UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA

ANDRÉ LUIZ MACHADO

Avaliação da influência do perfil da frente de trinca na resposta à fratura usando geometria SE(T)

> São Paulo 2023

# ANDRÉ LUIZ MACHADO

# Avaliação da influência do perfil da frente de trinca na resposta à fratura usando geometria SE(T)

# Versão Corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Engenharia Naval e Oceânica

Orientador: Prof. Dr. Diego Felipe Sarzosa Burgos

São Paulo 2023 Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revis responsabilidade única	ado e corrigido em rel a do autor e com a anu	lação à versão original, sob uência de seu orientador.
São Paulo, <u>23</u> de	janeiro	de 2023
Assinatura do autor:	Amp	Afe
Assinatura do orientad	or: Diego S	arzosa Burgos

Catalogação-na-publicação

Machado, André Luiz

Avaliação da influência do perfil da frente de trinca na resposta à fratura usando geometria SE(T) / A. L. Machado -- versão corr. -- São Paulo, 2023.

101 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.

1.Mecânica da fratura 2.Método dos elementos finitos 3.Estruturas offshore 4.Aço 5.Integridade estrutural I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica II.t.

# Agradecimentos

Aos meus pais Eliana e Luiz por terem me ensinado o valor do estudo e sempre me incentivado e me dado condições de estudar.

Ao Prof. Dr. Diego Burgos pela orientação e oportunidade de participar novamente da comunidade acadêmica após anos afastado, desde a graduação.

Ao Dr. Nathan Silvestre pelo apoio, especialmente no aprendizado de uso de programas de elementos finitos necessários à execução deste trabalho.

À minha companheira de todos os momentos Kaori e aos colegas de trabalho da Marinha do Brasil e da Amazul pelo apoio e compreensão.

#### Resumo

MACHADO, André Luiz. **Avaliação da influência do perfil da frente de trinca na resposta à fratura usando geometria SE(T)**. 2023. 101 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023.

Os ensaios de tenacidade à fratura do tipo SE(T) (Single Edge Notch Tension) têm sido cada vez mais utilizados na avaliação de dutos rígidos empregados na produção de petróleo, devido a uma maior semelhança de tensões e deformações observadas nas trincas destes materiais quando comparadas com outros tipos de ensaio. As normas comumente utilizadas para execução de ensaios de tenacidade à fratura impõem limites máximos na curvatura da frente de trinca dos corpos de prova para que se possam validar os resultados de ensaios. Publicações recentes de universidades e institutos de pesquisa têm buscado avaliar os impactos de se aceitar resultados de ensaio cuja curvatura resultante na frente de trinca do corpo de prova seja maior do que aquela estabelecida pelas normas em vigência, como a ASTM E1820 e a BSI 8571:2014. Este trabalho visa subsidiar esse esforço na busca do aperfeiçoamento dos parâmetros de aceitação dos resultados de ensaios de geometria SE(T). Por meio da análise de uma série de modelos numéricos de ensaios desse tipo, comparam-se resultados da evolução de flexibilidade e de integral J de corpos de prova com frente de trinca reta com outros com frente de trinca curva. Os resultados mostram variação média destes parâmetros numa faixa entre -4% e 4%. Avalia-se também, por meio de modelos cujo rasgamento da frente de trinca é simulado, a evolução de frentes de trinca retas para curvas.

Palavras-chave: Mecânica da fratura, análise numérica, tenacidade à fratura.

# Abstract

MACHADO, André Luiz. **Evaluation of the influence of the crack front profile on the fracture response using SE(T) geometry**. 2023. 101 p. Dissertation (Master of Science) – Escola Politécnica, University of São Paulo, São Paulo, 2023.

SE(T) (Single Edge Notch Tension) fracture toughness tests have been increasingly applied on the evaluation of rigid pipes used in the oil and gas industry, given the similarity of stresses and strains observed on the cracks in these geometries when compared to other types of test. Standards commonly used for the execution of fracture toughness tests impose maximum limits of crack front curvature on specimens in order to validate the tests' results. Recent publications of universities and research institutes tried to evaluate the impacts of accepting results of tests in which the resultant specimen's crack front curvature is higher than that stated by the current standards, such as the ASTM E1820 and the BSI 8571:2014. This work aims to subsidize this effort on the pursuit to enhance the acceptance parameters of the SE(T) tests. By means of a series of numerical models of this test type, results of compliance and J integral evolution on specimens with straight and curved crack front are compared. The results show an average variation between -4% and 4%. Moreover, by means of models in which the crack front growth is simulated, the evolution of straight to curved crack fronts is also evaluated.

Keywords: Fracture mechanics, numerical analysis, fracture toughness.

# Lista de Figuras

Figura 1 – Histórico de produção de óleo da Petrobras e previsão para 2026	14
Figura 2 – Navio de instalação de dutos rígidos para produção de óleo e gás	15
Figura 3 – Duas formas de definição de CTOD: deslocamento na ponta original da tri	nca
(a) e deslocamento na interseção de linhas a 90° com os flancos da trinca (b)	18
Figura 4 – Contorno arbitrário em volta da ponta de uma trinca	18
Figura 5 – Corpos de prova de geometria SE(B) (a) e C(T) (b). A flecha P é a força	
aplicada ao corpo de prova	19
Figura 6 – Corpo de prova de geometria SE(T) tensionado por pinos	20
Figura 7 – Corpo de prova de geometria SE(T) tensionado por garras	20
Figura 8 – Extração de um corpo de prova SE(T) a partir de um tubo usado na indúst	ria
de óleo e gás	21
Figura 9 – Frentes de trinca: convexa (a) assimétrica (b) e com curvatura côncava (c)	)21
Figura 10 – Pontos de medição da curvatura da frente de trinca	22
Figura 11 – Exemplo de geometria, sistema de coordenadas e dimensões principais	28
Figura 12 – Frentes de trinca curvas estudadas	29
Figura 13 – Curva tensão x deformação (parte plástica dos materiais, obtidas por me	io
da relação de Ramberg-Osgood)	30
Figura 14 – Malha de elementos finitos gerada para os modelos com trinca estacioná	ria.
	32
Figura 15 – Detalhe da região de refinamento da malha, próximo à região da trinca	33
Figura 16 – Malha de elementos finitos gerada para os modelos com crescimento de	
trinca	33
Figura 17 – Detalhe da região de refinamento da malha, próximo à região da trinca (2	2).
	34
Figura 18 – Aplicação de condição de contorno ao modelo numérico (1)	35
Figura 19 – Aplicação de condição de contorno ao modelo numérico (2)	35
Figura 20 – Demonstração do carregamentos em etapas para medição da flexibilidad	le.36
Figura 21 – Cálculo de CMOD	37
Figura 22 – Comparativo de curvas P x CMOD	38
Figura 23 – Resultado de tensão de von-Mises ( $a_{ave}/W = 0,2$ , n = 5 e $\lambda$ = 0,1)	39
Figura 24 – Resultado de tensão de von-Mises (a <sub>ave</sub> /W = 0,47, n = 10)	41

Figura 25 – Curva P x CMOD (a <sub>ave</sub> /W = 0,5 e n = 10)	.42
Figura 26 – Curvas C x CMOD (a) e Integral J x CMOD (b) (a <sub>ave</sub> /W = 0,5 e n = 10)	.43
Figura 27 – Efeito de rotação do corpo de prova	.43
Figura 28 – Curvas de flexibilidade decrescente de corpos de prova com material n = 5	5 e
a <sub>ave</sub> /W igual a 0,35 (a) e 0,5 (b)	.44
Figura 29 – Curvas de flexibilidade decrescente de modelos n = 20, $a_{ave}/W$ = 0,35 (a) e	e n
= 10, $a_{ave}/W = 0.2$ (b)	.45
Figura 30 – Curvas de diferença de flexibilidade (eC) e de integral J (eJ) de modelos n	=
20, $a_{ave}/W = 0.2$ (a) e $a_{ave}/W = 0.5$ (b)	.45
Figura 31 – Curvas de integral J ao longo da espessura do corpo de prova em um insta	nte
intermediário da simulação, modelos n = 10, $a_{ave}/W$ = 0,35 (a) e n = 5, $a_{ave}/W$ = 0,5 (b)	).
	.47
Figura 32 – Curvas de geometria de frente de trinca após rasgamento e valores iniciai	S
de referência, modelos $a_{ave}/W = 0,2$ (a) e $a_{ave}/W = 0,47$ (b)	.48
Figura 33 – Curvas de geometria de frente de trinca após rasgamento e ajuste, modelo	)S
$a_{ave}/W = 0,2, n = 20 (a) e a_{ave}/W = 0,47, n = 5 (b)$	.49
Figura 34 – Curvas de flexibilidade, modelos $a_{ave}/W = 0,2$ (a) e $a_{ave}/W = 0,5$ e 0,47 (b),	,
ambas com material n = 5	.50
Figura 35 – Curvas de integral J, modelos a <sub>ave</sub> /W = 0,2 (a) e a <sub>ave</sub> /W = 0,5 e 0,47 (b),	
ambas com material n = 10	.50
Figura 36 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,2$ , n = 5 e $\lambda$ = 0	.56
Figura 37 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,2$ , n = 5 e $\lambda = 0,1$	.57
Figura 38 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,2$ , n = 5 e $\lambda$ = -0,1	.58
Figura 39 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W$ = 0,2, n = 10 e $\lambda$ = 0	.59
Figura 40 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W$ = 0,2, n = 10 e $\lambda$ = 0,1	.60
Figura 41 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W$ = 0,2, n = 10 e $\lambda$ = -0,1	.61
Figura 42 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W$ = 0,2, n = 20 e $\lambda$ = 0	. 62
Figura 43 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W$ = 0,2, n = 20 e $\lambda$ = 0,1	.63
Figura 44 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,2$ , n = 20 e $\lambda$ = -0,1	.64
Figura 45 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W$ = 0,35, n = 5 e $\lambda$ = 0	.65
Figura 46 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W$ = 0,35, n = 5 e $\lambda$ = 0,1	.66
Figura 47 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,35$ , n = 5 e $\lambda$ = -0,1	.67
Figura 48 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W$ = 0,35, n = 10 e $\lambda$ = 0	.68

