

MARCOS MENDES DE OLIVEIRA PINTO

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DO FENÔMENO DE "STEADY TILT" SOB
ENFOQUE DA TEORIA DE BIFURCAÇÃO DOS SISTEMAS DINÂMICOS**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

São Paulo
1994

MARCOS MENDES DE OLIVEIRA PINTO

ANÁLISE EXPERIMENTAL DO FENÔMENO DE "STEADY
TILT" SOB ENFOQUE DA TEORIA DE BIFURCAÇÃO DOS
SISTEMAS DINÂMICOS

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Orientador:
Prof. Dr. José Augusto Penteado Aranha

Área de Concentração:
Engenharia Naval - Hidrodinâmica

São Paulo
1994

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

- 1.1 Revisão Bibliográfica**
- 1.2 Objetivos do Trabalho**

2. ORIGEM FÍSICA DO "STEADY TILT" E FUNDAMENTOS TEÓRICOS

- 2.1 Plataformas Semi-Submersíveis**
- 2.2 Origem Física do "Steady Tilt"**
- 2.3 Análise de Estabilidade**
- 2.4 Generalização**
- 2.5 Altura Metacêntrica Efetiva**
- 2.6 Considerações Sobre a Direção de Inclinações**

3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

- 3.1 Apresentação do Modelo**
- 3.2 Descrição do Ensaio**
- 3.3 Procedimento de Ensaio**
- 3.4 Apresentação e Análise dos Resultados**
 - 3.4.1 Forma de Apresentação de Resultados**
 - 3.4.2 Modelo do Comportamento Dinâmico**
 - 3.4.3 Resultados dos Ensaios**

4. CONCLUSÕES

- 4.1 Sugestões a Novos Trabalhos**

DEDALUS - Acervo - EPMN



31600009988

APÊNDICES

Apêndice A - Forças em um Cilindro Circular Submerso

Apêndice B - Correções Devido ao Movimento do Corpo e Efeito da Superfície Livre

Apêndice C - Critério de Estabilidade Corrente para Semi-Submersíveis

Apêndice D - Resultados Experimentais Complementares

LISTA DE SÍMBOLOS

A	amplitude de onda
A_c	amplitude crítica
a	raio do cilindro
α	ângulo geométrico do modelo
d	profundidade
d_+	profundidade do cilindro da esquerda
d_-	profundidade do cilindro da direita
e	base dos logaritmos neperianos
f^*	função conjugada
g	aceleração da gravidade
GM	altura metacêntrica
h	distância vertical do centro do cilindro ao ponto de fixação do modelo
$I(.)$	função de Bessel modificada
K	número de onda
R	restauração de mola
l	comprimento
m	massa
M_i	momentos hidrodinâmicos
p	pressão
r	parcela em que o peso do modelo supera seu empuxo
s	dupla distância entre cilindros no modelo
$S(x,y,t)$	superfície instantânea do cilindro
$S_0(x,y,t)$	superfície do cilindro em $t=0$
t	tempo em segundos
V	energia potencial
w	frequência em radianos por segundo
$w(z)$	função da variável complexa z
x	coordenada
X_+	força horizontal no cilindro da esquerda
X_-	força horizontal no cilindro da direita
y	coordenada
Y_+	força vertical no cilindro da esquerda
Y_-	força vertical no cilindro da direita
z	coordenada ou variável complexa
θ	coordenada angular
e	excentricidade de carregamento
ϕ	função potencial
ϕ_i	derivada da função potencial em relação a variável i
ρ	densidade do fluido
f	frequência
$\eta(t)$	movimento vertical do cilindro
$\xi(t)$	movimento horizontal do cilindro

LISTA DE FIGURAS

Capítulo 1

Figura 1.1 - Definição de direção de inclinações

Capítulo 2

Figura 2.1 - Plataforma semi-submersível

Figura 2.2 - Esquema simplificado do modelo

Figura 2.3 - Diagrama de equilíbrio do sistema no contexto da análise linear

Figura 2.4 - Viga sujeita a carregamento axial

Figura 2.5 - Diagrama de equilíbrio com excentricidade de carregamento

Figura 2.6 - Diagrama de energia potencial sobre diagrama de equilíbrio. Bifurcação Lisa.

Figura 2.7 - Diagrama de energia potencial sobre diagrama de equilíbrio. Bifurcação Catastrófica

Figura 2.8 - Diagrama de energia potencial sobre diagrama de equilíbrio. Bifurcação Catastrófica

Figura 2.9 - Sistema mecânico com Bifurcação Catastrófica

Figura 2.10 - Sistema que sofreu Bifurcação Catastrófica

Capítulo 3

Figura 3.1 - Perspectiva isométrica do modelo construído

Figura 3.2 - Arranjo do modelo no tanque

Figura 3.3 - Arranjo esquemático dos LVDT's

Figura 3.4 - Exemplo típico de ensaio - Arquivo: Ci03f10

Figura 3.5 - Resposta transitória a degrau não unitário - $\lambda=0,4$; $q=0,123$

Figura 3.6 - Resposta a força de primeira ordem $\lambda=0,4$; $q=0,123$; $C_1=0,123$

Figura 3.7 - Registro gráfico do ensaio número 45 (ci03f10)

Figura 3.8 - Resposta sob atuação de três parcelas forçantes - $\lambda=0,4$; $C_1=0,123$; $C_2=0,123$

Figura 3.9 - Resposta sob atuação de três parcelas forçantes - $\lambda=0,4$; $C_1=0,123$; $C_2=0,323$

Figura 3.10 - Registro gráfico do ensaio número 46 (ci04f10)

Figura 3.11 - Registro gráfico do ensaio número 2 (cil03f10)

Figura 3.12 - Resposta para amplitudes de onda crescentes - $A_1=1\text{cm}$; $A_2=1,7\text{cm}$; $A_3=1,9\text{ cm}$; $C_1=0,123$; $C_2=0,123$

Figura 3.13 - Resposta a força de primeira ordem $\lambda=0,7$; $q=0,123$; $C_1=0,123$

Figura 3.14 - Registro gráfico do ensaio número 50 (ci08f10)

Gráfico 3.1 - A/Acr X Ângulo de Tilt - $f=1.0\text{ Hz}$
1ª Bateria - $q=0,152$

Figura 3.15 - Curva experimental da flambagem de viga bi-apoiada sob carregamento axial

-Timoshenko & Gere 1961-

Gráfico 3.2 - A/Acr X Ângulo de Tilt - $f=1.0\text{Hz}$
2ª Bateria - Parâmetro q ajustado por Tilt 1

Tabela 3.4 - Amplitude de onda X Ângulo de Tilt
Frequência 0,8 Hertz - 1ª Bateria - Amplitude Crítica Teórica=4,4 cm

Gráfico 3.3 - A/Acr X Ângulo de Tilt - $f=0,8\text{Hz}$
1ª Bateria - Parâmetro $q=0,931$

Gráfico 3.4 - A/Acr X Ângulo de Tilt - $f=0,8\text{Hz}$
2ª Bateria - Parâmetro $q=0,955$

Tabela 3.6 - Amplitude de onda X Ângulo de Tilt
Frequência 1,2 Hertz - 1ª Bateria - Amplitude Crítica Teórica=2,1 cm

Gráfico 3.5 - A/Acr X Ângulo de Tilt - $f=1,2\text{Hz}$
1ª Bateria - Parâmetro $q=0,032$

Gráfico 3.6 - A/Acr X Ângulo de Tilt - $f=1,2\text{Hz}$
2ª Bateria - Parâmetro $q=0,152$ ci04f10

Figura 3.16 - Registro gráfico do ensaio número 46 $T_{\text{efetivo}} = 1,151.T_{\text{natural}} = 14,77\text{s}$ - ci04f10

Figura 3.17 - Registro gráfico do ensaio número 49 $T_{\text{efetivo}} = 1,315.T_{\text{natural}} = 16,88\text{s}$ - ci07f10

Figura 3.18 - Registro gráfico do ensaio número 50 $T_{\text{efetivo}} = 1,386.T_{\text{natural}} = 17,78\text{s}$ - ci08f10

Figura 3.19 - Registro gráfico do ensaio número 30 $T_{\text{efetivo}} = 1,103.T_{\text{natural}} = 14,16\text{s}$ - cil35f08

Figura 3.20 - Registro gráfico do ensaio número 31 $T_{\text{efetivo}} = 1,127.T_{\text{natural}} = 14,46\text{s}$ - cil36f08

Figura 3.20 - Registro gráfico do ensaio número 31 $T_{\text{efetivo}} = 1,127.T_{\text{natural}} = 14,46\text{s}$ - cil36f08

Apêndice D

Figuras Ensaio N° 01 a N° 07, N° 28 a N° 61 -
Registros Gráficos

RESUMO

Forças estacionárias de segunda ordem originadas por ondas podem causar inclinações estáticas em estruturas semi submersíveis, bem como diminuir sua altura metacêntrica.

Com o objetivo de medir os ângulos de inclinação estática destas embarcações, foi planejado um ensaio experimental de um modelo de comportamento semelhante ao de uma semi submersível. Sobre este, fez-se incidir ondas suaves e regulares sob o único grau de liberdade em roll, e determinou-se a posição angular média. O gráfico desse ângulo pela amplitude de onda ao quadrado é idêntico àquele que dá a deformação de flambagem de uma viga em função da carga de compressão.

Reconhecendo-se assim que o problema é de estabilidade, sua análise é efetuada com auxílio de conceitos da Teoria de Bifurcação dos Sistemas Dinâmicos. Sob este enfoque a questão de perda de estabilidade torna-se clara, e é possível derivar um critério de estabilidade para consideração em etapas de projeto.

As medidas efetuadas são comparadas qualitativa e quantitativamente com as predições teóricas que advêm da análise via Teoria de Bifurcação. Uma concordância

boa é observada, e como consequência valida-se a análise teórica proposta.

Como conclusão é apresentado o conceito de "*Altura Metacêntrica Efetiva*" destas embarcações.

ABSTRACT

Second order steady forces may cause an inclination in a semi submersible decreasing its metacentric height.

An experimental set up was mounted in order to measure the steady tilt of the structure and its effective metacentric height in waves.

The problem can be analysed from the point of view of the Theory of Bifurcation and critical wave amplitude can be predicted from a second order wave theory.

The experimental results compare well with the theoretical ones and, as a conclusion, the concept of "effective" metacentric height is presented.

"Não sou nada, nunca serei nada,
não posso querer ser nada. Além disso
tenho em mim todos os sonhos do Mundo"

Fernando Pessoa

AGRADECIMENTOS

Todas as pessoas que nos rodeiam de uma maneira ou de outra contribuem para tornar a vida tão bela quanto ela é. Agradeço a todos aqueles que, de uma maneira ou de outra, tornaram a minha vida cheia de flores.

Em especial ao pessoal do tanque de provas do Instituto de Pesquisas Tecnológicas, onde foram realizados os ensaios experimentais.

E de uma maneira quase indizível a meu orientador, Prof. José Augusto.

Quando um mar de ondas regulares encontra uma plataforma semi-submersível, em direção ortogonal a seus "pontoons", é capaz de causar uma oscilação harmônica em "roll" em torno de uma posição de equilíbrio diferente da posição de equilíbrio em águas calmas. Este fenômeno recebeu o nome de "steady tilt" e está associado às forças estacionárias de segunda ordem originadas pela proximidade dos pontoons da superfície livre, e pode ser previsto teoricamente.

Esse steady tilt tem uma aparência semelhante ao efeito de uma carga assimétrica no convés que desloca a plataforma da posição vertical de equilíbrio. No entanto não é resultado de uma carga estática, embora seja estacionário. Como as forças de segunda ordem aparecem sobrepostas às de primeira ordem isso faz com que esse "tilt" ocorra sobreposto às oscilações em primeira ordem resultantes das ondas.

O steady tilt em si é uma consequência de assimetrias das forças de segunda ordem originadas pelas ondas, mas revela um fenômeno primordial associado à diminuição da rigidez efetiva em roll do sistema mecânico. Em mar aleatório dificilmente é observado, no entanto a diminuição da rigidez efetiva estará evidenciada nas mudanças do comportamento dinâmico do

sistema, como por exemplo, no seu período natural em roll.

Assim, esse fenômeno tem uma influência importante na estabilidade de estruturas semi submersíveis pois é um sintoma de perda de estabilidade e deve portanto ser estudado sob o enfoque de estabilidade.

A altura metacêntrica de um corpo flutuante faz o papel do coeficiente de restauração em roll. A diminuição do valor efetivo deste importante parâmetro tem consequências diretas no projeto da plataforma. As Sociedades Classificadoras impõem um valor mínimo para o GM e, portanto, talvez seja necessária uma correção no seu cálculo. Uma vez constatada essa necessidade, o valor de GM deveria levar em consideração os efeitos dinâmicos de segunda ordem oriundos da ação de ondas sobre estas estruturas.

Muito embora o fenômeno de steady tilt não tenha sido observado em escala real até o momento, fica evidente a necessidade de uma compreensão das variáveis envolvidas. Numa segunda análise, deve ser verificada a sua real importância em escala real, de forma a, se necessário, definir-se certos parâmetros cuja alteração possa atenuar a diminuição da estabilidade associada ao steady tilt.

1.1

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Durante a realização de ensaios com modelos reduzidos de semi-submersíveis, Numata e McClure⁽¹⁾ observaram que os modelos, quando excitados por ondas longas e regulares, experimentavam uma oscilação em roll em torno de uma posição média, posição essa diferente da posição de equilíbrio em águas calmas.

Numata e McClure⁽¹⁾ efetuavam ensaios com o objetivo de determinar parâmetros críticos na análise de estabilidade dessas embarcações, tentando colaborar na reformulação dos critérios sugeridos pelas Sociedades Classificadoras. Como o fenômeno não era sequer esperado, não foram efetuadas medidas diretas dessa inclinação estática.

Seus ensaios objetivavam outras observações, e suas conclusões apoiariam a idéia de que os critérios da época, ainda atuais, enfatizavam desfocadamente a questão do emborcamento das plataformas como principal problema a ser evitado.

Dispostos a analisar especificamente o fenômeno, Numata et al.⁽²⁾, estudam posteriormente sob que condições é possível observar o steady tilt. Realizam, então, testes com tipos diferentes de modelos, que conforme relatam, podem ser do tipo que possui "pés" separados ou pontoons paralelos. Constatam que, quando as

forças de restauração hidrostáticas são suficientemente grandes, nenhuma inclinação é observada. Porém, quando o centro de gravidade é elevado acima de uma faixa crítica, o steady tilt rapidamente se desenvolve. Se uma inclinação estática é artificialmente imposta por algum outro fator (vento, por exemplo), o efeito induzido pela onda incidente aumenta o ângulo de inclinação.

Esses autores relatam ainda que, quando os modelos foram ensaiados em mar irregular, nenhum steady tilt foi observado e as estruturas apresentaram um pico de resposta correspondente a um longo período de roll ("slow roll").

A explicação do fenômeno encontrada por Numata e seus colaboradores, e aceita de modo geral no meio científico, é a de que o tilt é induzido por forças não lineares associadas ao movimento das ondas sobre corpos submersos. Utilizando-se de dados publicados por Olgivie⁽³⁾, relativos a esforços em cilindros submersos, demonstram que as forças estacionárias de segunda ordem teriam a correta ordem de magnitude para induzir o fenômeno observado. Numata mostra também haver boa concordância qualitativa entre a inclinação prevista pela teoria e as observadas em alguns experimentos.

Posteriormente aos estudos de Numata, em 1978 Martin e Kuo⁽⁴⁾ publicam um trabalho onde apresentam aspectos qualitativos do fenômeno não previstos pela teoria apresentada por Numata. Esses autores analisam a questão relativa à direção da inclinação estática e concluem que, se o modelo é simétrico, a teoria de segunda ordem prediz uma inclinação para ambos os bordos (bi-estável), enquanto seus ensaios mostraram uma tendência a inclinações a sotavento em relação a onda incidente.

Numata e seus colaboradores preocuparam-se basicamente com a restauração hidrostática do modelo (GM), e seus ensaios apontam para o fato de que, a partir de um determinado valor mínimo de altura metacêntrica, o tilt pode ser observado; Martin e Kuo além disso focalizam sua atenção nas propriedades da onda incidente (comprimento e período) e mostram-se particularmente preocupados com a direção da inclinação.

Os ensaios destes últimos mostram o tilt ocorrendo numa grande faixa de valores de comprimento e período das ondas. Para modelos possuindo dois pontoons de seção retangular, em ondas de muito baixa amplitude, nenhuma inclinação foi observada. Mas se a declividade da onda é aumentada, a partir de um determinado valor, o tilt rapidamente se desenvolve e, eventualmente, a parte superior de um dos pontoons aflora à superfície livre; a menos que o modelo seja preso, este deriva na direção de

propagação das ondas e se inclina a sotavento(Vide figura 1.1)¹

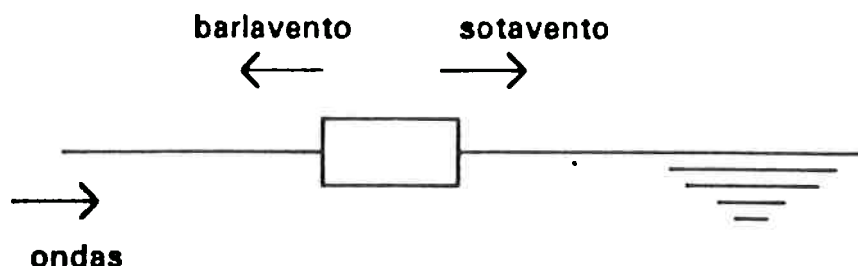


Figura 1.1 - Definição de direção de inclinações

Martin e Kuo observam que, se o tilt é imposto a barlavento, o modelo volta a sotavento após alguns períodos de onda.

Quando os ensaios são repetidos, com modelos possuindo pontoons de seção circular, os mesmos resultados qualitativos são obtidos, exceto pelo fato de que, com ondas de grande comprimento, a direção de tilt passa a ser a barlavento. Este resultado será explicado adiante.

Martin e Kuo, percebendo que a teoria de segunda ordem não consegue prever a direção do tilt, afirmam que outros fatores devem ter influência no fenômeno, como a influência das forças viscosas e influência de um pontoon sobre o outro, o que não fora considerado na

¹¹.A terminologia empregada para definição de direção de inclinação vem emprestada daquela utilizada para qualificar a direção das ondas. Sotavento significa a direção em que a onda segue e barlavento a direção em que ela vem.

teoria desenvolvida. Mas não apresentam nenhum desenvolvimento que considere esses fatores.

Sua análise experimental é apenas qualitativa, sugerindo a dificuldade de realização de ensaios quantitativos, uma vez que envolvem medidas de pequenas inclinações estáticas sobrepostas a grandes oscilações.

Desenvolvem então um modelo numérico para simulação da influência das forças estacionárias de segunda ordem no comportamento das plataformas, apresentando valores de momento de emborcamento originado pelas forças para vários valores de GM, raio de giração e calado dos modelos. Realizam esse desenvolvimento para estruturas fixas e livres, numa ampla faixa de valores de frequência de ondas. Observam que, se o modelo se encontra fixo, o momento de emborcamento pode ser duas vezes maior em relação ao modelo solto.

Agora, preocupados com a estabilidade das novas posições de equilíbrio, montam um diagrama tridimensional do momento de emborcamento das forças de segunda ordem, parametrizado por declividade de onda, profundidade de imersão (calado) e ângulo de tilt artificialmente imposto.

Os diagramas apresentados são de difícil compreensão e não fornecem nenhum "insight" acerca do fenômeno. A análise de estabilidade num diagrama de momento

restaurador pelo ângulo de inclinação é uma técnica usual em engenharia naval, particularmente importante para a definição de critérios de estabilidade. No entanto, não parece ser o modo mais adequado de buscar uma compreensão global acerca do fenômeno de steady tilt.

Posteriormente, Rainei⁽⁵⁾ propõe uma análise dos esforços através da Equação de Morison modificada. Os resultados dos experimentos que realizou, muito sucintamente discutidos, atentam para considerações de rigidez relativa ao movimento de roll; no entanto, mostram um eventual equívoco. Rainei afirma que a rigidez em roll do sistema aumenta com a incidência de ondas, o que é um resultado oposto aos obtidos nos ensaios adiante apresentados.

1.2

OBJETIVO DO TRABALHO

O objetivo deste trabalho é apresentar o fenômeno de steady tilt focado do ponto de vista de estabilidade, utilizando-se subsídios da Teoria de Bifurcação de Sistemas Dinâmicos.

Através de uma análise teórica, se mostrará quais parâmetros tem influência no comportamento dessa inclinação estacionária e porquê ela se apresenta como resultado da alteração de parâmetros de estabilidade.

Resultados de ensaios quantitativos serão apresentados, confirmando as predições teóricas e validando os parâmetros sugeridos para possível consideração em etapas de projeto dessas estruturas.

Se mostrará também, que a direção em que se desenvolve o tilt tem importância secundária na análise da questão, já que o steady tilt é consequência de um problema mais grave que é a perda de estabilidade.

Nesse contexto, a diminuição da altura metacêntrica efetiva destas estruturas deve ser estudada diretamente e com acuidade, pois interfere de maneira direta no seu comportamento dinâmico.

Enxergando o problema como de estabilidade surge naturalmente uma analogia com a flambagem de uma viga sob carga axial. A apresentação dessa analogia torna claro quais são os parâmetros de interesse no estudo do fenômeno e torna mais direta sua compreensão. Permite, por exemplo, que não se perca em análise de importância secundária, como a direção do steady tilt. Será mostrado que, da mesma maneira que uma viga sob compressão axial tem sua rigidez efetiva diminuída, uma plataforma semi-submersível tem sua altura metacêntrica em ondas também diminuída.

Os resultados que serão apresentados neste trabalho irão colaborar na proposta de reformulação de critérios

de estabilidade de semi-submersíveis, o que é uma forte tendência das análises mais recentemente efetuadas. Os critérios devem focar questões relativas ao comportamento dinâmico destas estruturas e não em considerações que limitem a segurança quanto ao emborcamento, semelhantemente a embarcações tradicionais, como já havia sido sugerido por Numata et al.

Os resultados apresentados por Numata e McClure mostram que nenhuma combinação razoável de ventos, ondas e correntes é capaz de levar uma semi-submersível ao emborcamento. O emborcamento, quando ocorre, é consequência de outras falhas que levam à perda de estabilidade. A questão que aparece é: Até que ponto a diminuição da altura metacêntrica efetiva pode estar associada aos acidentes já ocorridos?

Este trabalho tem a intenção de fornecer uma colaboração na compreensão deste importante mas pouco conhecido fenômeno, sem no entanto fornecer algum indício de resposta a questão. Assim, desenvolve-se a análise do problema adotando-se sempre que possível simplificações em prol da clareza e completa compreensão.

No capítulo II apresenta-se uma discussão dos aspectos geométricos e de comportamento dinâmico das estruturas semi submersíveis; posteriormente mostra-se de que maneira os esforços de segunda ordem levam ao aparecimento do steady tilt, e suas consequências na

dinâmica do sistema. Uma analogia com sistemas mecânicos é então efetuada; no capítulo III é apresentado o ensaio experimental planejado e seus resultados mais relevantes, previstos e evidenciados pela simulação computacional de um modelo matemático simples; conclui-se o estudo no capítulo IV, tecendo-se considerações de projeto para as estruturas semi-submersíveis.

2. ORIGEM FÍSICA DO STEADY TILT

E FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo se apresentará a origem física dos esforços associados ao steady tilt e em seguida se desenvolverá o equacionamento que permite seu tratamento teórico para um modelo simplificado. Neste desenvolvimento serão utilizados resultados apresentados por Olgivie. Simultaneamente, mostrar-se-á uma analogia com a flambagem de vigas sob carregamento axial, o que permite uma maior compreensão do fenômeno.

Inicialmente, no entanto, faz-se uma breve discussão dos aspectos geométricos e do comportamento dinâmico das estruturas semi-submersíveis, no panorama histórico de seu surgimento, o que propicia ao menos iniciado uma contextualização do assunto em pauta.

2.1 PLATAFORMAS SEMI-SUBMERSÍVEIS

A primeira plataforma de perfuração do tipo semi-submersível foi posta em operação no começo da década de 1960. A grande vantagem destas estruturas, além do fato de serem moveis, como os até então utilizados navio-sonda ou perfuradores, consistia no seu baixo movimento, facilitando

assim as operações de perfuração e permitindo a exploração em mares mais "fortes".

Com o advento das crises do petróleo, poços localizados sob elevadas lâminas d'água tornaram-se economicamente viáveis e portanto foco de interesse das companhias petrolíferas. Uma das soluções para exploração nestas elevadas lâminas d'água era a estrutura do tipo semi-submersível, já utilizada para perfuração.

A primeira plataforma semi-submersível de produção foi instalada em 1975 no campo de Argyll, no Mar do Norte, com uma produção de 19.000 barris diários. A segunda semi-submersível de produção do mundo foi instalada no campo de Enchova, bacia de Campos, Brasil 1979.

Quando a lâmina d'água se torna elevada e a fixação de um sistema de produção no fundo (como uma jaqueta por exemplo) vai se tornando economicamente inviável, surge a necessidade de um sistema flutuante. Os sistemas flutuantes são caracterizados por movimentos livres, o que cria dificuldades de posicionamento e operação, e induz a se buscar sistemas que apresentem baixos movimentos.

Os movimentos de um sistema flutuante são excitados, principalmente, pelos esforços induzidos pelas ondas. É interessante então, que o sistema de produção seja transparente a elas. As ondas induzem um campo de velocidades nas partículas fluidas. Como a intensidade

desse campo decai exponencialmente com a profundidade, a estrutura que se pretende transparente deve possuir deslocamento abaixo da superfície, "escondido" das ondas.

Por outro, lado deve apresentar períodos naturais fora da faixa de frequências de ondas do mar, evitando-se ressonância dinâmica. Optando-se por um período natural maior que o das ondas, a restauração de movimento no plano vertical deve ser baixa.

A solução encontrada é uma estrutura que possui grande parte de seu deslocamento em cilindros submersos, "escondidos", portanto, das ondas. As colunas de sustentação do deck, que atravessam a superfície livre, possuem baixa área de flutuação e, portanto, baixas restaurações no plano vertical. A baixa restauração no plano horizontal advém naturalmente do sistema de amarração em catenária convencional, única solução viável.

A estrutura assim construída se apresenta relativamente transparente às ondas, e com respostas baixas na faixa de frequências usuais do mar.

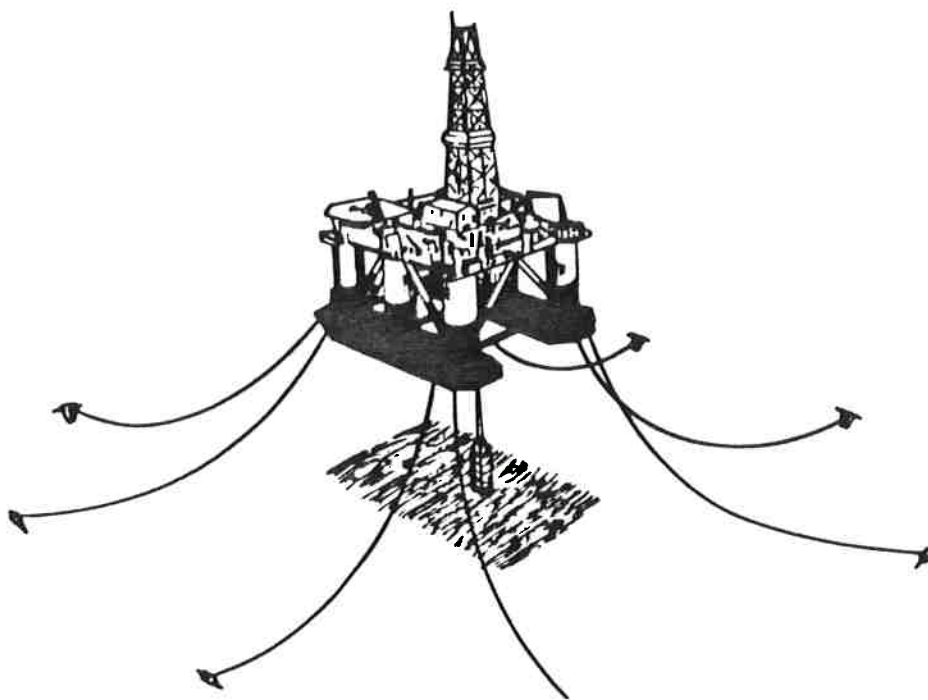


Figura 2.1 - Plataforma tipo semi-submersível

Tendo-se minimizado os esforços de primeira ordem e portanto a resposta em primeira ordem, a magnitude da resposta em segunda ordem passa a ser comparável à de primeira ordem. Assim, os esforços de segunda ordem passam a ter efeito significativo no comportamento do sistema.

Isso, associado as baixas restaurações, torna o comportamento dinâmico da semi-submersível diferente do comportamento dos sistemas flutuantes usuais, particularmente no que tange aos movimentos verticais.

Considere-se especificamente os esforços de segunda ordem, caracterizados por serem proporcionais a amplitude de onda ao quadrado. A influência desses esforços pode ainda ser majorada por efeitos dinâmicos. Por exemplo, os esforços de segunda ordem possuem, em mar aleatório,

componentes de baixas e altas frequências, comparadas às das ondas. As componentes de baixa frequência induzem um movimento ressonante nas semi-submersíveis, pois a excitam numa faixa de frequências próxima a sua baixa frequência natural, resultado de suas baixas restaurações.

Os movimentos de segunda ordem resultantes ("slow roll"; "slow drift", "slow pitch") são assim caracterizados por altas amplitudes, muitas vezes maiores que os próprios movimentos de primeira ordem.

Enfatizando sua influência, pode-se citar alguns aspectos que devem ser estudados como movimentos resultantes dos esforços de segunda ordem. Por exemplo o "air gap" (distância instantânea da parte inferior do deck até a superfície das ondas) deve ser estudado no contexto do "slow pitch", e não somente considerando-se o movimento de heave e pitch em primeira ordem, como é razoável para o estudo da borda livre de um navio. Também o sistema de amarração deve ser dimensionado para resistir à deriva lenta ("drift" e "slow drift") e não procurando diminuir a oscilação da plataforma em primeira ordem.

É interessante observar que até o aparecimento das estruturas flutuantes semi-submersíveis, o cerne da questão de projeto encontrava-se na análise estrutural. A plataforma deveria suportar os esforços de ondas e correntes. Com o surgimento da semi-submersíveis, o ponto

de enfoque de projeto passa a ser seu comportamento dinâmico em ondas.

Com essa mudança de enfoque de projeto e a concepção de uma estrutura particularmente diferente do normal, muitas questões relativas a esse não usual comportamento dinâmico ainda permanecem inexplicadas e , provavelmente, algumas nem sequer foram intuídas, dado o curto "background" histórico, numa ciência notadamente experimental como a Arquitetura Naval.

Neste contexto, o fenômeno de steady tilt não havia sido previsto teoricamente, embora sua origem física seja bastante simples e até intuitiva.

2.2

ORIGEM FÍSICA DO STEADY TILT

Considere-se a presença de um cilindro submerso com eixo longitudinal paralelo às cristas das ondas incidentes sobre ele. Se o comprimento da onda é comparável ao diâmetro do cilindro e à sua profundidade de imersão, o cilindro representa um obstáculo ao escoamento fluido associado à onda. O estrangulamento da trajetória das partículas fluidas se traduz em aumento de velocidade, preponderante junto a superfície livre, dado o obstáculo natural que esta representa.

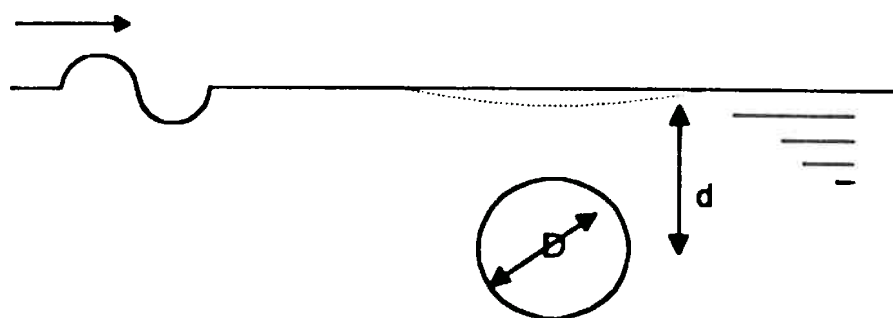


Figura 2.2 - Cilindro submerso

A esse aumento de velocidade está associada uma diminuição da pressão local. Ao se integrar o campo de pressões ao longo da circunferência do corpo submerso, se obterá uma força resultante. Essa força terá componentes vertical e horizontal. A componente horizontal existirá apenas se a distribuição de pressões não for simétrica na região anterior e posterior do corpo.

Ao tomar-se a componente vertical dessa força, notar-se-á que corresponde ao empuxo majorado de uma certa quantidade que depende das características geométricas do corpo e da onda incidente. Concentre-se a atenção nesta parcela de força vertical que majora o empuxo, correspondente a uma sucção.

Naturalmente, tendo sua origem associada ao movimento das partícula fluidas, induzido pelas ondas e, já que esse campo de velocidades decai exponencialmente com a profundidade, essa sucção terá sua magnitude

exponencialmente decrescente com a profundidade. Aqui reside a origem do steady tilt.

Considere-se agora uma semi-submersível com seus dois pontoons paralelamente dispostos as cristas das ondas incidentes, sofrendo, por uma razão qualquer, uma inclinação em roll. A "sucção" aumenta no pontoon que se aproxima da superfície e diminui no pontoon que se afasta. Surge então um conjugado de emborcamento que pode ou não levar a estrutura a uma nova posição de equilíbrio diferente da trivial, que continuará existindo. Atingido o equilíbrio, a semi-submersível deverá oscilar em torno desta posição, excitada pelas forças induzidas pelo escoamento ondulatório. Caracterizou-se dessa maneira um steady tilt.

