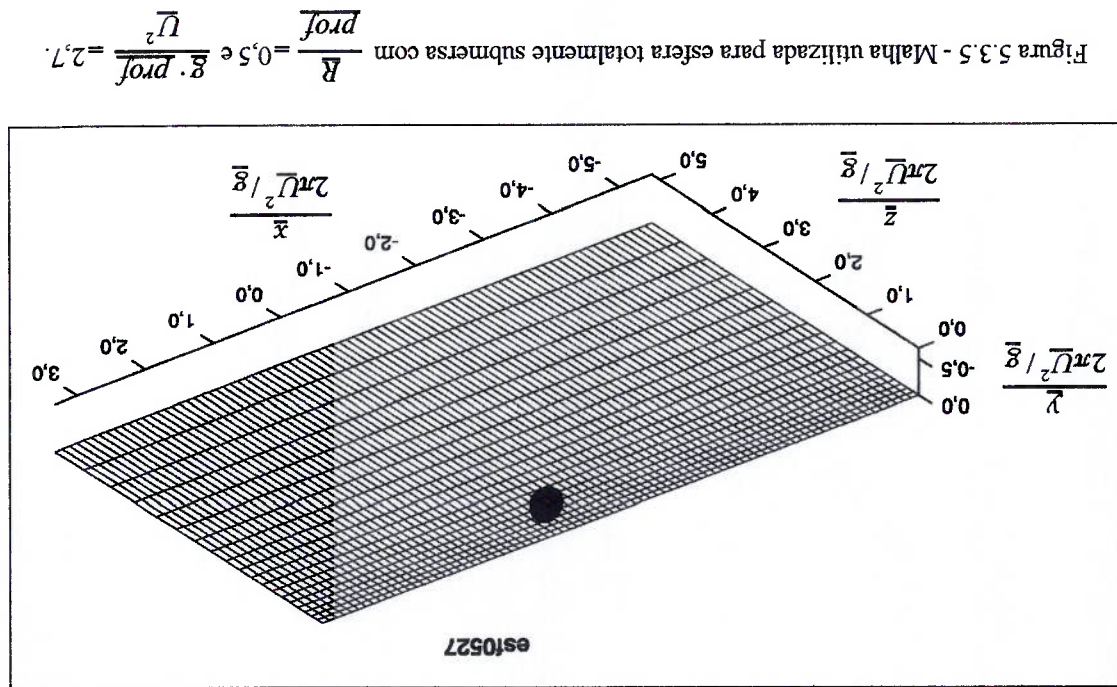
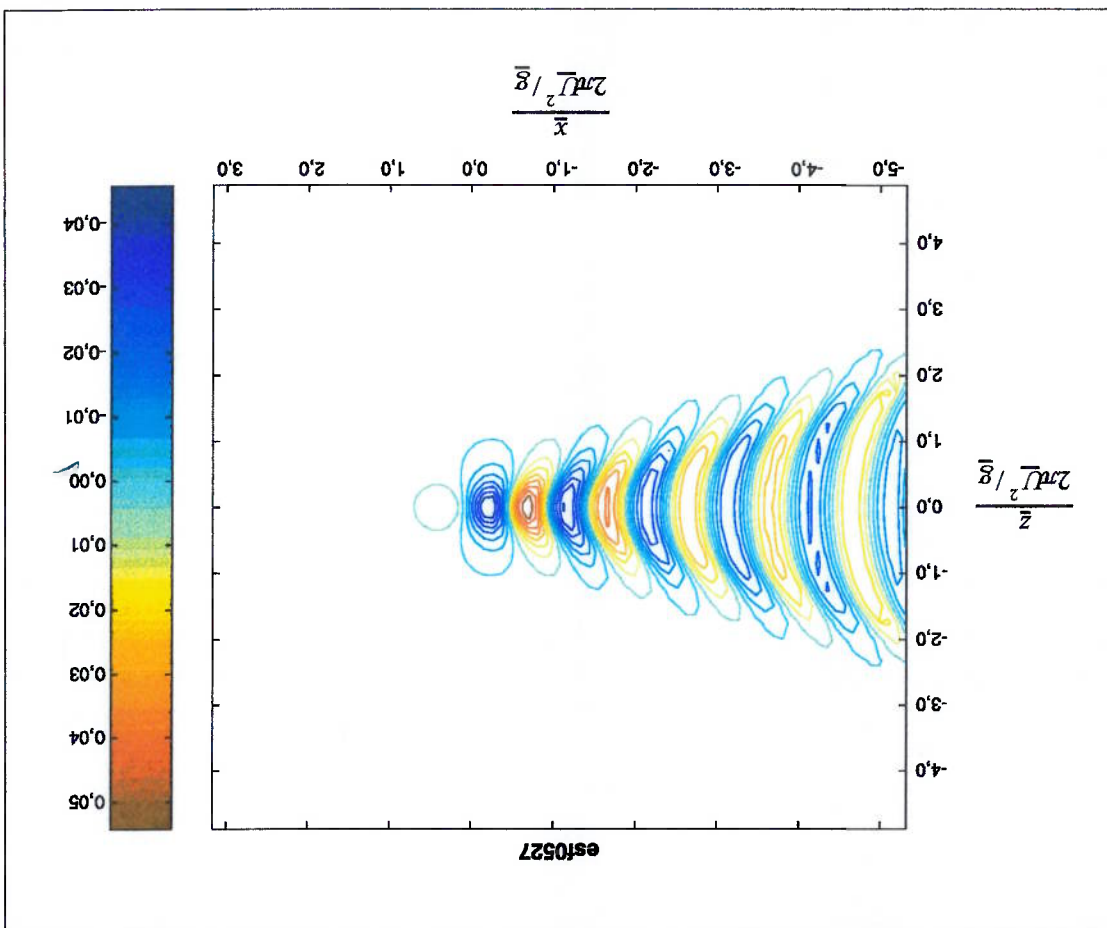


Figura 5.3.5 - Malha utilizada para esfera totalmente submersa com $\frac{\overline{U}^2}{R \overline{\rho}} = 0,5$ e $\frac{\overline{U}^2}{g \cdot \overline{\rho}} = 2,7$.

Na figura 5.3.8 apresenta-se a elevação da superfície livre calculada no centro dos painéis pertencentes à fileira longitudinal adjacente ao plano $z = 0$. Pode-se notar que foi obtido o valor unitário para o comprimento das ondas transversais adimensionalizado por $2\pi\bar{U}^2/\bar{g}$.

Figura 5.3.7 - Curvas de nível da superfície livre para esfera totalmente submersa com $\frac{\bar{U}^2}{R} = 0,5$ e $\frac{\bar{U}^2}{\bar{g} \cdot \text{prof}} = 2,7$.



Utilizando-se como ponto de partida o processamento de nome esf0527, foram realizados testes para avaliação do efeito causado nos resultados por mudanças nas dimensões do domínio na superfície livre.

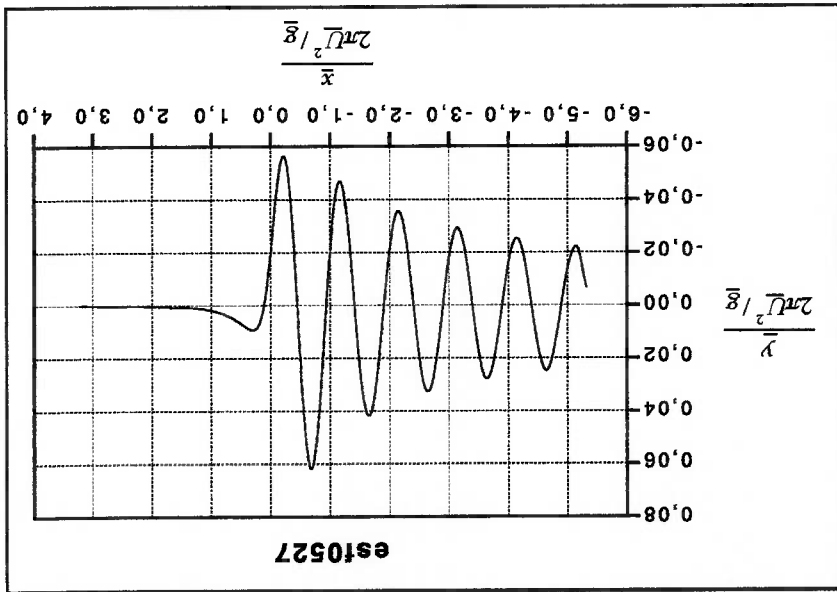
Para o conjunto de casos estudados, a malha na superfície da esfera foi mantida inalterada (20 fileiras transversais e 20 fileiras longitudinais).

Na superfície livre fixou-se a dimensão dos painéis na direção do eixo ox e portanto o número de painéis por comprimento de onda transversal foi mantido constante e igual a 9,308. Outras características não modificadas são a razão de expansão de 1,1 para a dimensão dos painéis na direção do eixo oz e a razão de aspecto próxima do valor unitário para os painéis adjacentes à linha de centro. Variações nas dimensões do domínio foram feitas de forma a se obter domínios geometricamente semelhantes ao utilizado no processamento de nome esf0527.

Figura 5.3.8 - Elevação da superfície livre calculada no centro dos painéis pertencentes à fileira

longitudinal adjacente ao plano $z = 0$, para esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{R}} = 0,5$ e

$$\frac{\bar{U}_z}{\bar{R} \cdot \text{prof}} = 2,7.$$



Os valores considerados para a extensão do domínio na direção do eixo ox e para a extensão do domínio na direção do eixo oz (ver figura 5.3.1) são apresentados na tabela 5.3.6, onde $\frac{x_{max} - x_{min}}{2R} = 20,0$ e $\frac{z}{2R} = 12,0$ correspondem ao domínio originalmente utilizado no processamento de nome est0527.

Apresentam-se ainda na tabela 5.3.6:

- o número total de painéis da malha;
- o tempo de processamento no computador DEC;
- o valor obtido para a resistência de ondas adimensionalizada pelo deslocamento da esfera;
- a diferença entre o resultado obtido utilizando-se um determinado domínio e o resultado obtido utilizando-se o domínio imediatamente menor;
- o desvio em relação ao resultado analítico ($\frac{M_g}{R^*} = 1,459E - 02$) calculado através da equação (5.3.1).

Os valores obtidos para a resistência de ondas são apresentados na figura 5.3.9 em função da extensão longitudinal do domínio na superfície livre. Na figura 5.3.10 apresenta-se, para cada domínio considerado, a resistência de ondas em função da posição das fileiras transversais da malha.

domínio na superfície livre (h_z variável)	$\frac{x_{max} - x_{min}}{z}$	$\frac{2R}{z}$	número total de painéis no computador	tempo de processamento DEC (hh:mm:ss)	$\frac{Mg}{R}$	diferença em domínio imediatamente menor (%)	desvio em relação ao resultado analítico (%)
5,0	3,0	598	00:04:11	1,791E-02	---	22,735	4,180
10,0	6,0	946	00:11:56	1,520E-02	-15,118	0,209	15,0
15,0	9,0	1392	01:02:32	1,463E-02	-3,812	-0,037	20,0
20,0	12,0	1958	00:55:19	1,459E-02	-0,245	-0,299	25,0
25,0	15,0	2542	01:45:38	1,455E-02	-0,263	-1,366	30,0
30,0	18,0	3084	02:46:43	1,440E-02	-1,070	-2,400	35,0
35,0	21,0	3808	04:43:18	1,424E-02	-1,049	-3,442	40,0
40,0	24,0	4450	07:37:48	1,409E-02	-1,068		

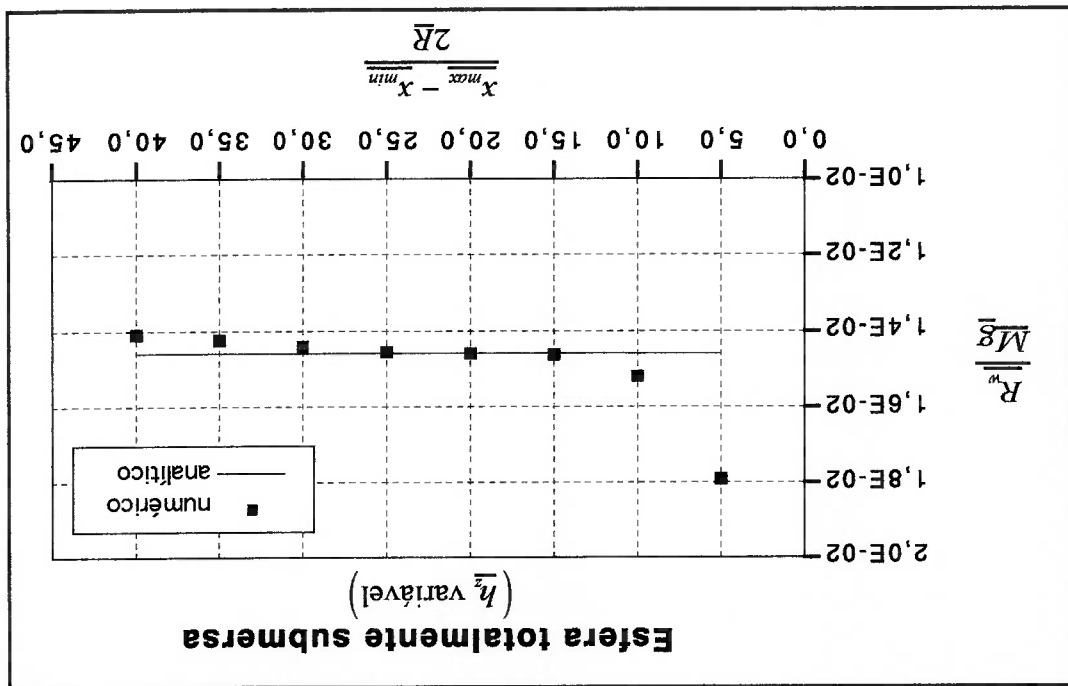
Tabela 5.3.6 - Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{prof} = 0,5$ e $\frac{U^2}{g \cdot prof} = 2,7$. Características dos

casos processados e resultados obtidos. Malhas com painéis de dimensão variável na direção do eixo

oz.