Figura 49 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,35$ , n = 10 e $\lambda$ = 0,1	69
Figura 50 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,35$ , n = 10 e $\lambda$ = -0,1	70
Figura 51 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W$ = 0,35, n = 20 e $\lambda$ = 0	71
Figura 52 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W$ = 0,35, n = 20 e $\lambda$ = 0,1	72
Figura 53 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W$ = 0,35, n = 20 e $\lambda$ = -0,1	73
Figura 54 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,5$ , n = 5 e $\lambda$ = 0	74
Figura 55 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,5$ , n = 5 e $\lambda$ = 0,1	75
Figura 56 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,5$ , n = 5 e $\lambda$ = -0,1	76
Figura 57 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,5$ , n = 10 e $\lambda$ = 0	77
Figura 58 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,5$ , n = 10 e $\lambda$ = 0,1	
Figura 59 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,5$ , n = 10 e $\lambda$ = -0,1	79
Figura 60 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,5$ , n = 20 e $\lambda$ = 0	80
Figura 61 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,5$ , n = 20 e $\lambda$ = 0,1	81
Figura 62 – Trinca estacionária; $a_{ave}/W = 0,5$ , n = 20 e $\lambda$ = -0,1	
Figura 63 – Análise com crescimento de trinca; a <sub>ave</sub> /W = 0,2 e n = 5	84
Figura 64 – Análise com crescimento de trinca; a <sub>ave</sub> /W = 0,2 e n = 10	85
Figura 65 – Análise com crescimento de trinca; $a_{ave}/W = 0,2$ e n = 20	
Figura 66 – Análise com crescimento de trinca; $a_{ave}/W = 0,47$ e n = 5	87
Figura 67 – Análise com crescimento de trinca; $a_{ave}/W = 0,47$ e n = 10	
Figura 68 – Análise com crescimento de trinca; a <sub>ave</sub> /W = 0,47 e n = 20	89
Figura 69 – Modelos com $a_{ave}/W = 0,2 e n = 5$ .	91
Figura 70 – Modelos com $a_{ave}/W = 0,2 e n = 10$	92
Figura 71 – Modelos com $a_{ave}/W = 0,2 e n = 20$	93
Figura 72 – Modelos com $a_{ave}/W = 0,5$ (0,47 para trinca com crescimento) e n = 5	94
Figura 73 – Modelos com $a_{ave}/W$ = 0,5 (0,47 para trinca com crescimento) e n = 10	95
Figura 74 – Modelos com $a_{ave}/W$ = 0,5 (0,47 para trinca com crescimento) e n = 20	96
Figura 75 – Modelos com $a_{ave}/W = 0.35$ e n = 5, n = 10 e n = 20.	97
Figura 76 – Modelos com a <sub>ave</sub> /W = 0,2 e n = 5 (a), n = 10 (b) e n = 20 (c)	99
Figura 77 – Modelos com a <sub>ave</sub> /W = 0,35 e n = 5 (a), n = 10 (b) e n = 20 (c)	100
Figura 78 – Modelos com $a_{ave}/W = 0.5 e n = 5 (a), n = 10 (b) e n = 20 (c)$	101

# Lista de Tabelas

Tabela 1 – Dimensões recomendadas e critérios de aceitação de corpo de prova por
norma ou recomendação técnica23
Tabela 2 – Materiais e geometrias estudadas27
Tabela 3 – Propriedades dos materiais utilizados nos modelos com trinca estacionária.
Tabela 4 – Propriedades dos materiais utilizados nos modelos com crescimento de
trinca
Tabela 5 - Número de nós e elementos das malhas de modelos de trinca estacionária34
Tabela 6 - Número de nós e elementos das malhas de modelos com crescimento de
trinca
Tabela 7 - Deslocamento máximo imposto em cada corpo de prova numérico
Tabela 8 – Relação CMOD por deslocamento na garra (Uz) para trincas estacionárias 40
Tabela 9 – Relação CMOD por deslocamento na garra (Uz) para modelos com
crescimento de trinca
Tabela 10 – Diferença máxima de resultados de flexibilidade e integral J de frentes de
trinca curvas em relação às frentes de trinca retas equivalentes
Tabela 11 – Parâmetros $\lambda$ e p calculados a partir das frentes de trinca com rasgamento.
Tabela 12 – Flexibilidade calculada para os modelos elástico-lineares

# Lista de Abreviaturas e Siglas

ASTM	American Society for Testing and Materials
BSI	British Standards Institution
С(Т)	Compact Tension
CMOD	Crack Mouth Opening Displacement
CTOD	Crack Tip Opening Displacement
DNV	Det Norske Veritas
MFLE	Mecânica da Fratura Linear Elástica
SE(B)	Single Edge Notch Bending
SE(T)	Single Edge Notch Tension

# Lista de Símbolos

<b>a</b> n	Profundidade de trinca no instante <i>n</i>
<i>a</i> <sub>ave</sub>	Profundidade média de trinca
В	Espessura do corpo de prova
С	Flexibilidade do corpo de prova
Ε	Módulo de Young
ec	Diferença de flexibilidade entre frente de trinca curva e reta
ej	Diferença de integral J entre frente de trinca curva e reta
f	Fração de volume de vazios em um material
Н	Coeficiente de resistência plástica
n	Coeficiente de encruamento
Р	Força resultante no ligamento do corpo de prova
р	Parâmetro de forma da curvatura da frente de trinca
S	Distância entre apoios no corpo de prova SE(B) ou entre garras no corpo
	de prova SE(T)
Ui	Deslocamento (ou restrição) imposto na direção i
W	Altura do corpo de prova
ε	Deformação
Ee	Deformação elástica
$\mathcal{E}_p$	Deformação plástica
ν	Coeficiente de Poisson
σ	Tensão
$\sigma_Y$	Tensão de escoamento do material
$\sigma_{UTS}$	Tensão de ruptura do material

	Sumário	
1.	Introdução	
2.	Revisão Bibliográfica	
2.1.	Breve Histórico da Mecânica da Fratura	
2.2.	Normas de Ensaio de Tenacidade à Fratura	
3.	Objetivos	25
4.	Metodologia	26
4.1.	Matriz de Análises	27
4.2.	Geometria de Corpo de Prova	
4.3.	Materiais	29
4.4.	Definição da Malha de Elementos Finitos	
4.5.	Condições de Contorno	
4.6.	Carregamento	
4.7.	Rasgamento da Frente de Trinca	
5.	Análise dos Resultados	
5.1.	Definição de Uz para Modelos com Trinca Estacionária	
5.2.	Definição de $U_Z$ para Modelos com Crescimento de Trinca	40
5.3.	Resultados de Modelos com Trinca Estacionária	41
5.4.	Modelos com Crescimento de Trinca	47
6.	Conclusões	51
7.	Referências	52
Apê	endice 1. Resultados de Simulações Numéricas com Trinca Estacionária	55
Apê	endice 2. Resultados de Simulações Numéricas com Crescimento de Trinca	83
Apê	èndice 3. Comparações de Resultados	90
Apê	endice 4. Diferença de Resultados de Frente de Trinca Reta e Curva	

# 1. Introdução

A produção de óleo e gás em águas profundas tem aumentado substancialmente no Brasil nos últimos 20 anos. O esgotamento de reservas em águas rasas e o aumento na demanda de energia no país e no mundo são fatores que pressionam as empresas de energia a buscarem petróleo em lâminas d'água cada vez mais profundas.

O Plano Estratégico 2022-2026 da Petrobras (PETRÓLEO BRASILEIRO S.A., 2022) mostra uma participação cada vez maior da produção de óleo em águas profundas no total da empresa. A previsão é de que, até 2026, já não haja mais produção de óleo em águas rasas (Figura 1).



Figura 1 – Histórico de produção de óleo da Petrobras e previsão para 2026.

Fonte: Petróleo Brasileiro S.A. (2022).

Novas tecnologias de prospecção e produção de óleo e gás em alta profundidade são constantemente estudadas de forma a viabilizar novos projetos. O emprego de dutos de produção (*risers*) rígidos é uma novidade que surgiu nesse contexto. Em comparação aos dutos flexíveis amplamente empregados em águas rasas, os dutos rígidos têm custo menor, permitem uso de diâmetros maiores e, em alta profundidade e em configuração de catenária, comportam-se como dutos flexíveis (SOUZA, 1998).

Os dutos rígidos são fabricados em terra, em seguida enrolados em grandes carretéis e embarcados em navios especializados na instalação dos mesmos em alto mar (Figura 2). O maquinário presente nesses navios permite desenrolar os tubos dos carretéis e fazer suas conexões nas plataformas de produção de petróleo e nos equipamentos de produção submarinos.



Figura 2 – Navio de instalação de dutos rígidos para produção de óleo e gás.

Fonte: Subsea 7 (2018).

A cada etapa do processo fabricação-transporte-instalação, o duto é sujeito a deformações plásticas, que impactam nas propriedades do seu material. Desta forma, surge a possibilidade de propagação de trincas e consequente falha do componente.