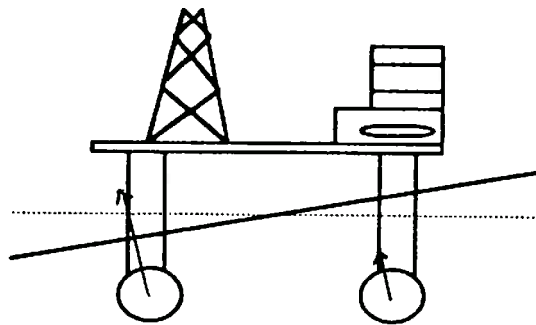


Figura 2.3 - Forças de "sucção"

Esse aumento local de velocidades é harmônico, visto ser harmônica a onda. A mudança de pressão local surge pela presença do termo quadrático da Equação de Bernoulli, e terá, portanto, componentes estacionária e harmônica, numa frequência dobrada em relação à onda. Isso é resultado da seguinte igualdade trigonométrica:

$$\cos^2(\omega t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega t)$$

Portanto, quando a velocidade, dada por uma expressão da forma $A.e^{-kx} \cos(\omega t)$, for substituída em Bernoulli surgirão termos de pressão em $2\omega t$ e estacionários.

O objeto de estudo deste trabalho é a componente estacionária dessa força que surgiu pela "sucção", responsável pelo steady tilt. Como esse termo é proporcional ao quadrado da amplitude de onda diz-se ser um efeito de segunda ordem.

O momento introduzido por esses esforços tende a aumentar o ângulo de inclinação da estrutura (efeito desestabilizador), e tem sua magnitude crescente com o aumento do ângulo de inclinação. Assim, não fosse os esforços de restauração, a estrutura emborcaria rapidamente, induzida por um momento crescente.

A altura metacêntrica de uma estrutura flutuante é definida como o coeficiente angular do momento de restauração em função do ângulo de inclinação, adimensionalizado pelo empuxo. Com a presença do momento desestabilizador induzido pelos esforços comentados, esse coeficiente terá sua magnitude diminuída, o que corresponde a uma alteração no valor de GM.

Está caracterizada a origem física do steady tilt.

2.3

ANÁLISE DE ESTABILIDADE

Tendo em vista que os esforços estacionários verticais induzem um momento desestabilizador e que, portanto, o problema deve ser estudado pela ótica de estabilidade, antes de buscar uma formulação matemática é interessante estabelecer um paralelo com a flambagem de vigas, o que direcionará melhor a análise.

Seja uma viga apoiada sujeita a uma restauração provida por uma mola helicoidal linear em sua extremidade inferior. Seja a presença de uma massa concentrada m na sua extremidade superior, e uma carga P que incorpora o peso dessa massa.

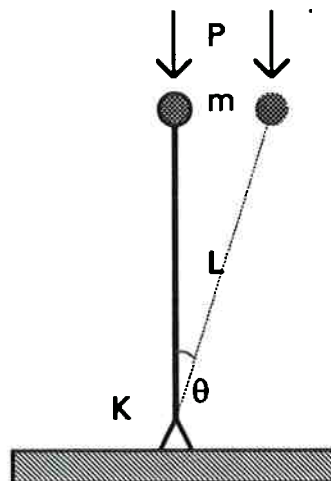


Figura 2.4 - Viga apoiada

A carga P tem um papel idêntico às forças estacionárias na estrutura semi-submersível. Induz um momento desestabilizador que aumenta com a deformação em θ .

A expressão do momento de restauração torna clara a questão:

$$M(\theta) = k\theta - Pl \operatorname{sen} \theta \quad (2.1)$$

ou no contexto linear

$$M(\theta) = (k - Pl)\theta \quad (2.2)$$

e, portanto, o coeficiente de restauração efetiva foi diminuído de uma quantidade Pl , proporcional à carga de compressão.

Notando que existe um valor de carga P_{cr} que torna nulo o momento restaurador com $P_{cr} = k/l$, escreve-se:

$$M(\theta) = k(1 - P/P_{cr}) \cdot \theta \quad \text{ou} \quad M(\theta) = k_{\text{efetivo}} \cdot \theta \quad (2.3)$$

E tem-se evidenciada a diminuição da rigidez efetiva com cargas de compressão crescentes. Da análise da equação dinâmica verifica-se que seu período natural aumenta como consequência.

seja $\lambda = P/P_{cr}$

$$m \cdot l^2 \cdot \ddot{\theta} + k(1 - \lambda) \cdot \theta = M_{\text{externo}} \quad (2.4a)$$

de onde

$$T_{\text{natural}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{ml^2}{k(1 - \lambda)}} \quad (2.4b)$$

O aumento do período natural em um sistema dinâmico é um sintoma de diminuição de estabilidade.

As posições θ de equilíbrio tem uma distribuição em função da carga de compressão que segue o eixo das abcissas até P/P_{cr} atingir o valor 1, quando se transforma numa reta horizontal, como mostra a figura 2.5. Para cargas superiores à crítica o sistema degenera e deixa de ter significado físico.

Se o carregamento possui uma excentricidade inicial o momento externo da (2.4a) é da ordem de λ , que é um parâmetro pequeno para pequenas cargas de compressão. Seja $M_{ext} = q.\lambda$, onde q é algum coeficiente da ordem de 1. Então a posição de equilíbrio deixa de ser trivial e passa a ser dada por:

$$\theta = q \frac{\lambda}{1-\lambda} \quad (2.5)$$

E agora o diagrama de equilíbrio toma a forma indicada na figura 2.3 pela curva com uma seta na ponta:

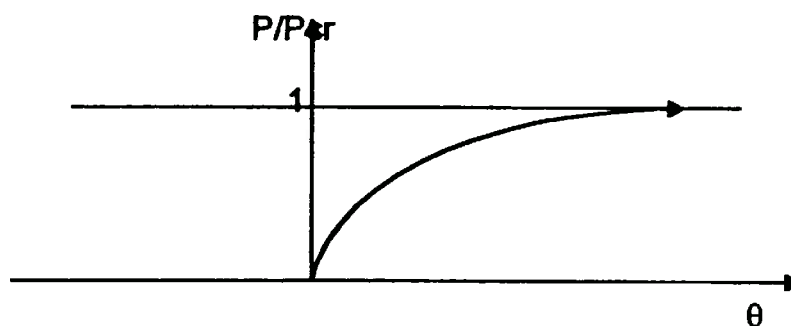


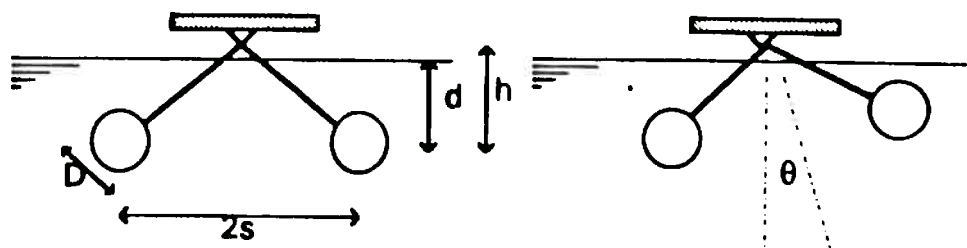
Figura 2.5 - Diagrama de equilíbrio com excentricidade de carregamento

Ao se estudar o fenômeno de perda de estabilidade da viga carregada axialmente, a direção em que ocorrerá a flambagem assume importância secundária. Neste momento, o interesse recai na determinação de uma carga de compressão máxima, para a qual se pode considerar a viga com rigidez suficiente para a função estrutural que deve realizar.

A análise da viga sob carregamento axial permitiu a identificação de um problema característico de perda de estabilidade, e conseqüentemente, a identificação dos parâmetros relevantes. Isso permite uma análise mais direcionada do problema de steady tilt.

Volte-se a análise do problema de steady tilt, desenvolvendo-se a seguir as equações do momento desestabilizador originado pelos esforços estacionários apresentados, para em seguida analisar-se a nova condição de estabilidade.

Uma geometria simplificada específica será considerada de modo a tornar mais simples a discussão de acordo com a figura 2.4. Consiste de dois cilindros infinitamente longos, rigidamente conectados entre si e a um ponto A, em torno do qual tem liberdade de rotação.



a) Posição indeformada

b) Posição Deformada

Figura 2.6 - Esquema simplificado do modelo

Na figura 2.4 seja $2s$ a distância que separa os dois cilindros, a o seu raio, h a distância vertical entre o centro dos cilindros e o ponto A. Seja d sua profundidade de imersão e l o comprimento da haste rígida.

Do ponto de vista hidrodinâmico, para obter os esforços de segunda ordem resultantes da ação de ondas deve-se calcular os potenciais de difração e radiação, de modo a se integrar o campo de pressões, considerando-se termos até segunda ordem na amplitude de onda.

Inicialmente se aproveitará a aproximação obtida por Olgivie para cilindros fixos, baseada no teorema do círculo, que tem seu desenvolvimento indicado no apêndice A. Posteriormente apresentam-se as correções necessárias nas expressões dos esforços, corrigindo-os com a consideração do movimento dos cilindros e da superfície livre, no apêndice B.

Denotando por (+) o cilindro da esquerda, e por (-) o cilindro da direita, as forças estacionárias horizontais X e verticais Y são dadas por:

$$\begin{aligned} X^{\pm} &= 0; \\ Y^{\pm} &= 2 \cdot \pi \rho g a^2 \cdot (KA)^2 \cdot e^{-2Kd^{\pm}} \cdot I_1(2Ka) / Ka \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde A representa a amplitude de onda, K o número de onda, $I_1(.)$ é a Função de Bessel modificada (ver Abramowitz e Stegun, 1965), d^{\pm} representa a profundidade local de cada um dos cilindros, obtidas trigonometricamente e dadas por:

$$d^{\pm} = d - h \cdot (1 - \cos \theta) \pm s \cdot \sin \theta$$

com θ sendo o ângulo de tilt.

Tomando agora momentos em relação ao ponto de pivotamento, obter-se-á o momento de emborcamento induzido pelas forças estacionárias:

$$M(\theta) = Y^- \cdot (s \cdot \cos \theta + h \cdot \sin \theta) - Y^+ \cdot (s \cdot \cos \theta - h \cdot \sin \theta) \quad (2.7)$$

e o momento de restauração global deve ser diminuído da parcela correspondente. Seja sua expressão, adimensionalizada por $2 \cdot \pi \rho g a^2 h$:

$$M(\theta) = p - \frac{Y^- \cdot (s \cdot \cos \theta + h \cdot \sin \theta) - Y^+ \cdot (s \cdot \cos \theta - h \cdot \sin \theta)}{2 \pi \rho g a^2} \quad (2.8)$$

Foi introduzida a notação p para o coeficiente adimensional que multiplicado pela dimensão h fornece a altura metacêntrica GM . ($GM = p.h$)

Neste instante passa-se a uma análise local em torno de $\theta=0$, de maneira a enxergar o problema na ótica da teoria de bifurcação. Assim, feitas as expansões das funções trigonométricas e exponenciais da variável θ em torno da posição zero até a terceira potência, obter-se-á:

$$M(\theta) = \gamma_2 \cdot \theta + \gamma_4 \cdot \theta^3 \quad (2.9)$$

onde

$$\gamma_2 = p - 2 \cdot (KA)^2 \cdot e^{-2Ka} \cdot g_2(Ka), \quad (2.10)$$

$$\gamma_4 = -\frac{1}{6} \gamma_2 + 2 \cdot (KA)^2 \cdot e^{-2Ka} \cdot g_4(Ka) \quad (2.11)$$

com

$$g_2(Ka) = \left[1 + \frac{Ks^2}{h} \right] \cdot \frac{I_1(2Ka)}{Ka},$$

$$g_4(Ka) = \frac{s}{a} \cdot \left[\left(1 - 2Kh - \frac{4}{3}(Ks)^2 \right) \cdot \frac{s}{h} - 2Ks - \frac{h}{s} \right] \cdot I_1(2Ka)$$

No contexto de uma análise linear deve-se olhar apenas o primeiro membro da (2.9), de onde nota-se que γ_2 faz o papel da altura metacêntrica adimensionalizada por h . Percebe-se que existe uma declividade de onda KA que torna nula essa altura metacêntrica; ou, para cada número de onda, existe uma amplitude que leva a zero a altura metacêntrica. Seja A_{cr} essa amplitude. Da parcela linear de (2.9) segue:

$$A_{cr} = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{p}{2 \cdot e^{-2Ka} \cdot g_2(Ka)}} \quad (2.12)$$

ou, definindo $a_{\sigma}^2 = A^2/A_{\sigma}^2$, pode-se rescrever a (2.9) linearizada como

$$M(\theta) = p.(1 - a_{\sigma}^2).\theta. \quad (2.9b)$$

Portanto a_{σ}^2 tem papel idêntico ao parâmetro λ introduzido na análise da viga, e a amplitude de onda ao quadrado faz o papel da carga de compressão.

Conforme vai crescendo a amplitude de onda numa dada frequência, o coeficiente de restauração do modelo vai diminuindo, até que seja atingida a amplitude crítica, quando então o sistema deixa de possuir restauração. O diagrama de equilíbrio é portanto idêntico àquele apresentado para a viga na figura 2.2.

Qualquer excentricidade do carregamento, que pode advir de qualquer esforço estacionário horizontal, ou de assimetrias geométricas, torna o diagrama de equilíbrio "deslocado" e assimétrico como aquele apresentado na figura 2.5. Maiores detalhes serão encontrados no item seguinte.

A direção de tilt, da mesma maneira que a direção de flambagem da viga, assume importância secundária, já que o fenômeno é de perda de estabilidade.

Reconsidere-se o sistema composto pela viga engastada sujeita a restauração de mola torcional. Seja agora uma análise considerando-se não linearidades do momento

restaurador. Considere-se portanto a presença do termo de restauração em θ^3 na sua expressão, que passa a ser dada por:

$$M(\theta) = (k - Pl) \cdot \theta + \frac{Pl}{6} \cdot \theta^3 \quad (2.13a)$$

ou

$$M(\theta) = k(1 - \lambda) \cdot \theta + \frac{k}{6} \lambda \cdot \theta^3 \quad (2.13b)$$

Agora a equação $M(\theta) = 0$, dependendo do valor de P , pode possuir três raízes reais, que correspondem a posições de equilíbrio. A homogênea, e mais duas raízes simetricamente posicionadas em θ .

Não se pode mais falar em período natural, já que o sistema não é mais linear. No entanto, a análise do diagrama de equilíbrio continua sendo elucidativa.

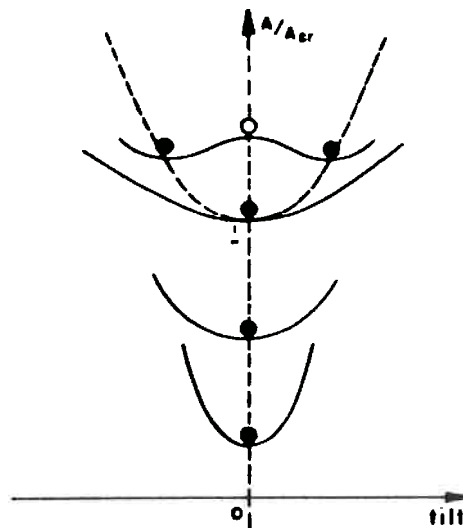


Figura 2.7 - Curva de energia potencial sobre diagrama de equilíbrio. Bifurcação lisa.

Na figura 2.7 apresentou-se o diagrama de equilíbrio do sistema juntamente com a curva de energia potencial. Para cargas de compressão inferiores a crítica a viga apresenta somente uma posição de equilíbrio, que é a trivial e é estável, como mostra a concavidade da curva de energia potencial e a bolinha em linhas cheias.

Quando a carga de compressão atinge o seu valor crítico, o diagrama de equilíbrio se bifurca e passam a existir duas novas posições de equilíbrio simetricamente posicionadas, além da trivial. A concavidade da curva de energia potencial indica que a posição trivial passou a ser instável (bolinhas vazadas) e as duas novas posições são estáveis.

O ponto no qual a curva de equilíbrio se divide em dois ramos recebe o nome de *ponto de bifurcação*. Esse tipo de bifurcação onde as novas posições de equilíbrio afastam-se lentamente da posição inicial recebe o nome de *bifurcação lisa*.

Volte-se à análise do modelo de semi-submersível com todos os termos do momento restaurador. Considere-se a função de energia potencial do sistema que permite um estudo de estabilidade mais intuitivo.

$$V(\theta) = \frac{1}{2}\gamma_2 \cdot \theta^2 + \frac{1}{4}\gamma_4 \cdot \theta^4 \quad (2.14)$$

As soluções de $V'(\theta)=0$ são pontos de equilíbrio do sistema pois representam pontos de máximo ou mínimo da energia potencial, de onde:

$$\theta=0;$$

ou

$$\theta=\pm\sqrt{-\frac{\gamma_2}{\gamma_4}}$$

As posições de equilíbrio são analisadas a seguir em função dos sinais dos dois coeficientes γ_2 e γ_4 .

A forma da curva de energia potencial depende dos sinais de γ_2 e γ_4 . Se $\gamma_4 > 0$ e $\gamma_2 > 0$ o sistema tem diagrama de equilíbrio idêntico àquele apresentado na figura 2.7. A única posição de equilíbrio é a trivial ($\theta=0$) e esta é estável. Conforme a amplitude de onda cresce γ_2 passa de positivo a negativo, o que equivale a carga de compressão na viga ultrapassar seu valor crítico, quando então passam a existir duas novas posições de equilíbrio estável, simetricamente posicionadas em θ . A posição de equilíbrio trivial passa a ser instável. Portanto, do ponto de vista de estabilidade o sistema tem comportamento idêntico a viga supra citada.

Se agora considerar-se $\gamma_4 < 0$, o tipo de bifurcação que ocorre com a mudança de sinal de γ_2 sofre uma alteração qualitativa. A análise de um novo sistema mecânico similar elucidada a questão.

O novo sistema é análogo ao anterior, só que desta vez sujeito a restauração de uma mola helicoidal linear, engastada em sua extremidade superior:

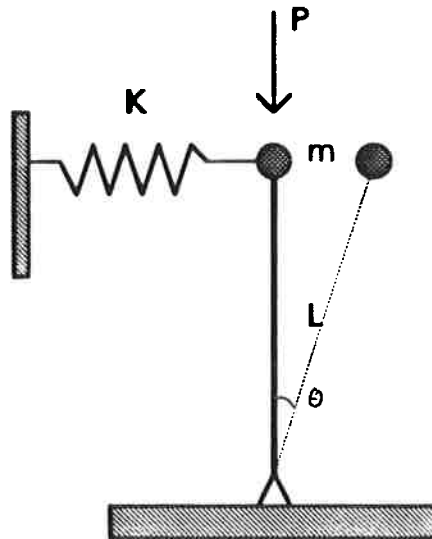


Figura 2.8 - Sistema mecânico com bifurcação do tipo catastrófica

Se a rigidez linear da mola é k , o comprimento da haste l , a massa puntiforme m , e a força de compressão P que incorpora o peso da massa, pode-se escrever a expressão do momento restaurador como:

$$M(\theta) = (kl^2 - Pl)\theta + \left(\frac{Pl}{6} - \frac{2kl^2}{3}\right)\theta^3 \quad (2.15a)$$

ou definindo $P_\sigma = Kl$ e $\lambda = P/P_\sigma$

$$M(\theta) = kl^2(1 - \lambda)\theta + kl^2\left(\frac{\lambda}{6} - \frac{2}{3}\right)\theta^3 \quad (2.15b)$$

A ultrapassagem da carga crítica leva a bifurcação, e a nova posição de equilíbrio estável, se existir, se encontra longe da posição trivial. O diagrama de equilíbrio, sobreposto as curvas de energia potencial, toma agora o aspecto indicado na figura 2.9.

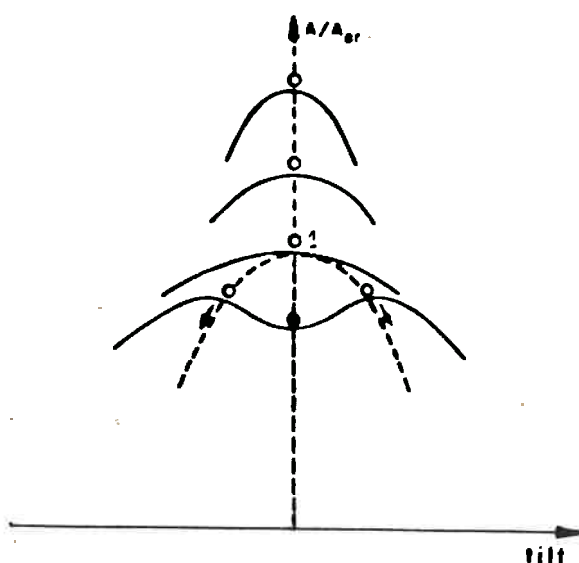


Figura 2.9 - Curva de energia potencial sobre diagrama de equilíbrio. Bifurcação Catastrófica.

Para cargas de compressão inferiores a crítica as posições de equilíbrio trivial, que são estáveis, coexistem com posições instáveis simétricas em θ . Para cargas superiores à crítica a única posição de equilíbrio, que é a trivial, passa a ser instável. Na prática, conforme a carga crítica atinge seu valor crítico, o sistema buscará posições de equilíbrio estáveis "escorregando" pelo diagrama, o que levaria a algo ilustrado na figura 2.10. O diagrama de equilíbrio mostra que não existem posições de

equilíbrio estável nas proximidades de $\theta=0$, e por isso a bifurcação recebe o nome de *catastrófica*.

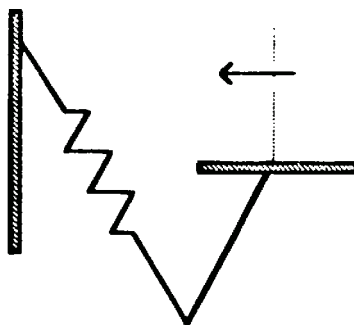


Figura 2.10 - Sistema que sofreu bifurcação catastrófica

Assim, retornando a análise da semi-submersível, o valor negativo do parâmetro γ , leva o sistema a apresentar uma bifurcação *catastrófica* com a amplitude de onda atingindo o seu valor crítico (γ , passando de negativo a positivo). A curva de energia potencial $V(\theta)$ seria idêntica aquela da figura 2.9, bem como o seu diagrama de equilíbrio.

É interessante notar que se a amplitude de onda atinge seu valor crítico, deixam de existir posições de equilíbrio estáveis, pelo menos numa região próxima a posição trivial. Isso significa que o sistema perde localmente a estabilidade, o que numa semi-submersível se traduziria em emborcamento.

A análise efetuada tem sentido apenas nas proximidades de $\theta=0$. Naturalmente, se a semi-submersível se inclina demais, termos de ordem superior em θ passam a desempenhar

papel mais relevante, e o comportamento das posições de equilíbrio deve ser diferente .

Martin e Kuo analisam a influência de forças hidrodinâmicas de terceira ordem, e apontam para o fato de que, conforme um dos pontoons se aproxima demais da superfície, essas forças têm participação preponderante e levam ao aparecimento de um momento que tende a restaurar a estrutura a posição original.

No contexto da análise local de estabilidade estes termos têm papel desprezível.

Concluindo, observou-se que o momento restaurador de uma semi-submersível tem sua magnitude decrescente com o aumento da amplitude de onda incidente. Quando a amplitude crítica é atingida o sistema pode se comportar de duas maneiras qualitativamente distintas: Pode buscar uma nova posição de equilíbrio próxima da trivial ou não encontrar posições de equilíbrio estáveis naquela região.

Ilustrando a questão, apresenta-se a seguir uma tabela com valores típicos de comprimento de onda, tipo de bifurcação e amplitudes críticas para uma plataforma real:
GVA 4000 - $s=27\text{m}$; $d=2a=12\text{m}$; $GM=2,4\text{m}$; Período Natural= 43s ;
Raio de giração= $10\text{m} \Rightarrow h=16,7\text{m}$.

2Ka	T(s)	(KA) _c	bifurcação
0,1	21,8	0,21	lisa
0,2	15,4	0,19	catastrófica
0,3	12,6	0,18	catastrófica
0,4	10,9	0,18	catastrófica
0,5	9,7	0,18	catastrófica
0,6	8,9	0,19	catastrófica
0,7	8,2	0,19	catastrófica
0,8	7,7	0,19	catastrófica
0,9	7,2	0,20	catastrófica
1,0	6,9	0,22	catastrófica

Tabela 2.1 - Valores de declividade crítica de onda em função da frequência, e o tipo de bifurcação para GVA 4000.

Como se pode observar pela tabela 2.1, o tipo de bifurcação na faixa usual de frequência do mar, é do tipo catastrófico. Embora as declividades críticas assumam valores demasiado elevados para um mar usual, de maneira que o sistema não deverá chegar até a bifurcação de equilíbrio, a diminuição da altura metacêntrica será observada já para ondas de baixa amplitude. Este ponto será mais elaborado a seguir (item 2.4).

A dificuldade de um sistema real chegar efetivamente a bifurcação de equilíbrio vem reforçar a validade de uma análise em torno da posição "indeformada" do sistema ($\theta=0$).

A magnitude do valor de declividade crítica da onda é muito sensível a mudanças do modelo hidrodinâmico, e os resultados da tabela 2.1 devem ser interpretados qualitativamente. No apêndice B se mostrará que a

consideração dos movimentos da estrutura no modelo hidrodinâmico, leva a uma diminuição da declividade.

2.4 GENERALIZAÇÃO

Os resultados apresentados no item 2.3, relativos aos esforços hidrodinâmicos de segunda ordem atuantes nos cilindros submersos, são obtidos para um sistema ideal, desconsiderando-se a existência de forças viscosas e outros fatores que introduzem não simetria de carregamento. O que foi feito equivale a não se considerar excentricidades no carregamento do viga axial, e que o material de sua composição seja perfeitamente homogêneo, o que, naturalmente, não traduz uma realidade.

Buscando uma análise mais global da questão, escreva-se a expressão completa do momento restaurador para a semi-submersível, considerando-se termos em potências pares e ímpares de θ :

$$M(\theta) = \gamma_1 + \gamma_2 \cdot \theta + \gamma_3 \cdot \theta^2 + \gamma_4 \cdot \theta^3 \quad (2.16)$$

onde γ_1 faz o papel do momento estático das forças de drift, e assim é proporcional ao quadrado da amplitude de onda. O restante dos termos em potências pares de θ são consequência natural das assimetrias introduzidas pelo drift, que vem de termos em $\cos\theta$.

As raízes de $M(\theta)=0$ são posições de equilíbrio do sistema e algum tipo de solução numérica deve ser utilizada. Para θ pequeno, tacitamente implícito no contexto de teoria de bifurcação, a (2.16) toma a forma:

$$M(\theta) = \gamma_1 + \gamma_2 \cdot \theta \quad (2.17)$$

Ainda que a (2.17) não permita a discussão do tipo de bifurcação, ela é praticamente importante para a determinação da amplitude de onda crítica. Num problema real, onde a aproximação analítica deve ser evitada, pode-se resolver o problema de difração-radiação para a estrutura em questão, "tiltada" em $\pm\Delta\theta$, podendo-se então determinar numericamente o valor do momento da (2.17). Resolvendo o sistema linear formado pode-se determinar uma aproximação para γ_1 e γ_2 , que fornecerá o ângulo de tilt e a amplitude crítica como será mostrado adiante em seguida.

2.5

ALTURA METACÊNTRICA EFETIVA

Volte-se agora a análise da parcela linear da (2.9). Como discutido o parâmetro γ_2 faz o papel da rigidez efetiva em roll da estrutura. Dada a normalização

utilizada, $h.\gamma_2$, é a altura metacêntrica efetiva do sistema (GM_e).

Definido A_{cr} e a_{cr} como em (2.12 e 2.9b) a altura metacêntrica efetiva do sistema pode ser escrita facilmente como:

$$GM_e = GM.(1 - a_{cr}^2) \quad (2.18)$$

Da mesma maneira se T_n era o período natural da estrutura em águas calmas, seu novo período com a diminuição da altura metacêntrica passa a ser dado por:

$$T_e = \frac{T_n}{\sqrt{(1 - a_{cr}^2)}} \quad (2.19)$$

A relação (2.19) é simples e pode ser verificada experimentalmente conforme se verá adiante.

Voltando a equação de equilíbrio (2.17) pode-se relacionar a amplitude crítica com o ângulo θ de equilíbrio (steady tilt). Já que as forças de drift são proporcionais ao quadrado da amplitude de onda assim o é γ_1 . De (2.17), que deve tomar o valor nulo, e da definição de a_{cr} , chega-se a:

$$\theta_{crit} = q \frac{a_{cr}^2}{1 - a_{cr}^2} \quad (2.20)$$

onde q é um parâmetro que depende tanto da reflexão das ondas quanto da dissipação viscosa. A expressão (2.20) também pode ser testada experimentalmente, plotando-se os valores de θ_{crit} em função da amplitude de onda, o que também será feito.

Buscando agora uma generalização para mar aleatório, nota-se que, para uma dada estrutura semi submersível, a amplitude crítica é uma função da frequência de ondas. Assim, $A_{cr} = A_{cr}(\omega)$. Este parâmetro, que comanda praticamente toda a dinâmica do sistema, é determinado pelo campo de pressões estacionárias de segunda ordem, relacionadas com o potencial de primeira ordem, o que permite a extensão da amplitude crítica para um mar aleatório.

Já que os esforços de segunda ordem que originam o fenômeno são estacionários, o efeito das componentes em cada frequência pode ser somado algebricamente, resultando que as forças estacionárias em mar aleatório são dadas pela soma das forças estacionárias dos mares harmônicos componentes. Portanto, para cada frequência se deverá ter:

$$a_{cr}^2 \propto \frac{S(\omega)}{A_{cr}^2(\omega)}$$

com $S(\omega)$ fazendo a papel do espectro de amplitudes.

Dessa maneira a altura metacêntrica efetiva continua sendo dada por (2.18), com

$$a_{\sigma}^2 = 2 \int_0^{\infty} \frac{S(\omega)}{A_{\sigma}^2(\omega)} d\omega \quad (2.21)$$

Com essa simples expressão, o parâmetro mais importante para análise de estabilidade, a altura metacêntrica, pode ser determinada para um estado de mar arbitrário.

2.6 CONSIDERAÇÕES SOBRE A DIREÇÃO DE INCLINAÇÃO

Conforme apresentado no capítulo introdutório, Martin e Kuo focalizam sua atenção para a direção em que ocorre o steady tilt. Observaram que semi-submersíveis com pontoons quadrados apresentam inclinações a sotavento, e aquelas de pontoons circulares, em alguns casos, apresentam inclinações a barlavento.

Neste item se pretende tecer algumas considerações relativas à questão de direção preferencial de tilt, uma vez que fica claro que está é uma questão secundária do problema.

Se uma semi-submersível se encontra livre a flutuar, as ondas induzem esforços estacionários horizontais em seus elementos submersos, o que faz com que a estrutura derive na direção de propagação das ondas. Conforme a mesma adquire uma velocidade horizontal, passam a atuar esforços

viscosos em direção contrária o que estabiliza sua velocidade de deriva. As forças de drift são preponderantes nas colunas da semi submersível, já que estão mais próximas da superfície livre, enquanto que as forças viscosas estão distribuídas proporcionalmente as áreas de cada um dos elementos.

Dessa maneira o centro de aplicação das forças de drift está localizado acima do centro das forças viscosas, o que promove uma inclinação a sotavento, justificando as observações de Martin e Kuo.

Conforme as ondas se tornam mais longas, sua influência se distribui mais equilibradamente nas colunas e pontoons, pois estes passam a estar mais "próximos" dessas ondas. Dessa maneira, com ondas longas o ponto de aplicação das forças de drift vai descendo na estrutura, o que pode apresentar algum indício sobre a causa dos modelos com pontoons circulares apresentarem, sob ondas longas, inclinações à barlavento. Uma análise mais detalhada é exigida neste caso.

De modo a medir o steady tilt e verificar as predições da teoria de bifurcação relativas ao fenómeno, foi planejado um ensaio experimental de um modelo conveniente. A seguir apresenta-se o modelo construído e os resultados obtidos dos ensaios, bem como sua análise no que se refere ao fenómeno de interesse.

3.1**APRESENTAÇÃO DO MODELO**

No capítulo 2 foi apresentada uma estrutura simplificada para elaboração dos conceitos teóricos pertinentes. A idéia inicial foi de, tanto quanto possível, construir um modelo experimental simples como aquele apresentado.

O artefato para ensaio deveria ser um modelo de confecção simples e que possuísse os aspectos característicos básicos de uma estrutura semi-submersível; isto é, baixa restauração hidrostática e deslocamento em cilindros submersos.

Tendo em vista que o steady tilt se desenvolve devido a forças atuantes nos pontoons da semi-submersível, e que as colunas de sustentação do deck pouca influência tem na questão de interesse, optou-se por um modelo onde a área do plano de flutuação fosse mínima, tornando a restauração do

movimento de roll função apenas da disposição de pesos em seu interior.

Procedendo dessa maneira tem-se mais liberdade para variação da restauração do movimento de roll, inclusive até valores próximos de zero.

A baixa restauração é benéfica ao ensaio por duas razões. Em primeiro lugar, torna o período natural mais afastado do período da excitação, o que diminui a amplitude da resposta em primeira ordem; em segundo lugar, tende a aumentar os valores de inclinação estacionária, o que facilita sua medida.

Por outro lado, a inércia elevada do modelo também tende a diminuir a amplitude de movimento em primeira ordem (posto que está longe da faixa de ressonância), o que tende a clarear a observação do steady tilt.

A semelhança geométrica do modelo com o protótipo (semi-submersível real), não é condição necessária ao ensaio, visto que o objetivo último não é a comparação modelo-protótipo, mas sim a validação experimental do método de análise via teoria de bifurcação, e das conclusões que o método aponta.

Foi definido então, que o modelo seria constituído basicamente de dois cilindros circulares paralelamente dispostos, fixados por uma estrutura rígida, que tornasse

possível a fixação em um ponto de rotação acima da superfície livre. O ponto de fixação acima da linha d'água facilita a disposição dos instrumentos de medida.

