

CASSIO TAKESHI YAMAMOTO

**ESTUDO DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL AO REDOR DE
UM AGRUPAMENTO DE CILINDROS LADO A LADO**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para a obtenção do
Título de Mestre em Engenharia

SÃO PAULO
2002

CONSULTA
FD-3073

07

2002

SÃO PAULO

Orientador:
Julio Romano Meneghini

Area de Concentração:
Engenharia Naval e Oceânica

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para a obtenção do
Título de Mestre em Engenharia

**ESTUDO DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL AO REDOR DE
UM AGRUPAMENTO DE CILINDROS LADO A LADO**

CASSIO TAKEISHI YAMAMOTO

“Aos meus pais”

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Dr. Julio Romano Meneghini por orientar meus estudos de forma segura e pelo seu espírito agregador, estimulando sempre a união e criatividade de seus alunos.

À FAPESP, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, que financiou este projeto fornecendo a bolsa de estudo de mestrado.

À PETROBRAS que patrocinou esta pesquisa de análise de escoamento o redor de estruturas oceânicas.

Ao colega, Prof. Dr. Fábio Saltara por seu companheirismo e esclarecimentos na parte hidrodinâmica deste trabalho. Da mesma forma, o Dr. José Alfredo Ferrari Jr. por

sua ajuda no modelo estrutural.

Aos meus amigos Alison Bonnacorsi, José I. H. Lopez, Ricardo B. Flatschart e Rodrigo de Andrade Fregonesi por sempre me incentivarem e se disporem a ajudar da

maneira mais imediata possível.

Aos alunos de iniciação científica, Eduardo Hwang e Bruno S. Carmo, pelo desenvolvimento dos códigos computacionais que permitiram a visualização dos

resultados deste trabalho.

Aos meus pais, por investirem todos os recursos possíveis para que eu tivesse a melhor educação e pelo incansável apoio ao longo de minha vida.

SUMÁRIO

Resumo	XVI
Abstract	XVII
Lista de Tabelas	XIII
Lista de Símbolos	XIV
I. Introdução	1
1.1 Revisão Bibliográfica	5
1.1.1 Vibrações induzidas pelo escoamento e o fenômeno de emissão de vórtices	6
1.1.2 Modelos de vibrações induzidas pelo escoamento em estruturas marítimas delgadas	12
2. Modelo Estático	25
2.1 Equilíbrio de Forças em um Elemento de Viga	28
2.2 Análise em Elementos Finitos	34
2.2.1 Deslocamentos Transversais	37
2.2.2 Deslocamentos Axiais	44
2.2.3 Elementos – Viga com Deslocamentos Axiais e Transversais	46
2.2.4 Construção das Equações com vários Elementos	52
2.3 Resolução e Validação do Modelo Estático	54
2.3.1 Comparação de Resultados Numéricos e Teóricos	59
3. Modelo Dinâmico	61
3.1 Matriz de Massa	63
3.2 Matriz de Rigidez Concentrada	65
3.3 Matriz de Amortecimento Estrutural	67

72	3.4	Análise Dinâmica no Domínio do Tempo	72
77	4	Modelo Hidrodinâmico	77
77	4.1	Fenômeno de Emissão de Vórtices	77
80	4.2	Método dos Vórtices Discretos	80
89	4.3	Integração no Tempo	89
90	4.4	Modelo de Difusão	90
92	4.4.1	Método do núcleo crescente	92
94	4.5	Amalgamação	94
98	4.6	Condições de Iniciais e de Contorno	98
101	4.7	Cálculo das Forças	101
109	4.8	Resultados do Método dos Vórtices Discretos – Um cilindro fixo	109
114	5	Resultados	114
114	5.1	Resultados Bidimensionais – Um Cilindro Livre para Oscilar	114
116	5.1.1	Método de Integração Fluido-Estrutura Explícito	116
128	5.1.2	Método de Integração Fluido-Estrutura Implícito	128
132	5.1.3	Resultados Dois Cilindros Fixos Lado a Lado	132
147	5.2	Resultados “ <i>Caniliver</i> ”	147
158	6	Resultados - “ <i>Risers</i> ”	158
158	6.1	Resultados – 1 “ <i>Riser</i> ”	158
176	6.2	Resultados – Agrupamento de “ <i>Risers</i> ” Lado a Lado	176
193	7	Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuro	193
203		Referências Bibliográficas	203

Lista de Figuras

26	Figura 2-1 – Representação de uma viga, cilindro circular e eixos.....
27	Figura 2-2 – Posição neutra e fletida nas direções do escoamento e transversal
28	Figura 2-3 – Sistemas de coordenadas do “riser” – adaptado de PATEL e WITZ (1991)
30	Figura 2-5 – Equilíbrio de forças no elemento – Adaptado de PATEL e WITZ (1991).....
35	Figura 2-7 – Idealização do “riser” em elementos finitos - adaptado de PATEL e WITZ (1991)
49	Figura 2-9 – Tração no eixo do elemento.
52	Figura 2-10 – “Riser” inclinado.....
53	Figura 2-11 – Construção da Matriz da Viga, União das Matrizes Elementares
76	Figura 3-1 – Fluxograma integração numérica passo a passo baseado no método da aceleração média.....
77	Figura 4-1 – Modelo de Formação de Vórtices (adaptado de GERRARD (1966))
79	Figura 4-2 – Emissão de Vórtices em Cilindros (adaptado de BLEVINS (1990)).....
100	Figura 4-4 – Distância de criação do vórtice.....
101	Figura 4-5 – Coordenadas tangencial e normal
105	Figura 4-6 – Sistema de Coordenadas do Cilindro Acelerado.....
110	Figura 4-7 – Coeficientes de Arrasto e de Sustentação – $Re=10^4$
110	Figura 4-9 – Visualização do escoamento - Esteira de vórtices discretos.....
111	Figura 4-11 – Coeficientes de Arrasto e de Sustentação – $Re=500$
112	Figura 4-12 - Coeficientes de Arrasto e de Sustentação – $Re=10^8$
112	Figura 4-13 – Coeficiente de Arrasto por Número de Reynolds para um Cilindro Circular – Adaptado de PANTON (1995).....

119	Figura 5-1 – Curva de Velocidade Reduzida versus Amplitude Adimensional.....
120	Figura 5-2 – Coeficientes de Força e Sustentação e Deslocamento Adimensional do Cilindro para $V_r=3.0$
120	Figura 5-3 – Modo de Emissão de Vórtices para $V_r=3.0$
121	Figura 5-4 - Coeficientes de Força e Sustentação e Deslocamento Adimensional do Cilindro para $V_r=5.0$
121	Figura 5-5 – Modo de Emissão de Vórtices para $V_r=5.0$
122	Figura 5-6 - Coeficientes de Força e Sustentação e Deslocamento Adimensional do Cilindro para $V_r=7.0$
122	Figura 5-7 – Modo de Emissão de Vórtices para $V_r=7.0$
123	Figura 5-8 - Coeficientes de Força e Sustentação e Deslocamento Adimensional do Cilindro para $V_r=10.0$
123	Figura 5-9 - Modo de Emissão de Vórtices para $V_r=10.0$
124	Figura 5-10 - Coeficientes de Força e Sustentação e Deslocamento Adimensional do Cilindro para $V_r=14.0$
124	Figura 5-11 – Modo de Emissão de Vórtices para $V_r=14.0$
124	Figura 5-12 – Modos de Emissão, Experimental Cilindro Forçado, Método dos Vórtices Discretos.....
128	Figura 5-13 - Curva de Velocidade Reduzida versus Amplitude Adimensional - Implícito.....
131	Figura 5-14 – Esquema Arranjo Lado a Lado.....
132	Figura 5-15 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação – Intervalo entre centros $T/D=1.5$
134	Figura 5-16 – Visualização da Esteira – $T/D = 1.5$
134	Figura 5-17 – Espectro de Energia – $T/D = 1.5$

142	Figura 5-36 – Comparação Coeficientes de Arrasto Configuração Lado a Lado.....
140	Figura 5-35 – Espectro de Energia – $T/D = 6.0$
140	Figura 5-34 – Visualização da Esteira – $T/D = 6.0$
140
	Figura 5-33 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação – Intervalo entre centros $T/D=6.0$
139	Figura 5-32 – Espectro de Energia – $T/D = 5.0$
139	Figura 5-31 – Visualização da Esteira – $T/D = 5.0$
139
	Figura 5-30 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação – Intervalo entre centros $T/D=5.0$
138	Figura 5-29 – Espectro de Energia – $T/D = 4.0$
138	Figura 5-28 – Visualização da Esteira – $T/D = 4.0$
138
	Figura 5-27 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação – Intervalo entre centros $T/D=4.0$
137	Figura 5-26 – Espectro de Energia – $T/D = 3.0$
137	Figura 5-25 – Visualização da Esteira – $T/D = 3.0$
137
	Figura 5-24 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação – Intervalo entre centros $T/D = 3.0$
136	Figura 5-23 – Espectro de Energia – $T/D = 2.5$
136	Figura 5-22 – Visualização da Esteira – $T/D = 2.5$
136
	Figura 5-21 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação – Intervalo entre centros $T/D=2.5$
135	Figura 5-20 – Espectro de Energia – $T/D = 2.0$
135	Figura 5-19 – Visualização da Esteira – $T/D = 2.0$
135
	Figura 5-18 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação – Intervalo entre centros $T/D=2.0$

Velocidade $U=0.23$ m/s.....	162
Figura 6-3 – Transformada Rápida de Fourier do Deslocamento Transversal $Z=25$ m -	162
Figura 6-2 – Envoltória Transversal – Velocidade $U=0.23$ m/s – 1º modo de vibrar ..	162
Figura 6-1 – Perfil de Velocidades Uniforme	160
Cilindro – $V_r = 5$	157
Figura 5-52 – Diferença de Fase entre o Coeficiente de Sustentação e a Posição do maior e 2P no extremo de base menor – Adaptado de TECHET et al. (1998).....	155
Figura 5-50 – Esquema de modo de emissão “híbrido”, 2S no extremo de diâmetro	155
Figura 5-49 - Gráfico de Força da Última Seção – $Z = 0.0, V_r = 14.0$	153
Figura 5-48 - Esteiras nas Seções $Z=0, 5, 10, 15, 20, 25 - V_r=14.0$	153
Figura 5-47 - Gráfico de Força da Última Seção – $Z = 0.0, V_r = 9.0$	152
Figura 5-46 - Esteiras no Ponto de Máxima Amplitude nas Seções $Z=0, 5, 10, 15, 20, 25 - V_r=9.0$	152
Figura 5-45 - Gráfico de Força da Última Seção – $Z = 0.0, V_r = 5.0$	151
Figura 5-44 – Esteiras no Ponto de Máxima Amplitude nas Seções $Z=0, 5, 10, 15, 20, 25 - V_r=5.0$	151
Figura 5-43 – Gráfico de Força da Última Seção – $Z = 0.0, V_r = 3.0$	150
Figura 5-42 – Esteiras nas Seções $Z=0, 5, 10, 15, 20, 25 - V_r=3.0$	150
Cantilever.....	149
Figura 5-41 – Curva de Velocidade Reduzida versus Amplitude Adimensional – fase pelos cilindros.....	147
Figura 5-40 – Desenho Esquemático “ <i>Cantilever</i> ”.....	147
Figura 5-39 – Esquema do desenvolvimento da esteira quando vórtices são emitidos em fase.....	146
Figura 5-37 – a-)Esquema de esteiras em antifase, b)Esquema idealizado de esteiras em fase.....	145

163	Figura 6-4 – Envoltória Transversal – Velocidade $U=0.39$ m/s – 2º modo de vibrar ..
163	Figura 6-5 – Transformada Rápida de Fourier do Deslocamento Transversal $Z=25$ m - Velocidade $U=0.39$ m/s.....
164	Figura 6-6 – Envoltória Transversal – Velocidade $U=0.62$ m/s – 3º modo de vibrar ..
164	Figura 6-7 – Transformada Rápida de Fourier do Deslocamento Transversal $Z=25$ m - Velocidade $U=0.62$ m/s.....
165	Figura 6-8 – Envoltória Transversal – Velocidade $U=0.86$ m/s – 4º modo de vibrar ..
165	Figura 6-9 – Transformada Rápida de Fourier do Deslocamento Transversal $Z=25$ m - Velocidade $U=0.86$ m/s.....
168	Figura 6-10 – Envoltória na direção do escoamento - velocidade $U_{\infty}=0.47$ m/s.....
168	Figura 6-12 – Deslocamentos máximos na direção do escoamento – seções nas alturas $Z=55, 40$ e 80 m.....
171	Figura 6-14 – Perfil de velocidades – Caso 1 e Caso 2.....
171	Figura 6-15 – Comparação Envoltórias com os Máximos e Mínimos Deslocamentos – Direção do Escoamento – Caso 1.....
172	Figura 6-14 – Comparação Envoltórias com os Máximos e Mínimos Deslocamentos – Direção Transversal ao Escoamento – Caso 1.....
173	Figura 6-18 – Comparação Envoltórias com os Máximos e Mínimos Deslocamentos – Direção do Escoamento – Caso 2.....
173	Figura 6-17 – Deslocamentos Transversais Adimensionais – Seção Altura $Z=17.5$ m, a-) “quasi steady theory”, b-) Método dos Vórtices Discretos
175	Figura 6-18 – Deslocamentos Transversais Adimensionais – Seção Altura $Z=17.5$ m, a-) “quasi steady theory”, b-) Método dos Vórtices Discretos

176	Figura 6-19 – Esquema Arranjo Lado a Lado dos “Risers”
179	Intervalo entre Centros T/D=1.5
179	Figura 6-20 – Envoltória na Direção do Escocamento – Configuração Lado a Lado –
179	Figura 6-22 – Envoltória na Direção Transversal ao Escocamento – Cilindro da Esquerda – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=1.5
180	Figura 6-24 – Envoltória na Direção Transversal ao Escocamento – Cilindro da Direita – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=1.5
180	Figura 6-26 – Transformada Rápida de Fourier do Coeficiente de Sustentação Z=25 m -
181	Figura 6-24 – Deslocamento Transversal Z=25 m - Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=1.5
181	Figura 6-29 – Transformada Rápida de Fourier do Deslocamento Transversal Z=25 m - Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=2.0
183	Figura 6-26 – Envoltória na Direção do Escocamento – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=2.0
183	Figura 6-27 – Envoltória na Direção Transversal ao Escocamento – Cilindro da Esquerda – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=2.0
184	Figura 6-28 – Envoltória na Direção Transversal ao Escocamento – Cilindro da Direita – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=2.0
184	Figura 6-29 – Transformada Rápida de Fourier do Coeficiente de Sustentação Z=25 m - Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=2.0
185	Figura 6-30 – Transformada Rápida de Fourier do Coeficiente de Sustentação Z=25 m - Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=2.0
187	Figura 6-31 – Envoltória na Direção do Escocamento – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=3.0

Figura 6-32 – Envoltória na Direção Transversal ao Escocamento – Cilindro da Esquerda – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros $T/D=3.0$ 187

Figura 6-33 – Envoltória na Direção Transversal ao Escocamento – Cilindro da Direita – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros $T/D=3.0$ 188

Figura 6-35 – Transformada Rápida de Fourier do Coeficiente de Sustentação $Z=25$ m - Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros $T/D=3.0$ 188

Figura 6-37 – Transformada Rápida de Fourier do Coeficiente de Sustentação $Z=25$ m - Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros $T/D=3.0$ 189

Figura 6-38 – Envoltória na Direção do Escocamento – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros $T/D=6.0$ 190

Figura 6-40 – Envoltória na Direção Transversal ao Escocamento – Cilindro da Esquerda – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros $T/D=6.0$ 191

Figura 6-42 – Envoltória na Direção Transversal ao Escocamento – Cilindro da Direita – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros $T/D=6.0$ 191

Figura 6-44 – Transformada Rápida de Fourier do Coeficiente de Sustentação $Z=25$ m - Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros $T/D=6.0$ 192

Figura 6-46 – Transformada Rápida de Fourier do Coeficiente de Sustentação $Z=25$ m - Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros $T/D=6.0$ 192

Lista de Tabelas

Tabela 2-1 – Comparação de resultados teóricos e numéricos.....	60
Tabela 4-1 – Validação Método dos Vórtices Discretos – número de Strouhal e coeficiente de arrasto.....	109
Tabela 5-1 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação Médios.....	141
Tabela 5-2 – Dados da estrutura do “cantilever”.....	148
Tabela 6-1 – Velocidades do escoamento e Números de Reynolds.....	160
Tabela 6-2 – Velocidade da Corrente, Modo de Vibirar e Velocidade e Frequência Reduzida.....	166

Lista de Símbolos

x, y, z	- coordenadas cartesianas
U_{∞}	- velocidade do escoamento ao longe
ν	- viscosidade cinemática
p	- pressão
ρ	- densidade
ω	- vorticidade
ψ	- função linha de corrente
Γ	- circulação
σ	- núcleo ("core") do vórtice
σ_0	- núcleo inicial do vórtice
Z_w	- coordenadas dos pontos do corpo (notação imaginária)
Z_c	- coordenadas dos pontos de criação de vórtice (notação imaginária)
Z_k	- coordenadas dos vórtices na esteira (notação imaginária)
N_w	- número de pontos na parede
N_v	- número de vórtices
C_d	- coeficiente de arrasto
C_l	- coeficiente de sustentação
Δt	- intervalo de tempo
ΔS	- comprimento do painel
E	- módulo de elasticidade
I	- momento de inércia
L	- dimensão de comprimento
$[M]$	- matriz de massa

[B] – matriz de amortecimento

[K] – matriz de rigidez

{F} – vetor de carregamento

T – tração no topo

A – dimensão de área

ω_n – frequência natural

x e y – posição da estrutura

\dot{x} e \dot{y} – velocidade da estrutura

\ddot{x} e \ddot{y} – aceleração da estrutura

V_0 – tolerância da amalgamação

D_0 – parâmetro de amalgamação

V_r – velocidade reduzida

m^* – parâmetro de massa

ζ – fator de amortecimento

MVD – Método dos Vórtices Discretos

Resumo

Neste trabalho é estudada a vibração induzida por vórtices em agrupamentos de cilindros flexíveis, os quais, denominados "risers", são utilizados na indústria do petróleo. Para tanto, aproximou-se o escoamento em um modo quase tridimensional. Construiu-se um modelo estrutural do "riser" em elementos finitos e simulou-se o escoamento por meio de faixas bidimensionais. O modelo hidrodinâmico utilizado para simular os escoamentos, a altos números de Reynolds, foi o Método dos Vórtices Discretos, na sua forma puramente Lagrangeana.

Apresentam-se, além dos resultados com o agrupamento de "risers" - alguns inéditos até este estudo -, resultados das várias etapas que foram necessárias para compor essa investigação: simulações bidimensionais com cilindro que oscila livremente e com agrupamentos de cilindros. Destaca-se ainda, uma comparação de resultados obtidos com o modelo quase tridimensional com os resultados experimentais de um modelo composto por um cilindro engastado em uma das extremidades e livre na outra extremidade.

Espera-se que este trabalho tenha fornecido um primeiro passo para a utilização direta da Dinâmica dos Fluidos Computacional como ferramenta de pesquisa aplicada, provendo resultados de interesse prático para os problemas encontrados na indústria petrolífera.

Abstract

This research project investigates the vortex induced vibration in groups of flexible cylinders, named "risers", which are used in the offshore industry. In order to achieve this, the fluid flow is evaluated in a "quasi three-dimensional" fashion. A finite element structural model is employed and the flow is simulated through two-dimensional strips. The hydrodynamic model used to simulate the fluid flows, at high Reynolds number, is the Discrete Vortex Method in its Lagrangian form.

It is presented, besides the results of group of risers – some of them a novelty until this study -, results of the many steps that were necessary to achieve our research objective: the study of two-dimensional flow with the cylinder free to oscillate and with groups of cylinders. A comparison of the results obtained with the "quasi-three-dimensional" model with the experimental results of a cantilever model, a beam fixed on the top end and free at the bottom end, receives a special attention.

It is expected that this work has yielded the first step towards the direct utilization of Computational Fluids Dynamics as a applied research tool, giving results of practical interests to problems of the offshore industry.

1. Introdução

Na indústria de exploração de petróleo e gás, fluidos deslocam-se entre o fundo

do mar e a plataforma na superfície do oceano por meio de estruturas cilíndricas delgadas chamadas "risers". Muita pesquisa sobre esse tipo de estrutura tem sido realizada, principalmente à medida que estão sendo descobertos campos de petróleo em locais de lâminas d'água cada vez mais profundas e sob condições ambientais

extremamente severas.

A maioria das plataformas brasileiras de exploração de petróleo está localizada no Oceano Atlântico, onde profundidades acima de 1000 metros são comuns. Nessa situação, os "risers" estão sujeitos a correntes e a escoamentos oscilatórios em razão das ondas; escoamentos com alto grau de complexidade, com alterações na intensidade e na direção à medida que a profundidade aumenta. Portanto, essas estruturas devem ser cuidadosamente analisadas durante o projeto para assegurar níveis aceitáveis de deformações, de tensões e de períodos de vida útil.

Sob tais condições ambientais, consequências que os efeitos hidrodinâmicos acarretam são amplificadas, principalmente no que diz respeito ao cálculo da fadiga. A análise estrutural dinâmica passa a desempenhar um papel tão importante quanto o estudo das deformações estáticas. Assim, um estudo mais apurado do problema hidroelástico, envolvendo tanto o cálculo estrutural como o cálculo dos carregamentos hidrodinâmicos ao longo do tempo, faz-se necessário no atual estágio de desenvolvimento da indústria "offshore".

Conforme descrito em PATEL e WITZ (1991) e FERRARI (1998), existem dois tipos de "risers": o primeiro tipo é usado para a perfuração de poços e transporta lama a

O fenômeno de emissão de vórtices merece atenção especial por desempenhar um papel crucial na estimativa da fadiga sofrida pela estrutura. Na presença de correntes e ondas marítimas, esses elementos estruturais flexíveis vibram devido à excitação

de escoamento, causando oscilações. vórtices, o qual conduz a grandes flutuações das forças de pressão no sentido transversal plataformas oceânicas é afetada por um fenômeno de desprendimento alternado de O inverso, segundo BLEVINS (1990), também é verdadeiro, pois a integridade das complacentes. A estrutura do "riser" então é afetada pelo comportamento da plataforma. complacentes, que podem estar conectados a plataformas flutuantes também Outra característica a ser observada é que os "risers" são estruturas altamente tubular.

têm um efeito fundamental nas equações que governam a dinâmica desta estrutura presença de pressão hidrostática interna e de pressão externa da água do mar também fatores mais relevantes são as forças ambientais, tais como correntes e ondas. A Muitos são os fatores que influenciam no comportamento dos "risers". Os compensar o movimento da plataforma em relação ao fundo do oceano.

Além disso, devem possuir juntas deslizes nas suas extremidades, de modo a que tais estruturas sejam seguras com uma tração no topo maior que o seu peso próprio. movimento da plataforma. Para prevenir a flambagem decorrente do peso, é necessário 0,31m e podem-se acomodar de acordo com as condições de carregamento e de deflexões. Já as estruturas flexíveis possuem o diâmetro externo variando entre 0,10m e externo variando entre 0,53m e 0,47m e não são projetados para suportar grandes processados na plataforma. "Risers" de perfuração têm, normalmente, o seu diâmetro "riser" flexível, é usado para transportar óleo e gás dos poços de produção para serem alta pressão, chamado também de "riser" rígido; o segundo tipo de "riser", chamado de

causada pela emissão alternada de vórtices, causando tensões cíclicas. Apesar de os "risers" serem projetados para suportarem altos níveis de tensões, é fácil observar que, com os esforços ambientais e com o movimento da plataforma, o fenômeno de emissão de vórtices contribui para a diminuição da vida útil do "riser", tornando essencial a compreensão da dinâmica dos vórtices que causam a vibração.

Situações em que ocorrem efeitos de sincronização da força atuante e deslocamento da estrutura com a frequência de desprendimento de vórtices emitidos agravam ainda mais as consequências que as vibrações induzidas pelo escoamento provocam. Nessa situação, conhecida como "lock-in", nota-se um aumento das amplitudes da estrutura, as quais podem chegar à ordem de um diâmetro. Apesar de em condição real, uma região de sincronização não ficar bem caracterizada como nos casos em que o cilindro é rígido, pois o "riser" é uma estrutura flexível livre para vibrar de uma maneira multimodal, esse efeito ainda pode estar presente em alguns trechos ao longo do comprimento do cilindro.

Outro efeito indesejável das vibrações induzidas pelo escoamento é a amplificação do coeficiente de arrasto e o consequente aumento dos deslocamentos estáticos do "riser" e do sistema como um todo na direção do escoamento. Porém, o aumento do arrasto também provoca consequências que beneficiam dinamicamente o sistema flutuante, uma vez que o amortecimento viscoso é também aumentado, contribuindo para a redução do movimento em termos dinâmicos e afetando o dimensionamento do sistema de amarração da plataforma.

Mecanismos de supressão de emissão de vórtices em "risers" têm sido desenvolvidos. Normalmente, esses mecanismos afetam a posição do ponto de separação e a maneira como as camadas cisalhantes separaram-se da parede do cilindro. Dentro desse grupo, os "strakes" são as soluções mais utilizadas na indústria "offshore".

A principal função dos "strakes" é quebrar a correlação de forças fluido-dinâmicas ao longo da envergadura do cilindro, evitando a ocorrência de "lock-in".

Deve-se lembrar ainda que os "risers" são, normalmente, dispostos em agrupamentos e que, nesses casos, ocorrem interações entre os vários componentes. A interferência no escoamento ocorre quando mais de um corpo rombudo está presente no escoamento, observando-se que as forças resultantes e o padrão de emissão de vórtices é completamente diferente daquele apresentado com apenas um corpo no escoamento. Pouco se conhece sobre os efeitos de um cilindro imerso em um escoamento quando este é colocado próximo a outros. Do ponto de vista prático, a mudança no escoamento provoca mudanças nos esforços atuantes e, por consequência, mudança nas tensões e vida operacional. Além disso, uma outra preocupação de interesse prático, diretamente ligada a esse fenômeno, é a previsão de colisões entre os "risers" colocados em um agrupamento.

Inúmeros são os aspectos que envolvem o dimensionamento do "riser", mas, basicamente, a grande prioridade da indústria de exploração de petróleo é obter uma predição correta das tensões e deslocamentos da estrutura sujeita a vibrações induzidas pelo escoamento, as quais são causadas pela emissão de vórtices que aumenta o nível de tensões na estrutura, contribuindo para a redução da vida útil.

Tendo isso em mente, o principal objetivo deste trabalho é investigar a influência do fenômeno de emissão de vórtices em estruturas marítimas delgadas, como no caso dos "risers". Para tanto, são propostos os seguintes passos:

a) Desenvolver uma ferramenta computacional para estudar os efeitos do escoamento ao redor de um ou mais corpos de qualquer formato, em regime variado capturando o fenômeno de emissão de vórtices, para números de Reynolds da ordem de 10^5 ;

b) Utilizar tal ferramenta para estudar a vibração induzida pelo escoamento em um ou mais cilindros livres para oscilação, verificando os coeficientes de arrasto e de sustentação, bem como as amplitudes apresentadas por estes quando sujeitos a diferentes escoamentos;

c) Desenvolver um modelo numérico que represente a estrutura de um "riser" e integrá-lo ao modelo hidrodinâmico a fim de se estudar a influência da emissão de vórtices no comportamento das estruturas.

Deve-se ressaltar que o objetivo deste trabalho não é desenvolver nenhum novo método para se simular escoamentos, ou mesmo propor alguma melhoria em algum. A intenção do trabalho é reunir modelos já existentes e estudados na literatura de uma forma diferente. Iniciando a construção de um método, baseado na Dinâmica dos Fluidos Computacional, com aplicação prática para resolver problemas encontrados na indústria petrolífera.

1.1 Revisão Bibliográfica

A literatura que serve de base para este trabalho trata das vibrações induzidas pelo escoamento e do fenômeno de emissão de vórtices investigados de forma teórica, experimental ou computacional.

Serão ainda apresentadas algumas características dos modelos de vibrações induzidas pelo escoamento em estruturas marítimas delgadas usados atualmente.

1.1.1 Vibrações induzidas pelo escoamento e o fenômeno de emissão de vórtices

Pode-se dizer, sem dúvidas, que uma das referências mais completas sobre o assunto é o livro de BLEVINS (1990). Nele, são abordados aspectos de importância prática para a engenharia, onde são encontradas ferramentas analíticas para o estudo de vibração de estruturas expostas ao escoamento de um fluido. São relatados ainda diversos mecanismos de vibração induzida por escoamentos subsônicos, em especial no caso de corpos rombudos, nos quais o escoamento separa-se de uma larga seção da superfície da estrutura.

FENG (1968) apud SALTARA (1999) foi um dos primeiros a obter resultados experimentais em um cilindro livre para oscilar em ar. Foram observados os efeitos de histerese presentes no fenômeno e características da faixa de sincronização.

KHALAK e WILLIANSO (1996) realizaram experimentos com cilindros rígidos em água. Observou-se que, nos resultados onde os cilindros possuíam baixas razões de massa (massa do cilindro sobre massa de fluido deslocada) e amortecimento (amortecimento por amortecimento crítico), haviam dois regimes de ressonância, ou seja, existiam dois níveis distintos de limite de amplitude na ressonância e não um como era assumido anteriormente. PARRA (1996) obteve resultados muito semelhantes aos de Khalak e Williamson, realizando os mesmos experimentos também em água.

Importantes referências também são encontradas quando são estudados os efeitos que ocorrem com mais de um corpo submerso no fluido. Um dos pesquisadores com maior destaque no estudo de escoamentos ao redor de agrupamentos de cilindros é ZDRAVKOVICH [(1977) e (1987)]. Sua revisão de trabalhos anteriores, publicada em 1977, mostra detalhes do escoamento em cilindros dispostos na configuração em “tandem”, dois cilindros alinhados longitudinalmente com espaçamentos variados, e na

configuração em lado a lado, dois cilindros alinhados numa linha transversal à corrente. O espaçamento entre os cilindros é variado e regimes de escoamentos caracterizados pelo comportamento da região da esteira são estudados.

Segundo ZDRAVKOVICH (1977), é uma prática comum supor que dois cilindros, em um mesmo escoamento, comportem-se como cilindros isolados. Porém, essa suposição só é justificada quando dois cilindros estão suficientemente distantes. A proximidade entre os dois cilindros afeta dramaticamente o escoamento entre eles, produzindo forças e campos de pressão inesperados. Em seu trabalho de 1987, o estudo é feito para pares de cilindros em arranjo oblíquo e em agrupamentos com mais de dois cilindros.

BEARMAN e WADCOCK (1973) descrevem como os escoamentos ao redor de dois cilindros circulares na configuração lado a lado interagem, quando os dois corpos são aproximados. Foram medidas as pressões em torno dos cilindros e observou-se uma força de repulsão, à medida que o espaçamento entre os corpos diminuía. Segundo esses pesquisadores, a força de repulsão deve-se à interferência no escoamento devido à presença dos dois cilindros. Isso causa o deslocamento dos pontos de estagnação na direção da região intersticial. Junto com esse deslocamento, os pontos de separação externos movem-se no sentido anti-horário, no cilindro superior e, no sentido horário, no cilindro inferior. O efeito global dessa alteração dos pontos de separação é o aparecimento de regiões de baixa pressão nas superfícies externas dos cilindros e, consequentemente, a ocorrência de uma força hidrodinâmica de repulsão.

WILLIAMSON (1985) também estudou o escoamento na esteira de corpos rombudos posicionados lado a lado, à medida que a distância entre estes variava. Para isso, foram utilizadas técnicas de visualização, verificando o tipo de esteira formada. Quando a emissão de vórtices dos corpos é feita em antifase, as esteiras tendem a ser

“estáveis”, com os vórtices permanecendo nessa configuração até grandes distâncias a jusante do escoamento. Porém, quando a emissão dos vórtices é feita em fase, as esteiras de cada corpo se combinam e formam uma única esteira. Os vórtices formados, simultaneamente, em corpos distintos giram um ao redor do outro, formando um vórtice “binário”.

Podemos também encontrar, no campo numérico, muitos estudos a respeito de vibrações induzidas pelo escoamento e pelo fenômeno de emissão de vórtices.

Basicamente, são usualmente adotados dois esquemas para a resolução de escoamentos. Um deles é puramente Lagrangeano ou híbrido Lagrangeano-Euleriano, conhecido como Método dos Vórtices Discretos (MVD), em que as propriedades do escoamento são transportadas por partículas, no caso os vórtices. O outro é feito por aproximações puramente Eulerianas, utilizando o Método dos Volumes Finitos (MVF) ou Método de Elementos Finitos (MEF).

O MVD tem sido o método mais utilizado para estudar o fenômeno de emissão de vórtices em corpos rombudos, escoamentos onde existem regiões com vorticidade concentrada e de valor elevado.

HELMHOLTZ (1858) apud SARKKAYA (1989) foi o primeiro a mostrar o que hoje é considerado uma das mais importantes contribuições para a mecânica dos fluidos: linhas de vórtices de fluido inviscido são compostas dos mesmos elementos fluidos continuamente. Assim, escoamentos com vorticidade podem ser modelados com vórtices com circulações apropriadas e seção transversal infinitesimal, isto é, linhas de vórtices. Essa descrição Lagrangeana ou Lagrangeana-Euleriana da evolução do campo de vorticidade discretizado constitui a essência dos métodos computacionais atuais que envolvem vórtices.

Nesse método, o corpo é discretizado em diversos pontos, e vórtices são criados a uma certa distância de sua superfície. A distribuição de vórtices em torno do corpo modela a camada limite e impõe a condição de que a superfície do cilindro é uma linha de corrente, isto é, com velocidade normal igual a zero. Esses vórtices recém-criados

capaz de tratar corpos de formatos arbitrários. de referência Lagrangeano. O resultado é um método livre de malhas computacionais, vorticidade é resolvida numericamente por meio de vórtices elementares em um sistema Stokes em termos da vorticidade. Nesse método de vórtices a equação de transporte de referência apresenta uma rigorosa base analítica para representar as equações de Navier- superfície do corpo. O fluido é incompressível e o número de Reynolds é alto. Essa dos vórtices discretos para simular escoamentos bidimensionais que se separam da O trabalho de SPALART e LEONARD (1981) descreve um modelo de método o processo de geração de vorticidade e efeitos difusivos.

Nesse esquema, foi usada uma técnica denominada "*random walk*", que levou em conta de Navier-Stokes escritas no plano, que se baseou no Método dos Vórtices Discretos. CHORIN (1973) apresentou um método numérico para a resolução das equações

experimentais obtidos por BEARMAN (1965). determinação do número de Strouhal quando este foi comparado com os resultados induzidas por outros vórtices. Os resultados obtidos em seu trabalho demonstraram boa calculada pela superposição da velocidade do escoamento ao longe e das velocidades cisalhante, o fluido é considerado inviscido e a velocidade de um dado vórtice é cálculos, uma distribuição de vórtices discretos é usada para representar a camada simular o escoamento ao redor de um corpo semi-infinito de seção quadrada. Em seus CLEMENTS (1973) foi um dos primeiros a desenvolver um algoritmo para

são convectados no fluido, por meio da lei de Biot-Savart, formando a esteira de Von Kármán.

Nesse método, muitos aspectos complexos de escoamentos de cilindros circulares são reproduzidos corretamente. Comparações com resultados experimentais mostraram boa precisão e quase nenhuma dependência de parâmetros empíricos.

NAGANO et al. (1982) apud PARK e HIGUCHI (1989) entenderam o modelo proposto por SPALART e LEONARD (1981) para modelar a difusão viscosa. O método utilizado consistiu em fazer o vórtice pontual possuir um raio que aumentava com o tempo, simulando os efeitos de difusão viscosa da vorticidade.

PARK e HIGUCHI (1989) utilizaram o mesmo algoritmo desenvolvido por Spalart e Leonard, para estudar os escoamentos sobre corpos rombudos de diferentes formatos. No modelo apresentado, foram considerados os efeitos da difusão viscosa por meio do método proposto por Nagano et. al. e foram feitas, ainda, modificações na maneira dos vórtices serem convectados. O modelo foi aplicado na investigação das forças atuantes em corpos de diferentes tipos de geometria e no estudo comparativo do fenômeno de interferência que ocorre quando existem corpos múltiplos. Resumidamente, os resultados mostraram que, quando o corpo tem uma altura (dimensão na direção perpendicular à direção da corrente livre) pequena, comparada ao comprimento (dimensão na direção paralela à direção da corrente livre), o coeficiente de arrasto estava de acordo com os valores obtidos experimentalmente. Para corpos com altura grande e comprimento pequeno, os coeficientes de arrasto obtidos foram elevados em relação aos resultados experimentais.

GRAHAM (1988) utilizou uma técnica híbrida em que a convecção de vorticidade foi realizada de forma lagrangiana, mas a difusão viscosa, de forma Euleriana. As equações de transporte de vorticidade foram formuladas no plano

transformado (matemático). Nesse caso, foi necessário o uso de uma malha computacional, a qual foi utilizada para a resolução da equação de transporte da vorticidade. Essa última foi tratada separadamente da parte convectiva. O campo de velocidades foi obtido pela resolução da função de corrente sobre a malha. Tal técnica, denominada "vortex in cell", tem a desvantagem de necessitar de uma malha computacional, o que não acontece, geralmente, no caso do Método dos Vórtices Discretos. Entretanto, no "vortex in cell" a obtenção do campo de velocidades a partir da função de corrente diminui consideravelmente o número de cálculos necessários para obter as velocidades. Esse método numérico mostrara bons resultados na simulação do escoamento de um cilindro circular oscilando, desde que o escoamento seja laminar e a emissão de vórtices seja ainda bidimensional.

SARPKAYA (1989) publicou uma extensa revisão sobre os diferentes Métodos dos Vórtices Discretos, fazendo comparações entre estes e sua aplicação prática dentro da Dinâmica dos Fluidos Computacional.

LEWIS (1991) fez um vasto estudo dos Métodos dos Vórtices Discretos para análise da dinâmica dos fluidos em sistemas de engenharia. Nessa referência, foram comentados tanto os métodos puramente Lagrangeanos que modelam o escoamento potencial por meio da vorticidade, na superfície do corpo, quanto extensões do método na forma Lagrangeana-Euleriana, usada para simular escoamentos viscosos. Foram mostrados detalhes importantes como: formas de melhorar a convecção dos vórtices, cálculo de forças e modo de considerar o movimento relativo quando existe mais de um corpo no escoamento.

MENEGHINI (1993) utilizou o MVD bidimensional com difusão viscosa em malhas polares para estudar a emissão de vórtices em cilindros oscilando forçadamente. Determinou-se numericamente a faixa de frequência de oscilação e de amplitude em que

A maneira tradicional de estimar as tensões ocorridas devido aos carregamentos hidrodinâmicos de ondas e correntes em “risers” foi utilizar a equação de Morison, juntamente com um modelo estrutural apropriado. Um modelo estrutural foi apresentado em PATEL e WITZ (1991). Por meio do equilíbrio de esforços atuantes em

1.1.2 Modelos de vibrações induzidas pelo escoamento em estruturas marítimas delgadas

SALTARA (1999) utilizou o Método dos Vórtices Discretos na formulação híbrida Euleriana-Lagrangiana e o Método de Resolução por partes das Equações de Navier-Stokes (“Fractional Step Method”) para estudar a vibração induzida pelo escoamento em cilindros livres para oscilar no regime de altos números de Reynolds. As características do escoamento ao redor de pares de cilindros fixos em “tandem” e lado a lado em baixo Reynolds também foram analisadas. Ambos os métodos foram implementados por meio de um esquema de volumes finitos para malhas não estruturadas bidimensionais. Para o problema da vibração induzida, foram obtidas amplitudes de vibração abaixo dos valores observados experimentalmente. Saltara justificou tal resultado pelo fato de as simulações serem bidimensionais e os efeitos tridimensionais não estarem sendo levados em conta. No caso dos arranjos com pares de cilindros, foram apresentados contornos de vorticidade que permitiram a visualização das interações dos vórtices desprendidos.

ocorre a sincronização (“lock in”), onde a frequência de emissão de vórtices é capturada pela frequência da estrutura. Investigou também as prováveis causas desse fenômeno. Aspectos como os diferentes modos de emissão de vórtices para grandes amplitudes de oscilação do cilindro e a dinâmica associada também foram estudados.

um elemento da estrutura, encontrou-se a equação que rege a dinâmica do sistema, onde, posteriormente, foi feita uma análise com elementos finitos para representar o “riser”. A precisão da equação de Morison na estimava das forças hidrodinâmicas na direção do escoamento dependeu essencialmente dos coeficientes hidrodinâmicos usados, os quais puderam ser obtidos experimentalmente ou mesmo numericamente. Apesar de a equação de Morison fornecer um método rápido e eficiente para o cálculo de forças, uma vez que se necessita apenas do cálculo de uma equação dependente de coeficientes empíricos, essa equação não conseguiu estimar forças oscilatórias devido à emissão de vórtices na direção transversal ao escoamento.

FERRARI (1998) utilizou um modelo estrutural semelhante ao proposto por

Patel e Witz, contemplando ainda um modelo de ondas apropriado e condições de movimentação no topo. Fez uso, também, da equação de Morison para o cálculo das forças na direção do escoamento. Porém, no cálculo das forças transversais, foi usada a hipótese de um escoamento “quasi-steady”. Esse modelo, proposto no trabalho de BEARMAN et al. (1984), foi utilizado para prever as forças transversais em cilindros em altos números de Keulegan-Carpenter $KC (>25)$. O modelo de “quasi-steady” foi suportado por estudos de visualização de escoamentos oscilatórios e medições de forças transversais transitórias em cilindros fixos submersos na água. Foi observado que vórtices foram emitidos a cada meio ciclo do escoamento a alto número de KC e, assim como no escoamento permanente, esses vórtices tenderam a formar a esteira atrás do corpo.

Os resultados do modelo “quasi-steady” entraram em concordância com as medições experimentais das forças transversais em escoamentos oscilatórios (número de KC entre 5 e 53). Diferentemente do que ocorre quando se utilizaram modelos “quasi-steady”, onde a frequência de emissão de vórtices calculada levou em conta

apenas as velocidades instantâneas do escoamento, nesse cálculo, uma formulação alternativa foi proposta, levando-se em conta o histórico do escoamento em termos das velocidades anteriores. A frequência de emissão de vórtices foi dada pela média acumulativa da velocidade instantânea de cada meio ciclo do escoamento.

Esse modelo não leva em conta situações em que ocorreram sincronizações. Assim, ele é adequado para casos em que a resposta da estrutura se dá em múltiplos modos de vibrar, que são situações em que não existe uma grande região sujeita ao "lock in". Portanto, sua aplicação pode ser efetuada em situações reais em que existem ondas, movimento no topo e correntes mudando ao longo do comprimento do "riser", com vários modos de vibrar.

Durante os últimos anos, diferentes modelos foram propostos para prever a influência da vibração induzida por vórtices em estruturas marinhas delgadas. LARSEN e HALSE (1997) fizeram um estudo comparativo dos métodos utilizados atualmente. Foram apresentados os modelos pesquisados em diferentes localidades:

- 1-) DNV Research A/S, Noruega, pesquisado por Trond Hodne e Torgeir Vada
- 2-) LICEngineering, Dinamarca, N. E. O Hansen e H. Nedergaard
- 3-) MARINTEK, Noruega, Halvor Lie
- 4-) MIT, Dept. of Ocean Engineering, EUA, M. Triantafyllou
- 5-) MIT, Dept. of Ocean Engineering, EUA, J. Kim Vandiver
- 6-) NTH, Dept. of Marine Structures, Noruega, Karl H. Halse e Carl M. Larsen
- 7-) University of College London, Reino Unido, J. Fang e G. J. Lyons

Com o objetivo de situar este trabalho no contexto atual, será feito um resumo com as hipóteses básicas de cada modelo; as formulações matemáticas usadas no

da outra, obtêm-se a força atuante como se houvesse uma correlação perfeita na emissão hidrodinâmicas transversais e para uma dada seção, resolvida independentemente uma tridimensional em elementos finitos. Divide-se a estrutura em várias seções

A resposta global da estrutura é então obtida usando-se um modelo aleatórios nos vórtices pontuais ("random walk").

processo difusivo é modelado por meio de um método que impõe movimentos diferenciada da função linha de corrente, obtida com o auxílio de uma malha. O convectiva e outra difusiva. O cálculo das velocidades dos vórtices pontuais é feito pela

A equação de transporte de vorticidade é dividida em duas partes: uma circulação apropriada.

que um fluido inviscido contém seções transversais infinitesimais de vórtices com uma resolve as equações de transporte de vorticidade e de Poisson, baseando-se na ideia de numérico aplicado na simulação foi o "vortex in cell". Matematicamente, esse método utilizando-se um oscilador harmônico para representar o cilindro. Para tanto, o método

Foram simuladas as respostas de uma seção bidimensional do cilindro

resposta da estrutura.

um escoamento viscoso ao redor de um cilindro com um cálculo também numérico da apresentado neste trabalho. Esse foi o primeiro modelo a integrar o cálculo numérico de

O método apresentado pela "Det Norske Veritas" (DNV) é similar ao que será

1-) Modelo DNV

resultados experimentais.

como são feitas as interações com a estrutura e o modo como são levados em conta os tratamento da estrutura do "riser" e no cálculo das forças hidrodinâmicas; a maneira

de vórtices para cada seção. A solução é então obtida no domínio do tempo, no qual a estrutura fornece dados para a seção hidrodinâmica e vice-versa.

Resultados com esse tipo de aproximação por faixas bidimensionais, aplicadas ao longo do cilindro, mostram uma comparação com resultados experimentais melhor do que com uma análise puramente bidimensional. No entanto, pode-se dizer que o modelo proposto pela DNV apresenta duas principais limitações: a de que o cálculo da vibração induzida pelo escoamento fica limitado ao regime subcrítico e a do alto custo computacional nesse tipo de simulação.

2-) Modelo LICEngineering

O modelo desenvolvido pelo LICEngineering encontra os deslocamentos da estrutura por meio de superposição modal. A força hidrodinâmica resultante leva em conta o acoplamento entre a força na direção do escoamento e a força transversal a este. Em outras palavras, a resposta na direção do escoamento define as condições para o cálculo da resposta de vibração induzida por vórtices, e a amplitude da resposta transversal define o coeficiente de arrasto usado no cálculo do deslocamento na direção do escoamento.

As forças são obtidas por meio de vários resultados experimentais realizados de forma a obter coeficientes hidrodinâmicos adequados. Para o cálculo, foram usados coeficientes de sustentação e de amortecimento constantes, uma regressão que forneceu a correlação de emissão de vórtices e outra que indicou o coeficiente de arrasto.

Para encontrar a resposta por superposição modal, o escoamento foi dividido em duas partes: uma onde ocorreu a sincronização ("lock in") e outra onde esse fenômeno não foi observado. A determinação da situação em que o escoamento se encontra foi dada pelo cálculo da velocidade reduzida, que usou valores instantâneos de velocidade.

usando-se um modelo em elementos finitos e integração direta no domínio do tempo. As forças hidrodinâmicas são representadas por matrizes de massa adicional, amortecimento e um vetor de carregamento de Strouhal. As matrizes de massa adicional,

O modelo da MARINTEK considera apenas os deslocamentos transversais devido à presença de emissão de vórtices. A descrição do movimento da estrutura é feita

3-) Modelo MARINTEK

os efeitos do carregamento.

A hipótese crucial nesse método foi considerar o carregamento excitando um modo de vibrar ao longo de toda estrutura. Isso só é correto se o padrão de carregamento for igual em toda a estrutura. Se a excitação desse modo cobrir apenas uma pequena parte da estrutura, a hipótese não estará correta. Nesse caso, a atenuação do movimento no espaço não estará sendo levada em conta. Por exemplo, se a excitação se dá em apenas um pequeno trecho, é esperado que a resposta nesse trecho seja significativa, mas para trechos mais distantes é esperado que o amortecimento diminua

Em casos em que os coeficientes experimentais se encaixavam, os resultados mostraram boa concordância quando comparados com testes em modelos.

linear da contribuição de cada modo. Um termo de carregamento senoidal com frequência do modo de vibrar que estava sendo excitado e outro termo de amortecimento negativo, que também pôde ser visto como um termo de carregamento na mesma frequência. Fora da faixa de sincronização, apenas o amortecimento estrutural e hidrodinâmico foram responsáveis pela diminuição da amplitude. Assumiu-se que os carregamentos encontrados para cada modo excitassem apenas o seu próprio modo e a resposta foi encontrada pela superposição

O cálculo hidrodinâmico depende de coeficientes experimentais realizados com cilindros rígidos oscilados forçadamente com diferentes amplitudes, velocidades comprimento.

fenômeno de "batimento" é observado em casos de cabos submersos de longo modulada com uma frequência igual à diferença das duas frequências dominantes. Tal resposta com duas ou mais frequências diferentes. A amplitude da resposta fica viajam para outro local e interagem com ondas geradas nesse lugar, fornecendo uma cabo. Por exemplo, ondas com uma determinada frequência, geradas em um certo local soma de ondas de diferentes frequências que se propagam ao longo do comprimento do comportamento de cabos submarinos muitos longos. A resposta da estrutura é dada pela o modelo desenvolvido por Triantafyllou visa a estudar o

4-) Modelo MIT-Triantafyllou

cálculo da força.

modos da estrutura são excitados, uma vez que uma única frequência é usada para o desvantagem é o questionamento que pode ser feito em situações em que múltiplos em que ele pode ser aplicado, devendo-se escolher os casos com certo critério. Outra O fato de esse modelo depender de coeficientes experimentais limita os casos

retirado de dados experimentais com cilindros fixos.
numero de Strouhal. Para o cálculo dessa, é usado um coeficiente de sustentação força de Strouhal é chamada assim por ser uma força senoidal com frequência igual ao velocidade do cilindro. Os coeficientes da MARINTEK são obtidos desses dados. A dois componentes de força, um em fase com a aceleração e outro em fase com a experimentais publicados por Sarpkaya. Esse pesquisador extraiu de seus experimentos e de amortecimento são recalculadas a cada instante de tempo por meio de coeficientes

reduzidas e frequências moduladas. A solução final é obtida no domínio da frequência por meio do uso da função de Green, que, para o caso de uma excitação em uma pequena região em um cabo longo, consegue levar em conta os efeitos de atenuação devido ao amortecimento.

As principais limitações desse modelo devem-se ao fato de o comprimento de correlação, em que o processo de emissão de vórtices é assumido bidimensional, tenha a metade do comprimento do modo de vibrar, associado com a frequência dominante, o que faz com que o modelo não seja adequado quando ocorrem respostas em múltiplos modos. Além disso, os coeficientes empíricos também não são tão confiáveis para casos em que a resposta envolve mais de duas frequências.

5-) Modelo MIT-Vandiver

Vandiver propõe duas abordagens para estudar o problema de vibração induzida pelo escoamento, dependendo do tipo de aplicação. Uma abordagem é baseada na superposição modal e na excitação dos modos em regiões combinadas com a resposta dependente dos coeficientes de sustentação (código computacional SHEAR7). A outra usa a técnica de solução por meio da função de Green e com a excitação descrita como um espectro de forças de sustentação (código computacional SHEAR6).

O programa SHEAR7 identifica os modos excitados e os associa com certas regiões através das velocidades reduzidas e das frequências naturais. O coeficiente de sustentação é função do número de Reynolds, amplitude da resposta e da velocidade reduzida. A resposta por superposição modal é encontrada iterativamente de forma a encontrar os coeficientes de sustentação e o amortecimento hidrodinâmico adequados.

O programa SHEAR6 assume em sua teoria que um cilindro flexível sujeito a correntes, variando ao longo de seu comprimento, vibra em múltiplos modos, em uma

situação em que não ocorre a sincronização. O espectro de forças de sustentação abrange todos os tipos de excitação. Esse espectro de excitação é centrado ao redor da frequência de emissão de vórtices local e é obtido experimentalmente. O modelo estrutural dinâmico, juntamente com a modelagem do amortecimento hidrodinâmico, é tratado pela função de Green. São levadas em conta ainda regiões ao longo do cilindro onde ocorre a coincidência entre a frequência de emissão de vórtices e a frequência natural da estrutura, diminuindo o amortecimento hidrodinâmico, o que acarretará uma maior amplitude.

6-) Modelo NTH

O modelo desenvolvido no "Norwegian Institute of Technology" (NTH) é apropriado apenas para casos em que a resposta está idealmente em um único modo em "lock in". A resposta é obtida pelo modo de vibrar, a amplitude característica e a frequência natural.

Assume-se que a excitação acontece ao longo de todo o comprimento do corpo e a amplitude da resposta depende de um banco de dados com resultados de testes de seções transversais. O modelo considera oscilações tanto na direção do escoamento quanto nas transversais, capturando o efeito de amplificação do coeficiente de arrasto quando a estrutura oscila transversalmente, tendo como propósito final calcular as deformações estáticas.

O modelo da NTH então é estritamente válido apenas em condições ideais como o perfil de corrente constante e uniforme, as propriedades das seções transversais constantes e ainda a hipótese de "lock in" deve ser satisfeita.

7-) Modelo UCL

A hipótese fundamental do modelo desenvolvido na "University College London" (UCL) é que a frequência das vibrações induzidas por vórtices é superior à do carregamento da onda. Essa aproximação "quasi-steady" é usada para quantificar as vibrações induzidas dos cilindros em ondas por meio do congelamento do perfil destas em certos intervalos de tempo.

A resposta da estrutura na direção transversal utiliza-se da equação de Morison, e o modelo contempla também o aumento do coeficiente de arrasto devido às vibrações transversais. O cálculo da resposta transversal é feito por superposição modal. O carregamento de um modo somente excita o próprio modo ao longo de todo comprimento do cilindro. Assim, a resposta do cilindro em cada posição é dada pela soma da contribuição de cada modo sob a condição de "lock in". A amplitude máxima de vibração de cada modo é calculada por meio de uma formulação empírica que leva em consideração a razão de massa e a taxa de amortecimento estrutural sob corrente constante. Se vários modos são excitados em uma mesma região, somente o carregamento associado com o modo mais alto é tomado no cálculo.

Esse modelo é adequado para problemas em que poucos modos são excitados, e é documentado que os resultados previstos por ele entram em boa concordância com resultados experimentais. A hipótese de tomar o modo mais alto quando vários modos são excitados em uma mesma região torna o modelo pouco apropriado para problemas em que a estrutura vibra em múltiplos modos. Além disso, como a excitação em um modo ocorre ao longo de todo o cilindro, a atenuação no espaço devido ao amortecimento não é levada em conta.

O modelo apresentado a seguir utiliza um modelo de viga Euler-Bernoulli na estrutura do "riser" para estudar o comportamento dinâmico. O carregamento

distribuídas ao longo de diferentes capítulos, estão interligadas. trabalho, será feita uma breve explicação sobre como as diferentes partes deste, Para facilitar a compreensão de forma global do modelo desenvolvido neste

aplicação, o que não é sempre possível garantir. problema particular deve ter correspondência com as condições experimentais e a identificar a importância de cada um desses parâmetros. Além disso, a análise de um devem ser realizados, diferenças nos resultados finais são esperadas, o que torna difícil cada modelo, experimentos em diferentes tipos de escoamento e condições de resposta Outra conclusão diz respeito ao uso de coeficientes experimentais. Como, para limitações e não são aplicáveis em casos em que a estrutura vibra em vários modos.

atenuação no espaço como os apresentados pelo LIC, MARINTEK, NTH e UCL têm amortecimento, o qual ocorre ao longo de toda estrutura. Métodos que desconsideram a vibrar associado desconsidera o efeito da atenuação no espaço das excitações devido ao de esquemas em que os carregamentos em uma frequência excitam apenas o modo de Ainda assim, conclusões específicas podem ser feitas. Pode-se dizer que o uso aspectos práticos da engenharia.

feitos para que se consiga construir uma ferramenta definitiva que possa atender os pela emissão de vórtices ainda não são bem compreendidos. Novos estudos devem ser modelos, uma conclusão mais sensata é de que todos os aspectos de vibrações induzidas Devido às grandes discrepâncias apresentadas entre os resultados dos diferentes A conclusão geral comparando os modelos apresentados é difícil de se definir.

hidrodinâmico é obtido por meio de seções bidimensionais de escoamento utilizando-se técnicas da dinâmica dos fluidos computacionais.

O primeiro passo no estudo da dinâmica da estrutura é a resolução do problema estático. Para isso, é obtida a equação que rege o movimento do "riser" e usado o Método de Elementos Finitos de forma a discretizá-la e aplicar um método numérico na sua solução. É obtida a matriz de rigidez da estrutura e a solução dos deslocamentos estáticos é feita meramente fazendo-se o equilíbrio de forças, como mostrado na equação abaixo,

$$[K]\{x\} = \{F\} \quad (1.1)$$

sendo $[K]$ a matriz de rigidez, $\{x\}$ o deslocamento estático de cada elemento e $\{F\}$ o vetor de força.

Como a matriz de rigidez $[K]$ depende dos deslocamentos $\{x\}$ e vice-versa, a solução é obtida iterativamente. E, como é usual em estudos dinâmicos, a matriz de rigidez obtida, que representa a equação da viga ("riser") flétida, é usada no estudo das vibrações dinâmicas, assumindo que esta seja uma boa representação das equações da viga quando em movimento. O modelo estático e o modo de obter sua solução são apresentados no capítulo 2.

O estudo dinâmico é feito pela conhecida equação diferencial para o representar um movimento,

$$[M]\ddot{\{x\}} + [B]\dot{\{x\}} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (1.2)$$

onde $[M]$ é a matriz de massa, $[B]$ matriz de amortecimento, $\{x\}$ e $\dot{\{x\}}$ são os vetores

de aceleração e de velocidade respectivamente.

O cálculo da matriz de massa é apresentado na seção 3.1.

Na construção da matriz de amortecimento é necessário saber as frequências naturais do sistema. Necessita-se portanto resolver o problema de autovalores que é apresentado na seção 3.3 juntamente com a construção da matriz de amortecimento. O cálculo do carregamento representado pelo vetor $\{F\}$ é feito por uma técnica computacional puramente Lagrangeana, denominada Método dos Vórtices Discretos. Essa é apresentada no capítulo 4. Os capítulos 5 e 6 apresentam resultados bidimensionais com cilindro para oscilar, resultados bidimensionais de agrupamentos de cilindros, resultados com o modelo “quasi tridimensional” aplicado a um modelo “cantilever” e a “risers”. As principais conclusões e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no capítulo 7.

2. Modelo Estático

O modelo apresentado a seguir utiliza um modelo de viga Euler-Bernoulli e um modelo de viga tracionada para representar a estrutura do “*riser*”. O objetivo é estudar o comportamento dinâmico da estrutura sujeita a um escoamento. Esse carregamento hidrodinâmico é obtido por meio de seções bidimensionais de escoamento, utilizando-se técnicas da dinâmica dos fluidos computacionais, mais especificamente será utilizado o Método dos Vórtices Discretos (MVD).

Inicialmente, o problema estrutural estático é estudado, o método dos elementos finitos é aplicado na equação que descreve o comportamento da estrutura e a solução é obtida numericamente.

Na verdade, o interesse de se solucionar o problema estático não está em se obter os deslocamentos e as rotações nessa situação, mas sim em se obter a matriz de rigidez da estrutura mais próxima àquela encontrada no estudo dinâmico, onde a estrutura está deformada. Os deslocamentos estáticos são usados para uma validação desse modelo. O estudo das vibrações é feito em torno dessa matriz de rigidez que representa uma viga fletida. Assume-se assim que essa configuração média é uma boa representação da viga em movimento, ou seja, as vibrações são estudadas em torno de uma posição média estática.

Vale ressaltar também que o estudo do comportamento estático foi fundamental para o entendimento, a construção e a implementação do método numérico em geral. Como será observado mais adiante, na equação de viga pela teoria de Euler-Bernoulli, obtém-se o deslocamento transversal à estrutura em apenas uma direção. Em um caso mais geral, necessita-se saber o deslocamento em duas direções transversais. Como mostrado

na figura abaixo, uma representação da viga cilíndrica circular e seus eixos, as direções são "x", "y" e "z".