Na figura 5.3.9 e na tabela 5.3.6, observa-se que os resultados sofrem pequena variação a partir do domínio com $\frac{x_{max} - x_{min}}{2R} = 15,0$, existindo uma tendência decrescente do valor obtido com o aumento das dimensões do domínio. Conforme citado anteriormente a resistência de ondas é obtida através da média dos valores calculados para as várias fileiras transversais, excluindo-se a região nas proximidades da esfera e a região na extremidade de ré do domínio. Na figura 5.3.10 nota-se que os valores calculados apresentam um decaimento conforme aumenta a distância ao corpo em estudo, o que provoca a diminuição do valor médio da resistência para domínios longos. Esse decaimento não seria esperado, uma vez que efeitos da viscosidade do fluido não foram incluídos na formulação do problema e

Figura 5.3.9 - Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{prof} = 0,5$ e $\frac{\bar{U}^2}{g \cdot prof} = 2,7$. Valores obtidos para a resistência de ondas em função da extensão longitudinal do domínio na superfície livre. Painéis de dimensão variável na direção do eixo OZ .



não são utilizados esquemas de diferenças finitas, os quais poderiam introduzir viscosidade numérica.

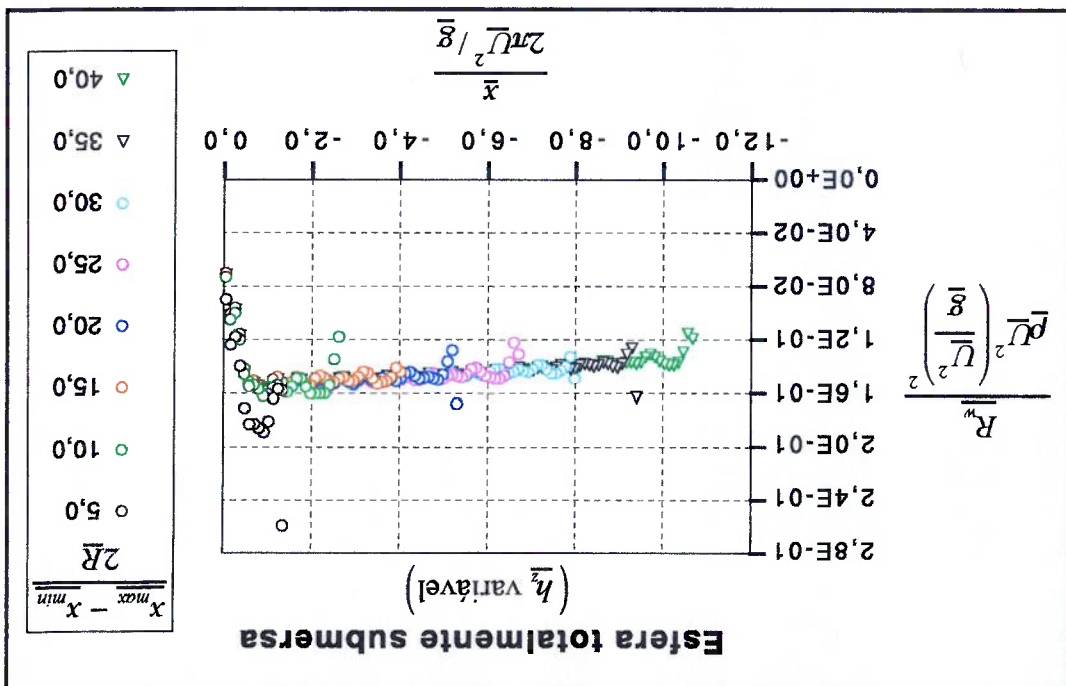


Figura 5.3.10 - Estera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{U}^2} = 0,5$ e $\frac{R}{\bar{U}^2} = 2,7$. Resistência de ondas

em função da posição das fileiras transversais da malha para os diversos domínios considerados. Painéis de dimensão variável na direção do eixo oz .

Os espectros das ondas são apresentados na figura 5.3.11, onde observa-se que, com exceção do domínio com $\frac{x_{max} - x_{min}}{2R} = 5,0$, o número de onda a partir do qual surgem oscilações no espectro diminui com o aumento da extensão longitudinal do domínio.

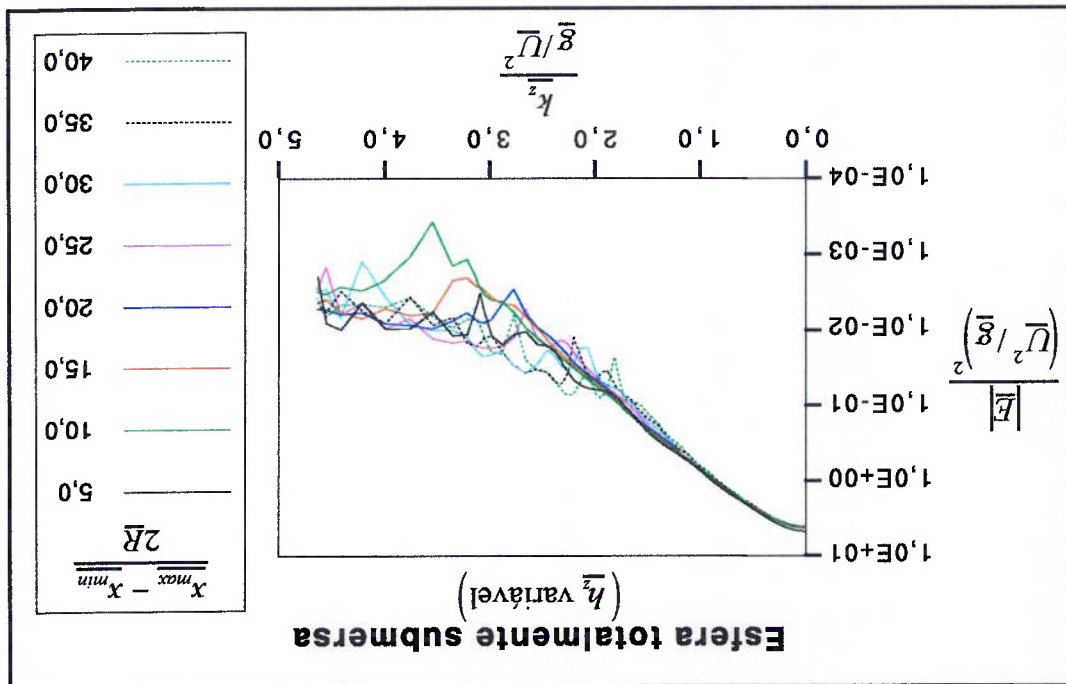
As dimensões dos domínios (listadas na tabela 5.3.6) foram mantidas e as malhas foram construídas novamente, utilizando-se painéis de dimensão constante na direção do eixo oz e com razão de aspecto igual a 1,0 em todo o domínio na

variável na direção do eixo oz . Testes adicionais foram realizados com o objetivo de verificar se o comportamento observado está relacionado com a presença de painéis de dimensão

na figura 5.3.11 pode ser a geometria da malha. Sendo, a causa do decaimento observado na figura 5.3.10 e das oscilações observadas número de onda que pode ser avaliado pela malha na direção do eixo oz . Assim conforme se afastam do corpo. Quanto maior a dimensão do painel, menor é o variável na direção do eixo oz , as ondas geradas encontram painéis cada vez maiores Devido à forma de construção da malha, na qual a dimensão dos painéis é

para os diversos domínios considerados. Painéis de dimensão variável na direção do eixo oz .

Figura 5.3.11 - Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\overline{U}^2} = 0,5$ e $\frac{R}{\overline{U}^2} = 2,7$. Espectro das ondas



superfície livre. As características dos casos processados e os resultados obtidos são apresentados na tabela 5.3.7 e nas figuras 5.3.12, 5.3.13 e 5.3.14. Em virtude do elevado número de painéis requerido pelas malhas com painéis de razão de aspecto unitária, as análises foram limitadas a domínios com extensão longitudinal igual ou inferior a 30,0 vezes o diâmetro da esfera.

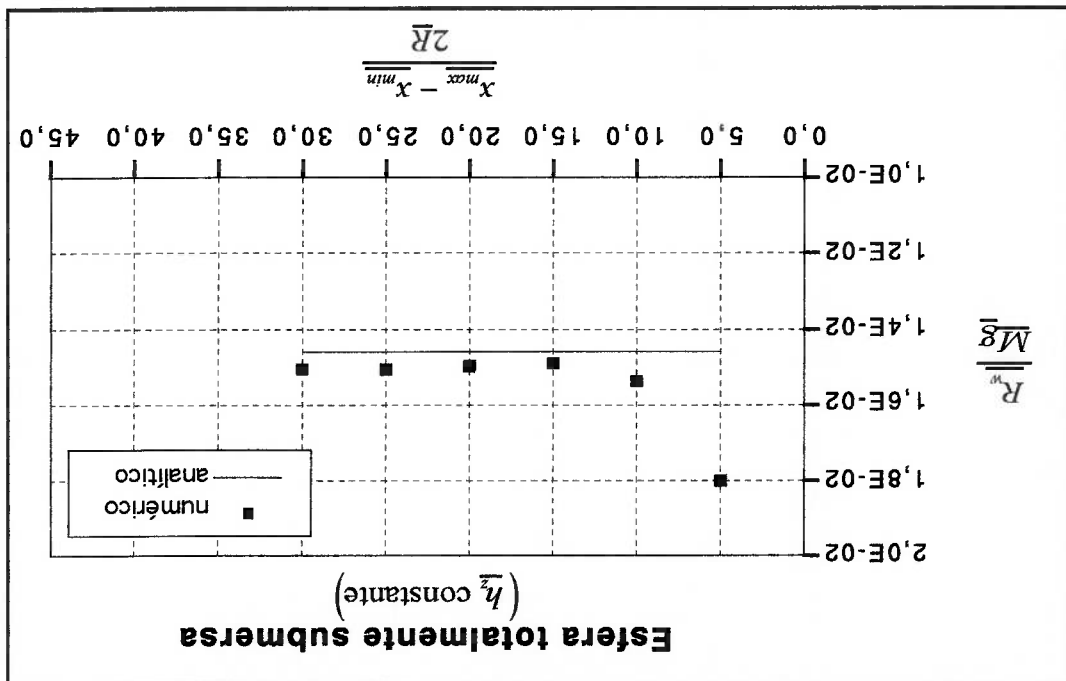
domínio na superfície livre (h_z constante)	$\frac{x_{max} - x_{min}}{z}$		número total de painéis	tempo de processamento no computador (hh:mm:ss)	$\frac{Mg}{R^m}$	diferença em relação ao domínio imediato-mente menor (%)	desvio em relação ao resultado analítico (%)
	$2R$	$\frac{2R}{z}$					
5,0	3,0	664	00:05:06	1,800E-02	---	23,321	5,340
10,0	6,0	1408	00:26:25	1,537E-02	-14,581	5,340	5,340
15,0	9,0	2632	01:50:29	1,490E-02	-3,060	2,117	15,0
20,0	12,0	4336	06:17:18	1,497E-02	0,420	2,545	20,0
25,0	15,0	6520	18:09:04	1,506E-02	0,613	3,173	25,0
30,0	18,0	9184	46:53:53	1,505E-02	-0,042	3,130	30,0

Tabela 5.3.7 - Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{prof} = 0,5$ e $\frac{U^2}{g \cdot prof} = 2,7$. Características dos

casos processados e resultados obtidos. Malhas com painéis de dimensão constante na direção do eixo oz .

Para as malhas com painéis de dimensão constante nota-se na figura 5.3.13 que, ao contrário do observado para painéis de dimensão variável, os valores obtidos para a resistência de ondas não sofrem decaimento à medida que nos afastamos do corpo. Na figura 5.3.12 e na tabela 5.3.7 observa-se que a resistência de ondas apresenta pequena variação para domínios com extensão longitudinal igual ou maior que 15,0 vezes o diâmetro da esfera, convergindo para um valor com desvio em torno de 3% acima do valor analítico.

Figura 5.3.12 - Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{prof} = 0,5$ e $\frac{U^2}{g \cdot prof} = 2,7$. Valores obtidos para a resistência de ondas em função da extensão longitudinal do domínio na superfície livre. Painéis de dimensão constante na direção do eixo oz .