O primeiro passo seguido foi a definição de escalas geométricas. Há que se levar em conta a existência de duas escalas de tempo envolvidas no problema: Uma que dá o tempo para amadurecimento e despreendimento da camada limite do escoamento em torno dos pontoons, doravante chamados de cilindros. Seu valor típico é da ordem de:

$$T \equiv (\omega_c)^{-1} \equiv D/V$$

com D sendo o diâmetro dos cilindros, e V a velocidade típica do escoamento; e outra escala de tempo que dá o tempo de inversão do sentido do escoamento, qual seja, a própria frequência de ondas incidentes ω .

Se a frequência de oscilação do escoamento for muito maior que a frequência de formação de vórtices na camada limite, a camada limite não terá tempo de se descolar, e o escoamento será potencial (o que torna os efeitos viscosos irrelevantes).

De maneira que os desenvolvimentos teóricos possam ser efetuados analiticamente, desprezando-se a parcela viscosa das forças existentes, se deverá ter:

$$\frac{\omega_c}{\omega} \gg 1$$

ou seja

$$\frac{A.e^{-kd}}{D} \ll 1$$

onde $A.e^{-kd}$ é a amplitude da perturbação na cota de profundidade dos cilindros.

Na fase de definição das medidas geométricas do modelo, foi considerada esta questão aliada a faixa de frequências de operação do tanque de provas do IPT, que define o diâmetro dos cilindros e sua profundidade de imersão.

Procurou-se construir um modelo que possuísse sua amplitude de onda crítica mínima localizada na frequência de 1 Hz, que é justamente a região de melhor desempenho do tanque (restrição associada ao batedor de ondas). Foi elaborado um procedimento sistemático para definição das dimensões do modelo, e calculou-se o valor da amplitude de onda crítica (amplitude de onda que promove a bifurcação da curva de equilíbrio) para qualquer combinação de parâmetros geométricos do modelo (diâmetro do cilindros, distância horizontal entre eles, posição do ponto de fixação em roll, massa total do modelo e sua distribuição geométrica e profundidade dos cilindros).

Como resultado de várias simulações definiu-se a geometria do modelo que torna o ângulo de steady tilt máximo, para baixas amplitudes de onda, na frequência de onda de 1Hz. Na figura 3.1 se encontra a representação do modelo, que passa-se a descrever sempre em referência a nomenclatura apresentada ali.

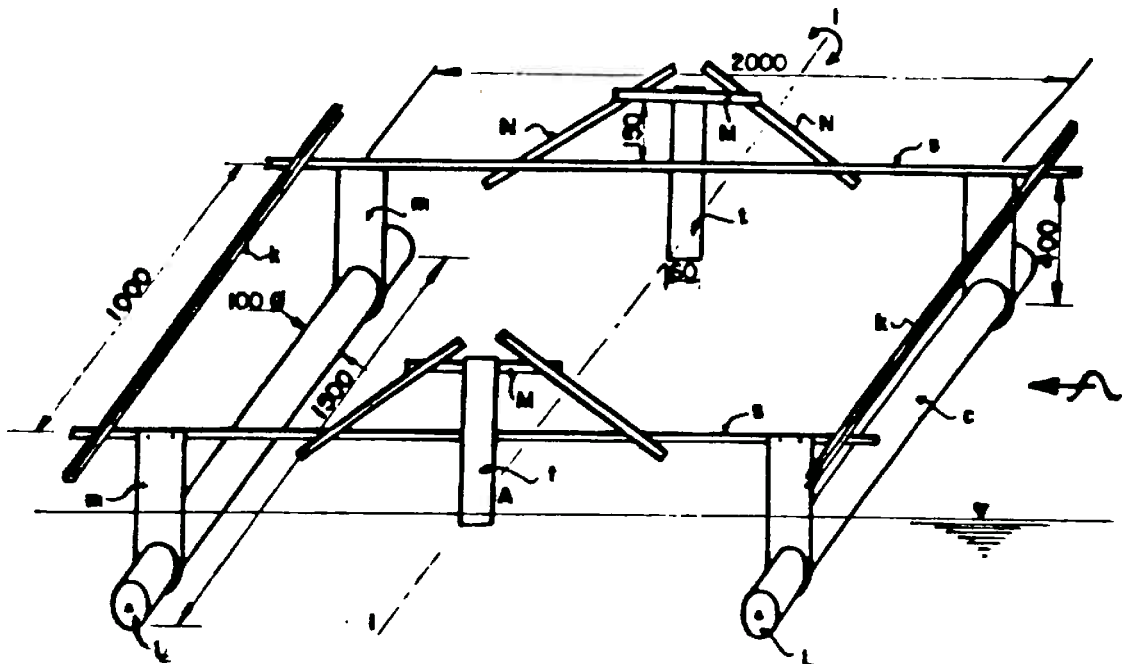


Figura 3.1 - Perspectiva isométrica do modelo construído

Os cilindros *c* são construídos em tubo de PVC com 1500mm de comprimento, 100mm de diâmetro interno e 110mm de diâmetro externo, dotados internamente de dispositivo para fixação de lastro em posição ajustável e fechado em suas extremidades com tampas *l*, usinadas em acrílico transparente. O acrílico permite a visualização interna para constatação de eventual infiltração de água no

interior dos cilindros. Os tubos são dotados de anéis de vedação tipo "oring" de látex.

A fixação dos cilindros na estrutura suporte se dá através de hastes finas de perfil retangular m , fabricadas em alumínio naval, sendo usinadas em suas extremidades inferiores para abraçamento dos cilindros, perfuradas em sua extremidade superior para fixação na estrutura suporte através de parafusos.

A estrutura suporte é confeccionada em perfis U pré fabricados de aço, com peso específico 1,5679 g/mm. Todos os pontos de fixação são parafusados, e projetados de tal maneira que possam ser ajustados a eventuais redefinições geométricas.

As hastes de fixação t suportam a estrutura como um todo. São usinadas em alumínio naval, dotadas de mancais em rolamentos de esferas que suportam o eixo fixo, através do qual se permite a oscilação do modelo em roll. Inicialmente o acoplamento entre eixo de roll e hastes foi projetado sem rolamentos, sendo o eixo simplesmente engraxado. Durante os ensaios, se constatou a necessidade de instalação de rolamentos, o que foi feito em seguida.

Inicialmente também foi projetada e construída uma estrutura de apoio que sustentaria o modelo sobre o tanque, permitindo regulagem de altura e de posição de instrumentos. Durante a montagem do conjunto, verificou-se

que a vibração era excessiva, optando-se assim pela solução de, abandonando a estrutura de apoio, fixar o modelo diretamente sobre caibros de peroba, com auxílio de sargentos. Essa solução se mostrou muito mais simples e eficiente, embora não tanto estética.

A tabela 3.1 apresenta as dimensões de cada elemento, sua massa, sua posição em relação a um sistema cartesiano fixo no plano de simetria, na altura do centro dos cilindros. Com essa tabela, calcula-se o momento de inércia da estrutura.

(1) ELEMENTO	(2) POSIÇÃO HORIZ. (mm)	(3) POSIÇÃO VERTICAL (m m)	(4) MASSA (Kg)	(5) (3) X (4) Kg.mm	(6) MOMENTO TRANSP. (Kg.cm) ²
TUBOS	743,0	0,0	9,20	0,0	50.651
LASTRO	743,0	-18,3	19,90	-346,2	109.628
MADEIRA	743,0	0,0	2,15	0,0	11.837
INT. TUBO					
LASTRO	635,0	386,0	0,66	254,8	3.644
BALANC.					
TAMPAS	743,0	0,0	0,76	0,0	4.184
TUBOS					
PARAFUSO	-	-	0,64	-	-
HASTES S	0,0	333,5	5,10	1.700,9	5.672
HASTES K	635,0	368,5	3,20	1.179,2	17.249
HASTES Z	277,3	36,7	2,98	1.301,7	7.975
HASTES T	0,0	361,0	1,18	427,0	1.537
HASTES N	0,0	539,8	1,20	647,8	3.497
HASTES M	743,0	158,0	1,50	237,0	8.933

Tabela 3.1 - Posição e massa dos elementos constituintes do modelo.

Foram obtidos então os seguintes resultados:

Massa total = 48,47 Kg

Momento estático de inércia = 5.382,75 Kg.mm

Momento de inércia de transporte = 225.533,59 Kg.cm

Adicionando-se ao momento de transporte, os momentos próprios das hastes s e dos cilindros, obtém-se o valor total do momento de inércia: 239.512,8 Kg.cm.

Com esses valores determina-se:

Posição vertical do CG = 111,05mm.

Momento polar de inércia em relação ao ponto de fixação em roll = 24,71 Kg.m.

De modo a se verificar os cálculos descritos acima, foram realizadas diversas experiências de decaimento, com o modelo fora d'água, fixado no eixo de roll. Os resultados obtidos foram comparados com a expressão teórica do período, obtida da equação linearizada do movimento:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + R \cdot \theta = 0$$

com J o momento polar de inércia, e R a restauração, dada pelo produto do peso pelo braço de endireitamento (distância vertical do centro de gravidade e o ponto de fixação em roll).

de onde $\omega = \sqrt{\frac{R}{J}}$ e portanto $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{R}}$

O período teórico obtido é de 3,51 segundos, enquanto para o período medido obteve-se média de 3,53 segundos e, portanto, coeficiente de correlação 0.9999. A diferença percentual é de 0.57% o que indica que o cálculo de pesos e centros tem boa acuidade.

Também foram realizadas experiências de decaimento com o aparato dentro d'água, no início de cada dia de ensaio, de maneira a comparar os dados obtidos com sua previsão teórica.

Quando o modelo se encontra parcialmente submerso, a equação dinâmica não amortecida do movimento deve ser corrigida com a consideração da massa adicional de fluido (significativa só nos cilindros).

O novo momento polar de inércia, com a consideração da massa adicional, toma o valor de 42,62 Kg.m. No computo da massa adicional, considerou-se o problema bi-dimensional, chegando-se ao coeficiente de massa adicional unitário. A consideração de bi-dimensionalidade é bastante razoável uma vez que a razão de aspecto entre comprimento e diâmetro dos cilindros é de 1/15.

Passa-se agora ao cálculo da altura metacêntrica do modelo.

A altura metacêntrica do modelo é o fator de dimensão de comprimento no momento restaurador. Escrevendo-se expressão do momento restaurador ter-se-á:

$$M(\theta) = mgl.\theta - \rho \nabla gh.\theta + \nabla Ab \rho g.\theta = GM.\rho \nabla g.\theta$$

onde:

h = distância vertical do centro de flutuação
ao ponto de fixação em roll (27.85 cm);

l = distância vertical do CG ao ponto de roll
(16.7 cm);

b = distância horizontal da área de flutuação
ao ponto de fixação em roll (74.2 cm);

A = área de flutuação que aflora a superfície
livre (16.68 cm²);

O valor obtido para altura metacêntrica foi de 3.26 cm. Com esse valor pode-se checar o período medido com o modelo dentro da água.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{GM.\rho \nabla g}} = 13,487s$$

Para o período medido através de experiência de decaimento obteve-se média de 12.83 segundos. A diferença percentual, ponderada pelo valor experimental, é de 5.05 %.

É oportuno aqui colocar que também foram realizadas diversas experiências de inclinação no modelo, como outro procedimento para se obter a altura metacêntrica. Porém, o valor encontrado em todos os experimentos foi da ordem de 2.0 cm, o que difere bastante do valor anteriormente citado. Não se encontrou explicação para esta discrepância embora tenha se detido aí com acuidade. O valor utilizado ao longo deste trabalho foi o de 3.67cm, obtido através da experiência de decaimento.

3.2

DESCRIÇÃO DO ENSAIO

O ensaio foi realizado no tanque de provas do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT). O tanque possui 280 metros de comprimento, 4 metros de profundidade e 6 metros de largura. No meio do mesmo, existe uma praia absorvedora de ondas, que dessa maneira divide-o em dois tanques distintos do ponto de vista de interferência de ondas. O modelo descrito foi colocado a uma distância de 30 metros do batedor de ondas e a 110 metros da praia, a vazante.

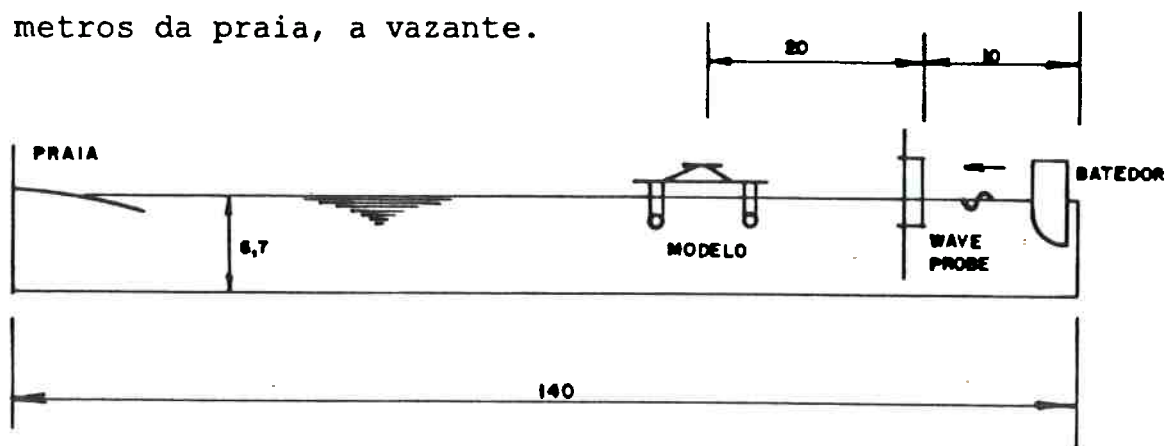


Figura 3.2 - Arranjo do modelo no tanque

Para cada frequência do ensaio, foi calculado o tempo necessário para reflexão da onda na praia e retorno ao modelo, de modo que não houvesse aquisição de dados transcorrido esse tempo. Evita-se assim interferência de sinal gerado pelo onda que vai com a que já está voltando.

Com a finalidade de, para em cada frequência de onda gerada, se determinar o ângulo de inclinação médio do modelo em função da amplitude de onda, foram instalados transdutores de: posição angular no modelo; posição vertical da superfície livre da água; período de perturbação gerada no próprio gerador de ondas.

Durante o ensaio, os dados foram coletados por uma placa conversora analógico-digital de 12 bits de fabricação da Linx Ltda., acoplada a um microcomputador IBM-XT. Os dados foram gravados simultaneamente em discos magnéticos flexíveis. A frequência de aquisição foi constantemente mantida em 25.6 Hz, significando que a cada segundo transcorrido de ensaio, 25,6 leituras de cada canal utilizado eram lidas, convertidas em valores digitais e registradas. Quatro canais de leitura foram utilizados, sendo que três deles para medida de posição angular por aparelhos distintos, e o restante para posição vertical da superfície da água (ondógrafo).

Para aquisição de posição angular do modelo, foi instalado um potenciômetro de uma volta, no seu eixo de

roll do modelo, bem como dois LVDT ("Linear Variable Diferencial Trasductor") em posições distintas. O LVDT é constituído simplesmente de um imã, que se movimenta no interior de um campo magnético, fazendo assim o mesmo variar. A intensidade do campo magnético é transformada em medida da posição das hastes.

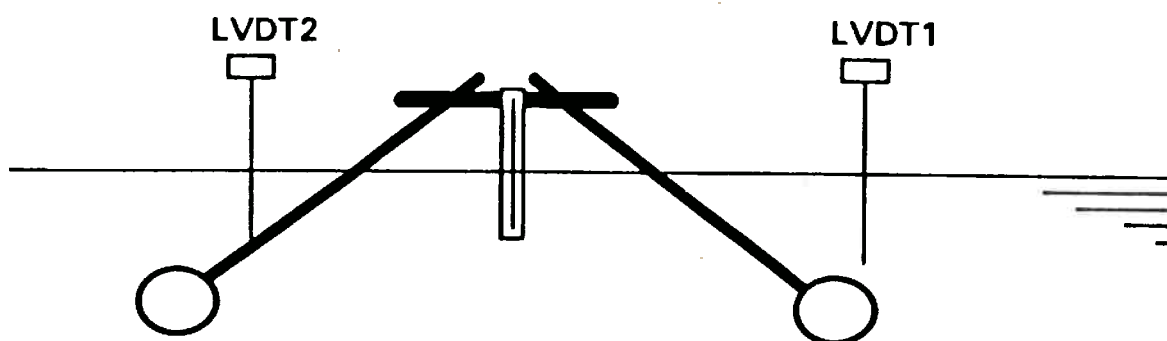


Figura 3.3 - Arranjo esquemático dos LVDT's

A transformação da leitura do instrumento do valor de deslocamento do LVDTs, em ângulo de rotação do modelo, exigem a correção pelo coseno do ângulo, que foi desprezado dado a faixa de valores medidos (± 6 graus-lvdt1; ± 9 graus-lvdt2).

O ondógrafo é constituído por duas hastes condutoras paralelas e perpendicularmente dispostas à superfície da água, atravessando-a. Conforme a superfície se altera, altera-se a capacitância do sistema assim constituído e um sinal analógico é então gerado.

Todos os aparelhos de medida são alimentados por uma tensão constante, fornecida por fontes independentes, e seu

sinal é filtrado por filtro passa-baixa, antes de sua conversão e posterior aquisição.

Posteriormente à aquisição dos dados, os mesmos são tratados e sua apresentação é preparada através do software "Aqdados" de fabricação da própria Linx Ltda.

3.3 PROCEDIMENTO DE ENSAIO

Descreve-se a seguir o procedimento padrão utilizado durante a realização dos ensaios, bem como os cuidados observados.

Em cada dia de ensaio foi seguida a seguinte rotina:

- 1) As fontes de alimentação e a aparelhagem eletrônica e mecânica (compressor e bomba) do batedor de ondas são ligadas; é esperado um tempo para que se dê a sua estabilização;
- 2) É medido o nível de água do tanque;
- 3) É instalado o ondógrafo, e dá-se procedimento a sua calibração;
- 4) São calibrados os LVDTs;
- 5) É medido o período natural da estrutura através de experiência de decaimento;
- 6) É realizado o teste de inclinação do modelo para posterior verificação de altura metacêntrica. (Os dois últimos procedimentos são

indicativos de alguma alteração do modelo, como por exemplo infiltração de água no mesmo através de seus anéis de vedação, o que poderia ter ocorrido durante a noite.)

7) É ajustada a frequência de ondas bem como a altura de onda desejada e procede-se então a realização do ensaio propriamente dito, com início de aquisição de dados. (Cabe ressaltar que, a regulagem de altura de ondas no batedor, se dá através de potenciômetro, do qual não se possui a priori função de transferência. Assim, o valor de amplitude de onda gerada e conhecido somente após a realização do ensaio.)

8) Uma vez terminado o ensaio (aproximadamente 2 minutos após seu início), espera-se que a água do tanque se acalme, o que é constatado a olho nu e aproximadamente 20 minutos depois. Em seguida dá-se início ao próximo passo na amplitude de onda.

9) Tal procedimento é repetido, até que se observe amplitude de onda que promova o afloramento de um dos cilindros na superfície. Conforme a amplitude incidente vai crescendo e chega mais perto da amplitude de onda crítica, diminui-se o passo no aumento de amplitude incidente, de modo a termos melhor resolução nesta faixa.

10) Uma vez observado o afloramento do modelo, reajusta-se a nova frequência do batedor e prossegue-se conforme descrito acima.

Durante todos os ensaios, o condutor se coloca junto ao modelo, a fim de observar alguma ocorrência diversa.

3.4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Antes da apresentação dos resultados propriamente dita, faz-se necessária uma explicação sobre a maneira em que os mesmos serão apresentados. Em seguida, uma simulação matemática de um sistema dinâmico, de comportamento semelhante ao do modelo ensaiado fisicamente, tornará claro os pontos que devem ser enxergados. Finalmente, conclui-se com a apresentação dos resultados mais importantes.

3.4.1 Forma de Apresentação de Resultados

Foram realizados ao todo 61 ensaios, nas frequências de 0,5; 0,8; 1,0 e 1,2 Hz.

Os ensaios na frequência de onda de 0,5 Hz foram os primeiros efetuados e serviram para uma calibração do experimento como um todo. Seus resultados apresentam uma série de ruídos e imperfeições que puderam ser corrigidas nos ensaios seguintes. Não têm, portanto, importância nesta dissertação e por isso não são apresentados.

Nas frequências remanescentes foram efetuadas dois conjuntos de baterias de ensaios não consecutivos na mesma

frequência. O segunda conjunto de baterias de ensaios foi feita como confirmação de resultados da primeira bateria. A única diferença entre a primeira e a segunda bateria de cada frequência é a introdução de um filtro do tipo "passa baixa" no gerador de ondas.

Uma bateria é o conjunto de ensaios consecutivos em uma mesma frequência de ondas. O número de ensaios realizados em cada bateria é variável, uma vez que este se estende até o afloramento de um dos cilindros à superfície da água, o que não se sabe a priori quando ocorrerá.

Cada ensaio tem pouca importância se analisado isoladamente. Da análise em conjunto se obtém uma visão mais nítida do comportamento do fenômeno. Assim a apresentação de cada ensaio se encontra no apêndice D. Aqui serão apresentados resultados globais e um ou outro ensaio que possuam relevância direta no que vai sendo exposto.

O resultado de cada ensaio consiste em duas curvas que dão a evolução temporal da cota instantânea da superfície em centímetros (onda), e da posição angular instantânea do modelo em graus. Dessa evolução temporal são tiradas a amplitude da onda e o valor médio de posição angular, que é o próprio ângulo de steady tilt. A figura a seguir é uma saída típica de um ensaio. A curva superior corresponde à medida da onda e a inferior à da posição angular.

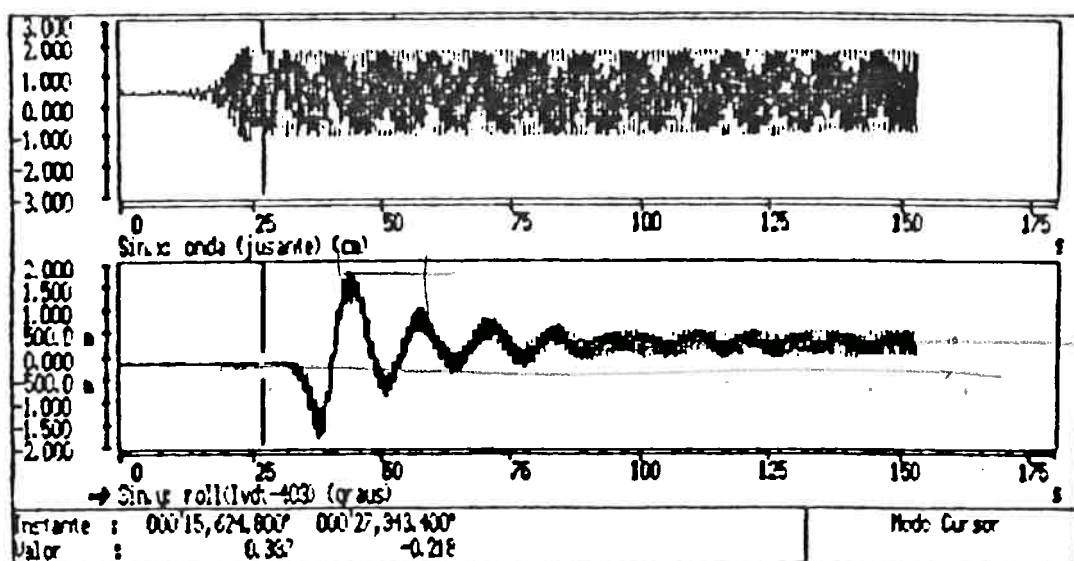


Figura 3.4 - Exemplo típico de ensaio

Arquivo: Ci03f10

Na figura acima, representativa de todos os ensaios, se observa a cota da superfície da água, na região do medidor de ondas, estática até aproximadamente a marca de 15 segundos, quando então começam a passar as primeiras ondas com amplitude crescente até a estabilização na amplitude. Na curva inferior está plotada a posição angular do modelo, estática até aproximadamente 30 segundos, quando então começa a oscilar, atravessando um período de movimento transitório, e se estabiliza por volta dos 100 segundos.

Na curva de posição angular fica clara a superposição de dois movimentos: O transitório em baixa frequência e grandes amplitudes; e o harmônico de maiores frequências e menores amplitudes. Os valores do ângulo de inclinação

estática são tomados como a média da posição durante o período onde o movimento já se estabilizou.

Deve-se ter em mente que, como o sensor de posição da superfície livre se encontra 10m a jusante do modelo, sua aquisição de dados não se processa simultaneamente a aquisição da posição angular.

Para cada ensaio foi gerado um arquivo de dados. Pelo nome do arquivo sabe-se a que ensaio corresponde. Os nomes na forma Cinnfpp referem-se a ensaios da primeira bateria, onde nn é o número do ensaio e pp é a frequência de ondas multiplicada por 10. Os ensaios da segunda bateria recebem o nome Cinnfpp, seguindo a mesma lógica.

Nos ensaios do segundo conjunto de baterias foi introduzido um segundo "LVDT", de maneira que para esses ensaios dois valores de ângulo de tilt foram obtidos. Nos "plots" da evolução temporal só o sinal de um deles é apresentado.

Uma vez isso posto e adquirida uma compreensão global de como é efetuado cada ensaio, as grandezas que são medidas e como é produzido seu sinal de saída, faz-se necessária uma compreensão da dinâmica do sistema em questão sob a excitação de ondas harmônicas.

3.4.2 Modelo do Comportamento Dinâmico

Buscando essa compreensão se fará a seguir uma análise da dinâmica do problema, utilizando-se de ferramenta computacional, e uma comparação com alguns resultados obtidos. Em seguida apresentam-se os resultados principais.

Do ponto de vista linear, o comportamento dinâmico do modelo ensaiado pode ser simulado em computador, numa análise no domínio do tempo. A equação dinâmica que estabelece seu comportamento fica da seguinte forma:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{d\theta}{dt} + \omega_n^2(1 - a_\sigma^2) \cdot \theta = q \cdot \omega_n^2 a_\sigma^2 + C_1 \cos\omega \cdot t + C_2 \cos 2 \cdot \Delta\omega \cdot t \quad (3.1)$$

onde:

ω_n é a frequência natural em águas calmas

$$a_\sigma^2 = \frac{A^2}{A_\sigma^2} \text{ com } A = \text{amplitude de onda}$$

A_σ = amplitude de onda crítica

ω = frequência de excitação em primeira ordem

$2\Delta\omega$ = frequência de excitação em baixa frequência

q = coeficiente de forças estáticas de segunda ordem

ζ = coeficiente percentual de amortecimento

C_1, C_2 = constantes

Três parcelas compõem o termo forçante:

A) O primeiro termo, $q \cdot a_\sigma^2$, simula a parcela dos esforços de drift ou introduzidos por assimetrias do

carregamento. Esses esforços são portanto proporcionais ao quadrado da amplitude de onda. Têm um papel semelhante à excentricidade do carregamento nas vigas sob compressão e fazem com que o sistema tenha posição de equilíbrio deformada em relação à trivial.

B) O segundo termo é a força excitante em primeira ordem na amplitude de onda.

C) Finalmente o terceiro simula alguma parcela de força excitante de baixa frequência, que pôde ser observada em alguns ensaios.

A solução global da (3.1) é dada pela soma da solução homogênea com as soluções particulares para cada termo forçante.

Dada a presença do termo de amortecimento, a solução homogênea tem caráter transitório e é da forma:

$$\theta_h(t) = B.e^{-\zeta\omega_n t} . \cos[D + \omega_n(1 - \zeta^2).t]$$

com B, c e D sendo constantes a determinar.

Sobreposta a essa resposta, o sistema apresentará oscilações nas frequências excitantes.

O sistema foi simulado em computador, sob condições iniciais $\theta_0 = 0$ e $\frac{d\theta}{dt}_{t=0} = 0$, e com os seguintes valores de parâmetros constantes:

$$\omega_n = 0,471 \text{rad/s}; \quad \omega = 6,28 \text{rad/s}; \quad 2 \cdot \Delta\omega = 1,24; \quad 2\zeta\omega_n = 0,05;$$

A seguir são apresentadas algumas dessas simulações para t variando de 0 a 200 segundos.

Em primeiro lugar a resposta obtida com C_1 e C_2 nulos, que equivale a um momento externo constante no tempo, que começa a atuar a partir de $t=0$.



Figura 3.5 - Resposta transitória a degrau não unitário

$$a_{\sigma}^2 = 0,4; \quad q = 1,8$$

Na figura 3.5 nota-se que o sistema sai da posição $\theta = 0$, buscando a nova posição de equilíbrio $\theta_{nu} = q \cdot \frac{a_{\sigma}^2}{1 - a_{\sigma}^2}$, em torno da qual oscila amortecidamente com frequência praticamente igual a $\omega_n \cdot (1 - a_{\sigma}^2)$, que corresponde a um período de 22s. A estabilização em torno da posição de

equilíbrio inclinada se dá após aproximadamente 4 períodos naturais.

É importante salientar neste instante que o registro gráfico de um ensaio permite a determinação dos parâmetros q e a_{σ}^2 . Para um modelo real de semi-submersível, um ensaio em tanque de provas permite que se determine a intensidade do tilt, através de q , e da diminuição do GM , através de a_{σ}^2 .

Por outro lado, o parâmetro q pode ser determinado pela resolução numérica do problema completo de difração-radiação adicionando-se os efeitos viscosos, e o valor de a_{σ}^2 vem da equação 2.12.

Fazendo agora $C_1 = 0,1$ e $C_2 = 0$ a mesma resposta se sobrepõe a oscilação em primeira ordem:

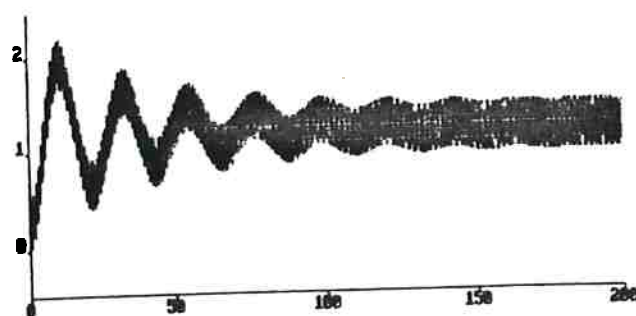


Figura 3.6 - Resposta a força de primeira ordem

$$a_{\sigma}^2 = 0,4; q = 1,8; C_1 = 10$$

Nota-se agora o mesmo comportamento transitório e a oscilação em primeira ordem sobreposta. O sistema entra em "regime permanente" oscilando em torno da posição inclinada. Essa resposta é idêntica à obtida, por exemplo, no ensaio número 45 (ci03f10):

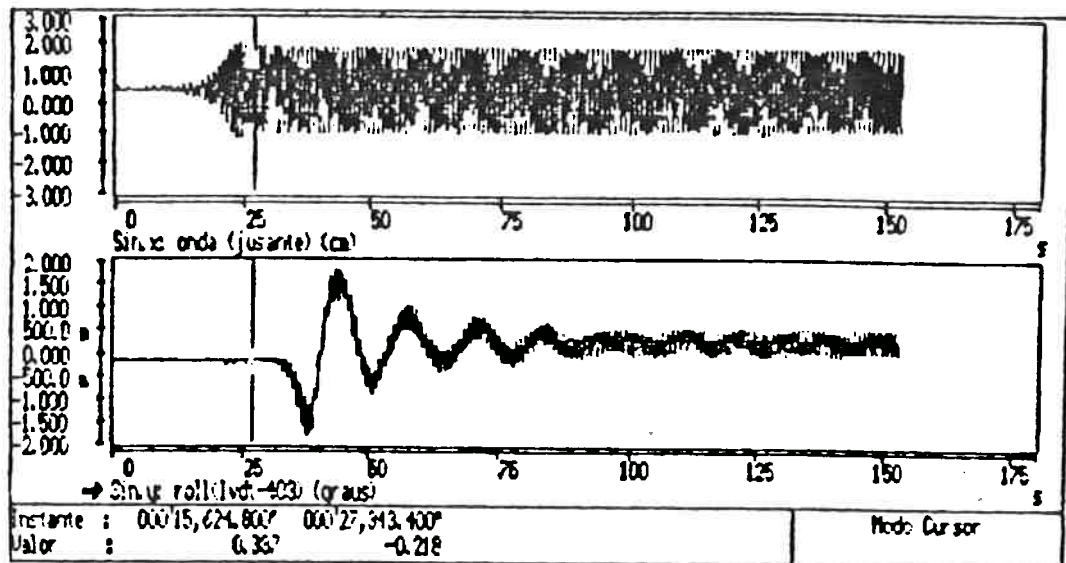


Figura 3.7 - Registro gráfico do ensaio número 45
(ci03f10)

Considere-se agora a presença do termo forçante em baixa frequência. As duas figuras a seguir são idênticas exceto pela amplitude do termo forçante de baixa frequência, que é crescente da primeira para a segunda.