Este trabalho busca contribuir para o entendimento da propagação de trincas em dutos por meio de análises numéricas que simulam ensaios de tenacidade à fratura com corpos de prova extraídos de dutos rígidos.

## 2. Revisão Bibliográfica

#### 2.1. Breve Histórico da Mecânica da Fratura

O estudo da Mecânica da Fratura é de grande importância para projetos de máquinas, tubulações e estruturas em projetos de engenharia. Falhas catastróficas por propagação de trincas podem ocorrer em componentes estruturais operando muito abaixo do limite de resistência mecânica em carga estática do material aplicado.

A Mecânica dos Sólidos prevê o cálculo de tensões em concentradores de tensão de raio finito. Se aplicarmos os conceitos dessa disciplina a uma trinca, teríamos um concentrador de tensão de raio próximo a zero e, consequentemente, tensão infinita na ponta da trinca, o que não é fisicamente razoável. Assim se justifica uma abordagem diferente para o estudo da fratura.

Em 1920, A. Griffith criou um conceito de balanço de energia para componentes fraturados, obedecendo à 1ª Lei da Termodinâmica. Nessa abordagem, a energia potencial acumulada num material de comportamento elástico linear seria empregada na ampliação da área de superfície de uma trinca preexistente, ou seja, em sua expansão, como equacionado em (1). De acordo com Dowling (2018), tal abordagem é razoável para materiais que se fraturam sem deformação plástica.

$$\frac{dE}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dW_s}{dA} = 0 \tag{1}$$

na qual:

E = energia total

 $\Pi$  = energia potencial fornecida pela energia interna de deformação e forças externas

Ws = trabalho necessário para criar novas superfícies

A = área da trinca

Na década de 1950, G. R. Irwin mostrou que a teoria de Griffith poderia ser aplicada mesmo a materiais mais dúcteis, contanto que a deformação plástica na região da ponta da trinca fosse pequena em relação às dimensões da peça em análise, utilizando-se formulação equacionada em (2). Essa abordagem evoluiu com a contribuição de outros cientistas para o que hoje é conhecido como Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE).

$$\mathcal{G} = -\frac{d\Pi}{dA} = \frac{P^2}{2B} \frac{dC}{da} \tag{2}$$

na qual:

G = taxa de variação da energia potencial na área da trinca

P = carregamento

*C* = flexibilidade

*B* = espessura do corpo de prova

*a* = comprimento da trinca

Quando se trata de materiais com grande capacidade de deformação plástica, porém, a Mecânica da Fratura Linear Elástica não é adequada para tratar do comportamento em fratura. Para esses materiais, utiliza-se o parâmetro CTOD ou a Integral J para a avaliação da tenacidade à fratura (DOWLING, 2018).

O parâmetro CTOD (abertura da ponta da trinca) foi inicialmente proposto por A. A. Wells em 1963. Ao analisar determinados corpos de prova fraturados, Wells observou que deformações plásticas haviam causado embotamento da ponta de uma trinca inicialmente afiada, como mostrado na Figura 3 (a) (ANDERSON, 2015). O grau de embotamento seria proporcional à tenacidade do material. Dentre outras formas, o parâmetro CTOD pode ser definido em função do deslocamento físico da ponta da trinca ou pode ser relacionado à taxa de liberação de energia. Ambas as formas são mostradas na equação (1).

$$\delta = -\frac{K_I^2}{\sigma_y E} = \frac{\mathcal{G}}{m \, \sigma_y} \tag{1}$$

na qual:

 $\delta$  = abertura da ponta da trinca (CTOD)

 $K_I$  = fator de intensidade de tensões

 $\sigma_y$  = tensão de escoamento do material

*E* = módulo de Young do material

*m* = constante adimensional

Figura 3 – Duas formas de definição de CTOD: deslocamento na ponta original da trinca (a) e deslocamento na interseção de linhas a 90° com os flancos da trinca (b).



Fonte: Anderson (2015).

A Integral J, proposta em 1968 por J. R. Rice, é definida por uma integral de linha que passa por um caminho arbitrário em volta da ponta de trinca (Figura 4), em sentido anti-horário e pode ser calculada pela equação (2).

Figura 4 – Contorno arbitrário em volta da ponta de uma trinca.



Fonte: Anderson (2015).

$$\begin{cases} J = \int_{\Gamma} \left( w \, dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \\ w = \int_{0}^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} \, d\varepsilon_{ij} \end{cases}$$
(2)

na qual:

*w* = densidade de energia de deformação

 $T_i$  = componentes do vetor de tração

 $u_i$  = componentes do vetor de deslocamento

ds = incremento de comprimento ao longo da curva  $\Gamma$ 

Em muitos aspectos, a integral J tem correlação com a taxa de liberação de energia. O primeiro termo da integral J está relacionado à Energia de Deformação acumulada num material elástico não linear. Já o segundo termo está relacionado ao trabalho das forças de tração sobre o contorno em análise.

# 2.2. Normas de Ensaio de Tenacidade à Fratura

A norma E1820 da ASTM (AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, 2013) permite o uso de cinco diferentes geometrias de corpo de prova para ensaio de tenacidade à fratura em materiais. Para todas as geometrias, três dimensões são importantes na definição da configuração do corpo de prova denominadas por: profundidade da trinca (*a*), espessura (*B*) e largura da amostra (*W*). Historicamente, as geometrias que têm sido mais comumente usadas (ANDERSON, 2015) para diversas aplicações são as do tipo *Single Edge Notch Bending* – SE(B) – e *Compact Tension* – C(T) (Figura 5). Usualmente, corpos de prova de espessura de 25 mm e relação *a/W* próximo a 0,5 são empregados nos ensaios, por propiciarem o nível de restrição necessário à plasticidade.





Fonte: Anderson (2015).

Essas geometrias são carregadas predominantemente sob flexão, entretanto, o material de dutos rígidos utilizados na indústria de óleo e gás, durante sua instalação, é carregado principalmente sob tração, mesmo quando o tubo é sujeito a um carregamento global de flexão. (DET NORSKE VERITAS, 2013).

Uma nova geometria denominada *Single Edge Notch Tension*, SENT ou SE(T), tem sido bastante utilizada para ensaios de tenacidade à fratura em aplicações na indústria de

óleo e gás. Os campos de tensões/deformações observados nas trincas de dutos, bem como a triaxialidade de forças, são muito semelhantes aos observados em ensaios com geometria SE(T), como observado por Chiesa (2001) e Nyhus (2003). Ainda não há normas de padronização para este tipo de ensaio por parte da ASTM e, por isso, é comum a análise de resultados destes ensaios tomando como referência normas e critérios empregados em outras geometrias normalizadas, em especial o SE(B) e o C(T).

Há uma proposta de normalização por parte do British Standards Institution, a BSI 8571:2014 (THE BRITISH STANDARDS INSTITUTION, 2014). Nela são previstos ensaios para corpos de prova com relação W/B entre 0,5 e 2, com a força de tração exercida por pinos (Figura 6) ou garras (Figura 7).

Figura 6 – Corpo de prova de geometria SE(T) tensionado por pinos.



Fonte: Autor, adaptado de The British Standards Institution (2014).



Fonte: Autor, adaptado de The British Standards Institution (2014).

Outros institutos que já têm procedimentos para ensaios com geometria SE(T) são a DNVGL (Figura 8), com a recomendação prática "DNV-RP-F108" (DET NORSKE VERITAS, 2006) e a Exxon Mobil, com o protocolo de testes "*Measurement of Crack-Tip Opening Displacement (CTOD) Fracture Resistance Curves Using Single-Edge Notched Tension (SENT) Specimens*" (EXXONMOBIL, 2010).





Fonte: Autor, adaptado de Det Norske Veritas (2013).

Uma característica comum aos ensaios com geometrias SE(B) e SE(T) é a ocorrência de frente de trinca curva. Segundo Towers (1983), num típico ensaio SE(B) onde não haja carregamentos desalinhados ou tensões residuais no corpo do prova, espera-se que a frente de trinca resultante assuma um formato convexo, ou seja, onde a altura do ligamento nas extremidades do corpo de prova seja maior do que no centro da frente de trinca, como mostrado na Figura 9 (a). Isso ocorre, pois, a região central do corpo de prova assume comportamento de deformação plana e sofre maior rasgamento que a superfície, onde o comportamento de tensão plana é predominante.

Outros tipos de curvatura de frente de trinca são observados em ensaios de tenacidade à fratura, como ilustrado na Figura 9 (b) e (c), especialmente em corpos de prova retirados de região de solda ou de regiões termicamente afetadas de dutos.

Figura 9 – Frentes de trinca: convexa (a) assimétrica (b) e com curvatura côncava (c).



Fontes: Towers (1983) e Silvestre (2022).

As normas de ensaio estabelecem uma curvatura máxima tolerada para frente de trinca em ensaios de tenacidade à fratura. Corpos de prova com frente de trinca cuja curvatura não esteja dentro dos parâmetros da norma são descartados. A imposição de uma curvatura máxima de frente de trinca visa a obtenção de valor médio de integral J não muito discrepante dos valores obtidos ao longo da frente de trinca e tenacidade representativa do material.

A verificação desta curvatura na norma E1820 é feita a partir de nove pontos igualmente espaçados ao longo da espessura do corpo de prova. O primeiro e o último ponto são colocados internamente a uma distância de 0,005 *W* das bordas do corpo de prova (Figura 10). O valor da trinca média é dado pela equação (1). Para que o corpo de prova seja validado, nenhuma das 9 medições da frente de trinca deve divergir em mais do que 0,05 *B* da trinca média calculada. Isto se aplica tanto à frente de trinca inicial (medição feita sobre a pré-trinca por fadiga) quanto à frente de trinca final, após o rasgamento.