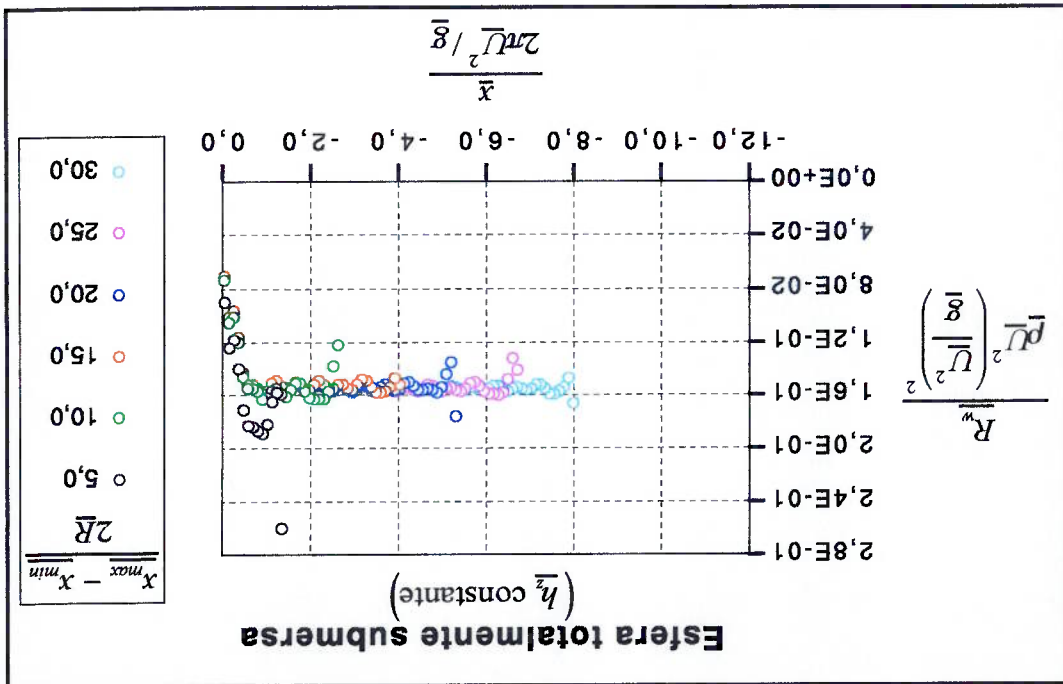


oscilações nos espectros diminuem com o aumento das dimensões do domínio. Nota-se ainda na figura 5.3.14 que, para malhas com \bar{h}_z constante, as

$$5.3.11) \text{ apresenta oscilações a partir de } \frac{k}{\bar{h}_z} \approx 2,0.$$

livre de oscilações, enquanto o espectro gerado pela malha com \bar{h}_z variável (figura 5.3.14) é correspondentes a malhas com painéis de dimensão variável. Para o domínio com painéis de dimensão constante produzem espectros mais bem comportados que os correspondentes a malhas com painéis de dimensão variável. Para o domínio com

Figura 5.3.13 - Estera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{g} \cdot \text{prof}} = 0,5$ e $\frac{2\pi\bar{U}^2}{\bar{g}} = 2,7$. Resistência de ondas em função da posição das fileiras transversais da malha para os diversos domínios considerados. Painéis de dimensão constante na direção do eixo oz .



aumento do número de painéis da malha e se a utilização de um grande número de

onda transversal $(\frac{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}}{h_x})$. Deseja-se avaliar se os resultados convergem com o

Passa-se agora ao estudo do efeito do número de painéis por comprimento de

dimensões do domínio.

de dimensão constante é observada convergência dos resultados com o aumento das

definido, sendo o mesmo nas direções dos eixos ox e oz . Para malhas com painéis

indicada, uma vez que o número de onda que pode ser avaliado pela malha fica bem

dimensão constante na direção do eixo oz e razão de aspecto unitária é mais

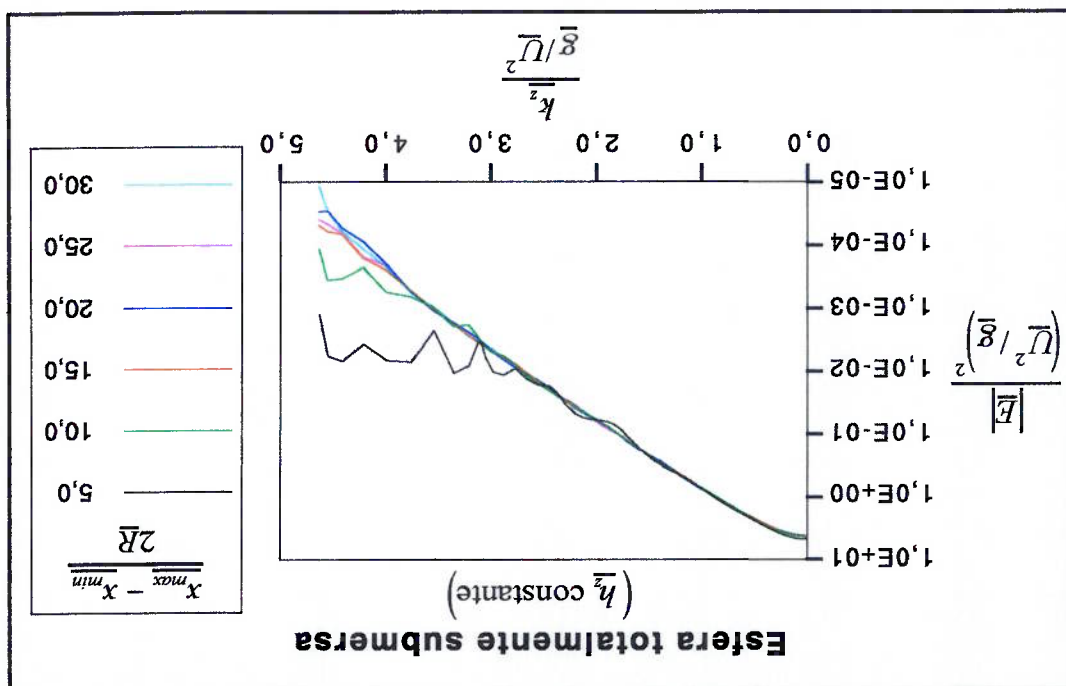
economia no número total de painéis, a utilização de malhas com painéis de

do eixo oz possam fornecer resultados próximos aos valores analíticos com

Conclui-se que, embora malhas com painéis de dimensão variável na direção

para os diversos domínios considerados. Painéis de dimensão constante na direção do eixo oz .

Figura 5.3.14 - Esfera totalmente submersa com $\frac{R}{\bar{U}^2} = 0,5$ e $\frac{R}{\bar{g} \cdot \bar{U}^2} = 2,7$. Espectro das ondas



malhas por comprimento de onda provoca o aparecimento de erros numéricos que venham a comprometer os resultados.

Escolheu-se o caso com $\frac{R}{\bar{g} \cdot \overline{prof}} = 0,3$ e $\frac{\bar{U}^2}{\bar{g} \cdot \overline{prof}} = 1,1$. As dimensões adotadas

para o domínio (ver figura 5.3.1) são $\frac{2R}{x_{min}} = -15,75$, $\frac{2R}{x_{max}} = 5,25$ e $\frac{2R}{z_{max}} = 7,0$, que

correspondem a $\frac{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}}{x_{min}} = -1,654$, $\frac{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}}{x_{max}} = 0,551$ e $\frac{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}}{z_{max}} = 0,735$, sendo

$\beta = 23,3$ graus. As malhas tem painéis de dimensão constante em ambas as direções e razão de aspecto (\bar{h}_x/\bar{h}_z) próxima do valor unitário, conforme listado na tabela

5.3.8.

A escolha das dimensões do domínio foi feita de forma a possibilitar uma grande variação no número de painéis por comprimento de onda transversal, mantendo-se o número total de painéis da malha abaixo de 10000 (limite aproximado com os recursos computacionais disponíveis).

As características dos casos processados e os resultados obtidos são apresentados na tabela 5.3.8 e na figura 5.3.15, onde observa-se convergência dos resultados com o aumento do número de painéis da malha. Excluindo-se a menor malha utilizada, os resultados estão entre 9,917E-03 e 9,977E-03, o que corresponde a uma variação menor do que 1%. Os valores absolutos dos desvios em relação ao resultado analítico ($\frac{M\bar{g}}{R} = 9,932E-03$) são inferiores a 3,0% considerando-se todas as malhas e inferiores a 0,5% se a menor malha for excluída. Nos casos analisados, não foi constatado o surgimento de erros numéricos em magnitude suficiente para comprometer a convergência dos resultados.

número de painéis por comprimento de onda transversal	razão de de aspecto dos painéis	número total de painéis	tempo de processamento no computador (hh:mm:ss)	$\frac{M\bar{g}}{R}$	diferença em relação à malha imediatamente menor (%)	desvio em relação ao resultado analítico (%)
12,693	1,071	700	00:03:16	9,639E-03	---	-2,952
25,387	1,018	1502	00:19:39	9,917E-03	2,884	-0,154
38,080	1,000	2808	01:27:27	9,956E-03	0,391	0,236
50,773	1,018	4732	08:04:27	9,968E-03	0,122	0,358
63,467	1,007	7074	23:24:42	9,974E-03	0,056	0,415
76,160	1,000	9920	60:03:43	9,977E-03	0,034	0,449

Tabela 5.3.8 - Estera totalmente submersa com $\frac{R}{prof} = 0,3$ e $\frac{U^2}{g \cdot prof} = 1,1$. Características dos

casos processados e resultados obtidos.

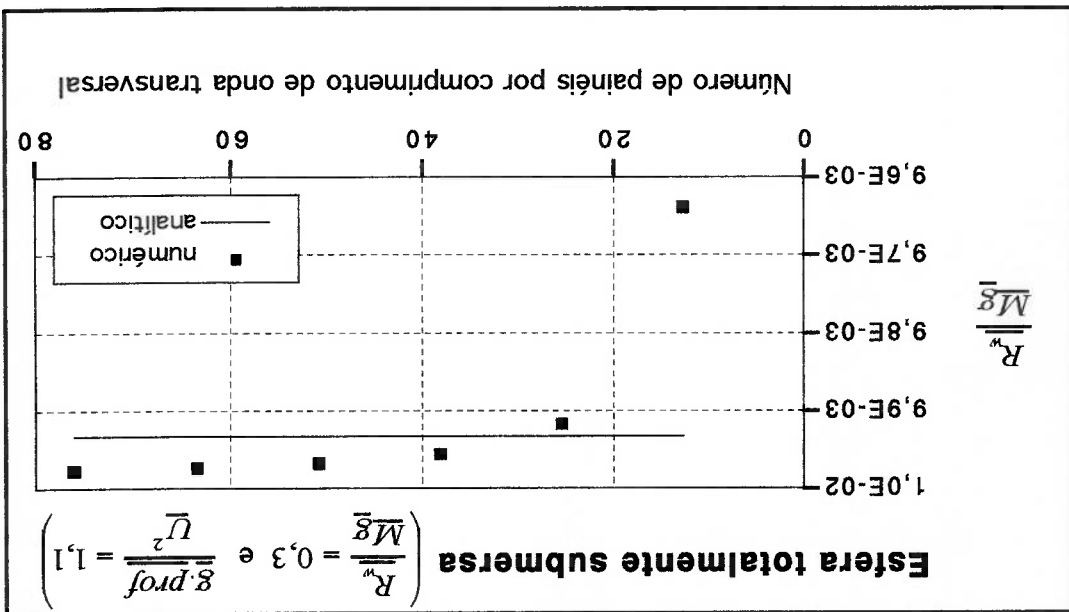


Figura 5.3.15 - Influência do número de painéis por comprimento de onda transversal no valor calculado para a resistência de ondas da estera totalmente submersa.

5.4 - Casco de Wigley na presença de superfície livre

O casco de Wigley é um casco cujas formas são descritas por uma equação algébrica. A motivação para o estudo dessa geometria está na facilidade de construção da malha através da equação e nas várias informações existentes na literatura, dentre as quais destacam-se os estudos publicados no "WORKSHOP ON SHIP WAVE-RESISTANCE COMPUTATIONS" (1979) e na "INTERNATIONAL TOWING TANK CONFERENCE (ITTC)" (1984).

Para descrição da superfície do casco, que apresenta balizas e linhas d'água com formato parabólico, utiliza-se o sistema cartesiano $oxyz$ já definido, com origem a meio navio. A equação que fornece as meias-bocas para cada baliza e para cada linha d'água é:

$$z(x, y) = \frac{B}{2} \left[1 - \left(\frac{L}{2x} \right)^2 \right] \cdot \left[1 - \left(\frac{D}{y} \right)^2 \right] \quad (5.4.1)$$

com

$$-\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2} \quad \text{e} \quad -D \leq y \leq 0,$$

onde:

- L é o comprimento na linha d'água;
- B é a boca na linha d'água; e
- D é o calado.

O casco definido pela equação (5.4.1) tem os seguintes coeficientes de forma:

$$\text{- razão } \frac{L}{B} = 0,1 \text{ e razão } \frac{L}{D} = 0,0625;$$

$$\text{- coeficiente prismático } C_p = \frac{\bar{V}}{A\bar{L}} = 0,667;$$

$$\text{- coeficiente de seção mestra } C_x = \frac{A}{BD} = 0,667;$$

$$\text{- coeficiente de bloco } C_b = \frac{A}{LB D} = 0,444;$$

$$\text{- coeficiente de superfície molhada } C_s = \frac{L(2D + B)}{S} = 0,661; \text{ e}$$

$$\text{- razão } \frac{L}{S} = 0,1487;$$

onde \bar{V} é o volume de deslocamento, \bar{A} é a área da seção mestra e S é a área da superfície molhada.