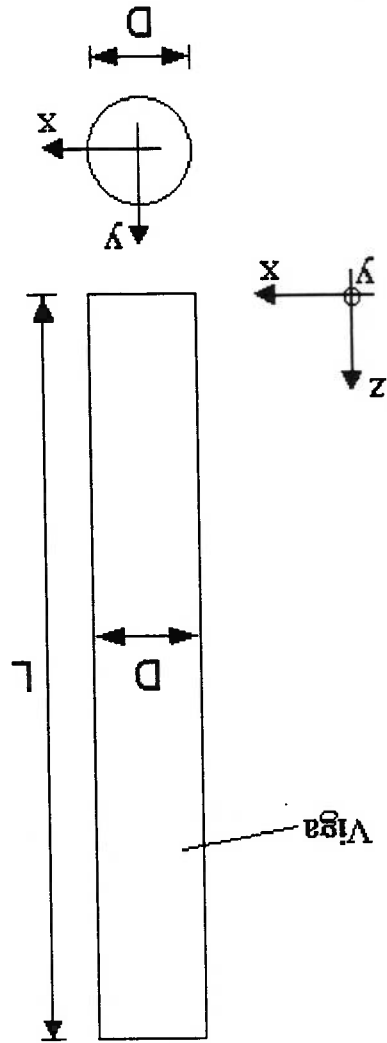


Figura 2-1 – Representação de uma viga, cilindro circular e eixos.

É importante ressaltar que, no estudo dinâmico, é necessário montar duas matrizes de rigidez independentes uma para representar a direção "x" e outra "y". Não existem termos estruturais cruzados que liguem os deslocamentos em "x" e "y". Porém, como poderá ser compreendido mais adiante, existe uma ligação entre esses deslocamentos através do fluido.

Note-se que a solução estática só precisa ser obtida na direção do escoamento,

direção da corrente livre. Nessa situação, a matriz de rigidez da viga precisa representar

uma viga fleída.

Na direção transversal ao escoamento, a vibração se dá em torno da

configuração neutra, sendo esta a melhor representação média quando a estrutura estiver

em movimento. Então não é necessário obter a solução estática. A figura abaixo mostra

as posições fleídas na direção do escoamento e transversal ao escoamento.

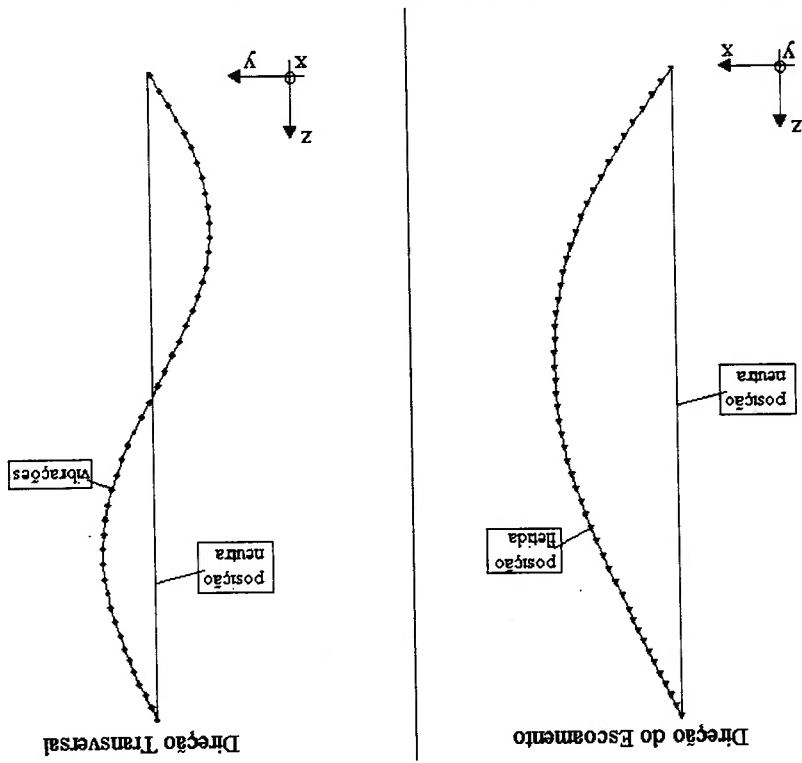


Figura 2-2 - Posição neutra e fleída nas direções do escoamento e transversal

2.1 Equilíbrio de Forças em um Elemento de Viga

De acordo com PATEL e WITZ (1991), um "riser" marítimo pode ser representado como sendo uma viga vazada sujeita a carregamentos laterais e a pressões hidrostáticas externas e internas.

Considerando-se um "riser" como uma viga simples, a equação diferencial para deflexão devido a um carregamento estático é

$$(2.1) \quad \frac{d^2}{dz^2} \left(EI \frac{d^2 x}{dz^2} \right) - T(z) \frac{d^2 x}{dz^2} - w \frac{dx}{dz} = f$$

onde EI é a rigidez à flexão da estrutura, T é a tração axial na parede do "riser", w é o peso por unidade de comprimento do "riser" e seu conteúdo e f é a força lateral por unidade de comprimento. Sendo "z" medido da base e positivo para cima, e "x" sendo a deflexão horizontal medida de uma vertical que passa pela base, como mostrado na

Figura 2-3.

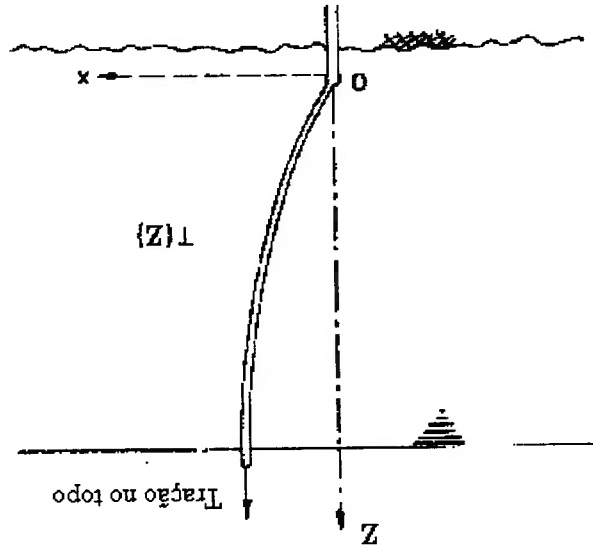


Figura 2-3 - Sistemas de coordenadas do "riser" - adaptado de PATEL e WITZ (1991)

Agora, levando em conta a força interna devido à pressão interna, relacionada com a pressão no poço, e a força devido à pressão hidrostática externa do fluido ao redor do "riser", a equação que governa a deflexão estática fica da forma

$$(2.2) \quad \frac{d^2}{dz^2} \left(EI \frac{d^2 x}{dz^2} \right) - [T(z) + A_o p_o + A_i p_i] \frac{d^2 x}{dz^2} = f + (\gamma_s A_s - \gamma_o A_o + \gamma_i A_i) \frac{dx}{dz}$$

onde os termos adicionais são a pressão externa, p_o ; a pressão interna, p_i ; com A_o sendo a área transversal do furo interno do "riser" mais a da parede; A_i , a área transversal somente do furo interno; A_s , a área transversal da parede do "riser"; γ peso específico do fluido interno do "riser"; γ_o peso específico do fluido ao redor do "riser", no caso a água do mar; e γ_s peso específico do material da parede do "riser".

É importante ressaltar que a equação (2.2) é válida apenas sob a hipótese de deflexões pequenas, ou seja, situações em que o ângulo formado entre linha vertical que passa pela base do "riser" e o próprio "riser" seja menor que 10°. Nessas situações, o erro no uso dessa formulação é normalmente desprezível.

Uma característica interessante que pode ser observada na equação (2.2) é o significado físico das pressões externas e internas. Nota-se que os termos, advindos das pressões ($A_o p_o - A_i p_i$), têm o mesmo sentido que a tração axial T , aplicada na parede do cilindro. Todos esses termos multiplicam a segunda derivada do deslocamento, x . Agrupando esses parâmetros, pode-se formar um termo chamado de "tração efetiva",

$$(2.3) \quad T_e = T + A_o p_o - A_i p_i$$

O termo devido à pressão externa $A_o p_o$ tem o mesmo efeito da tração axial. Aplica uma tração na estrutura. O termo devido a pressão interna $A_i p_i$ tem o efeito contrário, de compressão.

A dedução da equação (2.2) será feita, mais formalmente, seguindo a notação da

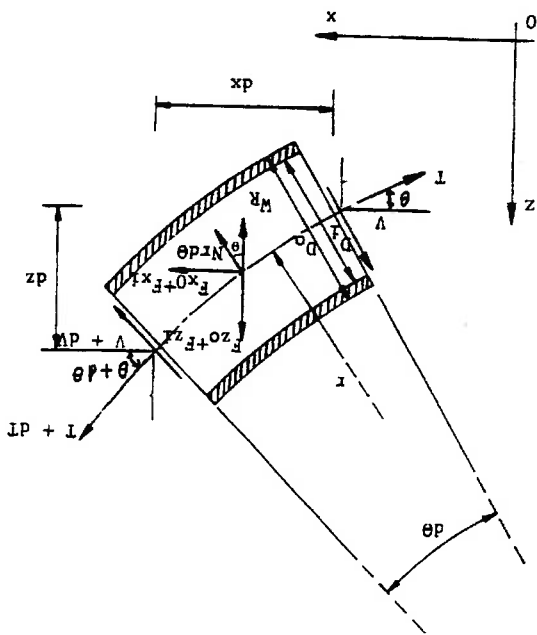


Figura 2-4 – Equilíbrio de forças no elemento – Adaptado de PATEL e WITZ (1991)

As forças estáticas atuando em um elemento da estrutura são:

(a) tração axial e força de cisalhamento no material da parede do “riser”;

(b) força horizontal devido à resultante das pressões hidrostáticas externa e interna (F_{xo} + F_{xi});

(c) força vertical devido à resultante das pressões hidrostáticas externa e interna (F_{zo} + F_{zi});

(d) força de arrasto devido à corrente constante. O vetor velocidade é dividido em uma componente tangencial e outra normal ao elemento. Somente a componente normal exerce uma força distribuída N por unidade de comprimento;

(e) força peso do elemento (W_R).

Fazendo o equilíbrio de forças na direção x , $\sum F_x = 0$, temos a equação:

$$(T + dT)\cos(\theta + d\theta) - T\cos\theta + (V + dV)\sin(\theta + d\theta) - V\sin\theta + (F_{xo} + F_{xi}) + N\sin\theta r d\theta = 0 \quad (2.4)$$

De forma análoga na direção z, $\sum F_z = 0$,

$$(T + dT)\text{sen}(\theta + d\theta) - T\text{sen}\theta - (V + dV)\text{cos}(\theta + d\theta) + V\text{cos}\theta + (F_z + dF_z) - W_R - N\text{cos}\theta d\theta = 0 \quad (2.5)$$

Reescrevendo a equação para $d\theta$ pequeno e utilizando-se das relações

trigonométricas,

$$\begin{aligned} \text{sen}(\theta + d\theta) &= \text{sen}\theta \text{cos}d\theta + \text{sen}d\theta \text{cos}\theta \\ \text{cos}(\theta + d\theta) &= \text{cos}\theta \text{cos}d\theta - \text{sen}d\theta \text{sen}\theta \end{aligned}$$

as equações ficam da seguinte forma:

$$-(T \text{sen}\theta - V \text{cos}\theta) d\theta + dT \text{cos}\theta + dV \text{sen}\theta + (F_z + dF_z) + N \text{sen}\theta d\theta = 0 \quad (2.6)$$

e

$$(T \text{cos}\theta + V \text{sen}\theta) d\theta + dT \text{sen}\theta - dV \text{cos}\theta + (F_z + dF_z) - W_R - N \text{cos}\theta d\theta = 0 \quad (2.7)$$

multiplicando a equação (2.6) por $\text{sen}\theta$ e (2.7) por $\text{cos}\theta$ e subtraindo uma da outra

temos

$$Td\theta - dV - (F_z + dF_z) + F_z - W_R \text{cos}\theta - (F_z + dF_z) \text{sen}\theta - Nd\theta = 0 \quad (2.8)$$

Tratando agora dos termos $(F_{xo} + F_{xi})$ e $(F_{zo} + F_{zi})$, relacionados com o campo de

pressões ao redor e no interior do "riser", é comum que essas forças sejam representadas

pelas pressões hidrostáticas, assumindo que não existe nenhum tipo de escoamento

dentro do "riser". Na prática, observa-se escoamentos multifásicos, compostos de vários

fluidos como água, gases, lama e petróleo.

A força resultante é encontrada integrando-se a pressão em uma seção do elemento.

As forças nos extremos dos elementos não necessitam ser consideradas, uma vez que o

cilindro é considerado muito longo e o extremo de um elemento, geralmente, termina se

acoplado a outro elemento, de tal forma que o efeito líquido da pressão hidrostática

seja nulo.

Segundo Patel e Witz, essas forças têm a forma:

$$F_{zo} + F_z^x = [(p_i A_i - p_o A_o) + (\gamma_i A_i - \gamma_o A_o) r(\cos\theta - \sin\theta)] \sin\theta \quad (2.9)$$

$$F_{zo} + F_z^x = [(p_o A_o - p_i A_i) + (\gamma_o A_o - \gamma_i A_i) r(\cos\theta - \sin\theta)] \cos\theta \quad (2.10)$$

onde p_i e p_o são as pressões hidrostáticas interna e externa respectivamente e A_i e A_o , as

áreas transversais do furo do "riser" e do diâmetro externo do "riser".

Substituindo as equações (2.9) e (2.10) na equação (2.8) e simplificando,

$$[T + p_o A_o - p_i A_i] r d\theta - dV + \{(\cos\theta - \sin\theta) d\theta\} (\gamma_o A_o - \gamma_i A_i) - \gamma_s A_s \cos\theta - N r d\theta = 0 \quad (2.11)$$

com $W_r = \gamma_s A_s r d\theta$ onde γ_s é o peso por unidade de volume do material do "riser" e A_s

é a área da seção transversal formado pelo material da parede. Torna-se interessante

agora modificar a equação (2.11) para uma viga quase vertical. Para isso, será usado um

ângulo ϕ medido entre o elemento da estrutura e uma vertical, tal que $\phi = \pi/2 - \theta$ e $d\phi = -$

$d\theta$. Então a equação (2.11) reescrita em termos de ϕ fica da forma

$$- [T + p_o A_o - p_i A_i] r d\phi - dV - \{(\sin\phi + \cos\phi) d\phi\} (\gamma_o A_o - \gamma_i A_i) - \gamma_s A_s \sin\phi - N r d\phi = 0 \quad (2.12)$$

Ignorando os termos de multiplicação de diferenciações, dividindo todos os termos por

ds e sabendo que:

$$\frac{dV}{ds} = \frac{dV}{dz} \frac{dz}{ds} = \frac{dV}{dz} \left[1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 \right]^{-1/2} = \frac{d^2 z}{d^2 x} \frac{d^2 x}{d^2 z} \left[1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

$$r d\phi = -ds$$

$$\sin\phi = \frac{dx}{ds} = \frac{dx}{dz} \left[1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

Os termos serão tratados numericamente, conforme os modelos apresentados em PATEL e WITZ (1991) e FERRARI (1998). Como será visto mais adiante em maiores detalhes, nesses modelos o segundo termo da equação, referente à tração, é dependente

$$(2.14) \quad \frac{d^2}{dz^2} \left[EI \frac{d^2 x}{dz^2} \right] - (T + p_o A_o - p_i A_i) \frac{d^2 x}{dz^2} = N + (\gamma_s A_s - \gamma_o A_o + \gamma_i A_i) \frac{dx}{dz}$$

vertical, podem ser igualados à unidade, fornecendo-nos os termos B e C, por causa das pequenas deflexões assumidas na análise de um "riser" pequeno e, quando elevado ao quadrado, torna-se desprezível perto da unidade. Assim, tangente do ângulo ϕ , sendo esta uma análise de um "riser" vertical. Esse termo é

$$E \text{ assumido que o termo } \left[1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 \right] \text{ é igual a um. Note que o termo } \frac{dx}{dz} \text{ é a}$$

mencionado anteriormente.

O termo A, na equação acima, é consequência dos efeitos da tração no topo e das pressões dos fluidos internos e externos, formando a ideia de tração efetiva, como

$$(2.13) \quad \frac{d^2}{dz^2} \left[EI \frac{d^2 x}{dz^2} \right] - \underbrace{\left(T + p_o A_o - p_i A_i \right)}_A \frac{d^2 x}{dz^2} + \underbrace{\left(\gamma_s A_s - \gamma_o A_o + \gamma_i A_i \right)}_B \frac{dx}{dz} = \underbrace{N}_{C/2} \left[1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 \right]^{1/2}$$

temos:

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{d \left(\arctg \frac{dz}{dx} \right)}{dz} = \frac{dz}{dx} \frac{d^2 x}{dz^2} \left[1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 \right]^{-3/2}$$

$$\cos \phi = \frac{dy}{dx} = \left[1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

dos deslocamentos. Isso porque a equação é válida para apenas um elemento. Unindo-se os vários elementos a tração “ T ”, na direção do eixo do “riser”, é função dos deslocamentos.

No último termo referente ao peso, a variável $\frac{dx}{dz}$, que é a rotação da estrutura, é

aproximada como sendo o valor da configuração neutra. Esse termo será tratado como um termo de carregamento.

2.2 Análise em Elementos Finitos

O Método de Elementos Finitos é, geralmente, usado para descrever a estrutura de um “riser”. A equação que governa a estática do corpo é a equação (2.14). Idealiza o “riser” como um conjunto de elementos de vigas, como mostrado na Figura 2-5. Cada elemento possui seis graus de liberdade, dois graus de translação e um de rotação em cada extremo.

A equação de viga de Euler-Bernoulli (2.14), deduzida na seção anterior, ao ser discretizada, fornecer-nos-á os graus de liberdade transversais ao eixo 1 e 4 e as rotações 3 e 6, conforme mostrado na figura abaixo.

Os graus de liberdade na direção do eixo, 2 e 5, serão adicionados na matriz elementar da estrutura, por meio da discretização de uma outra equação, a qual rege os deslocamentos axiais de uma viga sujeita à tração. Uma equação do tipo:

$$EA \frac{d^2 u(z)}{dz^2} = q$$

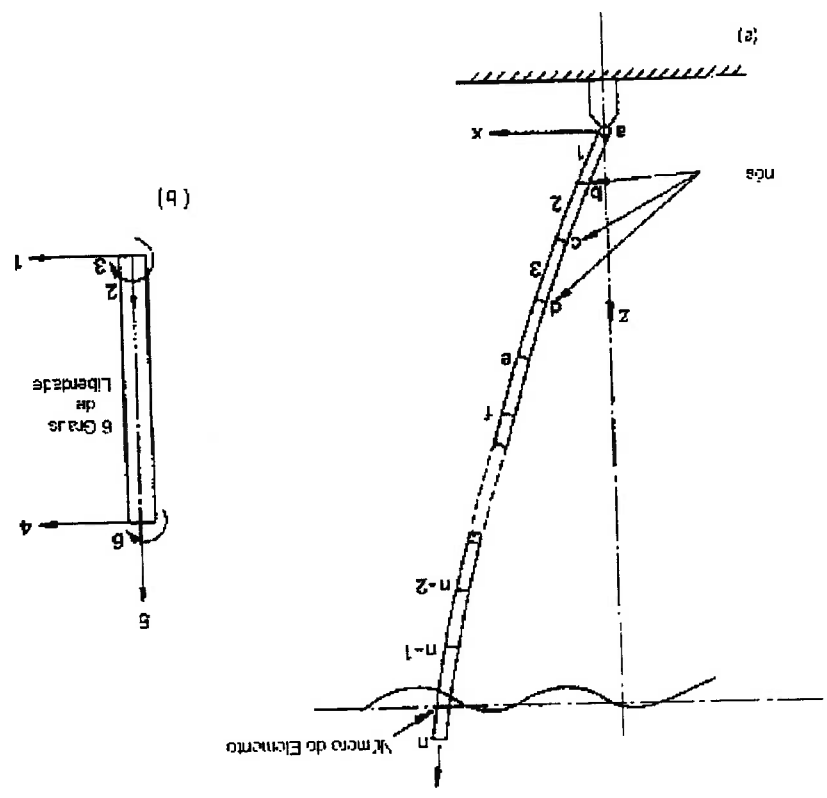
como isso é feito produz diferentes métodos. No Método dos Resíduos Ponderados, é menores possíveis no domínio ψ . Para isso, os erros podem ser distribuídos, e a maneira x_0 é um ponto no domínio ψ . O nosso objetivo é fazer com que os erros sejam os

$$R = f(x_0) - b \neq 0$$

satisfaz as condições de contorno do problema. A função resíduo ou erro é dada por da solução aproximada é feita com o auxílio de uma função resíduo R , a qual também aproximada de uma equação diferencial do tipo $f(x)=b$, em um domínio ψ . A obtenção No Método dos Resíduos Ponderados, busca-se encontrar uma solução

determinação da solução da equação (2.14), assim como visto em FERRARI(1998). Resíduos Ponderados (ZIENCKEWIKZ e MORGAN (1983)), será usado na A formulação fraca do Método de Galerkin, um caso particular do Método dos

Figura 2-5 - Idealização do "riser" em elementos finitos - adaptado de PATEL e WITZ (1991)



proposto que o erro ou resíduo R seja distribuído no domínio por uma função peso ou penalidade w , da seguinte maneira:

$$\langle R, w \rangle = \int_{\psi} R w d\psi = 0$$

Por exemplo, o Método das Diferenças Finitas, um método numérico mais direto, utiliza como função peso a função delta de Dirac, assim garante-se que o resíduo seja zero nos nós de uma malha computacional. Em pontos que não são nós, espera-se que se obtenha uma aproximação da solução.

No Método de Volumes Finitos, a função penalidade w é tomada como 1, o que garante que o resíduo seja zero nos volumes da discretização do domínio. No Método dos Elementos Finitos, a função peso é tomada como um interpolante qualquer, geralmente é usado um interpolante linear (função polinomial), fazendo os valores do erro serem zero nos nós da malha. A qualidade da aproximação nos demais pontos depende do tipo de função interpolante usada.

O Método dos Volumes Finitos é extensamente usado em problemas de fluidos, pois o uso função penalidade, tendo o valor da unidade, é fisicamente consistente em problemas que envolvam escoamentos. Nesse caso, a função peso, com valor 1, implica que os fluxos sejam conservados em um elemento (volume), tornando esse método próprio para estudo nesse campo.

Já o Método de Elementos Finitos tem sua aplicação geralmente voltada para problemas estruturais. Nesses problemas, por exemplo, o uso de interpolantes lineares, como funções peso, representam as deflexões da curva da estrutura. Em resistência dos materiais, a estrutura é tradicionalmente tratada assumindo pequenas deflexões, e as deformações podem ser consideradas lineares, assim o uso de funções lineares é condizente fisicamente com o tratamento de problemas estruturais.

O Método de Galerkin, que pode ser encaixado como um tipo de Método dos Elementos Finitos, propõe que as funções adotadas para aproximar uma função $f(x)$ sejam as mesmas que as usadas nas funções penalidade.

A análise da equação (2.14) em elementos finitos, por meio da formulação fraca do Método de Galerkin, será feita a seguir. Os termos serão tratados separadamente, apenas para facilitar a demonstração.

2.2.1 Deslocamentos Transversais

Conforme visto em FERRARI(1998) e REDDY(1993), considerando a formulação em elementos finitos da equação diferencial unidimensional de quarta ordem, ainda da teoria de viga de Euler-Bernoulli,

$$EI \frac{d^4 v(z)}{dz^4} = q(z) \quad (2.15)$$

onde $v(z)$ é a variável dependente e representa o deslocamento transversal à viga ao longo de z , $q(z)$ é o carregamento distribuído, E é o módulo de elasticidade e I o momento de inércia, EI , que representa a rigidez à flexão da viga, é tomada como constante. Na teoria de viga Euler-Bernoulli, é assumido que os planos das seções transversais, perpendiculares ao eixo da viga, permanecem planos e perpendiculares ao eixo depois da deformação.

O domínio da estrutura (comprimento da viga) é dividido em um conjunto de N elementos, cada um tendo dois nós em cada extremo. Para se obter as equações elementares, isola-se um elemento típico e constrói-se a formulação fraca do método de Galerkin no elemento.

A formulação fraca, em problemas em mecânica dos sólidos, pode ser desenvolvida tanto por meio do princípio do trabalho virtual, ou seja, deslocamentos virtuais ou forças virtuais, como por meio da equação diferencial que governa o caso.

Inicialmente, os objetivos principais são a construção da formulação fraca da equação diferencial e a classificação das condições de contorno associadas à equação. A formulação fraca é um método de resíduos ponderados de uma equação diferencial, na qual a diferenciação é distribuída entre a variável dependente e a função penalidade, incluindo ainda as condições naturais do problema.

Movendo-se todas as expressões da equação (2.15) para o lado direito, multiplicando a equação inteira pela função peso, w , e integrando no domínio $\psi=(0,L)$ do problema, tem-se:

$$(2.16) \quad 0 = \int_0^L w \left[EI \frac{d^4 v}{dz^4} - q \right] dz$$

A equação (2.16) representa o resíduo ponderado da equação original (2.15). Quando v é substituído por sua aproximação, a expressão em colchetes não é identicamente igual a zero. Matematicamente, (2.16) é a constatação de que o erro na equação diferencial, devido à aproximação da solução, é zero no sentido do resíduo ponderado.

A formulação fraca fornece duas características desejáveis: a primeira é a necessidade de uma continuidade menor da variável dependente; a segunda é a inclusão das condições de contorno naturais do problema e, portanto, a solução aproximada deve satisfazer, apenas, as condições de contorno essenciais do problema.

Retornando à integral (2.16), integra-se o primeiro termo da equação duas vezes por partes:

$$\begin{aligned}
 &= \int_L^0 \left[EI \frac{d^4 w}{dz^4} - q \right] dz \\
 &= \int_L^0 \left[\frac{dw}{dz} \left(EI \frac{d^3 w}{dz^3} - wq \right) + w \left(EI \frac{d^3 w}{dz^3} - \frac{dw}{dz} \right) \right] dz \\
 &= \int_L^0 \left[EI \frac{d^2 w}{dz^2} \frac{d^2 w}{dz^2} - wq \right] dz + \left[w \left(EI \frac{d^3 w}{dz^3} - \frac{dw}{dz} \right) \right]_L^0
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

Com a integração do primeiro termo, troca-se duas diferenciações com a função peso w , enquanto mantemos duas derivadas da variável dependente v . Em outras palavras, a diferenciação é distribuída igualmente entre as funções peso, w , e variável dependente, v .

A troca, entre a diferenciação da variável dependente e a função peso, é ditada pela necessidade de incluir sentido físico aos termos do contorno na formulação frac, ganhando-se assim nos efeitos da continuidade. A troca de diferenciações, entre as variáveis dependentes e a função peso, não deve ser feita se nos conduzir a termos no contorno sem sentido físico.

Nesse momento, uma necessidade importante é definir os dois tipos de condições de contorno, associadas com qualquer diferenciação: naturais e essenciais. Depois da troca e da diferenciação entre a função e a variável e do exame de todos os termos do contorno da integral, pode-se ver que estes termos envolvem ambos os termos da função peso e da variável dependente. Coeficientes da função peso e suas derivadas, nas expressões do contorno, são denominados de variáveis secundárias. Especificações das variáveis secundárias, no contorno, constituem nas condições de contorno naturais. As variáveis dependentes do problema, expressas na mesma forma do que a função peso que aparece no termo do contorno, são chamadas de variáveis primárias, e sua especificação, no contorno, constitui as condições de contorno essenciais.

Por causa da integração por partes, aparecem duas expressões de contorno, as quais são avaliadas nos dois pontos de contorno, $z=0$ e $z=L$. Examinando-se os termos do contorno, tem-se que as condições de contorno essenciais são a deflexão v e a rotação dv/dz , uma vez que a função peso no termo do contorno aparece na sua forma original w e sua derivada dw/dz . As condições de contorno naturais envolvem a especificações do momento fletor EId^2v/dz^2 e da força cortante EId^3v/dz^3 nos pontos extremos do elemento.

Assim, existem duas condições de contorno essenciais e duas condições de contorno naturais. Portanto, devemos identificar v e dv/dz como variáveis primárias em cada nó, de maneira que as condições de contorno essenciais sejam incluídas na interpolação. As condições de contorno naturais sempre ficam na forma fraca e acabam no lado direito (vetor carregamento) da equação na forma matricial, sendo essas na forma

$$(2.18) \quad \begin{aligned} \bar{Q}_1 &\equiv \left(EI \frac{d^3 v}{dz^3} \right)_0, \bar{Q}_2 = \left(EI \frac{d^2 v}{dz^2} \right)_0 \\ \bar{Q}_3 &\equiv \left(EI \frac{d^3 v}{dz^3} \right)_L, \bar{Q}_4 = \left(EI \frac{d^2 v}{dz^2} \right)_L \end{aligned}$$

onde \bar{Q}_1 e \bar{Q}_3 denotam as forças cortantes, e \bar{Q}_2 e \bar{Q}_4 denotam os momentos fletores. Assim, as quantidades \bar{Q}_i contendo os momentos fletores, $\{\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \bar{Q}_3, \bar{Q}_4\}$, as quais também podem ser denominadas de "forças de momento", são comumente chamadas de forças generalizadas. Os deslocamentos e rotações correspondentes são chamados de deslocamentos generalizados. Com a notação (2.18), a formulação fraca (2.17) é expressa como

$$(2.19) \quad 0 = \int_0^L EI \frac{d^2 w}{dz^2} \frac{d^2 p}{dz^2} dz - wq \left(dz - w(0) \bar{Q}_1 - \left(\frac{dw}{dz} \right)_0 \bar{Q}_2 - w(L) \bar{Q}_3 - \left(\frac{dw}{dz} \right)_L \bar{Q}_4 \right)$$

A aproximação das variáveis primárias, em um elemento, deve satisfazer as propriedades da interpolação, isto é, satisfazer as condições de contorno essenciais do elemento. Apenas por conveniência matemática, adotaremos a notação $\phi = dv/dz$,

$$(2.20) \quad v(0) = v_1, \quad v(L) = v_2, \quad \frac{d\phi(0)}{dz} = \phi_1, \quad \frac{d\phi(L)}{dz} = \phi_2$$

Satisfazendo-se as condições de contorno essenciais (2.20), a aproximação automaticamente satisfaz as condições de continuidade. Portanto, as condições de contorno (2.20) são a base para o procedimento da interpolação.

Como existe um total de quatro condições em um elemento (duas por nó), adotamos um polinômio de terceira ordem que aproxima $v(z)$,

$$(2.21) \quad v(z) = \alpha_1 + \alpha_2 z + \alpha_3 z^2 + \alpha_4 z^3$$

Os coeficientes α_i são obtidos por meio das condições de contorno do problema. Note que na formulação fraca do Método de Galerkin, são necessárias apenas que as condições de contorno essenciais, relacionadas com as derivadas de ordem 0 e 1ª,

$v(z)$ e $\frac{d^p v(z)}{dz^p} = \phi(z)$, sejam satisfeitas. As condições de contorno relacionadas com as

derivadas de 2ª e 3ª ordem, $\frac{d^2 v(z)}{dz^2}$ Momento e $\frac{d^3 v(z)}{dz^3}$ Força Cortante, não

necessitam ser satisfeitas.

A condição de continuidade, existência de derivada não zero de v no elemento, é automaticamente satisfeita. O próximo passo envolve a determinação dos coeficientes α_i . Aplicando as condições de contorno, em (2.21), e escrevendo em forma matricial,

$$(2.22) \quad \begin{bmatrix} v_1 \\ \phi_1 \\ v_2 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix}$$

das suas propriedades, as condições de contorno serão satisfeitas automaticamente.

Conforme dito anteriormente, pode-se notar, na expressão (2.26), que em razão

$$(2.26) \quad \begin{aligned} f_1(0) &= 1, & f_1(L) &= 0 & (i \neq 1) \\ f_2(0) &= 0, & f_2(L) &= 0 & (i \neq 2) \\ f_3(0) &= 1, & f_3(L) &= 0 & (i \neq 3) \\ f_4(0) &= 0, & f_4(L) &= 0 & (i \neq 4) \end{aligned}$$

propriedades:

família de funções interpolantes hermitianas, as quais satisfazem as seguintes propriedades. As funções f_i são da família de curvas produzidas pelos quatro graus de liberdade. A função f_i representa a deflexão da curva dada pela equação (2.21), é obtida pela superposição das funções $f_i, i=1,2,3,4$ são conhecidas como funções de forma. A função, que

$$(2.25) \quad \begin{aligned} f_1(z) &= 1 - 3\left(\frac{L}{z}\right)^2 + 2\left(\frac{L}{z}\right)^3 \\ f_2(z) &= z - 2\left(\frac{L}{z}\right)^2 + \left(\frac{L}{z}\right)^3 \\ f_3(z) &= 3\left(\frac{L}{z}\right)^2 - 2\left(\frac{L}{z}\right)^3 \\ f_4(z) &= -\left(\frac{L}{z}\right)^2 + \left(\frac{L}{z}\right)^3 \end{aligned}$$

onde

$$(2.24) \quad v(z) = f_1(z)v_1 + f_2(z)v_2 + f_3(z)v_3 + f_4(z)v_4$$

Substituindo a solução dos α , da equação (2.23), na equação (2.21) tem-se

$$(2.23) \quad \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{L^3} \begin{bmatrix} L^3 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -3L & L & -L \\ 0 & L & -2L^2 & L \\ L & 0 & 3L & -L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix}$$

Na forma inversa, tem-se

O modelo de Euler-Bernoulli de viga, em elementos finitos, é obtido substituindo-se a interpolação (2.24) em v e as funções de forma f_i na função peso w e na formulação fraça (2.19). Como existem quatro variáveis nodais v_i (v_1, ϕ_1, v_2, ϕ_2), quatro escolhas diferentes são usadas para w , $w=f_1, w=f_2, w=f_3$ e $w=f_4$, obtendo-se um conjunto de quatro equações algébricas. A i -ésima equação algébrica, para o modelo de elementos finitos, é

$$0 = \sum_{j=1}^4 \left(\int_L^0 EI \frac{d^2 f_j}{dz^2} dz \right) v_j - \int_L^0 f_j q dz - \bar{Q}_i \quad (2.27)$$

ou

$$\sum_{j=1}^4 K_{ij} v_j - F_i = 0 \quad (2.28)$$

onde

$$K_{ij} = \int_L^0 EI \frac{d^2 f_i}{dz^2} \frac{d^2 f_j}{dz^2} dz, \quad F_i = \int_L^0 f_i q dz + \bar{Q}_i \quad (2.29)$$

Note que os coeficientes K_{ij} são simétricos $K_{ij}=K_{ji}$. Em notação matricial, pode-se

escrever como

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{Q}_1 \\ \bar{Q}_2 \\ \bar{Q}_3 \\ \bar{Q}_4 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

A equação (2.30) representa o modelo em elementos finitos de (2.15). $[K]$ é a matriz de rigidez e $\{F\}$ é o vetor força do elemento de viga.

Temos então, para o sistema de coordenadas do elemento, a matriz $[K]$ especificada na forma:

$$(2.31) \quad \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & 6L & -12 \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ 6L & -6L & 2L^2 & -4L^2 \\ -12 & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \text{sym}$$

O vetor incógnita $\{v\}$ e o carregamento $\{F\}$ são:

$$(2.32) \quad \begin{Bmatrix} v_1 \\ \phi_1 \\ v_2 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \{v\} \quad \text{e} \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} 6 \\ L \\ \frac{qL}{12} \\ -L \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \end{Bmatrix} \quad (q = \text{constante})$$

onde v e ϕ são os deslocamentos transversais à viga e a rotação respectivamente.

Podem ser verificado que o vetor de forças generalizadas em (2.32) é o equivalente

estático das forças e momentos, nos extremos dos nós de um elemento, devido a um

carregamento uniformemente distribuído.

2.2.2 Deslocamentos Axiais

Para inserir os deslocamentos axiais da viga, representados pelos números 2 e 5

na Figura 2-5 (b), utiliza-se a equação axial que governa um elemento sujeito à tração

$$(2.33) \quad EA \frac{d^2 u(z)}{dz^2} = q$$

onde $u(z)$ representa o deslocamento longitudinal (axial) da viga e EA (rigidez axial) é o

módulo de Young multiplicado pela área transversal da viga. Seguindo o mesmo

procedimento, adotado na equação dos deslocamentos transversais, o domínio da

estrutura é dividido em um conjunto de N elementos. Obtem-se as equações

elementares, isolando-se um elemento típico e aplicando-se a formulação traça do

método de Galerkin.

Movendo-se todas as expressões da equação (2.33) para o lado direito, multiplicando-se a equação inteira pela função peso w e integrando-se no domínio $\psi=(0,L)$ do problema, tem-se

$$(2.34) \quad 0 = \int_L^0 \left[w \left(EA \frac{d^2 n}{dz^2} \right) - wq \right] dz$$

Integrando-se a equação (2.34) uma vez por partes,

$$(2.35) \quad 0 = \int_L^0 \left[\frac{dw}{dz} \left(EA \frac{dn}{dz} \right) - wq \right] dz - w \left[EA \frac{dn}{dz} \right]_L^0 \\ = \int_L^0 \left[\frac{dw}{dz} \left(EA \frac{dn}{dz} \right) - wq \right] dz - w \left[EA \frac{dn}{dz} \right]_{x=0}^{x=L} \\ = \int_L^0 \left[\frac{dw}{dz} \left(EA \frac{dn}{dz} \right) - wq \right] dz - wq \left[EA \frac{dn}{dz} \right]_L^0$$

pode-se adotar uma função de aproximação para o deslocamento axial do tipo linear,

$$(2.36) \quad n(z) = \alpha_1 + \alpha_2 z$$

As condições de contorno essenciais, a serem respeitadas, dizem respeito,

apenas, aos deslocamentos em cada uma das extremidades,

$$(2.37) \quad n(0) = n_1 \quad e \quad n(L) = n_2$$

Na forma matricial,

$$(2.38) \quad \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix}$$

Obtendo-se a forma inversa da equação, de forma a se ter a solução,

$$(2.39) \quad \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{Bmatrix}$$

Substituindo-se as soluções de α da equação (2.39) na equação (2.36), tem-se

$$(2.40) \quad n(z) = f_1(z)n_1 + f_2(z)n_2$$

onde as funções de forma são

$$(2.41) \quad \begin{aligned} f_1(z) &= 1 - \frac{L}{z} \\ f_2(z) &= \frac{L}{z} \end{aligned}$$

Aplicando-se o Método de Galerkin na equação (2.33), de maneira análoga ao procedimento feito para a viga transversal, na da equação (2.27), tem-se, no sistema de coordenadas local, o modelo em elementos finitos da viga sujeita a forças axiais,

$$(2.42) \quad \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

O vetor incógnita $\{u\}$ e o carregamento $\{F_z\}$ são:

$$(2.43) \quad \{u\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad \{F_z\} = \begin{Bmatrix} -\frac{qL}{2} \\ 2 \\ -\frac{qL}{2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix}$$

onde u_z e F_z são o deslocamento e a força axiais respectivamente, atuando nas extremidades do elemento.

2.2.3 Elementos – Viga com Deslocamentos Axiais e Transversais

Combinando-se a matriz unidimensional da barra com deslocamentos axiais (2.42) e a matriz bidimensional da barra fletida (2.31), pode-se compor parte da matriz de rigidez do elemento com os seis graus de liberdade, mostrados na Figura 2-5, resultando em

$$\begin{matrix} \frac{L}{EA} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L^3}{12EI} & \frac{L^2}{6EI} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L^2}{4EI} & \frac{L}{EA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L^2}{6EI} & 0 & \frac{L}{EA} & 0 & 0 \\ \frac{L^3}{12EI} & \frac{L^2}{6EI} & 0 & 0 & \frac{L^3}{12EI} & \frac{L^2}{6EI} \\ \frac{L^2}{6EI} & \frac{L}{EA} & 0 & 0 & \frac{L^2}{6EI} & \frac{L}{EA} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}
 \left\{ \begin{matrix} \frac{L}{4EI} \\ \frac{L^2}{12EI} \\ 0 \\ \frac{L}{2EI} \\ \frac{L^2}{6EI} \\ \frac{L}{4EI} \end{matrix} \right\}
 =
 \left\{ \begin{matrix} \frac{F_{z1}}{M_1} \\ \frac{F_{x1}}{M_1} \\ \frac{F_{z2}}{M_2} \\ \frac{F_{x2}}{M_2} \\ \frac{F_{z1}}{M_2} \\ \frac{F_{x2}}{M_2} \end{matrix} \right\}
 \left\{ \begin{matrix} n_1 \\ v_1 \\ \phi_1 \\ n_2 \\ v_2 \\ \phi_2 \end{matrix} \right\}
 \quad (2.44)$$

A matriz (2.44), acima, é denominada matriz de rigidez elástica elementar. Foi

obtida pela superposição da matriz de rigidez axial e da matriz que representa o modelo

de viga de Euler-Bernoulli. As barras acima das incógnitas, no vetor deslocamento e nos

esforços no vetor força, são apenas para realçar que a matriz se refere ao sistema de

coordenadas local, o qual tem o eixo *z* coincidente com o eixo longitudinal da viga. A

variável *u* denota os deslocamentos axiais à viga, direção do eixo local *z*, *v* denota os

deslocamentos transversais à viga, direção do eixo local *x*, e *φ* a rotação no plano *x,z*.

Em um caso mais geral, o “riser” pode estar inclinado e a matriz (2.44) estar

escrita em um sistema de coordenadas locais com eixos na direção axial e outro

transversal a este.

Poderia-se passar do sistema de coordenadas local para um sistema global,

utilizando-se das seguintes relações:

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{n}}_1 &= n_1 \cos v_1 + v_1 \sin v_1 \phi_1 \\
 \underline{\underline{v}}_1 &= n_1 \sin v_1 + v_1 \cos v_1 \phi_1 \\
 \underline{\underline{\phi}}_1 &= \phi_1
 \end{aligned} \quad (2.45)$$

onde *β* representaria o ângulo formado entre o eixo global *Z* com o eixo local *z*, medido

no sentido horário positivo.

Em nenhum caso, estudado neste trabalho, o "riser" apresentará uma inclinação. Então, os eixos de coordenadas locais e globais coincidem, ou seja, $\beta=0$. Assim, apenas para simplificar o entendimento, essa transformação não será feita. Nesse caso específico do "riser" vertical, as matrizes são as mesmas. Sendo assim, n representa os deslocamentos verticais e v os deslocamentos horizontais. As matrizes escritas nas coordenadas globais podem ser encontradas em FERRARI (1998).

Para encontrar a matriz, referente ao termo do carregamento axial, na viga em flexão $-(T + p_0 A_0 + p_1 A_1) \frac{d^2 v(z)}{dz^2}$, equação (2.14), será aplicada a mesma metodologia usada anteriormente nos casos transversal e axial. Assumindo uma função que aproxima o termo $\frac{d^2 v(z)}{dz^2}$, encontrando as funções de forma, aplicando o Método de Galerkin,

integrando por partes uma vez a relação $\langle R, w \rangle$, sendo R igual a

$$-(T + p_0 A_0 + p_1 A_1) \frac{d^2 v(z)}{dz^2}, \text{ temos o resultado:}$$

$$(2.46) \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{5}{6} & \frac{L}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{6} & \frac{L}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{L}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ v_1 \\ \phi_1 \\ n_1 \\ \phi_2 \\ v_2 \\ \phi_2 \\ n_2 \\ \phi_2 \\ v_2 \\ \phi_2 \\ n_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} (T + p_0 A_0 + p_1 A_1) \\ L \\ \text{sym} \\ 15 \\ 2L^2 \\ 10 \\ 30 \\ -L^2 \\ 10 \\ L \\ 15 \\ 2L^2 \\ 10 \\ -L \\ 10 \\ 2L^2 \\ 15 \end{matrix}$$

A matriz acima (2.46) é chamada de matriz de rigidez geométrica elementar, $[KG(d)]$, e é função da força axial no elemento. d são os deslocamentos e as rotações do "riser".

A matriz (2.46) é função da solução, por causa da tração elementar T . T é a

tração atuando na direção do eixo do elemento. A tração no eixo vertical "z" pode ser

calculada subtraindo-se a tração no topo do peso próprio da estrutura.

$$T_z(z) = T_{top} - \gamma^s A^s (z_{top} - z) \tag{2.47}$$

onde $T_z(z)$ é a tração na direção do eixo "z", T_{top} é a tração no topo do "riser", z_{top} é a

coordenada vertical do topo do "riser" e z é a coordenada vertical, positiva para cima e

com origem no extremo inferior.

Para se encontrar a tração elementar T , deve-se projetar $T_z(z)$ na direção do eixo

do elemento. Para isso, é necessário utilizar a rotação ϕ , que é uma das incógnitas do

problema. A figura abaixo ilustra essa projeção.

$$T = \frac{T_z(z)}{\cos \phi} \tag{2.48}$$

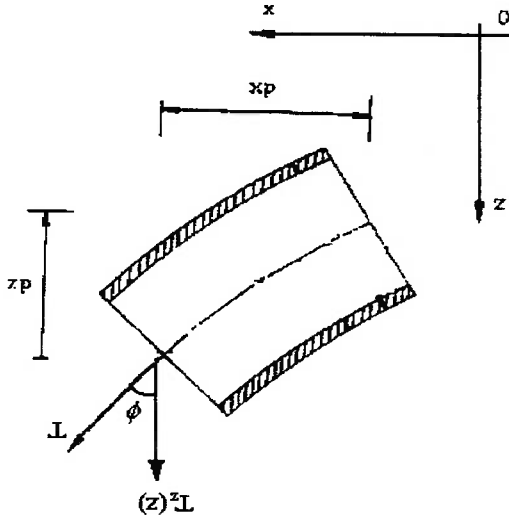


Figura 2-6 – Tração no eixo do elemento.

Para PATEL e WITZ (1991), a consideração da dependência da tração elementar

com a solução do problema, embora adicione uma complexidade numérica, permite que

o modelo seja utilizado com validade maior em casos em que os deslocamentos sejam

maiores e os comportamentos de origem não linear sejam também captados.

Segundo Patel e Witz e FERRARI (1998), a matriz de rigidez geométrica no

caso de "risers" curtos pode ser negligenciada, sem a introdução de erros significantes.

Porém, a importância cresce à medida que o comprimento aumenta.

Combinando a equação (2.44) com a equação (2.46), obtêm-se a equação básica

que governa um "riser" rígido vertical:

$$([KE] + [KG(d)])\{d\} = \{F\} \quad (2.49)$$

onde $[KE]$ é a matriz de rigidez elástica global e é montada a partir da união de matrizes

de rigidez de cada elemento.

$[KG(d)]$ é a matriz de rigidez geométrica global e é dada pela soma das matrizes

de rigidez geométricas de cada elemento.

$\{d\}$ é o vetor deslocamento (incôgnita), que é dado por duas translações (u e v) e

uma rotação (ϕ) para cada nó.

$\{F\}$ é o vetor força generalizado, dado na forma

$$(2.50) \quad \begin{Bmatrix} F_{z1} \\ F_{x1} \\ M_1 \\ F_{z2} \\ F_{x2} \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -wL/2 \\ qL/2 \\ qL^2/12 \\ -wL/2 \\ qL/2 \\ -qL^2/12 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \bar{O}_{z1} \\ \bar{O}_{x1} \\ \bar{O}_{M1} \\ \bar{O}_{z2} \\ \bar{O}_{x2} \\ \bar{O}_{M2} \end{Bmatrix}$$

onde $w(\gamma_s A_s)$ é definido como o peso de aço por unidade de comprimento em ar.

A variável q é o carregamento distribuído, devido às forças hidrodinâmicas e ao

carregamento lateral efetivo vindo do termo $(\gamma_s A_s + \gamma'_s A'_s - \gamma_o A_o) \frac{dz}{dx}$, na equação (2.14).

A variável x , nessa equação, é equivalente a v na matriz (2.44). A equação pode ser entendida como sendo $(\gamma^s A_s + \gamma^i A_i - \gamma^o A_o) \frac{dv(z)}{dz}$. O termo q é da seguinte forma:

$$q = \frac{1}{2} C_d \rho D U_\infty^2 + (\gamma^s A_s + \gamma^i A_i - \gamma^o A_o) \frac{dv(z)}{dz} \quad (2.51)$$

C_d é o coeficiente de arrasto, ρ densidade do fluido, D diâmetro e U_∞ velocidade do escoamento ao longe.

O Método de Galerkin também poderia ser aplicado no termo $(\gamma^s A_s + \gamma^i A_i - \gamma^o A_o) \frac{dv(z)}{dz}$, o que nos forneceria mais uma matriz. Porém, conforme

PATEL e WITZ (1991) e FERRARI (1998), em uma primeira análise, o termo $(\gamma^s A_s + \gamma^i A_i - \gamma^o A_o) \frac{dv(z)}{dz}$ pode ser tomado como sendo de carregamento, sendo que

$\frac{dv(z)}{dz}$ pode ser assumido tendo valor inicial da configuração não deformada do "riser".

A Figura 2-7 mostra um "riser" inclinado em sua posição neutra, não deformada.

O valor adotado de $\frac{dv(z)}{dz}$ seria:

$$\frac{dv(z)}{\Delta x} = \frac{L}{L} \quad (2.52)$$

A construção da equação da viga é feita por meio da superposição das matrizes elementares. Deve-se levar em conta que existem três graus de liberdade em cada nó e que a superposição dos elementos é baseada em dois aspectos: (a) continuidade entre

2.2.4 Construção das Equações com vários Elementos

igual a zero, ou seja, no "riser" vertical o termo do peso foi considerado.

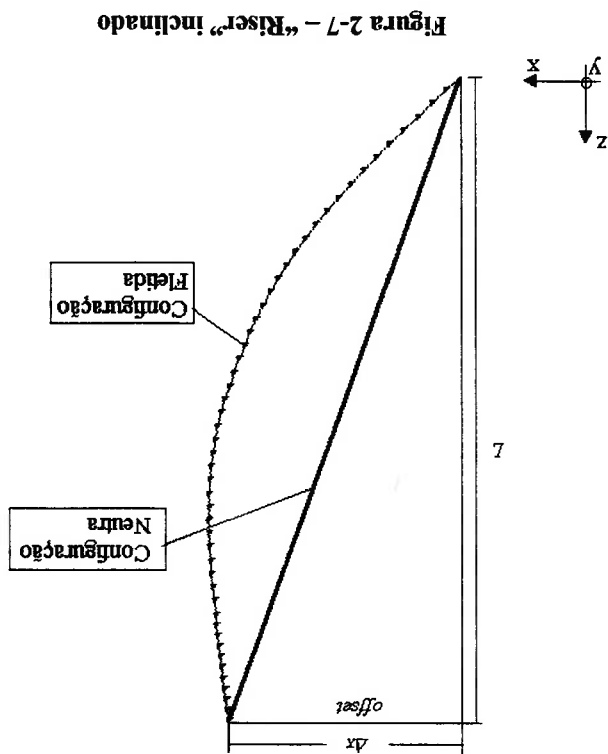
ângulo que a estrutura faz com a vertical. No caso específico do "riser" vertical $\frac{dv(z)}{dz}$ é

configuração neutra. No caso de um "riser" levemente inclinado $\frac{dv(z)}{dz}$ é igual ao

processo iterativo da solução do sistema. Esse é tomado como tendo, sempre, o valor da

em FERRARI (1998). Porém, a rotação $\frac{dv(z)}{dz}$, para o termo do peso, não entra no

Para resolver o sistema (2.49), é necessário um processo iterativo, como descrito



elementos das variáveis primárias (deslocamentos e rotações) e (b) equilíbrio entre elementos das variáveis secundárias. Apenas para ilustrar o procedimento, vamos selecionar um modelo com dois elementos. São, portanto, 3 nós e 9 deslocamentos generalizados no problema. Como pode ser visto na Figura 2-8 abaixo.

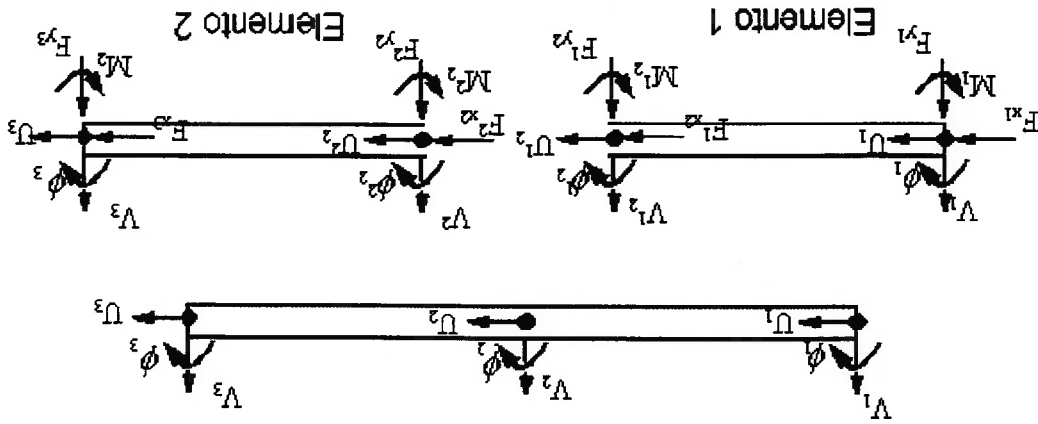


Figura 2-8 – Construção da Matriz da Viga, União das Matrizes Elementares

A condição (a), que garante a continuidade das variáveis primárias, implica que os deslocamentos horizontal e vertical (U, V) e a rotação (ϕ) na região entre os nós sejam os mesmos, em outras palavras,

$$(2.53) \quad U_1^2 = U_2^2, \quad V_1^2 = V_2^2, \quad \theta_1^2 = \theta_2^2$$

os deslocamentos e rotações no extremo direito (subscrito 2) do elemento 1 (subscrito 1) devem ser iguais aos deslocamentos e rotações do extremo esquerdo (subscrito 2) do elemento 2 (subscrito 2).

A condição (b) indica o equilíbrio das forças generalizadas na região entre os nós, conectando os elementos 1 e 2. Isso significa que as parcelas das forças nos contornos, advindas da integração por partes, na aplicação do método de Galerkin, anulam-se quando não existe um esforço concentrado no ponto. Essas forças são representadas pela letra Q , nas equações (2.32), (2.43) e (2.50).

Essas forças são parcelas dos termos representados pelos símbolos F e M (forças axiais-x e transversais-y e momentos), na Figura 2-8. Uma outra forma de se observar isso é encarar essas forças como forças internas da viga. Portanto, quando se divide a viga em elementos e se constrói a matriz da viga, elas se anulam de cada lado, pois têm mesma magnitude e sinal contrário.

Dessa forma, a matriz, que representa a rigidez da estrutura toda, pode ser montada a partir da soma das matrizes elementares. O processo de solução para encontrar a configuração estática da estrutura é mostrado a seguir.

2.3 Resolução e Validação do Modelo Estático

Para resolver a equação da viga (2.49), adota-se um método iterativo. Iterações são um refinamento a mais para que se calcule os deslocamentos estáticos de forma precisa. Além disso, o termo da tração na matriz de rigidez geométrica depende das deformações sofridas pelo "riser".

Basicamente, os procedimentos iterativos consistem em: inicialmente calcular a força atuante em uma configuração neutra, onde se tenha a matriz de rigidez e , a seguir, encontrar a solução dos deslocamentos e recalcular a matriz de rigidez, repetindo esse processo até que se encontre o equilíbrio.

O método utilizado neste trabalho para encontrar a configuração estática da

estrutura é chamado de "secant stiffness" (DESAI e ABEL(1972) apud

FERRARI(1998)). Seus passos podem ser esquematizados conforme mostrado abaixo:

Equação geral: $([KE] + [KG(d)])\{d\} = \{F\}$

$$1) [KE]\{d_1\} = \{F\} \Rightarrow \{d_1\}$$

$$2) \{d_1\} \Rightarrow [KG(d_1)]$$

$$3) ([KE] + [KG(d_1)])\{\Delta d_1\} = \{F\} \Rightarrow \{\Delta d_1\}$$

onde $\{\Delta F_1\} \rightarrow$ vetor de forças desbalanceado $\Rightarrow \{F\} - ([KE] + [KG(d_1)])\{d_1\}$

$$4) \{d_2\} = \{d_1\} + \{\Delta d_1\} \Rightarrow [KG(d_2)]$$

$$5) ([KE] + [KG(d_2)])\{\Delta d_2\} = \{F\} \Rightarrow \{\Delta d_2\}$$

$$\text{Se } |\Delta F_1| \leq \varepsilon \Rightarrow \text{equilíbrio e solução} \equiv \{d_{i+1}\} = \{d_i\} + \{\Delta d_i\}$$

Inicialmente, calcula-se a matriz de rigidez elástica $[KE]$ e o vetor de força $\{F\}$,

a seguir, encontra-se o deslocamento d_1 . Com d_1 , calcula-se a matriz de rigidez

geométrica $[KG(d_1)]$. O termo d_1 só influencia no termo da tração no elemento T . Soma-

se a matriz de rigidez elástica e geométrica e calcula-se do vetor de forças

desbalanceado $\{F\} - [KE + KG(d_1)]\{d_1\}$. Encontra-se a diferença de deslocamento Δd_1 ,

recalcula-se o deslocamento, tal que $d_2 = d_1 + \Delta d_1$, e itera-se até que se encontre a

convergência.

Para se calcular $\{F\}$, é necessário arbitrar um coeficiente de arrasto C_d , da

equação (2.51), que foi aproximado como sendo constante ao longo das iterações. O

termo de $\frac{dv(z)}{dz}$, também em (2.51), foi considerado como tendo o valor da

configuração neutra, no caso do "riser" vertical é zero. $\{F_i\}$, portanto, permanece

constante nas iterações.

Vale comentar que $\frac{dv(z)}{dz}$ é igual ao $sen\phi$, sendo ϕ o ângulo entre uma vertical e o

eixo do elemento da estrutura, e que devido à hipótese de pequenas oscilações, esse foi

aproximado como tendo o valor inicial da configuração neutra, não levando em conta as

suas variações durante as iterações. Porém, no termo da tensão T , como mostrado na

equação (2.48), é necessário projetar a tensão vertical T_z na direção do eixo do

elemento, utilizando-se do $cos\phi$. Nesse caso, o $cos\phi$ não foi considerado constante

durante as iterações.

A mesma hipótese de oscilações pequenas poderia ter sido usada no termo da

tensão T e este permaneceria também constante nas iterações. O que, também, não

afetaria significativamente os resultados finais. Essa abordagem foi considerada, por ter

sido usada na referência que serviu de base para esse modelo, FERRARI (1998). A

construção de um modelo numérico, utilizando-se as mesmas considerações, facilitou na

implementação numérica do código computacional. Considerar a variação de ϕ , no

termo da tensão, T , durante as iterações trouxe um refinamento a mais na solução.

De qualquer forma, embora considerar o termo da tensão variando não tenha

trazido nenhum aprimoramento significativo, em termo de resultados finais, a discussão

em torno deste, trouxe uma melhor compreensão do problema.

As condições de contorno utilizadas na resolução do sistema estático são: o

primeiro nó do "riser", localizado na base do mesmo e junto ao leito do oceano, com

suas translações fixadas, podendo apenas adquirir rotação, como se fosse uma junta; o último nó da viga, que está conectado com a plataforma, nesse caso, apenas o grau de translação na direção do escoamento é fixo, o nó pode mover-se verticalmente e adquirir rotação.

Uma primeira validação é comparar o resultado do código computacional aqui desenvolvido, com a solução analítica de viga vertical sem peso. Nessa comparação, ficou estabelecido também que o “riser” não possuia translações longitudinais ou transversais no nó, no extremo inferior, leito do oceano, e que também não apresenta deslocamento transversal no nó superior. Essa análise, além de confirmar o procedimento computacional, ajuda também a dar uma idéia de grandeza do número de elementos que são necessários para uma certa precisão.