Figura 10 – Pontos de medição da curvatura da frente de trinca.

Fonte: Autor, adaptado de Huang (2015).

$$a_{ave} = \frac{1}{8} \left( \frac{a_{(1)} + a_{(9)}}{2} + \sum_{i=2}^{8} a_{(i)} \right)$$
(1)

na qual:

 $a_{(i)}$  (i = 1, 2, ..., 9) = profundidades de trinca em cada um dos 9 pontos de medição  $a_{ave}$  = profundidade média da trinca

O protocolo da ExxonMobil segue a mesma linha da norma E1820, com a exceção de que os 9 pontos não devem divergir de 0,05 *W* da trinca média.

Já a proposta da BSI (*British Standards Institution*) traz uma forma diferente de definição dos 9 pontos de medição da profundidade de trinca. Nela, o primeiro e o último ponto de medição são tomados a 0,01 *B* das bordas do corpo de prova (Figura 10). Com relação aos critérios de aceitação do corpo de prova, na frente de trinca inicial, após a prétrinca por fadiga, nenhum dos 9 pontos pode diferir em mais do que 0,2  $a_{ave}$ . Para a frente de trinca final, não mais do que 2 pontos podem diferir da trinca média em mais do que 0,2  $\Delta a$  ou 0,15 mm (o que for maior), sendo  $\Delta a$  a extensão da trinca.

Na Tabela 1 são mostrados de forma esquemática os critérios de aceitação de corpos de prova pelas normas ou recomendações práticas aqui citadas, bem como as dimensões recomendadas de corpo de prova para os ensaios.

				,		
Instituto	Dimensões d	lo corpo de p	orova	Critério de curvatura (distância máx. da trinca média)		
	<i>W</i> e <i>B</i>	a/W	S	Pré-trinca por fadiga	Frente de trinca final	
ASTM	1 < W/B < 4	0,45 a 0,7	4 W	9 pts, 0,05 <i>B</i>	9 pts, 0,05 <i>B</i>	
BSI	0,5 < W/B < 2	0,2 a 0,5	10 W	9 pts, 0,2 <i>a</i> ave0	2 pts, 0,2 <i>∆a</i> ou 0,15 mm	
ExxonMobil	B = W	0,25 a 0,35	10 W	9 pts, 0,05 W	9 pts, 0,05 W	
DNVGL	<i>B</i> = 2 <i>W</i>	0,2 a 0,5	10 W	(não informado)	(não informado)	

Tabela 1 – Dimensões recomendadas e critérios de aceitação de corpo de prova por norma ou recomendação técnica.

Fonte: Autor.

Huang e Zhou (2015) apresentam uma série de análises numéricas de modelos SE(T) com frentes de trinca curvas, cujas curvaturas definiram por um parâmetro  $\lambda$ , incluindo curvaturas fora da especificação máxima da norma e E1820 e comparam seus resultados aos de modelos com frente de trinca reta. Quando aplicados os critérios de

aceitação de resultados da ASTM para SE(B), verifica-se que, para corpos de prova com geometria de seção quadrada ( $B \ge B$ ), a curvatura máxima permitida para a frente de trinca é  $\lambda$  = 0,0526. Entretanto, os autores afirmam que, para valores de  $\lambda$  entre 0,07 e 0,08, o erro medido de flexibilidade e integral J entre modelos de frente de trinca curva e reta não ultrapassa 5%.

Yan e Zhou (2014) analisaram efeitos da curvatura de frente de trinca na flexibilidade de modelos SE(B). De acordo com seus resultados, para a curvatura máxima de frente de trinca especificada na norma E1820, a diferença de resultados de flexibilidade de modelos com frente de trinca curva e reta é inferior a 1%.

Andrade (2016) investigou geometrias SE(B), C(T), e SE(T) e elaborou uma proposta de trinca retilínea equivalente, porém apenas para o ensaios do tipo SE(B).

# 3. Objetivos

O objetivo geral do presente estudo é investigar a influência da curvatura da frente de trinca na resposta mecânica de corpos de prova SE(T) tipicamente utilizados na determinação da tenacidade à fratura de dutos e componentes pressurizados.

A partir de simulações de uma série de modelos numéricos de geometria SE(T) com duas curvaturas de frente de trinca, três profundidades de trinca e materiais de três níveis de encruamento, serão analisados os resultados de flexibilidade (*compliance*) e integral J para cada modelo. Esses resultados serão comparados com aqueles obtidos com frentes de trinca reta.

Serão feitas simulações numéricas de modelos com trinca estacionária e com crescimento de trinca (onde elementos da malha são eliminados).

## 4. Metodologia

Esta seção apresenta a metodologia utilizada para avaliar a influência da curvatura da frente de trinca nos resultados de ensaios com geometria SE(T). Inicialmente, foram escolhidas as geometrias dos corpos de prova e materiais a serem simulados numericamente. Em seguida, nos programas de elementos finitos, foi criada cada geometria e dela uma malha de elementos finitos. Foram aplicados materiais, condições de contorno e carregamentos. Finalmente o processamento foi efetuado e os resultados extraídos dos programas para análise.

Para obter geometrias com frentes de trinca curvas, a equação (2) (NIKISHKOV, 1999) foi utilizada, equação esta criada por regressão a partir de frentes de trinca obtidas em ensaios experimentais.:

$$\begin{cases} a(y) = a(0) - \beta W \left(\frac{2|y|}{B}\right)^p \\ \beta = \frac{a(0) - a(\pm B/2)}{W} \end{cases}$$
(2)

na qual:

*p* = parâmetro de forma

 $\beta$  = parâmetro de curvatura que caracteriza a diferença de profundidade de trinca entre o plano central a(0) e a superfície do corpo de prova a(B/2).

Os parâmetros utilizados na equação (2) são os mesmos mostrados na Figura 10.

Huang (2015) reescreveu a equação anterior em função da trinca média –  $a_{ave}$ , equação (3) – e criou um parâmetro  $\lambda$  para definir a magnitude da curvatura da frente de trinca - equação (4). Esse parâmetro varia de 0 (frente de trinca reta) a 0,1 (curvatura máxima adotada por Huang).

$$a_{ave} = \frac{\int_0^{B/2} a(y) \, dy}{(B/2)} = a(0) - \frac{\beta \, W}{(B/2)} \tag{3}$$

$$\lambda = a_{ave} - \frac{a(B/2)}{W} = \frac{\beta p}{p+1}$$
(4)

Essa formulação será utilizada neste trabalho para a geração das geometrias e malhas dos corpos de prova numéricos a serem analisados.

#### 4.1. Matriz de Análises

Três tipos de simulações numéricas foram feitos neste trabalho: linear-elástica, elasto-plástica com trinca estacionária e elasto-plástica com crescimento de trinca.

As análises linear-elásticas foram feitas apenas para os corpos de prova com frente de trinca reta para efeito de comparação com as análises elasto-plásticas, nas quais a flexibilidade medida ao longo do ensaio varia (VERSTRAETE, 2013).

Em seguida foram feitas análises elasto-plásticas com trinca estacionária. Novamente foram avaliadas frentes de trinca reta, bem como dois tipos de curvaturas de frente de trinca (côncava e convexa), cujas magnitudes são dadas pelo parâmetro  $\lambda$  e além do limite de curvatura da norma E1820. São também considerados 3 comprimentos de trinca para cada curvatura e 3 materiais com diferentes coeficientes de encruamento.

Finalmente são feitas as análises elasto-plásticas com crescimento de trinca. Neste caso, são consideradas apenas dois valores de profundidade média da frente de trinca.

Na Tabela 2 são mostradas de forma esquemática todas as análises numéricas desenvolvidas neste trabalho.

l abela 2 – Materiais e geometrias estudadas					
Formulação	$\sigma_y(n)$ [MPa]	a <sub>ave</sub> /W	λ		
Linear-elástica	Não-aplicável	0,2; 0,35; 0,5	0		
Elasto-plástica com trinca estacionária	257 (5), 412 (10), 687 (20)	0,2; 0,35; 0,5	-0,1; 0; 0,1		
Elasto-plástica com crescimento de trinca	267 (5), 412 (10), 693 (20)	0,2; 0,47	0		

Tabela 2 – Materiais e geometrias estudadas

Fonte: Autor.

O processamento numérico, o pré-processamento e o pós-processamento dos os modelos de trinca estacionária foram feitos nos programas *Abaqus/CAE 2019* e *Microsoft Excel 2016*.

Para os modelos com crescimento de trinca o processamento numérico foi feito no programa *Warp3D release 17.3.2.* O pré-processamento e o pós-processamento foram feitos nos programas *MSC Patran 2019* e *Microsoft Excel 2016*.

### 4.2. Geometria de Corpo de Prova

O sistema de coordenadas utilizado para todos os modelos é ortogonal, onde o eixo Z aponta na direção do comprimento do corpo de prova, o eixo Y na espessura e o eixo X aponta na largura. A origem adotada para o sistema de coordenadas é mostrada na Figura 11.



Figura 11 – Exemplo de geometria, sistema de coordenadas e dimensões principais.

Fonte: Autor.

Segundo Tang (2010), é comum a utilização de corpos de prova de seções B = W, B= 0,5W e B = 2W em ensaios do tipo SE(T), extraídos de dutos pressurizados. A extração de corpos de prova com dimensão B > 2W pode não ser possível a depender das dimensões do duto em análise.

