

São Paulo
1995

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para a obtenção do título de Mestre em
Engenharia

(Volume 2 - anexos)

PROJETO RACIONAL DE PROPULSORES DE ALTO SKEW

RICARDO SBRAGIO

São Paulo
1995

Orientador:
José Augusto Penteado Aranha

Área de Concentração:
Engenharia Naval

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para a obtenção do título de Mestre em
Engenharia

PROJETO RACIONAL DE PROPULSORES DE ALTO SKEW

RICARDO SBRAGIO

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Augusto Penteado Aranha, pelo ensino e orientação proporcionados não só na execução desta dissertação, mas também no curso de graduação, no qual se fundamentaram conceitos importantes no estudo da hidrodinâmica.

Aos Profs. Drs. Paulo César Leone e Jorge Pinheiro da Costa Veiga pelos esclarecimentos e incentivos dados no decorrer destes anos de trabalho e de estudos.

Aos professores dos Departamentos de Engenharia Mecânica e de Engenharia Naval da Escola Politécnica da USP que contribuíram, em seus diversos campos, para o meu aprimoramento técnico necessário ao estudo das metodologias de projeto empregadas nesta dissertação.

A amiga Eliana Targa Castilho pelo auxílio na elaboração de diversas figuras.

A meus pais pela formação básica e pela orientação que me deram no decorrer da vida.

A minha esposa Simone e aos meus filhos Filipe e Raquel pela compreensão, estímulo e apoio demonstrados nas diversas horas de estudo necessárias a este trabalho.

SUMÁRIO

XV	Lista de tabelas	
XV	Lista de abreviaturas	
XVI	Lista de símbolos	
XXVII	Resumo	
XXIX	Abstract	
1	1 - INTRODUÇÃO	
1	1.1 - Histórico do desenvolvimento de propulsores	
4	1.2 - Definição e apresentação do tema	
8	2 - REVISÃO DA LITERATURA	
19	3 - METODOLOGIA DO PROJETO DO PROPULSOR	
19	3.1 - Metodologia de projeto	
26	3.2 - Descrição resumida da espiral de projeto	
26	3.2.1 - Primeiro ciclo de Projeto (projeto pela TLS)	
28	3.2.2 - Enésimo ciclo de projeto (início de projeto pela TSS)	
30	3.2.3 - Últimos ciclos de projeto	
32	4 - TEORIA DA CIRCULAÇÃO	
32	4.1 - Introdução	
32	4.1.1 - Características geométricas de uma superfície de sustentação	
33	4.1.2 - Sustentação em um folio bidimensional	
38	4.1.3 - Sustentação em uma asa tridimensional	

44	4.2 - Teoria da linha de sustentação
44	4.2.1 - Introdução
47	4.2.2 - Influência da velocidade induzida tangencial na geração da circulação nos perfis
52	4.2.3 - Aplicação da TLS para propulsores moderadamente carregados adaptados à esteira com distribuição de circulação ótima
60	4.3 - Teoria da superfície de sustentação
62	5 - CRITÉRIOS DE CAVITAÇÃO
63	5.1 - Tipos de cavitação
66	5.2 - Efeitos da cavitação em propulsores
67	5.3 - Projeto da lâmina de modo a se evitar a cavitação devido à formação de bolhas e a cavitação em folhas
67	5.3.1 - Influência da espessura, camber e ângulo de ataque sobre o campo de pressões de um folho
71	5.3.2 - Envolórias de mínima pressão permitível para se evitar cavitação devido à formação de bolhas ou cavitação em folhas
77	5.3.3 - Metodologia para projeto de modo a se evitar cavitação no perfil
81	5.4 - Cavitação devida a formação de vórtices na ponta da lâmina e no bossó
81	5.4.1 - O enrolamento dos vórtices da esteira
84	5.4.2 - Modelagem da cavitação devida à formação de vórtices
95	5.4.3 - Influência da rugosidade na cavitação devido aos vórtices de ponta
97	5.4.4 - Necessidade de ensaios em túneis de cavitação
99	6 - CRITÉRIOS DE DEFINIÇÃO DO ÂNGULO DE SKEW
99	6.1 - Geração de esforços alternados pelo propulsor
102	6.2 - O uso da torção na lâmina (skew) para a redução das vibrações induzidas pelo propulsor

104	6.3 - Desenvolvimento de um modelo bidimensional para o estudo de vibrações e da influência do ângulo de skew
105	6.3.1 - Modelo bidimensional quase permanente
112	6.3.2 - Modelo bidimensional não permanente (funções de Sears)
113	6.4 - Aplicação do modelo bidimensional não permanente ao projeto de um propulsor
124	6.5 - Critério para a redução de vibrações introduzidas no eixo e mancais através da torção da lâmina
124	6.5.1 - Natureza das vibrações introduzidas pelo propulsor sobre o eixo propulsor
128	6.5.2 - Distribuição de skew
131	6.6 - Vibrações da lâmina
132	6.7 - Implementação do modelo em planilha de cálculo
132	6.8 - Exemplos de cálculo para validação do modelo
132	6.8.1 - Projeto de propulsor segundo os dados do 13º e 14º ITTC
137	6.8.2 - Projeto de propulsor segundo a referência 5
149	7 - CRITÉRIOS DE RESISTÊNCIA ESTRUTURAL
150	7.1 - Metodologia de projeto estrutural
152	7.2 - Determinação dos pontos em que devem ser calculadas as tensões
153	7.3 - Determinação das tensões contínuas
153	7.3.1 - Cálculo dos esforços decorrentes do carregamento hidrodinâmico
154	7.3.1.1 - Esforços gerados devido à distribuição de empuxo (T)
157	7.3.1.2 - Esforços gerados devido à distribuição de força tangencial (H'_t)
160	7.3.2 - Cálculo dos esforços decorrentes do carregamento centrífugo
161	7.3.2.1 - Momento originado pela ação centrífuga de uma massa m_a situada entre os raios r_a e R do propulsor
162	7.3.2.2 - Força centrífuga sobre a massa m_a situada entre os raios r_a e R e esforços por ela originados

208	9.2.1 - Parâmetros iniciais do projeto
208	9.2 - Resultados do último ciclo de projeto
204	9.1 - Dados de projeto
204	9 - EXEMPLO DE PROJETO RACIONAL DE PROPULSOR
202	8.3.3 - Materiais não metálicos
200	8.3.2 - Metais ferrosos
197	8.3.1 - Metais não ferrosos
195	8.3 - Materiais usados em propulsores
192	8.2 - Escolha do perfil
186	8.1 - Diâmetro e rotação
186	8 - OUTROS PARÂMETROS DE PROJETO
185	7.7 - Planilha de cálculo correspondente ao projeto estrutural
183	7.6 - Determinação da relação entre a espessura e corda
179	7.5 - Composição das tensões contínuas e alternadas segundo um critério de fadiga
176	7.4.2 - Cálculo das tensões alternadas na seção AA
172	7.4.1 - Esforços decorrentes do carregamento hidrodinâmico
171	7.4 - Tensões alternadas
167	7.3.3.5 - Determinação das tensões principais (círculo de Mohr) e aplicação de um critério de resistência (Von Mises)
167	7.3.3.4 - Tensão de cisalhamento devido ao momento torsor
167	7.3.3.3 - Tensão de cisalhamento devido aos cortantes
166	7.3.3.2 - Tensão normal devido à força normal
166	7.3.3.1 - Tensão normal devido ao momento fletor
164	7.3.3 - Cálculo de tensões na seção AA

264	A5.3 - Características geométricas
262	A5.2 - Distribuição de espessuras e de camber do perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail) com camber $a = 0.8$
262	A5.1 - Introdução
262	ANEXO 5 - CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DO PERFIL NACA 66 (TMB MODIFIED NOSE AND TAIL)
257	ANEXO 4 - VERIFICAÇÃO DO PROJETO DE PROPULSORES DE 4, 5, 6 E 7 LÂMINAS DA REFERÊNCIA 5 (EXEMPLO DE CÁLCULO 6.8.2)
250	ANEXO 3 - VERIFICAÇÃO DO EXERCÍCIO PROPOSTO PELO 13º E 14º ITTC (EXEMPLO DE CÁLCULO 6.8.1)
246	A2.2 -- Planilha para determinação dos esforços vibratórios em função do ângulo de skew do propulsor
236	A2.1 - Descrição da planilha
236	ANEXO 2 - PLANILHA DESENVOLVIDA PARA O CÁLCULO DOS ESFORÇOS VARIÁVEIS E DEFINIÇÃO DO ÂNGULO DE SKEW
222	ANEXO 1 - DESENVOLVIMENTO DA FUNÇÃO DE SEARS
216	9.2.6 - Verificação pela TSS
214	9.2.5 - Determinação do número de lâminas e do ângulo de skew e verificação dos esforços vibratórios
212	9.2.4 - Resistência estrutural
211	9.2.3 - Cálculo de cavitação
209	9.2.2 - Projeto pela TLS

308	A10.1 - Introdução
308	ANEXO 10 - CÁLCULO DA LINHA MÉDIA DE UM PERFIL E DO ÂNGULO DE ATAQUE IDEAL PARA UMA DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES NACA COM CAMBER
306	A9.3 - Comentários sobre os critérios de operação ótima de propulsores segundo Van Manen e Troost e segundo Lerbs
302	A9.2 - Desenvolvimento segundo Lerbs
300	A9.1 - Desenvolvimento segundo Van Manen e Troost ⁵⁷
299	ANEXO 9 - ESTABELECIMENTO DA CONDIÇÃO DE OPERAÇÃO ÓTIMA DE UM PROPULSOR
294	A8.5 - Campo de velocidades devido às folhas de vórtices helicoidais simetricamente espaçados geradas pelas δ lâminas
291	A8.4 - Determinação dos fatores de indução de Lerbs
281	A8.3 - Dedução do campo potencial de velocidades correspondente a δ lâminas de vórtices helicoidais simetricamente espaçadas
278	A8.2 - Dedução das componentes de velocidade gerada por uma linha de vórtices helicoidal
278	A8.1 - Introdução
278	ANEXO 8 - DETERMINAÇÃO DO POTENCIAL DE VELOCIDADES GERADO POR δ VÓRTICES HELICOIDAIS SIMÉTRICAMENTE ESPAÇADOS E DAS VELOCIDADES POR ELLES INDUZIDAS
276	A7.2 - Modelo matemático de um vórtice cavitante
273	A7.1 - Modelo matemático do vórtice de Rankine
273	ANEXO 7 - MODELOS MATEMÁTICOS DO VÓRTICE DE RANKINE E DE UM NÚCLEO DE VÓRTICE CAVITANTE
268	ANEXO 6 - ENVOLTÓRIAS DE MÍNIMA PRESSÃO PARA OS PERFILES NACA 66 (TMB MODIFIED NOSE AND TAIL)

409	A14.2 - Condições de contorno
405	A14.1 - Definição da geometria da lamina
405	ANEXO 14 - PROCEDIMENTOS PARA A DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA DA LAMINA, DISTRIBUIÇÃO DE SINGULARIDADES, CÁLCULO DE VELOCIDADES INDUZIDAS E DE ESFORÇOS NA TEORIA DA SUPERFÍCIE DE SUSTENTAÇÃO
394	ANEXO 13 - REGRESSÕES OBTIDAS PARA O CÁLCULO DO DIÂMETRO ÓTIMO A PARTIR DA SÉRIE DE WAGENINGEN
392	A12.3 - Comentários sobre os resultados
371	A12.2 - Planilha de cálculo (Excel)
349	A12.1 - Descrição da planilha
349	ANEXO 12 - PLANILHA DE CÁLCULO PARA O PROJETO ESTRUTURAL DE PROPULSORES
348	A11.3 - Programa TLS (MIT)
329	A11.2 - Planilha de cálculo (Excel)
322	A11.1 - Descrição da planilha
321	ANEXO 11 - PLANILHA DE CÁLCULO PARA PROJETO DE PROPULSORES PELA TEORIA DA LINHA DE SUSTENTAÇÃO
316	A10.2.4 - Exemplo de cálculo da linha média e do ângulo de ataque ideal correspondente às distribuições de pressão lineares do camber dos perfis NACA
315	A10.2.3 - Metodologia de cálculo da linha média de um perfil
312	A10.2.2 - Equações relativas ao problema de linha média e de espessura
308	A10.2.1 - Decomposição do problema de projeto de um fólio em um problema de espessura e em um problema de linha média
308	A10.2 - Cálculo da linha média de um fólio

435	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS
432	ANEXO 15 - ANÁLISE DA COMPONENTE DO MOMENTO M_{ϕ} GERADA PELO CARRREGAMENTO CENTRÍFUGO
429	A14.7 - Cálculo de esforços ao longo da lamina
428	A14.6 - Determinação do formato da seção da lamina
421	A14.5 - Determinação das velocidades induzidas pelos vórtices e fontes
414	A14.4 - Modelagem da lamina e da esteira - Distribuição de polos e vórtices
411	A14.3 - Cálculo de vetores que definem a superfície de referência da lamina (vetores \bar{R} , \bar{F} e vetor normal N)

LISTA DE FIGURAS

- 31 Figura 3.1 - Espiral de projeto do propulsor
- 32 Figura 4.1 - Elementos geométricos de uma asa e de um fólio
- 34 Figura 4.2 - Vorticidades geradas em escoamentos sobre um fólio
- 35 Figura 4.3 - Componentes da velocidade vertical no bordo de fuga
- 37 Figura 4.4 - Vórtice de partida gerado no início do movimento
- 37 Figura 4.5 - Contorno no interior do qual a circulação é zero
- 40 Figura 4.6 - Vórtices de ponta e Downwash
- 40 Figura 4.7 - Ângulo de ataque geométrico (α) e efetivo (α_e) e arraste induzido (D)
- 43 Figura 4.8 - Distribuição elíptica de circulação $\Gamma(x)$ ao longo da asa e emissão dos vórtices livres
- 45 Figura 4.9 - Folha de Vórtices Helicoidais Gerada por uma Linha de Vórtices e velocidades induzidas
- 47 Figura 4.10 - Diagrama de Velocidades e forças de um propulsor moderadamente carregado
- 50 Figura 4.11 - Desenvolvimento em um plano de uma superfície de controle ao redor de um propulsor com um número infinito de Láminas
- 65 Figura 5.1 - Propagação dos vórtices da ponta da lâmina e do bosso
- 69 Figura 5.2 - Decomposição do escoamento sobre um fólio e distribuições de pressões associadas
- 83 Figura 5.3 - Regiões da esteira do propulsor
- 91 Figura 5.4 - Dimensões de vórtices de ponta e de bosso (extralido da referência 39)
- 95 Figura 5.5 - Curva de cavitação de um submarino
- 100 Figura 6.1 - Esteira longitudinal e tangencial para um navio monohélice (casco da série 60 com $C_b=0.6$)
- 101 Figura 6.2 - Influência da esteira longitudinal e tangencial sobre a incidência do fluido no perfil
- 103 Figura 6.3 - Definição do ângulo de skew
- 105 Figura 6.4 - Perturbações no Escoamento em um Fólio

- 111 Figura 6.5 - Distribuição das velocidades induzidas (downwash) devido à circulação $\Delta\Gamma$ liberada pelo perfil t segundos antes
- 113 Figura 6.6 - Decomposição das velocidades não permanentes na direção normal ao perfil
- 114 Figura 6.7 - Simetria das velocidades axial e tangencial da esteira
- 118 Figura 6.8 - Eixos coordenados de referência do posicionamento angular da lâmina
- 136 Figura 6.9 - Empuxo alternado adimensionalizado $(K_{Fx})^4$ e ângulo de fase $(\phi_{Fx})^4$ (quarto harmônico)
- 136 Figura 6.10 - Momento torsor alternado adimensionalizado $(K_{Mx})^4$ e ângulo de fase $(\phi_{Mx})^4$ (quarto harmônico)
- 141 Figura 6.11 - LG dos pontos de máximo esforço (rajada)
- 144 Figura 6.12 - Esforços relativos ao cálculo de um propulsor de 4 lâminas com razão $Ae/Ao = 0.77$ e distribuição linear de skew
- 145 Figura 6.13 - Esforços relativos ao cálculo de um propulsor de 5 lâminas com razão $Ae/Ao = 0.77$ e distribuição linear de skew
- 146 Figura 6.14 - Esforços relativos ao cálculo de um propulsor de 6 lâminas com razão $Ae/Ao = 0.77$ e distribuição linear de skew
- 147 Figura 6.15 - Esforços relativos ao cálculo de um propulsor de 7 lâminas com razão $Ae/Ao = 0.77$ e distribuição linear de skew
- 148 Figura 6.16 - Comparação entre os esforços introduzidos no eixo por propulsores de 4, 5, 6 e 7 lâminas com razão $Ae/Ao = 0.77$ e distribuição linear de skew
- 152 Figura 7.1 - Seção da lâmina submetida a um momento fletor M
- 153 Figura 7.2 - Decomposição das forças de sustentação (L) e de arraste (D) em força de empuxo (T) e força tangencial (F_t)
- 154 Figura 7.3 - Esforços gerados pela distribuição de empuxo (T) sobre a seção AA_1 posicionada no raio r_a
- 156 Figura 7.4 - Modelo para cálculo de esforços cortante e momento fletor resultantes de um carregamento distribuído
- 157 Figura 7.5 - Parâmetros para o cálculo do momento torsor $M_{T_{y1}}(r)$ resultante da distribuição de empuxo $T(r)$

- 264 Figura A5.1 - Eixos coordenados para a determinação das características geométricas do perfil
- 251 Figura A.3.1 - Desenho do propulsor do exemplo sugerido pela ITTC (extrato da referência 51)
- 235 Figura A1.2 - Função de Sears
- 224 Figura A1.1 - Eixos coordenados x e y e velocidades sobre o folio
- 221 Figura 9.5 - Desenho do propulsor projetado
- 217 Figura baseada na figura 2.5 da referência 32
- 215 Figura 9.4 - Definição da linha geratriz e de outros parâmetros geométricos da lamina - propulsor projetado
- 213 Figura 9.3 - Esforços vibratórios F_x , F_t , M_x e M_t em função do ângulo de skew para o propulsor projetado
- 213 Figura 9.2 - Diagrama de fadiga para o propulsor projetado
- 207 Figura 9.1 - Distribuições de estira longitudinal e transversal usadas no projeto do propulsor (distribuições arbitrárias)
- 203 Figura 8.5 (feita a partir da figura 3 da referência 15): Arranjo de material na zona do propulsor construída com material composto
- 194 Figura 8.4 - Distribuição de pressões para a linha média NACA $a=0,8$
- 194 Figura 8.3 - Distribuição de pressões para o perfil NACA 66 (modificado) simétrico e com incidência no ângulo de ataque zero
- 191 Figura 8.2 - Coeficiente C_l em função da razão A_e/A_o e de P/D
- 188 Figura 8.1 - Potências associadas ao cálculo das eficiências
- 183 Figura 7.12 - Diagrama de fadiga a ser usado no projeto do propulsor
- 181 Figura 7.11 - Critérios de Goodman Modificado e de Soderberg
- 170 Figura 7.10 - Comparação entre os critérios de resistência
- 166 Figura 7.9 - Eixos I e II
- 162 Figura 7.8 - Esforços gerados pela força centrífuga F_c
- 160 Figura 7.7 - Força F_c e componentes do momento (M_y e M_z) gerados pela ação centrífuga
- 158 Figura 7.6 - Esforços gerados pela distribuição de força tangencial (F_t)

- 269 Figura A6.1 - Envoltória de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail) com camber zero (extraído da referência 7)
- 269 Figura A6.2 - Envoltória de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail) com camber $a=0.8$ e razão de camber 0.01 (extraído da referência 7)
- 270 Figura A6.3 - Envoltória de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail) com camber $a=0.8$ e razão de camber 0.02 (extraído da referência 7)
- 270 Figura A6.4 - Envoltória de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail) com camber $a=0.8$ e razão de camber 0.03 (extraído da referência 7)
- 271 Figura A6.5 - Envoltória de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail) com camber $a=0.8$ e razão de camber 0.04 (extraído da referência 7)
- 271 Figura A6.6 - Envoltória de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail) com camber $a=0.8$ e razão de camber 0.05 (extraído da referência 7)
- 272 Figura A6.7 - Envoltória de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail) com camber $a=0.8$ e razão de camber 0.06 (extraído da referência 7)
- 272 Figura A6.8 - Geometria ótima para um dado C_p mínimo e largura da envoltória (em graus) para o perfil ótimo (gráficos referentes ao perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail) com camber $a=0.8$. Extraídos da referência 7)
- 273 Figura A7.1 - Características do vórtice de Rankine
- 274 Figura A7.2 - Balanço de forças em um elemento diferencial do fluido
- 279 Figura A8.1 - Coordenadas e Parâmetros a serem usados na dedução das componentes das velocidades induzidas
- 281 Figura A8.2 - Linhas de Vórtices Helicoidais
- 301 Figura A9.1 - Diagrama de forças e de velocidades para um perfil (sem arraste viscoso)
- 310 Figura A.10.1 - Eixos coordenados e vetor normal ao perfil
- 312 Figura A10.2 - Problema de espessura, linha média e ângulo de ataque
- 313 Figura A10.3 - Contornos de integração no ponto $x=\xi$
- 316 Figura A10.4 - Distribuição linear de pressões correspondentes ao camber usado em perfis NACA
- 319 Figura A10.5 - Linha média de um perfil e ângulo de ataque ideal

- 393 Figura A12.1 - Tensões contínuas e alternadas, calculadas na planilha, para um propulsor similar ao projetado na referência 5
- 406 Figura A14.1 - Sistema de coordenadas cartesiana e cilíndrica usado na TSS (figura extraída da referência 29)
- 407 Figura A14.2 - ângulos β_s e ϕ em um determinado perfil
- 409 Figura A14.3 - Sistema de coordenadas da linha média do perfil bidimensional
- 411 Figura A14.4 - Definição da superfície do camber (vetores \vec{R} e \vec{F})
- 412 Figura A14.5 - Definição dos eixos x', y', z' e do vetor \vec{R}
- 415 Figura A14.6 - Painel definido pelos raios p_m e p_{m+1} com o posicionamento dos bound vortices, trailing vortices e fontes (baseada na figura 8 da referência 29)
- 417 Figura A14.7 - Coordenadas dos pontos M e N em um plano radial com ângulo $\theta = \phi_m$ (baseada na figura 8 da referência 29)
- 417 Figura A14.8 - Distribuição de circulação NACA com camber α e posicionamento das placas em relação a esta distribuição (nesta figura, 10 linhas de vórtices radiais (bound vortices) se situaram no interior da corda do perfil)
- 419 Figura A14.9 - Condição de impermeabilidade do perfil para a definição da intensidade das fontes $\sigma_{m,n}$ (perfil situado na posição radial r_m)
- 420 Figura A14.10 - Distribuição dos bound vortices e dos trailing vortices
- 423 Figura A14.11 - Sistema de coordenadas e posições do ponto de controle P e do elemento do bound vortice dl (extraída da referência 29)
- 425 Figura A14.12 - Sistema de coordenadas e posições do ponto de controle P e do elemento de trailing vortice dl (extraída da referência 29)
- 428 Figura A14.13 - Fatores que definem a geometria do camber

LISTA DE TABELAS

74	Tabela 5.1 - Valores de u/V_T para os folhos simétricos com distribuição de espessuras NACA 66-021 e NACA 66-006
75	Tabela 5.2 - Determinação da ordem de grandeza da profundidade em que ocorre cavitação (em folhas ou bolhas)
197	Tabela 8.1 - composição química das ligas de cobre
197	Tabela 8.2 - Propriedades mecânicas das ligas de cobre
250	Tabela A3.1 - Distribuição de cordas e de ângulo de skew (propulsor da referência 51)
252	Tabela A3.2 - Distribuição de esteira longitudinal (v_x/V_s) - θ em graus
253	Tabela A3.3 - Distribuição de esteira tangencial (w/V_s) - θ em graus
254	Tabela A3.4 - Decomposição da esteira longitudinal e tangencial em séries de Fourier
255	Tabela A3.5 - Velocidades induzidas axiais e tangencial calculadas pela TLS
263	Tabela A5.1 - Tabela de cotas para o perfil NACA 66 (modificado) com $\text{camber } a=0.8$.
267	Tabela A5.2 - Planilha de cálculo e características geométricas do perfil NACA 66 modificado

LISTA DE ABREVIATURAS

CG	- centro de gravidade
IITC	- International Towing Tank Conference
LE	- Leading Edge - bordo de ataque de um perfil
NACA	- National Advisory Committee for Aeronautics
TE	- Trailing Edge - bordo de fuga de um perfil
TLS	- Teoria da linha de sustentação
TSS	- Teoria da superfície de sustentação

LISTA DE SIMBOLOS

- a - índice de carregamento dos perfis NACA com camber linear
 a_n (a_0 a a_6) - coeficientes da regressão da força de empuxo por unidade de comprimento \bar{T}
A - área de uma superfície de sustentação
A(real) - parâmetro real destinado ao cálculo de esforços variáveis (anexo 2)
 A_q - parâmetro real destinado ao cálculo de esforços variáveis, relativo ao harmônico q (anexo 2)
 A_e - área expandida
 A_{lam} - área da lâmina
 A_o - área do disco
 A_{perfil} - área do perfil
 $A_{1,2}$ - parâmetros para cálculo das velocidades induzidas (anexo 8)
b - parâmetro que especifica o ângulo de passo da esteira (anexo 14)
 b_n (b_0 a b_7) - coeficientes da regressão do cortante V_x
B(imaginario) - parâmetro imaginário destinado ao cálculo de esforços variáveis (anexo 2)
 B_q - parâmetro imaginário destinado ao cálculo de esforços variáveis, relativo ao harmônico q (anexo 2)
BHP - brake horsepower - Potência no freio
 $B_{1,2}$ - parâmetros para cálculo das velocidades induzidas (anexo 8)
c - comprimento da corda de um perfil
 \bar{c} - corda média de uma lâmina
 c_n (c_0 a c_7) - coeficientes da regressão do momento fletor M_b
 c_p - corda máxima da superfície de sustentação
 C_b - coeficiente de bloco
 C_d - coeficiente de arraste viscoso
 C_l - coeficiente de sustentação
 C_{L_i} ou $C_{L(ideal)}$ - coeficiente de sustentação gerado por um perfil quando o fluido incide em seu ângulo de ataque ideal
 $C_p(r)$ - coeficiente de pressão em um determinado raio r de um vórtice de Rankine (anexo 7)
 $C_{p^{min}}$ - coeficiente de pressão mínimo (referente à pressão mínima no fólio)
 C_{p1} - coeficiente de pressão na periferia de um vórtice de Rankine (posição $r = R_1$)
 C_t - coeficiente de empuxo
 $C_0, C_1, C_2, e C_3$ - constantes usadas para se desenvolver o potencial de velocidades Φ em séries (anexo 8)
 C_{oe} - constante usada no potencial de velocidades externo à linha de vórtices Φ_e
 C_{oi} - constante usada no potencial de velocidades interno à linha de vórtices Φ_i
 C_1 - coeficiente para cálculo do diâmetro ótimo (capítulo 8 e anexo 13)
 $d\bar{x}(x)$ - variação no coeficiente propulsivo por unidade de comprimento (anexo 9)
 $d\bar{F}_t$ - variação na força tangencial por unidade de comprimento (anexo 9)
 $d\bar{F}_x$ - força longitudinal por unidade de comprimento adimensional (anexo 2)

dF_y - força transversal por unidade de comprimento adimensional na direção do eixo y (anexo 2)
 dF_z - força transversal por unidade de comprimento adimensional na direção do eixo z (anexo 2)
 dl - elemento diferencial de comprimento (anexo 2)
 dl - vetor comprimento infinitesimal da linha de vórtices
 dM_x - momento torsor por unidade de comprimento adimensional (anexo 2)
 dM_y - momento transversal por unidade de comprimento adimensional na direção do eixo y (anexo 2)
 dM_z - momento transversal por unidade de comprimento adimensional na direção do eixo z (anexo 2)
 d_n (d_0 a d_6) - coeficientes da regressão da força tangencial por unidade de comprimento H'_t (anexo 2)
 dT - variação no empuxo por unidade de comprimento (anexo 9)
 D - diâmetro do propulsor
 D - força de arraste
 D - força de arraste por unidade de comprimento
 \bar{D} - vetor distância entre o ponto P e o vetor dI (anexo 14)
 $\underline{D}_1(r)$ - força de arraste de origem não viscosa, resultante da influência da curvatura do camber sobre a força de sustentação, calculada na TSS (anexo 14)
 $\underline{D}_y(r)$ - força de arraste viscoso por unidade de comprimento, calculada na TSS (anexo 14)
 e - coeficiente propulsivo (anexo 9)
 $e(x)$ - coeficiente propulsivo por unidade de comprimento radial (anexo 9)
 eh - eficiência do casco
 e_n (e_0 a e_7) - coeficientes da regressão do cortante V_z^2
 $e^{pot(idal)}$ ou $e^{pot(ideal)}$ - eficiência ideal do propulsor em água aberta (não leva em conta o arraste viscoso)
 epo - eficiência do propulsor em água aberta
 err - eficiência relativa rotativa
 et - eficiência de transmissão
 e_{mn} - intensidade da fonte discreta σ^{mn} adimensionalizada pela velocidade da embarcação (anexo 14)
 e_n (e_0 a e_7) - coeficientes da regressão do momento fletor Mb_{x^2}
 EHP - effective horsepower - Potência efetiva
 f - razão de camber (relação entre camber máximo e corda)
 $f(x)$ - função auxiliar para o cálculo da condição de operação ótima do propulsor
 fa_n (fa_0 a fa_7) - coeficientes da regressão do produto do raio R pela força centrífuga por unidade de comprimento $\underline{Hc} : (R, \underline{Hc})$
 $f_0(r)$ - função usada para se desenvolver o potencial de velocidades Φ em séries (anexo 8)
 $f_n(r)$ - função usada para se desenvolver o potencial de velocidades Φ em séries (anexo 8)

- $f_n(r)$ - função usada para se desenvolver o potencial de velocidades externo à linha de vórtices helicoidal Φ em séries (anexo 8)
- $f_n(r)$ - função usada para se desenvolver o potencial de velocidades interno à linha de vórtices helicoidal Φ em séries (anexo 8)
- f_0 - valor máximo do camber (anexo 14)
- F - função objetivo para a definição do ângulo de skew
- \bar{F} - vetor tangente à interseção da superfície de referência da lamina, definida pelo camber, e a superfície cilíndrica $y^2 + z^2 = r^2$ (vetor direção do camber) - (anexo 14)
- F_c ou $F_c(S)$ - função de correção para a razão de aspecto (capítulo 6 e anexos 2 e 12)
- F_c - Força centrífuga (capítulo 7)
- $\bar{F}_c(r)$ - força centrífuga por unidade de comprimento
- F_{c_n} (F_{c_0} a F_{c_7}) - coeficientes da regressão da força centrífuga F_c
- F_x, F_y, F_z - esforços vibratórios nas direções x, y e z , respectivamente
- $(F_x)_q$ - amplitude do empuxo variável do q ésimo harmônico
- F_0 - função objetivo a ser minimizada (anexo 2)
- F_t - força transversal sobre o eixo propulsor (capítulo 6 e anexo 2)
- \bar{F}_t - força tangencial por unidade de comprimento da lamina
- g - número de lamina do propulsor
- $g_n(r)$ - função usada para se desenvolver o potencial de velocidades Φ em séries (anexo 8)
- g_n^{mn} - intensidade do bound vortice discreto γ_n^{mn} adimensionalizado pela velocidade da embarcação (anexo 14)
- g_n^{mn} - intensidade do bound vortice discreto γ_n^{mn} adimensionalizado pela velocidade da embarcação (anexo 14)
- G - circulação adimensionalizada pela velocidade da embarcação
- G_m - coeficientes da expansão em série da circulação adimensionalizada G
- h_n^o - função usada para se integrar o fator de indução axial ao longo da lamina
- h_n^i - função usada para se integrar o fator de indução tangencial ao longo da lamina
- $H_n^{(2)}(K)$ - função de Hankel
- $H_n(x)$ - transformada de Hilbert de ordem n
- i_a - fator de indução axial externo à linha de vórtices
- i_{ai} - fator de indução axial interno à linha de vórtices
- i_r - fator de indução tangencial
- i_{re} - fator de indução tangencial externo à linha de vórtices
- i_{ri} - fator de indução tangencial interno à linha de vórtices
- $I_n^o(y)$ - função de Bessel modificada de ordem n com argumento y
- I_n^i - coeficientes referentes à decomposição dos fatores de indução tangencial e axial (respectivamente) em séries
- I_p - momento de inércia polar do perfil

- Ix - momento de inércia em relação ao eixo x
 Ixy - produto de inércia em relação aos eixos x e y
 Ixz - produto de inércia em relação aos eixos x e z
 Iy - momento de inércia em relação ao eixo y
 I₁(r) - momento de inércia em relação ao eixo I de um perfil situado no raio r do propulsor
 I_{II}(r) - momento de inércia em relação ao eixo II de um perfil situado no raio r do propulsor
 J - coeficiente de avanço
 J - momento de inércia polar de um perfil (capítulo 7 e anexo 5)
 J_n(K) - função de Bessel de primeira espécie, de ordem n
 k - função de Goldstein
 k₀ - parâmetro usado para relacionar o raio da linha de vórtices helicoidal r₀ e o seu ângulo de passo hidrodinâmico β₀ (anexo 8)
 K - frequência reduzida
 (K_{rx})^q - amplitude adimensional do empuxo variável do q-ésimo harmônico
 (K_{mx})^q - amplitude adimensional do momento torsor variável do q-ésimo harmônico
 K_n(y) - função de Bessel modificada de ordem n com argumento y
 Kq - coeficiente de torque
 Kt - coeficiente de empuxo
 L - força de sustentação gerada por uma superfície de sustentação
 \bar{L} - força de sustentação por unidade de comprimento
 $\bar{L}^{max(b)}$ - amplitude da força de sustentação variável correspondente ao harmônico q
 L_n - força de sustentação por unidade de comprimento normal à linha que une o bordo de ataque ao bordo de fuga, calculada pela TSS
 LN - linha neutra de um perfil
 m_n - massa da parcela da lâmina situada entre os raios r_a e R (anexo 15)
 M - momento atuante sobre um perfil
 Mb_{z1}(r) - componente do momento fletor, na direção do eixo z, originado a partir da distribuição de empuxo da lâmina, em um determinado raio r do propulsor (a presença do índice superior indica que o esforço é alternado)
 Mb_{z2}(r) - componente do momento fletor, na direção do eixo z, originado a partir da distribuição de força centrífuga da lâmina, em um determinado raio r do propulsor
 Mb_{x3}(r) - componente do momento fletor, na direção do eixo x, originado a partir da distribuição de força tangencial da lâmina, em um determinado raio r do propulsor (a presença do índice superior indica que o esforço é alternado)
 Mb_{x2}(r) - componente do momento fletor, na direção do eixo x, originado a partir da distribuição de força tangencial da lâmina, em um determinado raio r do propulsor (a presença do índice superior indica que o esforço é alternado)
 Mb_{z1}(r) - componente do momento fletor, na direção do eixo z, originado a partir da distribuição de empuxo da lâmina, em um determinado raio r do propulsor (a presença do índice superior indica que o esforço é alternado)
 Mb_{z2}(r) - componente do momento fletor, na direção do eixo z, originado a partir da distribuição de força tangencial da lâmina, em um determinado raio r do propulsor (a presença do índice superior indica que o esforço é alternado)

$Mb_2(r)$ - componente do momento fletor, na direção do eixo z, originado a partir da distribuição de força centrífuga da lâmina, em um determinado raio r do propulsor
 $Mb_1(r)$ - componente do momento fletor, na direção do eixo I, em um determinado raio r do propulsor (a presença do índice a superior indica que o esforço é alternado)
 $Mb(r)$ - componente do momento fletor, na direção do eixo II, em um determinado raio r do propulsor (a presença do índice a superior indica que o esforço é alternado)
 Mcy - componente do momento gerado pelo carregamento centrífugo no eixo y.
 Mcz - componente do momento gerado pelo carregamento centrífugo no eixo z
 Ms_I - momento de área da metade superior do perfil em relação ao eixo I
 Ms_{II} - momento de área em relação ao eixo II
 MIS - multiplicador de Simpson
 Mt - momento transversal sobre o eixo propulsor (capítulo 6 e anexo 2)
 $Ml_1(r)$ - componente do momento fletor, na direção do eixo y, originado a partir da distribuição de empuxo da lâmina, em um determinado raio r do propulsor (a presença do índice a superior indica que o esforço é alternado)
 $Ml_2(r)$ - componente do momento fletor, na direção do eixo y, originado a partir da distribuição de força tangencial da lâmina, em um determinado raio r do propulsor (a presença do índice a superior indica que o esforço é alternado)
 $Ml_3(r)$ - componente do momento fletor, na direção do eixo y, originado a partir da distribuição de força centrífuga da lâmina, em um determinado raio r do propulsor
 $N_{y2}(r)$ - componente da força normal, na direção do eixo y, originado a partir da distribuição de força tangencial da lâmina, em um determinado raio r do propulsor (a presença do índice a superior indica que o esforço é alternado)
 $N_{y3}(r)$ - componente da força normal, na direção do eixo y, originado a partir da distribuição de força centrífuga da lâmina, em um determinado raio r do propulsor
 n - rotações do eixo propulsor
 \bar{n} - vetor normal à superfície de um perfil (anexo 1)
 n_x - componente no eixo x do vetor \bar{n} (anexo 1)
 n_y - componente no eixo y do vetor \bar{n} (anexo 1)
 N - vetor normal à superfície da lâmina no ponto P (anexo 14)
 $N_{y2}(r)$ - componente da força normal, na direção do eixo y, originado a partir da distribuição de força tangencial da lâmina, em um determinado raio r do propulsor (a presença do índice a superior indica que o esforço é alternado)
 $N_{y3}(r)$ - componente da força normal, na direção do eixo y, originado a partir da distribuição de força centrífuga da lâmina, em um determinado raio r do propulsor
 p - pressão
 $p(r)$ - pressão em um determinado raio r
 pa - pressão atmosférica
 p_{min} - pressão mínima sobre o fólio
 p_0 - pressão no centro de um vórtice
 p_1 - valor da pressão no trecho constante de uma distribuição de pressões NACA com camber "a" (anexo 10)
 p_v - pressão de vaporização da água do mar à uma determinada temperatura
 p_∞ - pressão ao longe
 P/D - relação entre o passo efetivo e o diâmetro
 $P(x)/D$ - relação entre o passo e diâmetro em cada posição radial x

- PHPo - propeller horsepower - Potência requerida ao propulsor em água aberta
- q - ordem do harmônico (capítulo 6)
- q - intensidade de uma fonte (anexo 10)
- Q - torque necessário ao propulsor quando este se encontra a ré da embarcação
- Qo - torque necessário ao propulsor quando este se encontra em água aberta
- Qx1(r) - carregamento na direção do eixo x (direção da embarcação) originado pela distribuição de empuxo da lamina do propulsor (a presença do índice a superior indica que o esforço é alternado)
- Qz2(r) - carregamento na direção do eixo z, originado pela distribuição de força tangencial da lamina do propulsor (a presença do índice a superior indica que o esforço é alternado)
- r - raio genérico
- ra - raio aonde são calculados os esforços de reação em uma seção da lamina
- rg - raio do centro de gravidade da massa m_a, aonde é aplicada a força centrífuga (anexo 15)
- rh - raio do bomo
- rm - raio médio do painel da lamina definido pelos raios r^m e r^{m+1} (anexo 14)
- ro - raio da linha de vórtice helicoidal emitida na esteira do propulsor
- rw - raio da linha de vórtice emitida pela esteira
- R - raio do propulsor
- R - vetor tangente à interseção do plano xy com a superfície de referência da lamina (anexo 14)
- R1 - raio do vórtice não cavitante
- Rc - raio do vórtice cavitante
- Rey - número de Reynolds
- Rt - resistência ao avanço
- s - convergadura de uma superfície de sustentação
- sn (s₀ a s₆) - coeficientes da regressão que descreve a distribuição de ângulos de skew ao longo do raio
- S - razão de aspecto
- S - vetor distância entre a posição do vetor d_i e o ponto em que se deseja calcular a velocidade induzida pela linha de vórtices
- S(K) - função de Sears da frequência reduzida K
- S^m - parte imaginária da função de Sears
- Sl(r) - distância do plano xy ao bordo de ataque, medida na interseção de uma superfície cilíndrica de raio r com a superfície de referência
- S_r - parte real da função de Sears
- St(r) - distância do plano xy ao bordo de fuga, medida na interseção de uma superfície cilíndrica de raio r com a superfície de referência
- t - tempo
- t - espessura de um perfil
- to ou tmax - espessura máxima de um perfil

to - coeficiente de redução da força propulsora

T - empuxo

THP - thrust horsepower - Potência desenvolvida pelo propulsor

\vec{u} - vetor velocidade induzida pela linha de vórtices (anexo 8)

$u_{\pm}(x)$ - componente horizontal de velocidade devido à perturbação causada por um fólio, em um escoamento, nos bordos superior (+) e inferior (-) do mesmo

u_a - velocidade induzida axial

$u_a(r)$ - velocidade induzida axial calculada na TSS e usada para a definição da intensidade das fontes na TSS (anexo 14)

u_{aw} - velocidade induzida axial em uma seção da lamina deslocada na esteira (Teorema de Munk - anexo 9)

n_p - flutuação na velocidade incidente em um perfil, na direção horizontal

$n_a^b, n_b^a, n_a^i, n_i^a$ - componentes axial, radial e tangencial da velocidade induzida pelos bound vórtices (anexo 14)

$n_a^i, n_i^a, n_a^r, n_r^a$ - componentes axial, radial e tangencial da velocidade induzida pelos trailing vórtices (anexo 14)

$n_a^s, n_s^a, n_a^i, n_i^a$ - componentes axial, radial e tangencial da velocidade induzida pelos fontes vórtices da esteira (anexo 14)

(anexo 14)

n_r - velocidade induzida radial

n_t - velocidade induzida tangencial

u_{tw} - velocidade induzida tangencial em uma seção da lamina deslocada na esteira (Teorema de Munk - anexo 9)

\bar{u}_a - velocidade induzida axial gerada por apenas uma das linhas de vórtices helicoidais da esteira (anexo 8)

\bar{u}_r - velocidade induzida radial gerada por apenas uma das linhas de vórtices helicoidais da esteira (anexo 8)

\bar{u}_t - velocidade induzida tangencial gerada por apenas uma das linhas de vórtices helicoidais da esteira (anexo 8)

U - velocidade incidente

$v_{\pm}(x)$ - componente vertical de velocidade devido à perturbação causada por um fólio, em um escoamento, nos bordos superior (+) e inferior (-) do mesmo

v - componente vertical de velocidade perturbada causada pela presença do fólio em um escoamento

v_p - velocidade de downwash

v_p - flutuação na velocidade incidente sobre um perfil, na direção vertical

v_n - velocidade não permanente, causada pela esteira da embarcação, na direção normal ao perfil

v_{nq} - velocidade não permanente relativa ao harmônico de ordem q , causada pela esteira da embarcação, na direção normal ao perfil

v_i - velocidade não permanente, causada pela esteira da embarcação, na direção tangencial em relação ao disco propulsor

v_{iq} - velocidade não permanente relativa ao harmônico de ordem q , causada pela esteira da embarcação, na direção tangencial em relação ao disco propulsor

v_x - velocidade não permanente, causada pela esteira da embarcação, na direção axial em relação ao disco propulsor

v_{xq} - velocidade não permanente relativa ao harmônico de ordem q , causada pela esteira da embarcação, na direção axial em relação ao disco propulsor

$v_{\theta}(r)$ - velocidade tangencial, na posição r , em um vórtice de Rankine

V - campo de velocidades

V_a - velocidade de avanço

V_t - velocidade resultante incidente sobre um perfil

V_s - velocidade da embarcação

$V_{x1}(r)$ - componente do esforço cortante, na direção do eixo x , originado a partir da distribuição de empuxo da lâmina, em um determinado raio r do propulsor (a presença do índice superior indica que o esforço é alternado)

$V_{z2}(r)$ - componente do esforço cortante, na direção do eixo z , originado a partir da distribuição de força tangencial da lâmina, em um determinado raio r do propulsor (a presença do índice superior indica que o esforço é alternado)

$V_{z3}(r)$ componente do esforço cortante, na direção do eixo z , originado a partir da distribuição de força centrífuga da lâmina, em um determinado raio r do propulsor

$V_{I.}$ - componente do esforço cortante na direção do eixo I (a presença do índice superior indica que o esforço é alternado)

$V_{II.}$ - componente do esforço cortante na direção do eixo II (a presença do índice superior indica que o esforço é alternado)

V_p - velocidade total no ponto de controle P

$V_{média}$ - velocidade média incidente sobre o perfil (anexo 14)

$V_{\theta 1}$ - valor máximo da velocidade tangencial em um vórtice de Rankine, na posição $r=R_1$ (periferia do vórtice)

w - frequência das flutuações na velocidade incidente em um perfil

$w(x)$ - coeficiente de esteira radial

w_0 - coeficiente de esteira global

w_q - frequência da flutuação relativa ao harmônico q , na velocidade incidente de um perfil

W_r - módulo de resistência em relação ao eixo I , no ponto de máxima espessura do perfil

x - relação entre um raio genérico e o raio do propulsor (raio adimensionalizado)

$x_g(r)$ - coordenada x do centro de gravidade do elemento de massa elementar da lâmina

x_G - posição do CG do perfil em relação ao bordo de ataque (anexo 5)

x_h - relação entre o raio do bossó e o raio do propulsor

x_L - coordenada x do bordo de ataque da lâmina

x_{L1} - abscissas dos pontos pertencentes à linha neutra de um perfil

x_0 - raio adimensional da lâmina de onde é emitida uma linha de vórtices

$x_2(r)$ - rake de referência da lâmina ou seja, coordenada x do ponto de interseção da superfície de referência com o plano xy e com um cilindro de raio r

x_1 - coordenada x do bordo de fuga da lâmina

y - parâmetro que relaciona as a coordenada r e k_0 (anexo 8)

y_c - ordenada do camber de um perfil

y_c^{max} - ordenada máxima do camber de um perfil

y_D - ordenada do dorso de um perfil

y_F - ordenada da face de um perfil

y^{LN} - ordenadas dos pontos pertencentes à linha neutra de um perfil

y_L - ordenadas do bordo inferior de um perfil (anexo 10)

y_0 - parâmetro que relaciona as a coordenada r_0 e k_0 (anexo 8)

y_U - ordenadas do bordo superior de um perfil (anexo 10)

Y - Parâmetro pertencente à formulação das funções de Bessel J_n e K_n , expressa pela

equação A8.35 (anexo 8)

$Y_p(K)$ - função de Bessel de segunda espécie, de ordem ν

Y_c - relação entre a ordenada do camber de um perfil e a sua corda

Y_f - relação entre a ordenada da superfície de um perfil simétrico (meia espessura) e a sua

corda

α - ângulo de ataque

α - ângulo, medido no disco do propulsor, entre a posição de onde é emitida uma linha de

vórtices helicoidal da esteira e a posição do vetor $d\vec{l}$ (anexo 8)

α - inclinação da linha que une o bordo de ataque ao bordo de fuga de um perfil a partir do

ângulo de ataque geométrico β (anexo 14)

$\alpha(r)$ - ângulo relativo à defasagem entre a força de sustentação e a esteira que a provoca

(ângulo relativo à função de Sears, visto no capítulo 6)

α_e - ângulo de ataque efetivo (considera a influência da velocidade de downwash)

α_i - ângulo de ataque ideal de um perfil

α_0 - ângulo de ataque fictício correspondente à sustentação gerada pela incidência de fluido

no ângulo de ataque ideal de um perfil

α_0^{70} - ângulo de ataque no qual a incidência do fluido produz sustentação igual a zero

β - ângulo de passo geométrico

β_i - ângulo de passo hidrodinâmico de cada perfil da lâmina do propulsor

β_{io} - ângulo de passo hidrodinâmico da linha de vórtice helicoidal emitida na esteira na TLS

β_m - ângulo de passo hidrodinâmico da seção da lâmina deslocada na esteira (Teorema de

Munk - anexo 9)

β_s - ângulo de passo da superfície de referência da lâmina

β_w - ângulo de passo da esteira

δ - espessura da camada limite turbulenta (capítulo 5)

δ - ângulo entre a linha neutra de um perfil e o eixo que une o seu bordo de ataque ao bordo de fuga (capítulo 7)

δ^m - ângulo entre a força tangencial total da lâmina e o eixo z (capítulo 7)

δ_k - coordenada angular da K'esima lâmina (anexo 14)

$\delta^s(r)$ - ângulo de skew radial medido em vista projetada do propulsor

$\delta^s(hnb)$ - derivada do ângulo de skew no bosso

$\delta^s(np)$ - ângulo de skew na ponta da lâmina

$\delta^s(hp)$ - derivada do ângulo de skew na ponta da lâmina

ΔC_L - variação no coeficiente de sustentação

ΔL - variação na sustentação por unidade de comprimento

e ou e' - eixo coordenado paralelo ao eixo x (anexo 1)

$\epsilon(\rho)$ - coordenada x de um bound vortice ou de uma fonte (anexo 14)

ϵ_0 - coordenada x da posição de onde parte a linha radial na qual é posicionado o bound vortice ou a fonte (anexo 14)

ϵ_s - coordenada x da posição de onde parte a linha radial na qual é posicionado o trailing vortice (anexo 14)

ϕ - potencial da perturbação causada no fluido pelo fólio (anexo 1 e 14)

ϕ - potencial de velocidades devido à velocidade incidente (anexo 10)

ϕ - ângulo de passo da linha que une o bordo de ataque ao bordo de fuga da lâmina (anexo 14)

$(\phi_{rx})_q$ - ângulo de fase do empuxo variável relativo ao harmônico q

$(\phi_{mx})_q$ - ângulo de fase do momento torsor variável relativo ao harmônico q

ϕ ou $\phi(q)$ - ângulo relativo à defasagem entre a normal ao perfil e as direcções em que se encontram as componentes da esteira (relativo ao harmônico q)

ϕ_{LE} - ângulo de posição do bordo de ataque (anexo 14)

ϕ_{TE} - ângulo de posição do bordo de fuga (anexo 14)

Φ - função potencial de velocidades gerada por uma linha de vórtices helicoidal (anexo 8)

Φ - potencial total de velocidades (anexo 14)

Φ_E - função potencial de velocidades externa à linha de vórtices helicoidal (anexo 8)

Φ_I - função potencial de velocidades interna à linha de vórtices helicoidal (anexo 8)

γ - distribuição de vorticidades em um perfil (capítulo 4 e anexo 10)

γ - ângulo entre a linha de ataque de um determinado momento M e a linha que une o bordo de ataque ao bordo de fuga de um perfil (capítulo 7)

γ_{mn}^* - intensidade do bound vortice discreto situado na posição m,n

γ_{mn} - intensidade do trailing vortice discreto situado na posição m,n

Γ - circulação em um perfil

$\Gamma(r)$ - valor da circulação em um determinado raio r de um vórtice de Rankine (anexo 7)

Γ_0 - intensidade da circulação no centro de uma asa

Γ_1 - intensidade da circulação de um vórtice

- Γ_1 - intensidade da circulação na ponta da lamina (tip)
- Γ_∞ - circulação em um propulsor com um número infinito de lâminas
- $\underline{\Gamma}$ - intensidade da circulação de uma linha de vórtices helicoidal da estera
- η - função que considera a influência da espessura na sustentação gerada por um perfil (capítulo 5)
- $\eta(x)$ - eficiência (capítulo 8)
- $\eta(x)$ - ordenada da superfície de um perfil (anexo 1)
- $\eta(x)$ - ordenada da linha média de um perfil (anexo 10)
- $\eta^{(bordo\ de\ ataque)}$ - ordenada da linha média na posição correspondente ao bordo de ataque de um perfil (anexo 10)
- $\eta^{(placa\ plana)}$ - ordenadas da linha média de uma placa plana (anexo 10)
- ϕ - potencial de velocidades devido às perturbações causadas pelo folio (anexo 10)
- ϕ - ângulo que parametriza o raio adimensionalizado x
- ϕ - potencial de velocidades relativo ao fluxo incidente (anexo 14)
- ϕ_1 - potencial de velocidades impar que compõe o potencial de velocidades devido às perturbações causadas pelo folio (anexo 10)
- ϕ_0 - ângulo que parametriza o raio adimensionalizado x₀ (de onde é emitida uma linha de vórtices)
- ϕ_p - potencial de velocidades par que compõe o potencial de velocidades devido às perturbações causadas pelo folio (anexo 10)
- λ - comprimento de onda da flutuação na velocidade incidente em um perfil
- λ_{av} - coeficiente de avanço da estera plenamente desenvolvida (anexo 9)
- λ_s - coeficiente de avanço da embarcação
- μ - inclinação do fluxo em relação ao ângulo de passo geométrico β (considerando as velocidades induzidas) em cada ponto de controle P_i (anexo 14)
- v - coordenada que parametriza as coordenadas r₀ e ψ (equação A.8.10 do anexo 8)
- θ - posição angular medida a partir do ângulo zero da lamina do propulsor (posição vertical da lamina), no sentido de rotação do mesmo
- $\theta_c(r)$ - ângulo entre a linha que liga o centro do bomo ao ponto de aplicação da força $\underline{F}_c(r)$ no raio r e o eixo de referência do ângulo de skew
- $\theta_m(r)$ - ângulo entre a linha que liga o centro do bomo ao ponto de aplicação da força $\underline{F}_m(r)$ no raio r e o eixo de referência do ângulo de skew
- θ_l - coordenada cilíndrica do bordo de ataque da lamina
- $\theta_T(r)$ - ângulo entre a linha que liga o centro do bomo ao ponto de aplicação da força $\underline{T}(r)$ no raio r e o eixo de referência do ângulo de skew
- θ_T - coordenada cilíndrica do bordo de fuga da lamina

- p - densidade do fluido
- $\rho(\text{mat})$ - densidade do material da lâmina
- f^m e f^{m+1} - raios limites de um painel do propulsor
- σ - índice de cavitação (capítulo 5)
- σ - tensão normal total do perfil (a presença do índice a superior indica que a tensão é alternada) (capítulo 7)
- σ_c - tensão normal devido à força centrífuga
- σ_s - tensão de Von-Mises (a presença do índice a superior indica que a tensão é alternada)
- σ_{mn} - intensidade da fonte discreta situada na posição m, n
- $\sigma^N(r)$ - tensão normal devido à força normal (a presença do índice a superior indica que a tensão é alternada)
- of - tensão limite de fadiga para um determinado número de ciclos
- ou - tensão de ruptura do material
- oy - tensão de escoamento do material
- $\sigma_{1,2}$ - tensões principais (resultantes do círculo de Mohr) (a presença do índice a superior indica que a tensão é alternada)
- 1 - razão entre a espessura máxima e a corda de um perfil
- 1 - tensão de cisalhamento (a presença do índice a superior indica que a tensão é alternada) (capítulo 7)
- τ_{max} - tensão de cisalhamento máxima (resultante do círculo de Mohr) (a presença do índice a superior indica que a tensão é alternada)
- τ_c - tensão de cisalhamento devido ao cortante (a presença do índice a superior indica que a tensão é alternada)
- τ_t - tensão de cisalhamento devido ao torsor (a presença do índice a superior indica que a tensão é alternada)
- v = viscosidade cinemática do fluido
- ω - velocidade de rotação do propulsor
- ξ - eixo coordenado paralelo ao eixo x (anexo 10)
- ψ - função de corrente (anexo 10)
- ψ_P - ângulo entre a posição de onde sai uma linha de vórtices helicoidal da esteira e a posição do ponto aonde se deseja medir a velocidade por ela induzida (anexo 8)
- Ψ - coordenada cilíndrica do ponto P (anexo 8)
- ζ - somatória complexa do potencial de velocidades (Φ) e da função de corrente (ψ) (anexo 10)

Além da metodologia de projeto pelas Teorias de Linha e de Superfície de Sustentação, são analisadas, nesta dissertação, critérios de cavição, critérios para a definição do número de lâminas e do ângulo de skew através de esforços vibratórios (definidos através de um modelo de cálculo baseado nas funções de Sears), critérios de projeto estrutural da lâmina e um modelo de cálculo para a determinação do diâmetro ótimo do propulsor. Por fim, são mostradas algumas características necessárias aos perfis usados nas lâminas e características de alguns materiais utilizados na construção de propulsores.

A metodologia de projeto de propulsores segue a espiral de projeto, da mesma forma que o projeto de embarcações. Nos primeiros ciclos, são usadas teorias simples como as teorias de linha de sustentação para o projeto hidrodinâmico e a teoria de vigas para o projeto estrutural. Em ciclos posteriores, em que a geometria da lâmina já está bem definida, são empregadas teorias mais sofisticadas para a análise do propulsor projetado, como a Teoria da Superfície de Sustentação e o Método dos Elementos Finitos.

Embora este trabalho procure ser abrangente, podendo as teorias aqui apresentadas ser usadas para quaisquer propulsores, são estudados, também, fatos de interesse específicos de propulsores de embarcações militares, em particular de submarinos. Tal é o caso do estudo da cavição devido à emissão de vórtices de ponta, cavição esta que não apresenta problemas mais sérios à lâmina mas que é de importância fundamental às embarcações que necessitem ter características de emissão de ruído extremamente baixas, como é o caso do submarino.

Esta dissertação visa descrever a metodologia de projeto de propulsores e apresentar alguns critérios utilizados para o projeto de propulsores de alto skew.

RESUMO

This thesis attempts to describe the propeller project method and to present some criteria used in the project of highly skewed propellers.

Despite the fact that this work tries to be general, allowing the theories presented herein to be used in any kind of propellers, it also describes some particular cases related to military ships like the submarine propeller. So is the case of the tip vortex cavitation. This kind of cavitation does not damage the blade but it has a great importance to the ships that needs to have low noise emission characteristics, like the submarine.

The propeller project method follows the project spiral like in a ship project. In the first cycles, simple theories are used like the Lifting Line Theory for the hydrodynamics project and the beam theory for the structural project. In later cycles, more elaborated theories are used for the propeller analysis, like the Lifting Surface Theory and the Finite Element Method.

Besides the Lifting Line and Surface Methods, this thesis also analyses a criteria for cavitation, a criteria for the definition of the number of blades and the skew angle based on the vibratory forces (these forces are calculated using the Sears functions), a criteria for the structural project and a criteria for determining the optimum diameter. Finally, some characteristics of the blade sections and the materials used in propeller construction are analysed.

ABSTRACT

ANEXO I - DESENVOLVIMENTO DA FUNÇÃO DE SEARS

O desenvolvimento da função de Sears pode ser encontrado nos trabalhos de SEARS⁵² (1941) e NEWMAN⁴⁵ (1977). Sears deduziu a formulação para o cálculo da força de sustentação variável que ocorre em uma asa plana bidimensional sobre a qual incide um fluxo composto por uma velocidade principal permanente e uma componente de perturbação senoidal, perpendicular à velocidade permanente. Embora SEARS tenha desenvolvido uma formulação para o caso de uma asa, ela pode ser usada para o caso do propulsor, admitindo-se que a lâmina deste possa ser decomposta em vários perfis bidimensionais.

As seguintes hipóteses foram usadas no desenvolvimento da formulação correspondente à força de sustentação variável em uma asa plana:

a) Escoramento bidimensional: Embora o escoramento real seja tridimensional, pode-se considerar, no estudo de vibrações, que o escoramento é bidimensional e aplicar correções correspondentes à tridimensionalidade da lâmina. Tal correção, ligada a razão de aspecto da lâmina, foi citada no item 6.3.1 (equação 6.21). O uso da aproximação bidimensional admite que a lâmina pode ser decomposta em vários folhos onde o escoramento é eminentemente bidimensional. Esta aproximação, caso seja feita sem o emprego de correções, superestima os resultados referentes à intensidade das vibrações pois suprime os efeitos das velocidades induzidas (downwash);

b) Os efeitos gravitacionais serão desprezados. O fluido será considerado infinito e assume-se que não ocorrem efeitos de superfície livre;

c) O escoramento é incompressível e irrotacional no domínio fluido, sendo a circulação total neste domínio igual a zero (Teorema de Kelvin). O fluido é considerado homogêneo e invíscido;

(d) Presença de vorticidades geradas na esteira e ausência de vorticidades a vante do perfil: Tal fato não contradiz a hipótese anterior em virtude de, ao longo do domínio fluido, ser obedecida o Teorema de Kelvin, ou seja, a vorticidade total deve ser zero. Tal hipótese não havia sido considerada no desenvolvimento do modelo quase permanente, o que levou às incorreções já citadas;

(e) O ponto de estagnação deverá ocorrer no bordo de fuga, satisfazendo a condição de Kutta;

(f) O fólio é considerado como sendo fino, com a espessura muito menor do que a corda; os ângulos de ataque são pequenos; e a velocidade da perturbação é muito menor do que a velocidade incidente. Tais hipóteses correspondem às usadas nas teorias linearizadas de fólios finos;

(g) Considera-se que a força de sustentação variável devido à perturbação na direção do escoamento é muito menor do que a devido à perturbação na direção perpendicular ao escoamento. Em virtude daquela ser ligada ao camber, pode-se considerar que a teoria a ser desenvolvida o será para uma asa plana, sem o efeito do camber; e

(h) O movimento se inicia a partir de um estado inicial de repouso.

Considerando, portanto, escoamento potencial e denominando de ϕ o potencial da perturbação causada no fluido pelo fólio, tem-se as seguintes condições de contorno:

a) A perturbação causada pelo fólio é igual a zero no infinito. Sendo x e y os eixos coordenados respectivamente nas direções paralela e normal à velocidade permanente incidente sobre o perfil, tem-se, de acordo com a figura A1.1.1:

$$\Delta\phi = 0 \text{ quando } x \text{ e } y \text{ tendem ao infinito}$$

(A1.1)

Esta condição de contorno pode ser descrita em outra forma, usando-se o ponto de vista de EULER e, portanto, a derivada substantiva. Denotando-se a coordenada vertical da

(A1.6)
$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = V_r \cdot n_r - v_p \cdot n_p$$
 chega-se a seguinte relação:

(A1.5)
$$\nabla \phi \cdot \vec{n} = \frac{\partial \phi}{\partial n}$$
 considerando que

(A1.4) Sendo as componentes dos vetores \vec{V}_r e \vec{n} respectivamente $(-V_r, v_p)$ e (n_x, n_y) e
$$\nabla \phi \cdot \vec{n} + \vec{V}_r \cdot \vec{n} = 0$$

normal à superfície do fólio. Esta condição de contorno é expressa por:

(A1.3) d) O fólio é impermeável, ou seja, não deve haver componente de velocidade na direção $\Delta \phi < \infty$ no bordo de fuga.

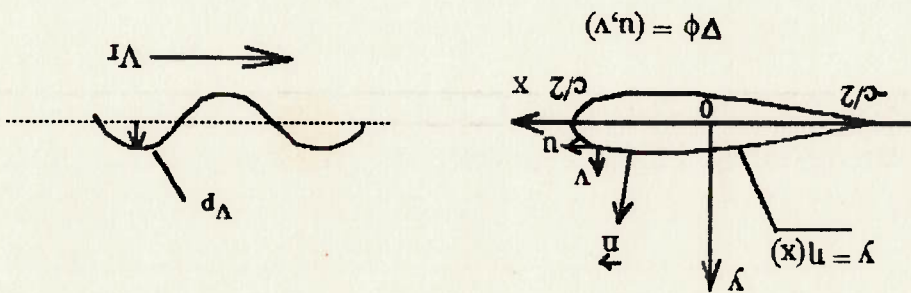
velocidade no bordo de fuga deve ser finita:

(A1.2) e) O ponto de estagnação se encontra no bordo de fuga do fólio (hipótese e). Portanto, a
$$\Delta^2 \phi = 0 \text{ exceto no eixo } x, \text{ em } x < -c/2$$

Laplace:

b) O escoamento é irrotacional (em virtude das hipóteses c e h), exceto na esteira no eixo $x < -c/2$, onde há a formação de vorticidades. Logo, exceto nestes pontos, vale a equação de

Figura A1.1 - Eixos coordenados x e y e velocidades sobre o fólio



superfície do perfil por $y = \eta(x)$ (vide figura A1.1), tem-se que a condição de contorno

cinemática para as partículas fluidas sobre a superfície do folio é expressa por:

$$(A1.7) \quad \frac{D(\eta - \eta(x))}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla(\eta - \eta(x)) = 0$$

Considerando que não há variações no tempo, tem-se:

$$(A1.8) \quad V \cdot \nabla(\eta - \eta(x)) = 0$$

O desenvolvimento desta expressão conduz a:

$$(A1.9) \quad \left((-V_x \eta_p(x,t)) + \Delta \phi \right) \left(\frac{\partial(\eta - \eta(x))}{\partial y} \right) = 0$$

$$(A1.10) \quad -V_x \cdot \frac{\partial(\eta - \eta(x))}{\partial y} + V_p(x,t) \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial(\eta - \eta(x))}{\partial y} + \Delta \phi \right) = 0$$

$$(A1.11) \quad V_x \cdot \frac{\partial \eta(x)}{\partial x} + V_p(x,t) + \Delta \phi \cdot \left(\frac{\partial \eta(x)}{\partial x} \right) = 0$$

Desprezando os termos de segunda ordem:

$$(A1.12) \quad V_p(x,t) + \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$$

$$(A1.13) \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = -V_p(x,t), \quad -c/2 < x < c/2$$

É interessante notar que, ao se considerar que a velocidade vertical é composta somente da

velocidade da perturbação do fluxo que avança sobre o perfil, desprezou-se a velocidade

vertical induzida pela espessura e camber do mesmo. Portanto, na expressão final da força de

sustentação, não haverá o termo correspondente à sustentação causada pelo camber, ou seja,

o perfil comportar-se-á como uma placa plana. Para o estudo de vibrações, este fato é

adequado.

e) Na coordenada x menor que $-c/2$, não há variação de pressão ao longo do eixo x , ou seja:

$$(A1.14) \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \text{em } x < -c/2$$

No desenvolvimento a seguir, baseado em NEWMAN⁴⁵, é conveniente usar

uma coordenada adimensionalizada tomando por base a metade do comprimento da corda

(c/2). O bordo de ataque corresponderá à posição +1 enquanto que o bordo de fuga corresponderá à posição -1.

O fólio e a sua esteira podem ser representados por uma distribuição de vorticidades. Assim, as componentes de velocidades nas partes superior e inferior desta linha

de vórtices são:

$$u_{\pm}^{\pm}(x,t) = \pm \frac{\gamma}{2}(x,t)$$

(A1.15)

$$v_{\pm}^{\pm}(x,t) = -\frac{1}{2\pi} \int_1^{\infty} \gamma(\varepsilon,t) \frac{d\varepsilon}{\varepsilon - x}$$

(A1.16)

Considerando que a circulação total sobre o fólio e sobre a sua esteira tem que ser igual a

zero (hipótese c), tem-se:

$$\int_1^{\infty} \gamma(x,t) \cdot dx = \int_1^{\infty} \gamma(x,t) \cdot dx + \Gamma(t) = 0$$

(A1.17)

A equação de Bernoulli, incluindo o termo não permanente e desprezando os termos de

segunda ordem (equação linearizada), é dada por:

$$p - p_{\infty} = -\rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} - V_{\infty} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)$$

(A1.18)

A variação da pressão ao longo da esteira deve ser igual a zero. Portanto, derivando a

expressão A1.18 em relação a coordenada x e substituindo a equação (A1.15), tem-se:

$$\frac{\partial \gamma(x,t)}{\partial x} - V_{\infty} \cdot \frac{\partial \gamma(x,t)}{\partial x} = 0 \quad \text{em } -\infty < x < -1$$

(A1.19)

A solução geral desta equação diferencial parcial é dada por:

$$\gamma(x,t) = \gamma(x + V_{\infty} t) \quad \text{em } -\infty < x < -1$$

(A1.20)

Derivando a equação A1.17 em relação ao tempo, tem-se:

$$\int_1^{\infty} \frac{\partial \gamma(x,t)}{\partial t} \cdot dx + \frac{d\Gamma(t)}{dt} = 0$$

(A1.21)

Substituindo a equação A1.19 em A1.21, chega-se a:

$$\int_1^{\infty} V_{\infty} \cdot \frac{\partial \gamma(x,t)}{\partial t} \cdot dx + \frac{d\Gamma(t)}{dt} = 0$$

(A1.22)

$$V_r \cdot \gamma(-1, t) + \frac{d\Gamma(t)}{dt} = 0 \tag{A1.23}$$

A equação A1.23 relaciona a vorticidade liberada no vórtice de fuga com a variação da circulação sobre o perfil no tempo.

Substituindo as equações da velocidade vertical A1.13 e da vorticidade liberada no bordo de fuga A1.20 na equação A1.16, chega-se à formulação completa que

$$-v_p \gamma(x, t) + \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{\infty} \frac{\gamma(\varepsilon + V_r, t) \cdot d\varepsilon}{\varepsilon - x} = -\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{\infty} \frac{\gamma(\varepsilon, t) \cdot d\varepsilon}{\varepsilon - x}, \quad -1 < x < 1 \tag{A1.24}$$

Nesta equação, pode-se notar o efeito do "downwash" no fólio induzido pelos vórtices na esteira. Este efeito é representado pela integral no lado esquerdo da equação. A solução geral

desta equação é dada por:

$$\gamma(x, t) = \frac{\pi(1-x^2)^{1/2}}{2} \left[\int_{-1}^{\infty} \frac{\gamma(\varepsilon + V_r, t) \cdot d\varepsilon}{\varepsilon - x} + \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{\infty} \frac{\gamma(\varepsilon, t) \cdot d\varepsilon}{\varepsilon - x} \right] \cdot d\varepsilon + C(t) \tag{A1.25}$$

A constante de integração C(t) da equação A1.25 é determinada considerando-se que a integração das vorticidades sobre o perfil é igual à circulação. Assim, tem-se:

$$\Gamma(t) = \int_{-1}^{\infty} \gamma(x, t) \cdot dx \tag{A1.26}$$

Aplicando-se esta equação à equação A1.25:

$$\Gamma(t) = \int_{-1}^{\infty} \frac{\pi(1-x^2)^{1/2}}{2} \left[\int_{-1}^{\infty} \frac{\gamma(\varepsilon + V_r, t) \cdot d\varepsilon}{\varepsilon - x} + \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{\infty} \frac{\gamma(\varepsilon, t) \cdot d\varepsilon}{\varepsilon - x} \right] \cdot d\varepsilon + C(t) \tag{A1.27}$$

Invertendo-se a ordem de integração:

$$\Gamma(t) = \frac{\pi}{2} \int_{-1}^{\infty} (1-\varepsilon^2)^{1/2} \cdot \left[-v_p \gamma(\varepsilon, t) + \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{\infty} \frac{\gamma(\varepsilon + V_r, t) \cdot d\varepsilon}{\varepsilon - x} \right] \cdot d\varepsilon + C \tag{A1.28}$$

Aplicando nesta equação as transformadas de Hilbert cuja expressão é:

$$H_n(x) = \int_1^{-1} \frac{\epsilon^n \cdot d\epsilon}{(\epsilon-x)(1-\epsilon^2)^{1/2}} \quad (A1.29)$$

sendo: para $-1 < x < 1$: $H_0(x) = 0$

$$H_1(x) = \pi$$

$$H_2(x) = \pi \cdot x$$

e para $x < -1$:

$$H_0(x) = \pi(x^2 - 1)^{-1/2}$$

$$H_1(x) = \pi \left[1 + x \cdot (x^2 - 1)^{-1/2} \right]$$

$$H_2(x) = \pi \left[x + x^2 \cdot (x^2 - 1)^{-1/2} \right]$$

chega-se a:

$$\Gamma(t) = C(t) \cdot \int_1^{-1} \frac{\pi \cdot (1-x^2)^{1/2} \cdot dx}{2} = 2 \cdot C(t) \cdot \pi \quad (A1.36)$$

$$C(t) = \Gamma(t)/2 \quad (A1.37)$$

A equação (A1.25), que representa a distribuição de vorticidades, pode ser

desenvolvida invertendo-se a ordem de integração e aplicando-se a Transformada de Hilbert:

$$\gamma(x,t) = \frac{\pi(1-x^2)^{1/2}}{2} \cdot \left\{ \int_1^{-1} \frac{\epsilon-x}{(1-\epsilon^2)^{1/2}} \cdot [-v^p(\epsilon,t)] \cdot d\epsilon + \frac{1}{\pi} \int_1^{-1} \frac{\epsilon-x}{(1-\epsilon^2)^{1/2}} \cdot \gamma(\epsilon+V_r, t) \cdot d\epsilon \cdot d\epsilon + \frac{\Gamma(t)}{2} \right\} \quad (A1.38)$$

$$\gamma(x,t) = \frac{\pi(1-x^2)^{1/2}}{2} \cdot \left\{ \int_1^{-1} \frac{\epsilon-x}{(1-\epsilon^2)^{1/2}} \cdot [-v^p(\epsilon,t)] \cdot d\epsilon + \frac{1}{\pi} \int_1^{-\infty} \gamma(\epsilon+V_r, t) \cdot \left[\int_1^{-1} \frac{(\epsilon-x)(\epsilon-\epsilon')}{(1-\epsilon'^2)^{1/2}} \cdot d\epsilon \cdot d\epsilon' + \frac{\Gamma(t)}{2} \right] \right\} \quad (A1.39)$$

O termo $\frac{\pi(1-x^2)^{1/2}}{2} \cdot \frac{(\epsilon-x)(\epsilon-\epsilon')}{(1-\epsilon'^2)^{1/2}}$ pode ser expresso por:

$$\frac{(\epsilon-x)(\epsilon-\epsilon')}{(1-\epsilon'^2)^{1/2}} = \frac{1}{(1-\epsilon'^2)^{1/2}} \cdot \frac{(\epsilon-x)(\epsilon-\epsilon')}{(\epsilon-x)} \quad (A1.40)$$

Substituindo este termo na equação (A1.39):

$$\gamma(x,t) = \frac{\pi(1-x^2)^{1/2}}{2} \cdot \left\{ \int_1^{-1} \frac{\epsilon-x}{(1-\epsilon'^2)^{1/2}} \cdot [-v^p(\epsilon,t)] \cdot d\epsilon + \frac{1}{\pi} \int_1^{-\infty} \gamma(\epsilon+V_r, t) \cdot \left[\int_1^{-1} \frac{(\epsilon-x)(\epsilon-\epsilon')}{(1-\epsilon'^2)^{1/2}} \cdot d\epsilon \cdot d\epsilon' + \frac{\Gamma(t)}{2} \right] \right\} \quad (A1.41)$$

Para continuar o desenvolvimento desta equação, é necessário empregar a diferença entre as

transformadas de Hilbert de ordem 0 e 2, que é expressa por:

a) no intervalo entre -1 e 1:

$$(A1.42) \quad H_0(x) - H_2(x) = \int_{-1}^1 \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2} \cdot \frac{1 - \varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot \frac{1 - \varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot d\varepsilon = -\pi \cdot x$$

b) para $x < -1$:

$$(A1.43) \quad H_0(x) - H_2(x) = \int_{-1}^1 \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2} \cdot \frac{1 - \varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot \frac{1 - \varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot d\varepsilon = -\pi \cdot \left[(x^2 - 1)^{1/2} + x \right]$$

Substituindo (A1.42) e (A1.43) em (A1.41):

$$(A1.44) \quad \gamma(x, t) = \frac{\pi(1-x^2)^{1/2}}{2} \cdot \left\{ \int_{-1}^1 \frac{1 - \varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot [-v_p(\varepsilon, t)] \cdot \frac{\varepsilon - x}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot d\varepsilon + 2 \cdot \pi \int_{-1}^{\infty} \gamma(\varepsilon + V, t) \cdot \frac{(\varepsilon - x)}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot d\varepsilon + \frac{\pi}{2} \right\} \cdot \Gamma(t)$$

$$(A1.45) \quad \gamma(x, t) = \frac{\pi(1-x^2)^{1/2}}{2} \cdot \left\{ \int_{-1}^1 \frac{1 - \varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot [-v_p(\varepsilon, t)] \cdot \frac{\varepsilon - x}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot d\varepsilon + \frac{\pi}{2} \int_{-1}^{\infty} \gamma(\varepsilon + V, t) \cdot \frac{(\varepsilon - x)}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot d\varepsilon + \frac{\pi}{2} \right\} \cdot \Gamma(t)$$

Substituindo nesta equação a equação (A1.17):

$$(A1.46) \quad \gamma(x, t) = \frac{\pi(1-x^2)^{1/2}}{2} \cdot \left\{ \int_{-1}^1 \frac{1 - \varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot [-v_p(\varepsilon, t)] \cdot \frac{\varepsilon - x}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot d\varepsilon - \frac{\pi}{2} \int_{-1}^{\infty} \gamma(\varepsilon + V, t) \cdot \frac{(\varepsilon - x)}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot d\varepsilon + \frac{\pi}{2} \right\} \cdot \Gamma(t)$$

$$(A1.47) \quad \gamma(x, t) = \frac{\pi(1-x^2)^{1/2}}{2} \cdot \left\{ \int_{-1}^1 \frac{1 - \varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot [-v_p(\varepsilon, t)] \cdot \frac{\varepsilon - x}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot d\varepsilon + \frac{\pi}{2} \int_{-1}^{\infty} \gamma(\varepsilon + V, t) \cdot \frac{(\varepsilon - x)}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \cdot d\varepsilon \right\}$$

A equação acima, que representa a distribuição de vorticidades no perfil, será usada

posteriormente no cálculo da força de sustentação variável atuante sobre o mesmo.

Primeiramente, esta força será calculada através da integração do campo de pressões obtido

pela equação de Bernoulli (equação A1.18):

$$(A1.48) \quad \underline{I} = \int_{-1}^1 (p - p_\infty)^+ \cdot dx$$

$$\bar{L} = \rho \int_1^{-1} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} - V_r \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right) dx \quad (A1.49)$$

A primeira parte da integral acima pode ser integrada por partes, resultando em:

$$\int_1^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx = \int_1^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial x} d(1+x) = (1+x) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_1^{-1} - \int_1^{-1} (1+x) \cdot \frac{\partial}{\partial x} dx \quad (A1.50)$$

Nesta equação, em $x = -1$, o primeiro termo da parcela da direita se anula. Em $x = 1$, ocorre uma raiz quadrada infinita nas componentes de velocidade perturbada, implicando em uma raiz quadrada zero no potencial de velocidades. Fisicamente, ocorre que o potencial de velocidades perturbadas no bordo de ataque não apresenta variações no tempo. Assim, o primeiro termo se anula, reduzindo a equação A1.50 a:

$$\int_1^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx = - \int_1^{-1} (1+x) \cdot \frac{\partial}{\partial x} dx \quad (A1.51)$$

Substituindo A1.51 e A1.15 em A1.49, tem-se:

$$\bar{L} = \rho \int_1^{-1} \left[(1+x) \cdot \frac{\partial}{\partial x} + V_r \cdot \gamma \right] dx \quad (A1.52)$$

Substituindo a equação da distribuição de vorticidades A1.47 na equação A1.52:

$$\bar{L} = \rho \int_1^{-1} \left[2(1+x) \frac{\partial}{\partial x} \int_1^{-1} \frac{\pi(1-x^2)^{1/2}}{2(1+x)} \cdot \frac{\partial}{\partial x} dx + \frac{\partial}{\partial x} \int_1^{-1} \frac{\pi(1-x^2)^{1/2}}{2(1+x)} \cdot \frac{\partial}{\partial x} dx + \rho \int_1^{-1} V_r \cdot \gamma(x,t) dx \right] dx \quad (A1.53)$$

Alterando a ordem de integração desta equação, tem-se:

$$\bar{L} = \rho \frac{\pi}{2} \int_1^{-1} (1-\varepsilon^2)^{1/2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \int_1^{-1} \frac{\partial}{\partial x} dx + \frac{\pi}{2} \rho \int_1^{-1} (\varepsilon^2 - 1)^{1/2} \frac{\partial}{\partial x} \int_1^{-1} \frac{\partial}{\partial x} dx + \rho \int_1^{-1} V_r \cdot \gamma(x,t) dx \quad (A1.54)$$

Aplicando-se as transformadas de Hilbert (equações A1.29 e A1.35), chega-se a:

$$\bar{L} = -2 \rho \int_1^{-1} (1-\varepsilon^2)^{1/2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} d\varepsilon - \rho \int_1^{-1} [1+\varepsilon+(1-\varepsilon^2)^{1/2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \gamma(\varepsilon+V_r, t)] \cdot d\varepsilon + \rho V_r \cdot \Gamma \quad (A1.55)$$

A segunda parcela do lado direito desta equação pode ser integrada por partes, após a

substituição da equação A1.19:

$$(A1.56) \quad \rho \int_{-1}^{\infty} [1 + \epsilon + (\epsilon^2 - 1)^{1/2}] \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[V_r \cdot \frac{\partial \chi(\epsilon, t)}{\partial \epsilon} \right] \cdot d\epsilon = \rho \int_{-1}^{\infty} [1 + \epsilon + (\epsilon^2 - 1)^{1/2}] \left[V_r \cdot \chi(\epsilon, t) \right] \cdot d\epsilon$$

$$(A1.57) \quad \rho \int_{-1}^{\infty} [1 + \epsilon + (\epsilon^2 - 1)^{1/2}] \left[1 + \frac{(\epsilon^2 - 1)^{1/2}}{\epsilon} \right] \cdot d\epsilon$$

O primeiro termo do lado direito da equação A1.57 se anula para $\epsilon = -1$ e para $\epsilon = -\infty$.