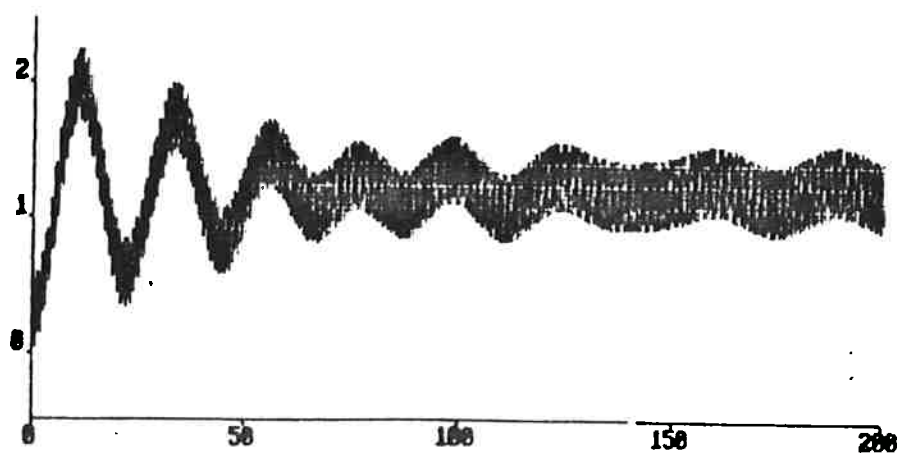


Figura 3.8 - Resposta sob atuação de três parcelas
forçantes

$$a_{\sigma}^2=0,4; \quad q=1,8; \quad C_1=10; \quad C_2=0,003$$

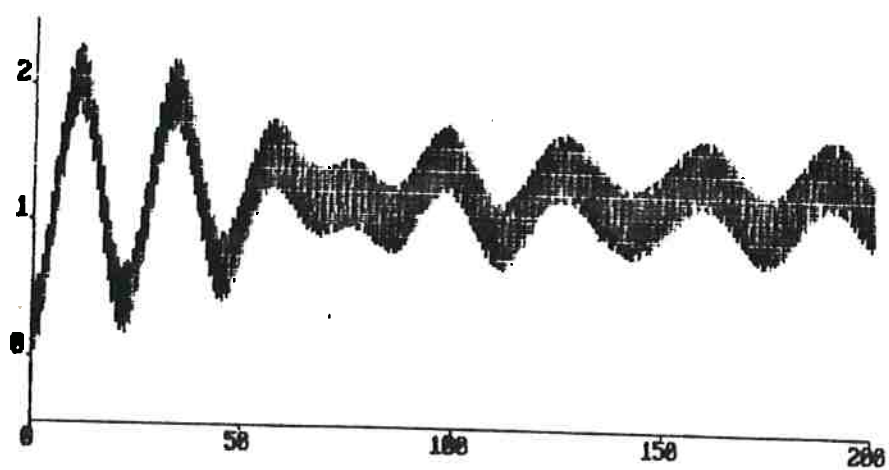


Figura 3.9 - Resposta sob atuação de três parcelas
forçantes

$$a_{\sigma}^2=0,4; \quad q=1,8; \quad C_1=10; \quad C_2=0,009$$

O termo forçante de baixa frequência tenta simular o efeito de ondas longas não completamente dissipadas; ou também alguma baixa frequência espúria na resposta do batedor de ondas.

Nota-se claramente que o termo de baixa frequência está presente em maior ou menor amplitude em quase todos os ensaios realizados (vide apêndice D). No entanto, seu efeito não altera de maneira decisiva nenhum dos resultados que interessam, quais sejam θ_{st} e o período do movimento amortecido.

Sua influência indesejável se dá de duas maneiras: em primeiro lugar, quando apresenta amplitude grande, dificulta a determinação do período do movimento transitório; em segundo lugar pode introduzir um erro na leitura do valor de θ_{st} . O segundo efeito é explicado adiante.

Com a presença do termo forçante de baixa frequência, o movimento resultante apresenta, em caráter permanente, a sobreposição de duas respostas. Isso torna a determinação gráfica do ângulo de inclinação estática um pouco mais difícil. Essa determinação é feita pela média durante certo intervalo de tempo. A escolha inadequada do intervalo pode mascarar a medida desse ângulo, pois pode-se escolher um intervalo no qual a resposta de baixa frequência esteja, por exemplo, em um vale, o que tornaria o ângulo medido menor.

Tentando minimizar esse efeito tomou-se o cuidado de escolher intervalos de medidas grande, sob um número inteiro de oscilações em baixa frequência.

Os registros gráficos apresentados adiante mostram em maior e menor grau a influência do termo forçante de baixa frequência (semelhançemente as figuras 3.8 e 3.9).

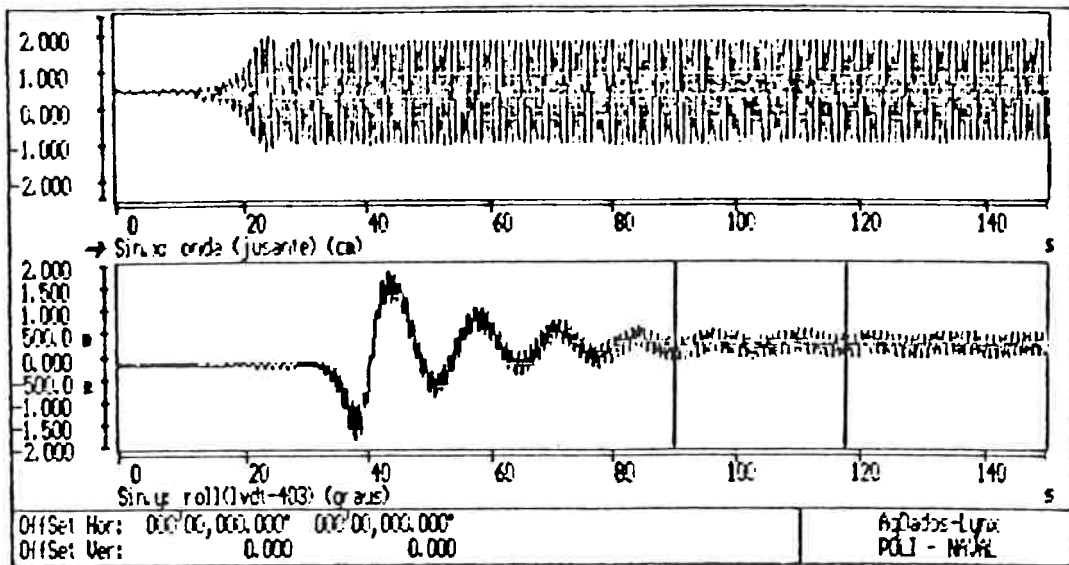


Figura 3.10 - Registro gráfico do ensaio número 46
(ci04f10)

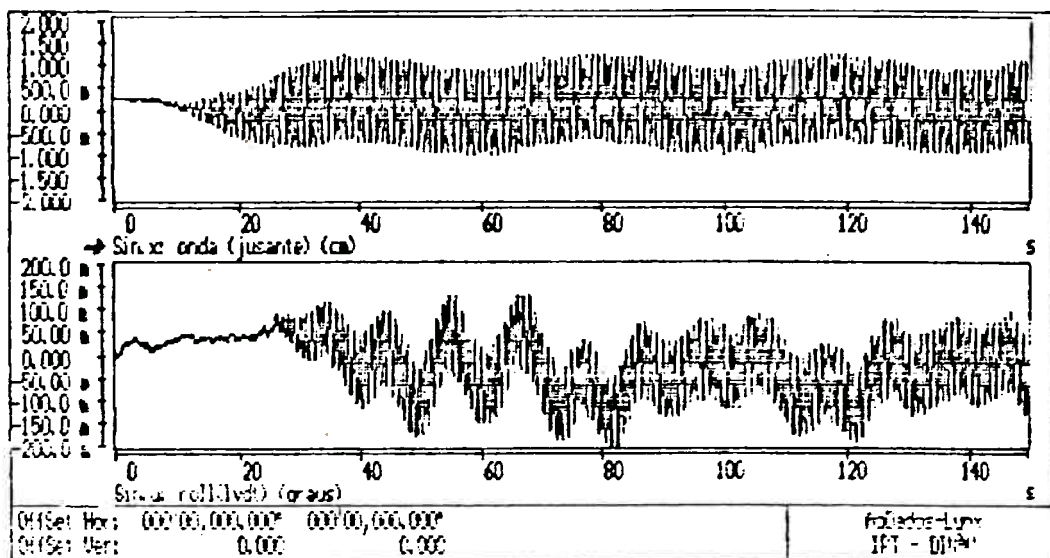


Figura 3.11 - Registro gráfico do ensaio número 2

(ci103f10)

Na figura 3.11 fica evidente a presença de termos de baixa frequência no próprio sinal de onda, na qual se nota as ondas de primeira ordem sobrepostas a uma oscilação de baixa frequência.

Conforme a amplitude de onda cresce, aproximando-se da amplitude crítica, o valor de a_{cr}^2 aumenta, e conseqüentemente o período natural do modelo e o ângulo de tilt aumentam. A figura a seguir apresenta simulações sobrepostas para três valores crescentes de amplitude de onda:

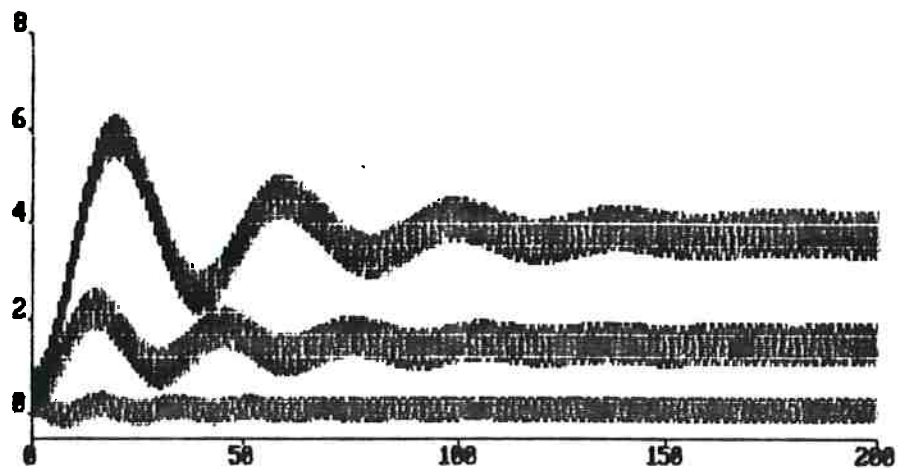


Figura 3.12 - Resposta para amplitudes de onda crescentes

$$A_1=1\text{cm}; A_2= 1,7\text{cm}; A_3=1,9 \text{ cm}; C_1=10; C_2=0$$

A seguir apresenta-se o mesmo resultado da figura 3.6, porém com um valor de a_{cr}^2 aumentado até 0,8. O termo

forçante sofre alteração proporcional a raiz quadrada desse aumento, já que é linear na amplitude de onda.

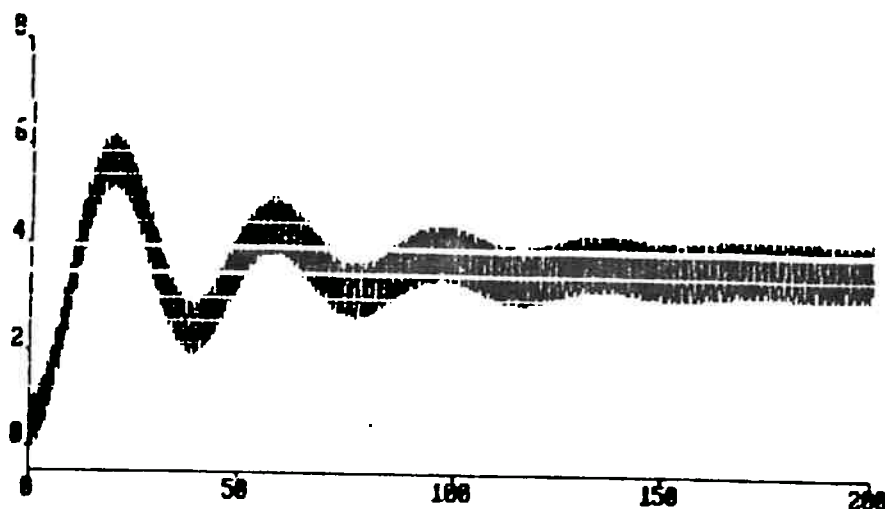


Figura 3.13 - Resposta a força de primeira ordem

$$a_c^2 = 0,8; \quad q = 1,8; \quad C_1 = 20; \quad C_2 = 0;$$

Nota-se claramente o aumento do período natural pela resposta transitória, que passa agora ao valor de $T=37s$. Esse resultado é observado nitidamente no ensaio número 50, quando comparado com o de número 46, apresentado na figura 4.10. Com o aumento da amplitude de onda o período natural teórico passa de 12,83 (ensaio N° 46) a 17s (ensaio N° 50). Segmentos de retas com comprimentos proporcionais a esses valores são grafados sob o registro gráfico do ensaio N° 50.

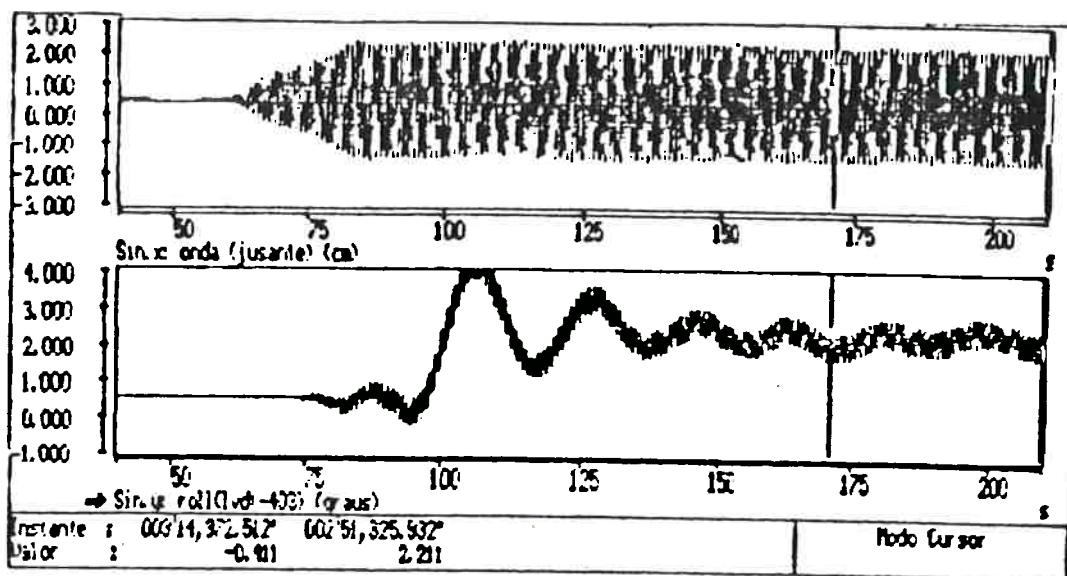


Figura 3.14 - Registro gráfico do ensaio número 50
(ci08f10)

3.4.3 Resultados dos Ensaio

Compreendido o comportamento dinâmico do sistema em questão e feitas as primeiras comparações, passa-se agora à apresentação dos diagramas de equilíbrio obtidos para cada bateria de ensaios. Os diagramas de equilíbrio salientam o fenômeno de bifurcação de equilíbrio, evidenciando o aumento do ângulo de steady tilt com amplitudes de onda crescentes.

As tabelas 3.2 a 3.7 apresentam o ângulo de steady tilt para cada amplitude de onda, correspondente a cada ensaio realizado, bem como a amplitude crítica para cada

frequência conforme (2.7). Na segunda bateria de ensaios, foram obtidas duas leituras de posição angular com a instalação de dois instrumentos de medidas. Em seguida a cada tabela, nos gráficos 3.1 a 3.6, são plotados *ângulo de tilt X amplitude de onda*.

Arquivo	Amplitude (cm)	Steady Tilt 1 (graus)	Steady Tilt 2 (graus)
cil02f10	0,221	0,027	-
cil03f10	0,956	0,037	-
cil04f10	1,103	0,075	-
cil05f10	1,371	0,218	-
cil06f10	1,548	0,422	-
cil07f10	1,829	0,658	-
cil08f10	1,943	1,258	-
cil09f10	2,226	8,8(*)	-

**Tabela 3.2 - Amplitude de onda X Ângulo de Tilt
Frequência 1,0 Hertz - 1ª Bateria
Amplitude Crítica Teórica=2.7 cm**

Deve-se observar que o último valor de steady tilt de todas as tabelas corresponde a 8,8°. Esse valor é o ângulo médio assumido pela estrutura quando um dos cilindros aflora à superfície da água, quando então os ensaios deixam de ter importância prática.

A seguir foi plotado o ângulo de inclinação pela amplitude de onda, adimensionalizada pela amplitude crítica. São apresentados os pontos experimentais, sobre os quais se ajusta uma curva da forma:

$$\theta = q \frac{a_{\sigma}^2}{1 - a_{\sigma}^2} \quad \text{com} \quad a_{\sigma} = \frac{A}{A_{\sigma}}$$

O parâmetro q foi ajustado aos sete primeiros pontos experimentais pelo método dos mínimos quadrados.

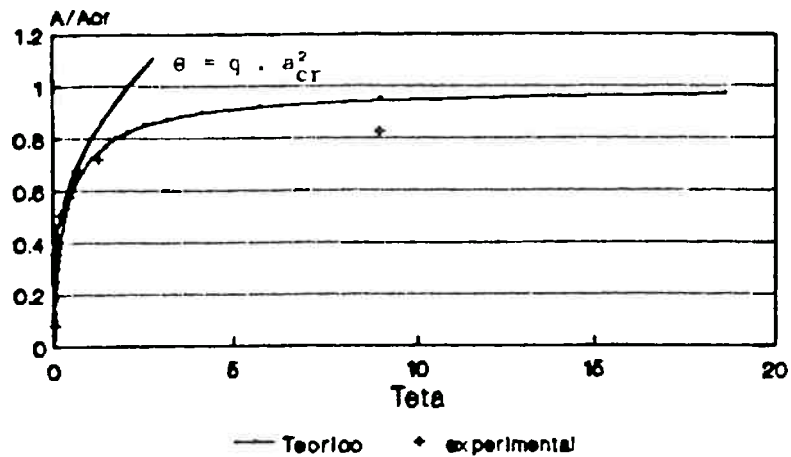


Gráfico 3.1 - A/Acr X Ângulo de Tilt - f= 1.0 Hz

1ª Bateria - q=0,152

No gráfico 3.1 foi também traçada uma curva teórica na forma $\theta = q \cdot a_{cr}^2$, com q determinado da mesma maneira. A discrepância desta curva com os pontos experimentais, principalmente para grandes amplitudes, mostra que o fenômeno de steady tilt não pode ser explicado por efeitos viscosos e que a correta análise se dá com a consideração das forças potenciais de segunda ordem.

Relativamente ao último ponto de cada corrida de ensaios, este deve ter interpretação cuidadosa. Esse ponto corresponde a uma amplitude de onda que, uma vez incidente sobre o modelo, levou ao afloramento de um dos cilindros, situação esta que dificilmente se reverte, e o cilindro continua aflorado.

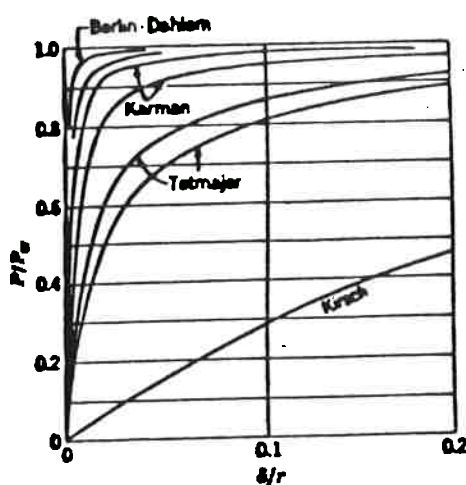
Não se pode afirmar que o cilindro aflorou porque o ângulo de steady tilt para aquela amplitude de onda é maior que seu ângulo máximo sem afloramento. Pode ter havido afloramento devido ao movimento transitório de baixa frequência, que tem amplitude alguma vezes maior que o próprio movimento de primeira ordem.

Durante a realização de alguns ensaios "teste", tentou-se "recolocar" o cilindro aflorado dentro da água. O que se observou foi que, algumas vezes, o modelo readquiriria movimento sem afloramento.

Assim, acredita-se que o ângulo de steady tilt correspondente àquela última amplitude de onda tenha magnitude inferior a 8.8° , o que tornaria esses pontos experimentais mais próximos da curva teórica traçada (amplitudes críticas experimentais mais próximas do valor teórico da 2.7).

Analisando o gráfico 3.1, nota-se imediatamente a semelhança de comportamento do modelo considerado com a curva experimental da flambagem de uma viga sob compressão axial (Figura 3.15).

Essa figura mostra como se deu a evolução dos ensaios de flambagem de vigas. Os avanços tecnológicos atuais quase permitem a influência nula dos efeitos de excentricidade do carregamento ou imperfeições do corpo de prova.



**Figura 3.15 - Curva experimental da flambagem de viga bi-apoiada sob carregamento axial
-Timoshenko & Gere 1961-**

O deslocamento da curva do gráfico 3.1 em relação a curva teórica (Figura 2.2) deve ter origem principalmente nos efeitos viscosos, que desempenham papel semelhante a excentricidades do carregamento da viga em compressão.

A similaridade dos diagramas de equilíbrio do modelo ensaiado e da flambagem de vigas mostra que o steady tilt induz uma gradativa diminuição da estabilidade do sistema.

Nenhuma evidência experimental permite a classificação do tipo de bifurcação como lisa ou catastrófica.

O afloramento de um dos cilindros, para amplitudes de onda superiores à crítica, torna o comportamento pós-bifurcação idêntico para qualquer um dos casos. No entanto,

a teoria prevê uma bifurcação catastrófica para todos os casos ensaiados.

Em seguida é apresentado o resultado do ensaio, ainda na frequência de 1,0Hz, correspondente à segunda bateria.

Arquivo	Amplitude (cm)	Steady Tilt 1 (graus)	Steady Tilt 2 (graus)
ci01bf10	0,729	0,038	0,055
ci02f10	0,896	0,076	0,003
ci03f10	1,154	0,286	0,296
ci04f10	1,338	0,445	0,438
ci05f10	1,523	0,833	0,894
ci06f10	1,629	0,975	1,029
ci07f10	1,754	1,450	1,542
ci08f10	1,869	1,775	1,907
ci09f10	2,031	8,8(*)	8,8(*)

Tabela 3.3 - Amplitude de onda X Ângulo de Tilt
Frequência 1,0 Hertz - 2ª Bateria
Amplitude Crítica Teórica=2.7 cm

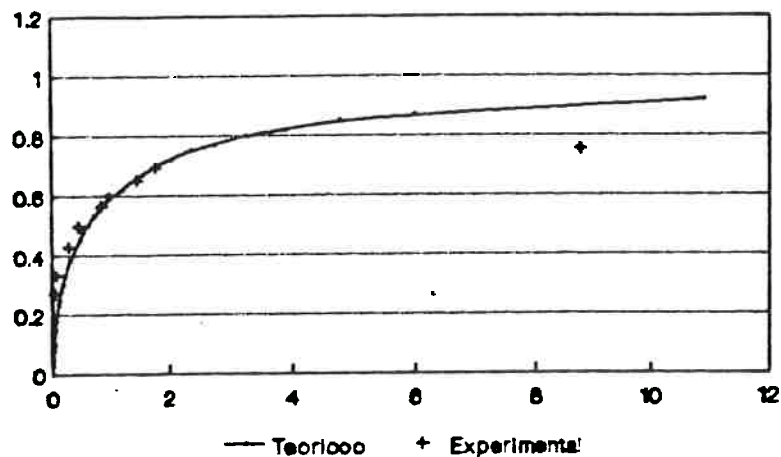


Gráfico 3.2 - A/Acr X Ângulo de Tilt - $f= 1.0\text{Hz}$
2ª Bateria - Parâmetro q ajustado por Tilt 1

Observando as curvas de ensaios na frequência 1,0Hz das duas baterias, nota-se em primeiro lugar que a curva da segunda bateria foge um pouco mais da curva teórica (Figura 2.2). A diferença é pouco significativa e não se repete em ensaios nas outras frequências. Já que as experiências realizadas na frequência de 1.0 Hz foram as mais elegantes, o que se pretendia a priori dos ensaios, aventa-se a seguinte hipótese (Obs: Todo o aparato experimental foi preparado para exacerbar o fenômeno nesta frequência):

Quando a segunda bateria de ensaios foi realizada, os cilindros já se encontravam submersos há alguns dias, podendo assim ter sua superfície mais cheia de sujeira e algas, e portanto menos "hidrodinâmica". Assim, os efeitos viscosos desempenham aí papel mais relevante, afastando mais a curva experimental da curva teórica. A mesma coisa acontece se aumentar-se a excentricidade da carga de compressão na viga citada.

Por outro lado, a camada de poeira e detritos diversos que se acumulam na superfície da água é maior nos dias de tomada das segundas baterias, uma vez que a superfície do tanque só foi perfeitamente limpa imediatamente antes da primeira bateria de ensaios. Assim, a influência da superfície livre é maior no segundo caso, o que também tende a aumentar efeitos assimétricos.

A menos dessa pequena diferença, os ensaios podem ser considerados iguais do ponto de vista da Teoria de

Bifurcação. Nos dois se percebe o aumento do ângulo de tilt e do período natural conforme a amplitude de onda se aproxima da crítica.

A seguir são apresentados os resultados experimentais para frequência de 0.8 Hz e em seguida para 1.2 Hz.

Arquivo	Amplitude (cm)	Steady Tilt 1 (graus)	Steady Tilt 2 (graus)
ci32f08	1,319	0,056	-
ci34f08	1,590	0,079	-
ci35f08	1,860	0,201	-
ci36f08	2,030	0,252	-
ci37f08	2,280	0,304	-
ci38f08	2,440	0,512	-
ci39f08	3,190	1,017	-
ci40f08	3,020	8,8(*)	-

Tabela 3.4 - Amplitude de onda X Ângulo de Tilt
Frequência 0,8 Hertz - 1ª Bateria
Amplitude Crítica Teórica=4,4 cm

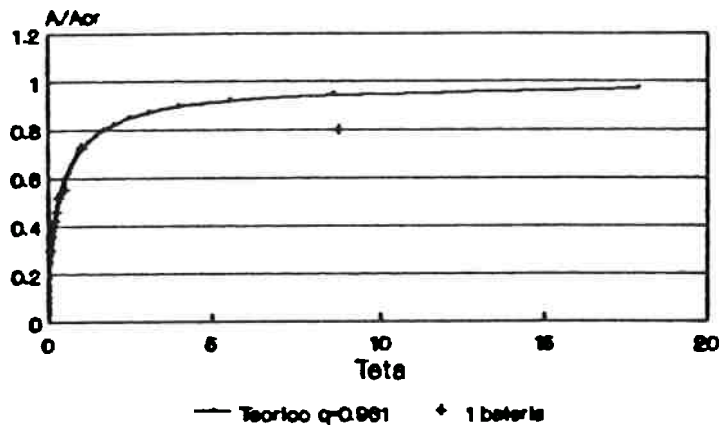


Gráfico 3.3 - A/Acr X Ângulo de Tilt - $f= 0,8\text{Hz}$
1ª Bateria - Parâmetro $q=0,931$

Arquivo	Amplitude (cm)	Steady Tilt 1 (graus)	Steady Tilt 2 (graus)
ci10f08	1,300	0,088	0,077
ci11f08	1,577	0,091	0,093
ci12f08	1,883	0,138	0,136
ci13f08	2,255	0,283	0,339
ci14f08	2,400	0,477	-
ci15f08	2,700	0,605	0,634

Tabela 3.5 - Amplitude de onda X Ângulo de Tilt
 Frequência 0,8 Hertz - 2ª Bateria
 Amplitude Crítica Teórica=4,4 cm

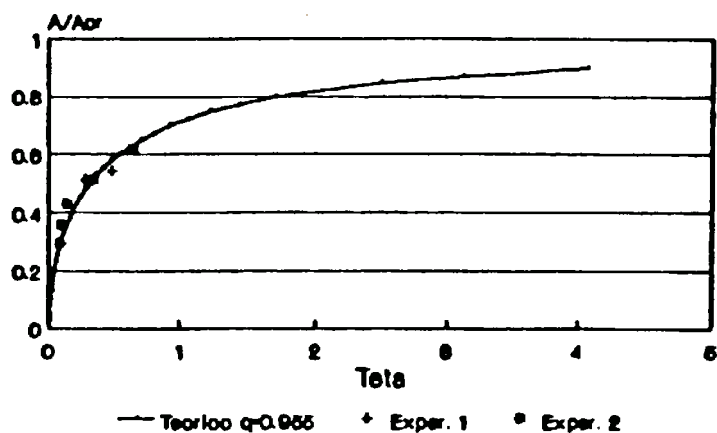


Gráfico 3.4 - A/Acr X Ângulo de Tilt - f= 0,8Hz
 2ª Bateria - Parâmetro q=0,955

Arquivo	Amplitude (cm)	Steady Tilt 1 (graus)	Steady Tilt 2 (graus)
ci150f12	0,656	0,034	-
ci151f13	1,210	0,044	-
ci152f13	1,240	0,045	-
ci153f12	1,422	0,063	-
ci154f12	1,640	0,106	-
ci155f12	2,000	0,295	-
ci156f12	2,130	8,80 (*)	-

Tabela 3.6 - Amplitude de onda X Ângulo de Tilt
 Frequência 1,2 Hertz - 1ª Bateria
 Amplitude Crítica Teórica=2,1 cm

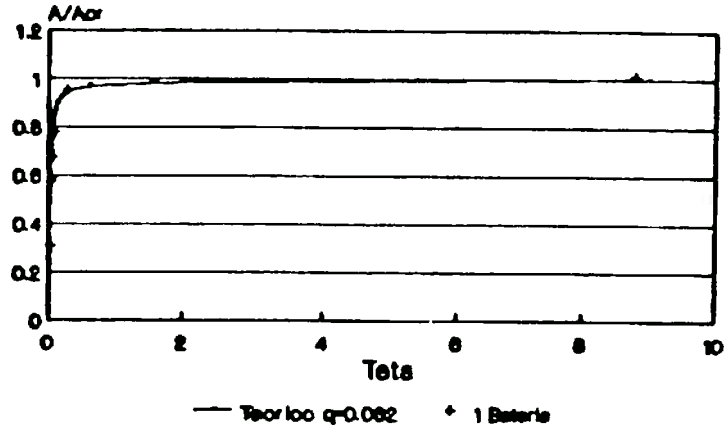


Gráfico 3.5 - A/Acr X Ângulo de Tilt - f= 1,2Hz

1ª Bateria - Parâmetro q=0,032

Arquivo	Amplitude (cm)	Steady Tilt 1 (graus)	Steady Tilt 2 (graus)
ci21f12	0,560	0,018	0,004
ci22f12	1,190	0,155	0,146
ci23f12	1,580	0,475	0,511
ci24f12	1,990	1,294	1,258
ci25f12	2,025	8,8° (*)	8,8° (*)

Tabela 3.7 - Amplitude de onda X Ângulo de Tilt
 Frequência 1,2 Hertz - 2ª Bateria
 Amplitude Crítica Teórica=2,1 cm

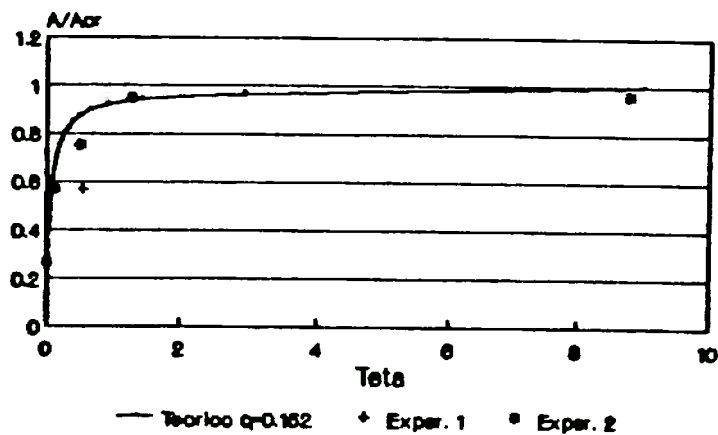


Gráfico 3.6 - A/Acr X Ângulo de Tilt - f= 1,2Hz

2ª Bateria - Parâmetro q=0,152

Antes da realização da segunda bateria de ensaios, o batedor de ondas apresentou um problema de sinal e foi então introduzido um filtro passa baixa em seu circuito. A introdução do referido filtro tornou a geração de ondas mais fiel à frequência desejada, limpando o sinal de baixas frequências. O que se pode observar nos ensaios foi o desaparecimento de movimentos permanentes de baixas frequências e o conseqüente evidenciamento do movimento oscilatório amortecido. Esse movimento se dá essencialmente na frequência natural de roll do modelo, uma vez que o amortecimento é relativamente pequeno, como discutido anteriormente.

A medida do período do movimento amortecido sobre as curvas da posição angular no domínio do tempo permite a determinação do valor do termo de restauração na equação dinâmica, e assim, permite a obtenção da altura metacêntrica efetiva do modelo.

Nas figuras a seguir foram grafados segmentos de retas de comprimento proporcional ao período previsto pela (2.16), sobre o movimento transitório de alguns dos ensaios. O período natural ($T_{natural}$) tem o valor de 12,83 segundos, obtido conforme descrito anteriormente.