Neste trabalho se optou por utilizar modelos numéricos com seção B = W em todas as análises. As dimensões utilizadas em todos os corpos de prova são: B = W = 25,4 mm (1") e S = 254 mm (10"). O tipo de fixação simulado é por garras.

Considerando-se que os corpos de prova SE(T) são simétricos em relação ao plano da frente de trinca e as frentes de trinca aqui avaliadas são simétricas bilateralmente, apenas ¼ de cada corpo de prova foi modelado. Desta forma, é possível usar o recurso de simetria como condição de contorno e poupar recursos computacionais. A extremidade do corpo de prova que ficaria engastada às garras da máquina não foi modelada. As condições de contorno que simulam as funções das garras serão mostradas adiante. A aplicação da equação (2), tanto por Nikishkov como por Huang, se deu para frentes de trinca convexas (comprimento de trinca maior nas bordas do corpo de prova do que no centro - fator  $\lambda$  positivo). Visto que frentes de trinca curvas côncavas também são obtidas em ensaios de laboratório, neste trabalho esta mesma equação é utilizada para gerar também perfis côncavos. Para tanto, utiliza-se coeficiente de curvatura  $\lambda$  negativo.

Na Figura 12 são ilustradas as frentes de trinca curvas utilizadas neste trabalho, obtidas a partir das equações (3) e (4). O parâmetro de forma *p* utilizado é igual a 3, o valor médio obtido por Nikishkov.



Figura 12 – Frentes de trinca curvas estudadas.

Fonte: Autor.

#### 4.3. Materiais

Para as análises com trinca estacionária, três materiais hipotéticos foram utilizados neste trabalho e são identificados pelo seu coeficiente de encruamento *n*. São utilizadas propriedades típicas de aços utilizados em vasos de pressão e dutos, como mostrado na Tabela 3.

Seguindo a formulação de Ramberg-Osgood – equação (5) –, a parte plástica da curva tensão x deformação dos materiais é separada (Figura 13) para inserção das propriedades de cada material no software e utilização nas análises elasto-plásticas. Visto que nos modelos de trinca estacionária não é simulado o rasgamento da frente de trinca,

há possibilidade de se atingirem níveis de tensão e deformação acima do limite de ruptura do material. Assim, se faz necessário introduzir nas propriedades plásticas dos materiais valores que excedem esse limite.

Nas análises lineares-elásticas, as propriedades plásticas dos materiais são desativadas.

Tabela	3 – Proprie	edades dos m	ateriais utili	zados nos mo	delos com	trinca estacio	nária.
	n	<i>σ</i> <sub>Y</sub> [MPa]	συτs [MPa]	<b>σ</b> υτs <b>/σ</b> Υ	ν	E [GPa]	
	5	257,5	529,6	2,1	0,3	206,0	
	10	412,0	551,3	1,3	0,3	206,0	
	20	686,7	767,2	1,1	0,3	206,0	

Fonte: Autor.

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H}\right)^{1/n} \tag{5}$$

na qual:

 $\varepsilon$  = deformação

 $\sigma$  = tensão

*H* = coeficiente de resistência plástica

*n* = coeficiente de encruamento





Para as análises com crescimento de trinca, se faz necessário o uso de materiais cuja formulação englobe a presença e a nucleação de vazios. O crescimento da fração de volumes de vazios *f* ao longo de cada análise pode ser usado como parâmetro para o desligamento de elementos do modelo numérico e, assim, simular o crescimento de uma trinca, como discutido mais adiante.

Foram utilizados três materiais hipotéticos com diferentes coeficientes de encruamento, modelados de acordo com a formulação de Gurson-Tvegaard (TVEGAARD, 1984), mostrada na equação (6). Essa formulação considera que o material se comporta como um contínuo. A fração de volume de vazios é computada pela sua influência no comportamento global de escoamento do material.

As propriedades dos materiais utilizados neste trabalhos são mostradas na Tabela 4 e foram extraídas de Faleskog (1998) e Silvestre (2022). Para todos os materiais, foi adotada fração inicial de volume de vazios igual a 0,025 (SILVESTRE, 2022).

$$\left(\frac{\sigma_e}{\sigma_y}\right)^2 + 2 q_1 f \cosh\left(\frac{3 q_2 \sigma_m}{2 \sigma_y}\right) - (1 + q_3 f^2) = 0 \tag{6}$$

na qual:

 $\sigma_e$  = tensão de von Mises  $\sigma_m$  = tensão média f = fração de volume de vazios  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  = parâmetros de Tvergaard

trinca.							
n	<i>σ</i> <sub>y</sub> [MPa]	<i>q</i> 1	<i>q</i> 2	<i>q</i> 3	f	ν	E [MPa]
5	267,06	1,9375	0,7858	3,7539	0,025	0,3	205.060
10	412,0	1,46	0,931	2,132	0,025	0,3	205.060
20	692,95	1,514	0,998	2,291	0,025	0,3	205.060

Tabela 4 - Propriedades dos materiais utilizados nos modelos com crescimento de

Fonte: Autor.

Para todas as análises, cada corpo de prova foi modelado inteiramente de um material único.

### 4.4. Definição da Malha de Elementos Finitos

As malhas dos corpos de prova para análises de trinca estacionária são de elementos hexaédricos lineares (Figura 14) do tipo C3D8 (8 pontos de integração) e possuem um refinamento no formato de "teia de aranha" ao longo da linha de trinca, região onde espera-se que haja maiores gradientes de tensão e deformação (Figura 15). A geometria da ponta da trinca é formada por um raio de 50 µm, que facilita a convergência do modelo para grandes deformações (SILVESTRE, 2022).

Para as análises com crescimento de trinca, foram geradas malhas (Figura 16) com elementos hexaédricos do tipo L3DISOP (KOPPENHOEFER et al., 1994). Nestas malhas, a ponta da trinca é formada por elementos em forma de prisma trapezoidal e o refinamento da malha nesta região é quadricular (Figura 17).







Figura 15 – Detalhe da região de refinamento da malha, próximo à região da trinca.





Fonte: Autor.



Figura 17 – Detalhe da região de refinamento da malha, próximo à região da trinca (2).

Fonte: Autor.

O número de elementos e nós de cada malha varia conforme a geometria do modelo e o tipo de análise ao qual o modelo se adequa. A Tabela 5 mostra o número de nós e elementos das malhas de modelos de trinca estacionária. A Tabela 6 mostra o número de nós e elementos das malhas de modelos com crescimento de trinca.

Tabela 5 - Número de nós e elementos das malhas de modelos de trinca estacionária.

λ	$a_{ave}/W = 0,2$		$a_{ave}/W = 0,35$		$a_{ave}/W = 0,5$	
	Nós	Elementos	Nós	Elementos	Nós	Elementos
-0,1	27.738	23.716	25.162	21.525	28.050	23.982
0	29.226	24.969	25.554	21.854	28.050	23.982
0,1	29.226	24.969	25.554	21.854	28.050	23.982

Fonte: Autor.

Tabela 6 - Número de nós e elementos das malhas de modelos com crescimento de

_	trinca.							
	a <sub>ave</sub> /V	<i>W</i> = 0,2	$a_{ave}/W = 0,47$					
	Nós	Elementos	Nós	Elementos				
	32.832	29.175	29.936	26.565				

### 4.5. Condições de Contorno

Nos nós de regiões onde há simetria (Figura 18), foram impostas restrições de deslocamento: para os nós situados na frente de trinca,  $U_Z = 0$ , e para os nós situados na lateral do corpo de prova,  $U_Y = 0$ . Foi também adicionada uma restrição  $U_X = 0$  nos nós situados nas arestas horizontais da face oposta à da frente de trinca, de forma a simular o travamento da garra que tenciona o corpo de prova (Figura 19).

Por fim, foi aplicado deslocamento  $U_Z$  em todos os nós da face oposta à da frente de trinca (Figura 19). Este deslocamento varia ciclicamente de forma a obter, além do resultado final da integral J, valores de flexibilidade ao longo do ensaio.







Figura 19 – Aplicação de condição de contorno ao modelo numérico (2)

Fonte: Autor.

### 4.6. Carregamento

O deslocamento na face oposta à da frente de trinca é aplicado em instantes de simulação (*steps*). A cada incremento no deslocamento, uma etapa de descarregamento é aplicada, de forma que seja possível obter o retorno elástico do material (Figura 20) em relação ao CMOD e, assim, calcular a flexibilidade por meio da equação (7). No total são obtidos 12 valores de flexibilidade para cada simulação.





Fonte: Autor.

$$C = \frac{\Delta CMOD}{\Delta F} \tag{7}$$

Para cada incremento de carregamento, na forma de deslocamento  $U_Z$  na face exterior do corpo de prova, uma etapa de descarregamento da ordem de  $\frac{1}{2} U_Z$  foi aplicada.

O valor resultante de CMOD para cada instante de uma simulação é calculado pela média de deslocamento na direção Z dos nós na aresta superior da face onde há a frente de trinca (Figura 21). O CMOD é utilizado especialmente em ensaios de laboratório, pela facilidade de sua medição.

O nível de deslocamento imposto na extremidade de cada modelo ( $U_Z$ ) necessário para chegar ao valor desejado de CMOD depende da geometria e das propriedades do material (em especial o coeficiente de encruamento) do modelo. Os valores aplicados a cada corpo de prova são mostrados na Tabela 7 e foram definidos iterativamente de forma a obter-se valor de CMOD próximo de 2 mm. Desta forma, para maior parte dos corpos de prova, é possível observar a inflexão das curvas *P* (força no ligamento) x CMOD e *C* (flexibilidade) x CMOD, como discutido adiante.


Tabela 7 - Deslocamento máximo imposto em cada corpo de prova numérico.