O resultados experimentais apresentados na ITTC (1984), referentes a ensaios realizados com o modelo fixado de forma a não sofrer afundamento e trim, podem ser resumidos na figura 5.4.1, na qual os limites inferior e superior se referem ao conjunto de resultados obtidos por diferentes tanques de provas. Na figura 5.4.1, o coeficiente de resistência de ondas (C_w) é dado em função do número de Froude (F_n), os quais são definidos por:

$$C_w = \frac{R_w}{R_n} = \frac{1}{2} \rho S U^2 \quad \text{e} \quad F_n = \frac{U}{\sqrt{gL}} \quad (5.4.2a, b)$$

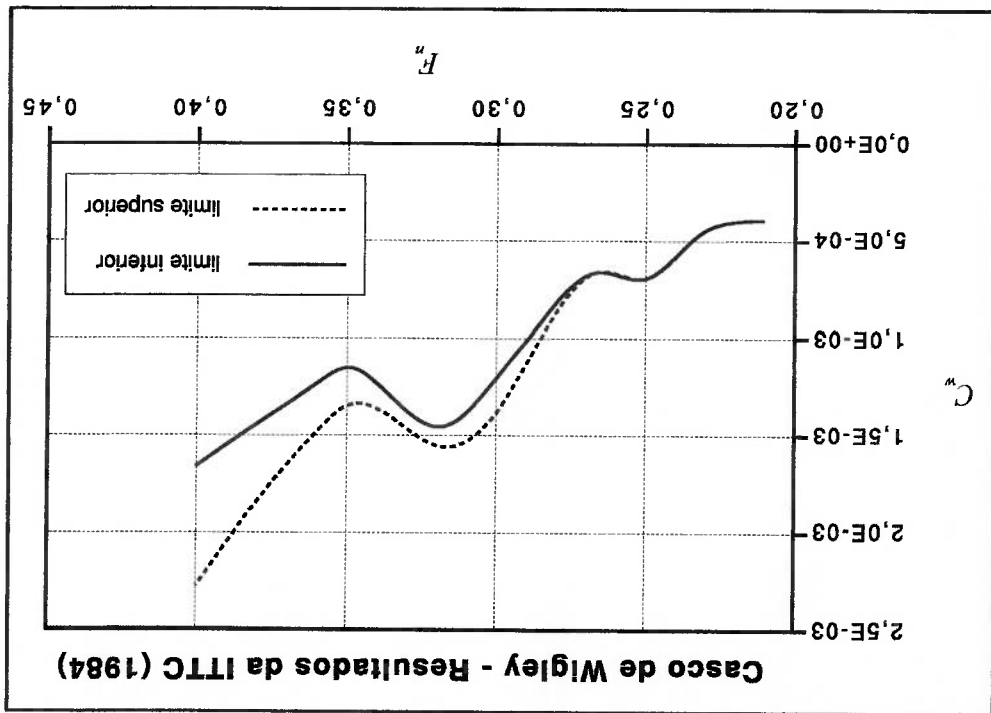


Figura 5.4.1 - Resultados experimentais para o casco de Wigley.

Com o objetivo de comparar os resultados do “software” elaborado com os resultados experimentais, são considerados os números de Froude apresentados na tabela 5.4.1. Na entrada de dados do programa, as dimensões lineares devem ser fornecidas adimensionalizadas por $2\pi\bar{U}^2/g$, desta forma a seguinte expressão é utilizada para obtenção do valor do comprimento (\bar{L}) adimensionalizado por $2\pi\bar{U}^2/g$ para cada número de Froude:

$$(5.4.3) \quad \frac{\bar{L}}{1} = \frac{2\pi\bar{U}^2/g}{2\pi F_n^2}$$

chegando-se a:

Tabela 5.4.1 - Valores do comprimento (\bar{L}) adimensionalizado por $2\pi\bar{U}^2/\bar{g}$ para cada número de Froude.

F_n	$\frac{\bar{L}}{2\pi\bar{U}^2/\bar{g}}$
0,20	3,979
0,22	3,288
0,25	2,546
0,27	2,183
0,30	1,768
0,32	1,554
0,35	1,299
0,38	1,102
0,40	0,995

Os valores de boca e calado divididos por $2\pi\bar{U}^2/\bar{g}$ são então obtidos através das razões de boca sobre comprimento e calado sobre comprimento.

Na figura 5.4.2 ilustra-se o domínio de cálculo na superfície livre, cujas proporções correspondem às utilizadas por SCLAVOUNOS; NAKOS (1990) e NAKOS; SCLAVOUNOS (1994).

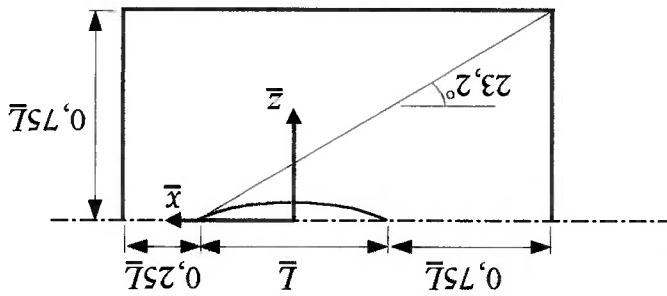


Figura 5.4.2 - Domínio de cálculo na superfície livre para o caso do casco de Wigley.

A malha na superfície do casco é ilustrada na figura 5.4.3 e apresenta 50 fileiras transversais (paralelas às balizas) e 8 fileiras longitudinais (paralelas às linhas d'água). Utilizam-se espaçamentos constantes, tanto na direção do eixo ox como na direção do eixo oy .

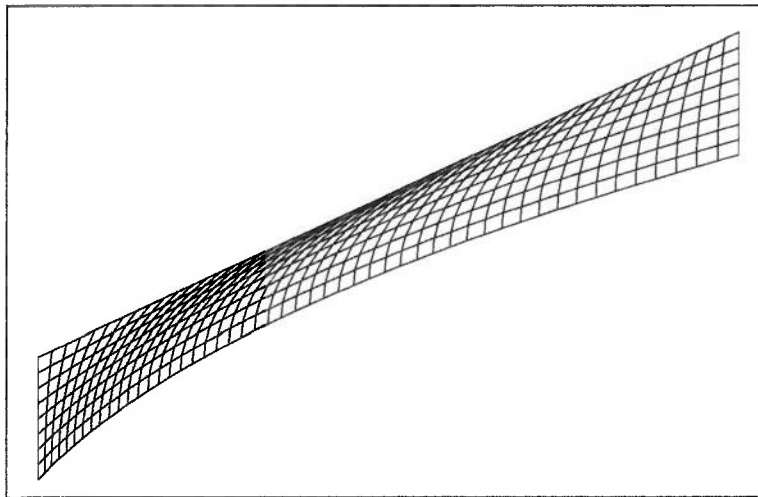


Figura 5.4.3 - Malha na superfície do casco de Wigley com 50 fileiras transversais e 8 fileiras longitudinais.

A partir do número de fileiras transversais na região do casco, a malha na superfície livre é construída de forma a se atender às proporções indicadas na figura 5.4.2 e às seguintes características:

- o espaçamento da malha na direção do eixo ox é constante;
- o espaçamento da malha na direção do eixo oz é constante nas regiões a montante e a jusante do casco, sendo ajustado na região do casco em função das meias-bocas na linha d'água;
- os painéis localizados nas regiões a montante e a jusante do casco têm razão de aspecto próxima do valor unitário; e
- além das fileiras transversais necessárias para atingir as dimensões do domínio indicadas na figura 5.4.2, acrescenta-se uma fileira transversal a vante e uma fileira transversal a ré do domínio.

A malha na superfície livre, construída de acordo com as características descritas acima, tem 103 fileiras transversais e 38 fileiras longitudinais, sendo apresentada na figura 5.4.4.

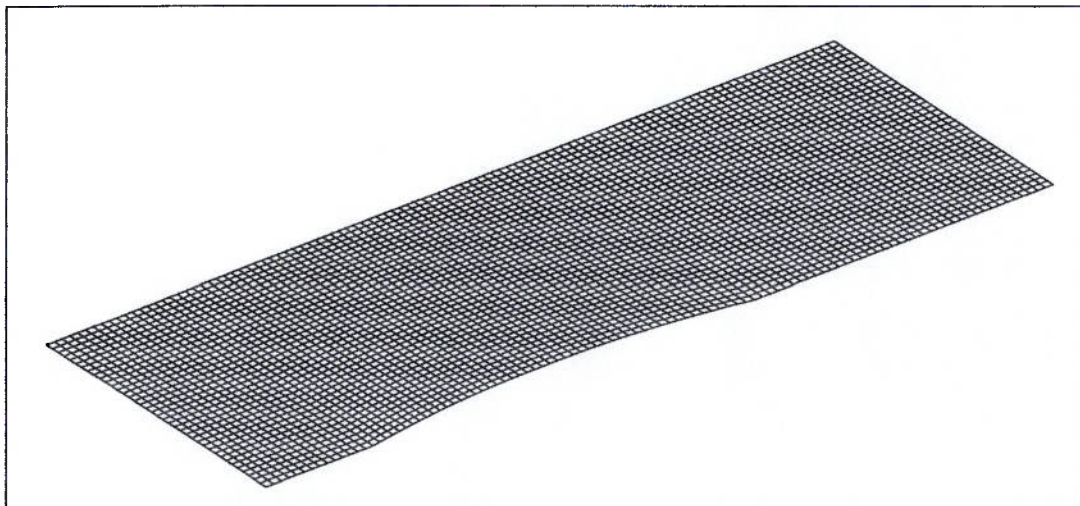


Figura 5.4.4 - Malha na superfície livre com 103 fileiras transversais e 38 fileiras longitudinais, sendo 50 fileiras transversais na região do casco de Wigley.

O número total de painéis da malha é igual a 4314, sendo 400 na superfície do casco e 3914 na superfície livre. Os tempos necessários para o processamento de cada caso são apresentados na tabela 5.4.2, tanto para o computador iMac como para o computador DEC.

tempo de processamento (hh:mm:ss)		
DEC	iMac	primeira etapa: problema com superfície de separação ar-água suposta rígida
01:17:41	02:44:22	segunda etapa: problema com superfície livre
04:42:14	10:54:22	total
05:59:55	13:38:44	

Tabela 5.4.2 - Tempos de processamento para cada caso do casco de Wigley (número total de painéis igual a 4314).

A razão para uso de espaçamento constante na direção do eixo oz está fundamentada nos resultados apresentados na seção 5.3 para a esfera totalmente submersa e também em testes realizados para o casco de Wigley, nos quais foram observadas flutuações indesejáveis nos espectros das ondas obtidos através de malhas com espaçamento variável na direção do eixo oz . O fato observado é ilustrado na figura 5.4.5, onde compararam-se os espectros fornecidos por duas malhas diferentes para o casco de Wigley com $F_n = 0,3$. Em ambas as malhas utilizam-se 66 fileiras transversais na região do casco. O caso de nome wp0366 se refere à malha com a razão de expansão igual a 1,1, enquanto o caso de nome wp0366u se refere à malha na qual a dimensão dos painéis é mantida constante na direção do eixo oz . Embora malhas com espaçamento uniforme impliquem em maiores custos computacionais, optou-se por utilizá-las, tendo em vista que as mesmas fornecem espectros mais bem comportados.

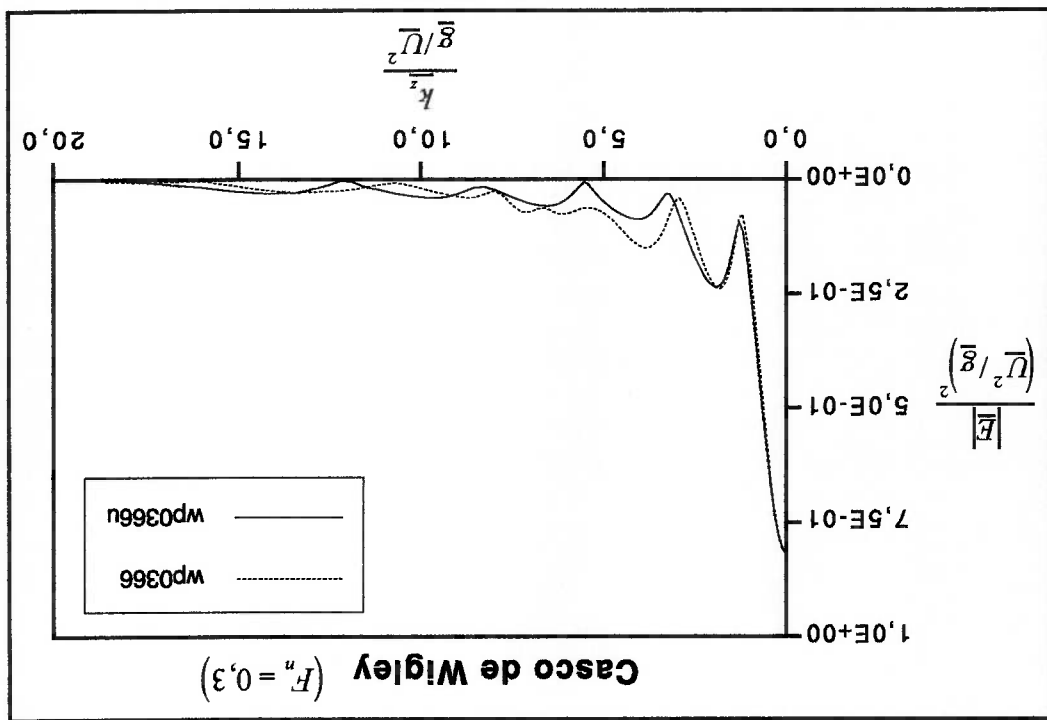


Figura 5.4.5 - Espectro das ondas para o casco de Wigley com $F_n = 0,3$ e malhas com 66 fileiras transversais na região do casco (wp0366: malha com espaçamento variável; wp0366u: malha com espaçamento uniforme).

O surgimento de problemas relacionados à utilização de malhas com espaçamento não uniforme foi abordado por H. C. RAVEN na discussão do trabalho apresentado por SCLAVOUNOS; NAKOS (1988).

O valor da resistência de ondas é calculado pelo "software" para todas as fileiras transversais da superfície livre situadas a ré da popa. Apresenta-se na figura 5.4.6 o gráfico do coeficiente de resistência de ondas em função da posição das fileiras transversais, para o caso com número de Froude igual a 0,2.