Então, prosseguindo com a solução analítica, iremos partir da equação (2.14) que governa um “riser” rígido, repetida abaixo:

$$\frac{d^2}{dx} \left[EI \frac{d^2 x}{dz^2} \right] - (T + p_o A_o - p_i A_i) \frac{d^2 x}{dz^2} = N + (\gamma_s A_s - \gamma_o A_o + \gamma_i A_i) \frac{dx}{dz}$$

As hipóteses são:

1) Viga sem peso,

$$(2.54) \quad (\gamma_o A_o - \gamma_i A_i - \gamma_s A_s) = 0$$

2) tração constante,

$$(2.55) \quad (T + p_o A_o - p_i A_i) = T = \text{constante}$$

3) diâmetro e propriedades constantes ao longo do “riser”,

$$(2.56) \quad EI = \text{constante}$$

4) carregamento atuante constante,

$$(2.57) \quad N = \text{constante}$$

A equação, de um "riser" sem peso, fica simplificada da seguinte forma:

$$(2.58) \quad \frac{d^4 x}{dx^4} - \frac{EI}{N} \left(\frac{d^2 x}{dx^2} \right) = \frac{EI}{N}$$

A solução da equação (2.58), acima, pode ser obtida integrando a equação duas

vezes, gerando uma equação diferencial de segunda ordem. A solução, para esse

problema, é dada pela soma da solução homogênea com uma solução particular. Como

visto em FERRARI(1998), a solução possui esta a forma:

$$(2.59) \quad x = \frac{EI n^4}{N} \left(\frac{e^{nz} - 1}{e^{nz} - 1} \right) + \frac{EI n^4}{N} \left(1 - \left(\frac{e^{nz} - 1}{e^{nz} - 1} \right) \right) + \frac{EI n^4}{N} + \frac{2EI n^2}{Nz(L-z)}$$

Deslocamento para uma viga vertical sem peso, sujeita a um carregamento N constante,

$$\text{onde } n^2 = \frac{EI}{T}$$

Supondo que as rotações são pequenas e que as propriedades do material da viga variam

linearmente, pode-se derivar a equação (2.59) e encontrar as expressões para a rotação,

força cortante e momento fletor:

$$(2.60) \quad \text{Rotação} = \frac{dx}{dz} = \frac{EI n^3}{N} \left(\frac{e^{nz} - 1}{e^{nz} - 1} \right) - \frac{EI n^3}{N} \left(1 - \left(\frac{e^{nz} - 1}{e^{nz} - 1} \right) \right) + \frac{2EI n^2}{Nz} - \frac{EI n^2}{Nz}$$

$$(2.61) \quad \text{Momento} = EI \frac{d^2 x}{dz^2} = \frac{EI n^2}{N} \left(\frac{e^{nz} - 1}{e^{nz} - 1} \right) + \frac{EI n^2}{N} \left(1 - \left(\frac{e^{nz} - 1}{e^{nz} - 1} \right) \right) - \frac{EI n^2}{N}$$

$$(2.62) \quad \text{Força cortante} = -EI \frac{d^3 x}{dz^3} = -\frac{EI n}{N} \left(\frac{e^{nz} - 1}{e^{nz} - 1} \right) + \frac{EI n}{N} \left(1 - \left(\frac{e^{nz} - 1}{e^{nz} - 1} \right) \right) + \frac{EI n}{N}$$

2.3.1 Comparação de Resultados Numéricos e Teóricos

Para esta comparação, foram repetidos os casos mostrados em FERRARI(1998). Os resultados obtidos com o código computacional atual são praticamente idênticos aos apresentados na referência. Os resultados obtidos aqui comprovaram a boa concordância entre a solução estática do modelo numérico e a solução teórica. Os dados do caso teste são mostrados abaixo:

Comprimento da viga vertical sem peso - L:	100 m
Diâmetro externo - D_{ex} :	0.5 m
Diâmetro interno - D_{in} :	0.4 m
Tração no topo - T:	500 kN (tração)
Módulo de Young - E:	64.000.000 kN/m ²
Momento de inércia - I:	$1.811 \times 10^{-3} \text{ m}^4$
$n = \sqrt{\frac{T}{EI}} = 6.5675 \times 10^{-2}$	
Velocidade da corrente constante - U:	1.0 m/s
Densidade do fluido externo - ρ :	1025 kg/m ³
Coefficiente de arrasto - C_d :	0.7
Carregamento na direção do escoamento - N:	0.179 kN/m

Na construção da Tabela 2-1, foi utilizado um modelo com 10 elementos e, feitos também simulações com mais elementos, porém não foi observada nenhuma diferença significativa nos resultados.

Vale a pena lembrar que a teoria usada para a construção do modelo mostrado assume a hipótese de pequenos deslocamentos e de pequenas rotações da viga. Respeitando essa hipótese, podemos concluir que a modelagem em elementos finitos nos fornece resultados com boa precisão quando comparado aos resultados teóricos.

Tabela 2-1 – Comparação de resultados teóricos e numéricos

Distância do leito do oceano (m)	Resultado Numérico		Resultado Teórico	
	Deslocamento in-line (m)	rotação (rad)	Deslocamento in-line (m)	rotação (rad)
0	0.000000	0.012490	0.000000	0.012490
10	0.121556	0.011536	0.12156	0.01154
20	0.226591	0.009324	0.22659	0.00932
30	0.305929	0.006469	0.30593	0.00647
40	0.354944	0.003299	0.35494	0.00330
50	0.371489	0.000000	0.37149	0.00000
60	0.354944	-0.003299	0.35494	-0.00330
70	0.305929	-0.006469	0.30593	-0.00647
80	0.226591	-0.009324	0.22659	-0.00932
90	0.121556	-0.011536	0.12156	-0.01154
100	0.000000	-0.012490	0.000000	-0.01249

3. Modelo Dinâmico

A equação diferencial que governa o movimento de um sistema com muitos graus de liberdade pode ser escrita como:

$$[M]\{\ddot{d}\} + [B]\{\dot{d}\} + [K]\{d\} = \{F\} \quad (3.1)$$

onde $[M]$ é a matriz de massa, $[B]$ matriz de amortecimento, $[K]$ matriz de rigidez, $\{d\}$, $\{\dot{d}\}$ e $\{\ddot{d}\}$ são os vetores referentes aos termos da aceleração, da velocidade e do deslocamento respectivamente e $\{F\}$ o vetor força.

No modelo estático, a matriz de rigidez foi obtida na forma consistente. Nesse modelo dinâmico, as matrizes utilizadas serão construídas na forma concentrada. Nessa aproximação concentrada, serão considerados, apenas, os graus de liberdades horizontais, na direção do escoamento e transversal ao escoamento, ou seja, os graus de liberdade verticais e rotações serão eliminados.

Embora o uso de uma matriz consistente nos leve a uma melhor precisão, acredita-se que essa melhora seja pequena. Portanto, a formulação concentrada foi escolhida para a análise dinâmica, principalmente por esta ser mais simples de ser aplicada e implicar o envolvimento de um menor número de graus de liberdade, obtendo uma definição mais simples para o elemento.

Esse tipo de formulação também é utilizado nos trabalhos de PATEL e WITZ (1991) e FERRARI (1998). Ferrari destaca, também, a economia computacional utilizando a abordagem concentrada.

Vale a pena comentar que a formulação concentrada aplica-se muito bem ao problema aqui estudado, isto porque o cálculo das forças hidrodinâmicas se dá por meio

de faixas bidimensionais de escoamento, portanto, forças verticais não têm como serem

calculadas.

Como dito no início do capítulo anterior, é necessário montar dois sistemas

independentes, do tipo da equação (3.1), para calcular os deslocamentos na direção do

escoamento (direção "x") e transversal ao escoamento (direção "y"). A ligação entre

esses dois sistemas se dá, apenas, pelo fluido. Então, são montados um sistema em "x" e

outro em "y":

$$[M_x] \ddot{x} + [B_x] \dot{x} + [K_x] x = \{F_x\} \quad (3.2)$$

$$[M_y] \ddot{y} + [B_y] \dot{y} + [K_y] y = \{F_y\} \quad (3.3)$$

Na análise dinâmica, as matrizes das equações (3.2) e (3.3) são constantes

durante toda a simulação. \ddot{x} , \dot{x} e x são a aceleração, a velocidade e o deslocamento

dos nós, na direção do escoamento respectivamente. \ddot{y} , \dot{y} e y são a aceleração,

velocidade e o deslocamento dos nós, na direção transversal ao escoamento,

respectivamente. $\{F_x\}$ e $\{F_y\}$ são as forças hidrodinâmicas, as quais serão explicadas

posteriormente, fornecidas por meio do modelo hidrodinâmico numérico.

A matriz de massa concentrada será calculada assumindo-se a massa do

elemento concentrada nos nós deste. A matriz de rigidez é construída baseando-se na

matriz de rigidez consistente, obtida no capítulo anterior, isolando-se o grau de

liberdade horizontal dos demais. Lembrando que, na direção do escoamento, a matriz de

rigidez representará um "riser" flutuante. O estudo das vibrações se dará em torno dessa

configuração média. Na direção transversal ao escoamento, as vibrações são estudadas

em torno da configuração neutra.

A matriz de amortecimento é obtida considerando-se o sistema como um todo. Ela é construída pelo método de amortecimento proporcional de Rayleigh. A seguir, serão mostrados, mais detalhadamente, quais são os métodos utilizados nas construções das matrizes de massa, amortecimento e rigidez, bem como o sistema dinâmico é resolvido no domínio do tempo.

3.1 Matriz de Massa

A formulação da matriz de massa, de um elemento de uma viga, pode ser feita tanto de uma maneira consistente, como de maneira concentrada (“lumped”). A formulação consistente seguiria a mesma metodologia para encontrar a matriz de rigidez global, feita anteriormente. Seria usada a técnica de elementos finitos e a matriz de massa seria computada utilizando-se as mesmas funções de forma usadas para derivar a matriz de rigidez. O acoplamento entre termos fora da diagonal existiria, e todos os graus de liberdade, referentes à rotação e às translações, seriam considerados.

A matriz de massa consistente poderia ser obtida por meio da aplicação do Método de Galerkin nos termos de aceleração das equações que regem o fenômeno. As equações do movimento poderiam ser encontradas por meio da segunda lei de Newton, aplicada em um elemento de viga vertical de massa Δm (FERRARI(1998)), com a seguinte forma:

Para os deslocamentos transversais e rotações,

$$EI(z) \left(\frac{d^4 v}{dz^4} - T(z) \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = N(z, t) \quad (3.4)$$

Para os deslocamentos axiais,

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + q(z,t) \quad (3.5)$$

note que as equações (3.4) e (3.5), a menos dos termos relativos à segunda derivada no tempo, são idênticas às equações transversal e axial estáticas.

Uma formulação alternativa, para formar a matriz de massa, é utilizar uma aproximação concentrada. Nesse caso, assume-se que a massa inteira está concentrada nos nós e somente os graus de liberdade translacionais são definidos. Nesse tipo de sistema, a matriz de massa tem a forma diagonal. Termos fora da diagonal desaparecem, uma vez que a aceleração da massa, de qualquer ponto nodal, produz somente uma força de inércia naquele ponto.

A matriz de massa concentrada, para cada elemento, é obtida concentrando-se metade da massa total, material do "riser" e fluidos internos, em cada extremo do elemento, ficando da seguinte forma,

$$(3.6) \quad \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\rho_s A_s + \rho_i A_i) L & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(\rho_s A_s + \rho_i A_i) L \end{bmatrix}$$

onde ρ_s é a densidade do aço, A_s é a área transversal da parede do "riser", ρ_i é a densidade do fluido interno e A_i a área transversal somente do furo interno.

A matriz de massa total da estrutura é montada a partir da superposição das matrizes de massa elementares, matriz (3.6), a qual multiplica o vetor de acelerações dos nós do elemento, equações (3.2) e (3.3).

Na aproximação concentrada, todos os graus de liberdade, referentes ao

deslocamento vertical e à rotação, precisam ser eliminados da matriz de rigidez global.

Realizando-se esse procedimento, tem-se uma redução substancial no armazenamento

de dados e no tempo de simulação na análise dinâmica. A matriz de rigidez concentrada

pode ser obtida separando-se os graus de liberdade horizontais das outras variáveis. A

equação de força pode ser particionada da seguinte forma:

$$(3.7) \quad \begin{bmatrix} K_{HH} & K_{HV} \\ K_{VH} & K_{VV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_H \\ D_V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_H \\ F_V \end{bmatrix}$$

onde os subscritos H , V e R denotam os graus de liberdade horizontais, verticais e de rotação respectivamente. Por exemplo, K_{HH} representa os elementos da matriz de rigidez

consistente que multiplicam os graus de liberdade horizontais.

Desprezando-se as contribuições das forças verticais e os momentos, tem-se

$$(3.8) \quad \begin{bmatrix} K_{HH} & K_{HV} \\ K_{VH} & K_{VV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_H \\ D_V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_H \\ 0 \end{bmatrix}$$

Da equação (3.8) pode-se obter

$$(3.9) \quad [K_{VH}] \{D_H\} + [K_{VV}] \{D_V\} = 0$$

$$(3.10) \quad \{D_V\} = -[K_{VH}]^{-1} [K_{VV}] \{D_H\}$$

$$(3.11) \quad [K_{HH}] \{D_H\} + [K_{HV}] \{D_V\} = \{F_H\}$$

$$(3.12) \quad \underbrace{[K_{HH}] - [K_{HV}] [K_{VV}]^{-1} [K_{VH}]}_{[K_{HH}^{cond}]} \{D_H\} = \{F_H\}$$

Portanto, a matriz de rigidez condensada ou reduzida, utilizada na equação

dinâmica (3.1), é dada por:

$$[K]_{umped} = [K]_{HH} - [K]_{HVR} \mathbf{I} [K]_{VRV}^{-1} [K]_{HVR} \quad (3.13)$$

$[K]_{umped}$ é a matriz de rigidez concentrada.

A matriz de rigidez concentrada foi derivada da matriz de rigidez consistente, obtida no capítulo 2. A matriz (3.13) será a de rigidez $[K]$ das equações (3.2) e (3.3), utilizadas na resolução dinâmica da estrutura no domínio do tempo. Nessa situação, diferentemente do modelo estático, onde se resolviam os graus de liberdade verticais e rotacionais juntamente com os horizontais, apenas os graus de liberdade horizontais são encontrados.

No caso da matriz de rigidez na direção do escoamento, equação (3.2), utiliza-se como base a matriz na sua configuração já deformada, uma vez que a matriz de rigidez concentrada permanece constante ao longo de toda simulação. A matriz de uma configuração, já deformada, aproxima-se mais de uma configuração média da estrutura, no estudo das vibrações.

Na caso da matriz de rigidez, na direção transversal ao escoamento, equação (3.3), a configuração média em torno da qual se dá as vibrações é a posição neutra da estrutura. É válido observar ainda que a resolução de um sistema estático, utilizando-se a matriz de rigidez concentrada (3.13), fornece-nos uma solução idêntica à solução estática, utilizando-se a matriz de rigidez consistente, mostrada no capítulo 2, com as forças verticais e momentos (rotação) nulos.

A respeito do modelo estrutural, falta ainda o termo referente ao amortecimento estrutural da equação (3.1), denotado por $[B]$, que será mostrado a seguir.

3.3 Matriz de Amortecimento Estrutural

O amortecimento estrutural é resultado da dissipação de energia na estrutura, devido aos próprios componentes estruturais, por exemplo, o atrito das juntas do "riser" ou ao amortecimento interno do material que constitui a estrutura. Note que o amortecimento viscoso, originado da viscosidade do fluido ao redor do "riser", não é contabilizado nessa matriz.

A matriz de amortecimento pode ser obtida da forma consistente em um procedimento análogo ao usado na matriz de rigidez consistente, mostrado no capítulo 2. Porém, como visto em CRAIG(1981), PATEL e WITZ(1991) e FERRARI(1998), a tarefa de definir as propriedades de amortecimento do material, juntamente com a definição do atrito na juntas, que conectam o "riser", é extremamente difícil e imprecisa, preferindo-se, então, definir o amortecimento estrutural de uma forma global, considerando o sistema como um todo, ao invés da soma de propriedades de elementos individuais.

Uma maneira para definir a matriz de amortecimento do sistema é aplicar o método de amortecimento proporcional, chamado de "amortecimento de Rayleigh", que define o amortecimento como

$$[B] = a_0[M] + a_1[K] \quad (3.14)$$

As constantes a_0 e a_1 podem ser escolhidas de forma a produzir o efeito do amortecimento de dois modos de vibrar predominantes, desde que estejam definidos os seus fatores de amortecimento. A matriz de amortecimento é escrita como uma soma da matriz de massa, $[M]$, e de rigidez, $[K]$, ponderada pelas constantes a_0 e a_1 .

Seja (ω_r, ϕ_r) a frequência natural e o autovalor correspondentes a um modo r ,

respectivamente, de tal forma que se tenha

$$([K] - \omega_r^2 [M])\phi_r = 0 \quad r = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.15)$$

onde N é o número de modos de vibrar.

Baseado nas propriedades de ortogonalidade dos modos naturais de vibrar,

tem-se

$$\begin{aligned} \phi_r^T [M] \phi_s &= \bar{M}_r \delta_{rs} \\ \phi_r^T [K] \phi_s &= \omega_r^2 \bar{M}_r \delta_{rs} \end{aligned} \quad (3.16)$$

onde \bar{M}_r é a massa modal do modo r , definida como $\bar{M}_r = \phi_r^T [M] \phi_r$, o sobrescrito T

denota a transposta da matriz e δ_{rs} é o Delta de Kronecker que possui a seguinte

$$\text{propriedade } \delta_{rs} = \begin{cases} \delta_{rs} = 1 & \text{se } r = s \\ \delta_{rs} = 0 & \text{se } r \neq s \end{cases}$$

Pela equação (3.14) o amortecimento de Rayleigh é definido como

$$\phi_r^T [B] \phi_r = (a_0 + a_1 \omega_r^2) \bar{M}_r \delta_{rs} \quad (3.17)$$

De maneira análoga à matriz de massa modal, podemos definir a matriz de

amortecimento modal,

$$\bar{B}_r = \phi_r^T [B] \phi_r \quad (3.18)$$

e de maneira análoga à definição do fator de amortecimento, para um sistema com um

único grau de liberdade,

$$\zeta = \frac{2m\omega_n}{b} \quad (3.19)$$

onde ζ é o fator de amortecimento, m a massa, b o amortecimento e ω_n a frequência natural do sistema com um grau de liberdade, podemos obter a seguinte relação do amortecimento para o sistema com múltiplos graus de liberdade,

$$\bar{B}_r = \phi_r^T [B] \phi_r = 2\bar{M}_r \omega_r \zeta_r \quad (3.20)$$

onde \bar{B}_r é a matriz de amortecimento modal do modo r e ζ_r é o fator de amortecimento modal correspondente ao modo.

Então, pode-se construir um sistema com os fatores de amortecimentos, igualando o lado direito da equação (3.17) com o lado direito da expressão (3.20), o que

nos fornece

$$\zeta_r = \frac{1}{2} \left(\frac{a_0}{\omega_r} + a_1 \omega_r \right) \quad (3.21)$$

Assim, torna-se direto construir a matriz de amortecimento de Rayleigh, uma

vez definido dois modos principais em que a estrutura vibra. Dados os modos, seus respectivos fatores de amortecimento ζ_r e calculando suas frequências naturais ω_r ,

pode-se encontrar os coeficientes a_0 e a_1 . A desvantagem desse método, de obtenção da matriz de amortecimento estrutural, reside claramente na impossibilidade de definir o amortecimento para todos os modos de interesse. Fica-se restrito a dois modos

principais.

Note que, para se construir a matriz de amortecimento estrutural, utilizando-se o método descrito anteriormente, é necessário que se saiba previamente as frequências naturais dos dois modos de vibrar de interesse, modos dominantes, para tanto é necessário uma análise de autovalores.

Essa análise pode ser feita, numericamente, pelas matrizes de rigidez e de massa, ambas na forma consistente. Seguindo a maneira tradicional para solucionar o problema de autovalores, ter-se-ia a equação do movimento,

$$(3.22) \quad [M]\{\ddot{d}\} + [K]\{d\} = \{0\}$$

A equação (3.22) é a de movimento para um sistema de múltiplos graus de liberdade, sem amortecimento e com oscilação livre. Sua solução usual é uma forma harmônica do tipo

$$(3.23) \quad \{d\} = \{d_0\} \cos(\omega t - \alpha)$$

onde $\{d_0\}$ é o vetor correspondente aos deslocamentos iniciais, ω é a frequência natural

e α é o ângulo de fase.

Substituindo-se a solução harmônica (3.23) na equação (3.22), temos

$$(3.24) \quad (-\omega^2[M] + [K])\{d_0\} \cos\{\omega t - \alpha\} = \{0\}$$

Como o termo com o cosseno não pode ser igual a zero todo o instante de tempo

tem-se

$$(3.25) \quad (-\omega^2[M] + [K])\{d_0\} = \{0\}$$

A equação (3.25) descreve o problema dos autovalores linearizada e, para se

obter uma solução não trivial, é necessário que

$$(3.26) \quad \det([K] - \omega^2[M]) = 0$$

A equação (3.26) é chamada de equação característica do sistema, a solução dela

equação fornecer-nos-á os autovalores ω^2 , que são as frequências naturais do sistema ω

ao quadrado.

FERRARI (1998) apresenta um método direto para determinação dos autovalores, no caso do "riser" marítimo. Considerando-se uma viga, com seção

transversal A constante e sujeita à tração axial T nos extremos, tem-se a equação descrita na forma:

$$(3.27) \quad EI \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} - T \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$$

tendo-se como condições de contorno uma viga livre para rotacionar nos extremos, a solução (WARBURTON(1976)) que satisfaz essas condições é

$$(3.28) \quad v = B \sin \frac{n\pi x}{L} \sin(\omega_n t + \alpha)$$

onde L é o comprimento da viga, B é uma constante e α é uma diferença de fase.

A solução (3.28) satisfaz a equação (3.27) se

$$(3.29) \quad EI \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + T \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 - \rho A \omega_n^2 = 0$$

Assim a frequência natural é dada por

$$(3.30) \quad \omega_n = \left[\frac{L}{n\pi} \right]^2 \left[\frac{\rho A}{EI} \left(1 + \frac{T L^2}{n^2 \pi^2 EI} \right) \right]^{1/2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Modificações na equação (3.30) podem ser feitas de modo a ajustá-la para simular o comportamento de um "riser" marítimo. Inserindo-se a tração axial média na equação e considerando-se que existe fluido dentro do "riser", tem-se

$$(3.31) \quad \omega_n = \left[\frac{L}{n\pi} \right]^2 \left[\frac{\rho A^*}{EI} \left(1 + \frac{T L^2}{n^2 \pi^2 EI} \right) \right]^{1/2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

onde

$$(3.32) \quad \rho A^* = \rho_s A_s + \rho_l A_l$$

A_l - a área transversal somente do furo interno

A_s - a área transversal da parede do "riser"

ρ_l - densidade do fluido interno do "riser"

A resolução de uma equação dinâmica pode ser feita por meio de vários métodos numéricos. Métodos de integração no tempo têm como característica fundamental aproximar as derivadas que aparecem, no sistema de equações do movimento, e gerar uma solução passo a passo com intervalos de tempo Δt . A solução dos deslocamentos, no final de cada intervalo, fornece as condições para o começo do intervalo seguinte. Um dos métodos de integração numérica no tempo normalmente utilizados é “método da aceleração média”, o qual será considerado neste estudo.

3.4 Análise Dinâmica no Domínio do Tempo

Considerando-se a equação (3.31), pode-se observar que o aumento da tração no topo e consequentemente de \bar{T} provoca o aumento das frequências naturais, por outro lado, à medida que a profundidade aumenta, o “riser” mais comprido tende a ficar mais flexível. Como descrito em FERRARI(1998), comparações entre os valores obtidos pela expressão (3.31) e os valores obtidos numericamente resolvendo-se o problema de autovalor descrito pela equação (3.26) têm boa concordância, com um erro menor que 5% entre eles. Como conclusão, a equação (3.31) pode ser usada como uma maneira direta para estimar as frequências naturais do “riser”, lembrando-se ainda que a matriz de amortecimento é obtida considerando-se o sistema como um todo, devido à dificuldade de se quantificar os vários fatores que envolvem seu cálculo, o que torna o erro implícito na formulação teórica menos relevante ainda.

$$\bar{T} = \frac{T(Top) + T(bottom)}{2} \quad (3.33)$$

ρ_s - densidade do material da parede do “riser”.

A equação de movimento, a ser resolvida, é uma equação na forma mais geral do

tipo

$$[M]\ddot{x} + [B]\dot{x} + [K]x = \{F\} \quad (3.34)$$

As chaves indicando o vetor $\{x\}$ e suas derivadas e o vetor $\{F\}$ serão omitidas

para uma melhor visualização do equacionamento, x e F continuam sendo vetores. As

condições iniciais necessárias são o deslocamento x_0 e a velocidade \dot{x}_0 iniciais. A

aceleração é aproximada, no intervalo de tempo t_i a t_{i+1} , como a média dos valores da

aceleração inicial e final, ou seja,

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \ddot{x}_i + \ddot{x}_{i+1} \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

Integrando a equação (3.35) duas vezes,

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + \left(\frac{\Delta t_i}{2} \right) \begin{pmatrix} \ddot{x}_i + \ddot{x}_{i+1} \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

e

$$x_{i+1} = x_i + \dot{x}_i \Delta t_i + \left(\frac{\Delta t_i^2}{4} \right) \begin{pmatrix} \ddot{x}_i + \ddot{x}_{i+1} \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

Numericamente, torna-se mais conveniente escrever o algoritmo computacional

para o problema da integração numérica na forma de quantidade incrementais, ΔF_i ,

$\Delta \dot{x}_i$, Δx_i e $\Delta F_i = F_{i+1} - F_i$ e assim por diante,

$$\Delta \ddot{x} = \left(\frac{\Delta t_i^2}{4} \right) \begin{pmatrix} \Delta x_i - x_i \Delta t_i \end{pmatrix} - 2 \ddot{x}_i \quad (3.38)$$

e

$$\Delta \dot{x}_i = \left(\frac{\Delta t_i}{2} \right) \begin{pmatrix} \Delta x_i - 2 \dot{x}_i \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

Como a equação (3.34) é satisfeita tanto no instante t_i e t_{i+1} ,

$$[M]\{\Delta \ddot{x}_i\} + [B]\{\Delta \dot{x}_i\} + [K]\{\Delta x_i\} = \{\Delta F_i\} \quad (3.40)$$

As equações (3.38) e (3.39) podem ser combinadas para dar a equação

$$[K^*]\{\Delta x_i\} = \{\Delta F_i^*\} \quad (3.41)$$

onde

$$[K^*] = [K] + \frac{\Delta t_i}{2}[B] + \frac{\Delta t_i^2}{4}[M] \quad (3.42)$$

e

$$\Delta F_i^* = \Delta F_i + \left[\frac{\Delta t_i}{4}[M] + 2[B] \right] \dot{x}_i + 2[M] \ddot{x}_i \quad (3.43)$$

Uma vez que Δx_i foi determinado da equação (3.41), $\Delta \dot{x}_i$ pode ser obtido da

equação (3.39) e $\Delta \ddot{x}_i$ da equação (3.38), e os novos valores de x_{i+1} , \dot{x}_{i+1} e \ddot{x}_{i+1} podem ser

determinados da seguinte forma:

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_i \quad (3.44)$$

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + \Delta \dot{x}_i \quad (3.45)$$

$$\ddot{x}_{i+1} = \ddot{x}_i + \Delta \ddot{x}_i \quad (3.46)$$

Outra maneira de se obter a aceleração é por meio da equação do movimento,

$$\ddot{x}_i = \frac{1}{[M]} \left(\{F_i\} - [B]\dot{x}_i - [K]x_i \right) \quad (3.47)$$

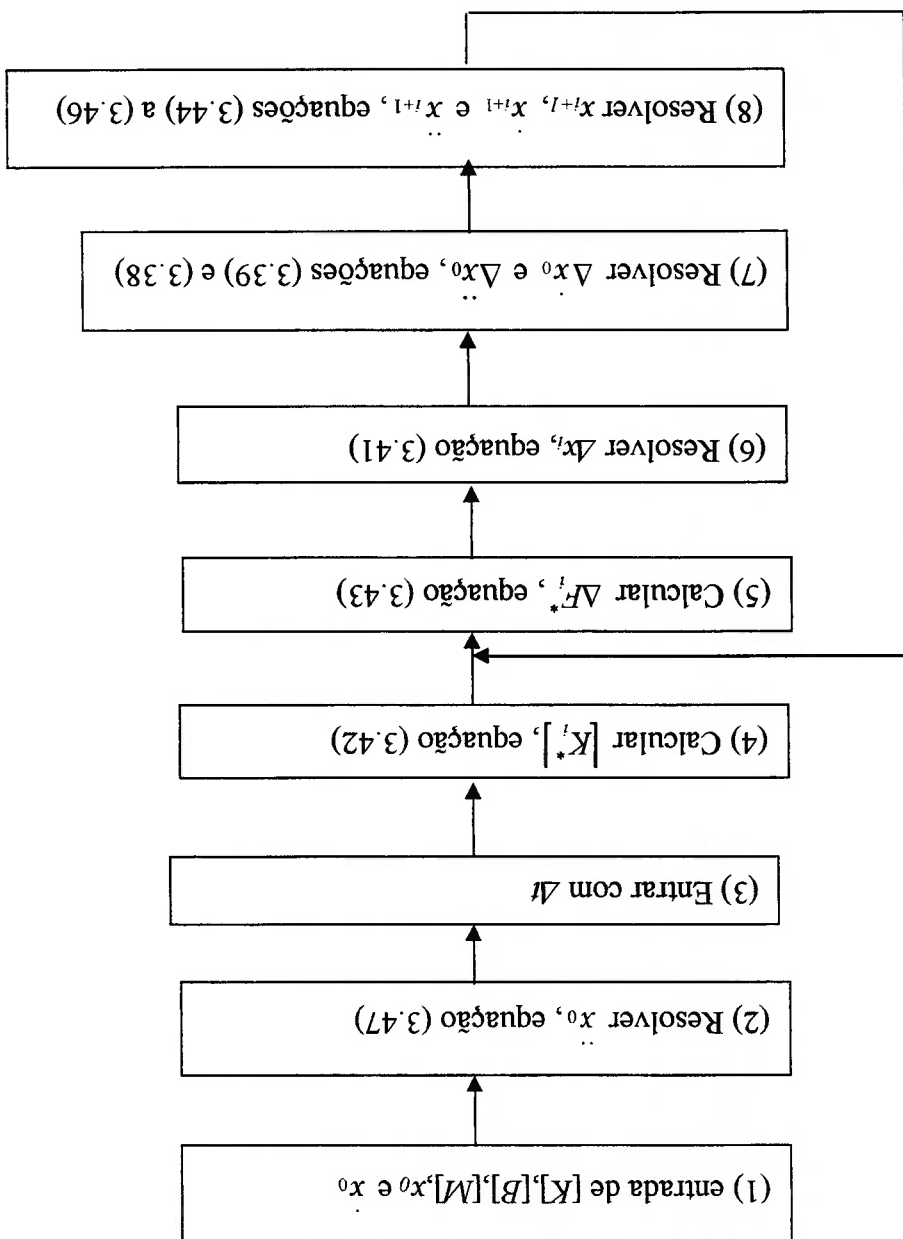
ao invés de efetuar o cálculo pelas equações (3.38) e (3.46). Essa equação também é

usada para se obter o valor inicial da aceleração \ddot{x}_0 .

A regra prática, para o cálculo do intervalo de tempo Δt , é tal que $\Delta t \leq T_n/10$, onde T_n é o menor período natural da estrutura. Porém, como o cálculo das forças hidrodinâmicas, feito pela Dinâmica dos Fluidos Computacional, requer um intervalo de tempo muito menor, essa regra sempre é respeitada.

O fluxograma abaixo resume o algoritmo computacional baseado nas equações acima.

Figura 3-1 – Fluxograma integração numérica passo a passo baseado no método da aceleração média



4. Modelo Hidrodinâmico

4.1 Fenômeno de Emissão de Vórtices

Uma descrição física do mecanismo de formação de vórtices foi apresentada por

GERRARD (1966). Para ele, o fator preponderante na formação de uma esteira de

vórtices é a interação mútua entre duas camadas cisalhantes, originadas da separação da

camada limite. Segundo Gerrard, o vórtice cresce por meio do ganho de circulação

obtido a partir da camada cisalhante a qual está conectado. Em um determinado

instante, o vórtice é forte o suficiente para atrair a camada cisalhante que se está

separando do lado oposto. A aproximação de vorticidade de sinal oposto, em suficiente

concentração, corta o suprimento de circulação do vórtice crescendo, o qual é então

ejetado e segue o escoamento a jusante.

O modelo de formação de vórtices proposto por Gerrard é mostrado na figura

abaixo.

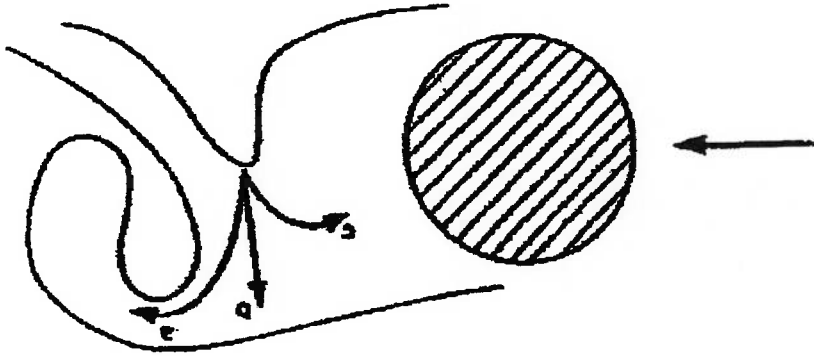


Figura 4-1 – Modelo de Formação de Vórtices (adaptado de GERRARD (1966))

Ele postulou que as partículas fluidas das camadas cisalhantes opostas podem

seguir os seguintes caminhos:

a) misturar-se ao vórtice em formação reduzindo sua intensidade,

Aumentando-se mais o número de Reynolds, entra-se em outra faixa de transição, $3 \times 10^5 \leq Re \leq 3.5 \times 10^6$. Nesse caso, a camada limite torna-se turbulenta, os pontos de estagnação se movem a 140 graus do ponto de estagnação frontal, provocando

do cilindro. laminar se separa a aproximadamente 80 graus a partir do ponto de estagnação frontal $300 \leq Re \leq 3 \times 10^5$, entra-se na faixa subcrítica, a esteira é turbulenta e a camada limite um esteira turbulenta, mas a camada limite no cilindro continua laminar. Entre Por volta do número de Reynolds entre $150 \leq Re \leq 300$, ocorre a transição para vórtices de sinais opostos.

se torna instável e vórtices são desprendidos, criando uma esteira laminar periódica com vórtices próximos ao cilindro. À medida que o número de Reynolds aumenta, a esteira Na faixa $5 \leq Re \leq 45$, ocorre separação do escoamento, formando-se um par de o contorno do cilindro. Este tipo de escoamento é denominado de “creeping flow”.

um cilindro. Para números de Reynolds menores que 5, o fluido não se separa, seguindo A Figura 4-2, abaixo, mostra os principais regimes de emissão de vórtices para viscosidade cinemática do fluido.

onde U_∞ é a velocidade da corrente ao livre, D é o diâmetro do cilindro e ν é a

$$Re = \frac{U_\infty D}{\nu} \quad (4.1)$$

de um cilindro é função do número de Reynolds, dado por:

De acordo com BLEVINS (1990), o fenômeno de emissão de vórtices no caso

- c) voltarem a região de esteira próxima ao corpo.
- vorticidade de sinal oposto ou
- b) encontrarem seu próprio caminho na direção da camada cisalhante com

uma queda substancial no coeficiente de arrasto do cilindro. Após essa transição, tem-se a faixa supercrítica $Re \geq 3.5 \times 10^5$, a emissão de vórtices regular é restabelecida com a presença de uma camada limite turbulenta.

Neste trabalho, é estudado o escoamento na região subcrítica, no intervalo de número de Reynolds $5 \times 10^3 \leq Re \leq 3 \times 10^5$. Nessa região, a camada limite é laminar e a esteira é turbulenta. Para números de Reynolds maiores que $Re \geq 3 \times 10^5$, como o método numérico não contemplará um modelo de turbulência de camada limite, não será possível captar a queda no coeficiente de arrasto que ocorre na faixa supercrítica.

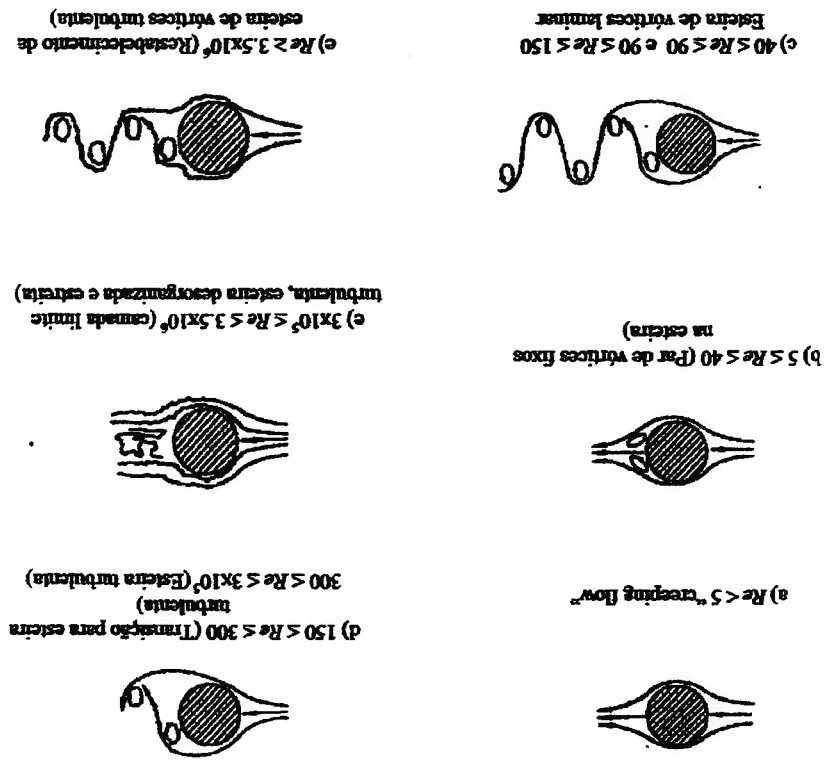


Figura 4-2 – Emissão de Vórtices em Cilindros (adaptado de BLEVINS (1990)).

Como comentado anteriormente, a intenção deste trabalho é atingir o estudo do comportamento dinâmico de um "riser". Para isso, foi construído um modelo estrutural, apresentado anteriormente. As forças hidrodinâmicas serão obtidas por meio de simulações bidimensionais de escoamento.

Cada nó do modelo estrutural terá uma faixa bidimensional de escoamento correspondente. Vale a lembrar que a interação entre as faixas de escoamento será dada apenas pelo comportamento da estrutura. O método utilizado na simulação do escoamento será o Método dos Vórtices Discretos (MVD).

Os Métodos de Vórtices Discretos têm sido utilizados, principalmente, para estudar escoamentos reais, onde existem regiões com elevada vorticidade. Eles são a maneira mais natural de representar o escoamento nesses casos, pois fornecem uma simulação direta de escoamentos com regiões de vorticidade concentrada e são uma maneira computacional bastante econômica. Nesse sentido, tal método é adequado para estudar o fenômeno de emissão de vórtices em corpos rombudos e, em especial, em cilindros.

De forma geral, o MVD difere dos métodos puramente Eulerianos tais como o Método das Diferenças Finitas, o Método dos Volumes Finitos e o Método dos Elementos Finitos, na medida em que as propriedades do escoamento são transportadas por partículas, no caso os vórtices, em um enfoque Lagrangeano.

Esse enfoque Lagrangeano apresenta a grande vantagem de não necessitar de uma discretização total da região onde se propaga o escoamento, ou seja, ele não necessita de malhas computacionais. Destacando-se ainda a facilidade de implementação para escoamentos de corpos rombudos com geometrias arbitrárias e

situações com vários corpos imersos no fluido. Poderá ser observado, também, que esse método é propício para o estudo de escoamento em torno de mais de um corpo em movimento, justamente por não ser necessária a construção de uma malha computacional a cada iteração.

O método apresentado a seguir foi, inicialmente, proposto por SPALART e LEONARD(1983), numa forma potencial. Foi modificado e utilizado posteriormente por MENEGHINI(1993), PARK e HIGUCHI (1989), NAGANO (1982) apud Park e Higuchi, e INAMURO e ADACHI (1984), para simular escoamentos viscosos. Nesse método, o esquema numérico é Lagrangeano e se propõe a simular escoamentos reais bidimensionais, incompressíveis e viscosos.

Resumidamente, no MVD, o corpo é discretizado em N_p painéis e N_v vórtices discretos, com circulação Γ_j , são criados a uma distância σ_0 do corpo, um para cada painel. Posteriormente, esses vórtices são convectados, suas velocidades são calculadas, somando-se a velocidade da corrente livre com as velocidades induzidas dos demais vórtices. As velocidades induzidas pelos vórtices são calculadas, utilizando-se a lei de Biot-Savart. O efeito da viscosidade é considerado, inserindo-se um modelo de difusão na simulação, nele, a velocidade induzida, nas regiões perto do vórtice, vai perdendo a intensidade.

Como N_v vórtices são criados a cada passo de tempo, o número de vórtices N_v presente na simulação, cresce rapidamente, ou seja, são inseridos no escoamento N_p vórtices a cada intervalo de tempo. Assim, é necessário algum tipo de artifício para conter esse rápido aumento. Sem esse artifício uma simulação mais longa tornar-se-ia impraticável, principalmente, porque o cálculo das velocidades induzidas, feito pela lei de Biot-Savart, ficaria muito custoso computacionalmente. Esse artifício é chamado de amalgamação.

Deve-se ressaltar que o MVD apresenta algumas limitações, principalmente ao considerar os efeitos da viscosidade, os quais serão expostos mais detalhadamente ao longo desse capítulo. A condição da velocidade tangencial no corpo é parcialmente satisfeita e o modelo de difusão fornece uma aproximação do escoamento real. Apesar dessas limitações, os cálculos trataram o escoamento como sendo de um fluido viscoso, por entendermos que essa deva ser a direção seguida na pesquisa que tem como intenção desenvolver uma ferramenta para investigar escoamentos reais. Assim como nos outros estudos encontrados com esse método, acredita-se que ele forneceu resultados satisfatórios.

O comportamento de fluidos viscosos isotrópicos é representado pelas equações de Navier-Stokes. As variáveis independentes são as coordenadas x e y e o tempo t . Na formulação convencional, as variáveis dependentes são o vetor velocidade, \vec{u} , e a pressão, p . A densidade ρ é constante, já que o fluido é tomado como incompressível. O comportamento do fluido incompressível pode ser descrito por meio da equação da continuidade:

$$(4.2) \quad \nabla \cdot \vec{u} = 0$$

e das equações de conservação de quantidade de movimento,

$$(4.3) \quad \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{\sigma}{\Delta p} + \nu \nabla^2 \vec{u}$$

Como o papel da vorticidade na dinâmica do problema é crucial, será utilizada a

formulação envolvendo essa grandeza, ao invés da formulação convencional “ (\vec{u}, p) ”:

Além disso, um método numérico mais eficiente pode ser obtido quando a vorticidade é

tratada diretamente. A vorticidade é definida como:

$$(4.4) \quad \omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

no espaço bidimensional, ω é uma grandeza escalar e é interpretada como a velocidade angular local do fluido multiplicada por dois.

Tirando o rotacional da equação de conservação de quantidade de movimento (4.3), o termo da pressão desaparece e a equação resultante é a equação de transporte de vorticidade,

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial\omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\omega = \mathcal{V}^2\omega \quad (4.5)$$

A equação (4.5) descreve a maneira como a vorticidade é conectada pelo campo de velocidade e o fenômeno de difusão devido à viscosidade. Observa-se que, em duas dimensões, o termo correspondente ao "vortex stretching", relacionado à tridimensionalidade do problema, não existe.

A equação que define a vorticidade (4.4) pode ser obtida, também, tirando-se o rotacional da equação da continuidade (4.2). Pode-se escrever ainda a equação (4.4) em termos da função linha de corrente obtendo

$$\Delta^2\psi = -\omega \quad (4.6)$$

sendo a função linha de corrente associada com a velocidade por meio de,

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = -v \quad \text{e} \quad \frac{\partial\psi}{\partial y} = u \quad (4.7)$$

Como a equação de Poisson (4.6) é linear, a função linha de corrente pode ser escrita para cada vórtice discreto como

$$\Delta^2\psi_i = -\omega_i \quad (4.8)$$

Assim, a função linha de corrente para um ponto no escoamento é a soma da contribuição das funções linha de corrente, de cada vórtice existente no fluido, mais a corrente livre.

SPALART e LEONARD (1983) propuseram uma formulação alternativa que evita essa situação e é computacionalmente eficiente. Assumindo-se que o vórtice tenha um “núcleo” - σ (“core”), a velocidade no centro do vórtice é nula, crescendo até o

jogado para bem longe da região da esteira do corpo, o que fisicamente não acontece. Um vórtice estivesse bem próximo de outro. Esse vórtice, com velocidade elevada, seria numérica, essa formulação provocaria uma velocidade induzida muito grande quando o vórtice é infinita, o que não é verdade no caso de um fluido real. Em uma simulação Pode-se observar na equação (4.10) que a velocidade induzida no centro do

U_θ é a velocidade induzida por um vórtice de circulação Γ a uma distância r .

$$U_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (4.10)$$

Savart) é

A velocidade induzida por um vórtice pontual de circulação Γ (lei de Biot-

$$\Gamma = \int_V \omega n dA = \oint_V \vec{V} \cdot d\vec{l} \quad (4.9)$$

(Teorema de Stokes),

Os vórtices são conectados pela soma da velocidade do escoamento ao longe e de ser compreendida. A velocidade induzida por outros vórtices. A velocidade induzida por um único vórtice pode ser calculada pela relação entre a vorticidade, a circulação e a velocidade

Antes de colocar a formulação da linha de corrente do escoamento, será comentado o esquema do cálculo das velocidades induzidas pelos vórtices. SPALART e LEONARD (1983) fizeram modificações no cálculo da velocidade induzida por um vórtice de forma a tornar a simulação mais próxima de um fluido real. Uma vez tendo essa velocidade induzida, a formulação da função linha de corrente torna-se mais fácil

limite do "núcleo" e depois decaia, a velocidade nesse caso pode ser calculada da seguinte forma:

$$U_{\theta} = \frac{\Gamma}{r} = \frac{2\pi r^2 + \sigma^2}{r} \quad (4.11)$$

MENEGHINI(1993), PARK e HIGUCHI(1989), NAGANO (1982) e

INAMURO e ADACHI (1984) utilizaram o núcleo σ para modelar a difusão, de forma

a simular um escoamento viscoso. Basicamente, o núcleo aumenta de tamanho a cada

intervalo de tempo, induzindo uma velocidade menor nos vórtices ao seu redor ao longo

do tempo.

Com a superfície do corpo discretizada em N_w pontos na parede, o mesmo

número de vórtices discretos, localizados a uma distância σ_n de cada painel (superfície

do corpo), é criado. Pelo princípio da superposição, a função linha de corrente, no ponto

" r " da parede, é a soma das contribuições da corrente ao longe, dos vórtices

recentes-criados ao redor do corpo e dos vórtices existentes no fluido (vórtices livres).

Podendo ser escrita na forma complexa como

$$\psi_i = \text{Im}[Z_{w_i}(U_{\infty} - i\Gamma_{\infty})] - \left[\frac{1}{N_w} \sum_{j=1}^{N_w} \Gamma_j \ln(Z_{w_i} - Z_{c_j}) + \sigma_0^2 \right] - \left(\frac{1}{N_w} \sum_{j=1}^{N_w} \Gamma_j \ln(Z_{w_i} - Z_{c_j}) + \sigma_0^2 \right) \quad (4.12)$$

para $i = 1, N_w$, sendo N_w o número de painéis no corpo. U_{∞} e Γ_{∞} são as componentes da

velocidade do escoamento ao longe, Γ_j são as circulações dos vórtices discretos, Z_{w_i}

representa a coordenada na forma complexa do ponto de controle i da parede, Z_{c_j} a

coordenada do vórtice j criado ao redor do corpo e Z_{k_j} a coordenada do vórtice j

localizado na esteira do escoamento, N_v é o número total de vórtices na esteira.

σ_n , além de ser a distância com que o vórtice é criado da parede, é o tamanho

inicial do núcleo do vórtice, na equação (4.11). Como posto anteriormente, esse núcleo

é utilizado principalmente para evitar que um vórtice induza uma velocidade muito grande em outro vórtice perto. A distância com que o vórtice é criado da parede, tamanho inicial do núcleo σ_0 , é calculada para garantir que a velocidade induzida, por esse mesmo vórtice, seja nula na parede.

Como comentado anteriormente, o núcleo cresce na modelagem da difusão. Por isso, no terceiro termo do lado direito da equação (4.12), dos vórtices na estreita criados previamente, aparece o símbolo σ , que é o tamanho do núcleo de um vórtice, já criado, e que cresceu, distinguindo-se do tamanho inicial σ_0 .

O primeiro termo do lado direito da equação que define a linha de corrente (4.12) é referente à contribuição da velocidade ao longe, o segundo dos vórtices recém-criados. Note que, derivando os termos dos vórtices de (4.12), de acordo com (4.7), encontramos a velocidade induzida proposta por SPALART e LEONARD (1983), equação (4.11).

No caso dos vórtices recém-criados, suas circulações Γ_j são incógnitas. O procedimento para o cálculo das circulações incógnitas Γ_j é mostrado a seguir.

A função linha de corrente no ponto da parede $i+1$ é obtida apenas substituindo-se o subscrito i por $i+1$. Para fazer o corpo ser uma função linha de corrente, deve ser feito

$$\psi_{i+1} - \psi_i = -V_{corpo}^{circ} \cdot \vec{n} \cdot \Delta S \quad (4.13)$$

onde V_{corpo}^{circ} é a velocidade do corpo, \vec{n} é o vetor normal ao corpo e ΔS é o comprimento do painel. A equação (4.13) garante que não existe fluido entrando nem saindo do corpo, $\psi_{i+1} - \psi_i$ significa a diferença de fluxo entre os pontos $i+1$ e i . Caso o

corpo estivesse parado, a diferença deveria ser igual a zero. Resumindo, a equação diz que não existe fluxo passando pelo corpo, fazendo dele uma parede.

Como, em nosso caso, o corpo pode estar-se movimentando, para garantir que

nenhum fluido passe, é preciso que a diferença entre as funções de linha corrente de

dois pontos consecutivos no corpo seja igual ao fluxo que entraria, por esses mesmos

dois pontos, devido à sua translação, representado pelo termo $-V_{BODY} \cdot n \cdot \Delta S$. Com isso,

pode-se montar um sistema de equações lineares na forma

$$[A]\{T\} = \{B\}, \quad (4.14)$$

onde

$$a_{ij} = \frac{4\pi}{1} \ln \frac{|Z_{w_{i+1}} - Z_{c_j}|^2 + \sigma_0^2}{|Z_{w_i} - Z_{c_j}|^2 + \sigma_2^2} \quad (4.15)$$

$$b_i = \text{Im}((Z_{w_{i+1}} - Z_{w_i})(U_\infty - iV_\infty)) - \frac{1}{N_w} \sum_{k=1}^{N_w} T_k \ln \frac{|Z_{w_{i+1}} - Z_k|^2 + \sigma_2^2}{|Z_{w_i} - Z_k|^2 + \sigma_2^2} - V_{BODY} \cdot n \cdot \Delta S \quad (4.16)$$

$\{T\}$ é o vetor de circulações desconhecidas para cada ponto de criação, T_i para $i=1, N_w$.

A matriz $[A]$ tem os coeficientes dependentes apenas da geometria do corpo e as

localizações dos pontos de criação, σ_0 , na equação (4.15), é a distância do painel em

que cada vórtice é criado. O valor dessa distância será visto na seção 4.6. O vetor $\{B\}$ é

conhecido pela velocidade ao longe e pela posição dos vórtices existentes no fluido e é

recalculado a cada intervalo de tempo.

Um fato importante a ser considerado é a conservação total da circulação, que é

dada pelo teorema de Kelvin,

$$\sum_{i=1}^{N_w} T_i + \sum_{k=1}^{N_w} T_k = 0 \quad (4.17)$$

A equação (4.17) diz que o somatório das circulações dos vórtices recém-criados

com o somatório dos vórtices na esteira deve ser zero.

Quando um vórtice bate no corpo ele perde sua circulação e é removido da

simulação. Uma outra forma de escrever a equação (4.17) é por meio desses vórtices

perdidos. Sendo inicialmente a soma das circulações zero, o somatório das circulações

dos $N_{vperdidos}$ vórtices retirados da simulação deve ser igual a menos o somatório dos N_v

vórtices na esteira, ou seja,

$$(4.18) \quad \sum_{N_{vperdidos}} \Gamma_k = - \sum_{f=1}^{k=1} \Gamma_f$$

Juntando-se as equações (4.17) e (4.18), tem-se

$$(4.19) \quad \sum_{N_w} \Gamma_i = \sum_{f=1}^{i=1} \Gamma_f$$

a equação (4.19) diz que o somatório das N_w circulações criadas é igual ao somatório

das $N_{vperdidos}$ circulações perdidas. O teorema de Kelvin recria as circulações perdidas.

Além de ser computacionalmente mais eficiente colocar essa equação na forma das

circulações perdidas, essa equação deve ser considerada, sem falta, no caso de mais de

um corpo no fluido, como será explicado posteriormente.

A equação do teorema de Kelvin é inserida, no sistema de equações (4.14), para

evitar que o erro numérico se propague. Ela é uma garantia de que as imprecisões

numéricas não cresçam descontroladamente.

Do ponto de vista de implementação numérica, diferentemente de

PARK e HIGUCHI (1989), que retiravam uma das equações do sistema (4.14) e

inseriam a equação do teorema de Kelvin, neste trabalho, a equação (4.17) é colocada

junto ao sistema (4.14). Forma-se um sistema sobredeterminado com N_w incógnitas e

$(N_w + I)$ equações. Para resolver o sistema sobredeterminado, é aplicado o Método dos

Mínimos Quadrados, fornecendo-se N'' incógnitas e N'' equações, que pode ser resolvido facilmente. Fazendo-se dessa maneira, o erro numérico encontrado foi bem inferior ao obtido retirando-se uma equação do sistema.

Quando apenas um corpo está presente no fluido, o teorema de Kelvin é apenas mais uma garantia para que o erro numérico não se propague. Porém, quando mais de um corpo está presente no escoamento, sua importância torna-se fundamental.

Conforme PARK e HIGUCHI (1989), quando dois corpos estão presentes no escoamento, a equação (4.19) deve escrita para cada corpo separadamente e essas são inseridas no sistema de equações (4.14). A circulação perdida em um corpo é recriada nele mesmo. Na verdade, colocar essas equações (4.19) escritas para cada corpo é a maneira de informar o modelo numérico que existe mais de um corpo no escoamento.

Por exemplo, quando dois corpos estão no fluido, se não fosse inserida nenhuma equação no sistema linear (4.14), ou se apenas a equação (4.17) fosse inserida, as circulações criadas se comportariam como se existisse apenas um corpo no escoamento. Em um corpo seriam criadas todas as circulações negativas e em outro todas as circulações positivas, fornecendo uma solução fisicamente incorreta.

4.3 Integração no Tempo

Com as velocidades de cada vórtice calculadas a partir da soma das velocidades induzidas pelos outros vórtices, equação (4.11), e da corrente livre, as novas posições dos vórtices já existentes são calculadas integrando-se a velocidade no tempo por meio de um o esquema Euleriano,

$$X_{n+1}^i = X_n^i + U_n^i \Delta t \quad (4.20)$$

onde n é a sequência de intervalos de tempo.

Um esquema de segunda ordem no tempo, tipo Adams-Bashforth, poderia ter sido usado na convecção dos vórtices, como visto em PARK e HIGUCHI (1989), em que as posições dos vórtices já existentes na esteira são calculadas da seguinte forma:

$$X_{n+1}^i = X_n^i + (1.5U_n^i - 0.5U_{n-1}^i)\Delta t \quad (4.21)$$

Porém, foi verificado neste trabalho que o uso dessa formulação não causa nenhuma diferença significativa no resultado, quando comparado com o esquema Euleriano, mas o uso do esquema de Adams-Bashforth introduziu um ruído no sinal das forças. Esse ruído foi causado, principalmente, pela necessidade de se ter a velocidade do instante anterior $n-1$, o que em um vórtice armazenado não é possível se obter de forma precisa. Optou-se então por usar apenas o esquema Euleriano.

4.4 Modelo de Difusão

O objetivo do MVD é simular, por meio de uma técnica Lagrangeana, um escoamento bidimensional incompressível viscoso. A construção de um modelo de difusão, que simula os efeitos viscosos, está longe de ser um problema trivial.

A técnica, mostrada a seguir, foi inicialmente proposta por LEONARD apud PARK e HIGUCHI (1989) e é chamada de Método do Núcleo Crescente ou “core-spreading method”. Esse método é um esquema que leva em conta a difusão, permitindo que o núcleo (σ equação (4.11)) do vórtice discreto cresça a uma razão diretamente proporcional à viscosidade cinemática.

No início deste trabalho, encontrou-se duas técnicas para a simular a difusão em um método puramente lagrangeano, uma era o “Random Walk”, a outra era o Método

do núcleo crescente. Na técnica do "Random Walk", desenvolvida por CHORJN (1973), um vórtice é dividido em várias partículas menores às quais são impostos movimentos aleatórios. Essa técnica não foi atraente, principalmente pelo fato de, mesmo com os recursos computacionais existentes, atualmente ser muito custosa computacionalmente.

A técnica do núcleo crescente mostrou-se mais atraente por seu baixo custo computacional e por produzir bons resultados em escoamento com altos números de Reynolds, como mostrado em MENEGHINI(1993) e PARK e HIGUCHI(1989). Porém, deve-se comentar que GREENGARD(1984) mostrou que a técnica do núcleo crescente converge para uma solução imprecisa do escoamento. O termo difusivo é resolvido corretamente em detrimento do termo convectivo.

Não conseguiu-se quantificar de forma analítica o erro utilizando-se este método de núcleo crescente. Portanto, assim como nas outras referências, procurou-se utilizar o bom senso na faixa de número de Reynolds em que esse modelo fornece resultados satisfatórios. O menor número de Reynolds simulado foi de $Re=5000$ e o maior de $Re=2.3 \times 10^5$. Como será visto mais adiante, na seção 4.8, os resultados obtidos com um cilindro fixo para vários números de Reynolds apresentaram uma pequena discrepância quando comparados com resultados experimentais, mesmo assim, como visto em outras referências, acredita-se que o método do núcleo crescente tenha fornecido resultados satisfatórios. A utilização do modelo de difusão é um esforço para simular o escoamento da forma mais realista possível.

Conforme descrito em MENEGHINI (1993) e PARK e HIGUCHI (1989), no caso de simulações de escoamento em torno de cilindros, com número de Reynolds em torno de $10^4 \leq Re \leq 10^5$, obtêm-se bons resultados. Nessa faixa de número de Reynolds, em efeitos da viscosidade não são tão acentuados quanto a baixos números de Reynolds, em torno de $Re=200$, e os efeitos da camada limite turbulenta ainda não existem.

Ao final do trabalho, encontrou-se uma referência na qual ROSSI (1996) apud TAKEDA et. al. (1997) modificou o método do núcleo crescente para produzir um esquema convergente. Nesse esquema, o núcleo é permitido crescer, mas um tamanho máximo é imposto. Quando esse tamanho é alcançado, os vórtices são divididos em vórtices menores (tipicamente quatro) de maneira conservativa. Porém, conforme TAKEDA et. al. (1997) concluíram, o custo computacional desse método também é alto, principalmente quando o número de Reynolds é elevado.

Uma solução para o problema exposto seria a utilização do modelo modificado de ROSSI (1996), aliado a técnicas especiais de convecção dos vórtices. Como, por exemplo, o "Fast Multipole Method", em que o número de cálculos para obter a velocidade de cada vórtice pela lei de Biot-Savart cai substancialmente.