Material	Trinca estacionária [mm]			C/ crescim	iento [mm]
	$a_{ave}/W = 0,2$	$a_{ave}/W = 0,35$	$a_{ave}/W = 0,5$	$a_{ave}/W = 0,2$	$a_{ave}/W = 0,47$
<i>n</i> = 5	4,09	1,90	1,90	3,15	1,90
<i>n</i> = 10	3,25	1,90	1,90	1,45	1,45
<i>n</i> = 20	2,28	1,90	1,90	0,96	1,15

Fonte: Autor.

Para o caso de análises lineares-elásticas, apenas um instante de carregamento é simulado, visto que, sob estas condições, a curva será linear independentemente do deslocamento imposto na extremidade do modelo.

### 4.7. Rasgamento da Frente de Trinca

Para análises onde o crescimento da trinca é simulado, foi utilizado o recurso de extinção de elementos do software Warp3D. Trata-se de um procedimento onde elementos da malha são extintos de acordo com um dano crítico a ser especificado com base na fração de volume de vazios *f* que o material atinja durante uma análise.

Embora o elemento não seja topologicamente eliminado da malha, ao atingir o dano crítico, sua rigidez e as forças exercidas pelo elemento nas suas adjacências são gradualmente igualadas a zero (KOPPENHOEFER et al., 1994). O dano crítico utilizado nas análises com crescimento de trinca neste trabalho foi para a fração de vazios f = 0,1(SILVESTRE, 2022).

#### 5. Análise dos Resultados

Este capítulo apresenta uma análise dos resultados obtidos e é separado em duas partes: Modelos com trinca estacionária e Modelos com crescimento de trinca. Antes disso, porém, faz-se uma discussão sobre a calibração dos modelos, em especial, o deslocamento imposto (*Uz*) na extremidade ("garra") dos corpos de prova numéricos.

#### 5.1. Definição de Uz para Modelos com Trinca Estacionária

Na Figura 22 mostram-se curvas *P* x CMOD de quatro simulações com trinca estacionária, considerando duas profundidades de trinca média ( $a_{ave}$  = 0,2 e 0,5) e dois materiais (n = 5 e 20). O nível de deslocamento imposto na extremidade corpo de prova para as duas simulações de trincas mais profundas é o mesmo: 1,90 mm. Observa-se que ambas atingiram CMOD máximo próximo de 2,0 mm.





Fonte: Autor.

Já para os corpos de prova de trinca rasa, o deslocamento imposto na garra é de 4,09 mm para o modelo com material *n* = 5 e 2,28 mm para o modelo com material *n* = 20. Observa-se que, mesmo impondo quase o dobro do deslocamento para o corpo de prova

de n = 5, o CMOD máximo atingido é próximo da metade daquele atingido pelo corpo de prova de n = 20.

O resultado de tensão de von-Mises para o corpo de prova de  $a_{ave}/W = 0,2$ , n = 5 e  $\lambda = 0,1$  é mostrado na Figura 23. Notam-se valores de tensão bem acima do limite de ruptura do material ( $\sigma_{UTS} = 529,6$  MPa), especialmente na ponta da trinca (2250 MPa). Por este motivo, optou-se por não aumentar ainda mais o deslocamento na extremidade do corpo de prova na tentativa de atingir um maior CMOD. Situação semelhante ocorre nos demais modelos analisados.



Figura 23 – Resultado de tensão de von-Mises ( $a_{ave}/W = 0,2, n = 5 \text{ e } \lambda = 0,1$ ).

Fonte: Autor.

Finalmente, infere-se que o coeficiente de encruamento do material do corpo de prova, aliado ao tipo de geometria em análise, tem impacto significativo no valor de CMOD para modelos de trinca rasa e menor importância para modelos com trinca profunda. Os deslocamentos máximos impostos na extremidade de cada modelo foram previamente apresentados na Tabela 7. O CMOD máximo obtido para cada modelo é mostrado nas curvas de resultados adiante. As relações obtidas CMOD / *Uz* são mostradas na Tabela 8.

a <sub>ave</sub> /W	Matarial		CMOD / Uz	
	Material	$\lambda = 0$	$\lambda = 0, 1$	$\lambda = -0, 1$
	<i>n</i> = 5	25%	26%	23%
0,2	<i>n</i> = 10	61%	67%	53%
	<i>n</i> = 20	89%	90%	85%
	<i>n</i> = 5	75%	76%	73%
0,35	<i>n</i> = 10	101%	101%	101%
	<i>n</i> = 20	98%	98%	97%
	<i>n</i> = 5	108%	109%	107%
0,5	<i>n</i> = 10	107%	107%	107%
	<i>n</i> = 20	103%	104%	103%

Tabela 8 – Relação CMOD por deslocamento na garra ( $U_Z$ ) para trincas estacionárias.

### 5.2. Definição de *Uz* para Modelos com Crescimento de Trinca

A simulação numérica de modelos com crescimento de trinca tem como objetivo observar, além da evolução da flexibilidade e da integral J ao longo do rasgamento da frente de trinca, a transição desta para uma frente de trinca curva convexa ( $\lambda$  positivo). Desta forma, nestas análises, buscou-se impor deslocamento na garra suficiente para observar a formação da curvatura ao longo de toda a frente de trinca. Como se observa na Figura 24, a região em azul na frente de trinca (tensão equivalente igual a zero) ocorre devido aos elementos desligados e caracteriza o rasgamento da frente de trinca.

Mais uma vez, os deslocamentos máximos impostos na extremidade de cada modelo foram previamente apresentados na Tabela 7. O CMOD máximo obtido para cada modelo é mostrado nas curvas de resultados adiante. As relações obtidas CMOD / *Uz* são mostradas na Tabela 9.



Figura 24 – Resultado de tensão de von-Mises ( $a_{ave}/W = 0,47, n = 10$ ).

Tabela 9 – Relação CMOD por deslocamento na garra ( $U_Z$ ) para modelos com crescimento de trinca.

$a_{ave}/W$ (inicial)	Material	CMOD / Uz
	<i>n</i> = 5	52%
0,2	<i>n</i> = 10	99%
	<i>n</i> = 20	88%
	<i>n</i> = 5	115%
0,47	<i>n</i> = 10	110%
	<i>n</i> = 20	110%
Forte Autor		

Fonte: Autor.

## 5.3. Resultados de Modelos com Trinca Estacionária

Os resultados de análises numéricas com modelos de trinca estacionária mostram grande proximidade de valores de força no ligamento (*P*), flexibilidade (*C*) e integral J para corpos de prova com mesma profundidade de trinca e mesmo material, mas com diferentes curvaturas da frente de trinca. Na Figura 25 são observadas as curvas *P* x CMOD para três frentes de trinca ( $\lambda = -0, 1, \lambda = 0$  e  $\lambda = 0, 1$ ), profundidade média de trinca  $a_{ave}/W$  = 0,5 e material *n* = 10. O deslocamento total da garra para estas três análises foi de 1,9

mm. Na Figura 26 são mostradas as curvas  $C \ge C$  CMOD e Integral J  $\ge C$  CMOD para estes mesmos modelos.



Figura 25 – Curva *P* x CMOD ( $a_{ave}/W = 0.5 e n = 10$ ).

Fonte: Autor.

A diferença de flexibilidade máxima obtida para esta configuração é de 4% quando se compara o valor obtido para a frente de trinca reta e a frente de trinca côncava ( $\lambda$  = -0,1). Essa diferença ocorre no instante inicial da análise, onde os valores de integral J são baixos e a diferença absoluta entre eles é menor do que em instantes posteriores. Durante a maior parte do ensaio a diferença se mantém abaixo de 3%.

Já para os valores de integral J, a diferença máxima observada é de 4,2%, também para a frente de trinca côncava, e ocorre no instante inicial do ensaio. No restante do ensaio, a diferença se mantém abaixo de 2%.

Com relação à flexibilidade, é interessante notar como as curvas iniciam-se em declínio, abaixo da flexibilidade calculada por modelo linear-elástico, o que poderia levar à interpretação de que as trincas têm crescimento negativo. Esse fenômeno ocorre em todas as análises e, segundo Verstraete (2013), há dois mecanismos que controlam a evolução da flexibilidade ao longo do ensaio: rotação e estricção (ou "empescoçamento").





O efeito de rotação é dominante no primeiro estágio do ensaio e é causado pelo desalinhamento entre a força resultante na frente de trinca e a força resultante trativa aplicada na extremidade do corpo de prova (Figura 27). Isso resulta em um momento fletor e consequente flexão do corpo de prova, de forma a alinhar as forças resultantes. Esse efeito é observado com mais intensidade em corpos de prova com trinca profunda, onde o desalinhamento entre forças é maior.



Figura 27 – Efeito de rotação do corpo de prova.

Num segundo estágio do ensaio, a flexibilidade passa a crescer e, a partir de então, seu resultado é dominado pela estricção na região do plano da trinca. Observa-se que os modelos de material n = 5 e trinca média (a/W = 0,35) ou profunda (a/W = 0,5) deste estudo não atingem este ponto (Figura 28).

Figura 28 – Curvas de flexibilidade decrescente de corpos de prova com material n = 5 e  $a_{ave}/W$  igual a 0,35 (a) e 0,5 (b).



Fonte: Autor.

Embora o crescimento de trinca não seja avaliado nesses modelos, deformações plásticas na geometria são simuladas. Assim, a variação da flexibilidade ao longo de cada simulação se deve somente à variação da geometria do corpo de prova e da zona plástica.

O efeito de rotação é menos impactante nos modelos com material de baixo encruamento (n = 20) ou com trinca rasa, como se observa na Figura 29.