Portanto, tem-se:

$$(A1.58) \quad \rho \int_{-1}^{\infty} [1 + \epsilon + (\epsilon^2 - 1)^{1/2}] \left[V_r \cdot \frac{\partial \chi(\epsilon, t)}{\partial \epsilon} \right] \cdot d\epsilon = -\rho \int_{-1}^{\infty} V_r \cdot \chi(\epsilon, t) \cdot d\epsilon - \rho \int_{-1}^{\infty} \frac{(\epsilon^2 - 1)^{1/2}}{\epsilon} \cdot d\epsilon$$

Substituindo a equação A1.17 em A1.58:

$$(A1.59) \quad \rho \int_{-1}^{\infty} [1 + \epsilon + (\epsilon^2 - 1)^{1/2}] \left[V_r \cdot \frac{\partial \chi(\epsilon, t)}{\partial \epsilon} \right] \cdot d\epsilon = \rho V_r \cdot \Gamma - \rho \int_{-1}^{\infty} V_r \cdot \chi(\epsilon, t) \cdot \frac{(\epsilon^2 - 1)^{1/2}}{\epsilon} \cdot d\epsilon$$

Utilizando este resultado na equação A1.55:

$$(A1.60) \quad \underline{I} = -2 \cdot \rho \int_{-1}^{\infty} [1 - \epsilon^2]^{1/2} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[V_r \cdot \chi(\epsilon, t) \right] \cdot d\epsilon - \rho V_r \cdot \Gamma + \rho \int_{-1}^{\infty} V_r \cdot \chi(\epsilon, t) \cdot \frac{(\epsilon^2 - 1)^{1/2}}{\epsilon} \cdot d\epsilon + \rho V_r \cdot \Gamma$$

$$(A1.61) \quad \underline{I} = -2 \cdot \rho \int_{-1}^{\infty} [1 - \epsilon^2]^{1/2} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[V_r \cdot \chi(\epsilon, t) \right] \cdot d\epsilon + \rho V_r \cdot \Gamma - \rho \int_{-1}^{\infty} V_r \cdot \chi(\epsilon, t) \cdot \frac{(\epsilon^2 - 1)^{1/2}}{\epsilon} \cdot d\epsilon$$

Nesta equação, o primeiro termo está relacionado à força criada pela massa adicional quando acelerada verticalmente. O segundo termo refere-se à influência da esteira que induz um efeito de memória do movimento fluido.

O caso mais simples de movimento não uniforme é aquele em que a velocidade da perturbação possui uma dependência harmônica com o tempo. Assim, dando continuidade ao equacionamento da força de sustentação, considerar-se-á que a velocidade da perturbação v_p pode ser expressa da mesma forma que no modelo quase permanente, pela equação 6.12, a qual é reescrita abaixo:

$$(A1.62) \quad v_p(x, t) = v_{pmax} \cdot \cos \left(2 \cdot \pi \cdot x \cdot \lambda + w \cdot t \right) = \text{Re} \left[v_{pmax} \cdot e^{i \left(\frac{\lambda}{2 \pi x} + w t \right)} \right]$$

Da mesma forma, a vorticidade da esteira ($-\infty < x < -1$) também pode ser expressa de

maneira harmônica como:

$$(A1.63) \quad \gamma(x, t) = \gamma(x + V, t) = \gamma_0 \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot x \frac{\lambda}{\lambda} + w \cdot t\right) = \operatorname{Re} \left[\gamma_0 \cdot e^{i\left(2 \cdot \pi \cdot x \frac{\lambda}{\lambda} + w \cdot t\right)} \right]$$

Substituindo A1.62 e A1.63 em A1.47:

$$(A1.64) \quad \gamma(x, t) = \frac{2}{\pi(1-x^2)^{1/2}} \cdot \left[\int_{-1}^1 (1-\varepsilon^2)^{1/2} \cdot \left[-V^{p_{max}} \cdot \operatorname{Re} \left(e^{i\left(2 \cdot \pi \cdot \varepsilon \frac{\lambda}{\lambda} + w \cdot t\right)} \right) \right] \cdot d\varepsilon + \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{-\infty} \frac{(\varepsilon-x)}{(\varepsilon^2-1)^{1/2}} \cdot d\varepsilon \right]$$

Empregando nesta equação a condição de Kutta em $x = -1$, de modo que o termo entre colchetes se anule e cancele a raiz quadrada infinita, pode-se calcular o valor da constante γ_0 :

$$(A1.65) \quad \int_{-1}^1 (1-\varepsilon^2)^{1/2} \cdot \left[-V^{p_{max}} \cdot \operatorname{Re} \left(e^{i\left(2 \cdot \pi \cdot \varepsilon \frac{\lambda}{\lambda} + w \cdot t\right)} \right) \right] \cdot d\varepsilon = -\frac{2}{\pi} \int_{-1}^{-\infty} \frac{(\varepsilon+1)}{(\varepsilon^2-1)^{1/2}} \cdot d\varepsilon$$

Introduzindo novamente o conceito da frequência reduzida, (equação 6.14), chega-se a:

$$(A1.66) \quad \gamma_0 = \frac{\int_{-1}^{-\infty} \left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1} \right)^{1/2} \cdot \operatorname{Re} \left[e^{i\left(2 \cdot \pi \cdot \varepsilon \frac{c}{\lambda} \right)} \right] \cdot d\varepsilon}{-2 \cdot V^{p_{max}} \cdot \int_{-1}^1 \left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)^{1/2} \cdot \operatorname{Re} \left[e^{i\left(2 \cdot \pi \cdot \varepsilon \frac{c}{\lambda} \right)} \right] \cdot d\varepsilon}$$

Conforme considerado até agora, o comprimento da corda do perfil varia entre -1 e 1 , sendo, portanto igual a 2. Logo, a equação A1.66 assumirá para esta corda adimensionalizada a seguinte forma:

$$(A1.67) \quad \gamma_0 = \frac{\int_{-1}^{-\infty} \left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1} \right)^{1/2} \cdot \operatorname{Re} \left[e^{i\left(2 \cdot \pi \cdot \varepsilon \frac{c}{\lambda} \right)} \right] \cdot d\varepsilon}{-2 \cdot V^{p_{max}} \cdot \int_{-1}^1 \left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)^{1/2} \cdot \operatorname{Re} \left[e^{i\left(2 \cdot \pi \cdot \varepsilon \frac{c}{\lambda} \right)} \right] \cdot d\varepsilon}$$

O denominador da equação A1.67 não é convergente em virtude do movimento oscilatório assumido nas equações A1.62 e A1.63 ter ferido a hipótese do fluido estar em repouso no infinito (hipótese h). Um método de se resolver este problema é assumir que o movimento

começou abruptamente a partir de um estado de repouso em um determinado instante $t_0 \ll t$. Assim, em uma posição $x \ll (t_0 - 1) \cdot V_T$, a vorticidade é zero. O limite de integração inferior do denominador da equação A1.67 deve ser substituído por $(t_0 - 1) \cdot V_T$. O denominador desta

equação pode ser desenvolvido, assim, da seguinte forma:

$$(A1.68) \quad \int_{-1}^{(t_0-1)V_T} \left(\frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon - 1} \right)^{1/2} \cdot \text{Re} \left[e^{iK\varepsilon} \right] \cdot d\varepsilon = \text{Re} \left[\left(1 + i \cdot \frac{dK}{d\varepsilon} \right) \cdot \int_{-1}^{(t_0-1)V_T} \frac{(\varepsilon^2 - 1)^{1/2}}{d\varepsilon} \cdot e^{iK\varepsilon} \right]$$

No limite de $t_0 \rightarrow -\infty$, a integral do termo a direita da equação A1.68 é proporcional à função de Hankel $H_0^{(2)}(K)$. Tem-se portanto:

$$(A1.69) \quad \lim_{t_0 \rightarrow -\infty} \int_{-1}^{(t_0-1)V_T} \left(\frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon - 1} \right)^{1/2} \cdot \text{Re} \left[e^{iK\varepsilon} \right] \cdot d\varepsilon = \text{Re} \left[-\frac{2}{\pi} \cdot i \cdot \left(1 + i \cdot \frac{dK}{d\varepsilon} \right) H_0^{(2)}(K) \right] = \text{Re} \left[-\frac{2}{\pi} \cdot i \cdot H_0^{(2)}(K) + H_1^{(2)}(K) \right]$$

Substituindo em A1.67, tem-se:

$$(A1.70) \quad \gamma_0 = \frac{4}{\pi} \cdot V_{pmax} \cdot \int_{-1}^{1} \left(\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)^{1/2} \cdot \text{Re} \left[e^{iK\varepsilon} \right] \cdot d\varepsilon \frac{\text{Re} \left[i H_0^{(2)}(K) + H_1^{(2)}(K) \right]}{H_1^{(2)}(K)}$$

De modo análogo ao exposto no parágrafo anterior, pode-se agora estabelecer uma equação para a força de sustentação substituindo-se as equações A1.62, A1.63 e A1.70 na equação A1.61 e empregando-se as relações pertinentes as funções de Hankel, as quais estão mostradas a seguir:

$$(A1.71) \quad \frac{dH_1^{(2)}(K)}{dK} = -\frac{H_0^{(2)}(K)}{H_1^{(2)}(K)}$$

$$(A1.72) \quad \lim_{t_0 \rightarrow -\infty} \int_{-1}^{(t_0-1)V_T} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \cdot e^{iK\varepsilon} = -\frac{2}{\pi} \cdot i \cdot H_0^{(2)}(K)$$

$$(A1.73) \quad \lim_{t_0 \rightarrow -\infty} \int_{-1}^{(t_0-1)V_T} \frac{\varepsilon \cdot d\varepsilon}{\varepsilon^2 - 1} \cdot e^{iK\varepsilon} = \frac{2}{\pi} \cdot H_1^{(2)}(K)$$

Usando também $V_T = w/K$, chega-se a:

$$(A1.74) \quad \underline{I} = 2 \cdot \rho \cdot V_T \cdot v_{pmax} \cdot \text{Re} \left\{ i \cdot K \cdot e^{iK\varepsilon} \cdot \int_{-1}^{1} (1 - \varepsilon^2)^{1/2} \cdot e^{iK\varepsilon} \cdot d\varepsilon + \frac{H_1^{(2)}(K)}{H_1^{(2)}(K)} \cdot H_0^{(2)}(K) \cdot e^{iK\varepsilon} \cdot \int_{-1}^{1} \left(\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)^{1/2} \cdot e^{iK\varepsilon} \cdot d\varepsilon \right\}$$

A combinação das funções de Hankel $H_0^{(2)}(K)$ e $H_1^{(2)}(K)$ na equação acima é conhecida como função de Theodorsen. A equação A1.74 pode ser simplificada utilizando-se funções de Bessel. A expressão geral da função de Bessel de primeira espécie e ordem ν é:

$$(A1.75) \quad J_\nu(Z) = \frac{(Z/2)^\nu}{\Gamma(\nu+1/2)} \int_0^1 e^{-zt} (1-t^2)^{(\nu-1/2)} dt$$

Para as ordens 0 e 1, tem-se respectivamente:

$$(A1.76) \quad J_0(Z) = \frac{1}{\Gamma(1/2)} \int_0^1 e^{-zt} (1-t^2)^{(-1/2)} dt$$

$$(A1.77) \quad J_1(Z) = \frac{Z/2}{\Gamma(3/2)} \int_0^1 e^{-zt} (1-t^2)^{(1/2)} dt = \frac{\pi}{Z} \int_0^1 e^{-zt} (1-t^2)^{(1/2)} dt$$

Através destas funções, a primeira integral da equação A1.74 pode ser desenvolvida da seguinte forma:

$$(A1.78) \quad \int_0^1 (1-\varepsilon^2)^{1/2} e^{iK\varepsilon} d\varepsilon = \frac{K}{\pi} J_1(K)$$

Do mesmo modo, tem-se para a segunda integral:

$$(A1.79) \quad \int_{1/2}^1 \left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^{1/2} e^{iK\varepsilon} d\varepsilon = \left(1+i \frac{d}{dK} \right) \int_{1/2}^1 \frac{e^{iK\varepsilon}}{\varepsilon} d\varepsilon = \left(1+i \frac{d}{dK} \right) \pi J_0(K)$$

A derivada da função de Bessel de ordem 0 em relação ao argumento é igual a menos a

função de Bessel de ordem 1:

$$(A1.80) \quad \frac{dJ_0(Z)}{dZ} = -J_1(Z)$$

Aplicando A1.78, A1.79 e A1.80 em A1.74 chega-se a:

$$(A1.81) \quad \underline{I} = 2 \cdot \rho \cdot V_r \cdot v_{pmax} \cdot \text{Re} \left\{ i \cdot \pi \cdot e^{i\pi r} \cdot J_1(K) + \frac{H_1^{(2)}(K) + i H_0^{(2)}(K)}{H_1^{(2)}(K)} \cdot \pi \cdot e^{i\pi r} \cdot [J_0(K) - i J_1(K)] \right\}$$

Esta equação pode ser simplificada usando-se as seguintes relações entre funções de Bessel

e funções de Hankel:

$$(A1.82) \quad H_0^{(2)}(Z) = J_0(Z) - i J_1(Z)$$

$$(A1.83) \quad J_{\nu+1}(Z) \cdot Y_\nu(Z) - J_\nu(Z) \cdot Y_{\nu+1}(Z) = \frac{\pi Z}{2}$$

Chega-se deste modo a:

$$\bar{L} = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot V \cdot v_{pmx} \cdot \text{Re} \left\{ e^{i m_1} \cdot \left(\frac{H_1^{(2)}(K) + i \cdot H_0^{(2)}(K)}{\pi K} \right) \right\} \quad (A1.84)$$

Considerando agora que a corda varia entre $-c/2$ e $c/2$ e não entre -1 e 1 , tem-se:

$$\bar{L} = \pi \cdot \rho \cdot c \cdot V \cdot v_{pmx} \cdot \text{Re} \left\{ e^{i m_1} \cdot \left(\frac{H_1^{(2)}(K) + i \cdot H_0^{(2)}(K)}{\pi K} \right) \right\} \quad (A1.85)$$

Nas equações A1.84 ou A1.85, a expressão entre parênteses é denominada função de Sears da frequência reduzida K (designada por $S(K)$), ou seja:

$$S(K) = \frac{\pi K}{2i} \cdot \frac{H_1^{(2)}(K) + i \cdot H_0^{(2)}(K)}{\pi K} \quad (A1.86)$$

Esta função representa a influência dos efeitos não permanentes sobre a força de sustentação. Assim, chega-se as expressões (6.23) do coeficiente de sustentação e (6.24) da função de Sears, que representam este modelo bidimensional não permanente. O comportamento da função de Sears está demonstrado a seguir na figura A.1.2:

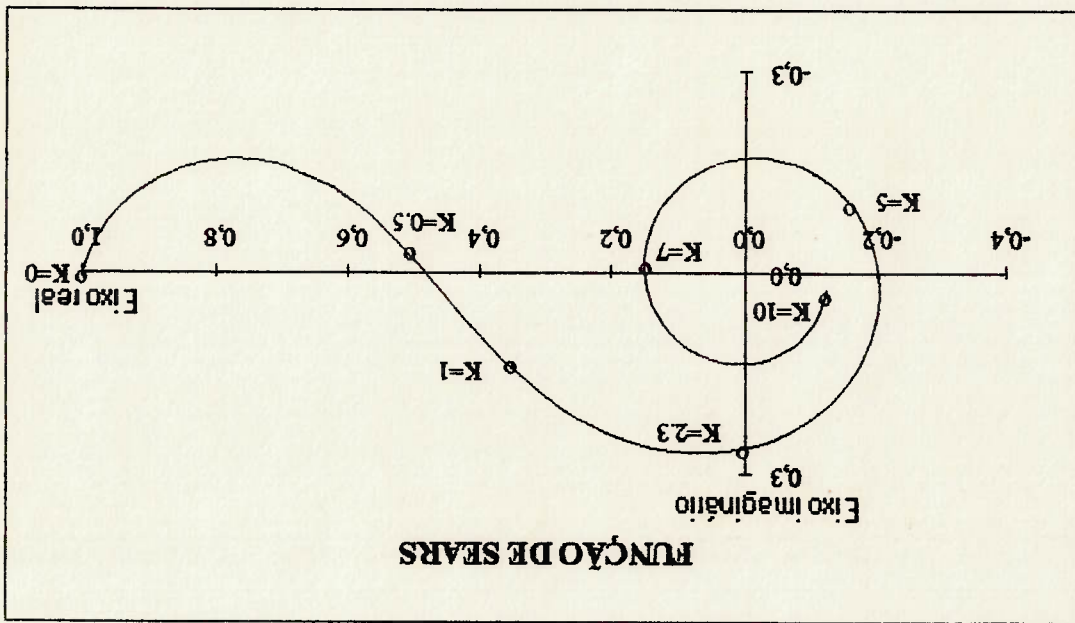


Figura A1.2 - Função de Sears

ANEXO 2 - PLANILHA DESENVOLVIDA PARA O CÁLCULO DOS ESFORÇOS VARIÁVEIS E DEFINIÇÃO DO ÂNGULO DE SKEW

Neste anexo encontra-se a descrição da planilha de cálculo desenvolvida para o cálculo dos esforços variáveis e a planilha propriamente dita. A planilha se encontra com os dados do exemplo de cálculo de 6.8.2 para o propulsor de 6 lâminas e 100% de ângulo de skew. O cálculo está apresentado para a posição angular da lâmina $\theta = 23.1$ graus (nesta posição, o esforço M_t é máximo). A função objetivo foi calculada assumindo-se ficticiamente que todos os pesos são iguais a 1. Os esforços máximos F_x , F_t , M_x e M_t que foram obtidos para estes dados e que entraram no cálculo da função objetivo são:

$$F_x = 13518 \text{ N (posição da lâmina } \theta = 1.1 \text{ graus)}$$

$$F_t = 13407 \text{ N (posição da lâmina } \theta = 16.8 \text{ graus)}$$

$$M_x = 15859 \text{ N.m (posição da lâmina } \theta = 31.0 \text{ graus)}$$

$$M_t = 78367 \text{ N.m (posição da lâmina } \theta = 23.1 \text{ graus)}$$

A2.1 - DESCRIÇÃO DA PLANILHA

a) Dados de projeto:

- V_s = Velocidade da embarcação (m/s);

- D = Diâmetro do propulsor (m);

- Densidade da água do mar;

- z = número de lâminas;

- n = rotação do eixo (rpm);

- r_p/R = Relação entre raio do bossô e raio do propulsor;

- A_e/A_o = Relação entre área expandida e área do disco;

- Empuxo em N_s ;

- Torque em $N.m$

Obs: Outros dados serão introduzidos na planilha posteriormente.

b) Estimativa da razão de aspecto e de $F_c(S)$:

- Envergadura: A envergadura foi calculada como sendo o comprimento da linha média da lâmina. Esta linha média foi dividida em 8 intervalos equiespaçados sendo dois destes intervalos (um junto ao bossó e outro junto à ponta da lâmina) divididos ao meio. Os segmentos desta linha média assim obtidos foram considerados como sendo retilíneos, de forma que a envergadura foi estimada pela seguinte equação:

$$s = \frac{D}{2} \cdot \sum_{i=1}^{i-1} \left[x^{(i)} \cdot (\delta_{s^{(i)}} - \delta_{s^{(i-1)}}) \right]^2 + (x^{(i)} - x^{(i-1)})^2 \quad (A2.1)$$

onde: $x^{(i)}$ = raio adimensionalizado ($x^{(i)} = r/R$), tendo os seguintes valores extremos:

$$x^{(0)} = x_h$$

$$x^{(10)} = 1 \text{ (tp)}$$

e $\delta s^{(i)}$ = ângulo de skew, tendo os seguintes valores extremos:

$$\delta s^{(0)} = \text{ângulo de skew no bossó (em radianos)}$$

$$\delta s^{(10)} = \text{ângulo de skew no tip (em radianos)}$$

- Área da lâmina: A área da lâmina (A_{lm}) foi estimada a partir da razão A_e/A_o :

$$A_{lm} = \frac{A_e}{A_o} \cdot \frac{A_o}{8} \quad (A2.2)$$

- Razão de aspecto (S): A razão de aspecto foi estimada pela seguinte fórmula:

$$S = \frac{A_{lm}}{s^2} \quad (A2.3)$$

- Fator de correção $F_c(S)$: Calculado pela equação 6.21.

c) Decomposição da esteira, cálculo dos ângulos ϕ e α e da função de Sears:

c.1) Tabela 1: Determinação da velocidade de incidência V_i :

- Dados de entrada: São usados os seguintes dados de entrada, obtidos a partir da T.L.S.:

. Ângulo de passo hidrodinâmico β_i ;

. Razão corda-diâmetro c/D ;

- Cálculo do $\cos \alpha$ e do $\sin \alpha$: São calculados respectivamente pelas equações A2.5 e A2.6:

$$\text{módulo } |S(K)|.$$

6.24. Na tabela 2 são apresentadas as suas partes real (Sre) e imaginária (Sim) e o seu

- Cálculo da função de Sears da frequência reduzida $S(K)$: é calculada segundo a equação

equação 6.14.

- Cálculo da frequência reduzida (K) : A frequência reduzida K é calculada segundo a

perturbação é calculado segundo a equação 6.13.

- Cálculo do comprimento de onda da perturbação (λ) : O comprimento de onda da

6.34.

- Cálculo do $\cos(\phi_{g-1})$ e de $\sin(\phi_{g-1})$: São calculados respectivamente pelas equações 6.35 e

segundo a equação 6.37.

- Cálculo da Velocidade normal ao perfil (Vn) : A velocidade normal ao perfil é calculada

mesma em séries de Fourier.

tangencial (w/Vs) relativas ao harmônico $(g-1)$ da esteira, resultante da decomposição da

- Dados de entrada: São dados de entrada, nesta tabela, as componentes axial (Vx/Vs) e

do ângulo α_{g-1} e da função de Sears relacionada a este harmônico.

c.2) Tabela 2 - Componente da esteira relativa ao harmônico $(g-1)$, cálculo do ângulo ϕ_{g-1} ,

$$V'_1 = \left[\left(\frac{V'_a}{V'_s} + \frac{V'_s}{n'_s} \right)^2 + \left(\frac{\omega \cdot x \cdot R}{V'_s} + \frac{V'_s}{n'_s} \right)^2 \right]^{1/2} \cdot V'_s \quad (A2.4)$$

- Cálculo da velocidade de incidência (V_I) : calculada de acordo com a seguinte equação:

- . Razão w/Vs .
- . razão u_B/Vs ; e
- . Razão V_B/Vs .

e) Definição da distribuição de skew:

e.1) Equação que descreve a distribuição: A distribuição do ângulo de skew a ser usada pode ser linear (equação 6.85), quadrática (equação 6.88) ou cúbica (equação 6.92).

e.2) Parâmetros da equação: Os parâmetros a, b, c e d destas equações são calculados segundo as equações correspondentes (6.86 e 6.87 para a distribuição linear, 6.89, 6.90 e 6.91 para a distribuição quadrática e 6.93, 6.94, 6.95 e 6.96 para a distribuição cúbica). Os parâmetros da equação de distribuição de skew são calculados de acordo com os seguintes dados de entrada (assumindo-se que no bomo o ângulo de skew é zero):

d) Definição dos pesos a serem usados na função objetivo:

Os pesos a serem usados na função objetivo (equação 6.84) são definidos conforme a proximidade entre a frequência do esforço e a frequência natural de excitação do eixo propulsor.

c.4) Tabela 4 - Componente da esteira relativa ao harmônico (g+1) e cálculo da função de Sears relacionada a este harmônico.

A descrição desta tabela é similar à da tabela 2 (item c.2 deste anexo), sendo, porém, relativa ao harmônico g+1 da esteira.

c.3) Tabela 3 - Componente da esteira relativa ao harmônico (g), cálculo do ângulo $\phi(g)$, do ângulo $\alpha(g)$ e da função de Sears relacionada a este harmônico.

A descrição desta tabela é similar à da tabela 2 (item c.2 deste anexo), sendo, porém, relativa ao harmônico g da esteira.

$$\cos(\alpha_{m,g-1}) = \frac{|S(K)|^{(m,g-1)}}{S_{m(m,g-1)}}$$

$$\sin(\alpha_{m,g-1}) = \frac{|S(K)|^{(m,g-1)}}{S_{m(m,g-1)}}$$

(A2.5)

(A2.6)

- Cosseno e seno do ângulo igual à g vezes a diferença entre os ângulos $\delta_s(x)$ e θ .

- Parâmetros A (real) e B (imaginário): Como pode ser verificado na planilha, o ângulo ϕ_q e o ângulo de defasagem gerado pela função de Sears α_q não foram somados aos outros ângulos, conforme deveria ter sido feito (vide equações 6.69 a 6.74). Isto se deve à inconveniência de que estes ângulos são calculados respectivamente através das equações 6.36 e 6.40, podendo tanto o numerador como o denominador destas equações assumirem valores negativos. Tal fato é indiferente para a planilha de cálculo, que calcula sempre o ângulo arco-tangente como estando dentro do intervalo entre -90° e 90° . Ocorre, assim, um mascaramento quando o valor verdadeiro do ângulo estiver no intervalo entre 90° e 270° , gerando um erro no somatório. Assim, foram realizadas algumas alterações nas equações

- Ângulo θ : Ângulo aonde serão calculados os esforços (dado de entrada).

- Diferença dos ângulos: Diferença entre os ângulos $\delta_s(x)$ e θ ($= \theta - \delta_s(x)$).

de skew usada.

- Cálculo dos ângulos de skew $\delta_s(x)$: Este ângulo é calculado de acordo com a distribuição equações dos esforços correspondentes ao harmônico (g-1).

f.2) Tabela 5 - Cálculo dos ângulos e das componentes real e imaginária (A e B) das

f.1) Dado de entrada: Posição angular da lamina (θ)

para cada ângulo de skew $\delta_s(n\theta)$ considerado.

valor de interesse de cada esforço é o valor máximo obtido através da variação da posição θ

O cálculo dos esforços variáveis é feita para cada posição θ da lamina. O

1) Cálculo dos esforços variáveis:

- distribuição linear: $\delta_s(n\theta)$
- distribuição quadrática: $\delta_s(n\theta)$ e $\delta_s(2n\theta)$
- distribuição cúbica: $\delta_s(n\theta)$, $\delta_s(2n\theta)$ e $\delta_s(3n\theta)$

6.69 a 6.74, para o cálculo na planilha (Estas alterações estão equacionadas, como exemplo, apenas para a parte exponencial das equações da força Fx e do momento Mx, equações 6.69

e 6.72):

$$e^{i m \cdot g \cdot \left(\theta - \delta_s + \frac{m \cdot g}{\alpha \cdot m \cdot g} \cdot \frac{m \cdot g}{\phi} \right)} = e^{i m \cdot g \cdot (\theta - \delta_s)} \cdot e^{i \alpha \cdot m \cdot g} \cdot e^{-i \phi \cdot m \cdot g}$$

$$= \{ \cos [m \cdot g \cdot (\theta - \delta_s)] + i \cdot \text{sen} [m \cdot g \cdot (\theta - \delta_s)] \} \cdot \{ \cos (\alpha \cdot m \cdot g) + i \cdot \text{sen} (\alpha \cdot m \cdot g) \} \cdot \{ \cos (\phi \cdot m \cdot g) - i \cdot \text{sen} (\phi \cdot m \cdot g) \}$$

(A2.7)

O cosseno e o seno do ângulo ϕ_{mg} podem ser obtidos a partir das equações 6.35 e 6.34 respectivamente. Por sua vez, o cosseno e o seno do ângulo α_{mg} podem ser obtidos a partir das equações A2.5 e A2.6. Considerando-se apenas os harmônicos correspondentes a $m=1$ e desenvolvendo-se a equação A2.7, chega-se a:

$$e^{i g \cdot \left(\theta - \delta_s + \frac{g}{\alpha} \cdot \frac{g}{\phi} \right)} = e^{i g \cdot (\theta - \delta_s)} \cdot e^{i \alpha \cdot g} \cdot e^{-i \phi \cdot g}$$

$$= \{ \cos [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g \} - \text{sen} [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g \} \}$$

$$+ i \cdot \{ \cos [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g \} + \text{sen} [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g \} \}$$

(A2.8)

Analogamente, para a parte exponencial das equações das forças Fy e Fz (equações 6.70 e 6.71) e dos momentos My e Mz (equações 6.73 e 6.74), tem-se:

$$e^{i g \cdot (\theta - \delta_s)} \cdot e^{i \alpha \cdot g \cdot \nu} \cdot e^{-i \phi \cdot g \cdot \nu} = \{ \cos [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g \} - \text{sen} [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g \} \}$$

$$+ i \cdot \{ \cos [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g \} + \text{sen} [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g \} \}$$

(A2.9)

$$e^{i g \cdot (\theta - \delta_s)} \cdot e^{i \alpha \cdot g \cdot \nu} \cdot e^{-i \phi \cdot g \cdot \nu} = \{ \cos [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g \} - \text{sen} [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g \} \}$$

$$+ i \cdot \{ \cos [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g \} + \text{sen} [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g \} \}$$

(A2.10)

Na tabela 5 da planilha de cálculo, referente ao harmônico (g-1), a parte real da equação A2.9 será denominada de A_{g-1} e a parte imaginária será denominada de B_{g-1} :

$$A_{g-1} = \{ \cos [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g \} - \text{sen} [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g \} \}$$

(A2.11)

$$B_{g-1} = \{ \cos [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g \} + \text{sen} [g \cdot (\theta - \delta_s)] \cdot \{ \cos \alpha \cdot g \cdot \cos \phi \cdot g + \text{sen} \alpha \cdot g \cdot \text{sen} \phi \cdot g \} \}$$

(A2.12)

f.3) Tabela 6 - Cálculo dos ângulos e das componentes real e imaginária (A e B) das

equações dos esforços correspondentes ao harmônico (g).

A descrição desta tabela é similar à da tabela 5 (item f.2). Na tabela 6 da

planilha de cálculo, referente ao harmônico (g), a parte real da equação A2.8 será

$$A_g = \cos[\delta_g \cdot (\theta - \delta_g)] \cdot [\cos \alpha_g \cdot \cos \phi_g + \sin \alpha_g \cdot \sin \phi_g] - \sin[\delta_g \cdot (\theta - \delta_g)] \cdot [\sin \alpha_g \cdot \cos \phi_g + \cos \alpha_g \cdot \sin \phi_g] \quad (\text{A2.13})$$

denominada de A_g e a parte imaginária será denominada de B_g :

$$B_g = \cos[\delta_g \cdot (\theta - \delta_g)] \cdot [-\cos \alpha_g \cdot \sin \phi_g + \sin \alpha_g \cdot \cos \phi_g] + \sin[\delta_g \cdot (\theta - \delta_g)] \cdot [\cos \alpha_g \cdot \cos \phi_g + \sin \alpha_g \cdot \sin \phi_g] \quad (\text{A2.14})$$

f.4) Tabela 7 - Cálculo dos ângulos e das componentes real e imaginária (A e B) das

equações dos esforços correspondentes ao harmônico ($g+1$).

A descrição desta tabela é similar à da tabela 5 (item f.2). Na tabela 7 da

planilha de cálculo, referente ao harmônico ($g+1$), a parte real da equação A2.10 será

denominada de A_{g+1} e a parte imaginária será denominada de B_{g+1} :

$$A_{g+1} = \cos[\delta_{g+1} \cdot (\theta - \delta_{g+1})] \cdot [\cos \alpha_{g+1} \cdot \cos \phi_{g+1} + \sin \alpha_{g+1} \cdot \sin \phi_{g+1}] - \sin[\delta_{g+1} \cdot (\theta - \delta_{g+1})] \cdot [\sin \alpha_{g+1} \cdot \cos \phi_{g+1} + \cos \alpha_{g+1} \cdot \sin \phi_{g+1}] \quad (\text{A2.15})$$

$$B_{g+1} = \cos[\delta_{g+1} \cdot (\theta + \delta_{g+1})] \cdot [-\cos \alpha_{g+1} \cdot \sin \phi_{g+1} + \sin \alpha_{g+1} \cdot \cos \phi_{g+1}] + \sin[\delta_{g+1} \cdot (\theta + \delta_{g+1})] \cdot [\cos \alpha_{g+1} \cdot \cos \phi_{g+1} + \sin \alpha_{g+1} \cdot \sin \phi_{g+1}] \quad (\text{A2.16})$$

f.5) Tabela 8 - Cálculo dos esforços por unidade de comprimento:

Na tabela 8 são feitos os cálculos das forças e momentos por unidade de

comprimento gerados pelo propulsor sobre o eixo. Os seguintes itens são calculados:

- Cálculo de $\underline{I}_{max(g-1)}$: A amplitude da força de sustentação variável correspondente ao

harmônico (g-1) é calculada segundo a equação 6.43, com os parâmetros correspondentes ao

devido harmônico.

- Cálculo de $\bar{I}_{max}^{(g)}$: A amplitude da força de sustentação variável correspondente ao harmônico (g) é calculada segundo a equação 6.43, com os parâmetros correspondentes ao

harmônico (g) é calculada segundo a equação 6.43, com os parâmetros correspondentes ao

devido harmônico.

- Cálculo de $\bar{I}_{max}^{(g+1)}$: A amplitude da força de sustentação variável correspondente ao

harmônico (g+1) é calculada segundo a equação 6.43, com os parâmetros correspondentes

ao devido harmônico.

- seno e cosseno do ângulo de passo hidrodinâmico.

- Cálculo de dFx: A força longitudinal por unidade de comprimento adimensional dFx é

calculada através do integrando da equação 6.69, para m=1, que é adaptado usando-se as

equações A2.8 e A2.13, em virtude do erro já mencionado em se utilizar diretamente os

ângulos α e ϕ :

$$dF_x = g \cdot \bar{I}_{max}(\omega, g, r) \cdot \cos \beta_1(r) \cdot R \cdot A^{(g)} \quad (A2.17)$$

- Cálculo de dFy: A força transversal por unidade de comprimento adimensional dFy é

calculada através dos integrandos da equação 6.70, para m=1, que são adaptados usando-se

as equações A2.9, A2.10, A2.11 e A2.15 em virtude do erro já mencionado em se utilizar

diretamente os ângulos α e ϕ :

$$dF_y = \frac{g \cdot R \cdot \text{sen} \beta_1(r)}{2} \cdot \left\{ \bar{I}_{max}(\omega, g-1, r) \cdot A^{(g-1)} + \bar{I}_{max}(\omega, g+1, r) \cdot A^{(g+1)} \right\} \quad (A2.18)$$

- Cálculo de dFz: A força transversal por unidade de comprimento adimensional dFz é

calculada através dos integrandos da equação 6.71, para m=1, que são adaptados usando-se

as equações A2.9, A2.10, A2.12 e A2.16 em virtude do erro já mencionado em se utilizar

diretamente os ângulos α e ϕ :

$$dF_z = \frac{g \cdot \text{sen} \beta_1(r) \cdot R}{2} \cdot \left\{ -\bar{I}_{max}(\omega, g-1, r) \cdot B^{(g-1)} + \bar{I}_{max}(\omega, g+1, r) \cdot B^{(g+1)} \right\} \quad (A2.19)$$

- Cálculo de dMx: O momento torsor por unidade de comprimento adimensional dMx é

calculado através do integrando da equação 6.72, para m=1, que é adaptado usando-se a

equação A2.8 e A2.13, em virtude do erro já mencionado em se utilizar diretamente os

ângulos α e ϕ :

$$dM_z = -g \cdot \bar{L} \max(\omega, g, r) \operatorname{sen} \beta_1(r) \cdot r \cdot R \cdot A^{(g)} \quad (\text{A2.20})$$

- Cálculo de dM_y : O momento transversal por unidade de comprimento adimensional dM_y é

calculado através dos integrandos da equação 6.73, para $m=1$, que são adaptados usando-se as equações A2.9, A2.10, A2.11 e A2.15 em virtude do erro já mencionado em se utilizar

diretamente os ângulos α e ϕ :

$$dM_y = \frac{g \cdot \cos \beta_1(r) \cdot R \cdot r}{2} \cdot \left[\bar{L} \max(\omega, g-1, r) \cdot A^{(g-1)} + \bar{L} \max(\omega, g+1, r) \cdot A^{(g+1)} \right] \quad (\text{A2.21})$$

- Cálculo de dM_z : O momento transversal por unidade de comprimento adimensional dM_z é

calculado através dos integrandos da equação 74, para $m=1$, que são adaptados usando-se as equações A2.9, A2.10, A2.12 e A2.16 em virtude do erro já mencionado em se utilizar

diretamente os ângulos α e ϕ :

$$dM_z = \frac{g \cdot \cos \beta_1(r) \cdot R \cdot r}{2} \cdot \left[-\bar{L} \max(\omega, g-1, r) \cdot B^{(g-1)} + \bar{L} \max(\omega, g+1, r) \cdot B^{(g+1)} \right] \quad (\text{A2.22})$$

f.6) Tabela 9: Integração dos esforços ao longo do raio (Método de Simpson):

Na tabela 9 são integrados os esforços F_x, F_y, F_z, M_x, M_y e M_z através do

método de Simpson.

f.7) Valores dos esforços para o ângulo θ arbitrado:

São apresentados os resultados, na forma de força longitudinal (F_x), Força

transversal (F_t - equação 6.82), Momento torsional (M_x) e momento transversal (M_t -

equação 6.83).

g) Função objetivo:

A função objetivo a ser minimizada é dada pela equação 6.84. Nesta função, os valores de F_x , F_t , M_x e M_t são os valores máximos dos esforços para cada ângulo de skew testado. O valor mínimo da função objetivo indicará o skew a ser utilizado.

No item A2.2 encontra-se a planilha desenvolvida em Excel.

A2.2 - PLANILHA PARA DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS VIBRATÓRIOS EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DE SKEW DO PROPULSOR

a) DADOS DE PROJETO

Veloc. da embarc.	Vs	12,6040	m/s
Diâmetro	D	7,0000	m
Densidade da água	r	1025,00	Kg/m ³
número de lâminas	g	6,0000	
rotação	n	109,0000	rpm
raio do bossó/R	rh/R	0,2000	
Impulso no propulsor	T	1547920	N
Torque no propulsor	Q	1959884	N.m

b) ESTIMATIVA DA RAZÃO DE ASPECTO E DA FUNÇÃO DE CORREÇÃO Fc(S)

Invergradura: s	3,7204	m
Área da pá: Aism = Ae/Ao * Ao/g	4,7932	m ²
Razão de aspecto: S = s ² /Aism	2,8878	
Fc(S) = 1+(2/S)+(2/(S*(1+S/2))) =	1,9760	

c) DECOMPOSIÇÃO DA ESTRELA, CÁLCULO DOS ÂNGULOS FI E ALFA E DA FUNÇÃO DE SEARS

c.1) Tabela 1 - Determinação da velocidade de incidência Vr:

r/R	tan beta1	beta 1	c/D	Va/Vs	ua/Vs	ut/Vs	Vr	MS	c/D * MS
0,2000	1,1526	49,0550	0,2013	0,4260	0,1144	-0,1645	9,0222	0,5000	0,1007
0,2500	1,0092	45,2624	0,2210	0,5110	0,1224	-0,1648	11,2388	2,0000	0,4420
0,3000	0,8758	41,2119	0,2379	0,5540	0,1430	-0,1549	13,3354	1,5000	0,3569
0,4000	0,7142	35,5344	0,2648	0,6550	0,1587	-0,1284	17,6479	4,0000	1,0592
0,5000	0,6037	31,1194	0,2816	0,7310	0,1620	-0,1050	21,7848	2,0000	0,5632
0,6000	0,5251	27,7040	0,2876	0,7960	0,1572	-0,0851	25,8582	4,0000	1,1504
0,7000	0,4547	24,4513	0,2807	0,8130	0,1616	-0,0749	29,6825	2,0000	0,5614
0,8000	0,3983	21,7174	0,2564	0,8140	0,1678	-0,0681	33,4735	4,0000	1,0256
0,9000	0,3576	19,6771	0,2029	0,8310	0,1671	-0,0606	37,3727	1,5000	0,3044
0,9500	0,3419	18,8756	0,1528	0,8460	0,1635	-0,0564	39,3558	2,0000	0,3056
1,0000	0,3279	18,1543	0,0000	0,8620	0,1592	-0,0525	41,3435	0,5000	0,0000
somação								5,8693	
Ae/Ao =								0,7473	

c.2) Tabela 2: Cálculo do ângulo β , $S(K)$ e do ângulo α para o harmônico ($g-1$) = 5

r/R	$v(g-1)/V_s$	$v(g-1)/V_s$	$v(g-1)/V_s$	$\cos \beta(g-1)$	$\cos \beta(g-1)$	$\sin \beta(g-1)$	K	$S(K)$	$S(K)$	$S(K)$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
0,2000	---	---	0,0000	---	---	---	0,9933	4,4568	-0,16010	-0,09985	-0,18868	-0,8485
0,2500	-0,0300	-0,0100	0,2223	0,2808	-0,9478	-0,3188	1,2373	3,9280	-0,20079	-0,00653	0,20090	-0,9995
0,3000	-0,0100	0,0020	0,0076	0,0963	-0,9850	0,1725	1,4681	3,5635	-0,19954	0,06807	0,21083	-0,9464
0,4000	0,0300	0,0200	0,0270	0,3408	0,9029	0,4299	1,9429	2,9972	-0,14480	0,17828	0,22968	0,7762
0,5000	0,0500	0,0250	0,0447	0,5636	0,9573	0,2890	2,3983	2,5821	-0,06675	0,23800	0,24719	0,9629
0,6000	0,0430	0,0220	0,0394	0,4969	0,9658	0,2595	2,8468	2,2217	0,02116	0,26526	0,26610	0,9795
0,7000	0,0270	0,0090	0,0249	0,3133	0,9887	0,1499	3,2678	1,8890	0,11298	0,26492	0,28800	0,9198
0,8000	0,0050	0,0000	0,0046	0,0585	1,0000	0,0000	3,6852	1,5301	0,21689	0,23372	0,31885	0,7330
0,9000	-0,0150	-0,0100	0,0145	0,1830	-0,9727	-0,2319	4,1144	1,0845	0,34475	0,14811	0,37522	0,9188
0,9500	-0,0200	-0,0120	0,0193	0,2435	-0,9796	-0,2010	4,3327	0,7755	0,43321	0,05777	0,43705	0,9912
1,0000	-0,0300	-0,0120	0,0288	0,3624	-0,9915	-0,1300	4,5516	0,0000	0,43321	0,05777	0,43705	1,0000

c.3) Tabela 3: Cálculo do ângulo β , $S(K)$ e do ângulo α para o harmônico (g) = 6

r/R	$v(g)/V_s$	$v(g)/V_s$	$v(g)/V_s$	$\cos \beta(g)$	$\cos \beta(g)$	$\sin \beta(g)$	K	$S(K)$	$S(K)$	$S(K)$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
0,2000	---	---	0,0000	---	---	---	0,8277	5,9482	-0,02172	-0,17095	0,17232	-0,9920
0,2500	0,0010	0,0000	0,0007	0,0089	1,0000	0,0000	1,0311	4,7135	-0,12614	-0,13328	0,18350	-0,7263
0,3000	-0,0050	-0,0050	0,0050	0,0630	-0,7523	-0,6588	1,2234	4,2762	-0,17898	-0,07113	0,19260	-0,3693
0,4000	-0,0300	-0,0130	0,0256	0,3221	-0,9553	-0,2957	1,6191	3,5967	-0,20075	0,06120	0,20987	-0,2916
0,5000	-0,0400	-0,0150	0,0351	0,4425	-0,9753	-0,2208	1,9986	3,0985	-0,15924	0,16028	0,22594	-0,7094
0,6000	-0,0470	-0,0130	0,0420	0,5300	-0,9896	-0,1437	2,3723	2,6660	-0,08478	0,22808	0,24333	-0,9373
0,7000	-0,0500	-0,0110	0,0457	0,5765	-0,9950	-0,0995	2,7232	2,2668	0,00936	0,26333	0,26350	0,9994
0,8000	-0,0400	-0,0100	0,0373	0,4707	-0,9951	-0,0991	3,0710	1,8361	0,12814	0,26239	0,29200	0,8986
0,9000	-0,0300	-0,0100	0,0284	0,3586	-0,9930	-0,1184	3,4287	1,3014	0,28299	0,19634	0,34443	0,5700
0,9500	-0,0250	-0,0100	0,0239	0,3009	-0,9908	-0,1355	3,6106	0,9307	0,38832	0,10632	0,40262	0,9645
1,0000	-0,0200	-0,0100	0,0193	0,2427	-0,9868	-0,1618	3,7930	0,0000	0,38832	0,10632	0,40262	1,0000

c.4) Tabela 4: Cálculo do ângulo β , $S(K)$ e do ângulo α para o harmônico ($g+1$) = 7

r/R	$v(g+1)/V_s$	$v(g+1)/V_s$	$v(g+1)/V_s$	$\cos \beta(g+1)$	$\cos \beta(g+1)$	$\sin \beta(g+1)$	K	$S(K)$	$S(K)$	$S(K)$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
0,2000	---	---	0,0000	---	---	---	0,7095	6,2395	0,11014	-0,11548	0,15958	-0,7237
0,2500	-0,0080	-0,0080	0,0205	0,2585	-0,9609	-0,2771	0,8838	5,4991	0,00407	-0,16990	0,16995	-0,9997
0,3000	-0,0180	0,0000	0,0135	0,1707	-1,0000	0,0000	1,0487	4,9890	-0,08300	-0,15791	0,17839	-0,8852
0,4000	0,0050	0,0050	0,0029	0,0366	0,0000	1,0000	1,3878	4,1961	-0,18581	-0,05721	0,19442	-0,2943
0,5000	0,0150	0,0100	0,0138	0,1745	0,9277	0,3734	1,7131	3,6149	-0,20132	0,05741	0,20934	-0,2743
0,6000	0,0240	0,0100	0,0218	0,2742	0,9769	0,2137	2,0334	3,1104	-0,16080	0,15811	0,22551	-0,7011
0,7000	0,0250	0,0080	0,0230	0,2899	0,9896	0,1440	2,3341	2,6446	-0,08028	0,23072	0,24429	-0,9445
0,8000	0,0200	0,0020	0,0186	0,2344	0,9992	0,0398	2,6323	2,1421	0,04242	0,26755	0,27089	0,9877
0,9000	0,0050	-0,0050	0,0050	0,0630	0,9416	-0,3367	2,9389	1,5183	0,22032	0,23213	0,32004	0,7253
0,9500	0,0000	-0,0080	0,0026	0,0326	0,0000	-1,0000	3,0948	1,0858	0,34438	0,14844	0,37501	0,9183
1,0000	-0,0150	-0,0100	0,0146	0,1839	-0,9769	-0,2136	3,2511	0,0000	0,34438	0,14844	0,37501	1,0000

d) DEFINIÇÃO DOS PESOS A SEREM USADOS NA FUNÇÃO OBJETIVO:

Fx: P1 = 1,0000
 Ft: P2 = 1,0000
 Mx: P3 = 1,0000
 Mt: P4 = 1,0000

e) DEFINIÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DO SKEW:

e 1) Equação que descreve a distribuição:
 $f(x) = cx + d$ (para x maior ou igual a xh)

e 2) Parâmetros da equação:

déphas $\theta_p(x=1) = \text{skew no } \theta_p = 60,00$ GRAUS (% de skew no $\theta_p = 100\%$)
 a = 0,00
 b = 0,00
 c = 75,00 graus
 d = -15,00 graus

f) CÁLCULO DOS ESFORÇOS VARIÁVEIS:

f 1) Dado de entrada: Posição angular da lâmina (TRTA) = 23,100 GRAUS

f 2) Tabela 5: harmônico (g - 1) = 5

r/R	déphas (graus)	leta (graus)	diff. ang. (graus)	cosseeno (g. diff. ang)	seno (g. diff. ang)	A(g-1) Real	B(g-1) Imag.
0,2000	0,0000	23,1000	23,1000	-0,7501	0,6613	-----	-----
0,2500	3,7500	23,1000	19,3500	-0,4399	0,8980	-0,1628	0,9867
0,3000	7,5000	23,1000	15,6000	-0,0628	0,9980	0,0924	0,9957
0,4000	15,0000	23,1000	8,1000	0,6613	0,7501	-0,8848	0,4660
0,5000	22,5000	23,1000	0,6000	0,9980	0,0628	-0,0431	0,9991
0,6000	30,0000	23,1000	-6,9000	0,7501	-0,6613	0,8746	0,4848
0,7000	37,5000	23,1000	-14,4000	0,0628	-0,9980	0,8820	-0,4712
0,8000	45,0000	23,1000	-21,9000	-0,6613	-0,7501	0,1000	-0,9950
0,9000	52,5000	23,1000	-29,4000	-0,9980	-0,0628	0,9726	0,2324
0,9500	56,2500	23,1000	-33,1500	-0,9461	0,3239	0,9212	-0,3891
1,0000	60,0000	23,1000	-36,9000	-0,7501	0,6613	0,6577	-0,7532

f 3) Tabela 6: harmônico (g) = 6

r/R	déphas (graus)	leta (graus)	diff. ang. (graus)	cosseeno (g. diff. ang)	seno (g. diff. ang)	A(g) Real	B(g) Imag.
0,2000	0,0000	23,1000	23,1000	-0,7501	0,6613	-----	-----
0,2500	3,7500	23,1000	19,3500	-0,4399	0,8980	0,9546	-0,2978
0,3000	7,5000	23,1000	15,6000	-0,0628	0,9980	0,2746	0,9616
0,4000	15,0000	23,1000	8,1000	0,6613	0,7501	0,9684	0,2495
0,5000	22,5000	23,1000	0,6000	0,9980	0,0628	0,5829	-0,8125
0,6000	30,0000	23,1000	-6,9000	0,7501	-0,6613	-0,4890	-0,8723
0,7000	37,5000	23,1000	-14,4000	0,0628	-0,9980	-0,9974	0,0723
0,8000	45,0000	23,1000	-21,9000	-0,6613	-0,7501	-0,2904	0,9569
0,9000	52,5000	23,1000	-29,4000	-0,9980	-0,0628	0,8521	0,5233
0,9500	56,2500	23,1000	-33,1500	-0,9461	0,3239	0,9804	-0,1972
1,0000	60,0000	23,1000	-36,9000	-0,7501	0,6613	0,6332	-0,7740

f4) Tabela 7: harmônico (g + 1) = 7

r/R	delta s	delta teta	diff. ang. (graus)	coseno	seno	A(g+1)	B(g+1)
0,2000	0,0000	23,1000	23,1000	-0,7501	0,6613	-----	-----
0,2500	3,7500	23,1000	19,3500	-0,4399	0,8980	-0,9803	-0,1975
0,3000	7,5000	23,1000	15,6000	-0,0628	0,9980	-0,9115	0,4088
0,4000	15,0000	23,1000	8,1000	0,6613	0,7501	-0,8267	0,4113
0,5000	22,5000	23,1000	0,6000	0,9980	0,0628	-0,1436	0,9896
0,6000	30,0000	23,1000	-6,9000	0,7501	-0,6613	0,1436	0,9896
0,7000	37,5000	23,1000	-14,4000	0,0628	-0,9980	0,9681	0,2505
0,8000	45,0000	23,1000	-21,9000	-0,6613	-0,7501	0,6061	-0,7954
0,9000	52,5000	23,1000	-29,4000	-0,9980	-0,0628	-0,3457	-0,9383
0,9500	56,2500	23,1000	-33,1500	-0,9461	0,3239	0,0770	-0,9970
1,0000	60,0000	23,1000	-36,9000	-0,7501	0,6613	0,5916	-0,8062

f5) Tabela 8: Cálculo dos esforços por unidade de comprimento:

r/R	Libr. max	Libr. max	Libr. max	sen beta	cos beta	DFx	DFy	DFz	DMx	DMy	DMz
0,2000	0,0	0,0	0,0	0,7553	0,6553	0,7553	0,6553	0,0	0,0	0,0	0,0
0,2500	1598,4	46,1	1244,9	0,7103	0,7039	0,7103	0,7039	651	-11043	-13596	-575
0,3000	734,5	439,3	1101,9	0,6588	0,7523	0,6588	0,7523	1906	-6487	-1944	-778
0,4000	4172,7	3603,7	379,6	0,5812	0,8138	0,5812	0,8138	59635	-24641	-10914	-59628
0,5000	9748,4	6996,9	2556,0	0,5168	0,8561	0,5168	0,8561	73327	-13745	-45048	-77468
0,6000	11216,5	10940,2	5245,0	0,4649	0,8854	0,4649	0,8854	99458	-51565	-1209	109674
0,7000	8576,8	14439,1	6730,3	0,4139	0,9103	0,4139	0,9103	-275304	61196	24893	306693
0,8000	1827,7	13456,5	6216,0	0,3700	0,9290	0,3700	0,9290	-76250	15349	-12144	85037
0,9000	5939,9	10683,1	1744,6	0,3367	0,9416	0,3367	0,9416	180008	18293	-10669	-202768
0,9500	7300,2	8311,5	839,2	0,3235	0,9462	0,3235	0,9462	161911	23064	6806	-184064
1,0000	0,0	0,0	0,0	0,3116	0,9502	0,3116	0,9502	0,0	0,0	0,0	0,0

f6) Tabela 9: Integração dos esforços ao longo do raio (Método de Simpson)

r/R	M/S	DFx.M/S	DFy.M/S	DFz.M/S	DMx.M/S	DMy.M/S	DMz.M/S
0,2000	0,5000	0	0	0	0	0	0
0,2500	2,0000	1302	-22086	-27192	-1149	-19149	-23576
0,3000	1,5000	2858	-9731	-2916	-2629	-11666	-3495
0,4000	4,0000	238542	-98566	-43657	-238513	-193212	-85577
0,5000	2,0000	146653	-27491	-90095	-154935	-79690	-261167
0,6000	4,0000	-397833	206260	-4835	438694	824884	-19336
0,7000	2,0000	-550608	122392	49786	613385	659469	268257
0,8000	4,0000	-304999	61395	-48575	340147	431599	-341473
0,9000	1,5000	270012	27440	-16004	-304152	241707	-140974
0,9500	2,0000	323823	46127	13612	-368127	448591	132378
1,0000	0,5000	0	0	0	0	0	0
Somatório	-270250	305741	-169874	-5662,5	322721	2302533	-474964
Esforço	-9008,3	10191,4	-5662,5	10757,4	76751,1	-15832,1	-15832,1

f7) Valores dos esforços para o ângulo de posição TRTA = 23,10 GRAUS

força longitudinal Fx = -9008 N
 força transversal Ft = 11659 N
 Momento torsor Mtx = 10757 N.m
 Momento transv. Mt = 78367 N.m

e) CÁLCULO DA FUNÇÃO OBJETIVO

$$FO = P1.Fx/(0,05.T) + P2.Ft/(0,05.T) + P3.Mtx/(0,05.Q) + P4.Mt/(0,05.Q)$$

FO = 1,3094

ANEXO 3 - VERIFICAÇÃO DO EXERCÍCIO PROPOSTO PELA 13º E 14º ITTC (EXEMPLO DE CÁLCULO 6.8.1)

Neste anexo será desenvolvido o cálculo dos esforços vibratórios no propulsor apresentado no 13º e 14º ITTC's (referências 59 e 51, respectivamente). O objetivo será comparar os resultados obtidos no modelo de cálculo desenvolvido no item 6 com os apresentados no 14º ITTC (referência 51).

1) DADOS DE PROJETO:

Os seguintes dados de projeto são apresentados pelo ITTC:

a) Dados do propulsor:

- Desenho: figura A.3.1

- Diâmetro: 0.253 m

- Razão Ae/Ao: 0.475

- Rotação: 9.8 rps

- Número de lâminas = 4

- Distribuição de cordas e do ângulo de skew (a distribuição do ângulo de skew foi

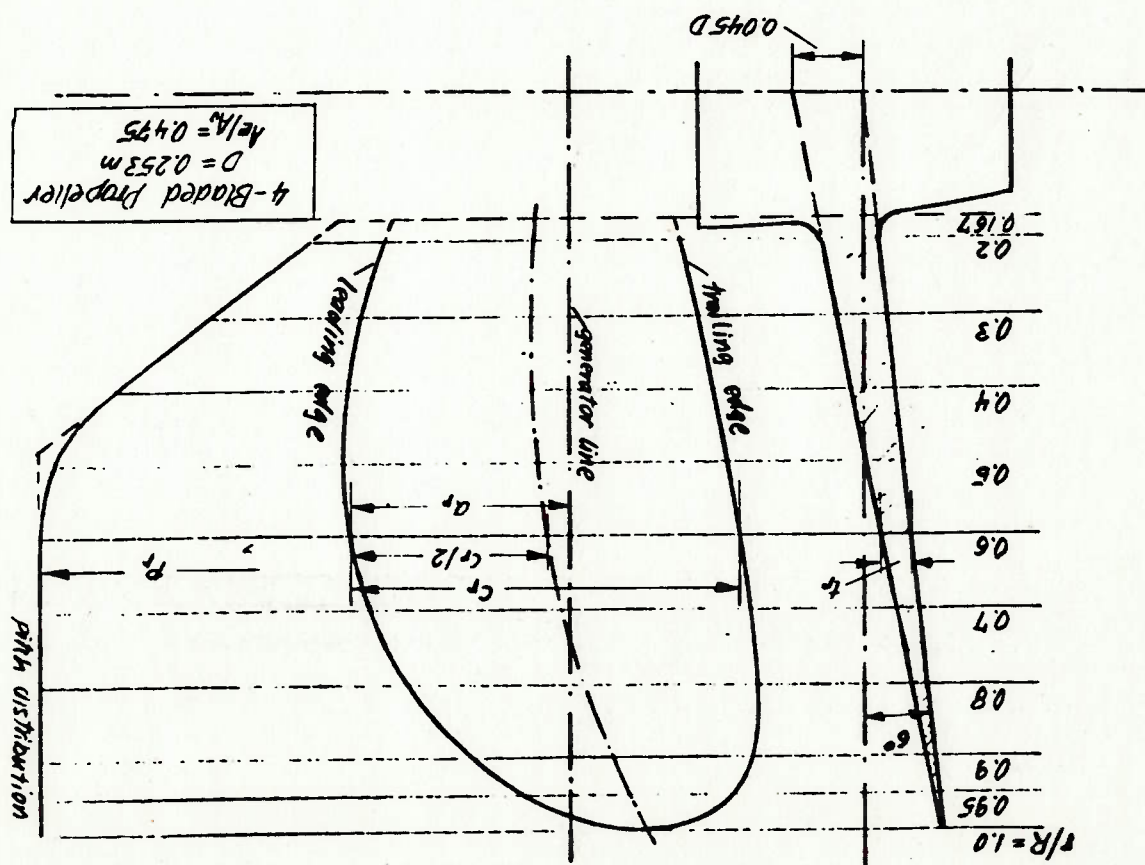
levantada a partir dos dados e do desenho do propulsor, obtidos da referência 51:

x/R	corda (mm)	skew (graus)
0.20	49.94	0.000
0.25	53.25	-0.503
0.30	56.55	-0.838
0.40	61.60	-0.430
0.50	64.66	0.254
0.60	65.72	1.381
0.70	64.42	2.776
0.80	59.19	4.544
0.90	47.54	6.502
0.95	35.16	7.395
1.00	0.00	8.624

Tabela A3.1 - Distribuição de cordas e de ângulo de skew (propulsor da referência 51)

Figura A.3.1 - Desenho do propulsor do exemplo sugerido pela ITTC (extraído da referência 51)

r/R	r	P	C _r	a _r	t _r
Radius	Pitch	Chord Length	Distance between leading edge and Generat. line	Maximum thickness	
0.167	21.13	207.46	47.55	29.02	-
0.2	25.30	213.17	49.94	30.81	9.26
0.3	37.95	230.02	56.55	34.67	8.20
0.4	50.60	246.36	61.60	37.02	7.13
0.5	63.25	257.25	64.66	37.89	6.07
0.6	75.90	259.33	65.72	36.87	5.01
0.7	88.55	259.33	64.42	33.76	3.95
0.8	101.20	259.33	59.19	27.41	2.88
0.9	113.85	259.33	47.54	16.69	1.82
0.95	120.18	259.33	35.16	7.91	1.29
1.0	126.50	259.33	0.0	-	0.76



b) Dados do modelo:

- casco da série 60 com $C_b = 0.60$

- Comprimento: 6.096 m

- Velocidade do modelo: 2.25 m/s

- Distribuição de esteira longitudinal (vx/Vs) - θ em graus:

0	.236	.275	.290	.302	.303	.308	.316	.315	.311
5	.259	.271	.298	.316	.347	.375	.374	.374	.400
10	.249	.292	.335	.374	.417	.460	.475	.485	.498
20	.278	.342	.410	.471	.508	.570	.584	.585	.584
30	.283	.369	.441	.531	.583	.612	.633	.652	.654
40	.292	.390	.489	.572	.653	.691	.722	.734	.739
50	.280	.404	.531	.648	.719	.771	.778	.790	.786
60	.299	.449	.592	.722	.800	.829	.830	.849	.851
70	.358	.520	.670	.783	.851	.870	.873	.883	.878
80	.421	.596	.733	.846	.891	.905	.896	.908	.909
90	.514	.665	.804	.886	.912	.925	.922	.931	.930
100	.557	.711	.847	.908	.916	.930	.931	.933	.938
110	.590	.736	.876	.910	.931	.936	.931	.941	.937
120	.606	.738	.867	.914	.926	.933	.925	.941	.941
130	.569	.718	.839	.915	.927	.939	.929	.941	.944
140	.547	.662	.807	.917	.934	.947	.925	.945	.947
150	.537	.659	.817	.904	.921	.938	.936	.939	.945
160	.569	.703	.842	.905	.925	.942	.936	.946	.948
170	.630	.749	.852	.907	.924	.941	.931	.940	.944
180	.667	.772	.848	.907	.928	.925	.939	.932	.934
190	.672	.761	.849	.910	.918	.930	.936	.938	.935
200	.618	.721	.827	.904	.917	.926	.937	.928	.930
210	.560	.668	.783	.897	.923	.928	.930	.925	.921
220	.505	.630	.768	.899	.906	.914	.917	.920	.914
230	.516	.652	.785	.900	.900	.902	.902	.910	.905
240	.545	.674	.809	.913	.916	.902	.907	.912	.910
250	.541	.655	.810	.884	.902	.900	.900	.910	.901
260	.490	.641	.774	.874	.889	.888	.911	.901	.897
270	.417	.588	.722	.845	.879	.876	.891	.893	.892
280	.384	.538	.678	.812	.862	.865	.890	.884	.885
290	.321	.467	.608	.761	.836	.846	.865	.872	.870
300	.270	.409	.548	.684	.773	.804	.827	.829	.823
310	.252	.353	.484	.607	.718	.756	.778	.786	.774
320	.261	.353	.457	.580	.658	.691	.729	.729	.721
330	.286	.343	.429	.533	.576	.617	.650	.650	.660
340	.268	.335	.401	.461	.509	.564	.581	.579	.576
350	.268	.314	.324	.379	.430	.444	.486	.481	.474
355	.257	.290	.307	.323	.349	.364	.382	.386	.377

Tabela A3.2 - Distribuição de esteira longitudinal (vx/Vs) - θ em graus

- Distribuição de esteira tangencial (v/Vs) - θ em graus

0	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	0.95	1.00
5	-0.01	-0.09	-0.17	-0.17	-0.31	-0.30	-0.43	-0.27	-0.02
10	0.10	-0.07	-0.21	-0.31	-0.42	-0.53	-0.43	-0.52	-0.34
20	0.18	-0.04	-0.22	-0.42	-0.65	-0.72	-0.96	-0.86	-0.62
30	0.21	-0.04	-0.29	-0.61	-0.82	-0.94	-0.96	-1.08	-0.91
40	0.17	-0.18	-0.51	-0.81	-1.03	-1.15	-1.20	-1.24	-1.22
50	-0.28	-0.34	-0.73	-1.00	-1.24	-1.30	-1.26	-1.29	-1.27
60	-0.28	-0.60	-0.90	-1.19	-1.30	-1.32	-1.31	-1.33	-1.30
70	-0.42	-0.68	-1.00	-1.29	-1.33	-1.35	-1.28	-1.26	-1.20
80	-0.46	-0.76	-1.08	-1.26	-1.32	-1.27	-1.21	-1.19	-1.18
90	-0.46	-0.85	-1.16	-1.28	-1.23	-1.16	-1.12	-1.05	-1.05
100	-0.50	-0.84	-1.15	-1.18	-1.11	-1.03	-0.94	-0.98	-0.89
110	-0.38	-0.83	-0.99	-1.07	-1.04	-0.95	-0.97	-0.84	-0.81
120	-0.32	-0.73	-1.01	-0.96	-0.81	-0.81	-0.76	-0.73	-0.72
130	-0.18	-0.55	-0.79	-0.87	-0.75	-0.71	-0.64	-0.66	-0.61
140	-0.05	-0.39	-0.70	-0.74	-0.67	-0.59	-0.55	-0.52	-0.54
150	-0.30	-0.48	-0.58	-0.57	-0.59	-0.52	-0.45	-0.44	-0.43
160	-0.27	-0.49	-0.44	-0.43	-0.36	-0.39	-0.34	-0.34	-0.34
170	-0.35	-0.29	-0.30	-0.31	-0.29	-0.30	-0.26	-0.26	-0.26
180	-0.30	-0.14	-0.15	-0.16	-0.18	-0.13	-0.16	-0.11	-0.16
190	-0.01	-0.04	-0.02	-0.03	-0.04	-0.03	-0.03	-0.03	-0.05
200	0.18	0.18	0.09	0.12	0.10	0.10	0.09	0.09	0.08
210	0.31	0.29	0.31	0.30	0.26	0.19	0.23	0.17	0.17
220	0.13	0.19	0.42	0.49	0.47	0.40	0.34	0.34	0.34
230	0.06	0.23	0.56	0.68	0.57	0.53	0.47	0.47	0.45
240	0.04	0.41	0.73	0.73	0.67	0.67	0.62	0.63	0.58
250	0.21	0.58	0.91	0.97	0.90	0.83	0.80	0.74	0.73
260	0.32	0.67	1.02	1.13	1.05	0.97	0.87	0.89	0.88
270	0.33	0.66	1.02	1.25	1.25	1.15	1.11	1.07	1.03
280	0.40	0.71	1.05	1.33	1.32	1.29	1.25	1.25	1.23
290	0.36	0.61	0.96	1.33	1.45	1.44	1.42	1.38	1.37
300	0.21	0.48	0.93	1.25	1.47	1.49	1.50	1.47	1.43
310	0.04	0.38	0.74	1.13	1.39	1.47	1.50	1.48	1.46
320	-0.19	0.21	0.60	0.99	1.26	1.36	1.44	1.41	1.39
330	-0.18	0.03	0.40	0.63	1.03	1.08	1.28	1.25	1.30
340	-0.24	0.01	0.25	0.50	0.76	0.86	1.04	1.04	0.96
350	-0.18	0.08	0.14	0.25	0.44	0.47	0.70	0.71	0.72
355	-0.15	0.01	0.16	0.23	0.32	0.44	0.55	0.55	0.56

Tabela A3.3 - Distribuição de esteira tangencial (v/Vs) - θ em graus

2) DECOMPOSIÇÃO DAS COMPONENTES DA ESTEIRA EM SÉRIES DE FOURIER.

As componentes da esteira longitudinal e tangencial serão desenvolvidas em Sries de Fourier, sendo que, devido ao formato relativamente simétrico da esteira, considerou-se que a esteira longitudinal é composta por uma série de cossenos e que a esteira tangencial é composta por uma série de senos. Os harmônicos resultantes desta decomposição são:

- Esteira longitudinal:

r/R	1	2	3	4	5	6	7	8	
1.00	.4349	-.1938	.0218	.0300	-.0350	.0030	-.0086	-.0046	
0.95	.5514	-.2161	.0092	.0299	-.0296	.0014	-.0118	-.0042	
0.90	.6652	-.2411	-.0880	.0138	-.0266	-.0043	-.0079	-.0114	
0.80	.7546	-.2390	-.1110	-.0069	-.0130	-.0133	-.0144	-.0085	
0.70	.7911	-.2124	-.1171	-.0179	-.0120	-.0109	-.0115	-.0101	
0.60	.8090	-.1961	-.1090	-.0249	-.0143	-.0147	-.0114	-.0132	
0.50	.8183	-.1832	-.1058	-.0575	-.0186	-.0167	-.0116	-.0119	
0.40	.8224	-.1823	-.1081	-.0580	-.0186	-.0150	-.0125	-.0124	
0.30	.8224	-.1827	-.1064	-.0578	-.0275	-.0168	-.0140	-.0127	
r/R	média	1	2	3	4	5	6	7	8

- Esteira tangencial:

r/R	1	2	3	4	5	6	7	8	
1.00	-.0063	-.0273	.0102	.0141	.0148	-.0034	.0038	-.0020	
0.95	-.0075	-.0634	.0079	.0122	.0063	-.0040	.0030	-.0037	
0.90	-.0056	-.0999	-.0001	.0095	.0020	-.0003	.0006	-.0011	
0.80	-.0023	-.1263	-.0329	-.0046	.0006	-.0012	-.0020	-.0029	
0.70	-.0038	-.1210	-.0161	.0046	.0030	.0003	-.0017	-.0015	
0.60	-.0004	-.1224	-.0449	-.0141	-.0052	-.0034	-.0031	-.0016	
0.50	-.0006	-.1205	-.0460	-.0151	-.0054	-.0032	-.0032	-.0028	
0.40	-.0016	-.1180	-.0464	-.0162	-.0059	-.0042	-.0041	-.0026	
0.30	-.0004	-.1224	-.0449	-.0141	-.0052	-.0034	-.0031	-.0016	
0.20	-.0023	-.0634	.0079	.0122	.0063	-.0040	.0030	-.0037	
0.10	-.0056	-.0999	-.0001	.0095	.0020	-.0003	.0006	-.0011	
0.00	-.0023	-.1263	-.0329	-.0046	.0006	-.0012	-.0020	-.0029	
r/R	média	1	2	3	4	5	6	7	8

Tabela A3.4 - Decomposição da esteira longitudinal e tangencial em séries de Fourier

3) ESTIMA DAS VELOCIDADES INDUZIDAS PELA TEORIA DA LINHA DE SUSTENTAÇÃO:

As velocidades induzidas são necessárias para se calcular com uma melhor precisão a velocidade incidente sobre o perfil V_i . Para a estima das velocidades induzidas, será feito o projeto do propulsor pela teoria da linha de sustentação. Não foi fornecido pelo ITTC o empuxo necessário para se propelir o modelo. Este foi estimado para um casco geometricamente semelhante ao casco 4210W da série 60 ($C_b=0.60$), com comprimento igual ao do casco usado pelo ITTC, resultando em $T=8$ Kgf.

Os seguintes resultados foram obtidos:

r/R	ua/Vs	ut/Vs
1.00	.2182	-.0668
0.95	.2158	-.0698
0.90	.2152	-.0734
0.80	.2124	-.0814
0.70	.2101	-.0919
0.60	.2095	-.1067
0.50	.2166	-.1314
0.40	.2159	-.1617
0.30	.1937	-.1923
0.25	.1696	-.2058
0.20	.1381	-.2100

Tabela A3.5 - Velocidades induzidas axial e tangencial calculadas pela TLS

Em virtude do propulsor usado pelo ITTC ter sido obtido a partir da série de Wageningen e os valores acima terem sido calculados projetando-se o propulsor pela TLS, podem ocorrer eventuais diferenças entre os valores usados pelos participantes deste exercício do ITTC e os estimados acima.

4) RESULTADOS OBTIDOS:

a) Empuxo alternado (quarto harmónico):

$$F_x = -1.215 * \text{sen}(4.\theta + 74.57^\circ) \text{ N}$$

$$F_x \text{ máx.} = 1.215 \text{ N}$$

$$(K_{Fx})_4 = 0.00309$$

$$(\phi_{Fx})_4 = 74.57 \text{ graus} = 1.301 \text{ rad.}$$

b) Momento torsor alternado (quarto harmónico):

$$M_x = 0.04984 * \text{sen}(4.\theta + 75.31^\circ) \text{ N.m}$$

$$M_x \text{ máx.} = 0.04984 \text{ N.m}$$

$$(K_{Mx})_4 = 0.0005006$$

$$(\phi_{Mx})_4 = 75.31 \text{ graus} = 1.314 \text{ rad.}$$

(item 6).

Estes resultados estão plotados nos gráficos da ITTC, mostrados nas figuras 6.9 e 6.10

ANEXO 4 - VERIFICAÇÃO DO PROJETO DE PROPULSORES DE 4, 5, 6 E 7 LÂMINAS DA REFERÊNCIA 5 (EXEMPLO DE CÁLCULO 6.8.2)

Neste anexo, será desenvolvido o projeto dos propulsores de 4, 5, 6, e 7 lâminas exposto na referência 5. O objetivo será verificar a influência do ângulo de skew sobre os esforços alternados e comparar o resultado dos cálculos efetuados com o exposto na referência.

1) DADOS DE PROJETO:

Os seguintes dados de projeto são apresentados para o propulsor de 6 lâminas na referência 5:

a) Dados do propulsor:

- Empuxo: Estimado em 157790 Kgf

- Diâmetro: 23 ft \approx 7 m

- Razão $A_e/A_o = 0.77$

- Rotação: 109 rpm

- Número de lâminas: 6

- Distribuição de camber: NACA a=0.8

- Distribuição de espessura: NACA 66 (NSRDC modified nose and tail)

- Rake = 0

- skew: distribuição linear ao longo do raio

- Distribuição de cordas:

c/D	x=T/R
0.20	0.2013
0.25	---
0.30	0.2379
0.40	0.2648
0.50	0.2816
0.60	0.2876
0.70	0.2807
0.80	0.2564
0.90	0.2029
0.95	0.1528
1.00	0.0000

b) Dados da embarcação:

- BHP = 30000 HP

- Velocidade: 24,5 nós

- Distribuição de esteira: Não foi fornecida a distribuição radial de esteira. Porém, ela foi estimada através de cálculos iterativos pela Teoria da Linha de Sustentação de modo que o passo e a distribuição de circulação ótima resultantes fossem similares ao apresentado pela referência 5. Desta forma, a esteira foi avaliada com uma boa precisão. Este procedimento resultou em uma esteira média ($1-w_0$) igual a 0,774 (a esteira média da referência é 0,78). A distribuição de esteira estimada foi a seguinte:

$x=r/R$	1-w(r)
0.20	0.426
0.25	0.511
0.30	0.554
0.40	0.655
0.50	0.731
0.60	0.796
0.70	0.813
0.80	0.814
0.90	0.831
0.95	0.846
1.00	0.862

- Componentes harmônicas da esteira longitudinal (w_x/V_s) e tangencial (w_t/V_s): As componentes das velocidades da esteira correspondentes aos harmônicos de 1 a 9 foram fornecidas de forma gráfica. Para a análise de propulsores de 4, 5, 6 e 7 pás, os harmônicos de 3 a 8 devem ser investigados. Através dos gráficos fornecidos na referência, pode-se levantar os seguintes valores:

Embora o hélice escolhido tenha 6 lâminas, a referência 5 apresenta resultados para hélices de 4, 5, 6, e 7 lâminas. Portanto, a fim de se comparar os resultados da planilha com os da referência, foram feitos projetos pela TLS de propulsores com estes

- Distribuição das razões de velocidades induzidas (u/V_s e u'/V_s);
- Distribuição dos ângulos de passo hidrodinâmico; e

esforços vibratórios:

será obter os seguintes dados de entrada que serão utilizados na planilha de cálculo dos

O objetivo de se projetar o propulsor pela Teoria da Linha de Sustentação

2) PROJETO DO PROPULSOR PELA TLS:

x=r/R	q=3	q=4	q=5	q=6	q=7	q=8
1.00	-0.030	-0.011	-0.012	-0.010	-0.010	-0.008
0.95	-0.029	-0.010	-0.012	-0.010	-0.008	-0.009
0.90	-0.027	-0.010	-0.010	-0.010	-0.005	-0.010
0.80	-0.022	-0.009	0.000	-0.010	0.002	-0.011
0.70	-0.008	-0.010	0.009	-0.011	0.008	-0.016
0.60	0.008	-0.010	0.022	-0.013	0.010	-0.016
0.50	0.028	-0.010	0.025	-0.015	0.010	-0.012
0.40	0.042	-0.010	0.020	-0.013	0.005	-0.007
0.30	0.058	-0.010	0.002	-0.005	0.000	0.000
0.25	0.062	-0.011	-0.010	0.000	-0.008	0.001
0.20	---	---	---	---	---	---

Componentes tangenciais da esteira (v/V_s):

x=r/R	q=3	q=4	q=5	q=6	q=7	q=8
1.00	-0.074	-0.050	-0.030	-0.020	-0.015	-0.013
0.95	-0.069	-0.052	-0.020	-0.025	0.000	-0.016
0.90	-0.061	-0.058	-0.015	-0.030	0.005	-0.020
0.80	-0.047	-0.071	0.005	-0.040	0.020	-0.035
0.70	-0.021	-0.085	0.027	-0.050	0.025	-0.043
0.60	0.009	-0.080	0.043	-0.047	0.024	-0.037
0.50	0.038	-0.063	0.050	-0.040	0.015	-0.024
0.40	0.054	-0.041	0.030	-0.030	0.000	-0.016
0.30	0.063	-0.010	-0.010	-0.005	-0.018	-0.010
0.25	0.065	0.010	-0.030	0.001	-0.028	-0.008
0.20	---	---	---	---	---	---

Componentes longitudinais da esteira (v_x/V_s):

números de lâminas. Os propulsores foram projetados de forma a manter a mesma razão Ae/Ao, sendo que, em todos eles, foi usada a distribuição de circulação ótima. Entretanto, os propulsores apresentados na referência 5 utilizaram uma distribuição de circulação não ótima, com o objetivo de aliviar o carregamento na ponta das lâminas. Haverá, portanto, imprecisões resultantes de diferenças no cálculo das velocidades induzidas e dos ângulos de passo hidrodinâmico. Os seguintes resultados foram obtidos a partir dos cálculos feitos pela Teoria da Linha de Sustentação:

- Propulsor de 4 lâminas:

x/R	c/D	$\tan \beta$	u_a/V_s	u/V_s
1.00	0.302	1.1777	0.1208	-0.1691
0.95	0.331	1.0311	0.1291	-0.1716
0.90	0.357	0.8948	0.1509	-0.1630
0.80	0.397	0.7297	0.1692	-0.1382
0.70	0.421	0.6169	0.1752	-0.1152
0.60	0.431	0.5366	0.1726	-0.0951
0.50	0.422	0.4646	0.1784	-0.0843
0.40	0.385	0.4070	0.1856	-0.0769
0.30	0.304	0.3654	0.1858	-0.0689
0.25	0.229	0.3493	0.1826	-0.0646
0.20	0.000	0.3350	0.1788	-0.0604

- Propulsor de 5 lâminas:

x/R	c/D	$\tan \beta$	u_a/V_s	u/V_s
1.00	0.242	1.1621	0.1168	-0.1662
0.95	0.265	1.0175	0.1249	-0.1674
0.90	0.285	0.8830	0.1460	-0.1580
0.80	0.318	0.7200	0.1627	-0.1321
0.70	0.338	0.6087	0.1670	-0.1088
0.60	0.345	0.5294	0.1630	-0.0888
0.50	0.337	0.4585	0.1680	-0.0784
0.40	0.308	0.4016	0.1746	-0.0714
0.30	0.243	0.3605	0.1742	-0.0637
0.25	0.183	0.3447	0.1707	-0.0595
0.20	0.000	0.3306	0.1666	-0.0554

vibrações.