4.4.1 Método do núcleo crescente

Considerando-se um vórtice pontual com circulação Γ no centro e ignorando-se o termo convectivo na equação de transporte de vorticidade (4.5), uma vez que já foi simulado, temos

$$(4.22) \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = \nabla^2 \omega$$

A condição inicial é

$$(4.23) \quad \omega(r, 0) = \begin{cases} \Gamma & \text{para } r = 0 \\ 0 & \text{para } r > 0 \end{cases}$$

Para resolver a vorticidade " ω ", propõe-se

$$(4.24) \quad \omega(r, t) = \frac{\Gamma}{2\pi r} g(\eta),$$

Essa é a velocidade induzida por um vórtice discreto com circulação Γ em um fluido viscoso. O segundo termo dessa equação é devido à difusão. Pode-se calcular a

$$U_\theta = \frac{\Gamma}{r} \left[1 - \exp\left(-\frac{4\nu}{r^2}\right) \right] \quad (4.31)$$

a velocidade é obtida como

$$\omega = (\nabla \times U)_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_\theta) \quad (4.30)$$

usando-se a definição de vorticidade,

$$\omega = \frac{\Gamma}{r^2} \exp\left(-\frac{4\nu}{r^2}\right) \quad (4.29)$$

juntamente com a condição inicial, obtém-se $\text{const} = 2$. Portanto, a solução é

$$\Gamma = \int \omega ndA = \int_0^\infty \omega(r, t) 2\pi r dr \quad (4.28)$$

Para achar a constante, substituindo-se ω na seguinte equação

$$\omega(r, t) = \text{const} \frac{\Gamma}{r} \exp\left(-\frac{4\nu}{r^2}\right) \quad (4.27)$$

o que dá uma solução na forma

$$g'' + \left(\frac{1}{\eta} + \frac{2}{\eta} g'\right) g' + g = 0 \quad (4.26)$$

do tipo

Substituindo-se ω na equação (4.22) obtém-se uma equação diferencial ordinária

$$\eta = \frac{\sqrt{\nu}}{r} \quad (4.25)$$

onde η é uma variável definida como:

velocidade induzida, utilizando-se a equação (4.31), ao invés da equação (4.11), porém, a equação (4.31) requer muito mais tempo computacional devido à presença da função exponencial. Neste estudo, a velocidade induzida será calculada pela equação (4.11) com o núcleo crescente para modelar a difusão da vorticidade. O núcleo σ da equação (4.11) é substituído por um novo a cada intervalo de tempo.

A taxa com que o núcleo cresce pode ser vista a seguir. A velocidade induzida pela equação (4.31) alcança o valor máximo no valor de $r = \sigma$,

$$\sigma = 2.224\sqrt{N} \quad (4.32)$$

Isso mostra que o tamanho do núcleo cresce com a raiz quadrada de t , idade do vórtice, e ν , viscosidade cinemática do fluido. Porém, é difícil de se determinar t quando dois vórtices de idade diferentes são unidos. Reescrevendo a equação (4.32) de uma

forma computacional mais conveniente, tem-se

$$(\sigma^{n+1})^2 = (\sigma^n)^2 + 5.0266\nu t \quad (4.33)$$

a dimensão de σ pode ser calculada sem se referir a idade individual de cada vórtice, n é o intervalo de tempo da simulação.

4.5 Amalgamação

Como N_w novos vórtices são criados a cada intervalo de tempo, o número de vórtices cresce rapidamente. Para evitar a presença de tantos vórtices, deve-se fazer a amalgamação (união) de dois vórtices, quando eles satisfizerem uma determinada condição.

Caso não seja feito nada para manter o número de vórtices sobre controle, o

programa poderia apenas calcular escoamentos relativamente curtos, antes que o

número de vórtices, associado com o custo computacional, se tornasse excessivo.

No caso de uma simulação mais longa e, se todos os vórtices fossem mantidos

na simulação, ter-se-ia que criar poucos vórtices a cada intervalo de tempo, tendo como

resultado as condições de contorno na parede avaliadas de forma imprecisa. Então, é

preferível ter uma resolução muito maior no corpo e deixar muitos vórtices de pequena

intensidade se armazenarem em alguns de maior intensidade. Os vórtices devem ser

densos perto do corpo, onde uma resolução fina é desejável, tornando-se

progressivamente esparsos à medida que se afastam.

A cada intervalo de tempo, são verificados os vórtices que podem ser unidos.

Apenas dois vórtices podem ser unidos para se transformarem em um. Se nós

considerarmos dois vórtices de circulação Γ_1 e Γ_2 , localizados nas posições z_1 e z_2 , o

campo de velocidade criado antes da união, em notação complexa, fica da forma:

$$U(z) = \frac{i}{2\pi} \left(\frac{\Gamma_1}{|z - z_1|} + \frac{\Gamma_2}{|z - z_2|} \right) \quad (4.34)$$

O campo de velocidades criado depois da amalgamação é:

$$U'(z) = \frac{i}{\Gamma} (z - Z) \quad (4.35)$$

onde Γ e Z são a circulação e a posição do novo vórtice, respectivamente. Os dois

primeiros termos da expansão de uma diferença $U(z) - U'(z)$, a uma distância z

razoavelmente grande são:

$$\frac{i}{2\pi} \left(\frac{z}{(\Gamma - \Gamma_1 - \Gamma_2)} + \frac{z}{(\Gamma_1 z_1 + \Gamma_2 z_2 - \Gamma z)} + \frac{z}{(\Gamma z_2 - \Gamma_1 z_1 - \Gamma_2 z_2)} + O(|z|^{-4}) \right) \quad (4.36)$$

Os dois primeiros termos podem ser removidos por meio de:

(4.37)

$$F = F_1 + F_2$$

(4.38)

$$Z = \frac{F}{F_1 z_1 + F_2 z_2}$$

Isso significa que o novo vórtice é dado pela soma das circulações dos antigos e

é posicionado no centróide destes. Pode-se notar que dois vórtices, quando isolados,

orbitam precisamente ao redor do centróide, o qual permanece estacionário. Assim, por

meio da amalgamação, substituímos dois vórtices, os quais se movem em dois círculos

concêntricos, por um vórtice estacionário no centro desses círculos. Pode-se notar

também que, se dois vórtices têm sinais opostos, o centróide está alinhado com estes,

mas não entre eles.

O terceiro termo não pode ser removido por meio dessa técnica e, portanto, é

tomado como uma estimativa do erro introduzido na amalgamação. A cada intervalo de

tempo, os vórtices são examinados par a par e a união é feita se a estimativa for menor

que uma tolerância V_0 . O critério de amalgamação usado é o mesmo proposto por

SPALART e LEONARD(1983):

$$(4.39) \quad \frac{|F_1 F_2|}{|z_1 - z_2|^2} (D_0 + d_1) (D_0 + d_2) > V_0$$

onde d_1 e d_2 são as distâncias de z_1 e z_2 até o ponto mais próximo da parede do corpo e

D_0 é um parâmetro. A equação (4.39) tem a dimensão de velocidade e é a estimativa do

distúrbio que a amalgamação causa na camada limite. V_0 é tipicamente da ordem de

$$10^{-4} U_\infty.$$

A estimativa do distúrbio é produto de dois fatores. O primeiro fator depende

das circulações:

$$(4.40) \quad \frac{|F_1 F_2|}{|F_1 + F_2|}$$

Como σ não pode ser menor que o valor inicial, não ocorrerá a união se σ_m for menor que a dimensão original. Na equação (4.15), o valor de σ_0 em a_{ij} é o tamanho inicial do núcleo (constante), mas o valor de σ em b_i , equação (4.16), é o novo valor do

$$\sigma_m = \frac{\Gamma_i + \Gamma_j}{\sigma_i \Gamma_i + \sigma_j \Gamma_j} \quad (4.42)$$

calculado por meio da conservação do momento angular.

Quando dois vórtices são amalgamados, o tamanho do núcleo do novo vórtice é

vórtices.

numero de vórtices. Diminuindo V_0 , consegue-se aumentar rapidamente o número de vórtices constante, aumentando V_0 a amalgamação é mais fácil, diminuindo o intervalo de tempo. Ao invés disso, ele é ajustado lentamente de modo a manter o O valor da tolerância V_0 não é, necessariamente, mantido constante a cada intensidade perto da parede.

parade, o que desestimula a amalgamação e resulta em mais vórtices de pequena densidade dos vórtices é mais uniforme. Se D_0 é pequeno (D_0+d), fica pequeno perto da do corpo. Se D_0 é grande (D_0+d), tem uma variação relativa lenta perto da parede, a outros e distantes do corpo. O parâmetro D_0 controla a quantidade de vórtices próximo Claramente, os vórtices se unem mais facilmente, se eles estão próximos um dos

$$(4.41) \quad \frac{(D_0 + d_1)^{1.5} (D_0 + d_2)^{1.5}}{|z_1 - z_2|^2}$$

O segundo fator depende das posições:

muito longe dos vórtices antigos).

circulações opostas de magnitudes próximas (nesse caso o novo vórtice (unido) estaria circulação não é feita facilmente, principalmente no caso em que os dois vórtices têm Pode-se observar da equação (4.40) que a união entre vórtices de grande

tamanho do núcleo, que é recalculado pela equação (4.33) a cada intervalo de tempo e substituído em cada vórtice.

4.6 Condições de Iniciais e de Contorno

SPALART et al.(1983) demonstram, formalmente, que as condições de contorno e iniciais usadas para a vorticidade são matematicamente equivalentes às condições do problema usado para resolver (u,v,p) . Desde que o sistema (u,v,p) seja bem posto, o sistema ω também o será. Porém, a formulação da vorticidade é considerada mais eficiente numericamente.

Apenas repetindo as equações que regem o escoamento do fluido no sistema de ω , que é dado pela equação de transporte de vorticidade

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \omega = \mathcal{L}^2 \omega$$

e de Poisson:

$$\Delta^2 \psi = -\omega$$

O modelo proposto neste trabalho satisfaz diretamente as seguintes condições:

- condições iniciais

$$(4.43) \quad \text{irrotacionalidade em } t=0: \omega = 0,$$

$$(4.44) \quad \text{circulação inicial igual a zero em } t=0: \Gamma = \int \omega n dA = 0$$

- condições de contorno

$$(4.45) \quad \text{no corpo: } \vec{U} \cdot \vec{n} = \vec{U}^{BODY} \cdot \vec{n},$$

$$(4.46) \quad \text{ao longe: } U \rightarrow U_\infty \text{ para } |r| \rightarrow \infty,$$

As condições iniciais são satisfeitas, uma vez que, no início da simulação, não é inserida nenhuma vorticidade inicial (condição inicial (4.43)) e nenhuma circulação no instante zero (condição inicial (4.44)).

A condição de contorno, (4.45), diz que não deve existir fluido entrando ou saindo do corpo. Essa condição foi satisfeita quando se modelou o corpo como uma linha de corrente, pela equação (4.13), sendo isso verdade não existe fluxo passando pelo corpo.

Pode-se observar que a condição (4.46) é satisfeita naturalmente, pois, como a velocidade induzida pelos vórtices em um ponto decai inversamente proporcional à distância (equação (4.11)), a velocidade induzida no infinito será somente a velocidade da corrente livre U_∞ .

Como dito anteriormente, o MVD foi, inicialmente, proposto por SPALART e LEONARD (1989), baseado na teoria do potencial. Nesse caso, a condição no corpo resume-se à condição de velocidade normal nula (equação (4.45)). Porém, é conhecido também que em escoamentos reais existe ainda a condição de não escorregamento, ou seja, que a velocidade tangencial ao corpo também seja nula.

Sendo nosso objetivo simular escoamentos viscosos, pode-se tentar obter uma distância σ_0 , que é a distância com que o vórtice é criado ao redor do corpo, de tal forma que a velocidade tangencial induzida apenas pelo vórtice recém-criado seja nula na superfície do corpo. Embora essa distância não seja tão facilmente obtida, pelo menos a ordem de grandeza desse parâmetro pode ser obtida, observando-se a teoria, fazendo-se com que o valor não seja meramente uma quantidade estipulada aleatoriamente.

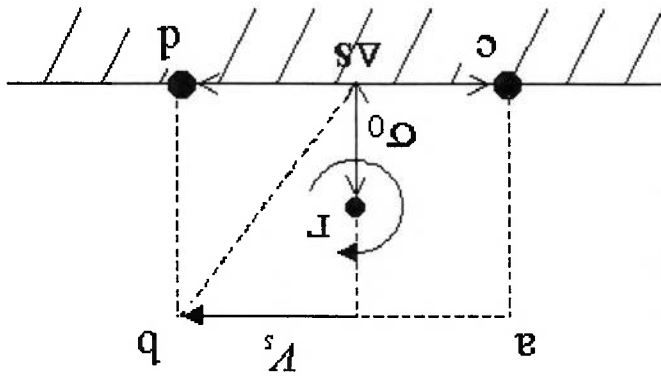


Figura 4-3 - Distância de criação do vórtice

A Figura 4-3 mostra o vórtice de circulação Γ criado a uma distância c_0 do painel do corpo, que tem comprimento Δs . Saiba-se que a velocidade induzida pelo vórtice é dada pela equação (4.10), portanto a velocidade induzida pelo vórtice no corpo é

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi c_0} \quad (4.47)$$

Para que a velocidade no corpo seja nula, a velocidade induzida pelo vórtice no

corpo deve ter magnitude igual, mas de sentido contrário à velocidade V_s . A expressão

(4.47) fica então como

$$V_s = \frac{\Gamma}{4\pi c_0} \quad (4.48)$$

Para calcular a circulação Γ , podemos usar o teorema de Stokes,

$$\Gamma = \oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} \quad (4.49)$$

então a circulação dentro do contorno representado pelas linhas $abcd$ é

$$\Gamma = V_s \Delta s \quad (4.50)$$

Inserindo-se a expressão (4.50) na equação (4.48), obtemos a distância de c_0 ,

$$c_0 = \frac{\Gamma}{4\pi V_s} \quad (4.51)$$

4.7 Cálculo das Forças

O cálculo das forças atuantes no cilindro pode ser feito por meio da integração do

campo de pressões e das tensões de cisalhamento. A expressão que relaciona a pressão e a circulação gerada ao redor do corpo é derivada das equações de Navier-Stokes, e escrevendo-se a equação em função das coordenadas tangenciais e normais ao corpo,

conforme mostrado na figura abaixo.

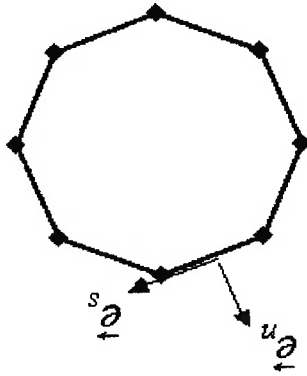


Figura 4-4 – Coordenadas tangencial e normal

Para a coordenada tangencial, temos

$$(4.52) \quad \frac{\partial v_s}{\partial t} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial s} + v_n \frac{\partial v_s}{\partial n} = v \frac{\partial^2 v_s}{\partial s^2} + u \frac{\partial^2 v_s}{\partial n^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s}$$

onde v_s é a velocidade tangencial ao corpo, v_n a velocidade normal, p a pressão, ρ a densidade do fluido, ν a viscosidade cinemática. Como a velocidade normal é nula e pelo princípio da aderência completa, o lado esquerdo da equação (4.52) é igual a aceleração do corpo a_{corpo} , projetada na direção tangencial ao corpo e_s , o que nos fornece

$$(4.53) \quad \underline{a}^{corp} \cdot \underline{e}_s = - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} + v \frac{\partial}{\partial v_s} \left(\frac{\partial s}{\partial v_s} \right) + v \frac{\partial}{\partial v_n} \left(\frac{\partial n}{\partial v_s} \right)$$

Pela equação da continuidade, tem-se que

$$(4.54) \quad \frac{\partial v_s}{\partial v_s} + \frac{\partial v_n}{\partial v_n} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial v_s}{\partial v_s} = - \frac{\partial v_n}{\partial v_n}$$

Substituindo-se (4.54) em (4.53),

$$(4.55) \quad \frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} = v \frac{\partial}{\partial v_n} \left(- \frac{\partial n}{\partial v_n} \right) + v \frac{\partial}{\partial v_s} \left(\frac{\partial n}{\partial v_s} \right) - \underline{a}^{corp} \cdot \underline{e}_s$$

Rearranjando-se os termos, obtêm-se

$$(4.56) \quad \frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} = v \frac{\partial}{\partial v_n} \left(\frac{\partial n}{\partial v_s} + \frac{\partial v_n}{\partial v_s} \right) - \overbrace{\left(\frac{\partial n}{\partial v_s} + \frac{\partial v_n}{\partial v_s} \right)}^{-\omega} - \underline{a}^{corp} \cdot \underline{e}_s$$

Assim,

$$(4.57) \quad \frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} = - v \frac{\partial}{\partial v_n} \overbrace{\left(\frac{\partial n}{\partial v_s} + \frac{\partial v_n}{\partial v_s} \right)}^A - \underline{a}^{corp} \cdot \underline{e}_s^B$$

Os termos A e B da equação (4.57) serão tratados separadamente para simplificar

o entendimento. Tratando inicialmente do termo A .

Como pode-se ver mais formalmente em COTTEL e KOMMOUTSAKOS

(2000), integrando-se no domínio do fluido a equação de transporte de vorticidade

escrita para parede do corpo e utilizando-se do teorema de Stokes, temos

$$(4.58) \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial t} = v \int \frac{\partial \omega(s)}{\partial s} ds$$

onde Γ é a circulação e s indica a tangente ao corpo. Considerando-se que $\frac{\partial \omega(s)}{\partial n}$ em

um dado painel é constante e escrevendo-se o termo da circulação em uma forma

discreta, temos que

integrando-se o campo de pressões ao redor do corpo,

A força do fluido devido à pressão, dada na equação (4.60), pode ser obtida

posteriormente.

A $\vec{F}_{\text{cisalhamento}}$ é a força referente ao cisalhamento, que será mostrado

de SALTARA (2002).

(4.60). A parcela $\vec{F}_{\text{aceleração}}$ é calculada analiticamente, conforme deduzido com auxílio

A $\vec{F}_{\text{aceleração}}$ é a força referente ao termo da aceleração, termo B na equação

(4.60). Será mostrado o cálculo numérico de $\vec{F}_{\text{circulação}}$.

A $\vec{F}_{\text{circulação}}$ é a força referente ao termo da circulação, termo A na equação

$$\vec{F}_{\text{total}} = \vec{F}_{\text{circulação}} + \vec{F}_{\text{aceleração}} + \vec{F}_{\text{cisalhamento}} \quad (4.61)$$

força total será separada em três,

Como o interesse final é calcular a força total que o fluido exerce no corpo, a

termo B , referente à aceleração do corpo, pode ser integrado analiticamente.

O termo A , referente à circulação, só pode ser integrado numericamente.

Para encontrar o campo de pressões, deve-se integrar a expressão (4.60) no

$$\frac{\partial p}{\partial s} = -\rho \frac{\Delta \Gamma}{\Delta S} \frac{A}{1} - \rho \frac{\Delta \Gamma}{\Delta S} \frac{B}{e^{\text{corpo}}} \quad (4.60)$$

Substituindo-se (4.59) em (4.57),

circulação absorvida pelo mesmo.

onde ΔS é o comprimento do painel, $\Delta \Gamma$ é a circulação criada no painel menos a

$$\Delta \Gamma = v \frac{\partial \omega}{\partial n} \Delta S \quad (4.59)$$

(4.62)

$$\vec{F}_p = - \oint_S p \vec{e}_n ds$$

Separando-se as forças devido à pressão, conforme descrito anteriormente,

temos a força devido à circulação $\vec{F}_{circulação}$ e à aceleração $\vec{F}_{aceleração}$.

Calculando-se primeiro $\vec{F}_{circulação}$, a parcela da pressão devido à circulação, termo

A em (4.60), será diferenciada pelo sobrescrito A . Essa pode ser escrita na forma

discreta como sendo

(4.63)

$$\Delta p_A^{circulação} = -p \frac{\Delta \Gamma}{\Delta t}$$

A parcela da pressão devido à circulação em um determinado painel i será

(4.64)

$$p_A^i = p_0^A - \rho \sum_{j=1}^i \Delta \Gamma_j$$

p_0^A é uma pressão referencial e pode ser tomada como zero, $\Delta \Gamma_j$ é a circulação criada no

painel j menos a circulação absorvida pelo painel j .

A $\vec{F}_{circulação}$ é então calculada numericamente por meio de

(4.65)

$$\vec{F}_{circulação} = - \sum_{i=1}^{N_w} p_A^i \Delta S_i \vec{e}_n$$

Calculando-se agora a parcela da força devido à aceleração $\vec{F}_{aceleração}$, termo B

em (4.60). Conforme na figura abaixo, considerando-se o caso em que o corpo seja um

cilindro de raio r , a aceleração do corpo $\vec{a}_{corpo} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$.

$$\int_{2\pi}^0 \sin \theta \cos \theta d\theta = \int_{2\pi}^0 \sin 2\theta \frac{2}{2} d\theta = \left[-\frac{\cos 2\theta}{4} \right]_{2\pi}^0 = 0$$

$$\int_{2\pi}^0 \cos^2 \theta d\theta = \left[\frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_{2\pi}^0 = \pi$$

$$\int_{2\pi}^0 \cos \theta d\theta = \sin \theta \Big|_{2\pi}^0 = 0$$

Separando-se as integrais,

$$\vec{F}_{aceleração}^x = \left(\rho a_x r^2 \int_{2\pi}^0 \cos^2 \theta d\theta - \rho a_x r^2 \int_{2\pi}^0 \cos \theta d\theta + \rho a_x r^2 \int_{2\pi}^0 \sin \theta \cos \theta d\theta \right) \vec{e}_x$$

Resolvendo-se primeiramente na direção x:

$$\vec{F}_{aceleração}^y = - \int_{2\pi}^0 [\rho a_x r (\cos \theta - 1) - \rho a_y r \sin \theta] \sin \theta r d\theta \vec{e}_y$$

$$\vec{F}_{aceleração}^x = \int_{2\pi}^0 [\rho a_x r (\cos \theta - 1) - \rho a_y r \sin \theta] \cos \theta r d\theta \vec{e}_x$$

Separando-se os termos das forças em \vec{e}_x e \vec{e}_y ,

$$\vec{F}_{aceleração}^x = - \int_{2\pi}^0 [\rho a_x r (\cos \theta - 1) - \rho a_y r \sin \theta] \cos \theta r d\theta \vec{e}_x + \sin \theta r d\theta$$

Inserindo-se P_B^θ e \vec{e}_n em (4.69),

$$\vec{F}_{aceleração}^x = - \int_1^s P_B^\theta \vec{e}_n ds = - \int_1^s P_B^\theta \vec{e}_n r d\theta \quad (4.69)$$

Calculando a força devido o termo da aceleração,

$$P_B^\theta = \rho a_x r (\cos \theta - 1) - \rho a_y r \sin \theta$$

Resolvendo-se a integral acima, temos

$$P_B^\theta = - \rho \int_{\theta}^0 (a_x \sin \theta + a_y \cos \theta) r d\theta$$

$$P_B^\theta = -\rho \int_\theta^0 (a_x \bar{e}_x + a_y \bar{e}_y) (\sin \theta \bar{e}_x + \cos \theta \bar{e}_y) r d\theta$$

igual a zero, tem-se

Escrevendo-se $ds = r d\theta$, \bar{e}_s de acordo com a expressão (4.66) e adotando P_B^1

$$P_B^2 = P_B^1 - \rho \int_2^1 \bar{a}_{corpo} \cdot \bar{e}_s ds \quad (4.68)$$

Integrando-se o termo da direita,

$$\int_2^1 \frac{\partial P_B}{\partial s} ds = - \int_2^1 \rho \bar{a}_{corpo} \cdot \bar{e}_s ds \quad (4.67)$$

diferenciada pelo sobrescrito B. Essa parcela pode ser calculada da seguinte forma:

A parcela da pressão no ponto 2, figura 4-5, devido à aceleração será

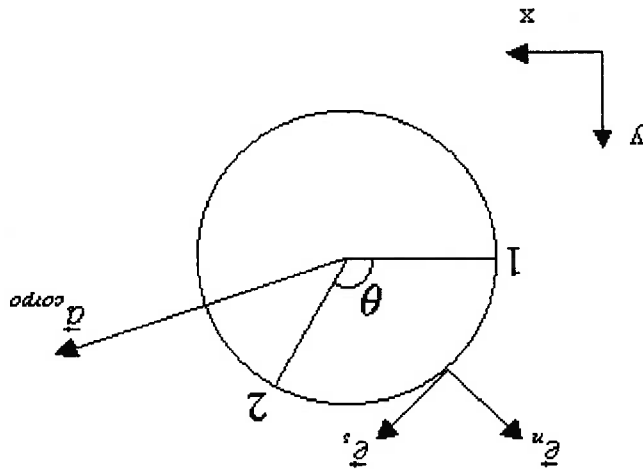
$$\bar{e}_n = -\cos \theta \bar{e}_x + \sin \theta \bar{e}_y \quad (4.66)$$

$$\bar{e}_s = \sin \theta \bar{e}_x + \cos \theta \bar{e}_y$$

\bar{e}_s e \bar{e}_n em função das coordenadas cartesianas \bar{e}_x e \bar{e}_y , tem-se

\bar{e}_s e \bar{e}_n são os versores tangencial e normal ao corpo respectivamente. Escrevendo-se

Figura 4-5 - Sistema de Coordenadas do Cilindro Acelerado.



aproximar a derivada como

4-3 a distância em que a velocidade do fluido é dada por v_s é 2σ , podemos então onde τ é a tensão de cisalhamento e μ é a viscosidade dinâmica. Como visto na Figura

$$\tau = \mu \frac{\partial v_s}{\partial n} e_s \quad (4.72)$$

Calculando-se agora as forças devido às tensões de cisalhamento, sabe-se que

$$F_{aceleração}^x = \rho \alpha x r^2 e_x + \rho \alpha_y r^2 e_y \quad (4.71)$$

B na equação (4.60) é

Assim, a componente da força do fluido correspondente ao termo da aceleração

$$F_{aceleração}^y = \rho \alpha_y r^2 e_y \quad (4.70)$$

Obtendo-se a componente na direção y da $F_{aceleração}^y$

$$\int_{2\pi}^0 \text{sen } \theta \cos \theta d\theta = \int_{2\pi}^0 \frac{\text{sen } 2\theta}{2} d\theta = \left[-\frac{\cos 2\theta}{4} \right]_0^{2\pi} = 0$$

$$\int_{2\pi}^0 \text{sen } \theta^2 d\theta = \left[\frac{\theta}{2} - \frac{\text{sen } 2\theta}{4} \right]_0^{2\pi} = \pi$$

$$\int_{2\pi}^0 \text{sen } \theta d\theta = -\cos \theta \Big|_0^{2\pi} = 0$$

Resolvendo-se as integrais separadamente,

$$F_{aceleração}^y = \left(-\rho \alpha_x r^2 \int_{2\pi}^0 \text{sen } \theta \cos \theta d\theta + \rho \alpha_x r^2 \int_{2\pi}^0 \text{sen } \theta d\theta + \rho \alpha_y r^2 \int_{2\pi}^0 \text{sen } \theta^2 d\theta \right) e_y$$

De forma análoga na direção x ,

$$F_{aceleração}^x = \rho \alpha_x r^2 e_x$$

Obtendo-se a componente na direção x da $F_{aceleração}^x$

$$(4.73) \quad \vec{\tau} = \mu \frac{2\sigma_0}{V} \vec{e}_s$$

Integrando-se no contorno,

$$(4.74) \quad \vec{F}_{\text{cisalhamento}} = \int_{\text{corpo}} \vec{\tau} ds = \sum_{i=1}^{Nm} \mu \frac{2\sigma_{0i}}{V_{S_i}} \Delta S_i \vec{e}_{s_i}$$

Assim, a força total que o fluido exerce no corpo é a soma da força devido às pressões, circulação A e aceleração B , mais a força decorrente do cisalhamento,

$$(4.75) \quad \vec{F}_{\text{TOTAL}} = \vec{F}_{\text{circulação}} + \vec{F}_{\text{aceleração}} + \vec{F}_{\text{cisalhamento}}$$

4.8 Resultados do Método dos Vórtices Discretos – Um cilindro fixo

Os resultados de código hidrodinâmico bidimensional são comparados com resultados encontrados na literatura para escoamentos em cilindros circulares com número de Reynolds 10,000. São apresentados os valores do número de Strouhal e de coeficiente de arrasto médio em ensaios experimentais e simulações numéricas bidimensionais e tridimensionais. O resultado encontrado neste trabalho para o número de Strouhal é de $St=0.19$ e o coeficiente de arrasto de $Cd=1.28$. Observando-se a Tabela 4-1, pode-se notar que os valores encontrados neste trabalho entram em boa concordância com os encontrados por meio de outros métodos.

<i>Autor</i>	<i>Strouhal</i>	<i>C_d</i>
MVD	0.19	1.28
Lagrangiano bidimensional		
Flatschart, R. B., 2000 (2D)	0.21	1.55
Saltara, F., 1999 (2D)	0.24	1.73
Selvan, R.P., 1997 (2D)	0.15	1.34
Nomura, T., 1994 (2D)	0.19	1.35
Tamura, T., 1990 (3D)	-	1.20
Roshko, A., 1961 (experimental)	0.20	1.20

Tabela 4-1 – Validação Método dos Vórtices Discretos – número de Strouhal e coeficiente de arrasto

Para a simulação, foi utilizado um intervalo de tempo adimensional de 0.1, e a simulação foi limitada a 2000 “time steps”. O registro temporal dos coeficientes de sustentação e arrasto pode ser visto na Figura 4-6. A visualização da esteira do escoamento é mostrada na Figura 4-7.

Figura 4-7 – Visualização do escoamento - Estreia de vórtices discretos.

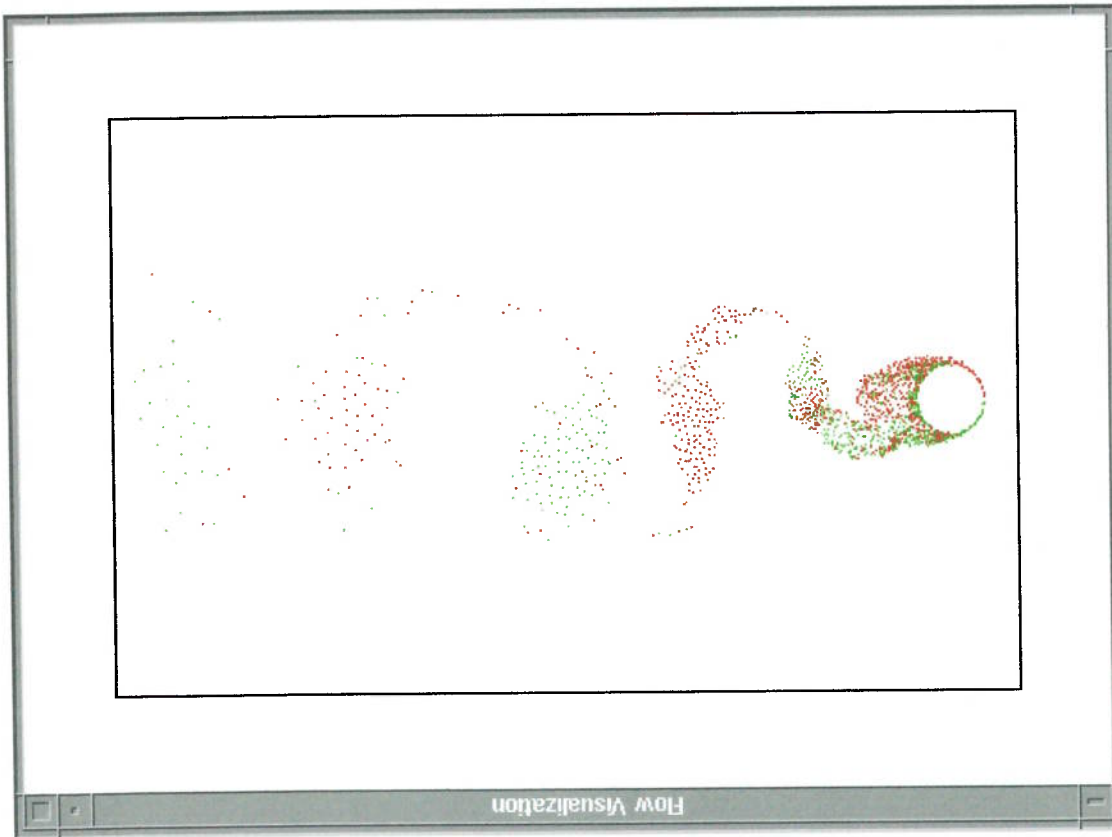
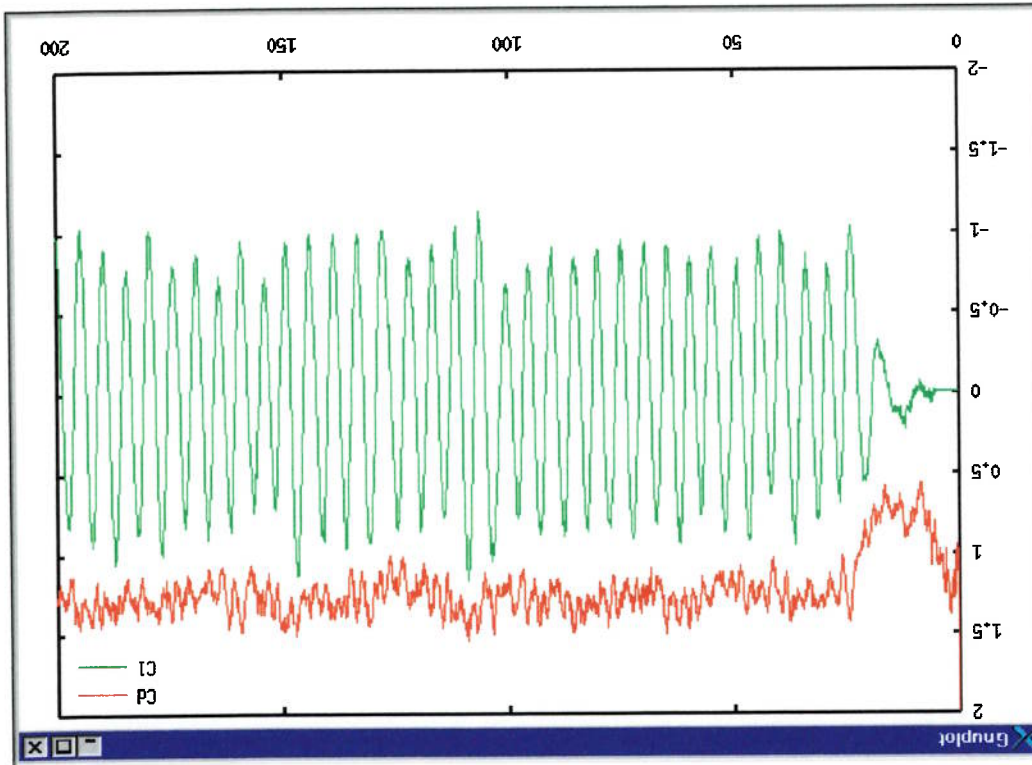


Figura 4-6 – Coeficientes de Arrasto e de Sustentação - $Re=10^4$.



Os efeitos do modelo de difusão podem ser visto a seguir. Foram simulados também escoamentos com número de Reynolds $Re=500$ e $Re=10^8$. São mostrados abaixo os gráficos de força obtidos para os dois casos, bem como os coeficientes médios de arrasto e número de Strouhal.

- Número de Reynolds $Re=500$

Número de Strouhal = 0.20

Coefficiente de Arrasto Médio = 1.63

- Número de Reynolds $Re=10^8$

Número de Strouhal = 0.18

Coefficiente de Arrasto Médio = 1.20

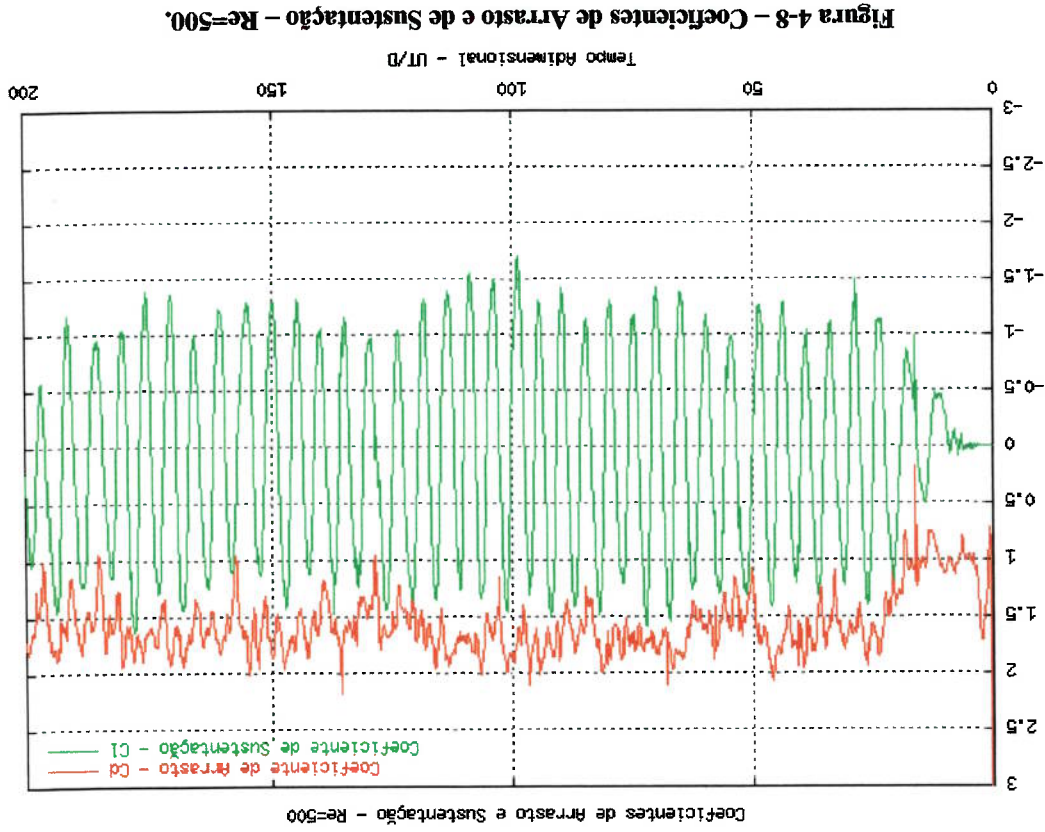


Figura 4-8 – Coeficientes de Arrasto e de Sustentação – $Re=500$.

Figura 4-10 – Coeficiente de Arrasto por Número de Reynolds para um Cilindro Circular – Adaptado de PANTON (1995).

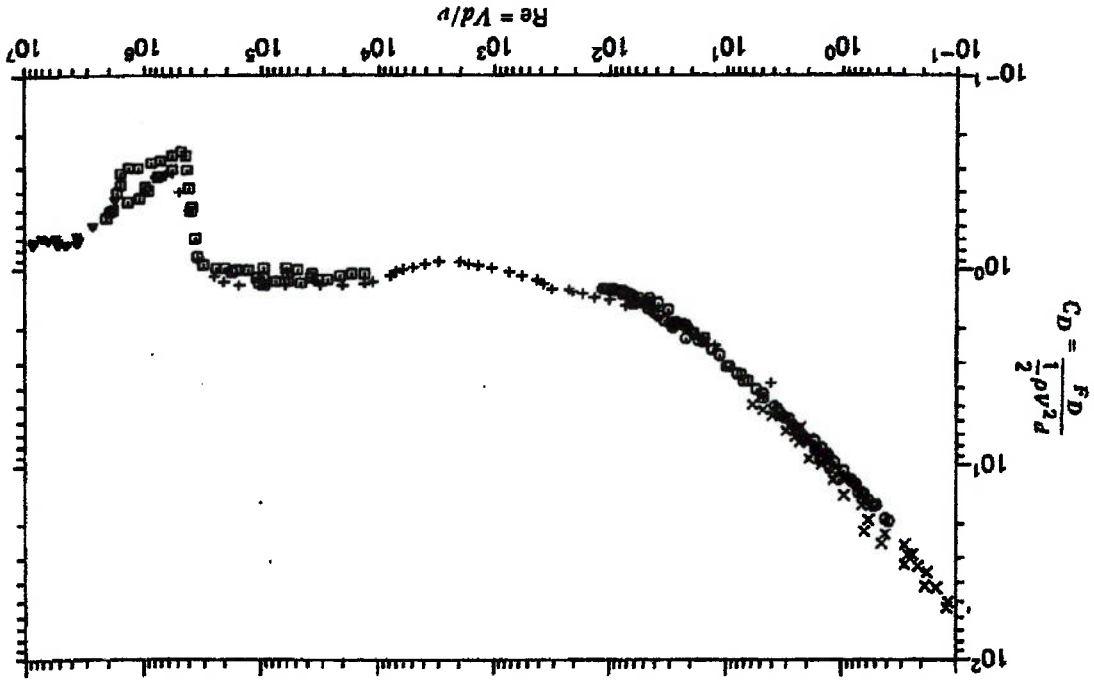
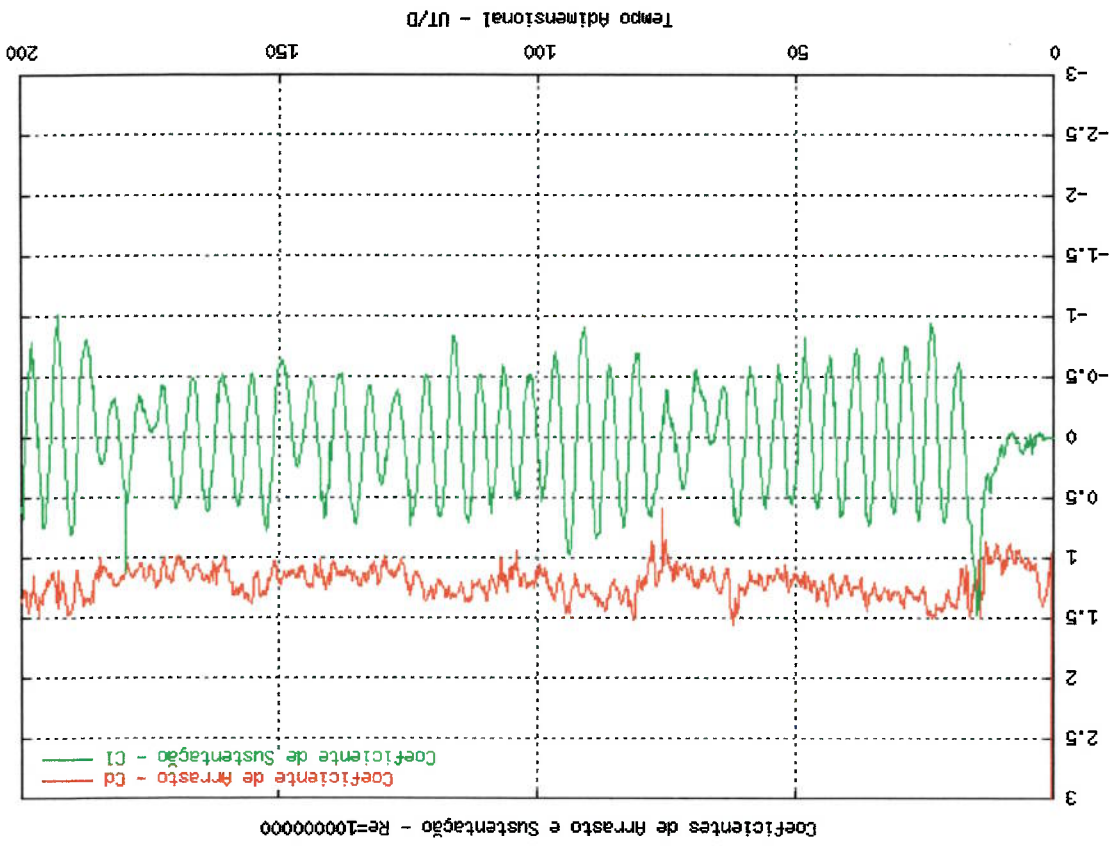


Figura 4-9 - Coeficientes de Arrasto e de Sustentação – $Re=10^6$.



De forma geral, o efeito do modelo do núcleo crescente provocou na simulação a diminuição do coeficiente de arrasto com o aumento do número de Reynolds, o que é de certa forma esperado. Comparando-se o coeficiente de arrasto médio, obtido na simulação para número de Reynolds $Re=500$, com os resultados mostrados na Figura 4-10, que mostra um gráfico de coeficiente de arrasto por número de Reynolds para o cilindro, nota-se que os valores obtidos pela simulação foram aos superiores resultados dos vários experimentos mostrados no gráfico. Na simulação, o coeficiente médio de arrasto foi de $C_d=1.63$. Pelo gráfico de coeficiente de arrasto por número de Reynolds, obtém-se um valor próximo de $C_d=1.2$.

Para os resultados com número de Reynolds $Re=10^8$, nota-se uma diminuição no coeficiente de arrasto, porém, embora o gráfico mostrado na Figura 4-10 não mostre resultados até esse valor de número de Reynolds, certamente, esse resultado não está correto. Isso porque não foi inserido nenhum modelo de turbulência na camada limite, de forma a considerar os efeitos da transição da camada limite laminar para camada limite turbulência. Por volta do número de Reynolds $Re=3 \times 10^5$, ocorre a crise do arrasto e os valores de coeficientes de arrasto tornam-se bem inferiores aos encontrados quando a camada limite é laminar.

5. Resultados

5.1 Resultados Bidimensionais – Um Cilindro Livre para Oscilar

Foram simulados escoamentos ao redor de um cilindro livre para oscilar na direção transversal ao escoamento. Os resultados das amplitudes e dos modos de emissão de vórtices obtidos são comparados com resultados obtidos experimentalmente. O modelo utilizado, no estudo do problema de interação entre fluido e estrutura em simulações bidimensionais com um cilindro livre para oscilar, foi de um sistema, massa, mola e amortecedor, ou seja, um modelo que resolvesse a equação diferencial:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_{TOTAL}^y \quad (5.1)$$

onde m é a massa do sistema por unidade de comprimento do cilindro, c é o amortecimento estrutural, k é rigidez, y , \dot{y} e \ddot{y} são a aceleração, a velocidade e o deslocamento transversal respectivamente.

F_{TOTAL}^y é a força de transversal total por unidade de comprimento do cilindro, composta das três parcelas descritas na equação (4.75),

$$F_{TOTAL}^y = F_{circulação}^y + F_{cisalhamento}^y + F_{aceleração}^y.$$

Como visto anteriormente na equação (4.71), a força, devido à aceleração na direção transversal ao escoamento, $F_{aceleração}^y$ é igual à massa de fluido deslocada pelo cilindro vezes a aceleração,

$$F_{aceleração}^y = \rho \pi r^2 \ddot{y} = m^a \ddot{y}$$

m_p é a massa de fluido deslocada pelo cilindro. Como a princípio não se tem o valor da aceleração transversal do cilindro \ddot{y} , pode-se resolver esse termo de forma implícita, jogando-o para o lado esquerdo da equação do sistema massa mola amortecedor, equação (5.1). Ficando da forma

$$(5.2) \quad (m - m_p)\ddot{y} + c\dot{y} + ky = \frac{1}{2}C_l \rho U_\infty^2 D$$

O coeficiente de sustentação C_l foi definido como sendo

$$(5.3) \quad C_l = \frac{F_{\text{circulação}} + F_{\text{cisalhamento}}}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 D}$$

ρ é a densidade do fluido, U_∞ a velocidade da corrente ao longe, e D o diâmetro da

estrutura.

Para adimensionalizar a equação (5.1), é necessário definir inicialmente os seguintes parâmetros e adimensionais:

$$(5.4) \quad \text{massa deslocada} = m_p = \frac{\rho \pi D^2}{4}$$

$$(5.5) \quad \text{parâmetro de massa} = m^* = \frac{m}{m_p}$$

$$(5.6) \quad \text{frequência natural} = \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m + m_p}}$$

$$(5.7) \quad \text{fator de amortecimento} = \zeta = \frac{c}{2(m + m_p)\omega_n}$$

$$(5.8) \quad \text{velocidade reduzida} = V_r = \frac{U_{\text{free}}}{D\omega_n}$$

Dividindo-se a equação da base elástica (5.1) por $(m+m_p)$ e escrevendo o termo

da força em função do coeficiente de sustentação, C_l temos

$$(5.9) \quad \frac{m-m_p}{m+m_p} \gamma + \frac{m+m_p}{c} \gamma + \frac{m+m_p}{k} \gamma = \frac{C_l \rho U_\infty^2 D}{2} \frac{(m+m_p)}{1}$$

utilizando-se dos adimensionais definidos acima, podemos reescrever a equação como

$$(5.10) \quad \frac{m-m_p}{m+m_p} \gamma + 2\zeta \omega_n \gamma + \omega_n^2 \gamma = C_l m_p \frac{\pi D}{2U_\infty^2} \frac{(m+m_p)}{1}$$

inserindo-se ainda o parâmetro de massa (5.5) temos

$$(5.11) \quad \frac{m^*-1}{m^*+1} \gamma + 2\zeta \omega_n \gamma + \omega_n^2 \gamma = \frac{\pi D}{2U_\infty^2 C_l} \frac{(m^*+1)}{1}$$

Essa foi a equação utilizada para a resolução do problema de integração

fluido-estrutura bidimensional.

5.1.1 Método de Integração Fluido-Estrutura Explícito

Como pode ser visto no capítulo 4, o valor da força retirada do modelo

hidrodinâmico é função de dois termos, entre outros, que devem ser fornecidos do

comportamento dinâmico da estrutura. São eles: a posição e a velocidade do cilindro, a

cada instante de tempo.

Apenas lembrando onde esses termos entram na formulação, a necessidade da

posição do cilindro é facilmente vista. A cada instante de tempo, o cilindro está em uma

posição diferente, assim a posição do cilindro em relação aos vórtices discretos deve ser

atualizada para que se calcule corretamente os campos de pressões e a função linha de

corrente.

A velocidade do corpo é necessária porque é preciso compensar o fluxo de fluido que entra no corpo em movimento. Podemos observar a necessidade da velocidade do corpo pela equação (4.13).

$$\psi_{i+1} - \psi_i = -V_{BODY} \cdot n \cdot \Delta S \quad (4.13)$$

Assim, o corpo é uma linha de corrente, ou seja, não existe fluido passando pelo corpo.

Numericamente, as informações da estrutura são referentes ao instante de tempo presente. A força hidrodinâmica do próximo instante de tempo será calculada por meio de informações de um instante de tempo anterior, formando uma forma explícita de acoplamento. De uma outra maneira mais esquemática, podemos representar o acoplamento explícito para um instante de tempo qualquer t , da seguinte forma:

Instante de tempo t

- Cálculo da $F_{t+1}^{Hidrodinamica} = f(X_{t+1}^{corpo}, V_{t+1}^{corpo}, \dots)$

- ❖ Solução da estrutura, com $F_{t+1}^{Hidrodinamica} \rightarrow X_{t+1}^{corpo}, V_{t+1}^{corpo}$

Instante de tempo $t+1$

- Cálculo da $F_{t+2}^{Hidrodinamica} = f(X_{t+2}^{corpo}, V_{t+2}^{corpo}, \dots)$

- ❖ Solução da estrutura, com $F_{t+2}^{Hidrodinamica} \rightarrow X_{t+2}^{corpo}, V_{t+2}^{corpo}$

Instante de tempo $t+n$

- Cálculo da $F_{t+n+1}^{Hidrodinamica} = f(X_{t+n+1}^{corpo}, V_{t+n+1}^{corpo}, \dots)$

- ❖ Solução da estrutura, com $F_{t+n+1}^{Hidrodinamica} \rightarrow X_{t+n+1}^{corpo}, V_{t+n+1}^{corpo}$

A força hidrodinâmica $F_{t+1}^{Hidrodinamica}$ do tempo $t+1$ é calculada com base na posição do corpo X_t^{corpo} e velocidade V_t^{corpo} no instante t . Com $F_{t+1}^{Hidrodinamica}$ calcula-se X_{t+1}^{corpo} e V_{t+1}^{corpo} e assim por diante.

Por meio do coeficiente de sustentação C_L obtido pelo modelo numérico exposto no capítulo 4, a equação da base-elástica (5.11) é resolvida para cada instante de tempo pelo método de integração no tempo da aceleração média, exposto na seção 3.4.

Foram obtidos resultados para uma faixa de velocidades reduzidas entre $3 \leq V_r \leq 16$. Os resultados de amplitude transversal são comparados com os resultados obtidos experimentalmente por KHALAK e WILLIAMSON (1996) e PARRA (1996) e com resultados obtidos numericamente por SALTARA (1999). Optamos por considerar $m^* = 3.3$ e $\zeta = 0.003939$, valores utilizados nas simulações de KHALAK e WILLIAMSON (1996). Os números de Reynolds do experimento e da simulação de Saltara são de $Re = 12000$ e $Re = 10000$ respectivamente.

O número de Reynolds das simulações numéricas presentes nesse trabalho é de $Re = 10^4$. O número de vórtices discretos utilizado é de aproximadamente 2000. O intervalo de tempo adimensional é de $U_\infty \Delta t / D = 0.1$.

A Figura 5-1 mostra resultados da amplitude de vibração transversal como função da velocidade reduzida. As simulações foram feitas considerando-se que o escoamento ao redor do cilindro é dotado de uma certa velocidade reduzida fixa.

Nas figuras abaixo, são mostrados os resultados dos coeficientes de arrasto - C_d e sustentação - C_l e deslocamento adimensional - Y/D , para as velocidades reduzidas de $V_r=3.0, 5.0, 7.0, 10.0$ e 14.0 , seguidas de suas respectivas visualizações de esteira.