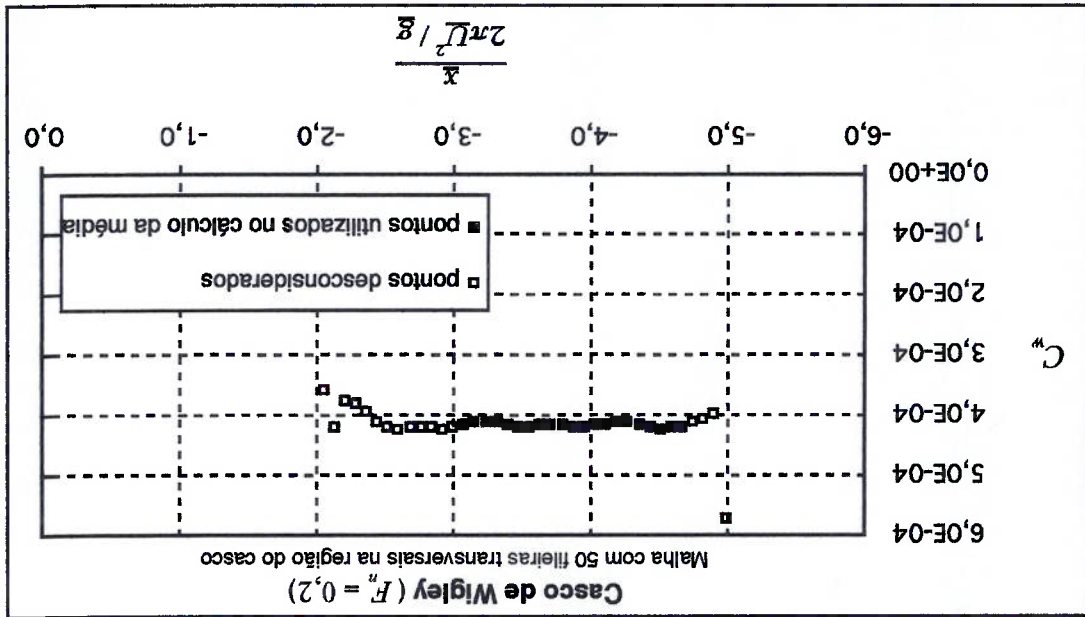


Figura 5.4.6 - Coeficiente de resistência de ondas em função da posição das fileiras transversais. Casco de Wigley com $F_n = 0,2$ e malha com 50 fileiras transversais na região do casco.

Pode-se observar na figura 5.4.6 que:

- existe uma região na qual os valores calculados são influenciados por efeitos locais devidos à presença do casco; e
- existe uma região na extremidade de ré do domínio na qual os valores são influenciados pelo truncamento do domínio na superfície livre.

Após análise dos gráficos obtidos para os vários casos processados, verificou-se que a região influenciada por efeitos locais se estende por uma distância igual a 0,25 vezes o comprimento do casco, medida a partir da popa.

De forma similar aos casos referentes à estera totalmente submersa, considerou-se que a região afetada por efeitos de truncamento se estende por uma distância igual a 0,25 vezes o comprimento das ondas transversais, medida a partir da extremidade de ré do domínio.

O valor final do coeficiente de resistência de ondas é calculado através da média dos valores obtidos para as várias fileiras transversais, excluindo-se as fileiras localizadas na região influenciada por efeitos locais e as fileiras localizadas na região influenciada pelo truncamento do domínio.

Os valores obtidos numericamente para o coeficiente de resistência de ondas são apresentados na figura 5.4.7, juntamente com os limites da faixa de valores experimentais (TTC, 1984).

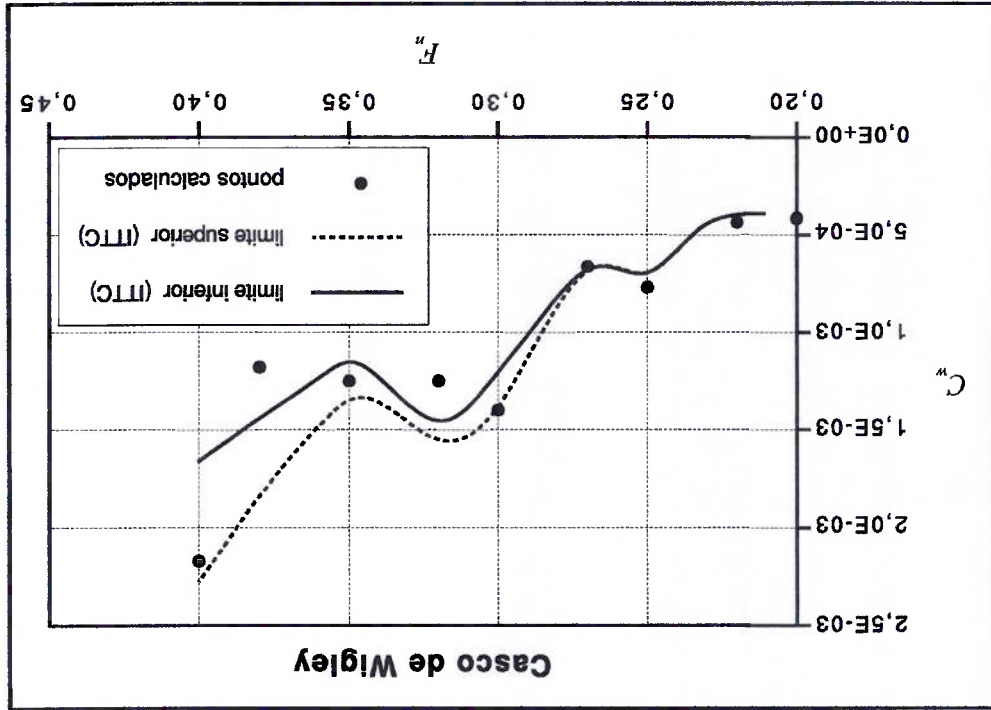


Figura 5.4.7 - Coeficiente de resistência de ondas para o casco de Wigley. Valores obtidos numericamente (malha com 50 fileiras transversais na região do casco) e limites da faixa de valores experimentais (TTC, 1984).

Da observação da figura 5.4.7, pode-se dizer que os resultados numéricos obtidos para números de Froude entre 0,2 e 0,3 apresentam boa aderência aos resultados experimentais, enquanto para números de Froude entre 0,32 e 0,4, parte dos pontos calculados está fora da faixa de valores experimentais.

No caso da esfera totalmente submersa, apresentado na seção 5.4, mostrou-se que a observação do espectro das ondas geradas fornece evidências sobre a adequabilidade da malha utilizada. A seguir, tenta-se estender o raciocínio para o casco de Wigley:

Para o caso com $F_n = 0,2$, apresenta-se na figura 5.4.8, o espectro das ondas em um corte transversal da superfície livre posicionado aproximadamente a meia distância entre a extremidade de ré do domínio e a popa.

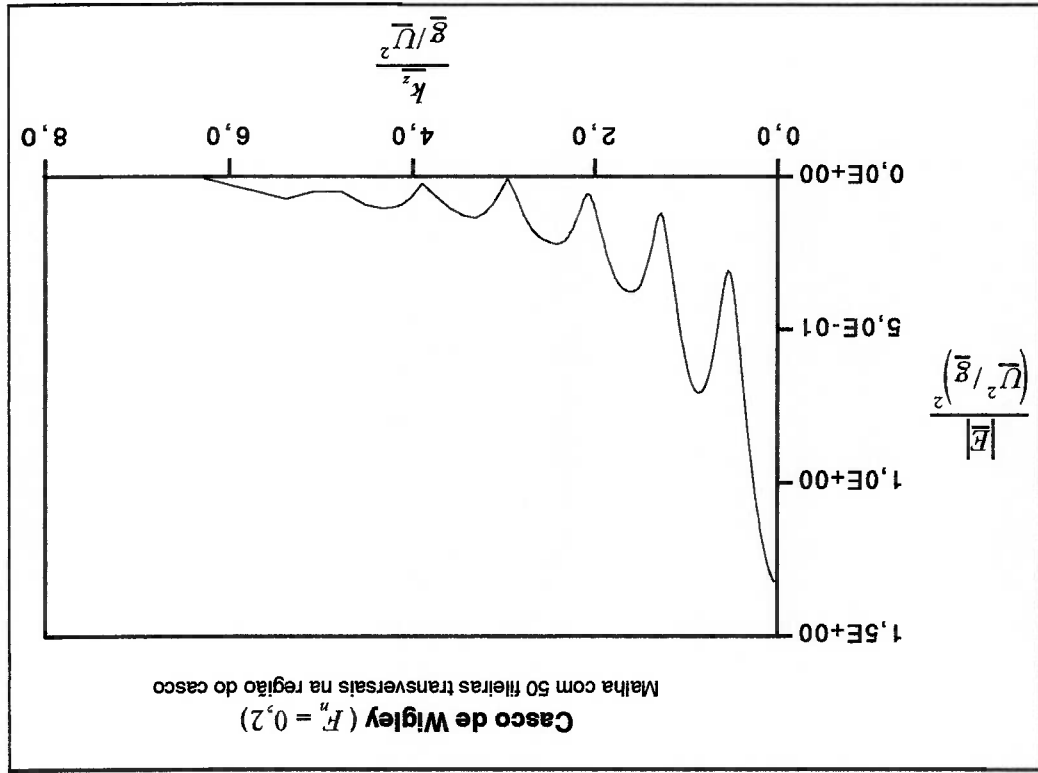


Figura 5.4.8 - Espectro das ondas para o casco de Wigley com $F_n = 0,2$ e malha com 50 fileiras transversais na região do casco.

Através da comparação do espectro das ondas obtido para o casco de Wigley (figura 5.4.8) com o espectro obtido para a esfera totalmente submersa (figura 5.3.3), rapidamente com o aumento do número de onda, enquanto no caso do casco de Wigley, a magnitude do espectro diminui lentamente com o aumento do número de onda, existindo vários máximos e mínimos locais.

Os aspectos observados estão de acordo com o apresentado em NAKOS; SCLAVOUNOS (1990), onde os autores chamam a atenção para o fato de que as ondas geradas por corpos totalmente submersos contêm pouca energia associada a pequenas escalas de comprimento, isto é, a altos números de onda, enquanto para corpos que cruzam a superfície livre, o espectro das ondas geradas contém significativa quantidade de energia em ondas curtas.

No caso da esfera totalmente submersa, foi possível construir malhas que apresentassem números de onda de Nyquist abaixo dos quais, para fins práticos, toda a energia contida no espectro tivesse sido considerada. Contudo, para corpos que cruzam a superfície livre, a simples análise visual do espectro das ondas não permite concluir se a malha utilizada é ou não adequada.

Com o objetivo de avaliar a sensibilidade dos resultados obtidos com relação ao número de painéis da malha, vários casos foram processados, sendo:

- 16 casos para $H_n = 0,2$;
- 9 casos para $H_n = 0,3$; e
- 14 casos para $H_n = 0,4$.

Para geração das malhas, o número de fileiras transversais na região do casco recebeu valores diferentes de caso para caso, enquanto o número de fileiras longitudinais sobre a superfície do casco (fileiras paralelas às linhas d'água) foi mantido constante e igual a 8. A malha na superfície livre foi construída de forma a se atender às dimensões do domínio e características descritas anteriormente.

Nos diversos casos processados, o número de fileiras transversais na região do casco está entre 16 e 80, o número total de painéis da malha varia de 736 a 10360 e os tempos de processamento estão entre 7 minutos e 66 horas no computador DEC. As malhas analisadas correspondem aos seguintes valores de números de onda de Nyquist:

F_n	$\frac{k_{Nyq}}{\bar{g}/U^2}$	valor mínimo	
		valor mínimo	valor máximo
0,2	2,513	10,053	40,212
0,3	2,827	22,619	40,212
0,4	5,027	40,212	40,212

Tabela 5.4.3 - Valores mínimos e máximos do número de onda de Nyquist para cada número de Froude.

Para cada número de Froude considerado, os valores calculados para o coeficiente de resistência de ondas (C_w) são apresentados nas figuras 5.4.9, 5.4.11 e 5.4.13, onde podem ser comparados com a faixa de valores experimentais da ITTC (1984) obtida a partir da figura 5.4.1. Os espectros obtidos para malhas com 50, 60, 70 e 80 fileiras transversais na região do casco são apresentados nas figuras 5.4.10, 5.4.12 e 5.4.14, respectivamente para os números de Froude iguais a 0,2, 0,3 e 0,4.

Figura 5.4.10 - Espectro das ondas para o casco de Wigley com $F_n = 0,2$ e malhas com 50, 60, 70 e 80 fileiras transversais na região do casco.

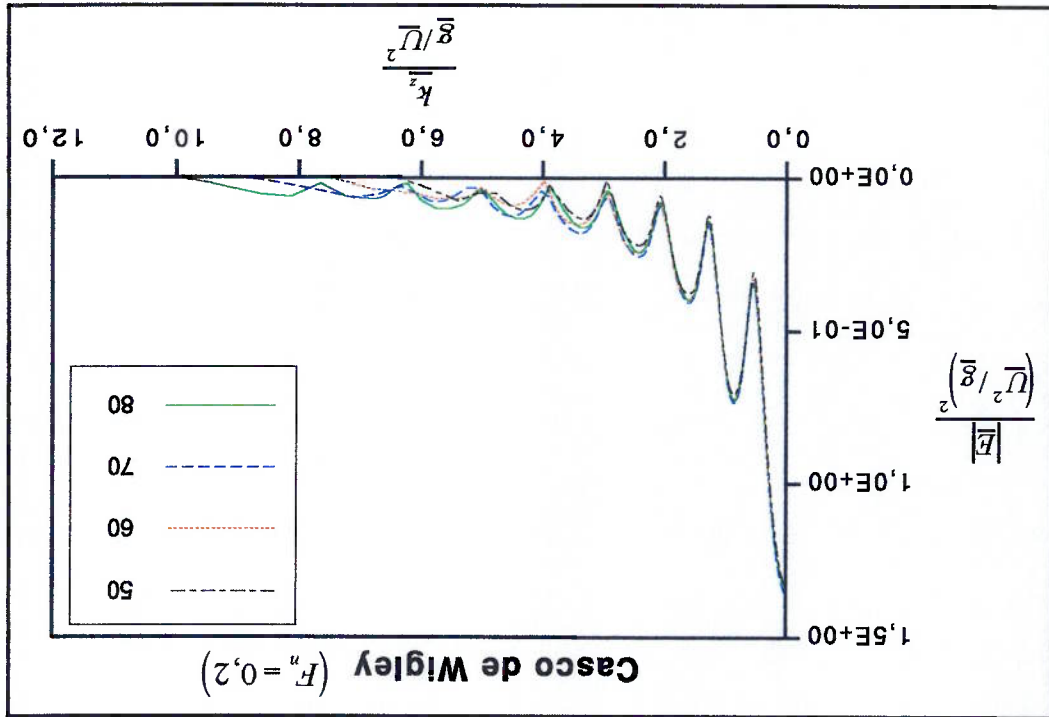


Figura 5.4.9 - Coeficiente de resistência de ondas para o casco de Wigley com $F_n = 0,2$.