Os resultados dos cálculos dos esforços variáveis estão apresentados em forma de gráficos. Nos gráficos correspondentes às figuras 6.12 a 6.15 (capítulo 6), é feita uma comparação entre a intensidade dos esforços calculados pela teoria exposta e a intensidade dos mesmos apresentados na referência 5, para os propulsores de 4, 5, 6 e 7 lâminas respectivamente. Por sua vez, nos gráficos da figura 6.16 utiliza-se apenas a intensidade dos esforços calculados e corrigidos pela função de correção $F_c(S)$ a fim de se verificar a influência do número de lâminas e do ângulo de skew na intensidade das

3) RESULTADOS OBTIDOS PARA OS ESFORÇOS VARIÁVEIS:

x=r/R	c/D	tan β	ua/Vs	ut/Vs
1.00	0.000	0.3261	0.1543	-0.0505
0.95	0.131	0.3400	0.1586	-0.0544
0.90	0.174	0.3556	0.1623	-0.0585
0.80	0.220	0.3962	0.1633	-0.0660
0.70	0.241	0.4522	0.1573	-0.0726
0.60	0.247	0.5222	0.1533	-0.0826
0.50	0.241	0.6004	0.1587	-0.1024
0.40	0.227	0.7103	0.1560	-0.1259
0.30	0.204	0.8710	0.1410	-0.1527
0.25	0.189	1.0036	0.1206	-0.1631
0.20	0.173	1.1463	0.1128	-0.1633
			ua/Vs	ut/Vs

- Propulsor de 7 lâminas:

x=r/R	c/D	tan β	ua/Vs	ut/Vs
1.00	0.0000	0.3279	0.1592	-0.0525
0.95	0.1528	0.3419	0.1635	-0.0564
0.90	0.2029	0.3576	0.1671	-0.0606
0.80	0.2564	0.3983	0.1678	-0.0681
0.70	0.2807	0.4547	0.1616	-0.0749
0.60	0.2876	0.5251	0.1572	-0.0851
0.50	0.2816	0.6037	0.1620	-0.1050
0.40	0.2648	0.7142	0.1587	-0.1284
0.30	0.2379	0.8758	0.1430	-0.1549
0.25	0.2210	1.0092	0.1224	-0.1648
0.20	0.2013	1.1526	0.1144	-0.1645
			ua/Vs	ut/Vs

- Propulsor de 6 lâminas:

ANEXO 5 - CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DO PERFIL NACA 66 (TMB MODIFIED NOSE AND TAIL)

A5.1 - INTRODUÇÃO

Neste anexo serão estimadas as características geométricas do perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail), a partir da sua tabela de cotas. A finalidade de se obter estas características é utilizá-las no cálculo estrutural da lamina.

O perfil NACA 66 representa um perfil, com distribuição de espessuras da série 6, projetado pela NACA (National Advisory Committee for Aeronautics). No sistema de numeração usado para designá-lo, o seu primeiro inteiro representa a série do perfil. O segundo inteiro representa a posição em décimos da corda aonde ocorre a pressão mínima, contada a partir do bordo de ataque, para uma seção simétrica com sustentação zero. Em seguida a este número, pode-se utilizar três dígitos que designam a sua espessura em porcentagem da corda (por exemplo, o perfil NACA 66-008 significa que o perfil é da série 6 da NACA, com mínima pressão na posição x/c igual a 60% a partir do bordo de ataque e com uma espessura máxima igual a 8% da corda).

A5.2 - DISTRIBUIÇÃO DE ESPESURAS E DE CAMBER DO PERFIL NACA 66 (TMB MODIFIED NOSE AND TAIL) COM CAMBER $\alpha=0.8$

Conforme cita BROCKETT⁷, o perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail) foi obtido a partir de um perfil NACA 66-006 cuja espessura foi modificada (aumentada) junto ao bordo de fuga para facilitar sua fabricação. A distribuição de espessuras e de camber do perfil NACA 66 (TMB Modified nose and tail) com camber $\alpha=0.8$ encontra-se na tabela a seguir:

x	Y_T/τ	Y_c/f	dY_c/f
0	0	0	-
0.005	0.0665	0.0423	7.149
0.075	0.0812	0.0595	6.617
0.0125	0.1044	0.0907	5.944
0.025	0.1466	0.1586	5.023
0.05	0.2066	0.2712	4.083
0.075	0.2525	0.3657	3.515
0.1	0.2907	0.4482	3.100
0.15	0.3521	0.5869	2.488
0.2	0.4000	0.6993	2.023
0.25	0.4363	0.7905	1.635
0.3	0.4637	0.8635	1.292
0.35	0.4832	0.9202	0.933
0.4	0.4952	0.9615	0.678
0.45	0.5000	0.9881	0.385
0.5	0.4962	1.0000	0.091
0.55	0.4846	0.9971	-0.211
0.6	0.4653	0.9786	-0.532
0.65	0.4383	0.9434	-0.885
0.7	0.4035	0.8892	-1.295
0.75	0.3612	0.8121	-1.813
0.8	0.3110	0.7027	-2.712
0.85	0.2532	0.5425	-3.523
0.9	0.1877	0.3586	-3.768
0.95	0.1143	0.1713	-3.668
0.975	0.0748	0.0823	-3.441
1	0.0333	0	-3.003

Tabela A5.1 - Tabela de cotas para o perfil NACA 66 (modificado) com camber $\alpha=0.8$.

Nesta tabela, tem-se:

- (A5.1) $\frac{\tau}{Y_T} = \frac{t_0/c}{0.5t/c} = t/2$ (relação entre a meia espessura e a espessura máxima)
- (A5.2) $\frac{f}{Y_c} = \frac{Y_c/c}{Y_c} = \frac{Y_c^{max}/c}{Y_c^{max}}$ (relação entre a ordenada do camber e o camber máximo)
- (A5.3) $\frac{dY_c}{f} = \frac{dY_c}{Y_c^{max}/c}$ (relação entre a derivada do camber e o camber máximo)

A5.3 - CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

A seguir serão desenvolvidas as expressões relativas às características geométricas do perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail), com base na distribuição de espessuras da tabela mostrada no item anterior. Em virtude de se considerar o camber muito pequeno em relação à corda, ele será desprezado nos cálculos.

Os eixos que servirão de referência para a determinação das características geométricas estão mostrados na figura A5.1. Em virtude de não se considerar o camber, o eixo I, que une o bordo de ataque e o bordo de fuga, passa pelo CG do perfil. Este eixo é coincidente com o eixo x. O eixo II é perpendicular ao eixo I, passando também pelo CG do perfil, e é paralelo ao eixo y.

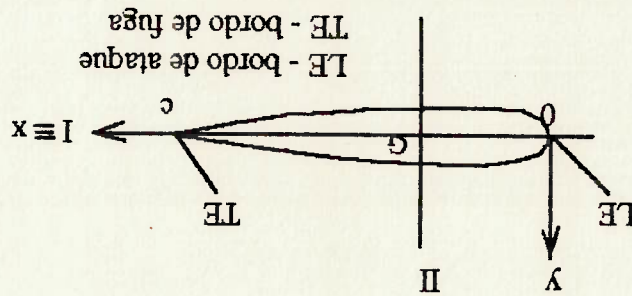


Figura A5.1 - Eixos coordenados para a determinação das características geométricas do perfil

a) Área do perfil:

A área do perfil é determinada a partir da seguinte expressão:

$$A_{\text{perfil}} = \int_0^c t \cdot dx = t_0 \cdot c \cdot \int_0^1 \frac{t}{t_0} \cdot ds \quad (\text{A5.4})$$

b) Posição do centro de gravidade em relação ao bordo de ataque:

A posição do CG do perfil (ponto G) em relação ao bordo de ataque é

determinada por:

$$x_G = \frac{\int_1^2 x \cdot t \cdot dx}{\int_1^2 s \cdot \frac{t}{t_0} \cdot ds} = \frac{\int_1^2 t \cdot dx}{\int_1^2 \frac{t}{t_0} \cdot ds} \quad (A5.5)$$

c) Momento de inércia de área em relação à linha LE-TE (eixo I):

O momento de inércia de área em relação à linha que une o bordo de ataque

(LE) ao bordo de fuga (TE), ou seja, eixo I, é dado por:

$$I_I = \int_1^2 \int_3^6 t^3 \cdot dx = \frac{c \cdot t_0^3}{12} \cdot \int_1^2 \left(\frac{t}{t_0} \right) \cdot ds \quad (A5.6)$$

d) Momento de inércia de área em relação ao eixo II:

O momento de inércia de área em relação à linha perpendicular à linha que

une o bordo de ataque e bordo de fuga e que passa pelo CG (eixo II) é determinado por:

$$I_{II} = \int_1^2 (t \cdot dx) \cdot x_G^2 - A_{paral} \cdot x_G^2 = t_0 \cdot c^3 \cdot \int_1^2 \frac{t}{t_0} \cdot s^2 \cdot ds - A_{paral} \cdot x_G^2 \quad (A5.7)$$

e) Momento de inércia polar em relação ao CG:

O momento de inércia polar em relação ao centro de gravidade é obtido pela

soma do momento de inércia em relação ao eixo I (equação A5.6) e momento de inércia em

relação ao eixo II (equação A5.7):

$$J = I_I + I_{II} = \frac{c \cdot t_0^3}{12} \cdot \int_1^2 \left(\frac{t}{t_0} \right) \cdot ds + t_0 \cdot c^3 \cdot \int_1^2 \frac{t}{t_0} \cdot s^2 \cdot ds - A_{paral} \cdot x_G^2 \quad (A5.8)$$

f) Módulo de resistência em relação ao eixo I, no ponto de máxima espessura:

O módulo de resistência em relação ao eixo I, no ponto de máxima espessura

do perfil é dado por:

$$W_x = \frac{I_I}{t_0/2} \quad (A5.9)$$

g) Momento de área em relação ao eixo I:

O momento de área da metade superior do perfil em relação ao eixo I é

determinado por:

$$M_{sI} = \int_5^0 \frac{t}{2} \cdot \frac{4}{t} \cdot dx = \frac{8}{c \cdot t_0^2} \int_1^0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^2 \cdot ds \quad (A5.10)$$

h) Momento de área em relação ao eixo II:

Os pontos de interesse na determinação deste momento de área (usado no

cálculo da tensão de cisalhamento), são os pontos de máxima espessura do perfil (pois

considera-se que nestes pontos as tensões de flexão serão máximas). Desta forma, serão

adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- O CG do perfil está muito próximo do ponto médio do mesmo, de modo que se pode

aproximar o posicionamento do eixo II como passando pelo ponto médio do perfil; e

- As abcissas dos pontos de máxima espessura estão suficientemente próximas da abcissa

do eixo II de modo a se aproximar os pontos de máxima espessura como estando sobre o

eixo II

Desta forma, o momento de área será calculado em relação ao eixo que passa no ponto

médio do perfil, sendo este momento considerado no cálculo das tensões de cisalhamento

nos pontos de máxima espessura. Assim, tem-se:

$$M_{sII} \approx \int_{c/2}^0 t \cdot dx \cdot \left(\frac{2}{c} - x \right) = c^2 \cdot t_0 \cdot \int_{1/2}^0 \frac{t}{t_0} \cdot \left(\frac{1}{2} - s \right) \cdot ds \quad (A5.11)$$

A seguir, encontra-se a planilha de cálculo para determinação das

características do perfil NACA 66 modificado, a partir das equações apresentadas. As

integrações foram feitas pelo método de Simpson

Tabela A5.2 - Planilha de cálculo e características geométricas do perfil NACA 66 modificado

1) Área do perfil	Ap	(m ²)	0,7204	cto
2) Posição do CG em relação ao LE (a partir do bordo de ataque)	G-LE	(m)	0,4734	c
3) Momento de inércia de área em relação ao eixo I	In(I)	(m ⁴)	0,0424	cto ³
4) Momento de inércia de área em relação ao eixo II	In(II)	(m ⁴)	0,0407	cto ³
5) Momento de inércia polar em relação ao CG	J	(m ⁴)	0,0424	cto ³ + 0,0407 to ³
6) Momento de área em relação ao eixo I	Ms(I)	(m ³)	0,0735	cto ²
7) Momento de área em relação ao eixo II	Ms(II)	(m ³)	0,0630	cto ²
8) Módulo de resistência em relação ao eixo I, no pro.de máx. espessura	We(I)	(m ³)	0,0848	cto ²

S	MS	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	Somatório
(1)~2	(1)~2	(1)~2	(2)~5	(3)	(4)	(5)	(2)~3
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0004	0,0004	0,0147	0,0504	0,1058	0,2561	0,6198	0,5864
0,0015	0,0015	0,0310	0,7861	0,1058	1,3521	2,3256	0,1965
0,0233	0,0233	0,2326	0,7861	0,7861	1,3521	2,3256	1,4084
0,0317	0,0317	0,2113	0,6984	0,6984	1,3521	2,3256	1,4084
0,1280	0,1280	0,6400	2,0480	2,0480	1,5229	3,2000	1,7452
0,1091	0,1091	0,4363	1,3288	1,3288	1,5229	3,2000	1,7452
0,3339	0,3339	1,1129	3,1905	3,1905	3,4403	3,7096	1,9328
0,2368	0,2368	0,6765	1,8051	1,8051	1,8679	1,9328	1,9328
0,6339	0,6339	1,5846	3,8859	3,8859	3,9236	3,9236	3,9236
0,4050	0,4050	0,9000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000
0,9924	0,9924	1,9848	3,9095	3,9095	3,9394	3,9394	3,9394
0,5864	0,5864	1,0661	1,8208	1,8208	1,8787	1,9384	1,9384
1,3401	1,3401	2,2334	3,2237	3,2237	3,4641	3,7224	3,7224
0,7407	0,7407	1,1396	1,3472	1,3472	1,5369	1,7532	1,7532
1,5817	1,5817	2,2596	2,1022	2,1022	2,6050	3,2280	3,2280
0,8127	0,8127	1,0836	0,7540	0,7540	1,0437	1,4448	1,4448
1,5923	1,5923	1,9904	0,9626	0,9626	1,5475	2,4880	2,4880
0,7317	0,7317	0,8609	0,2597	0,2597	0,5129	1,0128	1,0128
1,2163	1,2163	1,3514	0,2116	0,2116	0,5637	1,5016	1,5016
0,3095	0,3095	0,3258	0,0179	0,0179	0,0784	0,3429	0,3429
0,2844	0,2844	0,2917	0,0067	0,0067	0,0448	0,2992	0,2992
0,0333	0,0333	0,0001	0,0001	0,0001	0,0022	0,0333	0,0333
12,1250	12,1250	20,4604	30,5152	35,3038	43,2236	43,2236	43,2236

ANEXO 6 - ENVOLTÓRIAS DE MÍNIMA PRESSÃO PARA OS PERFIS NACA 66 (TMB MODIFIED NOSE AND TAIL)

BROCKETT⁷ apresentou os gráficos das envoltórias de mínima pressão para três tipos de perfis: O perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail) com distribuição de camber $a=0.8$, o Buships type I (NACA 16 modificado com distribuição de camber parabólica) e o Buships type II (NACA 16 com distribuição de camber parabólica). Neste anexo serão apresentados os gráficos das envoltórias de mínima pressão, extraídas da referência 7, para o perfil NACA 66 (TMB modified nose and tail) (figuras A6.1 a A6.7, a seguir). Na figura A6.8, é apresentado um gráfico levantado a partir das figuras A6.1 a A6.7 que representa a envoltória das envoltórias de mínima pressão, que permite se determinar o perfil ótimo, a partir do coeficiente de pressão mínimo e da razão de camber.

Figura A6.2 - Envoltória de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB Modified Nose and Tail) com camber $\alpha=0.8$ e razão de camber 0.01 (extraído da referência 7)

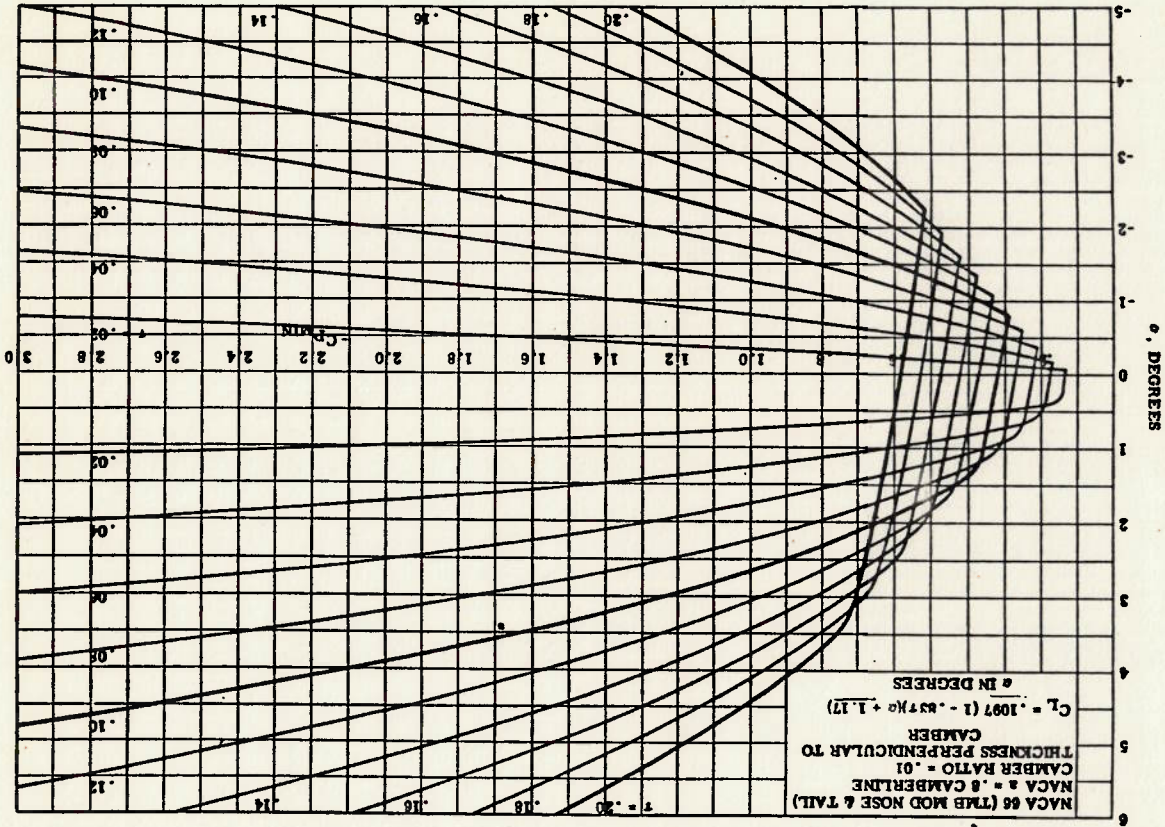


Figura A6.1 - Envoltória de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB Modified Nose and Tail) com camber zero (extraído da referência 7)

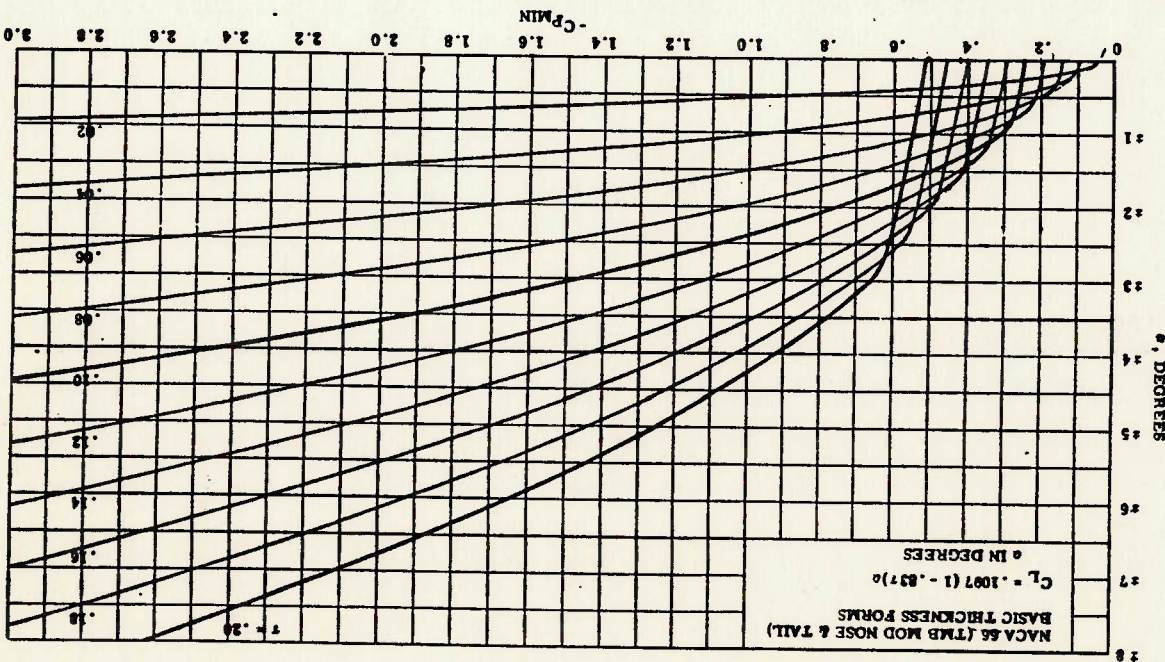


Figura A6.4 - Envoltoira de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB Modified Nose and Tail) com camber $\alpha=0.8$ e razão de camber 0.03 (extraído da referência 7)

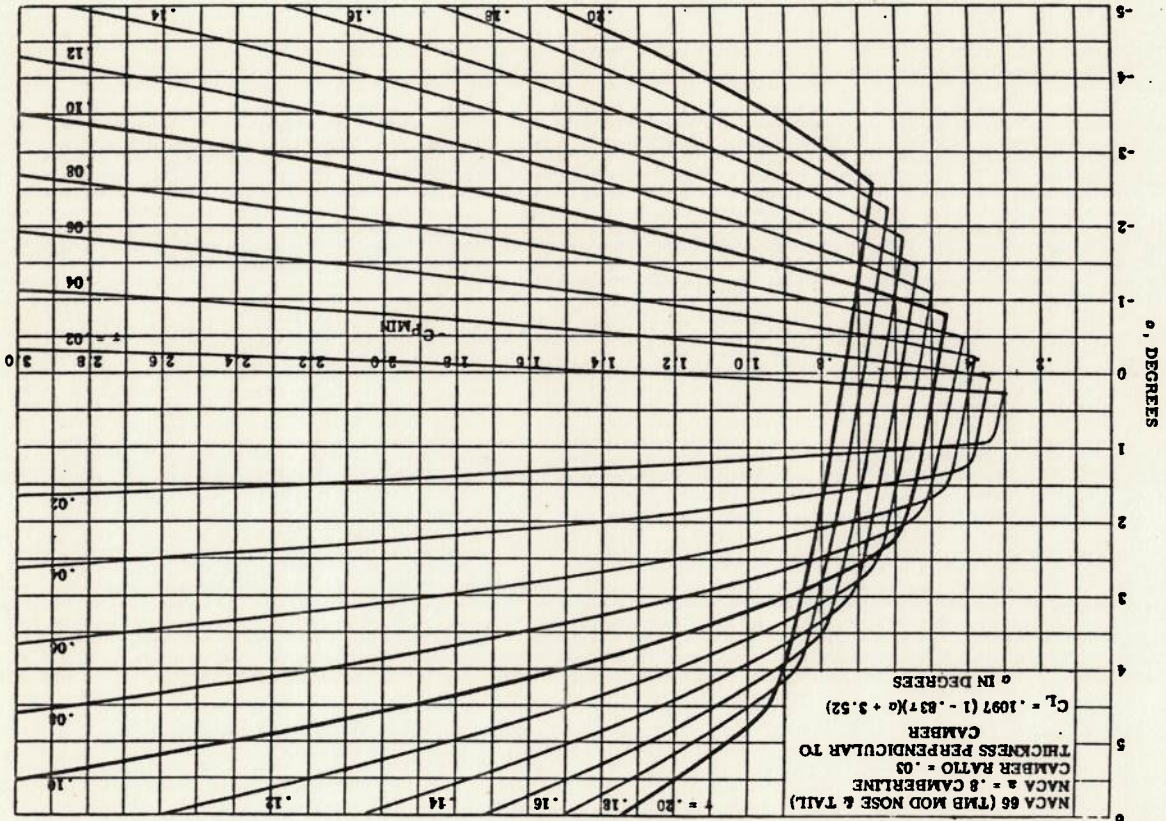


Figura A6.3 - Envoltoira de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB Modified Nose and Tail) com camber $\alpha=0.8$ e razão de camber 0.02 (extraído da referência 7)

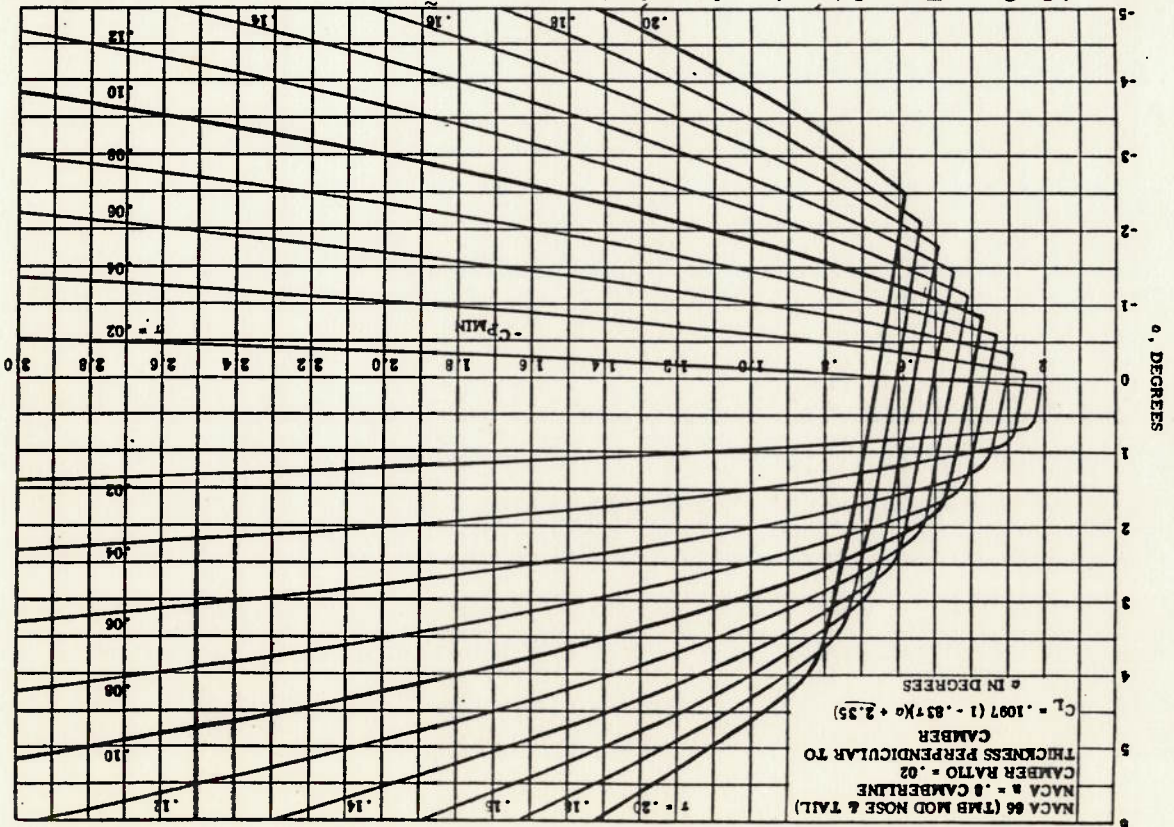


Figura A6.6 - Envolvente de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB Modified Nose and Tail) com camber $\alpha=0.8$ e razão de camber 0.05 (extraído da referência 7)

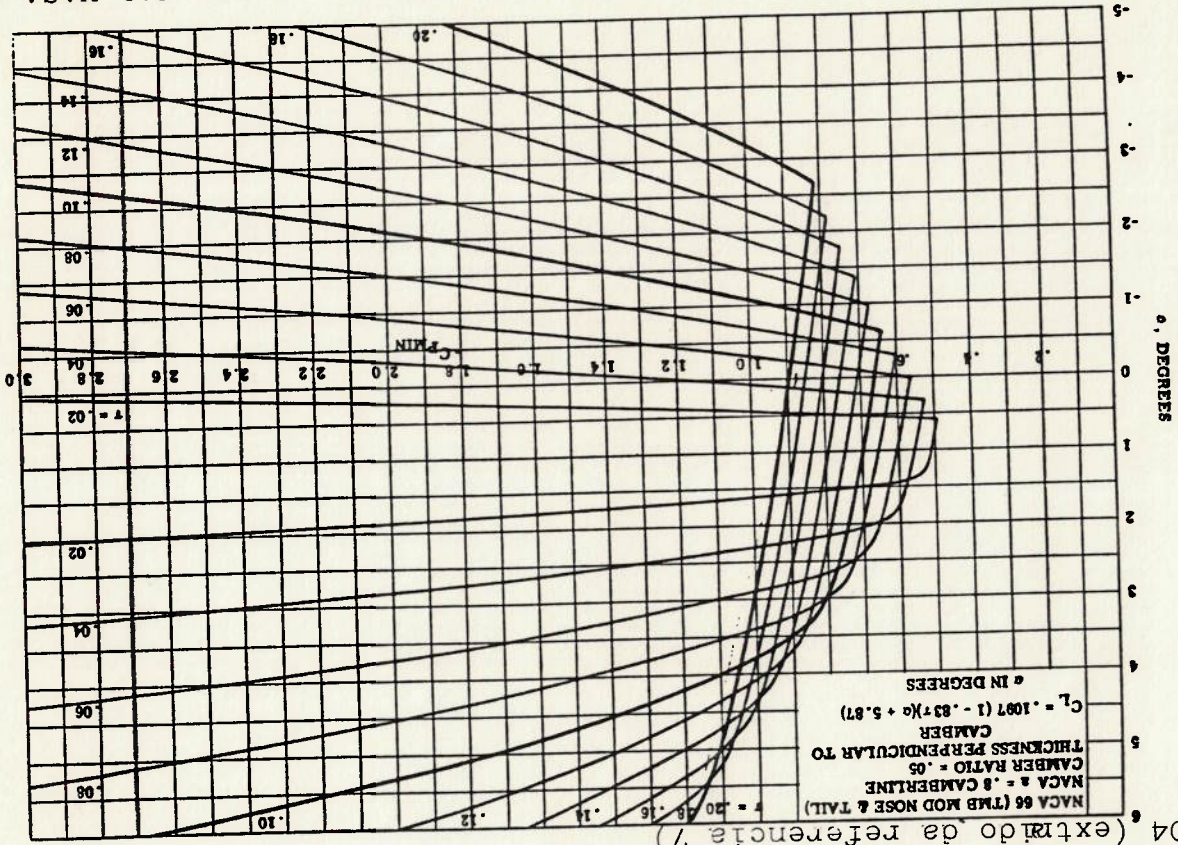
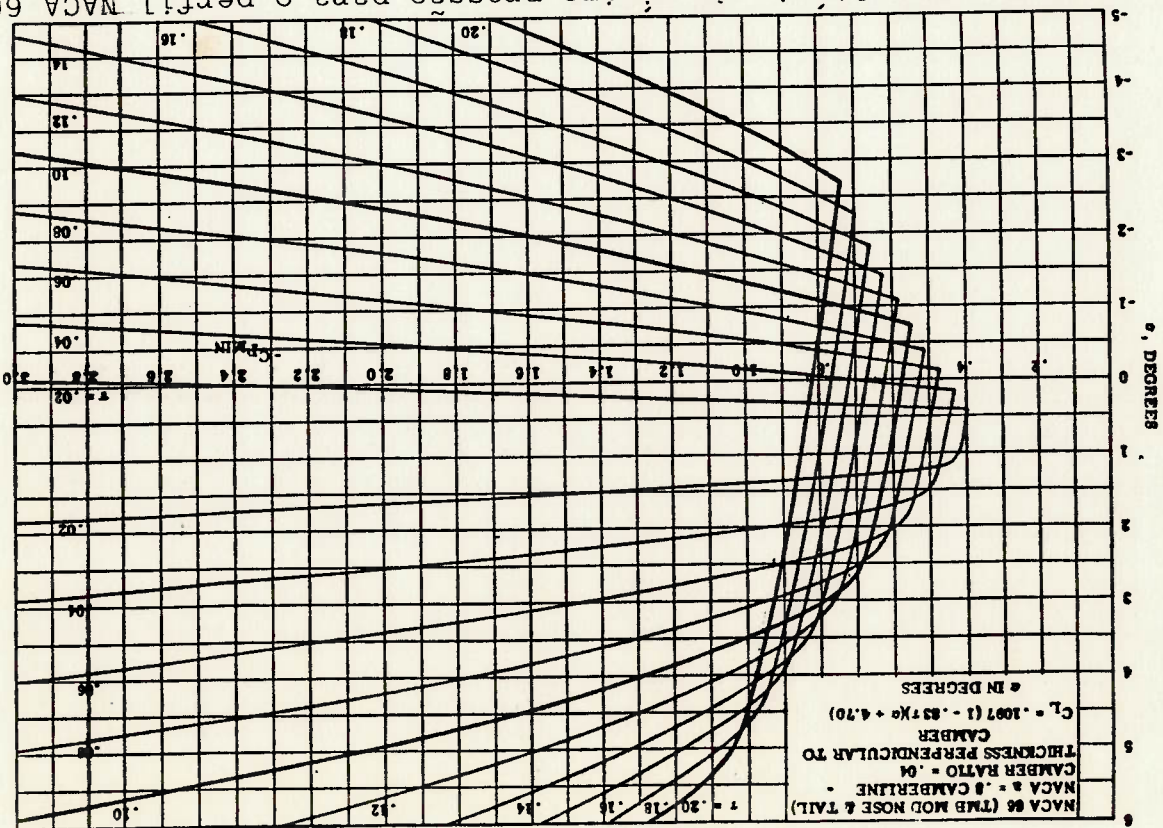


Figura A6.5 - Envolvente de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB Modified Nose and Tail) com camber $\alpha=0.8$ e razão de camber 0.04 (extraído da referência 7)



Figuras A6.8 - Geometria ótima para um dado C_p mínimo e largura da envoltória (em graus) para o perfil ótimo (gráficos referen-tes ao perfil NACA 66 (TMB Modified Nose and Tail) com camber $a=0.8$. Extraídos da referência 7).

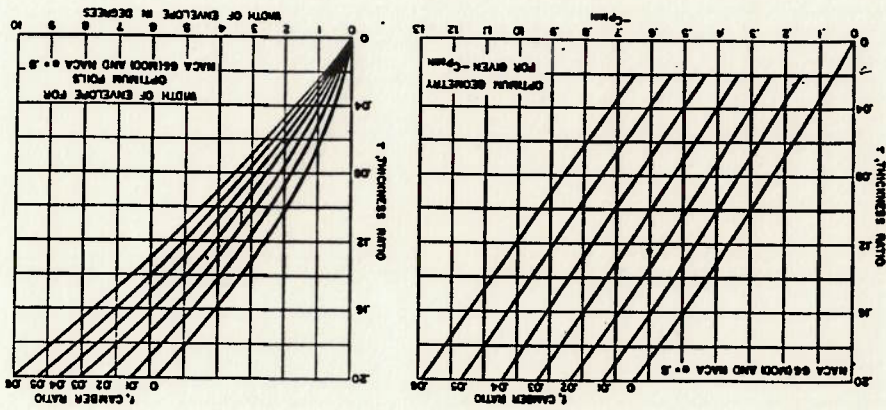
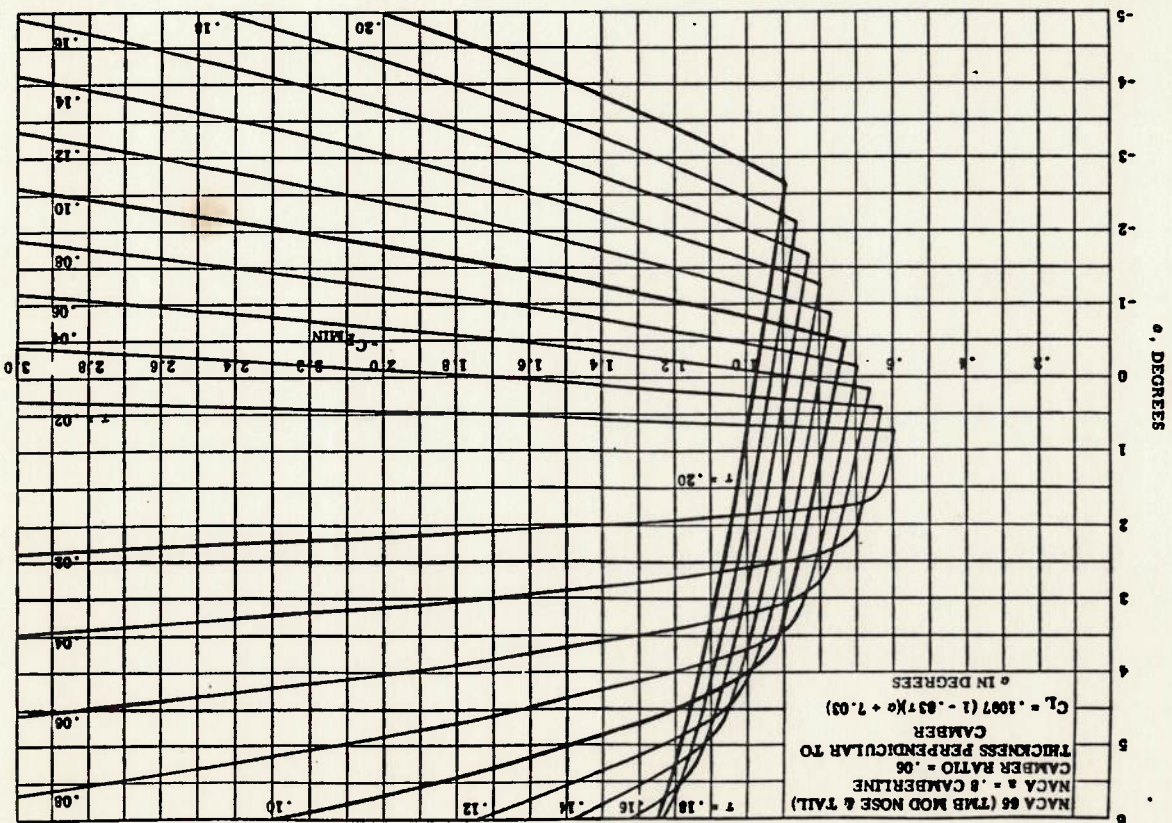


Figura A6.7 - Envoltória de mínima pressão para o perfil NACA 66 (TMB Modified Nose and Tail) com camber $a=0.8$ e razão de camber 0.06 (extraído da referência 7)



ANEXO 7 - MODELOS MATEMÁTICOS DO VÓRTICE DE RANKINE E DE UM NÚCLEO DE VÓRTICE CAVITANTE

A7.1 - MODELO MATEMÁTICO DO VÓRTICE DE RANKINE

O modelo mais simples para se descrever um vórtice de ponta não cavitante de intensidade Γ_1 e raio R_1 é o vórtice de Rankine. Este modelo de vórtice apresenta as seguintes características de distribuição de velocidades tangenciais, vorticidade e pressão

(figura A7.1):

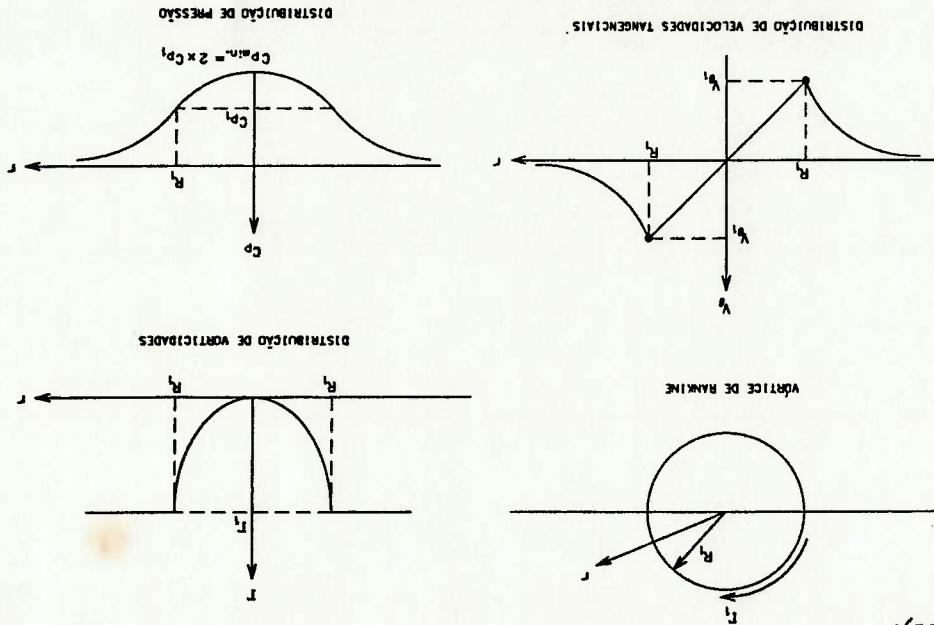


Figura A7.1 - Características do vórtice de Rankine

a) Distribuição de velocidades:

A distribuição de velocidades tangenciais do vórtice de Rankine é linear dentro dos limites do vórtice ($0 \leq r \leq R_1$), assumindo o valor zero em $r=0$ e valor $V_{\theta 1}$ (valor máximo da velocidade tangencial) em $r=R_1$. Fora dos limites do vórtice ($r > R_1$), a distribuição de velocidades é a correspondente à gerada por uma circulação Γ_1 constante. A

velocidade radial é igual a zero.

$$v_{\theta}(r) = V_{\theta 1} \frac{R_1}{r} = \frac{\Gamma_1}{2 \cdot \pi \cdot R_1^2} \text{ para } r \leq R_1$$

$$v_{\theta}(r) = \frac{\Gamma_1}{2 \cdot \pi \cdot r} \text{ para } r \geq R_1$$

(A7.1)

(A7.2)

b) Distribuição de circulação:

A distribuição de circulação do vórtice de Rankine é constante fora dos limites do vórtice ($r \geq R_1$). Dentro dos limites do vórtice ($0 \leq r \leq R_1$), a distribuição de circulação é a correspondente a distribuição linear de velocidades citada anteriormente.

$$\Gamma(r) = \Gamma_1 \cdot \left(\frac{r}{R_1}\right)^2 \text{ para } r \leq R_1$$

(A7.3)

$$\Gamma(r) = \Gamma_1 \text{ para } r \geq R_1$$

(A7.4)

c) Distribuição de pressões:

A distribuição de pressões do vórtice de Rankine pode ser obtida através de um balanço de forças em um elemento diferencial de fluido, conforme mostrado na figura

A7.2:

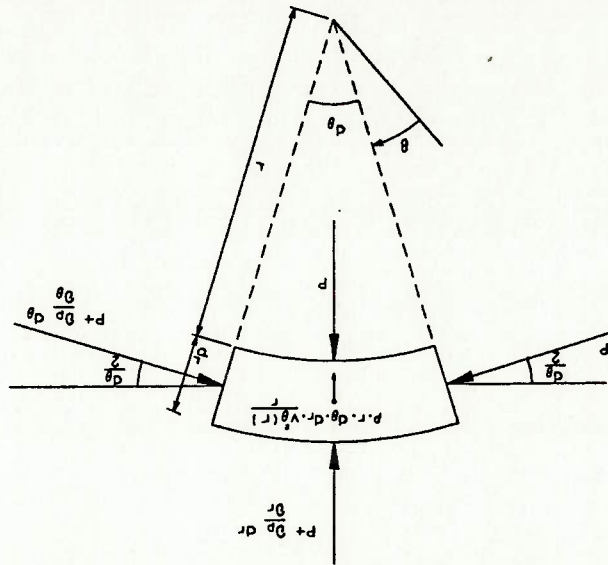


Figura A7.2 - Balanço de forças em um elemento diferencial do fluido

Na direção radial, temos o seguinte balanço de esforços:

$$\left(p + \frac{\partial p}{\partial r} \cdot dr\right) \cdot (r + dr) \cdot d\theta - p \cdot r \cdot d\theta - p \cdot \text{sen}\left(\frac{d\theta}{2}\right) \cdot dr - \left(p + \frac{\partial p}{\partial r} \cdot dr\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{d\theta}{2}\right) \cdot dr = p \cdot r \cdot d\theta \cdot dr \cdot \frac{v_\theta^2}{r}$$

(A7.5)

Considerando-se que $\text{sen}(d\theta/2) \approx d\theta/2$ e eliminando-se os termos de segunda ordem, tem-se:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = p \cdot \frac{v_\theta^2}{r}$$

(A7.6)

A integração desta expressão ao longo da coordenada r resulta na distribuição de pressões. Uma maneira conveniente de se representar esta distribuição de pressões é através do

coeficiente de pressão C_p , definido da seguinte forma:

$$C_p(r) = \frac{1}{P(r) - P_\infty} \frac{1}{2} \rho V_1^2 \tag{A7.7}$$

O valor de C_p no raio $r=R_1$, C_{p1} , é obtido integrando-se a equação A7.6 entre $r=R_1$ e $r=\infty$. Assim, substituindo o valor de $v(r)$ (expressão A7.2) em A7.6 e integrando,

tem-se:

$$\frac{dp}{dr} = \rho v_0^2(r) \frac{r}{\Gamma_1} \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\Gamma_1} \right)^2 \tag{A7.8}$$

$$\int_{P(r)}^{P_1} dp = \int_r^{\infty} \rho \Gamma_1^2 \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3} dr \Rightarrow P(r) - P_1 = \frac{\rho \Gamma_1^2}{1} \left(\frac{R_1^2}{1} - \frac{r^2}{1} \right) \tag{A7.9}$$

Fazendo $r=\infty$:

$$P_\infty - P_1 = \frac{\rho \Gamma_1^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot R_1^2} \tag{A7.10}$$

Usando a equação A7.7, chega-se ao valor de C_{p1} :

$$C_{p1} = \frac{\Gamma_1}{2 \cdot \pi \cdot R_1} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^2 = - \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^2 \tag{A7.11}$$

O valor do coeficiente de pressão $C_p(r)$ para valores de $r > R_1$ pode ser obtido

a partir das expressões A7.9, A7.10 e A7.11:

$$C_p(r) = \frac{1}{P(r) - P_\infty} + \frac{1}{P_1 - P_\infty} \frac{1}{2} \rho V_1^2 = - \frac{V_1^2}{\left(\frac{\Gamma_1}{2 \cdot \pi \cdot r} \right)^2} = - \frac{V_1^2}{V_0^2(r)} = - \left(\frac{V_1}{V_0} \cdot \frac{r}{R_1} \right)^2 = \frac{C_{p1}}{C_p} \left(\frac{r}{R_1} \right)^2 \tag{A7.12}$$

O valor de $C_p(r)$ para $r < R_1$ é obtido através da integração da expressão A7.6

para valores de raio entre $r=0$ e $r=R_1$ e do uso da equação A7.7:

$$(A7.13) \quad \int_1^0 dp = \int_1^0 \rho \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot R_1^2}{\Gamma_1} \right) \cdot r \cdot dr \Rightarrow p(r) - p_0 = \int_1^0 \rho \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot R_1^2}{\Gamma_1} \right) \cdot r \cdot dr = \frac{\rho \Gamma_1^2 \cdot r^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot R_1^4}$$

$$(A7.14) \quad \text{em } r=R_1: p_1 - p_0 = \frac{\rho \Gamma_1^2 \cdot R_1^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot R_1^4}$$

$$(A7.15) \quad C_p(r) = \frac{p(r) - p_\infty}{p(r) - p_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_1^2}{p(r) - p_0} - \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_2^2}{p_0 - p_\infty}$$

O valor de $p_\infty - p_0$ na expressão A7.15 pode ser determinado através da soma das equações A7.14 e A7.10:

$$(A7.16) \quad p_\infty - p_0 = (p_\infty - p_1) + (p_1 - p_0) = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot R_1^2}{\rho \Gamma_1^2} + \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot R_1^2}{\rho \Gamma_1^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R_1^4}{\rho \Gamma_1^2}$$

Substituindo-se as expressões A7.13 e A7.16 em A7.15, chega-se ao valor final de $C_p(r)$

$$\text{para } r < R_1: C_p(r) = \frac{p(r) - p_\infty}{p(r) - p_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_1^2}{p(r) - p_0} - \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_2^2}{p_0 - p_\infty} = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot R_1^2}{\Gamma_1} \right) \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \left(\frac{V_1^2}{V_2^2} \right) \cdot \left(\frac{R_1^2}{r^2} - 2 \right) = \left(\frac{V_1^2}{V_2^2} \right) \cdot \left(\frac{R_1^2}{r^2} - 2 \right) = C_{p1} \cdot \left(2 - \frac{r^2}{R_1^2} \right)$$

(A7.17)

O valor mínimo da pressão ocorre no núcleo do vórtice, na posição $r=0$

($p_{\min}=p_0$), sendo determinado a partir da equação A7.16:

$$(A7.18) \quad p_0 = p_\infty - \frac{\rho \Gamma_1^2}{2} - \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R_1^4}{\rho \Gamma_1^2}$$

A7.2 - MODELO MATEMÁTICO DE UM VÓRTICE CAVITANTE

Um modelo similar ao do vórtice de Rankine pode ser desenvolvido para um

vórtice cavitante que possui um núcleo completamente preenchido por vapor.

Este desenvolvimento será baseado na hipótese de que, ao ocorrer a injeção

de cavitação, toda a vorticidade desapareceu no interior do fluido. A pressão resultante no núcleo do vórtice será igual a pressão de vaporização do fluido na temperatura considerada e

o raio do núcleo será igual a R_c .

a) Distribuição de velocidades:

A distribuição de velocidades do vórtice cavitante é similar à equação A7.2 da distribuição de velocidades do vórtice de Rankine para raios maiores que R_c e igual a zero no interior do núcleo cavitante:

$$v_\theta(r) = \frac{\Gamma_1}{2 \cdot \pi \cdot r} \text{ para } r \geq R_c \quad (\text{A7.19})$$

b) Distribuição de circulação:

A distribuição de circulação do vórtice cavitante é constante para raios maiores que R_c e zero para raios menores que R_c :

$$\Gamma(r) = \Gamma_1 \text{ para } r \geq R_c \quad (\text{A7.20})$$

c) Distribuição de pressões:

A distribuição de pressões do vórtice cavitante é obtida a partir da integração da equação A7.6 para raios superiores a R_c . No interior do núcleo cavitante, a pressão é igual à pressão de vaporização para a temperatura considerada:

$$\int_{p(r)}^{p_v} dp = \int_r^{R_c} \rho \cdot v_\theta^2(r) \cdot dr \Rightarrow p(r) - p_v = \int_r^{R_c} 4 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot \rho \Gamma_1^2 \cdot dr = \frac{8 \cdot \pi^2}{1} \cdot \rho \Gamma_1^2 \cdot \left(\frac{R_c^2}{1} - \frac{r^2}{1} \right) \quad (\text{A7.21})$$

A distribuição de pressões é, portanto, determinada pela equação A7.21. Para a posição $r = \infty$, o valor da pressão passa a ser igual a: $p(r) = p_\infty$. Assim, chega-se a:

$$p_\infty - p_v = \frac{\rho \Gamma_1^2}{8 \cdot \pi^2} \cdot R_c^2 \quad (\text{A7.22})$$

ANEXO 8 - DETERMINAÇÃO DO POTENCIAL DE VELOCIDADES GERADO POR g VÓRTICES HELICOIDAIS SIMÉTRICAMENTE ESPAÇADOS E DAS VELOCIDADES POR ELES INDUZIDAS

A8.1 - INTRODUÇÃO

A esteira do propulsor é modelada, na teoria de circulação, como sendo composta por folhas de vórtices helicoidais simetricamente espaçados de passo constante. Embora esta descrição da esteira não seja verdadeira, pois despreza o fenômeno de enrolamento dos vórtices da esteira (comentado no capítulo 5), é necessária a fim de se simplificar a sua modelagem matemática. Cada folha de vórtices é emitida por uma lâmina do propulsor e é composta por infinitas linhas de vórtices emitidos.

Neste anexo, será feita a dedução do campo potencial de velocidades de g vórtices helicoidais (g é o número de lâminas), cada um dos quais faz parte de uma das g folhas de vórtices que modelam a esteira, baseada no desenvolvimento feito por LERRBS³⁵. Esta dedução será feita a partir das velocidades induzidas por cada linha de vórtices, calculadas a partir da lei de Biot-Savart. Após isto, este campo potencial será usado na determinação das velocidades induzidas através da integração dos fatores de indução de Lerts ao longo do raio do propulsor.

A8.2 - DEDUÇÃO DAS COMPONENTES DE VELOCIDADE GERADA POR UMA LINHA DE VÓRTICES HELICOIDAL

As linhas de vórtices helicoidais que são formadas na esteira do propulsor geram velocidades induzidas que podem ser calculadas, em qualquer ponto do espaço, de acordo com a lei de Biot-Savart. Esta lei é expressa pela seguinte equação:

$$\vec{u} = \frac{\Gamma}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{S}}{|\vec{S}|^3} \quad (\text{A8.1})$$

onde: \vec{v} = vetor velocidade induzida pela linha de vórtices;

$\vec{\Gamma}$ = circulação de uma linha de vórtices helicoidal da esteira;

$d\vec{l}$ = vetor comprimento infinitesimal da linha de vórtices;

S = vetor distância entre a posição do vetor $d\vec{l}$ e o ponto em que se deseja calcular a

velocidade induzida pela linha de vórtices (ponto P da figura (A8.1)).

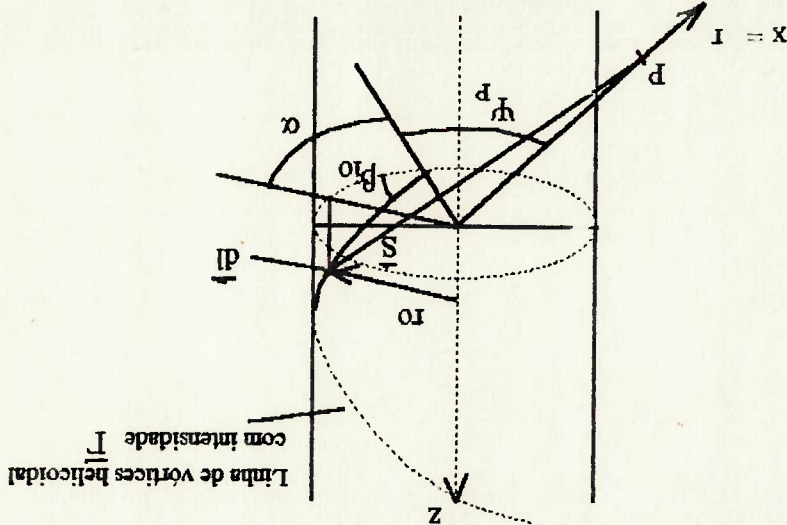


Figura A8.1 - Coordenadas e Parâmetros a serem usados na dedução das componentes das velocidades induzidas

O cálculo das velocidades induzidas por uma linha de vórtices helicoidal de intensidade $\vec{\Gamma}$ será feito a seguir, de acordo com os parâmetros e coordenadas mostrados na figura A8.1. Para o uso da lei de Biot-Savart (equação A8.1), deve-se determinar o vetor unitário $d\vec{l}$ da linha de vórtices e o vetor \vec{S} que representa a distância entre a posição do vetor $d\vec{l}$ e o ponto P (aonde são calculadas as velocidades induzidas):

a) Posição do vetor $d\vec{l}$:

$$(x,y,z) = (r_0 \cdot \cos(\alpha + \psi_p); r_0 \cdot \sin(\alpha + \psi_p); r_0 \cdot \tan(\beta_{10})) \quad (A8.2)$$

b) Posição do ponto P (ponto aonde serão calculadas as velocidades induzidas):

$$(x_p, y_p, z_p) = (r, 0, 0)$$

c) Vetor \vec{S} (\vec{S} = (posição de P - posição de $d\vec{l}$):

$$\vec{S} = (r - r_0 \cdot \cos(\alpha + \psi_p); -r_0 \cdot \sin(\alpha + \psi_p); -r_0 \cdot \alpha \cdot \tan(\beta_{10})) \quad (A8.3)$$

d) Componentes do vetor unitário $d\vec{l}$ da linha de vórtices:

$$\begin{aligned}
 d\vec{l} &= (dx, dy, dz) \\
 dx &= -dl \cdot \cos(\beta_{10}) \cdot \sin(\alpha + \Psi_p) \\
 dy &= dl \cdot \cos(\beta_{10}) \cdot \cos(\alpha + \Psi_p) \\
 dz &= dl \cdot \sin(\beta_{10})
 \end{aligned}
 \tag{A8.4}$$

O cálculo do produto vetorial $d\vec{l} \times \vec{S}$ usado na lei de Biot-Savart é feito empregando-se a

relação $dl \cdot \cos(\beta_{10}) = r_0 \cdot d\alpha$. Tem-se assim:

$$\begin{aligned}
 d\vec{l} \times \vec{S} &= \left\{ r_0^2 \cdot \tan(\beta_{10}) \cdot [-\alpha \cdot \cos(\alpha + \Psi_p) + \sin(\alpha + \Psi_p)] \right\} d\alpha \cdot \vec{i} + \\
 &+ \left\{ r_0 \cdot \tan(\beta_{10}) \cdot [r - r_0 \cdot \cos(\alpha + \Psi_p) - r_0 \cdot \alpha \cdot \sin(\alpha + \Psi_p)] \right\} d\alpha \cdot \vec{j} + \\
 &+ \left\{ r_0 \cdot [r_0 - r \cdot \cos(\Psi_p + \alpha)] \right\} d\alpha \cdot \vec{k}
 \end{aligned}
 \tag{A8.5}$$

Aplicando-se esta expressão na equação A8.1 e considerando a influência das g lâminas,

chega-se às expressões das velocidades induzidas em um determinado ponto P , situado em

um raio r , pelas linhas de vórtices helicoidais de intensidade Γ emitidas a partir do raio r_0

pelas g lâminas. Estas linhas de vórtices se estendem entre as coordenadas $z=0$ e $z=\infty$. Neste

cálculo, considera-se apenas uma linha de vórtices emitida por cada lâmina. Por isto, será

utilizada uma barra acima do símbolo da velocidade induzida (as velocidades induzidas por

infinitas linhas de vórtices helicoidais emitidas pelas g lâminas do propulsor serão

determinadas posteriormente):

$$\underline{u}_1 = \underline{u}_r = \frac{4 \cdot \pi}{\Gamma} \cdot \tan(\beta_{10}) \cdot r_0^2 \cdot \sum_{\alpha=0}^{p-1} \int_1^{\infty} \left\{ \sin(\alpha + \Psi_p) - \alpha \cdot \cos(\alpha + \Psi_p) \right\} \cdot d\alpha
 \tag{A8.6}$$

$$\underline{u}_r = \underline{u}_t = \frac{4 \cdot \pi}{\Gamma} \cdot \tan(\beta_{10}) \cdot r_0 \cdot \sum_{\alpha=0}^{p-1} \int_1^{\infty} \left\{ r - r_0 \cdot \cos(\alpha + \Psi_p) - r_0 \cdot \alpha \cdot \sin(\alpha + \Psi_p) \right\} \cdot d\alpha
 \tag{A8.7}$$

$$\underline{u}_t = \underline{u}_a = \frac{4 \cdot \pi}{\Gamma} \cdot r_0 \cdot \sum_{\alpha=0}^{p-1} \int_1^{\infty} \left\{ r_0 - r \cdot \cos(\alpha + \Psi_p) \right\} \cdot d\alpha
 \tag{A8.8}$$

$$\text{onde } \Psi_p = (p - 1) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{g}, \text{ sendo } p = 1, 2, 3, \dots, g
 \tag{A8.9}$$

8.3 - DEDUÇÃO DO CAMPO POTENCIAL DE VELOCIDADES CORRESPONDENTE ÀS LINHAS DE VÓRTICES HELICOIDAIS SIMÉTRICAMENTE ESPAÇADAS

Para a dedução do campo potencial de velocidades de g linhas de vórtices helicoidais simétricas, será assumido que o escoamento é potencial e que as linhas de vórtices se estendem desde menos infinito até mais infinito. As velocidades obtidas a partir deste campo potencial serão, portanto, igual ao dobro das velocidades induzidas pela folha de vórtices helicoidal do propulsor, em virtude desta se estender apenas de 0 à infinito. O sistema de coordenadas cilíndricas usado neste desenvolvimento é composto pelas coordenadas $z, r, e \psi$, conforme pode ser visto na figura 8.2.

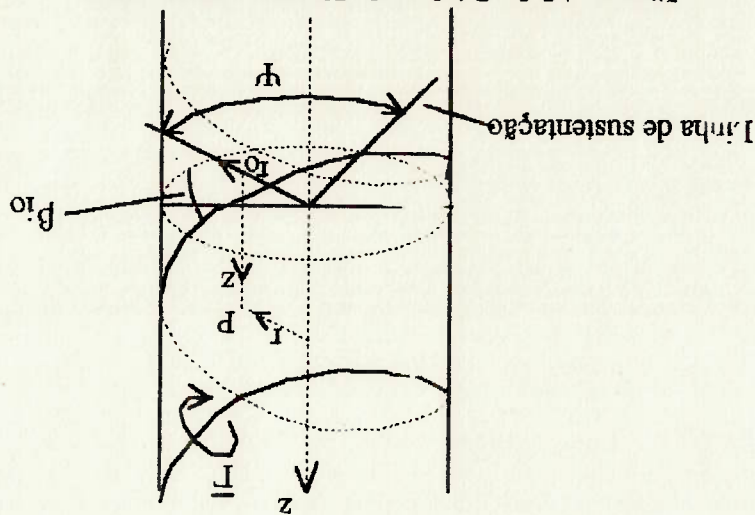


Figura 8.2 - Linhas de Vórtices Helicoidais

De início, será feito o cálculo do campo potencial gerado por uma linha de vórtices helicoidais emitida por apenas uma lâmina. Posteriormente, será feito o cálculo para as g lâminas do propulsor.

Considerando o raio r_0 (de onde a linha de vórtices é emitida) e o ângulo β_0 (ângulo de passo hidrodinâmico da linha de vórtices) constantes, tem-se que o campo de velocidades por ela gerado dependerá somente das coordenadas r e z , sendo que esta última parametriza as coordenadas r_0 e ψ através da equação 8.10:

$$v - \Psi - z/k_0, \text{ sendo } k_0 = r_0 \cdot \tan(\beta_{i0}) \quad (\text{A8.10})$$

Desta forma, o problema se apresenta bidimensionalmente em relação à

coordenada r e à coordenada parametrizada v . As componentes de velocidade induzida \underline{u}_v e

\underline{u}_r são funções pares de v , enquanto que \underline{u}_z é uma função ímpar de v . A função potencial de

velocidades Φ pode ser desenvolvida, em relação à coordenada v , em uma série de Fourier

com período 2π . Assim, a seguinte equação pode ser usada para se definir a função potencial

de velocidades Φ :

$$\Phi = C_0 + C_1 \cdot \Psi + C_2 \cdot z + C_3 \cdot f_0(r) + \sum_{n=1}^{n-1} f_n(r) \cdot \text{sen}(n \cdot v) + \sum_{n=1}^{\infty} g_n(r) \cdot \cos(n \cdot v) \quad (\text{A8.11})$$

A determinação das constantes C_0, C_1, C_2, C_3 e das funções $f_0(r), f_n(r)$ e $g_n(r)$ da

equação A8.11 será o objetivo do desenvolvimento a seguir.

As velocidades induzidas $\underline{u}_z, \underline{u}_r$ e \underline{u}_v , descritas pelas equações A8.6, A8.7 e

A8.8, podem ser obtidas através do gradiente da função potencial de velocidades Φ da

seguinte forma:

$$\underline{u}_z = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \Psi} = \frac{1}{r} \cdot \left\{ C_1 + \sum_{n=1}^{n-1} n \cdot f_n(r) \cdot \cos(n \cdot v) + \sum_{n=1}^{\infty} (-n) \cdot g_n(r) \cdot \text{sen}(n \cdot v) \right\} \quad (\text{A8.12})$$

$$\underline{u}_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = C_2 - \frac{1}{r} \cdot \sum_{n=1}^{n-1} n \cdot f_n(r) \cdot \cos(n \cdot v) + \frac{1}{r} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot g_n(r) \cdot \text{sen}(n \cdot v) \quad (\text{A8.13})$$

$$\underline{u}_v = \frac{\partial \Phi}{\partial v} = C_3 \cdot f_0'(r) + \sum_{n=1}^{n-1} f_n'(r) \cdot \text{sen}(n \cdot v) + \sum_{n=1}^{\infty} g_n'(r) \cdot \cos(n \cdot v) \quad (\text{A8.14})$$

Sendo \underline{u}_r e \underline{u}_v pares em relação a v , não deve haver termos em seno nas suas equações. Da

mesma forma, sendo \underline{u}_z ímpar, não deve haver termos em cosseno. As equações das

velocidades induzidas passam a ser:

$$\underline{u}_z = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \Psi} = \frac{1}{r} \cdot \left\{ C_1 + \sum_{n=1}^{n-1} n \cdot f_n(r) \cdot \cos(n \cdot v) \right\} \quad (\text{A8.15})$$

$$\underline{u}_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = C_2 - \frac{1}{r} \cdot \sum_{n=1}^{n-1} n \cdot f_n(r) \cdot \cos(n \cdot v) \quad (\text{A8.16})$$

$$u_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = C_3 \cdot f_0'(r) + \sum_{n=1}^{n-1} f_n'(r) \cdot \text{sen}(n \cdot \nu) \quad (\text{A8.17})$$

Com base nestas equações das componentes das velocidades induzidas, verifica-se que o termo em cosseno da equação do potencial de velocidades Φ (equação A8.11) não existe. O

potencial de velocidades é expresso, portanto, por:

$$\Phi = C_0 + C_1 \cdot \Psi + C_2 \cdot z + C_3 \cdot f_0(r) + \sum_{n=1}^{n-1} f_n(r) \cdot \text{sen}(n \cdot \nu) \quad (\text{A8.18})$$

Este potencial de velocidades deve obedecer as seguintes condições de contorno:

a) Na coordenada $r \Rightarrow \infty$: as linhas de vórtices não conseguem perturbar o fluido. Portanto, a

$$\text{velocidade induzida é igual a zero: } r \rightarrow \infty \Rightarrow u_r = u_\nu = u_\theta = 0$$

b) Na coordenada $r=0$:

b.1) $u_r = 0$: A componente radial da velocidade induzida é zero pois não há fontes na

posição $r=0$.

b.2) $u_\nu = \Gamma / (2 \cdot \pi \cdot k_0)$: Esta relação é obtida integrando-se a equação A8.8 em $r=0$.

b.3) u_θ finita.

A partir destas condições de contorno, é possível se definir algumas constantes da função

potencial de velocidades, através das equações A8.15 a A8.18:

a) Na coordenada $r \Rightarrow \infty$:

a.1) $u_r = 0$ impõe que a constante C_1 e $f_n(\infty)$ sejam finitas ou zero (equação A8.15).

a.2) $u_\nu = 0$ impõe que a constante C_2 e $f_n(\infty)$ sejam iguais a zero (equação A8.16).

a.3) $u_\theta = 0$ impõe que $f_n'(\infty)$ seja igual a zero e que $C_3 = 0$ se $f_0'(\infty) \neq 0$ ou $C_3 \neq 0$ se

$$f_0'(\infty) = 0 \text{ (equação A8.17).}$$

b) Na coordenada $r=0$:

b.1) $u_r = 0$ impõe que $f_n'(0) = 0$ e $C_3 = 0$ se $f_0'(0) \neq 0$ ou $C_3 \neq 0$ se $f_0'(0) = 0$ (equação

A8.17);

b.2) $u_\nu = \Gamma / (2 \cdot \pi \cdot k_0)$ impõe que $C_2 = \Gamma / (2 \cdot \pi \cdot k_0)$ e $f_n(0) = 0$ (equação A8.16)

b.3) u_i finita impõe que $C_1=0$ e $f_n(0)=0$ (equação A8.15).

As condições de contorno acima não permitem determinar as constantes C_1 e C_2 e as funções $f_n(r)$. Logo, para a sua determinação, algumas considerações devem ser feitas:

a) Determinação da constante C_1 : Para a determinação da constante C_1 , deve-se considerar

que a circulação ao longo de qualquer curva fechada que inclua uma linha de vórtices deve ter um valor igual à circulação da linha de vórtices. Portanto, na lamina do propulsor, para a coordenada r menor que o raio de uma determinada linha de vórtices (ou seja, nas posições internas à mesma), a circulação deve ser zero. Para a coordenada r maior que o raio da linha de vórtices (posições externas), a circulação deve ser igual à da linha de vórtices. Conclui-se, portanto, que há duas funções potencial de velocidades, uma para as posições externas à linha de vórtices e outra para as posições internas à mesma (este fato já era de se esperar, em virtude de terem sido determinados, anteriormente, valores diferentes para a constante C_2 , de acordo com a coordenada r ser zero ou infinito. Logo, tem-se:

a.1) $r > r_0$: em r maior que r_0 , a circulação é dada por:

$$\Gamma = \int_{2\pi}^0 \underline{u}_i \cdot r \cdot d\psi$$

(A8.19)

Substituindo o valor da velocidade \underline{u}_i (equação A8.15), chega-se a:

$$\Gamma = \int_{2\pi}^0 \underline{u}_i \cdot r \cdot d\psi = \int_{2\pi}^0 \left\{ C_1 + \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot f_n(r) \cdot \cos(n \cdot \psi) \right\} \cdot r \cdot d\psi = C_1 \cdot 2 \cdot \pi + \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot f_n(r) \cdot \int_{2\pi}^0 \cos[n \cdot (\psi - z/k_0)] \cdot d\psi$$

(A8.20)

A integral de 0 a 2π da função cosseno é zero e portanto, a equação A8.20 passa a ser:

$$\Gamma = C_1 \cdot 2 \cdot \pi \Rightarrow C_1 = \frac{\Gamma}{2 \cdot \pi}$$

(A8.21)

a.2) $r < r_0$: Em r menor do que r_0 , tem-se que a circulação é zero e, portanto, usando-se o

mesmo desenvolvimento feito nas equações A8.20 e A8.21, chega-se à conclusão de que a

constante C_1 é zero.

b) Determinação da constante C_3 : a constante C_3 não pode ser determinada a partir das

condições de contorno. Porém, pode ser obtida definindo-se um plano $z=$ constante, a partir

do qual, pode-se obter por conservação de massa, em qualquer raio r :

$$(A8.22) \quad \int_{2\pi}^0 u_r \cdot r \cdot dV = 0$$

Substituindo o valor de u_r (equação A8.17) e desenvolvendo-se chega-se a:

$$(A8.23) \quad \int_{2\pi}^0 \left[C_3 \cdot f_0'(r) + \sum_{n=1}^{n-1} f_n'(r) \cdot \text{sen}(n \cdot \Psi - z/k_0) \right] r \cdot d\Psi = 0$$

A integral da função senoidal entre zero e 2π é igual a zero. Logo, o valor de C_3 ou de $f_0'(r)$

deve ser zero, demonstrando que o termo correspondente a C_3 na função potencial é

constante, podendo ser incorporado à constante C_0 . Por não influenciar no resultado,

considerar-se-á $C_3=0$. Tem-se portanto, as seguintes equações para o potencial de

velocidades:

- Para raios internos à linha de vórtices ($r < r_0$):

$$(A8.24) \quad \left\{ \begin{aligned} C_1 &= 0 \\ C_2 &= \frac{\Gamma}{2 \cdot \pi \cdot k_0} \\ C_3 &= 0 \end{aligned} \right. \Rightarrow \Phi_i = C_0 + \frac{\Gamma}{2 \cdot \pi \cdot k_0} \cdot z + \sum_{n=1}^{n-1} f_n(r) \cdot \text{sen} \left[n \cdot \left(\Psi - \frac{z}{k_0} \right) \right]$$

- Para raios externos à linha de vórtices ($r > r_0$):

$$(A8.25) \quad \left\{ \begin{aligned} C_1 &= \frac{\Gamma}{2 \cdot \pi} \\ C_2 &= 0 \\ C_3 &= 0 \end{aligned} \right. \Rightarrow \Phi_e = C_0 + \frac{\Gamma}{2 \cdot \pi} \cdot \Psi + \sum_{n=1}^{n-1} f_n(r) \cdot \text{sen} \left[n \cdot \left(\Psi - \frac{z}{k_0} \right) \right]$$

c) Determinação das funções $f_n(r)$ e $f_{e,n}(r)$: para a determinação das funções

$f_n(r)$ e $f_{e,n}(r)$, será usada a equação de Laplace em coordenadas cilíndricas:

$$(A8.26) \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

Substituindo-se a equação obtida para Φ (equação A8.24) na equação de Laplace (A8.26),

chega-se a:

$$(A8.27) \quad \sum_{n=1}^{n-1} \frac{\partial^2 f_n(r)}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \sum_{n=1}^{n-1} \frac{\partial f_n(r)}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \cdot \sum_{n=1}^{n-1} f_n(r) - \frac{1}{r^2} \cdot \sum_{n=1}^{n-1} f_n(r) = 0$$

Fazendo-se o mesmo para a equação de Φ (equação A8.25), obtém-se um resultado similar à equação A8.27. Logo, pode-se suprimir o índice i ou e . Considerando cada termo da

somatória em n , tem-se:

$$(A8.28) \quad \frac{d^2 f_n(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df_n(r)}{dr} - \left(\frac{r^2}{n^2} + \frac{k_0^2}{n^2} \right) \cdot f_n = 0$$

Substituindo-se na equação A8.28 as relações abaixo:

$$(A8.29) \quad t = \frac{n \cdot r}{k_0}$$

$$(A8.30) \quad \frac{dr}{dt} = \frac{k_0}{n}$$

chega-se a:

$$(A8.31) \quad \frac{d^2 f_n}{dt^2} + \frac{1}{t} \frac{df_n}{dt} - \left(\frac{t^2}{n^2} + 1 \right) \cdot f_n = 0$$

A solução geral desta equação diferencial é uma combinação de funções de Bessel

modificadas que é dada por:

$$(A8.32) \quad f_n(r) = a_n \cdot I_n \left(\frac{k_0}{n} \cdot r \right) + b_n \cdot K_n \left(\frac{k_0}{n} \cdot r \right)$$

Nesta equação, a_n e b_n são constantes e $I_n \left(\frac{k_0}{n} \cdot r \right)$ e $K_n \left(\frac{k_0}{n} \cdot r \right)$ são funções de Bessel

modificadas. Estas funções de Bessel podem ser calculadas numericamente pelas expansões

assintóticas de Nicholson as quais, para o argumento $n \cdot r / k_0$, são dadas por:

$$(A8.33) \quad I_n \left(\frac{k_0}{n} \cdot r \right) = \left[\frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \sqrt{1 + (r/k_0)^2}}{1} \right]^{1/2} \cdot e^{n \cdot x}$$

$$(A8.34) \quad K_n \left(\frac{k_0}{n} \cdot r \right) = \left[\frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \sqrt{1 + (r/k_0)^2}}{1} \right]^{1/2} \cdot e^{-n \cdot x}$$

$$(A8.35) \quad \text{sendo } x = \sqrt{1 + \left(\frac{k_0}{r} \right)^2} - \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{\sqrt{1 + (r/k_0)^2} + 1}{\sqrt{1 + (r/k_0)^2} - 1}$$

As condições de contorno estabelecidas anteriormente para as funções $f_n(r)$ e $f'_n(r)$ especificavam que, para o raio r igual a zero ou infinito, estas duas funções deveriam ter valor nulo. Assim, no raio $r = 0$, ou seja, nos pontos internos à linha de vórtices, tem-se,

$$(A8.36) \quad \left. \begin{array}{l} Y \rightarrow -\infty \\ I_n^*(0) \rightarrow 0 \\ f_n^*(0) = a_n \cdot 0 + b_n \cdot \infty = 0 \end{array} \right\} \rightarrow b_n = 0$$

$$(A8.37) \quad f_n^*(r) = a_n \cdot I_n \left(n \cdot \frac{k_0}{r} \right)$$

usando-se as expressões A8.32 a A8.35:

$$(A8.38) \quad \Phi_i = C_{0i} + \frac{\Gamma}{2\pi} \cdot z + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot I_n \left(n \cdot \frac{k_0}{r} \right) \cdot \text{sen} \left[n \cdot \left(\Psi - \frac{k_0}{z} \right) \right]$$

Substituindo em A8.24, tem-se a seguinte equação para o potencial interno:

$$(A8.39) \quad \left. \begin{array}{l} Y \rightarrow \infty \\ I_n^*(\infty) \rightarrow \infty \\ f_n^*(\infty) = a_n \cdot \infty + b_n \cdot 0 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow a_n = 0$$

$$(A8.40) \quad f_n^*(r) = b_n \cdot K_n \left(n \cdot \frac{k_0}{r} \right)$$

Substituindo em A8.25, tem-se a seguinte equação para o potencial externo:

$$(A8.41) \quad \Phi_e = C_{0e} + \frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \Psi + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot K_n \left(n \cdot \frac{k_0}{r} \right) \cdot \text{sen} \left[n \cdot \left(\Psi - \frac{k_0}{z} \right) \right]$$

As constantes a_n e b_n podem ser determinadas através da condição de transição contínua do potencial e de sua derivada em $r=r_0$, expressa por:

$$(A8.42) \quad \left. \begin{array}{l} r = r_0 \rightarrow \\ \Phi_i = \Phi_e \\ \frac{\partial \Phi_i}{\partial r} = \frac{\partial \Phi_e}{\partial r} \end{array} \right\}$$

Empregando a primeira condição, $\Phi_i = \Phi_e$, em $r=r_0$ (usando as equações A8.38 e A8.41), chega-se a:

(A8.43)

$$(C_{0i} - C_{0a}) + \frac{z}{\Gamma} \Psi \left(\frac{k_0}{z} - \Psi \right) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot I_n \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right) \cdot \text{sen}(n \cdot \nu) - \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot K_n \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right) \cdot \text{sen}(n \cdot \nu) = 0$$

Deve-se lembrar que $\nu = \Psi - z/k_0$, segundo a equação A8.10. O valor da constante $(C_{0i} - C_{0a})$ é arbitrário, visto que seu valor não afeta as velocidades induzidas. Portanto, será usado o valor $(C_{0i} - C_{0a}) = \Gamma/2$ por conveniência, sendo $C_{0a} = \Gamma/2$ e $C_{0a} = 0$. A equação

A8.43 passa a ser portanto igual a:

$$(A8.44) \quad \frac{\Gamma}{2} - \frac{z}{\Gamma} \Psi + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot I_n \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right) \cdot \text{sen}(n \cdot \nu) - \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot K_n \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right) \cdot \text{sen}(n \cdot \nu) = 0$$

A parcela $\Gamma \cdot \nu / (2 \cdot \pi)$ da equação A8.44 pode ser desenvolvida em séries de Fourier entre 0 e

2π , da seguinte forma:

$$(A8.45) \quad A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \nu \cdot d\nu = \Gamma$$

$$(A8.46) \quad A_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \nu \cos(n \cdot \nu) \cdot d\nu = 0$$

$$(A8.47) \quad B_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \nu \cdot \text{sen}(n \cdot \nu) \cdot d\nu = -\frac{\pi}{\Gamma}$$

$$(A8.48) \quad \left[\frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \nu = \frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \left[\pi - 2 \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} \cdot \text{sen}(m \cdot \nu) \right) \right] \right]$$

Substituindo em A8.44 e desenvolvendo, chega-se a:

$$(A8.49) \quad \frac{\Gamma}{2\pi} + a_n \cdot I_n \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right) - b_n \cdot K_n \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right) = 0 \Rightarrow a_n \cdot I_n \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right) = b_n \cdot K_n \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right) - \frac{\Gamma}{2\pi n}$$

Impregando a segunda condição de contorno $\partial \psi / \partial r = \partial \psi^* / \partial r$ em $r=r_0$ (usando as

equações A8.38 e A8.41), chega-se a:

$$(A8.50) \quad \left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot I_n' \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right) \cdot \frac{k_0}{n} \cdot \text{sen}(n \cdot \nu) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot K_n' \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right) \cdot \frac{k_0}{n} \cdot \text{sen}(n \cdot \nu)$$

$$(A8.51) \quad \left. \frac{\partial \psi^*}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot K_n' \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right) \cdot \frac{k_0}{n} \cdot \text{sen}(n \cdot \nu) = \left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot I_n' \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right) \cdot \frac{k_0}{n} \cdot \text{sen}(n \cdot \nu)$$

$$(A8.52) \quad \left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \left. \frac{\partial \psi^*}{\partial r} \right|_{r=r_0} \Rightarrow a_n \cdot I_n' \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right) = b_n \cdot K_n' \left(n \cdot \frac{k_0}{r_0} \right)$$

As equações A8.49 e A8.52 formam um sistema de duas equações com duas incógnitas.