O Apêndice 1 deste trabalho contém todos os resultados obtidos para as análises de trinca estacionária.

Com o objetivo calcular a diferença de resultados de flexibilidade ( $e_c$ ) e de integral J ( $e_J$ ) entre modelos de frente de trinca curva com os modelos correspondentes com frente de trinca reta, foram feitas interpolações polinomiais de terceiro grau para cada curva C x CMOD e Integral J x CMOD obtida.



Figura 29 – Curvas de flexibilidade decrescente de modelos n = 20,  $a_{ave}/W = 0,35$  (a) e n = 10,  $a_{ave}/W = 0,2$  (b).

Na Figura 30 observam-se os dois casos com maior variação de integral J obtidas neste trabalho, os modelos  $a_{ave}/W = 0,2$  e  $a_{ave}/W = 0,5$ , ambos com material n = 20. O Apêndice 4 contém todas as curvas de diferenças obtidas de resultados de flexibilidade e integral J entre frentes de trinca retas e curvas.

Figura 30 – Curvas de diferença de flexibilidade (*eC*) e de integral J (*eJ*) de modelos n = 20,  $a_{ave}/W = 0,2$  (a) e  $a_{ave}/W = 0,5$  (b).



Fonte: Autor.

Os valores de diferença relativa máxima entre resultados de trincas curvas e retas são mostrados na Tabela 10. Embora os valores máximos alcancem 8%, todas as análises têm diferença de flexibilidade e de integral J dentro de uma margem de ±4% para ampla faixa de CMOD.

<i>a<sub>ave</sub>/W</i> Material	Matarial	Diferença de Flexibilidade		Diferença de Integral J	
	Material	$\lambda = 0, 1$	$\lambda$ = -0,1	$\lambda = 0, 1$	$\lambda = -0,1$
	<i>n</i> = 5	-2.9%	3.8%	2.7%	-1.2%
0,2	<i>n</i> = 10	-2.3%	4.6%	1.5%	1.4%
	<i>n</i> = 20	-3.3%	3.6%	5.9%	3.5%
	<i>n</i> = 5	-0.6%	-1.4%	-0.7%	-0.5%
0,35	<i>n</i> = 10	-0.4%	-1.4%	-2.9%	0.9%
	<i>n</i> = 20	-0.4%	-1.4%	-3.6%	1.6%
	<i>n</i> = 5	-1.7%	-4.0%	-2.1%	2.7%
0,5	<i>n</i> = 10	-1.6%	-4.0%	3.4%	4.2%
	<i>n</i> = 20	-1.8%	-4.0%	8.0%	5.1%

Tabela 10 – Diferença máxima de resultados de flexibilidade e integral J de frentes de trinca curvas em relação às frentes de trinca retas equivalentes.

Fonte: Autor.

Resultados de integral J ao longo da frente de trinca são mostrados na Figura 31 para os corpos de prova com n = 10,  $a_{ave}/W = 0,35$  (a) e n = 5,  $a_{ave}/W = 0,5$  (b). Cada curva mostra o resultado para um trio de análises com diferentes curvaturas de frente de trinca. Os valores mostrados são para um instante da simulação intermediário da análise (e valores próximos de integral J média), visto que o erro numérico aumenta consideravelmente ao se aproximar do deslocamento máximo da simulação.

Observam-se nestas curvas valores mais altos de integral J próximos da simetria do corpo de prova (linha do eixo vertical de cada curva), que é justamente a região onde há predominância de condição de deformação plana, e tendência de queda nos valores ao se caminhar para a superfície de cada modelo. Esses perfis de integral J apresentam semelhança com aqueles obtidos em ensaios de laboratório (SAVIOLI, 2016). Para os modelos com frente de trinca reta, a integral J volta a subir próximo da superfície, onde há predominância de condição de tensão plana. Nos modelos com frente de trinca convexa  $(\lambda = 0,1)$ , essa tendência ocorre com mais intensidade. Estas tendências são observadas em todas as análises deste trabalho.



Figura 31 – Curvas de integral J ao longo da espessura do corpo de prova em um instante intermediário da simulação, modelos n = 10,  $a_{ave}/W = 0,35$  (a) e n = 5,  $a_{ave}/W = 0,5$  (b).

Fonte: Autor.

#### 5.4. Modelos com Crescimento de Trinca

Os resultados de análises numéricas de modelos com crescimento de trinca mostram frentes de trinca retas evoluindo para frentes de trinca curvas devido ao rasgamento do material. Os seis modelos analisados evoluíram para frentes de trinca convexas, isto é, com parâmetro  $\lambda$  positivo. A Figura 32 mostra a geometria final das frentes de trinca obtidas.

De posse das medições das frentes de trinca após o rasgamento, é possível fazer a determinação da profundidade de trinca média ( $a_{ave}$ ) e dos parâmetros  $\lambda$  e p e fazer o ajuste de curva por meio das equações (2), (3) e (4). Na Tabela 11 são mostrados os resultados obtidos e na Figura 33 são mostrados dois exemplos de curvas geradas usando os parâmetros em comparação com os valores de medição. Observa-se que, para todas as análises, foi obtido parâmetro  $\lambda$  acima do valor máximo utilizado por Huang ( $\lambda$  = 0,1) e parâmetro p abaixo do que foi considerado o valor médio por Nikishkov (p = 3). Ainda assim, nota-se boa aderência da curva aos valores obtidos nos ensaios numéricos.





Tabela 11 – Parâmetros  $\lambda$  e *p* calculados a partir das frentes de trinca com rasgamento.

<i>a<sub>ave</sub>/W</i> inicial	Material	a <sub>ave</sub> final [mm]	a <sub>ave</sub> /W final	λ	р
	<i>n</i> = 5	8,5	0,33	0,11	1,69
0,2	<i>n</i> = 10	9,1	0,36	0,14	1,65
	<i>n</i> = 20	8,2	0,32	0,12	1,41
	<i>n</i> = 5	16,5	0,65	0,12	1,82
0,47	<i>n</i> = 10	16,1	0,63	0,12	1,82
	<i>n</i> = 20	16,5	0,65	0,12	1,94





(b)

Fonte: Autor.

Os valores de flexibilidade e integral J obtidos para estas análises são comparados com aqueles obtidos para os modelos de trinca estacionária. Em todas as análises, a curva de flexibilidade no início de cada análise acompanha aquelas das análises de trinca estacionária, porém com pequena evolução do CMOD já ocorre a inflexão da curva e seu rápido crescimento.

Esta tendência se observa facilmente na Figura 34 (a). Já na parte (b) da figura, não há a mesma sobreposição de curvas, possivelmente pelo fato de partirem de geometrias  $a_{ave}/W$  ligeiramente diferentes.

Já as curvas de integral J se descolam desde o início dos ensaios daquelas obtidas para os modelos de trinca estacionária, embora se iniciem em níveis semelhantes. A Figura 35 ilustra este comportamento.

A diferença de resultados para modelo de trinca estacionária e trinca com rasgamento se deve, além da presença ou não do rasgamento em si, da diferença de formulação e propriedades dos materiais para cada tipo de simulação e também do tipo de malha utilizado.



Figura 34 – Curvas de flexibilidade, modelos  $a_{ave}/W = 0,2$  (a) e  $a_{ave}/W = 0,5$  e 0,47 (b), ambas com material n = 5.

Figura 35 – Curvas de integral J, modelos  $a_{ave}/W = 0,2$  (a) e  $a_{ave}/W = 0,5$  e 0,47 (b), ambas com material n = 10.



Fonte: Autor.

O Apêndice 2 deste trabalho contém todos os resultados obtidos para as análises de modelos com crescimento de trinca. Já o Apêndice 3 contém todas as comparações de resultados de flexibilidade e integral J obtidas para todas as simulações feitas neste trabalho.

### 6. Conclusões

Os resultados de flexibilidade e integral J obtidos para os modelos numéricos estudados neste trabalho mostram semelhanças de resultado entre frentes de trinca retas e curvas. A maior diferença se deu pelos valores de integral J obtidos ao longo da frente de trinca, em especial próximo à extremidade do corpo de prova. Os valores médios, porém, são bem próximos.

Comparando-se resultados de trincas estacionárias entre modelos com frente de trinca reta e curva, observou-se:

- Maior diferença de resultados de flexibilidade para modelos com trincas rasas;
- Maior diferença de resultados de flexibilidade para modelos com frente de trinca côncava (λ negativo);
- Maior diferença de resultados de integral J para modelos com material com baixo encruamento (maior valor de n); e
- Variação de resultados na faixa de ±4% para ampla faixa de CMOD em todas as análises.

Já nos modelos com crescimento de trinca, foi possível observar a evolução das frentes de trinca retas para curvas, após o rasgamento destas, e avaliar a diferença de evolução de flexibilidade e integral J com o aumento de CMOD com os modelos semelhantes de trinca estacionária.

Uma possível aplicação dos resultados obtidos neste trabalho não se limita à área de dutos do setor de óleo e gás, mas para qualquer aplicação onde se verifique uma semelhança de perfis de tensão/deformação do material sob fratura em análise com os perfis observados em ensaios com geometria SE(T).

# 7. Referências

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **E1820**: Standard test method for measurement of fracture toughness. Philadelphia, 2013.

ANDERSON, T. L. Fracture Mechanics. 3. ed. New York: Taylor & Francis Group, 2005.

ANDRADE, L. G. F. **Avaliação numérica dos efeitos de tunelamento e plasticidade na flexibilidade elástica no descarregamento de geometrias C(T), SE(B) e SE(T) solicitado por garras**. 2016. 228 p. Dissertação (Mestrado) – Centro Universitário FEI, Engenharia Mecânica, São Bernardo do Campo, 2016.