Figura 5-1 – Curva de Velocidade Reduzida versus Amplitude Adimensional

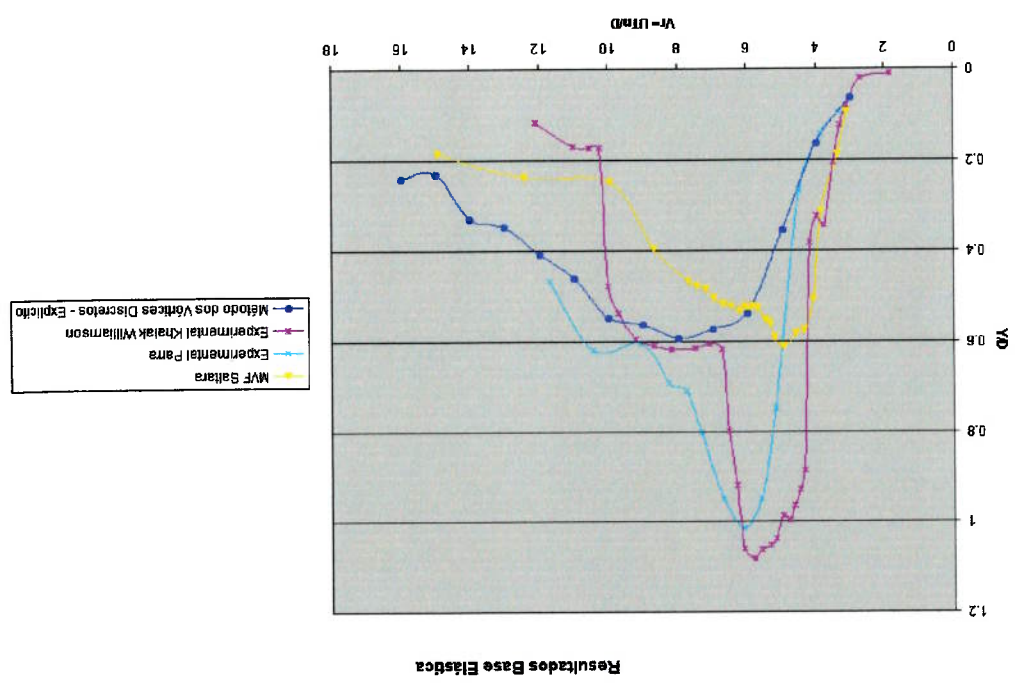
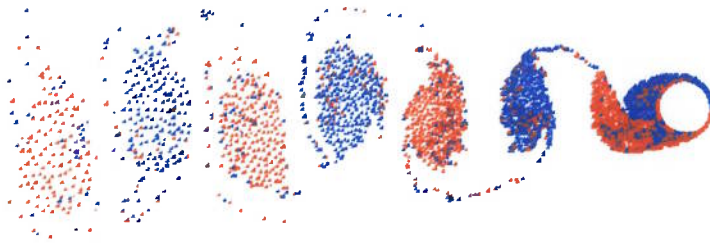


Figura 5-3 – Modo de Emissão de Vórtices para $V_r=3.0$



Elapsed Time : 104

Figura 5-2 – Coeficientes de Força e Sustentação e Deslocamento Adimensional do Cilindro para $V_r=3.0$

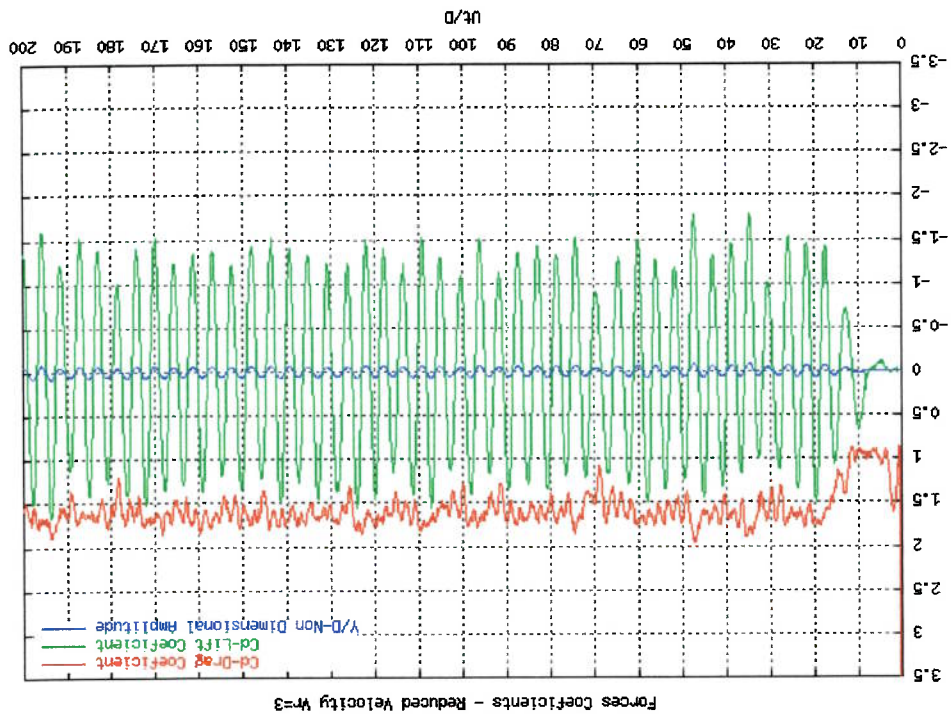
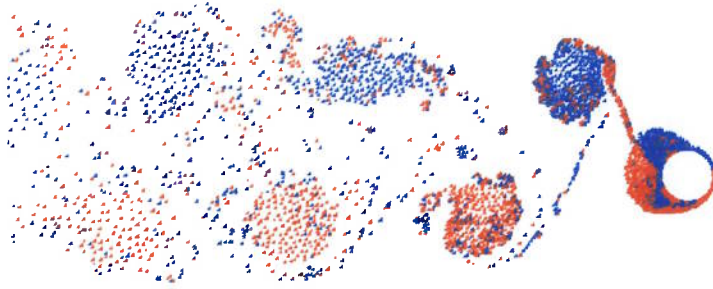


Figura 5-5 – Modo de Emissão de Vórtices para $V_r=5.0$



Elapsed Time : 70

Figura 5-4 - Coeficientes de Força e Sustentação e Deslocamento Adimensional do Cilindro para $V_r=5.0$

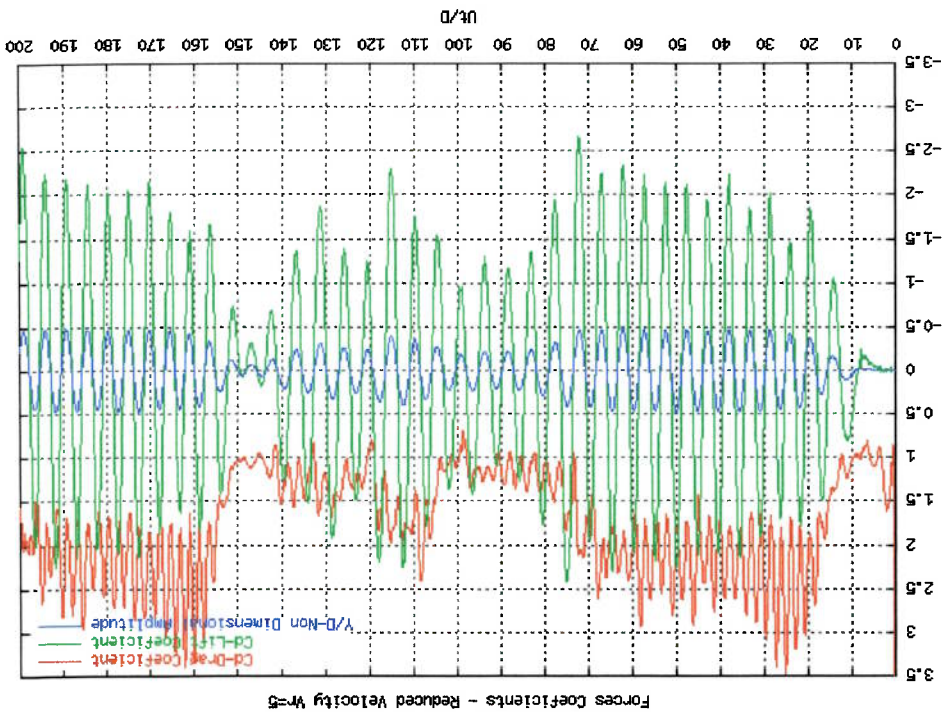
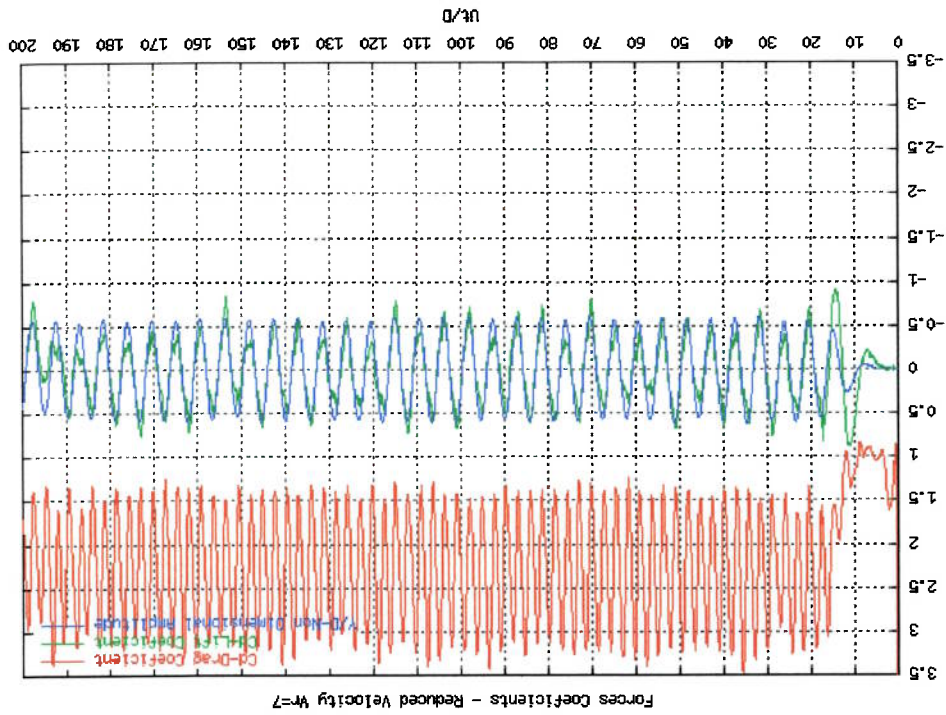


Figura 5-6 - Coeficientes de Força e Sustentação e Deslocamento Adimensional do Cilindro para $V_r=7.0$



Elapsed Time : 110

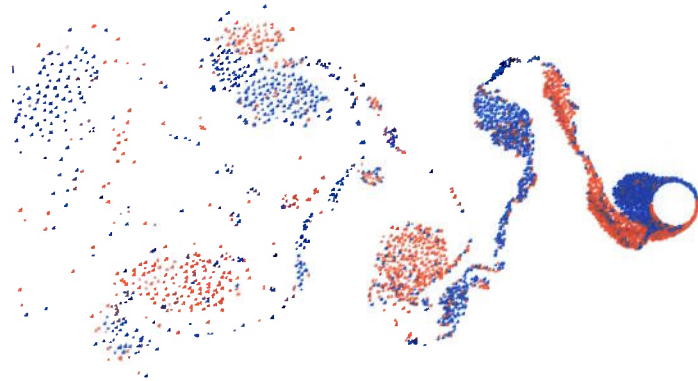
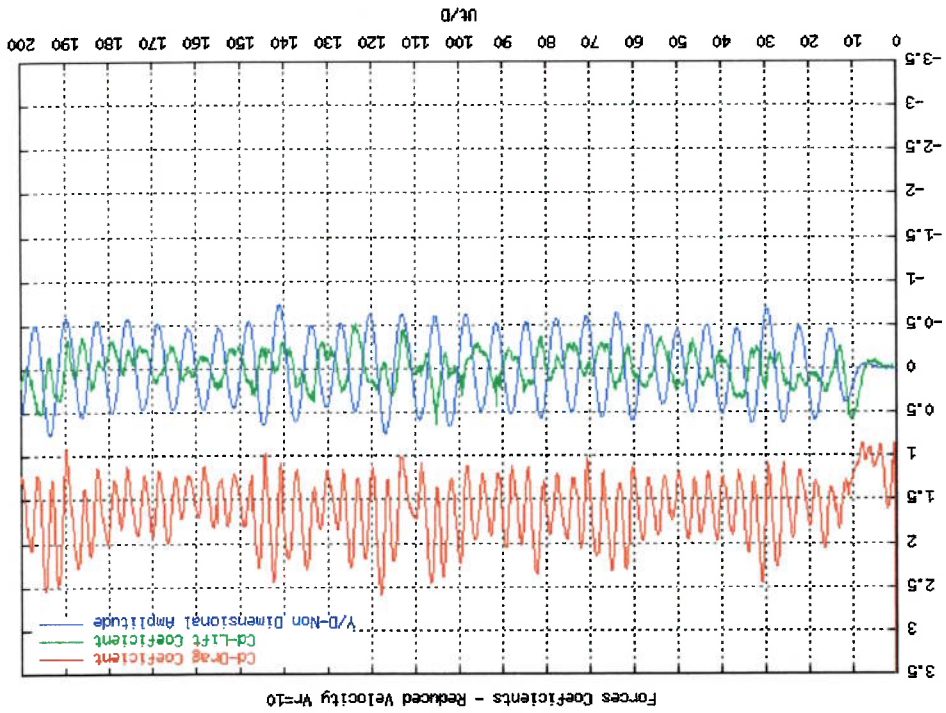


Figura 5-7 - Modo de Emissão de Vórtices para $V_r=7.0$

Figura 5-8 - Coeficientes de Força e Sustentação e Deslocamento Adimensional do Cilindro para $Vr=10.0$



Elapsed Time : 56



Figura 5-9 - Modo de Emissão de Vórtices para $Vr=10.0$

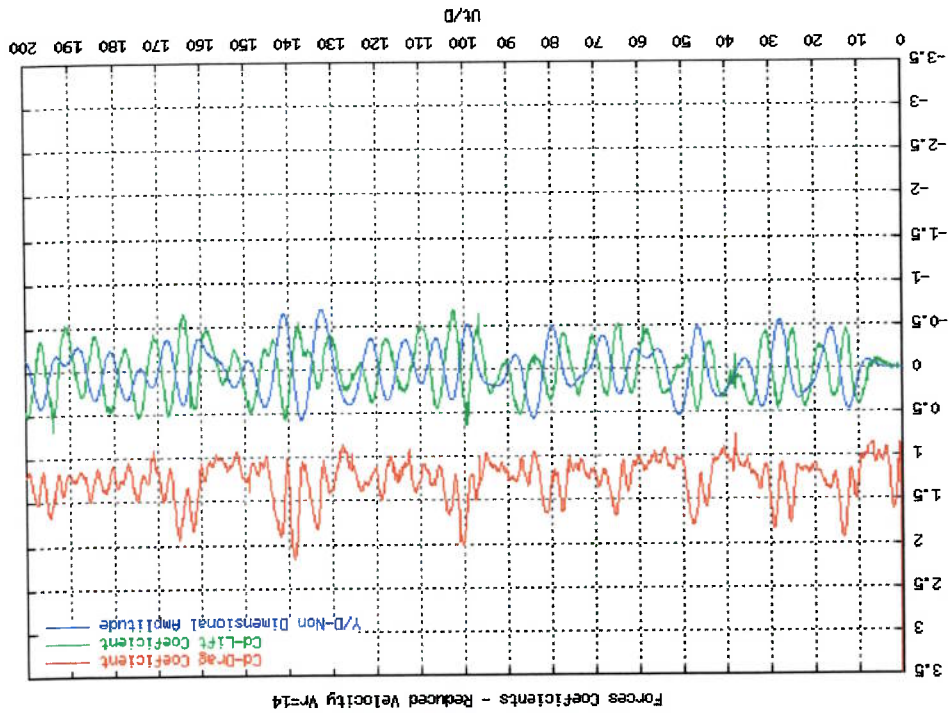


Figura 5-10 - Coeficientes de Força e Sustentação e Deslocamento Adimensional do Cilindro para $V_r=14.0$

Elapsed Time : 124



Figura 5-11 - Modo de Emissão de Vórtices para $V_r=14.0$

Podemos observar na Figura 5-1 que a máxima amplitude adimensional obtida por meio da simulação numérica com o Método dos Vórtices Discretos foi de aproximadamente $Y/D = 0.6$, na velocidade reduzida $Vr = 8$.

Nota-se que a amplitude de oscilação máxima obtida pelo MVD é bem inferior às amplitudes obtidas experimentalmente, as quais chegam em torno de $Y/D = 1.1$ para uma velocidade reduzida $Vr = 5.8-6.0$.

Embora não tenham sido encontrados resultados anteriores com um cilindro livre para oscilar utilizando-se o MVD na sua forma puramente Lagrangeana, esse resultado já era de certa forma esperado. Resultados de simulações numéricas bidimensionais utilizando-se diferentes métodos, como o MVD na forma híbrida apresentada por MENEGHINI e SALTARA (1997), Método dos Volumes Finitos SALTARA (1999) ou Método dos Elementos Finitos, sempre apresentaram essa discrepância comparando-se com os resultados experimentais.

Os resultados experimentais de KHALAK e WILLIAMSON (1996) mostram que podem existir dois valores possíveis para a máxima amplitude associada com um ramo superior ou inferior da curva de amplitude versus velocidade reduzida. Sabe-se também que existe um fenômeno de histerese associado com o movimento entre esses dois ramos.

A amplitude máxima obtida por meio de simulações numéricas sempre atinge o patamar por volta de $Y/D = 0.6$. Ao que parece, o resultado numérico obtido consegue apenas captar o ramo inferior da curva experimental de amplitudes.

As razões da discrepância entre os resultados numéricos e os resultados experimentais ainda são desconhecidas. A hipótese de bidimensionalidade pode ser uma causa, embora ela seja apenas inicialmente razoável tendo em vista que grandes amplitudes de vibração parecem eliminar as tridimensionalidades observadas na esteira

(BLEVINS(1990)). Diferentes métodos numéricos bidimensionais aplicados a esse mesmo problema apresentam resultados semelhantes.

Outro motivo pode ser o modelo estrutural utilizado nas simulações, o qual pode não estar representando o comportamento estrutural adequadamente.

Tendo em vista essas duas hipóteses, propôs-se um modelo feito de uma maneira “quase tridimensional”, em que a parte hidrodinâmica é calculada em seções bidimensionais, acopladas a uma estrutura tridimensional. A tridimensionalidade do escoamento será dada apenas pelo acoplamento estrutural.

As figuras 5-2, 5-4, 5-6, 5-8 e 5-10 mostram os coeficientes de arrasto e de sustentação e amplitude adimensional para as velocidades reduzidas $V_r=3.0, 5.0, 7.0, 10.0$ e 14.0 , respectivamente.

- Para velocidade reduzida $V_r=3.0$, nota-se que a amplitude de oscilação é praticamente nula.

- Na $V_r=5.0$, a amplitude aumenta consideravelmente em torno de $Y/D=0.5$ percebe-se também que essa amplitude de oscilação não é constante ao longo do tempo caracterizando um batimento no sinal.

- Quando $V_r=7.0$, na região de “lock-in”, observam-se os efeitos de sincronização da força atuante e o deslocamento da estrutura com a frequência de desprendimento de vórtices emitidos, a amplitude torna-se maior.

- $V_r=10.0$ o valor da amplitude começa a cair, saída da região de “lock-in”.
- Para a velocidade reduzida mais alta $V_r=14.0$ fora da região de sincronização, o sinal do coeficiente de sustentação e o de amplitude tornam-se irregulares.

Nas figuras 5-3, 5-5, 5-7, 5-9 e 5-11, são mostradas as esteiras do escoamento para $V_r=3.0, 5.0, 7.0$ e 14.0 , respectivamente. Seguindo-se a nomenclatura de

WILLIANSO e ROSHKO(1988) 2S e 2P, em que o modo 2S é caracterizado por dois vórtices sendo gerados por ciclo de oscilação e 2P caracterizado por dois pares de vórtices formados por ciclo.

- Podemos observar para $Vr=3.0$ que o modo de emissão de vórtices é 2S durante toda simulação.
- Para $Vr=5.0$, em grande parte da simulação predomina o modo 2S. Como existe um batimento na oscilação do cilindro em alguns instantes não fica bem caracterizado um modo de emissão específico.
- Quando $Vr=7.0$, podemos ver claramente o modo 2P durante toda simulação.

- $Vr=10.0$, são observados em alguns ciclos modos de emissão 2P e 2P+2S, porém não se pode dizer que exista um padrão de emissão. Na maioria dos ciclos a emissão de vórtices não segue padrão reconhecido.
- E para $Vr=14.0$, observa-se o modo 2S, porém este também não é visto sempre na simulação. Em alguns momentos, pode-se observar um modo 2S+2P. Embora alguns modos específicos de emissão de vórtices sejam vistos em alguns ciclos, não se pode dizer que existe um padrão observado.

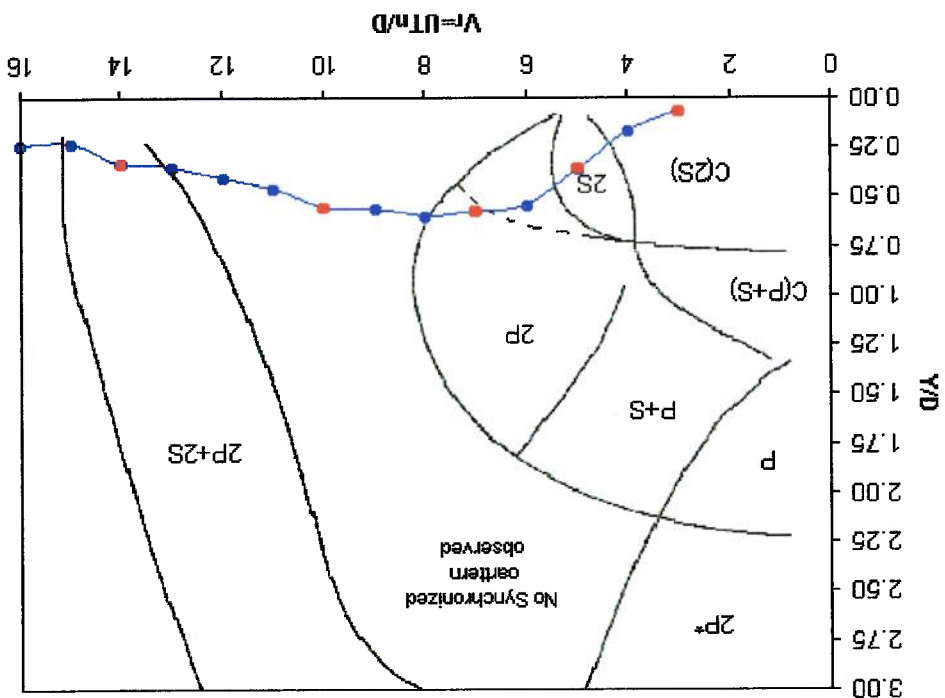
A figura abaixo demonstra os resultados do cilindro livre para oscilar sobrepostos ao gráfico experimental com cilindro forçado de WILLIANSO e ROSHKO (1988). São mostrados os modos de emissão de vórtices em função da velocidade reduzida e da amplitude adimensional. Podemos ver que em termos de modos de emissão de vórtices a curva do cilindro livre, obtida numericamente, entra em

A necessidade da construção de um método de integração fluido-estrutura implícito aconteceu devido ao modelo experimental tipo “cantilever” de FUJARRA et al. (1998), escolhido para as validações do modelo “quase tridimensional”. Nesse experimento, o parâmetro de massa era muito baixo $m^* \cong 2$, o que acarreta a instabilidade do Método dos Vórtices Discretos.

Tais instabilidades já foram apontadas por Sjaouti e Stansby (1992) quando utilizavam o MVD na sua forma híbrida Euleriana-Lagrangiana. Para resolver esse

5.1.2 Método de Integração Fluido-Estrutura Implícito

Figura 5-12 – Modos de Emissão, Experimental Cilindro Forçado, Método dos Vórtices Discretos



vermelhos indicam as esteiras mostradas anteriormente. boa concordância com os resultados experimentais de cilindro forçado. Os pontos

problema, Slaouti e Stansby somaram um termo de massa fictícia nos dois lados da equação da base-elástica.

Neste trabalho, a maneira encontrada para solucionar o problema das instabilidades em baixos parâmetros de massa foi de fazer o acoplamento de forma implícita. Como já vimos na seção anterior, o acoplamento entre o fluido e a estrutura se dá por meio de dois parâmetros, a posição e a velocidade do cilindro a cada instante de tempo. No acoplamento explícito, para o cálculo da força em um instante seguinte, usava-se informação do instante anterior, que de certa forma é desatualizada. No acoplamento implícito, tenta-se compensar a informação passada.

O acoplamento implícito é feito por subiterações dentro de um mesmo intervalo de tempo. A primeira subiteração é igual ao método explícito. Calcula-se os coeficientes de força e resolve-se a estrutura, obtendo-se a posição e a velocidade. A próxima subiteração é feita com base nas informações da subiteração anterior. O esquema implícito é mostrado esquematicamente abaixo. Os sobrescritos em $F_{t,n}^{Hidrodinamica}$, $X_{t,n}^{corpo}$ e $V_{t,n}^{corpo}$ representam t o intervalo de tempo e n a subiteração:

Os parâmetros utilizados foram os mesmos utilizados para o acoplamento explícito. Os resultados de amplitude obtidos com o método implícito, mostrados a seguir, entram em boa concordância com o método explícito, verificando-se a consistência entre as duas abordagens.

Comparando-se os gráficos de força e os modos de emissão de vórtices com o método explícito e implícito, verifica-se que são praticamente iguais. A comparação dos resultados foi necessária para verificar a validade do método implícito que não foi encontrado em nenhuma referência anterior.

A grande desvantagem no método de acoplamento implícito está logicamente no custo computacional envolvido, muito maior que no método explícito.

- ❖ Se $|V_{t+1,n}^{corpo} - V_{t+1,n-1}^{corpo}| \leq \varepsilon$ convergiu, passa-se ao próximo instante de tempo $(t+1)$
- ❖ Senão, itera-se mais uma vez $(n+1)$

Subiteração n

- Cálculo da $F_{t+1,n}^{Hidrodinamica} = f(X_{t+1,n-1}^{corpo}, V_{t+1,n-1}^{corpo}, \dots)$
- Solução da estrutura, com $F_{t+1,n}^{Hidrodinamica} \rightarrow X_{t+1,n}^{corpo}, V_{t+1,n}^{corpo}$

Subiteração 2

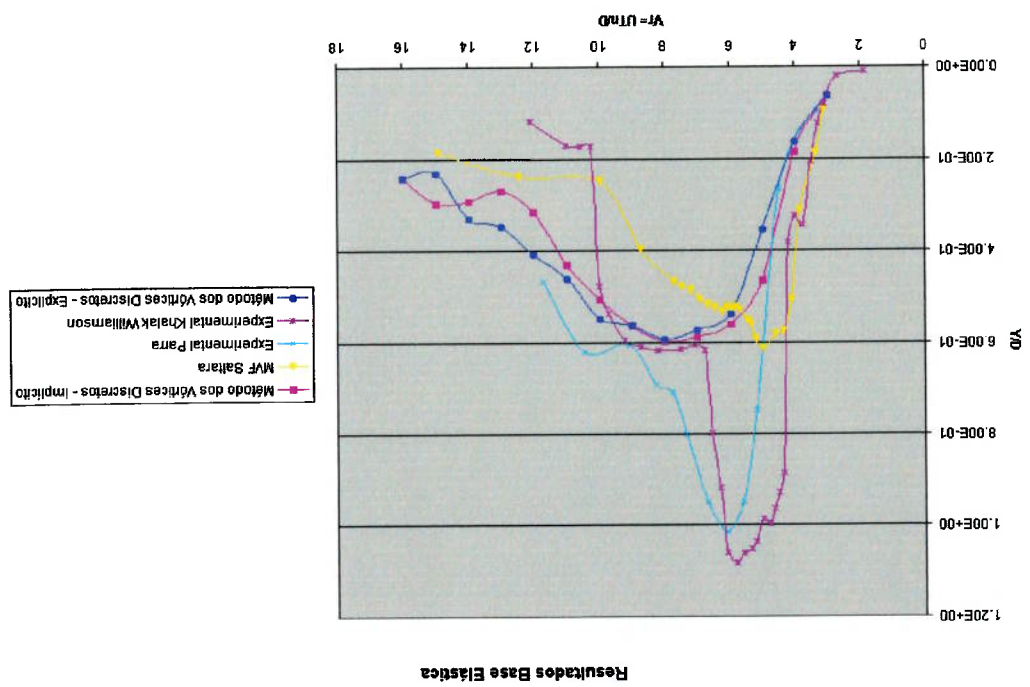
- Cálculo da $F_{t+1,2}^{Hidrodinamica} = f(X_{t+1,1}^{corpo}, V_{t+1,1}^{corpo}, \dots)$
- Solução da estrutura, com $F_{t+1,2}^{Hidrodinamica} \rightarrow X_{t+1,2}^{corpo}, V_{t+1,2}^{corpo}$

Subiteração 1

- Cálculo da $F_{t+1,1}^{Hidrodinamica} = f(X_t^{corpo}, V_t^{corpo}, \dots)$
- Solução da estrutura, com $F_{t+1,1}^{Hidrodinamica} \rightarrow X_{t+1,1}^{corpo}, V_{t+1,1}^{corpo}$

Instante de tempo t

Figura 5-13 - Curva de Velocidade Reduzida versus Amplitude Adimensional - Implcito



5.1.3 Resultados Dois Cilindros Fixos Lado a Lado

Simulações com dois cilindros fixos no arranjo lado a lado foram feitas para intervalos entre centros variando de $1,5 \leq T/D \leq 6$. Fizeram-se simulações para número de Reynolds iguais a $Re=10^4$. O intervalo de tempo adimensional utilizado foi de $U^\infty \Delta t / D = 0,1$. A figura abaixo é um esquema do arranjo lado a lado.

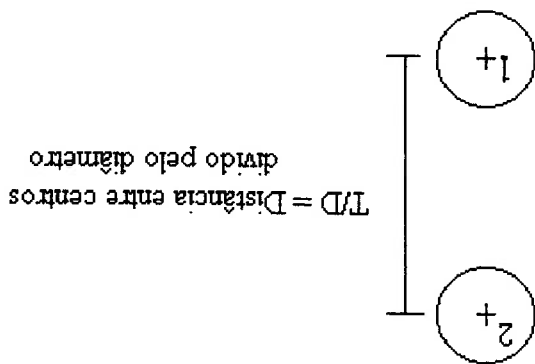


Figura 5-14 – Esquema Arranjo Lado a Lado

São apresentados gráficos com os coeficientes de sustentação e arrasto para cada cilindro, visualizações da esteira e o espectro de energia dos coeficientes de sustentação. Nos gráficos de coeficientes de sustentação dos cilindros, pode-se observar uma força de repulsão entre estes. Quando o intervalo entre centros é pequeno, essa força de repulsão é maior, diminuindo à medida que os cilindros se afastam. Tal comportamento também foi encontrado por SIQUEIRA (1999) e BEARMAN e WADCOCK (1973). Os coeficientes de arrasto são comparados com os dados obtidos experimentalmente por ZDRAVKOVICH (1977), feitos a número de Reynolds igual a $Re=65000$ e $Re=25000$, e JABARDO e CALY (2001), realizados a número de Reynolds $Re=40000$, no IPT (Instituto de Pesquisas Tecnológicas).

Nos gráficos de espectro de energia do coeficiente de sustentação, pode-se observar, que, quando a distância entre centros é grande, a frequência adimensional fica em torno de $f \approx 0.2$ para cada cilindro. Para intervalos entre centros menores, o espectro torna-se mais espalhado em várias frequências.

As visualizações das esteiras são comparadas qualitativamente com resultados encontrados na literatura. Pode-se observar que, para intervalos entre centros menores que $T/D \leq 2.0$, existe a formação de um vórtice “binário”, denominado assim por WILLIAMSON (1985). Para intervalos entre centros maiores que $T/D \geq 2.0$, as esteiras dos dois cilindros são emitidas em antífase.

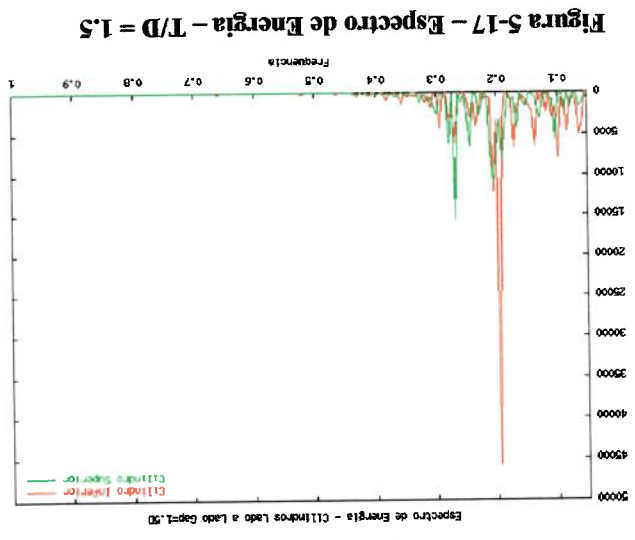


Figura 5-17 – Espectro de Energia – $T/D = 1.5$

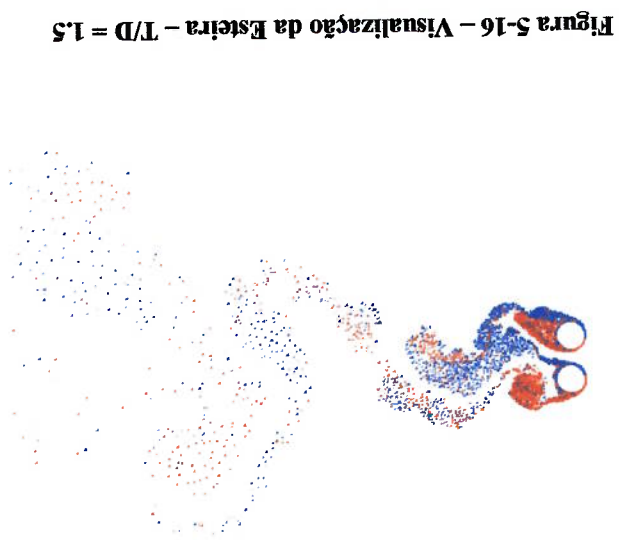
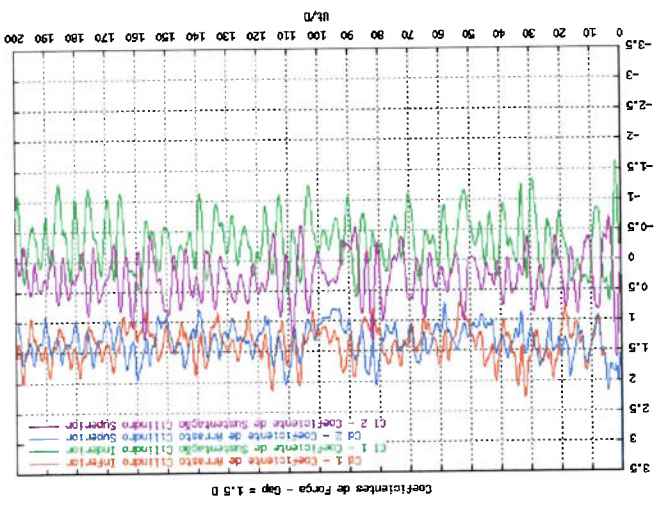


Figura 5-16 – Visualização da Esteira – $T/D = 1.5$

Figura 5-15 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação – Intervalo entre centros $T/D=1.5$



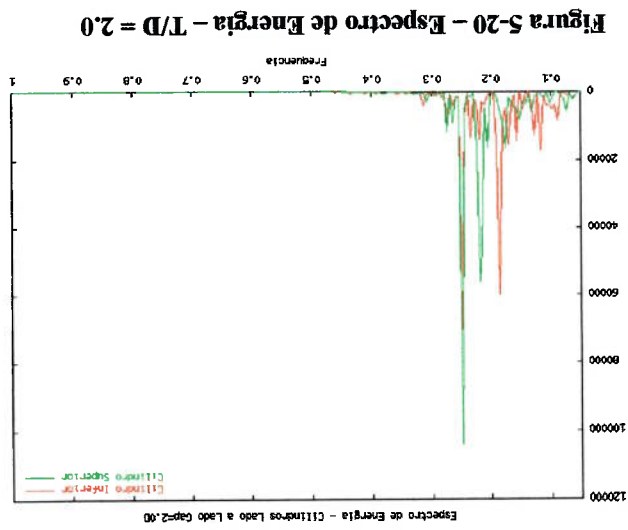


Figura 5-20 – Espectro de Energia – $T/D = 2.0$

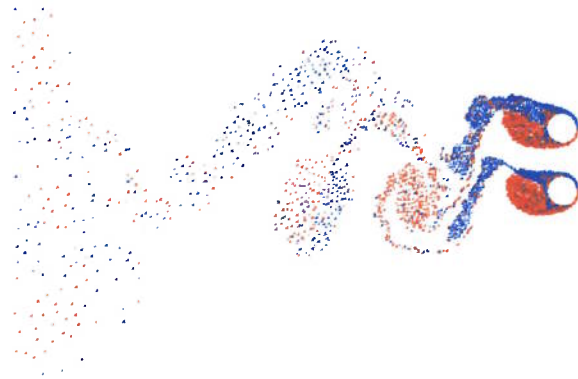


Figura 5-19 – Visualização da Esteira – $T/D = 2.0$

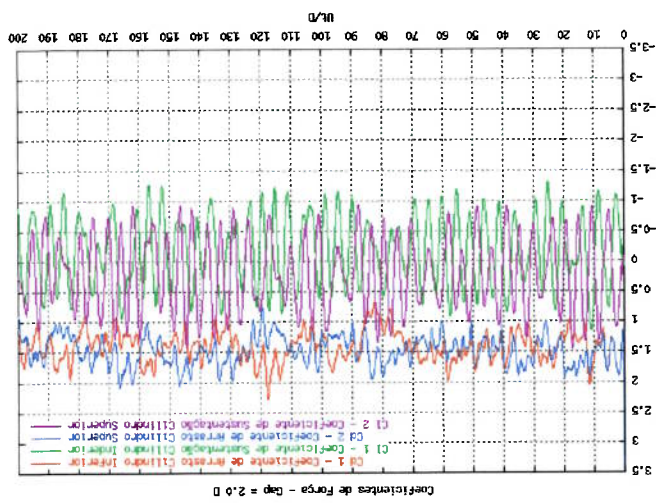


Figura 5-18 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação – Intervalo entre centros $T/D=2.0$

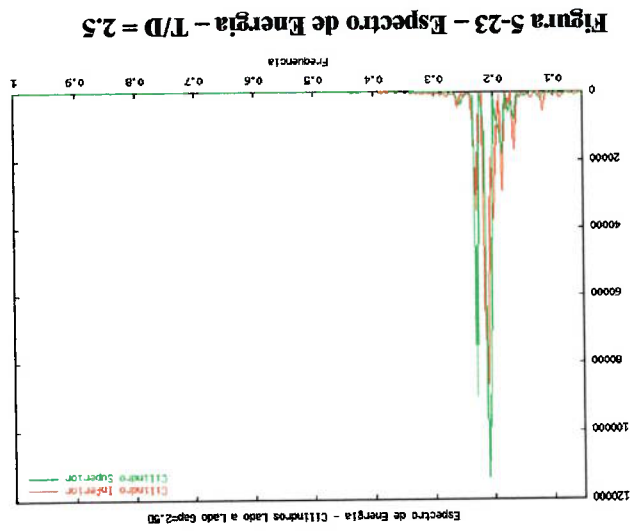


Figura 5-23 – Espectro de Energia – $T/D = 2.5$

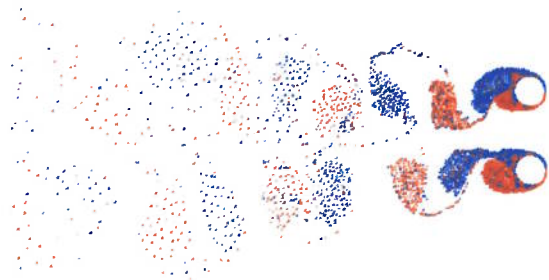


Figura 5-22 – Visualização da Esteira – $T/D = 2.5$

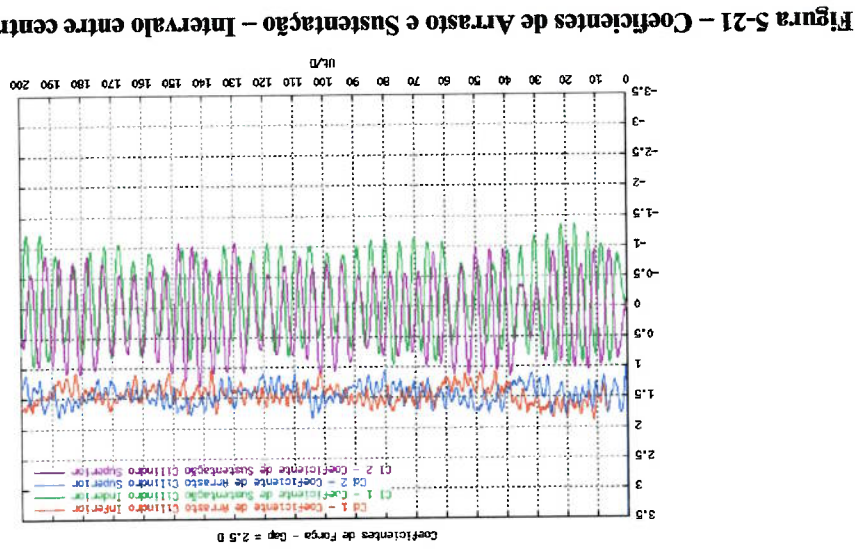
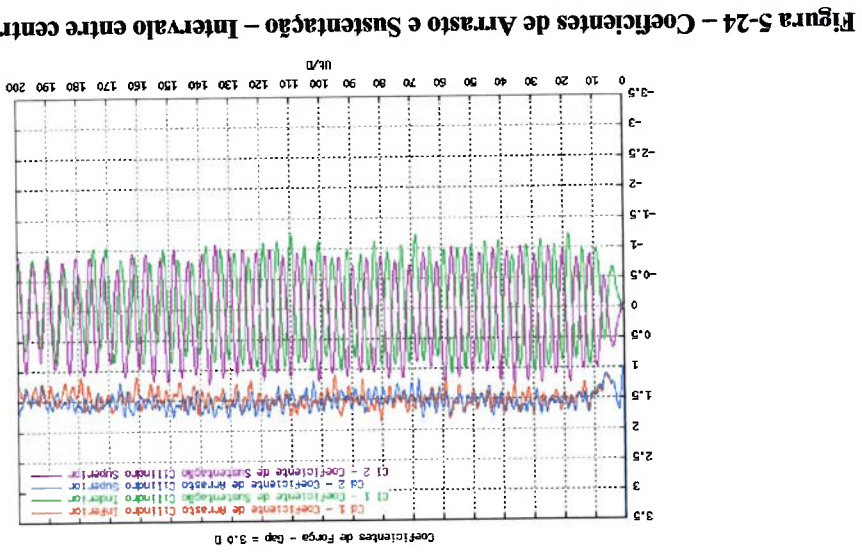
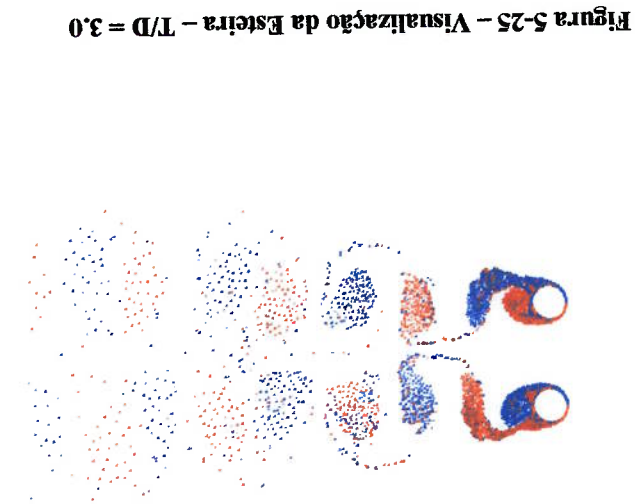
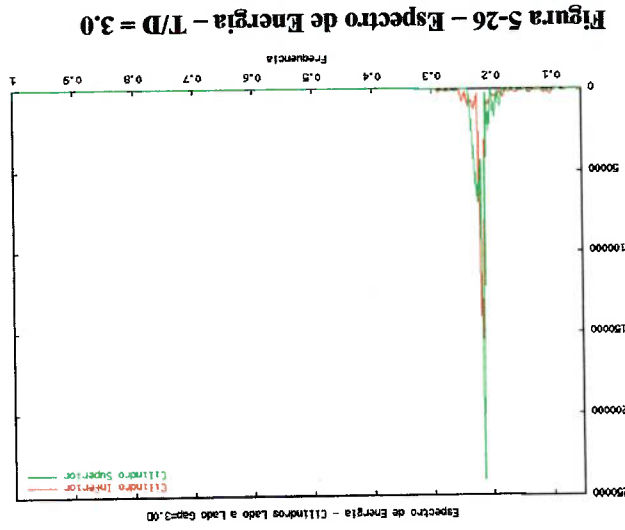


Figura 5-21 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação – Intervalo entre centros $T/D=2.5$



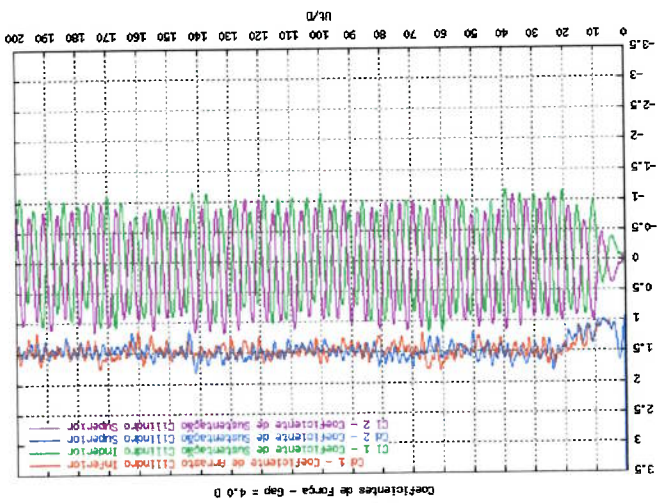


Figura 5-27 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação – Intervalo entre centros $T/D=4.0$

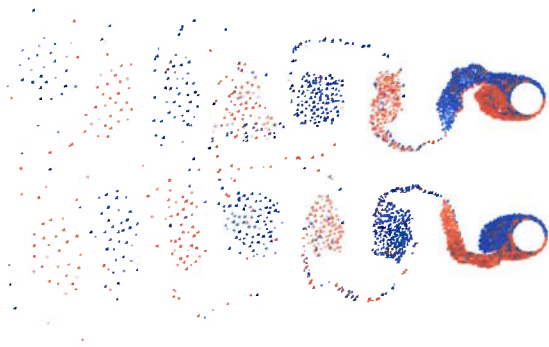


Figura 5-28 – Visualização da Esteira – $T/D = 4.0$

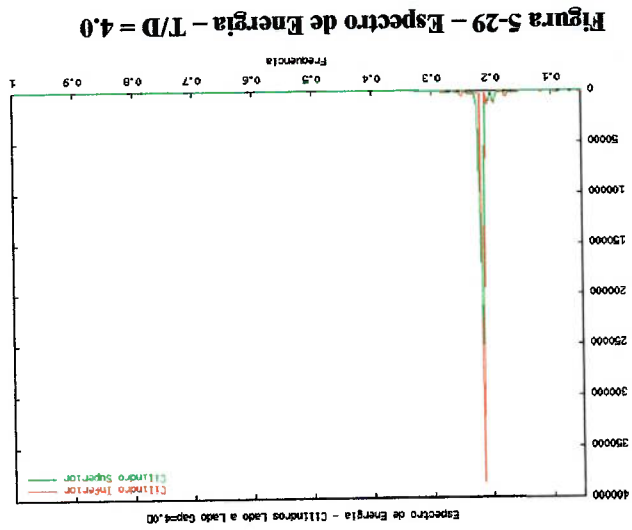


Figura 5-29 – Espectro de Energia – $T/D = 4.0$

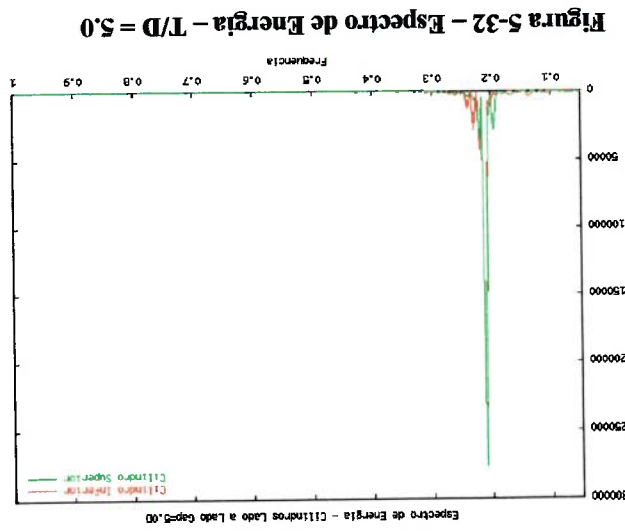


Figura 5-31 - Visualização da Esteira - $T/D = 5.0$

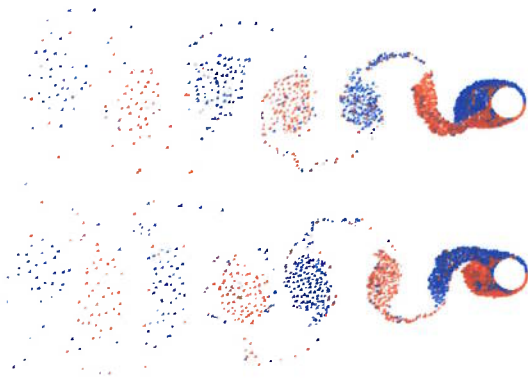
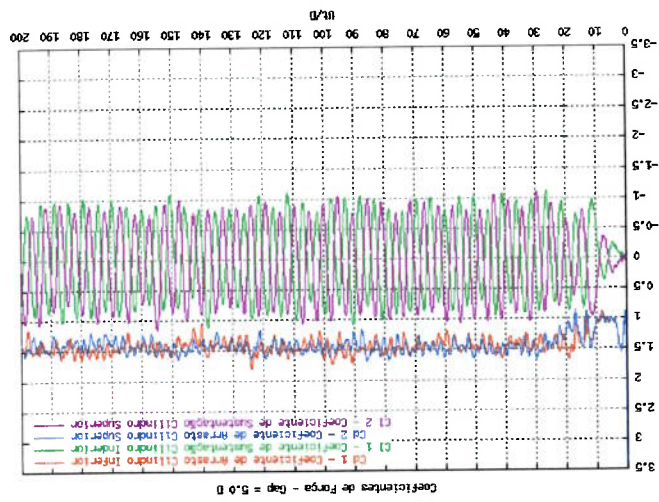


Figura 5-30 - Coeficientes de Arrasto e Sustentação - Intervalo entre centros $T/D=5.0$



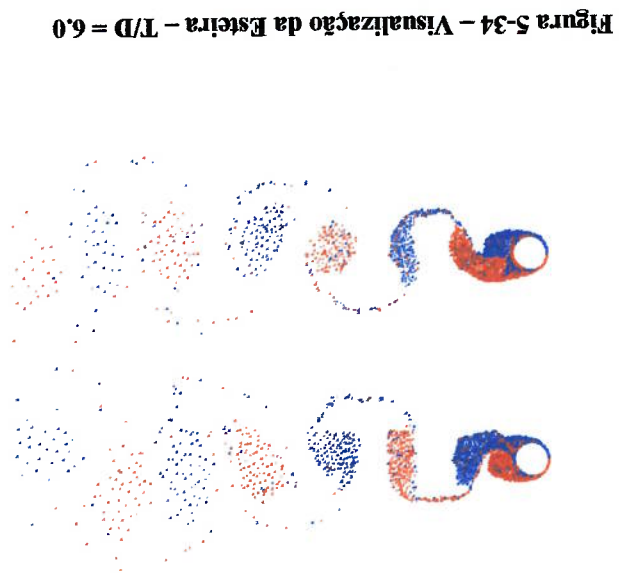
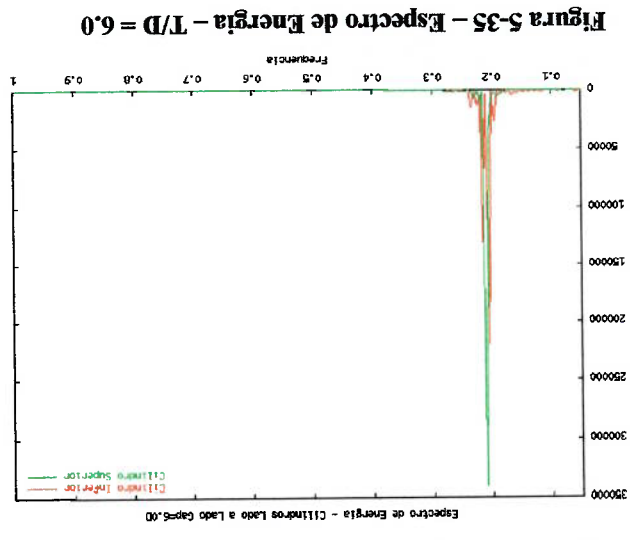
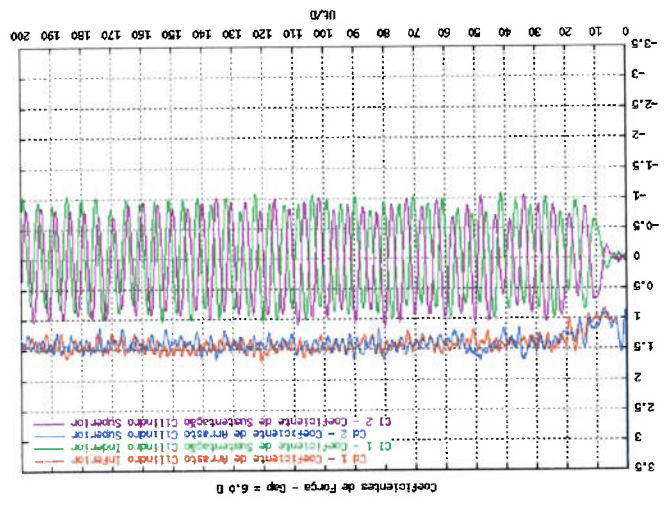


Figura 5-33 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação – Intervalo entre centros $T/D=6.0$



de cada cilindro se assemelham bastante ao de um cilindro isolado. $T/D=6,0$, nem se percebe a força de repulsão, sendo que os coeficientes de sustentação cilindro superior para cima. Já na Figura 5-33, onde o intervalo entre centros é de sinal do coeficiente de sustentação do cilindro inferior está deslocado para baixo e o do sustentação. Na Figura 5-15, onde o intervalo entre centros é de $T/D=1,5$, nota-se que o A força de repulsão também pode ser observada nos gráficos de coeficientes de um cilindro isolado seja recuperado.

sustentação médios de ambos os cilindros tendem a zero, sugerindo que o resultado de para cima. À medida que o intervalo entre os centros aumenta, os coeficientes de coeficiente de sustentação médio é positivo $C_{lm2}=0,21$, consequentemente, uma força uma força empurrando o cilindro inferior para baixo. Para o cilindro superior, o coeficiente de sustentação médio do cilindro inferior é negativo $C_{lm1}=-0,19$, ou seja, repulsão entre os cilindros. Por exemplo, para intervalo entre centros de $T/D=2,0$, o Pode-se observar na Tabela 5-1 que na direção transversal existe uma força de

Tabela 5-1 – Coeficientes de Arrasto e Sustentação Médios

Intervalo		Coeficientes de Sustentação Médios	
Cilindro Inferior	Cilindro Superior	Cm1 -	Cm2 -
entre Centros			
1,5		-0,33	0,28
2		-0,19	0,21
2,5		-0,13	0,11
3		-0,06	0,08
4		-0,04	0,06
5		-0,03	0,04
6		-0,04	0,03

simulações.

A tabela abaixo mostra os coeficientes de sustentação médios obtidos pelas

BEARMAN e WADCOCK (1973) realizaram ensaios com arranjos de dois cilindros lado a lado e o número de Reynolds em torno de $Re=25000$. Os campos de pressões foram medidos e observou-se também a força de repulsão. Bearman e Wadcock concluíram que a força de repulsão é causada pelo deslocamento dos pontos de estagnação na direção da região intersticial. Além disso, os pontos de separação externos movem-se no sentido anti-horário no cilindro superior e no sentido horário no cilindro inferior. Assim o efeito global dessa alteração dos pontos de separação é o aparecimento de regiões de baixa pressão nas superfícies externas da configuração formada pelo par de cilindros e, conseqüentemente, uma força hidrodinâmica de repulsão.

Os coeficientes de arrasto foram comparados com resultados obtidos por ZDRAVKOVICH (1977), número de Reynolds $Re=65000$ e $Re=25000$, e JABARDO e CALY (2001), número de Reynolds $Re=40000$. Para a comparação, foram simulados escoamentos com o MVD a número de Reynolds $Re=10^4$ e $Re=10^5$. A figura abaixo mostra os coeficientes de arrasto para varios espaçamentos.

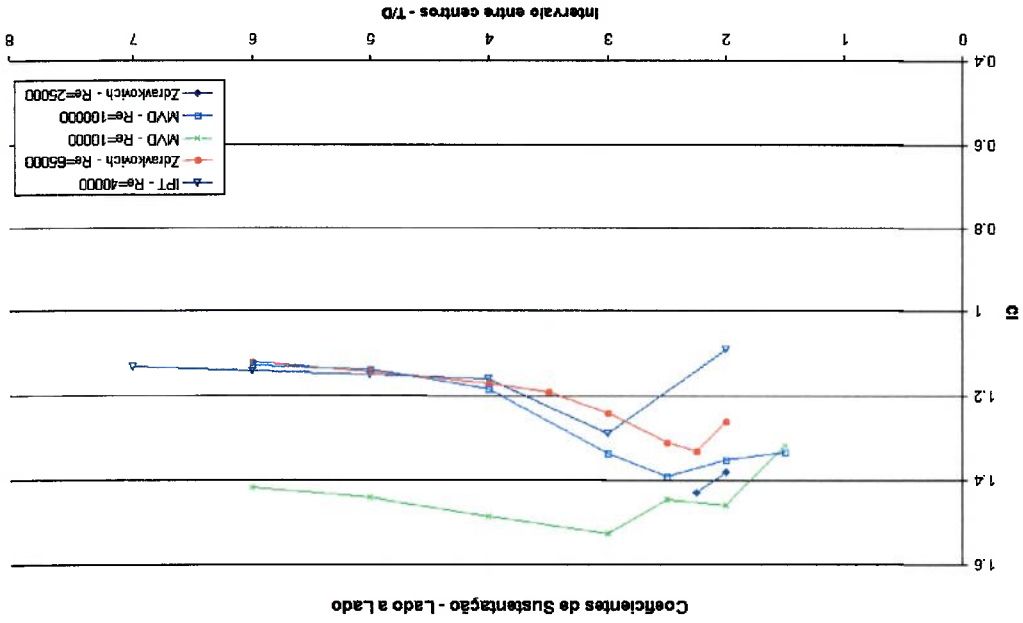


Figura 5-36 – Comparação Coeficientes de Arrasto Configuração Lado a Lado.

SALTARA (1998) também obtiveram uma escala de tempo bastante inferior comparado de tempo de emissão de vórtices. As simulações numéricas de SIQUEIRA (1999) e porém a escala de tempo era consideravelmente maior, da ordem de mil vezes a escala KIM e DURBIN (1988) também observaram o “flopping” em experimentos, instante o cilindro inferior possui o arrasto maior.

momento, o cilindro superior está com o coeficiente de arrasto maior e em outro 5-21, intervalos de $T/D=1.5$, 2 e 2.5 respectivamente. Nesses casos, em um dado Podemos constatar esse fenômeno, nos gráficos do coeficiente de arrasto 5-15, 5-18 e observado nas configurações em que o intervalo entre centros era inferior a 3D. arrasto dos dois cilindros. Esse fenômeno, assim como em SIQUEIRA (1999), foi de cima e ora para o cilindro de baixo causa uma diferença no sinal do coeficiente de O fenômeno de “flopping” que é a deflexão da esteira ora para trás do cilindro

$$Re=650000.$$

coeficiente de arrasto, comparando com os resultados a número de Reynolds para dois espaçamentos, pode-se constatar também essa tendência de aumento no a número de Reynolds $Re=25000$, obtidos por ZDRAVKOVICH (1977), sejam apenas coeficientes de arrasto maiores que os de número de $Re=100000$. Embora os resultados Os resultados obtidos com o MVD a número de Reynolds $Re=10000$ forneceram praticamente coincidiram.

número de Reynolds $Re=100000$. Para intervalos maiores que $T/D=4.0$, as curvas Reynolds $Re=65000$ e 40000 , foram inferiores aos resultados obtidos com o MVD a experimentalmente, para intervalos entre centros menores que $T/D=4.0$, a número de de arrasto para intervalos entre centros pequenos. Os resultados obtidos Como se pode observar na Figura 5-36, existe uma discrepância nos coeficientes

a Kim e Durbin. Segundo eles, essa diferença poderia estar no fato de as simulações serem bidimensionais.

Na análise de Fourier do coeficiente de sustentação dos cilindros, é interessante notar que para os casos com intervalos entre centros de $T/D=1.5$ e 2, figuras 5-17 e 5-20, o espectro está espalhado com um pequeno pico localizado na frequência $f \approx 0.2$, a frequência encontrada para um cilindro isolado. A característica desses espectros entram em concordância com a natureza aleatória dos coeficientes de sustentação nesses casos, figuras 5-15 e 5-18.

A medida que o intervalo entre centros dos cilindros aumenta, o espectro mostra um pico bastante distinto em torno da frequência $f \approx 0.2$, figuras 5-23, 5-26, 5-29, 5-32 e 5-35, recuperando o resultado da frequência de um cilindro isolado.

WILLIAMSON (1985) realizou um estudo qualitativo de cilindros dispostos lado a lado com a distância entre centros variando. Foram observadas nas esteiras formadas. O número de Reynolds foi de $Re = 200$. As visualizações do escoamento descrevem uma predominância de uma emissão de vórtice em antífase para intervalos entre centros entre $2.0 \leq T/D \leq 6.0$, fornecendo duas esteiras paralelas em antífase. Apesar de a emissão em antífase ser predominante, era possível trocar para uma emissão em fase e vice versa.

Pode-se observar nas figuras 5-22, 5-25, 5-28 e 5-31, as duas esteiras paralelas emitidas em antífase. Nesses casos, os intervalos entre centros do cilindro são de $T/D=2.5, 3.0, 4.0, 5.0$ e 6.0. Por exemplo, quando um vórtice com circulação positiva é emitido no cilindro superior, um de circulação negativa é emitido pelo cilindro inferior. Nesses casos, pode-se observar durante alguns ciclos uma emissão em fase, porém, logo depois, a esteira em antífase é restabelecida. Esses resultados entram em concordância

com os coeficientes de sustentação também em antifase, como pode ser visto nas figuras

5-21, 5-24, 5-27, 5-30 e 5-33.

BEARMAN e WADCOCK (1973), WILLIAMSON (1985),

ZDRAVKOVICH (1977) e (1986) mostram que, para intervalos entre centros inferiores

a aproximadamente $T/D=2.2$, apenas uma esteira é formada, como se existisse um

comportamento de apenas um corpo presente no fluido. Como pode ser visto nas

visualizações de esteiras para espaçamentos entre centros $T/D=1.5$ e 2.0 , figuras 5-16 e

5-19, as esteiras de vórtices emitidas por cada corpo se misturam, formando uma única

esteira.

Segundo WILLIAMSON (1985) era previamente assumido que a emissão de

vórtices em fase também levava a uma configuração idealizada de esteira, no caso, duas

esteiras de vórtices em fase, como mostrado na Figura 5-37 b) abaixo.

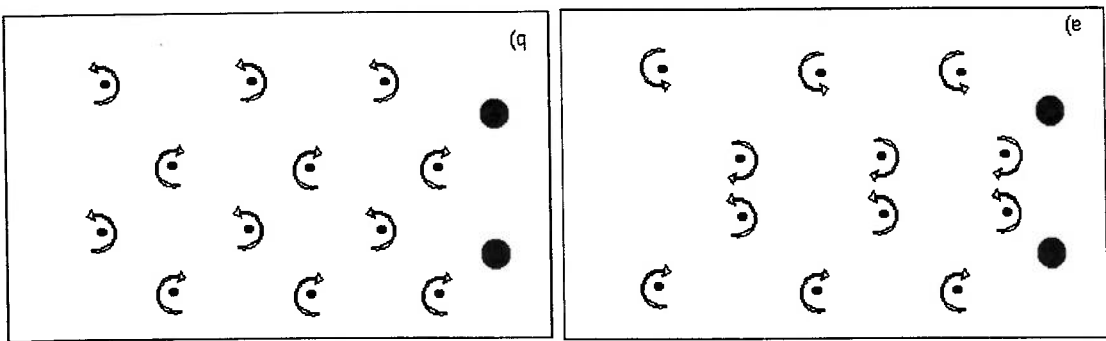


Figura 5-37 – a-)Esquema de esteiras em antifase, b)Esquema idealizado de esteiras em fase.

No seu estudo, observou-se que, quando a emissão de vórtices dos corpos é feita em antifase, as esteiras tendem a ser “estáveis”, com os vórtices permanecendo nessa configuração até longas distâncias a jusante do escoamento. Porém, quando a emissão dos vórtices é feita em fase, as esteiras de cada corpo se combinam e formam uma única esteira e os vórtices formados simultaneamente em corpos distintos giram um ao redor

do outro, formando um vórtice "binário". A figura abaixo mostra, esquematicamente, como se desenvolve a esteira no caso da emissão dos vórtices em fase nos cilindros.

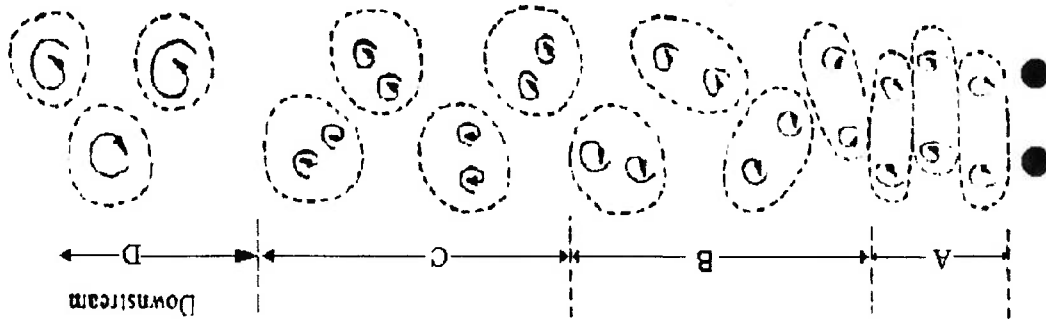


Figura 5-38 – Esquema do desenvolvimento da esteira quando vórtices são emitidos em fase pelos cilindros.

A Figura 5-38 mostra várias regiões de escoamento a jusante dos cilindros durante a evolução do vórtice "binário". Na região A, próximo aos cilindros, a configuração dos vórtices assemelha-se à configuração idealizada da Figura 5-37 (b), que tem duas esteiras de vórtices paralelas em fase. A região B é de transição, onde as duas esteiras separadas da região A se combinam em uma esteira "binária", encontrada na região C. Pode-se supor que, para regiões mais a jusante do escoamento, cada vórtice binário se transforma em um único vórtice, formando uma esteira tipo von Kármán mais larga, como representado na região D.