Tem-se assim:

$$\begin{cases} a_n \cdot I_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right) = b_n \cdot K_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right) \\ a_n \cdot I_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right) - \frac{\pi n}{\Gamma} \end{cases}$$

(equações A8.49 e A8.52)

O desenvolvimento deste sistema conduz a:

$$a_n = b_n \cdot K_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right) / I_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right)$$

(A8.53)

$$b_n = -\frac{\pi n}{\Gamma} \cdot I_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right) / \left[K_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right) \cdot I_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right) - K_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right) \cdot I_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right) \right]$$

(A8.54)

Aplicando-se na equação A8.54 a relação geral entre as funções de Bessel modificadas,

expressa por:

$$I_n(x) \cdot K_n(x) - I_n'(x) \cdot K_n'(x) = -1/x$$

(A8.55)

chega-se a:

$$b_n = \frac{\Gamma}{\pi \cdot k_0} \cdot I_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right) \cdot I_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right)$$

(A8.56)

$$a_n = \frac{\Gamma}{\pi \cdot k_0} \cdot K_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right) \cdot K_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right)$$

(A8.57)

Desta forma, define-se a expressão para as funções $f_n^r(r)$:

(A8.57a)

Substituindo-se os valores de a_n (A8.56) e de b_n (A8.57) nas equações dos

potenciais interno (equação A8.38) e externo (equação A8.41), tem-se:

$$\Phi_1 = \frac{2}{\Gamma} + \frac{2 \cdot \pi \cdot k_0}{\Gamma} \cdot z + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma \cdot r_0}{\Gamma \cdot r_0} \cdot K_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right) \cdot I_n \left(\frac{k_0}{n r} \right) \cdot \text{sen}(n \cdot \nu)$$

(A8.58)

$$\Phi_2 = \frac{2 \cdot \pi}{\Gamma} \cdot \Psi + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma \cdot r_0}{\Gamma \cdot r_0} \cdot I_n \left(\frac{k_0}{n r_0} \right) \cdot K_n \left(\frac{k_0}{n r} \right) \cdot \text{sen}(n \cdot \nu)$$

(A8.59)

Estes potenciais são para pontos internos e externos a uma linha de vórtices situada em r_0 .

Considerando agora que o propulsor possui g de lâminas, o que corresponde

a um número g de linhas de vórtices, tem-se:

$$\Phi_i = \frac{g \cdot \Gamma}{2} + \frac{g \cdot \Gamma}{2 \pi k_0} \cdot z + \frac{\Gamma \cdot r_0}{\pi k_0} \cdot \sum_{s=1}^g \sum_{n=1}^{\infty} K_n \left(\frac{n \cdot r_0}{k_0} \right) \cdot I_n \left(\frac{n \cdot r}{k_0} \right) \cdot \text{sen} \left[n \cdot \left(\nu - 2 \cdot \pi \cdot \frac{p-1}{p} \right) \right] \quad (\text{A8.60})$$

$$\Phi_e = \frac{\Gamma}{2 \pi} \cdot \sum_{s=1}^g \left(\Psi - 2 \cdot \pi \cdot \frac{p-1}{p} \right) + \frac{\Gamma \cdot r_0}{\pi k_0} \cdot \sum_{s=1}^g \sum_{n=1}^{\infty} I_n \left(\frac{n \cdot r_0}{k_0} \right) \cdot K_n \left(\frac{n \cdot r}{k_0} \right) \cdot \text{sen} \left[n \cdot \left(\nu - 2 \cdot \pi \cdot \frac{p-1}{p} \right) \right] \quad (\text{A8.61})$$

Como pode-se ver nas equações dos potenciais interno e externo para g lâminas (A8.60 e A8.61), os termos em somatórias que englobam as equações de Bessel modificadas são do

tipo:

$$\sum_{s=1}^g \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \text{sen} \left[n \cdot \left(\nu - 2 \cdot \pi \cdot \frac{p-1}{p} \right) \right] \quad (\text{A8.62})$$

Este tipo de somatória pode ser desenvolvido da seguinte forma:

$$\sum_{s=1}^g \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \text{sen} \left[n \cdot \left(\nu - 2 \cdot \pi \cdot \frac{p-1}{p} \right) \right] = \sum_{s=1}^g \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \left[\text{sen}(n \cdot \nu) \cdot \cos \left(2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{p-1}{p} \right) - \text{sen} \left(2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{p-1}{p} \right) \cdot \cos(n \cdot \nu) \right] \quad (\text{A8.63})$$

Empregando em A8.63 as relações

$$\sum_{s=1}^g \cos \left(2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{p-1}{p} \right) = 0 \text{ se } \frac{g}{n} \text{ é não inteiro e igual a } g \text{ se } \frac{g}{n} \text{ é inteiro} \quad (\text{A8.64})$$

$$\sum_{s=1}^g \text{sen} \left(2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{p-1}{p} \right) = 0 \quad (\text{A8.65})$$

chega-se a:

$$\sum_{s=1}^g \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \text{sen} \left[n \cdot \left(\nu - 2 \cdot \pi \cdot \frac{p-1}{p} \right) \right] = g \cdot \sum_{n=1}^g A_n \cdot \text{sen}(n \cdot \nu) \quad (\text{A8.66})$$

logo, utilizando este tipo de somatória nas equações do potencial interno e externo, chega-se às expressões finais destas potenciais de velocidades:

8.4 - DETERMINAÇÃO DOS FATORES DE INDUÇÃO DE LERBS

O potencial de velocidades para g linhas de vórtices helicoidais

simetricamente espaçadas, emitidas por g lâminas de um propulsor, foi determinado no item

anterior. Este potencial se divide em um potencial interno (que permite o cálculo das

velocidades induzidas em um ponto interno à linha de vórtices, sendo expresso pela equação

A8.67), e em um potencial externo (que permite o cálculo das velocidades induzidas para

pontos externos à linha de vórtices, sendo expresso pela equação A8.68). A partir destas

equações do potencial de velocidades, obtêm-se as equações das velocidades induzidas

tangencial u'_t e axial u'_a (a barra acima do índice da velocidade induzida indica que esta se

refere apenas às linhas de vórtices emitidas em uma determinada posição radial de cada uma

das g lâminas do propulsor. As velocidades induzidas correspondentes às infinitas linhas de

vórtices das g lâminas serão expressas por u_a e u_t). Como estas equações do potencial de

velocidades foram desenvolvidas a partir de linhas de vórtices que se propagam de $-\infty$ a $+\infty$,

é necessário dividi-lo por dois pois, no propulsor, as linhas de vórtices se propagam de 0 a

$-\infty$. Assim, as velocidades induzidas na posição da lâmina são obtidas derivando-se as

equações do potencial, nas posições $z=0$ e $\Psi=0$, internamente e externamente às linhas de

vórtices. Tem-se assim:

a) em $r < r_0$ (posição interna à linha de vórtices):

$$u_{a_i}(r, r_0) = \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi_i}{\partial z} = \frac{g \Gamma}{4 \pi k_0} \left\{ 1 - \frac{2 g \Gamma r_0}{k_0} \sum_{n=1}^{\infty} n K_{n_s} \left(\frac{k_0}{n g r_0} \right) I_{n_s} \left(\frac{k_0}{n g r} \right) \right\} \quad (A8.69)$$

$$\Phi_i = \frac{g \Gamma}{2} + \frac{2 \pi k_0}{g \Gamma} z + \frac{g \Gamma r_0}{\pi k_0} \sum_{n=1}^{\infty} K_{n_s} \left(\frac{k_0}{n g r_0} \right) I_{n_s} \left(\frac{k_0}{n g r} \right) \cdot \text{sen} \left[n g \left(\Psi - \frac{k_0}{z} \right) \right] \quad (A8.67)$$

$$\Phi_e = \frac{g \Gamma}{2 \pi} \left(g \Psi - 2 \pi \sum_{p=1}^g p - 1 \right) + \frac{g \Gamma r_0}{\pi k_0} \sum_{n=1}^{\infty} I_{n_s} \left(\frac{k_0}{n g r_0} \right) K_{n_s} \left(\frac{k_0}{n g r} \right) \cdot \text{sen} \left[n g \left(\Psi - \frac{k_0}{z} \right) \right] \quad (A8.68)$$

(A8.70)
$$u_n(r, r_0) = \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} = \frac{g^2 \Gamma \cdot r_0}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot k_0} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot K_{n_s} \left(\frac{n \cdot g \cdot r_0}{k_0} \right) \cdot I_{n_s} \left(\frac{n \cdot g \cdot r}{k_0} \right)$$

b) em $r > r_0$ (posição externa à linha de vórtices):

(A8.71)
$$u_{n_s}(r, r_0) = \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = -\frac{g^2 \Gamma \cdot r_0}{2 \cdot \pi \cdot k_0^2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot I_{n_s} \left(\frac{n \cdot g \cdot r_0}{k_0} \right) \cdot K_{n_s} \left(\frac{n \cdot g \cdot r}{k_0} \right)$$

(A8.72)
$$u_n(r, r_0) = \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} = \frac{g \cdot \Gamma}{4 \cdot \pi \cdot r} \cdot \left\{ 1 + \frac{2 \cdot g \cdot r_0}{k_0} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot I_{n_s} \left(\frac{n \cdot g \cdot r_0}{k_0} \right) \cdot K_{n_s} \left(\frac{n \cdot g \cdot r}{k_0} \right) \right\}$$

As funções de Bessel modificadas I_n e K_n podem ser substituídas pelas expansões assintóticas de Nicholson, (equações A8.33, A8.34 e A8.35), resultando nos seguintes valores para as velocidades induzidas:

a) em $r < r_0$ (posição interna à linha de vórtices):

(A8.73)
$$u_n(r, r_0) = \frac{g \cdot \Gamma}{4 \cdot \pi \cdot k_0} \cdot (1 + B_1)$$

(A8.74)
$$u_n(r, r_0) = -\frac{g \cdot \Gamma}{4 \cdot \pi \cdot r} \cdot B_2$$

b) em $r > r_0$ (posição externa à linha de vórtices):

(A8.75)
$$u_{n_s}(r, r_0) = -\frac{g \cdot \Gamma}{4 \cdot \pi \cdot k_0} \cdot B_1$$

(A8.76)
$$u_n(r, r_0) = \frac{g \cdot \Gamma}{4 \cdot \pi \cdot r} \cdot (1 + B_1)$$

Nestas equações, os parâmetros B_1 e B_2 são dados por:

(A8.77)
$$B_{1,2} = \left(\frac{1 + y_0^2}{1 + y_2^2} \right)^{0,25} \cdot \left[\frac{e^{\pm \alpha_{12}} - 1}{1 \pm \frac{2 \cdot g}{y_0^2} \cdot \ln \left(1 + \frac{e^{\pm \alpha_{12}} - 1}{1} \right)} \right]$$

(A8.78)
$$A_{1,2} = \pm \left(\sqrt{1 + y_2^2} - \sqrt{1 + y_0^2} \right) \pm \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{\left(\sqrt{1 + y_0^2} + 1 \right) \cdot \left(\sqrt{1 + y_2^2} + 1 \right)}{\left(\sqrt{1 + y_2^2} - 1 \right) \cdot \left(\sqrt{1 + y_0^2} - 1 \right)}$$

onde:

(A8.79)
$$y_0 = \frac{k_0}{r_0} = \frac{\tan \beta_{10}}{1}$$

(A8.80)

$$\gamma = \frac{r}{x} = \frac{k_0}{x} \tan \beta_0$$

LFRBS30 utilizou, em 1952, o conceito dos fatores de indução, definidos

como a relação entre as velocidades induzidas pelas linhas de vórtices helicoidais e uma

velocidade de referência. Esta velocidade de referência foi estabelecida como sendo a

velocidade gerada em um determinado ponto P, situado na posição radial r, por uma linha de

vórtices reta situada na posição radial r₀, de intensidade constante Γ , que se estende desde a

posição z=0 até a posição z=∞, paralela ao eixo z. Assim, os fatores de indução são

adimensionais que representam as velocidades induzidas. Definindo as velocidades de

referência deste modo, LFRBS evitou problemas matemáticos na determinação da

velocidade induzida quando a coordenada aonde ela é calculada (r) tende à posição da linha

de vórtices (r₀) (ou seja, quando y tende a y₀). Ao ocorrer isto, tanto o valor da velocidade

induzida como o valor da velocidade de referência tendem matematicamente ao infinito com

a mesma ordem de grandeza, tornando os fatores de indução finitos. As expressões para os

fatores de indução de acordo com LFRBS são:

(A8.81)

$$i_0 = \frac{u_0}{\Gamma} \left/ \left(\frac{4 \cdot \pi \cdot (r - r_0)}{\Gamma} \right) \right.$$

(A8.82)

$$i_1 = \frac{u_1}{\Gamma} \left/ \left(\frac{4 \cdot \pi \cdot (r - r_0)}{\Gamma} \right) \right.$$

Substituindo as equações das velocidades induzidas (equações A8.73 a

A8.76) nas equações dos fatores de indução (equações A8.81 e A8.82), chega-se às

expressões finais para o cálculo destes fatores:

a) em r > r₀ (posição interna à linha de vórtices):

(A8.83)

$$i_{01}(x, x_0) = \mathcal{G} \cdot \frac{x_0 \tan \beta_0}{x} \cdot \left(\frac{x}{x_0} - 1 \right) \cdot (1 + B_2)$$

(A8.84)

$$i_{11}(x, x_0) = \mathcal{G} \cdot \left(\frac{x}{x_0} - 1 \right) \cdot B_2$$

Cada lâmina do propulsor, representada por uma linha de sustentação, induz no fluido a formação de uma folha de vórtices que se propaga para a ré do propulsor de modo helicoidal. A teoria da linha de sustentação considera que o ângulo de passo destes vórtices é constante (na realidade não são, devido ao fenômeno de enrolamento dos vórtices na esteira, que será visto no capítulo 5, referente à cavitação). Estas folhas de vórtices provocam a formação de velocidades induzidas ao longo da lâmina, que são semelhantes ao "downwash" provocado pelo escoamento sobre uma asa plana de razão de aspecto finita. As velocidades induzidas totais podem ser calculadas através da integração das velocidades induzidas geradas por cada linha de vórtices helicoidal ao longo da lâmina, com o auxílio dos fatores de indução determinados no item anterior

A8.5 - CAMPO DE VELOCIDADES DEVIDO ÀS FOLHAS DE VÓRTICES HELICOIDAIS SIMÉTRICAMENTE ESPAÇADOS GERADAS PELAS LÂMINAS

$$\begin{aligned}
 & \text{- para } x_0/x \rightarrow 1: \begin{cases} i'' \rightarrow \cos \beta_0 \\ i'' \rightarrow \sin \beta_0 \end{cases} \\
 & \text{- para } x_0/x \rightarrow \infty: \begin{cases} i'' \rightarrow \varepsilon / \tan \beta_0 \\ i'' \rightarrow 0 \end{cases} \\
 & \text{- para } x_0/x \rightarrow 0: \begin{cases} i'' \rightarrow \varepsilon \\ i'' \rightarrow 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

As expressões acima possuem os seguintes valores limites:

$$i''(x, x_0) = -\varepsilon \cdot \frac{x}{x_0} - 1 \left(1 + B_1 \right) \quad (\text{A8.86})$$

$$i''(x, x_0) = -\varepsilon \cdot \frac{x}{x_0} \tan \beta_0 - 1 \cdot B_1 \quad (\text{A8.85})$$

b) em $r > r_0$ (posição externa à linha de vórtices):

Assim, substituindo-se a equação que expressa a intensidade do vórtice

helicoidal (Γ) em função da circulação no perfil (Γ) (equação 4.24, do capítulo 4) nas

equações referentes aos fatores de indução (equações A8.81 e A8.82), e integrando ao longo

do raio, chega-se à seguinte equação referente ao cálculo da velocidade induzida tangencial e

axial na posição radial x , gerada pelos vórtices situados nas posições radiais x_0 :

$$u_{i\sigma}(x = r/R) = \int_1^r \frac{4 \cdot \pi \cdot R \cdot (r - r_0)}{i_{i\sigma}} \cdot \frac{d\Gamma}{d\Gamma} \cdot dr_0 = \int_1^r \frac{4 \cdot \pi \cdot R \cdot (x - x_0)}{i_{i\sigma}} \cdot dx_0 \quad (A8.88)$$

A circulação Γ pode ser expressa em sua forma adimensional G da seguinte forma:

$$G = \frac{\Gamma}{\pi D V_s} \quad (A8.89)$$

Substituindo esta relação na equação A8.88, chega-se a:

$$u_{i\sigma}(x) = \frac{V_s}{1} \int_1^x \frac{dG}{1} \cdot \frac{x - x_0}{i_{i\sigma}} \cdot dx_0 \quad (A8.90)$$

As posições x_0 e x podem ser parametrizadas pelos ângulos de posição ϕ_0 e ϕ ,

respectivamente, de forma que, no boesso, o ângulo de posição seja igual a zero e na ponta da

lâmina, o ângulo de posição seja igual a π radianos:

$$x_0 = \frac{1}{2} \cdot (1 + x_n) - \frac{1}{2} \cdot (1 - x_n) \cdot \cos \phi_0 \quad (A8.91)$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot (1 + x_n) - \frac{1}{2} \cdot (1 - x_n) \cdot \cos \phi \quad (A8.92)$$

Substituindo-se as equações A8.91 e A8.92 em A8.90, chega-se a:

$$u_{i\sigma}(\phi) = \frac{V_s}{1} \int_{\phi_0}^{\phi} \frac{dG(\phi_0)}{1} \cdot \frac{(1 - x_n) \cdot (\cos \phi_0 - \cos \phi)}{i_{i\sigma}} \cdot d\phi_0 \quad (A8.93)$$

É interessante expressar a circulação adimensional G através de séries de Fourier, de modo a

se desenvolver a equação A8.93. Desta forma, tem-se:

$$G(\phi_0) = \sum_0^m A_m \cdot \sin(m \cdot \phi_0) + B_m \cdot \cos(m \cdot \phi_0) \quad (A8.94)$$

Fisicamente, tanto no boesso como na ponta da lâmina ocorre uma equalização de pressões,

não havendo, portanto, sustentação nem circulação. Tem-se, assim, as seguintes condições

de contorno para a série de Fourier que expressa a circulação adimensional G (equação

A8.94):

$$\text{em } x = \pi: \varphi_0 = 0 \rightarrow G = 0$$

$$\text{em } x = 1: \varphi_0 = \pi \rightarrow G = 0$$

Usando estas condições de contorno na equação A8.94, conclui-se que B_m é igual a zero,

sendo a circulação adimensional representada por uma série de senos:

$$(A8.95) \quad G(\varphi_0) = \sum_{m=1}^{\infty} G_m \cdot \text{sen}(m \cdot \varphi_0)$$

Por sua vez, os fatores de indução, calculados pelas equações A8.83 a A8.86, podem ser

decompostos em séries de cossenos em relação ao ângulo de posição do vórtice helicoidal φ_0 .

Estes fatores, conforme pode ser visto nestas equações, dependem da posição x (ou φ) da

lâmina em que se deseja calcular a velocidade induzida, da posição do vórtice helicoidal x_0

(ou φ_0), do ângulo de passo hidrodinâmico β_i e do número de lâminas g . Tem-se assim:

$$(A8.96) \quad i_{i\sigma}^m(\varphi, \varphi_0) = \sum_{n=0}^{\infty} I_{i\sigma}^n(\varphi) \cdot \cos(n \cdot \varphi_0)$$

Substituindo-se os valores de G (equação A8.95) na equação A8.94) na equação das velocidades induzidas

(A8.93), chega-se a:

$$(A8.97) \quad u_{i\sigma}^s(\varphi) = \frac{V^s}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sum_{m=1}^{\infty} m \cdot G_m \cdot \cos(m \cdot \varphi_0) \cdot i_{i\sigma}^m(\varphi, \varphi_0) \cdot d\varphi_0$$

Esta equação pode ser expressa também da seguinte forma:

$$(A8.98) \quad u_{i\sigma}^s(\varphi) = \frac{V^s}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} m \cdot G_m \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{(1-x_n)}{1} \cdot \frac{\cos(m \cdot \varphi_0)}{\cos(m \cdot \varphi_0)} \cdot i_{i\sigma}^m(\varphi, \varphi_0) \cdot d\varphi_0$$

Pode-se desenvolver a equação A8.98, denominando-se de $h_{i\sigma}^m$ a integral nela presente:

$$(A8.99) \quad h_{i\sigma}^m(\varphi) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos(m \cdot \varphi_0)}{\cos(m \cdot \varphi_0)} \cdot i_{i\sigma}^m(\varphi, \varphi_0) \cdot d\varphi_0$$

Substituindo-se em A8.99 a expansão em série de cossenos das velocidades induzidas

(equação A8.96), tem-se:

As integrais mostradas na equação A8.100 são conhecidas como integrais de Glauert, sendo

$$\begin{aligned}
 h_{\nu}^m(\phi) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(m \cdot \phi_0) \cdot \cos(n \cdot \phi_0) \cdot d\phi_0 = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \sum_{m=0}^n I_{\nu}^m(\phi) \cdot \left\{ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos[(m+n) \cdot \phi_0] \cdot d\phi_0 + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos[(m-n) \cdot \phi_0] \cdot d\phi_0 \right\}
 \end{aligned}
 \tag{A8.100}$$

iguais a:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(n \cdot \phi_0) - \cos \phi_0}{\cos(n \cdot \phi_0) \cdot \cos \phi_0} \cdot d\phi_0 = \pi \cdot \frac{\cos \phi_0}{\cos(n \cdot \phi_0)}
 \tag{A8.101}$$

Assim, substituindo este valor na equação A8.100, tem-se:

- para $n \leq m$ (o somatório em n vai desde $n=0$ até $n=m$):

$$\begin{aligned}
 h_{\nu}^m(\phi) &= \frac{1}{2} \cdot \sum_{m=0}^n I_{\nu}^m(\phi) \cdot \left\{ \frac{\cos \phi_0}{\pi \cdot \cos[(m+n) \cdot \phi_0]} + \frac{\cos \phi_0}{\pi \cdot \cos[(m-n) \cdot \phi_0]} \right\} = \\
 &= \left\{ \frac{\cos \phi_0}{\pi \cdot \cos(m \cdot \phi_0) \cdot \cos(n \cdot \phi_0)} \right\} \cdot \sum_{m=0}^n I_{\nu}^m(\phi)
 \end{aligned}
 \tag{A8.102}$$

- para $n > m$ (faz-se na equação A8.100 $\cos(m-n) \cdot \phi_0 = \cos(n-m) \cdot \phi_0$, indo o somatório desde $n=m+1$ até $n = \infty$):

$$\begin{aligned}
 h_{\nu}^m(\phi) &= \frac{1}{2} \cdot \sum_{m=0}^{n-m+1} I_{\nu}^m(\phi) \cdot \left\{ \frac{\cos \phi_0}{\pi \cdot \cos[(m+n) \cdot \phi_0]} + \frac{\cos \phi_0}{\pi \cdot \cos[(n-m) \cdot \phi_0]} \right\} = \\
 &= \left\{ \frac{\cos \phi_0}{\pi \cdot \cos(n \cdot \phi_0) \cdot \cos(m \cdot \phi_0)} \right\} \cdot \sum_{m=0}^{n-m+1} I_{\nu}^m(\phi)
 \end{aligned}
 \tag{A8.103}$$

Agirando as equações A8.102 e A8.103, tem-se para n variando de zero a infinito:

$$h_{\nu}^m(\phi) = \frac{\phi}{\pi} \cdot \left[\sum_{m=0}^n I_{\nu}^m(\phi) \cdot \cos(n \cdot \phi) + \cos(m \cdot \phi) \cdot \sum_{m=0}^{n-m+1} I_{\nu}^m(\phi) \cdot \cos(n \cdot \phi) \right]
 \tag{A8.104}$$

A equação para o cálculo das velocidades induzidas (equação A8.98) passa a ser portanto,

igual a:

$$\frac{V_s}{h_{\nu}^m(\phi)} = \frac{1}{1-x^2} \cdot \sum_{m=0}^n m \cdot G^m \cdot h_{\nu}^m(\phi)
 \tag{A8.105}$$

A equação A8.105 permite o cálculo das velocidades induzidas por uma folha de vórtices helicoidais igualmente espaçados. Estas velocidades são essenciais no projeto de propulsores moderadamente carregados pela TLS, definindo a diferença geométrica entre o ângulo de passo geométrico e hidrodinâmico. O desenvolvimento do cálculo pela TLS, usando-se estas velocidades induzidas, está descrito no capítulo 4.

ANEXO 9 - ESTABELECEMENTO DA CONDIÇÃO DE OPERAÇÃO ÓTIMA DE UM PROPULSOR

○ estabelecimento de uma condição de operação que possibilite que o

propulsor opere com um rendimento ótimo vem desde os trabalhos de BETZ e PRANDTL³ (1919), usando teorias de circulação.

Conforme menciona LOUKAKIS³⁹, os autores que abordaram este tema, entre eles HELMBOLD²⁴ (1927), LERBS³⁶ (1933), VAN MANEN e TROOST⁵⁷ (1952) e THODORSEN⁵⁵ (1970), calcularam a distribuição ótima de circulação e de passo da lamina baseados em modelos que consideravam a esteira do propulsor como composta de uma folha de vórtices com ângulo de passo constante, muitos desprezando as perdas viscosas. Os efeitos do enrolamento de vórtices da esteira, citados por LOUKAKIS³⁹, não eram levados em conta. O modelo assumido nas teorias de sustentação é, segundo LOUKAKIS, um modelo de necessidade que não possui uma justificativa teórica, desde que viola tanto a equação da continuidade como leis básicas de vorticidades.

A justificativa para a contínua aplicação deste modelo, embora com suas deficiências, é que seus resultados para propulsores navais de carregamento moderado são muito razoáveis. Desta forma, o estabelecimento de uma condição de operação ótima de um propulsor, para uso na teoria da linha de sustentação, é feito normalmente, desprezando-se os fenômenos de contração da esteira, enrolamento de vórtices, e consequentemente da variação do ângulo de passo hidrodinâmico. Os resultados serão sempre aproximados, não havendo condições de se garantir qual formulação exprime, de maneira melhor, a condição ótima de operação.

A9.1 - DESENVOLVIMENTO SEGUNDO VAN MANEN E TROOST⁵⁷

VAN MANEN e TROOST⁵⁷ apresentaram um desenvolvimento para a condição de operação ótima de um propulsor, desprezando o atraste viscoso. Este desenvolvimento é feito a seguir:

Seja o coeficiente propulsivo do sistema navio-propulsor dado por:

$$(A9.1) \quad e = \frac{EHP}{DHP} = \frac{R_1 V_s}{\bar{Q} \cdot \omega} = e_h \cdot e_{po} \cdot e_r$$

Considere-se que, ao se isolar um determinado perfil situado em um raio adimensional "x", tem-se que ele absorve uma determinada parcela da potência total (função da força tangencial por unidade de comprimento \bar{F}'_t) e entrega uma parcela do empuxo (\bar{T}). Será, assim, feita a análise do coeficiente propulsivo somente neste perfil, ou seja, do coeficiente propulsivo por unidade de comprimento, que será denominado de $e(x)$. Tem-se, portanto:

$$(A9.2) \quad e(x) = \frac{\bar{Q} \cdot \omega}{R_1 V_s} = \frac{\bar{F}'_t \cdot r \cdot \omega (1-w(x))}{\bar{T} \cdot (1-t(x)) \cdot V_a(x)}$$

Para se obter a condição de mínima perda de energia (ou seja, de distribuição ótima de circulação ao longo do raio), aplica-se agora o método de BETZ de se adicionar um elemento infinitesimal de circulação $d\Gamma$ em um dado perfil situado no raio x. Tem-se assim, uma variação infinitesimal no empuxo por unidade de comprimento proporcionado pelo perfil ($d\bar{T}$) e na força tangencial por unidade de comprimento atuante sobre o mesmo ($d\bar{F}'_t$). Estas variações provocam uma variação infinitesimal no coeficiente propulsivo do perfil

($d\bar{e}(x)$). Da mesma forma que na equação A9.2, tem-se:

$$(A9.3) \quad d\bar{e}(x) = \frac{d\bar{T} \cdot (1-t(x)) \cdot V_a(x)}{d\bar{F}'_t \cdot r \cdot \omega (1-w(x))}$$

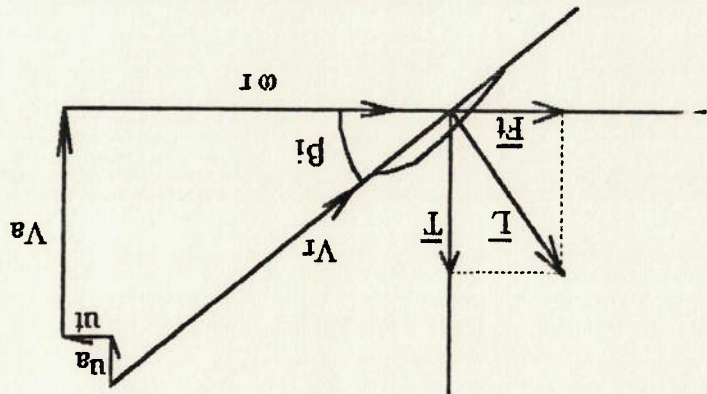
Na condição de mínima perda de energia, o valor desta variação do coeficiente propulsivo do perfil (equação A9.3) deve ser independente do raio. Caso contrário, poder-se-ia remover uma parcela infinitesimal de circulação de um raio em que a variação do coeficiente propulsivo do perfil ($d\bar{e}(x)$) fosse pequeno e adicionar esta mesma parcela infinitesimal de

circulação em um raio em que o coeficiente propulsivo do perfil fosse elevado. A circulação total seria a mesma e o coeficiente propulsivo seria maior, mostrando que a distribuição de circulação não era a ótima. Assim, na distribuição ótima, alterações infinitesimais na circulação em qualquer raio produzirão as mesmas alterações no coeficiente propulsivo. O valor de $dC(x)$ (equação A9.3) deve ser, portanto, constante para qualquer raio.

Na equação A9.3, os valores de dT e de dH_i podem ser determinados a partir da lei de Kutta-Joukowski (figura A9.1), desprezando-se o arraste viscoso:

$$dT = \rho(\omega r + u_i) \cdot dT$$

$$dH_i = \rho(V_a + u_a) \cdot dT$$



(A9.4)
(A9.5)

Figura A9.1 - Diagrama de forças e de velocidades para um perfil (sem arraste viscoso)

Substituindo estas duas equações em A9.3, tem-se:

$$dC(x) = \frac{\rho(\omega r + u_i) \cdot dT \cdot (1 - t(x)) \cdot V_a(x)}{\rho(V_a + u_a) \cdot dT \cdot r \cdot \omega \cdot (1 - w(x))} = \frac{\rho(\omega r + u_i) \cdot (1 - t(x)) \cdot V_a(x)}{\rho(V_a + u_a) \cdot r \cdot \omega \cdot (1 - w(x))} \quad (A9.6)$$

A expressão acima é igual à expressão do coeficiente propulsivo do perfil $\bar{e}(x)$, dado pela equação A9.2. Como, pela condição de operação ótima, foi definido que este coeficiente deve ser constante ao longo do raio, tem-se que $C(x)$ é constante, podendo ser denotada apenas por C. O fato de $\bar{e}(x)$ ser constante ao longo do raio também permite dizer que ele será igual ao coeficiente propulsivo do sistema navio-propulsor (e):

$$e = \bar{e}(x) = de(x) = C = \frac{\tan \beta}{\tan \beta' \cdot 1 - r(x)} \cdot \frac{\tan \beta'}{1 - w(x)} \quad (A9.7)$$

Como no cálculo da condição de operação ótima do propulsor, desenvolvido

até agora, foi desprezado o arraste viscoso, pode-se denominar a eficiência do propulsor em água aberta como sendo uma eficiência ideal em água aberta $e^{po(id)}$. Empregando a equação A9.7 na equação A9.1 e utilizando esta eficiência, estabelece-se a condição de operação ótima do propulsor em função da eficiência do propulsor ideal em água aberta, $e^{po(id)}$. A eficiência relativa rotativa é assumida como sendo igual a 1:

$$e = e_r \cdot e^{po(id)} \cdot e_w = \frac{1 - t_o}{\tan \beta' \cdot 1 - r(x)} \cdot \frac{\tan \beta'}{\tan \beta' \cdot 1 - w(x)} \quad (A9.8)$$

$$e^{po(id)} = \frac{\tan \beta' \cdot 1 - t_o}{\tan \beta' \cdot 1 - w_o} \cdot \frac{\tan \beta' \cdot 1 - t_o}{\tan \beta' \cdot 1 - w(x)} \cdot \frac{e^{po(id)}}{1} = \tan \beta' \cdot \frac{1 - t_o}{1 - w_o} \cdot \frac{1 - t_o}{1 - r(x)} \cdot \frac{e^{po(id)}}{\tan \beta'} \quad (A9.9)$$

Para um propulsor operando em água aberta, tem-se que t_o , $t(x)$, w_o e $w(x)$ são iguais a zero. Assim a condição de operação ótima do propulsor operando em água aberta é:

$$\tan \beta' = \frac{e^{po(id)}}{\tan \beta} \quad (A9.10)$$

A9.2 - DESENVOLVIMENTO SEGUNDO LERBS

LERBS chegou a uma formulação similar à de VAN MANEN e TROOST para a condição de operação ótima do propulsor. Para se chegar a esta formulação, o seguinte procedimento pode ser feito (vide LOUKAKIS39):

Seja um determinado perfil situado em um raio adimensional x ao longo da lâmina de um propulsor. O empuxo e o torque por unidade de comprimento relativos a este perfil podem ser calculados pela lei de Kutta-Joukowski, da mesma forma como no item anterior (vide equações A9.4 e A9.5):

$$\bar{T} = \rho (\omega r + u_t) \cdot \Gamma \quad (A9.11)$$

$$\bar{Q} = \rho(V_0 + u_0) \cdot \Gamma \cdot r \quad (\text{A9.12})$$

A variação do empuxo e do torque por unidade de comprimento devido à variação na

circulação em um dado raio adimensional x é dada por:

$$\delta \bar{\Gamma}(x) = \rho(\omega \cdot x \cdot R + u_1) \cdot \delta \Gamma(x) + \int_1^x \rho \Gamma(x) \cdot \delta u_1(x) \cdot dx \quad (\text{A9.13})$$

$$\delta \bar{Q}(x) = \rho(V_0 + u_0) \cdot x \cdot R \cdot \delta \Gamma(x) + \int_1^x \rho \Gamma(x) \cdot \delta u_0(x) \cdot x \cdot R \cdot dx \quad (\text{A9.14})$$

Nestas equações, δu_0 e δu_1 representam alterações nas velocidades induzidas ao longo de

toda a lâmina, devido à alteração na circulação no raio x do fólio.

O teorema do deslocamento de Munk (1919) cita que o arraste total de uma

superfície de sustentação não se altera quando seus elementos são trasladados paralelamente à direção do fluido, desde que suas circulações permaneçam inalteradas.

Aplicando isto à lâmina do propulsor, pode-se deslocar uma seção diferencial da lâmina, de circulação $\delta \Gamma(x)$, ao longo da linha de corrente correspondente ao raio x , para a esteira

plena desenvolvimento do propulsor, sem alterar seu rendimento (o raio correspondente na

esteira do propulsor passa a ser denominado r_w . Da mesma forma, são denominadas as

velocidades induzidas nesta seção deslocada para a esteira, u_{aw} e u_{aw}). Com isto, elimina-se

os segundos termos das equações A9.13 e A9.14 pois δu_0 e δu_1 são iguais a zero. Tem-se

assim:

$$\delta \bar{\Gamma}(x) = \rho(\omega \cdot x \cdot R + u_w) \cdot \delta \Gamma(x_w) \quad (\text{A9.15})$$

$$\delta \bar{Q}(x) = \rho(V_0 + u_w) \cdot x_w \cdot R \cdot \delta \Gamma(x_w) \quad (\text{A9.16})$$

Admitindo-se que o propulsor se encontra no ponto ótimo, não deve haver

variação no torque total quando se aplica uma variação diferencial na circulação em dois

raios x_1 e x_2 (removendo-se circulação de x_1 e adicionando-se em x_2) que resulte em uma

variação zero no empuxo total. Esta condição de operação ótima do propulsor é similar à

exposta no desenvolvimento feito por VAN MANEN e TROOST. Logo, tem-se para esta

condição de ótimo:

$$\delta \underline{T}(x_1) = \delta \underline{T}(x_2)$$

(A9.17)

$$\delta \underline{Q}(x_1) = \delta \underline{Q}(x_2)$$

(A9.18)

Substituindo-se A9.15 e A9.16 em A9.17 e A9.18 e dividindo-as, tem-se:

$$(A9.19) \quad \frac{\omega \cdot R \cdot x_{n1} + u_{n1}}{\omega \cdot R \cdot x_{n2} + u_{n2}} = \frac{(V_a + u_{an1}) \cdot x_{n1} \cdot R}{(V_a + u_{an2}) \cdot x_{n2} \cdot R} = \text{constante}$$

ou seja: $r_{n1} \cdot \tan \beta_{n1} = r_{n2} \cdot \tan \beta_{n2} = \text{constante} = \lambda_{n1}$

(A9.20)

Na equação A9.20, λ_{n1} é chamado de coeficiente de avanço da esteira plenamente desenvolvida. Portanto, a condição de operação ótima do propulsor requer que o coeficiente de avanço da esteira plenamente desenvolvida seja constante. Sendo o passo da esteira dado pelo coeficiente de avanço multiplicado por 2π , conclui-se que este passo deve ser constante.

Para propulsores moderadamente ou levemente carregados, despreza-se a contração da esteira e assume-se, de acordo com o desenvolvimento anterior, que ela segue linhas helicoidais com raio e ângulo de avanço fixos. Na esteira plenamente desenvolvida, pode-se considerar que as linhas de vórtices que a formam se estendem de menos infinito a mais infinito, sendo as velocidades induzidas na esteira o dobro das velocidades induzidas na lamina. Portanto:

$$r_v = r$$

$$u_{av} = 2 \cdot u_t$$

$$u_{lv} = 2 \cdot u_t$$

(A9.21)

Aplicando as equações A9.21 em A9.19, tem-se:

$$(A9.22) \quad \frac{\omega \cdot R \cdot x + 2 \cdot u_t}{(V_a + 2 \cdot u_t) \cdot x \cdot R} = \text{constante}$$

Multiplicando ambos os termos da equação A9.22 por V_s/ω (cujo valor é constante) e

substituindo V_s por $V_a(x)/(1-w(x))$:

$$(A9.23) \quad \frac{\omega.R.x + 2.n_1}{1 + \frac{2.n_1}{\omega.x.R}} \cdot \frac{\omega}{V_s} = \text{constante} \Rightarrow \frac{\omega.x.R}{\omega.x.R} = \text{constante} \cdot \frac{1 + \frac{2.n_1}{\omega.x.R}}{1 + \frac{2.n_1}{\omega.x.R}} = \text{constante} \cdot (1-w(x))$$

Extraindo a raiz quadrada da equação A9.23, chega-se a:

$$(A9.24) \quad \frac{\left(1 + \frac{\omega.x.R}{2.n_1}\right)^{1/2}}{\left(1 + \frac{2.n_1}{\omega.x.R}\right)^{1/2}} = \text{constante} \cdot (1-w(x))^{1/2}$$

Sendo os valores de $\frac{\omega.x.R}{2.n_1}$ e $\frac{2.n_1}{\omega.x.R}$ pequenos, pode-se usar a aproximação $(1+2a)^{1/2} \approx 1+a$

(válida para $a \ll 1$). Tem-se assim:

$$(A9.25) \quad \frac{\left(1 + \frac{\omega.x.R}{2.n_1}\right)^{1/2}}{\left(1 + \frac{2.n_1}{\omega.x.R}\right)^{1/2}} = \frac{1 + \frac{\omega.x.R}{2.n_1}}{1 + \frac{2.n_1}{\omega.x.R}} = \text{constante} \cdot (1-w(x))^{1/2}$$

$$(A9.26) \quad \text{ou seja: } \frac{1 + \frac{\omega.x.R}{2.n_1}}{1 + \frac{2.n_1}{\omega.x.R}} = \frac{\omega.x.R}{\omega.x.R} \cdot \frac{V_a(x) + n_2}{V_a(x)} \cdot \frac{\tan\beta(x)}{\tan\beta(x)} = \text{constante} \cdot (1-w(x))^{1/2}$$

O desenvolvimento deste critério, considerando-se a variação na resistência ao avanço da embarcação por unidade de comprimento $\frac{\partial R}{\partial x}(x)$ ao invés da variação do empuxo por unidade de comprimento $\frac{\partial T}{\partial x}(x)$ (vide a equação A9.13) faz com que se chegue a uma

expressão similar à A9.26, que é:

$$(A9.27) \quad \frac{\tan\beta(x)}{\tan\beta(x)} = \text{constante} \cdot \frac{(1-r(x))^{1/2}}{(1-w(x))^{1/2}}$$

A relação entre a tangente do ângulo de passo hidrodinâmico β e o ângulo de passo β define de uma certa forma o rendimento do propulsor. As velocidades induzidas que diferenciam estes dois ângulos representam perdas similares a velocidades induzida pelo downwash de

uma asa plana. Assim, a equação A.9.26 pode ser colocada em uma forma similar à deduzida por VAN MANEN e TROOST (equação A9.9), utilizando a esteira média e uma

eficiência ideal como valores para cálculo da constante:

$$(A9.28) \quad \frac{\tan \beta(x)}{\tan \beta'(x)} = e^{p(x) \cdot \frac{(1-w_0)^{1/2}}{(1-w(x))^{1/2}}}$$

No caso de se utilizar a equação A9.27, tem-se, de forma análoga:

$$(A9.29) \quad \frac{\tan \beta(x)}{\tan \beta'(x)} = e^{p(x) \cdot \frac{(1-w_0)^{1/2}}{(1-w(x))^{1/2}} \cdot \frac{(1-t_0) \cdot (1-t(x))}{(1-t_0)^{1/2}}}$$

Conforme citam VAN MANEN e TROOST⁵⁷, pode-se assumir que a variação de $t(x)$ com o raio é pequena e assim, o valor da relação $\sqrt{\frac{(1-t_0) \cdot (1-t(x))}{(1-t_0)^{1/2}}}$ pode ser assumido como igual a 1. Logo, recai-se na equação A9.28, que define o critério de Lerbs para o projeto de propulsores ótimos adaptados a esteira.

A9.3 - COMENTÁRIOS SOBRE OS CRITÉRIOS DE OPERAÇÃO ÓTIMA DE PROPULSORES SEGUNDO VAN MANEN E TROOST E SEGUNDO LERBS

Os critérios de operação ótima de propulsores, descritos neste anexo, modelam a esteira a partir de linhas de vórtices de passo constante, conforme as teorias de sustentação a descreevem. Não se consideram o enrolamento e a contração da esteira visto que estes aspectos dificultam muito a sua modelagem. Porém, a difusão do uso das teorias de circulação e os resultados alcançados permitem assumir que é viável considerar uma descrição menos rigorosa da esteira, possibilitando o emprego dos critérios descritos nos itens A9.1 e A9.2.

No que se refere a estes critérios, nota-se que o critério proposto por VAN MANEN e TROOST não leva em consideração o fato de que, ao se variar a circulação em

um determinado raio da esteira, as velocidades induzidas ao longo de todo o raio do propulsor são alteradas, e, conseqüentemente, a distribuição de circulação, de empuxo e de força tangencial por unidade de comprimento. O efeito da variação da circulação é retratado portanto, de forma bidimensional.

Tal não ocorre no critério sugerido por LERRBS. Conforme pode ser visto nas equações A9.13 e A9.14, as variações do empuxo e do torque por unidade de comprimento sofrem a influência da variação das velocidades induzidas ao longo de todo o raio do propulsor, provocada por uma variação na circulação em um determinado raio adimensional x. Assim, o ponto de vista de LERRBS proporciona uma tridimensionalidade no cálculo da distribuição de circulação ótima, sendo o seu uso mais interessante.

ANEXO 10 - CÁLCULO DA LINHA MÉDIA DE UM PERFIL E DO ÂNGULO DE ATAQUE IDEAL PARA UMA DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES NACA COM CAMBER

A10.1 - INTRODUÇÃO

Neste anexo será desenvolvida a metodologia para o cálculo da linha média de um perfil e para a determinação do seu ângulo de ataque ideal, a partir de uma distribuição de pressão (ou de vorticidades) sobre o mesmo.

A distribuição de pressões que será utilizada neste cálculo será a correspondente ao camber dos perfis NACA, sendo constante entre o bordo de ataque e o ponto $x/c=a$ e linearmente decrescente entre esta posição e o bordo de fuga. O cálculo será feito com esta distribuição de pressões em virtude dela ser muito empregada em perfis de propulsores (especialmente o camber NACA $a=0,8$), por causa das suas boas características em relação à separação e cavitação.

A10.2 - CÁLCULO DA LINHA MÉDIA DE UM FÓLIO

A10.2.1 - DECOMPOSIÇÃO DO PROBLEMA DE PROJETO DE UM FÓLIO EM UM PROBLEMA DE ESPESSURA E EM UM PROBLEMA DE LINHA MÉDIA:

Considerando que a teoria do potencial é uma teoria linear, pode-se decompor um determinado potencial de velocidades em vários potenciais, cada um relacionado a um dado efeito e superpô-los para se obter o resultado final. Neste item, o potencial de velocidades total do escoamento sobre um perfil será decomposto em dois potenciais, um par, relativo à espessura do perfil e outro ímpar, relativo ao camber (linha média). O problema de escoamento sobre o perfil se divide, assim, em dois problemas, um problema de espessura e um problema de sustentação.

Seja portanto, o potencial de velocidades devido às perturbações causadas pelo fôlho designado por ϕ . Este potencial pode ser decomposto em dois potenciais, um par

(ϕ_p) e um ímpar (ϕ_i):

$$(A10.1) \quad \phi(x, y) = \phi_p(x, y) + \phi_i(x, y)$$

Estes potenciais de velocidade podem ser representados da seguinte forma, segundo

NEWMAN⁴⁵:

$$(A10.2) \quad \phi_p(x, y) = \phi_p(x, -y) = \frac{1}{2} [\phi(x, y) + \phi(x, -y)]$$

$$(A10.3) \quad \phi_i(x, y) = -\phi_i(x, -y) = \frac{1}{2} [\phi(x, y) - \phi(x, -y)]$$

Para o escoamento potencial sobre o perfil, pode-se estabelecer as seguintes condições de contorno:

a) Equação da continuidade:

$$\nabla^2 \phi = 0, \text{ em todo o domínio fluido}$$

(A10.4)

b) Impermeabilidade do fôlho: Esta condição estabelece que a velocidade total \vec{V} deve ser

tangente à superfície do fôlho. Conforme a figura A10.1, tem-se (ϕ é o potencial devido à

velocidade incidente):

$$(A10.5) \quad \vec{V} = (u + U, v) = (u, v) + (U, 0) = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)$$

A componente da velocidade na direção normal ao perfil \vec{n} deve ser igual a zero. Tem-se,

portanto que o gradiente do potencial total na direção n deve ser nulo:

$$(A10.6) \quad \frac{\partial(\phi + \phi)}{\partial n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{\partial \phi}{\partial n}$$

O termo $\partial \phi / \partial n$ representa o valor da velocidade incidente na direção do vetor normal ao

perfil, podendo ser expresso pelo produto escalar entre esta velocidade incidente e o vetor

normal:

$$(A10.7) \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = (U, 0) \cdot (n_x, n_y) = U \cdot n_x$$

Substituindo este resultado em A10.6, tem-se:

Tendo sido definidas as condições de contorno do problema, será dada continuidade ao desenvolvimento das equações dos potenciais par (A10.2) e impar (A10.3).

Assim, derivando-se a equação do potencial par em relação a y , tem-se:

$$(A10.13) \quad \frac{\partial \phi_p(x, y)}{\partial y} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} - \frac{\partial \phi(x, -y)}{\partial y} \right]$$

Utilizando em A10.13 a condição de contorno de impermeabilidade do folio, expressa pelas

equações A10.9 e A10.10, chega-se a:

$$(A10.14) \quad \frac{\partial \phi_p(x, y)}{\partial y} = \frac{1}{2} U \left[\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} \right]$$

Sendo ϕ_p uma função par e $\partial/\partial y$ uma função impar em relação a y , tem-se que $\partial \phi_p/\partial y$ é uma

função impar. Portanto, tem-se:

$$(A10.15) \quad \frac{\partial \phi_p(x, y)}{\partial y} = - \frac{\partial \phi_p(x, -y)}{\partial y}$$

Utilizando-se esta propriedade em A10.14, obtém-se:

$$(A10.16) \quad \frac{\partial \phi_p}{\partial y} = \pm \frac{1}{2} U \left[\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} \right], \text{ em } y = 0 \pm$$

Repetindo este mesmo procedimento para o potencial impar, chega-se a:

$$(A10.17) \quad \frac{\partial \phi_i}{\partial y} = \frac{1}{2} U \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \right], \text{ em } y = 0 \pm$$

Os potenciais pares e impares expressos pelas equações A10.16 e A10.17 estão associados, respectivamente, aos problemas de espessura do perfil com ângulo de ataque zero, representada por $\pm(y^u - y^l)/2$ e de linha média, representada por $(y^u + y^l)/2$. Somando a estes dois problemas o problema da placa plana com ângulo de ataque, tem-se que a análise de um perfil qualquer pode ser decomposta nestas três componentes, de acordo com o mostrado na figura A10.2. Os problemas de ângulo de ataque e de linha média estão associados diretamente à sustentação gerada pelo perfil.

A10.2.2 - EQUAÇÕES RELATIVAS AO PROBLEMA DE LINHA MÉDIA E DE ESPESSURA

O problema de projeto de um perfil é definido por uma distribuição adequada de fontes (que definem a espessura) e de vórtices (que definem a linha média). Para se obter as equações relativas a estes dois tipos de problemas, é interessante o uso da variável complexa $z=x+iy$.

O emprego de fontes e vórtices pode ser expresso pelo seguinte potencial de velocidades (ϕ) e função de corrente (ψ) :

$$\zeta = \phi + i\psi = \frac{1}{2\pi} (q - i\gamma) \cdot \ln(z - \xi)$$

(A10.18)

onde q = intensidade da fonte;

γ = intensidade do vórtice;

ζ = somatória complexa do potencial de velocidades (ϕ) e da função de corrente (ψ) ;

z = posição aonde se deseja medir a velocidade;

ξ = posição aonde se encontra a singularidade

A velocidade complexa resultante de uma fonte e de um vórtice é obtida derivando-se a equação A10.18 em relação à variável complexa z , resultando assim:

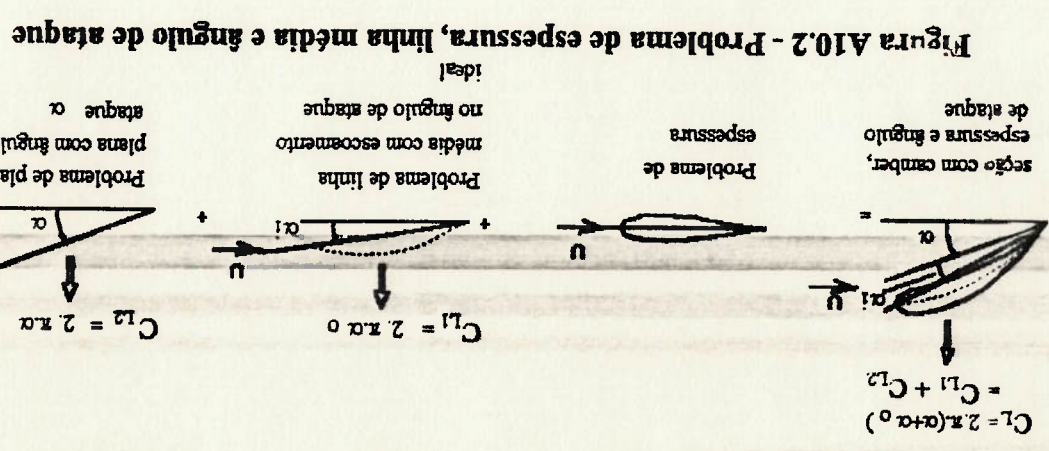


Figura A10.2 - Problema de espessura, linha média e ângulo de ataque

$$\frac{\partial}{\partial z} n(z) = n(z) - i \cdot v(z) = -\frac{1}{1} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{1} \cdot (q - i\gamma) \cdot \frac{(\xi - z)}{1} \quad (A10.19)$$

Considerando uma distribuição de fontes e vórtices ao longo da corda do perfil, tem-se que a velocidade complexa total em cada ponto será dada pela integração de A10.19 ao longo da corda:

$$n(z) - i \cdot v(z) = -\frac{1}{1} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{1} \cdot \int_{\xi}^0 (q(\xi) - i\gamma(\xi)) \cdot \frac{(\xi - z)}{1} \cdot d\xi \quad (A10.20)$$

Em virtude da presença da singularidade em $z = \xi$, a integral A10.20 deve ser avaliada contornando-se este polo. Assim, considerando a coordenada y muito menor do que a corda, pode-se fazer $z = x \pm i \cdot 0$ e usar os caminhos de integração que contornam a singularidade, mostrados na figura A10.3:



Figura A10.3 - Contornos de integração no ponto $z = \xi$

A integração de A10.20 é feita, assim, da seguinte forma:

$$n(x) - i \cdot v(x) = -\frac{1}{1} \cdot \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{x-\epsilon}^0 (q(\xi) - i\gamma(\xi)) \cdot \frac{\xi - x}{1} \cdot d\xi + \int_{\xi}^{x+\epsilon} (q(\xi) - i\gamma(\xi)) \cdot \frac{\xi - x}{1} \cdot d\xi \quad (A10.21)$$

Usando-se entre $\xi = x - \epsilon$ e $\xi = x + \epsilon$ a relação $\xi - x = \epsilon \cdot e^{i\theta}$ (o sinal + ou - é de acordo com o caminho de integração), e fora deste intervalo a integral de valor principal de Cauchy, tem-se:

$$n_{\pm}(x) - i \cdot v_{\pm}(x) = -\frac{1}{1} \cdot \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\xi}^0 (q(\xi) - i\gamma(\xi)) \cdot \frac{\xi - x}{1} \cdot d\xi \pm \int_0^{x+\epsilon} (q(\xi) - i\gamma(\xi)) \cdot i \cdot d\theta \quad (A10.22)$$

Fazendo-se o limite de $\epsilon \rightarrow 0$, chega-se a:

$$n_{\pm}(x) - i \cdot v_{\pm}(x) = -\frac{1}{1} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{1} \cdot \int_{\xi}^0 (q(\xi) - i\gamma(\xi)) \cdot \frac{\xi - x}{1} \cdot d\xi \pm \frac{2 \cdot \pi}{1} \cdot (q(x) - i\gamma(x)) \quad (A10.23)$$

A equação A10.23 engloba tanto o problema de sustentação como o de espessura. Para se separar os dois problemas, pode-se considerar que no problema de sustentação há somente a distribuição de vórtices, sendo a distribuição de fontes igual a zero. Do mesmo modo, pode-se considerar que no problema de espessura há somente a distribuição de fontes, sendo a distribuição de vórtices igual a zero. Desta forma, tem-se, para o problema de sustentação

$$(g(\xi)=0):$$

$$n_{\pm}(x) - i \cdot v_{\pm}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\xi}^0 \gamma(\xi) \cdot d\xi \pm \frac{\gamma(x)}{2} \quad (\text{A10.24})$$

Desenvolvendo a parte real e imaginária desta expressão, chega-se às equações que definem

as velocidades perturbadas no problema de sustentação:

$$n_{\pm}(x) = \pm \frac{\gamma(x)}{2} \quad (\text{A10.25})$$

$$v_{\pm}(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\xi}^0 \gamma(\xi) \cdot d\xi \pm \frac{\gamma(x)}{2} \quad (\text{A10.26})$$

De forma semelhante, faz-se a distribuição de vorticidades igual a zero ($\gamma(\xi)=0$) para o

problema de espessura:

$$n_{\pm}(x) - i \cdot v_{\pm}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\xi}^0 q(\xi) \cdot d\xi \pm i \cdot \frac{q(x)}{2} \quad (\text{A10.27})$$

Desenvolvendo-se as partes real e imaginária de A10.27, chega-se às equações referentes as velocidades de perturbação referentes ao problema de espessura:

$$n_{\pm}(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\xi}^0 q(\xi) \cdot d\xi \pm \frac{q(x)}{2} \quad (\text{A10.28})$$

$$v_{\pm}(x) = \pm \frac{q(x)}{2} \quad (\text{A10.29})$$

Para o cálculo da linha média de um fólio, são usadas as equações das

velocidades da perturbação correspondentes ao problema da sustentação (equações A10.25 e

A10.26). Este cálculo será desenvolvido no item a seguir.

A10.2.3 - METODOLOGIA DE CÁLCULO DA LINHA MÉDIA DE UM PERFIL

O cálculo da linha média é feito através de uma distribuição de vórtices ao longo da corda do perfil. Esta distribuição de vórtices induz uma distribuição de pressões e assim, uma força de sustentação. A espessura do perfil não é considerada, sendo o escoamento incidente diretamente sobre a linha média. As seguintes equações serão utilizadas no cálculo da linha média:

a) Equação de Bernoulli em regime permanente:

$$p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot |V|^2 = p_\infty + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \quad (A10.30)$$

sendo V o vetor velocidade total em uma determinada posição na linha média $\vec{V} = (u_\pm + U, v)$ e p a pressão nesta posição. A equação de Bernoulli pode ser linearizada, expandindo-se o vetor V e desprezando-se termos de segunda ordem, da seguinte forma:

$$p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (u_\pm^2 + 2 \cdot u_\pm \cdot U + U^2 + v^2) = p_\infty + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \Rightarrow p - p_\infty \approx -\rho \cdot u_\pm \cdot U \quad (A10.31)$$

b) Equação de Kutta-Joukowski: $\Gamma = \rho \cdot U \cdot l$ (A10.32)

c) Equações das velocidades da perturbação $u_\pm(x)$ e $v_\pm(x)$ referentes ao problema da sustentação: equações A10.25 e A10.26, respectivamente.

d) Equação que descreve a linha média, baseada no conceito de impermeabilidade da linha média:

$$\frac{\partial \eta(x)}{\partial x} = \frac{U}{v_\pm(x)} \quad (A10.33)$$

Nesta equação, $\eta(x)$ representa a coordenada da linha média.

O cálculo da linha média será realizado baseando-se na seguinte metodologia:

a) A partir de uma dada distribuição de pressões escolhida de forma que se evite a ocorrência de separação ou de cavitação, determina-se o campo de velocidades de

perturbação na direção horizontal ($u(x)$) através da equação de Bernoulli linearizada (equação A10.31);

b) A partir da distribuição de velocidades da perturbação na direção horizontal $u(x)$ calculada, determina-se a distribuição de vorticidades $\gamma(x)$, através da equação A10.25 do problema de linha média ou de sustentação;

c) A partir da distribuição de vorticidades $\gamma(x)$, determina-se a distribuição de velocidades da perturbação na direção vertical $v(x)$, através da equação A10.26 do problema de linha média ou de sustentação;

d) A distribuição de velocidades $v(x)$ permite, assim, determinar a linha média do fólio através da relação A10.33.

A10.2.4 - EXEMPLO DE CÁLCULO DA LINHA MÉDIA E DO ÂNGULO DE ATAQUE IDEAL, CORRESPONDENTE ÀS DISTRIBUIÇÕES DE PRESSÃO LINEARES DO CAMBER DOS PERFIS NACA

Como exemplo de aplicação da metodologia descrita no item anterior, será calculada a linha média correspondente às distribuições de pressões usadas nos perfis NACA. Esta distribuição de pressões está mostrada na figura A10.4:

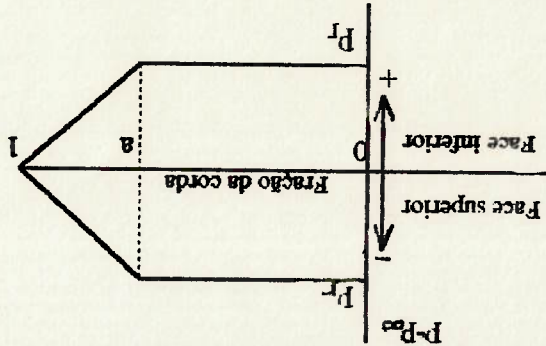


Figura A10.4 - Distribuição linear de pressões correspondentes ao camber usado em perfis NACA

a) Determinação da distribuição de velocidades horizontal da perturbação $u_{\pm}(x)$ a partir da

distribuição de pressões $p-p_0$ mostrada na figura A10.4:

A distribuição linear de pressões mostrada na figura A10.4 pode ser expressa por:

$$p_{\pm} - p_0 = \pm |p_r| \quad \text{para } 0 \leq x/c \leq a \quad (\text{A10.34})$$

$$p_{\pm} - p_0 = \pm |p_r| \left(\frac{c}{x} - 1 \right) \quad \text{para } a \leq x/c \leq 1 \quad (\text{A10.35})$$

Empregando a equação de Bernoulli linearizada (equação A10.31), chega-se à equação da

velocidade horizontal da perturbação $u_{\pm}(x)$:

$$p_{\pm} u_{\pm} U = \pm |p_r| \Rightarrow u_{\pm} = \pm \frac{p U}{|p_r|} \quad \text{para } 0 \leq x/c \leq a \quad (\text{A10.36})$$

$$p_{\pm} u_{\pm} U = \pm |p_r| \left(\frac{c}{x} - 1 \right) \Rightarrow u_{\pm} = \pm \frac{p U}{|p_r|} \left(\frac{c}{x} - 1 \right) \quad \text{para } a \leq x/c \leq 1 \quad (\text{A10.37})$$

b) Determinação da distribuição de vorticidades $\gamma(x)$:

A distribuição de vorticidades $\gamma(x)$ é obtida diretamente a partir do uso da

equação A10.25 em A10.36 e A10.37:

$$u_{\pm}(x) = \pm \frac{p U}{|p_r|} \Rightarrow \gamma(x) = -\frac{2}{|p_r|} \frac{p U}{a} \quad \text{para } 0 \leq x/c \leq a \quad (\text{A10.38})$$

$$u_{\pm}(x) = \pm \frac{p U}{|p_r|} \left(\frac{c}{x} - 1 \right) \Rightarrow \gamma(x) = -\frac{2}{|p_r|} \frac{p U}{a} \left(\frac{c}{x} - 1 \right) \quad \text{para } a \leq x/c \leq 1 \quad (\text{A10.39})$$

Esta distribuição de vorticidades pode ser colocada em função do coeficiente de sustentação ideal C_L (referente à entrada do fluido no ângulo de ataque ideal), através do

desenvolvimento da equação deste coeficiente:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho c U^2} = \frac{2 \Gamma}{2 \Gamma} = -\frac{U c}{2} \left[\int_a^0 \gamma(\xi) d\xi + \int_0^a \gamma(\xi) d\xi \right] \quad (\text{A10.40})$$

Usando-se os valores de $\gamma(x)$ expressos nas equações A10.38 e A10.39 e integrando, tem-se:

$$C_L = \frac{2 |p_r|}{\rho U^2} (a+1) \Rightarrow |p_r| = \frac{\rho U^2 C_L}{2(a+1)} \quad (\text{A10.41})$$

Substituindo o valor de $|p|$ da equação A10.41 nas equações da distribuição de vorticidades

(A10.38 e A10.39), tem-se:

$$\gamma(x) = -\frac{U \cdot C_u}{c} \frac{(a+1)}{c}, \text{ para } 0 \leq x/c \leq a \quad (\text{A10.42})$$

$$\gamma(x) = -\frac{U \cdot C_u}{c} \frac{(a^2-1)}{x} \cdot \left(\frac{c}{x} - 1 \right), \text{ para } a \leq x/c \leq 1 \quad (\text{A10.43})$$

c) Determinação da distribuição de vorticidades verticais da perturbação $v_{\pm}(x)$:

A distribuição de vorticidades verticais da perturbação $v_{\pm}(x)$ é determinada através da equação A10.26. Substituindo-se nesta equação os valores da distribuição de vorticidades

$\gamma(x)$ (equações A10.42 e A10.43):

$$v_{\pm}(x) = -\frac{1}{2\pi} \left[\int_a^0 \frac{-U \cdot C_u}{-U \cdot C_u} (\xi-x)(a+1) \cdot d\xi + \int_c^a \frac{-U \cdot C_u \cdot \left(\frac{c}{\xi} - 1\right)}{-U \cdot C_u} \cdot d\xi \right] \quad (\text{A10.44})$$

A fim de simplificar esta equação, será feita a transformação de variáveis $k=c/\xi$:

$$v_{\pm}(x) = \frac{1}{2\pi} \left[\int_a^0 \frac{U \cdot C_u}{U \cdot C_u} (c \cdot k - x)(a+1) \cdot c \cdot dk + \int_1^a \frac{U \cdot C_u \cdot (k-1)}{U \cdot C_u \cdot (k-1)} \cdot c \cdot dk \right] \quad (\text{A10.45})$$

$$v_{\pm}(x) = \frac{U}{2\pi} \frac{C_u}{C_u} \left[\int_a^0 \frac{2 \cdot \pi \cdot (a+1)}{1} \cdot \frac{c}{k-1} \cdot dk + \int_1^a \frac{2 \cdot \pi \cdot (a+1)}{(k-1)(k-1)} \cdot dk \right] \quad (\text{A10.46})$$

A resolução desta integral para $k=x/c$ dentro do intervalo de 0 a "a" ou dentro do intervalo de

"a" a 1 resulta em:

$$v_{\pm}(x) = \frac{U}{C_u} \frac{1}{2\pi} \left[\ln \left| \frac{a-x/c}{a-x/c} \right| - 1 + \frac{a-1}{x/c-1} \cdot \left\{ \ln \left| \frac{a-x/c}{1-x/c} \right| \right\} \right] \quad (\text{A10.47})$$

d) Determinação da equação da linha média do fólio $\eta(x)$:

A equação da linha média do fólio $\eta(x)$ é obtida a partir da integração da equação A10.33. Substituindo nesta equação a distribuição de velocidades verticais da perturbação e

integrando-se, tem-se:

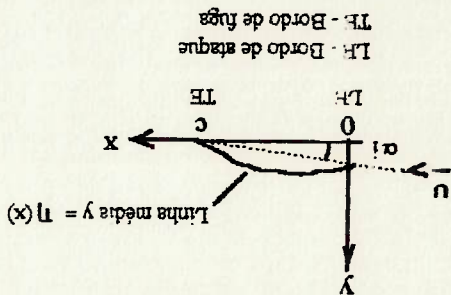
Conforme pode ser visto na figura A10.5, a linha média correspondente à distribuição de pressões linear permite que o fluido incida formando um determinado ângulo de ataque com a linha que une o bordo de ataque ao bordo de fuga. Este ângulo de ataque é denominado de ângulo de ataque ideal e é bastante usado no projeto de perfis. A entrada do fluido fora deste ângulo de ataque corresponde a se somar a esta distribuição de pressões uma distribuição de pressões correspondente à da placa plana, resultando em uma queda de

(A10.52)

$$\eta_{\text{bordo de ataque}}^c = \frac{C_u}{2 \cdot \pi \cdot (a+1)(1-a)} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \ln a + \frac{1}{4} \cdot (1-a^2) \cdot \ln |1-a| + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(1-a)^2} \right]$$

A ordenada do bordo de ataque pode ser obtida fazendo-se $x=0$:

Figura A10.5 - Linha média de um perfil e ângulo de ataque ideal



(A10.51)

$$c_{te} = - \frac{C_u}{(1-a)^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \ln |1-a| - |a| - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(1-a)^2} \right]$$

seguinte valor para a constante:

Para se determinar a constante de integração, pode-se considerar que o bordo de fuga está situado na coordenada $x=c$ e $y=0$, conforme pode ser visto na figura A10.5. Tem-se assim o

(A10.50)

$$\eta(x) = \frac{c}{C_u} \cdot \frac{1}{1-a} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \ln \left| \frac{a-x/c}{1-x/c} \right| - \ln \left| \frac{a-x/c}{1-x/c} \right| - 1 + \frac{x/c}{a-x/c} \right] - \frac{c}{x} \cdot \ln \frac{c}{x} + c_{te}$$

(A10.49)

$$\eta(x) = \frac{C_u}{2 \cdot \pi \cdot (a+1)} \cdot \int \left[\ln \left| \frac{a-x/c}{1-x/c} \right| - 1 + \frac{x/c}{a-x/c} \right] \cdot \left\{ \ln \left| \frac{a-x/c}{1-x/c} \right| \right\} dx$$

(A10.48)

$$\frac{\partial \eta(x)}{\partial x} = \frac{C_u}{2 \cdot \pi \cdot (a+1)} \cdot \left[\ln \left| \frac{a-x/c}{1-x/c} \right| - 1 + \frac{x/c}{a-x/c} \right] \cdot \left\{ \ln \left| \frac{a-x/c}{1-x/c} \right| \right\}$$

pressão muito elevada no bordo de ataque. A incidência do fluido no ângulo de ataque ideal permite assim, a menor queda de pressão possível no bordo de ataque do perfil.

O cálculo do ângulo de ataque ideal, considerando que este é pequeno, pode ser aproximado pela sua tangente, obtida pela divisão da diferença de ordenadas entre o bordo de ataque e o bordo de fuga pela corda do perfil:

$$\alpha_i \approx \tan \alpha'_i = \frac{C_u}{C_n} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot (a+1)(1-a)}{1} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \ln a + \frac{1}{4} \cdot (1-a^2) - \frac{2}{(1-a)^2} \cdot \ln|1-a| + \frac{4}{(1-a)^2} \right] \quad (\text{A10.53})$$

Uma outra maneira de se representar a equação da linha média

correspondente à distribuição de pressão uniforme entre $x/c=0$ e $x/c=a$ e linearmente decrescente entre $x/c=a$ e $x/c=1$ é considerar tanto o bordo de ataque como o bordo de fuga como estando na posição $\eta/c = 0$. Para isto, basta subtrair das coordenadas da linha média calculada anteriormente (equação A10.50) a equação de uma placa plana com ângulo de

ataque α_i . Esta equação da placa plana é dada por:

$$\frac{m_{\text{(placa plana)}}}{m_{\text{(bordo de ataque)}}} = \frac{c}{\left(1 - \frac{c}{x}\right)} \quad (\text{A10.54})$$

Substituindo-se a ordenada do bordo de ataque (equação A10.52):

$$\frac{m_{\text{(placa plana)}}}{C_n} = \frac{c}{2 \cdot \pi \cdot (a+1)(1-a)} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \ln a + \frac{1}{4} \cdot (1-a^2) - \frac{2}{(1-a)^2} \cdot \ln|1-a| + \frac{4}{(1-a)^2} \right] \cdot \left(1 - \frac{c}{x}\right) \quad (\text{A10.55})$$

Subtraindo-se da equação A10.50, tem-se:

$$\eta(x) = \frac{c}{C_n} \cdot \left[\frac{1}{1} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \ln \left(a - \frac{c}{x} \right) \cdot \ln \left| a - \frac{c}{x} \right| - \frac{c}{x} \cdot \frac{1}{(1-a)^2} \cdot \ln|1-a| - a \right] \cdot \frac{4}{(1-a)^2} \right] - \left[\frac{c}{x} \cdot \frac{1}{1} \cdot \left(1 - a^2 \right) + \frac{1}{4} \cdot (1-a^2) \right] \cdot \left(1 - \frac{c}{x} \right) \quad (\text{A10.56})$$

Esta equação de linha média é similar à deduzida por ABBOTT e DOENHOFF1. Esta mesma referência apresenta tabelas de linhas médias de perfis NACA com este tipo de

camber, cujas ordenadas podem ser calculadas segundo a equação A10.56.

ANEXO II - PLANILHA DE CÁLCULO PARA PROJETO DE PROPULSORES PELA TEORIA DA LINHA DE SUSTENTAÇÃO

Neste anexo será feita a descrição e apresentação de uma planilha de cálculos para projeto de propulsores pela Teoria da Linha de Sustentação desenvolvida em Excel, conforme a teoria exposta no capítulo 4. A fim de se verificar os resultados desta planilha, será feita uma comparação com um exemplo de cálculo projetado (exemplo do 13º ITTC) utilizando-se um programa de cálculo de propulsores pela TLS, desenvolvido no MIT.

A planilha realiza o cálculo pela TLS, dividindo a lamina em 8 partes iguais, que correspondem a 9 posições radiais (para um propulsor com 20% de bossos, estas posições correspondem a x iguais a 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 e 1.0). Além disto, é feito um refinamento do cálculo próximo ao bossos e junto à ponta da lamina, através da divisão em mais duas partes, nestas regiões (correspondendo, no propulsor com 20% de bossos, às posições $x = 0.25$ e $x = 0.95$).

Conforme pode ser visto na planilha a seguir, o cálculo dos coeficientes da circulação adimensional C_m , feito a partir da equação 4.76 do capítulo 4, gera um sistema matricial (tabela 21) em que a primeira coluna é zero (nesta coluna, os coeficientes de C_m são multiplicados por m, sendo o seu primeiro valor igual a 0). Assim, recai-se em um sistema de 11 equações e 10 incógnitas, que é impossível de se resolver. Esta impossibilidade pode ser desfeita se desprezarmos uma das equações (tal procedimento também foi utilizado por LFRBS35, em seus exemplos de cálculo). Na posição referente à equação que foi desprezada, haverá uma imprecisão nos cálculos, em virtude da não utilização desta equação na determinação dos coeficientes da circulação adimensional. A fim de se evitar esta imprecisão em um ponto em que se deseja o resultado, foi introduzida uma posição a mais, dividindo-se novamente a posição próxima ao bossos em duas partes

(correspondendo à posição x igual a 0.225 no propulsor com 20% de bossos). Nesta posição os cálculos serão feitos do mesmo modo como nas outras posições, sendo, no entanto, desprezada a sua equação referente ao cálculo da circulação adimensional, de forma a termos um sistema de 11 equações e 11 incógnitas, possível de ser calculado e preciso em todos as posições de interesse.

A11.1 - DESCRIÇÃO DA PLANILHA

A) Dados de entrada:

Os seguintes dados de entrada são necessários para o projeto do propulsor:

g	Número de lâminas
xh	Relação entre diâmetro do bossos e do propulsor
D	Diâmetro do propulsor
ω	Rotação do propulsor
Vs	Velocidade da embarcação
T	Empuxo descejado
ρ	Densidade da água do mar
Cd	Coefficiente de arraste
εi	Eficiência de transmissão
Pv	Pressão de vaporização da água do mar
h	Profundidade de imersão
Pa	Pressão atmosférica
w(x)	Distribuição de esteira radial (tabela 1)
c/D	Distribuição radial da razão corda-diâmetro (tabela 2)

Além da entrada de dados, são calculados, neste item, a esteira média (tabela 1 da planilha) e a razão entre a área expandida e área do disco (tabela 2) através das seguintes formulações, sendo a integração feita pelo método de Simpson:

$$\text{Esteira média: } 1 - w_0 = \frac{2 \int_1^x (1 - w(x)) \cdot x \cdot dx}{x^2} = \frac{1 - x^2}{2}$$

(A11.1)

$$\text{Razão Ae/Ao: } \frac{A_e}{A_o} = \frac{\pi}{2 \cdot g} \cdot \int_1^x D \cdot dx$$

(A11.2)

B) Cálculo dos fatores de indução:

O projeto do propulsor se inicia arbitrando-se um valor para a eficiência ideal IFRBS e desenvolve-se no anexo 9. Esta condição é descrita pela equação A9.28 daquele anexo. A partir dela, chega-se a:

$$\tan \beta_1(x) = \frac{e^{p_{(ideal)}}}{\tan \beta(x)} \cdot \sqrt{\frac{1-w(x)}{1-w_0}} = \frac{f(x)}{\tan \beta(x)}$$

(A11.3)

Na planilha de cálculo, $f(x)$ é calculado por:

$$f(x) = e^{p_{(ideal)}} \cdot \sqrt{\frac{1-w(x)}{1-w_0}}$$

(A11.4)

Na tabela 3 é feito o cálculo do ângulo de passo hidrodinâmico do vórtice helicoidal β_0 em cada raio de interesse x_0 , usando a condição de operação ótima do propulsor, conforme definida por IFRBS (equação A11.3). Os seguintes parâmetros constam desta tabela:

- n = índice de referência;

- x_0 = raio adimensional de onde parte uma linha de vórtice helicoidal;

- β_0 (gr) = ângulo em graus correspondente ao raio adimensional x_0 , determinado pela

equação A11.5, que é obtida a partir da equação A8.91 do anexo 8.

$$\cos \phi_0 = \frac{1-x_0}{1+x_0-2.x_0}$$

(A11.5)

- $f(x)$ = função auxiliar calculada a partir da condição de operação ótima do propulsor

(equação A11.4).

$$\tan \beta = \text{tangente do ângulo de passo: } \tan \beta = \frac{V}{\omega r}$$

(A11.6)

- $\tan \beta_0$ = tangente do ângulo de passo hidrodinâmico: calculado pela equação A11.3.