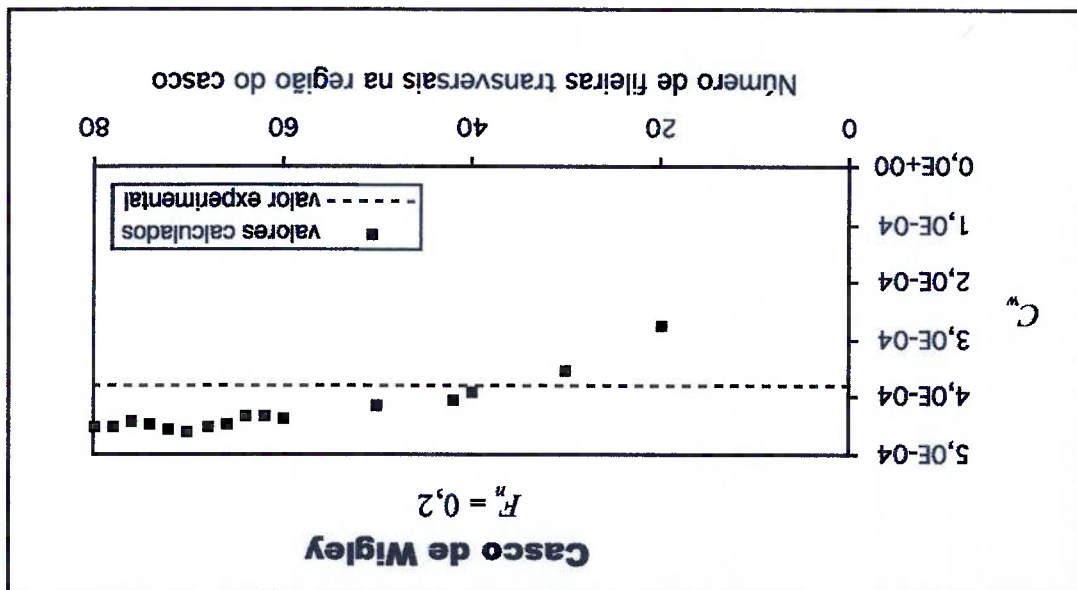


Figura 5.4.12 - Espectro das ondas para o casco de Wigley com $F_n = 0,3$ e malhas com 50, 60, 70 e 80 fileiras transversais na região do casco.

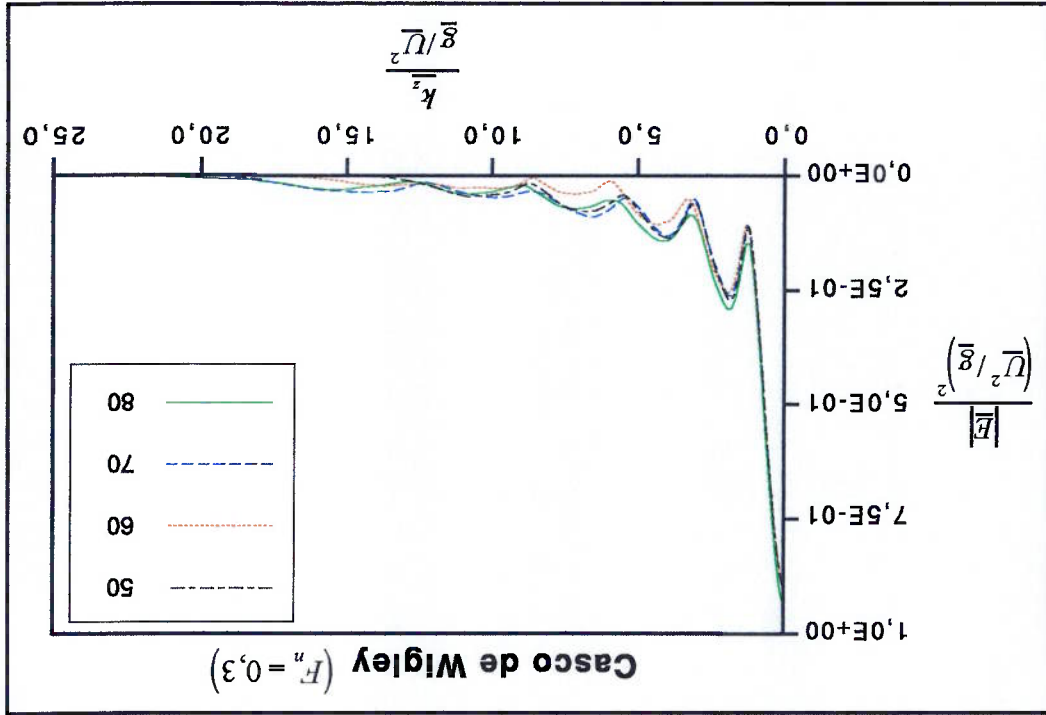


Figura 5.4.11 - Coeficiente de resistência de ondas para o casco de Wigley com $F_n = 0,3$.

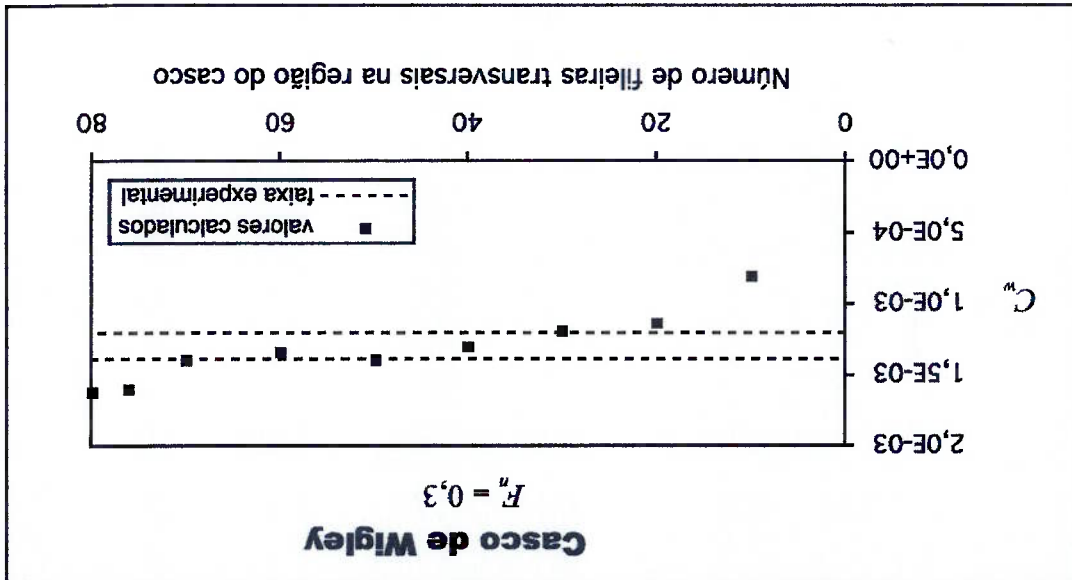


Figura 5.4.14 - Espectro das ondas para o casco de Wigley com $F_n = 0,4$ e malhas com 50, 60, 70 e 80 fileiras transversais na região do casco.

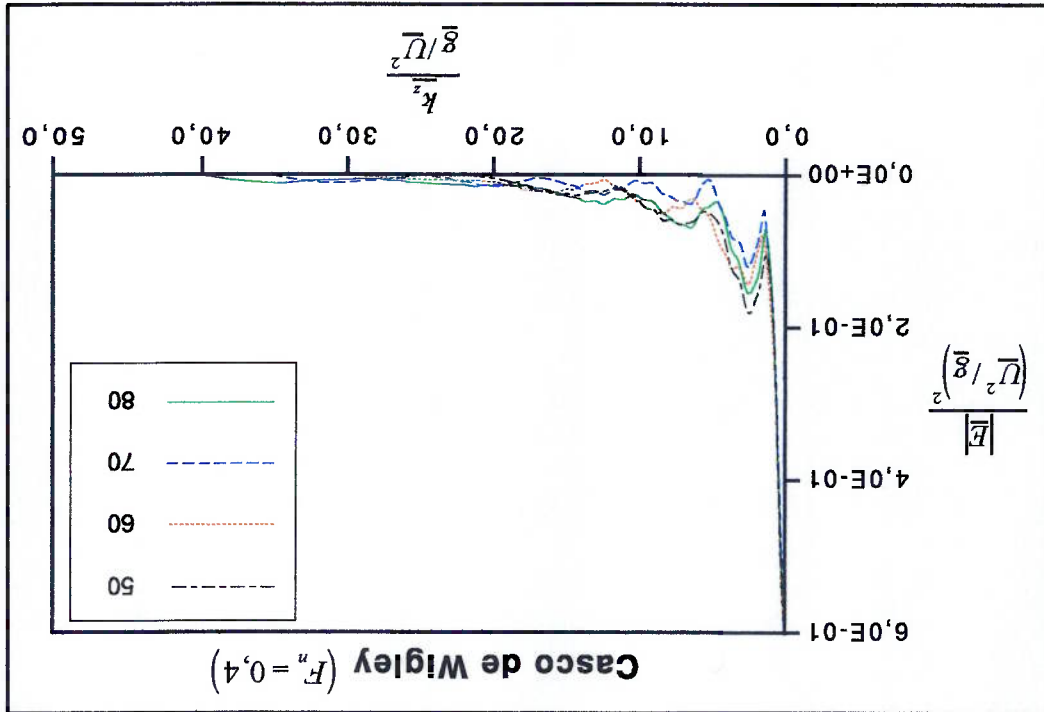
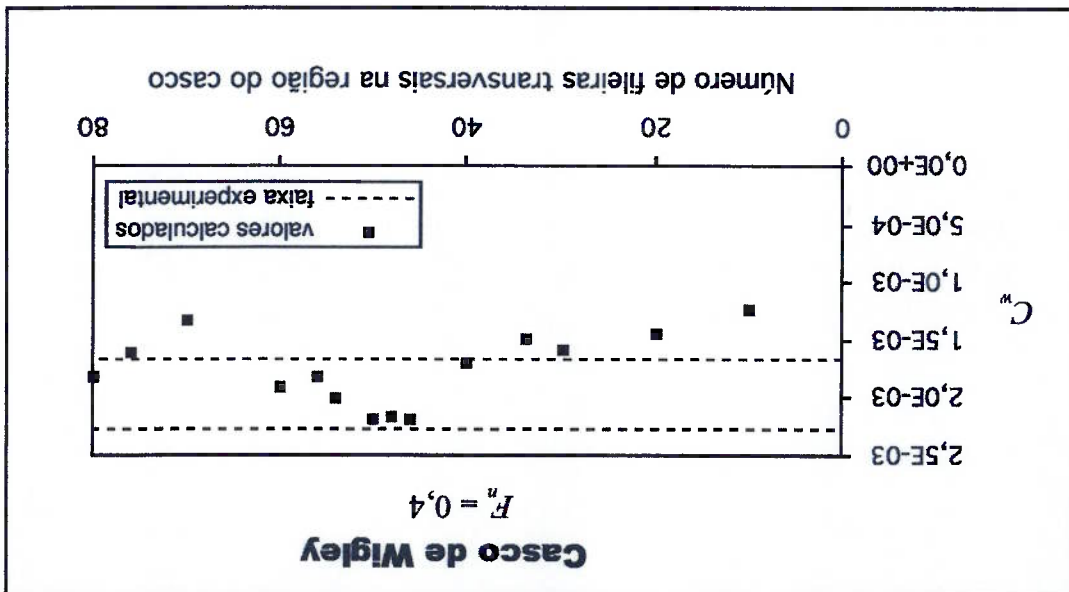


Figura 5.4.13 - Coeficiente de resistência de ondas para o casco de Wigley com $F_n = 0,4$.



Para $F_n = 0,2$ pode-se observar na figura 5.4.9, que existe tendência de convergência dos valores de C_w com o aumento do número de painéis da malha. Para a malha com 80 fileiras transversais na região do casco, o valor calculado para o coeficiente de resistência de ondas é igual a 4,50E-04, enquanto o valor experimental, obtido extrapolando-se as curvas apresentadas na figura 5.4.1, é igual a 3,80E-04, o que corresponde a um desvio de 18,4%. A tendência de convergência pode também ser observada nos espectros apresentados na figura 5.4.10, os quais são praticamente coincidentes em baixos números de onda, existindo pequenas diferenças em números de onda mais elevados.

Para $F_n = 0,3$ a faixa experimental de C_w está entre 1,20E-03 e 1,38E-03, sendo os resultados apresentados na figura 5.4.11, na qual não é possível observar a convergência dos valores calculados com o aumento do número de painéis da malha, embora vários pontos calculados estejam situados dentro da faixa experimental. Observa-se que existem diferenças nas magnitudes dos espectros apresentados na figura 5.4.12, tanto em valores elevados como em valores baixos do número de onda, sugerindo a ocorrência do fenômeno de "aliasing".