Como pode ser visto no gráfico de coeficientes de força para intervalo entre centro de cilindros de $T/D=2.0$, figura 5-18, a emissão de vórtices em fase dura vários ciclos, tendo tempo suficiente de formar a esteira de vórtices "binários". Na figura 5-19, que mostra a visualização da esteira para esse espaçamento, é fácil ver na região A, vórtices sendo emitidos em fase em ambos os cilindros e a região B região de transição onde os vórtices se combinam no vórtice "binário". A região C é mais difícil de ser observada, pois a esteira perde resolução devido à amalgamação.

5.2 Resultados "Cantilever"

Os resultados das simulações numéricas "quase tridimensionais" que unem o modelo estrutural apresentado nos capítulos 2 e 3, e o modelo hidrodinâmico, apresentado no capítulo 4, foram comparados com os resultados experimentais obtidos por Fujarra (1997).

O modelo estudado por Fujarra (1997) é do tipo "cantilever", um cilindro circular liso engastado no topo e livre na base, como mostrado na figura abaixo.

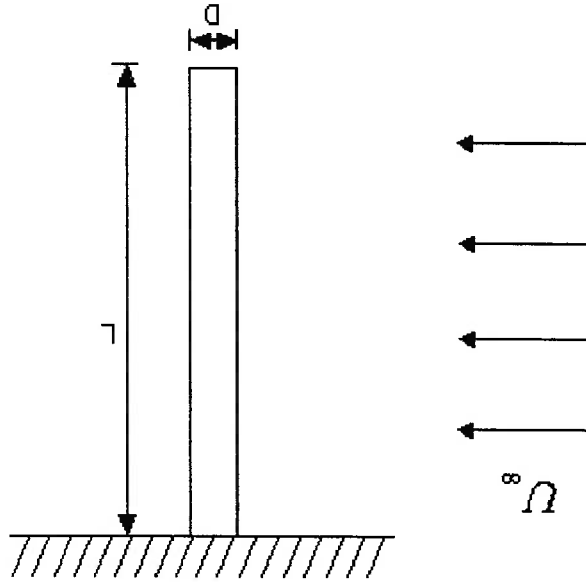


Figura 5-39 – Desenho Esquemático "Cantilever"

Para adaptar o modelo estrutural à viga engastada, basta inserir a condição de contorno adequada: deslocamentos e rotações nulos no topo do cilindro, ou seja:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} = 0 & \quad \text{e} \quad \frac{d\phi}{dt} = 0 \\ n(T) = 0 & \quad \text{e} \quad \phi(T) = 0 \end{aligned}$$

Os parâmetros do modelo estrutural estudado são mostrados na tabela abaixo.

Foi obtida a curva de velocidade reduzida por amplitude transversal adimensional para faixa de $3 \leq Vr \leq 20$. Os resultados numéricos e experimentais são comparados na figura abaixo. Em todos os casos simulados, a estrutura vibrou no primeiro modo.

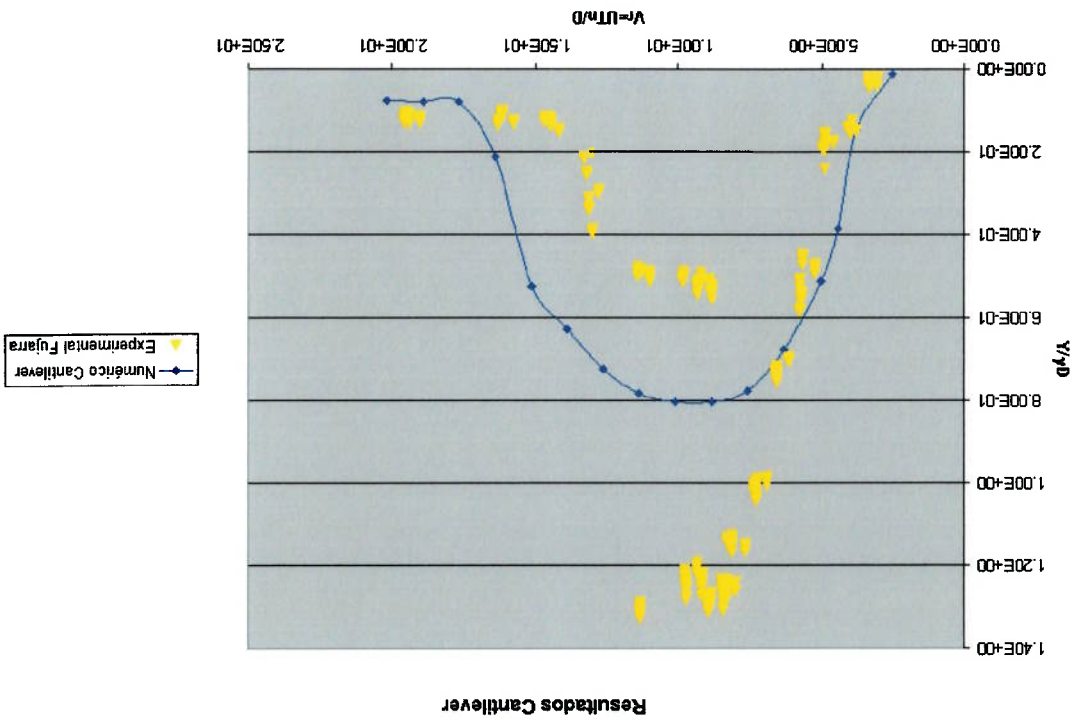
Tabela 5-2 – Dados da estrutura do “cantilever”

Diâmetro, D	0.03175 m
Comprimento, L	3.0 m
$(EI)_{eq}$	2658.4 [Nm ²]
1º modo, coeficiente de amortecimento estrutural medido em ar, ζ_{ar}	0.57 %
1º modo, frequência natural medida em ar, f_{ar}	2.313 Hz
2º modo, frequência natural medida em ar, f_{2ar}	15.832
Massa estrutural, m_{struc}	1.568 kg/m
Massa fios, m_{wires}	0.300 kg/m
Massa total do sistema, m_{sys}	1.868 kg/m
1º modo, coeficiente de massa adicional, $C_a = m_a / (\rho \pi D^2 / 4)$	1.17

Como podemos ver na Figura 5-40, a parte inicial da curva de simulação numérica acompanha bem a curva experimental, até por volta da velocidade reduzida $Vr=7.0$. Após essa velocidade, já na região de "lock-in", a amplitude adimensional fica em um patamar intermediário entre o ramo superior e o inferior, atingindo um valor máximo de $Y/\gamma D=0.8$. Y é o deslocamento transversal do cantilever, D é o diâmetro e γ é o fator de forma modal. O valor de γ leva em conta o modo de vibrar em que a estrutura vibra, para este caso o valor de γ para o primeiro modo de vibrar é $\gamma=1.305$. Maiores detalhes podem ser encontrados em FUJARRA (1998).

O início da queda da amplitude, observada na curva experimental por volta de velocidade reduzida $Vr=12.0$, coincide com o início da queda do caso numérico, embora as amplitudes das simulações sejam maiores, só voltando a obter o mesmo valor para $Vr=17.0$ em diante.

Figura 5-40 – Curva de Velocidade Reduzida versus Amplitude Adimensional – Cantilever



A seguir, são mostrados os gráficos de força da última seção $Z = 0$ e as visualizações da esteira. Para as velocidades reduzidas $Vr = 3, 5, 9$ e 14 , para diferentes alturas ao longo do cilindro, as seções $Z = 0, 5, 10, 15, 20$ e 25 , as quais tem suas alturas sendo $0,0, 0,5, 1,0, 1,5, 2,0$ e $2,5$ (m) respectivamente, com a altura sendo medida da base do cilindro.

- $Vr = 3,0$

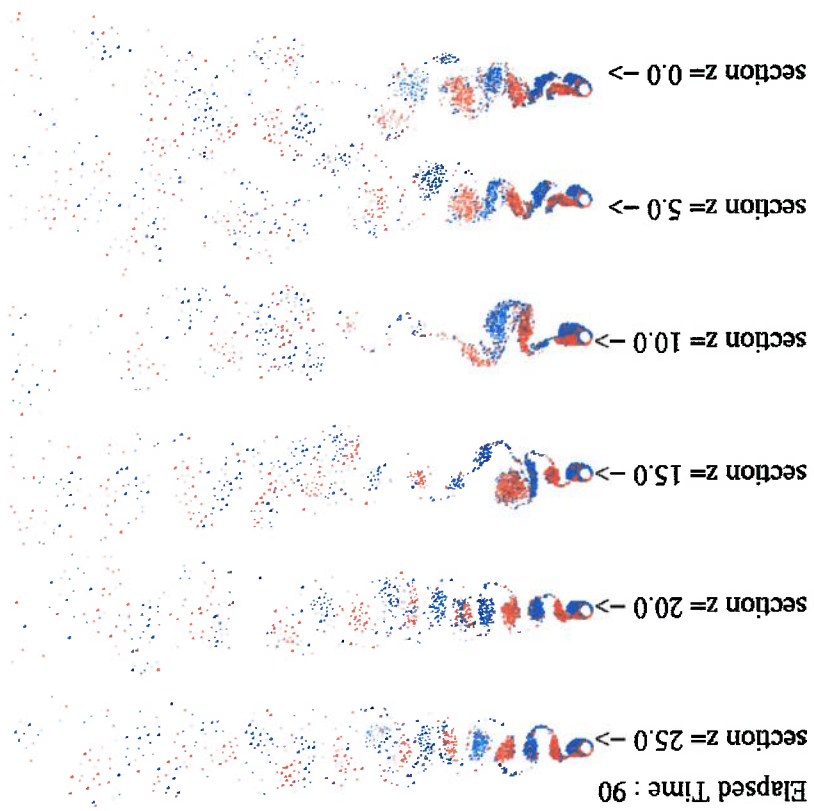


Figura 5-41 – Esteiras nas Seções $Z=0, 5, 10, 15, 20, 25 - Vr=3,0$

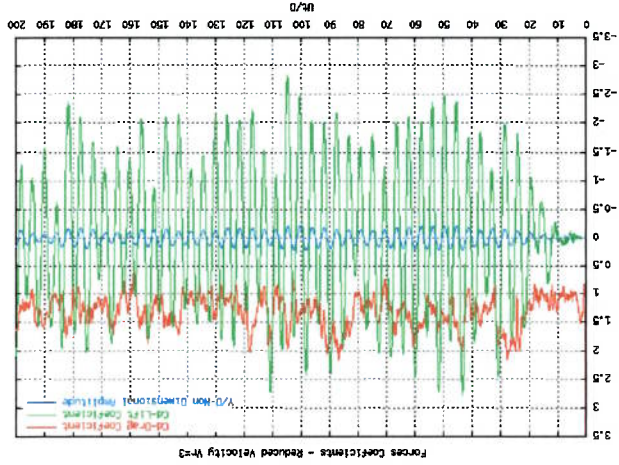


Figura 5-42 – Gráfico de Força da Última Seção - $Z = 0,0, Vr = 3,0$

- $Pr = 5.0$

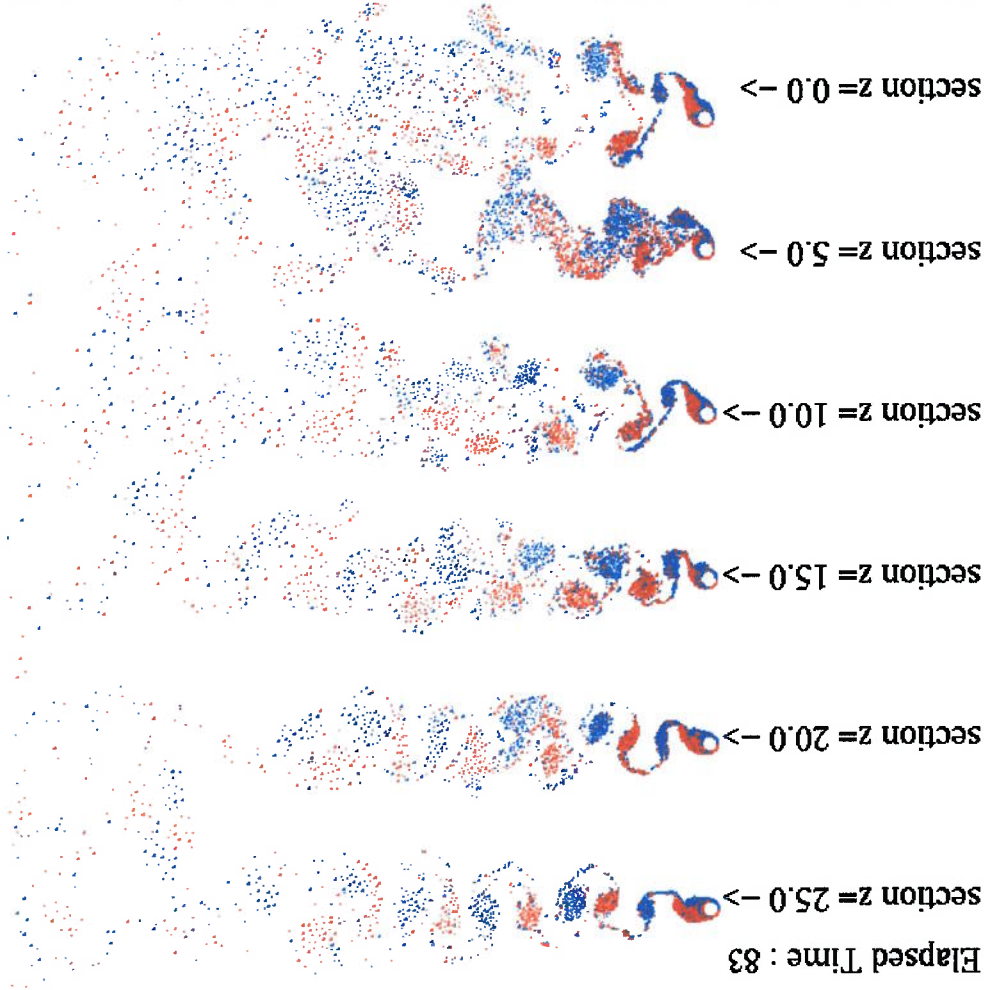


Figura 5-43 - Estreiras no Ponto de Máxima Amplitude nas Seções $Z=0, 5, 10, 15, 20, 25 - Pr = 5.0$

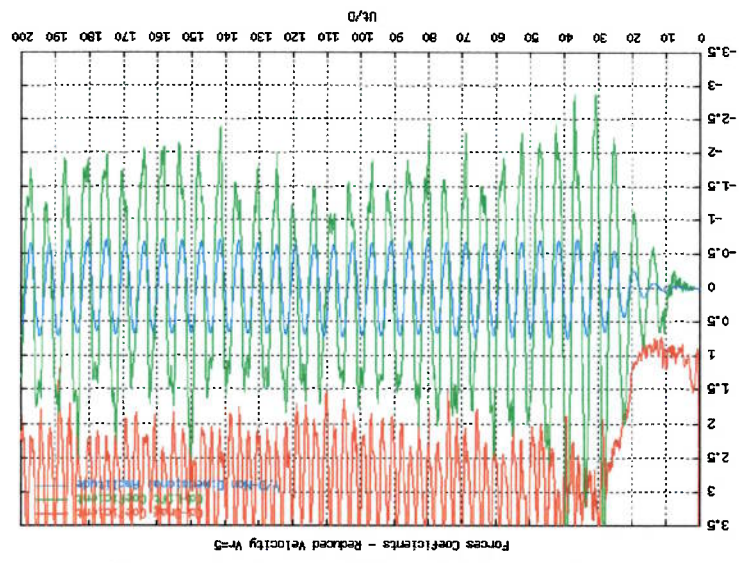


Figura 5-44 - Gráfico de Força da Última Seção - $Z = 0.0, Pr = 5.0$

- $V_r = 9.0$

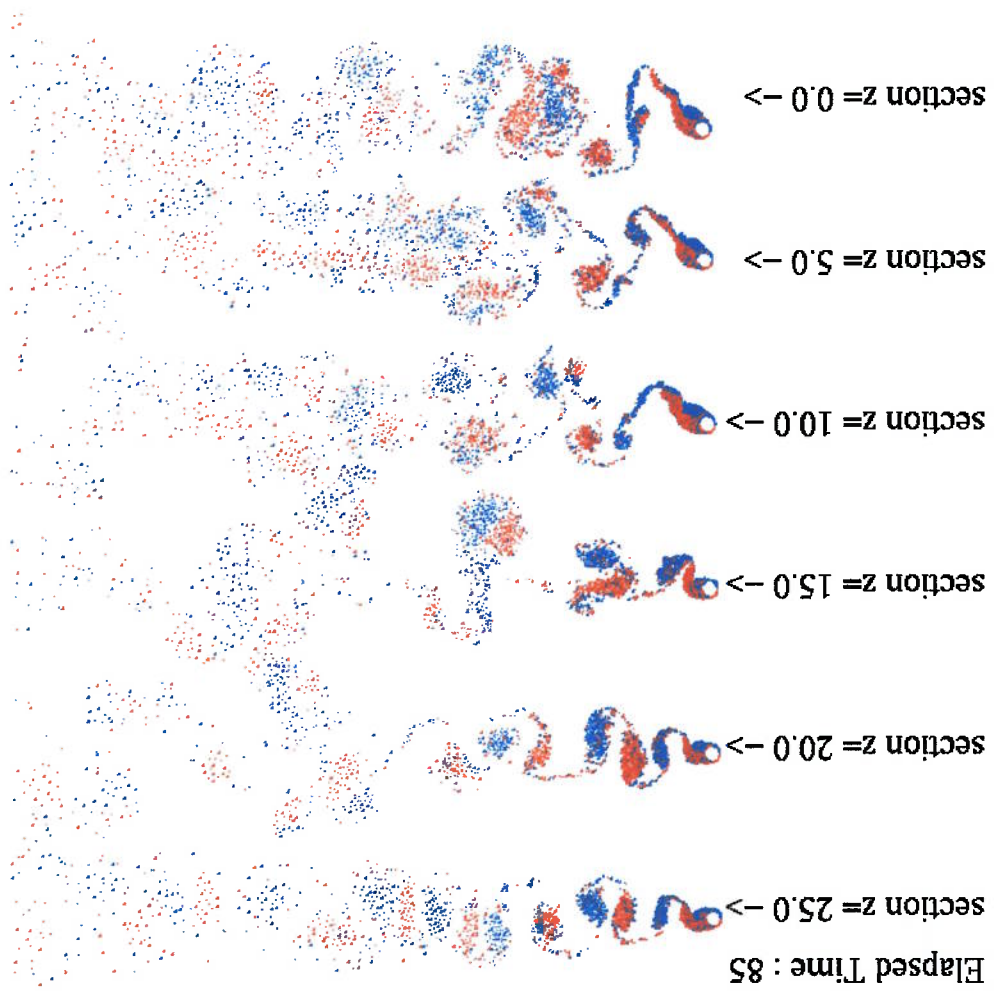


Figura 5-45 - Estreiras no Ponto de Máxima Amplitude nas Seções $Z=0, 5, 10, 15, 20, 25 - V_r=9.0$

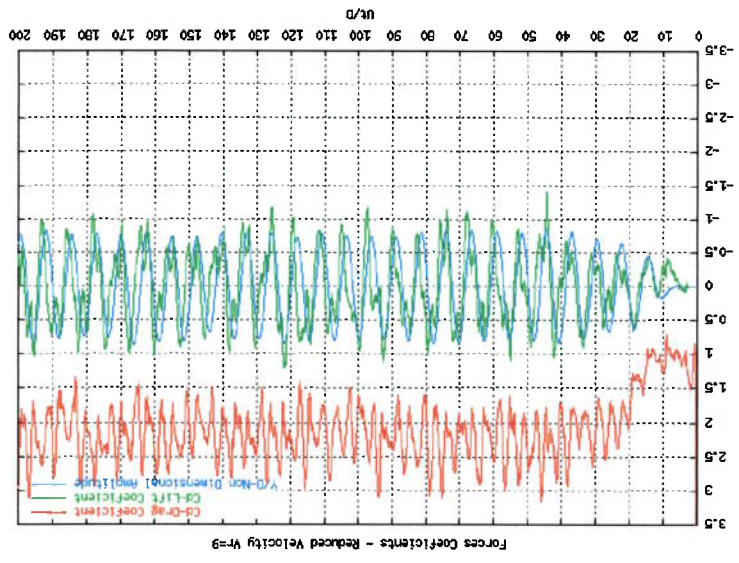


Figura 5-46 - Gráfico de Força da Última Seção - $Z = 0,0, V_r = 9.0$

- $Pr = 14.0$

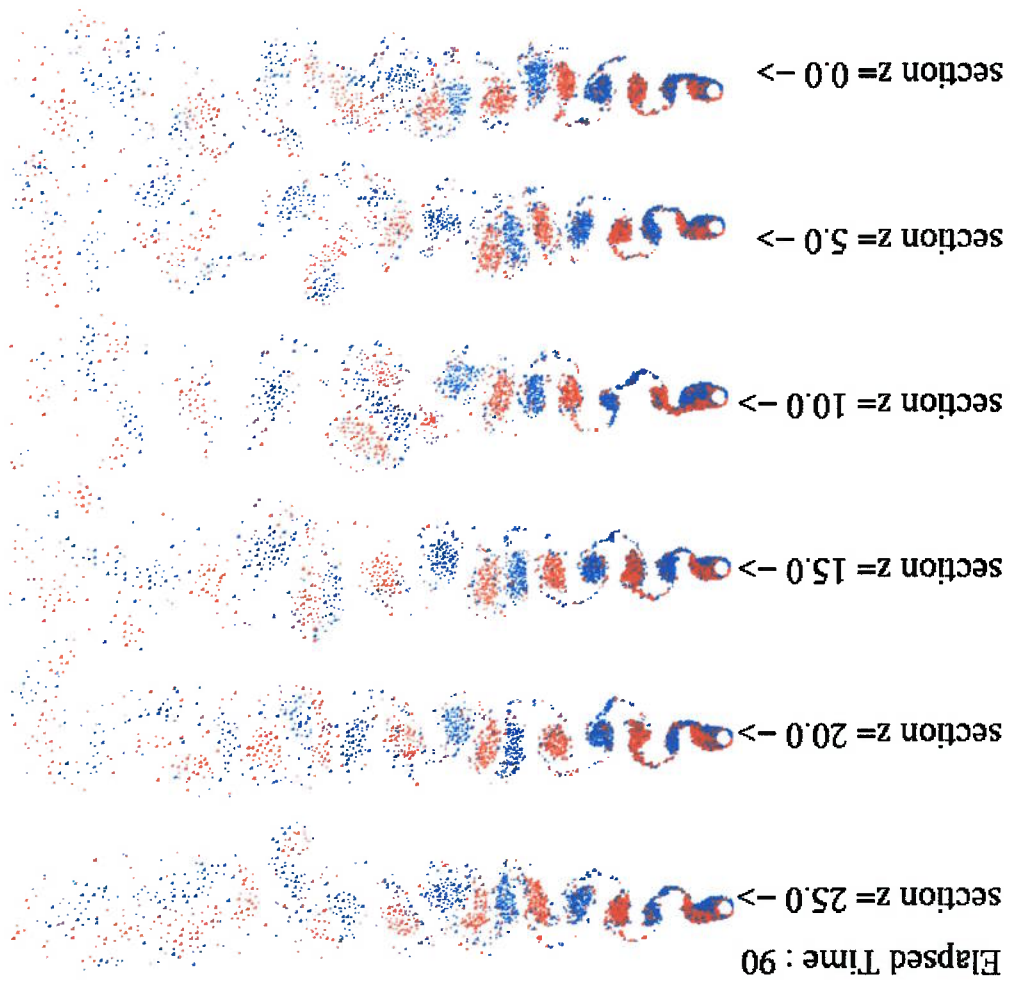


Figura 5-47 - Estelas nas Seções $Z=0, 5, 10, 15, 20, 25 - Pr = 14.0$

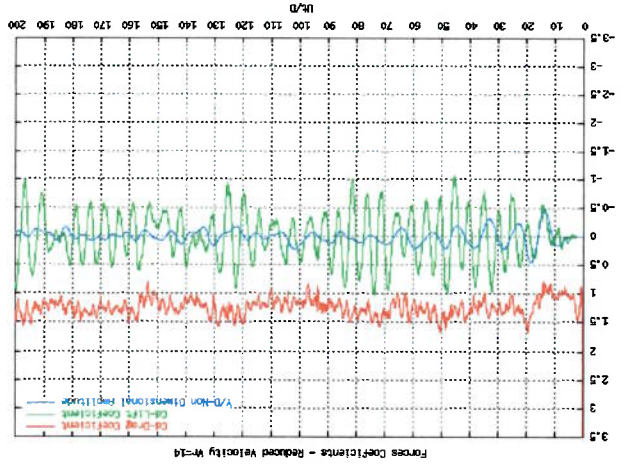


Figura 5-48 - Gráfico de Força da Última Seção - $Z = 0.0, Pr = 14.0$

Observando-se as visualizações da estera, podemos ver que, para velocidade reduzida $Vr = 3.0$, Figura 5-41, existe apenas um modo de emissão de vórtice ao longo de todo o comprimento do cilindro. Podemos ver que, para todas as seções, o modo de emissão é 2S.

Na Figura 5-43, velocidade reduzida $Vr = 5.0$, nota-se um modo "híbrido". O modo de emissão de vórtice varia ao longo do cilindro. Em quase todo o comprimento do cilindro, o modo apresentado é 2S, porém, por volta da seção $Z = 5.0$, ocorre uma transição com um modo de emissão não muito bem definido. Para seção $Z = 0.0$, onde as amplitudes de oscilações são maiores, o modo de emissão é 2P.

Quando $Vr = 9.0$, Figura 5-45, verifica-se também a existência de um modo "híbrido", porém a transição ocorre mais perto do topo do cilindro, por volta da seção $Z = 15.0$. Da base até essa seção, o modo observado é 2P. Ocorre um modo de transição e depois passa-se para 2S, mais perto do topo.

Na velocidade reduzida de $Vr = 14.0$, Figura 5-47, volta-se a ter um único modo de emissão de vórtice 2S.

TECHET et. al. (1998) estudaram experimentalmente um cilindro de seção variável ao longo do comprimento, "tapered cylinder". O diâmetro maior era no topo diminuindo até a base. Fizaram-se ensaios para diferentes velocidades reduzidas, números de Reynolds e diâmetros médios. Nesse caso, também observou-se um modo "híbrido" para certas condições de número de Reynolds e velocidades reduzidas. Consistindo também de um padrão 2S ao longo de parte do cilindro, região com diâmetro maior, e um padrão 2P ao longo da outra parte do cilindro, que possuía diâmetro menor, ver Figura 5-49.

Techet et al. verificam que o modo híbrido é periódico, diferentemente do deslocamento da linha vortical ("vortex dislocations"), e a localização da bifurcação dos

vórtices permanece estável e repetitiva. Observou-se também que na região de mudança de modos, 2S para 2P, os dois padrões estão na mesma fase e têm a mesma frequência, não havendo, portanto, saltos de fase quando acontece a transição.

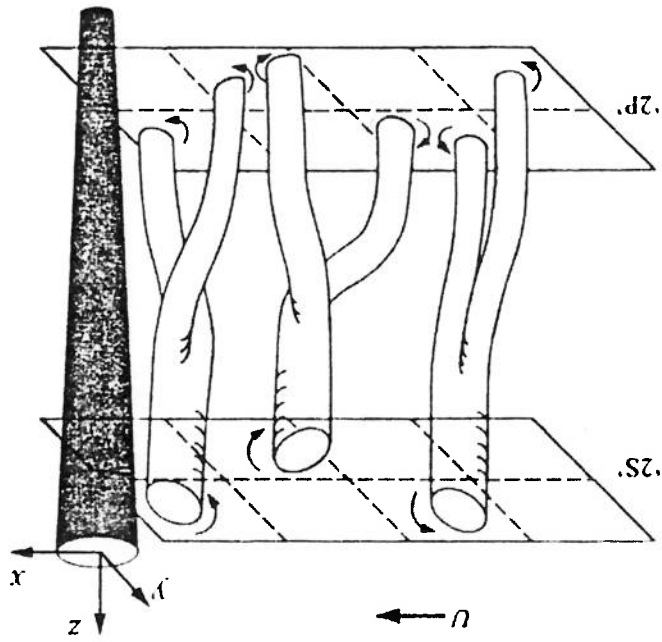


Figura 5-49 – Esquema de modo de emissão “híbrido”, 2S no extremo de diâmetro maior e 2P no extremo de base menor – Adaptado de TECHET et al. (1998).

Para o cilindro de seção variável, conclui-se que a posição onde ocorre a transição entre os dois modos depende da amplitude adimensional (amplitude sobre diâmetro médio – A/d) e da velocidade reduzida ($Vr^* = U/\bar{f}d$).

No modelo tipo “cantilever”, estudado neste trabalho, verificou-se também a dependência do modo de emissão de vórtice com relação a esses dois parâmetros, amplitude adimensional (Vr/d) e velocidade reduzida (Vr).

Comparando os modos da velocidade reduzida $Vr = 5$ e $Vr = 9$, Figura 5-43 e Figura 5-45, pode-se observar que na $Vr = 5$ a transição ocorre na altura $Z = 5,0$, enquanto na $Vr = 9$ a transição ocorre na altura $Z = 15,0$. As amplitudes de oscilação para $Vr = 9$ são maiores que as amplitudes para $Vr = 5$.

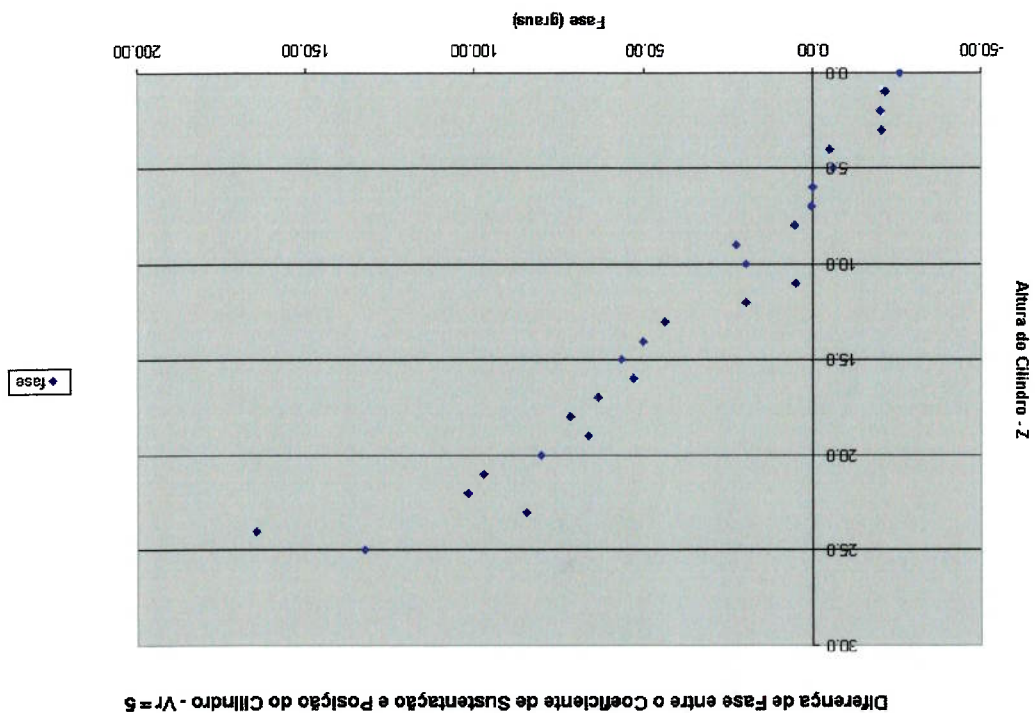
A respeito da fase, deve-se salientar inicialmente que serão comentadas duas fases de origens distintas. Uma é a diferença de fase que existe na emissão de vórtices entre as várias seções do cilindro. A outra é a diferença de fase entre o coeficiente de sustentação e o movimento da estrutura para uma mesma seção.

A diferença de fase que existe na emissão de vórtices entre as várias seções do cilindro pode ser observada em todas as visualizações de esteira, como, por exemplo, na Figura 5-43, que mostra as esteiras no ponto de máxima amplitude para $Vr = 5$. Nota-se que na seção $Z = 25.0$ a esteira sai na mesma direção da linha de simetria longitudinal. A medida que se aproxima da base, a esteira vai girando no sentido horário. Quando $Z=0.0$, o vórtice é emitido quase perpendicular à direção do escoamento.

A diferença de fase entre o coeficiente de sustentação e o movimento da estrutura para uma mesma seção mostra quanto o movimento da estrutura está defasado ou adiantado em relação ao coeficiente de sustentação. Ela varia de seção para seção. Nota-se que, para seções perto da base, a fase é negativa. A medida que se anda na direção do topo a fase, vai-se tornando positiva. A diferença de fase para velocidade reduzida $Vr = 5$ é mostrada para cada seção na Figura 5-50 abaixo.

Na Figura 5-50, pode-se observar que, como TECHET et al. (1998), na região de transição entre os dois modos, Z por volta de 5,0, não existe um salto na fase. Além disso é possível observar que a troca de modo de emissão de vórtice, de 2S para 2P, ocorre na região onde a fase troca de sinal.

Figura 5-50 – Diferença de Fase entre o Coeficiente de Sustentação e a Posição do Cilindro - $Vr = 5$



6. Resultados - "Risers"

6.1 Resultados – 1 "Riser"

Com o objetivo de se ter uma aplicação mais prática do código computacional aqui desenvolvido, simularam-se casos de "risers" sujeitos à corrente uniforme e à corrente variando linearmente ao longo do comprimento da estrutura.

Como a grande vantagem de se utilizar um método puramente Lagrangeano é estudar o escoamento quando esta livre para oscilar no escoamento, fizeram-se simulações de um agrupamento de "risers". Será tratado em especial o caso em que os "risers" se encontram na configuração lado a lado, ambos os cilindros de frente para o escoamento, para diversas distâncias entre centros e sujeitos a correntes uniformes ao longo do comprimento da estrutura.

Inicialmente, será apresentado o caso em que existe apenas um "riser" no fluido. As extremidades da estrutura são livres para ter rotação, mas não translação. As matrizes fundamentais do sistema (massa, amortecimento estrutural e rigidez) foram construídas com bases nos dados de um "riser" real, FERRARI (1998), a seguir:

Diâmetro externo do "Riser": 0.25 m

Diâmetro interno do "Riser": 0.21106 m

Módulo de Elasticidade: 210,000,000.0 kN/m²

Peso específico do fluido externo: 1025 kg/m³

Peso específico do fluido interno: 800 kg/m³

Peso específico do material do "riser": 7700 kg/m³

Profundidade da água: 100 m

Comprimento do "riser": 120 m

Tração no topo: 200 kN (aproximadamente 1,5 vezes o peso próprio)

O "riser" foi modelado com 40 elementos igualmente espaçados abaixo da linha d'água e 10 elementos também igualmente espaçados acima da linha d'água. Os modos dominantes na direção do escoamento foram o 1º e 2º. O fator de amortecimento adotado para os dois modos foi de $\zeta=2\%$. Na direção transversal, fez-se inicialmente uma simulação curta para saber os modos dominantes, que depois foram adotados no modelo da matriz de amortecimento. Os fatores de amortecimentos adotados foram de $\zeta=2\%$ também.

Uma análise de sensibilidade foi feita antes para determinar o número de elementos que seriam usados. Observou-se que para esse caso uma discretização de 40 elementos abaixo da linha d'água e, conseqüentemente, 40 seções hidrodinâmicas forneciam resultados praticamente iguais a uma simulação com 100 elementos. São apresentados inicialmente casos com corrente apresentando um perfil uniforme de velocidades. A velocidade da corrente livre é constante ao longo de todo o comprimento do "riser", conforme mostrado na figura abaixo.

Retiraram-se os resultados dos máximos e mínimos deslocamentos na direção do escoamento e transversalmente aos ocorridos na simulação. É interessante notar que, à

Tabela 6-1 – Velocidades do escoamento e Números de Reynolds

Numero de Reynolds - Re	U_{∞} (m/s)
3.89E+04	0.16
5.83E+04	0.23
7.78E+04	0.31
9.72E+04	0.39
1.00E+05	0.40
1.17E+05	0.47
1.36E+05	0.54
1.56E+05	0.62
1.75E+05	0.70
1.94E+05	0.78
2.14E+05	0.86
2.33E+05	0.93

apresentados na tabela abaixo.

As velocidades simuladas e os números de Reynolds correspondentes são

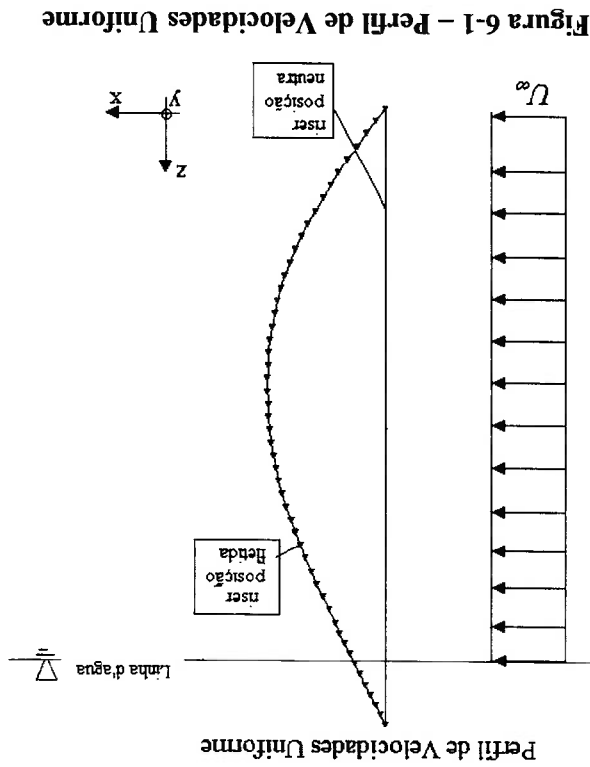


Figura 6-1 – Perfil de Velocidades Uniforme

medida que as velocidades da corrente ao longe aumentam, o modo de vibrar transversal

da estrutura muda.

Para velocidades baixas, a estrutura vibra nos modos mais baixos. Por exemplo,

para velocidade de $U_{\infty}=0.16$ m/s, o modo de vibrar transversal foi o primeiro.

Aumentando-se a velocidade, os modos de vibrar transversal da estrutura também

aumentam. Nas velocidades entre $0.31 \leq U_{\infty} \leq 0.47$, o modo de vibrar observado foi o

segundo, passando-se para o terceiro modo quando as velocidades ao longe estavam

entre $0.54 \leq U_{\infty} \leq 0.78$ e para o quarto modo quando $0.86 \leq U_{\infty} \leq 0.93$.

As figuras abaixo mostram algumas das envoltórias transversais ao escoamento

obtidas. Nelas pode-se observar a mudança dos modos de vibrar, do primeiro modo até

o quarto.

São mostrados também os espectros obtidos pela transformada rápida de Fourier,

a qual foi feita no sinal dos deslocamentos transversais da seção de altura $Z=25$ m.

Figura 6-3 – Transformada Rápida de Fourier do Deslocamento Transversal Z=25 m - Velocidade U=0.23 m/s

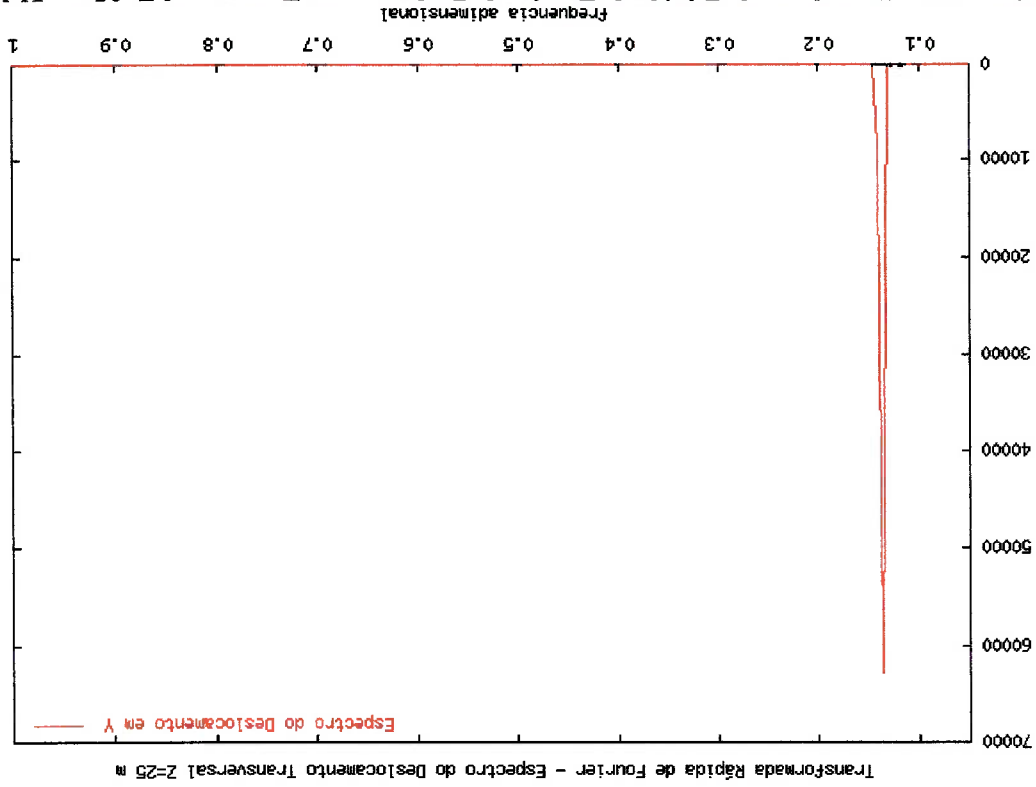


Figura 6-2 – Envoltória Transversal – Velocidade U=0.23 m/s – 1º modo de vibrar

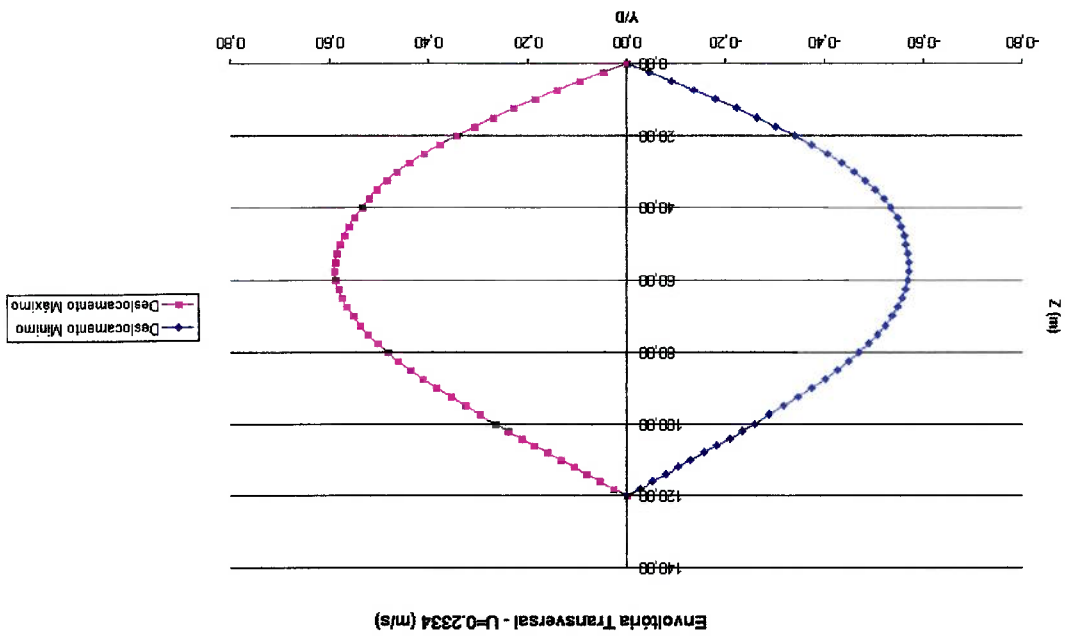


Figura 6-5 - Transformada Rápida de Fourier de Deslocamento Transversal Z=25 m - Velocidade U=0.39 m/s

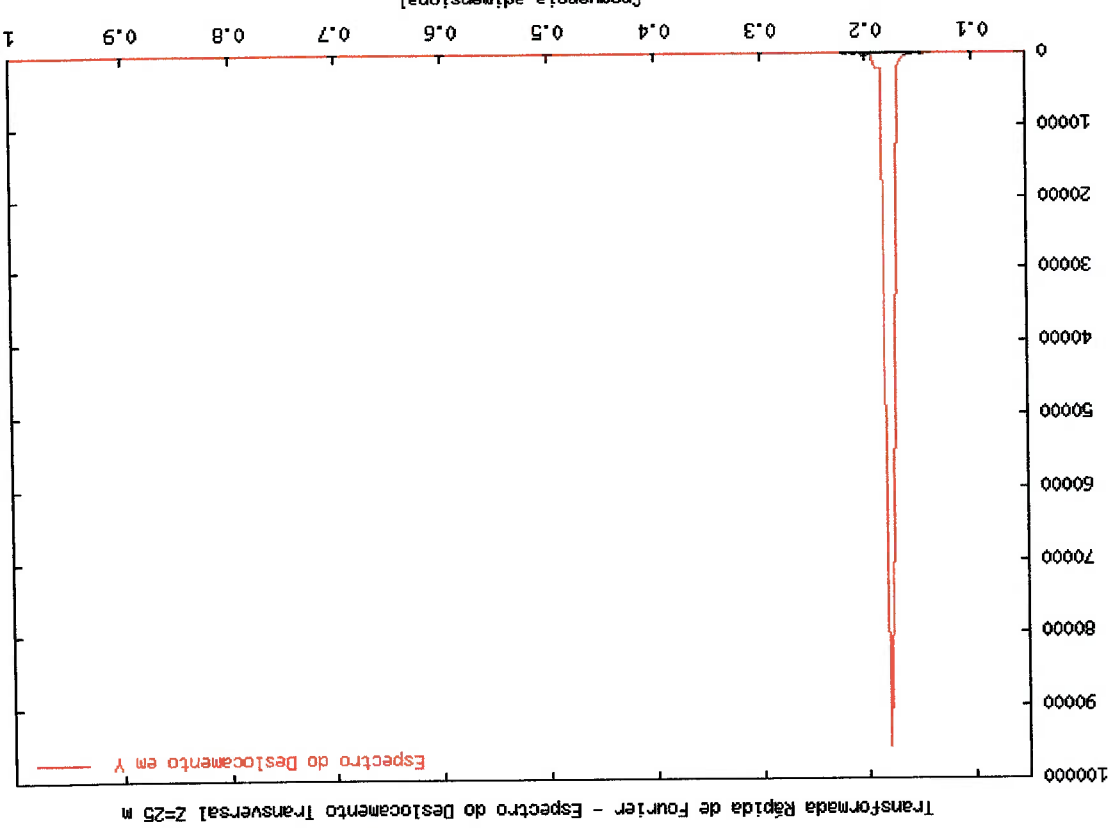


Figura 6-4 - Envoltória Transversal - Velocidade U=0.39 m/s - 2º modo de vibrar

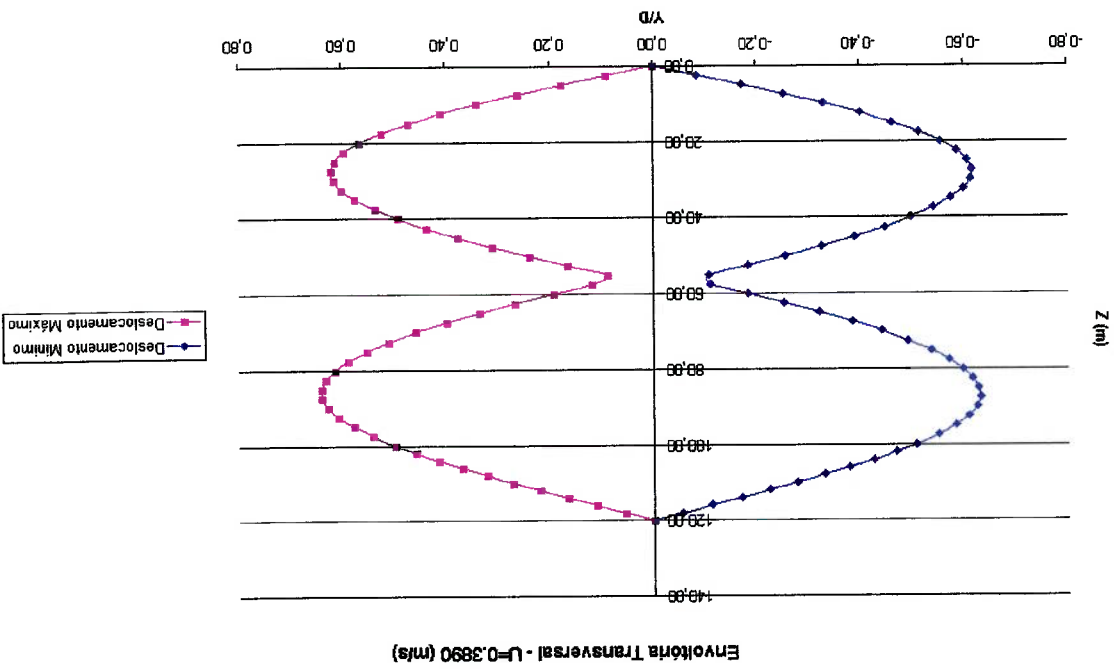


Figura 6-6 – Envoltória Transversal – Velocidade $U=0,62$ m/s – 3º modo de vibrar

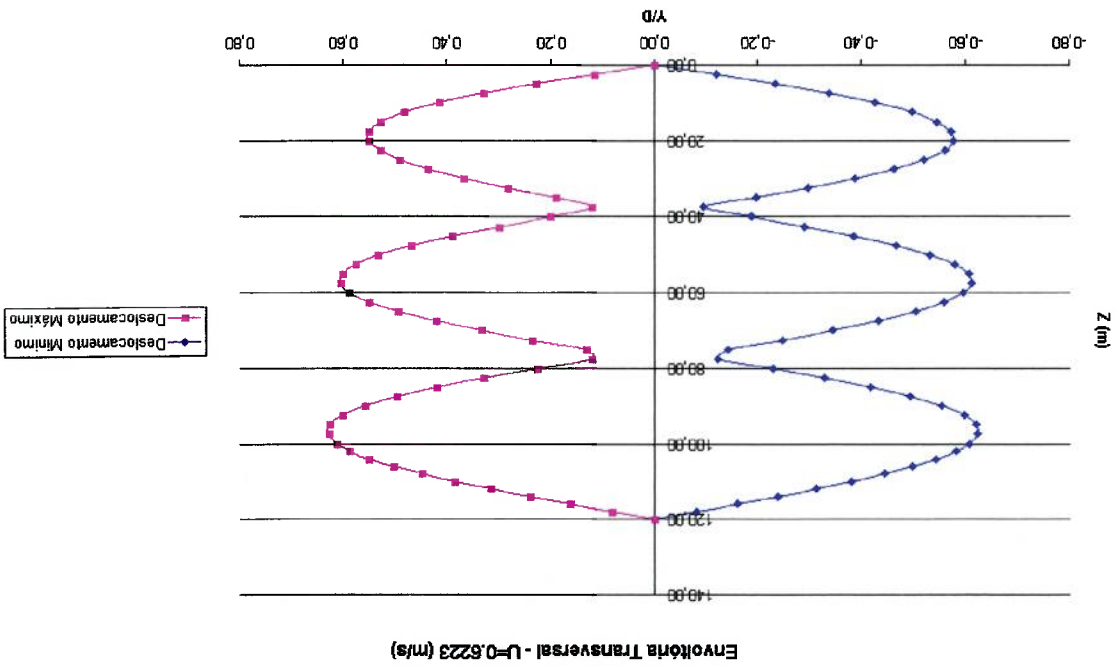


Figura 6-7 – Transformada Rápida de Fourier do Deslocamento Transversal $Z=25$ m - Velocidade $U=0,62$ m/s

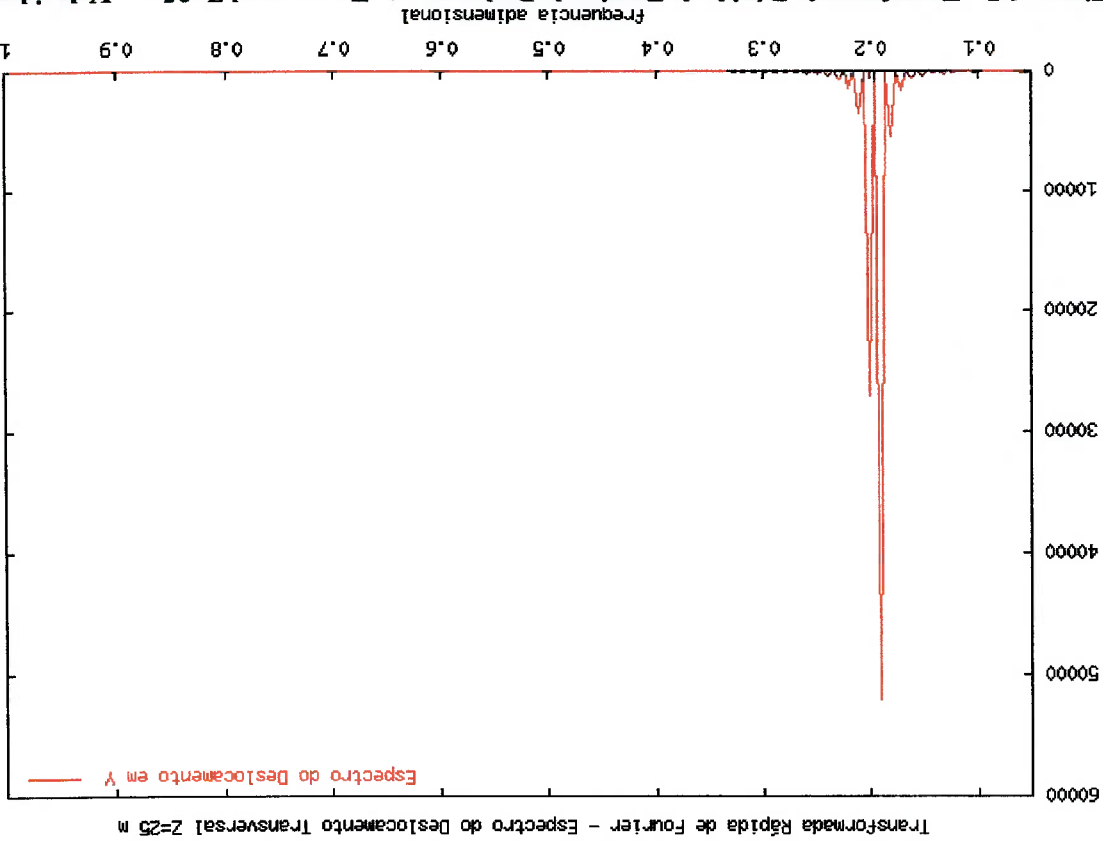


Figura 6-8 – Envolória Transversal – Velocidade $U=0,86$ m/s – 4º modo de vibrar

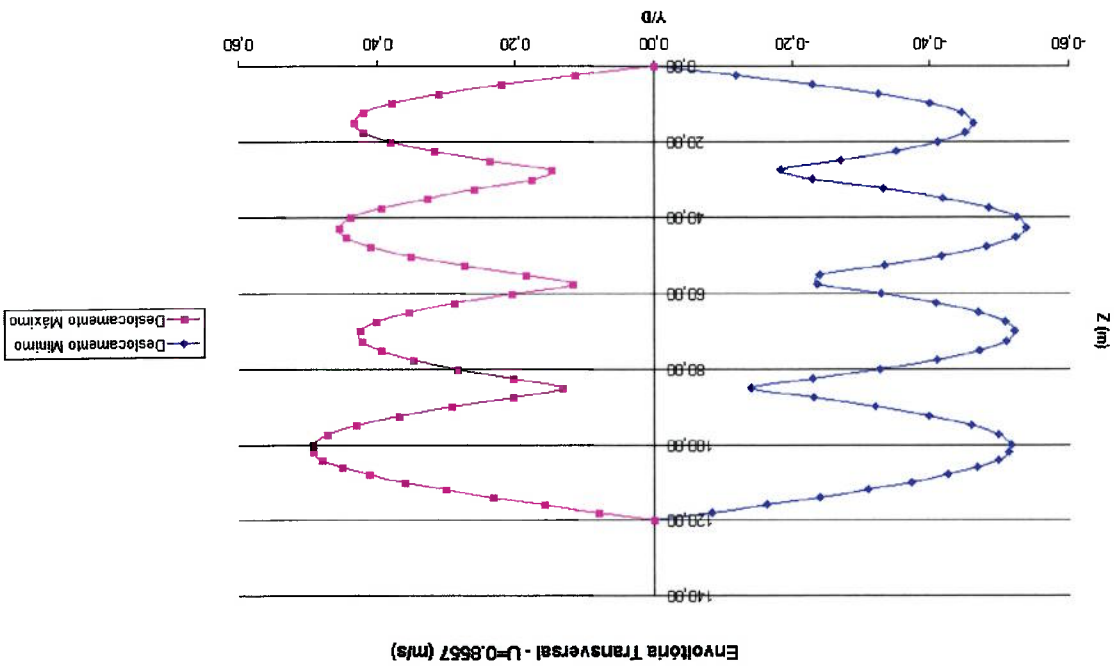
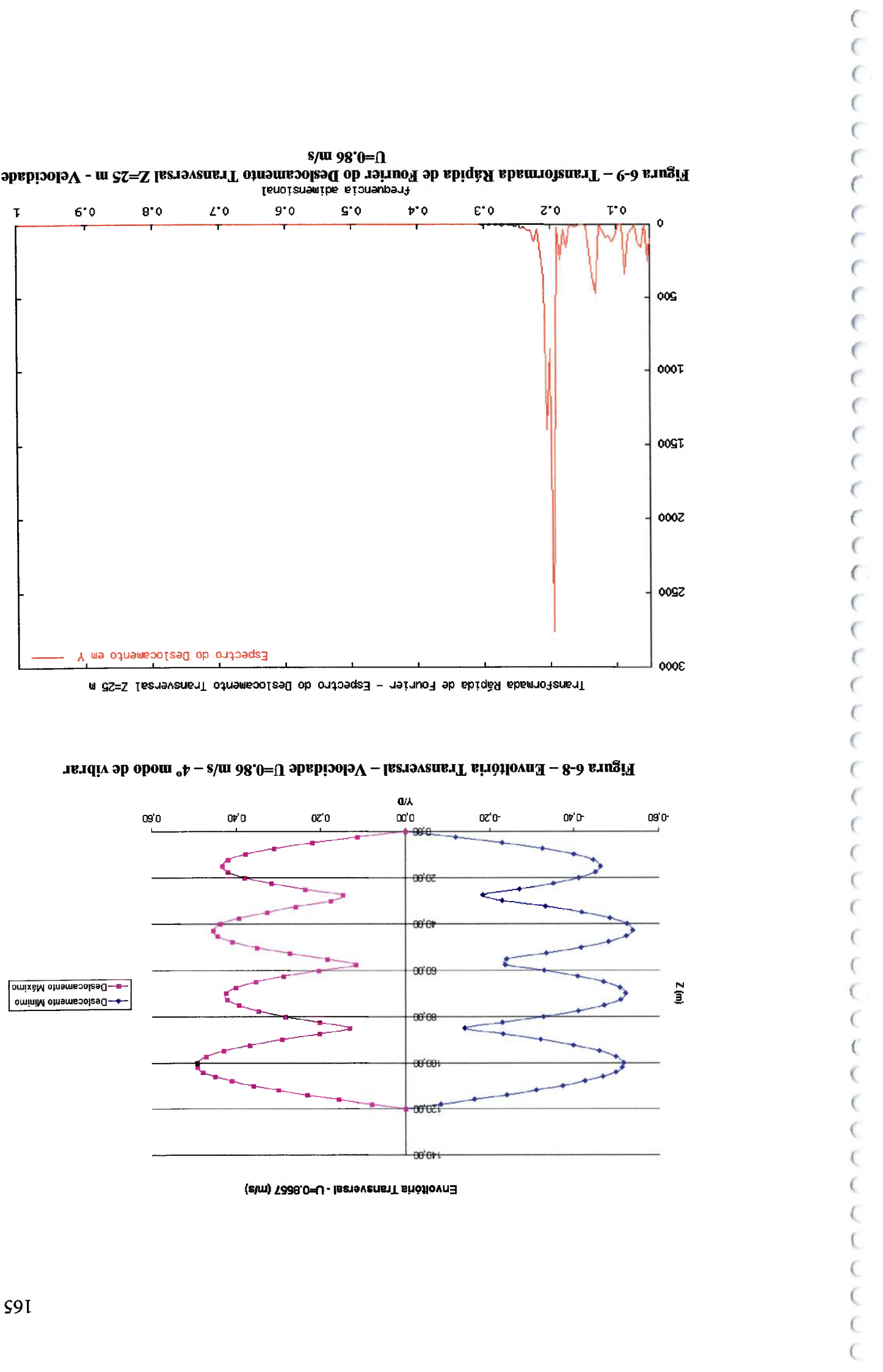
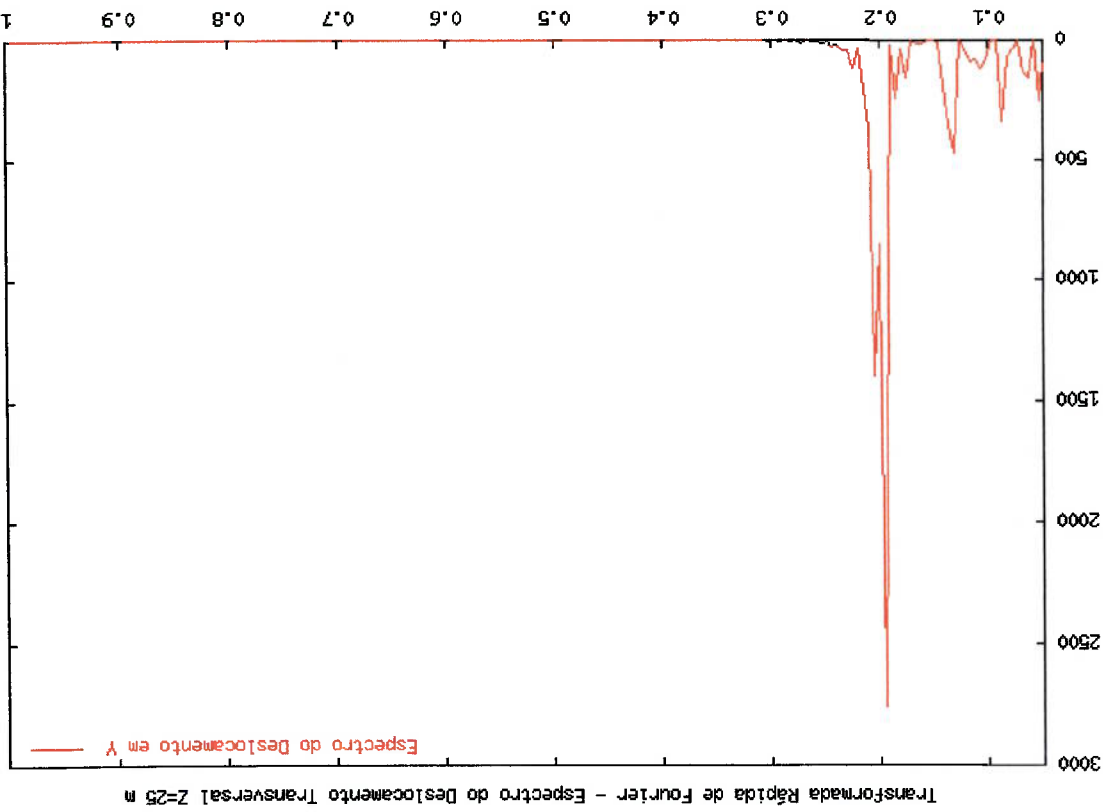


Figura 6-9 – Transformada Rápida de Fourier do Deslocamento Transversal $Z=25$ m - Velocidade $U=0,86$ m/s



As figuras 6-3, 6-5, 6-7 e 6-9 mostram o espectro fornecido pela transformada rápida de Fourier, aplicado no sinal do deslocamento transversal da seção de altura $Z = 25$ m. As velocidades da corrente foram $U=0.23, 0.39, 0.54$ e 0.86 m/s

Tabela 6-2 – Velocidade da Corrente, Modo de Vibir e Velocidade e Frequência Reduzida.