(A11.7)

- β_0 (graus) = $\arctan \beta_0$

Nas tabelas (4a) a (4f) são feitos os cálculos dos fatores de indução tangencial (ii) e axial (ia) para cada posição x aonde se deseja calcular as velocidades induzidas. Os seguintes parâmetros são calculados nestas tabelas:

- x = posição aonde serão calculadas as velocidades induzidas;
- fi = ângulo em graus correspondente ao raio adimensional x, dado por equação análoga à equação A11.5.
- xo/x = relação entre a posição de onde é emitida uma linha de vórtice e a posição aonde serão calculadas as velocidades induzidas;
- yo = coeficiente obtido segundo a equação A8.79 do anexo 8.
- y = coeficiente obtido segundo a equação A8.80 do anexo 8.
- A1 e A2 = coeficientes obtidos segundo a equação A8.78 do anexo 8.
- B1 e B2 = coeficientes obtidos segundo a equação A8.77 do anexo 8.
- ii = fator de indução tangencial: obtido pelas equações A8.84 (fator de indução tangencial interno) e A8.86 (fator de indução tangencial externo).
- ia = fator de indução axial: obtido pelas equações A8.83 (fator de indução axial interno) e A8.85 (fator de indução axial externo).

C) Desenvolvimento dos fatores de indução em Séries de Fourier:

Os fatores de indução calculados no item B devem ser desenvolvidos em

séries de Fourier de cossenos, da seguinte forma:

$$i_{ra}(\phi, \phi_0) = \sum_{n=0}^{\infty} I_{ra}^n(\phi) \cdot \cos(n \cdot \phi_0) \quad (A11.8)$$

A equação A11.8 gera a seguinte equação matricial:

$$\{i_{ra}(\phi, \phi_0)\}_{12 \times 1} = [\cos(n \cdot \phi_0)]_{12 \times 12} \cdot \{I_{ra}^n(\phi)\}_{12 \times 1} \quad (A11.9)$$

Esta equação deve ser invertida para que se calcule os coeficientes $I_{ra}^n(\phi)$ da série de

Fourier:

$$\{J_{2n}^a(\varphi)\}_{12 \times 1} = [\cos(n \cdot \varphi_0)]_{12 \times 12}^{-1} \cdot \{I_{2n}^a(\varphi, \varphi_0)\}_{12 \times 1} \quad (A11.10)$$

A tabela 5 apresenta os valores de $\cos(n \cdot \varphi_0)$ para n variando de 0 a 11. A tabela 6 apresenta os valores da matriz inversa de $\cos(n \cdot \varphi_0)$. As tabelas 7 e 8 apresentam os valores dos coeficientes $I_n^a(\varphi)$ e $I_n^a(\varphi)$, calculados segundo a equação (A11.10).

i) Cálculo dos coeficientes $h_n^a(\varphi)$ e $h_n^a(\varphi)$:

As tabelas 9a e 20b calculam os valores dos coeficientes $h_n^a(\varphi)$ e $h_n^a(\varphi)$ para as diversas posições angulares φ , através da equação A8.104 do anexo 8. Como esta equação tende ao infinito nas posições $\varphi=0$ e $\varphi=180$ graus, tem-se, usando a regra de

L'Hospital:

$$h_n^a(\varphi=0) = \pi \cdot \sum_{n=0}^m I_n^a(\varphi=0) + \sum_{n=m+1}^{\infty} n \cdot I_n^a(\varphi=0) \quad (A11.11)$$

$$h_n^a(\varphi=180) = -\pi \cdot \cos(m \cdot 180) \cdot \left[m \cdot \sum_{n=0}^m I_n^a(\varphi=180) \cdot \cos(n \cdot 180) + \sum_{n=m+1}^{\infty} n \cdot I_n^a(\varphi=180) \cdot \cos(n \cdot 180) \right] \quad (A11.12)$$

A equação A11.11 ($\varphi=0$) é usada nas tabelas 9a e 9b. A equação A11.12 ($\varphi=180$) é usada nas tabelas 20a e 20b. Nas demais posições, ou seja, nas tabelas 10a a 19b, é usada a equação A8.104 (anexo 8).

F) Cálculo da circunferência adimensional $G(\varphi)$:

F.1 - Determinação da matriz $[a_m(\varphi)]$ e do vetor $\{b(\varphi)\}$:

A circunferência adimensional $G(\varphi)$ é decomposta em séries de Fourier de acordo com a equação A8.95 (anexo 8). Os coeficientes desta série G_m são calculados através da inversão da seguinte equação matricial:

$$[a_m(\varphi)]_{11 \times 11} \cdot [G_m]_{11 \times 1} = \{b(\varphi)\}_{11 \times 1} \quad (A11.13)$$

onde os valores dos elementos da matriz $[a_m(\varphi)]$ e do vetor $\{b(\varphi)\}$ são calculados para uma dada posição φ e índice m , de acordo com as seguintes equações, obtidas a partir da equação

$$a_m(\phi) = m \cdot \left\{ f(x) \cdot h_s^m(\phi) + \frac{f(x) \cdot h_s^m(\phi)}{(1-w) \cdot \lambda_s} \right. \\ \left. b(\phi) = (1-x_n) \cdot (1-w(x)) \cdot (1-f(x)) \right\} \quad (A11.14)$$

(A11.15)

A tabela 21 calcula os elementos da matriz $[a_m(\phi)]$ e do vetor $\{b(\phi)\}$, segundo as equações A11.14 e A11.15, respectivamente. Na matriz $[a_m(\phi)]$, há 12 posições

ϕ em que serão calculados os coeficientes e somente 11 valores de m . Portanto, a fim de que a matriz seja quadrada (11 x 11) e possa ser invertida, pode-se desprezar uma das equações, conforme foi explicado no início deste anexo. A equação que será desprezada corresponde à posição que foi introduzida nos cálculos, já com este propósito (para um

propulsor com 20% de bossa, corresponde à posição x igual a 0.225).

E.2 - Determinação dos coeficientes G_m da circulação adimensional $G(\phi)$:

Estes coeficientes são obtidos segundo a equação A11.16, calculada a partir

da equação A11.13:

$$\{G_m\}_{11 \times 1} = [a_m(\phi)]^{-1}_{11 \times 1} \cdot \{b(\phi)\}_{11 \times 1} \quad (A11.16)$$

Na tabela 22, são apresentados os valores dos coeficientes G_m obtidos a partir da equação

A11.16.

F.3 - Determinação da circulação adimensional $G(\phi)$:

Na tabela 23 é feito o cálculo do valor da circulação adimensional em cada

posição ϕ , $G(\phi)$, a partir da equação A8.95.

F) Cálculo das Velocidades Induzidas:

Na tabela 24 são feitos os cálculos das velocidades induzidas axial e

tangencial, de acordo com a equação A8.105 (anexo 8).

G) Cálculo do Empuxo, Torque e Eficiência:

G.1 - Cálculo de $Tan \beta_1$, V_r , G , rpm , $CI, c/D$ e CI :

Na tabela 25 são calculados os itens relativos ao coeficiente de sustentação

para cada posição de interesse. A sequência dos parâmetros para o cálculo é a seguinte:

- Circulação adimensional $G(\phi)$: calculada no item E.3 (tabela 23);

- Velocidade incidente V_r : Calculada pela seguinte equação:

$$V_r = \left\{ \left[(1 - w(x)) + \frac{u_s}{V_s} \right]^2 + \left[\omega \cdot r - \frac{u_s}{V_s} \right]^2 \right\}^{1/2} \cdot V_s$$

(A11.17)

(A11.18)

- Circulação $\Gamma(\phi) = G \cdot \pi \cdot D \cdot V_s$

(A11.19)

- Sustentação por unidade de comprimento radial $\bar{L} = \rho V_r \cdot \Gamma$

(A11.20)

- Relação $CI, c/D$: $CI, c/D = (2 \cdot \bar{L}) / (V_r \cdot D)$

(A11.21)

- Coeficiente de sustentação CI : $CI = (CI, c/D) / (c/D)$

G.2 - Cálculo de \bar{D} :

Na tabela 26 é feito o cálculo do arraste por unidade de comprimento \bar{D} , a

partir da seguinte equação:

$$\bar{D} = C_D \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot V_r^2$$

(A11.22)

G.3 - Cálculo de T e de THP :

Na tabela 27 são calculados o empuxo fornecido pelo propulsor e o THP . As

integrações necessárias são feitas através do método de Simpson:

- Diferencial de empuxo: $dT = (\bar{L} \cdot \cos \beta_1 - \bar{D} \cdot \sin \beta_1) \cdot R$

(A11.23)

- Empuxo em g lâminas: $T = g \cdot \int_{x_1}^{x_2} (dT) \cdot dx$

(A11.24)

- THP : $THP = T \cdot V_s \cdot (1 - w_0)$

(A11.25)

G 4 - Cálculo do Torque e do DHP:

Na tabela 28 são calculados o Torque necessário ao acionamento do

propulsor e o DHP. As integrações necessárias são feitas pelo método de Simpson:

- Diferencial de torque: $d\bar{Q} = (\bar{L} \cdot \text{sen } \beta'_1 + \bar{D} \cdot \cos \beta'_1) \cdot (D/2)^2 \cdot x \cdot dx$ (A11.26)

- Torque em g lâminas: $\bar{Q} = g \cdot \int_0^x (d\bar{Q}) \cdot dx$ (A11.27)

- DHP: $DHP = \bar{Q} \cdot \omega$ (A11.28)

G.5 - Cálculo da eficiência do propulsor:

A eficiência do propulsor é calculada através da divisão do THP e do DHP:

- $\text{epo. err} = \text{THP/DHP}$ (A11.29)

H) Cálculo dos coeficientes K_I, K_q, J, C_I e C_p e do BHP necessário:

Estes parâmetros são calculados através das seguintes equações:

- Coeficiente de empuxo KT: $K_T = \frac{\rho \cdot n^2 \cdot D^4}{T}$ (A11.30)

- Coeficiente de torque KQ: $K_Q = \frac{\rho \cdot n^2 \cdot D^5}{\bar{Q}}$ (A11.31)

- Coeficiente de avanço J: $J = \frac{V}{n \cdot D}$ (A11.32)

- BHP: BHP=DHP/et (A11.33)

- Coeficiente de empuxo Ct: $C_T = \frac{T}{\rho \cdot A_0 \cdot V^2}$ (A11.34)

- Coeficiente de potência Cp: $C_P = \frac{\bar{Q}}{\rho \cdot A_0 \cdot V^3}$ (A11.35)

I) Cálculo do índice de cavitação (σ):

Na tabela 29 é calculado o índice de cavitação de cada fólio:

- Pressão Po: $P_0 = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$ (A11.36)

- Índice de cavitação: $\sigma = \frac{P_0 - P_v}{\rho \cdot V^2} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2$ (A11.37)

A11.2 - PLANILHA DE CÁLCULO (EXCEL)

A seguir é apresentada a planilha de cálculo para projeto de propulsores pela TLS desenvolvida em Excel. O exemplo de cálculo que foi usado nesta planilha é o referente ao propulsor do exercício do 13º ITTC. Este exemplo também foi rodado no programa TLS do MIT para comparação dos resultados (vide item A11.3)

PROJETO DE PROPULSOR ÓTIMO ADAPTADO À ESTEIRA PELA TLS (Exemplo do 13 ITTC)

A) DADOS DE ENTRADA:

e = número de pás	4,000	
xh = x do bossô	0,2000	
D = diâmetro	0,2530 m	
w = rotação	588,0000 rpm	= 61,5752 rad/seg
Vs = veloc. navio	4,3740 nos	= 2,2502 m/s
Empuxo desejado	8,00 Kgf	
densidade	1000,00 kg/m ³	
Coef. drag Cd	0,0085	
et	1,0000	
Pv para 20 graus C	0,0238 Kgf/cm ²	= 2337,7 N/m ²
Prof. de inersão	1,0000 m	
Atmosférica	101337,3 N/m ²	

TABELA 1 - Cálculo da esteira média		
x	Va/Vs =	MS (1-wx)*
(*)	(1-wx)	2xMS
(*)	(1-xh ²)	
0,2000	0,3300	0,5000
0,2500	0,3800	2,0000
0,3000	0,4349	1,5000
0,4000	0,514	4,0000
0,5000	0,652	2,0000
0,6000	0,7546	4,0000
0,7000	0,7911	2,0000
0,8000	0,8090	4,0000
0,9000	0,8183	1,5000
0,9500	0,8232	2,0000
1,0000	0,8224	0,5000
Somatório		21,9865
1 - wo =		0,73288

TABELA 2 - Ae/Ao	
x	c/D
(*)	
0,2000	0,1974
0,2500	0,2105
0,3000	0,2235
0,4000	0,2435
0,5000	0,2556
0,6000	0,2598
0,7000	0,2546
0,8000	0,2340
0,9000	0,1879
0,9500	0,1390
1,0000	0,0000
Ae/Ao	
0,4570	

B) CÁLCULO DOS FATORES DE INDUÇÃO:

Eficiência do propulsor em água aberta arbitrada: 0,7302

TABELA 3 - Cálculo do ângulo de passo hidrodinâmico - beta jo

h	xo	fo (gr)	f(x)	tan beta	tan beta jo	beta jo
0,00	0,2000	0,0000	0,4900	0,4767	0,9728	44,2101
1,00	0,2250	20,3641	0,5082	0,4558	0,8969	41,8879
2,00	0,2500	28,9550	0,5258	0,4391	0,8351	39,8659
3,00	0,3000	41,4096	0,5625	0,4188	0,7445	36,6680
4,00	0,4000	60,0000	0,6334	0,3982	0,6287	32,1591
5,00	0,5000	75,5225	0,6957	0,3843	0,5525	28,9190
6,00	0,6000	90,0000	0,7409	0,3633	0,4903	26,1209
7,00	0,7000	104,4775	0,7586	0,3265	0,4303	23,2843
8,00	0,8000	120,0000	0,7672	0,2921	0,3808	20,8461
9,00	0,9000	138,5904	0,7716	0,2627	0,3404	18,7994
10,00	0,9500	151,0450	0,7735	0,2376	0,3071	17,0739
11,00	1,0000	180,0000	0,7735	0,2376	0,3071	17,0739

TABELA 4a - Cálculo dos fatores de indução tangencial (ft) e axial (fa)

$x = 0,2000$ $f = 0,0000$ graus

xo/x	Yo	Y	A1	A2	B1	B2	ft	fa
1,0000	1,0280	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0843	0,6973	0,7168
1,1250	1,1500	0,9911	-0,1710	0,1710	0,0000	1,0843	0,5422	1,0329
1,2500	1,1974	0,9579	-0,3275	0,3275	0,4080	1,4080	0,4080	1,3488
1,5000	1,3432	0,8954	-0,6051	0,6051	0,1140	0,1140	0,2280	1,9950
2,0000	1,5905	0,7952	-1,0600	1,0600	0,0186	0,0186	0,0743	3,2400
2,5000	1,8101	0,7240	-1,4327	1,4327	0,0044	0,0044	0,0264	4,3633
3,0000	2,0394	0,6798	-1,7682	1,7682	0,0012	0,0012	0,0097	5,4449
3,5000	2,2327	0,6639	-2,1096	2,1096	0,0003	0,0003	0,0033	6,6414
4,0000	2,6261	0,6565	-2,4492	2,4492	0,0001	0,0001	0,0011	7,8791
4,5000	2,9376	0,6528	-2,7871	2,7871	0,0000	0,0000	0,0003	9,1394
4,7500	3,0915	0,6509	-2,9528	2,9528	0,0000	0,0000	0,0002	9,7629
5,0000	3,2558	0,6512	-3,1245	3,1245	0,0000	0,0000	0,0001	10,4187

TABELA 4b - Cálculo dos fatores de indução tangencial (ft) e axial (fa)

$x = 0,2250$ $f = 20,3641$ graus

xo/x	Yo	Y	A1	A2	B1	B2	ft	fa
0,8889	1,0280	1,1565	0,1743	-0,1743	0,9306	0,8580	0,8580	0,4783
1,0000	1,1150	1,1150	0,0000	0,0000	0,0000	0,6677	0,6677	0,7445
1,1111	1,1974	1,0777	-0,1595	0,1595	1,1903	0,5290	0,5290	1,0491
1,3333	1,3432	1,0074	-0,4425	0,4425	0,2327	0,3102	0,3102	1,6557
1,7778	1,5905	0,8946	-0,9059	0,9059	0,0340	0,1057	0,1057	2,8779
2,2222	1,8101	0,8145	-1,2841	1,2841	0,0078	0,0383	0,0383	4,0134
2,6667	2,0394	0,7648	-1,6229	1,6229	0,0021	0,0142	0,0142	5,1093
3,1111	2,2327	0,7469	-1,9655	1,9655	0,0006	0,0048	0,0048	6,3109
3,5556	2,6261	0,7386	-2,3057	2,3057	0,0002	0,0016	0,0016	7,5513
4,0000	2,9376	0,7344	-2,6438	2,6438	0,0000	0,0005	0,0005	8,8131
4,2222	3,0915	0,7322	-2,8097	2,8097	0,0000	0,0003	0,0003	9,4375
4,4444	3,2558	0,7326	-2,9813	2,9813	0,0000	0,0002	0,0002	10,0932

TABELA 4c - Cálculo dos fatores de indução tangencial (ti) e axial (ia)

x = 0,2500 fi = 28,9550 graus

xo/x	Yo	Y	A1	A2	B1	B2	ti	ia
0,8000	1,2850	0,3405	0,3405	-0,3405	0,3107		1,0486	0,3194
0,9000	1,1150	1,2389	0,1627	-0,1627	1,0250		0,8100	0,5079
1,0000	1,1974	1,1974	0,0000	0,0000			0,6410	0,7675
1,2000	1,3432	1,1193	-0,2888	0,2888		0,5049	1,3475	
1,6000	1,5905	0,9941	-0,7610	0,7610		0,0604	2,5299	
2,0000	1,8101	0,9050	-1,1452	1,1452		0,0134	3,6687	
2,4000	2,0394	0,8497	-1,4876	1,4876		0,0036	4,7756	
2,8000	2,3237	0,8299	-1,8313	1,8313		0,0010	5,9810	
3,2000	2,6261	0,8207	-2,1721	2,1721		0,0003	7,2238	
3,6000	2,9376	0,8160	-2,5105	2,5105		0,0001	8,4869	
3,8000	3,0915	0,8136	-2,6765	2,6765		0,0000	9,1122	
4,0000	3,2558	0,8140	-2,8482	2,8482		0,0000	9,7677	

TABELA 4d - Cálculo dos fatores de indução tangencial (ti) e axial (ia)

x = 0,3000 fi = 41,4096 graus

xo/x	Yo	Y	A1	A2	B1	B2	ti	ia
0,6667	1,0280	1,5419	0,6557	-0,6557	0,0662		1,4216	0,1360
0,7500	1,1150	1,4867	0,4704	-0,4704	0,1574		1,1574	0,2339
0,8333	1,1974	1,4369	0,3011	-0,3011	0,3885		0,9256	0,3721
1,0000	1,3432	1,3432	0,0000	0,0000			0,5972	0,8021
1,3333	1,5905	1,1929	-0,4912	0,4912		0,1871	0,2494	1,8880
1,6667	1,8101	1,0860	-0,8882	0,8882		0,0365	0,0973	3,0018
2,0000	2,0394	1,0197	-1,2382	1,2382		0,0094	0,0375	4,1169
2,3333	2,3237	0,9959	-1,5847	1,5847		0,0025	0,0132	5,3245
2,6667	2,6261	0,9848	-1,9267	1,9267		0,0007	0,0044	6,5697
3,0000	2,9376	0,9792	-2,2657	2,2657		0,0002	0,0014	7,8350
3,1667	3,0915	0,9763	-2,4321	2,4321		0,0001	0,0008	8,4618
3,3333	3,2558	0,9768	-2,6037	2,6037		0,0000	0,0005	9,1168

TABELA 4e - Cálculo dos fatores de indução tangencial (ti) e axial (ia)

x = 0,4000 fi = 60,0000 graus

xo/x	Yo	Y	A1	A2	B1	B2	ti	ia
0,5000	1,0280	2,0559	1,2451	-1,2451	0,0052		2,0105	0,0215
0,5625	1,1150	1,9822	1,0437	-1,0437	0,0122		1,7714	0,0424
0,6250	1,1974	1,9159	0,8602	-0,8602	0,0268		1,5402	0,0771
0,7500	1,3432	1,7909	0,5326	-0,5326	0,1163		1,1163	0,2083
1,0000	1,5905	1,5905	0,0000	0,0000			0,5323	0,8466
1,2500	1,8101	1,4481	-0,4254	0,4254		0,2519	0,2519	1,8128
1,5000	2,0394	1,3596	-0,7926	0,7926		0,0531	0,1061	2,8634
1,7500	2,3237	1,3278	-1,1451	1,1451		0,0133	0,0399	4,0366
2,0000	2,6261	1,3131	-1,4898	1,4898		0,0035	0,0140	5,2707
2,2500	2,9376	1,3056	-1,8303	1,8303		0,0009	0,0047	6,5341
2,3750	3,0915	1,3017	-1,9974	1,9974		0,0005	0,0027	7,1629
2,5000	3,2558	1,3023	-2,1688	2,1688		0,0003	0,0015	7,8160

TABELA 4h - Cálculo dos fatores de indução tangencial (H) e axial (Ia)

$x = 0,7000$ $H = 104,4775$ graus

xo/x	Yo	Y	A1	A2	B1	B2	H	Ia
0,2857	1,0280	3,5979	2,8877	-2,8877	0,0000		2,8572	0,0001
0,3214	1,1150	3,4689	2,6345	-2,6345	0,0000		2,7143	0,0002
0,3571	1,1974	3,3528	2,4045	-2,4045	0,0000		2,5715	0,0004
0,4286	1,3432	3,1341	1,9900	-1,9900	0,0002		2,2863	0,0017
0,5714	1,5905	2,7834	1,3201	-1,3201	0,0039		1,7209	0,0185
0,7143	1,8101	2,5341	0,7989	-0,7989	0,0355		1,1834	0,1028
0,8571	2,0394	2,3793	0,3733	-0,3733	0,2613		0,7207	0,3552
1,0000	2,3237	2,3237	0,0000	0,0000			0,3953	0,9186
1,1429	2,6261	2,2979	-0,3544	0,3544		0,3500	0,2000	1,7726
1,2857	2,9376	2,2848	-0,6997	0,6997		0,0748	0,0855	2,8066
1,3571	3,0915	2,2780	-0,8694	0,8694		0,0377	0,0538	3,3768
1,4286	3,2558	2,2791	-1,0404	1,0404		0,0191	0,0328	3,9818

TABELA 4g - Cálculo dos fatores de indução tangencial (H) e axial (Ia)

$x = 0,6000$ $H = 90,0000$ graus

xo/x	Yo	Y	A1	A2	B1	B2	H	Ia
0,3333	1,0280	3,0839	2,3510	-2,3510	0,0001		2,6668	0,0004
0,3750	1,1150	2,9733	2,1155	-2,1155	0,0001		2,5003	0,0010
0,4167	1,1974	2,8738	1,9013	-1,9013	0,0003		2,3341	0,0023
0,5000	1,3432	2,6863	1,5165	-1,5165	0,0017		2,0034	0,0091
0,6667	1,5905	2,3857	0,8936	-0,8936	0,0234		1,3646	0,0745
0,8333	1,8101	2,1721	0,4054	-0,4054	0,2195		0,8130	0,3178
1,0000	2,0394	2,0394	0,0000	0,0000		0,4403	0,8979	1,1667
1,1667	2,3237	1,9918	-0,3661	0,3661	0,3322		0,2215	1,7689
1,3333	2,6261	1,9696	-0,7171	0,7171	0,0705		0,0939	2,8112
1,5000	2,9376	1,9584	-1,0607	1,0607	0,0179		0,0359	3,9870
1,5833	3,0915	1,9526	-1,2295	1,2295	0,0093		0,0216	4,5982
1,6667	3,2558	1,9535	-1,4007	1,4007	0,0048		0,0127	5,2342

TABELA 4f - Cálculo dos fatores de indução tangencial (H) e axial (Ia)

$x = 0,5000$ $H = 75,5225$ graus

xo/x	Yo	Y	A1	A2	B1	B2	H	Ia
0,4000	1,0280	2,5699	1,8056	-1,8056	0,0005		2,4012	0,0031
0,4500	1,1150	2,4778	1,5874	-1,5874	0,0013		2,2028	0,0068
0,5000	1,1974	2,3949	1,3888	-1,3888	0,0029		2,0057	0,0137
0,6000	1,3432	2,2386	1,0330	-1,0330	0,0128		1,6205	0,0460
0,8000	1,5905	1,9881	0,4561	-0,4561	0,1690		0,9352	0,2688
1,0000	1,8101	1,8101	0,0000	0,0000		0,4836	0,8753	1,1717
1,2000	2,0394	1,6995	-0,3858	0,3858	0,3031		0,2425	1,7717
1,4000	2,3237	1,6598	-0,7449	0,7449	0,0637		0,1018	2,8247
1,6000	2,6261	1,6413	-1,0927	1,0927	0,0161		0,0386	4,0026
1,8000	2,9376	1,6320	-1,4347	1,4347	0,0043		0,0136	5,2446
1,9000	3,0915	1,6271	-1,6026	1,6026	0,0022		0,0080	5,8707
2,0000	3,2558	1,6279	-1,7739	1,7739	0,0011		0,0046	6,5191

TABELA 4k - Cálculo dos fatores de indução tangencial (ti) e axial (ia)

$x = 0,9500$ $\beta = 151,0450$ graus

xo/x	Yo	Y	A1	A2	B1	B2	ti	ia
0,2105	1,0280	4,8828	4,2087	-4,2087	0,0000	0,0000	3,1579	0,0000
0,2368	1,1150	4,7077	3,9107	-3,9107	0,0000	0,0000	3,0526	0,0000
0,2632	1,1974	4,5503	3,6406	-3,6406	0,0000	0,0000	2,9474	0,0000
0,3158	1,3432	4,2534	3,1505	-3,1505	0,0000	0,0000	2,7368	0,0000
0,4211	1,5905	3,7774	2,3604	-2,3604	0,0001	0,0001	2,3159	0,0005
0,5263	1,8101	3,4392	1,7545	-1,7545	0,0006	0,0006	1,8960	0,0042
0,6316	2,0394	3,2290	1,2766	-1,2766	0,0048	0,0048	1,4807	0,0227
0,7368	2,3237	3,1536	0,8847	-0,8847	0,0251	0,0251	1,0790	0,0833
0,8421	2,6261	3,1186	0,5216	-0,5216	0,1265	0,1265	0,7115	0,2492
0,9474	2,9376	3,1008	0,1719	-0,1719	0,9621	0,9621	0,4131	0,6280
1,0000	3,0915	3,0915	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3078	0,9515
1,0526	3,2558	3,0930	-0,1707	0,1707	1,0694	1,0694	0,2251	1,3475

TABELA 4j - Cálculo dos fatores de indução tangencial (ti) e axial (ia)

$x = 0,9000$ $\beta = 138,5904$ graus

xo/x	Yo	Y	A1	A2	B1	B2	ti	ia
0,2222	1,0280	4,6258	3,9460	-3,9460	0,0000	0,0000	3,1111	0,0000
0,2500	1,1150	4,4600	3,6571	-3,6571	0,0000	0,0000	3,0000	0,0000
0,2778	1,1974	4,3108	3,3951	-3,3951	0,0000	0,0000	2,8889	0,0000
0,3333	1,3432	4,0295	2,9202	-2,9202	0,0000	0,0000	2,6667	0,0001
0,4444	1,5905	3,5786	2,1543	-2,1543	0,0001	0,0001	2,2225	0,0010
0,5556	1,8101	3,2581	1,5655	-1,5655	0,0014	0,0014	1,7803	0,0082
0,6667	2,0394	3,0591	1,0982	-1,0982	0,0101	0,0101	1,3467	0,0410
0,7778	2,3237	2,9877	0,7101	-0,7101	0,0533	0,0533	0,9363	0,1416
0,8889	2,6261	2,9544	0,3488	-0,3488	0,3022	0,3022	0,5788	0,3968
1,0000	2,9376	2,9376	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3223	0,9467
1,0556	3,0915	2,9288	-0,1715	0,1715	1,0648	1,0648	0,2366	1,3439
1,1111	3,2558	2,9303	-0,3422	0,3422	0,3682	0,3682	0,1636	1,7818

TABELA 4i - Cálculo dos fatores de indução tangencial (ti) e axial (ia)

$x = 0,8000$ $\beta = 120,0000$ graus

xo/x	Yo	Y	A1	A2	B1	B2	ti	ia
0,2500	1,0280	4,1118	3,4187	-3,4187	0,0000	0,0000	3,0000	0,0000
0,2813	1,1150	3,9644	3,1478	-3,1478	0,0000	0,0000	2,8750	0,0000
0,3125	1,1974	3,8318	2,9018	-2,9018	0,0000	0,0000	2,7500	0,0001
0,3750	1,3432	3,5818	2,4573	-2,4573	0,0000	0,0000	2,5001	0,0003
0,5000	1,5905	3,1810	1,7396	-1,7396	0,0007	0,0007	2,0014	0,0043
0,6250	1,8101	2,8961	1,1848	-1,1848	0,0069	0,0069	1,5104	0,0300
0,7500	2,0394	2,7192	0,7385	-0,7385	0,0466	0,0466	1,0466	0,1267
0,8750	2,3237	2,6557	0,3578	-0,3578	0,2857	0,2857	0,6429	0,3794
1,0000	2,6261	2,6261	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3559	0,9345
1,1250	2,9376	2,6112	-0,3470	0,3470	0,3612	0,3612	0,1806	1,7772
1,1875	3,0915	2,6034	-0,5176	0,5176	0,1609	0,1609	0,1207	2,2667
1,2500	3,2558	2,6047	-0,6885	0,6885	0,0776	0,0776	0,0776	2,8067

D) CALCULO DE $h_m(h)$ E DE $h_m(h)$:

D.1) $h = 0,000$ graus

Tabela 9a		som.O am		m.som.O		Sommm+la	
m.m	Int	de Int	am de Int	m.Int	de m.Int	Int	m.m
0,0000	0,1376	0,1376	0,0000	0,0000	1,0793	3,3906	3,3906
1,0000	0,2429	0,3805	0,2429	0,8364	0,5040	3,8228	5,0181
2,0000	0,1662	0,5467	1,0933	0,3324	0,5040	5,0181	6,7354
3,0000	0,0934	0,6400	1,9201	0,2238	0,2238	6,7354	8,7462
4,0000	0,0428	0,6829	2,7315	0,1713	0,0525	8,7462	10,8915
5,0000	0,0160	0,6989	3,4946	0,0802	-0,0277	10,8915	13,0872
6,0000	0,0038	0,7027	4,2160	0,0225	-0,0502	13,0872	15,2947
7,0000	-0,0004	0,7023	4,9158	-0,0029	-0,0473	15,2947	17,5009
8,0000	-0,0012	0,7010	5,6084	-0,0097	-0,0377	17,5009	19,7033
9,0000	-0,0016	0,6995	6,2951	-0,0143	-0,0233	19,7033	21,9007
10,0000	-0,0005	0,6990	6,9899	-0,0046	-0,0187	21,9007	24,0966
11,0000	-0,0017	0,6973	7,6702	-0,0187	0,0000		

TABELA 8: Valores de $h_m(h)$

ligaus	n = 0	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5	n = 6	n = 7	n = 8	n = 9	n = 10	n = 11
0,0000	5,5411	-4,7889	0,0331	-0,0558	0,0304	0,0144	0,0212	-0,0013	-0,0043	0,0048	0,0070	-0,0046
20,3641	5,2183	-4,7808	0,0616	-0,0434	0,0163	0,0170	0,0200	-0,0026	-0,0045	0,0067	0,0035	-0,0076
28,9550	4,9082	-4,7401	0,1013	-0,0105	0,0005	0,0248	0,0242	0,0029	0,0010	0,0004	0,0084	-0,0074
41,4096	4,3361	-4,5856	0,2248	0,0696	0,0381	0,0376	0,0253	0,0011	-0,0025	0,0058	0,0046	-0,0073
60,0000	3,3503	-4,0656	0,5252	0,1760	0,0469	0,0102	-0,0049	-0,0157	-0,0061	-0,0058	0,0074	-0,0018
75,5225	2,5242	-3,3837	0,7582	0,1563	-0,0153	-0,0280	-0,0134	-0,0029	0,0076	0,0023	-0,0001	-0,0019
90,0000	1,8262	-2,6434	0,8515	0,0446	-0,0696	-0,0229	0,0081	0,0084	0,0010	-0,0046	0,0001	0,0011
104,4775	1,2455	-1,9174	0,8008	-0,0804	-0,0686	0,0109	0,0152	-0,0043	0,0038	0,0015	0,0018	-0,0012
120,0000	0,7831	-1,2676	0,6431	-0,1582	-0,0226	0,0278	-0,0024	-0,0070	0,0045	0,0005	-0,0023	0,0011
138,5904	0,4405	-0,7419	0,4353	-0,1643	0,0262	0,0115	-0,0110	0,0047	-0,0007	-0,0007	0,0006	-0,0002
151,0450	0,3118	-0,5333	0,3306	-0,1435	0,0390	-0,0027	-0,0040	0,0036	-0,0026	0,0018	-0,0010	0,0003
180,0000	0,2097	-0,3622	0,2322	-0,1083	0,0351	-0,0070	0,0005	-0,0001	0,0004	-0,0003	0,0001	0,0000

C) Valores de h_m

$h_m(h)$ (2m) = [cos(h)] (2m); $h_m(h)$ (2m) = [sin(h)] (2m)

ligaus	n = 0	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5	n = 6	n = 7	n = 8	n = 9	n = 10	n = 11
0,0000	0,1376	0,2429	0,3805	0,5467	0,6400	0,6829	0,7315	0,774	0,8165	0,8559	0,8909	0,9285
20,3641	0,1766	0,3024	0,4058	0,4865	0,5463	0,6141	0,6020	-0,0016	-0,0015	0,0018	-0,0004	-0,0077
28,9550	0,2183	0,3770	0,2455	0,1244	0,0504	0,0165	0,0051	0,0030	0,0031	0,0027	0,0015	0,0058
41,4096	0,3167	0,3389	0,3329	0,3174	0,0580	0,0182	0,0049	0,0011	-0,0004	-0,0023	-0,0011	-0,0029
60,0000	0,5282	0,8559	0,4585	0,1607	0,0296	-0,0060	-0,0108	-0,0072	-0,0018	0,0014	0,0022	-0,0003
75,5225	0,7341	1,1174	0,4909	0,0989	-0,0161	-0,0212	-0,0086	0,0015	0,0047	0,0016	-0,0021	-0,0003
90,0000	0,9285	1,3137	0,4460	0,0209	-0,0385	-0,0117	0,0042	0,0054	-0,0001	-0,0020	-0,0005	0,0000
104,4775	1,1156	1,4450	0,3552	-0,0372	-0,0307	0,0053	0,0064	-0,0014	-0,0020	0,0009	0,0008	0,0008
120,0000	1,2998	1,5137	0,2482	-0,0618	-0,0086	0,0109	-0,0012	-0,0024	0,0015	0,0003	-0,0010	0,0004
138,5904	1,4834	1,5247	0,1490	-0,0565	0,0090	0,0040	-0,0039	0,0018	-0,0004	-0,0002	0,0002	0,0000
151,0450	1,5744	1,5118	0,1071	-0,0467	0,0127	-0,0008	-0,0014	0,0013	-0,0009	0,0006	-0,0004	0,0001
180,0000	1,6643	1,4888	0,0715	-0,0334	0,0108	-0,0021	0,0001	0,0000	0,0001	-0,0001	0,0000	0,0000

Tab. 96

m.m	Ina	de Ina	am de Ina	ma	msom.0	Som.m+1 a	Ina
0,0000	5,5411	5,5411	0,0000	0,0000	-4,9095	0,0000	-15,4236
1,0000	-4,7889	0,7522	-4,7889	-4,7889	-0,1206	0,0000	1,9842
2,0000	0,0331	0,7853	1,5707	0,0663	-0,1869	0,0105	4,3473
3,0000	-0,0658	0,7196	2,1587	-0,1974	0,0105	0,1321	6,8146
4,0000	-0,0304	0,6892	2,7566	-0,1216	0,1321	0,0601	9,0751
5,0000	0,0144	0,7036	3,5178	0,0720	0,0601	-0,0674	11,2402
6,0000	0,0212	0,7248	4,3489	0,1275	-0,0674	-0,0583	13,4505
7,0000	-0,0013	0,7235	5,0645	-0,0091	-0,0091	-0,0238	15,7275
8,0000	-0,0043	0,7192	5,7535	-0,0345	-0,0345	-0,0197	18,0005
9,0000	-0,0048	0,7144	6,4292	-0,0435	-0,0435	0,0197	20,2599
10,0000	0,0070	0,7214	7,2139	0,0703	-0,0506	0,0000	22,5041
11,0000	-0,0046	0,7168	7,8847	-0,0506	0,0000		24,7704

D) 2) $\beta = 20,3641$ graus

Tab. 10a

m.m	Ina	cos(n.f)	sin(n.f)	Incos	de Incos	Insm	II de Insm	Inm
0,0000	0,1768	1,0000	0,0000	0,1768	0,1768	0,0000	0,3887	3,5095
1,0000	0,3024	0,9375	0,3480	0,2835	0,4602	0,1052	0,2835	3,8455
2,0000	0,2058	0,7578	0,6525	0,1559	0,6162	0,1343	0,1493	4,6507
3,0000	0,1065	0,4834	0,8754	0,0515	0,6677	0,0932	0,0560	5,5210
4,0000	0,0463	0,1486	0,9889	0,0069	0,6746	0,0458	0,0102	6,0359
5,0000	0,0141	-0,2048	0,9788	-0,0029	0,6717	0,0138	-0,0037	5,9418
6,0000	0,0020	-0,5327	0,8463	-0,0011	0,6706	0,0017	-0,0054	5,1495
7,0000	-0,0016	-0,7939	0,6081	0,0013	0,6719	-0,0010	-0,0044	3,7198
8,0000	-0,0015	-0,9559	0,2938	0,0014	0,6732	-0,0004	-0,0040	1,8201
9,0000	0,0018	-0,9984	-0,0572	-0,0018	0,6715	-0,0001	-0,0039	-0,3117
10,0000	-0,0004	-0,9161	-0,4010	0,0003	0,6718	0,0001	-0,0040	-2,3991
11,0000	0,0058	-0,7193	-0,6947	-0,0041	0,6677	-0,0040	0,0000	-4,1876

Tab. 10b

m.m	Ina	cos(n.f)	sin(n.f)	Incos	de Incos	Insm	II de Insm	Inm
0,0000	5,2183	1,0000	0,0000	5,2183	5,2183	0,0000	-1,6520	-14,9140
1,0000	-4,7808	0,9375	0,3480	-4,4820	0,7364	-1,6636	0,0117	2,4120
2,0000	0,0616	0,7578	0,6525	0,0467	0,7830	0,0402	-0,0285	4,4173
3,0000	-0,0434	0,4834	0,8754	-0,0210	0,7620	-0,0380	0,0095	6,0640
4,0000	-0,0163	0,1486	0,9889	-0,0024	0,7596	-0,0161	0,0256	6,8161
5,0000	0,0170	-0,2048	0,9788	-0,0035	0,7561	0,0167	0,0090	6,6650
6,0000	0,0200	-0,5327	0,8463	-0,0106	0,7455	0,0169	-0,0080	5,7343
7,0000	-0,0026	-0,7939	0,6081	0,0021	0,7475	-0,0016	-0,0064	4,1496
8,0000	-0,0045	-0,9559	0,2938	0,0043	0,7519	-0,0013	-0,0051	2,0381
9,0000	-0,0012	-0,9984	-0,0572	0,0012	0,7531	0,0001	-0,0051	-0,3424
10,0000	0,0067	-0,9161	-0,4010	-0,0061	0,7470	-0,0027	-0,0025	-2,6840
11,0000	0,0035	-0,7193	-0,6947	-0,0026	0,7445	-0,0025	0,0000	-4,6692

1) 2) $\beta = 28,9550$ graus

m	$\sin(m\beta)$	$\cos(m\beta)$	$\sin(m\beta)$	$\cos(m\beta)$	$\sin(m\beta)$	$\cos(m\beta)$	$\sin(m\beta)$	$\cos(m\beta)$
0,0000	0,0000	1,0000	0,2188	0,9770	0,8750	0,4841	0,3298	0,2188
1,0000	0,1718	0,3798	0,2080	0,9718	0,8718	0,4755	0,3253	0,2143
2,0000	0,3436	0,7536	0,4160	0,9112	0,8472	0,5312	0,8472	0,5312
3,0000	0,5154	1,1244	0,6272	0,7856	0,7985	0,5547	0,9985	0,0006
4,0000	0,6872	1,4952	0,8384	0,6112	0,7002	0,5355	0,9002	-0,0002
5,0000	0,8590	1,8660	1,0496	0,3968	0,5768	-0,2020	0,7934	0,0143
6,0000	1,0308	2,2368	1,2608	0,1504	0,4092	-0,2241	0,7693	0,0026
7,0000	1,2026	2,6076	1,4720	-0,1360	0,2226	-0,3857	0,7666	-0,0011
8,0000	1,3744	2,9784	1,6832	-0,3472	0,0226	-0,7841	0,7660	-0,0008
9,0000	1,5462	3,3492	1,8944	-0,5584	-0,1634	-0,9866	0,7659	-0,0004
10,0000	1,7180	3,7200	2,1056	-0,7696	-0,3346	-0,9423	0,7687	-0,0009
11,0000	1,8898	4,0908	2,3168	-0,9808	-0,5058	-0,6626	0,7675	0,0011

m	$\sin(m\beta)$	$\cos(m\beta)$	$\sin(m\beta)$	$\cos(m\beta)$	$\sin(m\beta)$	$\cos(m\beta)$	$\sin(m\beta)$	$\cos(m\beta)$
0,0000	0,0000	1,0000	4,9082	1,0000	0,0000	4,9082	0,0000	-2,2112
1,0000	0,1718	0,3798	4,7368	0,8750	0,4841	4,1476	0,7606	-2,2948
2,0000	0,3436	0,7536	4,5652	0,5312	0,8472	0,0538	0,8144	0,0858
3,0000	0,5154	1,1244	4,3936	0,0547	0,9985	-0,0006	0,8138	-0,0105
4,0000	0,6872	1,4952	4,2220	-0,4355	0,9002	-0,0002	0,8136	0,0004
5,0000	0,8590	1,8660	4,0504	-0,8169	0,5768	-0,2020	0,7934	0,0143
6,0000	1,0308	2,2368	3,8788	-0,9940	0,4092	-0,2241	0,7693	0,0026
7,0000	1,2026	2,6076	3,7072	-0,9226	-0,3857	-0,0027	0,7666	-0,0011
8,0000	1,3744	2,9784	3,5356	-0,6206	-0,7841	-0,0006	0,7660	-0,0008
9,0000	1,5462	3,3492	3,3640	-0,1634	-0,9866	-0,0001	0,7659	-0,0004
10,0000	1,7180	3,7200	3,1924	0,3346	-0,9423	0,0028	0,7687	-0,0009
11,0000	1,8898	4,0908	3,0208	0,5058	-0,6626	-0,0012	0,7675	0,0011

1) 3) $\beta = 41,4096$ graus

m	$\sin(m\beta)$	$\cos(m\beta)$	$\sin(m\beta)$	$\cos(m\beta)$	$\sin(m\beta)$	$\cos(m\beta)$	$\sin(m\beta)$	$\cos(m\beta)$
0,0000	0,3167	1,0000	0,3167	0,9316	0,3167	0,8516	0,3167	0,7616
1,0000	0,5389	0,7500	0,6614	0,4042	0,7209	0,3565	0,4568	0,38918
2,0000	0,8329	0,1250	0,9922	0,0416	0,7625	0,3303	0,1265	0,36682
3,0000	1,1574	-0,5625	0,8268	-0,0886	0,6739	0,1302	-0,0037	2,6562
4,0000	1,5580	-0,9688	0,2480	-0,0562	0,6177	0,0144	-0,0180	0,8108
5,0000	1,9382	-0,8906	-0,4547	-0,0162	0,6015	-0,0083	-0,0097	-1,2579
6,0000	2,2984	-0,3672	-0,9301	-0,0018	0,5997	-0,0046	-0,0051	-2,6404
7,0000	2,6386	0,3398	-0,9405	0,0004	0,6001	-0,0011	-0,0041	-2,6871
8,0000	2,9588	0,8770	-0,4806	-0,0004	0,5997	0,0002	-0,0043	-1,3867
9,0000	3,2590	0,9756	0,2196	-0,0022	0,5975	-0,0005	-0,0038	0,6058
10,0000	3,5392	0,5864	0,8100	-0,0006	0,5969	-0,0009	-0,0029	2,2883
11,0000	3,7994	-0,0959	0,9954	0,0003	0,5972	-0,0029	0,0000	2,8233

Tab. 12b		somlam		de Inacos		Inacos		sin(fli)		cos(fli)		Ina		m,m	
Som.m.l.a		Inasm		Inasm		Inasm		sin(fli)		cos(fli)		Ina		m,m	
0,0000	4,3361	1,0000	0,0000	4,3361	4,3361	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,5282	1,0000	0,5282	0,0000	0,0000	0,0000
1,0000	-4,5856	0,7500	0,6614	-3,4392	0,8969	-3,0331	0,2449	0,1250	0,9922	0,6614	0,7500	-4,5856	1,0000	1,0000	1,0000
2,0000	0,2248	0,1250	0,9922	0,0281	0,9250	0,2231	0,0218	0,2248	0,9922	0,1250	0,9922	0,2248	2,0000	2,0000	2,0000
3,0000	0,0696	-0,5625	0,8268	-0,0391	0,8859	0,0575	-0,0357	0,0696	-0,5625	0,8268	-0,0391	0,0696	3,0000	3,0000	3,0000
4,0000	0,0381	-0,9688	0,2480	-0,0369	0,8490	0,0095	-0,0452	0,0381	-0,9688	0,2480	-0,0369	0,0381	4,0000	4,0000	4,0000
5,0000	0,0376	-0,8906	-0,4547	-0,0335	0,8155	-0,0171	-0,0281	0,0376	-0,8906	-0,4547	-0,0335	0,0376	5,0000	5,0000	5,0000
6,0000	0,0253	-0,3672	-0,9301	-0,0093	0,8062	-0,0235	-0,0046	0,0253	-0,3672	-0,9301	-0,0093	0,0253	6,0000	6,0000	6,0000
7,0000	0,0011	0,3398	-0,9405	0,0004	0,8066	-0,0011	-0,0035	0,0011	0,3398	-0,9405	0,0004	0,0011	7,0000	7,0000	7,0000
8,0000	-0,0025	0,8770	-0,4806	-0,0022	0,8043	0,0012	-0,0047	-0,0025	0,8770	-0,4806	-0,0022	-0,0025	8,0000	8,0000	8,0000
9,0000	-0,0058	0,9756	0,2196	-0,0057	0,7987	-0,0013	-0,0035	-0,0058	0,9756	0,2196	-0,0057	-0,0058	9,0000	9,0000	9,0000
10,0000	0,0046	0,5864	0,8100	0,0027	0,8014	0,0038	-0,0072	0,0046	0,5864	0,8100	0,0027	0,0046	10,0000	10,0000	10,0000
11,0000	-0,0073	-0,0959	0,9954	0,0007	0,8021	-0,0072	0,0000	-0,0073	-0,0959	0,9954	0,0007	-0,0073	11,0000	11,0000	11,0000

D (4) h = 60,0000 graus

Tab. 13a		somlam		de Inacos		Inacos		sin(fli)		cos(fli)		Ina		m,m	
Som.m.l.a		Inasm		Inasm		Inasm		sin(fli)		cos(fli)		Ina		m,m	
0,0000	0,5282	1,0000	0,0000	0,5282	0,5282	0,0000	1,1085	0,5282	1,0000	0,5282	1,0000	0,5282	0,0000	0,0000	0,0000
1,0000	0,8559	0,5000	0,8660	0,4280	0,9562	0,7412	0,3673	0,8559	0,5000	0,8660	0,4280	0,8559	1,0000	1,0000	1,0000
2,0000	0,4585	-0,5000	0,8660	-0,2293	0,7269	0,3971	-0,0298	0,4585	-0,5000	0,8660	-0,2293	0,4585	2,0000	2,0000	2,0000
3,0000	0,1607	-1,0000	0,0000	-0,1607	0,5662	0,0000	-0,0298	0,1607	-1,0000	0,0000	-0,1607	0,1607	3,0000	3,0000	3,0000
4,0000	0,0296	-0,5000	-0,8660	-0,0148	0,5514	-0,0257	-0,0042	0,0296	-0,5000	-0,8660	-0,0148	0,0296	4,0000	4,0000	4,0000
5,0000	-0,0060	0,5000	-0,8660	-0,0030	0,5484	0,0052	-0,0094	-0,0060	0,5000	-0,8660	-0,0030	-0,0060	5,0000	5,0000	5,0000
6,0000	-0,0108	1,0000	0,0000	-0,0108	0,5376	0,0000	-0,0094	-0,0108	1,0000	0,0000	-0,0108	-0,0108	6,0000	6,0000	6,0000
7,0000	-0,0072	0,5000	0,8660	-0,0036	0,5340	-0,0062	-0,0032	-0,0072	0,5000	0,8660	-0,0036	-0,0072	7,0000	7,0000	7,0000
8,0000	-0,0018	-0,5000	0,8660	0,0009	0,5349	-0,0015	-0,0016	-0,0018	-0,5000	0,8660	0,0009	-0,0018	8,0000	8,0000	8,0000
9,0000	0,0014	-1,0000	0,0000	-0,0014	0,5335	0,0000	-0,0016	0,0014	-1,0000	0,0000	-0,0014	0,0014	9,0000	9,0000	9,0000
10,0000	0,0022	-0,5000	-0,8660	-0,0011	0,5324	-0,0019	0,0003	0,0022	-0,5000	-0,8660	-0,0011	0,0022	10,0000	10,0000	10,0000
11,0000	-0,0003	0,5000	-0,8660	-0,0002	0,5323	0,0003	0,0000	-0,0003	0,5000	-0,8660	-0,0002	-0,0003	11,0000	11,0000	11,0000

Tab. 13b		somlam		de Inacos		Inacos		sin(fli)		cos(fli)		Ina		m,m	
Som.m.l.a		Inasm		Inasm		Inasm		sin(fli)		cos(fli)		Ina		m,m	
0,0000	3,3503	1,0000	0,0000	3,3503	3,3503	0,0000	-3,1395	3,3503	1,0000	0,0000	-3,1395	3,3503	0,0000	0,0000	0,0000
1,0000	0,5056	0,5000	0,8660	-2,0328	1,3175	-3,5209	0,3814	0,5056	0,5000	0,8660	-2,0328	0,5056	1,0000	1,0000	1,0000
2,0000	0,5252	-0,5000	0,8660	-0,2626	1,0549	0,4548	-0,0734	0,5252	-0,5000	0,8660	-0,2626	0,5252	2,0000	2,0000	2,0000
3,0000	0,1760	-1,0000	0,0000	-0,1760	0,8789	0,0000	-0,0734	0,1760	-1,0000	0,0000	-0,1760	0,1760	3,0000	3,0000	3,0000
4,0000	0,0469	-0,5000	-0,8660	-0,0235	0,8554	-0,0407	-0,0327	0,0469	-0,5000	-0,8660	-0,0235	0,0469	4,0000	4,0000	4,0000
5,0000	0,0102	0,5000	-0,8660	0,0051	0,8605	-0,0089	-0,0238	0,0102	0,5000	-0,8660	0,0051	0,0102	5,0000	5,0000	5,0000
6,0000	-0,0049	1,0000	0,0000	-0,0049	0,8556	0,0000	-0,0238	-0,0049	1,0000	0,0000	-0,0049	-0,0049	6,0000	6,0000	6,0000
7,0000	-0,0157	0,5000	0,8660	-0,0079	0,8477	-0,0136	-0,0102	-0,0157	0,5000	0,8660	-0,0079	-0,0157	7,0000	7,0000	7,0000
8,0000	-0,0061	-0,5000	0,8660	0,0031	0,8508	-0,0053	-0,0049	-0,0061	-0,5000	0,8660	0,0031	-0,0061	8,0000	8,0000	8,0000
9,0000	-0,0004	-1,0000	0,0000	0,0004	0,8512	0,0000	-0,0049	-0,0004	-1,0000	0,0000	0,0004	-0,0004	9,0000	9,0000	9,0000
10,0000	0,0074	-0,5000	-0,8660	-0,0037	0,8474	-0,0064	0,0015	0,0074	-0,5000	-0,8660	-0,0037	0,0074	10,0000	10,0000	10,0000
11,0000	-0,0018	0,5000	-0,8660	-0,0009	0,8466	0,0015	0,0000	-0,0018	0,5000	-0,8660	-0,0009	-0,0018	11,0000	11,0000	11,0000

D 5) $\beta = 75,5225$ graus

m	Int	cos(β)	sin(β)	Int.cos	de Int.cos	Int.sin	de Int.sin	Som. m+1	Int
0,0000	0,7341	1,0000	0,0000	0,7341	0,7341	0,0000	1,2403	4,0242	0,0000
1,0000	1,1174	0,2500	0,9682	0,2794	1,0135	1,0820	0,1583	3,3124	1,0000
2,0000	0,4909	-0,8750	0,4841	-0,4296	0,5839	0,2377	-0,0794	1,1426	2,0000
3,0000	0,0989	-0,6875	-0,7262	-0,0680	0,5159	-0,0718	-0,0075	-1,1989	3,0000
4,0000	-0,0161	0,5313	-0,8472	-0,0086	0,5074	0,0136	-0,0212	-1,4312	4,0000
5,0000	-0,0212	0,9531	0,3026	-0,0202	0,4871	-0,0064	-0,0147	0,4327	5,0000
6,0000	-0,0086	-0,0547	0,9985	0,0005	0,4876	-0,0086	-0,0062	1,5808	6,0000
7,0000	0,0015	-0,9805	0,1967	-0,0015	0,4861	0,0003	-0,0065	0,3308	7,0000
8,0000	0,0047	-0,4355	-0,9002	-0,0020	0,4841	-0,0042	-0,0023	-1,4107	8,0000
9,0000	0,0016	0,7627	-0,6468	0,0013	0,4853	-0,0011	-0,0012	-1,0215	9,0000
10,0000	-0,0021	0,8169	0,5768	-0,0018	0,4836	0,0012	0,0000	0,9051	10,0000
11,0000	0,0000	-0,3542	0,9352	0,0000	0,4836	0,0000	0,0000	1,4673	11,0000

D 6) $\beta = 90,0000$ graus

m	Int	cos(β)	sin(β)	Int.cos	de Int.cos	Int.sin	de Int.sin	Som. m+1	Int
0,0000	2,5242	1,0000	0,0000	2,5242	2,5242	0,0000	-3,0423	-9,8711	0,0000
1,0000	-3,3837	0,2500	0,9682	-0,8459	1,6783	-3,2763	0,2340	5,4622	1,0000
2,0000	0,7582	-0,8750	0,4841	-0,6634	1,0149	0,3670	-0,1330	1,9718	2,0000
3,0000	0,1563	-0,6875	-0,7262	-0,1074	0,9074	-0,1135	-0,0196	-2,0945	3,0000
4,0000	-0,0153	0,5313	-0,8472	-0,0081	0,8993	0,0130	-0,0326	-2,5282	4,0000
5,0000	-0,0280	0,9531	0,3026	-0,0267	0,8726	-0,0085	-0,0241	0,7822	5,0000
6,0000	-0,0134	-0,0547	0,9985	0,0007	0,8733	-0,0134	-0,0107	2,8313	6,0000
7,0000	-0,0029	-0,9805	0,1967	0,0029	0,8762	-0,0006	-0,0102	0,5914	7,0000
8,0000	0,0076	-0,4355	-0,9002	-0,0033	0,8729	-0,0068	-0,0033	-2,5448	8,0000
9,0000	0,0023	0,7627	-0,6468	0,0018	0,8747	-0,0015	-0,0018	-1,8401	9,0000
10,0000	-0,0001	0,8169	0,5768	-0,0001	0,8746	0,0000	-0,0018	1,6321	10,0000
11,0000	-0,0019	-0,3542	0,9352	0,0007	0,8753	-0,0018	0,0000	2,6559	11,0000

m	Int	cos(β)	sin(β)	Int.cos	de Int.cos	Int.sin	de Int.sin	Som. m+1	Int
0,0000	0,9285	1,0000	0,0000	0,9285	0,9285	0,0000	1,2729	3,9988	0,0000
1,0000	1,3137	0,0000	1,0000	-0,4460	0,4825	0,0000	-0,0409	2,9170	1,0000
2,0000	0,4460	-1,0000	0,0000	-0,4460	0,4825	-0,0000	-0,0409	0,1284	2,0000
3,0000	0,0209	0,0000	-1,0000	0,0000	0,4825	-0,0209	-0,0200	-1,5158	3,0000
4,0000	-0,0385	1,0000	0,0000	-0,0385	0,4441	0,0000	-0,0200	-0,0629	4,0000
5,0000	-0,0117	0,0000	1,0000	0,0000	0,4441	-0,0117	-0,0083	1,3950	5,0000
6,0000	0,0042	-1,0000	0,0000	-0,0042	0,4398	0,0000	-0,0083	0,0260	6,0000
7,0000	0,0054	0,0000	-1,0000	0,0000	0,4398	-0,0054	-0,0029	-1,3818	7,0000
8,0000	-0,0001	1,0000	0,0000	-0,0001	0,4398	0,0000	-0,0029	-0,0091	8,0000
9,0000	-0,0020	0,0000	1,0000	0,0000	0,4398	-0,0020	-0,0008	1,3816	9,0000
10,0000	-0,0005	-1,0000	0,0000	-0,0005	0,4403	0,0000	-0,0008	0,0027	10,0000
11,0000	0,0008	0,0000	-1,0000	0,0000	0,4403	-0,0008	0,0000	-1,3831	11,0000

Tab. 15b		som.0 am					Som. m+1 a	
m	Ina	cos(m.π)	sin(m.π)	Incos	de Incos	Inism	II de Inism	Imt
0,000	1,8262	1,0000	0,0000	1,8262	1,8262	0,0000	-2,7251	-8,5611
1,000	-2,6434	0,0000	1,0000	0,0000	1,8262	-2,6434	-0,0817	5,7372
2,000	0,8515	-1,0000	0,0000	-0,8515	0,9747	0,0000	-0,0817	0,2566
3,000	0,0446	0,0000	-1,0000	0,0000	0,9747	-0,0446	-0,0371	-3,0622
4,000	-0,6969	1,0000	0,0000	-0,6969	0,9051	0,0000	-0,0371	-0,1166
5,000	-0,2229	0,0000	1,0000	0,0000	0,9051	-0,2229	-0,0142	2,8434
6,000	0,0081	-1,0000	0,0000	-0,0081	0,8970	0,0000	-0,0142	0,0445
7,000	0,0084	0,0000	-1,0000	0,0000	0,8970	-0,0084	-0,0057	-2,8179
8,000	0,0010	1,0000	0,0000	0,0010	0,8980	0,0000	-0,0057	-0,0180
9,000	-0,0046	0,0000	1,0000	0,0000	0,8980	-0,0046	-0,0011	2,8211
10,000	0,0001	-1,0000	0,0000	-0,0001	0,8979	0,0000	-0,0011	0,0034
11,000	0,0011	0,0000	-1,0000	0,0000	0,8979	-0,0011	0,0000	-2,8207

D (7) β = 104,4775 graus

Tab. 16a		som.0 am					Som. m+1 a	
m	Ina	cos(m.π)	sin(m.π)	Incos	de Incos	Inism	II de Inism	Imt
0,000	1,1156	1,0000	0,0000	1,1156	1,1156	0,0000	1,2200	3,9583
1,000	1,4450	-0,2500	0,9682	-0,3612	0,7543	1,3991	-0,1791	2,5151
2,000	0,3552	-0,8750	-0,4841	-0,3108	0,4435	-0,1720	-0,0072	-0,6763
3,000	-0,0372	0,6875	-0,7262	-0,2556	0,4180	0,0270	-0,0341	-1,0609
4,000	-0,0307	0,5313	0,8472	-0,0163	0,4016	-0,0260	-0,0081	1,0900
5,000	0,0053	-0,9531	0,3026	-0,0050	0,3966	0,0016	-0,0097	0,4194
6,000	0,0064	-0,0547	-0,9985	-0,0004	0,3962	-0,0064	-0,0033	-1,2832
7,000	-0,0014	0,9805	0,1967	-0,0014	0,3948	-0,0003	-0,0030	0,2423
8,000	-0,0020	-0,4355	0,9002	0,0009	0,3957	-0,0018	-0,0012	1,1575
9,000	0,0009	-0,7627	-0,6468	-0,0007	0,3950	-0,0006	-0,0007	-0,8273
10,000	0,0005	0,8169	-0,5768	0,0004	0,3954	-0,0003	-0,0004	-0,7410
11,000	-0,0004	0,3542	0,9352	-0,0001	0,3953	-0,0004	0,0000	1,1994

Tab. 16b		som.0 am					Som. m+1 a	
m	Ina	cos(m.π)	sin(m.π)	Incos	de Incos	Inism	II de Inism	Ima
0,000	1,2455	1,0000	0,0000	1,2455	1,2455	0,0000	-2,2632	-7,3433
1,000	-1,9174	-0,2500	0,9682	0,4793	1,7248	-1,8565	-0,4068	5,7486
2,000	0,8008	-0,8750	-0,4841	-0,7007	1,0241	-0,3877	-0,0191	-1,5545
3,000	-0,0804	0,6875	-0,7262	-0,0553	0,9689	0,0584	-0,0775	-2,4556
4,000	-0,0686	0,5313	0,8472	-0,0364	0,9324	-0,0581	-0,0193	2,5298
5,000	0,0109	-0,9531	0,3026	-0,0104	0,9220	0,0033	-0,0227	0,9752
6,000	0,0152	-0,0547	-0,9985	-0,0008	0,9212	-0,0152	-0,0075	-2,9830
7,000	-0,0043	0,9805	0,1967	-0,0042	0,9169	-0,0008	-0,0066	0,5641
8,000	-0,0038	-0,4355	0,9002	0,0017	0,9186	-0,0034	-0,0032	2,6875
9,000	0,0015	-0,7627	-0,6468	-0,0011	0,9175	-0,0010	-0,0022	-1,9198
10,000	0,0018	0,8169	-0,5768	0,0015	0,9190	-0,0011	-0,0012	-1,7229
11,000	-0,0012	0,3542	0,9352	-0,0004	0,9186	-0,0012	0,0000	2,7871

D) $\beta = 120,0000$ graus

m	Im	cos(β)	sin(β)	Imcos	Imcos	de Imcos	Im sin	II de Im sin	Som. m. I a	Im
0,0000	1,2998	1,0000	0,0000	1,2998	1,2998	0,0000	1,0743	0,0000	3,8973	3,8973
1,0000	1,5137	-0,5000	0,8660	-0,7568	0,5430	1,3109	-0,2365	-0,2150	2,1349	2,1349
2,0000	0,2482	-0,5000	-0,8660	-0,1241	0,4189	-0,2150	-0,216	0,0000	-1,2768	-1,2768
3,0000	-0,618	1,0000	0,0000	-0,0618	0,3571	0,0000	-0,216	0,0000	-0,0782	-0,0782
4,0000	-0,0086	-0,5000	0,8660	0,0043	0,3614	-0,0075	-0,0141	-0,0075	1,1610	1,1610
5,0000	0,0109	-0,5000	-0,8660	-0,0055	0,3559	-0,0095	-0,0046	-0,0095	-1,1098	-1,1098
6,0000	-0,0012	1,0000	0,0000	-0,0012	0,3548	0,0000	-0,0046	0,0000	-0,0168	-0,0168
7,0000	-0,0024	-0,5000	0,8660	0,0012	0,3560	-0,0021	-0,0025	-0,0021	1,1230	1,1230
8,0000	0,0015	-0,5000	-0,8660	-0,0007	0,3553	-0,0013	-0,0013	-0,0013	-1,1138	-1,1138
9,0000	0,0003	1,0000	0,0000	0,0003	0,3556	0,0000	-0,0013	0,0000	-0,0045	-0,0045
10,0000	-0,0010	-0,5000	0,8660	0,0005	0,3561	-0,0009	-0,0004	-0,0009	1,1194	1,1194
11,0000	0,0004	-0,5000	-0,8660	-0,0002	0,3559	-0,0004	0,0000	-0,0004	-1,1180	-1,1180

Tab. 17a

D) $\beta = 138,5904$ graus

m	Im	cos(β)	sin(β)	Imcos	Imcos	de Imcos	Im sin	II de Im sin	Som. m. I a	Im
0,0000	0,7831	1,0000	0,0000	0,7831	0,7831	0,0000	-1,7112	0,0000	-6,2075	-6,2075
1,0000	-1,2676	-0,5000	0,8660	0,6338	1,4169	-1,0977	-0,6134	-0,6134	5,5640	5,5640
2,0000	0,6431	-0,5000	-0,8660	-0,3215	1,0954	-0,5569	-0,0565	-0,0565	-3,3387	-3,3387
3,0000	-0,1582	1,0000	0,0000	-0,1582	0,9371	0,0000	-0,0565	0,0000	-0,2051	-0,2051
4,0000	-0,0226	-0,5000	0,8660	0,0113	0,9484	-0,0195	-0,0370	-0,0195	3,0467	3,0467
5,0000	0,0278	-0,5000	-0,8660	-0,0139	0,9345	-0,0241	-0,0129	-0,0129	-2,9124	-2,9124
6,0000	-0,0024	1,0000	0,0000	-0,0024	0,9321	0,0000	-0,0129	0,0000	-0,0468	-0,0468
7,0000	-0,0070	-0,5000	0,8660	0,0035	0,9356	-0,0061	-0,0068	-0,0061	2,9517	2,9517
8,0000	0,0045	-0,5000	-0,8660	-0,0022	0,9334	-0,0039	-0,0030	-0,0039	-2,9270	-2,9270
9,0000	0,0005	1,0000	0,0000	0,0005	0,9339	0,0000	-0,0030	0,0000	-0,0107	-0,0107
10,0000	-0,0023	-0,5000	0,8660	0,0012	0,9351	-0,0020	-0,0009	-0,0020	2,9393	2,9393
11,0000	0,0011	-0,5000	-0,8660	-0,0005	0,9345	-0,0009	0,0000	-0,0009	-2,9359	-2,9359

Tab. 17b

m	Im	cos(β)	sin(β)	Imcos	Imcos	de Imcos	Im sin	II de Im sin	Som. m. I a	Im
0,0000	1,4834	1,0000	0,0000	1,4834	1,4834	0,0000	0,8042	0,0000	3,8199	3,8199
1,0000	1,5247	-0,7500	0,6614	-1,1435	0,3399	1,0085	-0,2042	-0,2042	1,7953	1,7953
2,0000	0,1490	0,1250	-0,9922	0,0186	0,3585	-0,1479	-0,0564	-0,0564	-1,7229	-1,7229
3,0000	-0,0565	0,5625	0,8268	-0,0318	0,3267	-0,0467	-0,0097	-0,0097	1,2572	1,2572
4,0000	0,0090	-0,9688	-0,2480	-0,0087	0,3180	-0,0022	-0,0074	-0,0074	-0,3404	-0,3404
5,0000	0,0040	0,8906	-0,4547	0,0036	0,3215	-0,0018	-0,0056	-0,0056	-0,7182	-0,7182
6,0000	-0,0039	-0,3672	0,9301	0,0014	0,3229	-0,0036	-0,0020	-0,0020	1,4302	1,4302
7,0000	0,0018	-0,3398	-0,9405	-0,0006	0,3223	-0,0017	-0,0004	-0,0004	-1,4393	-1,4393
8,0000	-0,0004	0,8770	0,4806	-0,0003	0,3220	-0,0002	-0,0002	-0,0002	0,7342	0,7342
9,0000	-0,0002	-0,9756	0,2196	0,0002	0,3222	0,0000	-0,0002	-0,0002	-0,3368	-0,3368
10,0000	0,0002	0,5864	-0,8100	0,0001	0,3223	-0,0001	0,0000	0,0000	-1,2399	-1,2399
11,0000	0,0000	0,0959	0,9954	0,0000	0,3223	0,0000	0,0000	0,0000	1,5235	1,5235

Tab. 18a

Tab. 19b		soml arm		de Inacos		Inacos		sin(fli)		cos(fli)		Ina		m.m	
Som.m.l a		Inasin		II de Inasin		Ina		cos(fli)		sin(fli)		Ina		m.m	
0,0000	0,3118	1,0000	0,0000	0,3118	0,0000	0,3118	0,0000	0,0000	0,4841	-0,8750	-0,5333	-0,5333	1,0000	-0,5333	0,0000
1,0000	0,3306	0,5312	-0,8472	0,1756	0,9541	-0,2801	-0,1858	-0,5312	-0,8472	0,9985	-0,0547	-0,1435	0,0018	0,1634	-0,9866
2,0000	0,3306	0,5312	-0,8472	0,1756	0,9541	-0,2801	-0,1858	-0,5312	-0,8472	0,9985	-0,0547	-0,1435	0,0018	0,1634	-0,9866
3,0000	0,3306	0,5312	-0,8472	0,1756	0,9541	-0,2801	-0,1858	-0,5312	-0,8472	0,9985	-0,0547	-0,1435	0,0018	0,1634	-0,9866
4,0000	0,3390	-0,4355	-0,9002	-0,0170	0,9450	-0,0351	-0,0075	-0,0390	-0,4355	-0,9002	0,5768	-0,0027	0,0390	0,8169	-0,5768
5,0000	0,3390	-0,4355	-0,9002	-0,0170	0,9450	-0,0351	-0,0075	-0,0390	-0,4355	-0,9002	0,5768	-0,0027	0,0390	0,8169	-0,5768
6,0000	0,3390	-0,4355	-0,9002	-0,0170	0,9450	-0,0351	-0,0075	-0,0390	-0,4355	-0,9002	0,5768	-0,0027	0,0390	0,8169	-0,5768
7,0000	0,0036	0,9226	-0,3857	0,0033	0,9502	-0,0014	-0,0050	0,0036	0,9226	-0,3857	0,0033	0,9502	-0,0014	-0,0050	-2,4077
8,0000	0,0036	0,9226	-0,3857	0,0033	0,9502	-0,0014	-0,0050	0,0036	0,9226	-0,3857	0,0033	0,9502	-0,0014	-0,0050	-2,4077
9,0000	0,0018	0,1634	-0,9866	0,0003	0,9520	-0,0018	-0,0012	0,0018	0,1634	-0,9866	0,0003	0,9520	-0,0018	-0,0012	-6,0963
10,0000	0,0010	0,3346	-0,9423	0,0003	0,9517	-0,0010	-0,0002	0,0010	0,3346	-0,9423	0,0003	0,9517	-0,0010	-0,0002	5,8193
11,0000	0,0003	-0,7490	-0,6626	-0,0002	0,9515	-0,0002	0,0000	0,0003	-0,7490	-0,6626	-0,0002	0,9515	-0,0002	0,0000	-4,0908

Tab. 19a		soml arm		de Inacos		Inacos		sin(fli)		cos(fli)		Ina		m.m	
Som.m.l a		Inasin		II de Inasin		Ina		cos(fli)		sin(fli)		Ina		m.m	
0,0000	1,5744	1,0000	0,0000	1,5744	0,0000	1,5744	0,0000	0,0000	0,4841	-0,8750	1,5118	0,1071	0,5312	-0,0467	0,0000
1,0000	1,5118	-0,8750	0,4841	-1,3229	0,2515	0,7319	-0,1513	1,5118	-0,8750	0,4841	-1,3229	0,2515	0,7319	-0,1513	1,6494
2,0000	1,5118	-0,8750	0,4841	-1,3229	0,2515	0,7319	-0,1513	1,5118	-0,8750	0,4841	-1,3229	0,2515	0,7319	-0,1513	1,6494
3,0000	1,5118	-0,8750	0,4841	-1,3229	0,2515	0,7319	-0,1513	1,5118	-0,8750	0,4841	-1,3229	0,2515	0,7319	-0,1513	1,6494
4,0000	0,0127	-0,4355	-0,9002	-0,0055	0,3054	-0,0114	-0,0026	0,0127	-0,4355	-0,9002	-0,0055	0,3054	-0,0114	-0,0026	-1,7769
5,0000	0,0127	-0,4355	-0,9002	-0,0055	0,3054	-0,0114	-0,0026	0,0127	-0,4355	-0,9002	-0,0055	0,3054	-0,0114	-0,0026	-1,7769
6,0000	0,0127	-0,4355	-0,9002	-0,0055	0,3054	-0,0114	-0,0026	0,0127	-0,4355	-0,9002	-0,0055	0,3054	-0,0114	-0,0026	-1,7769
7,0000	0,0013	0,9226	-0,3857	0,0012	0,3073	-0,0005	-0,0018	0,0013	0,9226	-0,3857	0,0012	0,3073	-0,0005	-0,0018	-0,7796
8,0000	0,0009	0,6206	-0,7841	0,0006	0,3079	-0,0007	-0,0010	0,0009	0,6206	-0,7841	0,0006	0,3079	-0,0007	-0,0010	1,5708
9,0000	0,0006	0,1634	-0,9866	0,0001	0,3080	-0,0006	-0,0004	0,0006	0,1634	-0,9866	0,0001	0,3080	-0,0006	-0,0004	-1,9721
10,0000	0,0004	0,3346	-0,9423	0,0001	0,3078	-0,0003	-0,0001	0,0004	0,3346	-0,9423	0,0001	0,3078	-0,0003	-0,0001	1,8824
11,0000	0,0001	-0,7490	-0,6626	-0,0001	0,3078	-0,0001	0,0000	0,0001	-0,7490	-0,6626	-0,0001	0,3078	-0,0001	0,0000	-1,3232

D.10) $\beta = 151,0450$ graus

Tab. 18b		soml arm		de Inacos		Inasin		II de Inasin		Ina		cos(fli)		sin(fli)		m.m	
Som.m.l a		Inasin		II de Inasin		Ina		cos(fli)		sin(fli)		Ina		m.m			
0,0000	0,4405	1,0000	0,0000	0,4405	0,0000	0,4405	-1,0860	-0,5953	0,1250	-0,7419	-0,7500	0,6614	-0,7500	0,6614	-0,7500	0,0000	
1,0000	0,4353	-0,1643	0,5625	-0,2480	0,9589	-0,1359	-0,0275	0,4353	-0,1643	0,5625	-0,2480	0,9589	-0,1359	-0,0275	3,6923		
2,0000	0,4353	-0,1643	0,5625	-0,2480	0,9589	-0,1359	-0,0275	0,4353	-0,1643	0,5625	-0,2480	0,9589	-0,1359	-0,0275	3,6923		
3,0000	0,4353	-0,1643	0,5625	-0,2480	0,9589	-0,1359	-0,0275	0,4353	-0,1643	0,5625	-0,2480	0,9589	-0,1359	-0,0275	3,6923		
4,0000	0,0262	0,8906	-0,4547	0,0102	0,9438	-0,0052	-0,0158	0,0262	0,8906	-0,4547	0,0102	0,9438	-0,0052	-0,0158	-1,0031		
5,0000	0,0262	0,8906	-0,4547	0,0102	0,9438	-0,0052	-0,0158	0,0262	0,8906	-0,4547	0,0102	0,9438	-0,0052	-0,0158	-1,0031		
6,0000	0,0262	0,8906	-0,4547	0,0102	0,9438	-0,0052	-0,0158	0,0262	0,8906	-0,4547	0,0102	0,9438	-0,0052	-0,0158	-1,0031		
7,0000	0,0047	-0,3398	-0,9405	-0,0016	0,9462	-0,0045	-0,0012	0,0047	-0,3398	-0,9405	-0,0016	0,9462	-0,0045	-0,0012	-4,2250		
8,0000	0,0007	0,8770	0,4806	0,0006	0,9456	-0,0003	-0,0008	0,0007	0,8770	0,4806	0,0006	0,9456	-0,0003	-0,0008	2,1550		
9,0000	0,0007	0,8770	0,4806	0,0006	0,9456	-0,0003	-0,0008	0,0007	0,8770	0,4806	0,0006	0,9456	-0,0003	-0,0008	2,1550		
10,0000	0,0006	0,5864	-0,8100	0,0004	0,9467	-0,0005	-0,0002	0,0006	0,5864	-0,8100	0,0004	0,9467	-0,0005	-0,0002	-3,6425		
11,0000	0,0002	0,0959	-0,9954	0,0000	0,9467	-0,0002	0,0000	0,0002	0,0959	-0,9954	0,0000	0,9467	-0,0002	0,0000	4,4755		

TABELA 22 - Gm	
G1	0,03265
G2	0,00180
G3	0,00175
G4	0,00003
G5	-0,00014
G6	0,00000
G7	0,00003
G8	-0,00001
G9	-0,00002
G10	-0,00001
G11	0,00001

E.2) Coeficientes Gm da circulação adimensional G: $G = \text{som}(Gm \cdot \sin(m \cdot h))$
 $\{Gm\} = \text{inv[am(h)]} \cdot \{b(h)\}$
 11x1 11x11 11x1

E.3) Circulação adimensional G(h) ou G(x) $G(h) = \text{som}(Gm \cdot \sin(m \cdot h))$

h (gr)	h (rad)	x	G(x)
0,0000	0,0000	0,2000	0,0000
20,3641	0,3554	0,2250	0,0140
28,9550	0,5054	0,2500	0,0190
41,4096	0,7227	0,3000	0,0249
60,0000	1,0472	0,4000	0,0300
75,5225	1,3181	0,5000	0,0312
90,0000	1,5708	0,6000	0,0307
104,4775	1,8235	0,7000	0,0295
120,0000	2,0944	0,8000	0,0269
138,5904	2,4189	0,9000	0,0213
151,0450	2,6362	0,9500	0,0159
180,0000	3,1416	1,0000	0,0000

TABELA 23 - CALCULO DE G(x)

F) CALCULO DAS VELOCIDADES INDUZIDAS:

h (gr)	x	ut/Vs	ua/Vs
0,0000	0,2000	0,2136	0,1357
28,9550	0,2500	0,2062	0,1705
41,4096	0,3000	0,1933	0,1944
60,0000	0,4000	0,1626	0,2169
75,5225	0,5000	0,1324	0,2179
90,0000	0,6000	0,1076	0,2111
104,4775	0,7000	0,0928	0,2118
120,0000	0,8000	0,0822	0,2142
138,5904	0,9000	0,0742	0,2170
151,0450	0,9500	0,0705	0,2177
180,0000	1,0000	0,0675	0,2201

TABELA 24 - Calculo de ut/Vs e ua/Vs

G) CALCULO DO EMPUXO, TORQUE E EFICIENCIA:

G.1) Calculo de tg(beta), Vr, circulaço, Lbarra, rpm, Cl/D e CI:

f	x	beta i (graus)	tg beta i	G (f)	Vr (m/s)	circulac. (m2/s)	L barra (N/m)	rotacão (rpm)	Cl*/CD	CI
0,0000	0,2000	44,2101	0,9728	0,0000	1,5030	0,0000	0,0	588,0000	0,0000	0,0000
28,9550	0,2500	39,8659	0,8351	0,0190	1,9326	0,0340	65,8	588,0000	0,1393	0,6617
41,4096	0,3000	36,6680	0,7445	0,0249	2,3711	0,0445	105,5	588,0000	0,1483	0,6635
60,0000	0,4000	32,1591	0,6287	0,0300	3,2482	0,0536	174,0	588,0000	0,1304	0,5354
75,5225	0,5000	28,9190	0,5525	0,0312	4,1092	0,0558	229,1	588,0000	0,1073	0,4197
90,0000	0,6000	26,1209	0,4903	0,0307	4,9354	0,0549	271,0	588,0000	0,0880	0,3386
104,4775	0,7000	23,2843	0,4303	0,0295	5,7087	0,0527	300,9	588,0000	0,0730	0,2867
120,0000	0,8000	20,8461	0,3808	0,0269	6,4700	0,0481	311,1	588,0000	0,0588	0,2511
138,5904	0,9000	18,7994	0,3404	0,0213	7,2291	0,0381	275,3	588,0000	0,0416	0,2216
151,0450	0,9500	17,9245	0,3235	0,0159	7,6105	0,0285	216,5	588,0000	0,0296	0,2127
180,0000	1,0000	17,0739	0,3071	0,0000	7,9896	0,0000	0,0	588,0000	0,0000	0,0000

G.2) Calculo do atraste Dbarra (para c/D e Cd arbitrados):

x	c/D	c (m)	Dbarra (N*m)
0,2000	0,1974	0,0499	0,5
0,2500	0,2105	0,0532	0,8
0,3000	0,2235	0,0565	1,4
0,4000	0,2435	0,0616	2,8
0,5000	0,2556	0,0647	4,6
0,6000	0,2598	0,0657	6,8
0,7000	0,2546	0,0644	8,9
0,8000	0,2340	0,0592	10,5
0,9000	0,1879	0,0475	10,6
0,9500	0,1390	0,0352	8,7
1,0000	0,0000	0,0000	0,0

G.3) Empuxo e THP:

x	Lbarra* cos beta i	Dbarra* sen beta i	DT (N)	MS	DT*MS (N)
0,2000	0,0	0,33	0	0,5000	0
0,2500	50,5	0,54	6	2,0000	13
0,3000	84,6	0,81	11	1,5000	16
0,4000	147,3	1,47	18	4,0000	74
0,5000	200,5	2,24	25	2,0000	50
0,6000	243,3	3,00	30	4,0000	122
0,7000	276,4	3,53	35	2,0000	69
0,8000	290,8	3,75	36	4,0000	145
0,9000	260,6	3,40	33	1,5000	49
0,9500	206,0	2,66	26	2,0000	51
1,0000	0,0	0,00	0	0,5000	0
soma total					
589					
T=empuxo					
78 N=					
8,00 Kgf					
129 THP					
N.m/s=					
0,17 HP					

TABELA 27 - Calculo do empuxo T e do THP

TABELA 25 - CALCULO DE tg(beta), Vr, circulaço, rpm, Cl/D e CI

G.4) Torque e DHP:

TABELA 28 - Cálculo do torque Q e do DHP

x	Lbarras* sin beta1 (N)	Dbarras* cos beta1 (N)	DT MS (N)	DT*MS (N)
0,2000	0,00	0,34	0,00	0,5000
0,2500	42,17	0,65	0,17	2,0000
0,3000	62,98	1,08	0,31	1,5000
0,4000	92,61	2,34	0,61	4,0000
0,5000	110,79	4,06	0,92	2,0000
0,6000	119,32	6,11	1,20	4,0000
0,7000	118,96	8,20	1,42	2,0000
0,8000	110,72	9,84	1,54	4,0000
0,9000	88,72	10,00	1,42	1,5000
0,9500	66,64	8,23	1,14	2,0000
1,0000	0,00	0,00	0,00	0,5000
somatório				
			23	
		Q=torque	3,1	N.m=
		em g pas	0,32	Kgf.m
		DHP	191	N.m/s=
			0,26	HP

G.5) Cálculo da (eficiência do propulsor em água aberta * eficiência relativa rotativa) $\epsilon_{p \cdot \text{ert}} = \text{THP/DHP} = 0,6760$

H) Cálculo dos coef. kt, Kq, j, Ct e Cp e do BHP necessário

H.1) Coeficientes $K_t, K_q, e j:$

$K_t = 0,1995$

$K_q = 0,0312$

$j = 0,6651$

H.2) BHP necessário:

$\text{THP} = 0,17 \text{ HP}$

$\text{DHP} = 0,26 \text{ HP}$

$\text{BHP} = 0,26 \text{ HP}$

H.3) Coeficientes C_t e $C_p:$

$C_t = 0,6166$

$C_p = 0,6686$

I) Cálculo do índice de cavitação (SIGMA)

TABELA 29 - Cálculo do ind. de cavitação

x	Vr (m/s)	Po(N/m2)	sigma
0,2000	1,5030	110899,1	96,1196
0,2500	1,9326	110837,1	58,0999
0,3000	2,3711	110775,0	38,5750
0,4000	3,2482	110650,9	20,5322
0,5000	4,1092	110526,8	12,8145
0,6000	4,9354	110402,7	8,8730
0,7000	5,7087	110278,6	6,6243
0,8000	6,4700	110154,5	5,1512
0,9000	7,2291	110030,4	4,1214
0,9500	7,6105	109968,4	3,7165
1,0000	7,9896	109906,3	3,3703

RESUMO DE DADOS

g = número de pás	4,000
xh = x do borso	0,2000
D = diâmetro	0,2530 m
w = rotação	588,0000 rpm = 61,5752 rad/seg
Vs = veloc. navio	4,3740 nos = 2,2502 m/s
Empuxo desejado	8,00 Kgf
densidade	1000,00 kg/m ³
Coef. drag Cd	0,0085
ct	1,0000
Pv para 20 grams C	0,0238 Kgf/cm ² = 2337,7 N/m ²
Prof. de imersão	1,0000 m
p atmosférica	101337 N/m ²

Escala:	x	Va/Vs	c/D
	0,2000	0,3300	0,1974
	0,2500	0,3800	0,2105
	0,3000	0,4349	0,2235
	0,4000	0,5514	0,2435
	0,5000	0,6652	0,2556
	0,6000	0,7546	0,2598
	0,7000	0,7911	0,2546
	0,8000	0,8090	0,2340
	0,9000	0,8183	0,1879
	0,9500	0,8232	0,1390
	1,0000	0,8224	0,0000

RESUMO DE RESULTADOS

xo = r/R	Va/Vs	tan beta	tan beta	C(x)	Ct/D	sigma	Coef.G	Fx	beta
0,2000	0,3300	0,4767	0,9728	0,0000	0,0000	96,1196	0,032650	0,4900	44,2101
0,2500	0,3800	0,4391	0,8351	0,0190	0,1393	58,0999	0,001799	0,5258	39,8659
0,3000	0,4349	0,4188	0,7445	0,0249	0,1483	38,5750	0,001748	0,5625	36,6680
0,4000	0,5514	0,3982	0,6287	0,0300	0,1304	20,5322	0,000030	0,6334	32,1591
0,5000	0,6652	0,3843	0,5525	0,0312	0,1073	12,8145	-0,000144	0,6957	28,9190
0,6000	0,7546	0,3633	0,4903	0,0307	0,0880	8,8730	0,000003	0,7409	26,1209
0,7000	0,7911	0,3265	0,4303	0,0295	0,0730	6,6243	0,000030	0,7586	23,2843
0,8000	0,8090	0,2921	0,3808	0,0269	0,0588	5,1512	-0,000007	0,7672	20,8461
0,9000	0,8183	0,2627	0,3404	0,0213	0,0416	4,1214	-0,000019	0,7716	18,7994
0,9500	0,8232	0,2503	0,3235	0,0159	0,0296	3,7165	-0,000007	0,7739	17,9245
1,0000	0,8224	0,2376	0,3071	0,0000	0,0000	3,3703	0,000007	0,7735	17,0739

xo = r/R	ua/Vs	u/Vs	CI	Vr (m/s)	Empuxo = 78	N	8,00	Kgf
0,2000	0,1357	0,2136	0,0000	1,5030	torque = 3	N.m	0,32	Kgf.m
0,2500	0,1705	0,2062	0,6617	1,9326	THP = 129	N.m/s	0,17	HP
0,3000	0,1944	0,1933	0,6635	2,3711	DHP = 191	N.m/s	0,26	HP
0,4000	0,2169	0,1626	0,5354	3,2482	BHP = 191	N.m/s	0,26	HP
0,5000	0,2179	0,1324	0,4197	4,1092	1 - wo = 0,7329			
0,6000	0,2111	0,1076	0,3386	4,9354	Ki = 0,1995			
0,7000	0,2118	0,0928	0,2867	5,7087	Kq * 10 = 0,3124			
0,8000	0,2142	0,0822	0,2511	6,4700	J = 0,6651			
0,9000	0,2170	0,0742	0,2216	7,2291	CI = 0,6166			
0,9500	0,2177	0,0705	0,2127	7,6105	Cp = 0,6686			
1,0000	0,2201	0,0675	0,0000	7,9896	cpo*ct = 0,6760			

Ae/Ao = 0,4570

A11.3 - PROGRAMA TLS (MIT)

PROGRAMA TLS
 Projeto de hélices Utilizando a Teoria da Linha de Sustentação
 Método dos fatores de indução de Lerbs em 11 pontos
 PROJETO DE PROPULSOR SEGUNDO O EXEMPLO DO 13º ITTC

Diâmetro	0.2530	m
Diâmetro do bossó	0.0506	m
Número de lâminas	7	
Rotação	588	rpm
Velocidade do navio	4.3740	nós
Empuxo no hélice	8.00	Kgf
Potência	0.26	HP
Imersão do eixo	1.0000	m
Densidade do fluido	101.94	Kgf.s ² /m ⁴
Razão de área projetada	0.40411	
Razão de área expandida	0.45856	
1-vo	0.73282	
Ct	0.61582	
Cp	0.66693	
Eficiência	0.67754	
Kt	0.19944	
Kq * 10	0.31219	
J	0.66551	
Coefficiente de arrasto Cd	0.00850	

r/R	Va/Vs	Tamb	TambI	G	Cl/D	Sigma	D Ct	D Cp	Coef.G
0.20	0.330	0.4770	0.9715	0.0000	0.0000	97.001	-0.001	0.001	0.032404
0.25	0.380	0.4394	0.8340	0.0189	0.1386	59.427	0.198	0.146	0.001824
0.30	0.435	0.4191	0.7435	0.0247	0.1475	39.399	0.331	0.263	0.001744
0.40	0.551	0.3985	0.6279	0.0298	0.1296	20.980	0.576	0.519	0.000021
0.50	0.665	0.3846	0.5517	0.0310	0.1065	13.096	0.783	0.783	-0.000152
0.60	0.755	0.3636	0.4897	0.0305	0.0873	9.069	0.948	1.025	-0.000004
0.70	0.791	0.3267	0.4298	0.0292	0.0724	6.772	1.075	1.212	0.000024
0.80	0.809	0.2923	0.3803	0.0267	0.0583	5.266	1.131	1.314	-0.000013
0.90	0.818	0.2628	0.3399	0.0211	0.0413	4.214	1.013	1.210	-0.000024
0.95	0.823	0.2505	0.3230	0.0158	0.0293	3.800	0.801	0.969	-0.000010
1.00	0.822	0.2377	0.3067	0.000	0.0000	3.446	0.000	0.000	0.000005

r/R	ua/Vs	CI	c/D	c/R
0.20	0.1381	-0.2100	0.0000	0.19740
0.25	0.1696	-0.2058	0.6588	0.21045
0.30	0.1937	-0.1923	0.6601	0.22350
0.40	0.2159	-0.1617	0.5324	0.24350
0.50	0.2166	-0.1314	0.4169	0.25555
0.60	0.2095	-0.1067	0.3360	0.25975
0.70	0.2101	-0.0919	0.2844	0.25460
0.80	0.2124	-0.0814	0.2491	0.23395
0.90	0.2152	-0.0734	0.2198	0.18790
0.95	0.2158	-0.0698	0.2110	0.13895
1.00	0.2182	-0.0668	0.0000	0.0000

ANEXO 12 - PLANILHA DE CÁLCULO PARA O PROJETO ESTRUTURAL DE PROPULSORES

Neste anexo serão apresentadas a descrição e a planilha de cálculo usadas no projeto estrutural de propulsores, segundo a teoria mostrada no capítulo 7. A planilha para cálculo estrutural considera a atuação dos esforços contínuos e alternados. O objetivo da planilha é se obter uma distribuição de cordas e de espessuras em cada raio que permita que o propulsor apresente uma resistência estrutural adequada.