CHIESA, M.; NYHUS, B.; SKALLERUD, B.; THAULOW, C. Efficient fracture assessment of pipelines. A constraint-corrected sent specimen approach. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 68, p. 527-547, 2001. Disponível em: DOI: 10.1016/S0013-7944(00)00129-6. Acesso em 2 dez. 2022.

DET NORSKE VERITAS. **DNV-OS-F101**: Submarine Pipeline Systems. Høvik, 2013.

DET NORSKE VERITAS. **DNV-RP-F108**: Fracture control for pipeline Installation methods introducing cyclic plastic strain. Høvik, 2006.

DOWLING, N. E. **Comportamento mecânico dos materiais**: análises de engenharia aplicadas a deformação, fratura e fadiga. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2018. 704 p.

EXXONMOBIL UPSTREAM RESEARCH COMPANY. Measurement of crack-tip opening displacement (CTOD) fracture resistance curves using single-Edge notched tension (SENT) specimens. Houston, 2010.

FALESKOG, J.; GAO, X.; SHIH, C. F. Cell model for nonlinear fracture analysis – I. Micromechanics calibration. **International Journal of Fracture**, 89, p. 355–373, 1998. DOI: 10.1023/A:1007421420901.

HUANG, Y.; ZHOU, W. Effects of crack front curvature on J-R curve testing using clamped SE(T) specimens of homogeneous materials. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, v. 134, p. 112-127, 2015. Disponível em: DOI: 10.1016/j.ijpvp.2015.05.001. Acesso em: 11 ago. 2022

KOPPENHOEFER, K. C., et. al **WARP3D**: Dynamic nonlinear analysis of solids using a preconditioned conjugate gradient software architecture. Illinois: University of Illinois at Urbana-Champaign, 1994. (Relatório Structural Research Series, SRS – 596, UILU-ENG-94-2017).

NIKISHKOV, G. P.; HEERENS, J.; HELLMANN, D. Effect of crack front curvature and side grooving on CTOD  $\delta 5$  and J-integral in CT and 3PB specimens. **Journal of Testing and Evaluation**, v. 27, n. 5, p. 312-319, 1999.

NYHUS, B.; POLANCO, M. L.; ØRJASÆTHER, O. Sent specimens an alternative to senb specimens for fracture mechanics testing of pipelines. In: 22ND INTERNATIONAL CONFERENCE ON OFFSHORE MECHANICS AND ARCTIC ENGINEERING, Cancun, 2003. **Proceedings**. Cancun: OMAE, 2003.

PETRÓLEO BRASILEIRO S.A. **Plano Estratégico 2022-2026**. Rio de Janeiro: [s.n.], 2022. 68 p. Disponível em: https://petrobras.com.br/pt/quem-somos/plano-estrategico/. Acesso em 8 ago. 2022.

SAVIOLI, R. G. **Estudo experimental do comportamento à fratura frágil em aços estruturais ferríticos e aplicações à determinação da curva mestra**. 2016. 175 p. Tese (Doutorado em Ciências) – Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, São Paulo, 2016.

SUBSEA 7 S.A. **Seven Vega**: vessel Info. Sutton, 2018. 2 p. Disponível em: https://www.subsea7.com/en/media/datasheets.html. Acesso em 8 ago. 2022.

SILVESTRE, M. N. **Investigação exploratória do parâmetro CTOD para cálculo da tenacidade à fratura de tubulações utilizadas na indústria offshore**. 2022. 255 p. Tese (Doutorado em Ciências) – Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, São Paulo, 2022.

SOUZA, L. F. A. **Análise de "riser" rígido em catenária com ênfase na verificação à fadiga, 1998**. 141 p. Dissertação (Mestre em Engenharia Oceânica), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1998.

TANG H.; MACIA M.; MINNAAR K.; GIOIELLI P.; KIBEY S.; FAIRCHILD D. Development of the SENT Test for Strain-Based Design of Welded Pipelines. In: INTERNATIONAL PIPELINE CONFERENCE, Calgary, 2010. **Proceedings**. Calgary: IPC, 2010.

THE BRITISH STANDARDS INSTITUTION. **Method of test for determination of fracture toughness in metallic materials using single edge notched tension (SENT) specimens**. London: [s.n.], 2014.

TOWERS, O. L. Fatigue crack front shape and Its effect on fracture toughness measurements. **Journal of Testing and Evaluation**, v. 11, n. 1, p. 34-45, 1983.

TVERGAARD, V.; NEEDLEMAN, A. Analysis of the Cup-Cone Fracture in a Round Tensile Bar. **Acta Metallurgica**, v. 32, p. 157-169, 1984. Disponível em: https://doi.org/10.1016/0001-6160(84)90213-X. Acesso em: 11 ago. 2022 VERSTRAETE, M. **Experimental-numerical evaluation of ductile tearing resistance and tensile strain capacity of biaxially loaded pipelines**. 2013. Tese (Doutorado em Ciências) - Ghent University, Department of Mechanical Construction and Production, 2013.

YAN, Z.; ZHOU, W. Effect of Crack Front Curvature on CMOD Compliance and Crack Length Evaluation for Single-edge Bend Specimens. In: CSME INTERNATIONAL CONGRESS, Toronto, 2014. **Proceedings**. Toronto: CSME, 2014.

Apêndice 1. Resultados de Simulações Numéricas com Trinca Estacionária

Neste apêndice são apresentados os resultados obtidos para os 30 modelos numéricos de trinca estacionária.

Para os três modelos com formulação linear elástica, na Tabela 12 são mostrados os resultados de flexibilidade.

a <sub>ave</sub> /W	Flexibilidade [mm/kN]	
0,2	2,56E-04	
0,35	6,15E-04	
0,5	1,33E-03	

Tabela 12 – Flexibilidade calculada para os modelos elástico-lineares.

Fonte: Autor.

A seguir, para cada um dos 27 modelos de formulação elasto-plástica, uma figura contendo os seguintes dados é mostrada:

- a) Curva Força no Ligamento x CMOD
- b) Curva Flexibilidade x CMOD
- c) Curva Integral J x CMOD
- d) Curva Integral J x Coordenada Y do corpo de prova (num instante intermediário da simulação)
- e) Imagem do corpo de prova com deformação em escala real e superfície colorida com mapa de tensão equivalente (obtida diretamente do *software* de cálculo)






















































Apêndice 2. Resultados de Simulações Numéricas com Crescimento de Trinca

Neste apêndice são apresentados os resultados obtidos para os 6 modelos numéricos de com crescimento de trinca. Para cada modelo, uma figura contendo os seguintes dados é mostrada:

- a) Curva Força no Ligamento x CMOD
- b) Curva Flexibilidade x CMOD
- c) Curva Integral J x CMOD
- d) Profundidade da Trinca x Coordenada Y do corpo de prova
- e) Imagem do corpo de prova com deformação em escala real e superfície colorida com mapa de tensão equivalente (obtida diretamente do *software* de cálculo)



84

Fonte: Autor.











## Apêndice 3. Comparações de Resultados

Neste apêndice são feitas comparações de resultados de modelos com mesmo material e mesma profundidade média de trinca, porém com diferentes curvaturas de frente de trinca. Nestas curvas, a expressão  $a_{ave}/W$  é abreviada para a/W. As curvas de resultados abrangem resultados de modelos de trinca estacionária e modelos com crescimento de trinca. Cada figura mostra:

- a) Curva Flexibilidade x CMOD (apenas trincas estacionárias)
- b) Curva Flexibilidade x CMOD (com trinca em crescimento)
- c) Curva Integral J x CMOD (apenas trincas estacionárias)
- d) Curva Integral J x CMOD (com trinca em crescimento)

As curvas em vermelho representam os modelos com crescimento de trinca. Como não foram feitos modelos com crescimento de trinca para  $a_{ave}/W = 0,35$ , apenas as curvas com trinca estacionária são mostradas para esta configuração.



Fonte: Autor.



Fonte: Autor.



Fonte: Autor.



Figura 72 – Modelos com  $a_{ave}/W$  = 0,5 (0,47 para trinca com crescimento) e n = 5. (a) (b)

Fonte: Autor.



Figura 73 – Modelos com  $a_{ave}/W$  = 0,5 (0,47 para trinca com crescimento) e n = 10. (a) (b)

Fonte: Autor.



Figura 74 – Modelos com  $a_{ave}/W$  = 0,5 (0,47 para trinca com crescimento) e n = 20. (a) (b)

Fonte: Autor.



Fonte: Autor.

## Apêndice 4. Diferença de Resultados de Frente de Trinca Reta e Curva

Neste apêndice são mostradas as diferenças de resultado (erro) de flexibilidade (*e*<sub>c</sub>) e de integral J (*e*<sub>j</sub>) para cada conjunto de corpos de prova de mesma profundidade média de trinca ( $a_{ave}/W$ , neste apêndice apresentado como a/W) e mesmo material. Estes valores foram calculados a partir das regressões polinomiais de terceiro grau feitas para cada curva de flexibilidade e de integral J obtida no Apêndice 1.



Figura 76 – Modelos com  $a_{ave}/W$  = 0,2 e n = 5 (a), n = 10 (b) e n = 20 (c).

Fonte: Autor.



Figura 77 – Modelos com  $a_{ave}/W$  = 0,35 e n = 5 (a), n = 10 (b) e n = 20 (c).



Figura 78 – Modelos com  $a_{ave}/W$  = 0,5 e n = 5 (a), n = 10 (b) e n = 20 (c).