U_{∞} (m/s)	Modo de vibir	Velocidade Reduzida - V_r	Frequência Reduzida - f_r
0.16	1º	4.51	0.22
0.23	1º	6.76	0.15
0.31	2º	4.00	0.25
0.39	2º	5.00	0.20
0.40	2º	5.14	0.20
0.47	2º	6.00	0.17
0.54	3º	4.00	0.25
0.62	3º	4.57	0.22
0.70	3º	5.15	0.19
0.78	3º	5.72	0.17
0.86	4º	4.03	0.25
0.93	4º	4.40	0.23

como a estrutura vibrou e as respectivas velocidades e frequências reduzidas. estrutura vibrou mudou. A tabela abaixo mostra as velocidades da corrente, os modos $V_r = 7.0$. Quando a velocidade reduzida chegou por volta desse valor, o modo em que a Pode-se observar que as velocidades reduzidas encontradas nunca passaram de respectivamente.

e f_r são o período e a frequência natural do modo que a estrutura vibrou, V_r é a velocidade reduzida, f_r é a frequência reduzida, D é o diâmetro da estrutura e T_n

$$f_r = f_n D = \frac{U_{\infty}}{V_r} \quad (6.2)$$

$$V_r = \frac{U_{\infty}}{T_n} \quad (6.1)$$

seguinte forma,

Definindo dois adimensionais, a velocidade reduzida e a frequência reduzida, da

respectivamente. O eixo das abscissas nessas figuras indicam a frequência adimensional. Esse adimensional é análogo à frequência reduzida.

Pode-se observar que, ao longo do comprimento do "riser", numa mesma velocidade, os espectros das várias seções não apresentam uma variação significativa. Como era de se esperar, a estrutura vibrou em uma frequência próxima à frequência natural do modo que a estrutura vibrou. Pode-se ver isso, comparando-se as frequências fornecidas pelas figuras 6-3, 6-5, 6-7 e 6-9 com as frequências reduzidas, na Tabela 6-2.

A respeito dos deslocamentos na direção do escoamento, como era de se esperar no caso de uma corrente uniforme ao longo do comprimento, o "riser" apresentou uma deformação semelhante em todos os casos, sendo o ponto de máximo deslocamento encontrado na metade de seu comprimento.

A Figura 6-10 exemplifica o formato do "riser" para esse perfil de velocidade. O caso tomado como exemplo é o de velocidade de corrente $U_{\infty}=0.47$ m/s. A Figura 6-11 mostra os deslocamentos máximos das seções, nas alturas $Z=55$, 40 e 80 m, em função da velocidade. A seção de altura $Z=55$ m foi a que apresentou os maiores deslocamentos, à medida que a velocidade aumentou.

Comparar os resultados obtidos para o caso dos "risers" é uma tarefa difícil. Os modelos numéricos como os comentados na seção 1.1.2 apresentam grandes

Figura 6-11 – Deslocamentos máximos na direção do escoamento – seções nas alturas Z=55, 40 e 80 m.

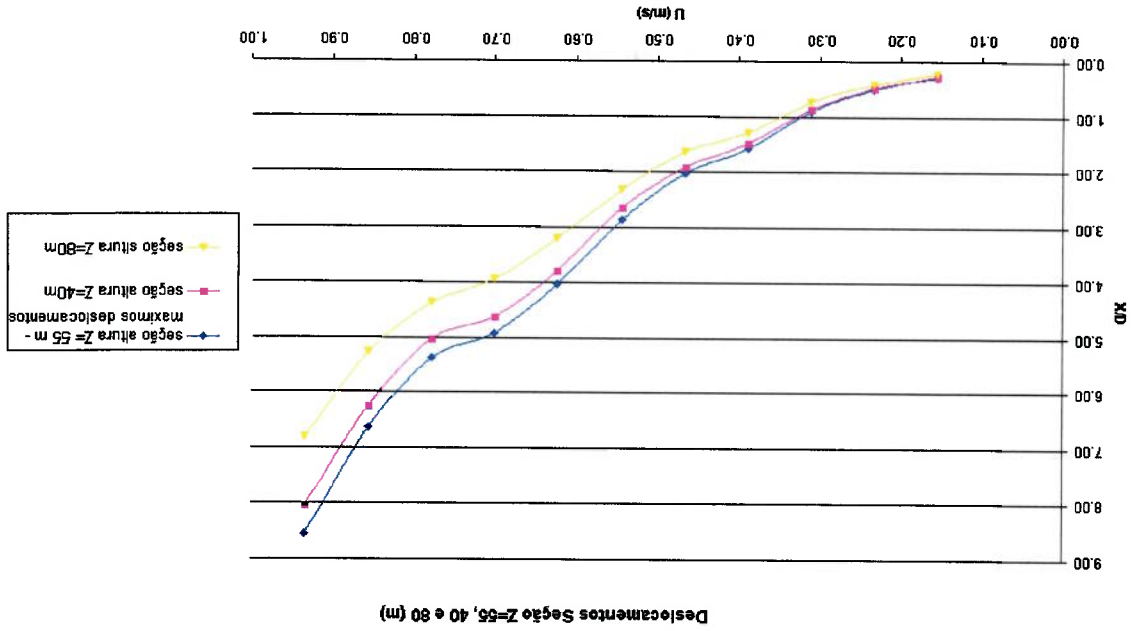
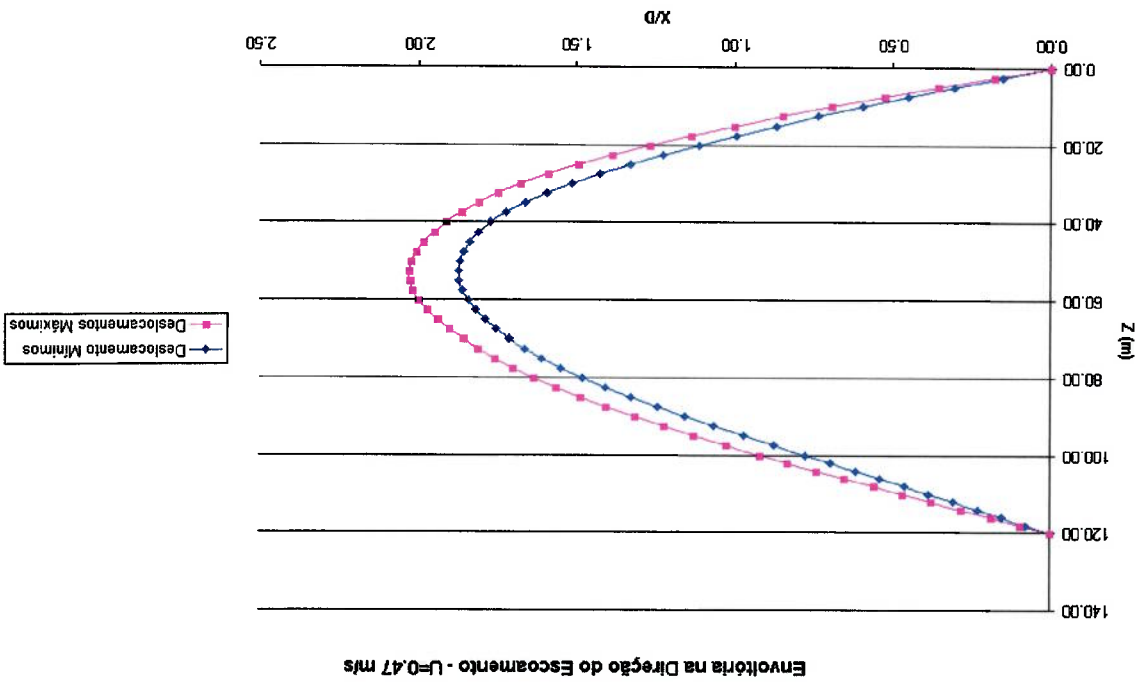


Figura 6-10 – Envoltória na direção do escoamento - velocidade $U_{\infty}=0,47$ m/s.



discrepâncias entre os resultados. Diferentes hipóteses assumidas, bem como variados coeficientes experimentais utilizados em cada modelo, tornam a validade de cada um específica para um determinado tipo de situação ou estudo.

Porém, o estudo que utiliza diferentes métodos pode ser complementar e as abordagens diferentes podem fornecer um melhor conhecimento do fenômeno de vibração induzida pela emissão de vórtices.

Foram comparados os resultados obtidos com o código computacional desenvolvido neste trabalho com o modelo de FERRARI (1998), para corrente constante no tempo, mas variando linearmente ao longo do comprimento do “riser”.

O modelo de Ferrari utiliza uma abordagem mais convencional para a simulação hidrodinâmica. O modelo hidrodinâmico utiliza a equação de Morison para o cálculo das forças na direção do escoamento e a “quasi steady theory” para o cálculo das forças transversais. Maiores informações sobre o procedimento de cálculo podem ser vistas na referência deste trabalho FERRARI (1998).

Sabe-se que esse modelo não pode ser aplicado no caso em que o “riser” esteja sujeito a uma corrente constante ao longo da envergadura do “riser”, isso porque o modelo não consegue captar a sincronização entre as forças e o movimento. Porém, segundo Ferrari, na presença de um perfil de corrente variando linearmente ao longo da envergadura do “riser”, múltiplas frequências de emissão de vórtice ocorrem e um único modo de vibrar não pode mais controlar o processo de emissão de vórtice. Este seria um caso em que a estrutura vibra de uma maneira multi-modal, em uma situação em que não ocorre sincronização (“non-lock-in”).

Para a comparação, entre os resultados obtidos com o Método dos Vórtices Discretos e com a “quasi steady theory”, simularam-se dois casos em que a corrente varia linearmente ao longo do comprimento do “riser”.

Os dados de entrada para o código computacional de Ferrari são mostrados abaixo. Os coeficientes de força transversal, fase e número de Strouhal utilizados para modelar as forças na simulação foram os mesmos utilizados nas simulações de FERRARI (1998). Os dados da simulação são mostrados a seguir:

- “Riser”

Diâmetro externo do “Riser”: 0.25 m

Diâmetro interno do “Riser”: 0.21106 m

Módulo de Elasticidade: 210,000,000.0 kN/m²

Peso específico do fluido externo: 1025 kg/m³

Peso específico do fluido interno: 800 kg/m³

Peso específico do material do “riser”: 7700 kg/m³

Profundidade da água: 100 m

Comprimento do “riser”: 120 m

Tração no topo: 200 kN (aproximadamente 1.5 vezes o peso próprio)

- Coeficientes de força

Coeficiente de Arrasto em ambas as direções – $C_d = 1.2$

Coeficiente de massa adicional – $C_A = 0.6$

Fase - $\phi = 20^\circ$

Número de Strouhal – $St = 0.2$

Amplitude do coeficiente de força transversal – $C_t = 1.2$

O “riser” foi modelado com 40 elementos, igualmente espaçados, abaixo da linha d’água e 10 elementos, também igualmente espaçados, acima da linha d’água. O

intervalo de tempo foi de $\Delta t = 0.05$. Os dados do "riser" utilizados foram os mesmos utilizados nas simulações com "riser" anteriores. Os modos dominantes adotados foram: Modos dominantes na direção do escoamento: 1° e 2° - Fator de amortecimento $\zeta=2\%$. Modos dominantes na direção transversal ao escoamento: 4° e 5° - Fator de amortecimento $\zeta=2\%$.

Os dois perfis de velocidades adotados para a comparação de resultados variaram linearmente. No primeiro caso, a velocidade no fundo do oceano foi de $0,4$ m/s e na linha d'água $1,2$ m/s. No segundo caso, foi adotado um perfil triangular. A velocidade do fundo do oceano foi de $0,4$ m/s. Na metade do comprimento abaixo da linha d'água, a velocidade foi de $1,2$ m/s, voltando para $0,4$ m/s na altura da linha d'água. A figura abaixo ilustra os dois casos.

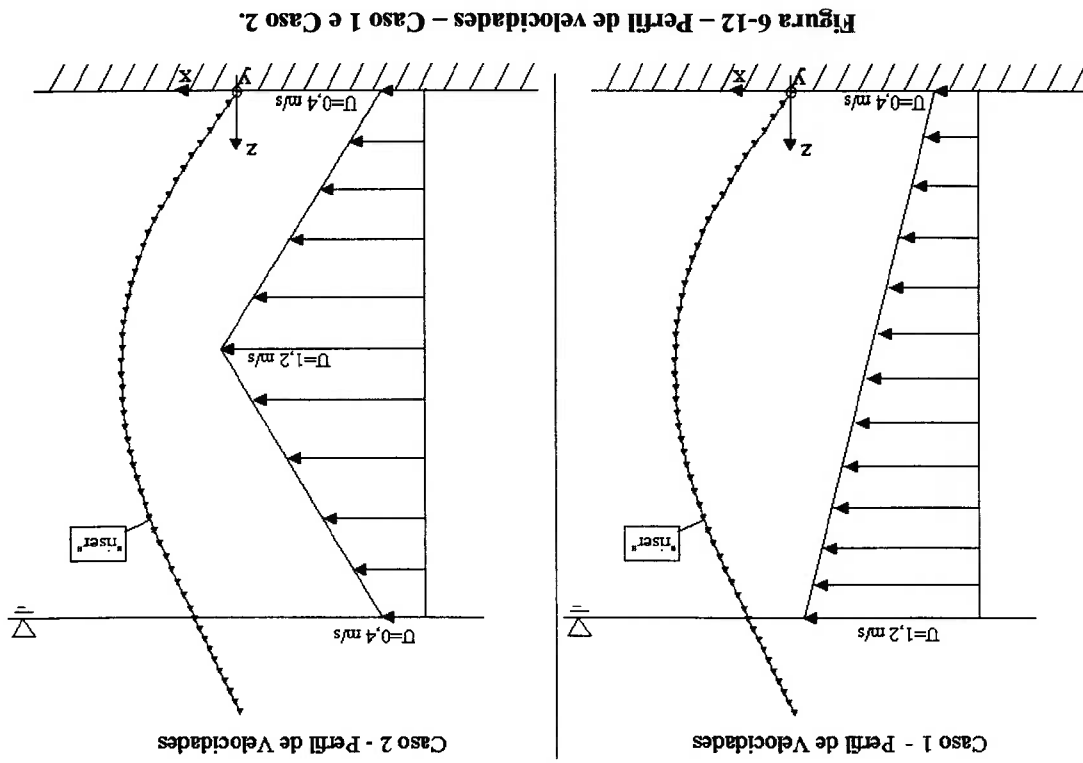


Figura 6-12 – Perfil de velocidades – Caso 1 e Caso 2.

A seguir, são comparadas as envoltórias contendo os máximos e mínimos deslocamentos na direção do escoamento, figuras 6-13 e 6-15, e os máximos e mínimos deslocamentos na direção transversal ao escoamento, figuras 6-14 e 6-16.

Envoltória na Direção do Escoamento - Caso 1

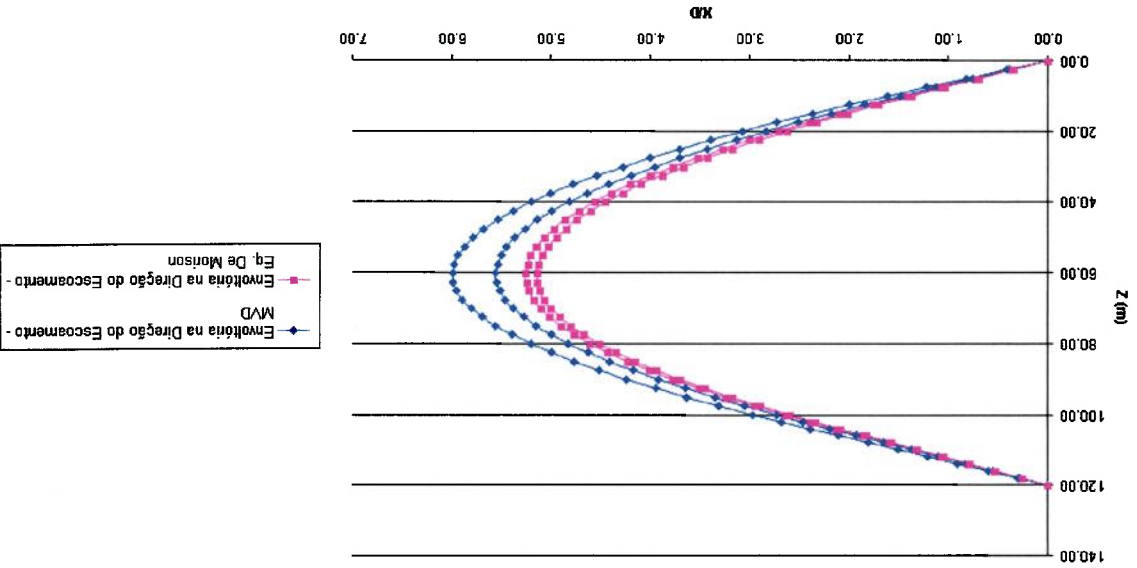


Figura 6-13 – Comparação Envoltórias com os Máximos e Mínimos Deslocamentos – Direção do Escoamento – Caso 1.

Envoltória Transversal - Caso 1

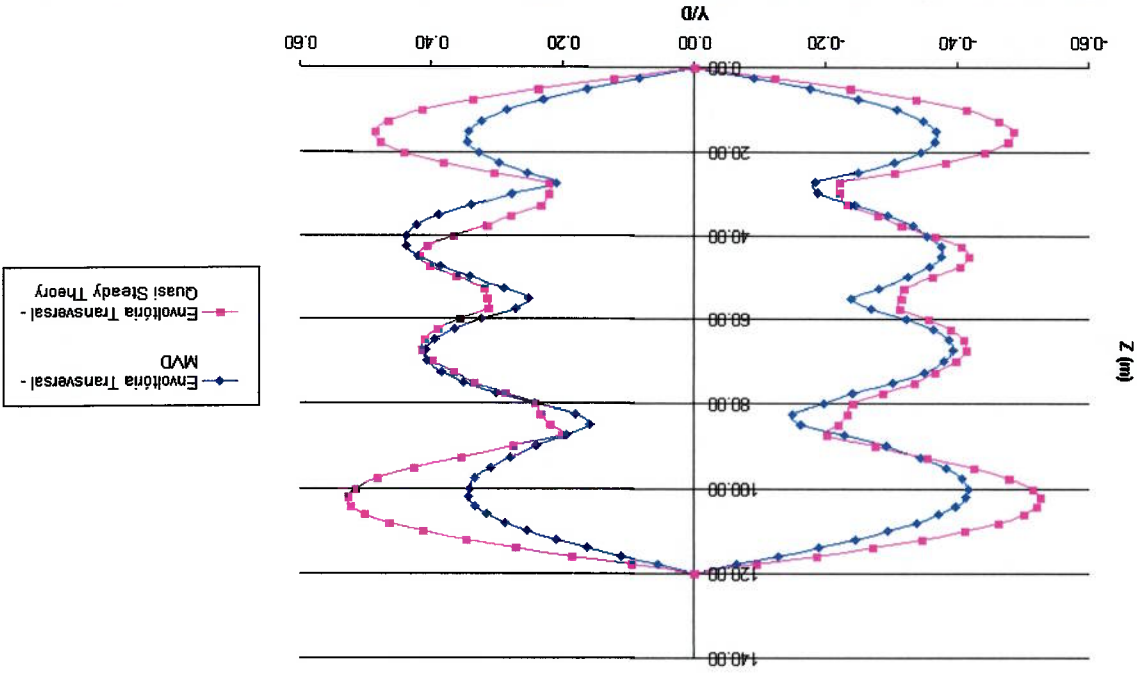


Figura 6-14 – Comparação Envoltórias com os Máximos e Mínimos Deslocamentos – Direção Transversal ao Escoamento – Caso 1.

Figura 6-15 – Comparação Envoltoiras com os Máximos e Mínimos Deslocamentos – Direção do Escocamento – Caso 2.

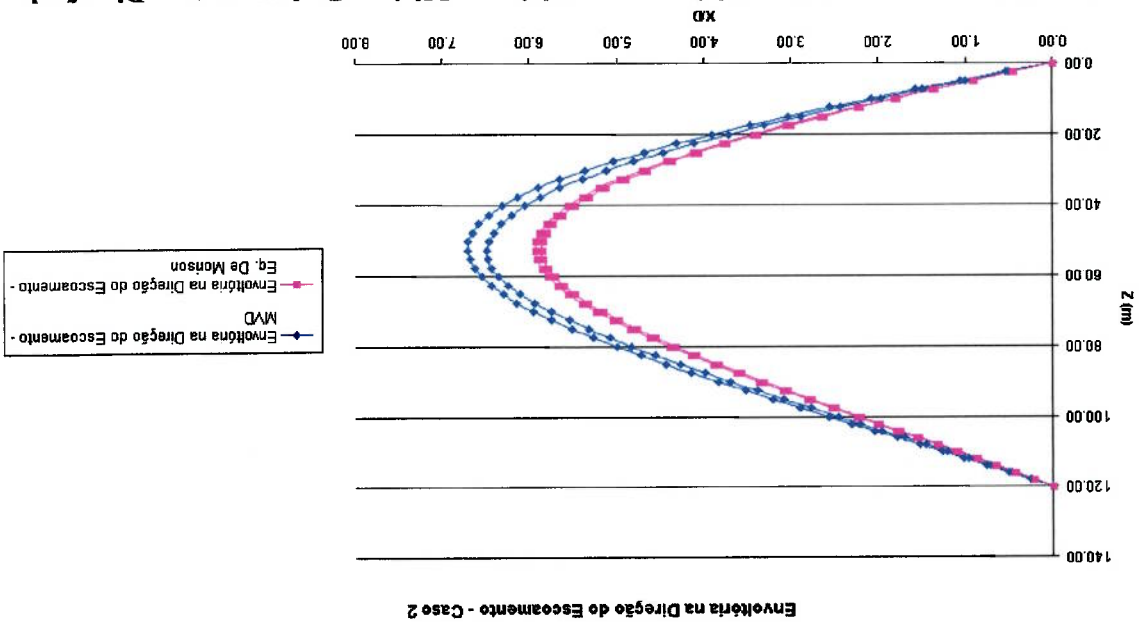
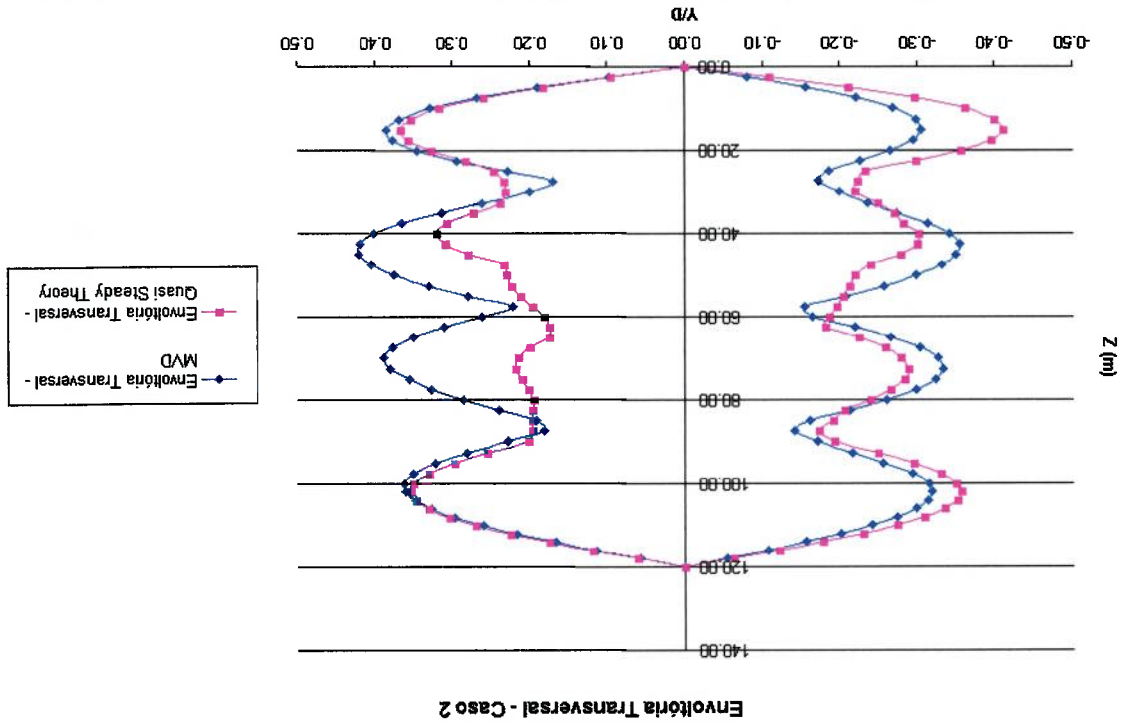


Figura 6-16 – Comparação Envoltoiras com os Máximos e Mínimos Deslocamentos – Direção Transversal ao Escocamento – Caso 2.



Uma possível razão dessa diferença no comportamento pode ser o coeficiente de força transversal e da fase ϕ , os quais, no modelo de Ferrari, são tomados como

menores em relação ao comportamento obtido com a "quasi steady theory". Segundo e o terceiro modo estão sendo excitados, mas esses modos duram períodos bem novamente. Nos resultados do MVD, nota-se também, em alguns momentos, que a estrutura vibra no quarto modo durante um período maior, até a oscilação cair aumenta, nota-se que a estrutura vibra desde o primeiro até o quarto modo. Depois a há momentos em que a oscilação é muito pequena. Nos momentos em que a oscilação Como pode ser visto nas figuras abaixo, nos resultados da "quasi steady theory",

transversais obtidos pelo MVD também existe um batimento, mas muito menos intenso. fornece um batimento nos deslocamentos da estrutura. Já nos deslocamentos diferença nos resultados. Verifica-se que o resultado obtido pela "quasi steady theory" Porém, observando-se o movimento da estrutura ao longo do tempo, nota-se uma

vibrar é o modo dominante.

MVD e "quasi steady theory", têm formatos semelhantes. Nota-se que o 4º modo de observar que em ambos os casos as envoltórias, comparando as duas técnicas utilizadas, Na comparação das envoltórias, na direção transversal ao escoamento, pode-se envoltórias.

utilizado. Um pequeno aumento no coeficiente de arrasto provocaria a coincidência das Essa pequena diferença é provavelmente devido ao coeficiente de arrasto

observadas foram pequenas.

obtidas utilizando-se a equação de Morison. Nota-se também que as oscilações ambos os casos as envoltórias obtidas pelo MVD foram ligeiramente maior que as Na comparação das envoltórias na direção do escoamento, pode-se ver que em

constantes ao longo da envergadura do cilindro, o que certamente não é sempre

verdadeiro.

As figuras abaixo mostram os deslocamentos transversais, de uma seção na

altura $Z=17.5$ m, obtidos com o MVD e a “quasi steady theory” para os dois perfis de corrente. Pode-se observar que no caso 1, o batimento encontrado no resultado obtido pela “quasi steady theory” é mais intenso do que o encontrado no caso 2. No caso da “quasi steady theory”, devido ao batimento no sinal, fez-se uma simulação mais longa. Para o MVD foram simulados aproximadamente 30 ciclos de emissão de vórtice.

- Caso 1

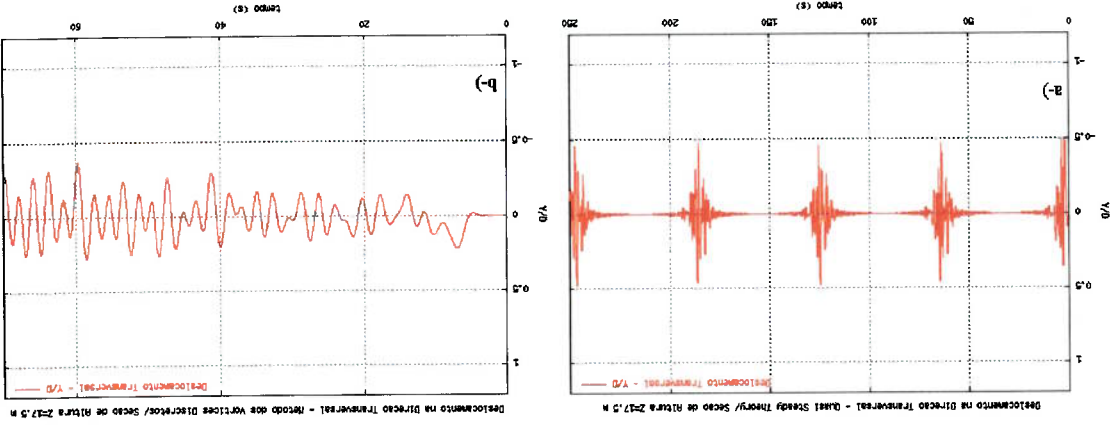


Figura 6-17 – Deslocamentos Transversais Adimensionais – Seção Altura $Z=17.5$ m, a-) “quasi steady theory”, b-) Método dos Vórtices Discretos

- Caso 2

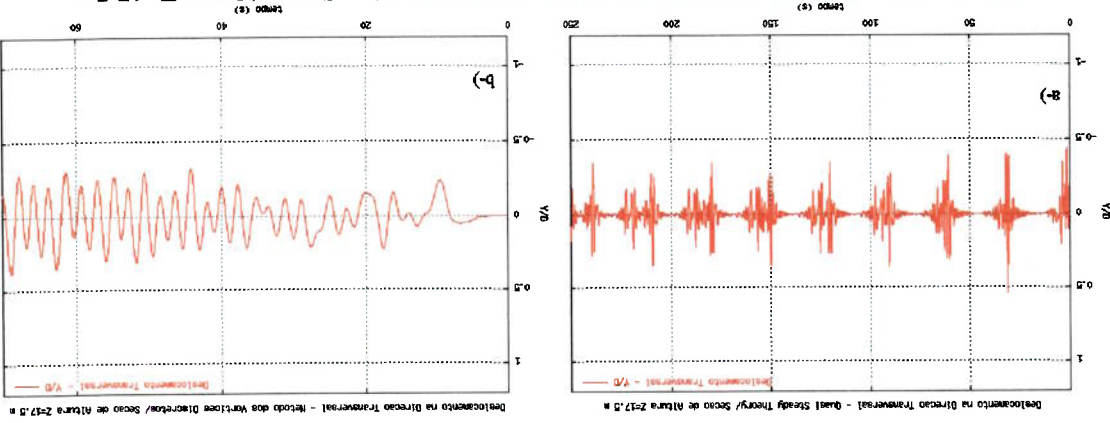


Figura 6-18 – Deslocamentos Transversais Adimensionais – Seção Altura $Z=17.5$ m, a-) “quasi steady theory”, b-) Método dos Vórtices Discretos

6.2 Resultados – Agrupamento de “Risers” Lado a Lado

A grande vantagem de se utilizar um método puramente Lagrangeano é que esse não necessita de uma malha computacional. Métodos que não precisam de uma malha, como o MVD, são propícios para estudar casos em que existem mais de um corpo livre para oscilar no escoamento.

Outros métodos que utilizam abordagens mais convencionais, como os mostrados na seção 1.1.2, tratam o caso de um agrupamento considerando cada corpo independente do outro. As interações entre um corpo e outro não são levadas em conta, o que nem sempre é verdade, principalmente quando os corpos estão próximos.

Neste trabalho, estudou-se o caso de um agrupamento de dois cilindros, na configuração lado a lado, para o caso de corrente constante no tempo e ao longo do comprimento do corpo. Variou-se os espaçamentos entre centros entre $1.5 \leq T/D \leq 6.0$. As envoltórias contendo os máximos e mínimos deslocamentos do “riser” e os espectros de energia do coeficiente de sustentação são apresentados. Para todos os casos, a velocidade foi de $U_{\infty} = 0.4$ m/s.

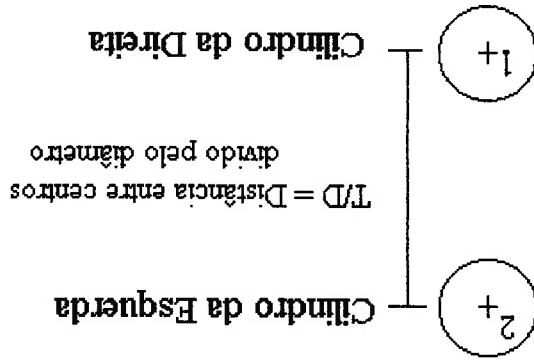


Figura 6-19 – Esquema Arranjo Lado a Lado dos “Risers”

Os dados para a simulação dos “risers” foram os mesmos utilizados no estudo anterior de um “riser” apenas. Pode-se verificar nas simulações que, mesmo para os intervalos entre centros menores, não ocorreram colisões entre os “risers”. Para intervalos entre centros maiores que 3 diâmetros, $T/D \geq 3.0$, os resultados de cada “riser” do agrupamento são praticamente os mesmos que os de um “riser” apenas.

As figuras mostram as envoltórias contendo os máximos e mínimos deslocamentos na direção do escoamento e transversais ao escoamento.

- Espaçamento entre centros $T/D = 1.5$

A figura 6-20 mostra a envoltória contendo os máximos e mínimos deslocamentos na direção do escoamento dos dois “risers”. O máximo deslocamento obtido foi de $X/D=2.0$.

As figuras 6-21 e 6-22 mostram as envoltórias transversais ao escoamento dos dois “risers”. Observa-se que ambos os “risers” vibraram no segundo modo, o mesmo modo de vibrar encontrado com o cilindro isolado para velocidade de $U=4.0$ m/s.

Nota-se que as oscilações transversais tiveram amplitudes maiores para a região que aponta para fora da configuração. Para o cilindro da esquerda, figura 6-21, a amplitude da oscilação para esquerda foi de aproximadamente $Y/D=0.8$ e para direita foi de $Y/D=0.55$. No cilindro da direita, figura 6-22, pode-se observar o comportamento inverso.

Conforme comentado na seção 5.1.3, no estudo bidimensional da agrupamento lado a lado com cilindros fixos, existe a força de repulsão entre os dois cilindros. Essa força de repulsão parece ser suficientemente grande para afetar no comportamento dinâmico da estrutura. Mesmo para esse espaçamento entre centros pequeno $T/D=1.5$,

ou seja, de apenas meio diâmetro entre as superfícies dos cilindros, não houve em nenhum momento uma colisão entre os "risers".

A figura 6-23 mostra os espectros de energia do coeficiente de sustentação. O maior pico indica a frequência de emissão de vórtices, em torno da frequência adimensional $f = 0.2$. Porém, são observados também sub-harmônicos dessa frequência, picos com intensidade menor que são múltiplos da frequência de emissão de vórtice.

Esse comportamento foi observado também por SIQUEIRA (1999), no estudo numérico de agrupamentos lado a lado, com cilindros fixos. Ele também verificou sub-harmônicos da frequência de emissão de vórtices, para o espaçamento entre centros $T/D=3.0$. SIQUEIRA (1999) comenta que a interação entre as esteiras emitidas dos cilindros pode ser a causa do aparecimento desses sub-harmônicos.

De qualquer forma, como para a análise da estrutura do "riser", necessita-se essencialmente de dados, como modo de vibrar, amplitude e frequência de oscilação, nota-se que não existe sub-harmônicos no espectro do deslocamento transversal, mostrado na figura 6-25. Isso também pode ser visto no próprio sinal da amplitude transversal, na figura 6-24, o qual não apresenta nenhum batimento.

Figura 6-20 – Envoltória na Direção do Escorcamento – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=1,5

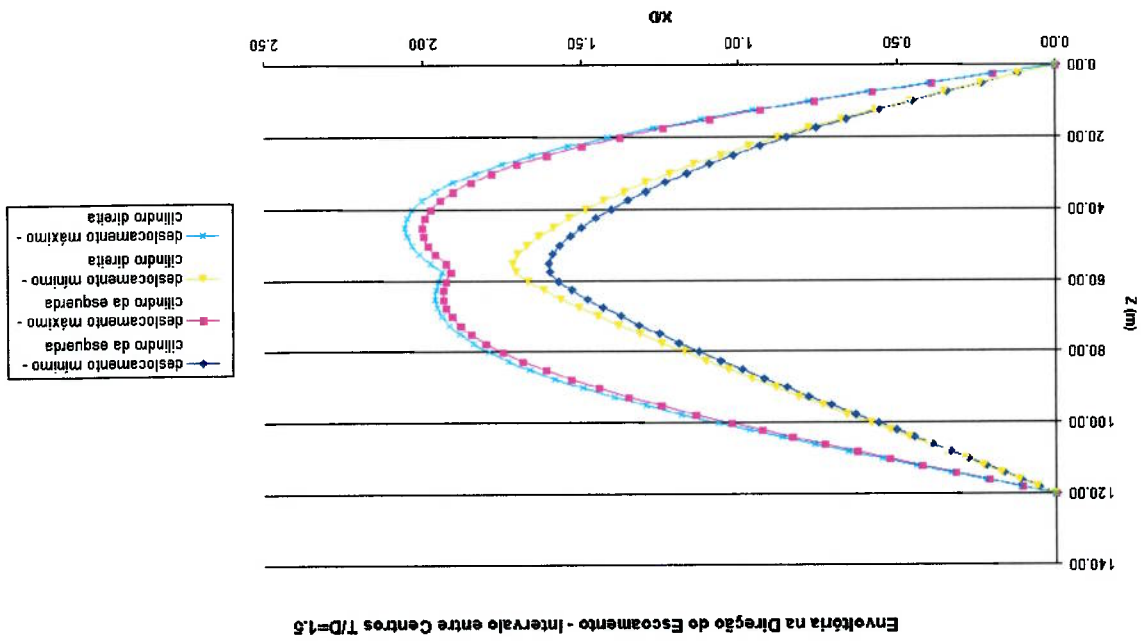
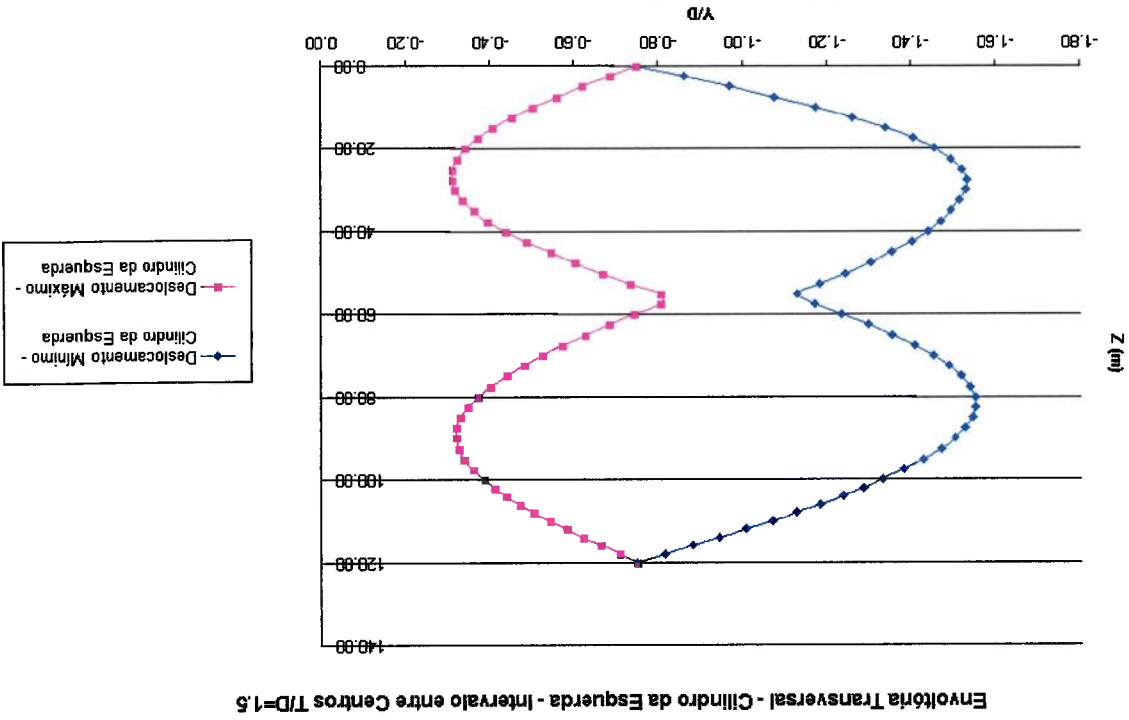


Figura 6-21 – Envoltória na Direção Transversal ao Escorcamento – Cilindro da Esquerda – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=1,5



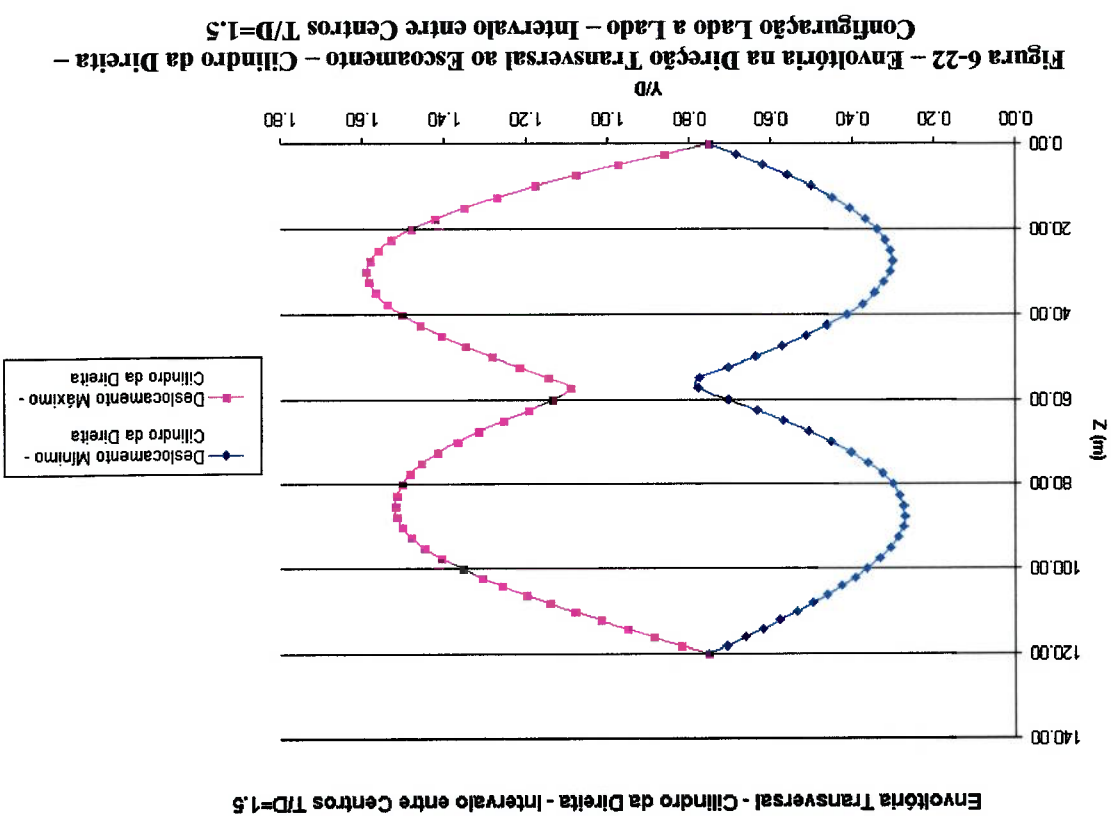
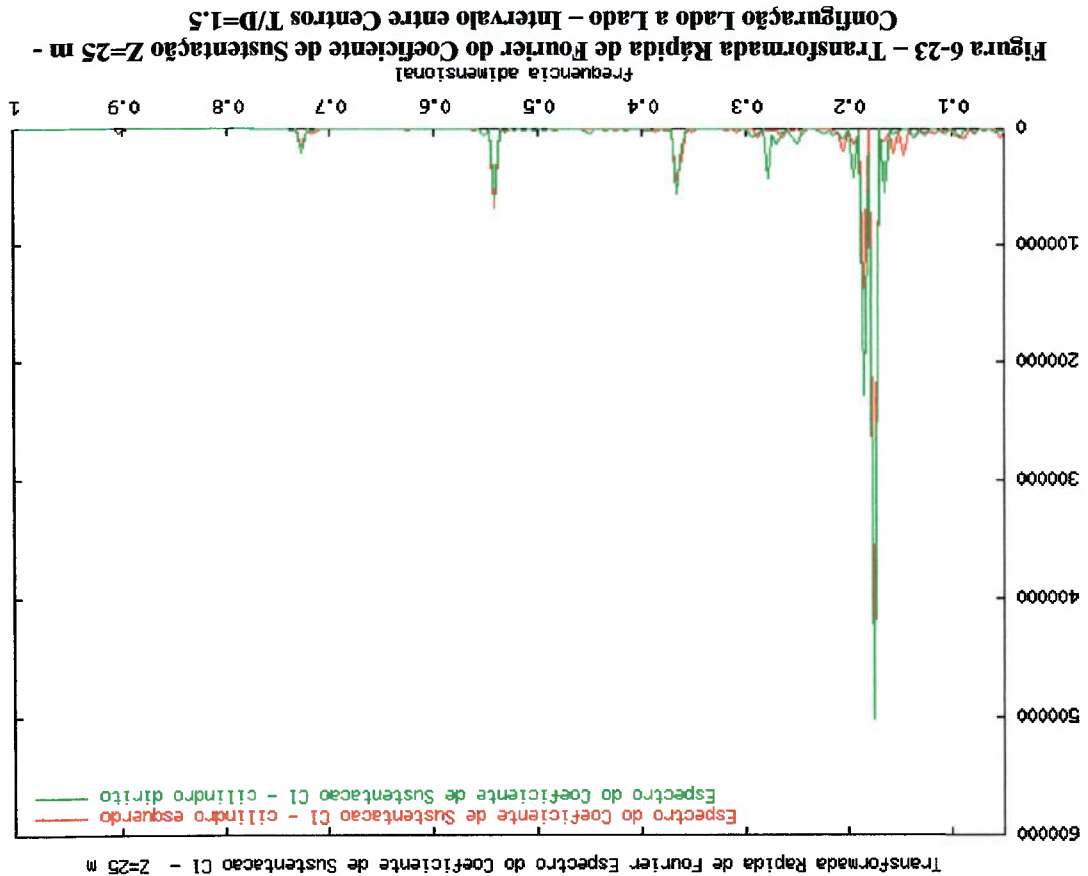


Figura 6-25 – Transformada Rápida de Fourier do Deslocamento Transversal Z=25 m - Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=2.0

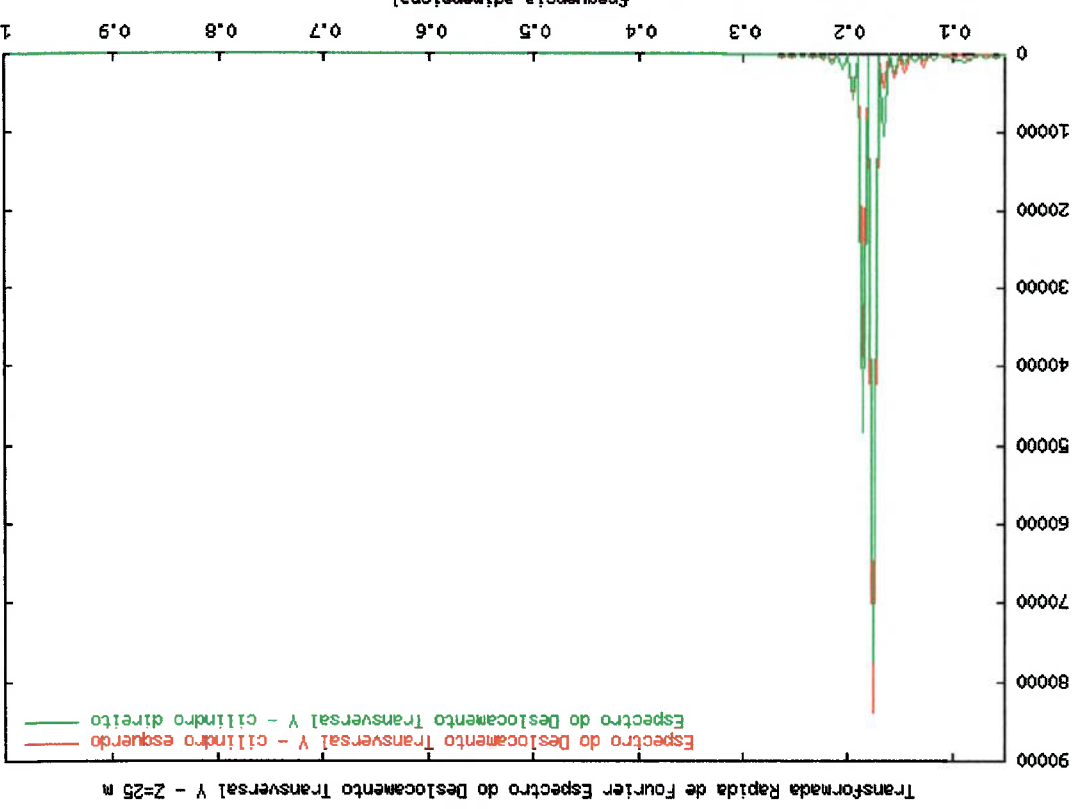
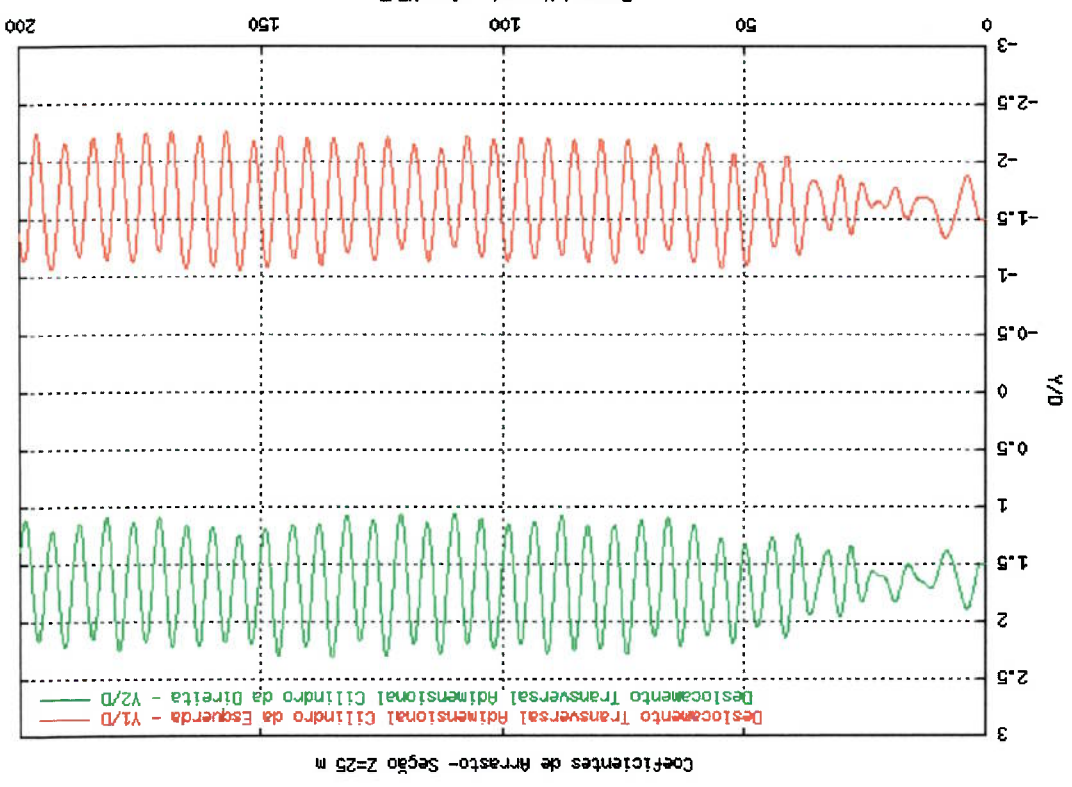


Figura 6-24 – Deslocamento Transversal Z=25 m - Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=1.5



- Espaçamento entre centros $T/D = 2.0$

A figura 6-26 mostra a envoltória na direção do deslocamento dos dois “risers”, dispostos na configuração lado a lado, com intervalo entre centros $T/D=2.0$. O máximo deslocamento nessa direção foi de aproximadamente $X/D=1.80$ e o mínimo $X/D=1.70$.

As figuras 6-27 e 6-28 mostram as envoltórias transversais do cilindro da esquerda e da direita respectivamente. Nota-se novamente envoltórias transversais não simétricas. As amplitudes de oscilação chegaram à ordem de um diâmetro, $Y/D=1.0$, para a esquerda no cilindro esquerdo e para direita no cilindro direito. Assim como para o espaçamento de $T/D=1.5$, ambos os “risers” vibraram no segundo modo, o que se repetirá para todos os espaçamentos.

As figuras 6-29 e 6-30 mostram os espectros do coeficiente de sustentação e do deslocamento transversal para ambos os cilindros. Para esse espaçamento, existe um pico bem definido na frequência adimensional $f = 0.18$, para o coeficiente de sustentação e consequentemente para o deslocamento transversal.