A12.1 - DESCRIÇÃO DA PLANILHA

A planilha divide-se em quatro partes: dados iniciais, características geométricas da lâmina e do perfil utilizado, cálculo de esforços contínuos e cálculo de esforços alternados.

PARTE I: DADOS INICIAIS

A planilha para cálculo de resistência estrutural utilizará os dados de entrada definidos a seguir. Outros dados serão incluídos posteriormente.

A - Dados do propulsor:

D	m	Diametro do propulsor
g		Número de lâminas
gu	Kgf/cm ²	Tensão de ruptura do material
gy	Kgf/cm ²	Tensão de escoamento do material
otad	Kgf/cm ²	Tensão limite de fadiga
p(mat)	Kg/m ³	Densidade do material
		Perfil (distribuição de espessuras)
		Distribuição de camber
		Raio do bossa-raio do propulsor
	rh/R	

B - Dados de operação do propulsor e embarcação:

Vs	nós	Velocidade da embarcação
n	rpm	Rotação do eixo
T	Kgf	Empuxo
Cd		Coefficiente de arraste

C - Outros dados:

	(p(água))	Densidade da água do mar
	Kg/m ³	

PARTE II - CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA LÂMINA DO PROPULSOR E DO PERFIL UTILIZADO

A - Características geométricas da lâmina:

As características geométricas da lâmina, definidas na tabela 1, estão

descritas a seguir:

- $x = r/R$: Posição radial ao longo da lâmina;

- c/R : relação corda pelo raio;

- MS - Multiplicador de Simpson;

- $c/R, MS$ - parâmetro para cálculo da razão Ae/Ao

- t_o - Espessura máxima do perfil;

- t_o/R - Relação da espessura máxima pelo raio do propulsor;

- t_o/c - Relação da espessura máxima pela corda

- s_0 : Distribuição do ângulo de skew ao longo do raio

- Coeficientes da regressão do ângulo de skew (s_0 a s_6): Coeficientes da regressão feita para

o ângulo de skew pelo método dos mínimos quadrados. A regressão feita foi de sexto grau,

sendo a equação referente ao ângulo de skew descrita da seguinte forma:

$$\delta_s(x) = s_0 + s_1 \cdot x + s_2 \cdot x^2 + s_3 \cdot x^3 + s_4 \cdot x^4 + s_5 \cdot x^5 + s_6 \cdot x^6 \quad (A12.1)$$

- Ae/Ao : Relação entre área expandida e área do disco, calculada pela seguinte equação:

$$\frac{A_e}{A_o} = \frac{\pi}{8} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} c(x) \cdot R \cdot dx \quad (A12.2)$$

B - Características geométricas do perfil:

Neste item, são descritas as características geométricas do perfil necessárias

ao cálculo estrutural. Estas características foram calculadas no anexo 5, para o perfil sem

camber com distribuição de espessura NACA 66.

PARTE III - CÁLCULO DOS ESFORÇOS CONTÍNUOS

A - Distribuição de Empuxo e de força tangencial devido ao carregamento hidrodinâmico (calculado pela TLS):

A distribuição de empuxo e da força tangencial é calculada de acordo com o carregamento obtido pela Teoria da Linha de Sustentação.

A.1 - Cálculo da velocidade incidente (V_I) e do ângulo de passo hidrodinâmico (β_1) a partir dos dados obtidos da TLS:

Na tabela 2 é feito o cálculo da velocidade incidente e do ângulo de passo hidrodinâmico, a partir de dados usados ou obtidos no projeto do propulsor pela Teoria da Linha de Sustentação. Os seguintes parâmetros são definidos nesta tabela:

- relação c./C/D (dado);

- $1-w(r)$: esteira radial (dado);

- u^2/V_s^2 e u^2/V_a^2 : relação entre as velocidades induzidas axial e tangencial pela velocidade da

embarcação (dado);

- $\omega.r$: Componente de velocidade incidente devido à rotação

- $\omega.r+u_t$: Componente da velocidade incidente no sentido tangencial

- V_a+u_a : Componente da velocidade incidente no sentido axial

- V_I : Velocidade incidente total, definida pela seguinte equação:

$$V_I = \left[(\omega.r + u_t)^2 + (V_a + u_a)^2 \right]^{1/2}$$

(A12.3)

- $\tan \beta_1$: tangente do ângulo de passo hidrodinâmico, definida por:

$$\tan \beta_1 = \frac{V_a + u_a}{\omega.r + u_t}$$

(A12.4)

- β_1 (Beti): ângulo de passo hidrodinâmico, definido pelo arcotangente de $\tan \beta_1$.

A.2 - Cálculo dos esforços \bar{T} e \bar{F}_t :

O cálculo do empuxo e da força tangencial por unidade de comprimento radial é feito, na tabela 3, utilizando-se o carregamento definido pela T.L.S., exposto na tabela 2, e o coeficiente de arraste definido como dado de entrada. Para permitir os cálculos de resistência de forma prática, o empuxo e a força tangencial são expressos segundo uma equação de regressão do sexto grau, cujos coeficientes se encontram na tabela 4.

TABELA 3: Cálculo de \bar{T} e \bar{F}_t :

- \bar{T} barra (\bar{T}): Empuxo por unidade de comprimento radial, expresso por:

$$\bar{T} = \frac{1}{2} \rho \cdot c \cdot V^2 \cdot (C_L \cdot \cos \beta_1 - C_D \cdot \sin \beta_1) \quad (A12.5)$$

- \bar{F}_t barra (\bar{F}_t): Força tangencial por unidade de comprimento radial, expressa por:

$$\bar{F}_t = \frac{1}{2} \rho \cdot c \cdot V^2 \cdot (C_L \cdot \sin \beta_1 + C_D \cdot \cos \beta_1) \quad (A12.6)$$

TABELA 4: Coeficientes da regressão de \bar{T} e \bar{F}_t :

Nesta tabela, entra-se com os coeficientes a_n e d_n , obtidos da regressão de \bar{T} e \bar{F}_t , respectivamente, pelo método dos mínimos quadrados. Desta forma, tem-se uma

estimativa contínua destes esforços, dados por:

$$\bar{T}(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4 + a_5 \cdot x^5 + a_6 \cdot x^6 \quad (A12.7)$$

$$\bar{F}_t(x) = d_0 + d_1 \cdot x + d_2 \cdot x^2 + d_3 \cdot x^3 + d_4 \cdot x^4 + d_5 \cdot x^5 + d_6 \cdot x^6 \quad (A12.8)$$

B - Cálculo dos esforços gerados devido à distribuição de empuxo:

Os seguintes esforços, originados da força de empuxo, são calculados neste item: Força cortante $Vx1$, Momento fletor $Mbz1$ e Momento torsor $Mty1$. A descrição das tabelas correspondentes será feita a seguir.

B.1 - Força cortante Vx1:

TABELA 5: coeficientes da regressão do cortante Vx1:

Nesta tabela é feito o cálculo dos coeficientes que definem a equação da força cortante Vx1. Este cortante é obtido a partir da equação 7.6, pela integração do empuxo por unidade de comprimento.

$$V_{x1}(r_2) = -R \cdot \int_1^{r_2} T(r) \cdot dr = -R \cdot \int_1^{r_2} T(x) \cdot dx$$

(equação 7.6)

Substituindo a equação de regressão do empuxo (equação A12.7), chega-se a:

$$V_{x1}(x_2) = -R \cdot \int_1^{x_2} [a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4 + a_5 \cdot x^5 + a_6 \cdot x^6] \cdot dx =$$

$$= R \cdot \left\{ \left(a_0 \cdot x_2 + \frac{a_1}{2} \cdot x_2^2 + \frac{a_2}{3} \cdot x_2^3 + \frac{a_3}{4} \cdot x_2^4 + \frac{a_4}{5} \cdot x_2^5 + \frac{a_5}{6} \cdot x_2^6 + \frac{a_6}{7} \cdot x_2^7 \right) \right.$$

(A12.9)

A equação A12.9 pode ser resumida empregando-se os coeficientes b_0 a b_7 , conforme feito a

segur:

$$V_{x1}(x_2) = R \cdot (b_0 + b_1 \cdot x_2 + b_2 \cdot x_2^2 + b_3 \cdot x_2^3 + b_4 \cdot x_2^4 + b_5 \cdot x_2^5 + b_6 \cdot x_2^6 + b_7 \cdot x_2^7)$$

(A12.10)

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= a_0 \\ b_1 &= a_1/2 \\ b_2 &= a_2/3 \\ b_3 &= a_3/4 \\ b_4 &= a_4/5 \\ b_5 &= a_5/6 \\ b_6 &= a_6/7 \\ b_7 &= a_6/7 \end{aligned} \right\}$$

$$b_0 = - \left(a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \frac{a_3}{4} + \frac{a_4}{5} + \frac{a_5}{6} + \frac{a_6}{7} \right)$$

A força cortante Vx1 é calculada na tabela 6, a partir da equação A12.10,

desenvolvida na descrição da tabela 5.

TABELA 6: Cálculo da força cortante Vx1:

B.2 - Momento fletor Mbz1:

TABELA 7: coeficientes da regressão do momento fletor Mbz1:

Nesta tabela é feito o cálculo dos coeficientes que definem a equação do momento fletor Mbz1. Este momento é obtido a partir da equação 7.7, pela integração da distribuição de cortante.

$$Mb_{z1}(r_2) = -R \cdot \int_1^m V_{x1}(r) \cdot dr = -R \cdot \int_1^m V_{x1}(x) \cdot dx$$

(equação 7.7)

Substituindo a equação de regressão do cortante Vx1 (equação A12.10), chega-se a:

$$Mb_{z1}(x_2) = -R^2 \cdot \int_1^m (b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2 + b_3 \cdot x^3 + b_4 \cdot x^4 + b_5 \cdot x^5 + b_6 \cdot x^6 + b_7 \cdot x^7) \cdot dx = R^2 \cdot \left\{ -\left(b_0 \cdot \frac{2}{b_1} + \frac{3}{b_2} + \frac{4}{b_3} + \frac{5}{b_4} + \frac{6}{b_5} + \frac{7}{b_6} + \frac{8}{b_7} \cdot x_2^8 \right) \right\}$$

(A12.11)

A equação A12.11 pode ser resumida empregando-se os coeficientes c0 a c7, conforme feito a seguir:

$$Mb_{z1}(x_2) = R^2 \cdot (c_0 + c_1 \cdot x_2 + c_2 \cdot x_2^2 + c_3 \cdot x_2^3 + c_4 \cdot x_2^4 + c_5 \cdot x_2^5 + c_6 \cdot x_2^6 + c_7 \cdot x_2^7 + c_8 \cdot x_2^8) \quad (A12.12)$$

$$c_0 = -\left(b_0 + \frac{2}{b_1} + \frac{3}{b_2} + \frac{4}{b_3} + \frac{5}{b_4} + \frac{6}{b_5} + \frac{7}{b_6} + \frac{8}{b_7} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= b_0 \\ c_2 &= b_1/2 \\ c_3 &= b_2/3 \\ c_4 &= b_3/4 \\ c_5 &= b_4/5 \\ c_6 &= b_5/6 \\ c_7 &= b_6/7 \\ c_8 &= b_7/8 \end{aligned} \right\}$$

TABELA 8: Cálculo do momento fletor Mbz1:

O momento fletor Mbz1 é calculado na tabela 8, a partir da equação A12.12, desenvolvida na descrição da tabela 7.

B.3 - Momento torsor My1:

TABELAS 9a a 9j: Cálculo do momento torsor My1:

Nestas tabelas é feito o cálculo do momento torsor My1, de acordo com a

equação 7.8:

$$My1(r_0) = \int_{r_0}^R T(r) \cdot r \cdot \text{sen}[\theta_T(r) - \theta_T(r_0)] \cdot dr \quad \text{(equação 7.8)}$$

As tabelas são desenvolvidas da seguinte forma:

- r₀/R: Posição radial adimensional aonde será calculado o esforço de reação de interesse (momento torsor), através da integração dos esforços atuantes pelo método de Simpson;

- r/R: posições radiais adimensionais aonde é calculado o esforço atuante de interesse

(momento torsor por unidade de comprimento). Estas posições são determinadas dividindo-se o intervalo entre a posição r₀/R e r/R=1 em 8 partes iguais, sendo os intervalos extremos

divididos em duas partes.

- T barra (T): O empuxo por unidade de comprimento em cada posição radial é calculado

segundo a equação A12.7, com os coeficientes a_n determinados na tabela 4.

- ângulo Teta T(r) = θ_T(r): ângulo entre o ponto de aplicação do esforço T(r) e o eixo de

referência do ângulo de skew. Como este ponto de aplicação é considerado como sendo o

ponto médio da corda em cada posição radial, tem-se que o ângulo θ_T(r) é igual ao ângulo

de skew βs(r), sendo determinado pela equação A12.1.

- Ângulo Teta T(r₀) = θ_T(r₀): ângulo definido da mesma forma que o anterior, porém

referente ao esforço T(r = r₀).

- $\text{sen}[\theta_T(r) - \theta_T(r_2)]:$ seno da diferença entre os dois ângulos descritos acima. A diferença entre estes ângulos consiste no ângulo entre o ponto de aplicação do esforço $T(r)$ e o eixo que passa no ponto médio do perfil situado no raio r_2 (eixo y).

- MS: Multiplicador de Simpson

- Integração da equação 7.8 pelo método de Simpson.

B.4 - Resumo da distribuição do momento torsor M_{Txy} obtida:

A distribuição do momento torsor obtida é apresentada em função da posição radial, na tabela 10.

C - Cálculo dos esforços gerados devido à força tangencial:

Os seguintes esforços, originados da força tangencial, são calculados neste item: Força cortante V_{z2} e Momento fletor no eixo x M_{bx2} . A descrição das tabelas correspondentes será feita a seguir.

C.1 - Força cortante V_{z2} :

TABELA 11: coeficientes da regressão do cortante V_{z2} .

Nesta tabela é feito o cálculo dos coeficientes que definem a equação da força cortante V_{z2} . Este cortante é obtido a partir da equação 7.10, pela integração da força tangencial por unidade de comprimento.

$$V_{z2}(r_2) = \int_1^m \underline{F}'_T(r) \cdot dr = R \cdot \int_1^m \underline{F}'_T(x) \cdot dx =$$

(equação 7.10)

Substituindo a equação de regressão da força tangencial (equação A12.8), chega-se a:

$$V_{z2}(x_2) = R \cdot \int_1^m [d_0 + d_1 \cdot x + d_2 \cdot x^2 + d_3 \cdot x^3 + d_4 \cdot x^4 + d_5 \cdot x^5 + d_6 \cdot x^6] \cdot dx =$$

(A12.13)

$$= R \cdot \left\{ \left(d_0 + \frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{3} + \frac{d_3}{4} + \frac{d_4}{5} + \frac{d_5}{6} + \frac{d_6}{7} \right) x_2^7 - d_0 \cdot x_2 - \left(\frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{3} + \frac{d_3}{4} + \frac{d_4}{5} + \frac{d_5}{6} + \frac{d_6}{7} \right) x_1^7 \right\}$$

A equação A12.13 pode ser resumida empregando-se os coeficientes e_0 a e_7 , conforme feito a

seguinte:

$$V_{z2}(x_0) = R \cdot (e_0 + e_1 \cdot x_0 + e_2 \cdot x_0^2 + e_3 \cdot x_0^3 + e_4 \cdot x_0^4 + e_5 \cdot x_0^5 + e_6 \cdot x_0^6 + e_7 \cdot x_0^7) \quad (A12.14)$$

$$\left. \begin{aligned} e_0 &= \left(d_0 + \frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{3} + \frac{d_3}{4} + \frac{d_4}{5} + \frac{d_5}{6} + \frac{d_6}{7} \right) \\ e_1 &= -d_0 \\ e_2 &= -d_1/2 \\ e_3 &= -d_2/3 \\ e_4 &= -d_3/4 \\ e_5 &= -d_4/5 \\ e_6 &= -d_5/6 \\ e_7 &= -d_6/7 \end{aligned} \right\}$$

TABELA 12: Cálculo da força cortante VZ2:

A força cortante VZ2 é calculada na tabela 12, a partir da equação A12.14,

desenvolvida na descrição da tabela 11.

C.2 - Momento fletor Mbx2:

TABELA 13: coeficientes da regressão do momento fletor Mbx2:

Nesta tabela é feito o cálculo dos coeficientes que definem a equação do

momento fletor Mbx2. Este momento é obtido a partir da equação 7.11, pela integração da

distribuição de cortante.

$$M_{bx2}(r) = R \cdot \int_1^r V_{z2}(r) \cdot dr = R \cdot \int_1^m V_{z2}(x) \cdot dx \quad (\text{equação 7.11})$$

Substituindo a equação de regressão do cortante VZ2 (equação A12.14), chega-se a:

$$M_{bx2}(x_0) = R^2 \cdot \int_1^m (e_0 + e_1 \cdot x + e_2 \cdot x^2 + e_3 \cdot x^3 + e_4 \cdot x^4 + e_5 \cdot x^5 + e_6 \cdot x^6 + e_7 \cdot x^7) \cdot dx = R^2 \cdot \left\{ \left(e_0 + \frac{e_1}{2} + \frac{e_2}{3} + \frac{e_3}{4} + \frac{e_4}{5} + \frac{e_5}{6} + \frac{e_6}{7} + \frac{e_7}{8} \right) + \left(-e_0 \cdot x_0 - \frac{e_1}{2} \cdot x_0^2 - \frac{e_2}{3} \cdot x_0^3 - \frac{e_3}{4} \cdot x_0^4 - \frac{e_4}{5} \cdot x_0^5 - \frac{e_5}{6} \cdot x_0^6 - \frac{e_6}{7} \cdot x_0^7 - \frac{e_7}{8} \cdot x_0^8 \right) \right\} \quad (A12.15)$$

A equação A12.15 pode ser resumida empregando-se os coeficientes f_0 a f_7 , conforme feito a seguir:

$$M_{bx2}(x_0) = R^2 \cdot (f_0 + f_1 \cdot x_0 + f_2 \cdot x_0^2 + f_3 \cdot x_0^3 + f_4 \cdot x_0^4 + f_5 \cdot x_0^5 + f_6 \cdot x_0^6 + f_7 \cdot x_0^7 + f_8 \cdot x_0^8) \quad (A12.16)$$

$$f_0 = \left(e_0 + \frac{e_1}{2} + \frac{e_2}{3} + \frac{e_3}{4} + \frac{e_4}{5} + \frac{e_5}{6} + \frac{e_6}{7} + \frac{e_7}{8} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= -e_0 \\ f_2 &= -e_1/2 \\ f_3 &= -e_2/3 \\ f_4 &= -e_3/4 \\ f_5 &= -e_4/5 \\ f_6 &= -e_5/6 \\ f_7 &= -e_6/7 \\ f_8 &= -e_7/8 \end{aligned} \right\}$$

TABELA 14: Cálculo do momento fletor M_{bx2} :

O momento fletor M_{bx2} é calculado na tabela 14, a partir da equação A12.16, desenvolvida na descrição da tabela 13.

D - Distribuição de força centrífuga gerada pelo carregamento centrífugo

Neste item será calculada a força centrífuga atuante sobre a lâmina e os esforços de reação correspondentes.

D.1 - Cálculo da força centrífuga:

TABELA 15: Cálculo da área do perfil:

- to - espessura máxima do perfil: estabelecida como dado de entrada

- c - corda do perfil: estabelecida como dado de entrada

- Aperi - Área do perfil: A área do perfil é obtida a partir do exposto no item B (Características do perfil).

- R.Fc barra (R.Fc). - Esta função é definida a partir do integrando da equação 7.15, sendo, a menos da constante R (raio do propulsor), igual à força centrífuga por unidade de comprimento:

$$F_c(r_0) = \int_1^{r_0} \bar{F}_c(r) \cdot dr = \int_1^{r_0} \bar{F}_c(x) \cdot R \cdot dx = \int_1^{r_0} \rho \cdot A_{proj}(x) \cdot \omega^2 \cdot R^2 \cdot x \cdot dx \quad \text{(equação 7.15)}$$

Tem-se, desta forma:

$$\bar{F}_c(x) \cdot R = \rho \cdot A_{proj}(x) \cdot \omega^2 \cdot R^2 \cdot x \quad \text{(A12.17)}$$

TABELA 16: Coeficientes da regressão da função R.Fc barra:

Nesta tabela são introduzidos os coeficientes da regressão da função R.Fc,

obtidos pelo método dos mínimos quadrados a partir dos valores calculados para esta função

na tabela 15. A equação de regressão é dada por:

$$R \cdot \bar{F}_c(x) = f_{a_0} + f_{a_1} \cdot x + f_{a_2} \cdot x^2 + f_{a_3} \cdot x^3 + f_{a_4} \cdot x^4 + f_{a_5} \cdot x^5 + f_{a_6} \cdot x^6 \quad \text{(A12.18)}$$

TABELA 17: Coeficientes da regressão da força centrífuga Fc:

A força centrífuga Fc(r) é determinada a partir da equação 7.15, mostrada na

descrição da tabela 15. Substituindo nesta equação a expressão A12.18, tem-se:

$$F_c(x_0) = \int_1^{x_0} (f_{a_0} + f_{a_1} \cdot x + f_{a_2} \cdot x^2 + f_{a_3} \cdot x^3 + f_{a_4} \cdot x^4 + f_{a_5} \cdot x^5 + f_{a_6} \cdot x^6) \cdot dx = - \left(f_{a_0} \cdot \frac{x}{1} + \frac{f_{a_1}}{2} \cdot x^2 + \frac{f_{a_2}}{3} \cdot x^3 + \frac{f_{a_3}}{4} \cdot x^4 + \frac{f_{a_4}}{5} \cdot x^5 + \frac{f_{a_5}}{6} \cdot x^6 + \frac{f_{a_6}}{7} \cdot x^7 \right) + \left(-f_{a_0} \cdot x_0 - \frac{f_{a_1}}{2} \cdot x_0^2 - \frac{f_{a_2}}{3} \cdot x_0^3 - \frac{f_{a_3}}{4} \cdot x_0^4 - \frac{f_{a_4}}{5} \cdot x_0^5 - \frac{f_{a_5}}{6} \cdot x_0^6 - \frac{f_{a_6}}{7} \cdot x_0^7 \right) \quad \text{(A12.19)}$$

A equação A12.19 pode ser resumida empregando-se os coeficientes Fc0 a Fc7, conforme

feito a seguir:

$$F_c(x_0) = F_{c_0} + F_{c_1} \cdot x_0 + F_{c_2} \cdot x_0^2 + F_{c_3} \cdot x_0^3 + F_{c_4} \cdot x_0^4 + F_{c_5} \cdot x_0^5 + F_{c_6} \cdot x_0^6 + F_{c_7} \cdot x_0^7 \quad \text{(A12.20)}$$

$$\left. \begin{aligned}
 F_{c_0} &= -fa_0 + \left(fa_0 + \frac{fa_1}{2} + \frac{fa_2}{3} + \frac{fa_3}{4} + \frac{fa_4}{5} + \frac{fa_5}{6} + \frac{fa_6}{7} \right) \\
 F_{c_1} &= -fa_0 \\
 F_{c_2} &= -fa_1/2 \\
 F_{c_3} &= -fa_2/3 \\
 F_{c_4} &= -fa_3/4 \\
 F_{c_5} &= -fa_4/5 \\
 F_{c_6} &= -fa_5/6 \\
 F_{c_7} &= -fa_6/7
 \end{aligned} \right\}$$

TABELA 18: Cálculo da força centrífuga $F_c(r_a)$:

A força centrífuga $F_c(r_a)$ é calculada na tabela 18 a partir da equação A12.20, desenvolvida na descrição da tabela 17.

D.2 - Cálculo da força normal N_{y3} e força cortante V_{z3} :

TABELAS 19a a 19j: Cálculo da força normal N_{y3} e da força cortante V_{z3} :

Nas tabelas 19a a 19j são calculadas a força normal N_{y3} e a força cortante V_{z3} , geradas pela força centrífuga, através das seguintes equações:

$$N_{y3}(r_a) = -\rho \cdot \omega^2 \cdot \int_Y^r A_{perm}(r) \cdot \cos[\theta_c^c(r) - \theta_c^c(r_a)] \cdot r \cdot dr \quad \text{(equação 7.16)}$$

$$V_{z3}(r_a) = \rho \cdot \omega^2 \cdot \int_Y^r A_{perm}(r) \cdot \text{sen}[\theta_c^c(r) - \theta_c^c(r_a)] \cdot r \cdot dr \quad \text{(equação 7.17)}$$

As tabelas são desenvolvidas da seguinte forma:

- r_a/R : Posição radial adimensional aonde será calculado o esforço de reação de interesse (força normal ou cortante), através da integração dos esforços atuantes pelo método de Simpson;

- r/R : posições radiais adimensionais aonde é calculado o esforço atuante.

- $R \cdot F_c$: calculado segundo a equação A12.18.

- Angulo Teta $C(r) = \theta_c(r)$: angulo entre o ponto de aplicacao da forza centrifuga $F_c(r)$ e o eixo de referencia do angulo de skew. Como este ponto de aplicacao e considerado como sendo o ponto medio da corda em cada posicao radial, tem-se que o angulo $\theta_c(r)$ e igual ao angulo de skew $\theta_s(r)$, sendo determinado pela equacao A12.1.

- Angulo Teta $C(r_2) = \theta_c(r_2)$: angulo definido da mesma forma que o anterior, porem referente ao esforco $H_c(r_2)$.

- $\cos[\theta_c(r) - \theta_c(r_2)]$: cosseno da diferenca entre os angulos descritos acima. A diferenca entre estes angulos consiste no angulo entre o ponto de aplicacao do esforco $F_c(r)$ e o eixo que passa no ponto medio do perfil situado no raio $r=r_2$ (eixo y).

- $\text{sen}[\theta_c(r) - \theta_c(r_2)]$: seno da diferenca entre os angulos.

- MS: Multiplicador de Simpson

- Integracao das equacoes 7.16 e 7.17 pelo metodo de Simpson (duas ultimas colunas das tabelas).

D.3 - Resumo da distribuicao de forza normal Ny_3 e de forza cortante Vz_3 :

Na tabela 20 são apresentados os valores calculados da forza normal Ny_3 e da forza cortante Vz_3 .

E - Calculo das tensões contínuas:

E.1 - Calculo da tensão normal devido aos momentos fletores e aos esforcos de tração ou compressão:

TABELA 21: Calculo da tensão normal contínua:

A tensão normal total contínua é a resultante da soma da tensão de flexão com as tensões de tração e compressão. Estas tensões são calculadas nos pontos de máxima espessura (denominados de ponto A, no dorso, e ponto B, na face), pois estes pontos são considerados como estando no máximo afastamento em relação a linha neutra. A tensão de

flexão é causada pelo momento fletor M_{B1} , que é a componente no eixo I da soma vetorial dos momentos fletores M_{Bz1} e M_{Bx2} (o eixo I é considerado, por aproximação, como sendo coincidente com a linha neutra). A tensão normal de tração ou compressão é causada pela força normal N_{Y3} . A seguir, serão descritos os itens que compõem a tabela 21:

- M_{Bz1} , M_{Bx2} e N_{Y3} : Esforços de interesse no cálculo das tensões normais, sendo calculados nas tabelas 8, 14 e 19, respectivamente.
- Beta1 (β_1): Ângulo de passo hidrodinâmico, calculado na tabela 2.
- M_{B1} : Componente do momento fletor em relação ao eixo I. É calculado pela equação 7.20:

$$M_{B1}(r_0) = M_{Bz1}(r_0) \cdot \cos \beta_1(r_0) + M_{Bx2}(r_0) \cdot \sin \beta_1(r_0) \quad (\text{equação 7.20})$$

- σ : Tensão normal contínua. Esta tensão é calculada, nos pontos A e B, pela soma da tensão de flexão causada pelo momento M_{B1} (σ_f) com a tensão normal causada pelos esforços de

tração e compressão (σ_N):

$$\sigma = \sigma_f + \sigma_N$$

(A12.21)

As tensões σ_f e σ_N são obtidas através das equações 7.22 e 7.23, respectivamente:

$$\sigma_f(r) = \frac{M_{B1}(r) \cdot I_0(r)/2}{I_f(r)}$$

(equação 7.22)

$$\sigma_N(r) = \frac{N_{Y3}(r)}{A_{pe-n}(r)}$$

(equação 7.23)

Convencionou-se, na planilha, que o sinal negativo nestas tensões indique compressão, enquanto que o sinal positivo indique tração.

TABELA 22: Cálculo da tensão normal contínua para a corda e espessura máxima consideradas

Nesta tabela é feito o cálculo da tensão normal de flexão (σ_f) e da tensão normal de tração e compressão (σ_N), cuja soma resulta na tensão normal total contínua (σ), a partir da corda e da espessura máxima estabelecidos nos dados de entrada. O cálculo é feito nos pontos A e B, utilizando-se as mesmas equações apresentadas na tabela 21.

7.2 - Cálculo da tensão de cisalhamento contínua causada pelo cortante e momento torsor:

TABELA 23: Cálculo da tensão de cisalhamento contínua

A tensão de cisalhamento total contínua é igual a soma das tensões de cisalhamento devido aos cortantes com a tensão de cisalhamento devido ao torsor. Estas tensões são calculadas nos pontos A e B (pontos de máxima espessura do perfil). A tensão de cisalhamento devido aos cortantes é causada pelo cortante V_1 , que é a componente no eixo I da soma vetorial dos cortantes V_{x1} , V_{z2} e V_{z3} . A tensão de cisalhamento devido ao torsor é causada pelo momento torsor M_{ty1} . A seguir, serão descritos os itens que compõem esta tabela:

- V_{x1} , V_{z2} , V_{z3} e M_{ty1} : Esforços de interesse no cálculo das tensões de cisalhamento, calculados nas tabelas 6, 12, 19 e 9, respectivamente.

- β_{1i} (β_1): Ângulo de passo hidrodinâmico, calculado na tabela 2.

- V_1 : Componente do cortante em relação ao eixo I. É calculado pela equação 7.24:

$$V_1 = V_{x1} \cdot \sin \beta_1 + (V_{z2} + V_{z3}) \cdot \cos \beta_1$$

(equação 7.24)

- τ_1 : Tensão de cisalhamento contínua: Esta tensão é calculada, nos pontos A e B, pela soma da tensão de cisalhamento causada pelo cortante V_1 (τ_1) com a tensão de cisalhamento causada pelo momento torsor M_{ty1} (τ_2):

$$\tau = \tau_1 + \tau_2$$

(A12.22)

As tensões τ_1 e τ_2 são obtidas através das equações 7.26 e 7.27, respectivamente:

$$\tau_1(r) = \frac{V_1(r) \cdot M_{sN}(r)}{I_o(r) \cdot I^H(r)}$$

(equação 7.26)

$$\tau_2(r) = \frac{I_p(r)}{M_{ty1}(r) \cdot I_o(r) / 2}$$

(equação 7.27)

TABELA 24: Cálculo da tensão de cisalhamento contínua para a corda e espessura máxima consideradas

Nesta tabela é feito o cálculo da tensão de cisalhamento devido aos cortantes (τ_1) e da devido ao momento torsor (τ_2), cuja soma resulta na tensão de cisalhamento total

continua (τ), a partir da corda e da espessura máxima estabelecidos nos dados de entrada. O cálculo é feito nos pontos A e B, através das mesmas equações apresentadas na tabela 23.

E.3 - Determinação das tensões principais e aplicação de um critério de resistência (Von Mises):

TABELA 25: Cálculo das tensões principais e da tensão equivalente contínua por Von Mises

Nesta tabela, é feito o cálculo das tensões principais e da tensão equivalente através do critério de Von Mises. Calcula-se, também, o coeficiente de segurança relativo à tensão contínua. Estes cálculos são feitos nos pontos A (dorso) e B (face):

- σ e τ : tensões normal e de cisalhamento calculadas na tabela 24.

- σ_1 e σ_2 : Tensões principais, calculadas segundo as equações relativas ao círculo de Mohr

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \left[\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

(equação 7.28)

- σ_v : Tensão equivalente contínua (tensão de Von Mises), calculada segundo o critério de Von Mises-Hencky (equação 7.32)

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2^2}$$

(equação 7.32)

- CS: Coeficiente de segurança relativo somente à tensão contínua, calculado pela relação

$$CS = \frac{\sigma_y}{\sigma_v}$$

(A12.23)

entre a tensão de escoamento do material e a tensão equivalente contínua:

PARTE IV - CÁLCULO DOS ESFORÇOS ALTERNADOS

Â - Estimativa da razão de aspecto e de Fc(S):

Neste item, são determinadas a envergadura da lâmina (s), a área expandida da lâmina (Ae), a razão de aspecto da lâmina (S) e a função de correção para a razão de aspecto (Fc(S)), conforme procedimento descrito no anexo 2, item b.

B - Decomposição da esteira, cálculo dos ângulos β (ϕ) e α e da função de Sears

para os diversos harmônicos

Nas tabelas 26a a 26h são introduzidos, como dados de entrada, os valores das velocidades axial e tangencial da esteira, adimensionalizadas pela velocidade da embarcação, para os oito primeiros harmônicos. Estes dados de entrada são obtidos pela decomposição da velocidade da esteira em séries de Fourier. A partir destas velocidades, são calculados os valores dos ângulos ϕ e α e da função de Sears. A descrição destas tabelas é similar às feitas no anexo 2, itens c.2, c.3 e c.4.

C - Cálculo dos Esforços Variáveis T^a e F^a :

Neste item, é feito o cálculo da força de empuxo e da força tangencial variáveis por unidade de comprimento (T^a e F^a), em uma dada posição angular θ .

C.1 - Dado de entrada: Posição angular da lâmina (ângulo θ):

Para cada posição angular da lâmina θ , os esforços variáveis T^a e F^a assumem uma determinada intensidade. O ângulo θ é variado, portanto, entre 0 e 360 graus, a fim de se verificar qual a máxima tensão alternada que ocorre em cada perfil da lâmina.

C.2 - Determinação do parâmetro A para cada harmônico:

Este parâmetro representa a parte real da exponencial presente nas equações 7.35 e 7.36, sendo calculado para cada harmônico nas tabelas 27a a 27h. Em cada posição radial, são determinados os seguintes itens:

- Ângulo δ : ângulo de skew (a distribuição de skew é dado de entrada);

- Ângulo θ : Ângulo onde serão calculados os esforços (dado de entrada).

- Diferença dos ângulos: Diferença entre os ângulos δ s(x) e θ ($= \theta - \delta$ s(x)).

- Cosseno e seno do ângulo igual a q vezes a diferença entre os ângulos δ s(x) e θ (q é o número do harmônico).

- parâmetro A: representa a parte real da exponencial presente nas equações dos esforços

alternados 6.47 (capítulo 6), 7.35 e 7.36 (capítulo 7), que estão mostradas abaixo

$$\underline{L}^e(\omega, q, r, \theta) = \underline{L}^e \max(\omega, q, r) \cdot \text{Re} \left\{ e^{i\left(\theta - \delta_r + \frac{q}{\phi_r}\right)} \right\} \quad \text{(equação 6.47)}$$

$$\underline{T}^e(\omega, q, r, \theta) = \underline{T}^e \max(\omega, q, r) \cdot \cos \beta'_i(r) \cdot \text{Re} \left\{ e^{i\left(\theta - \delta_r + \frac{q}{\phi_r}\right)} \right\} \quad \text{(equação 7.35)}$$

$$\underline{F}'^e(\omega, q, r, \theta) = \underline{L}^e \max(\omega, q, r) \cdot \text{sen} \beta'_i(r) \cdot \text{Re} \left\{ e^{i\left(\theta - \delta_r + \frac{q}{\phi_r}\right)} \right\} \quad \text{(equação 7.36)}$$

Desenvolvendo a exponencial, tem-se que a sua parte real é expressa por:

$$A(q, r, \theta) = \text{Re} \left\{ e^{i\left(\theta - \delta_r + \frac{q}{\phi_r}\right)} \right\} = \cos \left[q \cdot (\theta - \delta_r) \right] \cdot \left(\cos \alpha_q \cdot \cos \phi_q + \text{sen} \alpha_q \cdot \text{sen} \phi_q \right) + \dots \quad \text{(A12.24)}$$

$$- \text{sen} [q \cdot (\theta - \delta_r)] \cdot \left(-\cos \alpha_q \cdot \text{sen} \phi_q + \text{sen} \alpha_q \cdot \cos \phi_q \right)$$

Dessta forma, os esforços alternados variáveis são expressos por:

$$\underline{L}^e(\omega, q, r, \theta) = \underline{L}^e \max(\omega, q, r) \cdot A(q, r, \theta) \quad \text{(A12.25)}$$

$$\underline{T}^e(\omega, q, r, \theta) = \underline{T}^e \max(\omega, q, r) \cdot \cos \beta'_i(r) \cdot A(q, r, \theta) \quad \text{(A12.26)}$$

$$\underline{F}'^e(\omega, q, r, \theta) = \underline{L}^e \max(\omega, q, r) \cdot \text{sen} \beta'_i(r) \cdot A(q, r, \theta) \quad \text{(A12.27)}$$

sendo o valor de $\underline{L}^e \max(\omega, q, r)$ determinado a partir da equação 6.46a (capítulo 6):

$$\underline{L}^e \max(\omega, q, r) = \frac{(Fc)}{\rho \cdot \pi \cdot c(r) \cdot V_r(r)} \cdot v^{ng}(r) \cdot |S(K, r)| \quad \text{(6.46a)}$$

C.3 - Cálculo da força de lift por unidade de comprimento:

A força de lift por unidade de comprimento para cada harmônico é calculada

em cada posição radial, na tabela 28, pela equação A12.25 (item C.2).

C.4 - Cálculo dos esforços em cada raio r_n:

Nas tabelas 29a e 36b são calculados os seguintes esforços:

C.4.1 - Tabelas com índice "a" (29a a 36a): esforços correspondentes ao empuxo alternado:

- Empuxo alternado por unidade de comprimento $\bar{T}^a(\omega, q, r, \theta)$ em cada harmónico q: calculado para os oito primeiros harmónicos pela equação A12.26.
- Empuxo total alternado por unidade de comprimento $\bar{T}^a(r, \theta)$: calculado pela somatória dos empuxos alternados correspondentes dos oito primeiros harmónicos.

- Momento fletor por unidade de comprimento / R: determinado pela seguinte equação:

$$\bar{M}b_{z1}^a(r, \theta) = \bar{T}^a(r, \theta) \cdot (x - x_0) \quad (A12.28)$$

- Momento torsor por unidade de comprimento / R: determinado pela seguinte equação:

$$\bar{M}t_{y1}^a(r, \theta) = \bar{T}^a(r, \theta) \cdot x \cdot \text{sen}(\delta_1(r) - \delta_1(r_0)) \quad (A12.29)$$

- Integração dos esforços por Simpson: Os esforços $\bar{T}^a(r, \theta)$, $\bar{M}b_{z1}^a(r, \theta)$ e $\bar{M}t_{y1}^a(r, \theta)$ são integrados ao longo do raio a fim de se obter os esforços $V_{z1}^a(\theta)$, $\bar{M}b_{z1}^a(\theta)$ e $\bar{M}t_{y1}^a(\theta)$.

c.4.2 - Tabelas com índice "b" (29b a 36b): esforços correspondentes à força tangencial alternada:

- Força tangencial alternada por unidade de comprimento $\bar{F}_r^a(\omega, q, r, \theta)$ em cada harmónico q: calculada para os oito primeiros harmónicos pela equação A12.27.

- Força tangencial alternada por unidade de comprimento $\bar{F}_t^a(r, \theta)$: calculada pela somatória das forças tangenciais alternadas correspondentes dos oito primeiros harmónicos.

- Momento fletor por unidade de comprimento / R: determinado pela seguinte equação:

$$\bar{M}b_{z2}^a(r, \theta) = \bar{F}_t^a(r, \theta) \cdot (x - x_0) \quad (A12.30)$$

- Integração dos esforços por Simpson: Os esforços $\bar{F}_r^a(r, \theta)$ e $\bar{M}b_{z2}^a(r, \theta)$ são integrados ao longo do raio a fim de se obter os esforços $V_{z2}^a(\theta)$ e $\bar{M}b_{z2}^a(\theta)$.

C.5 - Resumo dos esforços alternados:

Na tabela 37 são mostrados os resultados dos esforços calculados no item c.4.

D - Cálculo das tensões alternadas:

Neste item são calculadas as tensões normal e de cisalhamento alternadas, as tensões principais por intermédio do Círculo de Mohr e a tensão equivalente pelo critério de Von Mises.

D.1 - Tensão normal alternada:

TABELA 38: Cálculo da tensão normal alternada:

A tensão normal alternada é calculada a partir dos esforços Mb_1^o e Mb_2^o . O cálculo é feito na tabela 38, cuja descrição se encontra a seguir:

- Momentos fletores Mb_1^o e Mb_2^o : calculados no item C.4 (os resultados estão mostrados na tabela 37 (item C.5).

- Beta (β): ângulo de passo hidrodinâmico, calculado na tabela 2.

- Mb_1^o : Momento fletor alternado em relação ao eixo I: calculado pela equação 7.44.

$$Mb_1^o(r) = Mb_1^o(r) \cdot \cos \beta_1(r) + Mb_2^o(r) \cdot \sin \beta_1(r) \quad (\text{equação 7.44})$$

- σ^o : Tensão normal alternada: Esta tensão é calculada, nos pontos A (dorso) e B (face), a

partir do momento fletor alternado Mb_1^o :

$$\sigma^o(r) = \sigma_b^o(r) = \frac{Mb_1^o(r) \cdot I_o(r)/2}{I_1(r)} \quad (\text{equação 7.46})$$

TABELA 39: Cálculo da tensão normal alternada para a corda e espessura máxima consideradas

Na tabela 39, é feito o cálculo da tensão normal alternada de flexão (σ^o), a

partir da corda e da espessura máxima estabelecidos nos dados de entrada. O cálculo é feito

nos pontos A e B, utilizando-se as mesmas equações apresentadas na tabela 38.

D.2 - Tensão de cisalhamento alternada:

TABELA 40: Cálculo da tensão de cisalhamento alternada

A tensão de cisalhamento total alternada é a resultante da soma das tensões de cisalhamento devido aos cortantes com a tensão de cisalhamento devido ao torsor. Estas tensões são calculadas nos pontos A e B (pontos de máxima espessura do perfil). A tensão de cisalhamento alternada devido aos esforços cortantes alternados é causada pelo cortante V_x^I , que é a componente no eixo I da soma vetorial dos cortantes V_x^2 e V_x^1 . A tensão de cisalhamento alternada devida ao torsor alternado é causada pelo momento torsor M_{y1}^2 . O cálculo é feito na tabela 40, cuja descrição se encontra a seguir.

- V_x^1, V_x^2 e M_{y1}^2 : Esforços de interesse no cálculo das tensões de cisalhamento alternadas,

calculados no item C.4 e mostrados na tabela 37 (item C.5).

- Beta1 (β_1): Ângulo de passo hidrodinâmico, calculado na tabela 2.

- V_x^I : Componente do cortante em relação ao eixo I. É calculado pela equação 7.47:

$$V_x^I = V_x^2 \cdot \cos \beta_1 + V_x^1 \cdot \cos \beta_1$$

(equação 7.47)

- τ^2 : Tensão de cisalhamento alternada. Esta tensão é calculada, nos pontos A e B, pela

soma da tensão de cisalhamento alternada causada pelo cortante alternado V_x^I com a

tensão de cisalhamento alternada causada pelo momento torsor alternado M_{y1}^2 (τ_1^2):

$$\tau^2 = \tau_1^2 + \tau_2^2 \quad (A12.31)$$

As tensões τ_1^2 e τ_2^2 são obtidas através das equações 7.49 e 7.50, respectivamente:

$$\tau_1^2(r) = \frac{V_x^I(r) \cdot M_{y1}^2(r)}{M_{y1}^2(r) \cdot I_o(r)/2}$$

(equação 7.49)

$$\tau_2^2(r) = \frac{I_o(r) \cdot I_{pn}(r)}{I_p(r)}$$

(equação 7.50)

TABELA 41: Cálculo da tensão de cisalhamento alternada para a corda e espessura máxima consideradas

Nesta tabela, é feito o cálculo das tensões de cisalhamento alternadas devido aos cortantes (τ_1^2) e devido ao momento tior alternado (τ_2^2), cuja soma resulta na tensão de cisalhamento total alternada (τ^2), a partir da corda e espessura máxima estabelecidos nos

dados de entrada. O cálculo é feito nos pontos A e B, utilizando-se as mesmas equações apresentadas na tabela 40.

D.3 - Determinação das tensões principais alternadas e aplicação de um critério de resistência (Von Mises)

TABELA 42: Cálculo das tensões principais alternadas e da tensão equivalente alternada por Von Mises

Nesta tabela, é feito o cálculo das tensões principais alternadas e da tensão equivalente alternada (critério de Von Mises). Estes cálculos são feitos nos pontos A (dorso) e B (face):

- σ^a e τ^a : tensões normal e de cisalhamento alternadas, calculadas na tabela 41.

- σ_1^a e σ_2^a : Tensões principais alternadas, calculadas segundo as equações relativas ao

$$\sigma_{1,2}^a = \frac{\sigma^a}{2} \pm \frac{1}{2} \left[(\sigma^a)^2 + 4(\tau^a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{(equação 7.51)}$$

(equação 7.51)

- σ_e^a : Tensão equivalente contínua (tensão de Von Mises), calculada segundo o critério de

Von Mises-Hencky (equação 7.52)

$$(\sigma_e^a)^2 = (\sigma_1^a)^2 - \sigma^a \cdot \sigma_2^a + (\sigma_2^a)^2$$

(equação 7.52)

PARTE V - COMPOSIÇÃO DAS TENSÕES ALTERNADAS COM AS TENSÕES CONTÍNUAS

TABELA 43: Composição de tensões alternadas e contínuas:

Nesta tabela, é feita a composição das tensões alternadas e contínuas segundo

o critério de fadiga apresentado na figura 7.12 (item 7.5).

A12.2 - PLANILHA DE CÁLCULO (EXCEL)

A seguir encontra-se a planilha de cálculo para o projeto estrutural. Nesta planilha, procurou-se utilizar os dados do propulsor de 6 lâminas apresentado por BOSWELL E COX⁵ (que foi usado no capítulo 6, referente ao critério de definição do ângulo de skew). Como vários dados encontram-se indisponíveis (como, por exemplo, a distribuição radial de estera média e velocidades induzidas), foi necessário arbitrá-los, de maneira a respeitar ao máximo as características apresentadas na referência. Desta forma, os parâmetros necessários foram obtidos a partir do projeto do propulsor pela TLS. Devido à estas imprecisões, o resultado obtido para as tensões no propulsor poderá discordar do resultado apresentado por BOSWELL e COX, sendo, entretanto, útil para se ilustrar o uso da planilha.

PARTE I - DADOS INICIAIS

A - DADOS DO PROPULSOR

D	7,000	m
n. lâminas	6	
@n	6422,0	Kgf/cm ²
@y	2555,0	Kgf/cm ²
@fad	912,6	Kgf/cm ²
densid	7530,00	Kg/m ³
perfil	NACA 66	
camber	0,8000	
n/R	0,2000	

B - DADOS DE OPERAÇÃO DO PROPULSOR E EMBARCAÇÃO

Vs	24,5000	nós =	12,6039	m/s
n	109,00	rpm =	11,4145	rad/seg
empuxo	157,815	kgf		
Cd	0,0085			

C - OUTROS DADOS

densidade	1025,00	kg/m ³
água do mar		

PARTE II - CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA LÂMINA DO PROPULSOR E DO PERFIL UTILIZADO

A - CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA LÂMINA

Hipótese: Em virtude do camber utilizado e do fato do CG do perfil estar próximo do seu ponto médio, considerar-se-á que os pontos de aplicação dos esforços hidrodinâmicos e centrífugos estão situados no ponto médio do perfil.

TABELA 1

Posição	corda	M/S	c/R * M/S	to(m)	to/R	to/c	Os	coef. da regressão do ângulo de skew	Ângulo de skew
0,2000	0,4026	0,5000	0,2013	0,2800	0,0800	0,1987	0,0000	-15,00	
0,2500	0,4420	2,0000	0,8840	0,2723	0,0778	0,1760	3,7500	75,00	
0,3000	0,4758	1,5000	0,7137	0,2646	0,0756	0,1589	7,5000	0,00	
0,4000	0,5296	4,0000	2,1184	0,2373	0,0678	0,1280	15,0000	0,00	
0,5000	0,5632	2,0000	1,1264	0,2009	0,0574	0,1019	22,5000	0,00	
0,6000	0,5752	4,0000	2,3008	0,1603	0,0458	0,0796	30,0000	0,00	
0,7000	0,5614	2,0000	1,1228	0,1197	0,0342	0,0609	37,5000	0,00	
0,8000	0,5128	4,0000	2,0512	0,0840	0,0240	0,0468	45,0000	0,00	
0,9000	0,4058	1,5000	0,6087	0,0560	0,0160	0,0394	52,5000	0,00	
0,9500	0,3056	2,0000	0,6112	0,0462	0,0132	0,0432	56,2500	0,00	
1,0000	0,0000	0,5000	0,0000	0,0406	0,0116	0,0000	60,0000	0,00	
		somatório	11,7385						
		Ae/Ao =	0,7473						

B - CARACTERÍSTICAS DO PRFRL (CALCULADAS NO ANEXO 5)

Perfil utilizado	NACA 66
Área do perfil	0,7204 (m ²)
Posição do CG em relação ao LE	0,4734 (m)
Mom. inércia de área em relação ao eixo I	0,0424 (m ⁴)
Mom. inércia de área em relação ao eixo II	0,0407 (m ⁴)
Mom. inércia polar em relação ao CG	0,0424 (m ⁴)
Mom. área em relação ao eixo I	0,0735 (m ³)
Mom. área em relação ao eixo II	0,0630 (m ³)
Mod. resist. em relação ao eixo I (p. máx. esp.)	0,0848 (m ³)
Ap	0,7204 (m ²)
G-LE	0,4734 (m)
II(I)	0,0424 (m ⁴)
II(II)	0,0407 (m ⁴)
J	0,0424 (m ⁴) + 0,0407 (m ⁴)
Ms(I)	0,0735 (m ³)
Ms(II)	0,0630 (m ³)
We(I)	0,0848 (m ³)

PARTE III - CALCULO DOS ESFORÇOS CONTÍNUOS

A - DISTRIBUIÇÃO DE EMPUXO E DE FORÇA TANGENCIAL DEVIDO AO CARREGAMENTO HIDRODINÂMICO (PELA TLS)

A.1 - Cálculo da velocidade incidente e do âng. passo hid. (beta) a partir dos dados obtidos da TLS

TAB. 2	r/R	c/D	1-w(r)	ua/Vs	ua/Vs	ω _r	ω _r ·r	V _{atua}	V _r	tg beta _r	beta _r (graus)
0,2000	0,0000	0,4260	0,1144	-0,1645	7,9901	5,9168	6,8111	9,0222	1,1512	49,0194	18,1388
0,2500	0,0766	0,5110	0,1224	-0,1648	9,9877	7,9105	7,9833	11,2388	1,0092	45,2623	18,8625
0,3000	0,0829	0,5540	0,1430	-0,1549	11,9852	10,0328	8,7849	13,3354	0,8756	41,2058	19,6703
0,4000	0,0739	0,6550	0,1587	-0,1284	15,9803	14,3619	10,2558	17,6478	0,7141	35,5304	21,6959
0,5000	0,0621	0,7310	0,1620	-0,1050	19,9753	18,6519	11,2553	21,7847	0,6034	31,1084	24,4462
0,6000	0,0520	0,7960	0,1572	-0,0851	23,9704	22,8978	12,0140	25,8582	0,5247	27,6851	27,6851
0,7000	0,0451	0,8130	0,1616	-0,0749	27,9654	27,0214	12,2838	29,6824	0,4546	24,4462	31,1084
0,8000	0,0383	0,8140	0,1678	-0,0681	31,9605	31,1022	12,3745	33,4735	0,3979	21,6959	35,5304
0,9000	0,0283	0,8310	0,1671	-0,0606	35,9556	35,1918	12,5799	37,3727	0,3575	19,6703	39,9799
0,9500	0,0204	0,8460	0,1635	-0,0564	37,2422	37,2422	12,7236	39,3557	0,3416	18,8625	41,3435
1,0000	0,0000	0,8620	0,1592	-0,0525	39,9506	39,2889	12,8711	41,3435	0,3276	18,1388	42,7071

A.2 - Cálculo dos esforços T barra e Ft barra

TAB. 3	r/R	T barra	Ft barra
0,2000	-377	328	0,2000
0,2500	23,827	25,255	0,2500
0,3000	38,940	35,811	0,3000
0,4000	65,734	50,031	0,4000
0,5000	88,418	58,114	0,5000
0,6000	107,731	63,146	0,6000
0,7000	126,650	65,858	0,7000
0,8000	139,810	65,054	0,8000
0,9000	130,619	55,870	0,9000
0,9500	104,934	43,477	0,9500
1,0000	0	0	1,0000

B - CÁLCULO DOS ESFORÇOS GERADOS DEVIDO A DISTRIBUIÇÃO DE EMPUXO

B.1 - Força cortante Vx1:

TAB. 5	coeficientes da regressão para o cortante Vx1	
b0	=	-2,7E+04
b1	=	-7,4E+05
b2	=	4,8E+06
b3	=	-1,6E+07
b4	=	3,4E+07
b5	=	-4,0E+07
b6	=	2,5E+07
b7	=	-6,5E+06

TAB. 6 Força cortante Vx1

r/R	Vx1 (N)
0,2000	-255785
0,2500	-253440
0,3000	-247763
0,4000	-229810
0,5000	-202912
0,6000	-167790
0,7000	-126886
0,8000	-80864
0,9000	-31144
0,9500	-9948
1,0000	0

TAB. 9g	r/R	T barra				sen[2-3]				M/S	T*x*4*5	(N/m)
		N/m (1)	graus (2)	graus (3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)			
r/R = 0,7000	0,7000	126649,6	37,5000	37,5000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,5000	0,0	0,0	0,0
	0,7188	126565,6	38,9063	37,5000	0,0245	0,0245	0,0245	0,0245	2,0000	4465,0	7025,7	447614,6
	0,7375	129432,5	40,3125	37,5000	0,0491	0,0491	0,0491	0,0491	1,5000	7025,7	41159,9	33637,5
	0,8125	141075,0	45,9375	37,5000	0,1467	0,1467	0,1467	0,1467	2,0000	33637,5	95564,5	60502,1
	0,8500	144072,8	48,7500	37,5000	0,1951	0,1951	0,1951	0,1951	4,0000	95564,5	131971,0	39674,2
	0,9250	122871,9	54,3750	37,5000	0,2903	0,2903	0,2903	0,2903	4,0000	131971,0	39674,2	33614,8
	0,9625	81569,6	57,1875	37,5000	0,3369	0,3369	0,3369	0,3369	1,5000	39674,2	33614,8	0,0
	0,9813	47593,2	58,5938	37,5000	0,3599	0,3599	0,3599	0,3599	2,0000	33614,8	0,0	0,0
	1,0000	0,0	60,0000	37,5000	0,3827	0,3827	0,3827	0,3827	0,5000	0,0	0,0	0,0

TAB. 9f	r/R	T barra				sen[2-3]				M/S	T*x*4*5	(N/m)
		N/m (1)	graus (2)	graus (3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)			
r/R = 0,6000	0,6000	107730,9	30,0000	30,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,5000	0,0	0,0	0,0
	0,6250	113419,6	31,8750	30,0000	0,0327	0,0327	0,0327	0,0327	2,0000	4638,7	7456,8	45257,7
	0,6500	116936,9	33,7500	30,0000	0,0654	0,0654	0,0654	0,0654	1,5000	7456,8	38456,2	115413,3
	0,7000	123833,2	37,5000	30,0000	0,1305	0,1305	0,1305	0,1305	4,0000	45257,7	38456,2	78728,1
	0,7500	131413,4	41,2500	30,0000	0,1951	0,1951	0,1951	0,1951	2,0000	38456,2	115413,3	187940,7
	0,8000	139350,9	45,0000	30,0000	0,2588	0,2588	0,2588	0,2588	4,0000	115413,3	187940,7	62265,7
	0,8500	144072,8	48,7500	30,0000	0,3214	0,3214	0,3214	0,3214	2,0000	78728,1	62265,7	55257,4
	0,9000	136420,2	52,5000	30,0000	0,3827	0,3827	0,3827	0,3827	4,0000	187940,7	55257,4	0,0
	0,9500	98793,4	56,2500	30,0000	0,4423	0,4423	0,4423	0,4423	1,5000	62265,7	0,0	0,0
	0,9750	60113,1	58,1250	30,0000	0,4714	0,4714	0,4714	0,4714	2,0000	55257,4	0,0	0,0
	1,0000	0,0	60,0000	30,0000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,0	0,0	0,0

TAB. 9e	r/R	T barra				sen[2-3]				M/S	T*x*4*5	(N/m)
		N/m (1)	graus (2)	graus (3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)			
r/R = 0,5000	0,5000	88417,6	22,5000	22,5000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,5000	0,0	0,0	0,0
	0,5313	96813,9	24,8438	22,5000	0,0409	0,0409	0,0409	0,0409	2,0000	4206,6	7111,5	46188,8
	0,5525	103136,8	27,1875	22,5000	0,0817	0,0817	0,0817	0,0817	1,5000	7111,5	40785,1	126724,4
	0,6250	113419,6	31,8750	22,5000	0,1629	0,1629	0,1629	0,1629	4,0000	46188,8	40785,1	91182,5
	0,6875	122075,4	36,5625	22,5000	0,2430	0,2430	0,2430	0,2430	2,0000	40785,1	91182,5	235370,5
	0,7500	131413,4	41,2500	22,5000	0,3214	0,3214	0,3214	0,3214	4,0000	126724,4	235370,5	85639,0
	0,8125	141075,0	45,9375	22,5000	0,3977	0,3977	0,3977	0,3977	2,0000	91182,5	85639,0	79667,3
	0,8750	142658,5	50,6250	22,5000	0,4714	0,4714	0,4714	0,4714	4,0000	235370,5	79667,3	0,0
	0,9375	112382,0	55,3125	22,5000	0,5419	0,5419	0,5419	0,5419	1,5000	85639,0	0,0	0,0
	0,9688	71410,3	57,6563	22,5000	0,5758	0,5758	0,5758	0,5758	2,0000	79667,3	0,0	0,0
	1,0000	0,0	60,0000	22,5000	0,6088	0,6088	0,6088	0,6088	0,5000	0,0	0,0	0,0

TAB. 9d	r/R	T barra				sen[2-3]				M/S	T*x*4*5	(N/m)
		N/m (1)	graus (2)	graus (3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)			
r/R = 0,4000	0,4000	65734,0	15,0000	15,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,5000	0,0	0,0	0,0
	0,4375	73620,6	17,8125	15,0000	0,0491	0,0491	0,0491	0,0491	2,0000	3160,8	5827,5	43225,1
	0,4750	83444,0	20,6250	15,0000	0,0980	0,0980	0,0980	0,0980	1,5000	5827,5	132689,0	98975,7
	0,5500	100711,1	26,2500	15,0000	0,1951	0,1951	0,1951	0,1951	4,0000	43225,1	98975,7	272144,6
	0,6250	113419,6	31,8750	15,0000	0,2903	0,2903	0,2903	0,2903	2,0000	41154,9	132689,0	98975,7
	0,7000	123833,2	37,5000	15,0000	0,3827	0,3827	0,3827	0,3827	4,0000	132689,0	98975,7	272144,6
	0,7750	135459,8	43,1250	15,0000	0,4714	0,4714	0,4714	0,4714	2,0000	98975,7	272144,6	108154,4
	0,8500	144072,8	48,7500	15,0000	0,5556	0,5556	0,5556	0,5556	4,0000	272144,6	108154,4	105449,2
	0,9250	122871,9	54,3750	15,0000	0,6344	0,6344	0,6344	0,6344	1,5000	108154,4	105449,2	0,0
	0,9625	81569,6	57,1875	15,0000	0,6716	0,6716	0,6716	0,6716	2,0000	105449,2	0,0	0,0
	1,0000	0,0	60,0000	15,0000	0,7071	0,7071	0,7071	0,7071	0,5000	0,0	0,0	0,0

C - CALCULO DOS ESFORÇOS GERADOS DEVIDO À FORÇA TANGENCIAL

C.1 - Força cortante Vz2

TABELA 11	
coeficientes da regressão do cortante Vz2	
e0	= 2,4E+03
e1	= 6,0E+05
e2	= -3,6E+06
e3	= -42/3 = 1,1E+07
e4	= -83/4 = -2,1E+07
e5	= -44/5 = 2,4E+07
e6	= -45/6 = -1,4E+07
e7	= -46/7 = 3,5E+06

TABELA 12	
Força cortante Vz2	
r/R	0,2000
r/R	0,2500
r/R	0,3000
r/R	0,4000
r/R	0,5000
r/R	0,6000
r/R	0,7000
r/R	0,8000
r/R	0,9000
r/R	0,9500
r/R	1,0000
Vz2 (N)	144001
Vz2 (N)	141546
Vz2 (N)	136046
Vz2 (N)	120840
Vz2 (N)	101980
Vz2 (N)	80400
Vz2 (N)	57741
Vz2 (N)	35061
Vz2 (N)	13064
Vz2 (N)	4132
Vz2 (N)	0

C.2 - Momento fletor no eixo x Mbx2

TABELA 13	
coeficientes da regressão do momento fletor Mbx2	
f0	= 2,4E+04
f1	= -2,4E+03
f2	= -1/2 = -3,0E+05
f3	= -2/3 = 1,2E+06
f4	= -3/4 = -2,8E+06
f5	= -4/5 = 4,3E+06
f6	= -5/6 = -3,9E+06
f7	= -6/7 = 2,0E+06
f8	= -7/8 = -4,4E+05

TABELA 14	
Momento fletor Mbx2	
r/R	0,2000
r/R	0,2500
r/R	0,3000
r/R	0,4000
r/R	0,5000
r/R	0,6000
r/R	0,7000
r/R	0,8000
r/R	0,9000
r/R	0,9500
r/R	1,0000
Mbx2(N.m)	216012
Mbx2(N.m)	190965
Mbx2(N.m)	166645
Mbx2(N.m)	121568
Mbx2(N.m)	82478
Mbx2(N.m)	50504
Mbx2(N.m)	26321
Mbx2(N.m)	10082
Mbx2(N.m)	1721
Mbx2(N.m)	259
Mbx2(N.m)	0

D - DISTRIBUIÇÃO DE FORÇA CENTRÍFUGA GERADA PELO CARREGAMENTO CENTRÍFUGO

D.1 - Cálculo da força centrífuga

TABELA 15	
A perfil R, Rc barra	
r/R	0,2000
r/R	0,2500
r/R	0,3000
r/R	0,4000
r/R	0,5000
r/R	0,6000
r/R	0,7000
r/R	0,8000
r/R	0,9000
r/R	0,9500
r/R	1,0000
to	0,2800
to	0,2723
to	0,2646
to	0,2573
to	0,2500
to	0,2427
to	0,2354
to	0,2281
to	0,2208
to	0,2135
to	0,2062
to	0,1989
to	0,1916
to	0,1843
to	0,1770
to	0,1697
to	0,1624
to	0,1551
to	0,1478
to	0,1405
to	0,1332
to	0,1259
to	0,1186
to	0,1113
to	0,1040
to	0,0967
to	0,0894
to	0,0821
to	0,0748
to	0,0675
to	0,0602
to	0,0529
to	0,0456
to	0,0383
to	0,0310
to	0,0237
to	0,0164
to	0,0091
to	0,0018
to	0
c	0,2842
c	0,3035
c	0,3174
c	0,3313
c	0,3452
c	0,3591
c	0,3730
c	0,3869
c	0,4008
c	0,4147
c	0,4286
c	0,4425
c	0,4564
c	0,4703
c	0,4842
c	0,4981
c	0,5120
c	0,5259
c	0,5398
c	0,5537
c	0,5676
c	0,5815
c	0,5954
c	0,6093
c	0,6232
c	0,6371
c	0,6510
c	0,6649
c	0,6788
c	0,6927
c	0,7066
c	0,7205
c	0,7344
c	0,7483
c	0,7622
c	0,7761
c	0,7900
c	0,8039
c	0,8178
c	0,8317
c	0,8456
c	0,8595
c	0,8734
c	0,8873
c	0,9012
c	0,9151
c	0,9290
c	0,9429
c	0,9568
c	0,9707
c	0,9846
c	0,9985
c	1,0124
c	1,0263
c	1,0402
c	1,0541
c	1,0680
c	1,0819
c	1,0958
c	1,1097
c	1,1236
c	1,1375
c	1,1514
c	1,1653
c	1,1792
c	1,1931
c	1,2070
c	1,2209
c	1,2348
c	1,2487
c	1,2626
c	1,2765
c	1,2904
c	1,3043
c	1,3182
c	1,3321
c	1,3460
c	1,3599
c	1,3738
c	1,3877
c	1,4016
c	1,4155
c	1,4294
c	1,4433
c	1,4572
c	1,4711
c	1,4850
c	1,4989
c	1,5128
c	1,5267
c	1,5406
c	1,5545
c	1,5684
c	1,5823
c	1,5962
c	1,6101
c	1,6240
c	1,6379
c	1,6518
c	1,6657
c	1,6796
c	1,6935
c	1,7074
c	1,7213
c	1,7352
c	1,7491
c	1,7630
c	1,7769
c	1,7908
c	1,8047
c	1,8186
c	1,8325
c	1,8464
c	1,8603
c	1,8742
c	1,8881
c	1,9020
c	1,9159
c	1,9298
c	1,9437
c	1,9576
c	1,9715
c	1,9854
c	1,9993
c	2,0132
c	2,0271
c	2,0410
c	2,0549
c	2,0688
c	2,0827
c	2,0966
c	2,1105
c	2,1244
c	2,1383
c	2,1522
c	2,1661
c	2,1800
c	2,1939
c	2,2078
c	2,2217
c	2,2356
c	2,2495
c	2,2634
c	2,2773
c	2,2912
c	2,3051
c	2,3190
c	2,3329
c	2,3468
c	2,3607
c	2,3746
c	2,3885
c	2,4024
c	2,4163
c	2,4302
c	2,4441
c	2,4580
c	2,4719
c	2,4858
c	2,4997
c	2,5136
c	2,5275
c	2,5414
c	2,5553
c	2,5692
c	2,5831
c	2,5970
c	2,6109
c	2,6248
c	2,6387
c	2,6526
c	2,6665
c	2,6804
c	2,6943
c	2,7082
c	2,7221
c	2,7360
c	2,7499
c	2,7638
c	2,7777
c	2,7916
c	2,8055
c	2,8194
c	2,8333
c	2,8472
c	2,8611
c	2,8750
c	2,8889
c	2,9028
c	2,9167
c	2,9306
c	2,9445
c	2,9584
c	2,9723
c	2,9862
c	3,0001
c	3,0140
c	3,0279
c	3,0418
c	3,0557
c	3,0696
c	3,0835
c	3,0974
c	3,1113
c	3,1252
c	3,1391
c	3,1530
c	3,1669
c	3,1808
c	3,1947
c	3,2086
c	3,2225
c	3,2364
c	3,2503
c	3,2642
c	3,2781
c	3,2920
c	3,3059
c	3,3198
c	3,3337
c	3,3476
c	3,3615
c	3,3754
c	3,3893
c	3,4032
c	3,4171
c	3,4310
c	3,4449
c	3,4588
c	3,4727
c	3,4866
c	3,5005
c	3,5144
c	3,5283
c	3,5422
c	3,5561
c	3,5700
c	3,5839
c	3,5978
c	3,6117
c	3,6256
c	3,6395
c	3,6534
c	3,6673
c	3,6812
c	3,6951
c	3,7090
c	3,7229
c	3,7368
c	3,7507
c	3,7646
c	3,7785
c	3,7924
c	3,8063
c	3,8202
c	3,8341
c	3,8480
c	3,8619
c	3,8758
c	3,8897
c	3,9036
c	3,9175
c	3,9314
c	3,9453
c	3,9592
c	3,9731
c	3,9870
c	4,0009
c	4,0148
c	4,0287
c	4,0426
c	4,0565
c	4,0704
c	4,0843
c	4,0982
c	4,1121
c	4,1260
c	4,1399
c	4,1538
c	4,1677
c	4,1816
c	4,1955
c	4,2094
c	4,2233
c	4,2372
c	4,2511
c	4,2650
c	4,2789
c	4,2928
c	4,3067
c	4,3206
c	4,3345
c	4,3484
c	4,3623
c	4,3762
c	4,3901
c	4,4040
c	4,4179
c	4,4318
c	4,4457
c	4,4596
c	4,4735
c	4,4874
c	4,5013
c	4,5152
c	4,5291
c	4,5430
c	4,5569
c	4,5708
c	4,5847
c	4,5986
c	4,6125
c	4,6264
c	4,6403
c	4,6542
c	4,6681
c	4,6820
c	4,6959
c	4,7098
c	4,7237
c	4,7376
c	4,7515
c	4,7654
c	4,7793
c	4,7932
c	4,8071
c	4,8210
c	4,8349
c	4,8488
c	4,8627
c	4,8766
c	4,8905
c	4,9044
c	4,9183
c	4,9322
c	4,9461
c	4,9600
c	4,9739
c	4,9878
c	5,0017
c	5,0156
c	5,0295
c	5,0434
c	5,0573
c	5,0712
c	5,0851
c	5,0990
c	5,1129
c	5,1268
c	5,1407
c	5,1546
c	5,1685
c	5,1824
c	5,1963
c	5,2102
c	5,2241
c	5,2380
c	5,2519
c	5,2658
c	5,2797
c	5,2936
c	5,3075
c	5,3214
c	5,3353
c	5,3492
c	5,3631
c	5,3770
c	5,3909
c	5,4048
c	5,4187
c	5,4326
c	5,4465
c	5,4604
c	5,4743
c	5,4882
c	5,5021
c	5,5160
c	5,5299
c	5,5438
c	5,5577
c	5,5716
c	5,5855
c	5,5994
c	5,6133
c	5,6272
c	5,6411
c	5,6550
c	5,6689
c	5,6828
c	5,6967
c	5,7106
c	5,7245
c	5,7384
c	5,7523
c	5,7662
c	5,7801
c	5,7940
c	5,8079
c	5,8218
c	5,8357
c	5,8496
c	5,8635
c	5,8774
c	5,8913
c	5,9052
c	5,9191
c	5,9330
c	5,9469
c	5,9608
c	5,9747
c	5,9886
c	6,0025
c	6,0164
c	6,0303
c	6,0442
c	6,0581
c	6,0720
c	6,0859
c	6,0998
c	6,1137
c	6,1276
c	6,1415
c	6,1554
c	6,1693
c	6,1832
c	6,1971
c	6,2110
c	6,2249
c	6,2388
c</	