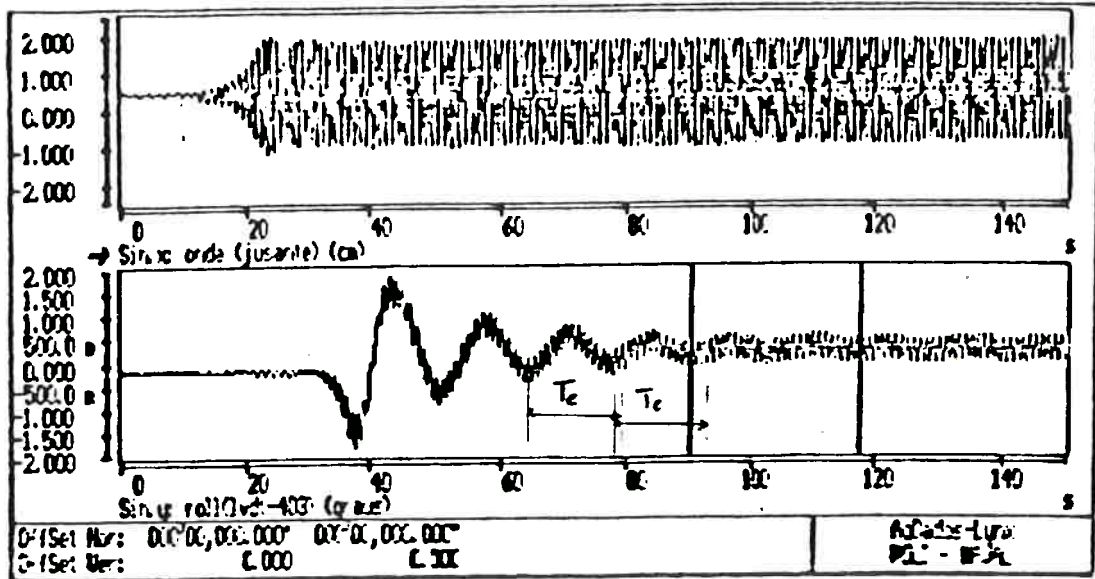


Figura 3.16 - Registro gráfico do ensaio número 46

$$T_{efetivo} = 1,151 \cdot T_{natural} = 14,77s$$

ci04f10

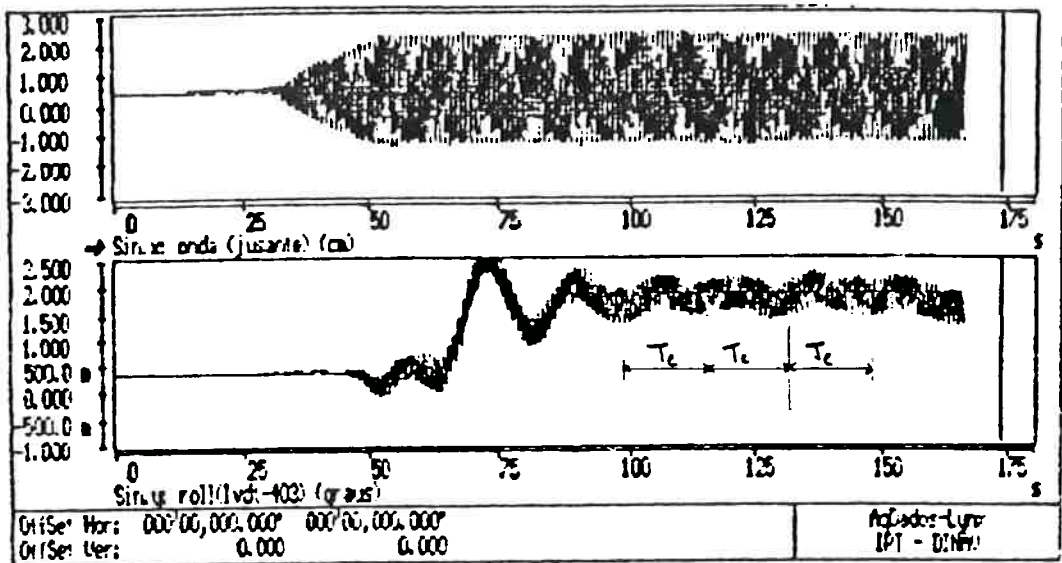


Figura 3.17 - Registro gráfico do ensaio número 49

$$T_{efetivo} = 1,315 \cdot T_{natural} = 16,88s$$

ci07f10

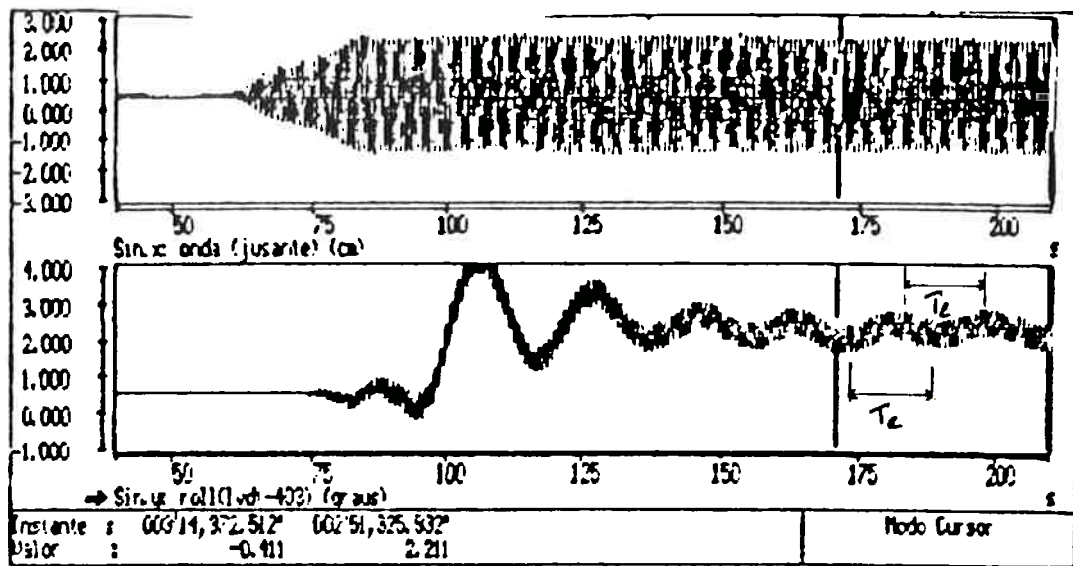


Figura 3.18 - Registro gráfico do ensaio número 50

$$T_{\text{efetivo}} = 1,386 \cdot T_{\text{natural}} = 17,78\text{s}$$

ci08f10

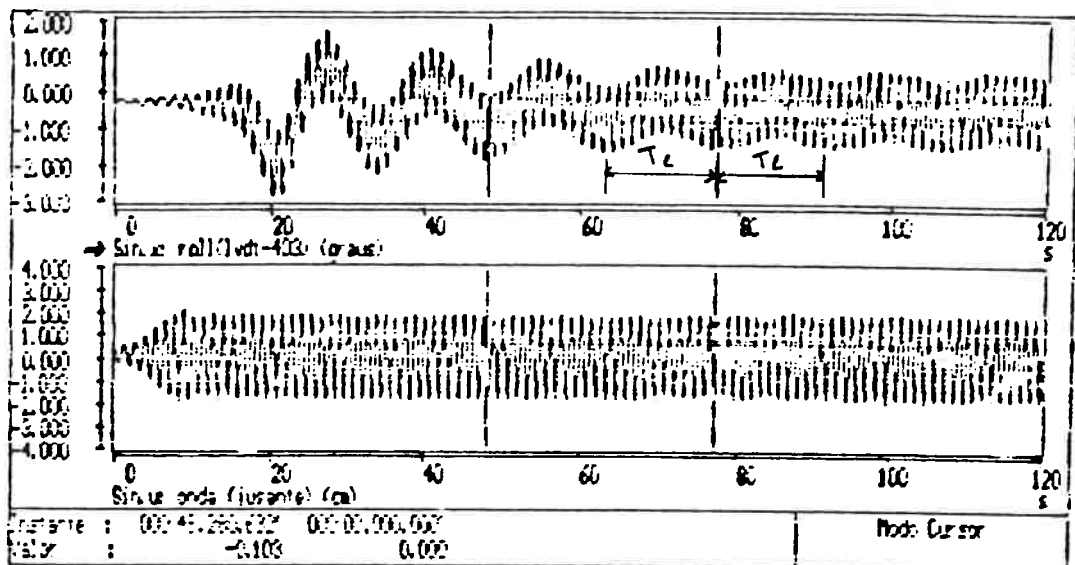


Figura 3.19 - Registro gráfico do ensaio número 30

$$T_{\text{efetivo}} = 1,103 \cdot T_{\text{natural}} = 14,16\text{s}$$

ci135f08

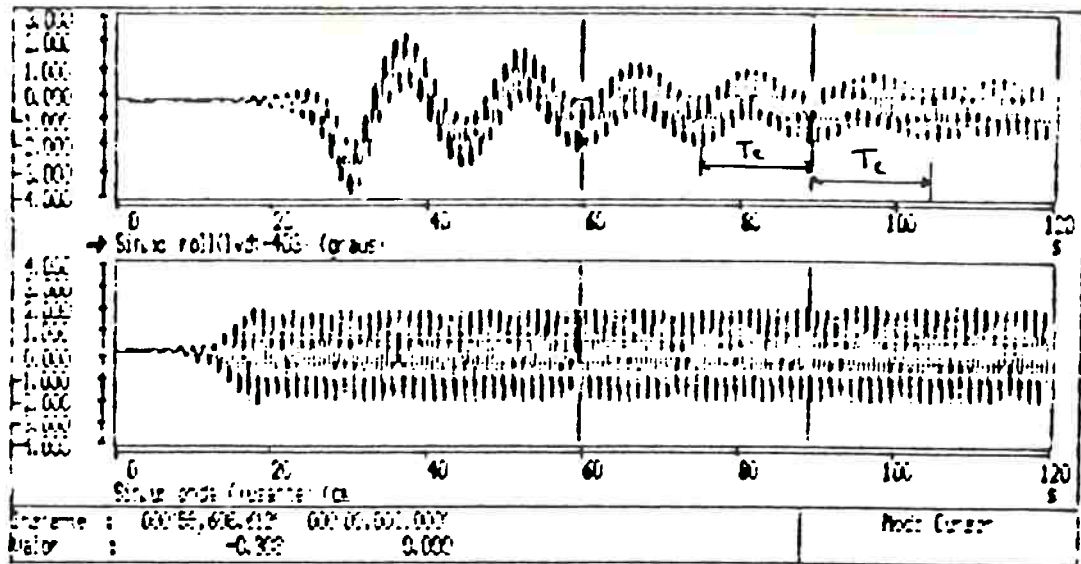


Figura 3.20 - Registro gráfico do ensaio número 31

$$T_{efetivo} = 1,127 \cdot T_{natural} = 14,46s$$

cil36f08

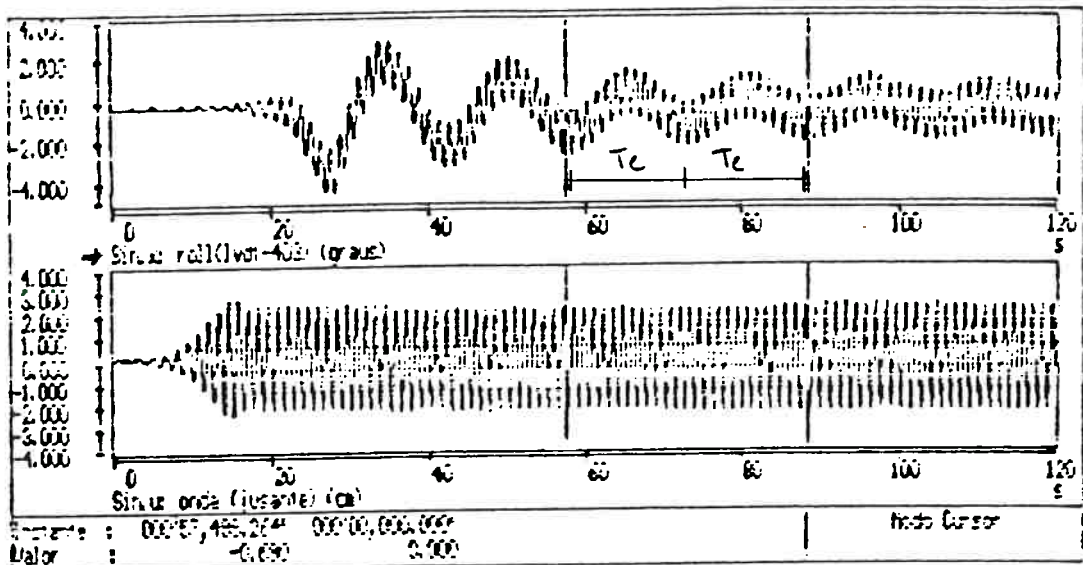


Figura 3.21 - Registro gráfico do ensaio número 32

$$T_{efetivo} = 1,169 \cdot T_{natural} = 15,00s$$

cil37f08

Nas figuras apresentadas fica clara a mudança do período do movimento transitório que, em se tratando de baixos amortecimentos, é praticamente igual ao período natural da estrutura.

Essa última evidência experimental da influência das forças de segunda ordem na altura metacêntrica de estruturas semi submersíveis completa a análise proposta.

A influência dos esforços estacionários de segunda ordem na estabilidade das estruturas semi-submersíveis foi analisada do ponto de vista da teoria de bifurcação. Os resultados experimentais confirmaram as previsões teóricas, apontando para considerações não intuídas na análise teórica, complementando-a assim.

Conclui-se que a análise do problema via teoria do potencial (tacitamente assumido ao se considerar as expressões dos esforços como aquelas dadas por Olgivie) é razoável, não só do ponto de vista qualitativo como quantitativo, e consegue prever bem os valores de alguns parâmetros críticos relativos ao fenômeno de steady tilt.

A análise efetuada mostra que o estudo da questão via teoria da bifurcação, permite uma visão clara do fenômeno e a comparação com sistemas mecânicos elucida sua análise (no sentido em que direciona a atenção aos parâmetros de importância). Os resultados dos ensaios mostram fortes semelhanças com resultados de experiências na flambagem de vigas e arcos, o que embasa as predições teóricas.

A introdução do conceito de altura metacêntrica efetiva aparece como um resultado natural da análise de

equilíbrio. Esse conceito fornece um parâmetro simples (a própria altura metacêntrica) e facilmente obtido para utilização em critérios de projeto.

Conforme a amplitude de onda cresce, diminui a altura metacêntrica da embarcação, e portanto seu período natural aumenta. Existe um valor crítico de amplitude de onda, após o qual o sistema bifurca e a estrutura pode buscar posições de equilíbrio muito afastadas da inicial.

Dessa maneira, o cálculo da altura metacêntrica efetiva de uma determinada estrutura deve levar em conta esses efeitos. Do ponto de vista prático, as equações 2.21 e 2.18, reproduzidas a seguir, determinam a altura metacêntrica para um dado estado de mar.

$$a_{\sigma}^2 = 2 \cdot \int_0^{\infty} \frac{S(\omega)}{A_{\sigma}^2(\omega)} d\omega \quad (2.21)$$

$$GM_e = GM \cdot (1 - a_{\sigma}^2) \quad (2.18)$$

Conclui-se também que a direção de tilt pouca importância tem na questão, uma vez que o problema é de perda de estabilidade.

Os resultados de ensaios, relativos à medida de período do movimento amortecido, indicam uma possibilidade mais direta da verificação experimental

da influência das forças estacionárias. No entanto, como o experimento não foi inicialmente focado para essa manifestação como maneira indireta de se determinar a altura metacêntrica efetiva, seus resultados, acredita-se, poderiam ser melhorados.

A análise experimental foi efetuada com um modelo que evidenciou, acredita-se, de maneira exacerbada o fenômeno. Uma análise experimental, numérica ou em tanque de provas, de um modelo real de semi-submersível torna-se necessária para que se possa avaliar a real importância de se corrigir a altura metacêntrica destas estruturas.

Uma vez comprovada a sua importância, é necessário apenas que se defina o estado de mar que deve ser utilizado no cálculo de GM efetivo (Centenário, Anual ou Decenário).

Resumindo, as conclusões são:

1) A análise do problema por uma teoria potencial é razoável;

2) O estudo do fenômeno com enfoque de estabilidade permite uma compreensão precisa, e os resultados experimentais concordam com as previsões teóricas neste contexto.

3) A altura metacêntrica de uma estrutura semi-submersível sofre uma diminuição quando esta encontra-se sob ação de ondas marítimas.

4) A direção em que se dá a inclinação estacionária tem importância secundária.

5) Em mar aleatório o steady tilt não deverá ser observado, embora o período natural evidencie a mudança do valor de GM.

4.1 Sugestões a Novos Trabalhos

Como a análise pormenorizada de resultados dos ensaio realizados só pode ser feita após o término dos mesmos, surgem algumas observações e cuidados que deveriam ter sido tomados, e no entanto só se atinou para os mesmos após os testes.

A primeira consideração que se faz, é quanto ao cuidado de se deixar a água acalmar-se completamente entre um ensaio e outro. A observação desta questão foi feita a olho nu, e percebeu-se depois, que em alguns ensaios, permaneciam componentes de onda de baixas frequências, que mascararam a medida do movimento transitório. Observa-se então que o modelo tem movimentos de primeira ordem na frequência primária (de interesse) e na frequência baixa sobreposta, o que

não altera de maneira significativa o ângulo de steady tilt embora dificulte sua obtenção.

Antes da realização do ensaio, não se havia atinado para o surgimento de movimento amortecido, e o quanto de certa forma a medida do período desse movimento fornecia um "feed-back" para a medida da altura metacêntrica efetiva, que é função exclusiva de A/Acr .

A que se considerar a questão do afloramento de um dos cilindros associada ao movimento amortecido de alta amplitude.

O afloramento de um dos cilindros à superfície livre, se dá sempre que este se aproxima muito da superfície, o que pode ser ocasionado por um elevado steady tilt ou por movimentos de alta amplitude. Sempre a ocorrência do afloramento está associada ao movimento amortecido de alta amplitude.

Quando ocorre o afloramento os ensaios deixam de ter significado prático. Seria interessante a realização de ensaios com amplitudes de onda mais próximas à crítica, o que eventualmente, permitiria até a determinação do comportamento pós flambagem do sistema. Isso seria possível através de um movimento transitório de mais baixas amplitudes.

A amplitude do movimento amortecido só pode ser controlada através do coeficiente de amortecimento do sistema.

Assim, sugere-se que ensaios semelhantes sejam repetidos, dotando o modelo de algum dispositivo com o objetivo de aumentar esse amortecimento.

Uma idéia que se aventou, foi a instalação de hastes rígidas fixas no modelo colocadas em direção descendente, com espécies de pás em sua extremidades, que, através de sua resistência hidrodinâmica, atenuariam os movimentos do sistema assim constituído. Pelo fato de estarem bem longe da superfície livre, não causariam alteração no escoamento em torno do modelo, e dessa maneira não mascarariam os resultados que se procura.

Sugere-se também especial cuidado de forma a deixar a superfície da água espelhada entre cada ensaio. Durante os ensaios realizados o tanque de provas do IPT encontrava-se com o forro do seu telhado em reforma, e grande massa de ar por ali entrava, fazendo com que dificilmente se obtivesse uma superfície bem espelhada. Em muitas ocasiões o ensaio teve de ser adiado dada a forte corrente de vento no interior do tanque.

Outra questão é que, não se correu ensaio em mar aleatório, e percebeu-se depois que, apesar do mar aleatório induzir no corpo um movimento aleatório, o que dificultaria a medida de steady tilt, o mesmo oscilaria mais pronunciadamente em sua frequência natural, o que permitiria uma determinação precisa de sua altura metacêntrica efetiva, além de permitir uma medida fiel de amplitude crítica de onda através de seu afloramento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. NUMATA, E. e MCCLURE, A.C. 1975 *Experimental Study of Stability Limits for Semi-submersible Drilling Platforms*. Offshore Tec.Con. N 1985, Huston, Texas.
2. NUMATA, E. e MICHEL, W.H e MCCLURE, A.C. 1976 *Assessment of Stability Requirements for Semi-submersible Units*. Trans. SNAME, 56-74.
3. OGILVIE, T.F. 1983 *First and Second Order Forces on a Cylinder Submerged under a Free Surface waves* Journal of Fluid Mechanics, 16, 451-472.
4. MARTIN, J. e KUO, C. 1978 *Calculations for the Steady Tilt of a Semi-submersible in Regular Waves*. Royal Ins.Naval.Arc. 87-100.
5. RAINEY, R.C.T. 1986 *A New Theory and its Application for Stability Criteria Covering Wave Induced Tilt Phenomena on Semi-Submersibles*. Proceedings of Advances in Underwater Technology, Ocean Sciences and Offshore Engeneering, Strathclyde 1986.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

1. BACHELOR, G.K. 1967 An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge University Pre.
 2. CHAPLIN, J.R. 1981 *On the Irrotational Flow Around a Horizontal Cylinder in Waves*. Trans.ASME E Journal of Applied Mechanics. 48, 689-694
 3. CHAPLIN, J.R. 1984 *Mass Transport Around a Horizontal Cylinder Beneath Waves*. Journal of Fluid Mechanics. 140, 175-187.
 4. DEAN, W.R. 1984 *On the Reflexion of Surface Waves by a Submerged Circular Cylinder*. Proc.Camb.PhilSoc. 44, 483-491.
 5. GRUE, J. e PALM, E. 1984 *Reflection of Surface Waves by Submerged Cylinders*. Appl.Ocean Res. 6, 54-60.
 6. THOMPSON, J.M.T., 1988 Instabilities and Catastrophes in Science and Engineering.
 7. HSU, F.H. e BLENKARN, K.A. 1970 *Analysis of Peak Mooring Forces Caused by Slow Drift Oscillation in Random Sea*. Offshore Technology Conference, Huston OTC 1153
 8. LEPPINGTON, F.G.e SIEW, P.F. 1980 *Scattering of Surface Waves by Submerged Cylinders*. Appl.Ocean Res. 2, 129-137.
 9. MEHLUM, E. 1980 *A Circular Cylinder in Water Waves*. Appl.Ocean Res. 2, 171-177.
 10. PAULING, J.R. 1983 *A Comparison of Stability Characteristics of Ships and Offshore Structures*. Second Int. Conf.on Stability of Ships and Ocean Vhicles, Tokio 1982, The Soc. Naval Arc.of Japao 589-.
 11. URSELL, F. 1950 *Surface Waves on Deep Water in the Presence of a Submerged Circular Cylinder. I*. Proc.Camb.Phil.Soc. 46, 141-152.
-

APÊNDICE A

FORÇAS EM UM CILINDRO CILRCULAR SUBMERSO

(OLGIVIE 1963)

A seguir, é apresentado o procedimento utilizado por Olgivie para resolução do problema potencial de um cilindro submerso, sob a atuação de ondas paralelas a seu eixo longitudinal.

O problema potencial foi pela primeira vez resolvido por Urssel em 1950(), utilizando-se da técnica de expansão em multi polos que satisfazem a condição de contorno do problema e a equação de Laplace no meio fluido. Olgivie apresenta sua formulação de maneira mais atual.

Seja um sistema de coordenadas de acordo com a figura 1:

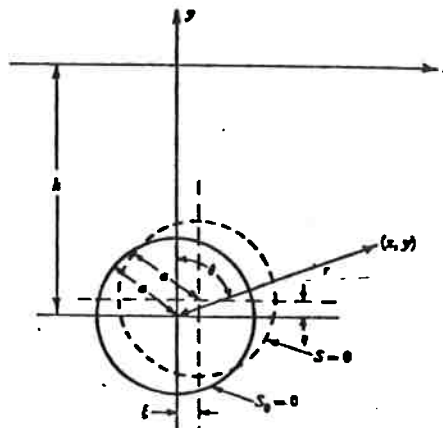


Figura 1 - Geometria do problema

Seja a posição do centro do cilindro dada pela função $S(.)$:

$$S(x, y, z) = [x - \xi(t)]^2 + [y + h - \eta(t)]^2 - a^2 = 0 \quad (1)$$

onde a é o raio do cilindro, $\xi(t)$ a projeção de seu movimento na direção x e $\eta(t)$ a projeção na direção y . Definindo também a superfície S_0 :

$$S_0(x, y) = x^2 + (y + h)^2 - a^2 = 0 \quad (2)$$

A superfície livre não perturbada é tomada como o eixo cartesiano da variável x , e sua equação fica dada por:

$$y - Y(x, t) = 0 \quad (3)$$

O eixo da variável y é tomado vertical positivamente ascendente.

Seja $\phi(x, y, t)$ o potencial hidrodinâmico do problema, que deve satisfazer as seguintes condições (Obs: Adota-se a notação usual onde sub-índice significa derivação parcial em relação àquela variável):

$$(4) \quad \phi_{xx} + \phi_{yy} = 0 \quad (\text{continuidade no domínio fluido})$$

$$(5) \quad \phi_x Y_x - \phi_y + Y_t = 0 \quad (\text{condição de contorno na superfície livre } y = 0)$$

$$(6) \quad gY + \phi_t + \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_y^2) = 0 \quad (\text{conservação da quantidade de movimento})$$

$$(7) \quad \phi_x S_x + \phi_y S_y + S_t = 0 \quad (\text{impermeabilidade na superfície do corpo } S = 0)$$

Assumindo que todas as funções de variáveis independentes possam ser expressas em série de potências em função de algum pequeno parâmetro ε , pode-se escrever:

$$\phi(x, y, t) = \varepsilon \phi^{(1)}(x, y, t) + \varepsilon^2 \phi^{(2)}(x, y, t) + \dots$$

$$Y(x, t) = \varepsilon Y^{(1)}(x, t) + \varepsilon^2 Y^{(2)}(x, t) + \dots$$

(A)

$$\xi(t) = \varepsilon \xi^{(1)}(t) + \varepsilon^2 \xi^{(2)}(t) + \dots$$

$$\eta(t) = \varepsilon \eta^{(1)}(t) + \varepsilon^2 \eta^{(2)}(t) + \dots$$

Assumindo agora que o potencial ϕ possa ser continuado analiticamente em toda região $Y < 0$, $S_0 > 0$, e que possa ser expresso em série de Taylor em torno da posição indeformada das superfícies livre e do corpo, as condições de contorno passam a ser escritas como:

$$\phi_x^{(p)} + g\phi_y^{(p)} = 0 \quad \text{em } Y < 0 \text{ e } S_0 > 0, \quad (p = 1, 2, 3, \dots) \quad (8)$$

$$\phi_x^{(1)} + g\phi_y^{(1)} = 0 \quad \text{em } Y = 0 \quad (9)$$

$$\phi_x^{(2)} + g\phi_y^{(2)} = -2\phi_x^{(1)}\phi_x^{(1)} - 2\phi_y^{(1)}\phi_y^{(1)} + \frac{\phi_x^{(1)}\phi_y^{(1)}}{g} + \phi_x^{(1)}\phi_y^{(1)} \quad \text{em } Y = 0, \text{ etc} \quad (10)$$

$$\vec{r} \cdot [\nabla\phi^{(1)} - \zeta^{(1)}(t)] = 0 \quad \text{em } S_0 = 0 \quad (10a)$$

$$\vec{r} \cdot \left[\nabla\phi^2 - \frac{d\zeta^{(2)}(t)}{dt} \right] = -(\vec{r} \cdot \nabla) [\zeta^{(1)}(t) \cdot \nabla\phi^{(1)}(t)] + \zeta^{(1)}(t) \cdot \left[\nabla\phi^{(1)} - \frac{d\zeta^{(1)}(t)}{dt} \right] \quad \text{em } S_0 = 0 \quad (10b)$$

onde

$$\zeta^{(p)}(t) = \xi^{(p)}(t) \cdot \vec{i} + \eta^{(p)}(t) \cdot \vec{j} \quad (11a)$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + (y+h)\vec{j} \quad (11b)$$

sendo \vec{i} e \vec{j} versores nas direções x e y , respectivamente.

Assim, se for encontrada uma função $\phi^{(1)}(x, y, t)$ que satisfaça (9) e (10a) se conhecerá o lado direito da (10) e (11b). E a solução do problema de primeira ordem fornece as condições de contorno para o problema de segunda ordem, e assim sucessivamente.

O problema está então formulado matematicamente. Uma vez obtido o potencial, utiliza-se a equação da quantidade de movimento, e obtem-se a pressão em cada ponto do domínio fluido.

Para cálculo das forças atuantes no cilindro ($X(t)$ e $Y(t)$) considerado, basta integrar a pressão ao longo do contorno do corpo.

$$X(t) - iY(t) = i \int_{S=0} p(x, y, t) \cdot (dx - idy)$$

Como o corpo é cilíndrico, defina-se o sistema de coordenadas polares (r, θ) :

$$x = r \cdot \text{sen } \theta, \quad y = -h + r \cdot \text{cos } \theta$$

Cada ponto (x, y) de $S=0$ pode ser referido a um ponto em $S_0 = 0$; Isto é, se (x, y) está em $S=0$ então

$$x = \xi + a \cdot \text{sen } \theta, \quad y = -h + \eta + a \cdot \text{cos } \theta$$

é um ponto de $S_o = 0$. Essas relações são equivalentes a:

$$x - iy = ih + (\xi - i\eta) - ia \cdot e^{i\theta}$$

A variável de integração ao longo do círculo fica:

$$dx - idy = a \cdot e^{i\theta} d\theta$$

A função potencial que se procura deve ser harmônica na metade inferior do plano cartesiano, para fora de um certo círculo com centro em $(0, -h)$. De fato, pode se mostrar que, se $\eta=0$ e $\xi=0$ o potencial é harmônico fora da região definida por $x^2 + (y+h)^2 = (h-l)^2$, onde l é o comprimento da tangente traçada de $(0,0)$ até o círculo $x^2 + (y+h)^2 = a^2$. De onde, se $h-a > 0$ então $h-l < a$. Se os movimentos do cilindro são suficientemente pequenos, um resultado semelhante pode ser provado, e o potencial pode ser expandido em série de Taylor numa região vizinha de qualquer ponto de $S(.)$ ou $S_o(.)$. O mesmo deve ser válido para a função pressão e assim:

$$\begin{aligned} p(x, y, t)_{S_o} &= p(\xi + a \cdot \text{sen } \theta, -h + \eta + a \cdot \text{cos } \theta, t) = \\ &= p(a \cdot \text{sen } \theta, -h + a \cdot \text{cos } \theta, t) + \xi(t) \cdot p_x(a \cdot \text{sen } \theta, -h + a \cdot \text{cos } \theta, t) + \eta(t) \cdot p_y(a \cdot \text{sen } \theta, -h + a \cdot \text{cos } \theta, t) + \dots = \\ &[p + \xi(t) \cdot p_x + \eta(t) \cdot p_y + \dots]_{S_o} \end{aligned}$$

E assim tem-se a força no cilindro, que fica dada por:

$$X(t) - Y(t) = ia \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\theta} \cdot [p + \xi(t) \cdot p_x + \eta(t) \cdot p_y + \dots]_{S_o} d\theta \quad (12)$$

e adiciona-se as expansões A mais a seguinte:

$$p(x, y, t) = \varepsilon \cdot p^{(1)}(x, y, t) + \varepsilon^2 \cdot p^{(2)}(x, y, t) + \dots$$

onde $p(x, y, t)$ é a pressão hidrodinâmica (diferença entre a pressão instantânea e a pressão hidrostática medida a partir de $y=0$). Da equação de Bernoulli e de A escreve-se:

$$p(x, y, t) = -\rho \phi - \frac{1}{2} \rho [\phi_x^2 + \phi_y^2] =$$

$$= \varepsilon [-\rho \phi_i^{(1)}] + \varepsilon^2 [-\rho \phi_i^{(2)} - \frac{1}{2} \rho ((\phi_x^{(1)})^2 + (\phi_y^{(1)})^2)] + O(\varepsilon^3)$$

e da mesma maneira

$$p_x(x, y, t) = \varepsilon [-\rho \phi_{x,i}^{(1)}] + O(\varepsilon^2)$$

$$p_y(x, y, t) = \varepsilon [-\rho \phi_{y,i}^{(1)}] + O(\varepsilon^2)$$

Quando essas relações juntamente com A são usadas em (13), obtem-se:

$$X(t) - iY(t) = \varepsilon [X^{(1)}(t) - iY^{(1)}(t)] + \varepsilon^2 [X^{(2)}(t) - iY^{(2)}(t)] + O(\varepsilon^3)$$

onde

$$X^{(1)}(t) - iY^{(1)}(t) = -i\rho a \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\theta} \phi_{i,r}^{(1)} d\theta$$

$$X^{(2)}(t) - iY^{(2)}(t) = -i\rho a \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\theta} \left\{ \phi_i^{(2)} + \frac{1}{2} [\phi_x^{(1)} + \phi_y^{(1)}]^2 + \xi^{(1)}(t) \cdot \phi_x^{(1)} + \eta^{(1)}(t) \cdot \phi_y^{(1)} \right\}_{r=s} d\theta \quad (14)$$

No problema aqui considerado, $\phi^{(1)}(x, y, t)$ varia senoidalmente com o tempo. Assim, $\phi^{(2)}(x, y, t)$ terá duas componentes (por (9)): Uma independente do tempo e outra com frequência duas vezes maior que a de primeira ordem. Com o cálculo da média temporal de $X^{(2)} + iY^{(2)}$ usando (14) nota-se que a contribuição na parcela estacionária da força hidrodinâmica.

Dessa maneira pode-se escrever:

$$\overline{X^{(2)}(t) + iY^{(2)}(t)} = -i\rho a \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\theta} \left\{ \frac{1}{2} [(\overline{\phi_x^{(2)}})^2 + (\overline{\phi_y^{(2)}})^2] + \overline{\xi^{(1)}(t) \cdot \phi_x^{(1)}} + \overline{\eta^{(1)}(t) \cdot \phi_y^{(1)}} \right\}_{r=s} d\theta$$

Se $\phi^{(1)}(x, y, t)$ é a parte real da função de uma variável complexa $f(z, t)$, onde $z = x + iy$, então:

$$\overline{X^{(2)}(t)} - i\overline{Y^{(2)}(t)} = -i\rho a \int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{1}{2} f'(z,t) \overline{f'(z,t)} + \Re\{(\xi^{(1)}(t) + i\eta^{(1)}(t)) \frac{\partial f'(z,t)}{\partial t}\} \right] d\theta$$

com a linha significando derivação em relação ao tempo.

Conforme o acima exposto, uma vez determinada a função ϕ pode-se determinar as forças estáticas de segunda ordem.

Não é objetivo deste trabalho apresentar a solução do problema potencial uma vez que pode ser encontrado em várias das referências citadas. O método consiste em formar uma base infinita e ortogonal de funções que satisfaçam as condições de contorno e respeitem a equação da continuidade em todo o domínio fluido. Com essa base, pode-se expressar qualquer função do domínio considerado como uma combinação linear dessa base. Com as condições de contorno ao longo das fronteiras do domínio se compõe um sistema linear infinito cuja solução fornece o coeficiente de contribuição de cada função da base considerada.