No fenômeno de "aliasing", a energia contida em números de onda que não podem ser avaliados pela malha utilizada, isto é, em números de onda maiores que o de Nyquist, aparece refletida em números de onda inferiores ao de Nyquist, comprometendo o espectro dentro da faixa que poderia ser avaliada corretamente. No artigo publicado por NAKOS; SCLAVOUNOS (1994), os autores utilizam um filtro "anti-aliasing" quando do estudo do escoamento em torno de corpos que cruzam a superfície livre.

Salienta-se que, no presente trabalho, não foi utilizado nenhum tipo de filtro.

Para $F_n = 0,4$ a faixa experimental de C_w está entre 1,66E-03 e 2,28E-03, sendo os resultados apresentados na figura 5.4.13, onde não se observa a convergência dos valores calculados, entre os quais existe uma dispersão maior do que a observada nos números de Froude mais baixos. Através da figura 5.4.13, observa-se que o valor de C_w calculado para a malha com 70 fileiras transversais na

região do casco (1,33E-03) é menor do que o valor calculado para a malha com 20 fileiras (1,45E-03), o que não seria esperado pois a faixa de números de onda que pode ser avaliada pela malha com 20 fileiras corresponde a 28% da faixa que pode ser avaliada pela malha com 70 fileiras. Os espectros apresentados na figura 5.4.14 mostram a dificuldade de convergência.

O processamento de nome wp0260r (casco de Wigley com $F_n = 0,2$ e malha com 60 fileiras transversais de painéis na região do casco) foi escolhido para as ilustrações apresentadas nas figuras de 5.4.15 a 5.4.18.

A malha utilizada é apresentada na figura 5.4.15, onde se observa que os painéis têm razão de aspecto próxima do valor unitário em toda a superfície livre.

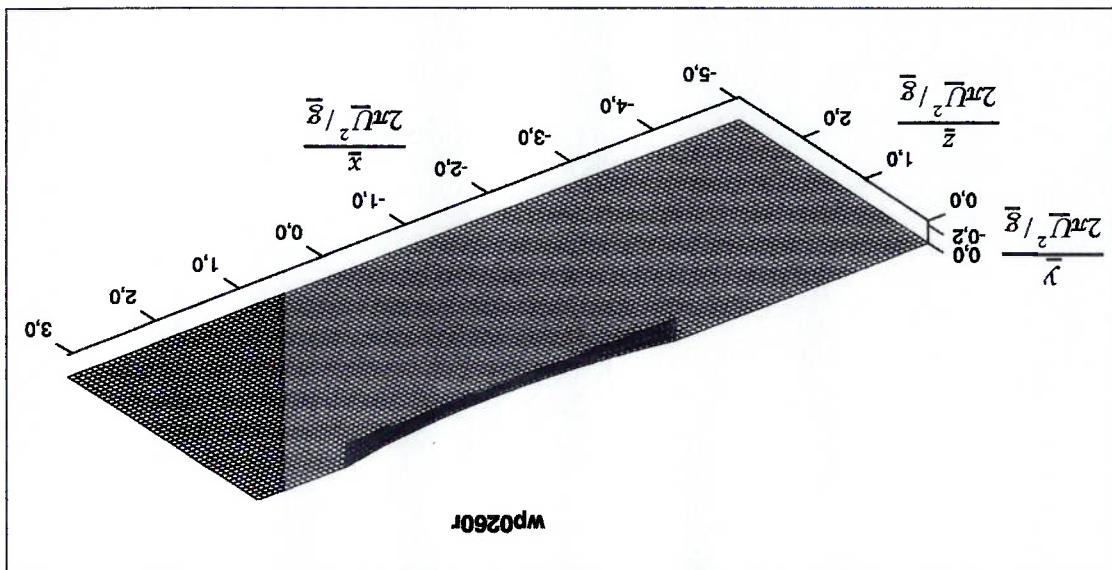


Figura 5.4.15 - Malha com 60 fileiras transversais de painéis na região do casco, utilizada para o casco de Wigley com $F_n = 0,2$.

Na figura 5.4.16 apresenta-se a elevação da superfície livre, enquanto as curvas de nível são apresentadas na figura 5.4.17, onde podem ser observados os sistemas de ondas divergentes e transversais gerados tanto na proa como na popa.

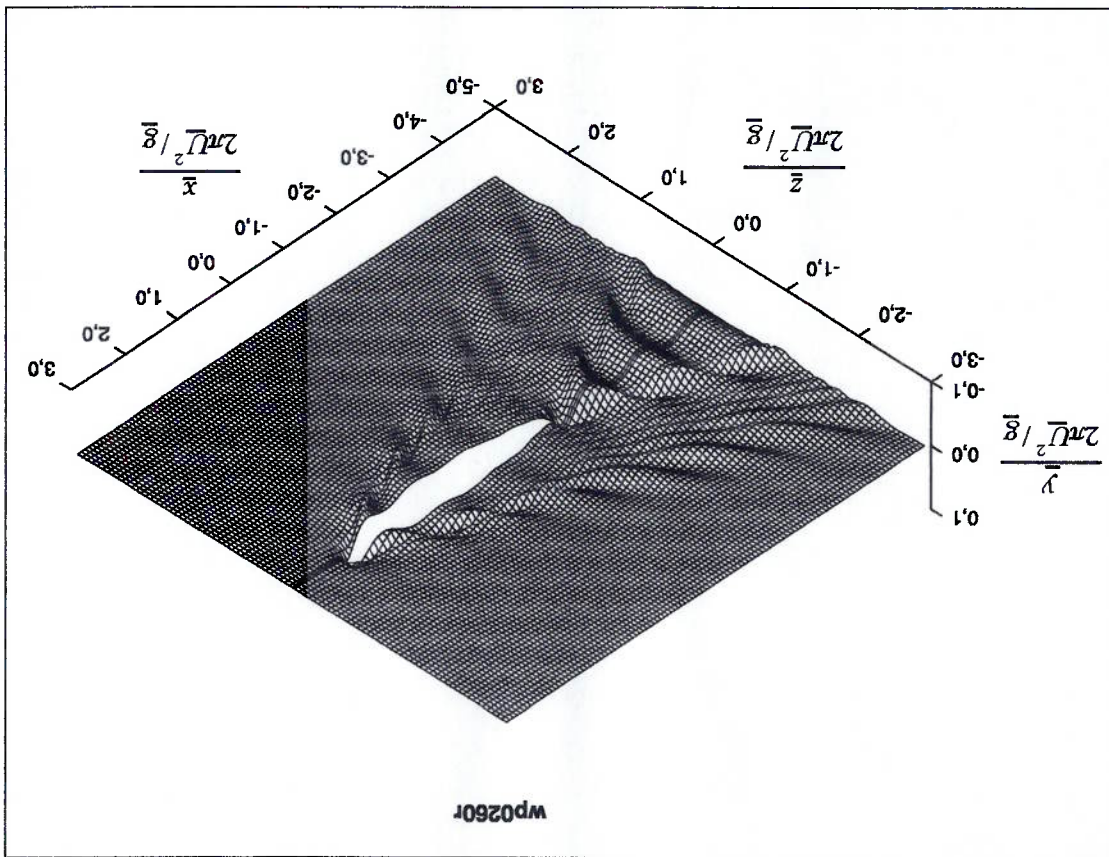
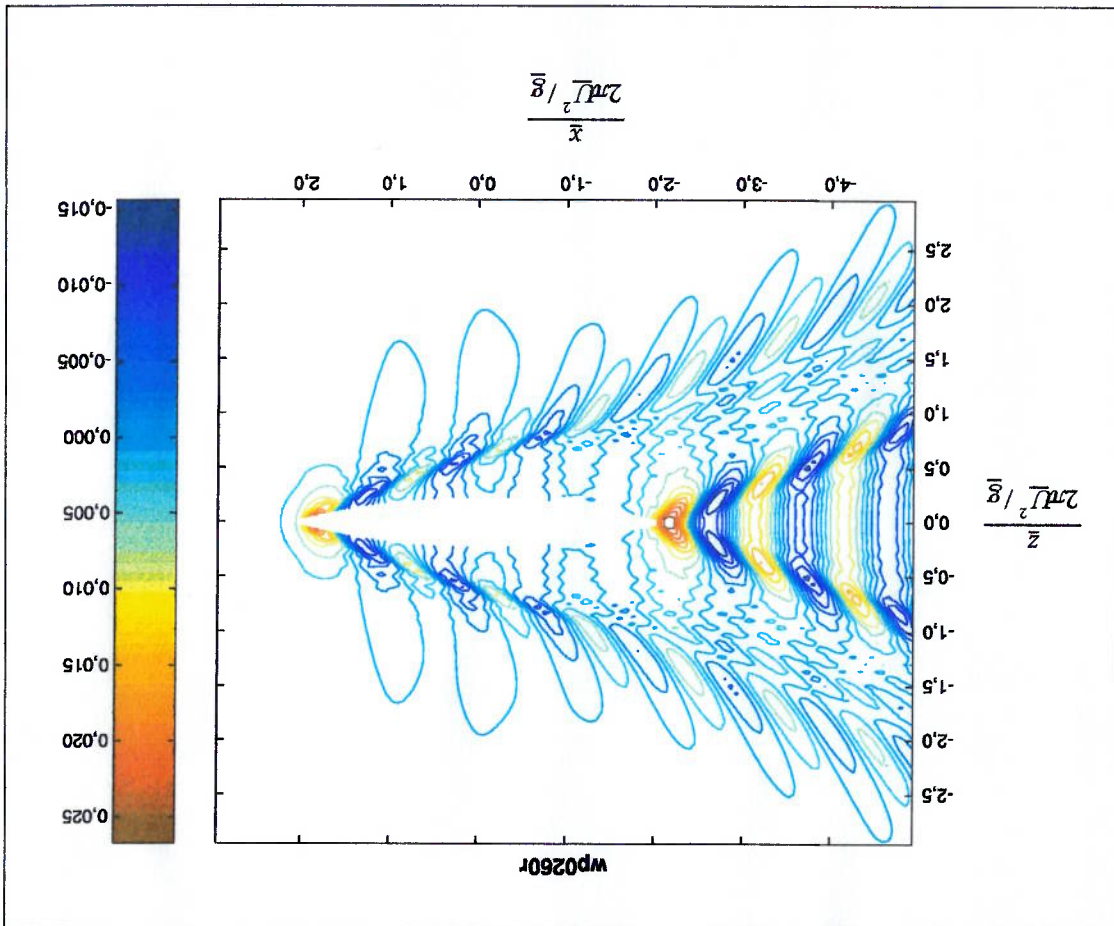


Figura 5.4.16 - Elevação da superfície livre para o casco de Wigley com $F_n = 0,2$ e malha com 60 fileiras transversais na região do casco.

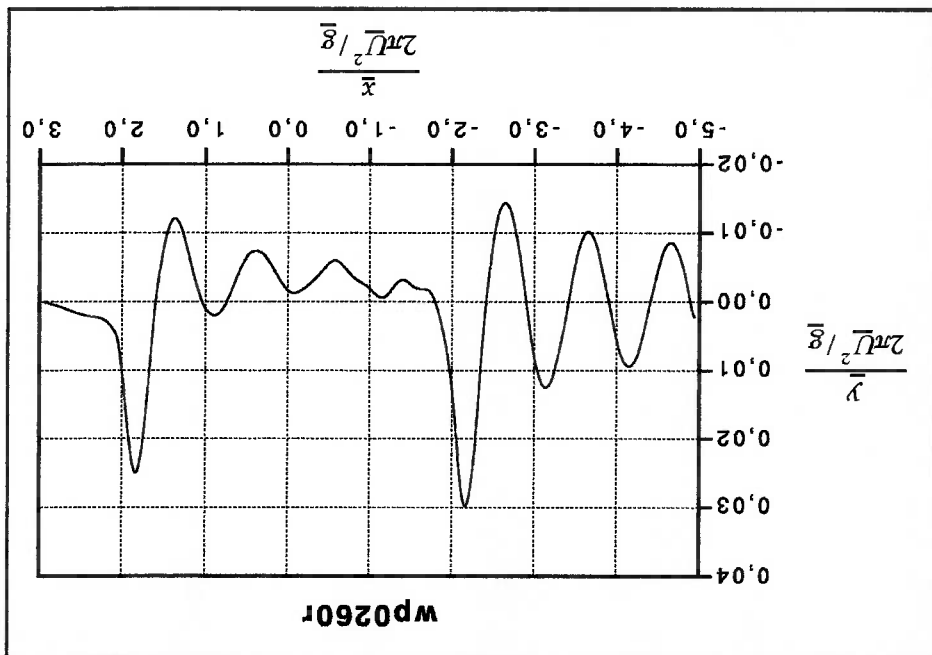
Na figura 5.4.18 é apresentada a elevação da superfície livre calculada no centro dos painéis pertencentes à fileira longitudinal que contorna o casco, a qual é adjacente ao plano $z = 0$ nas regiões a vante da proa e a ré da popa. Observa-se que foi obtido o valor unitário para o comprimento para o comprimento das ondas transversais adimensionalizado por $2\pi U^2/g$.

Figura 5.4.17 - Curvas de nível da superfície livre para o casco de Wigley com $F_n = 0,2$ e malha com 60 fileiras transversais na região do casco.



Testes foram realizados com o objetivo de estudar o efeito das dimensões do domínio de cálculo na superfície livre. Os números de Froude considerados são: 0,2, 0,3 e 0,4. As malhas foram construídas com 50 fileiras transversais na região do casco e espaçamentos constantes nas direções dos eixos ox e oz . Para o domínio de cálculo (ver figura 5.4.2), fixou-se a extensão a vante do casco (0,25L), enquanto a extensão a ré do casco recebeu valores entre 0,50L e 1,75L, sendo a largura do domínio calculada em cada caso de forma que o ângulo geométrico da malha ficasse em torno de 23 graus.