Figura 6-26 – Envoltória na Direção do Escorcamento – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=2.0

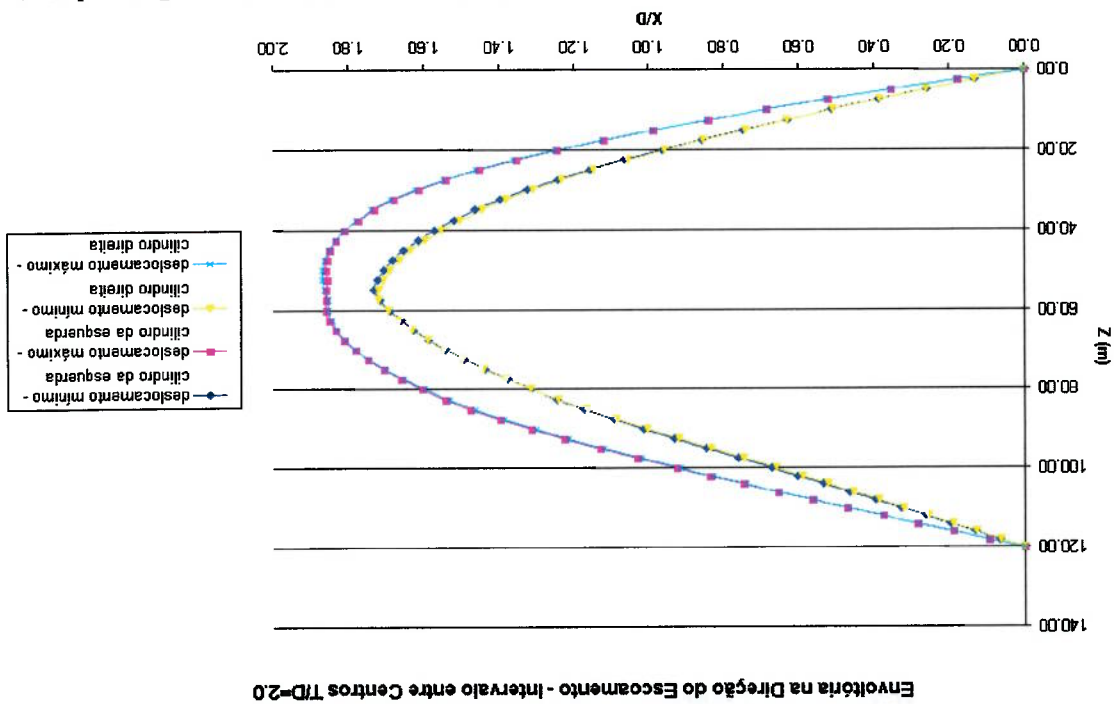
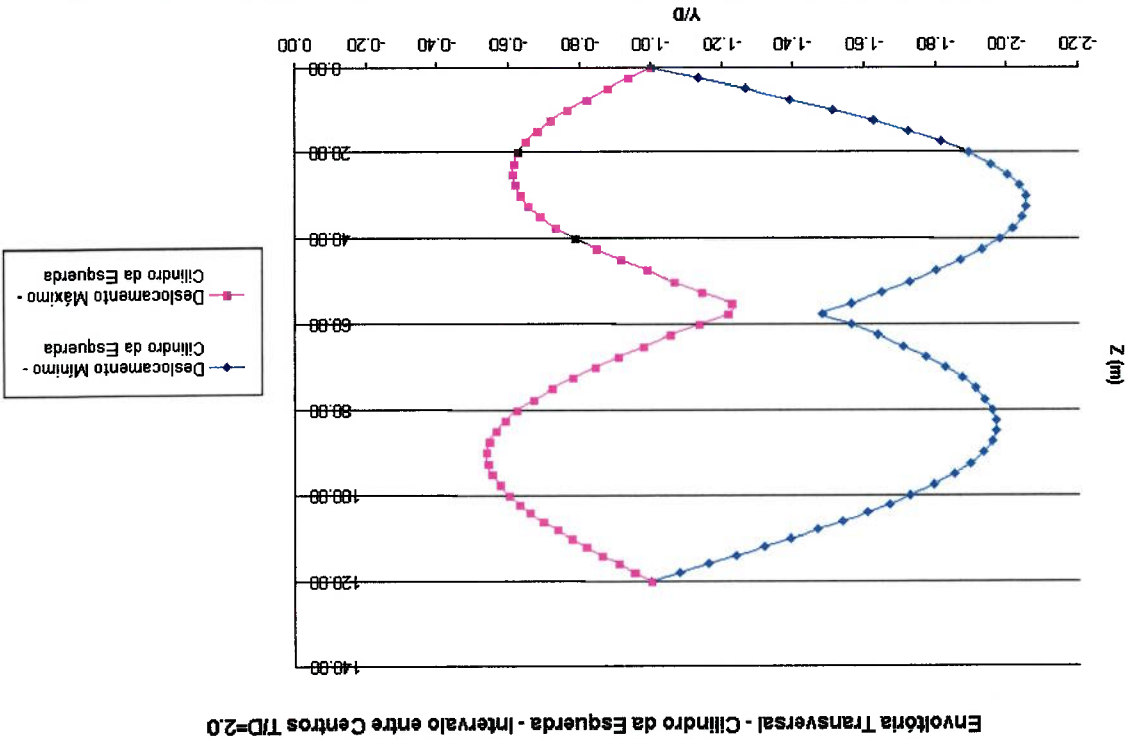
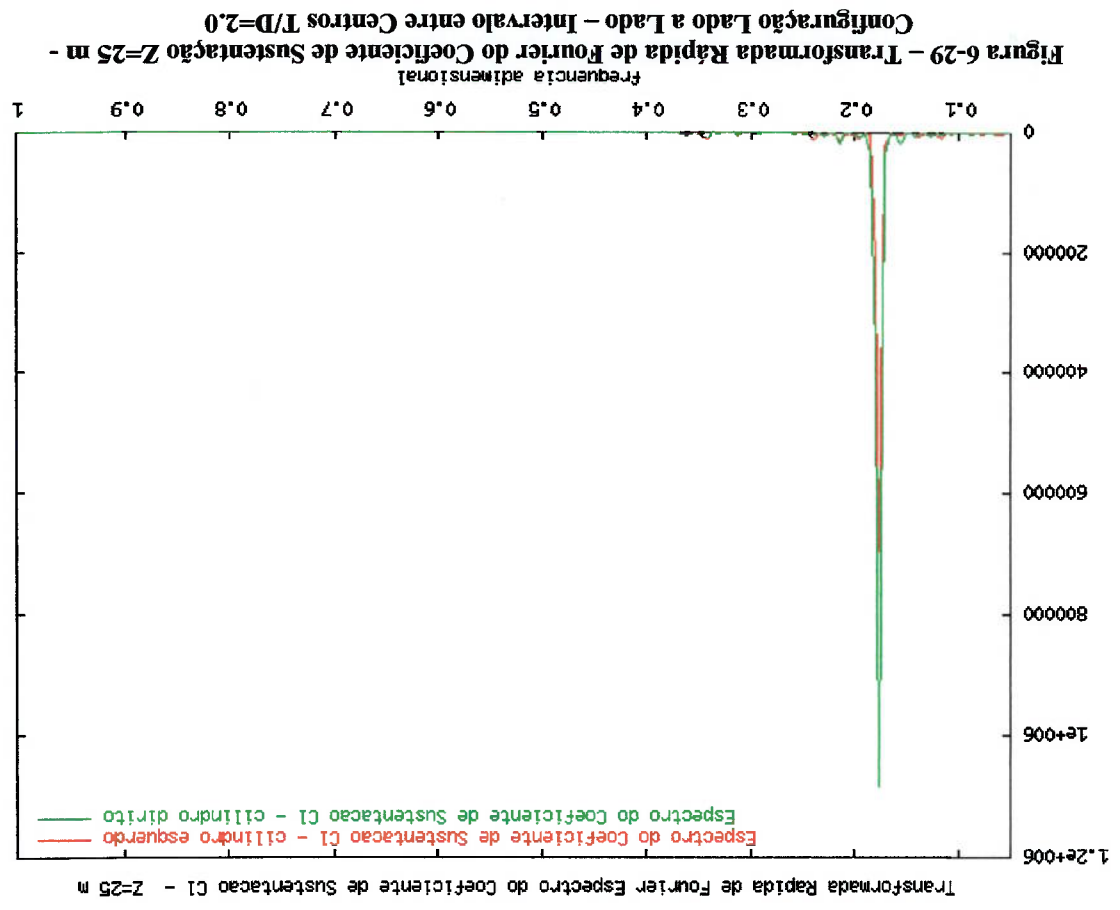
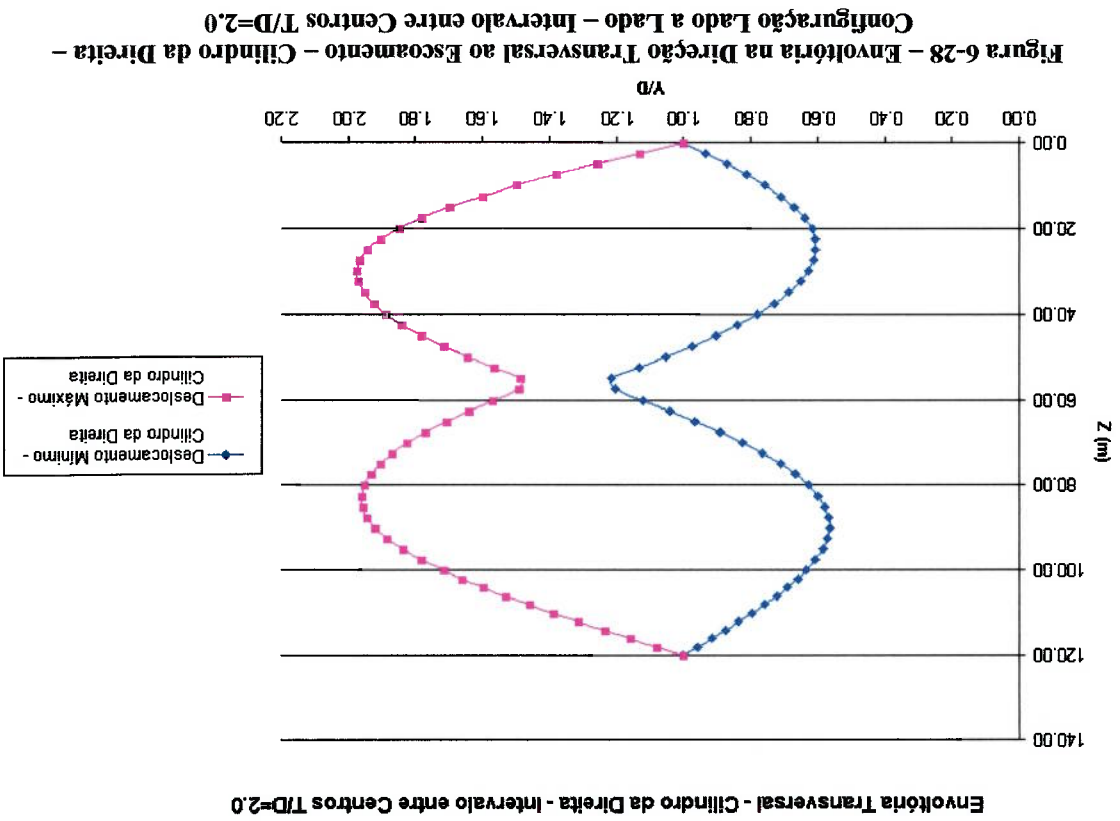
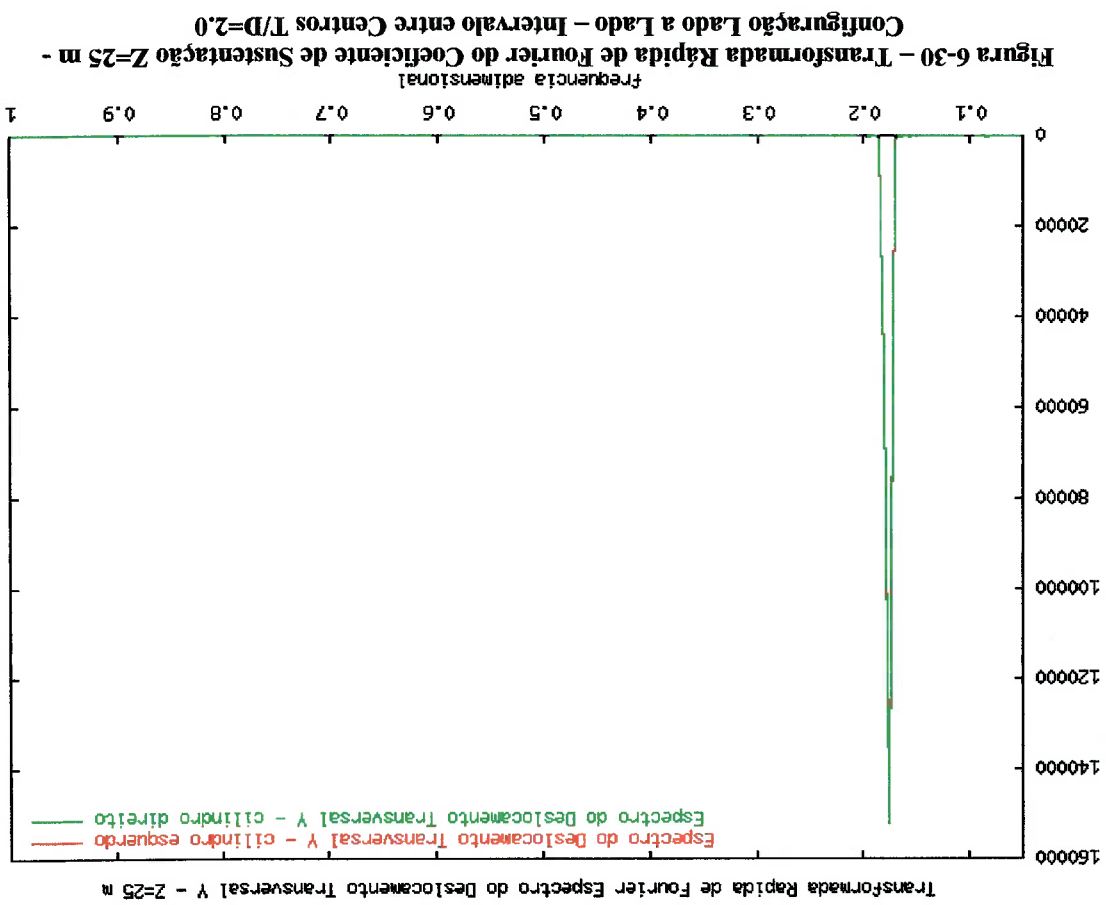


Figura 6-27 – Envoltória na Direção Transversal ao Escorcamento – Cilindro da Esquerda – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=2.0







- Espaçamento entre centros $T/D=3.0$

A figura 6-31 mostra a envoltória na direção do escoamento para o espaçamento $T/D=3.0$. O deslocamento máximo aumentou, em relação ao espaçamento $T/D=2.0$, chegando a ordem de $X/D=2.0$.

Nas envoltórias transversais, apresentadas nas figuras 6-32 e 6-33, nota-se que o efeito da força de repulsão devido à existência dos dois cilindros é bem pequeno. Isso porque, comparando-se a amplitude de oscilação e o formato da envoltória praticamente não se nota diferença entre a envoltória de cada cilindro, figuras 6-32 e 6-33, e a envoltória de um cilindro isolado para essa mesma velocidade, Figura 6-4.

A amplitude de oscilação transversal é ligeiramente maior $Y/D=0.7$ do que a do cilindro isolado $Y/D=0.6$.

O espectro do coeficiente de sustentação, figura 6-34, apresenta um pico mais intenso em torno da frequência adimensional $f = 0.18$ e alguns sub-harmônicos com picos bem menos intensos. O espectro do deslocamento transversal mostra uma frequência de vibração também em torno de $f = 0.18$.

Envolória na Direção do Escorcamento - Intervalo entre Centros T/D=3.0

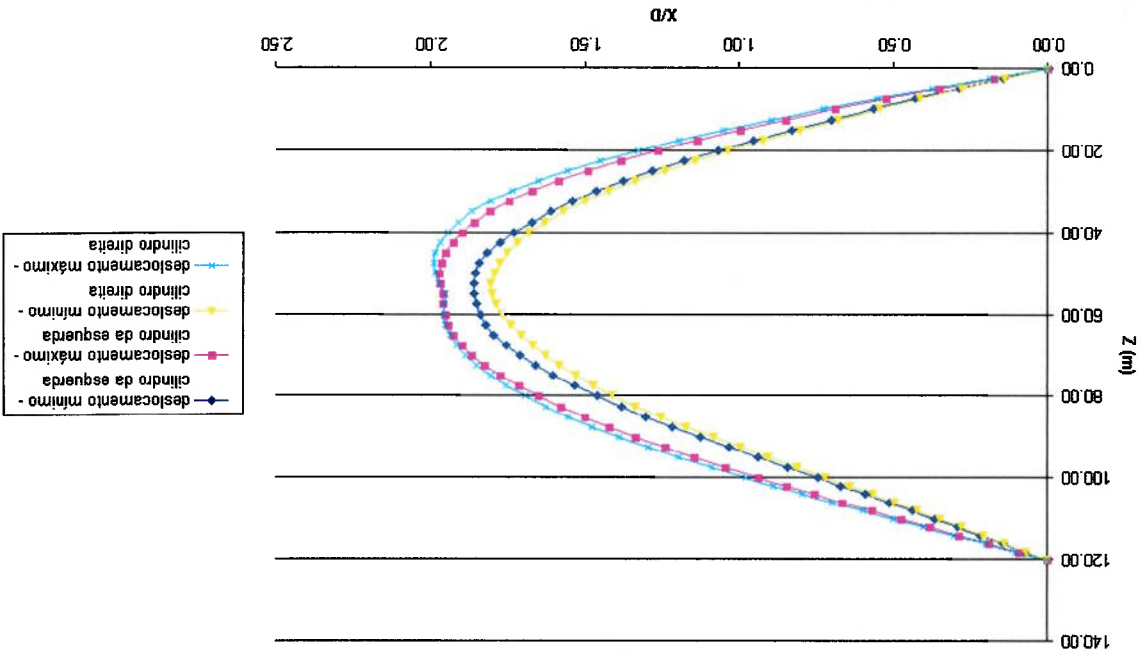


Figura 6-31 – Envolória na Direção do Escorcamento – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=3.0

Envolória Transversal - Cilindro da Esquerda - Intervalo entre Centros T/D=3.0

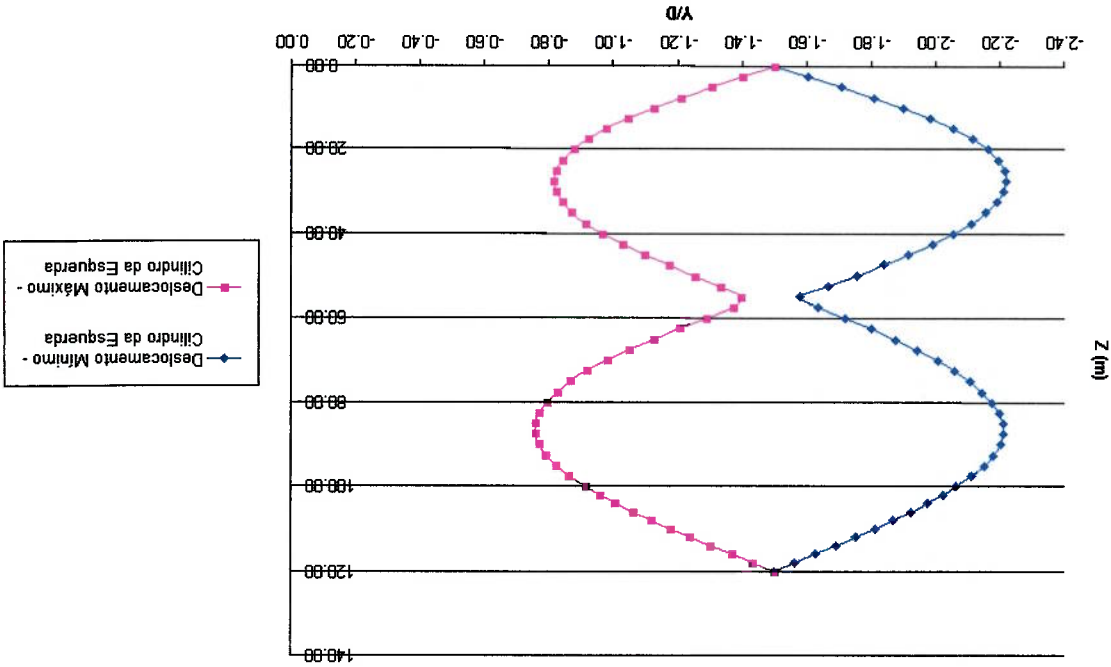
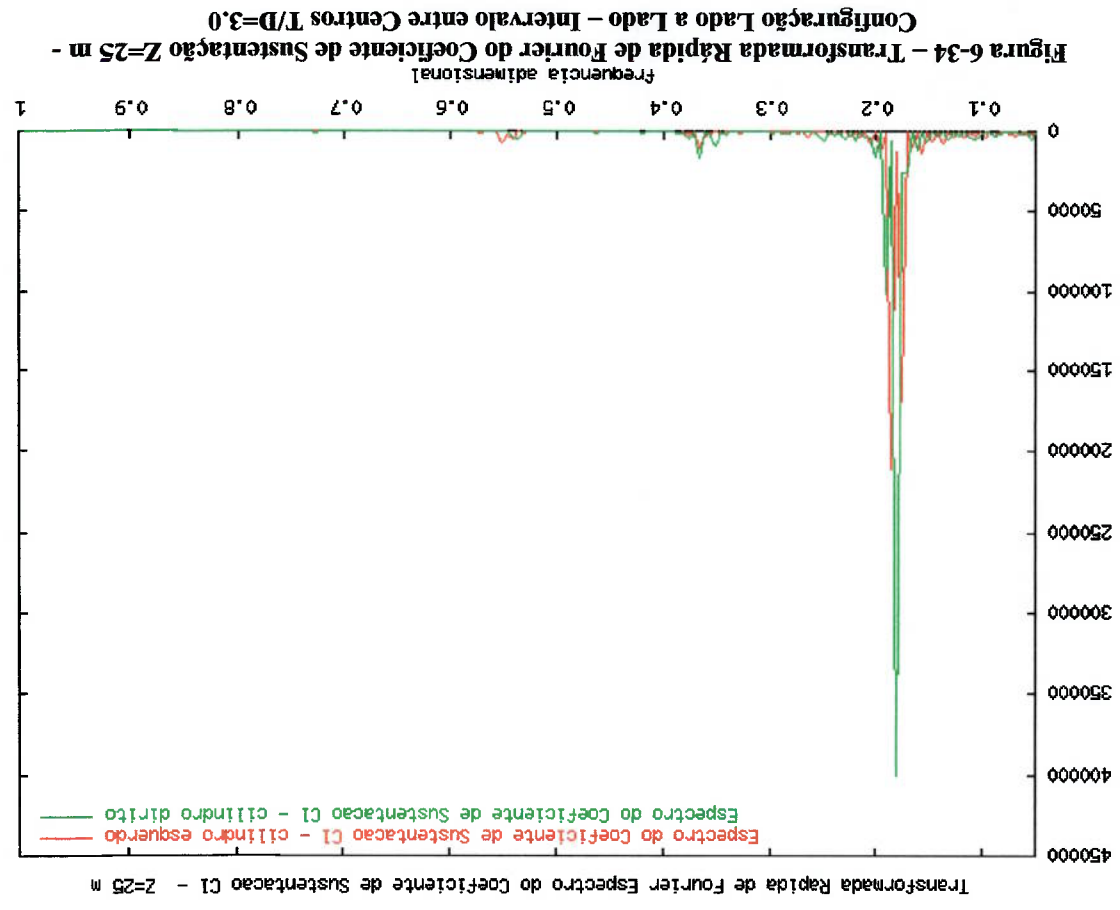
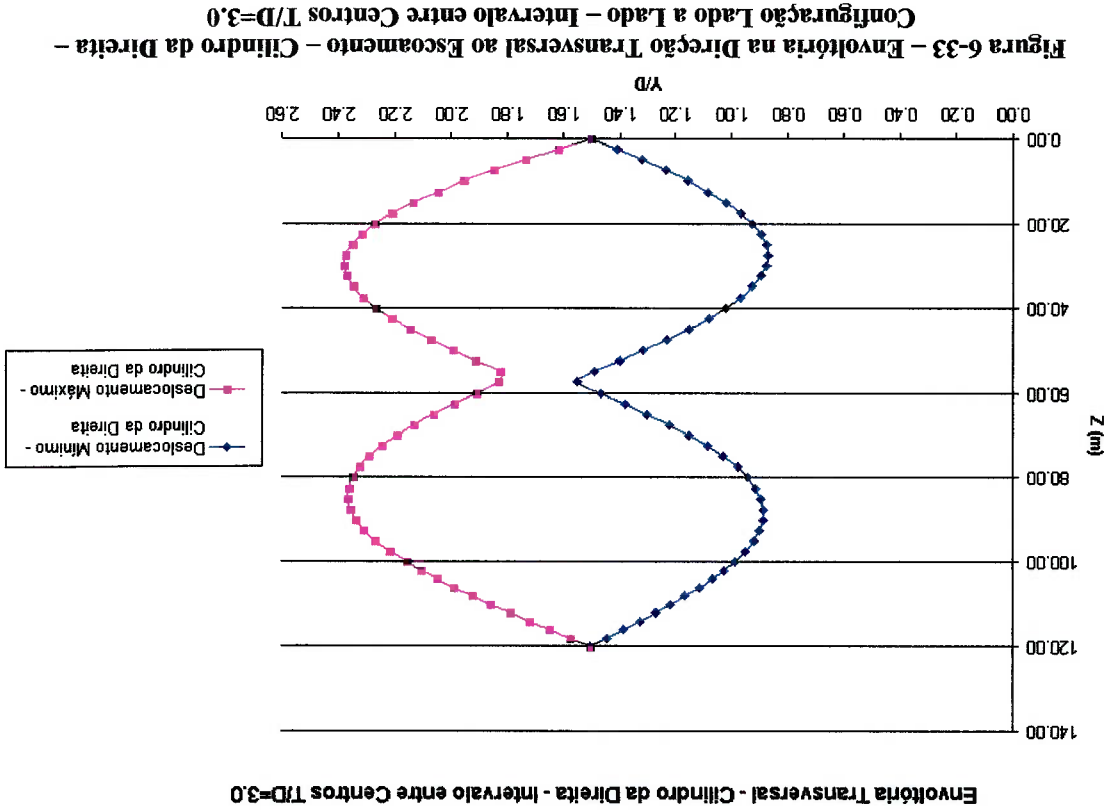
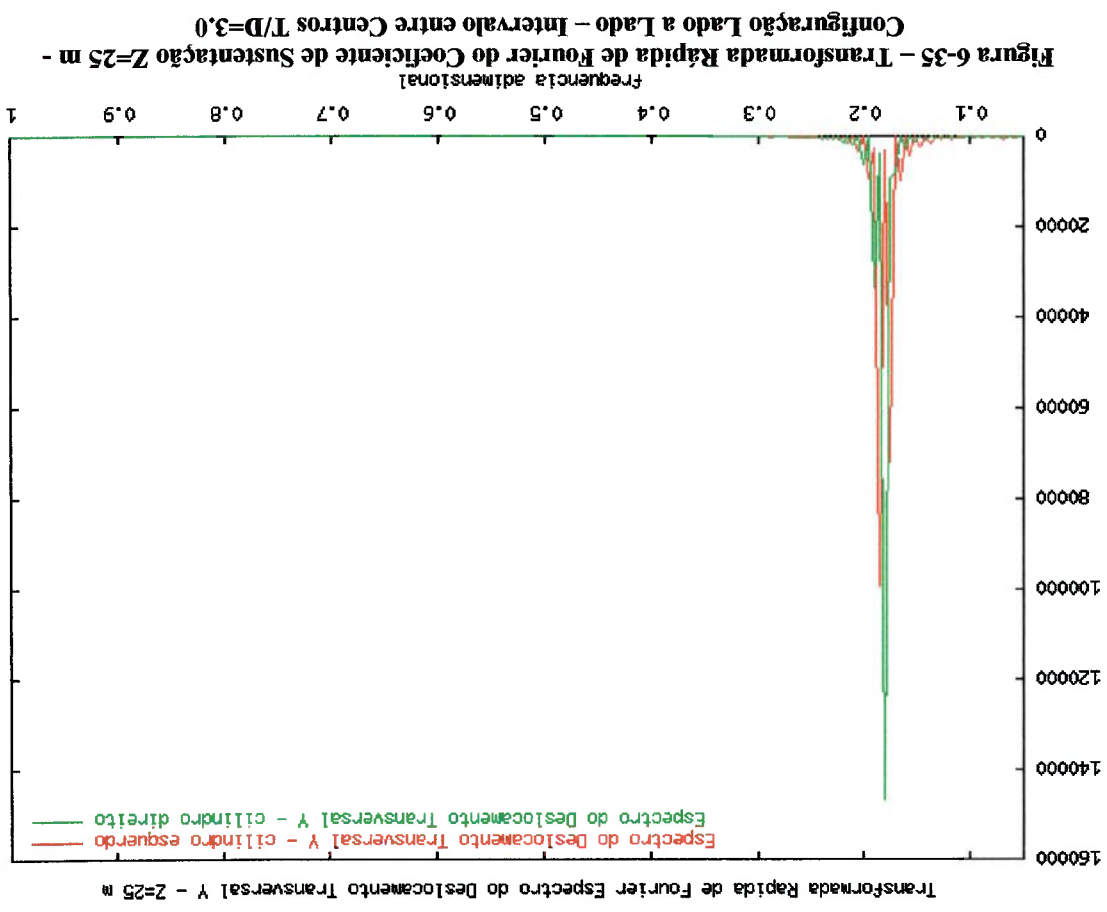


Figura 6-32 – Envolória na Direção Transversal ao Escorcamento – Cilindro da Esquerda – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=3.0





- Espaçamento entre centros $T/D=6.0$

Para o espaçamento de $T/D=6.0$, praticamente não se nota diferença entre os resultados de cada cilindro, da esquerda e da direita, e o resultado do cilindro isolado. O que sugere, como esperado, que, à medida que o espaçamento aumenta, o resultado do cilindro isolado é recuperado.

A figura 6-36 mostra a envoltória na direção do escoamento. Nota-se que o deslocamento máximo encontrado é ligeiramente maior que o do cilindro isolado, que foi de $X/D=1.5$, como visto anteriormente na Figura 6-11.

As figuras 6-37 e 6-38 mostram as envoltórias transversais dos dois “risers”. Nota-se que essas envoltórias são simétricas e que a amplitude de oscilação é de $Y/D=0.6$. A frequência adimensional do coeficiente de sustentação e do deslocamento transversal fica em torno de $f = 0.18$, como visto nas figuras 6-39 e 6-40.

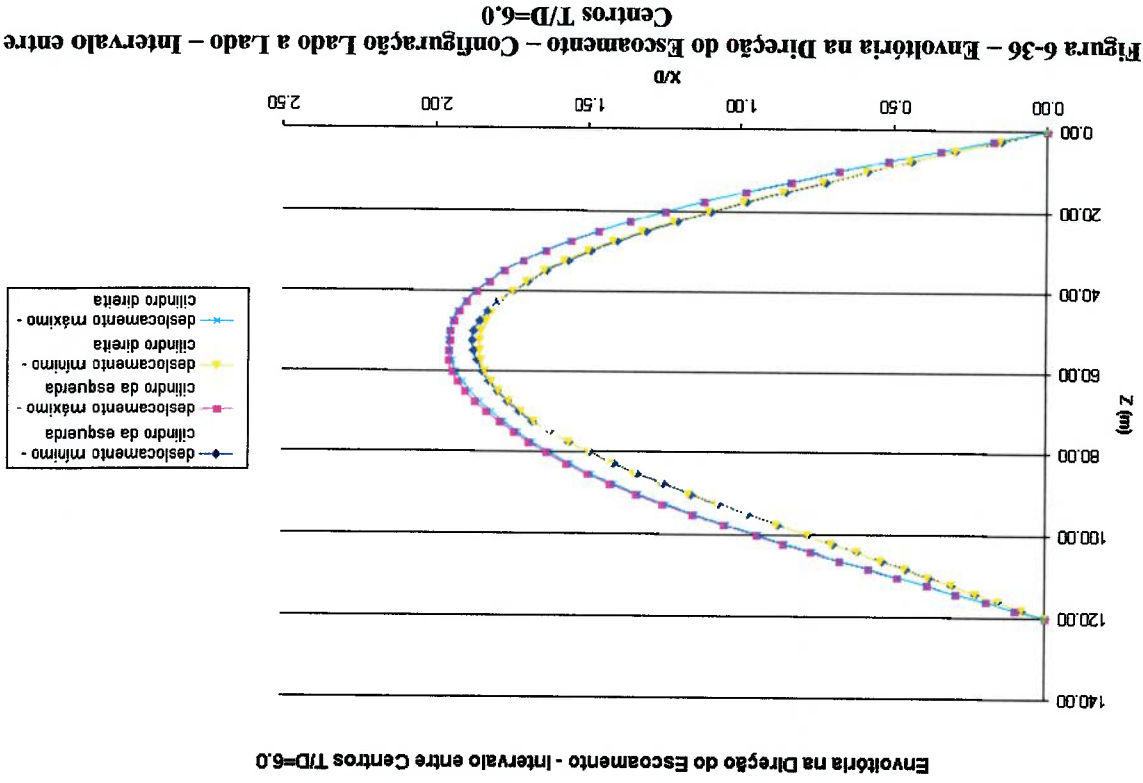
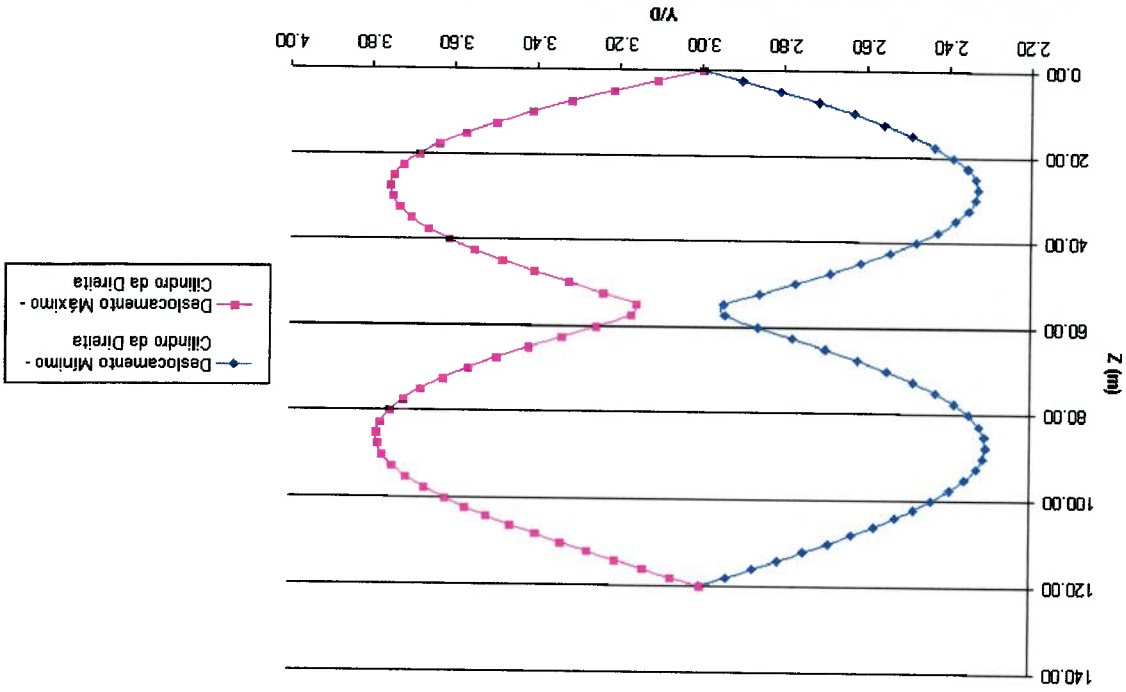
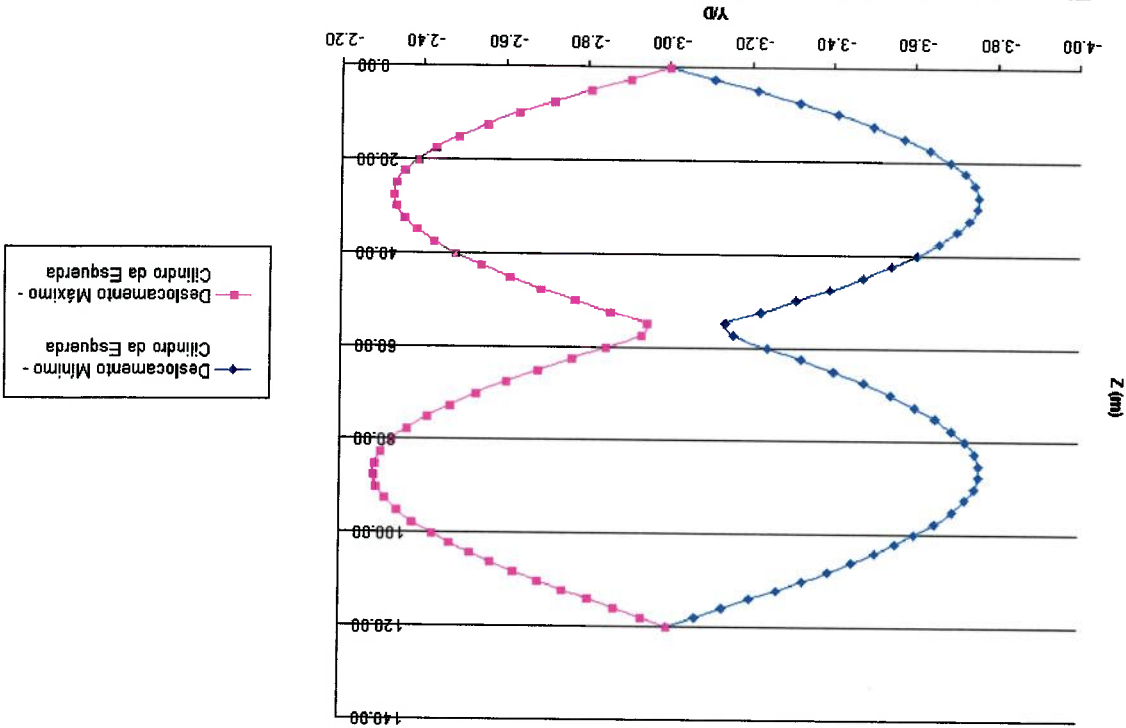


Figura 6-38 – Envoltória na Direção Transversal ao Escorcamento – Cilindro da Direita – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=6,0



Envoltória Transversal - Cilindro da Direita - Intervalo entre Centros T/D=6,0

Figura 6-37 – Envoltória na Direção Transversal ao Escorcamento – Cilindro da Esquerda – Configuração Lado a Lado – Intervalo entre Centros T/D=6,0



Envoltória Transversal - Cilindro da Esquerda - Intervalo entre Centros T/D=6,0

Ao longo deste trabalho, procurou-se abordar as etapas que compõem o estudo de um agrupamento de “risers” e quando possível procurou-se comparar os resultados obtidos com os encontrados na literatura, a fim de fornecer mais informações à problemas encontrados na área de vibração induzida pelo escoamento. Inicialmente, por meio do código computacional do MVD, foi simulado o escoamento ao redor de um cilindro fixo, para o caso de número de Reynolds $Re = 10^4$. Comparando-se os resultados

oscilarem, o que não foi encontrado em nenhuma referência anterior. vantagem, claramente, possibilitou o estudo de agrupamentos de “risers” livres para um “riser” por meio de várias faixas bidimensionais de escoamento. A segunda construção de um método “quase tridimensional”. Pôde-se aproximar o escoamento em Procurou-se aproveitar essas duas qualidades do método. A primeira possibilitou a Euleriano exigiria a reconstrução da malha a cada intervalo de tempo.

escoamentos com mais de um corpo no fluido livre para oscilar, o que em um método Lagrangeano, não se necessita de uma malha computacional. Assim, pode-se simular eficiente computacionalmente; a segunda vantagem é que, sendo um método puramente elevada, como no caso do escoamento em torno de cilindros, tornando-o bastante fato de ser um método apropriado para a simulação de escoamentos com vorticidade puramente Lagrangeano. As grandes vantagens desse método são duas: a primeira é o O Método dos Vórtices Discretos é um esquema de simulação de escoamento

faixas bidimensionais de escoamento, utilizando-se o Método dos Vórtices Discretos. “riser” foi modelada em elementos finitos e o escoamento foi simulado por meio de agrupamentos de “riser”. Adotou-se um modelo “quase tridimensional”. A estrutura do Neste trabalho, estudou-se o problema de vibração induzida pelo escoamento em

7. Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuro

modificações no Método dos Vórtices Discretos. Ao invés de adotar um método Para a simulação numérica do “cantilever”, necessitou-se fazer algumas amplitudes de oscilação transversal.

livre. Os ensaios experimentais levantaram a curva de velocidade reduzida por feitos com um modelo “cantilever”, uma viga engastada em uma ponta e a outra ponta com os resultados dos experimentos de FUJARRA (1997). Os ensaios de Fujarra foram Os resultados obtidos, dessa forma “quase tridimensional”, foram comparados Comentar-se-á esse modelo estrutural mais adiante.

limites de uma viga. Esse modelo de viga foi o mesmo utilizado no estudo do “riser”. resultados em termos da amplitude, o MVD foi unido a um modelo em elementos aliado a um modelo estrutural diferente de um oscilador simples, poderia obter melhores Com o intuito de observar se um modelo “quase tridimensional” do escoamento, que parece, a curva numérica captou apenas o patamar inferior.

patamar superior da curva de velocidade reduzida versus amplitude não foi atingido. Ao de oscilação transversal do cilindro não atingiram os valores encontrados em ensaios. O assim como em todos os resultados numéricos encontrados na literatura, as amplitudes forçadamente de WILLIAMSON e ROSHKO (1988). Porém, em termos de amplitude, escoamento, foram os mesmos encontrados nos experimentos com cilindro oscilando Os padrões de emissão de vórtices, observados nas visualizações da esteira do emissão de vórtices.

Obtiveram-se os coeficientes de força, as amplitudes de oscilação e os padrões de O modelo da estrutura foi um oscilador do tipo massa, mola e amortecedor. A seguir, estudou-se o cilindro livre para oscilar sujeito a uma corrente constante. com os encontrados na literatura.

de número de Strouhal e os de coeficiente de arrasto, observou-se que eles corroboraram

explícito de integração no tempo, foi necessário utilizar uma integração implícita no tempo. As razões dessa instabilidade estão ligadas ao parâmetro de massa e ao fator de amortecimento. Quando um desses parâmetros tinham um valor baixo, o método tornava-se instável e a solução divergia.

O método implícito foi uma solução desenvolvida neste trabalho, então, para verificar a sua consistência simulou-se novamente o caso puramente bidimensional do cilindro livre para oscilar. A curva de velocidade reduzida por amplitude transversal do método implícito coincidiu com a curva do método explícito, e pôde-se constatar sua validade.

Novamente, comparando a curva dos ensaios com a numérica, obteve-se quantitativamente uma diferença nas amplitudes tão grandes quanto no caso puramente bidimensional. A razão dessa discrepância nas amplitudes, obtidas por meio de modelos numéricos, em relação às amplitudes dos experimentos ainda é desconhecida. Sabe-se que as amplitudes são extremamente sensíveis à fase entre o coeficiente de sustentação e o movimento do cilindro. Talvez, maiores estudos, tanto numéricos como experimentais, sobre a fase possam fornecer um melhor entendimento sobre as amplitudes da oscilação.

Segundo a sugestão de FUJARRA e PESCE (2000), os padrões de emissão de vórtice observados na simulação numérica foram comparados qualitativamente com as visualizações do escoamento feitos nos ensaios de TECHET et. al. (1998). Embora os experimentos de Techet et. al. tenham sido feitos com um cilindro “tapered”, que é um cilindro engastado no topo e livre no outro extremo e com diâmetro variando ao longo da seção, pôde-se observar nas visualizações do escoamento ao redor do “cantilever” a existência de um modo híbrido de emissão de vórtice, assim como nos resultados com o cilindro “tapered”.

Nesse modo híbrido, o padrão de emissão de vórtices mudava ao longo do comprimento do cilindro. Existia um padrão de emissão 2S na região onde existiam amplitudes menores e um padrão 2P nas regiões de maiores amplitudes. Essa troca de modos de emissão ocorreu tanto para os experimentos, como para os resultados numéricos, de forma suave, ou seja, feita sem pulos na fase entre o coeficiente de sustentação e de deslocamento da estrutura.

Após o estudo do “cantilever” passou-se para o estudo do comportamento dinâmico do “riser”. Para tanto, construiu-se um modelo em elementos finitos para representar a estrutura, o modelo utilizado foi o mesmo de FERRARI (1998). Baseou-se na equação de viga de Euler-Bernoulli e na equação de uma viga sujeita à tração, usando-se ambas, pôde-se construir a matriz de rigidez do “riser”. Uma primeira validação do modelo estrutural foi a comparação com resultados teóricos de uma viga sem peso. Para esse caso, os deslocamentos e rotações obtiveram boa concordância.

Vale lembrar que, no estudo dinâmico, os deslocamentos na direção do escoamento e transversais ao escoamento foram consideradas independentes um do outro. Resolveram-se sistemas lineares independentes para cada direção, ou seja, não existiram termos cruzados estruturais. A influência de um deslocamento no outro foi feita apenas pelo fluido.

Outra crítica, que pode ser feita ao modelo estrutural recai na construção da matriz de rigidez na forma consistente. O tratamento dos termos da tração no topo e do peso não foi uniforme. Ambos os termos são funções da tração, porém, no termo da tração no topo a variação da tração foi considerada, enquanto no termo do peso essa variação não foi considerada. De qualquer forma, como o estudo foi feito em “risers” verticais, onde os deslocamentos são pequenos, considerar a variação da tração no termo da tração pode ser considerado como um refinamento a mais, e a perda de

precisão no termo do peso pode ser desprezada, principalmente se consideramos as outras simplificações no modelo, como, por exemplo, adotar a matriz de rigidez constante no estudo dinâmico.

No estudo dinâmico, os graus de liberdade vertical e rotacional foram eliminados da matriz de rigidez global. Assim como em FERRARI (1998) e PATEL e WITZ (1991), acredita-se que a influência dos carregamentos verticais e momentos fletores, principalmente no caso de corrente constante, seja pequena e a perda na precisão, utilizando-se o método concentrado possa ser negligenciada.

Inicialmente, fizeram-se simulações para um único "riser" sujeito à corrente uniforme ao longo do comprimento e constante no tempo. A velocidade da corrente variou entre $0.16 \leq U \leq 0.93$. Pode-se observar com o aumento da velocidade a mudança dos modos de vibrar. As amplitudes de oscilações mais altas ocorreram nas velocidades mais baixas e a frequência adimensional esteve entre $0.15 \leq f \leq 0.25$.

Para o "riser" isolado, fez-se uma comparação com os resultados fornecidos pelo código computacional desenvolvido por FERRARI (1998). Segundo Ferrari, o seu modelo é apropriado em condições em que a resposta da estrutura ocorra em múltiplos modos de vibrar. Uma situação, estudada em seu trabalho, foi de uma corrente variando ao longo do comprimento do "riser".

Para a comparação utilizando-se os dois métodos, foram simulados dois casos. Um com um perfil de velocidades trapezoidal e outro triangular. Os coeficientes de entrada no modelo de Ferrari foram os mesmos utilizados em sua tese. Nos dois casos, os resultados com o MVD e o modelo de Ferrari forneceram as envoltórias na direção do escoamento e transversais bastante semelhantes. Na envoltória transversal, o modo dominante foi o mesmo, quarto modo de vibrar, e as amplitudes de oscilação tiveram a

$T/D=3.0$ foram assimétricas, ou seja, as amplitudes de oscilação dos cilindros foram colíseas. As envoltórias transversais para espaçamentos entre centros menores que repulsão entre os "risers" quando estes se aproximam, o que provavelmente evitou as pequenos. Notou-se que, assim como no caso de cilindros fixos, existe uma força de Verificou-se que não houve colíseas entre os "risers" mesmo para espaçamentos

como a estrutura vibrou, para essa velocidade, no caso do cilindro isolado. todos os espaçamentos, o modo de vibrar da estrutura foi o segundo, o mesmo modo a lado sujeitos a correntes constantes. A velocidade estudada foi de $U=0.4$ m/s. Para Segundo o estudo do agrupamento, simularam-se "risers" na configuração lado uma esteira em antífase para espaçamentos maiores.

formando um vórtice "binário" para espaçamentos entre centros menores que $T/D=2.5$ e observaram-se padrões semelhantes encontrados nas visualizações experimentais, apresentaram uma aderência satisfatória. Nas visualizações das esteiras formadas, foram um pouco superiores aos encontrados na literatura, mas de forma geral, superior e no sentido horário no cilindro inferior. Os resultados do coeficiente de arrasto com as regiões de baixa pressão, movendo-se no sentido anti-horário no cilindro pelo deslocamento dos pontos de estagnação na direção da região intersticial juntamente cilindros. Segundo BEARMAN e WADCOCK (1973) a força de repulsão é causada resultados encontrados na literatura, observou-se uma força de repulsão entre os fixos na configuração lado a lado, para vários espaçamentos. Assim como nos No estudo do agrupamento de cilindros, estudou-se inicialmente dois cilindros

mostraram que o batimento foi bem menos acentuado. Ferrari, apresentaram um batimento intenso, enquanto os resultados obtidos pelo MVD dinâmico nos dois casos. Os deslocamentos transversais, fornecidos pelo modelo de mesma ordem de grandeza. No entanto, notou-se uma diferença no comportamento

casos onde as oscilações do “riser” são consideradas pequenas e o modelo hidrodinâmico, apresentam limitações. O modelo estrutural é propício somente em Como apresentado anteriormente, tanto o modelo estrutural, quanto o modelo torno de um “riser”.

construindo-se uma ferramenta que possibilitou avançar no estudo do escoamento em Uindo de uma forma diferente os modelos já existentes e estudados na literatura, desenvolvido por PATEL e WITZ (1991), com o Método dos Vórtices Discretos. Como visto, o trabalho propôs-se a integrar o modelo estrutural, nenhum novo método para se simular escoamentos, ou mesmo propor alguma melhoria Gostaríamos de lembrar que a intenção desse trabalho não foi desenvolver diâmetros, necessita-se de 10 dias.

totalmente tridimensional ao redor de cilindro, de comprimento da ordem de 5 12 horas. Para se ter uma ideia de comparação, simular escoamentos de forma aproximadamente 8 horas. Para o caso do agrupamento de “risers”, aproximadamente adimensional 200, na Alpha Server DS20, do caso “riser” isolado, foram necessárias tridimensional” pode ser considerado baixo. Para se obter uma simulação de tempo O tempo computacional gasto para a simulação dos “risers” nessa forma “quase praticamente as mesmas das do cilindro isolado.

espacamentos maiores que $T/D=3.0$, as envoltórias e as frequências de oscilação foram $T/D=3.0$, praticamente não se nota a influência que um “riser” exerce no outro. Nos máxima foi da ordem de $Y/D=0.6$. Para espacamentos entre centros maiores que no caso do espacamento entre centros $T/D=2.0$. No caso do cilindro isolado, a amplitude As amplitudes de oscilação alcançaram a ordem de um diâmetro, $Y/D=1.0$, como configuração.

menores no sentido da regão entre os dois cilindros e maiores no sentido para fora da

hidrodinâmico capturou de forma parcial os efeitos da viscosidade. Quando necessário o modelo tratou o escoamento como sendo incompressível e viscoso, por entendermos que essa deva ser a direção seguida na pesquisa que tem como objetivo desenvolver uma ferramenta para investigar problemas práticos. Com certeza, espera-se que em estágios mais avançados, essas desvantagens sejam superadas e correções nos métodos sejam desenvolvidas.

A continuidade natural do projeto de pesquisa desenvolvido neste trabalho seria agregar, de forma conjunta, uma melhoria do modelo hidrodinâmico do modelo estrutural e maiores pesquisas em torno da amplitude de oscilação do cilindro livre para oscilar.

No modelo hidrodinâmico, como comentado anteriormente, pode-se alcançar um avanço significativo se várias modificações fossem utilizadas de forma integrada. Procurou-se neste trabalho simular o escoamento real, um escoamento incompressível e viscoso, porém sabe-se das limitações do método para simular os efeitos da viscosidade, o que foi mostrado no próprio modelo difusivo e nas condições de contorno na parede. Porém, espera-se que as limitações encontradas no modelo utilizado sirvam de incentivo para trabalhos futuros. A utilização do método do núcleo crescente foi, na época em que se iniciou este trabalho, a única alternativa viável para simular os efeitos viscosos. Esse modelo pode ser encarado como um esforço na tentativa de simular o escoamento da forma mais real possível. Outros modelos que superam essas dificuldades, como o Método do "Random Walk" desenvolvido por CHORIN (1973) e o método do núcleo crescente modificado, proposto por ROSSI (1996), são ainda extremamente custosos computacionalmente, mas se forem aliados a métodos especiais de convergência e de amalgamação podem produzir esquemas bastante eficientes.

Entre os métodos de convecção mais atuais, destacam-se os Métodos "Fast Multipole". No cálculo das velocidades induzidas pela lei de Biot-Savart tem-se de calcular a influência de cada vórtice no outro, necessitando-se assim de um número de operações de ordem $O(N^2)$. Nos Métodos "Fast Multipole", as velocidades induzidas são calculadas por grupos de vórtices, utilizando-se uma malha auxiliar, conseguindo-se reduzir o número de operações para ordem $O(N)$ ou $O(N \log N)$.

A respeito do desenvolvimento do modelo estrutural, foi feito neste trabalho um modelo condizente com um "riser" rígido. Um modelo mais elaborado é de um "riser" flexível, que pode também ser visto em PATEL (1989). Esse tipo de "riser" está sujeito a grandes deslocamentos, assim pode-se inserir no modelo movimentação do topo do "riser", ligado à plataforma. Pode-se pesquisar também outras formas de construir a matriz de amortecimento, como mostrado na seção 3.3, considerando-se não apenas os modos de vibrar dominantes, mas também a influência de todos os modos de vibrar.

Outras sugestões para futuras pesquisas seriam:

- a construção de um modelo que leve em conta interações hidrodinâmicas entre as faixas de escoamento - como o proposto por WILLDEN e GRAHAM (2000), que utiliza o Método dos Vórtices Discretos na sua forma híbrida Euleriana-Lagrangiana - pode fornecer mais informações sobre o efeito da tridimensionalidade do escoamento na amplitude de oscilação.

- A *paralelização* do código, ou seja, a possibilidade que partes do código rodem em diferentes máquinas simultaneamente. A *paralelização* do código será certamente bastante eficiente em termos de tempo computacional, uma vez que são resolvidas faixas de escoamento praticamente independentes. O esforço para sua implementação é relativamente pequeno.

Finalmente, espera-se que este trabalho tenha dado um primeiro passo na utilização direta da Dinâmica dos Fluidos Computacional como ferramenta de projeto em problemas encontrados na indústria do petróleo e que, apesar das dificuldades encontradas para a construção do modelo estrutural, dada a inexperiência do grupo nesta área, tenha-se criado uma base de conhecimento e um ponto de partida para o desenvolvimento de modelos mais elaborados.

Referências Bibliográficas

- BEARMAN, P. W. (1965), *Investigation of the Flow Behind a Two-Dimensional Model with a Blunt Trailing Edge Fitted with Splitter Plates*, J. Fluid Mech., vol. 21, part 2, pp. 241-255.
- BEARMAN, P. W. AND WADCOCK, A. J. (1973), *The Interaction Between a Pair of Circular Cylinders Normal to a Stream*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 61, pp 499-511.
- BEARMAN, P. W. (1984), *Vortex Shedding from Oscillating Bluff Bodies*. Ann. Ver. Fluid Mech, vol. 16, pp. 195-222.
- BLEVINS, R. D. (1990), *Flow Induced Vibration*, Van Nostrand Reinhold, New York, 2nd Edition.
- BRIKA, D., LANEVILLE, A. (1997), *Wake Interference Between two Circular Cylinders*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 72, pp. 61-70.
- CHORIN, A. J. (1973), *Numerical Study of slightly viscous flow*, Journal of Fluid Mechanics, vol.57, pp785-769.
- CLEMENTS, R. R. (1973), *An Inviscid Model of Two-Dimensional Vortex Shedding*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 57, part2, pp. 321-336.
- CRAIG, R. R. (1981), *Structural Dynamics – An Introduction to Computer Methods*, John Wiley & Sons.
- FERRARI, J. A., (1998), *Hydrodynamic Loading and Response of Offshore Risers*, Ph.D. thesis, University of London, UK.
- FERZIGER, J. H., PERIC, M. (1996), *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer, Berlin.
- FUJARRA, A. L. C. (1997), *Estudo em Modelo Reduzido de Tubo, Flexível e Liso, Submetido ao Fenômeno de Vibração Induzida pela Vorticidade*, Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo.
- FUJARRA, A. L. C., PESCE, C. P., MENEGHINI, J. R., PARRA, P.H. C. (1998), *An Investigation of Vortex-Induced Vibration of a Circular Cylinder in Water*, Proceedings of 1998 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting.
- FUJARRA, A. L. C., PESCE, C. P. (2000), *Some Remarks on Vortex-Induced Vibrations of Flexible Cylinders*, WIVOS, Brazil, pp 59-61.
- GERRARD, J. H. (1966), *The Mechanics of the Formation Region of Vortices Behind Bluff-bodies*, Journal of Fluids Mechanics, vol. 25, part 2, pp 401-413.

GRAHAM, J. M. R. (1988), *Computation of Viscous Separated Flow Using a Particle Method*, Numerical Methods in Fluid Mechanics, vol. 3, Oxford University Press, pp. 310-317.

JABARDO, P. J. S., CALY, J. P. (2001), *Laboratório de Vazão/DME Resumo do Relatório Técnico*, Instituto de Pesquisas Tecnológicas, Brasil.

KHALAK, A., WILLIAMSON, C. H. K. (1996), *Dynamics of a Hydroelastic Cylinder with Very Low Mass and Damping*, Journal of Fluids and Structures, Academic Press.

LARSEN, C. M., HALSE, K. H. (1997), *Comparison of Models for Vortex Induced Vibrations of Slender Marine Structures*, Marine Structures 10.

LEWIS, R. I., (1991), *Vortex Element Methods for fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems*, Cambridge.

MENEGHINI, J. R., (1993), *Numerical Simulation of Bluff Body Flow Control Using a Discrete Vortex Method*, PhD thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London.

MENEGHINI, J. R., SIQUEIRA, C. R., SALTARA, F., FERRARI JR., J. A. (1999), *Numerical Simulation of Flow Interference Between Two Circular Cylinders in Tandem And Side by Side Arrangements*, Journal of Fluids and Structures.

NG, C. W., KO, N. W. M. (1995), *Flow Interaction Behind Two Circular Cylinders of Equal Diameter – a Numerical Study*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 54/55, pp. 277-287.

Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing, Cambridge University Press.

PARRA, P. H. C. C. (1996), *Modelo Semi-empírico de Vibração Induzida por Vortex Shedding – Análise Teórica e Experimental*, MSc. thesis, USP, Brazil.

PARK, W., HIGUCHI, H., (1989), *Computation of Flow past Single and Multiple Bluff Bodies by a Vortex Tracing Method*, University of Minnesota.

PATEL, M. H., AND WITZ J. A., (1991), *Compliant Offshore Structures*, Butterworth-Heinemann, England.

PATEL, M. H., (1989), *Dynamics of offshore structures*, London, Butterworths.

PATEL, M. H., WITZ, J. A., Z. TAN. (1994), *A flexible riser design manual*, London : Bentham.

REDDY, J. N. (1993), *An introduction to finite element method*, McGraw-hill, New York.

ROSHKO, A. (1961), *Experiments on the Flow Past a Circular Cylinder at Very High Reynolds Numbers*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 10, pp. 354.

- SALTARA, F. (1999), *Simulação Numérica do Escocamento ao Redor de Cilindros*, Tese de doutoramento, EPUSP Universidade de São Paulo, Brasil
- SALTARA, F., MENEGHINI, J. R., SIQUEIRA, C. L. R., BEARMAN, P. W. (1998), *The simulation of vortex shedding from an oscillating circular cylinder with turbulence modeling*, Proceedings of FEDSM'98, ASME Fluids Eng. Div. Summer Meeting.
- SALTARA, F. (2002), *Comunicação Pessoal*.
- SARPKAYA, T., ISAACSON, M., (1981), *Mechanics of wave forces on offshore structures*, Van Nostrand Reinhold company.
- SARPKAYA, T. (1989), *Computational methods with vortices – The 1988 freeman scholar lecture*, J. Fluids Engineering 111, 5-52.
- SCHLICHTING, H. (1978), *Boundary Layer Theory*, 7th Edition, McGraw-Hill Books Company.
- SELVAN, R. P. (1997), *Finite Element Modelling of Flow around a Circular Cylinder Using LES*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 67/68, pp. 129-139.
- SIQUEIRA, C. R. (1999), *Simulação Numérica do Escocamento ao Redor de Cilindros: Aplicação a problemas Bi e Tridimensionais*. Tese de doutoramento, EPUSP, Universidade de São Paulo.
- SLAOUTI, A., Stansby, P. K. (1992), *Flow Around Two Circular Cylinders by the Random Vortex Method*, Journal of Fluids and Structures 6, 641-670.
- SPALART, P. R., LEONARD, A. (1981), *Computation of Separated Flow by a Vortex Algorithm*, AIAA Paper 81-1246.
- SPALART, P. R., LEONARD, A., BAGANOFF, D., (1983), *Numerical Simulation of Separated Flows*, Ph. D. Thesis, Standford.
- TAKEDA K., TUTTY O. R., AND FITT A. D., (1997), *A Comparison of Four Viscous Models for the Discrete Vortex Method*, American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- TECHET, A. H., HOVER, F.S., AND TRIANTAFYLOU, M. S., (1998), *Vortical Patterns Behind a Tapered Cylinder Oscillating Transversely to a Uniform Flow*, Journal of Fluids Mechanics, vol. 363, pp. 79-96.
- WILLDEN, R. H. J., GRAHAM, J. M. R. (2000), *Numerical Prediction of VIV on Long Flexible Cylinders*, Journal of Fluids and Structures.
- WILLIAMSON, C. H. K. (1985), *Evolution of a Single Wake Behind a Pair of Bluff Bodies*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 159, pp. 1-18.

- WILLIAMSON, C. H. K., ROSHKO, A. (1988), *Vortex Formation in the Wake of an Oscillating Cylinder*, Journal of Fluids and Structures, nr. 2, pp. 355-381.
- WILLIAMSON, C. H. K. (1991), *2-D and 3-D Aspects of the Wake of a Cylinder, and Their Relation to Wake Computations*, In: *Vortex Dynamics and Vortex Methods*, C. R. Anderson and C. Greengard, Lectures in Applied Mathematics, vol. 28, American Mathematical Society, 719-751.
- YAMAMOTO, C. T., MENEGHINI, J. R., SALTARA, F., FERRARI, J. A., MARTINS, C. A., (2001), *Hydroelastic Response of Offshore Risers Using CFD*, Proceedings of OMAE-2001.
- ZDRAVKOVICH, M. M. (1977), *Review of Flow Interference Between Two Circular Cylinders in Various Arrangements*, ASME Journal of Fluids Engineering, vol. 99, pp. 618-633.
- ZDRAVKOVICH, M. M. (1987), *The Effects of Interference Between Circular Cylinders in Cross Flow*, Journal of Fluids and Structures, vol. 1, pp. 239-261.
- ZIENKIEWICZ, O. C., MORGAN, K., (1983), *Finite Elements and Approximation*, Wiley, New York.