APÊNDICE B

CORREÇÕES DEVIDO AO MOVIMENTO DO CORPO E EFEITO DA SUPERFÍCIE LIVRE

As fórmulas dos esforços de segunda ordem apresentadas no segundo capítulo foram obtidas com auxílio do teorema do círculo de Milne-Thompson que desconsidera os Efeitos de superfície livre no potencial do escoamento.

Além disso, foi desconsiderada a alteração que o movimento do corpo induz neste potencial (radiação).

Desenvolve-se a seguir os esforços com as correções devidas e compara-se o efeito da aproximação utilizada. O erro cometido no desenvolvimento que se segue advém da desconsideração o de termos de ordem (Ka) comparados com a unidade, onde K é o número de onda incidente e "a" é o diâmetro dos cilindros, bem como de expansões em série de Taylor em torno do ângulo de roll levadas até a terceira potência.

1 - MOVIMENTOS DO MODELO:

A equação diferencial que rege a dinâmica do sistema na variável $\beta(t)$ que representa a posição angular é dada por:

$$J \frac{d^2 \beta(t)}{dt^2} + 2\pi\rho g a^2 GM \cdot \beta(t) = l \cdot F(t) \quad (1)$$

com

$$F(t) = X(t) \cdot \vec{i} + iY(t) \cdot \vec{j} = -i\rho a \int_{-\pi}^{\pi} [\phi_i^{(1)}]_{r=a} e^{i\theta} d\theta \quad (2)$$

$$L = l \cdot \cos(\alpha + \theta_{sh}) \cdot \vec{i} + l \cdot \sin(\alpha + \theta_{sh}) \cdot \vec{j}$$

A equação (2) depende da posição do corpo. Isso faz com que o lado direito de (1) dependa da posição

instantânea do corpo, o que a caracteriza como uma equação diferencial de coeficientes variáveis, mais precisamente uma equação de Mathieu. No entanto pode-se integrar a (1) em torno da posição de equilíbrio estático (com atuação dos esforços estacionários de segunda ordem) θ_{st} e resolver então (1). Assim chega-se a:

$$\beta(t) = \frac{A}{l} \cdot e^{-Kt} \cdot (\beta_0 \operatorname{sen} wt + \theta_{st} \cdot \gamma_0 \cdot \operatorname{cos} wt) \quad (3)$$

com

$$\beta_0 = 2 \cdot \operatorname{sen}(Ks + \alpha) \cdot \frac{1}{(r+1)} \quad (4)$$

$$\gamma_0 = 2 \cdot [Ks \cdot \operatorname{cos}(Ks + \alpha) - \operatorname{sen}(Ks + \alpha)] \cdot \frac{1}{(r+1)} \quad (5)$$

Montando o potencial total, que será dado pela parcela de difração idêntica a vista no capítulo 2, mais a parcela de radiação, que tem solução exata dada por dipolos nas direções do movimento (corpo cilíndrico circular):

$$\phi(x, y) = \phi_{onda}(x, y) + \frac{d\beta(t)}{dt} \cdot l \operatorname{cos}(\alpha + \theta_{st} + \beta(t)) \cdot \frac{\operatorname{cos} \varphi}{r} + \frac{d\beta(t)}{dt} \cdot l \operatorname{sen}(\alpha + \theta_{st} + \beta(t)) \cdot \frac{\operatorname{sen} \varphi}{r} \quad (6)$$

com:

$$\phi_{onda}(x, y) = \phi_{onda}(z) = A \cdot e^{-i(Kz - wt)} + A \cdot e^{-Kz} \cdot e^{i[wt + Ka^2 \cdot \frac{1}{z+ih}]} \quad (7)$$

onde $z = x + iy$, representa a variável complexa, e o potencial total foi escrito em função das coordenadas polares locais, v e r com origem no centro do cilindro.

Esse potencial permite o cálculo dos esforços estacionários de segunda ordem, atuantes em um cilindro circular, submerso a uma profundidade h . Note-se no entanto, que o potencial construído desconsidera a influência de um cilindro sobre outro, o que é uma aproximação válida considerando-se que a distância entre cilindros é da ordem de 15 vezes seu diâmetro.

Pode-se então integrar a seguinte:

$$\overline{X^{(2)}(t)} - i \overline{Y^{(2)}(t)} = -i \rho a \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\theta} \left\{ \frac{1}{2} [(\phi_x^{(2)})^2 + (\phi_y^{(2)})^2] + \xi^{(1)}(t) \cdot \phi_x^{(1)} + \eta^{(1)}(t) \cdot \phi_y^{(1)} \right\}_{r=a} d\theta \quad (7)$$

onde φ e r representam as posições instantâneas do centro do cilindro conforme anteriormente.

Obtém-se então:

$$\overline{X^{(2)}(t)} + i\overline{Y^{(2)}(t)} = -i\rho a \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\theta} \left\{ \frac{1}{2} [(\phi_x^{(2)})^2 + (\phi_y^{(2)})^2] + \xi^{(1)}(t) \cdot \phi_x^{(1)} + \eta^{(1)}(t) \cdot \phi_y^{(1)} \right\}_{r=a} d\theta \quad (8)$$

$$X^2 = 2\pi\rho g a^2 \cdot (KA)^2 \cdot e^{-2Ka^2} \cdot \{ \pm\beta_o \cdot \cos\alpha \cdot \cos Ks + \theta_{nh} \cdot [Ks \cdot \beta_o \cdot \cos Ks \cdot \cos\alpha + \gamma_o \cdot \cos\alpha \cdot \cos Ks + \beta_o \cos Ks \cdot \cos\alpha] \} \quad (8)$$

$$Y^2 = 2\pi\rho g a^2 \cdot (KA)^2 \cdot e^{-2Ka^2} \cdot \{ [I_1(2Ka) \cdot \frac{1}{Ka} - \beta_o \cdot \sin\alpha \cdot \cos Ks] \pm \theta_{nh} \cdot [-Ks \cdot \beta_o \cdot \sin\alpha - \gamma_o \cdot \cos\alpha \cdot \sin Ks - \beta_o \cos\alpha \cdot \cos Ks] \} \quad (9)$$

Denominando M_0 o momento hidrodinâmico sem a consideração do movimento do corpo, escreve-se o novo momento hidrodinâmico M_1 como:

$$M_1 = M_0(1 + \delta_1) \quad (10)$$

onde

$$M_0 = 2(KA)^2 \cdot e^{-2Ka^2} \cdot g_2(Ka)$$

$$\delta_1 = -1 + \frac{Ka}{I_1(2Ka)} [\beta_o \sin\alpha \cdot \cos Ks - \frac{\gamma_h}{1+2Ks \cdot \gamma_h} (Ks \cdot \beta_o \cdot \sin\alpha \cdot \cos Ks + \gamma_o \cdot \cos\alpha \cdot \cos Ks + 2\beta_o \cdot \cos\alpha \cdot \cos Ks) - \frac{1}{1+2Ks \cdot \gamma_h} (-Ks \cdot \beta_o \cdot \sin\alpha \cdot \cos Ks + \beta_o \cdot \cos\alpha \cdot \cos Ks)] \quad (11)$$

2 - CORREÇÕES PELO EFEITO DA SUPERFÍCIE LIVRE:

A correção do potencial obtido com o auxílio do teorema do círculo é sugerida por Olgivie(1963), e muda a força vertical estacionária, que pode agora ser expressa da seguinte forma:

$$Y = 2\pi\rho g A^2 \cdot e^{-2Kd} \cdot \{ (Ka) \cdot I_1(2Ka) - (Ka)^4 \cdot (\gamma_{11} + \gamma_{21}) + \dots \} \quad (12)$$

com

$$\gamma_{mn} = \left[\frac{(m+n)!}{(n-1)!} \right] A_{m,n}$$

$$A_m = \frac{1}{m(2Kd)^m} + \frac{2}{m!} [e^{-2Kd} \cdot E_1(2Kd) - \sum_{j=1}^m \frac{(j-1)!}{2Kd}]$$

$$E_1(2Kd) = \int_0^{2Kd} \frac{e^{-2Kd}}{t} dt \quad (\text{veja Olgivie (30), (31b) e (55a)})$$

No entanto, mais importante que a correção na força Y vertical é a correção em $dY/d(Kd)$, já que o que interessa é o momento diferencial dos dois cilindros, correção essa que pode ser obtida de (12). Se Y_0 é a força vertical obtida pelo teorema do círculo, as seguintes relações podem ser obtidas:

$$Y = Y_0(1 + \zeta_0)$$

$$\frac{dY}{d(Kd)} = -2Y(1 + \zeta_1) \quad (13)$$

com

$$\zeta_0 = \frac{(Ka)^2}{Y_0(Kd)^3} [-4(Kd)^3 \cdot e^{-2Kd} \cdot E_1(2Kd) + 2(Kd)^2 + 0,75Kd + 0,25]$$

$$\zeta_1 = \frac{(Ka)^2}{2Y(Kd)^4} [-8(Kd)^4 \cdot e^{-2Kd} \cdot E_1(2Kd) + 4(Kd)^3 + 2(Kd)^2 + 1,5Kd + 0,75] \quad (14)$$

$$Y = Y_0(1 + z_0)$$

E o momento corrigido por (13) e (14) toma a forma:

$$M_2 = M_0(1 + \delta_2) \quad (15)$$

onde

$$\delta_2 = (1 + \zeta_0) \cdot \frac{1 + (1 + \zeta_1) 2Ks \cdot \frac{s}{h}}{1 + 2Ks \cdot \frac{s}{h}} \quad (16)$$

Finalmente, o momento corrigido pelos dois efeitos separadamente como visto acima, toma a forma $M = M_0(1 + \delta_1 + \delta_2)$ e muda o valor da amplitude crítica. O novo valor pode ser obtido da multiplicação da expressão (2.7) pelo fator $[1 + (\delta_1 + \delta_2)]^{-\frac{1}{2}}$.

A tabela (1) fornece os fatores de correção para cada uma das frequências analisadas experimentalmente.

f (Hz)	$[1+(\delta_1 + \delta_2)]^{-\frac{1}{2}}$
0.8	0.96
1.0	0.90
1.2	0.89

Tabela 1 - Fator de correção da amplitude crítica oriundo da correção pelo movimento do corpo e superfície livre.

APÊNDICE C

CRITÉRIO DE ESTABILIDADE CORRENTE PARA SEMI SUBMERSÍVEIS

O critério corrente de estabilidade para plataformas semi submersíveis se baseia na idéia de que o sistema deve possuir suficiente reserva de energia de restauração, comparada a energia de emborcamento.

Seja o diagrama de momento restaurador e de emborcamento dado pela figura seguinte:

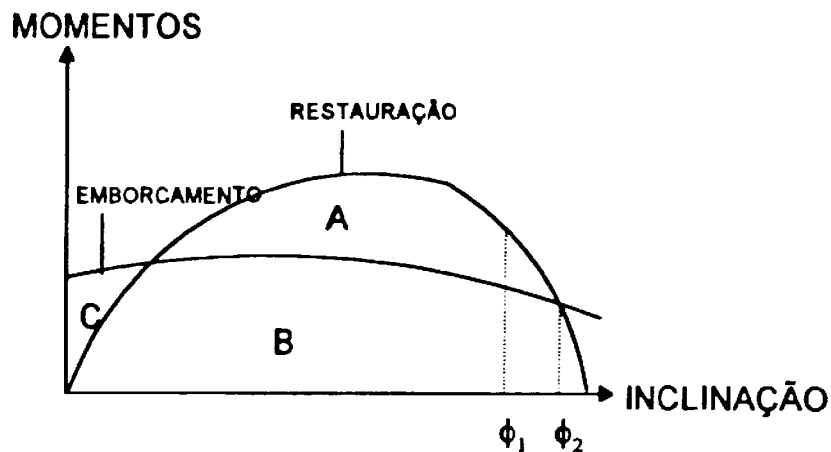


Figura 1 - Diagrama de momento restaurador e momento de emborcamento

A energia de restauração deve ser 30% maior, no mínimo, que a energia de emborcamento, considerada até ϕ_1 (ângulo de inundação do deck), e portanto deve-se ter:

$$\text{Área (A+B)} \geq 1,30 \text{ Área (B+C)}$$

Este critério ficou conhecido como critério de Sarchin e Goldenberg.

APÊNDICE D

RESULTADOS EXPERIMENTAIS COMPLEMENTARES

Neste apêndice são apresentados a totalidade dos ensaios realizados

Os plots desta evolução mostram, na parte superior a posição da superfície livre em centímetros, e na parte inferior a posição angular do modelo em graus. Em seguida, na mesma página, é apresentado o intervalo de tempo considerado para cálculo de valores médios. Este intervalo é demarcado por linhas verticais na abcissa.

Deve-se ter em mente que, como o sensor de posição da superfície livre se encontra 10m a jusante do modelo, sua aquisição de dados não se processa simultaneamente a aquisição da posição angular.

Para cada ensaio foi gerado um arquivo de dados. Pelo nome do arquivo sabe-se a que ensaio corresponde. Os nomes na forma Cilnnfpp referem-se a ensaios da primeira bateria, onde nn é o número do ensaio e pp é a frequência de ondas multiplicada por 10. Os ensaios da segunda bateria recebem o nome Cinnfpp, seguindo a mesma lógica.

Nos ensaios do segundo conjunto de baterias foi introduzido um segundo "LVDT", de maneira que para esses ensaios dois valores de ângulo de tilt foram obtidos. Nos "plots" da evolução temporal só o sinal de um deles é apresentado.

RESULTADOS COMPLEMENTARES

ENSAIO N° 01 - 17/02/92 12:45hs

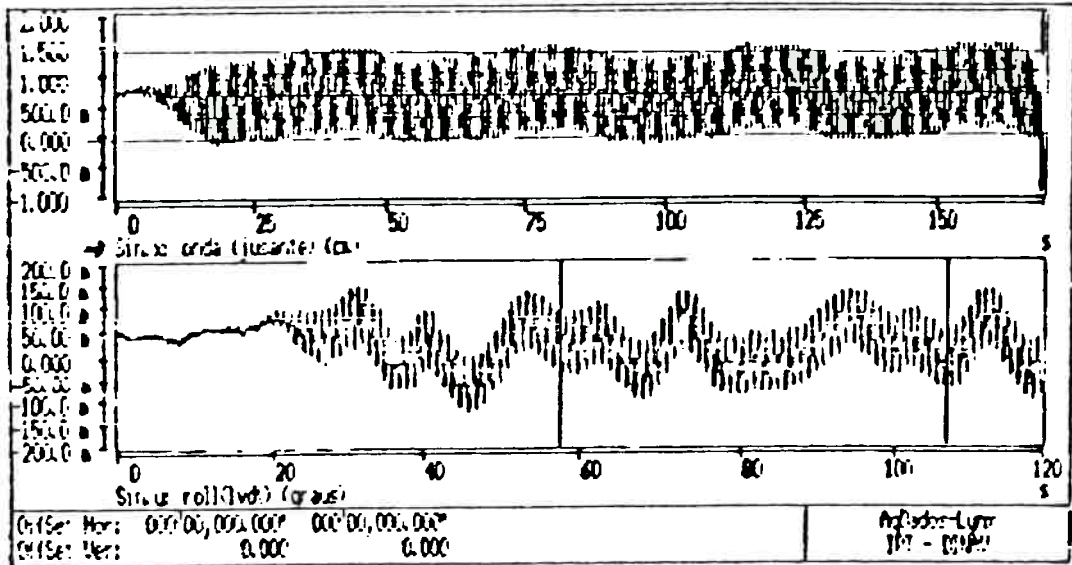
Arquivo cil02f10

Frequência - 1.00 Hz

Amplitude de Onda - 0.221 cm

Inclinação estacionária - 0.027°

Máximos Espectrais - 0.05 Hz; 0.10 Hz; 1.00 Hz



ENSAIO N° 02 - 17/02/92 13:32hs

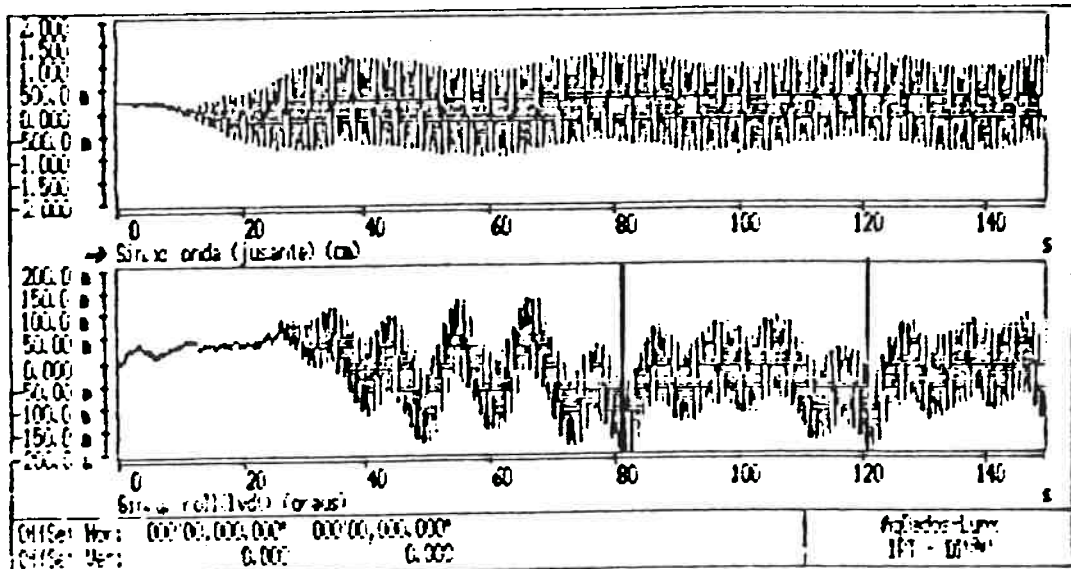
Arquivo cil03f10

Frequência - 1.00 Hz

Amplitude de Onda - 0.956 cm

Inclinação estacionária - 0.037°

Máximos Espectrais - 0.087 Hz; 1.00 Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

ENSAIO N° 03 - 17/02/92 14:12hs

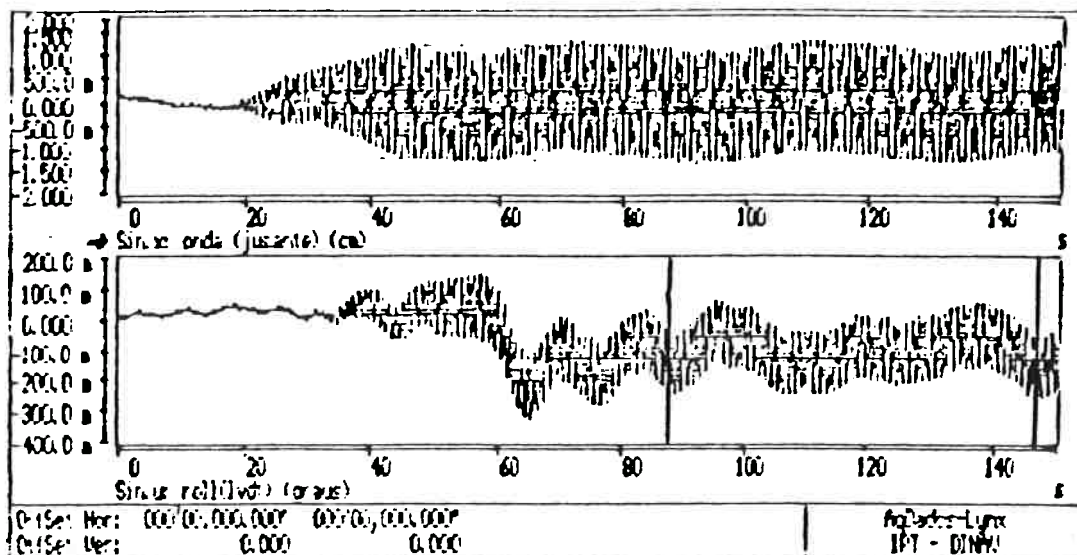
Arquivo cil04f10

Frequência - 1.00 Hz

Amplitude de Onda - 1.103 cm

Inclinação estacionária - 0.075°

Máximos Espectrais - 0.025 Hz; 0.05 Hz; 1.00 Hz; 0.087Hz



ENSAIO N° 04 - 17/02/92 15:15hs

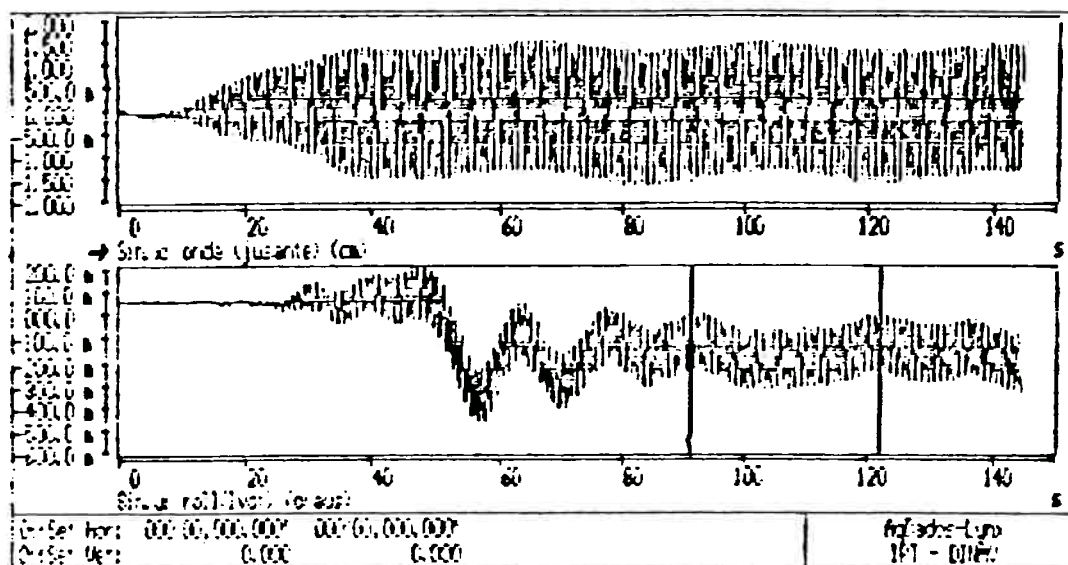
Arquivo cil05f10

Frequência - 1.00 Hz

Amplitude de Onda - 1.371 cm

Inclinação estacionária - 0.218°;

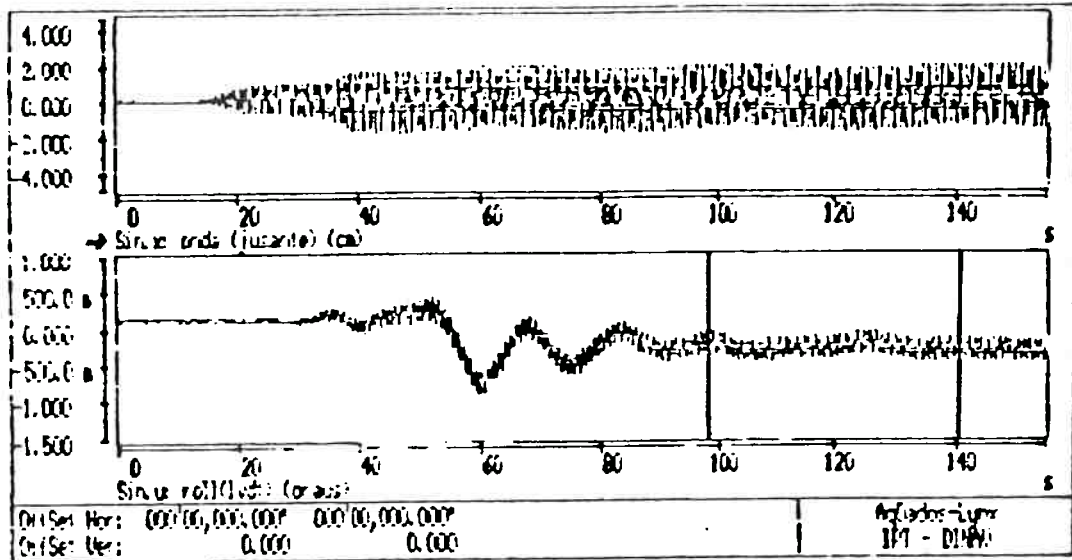
Máximos Espectrais - 0.012 Hz; 0.50 Hz; 1.00 Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

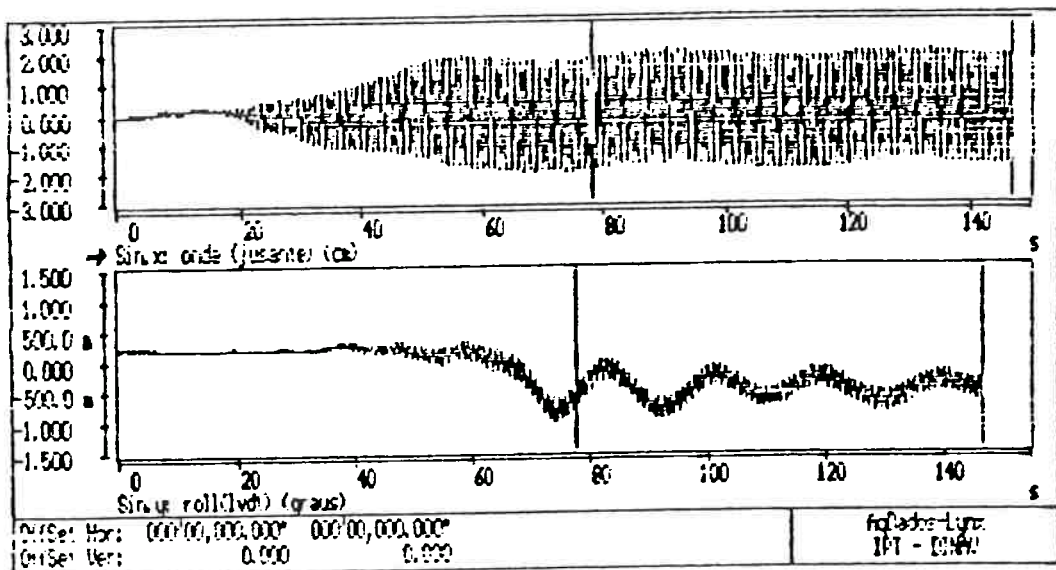
ENSAIO N° 05 - 17/02/92 15:55hs
Arquivo cil08f10

Frequência - 1.00 Hz
Amplitude de Onda - 1.184 cm
Inclinação estacionária - 1.775°; 1,184°
Máximos Espectrais - 0.025 Hz; 0.43 Hz; 1.00 Hz



ENSAIO N° 06 - 17/02/92 16:45hs
Arquivo cil07f10

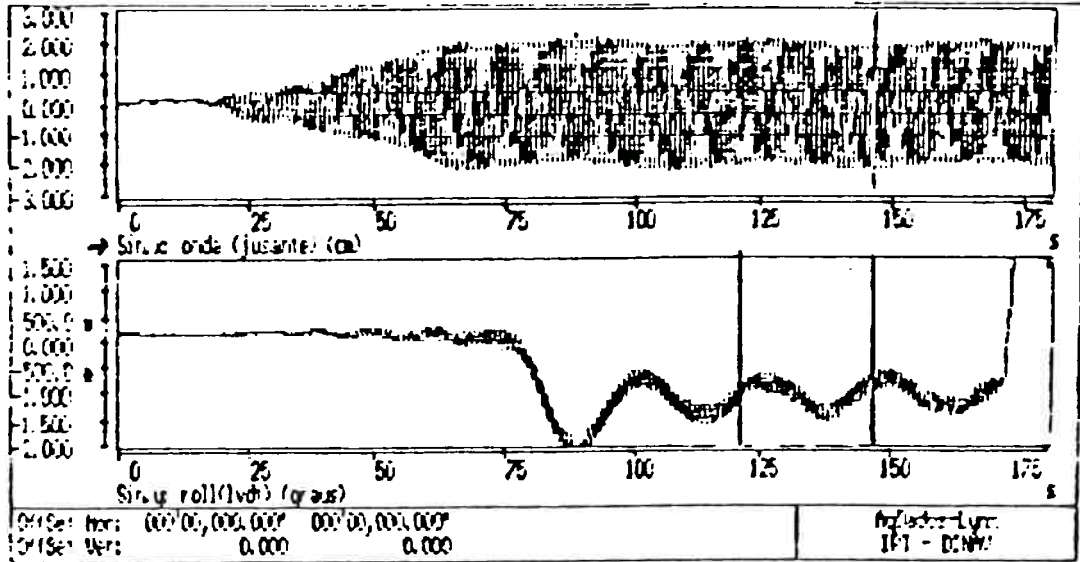
Frequência - 1.00 Hz
Amplitude de Onda - 1.829 cm
Inclinação estacionária - 0.658°
Máximos Espectrais - 0.012 Hz; 1.012 Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

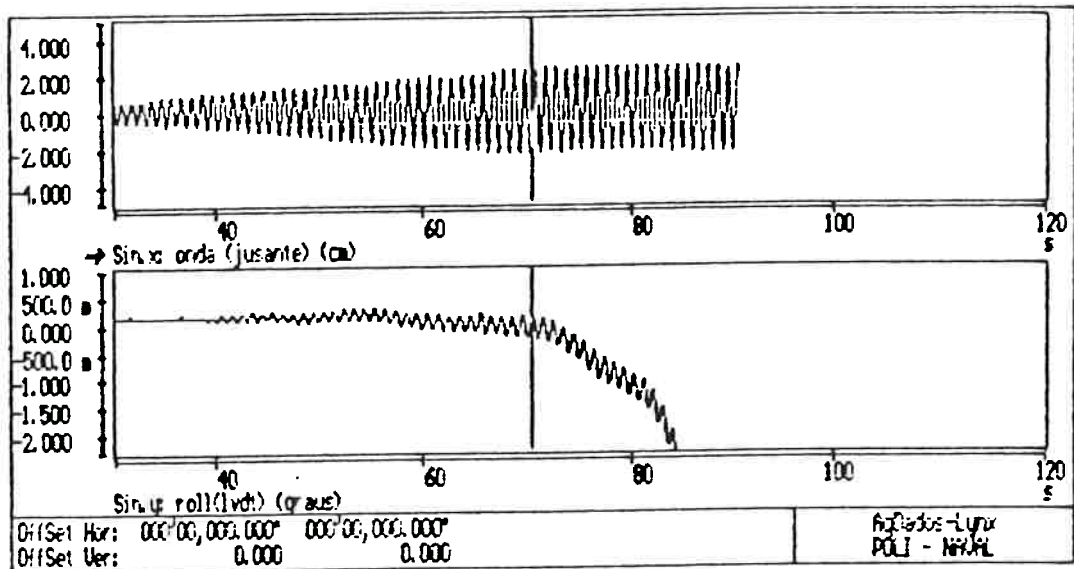
ENSAIO N° 07 - 18/02/92 09:05hs
Arquivo cil08f10

Frequência - 1.00 Hz
Amplitude de Onda - 1.943 cm
Inclinação estacionária - 1.258°
Máximos Espectrais - 0.018 Hz; 0.031 Hz; 1.00 Hz



ENSAIO N° 08 - 18/02/92 10:45hs
Arquivo cil09f10

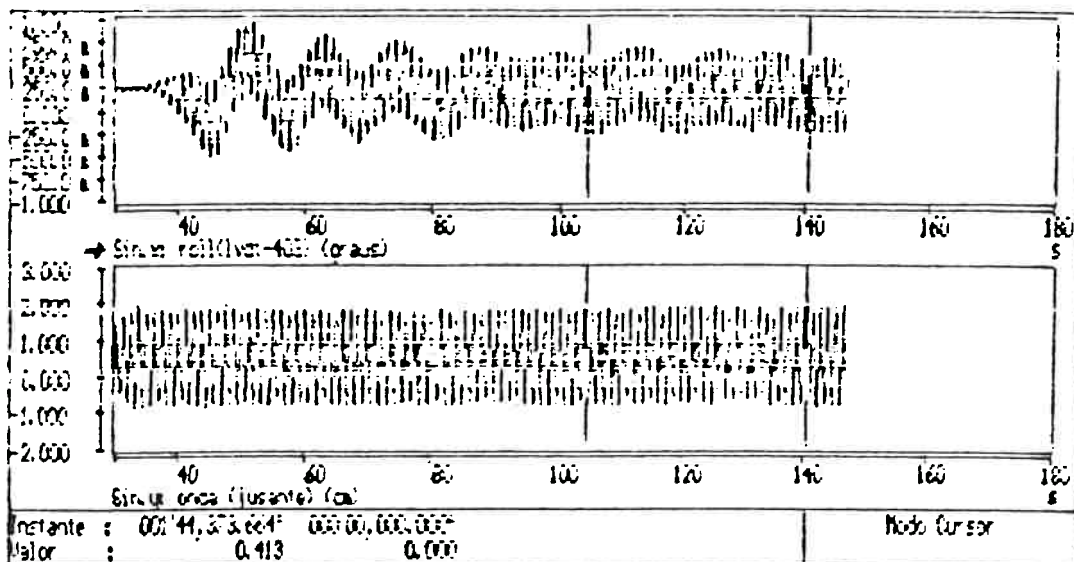
Frequência - 1.00 Hz
Amplitude de Onda - 2.226 cm
Inclinação estacionária - 8.8°
Máximos Espectrais - 0.012 Hz; 0.052 Hz; 1.00 Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