Figura 5.4.18 - Elevação da superfície livre calculada no centro dos painéis pertencentes à fileira longitudinal que contorna o casco de Wigley com $F_n = 0,2$ e malha com 60 fileiras transversais na região do casco.



Os resultados obtidos são apresentados na figura 5.4.19, onde observa-se que quanto maior o número de Froude, maior é a influência das dimensões do domínio no valor calculado para C_w . Para $F_n = 0,4$ não foi possível utilizar o menor domínio, pois de acordo com os critérios estabelecidos anteriormente, toda a extensão desse domínio está comprometida por efeitos de truncamento do domínio ou por efeitos locais devidos à presença do corpo.

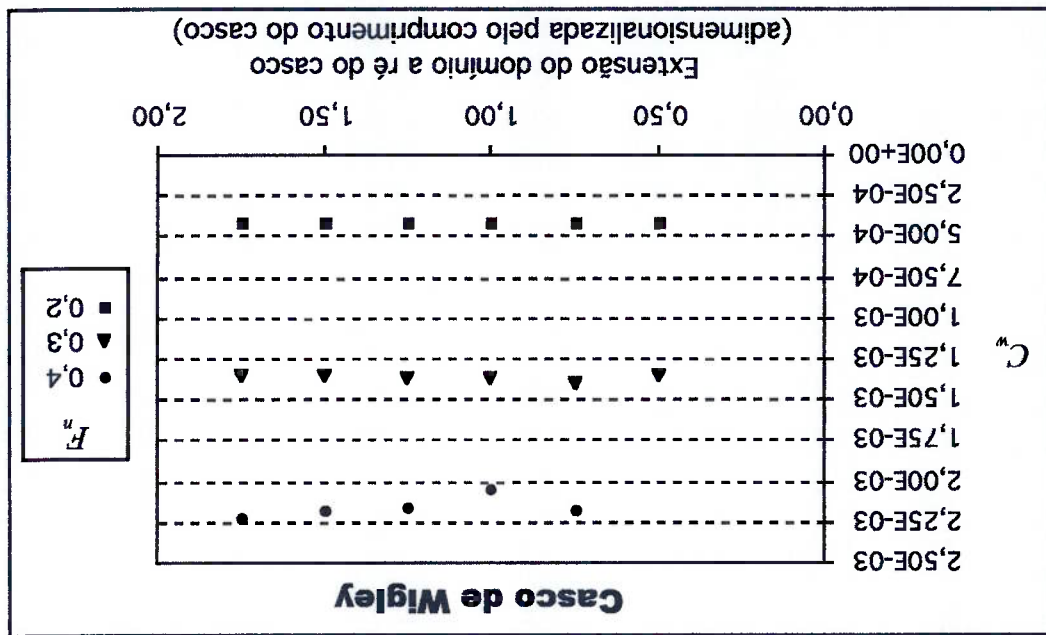


Figura 5.4.19 - Influência da extensão do domínio a ré do casco no valor calculado para o coeficiente de resistência de ondas do casco de Wigley.

O número de painéis da malha e o tempo de processamento de cada caso são apresentados nas tabelas 5.4.4, 5.4.5 e 5.4.6, juntamente com os valores calculados para C_w .

Tabela 5.4.5 - Casco de Wigley com $F_n = 0,3$. Características dos casos processados e resultados obtidos.

$F_n = 0,3$				
domínio na superfície livre (extensão a ré do casco)	domínio total de painéis	tempo de processamento no computador DEC (hh:mm:ss)	C_w	diferença em relação ao domínio imediatamente menor (%)
0,50L	3280	03:13:04	1,349E-03	---
0,75L	4314	06:08:19	1,397E-03	3,593
1,00L	5345	11:52:27	1,363E-03	-2,439
1,25L	6544	21:02:59	1,358E-03	-0,406
1,50L	7820	34:53:37	1,350E-03	-0,529
1,75L	9427	55:01:27	1,345E-03	-0,393

Tabela 5.4.4 - Casco de Wigley com $F_n = 0,2$. Características dos casos processados e resultados obtidos.

$F_n = 0,2$				
domínio na superfície livre (extensão a ré do casco)	domínio total de painéis	tempo de processamento no computador DEC (hh:mm:ss)	C_w	diferença em relação ao domínio imediatamente menor (%)
0,50L	3280	03:24:33	4,138E-04	---
0,75L	4314	05:59:55	4,143E-04	0,111
1,00L	5345	12:25:56	4,166E-04	0,561
1,25L	6544	21:33:49	4,175E-04	0,224
1,50L	7820	37:20:28	4,184E-04	0,200
1,75L	9427	52:44:38	4,192E-04	0,203

Para $F_n = 0,2$ a diferença entre o maior e o menor valor obtidos para C_w é igual a 1,31%. Essa diferença aumenta para 3,87% em $F_n = 0,3$, se forem considerados todos os domínios, contudo se os dois domínios menores forem desconsiderados a diferença passa a ser de 1,34%. Para $F_n = 0,4$ a diferença entre o maior e o menor valor obtidos é igual a 8,81%, indicando que casos com maior número de Froude e portanto maior comprimento das ondas transversais, exigem domínios mais longos.

Tabela 5.4.6 - Casco de Wigley com $F_n = 0,4$. Características dos casos processados e resultados obtidos.

$F_n = 0,4$				
domínio na superfície livre (extensão a ré do casco)	número total de painéis	tempo de processamento no computador DEC (hh:mm:ss)	C_w	diferença em relação ao domínio imediatamente menor (%)
0,75L	4314	06:11:12	2,170E-03	---
1,00L	5345	12:24:11	2,039E-03	-6,020
1,25L	6544	24:10:46	2,148E-03	5,321
1,50L	7820	48:11:30	2,172E-03	1,132
1,75L	9427	55:11:09	2,219E-03	2,154

6 - CONCLUSÕES

Apresenta-se um método para cálculo da resistência de ondas utilizando-se elementos de contorno. O problema é formulado com base na teoria potencial, sendo governado pelas equações de Laplace e de Bernoulli. Considera-se a aproximação de "Neumann-Kelvin", na qual a condição de impermeabilidade sobre a superfície do corpo é imposta em sua forma exata, enquanto a condição combinada na superfície livre é linearizada em relação ao escoamento uniforme ao longe:

Uma equação integral sobre a superfície de contorno é obtida através da identidade de Green, sendo utilizadas fontes de Rankine. A superfície de contorno do escoamento, que compreende a superfície do corpo e parte da superfície livre, é discretizada em painéis planos, sobre os quais o potencial de perturbação é distribuído de acordo com "splines" parabólicas.

O método de colocação é utilizado para obtenção de um sistema de equações, que tem como incógnitas os coeficientes da "spline" do potencial. O sistema é resolvido através da decomposição LU.

Após a resolução do escoamento potencial, calcula-se a resistência devida à formação de ondas pelo método do corte transversal.

A formulação apresentada é implementada em dois programas de computador, nos quais destacam-se a forma analítico-numérica proposta para avaliação das integrais duplas sobre a superfície de cada painel e o procedimento adotado quando o integrando é impróprio.

O uso da fonte de Rankine como função de Green e a divisão do problema em duas etapas, resolvendo-se na primeira o escoamento de duplo casco e incluindo-se na segunda os efeitos da presença da superfície livre, permitem que sejam

consideradas no futuro outras linearizações da condição de contorno na superfície livre, como a linearização em relação ao escoamento duplo casco.

Testes realizados para uma estera totalmente submersa, em várias profundidades de imersão e vários números de Froude, forneceram resultados cuja comparação com a formulação analítica é bastante satisfatória. Verificou-se que os resultados convergem com o aumento do número de painéis da malha e também com o aumento das dimensões do domínio de cálculo na superfície livre.

Observou-se que, para corpos totalmente submersos, o espectro das ondas geradas decai rapidamente com o aumento do número de onda e mostrou-se que é possível avaliar, através da análise do espectro, se a malha utilizada é ou não adequada.

Para o casco de Wigley, os valores obtidos para a resistência devida à formação de ondas foram comparados com resultados experimentais. Boa aderência aos resultados experimentais foi observada para números de Froude entre 0,2 e 0,3, enquanto para números de Froude entre 0,32 e 0,4, parte dos pontos calculados está fora da faixa de valores experimentais. Os testes realizados indicam uma dificuldade maior em se resolver casos relativos a corpos que cruzam a superfície livre, uma vez que o espectro das ondas decai lentamente com o aumento do número de onda. Observou-se ainda que, quanto maior o número de Froude, existe maior dificuldade de convergência dos resultados com o aumento do número de painéis da malha.

Através da realização deste trabalho, atingiu-se o objetivo de se estudar o método de painéis para cálculo da resistência devida à formação de ondas e sua implementação em um programa de computador, que pode ser modificado ou ampliado como fruto de pesquisas futuras. Alternativas existentes para a formulação do problema e desenvolvimento dos programas, bem como outros casos de teste, ficam como sugestões para próximos trabalhos, conforme listado a seguir:

- estudo da discretização da superfície de contorno por painéis curvos;
- avaliação do efeito da ordem da quadratura de Gauss na precisão dos resultados e no tempo de processamento;
- consideração da linearização de duplo casco;

- inclusão do cálculo de afundamento e trim;
- inclusão de efeitos de sustentação;
- realização de testes para cascos da série 60 e série de Taylor;
- estudo de cascos com popa "transom"; e
- avaliação da necessidade de inclusão de um filtro "anti-aliasing".

LISTA DE REFERÊNCIAS

- BINGHAM, H.B. Simulating ship motions in the time domain. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1994.
- BREBIA, C.A.; TELLES, J.C.F.; WROBEL, L.C. Boundary element techniques: theory and applications in engineering. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, February 1984.
- DANMEIER, D.G. A higher-order panel method for large-amplitude simulations of bodies in waves. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, February 1999.
- DE CONTI, M.B. A brief review of wave resistance and seakeeping estimation by boundary integral methods (BIM): some considerations about their application to sailing yachts. Report for Yokohama National University (YNU) - Ship and Ocean Engineering Department, 1998.
- DE CONTI, M.B.; DOMICIANO, V. Escopoamento potencial devido a corpos imersos profundamente avançando com velocidade constante. Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP - Departamento de Engenharia Naval e Oceânica, BT/PNV/50, São Paulo, 2000.
- EGERS, K.W.H.; SHARMA, S.D.; WARD, L.W. An assessment of some experimental methods for determining the wavemaking characteristics of a ship form. Transactions of SNAME, p.112-157, 1967.
- HAVELOCK, T.H. The calculation of wave resistance. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, vol. 144, p.514-521, May 1934a.
- HAVELOCK, T.H. Wave patterns and wave resistance. Transactions of IMA, vol. 76, p.430-446, 1934b.
- INTERNATIONAL TOWING TANK CONFERENCE, 17., Goteborg, Sweden, 1984. Proceedings.

- KIM, Y.H.; LUCAS, T. Nonlinear ship waves. In: SYMPOSIUM ON NAVAL HYDRODYNAMICS, 18., Ann Arbor, Michigan, 1990. Proceedings. p.439-452.
- LAMB, H. Hydrodynamics. Dover Publications, New York, 1945 - (originalmente publicado em 1879).
- LARSSON, I. et al. A method for resistance and flow prediction in ship design. Transactions of SNAME, 1990.
- LEVI DA CONCEIÇÃO, C.A.; HIRATA, M.H. Uma aproximação analítica para a resistência de onda para navios com proa bulbosa. In: CONGRESSO NACIONAL DE TRANSPORTES MARÍTIMOS E CONSTRUÇÃO NAVAL, 6., Rio de Janeiro, Brasil, 1976. Anais.
- Maniàr, H.D. A three dimensional higher order panel method based on B-splines. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, September 1995.
- NAKOS, D.E.; SCLAVOUNOS, P.D. On steady and unsteady ship wave patterns. Journal of Fluid Mechanics, v.215, p.263-288, 1990.
- NAKOS, D.E.; SCLAVOUNOS, P.D. Kelvin wakes and wave resistance of cruiser and transom stern ships. Journal of Ship Research, v.38, n.1, p.9-29, março 1994.
- NEWMAN, J.N. Marine hydrodynamics. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts and London, England, 1977.
- OGIHARA, S.; MARUO, H.; IKIHATA, M. On the method for calculating the approximate solution of source distribution over the hull surface. Journal of the Society of Naval Architects of Japan (J.S.N.A. Japan), v.126, dezembro 1969.
- PRESS, W.H. et al. Numerical recipes in C: the art of scientific computing. Cambridge University Press, 1990.
- RAVEN, H. Adequacy of free surface conditions for the wave resistance problem. In: SYMPOSIUM ON NAVAL HYDRODYNAMICS, 18., Ann Arbor, Michigan, 1990. Proceedings. p.375-395.
- RIGBY, S.G. et al. Numerical modeling of the water flow around ship hulls. Journal of Ship Research, v.45, n.2, p.85-94, junho 2001.

SCLAOUNOS, P.D.; NAKOS, D.E. Stability analysis of panel methods for free-surface flows with forward speed. In: SYMPOSIUM ON NAVAL HYDRODYNAMICS, 17., The Hague, The Netherlands, 1988. **Proceedings**. p.173-193.

SCLAOUNOS, P.D.; NAKOS, D.E. Ship motions by a three dimensional Rankine panel method. In: SYMPOSIUM ON NAVAL HYDRODYNAMICS, 18., Ann Arbor, Michigan, 1990. **Proceedings**. p.1-19.

WORKSHOP ON SHIP WAVE-RESISTANCE COMPUTATIONS, Bethesda, Maryland, 1979, **Proceedings**.