D.2 - Força normal N₃ e Força cortante V₃

1 AB. 19a	r/R	R.Fc barra	tetaC(r)	graus (2)	tetaC(ra)	graus (3)	cos[2-3]	sen[2-3]	M/S	(1)*(4)*(6)	(1)*(5)*(6)	(N)	(N)
	r/R = 0,2000	683195,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	-341597	0,0	0,5000	-341597
	0,2500	911785,7	3,7500	3,7500	3,7500	3,7500	0,9981	0,0613	2,0000	-2250315	138251,1	2,0000	-2250315
	0,3000	1144506,9	7,5000	7,5000	7,5000	7,5000	0,9925	0,1224	1,5000	-1963070	242121,6	1,5000	-1963070
	0,3438	1318630,2	10,7813	10,7813	10,7813	10,7813	0,9700	0,2430	4,0000	-6282648	1573721,0	4,0000	-6282648
	0,4375	1619186,9	17,8125	17,8125	17,8125	17,8125	0,9330	0,3599	2,0000	-3240714	1250081,2	2,0000	-3240714
	0,5313	1736730,6	24,8438	24,8438	24,8438	24,8438	0,8819	0,4714	4,0000	-5754686	3075942,9	4,0000	-5754686
	0,6250	1631292,3	31,8750	31,8750	31,8750	31,8750	0,8176	0,5758	2,0000	-2207970	1555027,4	2,0000	-2207970
	0,7188	1350300,1	38,9063	38,9063	38,9063	38,9063	0,7410	0,6716	4,0000	-2949297	2673086,5	4,0000	-2949297
	0,8125	995105,1	45,9375	45,9375	45,9375	45,9375	0,6055	0,7572	1,5000	-599459	694939,8	1,5000	-599459
	0,9063	61843,4	52,9688	52,9688	52,9688	52,9688	0,42121	0,7958	2,0000	-442121	581088,8	2,0000	-442121
	0,9531	365080,4	56,4844	56,4844	56,4844	56,4844	0,3556	0,8315	0,5000	0,0	0,0	0,5000	0,0
	1,0000	0,0	60,0000	60,0000	60,0000	60,0000	0,5556	0,8315	0,5000	0,0	0,0	0,5000	0,0
1 AB. 19b	r/R = 0,2500	911785,7	3,7500	3,7500	3,7500	3,7500	0,9981	0,0613	2,0000	-2250315	138251,1	2,0000	-2250315
	0,3000	1144506,9	7,5000	7,5000	7,5000	7,5000	0,9925	0,1224	1,5000	-1963070	242121,6	1,5000	-1963070
	0,3438	1318630,2	10,7813	10,7813	10,7813	10,7813	0,9700	0,2430	4,0000	-6282648	1573721,0	4,0000	-6282648
	0,4375	1619186,9	17,8125	17,8125	17,8125	17,8125	0,9330	0,3599	2,0000	-3240714	1250081,2	2,0000	-3240714
	0,5313	1736730,6	24,8438	24,8438	24,8438	24,8438	0,8819	0,4714	4,0000	-5754686	3075942,9	4,0000	-5754686
	0,6250	1631292,3	31,8750	31,8750	31,8750	31,8750	0,8176	0,5758	2,0000	-2207970	1555027,4	2,0000	-2207970
	0,7188	1350300,1	38,9063	38,9063	38,9063	38,9063	0,7410	0,6716	4,0000	-2949297	2673086,5	4,0000	-2949297
	0,8125	995105,1	45,9375	45,9375	45,9375	45,9375	0,6055	0,7572	1,5000	-599459	694939,8	1,5000	-599459
	0,9063	61843,4	52,9688	52,9688	52,9688	52,9688	0,42121	0,7958	2,0000	-442121	581088,8	2,0000	-442121
	0,9531	365080,4	56,4844	56,4844	56,4844	56,4844	0,3556	0,8315	0,5000	0,0	0,0	0,5000	0,0
	1,0000	0,0	60,0000	60,0000	60,0000	60,0000	0,5556	0,8315	0,5000	0,0	0,0	0,5000	0,0
1 AB. 19c	r/R = 0,3000	1144506,9	7,5000	7,5000	7,5000	7,5000	0,9981	0,0572	2,0000	-2632937	150950	2,0000	-2632937
	0,3438	1318630,2	10,7813	10,7813	10,7813	10,7813	0,9984	0,0572	2,0000	-2632937	150950	2,0000	-2632937
	0,3875	1476276,6	14,0625	14,0625	14,0625	14,0625	0,9934	0,1143	1,5000	-2199906	253079	1,5000	-2199906
	0,4750	1692223,0	20,6250	20,6250	20,6250	20,6250	0,9739	0,2271	4,0000	-6592068	1537054	4,0000	-6592068
	0,5625	1725817,9	27,1875	27,1875	27,1875	27,1875	0,9415	0,3369	2,0000	-3249867	1162821	2,0000	-3249867
	0,6500	1569701,3	33,7500	33,7500	33,7500	33,7500	0,8969	0,4423	4,0000	-5631289	2777044	4,0000	-5631289
	0,7375	1281978,7	40,3125	40,3125	40,3125	40,3125	0,8404	0,5419	2,0000	-2154874	1389387	2,0000	-2154874
	0,8250	946437,3	46,8750	46,8750	46,8750	46,8750	0,7730	0,6344	4,0000	-2926424	2401654	4,0000	-2926424
	0,9125	582745,2	53,4375	53,4375	53,4375	53,4375	0,6954	0,7186	1,5000	-607899	628125	1,5000	-607899
	0,9563	345573,9	56,7188	56,7188	56,7188	56,7188	0,6532	0,7572	2,0000	-451439	523343	2,0000	-451439
	1,0000	0,0	60,0000	60,0000	60,0000	60,0000	0,6088	0,7934	0,5000	0,0	0,0	0,5000	0,0
1 AB. 19d	r/R = 0,4000	1523311,0	15,0000	15,0000	15,0000	15,0000	1,0000	0,0000	2,0000	-3234473	158899	2,0000	-3234473
	0,4375	1619186,9	17,8125	17,8125	17,8125	17,8125	0,9988	0,0491	2,0000	-3234473	158899	2,0000	-3234473
	0,4750	1692223,0	20,6250	20,6250	20,6250	20,6250	0,9952	0,0980	1,5000	-2526112	248800	1,5000	-2526112
	0,5500	1733234,0	26,2500	26,2500	26,2500	26,2500	0,9808	0,1951	4,0000	-6799721	1352548	4,0000	-6799721
	0,6250	1631292,3	31,8750	31,8750	31,8750	31,8750	0,9569	0,2903	2,0000	-3122099	947078	2,0000	-3122099
	0,7000	1415798,1	37,5000	37,5000	37,5000	37,5000	0,9239	0,3827	4,0000	-5232108	2167210	4,0000	-5232108
	0,7750	1140097,9	43,1250	43,1250	43,1250	43,1250	0,8819	0,4714	2,0000	-2010953	1074877	2,0000	-2010953
	0,8500	848201,4	48,7500	48,7500	48,7500	48,7500	0,8315	0,5556	4,0000	-2821015	1884941	4,0000	-2821015
	0,9250	521664,1	54,3750	54,3750	54,3750	54,3750	0,7730	0,6344	1,5000	-604878	496410	1,5000	-604878
	0,9625	305017,4	57,1875	57,1875	57,1875	57,1875	0,7410	0,6716	2,0000	-452006	409674	2,0000	-452006
	1,0000	0,0	60,0000	60,0000	60,0000	60,0000	0,7071	0,7071	0,5000	0	0	0,5000	0
1 AB. 19e	r/R = 0,4000	1523311,0	15,0000	15,0000	15,0000	15,0000	1,0000	0,0000	2,0000	-3234473	158899	2,0000	-3234473
	0,4375	1619186,9	17,8125	17,8125	17,8125	17,8125	0,9988	0,0491	2,0000	-3234473	158899	2,0000	-3234473
	0,4750	1692223,0	20,6250	20,6250	20,6250	20,6250	0,9952	0,0980	1,5000	-2526112	248800	1,5000	-2526112
	0,5500	1733234,0	26,2500	26,2500	26,2500	26,2500	0,9808	0,1951	4,0000	-6799721	1352548	4,0000	-6799721
	0,6250	1631292,3	31,8750	31,8750	31,8750	31,8750	0,9569	0,2903	2,0000	-3122099	947078	2,0000	-3122099
	0,7000	1415798,1	37,5000	37,5000	37,5000	37,5000	0,9239	0,3827	4,0000	-5232108	2167210	4,0000	-5232108
	0,7750	1140097,9	43,1250	43,1250	43,1250	43,1250	0,8819	0,4714	2,0000	-2010953	1074877	2,0000	-2010953
	0,8500	848201,4	48,7500	48,7500	48,7500	48,7500	0,8315	0,5556	4,0000	-2821015	1884941	4,0000	-2821015
	0,9250	521664,1	54,3750	54,3750	54,3750	54,3750	0,7730	0,6344	1,5000	-604878	496410	1,5000	-604878
	0,9625	305017,4	57,1875	57,1875	57,1875	57,1875	0,7410	0,6716	2,0000	-452006	409674	2,0000	-452006
	1,0000	0,0	60,0000	60,0000	60,0000	60,0000	0,7071	0,7071	0,5000	0	0	0,5000	0
1 AB. 19f	r/R = 0,2000	683195,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,5000	-341597	0,0	0,5000	-341597
	0,2500	911785,7	3,7500	3,7500	3,7500	3,7500	0,9979	0,0654	2,0000	-1819667	119267,3	2,0000	-1819667
	0,3000	1144506,9	7,5000	7,5000	7,5000	7,5000	0,9914	0,1305	1,5000	-1702073	224082,1	1,5000	-1702073
	0,4000	1523311,0	15,0000	15,0000	15,0000	15,0000	0,9659	0,2588	4,0000	-5885622	1577047,2	4,0000	-5885622
	0,5000	1714334,1	22,5000	22,5000	22,5000	22,5000	0,9239	0,3827	2,0000	-3167676	1312094,2	2,0000	-3167676
	0,6000	1676434,2	30,0000	30,0000	30,0000	30,0000	0,8660	0,5000	4,0000	-5807339	3352867,8	4,0000	-5807339
	0,7000	1425435,1	37,5000	37,5000	37,5000	37,5000	0,7934	0,6088	2,0000	-2261748	1735499,6	2,0000	-2261748
	0,8000	1044239,6	45,0000	45,0000	45,0000	45,0000	0,7071	0,7071	4,0000	-2953555,1	2953555,1	4,0000	-2953555,1
	0,9000	619762,7	52,5000	52,5000	52,5000	52,5000	0,6088	0,7934	1,5000	-565932	737536,1	1,5000	-565932
	0,9500	406445,0	56,2500	56,2500	56,2500	56,2500	0,5556	0,8315	2,0000	-451618	675893,3	2,0000	-451618
	1,0000	0,0	60,0000	60,0000	60,0000	60,0000	0,5000	0,8660	0,5000	0	0,0	0,5000	0
1 AB. 19g	r/R = 0,2000	683195,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,5000	-341597	0,0	0,5000	-341597
	0,2500	911785,7	3,7500	3,7500	3,7500	3,7500	0,9979	0,0654	2,0000	-1819667	119267,3	2,0000	-1819667
	0,30												

TABLE	r/R	r/R =	R ² C _{beta}	tetaC(r)	tetaC(r)	cos[2-3]	sen[2-3]	M/S	N ₃ (N)	V ₃ (N)
1 AB. 19c	r/R	r/R = 0,8000	N (1)	grams (2)	tetaC(r)	cos[2-3]	sen[2-3]	M/S	N ₃ (N)	V ₃ (N)
			1044239,6	45,0000	45,0000	1,0000	0,0000	0,5000	-522120	0
			995105,1	45,9375	45,0000	0,9999	0,0164	2,0000	-19889944	32563
			946437,3	46,8750	45,0000	0,9995	0,0327	1,5000	-14188896	46450
			848201,4	48,7500	45,0000	0,9979	0,0654	4,0000	-3885541	221900
			747209,7	50,6250	45,0000	0,9952	0,0980	2,0000	-1487223	146479
			640136,1	52,5000	45,0000	0,9914	0,1305	4,0000	-2538639	334218
			384105,5	56,2500	45,0000	0,9866	0,1629	2,0000	-1029393	169953
			216991,0	58,1250	45,0000	0,9739	0,2271	1,5000	-316984	73910
			118211,5	59,0625	45,0000	0,9700	0,2430	2,0000	-229338	57446
			0,0	60,0000	45,0000	0,9659	0,2588	0,5000	0	0
									N ₃ (N)	V ₃ (N)
									-120208,1	11522,2
1 AB. 19g	r/R	r/R = 0,7000	N (1)	grams (2)	tetaC(r)	cos[2-3]	sen[2-3]	M/S	N ₃ (N)	V ₃ (N)
			1425435,1	37,5000	37,5000	1,0000	0,0000	0,5000	-712718	0
			1350300,1	38,9063	37,5000	0,9997	0,0245	2,0000	-2699787	66276
			1281978,7	40,3125	37,5000	0,9988	0,0491	1,5000	-1920652	94356
			1140097,9	43,1250	37,5000	0,9952	0,0980	4,0000	-4538432	446996
			995105,1	45,9375	37,5000	0,9892	0,1467	2,0000	-1968669	292024
			848201,4	48,7500	37,5000	0,9808	0,1951	4,0000	-3327614	661903
			694714,5	51,5625	37,5000	0,9700	0,2430	2,0000	-1347789	337604
			521664,1	54,3750	37,5000	0,9569	0,2903	4,0000	-1996806	605724
			305017,4	57,1875	37,5000	0,9415	0,3369	1,5000	-430781	154136
			169607,6	58,5938	37,5000	0,9330	0,3599	2,0000	-315478	121693
			0,0	60,0000	37,5000	0,9239	0,3827	0,5000	0	0
									N ₃ (N)	V ₃ (N)
									-240734,1	34758,9
1 AB. 19f	r/R	r/R = 0,6000	N (1)	grams (2)	tetaC(r)	cos[2-3]	sen[2-3]	M/S	N ₃ (N)	V ₃ (N)
			1676434,2	30,0000	30,0000	1,0000	0,0000	0,5000	-838217	0
			1631292,3	31,8750	30,0000	0,9995	0,0327	2,0000	-3260838	106749
			1569701,3	33,7500	30,0000	0,9979	0,0654	1,5000	-2249511	153995
			1415798,1	37,5000	30,0000	0,9914	0,1305	4,0000	-5614743	739195
			1235280,5	41,2500	30,0000	0,9808	0,1951	2,0000	-2423090	481982
			1043608,5	45,0000	30,0000	0,9659	0,2588	4,0000	-4032194	1080423
			848201,4	48,7500	30,0000	0,9469	0,3214	2,0000	-1606375	545291
			640136,1	52,5000	30,0000	0,9239	0,3827	4,0000	-2265635	979878
			384105,5	56,2500	30,0000	0,8969	0,4423	1,5000	-516741	254828
			216991,0	58,1250	30,0000	0,8819	0,4714	2,0000	-382738	204578
			0,0	60,0000	30,0000	0,8660	0,5000	0,5000	0	0
									N ₃ (N)	V ₃ (N)
									-389834,7	75782,0
1 AB. 19e	r/R	r/R = 0,5000	N (1)	grams (2)	tetaC(r)	cos[2-3]	sen[2-3]	M/S	N ₃ (N)	V ₃ (N)
			1714334,1	22,5000	22,5000	1,0000	0,0000	0,5000	-857167	0
			1736730,6	24,8438	22,5000	0,9992	0,0409	2,0000	-3470556	142046
			1725817,9	27,1875	22,5000	0,9967	0,0817	1,5000	-2580068	211554
			1631292,3	31,8750	22,5000	0,9866	0,1629	4,0000	-6438015	1062920
			1457448,7	36,5625	22,5000	0,9700	0,2430	2,0000	-2827542	708262
			1235280,5	41,2500	22,5000	0,9469	0,3214	4,0000	-4678897	1588271
			995105,1	45,9375	22,5000	0,9175	0,3977	2,0000	-1826067	791603
			747209,7	50,6250	22,5000	0,8819	0,4714	4,0000	-2635921	1408929
			455854,8	55,3125	22,5000	0,8404	0,5419	1,5000	-574684	370536
			262229,7	57,6563	22,5000	0,8176	0,5758	2,0000	-428790	301988
			0,0	60,0000	22,5000	0,7934	0,6088	0,5000	0	0
									N ₃ (N)	V ₃ (N)
									-548284,3	137210,6

E.2 - Tensão de cisalhamento (devido ao corte e torção)

τ/R	Vx1	Vz2	Vz3	Mxy	betal	VI	Ponto A (dorso): τ=tv+tt		Ponto B (face): τ=tv+tt		
τ/R	(N)	(N)	(N)	(N.m)	(grams)	(N)	τv	τt	τv	τt	
0,2000	-255785	144000	422928	377040	49,0194	178694	276602	/(w.c.)+	/(w.c.)+	188520	τv
0,2500	-253440	141545	368258	344853	45,2623	178804	276774	/(w.c.)+	/(w.c.)+	172426	τv
0,3000	-247763	136046	315684	313439	41,2058	176640	273424	/(w.c.)+	/(w.c.)+	156719	τv
0,4000	-229810	120840	218511	248301	35,5304	142615	220756	/(w.c.)+	/(w.c.)+	124150	τv
0,5000	-202912	101980	137210	182952	31,1084	99956	154724	/(w.c.)+	/(w.c.)+	91476	τv
0,6000	-167789	80400	75782	121563	27,6851	60344	93408	/(w.c.)+	/(w.c.)+	60782	τv
0,7000	-126885	57741	34758	68541	24,4462	31697	49065	/(w.c.)+	/(w.c.)+	34270	τv
0,8000	-80863	35061	11522	28232	21,6959	13390	20726	/(w.c.)+	/(w.c.)+	14116	τv
0,9000	-31144	13064	1703	5140	19,6703	3422	5297	/(w.c.)+	/(w.c.)+	2570	τv
0,9500	-9947	4131	240	796	18,8625	921	1426	/(w.c.)+	/(w.c.)+	398	τv
1,0000	0	0	0	0	18,1388	0	0	/(w.c.)+	/(w.c.)+	0	τv

τ/R	to	c	cb	om	o	cb	om	o
τ/R	(m)	(m)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)
0,2000	1,4091	-481	30	-451	481	30	511	0
0,2500	1,5470	-423	27	-396	423	27	450	0
0,3000	1,6653	-374	25	-349	374	25	400	0
0,4000	1,8536	-318	22	-296	318	22	341	0
0,5000	1,9712	-293	20	-274	293	20	313	0
0,6000	2,0132	-285	17	-268	285	17	302	0
0,7000	1,9649	-281	14	-266	281	14	295	0
0,8000	1,7948	-245	11	-233	245	11	256	0
0,9000	1,4203	-120	6	-114	120	6	127	0
0,9500	1,0696	-36	3	-33	36	3	39	0
1,0000	0,0406	0,0000	0	0	0	0	0	0

τ/R	to	c	tv	tt	tv	tt	τv	τt
τ/R	(m)	(m)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)
0,2000	1,4091	7,15	-16,21	-9,06	7,15	16,21	23,36	0,00
0,2500	1,5470	6,70	-11,30	-4,60	6,70	11,30	18,00	0,00
0,3000	1,6653	6,33	-8,28	-1,96	6,33	8,28	14,61	0,00
0,4000	1,8536	5,12	-4,80	0,32	5,12	4,80	9,92	0,00
0,5000	1,9712	3,98	-2,96	1,02	3,98	2,96	6,94	0,00
0,6000	2,0132	2,95	-1,85	1,10	2,95	1,85	4,80	0,00
0,7000	1,9649	2,13	-1,13	1,00	2,13	1,13	3,25	0,00
0,8000	1,7948	1,40	-0,61	0,79	1,40	0,61	2,01	0,00
0,9000	1,4203	0,68	-0,22	0,45	0,68	0,22	0,90	0,00
0,9500	1,0696	0,29	-0,08	0,21	0,29	0,08	0,38	0,00
1,0000	0,0406	0,0000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

E.3 - Determinação das tensões principais e aplicação de um critério de resistência (Von Mises)

τ/R	σ	σ1	σ2	σ	σ1	σ2	σ	σ1	σ2
τ/R	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)
0,2000	451,14	-9,06	451,32	510,81	23,36	511,87	512,41	-1,07	0,00
0,2500	395,55	-4,60	395,60	450,44	18,00	451,16	451,52	-0,72	0,00
0,3000	349,15	-1,96	349,17	399,77	14,61	400,30	400,57	-0,53	0,00
0,4000	296,32	0,32	296,32	340,66	9,92	340,95	341,09	-0,29	0,00
0,5000	273,80	1,02	273,80	312,98	6,94	313,13	313,21	-0,15	0,00
0,6000	267,77	1,10	267,78	301,96	4,80	302,04	302,07	-0,08	0,00
0,7000	266,14	1,00	266,15	295,81	3,25	295,15	295,16	-0,04	0,00
0,8000	233,25	0,79	233,25	255,81	2,01	255,83	255,84	-0,02	0,00
0,9000	114,02	0,45	114,02	126,93	0,90	126,94	126,94	-0,01	0,00
0,9500	32,53	0,00	32,53	38,54	0,38	38,54	38,55	-0,00	0,00
1,0000	0	0,00	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

PARTE IV - CÁLCULO DE ESFORÇOS ALTERNADOS

A - ESTIMATIVA DA RAZÃO DE ASPECTO E DE $F_c(S)$

Envergadura: s	3,7204	m
Área da lãrn: $A_{lãrn} = A_e/A_o * A_o/g$	4,7932	m ²
razão de aspecto: $S = s^2/A_{lãrn}$	2,8878	
$F_c(S) = 1 + (2/S) + (2/(S*(1+S/2)))$	1,9760	

B - DECOMPOSIÇÃO DA ESTIMA, CÁLCULO DOS ANG. α E β DA FUNÇÃO DE SEARS PARA OS DIVERSOS HARMÔNICOS

Tabela 26a		Harmônico 1,0000		frequência da perturbação w1: 11,4145		rad/seg = 109,000		rpm	
r/R	$v_{x(1)}/v_s$	$v_{y(1)}/v_s$	$v_{z(1)}/v_s$	cos $\beta(1)$	sen $\beta(1)$	lambda	K	Sre	Sim
(dado)	(dado)	(dado)	(dado)	(m/s)	(m/s)	(m)	Função de Sears S(K)	Sre/S(K)	Sim/S(K)
cos $\alpha =$		sen $\alpha =$							
1,00	0,0000	0,0000	0,0000	---	---	4,9664	0,8914	0,39954	0,41059
0,95	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	0,0000	6,1865	0,7856	0,43024	0,06111
0,90	0,0000	0,0000	0,0000	-0,6878	0,7245	7,3406	0,7127	0,45216	0,03627
0,85	0,0000	0,0000	0,0000	-0,6020	0,7985	9,7144	0,5994	0,48855	0,00511
0,80	0,0000	0,0000	0,0000	-0,6148	0,7887	11,9916	0,5164	0,51830	0,03746
0,75	0,0000	0,0000	0,0000	-0,6896	0,7242	14,2339	0,4443	0,54757	0,06666
0,70	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7739	0,6334	16,3390	0,3778	0,57890	0,09410
0,65	0,0000	0,0000	0,0000	-0,8378	0,5460	18,4258	0,3060	0,61965	0,12325
0,60	0,0000	0,0000	0,0000	-0,8812	0,4727	20,5721	0,2169	0,68612	0,15495
0,55	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9084	0,4181	21,6637	0,1551	0,74853	0,16798
0,50	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9253	0,3793	22,7579	0,0000	1,00000	1,00000
0,45	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9253	0,3793	22,7579	0,0000	1,00000	1,00000
0,40	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9084	0,4181	21,6637	0,1551	0,74853	0,16798
0,35	0,0000	0,0000	0,0000	-0,8812	0,4727	20,5721	0,2169	0,68612	0,15495
0,30	0,0000	0,0000	0,0000	-0,8378	0,5460	18,4258	0,3060	0,61965	0,12325
0,25	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7985	0,5994	16,3390	0,3778	0,57890	0,09410
0,20	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7242	0,6334	14,2339	0,4443	0,54757	0,06666
0,15	0,0000	0,0000	0,0000	-0,6334	0,6896	11,9916	0,5164	0,51830	0,03746
0,10	0,0000	0,0000	0,0000	-0,5460	0,7242	9,7144	0,5994	0,48855	0,00511
0,05	0,0000	0,0000	0,0000	-0,4727	0,7739	7,3406	0,7127	0,45216	0,03627
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	-0,4181	0,8378	6,1865	0,7856	0,43024	0,06111
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	-0,3793	0,9084	5,0000	0,8914	0,39954	0,41059

Tabela 26b		Harmônico 2,0000		frequência da perturbação w2: 22,8289		rad/seg = 218,000		rpm	
r/R	$v_{x(2)}/v_s$	$v_{y(2)}/v_s$	$v_{z(2)}/v_s$	cos $\beta(2)$	sen $\beta(2)$	lambda	K	Sre	Sim
(dado)	(dado)	(dado)	(dado)	(m/s)	(m/s)	(m)	Função de Sears S(K)	Sre/S(K)	Sim/S(K)
cos $\alpha =$		sen $\alpha =$							
1,00	0,0000	0,0000	0,0000	---	---	2,4832	1,7827	0,14351	0,25912
0,95	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	0,0000	3,0932	1,5712	0,20493	0,23898
0,90	0,0000	0,0000	0,0000	-1,0000	0,0000	3,6703	1,4254	0,24725	0,21833
0,85	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9965	0,0837	4,8572	1,1989	0,31228	0,17511
0,80	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9950	0,1001	5,9958	1,0328	0,35936	0,13479
0,75	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9945	0,1044	7,1169	0,8887	0,40031	0,09382
0,70	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9927	0,1204	8,1695	0,7556	0,43916	0,05106
0,65	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9922	0,1246	9,2129	0,6120	0,48432	0,00035
0,60	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9919	0,1271	10,2861	0,4338	0,55222	-0,07099
0,55	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9908	0,1355	10,8319	0,3102	0,61701	-0,12159
0,50	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9911	0,1330	11,3790	0,0000	1,00000	1,00000
0,45	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9911	0,1330	11,3790	0,0000	1,00000	1,00000
0,40	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9908	0,1355	10,8319	0,3102	0,61701	-0,12159
0,35	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9922	0,1246	9,2129	0,6120	0,48432	0,00035
0,30	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9927	0,1204	8,1695	0,7556	0,43916	0,05106
0,25	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9945	0,1044	7,1169	0,8887	0,40031	0,09382
0,20	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9950	0,1001	5,9958	1,0328	0,35936	0,13479
0,15	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9965	0,0837	4,8572	1,1989	0,31228	0,17511
0,10	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9950	0,1001	5,9958	1,0328	0,35936	0,13479
0,05	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9927	0,1204	8,1695	0,7556	0,43916	0,05106
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9922	0,1246	9,2129	0,6120	0,48432	0,00035

Tabela 26c		Harmônico 3,0000		frequência da perturbação w3: 34,2434		rad/seg = 327,000		rpm	
r/R	$v_{x(3)}/v_s$	$v_{y(3)}/v_s$	$v_{z(3)}/v_s$	cos $\beta(3)$	sen $\beta(3)$	lambda	K	Sre	Sim
(dado)	(dado)	(dado)	(dado)	(m/s)	(m/s)	(m)	Função de Sears S(K)	Sre/S(K)	Sim/S(K)
cos $\alpha =$		sen $\alpha =$							
1,00	0,0000	0,0000	0,0000	---	---	1,6555	2,6741	-0,08646	0,22706
0,95	0,0000	0,0000	0,0000	0,7039	0,7103	2,0622	2,3568	-0,01356	0,25817
0,90	0,0000	0,0000	0,0000	0,6338	0,7735	2,4469	2,1381	0,04350	0,26763
0,85	0,0000	0,0000	0,0000	0,4997	0,8662	3,2381	1,7983	0,13901	0,26015
0,80	0,0000	0,0000	0,0000	0,3818	0,9243	3,9972	1,3493	0,21131	0,23623
0,75	0,0000	0,0000	0,0000	0,2854	0,9649	4,7446	1,3330	0,27390	0,20234
0,70	0,0000	0,0000	0,0000	0,2353	0,9751	5,4463	1,1334	0,33089	0,16008
0,65	0,0000	0,0000	0,0000	0,2219	0,9847	6,1419	0,9180	0,39192	0,10262
0,60	0,0000	0,0000	0,0000	0,2212	0,9894	7,2212	0,4653	0,53863	0,01463
0,55	0,0000	0,0000	0,0000	0,2212	0,9894	7,2212	0,4653	0,53863	0,01463
0,50	0,0000	0,0000	0,0000	0,2212	0,9894	7,2212	0,4653	0,53863	0,01463
0,45	0,0000	0,0000	0,0000	0,2212	0,9894	7,2212	0,4653	0,53863	0,01463
0,40	0,0000	0,0000	0,0000	0,2212	0,9894	7,2212	0,4653	0,53863	0,01463
0,35	0,0000	0,0000	0,0000	0,2212	0,9894	7,2212	0,4653	0,53863	0,01463
0,30	0,0000	0,0000	0,0000	0,2212	0,9894	7,2212	0,4653	0,53863	0,01463
0,25	0,0000	0,0000	0,0000	0,2212	0,9894	7,2212	0,4653	0,53863	0,01463
0,20	0,0000	0,0000	0,0000	0,2212	0,9894	7,2212	0,4653	0,53863	0,01463
0,15	0,0000	0,0000	0,0000	0,2212	0,9894	7,2212	0,4653	0,53863	0,01463
0,10	0,0000	0,0000	0,0000	0,2212	0,9894	7,2212	0,4653	0,53863	0,01463
0,05	0,0000	0,0000	0,0000	0,2212	0,9894	7,2212	0,4653	0,53863	0,01463
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,2212	0,9894	7,2212	0,4653	0,53863	0,01463

Tabela 26b		Harmônico		8,0000		frequência de perturbação ωg:		91,3156 rad/seg = 872,0000 rpm				
r/R	v _r (g)/V _s	v _t (g)/V _s	v _h (g)/V _s	cos φ _r (g)	sen φ _r (g)	λ _{onda}	K	Função de Sears S(K)	cos α = sen α =			
(dado)	(dado)	(dado)	(m/s)	(m/s)	(m)	S _{re}	S _{im}	S(K)	S _{re} /S(K) S _{im} /S(K)			
0,20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	7,1309	0,1483	0,01190	0,14930	0,9968	0,0797	
0,25	-0,0100	0,0100	0,1260	-0,7039	0,7103	0,7733	6,2847	0,11481	-0,11001	0,15901	0,7220	-0,6918
0,30	-0,0100	0,0000	0,0948	-1,0000	0,0000	0,9176	5,7017	0,03735	-0,16268	0,16692	0,2238	-0,9746
0,40	-0,0150	-0,0100	0,1704	-0,9029	-0,4299	1,2143	4,7956	-0,11388	-0,14189	0,18193	-0,6259	-0,7799
0,50	-0,0250	-0,0120	0,2809	-0,9605	-0,2783	1,4990	4,1314	-0,19057	-0,04550	0,19593	-0,9727	-0,2322
0,60	-0,0380	-0,0150	0,0344	-0,9792	-0,2030	1,7792	3,5547	-0,19919	0,06990	0,21109	-0,9436	0,3311
0,70	-0,0420	-0,0150	0,0387	-0,9871	-0,1603	2,0424	3,0224	-0,14857	0,17391	0,22873	-0,6496	0,7603
0,80	-0,0350	-0,0350	0,0350	0,4411	-0,9290	2,3032	2,4481	-0,03589	0,25119	0,25374	-0,1415	0,9899
0,90	-0,0200	-0,0100	0,0191	0,2411	-0,9844	2,5715	1,7352	0,15727	0,25560	0,30011	0,5241	0,8517
0,95	-0,0150	-0,0100	0,0146	0,1835	-0,9750	2,7080	1,2409	0,30031	0,18414	0,35227	0,8525	0,5227
1,00	-0,0120	-0,0080	0,0117	0,1471	-0,9769	2,8447	0,0000	1,00000	0,00000	1,00000	1,0000	0,0000

C - CALCULO DOS ESFORÇOS VARIAVEIS T barra E Ft barra:

C.1 - Dado de entrada: Posição angular da lamina (TETA) = 48,0000 graus
 C.2 - Determinação dos parâmetros A e B para cada harmônico

TABELA 27a							harmônico 1,0000						
r/R	delta s	teta	diff. ang.	coseno	seno	Real	r/R	delta s	teta	diff. ang.	coseno	seno	Real
	(graus)	(graus)	(graus)	(1. diff. ang)	(1. diff. ang)			(graus)	(graus)	(graus)	(1. diff. ang)	(1. diff. ang)	
0,2000	0,0000	48,0000	48,0000	0,6691	0,7431	0,0000	0,2000	0,0000	48,0000	48,0000	0,6691	0,7431	0,0000
0,2500	3,7500	48,0000	44,2500	0,7163	0,6978	-0,6111	0,2500	3,7500	48,0000	40,5000	0,7604	0,6494	-0,9997
0,3000	7,5000	48,0000	40,5000	0,8387	0,5446	-0,9361	0,3000	7,5000	48,0000	33,0000	0,9026	0,4305	-0,8599
0,4000	15,0000	48,0000	33,0000	0,9511	0,3090	-0,8157	0,4000	15,0000	48,0000	25,5000	0,9986	0,0785	-0,7507
0,5000	22,5000	48,0000	25,5000	0,9833	0,1822	-0,7877	0,5000	22,5000	48,0000	18,0000	0,9997	-0,1435	-0,6995
0,6000	30,0000	48,0000	18,0000	0,9986	0,0785	-0,7017	0,6000	30,0000	48,0000	10,5000	0,9999	-0,2079	-0,8262
0,7000	37,5000	48,0000	10,5000	0,9999	0,0253	-0,7507	0,7000	37,5000	48,0000	3,0000	0,9999	0,9877	-0,9162
0,8000	45,0000	48,0000	3,0000	0,9999	0,0000	-0,9998	0,8000	45,0000	48,0000	-4,5000	0,9999	0,9877	-0,9162
0,9000	52,5000	48,0000	-4,5000	0,9999	-0,2840	-0,8148	0,9000	52,5000	48,0000	-8,2500	0,9999	0,9877	-0,9162
0,9500	56,2500	48,0000	-8,2500	0,9999	-0,5888	-0,8148	0,9500	56,2500	48,0000	-12,0000	0,9999	0,9877	-0,9162
1,0000	60,0000	48,0000	-12,0000	0,9999	-0,9135	-0,8514	1,0000	60,0000	48,0000	-12,0000	0,9999	0,9877	-0,9162

TABELA 27b							harmônico 2,0000						
r/R	delta s	teta	diff. ang.	coseno	seno	Real	r/R	delta s	teta	diff. ang.	coseno	seno	Real
	(graus)	(graus)	(graus)	(2. diff. ang)	(2. diff. ang)			(graus)	(graus)	(graus)	(2. diff. ang)	(2. diff. ang)	
0,2000	0,0000	48,0000	48,0000	-0,1045	0,9945	0,0000	0,2000	0,0000	48,0000	48,0000	0,9945	0,9997	0,7418
0,2500	3,7500	48,0000	44,2500	0,1564	0,9877	0,5365	0,2500	3,7500	48,0000	40,5000	0,9945	0,9997	0,7418
0,3000	7,5000	48,0000	40,5000	0,2062	0,9877	0,9997	0,3000	7,5000	48,0000	33,0000	0,9945	0,9997	0,7418
0,4000	15,0000	48,0000	33,0000	0,2593	0,7771	0,0083	0,4000	15,0000	48,0000	25,5000	0,9945	0,9997	0,7418
0,5000	22,5000	48,0000	25,5000	0,2936	0,5878	-0,7290	0,5000	22,5000	48,0000	18,0000	0,9945	0,9997	0,7418
0,6000	30,0000	48,0000	18,0000	0,3090	0,4045	-0,9353	0,6000	30,0000	48,0000	10,5000	0,9945	0,9997	0,7418
0,7000	37,5000	48,0000	10,5000	0,3090	0,2840	-0,9353	0,7000	37,5000	48,0000	3,0000	0,9945	0,9997	0,7418
0,8000	45,0000	48,0000	3,0000	0,2840	0,1045	-0,9998	0,8000	45,0000	48,0000	-4,5000	0,9945	0,9997	0,7418
0,9000	52,5000	48,0000	-4,5000	0,2593	-0,1564	-0,9162	0,9000	52,5000	48,0000	-8,2500	0,9945	0,9997	0,7418
0,9500	56,2500	48,0000	-8,2500	0,2222	-0,2840	-0,8148	0,9500	56,2500	48,0000	-12,0000	0,9945	0,9997	0,7418
1,0000	60,0000	48,0000	-12,0000	0,1835	-0,5888	-0,8148	1,0000	60,0000	48,0000	-12,0000	0,9945	0,9997	0,7418

r/R	delta s (graus)	teta (graus)	diff. ang. (graus)	coseno	seno (6. diff. ang)	A(6) Real
1,0000	60,0000	48,0000	-12,0000	0,3090	-0,9511	0,0000
0,9500	56,2500	48,0000	-8,2500	0,6494	-0,7604	0,0000
0,9000	52,5000	48,0000	-4,5000	0,8910	-0,4540	-0,9999
0,8000	45,0000	48,0000	3,0000	0,9511	0,3090	-0,2371
0,7000	37,5000	48,0000	10,5000	0,4540	0,8910	0,8217
0,6000	30,0000	48,0000	18,0000	-0,3090	0,9511	0,8649
0,5000	22,5000	48,0000	25,5000	-0,8910	0,4540	-0,0881
0,4000	15,0000	48,0000	33,0000	-0,9511	-0,3090	-0,9605
0,3000	7,5000	48,0000	40,5000	-0,4540	-0,8910	-0,7258
0,2500	3,7500	48,0000	44,2500	-0,0785	-0,9969	-0,6701
0,2000	0,0000	48,0000	48,0000	0,3090	-0,9511	0,0000

r/R	delta s (graus)	teta (graus)	diff. ang. (graus)	coseno	seno (5. diff. ang)	A(5) Real
1,0000	60,0000	48,0000	-12,0000	0,5000	-0,8660	-0,3831
0,9500	56,2500	48,0000	-8,2500	0,7518	-0,6593	-0,7041
0,9000	52,5000	48,0000	-4,5000	0,9239	-0,3827	-0,9757
0,8000	45,0000	48,0000	3,0000	0,9659	0,2588	0,4673
0,7000	37,5000	48,0000	10,5000	0,6088	0,7934	-0,3549
0,6000	30,0000	48,0000	18,0000	0,0000	1,0000	-0,9421
0,5000	22,5000	48,0000	25,5000	-0,6088	0,7934	-0,8052
0,4000	15,0000	48,0000	33,0000	-0,9659	0,2588	-0,0240
0,3000	7,5000	48,0000	40,5000	-0,9239	-0,3827	-0,9720
0,2500	3,7500	48,0000	44,2500	-0,7518	-0,6593	-0,9098
0,2000	0,0000	48,0000	48,0000	-0,5000	-0,8660	0,0000

r/R	delta s (graus)	teta (graus)	diff. ang. (graus)	coseno	seno (4. diff. ang)	A(4) Real
1,0000	60,0000	48,0000	-12,0000	0,6691	-0,7431	-0,5984
0,9500	56,2500	48,0000	-8,2500	0,8387	-0,5446	-0,7968
0,9000	52,5000	48,0000	-4,5000	0,9511	-0,3090	-0,9869
0,8000	45,0000	48,0000	3,0000	0,9781	0,2079	-0,7731
0,7000	37,5000	48,0000	10,5000	0,7431	0,6691	-0,0863
0,6000	30,0000	48,0000	18,0000	0,3090	0,9511	0,6289
0,5000	22,5000	48,0000	25,5000	-0,2079	0,9781	0,9934
0,4000	15,0000	48,0000	33,0000	-0,6691	0,7431	0,7967
0,3000	7,5000	48,0000	40,5000	-0,9511	0,3090	0,4756
0,2500	3,7500	48,0000	44,2500	-0,9986	0,0523	1,0000
0,2000	0,0000	48,0000	48,0000	-0,9781	-0,2079	0,0000

r/R	delta s (graus)	teta (graus)	diff. ang. (graus)	coseno	seno (3. diff. ang)	A(3) Real
1,0000	60,0000	48,0000	-12,0000	0,8090	-0,5878	-0,7257
0,9500	56,2500	48,0000	-8,2500	0,9081	-0,4187	-0,7745
0,9000	52,5000	48,0000	-4,5000	0,9724	-0,2334	-0,9319
0,8000	45,0000	48,0000	3,0000	0,9877	0,1564	-0,9718
0,7000	37,5000	48,0000	10,5000	0,8526	0,5225	-0,7131
0,6000	30,0000	48,0000	18,0000	0,5878	0,8090	0,4579
0,5000	22,5000	48,0000	25,5000	0,2334	0,9724	-0,2121
0,4000	15,0000	48,0000	33,0000	-0,1564	0,9877	-0,6548
0,3000	7,5000	48,0000	40,5000	-0,5225	0,8526	-0,9560
0,2500	3,7500	48,0000	44,2500	-0,6788	0,7343	-1,0000
0,2000	0,0000	48,0000	48,0000	-0,8090	0,5878	0,0000

TAB. 28		(1) (N/m)	(2) (N/m)	(3) (N/m)	(4) (N/m)	(5) (N/m)	(6) (N/m)	(7) (N/m)	(8) (N/m)	sen beta	cos beta
0,2000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,7553	0,6553
0,2500	4369,2	4748,0	6001,0	801,3	1598,4	46,1	1244,9	567,9	0,0	0,7103	0,7039
0,3000	11290,4	13582,2	7457,3	1073,9	734,5	439,3	1101,9	572,8	0,0	0,6588	0,7523
0,4000	31062,8	33396,5	9681,6	5695,2	4172,7	3603,7	379,6	1652,7	0,0	0,5812	0,8138
0,5000	51060,0	52429,2	9839,8	13591,9	9748,4	6996,9	2556,0	3850,8	0,0	0,5168	0,8561
0,6000	68155,3	68491,1	3641,2	22514,4	11216,5	10940,2	5245,0	7755,4	0,0	0,4649	0,8854
0,7000	82650,4	72849,8	8221,5	29774,3	8576,8	14439,1	6730,3	10613,5	0,0	0,4139	0,9103
0,8000	95101,3	72747,1	21225,1	28498,0	1827,7	13456,6	6216,0	10959,3	0,0	0,3700	0,9290
0,9000	98333,0	69150,5	29465,7	25648,0	5939,9	10683,1	1744,6	6259,6	0,0	0,3367	0,9416
0,9500	89819,1	57122,3	31357,1	20549,1	7300,2	8311,5	839,2	4434,0	0,0	0,3235	0,9462
1,0000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,3116	0,9502

C.3 - Tabela 28: Cálculo do Rf por unidade de comprimento:

TABELA 27b		harmônico				8,0000	A(8)
r/R	delta s (graus)	teta (graus)	diff. ang. (graus)	coseno (8. diff. ang)	seno (8. diff. ang)	Real	
0,2000	0,0000	48,0000	48,0000	0,9135	0,4067	0,0000	
0,2500	3,7500	48,0000	44,2500	0,9945	-0,1045	-0,9969	
0,3000	7,5000	48,0000	40,5000	0,8090	-0,5878	0,3918	
0,4000	15,0000	48,0000	33,0000	-0,1045	-0,9945	0,3386	
0,5000	22,5000	48,0000	25,5000	-0,9135	-0,4067	-0,9319	
0,6000	30,0000	48,0000	18,0000	-0,8090	0,5878	-0,3900	
0,7000	37,5000	48,0000	10,5000	0,1045	0,9945	0,9042	
0,8000	45,0000	48,0000	3,0000	0,9135	0,4067	0,1808	
0,9000	52,5000	48,0000	-4,5000	0,8090	-0,5878	-0,9772	
0,9500	56,2500	48,0000	-8,2500	0,4067	-0,9135	-0,6778	
1,0000	60,0000	48,0000	-12,0000	-0,1045	-0,9945	0,3145	

TABELA 27a		harmônico				7,0000	A(7)
r/R	delta s (graus)	teta (graus)	diff. ang. (graus)	coseno (7. diff. ang)	seno (7. diff. ang)	Real	
0,2000	0,0000	48,0000	48,0000	0,9135	-0,4067	0,0000	
0,2500	3,7500	48,0000	44,2500	0,6394	-0,7688	0,9060	
0,3000	7,5000	48,0000	40,5000	0,2334	-0,9724	0,9693	
0,4000	15,0000	48,0000	33,0000	-0,6293	-0,7771	0,9279	
0,5000	22,5000	48,0000	25,5000	-0,9997	0,0262	0,7734	
0,6000	30,0000	48,0000	18,0000	-0,5878	0,8090	-0,3561	
0,7000	37,5000	48,0000	10,5000	0,2840	0,9588	-0,9952	
0,8000	45,0000	48,0000	3,0000	0,9336	0,3584	-0,1687	
0,9000	52,5000	48,0000	-4,5000	0,8526	-0,5225	0,8224	
0,9500	56,2500	48,0000	-8,2500	0,5336	-0,8457	0,5654	
1,0000	60,0000	48,0000	-12,0000	0,1045	-0,9945	0,1103	

TAB.	r/R	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	Total	Mbz2	Mbz1	Vx1	Vz2 (N)	Mbz2(N,m)
32b	r/R	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)
1,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,95	-22691	-11101	-1078	6978	-4057	-319	1022	-1855	-33101	0	0	0	0,5	0	-94198
0,90	-25846	-23214	775	6583	-4913	4399	-868	-4490	-4449	-4490	-4490	4,0	2,0	-107580	-17796
0,80	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-278546	-83564
0,70	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-278546	-83564
0,60	-25846	-23214	775	6583	-4913	4399	-868	-4490	-4449	-4490	-4490	4,0	2,0	-107580	-17796
0,50	-22691	-11101	-1078	6978	-4057	-319	1022	-1855	-33101	0	0	0	1,0	-33101	0
0,40	-16901	162	-3684	2637	-58	-2012	205	325	-19326	0	0	0	1,0	-19326	0
0,30	-22691	-11101	-1078	6978	-4057	-319	1022	-1855	-33101	0	0	0	4,0	-132405	-13241
0,20	-25846	-23214	775	6583	-4913	4399	-868	-4490	-4490	-4490	-4490	2,0	2,0	-88979	-17796
0,10	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-215161	-64548
0,00	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-215161	-64548
0,95	-59450	-44039	-22980	-15492	-4863	-5847	449	-2844	-155066	-69460	-27784	2,0	2,0	-106034	-47715
0,90	-64972	-59654	-25855	-23834	-5457	-10058	1351	-5760	-194239	-77696	-87408	1,5	1,5	-104190	-41676
0,80	-66329	-67569	-19163	-20469	794	-2964	-974	1840	-174835	-52450	-53525	4,0	4,0	-278546	-83564
0,70	-59262	-62027	-5337	-2339	-2771	10800	-6098	8736	-118298	-23660	-21432	2,0	2,0	-107580	-17796
0,60	-49221	-44208	1476	12536	8378	-1653	-2678	-84726	-8473	-8473	-6635	4,0	4,0	-338904	-33890
0,50	-37587	-18389	-1786	11559	-6720	-528	1692	-3072	-54831	0	0	0	1,0	-54831	0
0,40	-23664	227	-5159	3692	-82	-2817	287	455	-27060	0	0	0	1,0	-27060	0
0,30	-22691	-11101	-1078	6978	-4057	-319	1022	-1855	-33101	0	0	0	4,0	-132405	-13241
0,20	-25846	-23214	775	6583	-4913	4399	-868	-4490	-4490	-4490	-4490	2,0	2,0	-88979	-17796
0,10	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-215161	-64548
0,00	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-215161	-64548
1,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0
0,95	-59450	-44039	-22980	-15492	-4863	-5847	449	-2844	-155066	-69460	-27784	2,0	2,0	-106034	-47715
0,90	-64972	-59654	-25855	-23834	-5457	-10058	1351	-5760	-194239	-77696	-87408	1,5	1,5	-104190	-41676
0,80	-66329	-67569	-19163	-20469	794	-2964	-974	1840	-174835	-52450	-53525	4,0	4,0	-278546	-83564
0,70	-59262	-62027	-5337	-2339	-2771	10800	-6098	8736	-118298	-23660	-21432	2,0	2,0	-107580	-17796
0,60	-49221	-44208	1476	12536	8378	-1653	-2678	-84726	-8473	-8473	-6635	4,0	4,0	-338904	-33890
0,50	-37587	-18389	-1786	11559	-6720	-528	1692	-3072	-54831	0	0	0	1,0	-54831	0
0,40	-23664	227	-5159	3692	-82	-2817	287	455	-27060	0	0	0	1,0	-27060	0
0,30	-22691	-11101	-1078	6978	-4057	-319	1022	-1855	-33101	0	0	0	4,0	-132405	-13241
0,20	-25846	-23214	775	6583	-4913	4399	-868	-4490	-4490	-4490	-4490	2,0	2,0	-88979	-17796
0,10	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-215161	-64548
0,00	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-215161	-64548
1,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0
0,95	-59450	-44039	-22980	-15492	-4863	-5847	449	-2844	-155066	-69460	-27784	2,0	2,0	-106034	-47715
0,90	-64972	-59654	-25855	-23834	-5457	-10058	1351	-5760	-194239	-77696	-87408	1,5	1,5	-104190	-41676
0,80	-66329	-67569	-19163	-20469	794	-2964	-974	1840	-174835	-52450	-53525	4,0	4,0	-278546	-83564
0,70	-59262	-62027	-5337	-2339	-2771	10800	-6098	8736	-118298	-23660	-21432	2,0	2,0	-107580	-17796
0,60	-49221	-44208	1476	12536	8378	-1653	-2678	-84726	-8473	-8473	-6635	4,0	4,0	-338904	-33890
0,50	-37587	-18389	-1786	11559	-6720	-528	1692	-3072	-54831	0	0	0	1,0	-54831	0
0,40	-23664	227	-5159	3692	-82	-2817	287	455	-27060	0	0	0	1,0	-27060	0
0,30	-22691	-11101	-1078	6978	-4057	-319	1022	-1855	-33101	0	0	0	4,0	-132405	-13241
0,20	-25846	-23214	775	6583	-4913	4399	-868	-4490	-4490	-4490	-4490	2,0	2,0	-88979	-17796
0,10	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-215161	-64548
0,00	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-215161	-64548
1,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0
0,95	-59450	-44039	-22980	-15492	-4863	-5847	449	-2844	-155066	-69460	-27784	2,0	2,0	-106034	-47715
0,90	-64972	-59654	-25855	-23834	-5457	-10058	1351	-5760	-194239	-77696	-87408	1,5	1,5	-104190	-41676
0,80	-66329	-67569	-19163	-20469	794	-2964	-974	1840	-174835	-52450	-53525	4,0	4,0	-278546	-83564
0,70	-59262	-62027	-5337	-2339	-2771	10800	-6098	8736	-118298	-23660	-21432	2,0	2,0	-107580	-17796
0,60	-49221	-44208	1476	12536	8378	-1653	-2678	-84726	-8473	-8473	-6635	4,0	4,0	-338904	-33890
0,50	-37587	-18389	-1786	11559	-6720	-528	1692	-3072	-54831	0	0	0	1,0	-54831	0
0,40	-23664	227	-5159	3692	-82	-2817	287	455	-27060	0	0	0	1,0	-27060	0
0,30	-22691	-11101	-1078	6978	-4057	-319	1022	-1855	-33101	0	0	0	4,0	-132405	-13241
0,20	-25846	-23214	775	6583	-4913	4399	-868	-4490	-4490	-4490	-4490	2,0	2,0	-88979	-17796
0,10	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-215161	-64548
0,00	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-215161	-64548
1,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0
0,95	-59450	-44039	-22980	-15492	-4863	-5847	449	-2844	-155066	-69460	-27784	2,0	2,0	-106034	-47715
0,90	-64972	-59654	-25855	-23834	-5457	-10058	1351	-5760	-194239	-77696	-87408	1,5	1,5	-104190	-41676
0,80	-66329	-67569	-19163	-20469	794	-2964	-974	1840	-174835	-52450	-53525	4,0	4,0	-278546	-83564
0,70	-59262	-62027	-5337	-2339	-2771	10800	-6098	8736	-118298	-23660	-21432	2,0	2,0	-107580	-17796
0,60	-49221	-44208	1476	12536	8378	-1653	-2678	-84726	-8473	-8473	-6635	4,0	4,0	-338904	-33890
0,50	-37587	-18389	-1786	11559	-6720	-528	1692	-3072	-54831	0	0	0	1,0	-54831	0
0,40	-23664	227	-5159	3692	-82	-2817	287	455	-27060	0	0	0	1,0	-27060	0
0,30	-22691	-11101	-1078	6978	-4057	-319	1022	-1855	-33101	0	0	0	4,0	-132405	-13241
0,20	-25846	-23214	775	6583	-4913	4399	-868	-4490	-4490	-4490	-4490	2,0	2,0	-88979	-17796
0,10	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-215161	-64548
0,00	-26947	-28204	-2427	-1064	-1260	4911	-2773	3972	-53790	-10758	-20891	4,0	4,0	-215161	-64548
1,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0
0,95	-59450	-44039	-22980	-15492	-4863	-5847	449	-2844	-155066	-69460	-27784	2,0	2,0	-106034	-47715
0,9															

D - (ALCUIO DE TENSÕES ALTERNADAS:

D.1 - Tensão normal alternada:

#R	Mbz1 (N.m)	Mbz2 (N.m)	beta I (graus)	Mbi (N.m)	Ponto A (dorso): o=ob	Ponto B (face): o=ob
0,2000	-476157	-196523	49,0550	-460484	-5430232 / (c.10^2)	5430232 / (c.10^2)
0,3000	-390014	-158474	41,2119	-397809	-4691147 / (c.10^2)	4691147 / (c.10^2)
0,4000	-296502	-118504	35,5344	-310157	-3657509 / (c.10^2)	3657509 / (c.10^2)
0,5000	-223405	-86676	31,1194	-236051	-2783625 / (c.10^2)	2783625 / (c.10^2)
0,6000	-143056	-54195	27,7040	-151851	-1790700 / (c.10^2)	1790700 / (c.10^2)
0,7000	-84010	-15354	24,4513	-82831	-976776 / (c.10^2)	976776 / (c.10^2)
0,8000	-31726	-5673	21,7174	-31573	-372322 / (c.10^2)	372322 / (c.10^2)
0,9000	-6332	-2165	19,6771	-6691	-78904 / (c.10^2)	78904 / (c.10^2)
1,0000	0	0	18,1543	0	0 / (c.10^2)	0 / (c.10^2)

#R	to (m)	c (m)	sigma A (kgf/cm2)	sigma B (kgf/cm2)
0,2000	0,2800	1,4091	-501	501
0,3000	0,2646	1,6653	-410	410
0,4000	0,2373	1,8536	-357	357
0,5000	0,2009	1,9712	-357	357
0,6000	0,1603	2,0132	-353	353
0,7000	0,1197	1,9649	-354	354
0,8000	0,0840	1,7948	-300	300
0,9000	0,0560	1,4203	-181	181
1,0000	0,0462	0,0000	0	0

D.2 - Tensão de cisalhamento alternada:

#R	Vx1 (N)	Vz2 (N)	Mbz1 (N.m)	beta I	VI	Ponto A (dorso): t=vt+tt	Ponto B (face): t=vt+tt
0,2000	-245556	-109147	-442582	49,0550	-257761	-398991 / (w.c) + -221291	-398991 / (w.c) + 221291
0,3000	-245236	-107875	-378926	41,2119	-242725	-375716 / (w.c) + -189463	-375716 / (w.c) + 189463
0,4000	-235160	-101848	-299283	35,5344	-219554	-339850 / (w.c) + -149641	-339850 / (w.c) + 149641
0,5000	-225302	-94198	-236141	31,1194	-197083	-305068 / (w.c) + -118070	-305068 / (w.c) + 118070
0,6000	-196530	-78956	-156486	27,7040	-161272	-249635 / (w.c) + -78243	-249635 / (w.c) + 78243
0,7000	-165565	-31649	-96203	24,4513	-97341	-150676 / (w.c) + -48101	-150676 / (w.c) + 48101
0,8000	-111042	-20269	-37269	21,7174	-59920	-92750 / (w.c) + -18635	-92750 / (w.c) + 18635
0,9000	-47513	-16423	-7868	19,6771	-31462	-48700 / (w.c) + -3934	-48700 / (w.c) + 3934
1,0000	0	0	0	18,1543	0	0 / (w.c) + 0	0 / (w.c) + 0

#R	to (m)	c (m)	tau (kgf/cm2)	tau (kgf/cm2)	tau (kgf/cm2)	tau (kgf/cm2)	tau (kgf/cm2)
0,2000	0,2800	1,4091	-10,31	-19,03	-29,34	-10,31	19,03
0,3000	0,2646	1,6653	-8,69	-10,01	-18,70	-8,69	10,01
0,4000	0,2373	1,8536	-7,88	-5,79	-13,66	-7,88	5,79
0,5000	0,2009	1,9712	-7,85	-3,82	-11,67	-7,85	3,82
0,6000	0,1603	2,0132	-7,89	-2,39	-10,27	-7,89	2,39
0,7000	0,1197	1,9649	-6,53	-1,58	-8,11	-6,53	1,58
0,8000	0,0840	1,7948	-6,27	-0,81	-7,08	-6,27	0,81
0,9000	0,0560	1,4203	-6,24	-0,34	-6,58	-6,24	0,34
1,0000	0,0462	0,0000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

D - Determinação das tensões principais alternadas e aplicação de um critério de resistência (Von Mises)

TAB. 42	Ponto A (dorso)				Ponto B (face)			
	σ	τ	σ_1	σ_2	σ	τ	σ_1	σ_2
0,2000	-501,06	-29,34	1,71	-502,77	503,63	8,72	501,06	0,00
0,4000	-410,15	-18,70	0,85	-411,00	411,42	1,32	410,15	0,00
0,5000	-357,19	-13,66	0,52	-357,72	357,98	-2,09	357,21	-0,01
0,6000	-352,86	-10,27	0,30	-353,16	353,31	-5,50	352,94	-0,09
0,7000	-353,67	-8,11	0,19	-353,86	353,95	-4,95	353,74	-0,07
0,8000	-299,69	-7,08	0,17	-299,86	299,94	-5,47	299,79	-0,10
0,9000	-180,58	-6,58	0,24	-180,82	180,94	-5,90	180,77	-0,19
1,0000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

PARTE V - COMPOSIÇÃO DAS TENSÕES ALTERNADAS COM AS TENSÕES CONTÍNUAS

TAB. 43	Ponto A (dorso)				Ponto B (face)			
	requi cte (-)	requi alt	calt. max	requi cte (+)	requi alt	calt. max	requi cte (-)	requi alt
0,2000	451,41	503,63	608,40	512,41	501,28	558,92	558,92	564,80
0,3000	349,17	411,42	608,40	400,57	410,15	569,72	569,72	575,46
0,4000	296,32	357,97	608,40	341,09	357,21	575,46	575,46	578,15
0,5000	273,80	357,22	608,40	313,21	356,72	578,15	578,15	579,23
0,6000	267,78	353,30	608,40	302,07	352,98	579,23	579,23	579,90
0,7000	266,15	353,94	608,40	295,16	353,77	579,90	579,90	583,69
0,8000	233,25	299,94	608,40	255,84	299,84	583,69	583,69	596,14
0,9000	114,02	180,94	608,40	126,94	180,87	596,14	596,14	604,68
1,0000	0,00	0,00	608,40	0,00	0,00	604,68	604,68	608,40

A12.3 - COMENTÁRIOS SOBRE OS RESULTADOS

○ exemplo calculado nesta planilha é referente a um propulsor semelhante ao

projetado na referência 5. Em virtude desta referência não apresentar todos os dados necessários ao cálculo estrutural, foi necessário se estimar alguns dados (esteira média, por exemplo) e se projetar um propulsor pela TLS, utilizando o máximo possível de dados da referência. Este propulsor, projetado desta forma, utilizou uma distribuição de circulação ótima, não sendo portanto, exatamente igual ao propulsor desenvolvido na referência 5 (que usou uma distribuição de circulação em que se descarrega a ponta da lâmina, o que provoca uma distribuição de passos diferente). Os resultados do cálculo estrutural destes propulsores estão mostrados na figura A12.1 (esta figura corresponde à figura 12 apresentada por BOSWELL e COX⁵). O ponto de projeto estrutural apresentado na referência 5 possui os seguintes níveis de tensão:

$$\sigma \approx 10300 \text{ lb/pol}^2 \approx 752 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$\sigma \approx 6300 \text{ lb/pol}^2 \approx 460 \text{ Kgf/cm}^2$$

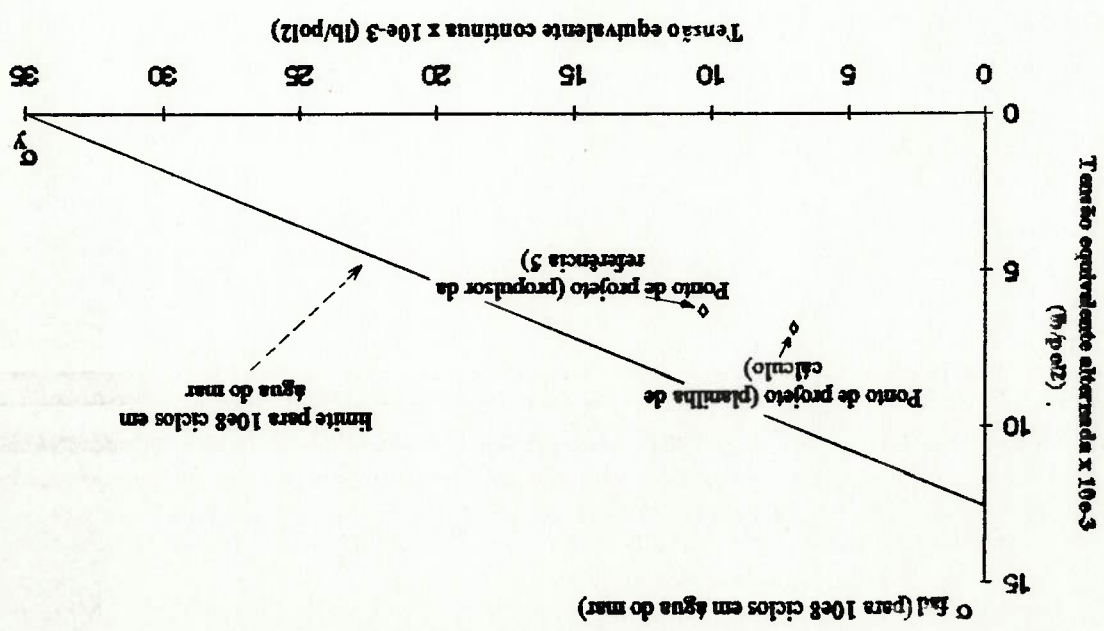
Quando ao propulsor projetado pela TLS com distribuição de circulação ótima, chegou-se a:

$$\sigma \approx 7018 \text{ lb/pol}^2 \approx 512 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$\sigma \approx 6866 \text{ lb/pol}^2 \approx 501 \text{ Kgf/cm}^2$$

As diferenças entre os níveis de tensões destes propulsores é provocado, provavelmente, pelas imprecisões na esteira média, pelo uso da distribuição de circulação ótima no propulsor calculado pela planilha (com um carregamento diferente do propulsor da referência 5) e pelo uso de uma distribuição de passos diferente.

Figura A12.1 - Tensões contínuas e alternadas, calculadas na planilha, para um propulsor similar ao projetado ao projetado na referência 5



ANEXO 13 - REGRESSÕES OBTIDAS PARA O CÁLCULO DO DIÂMETRO ÓTIMO A PARTIR DA SÉRIE DE WAGENINGEN

No capítulo 8 (item 8.1), foi apresentado o desenvolvimento de uma

formulação que permite se estimar o valor do diâmetro ótimo de um propulsor para uma determinada potência e rotação do eixo. Esta formulação é similar a fórmula de Burtner para estimar o diâmetro ótimo (equação 8.3, capítulo 8). Porém, permite uma flexibilidade maior, visto que introduz no cálculo alguns parâmetros geométricos do propulsor, como o número de lâminas e as razões Ae/Ao e P/D. A formulação desenvolvida (equação 8.14) depende do

coeficiente C_1 , que é função dos parâmetros citados.

O objetivo deste anexo é apresentar a estimativa do coeficiente C_1 , que

relaciona o diâmetro ótimo com o BHP e a rotação, conforme a equação 8.14, desenvolvida

no capítulo 8 e transcrita abaixo:

$$D = C_1 \cdot \frac{BHP^{0.2}}{n^{0.6}}, \text{ (BHP em HP, } n \text{ em rpm e } D \text{ em ft)}$$

(equação 8.14)

O coeficiente C_1 é expresso por:

$$C_1 = 35.77 \cdot \left(\frac{e_{po}}{J \cdot K_I} \right)^{0.2}$$

(equação 8.13)

O cálculo deste coeficiente será feito a partir da série de Wageningen

(KUIPERS³²), obtendo-se os valores de K_I e e_{po} correspondentes ao valor do coeficiente de

avanço J igual a 95% do valor do J correspondente ao rendimento máximo. Isto será feito

para os diversos valores de número de lâminas e razões Ae/Ao e P/D desta série. Os

resultados serão expressos por equações de regressão de segundo grau, desenvolvidas pelo

método dos mínimos quadrados. Tem-se, portanto, a partir de levantamentos feitos na série

de Wageningen, os seguintes valores e expressões para o cálculo de C_1 :

a - Propulsores de 4 lâminas:

a 1 - Hélice B4.40:

Equação de regressão: $C_1 = 8.522(P/D)^2 - 32.809(P/D) + 76.072$

(A13.1)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	Kt	epo	CI
0,5	0,387	0,083	0,506	62,086
0,6	0,469	0,096	0,566	59,346
0,7	0,553	0,107	0,612	57,075
0,8	0,641	0,117	0,648	55,059
0,9	0,731	0,125	0,676	53,376
1,0	0,821	0,133	0,698	51,838
1,1	0,910	0,140	0,714	50,492
1,2	0,996	0,149	0,727	49,151
1,3	1,077	0,159	0,738	47,908
1,4	1,158	0,170	0,752	46,766
1,5	1,242	0,179	0,774	45,906

a 2 - Hélice B4.55:

Equação de regressão: $C_1 = 9.335(P/D)^2 - 34.096(P/D) + 77.069$

(A13.2)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	Kt	epo	CI
0,5	0,375	0,080	0,491	62,562
0,6	0,460	0,093	0,561	59,850
0,7	0,548	0,103	0,613	57,635
0,8	0,637	0,112	0,651	55,663
0,9	0,727	0,120	0,680	53,936
1,0	0,817	0,128	0,701	52,333
1,1	0,907	0,135	0,718	50,951
1,2	0,998	0,141	0,731	49,732
1,3	1,086	0,148	0,743	48,585
1,4	1,175	0,156	0,758	47,514
1,5	1,272	0,159	0,783	46,892

P/D	J (95%)	Kt	epo	CI
0,5	0,328	0,082	0,397	61,283
0,6	0,423	0,094	0,489	59,086
0,7	0,513	0,106	0,556	56,944
0,8	0,603	0,116	0,605	55,070
0,9	0,684	0,130	0,638	53,050
1,0	0,770	0,139	0,664	51,529
1,1	0,865	0,144	0,685	50,302
1,2	0,945	0,155	0,699	48,895
1,3	1,045	0,156	0,715	48,076
1,4	1,131	0,164	0,727	47,007
1,5	1,226	0,169	0,744	46,191

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

Equação de regressão: $C_1 = 8,671(P/D)^2 - 32,386(P/D) + 75,342$

(A13.4)

a.4 - Helice B4.85:

P/D	J (95%)	Kt	epo	CI
0,5	0,355	0,080	0,452	62,213
0,6	0,443	0,093	0,533	59,688
0,7	0,532	0,104	0,592	57,464
0,8	0,620	0,114	0,635	55,490
0,9	0,713	0,121	0,667	53,848
1,0	0,803	0,128	0,690	52,348
1,1	0,893	0,135	0,707	50,953
1,2	0,979	0,143	0,720	49,632
1,3	1,074	0,147	0,735	48,653
1,4	1,169	0,151	0,750	47,772
1,5	1,264	0,156	0,772	46,997

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

Equação de regressão: $C_1 = 9,251(P/D)^2 - 33,482(P/D) + 76,494$

(A13.3)

a.3 - Helice B4.70:

a 5 - Hélice B4.100:

Equação de regressão: $C_1 = 7.088(P/D)^2 - 29.181(P/D) + 72.855$ (A13.5)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	Kt	epo	C1
0,5	0,300	0,084	0,338	60,120
0,6	0,390	0,100	0,435	57,943
0,7	0,481	0,114	0,509	55,854
0,8	0,569	0,127	0,563	53,931
0,9	0,656	0,139	0,604	52,209
1,0	0,743	0,149	0,634	50,711
1,1	0,829	0,158	0,657	49,384
1,2	0,916	0,166	0,675	48,192
1,3	1,001	0,175	0,689	47,040
1,4	1,086	0,184	0,700	45,963
1,5	1,168	0,196	0,709	44,844

a 6 - Equação geral para propulsores de 4 lâminas:

Considerando que os coeficientes das equações de C_1 x P/D dos propulsores

de 4 lâminas podem ser aproximados por uma distribuição de segundo grau, em relação ao

coeficiente A_e/A_o , tem-se a seguinte equação geral de C_1 para estes propulsores:

$$C_1 (g = 4) = \left[-16.787(A_e/A_o)^2 + 21.148(A_e/A_o) + 2.751 \right] \cdot (P/D)^2 + \left[30.051(A_e/A_o)^2 - 36.094(A_e/A_o) - 23.202 \right] \cdot (P/D) + \left[-23.952(A_e/A_o)^2 + 28.093(A_e/A_o) + 68.716 \right]$$

(A13.6)

b - Propulsores de 5 lâminas:

b.1 - Hélice B5.45:

Equação de regressão: $C_1 = 9.092(P/D)^2 - 33.418(P/D) + 74.984$

(A13.7)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	K1	epo	C1
0,5	0,376	0,090	0,477	60,721
0,6	0,457	0,103	0,535	58,162
0,7	0,540	0,116	0,582	55,864
0,8	0,627	0,127	0,620	53,924
0,9	0,715	0,137	0,651	52,243
1,0	0,806	0,146	0,677	50,757
1,1	0,894	0,155	0,696	49,398
1,2	0,980	0,165	0,711	48,101
1,3	1,064	0,176	0,723	46,866
1,4	1,151	0,185	0,736	45,840
1,5	1,256	0,185	0,762	45,360

b.2 - Hélice B5.60:

Equação de regressão: $C_1 = 10.014(P/D)^2 - 35.125(P/D) + 76.289$

(A13.8)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	K1	epo	C1
0,5	0,367	0,086	0,470	61,391
0,6	0,451	0,100	0,538	58,727
0,7	0,537	0,112	0,590	56,474
0,8	0,625	0,123	0,631	54,496
0,9	0,714	0,133	0,663	52,761
1,0	0,806	0,141	0,689	51,292
1,1	0,895	0,149	0,708	49,949
1,2	0,983	0,158	0,722	48,639
1,3	1,072	0,166	0,733	47,477
1,4	1,166	0,172	0,747	46,530
1,5	1,284	0,167	0,774	46,239

b.3 - Helice B5.75:

Equação de regressão: $C_1 = 10.129(P/D)^2 - 35.175(P/D) + 76.249$

(A13.9)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	Ki	epo	C1
0,5	0,351	0,085	0,443	61,356
0,6	0,438	0,100	0,522	58,716
0,7	0,525	0,113	0,580	56,436
0,8	0,614	0,124	0,624	54,480
0,9	0,703	0,134	0,658	52,766
1,0	0,793	0,142	0,685	51,327
1,1	0,883	0,150	0,705	49,974
1,2	0,972	0,158	0,719	48,708
1,3	1,061	0,165	0,730	47,593
1,4	1,157	0,170	0,742	46,649
1,5	1,275	0,164	0,765	46,364

b.4 - Helice B5.90:

Equação de regressão: $C_1 = 9.605(P/D)^2 - 34.252(P/D) + 75.456$

(A13.10)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	Ki	epo	C1
0,5	0,331	0,085	0,402	60,886
0,6	0,419	0,101	0,489	58,354
0,7	0,507	0,116	0,553	55,998
0,8	0,598	0,127	0,602	54,117
0,9	0,684	0,139	0,638	52,344
1,0	0,772	0,149	0,666	50,822
1,1	0,861	0,157	0,688	49,529
1,2	0,948	0,165	0,703	48,312
1,3	1,037	0,172	0,715	47,219
1,4	1,129	0,177	0,723	46,261
1,5	1,234	0,177	0,737	45,620

b.5 - Hélice BS.105:

Equação de regressão: $C_1 = 8,680(P/D)^2 - 32,432(P/D) + 73,889$ (A13.11)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	Kt	epo	C1
0,5	0,307	0,086	0,352	60,048
0,6	0,397	0,104	0,445	57,547
0,7	0,486	0,120	0,515	55,299
0,8	0,573	0,135	0,567	53,277
0,9	0,660	0,147	0,607	51,616
1,0	0,746	0,158	0,638	50,142
1,1	0,832	0,168	0,662	48,821
1,2	0,918	0,176	0,679	47,667
1,3	1,003	0,184	0,690	46,566
1,4	1,090	0,191	0,696	45,535
1,5	1,179	0,198	0,699	44,543

b.6 - Equação geral para propulsores de 5 lâminas:

Considerando que os coeficientes das equações de C_1 x P/D dos propulsores

de 5 lâminas podem ser aproximados por uma distribuição de segundo grau, em relação ao

coeficiente A_e/A_0 , tem-se a seguinte equação geral de C_1 para estes propulsores:

$$C_1(g = 5) = [-13,756(A_e/A_0)^2 + 19,811(A_e/A_0) + 3,002](P/D)^2 + [25,483(A_e/A_0)^2 - 36,327(A_e/A_0) - 22,316](P/D) + [-20,625(A_e/A_0)^2 + 28,923(A_e/A_0) + 66,211]$$

(A13.12)

c - Propulsores de 6 lâminas:

c.1 - Hélice B6.50:

Equação de regressão: $C_1 = 9.199(P/D)^2 - 33.314(P/D) + 73.927$

(A13.13)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	Kt	epo	C1
0,5	0,363	0,095	0,448	59,738
0,6	0,441	0,110	0,506	57,172
0,7	0,524	0,124	0,554	54,912
0,8	0,610	0,136	0,596	53,063
0,9	0,697	0,148	0,631	51,384
1,0	0,788	0,157	0,660	49,997
1,1	0,874	0,168	0,681	48,617
1,2	0,958	0,180	0,696	47,284
1,3	1,040	0,193	0,706	46,000
1,4	1,132	0,200	0,717	45,045
1,5	1,254	0,191	0,741	44,835

c.2 - Hélice B6.65:

Equação de regressão: $C_1 = 10.612(P/D)^2 - 36.160(P/D) + 75.646$

(A13.14)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	Kt	epo	C1
0,5	0,355	0,092	0,447	60,364
0,6	0,437	0,107	0,511	57,707
0,7	0,521	0,122	0,563	55,333
0,8	0,608	0,134	0,605	53,416
0,9	0,696	0,146	0,641	51,701
1,0	0,786	0,155	0,670	50,302
1,1	0,873	0,166	0,692	48,901
1,2	0,960	0,176	0,707	47,626
1,3	1,045	0,187	0,717	46,391
1,4	1,141	0,192	0,728	45,481
1,5	1,279	0,177	0,756	45,525

c.3 - Hélice B6.80:

$$\text{Equação de regressão: } C_1 = 11.667(P/D)^2 - 38.281(P/D) + 76.658$$

(A13.15)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	Kt	epo	C1
0,5	0,344	0,090	0,431	60,570
0,6	0,428	0,106	0,502	57,851
0,7	0,513	0,122	0,556	55,365
0,8	0,600	0,135	0,601	53,407
0,9	0,688	0,147	0,637	51,685
1,0	0,775	0,158	0,666	50,191
1,1	0,863	0,168	0,690	48,868
1,2	0,949	0,178	0,706	47,615
1,3	1,037	0,187	0,717	46,462
1,4	1,135	0,191	0,729	45,589
1,5	1,274	0,174	0,756	45,717

c.4 - Hélice B6.95:

$$\text{Equação de regressão: } C_1 = 12.475(P/D)^2 - 39.782(P/D) + 76.990$$

(A13.16)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	Kt	epo	C1
0,5	0,328	0,089	0,401	60,408
0,6	0,415	0,107	0,479	57,557
0,7	0,501	0,124	0,536	55,043
0,8	0,586	0,139	0,582	53,006
0,9	0,673	0,152	0,619	51,273
1,0	0,759	0,164	0,650	49,783
1,1	0,845	0,174	0,675	48,518
1,2	0,932	0,183	0,694	47,361
1,3	1,019	0,191	0,708	46,311
1,4	1,116	0,194	0,721	45,500
1,5	1,245	0,180	0,744	45,472

c.5 - Equação geral para propulsores de 6 lâminas:

Considerando que os coeficientes das equações de C_1 x P/D dos propulsores

de 6 lâminas podem ser aproximados por uma distribuição de segundo grau, em relação ao

coeficiente A_e/A_0 , tem-se a seguinte equação geral de C_1 para estes propulsores:

$$C_1(g=6) = \left[-6.722(A_e/A_0)^2 + 17.003(A_e/A_0) + 2.384 \right] (P/D)^2 + \left[14.944(A_e/A_0)^2 - 36.019(A_e/A_0) - 19.046 \right] (P/D) + \left[-15.411(A_e/A_0)^2 + 29.147(A_e/A_0) + 63.208 \right]$$

(A13.17)

d - Propulsores de 7 lâminas:

d.1 - Hélice B7.55:

Equação de regressão: $C_1 = 9.301(P/D)^2 - 33.416(P/D) + 73.058$

(A13.18)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	Kt	epo	C1
0,5	0,346	0,100	0,418	58,876
0,6	0,423	0,117	0,474	56,204
0,7	0,504	0,132	0,524	54,049
0,8	0,588	0,147	0,567	52,107
0,9	0,676	0,158	0,606	50,617
1,0	0,762	0,171	0,638	49,147
1,1	0,847	0,184	0,662	47,769
1,2	0,929	0,198	0,677	46,420
1,3	1,010	0,212	0,685	45,136
1,4	1,099	0,220	0,692	44,142
1,5	1,234	0,202	0,712	44,125

d.2 - Hélice B7.70:

Equação de regressão: $C_1 = 11.757(P/D)^2 - 38.417(P/D) + 75.576$

(A13.19)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	Kt	epo	C1
0,5	0,341	0,097	0,421	59,494
0,6	0,420	0,115	0,479	56,597
0,7	0,502	0,131	0,529	54,277
0,8	0,586	0,147	0,572	52,234
0,9	0,673	0,160	0,611	50,617
1,0	0,759	0,173	0,643	49,148
1,1	0,843	0,187	0,668	47,746
1,2	0,927	0,200	0,685	46,455
1,3	1,012	0,211	0,696	45,305
1,4	1,109	0,216	0,707	44,415
1,5	1,261	0,191	0,736	44,724

d 3 - Hélice B7.85:

Equação de regressão: $C_1 = 14.328(P/D)^2 - 43.448(P/D) + 77.818$ (A13.20)

Dados levantados a partir da série de Wageningen:

P/D	J (95%)	Ki	epo	C1
0,5	0,334	0,094	0,414	59,916
0,6	0,414	0,114	0,474	56,741
0,7	0,496	0,132	0,523	54,201
0,8	0,580	0,149	0,566	52,091
0,9	0,664	0,164	0,603	50,371
1,0	0,750	0,178	0,636	48,878
1,1	0,835	0,190	0,664	47,628
1,2	0,920	0,202	0,686	46,447
1,3	1,006	0,213	0,702	45,351
1,4	1,108	0,214	0,719	44,655
1,5	1,264	0,187	0,758	45,158

d 4 - Equação geral para propulsores de 7 lâminas:

Considerando que os coeficientes das equações de C_1 x P/D dos propulsores

de 7 lâminas podem ser aproximados por uma distribuição de segundo grau, em relação ao

coeficiente A_e/A_o , tem-se a seguinte equação geral de C_1 para estes propulsores:

$$C_1(g=7) = [2.556(A_e/A_o)^2 + 13.179(A_e/A_o) + 1.280](P/D)^2 + [-0.667(A_e/A_o)^2 - 32.507(A_e/A_o) - 15.336](P/D) + [-6.133(A_e/A_o)^2 + 24.453(A_e/A_o) + 61.464] \quad (A13.21)$$

Utilizando-se as equações de $C_1 = f(A_e/A_o, P/D)$ (equações A13.6, A13.12,

A13.17 e A13.21) desenvolvidas para propulsores de 4, 5, 6 e 7 lâminas, tem-se que a

diferença máxima entre o valor de C_1 calculado e o apresentado nas tabelas acima foi igual a

-0.95 %, para o hélice B7.70, na razão $P/D = 1.4$ (C_1 calculado = 44.836 e C_1 tabelado =

44.415).