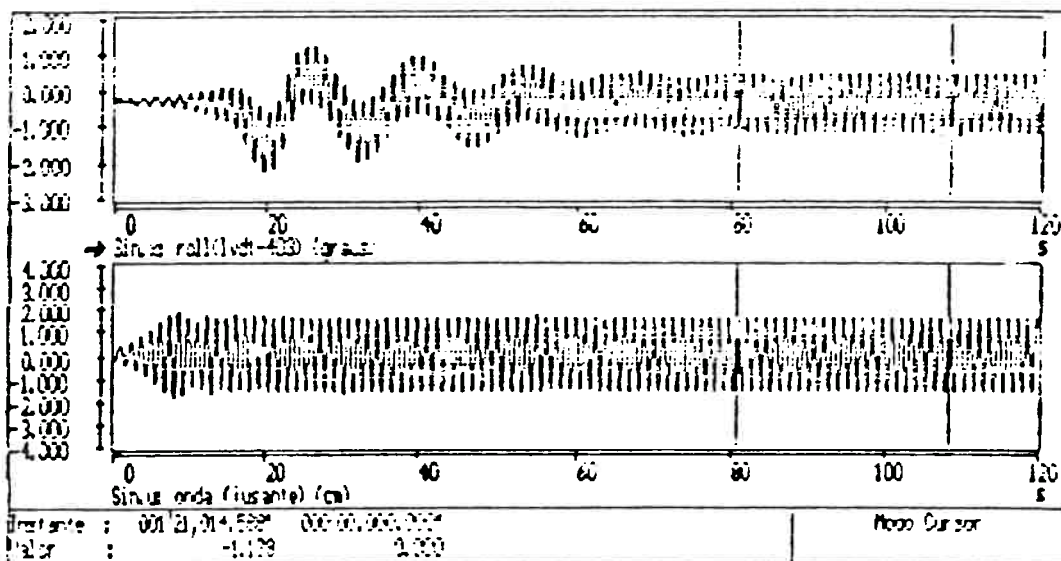
ENSAIO N° 28 - 19/02/92 16:31hs
Arquivo cil32f08

Frequência - 0.80 Hz
Amplitude de Onda - 1.319 cm
Inclinação estacionária - 0.056°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



ENSAIO N° 29 - 19/02/92 17:15hs
Arquivo cil34f08

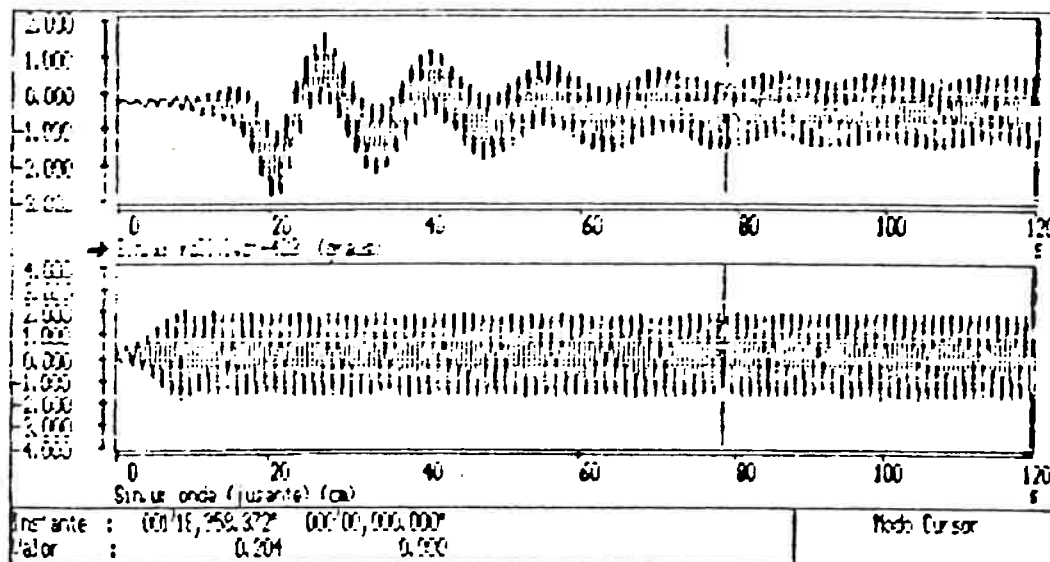
Frequência - 0.80 Hz
Amplitude de Onda - 1.590 cm
Inclinação estacionária - 0.079°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



RESULTADOS COMPLEMENTARES

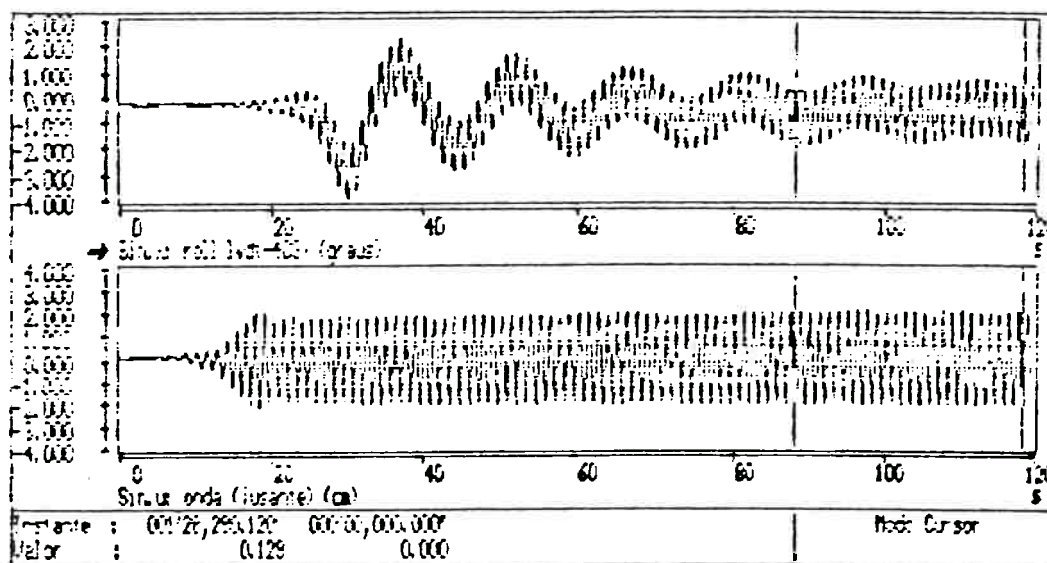
ENSAIO N° 30 - 19/02/92 18:05hs
Arquivo cil08f10

Frequência - 0.80 Hz
Amplitude de Onda - 1.860 cm
Inclinação estacionária - 0.201°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



ENSAIO N° 31 - 20/02/92 18:00hs
Arquivo cil36f08

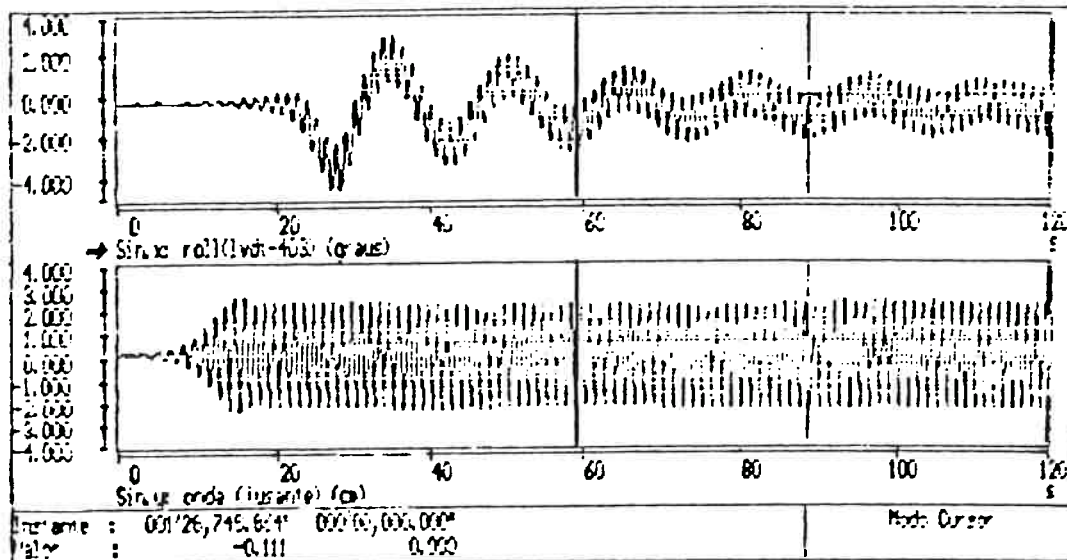
Frequência - 0.80 Hz
Amplitude de Onda - 2.030 cm
Inclinação estacionária - 0.252°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



RESULTADOS COMPLEMENTARES

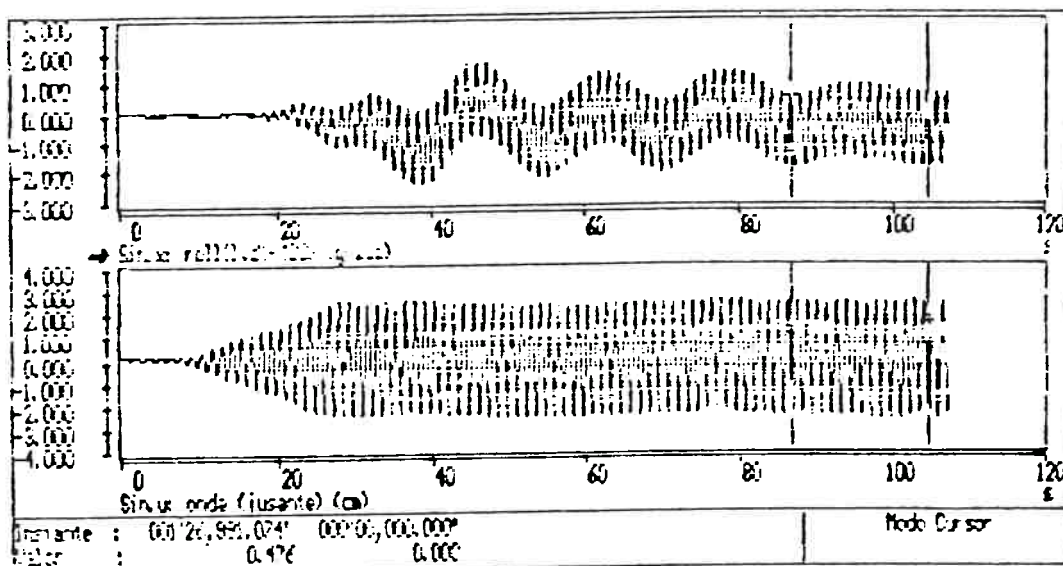
ENSAIO N° 32 - 20/02/92 18:45hs
Arquivo cil37f08

Frequência - 0.80 Hz
Amplitude de Onda - 2.280 cm
Inclinação estacionária - 0.304°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



ENSAIO N° 33 - 20/02/92 19:15hs
Arquivo cil38f08

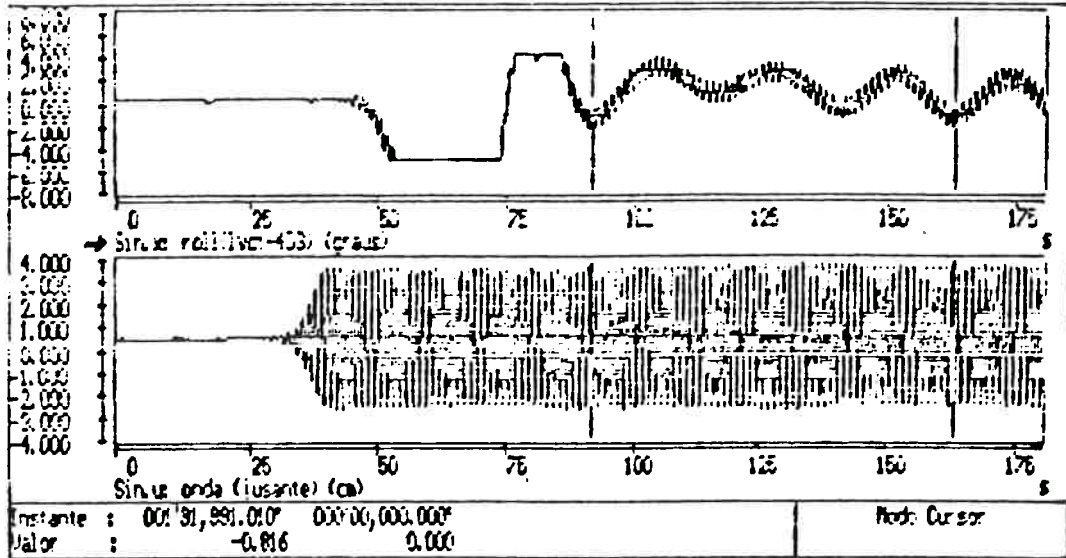
Frequência - 0.80 Hz
Amplitude de Onda - 2.440 cm
Inclinação estacionária - 0.512°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



RESULTADOS COMPLEMENTARES

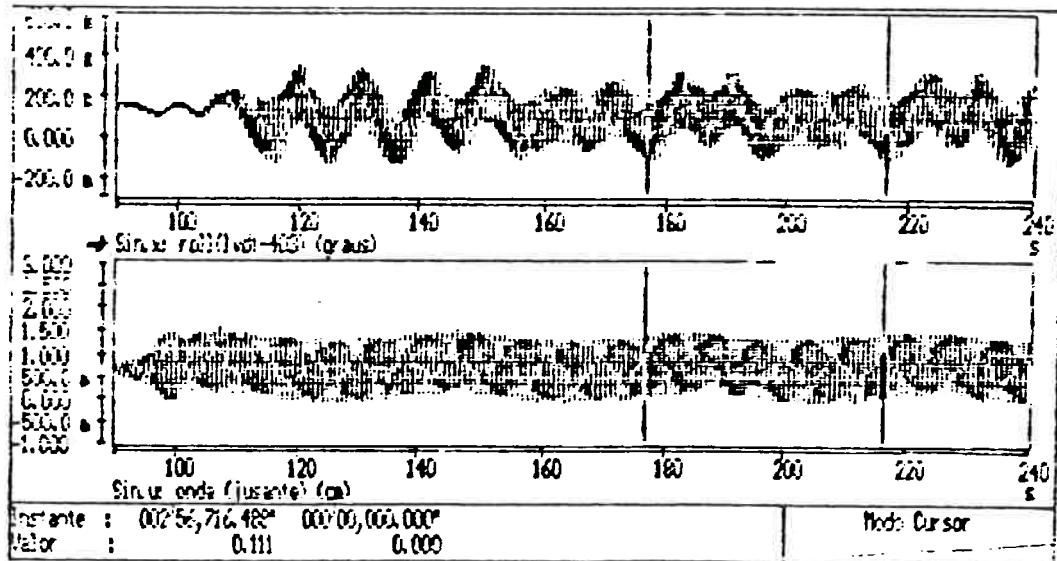
ENSAIO N° 34 - 21/02/92 08:30hs
Arquivo cil39f08

Frequência - 0.80 Hz
Amplitude de Onda - 3.190 cm
Inclinação estacionária - 1.017°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



ENSAIO N° 36 - 21/02/92 12:20hs
Arquivo cil50f12

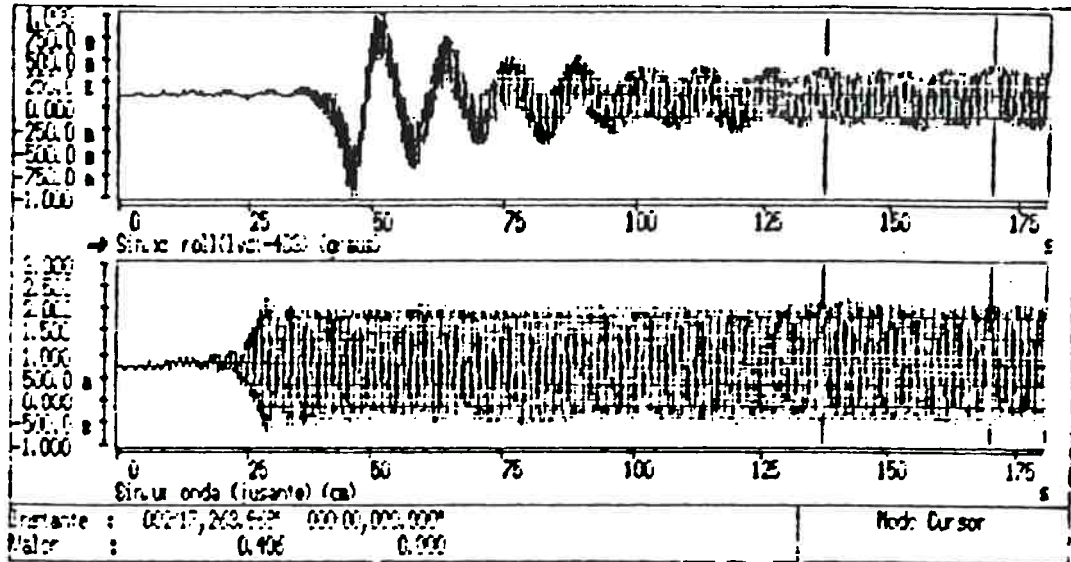
Frequência - 1.20 Hz
Amplitude de Onda - 0.656 cm
Inclinação estacionária - 0.034°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



RESULTADOS COMPLEMENTARES

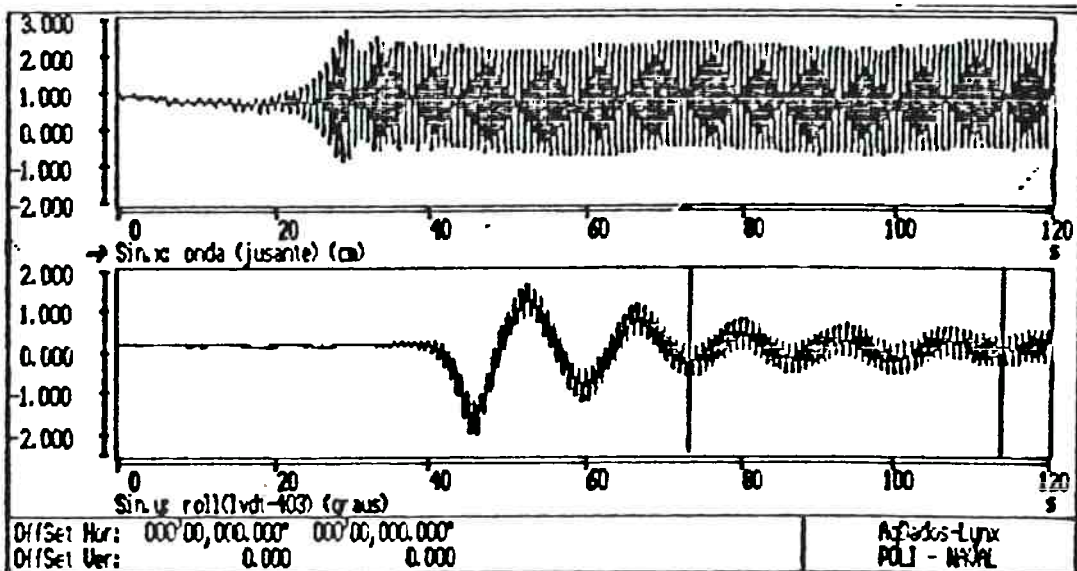
ENSAIO N° 37 - 21/02/92 12:49hs
Arquivo cil51f12

Frequência - 1.20 Hz
Amplitude de Onda - 1.210 cm
Inclinação estacionária - 0.044°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



ENSAIO N° 38 - 21/02/92 14:04hs
Arquivo cil52f12

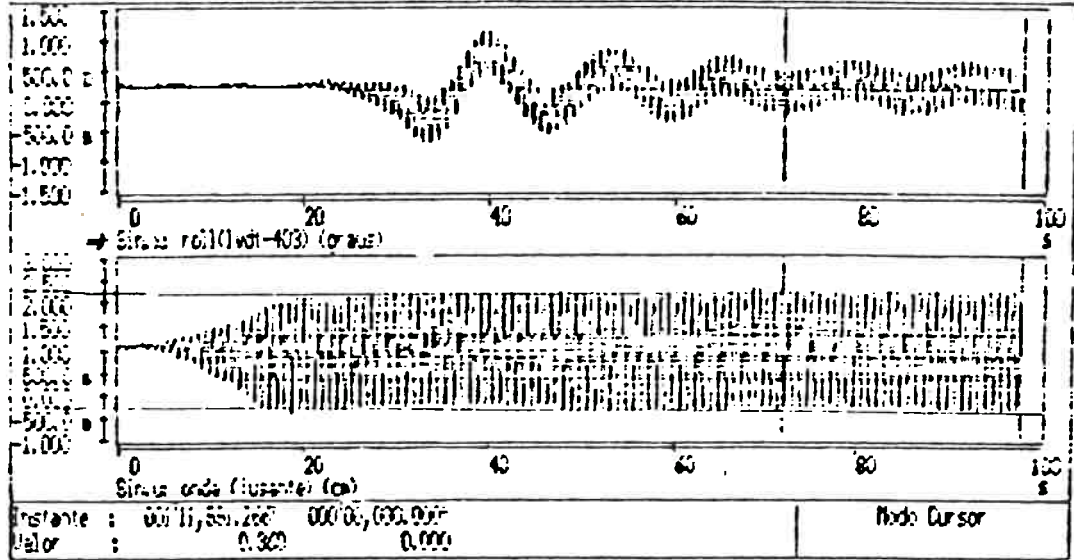
Frequência - 1.20 Hz
Amplitude de Onda - 1.422 cm
Inclinação estacionária - 0.063°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



RESULTADOS COMPLEMENTARES

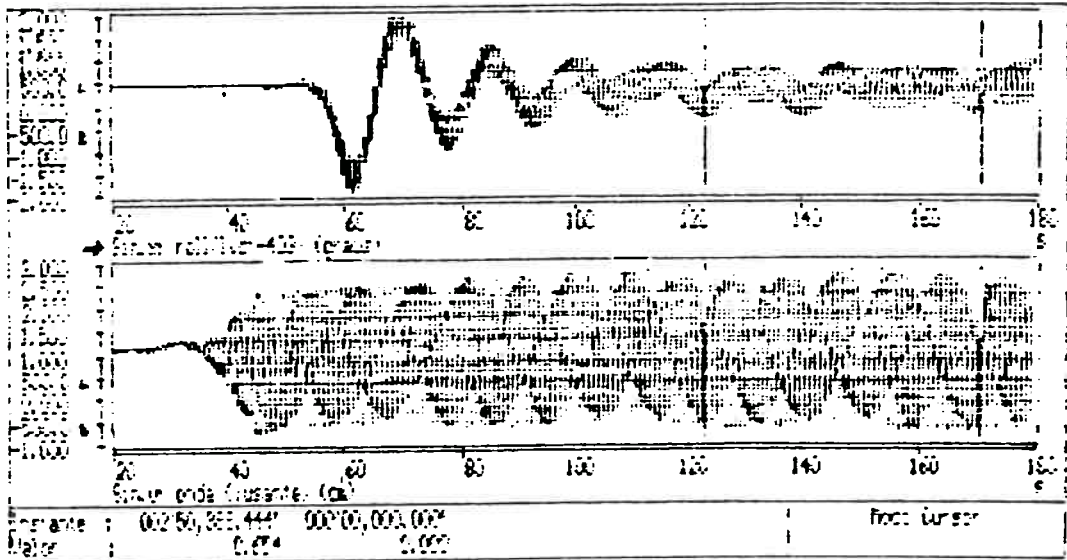
ENSAIO N° 39 - 21/02/92 14:35hs
Arquivo cil53f12

Frequência - 1.20 Hz
Amplitude de Onda - 1.240 cm
Inclinação estacionária - 0.045°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



ENSAIO N° 40 - 21/02/92 15:07hs
Arquivo cil54f12

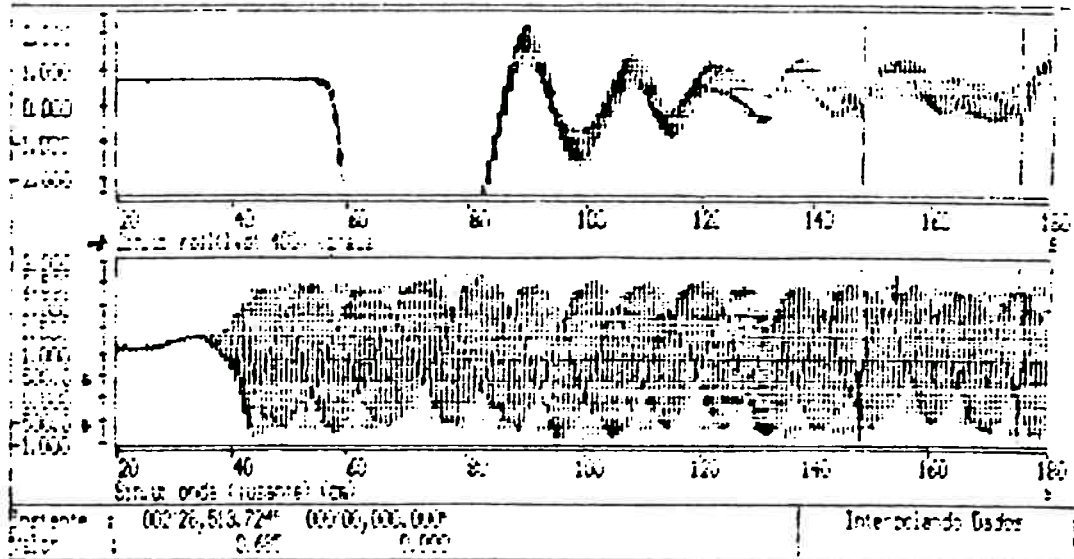
Frequência - 1.20 Hz
Amplitude de Onda - 1.640 cm
Inclinação estacionária - 0.106°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



RESULTADOS COMPLEMENTARES

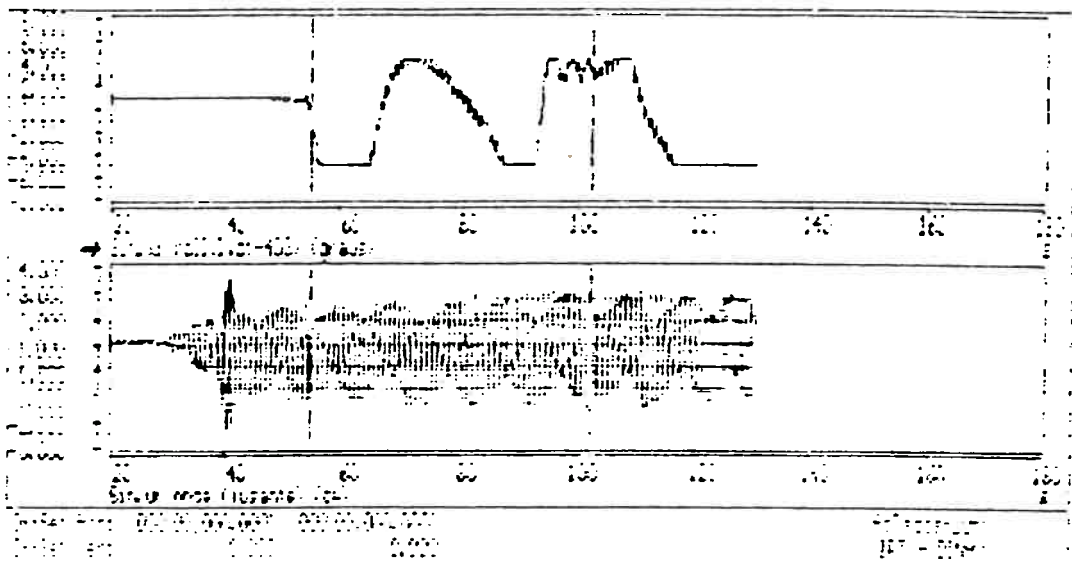
ENSAIO N° 41 - 21/02/92 15:32hs
Arquivo cil55f12

Frequência - 1.20 Hz
Amplitude de Onda - 2.000 cm
Inclinação estacionária - 0.295°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



ENSAIO N° 42 - 21/02/92 16:00hs
Arquivo cil56f12

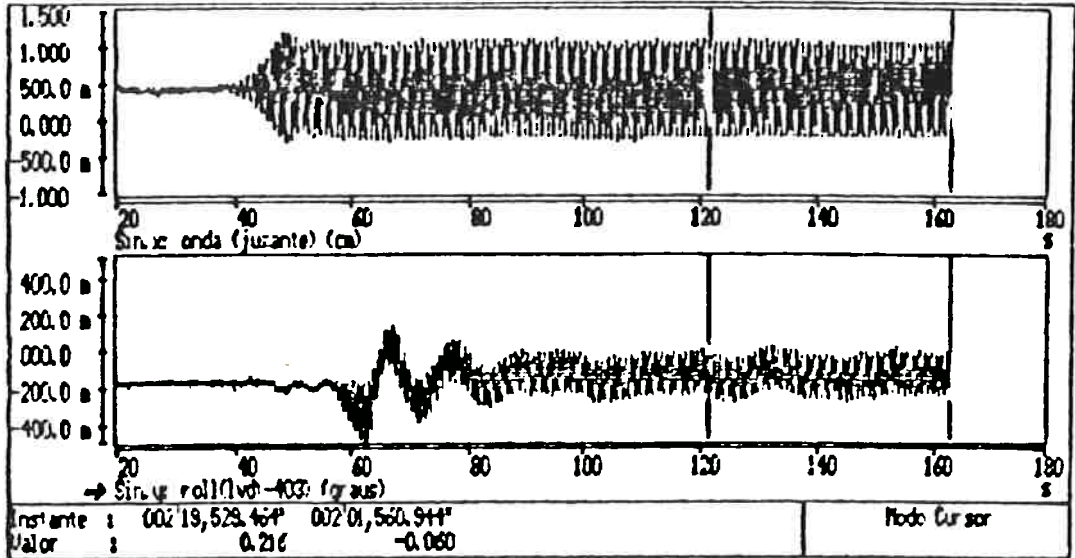
Frequência - 1.20 Hz
Amplitude de Onda - 2.130 cm
Inclinação estacionária - 8.8°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

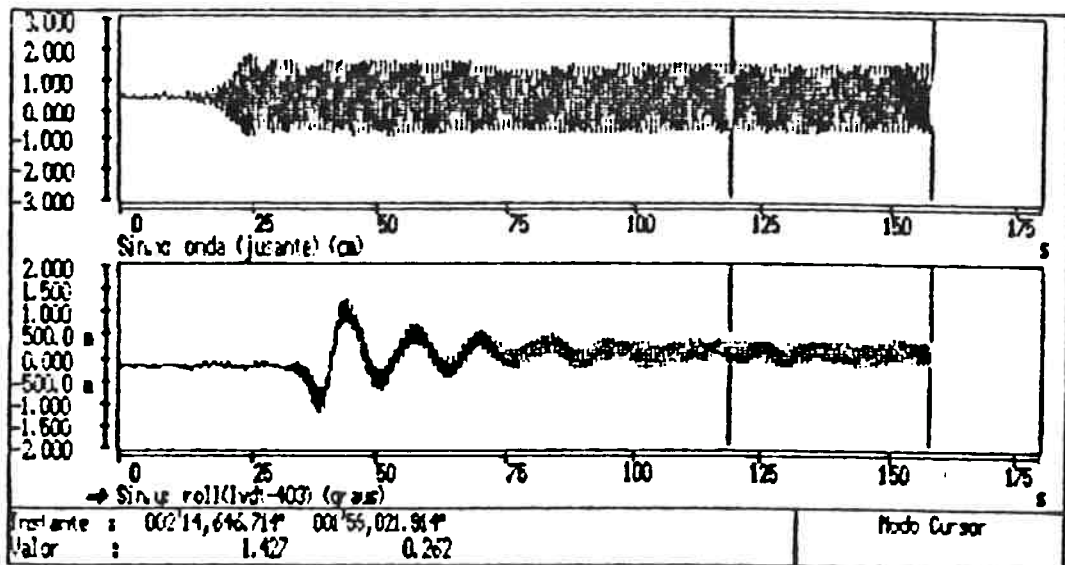
ENSAIO N° 43 - 24/02/92 18:03hs
Arquivo ci01bf10

Frequência - 1.00 Hz
Amplitude de Onda - 0.729 cm
Inclinação estacionária - 0.038°; 0.055°
Máximos Espectrais - não obteve-se espectro



ENSAIO N° 45 - 25/02/92 11:29hs
Arquivo ci03f10

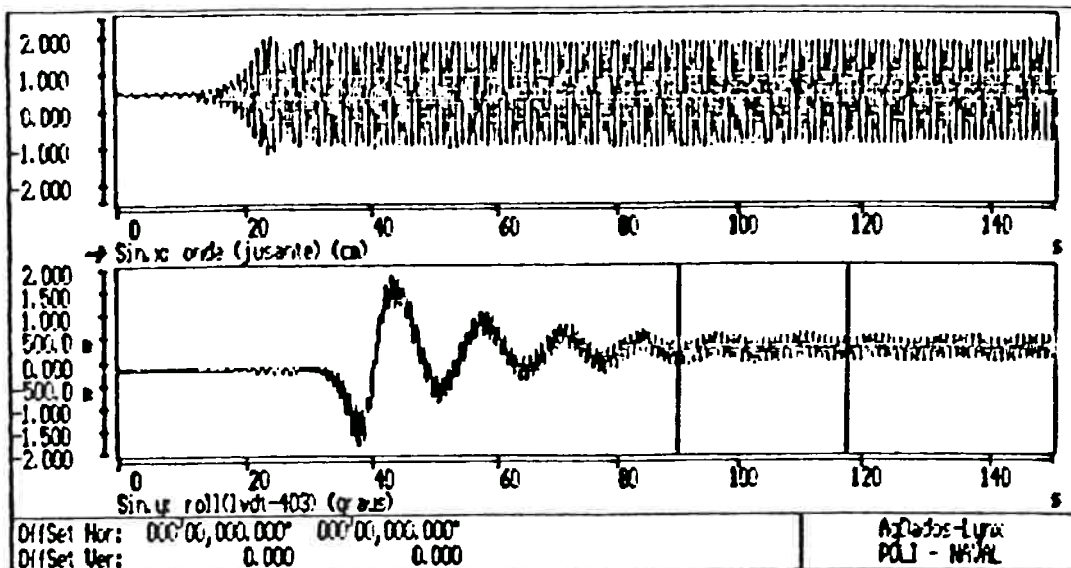
Frequência - 1.00 Hz
Amplitude de Onda - 1.154 cm
Inclinação estacionária - 0.286°; 0.296°
Máximos Espectrais - 0.012 Hz; 0.075Hz; 1.00 Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

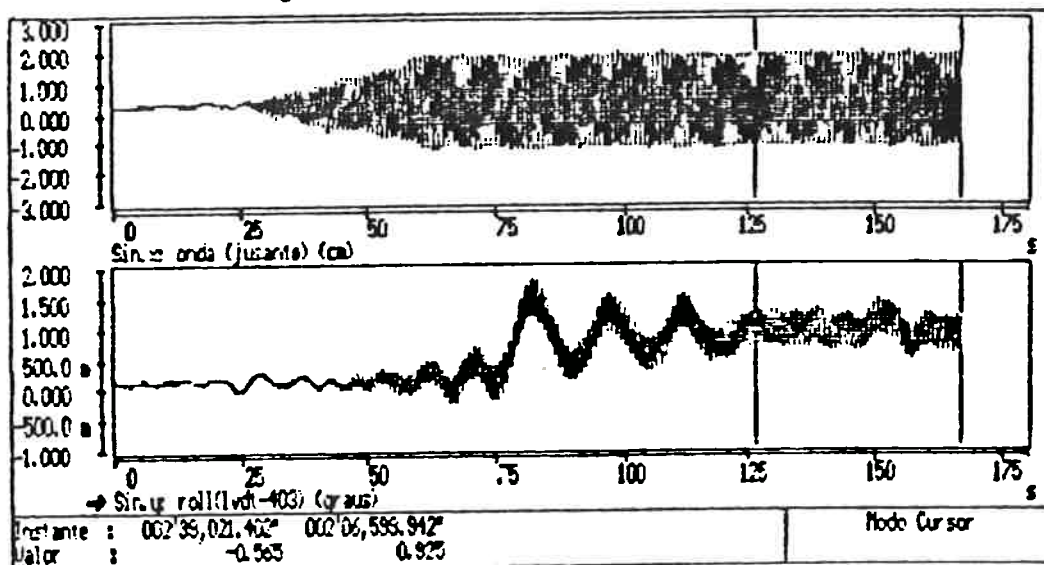
ENSAIO N° 46 - 26/02/92 10:23hs
Arquivo ci04f10

Frequência - 1.00 Hz
Amplitude de Onda - 1.338 cm
Inclinação estacionária - 0.445°; 0.438°
Máximos Espectrais - 0.012 Hz; 0.07 Hz; 1.00 Hz



ENSAIO N° 47 - 26/02/92 10:45hs
Arquivo ci05f10

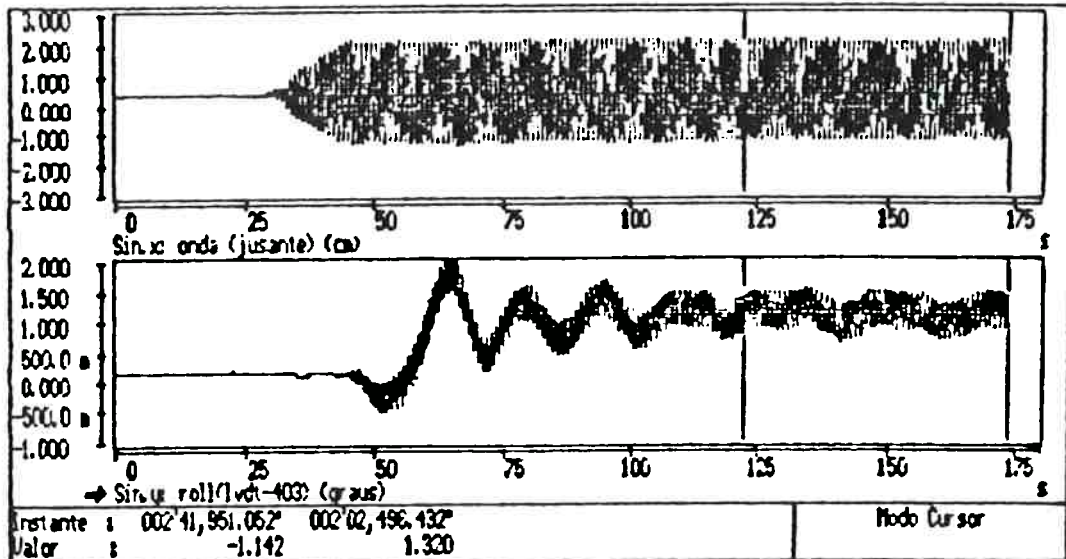
Frequência - 1.00 Hz
Amplitude de Onda - 1.523 cm
Inclinação estacionária - 0.833°; 0.894°
Máximos Espectrais - 0.025 Hz; 0.062Hz; 1.00 Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

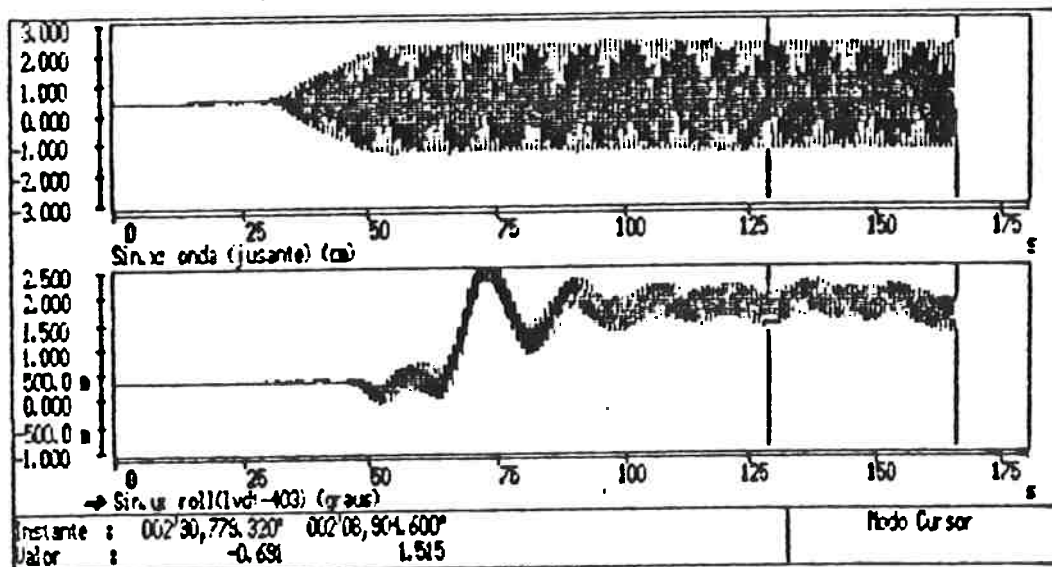
ENSAIO N° 48 - 26/02/92 11:28hs
Arquivo ci06f10

Frequência - 1.00 Hz
Amplitude de Onda - 1.629 cm
Inclinação estacionária - 0.975°; 1.029°
Máximos Espectrais - 0.025 Hz; 0.062Hz; 1.00 Hz



ENSAIO N° 49 - 26/02/92 11:50hs
Arquivo ci07f10

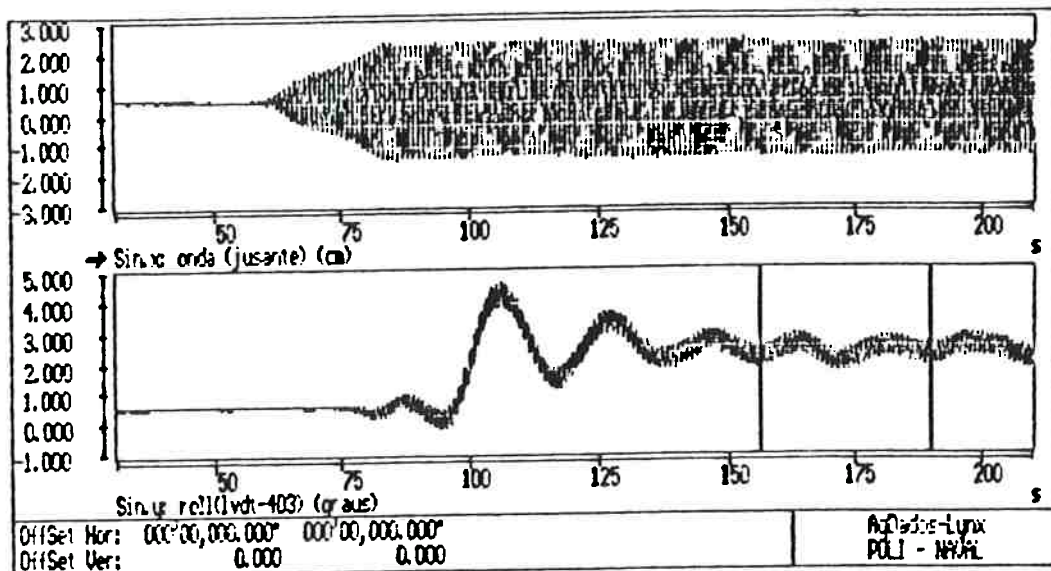
Frequência - 1.00 Hz
Amplitude de Onda - 1.754 cm
Inclinação estacionária - 1.450°; 1,542°
Máximos Espectrais - 0.025 Hz; 0.50 Hz; 1.00 Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

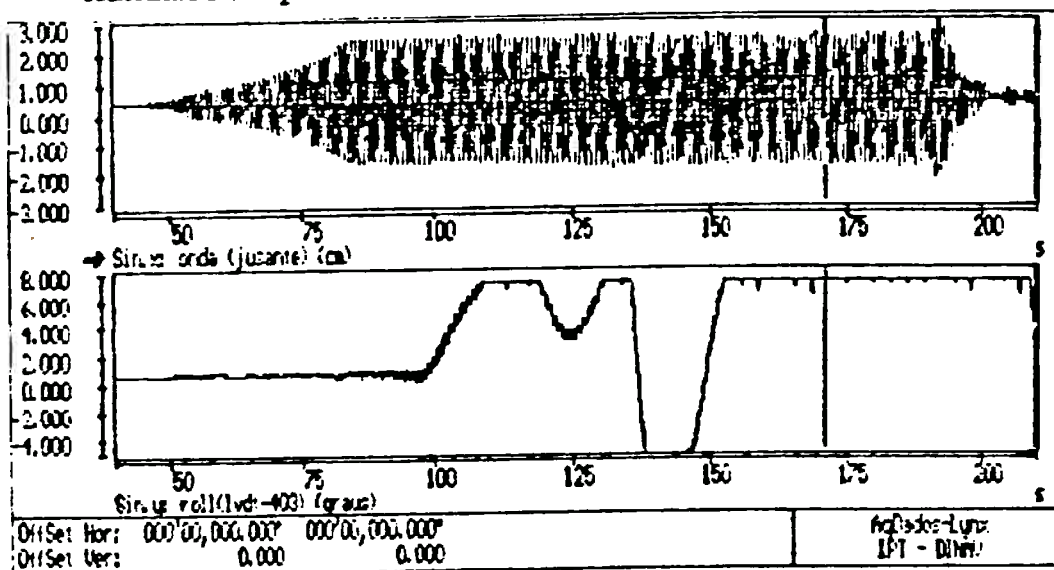
ENSAIO N° 50 - 26/02/92 12:28hs
Arquivo ci08f10

Frequência - 1.00 Hz
Amplitude de Onda - 1.869 cm
Inclinação estacionária - 1.775°; 1,907°
Máximos Espectrais - 0.025 Hz; 0.43 Hz; 1.00 Hz



ENSAIO N° 51 - 26/02/92 12:53hs
Arquivo ci09f10

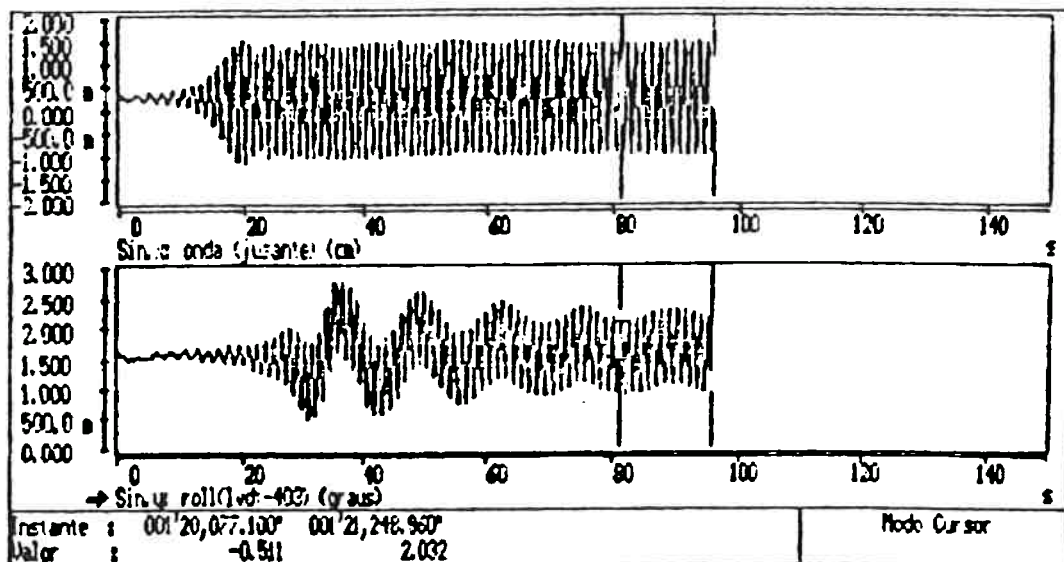
Frequência - 1.00 Hz
Amplitude de Onda - 2.031 cm
Inclinação estacionária - 8.8°; 8.8°
Máximos Espectrais - 0.025 Hz; 0.43 Hz; 1.00 Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

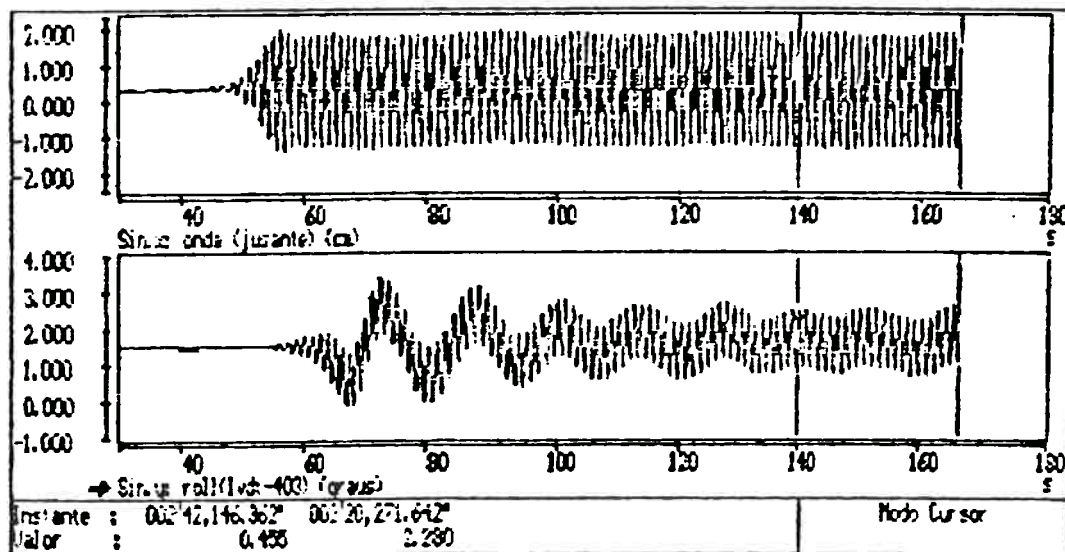
ENSAIO N° 52 - 26/02/92 16:21hs
Arquivo cil0f08

Frequência - 0.80 Hz
Amplitude de Onda - 1.300 cm
Inclinação estacionária - 0.088°; 0.077°
Máximos Espectrais - 0.025 Hz; 0.75 Hz; 0.80 Hz



ENSAIO N° 53 - 26/02/92 16:45hs
Arquivo cillf08

Frequência - 0.80 Hz
Amplitude de Onda - 1.577 cm
Inclinação estacionária - 0.091°; 0.093°
Máximos Espectrais - 0.037 Hz; 0.75 Hz; 0.80 Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

ENSAIO N° 54 - 26/02/92 17:13hs

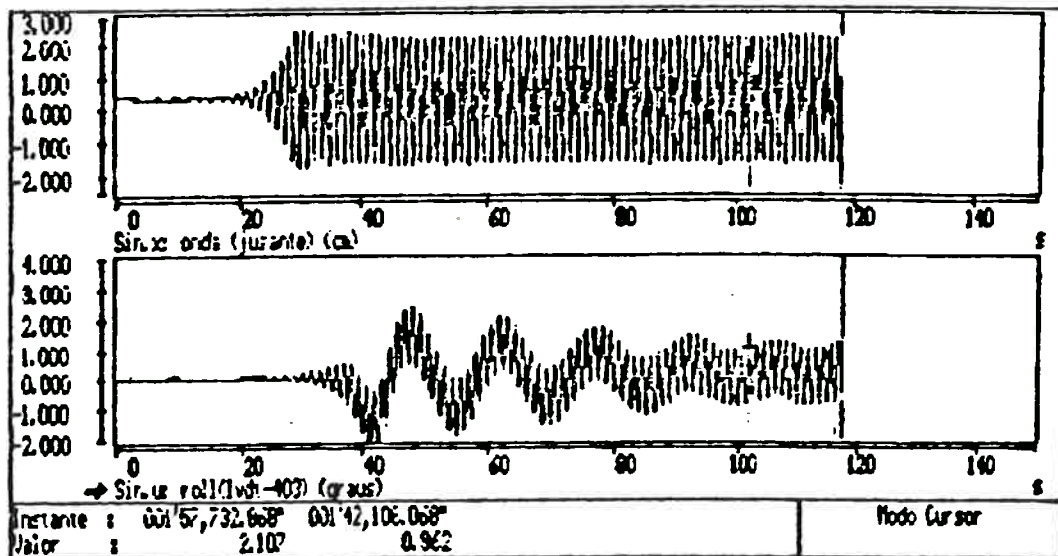
Arquivo cil2f08

Frequência - 0.80 Hz

Amplitude de Onda - 1.883 cm

Inclinação estacionária - 0.138°; 0.136°

Máximos Espectrais - 0.012 Hz; 0.62 Hz; 0.80 Hz



ENSAIO N° 55 - 26/02/92 17:43hs

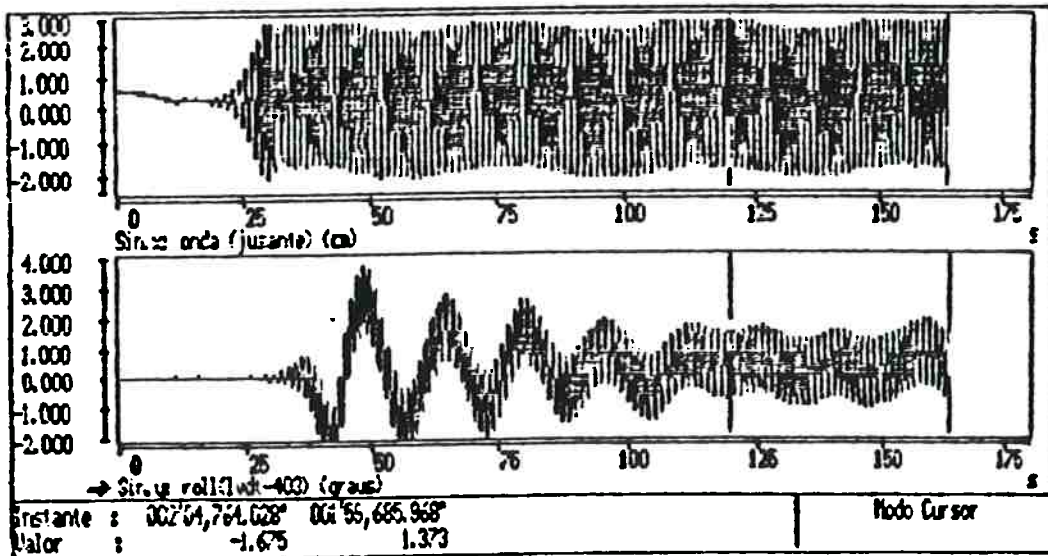
Arquivo cil3f08

Frequência - 0.80 Hz

Amplitude de Onda - 2.255 cm

Inclinação estacionária - 0.283°; 0.339°

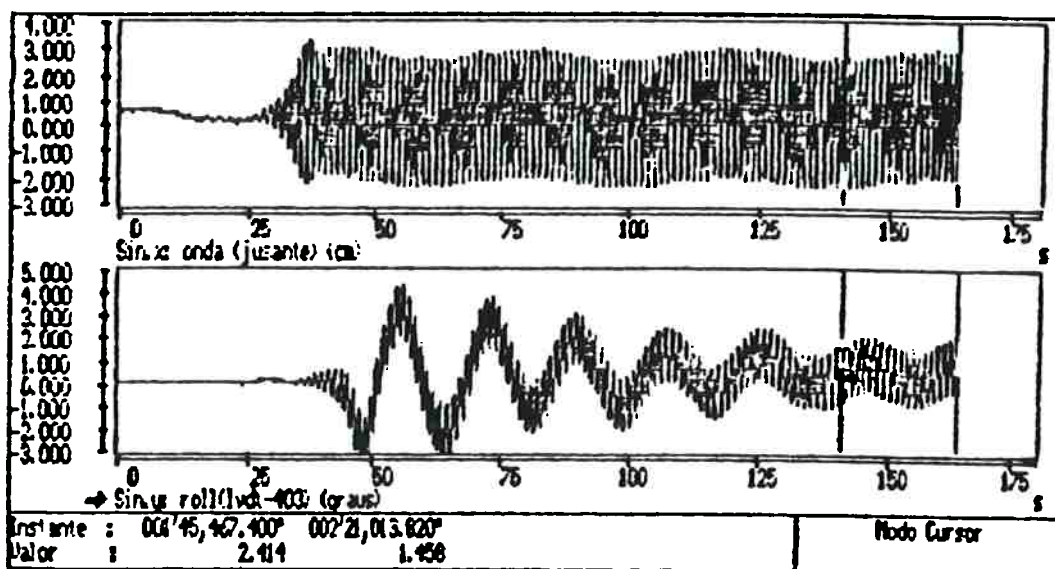
Máximos Espectrais - 0.031 Hz; 0.62 Hz; 0.80 Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

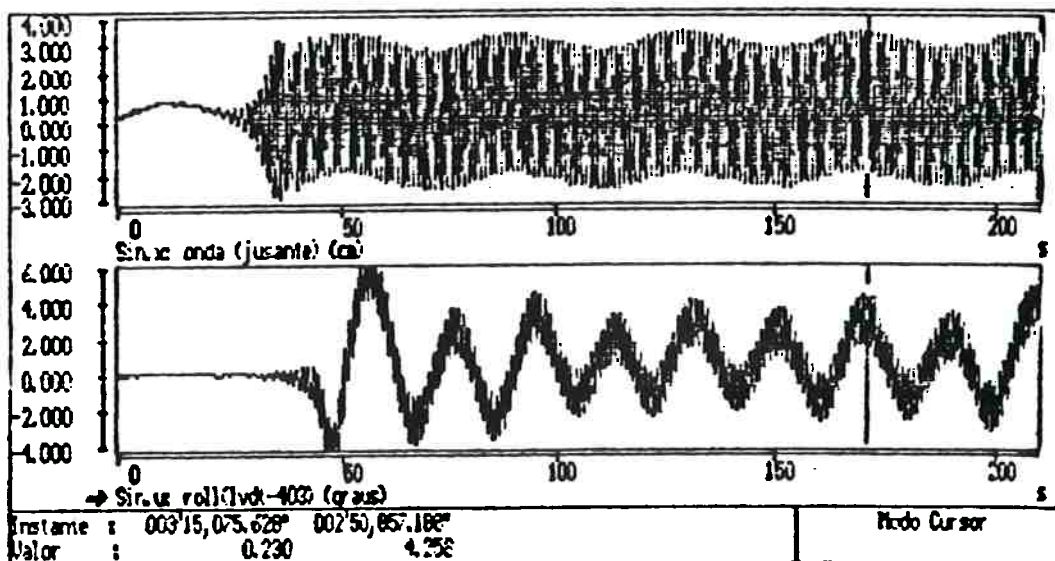
ENSAIO N° 56 - 26/02/92 18:10hs
Arquivo cil4f08

Frequência - 0.80 Hz
Amplitude de Onda - 2.400 cm
Inclinação estacionária - 0.477°
Máximos Espectrais - 0.031 Hz; 0.56 Hz; 0.80 Hz



ENSAIO N° 56b - 26/02/92 18:34hs
Arquivo cil5f08

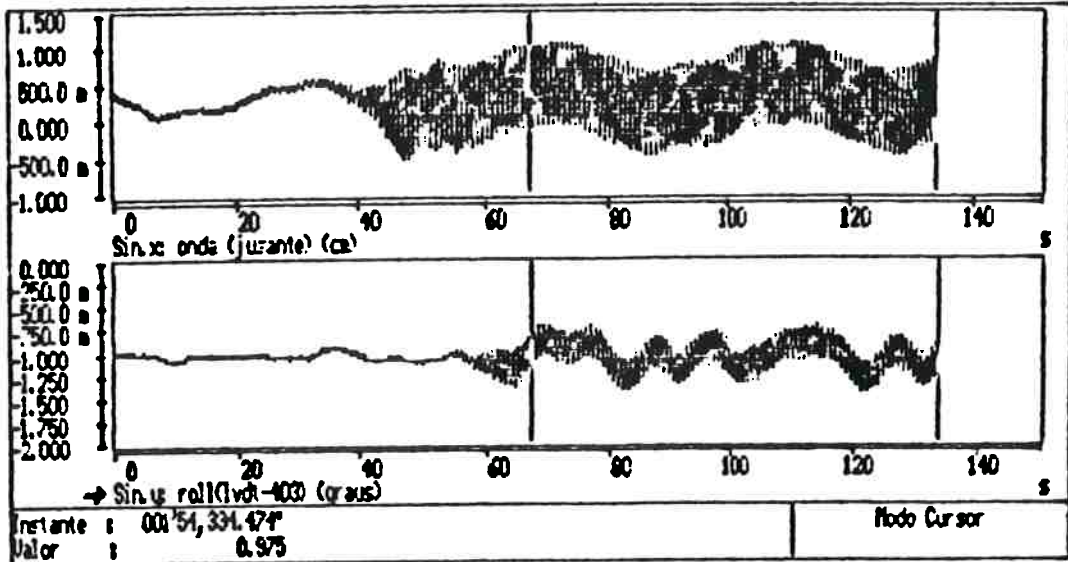
Frequência - 0.80 Hz
Amplitude de Onda - 2.70 cm
Inclinação estacionária - 0.605°; 0.634°
Máximos Espectrais - 0.025 Hz; 0.56 Hz; 0.80 Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

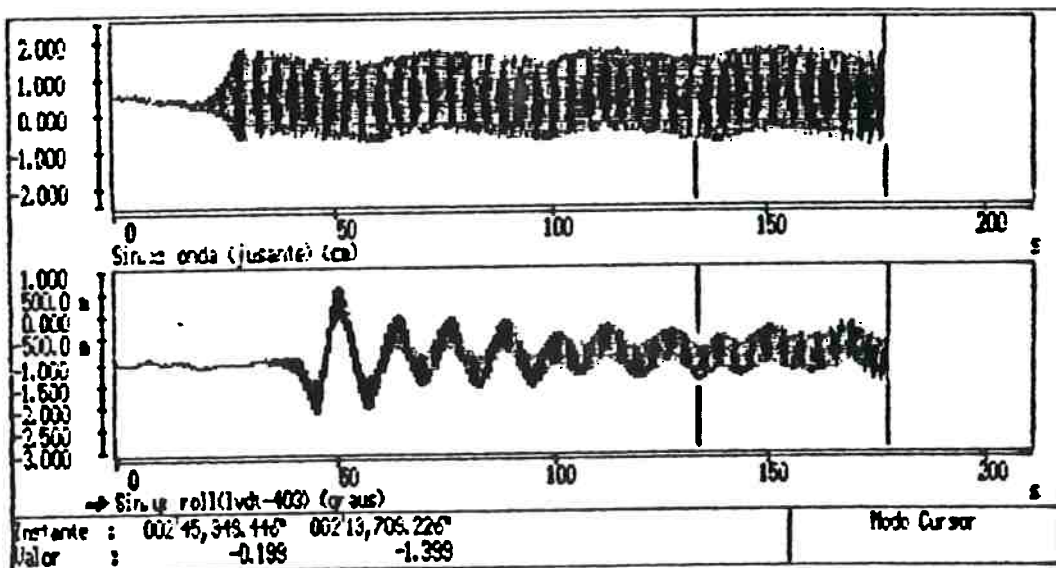
ENSAIO N° 57 - 27/02/92 11:32hs
Arquivo ci21f12

Frequência - 1.20 Hz
Amplitude de Onda - 0.564 cm
Inclinação estacionária - 0.018°; 0.004°
Máximos Espectrais - 0.025 Hz; 0.13 Hz; 1.20 Hz



ENSAIO N° 58 - 27/02/92 11:55hs
Arquivo ci22f12

Frequência - 1.20 Hz
Amplitude de Onda - 1.190 cm
Inclinação estacionária - 0.155°; 0.146°
Máximos Espectrais - 0.031 Hz; 0.05 Hz; 0.81 Hz; 1.2 Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

ENSAIO N° 59 - 27/02/92 12:21hs

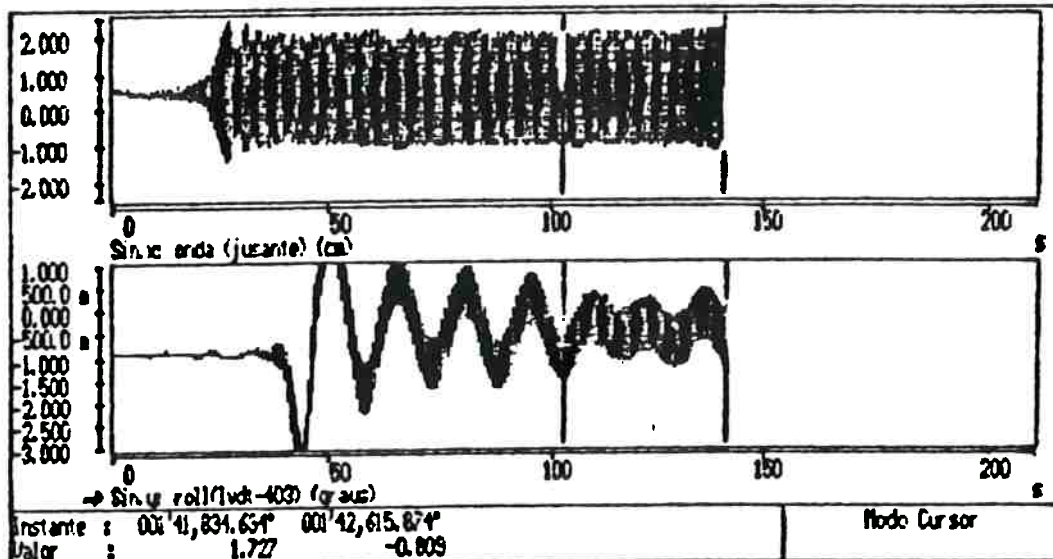
Arquivo ci23f12

Frequência - 1.20 Hz

Amplitude de Onda - 1.580 cm

Inclinação estacionária - 0.012°; 0.062°

Máximos Espectrais - 0.012 Hz; 0.06 Hz; 0.78Hz; 1.2Hz



ENSAIO N° 60 - 27/02/92 12:50hs

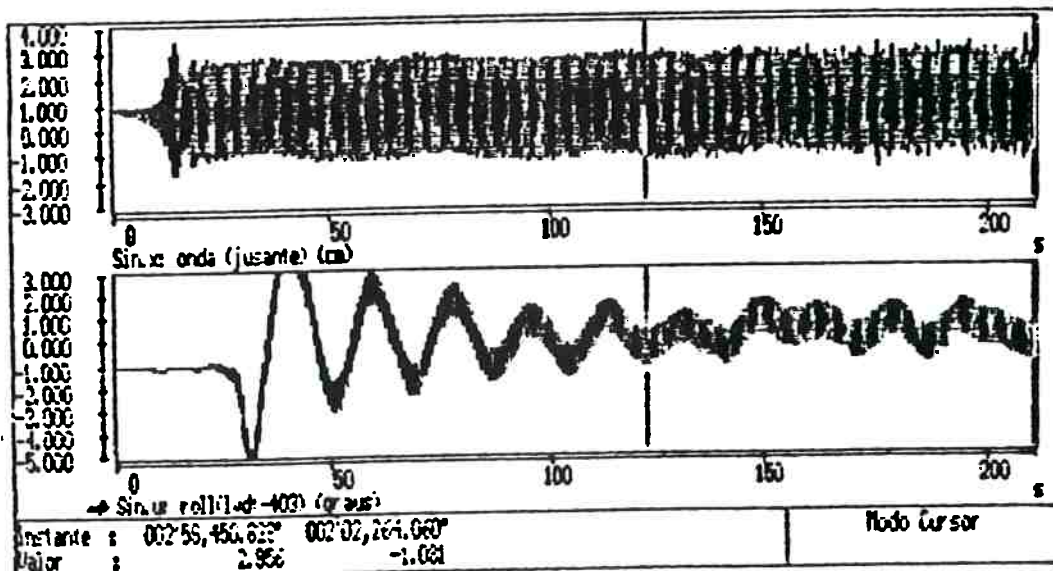
Arquivo ci24f12

Frequência - 1.20 Hz

Amplitude de Onda - 1.990 cm

Inclinação estacionária - 0.018°; 0.037°

Máximos Espectrais - 0.018 Hz; 0.04 Hz; 0.56Hz; 1.00 Hz



RESULTADOS COMPLEMENTARES

ENSAIO N° 61 - 27/02/92 13:17hs
Arquivo ci25f12

Frequência - 1.20 Hz
Amplitude de Onda - 2.025 cm
Inclinação estacionária - 8.8°; 8.8°