A14.1 - DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA DA LÂMINA

Um aspecto importante no uso da TSS é a definição geométrica de parâmetros que descrevam a superfície aonde serão colocadas as singularidades que representam o escoamento sobre a lâmina. Como esta ainda não está definida, torna-se necessário o uso de uma superfície de referência, com um ângulo de passo em relação a eixos coordenados, sobre a qual será definida a geometria inicial da lâmina. Para isto, os seguintes itens devem ser definidos:

- Sistema de coordenadas a ser usado;
- Ângulo de passo da superfície de referência, (aonde serão distribuídas as singularidades);
- Calçamento ou rake do propulsor;
- Coordenadas do bordo de ataque e do bordo de fuga (definição do skew); e
- Superfície de referência da esteira do propulsor;

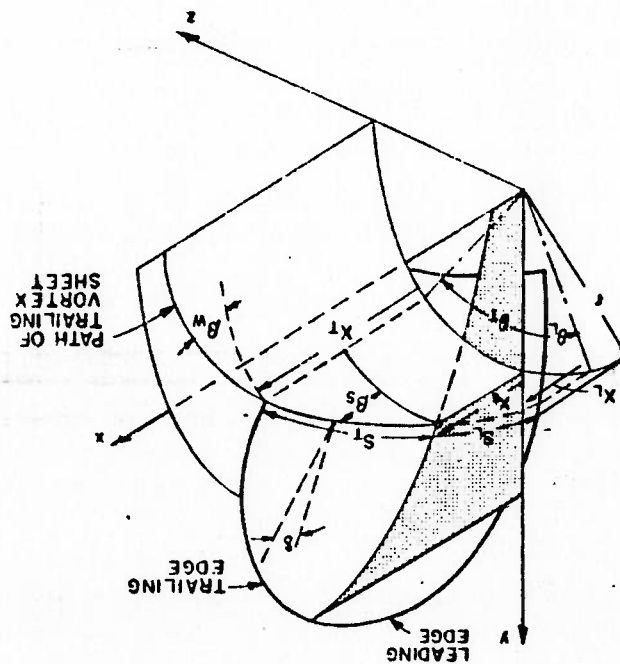
a) Sistema de coordenadas a ser usado:

O sistema de coordenadas a ser usado será o cartesiano, definindo-se o eixo x como sendo coincidente com o eixo de rotação do propulsor, com sinal positivo no sentido proa-popa. A localização da origem e os eixos y e z são arbitrários. Este sistema de coordenadas acompanha o movimento de rotação do propulsor. Também pode ser usado, quando conveniente, um sistema de coordenadas cilíndricas, com o ângulo θ medido a partir do plano xy. Estes sistemas de coordenadas são vistos na figura A14.1:

O projeto do propulsor visa determinar uma geometria que, ao se deslocar no meio fluido a uma dada velocidade, produza um certo empuxo. Inicialmente, esta geometria ainda esta indeterminada. Logo, é necessário arbitrar-se uma superfície de referência para a lamina, sobre a qual serão colocadas as singularidades que definirão a espessura (fontes) e o camber (vórtices). O ângulo de passo desta superfície de referência será denominado de β_s , conforme mostrado na figura A14.1, podendo o seu valor inicial ser arbitrado como sendo o ângulo de passo hidrodinâmico β_i , obtido a partir dos cálculos efetuados pela T.S. Através de um processo iterativo, o ângulo de passo da superfície de referência β_s tenderá ao ângulo de passo da linha que une o bordo de ataque ao bordo de fuga dos perfis em cada raio da lamina (ângulo este denominado de ϕ). Quando os ângulos β_s e ϕ coincidirem, a face e o dorso da lamina serão definidos, em relação à superfície de referência, pela meia espessura e pelo camber de cada perfil. Na figura A14.2 são mostrados estes ângulos:

b) Definição do ângulo de passo da superfície de referência

Figura A14.1 - Sistema de coordenadas cartesianas e cilíndrica usado na TSS (figura extraída da referência 29)



(A14.1)

$$\begin{aligned} x_T &= x_s + S_T \cdot \sin \beta_s \\ \theta_T &= \frac{S_T \cdot \cos \beta_s}{r} \end{aligned}$$

a) coordenadas do bordo de ataque:

Tem-se, deste modo, em coordenadas cilíndricas:

medidas na interseção de uma superfície cilíndrica de raio r com a superfície de referência, sendo respectivamente as distâncias do plano xy ao bordo de ataque e ao bordo de fuga, sobre a superfície de referência. Para isto, deve-se definir as distâncias $S_L(r)$ e $S_T(r)$ como As coordenadas do bordo de ataque e do bordo de fuga são determinadas

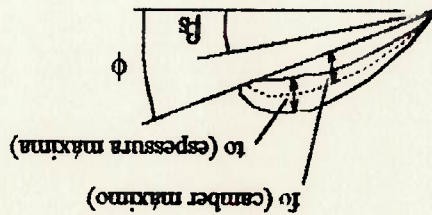
d) Coordenadas do bordo de ataque e do bordo de fuga:

ponto de interseção da superfície de referência com o plano xy e com um cilindro de raio r . referência em um determinado raio r também pode ser definido como a coordenada x do referência e o eixo y , em cada raio, é definido como o rake de referência $x_g(r)$. O rake de curva denominada de curva de referência do rake. O afastamento entre esta curva de pode-se verificar que a interseção do plano xy com a superfície de referência resulta em uma considerado será o plano yz , conforme pode ser visto na figura A14.1. Através desta figura, lâmina para vante ou para ré em relação a um plano vertical. No caso, o plano vertical O caimento ou rake do propulsor é definido como sendo a inclinação da

e) Definição do caimento ou rake

Figura A14.2 - ângulos β_s e ϕ em um determinado perfil

ϕ - ângulo de passo da linha bordo de ataque-bordo de fuga
 β_s - ângulo de passo da superfície de referência



a) coordenadas do bordo de fuga:

$$r = r$$

$$\theta_r = \frac{S_r \cdot \cos \beta_s}{r}$$

$$x_r = x_s + S_r \cdot \sin \beta_s$$

A corda no raio r é determinada por:

$$c(r) = S_r(r) - S_L(r)$$

(A14.3)

e) Ângulo de passo da superfície de referência da esteira:

1ª mesma forma como foi definida uma superfície de referência para a

lâmina do propulsor, deve-se definir uma superfície de referência para a esteira. Sobre esta

superfície de referência serão colocados os vórtices livres da esteira, determinados a partir

dos valores dos "trailing vortices" no bordo de fuga.

A TSS utiliza um modelo clássico de esteira em que o ângulo de passo

hidrodinâmico da superfície de referência da esteira é considerado constante. Este ângulo é

denominado de β_w , não sendo necessariamente igual ao ângulo de passo hidrodinâmico da

superfície de referência (β_s): O valor do ângulo β_w estará entre os valores do ângulo β e do

ângulo β_s , podendo ser estimado por:

$$\tan \beta_w = b \cdot \tan \beta_s + (1 - b) \cdot \tan \beta$$

(A14.4)

Nesta equação, b é um parâmetro que especifica a esteira. Para $b=0$, tem-se que $\beta_w=\beta$,

enquanto que para $b=1$, $\beta_w=\beta_s$. A especificação do seu valor depende muito da experiência

do projetista ou de ensaios. Usualmente, pode-se defini-lo como sendo igual a 1.

A14.2 - CONDIÇÕES DE CONTORNO

Considerando apenas o problema de sustentação, imaginemos um perfil sem espessura, que está definido pela sua linha média ou camber. Tem-se que o potencial de velocidades do escoamento sobre esta linha média pode ser dividido em dois potenciais, um relacionado com o fluxo incidente e outro relacionado com as perturbações originadas no meio fluido pela presença do fólio (ou da sua linha média).

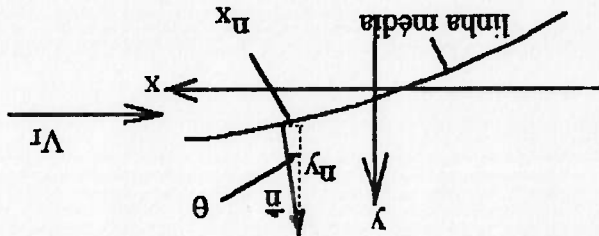
Assim, denominando-se de Φ o potencial total de velocidades, ϕ o potencial relativo às perturbações e φ o potencial relativo ao fluxo incidente, tem-se:

(A14.5) $\Phi = \phi + \varphi$

As velocidades relativas a estes potenciais são expressas por (vide figura A14.3):

(A14.6) $\nabla\phi = (u, v)$

$\nabla\varphi = (-V, 0)$



(A14.7)

(A14.6)

Figura A14.3 - Sistema de coordenadas da linha média do perfil bidimensional

As seguintes condições de contorno para o problema de escoamento sobre a

linha média são estabelecidas:

a) Fluido incompressível e escoamento irrotacional no domínio fluido:

(A14.8) $\nabla^2\phi = 0$

b) No bordo de fuga do perfil, é válida a condição de Kutta:

(A14.9) $\nabla\phi < \infty$, no bordo de fuga

c) A perturbação causada pela linha média no fluido não é sentida no infinito:

$\nabla\phi = 0$, no infinito

(A14.10)

d) Impermeabilidade da linha média:

A condição de impermeabilidade da linha média é definida estabelecendo-se que a

velocidade total normal à linha média é igual a zero, ou seja:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial(\phi + \varphi)}{\partial n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial n} + \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad (\text{A14.11})$$

Esta equação pode ser desenvolvida segundo as coordenadas da figura A14.3:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \phi} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \text{sen } \theta + \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \cos \theta \quad (\text{A14.12})$$

$$-\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \text{sen } \theta + \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \cos \theta \quad (\text{A14.13})$$

Substituindo as equações A14.12 e A14.13 na expressão A14.11:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \cdot \text{sen } \theta + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \cdot \cos \theta = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \cdot \tan \theta + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{A14.14})$$

Empregando-se em A14.14 os valores do potencial de velocidades do fluxo incidente

(expressão A14.7) e desenvolvendo, tem-se:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} - V_1 \right) \cdot \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = 0 \quad (\text{A14.15})$$

Esta equação pode ser reduzida considerando-se que a velocidade incidente V_1 é muito

maior que a velocidade da perturbação $\partial \phi / \partial x$. Tem-se assim:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -V_1 \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{A14.16})$$

Esta última condição de contorno será efetivamente usada para se determinar os vetores que

descrevem a direção da linha média (camber) de cada perfil bidimensional da lamina

(denominado vetor direção do camber). É necessário que a velocidade total do fluido

tangencie a superfície definida pelo camber. Assim, considera-se que a superfície da lamina

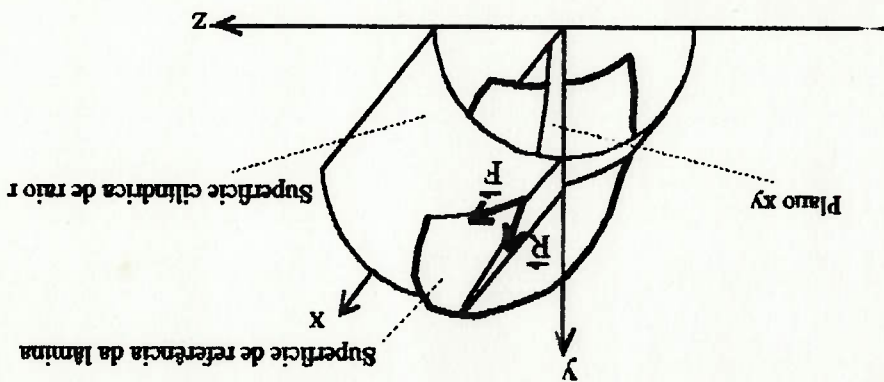
é definida por dois vetores, conforme pode ser visto na figura A14.4. O primeiro vetor é o

vetor direção do camber \vec{F} (tangente à interseção da superfície de referência da lamina,

definida pelo camber, e a superfície cilíndrica $y^2 + z^2 = r^2$). O segundo vetor é o vetor \vec{R} ,

tangente à interseção do plano xy com a superfície de referência da lamina (na realidade, é

tangente à interseção do plano $x'y'$ com a superfície de referência da lamina, sendo que este plano $x'y'$ pode variar angularmente em relação ao eixo x do plano xy , cobrindo todo o comprimento das cordas da lamina, conforme será visto no item seguinte).



\vec{F}_1 - Vetor direção do camber no raio r
 \vec{R} - Vetor tangente à interseção do plano xy com a superfície de referência da lamina no raio r

Figura A14.4 - Definição da superfície do camber (vetores \vec{R} e \vec{F})

A14.3 - CÁLCULO DOS VETORES QUE DEFINEM A SUPERFÍCIE DE REFERÊNCIA DA LÂMINA (VETORES \vec{R} , \vec{F} E VETOR NORMAL \vec{N})

Para a definição dos vetores \vec{R} e \vec{F} , considera-se o sistema de coordenadas x', y', z' (figura A14.5) em que o eixo x' é coincidente com o eixo x , a menos da origem. A interseção entre o plano $x'y'$, a superfície de referência da lamina e a superfície cilíndrica de raio r , $y'^2 + z'^2 = r^2$, corresponde ao ponto P. Este ponto pertence, portanto, à lamina do propulsor. A origem do sistema x', y', z' é estabelecida de forma que sua coordenada x seja igual à coordenada x do ponto P (x_p), ou seja, $x_p' = 0$.

Definidos desta forma, os eixos coordenados y' e z' podem variar angularmente em relação aos eixos coordenados x e y , de forma que o ponto P, pertencente à lamina do propulsor, esteja sempre sobre o eixo y' .

O vetor direção do camber \vec{R} é tangente à superfície da lâmina e à superfície cilíndrica mostrada na figura A14.4. Para sua definição, será calculado primeiramente o vetor normal à superfície da lâmina no ponto P (vetor \vec{N}). Sendo normal à lâmina, o vetor \vec{N}

$$\vec{R}_{xyz} = \left(\frac{dx_s}{dr} + \frac{d}{dr}(r \cdot \theta \cdot \tan \beta_s), 1, 0 \right) = (\tan \delta, 1, 0) \quad (A14.20)$$

$$\vec{R}_{xyz} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} \cdot \vec{R}_{xyz} \quad (A14.19)$$

ângulo θ em relação ao plano yz e uma translação no eixo x. Ou seja:

A transformação do vetor \vec{R} do plano x,y,z para o plano x',y',z' representa uma rotação de um

$$\vec{R} = \left(\frac{dx_p}{dr}, \frac{dy_p}{dr}, \frac{dz_p}{dr} \right) = \left(\frac{dx_s}{dr} + \frac{d}{dr}(r \cdot \theta \cdot \tan \beta_s), \cos \theta, \sin \theta \right) \quad (A14.18)$$

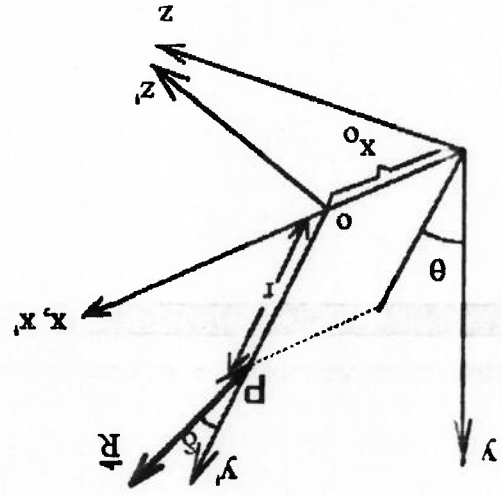
Sendo o vetor \vec{R} obtido pela derivada das posições do ponto P em relação ao raio, tem-se:

$$(x_p, y_p, z_p) = (x_s + r \cdot \theta \cdot \tan \beta_s, r \cdot \cos \theta, r \cdot \sin \theta) \quad (A14.17)$$

acordo com as figuras A14.1 e A14.5, são:

variação da posição do ponto P em função do raio da lâmina. As coordenadas do ponto P, de acordo com a superfície de referência da lâmina, no ponto P. Este vetor pode ser determinado pela variação da posição do ponto P em função do raio da lâmina. Este vetor pode ser determinado pela

Figura A14.5 - Definição dos eixos x', y', z' e do vetor \vec{R}



é normal ao vetor \bar{R} e ao vetor velocidade incidente \bar{V}_i , ambos tangentes à lâmina. Pode ser, portanto, expresso pelo produto vetorial destes dois vetores. O vetor \bar{V}_i é dado, em relação aos eixos x', y', z' , por:

$$\bar{V}_i = (V_a + u_a, n_a, \omega \cdot r - u_i) = (v_x, v_y, v_z) \quad (\text{A14.21})$$

Pode-se assim, calcular o vetor \bar{N} através do seguinte produto vetorial:

$$\bar{N} = \bar{R} \times \bar{V}_i = \left(\omega \cdot r - u_i, - \left(\frac{dx_i}{dt} + \frac{d}{dt} (r \cdot \theta \tan \beta_i) \right), (\omega \cdot r - u_i) \right) \cdot \left(n_a, -(V_a + u_a) \right) \quad (\text{A14.22})$$

A corda do perfil em um determinado raio r é resultante da interseção da superfície de referência da lâmina com a superfície cilíndrica de raio r . Assim, o vetor normal à lâmina no ponto P (vetor \bar{N}) e o vetor normal à superfície cilíndrica de raio r , também no ponto P (cujas coordenadas x', y', z' são $(0, 1, 0)$) serão normais à interseção e, portanto, ao vetor direção do camber \bar{F} . Logo, este vetor será expresso pelo produto vetorial daqueles dois

vetores:

$$\bar{F} = \bar{N} \times (0, 1, 0) = - \left(\frac{dx_i}{dt} + \frac{d}{dt} (r \cdot \theta \tan \beta_i) \right) \cdot \left(n_a + (V_a + u_a), 0, \omega \cdot r - u_i \right) \quad (\text{A14.23})$$

$$\bar{F} = (v_x - V_a \tan \delta, 0, v_z) \quad (\text{A14.24})$$

A partir da equação A14.24, verifica-se que a influência da velocidade radial u_r na determinação do vetor direção do camber \bar{F} é nula em um propulsor sem rake (neste caso δ é igual a zero).

Relembra-se que na dedução do vetor \bar{F} , considerou-se que tanto o camber como a espessura da lâmina são muito pequenos quando comparados com a corda. Portanto, a superfície do camber coincide com a superfície de referência da lâmina.

A14.4 - MODELAGEM DA LÂMINA E DA ESTEIRA - DISTRIBUIÇÃO DE POLOS E VÓRTICES

A modelagem do propulsor é feita através da distribuição de singularidades (fontes, sorvedouros e vórtices) ao longo da superfície de referência da lâmina e da esteira. A distribuição de fontes e sorvedouros está associada à representação da espessura da lâmina enquanto que a distribuição de vorticidades está associada à representação do *camber*, ou seja, à sustentação.

As vorticidades podem ser representadas como sendo vetores com componentes na direção \vec{R} e na direção \vec{F} (vetores estes representados na figura A14.4). Os bound vortices são as componentes na direção \vec{R} , sendo os responsáveis pela sustentação. Os trailing vortices são as componentes na direção \vec{F} , sendo gerados pela variação dos bound vortices ao longo da envergadura da lâmina. Na determinação da distribuição de vorticidades, considera-se inicialmente a circulação total em cada raio, determinada pela T.L.S. Esta circulação, distribuída ao longo do comprimento da corda (em cada raio), permitirá a definição da intensidade dos bound vortices. A intensidade dos trailing vortices é definida a partir da intensidade dos bound vortices, usando-se a lei da conservação de vorticidades.

A divisão da lâmina do propulsor tanto no sentido radial como no sentido angular definem uma grade na qual serão posicionadas as singularidades. Na figura A14.6, está mostrado o painel definido pelos raios ρ^m e ρ^{m+1} (cujo raio médio é r_m).

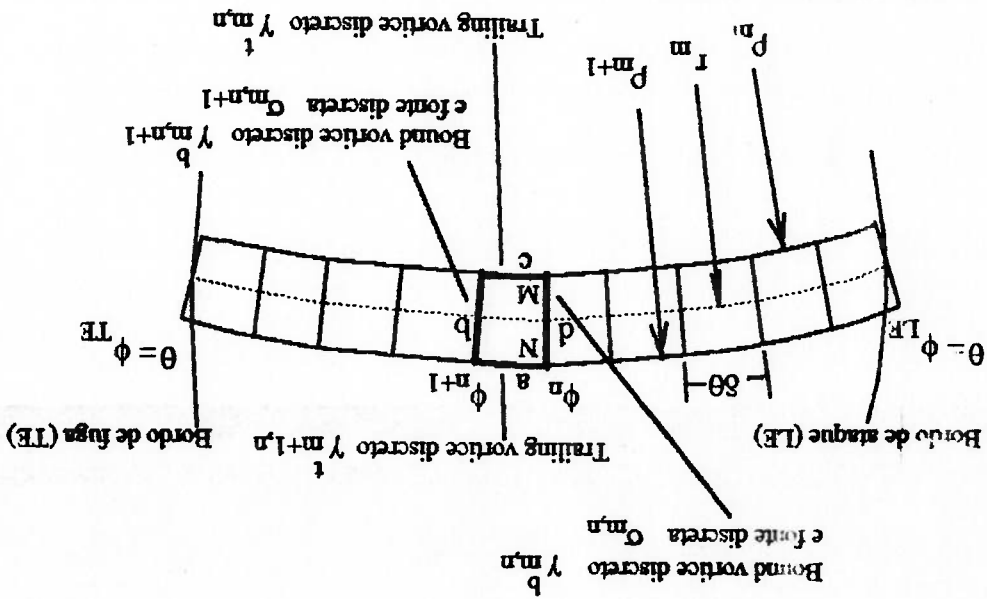


Figura A14.6 - Painel definido pelos raios ρ^m e ρ^{m+1} com o posicionamento dos bound vortices, trailing vortices e fontes (baseada na figura 8 da referência 29)

As coordenadas dos pontos M e N, que definem o posicionamento dos vortices e das fontes, são dadas em um sistema de coordenadas cilíndricas, de acordo com a figura A14.7, por:

- coordenadas do ponto M: $(x_s(\rho^m) + \rho^m \cdot \phi_n \cdot \tan \beta_s(\rho^m), \rho^m, \phi_n)$
- coordenadas do ponto N: $(x_s(\rho^{m+1}) + \rho^{m+1} \cdot \phi_{n+1} \cdot \tan \beta_s(\rho^{m+1}), \rho^{m+1}, \phi_{n+1})$

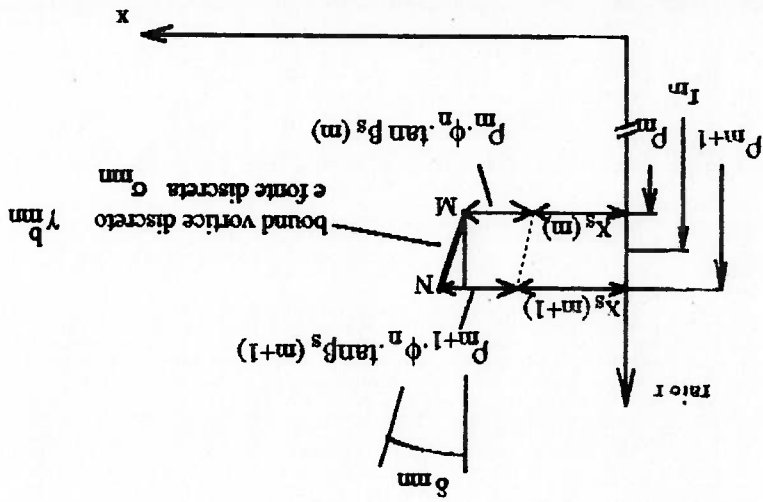


Figura A14.7 - Coordenadas dos pontos M e N em um plano radial com ângulo $\theta = \phi_n$ (baseada na figura 8 da referência 29)

Sobre as laterais dos painéis definidos na lâmina do propulsor, segundo a figura A14.6, são colocados os bound vortices, os trailing vortices e as fontes. Assim, considerando o painel destacado nesta figura, posiciona-se nos lados **a** e **c** os trailing vortices discretos no centro destes lados, e nos lados **b** e **d** os bound vortices e as fontes (também discretos e posicionados no centro dos lados). Considerando apenas o lado **d** do painel, entre os pontos **M** e **N**, é colocado um bound vortex discreto com intensidade γ_{mn}^b e um elemento de fonte discreto com intensidade σ_{mn} . Tanto γ_{mn}^b como σ_{mn} podem ser dimensionalizados pela velocidade da embarcação da seguinte forma:

$$g_{mn}^b = \frac{\gamma_{mn}^b}{V_s} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot V_s}{\gamma_{mn}^b} \quad (A14.25)$$

(A14.26)

$$e_{mn} = \frac{\sigma_{mn}}{V_s} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot V_s}{\sigma_{mn}}$$

Do mesmo modo, considerando-se apenas o lado **c** do painel da figura A14.6, é colocado um trailing vortex discreto, no centro deste lado, de intensidade γ_{mn}^t , o qual também pode ser

dimensionalizado pela velocidade da embarcação:

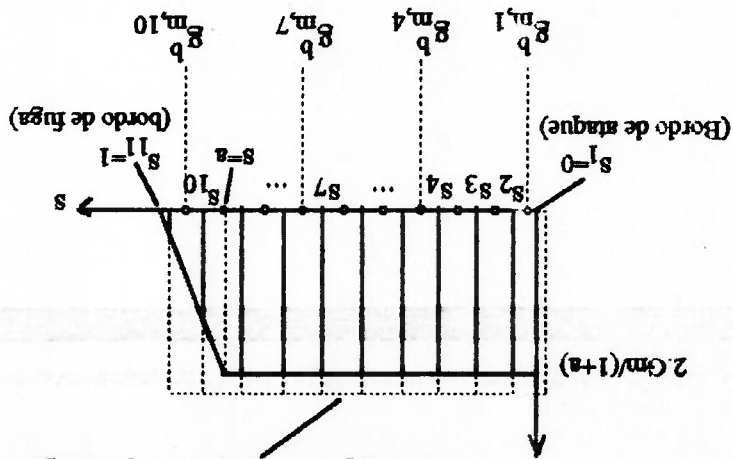
$$g_{mn}^t = \frac{\gamma_{mn}^t}{V_s} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot V_s}{\gamma_{mn}^t} \quad (A14.27)$$

A determinação do valor do bound vortex discreto dimensional g_{mn}^b é feita a partir do valor da circulação adimensional G_m (onde m indica o índice do raio em que é calculado G), obtida a partir da TLS. A partir de um determinado modelo de distribuição de circulação ao longo da corda (por exemplo a distribuição NACA com camber **a**), o valor de cada bound vortex discreto adimensional pode ser obtido por:

$$g_{mn}^b = \int_{z_{mn}^b}^{z_n} f(G_m) \cdot ds \quad (A14.28)$$

onde $f(G_m)$ é a função distribuição de circulação adimensional (continua). A figura A14.8 apresenta uma distribuição de circulação NACA com camber **a** e, com uma divisão angular da grade do propulsor feita em 10 partes iguais.

Grade angular dividida em 10 partes iguais (espacamento = θ)



• posições onde passam as linhas de vórtices radiais (Nestas posições, os bound vortices discretos possuem intensidade igual a $E_{m,n}^b$).

Figura A14.8 - Distribuição de circulação NACA com camber a e posicionamento das placas em relação a esta distribuição (nesta figura, 10 linhas de vórtices radiais (bound vortices) se situaram no interior da corda do perfil)

Nesta figura, alguns valores específicos dos bound vortices discretos adimensionais serão calculados, de acordo com as suas posições:

- a) Valor do bound vortice discreto adimensional $E_{m,n}^b$ no raio r_m , posicionado próximo ao bordo de ataque ($E_{m,1}^b$): Neste caso a integral A14.28 é feita no tecto aonde a distribuição de circulação adimensional $f(G_m)$ é constante, entre o ponto s_1 (bordo de ataque) e o ponto s_2 (ponto médio do painel definido pelas posições angulares $n=1$ e $n=2$). O bound vortice é posicionado na posição angular $n=1$.

$$E_{m,1}^b = \int_{s_1}^{s_2} 2 \cdot G_m \cdot \frac{ds}{s_2 - s_1} \cdot (1+a)$$

(A14.29)

- b) Valor do bound vortice discreto adimensional $E_{m,n}^b$ no raio r_m e nas posições angulares aonde a distribuição de circulação é constante (exceto na posição próxima ao bordo de ataque): Neste caso a integral A14.28 é feita no tecto aonde a distribuição de circulação adimensional $f(G_m)$ é constante, entre os pontos médios de dois painéis consecutivos. No

caso mostrado na figura A14.8, os valores de n que devem ser considerados são os que vão

de $n=2$ a $n=8$, ou seja $g_{m,2}^b$ a $g_{m,8}^b$:

$$g_{m,n}^b (2 \leq n \leq 8) = \int_{s_n}^{s_{n+1}} 2 \cdot G_m \frac{(1+a)}{s_{n+1} - s_n} \cdot ds = 2 \cdot G_m \cdot \frac{1+a}{s_n} \quad (A14.30)$$

c) Valor do bound vortice discreto adimensional $g_{m,n}^b$ no raio r_m e na posição angular onde a

distribuição de circulação passa a ser decrescente: Neste caso, a integral A14.28 é feita considerando os valores de $f(G_m)$ na sua parte constante e na sua parte decrescente, entre os pontos médios de dois painéis consecutivos. No caso mostrado na figura A14.8, corresponde

ao valor de $n=9$, ou seja $g_{m,9}^b$:

$$g_{m,9}^b = \int_0^s 2 \cdot G_m \frac{1+a}{s} \cdot ds + \int_s^a 2 \cdot G_m \frac{(s-1)(a+1)(a-1)}{(s-1)(a-1)(a+1)} \cdot ds = \frac{1+a}{2 \cdot G_m} \left\{ (a-s_9) + \frac{(s_{10}-a)(2-a-s_{10})}{2 \cdot (1-a)} \right\} \quad (A14.31)$$

d) Valor do bound vortice discreto adimensional $g_{m,n}^b$ no raio r_m e na posição angular mais

próxima ao bordo de fuga: Neste caso, a integral A14.28 deve ser avaliada considerando-se o posicionamento do bordo de fuga (vide figura A14.8). Na figura A14.8, corresponde ao valor

de $n=10$, ou seja $g_{m,10}^b$:

$$g_{m,10}^b = \int_{s_{11}}^{s_{10}} 2 \cdot G_m \frac{(s-1)(a+1)(a-1)}{(s-1)(a-1)(a+1)} \cdot ds = G_m \cdot \left\{ \frac{(s_{11}-s_{10})(2-s_{10}-s_{11})}{(1+a)(1-a)} \right\} \quad (A14.32)$$

As intensidades dos elementos de fonte definem a espessura do perfil. A determinação do valor destes elementos é obtida através da condição de impermeabilidade do perfil, de acordo com a figura A14.9:

Analisando-se as três componentes da equação 4A14.35, verifica-se que o primeiro termo é uma função do raio em que se encontra o perfil. O segundo é função da espessura máxima

$$e_{m,n} = \frac{\left(\frac{V_s}{V} + u_s^*(r) \right) \text{sen} \beta_s(r)}{2 \cdot \pi R \cdot t_o \cdot (t_{n+1} - t_n)} \quad (A14.35)$$

à expressão final da intensidade da fonte discreta adimensional:

A14.34) e rearranjando os termos através do uso da espessura máxima do perfil t_o , chega-se a dimensionalizar a fonte $\sigma_{m,n}$, substituindo o valor da velocidade incidente V_i (equação A14.26 para denotar que ela é proveniente dos cálculos feitos pela TLS. Usando a expressão A14.26 para O asterisco acima da velocidade induzida axial u_s (na equação A14.34) foi usado para

$$V_i(r = r_n) = \frac{\text{sen} \beta_s(r)}{V_s(r) + u_s^*(r)} \quad (A14.34)$$

velocidade é dada por:

Na equação A14.33, V_i é a velocidade incidente sobre o perfil no raio $r = r_m$. Esta

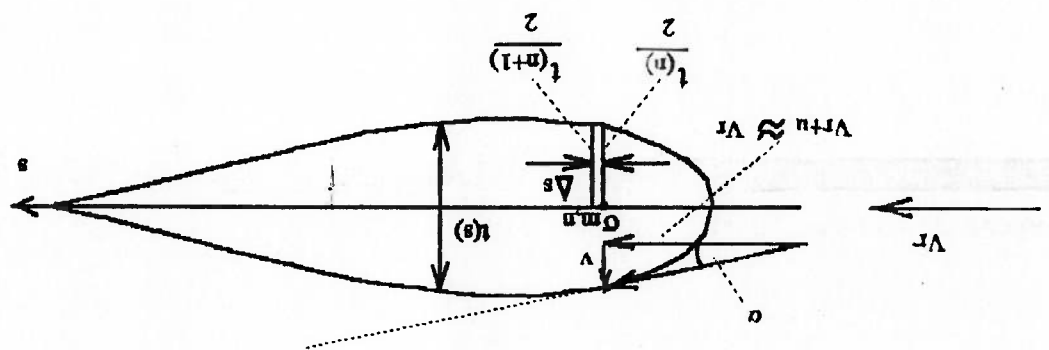
$$\tan \alpha \approx \frac{V_i}{v} = \frac{\sigma_{m,n} / (2 \cdot \Delta s)}{V_i} = \frac{\Delta s}{(t_{n+1} - t_n) / 2} \Rightarrow \sigma_{m,n} = (t_{n+1} - t_n) \cdot V_i \quad (A14.33)$$

relações:

Desa forma, sendo o escoamento tangente ao perfil, pode-se estabelecer as seguintes

Figura A14.9 - Condição de impermeabilidade do perfil para a definição da intensidade das fontes $\sigma_{m,n}$ (perfil situado na posição radial r_m)

$\sigma_{m,n}$ - fonte discreta na posição n (no perfil situado na posição radial r_m)
 $t^{(n)}$ - espessura na posição n
 $t^{(n+1)}$ - espessura na posição $n+1$



do perfil, sendo definido por critérios de cavitação e de resistência estrutural. O terceiro representa a distribuição de espessuras que é usada no projeto, como por exemplo a distribuição NACA 16 ou NACA 66.

A intensidade dos trailing vortices é obtida através da lei de conservação de vorticidades a partir dos valores dos bound vortices por um processo de recorrência, da seguinte forma (vide figura A14.10):

$$(A14.36) \quad \gamma'_{m,n} - \gamma'_{m,n-1} = \gamma^b_{m,n} - \gamma^b_{m,n-1} \Rightarrow \gamma'_{m,n} = \gamma^b_{m,n} - \gamma^b_{m,n-1} + \gamma'_{m,n-1}$$

$$(A14.37) \quad \gamma'_{m,n-1} - \gamma'_{m,n-2} = \gamma^b_{m,n-1} - \gamma^b_{m,n-2} \Rightarrow \gamma'_{m,n-1} = \gamma^b_{m,n-1} - \gamma^b_{m,n-2} + \gamma'_{m,n-2}$$

$$(A14.38) \quad \gamma'_{m,n-2} - \gamma'_{m,n-3} = \gamma^b_{m,n-2} - \gamma^b_{m,n-3} \Rightarrow \gamma'_{m,n-2} = \gamma^b_{m,n-2} - \gamma^b_{m,n-3} + \gamma'_{m,n-3}$$

Prosseguindo, chega-se a:

$$(A14.39) \quad \gamma'_{m,n} = (\gamma^b_{m,n} + \gamma^b_{m,n-1} + \gamma^b_{m,n-2} + \dots + \gamma^b_{m,1}) - (\gamma^b_{m-1,n} + \gamma^b_{m-1,n-1} + \gamma^b_{m-1,n-2} + \dots + \gamma^b_{m-1,1})$$

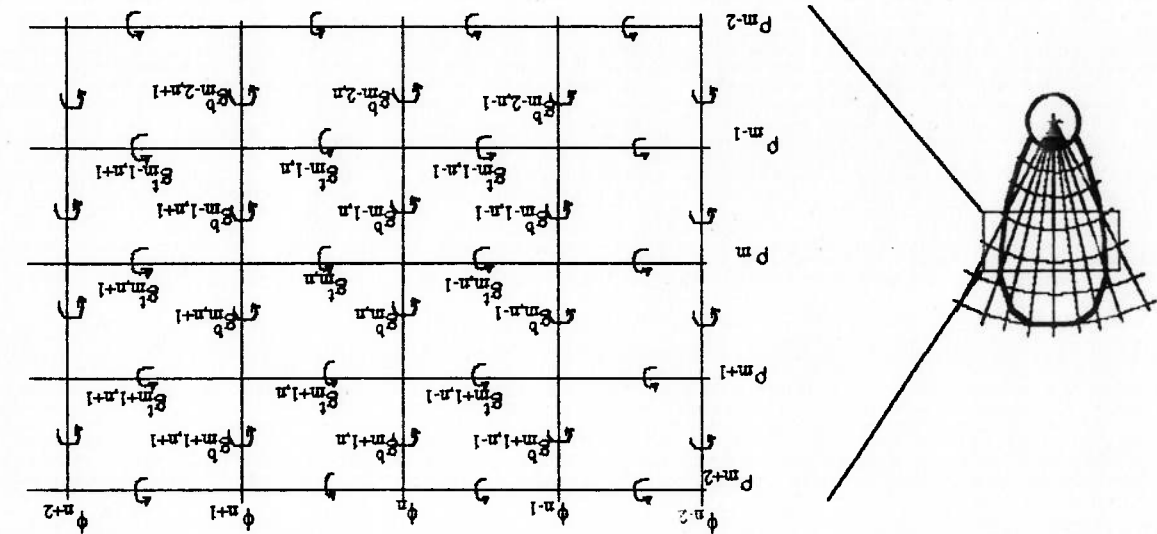


Figura A14.10 - Distribuição dos bound vortices e dos trailing vortices

Os trailing vortices se propagam na esteira com passo constante, passando a se chamar de vortices livres ou free vortices. Como não há bound vortices na esteira, a intensidade dos vortices livres é constante, sendo igual a intensidade dos trailing vortices no bordo de fuga.

A14.5 - DETERMINAÇÃO DAS VELOCIDADES INDUZIDAS PELOS VÓRTICES E FONTES

A velocidade total induzida em um determinado ponto, denominado de ponto de controle, é o resultado da soma das velocidades induzidas por cada singularidade. Desta forma, as seguintes velocidades induzidas devem ser calculadas:

a) Velocidades induzidas pelos bound vortices:

- na direção axial: u_a^b

- na direção radial: u_r^b

- na direção tangencial: u_t^b

b) Velocidades induzidas pelos trailing vortices:

- na direção axial: u_a^t

- na direção radial: u_r^t

- na direção tangencial: u_t^t

c) Velocidades induzidas pelos trailing vortices da esteira:

- na direção axial: u_a^e

- na direção radial: u_r^e

- na direção tangencial: u_t^e

d) Velocidades induzidas pelas fontes:

- na direção axial: u_a^f

- na direção radial: u_r^f

- na direção tangencial: u_t^f

A fim de se facilitar o cálculo das velocidades induzidas, será usado o sistema de coordenada $x'y'z'$ mostrado nas figuras A14.11 (para os bound vortices) e A14.12 (para os trailing vortices). Neste sistema de coordenadas, o ponto de controle (definido como P) estará sempre sobre o eixo y' (coordenadas $x'=0$ e $z'=0$). Assim, a direção da velocidade radial u_r coincidirá com a direção da componente de velocidade total induzida no eixo y' , a

direção da velocidade axial u_a coincidirá com a direção da velocidade total induzida no eixo x' e a direção da velocidade tangencial u_t coincidirá com a direção da componente da velocidade total induzida no eixo z' .

a) Determinação das velocidades induzidas pelos bound vortices:

A velocidade induzida sobre o ponto de controle P por um bound vortice

discreto é obtida a partir da lei de Biot-Savart:

$$\vec{u}_i = \frac{\gamma_m}{4\pi} \int_{P_m}^P \frac{d\vec{l} \times \vec{D}}{|\vec{D}|^3}$$

(A14.40)

A seguir, serão calculados os parâmetros necessários para esta formulação:

- Posição do ponto de controle P no sistema cartesiano $x'y'z'$ (vide figura A14.11):

$$(x'_p, y'_p, z'_p) = (0, r, 0)$$

(A14.41)

- Posição do vetor $d\vec{l}$ onde está posicionado o bound vortice:

$$(x'_a, y'_a, z'_a) = (\varepsilon(p) - x, p \cos(\delta_r - \theta + \phi), p \sin(\delta_r - \theta + \phi))$$

(A14.42)

- Vetor \vec{D} e $|\vec{D}|$ (\vec{D} é igual a diferença entre a posição do ponto P e a posição do vetor $d\vec{l}$):

$$\vec{D} = \{x - \varepsilon(p), r - p \cos(\delta_r - \theta + \phi), -p \sin(\delta_r - \theta + \phi)\}$$

(A14.43)

$$|\vec{D}| = \left[(x - \varepsilon(p))^2 + r^2 + p^2 - 2 \cdot p \cdot r \cdot \cos(\delta_r - \theta + \phi) \right]^{\frac{1}{2}}$$

(A14.44)

O $|\vec{D}|$ pode ser simplificado através das seguintes relações:

$$\varepsilon(p) = \varepsilon_0 + p \cdot \tan \delta$$

(A14.45)

$$a = (1 + \tan^2 \delta)$$

(A14.46)

$$b = -2 \cdot (r \cdot \cos(\phi + \delta_r - \theta) + (x - \varepsilon_0) \cdot \tan \delta)$$

(A14.47)

$$c = r^2 + (x - \varepsilon_0)^2$$

(A14.48)

Tem-se assim:

$$|\vec{D}| = \left[a \cdot p^2 + b \cdot p + c \right]^{\frac{1}{2}}$$

(A14.49)

- Componentes do vetor $d\vec{l}$ nos eixos $x'y'z'$:

$$d\vec{l} = (dp \cdot \tan \delta, dp \cdot \cos(\phi + \delta_r - \theta), dp \cdot \sin(\phi + \delta_r - \theta))$$

(A14.50)

As velocidades induzidas pelas equações A14.54 a A14.56 são geradas no ponto P por um bound vortice discreto de intensidade γ_{mn} . As velocidades induzidas totais devido aos bound vortices são calculadas através do somatório de todas as velocidades induzidas calculadas pelas equações A14.54 a A14.56, para todos os valores de m e n.

b) Determinação das velocidades induzidas pelos trailing vortices:

As velocidades induzidas pelos trailing vortices sobre o ponto de controle P

são obtidas através da lei de Biot-Savart:

$$u'_i = \gamma_{mn} \int_{\sigma_n} \frac{d\vec{l} \times \vec{D}}{|\vec{D}|^3} \int_0^{4\pi} \frac{d\phi}{4\pi} \quad (A14.57)$$

O vetor \vec{D} que une a posição do vetor $d\vec{l}$ ao ponto de controle P é dado pelas mesmas componentes calculadas no estudo das velocidades induzidas pelos bound vortices

(expressão A14.43), conforme pode ser visto na figura A14.12, ou seja:

$$\vec{D} = \{x - \varepsilon(\phi), r - \rho \cos(\delta_x - \theta + \phi), -\rho \sin(\delta_x - \theta + \phi)\} \quad (\text{expressão A14.43})$$

O vetor $d\vec{l}$ (direção do trailing vortice) nas coordenadas x'y'z' é dado por:

$$d\vec{l} = (\rho d\phi \tan \beta_s, -\rho d\phi \sin(\delta_x - \theta + \phi), \rho d\phi \cos(\delta_x - \theta + \phi)) \quad (A14.58)$$

Utilizando a lei de Biot-Savart (equação A14.57), chega-se aos seguintes valores de

velocidades induzidas:

$$u'_1 = \frac{\gamma_{mn}}{4\pi} \int_0^{4\pi} \frac{d\phi}{\rho - r \cos(\delta_x - \theta + \phi)} \cdot \frac{|\vec{D}|^3}{\rho} \quad (A14.59)$$

$$u'_2 = \frac{\gamma_{mn}}{4\pi} \int_0^{4\pi} \frac{d\phi}{\rho \tan \beta_s \cdot \sin(\delta_x - \theta + \phi) + (x - \varepsilon_s - \rho \phi \tan \beta_s) \cdot \cos(\delta_x - \theta + \phi)} \cdot \frac{|\vec{D}|^3}{\rho} \cdot d\phi \quad (A14.60)$$

$$u'_3 = \frac{\gamma_{mn}}{4\pi} \int_0^{4\pi} \frac{d\phi}{\rho \tan \beta_s \cdot \cos(\delta_x - \theta + \phi) - (x - \varepsilon_s - \rho \phi \tan \beta_s) \cdot \sin(\delta_x - \theta + \phi) - r \tan \beta_s} \cdot \frac{|\vec{D}|^3}{\rho} \cdot d\phi \quad (A14.61)$$

Essas velocidades induzidas são calculadas numericamente para os valores de γ_{mn} correspondentes a um determinado intervalo de variação do ângulo ϕ ($\Delta\phi$), em cada raio ρ_m .

As velocidades induzidas totais são obtidas pelo somatório ao longo do raio da lâmina e do ângulo ϕ de todas as velocidades induzidas assim calculadas.

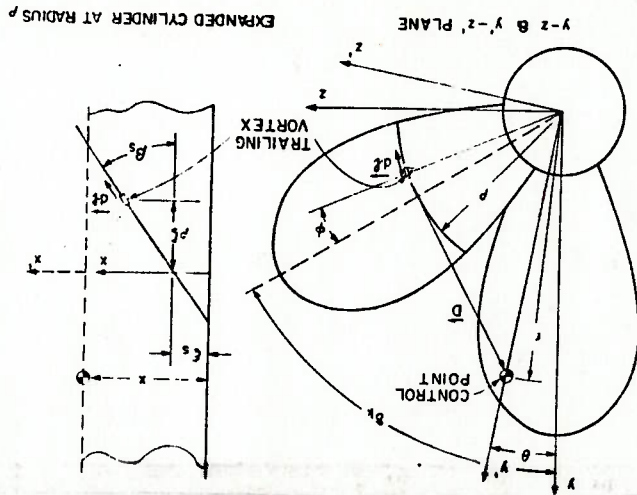


Figura A14.12 - Sistema de coordenadas e posições do ponto de controle P e do elemento de tração de um vórtice dI (extraído da referência 29)

c) Determinação das velocidades induzidas pelos trailing vortices da esteira:

A esteira é modelada na TSS de forma clássica, como linhas de vórtice que se propagam com intensidades, raios e ângulo de passo constantes. É composta somente por trailing vortices (não há bound vortices). Portanto, através da lei de conservação de vorticidades, conclui-se que as intensidades dos vortices da esteira são iguais às intensidades dos trailing vortices no bordo de fuga.

As velocidades induzidas pelos trailing vortices da esteira sobre o ponto de controle P são calculadas pelas equações A14.59 e A14.61, com a intensidade dos vortices γ_{mn} constante ao longo do ângulo ϕ . Este ângulo variará ao longo de um número determinado de revoluções da superfície helicoidal da esteira (o programa TSS desenvolvido no MIT e descrito por KERWIN²⁹ utiliza aproximadamente sete revoluções em seus cálculos. O ângulo de passo da superfície helicoidal de referência da esteira Bw pode ser

alterado a fim de simular uma deformação na esteira, conforme mencionado anteriormente (de acordo com a equação A14.4). Isto permite que seja feito um tratamento mais elaborado da esteira, caso haja informações disponíveis acerca da deformação da mesma.

d) Determinação das velocidades induzidas pelas fontes:

As velocidades induzidas por uma fonte discreta de intensidade σ_m ,

posicionada junto com os bound vortices (figura A14.11), sobre o ponto de controle P é

determinada por:

$$u_s = -\frac{\sigma_m}{4\pi} \int_{\sigma_{m1}}^{\sigma_m} \Delta(|D|^{-1}) \cdot dp \quad (A14.62)$$

As fontes estão colocadas nas mesmas posições dos bound vortices (expressão A14.42),

sendo portanto as seguintes coordenadas:

$$(x'_s, y'_s, z'_s) = (\epsilon\rho - x, \rho \cos(\delta_k - \theta + \phi), \rho \sin(\delta_k - \theta + \phi)) \quad (A14.63)$$

No sistema cartesiano $x'y'z'$, definido na figura A14.11, o vetor D que une a posição da fonte

ao ponto P é igual a:

$$D = \{-x'_s, r - y'_s, -z'_s\} \quad (A14.64)$$

O módulo do vetor D e seu inverso são expressos respectivamente por:

$$|D| = \{x_s^2 + y_s^2 + z_s^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot y'_s\}^{\frac{1}{2}}$$

(A14.65)

$$|D|^{-1} = \{x_s^2 + y_s^2 + z_s^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot y'_s\}^{-\frac{1}{2}}$$

(A14.66)

O gradiente de $|D|^{-1}$ é obtido por:

$$\nabla(|D|^{-1}) = \left(\frac{\alpha'_s}{|D|^{-1}}, \frac{\alpha'_s}{|D|^{-1}}, \frac{\alpha'_s}{|D|^{-1}} \right)$$

(A14.67)

$$\frac{\alpha'_s}{|D|^{-1}} = \frac{x'_s}{x - \epsilon\rho} = \frac{|D|^{-1}}{x - \epsilon\rho} = \frac{|D|^{-1}}{x - \epsilon_0 - \rho \tan \delta}$$

(A14.68)

$$\frac{\alpha'_s}{|D|^{-1}} = \frac{y'_s - r}{\rho \cos(\delta_k - \theta + \phi) - r} = \frac{|D|^{-1}}{\rho \cos(\delta_k - \theta + \phi) - r}$$

(A14.69)

$$(A14.70) \quad \frac{\partial |D|^{-1}}{\partial z'_s} = -\frac{|D|_3}{z'_s} = -\frac{\partial |D|_3}{\partial z'_s} \frac{z'_s}{|D|_3} = -\frac{\partial |D|_3}{\partial z'_s} \frac{z'_s}{|D|_3} = -\frac{\partial |D|_3}{\partial z'_s} \frac{z'_s}{|D|_3}$$

Aplicando estes valores na equação das velocidades induzidas pelas fontes (equação

A14.62), tem-se:

$$(A14.71) \quad u_s^a = -\frac{4 \cdot \pi}{\sigma_{mn}} \cdot \int_{\rho_{m1}}^{\rho_m} \frac{|D|_3}{x - \epsilon_0 - \rho \tan \delta} \cdot dp$$

$$(A14.72) \quad u_s^i = \frac{4 \cdot \pi}{\sigma_{mn}} \cdot \int_{\rho_{m1}}^{\rho_m} \frac{|D|_3}{\rho \cos(\delta_r - \theta + \phi) - r} \cdot dp$$

$$(A14.73) \quad u_s^j = \frac{4 \cdot \pi}{\sigma_{mn}} \cdot \int_{\rho_{m1}}^{\rho_m} \frac{|D|_3}{\rho \sin(\delta_r - \theta + \phi)} \cdot dp$$

Usando as equações A14.46 a A14.49 e avaliando as integrais das equações das componentes da velocidade induzida pelas fontes, chega-se às seguintes expressões para estas velocidades:

$$(A14.74) \quad u_s^a = \frac{2 \cdot \pi}{\sigma_{mn}} \cdot \left[\frac{(b^2 - 4 \cdot a \cdot c) \cdot |D|}{(x - \epsilon_0) \cdot (2 \cdot a \cdot \rho + b) + \tan \delta \cdot (2 \cdot c + b \cdot \rho)} \right]_{\rho_{m1}}^{\rho_m}$$

$$(A14.75) \quad u_s^i = \frac{2 \cdot \pi}{\sigma_{mn}} \cdot \left[\frac{(b^2 - 4 \cdot a \cdot c) \cdot |D|}{r \cdot (2 \cdot a \cdot \rho + b) + \cos(\delta_r - \theta + \phi) \cdot (2 \cdot c + b \cdot \rho)} \right]_{\rho_{m1}}^{\rho_m}$$

$$(A14.76) \quad u_s^j = \frac{2 \cdot \pi}{\sigma_{mn}} \cdot \left[\frac{(b^2 - 4 \cdot a \cdot c) \cdot |D|}{\sin(\delta_r - \theta + \phi) \cdot (2 \cdot c + b \cdot \rho)} \right]_{\rho_{m1}}^{\rho_m}$$

(d) Determinação das velocidades induzidas totais sobre o perfil:

As velocidades induzidas totais sobre o perfil serão as resultantes da somatória das velocidades induzidas pelos bound vortices, trailing vortices

da esteira e fontes:

$$(A14.77) \quad u_a = u_b^a + u_n^a + u_s^a + u_s^a$$

$$(A14.78) \quad u_i = u_b^i + u_n^i + u_s^i + u_s^i$$

$$(A14.79) \quad u_j = u_b^j + u_n^j + u_s^j + u_s^j$$

A14.6 - DETERMINAÇÃO DO FORMATO DA SEÇÃO DA LÂMINA

a) Definição do camber:

Um procedimento para se determinar o formato do perfil da seção da lâmina, em um determinado raio r , pode ser feito considerando-se quatro pontos de controle em que são determinadas as velocidades induzidas (pontos P_1 , P_2 , P_3 e P_4). Este procedimento é adotado pelo programa de cálculo pela TSS desenvolvido pelo MIT.

A distribuição de camber a ser usada no perfil deve ser pré-definida. Assim, apenas duas variáveis entrarão na definição da seção: o ângulo de ataque α , medido a partir do ângulo de passo geométrico β até a linha que une o bordo de ataque ao bordo de fuga (figura A14.13), e a razão de camber f_0/c (que é função do coeficiente de sustentação C_l).

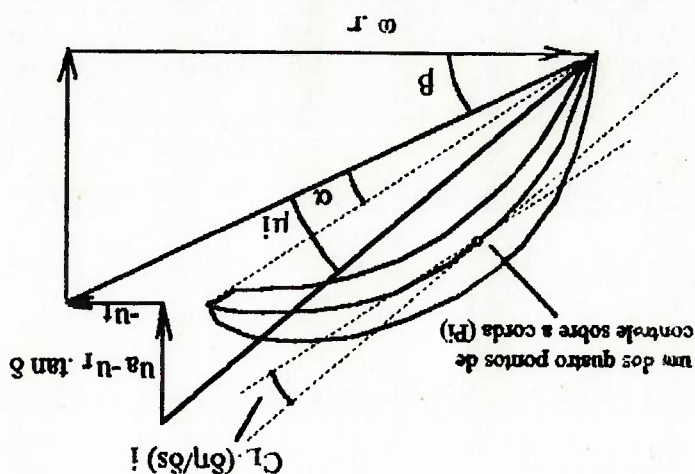


Figura A14.13 - Fatores que definem a geometria do camber

Em cada ponto de controle esta definição a inclinação do fluxo em relação ao ângulo β , através do cálculo das velocidades induzidas. Esta inclinação será denominada de μ_i , onde i designa um dos quatro pontos de controle. Estando a distribuição de camber definida, tem-se em cada ponto de controle, o valor da declividade do camber para um coeficiente de lift unitário, $d\eta/ds$ (s é a coordenada no sentido da corda do perfil). Esta declividade é tabelada em perfis convencionais, como os perfis NACA, por exemplo. Para

outros tipos de perfis, deve ser calculada, antes de se proceder o projeto do propulsor. Assim, tem-se que o ângulo α e o coeficiente de lift C_l (que é diretamente ligado à razão de camber f_0/c) são determinados pela seguinte equação, através do método dos mínimos quadrados:

$$\alpha + C_l \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \eta} = \mu_i \quad i=1,2,3,4 \quad (A14.80)$$

Conhecendo-se estes dois valores, o perfil encontra-se definido. Resta agora verificar se o ângulo $\alpha + \beta$ é igual ao ângulo de passo da superfície de referência da lâmina β . O processo de projeto é iterativo, até que haja a igualdade destes ângulos, conforme mencionado anteriormente.

b - Definição de espessura, corda, rake e skew da lâmina:

As espessuras são definidas, somando-se ao camber uma distribuição de espessuras pré-determinada, em que a espessura máxima obedeça a critérios de resistência estrutural e de cavitação. Outros parâmetros como o comprimento da corda, rake e ângulo de skew não são calculados pela TSS, devendo ser determinados antes do seu uso, da mesma forma como a distribuição de camber e de espessuras.

A14.7 - CALCULO DE ESFORÇOS AO LONGO DA LÂMINA

Na Teoria da Linha de Sustentação (TSS), a força de sustentação do perfil é obtida através da lei de Kutta-Joukowski que relaciona a circulação e velocidade incidente à sustentação (equação 4.3 - capítulo 4) A direção desta força é normal à velocidade incidente. Por sua vez, a força de arraste é assumida como tendo uma magnitude dada pela equação 4.21, que relaciona esta força à velocidade incidente, comprimento da corda e coeficiente de arraste. Sua direção é tangente ao escoamento incidente.

Na Teoria da Superfície de Sustentação, a velocidade varia em cada ponto do perfil, tendo sido determinada em quatro pontos. A força normal à linha que liga o bordo de ataque ao bordo de fuga é obtida por uma equação similar à lei de Kutta-

Joukowski:

$$\underline{L}_n = \rho \cdot c(r) \int_1^0 V_p(s) \cdot \gamma(s) \cdot ds \quad (A14.81)$$

Nesta equação, a distribuição de vorticidades ao longo da corda $\gamma(s)$ é conhecida (distribuição dos bound vortices). Porém, a velocidade V_p (velocidade total no ponto de controle P) é conhecida apenas nos quatro pontos de controle. A partir destes valores, pode-se fazer uma aproximação através de uma regressão polinomial, de modo a obter uma expressão que permita o cálculo desta velocidade ao longo de toda a corda do perfil. Na realidade, a força de sustentação gerada é perpendicular à velocidade total nos pontos de controle, ou seja, ao camber. Porém, sendo este pequeno, pode-se considerar que as forças calculadas são perpendiculares à linha que une o bordo de ataque ao bordo de fuga. No cálculo da força de arraste, esta declividade pode ser levada em conta, criando uma componente na direção bordo de ataque-bordo de fuga, conforme será citado a seguir.

A força de arraste total sobre o perfil possui a direção da linha que une o bordo de ataque ao bordo de fuga e pode ser decomposta em uma força de origem viscosa e em uma força devido à curvatura do camber. A força de arraste viscosa é calculada como sendo proporcional ao coeficiente de arraste e ao quadrado da velocidade média ao longo da corda, através de uma equação similar à usada na TLS:

$$\underline{D}_v(r) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c(r) \cdot (V_{pmax})^2 \cdot C_D \quad (A14.82)$$

Por sua vez, a força de arraste de origem não viscosa, resultante da influência da curvatura do camber sobre a força de sustentação é definida por:

$$\underline{D}_i(r) = \rho \cdot c(r) \int_1^0 V_p(s) \cdot \gamma(s) \cdot \frac{dn}{ds} ds \quad (A14.83)$$

A força de arraste total será igual a:

$$\underline{D}(r) = \underline{D}_r(r) + \underline{D}_t(r)$$

(A14.84)

As forças de empuxo e de torque de cada lamina são calculadas através da decomposição das forças de sustentação e de arraste nas direcções axial e tangencial da lamina, de maneira similar à feita na T.S. Integrando-se ao longo do raio e multiplicando-se pelo número de laminas, chega-se ao empuxo total e torque total (no caso do torque, deve-se multiplicar a força tangencial pela sua posição radial, antes de se proceder a integração).

ANEXO 15 - ANÁLISE DA COMPONENTE DO MOMENTO M_{cy} GERADA PELO CARRREGAMENTO CENTRÍFUGO

O objetivo deste anexo será demonstrar que a tensão de cisalhamento devida a componente do momento M_{cy} (vide capítulo 7) gerada pelo carregamento centrífugo é desprezível quando comparada com a tensão normal devido à força centrífuga sobre a lamina. Este desenvolvimento será feito de forma bastante simples e não procurará obter resultados precisos mas sim investigar a ordem de grandeza das tensões geradas por aquele esforço. As seguintes aproximações serão feitas:

a) O perfil será aproximado por um retângulo de área $c \cdot t_p(r)$, ou seja, a espessura será considerada constante ao longo da corda;

b) O centro de gravidade será considerado como estando na mesma posição do ponto médio do perfil;

c) O perfil será considerado sem camber, sendo a espessura muito menor do que a corda;

d) A espessura tem uma variação linear com o raio, valendo $t_p(r_h)$ no bossô e 0 na ponta da lamina; e

e) A fim de se facilitar a integração, será considerado que o ângulo de passo hidrodinâmico (β_i) é constante ao longo do raio e que sua influência no valor de do produto de inércia I_{xz} é máxima. Como se verá posteriormente, isto equivale a considerar $\sin(2 \cdot \beta_i) = 1$. Será usada na integração uma corda constante com valor médio da ordem do valor da corda no bossô, ou seja, $c(r_p)$.

O valor do momento M_{cy} é obtido pela multiplicação do produto de inércia I_{xz} com a velocidade de rotação ao quadrado (ω^2) . O valor do produto de inércia I_{xz} é dado por:

$$I_{xz} = \int \int \int x \cdot z \cdot dm = \rho \int \int \int x \cdot z \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (A15.1)$$

Aplicando as aproximações (b) e (c), pode-se reescrever a equação A15.1 da seguinte forma:

$$I_{xz} = \rho \int_{R/2}^R \int_{-c/2}^c x \cdot z \cdot t(s, y) \cdot ds \cdot dy = \rho \int_{R/2}^R \int_{-c/2}^c s^2 \cdot \text{sen} \beta_1(y) \cdot \cos \beta_1(y) \cdot t(s, y) \cdot ds \cdot dy \quad (\text{A15.2})$$

onde s é a coordenada ao longo da linha média do perfil desprezando-se o camber, e x e z são as coordenadas do centróide do elemento de área $t \cdot ds$. Utilizando a aproximação (a),

pode-se fazer a integração em s :

$$I_{xz} = \frac{\rho}{12} \cdot \int_{R/2}^R \text{sen} \beta_1(y) \cdot \cos \beta_1(y) \cdot c^3(y) \cdot t_0(y) \cdot dy = \frac{\rho}{24} \cdot \int_{R/2}^R \text{sen} [2 \cdot \beta_1(y)] \cdot c^3(y) \cdot t_0(y) \cdot dy \quad (\text{A15.3})$$

Segundo a aproximação (d) a espessura pode ser dada por:

$$t_0(y) = t_0(r_h) \cdot \frac{R-y}{R-r_h} \quad (\text{A15.4})$$

Aplicando esta equação na expressão A15.3, utilizando um valor médio para a corda

$c(y) \approx \bar{c}$ e considerando o valor de $\text{sen}(2 \cdot \beta_1)$ como sendo o seu valor máximo, ou seja, 1

(aproximação (e)), tem-se:

$$I_{xz} = \frac{\rho \bar{c}^3}{12} \cdot \int_{R/2}^R t_0(r_h) \cdot \frac{R-y}{R-r_h} \cdot dy = \frac{\rho \bar{c}^3 \cdot t_0(r_h)}{24} \cdot \int_{R/2}^R (R-y) \cdot dy = \frac{48(R-r_h)}{\rho \bar{c}^3 \cdot t_0(r_h) \cdot (R-r)^2} \quad (\text{A15.5})$$

A tensão de cisalhamento nos pontos de máxima espessura devida ao momento M_{cy} pode ser

aproximada por:

$$\tau = \frac{M_{cy} \cdot t_0(r)}{2} \cdot \frac{\rho \bar{c}^3 \cdot t_0(r_h) \cdot (R-r)^2 \cdot \omega^2 \cdot t_0(r)}{48(R-r_h)} \approx \frac{J}{2} \cdot \frac{\rho \bar{c}^3 \cdot t_0(r) \cdot c^3(r)}{c(r) \cdot t_0^2(r) + \frac{12}{12} \cdot \frac{8(R-r_h) \cdot c^3(r)}{2}} \cdot \omega^2 \quad (\text{A15.6})$$

A expressão A15.6 pode ser simplificada utilizando-se o valor da massa da parte da lâmina

compreendida entre os raios r e R , que pode ser aproximada por:

$$m_a = \rho \cdot \int_{R/2}^r \int_{-c/2}^c t(y, s) \cdot ds \cdot dy \approx \rho \cdot \int_{R/2}^r t_0(r_h) \cdot \frac{R-y}{R-r_h} \cdot \int_{-c/2}^c ds \cdot dy = \frac{\rho \cdot t_0(r_h) \cdot \bar{c} \cdot (R-r)^2}{2 \cdot (R-r_h)} \quad (\text{A15.7})$$

Substituindo (A15.7) em (A15.6):

$$\tau = \frac{4 \cdot c^3(r)}{2} \cdot m_a \cdot \omega^2 \quad (\text{A15.8})$$

Esta tensão, resultante do momento M_{cy} , pode ser comparada com a tensão normal resultante da força centrífuga de modo a se verificar a ordem de grandeza da mesma. A

tensão normal resultante da força centrífuga sobre a massa m_g pode ser estimada, a grosso

modo, por:

$$\sigma_c \approx \frac{m_g \cdot \omega^2 \cdot r_g}{l(r) \cdot c(r)} \quad (A15.9)$$

onde r_g é o centro de gravidade da massa m_g , aonde é aplicada a força centrífuga.

Comparando a tensão normal (equação A15.9) com a tensão de cisalhamento (equação

A15.8), tem-se:

$$\frac{\sigma_c}{\tau} \approx \frac{\frac{m_g \cdot \omega^2 \cdot r_g}{l(r) \cdot c(r)}}{\frac{4 \cdot c^2(r) \cdot m_g \cdot \omega^2}{l(r) \cdot c^2}} = \frac{4 \cdot r_g \cdot c^2(r)}{4 \cdot r_g \cdot c^2(r)} \quad (A15.10)$$

Na expressão acima, pode-se considerar que a corda no raio r , $c(r)$, é da ordem de grandeza da corda média \bar{c} . Logo, a relação entre as tensões é da ordem de $4 \cdot r_g / l(r)$, o que significa que $\sigma_c \gg \tau$. Conclui-se, portanto, que o momento M_{cy} pode ser desprezado na fase de projeto estrutural.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - ABBOTT, I.H.; DOENHOFF, A.E.VON. Theory of wing sections. Dover Publications, Inc., New York.
- 2 - ALLISON, J.L. Propellers for High Performance Craft. Marine Technology. V. 15, n.4, Oct.1978, p.335-380.
- 3 - BETZ, A. Schraubpropeller mit geringstem Energieverlust, mit Nachschrift von L. Prandtl - Nachr. Kön. Ges. der Wiss, zu Göttingen. Math.Phys.Klasse. 1919, p.193.
- 4 - BIRCHON, D.; BOMLEY, D.E.; HEALEY, D. Mechanism of Energy Dissipation in High-Damping-Capacity Manganese-Copper Alloys. Metal Science Journal 1968, V.2, p.41-46.
- 5 - BOSWELL, R.J.; COX, G.G. Design and model evaluation of a highly skewed propeller for a cargo ship. Marine Technology. January 1974, p.73-89.
- 6 - BRESLIN, J.P. Theoretical and experimental techniques for practical estimation of propeller-induced vibratory forces. In: SYMPOSIUM ON SHIP VIBRATION, New York, N.Y., February 17th, 1970. Proceedings.
- 7 - BROCKETT, T. Minimum Pressure Envelopes for Modified NACA-66 Sections with NACA a=0.8 camber and Buships Type I and Type II Sections. David Taylor Model Basin Report 1780. February 1966.
- 8 - BURRILL, L.C. A short note on the stressing of marine propellers. The Shipbuilder and Marine Engine Builder. August 1959, p.482.
- 9 - COHEN, J.W. On the stress-calculations in helicoidal shells and propellers blades. Netherlands Research Center T.N.O. for Shipbuilding and Navigation. Delft, Report 21s, July 1955.
- 10 - COMSTOCK, J.P. Principles of Naval Architecture. 5ed. The Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1980.
- 11 - CUMMING, R.A.; MORGAN, Wm.B.; BOSWELL, R.J. Highly skewed propellers. Transactions of The Society of Naval Architects and Marine Engineers. V.80, p.98-135, 1972.
- 12 - DRZEWIECKI. Theorie Generale de l'Helice Propulsive. Summary of Seven Papers from 1885 onward. Gauthier-Villars, Paris, 1920.

- 13 - ECKHARDT, M.K.; MORGAN, W.B. A Propeller Design Method. *Transactions of the SNAME*. V.63, p.325-374, 1955.
- 14 - EPUSP. *Apostila de PNV 362. Hidrodinâmica do Navio II, Série Sistemática de Hélices Japonesas e Elementos para o seu Projeto*
- 15 - FENG LIN, G. Three Dimensional Stress Analysis of a Fiber-Reinforced Composite Thruster Blade. *Propellers/Shafting'91 Symposium*. The Society of Naval Architects and Marine Engineers, Virginia Beach, Setembro de 1991, p.9.1 - 9.8.
- 16 - FROUDE, R.E. On the Part Played in the Operation of Propulsion by Differences in Fluid Pressure. *Transactions of the IMA*. V.30, 1889.
- 17 - FROUDE, W. The Elementary Relation Between Pitch, Ship and Propulsion Efficiency. *Transactions of the IMA*. V.19, 1878.
- 18 - GIBBS & COX, Inc. *Technical Memorandum no.1 on Ship Vibration*. New York, N.Y., June 1971.
- 19 - GLOVER, E.J.; THORN, J.F.; e HAWDON, L. *Propeller Design for Minimum Hull Excitation*. The Royal Institution of Naval Architecture. Londres, 1979.
- 20 - GOLDSTEIN, S. On the Vortex Theory of Screw Propellers. *Proceedings of the Royal Society*. London, England, Series A, V. 63, 1929.
- 21 - GREENLEY, D.S.; KERWIN, J.E. Numerical Methods for Propeller Design and Analysis in Steady Flow. *Transactions of the SNAME*. V. 90, 1982, p.415-453.
- 22 - GREENBLATT, J.E. Skewopt: Propeller Skew Optimization Program Users and Programmer's Documentation. Report no. 204. University of Michigan, August 1978.
- 23 - GREENHILL, A.G. A Theory of the Screw Propeller. *Transactions of the IMA*, V.29, 1888.
- 24 - HELMBOLD, H. B. Nachstromschräuben, W.R.H., 1927, p.151.
- 25 - HILL, J.G. The Design of Propellers. *Transactions of the SNAME*. V.57, 1949.
- 26 - HORLOCK, J.H. Fluctuating lift forces on aerofoils moving through transverse and chordwise girts. *Transactions of the ASME*. December 1968.
- 27 - JOHNSON, C.A. e RUTGERSSON, O. Leading Edge Roughness - A Way to Improve Propeller Tip Vortex Cavitation. *Propeller/Shafting'91 Symposium*, The Society of Naval Architects and Marine Engineers, Virginia Beach, Setembro de 1991, p.12.1 - 12.8.

- 28 - KADEN, H. Aufwicklung einer Unstabilen Unstabilitätsfläche. Ing. Archiv. 1. 1931, p. 140
- 29 - KERWIN, J.E. Computer Techniques for Propeller Blade Section Design. International Shipbuilding Progress. 1973, p. 227-251.
- 30 - KEYSER, J.R.; ARNOLDUS, W. Strength Calculation of Marine Propellers. International Shipbuilding Progress. V. 6, n. 53, January 1959, p. 20-35.
- 31 - KUIPER, G. Modelling of tip Vortex Cavitation on ship Propellers
- 32 - KUIPER, G. The Wageningen Propeller Series. MARIN Publication 92-001, Netherlands, 1992.
- 33 - KUIPER, G. A Propeller Design Method for Unsteady Conditions. Transactions of the SNAME. V. 101, 1993, p. 247-273.
- 34 - LATORE, R.. Study of Tip Vortex Cavitation Noise from Folds. International Shipbuilding Progress. V. 27, Marco 1980, no. 307.
- 35 - LERBS, H.W. Moderately loaded propellers with a finite number of blades and an arbitrary distribution of circulation. Transactions of the SNAME. V. 60, 1952, p. 73-123.
- 36 - LERBS, H.W. Kurventafeln zur Berechnung starkbelasteter Freifahrtsschrauben nach der Tragflügeltheorie. W.R.H. 1933, p. 29.
- 37 - LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING. Rules for the Manufacture, Testing and Certification of materials (formerly part 2 of rules for ships). January 1984, Chapters 2, 4, 9.
- 38 - LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING. Rules and Regulations for the Classification of Ships, Part 5 - Main and Auxiliary Machinery. January 1985, Chapter 7.
- 39 - LOUKAKIS, T.A. A New Theory for the Wake of Marine Propellers. Report no. 71-1 of the Massachusetts Institute of Technology. Cambridge, Massachusetts, May 1971.
- 40 - MANNING, G.C. Fundamentos de Teoria de Arquitetura Naval Vol. II, Dinamica, Imprensa Naval, Rio de Janeiro, 1962.
- 41 - MCCORMICK, W.B. On the cavitation produced by a vortex trailing from a lifting surface. Journal Basic Engineering. no 9, 1962.

- 42 - MOORE, D.W. A Numerical Study of the Roll-up of a Finite Vortex Sheet. *Journal of Fluid Mechanics*. V.63, part 2, 1974, p.225.
- 43 - MORGAN, W.B. An Approximate Method of Obtaining Stress in a Propeller Blade. DTNB Report 919. October, 1954.
- 44 - MORGAN, W.B.; SILOVIC, V.; DENNY, S.B. Propeller Lifting Surface Corrections. *Transactions of the SNAME*. 1968, p. 309-347.
- 45 - NEWMAN, J.N. *Marine Hydrodynamics*. MIT Press, 1977.
- 46 - OKAMURA, N. Experimental Analysis of the Flow Field around a Screw Propeller. *IHI Engineering Review*. V. 16, n.4, October 1983, p.296-303.
- 47 - OXFORD UNIVERSITY PRESS. *Incompressible Aerodynamics*. 1960, p.509-511.
- 48 - PRANDTL, L. Application of Modern Hydrodynamics to Aeronautics. NACA Technical Report 116. 1925.
- 49 - RANKINE, W.J.M. On the Mechanical Principles of the Action of Propellers. *Transactions of the INA*. 1865.
- 50 - SAMPSON, R.G. An Experimental and Theoretical Investigation of the Structure of a Trailing Vortex Wake. *The Aeronautical Quarterly*. V.23, Feb.1977.
- 51 - SCHWANECHE, H. Comparative Calculation On Unsteady Propeller Blade Forces, Report of Propeller Committee, appendix 4. 14th International Towing Tank Conference. V. 3, Ottawa, Canada, p.357-397, September 1975.
- 52 - SEARS, W.R. Some aspects of non-stationary airfoil theory and its practical applications. *Journal of Aeronautical Sciences*. V.8, n.3, 1941.
- 53 - SHIGLEY, J.E. *Mechanical Engineering Design*. Third Edition, McGraw-Hill, 1977.
- 54 - TAYLOR, D.W. *The Speed and Power of Ships*. Ransdell, Inc, Washington, D.C., 1933.
- 55 - THEODORSEN, T. Theory of Static Propellers and Helicopter Rotors. 25th Annual National Forum Proceedings. A.H.S., Washington, D.C., 1970.
- 56 - TORNBLOM, J. *Marine Propellers and Propulsion of Ships*. Marine Laboratory, KameWa AB.
- 57 - VAN MANEN, J.D.; TROOST, L. The Design of Ship Screws of Optimum Diameter for an Unequal Velocity Field. *Transactions of the SNAME*. 1952, p.442-468.

- 58 - VAN OOSSANEN, I.P. Cavitation Testing of Marine Propellers. Netherlands Ship Model Basin Publication No. 418. Rotherdam (Reimpresão de artigo publicado em "Schip En Werf" 39th volume, no. 13 e 14, 1972)
- 59 - WERELDSMA, R. Comparative Tests on Vibratory Propeller Forces, Report of the Propeller Committee, Appendix 2a. 13^o International Towing Tank Conference, V.1, Berlin, Hamburg, p.482-494, September 1972.